

土木試験所報告

第五十三號

港灣の埋立地に於ける地震の加速度

及周期に關する調査……………内務技師 松 尾 春 雄… 1

昭和 13 年の豪雨記録により導きた

る雨量強度式に就て……………囑 託 伊 藤 剛…15

横開き門扉を時間のある函數にて開

く時の水槽内水位の上昇に就て……………佐 藤 清 一…23

河床の自然勾配に關する理論的研究……………佐 藤 清 一…29

昭和十五年五月

内務省土木試験所

建設省沼津支所圖書			
分類	II-K	番号	1-45
購入年月日	年 月 日		

港灣の埋立地に於ける地震の加速度 及周期に關する調査 (第 1 報)

内務技師 松 尾 春 雄

要 約

港灣附近の在來の土地と新しい埋立地との地震の震度及振動周期を比較研究する爲、清水港 2ヶ所、横濱港 4ヶ所で観測した結果によれば岸壁附近地表面での震度は在來埋立地に比し 2~2.5倍大であり、又その振動周期は新しい埋立地に於て 0.25秒、岸壁構造物上 0.4~0.5秒、在來埋立地 0.35~0.4 秒であつた。

目 次

I. 緒 言	(1)
II. 横濱港に於ける観測	(2)
III. 清水港に於ける観測	(7)
IV. 結 言	(10)

I. 緒 言

港灣工事に於ける災害の最も著しいものは地震による岸壁の倒壊である。之は我國の在來の岸壁の設計には地震の事が餘り考へてなかつた事が大きな原因であるが、相當に之を考へたものが左程大きくない地震に被害を受けた例もある。之は岸壁に加はる地震による力が普通に考へてゐるものと異なる事、即ち多く埋立地に設けられる關係上一般に都會地に於けるよりも震度が大になる事、又埋立地の端が 10m~15m 程度の高さに擁壁を以て支へられて切立つてゐる爲に、この地形の不連続點に於て地震波が變形する事等が考へられる。又地震動の周期が埋立地に於て如何なる程度であるか、又岸壁の擁壁夫自身の自己振動周期が何程かを知り周期の上から考へて構造を考へ直す爲の資料を得る事は、我國の如き地震國に於ては極めて必要の事と考へ調査を行つた。

調査は横濱及清水港の港内埋立地及在來市内に加速度地震計を据付けて行つた。横濱にて 5ヶ所清水にて 2ヶ所同時に測定した。初め清水港岸壁背後と清水市役所とに地震計を据付けて観測した處、岸壁背後に於ける地震加速度は市役所に於ける値の約 2 倍であつた。之は埋立地による影響か或は岸壁の切立つてゐる爲の影響かの中一と考へたので、更に之を明にする爲、横濱港神奈川地元 10m 岸壁埋立地に岸壁背後 2ヶ所埋立中央部及物場場の 3ヶ所に設置し、之を更に在來から観測をつづけてゐる舊埋立地表高島町に於ける観測と比較し更に野毛山公園に設置したものと比較した。

地震計は地震研究所製作の石本式加速度地震計の水平二方向のものであつて横濱の埋立地のものはすべて岸壁法線と平行と直角の二成分を得る様に据付けた。表高島町及野毛山は東西と南北との兩成分を得るやうにした。清水港岸壁法線は丁度南北であるから何れも東西南北の兩成分を得るやうにした。振子の自己振動周期は 0.08 秒記録には徑 20 cm 圓筒上に貼付けた煤煙紙を使用した。記録紙の運行速度は 1.05 mm/秒である。感度は普通 1.7 gal/mm 空氣ガンバーを使用したもの。普通 1日に 1 回紙を取換へるのであるが、清水港のものは地震のある時だけ記録する様に記録の針を幅 2 mm の金の薄板で支へたものを使用した。従つて振幅が上記の幅以上になれば針が常に回轉してゐる煤煙紙の上に落ちて記録する。

記録の整理は先づ地震計の水平の二方向別に地震毎の主要動の最大加速度を讀みとつて各地點のものを比較した。特に大なる地震に就ては主要動の中の極めて周期の延びた終の部分を除いた主要部に就いて周期を記録から

讀みとつた。之は石本博士が嘗て東京横濱市内の地震の調査を行はれた場合りと同様の方法を用ひた。即ち各波の周期を讀みとり之を 0.025 秒毎の群に別け各群の回数を圖表に示した。此の際ある任意の一群の縦距は相隣る兩側の群の値 3 つを平均した値をとつた。例へば讀みとつた結果が 0.5 秒 1 回、0.525 秒 4 回、0.55 秒 1 回の場合、3 つの平均回数 2 を 0.525 秒の縦距とした。

本報告各地震計の観測開始期は下記の通りである。

清水港岸壁及市役所 昭和13年3月以後、横濱港岸壁 No. 1, 2, 3 昭和13年12月以後、同 No. 4 昭和14年8月15日以後、同 表高島町 昭和7年6月以後繼續、横濱市野毛山公園 昭和14年9月7日以後

本報告は観測開始時より昭和14年7月末までの間のものであつて、No. 4 及野毛山公園のものを設置する以前迄である。この期間中地震計の故障等の爲記録を得られなかつたものもある。

地震計による外清水港には特に大なる地震の際にその最大水平加速度により倒れる様に直径と高さとの比を種々にした12本の圓柱を立て、之に依つて、加速度記録と倒れた圓柱との關係を見た。圓柱の高さはすべて一様に 30cm とし、太さは、0.75cm ~ 12cm の間に變化せしめた。即ち比幅は 0.025 ~ 0.4 の間12本であり、その中直径の小なる 9 本は眞鍮その他は杉材を用ひた。

II. 横濱港に於ける観測

横濱港に於ける加速度地震計設置箇所は初め圖-1 の No. 1, No. 2, 及 No. 3 の3箇所であり後に No. 3 のものを No. 4 に移した。之は断面(圖-2)に示す如く No. 1 は岸壁の潜函上, No. 3 は物場場上, No. 2 はその丁度中央であつて、特に構造物附近の地震の状態を知る事を目的とした。この観測の結果 No. 1 と No. 2 に著しい差が認められたので、次には潜函より後方 約 16m に於て直接潜函への土壓を支配する様な位置での観測を行つた。之の外表高島町(圖-1 及 4)に於ては在來観測を行つてゐたので、この外に野毛山公園内震災記念館内に掘付けたものと合計 6 ヶ所の記録を得た。

No. 1, 2, 3, 4 を掘付けた埋立地の岸壁は、初め昭和2年に在來約 4m の水深の場所を岸壁構造物の基礎は—13.6 m まで浚渫し、その上に剝栗石を厚さ約 3m、幅約 15 m に入れた上に圖-2 に示す如き底幅 9.15 m、上部幅 6.00 m、高さ 13.20 m、1 個の重量約 1000 t の鉄筋コンクリート潜函を掘る中詰後上部場所詰を施して岸壁を作つた。この重量は 1 m 當り約 220 t (浮力を差引かない値)である。潜函 1 個長さ 18.75 m 毎に目地を設けた。No. 1 の地震計はその端から約 2 m の場所にあつた。岸壁背後は浚渫から生じた土丹岩を以て裏込を施し、その背後の埋立地大部分はポンプ浚渫により生ずる土砂を多量に含んだ水を汲入れ沈澱せしめて出来たものである。

物場場は—4.0 m に均しその上に厚さ 1 m の基礎剝栗を施し更にこの上に底幅 3.50 m、高 5.05 m、長 4.90 m 1 個の重量約 46 t の異型擁壁を置き上部には場所詰コンクリートを打つた。土丹岩の裏込を施した上に斷面に於ける延長約 10 m の斜路を置いた構造であり壁體延長 1 m 當重量は裏込共約 37 t である。

岸壁及物場場壁體は昭和3年頃の施工、埋立竣工は昭和5年であるが、其の後岸壁の耐震度を増すために昭和8年に岸壁背後及前面に杭を打ち補強工事を行つた。

表高島町地震計位置は昭和6年頃埋立てられた幅 20 m の狭い埋立地の所にあり明治年間の埋立地との境界線から 7 m の距離の處に設置してあつた。

横濱港附近の地質は第3紀層の軟質砂岩たる土丹盤の上に相當の砂交り粘土層がある。干潮面以下土丹層表面

1) 地震研究所彙報第12號2冊及13號冊3 (1934 及 1935)

圖-1 横濱港附近平面圖

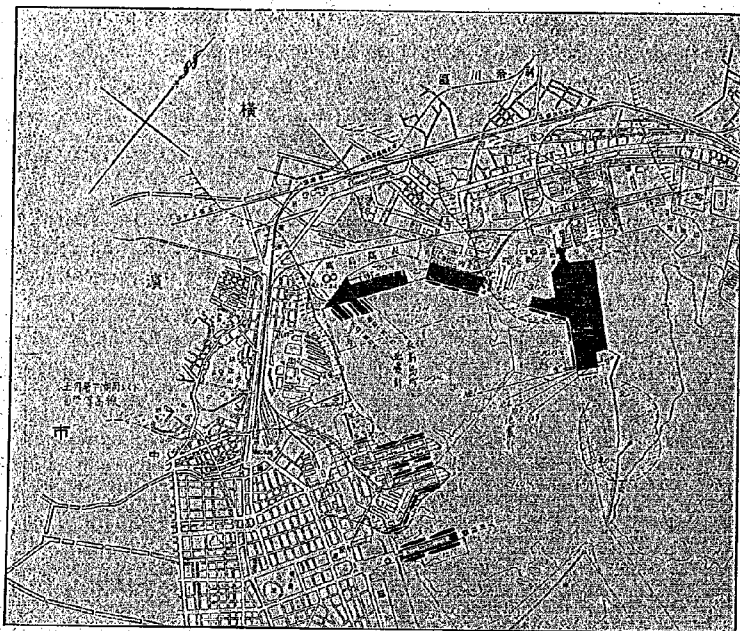


圖-2 横濱港神奈川地元外國貿易10m岸壁断面。No. 1, No. 2 等は地震計設置位置を示す

地震計位置

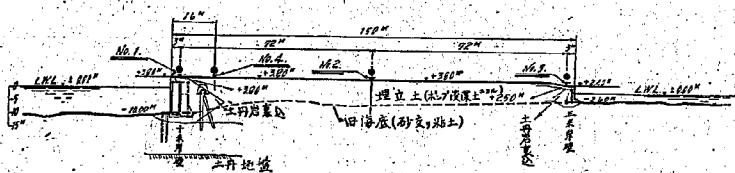


圖-3 No. 1 及 No. 4 設置箇所

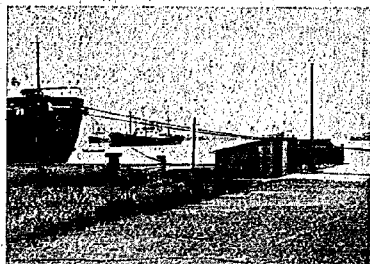
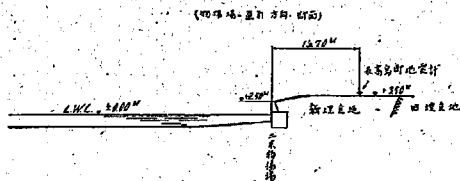


圖-4 表高島町地震計設置場所断面



までの深さが 10m の等高線は圖-1 に示した通りであつて、それと海底との間には上記の粘土層がある。

地震の観測結果は表-1 に示す通りである。表中震央距離は中央氣象臺の氣象要覽に依つた。震源の深さの事は考へず地上の距離である。震央距離と各地點方向別の最大加速度との關係は圖-5 に示す通りである。

岸壁に直角な方向即 E'-W' の最大加速度は平行な方向のものと著しく異り表-1 から知られる様に岸壁 No.1 では E'-W'/N'-S' の最大加速度の比は平均 2.5、物揚場 No.3 では 1.7 となる。埋立地中央 No.2 では 1 であつた。即ち埋立地中央では方向による差は殆どないが岸壁及物揚場では法線に直角な方向の最大加速度が平行なものより 1.7~2.5 倍ある。

表-1 横濱港埋立地にて観測した地震の最大加速度 (gal) 昭和12年12月~昭和14年7月
加速度観測方向は表高島町は E~W 及 N~S であるが岸壁の No.1, No.2 及 No.3 は何れも E'~W' 及 N'~S' 即ち岸壁法線に直角及平行の方向であつて之を夫々 E~W 及 N~S' の欄に記入した。() 内の数字は最大振動周期を示す

地震 番 號	日 時 昭 和 14 年	加 速 度 観 測 方 向	表高島町	神 奈 川 岸 壁			震 央 及 震 央 距 離			
				No. 1	No. 2	No. 3	位 置	東 經	北 緯	km
Y-1	月 日 時 分 1 9 10 2	E~W N~S			1.96 1.61	0.94 1.36				65
2	1 10 21 9	E~W N~S			2.21 1.91	0.98 0.94	伊豆神子 元島沖	139.0	34.5	130
3	1 24 13 2	E~W N~S	2.16 0.45		3.23 4.00	1.78 1.23	嗣島縣鹽屋 崎東方沖	141.4	37.0	250
4	1 25 3 8	E~W N~S	1.06		1.70 1.53	1.02 0.51	嗣島縣鹽屋 崎南方沖	141.3	36.7	200
5	2 1 14 25	E~W N~S	1.06 0.90	0.17 1.28	5.28 4.50		茨城縣 結城附近	139.9	36.2	90
6	2 9 0 16	E~W N~S		1.28 0.51	0.94 1.10	0.60 0.17	鹿島灘	141.6	36.3	160
7	3 10 3 12	E~W N~S	7.73 (0.40) 3.60 (0.25)	16.00 (0.50) 6.46 (0.50)	20.10 (0.25) 16.60 (0.25)	13.10 (0.25) 7.40 (0.37)	茨城縣 下結城附近	139.85	36.15	90
8	3 25 10 40	E~W N~S	3.29 0.45	3.10 1.70	9.17 7.56	6.63 3.31	八王子附近			32
9	3 26 9 51	E~W N~S		2.04	5.52 4.03	2.55 1.53	千葉99里 ヶ濱南部	140.5	35.2	80
10	4 26 10 42	E~W N~S	1.62 0.45	1.87 0.72	4.69 4.08	2.12 1.45	千葉勝浦 南方沖			95
11	5 1 14 58	E~W N~S	1.05 0.45	0.26 0.17	0.51 0.43	0.21 0.13	秋田縣 鹿角半島	139.49	39.57	510
12	5 8 17 4	E~W N~S	2.70 0.90	3.14 0.85	2.38 3.06	1.53 0.85	大吠御 東南東沖	141.4	35.6	130
13	5 18 18 31	E~W N~S	3.02 (0.32) 3.00 (0.35)	8.68 (0.40)	9.87 (0.20) 13.60 (0.25)	6.75 (0.25) 4.50	東北東 部	140.0	35.6	40
14	5 19 21 10	E~W N~S	2.92 (0.35) 4.30 (0.35)	3.40 (0.40)	6.63 (0.22) 5.27 (0.32)	4.50 (0.25) 2.30 (0.21)	千葉縣 野島東 部	140.5	34.3	135
15	6 14 20 9	E~W N~S		0.85	2.55 1.36	1.36	筑波山附近	140.1	34.3	110
16	7 30 21 55	E~W N~S		0.51	8.50 3.74	5.10 2.21	"	140.1	36.2	100

