土木試驗所報告

第六十九號

表面波の壓力分布に就て …內務技師 佐藤 清一…(1)

擁壁に作用する地震時土壓に關する實驗的研究(第2報) …內務技師 松尾 春雄…(21)

2鉸拱橋の振動に關する理論的算定と實測結果との比較 …內務技師 村上 永一…(49)

鐵筋コンクリートT桁橋標準設計案 …囑託 牧野 喬
梅津庫記…(79)

昭和十八年一月

內務省土木試驗所

表面波の壓力分布に就て

内務技師　佐　藤　清　一

要　旨

表面波の分子運動の Gerstner の方法に從つた運動機構の，流體運動としての可能性を統一した系統の下に再檢し，その計算上の近似を確かめ壓力分布の式を求めたものである。

目　次

I 緒　言……(1)
II 進行波動系……(1)
〔1〕深水の場合……(1)
〔2〕淺水の場合……(4)
III 振動波動系……(7)
〔1〕深水の場合……(7)
〔2〕淺水の場合……(15)
IV 結　言……(18)

I 緒　言

表面波の嚴密解については，1802年 Gerstner がトロコイド波なる解を無限水深の場合について求めてより，淺海波の重複波の研究に至るまで數多くの研究がなされてゐるが，之等の諸解を得るに當つて定めた分子運動の原點とか又その計算途中に於ける近似については明らかに記されたものを筆者は見ない。

それ故筆者は，深水及び淺水の場合に於ける進行波動系と振動波動系につき，夫等の諸解を一貫した統一ある系統の下に計算して確かめると共にその途中に於ける近似計算の箇所と量とを明らかにしようと考へた。その結果或る波については普通水理學の書物に出てゐる形と異つた式を得たものもあり，又波壓について特に見直すべき興味を感じたものもある。

波動系については始め進行波動系について水深無限の場合と水深有限の場合を調べ，次に振動波動系について，即ち重複波の場合について水深無限の場合と水深有限の場合について調べる事とする。

先づ水分子運動の軌道を與へ，即ち水深の無限なる場合には水分子は無限水深に於て半徑零となる如き圓運動をなすもの，又水深有限なる場合には水底に於て短徑が零となる如き楕圓運動をなすものとして，水分子がかゝる運動を行つた場合の運動上の原點を確かめ，次いで此の運動の連續性と廻轉性とを確かめ，最後に之が運動方程式を滿足せしめて之を積分可能の形となるや否やを確め，而して之を積分して波壓を求める事とする。

記號についてはその都度の箇所に於て說明する事とする。

II 進 行 波 動 系

〔1〕深 水 の 場 合

水分子は圓運動をなすものとし，Gerstner の行つた如く水分子軌道を大式とする。

$$\left.\begin{aligned} x&=a-r_0e^{-kc}\sin(ka-\sigma t)\\ z&=c-r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

茲に (x, z) は水中の一波形を形成する一水分子の坐標で，$a=0$, $c=0$ なる點を原點として測つた (a, c) なる位置に圓運動の回轉中心をもつ水分子の或る時刻 t に於ける坐標である（圖-1 參照）．此の場合の水分子の回轉半徑は圖-1 からも明らかなる如く r にして，此の r が(1)式中の r_0e^{-kc} である．而して k, σ は λ を波長，周期を T とする時，

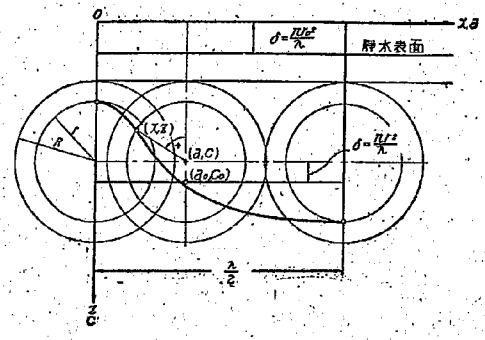
$$k=\frac{2\pi}{\lambda},\quad \sigma=\frac{2\pi}{T}$$

なる常數である．從つて

$$r=r_0e^{-kc}\qquad(2)$$

なる事は，水分子の回轉半徑は表面の水分子については或る有限値 r_0 即ち半波高 h に等しく，又無限の水深に於ては零となる事を示すものである．尚ほ $a=0$, $c=0$ を原點とするから(1)式により圖-1 は $t=0$ の時の狀態を示すものであることが容易に知れる．而して(1)式中の sin 又は cos の中の角の正の向き及びその首線は圖-1 に矢印及び ＋ なる記號を附してある如くである．

圖-1



而して此の波動系の動きを考へてみるに，之を調べるには時間の經過に伴つて起る水分子 (x, z) の動きを考へればよいのであるから，(1)式に於て t を增加せしむれば sin 又は cos の中の角は － の方向に增加し，從つて (x, z) は圖-1 にて (x, z) 分子の箇所に記した矢印の方向に動く事となり，此の波動系は x, 即ち右の方に移動する進行波動系である事が解る．

又此の波形は，(1) により半徑 R の圓を此の圓の上端にて切した水平線に沿つて轉した時の，R とは長さの異る半徑 r を有する同心圓上の一點の描く軌道となるから，一般に逆さの トロコイド形である事が解る．從つて $r<R$ なる時はトロコイド形となり，$r=R$ なる時は逆さのサイクロイドとなり，$r>R$ なる時は逆さの延長トロコイドとなる．併し最後の形は實際には起り得ないものであるから r は $r\leqq R$ を以てその實際の範圍とし，$r=R$ を以て波頭の碎ける限界と見做してある．

そこで波形は一般にはトロコイド形となる故山部の面積と谷部の面積とが正弦波の場合の如く等しくはならず，山部の面積が小となる故靜止水面は波高の中分面よりも下に來る筈である．此の量を，水中の一波形について δ とし，表面分子について δ_0 とする．次に之等の量を求めよう．

c_0 を以て靜止水面の坐標とすれば次式が成立する．

$$\begin{aligned} c_0&=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}z\,dx\\ &=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}z\frac{\partial x}{\partial a}da\\ &=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}[c-r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)][1-kr_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)]da\end{aligned}$$

$$=c+\frac{\pi r_0^2}{\lambda}e^{-2kc}$$

$$\therefore\quad c_0=c+\frac{kr^2}{2}=c+\frac{\pi r^2}{\lambda}\qquad\cdots\cdots(3)$$

$$\therefore\quad \delta=c_0-c=\frac{kr^2}{2}=\frac{\pi r^2}{\lambda}\qquad\cdots\cdots(4)$$

又表面分子については

$$\delta_0=\frac{kr_0^2}{2}=\frac{\pi r_0^2}{\lambda}\qquad\cdots\cdots(5)$$

となる.

之によつて靜止水表面の位置は原點より $\delta_0=\frac{\pi r_0^2}{\lambda}$ 丈下にある事になる. 即ち $c=0$ を原點にとつたといふ事は, 靜止水面より $\frac{\pi r_0^2}{\lambda}$ 丈上に原點を定めたといふ事である.

次に連續の條件を滿足せしめ得るや否やを調べてみるに

$$\frac{\partial(x,z)}{\partial(a,c)}=1-k^2r_0^2e^{-2kc}=\text{konst.}$$

となるから滿足してゐる事が分る.

又無渦運動なるか渦運動なるかを調べてみるに

$$udx+wdz=\sigma\left[d\left\{\frac{r_0}{k}e^{-kc}\sin(ka-\sigma t)\right\}-kr_0^2e^{-kc}da\right]$$

となるから渦運動となり, 正弦波等の如く無渦の表面波と見做す事が出來ない.

最後に Lagrange の運動の方程式

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}-g\frac{\partial z}{\partial a}&=-\left(\frac{\partial^2x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{\partial^2z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial a}\right)\\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}-g\frac{\partial z}{\partial c}&=-\left(\frac{\partial^2x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial c}+\frac{\partial^2z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial c}\right)\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(6)$$

に(1)を代入してみるに

$$\frac{\partial^2x}{\partial t^2}=\sigma^2r\sin(ka-\sigma t)\qquad \frac{\partial z}{\partial a}=kr\sin(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial^2z}{\partial t^2}=\sigma^2r\cos(ka-\sigma t)\qquad \frac{\partial x}{\partial c}=kr\sin(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial x}{\partial a}=1-kr\cos(ka-\sigma t)\qquad \frac{\partial z}{\partial c}=1+kr\cos(ka-\sigma t)$$

であるから (6) 式は夫々

$$\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)=-\sigma^2r_0e^{-kc}\sin(ka-\sigma t)$$

$$=\frac{\partial}{\partial a}\left\{\frac{\sigma^2}{k}r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)+\frac{\sigma^2r_0^2}{2}e^{-2kc}\right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)=-\sigma^2r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)-k\sigma^2r_0^2e^{-2kc}$$

$$=\frac{\partial}{\partial c}\left\{\frac{\sigma^2}{k}r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)+\frac{\sigma^2r_0^2}{2}e^{-2kc}\right\}$$

となり積分可能である．依つて之を積分し左邊の gz を右邊に移し，且つ z に(1)式を用ふれば

$$\frac{p}{\rho}=gc+\left(\frac{\sigma^2}{k}-g\right)r_0e^{-kc}\cos(ka-\sigma t)+\frac{\sigma^2}{2}r_0^2e^{-2kc}+C$$

となる．玆に C は積分常數で t 及び全くの常數（即ち a, c に無關係）の函數でなければならない．然るに境界條件として

$$c=0 \text{ にて } p=0$$

であるから

$$C=-\frac{\sigma^2r_0^2}{2} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$\sigma^2=gk \quad \cdots\cdots(8)$$

となる．之等(7)，(8)を原式に代入すれば波の壓力水頭は次の如くになる．

$$\frac{p}{\rho g}=c+\frac{kr^2}{2}-\frac{kr_0^2}{2} \quad \cdots\cdots(9)$$

玆に p とは，(a, c) に廻轉中心を有する水分子の，その位置即ち (x, z) なる位置に於ける壓力である．而して(9)式を見るに，此の式中には a が入つて來ない．從つて p は a には無關係で c のみに關係する．故に水中及び表面の如何を問はず一つの波形上に於ては到る所 p は一定である．

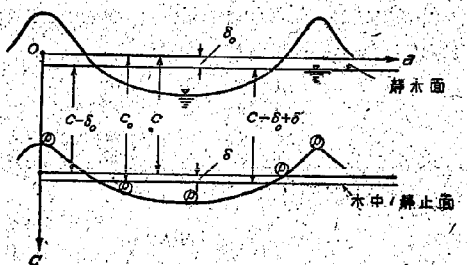
故に表面分子の軌道中心より或る値 c 丈下にその廻轉中心を有する水分子共によつて形成される一波形上に於ては壓力は一定にして

$$\frac{p}{\rho g}=(c-\delta_0)+\delta \cdots(10)$$

にて表はされるといふ事になる

故に圖-2に依つて直ちに，**任意の一波形上の壓力 p は，之が靜止せる場合に靜水表面より此の水中の波動の靜止面までの深さに相當せる靜水壓に等しい**事が解る．

圖-2



序に(9)を學會の記號によつて書き直せば次の如くである．

$$\frac{p}{\rho g}=Z-\frac{\pi r_0^2}{2L}+\frac{\pi r^2}{2L} \quad \cdots\cdots(11)$$

〔2〕淺水の場合

此れは水深有限にして水分子は一般に楕圓運動をなし，水底に於ては分子は水平なる直線運動をなすものと考へる場合である．

從つて此の場合の水分子の楕圓軌道の大圓の半徑を r，小圓の半徑を r' とすれば，夫等の圓の中心の坐標 c が水底に相當する坐標 h に等しくなつた時に r は一定値，r' は零とならねばならないから，r 及び r' は正弦波の有限水深に對する解よりしても容易に推定される如く次式の如き形であればよい事となる．

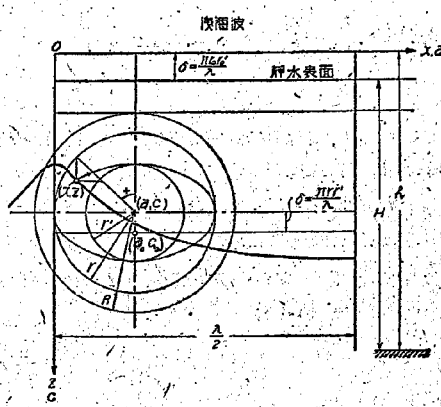
$$\left.\begin{aligned} r&=r_0\frac{\cosh k(h-c)}{\sinh kh}\\ r'&=r_0\frac{\sinh k(h-c)}{\sinh kh}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(12)$$

茲に r_0 とは表面の水分子に對する小圓の半徑で之は半波高に等しい．又 k は前節と同樣のもので，h は上述の如くに水底の坐標であつて眞の水深 H とは等しくないものである．

c は水中のある一分子の回轉中心の坐標で $c=0$ を以て此の波動系の計算に對する原點とする．

然る時は圖-3に依つて明らかなる如く，ある一定の半徑 R 以下なる 2つの半徑 r, r' を半徑としてもつ同心圓を，R なる圓の上端にて切したる水平線に沿つて轉じた時，一つの注目せる半徑に關して作られる橢圓上の諸點を結ぶ時に橢圓トロコイドなる波形を生ずるのであるから，その波形を構成する一分子の坐標 (x, z) は，之の屬する同心圓の中心の坐標を (a, c) とする時次の式にて與へられる．

圖-3



$$\left.\begin{aligned} x&=a-r\sin(ka-\sigma t)\\ z&=c-r'\cos(ka-\sigma t)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(13)$$

そこで靜止時の水表面と原點との關係を求めてみんに，水中の任意の一波形についてその靜止面の坐標を c_0 とすれば之は一波形をその一波長につき山と谷とを均して出來る水平面の坐標に等しいのであるから次式によつて求める事が出來る．

$$c_0=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}z\,dx=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}z\frac{\partial x}{\partial a}da$$

$$=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}\{c-r'\cos(ka-\sigma t)\}\{1-kr\cos(ka-\sigma t)\}da$$

$$=c+\frac{krr'}{2}$$

$$\therefore\quad c_0=c+\frac{krr'}{2}\quad\cdots\cdots(14)$$

今この靜止水面と波高中分面との差高を前節同樣 δ にて表はす事にすれば

$$\delta=\frac{krr'}{2}\quad\cdots\cdots(15)$$

にして表面の分子については之を δ_0 とすれば

$$\delta_0=\frac{\pi r_0^2}{\lambda}\coth kh\quad\cdots\cdots(16)$$

となる．即ち之によつて靜止水表面は今計算に使用せんとする原點(即ち表面分子の廻轉中心の位置)よりも(16)式に依つて表はされる量丈下にある事が判る．

次に(13)式によつて表はされる分子運動が果して連續性を有するや否やを調べてみるに，Lagrange の連續の式は

$$\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial c}-\frac{\partial x}{\partial c}\frac{\partial z}{\partial a}=\text{konst}$$

であるから $\frac{\partial x}{\partial a}$, $\frac{\partial z}{\partial c}$, ……等を計算して代入すれば

$$\frac{\partial(x,z)}{\partial(a,c)}=1-k^2[r^2\cos^2(ka-\sigma t)+r'^2\sin^2(ka-\sigma t)]$$

となる. 之は t に關係する故に此の種の運動は嚴密には連續の條件を滿足するものではない事が判る. 併し k^2r^2 の項は, 例へば波長を $\lambda=100$ m, 波高を $2r_0=3$ m とすれば k^2r^2 の大さの程度は 1/100 の程度となり 1 に比して極めて小なる故, 今後の諸計算に當つても一般に $(kr)^2$ の項を省略する事とすれば, 此の種の波でも殆ど充分に連續の條件を滿足するものといへる.

又上式より $r=r'$, 即ち分子運動の軌道が圓なる時には勿論連續の條件が滿足される事が容易に判る.

次に渦動性又は廻轉性について調べてみるに,

$$udx+wdz=\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial a}\right)da+\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial c}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial c}\right)dc$$

$$=d\left[\frac{\sigma r}{k}\sin(ka-\sigma t)\right]-\sigma k[r^2\cos^2(ka-\sigma t)+r'^2\sin^2(ka-\sigma t)]da$$

となる故此の運動は無渦運動ではない.

最後に Lagrange の運動の方程式によつて壓力を求めんに,

$$\frac{\partial x}{\partial a}=1-kr\cos(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=kr'\sin(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial x}{\partial c}=kr'\sin(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial c}=1+kr\cos(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}=\sigma^2 r\sin(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=\sigma^2 r'\cos(ka-\sigma t)$$

であるから

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial a}$$

$$=\sigma^2 r\sin(ka-\sigma t)[1-kr\cos(ka-\sigma t)]+r'\sigma^2\cos(ka-\sigma t)[kr'\sin(ka-\sigma t)]$$

$$=\sigma^2 r\sin(ka-\sigma t)-\frac{k\sigma^2 r_0^2}{2}\frac{\sin 2(ka-\sigma t)}{\sinh^2 kh}$$

$$=\frac{\partial}{\partial a}\left[-\frac{\sigma^2 r}{k}\cos(ka-\sigma t)+\frac{\sigma^2 r_0^2}{4\sinh^2 kh}\cos 2(ka-\sigma t)-\frac{\sigma^2 r_0^2}{4\sinh^2 kh}\cosh 2k(h-c)\right]$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial c}+\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial c}$$

$$=\sigma^2 r\sin(ka-\sigma t)[kr'\sin(ka-\sigma t)]+\sigma^2 r'\cos(ka-\sigma t)[1+kr\cos(ka-\sigma t)]$$

$$=\sigma^2 r' \cos(ka-\sigma t)+\frac{k\sigma^2 r_0^2}{2}\frac{\sinh 2k(h-c)}{\sinh^2 kh}$$

$$=\frac{\partial}{\partial c}\left[-\frac{\sigma^2 r}{k}\cos(ka-\sigma t)-\frac{\sigma^2 r_0^2}{4\sinh^2 kh}\cosh 2k(h-c)+\frac{\sigma^2 r_0^2}{4\sinh^2 kh}\cos 2(ka-\sigma t)\right]$$

となり，Lagrange の運動の方程式は次の如くに積分される：

$$\frac{p}{\rho}-gz=\frac{\sigma^2 r}{k}\cos(ka-\sigma t)+\frac{\sigma^2 r_0^2}{4}\frac{\{\cosh 2k(h-c)-\cos 2(ka-\sigma t)\}}{\sinh^2 kh}+C$$

然るに此の式に於ける第一項と第二項との大さの程度を調べてみるに之は $\frac{\sigma^2 r}{k}$ と $\frac{\sigma^2 r_0^2}{4}$ との比に等しく，之は約 1 : 0.03 の程度である．故に第2項を第1項に比して省略する事とする．

而して此の式中に於ける積分常數は t 及び常數の函數であるべきであるから，$c=0$ にて $p=0$ といふ境界條件により

$$C=0$$

及び

$$\sigma^2=gk\tanh kh \quad\cdots\cdots(17)$$

を得る．從つて p は充分精確なる近似を以て次の如くに書き表はされる．

$$\frac{p}{\rho g}=c+r_0\left[\frac{\cosh k(h-c)}{\cosh kh}-\frac{\sinh k(h-c)}{\sinh kh}\right]\cos(ka-\sigma t) \quad\cdots\cdots(18)$$

此の式中に於ける c; h なる坐標は，$c=0$ を原點としてゐる事前述の如くである．從つて h は眞の靜止時の水深 H に δ_0 を加へたものに等しい：

$$h=H+\delta_0 \quad\cdots\cdots(19)$$

尙ほ (18) 式を學會の記號に依つて書き直しておけば次の如くである．

$$\frac{p}{\rho g}=Z+r_0\left[\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H'-Z)}{\cosh\frac{\pi H'}{L}}-\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H'-Z)}{\sinh\frac{\pi H'}{L}}\right]\cos\left(\frac{\pi X}{L}-\frac{\pi t}{T}\right) \quad\cdots\cdots(20)$$

玆に H' とは $(H+\delta_0)$ の事であるが，實際には多くの場合 $H'\fallingdotseq H$ としても大差はない．

III 振動波動系

以上は進行する波動系についての問題であつたが，此の進行波動系が垂直な壁に向つて進行する時は此の壁體の爲めに反射波動系を生ずる．而してこの反射波動系は原の進行波動系の有する波形，周期に等しい波形及び周期を有するものであり，その進行方向のみが逆向き即ち壁より發生するが如くして出て來る筈である．從つて充分なる時間が經過せる後は之等兩波動は互に合成し合つて一つの振動波動系を生ずるに至る．所謂重複波とは此の時の振動波を云つてゐるのである．次に原進行波が深水波なる時と淺水波なる時の2つの場合について考へてみる事とする．

〔イ〕深水の場合

無限に深い水深を有する流體中に垂直なる壁體が存在するといふ事は，實際には考へられないのであるが，水深が餘程深い場合にはその樣に見做す事が可能である事と，淺水波の場合を考へる時の順序として此の深水波振動波動系を考へる事とする．

原進行波が垂直壁に入つて出て來る反射進行波は，波としての諸性質が原波に等しく，只進行方向のみが逆であるのであるから，此の樣な波を作るには水分子の廻轉の際の位相及び半徑はそのまゝに，その廻轉方向のみを

反對にすればよい．而して之等兩波動系に依つて生ずべき振動波動系を得るには，任意の點 (a, c) を中心として廻轉する水分子についてその位置に於ける廻轉半徑及び位相が等しく廻轉方向のみ互に反對である如き2分子の運動を合成せしむればよい事となる．そこで圖-4により，(a, c) に原點を有する坐標系 (ξ, ζ) を考ふれば，原波の水分子の坐標はこの坐標系については

$$\left.\begin{aligned}\xi_1 &= -r\sin(ka-\sigma t)\\ \zeta_1 &= -r\cos(ka-\sigma t)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

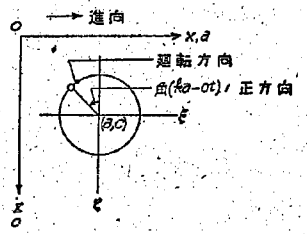
となり，反射波に相當せる水分子の坐標は

$$\left.\begin{aligned}\xi_2 &= -r\sin(ka+\sigma t)\\ \zeta_2 &= -r\cos(ka+\sigma t)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

となる．

圖-4

一つの進行波の進行方面と分子の廻轉方向と位相角との關係



そこで兩波動系の合成波動系を求めるには假想上の上述の兩分子の運動を合成せしむればよいのであるから，求むる振動波動系の分子運動を表はす式は，(ξ, ζ) 坐標系については

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = -2r\sin ka \cdot \cos\sigma t$$

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = -2r\cos ka \cdot \cos\sigma t$$

となり，(x, z) 坐標系即ち (a, c) 坐標系については

$$\left.\begin{aligned}x &= a - 2r\sin ka \cdot \cos\sigma t\\ z &= c - 2r\cos ka \cdot \cos\sigma t\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

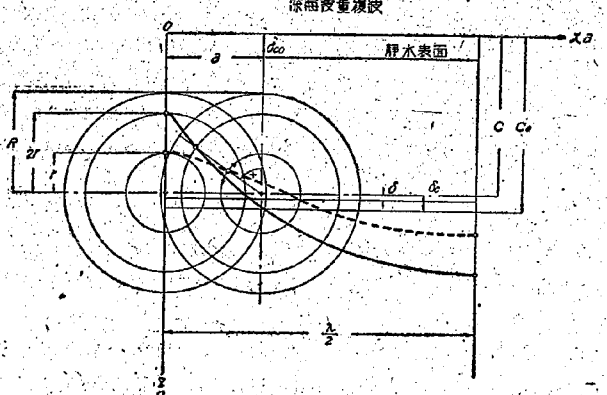
茲に

$$r = r_0 e^{-kz}$$

となる．此の (23) 式に依つて表はされる波動の有樣は圖-5の如くである．此の圖は $t=0$ の時に於ける有樣を示すもので破線が原波，實線が重複波である．之によつても明らかなる如く垂直壁面に於ては重複波の山の高さは原波の2倍となり，谷の深さは原波の谷の深さの2倍となる．

圖-5

深海波重複波



そこで此の重複波の場合の靜止面と波高中分面との差高 δ_c を求めてみるに，前節と同樣の方法により，

$$c_0=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}\eta dx$$

$$=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda}(c-2r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)(1-2rk\cos ka\cdot\cos\sigma t)da$$

$$=c+2kr^2\cos^2\sigma t$$

即ち
$$c_0=c+2kr^2\cos^2\sigma t \quad\cdots\cdots(24)$$

從つて δ_0 は，

$$\delta_0=2kr^2\cdot\cos^2\sigma t \quad\cdots\cdots(25)$$

又表面分子に對する δ_0 の値を δ_{c0} とすれば

$$\delta_{c0}=2kr_0^2\cdot\cos^2\sigma t \quad\cdots\cdots(26)$$

となる．

(24)式を見るに，重複波の場合は進行波の場合と異り分子の廻轉中心の位置 c はその靜止時の位置に關係するのみならず時間 t にも關係する事が判る．從つてその場合の廻轉半徑 r も c_0 と t との函數でなければならない．從つて此の波動を考へる時の基本とした假想上の分子廻轉の有樣は，進行波の場合の如く一定の c に中心をおき一定の半徑で廻轉してゐるものではなく，廻轉中心が上下に變化しつゝ而もその半徑が變化しつゝ廻轉するものでなければならない事になる．若し此の廻轉中心 c 及び廻轉半徑 r が時間的に變らないものとすれば(24)により c_0 は t のみの函數となり，靜止水面が時間的に上下しなければならないといふ事になるからである．

斯くの如く c は最早や c_0 の單純なる代理としては現はれず時間的に變動する事になるのであるから今後は坐標系は時間的に變動する事のない c_0 を以て坐標系となし，$a_0=0$，$b_0=0$ を以てその原點とする．

そこで(24)式が何等かの方法によつて解けたものとしその解を $c=c(c_0, t)$ とすれば，之が或る分子の假想上の廻轉中心の變化を與へる事になり，$(c)_0=c(0, t)$ は表面分子の廻轉中心の變動の有樣を示す事となる．

それでは水分子の廻轉中心及び半徑は時間的に如何に變化するものであらうか，之を調べてみよう．

(24)式を次の如くに書き代へる．

$$2k(c_0-c)=\frac{4k^2r_0^2}{e^{2kc_0}}e^{2k(c_0-c)}\cdot\cos^2\sigma t$$

そこで

$$y=2k(c_0-c),\quad \alpha=\frac{4k^2r_0^2}{e^{2kc_0}}$$

とおけば上式は

$$y\cdot e^{-y}=\alpha\cdot\cos^2\sigma t \quad\cdots\cdots(27)$$

となる．本式によつて之を解いて得らるべき解 $y(c_0, t)$ は先づ正である事が判る．(27)式を圖式に解くために

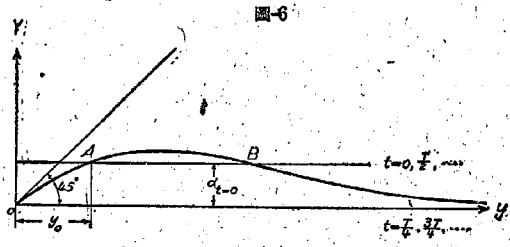
$$Y=ye^{-y}$$

とおけば此の曲線は，$\left(\frac{dY}{dy}\right)_{y=0}=1$ であり且つ Y は $y=1$ に於て最大となりその値は $\frac{1}{e}$ に等しいから圖—6の如くになる．

$Y=ye^{-y}$ なる曲線と $Y=\alpha\cos^2\sigma t$ なる水平直線との交點を求めれば此の交點に相當する y の値が求むる解

$y(c_0, t)$ であるが，此の様な交點は圖-6 からも容易に判る如く一般には二つある．その中小なる y に相當する交點を A，大なる y に相當する方を B とする．所が B なる交點は t のある値，即ち $\sigma t=\frac{\pi}{2}$ に於て $y=\infty$ なる解を與へる事となるから此の交點に相當する解は採用する事が出來ない．故に y なる解は A に相當するもののみをとる事とする．

圖-6



$Y=\alpha\cos^2\sigma t$ なる直線は t の變化と共に $Y=\alpha$ から $Y=0$ の間に水平のまゝ上下に振動するものであるから，一般に $\alpha<1/e$ として解となる y の値は t が $t=0$ より增大するに伴ひある最大値 y_0 より 0 の間に振動する事が判る．

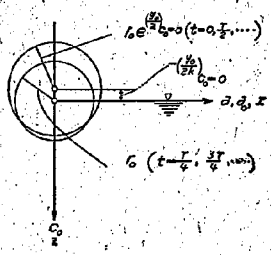
從つて分子の廻轉中心は，$c_0-c=\frac{y}{2k}$ によりて 0 より $\frac{y_0}{2k}$ の大さの間に上下の振動をなす事になる．而も y は $\sigma t=\frac{\pi}{2}$ 即ち $t=\frac{T}{4}$ に於て先づ 0 となるのであるから，$|c_0-c|$ の値は始め $t=\frac{T}{4}$ に，その後は $\frac{T}{2}$ 毎に 0 となる．即ち波面は $\frac{T}{2}$ なる周期を以て靜水面に一致するものである事が判る．併し乍ら，$|c_0-c|=0$ となる時 $c=c_0$ とはなつて了ふけれども之は單に波の波動時に於ける廻轉中心の位置がある特定の時刻に靜止時の位置に一致する丈の事で，$|c_0-c|=0$ の時刻に假想上の分子廻轉がなくなつてゐるわけではなく，此の時刻といへども此の振動波を構成する要素となつてゐる 2 種の原波には $r=r_0e^{-kc_0}$ なる半徑が想定されてゐるのである．

又廻轉半徑の變化の有樣を考ふるに，

$$r=r_0e^{-kc_0}=r_0e^{-kc_0+\frac{y}{2}}=(r_0e^{-kc_0})e^{\frac{y}{2}}$$

にして y は $t=0\sim\frac{T}{4}$ の間に $y_0\sim0$ の間に變化するから r は同じ時間の間に $(r_0e^{-kc_0})e^{\frac{y_0}{2}}$ なる最大値より $r_0e^{-kc_0}$ なる最小値にまで變化する．

圖-7



之を前の廻轉中心の變動と一緒にして考ふれば，振動波を考へる爲めの手段として假想した 2 種の原波の分子廻轉は，廻轉中心が上昇するに從つて段々大となる廻轉半徑を有する如き廻轉運動であつたといふ事になる．圖-7 は之の表面水分子についての有樣を示すものである．

次に此の樣な分子運動が連續の條件を滿足してゐるかどうかを調べてみる．此の場合の偏微分は a, c についてではなく a_0, c_0 について行はるべきものである．但し a_0 は a に等しい．(23)式により

$$\frac{\partial x}{\partial a}=1-2kr\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2kr\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial x}{\partial c_0}=2kr\sin ka\cdot\cos\sigma t\cdot\frac{\partial c}{\partial c_0}$$

$$\frac{\partial z}{\partial c_0}=(1+2kr\cos ka\cdot\cos\sigma t)\frac{\partial c}{\partial c_0}$$

$$\frac{\partial c}{\partial c_0}=\frac{1}{1-4k^2r^2\cos^2\sigma t}$$

であるから Lagrange の連續の式は

$$\frac{\partial(x,\ z)}{\partial(a_0,\ c_0)}=(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)(1+2kr\cos ka\cdot\cos\sigma t)\frac{\partial c}{\partial c_0}$$

$$-4k^2r^2\sin^2 ka\cdot\cos^2\sigma t\cdot\frac{\partial c}{\partial c_0}$$

$$=1$$

となり，之を滿足する事が判る．

併し乍ら，此の儘に水分子の圓運動の中心が上に上る程その廻轉半徑も增大するといふ如き厚波を，重複波の機構を考へる上の手段とする事は，その運動の運動件を調べ又運動方程式を積分する上にかなりの困難があるので，$(kr)^2$ 以上の項を無視する事が許されるならば（之は既に前に於ても度々行つた事であるが）近似的に水分子の廻轉半徑には變化のないものとする事が便である．又一般には r を c の函數とせずに c_0 の函數と考へてもその差異は非常に小さいので，今後は廻轉半徑 r を $r=r_0e^{-kc_0}$ の代りに

$$r=r_0e^{-kc_0} \qquad \cdots\cdots(28)$$

とする事とする．

然る時は分子の坐標は次の如くに表はされる．

$$\left.\begin{aligned}x&=a-2r\sin ka\cdot\cos\sigma t\\ z&=c-2r\cos ka\cdot\cos\sigma t\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(29)$$

