

土 木 試 験 所 報 告

第三十號

昭和十年 第一冊



道路舗装用瀝青乳劑の性狀に關する

基本的研究 (第 3 報).....島 田 八 郎

鐘口狀河口に於ける水流に就て.....本 間 仁

下關海峽の潮流に關する模型試験.....本 間 仁

基礎版の基本的研究 (第 1 報).....松 村 孫 治

溢流堤下游洗掘防止に關する一試験.....八 木 龜 助

國道鉄結鈹桁橋標準設計案.....青 木 楠 男
牧 野 喬

1935 — IV

内 務 省 土 木 試 験 所

土木試験所報告

第三十號

序 言

本報告は「道路舗装用瀝青乳劑の性狀に關する基本的研究（第3報）」「鐘口狀河口に於ける水流に就て」「下關海峡の潮流に關する模型試験」「基礎版の基本的研究（第1報）」「溢流堤下游洗掘防止に關する一試験」「國道鉅結鉅桁橋標準設計案」等を輯録せるものである。

道路舗装用瀝青乳劑の性狀に關する基本的研究（第3報）は瀝青乳劑の粘性異狀に對し毛細管可變水柱法による實驗結果を理論と比較し“エングラ”粘性係數の意義を明かにし、更に各種測定法と實測値との關係を詳論し特に溫度に對する影響、分散度、濃度との關係を考察し此種材料の力學的特性を理論並に實驗上明かにしたものである。

鐘口狀河口に於ける水流に就ては鐘口狀河口に於ける水流、特に定流に關する性質を理論、實驗の兩方面より攻究し、不定流に關しては主として實驗的方面より其性質の一斑を窺はんとせるものである。

下關海峡の潮流に關する模型試験は下關海峡内に諸種の港灣施設を爲したる場合、其施設が此海峡内の潮流に如何なる影響を及ぼすかを模型試験によつて推測せるものにして、小瀬戸締切の影響は特に詳細に研究した。

基礎版の基本的研究（第1報）は彈性地盤上に作用する應力を求める近似計算法に就て述べ、其計算法の近似の程度を桁に就て明かにせるものである。

溢流堤下游洗掘防止に關する一試験は模型實驗により溢流堤下游に砂を敷均し其洗掘狀態を測定し、尙之に洗掘防止の爲めの水勢緩和裝置として阻柱及び噴水を設け其效果を比較し、又堰堤下游の魚道吐口附近に於ける洗掘狀況をも實驗により觀測せるものである。

國道鉅結鉅桁橋標準設計案は標準設計の確立に先立ち、先づ此種工事に關係ある技術者の意見を宏く求め以て其萬全を期せんとするものである。

昭和十年四月

内務省土木試験所長 内務技師 物部長 穗

目 次

道路鋪装用瀝青乳劑の性狀に關する基本的研究 (第 3 報).....	1
------------------------------------	---

内務技師 島 田 八 郎

鐘口狀河口に於ける水流に就て.....	49
---------------------	----

本 間 仁

下關海峡の潮流に關する模型試験.....	67
----------------------	----

本 間 仁

基礎版の基本的研究 (第 1 報).....	89
------------------------	----

内務技師 松 村 孫 治

溢流堤下游洗掘防止に關する一試験.....	125
-----------------------	-----

内務技手 八 木 龜 助

國道鉸結鈑桁橋標準設計案.....	137
-------------------	-----

内務技師 青 木 楠 男

囑 託 牧 野 喬

道路舗装用瀝青乳劑の性状に關する 基本的研究 (第3報)

内務技師 島 田 八 郎

目 次

緒 言	(1)
I. 粘性の實驗的研究(其 III)	(1)
毛細管法による實驗	(1)
〔1〕 實驗裝置に就て	(1)
〔2〕 實驗結果に就て, $(\nu_m \sim h)$, $(\eta_m \sim h)$ の關係に就て	(2)
〔3〕 “エングラール” 粘性係數に就て	(6)
II. 同轉圓筒法及び毛細管法による粘性係數 (η_{∞}) の差異に就て	(7)
III. 粘性係數と溫度との關係に就て	(10)
〔1〕 一般的考察	(10)
〔2〕 瀝青乳劑粘性係數 $\sim$ 溫度理論式の誘導(其 I)	(13)
〔3〕 瀝青乳劑粘性係數の溫度に對する實驗結果に就て	(16)
〔4〕 瀝青乳劑粘性係數 (“エングラール” 比粘度) $\sim$ 溫度理論式の誘導(其 II)	(18)
IV. 粘性係數と瀝青質含有量との關係に就て	(22)
〔1〕 一般的考察(二成分系粘性係數と分散質濃度との關係に就て)	(22)
〔2〕 瀝青乳劑に於ける粘性係數 $\sim$ 濃度理論式の誘導	(24)
〔3〕 瀝青乳劑粘性係數の濃度に對する實驗結果に就て	(26)
V. 粘性係數と瀝青質分散度との關係に就て	(35)
〔1〕 一般的考察	(35)
〔2〕 乳劑粒子の分散度と粘性係數とに就て	(36)
〔3〕 瀝青乳劑粘性係數と瀝青粒子分散度との關係に就て(實驗結果)	(38)
VI. 結 論	(39)
§ 引文文獻	(40)
§ 別 表	(42)

緒 言

瀝青乳劑の粘性の異常性に就て著者は前報告に其の理論的考察を述べ、一方同轉圓筒法による結果を主として論じた。本文は前報の續編にて全く同一の試料を用ひ毛細管法、“エングラール”法の實驗結果を述べ更に三者の關係を明かにした、一方粘性係數と溫度との關係を種々なる見地より論じ實驗値と比較し分散質分散度との關係其の他力學的特性をも論じたものである。尙前報との關係上圖面、表の番號等は相通じて用ひた。

I 粘性の實驗的研究(其 III)

毛細管法による實驗

〔1〕 實驗裝置に就て

異常粘性係數の測器中の流れの速度傾度により著しく異なるは屢々述べた。前報第 III 章に於て毛細管法に於ける構造粘性の一般論に述べた様に同轉圓筒法の場合とは全く異なる速度傾度を持つてゐるから、同轉圓筒法に得た抵抗係數より毛細管法の係數を推測する事は困難である。然るに此種の似類の

流れの状態は一般工學粘度計例へば“エンゲラー”粘度計の基礎をなし又實際上遭遇する滲透作用に於ける流れと同一傾向のものである。

斯る見地より理論上得た前報第 III 章の形式と比較し更に回轉圓筒法と對照する事は頗る有意義である。一方實用上の立場よりも此種粘性係数は頗る重要な資料を提供するものである。以下實驗方法並に結果を述べる。第 29 圖は本實驗に使用した可變水柱毛細管にて、 K は測器の主要部をなす毛細管にて、 R は D なる直径を有す中空圓筒にて全長約 1 米である。最初 P_1 , P_2 に試料を入れ、 K なる毛細管を経て P_2 筒より溢出さす。此際 P_1 , P_2 中の試料による K 部に加はる有効水壓を ΔH とする。本裝置を全部 25°C の水中に入れ實驗す。裝置の關係上 25°C のみを實驗す。

使用毛細管の寸法; 長さ (L) = 216.7 mm.

直径 (d) = 0.7829×2 mm.

P_1 圓筒の斷面積 (A) = 5.75 cm^2

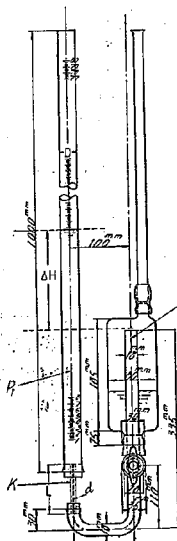
にて、 P_1 圓筒の A の誤差及び目盛誤差による流出量の影響は第 30 圖により明かなる如く實驗の精度範圍内に於て度外視し得。毛細管に於ける速度傾度は前報第 III 章 (9) 式により $G = \frac{g\rho}{2\eta w}$ にて示されるもので、 g = 重力常数; 980 cm/sec.^2 とし、 ρ は密度にて假りに $\rho = 1$ とすれば、軸中心より r の距離にある點の傾度は $G = \frac{490}{7w} \cdot r$ で表はさる。

[2] 實驗結果に就て、($v_m \sim h$), ($\eta \sim h$) の關係に就て。

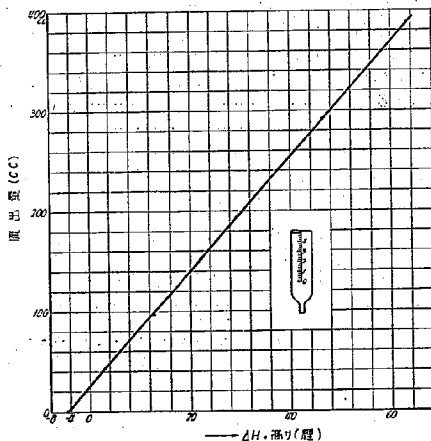
別表第 1 は實驗結果にて、第 31 圖 [a], [b], [c], [d] は各水柱壓 (ΔH)

に對する流出量より計算せる毛細管内平均速度 v_m と ΔH の關係である。

G 號 100% 稀釋濃度 (稀釋せざるもの) の試料は硝子圓筒周圍に附着し“メニスカス”明瞭ならざる故に實驗を中止す。實驗方法下の如し、第 29 圖に示せる P_1 筒と P_2 筒との水柱差 ΔH を各瞬間 (t) に読み下表の如きものを得。



第 29 圖



第 30 圖

ΔH	t	Δt	$\bar{\Delta t}$	$v_m \propto 1/\bar{\Delta t}$	$\Delta H(\bar{\Delta t}) \propto \eta w$
------------	-----	------------	------------------	--------------------------------	---

但し、 ΔH は 1 種毎の水柱降下を読み之に對する時間 t を測る、 Δt は 1 種毎の ΔH を下るに要する時間、 $\bar{\Delta t}$ を Δt の相隣れるもの之平均値とすれば平均速度 v_m は ΔH に應じ $\bar{\Delta t}$ に逆比例す

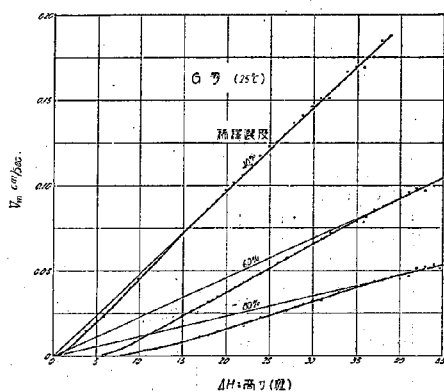
る事明かである。

一方 Δt , 即ち ΔH の小なる変化範囲を考ふれば其の間 Hagen-Poiseuille の式が概括的に適用されると考へるから前報第 III 章の公式により,

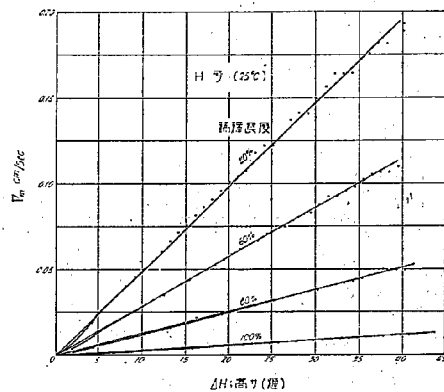
$$Q = \frac{\pi r_a^4 \cdot \Delta H \cdot g \rho}{8 \eta_w \cdot L} \Delta t \quad \text{とし,}$$

$$\text{一方第 29 圖 } P_1 \text{ 管の平均半径を } R_0 \text{ とすれば, } \frac{dQ}{dt} = \left(\frac{d(\Delta H)}{dt} \right) R_0^2 \pi$$

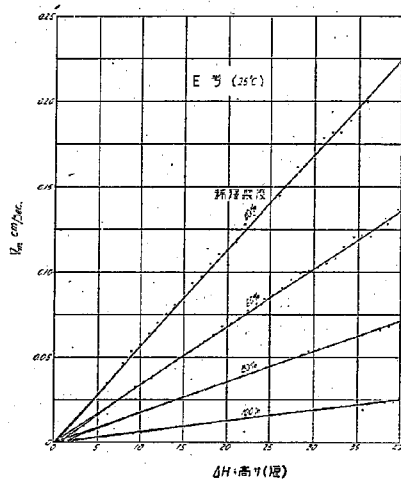
$$\therefore \left(\frac{d(\Delta H)}{dt} \right) \frac{1}{\Delta H} = C_1 \frac{r_a^4 g \rho}{8 L \cdot R_0^2} \cdot \frac{1}{\eta_w} \quad \dots \dots (1)$$



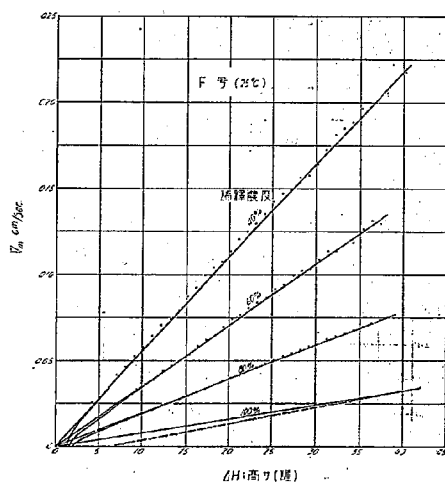
第 31 圖 [a]



第 31 圖 [b]



第 31 圖 [c]



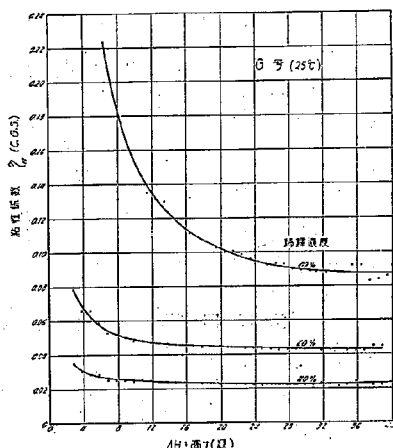
第 31 圖 [d]

を得、但し、 C_1 は測定器の常数を示す上式より粘性係数 η_w は $\Delta H \cdot \left(\frac{dl}{d(\Delta H)} \right)$ に比例するを見る。

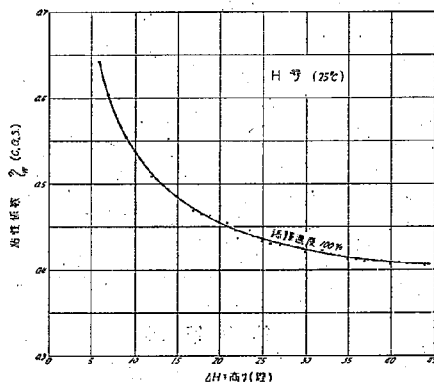
今 $\frac{dl}{d(\Delta H)} = \frac{\Delta T}{1}$ であるから粘性係数 η_w は上表の如く表はさる。毛細管実験に於ては最高水位差 $\Delta H = 45 \text{ cm}$ まで行へるもので $v_m \sim \Delta H$ 曲線を見るも未だ擾亂の現象は發生してゐない様である。唯正規粘性液體にては現はれない v_m の脈動が著しく現はれてゐる毛細管中を通過する場合に於ける液の壓縮性に起因するらしく推測される。斯る脈動の現象は瀝青乳劑のみならず他の乳濁液の実験にも現はれてゐる。

Rudolf Köhler⁽²³⁾ の稀釋せる“Cu-アマルガム”の粘性の実験に於ても著しく現はれてゐる。 $v_m \sim \Delta H$ 曲線の形式は前報第 III 章、第 IV 章に述べた標準形式の第 11 圖、又は第 12 圖 [a] 並びに [b] の如き傾向を示した。

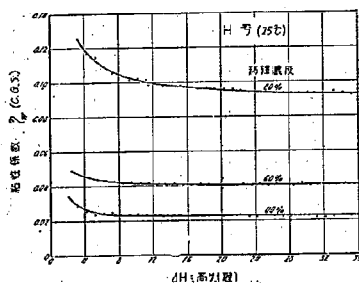
第 32 圖 [a], [b], [c], [d] は同様 $\eta_w \sim \Delta H$ 曲線で、 ΔH の減少するに伴つて η_w の値が



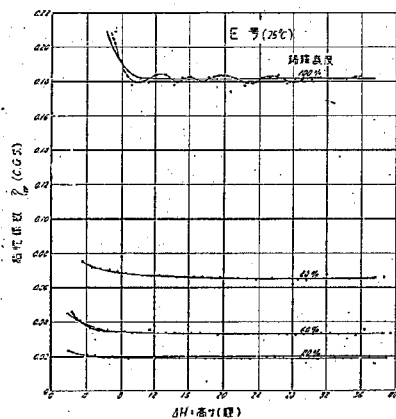
第 32 圖 [a]



第 32 圖 [b]



第 32 圖 [c]



第 32 圖 [d]

如何に増大するかを分る。且つ $\Delta H \left(\frac{\Delta T}{I} \right)$ より求めたる値であるから前報第IV章に於ける $[\eta_w]$ に相當するものである。第32圖 [c] に參考の爲め蒸溜水による測定値に對する $\eta_w \sim \Delta H$ 曲線を示す。圖示により明かなる如く完全な直線に表はれてゐる。

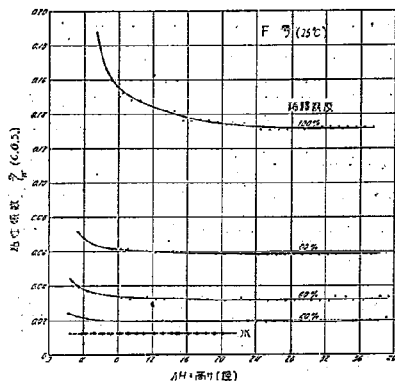
以下各試料に對し簡単に之が關係を論ぜん。

G 號に就て 稀釋濃度 100% のものゝ測定は、不可能であつた。80%, 60%, 40% の濃度のものを見るに第31圖 [a] 第32圖 [a] にては全部標準形第12圖 [b] の如きものを示してゐる。唯だ波動形の脈動が總ての濃度に對して現はれてゐる事が特に注目すべき現象である。 ΔH に無關係な非構造粘性係數 η_∞ は下記 14 表の如し。

H 號に就て 第31圖 [b] 第32圖 [b], [c] により明かなる如く $v_m \sim \Delta H$ 曲線, $\eta_w \sim \Delta H$ 曲線共に G 號とは異り標準形第12圖 [c] の如くなつてゐる。脈動は全般に現はれてをり、構造粘性も著しく現はれてゐる。第15表に其の性状を示す。

E 號及び F 號に就て $v_m \sim \Delta H$, $\eta_w \sim \Delta H$ 曲線共に H 號と類似してゐるが粒子最も大なる確率直径 4μ なる E 號に於ては脈動特に大である。第31圖 [d], [e] 第32圖 [d], [e] により其の傾向を明瞭に推測する事が出来る。且つ同轉筒筒法の場合稀釋濃度の最も廣範圍に現はれたれ構造粘性は毛細管法の場合比較的微小である。第16, 17 表に此等の關係を示す。

斯くの如く毛細管法による構造粘性の傾向を明かにする事が出来た。上記同轉法に得た η_∞ 値と本法毛細管法の η_∞ 値とは試料により略同じ程度の値のものもある、時には一桁も異なる値を示す場合がある。即ち同じ η_∞ 値に對しても測定方法により著しく異なる値を得る事が明かに示された。斯る事は正規粘性液體に見ない異常性である。一般に同轉法による粘性係數は大で



第32圖 [c]

第14表
G 號; η_∞ (25°C)

稀釋濃度%	100	80	60	40
η_∞	—	0.083	0.043	0.0225
構造粘性範圍 ΔH	—	<32 cm	<20 cm	<16 cm
瀝青含有量%	57	45.6	34.2	22.8

第15表
H 號; η_∞ (25°C)

稀釋濃度%	100	80	60	40
η_∞	0.406	0.093	0.0409	0.0225
構造粘性範圍 ΔH	<40 cm	<24 cm	<12 cm	<8 cm
瀝青含有量%	53	42.4	31.8	21.2

第16表
E 號; η_∞ (25°C)

稀釋濃度%	100	80	60	40
η_∞	0.184	0.065	0.036	0.019
構造粘性範圍 ΔH	<18	<18	<8	<4
瀝青含有量%	50.8	40.6	30.5	20.3

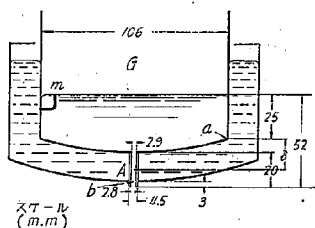
第17表
F 號; η_∞ (25°C)

稀釋濃度%	100	80	60	40
η_∞	0.132	0.058	0.032	0.019
構造粘性範圍 ΔH	<24	<16	<10	<6
瀝青含有量%	50.3	40.2	30.2	20.1

ある。此等の諸點に關しては後章に論ず。

〔3〕 Engler 粘性係數に就て

Engler 粘度計は瀝青乳劑の粘性係數決定に標準として使用されてゐるが、屢々述べた様に構造粘性を示す物質に於ては、Engler 度の値が如何なる抵抗性を示すや一應吟味しをく必要がある。速度傾度に粘性係數が無關係な正規液體にては Engler 度より C.G.S. 單位の粘性係數に例へば Hershell の曲線等により換算する事が出来るが構造粘性のものにては不可能である。今假りに Engler 度で示す値に相當する粘性係數があると假定し數字上の比較を試みる。第 33 圖は Engler 粘度計の斷面を示す。粘性係數は試料 50 cc 又は 100 cc の落下時間を標準とし、蒸溜水の場合との時間比で之を表はすが、異常粘性液體の場合は流出の際に働く有効水柱壓を考へる必要がある。第 33 圖によれば有効水位差は $\Delta = (2.5 \text{ cm} + \delta) - (h' + \delta) \dots$ で表される。但し δ は 33 圖より明かなる如く容器の針 m の尖端より底部 a に至る深さ 2.5 cm 以外に流出口 (d) に對する有効水位差で h' は 100 cc 又は 50 cc に相當する水位差である。 Δh は大體 5.5 mm 又は 11 mm の程度である。第 14, 15, 16, 17 表等により判斷



第 33 圖

すれば此の程度の有効落差にては當然構造粘性が著しく表はれる。Engler 度を基本とし換算せる抵抗性を η_E とすれば η_E は η_{∞} とは當然異なる値をとるものである。〔2〕節の毛細管による粘性係數の $\Delta H = 5.2 \text{ mm}$ 附近のものゝ値をとり、之を $\eta_{K(5.2 \text{ mm})}$ にて表はし η_{∞} , η_E , $\eta_{K(5.2 \text{ mm})}$ の三者を比較せんとし第 18 表に之を示す。但し兩者の實驗に於ける毛細管部の寸法は下記の如し。

實驗用毛細管：直徑 1.56 mm 長さ 21.67 cm

Engler 粘度計毛細部：直徑 2.9~2.8 mm 長さ 2.00 cm

第 18 表
25° に於ける η_{∞} , η_E , $\eta_{K(5.2 \text{ mm})}$ の比較

試料名	G	H	E	F
瀝青含有量 %	57	53	50.8	50.3
毛細管法 (η_{∞})	—	0.4060	0.184	0.132
エングラ度 (25C°)	7.5	8.1	5.7	3.6
同上: η_E	0.55	0.59	0.27	0.17
$\eta_{K(5.2 \text{ mm})}$	—	0.63	0.26	0.18

斯くの如く Engler 度の與へる粘性係數は構造粘性の部に屬するものである事が分る。藤井技師⁽³⁴⁾の「ビチュマルス乳劑」に對する Engler 粘度計による流出時間と流出量の關係にも明かに構造粘性の特性が現はれてゐる。其の Engler 度による係數の瀝青質含有量との關係は著者⁽³⁵⁾が先に所報第 24 號に述べた。更に後章に論究する如く η_E と温度と

の關係は η_{∞} と温度との關係に對比し頗る興味深きものがある。

以上〔1〕,〔2〕,〔3〕節に述べし如く通常行はれる基本的流れの状態に於ける瀝青乳劑の異常粘性係數が如何に實測され、前報第 II, III, IV, V 章に於て誘導された異常曲線と如何なる程度に一致するかを明かにする事が出来た。

斯る異常粘性のものを取扱ふ際に常に考慮に入れ置くべき諸問題に就き論じた。唯同轉圓筒法と毛細管法による粘性係數 η_{∞} の一致しない事に對しては次章に於て其の原因を考察する。

II 同轉圓筒法及び毛細管法による粘性係數(η_{sp})の差異に就て

前章まで、各章に於て異常粘性溶液の粘性係數は測定法により著しく異なる事を知つた、同轉圓筒法、毛細管法の兩者の値は速度傾度に無關係な η_{sp} に對しても異なるものである。之が原因は種々考へられるも主に瀝青乳劑の如き分散係に於ては粒子と分散媒との相互關係による事が多い、即ち分散度大にて且つ分散質濃度の大きなものに於て、斯の如き傾向の大きなことを推測する事が出来る。

Hatschek⁽³⁶⁾によれば 0.5%, 1%, 2% の澱粉“ゾル”に於ても同轉圓筒法による粘性係數が毛細管によるより約 50% も大きく、且つ濃度の増加に伴ひ其の差異の増大する傾向を明瞭に示してゐる。R. Köhler⁽³⁷⁾も CCl₄ と“パラフィン”を 100:12.8 の割合で混合した分散媒に於ける澱粉の微小粒子“ゾル”の構造粘性の研究に於て、速度傾度小なる範圍に於ける毛細管と同轉圓筒法を試みしに後者の方粘性抵抗著しく大で殊に濃度 50% 附近に於ては前者の約 3 倍の粘性を示してゐることを發表してゐる。兩法を比較する事も粘性の構造を考察するの一つの方便を示すと指摘してゐる。Köhler は Hatschek, Rane⁽³⁸⁾の試みた圓筒法を更に毛細管法で試みたものであるが測定器の寸法等が明瞭に示されてゐない。Freundlich, E. Schalex⁽³⁹⁾は種々速度傾度を變へ圓筒法と毛細管法で實驗したが材料が異つてゐたので比較出来ない。Freundlich の試みた圓筒法による Baumwollgelb なる色素に就き Auerbach⁽⁴⁰⁾の毛細管性の實驗があるが粘性係數は前者の方大きく出てゐる。

斯の如く二方法を對照し試みたものでは全部同轉圓筒法による“ゾル”の粘性係數が大となつてゐる。斯る性質は構造粘性を持つ異常粘性液體の特長であるかは更に吟味を要する問題で速斷する事は出来ない。瀝青乳劑に於ても前報第 III 章及び第 I 章に述べた様に其の粘性係數は同轉圓筒法の場合が一般に著しく大である。

構造粘性の範圍の粘性係數は速度傾度等種々複雑せる條件の影響を受けるから比較困難であるから η_{sp} なる速度傾度に無關係なるものを考察するも同轉圓筒法による係數頗る大である。

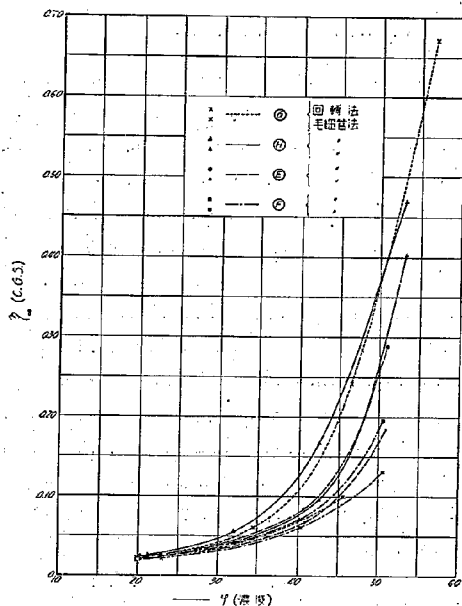
第 19 表 同轉圓筒法並びに毛細管法による η_{sp} の比較

試料名	G 號			H 號			E 號			F 號		
	瀝青含有量%	圓筒法	毛細法	瀝青含有量%	圓筒法	毛細法	瀝青含有量%	圓筒法	毛細法	瀝青含有量%	圓筒法	毛細法
	57	0.65	—	53	0.47	0.406	50.8	0.290	0.184	50.3	0.195	0.132
	45.6	0.24	0.088	42.4	0.165	0.093	40.6	0.083	0.065	40.2	0.070	0.058
	34.2	0.060	0.043	31.8	0.055	0.041	30.5	0.038	0.036	30.2	0.035	0.032
	22.8	0.025	0.023	21.2	0.025	0.023	20.3	0.023	0.019	20.1	0.020	0.019

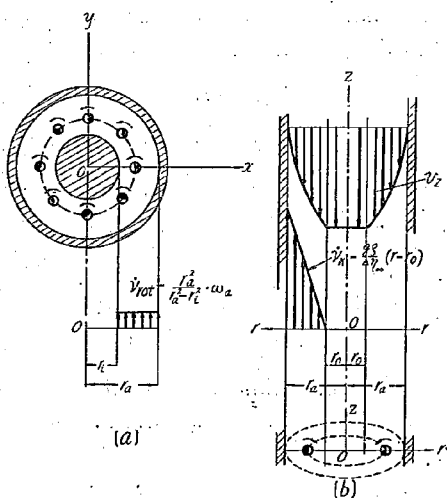
但し、圓筒；外半徑 4 cm 内半徑 3 cm 高さ 6 cm 毛細管；半徑 0.7829 mm 長さ 21.67 cm

第 19 表は 25°C に於ける各種乳劑の二法による η_{sp} と濃度の關係を示すもので第 34 圖は之を圖示せるものである。實驗資料數少く且つ溫度も 25°C のみであるから一般的な考察を下す事は出来ないが下記の如く其の特長を列挙する事が出来る。

- (1), 粘性係數(η_{sp})は同轉圓筒法による方大である。
- (2), 同轉圓筒法と毛細管法との粘性係數の差異は瀝青質の濃度の増加に伴ひ増大す。



第 34 圖



第 35 圖

(3), (2) に於ける増大率は瀝青質粒子の分散度により異る, 即ち G 號; 約 2 倍, H 號; 約 1.8 倍 E 號; 約 1.32 倍, F 號; 約 1.13 倍の如く確率直徑小なるもの頗る大である (但し E 號は粒子確率直徑 4μ にて最大であるが下位より第二位にある).

以上の結果は先きに述べた多くの人々の實驗の結果と全く同じ傾向を示してゐる. 今本章に於て速度傾度に関係の範圍に於ける η_∞ に対し二法による差異を吟味する.

前報第 II 章, 第 III 章に粘性係数を示す (21) 式, (8) 式に於て $\eta = \eta_\infty$ と置いた,

$$D = 4\pi h^2 \eta_\infty \frac{r_a^2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \times \omega_a, \quad Q = \frac{\pi}{8} r_a^4 \cdot \frac{\Delta H}{\eta_\infty l}$$

……の兩式は一つの均一な質量なき溶媒内に假定的な流れの分布を想像したものである. 斯る場合には各分子は $\dot{\gamma}$ で與へられる分子回転をしてゐる, 回転圓筒法に於けるは $\dot{\gamma}$ 前報第 II 章 (18) 式により

$$\dot{\gamma}_{rot} = \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \omega_a \quad (1)$$

にて表はさる. 但し, r_a, r_i は外圓筒, 内圓筒の半径 ω_a は外圓筒の回転速度を表はす. 毛細管法の場合は前報第 III 章 (11) 式

$$v_z = (v_2) - \frac{g\rho r_0}{2\eta_\infty} (r_a - r)$$

(但し, r は $r_a > r > r_0$ とする), より回転法に於て $\dot{\gamma}$ を求めたと全く同様に求むれば此の場合に於て各分子は毛細管の軸に對する同心圓を回転軸とし

$$\dot{\gamma}_K = \frac{g\rho}{4\eta_\infty} [r - r_0] \quad (2)$$

の回転速度を持つ. 此等 $\dot{\gamma}_{rot}, \dot{\gamma}_K$ を圖示すれば第 35 圖の (a) (b) の如くなる事明かである. (a) 圖は回転圓筒法に於ける $\dot{\gamma}_{rot}$ を (b) 圖は毛細管法に於ける $\dot{\gamma}_K$ を示す.

後者の場合には $\dot{\nu}$ は軸よりの距離 (r) によりて異なるものである。然るに瀝青乳剤に於て瀝青粒子は一定の質量を有し、且つ μ 程度の大きさであるから當然假説的の場合と異なるもので且つ乳剤粒子は Brown 運動による分子運動をなし $\dot{\nu}_{rot}$, $\dot{\nu}_K$ の如きは理想的な流れの状態を假定する一つの条件に過ぎない。

粒子は回転運動をなす分散媒の流れは粒子面に於て滑ると假定する。R. O. Herzog, Kuder⁽⁴²⁾ が CCl₄ の如き複雑な有機化合物の粘性を計算する場合測定され粘性抵抗性は分子の回転“エネルギー”によるものと一般粘性流れによるものとの和によると假定した。今回回転筒法と毛細管法の二法に於て粒子の占むる處には分子回転が缺けてゐると考へ、一方前報第 II 章, (21) 式前報第 III 章 (8) 式で與へられる如き η_{∞} では液中總ての部分に $\dot{\nu}_{rot}$, $\dot{\nu}_K$ による分子回転が分布してゐると考へらる。今單位容積内に於て消費される“エネルギー” W_{emp} は二部よりなるとする。

即ち一部は $\dot{\nu}$ の存在せる領域に消費されるもの W_1 , 一部は $\dot{\nu}$ の存在せざる領域に對するもの W_2 を考ふ、即ち

$$W_{emp} = W_1 + W_2 \dots\dots\dots (3)$$

と考ふ。 W_2 として例へば回転筒筒法の場合單位容積に對し、 $\frac{4}{15}\pi\rho\int a^2 dN \int (\dot{\nu}_{rot})^2 dv$ 。

(但し、 a ; 任意の粒子の半径、 dN ; 半径 a と $a+da$ の間にあるもの單位容積中の個數、 ρ ; 粒子の密度) を與へ得れば一様に理想的な流れをなしてゐると假定する事が出来る。毛細管法の場合も全く同様に

$$(W_2)_K = \frac{4}{15}\pi\rho\int a^3 \cdot dN \int (\dot{\nu}_K)^2 dv \dots\dots\dots \text{を考へ得。}$$

今本論文實驗に使用せし乳剤は前報第 VI 章 (2) 節に述べた様に、 $dN = N \frac{4\beta^3}{\sqrt{\pi}} r^2 e^{-\beta^2 r^2} \cdot dr \dots\dots$ なる分布式に従ふ、其れ故上式に代入すれば下記の如くなる、

$$(W_2)_{rot} = \frac{32}{5}(\varphi \cdot D_w^2)(\dot{\nu}_{rot})^2, \quad (W_2)_K = \frac{32}{5}(\varphi \cdot D_w^2)(\dot{\nu}_K)^2$$

但し、 φ ; 瀝青質含有量、 D_w ; 確率直径、 $\dot{\nu}_{rot} = \frac{r_a^2}{r_a^3 - r_i^3} \omega_a \doteq 3.2\omega_a$, $\dot{\nu}_K = \frac{g\theta}{4\eta_{\infty}}[r - r_0] \doteq 270\left(\frac{r-r_0}{\eta_{\infty}}\right)$ を表はす。

然るに W_2 は實測上流体力學的には零で、唯 Brown 運動による“エネルギー”のみを持つと假定し今其の影響を度外視すれば、各實驗法に應じ、 W_2 の大なるもの W_{emp} が小さく實測される事となる。今 W_{emp} の値を以て理想的流れに於て實測される抵抗係數の目安とすれば、今の場合測定される値を (W_{emp}) と表せば

$$(W_{emp}) = W_{emp} - W_2 = W_{emp} \left(1 - \frac{W_2}{W_{emp}}\right) \dots\dots\dots (4)$$

と書き得、故に測定される抵抗性係數; $(\eta_{\infty})_1$ は

$$(\eta_{\infty})_1 = \eta_{\infty} - \eta_{rot} = \eta_{\infty} \left(1 - \frac{\eta_{rot}}{\eta_{\infty}}\right) = \eta_{\infty} \left(1 - \frac{W_2}{W_{emp}}\right) = \eta_{\infty}(1 - k_1 \text{又は} k_2) \dots\dots (5)$$

と置き得。回転筒筒法にては、

$$k_1 = \frac{W_2}{W_{emp}} = \frac{(W_2)_{rot}}{W_{emp}} = K_1 \cdot 6.4(\varphi \cdot D_w^2)$$

毛細管法にては、

$$k_2 = \frac{W_2}{W_{\text{emp}}} = \frac{(W_2)_K}{W_{\text{emp}}} = K_2 \cdot 6.4 (\varphi \cdot D_w)^2 \times f \left(\frac{270(r-r_0)}{\eta_{\infty}} \right)$$

但し K_1, K_2 は常数にて同じ程度の數値である。 r, r_0 は前報第 III 章に述べしものと同じ f は、代數函數である。斯く k_1, k_2 は常数にて毛細管法に於ては任意の點に於て (η_K) が常に大なる値を持つから明かに $k_1 < k_2$ である。斯の如き假定の下に二法による (η_{∞}) を比較すれば回轉圓筒法より毛細管によるものが小となる。

$(\eta_{\infty})_{\text{rot}} > (\eta_{\infty})_K$ 且つ $(\eta_{\infty})_{\text{rot}} - (\eta_{\infty})_K$ の差は φ, D_w 大なる程大である。即ち瀝青含有量 (φ) 大にて粒子直径大なるものに於て、差異の大なるを示す。然るに實驗結果をみるに回轉圓筒法、毛細管法に於ても一定の濃度に對し粒子確率直径小なる方粘性係數 (η_{∞}) が大となる。

以上の如き考察により定性的に回轉法による $(\eta_{\infty})_{\text{rot}}$ の毛細管法の $(\eta_{\infty})_K$ より大なる事は説明した。

然るに顯微鏡寫眞による確率直径 $(2D_w)$ は孢子 (Micelle) の中心核直径を表はすから力學系に於ける粒子の大きさとしての Micelle は必ずしも之に一致するとは限らない。上述 $(\eta_{\infty})_{\text{rot}} - (\eta_{\infty})_K$ の大きさと粒子分散度 (D_w) との關係が實驗結果と全く一致しなかつたのは斯る點に原因あるか更に考察すべき問題である、且つ上述の理論は、幾何學的に論じたもので分散度を増す事により粒子の運動性の増加等は考慮に入れてない。斯る粒子の分散度と η_{∞} に關する問題は更に後章に論ず。

III 粘性係數と温度との關係に就て

[1] 一般的考察

鋪裝用瀝青乳劑に於ては使用の立場より温度に對する粘性係數の變化を研究する必要がある。夏期、冬期により相當廣範圍の温度の變化がある。滲透用として重力による滲透應力等は液の粘性により支配される場合が多い。且前報告第 I 章に於て述べた様に構造粘性の範圍に於ける粘性が實用上滲透に際しては重要な役割をなす事が多い。

今乳劑の粘性に對する温度影響に對しては速度傾度により影響を受ける範圍の係數 (η_E) に對しても研究する必要がある。斯る範圍に於ては可塑性の性質が抵抗係數中に含まれて來る、從つて速度傾度に對する影響等複雑な問題が現はれて來るから抵抗係數と温度との關係を簡単に説明する事頗る困難である。

本章に於ては先づ速度傾度に無關係な η_{∞} の範圍に就て η_{∞} と温度との關係を考察した後 η_E の範圍にも及ぶ。蓋し瀝青乳劑の構造は前報第 VI 章 [2] 節 15 圖の顯微鏡寫眞により明かなる如く、純粹の溶液の如きものでなく、又“ビッチ”熔融硝子の如き分子構造を持つ高粘性物質とも異る。勿論瓦斯體、固體とも著しく異つてゐる。即ち屢々述べた様に、瀝青～水溶液の乳濁液 (Emulsoide) である。從つて粘性係數としての量の物理的意義は一應吟味して見る必要がある。前報告第 I 章 (1) 式、(2) 式で示した粘性係數は其の物理的意義若しくは、粘性發生に對する機構には無關係で、單に一方は流體力學的定義とし $\eta \cdot G = P \cdots \cdots (1) \cdots \cdots$ により、(但し、 η : 粘性係數、 G : 速度傾度、 P : 剪應力)。

他方は歪の時間的消失に對する Maxwell の定義として $\eta = E \cdot \tau \cdots \cdots (2) \cdots \cdots$ により (但し、 E : 常數、 τ : 歪消失時定數、前報告第 I 章 (2), (3), (4) 式參照) 表はしたものである。

(1), (2) 式は共に一つの粘性係數の表示である、蓋し一様な媒質中の一部に單位容積當りの運動量の異なる領域が外部より何等かの原因により發生した場合、運動量、(Momentum) の移動が起り媒質

中各部一様に運動量が分布される。即ち一様な分布に移動する能力を其の物質の粘性とする。

從つて常に運動量移動の機構が粘性係数の規準となる。本章に於ては運動量移動と溫度との關係を乳劑に對し検討する。瀝青乳劑は外觀上液體であるが顯微鏡的構造によれば瀝青粒子は氣體分子の如く分散せるもので各粒子は一見氣體分子の如く推測されるも未だ其の性狀が明白でない。今粘性の見地より其の特性を判斷する爲めに、i) 氣體、ii) 半固體、iii) 固體、iv) 液體……物質に於ける粘性と溫度との關係と乳劑の二種の粘性係數、即ち速度傾度に無關係な係數及び Engler 粘度計による係數 (η_E) 二者と溫度との關係とを比較する事は、瀝青乳劑の如き乳濁液の粘性を論究する上に重要である。先づ i), ii), iii), iv) に就き其の傾向を列挙する必要があるから簡単に述べる。

i) 氣體に於ける各部の運動量の移動は各分子運動の衝突による運動量の傳達により行はれる事明かにて、Boltzman, Maxwell 以後 Sutherland, Chapman 等により氣體分子の平均自由行路 (Mittlere Freie Weglänge; $\bar{\lambda}$) を用ひ表はされ、粘性係數 $\eta \propto \sqrt{T}$ ……(3) で表されてゐる。Phillips は CO_2 瓦斯で實驗し、更に溫度による影響は (3) 式より増大するを認めてゐる、即ち一般に瓦斯體に於ては $\eta \propto \frac{\sqrt{T}}{1 + \theta/T}$ ……(3') (但し T は絶対溫度とす) の如く溫度と共に η は増大する。

ii) 半固體、例へば“ピッチ”、瀝青、熔融點に近き硝子等に對する粘性係數と溫度との關係中“ピッチ”に對しては實驗理論研究少きも熔融硝子に對しては必要上多數の研究がある。代表的ものゝ二三を述べる。蓋し熔融硝子は溫度 $500^\circ \sim 1600^\circ \text{C}$ の範圍に於て粘性係數 η は $\log_{10} \eta = 14 \sim 2$ の程度であるから斯る溫度範圍にては可塑性物質の代表的ものゝ如く見える。H. Le Chatelier⁽⁴²⁾ の式…… $\log \cdot \log \eta = kT + b$ ……(4)。 (但し η : 粘性係數, k, b : 常數, T : 絶対溫度) があるも、物理的意義明かでない。後液體の所で述べるが E. N. da C. Andrade⁽⁴³⁾ 等の非縮合性液體に對する式…… $\eta = Be^{A/T}$ ……(5) (但し A, B : 常數) を實驗と比較するに熔融狀態より軟化點までにはよく適應される。更に固化範圍には、上式と全く類似式で T の代りに $(T - \theta)$ と置いたもの即ち、…… $\eta = B_1 e^{\frac{A_1}{T - \theta}}$ ……(6) にて表はせば實驗値とよく一致する場合がある。但し此の場合 A_1, B_1, θ の物理的意義は明瞭に定義されてゐない。

可塑性物質、瀝青の如きものに對しては著者は論ずる機會あるも今 Umstätter⁽⁴⁴⁾ の式を掲げる、彼は瀝青の様なものゝ分子は外力に對し減衰振動をする力學系と考へ、振幅の對數減衰率 (Logarithmisches Dekrement) を $\theta = \frac{P \cdot E/\text{mol.}}{K \cdot E/\text{mol.}} = \frac{Q}{kT}$ ……にて示し得ると假定し、(但し $P \cdot E/\text{mol.}$: 1 瓦分子の位置“エネルギー”, $K \cdot E/\text{mol.}$: 1 瓦分子の運動“エネルギー”, Q : 1 瓦分子の凝集力“エネルギー”, k : Boltzmann の常數……を表す、粘性係數 η を下式で表はした。 η_0 は常數とす。

$$\log \eta = \log \eta_0 + \frac{Q \sqrt{(2\pi kT)^2 + Q^2}}{2\pi(RT)^2} \dots\dots\dots (7)$$

實驗と比較してゐるが相當よく一致してゐる。其の他 Pochettino⁽⁴⁵⁾ (1914) によるも溫度下るに伴ひ η は非常に増加してゐる。

iii) 固體粘性係數に對する溫度の影響も全く ii) の場合の如き傾向を持つ。實驗方法、(振動法靜力法) により測定される η の値は非常に異るも實驗方法を一定とすれば溫度影響を比較する事が出来る。例へば 15° 度に於ける $\text{Al}_2, \text{An}, \text{Cu}$ の Iokibe, Sakai⁽⁴⁶⁾ 兩氏の實驗と 30°C に於ける Al_2 ,

Au, Zn の Subrahmaniam⁽⁴⁷⁾ (1926) の實驗を参照すればよい。今詳細は別の機会に譲るも、運動量移動に對する機構のみ考察す。固體に於ては各分子は氣體の場合の如く自由平均行路を持つ事不可能にて周圍の分子の結合力強く各分子は一定の排列の下に平均位置を中心とし彈性的振動をする。固體にては分子は一定の自己振動數 (Eigen-Frequenz) ν を持つと考へられる。

Lindemann,⁽⁴⁸⁾ Plank 等は ν を用ひて多くの現象を説明してゐる, Frenkel⁽⁴⁹⁾ も斯る立場に立ち Boltzmann の原理を併用し固體の粘性係數即ち運動量移傳能力として下式 (8) の如きものを得てゐる。

$$\eta = \left(\frac{\tau_0' k T}{\pi a \delta^3} \right) c \frac{U_0'}{k T} \dots \dots \dots (8)$$

但し, τ_0' ; 基本振動周期, δ ; 分子格子距離, a ; 分子の平均直徑, k ; Boltzmann 常數, T ; 絶對溫度, U_0' ; 結晶分子の分解する時の“エネルギー”を表す (5) 式と比較するに c の項は同じ形であるが (8) 式には T が乗じてある。今特長としては固體の場合は氣體の場合と運動量移傳の機構全く異ると假定し實驗結果の傾向を明かにする式を得た事を特に力説するものである。斯る考へ方は乳劑の場合の粘性係數を考察するに役立つ。

iv) 液體の場合實驗としては各種の液體に對し枚舉に遑がない。傾向は溫度と共に η が減少するもので A. W. Porter⁽⁵⁰⁾ の活潑な實驗がある。粘性溫度 ($\eta \sim t$) に關する公式としては S. E. Sheppard,⁽⁵¹⁾ E. L. Lederer,⁽⁵²⁾ L. G. Carpenter,⁽⁵³⁾ E. W. Madge⁽⁵⁴⁾ 等多數の研究がある。今代表的のものに就て瀝青乳劑の場合との比較に必要なものを述べん。先づ運動移動の機構を考察せんに、各液分子は、氣體、固體の中間の運動性を持つと考へらるが氣體論的力學系の機構によれば ii) に述べた様に η は溫度と共に増大し事實と一致しない。佐藤氏⁽⁵⁵⁾ が液體分子を雙極子 (Dipol-molekul) として各分子による電場内で電磁的の衝突にて運動量移傳が行れるとし、且つ Boltzmann の原理を誘導し實驗式と一致する (9) 式の如きものを得た。

メチルアルコールに對し;

$$\eta = 2.57 \rho^{1/2} \sqrt{T} \left(5.82 \frac{1}{T^{1/2}} + 6.244 \cdot 10^6 \frac{1}{T^4} + \dots \right) \dots \dots \dots (9)$$

を得た。一方液體に於ては全く固體に類似した運動量移傳機構が行れてゐるとの假定の下に考察する。斯る格子振動の立場より, J. Frenkel,⁽⁵⁶⁾ Dunn,⁽⁵⁷⁾ Andare,⁽⁵⁸⁾ の諸氏が粘性溫度の關係式を研究した。

J. Frenkel は 固體の場合と全く同じ考察により,

$$\eta = \left(\frac{\tau_0' k T}{\pi a \delta^3} \right) c \frac{U_0'}{k T} \dots \dots \dots (10)$$

を得た。但し, τ_0' ; 格子振動の基本周期, δ ; 分子格子距離, a ; 分子直徑, U_0' ; 分子格子分解に對する“エネルギー”等を表す。Dunn は固體擴散係數に液體に於ける滲透壓の影響を考慮に入れ (11) 式を得た。

$$\eta = B e^{A/T} \dots \dots \dots (11)$$

但し, A, B ; 分子の状態により定る常數を表す M. P. Venkatarana Iyer,⁽⁵⁹⁾ Andare も (11) 式と全く同形式を得た。

$$\eta = B e^{\frac{U}{RT}} \dots \dots \dots (12)$$

但し, U ; 1 mol. に対する分子生成に對する “エネルギー”, R ; 瓦斯常数 (1,985 cal./mol.) T ; 絶對溫度, B ; 常数を表す.

上述の (11) (12) 式は全部, $\log \eta \sim \left(\frac{1}{T}\right)$ の直線關係を表すもので事實液體内の内部構造が一定即ち溫度により分子の結合, (Assoziation Zustand) 狀態等の一定せる範圍に於ては (12) 式等が成立つ事が立證されてゐる. 水は低溫に於て内部構造著しく異り, $\log \eta \sim \left(\frac{1}{T}\right)$ 關係を見るも溫度の下るに伴ひ, U の増加する様な傾向を示してゐる. $C_n H_{2n+1} I$ の同族に對する實驗に於て CH_3 基の増加する毎に U が一定値づゝ増加してゐる. 斯る規則的な變化が一般に認められてゐるが Drucker⁽⁶⁰⁾ の研究によればアミン酸 (Ameinsäure), フォルムアミド (Formamid) は正規液體であるが $\log \eta \sim \left(\frac{1}{T}\right)$ 直線式より偏よると述べてゐる. 斯く嚴密に云へば未だ議論の餘地もある斯る例外は僅少で通常正規液體に於ては $\log \eta \sim \left(\frac{1}{T}\right)$ の直線式は成立つと考へて差支へない. (12) 式の公式を全く異なる熱力學的立場より即ち Vant' Hoff の蒸氣壓 (p) と氣化熱 (L) との關係式 $\frac{d \log p}{dT} = -\frac{L}{RT^2}$ と下記の如く全く類似的に取扱ひ, 粘性係數 (η) の代りに流動性 (ϕ) を (13) 式の如く置き,

$$\eta = 1/\phi \text{ (13)}$$

氣化熱 (L) の代りに融解熱の様な液體分子の “エネルギー” に關する量 (U) を代入す. 斯くして得た (14) 式を積分し (15) 式の如き全く (12) 式と同じ $\eta \sim T$ の關係式を得, 即ち

$$\frac{d \log \phi}{dT} = -\frac{U}{RT^2} \text{ (14)}$$

$$\eta = 1/\phi = B e^{\frac{U}{RT}} \text{ (15)}$$

以上の如く液體に於ては固體に於ける如く格子點の周圍の自己振動による運動量移傳の假定を基とし粘性係數と溫度との關係が闡明されてゐる

今鋪装瀝青乳劑の場合果して如何なる形式により粘性係數と溫度との關係が表されるかは頗る興味ある問題である. 特に二種の粘性係數, η_a , η_B に對する關係を考察し上述固體, 液體等の場合と比較する事は理論的考察より云ふも實用上見るも極めて重要な事である.

[2] 瀝青乳劑粘性係數 (η_a) ~ 溫度理論式の誘導 (其 I)

[1] 節に於て各種の均等性にて一成分系と見做し得る物質の粘性溫度の關係を, 主として運動量移傳能力の立場より考察した. 瀝青乳劑の如き乳濁液なる二成分系に於て粘性特に η_a と溫度との關係を以下考察す. 瀝青粒子が氣體分子の如く溶媒中に浮遊し粒子は一定の大きさと, 一定の質量を有し溶媒分子の衝突により Brown 運動をなし一定の平衡位置を保つてゐるから氣體に於て各成分分子の互に衝突により運動量を移傳の行れをものとは大いに異なるものである. 寧ろ固體の格子分子が一定の自己振動により運動量を移傳するに似てゐる.

構造粘性範圍の如き可塑性の影響を表る範圍に於ける二成分系の運動量移傳には二成分の界面に於ける特殊な歪による “エネルギー” の分布が上記自己振動に影響を與へるものであるから關係頗る複雑となる.

今乳劑中の粒子に蓄積される “エネルギー” は變形による E_d と乳濁液として粒子の存在せる事による自己振動及界面 “エネルギー” E_p より成立つとする, 即ち下記 (16) 式の如く表し得.

$$U = E_p + E_e \dots \dots \dots (16)$$

但し、 E_p は著者が所報 26 號に述べた形式をとるものと假定すれば單位容積中の平均値を表すものは、下式の如くなる。

$$O \cdot \left[-\sigma_{AB} + \frac{2\pi r d \sigma^2}{D \cdot (r+d)} \right] r^2 + V \cdot \frac{9kT}{4\pi} \left(\frac{r}{D_w} \right)^3 + L \cdot G \cdot r$$

但し、 σ_{AB} ；分散媒分散質間の界面張力、 d ；假説二重層の厚み、 D ；二重層内の電媒常数、 σ ；單位面積當りの荷電、 k ；Boltzmann 常数、 T ；絕對溫度、 O 、 V 、 L 、は常数を表す。

前論文の如く、

$$\sqrt{-\sigma_{AB} + \frac{2\pi r d \sigma^2}{D}} = \beta, \quad dN = N \cdot \frac{4\beta^3}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 r^2} \cdot r^2 dr$$

と置く、但し N ；單位容積中の粒子数、 β ； $1/D_w$ (D_w ；確率直徑) を表す。 E_p は下式 (16)' 式の如くなる、

$$\begin{aligned} E_p &= \int \left\{ O \cdot [\beta^2 r^2] + V \cdot \frac{9kT}{4\pi} \left(\frac{r}{D_w} \right)^3 + LGr \right\} N \frac{4\beta^3}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 r^2} \cdot r^2 dr \\ &= O \cdot N \frac{3}{2} + V \cdot N \frac{9kT}{\pi^{3/2}} + LG \frac{2}{\pi^{3/2}} N \cdot D_w \dots \dots \dots (16)' \end{aligned}$$

但し、 O ； $4\pi \sim 0$ 、 V ； $4\pi \sim 0$ 、 $L = 2\pi \sim 0$ 、の間の任意の値をとるもので、粒子分布法則を論じた際の様に粘性と温度との關係式に於ても、 $V=0$ 、と見做し得。更に今の場合には L の項も利いて来る様な傾向が現れてゐる。

更に E_e を考察するに今 $E_e = \frac{1}{2} G^p \cdot G / Nu \dots$ と假定する、但し N ；單位容積中の粒子の数、 G ；歪、 $\frac{G^p}{n}$ ；應力、 P ；常数、 n ；彈性係数、を表す。 n は粘性流の速度傾度に對應するものであるが粘性流即ち速度傾度に無關係な抵抗係数を示す範圍に於ては靜的剪應力は零となるから斯る場合は、 $E_e = 0$ と置く事が出来る。

統計力學の結果により熱平衡狀態に於ては“ U ”の“エネルギー”を持つ粒子の数は容易に求める事が出来る。斯る“エネルギー”狀態に移り行く確率が粒子数に相當するもので實驗上觀測する場合粘性として表示されるものである。

運動量移傳可能性の確率が粘性の物理的意義である。斯の如き原理により以下粘性係数を取扱ひ温度との關係を考察する。

今一つの體系の總の粒子の位置標及び運動量を……狀態變數 (Zustand Koordinaten) $q_1, q_2, \dots, q_n$ 、及び運動量變數 (Impuls Koordinaten) $p_1, p_2, \dots, p_n$ にて示し得るから任意の瞬間に、 $q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n$ が無限小なる領域 $dq_1, dq_2, \dots, dp_1, \dots, dp_n$ 、内に在るべき確率 dW は下式 (17) で示し得。

$$dW = c e^{-\frac{U}{kT}} dq_1 \dots dp_n \dots \dots \dots (17)$$

但し、 k ；Boltzmann の常数、 c ；常数、今體系内に觀測し得る量 (G) を“パラメーター”として上式内に誘導する。例へば歪により粒子が移動する全體としての移動 (Masse-Bewegung) を考ふ。遷移粒子は自己振動により運動量移傳に關與しつつ且つ“パラメーター” G の移動をする。今 G が G と $G+dG$ の間に存在し且つ滲透壓 P の狀態になるべき確率は、(17) 式を $0 \sim dG$ の間に積分す

る事により求め得。

$$\begin{aligned} dW &= \int^P \int^{\Delta G} dU = c \int^P \int^{\Delta G} e^{-\left(\frac{E_p + E_n}{kT}\right)} \cdot dq_1 \cdots dp_n \\ &= c e^{-\frac{E_p}{kT}} \int^{\Delta G} e^{-\frac{1}{2kT} (G^{p+1})} \cdot \frac{1}{N_A} \cdot dG \cdot dG^p \\ &= c e^{-\frac{E_p}{kT}} \cdot e^{-\frac{1}{2kTN_A} \cdot G^{p+1}} \cdot \Delta G \cdot d(G^p) \cdot P \cdots \cdots (18) \end{aligned}$$

但し、 $dq_1 = dG_1$, $dp_1 = dG_1^p$, $dq_2, dq_n, dp_3, \cdots, dp_n$, は系内に表れて来ない, $\int^P dp_3 = P$, P ; 滲透壓
……を示す。

今非常に多数の微粒子よりなる體系を考ふれば確率の代りに微粒子数の個数を取扱ふ事となり (18) 式の dW の代りに $d(N)$ と置き且つ, $\Delta G = 1$ とすれば (18) 式は下式 (19) の如くなる, 但し C は (18) 式に於ける c とは別個のものである。

$$\begin{aligned} d(N) &= pC \cdot e^{-\frac{E_p}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_n}{kT}} = Cp \cdot e^{-\frac{E_p}{kT}} \cdot e^{-\frac{1}{2kTN_A} G^{p+1}} \\ &= CT e^{-\frac{E_p}{kT}} \cdot e^{-\frac{1}{2kTN_A} \cdot G^{p+1}} \cdots \cdots (19) \end{aligned}$$

を得。但し滲透壓 $P \propto T$ と假定した。蓋し (19) 式は、 G なる歪を持つ状態と単位 G の増大せる状態間に単位面積を通り単位時間に移る微粒子の数を示す。二つの状態は互に獨立せる平衡状態を想像せるもので一媒質中に於ける歪の異なる二部を直接考へてゐるのではない。一方媒質中に於ける擴散の係数は統計力學と Stokes の定理を用ひ與へられてゐる。斯る係数に歪⁽⁶³⁾状態による影響 (Massé-Bewegung) も重疊し得ると假定し兩者を考慮に入れ下式 (20) の如く置く。

$$D = \frac{RT}{N_A} \cdot \frac{1+G}{6\pi a\eta} \cdots \cdots (20)$$

但し、 D ; 擴散係数, N_A ; Avogador 数, a ; 擴散物質の大きさを示す假定的半径, η ; 媒質の粘性係数なれども擴散物質に對する周囲よりの抵抗力の合力を示してゐるから, η は系の粘性係数を表すものと考へ得。 R ; 瓦斯常数……を表す。

(20) 式に於ても二つの獨立せる平衡にある状態を假定し兩者間に於ける擴散を取扱つてゐる。

(19) 式 (20) 式は全く同じ現象の二つの表示法によるものであるから兩者を相等しいと置き下記 (21) 式の如き $\eta \sim T$ の關係式を得。

$$\eta = \frac{R}{N_A \cdot 6\pi a} \cdot e^{\frac{E_p}{kT}} \cdot \left\{ (G+1) \cdot e^{\frac{1}{2kTN_A} G^{p+1}} \right\} \cdots \cdots (21)$$

(21) 式は一般的状态に於ける粘性係数を表すもので其の意義を考察するに、乳剤の如き粘性度の大きなものに於ても構造粘性の範圍外の正規粘性の部分に於ては此處に云ふ弾性的變形は成り立たない。斯る状態に於ける粘性係数 (η) を示す場合 (21) 式の $\{ \}$ 括弧内のものに於ては G が最初より誘導されず 1 となり, (15) 式と全く同一の式を得, G の一定の状態に對しても全く同様な形式となる。

$$\eta_\infty = B e^{A/T} \cdots \cdots (22)$$

但し、 $B = \frac{R}{N_A \cdot 6\pi a}$, $A = \frac{E_p}{k}$, にて其の物質に就き特有な常数を表す。更に (21) 式は假定した様な一種の運動をも含む状態に於ける且つ、滲透壓の影響を蒙る場合の粘性の傾向をも示すものである。構造粘性範圍の粘性は更に趣を異にせるもので第 [3] 節に述べるも (21) 式の傾向の一を考察するに

粘性の實驗に際し速度傾度小なる範圍に於ては前報告第 II, III 章に述べた様に彈性的變形をなすもので“フロー”發生までは (21) 式に云ふ如き歪が存在するものである、且つ速度傾度の小なるほど歪存在の領域大である、従つて (21) 式括弧内の項により表される抵抗性は増大する。

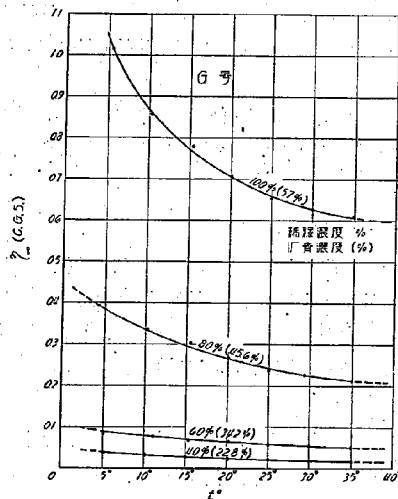
實際上回轉圓筒法、毛細管法に於ける實驗は斯る傾向を示す、更に一步を進め本章〔1〕節固體粘性係数の項に述べた様に實驗法により、即ち材料に與へる變形の大きさにより固體の粘性係数は頗る異なるものである。例へば Al_2 に就てこの粘性係数 (η) 測定値を見るも非振動法 (Stationäre Messverfahren) による Hettwer⁽⁶²⁾ の結果は $\eta = 7.5 \times 10^{15}$, $9^\circ C$, (C.G.S.) を與へ、振動法 (Langsame Schwingung Messverfahren) による Iokihe, Sakai⁽⁶³⁾ の結果は $\eta = 23.8 \times 10^8$, $15^\circ C$, 超振動法 (Rasche Schwingung Messverfahren) による Quimby⁽⁶⁴⁾ の結果は $\eta = 1650$, $20^\circ C$ の如き値を與へてゐる。其の理由として種々⁽⁶⁵⁾ 考へ得るも、各實驗の條件により (21) 式の G の値の異なる事も一つの原因と考へらる。

上述の如く瀝青乳劑に於ては全く形式上液體の場合と同じ示性式にて粘性係数 (η_∞) が表示される事が明かになつた。且つ運動量移動も分散系組成分子の自己振動によると解する事が出來た。更に Engler 比粘度と溫度との關係式は後節に詳論する。

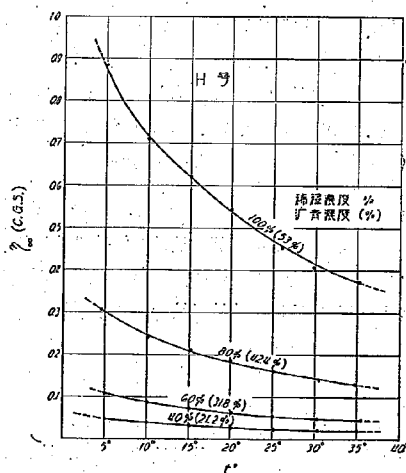
〔3〕 瀝青乳劑粘性係数 (η_∞) の溫度に對する實驗結果に就て

瀝青乳劑の粘性係数 (η_∞) の溫度との關係を求めんに、回轉圓筒法のための結果に就き論ず。毛細管法は 25° に於てのみ試みしもので溫度關係を論ずる事不可能であつた。前報告第 VII 章實驗の結果より $\eta_\infty \sim t$ 、即ち粘性係数 $\sim$ 溫度の關係を求む、第 36 圖 (a), (b), (c), (d) は各試料 (G, H, E, F 號) の種々なる瀝青含有量に對する $\eta_\infty \sim t$ 曲線である。

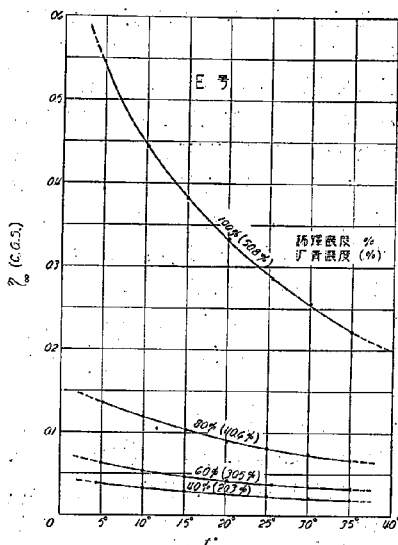
圖より明かなる如く濃度の増加に伴ひ曲線の彎曲度大にて (21) 式に於て彈性的歪の状態の影響が明かに表れてゐる。全部の曲線は全く同じ傾向に従つて變つてゐる。今 (22) 式を適用し $\log \eta_\infty \sim 1/T$