圖-5 震央距離と各地點の震度

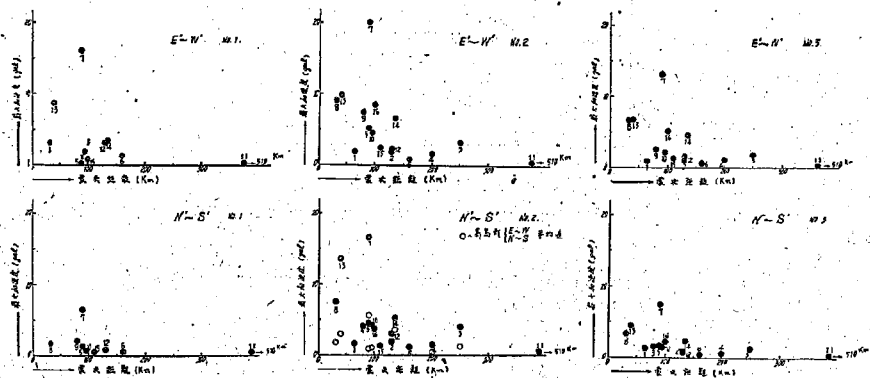
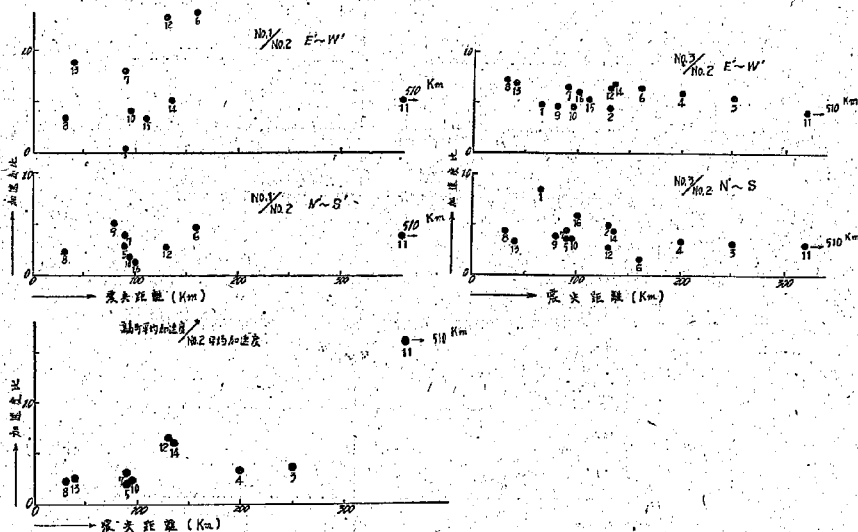


圖-6 各場所の震度比



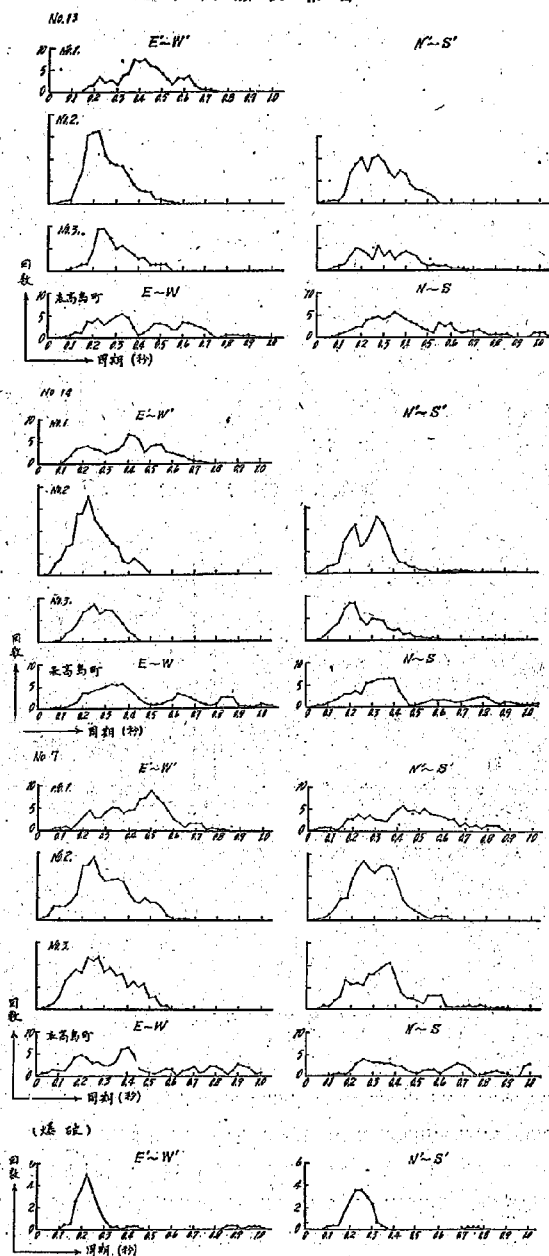
各場所毎の最大加速度を比較する爲何れも方向別に No. 2 の値との比をとり之と震央距離との關係を圖-6 に示した。表高島町のみは他と方向が異なるから N-S' と E-W' との平均値を No. 2 の平均値と比較した。

之に依れば E-W' 方向では No. 1/No. 2 は一定でなく震源が遠くなる程大となる傾向が見える。No. 3/No. 2 は常に一樣であつて略 0.6, 表高島町/No. 2 は 0.4 位であつて何れも No. 2 が大である。

次に各場所の震動の固有周期を見るために比較的大なる地震に就て I に述べた方法により地震 Y-13, 14 及 7

圖-7

各場所の周期



に就て主要動の周期を讀みとつた。その結果は圖-7 に示す通りであつて観測箇所 No. 1 では 0.4~0.5 秒, No. 2 では 0.20~0.25 秒 No. 3 では 0.25 秒, 表高島町は 0.35~0.40 秒の周期のものが多いやうである。

別に港内棧橋先端附近にて海底波漂のために約 8 kg 爆薬 3 個を同時に爆發せしめた際の記録を見るに No. 2 及 No. 3 では殆ど讀みとれない位であるが No. 2 では最大 1.0mm (加速度 1.7 gal) の半振幅の振動を記録しその周期を讀みとつて圖-7 最下段に示した結果を得た。0.225 秒の周期が多い。

以上の結果より見るに埋立地の地盤の振動周期は約 0.225 秒であるが岸壁の附近では構造物の固有周期の影響を受けて變つて来るやうである。従つて震源が近い場合には比較的周期が小であるから No. 2 に最も大きい記録が觀れ、震源が遠くなるに従ひ、岸壁附近の法線に直角な方向の震度が大となるやうに考へる。地震 Y-11 は上記の推論と一致しないがこの地震は横濱では極めて小さい地震であつたので——表-1 の中では最小——観測の誤差もあり得べく餘り重視する必要はないと思ふ。

表高島町の震度が一般に小であるのは埋立材料の相違の外に埋立後の経過年數等が大きい影響を與へてゐると思ふ。一般に地震計による観測が行はれてゐるのは表高島町のやうな場所が多いから之に比較して、新しい埋立地に於ける震度は一般に大である。壁に作用する震度は震源の近い場合には小であり、震源の遠いもの又一般に大地震では周期が大であるが、この場合には埋立地の震度と略等しくなり、表高島町の値に比し約 2~3 倍位大になるのが普通である。

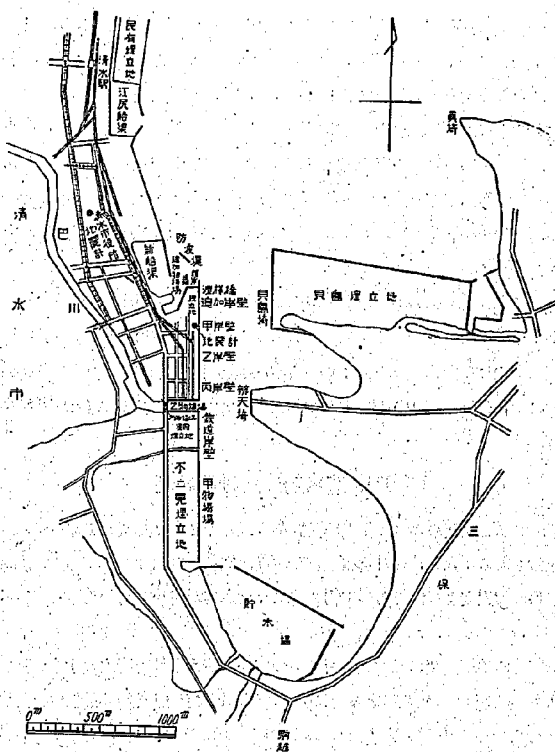
III. 清水港に於ける観測

清水港に於ける観測は前記横濱港よりも早く地震計を設置し今日まで繼續してゐるが、地震の数が横濱よりも少く、又大きさも適當なものがなく、今日迄得られた記録は表-2 に示すだけである。初め之に依つて岸壁に於ける加速度が清水市内の加速度より大であつて約 2 倍にも及ぶ事が明かとなつたので後に前記の横濱に於ける観測を行つたのであつた。

地震計設置箇所は圖-8 の平面圖に示す 2ヶ所であつて一は清水市役所構内の建物に接した所、他は岸壁の埋立地であつて法線より 21.25 m の距離にある所に横濱の項に述べたと同様の地震計を岸壁に平行な N-S 成分と直角な E-W 成分とを得るやうに設置した。岸壁は圖-2 に示した如き構造を有し、鉄筋コンクリート潜函 (底幅 9.60 m, 上幅 8.0 m, 長 14.0 m, 高 12.5 m) の岸壁であつて長さ 1m 當りの岸壁重量約 250 t である (浮力を差引かない値) 甲岸壁と稱するものであつて、岸壁潜函は昭和 2 年填付け所謂清水砂利を以て裏込を施しその背後は構内のポンプ波漂船の波漂土を以て埋立てたので埋立完了は昭和 4 年である。昭和 5 年 11 月 26 日の伊豆地震で港の他の部分に被害を受けたので補強の必要を感じ昭和 6 年に圖-9 に示す如き強い控壁が設けられた。此の附近の地質は干潮面下約 30 m までは軟弱なる粘土であつてその下に玉石を混ざる砂利層がある。

清水市役所は遡るとも今から 320 年以前には出来てゐた砂洲の上にあり、地表面より 3.5 m は砂混り砂利、それ以下は細砂交り青色粘土である。地震計と別に圖-11 の寫眞に示す如き圓筒柱を並立した。之は地震計の記録震度と圓柱の比幅によつて推定する震度との關係を明かにするためと又非常に大なる地震では茲に用いた地震計で完全な記録を得られないからその際のために設けた。比幅 (直径と高さとの比) は 0.025, 0.05, 0.075, 0.10, 0.125, 0.15, 0.175, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 の 12 本であつて高さは 30 cm 直径は 0.75 cm~12 cm の範圍内にある。倒れた方向を見るために寫眞に見られる如き針金を側面に出した。表-2 には加速度記録の外に上記圓柱の倒れたものゝ比幅をも示した。観測の結果は岸壁では市役所よりも加速度が著しく大であり、岸壁直角の

圖—3 清水港平面圖



圖—9 岸壁斷面圖

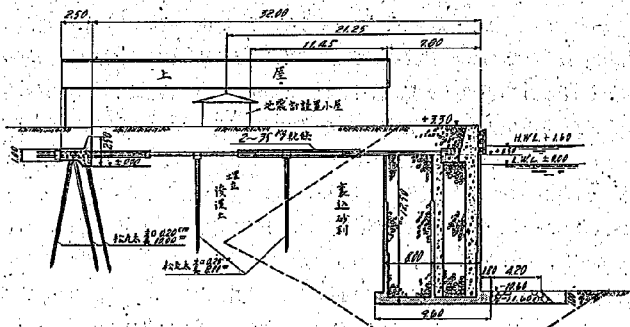


圖-10 地震設置小屋寫眞

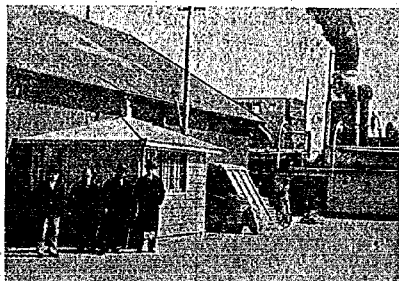


圖-11 測柱寫眞

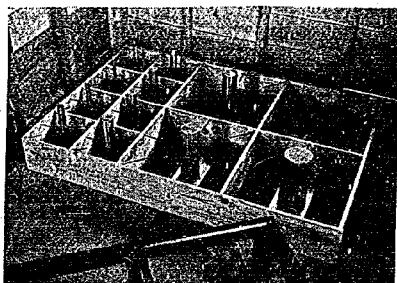


圖-12 周期

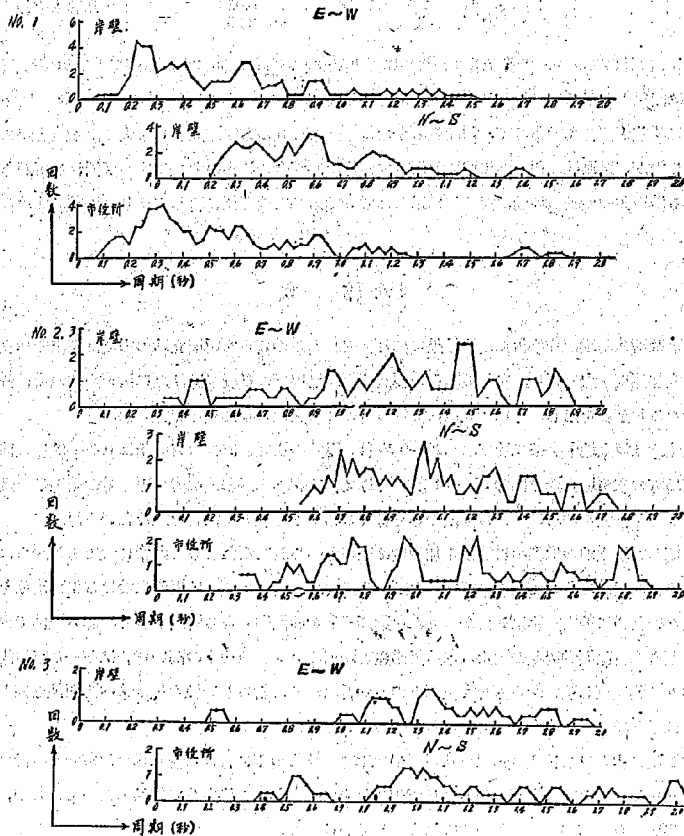


表-2 清水港附近にて観測した地震の加速度

〔 〕 内の数字はその地震によつて倒れた測柱の比幅；() 内の数字はその地震の最多振動周期

地震番號	日 時	加 速 度 観 測 方 向	清 水 市 役 所	岸 壁	震 央 及 震 央 距 離	
					位 置	km
S-1	月 日 昭 13. 4. 15	E-W N-S	12.4 [0.025] (0.30秒及0.60秒)	22.7 [0.025] (0.25秒及0.65秒) 21.5 (0.6及0.3)	山 梨 縣 西身延山附近	40
2	5. 23	E-W N-S	3.5 7.6 [0.025] (0.75, 0.95, 1.20)	10.3 [—] (1.2) 10.3 (0.7及1.03)	福 島 縣 盛 岡 市 等 東 南 東 沖	350
3	11. 5	E-W N-S	4.7 6.0 [0.025及0.05] (0.54)	5.2 [0.025] (0.53)	福 島 縣 東 方 沖	380
4	12. 4	E-W N-S	2.6 [0.025] 6.0	23.0 [0.025及 0.05] 22.5	福 島 縣 東 方 沖	400

E-W 方向では特に著しい。資料が乏しいために震央距離との関係は明にする事が出来なかつた。倒れた地震測柱の比幅は記録した加速度に比し何れも大である。この柱は直径の小なるものは重心の位置、底面の水平の程度等のために誤差が割合大であつて、加速度の小なる場合は圓柱の方が記録よりも大に出る傾向がある事は認めなければならぬが、又測柱の踊りの周期に共振する時には割合に比幅の大なるものが倒れる事があり得る。

記録による地震動の振動の周期は圖-12に示した通りであつて地震毎に著しく異り各場所に於ける一定の周期を認め難い。

IV. 結 言

以上の横濱及清水兩港の今迄得た観測結果に依れば何れも港の新らしい埋立地の震度は在來の埋立地に比し2~2.5倍程度加速度が大である。岸壁ではその構造物の自己周期の影響を受け之に近い周期の時に法線に直角な方向では大なる加速度を示し、時に埋立地に於けるものより大なる加速度を記録した。