而して

$$c=c_0-2kr_0^2e^{-2kc_0}\cdot\cos^2\sigma t \qquad \cdots\cdots(30)$$

そこで此の樣な分子運動は果して連續の條件を滿足せしめるであらうか，之を調べてみなければならない．(29)，(30) により

$$\frac{\partial x}{\partial a_0}=1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t \qquad \text{但し}\quad a=a_0$$

$$\frac{\partial x}{\partial c_0}=2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial a_0}=2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial c_0}=1+4k^2r^2\cdot\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

であるから

$$\frac{\partial x}{\partial a_0}\frac{\partial z}{\partial c_0}-\frac{\partial x}{\partial c_0}\frac{\partial z}{\partial a_0}$$

$$=(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)(1+4k^2r^2\cdot\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)$$

$$-(2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)(2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)$$

$$=1-8k^2r^2\cdot\cos ka\cdot\cos^2\sigma t$$

となり，k^3r^3 を無視すれば運動運動と見做す事が出來る．$(kr)^3$ は通常 1 に比して極めて小さいので充分なる精度を以て無視する事が出來る．

次に此の分子運動の渦動性を調べてみるに

$$\frac{\partial x}{\partial t}=2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial t}=2\sigma kr^2\cdot\sin 2\sigma t+2\sigma r\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t$$

であるから

$$\begin{aligned}udx+wdz&=\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial a_0}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial a_0}\right)da_0+\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial c_0}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial c_0}\right)dc_0\\&=[2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)+(2\sigma kr^2\cdot\sin 2\sigma t\\&\quad+2\sigma r\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t)2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t]da_0\\&\quad+[(2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t)(2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)+(2\sigma kr^2\cdot\sin 2\sigma t\\&\quad+2\sigma r\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t)(1+4k^2r^2\cdot\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)]dc_0\\&=2\sigma[r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t+2k^2r^3\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t\cdot\sin 2\sigma t]da_0\\&\quad+2\sigma[r\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t+2kr^2\cdot\sin 2\sigma t+4k^2r^3\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t\cdot\sin 2\sigma t\\&\quad+4k^2r^4\cdot\sin 2\sigma t\cdot\cos^2\sigma t]dc_0\end{aligned}$$

然るに k^2r^3 及び k^3r^4 の項は r,kr^2 に比して一般に極めて小さい故，之等を無視する時は

$$=-\frac{2\sigma}{k}d[r\cos ka\cdot\sin\sigma t]+4\sigma k\cdot\sin 2\sigma t\cdot(r^2)\cdot dc_0$$

となり，小なる項を無視するも尙ほ kr^{2*} に相當する項が殘りて全微分の形にはならない．故に此の種の波動系も渦運動である．

次に (23), (29), (30) の關係が Lagrange の運動の方程式を滿足するかどうかを調べてみる事とする．

$$\frac{\partial^2x}{\partial t^2}=2\sigma^2r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial^2z}{\partial t^2}=4\sigma^2kr^2\cdot\cos 2\sigma t+2\sigma^2r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

であるから

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a_0}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)&=-\left(\frac{\partial^2x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial a_0}+\frac{\partial^2z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial a_0}\right)\\&=-[2\sigma^2r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)\\&\quad+(4k\sigma^2r^2\cdot\cos 2\sigma t+2\sigma^2r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t]\\&=\frac{2\sigma^2}{k}\frac{\partial}{\partial a_0}[r\cos ka\cdot\cos\sigma t+4k^2r^3\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t\cdot\cos 2\sigma t]\end{aligned}$$

前と同樣に k^2r^3 の項を r の項に對して無視すれば

$$=\frac{2\sigma^2}{k}\frac{\partial}{\partial a_0}[r\cos ka\cdot\cos\sigma t]$$

となる．又 c_0 については

---

* $\delta_c=2kr^2\cdot\cos^2\sigma t$ であるから δ_c を無視しない限り kr^2 の項は無視する事が出來ない．

$$\frac{\partial}{\partial c_0}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)=-\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial c_0}+\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\frac{\partial z}{\partial c_0}\right)$$

$$=-[(2\sigma^2 r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)(2kr\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)+(4k\sigma^2r^2\cdot\cos 2\sigma t$$
$$+2\sigma^2 r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)(1+4k^2r^2\cdot\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)]$$
$$=-[2\sigma^2 r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t+4k\sigma^2r^2\cdot\cos^2\sigma t+4k\sigma^2r^2\cdot\cos 2\sigma t$$
$$+8k^2\sigma^2r^3\cdot\cos ka\cdot\cos 2\sigma t\cdot\cos\sigma t+8k^2\sigma^2r^3\cdot\cos ka\cdot\cos^2\sigma t$$
$$+16k^3\sigma^2r^4\cdot\cos 2\sigma t\cdot\cos^2\sigma t]$$

之に對しても前と同様 k^3r^3 以上の項を無視すれば

$$=\frac{2\sigma^2}{k}\frac{\partial}{\partial c_0}[r\cos ka\cdot\cos\sigma t+kr^2(\cos^2\sigma t+\cos 2\sigma t)]$$

となり，k^3r^3 以上の項を無視すれば積分可能なる事が判る．そこで之を積分すれば

$$\frac{p}{\rho}-gz=\frac{2\sigma^2}{k}r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t+2\sigma^2r^2(\cos^2\sigma t+\cos 2\sigma t)+C$$

となる．此の中の z に (29) 式を用ひ，g にて除せば

$$\frac{p}{\rho g}=c+\left(\frac{\sigma^2}{gk}-1\right)2r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t+\frac{2\sigma^2r^2}{g}(\cos^2\sigma t+\cos 2\sigma t)+C$$

となる．但し C は積分常數で t の函數である．然るに

$$\sigma^2=gk$$

であるから

$$\frac{p}{\rho g}=c_0+2kr^2\cdot\cos 2\sigma t+C$$

となる．而して又 $c_0=0$ にて $p=0$ であるから

$$C=-2kr_0^2\cdot\cos 2\sigma t$$

となり結局壓力は次式にて表はされる．

$$\frac{p}{\rho g}=c_0-2kr_0^2(1-e^{-2kz_0})\cos 2\sigma t \quad\cdots\cdots(31)$$

尙は本式を學會の記號に從つて書直せば次の如くである．

$$\frac{p}{\rho g}=Z_0-\frac{2\pi h^2}{L}(1-e^{-\frac{2\pi}{L}Z_0})\cos\frac{2\pi t}{T} \quad\cdots\cdots(32)$$

次に垂直壁面に於ける水分子の運動を調べてみるに，$a=0(a=a_0)$ に於ては $x=0$ となるから $a=0$ なる總ての水分子の運動が壁面に於ける水分子の運動を表はす事となる．

而して $a=0$ にては

$$z=c_0-2kr^2\cdot\cos^2\sigma t-2r\cdot\cos\sigma t$$

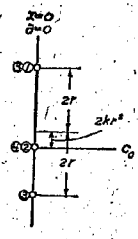
となるから，壁面に於ては任意水深の水分子は之に沿つて上下に直線運動をするといふ事になる．その有樣は

1. $t=0$ にて　　$z=c_0-2kr_0^2-2r$
2. $t=\frac{T}{4}$ にて　　$z=c_0$
3. $t=\frac{T}{2}$ にて　　$z=c_0-2kr^2+2r$
4. $t=\frac{3T}{4}$ にて　　$z=c_0$

5. $t=T$ にて　　$z=c_0-2kr^2-2r$

となるから圖-8に示す如き周期運動をする事が判る.

圖-8

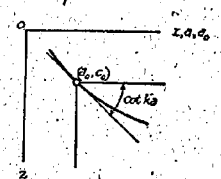


尙ほ一般の任意の水分子の運動の軌道は(28), (29)より t を消去すればよいのであるから

$$z=c_0-\cot ka\cdot(a-x)-\frac{k}{2\sin^2 ka}(a-x)^2 \quad \cdots\cdots\cdots(33)$$

となる. 之は $x=a_0$ にて $z=c_0$ となるから點 (a_0, c_0) を通る上向きに凹なる2次の拋物線である(圖-9參照).

圖-9



(31)式は或る任意の水分子が任意の時刻に於て占めるその位置で有する水壓を表はすものであるから, 壓力の分布を求める場合には上記の事により, 又(28), (29)によつて考へる時刻に對する分子の位置を求めてその場所に之に相當せる壓力を記入しなければならない.

而して(31)式をみるに, 此の中には a が含まれてゐないから表面が水平になつた時に同一水深に存在する水分子のもつ水壓は, 時間的には全く同一の變化の仕方をするものである事が判る. 第II章[1]に於ても壓力は a に無關係になつた事をも考へ合せると, **任意の水分子のもつ水壓が a に無關係であるといふ事は深海波の一特性であるとも云ふ事が出來よう.**

吾々にとつて必要となるのは壁面に於ける水位の最高時と最低時とに於ける水壓である. 此の時刻は前揭の圖-8によつても知られる如く $t=0$ と $t=\frac{T}{2}$ の時刻である.

之等の時刻には $\sigma t=0$, $\sigma t=\pi$ であるから壓力の式は

$$\frac{p}{\rho g}=c_0-2kr_0^2(1-e^{-2kc_0}) \quad \cdots\cdots\cdots(34)$$

となる. 次に之の壓力分布の畫き方を例によつて示す事としよう.

例　題

波高$=2h=2r_0=3\,m$, 波長$=\lambda=100\,m$ なる深海波重複波の最大, 最小壓力分布を求む.

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=0.062832 \qquad 2k=0.125664$$

$$2kr_0^2=0.282744$$

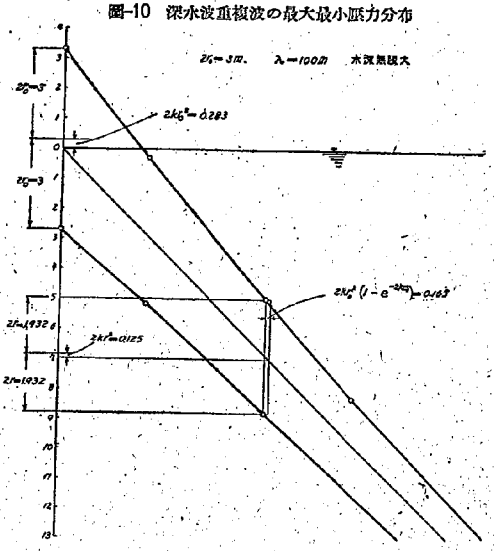
であるから, 先づ次表に示す如き諸項を水深 $c_0=3\,m$, $c_0=7\,m$, $c_0=10\,m$ の3分子について計算しよう. 但し r の計算に當つては(28)式を用ゐる.

	$c_0=3$	$c_0=7$	$c_0=10$
kc_0	0.188496	0.439824	0.628320
e^{-kc_0}	0.82810	0.64404	0.53350
r	1.242	0.966	0.800
$2r$	2.484	1.932	1.600
r^2	1.543	0.992	0.640
$2kr^2$	0.194	0.125	0.080
e^{-2kc_0}	0.68575	0.41479	0.28462
$1-e^{-2kc_0}$	0.31425	0.58521	0.71538
$2kr_0^2(1-e^{-2kc_0})$	0.089	0.165	0.202

要するに $t=0$ と $t=\frac{T}{2}$ とに於ける壁面の水分子の位置を求めて, その時の壓力を(34)式に依つて計算し, その壓力水頭を分子の位置にて水平にとれば分布圖は求められる. そこで波高中分面の上り高 $2kr_0^2$, $2kr^2$ を求め, 之を中心としてその上下に $2r_0$, $2r$ なる長さをとれば之等は夫々表面及び水中に於ける $t=0$ 及び $t=\frac{T}{2}$ なる時刻の水分

子の位置である．そこで之等の位置に計算した p をとればよい．その有様は 圖-10 の如くである．

圖-10　深水波重複波の最大最小壓力分布



〔2〕淺水の場合

實際に吾々の遭遇するのは水深の有限なる場合である．次に此の場合についての重複波を吟味する事にする．

此の場合も淺水波の進行波動系と，その反射波である淺水波の進行波動系とが合成されて一つの淺水波振動波動系が出來るものと考へるのであるから，此の場合も前節の深水波重複波の場合の如き分子運動の合成を行ふ．

然る時は分子運動の軌道坐標は

$$\left.\begin{aligned} x&=a-2r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t\\ z&=c-2r'\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t\end{aligned}\right\}\quad(35)$$

によつて表はされる．玆で前節と同樣に分子の假想上の原波に於ける廻轉半徑 r, r' が問題となる．積分を行へば直ちに知られる如く之等の半徑は分子の靜止位置——正しくは振動中に水面が水平になつた場合の假想上の原波に於ける分子の廻轉中心——に關係するのみならず，時間の函數ともなる．從つて分子の廻轉半徑及びその中心は時間と共に變動する事となる．

そこで分子の廻轉半徑を次の如くに定める事とする．

$$\left.\begin{aligned} r&=r_0\frac{\cosh k(H-c_0)}{\sinh kH}\\ r'&=r_0\frac{\sinh k(H-c_0)}{\sinh kH}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(36)$$

玆に r, r', r_0, c_0 は第II章〔2〕に於て定義されたものであり，H は靜止時の水深を表はす．而して原點は $a_0=0$, $c_0=0$ にとる事とする．

そこで c の c_0 及び l に關する關係を求むれば次の如くである．

$$c_0=\frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda z\,dx=\frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda z\cdot\frac{\partial x}{\partial a}da$$

$$=\frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda(c-2r'\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)da$$

$$=c+2krr'\cos^2\sigma t$$

$$\therefore\quad c=c_0-\frac{kr_0^2\cdot\sinh 2k(H-c_0)}{\sinh^2 kH}\cos^2\sigma t\quad\cdots\cdots(37)$$

次に此の運動の連續性を調べてみるに

$$\frac{\partial x}{\partial a}=1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial c_0}=1+2k^2(r^2+r'^2)\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial x}{\partial c_0}=2kr'\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2kr'\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

であるから

$$\begin{aligned}&\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial c_0}-\frac{\partial x}{\partial c_0}\frac{\partial z}{\partial a}\\&=(1-2kr\cdot\cos ka\cos\sigma t)[1+2k^2(r^2+r'^2)\cos^2\sigma t+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t]\\&\quad-(2kr'\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)(2kr'\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t)\\&=1-4k^2(r^2\cdot\cos^2 ka+r'^2\cdot\sin^2 ka)\cos^2\sigma t+2k^2(r^2+r'^2)\cos^2\sigma t\\&\quad-4k^3r(r^2+r'^2)\cos ka\cdot\cos^3\sigma t\end{aligned}$$

となるが，之に於て前例に倣ひ $(kr)^2$ 及び $(kr)^3$ の項を 1 に比して小なりとして無視する時は此の運動は連續の條件を滿足するものと見做す事が出來る．

次に渦動性について調べてみるに

$$\frac{\partial x}{\partial t}=2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t$$

$$\frac{\partial z}{\partial t}=2\sigma krr'\cdot\sin 2\sigma t+2\sigma r'\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t$$

であるから

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial a}\right)da+\left(\frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial c_0}+\frac{\partial z}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial c_0}\right)dc_0\\&=[2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t(1-2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)+(2\sigma krr'\cdot\sin 2\sigma t\\&\quad+2\sigma r'\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t)2kr'\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t]da+[4\sigma krr'\cdot\sin^2 ka\cdot\sin\sigma t\cdot\cos\sigma t\\&\quad+(2\sigma krr'\cdot\sin 2\sigma t+2\sigma r'\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t)\{1+2k^2(r^2+r'^2)\cos^2\sigma t\\&\quad+2kr\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t)\}]dc_0\\&=\left[2\sigma r\cdot\sin ka\cdot\sin\sigma t-\frac{\sigma kr_0^2}{\sinh^2 kH}\sin 2ka\cdot\sin 2\sigma t\right.\\&\quad\left.+4\sigma k^2rr'^2\cdot\sin ka\sin 2\sigma t\cdot\cos\sigma t\right]da+[2\sigma r'\cdot\cos ka\cdot\sin\sigma t\\&\quad+4\sigma krr'\cdot\sin 2\sigma t+4\sigma k^3rr'(r^2+r'^2)\sin 2\sigma t\cdot\cos^2\sigma t\\&\quad+2\sigma k^2r'(3r^2+r'^2)\cos ka\cdot\sin 2\sigma t\cdot\cos\sigma t]dc_0\end{aligned}$$

となり，k^2 以上の項を無視しても無渦とは見做し得ない．

次に運動の方程式を滿足するかどうかを調べてみるに

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}=2\sigma^2 r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}=4\sigma^2 k\cdot rr'\cdot\cos 2\sigma t+2\sigma^2 r'\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t$$

であるから

$$\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)=-[2\sigma^2 r\cdot\sin ka\cdot\cos\sigma t-4\sigma^2 kr^2\cdot\sin ka\cdot\cos ka\cdot\cos^2\sigma t$$

$$+8k^2\sigma^2 rr'^2\cdot\sin ka\cdot\cos 2\sigma t\cdot\cos\sigma t+4\sigma^2 krr'^2\cdot\sin ka\cdot\cos ka\cdot\cos^2\sigma t]$$

となるが，玆に於ても k^2r^3 の項を r 及び kr^2 の項に對して無視すれば

$$=\frac{2\sigma^2}{k}\frac{\partial}{\partial a}\left[r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t-\frac{kr_0^2}{2\sinh^2 kH}\cos 2ka\cdot\cos^2\sigma t\right]$$

となる．又 c_0 についても同樣に k^2r^3 の項を無視する時は近似的に次の如くになる．

$$\frac{\partial}{\partial c_0}\left(\frac{p}{\rho}-gz\right)=\frac{2\sigma^2}{k}\frac{\partial}{\partial c_0}\left[r\cos ka\cdot\cos\sigma t+\frac{k}{2}(r^2+r'^2)(\cos^2\sigma t+\cos 2\sigma t)\right]$$

そこで之等により積分すれば

$$\frac{p}{\rho}-gz=\frac{2\sigma^2}{k}\left[r\cdot\cos ka\cdot\cos\sigma t+\frac{k}{2}(r^2+r'^2)(\cos^2\sigma t+\cos 2\sigma t)\right.$$

$$\left.-\frac{k}{2}\frac{r_0^2}{\sinh^2 kH}\cos 2ka\cdot\cos^2\sigma t\right]+C'$$

となる．之に (35) を代入すれば

$$\frac{p}{\rho g}=c_0+\left[\frac{\sigma^2 r_0^2}{g\sinh^2 kH}+\frac{3\sigma^2}{g}(r^2+r'^2)-2krr'\right]\cos^2\sigma t-\frac{\sigma^2}{g}(r^2+r'^2)$$

$$+2\left(\frac{\sigma^2}{gk}r-r'\right)\cos ka\cdot\cos\sigma t-\frac{2\sigma^2 r_0^2}{g\sinh^2 kH}\cos^2 ka\cdot\cos^2\sigma t+C$$

玆に C は積分常數で t の函數である．

然るに前の淺水波の節によれば

$$\frac{\sigma^2}{g}=k\cdot\tanh kH$$

であるから kr の大さの項を r の大さの項に對して無視する事とし，$\frac{\sigma^2}{g}$ の項及び krr' の項を無視すれば上式は近似的に次の如くに書ける．

$$\frac{p}{\rho g}=c_0+2\left(\frac{\sigma^2}{gk}r-r'\right)\cos ka\cdot\cos\sigma t+C$$

そこで境界條件として $(p)_{c_0=0}=0$ を適用すれば $C=0$ となる．此の儘に運動の式を積分して $C=0$ となるのは淺水波の場合のみであるが，之は勿論 kr の程度の項を 1 に對して無視した爲めの近似に外ならない．從つて壓力の式は次の如くになる．

$$\frac{p}{\rho g}=c_0\pm 2r_0\left[\frac{\cosh k(H-c_0)}{\cosh kH}-\frac{\sinh k(H-c_0)}{\sinh kH}\right]\cos ka\cdot\cos\sigma t\cdots\cdots\cdots\cdots(38)$$

之を學會の記號に從つて書き直せば

$$\frac{p}{\rho g}=Z_0\pm 2h\left[\frac{\cosh\frac{\pi}{L}(H-Z_0)}{\cosh\frac{\pi H}{L}}-\frac{\sinh\frac{\pi}{L}(H-Z_0)}{\sinh\frac{\pi H}{L}}\right]\cos\frac{\pi X}{L}\cdot\cos\frac{\pi t}{T}\cdots\cdots(39)$$

（但し本式にては周期を $2T$，波長を $2L$ とす）

此の壓力の式もその意味する所は，或る任意の水分子の或る任意の時刻に於て，その位置にて有する壓力であるから，壓力の分布圖を求める場合には分子の定められた時刻に於ける位置を求めて，その位置に上式により計算された壓力を記入しなければならない．

吾々の知らんと欲する壓力は垂直壁面に於ける壓力であるが，$\alpha=0$ とおけば (35) により t の如何に關せず $x=0$ となるから $\alpha=0$ なる水分子は吾々の求めようとする壓力を起すべき水分子なる事が判る．

而して (35) と (37) とにより $\alpha=0$ なる水分子は

$$z=c_0-\frac{kr_0^2\cdot\sinh 2k(H-c_0)}{\sinh^2 kH}\cos^2\sigma t-2r_0\frac{\sinh k(H-c_0)}{\sinh kH}\cos\sigma t$$

なる式の示す如き上下運動をする事になる．此の式と (38) 式とによつて垂直壁面に於ては $\sigma t=0$, $\sigma t=\pi$ 即ち $t=0$, $t=\frac{T}{2}$ の時刻に夫々水位は最大，最小となり而も壓力も最大，最小となる事が判る．

そこで壁面に於て $t=0$, $t=\frac{T}{2}$ なる時刻に於ける壓力の式及び分子位置を示す式を整理しておけば次の如くである．

一般の水分子については壓力は

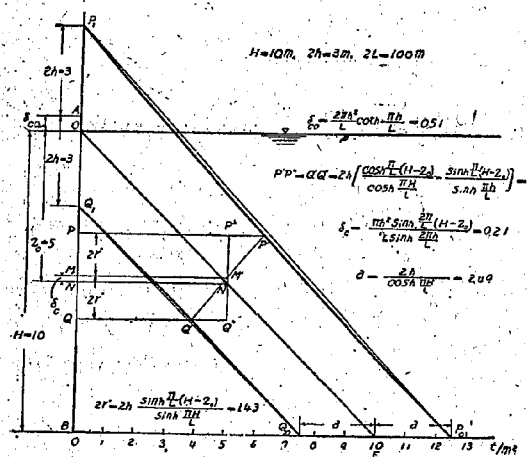
$$\frac{p}{\rho g}=c_0\pm 2r_0\left[\frac{\cosh k(H-c_0)}{\cosh kH}-\frac{\sinh k(H-c_0)}{\sinh kH}\right]\quad\cdots\cdots(40)$$

分子の位置は

$$z=c_0-\frac{kr_0^2\cdot\sinh 2k(H-c_0)}{\sinh^2 kH}\mp 2r_0\frac{\sinh k(H-c_0)}{\sinh kH}\quad\cdots\cdots(41)$$

圖-11　淺水波重複波の壓力分布

圖中の記號は學會の記號によつてゐるので本文との對照は次の如くである．　$h:r_0$, $Z_0:c_0$, $L:\lambda/2$



表面分子については

$p=0$　……(42)

$z=\mp 2r_0$……(43)

水底分子については

$\frac{p}{\rho g}=H\pm\frac{2r_0}{\cosh kH}$……(44)

$z=0$……(45)

となる．

例　題

波高$=2r_0=3$ m, 波長$=\lambda=100$m, 水深$=H=10$ m の場合の壁面に於ける壓力分布を求む．

$k=\frac{2\pi}{\lambda}=0.062832$, $kH=0.62832$

であるから (40) より (45) までの諸式によつて先づ分子の位置を求め次いで此の分子のもつ壓力を計算してその分子の位置に記入すれば圖-11の如くになる．

IV　結　言

以上の計算によつて確かめられる所を要約すれば次の如くである．

(1) 波形がトロコイド系となる故必然的に山の面積よりも谷の面積の方が大となり，從つて波高の中分面は靜止水面よりも kr^2 の程度の大さ丈上にある事となる．然るに此の量は進行波動系に於ては各水深に從つての

一定値となるが，振動波動系に於ては t の函數ともなり時間的に變動する．從つて計算上の坐標系の原點としては前者に於ては $a=0$, $c=0$ を用ひてよいが，後者の場合に於ては c 其自體が t の函數となつて來る故 $a_0=a=0$, $c_0=0$ を以て原點とした方が便である．

（2） 前2章に於ける經過は，豫め水分子の運動軌道を與へ，然る後之が連續と運動の方程式を滿足するものであるかどうかを檢したのであるから，此の樣な方法では此處に假定した水分子の運動が何等かの條件で發生した場合に此の運動が流水力學的に成立する可能性があるかどうかを檢する事にはなるが，流體の波動運動として此の樣な運動が起らねばならぬかどうかの證明にはなり得ない．從つて今後は波動運動としての必然運動とは如何なるものであるかを理論的に考求して行かねばならないと考へる．

（3） 波高中分面の靜水面よりの上り丈を認て行く限り，此の量は kr^2 の程度の大さであるから計算には一般に k^2r^3 以上の項を r に比して無視する事としなければならなかつた．

（4） 本論文に於て取扱つたトロコイド系の波は嚴密には勿論渦動運動であるが，r に對して k^2r^3 以上の項を無視するも尙ほ kr の項が殘つて來る爲めに無渦運動とは決して見做し得ない．之は進行波動系についても振動波動系についても同樣である．

（5） 波動の連續性については次の如くである．

深水波進行波の場合は連續の條件は正確に滿足された．その他の，深水波振動波，淺水波の進行波及振動波の場合には $(kr)^2$ 以上の項を 1 に對して無視出來れば滿足する事が判つた．

（6） 運動の方程式は深水波進行波の場合には正確に滿足される．その他の場合に於ては之を滿足せしめるには k^2r^3 以上の項を r に對して無視する事が必要である．此の量は勿論充分に小ではあるが，之に依つて運動の方程式は近似的に滿足せしめてゐるに過ぎないものであるといふ事が明かとなる．

而して壓力の式としては振動波の場合には特に kr の程度の項も r に對して無視しなければならなかつた．

（7） 以上に依つて考へてみるに深水波進行波は流體運動として成立し得るもので，その運動機構を (1) 式の如く假定した事は正しかつた事になる．

之に對し，その他の三つの場合には k^2r^3 以上の項を r に對して無視しなければ連續と運動の方程式を滿足する事が出來なかつたのであるから，水分子の運動機構を夫々 (13), (29), (35) 式等の如く假定した事は嚴密には正しくなかつたといふ事になる．實際は之等とは少しく異つた運動機構をもつものなのであらう．

（8） 各節に於てその終りに求められた壓力の式は，之を求めるに當つて Lagrange の方程式を用ひたのであるから，或る任意の水分子の任意の時刻に於て占めるその位置に於て生ずる壓力である．從つて壓力の分布を求める場合には或る水分子につき或る時刻の位置を求め，その位置に於て上述の壓力の式に依つて計算された壓力を記入しなければならない．

（9） 深水波に於ては之が進行波であつても振動波であつても壓力 p は a には無關係である．

（10） 深水波進行波動の水中の壓力については極めて簡明な法則が存在する．卽ち，任意の水深の一波形上の壓力 p は之が靜止せる場合に靜水表面よりこの水中の波動の靜止面までの深さに相當せる靜水壓に等しい．

（11） 分子の廻轉半徑を

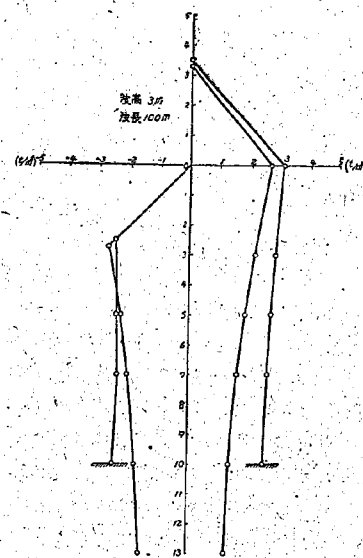
$$r=r_0e^{-kc}$$

なる形式にとれば，振動波の場合に r は水深と時間との函數となり，水分子はその假想上の原波の廻轉中心が上昇すると共にその廻轉半徑も增大するといふ極めて複雜な運動をする事になる．

(12) 最後に重複波の場合について，同一性質の波が來た場合の壓力分布の差異を深水と淺水とについて比較してみる事とする．

原波は波高 $2h=3$ m，波長 $\lambda=100$ m とし，之が垂直壁面に衝突して生ずる波壓を水深無限と水深 10 m の場合について求むれば，前掲の圖-10, 11 の如くになる．之等を一緒にして比較してみるに（圖-12 參照），波壓の分布の仕方が著しく異つてゐる事が直ちに知れる．圖の向つて右は波が重複して波表面の最高となつた時刻の分布狀態であるが，先づ深水の場合は水深 10 m の場合に比して壁面上の最高水位が少しく低くなる．此の差異は $2kh^2$ と $2kh^2\cdot\coth kH$ との差異に基くもので一般にその量は小である．然に著しい差異は波の壓力强度の分布である．水深無限なる場合は水深 10 m の場合に對して既に水表面に於て約 80% となつており，水深の深くなるに從ひその差は大となり，水深 10 m に於ては前者は後者の約 60% となつてゐる．又波の低下の場合の壓力强度分布も水表面より約 $2h$ 程の深部に於ては少しく前者の方が大となる傾向があるが間もなく前者の壓力分布は小となり水深 10 m に於ては後者の約 70% にまで減少してゐる．

圖-12



然るに一般に觀測される重複波の壓力分布は計算によるものよりも著しく小さい事が報ぜられてゐる．

之等の事がら考へて防波堤の直立壁面に於ける壓力分布を計算する場合には，此の計算に用ひられる水深が相當重要な要素となる樣に思はれる．一般に直立堤體といへど捨石基礎の上に置かれてゐるのが普通であるから，その捨石の形狀によつて適當な水深を，堤體其れ自體の水深に加算せしめて計算用水深とする事が至當の樣に思はれる．

此の適當な水深を見積るといふ事は重複波の水分子の運動狀態から考へて，水深の壁面に沿つた隅に或る程度の障害物があつても大部分の水分子が，之が無いとする場合の理想的水底形の場合に運動するのであらう樣な運動をすると考へられる如き水深を見積る事である．然らば此の水深を如何に具體的に見積るかといふ問題が後に殘つて來る．之については後に研究する事とするが多くの場合海底までの水深をとつてよからうと考へる．