第 36 圖 (a)



第 36 圖 (b)



第 36 圖 [c]

第 20 表 常数, $A \times 10^4$

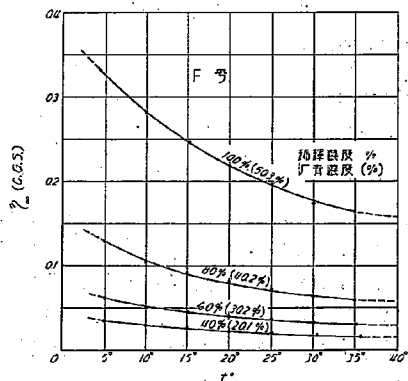
試料名	G	H	E	F
瀝青含有量				
50%	0.1839	0.2516	0.2409	0.2108
40%	0.1527	0.2382	0.2063	0.2206
30%	0.2260	0.2685	0.1933	0.2362

……なる直線關係式を満足してゐるかを吟味する。

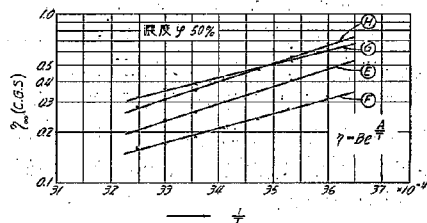
即ち第 36 圖より第 37 圖 [a], [b], [c] の如く瀝青含有量 50%, 40%, 30% に應じて, $\log \eta_{sp}/c \sim 1/T$ 曲線を求む。

實驗の誤差範圍内で實驗結果は直線に分布してゐるから第 (22) 式が明かに成立つものと推測し得る。

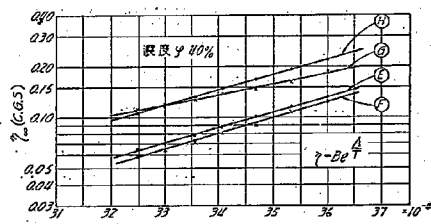
又 (22) 式の常数, A, B , は容易に之を求め得。今各試料の種々なる瀝青含有量に於ける粘性係數式…… $\eta_{sp} = Be^{AT}$ ……の常数 A, B , を第 20 表 21 表に示す。



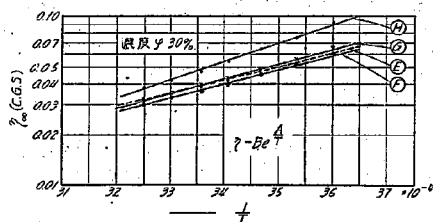
第 36 圖 [d]



第 37 圖 [a]



第 37 圖 [b]



第 37 圖 [c]

第 21 表 常数 $B \times 10^4$

試料名 瀝青含有量	G	H	E	F
50%	7.700	0.7815	0.8216	1.617
40%	7.576	0.4432	0.7724	0.4476
30%	0.191	0.0595	0.5945	0.1318

加に伴ひ A に規則的な増加のある如き関係を瀝青乳劑の場合に見出す事は困難である。G 號の常数 A が小で E 號等確率直徑の大なるものゝ A の値の大なるは (16)' 式の最後の項の影響又は (21) 式内の G の影響とも推測し得るが資料数僅少なる爲め結論を下す事は稍々早計である。

然れども瀝青乳劑に於ては粘性係数 (η_{∞}) は實驗誤差範囲内で (22) 式にて示し得る事は確實である。又第 37 圖 [a], [b], [c] により實驗溫度範圍に於ける η_{∞} の値の關係を明瞭に了解する事が出来る。

前報告第 VI 章 [3] 節濾過液の粘性係数 (η_{∞}) 式, $\eta_{\infty} = B e^{A/T}$ に於ける常数 A, B , と第 20 表 21 表とを比較するに乳劑の場合 η_{∞} を η_0 と粒子相互間の影響を示す量に分析し表す事の困難なるを示す。寧ろ本節に採た方法により始めて粘性係数 (η_{∞}) と溫度との關係が明らかされる。粘性係数 (η_{∞}) と溫度の關係式誘導の際考察した様に、運動量移轉に對する機構が固體的で氣體的でないといふ事は瀝青粒子の分布理論式⁽⁶⁾に於ても Brown 運動による運動勢力の項が一般には利いて來す粒子の小なる場合に對して其の影響が表れて來た事に於ても推測する事が出来る。斯の如き實事も本論の主旨を裏書するものである。

[4] 瀝青乳劑粘性係数 (Engler 比粘度) ~ 溫度理論式の誘導 (其 II)

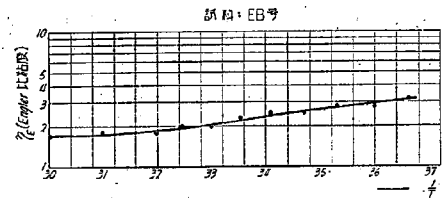
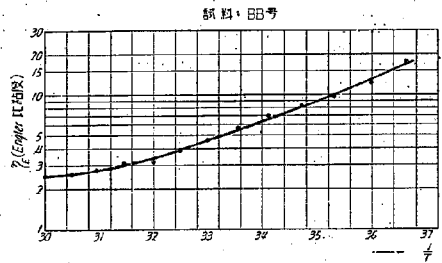
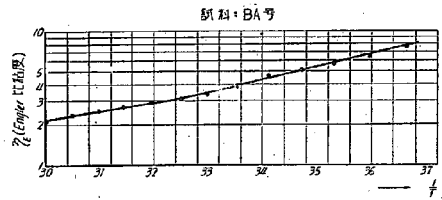
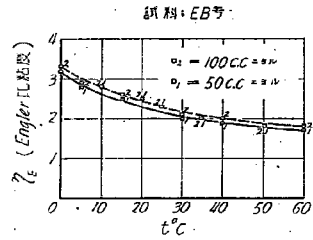
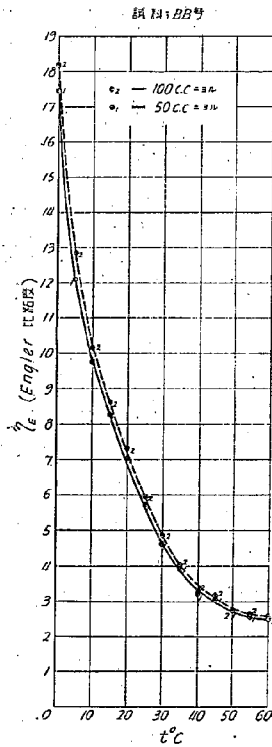
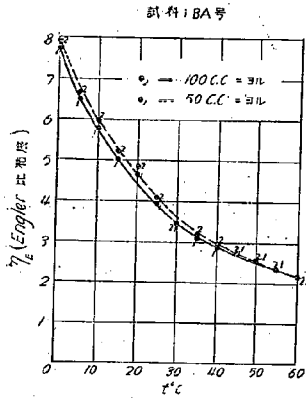
更に一般に使用されてゐる粘性係数である Engler 度にて示されてゐる粘性係数と溫度との關係を考察する。第 38 圖 [a], [b], [c] は三種 (今假りに BA, BB, EB 號と稱す) の瀝青乳劑に就き本所に於て藤井技師⁽⁶⁷⁾の測定されし Engler 比粘度 (η_E) と溫度 ($^{\circ}\text{C}$) の實測値である。

Engler 粘性係数は第 I 章 [3] 節に述べた様に構造粘性の範圍の粘性を表すから前節の η_{∞} の場合と比較對照するは實用上理論上頗る興味ある事である。先づ $\eta_E \sim 1/T$ 曲線を吟味する第一着として、 $\log \eta_E \sim 1/T$ の直線關係を考察す、但し T は t 度に對する絕對溫度を表す。粘度係数 (η_E) には全部 Engler 度又は其れに比例する數値を用ひた。

第 39 圖 [a], [b], [c] は第 38 圖から求めた、 $\log \eta_E \sim 1/T$ 曲線である總ての曲線は直線でなく横軸に對し凹形を爲す即ち溫度増加に伴ひ、(22) 式の常数 A の値の減少する傾向を示してゐる。即ち可塑性の範圍を含む粘性係数に於ては運動量移傳能力としての物質内部組織が溫度により相當變化するものとも推測することが出来る。

斯の如く考察すれば係数 η_E と溫度との關係を明かにする事は實用上は勿論の事理論的考察よりも頗る重要な事である。今單位容積に當り蓄積される“エネルギー” U が溫度の函數であり實驗の範圍で下記 (23) 式の如き傾向をとると假定す。

$$U = A_0 \left(1 + \frac{\theta}{T - \theta} \right) \dots \dots \dots (23)$$



但し, T : 絶対温度, θ : 實驗上定められる常数を表すとすれば,

$$T=0 \text{ 及び } T=\infty \text{ に對し } U=\infty \text{ 及び } U=A_0$$

となり且つ U は (22) 式中の A に相當するものである。斯く假定すれば (23) 式より下式を得。此際粘性係数は Engler 比粘度を表す。

$$\eta_E = B e^{A/(T-\theta)} \dots\dots\dots (24)$$

本式は (6) 式と全く同一のものである。 A_0 は $T=\infty$ に相對する値で物理的意義としては速度傾度に無關係な流れに於ける粘性係数 (η_∞) の常數 A に相當すると推則される。

第 38 圖 [a], [b], [c] の場合に於ても果して (24) 式が適用されるかを吟味す。第 22 表は各試料に對し (24) 式を適用し得た A, B, θ を示す。

第 22 表 $\eta_E = B e^{A/(T-\theta)}$ に於ける A, B, θ を示す。

試料各	BA (50 cc)	BB (50 cc)	EB (100 cc)	備 考
A	515	428	48.3	但し, 50 cc, 100 cc とは Engler 比粘度測定の際に於ける使用容量を示す。
B	0.131	0.122	1.14	
θ	147	187	227.5	

第 40 圖 [a], [b], [c], [d] は第 22 表に示す常數より計算せしものと實測値とを比較せるもので便宜上第 38 圖 [a], [b] は 50 cc [c] 圖は 100 cc に對するものゝ計算値を使用する。圖示の如く (22) 表に表されたものと實測値は非常によく一致してゐる。

一方可塑性範圍に於ては Maxwell の粘性係数 (前報告第 I 章 (4) 式參照) の如く E, τ , 即ち應力歪の比例常數並に應力狀態消失時間に對する擴散の概念を用ひる時又は (18) 式誘導に於て滲透壓の影響を度外視し固體に於ける如く運動量移傳が行れると假定する。斯の如き場合は (18), (20) 式より下記(25) 式の如きものを得。

$$\eta = \left(\frac{R}{N_A \cdot 6\pi a} \right) T e^{\frac{E_p}{RT}} \cdot \left\{ (G+1) e^{\frac{1}{2kTNa}} G^{p+1} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

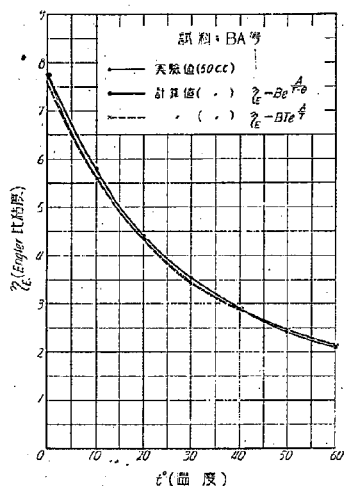
但し, $R, N_A, a, E_p, k, N, T, n, p$, は (20) 式の際説明したものと同じである。今彈性歪狀態に起因する影響は實驗狀態及び條件の一定せる以上一定資料に對しては一定であるから (25) 式は簡單に下記の様になる。

$$\eta = B T e^{A/T} \dots\dots\dots (26)$$

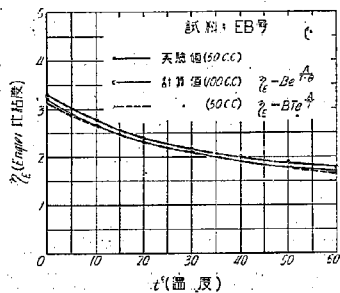
但し A, B , は常數にて上式は固體粘性係數式として示した [2] 節 (10) 式の J. Frenkel 等による公式と同じ形式である。斯く澀青乳劑に於ても粘性特に Engler 度 (η_E) は粘性の機構固體の場合に類似してゐると推察することが出来る。

今 $\eta_E = B T e^{A/T}$ により Engler 比粘度が表さるゝとして第 38 圖 [a], [b], [c] の試料から A, B , を計算すれば第 23 表の如きものを得。

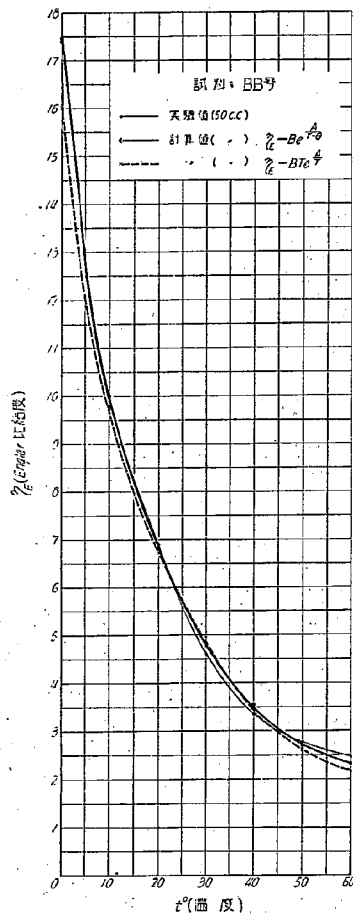
第 23 表より計算せる (η_E) は第 40 圖 [a], [b], [c] 内に記入した, 第 23 表の EB 號は試料容量, 100 cc に對するものであるが第 40 圖 [c] に於ては各公式相互關係を明瞭に示す爲め 50 cc に對



第 40 圖 [a]



第 40 圖 [c]



第 40 圖 [d]

第 23 表 $\eta_E = BTe^{A/T}$ に於ける A, B を示す

試料名	BA (50 cc)	BB (50 cc)	EB (100 cc)
A	2.17×10^3	3.45×10^3	1.224×10^3
B	0.95×10^{-5}	1.7×10^{-7}	0.130×10^{-3}

勿論零度の如き比較的低温度に於て乳剤の特種のものは内部的に一時的にしる變質すると豫想されるし、又瀝青物質の軟化點以上の温度にても同様である。殊に BA 號の如く低温に於て急劇に粘

するものゝ計算値を記入した。

第 40 圖によれば Engler 比粘度は温度に對し (24) 式又は (26) 式何れにても實驗温度中零度及び 50 度、60 度附近の小部分を除けば非常によく表す事が出来る。

性の増加する如きものは斯る現象が特に著しく現れると推測することが出来る。(24) 式 (26) 式共に全く同じ様な假定より得たものであるが兩者いずれとも本実験の資料のみでは優劣を定め難い。

以上の如く Engler 度にて與へられる粘性係数は本章 [1] 節の速度傾度に無關係領域の係数 (η_∞) と温度との關係と著しく異なるもので、従つて粘性としての物性も本質上異なるものなるを知る。

斯の如く構造粘性領域の粘性を温度關係より考察すれば前報告第 II, III 章の如き純力學的見解とは別個の新しい概念を得る。

瀝青乳劑は其の組成上本章に實驗せし温度範圍以上に涉る時は又化學的な現象等が現れて現象を複雑にするから單一に論ずることが出来ない。

以上の如く瀝青乳劑に於ける主要なる粘性係数の二種 η_∞ , η_E と温度との關係より粘性の機構を明かにする事が出来た。

IV 粘性係数と瀝青質含有量との關係に就て

[1] 一般的考察：二成分系粘性係数と分散質濃度との關係に就て

瀝青乳劑は其の瀝青質含有量により粘性の著しく異なることは明かで例へば藤井技師⁽⁶⁸⁾報告にも Engler 比粘度ではあるが濃度と粘性との關係とが明かに示されてゐる。實用上混合用滲透用何れにても他の液體にて稀釋する事により粘度を減少す。且つ稀釋されたものにては分離層に於ける瀝青物の岩石に對する附着力、乳劑の安定力等は原乳劑のものとは異なるものである。此等の特性は理論上實用上重要な事柄であるが今此等の諸問題には觸れず唯だ稀釋する事による粘性の變化を考察し二成分系乳濁液に於ける運動量移傳の機構を推論し、粘性～温度との關係とを比較し此等特性相互の關係をも明かにせんとする。乳濁液に於ける分散質濃度と粘性との關係は實用上、理論上重要なものである。

瀝青乳劑に對しては著者⁽⁶⁹⁾の論文あるも、一般に先づ粘性と濃度との關係を簡單に述べる。公式誘導の詳細は之を省略するも乳濁液及び懸濁液に對しては (1) (2) 式の如きものゝあることは明かである。

$$\eta_s = \eta_0(1 + 2.5 \varphi)^{(70)} \dots \text{Einstein の式} \dots (1)$$

$$\eta_s = \eta_0(1 + 4.5 \varphi)^{(71)} \dots \text{Hatschek, (I) 式} \dots (2)$$

但し、 η_0 ：分散媒、例へば完全な濾過液の如きものゝ粘性係数、 φ ：分散質と分散系との容積比……を表す。殊に乳濁液としては Bon, ⁽⁷²⁾ Taylor⁽⁷³⁾ の式があるが濃度 (φ) と粘性 (η_s) との關係式は全く (1) (2) 式と同じ形式のもので濃度小なる範圍に適用されるものである。濃度大なるものに對しては又 Hatschek, ⁽⁷⁴⁾ Hess⁽⁷⁵⁾ の式がある。

$$\eta_s = \frac{\eta_0}{1 - \frac{\varphi}{\varphi_c}} \dots \text{Hatschek, II 式} \dots (3)$$

$$\eta_s = \frac{\eta_0}{1 - \alpha \varphi} \dots \text{Hess の式} \dots (4)$$

但し、 α ：常数にて、 φ_c ：容積濃度を表す。以上 (1) (2) (3) (4) 式に於て瀝青乳劑の粘性に關する關係は既に述べた。⁽⁷⁶⁾ 元來 Einstein の式は懸濁液に於ける各粒子が互に運動に對し無關係にある事を基礎としてゐる。(1) 式よりの偏差を以て溶質の分子構造の複合性其の他構造論的特性を論じてゐる

る。例へば D. B. Macleod⁽⁷⁷⁾ の液體粘性 (η) と重合度 (ϕ) との關係, “ゴム” 及び蛋白質溶液に於ける濃度 $\phi=1\%$ の如き稀薄溶液にても粘性の極度に増大する現象に對する Staudinger⁽⁷⁸⁾ の研究等は Einstein 式からの偏差と粒子形狀の異常性との關係を假定し求めてゐる。更に瀝青乳劑の如き安定な分散系にては粒子は荷重を荷ひ溶媒に對し一定の電位差 (ζ) を有する事明かにて此點に關しては既に論じた事がある。斯る系に於て粒子直徑は増大せる如き影響を粘性係數に有す。M. V. Smoluchowski⁽⁷⁹⁾ により提出された (5) 式の如きもので其の傾向を推測する事が出来る。

$$\eta_s = \eta_0 \left[1 + 2.5 \frac{\phi C}{100} \left(1 + \frac{\sigma}{a^2 \eta_0} \left\{ \frac{D(\phi_i - \phi_a)}{4\pi} \right\}^2 \right) \right] \dots \dots \dots (5)$$

但し, ϕ ; 分散質粒子の比容積 cc/gr にて, 密度を 1 とすれば上述の如く簡単に容積濃度となる, C ; 乳劑の濃度 gr/100 cc, σ ; 分散媒の比電氣抵抗, a ; 粒子半径, D ; 分散媒の電媒恒數 $\phi_i - \phi_a$; 粒子電位-溶媒電位=電氣=重層電位差 (ζ), ...等を表す。

其の他粒子の形狀による影響を考慮に入れ例へば粒子を回轉楕圓體としては Jeffery の流體抵抗式を基礎とした R. Eizenschitz⁽⁸⁰⁾ の研究, 亞鈴型粒子に對する W. Kuhn⁽⁸¹⁾ の研究あるも, 今瀝青乳劑の研究對照としては先づ第一濃度の點に於て條件を満足してゐない。唯上式總ての根本的共通點は溶液又は分散系に於て其の粘性を支配するものは溶質の容積濃度であり, 然も容積濃度として粘性に有効に影響を持つものは分析上に云ふ溶質の容積でなく, 一つの見掛上の容積濃度であるとし, 其の濃度と眞の容積濃度との比を粒子の形狀及び粒子の電氣的性質等に應じ適當に假定し粘性係數を計算したものである。

本研究の如き真濃度約 0.20~0.50 程度のものに對しては是非粒子相互間の關係を考慮に入れた粘性式を求める事が必要である。一方斯る見地より粘性と濃度との關係を求めたものに Mark-Fischenschel⁽⁸²⁾ の式及び Staudinger⁽⁸³⁾ の研究がある。蓋し Einstein の式に於ては各粒子は溶液中任意の位置を制限なくとり得ると假定してゐるが, 實際は他の粒子自體の大きさ等により各隣間に於て任意の粒子の占め得る可能空間は縮小されてゐる。斯る考は Staudinger の根本的のもので丁度氣體論に於ける瓦斯示性式の Van der Waals の第 1 修正項 (有効容積に對する) に相當する修正をせるものである。即ち

$$\left. \begin{aligned} \frac{v}{V} &= \frac{\phi \cdot C}{100} \dots \dots \text{非膨潤狀態} \\ \frac{v}{V} &= \frac{b \cdot C}{100} \dots \dots \text{膨潤狀態} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

(6) 式の代りに上述の修正をなし (7) 式を得た。

$$\frac{v}{V} = \frac{b \cdot C}{100 - b \cdot C} \dots \dots \dots (7)$$

但し, v ; 分散質の容積, V ; 分散系の容積, ϕ ; 粒子の比容積 cc/gr (乾燥狀態を假定す), b ; 一般に膨潤狀態等に於ける粒子の比容積, C ; 濃度 % (乳劑 100 cc 中の乾燥狀態に於ける容積 gr 數)。

斯して得た見掛上の容積比 $\left(\frac{v}{V}\right)$ 7 式を (1).....(5) 式等の如き一次式中の濃度 (ϕ) に代入し得たる (8) (9) 式等により Staudinger は “ゴム” “セルローズ” 等の粘性を研究した。

$$\eta_s = \eta_0 \left(1 + [\alpha] \cdot \frac{C \cdot b}{100 - C \cdot b} \right) \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{C}{\eta_{sp}} = \frac{100}{b \cdot [a]} - \frac{1}{[a]} C \quad \cdots \cdots (9)$$

但し, $\eta_{sp} = \frac{\eta_s}{\eta_0} - 1$, $[a]$: 常數にて粒子の形状及び荷電状態によるものにて, Smoluchowski (5) 式と比較して電位との關係を求め得. b は水和度を示すもので温度等にもより膨潤影響によるものである. 今 $b, [a]$ が濃度に無關係と假定する即ち電荷の影響, 水和度が常に一定であるとすれば (9) 式は $\cdots \cdots \frac{C}{\eta_{sp}}$, $C \cdots \cdots$ の直線關係式を表すものである.

後節實驗の部に於て論ずるも瀝青乳劑に於ては斯る假定は實驗範圍の濃度にては少くとも満足してゐない様である. 唯僅かに其の傾向を見るのみである. 其の他溶液及び親水性“ゲル”等の濃度 (φ) と粘性 (η_s) との關係式は R. O. Herzog,⁽⁸⁴⁾ 山口⁽⁸⁵⁾ 其の他多數の人々の式あるも濃度大なるものに對するもの無し. 多くの場合上述 (3) (4) 式の Hatschek, Hess の式, 特別の場合に於て (9) 式 Mark-Fischentischer, Staudiger の式を用ひて膨潤比率等が考察されてゐるが瀝青乳劑に於ては上式等を其の儘適用することは出来ない, 更に粒子相互間の關係を深く考慮に入れて粘性係數濃度の關係を闡明する必要がある.

第〔2〕節に述べる如く著者は瀝青乳劑の粘性に關する濃度の影響に就き簡単な公式を發表したが更に本章に其の物理的意義を論じ其の擴張を試みんとする.

〔2〕 瀝青乳劑に於ける粘性係數—濃度理論式の誘導

著者は既に瀝青乳劑の粘性と瀝青質濃度との關係に就き論じ一關係式を得た. 其の際理論式と比較せん爲め引用せし實驗値は藤井技師の研究による Engler 粘度計による値である. 前章及び前報告第 VII 章の記號を用ふれば η_E に就き考察したものである. 今簡単に著者の該公式を引用し更に其の擴張を試みる.

先づ η_E の代りに其の逆數 ϕ (流動度) を用ひ, 擴散係數 “ D ” との關係を (11) 式の如く假定す.

$$\frac{1}{\eta_E} = \phi, \quad D = \frac{1}{\phi A} \quad \cdots \cdots (10)$$

且つ不均一系内にて勢力函數 “ ϕ ” が擴散式 (11) 式より擴散すると假定す.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D \nabla^2 \phi, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \cdots \cdots (11)$$

(11) 式を解き特解 (12) に式より常數 a, η_0 を誘導し (13) 式の如き粘性式を得. 即ち

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot e^{-\frac{(a-x)^2}{4Dt}} \quad \cdots \cdots (12)$$

$$\phi \propto e^{-A^2}, \quad \eta_E = \eta_0 e^{A^2} \quad \cdots \cdots (13)$$

但し, φ : 乳劑中の瀝青質含有量を表す, (13) 式は $\varphi = 0.20 \sim 0.50$ 範圍にて相當よく實驗値と一致せる結果を示した. (13) 式は構造粘性以外の粘性係數 (η_∞) に對しても當然適用さるべきものである. 著者の (13) 式と全く同じ形式粘性係數式が其の後全く獨立に發表された, 即ち E. G. Richardson⁽⁸⁶⁾ により物質の壓縮度 (Kompressibilität) との類似性を假定し導かれたものである. 今容積 V のものに對する外部よりの壓力増加を ΔP とし容積増加を ΔV とすれば Hooke の法則の成立する範圍では,

$$-\left(\frac{\Delta V}{V} \cdot \frac{1}{\Delta P}\right) = \text{壓縮率} \quad \cdots \cdots (14)$$

は常數である。乳濁液内の各粒子の平均巨離 l は濃度 (φ) により測り且つ界面間には (14) 式と類似の關係即ち V, P に對し l, φ を引用し且つ

$$-\left(\frac{\delta l}{l}\right) = \frac{\delta \eta_a}{\eta_a} \dots \dots \dots \text{として粘性との關係を誘導し}$$

$$\eta_a = \eta_0 e^{K_1 \varphi} \dots \dots \dots (15)$$

なる (13) 式と同じ式を得た。W. Hess, J. W. Trovan の血液乳濁液, Joshi の油～水乳濁液にもかゝる式が最もよく乳劑の粘性と濃度との關係を示す。今 (10) 式及び Richardson の $-\frac{\delta l}{l} \cdot \frac{1}{\delta \varphi} = \text{常數}$, 式等を考察し乳劑に於ける粘性機構が第 II 章に述べた様な全く固體的な格子平衡位置の周囲の振動により運動量が移傳するとの考察に基き濃度粘性の關係を求めん。(10) 式を見るに擴散係數 (D) の逆數と濃度 (φ) との直線關係を先天的に假定してをり實驗の結果と比較し其の妥當なるを推測するものである。Richardson の式では粒子の平均巨離 (l) と其の變化との比が粘性及び其の變化の割合と同一であると假定してゐる。今平均巨離の代りに擴散係數 (D) を代入すれば (14) 式の類似式で且つ物理的意義の一層明かなる式を得。即ち (16) 式 (17) 式を得。

$$-\frac{\delta D}{D} \cdot \frac{1}{\delta \varphi} = K \dots \dots \dots (16)$$

$$D = D_0 e^{-K\varphi} \dots \dots \dots (17)$$

但し K ; 常數又は φ の函數にて固體に於て Hooke の法則の適用範圍に於ては壓縮率が常數であるとの考へと全く類似的考察による。然して固體に於て可塑性が發生すれば法則が成立しなくなる様に乳劑に於ても K が常數でなくなる。特に乳劑の様な不均一系に於ては分散質の狀況により變るものである。故に此等の實例を述べ相互の關係を明かにせん。(17) 式に於ける D_0 は乳劑の如き透滲壓の影響をうけ擴散するものにては透滲壓 (P) の項を有すものであるから第 VIII 章に述べた様に $D_0 = D' T$ と考へる事が出来る。但し D' は常數である。 D としては第 VIII 章 (20) 式に於ける $G=0$ の場合を考ふればよい。即ち

$$D = \frac{RT}{N_A} \cdot \frac{1}{6\pi a \eta} = D' T e^{-K\varphi} \dots \dots \dots (18)$$

但し, R ; 瓦斯常數, N_A ; Avogadro 數, η ; 粘性係數, a ; 粒子半径, を表す。(17), (18) 式より

$$\frac{R}{6\pi N_A D' a} \cdot e^{K\varphi} = \eta \quad \text{今 } K = \alpha \text{ と書き換へれば、即ち } \eta_a = \eta_0 e^{\alpha \varphi} \dots \dots \dots (19)$$

を得。但し, η_0, α は常數にて上式より明かである。(19) 式の η_a は速度傾度の影響を度外視せるかの如き感あるも (16) 式の K の常數なるを考ふれば η_a 値に於て一層よく成立つ如く推測される。

或る種の分散度のものにては粘性の絶對値は別問題とするも (16) 式に於ける $-\left(\frac{\delta D}{D}\right) \cdot \frac{1}{\delta \varphi}$ が常數でなく " φ " と共に増大する場合がある、例へば分散度小にて可塑性的傾向の物に對しては斯く假定する事が出来る、即ち (16) 式の代りに下記 (20) 式を用ふ。

$$-\frac{\delta D}{D} \cdot \frac{1}{\delta \varphi} = K_1 e^{K_2 \varphi} \dots \dots \dots (20)$$

(20) 式より積分し下記 (21) 式の如き粘性係數 (η_a) と濃度 (φ) との關係式を得。

$$\eta_a = \eta_0 e^{K_1 K_2 \varphi} \quad \text{又は} \quad \log \eta_a = \log \eta_0 + K_1 e^{K_2 \varphi} \dots \dots \dots (21)$$

但し, K_1, K_2 は常數を示す。斯くの如くして瀝青乳劑の如き相當大なる平均直徑 ($1 \sim 10 \mu$) 程度

の乳濁液の粘性係数として全く第 II 章の η_{∞} と温度との場合の如く粘性機構を固體的との考察の下に二種の代表的關係式を求める事が出来た。今假りに此等を第 I 種第 II 種の理論關係式とする。

粘性係数～濃度理論式；

$$\text{第 I 種: } \eta_s = \eta_0 e^{a\varphi} \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{第 II 種: } \eta_s = \eta_0 e^{K_1 \varphi^{K_2}} \text{ 又は } \log \eta_s = \log \eta_0 + K_1 \varphi^{K_2} \dots\dots\dots (23)$$

但し、 φ ；瀝青濃度を表すもので η_0 は必ずしも Einstein, Hatschek 其の他の人々の式にある如く分散媒のみの粘性係数と解する必要はない。

上述 (22), (23) 式により瀝青乳劑のみならず此種乳濁液の抵抗性を洞察する事が出来ると信ず。

次節に於て實驗値と比較對照す。(22) (23) 式の η_0 は上述の如く濃度以外例へば温度等の函数で第 II 章 [2] [3] 節に述べた様に速度傾度に無關係範圍 (η_{∞}) と Engler 比粘度 (η_E) により二種の關係式がある。斯く温度との關係をも考慮に入れば乳劑の粘體係数には四種の場合を考へる事が出来る。即ち下記 (24) (25) (26) (27) 式等の様に此等を表す、(24) (25) 式は速度傾度に無關係な η_{∞} の範圍に屬するもので (26) (27) 式は Engler 比粘度の如く構造粘性の領域に於ける係数に對するものである。

瀝青乳劑粘性係数一般式；

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{\infty} = B e^{A/T} \cdot e^{a\varphi} \dots\dots\dots (24) \\ ,, B e^{A/T} \cdot e^{K_1 \varphi^{K_2}} \dots\dots\dots (25) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_E = B T e^{A/T} \cdot e^{a\varphi} \dots\dots\dots (26) \\ ,, = B T e^{A/T} \cdot e^{K_1 \varphi^{K_2}} \dots\dots\dots (27) \end{array} \right.$$

又は

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_E = B e^{\frac{A}{T-\theta}} \cdot e^{a\varphi} \dots\dots\dots (26') \\ ,, = B e^{\frac{A}{T-\theta}} \cdot e^{K_1 \varphi^{K_2}} \dots\dots\dots (27') \end{array} \right.$$

但し、 A, B ；各乳劑の分散度其の他の性狀による常數、 T ；絶對温度、 φ ；瀝青濃度、 a, K_1, K_2 ；は常數、……を表す。斯の如く一般式により其の粘性に關する性狀を明かにする事が出来た。

一方乳濁液の粘性係数と濃度との關係に、Hatschek⁽⁸⁷⁾ の純力學的の式を引用し皮相濃度と正味濃度との關係より濃潤比率の關係が多くの人々により常に用ひられて研究の對照とされてゐる。此點に關しては次節末部に少しく述べる。

[3] 瀝青乳劑粘性係数の濃度に対する實驗結果に就て

前節に於て瀝青濃度 (φ) と粘性係数との關係式の二種の形式 (22) (23) 式を得た。

今前報告第 VI 章に於て詳論した各種試料に就き攝氏 5 度より 35 度に至る範圍の瀝青含有量 (φ) に對する粘性度を前報告第 VII 章實驗結果より求め第 24 表に示す。

第 41 圖 [a] [b] [c] [d] は此等 $\eta_{\infty} \sim \varphi$ 曲線を表す。著者は既に Engler 度 (η_E) に對する實驗値と理論式との比較は試みたから本節にては速度傾度に無關係な η_{∞} の値に對し考察す。試料は前報告第 III 章に述べた様に四種 G, H, F B, 號で稀釋は 0.25% のオレイン酸曹達溶液で行ふ。

第 41 圖の $\eta_{\infty} \sim \varphi$ 曲線を見るに G 號のみは $\varphi = 0.5$ より以上の領域に於て (22) (23) 式の曲線

第 24 表

[a]

試料 (G 號) η_{∞} : 粘性係數 C.G.S. 單位

t° φ	0.50	0.40	0.30
5	0.620	0.185	0.065
10	0.525	0.160	0.055
15	0.465	0.145	0.048
20	0.425	0.135	0.048
25	0.385	0.125	0.037
30	0.355	0.117	0.033
35	0.335	0.110	0.030

[b]

試料 (H 號) η_{∞} : 粘性係數 C.G.S. 單位

t° φ	0.50	0.40	0.30
5	0.670	0.235	0.094
10	0.560	0.195	0.075
15	0.470	0.165	0.064
20	0.405	0.145	0.054
25	0.350	0.130	0.045
30	0.315	0.115	0.042
35	0.285	0.105	0.040

[c]

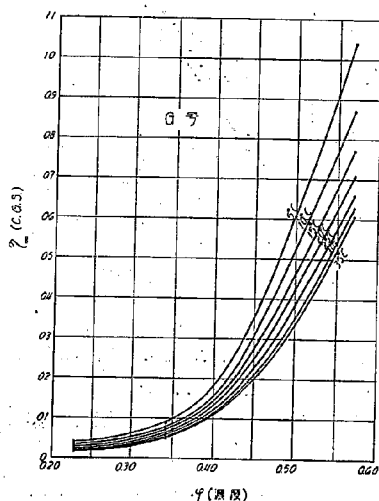
試料 (I' 號) η_{∞} : 粘性係數 C.G.S. 單位

t° φ	0.50	0.40	0.30
5	0.320	0.126	0.065
10	0.275	0.106	0.052
15	0.240	0.090	0.045
20	0.210	0.078	0.044
25	0.187	0.070	0.035
30	0.170	0.065	0.032
35	0.160	0.060	0.030

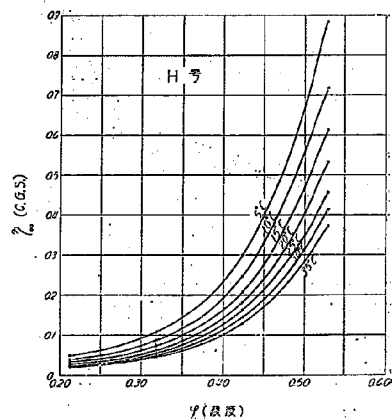
[d]

試料 (I 號) η_{∞} : 粘性係數 C.G.S. 單位

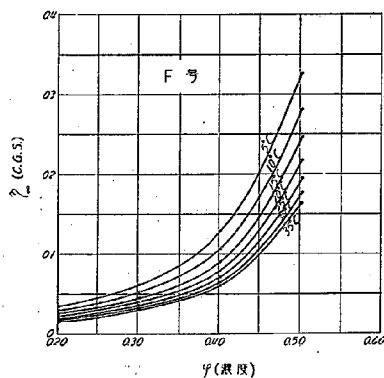
t° φ	0.50	0.40	0.30
5	0.480	0.130	0.063
10	0.394	0.115	0.053
15	0.343	0.100	0.046
20	0.300	0.088	0.041
25	0.260	0.078	0.038
30	0.233	0.070	0.035
35	0.200	0.065	0.033



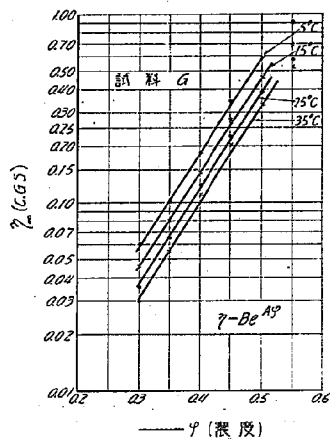
第 41 圖 [a]



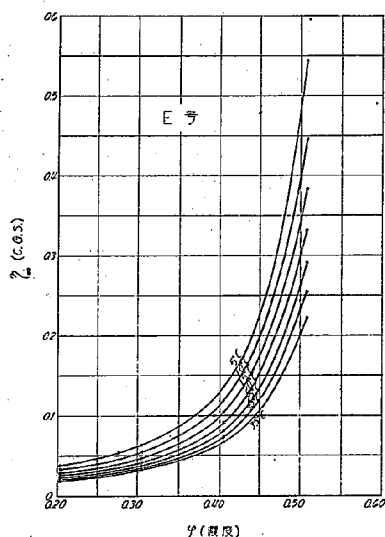
第 41 圖 [b]



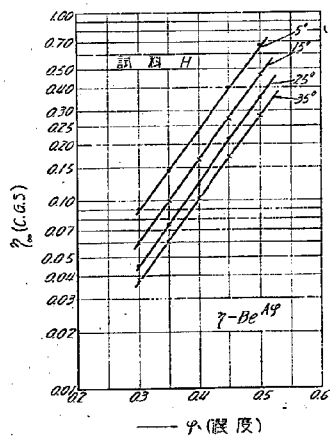
第 41 圖 (a)



第 42 圖 (a)



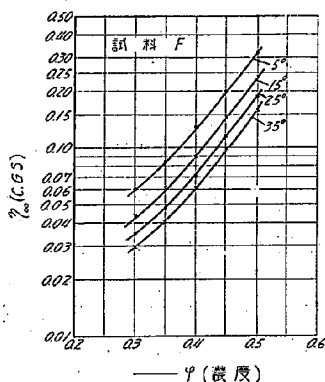
第 41 圖 (b)



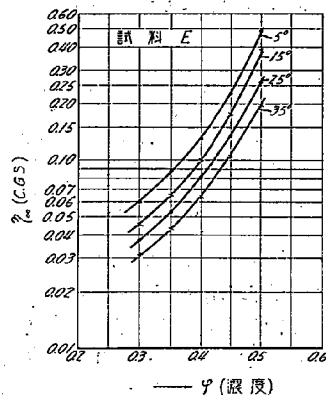
第 42 圖 (b)

形と少々偏るが如き傾向をとる、又 $\phi = 0.20$ 以下は測定しなかつたから粘性の變化が稀薄乳濁液で Binstein, Hatschek の粘性濃度との直線式を表すや不明であるが、實測範囲内では (2) 節理論式の假定が成立つてゐる傾向を明瞭に示してゐる。第 41 圖の各曲線より $\log \eta_{\infty} \sim \phi$ 曲線を求むれば第 42 圖 (a) (b) (c) (d) の如きものを得。

(a) 圖 (b) 圖は試料 G 號 H 號に對する、 $\log \eta_{\infty} \sim \phi$ 曲線で、各溫度に於ける曲線は全部平行直線をなし第 (22) 式の粘性～濃度の關係を満す。

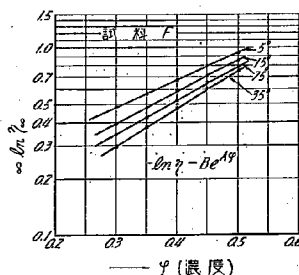


第 42 圖 [c]

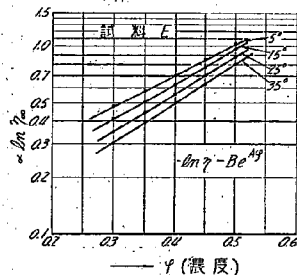


第 42 圖 [d]

〔c〕 〔d〕 圖は試料 F 號 E 號に對する $\log \eta_{\infty} \sim \varphi$ 曲線で各溫度に對する、 $\log \eta_{\infty} \sim \varphi$ 曲線は略並行であるが、 φ 軸に對し明かに凸形をなし直線形の場合に比し濃度 (φ) に對する粘性増加率の大なる事を示す、更に $\log \eta_{\infty}$ の對數を求め $\log \log \eta_{\infty}$ と φ との關係を圖示すれば第 42 圖 [e]、[f] の様になる。



第 42 圖 [e]



第 42 圖 [f]

〔e〕 〔f〕 は試料 F 號 E 號に對する曲線で $\log \log \eta_{\infty} \sim \varphi$ 曲線群は明かに直線をなし、前節 (23) 式の如き粘性濃度の關係式の成立つ事を示す。計算の便宜上 ($\eta_{\infty} < 1$ なる爲め) $-\log \eta_{\infty} = B e^{a\varphi}$... とし a を求め a の負數を得た、第 26 表に之を示す。

第 42 圖 [a] [d] より G 號 H 號に對しては (22) 式の關係式 $\eta_{\infty} = B e^{a\varphi}$ の常數 a 、 B 、を求めれば第 25 表の如きものを得る。

全く同様に F 號 E 號に對し第 26 表の如く粘性濃度常數を定め得る。

斯の如く第 42 圖及び第 25、第 26 表による瀝青乳剤の粘性係數 (η_{∞}) は瀝青質濃度 (φ) に對し全く (22) 式又は (23) 式 の一方に従つて變る事が明かになつた。即ち粘性を發生する運動量移傳の

第 25 表 粘性～濃度式常数 a, B

試料名 温度	a		$B (\eta_0)$	
	G	H	G	H
25°C	11.86	10.27	1.024×10^{-3}	2.061×10^{-3}
35°C	12.05	10.39	0.812×10^{-3}	1.581×10^{-3}

26 表 粘性～濃度式常数 a, B

試料名 温度	a		B	
	F	E	F	E
25°C	4.222	5.197	13.41	18.10
35°C	3.754	4.470	11.99	15.04

粘性係数 (η_∞)～濃度 (φ) 式は $\eta_\infty = Be^{a\varphi}$ を表す粘性係数 (η_∞)～濃度 (φ) 式は $-\log \eta = Be^{a\varphi}$ を表す

機構が全く前節 (16) 式又 (20) 式に示された假定に従ふと推測する事が出来る。斯の如きは第 I 章粘性性と温度との関係式誘導の場合と比較対照すれば一層よく内部的機構を洞察する事が出来る。特に F 號 E 號の如く瀝青粒子の標準直径 2.3μ 及び 4μ 程度の大なる分散度小なるものに於ては粘性の絶対値は全く別問題とするも濃度に対する傾向は (23) 式の如く變化する事が分つた。

第 27 表 (I) 回転圓筒法粘性係数による膨潤比率 “ h ”試料: G 號, η'_s : 測定値, φ : 瀝青含有量

温度°C	$\eta'_s - 1$	η'_s	$\left(\frac{\eta'_s - 1}{\eta'_s}\right)$	$\left(\frac{\eta'_s - 1}{\eta'_s}\right)^3 = \varphi'$	φ	h	h 平均値
5°	50.14	51.14	0.9804	0.9423	0.55	1.7133	1.7323
15°	53.84	54.84	0.9818	0.9464	0.55	1.7207	
25°	57.67	58.67	0.9830	0.9499	0.55	1.7271	
35°	60.05	61.05	0.9836	0.9516	0.55	1.7302	
5°	33.36	34.36	0.9709	0.9152	0.50	1.8304	1.845
15°	36.26	37.26	0.9732	0.9217	0.50	1.8434	
25°	38.29	39.29	0.9745	0.9254	0.50	1.8508	
35°	37.95	38.95	0.9743	0.9249	0.50	1.8498	
5°	18.83	19.83	0.9496	0.8563	0.45	1.9029	1.934
15°	21.18	22.18	0.9549	0.8707	0.45	1.9349	
25°	21.95	22.95	0.9564	0.8748	0.45	1.9440	
35°	22.25	23.25	0.9570	0.8765	0.45	1.9478	
5°	12.35	13.35	0.9251	0.7917	0.40	1.9793	1.950
15°	10.69	11.69	0.9145	0.7648	0.40	1.9120	
25°	11.76	12.76	0.9216	0.7828	0.40	1.9570	
35°	11.79	12.79	0.9218	0.7833	0.40	1.9583	
5°	4.586	5.586	0.8210	0.5534	0.35	1.5811	1.690
15°	5.452	6.452	0.8450	0.6034	0.35	1.7240	
25°	5.633	6.633	0.8492	0.6124	0.35	1.7497	
35°	5.395	6.395	0.8436	0.6004	0.35	1.7154	
5°	2.352	3.352	0.7017	0.3455	0.30	1.1517	1.215
15°	2.629	3.629	0.7244	0.3801	0.30	1.267	
25°	2.561	3.561	0.7192	0.3720	0.30	1.2400	
35°	2.488	3.488	0.7133	0.3629	0.30	1.2097	

(2) 節末部に述べた様に一般乳濁液の粘性~濃度の關係式に於て分散媒の粘性度(η_0)を重要視し濃度との關係を考察せんと試る場合には〔2〕節(3)式を用ひて、…… $\eta_s = \eta_0 / (1 - \sqrt[3]{\varphi})$ ……中に表される正味濃度(φ)と實驗値の η_s から $\frac{\eta_s}{\eta_0} = \eta'_s$ と置き求めた見掛け上の濃度 $\varphi' = \left(\frac{\eta'_s - 1}{\eta'_s}\right)^3$ との比率 $\frac{\varphi'}{\varphi} = h$ を求む、之れを Hatschek の運動模型による粘性係数の膨潤比率“ h ”と稱す。今斯る“ h ”を計算する。

本計算に用ひし實驗値は η_s は第24表のものをとり、 η_0 は前報告第VI章第4表よりとり各試料各溫度に對し下記第27表の如き計算を試みた。第27表は四種の試料内の一部を示した。他のものも全くの同じ傾向を有す。特に本表により著しい特性は膨潤比率“ h ”は溫度に對し略一定の値を有する事である、即ち和水度として考察される“ h ”は流體力學的な流れの條件に支配され溫度の影響を蒙る事頗る少きを示す。表中には溫度 $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ に對するものは省略したが唯 5°C のものに於ては η_s の値稍々不確實であつた爲めと、 35°C に於ては瀝青物質の軟化點に近き爲め不均一的な結果を示してゐる。

第27表(II) 回轉圓筒法粘性係數による膨潤比率“ h ”試料; E 試, η'_s : 測定値, φ : 瀝青含有量.

溫度 $^\circ\text{C}$	$(\eta'_s - 1)$	η'_s	$\left(\frac{\eta'_s - 1}{\eta'_s}\right)$	$\left(\frac{\eta'_s - 1}{\eta'_s}\right)^3 = \varphi'$	φ	h	h 平均值
5°	31.55	32.55	0.9693	0.9107	0.50	1.8214	1.795
15°	28.78	29.78	0.9664	0.9025	0.50	1.8050	
25°	27.57	28.57	0.9650	0.8986	0.50	1.7972	
35°	25.315	26.315	0.9620	0.8903	0.50	1.7806	
5°	14.10	15.10	0.9338	0.8143	0.45	1.8095	1.797
15°	14.20	15.20	0.9342	0.8153	0.45	1.8118	
25°	13.84	14.84	0.9326	0.8111	0.45	1.8024	
35°	12.55	13.55	0.9262	0.7945	0.45	1.7655	
5°	7.724	8.724	0.8854	0.6941	0.40	1.7353	1.736
15°	7.695	8.695	0.8850	0.6932	0.40	1.7330	
25°	7.791	8.791	0.8862	0.6960	0.40	1.7400	
35°	7.290	8.290	0.8794	0.6801	0.40	1.7003	
5°	4.832	5.832	0.8285	0.5687	0.35	1.6249	1.602
15°	4.652	5.652	0.8231	0.5576	0.35	1.5931	
25°	4.824	5.824	0.8283	0.5683	0.35	1.6237	
35°	4.526	5.526	0.8190	0.5494	0.35	1.5697	
5°	3.362	4.362	0.7707	0.4578	0.30	1.5260	1.409
15°	2.913	3.913	0.7444	0.4125	0.30	1.3750	
25°	2.846	3.846	0.7400	0.4052	0.30	1.3507	
35°	2.947	3.947	0.7466	0.4162	0.30	1.3873	

本表は濃度約 30% 附近までであるが第41圖の $\eta_s \sim \varphi$ 曲線より更に濃度小なる部分を計算する。毛細管法に對するものは溫度 25°C のであるが全く同様な計算により第28表と前報告第VI章第4表より第29表の如き膨潤比率“ h ”を求む。

第 28 表 毛細管法による粘性係数 η_{∞} , 温度 25°CG. H. F. E.; 試料名 φ ; 沥青含有量

G	φ	H	φ	F	φ	E	φ
—	0.570	0.406	53.0	0.132	0.503	0.184	50.8
0.088	0.456	0.093	42.4	0.058	0.402	0.065	40.6
0.043	0.342	0.041	31.8	0.032	0.302	0.036	30.5
0.023	0.228	0.023	21.2	0.019	0.201	0.019	20.3

第 29 表 毛細管法による膨潤比率 h , 温度 25°C

試料名	$(\eta_s' - 1)$	η_s'	$\varphi' = \left(\frac{\eta_s' - 1}{\eta_s'} \right)^3$		φ	h
			$\eta_s' - 1/\eta_s'$	φ'		
E	19.22	20.22	0.9505	0.8587	0.508	1.6904(●)
	6.144	7.144	0.8600	0.6361	0.406	1.5667
	2.956	3.956	0.7472	0.4142	0.305	1.3580
	1.088	2.088	0.5211	0.1415	0.203	0.6970
F	13.04	14.04	0.9288	0.8012	0.503	1.5928 ×
	5.170	6.170	0.8379	0.5883	0.402	1.4634
	2.404	3.404	0.7062	0.3522	0.302	1.1662
	1.021	2.021	0.5052	0.1289	0.201	0.6413
H	40.43	41.43	0.9759	0.9294	0.53	1.9536⊙
	8.489	9.489	0.8946	0.7160	0.424	1.6887
	3.184	4.184	0.7610	0.4407	0.318	1.3858
	1.347	2.347	0.5739	0.1890	0.212	0.8915
G	—	—	—	—	0.57	—△
	7.979	8.979	0.8886	0.7016	0.456	1.5386
	3.388	4.388	0.7721	0.4603	0.342	1.3459
	1.347	2.347	0.5739	0.1890	0.228	0.8289

兩實驗法に於て濃度 0.25 以下に於ては膨潤比率が 1 以下になつた。即ち見掛け上の容積濃度が眞の容積濃度より小となる事を示すもので Hatschek の式の假定の如き流れの状態は斯る稀釋度に於ては成立たない様で却て Brown 運動の如き運動性の粒子状態が優勢になると推測する事が出来る。

以上は全部 η_s として速度傾度に無關係範圍の粘性 (η_{∞}) に就ての考察である。Engler 度 (η_E) に對する“ h ”は本報告 24 號に掲げた。今參考の爲め第 43 圖 [c] に毛細管による“ h ”の値と共に之を記入す。第 28 表, 29 表よりの“ h ”の値を圖示すれば第 42 圖 [a], [b] の如くなる。回轉圓筒法, 毛細管法は速度傾度並びに流水の状態全く異なる爲め“ h ”の値も其の傾向を異にすると思すべきである。

本實驗濃度中 Hatschek の假定の最もよく適用される範圍は濃度 0.4~0.5 の程度である。

今斯る範圍の膨潤比率“ h ”を比較するに、

回轉圓筒法の結果:

i) G, H 號の“ h ” > F, E 號の“ h ”にて稚率直徑の小なる群の“ h ”が大である。O. Sibree^(8A)も“パラフィン”の乳剤に於て濃度 0.50; 0.75 に就て平均直徑 20μ より大なるものと、 10μ より小なるものにて實驗を試み“ h ”の値として 1.28 及び 1.40 を得、粒子の小なる方“ h ”の大なる事を報告してゐる。

ii) 各試料に於て、 $h \sim \varphi$ 曲線は h に就き最大點を持つ。

毛細管法の結果;

i) $h \sim \varphi$ 曲線は各試料實驗の誤差範囲内で全く同じ程度である。

ii) $h \sim \varphi$ 曲線は h に就き最大點を持つ傾向がない。

Engler 比粘度 (η_{sp}) の如き構造粘性の領域に於ても第 42 圖 [b] に示す如く同じ程度の膨潤比率“ h ”を示してゐるが濃度 0.4 附近に不連続點がある如く且つ濃度小なる部分に對して“ h ”の減少程度少き傾向を示す。上述の如く Hatzschek

の粘性式による場合瀝青乳剤に於ては粘性係数を濃度に對し明瞭に定義する事困難である。唯だ濃度 0.4~0.5 附近の“ h ”の値より胞子 (micelle) の見掛け上の大き等を推測する一方便になる。

又更に膨潤比率の濃度 φ により變る有様は [1] 節に述べた (9) 式によるも推測する事が出来る。

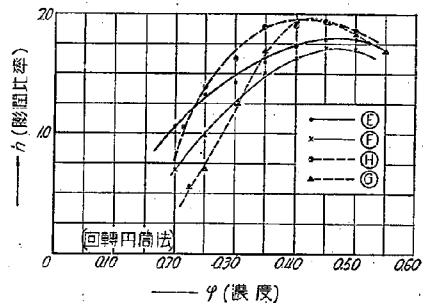
今 (9) 式を本試料に適用し瀝青乳剤に於ける粘性係数より其の粒子構造を推測し得るやを吟味す。

(9) 式及び Smoluchowski の (5) 式とを用ひ瀝青乳剤の場合の分子構造を考察す。實驗材料としては前報告第 VII 章回轉筒簡法に於ける η_{rel} を用ひた。資料釋義には常に 0.25% の“オレイン”酸曹達溶液を用ひた事を特に附言す。(5) 式より $\varphi = b$ と置き、

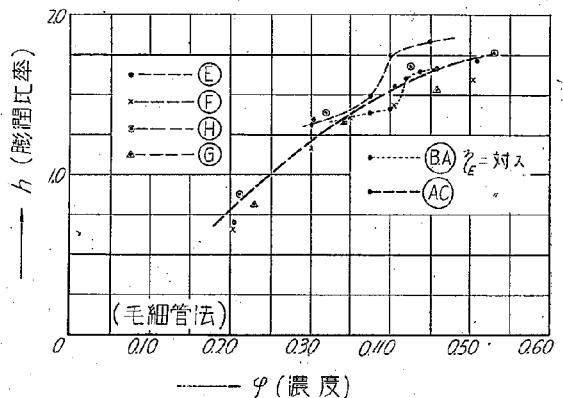
$$\frac{\eta_{sp}}{\eta_0} = \eta_{rel} = 1 + 2.5 \frac{b \cdot c}{100} (1 + f(\zeta)) \dots \dots \dots (28)$$

を得。

$$f(\zeta) = \frac{\sigma}{a^2 \eta_0} \cdot \left(\frac{D\zeta}{4\pi} \right)^2 \dots \dots \dots \text{を示すもので、} \zeta, D, \sigma, a \text{ は (5) 式の場合と同じものを表す。}$$



第 43 圖 (a)



第 43 圖 (b)

$$\frac{\eta_s}{\eta_0} = 1 + [a] \cdot \frac{b \cdot c}{100 - b \cdot c} \quad \dots\dots\dots (28')$$

$$\text{又は} \quad \frac{c}{\eta_{sp}} = \frac{100}{b \cdot [a]} - \frac{1}{[a]} \cdot c, \quad \eta_{sp} = \frac{\eta_s}{\eta_0} - 1 \quad \dots\dots\dots (28'')$$

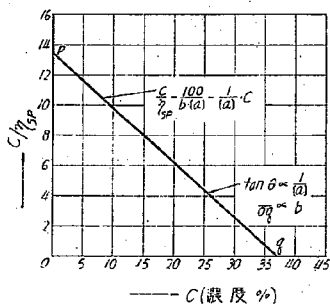
∴ 28', 28'' 式の $[a]$ は電位差 (ζ) と頗る密接な関係を有するものである, 即ち (28) 式と比較し,

$$[a] = \{1 + f(\zeta)\} \left\{1 + \frac{b \cdot c}{100}\right\} \cdot 2.5 \quad \dots\dots\dots (29)$$

を得るも元來 (28) 式は Van der Waal の修正項に相當するものを度外視してゐるから 斯る修正を施せるものとを比較せんに今 (28) の場合には

$$[a] = \{1 + f(\zeta)\} \cdot 2.5 \quad \dots\dots\dots (29)$$

を得. (29) 式に於ける a, a, D 等の値不明なるも假りに同一と假定すれば $[a]$ を以て粒子の界面電位差を判定する事が出来る. 今實驗値より $c/\eta_{sp} \sim C$ 曲線を求む, 若し $c/\eta_{sp} \sim C$ が直線を示せば第 44

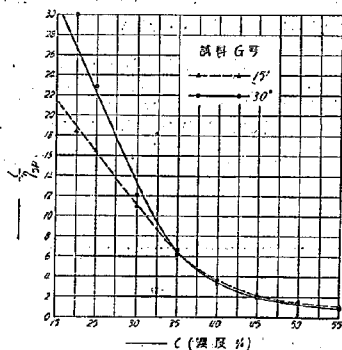


第 44 圖

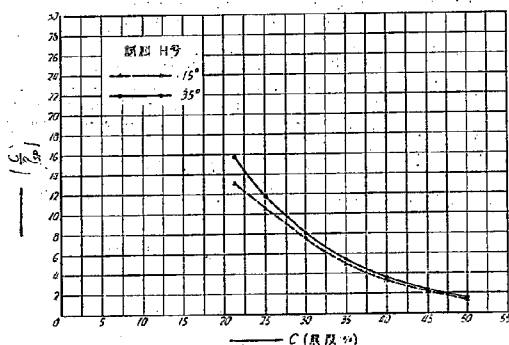
圖の如く其の直線の傾きから $1/[a]$ を求めることが出来る, 其の直線の縦軸を切る點が $\frac{100}{b \cdot [a]}$ を與へることとなる. 別表第 6 は各試料に就き 25°C, 15°C の粘性係數 η_0 より c/η_{sp} を計算したものである. 此等を圖示すれば第 45 圖 $[a], [b], [c]$ の如くなる.

第 45 圖によるに實驗の範圍内に於て, $c/\eta_{sp} \sim C$ が直線となつたのは……E 號, F 號 (一部少し曲線をなすが) のみにて G 號, H 號は横軸に對し大なる凹曲線を爲す, 勿論 (9) 式は相當の濃度に於ては成立條件を満足せず粒子間には密接な相互關係があるものと推測される.

一方又 0.25% の“オレイン”酸曹達液にて稀釋する際



第 45 圖 $[a]$



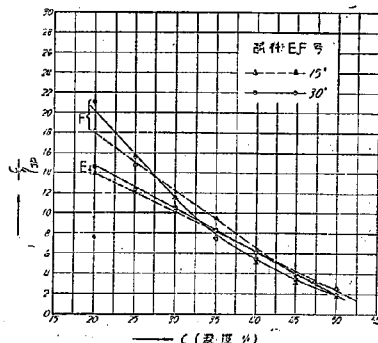
第 45 圖 $[b]$

に分散系中の分散媒の状況が複雑となり新に吸着現象等を生じ原乳劑とは別個の平衡状態に達するもので、 ζ 等に變化を來すものである。特別の場合直線となる事を示す、原乳劑の濃度に近き點で曲線に接線を引き斯かる直線で示される假説的狀態を想像すれば(29)式により係數 $[\alpha]$ はG號、H號、F號、E號の順に減少しをり原乳劑に於ける ζ ~電位が斯かる $[\alpha]$ と同じ順位に排列し分散度と同じ傾向をとる事を推測することが出來た。

以上の如く Mark-Fischentscher, Staudinger の粘性~濃度關係式は瀝青乳劑の使用範圍の濃度に對し著者の試みた稀釋法にて得たものに對しては適用し難く唯だ近似的に粒子の内部構造を洞察するに役立つ事を知る。

瀝青乳劑の粘性係數(η_{sp})と濃度(ϕ)との關係式は稀釋條件等により複雑な吸着現象を伴ひ、濃度の増大せる場合は勿論稀釋溶液にても粒子相互の關係頗る密接であるから Fatschek, Hess, Mark-Fischentscher, Staudinger, 其の他諸氏による力學的機構を基礎とせるものより本章〔2〕節に誘導した巨視的方法による(22)式、(23)式の如きものにて最もよく粘性係數と濃度との關係を表し得。

蓋し(22)、(23)式は確率的法則を基礎としてゐるから上述 Hatschek 其の他の式の様な構造論的に論じたものとは其の趣を異にしてゐる。斯くして回轉圓筒法により得たる瀝青乳劑の粘性係數と濃度との實驗結果を種々の立場より詳細に論じ公式の精度並びに意義を明瞭にする事が出來た。



第 46 圖〔C〕

V 粘性係數と瀝青質分散度との關係に就て

〔1〕 一般的考察

瀝青乳劑の如き溶媒に 固體又は液體分散質の分散せるものに於て其の粘性は第 IV 章に述べた様に分散質の占むる容積に支配される事が多い。Wo. Ostwald も云へる如く單位容積當りの界面面積の増加に伴ひ總表面積に應じ抵抗性を現す要素があるから眞の界面面積のみならず粒子の形状及び分散度の影響を蒙る事は明白な事實である。鋪装用瀝青乳劑に於ても通常混合用のものは分散度大に粘度頗る大なる事は一般に認められてゐる、分散度に對する影響に就き特に考察せしもの少く通常(Einstein, Hatschek)の粘性式に於ても一樣な球でしかも無限領域に於ける運動を取扱つて居り粒子の大きさの影響は度外視してゐる。一方實驗的にも未だ決定的な定説なく粒子の大きさに無關係な結果を出してゐる場合もあるが下記の如く多數の實驗は粒子分散度大なる場合粘度度大なる傾向を示してゐる。先づ二三粒子分散度の影響に對する考察を試みる前に粒子分散度と粘性係數に關する實驗結果中より本報告の如き乳濁液に關するもの、二三を吟味する。

實驗に於ても分散媒の條件を常に一定にし唯粒子の分散度のみを變じた系に就き試みる事は不可能である。蓋し分散度を増加すれば當然界面に於ける吸着現象の増加を來す事明かである Micelle (胞子)の

状態が個々の場合異なるもので斯る問題の取扱ひに於ては常に概括的に此等複雑な現象を含ましめて論ずるのが最も簡便である。二三の實驗結果を見る場合も斯る見地より常に粘度の影響を考察すべきである。

K. Beck⁽⁸⁹⁾ と K. Ebbinghaus⁽⁹⁰⁾ は松脂の大なる粒子の乳劑を作つた時溶媒の粘性度 (η_0) に變化を與へない様にして、“アラビヤゴム” を混じ分散度を増大せしに粘性度の増加せし事を測定したと述べてゐる。

G. Bunglia⁽⁹¹⁾ は牛乳に就き自然乳と均等乳とを一定量の毛細管を通じ流出せしめる時間の變化より均等乳の場合の約 6% 粘性が増大したと報告してゐる。

S. Oden⁽⁹²⁾ は硫黄ゾルに就き平均直径 100μ , 10μ 程度のに對し Ostwald 管で粘性を測り 100μ の方が粘性が頗る大きく出でゐる。

又 J.O. Sibree⁽⁹³⁾ は“パラフィン” 油の乳劑に於て同轉圓筒法の實驗を試み、Hatschek の粘性式による粘性係数より見掛上の皮相容積を求め滲潤比率 “ h ” を計算せしに先きに述べた様に平均直径 10μ 以下のものにては比率大となり濃度 0.75 以上の乳劑を作りしに 10μ 以下の粒子よりなる分散度大なるものにては (平均直径 20μ より大なるものと比較するに) 粘性頗る増大し測定不可能になつたと報告してゐる。

更に氣泡 (瓦斯-液體乳濁液)⁽⁹⁴⁾ による乳濁液を作り容積濃度 0.515~0.70 の程度のものを得、此等に就き粘性係数を測定したが平均直径 500μ ~ 20μ の分散質の大きさにて同轉圓筒法による結果は構造粘性範圍を始め全般に涉り小となり 20μ 附近の方の粘性が大であつた。

著者の⁽⁹⁵⁾試みた分散度の研究に於ける鋪裝用瀝青乳劑に於ても Engler 比粘度値であるが、平均直径、約 1.0μ のものと約 4.0μ のものとを比較すれば約 3 倍も前者の粘性が大であつた。(鋪裝用瀝青乳劑原液に對する實測値であるから厳密には一應同じ濃度のものに換算する必要があるが)。

一方 Buncelin⁽⁹⁶⁾ は乳香 “ゴム” 松脂の半径直径約 0.3μ ; 1μ ; 2μ ; 4μ の乳劑を作り粘性を調べたが Einstein の式に一致するも粒子の大小には無關係であると報告してゐる、然して特に注意すべきは Buncelin の試料は濃度の小なる乳劑であつた。

Woudstra⁽⁹⁷⁾ 其の他の人々の實驗結果をみるも凝固 (Koagulation) の場合には常に一旦と電位の減少の爲めに粘性は減少するも引續き起る分散度の減少の爲めに粘性は著しく増加して来る。

以上の如く材料僅少であるが一般に特に稀薄な乳濁液を除いて粘性係数は分散質粒子の小なる方大なる事は一般的の事實と考へられる。

本報告に於ける四種の乳劑に於ても下記の如く斯る傾向を明瞭に見ることが出来る。

〔2〕 乳劑粒子の分散度と粘性係数とに就て

粘性係数と分散度即ち粒子の大きさとの關係を理論的に定量的に各種多様の流れ状態に就き求むる事は非常に困難な事である。本節に於ては此等問題の一局部を考察するもので一般論的に論究するものでない。蓋し粒子分散度の影響といふは測定器の主要部の大きさに對する粒子の相對的大さ並に粒子分散に伴ひ各粒子の相互間に及す影響との二原因によると考ふる事が出来る。前者測定器との關係は其の場合により異なるも或る制限内で無關係となる。

今本章に於ては主として後者即ち相互間の關係に就き考察す。第 I, IV 章 $\eta_0 \sim \eta'$ の關係式及び

$\eta_{\infty} \sim \varphi$ 關係式を見るも即ち

$$\eta_{\infty} = B e^{A_1/T}, \quad \eta_{\infty} = B e^{A_2 \varphi}$$

に於て, B ; $\frac{R}{6\pi N_A} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)$, R ; 瓦斯常數, N_A ; Avogadro 數, a ; 粒子の平均半径に相等するものを表す, 上記2式を考察するに粒子小となれば B の値は増大するが斯る理想的の計算が吸着を伴ふ分散系に行れないのは寧ろ當然である, 各實驗より計算せる B の値を見るに第 21 表に明かなる如く濃度 30% のものみに於て斯る傾向を示してゐる. 然るに一方 $\eta_{\infty} \sim \varphi$ の關係の場合を考ふるに第 25 表と比較對照するに N_A なる Avogadro 數を假りに單位容積中の粒子數と假定すれば, G , H 號に於ける B の比は 25°C のものに於て (35°C に於ても全く略同じ傾向を示す) 第 25 表より例へば

$$\frac{H \text{ 號の } B; 2.06 \cdot 10^{-3}}{G \text{ 號の } B; 1.024 \cdot 10^{-3}} = 2.$$

となり略率直徑の2乗の比に比例してゐるから $\eta_{\infty} \sim \varphi$ 式よりは溫度關係式の時の如き B の關係を求める事は出来ない様である. 且つ A_2 の値は $-\frac{\partial D}{D} \cdot \frac{1}{\partial \varphi} = A_2$ (但し D ; 擴散率) を表し, 粒子の小なる方 A_2 の値は大となる. 測定溫度範圍に於ては粘性係數 η の絶對値も a の小なる方大となると解釋する事が出来る.