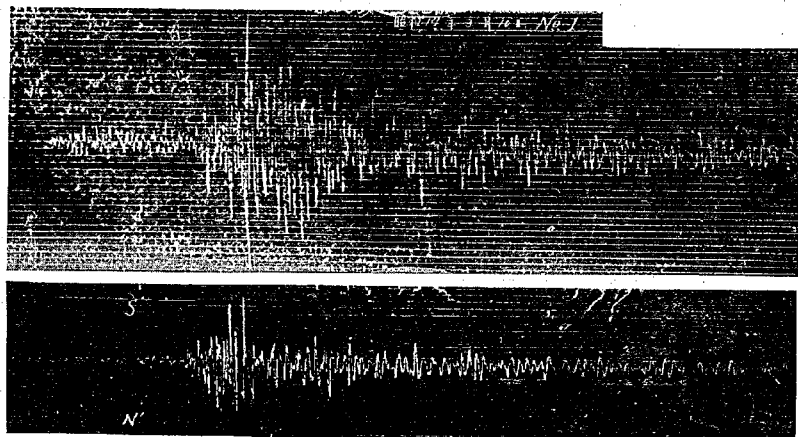
横濱の観測では埋立地中央部に於ては0.20~0.25秒、岸壁の法線に直角な方向では0.4~0.5秒、同じく物揚場0.25秒表高島町の在來埋立地では0.35~0.4秒の振動周期が多い。周期では清水港岸壁の結果と一致しない點があるが、之は目下観測をつづけてゐる横濱の岸壁背後の結果と比較して検討を試みたいと思ふ。

要するに新しい埋立地の地表面に於ける加速度は在來考へられてゐたよりも非常に大であるから、岸壁の設計及埋立地の建物の設計に關して在來の考へ方を變へる必要があると思ふ。地表面に於ける振動周期を知れば最も震害を受けないために地上建物は如何なるものを選ぶべきかの問題も自ら解決される。即ち横濱で得た結果だけから言へば割合に自己振動周期の大なる木造數階建とか鐵筋コンクリートの高い建物は——基礎の問題は別に——地盤とは共振し難いから割合安全だとの事が言はれる。新らしい埋立地がすべて横濱と同じ周期を持つと考へる事は早計であつて尙調査をしなければならないと思ふ。

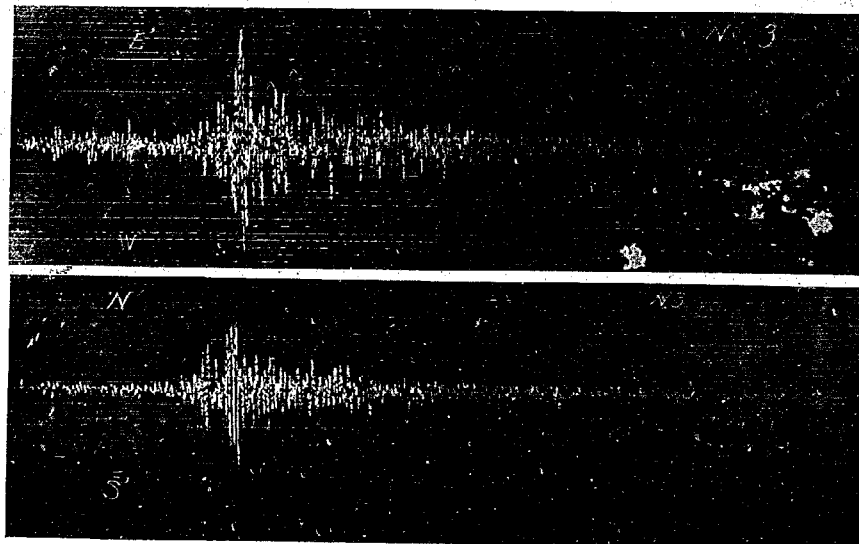
附記 本観測は内務省横濱土木出張所及靜岡縣土木部と協力の下に行はれ清水港の地震計の設計には地震研究所萩原啓氏を煩はした。尙横濱の観測は地震研究所齊田時太郎氏と協力して開始したのであるが、途中から岡氏が南米に出張されて不在のためこの整理は専ら自分が行つた。

附圖—1 (a) 表—1地震Y-7 の記録—昭和14年3月10日の地震の横濱に於けるもの。實際記録を2.3倍に擴大、即ち加速度は寫眞の振幅 (r) の 1.35mm が 1gal に、時間は圖の 2.4mm が1秒に相當する。

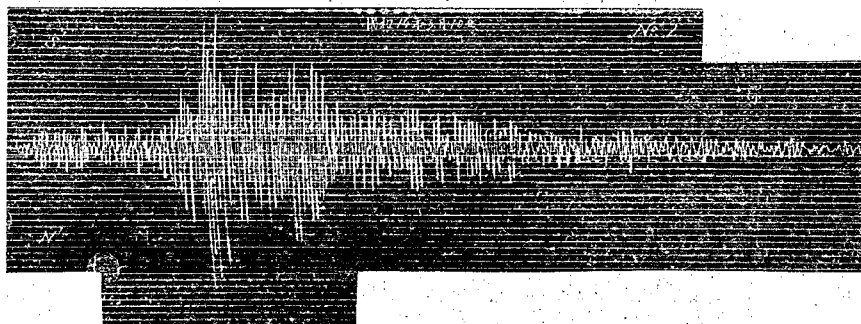
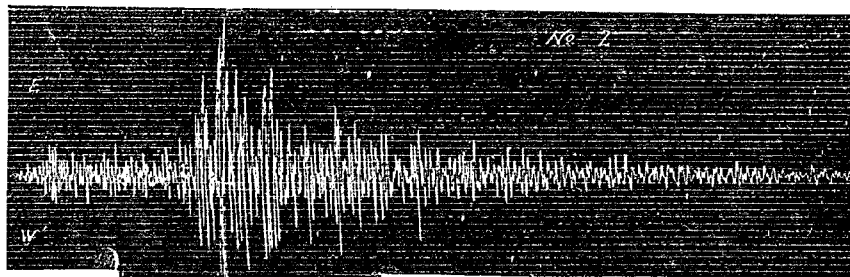
測點 No. 1



測點 No. 3



附圖—1 (b) 同前
測點 No. 2



E-W

表 高 島 町



S-N

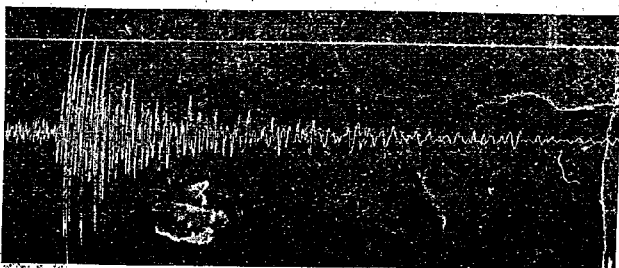


附圖-1 (C) 爆発の記録
横濱の神奈川岸壁 No. 2 に於ける



附圖-2 表-2 S-1 及 S-2 (14頁の3個) の記録。即ち昭和13年4月15日及5月23日の清水に於けるもの、實際の記録を約1.55倍に拡大、即ち加速度は振幅(r)の0.91mmが1galに、時間は圖の61.3mmが1秒に相當する

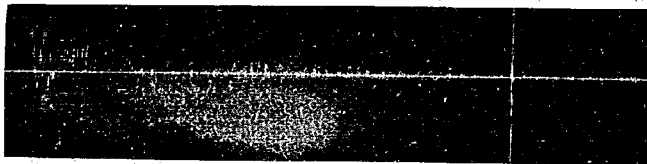
W-E S-1 岸壁



S-N



W-E S-1 市役所



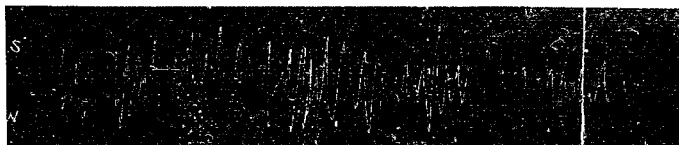
附圖-2

W-E

S-2 岸壁

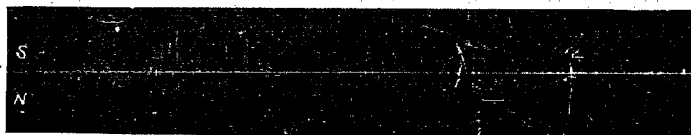


S-N



S-N

S-2 市役所



昭和13年の豪雨記録より導きたる雨量強度式に就て

堀 託 伊 藤 剛

I. 昭和13年の豪雨

昭和13年には初夏から秋にかけて各地に豪雨が相次いで起り、河川の氾濫を來して貴重な人命を毀損し田畑を流失した地方が甚だ多い。大戦中の事として新聞紙上に於ける之等の報告も甚だ内輪ではあつたが惨害の程度から云つても、出水記録や雨量記録から云つても明治以來の記録を破つた所が多々ある。中でも最も甚だしかつたのは茨城県下を始め關東の東南部から東部南部を襲つた6月末の豪雨、神戸の裏山に大崩壊を生ぜしめ同市内河川沿ひの人家を一朝にして押し流した7月上旬の豪雨、木曾川、天龍川の流域を襲つて之等の河川に數十年來の大出水を生ぜしめた同じく7月上旬の豪雨、更に又三重縣海岸沿ひ一帯を襲つて宮川を始め各河川を破堤缺壊せしめた8月上旬の豪雨、關東の鬼怒川、荒川、多摩川流域を襲ひ之等の河川に記録破りの大出水、被害を生ぜしめた8月末の豪雨等である。その他9月上旬の徳島地方の豪雨、8月中旬の鹿児島大隅半島一帯の豪雨、7月中旬の岩手縣水澤町附近及び秋田縣大館町附近の豪雨も雨域は餘り廣くなかつたが強度から云つても惨害から云つても常に見る豪雨と云はれる程のものである。以上の中6月下旬から7月上旬にかけての豪雨は紀州沖に停滯した弱い颱風による頑固な不連続線の低迷によるものであるに反し、9月上旬の關東地方の豪雨は全く不連続線を伴はぬ理想的颱風型の降雨であつて雨域も颱風進路の西側に甚だしく又颱風と共に移動した。

II. 豪雨記録に對する考察

私は之等の豪雨記録を氣象臺、測候所關係、内務省各土木出張所、農林省森林測候所、森林治水試驗地その他水電、水道關係の中自記雨量計を具へてゐる所から集め之を分析して1, 4, 8, 12, 24, 48各時間内の最大雨量及び之等相互の關係、24時間雨量と1日雨量との比等を調べて見た。その分析方法は各所から自記された降雨記録圖を集め之を30分單位の定時刻間に分け、その時間内の雨量強度を調べた。即ち例へば午後1時から1時30分、1時30分から2時迄の雨量と云ふ風に分けたのである。そしてこの資料から前記各時間雨量の最大のものを拾ひ上げた。故に例へば4時間雨量50mmと云つても午後1時から5時迄の如く1時間毎に分けず、午後1時30分から5時30分迄の間と云ふ様に雨量を集計した時刻の區切りが30分單位になる様にした。一般に最大1時間雨量を調べるのに自記雨量計の精度から云つて20分間より細かく讀むのも意味がないし、さりとて30分間隔では少し長すぎると思ふ。只私は24時間、48時間等長時間内の雨量強度も併せて調べる關係上煩瑣を恐れてかくしたのである。従つてこゝに掲げた中最大1時間雨量の記録だけは餘り精確とは云へないかも知れぬ。例へば午後2時30分から午後3時30分間に最大時雨量が起り之が60mmだと掲げたのであるが實際2時38分から3時38分迄の雨量はもつと大きかつたかも知れぬ。只、今迄よく報告されてゐる最大時雨量は定時刻間のもの即ち例へば午後2時から3時迄の1時間雨量であつて之よりは私のやつた30分單位のものの方が精確であらう。

次に問題になるのは24時間雨量と日雨量との關係である。觀測設備の關係上現在我國で行はれてゐる雨量觀測は普通雨量計による定時刻觀測であつて即ち午前10時から翌午前10時迄の間の雨量を今日の日雨量としてゐる

る。この様に雨量の算計を人為的に区切つてやつたのでは治水等の如く雨量強度が第一に重要な方面には利用価値が少い。例へば或る河川流域の最大日雨量は或る年或る日に起り之が200mm あつたとしても、その翌日の日雨量が僅か10mmであつたとすれば、別な年日の日雨量185mm、翌日100mmの時の方が雨量強度も大きく大出水を生ずる可能性が多いことは想像がつく。故に日雨量と24時間雨量との關係を究明することは無意味の様に考へられるが又一面次の理由により甚だ重要だとも考へられる。即ち

(1) 日雨量は資料が著しく且豊富である。

(2) 豪雨の起時、終りは例へば日出、日没等一定の時刻に生ずる可能性がある。この點は氣象學者によく調べて置き度いと思ふ。

(3) 最大24時間雨量が何時から始まるかは例へば針が或る度盛せられた直線上に落ちる場合、その度盛り線と針の頭との距離はどの位かと云ふ或る種の確率の問題になるのではあるまいか。

(4) 以上の如くして日雨量と24時間雨量との關係がわかれば日雨量より各時間雨量も判り治水の計畫に甚だ有益なものとなる。我國の様に小河川の計畫には日雨量では利用する道がなく、どうしても8時間程度の雨量強度が欲しい。近頃の米國の雜誌を見ると彼の大河川の治水計畫にも矢張り時間雨量が必要だと云ふ意見が盛んに出てゐる。

以上の他近頃の様には治水問題がやかましくなるともう問題は別になつて時間雨量を知つて最大洪水量を知る許りでなく、洪水波の形狀が必要となつて来るから雨量から之を察する爲には自記雨量計による雨量強度變化の觀測が絶対に必要となつて来る許りでなく、第一雨量から洪水量を求めるよりもどうせ過去の記録は使へないのでから直接水位や流量を觀測した方が簡明だと云ふことになる。話が少し横道にそれたが水源10箇所に自記雨量計を具へるよりも下流1箇所で水位や流量を觀測した方が經濟上も有利である。水源の雨量計は通信連絡が完備してやつと水防に役立つのみ、雨量から流量を察し様とするのはその間流出率とが水源の林情とか無数の要素が關係し之を一々究明するのは蠅營の斧に類するとも考へられる。其の不可能なるを知りても尚且つ之を爲さんとするの企圖、之を學問とは云ふのであるが。