尙ほ無限水深の場合の壓力分布を求める際に k^2r^3 を r に比して無視するといふ近似を行つてゐるのに對し，有限水深の場合には kr^2 を r に對して無視してゐる．此の爲めの誤差も相當にある筈である．之についても今後の研究を期する事とする（17. 7. 15）．

擁壁に作用する地震時土壓に關する實驗的研究（第2報）

II. 乾燥砂による主として土砂ゆり込と靜土壓の變化並びに振動中の壓力變化に關する試驗

內務技師　松尾春雄

要約

以前に行つた試驗によつて，地震時土壓を定めるには，裏込土砂のゆり込による靜土壓の變化を知る事が大切である事が明となつたので，先づ乾燥砂に就いて砂の內部の各層の沈下の狀態を觀測し，之と靜土壓の變化，並びに振動中の壓力の振幅との關係を明にする爲に行つた實驗報告である．

之によれば振動中の壓力の振幅は地表面附近では大であるが深い場所では極めて小である．

之は振動中，土の粒子の壁面に對する變位は地表面附近では大であるが深い場所では小であるに依る事が砂の沈下量測定の結果略々明にされた．

ゆり込に依る靜土壓の增大は砂の沈下が見掛上著しく起らない深い場所でも相當に大である．

從つて壁面に働く最大壓力は，地表面附近では，振動周期に伴つて變化する壓力の最大値が支配的な要素であるが，深い場所では，靜土壓の增大の方が支配的な要素となる。

この外，壁面を固定した場合と之に相當の變位を許した場合の影響，函の幅及奥行の影響を明にし，又沈下量が最大加速度に比例する事，沈下は振動の初めに多く起る事等を述べた。

目次

I．試驗裝置，方法，種類……（1）
II．振動による砂の沈下……（6）
〔1〕 砂の內部の各深さに於ける沈下狀態……（6）
a) 固定壁の場合……（6）
b) 彈性壁の場合……（9）
〔2〕 振動回數による沈下の變化……（9）
〔3〕 振幅及周期の影響……（10）
〔4〕 函の幅及奥行の影響……（10）
III．砂の沈下に伴ふ壓力の變化……（12）
〔1〕 固定壁の場合……（12）
（1） 振動に伴ふ壓力變化の狀態……（12）
（2） 振動前後の靜土壓の變化，振動初期及終期の壓力の振幅……（14）
（3） 側壁の影響……（17）
（4） 奥行の影響……（19）

(5) 周期及振幅の影響……(19)
〔2〕 彈性壁の場合……(19)
IV. 結 言……(19)

I. 試驗裝置・方法・種類

圖—1 に示す如き振動臺の上に內法寸法 高さ40×幅 50×長 100 cm 或は80×50×100 cm の二種類の函を固定し，之に乾燥砂を滿しその一端の．振動方向に直角な壁面（夫々 40×50; 80×50 cm）の中央部に種々の高さに壓力計を取付けて，振動前後及振動中の壓力を測定すると同時に，函內の砂の沈下の狀態を觀測し，沈下に伴ふ壓力の變化を明かならしめた。

一般裝置 振動裝置は 圖—1 の如く既記の函を載せた 120×60 cm の大きさの試驗臺を4本の丸軟鋼にて吊り，別に 7½ HP の3相交流整流子電動機により偏心軸を回轉せしめ，之を桿により導いて前記振動臺に單弦水平振動を與へる裝置である。臺を吊つた丸鋼の兩端は滑節（pin joint）である。

振動周期は 0.190～0.568 秒間及 0.444～1.334 秒間に自由に變化せしめ得る．振幅 r は 0.5 mm 間隔にて 0～21 mm の間變化せしめ得る．但し振動を傳達する桿の途中にゴム板が挾んである爲．實際の振幅は之より稍〻大となり，又同じ偏心軸を用ひても加速度の大小により多少は異つて來る。

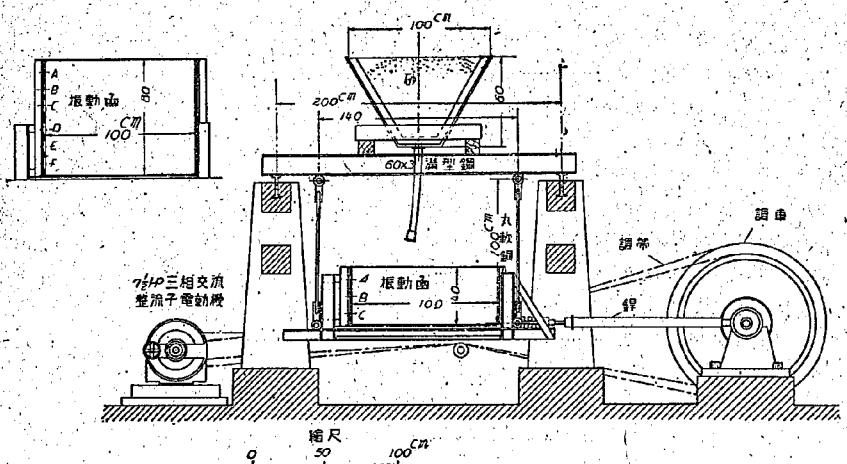
この試驗に用ひた周期及振幅の範圍は夫々 0.45～0.85 秒及 0.75～2.1 cm であつて震度は $k = 0.084$～0.930 である．

振動函 內法寸法 40×50×100 cm のものは片側には厚さ 1 cm の硝子板を使用し3方及底面には厚さ 3 cm の米杉板を使用した．一側の 40×50 cm 面の幅の中央に，高さ函の上端から夫々

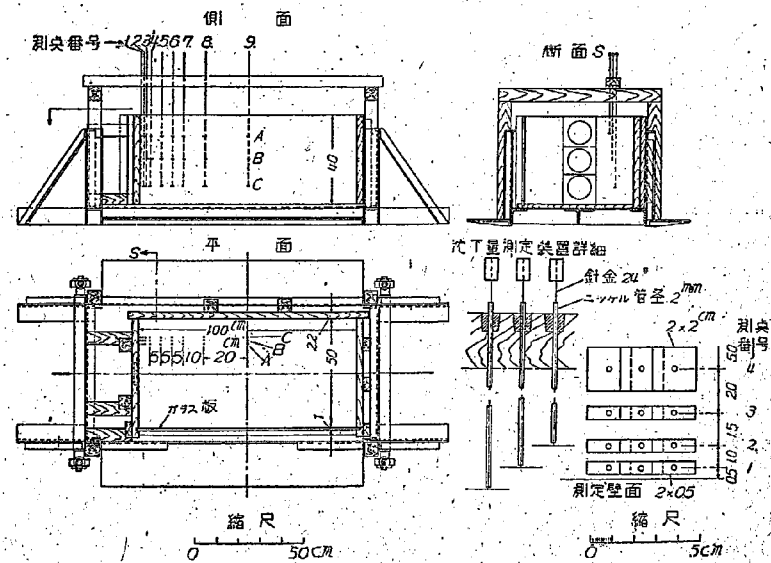
$$A,\ y = 7{,}5; \quad B,\ y = 20; \quad C,\ y = 32.5\ \text{cm}$$

に中心を有する A, B, C 3箇所に受壓器を取付けた（寫眞—1 及 2 參照）．

圖-1 (a) 振動裝置及振動函



図—1 (b) 砂の沈下量測定裝置



高さ 80 cm ものは前記の函の上に同じ厚さの米杉板の枠を載せ，之を下の部分に頭丈に取付けて動かないやうにしたものであつて，この場合の壓力測定の受壓器の中心の函の頂面からの高さは夫々次の如くである．

A, $y = 7.5$; B, $y = 20$; C, $y = 32.5$

D, $y = 47.5$; E, $y = 60$; F, $y = 72.5$ cm

以上は固定した壁面を有する函に就ての事であるが，別に彈性壁に就ても試驗を行つた．前記の 40×50×100 cm の振動函の一端の內側から 20 cm の場所に，底面に蝶番を有する寸法 40×49.5 cm 或は 80×49.5 cm 厚さ 2.5 cm の板をおき，之の中央の頂點附近を固定した支點にて支へて倒れないやうにしたものである．支點と壁との間には寸法 2×2 cm 厚さ 6 mm 又は 12 mm のゴム板を挾んである．振動中はこのゴムの彈性により壁は底面の蝶番の周りに多少囘轉する．壁に壓力計を取付けた點は固定壁の場合と同樣である．高さ 40 及 80 cm 何れの場合にも，壁の略々中央部外側の壓力計を取付けた高さに變位計 (1/100 mm 讀みダイヤルゲーデ) を取付けて振動前後及途中の壁の變位を測定した．

壓力の測定 受壓器は前報告のものと同じもので函が 40 cm の高さでは測點 A 及 B は厚さ 0.1 mm の膜面のもの，C は 0.2 mm のものであつて，高さ 80 cm の函では測點 A, B, C, D は 0.1 mm のもの E, F は 0.2 mm のものを用ひた．膜面の最大の歪は測定の範圍では最大 2/100 mm と推定される．振動中の壓力變化は橫河の電磁オシログラフ (3 成分日型バイブレター) を用ひて記錄した．

沈下の測定 測定せんとする位置に普通 2×2 cm の薄いブリキ板を水平に置きその中央部から細い鐵線を鉛直に立てる．兩者はハンダ附により一體となし，この鐵線を砂の表面上に出して之の沈下によつてそのブリキ板の場所の沈下を測る．鐵線と途中の砂との間の摩擦を避ける爲にその鐵線を直徑約 1 mm のアルミニウーム管の

中に通す．鐵線上端には0.5×1.0 cm の大きさの丹尺板をつけ，それの高さが始ど一様になるやう豫め鐵線の長さを定めておき，之によつて沈下を讀み取る．測點は砂の深さ 80 cm の時には 35 箇所，40 cm の時には 27 箇所深さ 27.5 cm の時には 18 箇所，15 cm の時には 9 箇所であつた．測點の位置は壓力測定壁面からの函の長さの中央部丈即ち 50 cm の範圍に於て 9 ヶ所を選び，その 9 ヶ所毎に高さの異る深さに於て沈下を測定する．壓力測點との關係で函の幅の中心線から 15 cm 外れた線上に沈下測定の中心線を置いた．各測點位置は下表の通りで之に *A*—1 等の名稱を附した．(寫眞—2 及 3 參照)

$H = 40$ cm の場合の測點

測點列	1	2	3	4	5	6	7	8	9
壁からの距離	0.5	1.5	3.0	5.0	10.0	15.0	20.0	30.0	50.0 cm
函天端からの深さ $y=7.5$	*A*—1	*A*—2	*A*—3	*A*—4	*A*—5	*A*—6	*A*—7	*A*—8	*A*—9
$y=20$	*B*—1	*B*—2	*B*—3	*B*—4	*B*—5	*B*—6	*B*—7	*B*—8	*B*—9
$y=32.5$ cm	*C*—1	*C*—2	*C*—3	*C*—4	*C*—5	*C*—6	*C*—7	*C*—8	*C*—9

他の深さの場合も之に準ずる．

$H = 80$ cm の場合は　$y = 7.5$ (*A*)，　$y = 20.0$ (*B*)，　$y = 32.5$ cm (*C*)；
$y = 47.5$ (*D*)，　$y = 72.5$ cm (*F*)

$H = 27.5$ では　$y = 7.5$ (*B*)，　$y = 20$ cm (*C*)

$H = 7.5$ では　$y = 7.5$ cm (*C*)

函の上方約 1 m に區のある別の函からゴムホースで靜に砂を滿し，沈下測定層になつた時に前記の沈下測定板を置き順次に砂を滿す．滿し終つた後に函に振動を與へ沈下は各振動後に測る．

砂は前報告と同樣のものである．

振動　靜に砂を滿した後に，はづみ車に回轉を與へ，振動函に連結するクラッチを入れる．この場合の衝撃を來る丈少くする爲に，初めにモーターの回轉數が最低になるやうにしておくのであるが尙多少の衝撃は免れ得なかつた．その後徐々にモーターの回轉を早くし所定の振動數に達せしめる．本報告のものでは震度 $k \fallingdotseq 0.4$ 振幅 $r \fallingdotseq 2$ cm のものが多いが，この場合にはモーターの回轉數は始動の時，毎分 $n = 485$，$k = 0.4$ の時は $n = 1300$ であつた．

振動回數は普通には一定震度に達して後，初め 160 回連續して振動を與へ，一旦靜止せしめて沈下量及壓力を測定した後，更に 140 回振動して初めからの回數が 300 回になるやうにした．夫以後は更に振動して，初めからの回數が 600，1200，2400 回になるやうにした．

振動試驗の種類（表—1 參照）

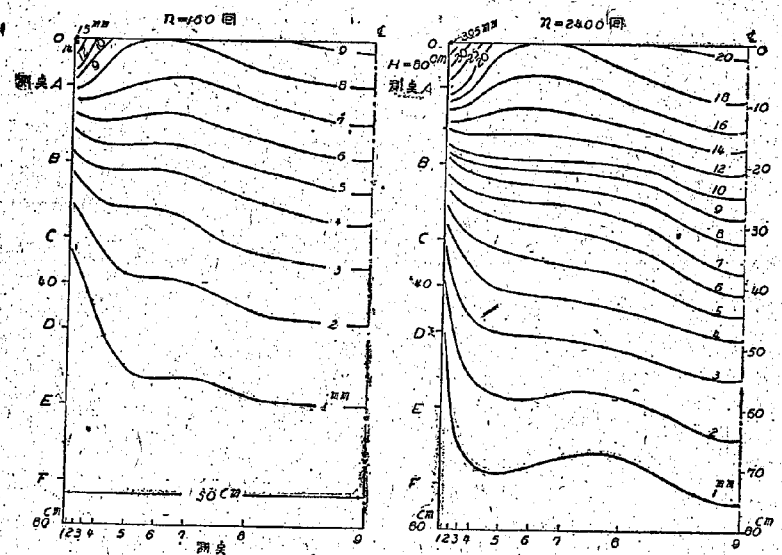
1. 振動周期及振幅の影響を見る爲に $T = 0.18$～0.82 秒，$r = 0.65$～2.07 cm の範圍に變へた場合．
2. 深さの影響を見る爲 $h = 80$，40，27.5，15 cm に變へた場合
3. 函の幅の影響を見る爲 $h = 40$ cm のものだけに就て $b = 50$，40，30 cm にした場合
4. 函の長さを $l = 100$，50，25 及 12.5 cm にした場合　に就て試驗した．

表-1

試驗番號	振動 周期 T(秒)	振動 振幅 r(cm)	振動 震度 k	砂の深さ (cm)	函の幅 (cm)	函の長さ (cm)	備考
1	0.820	1.40	0.084	40	50	100	
2	0.499	1.43	0.23	40	50	100	
3	0.362	1.45	0.45	40	50	100	
4	0.315	1.48	0.60	40	50	100	
5	0.352	0.65	0.21	40	50	100	
6	0.328	2.11	0.79	40	50	100	
7	0.454	2.08	0.41	40	50	100	
8	0.425	1.71	0.38	40	50	100	
9	0.348	2.11	0.70	40	50	100	
10	0.267	1.08	0.66	40	50	100	
11	0.180	0.75	0.94	40	50	100	
12～15	0.452～0.456	2.08	0.40～0.41	40	50	100	回數 $n=160$ まで繼續振動，但し試驗No. 13だけは $n=5, 10$……等小さく止める
16～19	0.453～0.463	2.08	0.39～0.41	40	30	100	$n=160$ まで繼續振動 No. 18, 19は沈下測定せず
20～21	0.460	2.08	0.40	40	40	100	
22～26	0.455	2.08	0.40	27.5	40	100	
27～28	0.455	2.08	0.40	40	50	50	
29	0.455	2.08	0.40	40	50	25	
30～32	0.865	3.00	0.44	40	40	105	別の振動函，鐵板の彈性による振動，壓力の記錄なし
33～34	0.439	2.08	0.45	40	50	100	砂に縞をつけたもの
35及37	0.450	2.08	0.40	27.5	50	100	以前の試驗の再檢討
36及38	0.450	2.08	0.40	15.0	50	100	
39～42	0.450	2.08	0.40	80	50	100	壓力測點 No. 39及42 A, C, E; No. 40, 41 B, D, F
43及46	0.910	2.80	0.10	80	50	100	壓力測點 A, D, F
44～45	0.575	2.08	0.25	80	50	100	
47	0.41	2.08	0.49	80	50	100	壁の變位を測定する、壓力測點 B, D, F
48	0.46	2.08	0.39	80	50	100	
49及51	0.575	2.08	0.25	40	50	100	最大加速度を變へた試驗
50	0.320	2.08	0.80	40	50	100	
52及53	0.910	2.08	0.10	40	50	100	

試驗番號	振動 周期 T(秒)	振動 振幅 r(cm)	振動 振度 %	砂の深さ (cm)	函の幅 (cm)	函の長さ (cm)	備考
54～56	0.470～0.485	2.08	0.36～0.38	40	50	85	彈性壁 ゴム板厚 6 mm
57～58	0.460～0.470	2.08	0.38～0.40	40	50	85	〃 ゴム板厚 12 mm
59～60	0.455～0.460	2.08	0.40	40	50	25	奥行を變へた試驗，固定壁
61～63	0.460	2.08	0.40	40	50	12.5	〃
64～68	0.465	2.08	0.39～0.40	80	50	85	彈性壁，No. 64～66 壓力測點 A,C,E; No. 67～68 測點 B,D,F
L—1	0.900	8.00	0.40	40	40	105	前報告の振動函を使用
L-2～L-3	0.840	6.00	0.32	40	40	105	受壓器膜面の厚さは A,B,C 共に 0.1 mm
M-1～M-3	1.360	10.00	0.22	40	40	105	
N-1～N-4	0.550	2.34	0.31	40	40	105	
O-1～O-3	0.860	6.00	0.32	40	40	105	

圖-2 (a) 砂の沈下狀態(等沈下曲線)



II. 振動による砂の沈下

〔1〕 砂の内部の各深さに於ける沈下狀態

a) 固定壁の場合，砂詰め直後からの各測點の沈下量は振動回數の增すに從つて大となり，特に振り初めに大部分の沈下が生ずる．この變化に就ては後に述べるが今振動回數が160回と2400回の場合に就て $T=0.455$

圖-2 (b.) 同 上

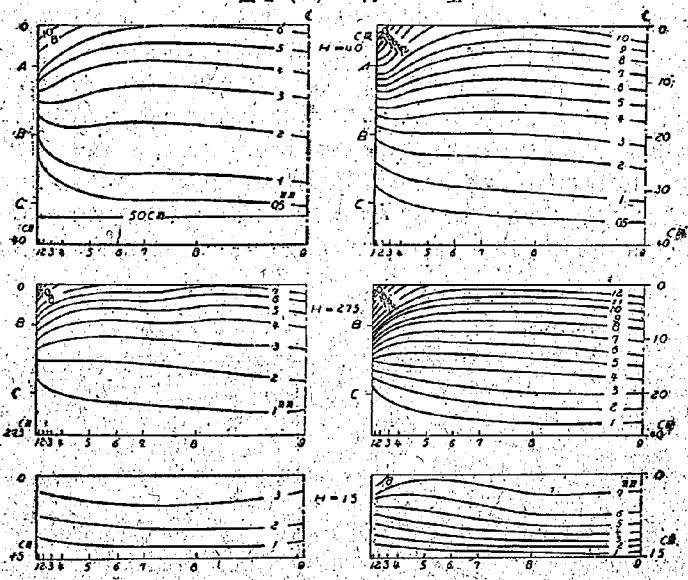


圖-3 砂の沈下狀態縱斷圖

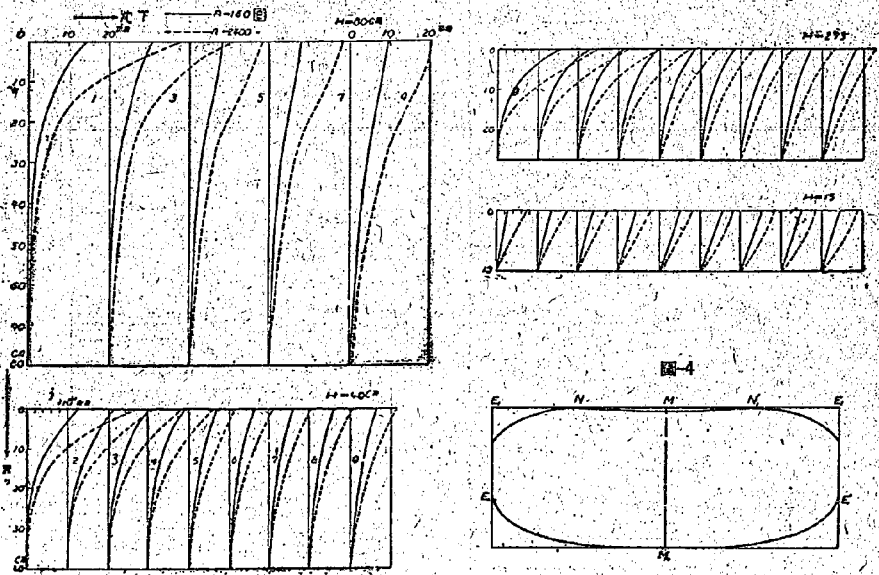
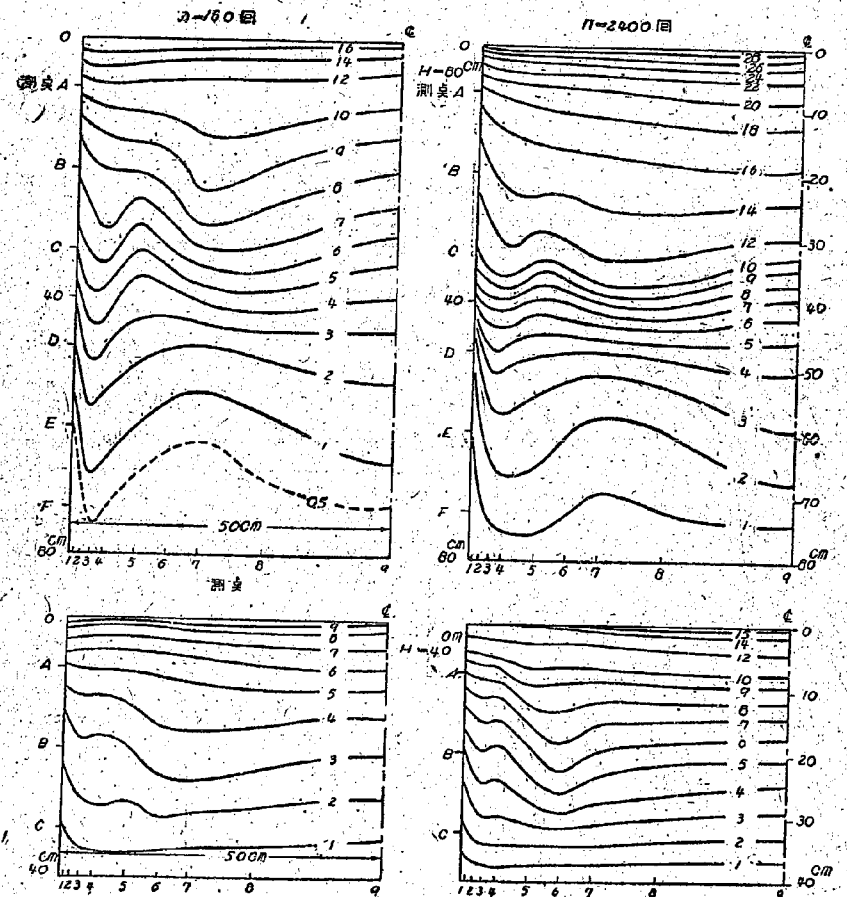


圖-4

秒 $r = 2.08$ cm, $k = 0.40$ のものの數回試驗の平均値を圖-2に，之等の代表的斷面の沈下の分布狀態を圖-3 に示した．之によれば壁際上部に於て沈下は大であるが，下隅では殆ど沈下しない．壁から約 25 cm（函の高さ 40, 27.5cm の場合）或は約 17.5 cm（高さ 80 cm の場合）の所に表面附近の沈下が最小の場所があり，函中央部では又多少大になつてゐる．壁際の地表面附近では砂の粒子と壁面との關係加速度が大である爲に沈下が大となる樣である．振動の最大加速度を非常に大にすると，函內の砂に滑面を生じ，之の上の部分が著しく動く．滑り面は函の中央部に於て底面に接する圓弧狀の滑り面であつて，その端は測定壁面の高さの途中で終つてゐる．加速度が左程大でない場合にも之に似た現象がある事が圖-2 によつて推定出來る．圖-4 に於て E_0M_0F を滑り面としその上の部分に砂粒子の振動が多く，從つて沈下はこの部分に主として起るものと考へる．鉛直壁 E_0E_1

圖-5 彈性壁の場合の砂の沈下狀態



の場所では表面附近では、砂の粒子と固定壁面との間の關係加速度が大である爲に、壁に沿つての沈下が著しい。その他の部分では略〻一樣の縱波振動が傳はる。

Mの部分で稍〻沈下が大であるのは、滑り面上の高さが大で沈下を生ずる深さが大である爲と思ふ。Nはこの中間にあつて壁際程の大なる沈下をせず、又滑り面上の深さがMより小である事、又振動中壁際で沈下する爲の影響がNにまで及び、夫以上に及ばない事がNの沈下を他よりも少なからしめてゐるやうに思ふ。

b) 彈性壁の場合、壁を底面に於て蝶番にて固定し、上部の支點に厚さ6 mm 或は12 mm のゴム板を置いた彈性壁の場合は固定壁と異り、壁際では一般に沈下が少なく夫から稍〻離れた所で大となる。(圖-5) 之は砂の粒子の壁に對する動きが固定壁の場合の如くでなく、夫から稍〻離れた所で却つて大になる事によるものと思ふ。この壁附近の不規則な沈下の爲に圖-4 の滑り面が波形になり全體の沈下曲線が不規則となる。砂の粒子の動きは固定壁の場合に比し相當に大である爲全體としての沈下量は函中央部に於て1.5 倍位になつてゐる。

〔2〕振動回數による沈下の變化

振動回數5回10回……2400回毎に振動を止めて沈下を測定した試驗（試驗番號13）に依れば（圖-7）大部分の沈下は5回の振動の間に起つてゐる。この振動は $k=0.4$ の震度に達する迄約15回の間に徐々に加速度を增し $k=0.4$ になつて5回だけ振動しこの後更に約15回の振動の間に、加速度を次第に小にして止める爲に實際には $k=0.4$ の震度の振動は5回であるがその前後に約30回の夫より加速度の小なる振動があり、又始動の際の多少の衝撃の影響がある。10回20回等に於ても同樣の始動及及終動がある。砂表面及 A では2400回までに沈下する量の½以上が初めの5回の振動の間に起きてゐる。之は同じ振動を反復しても左程沈下せず初めてその加速度に達する迄に大部分の沈下が生ずるに由ると思ふ。

圖-6　彈性壁の砂の沈下狀態、縱斷圖

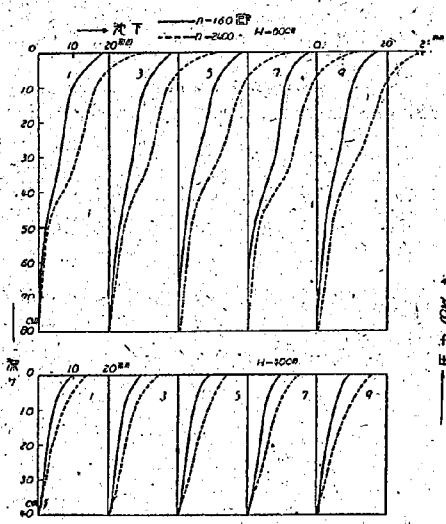
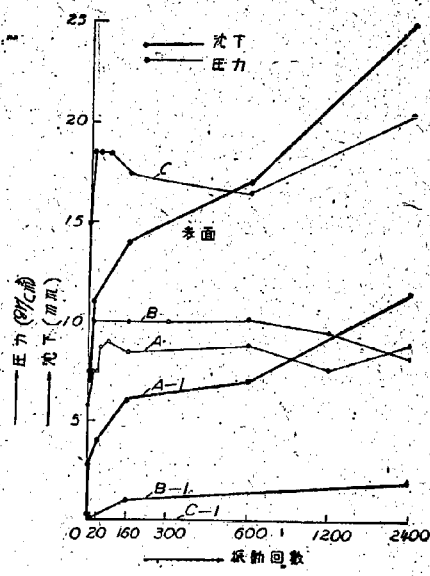


圖-7　振動回數と沈下量及靜土壓の變化



〔3〕 周期及振幅の影響

振動周期及振幅が沈下に及ぼす影響を見る爲に夫等を種々に變化せしめて試驗した所夫等の個々の影響は割合に小で、加速度即ち震度との間にだけ密接に關係してゐる事が明らかとなつた。圖-8は k と A—1 の沈下量及 A—9 の沈下量との關係であるが、この試驗には種々の振幅（r = 0.65 cm～8 cm）及周期（T = 0.180～0.865 秒）のものを含んでゐるに拘らず（表-1 參照）夫等の影響が認められない。即ちゆり込の作用は專ら振動の最大加速度に比例すると考へられる。

圖-8 振動の最大震度 k と A-1 及 A-9 の沈下量 d との關係
（砂の深さ 40 cm の場合）

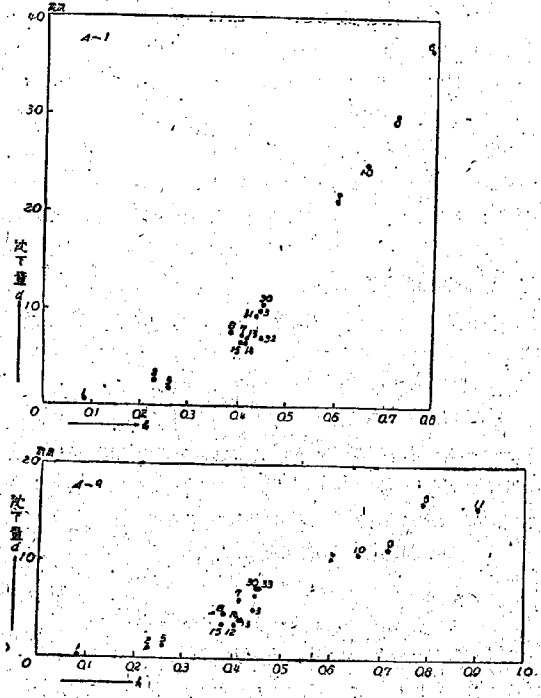
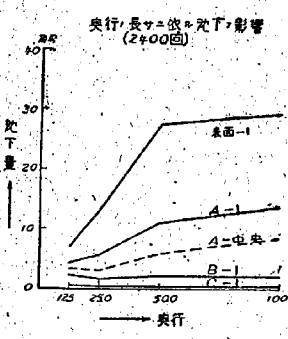
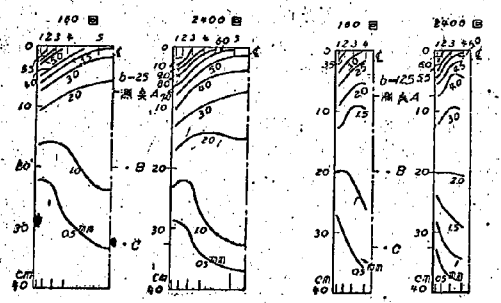


圖-9 函の奥行の影響
下の二圖は奥行が夫々 25 及 12.5 の場合の沈下狀態





〔4〕 函の幅及奥行の影響

砂の沈下に及ぼす函の幅の影響を明にする爲函の幅を 50, 40 及 30 cm の三種に就て試驗した結果によれば、以上の範圍では殆ど影響がない。奥行を 100, 50, 25, 12.5 cm の 4 種に就て試驗した固定壁に就ての結果の中2400回の沈下量と奥行との關係は 圖-9 に示す如く 50 cm 以下では著しい影響があるが 50 と 100 cm とでは殆ど變らない。即ち奥行の長さが壁の高さ以上ならば餘り影響はない。