一方粒子の直徑小なるものは運動性大にして所謂 Brown 運動を盛に行へるもので當然粘性係數に其の影響を與ふ. 即ち或る一定の領域内で粒子の活動に對して相當する運動量を補給せねばならない. 斯る“エネルギー”は溶媒を通じて, 行れるものであるが運動狀態の拌攪に伴ひ變化する際發生する非平衡狀態に起因する“エネルギー”損失が外部的に粘性係數として現れて来る. 斯る影響は粒子の小なる分散系に著しいと推測する事が出来る. R. Eisenschitz⁽⁹⁸⁾ も斯る考察の下に巧に其の影響を算出してゐる. 粒子の小なる方粘性の大なる事は氣體論的な運動量移傳を假定するも説明し得るが今流體力學的な考察と“エネルギー”原理を用ひ二三の假定の下に上述の事實を一般化し粘性と粒子分散度との關係を考察せん.

- i) 分散媒溶液分子の平均自由行路は瀝青粒子直徑に比し度外視し得る如く小とする.
- ii) 粒子直徑と相互距離との關係は分散度に關らず一定とする.
- iii) 粒子の形狀は球形とする.

今粒子數を無限にとり得る様な領域を考へ粒子の存在により攪亂されない狀態の流れを“ v_0 ”とし各粒子は Stokes の定理 ($6\pi\eta_0 \cdot av$, a ; 粒子半径, η_0 ; 溶媒粘性係數, v ; 粒子附近の一樣な流れの速度) にて表される抵抗を受ける, 速度“ v ”は粒子の存在により“ v_0 ”と異なる事明かであるが假定 ii) により運動狀態により比例常數は異なるも, 常に“ v_0 ”に比例する. 且つ粒子は一定の密度 (ρ) を有し, 容積濃度を φ とすれば分散系單位容積に就き粒子の存在の爲めに要する“エネルギー”は

$$W = \int v (6\pi\eta_0 \cdot av) dN + \int \left(\frac{3}{4} \pi a^3 \rho \cdot v^2 \right) dN + W'$$

となる, 且つ上式は粒子數無限にとり得る如き領域内の平均値とすれば下式の如く變形し得.

$$W = K_1 \left(\frac{\eta_0 \varphi}{a} \right) v_0^3 + K_2 (\varphi \cdot \rho) v_0^3 + W' \dots \dots \dots (1)$$

但し, φ ; 容積濃度, K_1 , K_2 ; 流れによる常數にて, 時には零をもとり得. W' ; Brown 運動に基

因するものとす。

一方流體力學上粘性流内に於ける消失“エネルギー”の發生により起る粘性係数は上式の K_1 , K_2 の値により種々異なる場合を生ず、實驗上の事實と比較對照し考察するに抵抗性 (η) は粒子小なる方大であるが粒子の増大に伴ひ質量による影響が現はて来る。即ち明かに K_2 が増大して来る。又濃度によつても K_1 , K_2 が種々組合せをとり得るものである。

斯く考ふれば K_1 , K_2 は流れの状態のみならず粒子の大きさ“ a ”及び濃度 (φ) の複雑な函數である。前二者の影響の外に更に Brown 運動の影響が附加するから實際上分散度の影響を簡単に論ずることは出来ないが種々な考察と實驗上の結果より判斷するも一般的に論ずる場合通常の測定法に於ては粒子の小なるもの即ち分散度大なるものは同一濃度に對し粘性度の大なる事が認められる。定量的に其の關係を論ずるには更に流れの状態を假定し個々の場合に對し考察さるべきものである。本節に於ては最も簡単な假定により粒子分散度と粘性との關係の一側面を明かにすることが出来た。粒子分散の粘性に對する影響は頗る複雑してゐるが以下卸装用瀝青乳劑の實驗値に就き其の關係を考察す。

〔3〕 瀝青乳劑粘性係數と瀝青粒子分散度との關係に就て (實驗結果)

本報告に試みた實驗結果を一覽するに四種の資料…… G , H , F , E 號の確率直徑として前報告第 3 表の如く…… 0.8μ ; 1.2μ ; 2.3μ ; 4.0μ ;……の如きものを得てゐる、且つ分散媒と見做し得る濾過液の粘性係数は前報告第 4 表の如く略蒸溜水の粘性に近い (約 2~3% 大である)。此等資料の粘性係數を觀るに第 37 圖により明かなれども濃度 0.5~0.4 の範圍に於ては分散度大なる G , H 號の粘性係數は大であるが濃度 0.3 に至れば G 號の粘性度も E 號のものに接近してゐる。即ち Bancalini⁽⁹⁾ の實驗結果の如き傾向を示してゐる。

一方 Hatschek の粘性式により計算した見掛上の容積増加率、(膨潤比率; n) も第 43 圖「 a 」に示す様に式の適用範圍内に於ては G , H 號に對するもの > “ n ” が大である。

更に濃度 (φ) との關係式をみるも……粒子大なる F , E 號に對しては…… η_0 の値は小であるが…… $\frac{d\eta_0}{d\varphi}$ ……の値は一定でなく“ φ ”に伴ひ増大するものであることを明かにした。前報告第 3 表に於ける確率直徑は顯微鏡法によるものであるから實際上流れの状態に於ける有効な大きさ即ち Micelle (胞子) の直徑は分散系の吸着程度により異なるから前表のものを以て直ちに推測するは時により無理な場合がある。

斯る點を考慮に入れ上述實驗結果及び〔1〕節に引用した多數の實驗により下記の如く瀝青乳劑に於ける粘性と分散度との關係を歸納することが出来る。

- i) 瀝青質含有度同一の瀝青乳劑に於て分散度大なる (粒子小なるもの) 場合粘性係數は大である。
- ii) 瀝青質含有度の減少に伴ひ粒子の大きさ (球狀である) の影響は漸次減少す。
- iii) 粘性係數 (η_0) と、濃度 (φ) との關係を考察するに $\frac{d\eta_0}{d\varphi}$ は粒子の増大に伴ひ常數でなく φ に就ても増加する函數である。

i), ii), iii) の諸關係即ち分散度と粘性係數との定量的關係を明かに示す事の出来なかつたのは試料數の不足によるもので將來多數の實驗資料を得ば必ず闡明し得る事と信ず。

本章に於ては試料として各製造者の異なるものに就き考察したから之以上定量的に論ずるは不可能で其の傾向を論ずるに止めをくも、相互關係の一端を明かにする事が出来た。

VI 結 論

本論は前報告に続き鋪装用瀝青乳剤の力學的性質を各種の立場より論究したものである。一般に粘性としての概念を實驗的に観測し得る特性より明かにする事が出来特に運動量移轉の機構より此が理論を立てた。

以下主要なる結果を引用すれば下記の如きものとなる、但し試料は前報告に用いたものによる。

- (1) 同轉圓筒法と全く異なる流れの狀態を示す毛細管法による粘性係数を求め構造粘性 (Struktur-Viskosität) に就き詳論した。
- (2) 上記實驗結果を見るに前報告に於て理論的に誘導した標準形式4種の内2種の異常性を観測した。
- (3) 毛細管法に於ける異常粘性係数と一般に用ひられてゐる“エングラー”比粘度との關係を數量的に明かにする事が出来、“エングラー”比粘度の意義を明瞭にする事が出来た。
- (4) 瀝青乳剤の粘性係数に於ける2種の係数、 η_{∞} 、 η_E ……と温度との關係を明かにし、其の物理的機構を假定し理論式として、下記3種のものを得た。

$$\eta_{\infty} = B e^{A/T}, \quad \eta_E = B' T e^{A'/T} \quad \text{又は} \quad \eta_E = B e^{A/T - \theta}$$

η_{∞} 式は速度傾度に関係な粘性係数に對するもので η_E 式は Engler 粘度計の與る如き構造性範囲に於るものに對する關係式である。

η_E の2種の式共實驗値に對し實驗の誤差範囲の程度に一致するが其の意義は異なるものである。

- (5) 上述の理論式と實驗値とを η_{∞} 、 η_E ……に就き比較し、兩者共によく一致するを確めた。
- (6) 一般に乳濁液に於ける粘性係数 (η_{∞}) と分散質濃度 (ϕ) との理論的考察を行ひ、瀝青乳剤使用範囲の如き濃度に於ける公式とし粘性係数 η_{∞} に對する2種の公式を得た。

$$\eta_{\infty} = B e^{a\phi}, \quad \log \eta_{\infty} = \log \eta' + K_1 e^{K_2 \phi}$$

但し、 B 、 a 、 K_1 、 K_2 、 η' は試料及び温度に特有な常數である。

- (7) 上述の η_{∞} 式は構造粘性範囲 (η_E) にも適用されるもので瀝青乳剤に就き、斯る ϕ との關係を吟味し實驗結果の全く理論式と一致するを確めた。
- (8) 瀝青乳剤の粘性係数と組成構造との關係を粘性濃度との關係式より種々論じた、特に Hatschek の膨潤比率、Smoluchowski の論理及び Van der Waal の修正項の適用性を基としてその特性を考察した。
- (9) 瀝青乳剤粘性係数一般式として下記の如きものを誘導した。

$$\eta_{\infty} = B e^{A/T} \cdot e^{a\phi}, \quad \eta_E = B' T e^{A'/T} \cdot e^{a\phi} \quad \text{又は} \quad \eta_E = B e^{A/T - \theta} \cdot e^{a\phi}$$

η_E 式に於ては $e^{a\phi}$ の代りに $e^{K_1 e^{K_2 \phi}}$ を代入する場合もある。

但し、 A 、 B 、 a 、 K_1 、 K_2 ……は常數を、 T は絶対温度を表す。

- (10) 瀝青乳剤其の他一般乳濁液に於ける粘性係数と分散質分散度 (粒子の大きさ) との關係を考察し、實驗値と比較對照し其の傾向を明かにした。

以上の如く各項に對し詳細に考察し異常粘性液體としての瀝青乳剤の性質を理論的實驗的に研究

し、各種主要なる特性を明かにする事が出来た。特に力學的性質並に温度に對する影響を詳論したものである。

最後に本研究に對し常に御鞭撻と有益なる御指導とを賜りたる所長物部長穂博士並に所員諸彦に對し著者は深く感謝の意を表すものである。特に實驗及び其の整理に多大の勞を煩した土屋直君に深く謝意を呈する次第である。

引用文 献 (32 迄は報告第 29 號に掲載)

33. R. Köhler Kolloid Zst. 43, 187, 1927. Zur Geschwindigkeitsabhängigkeit d. Viskosität v. stärken Suspensionen.
34. 藤 井 眞 透 内務省土試報. 第 14 號. 凝青乳劑及び“ビテュマルス”銷裝に關する試験
35. 島 川 八 郎 乳劑の粘度に就て, 内務省土木試験所報告. 第 24 號.
36. E. Hatschek Kolloid Zst. 8, 35, 1911. Die Viskosität d. Dispersoide, Emulsionen u. Emulsoide.
37. R. Köhler 前掲 (33)
38. E. Hatschek u.
R. S. Rane Kolloid Zst. 40, 53, 1926. Die Viskosität v. Suspensionen-Starrteilchen u. ihre Abhängigkeit v. Schergerfälle.
39. H. Freundlich u.
E. Schalek Zst. f. physikal. Chemie 108, 153. 1924. Ueber d. Zähigkeit u. Elastizität Kolloider Lösungen.
40. R. Auerbach u.
F. Feldmann Kolloid Zst. 43, 181, 1927. Weitere Beiträge zur Kenntnis v. Solen. mit Strukturviskosität II: Ueber d. Struktur-Turbulenz bei Baumwollgelb u. Hg.-Sulfo-Salzy-Säure-Solen.
41. R. O. Herzog u.
H. C. Kunder Zst. f. Physik 80, 621, 1933. Zur kinetischen Theorie. d. Flüssigkeit.
- „ Zst. f. Physik 83, 28, 1933. Ueber d. Viskosität homogener Flüssigkeit.
- „ Physik. Zst. 35, 437, 1934. Zur kinetischen Theorie d. inneren Reibung v. Flüssigkeiten.
42. H. Le Chatelier Compt. rendus 179, 1, 517, 1924. Sur la viscosité du verre.
43. E. N. Da
C. Andrade Nature 1930, March 1, April 12. Viscosity of liquids.
44. H. Umstätter Kolloid Beihefte 37, 287, 1933. Zustandsänderungen zäher Systeme, VII: Erweiterungen d. Theorie auf feste Körper.
- „ Kolloid Beihefte 39, 264, 1934. Die Temperaturabhängigkeit d. Viskosität d. Asphalte.
45. Pochettino Nuovo Cimento 8, 77, 1914. Die Viskosität d. Flüssigkeiten. (E. Hatschek)
46. K. Iokibe &
S. Sakai Phil. Mag. (6) 42, 397, 1927. The effect of temp. on the modulus of rigidity and on the viscosity of solid metals.
47. G. Subrahmaniam Phil. Mag. (6) 50, 716, 1925. 716. Variation of logarithmic decrement with amplitude and viscosity of certain metals.
- „ Phil. Mag. (7) 1, 1075, 1926. Variation of logarithmic decrement with amplitude and viscosity of certain metals III.
48. F. Lindemann Physik. Zst. 11. Jahrg. 14, 609, 1910. Ueber d. Berechnung molekularer Eigenfrequenzen.
49. J. Frenckel Zst. f. Physik 35, 652, 1926. Ueber d. Wärmebewegung in festen und flüssigen Körpern.
50. W. Porter Phil. Mag. (6) 234, 1912. Notes on the viscosity of liquids.

51. S. E. Sheppard Nature, March 29, 489, 1930. The relation of fluidity of liquids to temperature.
52. L. G. Carpenter Nature, Jan. 9, 60, 1932. Nature of liquids.
53. Le Lederer Kolloid Beihefte 34, 270, 1931. Zur Theorie d. Viskosität v. Flüssigkeiten.
54. E. W. Madge Physics, vol. 5, No. 2, 1934. The viscosities of liquids and their vapour pressures.
55. Mitsuru Satō Science Report, (Tohoku Imperial Univ.) 14, 403, 1925. A kinetic theory of the viscosity of liquid.
56. J. Frenckel 前掲 (49).
57. J. S. Dunn Journal of Faraday Soc., 22, 287, 1926. A simple kinetic theory of viscosity.
58. E.N. Da C. Andrade Phil. Mag. vol. 17, No. 112, 497, 1934. A theory of the viscosity of liquids. Part I.
- " " " " Phil. Mag. vol. 17, No. 113, 698, 1934. A theory of the viscosity of liquids, Part II.
59. M. P. Venkatarama-Iyer Indian Journal of Physics, 5, I, 371, 1930. The temp. variation of the viscosity of liquids and its theoretical significance.
60. C. Drucker Zst. f. physikal. Chemie 92, 287, 1918. Untersuchungen über Fluidität, I.
61. A. Einstein Ann. d. Physik 17, 549, 1905. Ueber d. von d. molekularkinetischen Theorie v. Wärme geforderte Bewegung v. in ruhenden Flüssigkeit suspendierten Teilchen.
62. F. Hettmer Wiener Ber. II (a) 134, 51, 1925. Ueber d. innere Reibung einiger Metalle.
63. K. Iokibe } 前掲 (46)
- S. Sakai }
64. S. L. Quimby Phys. Rev. (2) 25, 558, 1925. On the experimental determination of the viscosity of vibrating solids.
65. E. Madelung } Ann. d. Physik, 5 F. Bd. 22, H. 2 1935. Ueber Visko-elasticität.
- Flügge }
- T.H.C. Thompson, Phil. Trans. Royal soc. London, A. vol. 231, 339, 1933, On the theory of Visko-elasticity.
66. 島田八郎 } 前掲 (35). 前掲 (34).
- 福島彌六 }
67. 藤井眞透 瀝青乳劑及び“ビチューマルス”鋪装に關する試験, 内務省土木試験所報告第14號.
69. 島田八郎 前掲 (35). 70. A. Einstein 前掲 (12). 71. E. Hatschek 前掲 (13)
72. W.W.N. Bon Phil. Mag. (7) 4, 889, 1927. Rubbles and drops and Stokes' law.
73. K. I. Taylor, Proc. of Royal Soc. (A) Vol. 136, 834, 41, 1934. The viscosity of a fluid containing small drops of another fluid.
74. E. Hatschek 前掲 (13). 75. W. R. Hess 前掲 (16). 76. 島田八郎 前掲 (14).
77. D.B. Macleod Trans. Faraday Soc. 21, 151, 1925. On the relation between the viscosities of liquids and their molecular weights.
78. V. H. Staudinger Kolloid Zst. 51, 71, 1930. Ueber hochpolymere Verbindungen. Viskositätsuntersuchungen an Moleküllkolloiden.
79. M. V. Smoluchowski Kolloid Zst. 18, 190, 1916. Theoretische Bemerkungen über d. Viskosität d. Kolloide.
80. R. Eisenschnitz Zst. f. Physikal. Chemie 158, 71, 1931. Viskosität von Suspensoiden langgestreckter Teilchen und ihre Interpretation durch Raumbeanspruchung.
81. W. Kuhn Zst. f. physikal. Chemie 161, 1, 1932. Ueber Teilchenform u. Teilchengröße aus Viskosität und Strömungsdoppelbrechung.
82. H. Fischentscher Kolloid. Zst. 49, 135, 1929. Ueber d. Viskosität lyophiler Kolloide.
83. V. H. Staudinger 前掲 (77).
84. R. O. Herzog, Zst. f. Physik 80, 217, 1933. Zur kinetischen Theorie d. Flüssigkeit.
- " Zst. f. Physik 83, 28, 1933. Ueber d. Viskosität homogener Flüssigkeit.
- " Physikal. Zst. 35, 437, 1934. Zur kinetischen Theorie d. inneren Reibung v. Flüssigkeit.

85. B. Yamaguchi 東大研究彙 102, 1934. On the relation between the temp. coeff. of viscosity and the association of high molecular liquids.
86. E. G. Richardson Kolloid. Zst. 65, 1933. 34. Ueber d. Viskosität v. Emulsionen.
87. E. Hatschek 前掲 (13). 88. O. Sibree 前掲 (26).
89. K. Beck Zst. f. physikal. Chemie 58, 409, 1907. Beiträge zur Bestimmung d. inneren Reibung.
90. K. Ebinghaus Diss., Leipzig, 1907. Ueber innere Reibung u. Umwandlungspunkte.
91. G. Bunglia Kolloid. Zst. 2, 353, 1908. Ueber einige physikalisch-chemische Merkmale der homogenisierten Milch.
92. S. Odén Zst. f. physikal. Chemie 80, 709, 1912. Physikalisch-chemische Eigenschaften der Schwefelhydrole.
93. O. Sibree 前掲 (26). (87).
94. J. O. Sibree Trans. of Faraday Soc., Vol. 30 No. 154, 325, The viscosity of froth.
95. 島田 八郎 前掲 (1).
96. Bancelin Compt. rendus 152, II, 1382, 1911. La Viscosité d. Emulsions.
97. H.W. Woudstra Kolloid. Zst. 8, 273, 1911. Dispersitätsgrad und innere Reibung.
98. R. Eisenschnitz Zst. f. physikal. Chemie 163, 133, 1932. Der Einfluss der Brownschen Bewegung auf d. Viskosität von Suspensionen.
99. Bancelin 前掲 (95).

別 表 第 5

試料 G 號, 稀釋濃度 80%, 溫度 25°C, 密度 1.02							試料 G 號, 稀釋濃度 60%, 溫度 25°C, 密度 1.015						
水位差 Δh (mm)	時間差 Δt (秒)	所需時間 Δt (秒)	平均所 差時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta h}$	粘性係數 η (C.G.S.)	平均速度 V_m (mm/秒)	水位差 Δh (mm)	時間差 Δt (秒)	所需時間 Δt (秒)	平均所 差時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta h}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正值 η (C.G.S.)
40.4	0	18.0"	—	—	—	—	39.6	0	9.4"	—	—	—	—
39.4	18.0"	19.0"	18.5"	728.9	0.0862	0.0540	38.8	9.4"	10.8"	10.1"	392	0.0461	0.0450
38.4	37.0"	19.2"	18.6"	714.2	0.0845	0.0538	37.8	29.2"	10.0"	10.4"	393	0.0462	0.0452
37.4	56.2"	19.6"	18.9"	706.9	0.0835	0.0530	36.8	50.2"	10.2"	10.1"	372	0.0437	0.0426
36.4	1'15.6"	23.4"	21.5"	782.6	0.0926	0.0465	35.8	40.4"	10.4"	10.3"	369	0.0434	0.0424
35.4	1'36.2"	21.0"	22.2"	785.9	0.0930	0.0450	34.8	50.8"	11.0"	10.7"	372	0.0437	0.0427
34.4	1'57.2"	22.4"	21.7"	746.5	0.0883	0.0461	33.8	1'1.8"	11.4"	11.2"	379	0.0445	0.0435
33.4	2'19.6"	22.8"	22.6"	754.8	0.0893	0.0443	32.8	1'13.2"	11.4"	11.4"	374	0.0439	0.0430
32.4	2'42.4"	23.2"	23.0"	745.2	0.0882	0.0435	31.8	1'24.6"	12.0"	11.7"	372	0.0437	0.0428
31.4	3' 5.6"	24.8"	24.0"	733.6	0.0892	0.0417	30.8	1'56.6"	12.6"	12.3"	379	0.0445	0.0436
29.4	3'50.4"	24.8"	24.8"	753.9	0.0892	0.0404	29.8	1'49.2"	12.8"	12.7"	378	0.0444	0.0436
28.4	3'55.2"	26.8"	25.8"	758.5	0.0897	0.0388	28.8	2' 2.0"	13.2"	13.0"	374	0.0439	0.0431
27.4	4'22.0"	27.0"	26.9"	764.0	0.0904	0.0372	27.8	2'15.2"	13.6"	13.4"	373	0.0438	0.0430
26.4	4'49.0"	29.6"	28.8"	789.1	0.0933	0.0347	26.8	2'28.8"	14.2"	13.9"	373	0.0433	0.0420
25.4	5'18.0"	30.4"	30.0"	792.0	0.0937	0.0334	25.8	2'46.0"	15.0"	14.6"	377	0.0443	0.0436
24.4	5'49.0"	31.6"	31.0"	787.4	0.0931	0.0322	24.8	2'58.0"	15.6"	15.3"	379	0.0445	0.0438
23.4	6'20.0"	34.2"	32.9"	802.8	0.0950	0.0304	23.8	3'13.6"	16.4"	16.0"	381	0.0448	0.0441
22.4	6'54.8"	35.8"	35.0"	819.0	0.0969	0.0286	22.8	3'30.0"	17.0"	16.7"	381	0.0448	0.0442
21.4	7'30.8"	39.0"	37.4"	837.8	0.0991	0.0268	21.8	3'47.0"	18.0"	17.5"	382	0.0449	0.0443
20.4	8' 9.6"	41.0"	40.0"	856.0	0.1013	0.0250	20.8	4' 5.0"	19.0"	18.5"	385	0.0452	0.0446
19.4	8'50.6"	42.4"	41.7"	850.7	0.1006	0.0240	19.8	4'24.0"	20.2"	19.6"	388	0.0456	0.0451
18.4	9'33.0"	47.0"	44.7"	867.2	0.1026	0.0224	18.8	4'44.2"	21.2"	20.7"	389	0.0457	0.0452
17.4	10'20.0"	50.8"	48.9"	899.8	0.1064	0.0204	17.8	5' 5.4"	22.2"	21.7"	386	0.0454	0.0449
16.4	11'10.8"	53.0"	52.9"	920.5	0.1089	0.0189	16.8	5'27.6"	24.0"	23.1"	398	0.0456	0.0451
15.4	12' 5.8"	60.2"	57.6"	944.6	0.1117	0.0173	15.8	5'51.6"	25.6"	24.8"	392	0.0461	0.0457
14.4	13' 6.0"	67.2"	63.7"	988.0	0.1169	0.0157	14.8	6'17.2"	27.8"	26.7"	395	0.0464	0.0460
13.4	14'13.2"	74.6"	70.8"	1021.0	0.1238	0.0141	13.8	6'45.8"	30.0"	28.9"	399	0.0469	0.0463
12.4	15'27.8"	82.4"	82.0"	1098.8	0.1300	0.0122	12.8	7'13.0"	32.6"	31.3"	401	0.0471	0.0468
11.4	16'57.2"	89.6"	89.5"	1109.8	0.1313	0.0112	11.8	7'47.6"	36.6"	34.6"	408	0.0479	0.0476
10.4	18'26.8"	111.2"	103.4"	1144.5	0.1384	0.0100	10.8	8'24.2"	39.8"	38.2"	413	0.0485	0.0482
9.4	20'17.8"	131.0"	121.1"	1239.4	0.1490	0.0082	9.8	9' 4.0"	44.4"	42.1"	413	0.0485	0.0482
8.4	22'28.0"	158.6"	144.8"	1361.1	0.1610	0.0069	8.8	9'43.4"	52.8"	49.6"	428	0.0503	0.0501
7.4	25' 7.2"	196.4"	177.5"	1491.0	0.1764	0.0056	7.8	10'41.8"	61.2"	57.0"	445	0.0523	0.0521
6.4	28'23.6"	248.6"	222.5"	1646.5	0.1948	0.0045	6.8	11'42.2"	71.8"	66.5"	452	0.0531	0.0529
5.4	32'32.2"	342.4"	295.5"	1891.2	0.2237	0.0034	5.8	12'54.2"	87.8"	79.8"	463	0.0544	0.0539
4.4	38'14.6"	499.0"	420.7"	2271.7	0.2657	0.0024	4.8	14'20.2"	121.6"	104.7"	503	0.0591	0.0611
3.4	46'33.6"	—	—	—	—	—	3.8	16'23.0"	174.6"	148.1"	563	0.0662	0.0661
2.4	—	—	—	—	—	—	2.8	19'18.2"	302.2"	238.4"	668	0.0785	0.0784
1.4	—	—	—	—	—	—	1.8	24'20.4"	—	—	—	—	—

別 表 第 5

試料 G 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C, 粘度 1.015								試料 H 號, 稀釋濃度 100%, 溫度 25°C, 粘度 1.025							
水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要 時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數		水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要 時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數	平均速度 V_m (mm/sec)
—	0	5.4"	5.4"	—	—	—	—	—	0	75.6"	—	—	—	—	—
39.9	5.4"	5.4"	5.4"	—	0.0253	0.0233	—	44.9	75.6"	77.8"	—	—	0.4057	0.0129	—
38.8	10.8"	5.2"	5.3"	215	0.0242	0.0222	—	38.8	154.6"	83.6"	79.5"	3415	0.4056	0.0125	—
37.8	16.0"	5.6"	5.4"	204	0.0240	0.0220	—	37.8	233.2"	83.6"	81.8"	3427	0.4071	0.0122	—
36.8	21.6"	5.8"	5.8"	213	0.0250	0.0232	—	36.8	318.2"	85.2"	84.1"	3440	0.4087	0.0119	—
35.8	27.6"	6.0"	6.0"	221	0.0260	0.0242	—	35.8	403.4"	86.6"	85.9"	3427	0.4071	0.0117	—
34.8	33.6"	5.8"	5.9"	205	0.0241	0.0223	—	34.8	490.0"	91.0"	85.8"	3454	0.4103	0.0113	—
33.8	39.4"	6.0"	5.9"	199	0.0234	0.0216	—	33.8	581.0"	91.6"	91.3"	3460	0.4110	0.0109	—
32.8	45.4"	6.6"	6.3"	207	0.0243	0.0226	—	32.8	672.6"	95.2"	93.4"	3446	0.4094	0.0107	—
31.8	52.0"	6.6"	6.6"	210	0.0247	0.0231	—	31.8	767.8"	98.2"	96.7"	3472	0.4125	0.0103	—
30.8	58.6"	6.6"	6.6"	203	0.0239	0.0223	—	30.8	866.0"	102.8"	100.5"	3507	0.4166	0.0100	—
29.8	1' 5.2"	7.0"	6.8"	203	0.0239	0.0223	—	29.8	968.8"	105.2"	104.0"	3525	0.4189	0.0096	—
28.8	1' 12.2"	7.2"	7.1"	204	0.0240	0.0225	—	28.8	1074.0"	110.8"	108.0"	3553	0.4221	0.0093	—
27.8	1' 19.4"	7.4"	7.3"	203	0.0239	0.0224	—	27.8	1184.8"	111.8"	111.2"	3547	0.4214	0.0090	—
26.8	1' 26.8"	8.0"	7.7"	206	0.0242	0.0228	—	26.8	1296.4"	117.8"	114.7"	3544	0.4210	0.0087	—
25.8	1' 34.8"	8.0"	8.0"	206	0.0242	0.0229	—	25.8	1414.2"	122.2"	120.0"	3583	0.4262	0.0083	—
24.8	1' 42.8"	8.0"	8.0"	193	0.0233	0.0220	—	24.8	1536.4"	127.6"	124.9"	3610	0.4289	0.0080	—
23.8	1' 50.8"	8.8"	8.4"	200	0.0235	0.0222	—	23.8	1654.0"	131.0"	129.3"	3607	0.4285	0.0077	—
22.8	1' 59.6"	9.0"	8.9"	203	0.0239	0.0227	—	22.8	1795.0"	133.2"	134.6"	3621	0.4302	0.0074	—
21.8	2' 08.6"	9.8"	9.4"	203	0.0241	0.0230	—	21.8	1988.2"	143.8"	141.0"	3652	0.4339	0.0071	—
20.8	2' 18.4"	9.8"	9.8"	204	0.0240	0.0229	—	20.8	2077.6"	153.0"	148.4"	3695	0.4390	0.0067	—
19.8	2' 28.2"	10.8"	10.3"	204	0.0240	0.0230	—	19.8	2230.0"	159.4"	156.2"	3733	0.4435	0.0064	—
18.8	2' 39.0"	11.2"	11.0"	207	0.0243	0.0233	—	18.8	2389.4"	166.6"	163.0"	3733	0.4435	0.0061	—
17.8	2' 50.2"	11.8"	11.5"	203	0.0241	0.0233	—	17.8	2537.0"	175.6"	171.1"	3747	0.4451	0.0058	—
16.8	3' 02.0"	13.0"	12.4"	203	0.0244	0.0235	—	16.8	2731.6"	191.0"	185.3"	3831	0.4551	0.0055	—
15.8	3' 15.0"	13.6"	13.3"	216	0.0247	0.0239	—	15.8	2922.6"	201.4"	196.2"	3904	0.4638	0.0051	—
14.8	3' 28.6"	14.0"	14.0"	207	0.0243	0.0235	—	14.8	3124.0"	213.0"	207.2"	3916	0.4652	0.0048	—
13.8	3' 43.6"	15.6"	15.0"	207	0.0248	0.0236	—	13.8	3387.0"	226.0"	220.6"	3949	0.4691	0.0045	—
12.8	3' 58.6"	17.6"	16.6"	212	0.0249	0.0243	—	12.8	3655.2"	247.8"	243.0"	4022	0.4778	0.0042	—
11.8	4' 16.2"	19.4"	18.5"	218	0.0256	0.0250	—	11.8	3813.0"	266.6"	257.2"	4059	0.4853	0.0039	—
10.8	4' 35.6"	21.2"	20.3"	219	0.0258	0.0253	—	10.8	4079.6"	281.6"	279.1"	4159	0.4941	0.0036	—
9.8	4' 56.8"	22.4"	21.8"	214	0.0252	0.0247	—	9.8	4371.2"	315.2"	303.4"	4217	0.5010	0.0033	—
8.8	5' 21.2"	27.0"	24.7"	217	0.0255	0.0251	—	8.8	4684.4"	349.6"	332.4"	4283	0.5094	0.0030	—
7.8	5' 48.2"	31.4"	29.2"	228	0.0256	0.0252	—	7.8	5036.0"	393.0"	371.3"	4418	0.5249	0.0027	—
6.8	6' 19.6"	38.2"	34.8"	237	0.0255	0.0252	—	6.8	5429.0"	440.0"	416.3"	4540	0.5394	0.0024	—
5.8	6' 57.8"	47.2"	42.7"	243	0.0292	0.0289	—	5.8	5869.0"	502.4"	471.1"	4694	0.5541	0.0021	—
4.8	7' 15.0"	55.4"	51.3"	249	0.0293	0.0291	—	4.8	6371.4"	587.2"	544.8"	4849	0.5761	0.0018	—
3.8	8' 41.4"	80.6"	68.3"	260	0.0306	0.0304	—	3.8	6938.6"	700.4"	643.8"	5056	0.6042	0.0016	—
2.8	10' 02.0"	133.0"	106.8"	299	0.0352	0.0351	—	2.8	7659.6"	865.8"	783.1"	5403	0.6119	0.0013	—
1.8	12' 15.0"	—	—	—	—	—	—	1.8	8824.8"	—	—	—	—	—	—

試料 H 號, 稀釋濃度 80%, 溫度 25°C, 粘度 1.015								試料 II 號, 稀釋濃度 60%, 溫度 25°C							
水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要 時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數		水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要 時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數	
42.3	1.0"	18.8"	—	—	—	—	—	40.5	0	8.8"	—	—	—	—	—
41.3	18.8"	19.6"	19.2"	797.1	0.0937	0.0931	—	39.5	9.4"	9.1"	359	0.0423	0.0411	—	—
40.3	38.4"	20.8"	20.2"	814.1	0.0957	0.0952	—	38.5	18.2"	9.4"	362	0.0426	0.0415	—	—
39.3	58.2"	19.8"	20.3"	797.7	0.0938	0.0933	—	37.5	27.6"	9.4"	353	0.0415	0.0404	—	—
38.3	1' 15.0"	21.0"	20.4"	781.3	0.0919	0.0914	—	36.5	37.2"	9.6"	347	0.0403	0.0397	—	—
37.3	1' 40.0"	21.2"	21.1"	787.0	0.0926	0.0921	—	35.5	46.8"	10.2"	348	0.0410	0.0399	—	—
36.3	2' 1.2"	22.2"	21.7"	787.7	0.0926	0.0921	—	34.5	57.0"	10.4"	355	0.0418	0.0403	—	—
35.3	2' 23.4"	22.6"	22.4"	790.7	0.0930	0.0925	—	33.5	1' 7.4"	10.6"	352	0.0414	0.0404	—	—
34.3	2' 46.0"	24.0"	23.3"	799.2	0.0940	0.0935	—	32.5	1' 18.0"	11.0"	351	0.0413	0.0403	—	—
33.3	3' 10.0"	24.4"	24.2"	803.9	0.0948	0.0944	—	31.5	1' 29.0"	10.2"	334	0.0393	0.0383	—	—
32.3	3' 34.4"	24.6"	24.5"	791.3	0.0931	0.0927	—	30.5	1' 39.2"	12.6"	348	0.0410	0.0400	—	—
31.3	3' 59.0"	26.2"	25.4"	795.0	0.0935	0.0931	—	29.5	1' 51.8"	12.0"	363	0.0427	0.0418	—	—
30.3	4' 25.2"	26.6"	26.4"	799.5	0.0941	0.0938	—	28.5	2' 3.8"	12.4"	348	0.0410	0.0401	—	—
29.3	4' 51.8"	27.8"	27.2"	797.0	0.0937	0.0933	—	27.5	2' 16.2"	13.2"	352	0.0414	0.0406	—	—
28.3	5' 19.6"	28.6"	28.2"	798.1	0.0938	0.0934	—	26.5	2' 29.4"	13.6"	355	0.0413	0.0410	—	—
27.3	5' 48.2"	29.8"	29.2"	797.2	0.0938	0.0934	—	25.5	2' 43.0"	13.6"	347	0.0403	0.0400	—	—
26.3	6' 16.0"	31.0"	30.4"	799.5	0.0940	0.0935	—	24.5	2' 56.4"	14.6"	345	0.0405	0.0398	—	—
25.3	6' 49.0"	32.2"	31.6"	799.5	0.0940	0.0937	—	23.5	3' 11.0"	15.6"	355	0.0418	0.0411	—	—
24.3	7' 21.2"	33.4"	32.8"	797.0	0.0937	0.0933	—	22.5	3' 26.6"	15.6"	351	0.0413	0.0406	—	—
23.3	7' 54.6"	35.6"	34.5"	803.9	0.0945	0.0942	—	21.5	3' 42.2"	16.8"	348	0.0410	0.0403	—	—
22.3	8' 30.2"	37.4"	36.5"	813.9	0.0957	0.0954	—	20.5	3' 59.0"	17.4"	351	0.0413	0.0407	—	—

別 表 第 5

試料 H 號, 稀釋濃度 80%, 溫度 25°C								試料 II 號, 稀釋濃度 60%, 溫度 25°C							
水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所費時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正值 η' (C.G.S.)		水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所費時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正值 η' (C.G.S.)	
21.3	9'07.6"	39.4"	33.4"	817.9	0.0362	0.0359		19.5	4'16.4"	18.8"	15.1"	353	0.0415	0.0409	
20.3	9'47.0"	41.2"	40.3"	815.1	0.0362	0.0359		19.6	4'55.2"	19.2"	15.2"	355	0.0418	0.0412	
19.3	10'23.2"	44.0"	42.6"	822.2	0.0367	0.0364		17.5	4'34.8"	20.6"	20.1"	352	0.0414	0.0409	
18.3	11'12.2"	46.2"	45.1"	823.3	0.0371	0.0369		16.5	5'15.4"	22.0"	21.3"	351	0.0413	0.0403	
17.3	11'53.4"	48.8"	47.5"	821.8	0.0366	0.0364		15.5	5'37.4"	23.8"	22.9"	355	0.0418	0.0413	
16.3	12'47.2"	53.4"	46.1"	751.4	—	—		14.5	6'01.2"	24.8"	24.3"	352	0.0414	0.0410	
15.3	13'40.6"	56.0"	54.7"	836.9	0.0394	0.0392		13.5	6'26.0"	27.2"	25.0"	351	0.0413	0.0409	
14.3	14'36.6"	60.6"	58.3"	833.7	0.0390	0.0393		12.5	6'53.2"	30.4"	28.3"	360	0.0424	0.0420	
13.3	15'37.2"	65.2"	62.9"	836.5	0.0394	0.0392		11.5	7'23.6"	32.0"	31.2"	359	0.0423	0.0420	
12.3	16'42.4"	73.0"	69.1"	849.9	0.0399	0.0397		10.5	7'55.6"	36.8"	34.4"	351	0.0425	0.0422	
11.3	17'55.4"	80.2"	76.1"	865.6	0.0408	0.0407		9.5	8'32.4"	39.6"	38.2"	358	0.0421	0.0418	
10.3	19'15.6"	89.0"	84.6"	871.4	0.0425	0.0424		8.5	9'12.0"	46.2"	42.9"	365	0.0430	0.0427	
9.3	20'44.6"	93.9"	89.9"	863.9	0.0416	0.0415		7.5	9'58.2"	52.6"	49.4"	371	0.0437	0.0435	
8.3	22'23.4"	115.0"	107.2"	859.8	0.0446	0.0445		6.5	10'50.8"	62.4"	57.3"	374	0.0440	0.0438	
7.3	24'19.0"	130.6"	123.1"	898.6	0.0457	0.0456		5.5	11'53.2"	76.8"	69.6"	353	0.0451	0.0449	
6.3	26'29.6"	164.8"	147.7"	930.5	0.0491	0.0493		4.5	13'10.0"	99.0"	87.9"	396	0.0466	0.0465	
5.3	29'14.4"	202.0"	183.4"	972.0	0.0413	0.0412		3.5	14'49.0"	139.4"	119.2"	417	0.0491	0.0490	
4.3	32'36.4"	239.6"	210.2"	1063.2	0.0467	0.0466		2.5	17'03.4"	—	—	—	—	—	
3.3	37'05.0"	387.8"	323.7"	—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	
—	43'32.8"	—	—	—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	

試料 H 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C								試料 F 號, 稀釋濃度 100%, 溫度 25°C, 密度 1.02							
水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所費時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正值 η' (C.G.S.)		水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所費時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正值 η' (C.G.S.)	平均速度 V_{av} (mm/sec)
41.2	0	5.0"	—	—	—	—		38.5	0	28.8"	—	—	—	—	—
40.2	5.0"	5.4"	5.2"	209	0.0246	0.0225		37.5	29.8"	29.2"	29.0"	1088	0.1287	0.0345	
39.2	10.4"	5.4"	5.2"	216	0.0254	0.0235		36.5	33.0"	30.6"	29.9"	1091	0.1291	0.0344	
38.2	16.0"	5.4"	5.2"	210	0.0247	0.0228		35.5	38.0"	31.6"	31.1"	1104	0.1306	0.0352	
37.2	21.4"	5.6"	5.3"	205	0.0241	0.0222		34.5	2'00.2"	32.2"	31.5"	1101	0.1302	0.0341	
36.2	27.6"	5.8"	5.7"	205	0.0242	0.0223		33.5	2'32.4"	33.6"	32.9"	1102	0.1304	0.0340	
35.2	32.8"	5.8"	5.8"	204	0.0240	0.0222		32.5	3'08.0"	34.0"	33.8"	1099	0.1300	0.0296	
34.2	38.6"	6.4"	6.1"	209	0.0246	0.0223		31.5	3'40.0"	35.4"	34.1"	1093	0.1293	0.0298	
33.2	45.0"	5.8"	6.1"	203	0.0239	0.0221		30.5	4'15.4"	40.6"	38.0"	1139	0.1317	0.0253	
32.2	50.8"	6.4"	6.1"	196	0.0230	0.0212		29.5	4'56.0"	34.6"	37.7"	1112	0.1315	0.0265	
31.2	57.2"	6.4"	6.4"	200	0.0235	0.0213		28.5	5'30.8"	39.6"	37.9"	1090	0.1254	0.0269	
30.2	1'03.6"	7.0"	6.7"	202	0.0238	0.0222		27.5	6'10.4"	41.0"	40.3"	1166	0.1311	0.0248	
29.2	1'10.6"	7.0"	7.1"	207	0.0243	0.0228		26.5	6'51.4"	43.0"	42.0"	1113	0.1317	0.0233	
28.2	1'17.8"	7.0"	7.1"	200	0.0235	0.0220		25.5	7'34.4"	44.0"	43.5"	1109	0.1312	0.0230	
27.2	1'24.8"	7.6"	7.3"	199	0.0234	0.0219		24.5	8'18.4"	46.8"	45.4"	1112	0.1315	0.0220	
26.2	1'32.4"	8.0"	7.8"	204	0.0240	0.0226		23.5	9'05.2"	49.2"	48.0"	1128	0.1334	0.0208	
25.2	1'40.4"	8.4"	8.2"	207	0.0243	0.0230		22.5	9'54.4"	51.4"	50.3"	1132	0.1339	0.0199	
24.2	1'48.8"	8.8"	8.2"	198	0.0233	0.0220		21.5	10'45.8"	54.2"	52.8"	1135	0.1343	0.0190	
23.2	1'56.8"	9.0"	8.5"	197	0.0232	0.0220		20.5	11'40.0"	56.6"	55.4"	1136	0.1344	0.0180	
22.2	2'05.8"	9.6"	9.3"	206	0.0242	0.0231		19.5	12'36.6"	60.8"	58.7"	1145	0.1355	0.0170	
21.2	2'15.4"	9.6"	9.6"	204	0.0240	0.0229		18.5	13'37.4"	64.4"	62.6"	1153	0.1370	0.0160	
20.2	2'25.0"	10.2"	9.9"	200	0.0235	0.0234		17.5	14'18.4"	68.4"	66.4"	1162	0.1375	0.0150	
19.2	2'35.2"	10.8"	10.5"	202	0.0238	0.0228		16.5	15'50.2"	71.8"	70.1"	1157	0.1369	0.0142	
18.2	2'46.0"	11.4"	11.1"	202	0.0238	0.0228		15.5	17'03.0"	80.4"	76.1"	1180	0.1396	0.0131	
17.2	2'57.4"	11.8"	11.6"	200	0.0235	0.0226		14.5	18'22.4"	81.8"	82.6"	1193	0.1417	0.0121	
16.2	3'09.2"	12.8"	12.3"	199	0.0234	0.0225		13.5	19'47.2"	92.8"	88.8"	1199	0.1418	0.0113	
15.2	3'22.0"	13.6"	13.2"	201	0.0237	0.0229		12.5	21'20.0"	100.8"	95.8"	1210	0.1431	0.0103	
14.2	3'35.6"	14.4"	14.0"	199	0.0234	0.0226		11.5	23'00.8"	113.4"	107.1"	1232	0.1457	0.0092	
13.2	3'50.0"	15.6"	15.0"	198	0.0233	0.0226		10.5	24'54.2"	125.0"	119.2"	1252	0.1481	0.0084	
12.2	4' 5.6"	17.6"	16.6"	203	0.0239	0.0233		9.5	26'59.2"	139.8"	132.4"	1258	0.1488	0.0075	
11.2	4'23.2"	18.8"	18.2"	204	0.0240	0.0234		8.5	29'19.0"	163.2"	151.5"	1288	0.1524	0.0066	
10.2	4'42.0"	21.4"	20.1"	205	0.0241	0.0233		7.5	32'02.2"	196.0"	179.6"	1347	0.1594	0.0056	
9.2	5'03.4"	22.8"	22.1"	203	0.0239	0.0234		6.5	35'18.2"	246.0"	221.0"	1372	0.1523	0.0045	
8.2	5'26.2"	27.0"	24.9"	204	0.0240	0.0236		5.5	39'24.2"	332.2"	289.1"	1590	0.1831	0.0035	
7.2	5'53.2"	31.2"	29.1"	210	0.0247	0.0243		—	—	—	—	—	—	—	
6.2	6'24.4"	37.2"	34.1"	211	0.0248	0.0245		—	—	—	—	—	—	—	
5.2	7'01.6"	44.4"	40.3"	212	0.0249	0.0236		—	—	—	—	—	—	—	
4.2	7'46.0"	61.4"	52.9"	222	0.0261	0.0259		—	—	—	—	—	—	—	
3.2	8'47.4"	90.0"	75.7"	242	0.0285	0.0281		—	—	—	—	—	—	—	
2.2	10'17.4"	176.0"	133.0"	293	0.0345	0.0344		—	—	—	—	—	—	—	
1.2	19'13.4"	—	—	—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	

別 表 第 5

試料 F 號, 稀釋濃度 80%, 溫度 25°C, 密度 1.015								試料 F 號, 稀釋濃度 60%, 溫度 25°C							
水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)	平均速度 V_m (秒/厘米)	水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)	修正係數
39.3	0	13.0"	—	—	—	—	—	40.4	0	7.2"	—	—	—	—	—
38.3	13.0"	13.6"	13.3"	509	0.0598	0.0590	39.4	7.2"	7.8"	7.5"	296	0.0348	0.0344	0.0349	0.0349
37.3	26.6"	13.6"	13.6"	507	0.0596	0.0588	38.4	15.0"	7.8"	7.8"	300	0.0353	0.0359	0.0359	0.0359
36.3	40.2"	14.2"	13.9"	505	0.0599	0.0585	37.4	22.8"	7.6"	7.7"	288	0.0339	0.0325	0.0339	0.0325
35.3	54.4"	14.6"	14.4"	508	0.0597	0.0590	36.4	30.4"	7.6"	7.6"	277	0.0326	0.0312	0.0326	0.0312
34.3	1'09.0"	15.0"	14.8"	508	0.0597	0.0590	35.4	38.0"	8.2"	7.9"	280	0.0329	0.0316	0.0329	0.0316
33.3	1'24.0"	15.4"	15.2"	506	0.0595	0.0588	34.4	46.2"	9.2"	8.7"	299	0.0352	0.0339	0.0352	0.0339
32.3	1'59.4"	15.8"	15.6"	504	0.0592	0.0585	33.4	54.4"	8.8"	9.0"	301	0.0354	0.0342	0.0354	0.0342
31.3	1'55.2"	16.2"	16.0"	501	0.0588	0.0581	32.4	1'03.0"	8.8"	8.3"	285	0.0345	0.0313	0.0345	0.0313
30.3	2'11.4"	17.2"	16.7"	506	0.0595	0.0586	31.4	1'12.0"	8.8"	8.3"	276	0.0325	0.0313	0.0325	0.0313
29.3	2'28.6"	17.2"	17.2"	504	0.0592	0.0586	30.4	1'20.8"	9.6"	9.2"	280	0.0329	0.0317	0.0329	0.0317
28.3	2'45.5"	18.4"	17.8"	504	0.0592	0.0586	29.4	1'30.4"	9.8"	9.7"	285	0.0335	0.0325	0.0335	0.0325
27.3	3'04.2"	18.6"	18.5"	505	0.0593	0.0587	28.4	1'40.2"	9.8"	9.8"	277	0.0327	0.0317	0.0327	0.0317
26.3	3'22.5"	19.6"	19.1"	502	0.0590	0.0584	27.4	1'50.0"	10.4"	10.1"	277	0.0326	0.0316	0.0326	0.0316
25.3	3'42.4"	20.6"	19.8"	501	0.0588	0.0583	26.4	2'00.4"	10.8"	10.6"	280	0.0329	0.0319	0.0329	0.0319
24.3	4'02.4"	21.4"	20.7"	503	0.0591	0.0586	25.4	2'11.2"	11.0"	10.9"	277	0.0326	0.0316	0.0326	0.0316
23.3	4'23.5"	22.0"	21.7"	506	0.0595	0.0590	24.4	2'24.0"	11.8"	11.3"	281	0.0330	0.0321	0.0330	0.0321
22.3	4'45.8"	23.4"	22.7"	506	0.0595	0.0590	23.4	2'34.2"	11.8"	11.9"	273	0.0327	0.0318	0.0327	0.0318
21.3	5'09.2"	24.4"	23.9"	509	0.0598	0.0594	22.4	2'45.0"	13.0"	12.4"	290	0.0341	0.0332	0.0341	0.0332
20.3	5'33.6"	25.4"	24.9"	505	0.0593	0.0589	21.4	2'59.0"	13.2"	13.1"	280	0.0329	0.0321	0.0329	0.0321
19.3	5'59.0"	26.1"	26.1"	504	0.0592	0.0588	20.4	3'12.2"	13.8"	13.5"	275	0.0323	0.0315	0.0323	0.0315
18.3	6'23.8"	28.6"	27.7"	507	0.0596	0.0592	19.4	3'26.0"	14.8"	14.3"	277	0.0326	0.0318	0.0326	0.0318
17.3	6'54.4"	30.4"	29.5"	510	0.0599	0.0595	18.4	3'40.8"	16.0"	15.4"	283	0.0333	0.0326	0.0333	0.0326
16.3	7'24.8"	32.4"	31.4"	512	0.0602	0.0599	17.4	3'56.8"	16.2"	16.1"	280	0.0329	0.0322	0.0329	0.0322
15.3	7'57.2"	34.4"	33.4"	511	0.0600	0.0597	16.4	4'13.0"	17.8"	17.0"	279	0.0338	0.0322	0.0338	0.0322
14.3	8'31.6"	38.2"	36.3"	519	0.0610	0.0607	15.4	4'30.8"	19.4"	18.6"	286	0.0336	0.0330	0.0336	0.0330
13.3	9'09.8"	39.2"	38.7"	515	0.0605	0.0602	14.4	4'50.2"	20.4"	19.9"	287	0.0337	0.0332	0.0337	0.0332
12.3	9'49.0"	43.8"	41.3"	510	0.0599	0.0596	13.4	5'10.6"	21.4"	20.9"	280	0.0329	0.0324	0.0329	0.0324
11.3	10'32.8"	47.8"	45.8"	518	0.0609	0.0607	12.4	5'32.0"	24.0"	22.7"	281	0.0330	0.0325	0.0330	0.0325
10.3	11'20.6"	53.4"	50.6"	521	0.0612	0.0610	11.4	5'56.0"	27.4"	25.7"	293	0.0345	0.0341	0.0345	0.0341
9.3	12'14.0"	60.4"	56.9"	529	0.0622	0.0620	10.4	6'23.4"	27.4"	27.4"	285	0.0335	0.0331	0.0335	0.0331
8.3	13'14.4"	67.2"	63.8"	529	0.0622	0.0620	9.4	6'59.8"	32.0"	29.7"	279	0.0328	0.0324	0.0328	0.0324
7.3	14'21.6"	77.4"	72.8"	528	0.0620	0.0619	8.4	7'29.8"	36.6"	34.3"	283	0.0338	0.0335	0.0338	0.0335
6.3	15'39.0"	91.4"	84.4"	532	0.0623	0.0624	7.4	7'59.4"	43.6"	40.1"	293	0.0350	0.0347	0.0350	0.0347
5.3	17'10.4"	114.4"	102.9"	545	0.0640	0.0639	6.4	8'45.0"	52.0"	47.8"	306	0.0360	0.0358	0.0360	0.0358
4.3	19'04.8"	149.6"	132.1"	568	0.0667	0.0666	5.4	9'35.0"	62.2"	57.1"	308	0.0362	0.0360	0.0362	0.0360
3.3	21'34.6"	222.0"	185.5"	615	0.0720	0.0719	4.4	10'31.2"	82.6"	72.4"	319	0.0375	0.0374	0.0375	0.0374
—	—	—	—	—	—	—	3.4	11'59.8"	99.1"	91.1"	337	0.0396	0.0395	0.0396	0.0395
—	—	—	—	—	—	—	2.4	13'55.4"	233.0"	159.3"	332	0.0419	0.0418	0.0419	0.0418
—	—	—	—	—	—	—	1.4	17'18.4"	—	—	—	—	—	—	—

試料 F 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C								試料 E 號, 稀釋濃度 100%, 溫度 25°C							
水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)	修正係數	水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)	修正係數
41.2	0	4.2"	—	—	—	—	—	40.2	0	41.8"	—	—	—	—	—
40.2	4.2"	3.0"	4.6"	185	0.0217	0.0194	39.2	39.8"	41.3"	41.1"	1609	0.1927	0.1927	0.1924	0.1924
39.2	9.2"	4.8"	4.9"	192	0.0225	0.0213	38.2	1'29.6"	42.2"	42.0"	1604	0.1886	0.1886	0.1886	0.1886
38.2	14.0"	5.0"	4.9"	187	0.0219	0.0197	37.2	2'04.0"	44.6"	43.4"	1614	0.1893	0.1893	0.1893	0.1893
37.2	19.0"	5.2"	5.1"	190	0.0223	0.0202	36.2	2'44.8"	42.6"	43.6"	1578	0.1856	0.1856	0.1856	0.1856
36.2	24.2"	5.2"	5.2"	183	0.0221	0.0200	35.2	3'27.4"	46.0"	44.2"	1559	0.1835	0.1835	0.1835	0.1835
35.2	29.4"	5.0"	5.1"	180	0.0211	0.0190	34.2	4'13.4"	44.2"	45.1"	1542	0.1813	0.1813	0.1813	0.1813
34.2	34.6"	5.6"	5.3"	181	0.0212	0.0192	33.2	4'57.6"	49.0"	46.6"	1547	0.1819	0.1817	0.1819	0.1817
33.2	40.0"	5.2"	5.4"	179	0.0210	0.0190	32.2	5'46.6"	50.0"	49.5"	1594	0.1875	0.1873	0.1875	0.1873
32.2	45.2"	5.6"	5.4"	174	0.0204	0.0184	31.2	6'36.6"	49.8"	49.9"	1557	0.1831	0.1829	0.1831	0.1829
31.2	50.8"	6.0"	5.8"	181	0.0212	0.0193	30.2	7'26.4"	52.4"	51.1"	1543	0.1814	0.1812	0.1814	0.1812
30.2	56.8"	6.2"	6.1"	184	0.0216	0.0193	29.2	8'16.8"	54.2"	53.3"	1556	0.1830	0.1828	0.1830	0.1828
29.2	63.0"	6.4"	6.3"	184	0.0216	0.0199	28.2	9'13.0"	55.2"	54.7"	1543	0.1814	0.1812	0.1814	0.1812
28.2	69.0"	6.4"	6.4"	180	0.0211	0.0194	27.2	10'09.2"	56.8"	56.0"	1523	0.1791	0.1789	0.1791	0.1789
27.2	1'15.8"	7.0"	6.7"	182	0.0213	0.0197	26.2	11'05.0"	62.6"	59.7"	1564	0.1839	0.1837	0.1839	0.1837
26.2	1'22.8"	6.6"	6.8"	178	0.0209	0.0193	25.2	12'07.0"	60.8"	61.7"	1555	0.1829	0.1827	0.1829	0.1827
25.2	1'29.4"	7.4"	7.0"	176	0.0206	0.0191	24.2	13'08.8"	67.6"	64.2"	1551	0.1827	0.1825	0.1827	0.1825
24.2	1'36.8"	7.4"	7.4"	179	0.0210	0.0195	23.2	14'16.0"	68.8"	65.7"	1534	0.1792	0.1790	0.1792	0.1790
23.2	1'44.2"	8.0"	7.7"	179	0.0210	0.0196	22.2	15'19.8"	70.4"	67.1"	1490	0.1752	0.1750	0.1752	0.1750
22.2	1'52.2"	8.0"	8.0"	178	0.0209	0.0196	21.2	16'30.2"	75.8"	73.1"	1550	0.1823	0.1822	0.1823	0.1822

別 表 第 5

試料 F 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C								試料 E 號, 稀釋濃度 100%, 溫度 25°C, 密度 1.015							
水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數 η' (C.G.S.)		水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數 η' (C.G.S.)	
21.2	2'00.2"	8.6"	8.3"	176	0.0206	0.0193		20.2	17'46.0"	79.0"	77.4"	1563	0.1838	0.1837	
20.2	2'03.8"	9.0"	8.8"	178	0.0209	0.0197		19.2	19'05.0"	83.8"	81.4"	1503	0.1835	0.1837	
19.2	2'17.8"	9.8"	9.3"	179	0.0210	0.0193		18.2	20'28.8"	87.2"	83.5"	1556	0.1830	0.1829	
18.2	2'27.8"	9.6"	9.6"	175	0.0205	0.0194		17.2	21'56.0"	91.4"	89.3"	1536	0.1805	0.1825	
17.2	2'37.0"	10.6"	10.1"	174	0.0204	0.0193		16.2	23'27.4"	101.0"	96.2"	1538	0.1832	0.1831	
16.2	2'47.6"	11.0"	10.8"	175	0.0205	0.0195		15.2	25'03.4"	103.2"	102.1"	1552	0.1825	0.1824	
15.2	2'58.6"	11.8"	11.4"	173	0.0203	0.0194		14.2	26'51.6"	111.6"	107.1"	1521	0.1789	0.1785	
14.2	3'10.4"	13.4"	12.6"	179	0.0210	0.0192		13.2	28'42.6"	126.8"	118.9"	1569	0.1845	0.1844	
13.2	3'23.8"	13.6"	13.5"	178	0.0209	0.0201		12.2	30'49.4"	136.4"	128.6"	1569	0.1845	0.1844	
12.2	3'37.4"	14.6"	14.1"	172	0.0202	0.0194		11.2	32'59.8"	143.6"	137.0"	1534	0.1804	0.1803	
11.2	3'52.0"	16.6"	15.6"	175	0.0205	0.0198		10.2	35'23.4"	159.8"	151.7"	1547	0.1819	0.1818	
10.2	4'08.6"	18.0"	17.3"	176	0.0205	0.0200		9.2	38'03.2"	165.8"	163.3"	1502	0.1766	0.1765	
9.2	4'26.6"	19.8"	18.9"	174	0.0204	0.0198		8.2	41'00.0"	221.0"	193.9"	1550	0.1870	0.1870	
8.2	4'46.4"	23.2"	21.5"	179	0.0210	0.0205		7.2	44'20.6"	274.0"	247.5"	1782	0.2036	0.2035	
7.2	5'09.6"	25.0"	24.1"	174	0.0204	0.0200		—	—	—	—	—	—	—	
6.2	5'34.6"	32.2"	28.6"	177	0.0208	0.0204		—	—	—	—	—	—	—	
5.2	6'06.8"	37.0"	34.6"	180	0.0211	0.0208		—	—	—	—	—	—	—	
4.2	6'43.8"	50.6"	38.8"	163	0.0191	0.0183		—	—	—	—	—	—	—	
3.2	7'34.4"	69.6"	60.1"	192	0.0225	0.0223		—	—	—	—	—	—	—	
2.2	8'44.0"	123.3"	96.3"	212	0.0249	0.0248		—	—	—	—	—	—	—	
1.2	10'47.0"	—	—	—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	