III. 雨量強度式

併こゝに掲げる表は上記の如くして作つたものであるが時間と雨量との關係圖6葉は各記録を地方別或は流域別により28箇所に別けて曲線を畫いたものである。又この中特に豪雨の甚だしかつた地方13箇所を選び

$$I = \frac{b}{T+a}$$

なる雨量強度式にあてはめた場合のa及びbの値を最小自乗法によつて求めて表記した。

參考迄に在來の内外各地方の雨量強度式(Talbot型)を擧げれば次の如くである。

東京地方(過去第4位の豪雨):
$$I = \frac{83.3}{t + 0.67}$$

仙臺附近(鶴見一之「下水道」):
$$I = \frac{42.2}{t + 0.045}$$

京城附近(上田公式、土木學會5卷1號):
$$I = \frac{131}{t + 1}$$

ニューヨーク市:
$$I = \frac{63.5}{t + 0.33}$$

アメリカ、ロッキー山脈以東 (Talbot 教授, 1891年) : $I_{24} = \frac{152.5}{t + 0.5}$ 記録的豪雨

$\frac{44.5}{t + 0.25}$ 普通豪雨

雨量と時間との関係図

図-1

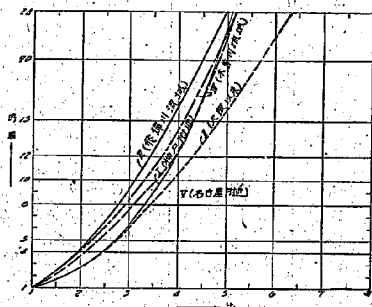


図-2

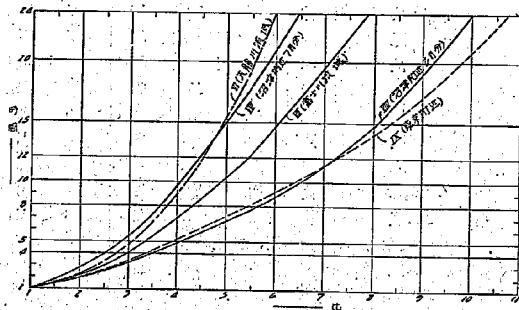


図-3

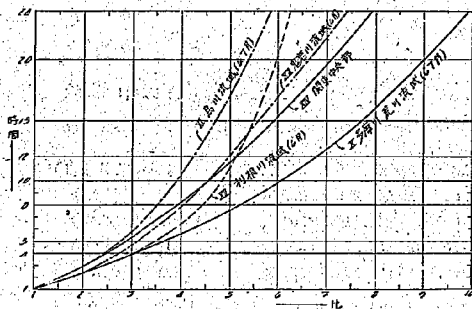


図-5

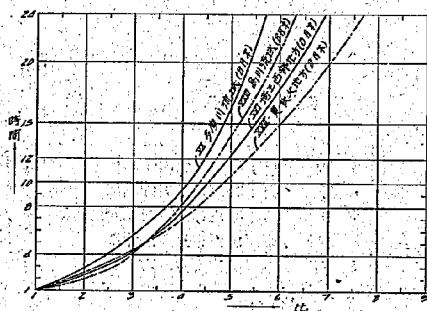


図-4

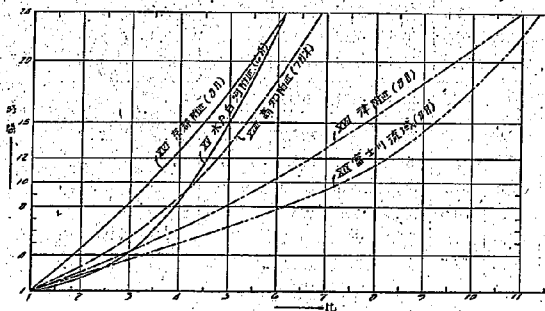


図-6

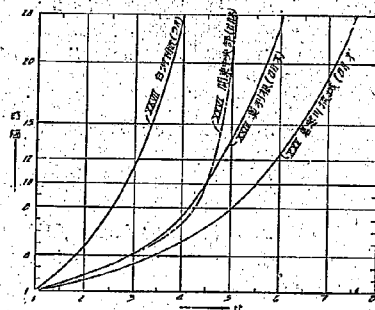


表-1 雨量強度式 $I = \frac{b}{T+a}$ に於ける a, b の値.但し a, b 常数, T =時間数, I = T 時間内の雨量強度

番 號	地 方 名	豪 雨 起 日	a	b
I.	神 戸 附 近	7 月 4 日	4.79	294
III.	飛 騨 川 流 域	7 月 4 日	3.90	115
IV.	木 曾 川 流 域	7 月 3 日 ~ 5 日	4.70	170
V.	伊 豆 地 方	6 月 29 日	37.4	1,140
IX.	東 京 附 近	6 月 29 日	18.1	430
XIV.	關 東 中 部	6 月 29 日	57.1	156
XVI.	三 重 海 岸	8 月 1 日	16.7	550
XVII.	高 知 縣 下	7 月 31 日	7.70	259
XX.	相 模 川 流 域	8 月 31 日	5.55	170
XXI.	川, 多 摩 川 中	8 月 31 日	7.83	255
XXII.	荒 川 水 源	8 月 31 日	9.25	409
XXV.	鬼 怒 川 水 源	8 月 31 日	8.96	423
白 河	白 河	9 月 1 日	5.20	168

表-2

観 測 所	位 置	最 大 時 間 雨 量						最大日雨量 及 起 日
		1時間	4時間	8時間	12時間	24時間	24時間雨 量と日雨 量との比	
1 神 戸	神戸市中山手通	47.6	166.2	216.4	269.7	341.4		241.6 (7月4日)
2 布 引	神戸市布引貯水池	57.5	162.5	193.4	206.0	253.0		182.1 (")
3 千 菊	有馬郡道場村千菊貯水池	26.3	65.5	96.4	117.7	161.0		112.7 (")
4 鳥 原	神戸市鳥原貯水池	73.0	176.0	220.5	273.7	335.6		210.3 (")
5 洲 本	兵庫縣洲本町	55.0	109.9	152.9	174.4	232.3		223.5 (")
I 比		1	2.63	3.21	4.01	5.10	1.36	
6 大 阪	東成區勝力通	18.9	33.9	45.9	62.8	109.0		83.5 (")
7 京 都	中京區西ノ京中合町	24.0	62.0	83.2	104.9	161.8		108.5 (")
8 彦 根	彦根町, 洞候所	13.1	36.0	50.5	60.7	82.3		49.3 (")
9 泰 照	滋賀縣伊吹山麓	13.2	37.9	51.5	63.4	87.0		56.7 (")
II 比		1	2.45	3.34	4.21	6.35	1.48	
10 小 坂	岐阜縣日籠小坂發電所	17.0	37.9	70.5	80.8	123.9		97.7 (")
11 小 坂	" " 取入口	16.5	37.5	49.5	71.1	113.0	189.7	88.0 (")
12 瀬 戸	" " 瀬戸發電所	42.8	67.7	88.1	108.9	152.7	277.0	106.1 (7月3日)
13 金 山	" 金山町	40.2	78.6	97.1	140.1	195.6		151.9 (")
14 上ヶ 洞	" 益田郡高根村	10.6	21.3	32.3	33.1	38.7		35.3 (6月28日)
15 高 山	" 高山市, 洞候所	23.0	53.7	63.0	76.4	122.9		75.9 (7月4日)
III 比		1	1.98	2.67	3.40	4.98	1.35	

表-2 (つゞき)

観測所	位 置	最 大 時 間 雨 量						最大日雨量 及 起 日
		1時間	4時間	8時間	12時間	24時間	24時間雨量と日雨量との比	
16 三 浦	長野御嶽南麓	17.6	33.2	41.5	47.4	61.3		56.6 (6月28日)
	〃	34.2	76.9	125.7	193.3	273.3		228.7 (7月3日)
17 讀 書	長野縣本倉川沿岸	42.0	93.9	115.8	133.6	170.4	288.1	109.1 (7月5日)
18 桃 山	〃	34.5	65.4	90.8	125.2	159.1		103.6 (7月4日)
Ⅳ 比		1	2.1	2.91	3.89	5.18	1.33	
19 愛知縣	一ノ宮市	16.2	44.4	59.4	70.0	90.3		81.9 (7月3日)
20 河川	東區田代町氣象臺支臺	25.1	44.6	51.8	60.4	86.0		79.1 (〃)
21 濱 松	鳴江町、測候所	22.4	38.0	54.8	77.6	152.8		91.9 (〃)
	〃	32.4	60.1	99.7	104.3	170.1		115.9 (6月29日)
Ⅴ 比		1	1.95	2.76	3.25	5.19	1.35	
22 泰 阜	天龍川沿岸	22.7	60.9	82.1	88.5	111.6		110.1 (6月28日)
23 飯 田	長野縣飯田市測候所	12.9	35.3	59.4	68.8	86.3		62.8 (〃)
	〃	11.6	30.5	41.6	62.9	97.3		83.5 (7月3日)
24 松 本	桐町、測候所	11.2	30.1	37.7	42.9	53.1		37.8 (6月28日)
Ⅵ 比		1	2.68	3.78	4.50	5.97	1.18	
25 小 淵 澤	山梨縣釜無川沿岸	9.0	27.2	44.4	60.7	79.7		56.5 (6月29日)
	〃	8.4	25.7	34.3	38.9	53.1		35.8 (7月2日)
26 三 富	山梨縣笛吹川沿岸	13.0	37.5	52.4	75.1	102.4		72.1 (6月28日)
27 市川大門	富士川改修事務所	13.0	41.1	65.6	85.6	131.2		96.4 (〃)
28 陸 合	山梨縣富士川沿岸	25.0	69.7	99.3	111.3	169.6		131.3 (7月2日)
Ⅶ 比		1	2.94	4.33	5.42	7.85	1.37	
29 沼 津	本町、測候所	42.0	142.3	238.8	304.0	371.9		363.5 (6月29日)
	〃	35.7	81.1	133.7	141.3	190.2		142.3 (7月1日)
30 三 島	三島、氣象臺支臺	28.5	68.8	124.3	131.5	192.2		132.8 (〃)
31 箱 根	三島町海平、測候所	29.7	91.5	153.7	189.9	257.3	318.5	234.8 (6月29日)
	〃	32.4	76.0	115.0	128.0	244.1	415.7	193.7 (7月1日)
32 湯ヶ島	静岡県湯ヶ島	42.2	147.4	245.5	317.5	447.3	527.0	412.4 (6月29日)
	〃	12.6	33.4	57.1	73.9	121.3		105.3 (7月2日)
	静岡県伊東町	28.3	96.4	160.1	214.5	354.7		315.8 (6月29日)
	〃	20.3	47.8	64.8	67.6	90.3		67.7 (7月1日)
	羽田海岸	23.8	79.6	141.4	198.0	284.2	396.7	227.5 (6月29日)
	品川町氣象臺信號所	23.1	62.3	99.0	122.4	189.4	286.8	187.6 (〃)
	中央氣象臺	23.8	79.6	141.4	198.0	284.2	396.3	278.3 (〃)
Ⅷ 比	(沼津～伊東6月分)	1	3.35	5.60	7.21	10.01	1.08	
Ⅷ 比	(沼津～伊東7月分)	1	2.37	3.82	4.18	6.46	1.30	
Ⅸ 比	(羽田～東京大手町)	1	3.13	5.40	7.33	10.71	1.09	
横 濱	横濱市、測候所	26.6	84.0	133.8	189.5	283.0		228.1 (6月29日)
	〃	22.8	49.0	80.3	87.9	116.8		102.4 (7月2日)

表-2 (つゞき)

観測所	位置	最大時間雨量						最大日雨量 及起日
		1時間	4時間	8時間	12時間	24時間	24時間雨量と日雨量との比	
測布	富士山麓, 河口湖畔	12.7	42.0	59.3	64.3	91.6		62.8 (7月2日)
船津	山梨縣, 多摩川上流	19.6	55.0	75.4	106.8	155.5		127.0 (6月29日)
落合	多摩川支, 秋川上流	12.1	36.1	50.5	75.5	117.3		113.9 (〃)
裕原	多摩川沿岸	13.2	35.0	69.0	100.4	134.2		134.2 (〃)
羽村	〃	21.2	48.0	90.0	134.1	201.3		165.5 (〃)
〃	〃	23.8	65.0	88.6	94.2	108.5		102.7 (7月1日)
山口	埼玉縣, 東京市水道	14.5	50.5	92.4	131.6	196.0		169.7 (6月29日)
名栗	埼玉縣内閣郡	11.5	33.8	66.0	96.6	149.0		138.0 (〃)
古谷	埼玉縣内荒川改修事務所	15.6	47.2	88.2	132.0	207.6		184.5 (〃)
熊谷	測候所	10.2	32.1	60.5	82.1	133.8		130.0 (〃)
野上	埼玉縣秩父郡	11.3	34.4	57.2	85.6	125.2		121.5 (〃)
秩父	荒川上流	10.9	28.1	55.3	82.3	126.8		109.0 (〃)
三峯	〃	10.2	30.5	46.1	76.2	114.8		101.8 (〃)
小嵐野	〃	11.9	34.0	50.4	78.2	114.0		102.9 (〃)
X 比		1	2.87	4.95	7.29	10.92	1.05	
萬湯	群馬縣多野郡萬湯	12.4	36.1	51.0	59.6	86.9		85.5 (6月29日)
下仁田	〃 北甘樂郡下仁田	9.0	26.2	31.2	34.5	44.2		40.1 (7月2日)
白井	〃 碓氷郡	10.0	31.4	47.3	57.4	82.0		61.5 (6月29日)
三ノ倉	〃 群馬郡倉田村	12.7	36.8	57.1	63.0	86.4		59.0 (〃)
追分	長野縣北佐久郡西長倉	15.0	41.5	55.2	64.3	78.8		51.3 (6月28日)
新町	群馬縣新町内務省烏利流改修事務所	22.4	29.9	46.1	66.5	98.8		83.9 (6月29日)
IX 比		1	2.48	3.53	4.24	5.85	1.25	
前橋	岩神町, 測候所	9.8	29.8	40.1	54.8	79.8		73.0 (6月29日)
中之條	群馬縣吾妻郡	12.0	36.6	49.1	55.4	67.2		45.1 (〃)
草津	〃 〃	11.2	28.5	43.6	48.6	56.0		31.2 (6月28日)
湯原	群馬縣吾妻郡水上村	7.6	28.6	49.7	53.7	57.8		43.6 (6月29日)
藤原	同上, 荒川森林治水試験地	10.7	29.8	45.8	47.3	51.8		40.4 (〃)
片品	群馬縣利根郡片品	8.1	27.1	41.0	45.5	58.2		49.6 (〃)
XI 比		1	3.04	4.53	5.14	6.25	1.31	
黒部	栃木縣鹽谷郡栗山村	15.8	43.0	58.3	70.2	112.8		98.4 (6月29日)
湯西川	〃 〃 〃	11.5	32.6	47.4	52.4	78.5		57.1 (〃)
三依	〃 〃 三依村	12.0	40.5	51.1	54.8	89.0		76.6 (〃)
日光	内務省稻荷川工場	15.8	44.0	65.2	82.4	129.3		113.8 (〃)
XII 比		1	2.91	4.03	4.71	7.43	1.18	
宇都宮	塩田町, 測候所	29.2	65.7	94.1	129.3	215.5		205.6 (6月29日)
祖母井	栃木縣芳賀郡	32.8	61.0	108.4	145.4	239.2	342.9	232.7 (6月28日)
栗原	埼玉縣北葛飾郡	11.3	38.1	68.3	99.5	172.6		162.3 (6月29日)
富崎	千葉縣安房郡, 測候所	37.9	74.4	102.0	115.9	153.9		116.2 (6月28日)
佐原	内務省佐原工場	21.0	71.9	108.1	157.0	208.9	282.4	130.4 (6月29日)
* 〃	〃	15.7	42.0	81.2	89.1	114.1		90.4 (7月2日)

昭和13年の豪雨記録より導きたる雨量強度式に就て
表-2 (つゞき)