圖-10 振動中の壓力變化の狀態一例. 壓力振幅の最大及最小値を示す

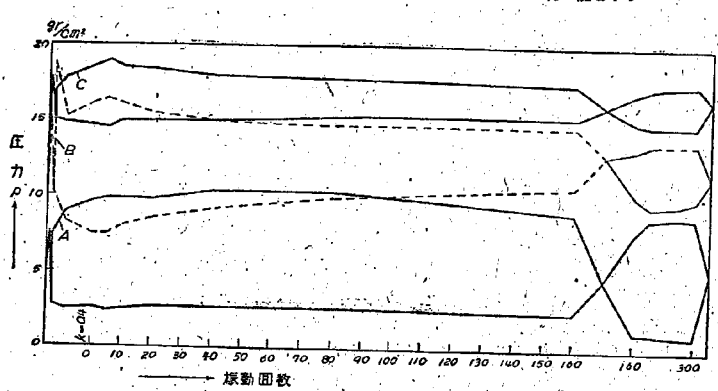


圖-11 (a) 振動前後の靜土壓 (○及●) 及振動初期及160回頃の壓力振幅, 太線の帶は初期細線は160回頃の振幅を表はす。——固定壁の場合, $H = 40$, 27.5 及 15 cm $k = 0.4$, 0.25 及 0.10

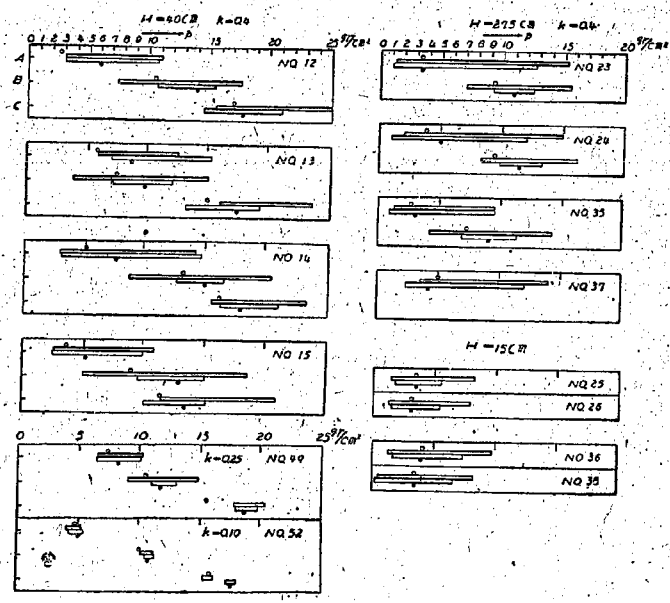
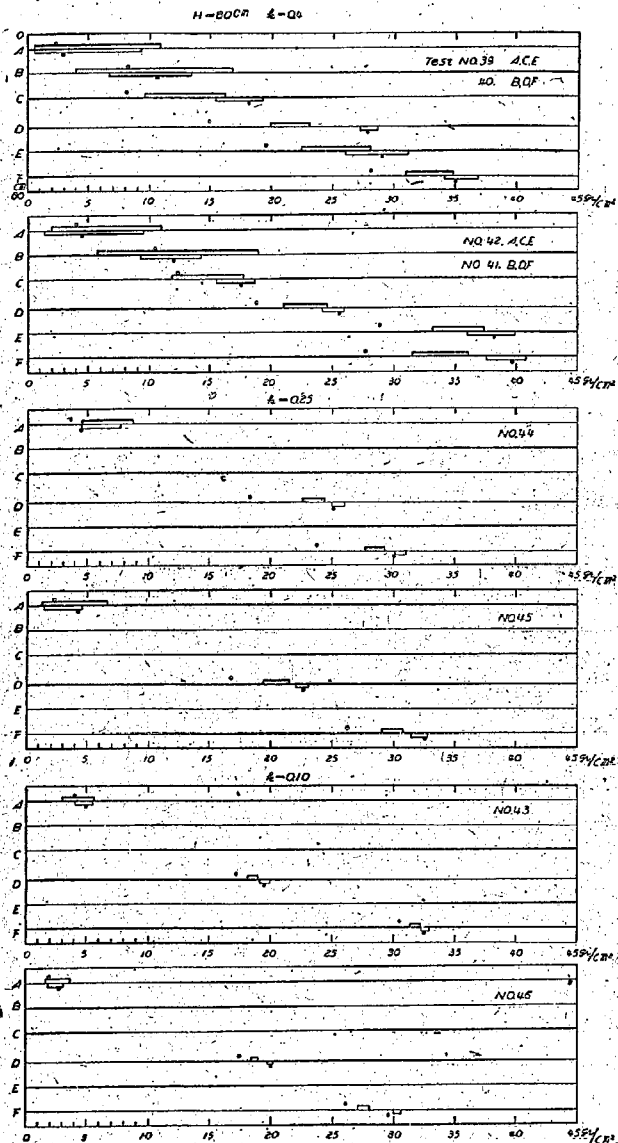


圖-11 (b) 同上 $H = 80$ cm $k = 0.40,\ 0.25,\ 0.10$



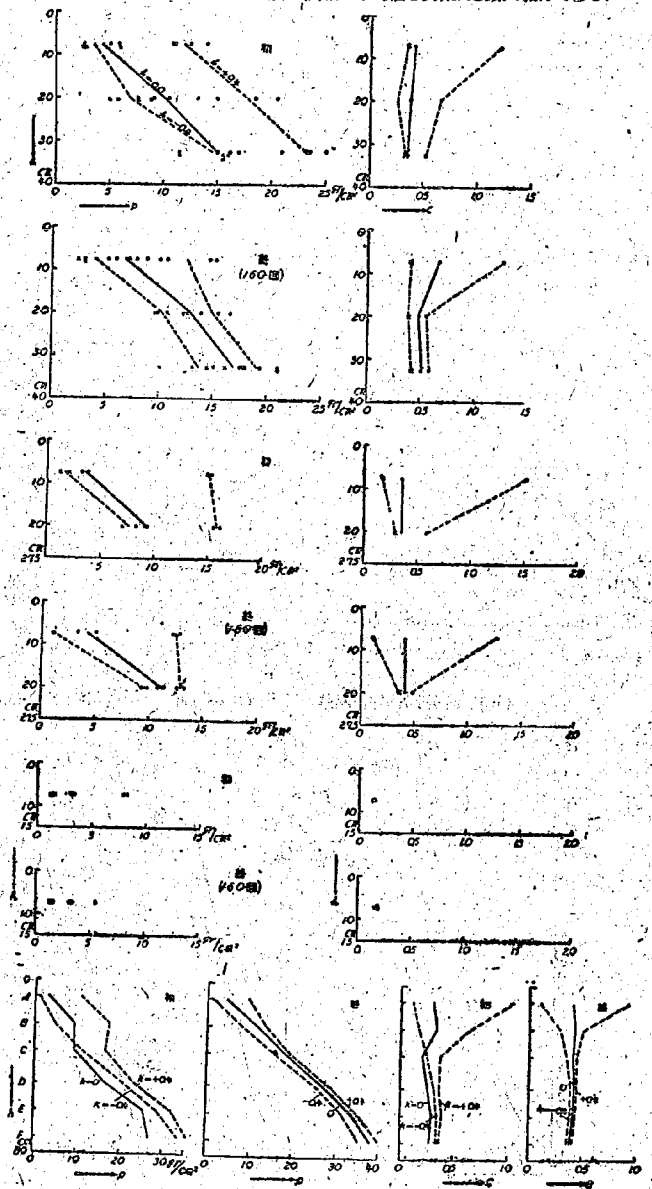
III. 砂の沈下に伴ふ壓力の變化

〔I〕固定壁の場合

(1) 振動に伴ふ壓力變化の狀態。

試驗は一般に砂を滴して後初めに160回振動を與へその間の壓力變化を寫眞にとり一旦靜止せしめて砂の沈下量を測定. 更に140回振動して合計300回の振動に到り止め, 以後600, 1200, 2400回毎に止めて沈下量等を測定したのであるが, その中初めの2回だけは連續壓力記錄をオツシログラフにとり, その後は間歇的に記錄をとつた代表的なものを終りに掲げた(寫眞-6及7)之等を壓力に書き換へ壓力振幅の時間的變化の一例を圖-10に示した. 大體に於て, 前報告と同じ結果でこの震度に達した初期に於て壓力の振幅は最大であつて以後次第に之が小となり約60回以後は定常的になつてゐる. 靜止壓は圖-7の如く, 時に不規則な變化があつて必ずしも一定でない。圖-7或は寫眞-6にある通り平均壓力は振動の始めの數回の中

圖-11 （c） 靜土壓，振動中の壓力の最大及最小値 p，及夫等を土壓係數 C に換算した値，$H = 40$, 27.5, 15 及 80 cm に就て數回の試驗の平均値を實線及破線で結んである。

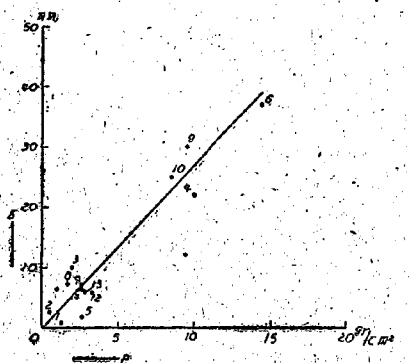


に——連續振動の時は加速度を次第に大ならしめてその所定の最大震度に適する迄の間に——殆ど最大値に達し以後の振動によつては餘り變化しない.

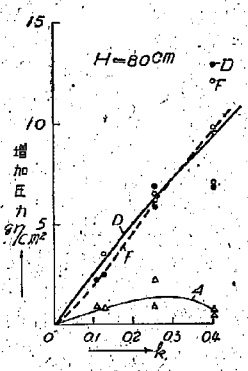
(2) 振動前後の靜土壓の變化及振動初期及終期の壓力の振幅——固定壁の場合.

寫眞-6 及圖-10 に明らかである通り振動初期の壓力の振幅と終りの振幅とでは相當に差があるので, この兩者を圖-11に示した. 即ち白丸は振動前の正土壓その下の太線の帶の長さは振動初期の壓力振幅, 細線の帶は振動の160回頃の振幅その下の黒丸は160回振動後の靜土壓である. 同一狀態の下で試驗したもの丶間にも相當の開きがある. 土の振動中の壓力は諸種の狀件に支配されるので十分に注意しても一樣に出ないので遺憾であるが, それ等の結果を一々その儘圖に示した.

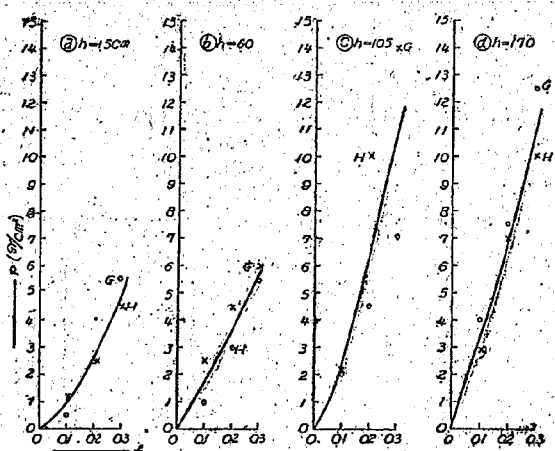
圖-12 (a) A-1 の沈下量 δ と靜土壓の增し高 p, $H=40$ cm, 記入の數字は試驗番號.



(b) 震度 k と壓力の增し高 p との關係. $H=80$ cm



(c) 震度 k と壓力の增し高 p. $H=100$ cm



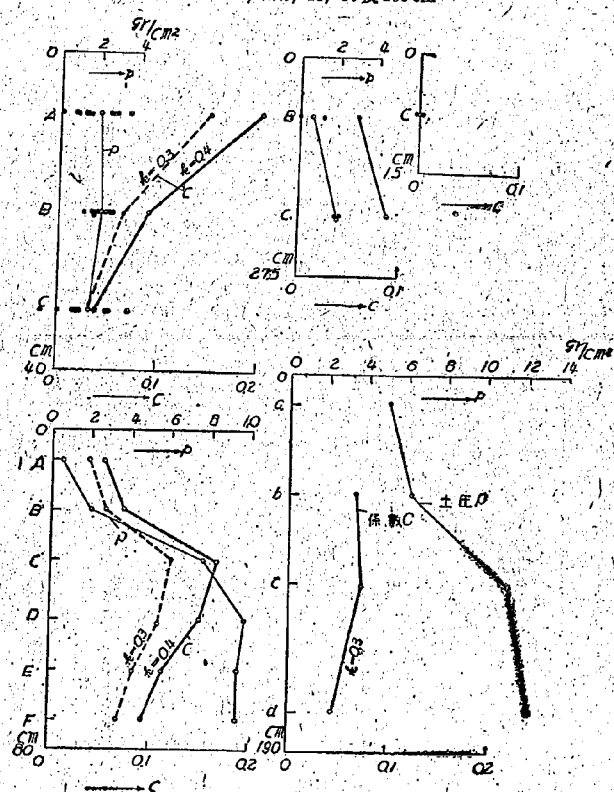
靜土壓の變化 靜に砂を滿した場合の正土壓よりも 160 回振動した後の靜土壓は一般に大となるが，その增加する量は振動の最大加速度に略比例する．圖-12 (a) は深さ $H=40$ cm の函に於ける A-1 の沈下量 δ と，A の靜土壓の增加する量 p との關係を示したものであるが，δ は震度 k に比例する事は既に述べた通りであるから，圖-12 (a) の p は k に比例すると考へられる．尙 $H=80$ cm の函及前報告の $H=190$ cm の函に就ての試驗の各壓力測點に就ても同樣の結果が得られてゐる(圖-12 (b) 及 (c))．$H=80$ cm の A は傾向を異にするが之は沈下量が表面附近で相當大であるに拘らず砂の補充を行はないで試驗した影響が出てゐる爲と思ふ．一般に地表面からの深さが大である場所では沈下は少ないが壓力は地表面附近の沈下量に比例して大となるのであつて圖-12 (a) の如くその場所の沈下量と直接に比例するのではない．

前報告には $H=40$ cm 以下の深さの場合に，この靜土壓の增し方に就て考へたのであるが今度の試驗では，振動の方法及振動回數が異つてゐたに拘らず圖-13 に示す如く略合に似た結果が得られた．

$k=0.3$ の値は 0.4 の結果から，p が k に一次的に比例するとして算定したものである．圖の $H=190$ cm の

圖-13 靜 土 壓 の 增 し 高

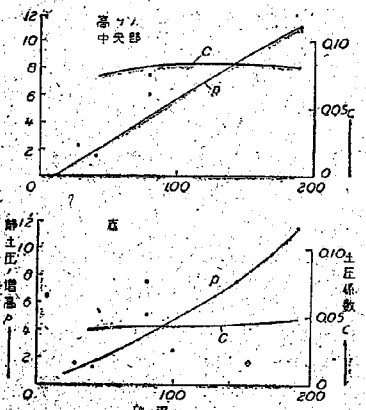
$H=40$, 27.5, 15, 80 及 190 cm



のは前報告の試驗のものであつて $k=0.3$ は測定によつて得た最大震度（即ち衝撃の加速度を考慮に入れた値）をとつた．之は靜土壓に及ぼす影響は單弦振動の震度よりも之の方が大きく影響すると考へたからである．

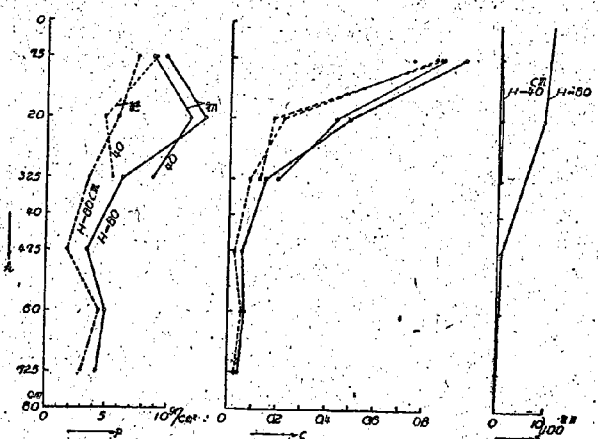
圖-13 に就て見るに表面に近い部分は砂の表面の沈下の影響が著しく異るから之を除いて考ふれば一般に深さ H の大なるものは靜土壓の增し高も大であるが之を土壓係數に換算した値は深さが增しても餘り增さない．即ち壁の高さの中央及底に於ける壓力の增し高及之と土壓係數に換算した値は 圖-14 に示した通りであつて $k=0.3$ では中央及底に於て深さの如何に拘らず夫々 $C=0.07$ 及 0.05 である．

圖-14　砂層の全體の深さと靜土壓の增し高 p との關係．（$k=0.3$ の場合）

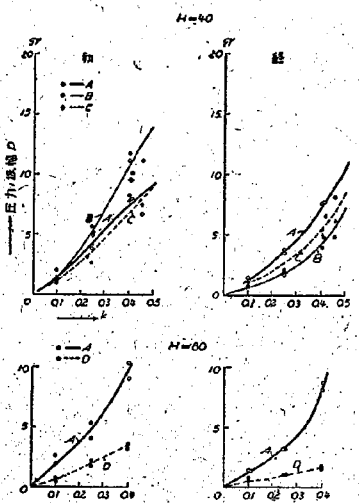


壓力の振幅　固定壁に於ける振動中の振動周期に伴ふ壓力の變化は寫眞-6 及圖-10 及 11 に示した通り振動の始めと砂が沈定した後とでは相當に異る．一般に振動の初めには大で沈定後には小となる．砂の表面に近い場所では振動の初めと砂が沈定した後とでは餘り異らないが深い場所では約½位になる．圖-15 はこの振幅の $H=40$ cm 及 80 cm の場合を示したものであつて實線は振動初めの，破線は砂の沈定した後の値である。圖の右に示したのは振動中の壁の動きの振幅であつて $H=40$ cm の場合には 0.5/100 mm 以下であるが $H=80$ cm の場合には壁上端に於て 10/100 mm より稍〻大であつて兩者の壁の動きには著しい差があるに拘らず，壓力の振幅は砂表面からの深さが同じ場合には餘り差がない．即ち $k=0.4$ では砂表面からの深さ $h=7.5$ cm では振動初め及沈定後に夫々平均 $p=9$ 及 8.5 gr/cm² $h=20$ では

圖-15　振動中の壓力の振幅（p）夫れを土壓係數に換算した値（C）及振動中の壁面の動きの振幅（δ）$H=80$ cm のものと $H=40$ cm のものとを示す．何れも $k=0.4$ の場合である．



圖—16 壓力の振幅 p と震度 k との關係



$p=12.2$ 及 $5.2\ \mathrm{gr/cm^2}$, $h=32.5$ では $p=7.2$ 及 $4.5\ \mathrm{gr/cm^2}$ 夫以下では $p=5\ \mathrm{gr/cm^2}$ 以下である. 前報告で述べた $H=190\ \mathrm{cm}$ の場合及本報告の $H=27.5\ \mathrm{cm}$ の場合にも略々同樣の結果が得られてゐる. 之に依れば固定壁では地表面下40 cm 位までは相當の壓力變化があるが夫以下では略一定であつて $k=0.4$ に於て $p=4\sim5\ \mathrm{gr/cm^2}$ である. 從つて之を土壓係數にて表せば深さが大となるに從つて小となる. 砂が沈定した後には地表面附近の壓力振幅が最大で深さと共に減少する現象が明らかであつて之に就ては後に計算値と比較を試みる積りである. 振動の初期の壓力振幅が地表面附近よりも稍〻深い場所で大となつてゐる事と振幅が地表面附近では振動初期と砂の沈定後と異らない事とは砂のゆり込の影響であると思ふ.

振動周期と共に變化する壓力は, 止めた時の靜土壓に對し必ずしも對稱的ではない. 振動中の極大値と靜土壓との差を「正」とし靜土壓と極少値との差を「負」と名づければ, 表面附近の $h=7.5\ \mathrm{cm}$ では常に「正」が「負」の約2倍であるが (圖-11 の砂沈定狀態の壓力振幅と靜止土壓とを比較, 又寫眞-6 參照) 夫以上の深い場所では常に「負」の値が「正」の値の 1~1.5 倍位である. 之に對する說明が今迄の處つかない. 表面附近では砂粒の變位が割合自由である爲, 壁或は受基器膜面の變位の影響を受ける事が尠ないが, 深い場所ではその影響を受ける事が大である事に原因があるのではないかと思ふ.

震度に對する壓力の振幅の關係を明かならしめる爲 $k=0.1$, 0.25, 0.4 の3つに就て試驗した結果を圖-16に示した. 之に依れば壓力の振幅 p は何れの場合も $k=0\sim0.25$ の間では殆ど直線的に變化するが, 夫以上では k に比し p が割合に多くなる傾向にあり土砂沈定後には特にそれが著しい. しかし振動初めに於ては $k=0.4$ まで略〻直線的に變化すると考へて著しくは誤らない.

(3) 側壁の影響

以上は何れも幅 50 cm の振動函の幅の中央に於て壓力を測定したものであるが, 別に前記振動函の幅を 40, 30 cm に變へた場合に就て試驗し側壁の影響を明にした. この場合壓力測點の一方の側壁よりの距離は (i) $b=50$ cm の場合は 25 cm, (ii) $b=40$ cm の場合 15 cm, (iii) $b=30$ cm の場合は 5 cm であつて側壁の影響が現はれるとすれば (iii) に於て最も著しい筈である. 彈性壁の場合に於ては側壁の影響は固定壁の場合よりも多い事が豫想されるが, 前者では試驗に一樣な結果を期待する事が困難であり, 從つて兩者の比較に資するだけの確かな結果を期待し得なかつたので行はなかつた.

側壁から壓力測定の中心點までの距離 d と靜土壓の强さ p との關係を見るに (圖-18) 表面に近い A では殆ど影響がないが B 及 C では $d=5$ cm のものが $d=25$ 及 15 のものより小である. 振動の初めの壓力振幅は A では側壁の影響は受けないが B 及 C では相當に影響を受ける. しかし砂が沈定した後には殆ど影響は認められない.

圖-17 側壁の影響試驗の結果
(圖-11 參照)

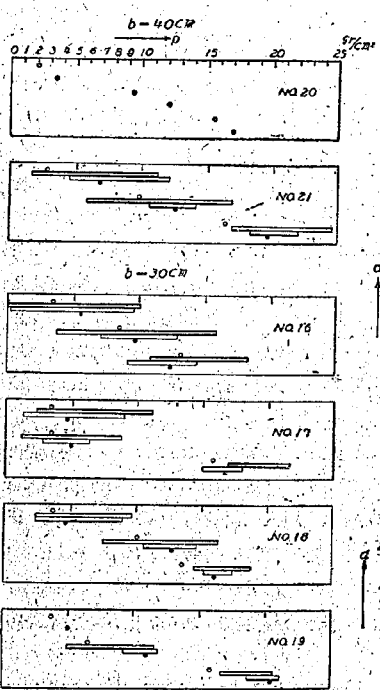
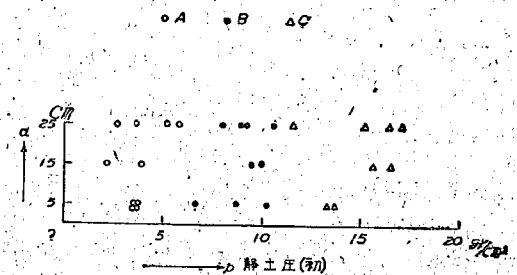


圖-18 側壁の影響
靜土壓に及ぼす側壁の影響($H = 40$ cm) d は壓力測點から側壁までの距離, 測點 A の砂表面からの深さ $h = 5.9$ cm; B, $h = 19.2$; C, $h = 32.4$ cm

(a) 振動前



(b) 振動後

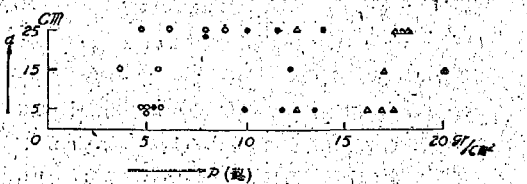


圖-19 靜土壓に及ぼす奥行の影響($H = 40$ cm) 符號は圖-18 と同樣

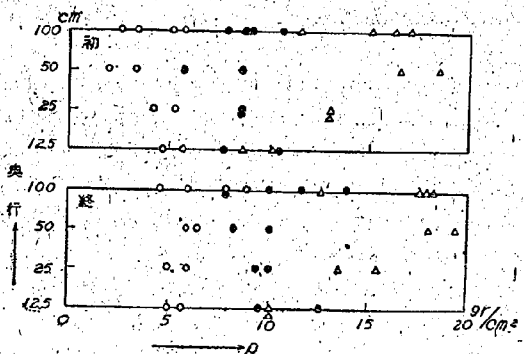
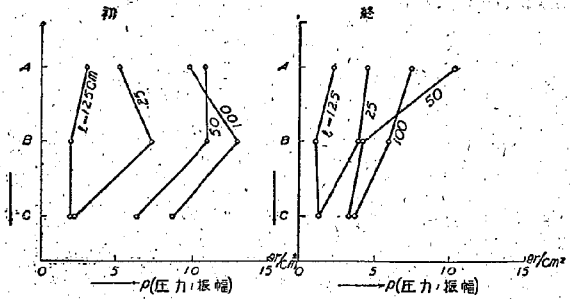


圖-20　壓力の振幅に及ぼす奥行 l の影響（$H = 40$ cm）



要するに靜土壓及壓力の振幅は土砂沈定後には殆ど側壁の影響はない．粒子が相當に動く振動初めの場合でも測點の中心が側壁より15 cm 以上ならば殆ど影響は受けない．

（4）奥行の影響

函の長さ $l = 100$, 50, 25, 12.5 cm の試驗の中初及終の靜土壓は圖-19 に示す通りである．

初の壓力が A では奥行 l が大であるもの即ち $l = 50$, 及 100 cm では却つて小に出てゐる．之は砂を詰める際に A では l の小なるものに抵抗土壓に似た値を生ずる爲と思ふ．之も終にはその影響が認められない．明に奥行の影響として認められるのは測點 C であつて之は $l = 25$ 及 12.5 cm では著しく小となつてゐるが 50 cm 以上では影響がなくなつてゐる．振動中壓力の振幅は圖-20に示す通りで $l = 50$ と 100 との間でも尙多少の差が認められる．

（5）周期及振幅の影響

砂の沈下に及ぼす周期及振幅の影響は圖-8 に示した通りであつて振動の最大加速度即ち震度に直接關係があり，前者の個々の影響は殆どない事が明にされた．壓力に對しても略同樣である事を試驗 L-1～L-3 の試驗によつて證める事が出來た．圖-21 に於て M は周期 1.36, N は 0.55 であるが兩者の間に差異を明にする事が出來ない．即ち壓力變化に於ても直接影響を與へるのは震度であつて，振幅及周期は直接影響はない．

〔2〕彈性壁の場合

固定壁と同樣に振動前後の靜土壓，振動初及終（160 回）頃の $k = \pm 0.4$ の壓力の振幅を示せば圖-22 及 23 の通りである．即ち振動後の靜土壓の振動前の値に對する增し高は固定壁の場合に比し淺い場所では小であるが深い場所では大となる．

特に $H = 80$ cm のものの靜土壓の增し高は著しく大であつて之を土壓係數に換算した値が，深さの中程では $k = 0.4$ で $C \fallingdotseq 0.3$ に及ぶ．壁の變位が大であれば土砂のゆり込は大であつて從つて一時的に壁に接した場所に抵抗土壓が生ずる爲と思ふ．

振動中の壁面の動きは固定壁に比し著しく大である（圖-15）に拘らず壓力變化の振幅は彈性壁の場合の方が多少小である程度であつて著しい違ひはない．

IV. 結　　言

以上の乾燥した砂に就ての今迄の試驗結果を要約するに （本文は42頁につゞく）

圖-21 振動振幅及周期が壓力に及ぼす影響. 圖中記入の 0.1, 0.2 等は震度を示す. 振動周期は L, M, N, O が夫々 0.9~0.86, 1.36, 0.65, 0.86 である.

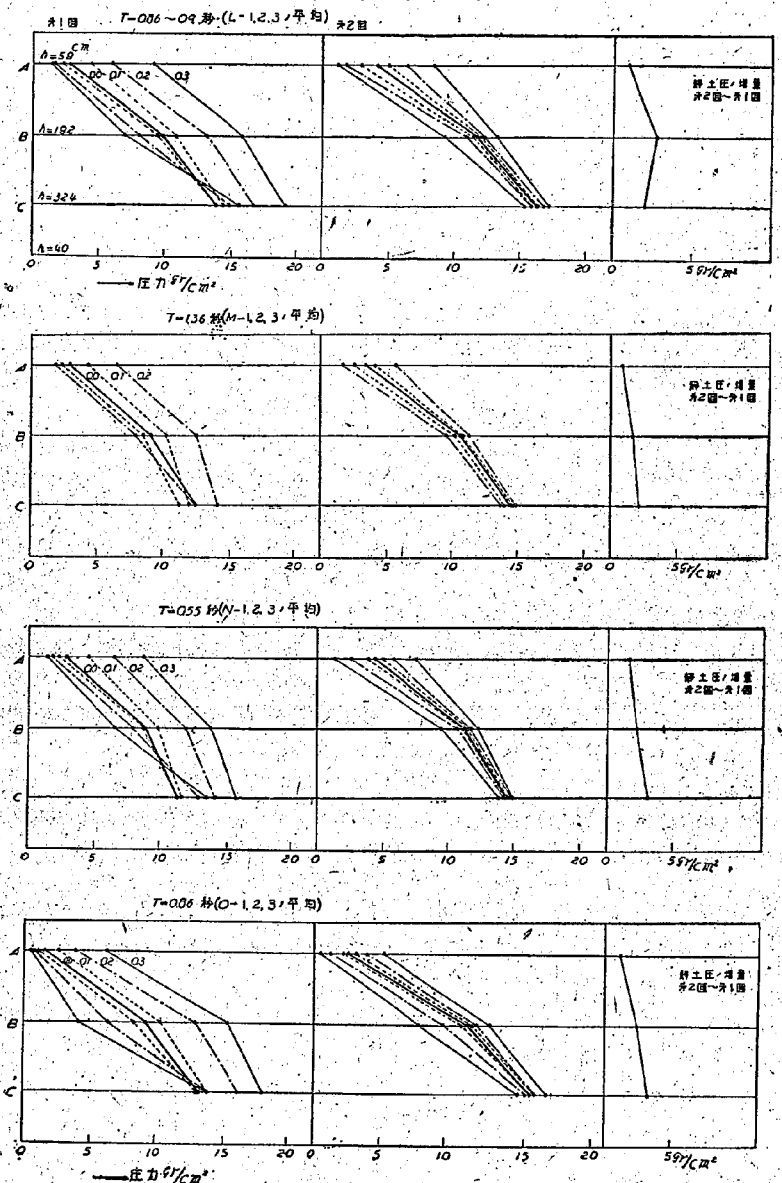


圖-22 彈性壁の場合の試驗結果 $H = 40$ 及 80 cm.