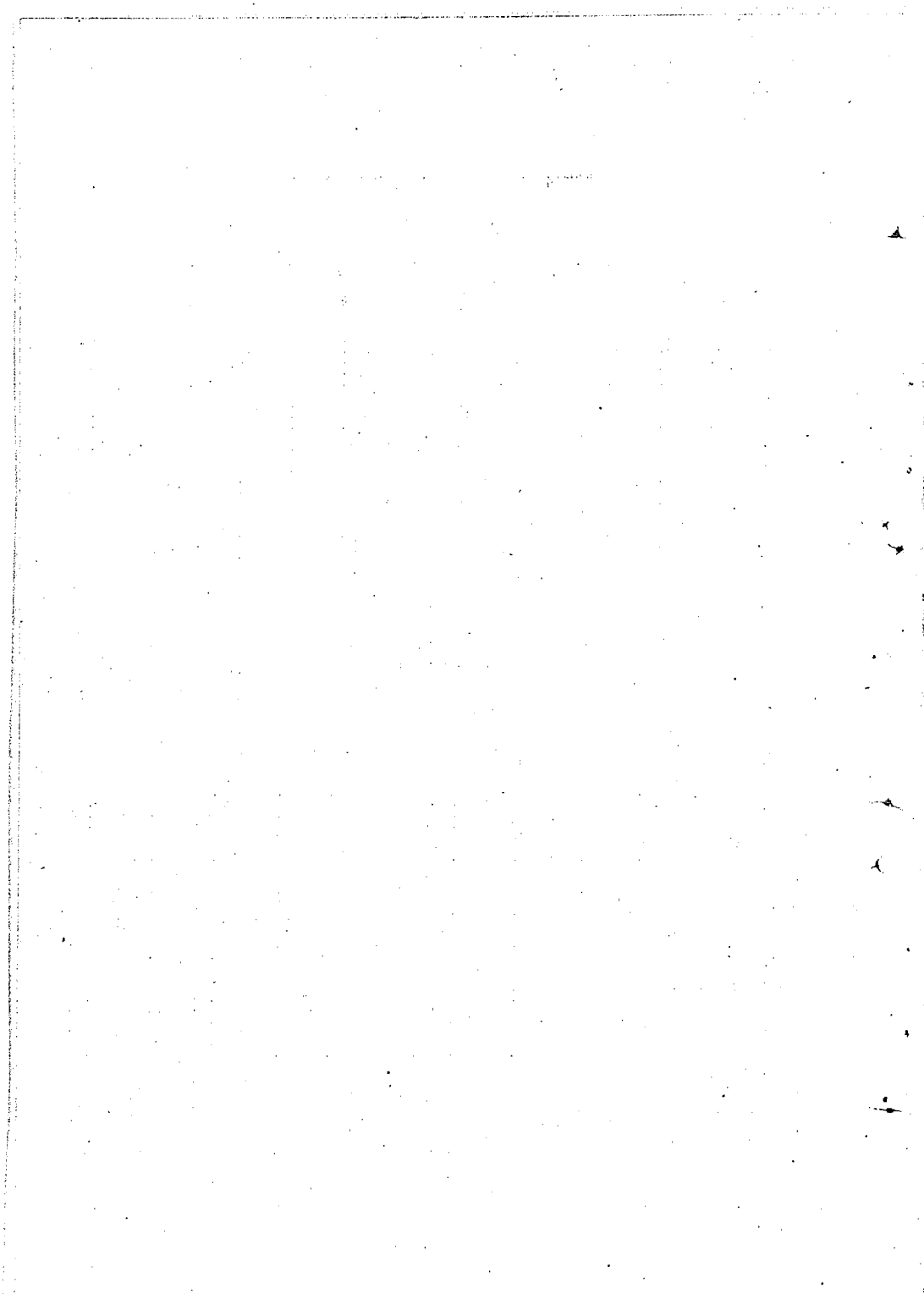
試料 E 號, 稀釋濃度 80%, 溫度 25°C								試料 D 號, 稀釋濃度 60%, 溫度 25°C							
水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數 η' (C.G.S.)		水位差 ΔH (mm)	時間讀數 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所 要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係 數 η' (C.G.S.)	
40.6	0	13.8"	—	—	—	—		40.4	0	7.0"	—	—	—	—	
39.6	13.8"	14.4"	14.1"	558	0.0556	0.0648		39.4	7.0"	8.0"	7.5"	296	0.0347	0.0333	
38.6	28.2"	15.0"	14.7"	567	0.0566	0.0659		38.4	15.0"	7.6"	7.8"	289	0.0351	0.0357	
37.6	43.2"	15.0"	15.0"	564	0.0563	0.0655		37.4	22.6"	8.2"	7.9"	295	0.0346	0.0333	
36.6	58.2"	15.0"	15.3"	560	0.0558	0.0651		36.4	30.8"	9.0"	8.6"	313	0.0367	0.0355	
35.6	1'13.8"	15.8"	15.7"	559	0.0557	0.0650		35.4	39.8"	7.4"	8.2"	290	0.0340	0.0327	
34.6	1'29.6"	16.6"	16.2"	561	0.0559	0.0652		34.4	47.2"	8.4"	7.9"	272	0.0319	0.0306	
33.6	1'46.2"	16.8"	16.7"	561	0.0559	0.0653		33.4	55.6"	9.0"	8.7"	291	0.0341	0.0328	
32.6	2'03.4"	17.6"	17.2"	561	0.0559	0.0653		32.4	1'04.6"	9.4"	9.2"	293	0.0350	0.0338	
31.6	2'20.6"	18.0"	17.8"	562	0.0560	0.0654		31.4	1'14.0"	9.6"	9.3"	298	0.0350	0.0339	
30.6	2'38.6"	18.2"	18.2"	554	0.0551	0.0645		30.4	1'23.6"	9.8"	9.7"	295	0.0346	0.0335	
29.6	2'56.8"	19.2"	18.8"	556	0.0553	0.0647		29.4	1'33.4"	10.0"	9.9"	291	0.0341	0.0330	
28.6	3'16.2"	19.8"	19.6"	561	0.0559	0.0654		28.4	1'43.4"	10.2"	10.1"	287	0.0337	0.0327	
27.6	3'36.0"	20.6"	20.2"	558	0.0556	0.0651		27.4	1'53.6"	10.8"	10.5"	288	0.0338	0.0328	
26.6	3'56.6"	21.8"	21.2"	564	0.0563	0.0658		26.4	2'04.4"	11.2"	11.0"	290	0.0340	0.0330	
25.6	4'18.4"	21.8"	21.8"	558	0.0556	0.0651		25.4	2'15.6"	11.8"	11.5"	292	0.0342	0.0333	
24.6	4'40.2"	22.2"	22.5"	554	0.0551	0.0646		24.4	2'25.4"	12.0"	11.9"	290	0.0340	0.0331	
23.6	5'03.4"	24.2"	23.7"	559	0.0557	0.0652		23.4	2'39.4"	12.6"	12.3"	288	0.0338	0.0329	
22.6	5'27.6"	30.2"	27.2"	615	0.0723	0.0719		22.4	2'52.0"	13.2"	12.9"	289	0.0339	0.0331	
21.6	5'57.8"	22.0"	25.1"	564	0.0563	0.0659		21.4	3'03.2"	14.2"	13.7"	293	0.0344	0.0335	
20.6	6'19.8"	28.0"	25.0"	515	0.0605	0.0601		20.4	3'18.4"	14.4"	14.2"	292	0.0342	0.0334	
19.6	6'47.8"	29.6"	28.9"	566	0.0565	0.0661		19.4	3'33.8"	15.2"	14.8"	283	0.0332	0.0325	
18.6	7'17.6"	30.8"	30.5"	564	0.0563	0.0659		18.4	3'49.0"	16.4"	15.8"	291	0.0341	0.0334	
17.6	7'48.4"	33.6"	32.2"	557	0.0565	0.0563		17.4	4'05.4"	17.4"	16.9"	294	0.0345	0.0339	
16.6	8'22.0"	35.0"	34.3"	559	0.0568	0.0565		16.4	4'22.8"	18.4"	17.9"	291	0.0345	0.0339	
15.6	8'57.0"	38.0"	36.5"	569	0.0568	0.0565		15.4	4'41.2"	19.4"	18.9"	291	0.0341	0.0335	
14.6	9'35.0"	40.0"	39.0"	569	0.0568	0.0563		14.4	5'00.6"	21.4"	20.4"	294	0.0345	0.0340	
13.6	10'15.0"	44.0"	42.0"	571	0.0571	0.0564		13.4	5'22.0"	22.6"	22.0"	295	0.0346	0.0341	
12.6	10'59.0"	47.0"	45.7"	576	0.0577	0.0575		12.4	5'44.6"	24.6"	23.6"	293	0.0343	0.0338	
11.6	11'46.4"	51.2"	49.3"	572	0.0572	0.0570		11.4	6'09.2"	28.8"	26.7"	301	0.0357	0.0353	
10.6	12'37.6"	57.2"	54.2"	575	0.0576	0.0574		10.4	6'38.0"	27.8"	28.3"	294	0.0345	0.0341	
9.6	13'34.8"	63.4"	60.3"	579	0.0580	0.0578		9.4	7'05.8"	34.2"	31.0"	291	0.0341	0.0338	
8.6	14'38.2"	72.8"	68.1"	585	0.0589	0.0587		8.4	7'40.0"	37.2"	33.7"	300	0.0352	0.0349	
7.6	15'51.0"	83.4"	78.1"	594	0.0598	0.0595		7.4	8'17.2"	44.0"	40.6"	296	0.0347	0.0343	
6.6	17'14.4"	93.0"	90.7"	599	0.0704	0.0703		6.4	9'01.2"	52.4"	48.2"	303	0.0361	0.0359	
5.6	18'52.4"	118.8"	103.4"	607	0.0713	0.0712		5.4	9'53.6"	62.4"	57.4"	310	0.0364	0.0362	
4.6	20'51.2"	147.6"	133.2"	613	0.0720	0.0719		4.4	10'56.0"	79.8"	71.1"	313	0.0367	0.0365	
3.6	23'18.8"	203.2"	177.9"	640	0.0752	0.0751		3.4	12'15.8"	126.2"	103.0"	350	0.0411	0.0410	
2.6	26'47.0"	—	—	—	—	—		2.4	14'12.0"	200.0"	163.1"	391	0.0459	0.0455	
—	—	—	—	—	—	—		1.4	17'32.0"	—	—	—	—	—	

別 表 第 5

試料 E 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C							試料 E 號, 稀釋濃度 40%, 溫度 25°C						
水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)	水位差 ΔH (mm)	時間差 Δt (秒)	所要時間 Δt (秒)	平均所要時間 Δt (秒)	$\frac{\Delta t}{\Delta H}$	粘性係數 η (C.G.S.)	修正係數 η' (C.G.S.)
41	0	4.4"	—	—	—	—	20	2'07.8"	9.0"	8.9"	178	0.0208	0.0196
40	4.4"	4.6"	4.5"	180	0.0210	0.0186	19	2'16.8"	9.0"	9.0"	171	0.0200	0.0188
39	9.0"	4.8"	4.7"	183	0.0214	0.0192	18	2'25.8"	10.0"	9.5"	171	0.0200	0.0188
38	13.8"	5.0"	4.9"	186	0.0217	0.0195	17	2'35.8"	10.6"	10.3"	175	0.0205	0.0195
37	18.8"	5.0"	5.0"	185	0.0216	0.0193	16	2'46.4"	10.8"	10.7"	171	0.0200	0.0190
36	23.8"	5.0"	5.0"	180	0.0210	0.0189	15	2'57.2"	12.0"	11.4"	171	0.0200	0.0191
35	28.8"	5.2"	5.1"	179	0.0209	0.0188	14	3'09.2"	12.8"	12.4"	174	0.0203	0.0194
34	34.0"	5.4"	5.3"	180	0.0210	0.0190	13	3'21.8"	13.8"	13.3"	173	0.0202	0.0194
33	39.4"	5.6"	5.5"	182	0.0213	0.0194	12	3'35.6"	14.6"	14.2"	170	0.0199	0.0191
32	45.0"	5.4"	5.3"	176	0.0206	0.0187	11	3'50.2"	16.8"	15.7"	173	0.0202	0.0195
31	50.4"	5.8"	5.6"	174	0.0203	0.0184	10	4'07.0"	17.8"	17.3"	173	0.0202	0.0196
30	56.0"	6.2"	6.0"	180	0.0210	0.0192	9	4'24.8"	19.4"	18.6"	167	0.0195	0.0189
29	1'02.4"	6.0"	6.1"	177	0.0207	0.0190	8	4'44.2"	23.8"	21.6"	173	0.0202	0.0197
28	1'08.4"	6.4"	6.2"	174	0.0203	0.0186	7	5'08.0"	26.8"	25.0"	175	0.0205	0.0201
27	1'14.8"	6.8"	6.6"	178	0.0208	0.0192	6	5'34.2"	31.2"	28.7"	172	0.0201	0.0197
26	1'21.6"	7.0"	6.9"	179	0.0209	0.0194	5	6'05.4"	40.0"	35.6"	178	0.0208	0.0205
25	1'28.6"	7.2"	7.1"	178	0.0208	0.0193	4	6'45.4"	51.2"	45.6"	182	0.0213	0.0211
24	1'35.8"	7.6"	7.4"	178	0.0208	0.0194	3	7'36.6"	72.4"	61.8"	184	0.0215	0.0213
23	1'43.4"	7.8"	7.5"	173	0.0202	0.0188	2	8'49.0"	126.4"	99.4"	199	0.0233	0.0232
22	1'50.8"	8.2"	7.8"	172	0.0201	0.0187	1	10'55.4"	—	—	—	—	—
21	1'59.0"	8.8"	8.5"	179	0.0209	0.0196	—	—	—	—	—	—	—

別 表 第 6

試料名 及溫度		C: 濃度, η_a : 乳劑粘性係數, η_o : 分散液粘性係數 $\eta_{sp} = \frac{\eta_a - 1}{\eta_o}$									
		C	η_a	η_o	$\frac{\eta_a}{\eta_o}$	$\frac{C}{\eta_{sp}}$		η_a	η_o	$\frac{\eta_a}{\eta_o}$	$\frac{C}{\eta_{sp}}$
E 號 15°C	50	0.343	0.0115	29.886	1.750	35°C	0.200	0.0076	26.420	25.420	1.967
	45	0.175	0.0115	15.270	3.153		0.105	0.0076	13.870	12.870	3.496
	40	0.100	0.0115	8.726	5.177		0.053	0.0076	8.322	7.322	5.463
	35	0.065	0.0115	5.571	7.491		0.043	0.0076	5.680	4.680	7.478
	30	0.045	0.0115	3.926	10.250		0.030	0.0076	3.953	2.953	10.125
	25	0.035	0.0115	3.054	12.170		0.023	0.0076	3.038	2.038	12.255
F 號 15°C	20	0.028	0.0115	2.443	13.857	35°C	0.108	0.0076	2.378	1.378	14.516
	50	0.240	0.0119	20.168	2.608		0.160	0.0077	20.779	19.779	2.528
	45	0.145	0.0119	12.184	4.023		0.097	0.0077	12.597	11.597	3.880
	40	0.088	0.0119	7.395	6.234		0.058	0.0077	7.533	6.533	6.123
	35	0.056	0.0119	4.703	9.444		0.040	0.0077	5.195	4.195	8.344
	30	0.043	0.0119	3.613	11.479		0.030	0.0077	3.896	2.896	10.359
H 號 15°C	25	0.032	0.0119	2.689	14.500	35°C	0.020	0.0077	2.597	1.597	15.650
	20	0.025	0.0119	2.100	18.168		0.015	0.0077	1.948	0.948	21.095
	50	0.470	0.0124	37.903	1.354		0.355	0.0090	35.625	34.625	1.444
	45	0.275	0.0124	22.177	2.124		0.170	0.0090	21.250	20.250	2.222
	40	0.165	0.0124	13.306	3.250		0.100	0.0090	12.500	11.500	3.478
	35	0.100	0.0124	8.064	4.954		0.050	0.0090	7.500	6.500	5.385
G 號 15°C	30	0.050	0.0124	4.838	7.815	35°C	0.038	0.0090	4.720	3.720	8.000
	25	0.042	0.0124	3.387	10.473		0.025	0.0090	3.125	2.125	11.765
	21.6	0.033	0.0124	2.661	13.001		0.019	0.0090	2.375	1.375	15.709
	55	0.680	0.0121	56.017	0.989		0.525	0.0086	61.047	60.046	0.916
	50	0.462	0.0121	38.059	1.249		0.355	0.0086	37.954	36.954	1.317
	45	0.275	0.0121	22.554	2.078		0.200	0.0086	23.256	22.255	2.022
G 號 15°C	40	0.145	0.0121	11.245	3.654	35°C	0.110	0.0086	12.791	11.791	3.393
	35	0.080	0.0121	6.590	6.260		0.055	0.0086	6.395	5.395	6.487
	30	0.045	0.0121	3.707	11.082		0.030	0.0086	3.488	2.488	12.056
	25	0.030	0.0121	2.471	15.990		0.018	0.0086	2.096	1.096	22.875
	22.5	0.027	0.0121	2.224	18.379		0.015	0.0086	1.744	0.744	29.234



鐘口狀河口に於ける水流に就て

本 間 仁

内 容 梗 概

鐘口狀河口 (Bell mouth) に於ける水流、特に定流に関する性質を理論及び實驗の兩方面より研究せるものであつて、不定流に関しては實驗的にその性質の一斑を明かにする事に努めた。

目 次

I. 鐘口狀河口に於ける水流の理論	(1)
II 定流の場合の数値計算例	(9)
III 實驗設備及び方法	(10)
IV 實驗結果及び之に關する考察	(12)
V 結 言	(17)

I 鐘口狀河口に於ける水流の理論

中心線が直線狀をなす開水路に於ける流水の運動を表はす基本方程式は次の形である。⁴⁾

$$-i + \frac{\partial h}{\partial x} + a' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2} \frac{w}{A} + \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{a-1-2\eta}{g} \left(\frac{v}{A} \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{qv}{A} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(Av)}{\partial x} - q = 0 \quad (2)$$

(1) は運動方程式, (2) は連続方程式である。茲に用ひた記號の

定義は (第 1 圖參照)。

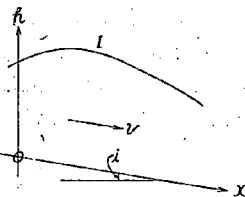
v : 任意断面中の x 方向の平均流速

C : Chézy の常數 w : 断面の潤邊長

A : 断面積 h : 水深

q : 水路の單位長當りの側壁よりの流入量

$a' = 2a - 1 - \eta$



第 1 圖

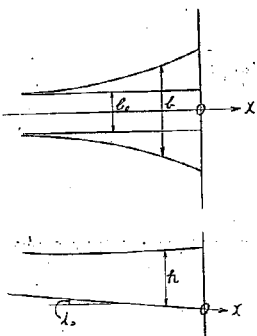
側壁よりの流入量の無い場合を考へるから $q=0$ である。

先づ第 2 圖の如き鐘口狀河口 (Bell mouth) に於ける定流の問題を考へる。水路の形狀は次の如く與へる。

$$z = z_0 = \text{const.}, \quad b = b_0 + b_1 c^{2p}, \quad (p > 0)$$

即ち水路幅は上流に向つて漸近的に縮小して一樣幅に近付く、この時の運動方程式は水路の断面を廣矩形と假定すれば (1) 式より

1) 土木學會誌, 第 20 卷, 第 7 號 “不等速定流に關する二三の問題”



第 2 圖

$$-i + \frac{dh}{dx} + a' \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^3}{C^2 h} = 0 \quad \dots\dots (3)$$

連続方程式は

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} + \frac{1}{h} \frac{dh}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} = 0 \quad \dots\dots (4)$$

であるが更に一つの条件として

$$Q = hbv = \text{const.} \quad \dots\dots (5)$$

としてこの Q の値を與へる。之は一つの限界条件を與へた事と同じである。(4) 及び (5) 式を (3) 式に代入すれば

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i_0 - \frac{v^3}{C^2 h} + \frac{a' v^2}{gb} \frac{db}{dx}}{1 - \frac{a' Q^2}{g h^3 b^2}} = \frac{i_0 - \frac{Q^3}{C^2 h^3 b^2} + \frac{a' Q^2}{g h^2 b^3} \frac{db}{dx}}{1 - \frac{a' Q^2}{g h^3 b^2}} \quad \dots\dots (6)$$

$\frac{db}{dx}$ は既知量であつてこの場合は $\rho b_1 c^{2.5}$ である。(6) なる微分方程式は積分不能の形であるが、ある断面に於ける h の値を知れば

$$\left. \begin{aligned} \Delta h = \Delta x \cdot \frac{i_0 - \frac{Q^3}{C^2 h^3 b^2} + \frac{a' Q^2}{g h^2 b^3} \frac{db}{dx}}{1 - \frac{a' Q^2}{g h^3 b^2}} = \Delta x \cdot f(x, h) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

又は

$$\Delta h = \Delta x \cdot \frac{i_0 - \frac{v^3}{C^2 h} + \frac{a' v^2}{gb} \frac{db}{dx}}{1 - \left(\frac{h_e}{h} \right)^3} = \Delta x \cdot f(x, h, v)$$

但し

$$v = \frac{Q}{hb}, \quad h_e = \sqrt[3]{\frac{a' Q^2}{gb^2}}$$

として Δx に對する Δh を計算し、 $x + \Delta x$ に於ける h の値を $h + \Delta h$ として順次に各断面に於ける h を計算し得る。然し断面の變化が稍甚しい時には C の値も之に相當して變化せしめる必要がある。數値計算には (7) 式を用ふるのであるが水面形の一般性質に就ては (6) 式から之を明かにする事が出来る。先づ無限の上流に於ける流れの状態を考えれば其處にては

$$h = \left(\frac{Q}{Cb_0 v_{i_0}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad h_e = \left(\frac{a' Q^2}{gb^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

であるから $h \geq h_e$ の關係が成立する爲には

$$i_0 \leq g/a' C^2 \quad \dots\dots (8)$$

が成立しなければならない。 $\leq$ の中で上は常流 (ordinary flow), 下は射流 (jet flow) なる事を示す。即ち Q に關係なく i_0 と C の關係のみによつて常流か射流かが定まる事になるが、實際には C の値は i_0 及び h にも關係するものであつて (8) 式から嚴格な限界を見出す事は出来ないが、大體 C が粗度によつて定まるものとし、又 h の變化があまり大きな範圍に亘らないものとするれば $i_0 = g/a' C^2$ の附近を除いて (8) 式が成立するものと考へられる。

次に限界條件として $x=0$ にて $h=h_0$ を與へて $x \leq 0$ の部分の状態を順次に調べる。

(1). $i_0 < g/a' C^2$ の場合

即ち充分に上流では常に常流状態を呈し、水深は上流に向つて

$$h_1 = \left(\frac{Q}{C^2 b^2 \sqrt{i_0}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$f^2 = \frac{Q^2}{C^2 b^2 i}$$

に近附いて行く。此處にて先づ次の三函數を考へる。

$$\left. \begin{aligned} F(h, x) &= i_0 - \frac{Q^2}{C^2 h^3 b^2} \\ G(h, x) &= i_0 - \frac{Q^2}{C^2 h^3 b^2} + \frac{a' Q^2}{g h^2 b^2} \frac{db}{dx} \\ H(h, x) &= 1 - \frac{a' Q^2}{g h^2 b^2} = 1 - \left(\frac{h_c}{h} \right)^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

但し $\frac{db}{dx} > 0$ である。又 (6) 式より

$$\frac{dh}{dx} = \frac{G(h, x)}{H(h, x)} \dots \dots \dots (6')$$

今 $F(h, x) = 0$, $G(h, x) = 0$ 及び $H(h, x) = 0$ を満足する様な h と x の關係を表はす曲線を畫き夫々に F 曲線, G 曲線及び H 曲線と名付ける。従つて H 曲線は各断面に於ける限界水深 h_c の値を表はすものである。又 G 曲線の h の値を計算するには $G(h, x) = 0$ より

$$h^5 + \frac{a' Q^2}{i g b^2} \cdot p b_1 c^{p-2} \cdot h - \frac{Q^2}{i C^2 b^2} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

$P(x) = \frac{a' Q^2}{i g b^2} \cdot p b_1 c^{p-2}$, $Q(x) = \frac{Q^2}{i C^2 b^2}$ とおけば $P(x) > 0$ であるから (10) 式は唯一つの實根を有する。その値は

$$h = \sqrt[3]{\frac{4P(x)}{3}} \sinh \theta, \quad \text{但し} \quad \sinh 3\theta = \sqrt{\frac{27Q(x)}{4P(x)^3}}$$

之等の三曲線を圖示すれば第3圖の様な形になり何れも單調減少曲線であつて、 $x = -\infty$ に向つて河床に平行な漸近線を有する。

而してある x の値に對して之等の曲線の表はすよりも大なる h の値に對しては

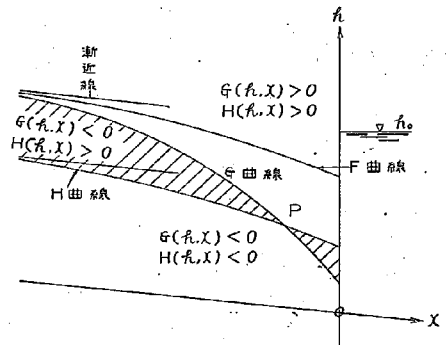
$$F(h, x) > 0, \quad G(h, x) > 0, \quad H(h, x) > 0$$

反對に h が之等の曲線の表はす値よりも小さければ

$$F(h, x) < 0, \quad G(h, x) < 0, \quad H(h, x) < 0$$

即ち G 曲線より上の部分にては (6) 式の分子は正となり之以下では負となる。又 H 曲線の上の部分にてはその分母が正となり之

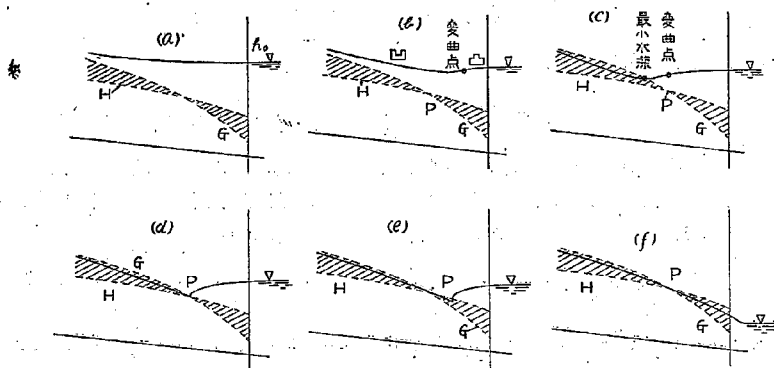
より下では負となるのであるから、第3圖中陰影を施せる部分にては dh/dx が負となり、曲線は x



第3圖

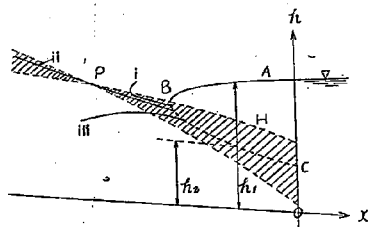
の正の方向即ち流れの下流の方向に低下する。この他の部分では (6) 式の分子及び分母は何れも正か又は何れも負であるから dh/dx は正となり、曲線は下流に向つて上昇する。而してこの水面曲線が G 曲線を切る處にて水面は河床に平行になり、 H 曲線を切る處にては鉛直となるのであるが、実際にはこの鉛直の水面を現はす前に跳水現象を生ずる事が多い。又 F 曲線及び G 曲線は同じ漸近線を有するが之は又水面自身の upstream 部に於ける漸近線である。

先づ h_0 がその位置 $x=0$ に於ける限界水深 h_c よりも大なる場合を考へれば、途中にて一度射流状態を現はすか否かは $x=0$ より計算を初めて上流へ進む場合に $G(h, x)$ と $H(h, x)$ の何れが先に零になるかによつて定まるのであるが、 h_0 が相當に大きくなれば射流は現はれないのが普通である。即ち第 4 圖に示す様に h_0 が非常に大きければ背水曲線は上方に凹となつて一様幅の水路の場合に



第 4 圖

近い形となるが、之が稍下れば $x=0$ の附近では水面は上方に凸曲線となり上流に進むに従ひ途中にて變曲點を経て上流の凹曲線部に連る。併し之等の場合は常に dh/dx は正であり、水深は下流に向つて増加する (第 4 圖の a 及び b)。更に h_0 が低下すれば水面曲線は變曲點を経て上方に凹なる曲線となりたる後に G 曲線と交り此處にて最小水深を現はし、之より上流部にては水面は上流に向



第 5 圖

つて上昇しつゝ G 曲線に近づく (第 4 圖 c)。之等の現象の起る位置は h_0 の他に水路幅の變化を表はす量 ρ が大に關係するのであつて、茲にはある定つた ρ の大きさに對して述べる。尙 h_0 が低下を續ければ最小水深の位置は次第に下流に移るが、 G 曲線と H 曲線の交點 P よりも下流に移れば、水面曲線は G 曲線に交る前に H 曲線に交る事になりそれより上流では射流状態の部分を生ずる (第 4 圖 d 及び e)。今第 5 圖中の點線 BC を水面曲線 AB に對應する射流水深の曲線、即ち AB 上のある點の水深を h_1 とすればその位置に於ける BC 曲線の表はす水深は次の如きものであるとする。

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{8a'Q^2}{gh_1^3b^2}} \right)$$

斯くすれば上流より流下する射流の水面曲線が BC と交る位置にて跳水現象が現はれるのであるから、射流状態としては無数の場合が可能なる如く見えるが、實際は G 曲線と H 曲線の交点 P を通る水面曲線のみが安定であつて他の場合は起り得ない。何となれば第 5 圖の曲線 i の如く水深が上流に向つて増大して水面曲線が H 曲線に交れば之より上流にては水面は上流に向つて低下しつゝ G 曲線に近付かなければならないが、之は H 曲線との交点の附近にて矛盾を生ずる。又同圖の iii の如く先づ G 曲線に交り射流としての最大水深を経て以後は上流に向つて漸減するものは G 曲線に再び近付く事が不可能である。従つて同圖の ii の如く上流に向つて水深を増しつゝ P に於て常流状態に變ずる場合のみが残る。即ち流下せる水が常流より射流に移る位置は h_0 の大きさに關係なく (6) 式の合点及び分子が同時に零になる處であつて、之は跳水現象の起る位置よりも上流の状態は h_0 の大きさに拘らず不變なる事を示す。 P 點の位置を求めるには其處にて

$$\left. \begin{aligned} h &= h_0 \\ i_0 - \frac{Q}{C^2 h^3 b^2} + \frac{a' Q^2}{g h^3 b^2} \frac{db}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left(\frac{a' Q^2}{g^2 b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{db}{dx} = -\frac{g}{a' C^2} - i_0$$

然るに

$$b = b_0 + b_1 e^{ax}$$

$$\frac{\left(\frac{b_1 a' Q^2}{g^2 b^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{(b_0 + b_1 e^{ax})^2} = -\frac{g}{a' Q^2} \left(-\frac{g}{a' C^2} - i_0 \right) \dots\dots\dots (12)$$

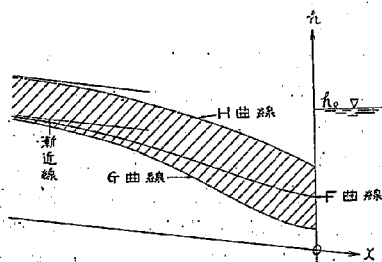
(12) 式より x の値は求められるがこの位置に於ける dh/dx の値は一般には計算する事が出来ない。之は P を通る水面曲線が (6) 式より得られる二種の曲線群の境界線に當るものであつて一種の極限値をなす爲であるが、大體の形は上述の二つの曲線群を書く事によつて決定される。⁴⁾

かくして求めたものはあらゆる h_0 に對する射流部及びそれより上流部の水面曲線であつて、尙殘る第 5 圖の ABC 曲線を計算して置き上の射流部の曲線が BC と交る點を求めれば、之が跳水現象の起る位置である。

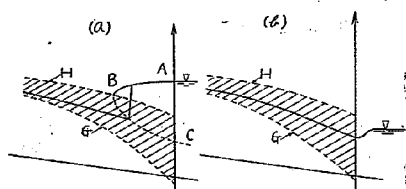
第 4 圖 (d) はかゝる場合 (第 4 圖の c) より前述の同圖 (c) の場合に變遷する時の状態を示すものである。 h_0 が更に低下して $x=0$ に於ける限界水深以下になれば第 5 圖 (f) に示す様になりこの曲線は P と $x=0$ の點の間でも不變である。

2. $i_0 > g/a' C^2$ の場合

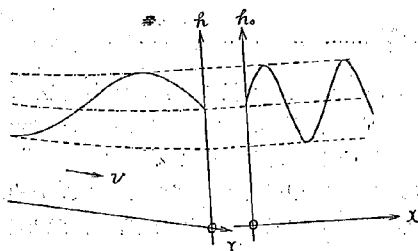
この場合は充分の上流では必ず射流状態であつて h_0 がその場所の限界水深よりも大ならば必ず跳水現象を作ふが、 h_0 が之よりも小さければ必ず射流状態にて終始する。第 6 圖はかゝる場合の F 曲線、 G 曲線及び H 曲線を示したものであつて前と同じく陰影を施せる部分にては (dh/dx) は負となり、その他の部分では之が正となる。又充分の上流では水面は F 曲線又は G 曲線と共通の漸近線を有する。



第 6 圖



第 7 圖



第 8 圖

この場合起り得る水面形は第 7 圖の (a) 及び (b) の二種であつてその他は總て起り得ない事は容易に知る事が出来る。又射流部の水面曲線にて (6) 式を満足しつゝ G 曲線に近付く様なものが無数に存在するか否かを見るに、かゝるものは少くも一つは存在する筈であるからそれが見出されたものとしてそれより上に更に一つが存在するものとすれば、第 6 圖の陰影を施せる部分にては、 dh/dx の絶対値は h と共に増大するのであるから後者の勾配は常に前者よりも大なる事となり矛盾を生ずる。同様にして第一のものの下方にも上の条件を満足するものは存在しない。かくして唯一つの状態のみが安定なる事は確められたがこの曲線は矢張り前の場合と同じく二つの曲線群の境界線をなすものであつて、その形を計算上より定める事は不可能であるから数回の試算より近似的に定めなければならない。

跳水現象の起る位置は $i_0 < g/a'C^2$ の場合と同じく豫め曲線 ABC (第 7 圖 a) を書いて置き之と射流曲線の交點の位置を求めればよい。然し h_0 が $x=0$ に於ける限界水深より小なる時は $x>0$ の部分の水面が $x \leq 0$ の部分の水面と連続的に連る爲に、水路が $x>0$ の水域内に幾分延長された状態となる。

次に同じ形の水路に於ける不定流の問題の一例として、かゝる形の河口を有する感潮河川の水

を考へる。この時の基本方程式は $a-1-2\eta=0$ として

$$-i + \frac{\partial h}{\partial x} + a' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 h} + \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{hv}{b} \frac{db}{dx} = 0 \quad (14)$$

境界條件は次の二種である。

$$x = -\infty \quad \text{にて} \quad Q = Q_0 = \text{const.} \quad (15)$$

$$x = 0 \quad \text{にて} \quad h = h_0 + h_1 \sin \sigma t \quad (16)$$

感潮河川の水流に就ては一樣幅の水路に対しても未だ充分なる理論的説明が與へられてゐないのであるから俄かに鐘狀水路に対する理論を明かにする事は甚だ困難である。従つて先づその大體の性質

を考へれば、水面は常に定流時の背水曲線に近付かんとするが一方に於て長波がかかる幅の變化を有する水路を進行すれば傳播と共に振幅は増大する傾向がある。²¹⁾ この場合は幅の變化と底勾配が共に存在する水路を長波が進行するのであるから上の二つの性質を共有してゐるのであるが、第一の性質は上流に進むに従つて振幅を次第に減少せしめる傾向のものであるから之等の二性質は相反する作用と言ひ得る。従つて實際の水面はその中間の性質を現はし、潮の影響は背水曲線より想像されるよりも更に上流にまで及ぶものと考へられる。

尙上に述べたる處は何れも、 $i_0 < g/a'C^2$ にて而も途中にて射流状態を現はす如き事のない場合であつて、射流状態の部分があれば波は之より上流には傳播し得ないから振幅の變化は之より下流の常流部に於てのみ考へられる事である。

今潮波の波頂の部分の部分を考へれば此處にては $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ であるから (13) と (14) 式より定流の場合の (6) 式に相當する式を作れば、

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i - \frac{v^2}{C^2 h} + \frac{a'v^2}{gb} \frac{db}{dx} - \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial v}{\partial t}}{1 - \frac{a'v^2}{gh}} \quad (17)$$

この時の水深はその断面に於ける最大水深であるから之を H にて表はし、又流量は上流より流下する量 Q_0 よりも大きいから之を $Q_0 + Q_1$ とする。波頂に於ける $\frac{\partial v}{\partial t}$ の符號は波が上流に向つて進む場合であるから正である。之等を考慮して (17) 式を次の如く書き改める。

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i - \frac{(Q_0 + Q_1)^2}{C^2 H^3 b^2} + \frac{a'(Q_0 + Q_1)^2}{gH^2 b^3} \frac{db}{dx} - \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial v}{\partial t}}{1 - \frac{a'(Q_0 + Q_1)^2}{gH^2 b^3}} \quad (18)$$

$\frac{\partial h}{\partial x}$ は最大水深の軌跡の傾斜を表はすのではないから記號 h を残す。茲に論ずる處は總て常流状態の範圍内に限られてゐるから (18) 式の分母は必ず正であつて、流量の大なる事は $\frac{\partial h}{\partial x}$ の絶對値を大きくする傾向を與へる。

波頂の極めて近くにては $\frac{\partial h}{\partial x}$ と $\frac{dH}{dx}$ は略一致するからこの部分のみを考へるものとすれば (18) 式は $\frac{dH}{dx}$ を與へるものと見做す事が出来る。(18) 式の表はす諸性質は底勾配が $i - \frac{1+2\eta}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$ に減少せるものと考へれば (6) 式の表はすものと同様である。而てその大さの關係に於ては矢張り數値計算によつて比較しなければならぬ。

洪水波の場合には上流からある流量が傳播するのであるから上流側の境界條件は (15) 式の代りに

$$x = -\infty \quad \text{にて} \quad Q_0 = Q_1 \sin \sigma_1 t \quad (19)$$

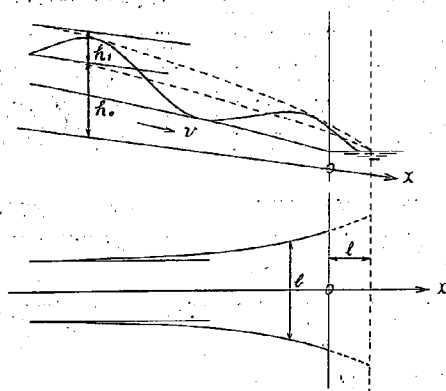
$$\text{或は} \quad x = -\infty \quad \text{にて} \quad h = h_0 + h_1 \sin \sigma_1 t \quad (19')$$

であつて河口側の條件は前と同じく

$$x = 0 \quad \text{にて} \quad h = h_0' + h_1' \sin \sigma_2 t \quad (20)$$

1) 土木學會誌, 第 19 卷, 第 9 號 “長波の變形に就て” 743 頁。

土木試験所報告, 第 27 號 “津波の變形の理論” 85 頁。



第 9 圖

である。然し斯くすれば波は洪水波と潮波の組合せたるものとなり甚だ煩雑であるから、洪水波の變化する状態を見る爲には潮波を無視して河口の條件を

$$x=0 \quad \text{にて} \quad h=0 \dots\dots (21)$$

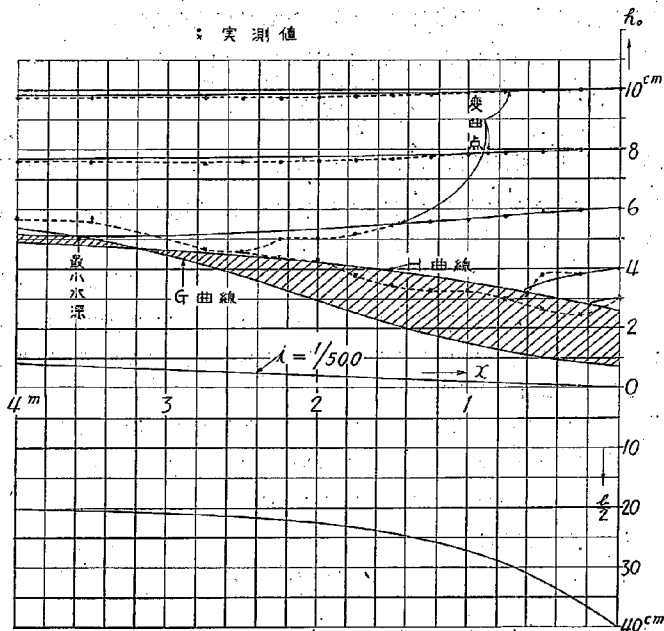
とする。實際には潮波がなくとも河口にて高水位が零とはならないから、河川が更に海中にある長さ l だけ延長せるものと假定して境界條件を

$$x=l \quad \text{にて} \quad h=0 \dots\dots (21')$$

とする方が實際に近い。

感潮水路の場合と異なる處は (13) 式中の $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ が最高水位の時間に於ては負となる點

であつて、水面形は長波に低下背水の性質を加へたものとなる。最高水位の時の流量は略 $Q_0 + Q_1$ で



第 10 圖

あるから各断面の最高水位 H を重ねた曲線に關しては式 (18) が成立するものと考へて差支へない。然しこの式より直ちに定流時の背水曲線との比較を行ひ難い事は感潮水路の場合と同様である。

II 定流の場合の数値計算例

茲には (7) 式の運用法を示し且後節に述べる實驗の結果と比較する爲に次の如き數値を與へて計算を行へる例を示す。即ち

$$\begin{aligned} b &= 40 + 40 e^{0.01x} \text{ cm}, & i_0 &= 1/500, & Q &= 10 \text{ l/sec} \\ C &= 500 \text{ cm-sec-單位}, & a' &= 1.1 \end{aligned}$$

然るに $g/a'C^2 = 1/281$ であるから $i_0 < g/a'C^2$ の場合に相當する。計算は $h_0 = 10, 8, 6, 4$ 及び 3 cm の五種に就て行つたが次の表に示ものはその中の $h_0 = 10 \text{ cm}$ の例である。尙之等の計算は常流状態の部分に對してのみ行つた。計算の結果は第 10 圖中の實線を以て示す。

第 1 表

$-x$	Δx	$-i_0 x$	e^{px}	$pb_1 e^{px}$	b	$\frac{a'Q^2}{g b^3}$	h_0	h	v	$-i_0 x + h$	分 母		分 子			Δh
											$\frac{h_0}{h}$	$1 - (\frac{h_0}{h})^3$	$\frac{v^2}{C^2 h}$	$\frac{h_0^2}{h^2} \frac{pb_1 px}{b}$	總計	
0	20	0	1.000	0.400	80.00	17.5	2.60	10.00	12.50	10.00	0.200	0.982	$\frac{4}{0.0625}$	$\frac{3}{0.0879}$	$\frac{2}{0.02817}$	0.0874
20	"	0.04	0.819	0.328	72.76	21.2	2.77	9.91	13.83	9.93	0.279	0.978	$\frac{4}{0.0770}$	$\frac{3}{0.0970}$	$\frac{2}{0.02893}$	0.0592
40	"	0.08	0.670	0.268	66.80	25.2	2.93	9.83	15.15	9.96	0.297	0.974	$\frac{4}{0.0929}$	$\frac{3}{0.01034}$	$\frac{2}{0.02941}$	0.0604
60	"	0.12	0.549	0.220	61.96	29.2	3.08	9.82	16.44	9.94	0.314	0.969	$\frac{4}{0.0110}$	$\frac{3}{0.01076}$	$\frac{2}{0.02966}$	0.0612
80	"	0.16	0.449	0.189	57.96	33.4	3.22	9.76	17.68	9.92	0.330	0.964	$\frac{4}{0.0131}$	$\frac{3}{0.01038}$	$\frac{2}{0.02957}$	0.0613
100	"	0.20	0.368	0.147	54.72	37.5	3.35	9.70	18.84	9.90	0.345	0.959	$\frac{4}{0.0146}$	$\frac{3}{0.01073}$	$\frac{2}{0.02927}$	0.0610
120	"	0.24	0.301	0.120	52.04	41.4	3.46	9.64	19.93	9.88	0.359	0.954	$\frac{4}{0.0165}$	$\frac{3}{0.01028}$	$\frac{2}{0.02868}$	0.0600
140	"	0.28	0.247	0.099	49.83	45.1	3.56	9.58	20.92	9.86	0.372	0.949	$\frac{4}{0.0183}$	$\frac{3}{0.00976}$	$\frac{2}{0.02793}$	0.0589
160	"	0.32	0.202	0.081	48.08	48.6	3.65	9.52	21.85	9.84	0.383	0.944	$\frac{4}{0.0201}$	$\frac{3}{0.00904}$	$\frac{2}{0.02703}$	0.0573
180	"	0.36	0.165	0.066	46.60	51.7	3.73	9.46	22.68	9.82	0.394	0.939	$\frac{4}{0.0217}$	$\frac{3}{0.00821}$	$\frac{2}{0.02604}$	0.0555
200	"	0.40	0.133	0.054	45.40	54.5	3.79	9.40	23.43	9.80	0.403	0.934	$\frac{4}{0.0234}$	$\frac{3}{0.00733}$	$\frac{2}{0.02496}$	0.0535
240	40	0.48	0.091	0.036	43.64	58.9	3.89	9.35	24.51	9.82	0.416	0.928	$\frac{4}{0.0257}$	$\frac{3}{0.00555}$	$\frac{2}{0.02296}$	0.0991
280	"	0.56	0.061	0.024	42.44	62.3	3.96	9.25	25.47	9.81	0.428	0.922	$\frac{4}{0.0291}$	$\frac{3}{0.00410}$	$\frac{2}{0.02129}$	0.0924
320	"	0.64	0.041	0.016	41.64	64.7	4.01	9.16	26.22	9.80	0.438	0.916	$\frac{4}{0.0300}$	$\frac{3}{0.00295}$	$\frac{2}{0.01995}$	0.0971
360	"	0.72	0.027	0.011	41.08	66.5	4.05	9.07	26.84	9.79	0.447	0.911	$\frac{4}{0.0318}$	$\frac{3}{0.00216}$	$\frac{2}{0.01898}$	0.0333
400	"	0.80	0.019	0.007	40.72	67.7	4.08	8.99	27.32	9.79	0.454	0.907	$\frac{4}{0.0332}$	$\frac{3}{0.00144}$	$\frac{2}{0.01812}$	0.0799

第 10 圖には G 曲線及び H 曲線の形を示した。 H 曲線は前掲の第 1 表によつて書く事が出来るが、 G 曲線は第 2 表の計算値より書いたものである。

第 2 表

x	$P(x)$	$Q(x)$	$\sinh 3\theta$	3θ	θ	$\sinh \theta$	$\sqrt{\frac{4P(x)}{3}}$	h	$-i_0 x + h$
0	43.846	31.2500	0.2795	0.276	0.0920	0.0921	7.6532	0.7049	0.7049
50	51.347	48.4037	0.3414	0.335	0.1117	0.1122	8.2741	0.9284	1.0284
100	50.352	66.7941	0.4863	0.469	0.1563	0.1566	8.1997	1.2841	1.4841
140	44.771	80.3854	0.6973	0.651	0.2187	0.2187	7.7261	1.6897	1.9697
180	36.604	92.0997	1.6807	0.937	0.3171	0.3171	6.9860	2.2153	2.5753
240	24.310	105.0172	2.2762	1.561	0.5438	0.5438	5.6932	3.0960	3.5760
280	17.621	111.0399	3.9002	2.071	0.7461	0.7461	4.8470	3.6163	4.1763
320	12.437	115.3476	6.8337	2.620	0.9882	0.9882	4.0709	4.0229	4.6629
360	8.905	118.5139	11.5877	3.145	1.2507	1.2507	3.4457	4.3095	5.0295
400	5.819	120.6186	22.3252	3.799	1.6323	1.6323	2.7857	4.5471	5.3471

III 実験設備及び方法

実験は内務省土木試験所赤羽分所内に設置せる幅 80 cm の鋼製水路及び幅 1 m の木造ガラス張り水路内に夫々木製の模型を作り之に水を流して行へるものである。模型は何れも前節の計算例と同じ数値を用ひて

$$b = 40 + 40e^{0.01x} \text{ cm}, \quad i_0 = 1/500$$

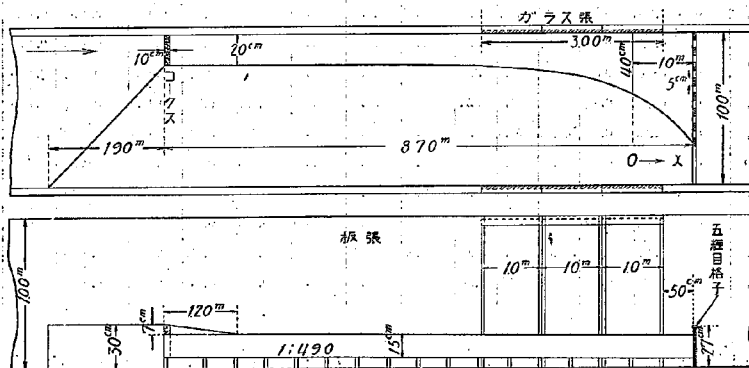
としたが、何れの場合にも水路幅の半分のみを作つて流量も流すべき量の半分とし全體の幅に亘る現象を想像する事とした。実験は大體次の如き三段に分つて行つた。

(1) 定流に関する試験

幅 1 m の木造ガラス張り水路内の模型にて観測を行ふ。その構造の概要は第 11 圖の如くであつ

一米水路模型圖

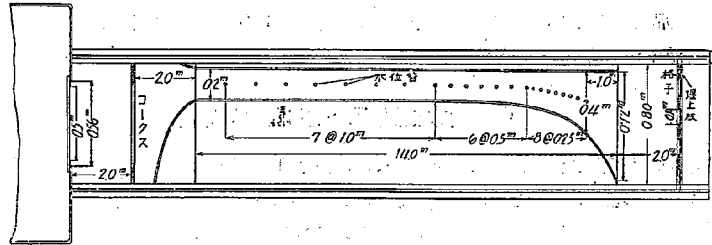
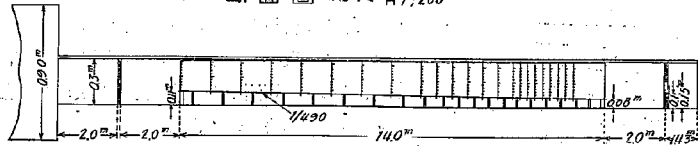
縦尺 1 : 20
縮尺 横 1 : 50



第 11 圖 水路模型構造圖

て、河口即ち $x=0$ の位置に於ける水位 h_0 は模型の下流側に設けた格子戸の開閉によつて調節する。又模型の上流側には 4 m の一様幅直線水路を設けて水路の長さの不足による缺點を補ひ、且流入部に於ける波動を鎮静せしめる。

平面圖縮尺 $H:100$
 $H:200$

断面圖 縮尺 $\frac{1}{1:20}$
 $\frac{1}{1:200}$ 

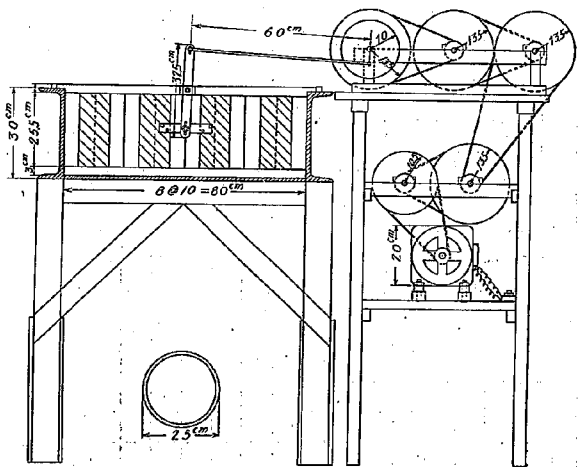
第 12 圖

水面形の測定は模型水路の中心線即ち實際には側壁より幅の $\frac{1}{4}$ の距離にある曲線に沿つて水面測
定針を用ひて行つた。

〔2〕 感潮水路に関する試験

幅 80 cm の鋼製水路内に第 12 圖に示す形の木製模型を作り定流の場合と同様に水位観測を行つた。この場合は不定流であつて水位観測が困難であるから、測定法としては水面測定針、水路床よりゴム管にて差壓計に連結せる水位管及び水路壁上に記入せる尺度を並用した。尚模型製作の精度不充分の爲に河底勾配は約 $1/490$ となつた。

潮波に相當する波を起す爲
には水路の下流側に設けたる
格子戸を第 13 圖の如き開閉
装置によつて水平方向の單弦



格子開閉裝置 縮尺 1/10

第 13 章

運動をなさしめ、従つて格子戸の開きは週期的に変化して河口の水位を変化せしめる。

〔3〕洪水波に関する試験

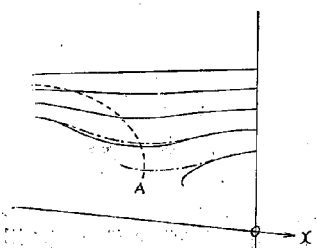
前の場合の水位調節格子を水路の上流側に移し波動が上流より傳播する様にした。この時の格子の位置は整流用コークスの上流約 50 cm とした。然しこの方法に於ては波形の不完全と波長の長さ爲に傳播速度の測定は殆ど不可能である。従つて傳播速度と水路幅の關係を見る爲には別に引上扉を設けて週期の稍短き波を作つて観測した。

IV 實驗結果及び之に関する考察

定流の場合の水面形實測の結果は $Q=10$ l/sec の例を前掲の第 10 圖中に點線を以て示した。之によつて直ちに計算値との比較を行ふ事が出来るのであるが、一方に於て計算値と雖も近似的の方法によつたものであるから、その中には若干の誤差が含まれてゐる

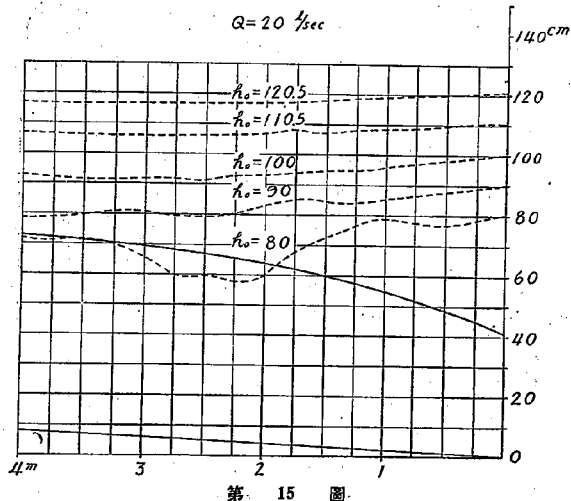
管であつて、計算値と實測値との完全なる一致は之を見ないのが却つて當然である。唯計算上の誤差が h を大きく與へるか小さく與へるかを知らる事は必要であつて、之を知つて初めて計算値と實測値との比較を行ひ従つて理論の精度如何を確める事が出来るのである。

この計算上の誤差に關しては先づ水面形が上方に凸なる部分にては計算値は大なる dh を與へ、従つて h の値も大きくなり、水面形が上方に凹なる時は反對に小なる h の値を



第 14 圖

與へる傾向がある事は明かである。然るに一方 dh/dx の絶対値は h の増加と共に減少するのである



第 15 圖

から、 $x=0$ の位置より上流に向つて計算を進めれば第 14 圖に示す如く最小水深を連ねた曲線 A に達する迄は計算より得たる水面曲線（圖中に鎖線にて示す）は次第に實際の水面より離れるが、曲線 A を過ぎれば再び實際の水面に近付く傾向を生ずる。

〔1〕定流に関する試験

前述の模型に對して流量を 10, 20 及び 30 l/sec の三種に変化せしめ、各々の場合に就て又 $x=0$ の水位 h_0 を種々に變化せしめてその時の水面の形を測定した。但し模型は水路の中

心線の片側のみを作つたのであるから實際に流した水量は 5, 10 及び 15 l/sec の三種である。

測定の結果の中に $Q=10$ l/sec の場合は既に第 II 章中の第 10 圖に點線を以て示した。 $Q=20$ 及び 30 l/sec の場合は第 15 圖及び第 16 圖に夫々に示す。何れも點線が實測せる水面曲線であつて、實線は各断面の限界水深を連ねた曲線である。

$Q=10$ l/sec の場合のみは第 10 圖によつて數值計算の結果と比較する事が出来る。前述の數值計算上の誤差を考慮しつゝ、

この圖を觀察すれば、數值計算に於ては流線の曲り等の影響を無視せるにも拘らず比較的良好に實測値に一致し、且第 I 章に述べたる水面形の諸性質を現はしてゐる。唯常流より射流に移る點 P の位置が計算と實測にて多少の相異が見られる。 $Q=20$ 及び 30 l/sec の場合に就ては數值計算の結果が無いが何れに於ても第 I 章に述べた理論を比較的良好に現はしてゐる。

(2) 感潮水路に関する試験

前節に述べたる設備を用ひて試験を行つたのであるが、その時の水位調節用格子の運動の週期、從つて之より生ずる潮波の週期は $2' 48''$ である。尚格子の他に第 12 圖に示す如く水位調節用の堰上板を格子の稍下流に設けて之によつて平均水面の高さを變化せしめた。

この試験に於ては各瞬間に於ける波形を悉く測定する事は不可能であるから、事實上最も必要なる各断面に於ける最高及び最低水位を測定した。尚比較の爲に $x=0$ に於ける最高水位を河口の水位 (h_0) とする如き走流狀態の水面曲線及び各断面に於ける潮波傳播速度の主要を測定した。測定は次の五種の場合に就て夫々前章に述べたる三つの方法を用ひて行つた。而してその結果は第 17 圖～第 21 圖に示す。

測定番號	1	2	3	4	5
流量 (l/sec)	10	10	10	20	20
堰上板の高さ (cm)	0	10	15	0	10
圖番號	第 17 圖	第 18 圖	第 19 圖	第 20 圖	第 21 圖

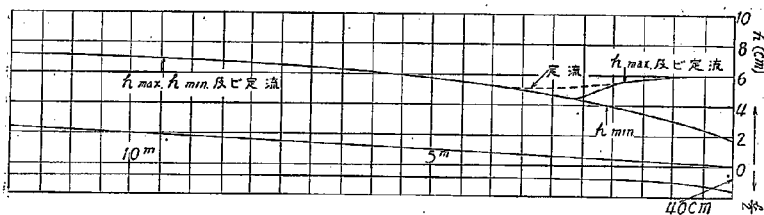
各圖に於て二つの實線は各断面の最高水位 h_{max} 及び最低水位 h_{min} を連ねたる曲線であつて測尺、測定器及び水位計にて測定せる結果を平均せるものである。又圖中の點線は $x=0$ に於ける最高水位

を h_0 とする定流時の水面曲線であつて同じく三種の方法にて測定せる結果の平均である。而してこの三種の方法による測定の相互の差違は大部分 2mm 以内の程度である。

之等の測定結果より見れば各断面の最高水位は何れも定流時の背水曲線以上昇る事は明かであつて、第 I 章に述べたる考察は誤なきものであると思はれる。又第 17 圖より見れば射流状態の部分の

1 $Q=10 \frac{1}{2} \text{sec}$

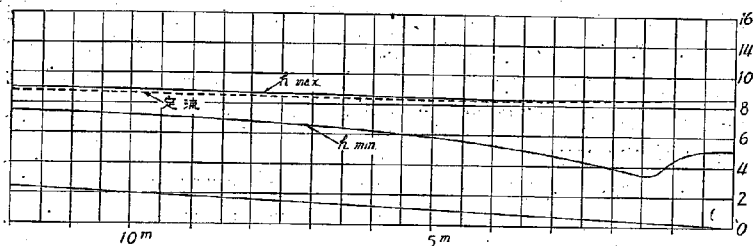
堰上板ナシ



第 17 圖

2 $Q=10 \frac{1}{2} \text{sec}$

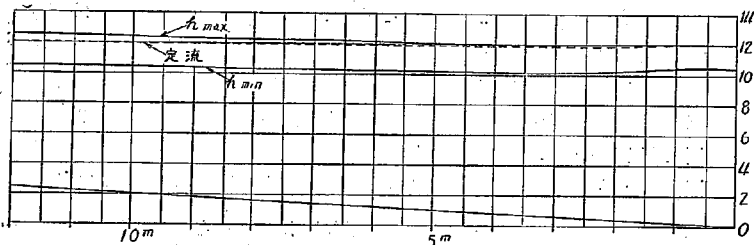
堰上板 10cm



第 18 圖

3 $Q=10 \frac{1}{2} \text{sec}$

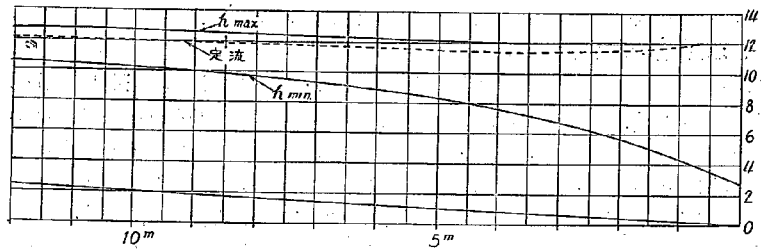
堰上板 15cm



第 19 圖

4. $Q=20 \frac{1}{2} \text{ sec}$

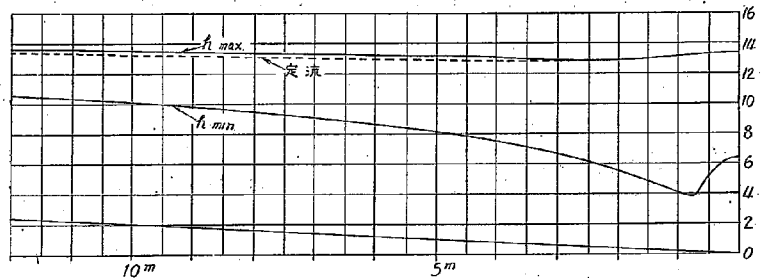
堰上板ナシ



第 20 圖

5. $Q=20 \frac{1}{2} \text{ sec}$

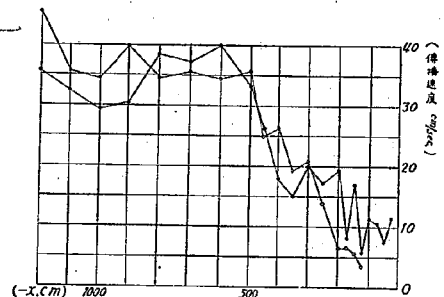
堰上板 10 Cm



第 21 圖

ある時は潮波は跳水の起る位置よりも上流に遡行し得ない事が知られ、且定流の場合と不定流の場合とによつて跳水現象の起る場所を異にする事が見られる。河口に於ける水位 h_0 と水面形との關係は定流時と殆ど異なる處がなく、流量の増加は H 曲線、 G 曲線 (第 I 章參照) 等の上昇を來して h_0 が低下せる時の如き水面形を生ずる。然し之等の量的關係は實驗の数が少き爲に充分に理論の不備を補ふには至らなかつた。

潮波の傳播速度に關しては水位計に現れたる波形の進行をストップウォッチにて測定したのであるが、測定の困難なる爲に得たる結果は甚だしく精度に乏しいものとなつた。第 22 圖は断面の位置とその断面に於ける波の傳播速度の



第 22 圖

關係を表はすものであつて、この測定値より河口附近に於ける傳播速度の變化する狀態の概要を窺ふ事が出来ると思ふ。

潮波の傳播速度の問題は本試験の主たる目的ではないのであるから實測の結果は上述の如く不充分のものではあつたが設備の關係上これ以上の精密なる測定は行はなかつた。

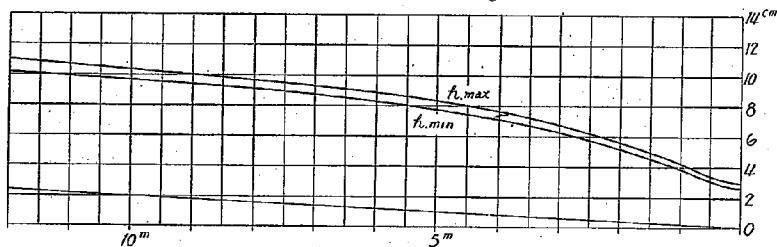
(3) 洪水波に関する試験

この試験を行へる設備は前述の如く水路の上流端に格子戸を設け之を週期的に開閉して波を起さしめたのであるが、洪水波に對して平時流量を或る量に保つ爲に初め格子戸を全閉時にも尙幾分の開きが存する様にしたのでのであるが、格子戸の開きが小さくなると同時にその両面の水位差が増す爲に波の振幅が著しく小さくなり明瞭なる波形を得る事が出来なかつた。従つて平時の水位のみを或る高さに保つ事とし模型の下流端にて約 7 cm の水深を保つ様に板を以て堰き止め、格子戸は全閉時には全く開きが残りぬ場合も作つた。尚格子戸の運動の週期即ち洪水波の週期は $1'45''$ 及び $27.2''$ の二種としその時の格子戸の開きの最小は夫々 20 cm 及び零である様な状態に就て試験を行つた。上流より供給せる流量は 20 l/sec (模型は半分の幅を有するのみであるから實際には 10 l/sec) である。

この試験に於ても水位は各斷面の最高及び最低を測定したのみであつて、潮波の場合の如く定流時と比較觀測を行ふ事も不可能であつた。水面の測定には水面測定器と壁面に記入せる測尺を並用した