観測所	位 置	最 大 時 間 雨 量						最大日雨量 及 起 日
		1時間	4時間	8時間	12時間	24時間	24時間雨 量と日雨 量との比	
館 野	茨城県小野川氣象臺	27.8	82.4	138.0	173.4	278.5	415.3	426.2 (6月29日)
* 〃	〃	13.6	39.7	53.5	70.0	82.9		82.9 (7月2日)
XIV 比		1	2.46	3.87	5.13	7.92	1.16	
* 水 戸	新潟縣十日町森林治水試験地	23.0	71.5	124.2	161.9	251.8+α(故障)		314.2 (6月29日)
十 日 町	〃	15.6	35.4	42.0	43.0	43.6		39.0 (6月28日)
白 河	福島縣 白河町森林測候所	14.4	52.3	76.8	95.4	145.8		145.8 (6月29日)
田 島	福島縣 田島森林測候所	9.5	28.9	38.4	40.8	53.2		53.2 (6月30日)
XV 比		1	2.95	3.98	4.54	6.15	1.02	
京 都	中京區京中合町, 測候所	20.9	53.0	82.2	114.0	160.4		154.4 (8月1日)
彦 根	測候所	12.3	16.8	24.1	28.6	52.7		41.4 (〃)
春 照	伊吹山麓	12.2	23.6	37.0	56.9	98.2		77.3 (〃)
名 古 屋	氣象臺支臺	12.9	15.3	24.8	30.2	47.2		39.4 (8月2日)
XVI 比		1	1.81	2.88	3.94	6.15	1.15	
龜 山	測候所	25.4	79.1	149.7	205.0	344.5		317.9 (8月1日)
津	〃	31.7	57.7	105.0	146.9	230.5		210.1 (〃)
尾 鷲	三重縣尾鷲町測候所	67.5	103.8	113.9	120.1	168.8		142.1 (7月28日)
〃	〃	41.1	155.7	273.3	367.2	605.1		592.3 (8月1日)
湖 邨	和歌山縣湖邨村	35.5	80.9	145.7	175.6	285.3		201.2 (〃)
XVII 比		1	2.79	5.04	6.70	10.97	1.11	
高 知	追手筋町, 測候所	26.8	84.0	136.8	194.3	252.7		166.1 (7月31日)
室 戸	室戸岬町茶畑, 測候所	28.8	66.7	78.3	105.1	157.2		90.8 (〃)
木 山	高知縣木山森林治水試験地	34.6	88.3	148.0	195.2	255.6		152.2 (〃)
中 村	中村町, 縣支臺	37.6	75.0	103.1	161.0	214.3	275.6	210.7 (〃)
XVIII 比		1	2.46	3.65	5.13	6.89	1.42	
小 淵 澤	山梨縣, 釜無川沿岸	8.5	28.2	53.6	76.2	107.4		98.3 (8月2日)
市 川 大 門	〃 富士川改修事務所	14.0	42.5	81.9	112.8	147.8		146.0 (〃)
XIX 比		1	3.15	6.03	8.40	11.33	1.04	
調 布	茅ヶ崎町南湖院	10.6	39.6	64.7	89.9	125.0		121.8 (8月31日)
船 津		18.8	47.5	85.0	96.4	165.4		139.5 (〃)
落 合		26.1	93.4	138.1	173.1	218.5		204.3 (〃)
横 濱		34.5	60.3	82.6	95.1	99.3		96.8 (〃)
茅ヶ崎		42.5	84.1	113.0	136.2	149.4		145.7 (〃)
XX 比		1	2.45	3.65	4.46	5.72	1.07	
羽 村	山梨縣 粟谷	41.3	129.4	164.5	174.9	289.6		252.3 (8月31日)
山 口		21.7	45.6	50.1	60.8	112.5		81.7 (〃)
名 栗		34.6	109.3	177.7	234.1	326.9		282.0 (〃)
古 谷		26.8	72.1	101.1	116.0	136.7		110.7 (〃)
鹿 谷		24.7	81.3	122.7	128.2	168.8		163.5 (〃)

土木試験所報告

表-2 (つゞき)

観測所	位 置	最 大 時 間 雨 量						最大日雨量 及 起 日
		1時間	4時間	8時間	12時間	24時間	24時間雨量 と日雨量との比	
XXI 比		1	2.93	4.13	4.79	6.93	1.16	
野上		41.4	126.7	181.4	191.1	271.7		271.7 (8月31日)
秋父		26.8	98.3	173.6	200.6	294.6	363.0	262.4 (")
三峯		45.7	104.3	178.8	283.1	399.4		392.4 (")
小鹿野		35.6	95.6	140.5	167.0	290.0		257.9 (")
萬揚		60.0	166.0	216.2	265.1	353.8		345.2 (")
XXII 比		1	2.83	4.30	5.28	7.69	1.05	
下仁田		19.5	58.2	77.7	106.4	153.3		149.7 (8月31日)
白井		14.0	41.9	52.8	66.0	91.8		91.4 (")
三ノ倉		11.2	36.6	48.4	60.3	74.2		71.6 (")
新町		26.0	72.8	94.9	97.2	127.2		125.2 (")
XXIII 比		1	2.96	3.87	4.66	6.31	1.02	
前橋		17.0	47.0	61.8	66.6	79.1		76.2 (8月31日)
草津		2.7	7.2	9.4	12.2	15.4		13.0 (")
湯原		5.7	18.8	24.4	25.9	33.0		31.5 (")
藤原		6.6	22.9	30.2	36.3	47.6		43.4 (")
片品		13.9	47.6	65.6	72.4	101.8		99.0 (")
XXIV 比		1	3.13	4.17	4.65	6.04	1.05	
黒部		45.2	155.0	222.8	251.7	328.2		315.7 (8月31日)
湯西川		37.1	116.7	187.3	205.4	281.1		197.5 (9月1日)
白依		42.0	129.8	180.7	204.2	267.8		267.8 (8月31日)
光		37.4	142.7	247.3	276.2	345.7		345.7 (")
XXV 比		1	3.37	5.18	5.80	7.55	1.10	
祖母井	茨城県内務省鬼怒川改良 事務所	25.2	70.6	110.5	118.8	135.6		135.6 (8月31日)
川島		30.0	86.2	123.7	130.8	140.0		140.0 (")
栗橋		28.2	87.5	126.8	132.6	147.5		147.5 (")
富時		34.9	97.5	129.7	151.2	168.5		155.7 (")
佐原		17.6	48.0	69.8	73.2	76.0		73.2 (")
館野		24.7	77.7	126.4	129.4	139.9		139.6 (")
水戸		16.1	47.7	73.2	82.2	87.9		85.7 (")
XXVI 比		1	2.92	4.30	4.63	5.07	1.02	
十日町		25.0	41.1	44.6	49.0	57.0		41.4 (9月1日)
白河		29.2	60.9	93.4	118.3	160.5		108.3 (")
XXVII 比		1	1.88	2.55	3.09	4.00	1.45	

* 印は「比」欄の数値計算に算入せざるものを示す。

横開き門扉を時間のある函数にて 開く時の水槽内水位の上昇に就て

佐 藤 清 一

要 旨

本論文は横開き門扉を幅を $f(t)$ とした場合の水槽内水位 h と時間 t との關係を求めたものである。

目 次

I. 緒 言	(1)
II. 門扉を時間的に一様なる速度で横開きにする場合	(1)
III. 門扉を時間的に一様なる角速度で迴轉して開く場合	(5)

I. 緒 言

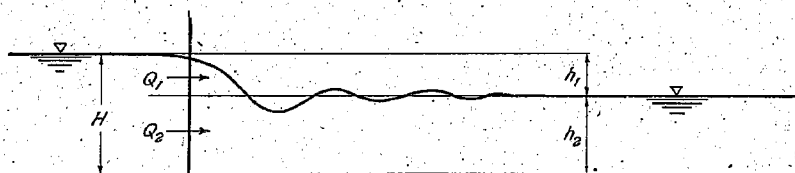
本論文は例へば貯水池の如き水槽に横開型 (例へば mitre gate の如き) の門扉を t の函数にて開く場合の水槽内の水位と時間 t との關係を求めたもので。

- (1) 導水路水位は變化せぬもの
- (2) 水槽の面積は相當大にして門扉の開放による水槽面積の變化は小なるもの
- (3) 流出係数は水位並びに開口幅に對して一定なるもの
- (4) 水位の變化に依りて水槽面積は變化せぬもの
- (5) 接近流速は無視し得るもの

との條件の下に水位の變化狀態を求めたものである。

II. 門扉を時間的に一様なる速度で横開きにする場合

圖一I



門扉の間を通過して流入する水量を單位時間に就て圖一I の如く Q_1 及び Q_2 に分けて考へる。然る時 dt 時間の流量は

$$(Q_1 + Q_2) dt$$

にして、之は水槽内に蓄はへられた水量 ($A \cdot dh_2$) に等しくなければならない。即ち

$$(Q_1 + Q_2) dt = A \cdot dh_2 \quad (1)$$

Q_1 に対する流出係数を C_1 , Q_2 に対するそれを C_2 とせば, Q_1 Q_2 は夫々次の如くに表はしうる.

Q_1 の部を普通の溢流と考へて

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{2}{3} C_1 \sqrt{2g} \cdot b \cdot h_1^{\frac{3}{2}} \\ &= K_1 \cdot b \cdot h_1^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{但し } K_1 = \frac{2}{3} C_1 \sqrt{2g}$$

Q_2 の部を潜孔と考へて

$$\begin{aligned} Q_2 &= C_2 \sqrt{2g} \cdot b \cdot h_2 \cdot h_1^{\frac{1}{2}} \\ &= C_2 \sqrt{2g} \cdot b \cdot (H - h_1) \cdot h_1^{\frac{1}{2}} \\ &= K_2 \cdot b \cdot (H - h_1) h_1^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{但し } K_2 = C_2 \sqrt{2g}$$

茲に b は門扉の開放に依りて作られたる流入幅で

$$b = f(l) \quad (4)$$

と考へる.

尚ほ K_1 及び K_2 の中には side contraction の影響も入れて考へたるものとす.

圖-1 に依りて

$$dh_2 = d(H - h_1) = -dh_1$$

であるから (1) は

$$(Q_1 + Q_2) dt = -dh_1 \quad (5)$$

となる. 之に (2), (3) を代入すれば

$$[K_1 h_1^{\frac{3}{2}} + K_2 (H - h_1) h_1^{\frac{1}{2}}] \cdot b \cdot dt = -A \cdot dh_1$$

或は (4) に依りて

$$f(l) \cdot dt = - \frac{A \cdot dh_1}{K_1 H \cdot h_1^{\frac{3}{2}} - (K_2 - K_1) h_1^{\frac{3}{2}}}$$

となる. そこで

$$h_1^{\frac{1}{2}} = x \quad dh_1 = 2x \cdot dx$$

と置いて積分すれば

$$\frac{K_2 - K_1}{2A} \cdot \varphi(t) = -\frac{1}{B} \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) + C \quad (6)$$

を得る.

$$\left. \begin{aligned} \text{茲に } \varphi(t) &= \int f(t) \cdot dt \\ B &= \alpha \cdot H^{\frac{1}{2}} \\ \alpha &= \left(\frac{K_2}{K_2 - K_1} \right)^{\frac{1}{2}} \\ x &= h_1^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

である.

門扉が一樣なる速度で横開きになる場合は (圖-2 を参照) (4) 式は

$$b = f(t) = kt \quad (8)$$

であるから (6) 式に於ける $\varphi(t)$ は

$$\varphi(t) = \frac{k}{2} t^2 \quad (9)$$

となるを以て (6) 式は

$$\frac{k(K_2 - K_1)}{4A} \cdot t^2 = -\frac{1}{B} \tanh^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) + C \quad (10)$$

となる.

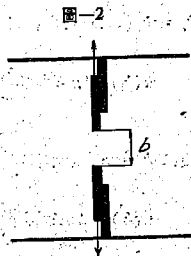
$t=0$ の時に $h_1=h_0$ 従つて $x=x_0$ とすれば

$$C = \frac{1}{B} \tanh^{-1}\left(\frac{x_0}{B}\right)$$

を得、従つて (10) は

$$\begin{aligned} \frac{k(K_2 - K_1)}{4A} \cdot t^2 &= \frac{1}{B} \left[\tanh^{-1}\left(\frac{x_0}{B}\right) - \tanh^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) \right] \\ &= \frac{1}{B} \cdot \tanh^{-1}\left(\frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2}\right)^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \tanh^{-1}\left(\frac{x_0}{B}\right) - \tanh^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) &= \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{x_0}{B}}{1 - \frac{x_0}{B}} - \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{x}{B}}{1 - \frac{x}{B}} \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{(B+x_0)(B-x)}{(B-x_0)(B+x)} \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2}}{1 - \frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2}} \\ &= \tanh^{-1}\left(\frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2}\right) \end{aligned}$$



$$\therefore \ell^2 = \frac{4A}{Bk(K_2 - K_1)} \cdot \tanh^{-1} \left(\frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2} \right)$$

或は

$$\ell = \gamma_1 \cdot \phi(h_1)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \left[\frac{4A}{Bk(K_2 - K_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \phi(h_1) &= \tanh^{-1} \left(\frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2} \right) \\ &= \tanh^{-1} \frac{Bh_0^{\frac{1}{2}} - Bh_1^{\frac{1}{2}}}{B^2 - h_1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$h_1 = nh_0$ ($n < 1$) とすれば

$$\phi(h_1) = \tanh^{-1} \frac{Bh_0^{\frac{1}{2}} - Bn^{\frac{1}{2}}h_0^{\frac{1}{2}}}{B^2 - h_0} \quad (14)$$

更に $h_0 = mH$ ($m \leq 1$) とすれば $B = \alpha H^{\frac{1}{2}}$ であるから(14)は

$$\phi(h_1) = \tanh^{-1} \frac{\alpha m^{\frac{1}{2}}(1 - n^{\frac{1}{2}})}{\alpha^2 - mn} \quad (15)$$

$m=1$ 及び $m=0.5$ に対して $\phi(h_1)$ の曲線を作れば圖-3 (a) 及び (b) の如くである。

圖-3 (a)

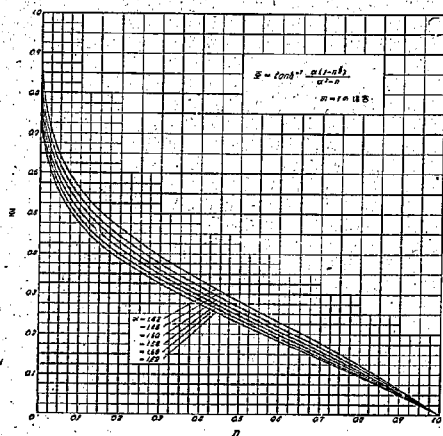
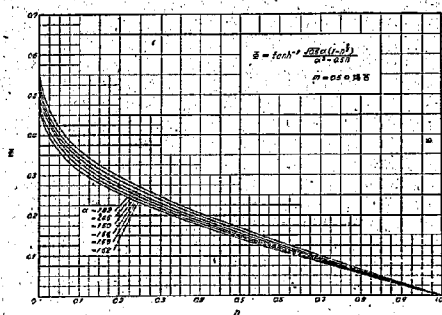


圖-3 (b)

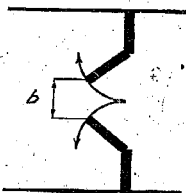


III. 門扉を時間的に一樣なる角速度で廻轉して開く場合

之は丁度 mitre gate の如き場合で、之を開く時の角速度を一定とし、 ω とすれば、

圖-4

$$\theta = \omega t \quad (16)$$



となり、門扉の長さを l とすれば、

$$b = 2l(1 - \cos \omega t) \quad (17)$$

となる。之を t について積分すれば

$$\varphi(t) = 2l(t - \frac{\sin \omega t}{\omega}) \quad (18)$$

を得る。

扉の動きに依る水槽面積 A の變化量を無視すれば、(18) を (6) に代入して

$$\frac{l(K_2 - K_1)}{A} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) = -\frac{1}{B} \tanh^{-1} \left(\frac{x}{B} \right) + C \quad (19)$$

を得る。

$t = 0$ の時に $h_1 = h_0$ 従つて $x = x_0$ とすれば、

$$C = \frac{1}{B} \tanh^{-1} \left(\frac{x_0}{B} \right)$$

となる、故に (19) は

$$\frac{l(K_2 - K_1)}{A} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) = \frac{1}{B} \tanh^{-1} \left(\frac{Bx_0 - Bx}{B^2 - x^2} \right)$$

或は

$$t - \frac{\sin \omega t}{\omega} = \tau_2 \cdot \Phi(h_1) \quad (20)$$

$$\text{茲に } \tau_2 = \frac{A}{Bl(K_2 - K_1)}$$

$$\Phi(h_1) = \tanh^{-1} \frac{B(h_0^{\frac{1}{2}} - h_1^{\frac{1}{2}})}{B^2 - h_1}$$

$$B = \alpha \cdot H^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha = \left(\frac{K_2}{K_2 - K_1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_1 = \frac{2}{3} C_1 \sqrt{2g}$$

$$K_2 = C_2 \sqrt{2g}$$

(21)