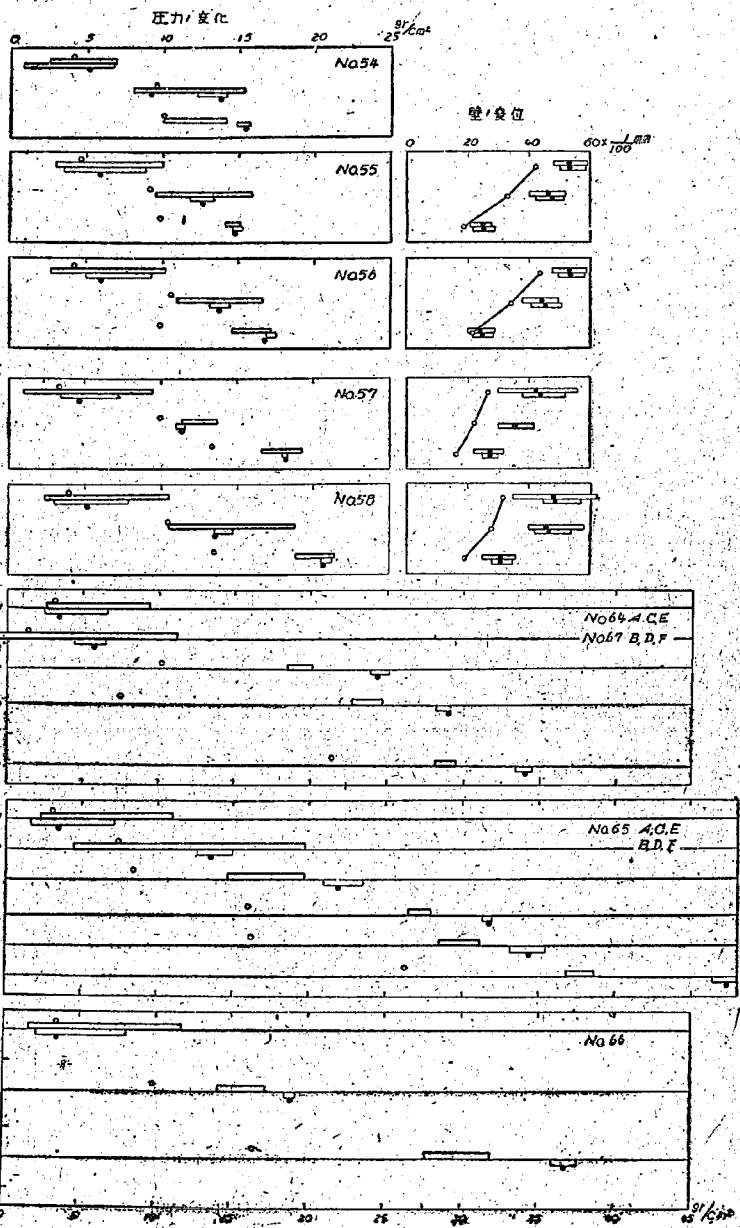
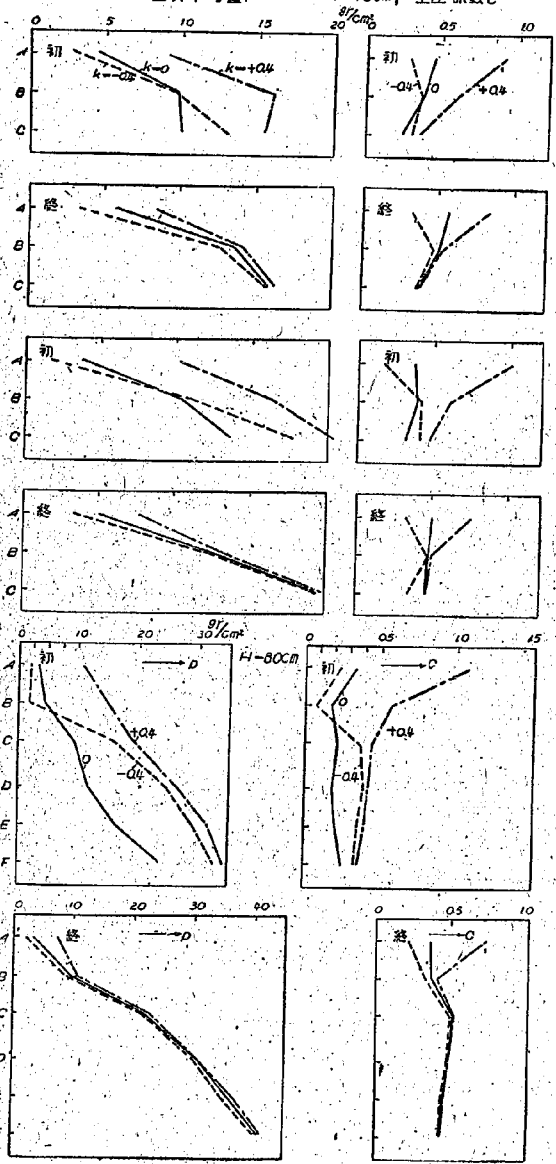


圖-23 （a）靜土壓，振動中の壓力の最大及最小値 p 及夫等を土壓係數 C に換算した値——彈性壁，$H=40$ 及 80 cm，
上の二圖は No. 54, 55, 56 の平均(支點のゴム板の厚 6 mm)，次の二圖は No. 57 及 58 の平均(支點のゴム板の厚さ 12mm)



1. 砂のゆり込みに就ては
   a. 地表面附近に於て沈定の割合が大であり壁體根元に於ては之が極めて小である.(圖-2~6 參照)
   b. 表面の沈下量は與へた振動の最大加速度に比例し，振幅及周期の直接の影響は小である.(圖-8)
   c. 固定壁と彈性壁とでは壁附近の沈下の起り方に著しい差がある．即ち固定壁では之に接する部分に著しい沈下が起るが，彈性壁では之から少し離れた場所で著しい沈下が起る(圖-2及5比較)
   d. 沈下量に及ぼす函の幅の影響は小であるが，奥行が壁の高さよりも小になれば表面附近の沈下量は小となる(圖-9)

等が明にされた．

2. 振動中の壓力變化に於ては之を
   i 土砂のゆり込による靜土壓の變化，
   ii 振動周期に伴ふ壓力の變化
の兩方に區別して考へなければならぬ事が明にされた．その中
i 靜土壓の變化に就ては
   a. 一定の深さに於ける靜土壓は震度 $k=0.4$ まではその震度に略一次的に比例して增大する.(圖-12 參照)
   b 一定の深さでの靜土壓の增

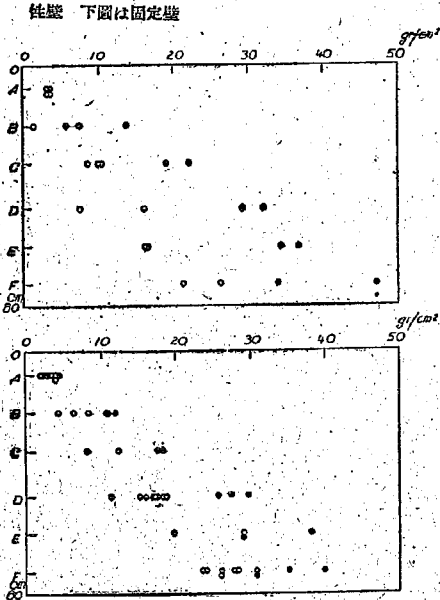


圖-23 (b). 靜土壓の比較 $H = 80$ cm 振動前の砂詰め直後 (○) と 160 回振動後(・), 上圖は彈性壁 下圖は固定壁

し高は砂の淺い場所に於ては淺い場所よりも大である (壁の全高 80 及 190 cm の結果による). しかしてその增し高を土壓係數に換算した値は, 極めて淺い場所を除けば砂表面よりの深さの如何に拘らず固定壁に於ては震度 $k = 0.4$ に對し $C = 0.17$ 以下 ($k = 0.3$ では $C = 0.1$ 以下) である. (圖-13)

c 彈性壁では固定壁に比し靜土壓の增し高が大であつて $k = 0.4$ に對し $H = 80$ cm では $C \fallingdotseq 0.30$, $H = 40$ cm では $C = 0.13$, ($k = 0.3$ では夫々 $C = 0.23$ 及 $C = 0.10$) となる事. (圖-23(c))

ii 振動周期に伴ふ壓力の振幅に就ては

a 振動初期の値は安定狀態に達した後の約 2 倍位大である. (但し地表面から極めて淺い場所では餘り變らない.) (圖-11 及寫眞 6, 8, 9, 10 參照)

b 一般に淺い場所程大である. (圖-15 及 23 (c) 參照)

c 地表面附近の値は固定壁では $H =$ 40 及 80 cm 何れに於ても略々同樣で $k = 0.4$ に於て 9~12 gr/cm², 彈性壁では振動初めには $H = 80$ cm では最大 13.5 gr/cm² である. 卽ち $H = 40$ cm の約 1.5 倍である. (圖-15 及 23 (c) 參照)

d 淺い場所では固定壁では 5 gr/cm² 以下, 彈性壁では夫よりも小である. (同上參照)

e 震度に略々一次的に比例する. (圖-16 參照)

事が明にされた。

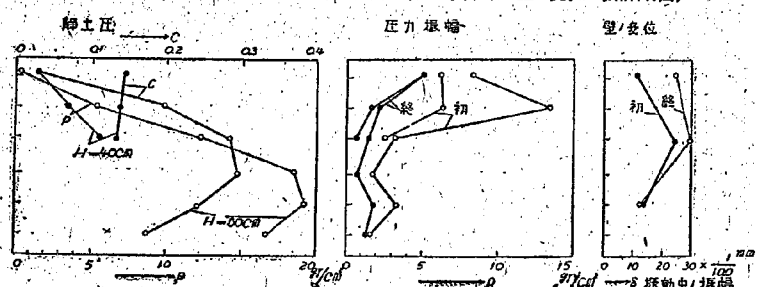


圖-23 (c) 彈性壁の靜土壓の增し高及之を土壓係數に換算した値 (左圖), 振動周期に伴ふ壓力の振幅 (中央), 及振動中の壁の變位の振幅(右圖).

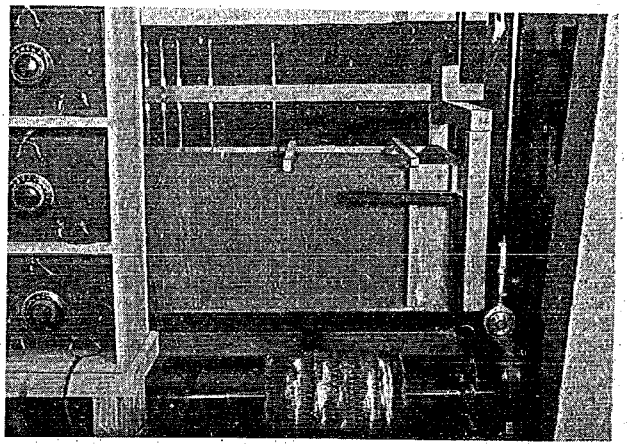
以上は乾燥砂による規則正しい振動試驗の結果であつて，前報告とは振動方法其他が異るに拘らず，略同じ結果が得られてゐる．特に本試驗で明にされた事は，壁が固定でも彈性變位をなす場合でも，砂表面から 40 cm 位までは壓力振幅が大であるが，夫以下の深さでは非常に小となる事である．之は砂の沈定狀態と合せ考へるに，實際の岸壁にも考へられる事で，地震の影響は左程深くには及ばない樣に思はれる．裏込土砂の配合を良くするか，或はつき固めを十分にすれば，地表の影響を少くする事が出來る．十分につき固めた裏込では壓力の變化量及之が起る深さが小となるものと思ふ．實際の岸壁で此の深さを何程にとるべきかに就ては，後に理論的考察を試みた上結論を下したいと思ふ．

壓力の振幅が前報告よりも稍〻小なる傾向にあるのは，この試驗では電動機によつて振動を與へた爲，所定の强度に達する以前に，砂が前報告よりも安定狀態に達してゐた爲であると思ふ．

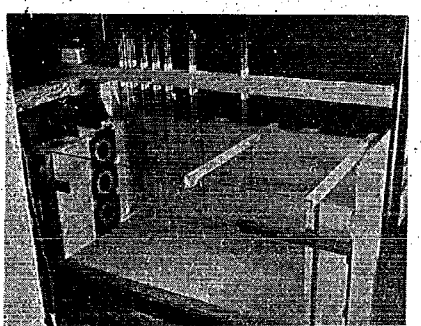
3. 本試驗の主な目的は土砂ゆり込の影響を明にする事にあつたのであるが，各測點に於ける靜土壓の增し高と，測點前面に於ける沈下量との間には一定の關係がなく，寧ろ地表面の沈下量が各深さの靜土壓の增し高に著しい影響を與へてゐる事が明にされた．しかしてその靜土壓の增加は地表面から著しく深いに所は及ばないやうに思ふ．彈性支點の $H=80$ cm では相當に靜土壓の增加が認められるが，土壓係數が增大するのは $H=40$ cm 附近までであつて夫より深い場所では却つて減少の傾向にある．側壁の影響は地表面から 60 cm より淺い部分には現はれてゐないこと，前報告の $H=190$ cm のものでは地表面から 60 cm 以上の深さでは，靜土壓係數の增し方が小である事を考へれば，實際の擁壁の場合にも裏込が乾燥或は濕潤狀態にあつて水に飽和したやうな狀態でなければ，ゆり込の爲に靜土壓の增す事は餘り深い處には及ばないと思ふ．上記のやうな場合には震度 $k=0.4$ に於て，地表面から 2 m の深さまで一樣に，つき固めの良否によつて $C=0.2\sim0.4$，夫以上深い場所では次第に小になると一應考へておく事を提案したい．

裏込に割栗を使用した場合，土が水に飽和した場合等に就ては目下試驗中であるから，その結果を俟つて全般的の結論を下す事にする．

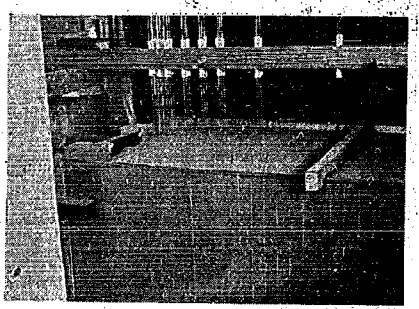
寫眞-1 振 動 函



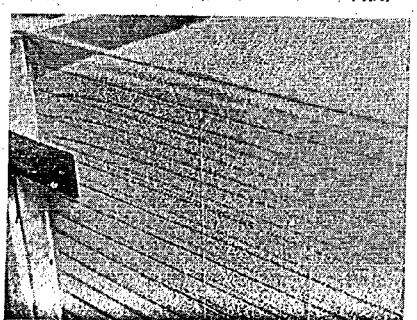
寫眞-2 沈下量測定裝置



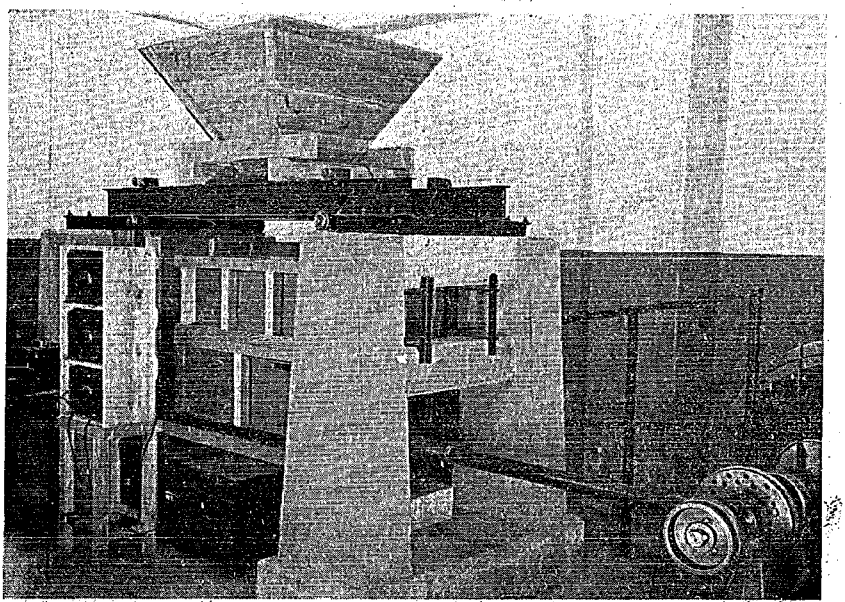
寫眞-3 振動後の表面の狀況($k = 0.4$, 2400回振動後)



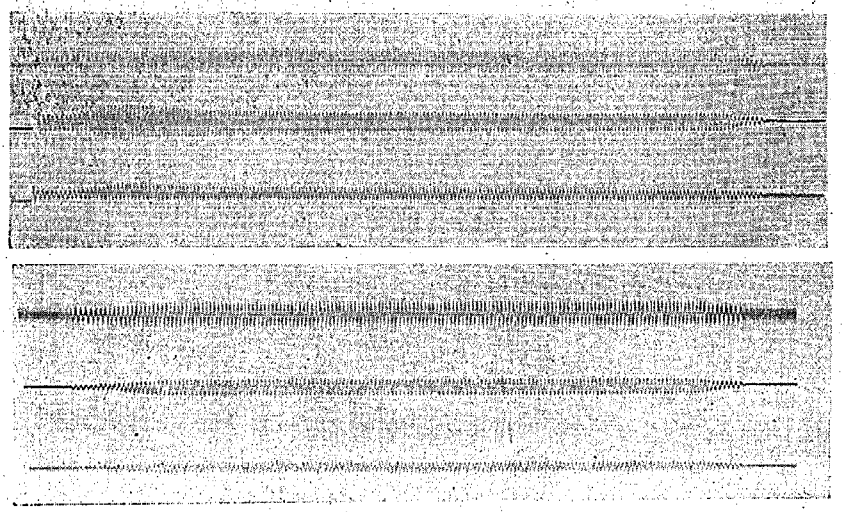
寫眞-4 振動後の沈下狀態($k = 0.4$, 2400回後)



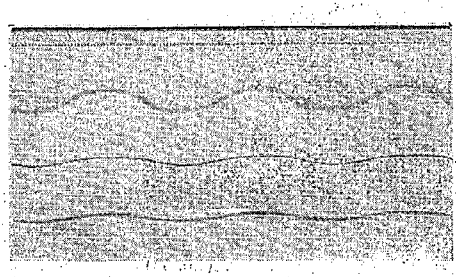
寫眞-5 中型振動臺 $h = 80$ cm



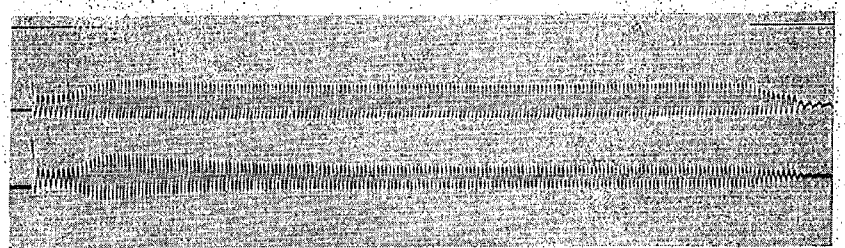
寫眞-6 振動初めからの壓力の記錄，上は 0~160 回　下は 160～300 回
固定支點，$H = 40$ cm，上から順次 A, B, C の壓力記錄 (No. 18)



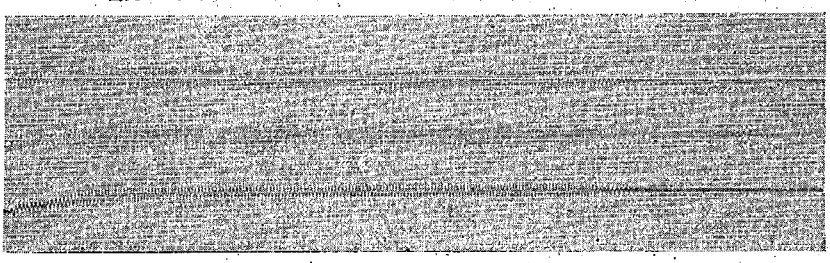
寫眞-7 振動中の壓力變化（遠い記錄）上端附近の水平線は時間記錄であつて，その相隣る點の間は1/100秒



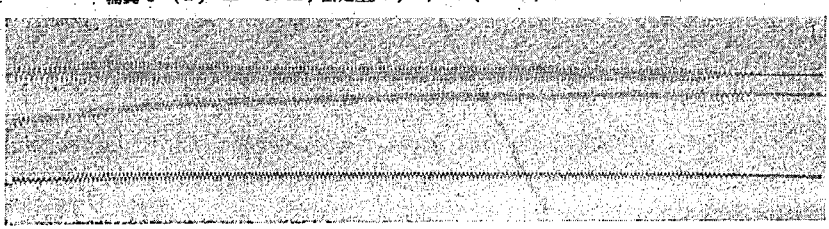
寫眞-8 振動初めからの壓力記錄 $H = 27.5$ cm, 固定支點, 壓力 B 及 C. (No. 23)



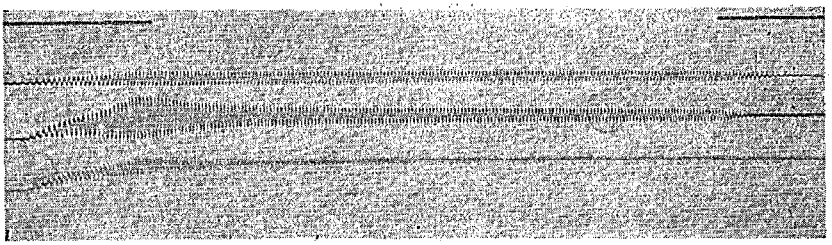
寫眞-9 (1) $H = 80$ cm, 固定壁, 振動初めからの記錄, 上から順次 A, C, E. (No. 42)



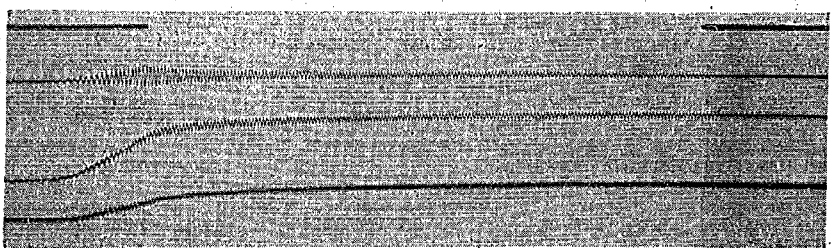
寫眞-9 (2) $H = 80$ cm, 固定壁, B, D, F. (No. 40)



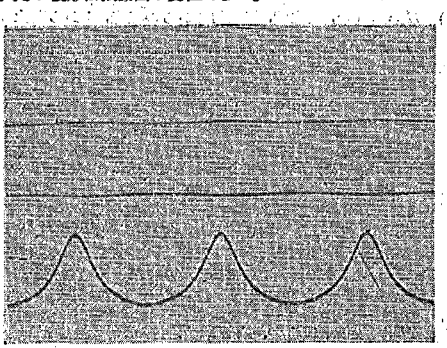
寫眞-10. $H = 40$ cm 彈性支點, A, B, C. (No. 56)



寫眞-11 $H = 80$ cm 彈性支點 B, D, F. (No. 68)



寫眞-12 上記の試驗の速い記錄寫眞，之は上から順次 B, D の壓力と下の大きい波形は振動臺の變位である。



2鉸拱橋の振動に關する理論的算定と實測結果との比較

內務技師　村　上　永　一

要　旨

本報告は圓形2鉸拱橋の上下振動の固有周期を勢力式に依り求め，この計算値と東京府青梅町の萬年橋の實測値とを比較し，併せて從來の勢力式に依る計算値の誤差の大きいことを明かにし，本報告の方法で導いた數値の誤差が極めて少ないことを明かにした．

萬年橋の振動の實測は6噸のトラック荷重の 5~44 km/hr の速度で走行した場合に就き拱頂，拱頂と支點との中間點の拱助拱及び床部に於て行つた．この結果に依れば拱頂と他の部分の固有振動周期は明かに異なり，前者の振動周期は 0.23~0.24 秒，後者の振動周期は 0.42~0.45 秒であつた．之は明かに拱頂に於ては拱軸の伸縮を伴ふ拱が1節となつて振動する左右對稱型の振動を測定したことを示し，拱頂以外の部分では拱軸の伸縮の影響の全くない曲げモーメントのみに依る拱が2つの節となる左右非對稱型の振動を測定したことを示してゐる．

更に萬年橋は橋面の凹凸が大きいこと，床部の剛性の小さいこと，對傾構，橫構，垂直材の相互の連結の極めて簡略であることとに依り，走行荷重に依り極めて危險な振動をなしてゐることが測定の結果より明かになつた．

尙青木所長直接の御指導に依り，報告し得たことに對し深く感謝するものである．

目　次

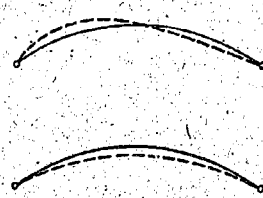
Ⅰ. 緒　說……(2)
Ⅱ. 萬年橋の振動の實測……(5)
〔1〕萬年橋の構造……(5)
〔2〕萬年橋の振動測定方法……(7)
〔3〕拱助構の振動測定結果……(7)
〔4〕橋面下桁桁の振動測定結果……(13)
〔5〕最大振幅及び衝擊に依る最大撓み……(16)
Ⅲ. 勢力式に依る2鉸拱橋の上下固有振動周期の算定……(19)
〔1〕圓形2鉸拱の振動に關する勢力式……(19)
〔2〕拱軸の伸縮を伴はぬ曲げモーメントのみに依る振動……(20)
〔3〕拱軸の伸縮の伴ふ拱の振動……(23)
Ⅳ. 萬年橋の振動固有周期の計算値と實測値との比較……(26)
Ⅴ. 萬年橋の弱點と振動輕減工法に就いて……(28)
Ⅵ. 結　語……(29)

I. 總　　說

拱橋の特長は支點に水平反力を生じ，之に依つて曲げモーメントを，從つて曲げ應力を減少せしむることと拱軸に沿ふて軸壓縮應力を生ずることである．この點が拱橋の振動にも影響することは明かな事實である．一般の桁では軸に沿ふた壓縮應力はないから，桁軸の伸縮に依る影響を考へなくてもよいが，拱橋にあつては軸應力に依る拱軸の伸縮に依る影響を考へねばならぬ．これは直立棒では縱振動と橫振動とが問題となるのと同じ關係にあることを示してゐる．

然るに直立棒と異なり拱橋では軸の伸縮に依る振動は拱頂が上下する運動を必然的に伴ふもので，恰も拱の上下振動に2種の振動があるかの如く見えるが，この2つは本質的に性質を異にした振動で，圖-1 の左右對稱な振動型は軸の伸縮を伴ふ振動の基本型であり，左右非對稱な振動型は曲げモーメントに依る振動の基本型である．

圖-1　拱の2種の振動基本型

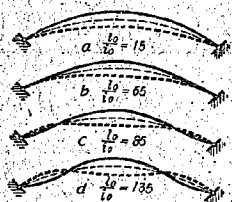


この2種の振動基本型を拱が有することは今回行つた東京府南柳町の萬年橋の上下振動の實測の結果から見ても確められたところである．

曲げモーメントに依る拱軸の彎曲の振動は拱が2又は偶數個の節をもち，頂點に對し左右非對稱の振動型をなし，軸應力に依る拱軸の伸縮の振動の影響をほとんど受けることなく，純粹の曲げモーメントに依る振動と考へられる．

然し左右對稱な振動型は第1次基本型に於ては拱の細長比が非常に大きくない限り拱軸の伸縮に依る振動と見做しうるが，第2次基本型（3つの節が出來る）以上の場合及び，第1次基本型の拱の細長比が非常に大きくなつた場合には軸の伸縮に依る振動は非常に起りにくくなり，曲げモーメントに依る振動の影響が大きくなり，1節の波は3節の左右對稱な振動型となり，軸の伸縮の影響をまぬかれて出來るだけ曲げモーメントに依る振動に落附こうとする性質がある．卽ち 圖-2 の如く，細長比の小さい間は軸の伸縮のみに依る振動が起りうるのであるが，細長比が大きくなると次第に軸の伸縮が起り難くなり，遂に3つの節をもつ對稱型の純然たる曲げモーメントのみに依る振動となる．

圖 — 2



今回測定した萬年橋の細長比は約81で拱軸の伸縮に依る振動が曲げモーメントの影響を受けて振動周期が大きくなりつつある點である．この種の振動周期を從來の勢力式[1]に依り求めると Waltking の嚴密解[2]に對して（細長比81の場合）約20%の誤差を生ずるもので，以上の勢力式に依る解は細長比の極めて小さいものに對してのみ適用しうるものである．

依つてこの場合には Waltking の嚴密解に依ればよいのであるが，この嚴密解は次に說明する如く，初めから對稱型及び非對稱型と振動型を假定し，夫々に對して解を求めてゐるが，これより周期を求めるには先づ近似解を利用して次第に嚴密解になつて行くので，實際上は嚴密解を求め得ないで，非常に誤差の少い近似解をうることになる．この點より見て Waltking の方法は勢力式に依る解の誤差を確め

1) T. P. Hartog; Philos. Magazin P 400, 1928.
K. Federhofer; Ing. Archiv. S 271, 1933
2) F. W. Waltking; Ing. Archiv. S 429, 1934.

るに役立つものである.

圓形拱の上下振動に關する微分方程式は一般に次の式によつて與へられる.

$$\frac{d^6\overline{w}}{d\theta^6}+(2+\alpha k)\frac{d^4\overline{w}}{d\theta^4}+(1-k-\alpha k)\frac{d^2\overline{w}}{d\theta^2}+(k-\alpha k^2)\overline{w}=0 \quad \cdots\cdots(\mathrm{I},1)$$

玆に　　$w=\overline{w}\cos\omega t$

$$k=\frac{\mu\gamma_0^4}{EI}\omega^2$$

$$\alpha=\frac{I}{F\gamma_0^2}=\left(\frac{i_0}{\gamma_0}\right)^2$$

w ; 拱の切線方向の變位

u ; 拱の半徑方向の變位

μ ; 拱の單位長當りの質量

γ_0 ; 圓形拱の半徑

E ; 彈性係數

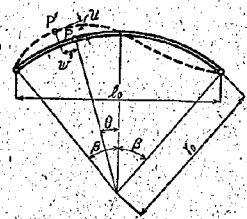
I ; 拱の斷面2次率

F ; 拱の斷面積

i_0 ; 拱の斷面の回轉半徑

ω ; 固振動數

圖-3



この特解は

$$\overline{w}=\sum_{\kappa=1}^{\kappa=3}(A_\kappa\cos n_\kappa\theta+B_\kappa\sin n_\kappa\theta) \quad \cdots\cdots(\mathrm{I},2)$$

玆 n_κ は次の方程式の根である.

$$n^6-(2+\alpha k)n^4+(1-k-\alpha k)n^2-(k-\alpha k^2)=0 \quad \cdots\cdots(\mathrm{I},3)$$

Waltking は A_κ, B_κ を6つの境界値條件より消去し, k の滿足すべき條件式を導き, 從つて ω の滿足すべき條件式を求めた.

2鉸拱橋として滿足すべき境界條件は

2鉸拱の境界條件は次の3つである.

$\theta=\beta$ (支點)で　　$w=0$,　　$u=0$,　　$M=0$

更に3個の條件が必要である. 之に對し振動型を拱頂に對し左右對稱及び左右非對稱の場合に分けて夫々に對し3個の條件が出來る.

左右對稱な振動型にしては次の3個の境界條件が得られる.

$\theta=0$ (拱頂)　　$w=0$, ψ (切線の勾配)$=0$,　　Q (剪斷力)$=0$

左右非對稱な振動型に對しては次の3個の境界條件が得られる.