1 15CM 格切高水週期 $1'45''$

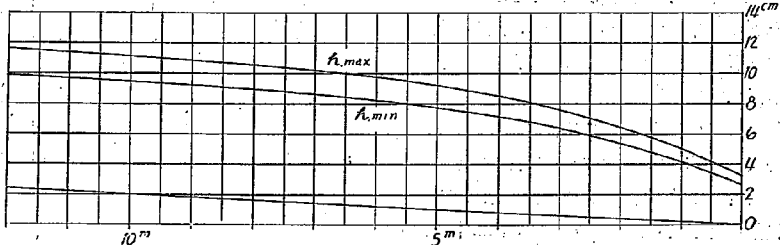
流量 20 l/sec



第 23 圖

2 格子全閉高水週期 $27.2''$

流量 20 l/sec

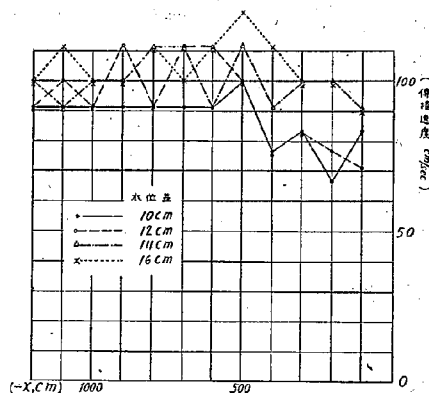


第 24 圖

のであるが第 23 圖及び第 24 圖に示せる實測曲線はこの二つの結果を平均せるものである。而して何れの場合にも兩者の差は甚だ小さく大部分は 1 mm 以下であつた。

之等の場合に相當する定流時の水面は最高水位曲線よりも僅かに低くなるものと考へられる。その程度は潮波の場合と大差なきものと見做し得ると思ふ。

洪水傳播速度の測定は潮波の場合以上に困難であつた。之は波形が潮波に於ける以上に不鮮明となる爲であるからこの場合は全然別な方法にて週期の比較的小さい波を作り、之を上流より下流に向つて傳播せしめて河幅の變化と傳播速度の關係を觀測した。波を起す方法は水路の上流端を上下に動く扉にて閉め切りその上流の水位を上げて扉の兩側にある水位差を與へて置き、扉を一定速度にて引き上げて波を下流に傳播させる。この水位差は 10, 12, 14 及び 16 cm の四種とした。



第 25 圖

かくして測定せる各断面の洪水波の傳播速度の大きさは第 25 圖の如き關係となつた。即ち河口附近に於ける傳播速度の低下は潮波の場合程に著しく現はれなかつた。測定の精度に於ても前者と大差なきものと思はれる。

V 結 言

前節までに述べたる處は鐘口状河口の流水に關する理論的竝に實驗的の説明であるから、之を幅一樣なる水路に於ける流水の諸現象と比較する事によつて河幅變化の影響を明かにする事が出来る。

定流時に於ける幅の變化による影響の主なるものは

1. 堰上げ背水にては河幅變化の大なる程、背水の影響は上流に及ぶ事が少い。
2. 河幅變化の大なる程途中にて射流狀態を現はし易い。而て一樣幅の水路にては $i < g/a^2 C^2$ にて河口に於ける水深 h_0 が限界水深以上なる時は途中にて射流狀態を現はすが如きは起り得ない事である。

之等の關係は第 1 章にて述べたる如く不定流に對しても略適用されるものであつて、尙不定流の最高水位に關しては河口の水位が定まれる時には定流時の水位よりも高くなる。然しこの不定流の問題に關しては此處に述べたるのみでは不充分であるから後日更に精密なる試験及び研究を行ひ度と思ふ。

以上に述べたる處は何れも河口の形狀は鐘口狀に擴がる場合であつて而も河狀は直線的であるが、實際の河口は必ずしもかゝる形狀を有するものではなく、殊に本邦の河川に於ては河口が却つて狭くなれるもの等が多く、河床勾配も實際には一樣ではないのが普通である。かゝる河狀に對しても理論的の取扱ひ方には大差ないのであるから本報告に述べたるものと同様に於てその性質を研究する事が

出来る。殊にその中の定流の問題に關しては (7) 式を用ひてその一般性質が明かにされる。¹⁾ 而して之等に就ても機を見て適當なる實驗を行ひ一般河口の問題解決に資し度いと思ふ。

本報告の作製に當り種々の數値計算、實驗及び製圖に關して本所々員岸田史雄氏に負ふ所が甚だ多い。茲に同氏の勞を謝する次第である。

1). 土木學會誌, 第 20 卷, 第 7 號 “不等速定流に關する二三の問題” 724 頁。
同, 第 20 卷, 第 12 號, 1435 頁。

下關海峡の潮流に関する模型試験 (禁轉載)

〔昭和 10 年 3 月 26 日下關要塞司令部許可済〕

本 間 仁

内 容 梗 概

下關海峡内に諸種の港湾施設を行へる場合に之等が當海峡内の潮流に如何なる影響を及ぼすかを模型試験によつて推測せんとせるものであるが、模型の大きさが不充分なる爲に止むを得ず試験結果に現れぬ點まで多少の推察を加へた。

目 次

[1] 概 論	(1)
[2] 豫備試験	(2)
[3] 模型及び測定方法	(6)
[4] 試験結果	(7)
[5] 結 言	(19)

[1] 概 論

下關海峡は本邦に於ける最も重要な航路の一に當り、而も潮流の極めて顯著なるを以て知られてゐる箇所である。又關門兩港の修築工事又は當海峡の改良工事とこの潮流の關係は頗る密接なるものがある。従つて本試験は海峡附近に於ける各種の改良工事又は港湾構造物の修築工事が潮流の狀態に如何なる影響を及ぼすかを知らんとして行へるものであるが、實驗に供した構造物は必ずしも實際に行はれてゐる計畫に則れるものではなく、その中の二三のものは全く架空的であつて潮流の性質を確める爲に便宜上考案せるものである。

本試験に於て取扱へる事項は

- 1) 小瀬戸の締切りが本海峡の潮流に及ぼす影響
- 2) 港内の構造物が海峡内の潮流に及ぼす影響

尙港内淺渚による潮流々速の變化に關しては本試験の如く模型の縮小率の甚しい場合にはその水理學的相似律に多大の疑問があるので實驗は行はず最後に若干の考察を附加するに止める。

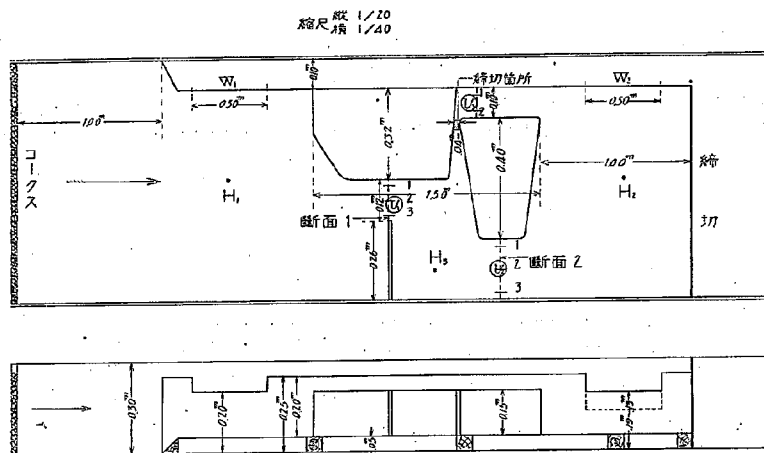
下關海峡の潮流を調査せる結果に就ては既に發表された文獻が多いから¹⁾以下に述べる處は大體試験の報告のみである。

本試験に關する資料の蒐集等に就ては内務技師前田一三氏の御盡力に負ふ所頗る多く、又模型製作、試験の實施及び製圖等に就て内務技師柄澤郡治氏を煩はす事大であつた。茲に兩氏に感謝の意を表する次第である。

1) 水路部發行；水路雜誌第 8 號，下關海峡の潮流（海軍技師 小倉伸吉）其他

〔2〕 豫備試験

前節に述べたる如く本試験事項の一つは小瀬戸の締切りが潮流の状態に及ぼす影響を見る事にあるが、この項目に関しては數量的にも多少の精度を欲するものであるから、先づ第1圖に示す如き幾何學的形狀の模型に就て現象の一般性質に関する試験を行つた。



第 1 圖

(1) 總説 この豫備試験の結果は又かゝる分岐水路に於ける河川の水流と潮流との性質の相異をも示してゐる。即ち河川の定流に於ては分岐水路の一つを締切るも流量に變化はないから、上下流側の水位が一定に保たれるならば分岐點附近にては増速が見られるのが普通である。然るに潮流に於ては締切りの結果として分岐點上流部の水面は若干の上昇を來し、爲に海峡を通過する流量は減少する。下關海峡の場合ならば小瀬戸の締切りによつて關門兩港前面の水面が上昇して、早瀬瀬戸附近の流速は減少し、大瀬戸附近にては多少の増速が考へられる。河川の不定流の場合には問題とする箇所の上下流側の水域面積が狭い爲に海峡の場合とは多少異り、洪水波の波頂附近にては前二者の中間の如き状態を現はすものと考へられる。

茲に試験せんとするものは潮波の週期が波頂の海峡通過に比して遙に長く、流れの状態は定流と見做して差支へなき場合である。

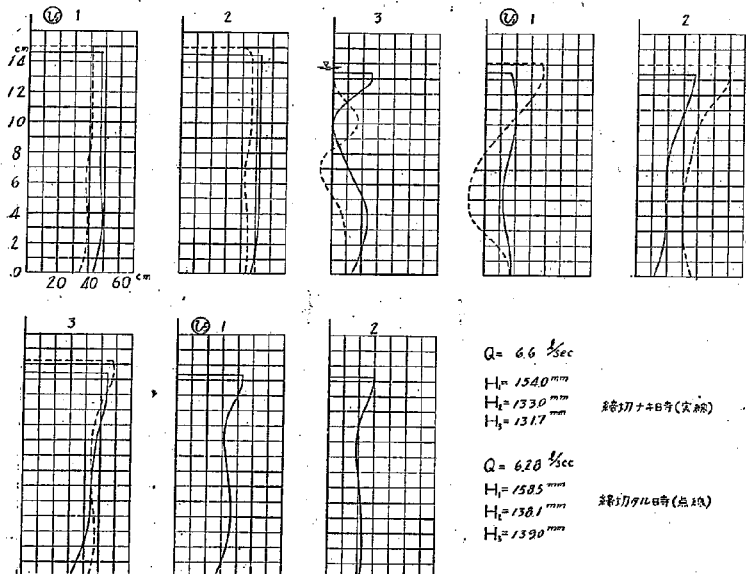
(2) 試験設備 當所赤羽分所内の 80 輕幅鋼製水路内に第1圖に示す如き木製の模型を作り之に一定流量の水を送つて試験を行へるものである。第1圖の平面圖に於て上方の五邊形の部分は下關側の陸地を表はし、梯形は彦島を、下方の突出部は門司岬を表はすものである。従つて地形は東西が實際と反對になつて居り、流れの方向は實際の西流の場合に相當するものとみである。分岐水路の一方の小瀬戸に相當するものは圖の如く木片によつて完全に遮水する事が出来る。上游の水位 H_1 は

溢流堰 W_1 によつて一定水位に保たれ、下游の水位 H_2 は調節可能なる溢流堰 W_2 によつて $H_1 - H_2$ が任意の一定となる様に定められる。

水位の測定には眞鍮製水面測定針を用ひ、流速は細きアルミニウム管を以て製作せるピトー管にて測定した。模型を通過せる流量は溢流堰 W_2 上の溢流水深より計算によつて求めた。

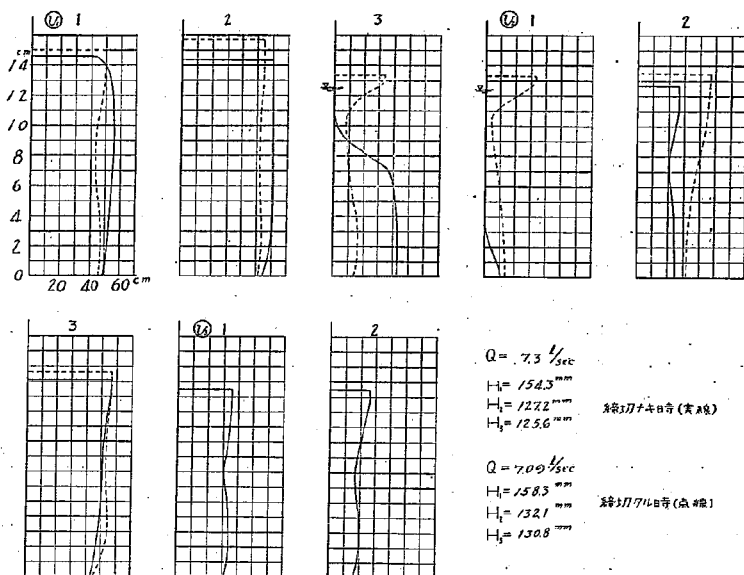
(3) 試験方法及び結果 試験水路に或一定流量の水を送れば上述の如く水位は W_1 によつて大體一樣に保たれる。然しこの溢流堰 W_1 が充分に大きくない爲に流量の變化に對して多少の水位變化を伴ふ、試験を行はんとする時はこの流量を加減して一定水深 H_1 とし、その時の断面 1, 2 及び 3 (第 1 圖参照) の流速及び W_2 の溢流水深、水位 H_2 等を測定する。次に分岐水路を締切り W_2 を高めて $H_1 - H_2$ が締切り前と同じ大きさになる様に調節する。從つて H_1 及び H_2 自身は僅小の増加を來し實際の現象とはやゝ相異なるが、その誤差は極めて僅かである。而し誤差は流速に稍大なる値を與へる性質のものであるから、締切りの影響は断面 1 には小さくなり断面 2 には大くなる傾向がある。この場合も前と同様にして断面 1, 2 の流速及び W_2 の溢流水深を測定する。

この試験に於ては H_1 を大體 160 mm に定め、 $H_1 - H_2$ の値として 7, 12, 17, 22 及び 27 mm の五種を採用した。然しこの中の水位差の小さいものは設備及び測定の誤差の爲に現象を明確に表はさなかつた。從つて次の第 2 圖及び第 3 圖には現象の最も明確に表はれてゐる $H_1 - H_2$ が 22 mm 及び 27 mm の場合の測定結果を示した。圖中の v_1, v_2 及び v_3 は夫々断面 1, 2 及び 3 の流速を表はすものであつて、實線及び點線にて表はす曲線は夫々記入せる位置 (第 1 圖参照) に於ける鉛直



第 2 圖

(3)

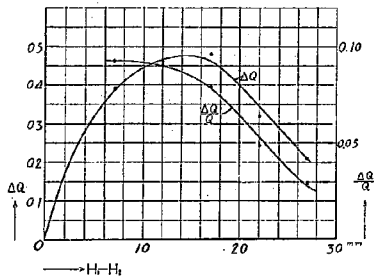


第 3 図

線に沿ふ流速分布曲線であつて、實線は締切りなき時、点線は締切りたる時のものである。

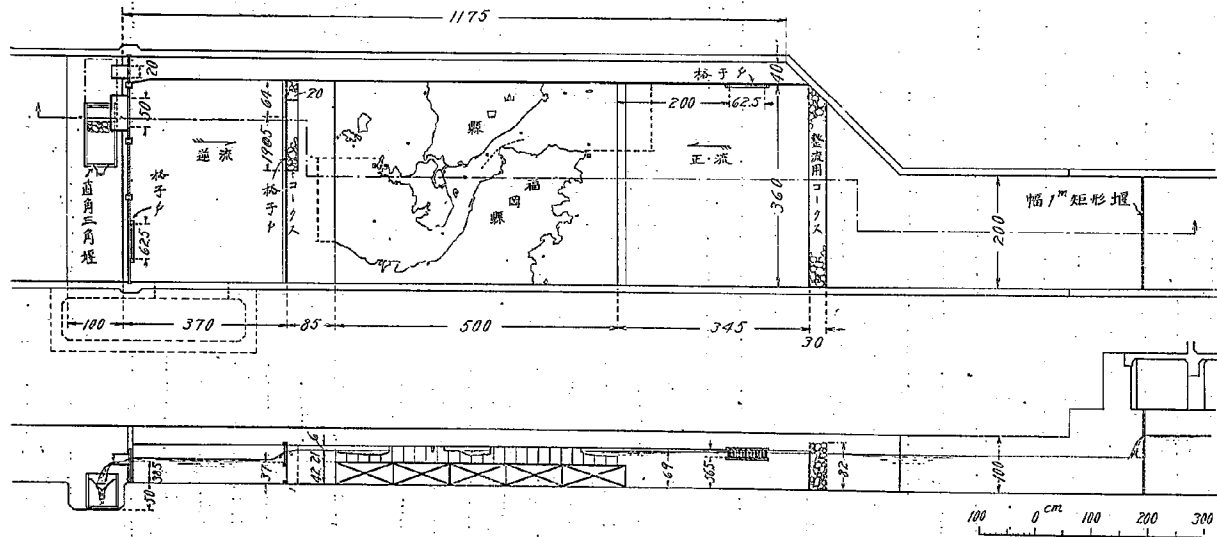
豫期された様に締切りを行つた後は水深 H_3 (第 1 圖参照) が増大し、従つて $H_1 - H_2$ は減少、 $H_3 - H_2$ は増加して流速 v_1 の減少及び v_2 の増加を來してゐる。又第 2 圖及び第 3 圖に見られる様に流速はその平均値の増減と共に分布状態にも變化を生じてゐる。斯くの如き流速分布曲線に變化を生じた原因は流線の方向の變化であつて、この現象は實際の場合にも多少現はれる事と思ふ。特に断面 1 の 3 の位置に於ける流速分布の變化は渦の形の變動の爲に相當に著しい。

流速の平均値の増減は流量の變化から推定した。即ち溢流堰 W_2 の溢流水深より短形堰の流量公式



第 4 図

を用ひて計算し、締切りを行ふ前と後の値の差をとつた。この流量の變化 ΔQ と水位差 $H_1 - H_2$ の大きさとの關係を上述の五回の試験につきて求めたる結果を第 4 圖に示した。之より締切りが流速 v_1 に及ぼす影響を推定する事が出来る。勿論この測定精度は可成り低いものであるから之は ΔQ の大きさの大體を與へる程度のものであつて、圖中にて水位差が 22 mm 及び 27 mm のものは他のものに比して ΔQ が比較的小さいが、之に關しては物理的の理由としては特に考へられるものがないから或は測定及び前述の如き測定法中



第 5 圖

(昭和 10 年 3 月 26 日下關要塞司令部許可済)

に含まれる誤差より生じたるものとも考へられる。海峡内の水位上昇即ち H_2 の増加を見ればこの二つの場合が却つて他の場合よりも大なる増加を示してゐるのであつて、第 4 圖が單に ΔQ の大きさを示す程度のもなる事を思はせる。故に此處には同圖中に示す様に流量變化の割合 $\Delta Q/Q$ (Q は縮切り前の流量) は 3~10% 位のものである事を指摘するに止める。

この豫備試験に於ては設備の不充分の爲に豫期せる精度に達する事が出来なかつたけれども、分岐水路の一つの縮切りが他の部分の水流の状態に及ぼす影響の一般性質を實驗的に確める事が出来た。

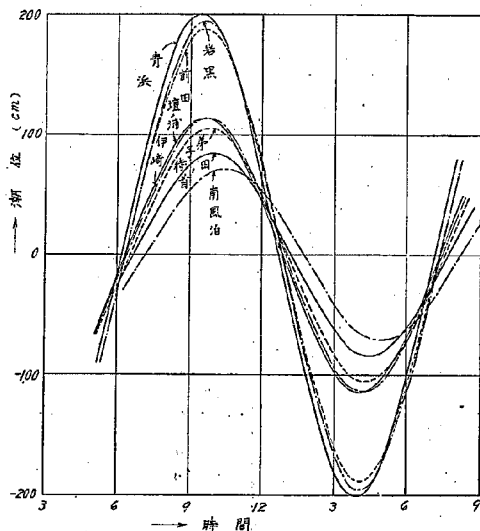
〔3〕 模型及び測定方法

前節に述べたる豫備試験の終了後同所内の工法試験水路 (幅 4 m) 内に下關海峡附近の海底模型を製作した。海底及び海岸線の形狀は海軍水路部發行海圖第 1225 號及び第 1226 號に據り、平均海面以上は鉛直壁狀とした。模型製作に使用せる材料は彫塑用白色粘土に約 5% のポートルランドセメントを混じ、水を加へて搗固めたるものである。

模型の縮尺は水平 3,750 分の 1 (15,000 分の 1 の海圖の 4 倍)、鉛直に 200 分の 1 とし、その範圍は第 5 圖に示す。模型の製作には先づ水路内に高さ 40 cm の床を張り、その上に海底の鉛直断面の形に切り取れる板を 20 cm の間隔に夫々に該當する位置に立て並べ、その間に上記配合の粘土を詰め表面を海底の形狀に削る。之を適當に乾燥せしめたる後、粘土の收縮による龜裂はバテにて補填し模型の表面全體に互つて厚くペンキ塗りを施して防水をなし實驗中にも數回塗り直しを行つた。

流速の測定は總てビトー管を用ひ、水面勾配は模型の底に埋め込みたる硝子管をベンゾール差壓計に聯結して測定した。差壓計の硝子管は略一樣なるものを用ひ、從つて表面張力の相異に對する補正は行はなかつた。流れの方向は流速測定の際にビトー管を廻轉せしめてその最大流速の方向より定め、渦の形狀等を知るには水面にアルミニウム粉末又は細かき紙片等を浮べてその運動を観察した。¹⁾

試験を行ふ前に先づ渦動の形狀が實際に最も近い状態を見出す爲に、下流側の水面の水位を零即ち平均海面水位に保ち (便宜上潮流が瀬戸内海側より日本海側に向つて流れる場合を正流、その反對の場合を逆流と名付けた。從つてこの下流側とは日本海側の水面を指す) 上流側の水位を調節して兩



第 6 圖 秋季朔望に於る潮位曲線

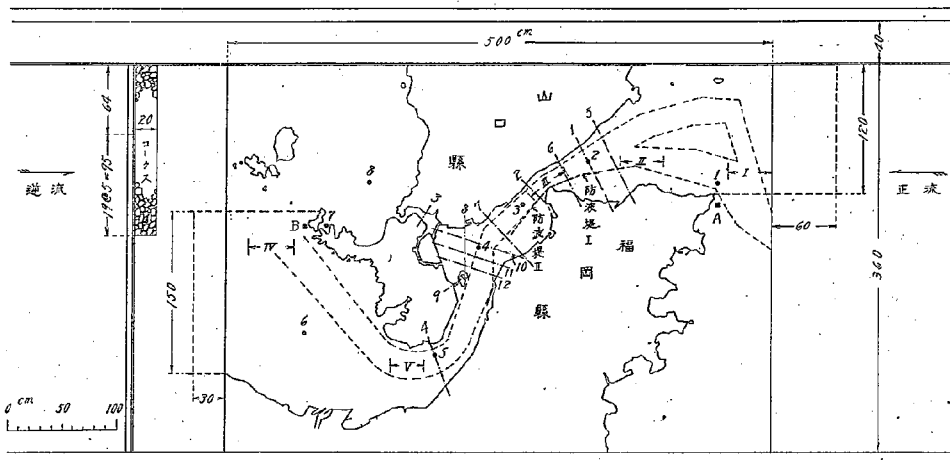
1) 模型の製作、測定の方法等に就ては次の二三の實驗報告を参考とした。
Rapporten en Mededeelingen van den Rijkswaterstaat. No. 26.
Wasserbauliche Modellversuche beim Abschluss der Zuiderzee. (Th. Rehbock)

水面の水位差を 7~9 mm の間にて變化せしめて渦の形狀を觀察した。實際の潮位差は第 6 圖の潮位曲線（同圖は秋季朔望時に於ける潮位曲線の一例を示す）を見れば青濱、南風泊の最大潮位差が 1.40 m の程度であるから之を模型の縮尺に改めれば 7 mm に相當する。従つて最大流速に関する量的の問題を取り扱ふ時に落差 7 mm の場合に就ても觀測を行つたが、流れの性質を見る時には渦の形狀及び流れの現象が比較的明瞭に現れる、9 mm の落差の場合に就て觀測を行つた。

尙各事項毎にそれに伴ふ特殊の觀測方法は次節に於てその事項の記述中に夫々に詳述する。

〔4〕 試驗結果

(1) 小瀬戸の締め切りが本海峡の潮流に及ぼす影響に就て 之は既に豫備試験に於ても觀測を行つた事項であるが此處には前よりも稍精密なる方法を用ひた。即ち上下流の水位を保持する溢流堰 W_1 及び W_2 は何れも調節可能であり、第 5 圖に示す様に之等の溢流堰はその大きさが模型に對し



第 7 圖

(昭和 10 年 3 月 26 日下関要塞司令部許可済)

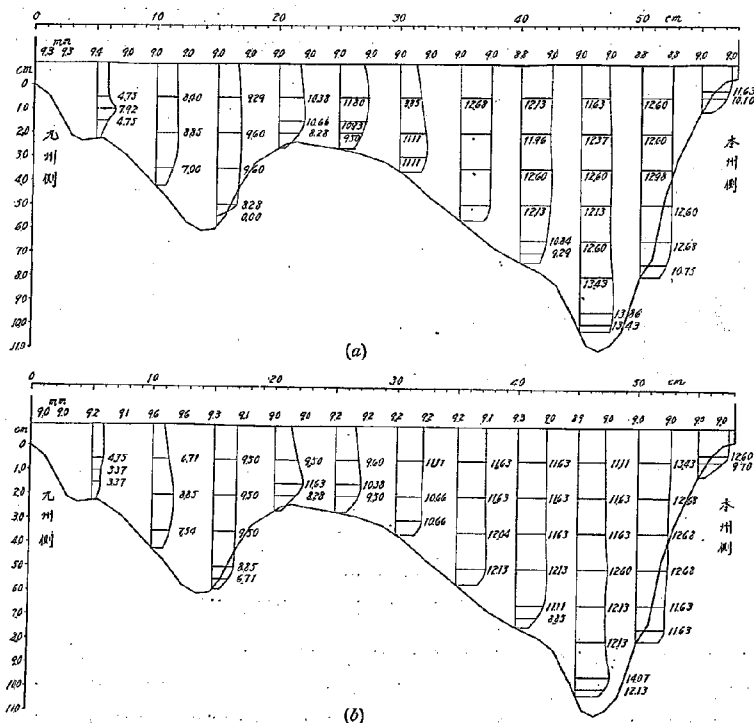
て比較的大きくポンプの流量の一時的不同 (pulsation) を減衰する。

試験を行ふ前の水位調節の方法は最初に上下流側の水位 H_1 及び H_2 (記號は〔2〕節の場合と一致せしめる) を與へられた大きさに保ちつゝ或る流量を流し、次に小瀬戸を第 7 圖の如く締め切りその時に流量はそのままにして H_1 及び H_2 の水面が最初の大さと一致する様に二つの溢流堰を調節する。 H_1 及び H_2 の水位は圖に示す A 及び B の位置に鉛直の針を固定し、水面が常にこの針の尖端に接觸する様に調節を行ふ。但しこの模型に於ては溢流堰 W_2 は堰頂の上下によつて調節するものではなく格子型としてその開きを増減するものであるから、此處にて海峡を通過する流量を定める事は困難である。従つて更に一段下に三角堰を設けて流量を測定する。この三角堰は正流の場合は第 5 圖の如き位置に置き逆流の場合は側溝の下流端に置く。第 7 圖中の 1~8 の番號を附せる小圓

は水面測定用硝子管の開口せる位置を示すものである。

先づ東西兩側水面の水位差が 9 mm の場合に就て行へる試験の結果に就て述べる。之は既に述べたる如く正流の時は第 7 圖中の B の位置にて水位を零に合はせ、A の位置の水位が +9 mm となる様に調節する。逆流の時は反對方向に或る流量を流して置き、A の水位を零に合はせて B の水位が +9 mm となる様に調節を行つた。

試験は第一に小瀬戸の部分即ち模型に於ける断面 3 を開放せる場合に断面 1, 2, 3 及び 4 (第 7 圖參照) に就て流速の大きさ及び分布状態を測定し、次に断面 3 を閉塞したる時に断面 1, 2 及び 4 の各點の流速を同様にして測定する。之を正流及び逆流の各々に就て行つた。之等の測定値の中にて



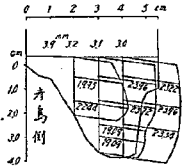
第 8 圖 断面 1, 正流

正流の場合のものは第 8 圖～第 11 圖に、逆流の場合のものは第 12 圖～第 15 圖に於て断面中の各測點の位置に断面に垂直な流速を cm/sec にて表はせる時の數字を記入する事によつて示す。各圖に於て何れも (a) は断面 3 を開放せる場合、(b) は之を閉塞せる場合の測定値である。

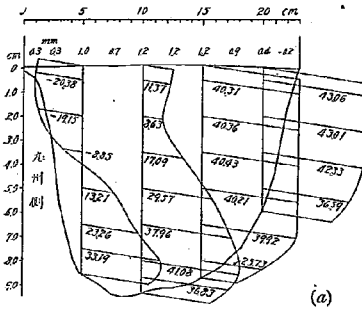
この流速測定に於ては前述の如く内徑 1 mm 程度のアルミニウム細管にて製作せるビトー管を使用したのであるから表面流速及び底流速の測定は殆ど不可能であつた。従つて圖に示す流速分布曲線

の水面及び水底附近の部分は他の部分の分布状態より推定せるものである。

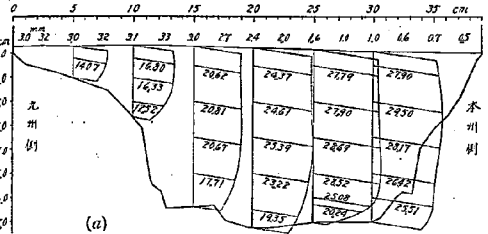
之等の流速分布状態を測定すると同時に流量及び海峡中心線に沿ふ水面の縦断曲線を測定した。海峡を通過する流量は小瀬戸開放の状態に於て正流の場合に平均 3.28 l/sec 、逆流の場合に平均 4.10 l/sec で、小瀬戸を閉塞せる後



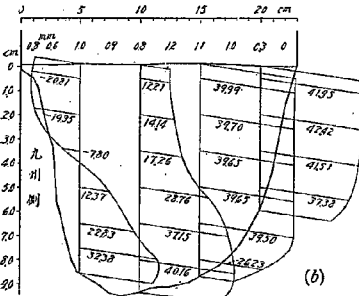
第 10 图 断面 3, 正流



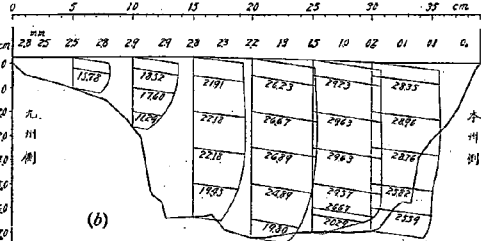
(a)



(a)



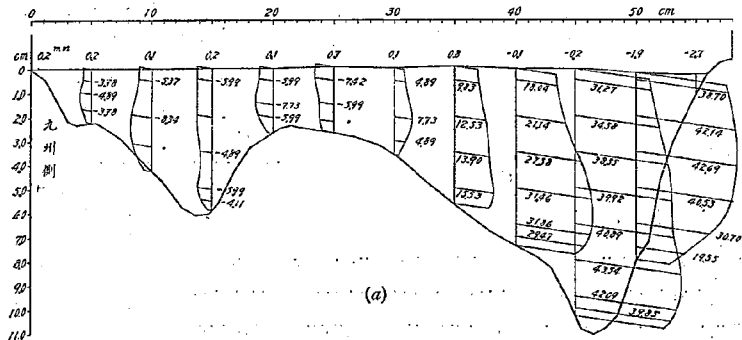
(b)



(b)

第 9 图 断面 2, 正流

第 11 图 断面 4, 正流



(a)

第 12 图 断面 1; 逆流

の時に観測に於ても見られてゐる。水面縦断面曲線に關しては後に他の場合の測定値と共に圖示する。

次に東西兩側水面の落差が 7 mm 及び 8 mm の場合に就ては流速の分布状態は 9 mm の落差の場合と殆ど同じであるから圖示する事は省略する。流速の大きさの關係を明かにする爲に断面 2 及び 4 に於ける最大流速の大きさを次の表に示す。(流速は小瀬戸を開放せる時の値である。)

	断面 2		断面 4	
	落差	正流	正流	逆流
7 mm		36.45 cm/sec	28.42 cm/sec	25.08 cm/sec
8 mm		37.70 "	— "	26.49 "
9 mm		43.06 "	31.40 "	29.50 "
			27.08 "	

海峡を通過する流量の平均値は次の表の如き値となつた。

	落差 7 mm, 正流	同左, 逆流	落差 8 mm, 正流
断面 3 開放	2.81 l/sec	3.71 l/sec	3.01 l/sec
" 閉塞	2.71 "	3.75 "	2.97 "

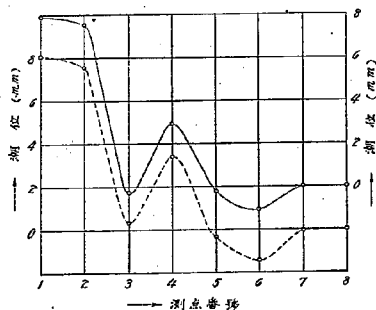
落差 7 mm にて逆流の時は断面 3 を閉塞せる場合の方が却つて流量が大となつてゐるが、之は實驗方法の精度の不足に基くものであつて、閉塞が流量に及ぼす影響の小さい事を表はしてゐる。

尚流速及び流量に關する相似律等に就ては〔5〕節に於て多少の考察をなす事として此處には單に實測の記録を掲げるに止める。

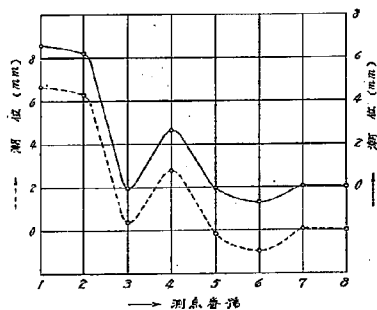
水面の横断面曲線は各流速圖中に記入してあるが第 16 圖の曲線は水位計より觀測せる水路の中心線に沿ふ各點の水位である。水位觀測點の位置は第 7 圖に見る様に等距離にはなく、又その間の流線の形も必ずしも一定ではないが、同圖に於ては單に各點の水位の關係のみを示す爲に測點を一直線上に等距離に置いた。流心に沿つて測れる各測點間の距離は大體次の如くである。

1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—8
125 cm	75	58	110	125	180

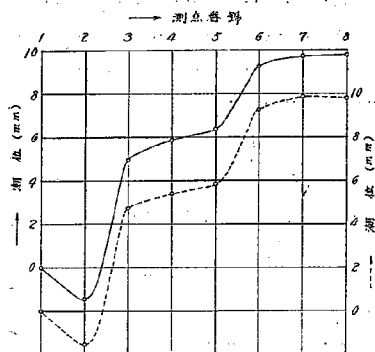
之と第 16 圖より得た落差より二測點間の勾配を知る事が出来る。第 16 圖中にて (a) は兩側水面の落差を 9 mm として正流の場合、(b) は落差 7 mm にて正流の場合、(c) は落差 9 mm にて逆流の



第 16 圖 (a)



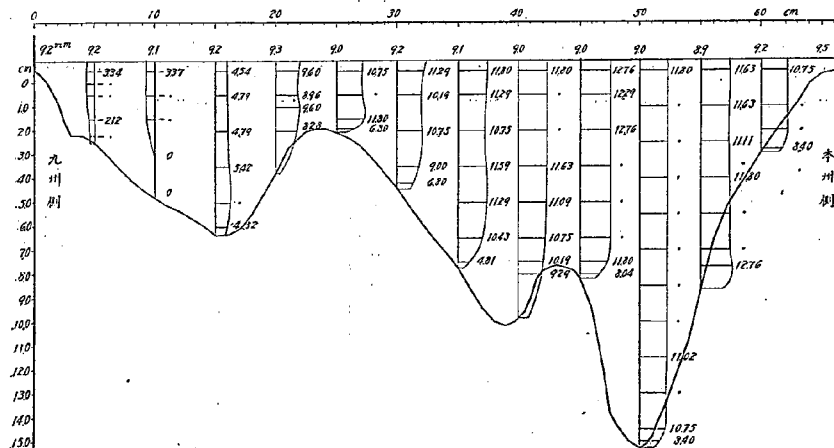
第 16 圖 (b)



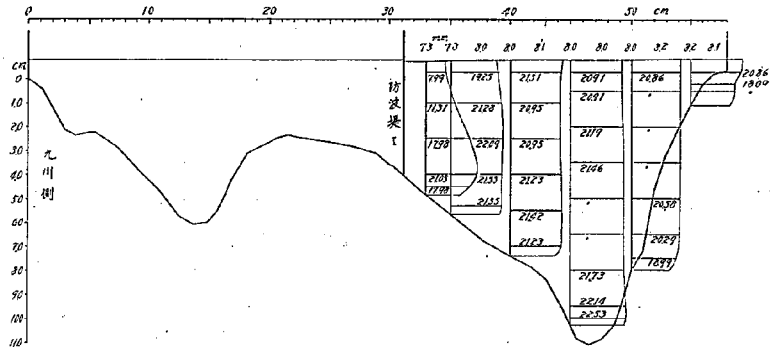
第 16 圖 (c)

参照). 防波堤の模型は亜鉛引鐵板を鉛直に立て、下部を粘土の模型中に埋め込みたるものであつて高さは平均水面上 5 cm である。

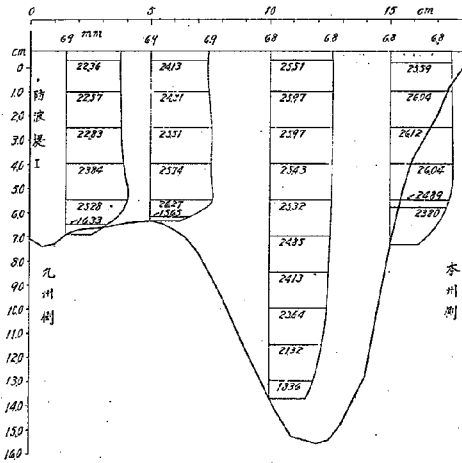
之等の各断面に於ける流速分布状態の測定値は正流の場合を第 17 圖～第 21 圖に、逆流の場合を第 22 圖～第 26 圖に示した。之等の圖中の断面の各點に於ける流速の大きさを前掲の第 8 圖～第 11 圖又は第 12 圖～第 15 圖の流速分布曲線より得られる値と比較すれば、かゝる形の防波堤の存在による流速の大きさ及び渦の形狀の變化の状態を見る事が出来る。特に正流の場合は門司崎による大きな縮流が除かれる結果として、最強流速の生ずる断面 2 の附近にては流心は多少南に寄り、最大流速の大きさも防波堤なき時に比して僅に減少を見せてゐる。又最強流速の生ずる位置も多少上流に移る筈であるが、流速を測定せる断面の数が少い爲に實驗結果より確める事は出来なかつた。逆流の



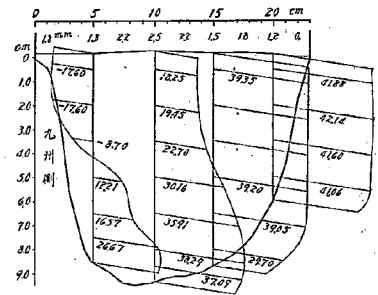
第 17 圖 断面 5, 正流



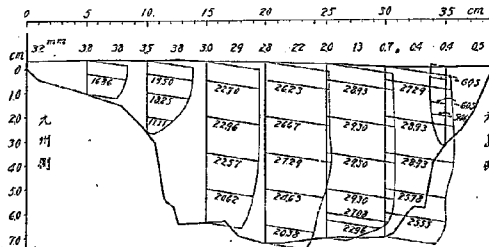
第 18 圖 断面 1, 正流



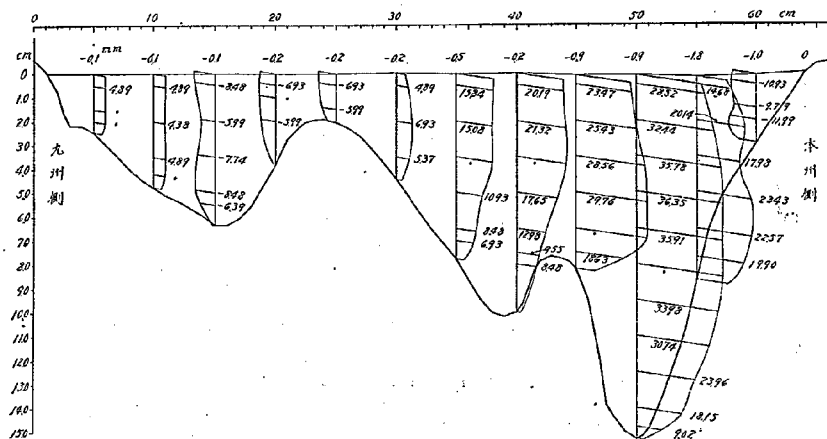
第 19 圖 断面 6, 正流



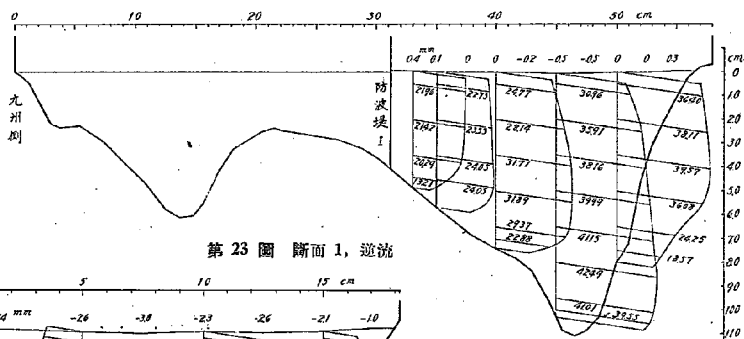
第 20 圖 断面 2, 正流



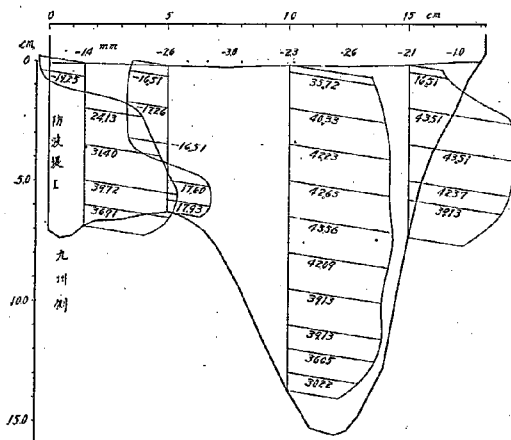
第 21 圖 断面 4, 正流



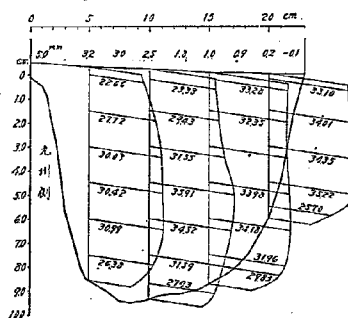
第 22 圖 断面 5, 逆流



第 23 圖 断面 1, 逆流

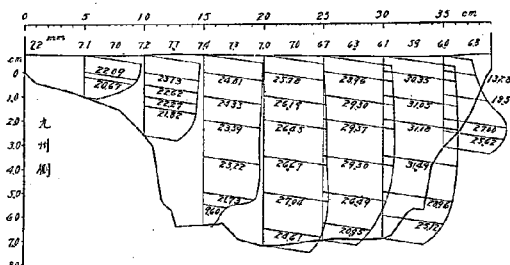


第 24 圖 断面 6, 逆流

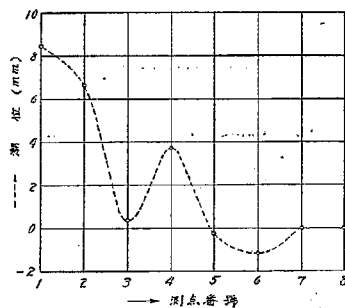


第 25 圖 断面 2, 逆流

場合には渦の形状及び流速の大きさ、分布等は門司埼東側の渦を除き何れも防波堤なき場合と殆ど異なる處がない。即ちこの時は防波堤 I は殆ど流れの状況に影響する事がなく、最大流速は断面 6 の附近にて生ずる。



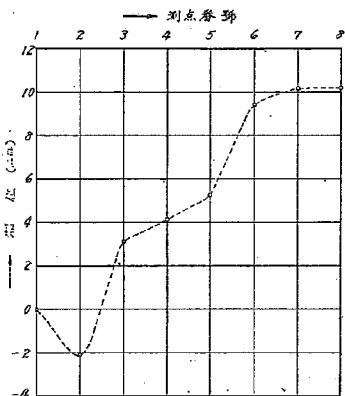
第 26 圖 断面 4, 逆流



第 27 圖 (a)

防波堤 I のある場合に海峡を通過する流量は正流の時に平均 3.25 l/sec 、逆流の時に平均 4.45 l/sec で何れも防波堤なき場合に比すれば $3\sim 8\%$ の程度で増加してゐる。即ち流速の分布状態が稍平均して、且平均流速に於ては稍増加せる事を示してゐる。従つて之より縮流による損失の程度をも見る事が出来る。

水位曲線は第 16 圖と同じ方法にて畫けるものを第 27 圖に示す。(a) は正流、(b) は逆流の場合であつて、點線を用ひたのは前と同じく断面 3 を縮切りたる状態なる事を表はす爲である。之を第 16 圖の (a) 又は (c) と比較すれば、防波堤東端部に該當する測點 2 附近の水位が正流逆流共に特に著しく低下してゐる事が見られる。



第 27 圖 (b)

次に防波堤 I を取り除き第 7 圖に II を以て示せる防波堤 (門司埼より西側に突出して北側より門司港を圍む) を取り付け、前と同じく正流及び逆流に對して観測を行つた。流速分布を觀測せる断面は 1, 6, 2, 7 及び 4 (第 7 圖参照) であつて東西兩測水面の落差は 9 mm である。

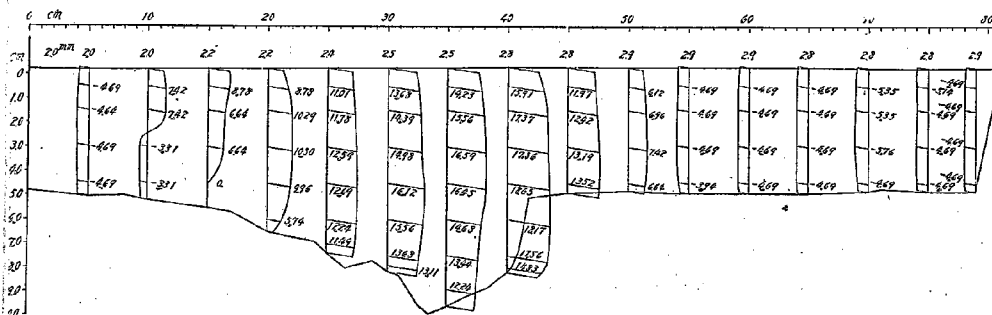
測定せる流速分布曲線は全部之を省略するが、得たる結果の主なるものを挙げれば、正流の場合には門司埼の稍下流にて小さな渦動を生じてゐるが之は表面のみで底部に及んでゐない。最大流速は断面 2 の附近にあり、測り得たる最大値は 40.87 cm/sec である。この時の通過流量は平均 3.81 l/sec であつた。逆流の場合は流速分布は可成り均一であるが最大流速は断面 2 の附近にあつて 41.37 cm に達した。その時の通過流量は平均 3.81 l/sec で防波堤のなき場合又は防波堤 I のある場合よりも小さくなつてゐる。尙この場合の著しい現象は門司港内に起るセイシュであつて港の最奥端にて波高 10 mm に及びその週期は 3.93 sec であつた。このセイシュに伴つて下關港前面に當る水面も波高數倍

程度の振動を生じた。門司港の最奥端より彦島東岸までの距離は模型上にては約 1.20 m であつてこの附近の水深は平均 4 cm 位であるからこの水域の自由振動週期は

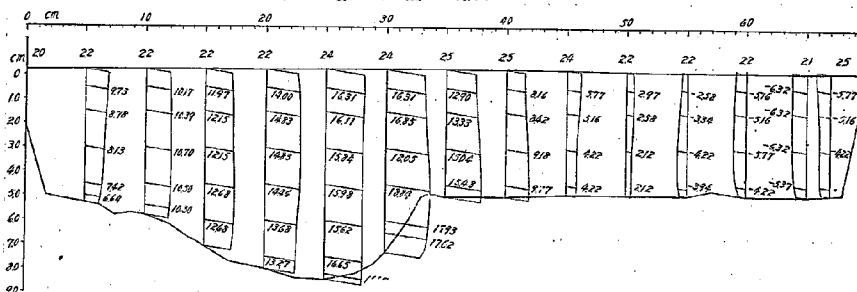
$$1.8 \times \frac{120}{\sqrt{980 \times 4}} = 3.45 \text{ sec}$$

であるから上述の測定値に近い値となる。即ちこのセーシユの現象は彦島が存在によつて助成されてゐるものと考へられる。

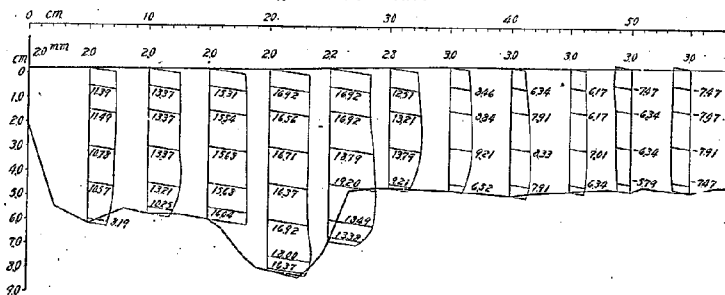
(3) 下関港前面の水流 小瀬戸の締切りによつて水流の状態に最も大なる變化を生ずる場所は



第 28 圖 断面 10



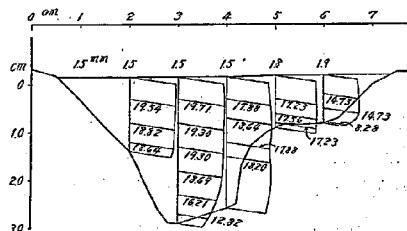
第 29 圖 断面 11



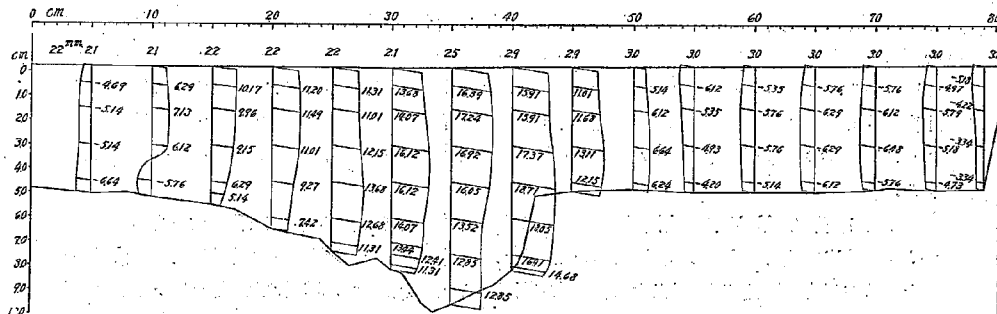
第 30 圖 断面 12

下関港前面の水域である。この附近の状態を明かにする爲に小瀬戸を締切りたる場合に於て更に彦島と巖流島間の水路（第7圖に於ける断面9）を締切りたる時と之を開放せる時に就て、この附近の水流の流速分布を落差9mmの正流の状態に就て測定した。断面8に於ける流速を見るに断面9の締切りの影響は巖流島に近き部分の流速を減少せしめると同時に、下関岸附近の小渦動を消失せしめてゐる。而して最大流速の大ききの減少は24.33 cm/sec なりしものが19.85 cm/sec となつた。断面8の西側は水深浅く亂流となる爲に流速を測り得なかつたが断面9の締切りにより流速の低下する程度は相當に大きい。

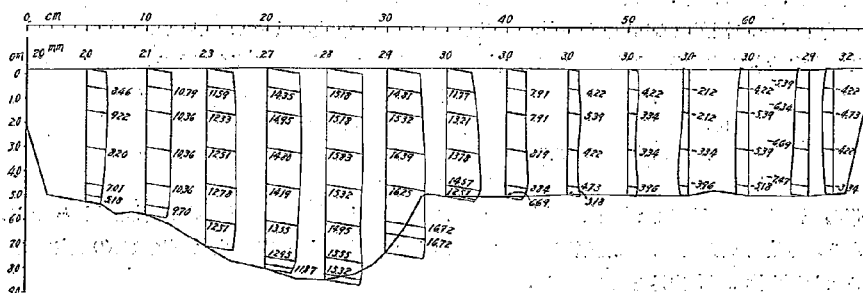
然し乍らこの下關と彦島の間の海面を將來港として使用せんとする時はこの部分の水深が増加するから水流の状態も相當に變化する筈である。従つてこの部分を水深 50 mm (實際の 10 m に當る) に浚渫し第 7 圖の斷面 10, 11 及び 12 に就て前と同様にして流速分布を測定した。測定は落差 9 mm にて正流且つ小瀬戸締切りの場合に限つたが彦島と嵯峨島との間即ち斷面 9 は開放の場合と縮



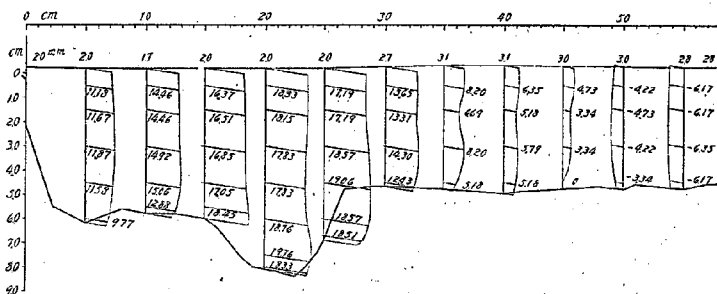
第 31 圖 斷面 12



第 32 圖 断面 10 (断面 9 縮切り)



第 33 圖 断面 11 (断面 9 縮切り)



第 34 圖 断面 12 (断面 9 締切り)

切りの場合との二種に就て行つた。第 28 圖～第 31 圖に示すものはこの断面 9 を開放せる場合の各断面の流速分布曲線を示せるものであつて、第 32 圖～第 34 圖は断面 9 を締切りたる場合の各断面の流速分布曲線である。前と同じく流速は断面にほぼ直角に取つてゐるが大體之が平均の水流の方向となる様に断面の位置を撰んだ。

第 28 圖と第 32 圖、第 29 圖と第 33 圖、第 30 圖と第 34 圖とを夫々に比較すればこの水面の西側には断面 9 の状態如何に拘らず常に略同じ大の渦を生じてゐることが見られる。然しその東側の流速は断面 9 の閉閉によつて相異を示してゐる。即ちその變化の最も著しい断面に於ては海峡の流心部にて最大流速が 18.00 cm/sec なりしものが断面 9 の締切りによつて 19.76 cm/sec に増加する程度である。下關港前面の海面は大部分が常に略同大の渦にて占められるのであるが之は渦の迴轉速度に於ても大なる變化はなく、唯全體として形が多少變化すると考へられるのみである。従つて断面 9 の締切りの影響は海峡流心部の水流に及ぼす眞は大いいが下關港前面に及ぶ影響は小さいと思はれる。

(4) 海峡内に於ける波の傳播速度 之まで行へる試験は總て潮流を定流と假定せるものであるから最強流速の附近に於てのみ當嵌まると考へられる。此處にはその缺點を補ふ意味に於て防波堤の如き構造物が波の傳播速度に及ぼす影響に就て簡單なる試験を行つた。模型の上流端又は下流端より波高 10 mm 前後の波を送り、第 7 圖にて $I, II, \dots, VI$ を以て示せる矢印の部分にて傳播速度を測定した。但しこの模型は下關港前面を液漑せざる状態である。¹⁾

測定の極めて困難なる爲に結果は精度に乏しいが、大體の程度を示すものとして次に表を以て示す。この表中 (a) は防波堤なき場合、(b) は防波堤 I 及び II の兩方がある場合である。

	I	II	III	IV	V	VI
(a)	4.5	4.5	5.0	4.0	—	4.0
(b)	5.5	5.5	6.0	5.2	4.0	4.8

(單位は cm/sec)

但し I, II 及び III は上流側より波を送れるもの、 IV, V 及び VI は下流側より波を送れるものである。防波堤の存在によつて傳播速度の増加する事は當然考へられるが增加の程度はこの測定の結果によれば大體 20% 内外となつてゐる。

1) 本試験は前節の下關港内の水流に関する試験よりも前に行つたものである。

〔5〕 結 言

(1) 小瀬戸締切りの影響 之は試験の點より見れば最も容易な問題であるから比較的明かな結果が得られてゐる。即ち正流の時は海峡を通過する流量は小瀬戸締切りによつて 4~5% を減じ、從つて断面 2 に於ける最下流速もその程度の減少を來してゐる。唯測定の結果に於ては逆流の時の測量の變化が殆ど見られず、断面 2 に於ける流速も増減しない、断面 4 即ち大瀬戸の流速は正逆何れの場合にも小瀬戸締切りの結果として増大するが之は當然の事である。増加の量は第 11 圖又は第 15 圖に見られる程度であつて、断面 2 に於ける最大逆流の大きさにまで達する事はない。

之等の流速の變化は測點 3 及び 4 の附近の水面即ち早瀬瀬戸と大瀬戸の間に位する幅廣き部分の水面の昇降によるものであつて、小瀬戸の締切りによりこの水面は正流の場合は昇り逆流の場合は下る。第 16 圖 (d) より見れば正流の場合に於ける測點 3 附近の水位上昇は約 0.4 mm であつて、測點 2 及び 3 の間の落差を約 6.2 mm より約 5.9 mm に減する。而して之によれば早瀬瀬戸の流速は約 3% を減する事となる。之は直接測定した結果と稍異なるが水面測定にも誤差が相當に含まれるから直ちに何れを正しいとも言ひ得ないが、此處には試験の結果として得たる流速の減少を 3~5% として置く。逆流の時は同圖 (e) より見れば測點 4 附近にて約 0.5 mm 測點 3 附近にて約 0.3 mm の水面低下を來してゐるのであるから断面 2 の流速は多少の減少を見るべき筈であるが實測の結果には之が充分に現はれなかつた。

上述の數値は總て海峡兩側の落差 9 mm の場合であるが、次にこの落差が 7 mm の場合即ち實際の落差 1.40 m に相當する状態に関する數値を見るに、最大流速に就ては既に第 11 頁に示した様な値となつてゐる。平均流速の水利學的相似律は水平の縮尺を $1/n_1$ 鉛直の縮尺を $1/n_2$ とすれば

$$\frac{v'}{v} = \frac{C' \sqrt{n_1}}{C n_2}$$

但し v, v' は實際及び模型の平均流速、 C, C' は實際及び模型に對する平均流速公式の係數である。この場合は

$$n_1 = 3,750, \quad n_2 = 200$$

であるから

$$C'/C = 1/3$$

とすれば

$$v'/v = 0.1021$$

この平均流速に對する相似律が上記の最大流速に對しても大體適用されるものと考へれば、¹⁾ 測り得たる最大流速 36.45 cm/sec に相當する流速は約 35.67 cm/sec である、之は 7 節程度の流速であつて實際の測定に於ても期望時にはこの程度の結果を得てゐる。唯この相似律に於ては粗度の取り方により結果に可成りの相異のある事を知らねばならない。

下関海峡に於ける潮位と流向の關係は潮位の高き時に正流(西流)、潮位の低き時に逆流(東流)で

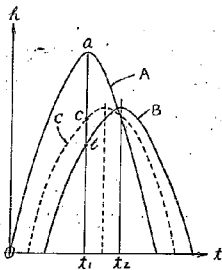
1) 茲に言ふ最大流速は或る断面内の眞の最大流速ではなく測り得たる最大流速であつて、それに近い大きさの流量が相當の範圍に亘つて存在するのであるから流速曲線に甚しき相異のない限りこの假定は多くの場合太過ないものである。

あるが、小瀬戸締切りの結果は下関門兩港の水面を正流時には締切り前よりも若干上昇せしめ逆流時には反対に若干下降せしめるのであるから、この附近の水面の潮差 (Tidal range) は多少増加する事となる。その量は實驗の結果より見れば潮流の最強時に於て 5~10 cm の程度と考へられる。

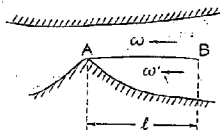
(2) 早瀬瀬戸附近に防波堤を築造せる時に之が潮流に及ぼす影響 試験の測定値に就て述べる前に考へ置くべき事は、測定は定流状態にて行はれてゐるがこの種の構造物は潮波の傳播速度を變化せしめ、その點からも潮流の流速に影響を及ぼしてゐると言ふ點である。本試験に於て作製せる形の防波堤は何れもこの傳播速度を増加せしめる様な形狀であるから、之は海峡兩側の水位差を減少せしめ従つて潮流の流速を若干低下せしめる。

海峡内の波の傳播速度に關しては前節の (4) に於て實驗の結果を述べたがそれより見ても傳播速度の増加は 20% 程度のものであり、又早瀬瀬戸或は大瀬戸を潮波が通過するに要する時間は 10 分内外であるから、水位差の變化を表はす量即ち第 35 圖の bc は甚だ微量となり従つてこの傳播速度の變化より生ずる流速の低下は小なる値に止るものと考へられる。(第 35 圖 A は海峡上流側の潮位曲線、 B 及び C は下流側の潮位曲線であつて B は防波堤なき時のもの、 C は防波堤のある時のものである。)

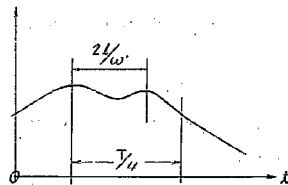
定流としての流速を考へたる時は防波堤の存在の影響の主なるものは縮流の除去であつて、海峡を



第 35 圖



第 36 圖



第 37 圖

通過する流量はその爲に相當に増加する。然し他方縮流の除去は断面内の流速分布を一様ならしめ最大流速の大きさを低下せしめる。

之に關しては第 9 圖及び第 20 圖を比較すれば防波堤 I を設けたる場合の流速の變化を見る事が出来る。即ち實驗の結果によれば防波堤の存在により西流時の最大流速は約 2% を減じてゐる。然し一方に於て第 8 圖と第 18 圖を比較する事により流速の大なる部分が非常に延長されたる事を知る。従つて小船舶の通行に對しては防波堤の存在は好影響を與ふるものとは言ひ難い。防波堤 II に對しても同様に言ひ得る。

次に防波堤の流速調節作用の一つとして第 36 圖の如き場合を考へる。潮波が防波堤の先端 B に達すればその一部は傳播速度 ω を以て海峡を通過し、他の部分は傳播速度 ω' を以て灣内に入らる。後者は灣奥に達すれば反射して $2l/\omega'$ の時間後には再び B に達し、従つて B の附近に於ける水位は第 37 圖の如く波頂の通過後 $2l/\omega'$ にして第二の波頂が現はれる。潮波の週期を T とする時に若し $2l/\omega'$ が $T/8 \sim T/4$ の大きさに達すれば防波堤は相當の調節作用を有するものと考へられるが、之が

小さい時には殆ど影響がない。然るに現在潮流の波頂が青濱前面より鹽之浦町驗潮所附近に達するに約 $1/5$ 時間を要し、防波堤を築造するもこの傳播速度には大差なく却つて稍速くなるものと考えられるから $2L/w$ に相當する時間は $2/5$ 時間以下になる。而して $7/8$ は約 1.5 時間と考えられるからこの場合は防波堤の貯水作用による流速の調節は殆ど期待されない。

之等の結果より見れば防波堤の流速調節上の效果としては單に流線を整正ならしめ、且つ最大流速を多少低下せしめるのみである。

(3) 下關港前面の水流 小瀬戸締切後にこの海面全體を港灣として利用する目的を以て水深 10 m に掘鑿せる場合を豫想して行つた實驗の結果に就ては前節の (3) に於て詳述した。之は海峡海面を利用する爲には彦島と巖流島の間に尙一つの締切りを要するや否やを調べたものであつて、その結果この海面には常に大なる渦動が存在し締切りの影響は南方の一部分に於て見られるのみである事を知つた。

海底の堆積砂に關しては小瀬戸を締切れば此處よりの土砂の供給はなくなるが流れが無くなる爲に他より運ばれる土砂の沈澱は遙かに多くなるものと考へなければならぬ。唯浚渫によつて水深が大きくなれば渦動に於ても水の線速度は大きくなり土砂の沈澱を妨げる。而してこの部分の渦動中の水の速度は門司港内の渦による水の速度に比して稍小さいのであるから土砂の堆積狀態も門司港内と大差なく之よりも稍多い程度であらう。