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

RESEARCH REPORT

NO. 1000

BY

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

AND

JOHN E. HILL

河床の自然勾配に関する理論的研究

佐 藤 清 一

要 旨

流水が河床の自然勾配を形成する条件として

$$HI = k \frac{dv}{dx}$$

なる式を考へ、之によりて開水路の不等流の式を解きて河床の勾配 i を求め、後之を實際の河川に就て確かめたものである。

目 次

I. 緒 論	(1)
II. 幅員一様なる矩形開水路	(3)
[1] 理論式の誘導	(3)
[2] 理論曲線の性質	(7)
[3] 實 例	(8)
III. 幅員が e の exponential にて漸變する矩形開水路	(10)
IV. 幅員が e の exponential にて漸變し自然斷面形を有する開水路	(14)
V. 結 語	(18)

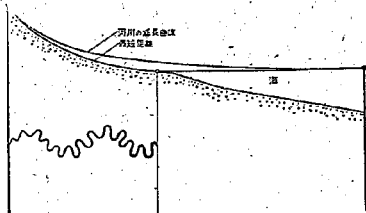
I. 緒 論

河川の未だ手を着けざるものを仔細に觀察するにその河床の縱斷形が極めて美しい曲線をなして居る場合が少くない。

地形甚しく急峻なる山岳地に多く見うける如き幼年期にある河川は別として、幾年月かの永きに亙る營みに依りて既に落着きを見せてゐる河川に於ては非常に美麗なる縱斷曲線をなしてゐるのである。

そしてその自然勾配をなさんが爲めに、その水源より海又はある河川までの最短距離よりも過長なる部分を紆りとしてその最短距離の中に收めてゐると考へられるのである (圖一 参照)。

圖一



此の自成自然勾配は其の勾配を支配する所の平均流量に依りて作られると考へ得る。以下之を平均支配流量と呼ぶ事とす。

ある自然河川に於て、此の平均支配流量が流れてゐる場合、河川延長上のある地點に Δx なる小區間を考へる。此の小區間に於ては、その上流端の流速と下流端の流速とに差がある筈である。之は本質的に、河水が流れる時の抵抗に依つて生ずるものである。この抵抗あればこそ河川があ

る勾配をなすのである。従つてその小區間の兩端の流速の差が大であれば大である程その小區間に於ける抵抗が

大であると考へられる。即ち云ひ換へれば最も簡單なる場合としてその小區間に於ける抵抗はその上下兩端に於ける流速の差に比例すると云へる。そこでその Δx なる區間の抵抗とそこに働く掃流力とは比例すると考へ、又速度差の代りに $\frac{dv}{dx}$ を考へれば、結局、ある地點の掃流力はその地點の速度勾配に比例すると云ふ事が考へられるのである。

従つて、Du Boys に従つて掃流力を γHI にて表はせば

$$HI = k \frac{dv}{dx} \dots \dots \dots (1)$$

なる河床の自然勾配に對する條件式が得られるのである。

茲に k は云ふ迄もなく負號を有するものである。

而して一般化して考へれば k の値は河川の延長に従つて變化するもの即ち

$$k = f(x)$$

とも考へられるが、最も簡單に $k = \text{const.}$ となれば理想的である。

而して或る河川の落着の度合に従つて k の値は異なるであらうし又河そのものの大きさに依りても異なるであらう。

(1) 式より直ちに常識的にも知り得る如くこの k の値は約 $-30 \sim -50$ である事が想像される。後章に於て示すが、荒川の舊河川に就て之を調べてみるに -50 なる値を得たが、此の値のあたりが河川の落着きの限界ではないかと考へられる。之に關しては尙ほ續いて研究する積りである。今回はたゞ、後章に於て得られたるが如き式に依りて自然勾配を果して表はしうや否やを實例に依りて確めた。換言すれば、(1) なる式が果して河床の自然勾配を表はすのに妥當なる條件式であつたかどうかを確かめるに留る事とした。

自然勾配の式を誘導するに先立つて、之に用ひられる記號を下に一覽しよう。

i = 河床の自然勾配

I = 水面勾配

x = 河川の延長距離

z = 河床高

$z_0 = x = 0$ に於ける河床高

$H_0 = \quad \quad \quad \quad$ 水深

$B_0 = \quad \quad \quad \quad$ 水面幅

$v_0 = \quad \quad \quad \quad$ 流速

Q_0 = 平均支配流量

H = 水深

A = 洗積

B = 水面幅

R = 徑深

v = 一點面全體に對する平均流速

v_m = 一點面中、中央單位幅の平均流速

α = 平均流速に對する補正係數

≈ 1.1

g = 重力の加速度

次に章を追つて自然勾配式の誘導に移る事にする。

II. 幅員一様な矩形開水路

[1] 理論式の誘導

平均支配流量の流れてゐる自然河川を考へるに之は不等流の問題となる。不等速定流の式は周知の如く

$$I = i - \frac{dH}{dx} = \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R^{2n}} \quad (2)$$

で、之より i を求めればよい。

(2) に (1) を代入すれば

$$\frac{k}{H} \frac{dv}{dx} = \frac{\alpha}{g} v \frac{dv}{dx} + \frac{v^2}{C^2 R^{2n}} \quad (3)$$

を得る。

河幅は一様と考へるから

$$B = \text{const} = B_0$$

である (圖-2)。

之と連続の式

$$Q_0 = A \cdot v \quad (4)$$

とより

$$H = \frac{Q_0}{B_0 v} = \frac{q_0}{v} \quad (5)$$

$$\text{但し } q_0 = \frac{Q_0}{B_0}$$

を得る。

(5) を (3) に代入すれば

$$\frac{k}{q_0} \frac{dv}{dx} = \frac{\alpha}{g} \frac{dv}{dx} + \frac{v}{C^2 R^{2n}}$$

或は

$$\left(\frac{k}{q_0} - \frac{\alpha}{g} \right) \frac{dv}{dx} = \frac{v}{C^2 R^{2n}} \quad (6)$$

となる。然るに断面は矩形であるから

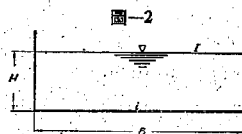
$$R = \frac{B_0 H}{B_0 + 2H} \quad (7)$$

更に (5) に依れば

$$R = \frac{B_0 q_0}{B_0 v + 2q_0} \quad (8)$$

である。之を (6) に代入すれば

$$\left(\frac{k}{q_0} - \frac{\alpha}{g} \right) \frac{dv}{dx} = \frac{v (B_0 v + 2q_0)^{2n}}{C^2 B_0^{2n} q_0^{2n}}$$



或は

$$C^2 B_0^{2n} q_0^{2n-1} (kg - \alpha q_0) \frac{dv}{v (B_0 v + 2q_0)^{2n}} = g \cdot dx$$

或は

$$\frac{K_1 \cdot dv}{v (B_0 v + 2q_0)^{2n}} = g \cdot dx$$

$$\text{但し } K_1 = C^2 B_0^{2n} q_0^{2n-1} (kg - \alpha q_0) \dots\dots\dots (9)$$

茲に於て一般に $Bv > 2q_0$ であるから $\left(\frac{2q_0}{Bv}\right)^2$ より以下の項を省略すれば

$$(B_0 v + 2q_0)^{-2n} \approx (B_0 v)^{-2n} - \frac{4nq_0 B_0^{-2n} v^{-2n}}{B_0 v}$$

とかけるから、

$$g \cdot dx = K_1 B_0^{-2n} (v^{-2n-1} - 4nq_0 B_0^{-1} v^{-2n-2}) dv$$

となる。之を積分して

$$gx = -K_1 B_0^{-2n} \left(\frac{v^{-2n}}{2n} - \frac{4nq_0}{(2n+1) B_0} v^{-2n-1} \right) + c$$

$x=0$ に於ては $v = v_0$ であるから

$$gx = K_1 B_0^{-2n} \left[\frac{1}{2n} (v_0^{-2n} - v^{-2n}) - \frac{4nq_0}{(2n+1) B_0} (v_0^{-2n-1} - v^{-2n-1}) \right] \dots (10)$$

を得る。

又 (8) の代りに

$$R = rH^{\beta} \dots\dots\dots (11)$$

として用ひれば

$$\frac{1}{R^{2n}} = \frac{v^{2n\beta}}{r^{2n} \cdot q_0^{2n\beta}}$$

であるから (6) 式は

$$\frac{(kg - \alpha q_0)}{g} \cdot \frac{dv}{dx} = \frac{v^{2n\beta+1}}{C^2 \cdot r^{2n} \cdot q_0^{2n\beta-1}}$$

或は

$$K_2 \cdot v^{-2n\beta-1} \cdot dv = g \cdot dx$$

$$\text{但し } K_2 = C^2 \cdot r^{2n} \cdot q_0^{2n\beta-1} (kg - \alpha q_0) \dots\dots\dots (12)$$

となるから、之を積分して

$$-\frac{K_2}{2n\beta} v^{-2n\beta} = gx + c$$

$x=0$ にては $v = v_0$ であるから

$$v^{-2n\beta} = v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x$$

$$\therefore v = \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{-\frac{1}{2n\beta}} \dots\dots\dots (13)$$

又 (5) 式より

$$H = q_0 \cdot v^{-1} \\ = q_0 \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{1}{2n\beta}} \dots\dots\dots (14)$$

である。

次に (13) 式を x に就て微分し

$$\frac{dv}{dx} = \frac{g}{K_2} \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{-\frac{2n\beta+1}{2n\beta}} \dots\dots\dots (15)$$

又 (14) 式より

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{g q_0}{K_2} \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{1}{2n\beta}-1} \dots\dots\dots (16)$$

河床の勾配は (1) と (2) により

$$i = \frac{k}{H} \frac{dv}{dx} + \frac{dH}{dx} \\ = \frac{g}{K_2 q_0} \left[\frac{k}{\left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{n\beta+1}{n\beta}}} - q_0^2 \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{1-2n\beta}{2n\beta}} \right] \\ \therefore i = \frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{3}{2n\beta}} \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-2n\beta} - \frac{2n\beta g}{K_2} x \right)^{\frac{n\beta+1}{n\beta}}} \dots\dots\dots (17)$$

を得る。

一般に河幅の相当大なる場合には

$$R \approx H$$

として差支へない。此の時には

$$r = 1 \quad \beta = 1$$

となり (17) は

$$i = \frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-2n} - \frac{2ng}{K_2} x \right)^{\frac{3}{2n}} \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-2n} - \frac{2ng}{K_2} x \right)^{\frac{n+1}{n}}} \dots\dots\dots (18)$$

となる。

考へる區間の小なる場合には C 中の R 及び I の影響を neglect して一定と考へ $n = \frac{1}{2}$ とすれば、

$$i = \frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-1} - \frac{g}{K_2} x \right)^3 \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-1} - \frac{g}{K_2} x \right)^3} \dots\dots\dots (19)$$

である。

Manning の流速公式を考へる時は河床の勾配は

$$i = \frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-\frac{1}{2}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}} \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-\frac{1}{2}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (20)$$

となる。

更に河床の縦断形を求めるには (19) 式又は (20) 式を積分すればよく、それには

$$i = -\frac{dz}{dx}$$

であるから $n = \frac{1}{2}$ の場合に就ては

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-1} - \frac{g}{K_2} x \right)^2 \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-1} - \frac{g}{K_2} x \right)^2}$$

$$\therefore z = -\frac{k}{2q_0 \left(\frac{1}{v_0} - \frac{g}{K_2} x \right)^2} + \frac{g q_0}{K_2} x + c$$

となる。

$x = 0$ に於て $z = z_0$ であるから

$$z = z_0 + \frac{k v_0^2}{2q_0} - \frac{k}{2q_0 \left(\frac{1}{v_0} - \frac{g}{K_2} x \right)^2} + \frac{g q_0}{K_2} x \quad (21)$$

を得る。

而して此の時の水位は (14) 式により

$$H = q_0 \left(\frac{1}{v_0} - \frac{g}{K_2} x \right) \quad (22)$$

によりて求めらる。

次に $n = \frac{2}{3}$ の場合に對しては

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{g \left[k - q_0^2 \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}} \right]}{K_2 q_0 \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}}}$$

であるから

$$z = - \left[\frac{k}{2q_0} \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{-\frac{3}{2}} + q_0 \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}} \right] + c$$

$x = 0$ に於ては $z = z_0$ であるから

$$z = z_0 + \left[\frac{k v_0^2}{2q_0} + \frac{q_0}{v_0} \right] - \left[\frac{k}{2q_0} \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{-\frac{3}{2}} + q_0 \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (23)$$

を得る。

而して此の場合の水位は

$$H = q_0 \left(v_0^{-\frac{2}{3}} - \frac{4g}{3K_2} x \right)^{\frac{3}{2}} \quad (24)$$

に依りて求めらる。

[2] 理論曲線の性質

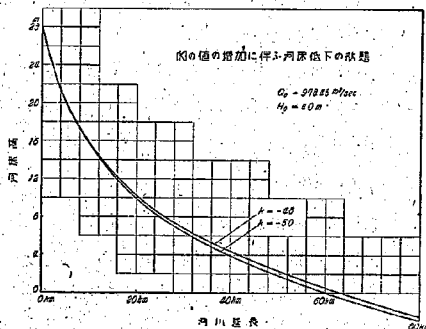
以上に依つて幅員一様な矩形開水路の底勾配が求められたのであるが、この中で最も一般性のある (23) 式に就て其の性質を具體的に例題に依つて調べてみよう。

先づ k の増減は河床の勾配に如何なる影響を與へるものか、之に就て調べてみよう。

$$\begin{aligned} \text{今} \quad B_0 &= 69.1\text{m} \\ Q_0 &= 978.46 \text{ m}^3/\text{sec} \\ H_0 &= 4.0\text{m} \end{aligned}$$

なる河川があつたとする、之に於て $k = -48$ と $k = -50$ について、(23) によつて河床の縦断曲線を畫けば圖-3 の如くである。之を見るに $x=0$ の近くでは二曲線は殆ど一致してゐるが間も無く k の絶対値の増すに従つて河床は低下の傾向を示してゐる。而もこの低下の状態は河床の延長について略一様で $x=0$ 附近で二曲線の一致してゐるのは、始 $Q_0=978.46 \text{ m}^3/\text{sec}$ $H_0=4.0\text{m}$ なる河川を考へた際、 Q_0 と H_0 とを與へるといふ事は

圖-3



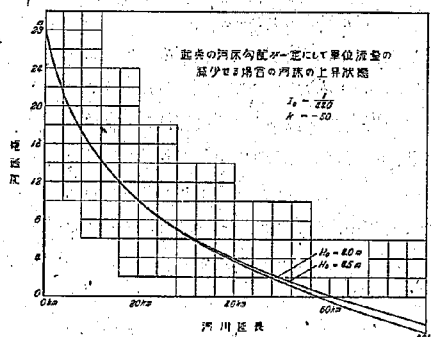
B_0 が與へられてゐるのであるから I_0 を與へた事に外ならぬからである、因みに此の場合の I_0 は $\frac{1}{440}$ である。 k の絶対値が増せば河床の下の傾向のある事は、(1) 式に於て (k) の増加といふ事は同一速度勾配に對してその箇處の掃流力の大なる事を示すといふ事に依りても考へられる事である。

次に單位流量の影響を考へてみる。

$$\begin{aligned} B_0 &= 69.1\text{m} \\ I_0 &= \frac{1}{440} \\ k &= -50 \end{aligned}$$