$\theta=0$ (拱頂)　　$\dfrac{\partial w}{\partial\theta}=0$,　　$u=0$,　　$\dfrac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}$ (彈性曲線の彎曲率)$=0$

之より A_κ, B_κ の6個の係數を消去すれば

對稱振動型に對しては

$$e_1\tan n_1\beta+e_2\tan n_2\beta+e_3\tan n_3\beta=0 \quad \cdots\cdots(\mathrm{I},4)$$

非對稱振動型に對しては

$$e_1\cot n_1\beta+e_2\cot n_2\beta+e_3\cot n_3\beta=0 \quad\cdots\cdots(\text{I, 5})$$

茲に

$$\left.\begin{aligned} e_1&=n_2n_3(n_2^2-n_3^2)[1+\alpha(n_1^4-k]\\ e_2&=n_3n_1(n_3^2-n_1^2)[1+\alpha(n_2^4-k]\\ e_3&=n_1n_2(n_1^2-n_2^2)[1+\alpha(n_2^4-k]\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(\text{I, 6})$$

更に n_1, n_2, n_3 は前に示した次方程式 (I, 3) を滿足する根である。

以上の關係を滿足する k を求むれば，$k=\frac{\mu\gamma_0^4}{EI}\omega^2$ よりこの拱の固振動數 ω が求まるのであるが，先づ k の値に假定し (I, 3) より $n_1\ n_2\ n_3$ を求め，更に (I, 6) より e_1, e_2, e_3 を求めて，之の値が (I, 4) 又は (I, 5) を滿足すれば，この時が正確解である．之の計算を行ふためには豫め相當に精度の良い近似値を求めて置く必要がある．

この k の近似値を計算する勢方式が使用されてゐるが，從來の Hartog, Federhofer 等は何れも振動型を唯一個のパラメーターを含む式に假定した．この結果次の 2 つの點に於て缺點が見される．

曲げモーメントのみに依る拱の振動に對しは拱が 2 個の節となつて振動する第 1 次基本振動數のみが求まるだけで，これ以上のものは求められない．然しこの場合の第 1 次基本振動は Waltking の正確解とよく一致する．

拱軸の伸縮の伴ふ振動に對しては拱の細長比 $\left(\frac{\gamma_0}{t_0}\right)$ が小さい範圍 (50 以下) ではよく正確解と一致するが，少し大きくなる (50 以上) になると著しく異なつて來る．今般測定した萬年橋に就いてこの數値を比較すれば次の如くなる．

萬年橋の細長比　$\left(\frac{\gamma_0}{t_0}\right)=81.0056$

$\beta=31.11766°$

Hartoy の勢方式に依れば　$\sqrt{k}=73.72$

Waltking の嚴密解に依れば　$61.237<\sqrt{k}<61.644$

で誤差は 19～20% である．之に對し著者が振動型を數個のパラメーターを含む式に假定して勢方式に依り行つた結果に依れば

$$\sqrt{k}=61.392$$

となり誤差はほとんどない．

尙ほ測定の結果に依れば拱頂に於ては曲げモーメントに依る拱の橫振動の變位はないから拱軸の伸縮に依る拱の振動の變位が測定され，周期及び最大振幅は次の如くであつた．

最大振幅＝1.28～3.13 mm

振動周期＝0.230～0.238 秒

($\sqrt{k}$＝64.327～62.165)

拱頂と支點との中間點に於ては拱軸の伸縮に依る振動の變位は極めて少く，曲げモーメントに依る振動の變位が支配的であるから，曲げモーメンのに依る拱の振動の變位が測定され，周期及び最大振幅は次の如くであつた．

最大振幅＝1.67～7.28 mm

振動周期＝0.42～0.45 秒

($\sqrt{k}$＝35.179～32.878)

左右非對稱振動型の計算結果よりの $\sqrt{k}$ は次の如くであつた．

$$\sqrt{k}=31.099$$

この實測値に對し 2.42～13.1％ の誤差があつた.

萬年橋の如く拱助構の細長比の極めて小さいものでは拱助構自身の振動に對する制振作用が少いから，床部の補剛作用及び垂直材の相互の連結に依り橋全體の剛性を增加すべきである．然るに萬年橋は拱助構の剛性を補剛すべき何物ももたず，靜力學的の應力計算では安全であるにも拘らず，走行荷重に依る振動の極めて大きいもので，その橋面の粗度の大きいことと共に，斯る振動的に惡條件を示す橋として好個のものであつた．依つて之が振動測定を行ひ，併せて振動の理論計算と比較し報告する次第であるが，細部の究明に就いては今後の研究に俟つところ極めて大きいものがある.

II. 萬年橋の振動の實測

〔1〕 萬年橋の構造

萬年橋は東京府青梅町に於て多摩川に架設された2鉸拱橋で，支間 75.78m，拱高 10.55m，橋長 89.10m，有效幅員 3.60m の鋼橋である．主構は 圖-4 の如く構高 1.90m のワーレン構で，その軸線はほぼ圓形である．拱助の斷面は 圖-5 に示す如くであり，全長に亙り上下弦材は 1 ×蓋鈑 250×10mm，2 ×山形鋼 100×75×10mm，1 ×鈑 260×10mm より成り，斜材は 1 ×山形鋼 100×75×10mm (支點より 13 番目の斜材迄) 又は 100×100×75m(支點より 14 番目より拱頂迄) である.

この圓形2拱橋の半徑及び拱の中心角は支間 75.78m，拱高 10.55m として計算すれば次の如くなる.

圖-4　萬年橋の略圖及び振動測定點

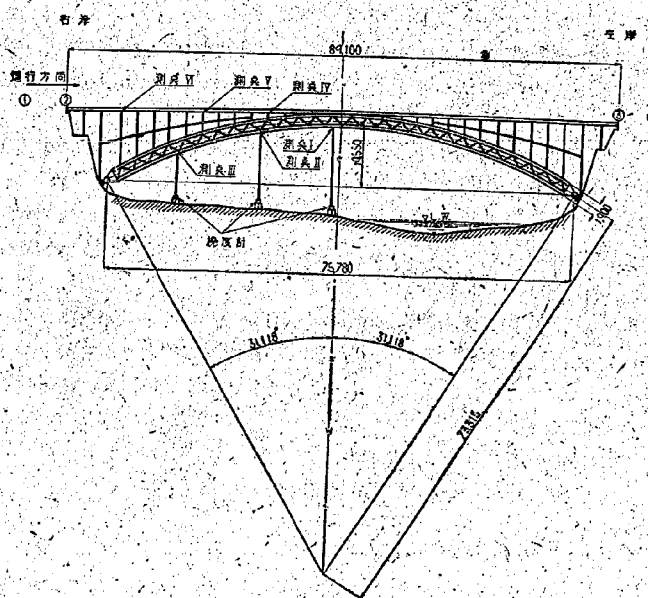
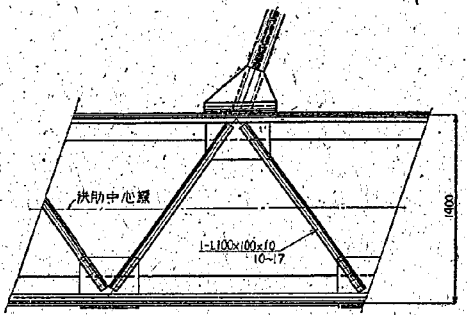


圖-5　萬年橋鉸拱肋構



r_0(半徑) =73.315m

β(拱の半分の弧に對する中心角) =31.11766°

拱肋の斷面2次率及回轉半徑は次の如くなる.

I(斷面2次率) =1,376,146cm⁴

A(斷面積) =168cm²

i_0(回轉半徑) $=\sqrt{\frac{I}{A}}$ =90.50605cm

$\frac{r_0}{i_0}$(拱の細長比) =81.0056337

萬年橋の架設は一般には明治26年であると云はれてゐるが,確實な記錄はない. 然し非常に古いもので近代の交通車輛に對して,特に走行荷重の衝擊に對する抵抗性が少く,非常に振動する. 然し靜力學的の計算に依れば拱肋に生ずる最大應力は鋼の許容荷重以內である.

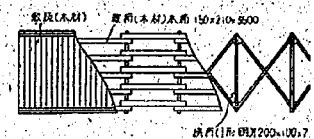
この拱橋が走行荷重の衝擊に非常に惡い性質を示す理由として考へられる點は次の如くである.

(1) 重量の非常に輕いこと.

この橋の鋼重量は 186 kg/m² であり,普通の上路2拱橋の支間 75 m のものは鋼重量 385 kg/hr² (試驗所報告第57號,青木技師の報告に依る) であつて,非常に小さい. 而もこの橋の床部,即ち縱桁及敷板は木材であるから,全死荷重は普通の橋梁に較べて更に小さいものである.

一般に橋梁の走行荷重に對する衝擊係數は橋梁の全死荷重と走行荷重の比に比例するものであるから,この點より見て本橋梁は同一支間の橋梁と同じ衝擊係數を計算上採用するとしても,實際上は衝擊の效果はそれ以上になり危險側にあることになる.

圖-6　萬年橋の床部構造



(2) 床部の剛性がないこと.

床部の橫桁は鋼材であるが,縱桁及び敷板は木材であり,而も縱桁は圖-6の如く單に單純桁として置いてあるだけで,橫桁間の力學上の結合はなく,拱肋より相當に高いところにあるから,床部剛性は非常に惡く,荷重を廣く分布することなどは絕對に望めない.

一般に上路拱橋の床部は縱桁の連結性があり,相當に剛性を持ち補剛桁的の作用をなすものである. この場

合主桁の振動周期と床部の振動周期とは異なるから，床部の剛性は主構の振動を制振する．この點震害で破壊したタコマ橋の如く補剛構のない釣橋が振動に對して安定性がない（振動を制振する力に缺けてゐる）と云はれると規を同じうするものである．

（3）橋梁上の路面が惡い．

路面は敷板を並べたのみであり，木材は相當に摩耗してゐたので，非常に凹凸があつた．之が爲に走行速度が少し增すと著しく自動車に衝撃反動を受けた．少しの凹凸に依り非常に大きな衝撃力を生ずることは，既に松村技師等に依つて明かにされてゐる．

（4）主拱肋その他の剛性が少い．

横構及對傾構が著しく簡略で鋼重量の減少した原因となつてゐるが，この爲に橋全體が荷重に對して協力し集中荷重を大きい範圍に分布出來ず，主拱肋の振動を制振する作用が行はれない．この點タコマ吊橋と同型の橋に對し吊材に極めの振り止め吊材で補强し成功した例は，この拱橋の振動に弱い原因の一端を說明してゐる．

この主拱肋構の構高は 1.90m で回轉半徑約 80cm は支間 75.78m に對して小さく，著しく細長比の大きい拱であり，その結果撓みが非常に大きく，制振作用が行はれないことともに走行荷重に對する衝撃振動に惡い影響をもつてゐる．尙6噸トラックに依る測點 III の靜的撓みは最大 7.58mm であつたから，支間 75.78m に對して約 1/10,000 に相當する．構に對する曲げ剛さは死荷重及等分布荷重に對して 1/800 以下と規定してあるのに對比して足りないものである．

〔2〕萬年橋振動測定方法

振動測定は拱肋の振動を測定するためには秤原式加速度計は機械を水平に置く必要があり，之を拱肋上に裝置するは困難であつたので，橋梁下の地面上に於て橋の撓度及び振動を測定しうる田邊式撓度振動計に依つて測定することにした．この外にロイナー・應力計 (Leuner's Strees Recorder) を拱肋構の上弦材に裝着したが，6噸の貨物自動車に對して應力振動を記錄し得なかつた．

田邊式撓度振動計は測點せんとする處に針金を結着し，それを直下の固定せる臺の上の機械が受け，測定點の撓度及び振動をその針金を通じて測定するものであり，斯る場合の振動測定には極めて便利に利用されうる．

測定點は圖-4 に示せる如く測點 I～VI 迄の6ヶ點であつた．この內測點 I～III は拱肋構の下弦材で拱肋の頂點，支點より支間の ¼ 點及 ½ 點に相當する處であり，測點 IV は橋面下の橫桁の支點附近，測點 V 及び VI は橋面下の橫桁の桁中央であつた．

振動を起させた走行荷重は貨物自動車に砂利を積載し自重共に總計6噸にしたものを右岸及左岸より 5～35 km/hr の豫定速度で走行せしめた．この外に小學校生徒 77 名，引率者2名の隊伍を整へて早步及駈步を行つた場合に就いて測點 IV～VI で振動測定をなした．

田邊式撓度振動計は3個を用意し測點 I～III は同時に，又測點 IV～VI も同時に測定した．

第1次測定は測點 I～III（拱肋構）に振動計を裝着し同一速度に對して右岸→左岸及び左岸→右岸の2回づつ，約 5 km/hr づつ增して行つた．この走行速度は表-1 如くであつた．

第2次測定は測點 IV～VI（橋面下の橫桁）に振動計を裝着し同一速度に對して右岸→左岸及び左岸→右岸の2回づつ走行し走行速度は表-2 の如くであつた．尙ほ第2次測點には小學生の早步及駈步行進を行つた．

〔3〕拱肋橋の振動測定結果

測點 I は拱肋支間の ½ 點(拱頂)，測點 II は支點より支間の ¼ 點，測點 III は支點より支間の ½ 點附近の振

表-1 第一次走行速度

走行番號	豫定速度 (km/hr)	進行方向	②③間の通過時間 (秒)	實際速度 (km/hr)
1	5	右→左	62.7	5.115
2	5	左→右	76.6	4.187
3	10	右→左	34.75	9.230
4	10	左→右	36.7	8.740
5	15	右→左	21.7	14.781
6	15	左→右	21.55	14.884
7	20	右→左	14.2	22.588
8	20	左→右	16.5	19.440
9	25	右→左	11.7	27.415
10	25	左→右	10.45	30.694
11	30	右→左	9.2	34.865
12	30	左→右	10.05	31.916
13	35	右→左	7.3	43.939
14	35	左→右	8.0	40.095

表-2 第2次走行速度

走行番號	豫定速度 (km/hr)	進行方向	②③間の通過時間 (秒)	實際速度 (km/hr)
15	5	右→左	57.5	5.58
16	5	左→右	60.6	5.30
17	10	右→左	35.6	9.01
18	10	左→右	33.2	9.66
19	15	右→左	21.1	15.21
20	15	左→右	20.0	16.04
21	20	右→左	14.2	22.60
22	20	左→右	13.1	24.51
23	25	右→左	20.0	26.75
24	25	左→右	10.8	29.72
25	30	右→左	9.7	33.05
26	30	左→右	9.4	34.15
27	35	右→左	7.85	40.86
28	35	左→右	8.4	38.18

表-3 測點工の振動測定成績

走行番號	最大靜的撓み (mm)			衝撃に依る最大撓み (mm)			最大振幅 (mm)			振動周期 (sec)	減衰比	正撓みの内の衝撃率(%)
	負の撓み	正の撓み	負の撓み	負の撓み	正の撓み	負の撓み	負撓の内	正撓の内	負撓の内			
1	0.82	4.56	0.60	—	5.10	—	—	0.61	0.16	—	—	12
2	0.93	4.44	0.55	—	5.10	—	—	0.68	—	0.407	—	15
3	1.08	4.74	0.89	1.35	5.28	1.53	0.30	1.38	0.71	0.238	—	10
4	0.73	4.32	0.78	—	5.63	0.93	0.25	1.38	0.27	—	—	30
5	0.88	4.33	0.70	0.55	5.43	1.03	0.48	1.55	—	0.230	—	25
6	0.83	4.54	0.74	1.18	5.40	1.18	0.50	1.28	0.68	0.232	—	19
7	0.85	4.16	0.94	1.18	5.25	1.63	0.38	1.49	0.69	0.232	1:0.538	26
8	0.78	4.59	0.94	0.95	6.05	1.55	0.35	1.73	—	0.232	1:0.631	32
9	0.89	4.46	0.98	1.35	6.33	1.40	0.44	2.15	0.44	0.231	—	42
10	0.88	3.91	0.88	1.03	6.05	1.50	0.25	2.98	—	0.231	1:0.521	55
11	0.86	4.56	0.47	1.18	7.73	1.18	0.30	3.13	0.45	—	—	70
12	0.72	3.99	1.08	0.73	6.08	1.85	—	2.58	0.78	0.232	—	52
13	0.79	4.61	0.90	1.20	6.88	1.35	0.41	2.95	0.46	—	—	50

動を測定した.

測點 I, 測點II, 測點 III は振動測定結果は表-3, 表-4, 表-5に示す如くである.

靜的撓みは靜的の垂直變位のことで振動の振幅の影響を消去したものである.

衝撃に依る最大撓みとは振幅の影響も含めて最も多く垂直變位した場合の瞬間的撓み量である.

最大振幅は通常撓度の最大な點には起つてない.

表-4　測點IIの振動測定成績

走行番號	最大靜的撓み(mm) 正の撓み	最大靜的撓み(mm) 負の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 正の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 負の撓み	最大振幅(mm) 正撓みの内	最大振幅(mm) 負撓みの内	振動周期(sec)	減衰比	衝撃率(%) 正撓みの内	衝撃率(%) 負撓みの内
1	6.93	4.30	7.93	5.88	1.67	1.96	0.42	—	14	37
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	7.61	4.94	9.71	7.33	3.47	2.81	0.43	1:0.64	28	48
4	6.52	4.64	7.77	6.60	3.19	2.64	0.43	1:0.58	19	42
5	7.70	4.65	9.80	5.83	2.86	1.61	—	—	27	25
6	6.77	4.26	8.86	5.56	3.26	1.69	0.42	1:0.61	37	30
7	6.93	4.19	10.25	5.25	3.63	1.53	0.44	1:0.56	48	25
8	7.31	4.44	9.65	6.18	3.50	1.91	—	—	32	39
9	7.04	4.43	10.95	7.23	3.89	3.21	0.43	—	56	63
10	6.55	4.38	10.34	6.45	5.25	2.76	0.43	1:0.42	65	47
11	5.46	4.35	8.60	7.28	3.73	4.54	0.43	1:0.49	72	67
12	6.38	4.44	11.60	5.83	7.01	2.46	0.42	1:0.43	82	31
13	5.99	5.89	9.70	10.90	5.29	6.85	0.42	1:0.53	62	87
14	6.14	4.44	12.28	5.73	6.48	1.63	0.42	1:0.39	100	29

表-5　測點IIIの振動測定成績

走行番號	最大靜的撓み(mm) 正の撓み	最大靜的撓み(mm) 負の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 正の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 負の撓み	最大振幅(mm) 正撓みの内	最大振幅(mm) 負撓みの内	振動周期(sec)	減衰比	衝撃率(%) 正撓みの内	衝撃率(%) 負撓みの内
1	6.91	3.78	8.43	5.50	2.21	1.86	0.43	—	22	46
2	7.05	4.13	8.80	5.35	2.60	1.74	0.45	—	25	30
3	7.05	4.50	9.20	6.50	3.40	2.48	0.43	1: 0.60	30	44
4	6.70	4.38	9.20	6.50	3.08	2.56	0.43	1: 0.53	37	48
5	6.80	4.35	8.10	5.50	3.10	1.63	—	—	19	33
6	6.98	4.35	10.35	5.50	3.40	1.60	0.41	1: 0.60	48	26
7	7.00	3.78	8.50	5.35	3.08	1.76	0.41	1: 0.54	21	42
8	6.65	4.40	8.30	6.20	3.25	2.13	—	—	25	41
9	6.93	4.18	8.90	6.75	3.75	2.95	—	—	28	61
10	6.73	3.83	10.45	5.85	5.20	2.93	0.42	1: 0.41	55	51
11	6.60	4.95	10.25	8.10	5.13	4.63	0.42	1: 0.47	55	64
12	7.58	4.03	13.40	5.48	7.28	2.00	0.43	1: 0.43	77	34
13	6.25	5.28	9.5	10.95	4.10	7.03	0.43	1: 0.44	52	107
14	7.19	4.35	12.03	6.25	6.31	1.75	0.43	1: 0.45	67	44

振動周期は走行荷重の重量及び衝撃の影響のない定常的な固有振動を示す波に就いて10個の波を取り，これに要する時間に依り求めた．

減衰比はこの場合定常的な波に於て或る波の振幅とそれより10番目の波の振幅の比を以つて便宜上表はした．

衝撃率は次の式に依ることにした．

図-7 測点Iの振動記録

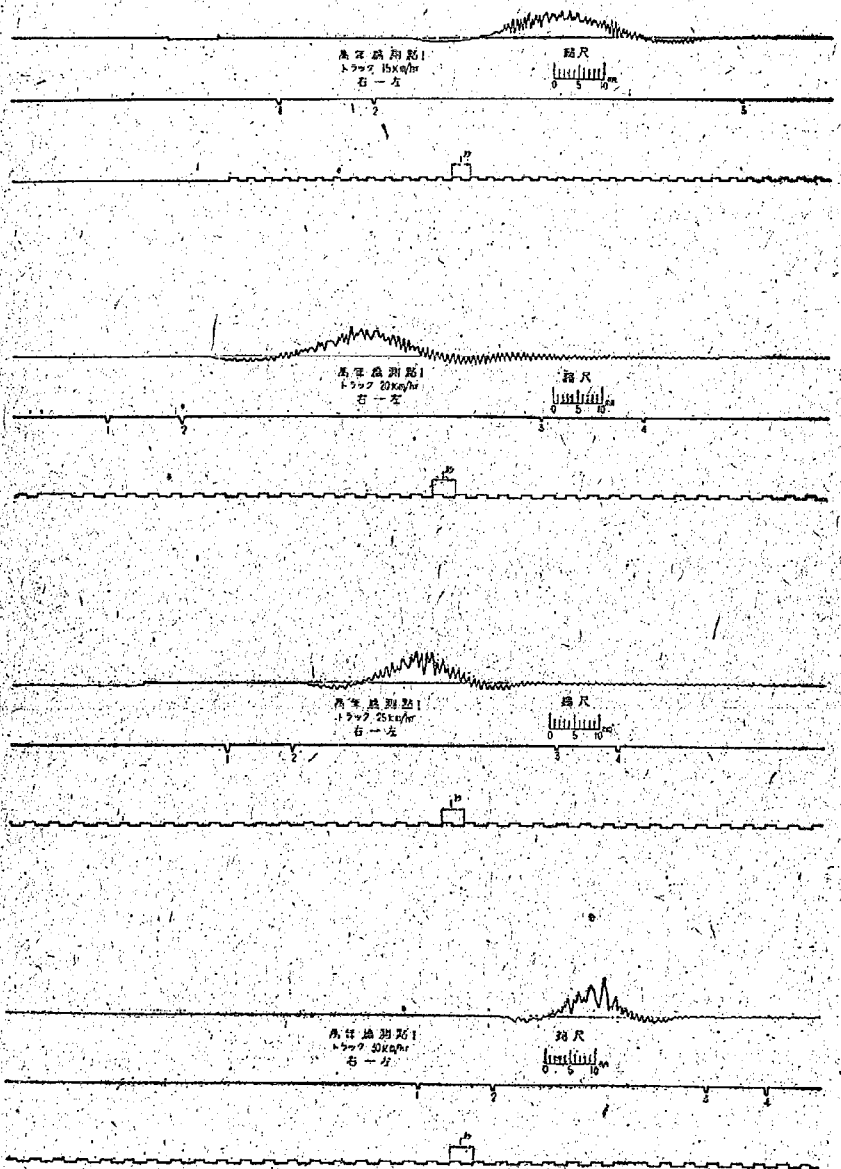

トラック 15Km/hr
右 一 左
トラック 20Km/hr
右 一 左
トラック 25Km/hr
右 一 左
トラック 30Km/hr
右 一 左

圖-8　測點 II の振動記錄

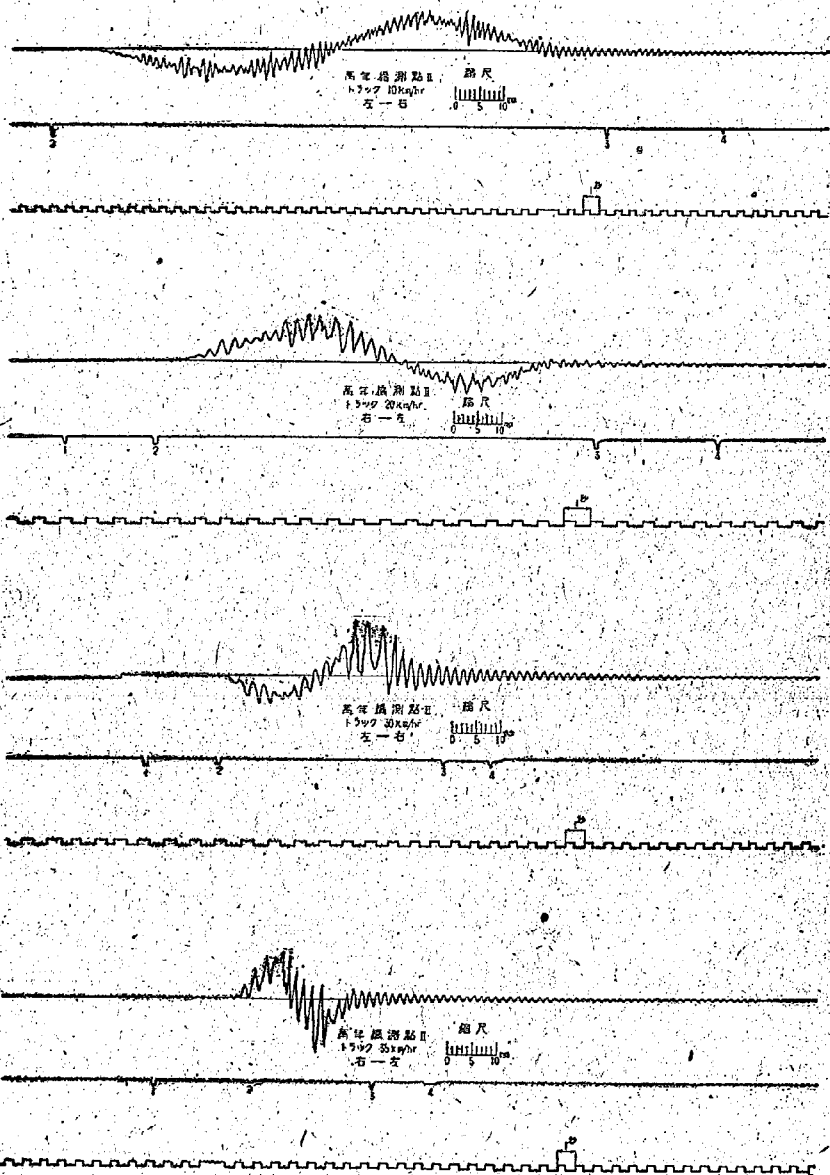
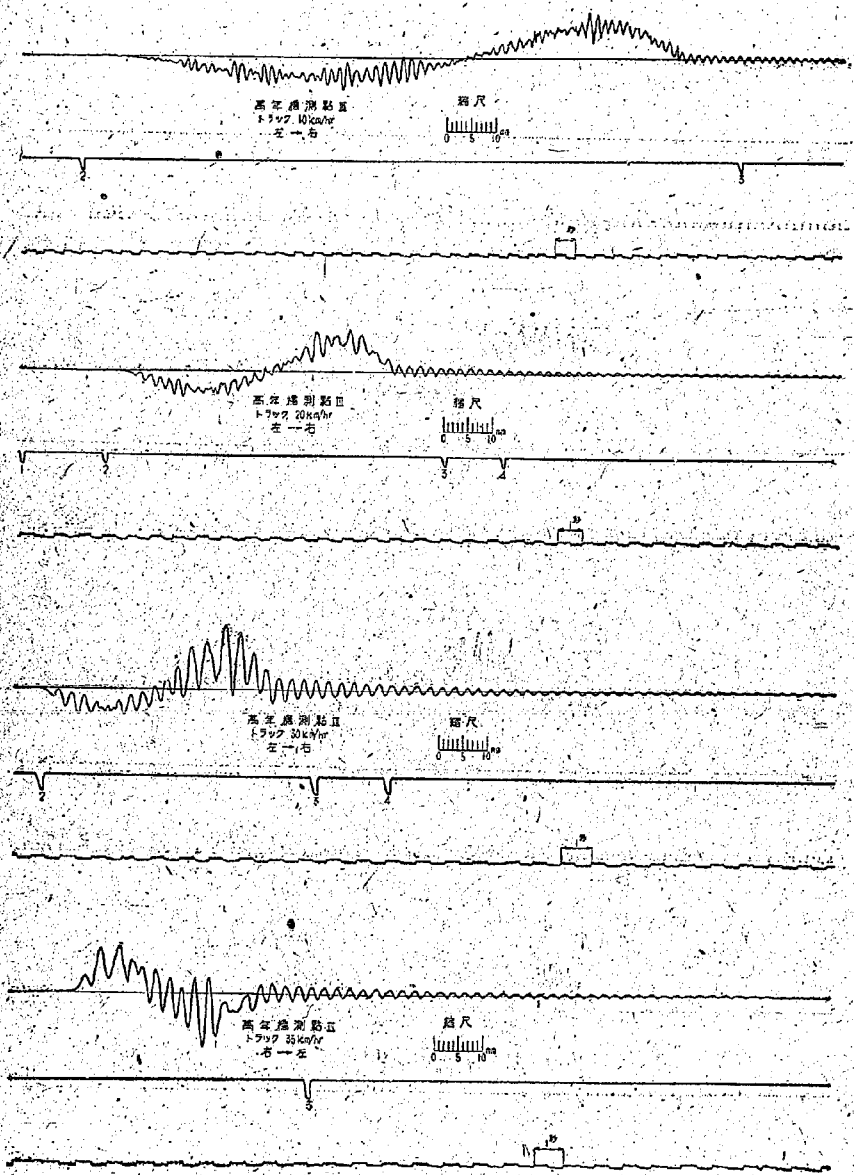


圖-9 測點III の振動記錄



$$\text{衝撃率} = \frac{(\text{衝撃に依る最大撓み}) - \text{最大靜的撓み}}{\text{最大撓度}}$$

測點 I は荷重が陸上を進行すると先づ上方に撓み次いで下方に撓み荷重が中央に來たとき最大となり，荷重が中央を過ぎて支點に近づくと再び上方に撓む．この場合上方への撓みを負とし，下方への撓みを正とした．

測點 II 及 III は右岸→左岸に荷重が進行する場は測點は右岸側にあるから先づ下方に撓み次いで荷重が左岸側に來ると上方に撓む，この場合も上方の撓みを負，下方の撓みを正とした．正負の撓み內の最大振幅は場合に依つては何れの部に屬するか明かでないものもあつたが，これは適當に何れにかに入ることとした．

測定値は表-3, 4, 5 に示すが，測點 I の最大振動は約 2~3 mm 振動周期は約 0.23 秒であるが測點 II, III は最大振幅 3~7 mm，振動周期は約 0.43 秒で明かに異つた振動を示した．衝撃率も測點 I の方が II, III より少し小さい結果を得てゐる．

撓度は測點 I に於ては最大 4.6 mm であるのに對し，測點 II, III では夫々 7.31 mm, 7.58 mm で非常に差があつた．

〔4〕 橋面下橫桁の振動測定結果

橋面下の橫桁の振動測點は測點 IV, V, VI の 3 點であるが測點 IV は橫桁の支點の附近を測定したものでこの結果は表-6 表に示す如くである．測點 V, VI は橫桁の中央の振動を測定したが橫桁自身の撓度と振動とが入つてあまり參考にならなかつたのでここでは省略した．