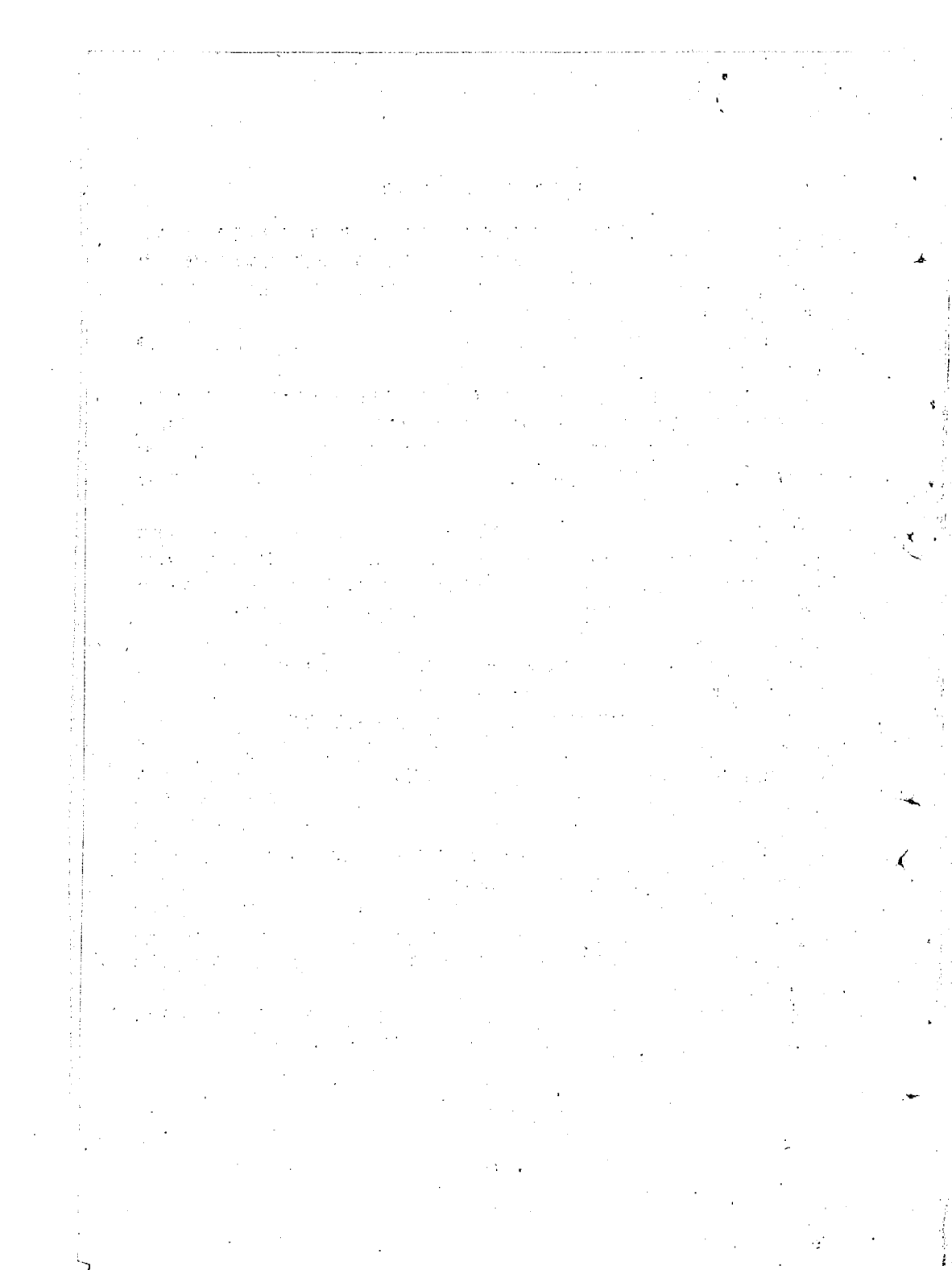
實驗は西流に就てのみ行はれたが東流の場合は港内の渦の大きさは西流の時よりも東に大きくなり、彦島と巖流島の間を通る流量は極めて小さいものと思はれる。

(4) 水深の流速に及ぼす影響に就ての一考察 下關海峡内の航路に當る部分は幅約 500 m の間を水深 11 m 以上に保つ様に浚渫されてゐるが、¹⁾ 若し將來之が現在以上の水深にまで浚渫されたる時に潮流の流速に如何なる變化を生ずべきかを考へる。早瀬瀬戸の中央部は水深 20 m 以上に達するからこれ以上に浚渫される事は考へ難いが、たとへ若干の水深増加があつてもかゝる大なる水深に於ては流速と水深が如何なる關係にあるかは俄に斷じ得ない。一般の平均流速公式がかゝる大水深に對しては適用し難い事は明かであつて、水深無限大の時の落差 h なる二點間の流速は $\sqrt{2gh}$ の値に近付くものと考へられる。事實早瀬瀬戸附近の潮流の流速は $\sqrt{2gh}$ に近い値となつてゐるのである。

大瀬戸附近の水深は現在略 11 m に保たれてゐるのであるがこの程度の水深でも既に平均流速公式の適用には疑問があると思ふ。即ち水深が増大しても平均流速公式より計算される程に流速の増加は生じないと考へられる。之等の關係が明瞭ならざる以上は模型試験を行ふも無意義であるから試験はこの問題に及ぼさなかつた。

〔附言〕 下關海峡の潮流に關しては尙試験研究すべき問題が残されてゐるが試験設備等の關係上この模型による試験は之を以て終了し、他の問題は次の機會に譲る事とした。

1) 模型は之を 13 m に相當する水深以上となる様にした。



基礎版の基本的研究(第1報)

内務技師 松 村 孫 治

目 次

緒 言	(1)
I 地盤の力學的性質	(2)
II 近似計算法	(3)
III 計算法の近似の程度	(6)
IV α 及 ϵ と地盤反力及彎曲力率	(12)
附錄 I	(23)
附錄 II	(28)
附錄 III	(30)

緒 言

道路の鋪装版、閘門の基礎版等直接地盤に支持される版は土木工事に於ては屢々使用される。是等の版を設計するには版に生ずる應力従つて基礎版に作用する地盤反力の大きさを求める必要がある。然るに今日迄地盤反力を求める合理的なる方法は存在せず、従つて基礎版の合理的設計は不可能なる状態にある。

従來地盤反力の大きさを求めるには大體次の諸方法が使用され來つた。

1. 地盤反力の分布を適當に假定する方法
2. 地盤に特種の力學的性質を假定する方法

1. は地盤反力の分布曲線を矩形、三角形、二次曲線其の他適當なる曲線に假定し、版に作用する全重量と反力の總和とが等しき條件の下に求める方法である(彈床係數 (Bettungsziffer)を用ふる方法(林博士¹⁾)、基礎地盤上に集中荷重の作用したる場合の表面の沈下曲線に適當なる函數を用ふる方法(Wieghart²⁾)、及地盤を彈性體と考ふる方法等は何れも 2 に屬する。1 は唯便宜的方法にして何等の理論的根據を有せず、その適否は實驗的研究又は 2 の方法による研究の結果明となる。2 の諸方法に於ても實在地盤の有する力學的性質が上記の諸假定の何れに最もよく適合するかがそれ等諸方法の適否の分るゝ點にして實驗的研究を俟つて始めて明にし得る。

(本文は 2 に屬する從來餘り取扱はれなかつた彈性地盤上に設置せる基礎版に作用する地盤反力の近似的計算法に就き述べたるものにして、その第 1 歩として版の長さに比して幅は極めて小に、地盤反力は長さの方向のみに變化すると考へて、對稱なる荷重の作用する場合に就て計算し、) 本計算法が如何なる程度に信頼し得るかを確めんとす。

1) 九大工科大学紀要 第一冊第四號 大正八年一月

2) Wieghart: Z. ang. Math. u. Mech. 1922, S. 165

I 地盤の力學的性質

實在地盤は多種多様にその力學的性質は極めて複雑にして、變形と應力との間の關係を1つの式にて表すは元より、個々の地盤に就ても簡單なる式にて示すは多くの場合殆んど不可能である。其の上地盤の力學的性質は深さ、載荷面よりの距離、含水量等により著しく異なり、從つて解拆的及實驗的研究が著しく困難である。

地盤を構成する物質の力學的性質に關する實驗結果に依れば、地盤中最も堅硬なる岩石に就ては彈性係數（外力と變形量との比）は外力の大きさにより、張力なると壓力なるとにより値を異にする。然し外力の餘り大ならざる限り近似的に一定と見做し得、且つ一般に基礎地盤中に作用する壓力は主として應壓力なるを以て岩石より構成する地盤は近似的に彈性地盤と見做し得る。粘土、ローム、砂質の地盤に就ては多くの載荷試驗が行はれて居り、それ等の結果に據れば地盤表面の沈下は載荷面の附近のみならずその周邊にも生じ、又單位荷重強度が等しき場合沈下量は載荷面積の形狀、大きさ等に關係する、從つて特別なる場合を除き所謂彈床地盤の假定は根本的に實在地盤の力學的性質と異なつてゐる。粘土、ローム等の供試體を製作し彈性係數を求めるに壓力が増加すると共に減少する。然し東京山手赤土に就て實驗したる結果によれば 1kg/cm^2 の範圍内の應壓力に對しては彈性係數が大體一定なるを知つた。砂、砂利等の地盤に於ては pressure cell を用ひて壓力を測定せる結果によれば尠くとも人工的に堆積せる砂層に於ては砂中及底部の壓力分布は半無限彈性體として求めたる結果とは一致せざる如くである。然し實在地盤を構成する水分を含有し、又は粘土等を混合せる砂層、砂利層或は砂、砂利交り粘土等に就てはその力學的性質は實驗的に明でなく、赤土等に近き性質を有すると考へらる。地盤を構成する物質の力學的性質は作用する外力の性質、即ち靜的なるか動的なるか、又動的なる時は作用する時間の長短により著しく異なるは實驗的に明である。

かく地盤の力學的性質は極めて複雑なるを以て、その儘にて理論的の取扱ひを爲すは殆んど不可能である。從つて實在地盤に代るに比較的簡單なる力學的性質を有する地盤を假定し、それより得たる結果を實在地盤に適用して満足しなければならぬ状態にある。彈床地盤の假定、Wiegart 氏による假定も1つの假想的地盤としての價值があり、彈性體に等しき力學的性質を有する地盤も亦1つの假想的地盤である。然しそれ等を實際問題に適用するに當りては充分實驗的に妥當性を確めて使用する必要がある。唯數學的取扱ひが簡單なる理由の下に實在地盤の力學的性質の如何を確めずして使用する場合は壓力分布曲線を假定すると全く同様になる。

Wiegart 氏の假定せる地盤上に設置せる桁の問題は同氏により取扱はれ、彈床地盤上に設置せる桁及版の問題は數學的取扱ひが比較的簡單なるを以て從來多くの研究者により色々な場合の解が求められ、基礎地盤は總てかゝる力學的性質を有するかの感を呈してゐる。彈性地盤上に設置せる桁又は版に作用する地盤反力を求める計算はその數學的取扱ひが困難なるを以て極めて特別なる場合に就てのみ解が求められてゐるに過ぎず、一般の場合に於ける正確なる解を求めるは今日の狀態に

於ては殆んど不可能である。然るに基礎版に作用する地盤反力を理論的に求めるに當りては弾性地盤は1つの假想的地盤として存在の價值があり、又實在地盤への適用の範圍は彈床地盤より廣いと考へらるゝを以て、版に作用する地盤反力を求めるは基礎版の設計上極めて必要なるを以て弾性地盤上に設置せる版の問題は工學上、特に基礎工學上非常重要な事項と云はなければならぬ。上述の如く理論的に正確なる解を求めるは不可能なるを以て勢ひ近似計算を使用しなければならぬ、然し實在地盤には完全なる弾性體は存在せず單に力學的性質が弾性體に近似してゐるに過ぎず。弾性體として求めたる正確なる計算結果も實際問題に適用するに當りては弾性不完全による誤差の爲に解そのものが一種の近似解となる。従つて理論上は別として實用上の立場よりすれば近似計算の正確度が相當なる程度に達する場合には充分目的に適すると云ふ事が出来る。

II 近 似 計 算 法

(1) 近似計算法

近似計算法として種々なる方法が考へらるゝが、本文に於ける方法は大體次の如くである。適當なる數種の地盤反力分布(線級數の各項を以てす)を假定し、實際の地盤反力はそれ等のものを適當に組み合せたるものと思ふ、然る時個々の地盤反力分布による基礎地盤の表面の沈下、地盤反力及荷重による桁の撓度を算定することが出来る。而してかく求めたる地盤の沈下と桁の撓度とを特定の點にて等しくする如く各地盤反力分布の組み合せを適當に定める。従つて最初に假定する地盤反力分布の種類を多くする時は地盤と桁とが接觸する點の數も亦増大し實際の状態に近づくが、未知數が多くなり計算もそれと共に煩雜になつてくる。

本文中に使用する主なる記號は次の如し。(第1圖參照)

$2l$; 桁の長さ,	$2b$; 桁の幅
h ; 桁の厚さ,	I ; 桁の斷面の慣性能率
w ; 地盤表面の沈下,	w_0 ; 桁の中心線 ($y=0$) の地盤表面の沈下
w_b ; 桁の端 ($y=b$) の地盤表面の沈下,	v ; 桁の中立軸の撓度 $=v_q+v_p$
v_q ; 地盤反力のみによる桁の撓度,	v_p ; 荷重のみによる桁の撓度
E_1 ; 桁の彈性係數,	E_2, σ_2 ; 地盤の彈性係數及ボアソン比
q ; 地盤反力,	p ; 桁に作用する荷重

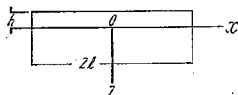
(2) 地盤反力

本文に於ては長さに比し幅の小なる矩形版に就て計算するを以て實際には地盤反力は桁の幅の方向には一様でないが、基礎版の大きさの決定は主として彎曲力率に依りて生ずる應力なるを以て、幅の方向の彎曲力率は長さの方向に比し著しく小となる、従つて本文の如き近似計算に於ては幅の方向の應

力分布を無視して差し支へなく、問題は一元となり非常に簡単となる。

一般に地盤反力の大きさは有限にして且つ全区域に互に連続と考へられ、桁の長さも亦有限なるを以て地盤反力の分布曲線は累級数 (power series) にて表はし得る。級数の各項を最初に假定したる地盤反力分布と考ふる時は級数の適当なる項数を以て地盤反力を示し得る。今項数が無限なる時各項の係数が全部決定され得るならば問題の正確なる解が求められる譯であるが實際上不可能にして有限なる項数にて満足しなければならぬ。

桁に作用する荷重は之を對稱なる部分と非對稱なる部分とに分つ事が出来、是等の荷重に相當する地盤反力も亦對稱なる分布と非對稱なる分布とを爲すを以て、荷重を對稱なる部分と非對稱なる部分に分つても一般性を失ふ事はない。



第1圖に示す如く桁の中央に原點をとり、長さの方向を x 軸、幅の方向を y 軸、鉛直方向を z 軸とする。

地盤反力 $q(x)$ は次の如く示さる。(但し上方に作用するを正の方向とする)

$$q(x) = a_0 + a_1 \left(\frac{x}{l} \right) + a_2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + \dots$$

然るに荷重が x に對し對稱なるを以て反力も亦對稱である。従つて桁の原點に於て地盤反力分布曲線は水平なる切線を有するを要す、

第1圖

即ち

$$x=0; \quad \frac{dq}{dx}=0$$

従つて對稱なる場合の地盤反力 $q(x)$ は (1) 式の如し。

$$q(x) = a_0 + a_2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + a_4 \left(\frac{x}{l} \right)^4 + \dots + a_n \left(\frac{x}{l} \right)^n \dots \dots \dots (1)$$

上式に於て $1, \left(\frac{x}{l} \right)^2, \left(\frac{x}{l} \right)^4, \dots$ が豫め假定せる個々の地盤反力分布にして $a_0, a_2, a_4, \dots$ 等は桁の撓度と地盤表面の沈下とを等しくする如く定められる未知の常数を示す。

〔3〕 地盤表面の沈下 w

(1) 式に示す地盤反力による基礎地盤表面の沈下 w は地中に向ふを正の値とすれば附録 I により次式の如く示さる。

$$w = \frac{1}{\pi} \frac{1-\sigma_2^2}{E_2} l (a_0 A_0 + a_2 A_2 + \dots + a_n A_n) \dots \dots \dots (2)$$

但し A_0, A_2, A_4, A_6 は次式により與へらる。(A_8 以上も同様に計算し得れど本文に必要なものゝみに止めた)。

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \frac{1}{2} F_0(n\gamma, a, \xi) \\
 A_2 &= \frac{1}{2} \{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 2F_1(n\gamma, a, \xi) + 2F_2(n\gamma, a, \xi) \} \\
 A_3 &= \frac{1}{2} \{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 3F_1(n\gamma, a, \xi) + 6F_2(n\gamma, a, \xi) - 6F_3(n\gamma, a, \xi) + 12G_3(n\gamma, a, \xi) \} \\
 A_4 &= \frac{1}{2} \{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 4F_1(n\gamma, a, \xi) + 12F_2(n\gamma, a, \xi) - 24F_3(n\gamma, a, \xi) + 24F_4(n\gamma, a, \xi) \} \\
 A_5 &= \frac{1}{2} \{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 5F_1(n\gamma, a, \xi) + 20F_2(n\gamma, a, \xi) - 60F_3(n\gamma, a, \xi) \\
 &\quad + 120F_4(n\gamma, a, \xi) - 120F_5(n\gamma, a, \xi) + 240G_5(n\gamma, a, \xi) \}
 \end{aligned} \tag{3}$$

式中 $n\gamma = x/l$, $a = b/l$, $\xi = y/l$

(3) 式の各函数を附録 I の (12) 式に示す。

A_0, A_2, A_3 , etc. の値は何れも $n\gamma, a, \xi$ のみの函数にして桁の長さ, 幅, 厚さ, 地盤の力學的性質, 荷重, 及桁の限界條件には無關係なるを以て, 與へられたる a に對し $A_0, A_1, \dots$ の値を計算して置く時はそれと形狀の相似なる總ての桁の任意の荷重, 任意の境界條件に使用し得る利點がある。而して w_0 は上式に於て $\xi=0$, w_b は $\xi=a$ と置ける値で示さる。

[4] 桁の撓度

桁の撓度 v は

$$v = v_q + v_p$$

にて示され, 是等の値は普通の計算法により各荷重, 各限界條件に相當して容易に求め得る。本文の計算に必要な場合の v を求め附録 II に示した。一般に v は次の如く示さる。

$$v = \frac{bL^4}{E_s I} (a_0 B_0 + a_2 B_2 + \dots + c + L) \tag{4}$$

式中 B_0, B_2 , 等は何れも桁の彈性係數, 大きさ等は無關係にして限界條件により定められ, L は荷重に關係する項にして是等は何れも豫め計算し得る, c は積分常數にして桁全體としての下方への移動を示す項である。

[5] 常數決定法

(3) 及 (4) 式より各點の地盤表面の沈下及桁の撓度を計算し得るを以て a_0, a_2 , etc. を求める事が出来る。上述の如く或る定められたる點に於て w と v とは等しきを以て

$$x = x_0, x_1, \dots; \quad w = v \tag{5}$$

なる關係を満足しなければならぬ。更に地盤反力の總和は桁に作用する全荷重に等しきを以て全荷重を $2P$ とすれば

$$a_0 + \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{4}a_3 + \dots = \frac{1}{l}P \dots\dots\dots(6)$$

なる関係がある。従つて (5) 及 (6) 式に示す聯立方程式を解きて a_0, a_2, a_3 , etc. を求むれば (1) 式より地盤反力が得らるゝを以て桁の各點に作用する彎曲力率を計算し得る。

決定せんとする未知數の數を n 個とすれば (4) 式に示す如く桁の撓度を示す式中には 1 個の未知の常數が新に加はるゝを以て全體として $(n+1)$ 個となる。又常數 a_0, a_2 , etc. を決定する關係式は (5) 及 (6) 式なるを以て n 個の個所に於て桁の撓度と地盤表面の沈下とを一致せしむるときは全體として $(n+1)$ 個の式が得られ、 $(n+1)$ 個の未知數を決定することが出来る。既に未知の常數の數と等しき個所に於て桁の撓度と地盤表面の沈下とを一致せしむることが出来、未知數の多き程兩者の一致する點も多く實際の狀態に近づく。

III 計算法の近似の程度

弾性地盤上に設置せる桁の正確なる解法は寡聞なる著者の知れる限りに於ては未だ存在せざるを以て本法の近似さが如何なる程度であるかを知るは元より不可能である、然し地盤表面の沈下と桁の撓度とを等しくする點が増加すると共に實際の狀態に近づくと考へても差し支へ無きを以て、沈下と撓度とを一致せしむる個所の増加と共に地盤反力分布及彎曲力率が如何なる變化を爲すかにより本文の近似計算法が大體どの程度の正確さを有するかを推定し得る。従つて本文に於ては $a=b/l=0.01$ なる形狀を有し厚さ一様なる桁に就て數値計算を行ひ地盤反力分布及彎曲力率が如何なる變化を受けるかを求めんとす。

〔1〕基礎地盤表面の沈下

桁の中央線の撓度 w_0 は附録 I の (13) 式より

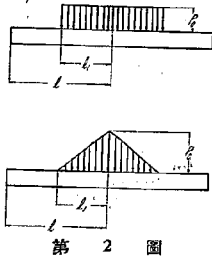
$$w_0 = \frac{1}{\pi} \frac{1-\sigma_2^2}{E_2} l (a_0 A_0 + a_2 A_2 + a_3 A_3 + a_4 A_4) \dots\dots\dots(7)$$

(7) 式の A_0, A_2, A_3 及 A_4 の値を $a=0.01, 0.02, 0.05$ 及 0.1 の 4 場合に求め附表第 1 に示す。同表に於ては A_0, A_2, A_3, A_4 の値を求めたるを以て未知の常數 4 個の場合迄計算することが出来、又それ等の値を $x/l=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ 及 1 の 6 個所に於て求めたるを以て 6 個所に於て地盤表面の沈下と桁の撓度とを一致せしめ得る。更に桁の端に於ける撓度 w_0 は附録 I の (17) 式により附表第 1 より直ちに求め得らるゝことを知る。

〔2〕桁の撓度

兩端自由にて厚さ一様なる桁の撓度は附録 II より次の如し。

$$v = \frac{bl^4}{E_1 I} (a_0 B_0 + a_2 B_2 + \dots + c + L) \dots\dots\dots(8)$$



第 2 圖

式中 L は荷重に關係する項にして第 2 圖に示す如く等布荷重及三角形荷重の作用する場合の値のみを求めた。

B_0, B_2, B_3, B_4 及 L の値を附表第 2 に示す。

(7) 及 (8) 式より $A_0, \dots, B_0, \dots, L$ 等は E_1, E_2, l, b, h 等には全く無關係にして $a=b/l, \xi=x/l$ 及 l_1/l のみの函数なるを以て $a, \xi, l_1/l$ の値が變化せざる限り E_1, E_2, l, b, h 等が如何なる變化を爲すも地盤反力及彎曲力率は附表第 1 及第 2 の數値を用ひて計算し得る。

(5) 式に (7) 及 (8) 式を代入すれば

$$a_0(A_0 - \varepsilon B_0) + a_2(A_2 - \varepsilon B_2) + \dots - \varepsilon c = \varepsilon L_2 \rho_2 \dots (9)$$

但し

$$\varepsilon = \frac{6\pi}{1 - \sigma_2} \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{l}{h} \right)^3$$

E_1, E_2, l, h は總て ε 中に含まる、從つて ε を以て是等の値の變化を知り得る。 ε は桁の彈性係數 (E_1)、及厚さ (h) に反比例し地盤の彈性係數 (E_2)、桁の長さ (l) に正比例する。換言すれば桁が地盤に對し變形し易くなると共に ε の値は増大し、變形し難きときは小となり、桁が全く變形せざるときは $\varepsilon=0$ となる。

〔3〕 未知數の數及沈下と撓度とを一致せしめる個所の位置の影響

計算に使用する未知數の數及地盤表面の沈下と桁の撓度とを一致せしむべき個所の採り方の如何により地盤反力分布及彎曲力率が異なる譯にて是等の影響が甚だしき場合は本文の近似計算法は使用し得られざるを以て先づそれ等の影響を調べる必要がある。

未知數は 3 個及 4 個の 2 場合とし、沈下と撓度とを一致せしめる點の組み合せを次の如く夫々 4 組を撰んだ。即ち等布荷重に對しては

- | | |
|------------------------|------------------------|
| ① $\xi=1, 0.8, 0.6, 0$ | ② $\xi=1, 0.8, 0.2, 0$ |
| ③ $\xi=1, 0.6, 0.4, 0$ | ④ $\xi=1, 0.4, 0.2, 0$ |
| ⑤ $\xi=1, 0.8, 0$ | ⑥ $\xi=1, 0.6, 0$ |
| ⑦ $\xi=1, 0.4, 0$ | ⑧ $\xi=1, 0.2, 0$ |

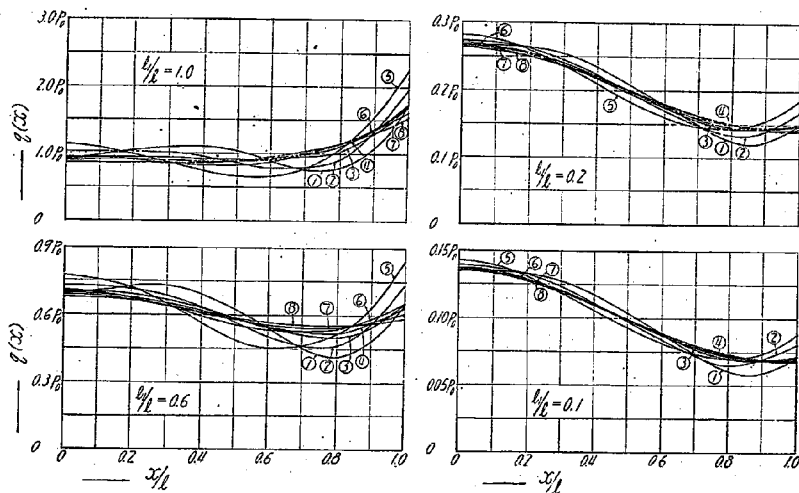
三角形荷重に對しては ② の代りに $\xi=1, 0.8, 0.4, 0$ なる組み合せを使用した。

a) 地盤反力の値 地盤反力 q は未知の常數 a_0, a_1 , etc. を知る時は (1) 式より求めらる。是等の値を第 3 圖及附表第 3 に示す。

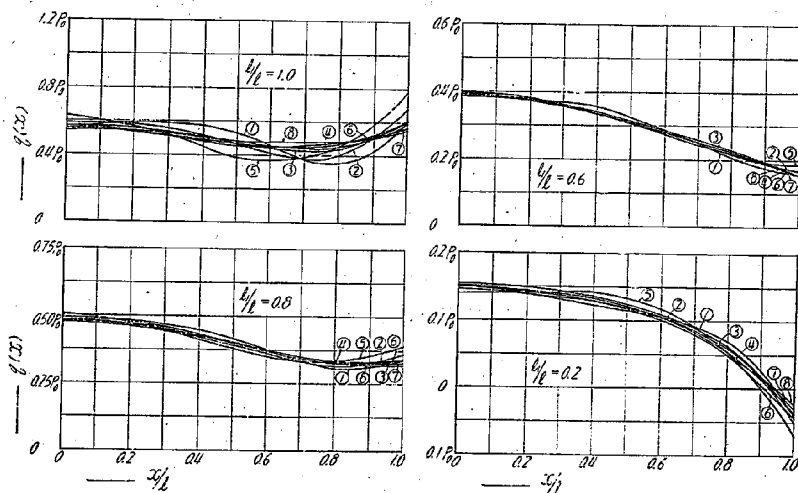
第 3 圖より未知數の數及位置による影響を知ることが出来る。未知數の數に依る影響は 3 個と 4 個の場合とに於て多少認めらるゝが大體の傾向は兩者一致してゐる。未知數 4 個の場合即ち ①, ②, ③, ④ の曲線は各自の間に多少差異がある、即ち位置の撰び方により値が異なる、之に反し未知數 3 個の場合は ⑤ を除き他の ⑥, ⑦, ⑧ は殆んど一致してゐる。而して ⑤ は端に近き $\xi=0.8$ なる點にて沈下と撓度とを一致せしめたる極端の場合を示すを以て他と異なるは當然と云はねばならぬ。未知數 4 個の場合も $\xi=0.8$ を含む ①, ② は他と異なるも含まざる ③, ④ は殆んど一致するを知る。而

して是等の傾向は尠くとも計算せる範囲内に於ては荷重状態に無關係なることが認めらる。

b) 彎曲力率の値 桁に生ずる彎曲力率は地盤反力により生ずるものと荷重により生ずるものと



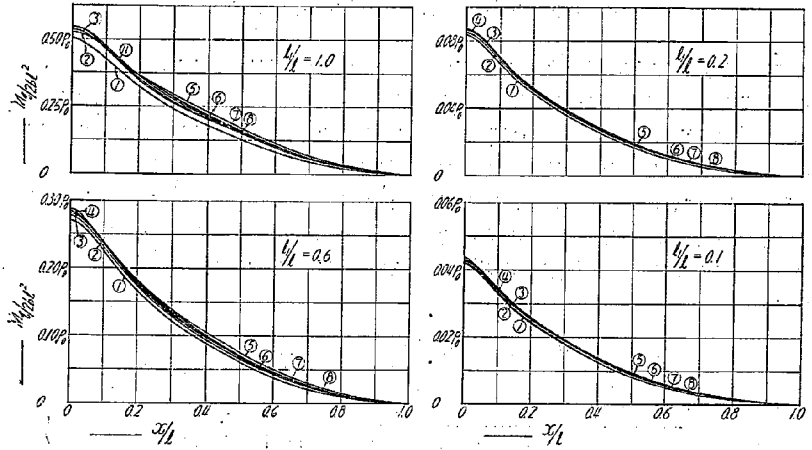
(a) 等布荷重



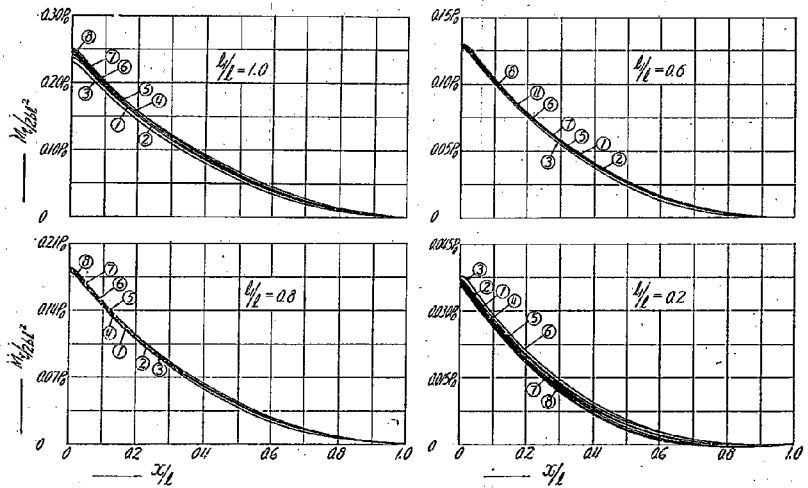
(b) 三角形荷重

第3圖 地盤反力の値 ($\alpha=0.01$, $\varepsilon=1$)

代數和にて示さる。然るに荷重より生ずるものは a_0, a_2 , etc. に無關係なるを以て未知數の數及桁と地盤との撓度を等しくする點の位置の差異による影響を求めるには地盤反力のみによる値を算定すれば足る。その値を M_q とすれば附録 II の (5) 式により次の如く示さる。



(a) 矩形荷重



(b) 三角形荷重

第4圖 地盤反力による撓曲力率 ($\alpha=0.01, \varepsilon=1$)

$$M_q = -2bl^2 \left(\frac{a_2}{2} \xi^2 + \frac{a_3}{3 \cdot 4} \xi^4 + \frac{a_3}{4 \cdot 5} \xi^5 + \frac{a_4}{5 \cdot 6} \xi^6 \right) + 2bl^2 c_1 \xi - 2bl^2 c_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

但し

$$c_1 = a_2 + \frac{a_3}{3} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_4}{5}, \quad c_2 = \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{4} + \frac{a_3}{5} + \frac{a_4}{6}$$

$M_q/2bl^2$ の値を計算し第4圖及附表第4に示す。(圖には M_q の絶対値を示す)

第4圖に示す如く $M_q/2bl^2$ の値は①を除き他は殆んど一致し、未知數4個より求めたる値は未知數3個に比して絶対値が小である、かく圖に示す如く地盤反力分布に比して彎曲力率の差異は極めて小であると云はなければならぬ。然るに荷重によりて生ずる彎曲力率 (M_l) と地盤反力による彎曲力率とは附號が異なる、従つて M_q の値の差異が僅少なる場合と雖も M_q と M_l との絶対値が殆んど等しき場合は、それ等の代數和なる全體の彎曲力率は小となるを以て M_q の差異の影響が著しくなる。

今各點の $(M_q + M_l)/2bl^2$ の値を求め附表第4に示し、一般に彎曲力率最大なる點 $\xi=0$ の値を第1表に示す。

第1表 $(M_q + M_l)/2bl^2$ の値 ($\xi=0$)

	一 様 な る 荷 重				三 角 形 の 荷 重			
	$l_1/l=1.0$	$l_1/l=0.5$	$l_1/l=0.2$	$l_1/l=0.1$	$l_1/l=1.0$	$l_1/l=0.8$	$l_1/l=0.6$	$l_1/l=0.2$
①	-0.0040	-0.0911	-0.0641	-0.0367	-0.0649	-0.0735	-0.0672	-0.0314
②	-0.0227	-0.0977	-0.0655	-0.0375	-0.0712	-0.0752	-0.0689	-0.0305
③	-0.0337	-0.1017	-0.0664	-0.0379	-0.0750	-0.0762	-0.0703	-0.0301
④	-0.0402	-0.1039	-0.0668	-0.0381	-0.0771	-0.0767	-0.0699	-0.0297
⑤	-0.0450	-0.1060	-0.0670	-0.0381	-0.0789	-0.0774	-0.0697	-0.0291
⑥	-0.0467	-0.1066	-0.0672	-0.0381	-0.0795	-0.0776	-0.0698	-0.0290
⑦	-0.0471	-0.1068	-0.0672	-0.0381	-0.0796	-0.0777	-0.0698	-0.0290
⑧	-0.0473	-0.1068	-0.0672	-0.0381	-0.0825	-0.0792	-0.0705	-0.0288

但し表中の値は f_0 の係數を示す。

第1表より等布荷重の $l_1/l=1.0$ なる場合は丁度 M_q と M_l との絶対値が殆ど等しき場合に於て①, ②, ③, etc. の各値の差異は比較的大であるが他の場合は①を除き他のものは殆ど一致してゐる。而して M_q と M_l との絶対値が殆ど等しきことは彎曲力率の小なる事を意味する。即ち小なるものゝ差異なるを以て設計上はさして重大なる影響はないと考へらる。第4圖より三角形荷重の $l_1/l=0.2$ の場合を除き他は何れも未知數3個の場合が4個の場合に比して M_q の絶対値は大である。

是等の計算の結果未知數の數及撓度と沈下とを一致せしむべき點の位置の地盤反力分布及彎曲力率に及ぼす影響の全體の傾向を推定することが出来、本法は設計の基準とするに足る地盤反力及彎曲力率を與へ得る可能性あるを知つた。

上記の計算は $\alpha=0.01, \varepsilon=1$ の場合に就て行ひたるが α 及 ε の値が異なる場合にも類似の結果が得られるかを隨める必要がある。而して $\alpha=0.01, \varepsilon=5, 10, 15, \alpha=0.02, \varepsilon=1, 10, \alpha=0.05, \varepsilon=1, 10$

及 $\alpha=0.1, \varepsilon=1, 10$ の諸場合に計算を行ひ附録 III に示した。その結果に依れば未知数の数、位置の選び方による影響が $\alpha=0.01, \varepsilon=1$ と相似たるものであることを知つた。

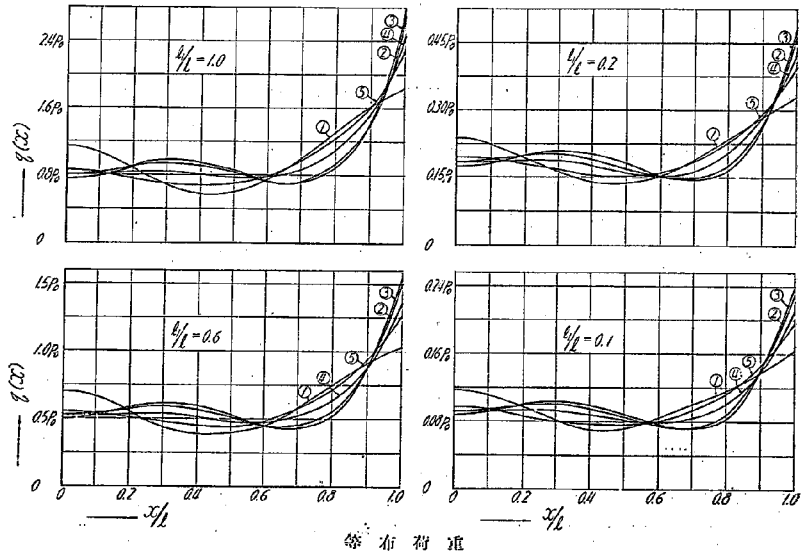
〔4〕 最小二乗法による常数決定法

本文の計算法に於ては未知の常数 $a_0, a_2, \text{etc.}$ を決定するに (9) 式より求めたるを以て桁の撓度と基礎地盤表面の沈下は特定の點に於てのみ等しい。本節に於ては (9) 式は一般に満足せられざるものとしてその差異を d と置き $\sum d^2 = \min$ なる條件を満足する如く常数 $a_0, a_2, \text{etc.}$ を求めた、而して是等の方法より求めたる結果と本文の近似計算法に依るものとの間に如何なる差異があるかは本近似計算法の近似の程度を推定する一資料となると考へらる。計算は $\alpha=0.1, \varepsilon=1$ にして厚さ一樣なる桁に一樣なる荷重が作用する場合次の 3 場合に就て行つた。

- ① 總ての點にて地盤表面の沈下と桁の撓度とを一致せしめざる場合
- ② $x=0$ 即ち中央に於てのみ撓度と沈下とを一致せしめる場合
- ③ $x=0$ 及 $x=l$ に於て撓度と沈下とを一致せしめる場合

① は普通の最小二乗法により、② 及 ③ は條件附の最小二乗法により容易に求めらる。計算は省略し結果のみを示す。

地盤反力の値を第 5 圖に、桁の中央の彎曲力率の値を第 2 表に示す。近似計算法と比較する爲に $\xi=0, 0.4, 0.6, 1$ 及 $\xi=0, 0.6, 1$ なる個所に於て基礎地盤表面の沈下と桁の撓度とを一致せしめたる時の値を夫々 ④ 及 ⑤ にて圖及表中に示した。



第 5 圖 地盤反力の値 ($\alpha=0.1, \varepsilon=1$)

第2表 $M_q/2bl^2$ の値 ($\alpha=0.1, \varepsilon=1$) 一様な荷重

	$l_1/l=1.0$	$l_1/l=0.6$	$l_1/l=0.2$	$l_1/l=0.1$
① {	-0.56119	-0.32658	-0.10684	-0.05332
	-0.06119	-0.14658	-0.08684	-0.04832
② {	-0.56246	-0.32721	-0.10701	-0.05340
	-0.06246	-0.14721	-0.08701	-0.04840
③ {	-0.56164	-0.32643	-0.10669	-0.05324
	-0.06164	-0.14643	-0.08669	-0.04824
④ {	-0.57504	-0.33404	-0.10917	-0.05447
	-0.07504	-0.15404	-0.08917	-0.04847
⑤ {	-0.58562	-0.33982	-0.11094	-0.05535
	-0.08562	-0.15982	-0.09094	-0.05035

但し表中の数字は總て ρ_0 の係数を示し、イタリツクは $(M_q + M_f)/2bl^2$ 即ち桁に作用する實際の彎曲力率を示す。

傾向を現はし②と③は殆んど同一である。第2表の桁の中央の彎曲力率は第5圖に示したる如く地盤反力の値に可成りの差異あるに拘らず最小二乗法より求めたる①, ②, ③は殆んど同様にして何れの場合に於ても④, ⑤より絶対値小である。

今本文の近似計算法より求めたる⑤と④、及④と最小二乗法より求めたる①, ②, ③中の最小なるものとの差異を求めれば後者の方が多少大なるに過ぎざるを以て彎曲力率に關する限りに於ては最小二乗法によるものと、本文の計算法によるものとは實用上殆んど同一であると云ひ得る。

IV α 及 ε と地盤反力及彎曲力率

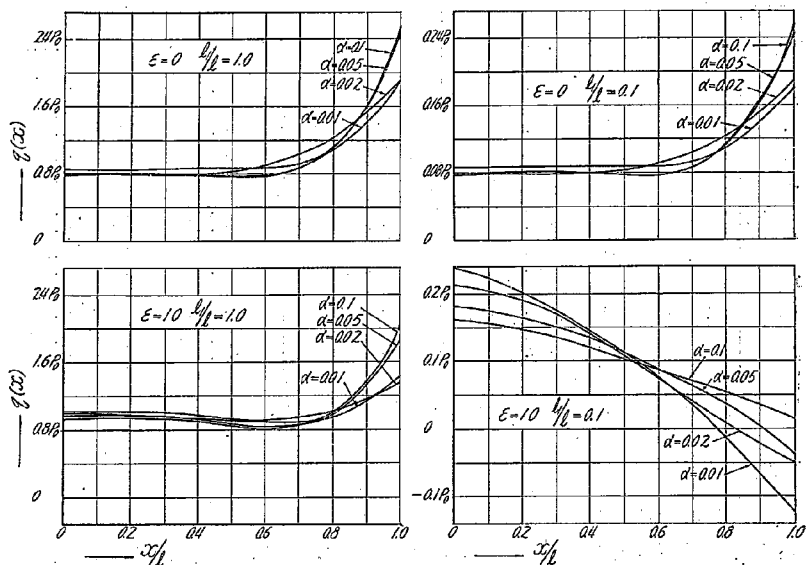
III に於て兩端自由にて厚さ一様な幅の狭き桁に等布及三角形荷重が作用したる場合の結果を求めた。今其れ等の地盤反力分布及彎曲力率が $\alpha=b/l$ 及 $\varepsilon=\frac{6\pi}{1-\sigma^2} \frac{E_2}{E_1} \left(\frac{l}{h}\right)^3$ により如何に變化するかを調べることは基礎版の設計に當り多少參考になると考へらる。上述の如く未知數の數及基礎地盤表面の沈下と桁の撓度とを一致せしめる點の位置により地盤反力分布及彎曲力率は多少その値を異にする、然し未知數の數及一致せしむる點の位置の同じ場合は大體同一の状態にあると考へらる。を以て是等が同一なる場合の値を比較しなければならぬ。上記諸場合中未知數4個にて $x=l, 0.6l, 0.4l, 0$ の4點にて沈下と撓度とを一致せしめたる値が比較的平均値に近きを以て比較は此の値の等布荷重の作用する場合に就て行つた。

[1] $\alpha=b/l$ の影響

本計算は桁の長さとな幅との比が 0.01, 0.02, 0.05 及 0.1 なる4場合に就て行はれたるを以て $\varepsilon=0, \varepsilon=1, \varepsilon=10$ の場合に地盤反力分布及桁の中央に於ける彎曲力率が α の値により如何に變化するかを求め、地盤反力を第6圖に、彎曲力率を第3表に示す。

第6圖には代表的のものとして $\varepsilon=0, 10$ の各 $l_1/l=1.0, 0.1$ の4場合のみを示し他は附圖第1に示す。

第6圖に於て地盤反力は $x=0$ (桁の中央) に於て總ての場合に正(壓力)にして a の値の小なる程大である。之に反し $x=l$ (桁の端) に於ては正負何れの場合もあるが a の小なる程小である。即ち a の小なる程地盤反力は中央に集中する傾向を有す、而して最大なる點は桁の中央又は端にして中間には存在しない。 $l_1/l=1.0$ 即ち桁全體に等布荷重の作用する場合には分布曲線は a に著しく關係せざるも、 l_1/l が小となり荷重が桁の中央に集中すると共に a に依る影響は著しくなる。



等 布 荷 重

第6圖 地盤反力の値 ($a=b/l$) の影響

桁の中央に於ける彎曲力率は第3表に示す如く a が増加すると共に大となり $a=0.01$ と 0.1 との値の差異は ε が大となると共に増加し、 l_1/l が小となると共に減少する傾向あり。 $\varepsilon=0$ にて $l_1/l=0.1$ の場合は殆んど a に無關係と見做し得れど $\varepsilon=10$ 、 $l_1/l=1.0$ の場合には可成りの差異を見出し得る。

(2) ε の影響

ε はIIIに述べたる如く桁が地盤に対して變形し易きときは大となり、變形し難きときは小となる。従つて ε を桁及地盤の相對的の力學的性質を示す1つの尺度と見做し得るを以て ε の影響を求むれば、地盤、桁の彈性係數及桁の厚さと地盤反力分布曲線及桁の彎曲力率との關係が求められる。

第3表 $M_q/2bl^2$ 及 $(M_q+M_1)/2bl^2$ の値

ε	α	$l_1/l=1.0$	$l_1/l=0.6$	$l_1/l=0.2$	$l_1/l=0.1$
0	0.01	-0.5510 -0.0510	-0.3306 -0.1506	-0.1102 -0.0902	-0.0551 -0.0501
	0.02	-0.5726 -0.0726	-0.3435 -0.1635	-0.1145 -0.0945	-0.0573 -0.0523
	0.05	-0.5791 -0.0791	-0.3475 -0.1675	-0.1138 -0.0938	-0.0579 -0.0529
	0.1	-0.5831 -0.0831	-0.3499 -0.1699	-0.1166 -0.0966	-0.0583 -0.0533
1	0.01	-0.5337 -0.0337	-0.2817 -0.1017	-0.0864 -0.0664	-0.0429 -0.0379
	0.02	-0.5546 -0.0546	-0.3045 -0.1245	-0.0939 -0.0739	-0.0477 -0.0427
	0.05	-0.5677 -0.0677	-0.3243 -0.1443	-0.1048 -0.0848	-0.0523 -0.0473
	0.1	-0.5750 -0.0750	-0.3340 -0.1540	-0.1092 -0.0892	-0.0545 -0.0495
10	0.01	-0.5067 -0.0067	-0.2045 -0.0245	-0.0472 -0.0272	-0.0225 -0.0175
	0.02	-0.5153 -0.0153	-0.2185 -0.0385	-0.0538 -0.0338	-0.0259 -0.0209
	0.05	-0.5281 -0.0281	-0.2436 -0.0636	-0.0561 -0.0461	-0.0323 -0.0273
	0.1	-0.5392 -0.0392	-0.2634 -0.0834	-0.0756 -0.0556	-0.0372 -0.0322

表の数字は μ_0 の係数を示し、イタリックスは $(M_q+M_1)/2bl^2$ の値を示す。

第7圖に $\alpha=0.01$ の場合地盤反力分布が ε により如何に變化するかを示した。而して $\alpha=0.02, 0.05, 0.1$ の場合も大體同様にして其れ等の値を附圖第2に示す。

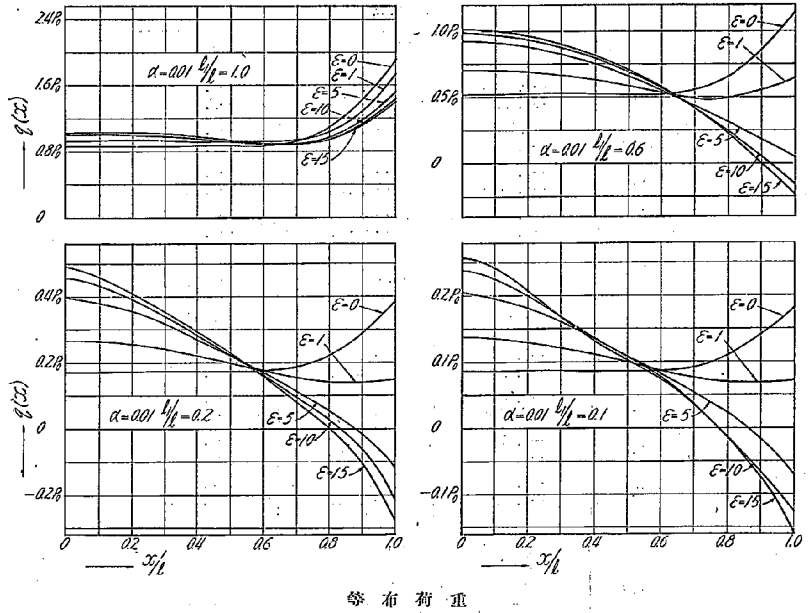
地盤反力は一般に桁の中央部に於ては ε の小なる程小にして、桁の端に於ては却つて ε の小なるもの程大となり、地盤反力の最大値は桁の中央又は端に生ず。桁全體に等布荷重の作用する場合は反力分布曲線は ε に餘り影響なく端に於て最大となる。然し荷重が中央に集中すると共に ε の大なる場合は端に於ける反力は漸次小となり、反力の値は負となる。

圖の $l_1/l=0.6$ の $\varepsilon=10, 15$ 等は何れも地盤反力は負となる。而して反力の負となるは地盤が桁を支持せざることを意味し、長さ小なる桁を使用する方が有効なることを示してゐる。

第4表に桁の中央に作用する彎曲力率を示す。

第4表に示す如く桁の中央の彎曲力率は何れの場合に於ても ε の大なる程小となる。即ち比較的地盤に對して變形し易き桁に於ては作用する彎曲力率の小なる事を示してゐる。

以上極めて簡單なる場合に就て計算したるに過ぎないが、是等の結果によるも地盤反力分布曲線は同一形狀の桁に於ても荷重分布狀態地盤及桁の力學的性質等に依り可成り異なる曲線を示し、場合場合に適當なる曲線を假定することは實際上不可能なるは明である。



等布荷重

第7圖 地盤反力の値(εによる影響)

第4表 $M_q/2bl^2$ 及 $(M_q + M_l)/2bl^2$ の値 $\alpha = 0.01$

l_1/l	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=1$	$\varepsilon=5$	$\varepsilon=10$	$\varepsilon=15$
1.0	-0.5510	-0.5337	-0.5131	-0.5067	-0.5042
	-0.0510	-0.0337	-0.0131	-0.0067	-0.0042
0.6	-0.3306	-0.2817	-0.2234	-0.2044	-0.1968
	-0.1506	-0.1017	-0.0434	-0.0244	-0.0168
0.2	-0.1102	-0.0864	-0.0573	-0.0472	-0.0426
	-0.0902	-0.0664	-0.0373	-0.0272	-0.0226
0.1	-0.0551	-0.0429	-0.0278	-0.0225	-0.0201
	-0.0501	-0.0379	-0.0228	-0.0175	-0.0151

$\alpha=0.02$

l_1/l	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=1$	$\varepsilon=10$
1.0	-0.5726 -0.0726	-0.5546 -0.0546	-0.5153 -0.0153
0.6	-0.3435 -0.1635	-0.3045 -0.1245	-0.2185 -0.0385
0.2	-0.1145 -0.0945	-0.0959 -0.0759	-0.0538 -0.0338
0.1	-0.0573 -0.0523	-0.0477 -0.0427	-0.0259 -0.0209

 $\alpha=0.05$

l_1/l	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=1$	$\varepsilon=10$
1.0	-0.5791 -0.0791	-0.5677 -0.0677	-0.5281 -0.0281
0.6	-0.3475 -0.1675	-0.3243 -0.1443	-0.2436 -0.0636
0.2	-0.1158 -0.0958	-0.1048 -0.0848	-0.0661 -0.0461
0.1	-0.0379 -0.0529	-0.0523 -0.0473	-0.0323 -0.0273

 $\alpha=0.1$

l_1/l	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=1$	$\varepsilon=10$
1.0	-0.5831 -0.0831	-0.5750 -0.0750	-0.5392 -0.0392
0.6	-0.3499 -0.1699	-0.3340 -0.1540	-0.2634 -0.0834
0.2	-0.1166 -0.0966	-0.1092 -0.0892	-0.0756 -0.0556
0.1	-0.0583 -0.0533	-0.0545 -0.0495	-0.0372 -0.0322

表中の数字は總て ρ_0 の係数を示し、イタリックは $(M'_q + M_f)/2bl^2$ を示す。

附記 本文は近似計算法が實用に供し得るや否やを調べる爲に行ひたる計算にして目下圓形竝に矩形版に就て計算中である。而して其れ等の計算完了後計算方法及實際の場合の計算例に就て述べる積りである。尙數計算に就ては徳田、淺井の兩氏に負ふ所大である。

附表第1 A_0, A_2, A_3, A_4 の値 $\alpha=0.01$

x/l	A_0	A_2	A_3	A_4
1.0	0.129829374	0.096693738	0.087397282	0.084886457
0.8	0.211508109	0.119031848	0.093147892	0.076487432
0.6	0.223009166	0.076814409	0.048024451	0.031929912
0.4	0.228446723	0.042415208	0.021609983	0.012681547
0.2	0.231117007	0.020708200	0.010540246	0.006901084
0	0.231932612	0.013330023	0.008332757	0.003999733

 $\alpha=0.02$

x/l	A_0	A_2	A_3	A_4
1.0	0.231933362	0.165650122	0.145847845	0.143618539
0.8	0.367614831	0.202210406	0.155868441	0.129456505
0.6	0.390579825	0.133661303	0.084221851	0.032178351
0.4	0.401448245	0.075945272	0.039462743	0.025529509
0.2	0.406785753	0.039182684	0.020578812	0.017971107
0	0.408418948	0.026638406	0.016645790	0.013565009

 $\alpha=0.05$

x/l	A_0	A_2	A_3	A_4
1.0	0.538207871	0.338490562	0.299816482	0.281826033
0.8	0.836130881	0.443165475	0.351820380	0.295369306
0.6	0.893285479	0.313401226	0.209675046	0.157306407
0.4	0.920523982	0.199029120	0.117758019	0.088639243
0.2	0.933740853	0.125065021	0.076153438	0.064729104
0	0.937817534	0.099706435	0.066614490	0.059958644

 $\alpha=0.1$

x/l	A_0	A_2	A_3	A_4
1.0	0.938017534	0.556376734	0.487139832	0.438686859
0.8	1.397967017	0.711414157	0.563012746	0.457333815
0.6	1.510127907	0.526644844	0.358237901	0.256990209
0.4	1.563967270	0.352656669	0.216530391	0.149073124
0.2	1.590503577	0.237801303	0.149265182	0.108533395
0	1.598625496	0.198112461	0.132730339	0.099674513

附表第2

 B_0, B_2, B_3, B_4 の値

x/l	B_0	B_2	B_3	B_4
1.0	-0.25	-0.1438	-0.1190476190	-0.1011904762
0.8	-0.18346	-0.10456746	-0.0858326552	-0.0727330621
0.6	-0.1188	-0.0662392	-0.0540666514	-0.0456199954
0.4	-0.0608	-0.03291164	-0.0266705676	-0.0224007802
0.2	-0.01746	-0.00911146	-0.0073333638	-0.0061333364
0	0	0	0	0

 L の値 (一様なる荷重)

x/l	$l_1/l=1.0$	$l_1/l=0.6$	$l_1/l=0.2$	$l_1/l=0.1$
1.0	0.25	0.0612	0.00253	0.000325
0.8	0.18346	0.0468	0.002	0.0002583
0.6	0.1188	0.0324	0.00146	0.0001916
0.4	0.0608	0.01813	0.00093	0.000125
0.2	0.01746	0.00573	0.0004	0.0000583
0	0	0	0	0

 L の値 (三角形の荷重)

x/l	$l_1/l=1$	$l_1/l=0.8$	$l_1/l=0.6$	$l_1/l=0.2$
1.0	0.06	0.026	0.0013	-0.016
0.8	0.0500053	0.027306	0.007573	-0.006293
0.6	0.033504	0.01878	0.00864	-0.00176
0.4	0.0179626	0.010453	0.005048	-0.00016
0.2	0.0054613	0.003326	0.001724	0.000106
0	0	0	0	0

附表 3. 地盤反力の値 - ($\alpha=0.01$, $\varepsilon=1$)

(a) 等布荷重

(b) 三角形荷重

h/l	ξ						h/l	ξ					
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	1	0.9086	1.0492	1.0964	0.8884	0.7983	1.7335	0.5547	0.5896	0.5703	0.4478	0.3560	0.6122
	2	1.0072	1.0158	0.9264	0.7844	0.9265	1.9806	0.5382	0.5783	0.5126	0.4125	0.3996	0.6062
	3	0.9281	0.9384	0.9103	0.9281	1.0340	1.7406	0.5613	0.5519	0.5069	0.4438	0.4364	0.6147
	4	0.9103	0.9049	0.8830	0.8989	1.0907	1.6803	0.5555	0.5409	0.4980	0.4511	0.4550	0.5949
	5	1.1254	0.9759	0.7231	0.6601	1.0801	2.2764	0.6289	0.5645	0.4425	0.3696	0.4526	0.7082
	6	0.9367	0.8899	0.8288	0.8717	1.1372	1.7436	0.5643	0.5351	0.4787	0.4421	0.4721	0.6158
	7	0.8916	0.8694	0.8541	0.9223	1.1508	1.6163	0.5487	0.5280	0.4875	0.4596	0.4768	0.5717
	8	0.8713	0.8602	0.8655	0.9451	1.1570	1.5590	0.5413	0.5246	0.4916	0.4679	0.4790	0.5608
0.6	1	0.6963	0.7282	0.6930	0.5402	0.4130	0.6483	0.4819	0.4802	0.4454	0.3714	0.3035	0.3383
	2	0.7312	0.7163	0.6329	0.5034	0.4583	0.7356	0.4907	0.4772	0.4302	0.3621	0.3150	0.3604
	3	0.7032	0.6839	0.6271	0.5361	0.4964	0.6307	0.4837	0.4702	0.4286	0.3704	0.3243	0.3389
	4	0.6970	0.6772	0.6176	0.5439	0.5164	0.6296	0.4822	0.4675	0.4264	0.3722	0.3294	0.3340
	5	0.7749	0.7016	0.5577	0.4575	0.5152	0.8451	0.5027	0.4732	0.4055	0.3495	0.3306	0.3905
	6	0.7065	0.6704	0.5360	0.5342	0.5539	0.6520	0.4856	0.4649	0.4157	0.3693	0.3361	0.3392
	7	0.6393	0.6623	0.6056	0.5336	0.5411	0.6033	0.4797	0.4627	0.4224	0.3753	0.3375	0.3254
	8	0.6809	0.6587	0.6104	0.5629	0.5436	0.5797	0.4769	0.4614	0.4239	0.3783	0.3383	0.3176
0.2	1	0.2670	0.2542	0.2351	0.1766	0.1237	0.1495	0.3841	0.3830	0.3553	0.2897	0.2037	0.1528
	2	0.2745	0.2617	0.2223	0.1687	0.1333	0.1631	0.3929	0.3890	0.3402	0.2795	0.2151	0.1747
	3	0.2634	0.2536	0.2207	0.1757	0.1420	0.1500	0.3861	0.3714	0.3353	0.2875	0.2283	0.1835
	4	0.2675	0.2538	0.2192	0.1769	0.1450	0.1469	0.3874	0.3737	0.3377	0.2860	0.2244	0.1577
	5	0.2824	0.2590	0.2085	0.1604	0.1438	0.1881	0.3973	0.3785	0.3326	0.2745	0.2205	0.1858
	6	0.2689	0.2523	0.2161	0.1754	0.1478	0.1502	0.3858	0.3733	0.3390	0.2877	0.2243	0.1534
	7	0.2664	0.2517	0.2175	0.1783	0.1486	0.1431	0.3876	0.3741	0.3380	0.2858	0.2237	0.1594
	8	0.2652	0.2512	0.2182	0.1796	0.1490	0.1396	0.3977	0.3742	0.3379	0.2855	0.2236	0.1589
0.1	1	0.1354	0.1333	0.1177	0.0880	0.0611	0.0717	0.1496	0.1376	0.1206	0.1053	0.0686	-0.0421
	2	0.1392	0.1320	0.1112	0.0840	0.0660	0.0810	0.1451	0.1380	0.1282	0.1099	0.0623	-0.0531
	3	0.1362	0.1291	0.1106	0.0875	0.0701	0.0719	0.1487	0.1424	0.1288	0.1038	0.0583	-0.0424
	4	0.1355	0.1278	0.1096	0.0884	0.0723	0.0696	0.1496	0.1442	0.1303	0.1046	0.0532	-0.0391
	5	0.1425	0.1309	0.1054	0.0805	0.0704	0.0893	0.1376	0.1416	0.1425	0.1179	0.0530	-0.0721
	6	0.1364	0.1281	0.1089	0.0874	0.0723	0.0720	0.1480	0.1463	0.1354	0.1062	0.0499	-0.0426
	7	0.1354	0.1276	0.1094	0.0885	0.0726	0.0693	0.1517	0.1480	0.1334	0.1021	0.0468	-0.0323
	8	0.1353	0.1276	0.1095	0.0886	0.0726	0.0690	0.1533	0.1490	0.1321	0.0996	0.0460	-0.0261

表中の値は總て ρ_0 の係数を示す

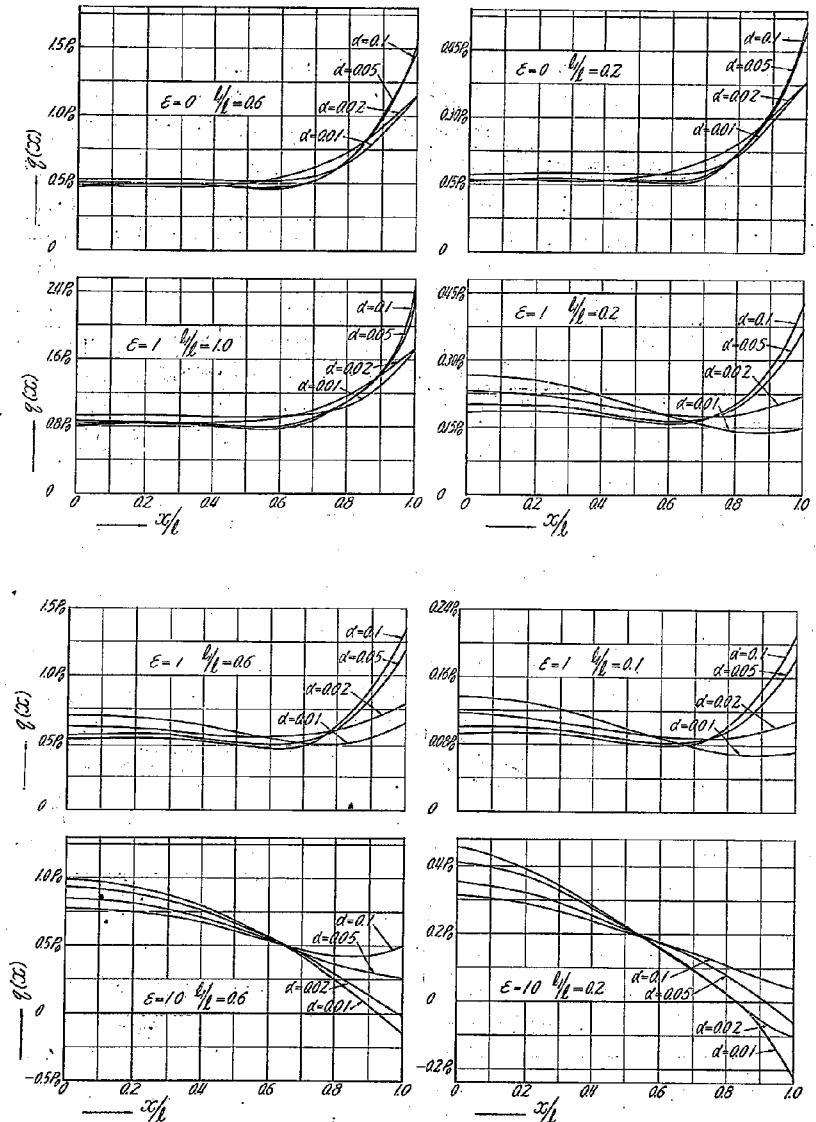
附表第4 $M_a/2bl^2$ の値 ($\alpha=0.01$, $\epsilon=1$)