なる河川に於て、 g_0 又は Q_0 が増減するといふ事

圖-4



は H_0 の増減を意味する。そこで $H_0=4.0\text{m}$ と $H_0=4.5\text{m}$ について河床の縦断曲線を畫けば圖-4 の如くである。之によつてみるに、起點の勾配は與へられてゐるから暫くの間は曲線は殆ど一致してゐるが、 g_0 の減少せる方は 20km のあたりより稍々直線的に河床の上つて來るの分かる。之も常識的に考へられる事である。

最後に同一 H_0 、 k の値の場合に Q_0 の増減の影響を調べてみる。

$$\begin{aligned} B_0 &= 69.1\text{m} \\ H_0 &= 3.5\text{m} \\ k &= -48 \end{aligned}$$

なる河川に於て $Q_0=754.57 \text{ m}^3/\text{sec}$ 及び $Q_0=778.43$

m^3/sec の二種類について夫々の河床縦断形を畫けば圖-5 の如くである。

圖-6

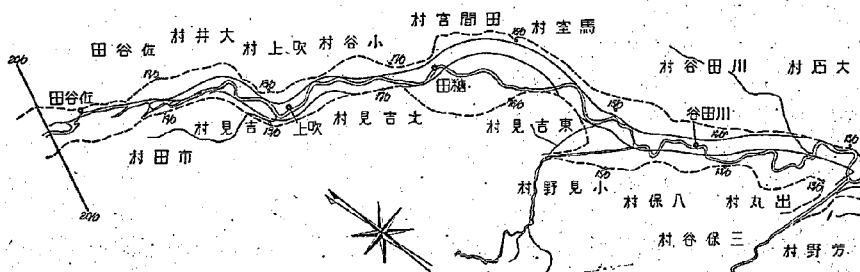
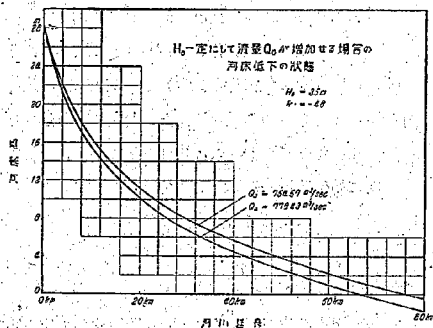


圖-5



形を最も忠實に表はしうる B_0 の値と平均支配流量とを求めれば次の通りである。

考へられたる賀河川は圖-6に見る如く上流は20里/0町(熊谷)より下流は6里/0町(岩淵)までに至る延長約84kmに亘る區間である。

而して採用せる河川中心線は、現在のごとくに short-cut 其の他に依つて改修せられたるものについては自然勾配を見る上には無意味であるから、未だ short-cut の行はれざる舊河川に就て調べてみたのである。従つて此の時の河幅は、此の廻りくねつた舊河川を支配して流れる所の流量の常に保持されてゐる河幅を取るべきで、結局舊の低水路の平均幅を取ることにした。その中間の一断面を示せば圖-7の如く、之等に依つて20/0にては $B_0 \approx 30$ 間6/0にては $B_0 \approx 42$ 間の平均 $B_0 = 36$ 間 $= 69.1m$

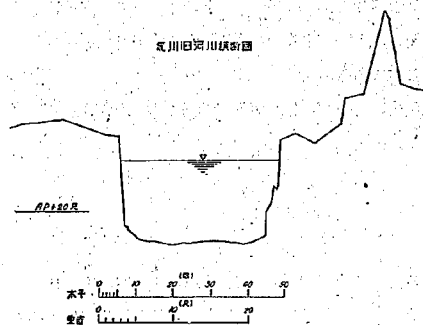
之に依つてみるに二曲線は始めから互に離れ、後略々平行となる傾向がある。

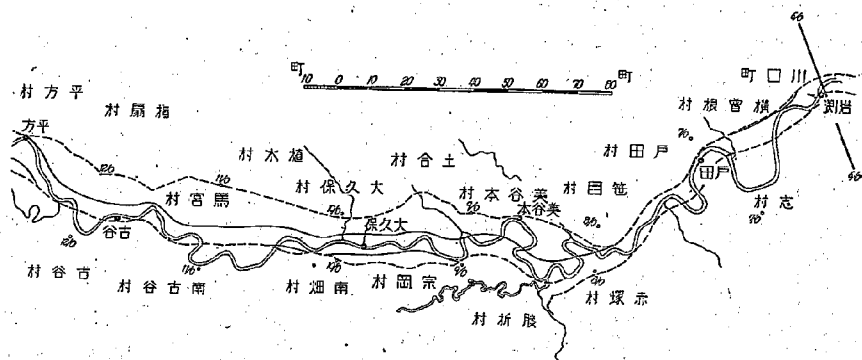
之は、始めに H_0 と B_0 と與へて Q_0 を變へたといふ事は I_0 を變へたといふ事に外ならぬからである。

[3] 實例

(23)式に依つて表はされる自然河床曲線は以上の様な諸性質を有してゐるものであるが、之が果して賀河川のそれを表はしうるや否やに就て荒川の舊河川について適用してみた。之に對してその河床縦斷

圖-7





を取った。

又縦断面により適當なる起點の河床勾配として

$$I_0 = \frac{1}{480}$$

を採用した。

そこで $H_0 = 3.3\text{m}$ とすれば

$$A_0 = 228.03\text{m}^2$$

$$R_0 = \frac{228.03}{69.1 + 66} = 75.7\text{m}$$

$$v_0 = (31.62)(3.0123)^{\frac{2}{3}}(0.00208333)^{\frac{1}{3}} = 3.010\text{m/sec}$$

$$\therefore Q_0 = (30.1)(228.03) = 686.3703\text{m}^3/\text{sec}$$

$$q_0 = \frac{686.3703}{69.1} = 9.9330\text{m}^2/\text{sec}$$

$$\begin{aligned} \therefore K_2 &= C^2 q_0^{\frac{1}{2}} (kg - \alpha q_0) \\ &= 1000 \cdot 2.14961 (9.8k - 9.933) \\ &= 2149.61 (9.8k - 9.933) \end{aligned}$$

但し $\alpha \approx 1$

$$\text{又 } v_0^{-\frac{1}{2}} = 0.230097 \quad \frac{4g}{3K_2} = \frac{0.0060786}{9.8k - 9.933} \quad 2q_0 = 19.966$$

$$\therefore \frac{v_0^2}{2q_0} = 0.45606$$

又 $z_0 = 28.18\text{m}$ であるから (23) 式は

$$z = 31.48 + 0.45606k - \frac{k}{19.866} \left(0.23010 - \frac{0.0060786x}{9.8k - 9.933} \right)^{-\frac{3}{2}} - 9.933 \left(0.23010 - \frac{0.0060786x}{9.8k - 9.933} \right)^{\frac{3}{2}}$$

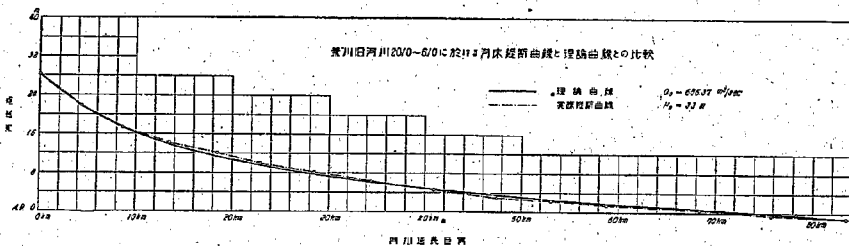
となる。

茲で $k = -50$ としてみれば

$$z = 8.677 + 2.51686 (0.23010 + 0.000012159x)^{\frac{2}{3}} - 9.933 (0.23010 + 0.000012159x)^{\frac{1}{3}}$$

となり、之に依りて理論曲線を畫きて實際のものと比較すれば圖-8 の如くで、極めて良く兩者一致し、荒川の舊河川にては $k = -50$ 及び平均支配流量は $Q_0 = 686.37 \text{ m}^3/\text{sec}$ が適當である事が分ると共に、(23) なる曲線が實河床を表はしうる事の可能性も認められるのである。

圖-8



III. 幅員が e の exponential にて漸變する矩形開水路

開水路の幅員が e の exponential にて漸變してゐるものとし

$$B = B_0 e^{ax} \dots\dots\dots (25)$$

とす。

連続の條件から

$$H = \frac{Q_0}{Bv} \dots\dots\dots (26)$$

であるから運動の方程式 (3) は

$$\left(\frac{kB}{Q_0} - \frac{\alpha}{g} \right) \frac{dv}{dx} = \frac{V}{C^2 R^{2n}} \dots\dots\dots (27)$$

となる。そこで前章と同様に

$$R = rH^p$$

とおけば

$$\frac{1}{R^{2n}} = \frac{B^{2np} \cdot g^{2np}}{r^{2n} \cdot Q_0^{2np}}$$

とあるから (27) は

$$\frac{C^2 r^{2n} \cdot Q_0^{2np-1}}{g} v^{-2np-1} \cdot dv = \frac{B^{2np}}{kgB - \alpha Q_0} dx \dots\dots\dots (28)$$

となる。

茲に於て一般に

$$|kgB| > |\alpha Q_0|$$

であるから $\left(\frac{\alpha Q_0}{kgB}\right)^3$ 以下の項を省略すれば

$$B^{2n\beta}(kgB - \alpha Q_0)^{-1} \approx \frac{B^{2n\beta-1}}{kg} \left[1 + \frac{\alpha Q_0}{kgB} + \left(\frac{\alpha Q_0}{kgB} \right)^2 \right]$$

とかける。従つて (28) は

$$(C^2, r^{2n}, Q_0^{2n\beta-1}, k) v^{2n\beta-1} \cdot dv = \left[B^{2n\beta-1} + \frac{\alpha Q_0}{kg} B^{2n\beta-2} + \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right)^2 B^{2n\beta-3} \right] dx$$

となる。

更に又 (25) によりかき直せば

$$(C^2, r^{2n}, Q_0^{2n\beta-1}, k) v^{-2n\beta-1} \cdot dv = \left[B_0^{2n\beta-1} \cdot e^{(2n\beta-1)ax} + \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right) B_0^{2n\beta-2} \cdot e^{(2n\beta-2)ax} \right. \\ \left. + \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right)^2 B_0^{2n\beta-3} \cdot e^{(2n\beta-3)ax} \right] dx$$

積分して

$$-\frac{C^2, r^{2n}, Q_0^{2n\beta-1}, k}{2n\beta} v^{-2n\beta} = \frac{B_0^{2n\beta-1}}{(2n\beta-1)a} e^{(2n\beta-1)ax} \\ + \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right) \frac{B_0^{2n\beta-2}}{(2n\beta-2)a} e^{(2n\beta-2)ax} \\ + \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right)^2 \frac{B_0^{2n\beta-3}}{(2n\beta-3)a} e^{(2n\beta-3)ax} + c$$

を得る。茲で

$$K_1 = \frac{C^2, r^{2n}, Q_0^{2n\beta-1}, k}{2n\beta} \dots (29)$$

$$L_1 = \frac{B_0^{2n\beta-1}}{(2n\beta-1)a} \dots (30)$$

$$M_1 = \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right) \frac{B_0^{2n\beta-2}}{(2n\beta-2)a} \dots (31)$$

$$N_1 = \left(\frac{\alpha Q_0}{kg} \right)^2 \frac{B_0^{2n\beta-3}}{(2n\beta-3)a} \dots (32)$$

とおけば

$$-K_1 \cdot v^{-2n\beta} = L_1 \cdot e^{(2n\beta-1)ax} + M_1 \cdot e^{(2n\beta-2)ax} + N_1 \cdot e^{(2n\beta-3)ax} + c$$

そこで $x=0$ に於ては $v=v_0$ であるから之によりて c を定めれば

$$K_1 v_0^{-2n\beta} = K_1 v_0^{-2n\beta} + L_1 - L_1 \cdot e^{(2n\beta-1)ax} + M_1 - M_1 \cdot e^{(2n\beta-2)ax} + N_1 - N_1 \cdot e^{(2n\beta-3)ax}$$

$$\therefore v = \left\{ v_0^{-2n\beta} + \frac{L_1}{K_1} [1 - e^{(2n\beta-1)ax}] + \frac{M_1}{K_1} [1 - e^{(2n\beta-2)ax}] + \frac{N_1}{K_1} [1 - e^{(2n\beta-3)ax}] \right\}^{-\frac{1}{2n\beta}} \dots (33)$$

$$\begin{aligned} * \quad |k| &\approx 50 & g &\approx 10 \\ B &\approx 70 & \alpha &\approx 1 \\ Q_0 &\approx 700 \end{aligned}$$

とすれば

$$\left| \frac{\alpha Q_0}{kgB} \right| \approx 0.02$$

を得る。

而して此の時の水位は (26) 式より

$$H = Q_0 B^{-1} v^{-1} \\ = \frac{Q_0}{B_0} e^{-ax} \left\{ v_0^{-2n\beta} + \frac{L_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-1)ax} \right] \right. \\ \left. + \frac{M_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-2)ax} \right] + \frac{N_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-3)ax} \right] \right\}^{\frac{1}{2n\beta}} \quad (34)$$

によりて求められる。

次に河床の勾配を求めんに、先づ $\frac{dv}{dx}$ を作れば

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2n\beta} \left\{ v_0^{-2n\beta} + \frac{L_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-1)ax} \right] + \frac{M_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-2)ax} \right] + \frac{N_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-3)ax} \right] \right\}^{\frac{1}{2n\beta}-1} \\ \times \left\{ \frac{L_3}{K_3} (2n\beta-1) a \cdot e^{(2n\beta-1)ax} + \frac{M_3}{K_3} (2n\beta-2) a \cdot e^{(2n\beta-2)ax} + \frac{N_3}{K_3} (2n\beta-3) a \cdot e^{(2n\beta-3)ax} \right\}$$

茲で

$$X_1 = v_0^{-2n\beta} + \frac{L_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-1)ax} \right] + \frac{M_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-2)ax} \right] + \frac{N_3}{K_3} \left[1 - e^{(2n\beta-3)ax} \right] \quad (35)$$

$$X_2 = \frac{L_3}{K_3} (2n\beta-1) a \cdot e^{(2n\beta-1)ax} + \frac{M_3}{K_3} (2n\beta-2) a \cdot e^{(2n\beta-2)ax} + \frac{N_3}{K_3} (2n\beta-3) a \cdot e^{(2n\beta-3)ax} \quad (36)$$

とおけば

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2n\beta} X_1^{-\frac{2n\beta+1}{2n\beta}} \cdot X_2 \quad (37)$$

$$\text{又 } \frac{dH}{dx} = -\frac{Q_0 a}{B_0} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}} - \frac{Q_0}{2n\beta} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}-1} \cdot X_2 \\ = -q_0 \cdot e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}} \left[-\frac{1}{2n\beta} X_1^{-1} \cdot X_2 + a \right] \quad \text{但し } q_0 = \frac{Q_0}{B_0} \quad (38)$$

更に

$$\frac{1}{H} = \frac{e^{ax}}{q_0} X_1^{-\frac{1}{2n\beta}} \quad (39)$$

であるから之等 (37) (38) (39) によりて

$$i = \frac{k}{H} \frac{dv}{dx} + \frac{dH}{dx} \\ = \frac{k}{2n\beta q_0} e^{ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}-\frac{2n\beta+1}{2n\beta}} \cdot X_2 - q_0 e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}} \left[a + \frac{1}{2n\beta} \frac{X_2}{X_1} \right] \\ = \frac{k}{2n\beta q_0} e^{ax} \cdot X_1^{-\frac{n\beta+1}{n\beta}} \cdot X_2 - q_0 e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n\beta}-1} \left[a X_1 + \frac{X_2}{2n\beta} \right] \\ = \frac{k}{2n\beta q_0} e^{ax} \cdot \frac{X_2}{X_1^{1+\frac{1}{n\beta}}} - q_0^2 e^{-ax} \cdot \frac{X_1^{-\frac{3}{2n\beta}}}{X_1^{1+\frac{1}{n\beta}}} \cdot \frac{X_2 + 2n\beta a X_1}{2n\beta q_0}$$

$$\therefore i = \frac{k e^{ax} \cdot X_2 - q_0^2 e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{3}{2n\beta}} (X_2 + 2n\beta a X_1)}{2n\beta q_0 \cdot X_1^{1+\frac{1}{n\beta}}} \quad (40)$$