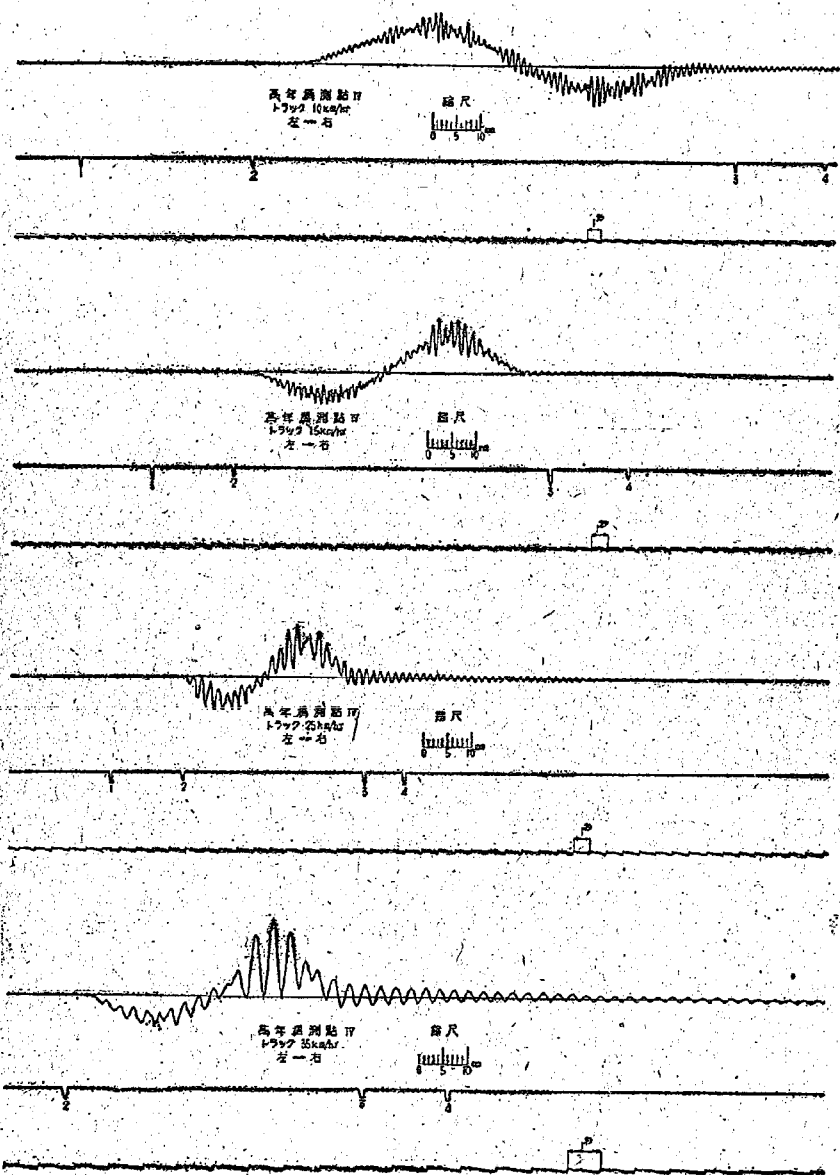
この場合には小學生 77 名と引率者 2 名が早步及び駈步を行つたのでこれに對する測點 IV, V, VI の振動は表-7 に示した．

測點 IV は測點 II の上部に當る路面であるから測點 II と比較すると最大撓度及び衝撃に依る最大撓みは明かに測點 IV の方が大きく，最大振幅は常に測點 II の方が大きかつた．

表-6　測點 IV の振動測定成績

走行番號	最大靜的撓み(mm) 正の撓み	最大靜的撓み(mm) 負の撓み	衝撃に依る最大撓み (mm) 正の撓み	衝撃に依る最大撓み (mm) 負の撓み	最大振幅 (mm) 正撓みの內	最大振幅 (mm) 負撓みの內	振動周期 (sec)	減衰比	衝撃率 (%) 正撓みの內	衝撃率 (%) 負撓みの內
1	7.93	4.95	10.15	7.25	2.73	2.63	4.19	—	28.0	46.4
2	6.08	4.85	10.0	7.10	3.68	2.60	4.44	—	37.0	46.3
3	8.85	4.90	10.65	7.70	2.78	2.78	4.18	1:0.377	20.3	57.1
4	8.68	4.28	11.15	7.20	2.23	3.33	4.15	1:0.521	28.5	68.4
5	8.23	4.78	10.55	6.65	2.33	1.85	4.38	—	28.2	39.2
6	8.45	5.15	10.90	6.50	3.60	1.73	—	—	28.9	26.2
7	9.03	4.93	11.50	7.00	3.95	2.53	—	—	27.4	42.2
8	8.65	4.60	10.65	6.00	3.88	2.65	4.22	1:0.400	23.1	50.4
9	8.65	4.70	10.60	7.20	3.05	2.78	4.17	—	22.5	53.1
10	8.15	4.90	11.05	6.60	4.43	2.97	4.00	1:0.450	35.5	34.6
11	8.63	5.55	11.75	9.25	4.78	5.20	4.24	1:0.428	36.2	66.6
12	9.78	4.73	15.20	6.00	9.18	2.35	4.28	1:0.377	55.4	26.9
13	7.05	8.28	10.20	13.05	3.93	8.25	4.28	1:0.386	44.6	57.7
14	7.83	4.83	15.65	7.75	7.83	2.30	4.09	1:0.376	100.0	59.6

図-10 測点IVの振動記録



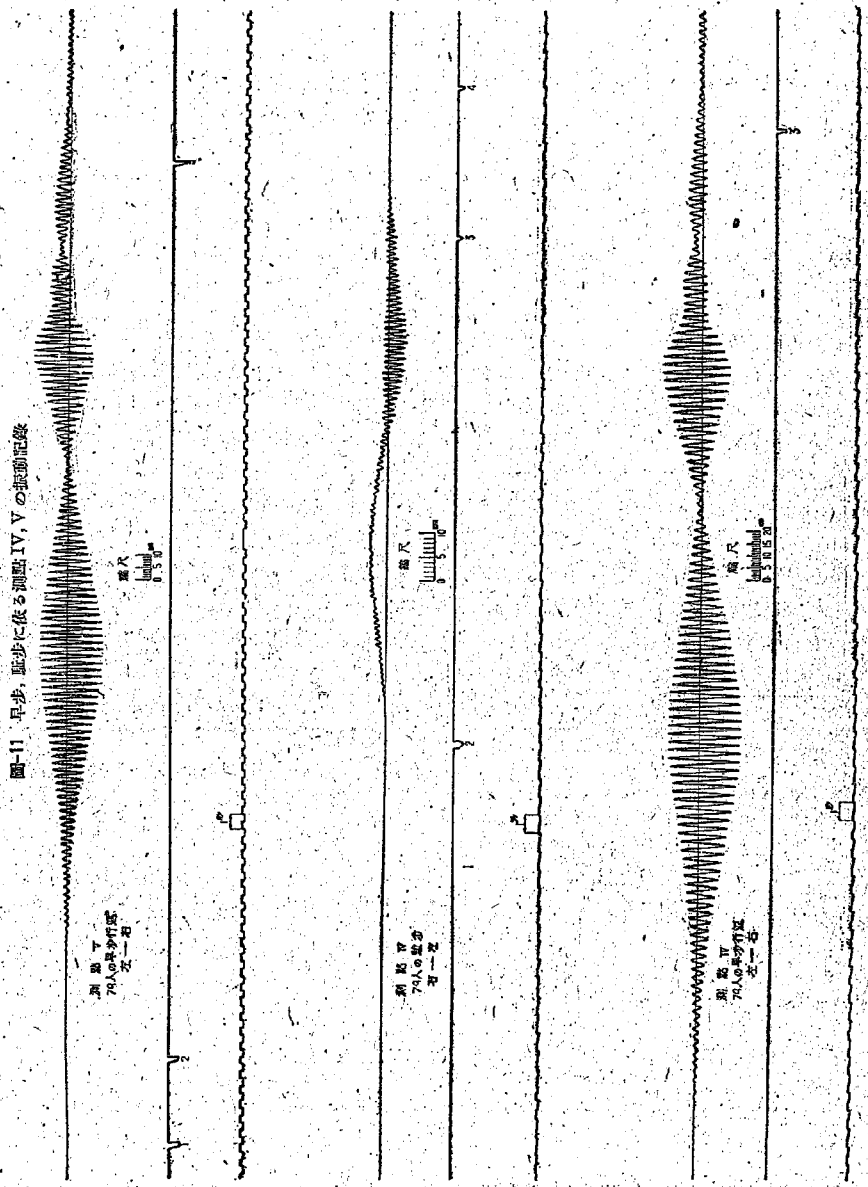


圖-11　早步，駈步に依る測點 IV, V の振動記錄

表-7 早歩及駈歩(小學生77名,引率者2名)に依る測點IV, V, VIの振動測定成績

測點	周期力の性質	最大靜的撓み(mm) 正の撓み	最大靜的撓み(mm) 負の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 正の撓み	衝撃に依る最大撓み(mm) 負の撓み	最大振幅(mm) 正撓みの內	最大振幅(mm) 負撓みの內	振動周期(sec)	衝撃率-(%) 正撓みの內	衝撃率-(%) 負撓みの內
IV	早足	3.65	1.75	16.80	17.10	13.70	15.15	4.19	355	878
	駈足	3.30	1.60	3.70	3.70	0.42	2.45	3.03	11	147
V	早足	3.75	1.60	14.90	15.00	12.50	13.40	4.54	297	838
	駈足	3.32	1.60	4.70	4.70	1.55	2.99	3.04	41	194
VI	早足	1.77	1.05	6.05	6.85	5.50	5.85	4.74	242	553
	駈足	1.65	0.98	3.25	2.20	1.32	2.60	3.19	97	120

早歩及び駈歩に依る振動は非常に異つた性質をもち,測點IV, V, VIの最も基本的である振動の固有周期は大體0.42秒であり,之の周期に近い早歩行進では衝撃力としては駈歩の場合より小さいにも拘らず,振動は加速されて振幅は測點IVに於て最大15.15 mmとなり,この荷重の測點IVの最大靜的撓みは僅かに1.75 mmであるにも拘らず衝撃に依る最大撓みは17.1 mmに達し,實に靜的撓みの9.78倍の値を取るに至つた.これは橋梁に於て共鳴作用が如何に危險なものであるかを示してゐる.

圖-11に測點IVの早歩行進の場合の振動を示してあるが明かに共鳴作用を記錄してゐる.測點V, VIに於ても同じであつたが測點VIは支點附近であるのでその程度は小さかつた.

駈歩行進の場合は荷重の衝撃力としては大きいが周期が橋梁の固有周期と異つてゐるため共鳴作用は起してゐない.尙ほ駈歩行進の場合は橋梁の固有振動周期と異つた振動周期(0.31秒)を記錄した.

早歩にしろ,駈歩にしろ一定の周期的の力が加つた場合には正の撓みの範圍內の振幅より負の撓みの範圍內の振幅の方が常に大きかつた,而もその割合は外力の周期が橋の周期と異つた場合に著しかつた.即ち或る點の振幅はそれと拱頂に對し反對側に周期力が作用した場合に大きくなる.然し外力の周期力が橋の周期に近づくに從つて,同側に作用した場合と反對側に作用した場合との振幅の差は小さくなる.

共鳴作用により急速に9.78倍もの衝撃に依る撓みを生ずることはこの橋梁が制振作用する部材及び床部の剛性のないことを示してゐる.

〔5〕 最大振幅及び衝撃に依る最大撓み

最大振幅は橋梁上を荷重が走行してゐる間に生ずる振動の最大の振幅のことを云ひ,衝撃に依る最大撓みとは正撓み又は負撓み內で最も大きい撓みの頂點の撓み量を云ふのである.これらの數値に就いては表-3~7に示したところである.尙ほ最大靜的撓みと衝撃に依る最大撓みとより求めた衝撃率 $\left(\frac{\text{〔衝撃に依る最大撓み〕}-\text{〔最大靜的撓み〕}}{\text{〔最大靜的撓み〕}}\right)$ も表-3~7に示してある.

衝撃率と荷重の走行速度との關係は測點I~IVに就いて求めたものを圖示すれば圖-12~18の如くなり,最大振幅と荷重の走行速度との關係は圖-13~19の如くなる.

この關係曲線は走行速度 10~15 km/hr で一度大きくなり 20~25 km/hr で下に下りそれから急激に上昇し 35~40 km/hr で最高になり,再び低下する樣な傾向を示すが,44 km/hr 以上の速度の場合は行はなかつたので,これより先の傾向に就いては明かにし得なかつた.

この原因に就いては未だ明かにしえないが荷重が走行する時，橋面の凹凸に依る衝撃の周期（橋面が板敷であるので走行の時，ガタンガタンと高音を發す）が橋梁の固有振動周期と或る一定の關係をもつ速度であることを示したもので，恐らくはこの橋梁の橋面に對しての特異な現象であらう．然し橋面の凹凸の狀態が一定なる場合には或る走行速度に對して，その橋梁の固有振動周期と共振作用を起し，衝撃の效果が大きくなる事實を示すもので，鐵道橋に於て軌條の獵目の衝撃及び機關車の動輪の衝動作用が機關車の走行速度と關係ある如く，道路橋に於ては橋面の粗度と自動車のスプリングと走行速度との關係に於て研究するを要することを示してゐる．

圖-12　測點Ⅰの走行速度と衝撃率との關係

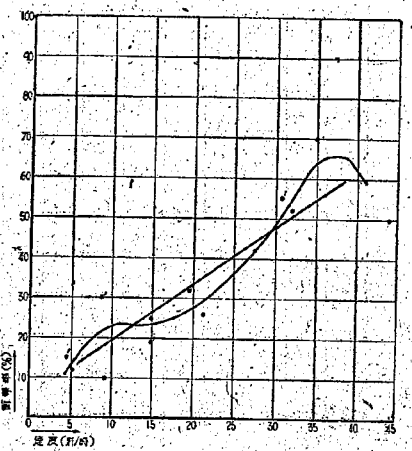


圖-13　測點Ⅰの走行速度と最大振幅との關係

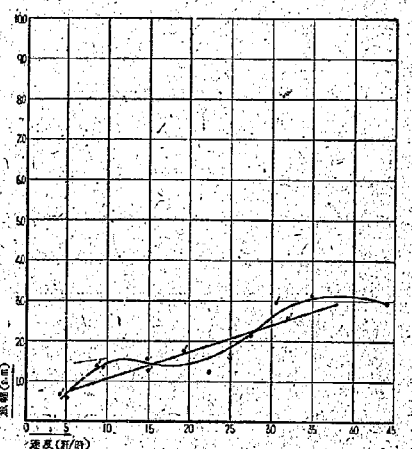


圖-14　測點Ⅱの走行速度と衝撃率との關係

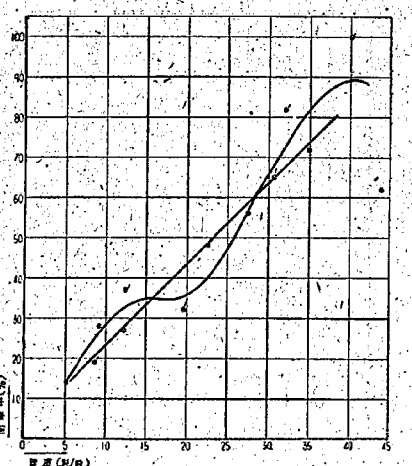
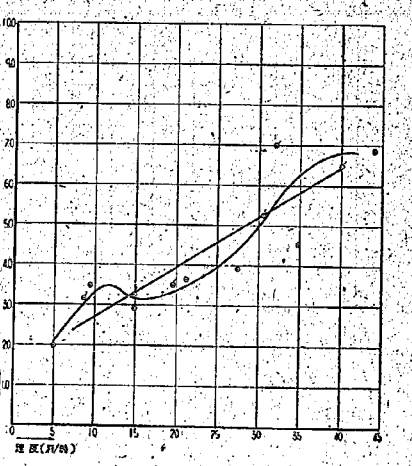


圖-15　測點Ⅱの走行速度と最大振幅との關係



衝撃率は最大100%にも達して非常に大きいものもあるが，之は6噸のトラックの走行に對しての衝撃率であつて，之は全體の諸荷重の場合の衝撃率より遙かに大きく出るものである．一般に上部構造の振動を減衰せしめる抵抗は振動速度に正比例すると云はれ，この場合振動の減衰係數は振幅に正比例するから走行荷重が大きくなつて靜的撓みが增加しても，振動の振幅は減衰係數の增加に依り靜的撓みに比較して增加しないから衝撃率は6噸トラックの場合に較べて著しく小さくなることは明かである．

これに對し實際の衝撃係數の對照となりうる全活荷重に依る衝撃率の算定には減衰因子 $(\frac{2\delta}{n}, \delta$ は減衰係數，

圖-16 測點 III の走行速度と衝撃率との關係

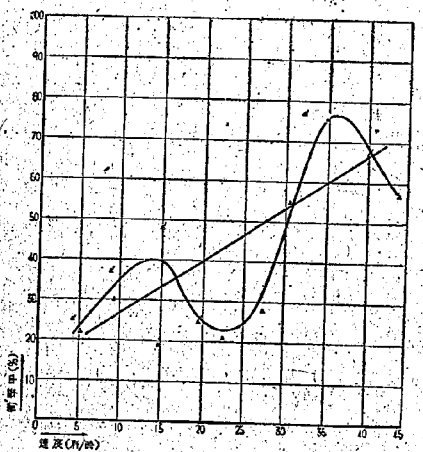


圖-17 測點 III の走行速度と最大振幅との關係

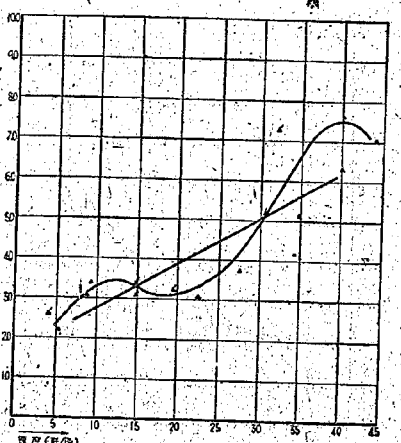


圖-18 測點 IV の走行速度と衝撃率との關係

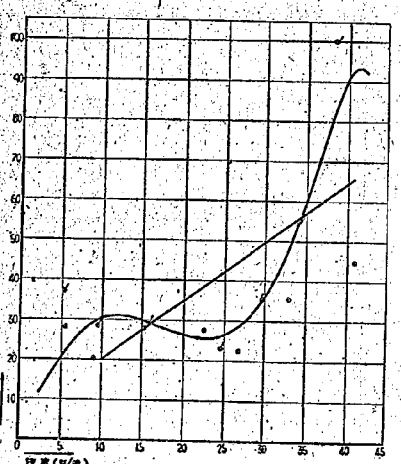
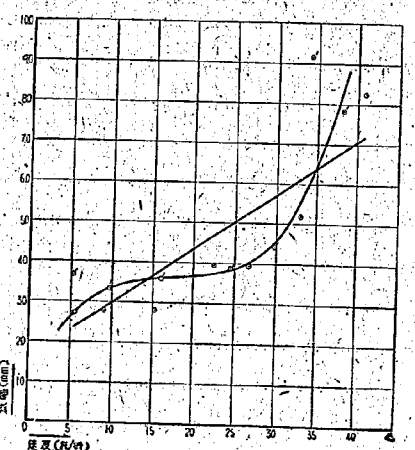


圖-19 測點 IV の走行速度と最大振幅との關係



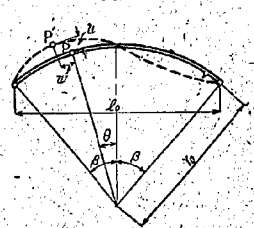
n は固有振動數）の測定が必要であり，この問題に關しては他日の研究に俟つべきものである．

圖-12～19 に於て各測點の走行速度と衝撃率との關係及び走行速度と最大振幅との關係を圖示したが，圖中で一の附したものは左岸→右岸にトラックが進行した場合であり，のないものは右岸→左岸に進行した場合である．又圖中の直線は衝撃率及最大振幅の增加が速度と共に單調に增大すると見做して求めた增加傾向線であり，波形の曲線は衝撃率及び最大振幅が速度 10～15 km/hr で一度大きくなり，再び 35～40 km/hr の速度で更に大きくなる傾向を示したものである．

III. 勢力式に依る2鉸拱橋の上下固有振動周期の算定

〔1〕 圓形2鉸拱の振動に關する勢力式

圖-20



振動する圓形拱の勢力或は次の4つの勢力より成る．

1. 曲げモーメントに依る變形仕事の勢力

$$A_1=\int\frac{M^2}{2EI}ds$$

圓形拱に於て

$$M=\frac{EI}{\gamma_0^2}\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)$$

從つて

$$A_1=\frac{EI}{2}\int_{-\beta}^{+\beta}\frac{\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2}{\gamma_0^3}d\theta \quad \cdots\cdots(\mathrm{III},1)$$

2. 拱軸の伸縮に依る變形仕事の勢力，即ち垂直應力に依る變形仕事の勢力

$$A_2=\int\frac{Q_2}{2FE}ds$$

圓形拱に於て

$$Q=\frac{EF}{\gamma_0}\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)$$

從つて

$$A_2=\frac{FE}{2}\int_{-\beta}^{+\beta}\frac{\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)^2}{\gamma_0}d\theta \quad \cdots\cdots(\mathrm{III},3)$$

3. 慣性力に依る仕事の勢力

拱の微小部分の質量 $dm=\mu\gamma_0 d\theta$ が調振動 ω 數で振動する場合，その切線方向及び半徑方向の慣性力の成分は夫々 $-dm\,\omega^2u$, $-dm\times\omega^2w$ なるにより，拱の總慣性力の仕事の勢力は

$$A_3=-\frac{1}{2}\int dm\,\omega^2(u^2+w^2)=-\frac{\mu\gamma_0\omega^2}{2}\int_{-\beta}^{+\beta}(u^2+w^2)d\theta \quad \cdots\cdots(\mathrm{III},3)$$

4. 廻轉慣性に依る仕事の勢力

拱の微小部分 ds が P 點が P' 點に移動する場合，小さい角 $\Psi=\frac{1}{\gamma_0}(-\frac{du}{d\theta}+w)$ だけ角變位をなす，これが爲に要する仕事の勢力は角加速度 $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$ より次の如くなる．

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}=-\frac{1}{\gamma_0}\omega^2\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)$$

$$A_4=-\frac{1}{2}\int(\mu i^2\gamma_0 d\theta)\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}\Psi=-\frac{\mu i_0^2\omega^2}{2\gamma_0}\int_{-\beta}^{+\beta}\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)^2 d\theta \quad \cdots\cdots(\text{III},4)$$

依つて振動する圓形拱の總勢力式は

$$A=\frac{EI}{2}\int_{-\beta}^{+\beta}\frac{\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2}{\gamma_0^3}d\theta+\frac{EF}{\gamma_0}\int_{-\beta}^{+\beta}\frac{\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)^2}{\gamma_0}d\theta$$

$$-\frac{\mu\gamma_0\omega^2}{2}\int_{-\beta}^{+\beta}(u^2+w^2)d\theta-\frac{\mu i_0\omega_2}{2\gamma_0}\int_{-\beta}^{+\beta}\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)^2 d\theta$$

$$f^2=\frac{\gamma_0^2F}{I}=\left(\frac{\gamma_0}{i_0}\right)^2$$

$$\nu_B=\frac{\mu\gamma_0^4}{EI}, \qquad \text{とおけば}$$

$$A=\frac{EI}{2\gamma_0^3}\int_{-\beta}^{+\beta}\left\{\left(\frac{d^2u}{d\theta}+u\right)^2+f^2\left(u+\frac{dw}{d\theta}\right)^2\right.$$

$$\left.-\nu_B w^2(u^2+w^2)-\nu_B\omega^2\frac{1}{f^2}\left(w-\frac{du}{d\theta}\right)^2\right\}d\theta \quad \cdots\cdots(\text{III},5)$$

〔2〕 拱軸の伸縮る伴はぬ曲げモメントのみに依る振動

拱の振動には拱頂に對して右左非對稱及び左右對稱な振動型とがあるが，左右非對稱型の振動及び左右對稱型振動でも波が3以上になつた場合で而も拱の細長比が相當に大きい時の振動は拱軸の伸縮をほとんど伴ふことなく，從つて拱の軸壓力の影響を無視し，曲げモーメントのみによる拱の振動と考へられる．

拱軸の伸縮はこの場合行はれないものとすれば

$$e=\frac{1}{\gamma_0}\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)=0 \quad \cdots\cdots(\text{III},6)$$

(III,6) を使用すれば振動の總勢力式は

$$A=\frac{EI}{2\gamma_0^3}\int_{-\beta}^{+\beta}\left\{\left(\frac{d^2w}{d\theta^2}+\frac{dw}{d\theta}\right)^2-\nu_B\omega^2\left[\left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2+w^2\right]\right.$$

$$\left.-\nu_B\omega^2\frac{1}{f^2}\left(\frac{d^2w}{d\theta^2}+w\right)^2\right\}d\theta \quad \cdots\cdots(\text{III},7)$$

2鉸拱の境界條件は

$\theta=\pm\beta$ (支點) に於て

$$\left.\begin{aligned} w&=0\\ u&=0\\ M&=\frac{EI}{\gamma_0^2}\left(u+\frac{d^2u}{d\theta^2}\right)=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(\text{III},8)$$

(III,6) より

$\theta=\pm\beta$ に於て

$$w=\frac{dw}{d\theta}=\frac{d^2w}{d\theta^2}=0 \quad \cdots\cdots(\text{III},9)$$

この條件を滿足する無限個のパラメーターを含む w を適當に選び，振動の總勢力が極小なる條にパラメータで偏微分して零とおき，ω に關する無限個の聯立方程式より ω の嚴密解が得られる．卽ち無限個の自由度を有す

る系の振動として2鉸拱の嚴密解が得られる.

今2鉸拱の固振動數 ω を近似的に求むるために, n 個のパラメータ $a_1, a_2, a_3, \cdots a_n$ を含む n 個の自由度を有する系として充分に正確なる値を求めることが出來る.

$$\begin{aligned} w(\theta) = {} & a_1\left(1+\cos\frac{\pi\theta}{\beta}\right)+a_2\left(1+\sin\frac{3\pi\theta}{2\beta}\right) \\ & +a_3\left(1-\cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)+a_4\left(1-\sin\frac{5\pi\theta}{2\beta}\right) \\ & +a_5\left(1+\cos\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)+a_6\left(1+\sin\frac{7\pi\theta}{2\beta}\right) \\ & +\cdots\cdots\cdots

以上を綜合すれば

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial A}{\partial a_1}=\left[\left\{\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^3-\frac{\pi}{\beta}\right\}^2-\nu_B\omega^2\left[\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2+3+\frac{1}{f^2}\left\{2+\left(1-\frac{\pi^2}{\beta^2}\right)^2\right\}\right]\right]a_1\\
&\qquad-2\nu_B\omega^2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)a_2-2\nu_B\omega^2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)a_3+\cdots\cdots=0\\
&\frac{\partial A}{\partial a_2}=-2\nu_B\omega^2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)a_1+\left[\left\{\left(\frac{3\pi}{2\beta}\right)^3-\frac{3\pi}{2\beta}\right\}^2-\nu_B\omega^2\left[\left(\frac{3\pi}{2\beta}\right)^2+3\right.\right.\\
&\qquad\left.\left.+\frac{1}{f^2}\left\{2+\left(1-\frac{9\pi^2}{4\beta^2}\right)^2\right\}\right]\right]a_2-2\nu_B\omega^2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)a_3-\cdots\cdots=0\\
&\frac{\partial A}{\partial a_3}=\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(III, 11)}$$

この聯立方程式よりパラメーター $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots$ を消去すれば，未知數として非の圓振動數 ω のみを含む關係式を得る．

$$\begin{vmatrix}
\Delta_{11} & -1 & -1 & -1 & \cdots\cdots\\
-1 & \Delta_{22} & -1 & -1 & \cdots\cdots\\
-1 & -1 & \Delta_{33} & -1 & \cdots\cdots\\
-1 & -1 & -1 & \Delta_{44} & \cdots\cdots\\
\cdots\cdots & & & & \cdots\cdots
\end{vmatrix}=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(III, 12)}$$

玆に

$$\Delta_{nn}=\frac{1}{2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)}\left[\left\{\frac{(n+1)^3\pi^3}{2^3\beta^3}-\frac{(n+1)\pi}{2\beta}\right\}^2\frac{1}{\nu_B\omega^2}\right.$$

$$\left.-\left\{\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}+3+\frac{2}{f^2}+\frac{1}{f^2}\left(1-\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}\right)^2\right\}\right]$$

(III, 12) に於て Δ_{11} は -1 に比して遙かに大きいから

$$\Delta_{11}\Delta_{22}\Delta_{33}\cdots\cdots=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(III, 13)}$$

と置いてほとんど誤差はない．

依つて

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{\nu_B}}\cdot\frac{\frac{(n+1)^3\pi^3}{2^3\beta^3}-\frac{(n+1)\pi}{2\beta}}{\sqrt{\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}+3+\frac{2}{f^2}+\frac{1}{f^2}\left(1-\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}\right)^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(III, 14)}$$

細長比が非常に小さい場合以外は $\frac{1}{f}=\left(\frac{i}{\gamma_0}\right)^2$ は非常に小さいから，$\frac{1}{f_2}$ の項は無視しうる，

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{\nu_B}}\cdot\frac{\frac{(n+1)^3\pi^3}{2^3\beta^3}\cdot\frac{\pi^2}{\beta^2}-\frac{(n+1)\pi}{2\beta}}{\sqrt{\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}+3}}$$

$$\nu_B=\frac{\mu\gamma_0^4}{EI}$$

なるに依り

$$w=\frac{\dfrac{(n+1)^2\pi^3}{2^3\beta^3}-\dfrac{(n+1)\pi}{2\beta}}{\sqrt{\dfrac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}+3}}\cdot\frac{1}{\gamma_0^2}\sqrt{\frac{EI}{\mu}}\quad\cdots\cdots\cdots

$$\frac{\partial}{\partial a_2}\int_{-\beta}^{+\beta}\left(u+\frac{dv}{d\theta}\right)^2 d\theta=\frac{2\cdot 3\pi}{\beta}\left\{b_1\left(\frac{2\beta}{5\pi}-\frac{2\beta}{7\pi}\right)+b_2\left(-\frac{2\beta}{3\pi}+\frac{2\beta}{9\pi}\right)\right.$$
$$\left.+b_3\left(\frac{2\beta}{\pi}-\frac{2\beta}{11\pi}\right)+\cdots\cdots+a_2\frac{3\pi}{\beta}\beta\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial}{\partial b_1}\int_{-\beta}^{+\beta}\left(u+\frac{dv}{d\theta}\right)^2 d\theta=2\left\{b_1\beta+a_1\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2\beta}{\pi}-\frac{2\beta}{3\pi}\right)+a_2\frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2\beta}{5\pi}-\frac{2\beta}{7\pi}\right)\right.$$
$$\left.+a_3\frac{5\pi}{\beta}\left(\frac{2\beta}{9\pi}-\frac{2\beta}{11\pi}\right)+\cdots\cdots\right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial b_2}\int_{-\beta}^{+\beta}\left(u+\frac{dv}{d\theta}\right)^2 d\theta=2\left\{b_2\beta+a_1\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2\beta}{\pi}+\frac{2\beta}{5\pi}\right)+a_2\frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2\beta}{3\pi}+\frac{2\beta}{9\pi}\right)+\cdots\cdots\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{\partial}{\partial a_n}\int_{-\beta}^{+\beta}(u^2+v^2)d\theta=2a_n\beta$$

$$\frac{\partial}{\partial b_n}\int_{-\beta}^{+\beta}(u^2+v^2)d\theta=2b_n\beta$$

依つて次の聯立方程式をうる.