(a) 布等荷重

(b) 三角形荷重

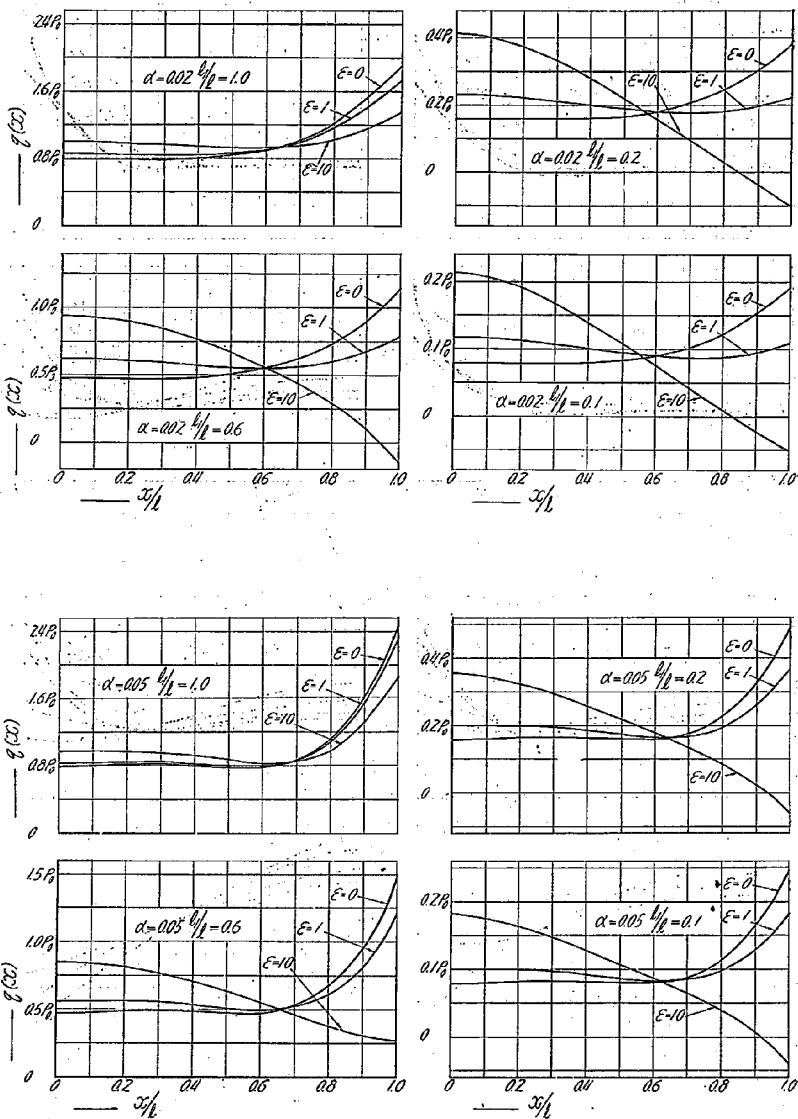
h/l		ξ						h/l		ξ					
		0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0			0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1.0	1	-0.5010	-0.3228	-0.1832	-0.0865	-0.0255	0	1.0	1	-0.2315	-0.1428	-0.0774	-0.0345	-0.0085	0
	2	-0.0010	-0.0028	-0.0032	-0.0065	-0.0035	0		2	-0.0619	-0.0375	-0.0144	-0.0038	-0.0008	0
	3	-0.3227	-0.3429	-0.2034	-0.1007	-0.0303	0		3	-0.2378	-0.1496	-0.0843	-0.0383	-0.0112	0
	4	-0.0237	-0.0229	-0.0234	-0.0207	-0.0103	0		4	-0.0711	-0.0463	-0.0182	-0.0086	-0.0026	0
	5	-0.5337	-0.3523	-0.2083	-0.1007	-0.0287	0		5	-0.2416	-0.1528	-0.0860	-0.0393	-0.0106	0
	6	-0.0337	-0.0223	-0.0283	-0.0207	-0.0087	0		6	-0.0749	-0.0475	-0.0200	-0.0086	-0.0029	0
	7	-0.5402	-0.3583	-0.2127	-0.1025	-0.0287	0		7	-0.2438	-0.1548	-0.0874	-0.0399	-0.0106	0
	8	-0.0402	-0.0383	-0.0327	-0.0225	-0.0087	0		8	-0.0771	-0.0465	-0.0214	-0.0092	-0.0029	0
0.5	1	-0.5450	-0.3669	-0.2276	-0.1178	-0.0360	0	0.5	1	-0.2456	-0.1579	-0.0826	-0.0432	-0.0131	0
	2	-0.0450	-0.0467	-0.0476	-0.0378	-0.0120	0		2	-0.0789	-0.0726	-0.0366	-0.0245	-0.0124	0
	3	-0.5467	-0.3652	-0.2195	-0.1069	-0.0301	0		3	-0.2461	-0.1574	-0.0893	-0.0415	-0.0111	0
	4	-0.0467	-0.0432	-0.0392	-0.0269	-0.0101	0		4	-0.0794	-0.0721	-0.0338	-0.0208	-0.0104	0
	5	-0.5471	-0.3648	-0.2173	-0.1043	-0.0287	0		5	-0.2463	-0.1564	-0.0891	-0.0406	-0.0106	0
	6	-0.0471	-0.0448	-0.0373	-0.0243	-0.0087	0		6	-0.0796	-0.0711	-0.0331	-0.0209	-0.0099	0
	7	-0.5473	-0.3646	-0.2164	-0.1032	-0.0281	0		7	-0.2463	-0.1571	-0.0888	-0.0402	-0.0104	0
	8	-0.0473	-0.0446	-0.0364	-0.0232	-0.0081	0		8	-0.0796	-0.0717	-0.0328	-0.0203	-0.0097	0
0.2	1	-0.2711	-0.1652	-0.0882	-0.0385	-0.0104	0	0.2	1	-0.1802	-0.1098	-0.0580	-0.0223	-0.0062	0
	2	-0.0911	-0.0832	-0.0632	-0.0435	-0.0120	0		2	-0.0735	-0.0648	-0.0447	-0.0211	-0.0065	0
	3	-0.2777	-0.1723	-0.0933	-0.0435	-0.0115	0		3	-0.1818	-0.1116	-0.0603	-0.0262	-0.0065	0
	4	-0.0977	-0.0923	-0.0733	-0.0435	-0.0115	0		4	-0.0751	-0.0666	-0.0470	-0.0245	-0.0065	0
	5	-0.2817	-0.1757	-0.0971	-0.0435	-0.0115	0		5	-0.1828	-0.1125	-0.0608	-0.0263	-0.0065	0
	6	-0.1017	-0.0937	-0.0771	-0.0435	-0.0115	0		6	-0.0761	-0.0675	-0.0475	-0.0246	-0.0065	0
	7	-0.2839	-0.1778	-0.0986	-0.0441	-0.0115	0		7	-0.1834	-0.1130	-0.0612	-0.0264	-0.0065	0
	8	-0.1039	-0.0978	-0.0782	-0.0441	-0.0115	0		8	-0.0767	-0.0680	-0.0479	-0.0247	-0.0072	0
0.1	1	-0.2860	-0.1812	-0.1043	-0.0498	-0.0141	0	0.1	1	-0.1841	-0.1140	-0.0623	-0.0280	-0.0072	0
	2	-0.1060	-0.1012	-0.0813	-0.0498	-0.0141	0		2	-0.0774	-0.0690	-0.0495	-0.0263	-0.0067	0
	3	-0.2866	-0.1806	-0.1013	-0.0498	-0.0141	0		3	-0.1843	-0.1139	-0.0620	-0.0269	-0.0067	0
	4	-0.1066	-0.1005	-0.0813	-0.0498	-0.0141	0		4	-0.0776	-0.0689	-0.0487	-0.0262	-0.0067	0
	5	-0.2868	-0.1804	-0.1005	-0.0498	-0.0141	0		5	-0.1843	-0.1133	-0.0618	-0.0267	-0.0065	0
	6	-0.1068	-0.1004	-0.0813	-0.0498	-0.0141	0		6	-0.0776	-0.0683	-0.0488	-0.0260	-0.0065	0
	7	-0.2868	-0.1804	-0.1004	-0.0498	-0.0141	0		7	-0.1843	-0.1138	-0.0617	-0.0265	-0.0064	0
	8	-0.1068	-0.1001	-0.0813	-0.0498	-0.0141	0		8	-0.0776	-0.0683	-0.0484	-0.0248	-0.0064	0
0.05	1	-0.0841	-0.0495	-0.0253	-0.0104	-0.0027	0	0.05	1	-0.1272	-0.0748	-0.0374	-0.0129	-0.0032	0
	2	-0.0641	-0.0351	-0.0168	-0.0035	-0.0003	0		2	-0.0672	-0.0379	-0.0193	-0.0037	-0.0003	0
	3	-0.0855	-0.0510	-0.0268	-0.0115	-0.0028	0		3	-0.1289	-0.0767	-0.0396	-0.0161	-0.0037	0
	4	-0.0655	-0.0358	-0.0172	-0.0035	-0.0003	0		4	-0.0689	-0.0389	-0.0205	-0.0037	-0.0003	0
	5	-0.0864	-0.0518	-0.0272	-0.0115	-0.0028	0		5	-0.1303	-0.0780	-0.0404	-0.0163	-0.0036	0
	6	-0.0664	-0.0361	-0.0175	-0.0035	-0.0003	0		6	-0.0703	-0.0402	-0.0208	-0.0037	-0.0003	0
	7	-0.0872	-0.0526	-0.0284	-0.0126	-0.0033	0		7	-0.1299	-0.0775	-0.0401	-0.0162	-0.0036	0
	8	-0.0672	-0.0372	-0.0179	-0.0035	-0.0003	0		8	-0.0699	-0.0397	-0.0200	-0.0037	-0.0003	0
0.02	1	-0.0872	-0.0525	-0.0278	-0.0117	-0.0028	0	0.02	1	-0.1297	-0.0776	-0.0405	-0.0167	-0.0039	0
	2	-0.0672	-0.0372	-0.0179	-0.0035	-0.0003	0		2	-0.0697	-0.0398	-0.0201	-0.0037	-0.0003	0
	3	-0.0872	-0.0525	-0.0278	-0.0117	-0.0028	0		3	-0.1298	-0.0775	-0.0400	-0.0160	-0.0035	0
	4	-0.0672	-0.0372	-0.0179	-0.0035	-0.0003	0		4	-0.0698	-0.0397	-0.0200	-0.0037	-0.0003	0
	5	-0.0872	-0.0525	-0.0278	-0.0117	-0.0028	0		5	-0.1298	-0.0775	-0.0401	-0.0161	-0.0036	0
	6	-0.0672	-0.0372	-0.0179	-0.0035	-0.0003	0		6	-0.0698	-0.0397	-0.0200	-0.0037	-0.0003	0
	7	-0.0872	-0.0525	-0.0278	-0.0117	-0.0028	0		7	-0.1298	-0.0775	-0.0401	-0.0161	-0.0036	0
	8	-0.0672	-0.0372	-0.0179	-0.0035	-0.0003	0		8	-0.0698	-0.0397	-0.0200	-0.0037	-0.0003	0
0.01	1	-0.0417	-0.0245	-0.0124	-0.0051	-0.0013	0	0.01	1	-0.0380	-0.0210	-0.0094	-0.0027	-0.0004	0
	2	-0.0367	-0.0212	-0.0132	-0.0036	-0.0014	0		2	-0.0313	-0.0201	-0.0083	-0.0020	0	0
	3	-0.0425	-0.0255	-0.0134	-0.0056	-0.0015	0		3	-0.0367	-0.0197	-0.0083	-0.0020	0	0
	4	-0.0379	-0.0253	-0.0136	-0.0057	-0.0014	0		4	-0.0364	-0.0193	-0.0081	-0.0019	0	0
	5	-0.0431	-0.0259	-0.0139	-0.0061	-0.0016	0		5	-0.0353	-0.0185	-0.0069	-0.0009	0	0
	6	-0.0381	-0.0253	-0.0136	-0.0058	-0.0014	0		6	-0.0357	-0.0186	-0.0074	-0.0015	0	0
	7	-0.0431	-0.0259	-0.0139	-0.0061	-0.0016	0		7	-0.0355	-0.0187	-0.0076	-0.0018	0	0
	8	-0.0382	-0.0258	-0.0135	-0.0057	-0.0014	0		8	-0.0355	-0.0187	-0.0077	-0.0019	0	0

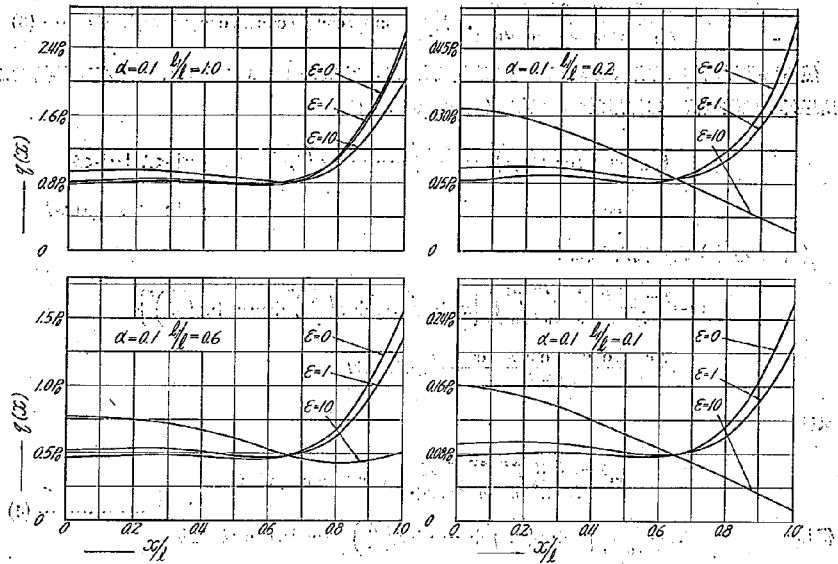
表中央の値は $(M_a + M_l)/2bl^2$ の値を示す



等布荷重

附圖第1 地盤反力の値(α の影響)





等 布 荷 重

附 圖 第 2 地盤反力の値 (ε による影響)

附 録 I 基礎地盤表面の沈下

地盤表面の沈下 w は基礎地盤を semiinfinite elastic body と考へ、その表面に垂直荷重 $q(x, y)$ のみが作用し水平荷重の作用なきものとして求めらる。

座標及記號は本文と同一なるものを使用するとき、本文に於ける垂直荷重は x, y に對し對稱なるを以て水平荷重の作用なき場合の表面の沈下 w は次式の如く示さる。¹⁾

$$w = -\frac{1-\sigma_2}{1-2\sigma_2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{A_1}{\sqrt{a^2+\beta^2}} \cos ax \cos \beta y da d\beta \dots\dots\dots (1)$$

(1) 式の A_1 は $q(x, y)$ を フーリエの double integral にて示し、次の如く求めらる。

$$A_1 = -\frac{8}{\pi^2} \frac{(1-2\sigma_2)(1+\sigma_2)}{E_2} \int_0^\infty \int_0^\infty q(\lambda, \mu) \cos a\lambda \cos \beta\mu d\lambda d\mu \dots\dots\dots (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入すれば

1) 著者：弾性地盤に於ける基礎の沈下に関する理論的研究 土木學會誌 昭和 6 年 7 月 846 頁

$$w = \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{q(\lambda, \mu)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cos \alpha x \cos \beta y \cos \alpha a \cos \beta b d\alpha d\beta d\lambda d\mu \quad \dots (3)$$

然るに基礎地盤に作用する垂直荷重は地盤反力にして本文の (1) 式に示され、且つ桁と接觸せる場
所以外には垂直荷重の作用なきを以て $q(x, y)$ は次の如し。

$$q(x, y) = -a_0 - a_2 \left(\frac{x}{l}\right)^2 - a_3 \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \dots - a_n \left(\frac{x}{l}\right)^n \quad |x| < l, |y| < b$$

$$= 0 \quad |x| > l \text{ or } |y| > b$$

$q(x, y)$ を (3) 式に代入すれば

$$w = \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^l \int_0^b \left\{ a_0 + a_2 \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 + a_3 \left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 + \dots + a_n \left(\frac{\lambda}{l}\right)^n \right\} \\ \times \frac{\cos \alpha \lambda \cos \beta \mu \cos \alpha x \cos \beta y}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} d\mu d\lambda d\alpha d\beta$$

又は

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cos \alpha x \cos \beta y d\alpha d\beta \\ \text{但し } A &= \int_0^l \int_0^b \left\{ a_0 + a_2 \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 + \dots + a_n \left(\frac{\lambda}{l}\right)^n \right\} \cos \beta \mu \cos \alpha \lambda d\mu d\lambda \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

(4) 式の A を積分するときは次の如し、

$$A = \frac{\sin \beta b}{\beta} (a_0 B_0 + a_2 B_2 + a_3 B_3 + \dots + a_n B_n)$$

但し $B_n = \int_0^l \left(\frac{\lambda}{l}\right)^n \cos \alpha \lambda d\lambda$ として $n=5$ の値を求めれば

$$B_0 = \frac{\sin \alpha l}{\alpha}, \quad B_2 = \frac{\sin \alpha l}{\alpha} - 2 \frac{1 - \cos \alpha l}{\alpha^3 l} + 2 \frac{\alpha l - \sin \alpha l}{\alpha^5 l^3}$$

$$B_3 = \frac{\sin \alpha l}{\alpha} - 3 \frac{1 - \cos \alpha l}{\alpha^3 l} + 6 \frac{\alpha l - \sin \alpha l}{\alpha^5 l^3} - \frac{6}{\alpha^7 l^3} \left(\cos \alpha l + \frac{\alpha^2 l^2}{2} - 1 \right)$$

$$B_4 = \frac{\sin \alpha l}{\alpha} - 4 \frac{1 - \cos \alpha l}{\alpha^3 l} + 12 \frac{\alpha l - \sin \alpha l}{\alpha^5 l^3} - \frac{24}{\alpha^7 l^3} \left(\cos \alpha l + \frac{\alpha^2 l^2}{2} - 1 \right) + \frac{24}{\alpha^9 l^5} \left(\sin \alpha l - \alpha l + \frac{\alpha^3 l^3}{6} \right)$$

$$B_5 = \frac{\sin \alpha l}{\alpha} - 5 \frac{1 - \cos \alpha l}{\alpha^3 l} + 20 \frac{\alpha l - \sin \alpha l}{\alpha^5 l^3} - \frac{60}{\alpha^7 l^3} \left(\cos \alpha l + \frac{\alpha^2 l^2}{2} - 1 \right) \\ + \frac{120}{\alpha^9 l^5} \left(\sin \alpha l - \alpha l + \frac{\alpha^3 l^3}{6} \right) - \frac{120}{\alpha^9 l^5} \left(-\cos \alpha l + 1 - \frac{\alpha^2 l^2}{2} + \frac{\alpha^4 l^4}{24} \right)$$

$B_0, B_1, \dots$ の値を (4) 式に代入するときは w は次の (5) 式に示す定積分を適當に組み合せて求め得らるゝ事を知る。

$$I_0 = \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b \sin \alpha l}{\alpha \beta \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos \alpha x d\alpha d\beta$$

$$I_1 = \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b (1 - \cos \alpha l)}{\alpha^2 \beta \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos \alpha x d\alpha d\beta$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b (a l - \sin a l)}{a^2 \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos a x d a d \beta \\
 I_3 &= \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b (\cos a l + a^2 l^2 / 2 - 1)}{a^4 \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos a x d a d \beta \\
 I_4 &= \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b (\sin a l - a l + a^2 l^2 / 6)}{a^5 \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos a x d a d \beta \\
 I_5 &= \frac{8}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b (-\cos a l + 1 - a^2 l^2 / 2 + a^4 l^4 / 24)}{a^6 \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} \cos \beta y \cos a x d a d \beta
 \end{aligned} \quad \dots (5)$$

(5) 式に於て $I_1 = \int_0^l I_0 dl$, $I_2 = \int_0^l I_1 dl$, $I_3 = \int_0^l I_2 dl$, etc. の關係あるを以て I_0 の積分値を求めるときは I_1, I_2 , etc. は l にて積分して求めらる。

今 I_0 の積分値を求めるに

$$\sin \beta b \sin a l \cos \beta y \cos a x = \frac{1}{4} \{ \sin a(l+x) + \sin a(l-x) \} \{ \sin \beta(b+y) + \sin \beta(b-y) \}$$

従つて

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \frac{2}{\pi^2} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta(b+y) \sin a(l+x)}{a \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} d a d \beta + \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta(b+y) \sin a(l-x)}{a \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} d a d \beta \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta(b-y) \sin a(l+x)}{a \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} d a d \beta + \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta(b-y) \sin a(l-x)}{a \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} d a d \beta \right] \dots (6)
 \end{aligned}$$

然るに

$$I = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\sin \beta b \sin a a}{a \beta \sqrt{a^2 + \beta^2}} d a d \beta \quad a > b, b > 0$$

なる積分値は次の如く示さるゝを以て

$$I = \frac{1}{2\pi} \left\{ a \log \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{\sqrt{a^2 + b^2} - b} + b \log \frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a} \right\}$$

従つて (5) 式に示さるゝ I_1, I_2 等は容易に求めらる。

今 (6) 式に於ける第一項に相當するものゝみを示せば (他の項は $b+y, l+x$ と $b-y, l-x$ とを適當に交換して得らる)

$$\begin{aligned}
 I_0 &= \frac{1}{2\pi} f_0(l+x, b+y), & I_1 &= \frac{1}{2\pi} \{ f_1(l+x, b+y) - f_1(x, b+y) \} \\
 I_2 &= \frac{1}{2\pi} \{ f_2(l+x, b+y) - f_2(x, b+y) - f_2(x, b+y) \} \\
 I_3 &= \frac{1}{2\pi} \{ f_3(l+x, b+y) - f_3(x, b+y) - f_3(x, b+y) - \frac{l^2}{2} f_1(x, b+y) \} \\
 I_4 &= \frac{1}{2\pi} \{ f_4(l+x, b+y) - f_4(x, b+y) - f_4(x, b+y) - \frac{l^2}{2} f_2(x, b+y) - \frac{l^3}{6} f_1(x, b+y) \} \\
 I_5 &= \frac{1}{2\pi} \{ f_5(l+x, b+y) - f_5(x, b+y) - f_5(x, b+y) - \frac{l^2}{2} f_3(x, b+y) \\
 &\quad - \frac{l^3}{6} f_2(x, b+y) - \frac{l^4}{24} f_1(x, b+y) \}
 \end{aligned} \quad (7)$$

但し f_0, f_1 , etc. は次式に示す如し.

$$\begin{aligned}
 f_0(x, y) &= x \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + y \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} \\
 f_1(x, y) &= \frac{x^2}{2} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + xy \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - y(x^2+y^2)^{1/2} \\
 f_2(x, y) &= \frac{x^3}{6} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + \frac{x^2y}{2} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - \frac{y^3}{12} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} \\
 &\quad - \frac{5}{6} xy(x^2+y^2)^{1/2} \\
 f_3(x, y) &= \frac{x^4}{24} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + \frac{x^3y}{6} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - \frac{xy^3}{12} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} \\
 &\quad - \frac{13}{36} y(x^2+y^2)^{3/2} + \frac{5}{12} y^3(x^2+y^2)^{1/2} \\
 f_4(x, y) &= \frac{x^5}{120} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + \frac{x^4y}{24} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - \frac{x^2y^3}{24} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} \\
 &\quad + \frac{y^5}{320} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - \frac{77}{720} xy(x^2+y^2)^{3/2} + \frac{15}{96} xy^3(x^2+y^2)^{1/2} \\
 f_5(x, y) &= \frac{x^6}{720} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y} + \frac{x^5y}{120} \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} - \left(\frac{x^3y^3}{72} - \frac{xy^5}{320} \right) \log \frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x} \\
 &\quad - \frac{29}{1200} y(x^2+y^2)^{5/2} + \frac{61}{864} y^3(x^2+y^2)^{3/2} - \frac{23}{480} y^5(x^2+y^2)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{8}$$

(4) 式の w を (9) 式の如く示すときは

$$w = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1-\sigma_2^2}{E} l (a_0 A_0 + a_2 A_2 + \dots + a_n A_n) \tag{9}$$

$A_0, A_2, \dots$ と (5) 式に示す I_0, I_1 , 等と次の関係あり.

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \frac{\pi}{l} I_0, & A_2 &= \frac{\pi}{l^3} (l^2 I_0 - 2l I_1 + 2 I_2) \\
 A_3 &= \frac{\pi}{l^4} (l^3 I_0 - 3l^2 I_1 + 6l I_2 - 6 I_3) \\
 A_4 &= \frac{\pi}{l^5} (l^4 I_0 - 4l^3 I_1 + 12l^2 I_2 - 24l I_3 + 24 I_4) \\
 A_5 &= \frac{\pi}{l^6} (l^5 I_0 - 5l^4 I_1 + 20l^3 I_2 - 60l^2 I_3 + 120l I_4 - 120 I_5)
 \end{aligned} \tag{10}$$

(10) 式に (7) 式の $I_0, I_1, I_2, \dots$ を代入して整理するときは A_0, A_2, A_3, A_4, A_5 は (11) 式に示さる.

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \frac{1}{2} F_0(n\gamma, a, \xi), & A_2 &= \frac{1}{2} \left\{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 2F_1(n\gamma, a, \xi) + 2F_2(n\gamma, a, \xi) \right\} \\
 A_3 &= \frac{1}{2} \left\{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 3F_1(n\gamma, a, \xi) + 6F_2(n\gamma, a, \xi) - 6F_3(n\gamma, a, \xi) + 12G_3(n\gamma, a, \xi) \right\}
 \end{aligned}$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \left\{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 4F_1(n\gamma, a, \xi) + 12F_2(n\gamma, a, \xi) - 24F_3(n\gamma, a, \xi) + 24F_4(n\gamma, a, \xi) \right\} \quad (11)$$

$$A_5 = \frac{1}{2} \left\{ F_0(n\gamma, a, \xi) - 5F_1(n\gamma, a, \xi) + 20F_2(n\gamma, a, \xi) - 60F_3(n\gamma, a, \xi) + 120F_4(n\gamma, a, \xi) - 120F_5(n\gamma, a, \xi) + 240G_5(n\gamma, a, \xi) \right\}$$

但し

$$n\gamma = x/l, \quad a = b/l, \quad \xi = y/l.$$

(11) 式の $F_0(n\gamma, a, \xi)$, $F_1(n\gamma, a, \xi)$ etc. は次式の如し

$$\begin{aligned} F_0(n\gamma, a, \xi) &= f_0(1+n\gamma, a+\xi) + f_0(1+n\gamma, a-\xi) + f_0(1-n\gamma, a+\xi) + f_0(1-n\gamma, a-\xi) \\ F_1(n\gamma, a, \xi) &= f_1(1+n\gamma, a+\xi) + f_1(1+n\gamma, a-\xi) + f_1(1-n\gamma, a+\xi) + f_1(1-n\gamma, a-\xi) \\ F_2(n\gamma, a, \xi) &= f_2(1+n\gamma, a+\xi) + f_2(1+n\gamma, a-\xi) + f_2(1-n\gamma, a+\xi) + f_2(1-n\gamma, a-\xi) \\ F_3(n\gamma, a, \xi) &= f_3(1+n\gamma, a+\xi) + f_3(1+n\gamma, a-\xi) + f_3(1-n\gamma, a+\xi) + f_3(1-n\gamma, a-\xi) \\ F_4(n\gamma, a, \xi) &= f_4(1+n\gamma, a+\xi) + f_4(1+n\gamma, a-\xi) + f_4(1-n\gamma, a+\xi) + f_4(1-n\gamma, a-\xi) \\ F_5(n\gamma, a, \xi) &= f_5(1+n\gamma, a+\xi) + f_5(1+n\gamma, a-\xi) + f_5(1-n\gamma, a+\xi) + f_5(1-n\gamma, a-\xi) \\ G_5(n\gamma, a, \xi) &= f_5(n\gamma, a+\xi) + f_5(n\gamma, a-\xi), \quad G_5(n\gamma, a, \xi) = f_5(n\gamma, a+\xi) + f_5(n\gamma, a-\xi) \end{aligned} \quad (12)$$

桁の中央即ち $y=0$ に於ける基礎地盤の沈下は (12) 式に於て $\xi=0$ と置けるものに等しく

$$w_0 = \frac{1}{\pi} \frac{1-\sigma_2^2}{E_2} (a_0 A_0 + a_2 A_2 + \dots + a_n A_n) \quad (13)$$

 A_0, A_2 は (11) 式に $\xi=0$ と置けるものにして, (12) 式の $F_0(n\gamma, a, \xi)$, etc. は次の如く示さる

$$\begin{aligned} F_0(n\gamma, a, 0) &= 2 \left\{ f_0(1+n\gamma, a) + f_0(1-n\gamma, a) \right\}, \quad F_1(n\gamma, a, 0) = 2 \left\{ f_1(1+n\gamma, a) + f_1(1-n\gamma, a) \right\} \\ F_2(n\gamma, a, 0) &= 2 \left\{ f_2(1+n\gamma, a) + f_2(1-n\gamma, a) \right\}, \quad F_3(n\gamma, a, 0) = 2 \left\{ f_3(1+n\gamma, a) + f_3(1-n\gamma, a) \right\} \\ F_4(n\gamma, a, 0) &= 2 \left\{ f_4(1+n\gamma, a) + f_4(1-n\gamma, a) \right\}, \quad F_5(n\gamma, a, 0) = 2 \left\{ f_5(1+n\gamma, a) + f_5(1-n\gamma, a) \right\} \\ G_5(n\gamma, a, 0) &= 2f_5(n\gamma, a), \quad G_5(n\gamma, a, 0) = 2f_5(n\gamma, a) \end{aligned} \quad (14)$$

桁の端即ち $y=b$ に於ける基礎地盤の沈下は (12) 式に $\xi=b/\gamma=a$ と置けるものに等しく

$$w_b = \frac{1}{\pi} \frac{1-\sigma_2^2}{E_2} (a_0 A_0 + a_2 A_2 + \dots + a_n A_n) \quad (15)$$

にして $F_0(n\gamma, a, \xi)$, etc. は次の如し.

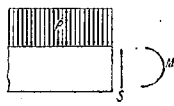
$$\begin{aligned} F_0(n\gamma, a, a) &= f_0(1+n\gamma, 2a) + f_0(1-n\gamma, 2a), \quad F_1(n\gamma, a, a) = f_1(1+n\gamma, 2a) + f_1(1-n\gamma, 2a) \\ F_2(n\gamma, a, a) &= f_2(1+n\gamma, 2a) + f_2(1-n\gamma, 2a), \quad F_3(n\gamma, a, a) = f_3(1+n\gamma, 2a) + f_3(1-n\gamma, 2a) \\ F_4(n\gamma, a, a) &= f_4(1+n\gamma, 2a) + f_4(1-n\gamma, 2a), \quad F_5(n\gamma, a, a) = f_5(1+n\gamma, 2a) + f_5(1-n\gamma, 2a) \\ G_5(n\gamma, a, a) &= f_5(n\gamma, 2a), \quad G_5(n\gamma, a, a) = f_5(n\gamma, 2a) \end{aligned} \quad (16)$$

(14) 式と (16) 式とを比較すれば, $b/l=a$ なる桁の端の沈下 w_b は幅が 2 倍なる即ち $b/l=2a$ なる桁の中央の沈下 w_0 の半分なることを知る. 即ち

$$(w_0)_x = \frac{1}{2}(w_0)_{2x} \dots\dots\dots (17)$$

附 録 II 桁 の 撓 度

座標及附號は本文に於けるものと同一なるものを使用し bending moment (M), Shear (S), 及荷重 p の正の方向は第1圖に示す如し. 桁の撓度 v は下方を正とする.



第 1 圖

然るとき, v , M , S , 及 p の間には次式に示す關係あり.

$$\frac{d^4 v}{dx^4} = \frac{p}{E_1 I}, \quad M = E_1 I \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad S = E_1 I \frac{d^3 v}{dx^3} \dots\dots\dots (1)$$

1) 厚さ一様なる桁が兩端にて自由なる場合

地盤反力のみによる桁の撓度 v_q 及地盤反力 q との間には (1) 式より次の關係あり.

$$\frac{d^4 v_q}{dx^4} = -\frac{q}{E_1 I}$$

又は q の代りに本文の (1) 式を代入すれば

$$\frac{d^4 v_q}{dx^4} = -\frac{2b}{E_1 I} \left\{ a_0 + a_2 \left(\frac{x}{l}\right)^2 + a_4 \left(\frac{x}{l}\right)^4 + \dots + a_n \left(\frac{x}{l}\right)^n \right\} \dots\dots\dots (2)$$

(2) 式より

$$v_q = -\frac{2b}{E_1 I} l^4 \left\{ \frac{a_0}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{x}{l}\right)^4 + \frac{a_2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \left(\frac{x}{l}\right)^6 + \dots + \frac{a_n}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \left(\frac{x}{l}\right)^{n+4} \right\} \\ + \frac{c_1}{6} x^3 + \frac{c_2}{2} x^2 + c_3 x + c_4 \dots\dots\dots (3)$$

但し c_1, c_2, c_3, c_4 は積分常數を示す.

荷重が對稱にして, 兩端自由なるを以て常數 c_1, c_2, c_3 は次の限界條件より求めらる.

$$\left. \begin{aligned} x=0; & \quad \frac{dv_q}{dx} = 0 \\ x=l; & \quad \frac{d^2 v_q}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3 v_q}{dx^3} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

(3) 式を (4) 式に代入して c_1, c_2, c_3 を求むれば次の如し.

$$c_0 = \frac{2bl}{E_1 I} \left\{ a_0 + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_n}{n+1} \right\}, \quad c_2 = -\frac{2bl^3}{E_1 I} \left\{ \frac{a_0}{2} + \frac{a_2}{4} + \dots + \frac{a_n}{n+2} \right\}, \quad c_3 = 0$$

是等の値を (3) 式に代入し v_q, M_q, S_q を求むれば次の如し.

(M_q ; 地盤反力のみによる bending moment.)

(S_q ; " Shear)

$$v_p = \frac{bl^4}{E_1 I} (a_0 B_0 + a_2 B_2 + a_3 B_3 + \dots) + c_4$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } B_0 &= -\frac{1}{3 \cdot 4} \left(\frac{x}{l}\right)^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2, & B_2 &= -\frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \left(\frac{x}{l}\right)^6 + \frac{1}{9} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{1}{4} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \\ B_3 &= -\frac{2}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \left(\frac{x}{l}\right)^7 + \frac{1}{12} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{1}{5} \left(\frac{x}{l}\right)^2, & B_4 &= -\frac{2}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \left(\frac{x}{l}\right)^8 + \frac{1}{15} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{1}{6} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \\ B_5 &= -\frac{2}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} \left(\frac{x}{l}\right)^9 + \frac{1}{18} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{1}{7} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} M_p &= -2bl^2 \left\{ \frac{a_0}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2 + \frac{a_2}{3 \cdot 4} \left(\frac{x}{l}\right)^4 + \frac{a_3}{4 \cdot 5} \left(\frac{x}{l}\right)^5 + \dots \right\} \\ &\quad + 2bl^2 \left(a_3 + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} + \dots \right) \left(\frac{x}{l}\right) - 2bl^2 \left(\frac{a_0}{2} + \frac{a_2}{4} + \frac{a_3}{5} + \dots \right) \\ S_p &= -2bl \left\{ a_0 \left(\frac{x}{l}\right) + \frac{a_2}{3} \left(\frac{x}{l}\right)^3 + \frac{a_3}{4} \left(\frac{x}{l}\right)^4 + \dots \right\} \\ &\quad + 2bl \left(a_0 + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

(5) 式に示す如く $B_0, B_2, \dots$ は何れも (x/l) の函数なるを以て $a = \frac{b}{l}$ の値の如何に係らず厚さ一様にして両端自由なる總ての格に適用し得ることを知る。

次に荷重に依る撓度 v_p を求めるに荷重を $p(x)$ とすれば p と v_p との間には次の關係あり。

$$\frac{d^4 v_p}{dx^4} = \frac{1}{E_1 I} p(x) \dots \dots \dots (7)$$

$p(x)$ が既知なる時は (7) 式に示す微分方程式より一般の場合の v_p を求め得るが本文に於ける計算は必要なものみに止める。

a) $0 < x < l_1$ なる範圍に一樣なる荷重 p_0 が作用する場合 {本文第2圖(a)}

$p(x)$ は (8) 式の如く與へらるるを以て

$$\left. \begin{aligned} p(x) &= p_0 & 0 \leq x \leq l_1 \\ &= 0 & l_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

是等の値を (7) 式に代入し、両端が自由にて、荷重が對稱なる條件の下に積分常數を定める v_p, M_p 、

S_p は次の如し。

$$\left(\begin{array}{l} M_p; \text{ 荷重のみによる bending moment} \\ S_p; \text{ Shear} \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} v_p &= \frac{bl^4}{E_1 I} p_0 \left\{ \frac{1}{12} \left(\frac{x}{l}\right)^4 - \frac{1}{3} \left(\frac{l_1}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \left(\frac{x}{l}\right)^2 \right\} + c' & 0 < x \leq l_1 \\ &= \frac{bl^4}{E_1 I} p_0 \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{l_1}{l}\right)^3 \left(\frac{x}{l}\right) - \frac{7}{12} \left(\frac{l_1}{l}\right)^4 \right\} + c' & l_1 \leq x < l \\ M_p &= 2bl^2 p_0 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{l_1}{l} \left(\frac{x}{l}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \right\} & 0 < x \leq l_1 \\ &= 0 & l_1 \leq x < l \\ S_p &= 2bl p_0 \left\{ \left(\frac{x}{l}\right) - \left(\frac{l_1}{l}\right) \right\} & 0 < x \leq l_1 \\ &= 0 & l_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

b) $0 < x < l_1$ なる範囲に三角形の荷重の作用する場合 (本文第2圖 (b) 参照)

$p(x)$ は次の如く與へらるゝを以て

$$p(x) = p_0 \frac{l_1 - x}{l_1} \quad 0 \leq x \leq l_1$$

$$= 0 \quad l_1 \leq x \leq l$$

是等の値を (7) 式に代入し v_p , M_p , 及 S_p を求むれば

$$\left. \begin{aligned} v_p &= \frac{b l^4}{E I} p_0 \left\{ \frac{1}{12} \left(\frac{x}{l} \right)^4 - \frac{1}{60} \frac{l}{l_1} \left(\frac{x}{l} \right)^5 - \frac{1}{6} \left(\frac{l_1}{l} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{6} \left(\frac{l_1}{l} \right)^2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right\} + c_1' & 0 \leq x \leq l_1 \\ &= \frac{b l^4}{E I} p_0 \left\{ \frac{1}{12} \left(\frac{l_1}{l} \right)^3 \left(\frac{x}{l} \right) - \frac{1}{60} \left(\frac{l_1}{l} \right)^4 \right\} + c_1' & l_1 \leq x \leq l \\ M_p &= 2 b l^3 p_0 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^3 - \frac{1}{6} \left(\frac{l}{l_1} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{l_1}{l} \right) \left(\frac{x}{l} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{l_1}{l} \right)^2 \right\} & 0 \leq x \leq l_1 \\ &= 0 & l_1 \leq x \leq l \\ S_p &= 2 b l p_0 \left\{ \left(\frac{x}{l} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{l}{l_1} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{l_1}{l} \right) \right\} & 0 \leq x \leq l_1 \\ &= 0 & l_1 \leq x \leq l \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

(9) 及 (10) 式の v_p を見るに括弧中の數値は總て $\left(\frac{x}{l} \right)$ 及 $\left(\frac{l_1}{l} \right)$ の函數にして a 等には independent なるを以て、兩端自由にて厚さ一樣なる同一荷重狀態の桁に適用することが出来る。

附 録 III

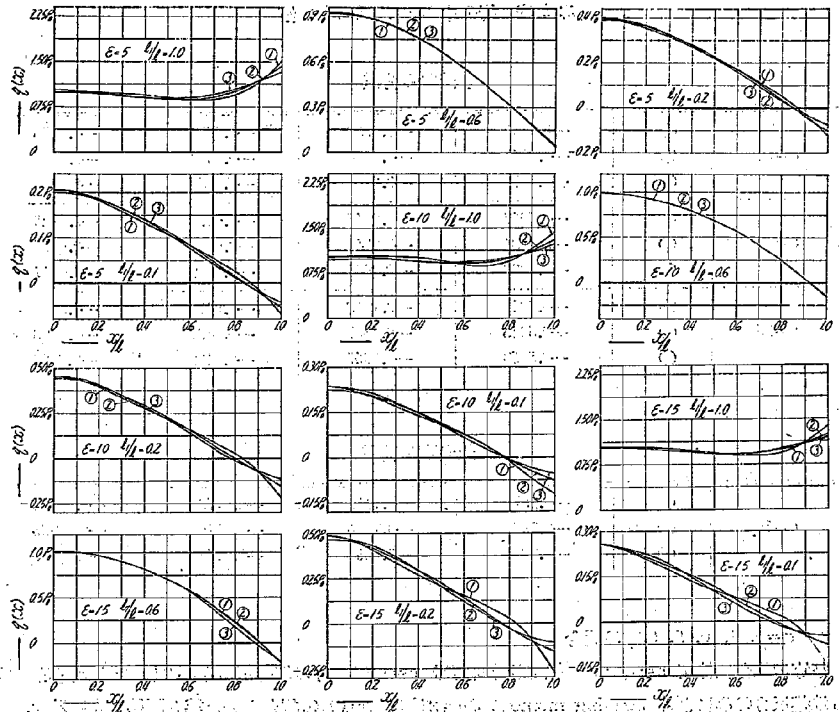
本文に於ては $\alpha = 0.01$, $\varepsilon = 1$ なる場合に就て未知數の數及基礎地盤の沈下と桁の撓度とを一致せしめる點の撰び方により地盤反力分布及彎曲力率が如何なる變化を爲すかを求めたるが、 a 及 ε の異なる場合に於ても類似の結果が得らるゝや否やを確める必要がある。而して本文に於ける如く8場合を全部計算するは頗る煩雜なるを以て次の3場合に就て計算を行つた。

- ① $\xi = 1, 0.6, 0.4, 0$ ② $\xi = 1, 0.6, 0$
③ $\xi = 1, 0.4, 0$

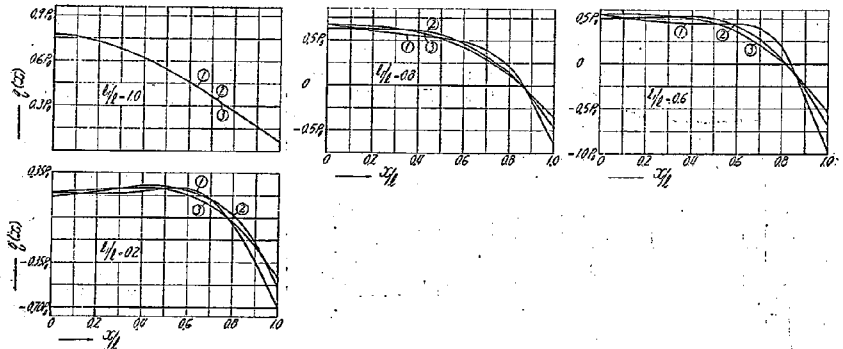
3つのものは本文に於ける ③, ⑥, ⑦ に相當する。而して是等3つのものゝ間に本文に於けると類似の關係があるときは他の場合に就ても略同様なるは推定するに難くない。

1. $\alpha = 0.01$ の場合.

$\alpha = 0.01$ の 合には等布荷重一樣なるときは $\varepsilon = 5, 10, 15$, 三角形荷重なるときは $\varepsilon = 10$, に就て計算を行ひ地盤反力は第1圖に桁の中央に於ける地盤反力のみによる彎曲力率を第1表に示す。



(a) 等布荷重



(b) 三角形荷重

第1圖 地盤反力の値 ($\alpha=0.01$)

第1表 桁の中心の $M_q/2bl^3$ の値

一様な荷重

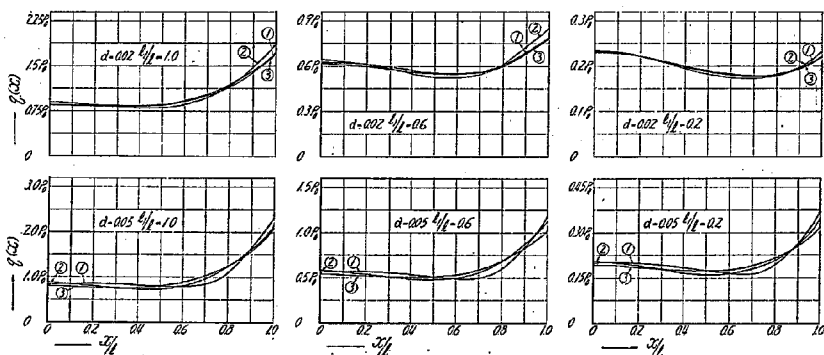
$\epsilon=5$	①	-0.5131	-0.2232	-0.0573	-0.0278
	②	-0.5167	-0.2234	-0.0564	-0.0272
	③	-0.5179	-0.2235	-0.0561	-0.0270
$\epsilon=10$	①	-0.5067	-0.2045	-0.0472	-0.0225
	②	-0.5081	-0.2044	-0.0465	-0.0221
	③	-0.5092	-0.2044	-0.0459	-0.0217
$\epsilon=15$	①	-0.5042	-0.1968	-0.0426	-0.0201
	②	-0.5048	-0.1967	-0.0421	-0.0198
	③	-0.5058	-0.1967	-0.0412	-0.0192

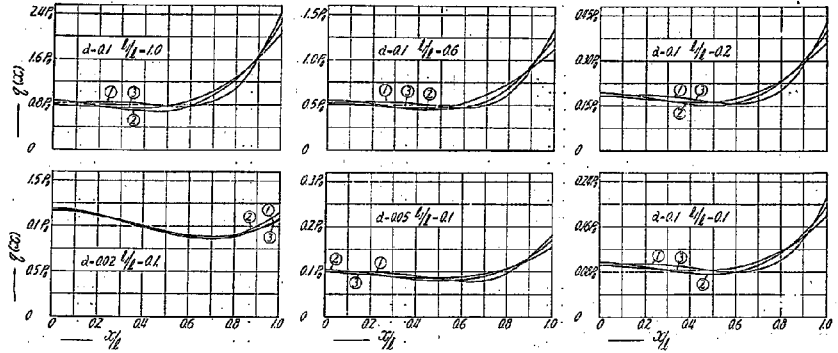
三角形の荷重

$\epsilon=10$	①	-0.1879	-0.1252	-0.0773	-0.00923
	②	-0.1877	-0.1214	-0.0716	-0.00928
	③	-0.1877	-0.1231	-0.0742	-0.00913

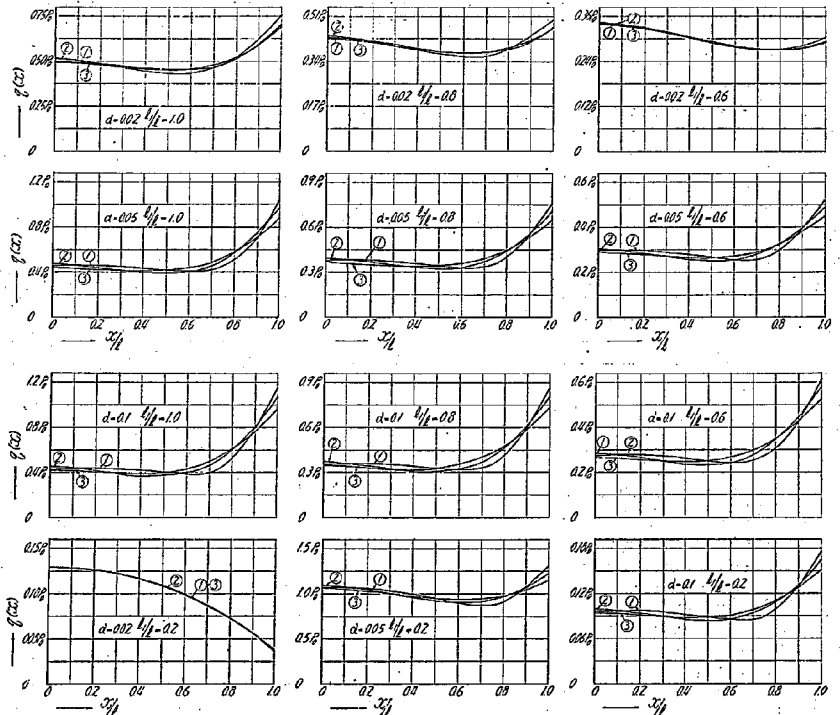
2. $\alpha=0.02, 0.05, 0.1$ の場合

是等の場合は總て $\epsilon=1, 10$ に就て計算を行ひ $\epsilon=1$ の場合の地盤反力を第2圖に桁の中央に於ける地盤反力のみによる bending moment を第2表に $\epsilon=10$ の場合を夫々第3圖第3表に示す。





(a) 等布荷重



(b) 三角形荷重

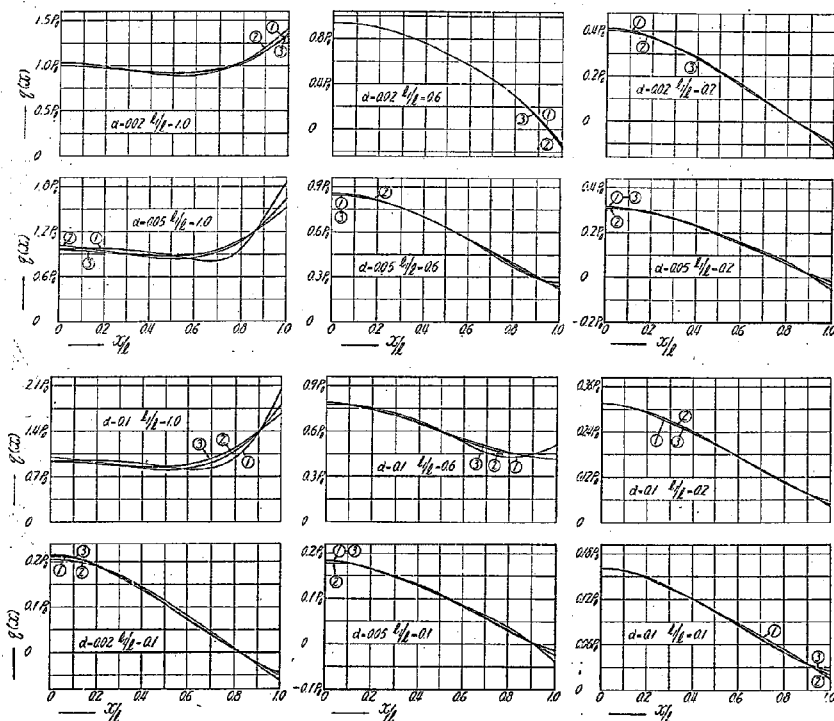
第2圖 地盤反力の値 ($\epsilon=1$)

第2表 桁の中心の $M_0/2bl^2$ の値
一様なる荷重 ($\varepsilon=1$)

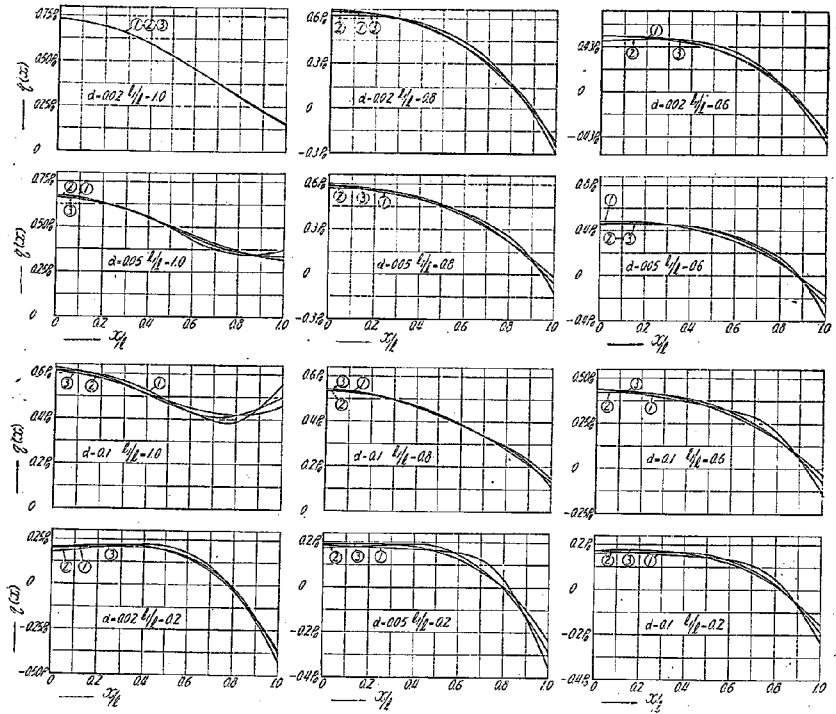
$\alpha=0.02$	①	-0.5546	-0.3045	-0.0959	-0.0477
	②	-0.5593	-0.3067	-0.0965	-0.0479
	③	-0.5584	-0.3063	-0.0964	-0.0479
$\alpha=0.05$	①	-0.5677	-0.3243	-0.1048	-0.0523
	②	-0.5767	-0.3290	-0.1062	-0.0529
	③	-0.5768	-0.3290	-0.1062	-0.0529
$\alpha=0.1$	①	-0.5750	-0.3340	-0.1092	-0.0545
	②	-0.5856	-0.3398	-0.1109	-0.0554
	③	-0.5858	-0.3398	-0.1110	-0.0554

三角形の荷重 ($\varepsilon=1$)

$\alpha=0.02$	①	-0.2588	-0.1985	-0.1432	-0.0425
	②	-0.2607	-0.1995	-0.1436	-0.0425
	③	-0.2603	-0.1993	-0.1436	-0.0425
$\alpha=0.05$	①	-0.2731	-0.2137	-0.1571	-0.0494
	②	-0.2771	-0.2165	-0.1589	-0.0498
	③	-0.2772	-0.2165	-0.1589	-0.0498
$\alpha=0.1$	①	-0.2803	-0.2210	-0.1637	-0.0526
	②	-0.2852	-0.2246	-0.1661	-0.0532
	③	-0.2853	-0.2247	-0.1662	-0.0533



(a) 等布荷重



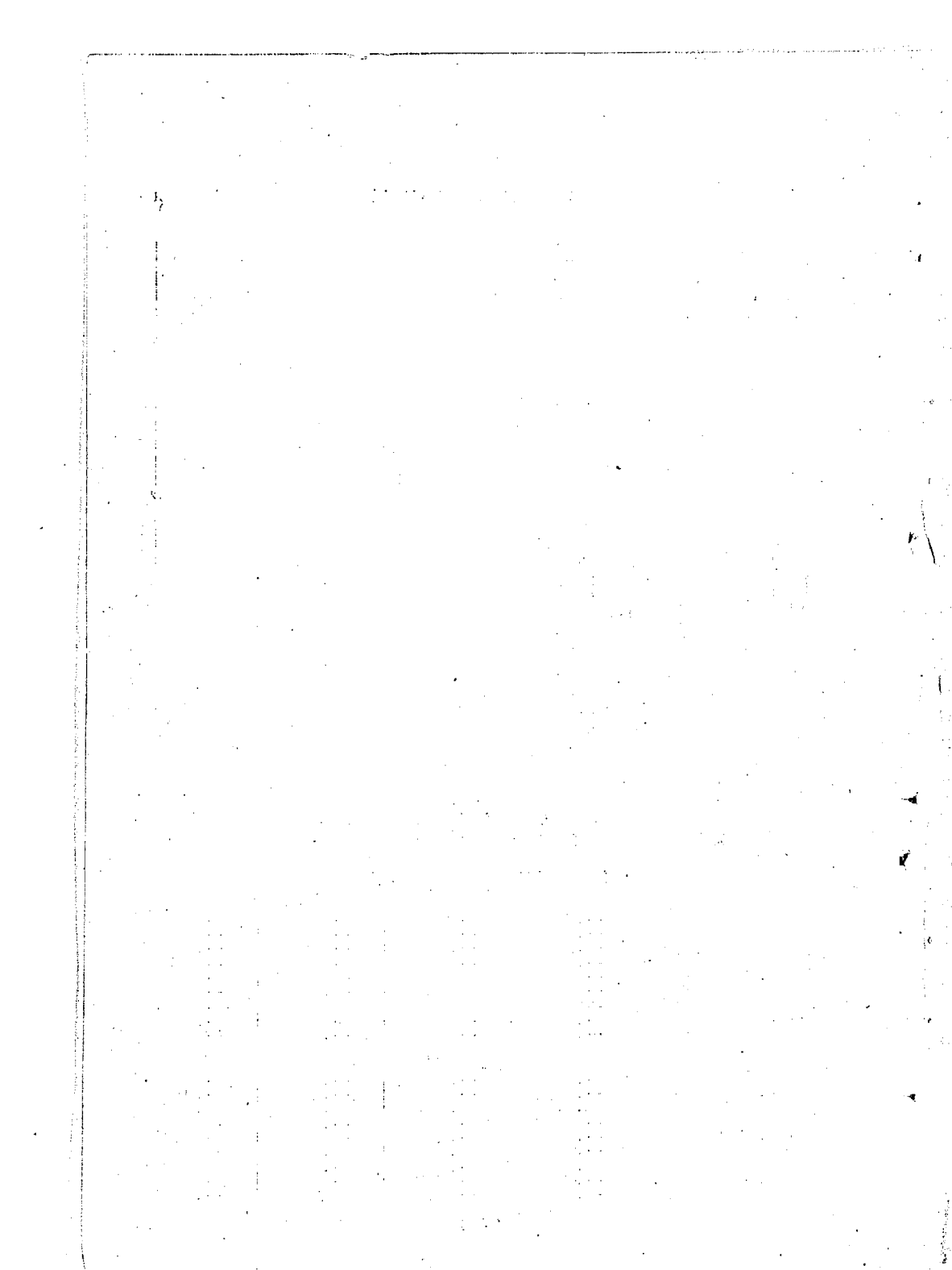
(b) 三角形荷重

第3図 地盤反力の値 ($\epsilon=1$)第3表 桁の中心の $M_q/2bl^2$ の値
一様なる荷重 ($\epsilon=10$)

$a=0.02$	①	-0.5153	-0.2185	-0.0538	-0.0259
	②	-0.5152	-0.2185	-0.0539	-0.0259
	③	-0.5162	-0.2185	-0.0535	-0.0257
$a=0.05$	①	-0.5281	-0.2436	-0.0661	-0.0323
	②	-0.5297	-0.2438	-0.0660	-0.0322
	③	-0.5312	-0.2440	-0.0658	-0.0320
$a=0.1$	①	-0.5392	-0.2634	-0.0736	-0.0372
	②	-0.5421	-0.2641	-0.0755	-0.0371
	③	-0.5436	-0.2645	-0.0754	-0.0370

三角形の荷重 ($\epsilon=10$)

$a=0.02$	①	-0.1979	-0.1322	-0.0817	-0.01163
	②	-0.1979	-0.1323	-0.0819	-0.01174
	③	-0.1979	-0.1314	-0.0805	-0.01099
$a=0.05$	①	-0.2159	-0.1517	-0.0998	-0.02054
	②	-0.2161	-0.1512	-0.0990	-0.02001
	③	-0.2164	-0.1508	-0.0982	-0.01947
$a=0.1$	①	-0.2301	-0.1668	-0.1136	-0.02733
	②	-0.2308	-0.1665	-0.1128	-0.02670
	③	-0.2312	-0.1664	-0.1124	-0.02637



溢流堤下游洗掘防止に關する一試験

内務技手 八 木 龜 助

梗 概

溢流堤下游の洗掘状態を模型實驗により観測し、溢流水勢緩和装置として阻柱又は噴水を設けたる場合洗掘防止に如何に効果あるかを試験し、尙魚道のある場合その吐口附近の洗掘状況に對する實驗をも行つたものである。

目 次

I 緒 論	(1)
II 試験の方法	(2)
III 測定の結果	(3)
IV 魚道吐口附近の洗掘試験	(9)

I 緒 論

(1) 試験の目的 溢流堤を越えて流下する水勢を弱め下游の洗掘を防止する爲めの装置として、先年常試験所に於て種々なる阻柱に對して模型試験を行ひ、其の結果は「阻柱に關する試験」として當所員本間仁氏の報告が當所報告第 24 號(昭和 8 年 6 月刊行)に掲載されてゐる。本試験は之に連絡して同氏指導の下に特に次の點を明らかにすることを目的として行はれたものである。

- i 阻柱の溢流堤下游洗掘に及ぼす影響
- ii 溢流堤下游に於ける土砂の流動状態
- iii 阻柱の位置と洗掘との關係
- iv 噴水式水勢減殺装置に關する試験
- v 魚道吐口附近に於ける洗掘状況

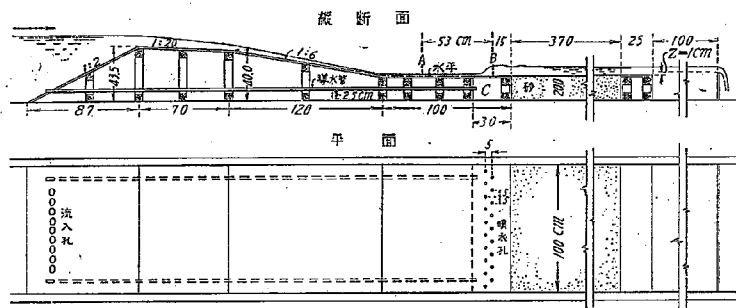
この種の試験は種々の副作用の混入し易き點、相似律の明確ならざる點等より試験によつて結論を得ることの甚だ困難な問題である。従つて本試験に於ても常に比較を主として行つてゐるのである。

(2) 試験の種類 この試験に用ひた阻柱は第 2 圖(a)に示すもので、これは前回の實驗報告第 III 型(小角錐)と同一構造す法のもので同報告に於てこの型の阻柱及び他の數種の阻柱の効果は比較されてゐるから今回はこれと噴水式水勢減殺装置とを比較して觀た。これは堰堤上流側に高水位を有する水を有壓水路にて溢流部下流に導き、溢流水勢を阻碍する如く數多の孔口より溢流路面に噴出せしめて水勢を緩和し洗掘を防止しやうとするものである。本試験では噴水孔或は阻柱の設置位置を溢流堤下流に於て、53 cm 隔て上下流 2 個所に位置を變へ其の影響を試験し、又之等と障礙物のない場合とを比較し、且つ各々流量を毎秒 30 l, 20 l, 15 l の 3 種に就いて實驗し流量の大小による影響をも比較した。尙下流部水位堰上げ高 h ¹⁾ は各場合共 1 cm と一定した。

1) 報告第 24 號第 29 頁參照。

II 試驗方法

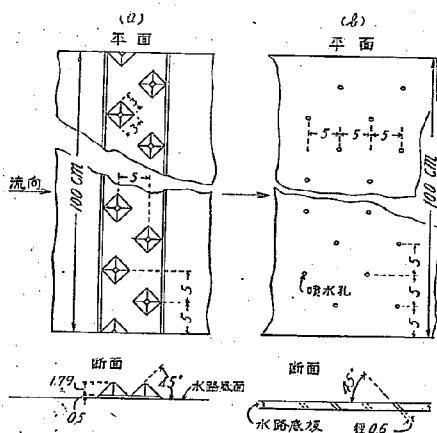
(1) 試験設備 本試験は常所赤羽分所内設備の水理試験樋内で行つたもので、この試験樋は幅、深各 1 m、長約 17 m、中央部両側面は 3 m に互に硝子張りにて側面から水の流動状態を観測するこ



第 1 圖 溢流堤洗洞試驗設備

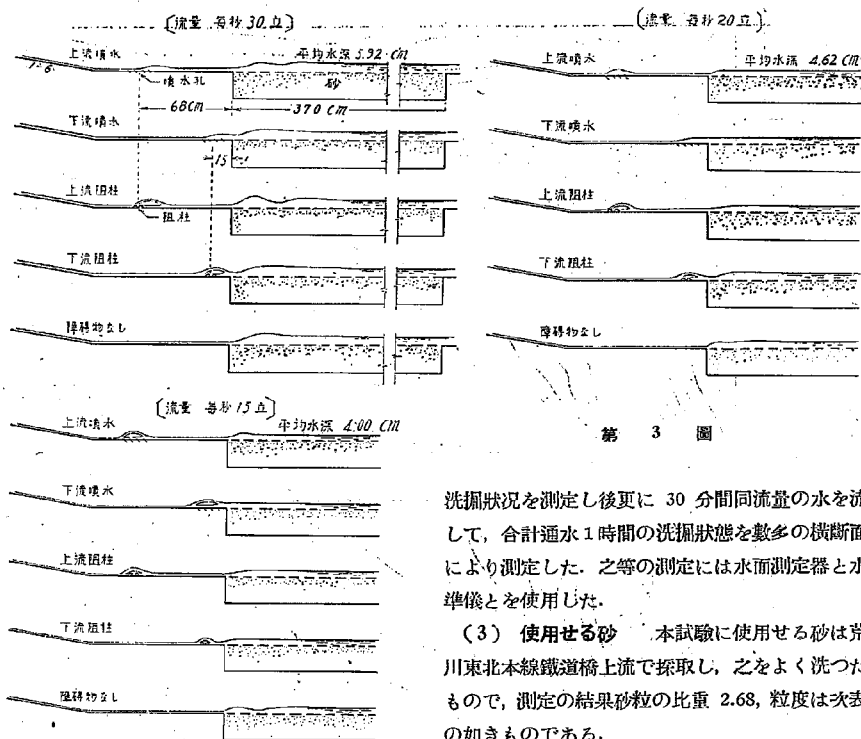
とが出来る。試験用水は循環式に依り任意一定の流量を連続して供給出来る様になつてゐる。此の試験槽の中に第1圖の如き寸法で堤體全部鉋仕上げせる杉材にて張り詰め、其の下流 3.7 m の區間は厚

20 cm に砂を入れ表面を水平に均せる模型を作り、阻柱又は噴水列の中央を同圖の A 或は B に置く様にした。(噴水孔は第 2 圖 (6) の如く溢流堤下流水平板張り部の底板(厚約 11 mm) に徑 6 mm, 上流に向つて 45° に傾け、孔列 4 列間隔 5 cm, 孔の横間隔各列共 10 cm 合計 38 孔を穿ちたるもので、堤上流側法面に徑 4.5 cm の孔 9 個を穿ち噴出水は之から流入して堤體內全部に充満してゐる様にした。最初は噴出孔底板下に一室 C を區劃して堤上流より徑 2.5 cm の鐵管 2 本にて噴出水を供給し、噴出孔も 2 列 19 孔として見たが噴出水勢弱く、溢流水勢減殺効果微弱なる爲め前記の様に改造して實驗せるものである。