が得られる。

河幅の相當大なる時は $R \approx H$ としてよいから $\beta = 1$ とすれば (40) は

$$i = \frac{ke^{ax} \cdot X_2 - q_0^2 \cdot e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{2}{n}} (X_2 + 2naX_1)}{2nq_0X_1^{1+\frac{2}{n}}} \quad (41)$$

となる。

又區間の小なる場合には $n = \frac{1}{2}$ として

$$i = \frac{ke^{ax} \cdot X_2 - q_0^2 \cdot e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{2}{\beta}} (X_2 + \beta aX_1)}{\beta q_0X_1^{1+\frac{2}{\beta}}} \quad (42)$$

となる。

更に又一般に流速公式として Manning に依れば $n = \frac{2}{3}$ であるから

$$i = \frac{3ke^{ax} \cdot X_2 - q_0^2 \cdot e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{6}{\beta}} (3X_2 + 4a\beta X_1)}{4\beta q_0X_1^{1+\frac{2}{\beta}}} \quad (43)$$

となる。

次に河床の縦断面曲線を求めんに

$$i = -\frac{dz}{dx}$$

であるから

$$-\frac{dz}{dx} = \frac{k}{H} \cdot \frac{dv}{dx} + \frac{dH}{dx}$$

である。然るに

$$\frac{1}{H} \frac{Bv}{Q_0}$$

であるから上式は、

$$dz = -\frac{kBv}{Q_0} dv - dH$$

となる。茲で B は x の函数であるからこのまゝでは積分が困難である。それで近似的に B の代りに考へる河川延長區間に於ける平均の河幅 B_m を以て代用すれば

$$z = -\frac{kB_m}{2Q_0} v^2 - H + c$$

を得る。

$x = 0$ に於ては $H = H_0$, $v = v_0$ であるから

$$z = z_0 + \frac{kB_m}{2Q_0} (v_0^2 - v^2) + (H_0 - H) \quad (44)$$

或は之に (33) (34) を代入して

$$z = z_0 + \frac{kB_m}{2Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{1}{n}}) + H_0 - q_0 \cdot e^{-ax} X_1^{-\frac{1}{n}}$$

$$\therefore z = z_0 + H_0 - q_0 \cdot e^{-ax} X_1^{-\frac{1}{n}} + \frac{kB_m}{2Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{1}{n}}) \quad (45)$$

となり、之に依つて近似的に河床の縦断面形は與へられる。

河幅大なる時は $R \approx H$ にして $\beta = 1$

$$\therefore z = z_0 + H_0 - q_0 e^{-\alpha x} \cdot X_1^{\frac{1}{\beta}} + \frac{k B_m}{2 Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{2}{\beta}}) \dots (46)$$

又区間の非常に小なる時は $n = \frac{1}{2}$ として

$$z = z_0 + H_0 - q_0 e^{-\alpha x} \cdot X_1^{\frac{1}{\beta}} + \frac{k B_m}{2 Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{2}{\beta}}) \dots (47)$$

一般に Manning 公式に依る時は $n = \frac{2}{3}$ であるから

$$z = z_0 + H_0 - q_0 e^{-\alpha x} \cdot X_1^{\frac{3}{4\beta}} + \frac{k B_m}{2 Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{3}{2\beta}}) \dots (48)$$

となる。

以上此の章に於て、 X_1, X_2 はすべて (35) (36) によりて示されるものである。

IV. 幅員が e の exponential にて漸變し自然断面形を有する開水路

圖-9 に於て水面幅は e の exponential にて變化するものとし

$$B = B_0 e^{\alpha x}$$

とす。

又断面は自然河川に多く見受ける如き拋物線形とす。此の場合は河底面が一平面上に無いから中央の最深部のみに就いて調べれば充分である。それで此の断面中、中央部の單位幅を取りて考へ、之を矩形と見做してその平均流速を v_m とする。然る時は不等流の式はこの v_m について成立し

$$I = i - \frac{dH}{dx} = \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v_m^2}{2g} \right) + \frac{v_m^2}{C^2 R^{2n}} \dots (49)$$

である。又自然勾配の條件式は

$$HI = k \frac{dv_m}{dx} \dots (50)$$

となる。

今 v_m の、断面全體に就ての平均流速 v に對する比を γ とすれば

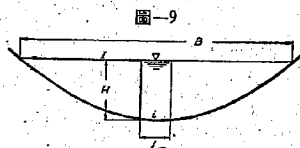
$$v_m = \gamma v \dots (51)$$

にして、 γ は constant と見做す。又は平均をとればよい。

断面を拋物線形とすれば

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{3} BH \\ &= \frac{2}{3} B_0 e^{\alpha x} \cdot H \end{aligned}$$

となる。



又連続の條件から

$$Q_0 = \frac{2}{3} B_0 a^2 \cdot H v$$

であるから

$$H = \frac{3q_0}{2} e^{-ax} \cdot v^{-1} \quad \text{但し } q_0 = \frac{Q_0}{B_0} \dots\dots\dots (52)$$

である。

單位幅に就て考へるので $R = H$ であり、(50), (51), (52) を夫々 (49) に代入すれば

$$\frac{2k}{3q_0} e^{ax} \cdot \frac{dv}{dx} = \frac{\alpha \gamma}{g} \cdot \frac{dv}{dx} + \frac{\gamma v}{C^2 H^{2n}}$$

或は

$$\frac{(3q_0)^{2n} \cdot C^2 (2kg \cdot e^{ax} - 3\alpha \gamma q_0)}{3gq_0} \cdot \frac{dv}{dx} = 2^{2n} \cdot \gamma \cdot e^{2nax} \cdot v^{2n+1}$$

$$\text{或は } \frac{(3q_0)^{2n} C^2}{3gq_0 \cdot 2^{2n} \gamma} v^{-2n-1} \cdot dv = (2kg \cdot e^{ax} - 3\alpha \gamma q_0)^{-1} e^{2nax} \cdot dx$$

茲に於て $\left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg e^{ax}}\right)^3$ 以上の微小項を省略すれば *

$$(2kg e^{ax} - 3\alpha \gamma q_0)^{-1} e^{2nax} = \frac{e^{2nax}}{2kg e^{ax}} \left[1 + \frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg \cdot e^{ax}} + \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg e^{ax}} \right)^2 \right]$$

とかけるから

$$\frac{(1.5)^{2n-1} \cdot C^2 \cdot q_0^{2n-1} \cdot k}{\gamma} v^{-2n-1} \cdot dv = \left[e^{(2n-1)ax} + \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg} \right) e^{(2n-2)ax} + \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg} \right)^2 e^{(2n-3)ax} \right] dx$$

となり、之を積分して

$$-\frac{C^2 (1.5q_0)^{2n-1} \cdot k}{2n\gamma} v^{-2n} = \frac{1}{(2n-1)a} e^{(2n-1)ax} + \frac{1}{(2n-2)a} \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg} \right) e^{(2n-2)ax} + \frac{1}{(2n-3)a} \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg} \right)^2 e^{(2n-3)ax} + c$$

を得る。茲で

$$K_1 = \frac{C^2 (1.5q_0)^{2n-1} \cdot k}{2n\gamma} \dots\dots\dots (53)$$

$$L_1 = \frac{1}{(2n-1)a} \dots\dots\dots (54)$$

$$M_1 = \frac{1}{(2n-2)a} \left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg} \right) \dots\dots\dots (55)$$

* 一般に

$$e^{ax} \approx 1 \quad k \approx -50 \quad g \approx 10 \quad \alpha \approx 1 \quad \gamma \approx 1.2 \quad q_0 \approx 2$$

であるから

$$\left(\frac{3\alpha \gamma q_0}{2kg e^{ax}} \right) \approx 0.007$$

$$N_4 = \frac{1}{(2n-3)a} \left(\frac{3\alpha\gamma q_0}{2kg} \right)^2 \dots\dots\dots (56)$$

とおけば

$$K_4 v^{-2n} = -L_4 e^{(2n-1)ax} - M_4 e^{(2n-2)ax} - N_4 e^{(2n-3)ax} + c \dots\dots\dots (57)$$

であつて、 $x=0$ に於て $v=v_0$ であるから結局は (57) は

$$K_4 v^{-2n} = K_4 v_0^{-2n} + L_4 [1 - e^{(2n-1)ax}] + M_4 [1 - e^{(2n-2)ax}] + N_4 [1 - e^{(2n-3)ax}]$$

$$\therefore v = \left\{ v_0^{-2n} + \frac{L_4}{K_4} [1 - e^{(2n-1)ax}] + \frac{M_4}{K_4} [1 - e^{(2n-2)ax}] + \frac{N_4}{K_4} [1 - e^{(2n-3)ax}] \right\}^{-\frac{1}{2n}} \dots\dots\dots (58)$$

を得る。

而して此の場合の水位は (52) によりて

$$H = \frac{2q_0}{3} e^{-ax} \left\{ v_0^{-2n} + \frac{L_4}{K_4} [1 - e^{(2n-1)ax}] + \frac{M_4}{K_4} [1 - e^{(2n-2)ax}] \right.$$

$$\left. + \frac{N_4}{K_4} [1 - e^{(2n-3)ax}] \right\}^{-\frac{1}{2n}} \dots\dots\dots (59)$$

によりて求められる。

次に河床の勾配を求めんに先づ $\frac{dv}{dx}$ を求めば

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2n} \left\{ v_0^{-2n} + \frac{L_4}{K_4} [1 - e^{(2n-1)ax}] + \frac{M_4}{K_4} [1 - e^{(2n-2)ax}] + \frac{N_4}{K_4} [1 - e^{(2n-3)ax}] \right\}^{-\frac{1}{2n}-1}$$

$$\times \left\{ \frac{L_4}{K_4} (2n-1)a \cdot e^{(2n-1)ax} + \frac{M_4}{K_4} (2n-2)a \cdot e^{(2n-2)ax} + \frac{N_4}{K_4} (2n-3)a \cdot e^{(2n-3)ax} \right\}$$

故て又

$$X_1 = v_0^{-2n} + \frac{L_4}{K_4} [1 - e^{(2n-1)ax}] + \frac{M_4}{K_4} [1 - e^{(2n-2)ax}] + \frac{N_4}{K_4} [1 - e^{(2n-3)ax}] \dots\dots\dots (60)$$

$$X_2 = \frac{L_4}{K_4} (2n-1)a \cdot e^{(2n-1)ax} + \frac{M_4}{K_4} (2n-2)a \cdot e^{(2n-2)ax} + \frac{N_4}{K_4} (2n-3)a \cdot e^{(2n-3)ax} \dots\dots\dots (61)$$

とおけば

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2n} X_1^{-\frac{2n+1}{2n}} \cdot X_2 \dots\dots\dots (62)$$

次に (59) より $\frac{dH}{dx}$ を求めば

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{2q_0 a}{3} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n}} - \frac{q_0}{3n} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n}-1} \cdot X_2$$

$$= -\frac{q_0 e^{-ax}}{3n} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n}-1} (2anX_1 + X_2) \dots\dots\dots (63)$$

である。又

$$\frac{1}{H} = \frac{3}{2q_0} e^{ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n}} \dots\dots\dots (64)$$

であるから河床の勾配 i は

$$i = \frac{k\gamma}{H} \frac{dv}{dx} + \frac{dH}{dx}$$

$$= \frac{3k\gamma}{4nq_0} e^{ax} X_1^{-\frac{1}{2n} - \frac{2n+1}{2n}} \cdot X_2 - \frac{q_0}{3n} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n} - 1} (2anX_1 + X_2)$$

$$\therefore i = \frac{9k\gamma e^{ax} \cdot X_2 - 4q_0^2 e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{3}{2n}} (2naX_1 + X_2)}{12 n q_0 X_1^{1 + \frac{1}{2n}}} \quad (65)$$

となる

$$n = \frac{1}{2} \text{ とみる時は}$$

$$i = \frac{9k\gamma e^{ax} \cdot X_2 - 4q_0^2 e^{-ax} \cdot X_1^3 (aX_1 + X_2)}{6q_0 X_1^3} \quad (66)$$

又 Manning 公式に依る時は $n = \frac{2}{3}$ とし

$$i = \frac{27 k\gamma e^{ax} \cdot X_2 - 4 q_0^2 e^{-ax} \cdot X_1^{\frac{3}{2}} (4aX_1 + 3X_2)}{24 q_0 X_1^{\frac{3}{2}}} \quad (67)$$

を用ふればよい。

さて、次に河床の縦断形を求めんに (49), (50), (51) によりて

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{k\gamma}{H} \frac{dv}{dx} - \frac{dH}{dx}$$

であるが、之も B が x の函数であるので考へる區間の B の平均値 B_m を以てそれに代用すれば

$$dz = -\frac{2k\gamma B_m}{3Q_0} v dv - dH$$

$$z = -\frac{k\gamma B_m}{3Q_0} v^2 - H + C$$

となる。 $x = 0$ に於ては $H = H_0$; $z = z_0$ であるから之によりて積分定数を定めれば

$$z = z_0 + (H_0 - H) + \frac{k\gamma B_m}{3Q_0} (v_0^2 - v^2) \quad (68)$$

を得る。或は又之に (58), (59) を代入すれば

$$z = z_0 + H_0 - \frac{2q_0}{3} e^{-ax} \cdot X_1^{-\frac{1}{2n}} + \frac{k\gamma B_m}{3Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{1}{n}}) \quad (69)$$

によりて河床の縦断形は近似的に與へられる。

又 (69) に於て $n = \frac{1}{2}$ とすれば

$$z = z_0 + H_0 - \frac{2q_0}{3} e^{-ax} \cdot X_1 + \frac{k\gamma B_m}{3Q_0} (v_0^2 - X_1^{-2}) \quad (70)$$

となり。

Manning 式による時は $n = \frac{2}{3}$ であるから

$$z = z_0 + H_0 - \frac{2q_0}{3} e^{-ax} X_1^{\frac{3}{2}} + \frac{k\gamma B_m}{3Q_0} (v_0^2 - X_1^{-\frac{3}{2}}) \quad (71)$$

によりて河床の形は近似的に與へられる。

尙ほ本章に於ける X_1 及び X_2 は夫々 (60) 及 (61) を使用すべきである。

V. 結 語

以上に於て河幅の一樣なる矩形開水路、河幅の e^{ax} にて變化する矩形開水路、又河幅が e^{ax} にて變化し而も斷面として拋物線形を有する開水路に就て夫々其の自然勾配從つて河床の縱斷形を求めたのであるが、之等の諸公式の誘導は、緒論に於て述べられたる自然勾配としての條件式(1)に基づくのであるから、此の(1)式が正當なるものなるや否やが根本の問題となる。

之は外に實驗に依りて確かめるか、又は實例によりて確かめねばならない。今回は第1章に於て述べてある如く、舊荒川低水路なる實例に依りて之を確めたのであるが、之に依りて以上の如くして誘導せられたる式は河床の自然勾配を表はしうる可能性のある事を確かめ得た事により(1)式の妥當性が認められる。

而して實際問題としては、河幅は殆ど一樣と考へてよい場合が多く、又多少の變化ある場合には考へる區間の平均値をとりて計算すればよいと思ふ。

残るは唯 n の性質の問題で、之に就ては尙ほ今後の研究に俟たねばならぬが、大體に於て之は河川の大さの函數になるのではないかと思ふ。尙ほ今の所の標準値として $-40 \sim -50$ が適當かと考へられる。

更に又根本的に(1)式に於て

$$HI = f\left(\frac{dv}{dx}\right)$$

として考へ直してみる必要もあると考へてゐる。