第 2 版

(2) 測定方法 下流 3.7 m の区間の砂を水にて飽和せしめたる後其表面を定規にて水平に均し、阻柱のあるとき及び其の無いとき並に噴水のあるときの各場合について、豫て検測してある幅 1 m 矩形測水堰にて流量を測定し、各實驗々々所定の流量を流した。第 3 圖は通水初期に測定せる水路中央の縦断面形であるが、之は測定に 5 乃至 10 分を要し、其間急速な洗掘と共に水面形は刻々變化し、且つ水面の動搖多き爲め精確なものではない。通水 30 分にして一旦給水を停止し、其の



第 3 圖

洗掘状況を測定し後更に 30 分間同流量の水を流して、合計通水 1 時間の洗掘状態を数多の横断面により測定した。之等の測定には水面測定器と水準儀とを使用した。

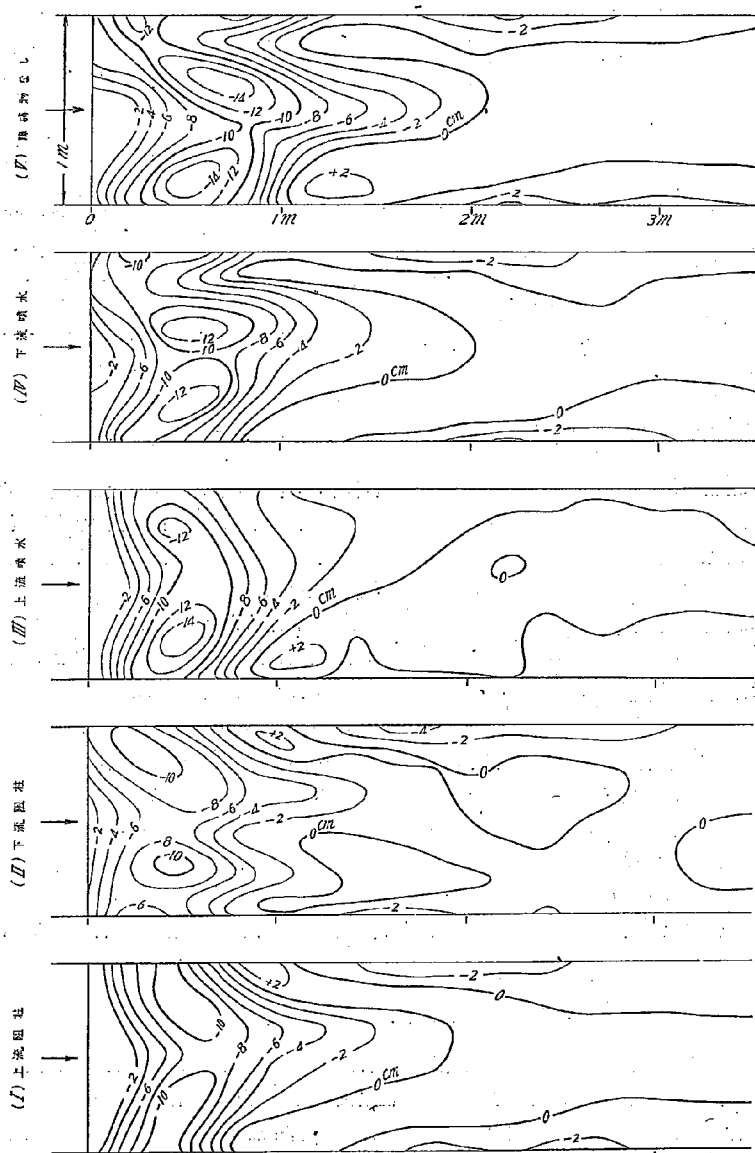
(3) 使用せる砂 本試験に使用せる砂は荒川東北本線鐵道橋上流で採取し、之をよく洗つたもので、測定の結果砂粒の比重 2.68、粒度は次表の如きものである。

篩番號	百分率	篩番號	百分率
No. 200 以下	0.05	30—16	21.66
No. 200—100	1.09	16—8	4.90
No. 100—50	14.01	8—以上	0.19
No. 50—30	58.01		

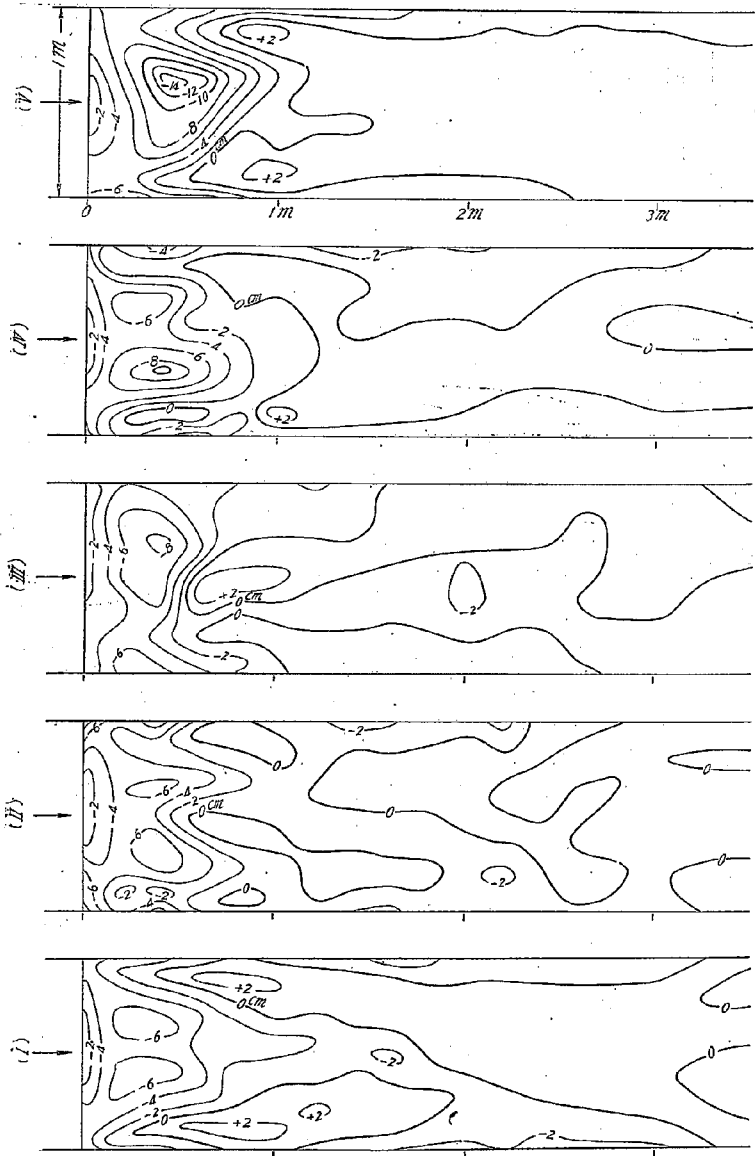
No. 8 以上の中には更に No. 4 に止るものは極く稀に混入せる程度にて殆んど全部がそれ以下であつた。

III 測定の結果

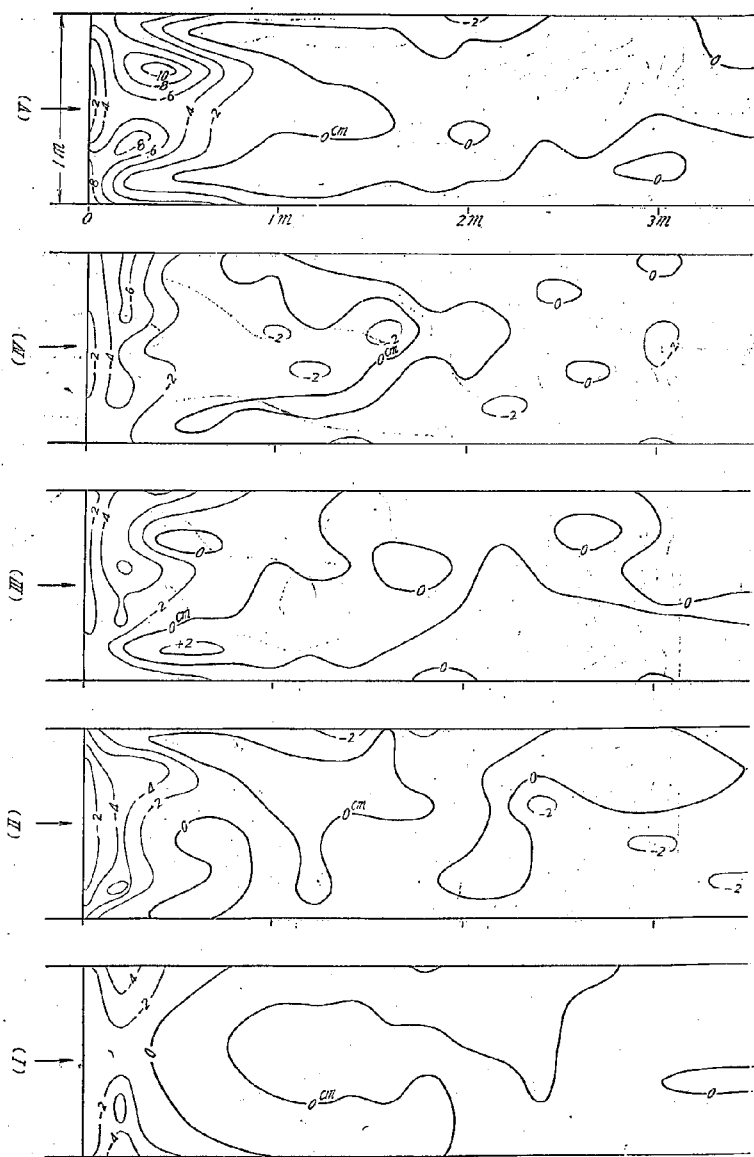
各試験共通水 30 分後及び 1 時間後の洗掘状態を測定せるも、30 分後までに大部分は洗掘され、それより後の變化は割合に少く、従つて 1 時間後の洗掘状態は通水開始時に停止が瞬間的に出来ない爲に生ずる通水時間の多少の差による誤差が少いから、こゝでは全部 1 時間後の狀況に就いて相互比較をして觀た。第 4 乃至第 6 圖は、初めに水平に均せる砂面高を 0 として 1 時間通水後の洗掘形狀を 2 cm 毎の等高線にて表はしたもので、符號 + は堆積、- は洗掘を示す。又この幅 1 m の砂敷



第 4 図 沈下状況図 (流量毎秒 30 l の場合)



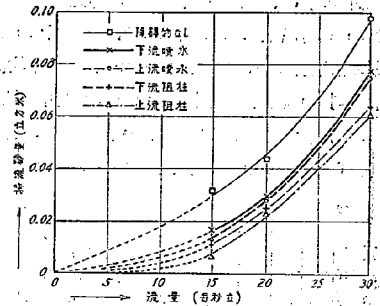
第 5 図 洗刷状況図 (流量毎秒20 l の場合)



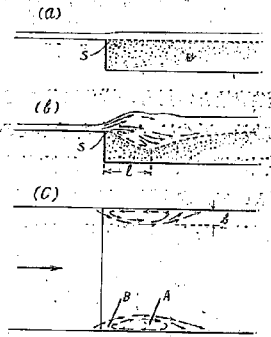
第 6 圖 洗滌状況図 (流量毎秒 15 l の場合)

込部の中、上流より 1.5 m の區域に於て掃流された砂量即ち其區域内の洗掘砂量より堆積砂量を除いたものを計算せる結果を圖示すれば第 7 圖の如くなる。

（通水直後に於ては各場合共板張りの上は射流のまゝ通過し、砂上に至つて其の抵抗の爲め跳水を生じ常流となるが、流量の少い場合には下流部の堆積砂の爲め上流側の水位高まり、時間の経過と共に跳水位置は漸次上流に移り 15 //sec の時はそれが上流部阻柱の位置まで達した。）砂の移動状態は最初洗掘のはじまる以前は射流のまゝ砂上へ流入し、其の流勢のため表面の砂は掃流されると同時に第 8 圖 (a) の S 部に低壓を生じ砂を吸ひ上げて之を掃流し、忽ちのうちに同圖 (d) の如く洗掘され底の抵抗益々大となり、水面は跳水して全く常流となり水底にては底に沿ふて S に向ふ逆流を生じ、其の順逆流の分岐點附近に洗掘の最深部を形成する。分岐點までの距離 L は阻柱の設計に當つて重要視されるものであるが、通水時間從つて洗掘程度及び流量、阻柱の位置等によつて一定しない。而して底の洗掘が安定せる後には L になるべく大なることが必要とされる。尙これを平面的に見ると砂面平坦にして通水直後は全幅に互り略竝行して流れるが、兩側は側壁の抵抗のため水勢劣り、從つて洗掘も中央部より後れ益々水勢を不均一とし、漸次第 8 圖 (c) の如く兩側に平面渦を生じ其の幅 b は次第に大となり、爲に中央部の流勢は増大して其の部分のみ特に著しく洗掘され幅廣き溢流路の一部とはやゝ異なる結果を來す。殊



第 7 圖



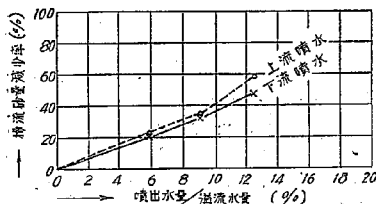
第 8 圖

に同圖 A 部に於ける土砂堆積と、B 部に於ける横流のための著しき洗掘は全くこの壁面の影響によるものと見て差支へない。

阻柱又は噴水の位置と洗掘との關係は、第 4 圖乃至第 7 圖に見る如く上下流ニテ所だけの比較では、上流に裝置した場合の方が掃流砂量が少い結果を示してゐるが、之は直ちに其の位置が上流に移るに從つて洗掘が少くなるといふことを示すものではなく、此の例では下流に裝置した場合、射流が阻柱又は噴水に阻まれてはね上り、之が砂上に落下する状態で第 4 乃至第 6 圖に見る如く下流に裝置した場合の方が上流の場合よりも大體に砂の上流板張りの近くまで洗掘してゐるために差を生じてゐるもので、砂上に落下せぬ程度に上流に裝置すれば大差ないものと考へられる。

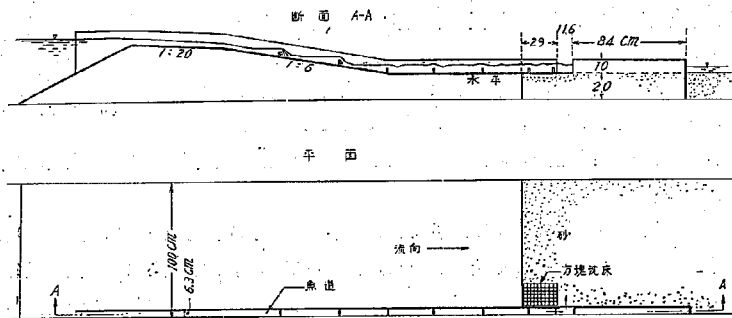
噴水式水勢減殺裝置は此の試験では溢流堤上下流の水位差各流量の場合共大差なく、平均約 26 cm なる故噴出速度は大體 $\sqrt{2 \times 980 \times 26} = 226$ cm/sec の筈であるが、この水位差にて噴出水量を實測せるに 38 孔合計にて 1.67 //sec にして各孔平均噴出速度は 156 cm/sec となり、この差は模型中の損失水頭であつてその大さは $26 - \frac{156^2}{2 \times 980} = 13.6$ cm 即ち損失を極力減少につとめたるに拘らず全水頭

の約 52% は損失水頭となる。²⁾ 噴出水量が上記の通りなる故溢流量は、合計流量各 30, 20, 15 l/sec の場合各々 28.33, 18.33, 13.33 l/sec となり、阻柱又は噴水位置に近づける際の射流水深は實測の結果各々 1.5, 1.1, 0.85 cm にして平均流速各々 189, 167, 157 cm/sec となり、水路幅 1 m の中 1 列 10 個並べる徑 6 mm の噴出孔の直上を通過すべき水量は合計各々 1.7, 1.1, 0.8 l/sec となる。斯の如き流勢の水が相隣り實際には、合計水量 30 l/sec の場合は大體に於て噴水は溢流水勢に抑えられて、水路の一縦断線中に 2 個ある噴出孔共溢流し來れる射流を突き破つて噴出する力なく、



第 9 圖

下流側の孔の上で稍著しく水面が盛り上がる程度で、20 l/sec のときは上流側の噴水で勢を殺がれ、下流孔で射流を突き破つて噴出し、15 l/sec の場合は更に勢ひよく、場所によつては上流孔で射流を貰いて噴水するものもある程度であつた。其の洗掘防止に就ては第 4 乃至第 7 圖の如く阻柱の場合に比し稍劣るが、全く障礙物なき場合に比すれば掃流砂量は著しく減じてゐる。而して其の減少率が、噴水量と溢流量との割合の變化に依つて如何に變るかは第 9 圖の如く、概略 噴水量/溢流量 = 0.1 のとき掃流砂量の減少は 40% を示してゐるが 噴水量/溢流量 が同じであつても合計流量の異なる場合、其他洗掘地盤の性質に關する比較實驗等を缺くため、第 9 圖の關係は本試験の場合の一つの例として示したもので、尙實際の場合はその洗掘防止効果と共に此の様な多量の水を噴出せしめる爲の設備と阻柱を設けることの經濟的比較並にその堰堤の安定及び強度に對する影響等が問題となる譯である。



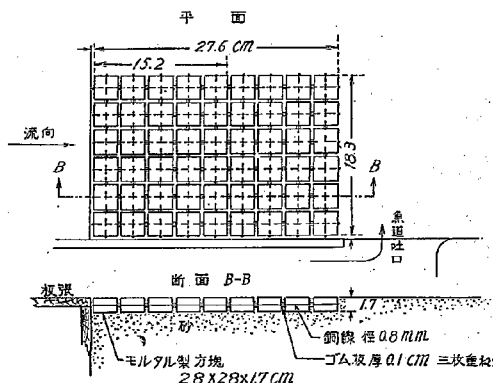
第 10 圖

- 2) 斯くの如く損失の大なるは噴出孔が木板に雜にて穿ちたるものなるため粗度の大なるのと模型が小なるために起因するもので、此の損失は大部分噴水孔への流入損失と孔中の摩擦損失との合計と考へられ、その中摩擦損失に就ては圓管の摩擦損失を表す式 $h_f = \frac{8g}{C^2} \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{v^3}{2g}$ の中 C は模型の縮尺に比例せず、Manning 式に依れば $C = \frac{R^{4/3}}{n_1}$ にて圓管の場合 $R = \frac{D}{4}$ 、而して粗度 n_1 は上記の理由で本試験では貨物の 2 倍と假定す

れば、模型とこの 100 倍の貨物との摩擦損失係数の比は $\left\{ \left(\frac{2}{\left(\frac{1}{4} \right)^{4/3}} \right)^2 \right\} / \left\{ \left(\frac{1}{\left(\frac{100}{4} \right)^{4/3}} \right)^2 \right\} = 18.5$ となり、貨物の場合の損失水頭は本試験の如く高率とならないことは明らかである。但し本試験では噴出孔に到るまでの導水管を廢したるも實際の場合は此の導水管の損失が加はる譯である。

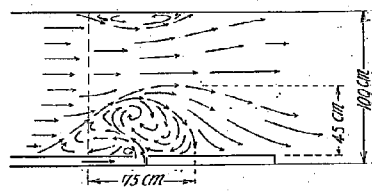
IV 魚道吐口附近の洗掘試験

(1) 試験設備 之は黒部川筋縣營水力の某堰堤の計畫を略型とつたものである。ただ前試験の模型堰堤をそのまま利用し第 10 圖の如き魚道を設け、其吐口附近にモルタル製方塊沈床を敷設したも故堰堤の高さは之を無視し、模型板張り末端を床固末端と考へ、堰堤の幅 87 m を模型堰堤の全幅 1 m に取り魚道の幅、方塊沈床の大きさ等は凡て 1/87 として圖の如き寸法を定めた。方塊沈床の構造は第 11 圖に示す如く 2.8 cm 角厚 1.7 cm のモルタル製方塊の細孔に徑 0.8 mm の鋼線を通して縦横に連ね、方塊間には 4 mm 平方厚約 1 mm のゴム板 3 枚を重ねてその鋼線に通し方塊の間隔を一定に保つと共に屈撓性を害はぬ様にした。方塊の数は横に 6 個縦に 9 列のものと、同じく 5 列のものとの 2 種作り、前試験と同様に砂面を模型堰堤下流の水平板張り面と同高に均し、方塊沈床の面も之と揃へて第 11 圖の如く魚道吐口附近に敷設したもので、魚道の吐口に於ける高さは砂面と同高である。



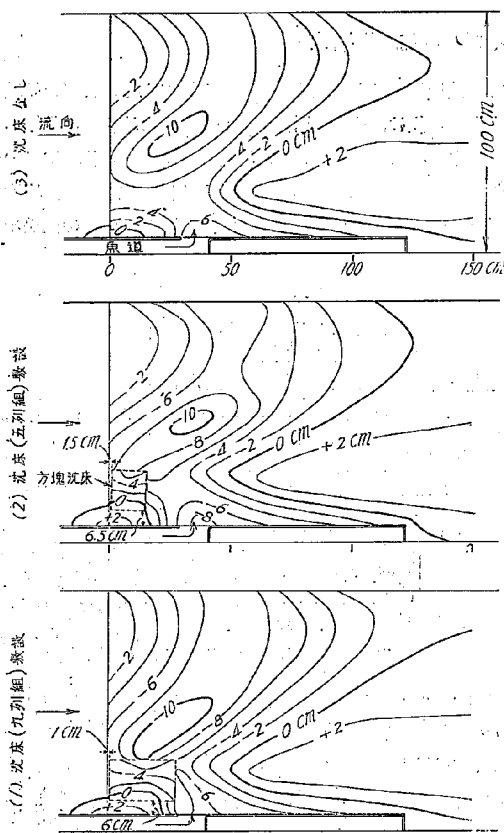
第 11 圖 沈床構造に敷設圖

(2) 試験の種類及方法 方塊沈床 9 列組みの場合と 5 列組みの場合及び沈床のない場合の 3 種に對し流量は各々 20 l/sec を流し、下流水位堰上げ高 Z は何れも 1 cm として試験した。各場合共通水 15 分にして止め、其洗掘状態を前試験と同様の方法で測定し之を第 13 圖に示す。



第 12 圖 魚道吐口附近の流向

(3) 試験の結果 この模型では魚道の幅 6.3 cm 仕切板の厚 1 cm であるから溢流路幅 92.7 cm となり、従つて魚道の流量は略 1.27 l/sec の筈であるが、溢流路は側面の影響だけでも兩側に平面渦を生ずる所へこれだけの流量が直角に當るため、3 種の場合共略同様右岸側に大なる平面渦を生じ全水路の流向は第 12 圖の如き状態となる。實驗によれば溢流水が射流にて全幅殆んど一様に流れ来る場合何れか一方の側壁近く流水に僅かの障害を與へるとき、若し流勢強く以下も尙射流状態の場合は影響少いが、障礙物の位置が既に射流の限界水深に近づいてゐる場合はその障害を動機として其の位置で跳水し常流状態となり、其下流に平面渦を生じて僅かの障害のために水路全体の流勢を非常に不均一にし、之に反し常流状態で流れ来る場合は側方からの障礙に對して非常に鈍感となる。この實驗の例では魚道の水に影響されて平面渦を生じ、渦のため反撥された溢流水が水路に對して斜の方向をとり右岸側水路半ばまでの流水が殆んど中央近くに集中しそこに深掘れを生じてゐるのであるが、其の



第 13 圖

この幅でも或る程度の効果を示すであらう。沈床の長さに関しては魚道の水による洗掘は微々たるものであるから沈床をこの附近まで延ばすよりは僅かでも幅を擴ける方が有効と思はれる。要するに溢流堤の下流趾に平面渦を生ずる様な何等かの原因が存するときは、渦を生ずる部分の洗掘は最も注意を要するものであつて、之は魚道に限らず橋脚、ゲート等の下流側にては常に洗掘の著しい箇所のあることに注意せねばならない。

斜流の及ぶ幅の水路全幅に對する割合は溢流水と魚道の水との水勢關係、下流の水位如何その他前記の様な複雑な問題が影響し、實物の場合必ずしもこの通りとは言へない。恐らく實際には斜流の及ぶ範圍は實驗の如く廣くはなく、從て深掘れは更に魚道に近付いて起るものと考へられる。本實驗では第13圖に見る如く沈床を敷設せる場所は却つて堆積部に當り三種實驗共殆んど大差なき洗掘状態を示し、沈床は可成り沈下を來し水平方向にも移動してゐるが之は中央の深掘れ部に向ふ急傾斜のために滑動したもので、沈床のない場合でも沈床位置右岸寄りには多少の堆積を生じてゐる有様であるから、その位置に洗掘の虞れはなく寧ろ中央側に防護の要あるものと考へられる。若し溢流水勢が強大で魚道の水の影響が殆んど無視される様な場合を假想してもこれは全幅に互り一樣に洗掘さるべきで特に沈床の位置が多く洗掘されることはなく、何れにしてもこの實驗に於ては中央側に沈床の幅の不足なることを示してゐるが、上に述べた様に模型試験にては横流の影響が特に甚しく現はれてゐるのであるから實際にはこ

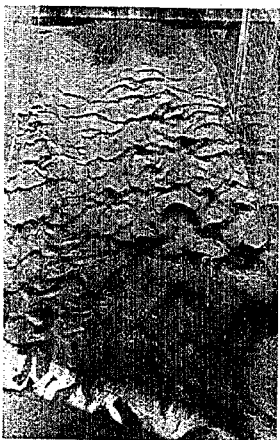
場合、同
寫眞第五

阻柱が上流（第一圖A）にある



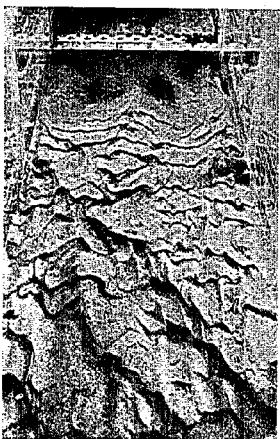
場合、同上
寫眞第三

噴水が上流（第一圖A）にある

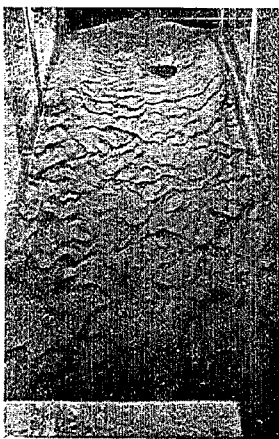


場合、同
寫眞第四

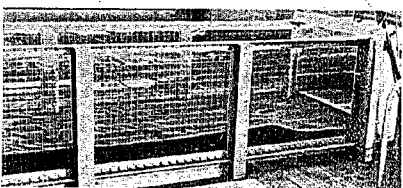
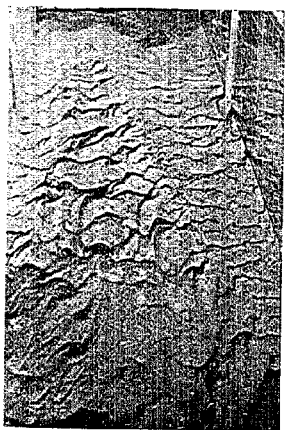
阻柱が下流（第一圖B）にある



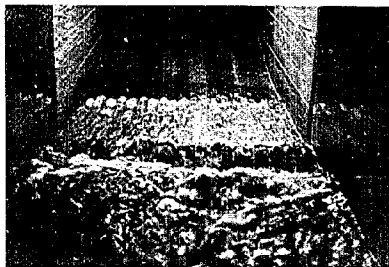
の洗掘状況を上方から見る、流量毎秒二十立
寫眞第一 噴水、阻柱なき場合通水一時間後



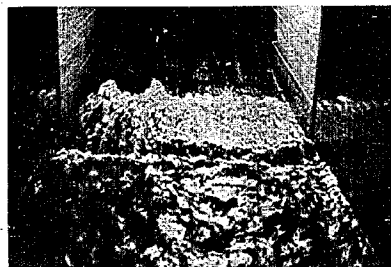
にある場合、同上
寫眞第二 噴水が下流（第一圖B位置）



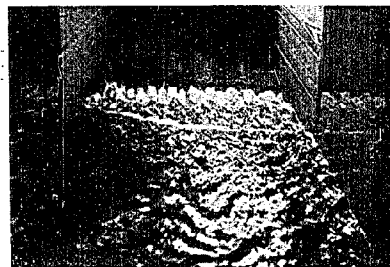
寫眞第六 噴水が下流 B にある場合、流量毎秒三十立、一時間通水後の洗掘状況を側面から見る



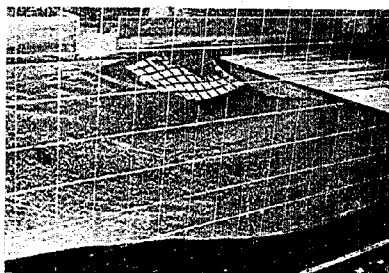
写真第七 噴水式水勢減殺装置の噴水状況、
噴水位置第一図 A (上流) 流量 30 l/sec



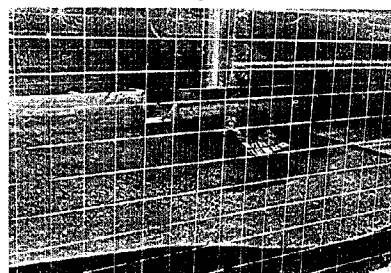
写真第八 同流量 20 l/sec の場合



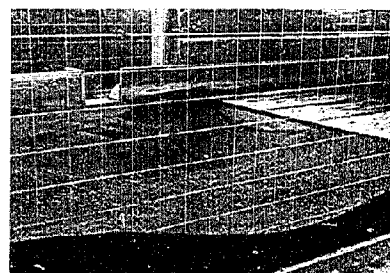
写真第九 同流量 15 l/sec の場合



写真第十 魚道吐口附近の沈泥状況を左
岸側面より見る、流量 20 l/sec; 通水時間
15 分、方塊沈床幅 6 個、長 9 個の場合



写真第十一 同方塊沈床幅 6 個長 5 個
の場合



写真第十二 同方塊沈床のない場合

國道鉄結鉄桁橋標準設計案

内務技師 青 木 楠 男
囑 託 牧 野 喬

本稿は國道鉄桁橋に對する設計試案にして、この種構造物の實施に従事せらるゝ技術者の意見を求め、最も適當なる設計規範を得んとするものである。

I 緒 言

本設計案は國道鉄桁橋のあらゆる場合に對する標準設計を設定し様とするものではない。蓋し標準設計の對象とすべく道路橋の構造は餘りに多岐多様である。この多様性の主なる原因は 1) 其有効幅員が一定せざること。2) 有効幅員そのものが鐵道橋に比して大なること等にある。今假りに對象を國道橋に限定するも、その幅員は 7.5, 9, 11m ……等と一定せず、更に或特定の幅員を採るとするも、支間及び架橋地點の狀況に應じて主桁の數、間隔、床組及び横構の構造等に多様の型式を生ずる。従つてあらゆる場合を包括する標準設計を設定することは、實に容易ならざる努力と時間とを必要とする至難の仕事である。而も假りに標準設計を設定するとするも、これによつて全國の道路橋を劃一的に或る型式に統一せんとすることに對しては、鐵道橋の場合と異り、各種の異論を免れないものと考へられる。

斯く觀じれば、道路橋の標準設計設定の試みは、勞徒らに多くして功甚だ薄きを豫期せざるを得ない。これ諸外國に於ても全般的な道路橋標準設計の確立を見ない所以であらう。併し我國の事情は稍特殊の立場にありてこれを諸外國と一律には考へられない、蓋し歐米諸國にあつては、道路橋に對して其設計計算より架設に至るまで、極めて詳細なる示方書が制定されてをるのであるが、本邦道路橋に關しては、纔かに「道路構造に關する細則」の第二章が、極めて基本的な設計基準を規定してをるに過ぎず、細目の設計に至つては全く擔當者各自の自由裁量に委せてをる。此方針は進歩途上にある國情に則し、且つ道路橋の多様性を尊重したものであつて、構造技術上の進歩を促すと共に、特殊の事情に於ても自由なる設計計畫を行ひ得る點に於て極めて便宜なる方針と認めらるゝも、一面に於て道路橋の設計方針を甚しく不統一ならしめた。即ち細目の設計に當つて、鐵道省の「鋼鐵道橋設計示方書」を參考とするもの、米國鐵道協會の「鋼道路橋示方書」(Specification for Steel Highway Bridges—1929) に準據するもの、獨逸構造物標準規格 (DIN. 1071, 1072, 1173) を引用するもの、或はこれ等の一部づつを採擇するもの等、全く混亂の狀態にある。其結果は所要鋼重に著しい相違を生ぜしめ、往々にして常軌を逸したる設計を見受けないでもない。

斯くの如き混亂狀態の裡に進歩發達の萌芽が表はれると考へられないでもないが、何時までもこの狀態に彷徨すべきではないのであつて、道路構造令發布以來すでに拾五年餘、全國主要幹線道路橋の略完成せんとする今日に於ては既に綜合統制の時機に達してをるものと思惟される。即ち本設計案を

して設計方針統制化に對する第一歩たらしめ、且つ國道鈹桁橋の細目設計に關する最も妥當なる規格を得るために役立たしむることが出来れば幸である。

尙遠からず我國に於ても道路鋼橋の細目設計に關する示方書の制定を見る筈であるが、其曉に於ては本設計案も之に應じたる多少の變改を必要とするに至るであらう。又「道路構造に關する細則」の改訂に伴ひ橋梁規格に變更ありたる場合に於ても同様である。

II 設計要項

本設計の目的が上述の點にある關係上、幅員、支間等は總ての場合を網羅する必要を認めない譯であり、又實際問題としてあまりに廣範圍の計畫は實行困難なるため、本稿に掲げたものは其有効幅員 7.5 m の場合のみに限り、支間は便宜上 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 及び 30 m の 9 種に限定した。

荷重及許容應力は「細則」に準據せること勿論であり、橋面鋪裝、縱橫斷勾配及び高欄は各架橋地點の狀況に適する様、工事擔當者に於て考案するを便とするが故に、本設計案に於てはこれに觸れず、單に鋪裝及び床版の重量を 560 kg/m^2 、各側高欄及び地覆の重量を 460 kg/m と假定して計算した。

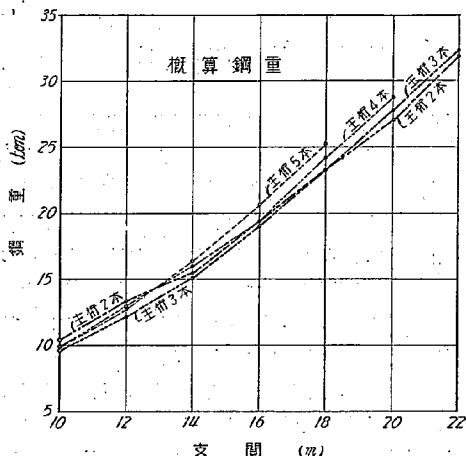
III 主桁の數及び間隔

有効幅員 7.5 m に對し主桁數 2, 3, 4, 5 本の 4 型式を考へ、これ等によつて上記の各支間に對

し主要部の實際設計を行つた上で、所要鋼材の概算重量を求め、これ等の比較を試みた。其の結果を概述すれば(第 1 圖參照)

(a) 主桁 4 本及び 5 本の型式は、鋼重に於て不經濟なるのみならず、構造細目に於ても種々面白からざる點ありて、幅員 7.5 m に對しては主桁數過多なることが明かに認められた。

(b) 主桁 2 本及び 3 本の型式は、鋼重に於て全く伯仲の間にあり、孰れを選ぶかに困難を感じた。主桁 2 本の型式は、荷重分擔の割合が明瞭な點に於て、理論的には優つてゐるのであるが、短支間のものに於ては床桁が殆んど主桁と同高となり構造細目に於て困難が



第 1 圖 鈹桁概算鋼重比較圖表

あり、且パネル割にも不便を免れない。概してこの型式は支間が主桁間隔の約 2.5 倍以上の場合でなくては、經濟的な床細構造となし得ないことが認められる。

以上の結論により、支間 10~18 m に對しては主桁 3 本、20~30 m に對しては主桁 2 本の型式を採用した。この決定は有効幅員 7.5 m といふ特定の場合に對してのみ根據を有するものであつて、一

般の場合に當該まるべき性質のものではない。若し有効幅員が更に大なる場合には、主桁4本の型式も相等有利の位置に立つべく、亦主桁3本の型式の經濟的支間は20m以上に及ぶであらう。

主桁の間隔は3本の場合は3.3m、2本の場合は6.6mとし、縦桁はすべて1.65mの間隔に配置した。これは兩側端に於ける床版の突出を過大ならしめざること、この程度の縦桁間隔に於て床版の所要厚が丁度15cm(施工上の都合を考慮したる最小厚)となること等に基づいて決定したものである。

IV 各部設計

各部の設計に當つては何等新奇の方法を用ひず、從來慣用されたる方法に従つた。詳細は卷末添附の附圖によつて明かであるが以下に其要項を列記する。

(1) 主 桁

(a) 主桁計算の基礎となる最大曲げモーメントは0.2/點、0.4/點、及び0.5/點に對して求め、床桁取付箇所に於ける曲げモーメント圖の屈折は考慮しなかつた。

(b) 最大剪斷力も上記3點に對して求めた。

(c) 慣性モーメント及び抵抗モーメントの計算に當つては、突縁鈹孔をすべて控除した。これは鈹の位置を自由ならしめる爲めである。

(d) 蓋鈹の長さは圖式的に決定し、上突縁の蓋鈹のうち1枚は桁端まで延長した。從つて桁端附近の斷面は非對稱である。

(e) 非對稱斷面に對しては、中立軸の移動を總斷面によつて求め、抵抗モーメントの計算は勿論、鈹距の計算に於ても非對稱を考慮に入れた。

(f) 主桁接合の数は、主として運搬上の便宜を考へ、長さ8m以上の材料を造らざる方針の下に決定した。從つて支間10~16mは1箇所、16~25mは2箇所、30mは3箇所に於て全接合を行つてをる。若し事情が許すならば、接合数は更に少くする事に努むべきは勿論である。

(g) 主桁の接合位置は格間にある補剛材取付箇所とした。これは接合を格點に設くときは其箇所の床桁が他の床桁と寸法を異にすること、接合を補剛材の中間に置くときは隣接補剛材が突縁山形鋼添接の妨害となること等の理由による。但し短支間のもの(支間10m及び12m)にては已むを得ず格點に接合を設けた。

(h) 接合は多くの場合桁の中央に設けて、桁をなるべく相等しい兩半部分に分ける様にした。但し支間14m及び16mの桁は、桁の中央に補剛材なきため、已むなく中央より少しく離れたる點に接合を置いた。

(i) 格間數は總ての點より見て奇數が好都合である。依つて支間14~18mは5格間、22及び25mは7格間、30mは9格間とした。但し支間10m、12m及び20mは格間長の關係より止むなく偶數格間を用ひてをる。

(j) 複列の鈹を有する構造部分に於ては、最初の鈹を努めて外側に置き、若し外側に置き難き場合には、該材料(突縁山形鋼、蓋鈹等)の端を斜めに剪除した。

(k) 填材は填充すべき間隙の長さより5mmだけ短くした。

(2) 床組構造

(a) 主桁 3 本の型式では、床桁も縦桁も圧延鋼桁とし、床桁は主桁腹板の上端に、縦桁は床桁腹部の上端に取付けた。

(b) 主桁 2 本の型式では、床桁は鉋桁構造として主桁腹板の中部に取付け、縦桁は圧延鋼桁を用ひ床桁突縁上に設置した。床桁の取付け位置を低めた理由は格點荷重による腹板挫屈作用の危険を避けるためである。

(c) 縦桁の連続性はすべて無視し單桁として計算した。而して其壓縮突縁は直上の床版によつて横撓を完全に防止さるゝものと見做し、許容應力として最大値 1100 kg/cm^2 を採つた。又圧延鋼桁の腹部は鋼材節約の點より其厚さを 7.5 mm まで許容した。

(3) 横 構

(a) 上部横構の働きは連続せる床版に負擔せしむることとした。

(b) 下部横構は、主桁 3 本の場合は主桁の下突縁間に設け、主桁 2 本の場合は床桁の下端に取付けた。

(4) 支 承

(a) 總ての支承は線支承とし、各部の寸法は從來慣用の計算方法によつて決定した。(曲面の半径決定には Hertz の方法を用ひた)。

以上の要項に従つて卷末附圖の如き設計圖を得た。其の重要諸數値は次表の如くである。但し表の鋼材重量には杓の重量を含まない。

支間 m	格間長 m	梁 桁	床 桁	中 桁				側 桁				鋼材重量	
				max M (t. m)	腹板	突縁山形	蓋 板	max M (t. m)	腹板	突縁山形	蓋 板	t	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
10	4×2.50	I-250×125×7.5	I-300×150×8	58.9	850×9	125×90×9	1-290×9	44.4	850×9	125×90×9	1-270×9	10.48	140
12	4×3.00	I-300×150×8	I-300×150×9	82.6	950×9	125×90×9	2-270×9	62.2	950×9	125×90×9	1-270×9	13.03	145
14	2×2.50, 3×3.00	"	"	110.6	1060×9	125×90×10	2-300×9	83.6	1060×9	125×90×10	1-300×10	16.93	161
16	2×3.05, 3×3.30	"	"	142.4	1190×9	125×90×9	3-270×9	107.4	1190×9	125×90×9	2-270×9	19.52	163
18	5×3.00	"	"	178.9	1340×9	125×90×10	3-290×9	135.0	1340×9	125×90×10	2-270×9	23.40	173
20	2×3.34, 4×3.33	"	鉋桁 (h=65cm)					274.5	1530×9	150×100×12	3-340×10	28.56	190
22	2×3.15, 5×3.14	"	" (h=67cm)					331.8	1660×10	150×100×15	3-350×10	33.94	206
25	2×3.50, 5×3.60	"	" (h=70cm)					427.9	1810×11	"	3-370×12	40.60	217
30	2×3.10, 7×3.40	"	" (h=69cm)					617.4	2070×12	150×150×15	3-400×14	57.92	257

附記：主桁 3 本（支間 18 m 以下）の場合には、概算鋼重と精算鋼重とが略正確に一致したが、主桁 2 本（支間 20 m 以上）に於ては各支間とも概算鋼重が過小であつた。材片の制限長を概算の際には 10 m にとり、後に 8 m に改めたこと、換言すれば主桁接合箇所を増加したことが、この違算の主要原因であつて、主桁 3 本の型式も若し支間 20 m 以上についてこの制限を用ふれば、略同程度の鋼重増加を免れない。例へば支間 25 m のものについて行つた檢算によれば、主桁 2 本のものが鋼材重量 40.600 t あるに對し、主桁 3 本のものは 41.800 t となつた。故に上記の違算によつて、主桁數選定の根據に動搖を來たす様な惧れはないものと信ずる。

本設計に當つては内務技師大野博氏と合議した點が數くない。又計算、製圖は主として豊田松吉、額賀慶三郎、兩氏の手を煩したものである。

土木試験所出版圖書

報告

- 第一號 {路面及勾配が馬車運送に及ぼす影響に就ての研究
中間報告、瀝青質材料並瀝青質混合物に関する研究第一報} 大正十四年三月發行
- 第二號 {瀝青質材料針度に就て} 大正十五年一月發行
- 第三號 {「ヴァイアログ」に依る路面凹凸測定、瀝青混合物
に関する研究、「アスファルト」合材混合の際に於ける「アスファルト」の粘度に就て} 同 二月發行
- *第四號 {急硬セメントに関する試験報告} 同 五月發行
- *第五號 {簡易鋪装に関する試験報告} 昭和二年三月發行
- *第六號 {混凝土土及鉄筋混凝土土抗拉力試験報告} 同 五月發行
- *第七號 {八幡製鐵所所産部製品、瀝青質材料、瀝青質鋪装、
「セメント」類及揮發油に對する「アスファルト」の
可溶率等に関する試験成績} 同 七月發行
- *第八號 {瀝青質材料標準試験方法、石材料標準試験方法} 同 十月發行
- *第九號 {急硬性「セメント」に関する試験、「ソリデナット」
の耐壓強度に関する試験、「ブロック」に関する試験、高知縣黒瀧川産砂に関する試験、多摩川産砂
利及砂に関する調査、石材料試験成績} 同 十一月發行
- *第十號 {路面構造の運輸經濟に及ぼす影響に就て (第一)} 昭和三年三月發行
道 路 橋 樑 振 動 試 験
- *第十一號 {瀝青滲透ブロック試験成績、鋪装工事用サーフェス・
ヒーターの碎石に及ぼす影響に関する試験、常願寺川産砂に関する試験} 同 七月發行
- *第十二號 {アスファルト・ブロック試験成績、各種アスファルト・
ブロック比較試験成績、石油アスファルトとコール・タール・ピッチとの混合物に関する試験、瓦斯爐及發炭爐タール及ピッチに関する試験成績、
コール・タール・ピッチ中の純瀝青に就て、大氣中に於けるアスファルト・セメントの變化、石炭瓦斯のアスファルト・セメントに及ぼす影響、標準砂モルタルの強度に及ぼす火山灰及石粉の影響} 昭和四年一月發行
- 第十三號 {ポートランドセメント混凝土鋪装の腐蝕試験、橋梁用敷板強度試験、舊橋樑鐵材の腐蝕に関する調査、鋪装用鋸鐵ブロック腐蝕試験} 同 五月發行
- *第十四號 {瀝青乳劑及ビチユマルス鋪装に関する試験、瀝青滲透ブロックに関する試験、瀝青質材料の滲透性に関する試験、瀝青質材料の粘度及膠膜係數に関する試験} 同 十二月發行
- *第十五號 {北上川降開式轉動堰模型試験、電氣銲接法による鉄筋の接合、現場打能混凝土の耐壓試験報告} 昭和五年二月發行
- *第十六號 {路面の構造の運輸經濟に及ぼす影響に就て (第二)、瀝青滲透ブロック鋪装試験、工事用石材料試験成績} 同 五月發行
- *第十七號 {路面構造の運輸經濟に及ぼす影響に就て (第三)} 同 五月發行

- *第十八號 〔混凝土鋪裝の和骨材別磨耗比較試験、鋪裝混凝土工に及ぼす氣象作用の影響並に之に應ずる設計及工法に就て(一)、鬼怒川上流改修工事用角礫灰岩砂利及砂に關する試験、鐵筋混凝土道路橋設計資料、各種土木工事用材料試驗成績〕 昭和五年十月發行
- *第十九號 〔路面構造の運輸經濟に及ぼす影響並に之に基く道路設計の基本に關する研究(第四)〕 同 十一月發行
- 第二十號 〔東京山手赤土の彈性的性質に關する試験(一)、基礎の沈下計算定法(一)、岩淵水門に關する水理試験、單鉸拱橋模型試驗、國道鐵筋混凝土桁橋標準設計案〕 昭和六年六月發行
- 第二十一號 〔背水曲線の一般的解法、單鉸拱の振動に關する理論並に實驗混凝土鋪裝の繼目に關する試験、河水のボルトランド・セメントに及ぼす影響、標準砂モルタルの強度に及ぼす石粉の影響、瀝青乳劑試驗成績〕 同 十二月發行
- 第二十二號 〔地震時土壓の實驗的研究、混凝土鋪裝繼目用エラストイト試験、高田馬場試驗鋪裝の路床土質に關する試験、基礎の沈下計算定法(第二)、新土壓計算圖表〕 昭和七年五月發行
- 第二十三號 〔簡易鋪裝に關する質地比較試験、鋼矢板試験、大和川筋邊ノ濕地土に關する調査(第一)〕 同 七月發行
- 第二十四號 〔道路の背水曲線の設計に就て、阻柱に關する試験、乳劑の粘度に就て、府縣道鐵筋コンクリート桁橋標準設計案、碎石の磨損率に關する一試験、三陸津浪調査報告、本邦產鋪裝用石材(附錄)〕 昭和八年六月發行
- 第二十五號 〔本邦鋪裝用タールの性質に就て、横溢流堤流量試験、擁壁の安定増大に關する一提案及之に關する試験、砂利層の支持力に關する試験(第一報)、鋼矢板試験(續)、エタニット・パイプ試験〕 同 十一月發行
- 第二十六號 〔地震に因る動水壓を考慮せる重力堰堤の斷面決定法、田中村調節池溢流堤に關する水理試験、瀝青鋪裝切取試驗槽の性質、道路鋪裝用瀝青乳劑の性状に關する基本的研究(第一報)、自動車の路面に及ぼす衝撃に關する研究(其一)〕 昭和九年三月發行
- 第二十七號 〔道路用骨材の性質に及ぼす粒子形狀の影響に就て、津浪の災害軽減に關する模型試験、津浪の變形の理論、三陸津浪調査報告(追加)、自動車の路面に及ぼす衝撃に關する研究(其の二)、瀝青透入マカダムに關する試験(第一報)〕 同 六月發行
- 第二十八號 〔地震動による土堰堤の變形、鉤着鋼引張試験用小型餘片、國產瀝青乳劑試驗成績、骨材及び類似材料の靱性に關する研究、鐵筋コンクリート無鉸拱の經濟的並に耐震的設計(1)〕 同 十月發行
- 第二十九號 〔矢板擁壁の控板に作用する力に關する試験、瀝青繼目材試驗成績、南洋材カボール並にターペンタインの物理的諸性質に關する試験、道路鋪裝用瀝青乳劑の性状に關する基本的研究(第2報) 阪神地方沿岸風水害調査報告〕 同 十二月發行

其 他

本邦道路橋輯覽

大正十四年十二月發行

本邦道路橋輯覽(増補)

昭和三年三月發行

第六回國際道路會議に關する報告書

昭和七年四月發行

土木工事用材料標準試驗方法

昭和七年十二月發行

(*印は殘部なし)

昭和十年四月二十五日 印刷

昭和十年四月三十日 發行

内務省土木試験所

東京市本郷區駒込上富士前町二十六番地

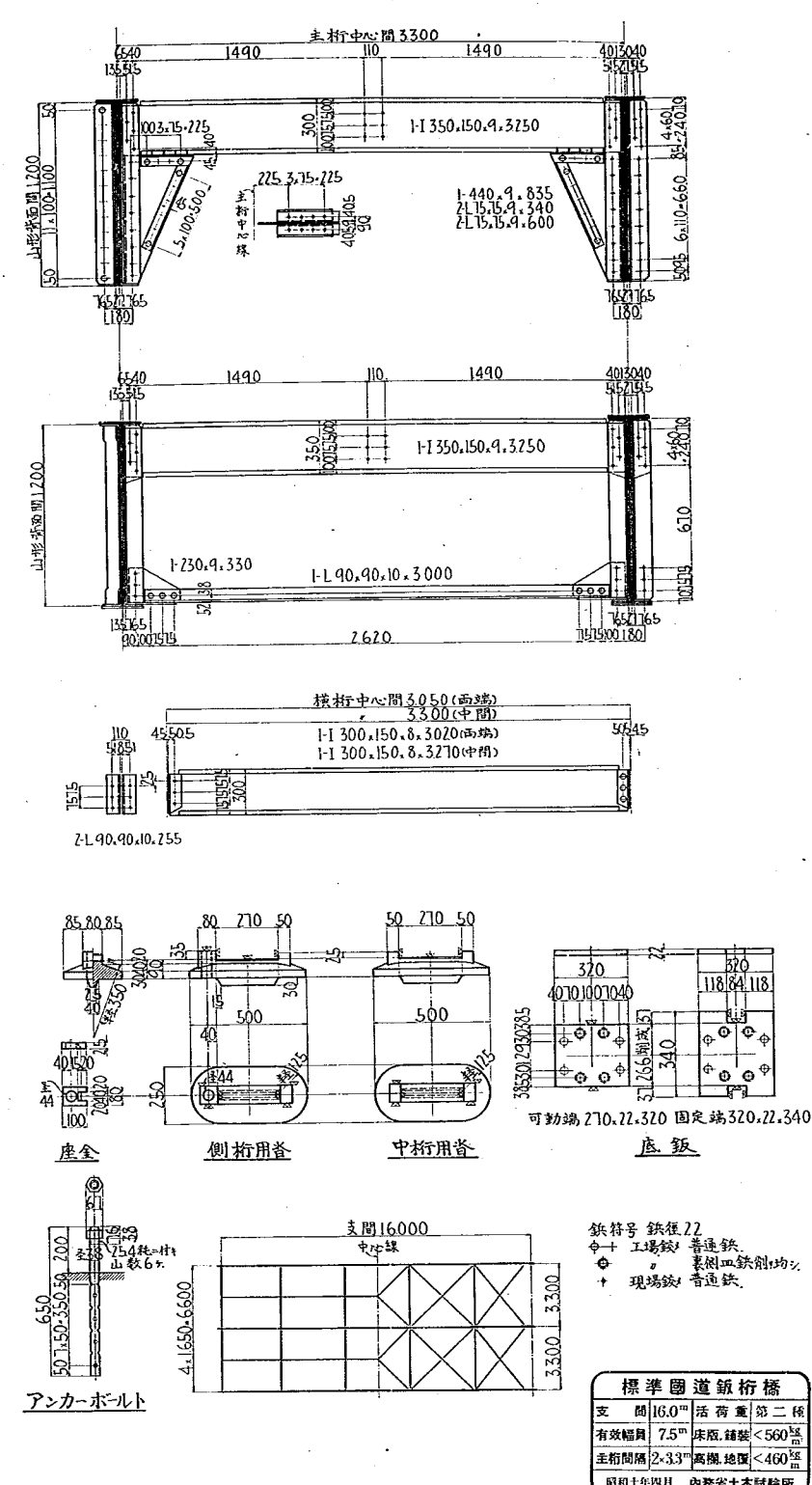
電話大塚(86) { 自3101番
至3103番

印刷者 守 岡 功

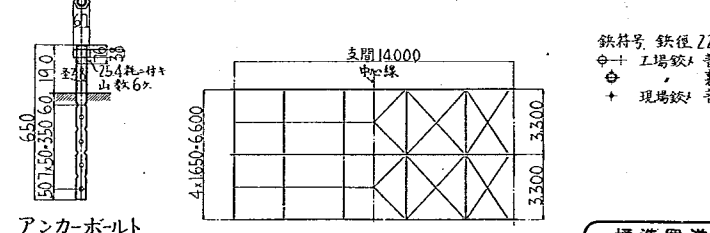
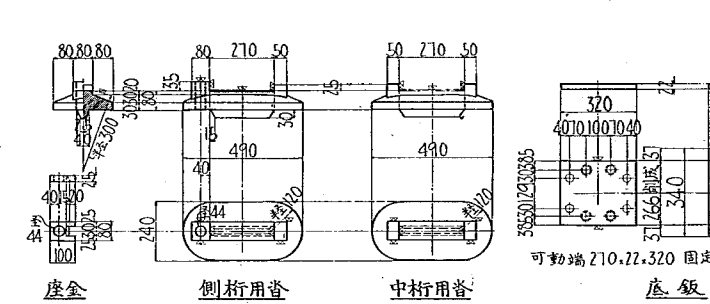
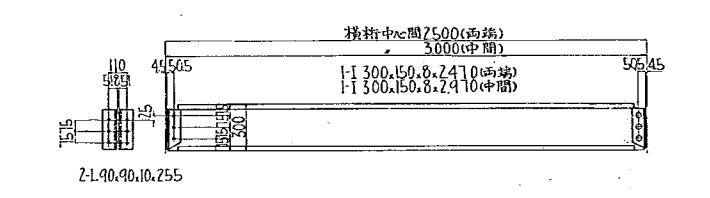
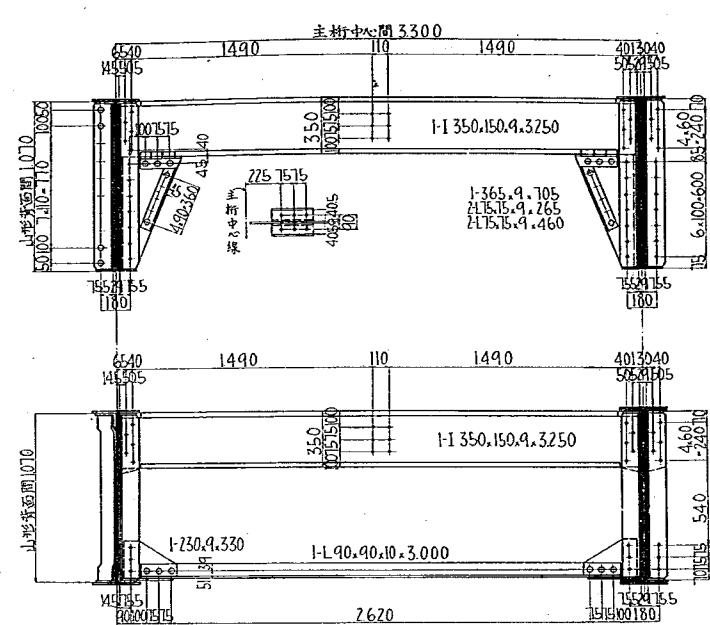
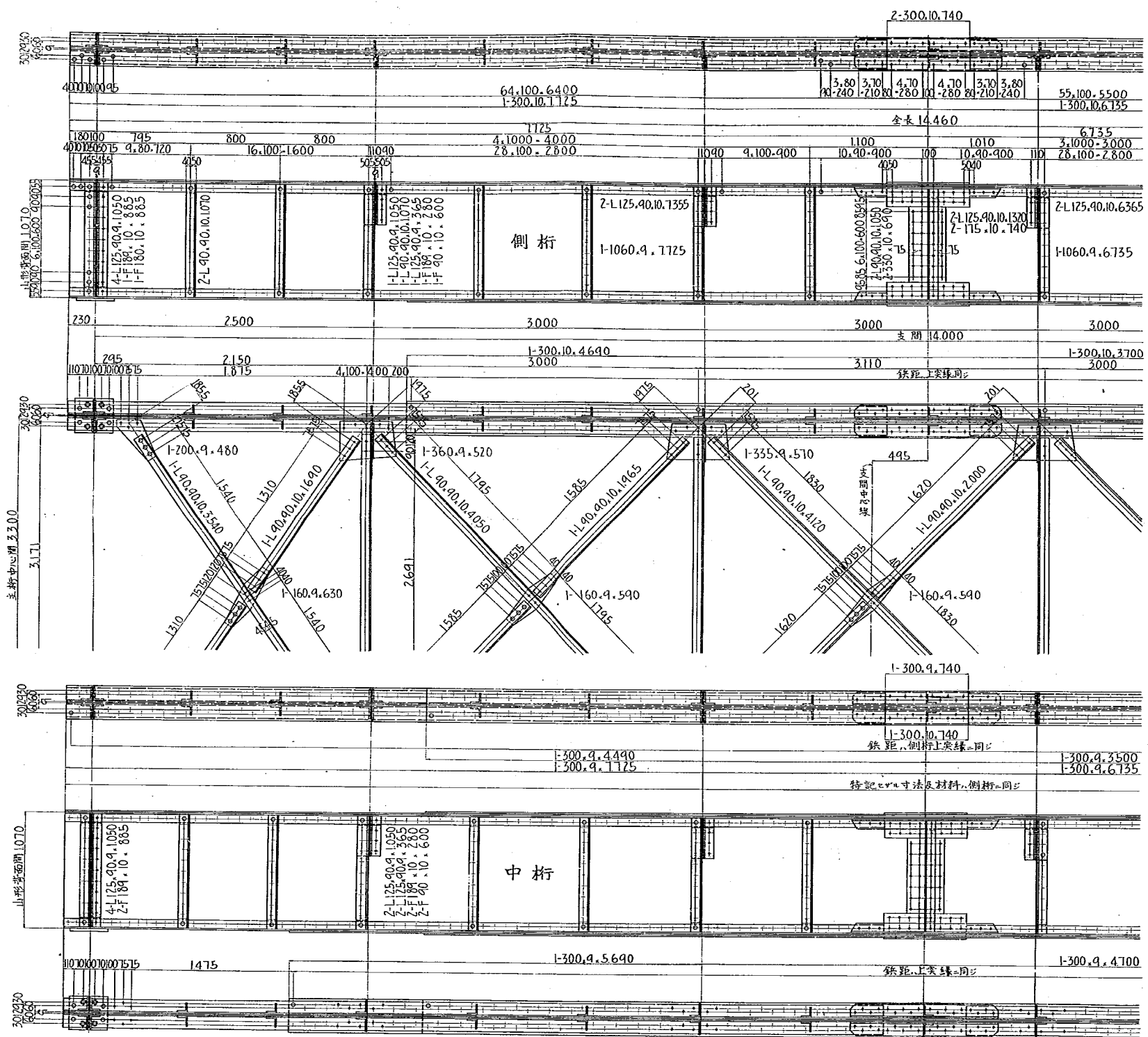
東京市本所區麩橋一丁目二十七番地ノ二

印刷所 凸版印刷株式會社本所分工場

東京市本所區麩橋一丁目二十七番地ノ二



材料表				
数量	规格	断面面积	重量	摘要
制杆				
1	铁	1190.9	8.185	腹板
			1615	645
4	山板	25.90.9	8.145	实缘山板
4			1305	421
1	铁	210.9	8.165	角 铁
1			1615	46
1			6040	115
2			4930	94
2			4500	112
			3390	124
12	山板	25.90.9	1.87	榫头材
22		90.90.10	1.200	352
2			1.82	51
2		25.90.9	3.80	取付山板
2	铁	189.9	1.015	27
2		180.9	1.015	27
4		189.9	245	16
4		90.9	1.15	36
4		185.9	740	39
2		330.9	800	31
4	山板	25.90.9	1.320	11
4	铁	210.9	740	56
1		210.72	3.20	可动端铁板
1		320.72	3.40	固定端铁板
			4010	
			2.400 = 8.140	
中板				
1	铁	1190.9	8.185	腹板
			1615	645
4	山板	25.90.9	8.145	实缘山板
4			1305	421
1	铁	210.9	8.165	角 铁
1			1615	46
1			6000	36
1			5940	14
2			6040	230
2			4930	188
2			4130	158
2			3020	158
16	山板	25.90.9	1.87	21
18		90.90.10	1.200	288
2			1.82	3
2		25.90.9	3.80	4
4	铁	189.9	1.015	54
4			295	31
4		90.9	1.15	36
4		185.9	740	39
2		330.9	800	31
4	山板	25.90.9	1.320	11
4	铁	210.9	740	56
2			1460	56
1		210.72	3.20	19
1		320.72	3.40	19
			4618	
横板				
12	I型	350.150.8	32.50	2781
8	铁	440.9	8.25	208
16	山板	15.15.9	340	54
16			600	46
8		90.90.10	3.000	91
16	铁	750.9	330	86
			3.044	
梁杆				
4	I型	300.150.8	3.020	584
6			3210	941
40	山板	90.90.10	255	136
			1661	
横缘板				
4	山板	90.90.10	3400	208
4			4250	226
2			4330	115
8			1890	201
8			2065	220
4			2105	112
8	铁	240.9	4.15	65
8		330.9	550	102
8			580	108
10		160.9	590	6
			1424	
铁头				
5948	工场铁	径 22		439
2520	现场铁			186
			625	
管及附属品				
4	铁块		4.530	1
2			2.510	102
4	座金			6
4	材料	径 30		75
			345	
总重量				
19,863kg				



材料表				
数量	规格	断面	重量	摘要
中桁				
1	板	1060.9	1125	腹板
1			6135	504
4	山鉄	125.90.10	1355	空梁山鉄
4			6365	410
1	板	300.9	1125	板
1			6135	143
1			4620	110
1			3100	81
12	山鉄	125.90.9	1050	補剛材
22		90.40.10	1010	312
2			1050	28
4		125.90.9	365	取付山鉄
2	板	189.10	885	梁材
2		180.10	885	25
4		189.10	280	11
4		90.10	600	36
4		175.10	140	腹板溶接
2		330.10	690	36
4	山鉄	125.90.10	1320	空梁溶接
4	板	300.10	140	10
1		210.22	320	可動端底鉄
1		320.22	340	固定端底鉄
				3401
				2×3401=6.802
中桁				
1	板	1060.9	1125	腹板
1			6135	504
4	山鉄	125.90.10	1355	空梁山鉄
4			6365	410
1	板	300.9	1125	板
1			6135	143
1			4620	110
1			4100	100
2			4490	190
2			3500	148
16	山鉄	125.90.9	1050	補剛材
18		90.40.10	1010	256
2			1050	28
8		125.90.9	365	取付山鉄
4	板	189.10	885	52
8			280	33
8		90.10	600	35
2		175.10	140	腹板溶接
2		330.10	690	36
4	山鉄	125.90.10	1320	空梁溶接
2	板	300.10	140	35
2		300.9	140	35
1		210.22	320	15
1		320.22	340	19
				3184
横桁				
12	I型	350.150.9	3250	2281
8	板	355.9	705	146
16	山鉄	125.15.9	765	42
16			460	74
8		90.90.10	3000	319
16	板	230.9	330	86
				2948
縦桁				
4	I型	300.150.8	2410	411
6			2970	86
40	山鉄	90.90.10	255	136
				1414
横鉄線				
4	山鉄	90.90.10	3540	188
4			4050	216
2			4120	110
8			1690	180
8			1965	209
4			2000	106
8	板	200.9	480	54
8		360.9	520	106
8		335.9	510	108
4		160.9	630	28
6			590	40
				1345
鉄頭				
5324	工場鉄	径22		398
2404	現場鉄			178
				516
各及附属品				
4	銷鉄		4.465	186
2			2.450	90
4	座金			6
4	7.5-12.5	径38		75
				307
總重量				
17.736kg				