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial A}{\partial a_1}=\left\{\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2\right\}a_1+\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{3\pi}\right)f^2b_1\\
&\quad+\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}+\frac{2}{5\pi}\right)f^2b_2+\frac{\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{3\pi}-\frac{2}{7\pi}\right)f^2b_3+\cdots\cdots=0\\
&\frac{\partial A}{\partial a_2}=\left\{\left(\frac{3\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2\right\}a_2+\frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{5\pi}-\frac{2}{7\pi}\right)f^2b_1\\
&\quad+\frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{3\pi}+\frac{2}{9\pi}\right)f^2b_2+\frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{11\pi}\right)f^2b_3+\cdots\cdots=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{\partial A}{\partial b_1}=\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{3\pi}\right)f^2a_1+\frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{5\pi}-\frac{5}{7\pi}\right)f^2a_2+\cdots\cdots\\
&\quad+\left[\left\{1-\left(\frac{\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2\right]b_1=0\\
&\frac{\partial A}{\partial b_2}=\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}+\frac{2}{5\pi}\right)f^2a_1+\frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{5\pi}+\frac{2}{9\pi}\right)f^2a_2+\cdots\cdots\\
&\quad+\left[\left\{1-\left(\frac{3\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2\right]b_2=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{III},19)$$

これらの聯立方程式より $a_1, a_2, \cdots\cdots b_1, b^2, \cdots\cdots$を消去すれば

$$\begin{vmatrix} \Delta_{11} & 0 & 0\cdots\cdots 0 & \Delta'_{11} & \Delta'_{12} & \cdots\cdots & \Delta'_{1n} \\ 0 & \Delta_{22} & \cdots\cdots 0 & \Delta_{21}' & \Delta_{22}' & \cdots\cdots & \Delta'_{2n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots\cdots \Delta_{nn} & \Delta_{n1}' & \Delta_{n2}' & \cdots\cdots & \Delta'_{nn} \\ \Delta'_{11} & \Delta'_{21} & \cdots\cdots \Delta'_{n1} & \Delta''_{11} & 0 & 0\cdots\cdots & 0 \\ \Delta'_{21} & \Delta'_{22} & \cdots\cdots \Delta'_{n2} & 0 & \Delta''_{22} & 0\cdots\cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \Delta'_{1n} & \Delta'_{2n} & \cdots\cdots \Delta'_{nn} & 0 & 0 & \cdots\cdots & \Delta''_{nn} \end{vmatrix} \doteqdot 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{III},18)$$

茲に

$$\Delta_{11}=\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\Delta_{22}=\left(\frac{3\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\Delta_{nn}=\left\{\frac{(2n-1)}{\beta}\pi\right\}^2 f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\Delta''_{11}=\left\{1-\left(\frac{\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\Delta''_{22}=\left\{1-\left(\frac{3\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\Delta''_{nn}=\left\{1-\frac{(2n-1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2$$

$$\Delta'_{11}=\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{3\pi}\right)f^2$$

$$\Delta'_{12}=\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}+\frac{2}{5\pi}\right)f^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\Delta'_{21}=\frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{5\pi}-\frac{2}{7\pi}\right)f^2$$

$$\Delta'_{22}=\frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{3\pi}+\frac{2}{9\pi}\right)f^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\Delta'_{mn}=\frac{(2m-1)\pi}{\beta}\left\{(-1)^{2m+n}\frac{2}{(2n-4m+1)\pi}+(-1)^{2m+n}\frac{2}{(2n+4m-3)\pi}\right\}$$

(III,18) の行列式の根で $\Delta_{11}''=0$ の根に最も近い根を取れば，非軸の伸縮を伴ふ左右對稱型の第一次基本振動の圓振動數 ω_1 が求められる．同樣に $\Delta_{22}''=0$ の根に近い根を取れば第2次基本振動の圓振動數 ω_2 を得る，

今 $\nu_B\omega^2=k$ として (III,18) を k のみを未知數とする行列式として k の値を求むれば

圓振動數　$\omega=\dfrac{\sqrt{k}}{\sqrt{\nu_B}}=\dfrac{\sqrt{k}}{\gamma_6^2}\cdot\gamma\sqrt{\dfrac{EI}{\mu}}$

として ω が求まる．

IV. 萬年橋の振動固有周期の計算値と實測値との比較

萬年橋の振動固有周期を計算するに要する基本數値は次の如くである.

l (支間) $=75.78$ m

f_0 (拱高) $=10.55$ m

γ_0 (拱の半徑) $=73.315$ m

β (拱半分に對する中心角) $=31.°1177$

$I = 1{,}376{,}146\ \mathrm{cm}^4$

$A = 168\ \mathrm{cm}^2$

$$i_1=\sqrt{\frac{I}{A}}=90.50605$$

$$f^2=\left(\frac{\gamma_0}{i_0}\right)^2=(81.0056337)^2$$

$$\frac{\pi}{\beta}=5.7845$$

曲げモーメントに依る拱の振動の第1次基本振動は (III, 14) に於て $n=1$ とおけば

$$w^2=\frac{EI}{\gamma_0^4\mu}\cdot\frac{\frac{\pi^2}{\beta^2}\left(\frac{\pi^2}{\beta^2}-1\right)^2}{\frac{\pi^2}{\beta^2}+3+\frac{1}{f^2}\left(3-\frac{\pi^2}{\beta^2}\right)^2}=967.141322$$

$$\therefore\quad \omega_1=\sqrt{k_1}\cdot\frac{1}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}}=\frac{31.0988}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}} \qquad \text{(IV, 1)}$$

同樣にして第2次基本振動は

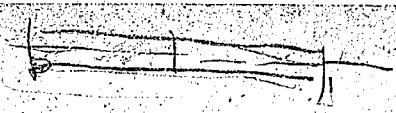
$$\omega_2=\frac{\sqrt{k_2}}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}}=\frac{131.369}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

拱軸の伸縮の伴ふ振動は (III, 18) に於て初め2項づつを取れば

$$\begin{vmatrix}
\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2 & 0 & \frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{3\pi}\right)f^2 & \frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}+\frac{2}{5\pi}\right)f^2 \\
0 & \left(\frac{3\pi}{\beta}\right)^2 f^2-\nu_B\omega^2 & \frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{5\pi}-\frac{2}{7\pi}\right)f^2 & \frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{3\pi}+\frac{2}{9\pi}\right)f^2 \\
\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{3\pi}\right)f^2 & \frac{3\pi}{\beta}\left(\frac{2}{5\pi}-\frac{2}{7\pi}\right)f^2 & \left\{1-\left(\frac{\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2 & 0 \\
\frac{\pi}{\beta}\left(\frac{2}{\pi}-\frac{2}{5\pi}\right)f^2 & \frac{3\pi}{\beta}\left(-\frac{2}{3\pi}+\frac{2}{9\pi}\right)f^2 & 0 & \left\{1-\left(\frac{3\pi}{2\beta}\right)^2\right\}^2+f^2-\nu_B\omega^2
\end{vmatrix}=0$$

之の萬年橋の數値を入れば

$$\begin{vmatrix}
219.568100-X & 0 & 16.109600 & 28.997281 \\
0 & 1076.112905-X & 4.142469 & -10.739733 \\
16.109600 & 4.142469 & 6.616154-X & 0 \\
28.997281 & -10.739733 & 0 & 12.080508-X
\end{vmatrix}=0$$



但し　$X=\frac{\nu_B\omega^2}{1000}$

この行列式の最小根を求むれば

$$X=\frac{\nu_B\omega^2}{1000}=3.7690464$$

$$\therefore\ w_1=\frac{61.392}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}} \qquad \text{(IV,2)}$$

之より拱の固有振動周期 (T) を求むれば，T と圓振動數 ω との間に次の關係があるに依り

$$T=\frac{2\pi}{w}$$

$$\omega=\frac{k}{\gamma_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}}$$

$E=2{,}100{,}000\ \mathrm{kg/cm^2}$

$I=1{,}876{,}146\ \mathrm{cm^4}$

$\mu=\frac{4.719}{980}\ \mathrm{kg\ sec^2/cm}$

(IV,1) より曲げモーメントに依る拱の横振動の第1次基本振動に對しては，$k=31.0988$ なるに依り

$T=0.4757$ 秒

(IV,2) より拱軸の伸縮に依る拱の縱振動の第1次基本振動に對しては，$k=61.392$ なるに依り

$T=0.2411$ 秒

之に對して實測値は拱頂の振動を記錄した測點Ⅰでは

$T=0.231\sim0.233$ 秒

その他の測點に於ては

$T=0.41\sim0.44$ 秒

で測點Ⅰと他の測點との振動の周期は明かに異つて居り，測點Ⅰの周期は他のものより遙かに小さい．そして振幅も拱頂の振動を記錄した測點Ⅰは 1.38～3.13 mm であるに對し，測點Ⅱは 1.67～7.01 mm 測點Ⅲは 2.21～7.28 mm 測點Ⅳの上の橋面下橫桁の振動を記錄した測點Ⅳは 2.725～9.175 mm を示してゐる．

これは拱軸の伸縮を伴ふ左右對稱型の振動を測點Ⅰが記錄したことを明かにし，この場合の振動周期は計算値と非常によく一致してゐる．而もこの場合の振動は拱軸の伸縮を伴ふ振動である性質上振幅の小さいことも明かな事實である．

その他の拱頂と支點との間の測點たるⅡ，Ⅲ及Ⅳは拱軸の伸縮の伴はぬ拱の振動たる左右非對稱型の振動を記錄したもので，この場合の振動周期も大體に於て一致してゐる．而もこの場の振動の振幅は前の振動に較べて遙かに大きい．

各測點の最大振幅は走行荷重が測點の附近を通過した時に起るものであるが，走行荷重が橋梁を通過後の固有振動の振幅を比較すると測點Ⅰの振幅は他の測點のものの 1/10 以下であるにすぎず，拱軸の伸縮を伴ふ振動の上下動の振幅は極めて小さいものである．

以上に依り實際の拱に於ても2種の振動が實在することを明かにしたが，この内で左右對稱型の拱軸の伸縮の伴ふ振動は衝撃の影響が左右非對稱型の拱軸の伸縮の伴はぬ振動より小さく，2鉸拱の振動的性質を論ずる場合

には左右非對稱型の振動が問題となり，その振幅も著しく大きいから最も危險なものである．

V. 萬年橋の弱點と振動輕減工法に就いて

萬年橋の如き拱橋の振動には拱軸の伸縮を伴ふ左右對稱型の振動と拱軸の伸縮の伴はぬ左右非對稱型の振動とがあることは理論的に考へられる處であり，測定の結果よりも確認され，萬年橋に於ては前者の振動周期は計算値で 0.2411 秒，實測値で 0.231~0.238 秒であり，後者の振動周期は計算値で0.4757 秒，實測値で 0.41~0.44 秒であつた．

この2種の振動は夫々性質を異にした振動の第1次基本振動であるが，振動周期の大きい拱軸の伸縮を伴はぬ左右非對稱型の振動の最大振幅は振動周期の小さい拱軸の伸縮を伴ふ左右對稱型の振動の最大振幅に比較して極めて大きく大凡2~3倍であり，拱の危險部分である拱の支點と拱頂との中點附近では前者の振動の振幅のみを記錄し，後者の振動の振幅は全く記錄に表はれない程微小なものであつた．この事は以上の2種の振動の內で危險振動と目されるものは前者の拱軸の伸縮を伴はぬ左右非對稱型の振動である．

實際に周期的外力たる小學生 79 名（內引率者2名）の早步行進（1分間125歩，周期 0.48 秒）と駈步行進（1分間209歩，周期 0.287 秒）に依る萬年橋の振動は測點 IV に於て 表-7 に示す如く早步行進の場合は最大振幅 15.15 mm となり忽るべき共鳴作用を示したのに反し，駈步行進の場合は 2.45 mm であり問題にするに足らぬものであつた．この結果より考へて橋梁の一端より一端に周期外力が進行する場合共鳴作用をなすものは拱軸の伸縮を伴はぬ左右對稱型の振動であり，拱軸の伸縮の伴ふ左右對稱型の振動は拱頂で停止して作用する周期的外力の周期がその拱の對稱型振動周期に近似する場合にのみ共鳴作用を起すものである．

この事より風壓及地震加速度の如く全面的に作用する周期力に對しては左右非對稱型振動が共鳴作用をなし危險振動となるものであると推定しうるものである．

要するに拱橋に於て共鳴作用又は走行荷重に依る强制振動の效化は拱軸の伸縮を伴はぬ左右非對稱型振動に對して大きく現はれるものであり，この種の强制振動に對して弱點の多い萬年橋の振動輕減對策もこの左右非對稱型振動の算定振動周期 0.4757 秒のものに就いて考へるべきである．

萬年橋の弱點は II〔1〕萬年橋の構造の項で旣に述べた如くであるが，改めて列擧すれば次の如くである．

（1） 本橋の鋼重量は同型同支間の桁梁の鋼重量に比較して ½ 以下であり，而も床部は木材であるから全死荷重は更に一般と輕量であること．

（2） 床部を構成する縱桁は木材の單純梁として橫桁上に單に置かれるのみで，連續性がなく床部の剛性が著しく少いこと．

（3） 橋路は板張にして表面相當に磨耗して凹凸が多く，走行自動車の衝擊反力の大きいこと．

（4） 主振桁の桁高が低く從つて細長比が大きく剛性の少いこと及び橫構，對傾構が極めて簡略であり橋全體の剛性の缺除してゐること．

萬年橋も振動輕減對策もこの4項の缺點を除去するは良いのであるが，この4項を完全に補强することは極めて困難であり，寧ろ架換となり輕減工法の域を脫する．補强工法の範圍で一般的に振動上より考へれば次の如くである．

（イ） 床部の剛性を增すことに依り擦桁に危險な拱軸の伸縮の伴はぬ左右非對稱型の振動を制振し，輕減しなければならぬ．

これが爲めには床部の縦桁に鋼材を使用し，横桁と縦桁の結合を確實にして，床部に連續性を與へ，補剛桁的の作用により拱肋構の振動を急速に減衰せしむべきである．

この場合に使用する縦桁の斷面と桁長より考へて，縦桁の固有周期は拱肋構の振動周期と著しく異るものであるから，制振作用は大いに期待してよい．

圖-21

（ロ）　橋面を平滑にする必要がある．

橋面を平滑にするには鐵筋コンクリート床板が考へられるが，死荷重の著しい增加は主拱肋構の斷面が不足するから，板張に薄い表面處理をなし平滑な橋面を得る方がよい．この橋面の平滑に伴ふ走行自動車の衝撃反力が著しく減ぜられることは多くの研究者に依り明かにされてゐる．

（ハ）　主拱肋構の構高の不足を補ひ，床部と主拱とが一層協力して制振作用をなす樣な補强斜材で補强すること．

圖-22

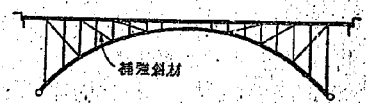


圖-22 の如く補强斜材を入れば床部剛性が單に制振作用をするのみならず，床部と主拱肋とが一體となつて振動を減衰せしむることが出來る．

尙ほ萬年橋の現在狀態に於て左右非對稱型振動に對する制振作用は幾分あるのである．先に示した左右非對稱型振動の固有周期の理論算値は主拱肋構のみが振動するものとして總ての死荷重は主拱肋上に分布してゐるとして求めたもので 0.4757 秒であつたが，實際は主拱肋上にある死荷重は主拱肋自身の死荷重のみで，他は床部又はその中間に分布してゐて，この主拱肋と離れた死荷重の慣性力の增加と，少いとは云へ幾分は存在する床部の剛性に制振されて，實際の振動周期は 0.41～0.44 秒となつてゐる．この結果を逆に利用すれば實際の振動周期の減少程度は主構以外の部分の制振作用の程度を指示し，又橋全體の剛性の增加を示してゐることが分る．

VI. 結　　語

2鉸拱の固有振動に關する理論的計算法を勢方式により求めて，實際の2鉸拱の振動を測定した結果を綜合すれば次の如し．

1）　2鉸拱に關する理論的の計算法は Waltking の行つた微分方程式より求めものが最も正確ではあるが，之とても振動型を左右對稱型と非對稱型との場合に分けて求めて居り，或程度の制約を受けてゐることは否めない．之に對して著者の行つた方も拱軸の伸縮の有無に依つて2つの振動型に分けたが，その制約の程度は Waltking の場合と大して變りはない．

尙ほ勢方式の解法に對しては Hartog 及び Federhofer のものがあるが，拱軸の伸縮の伴はぬ曲げモーメントに依る拱の振動に對しては第1次基本振動を求めうるのみであり，拱軸の伸縮を伴ふ拱の振動に對しては拱の細長比が大きい範圍では Waltking の嚴密解と著しく異り誤差が極めて大きい．萬年橋についてこれらの結果を比較すれば

著者の勢方式に依る解法	$\sqrt{k}=61.392$
	$T=0.2401$ 秒
Waltking の微分方程式に依る解法	$61.237<\sqrt{k}<61.644$
	$T\fallingdotseq 0.24$ 秒

Hartog の勢力式に依る解法　　$\sqrt{k}=73.72$

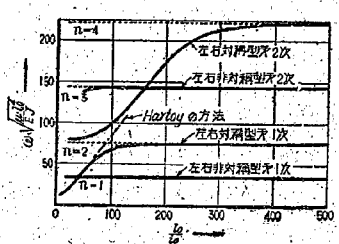
$T'=0.2003$ 秒

萬年橋の實測値　　$T=0.232\sim0.238$ 秒

であり著者のものは極めて誤差が少く，計算法も簡單であつた．

萬年橋の細長比$\left(\frac{\gamma_0}{t_0}\right)\fallingdotseq81$であつて，若し之より細長比の大きい拱では Hartog の勢力式に依る解法は更に誤差が大きくなる．圖-23 は拱の細長比に依る $\sqrt{k}$ の變化を示したもので Hartog の勢力式は直線的であり左右非對稱型振動に對して細長比 50 を越すと著しく誤差が大きいものである．

圖-23



尙は拱の伸縮を伴はぬ振動に對しては從來の勢力式のものも充分正確であるが，筆者は一般式として

$$w=\frac{1}{r_0^2}\cdot\sqrt{\frac{EI}{\mu}}\cdot\frac{\frac{(n+1)^3\pi^3}{2^3\beta^3}-\frac{(n+1)\pi}{2\beta}}{\sqrt{\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}+3+\frac{2}{f^2}+\frac{1}{f^2}\left\{1-\frac{(n+1)^2\pi^2}{2^2\beta^2}\right\}^2}}$$

を導いた．

玆に n は零以外の正の整數であり，$n=1$ の場合は拱が 2 つの波となる左右非對稱型の第 1 次基本振動であり，$n=2$ は拱が 3 つの波となる左右對稱型の第 2 次基本振動の拱軸の伸縮を伴はぬものであり，拱軸の伸縮を伴ふ左右對稱型の第 1 次基本振動は細長比が大きくなる從つて拱軸の伸縮は起りにくくなり次第にこの振動型に移行するものでてる．$n=1,2\cdots\cdots$ は圖-23 に示す直線で示される．

2) 萬年橋の振動測定の結果，この橋は振動に對して剛性が極めて小さい．即ち振動を減衰せしむべき制振作用が極めて少いことが明かになつた．又拱に 2 種の性質を異にする振動が存在することも立證し得た．

周期的外力の進行により以上の 2 種の振動の內で拱軸の伸縮を伴はぬ左右對稱型の振動が最もよく共鳴をなし危險振動であり，補强對策もこの振動型を對照として行ふべきものである．

萬年橋の弱點は (1)，橋の死荷重が著しく少いこと．(2)，床部の剛性が少く制振作用をなし得ないこと．(3)，橋面の凹凸が大きく衝擊反力が大きこと．(4)，橫構，對傾構が極めて簡略で橋全體と一體となつて制振作用が行ひ得ないこと．であり，之らの弱點の補强がこの橋の補强法である．

補强對策を左右非對稱型振動に就いて考へれば，橋面の凹凸の減少は先づ第 1 に必要であり，床部の連續性と剛性とを與へることにより制振作用を增進し，更に補强鋼材を利用すれば，床部と主拱とは 1 體となつて働き著しく振動的剛性を加ふるものである．

萬年橋の走行荷重に依る最大衝擊率は測點 III に於て走行速度 43.9 km/hr の場合に 107% が記錄されたが，これは橋面の凹凸に依る巨大な衝擊力を同時に考へるべきものであり，之は今後に殘された問題である．

周期的外力の行進による萬年橋の振動は早步行進（1 分間 125 步，周期 0.48 秒）に對して著しき共鳴現象を見せ，靜的撓み 1.75 mm に對し最大撓み 17.1 mm となり衝擊に依り 878% の撓みの增加を見た．之は左右非對稱型振動に共振したためである．駈步行進（1 分間 209 步，周期 0.287 秒）は左右對稱振動と共鳴しうるものであつたが，實際には何等共振をなさず左右非對稱型振動は走行荷重と同樣に周期的外力の行進にも危險振動とはなり得ないことが明かとなつた．

鐵筋コンクリートT桁橋標準設計案

囑託 牧野 喬
梅津庫記

緒言

昭和6年6月，所報第二十號に「國道鐵筋コンクリートT桁橋標準設計案」，並びに同8年6月，所報第二十四號に「府縣道鐵筋コンクリートT桁橋標準設計案」が夫々大野技師により發表されたのであるが，其の後「鐵筋コンクリート標準示方書」並びに「鋼道路橋設計示方書」の改正を見たるにより，こゝに本設計も當然改正の餘儀なきに立ち至つた．

所報第六十一號「鋼道路橋設計資料並びに鈑結鈑桁橋標準設計案」の緒言に於いて述べたる如く，時局柄，鐵材使用橋梁の新設工事が皆無に等しい狀態にあるので，新示方書の反響や，實績を見ることは極く少ないのであるが，新示方書の實施に備へる準備期間を與へられたと思ひ，この期間を利用して，後日の設計に對する資料の整備に心懸く可きであらう．

こゝに發表するものは，もとより完璧とは言ひ得ないが，これによつて新示方書の實施に伴ふ，設計上の基準ともなし得れば幸ひである．

設計概要

有效幅員は，前回の標準設計に於いて，

國道橋（二等橋） 7.5 m, 9.0 m, 11.0 m

府縣道橋（三等橋） 4.5 m, 6.0 m, 7.5 m

に就いて設計を行つてあるのであるが，今回は

一等橋（國道橋） 5.5 m, 6.0 m, 7.5 m

二等橋（府縣道橋） 4.5 m, 5.5 m, 6.0 m

の合計6種の幅員に就いて設計することゝし，支間は，前回 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 m の7種であつたが，本設計では，更に 12, 13, 14 m の3種を追加し，合計10種とした．

鋪裝並びに橫斷勾配は，各架橋地點の狀況に適する樣に之を定め，橋上路面の排水設備も亦，之に適應する樣に定むるものとした．但し，本設計に於いては，鋪裝及び敷コンクリートの重量として，平均 220 kg/m² を假定し，高欄は，地方的狀況に適せしむるを可とするを以つて，單に其の重量を各側 500 kg/m と假定して設計した．

尙，床版又は主桁に於ける，最も危險なる荷重の配置は，幅員狹少なる場合には，之により制限せらる可きも，將來の擴築に當りて補强を必要とせざる樣，幅員を無視して定めた．

主桁

1. 主桁間隔

主桁間隔の決定に當つては，先づ次式によつて，大凡の理論（經濟的）間隔を知り（式中 L は支間，l は主

図-1 T桁中央最大曲げモーメント (1)
(B は有効幅員, l は主桁間隔)

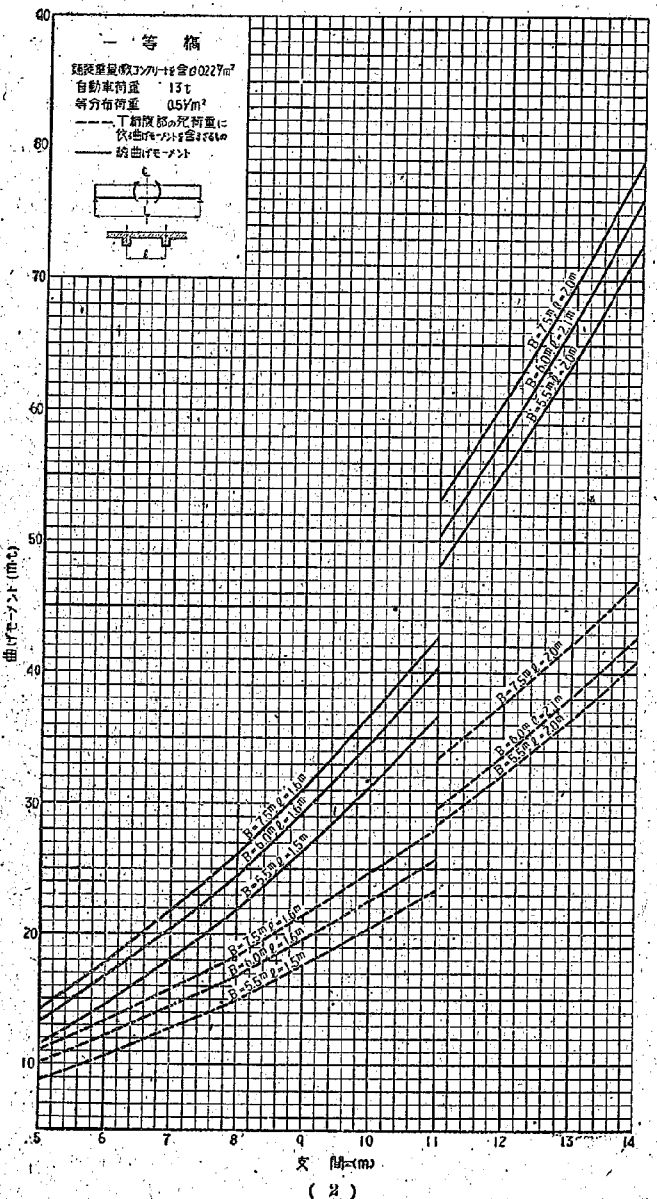


図-2　T 桁中央最大曲げモーメント (2)
(B は有效幅員，l は主桁間隔)

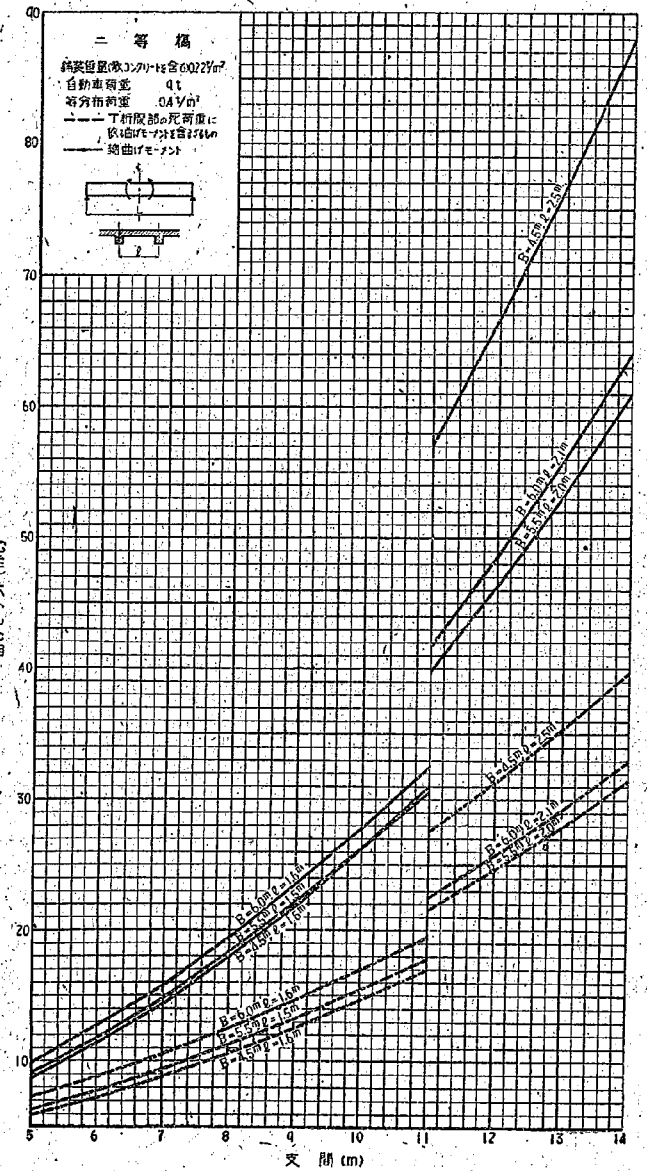


圖-3 T桁最大剪斷力 (1)
(B は有效幅員, l は主桁間隔)

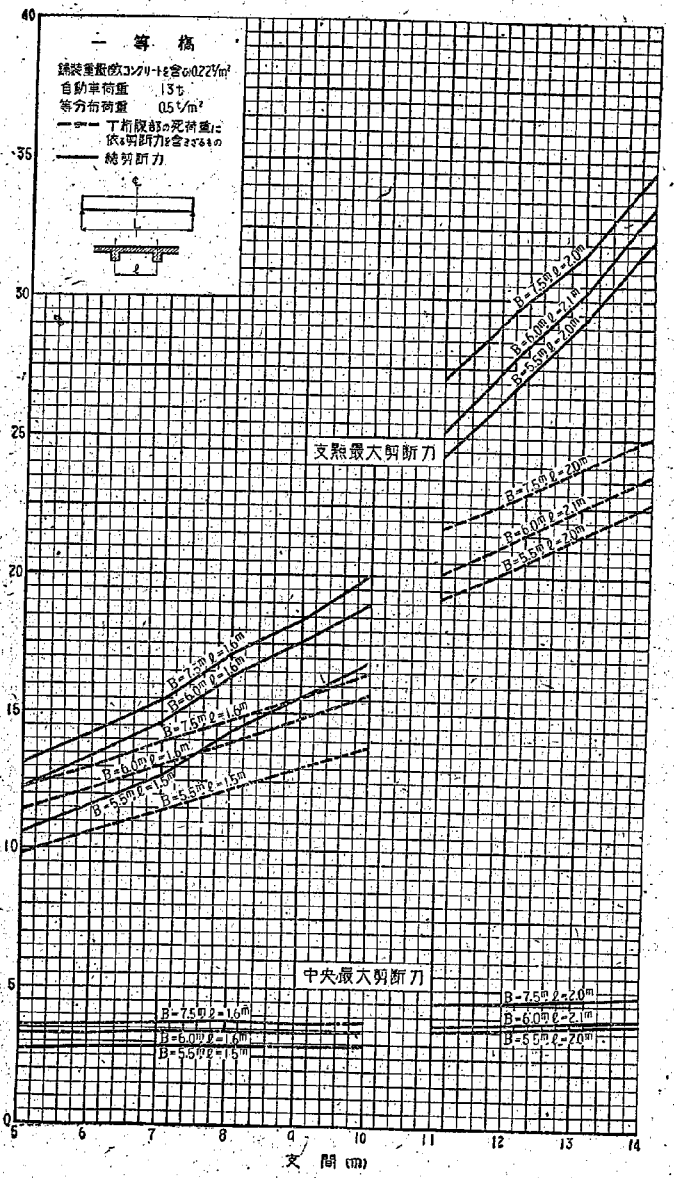


図-4 T 桁最大剪断力(2)
(B は有效幅員，l は主桁間隔)

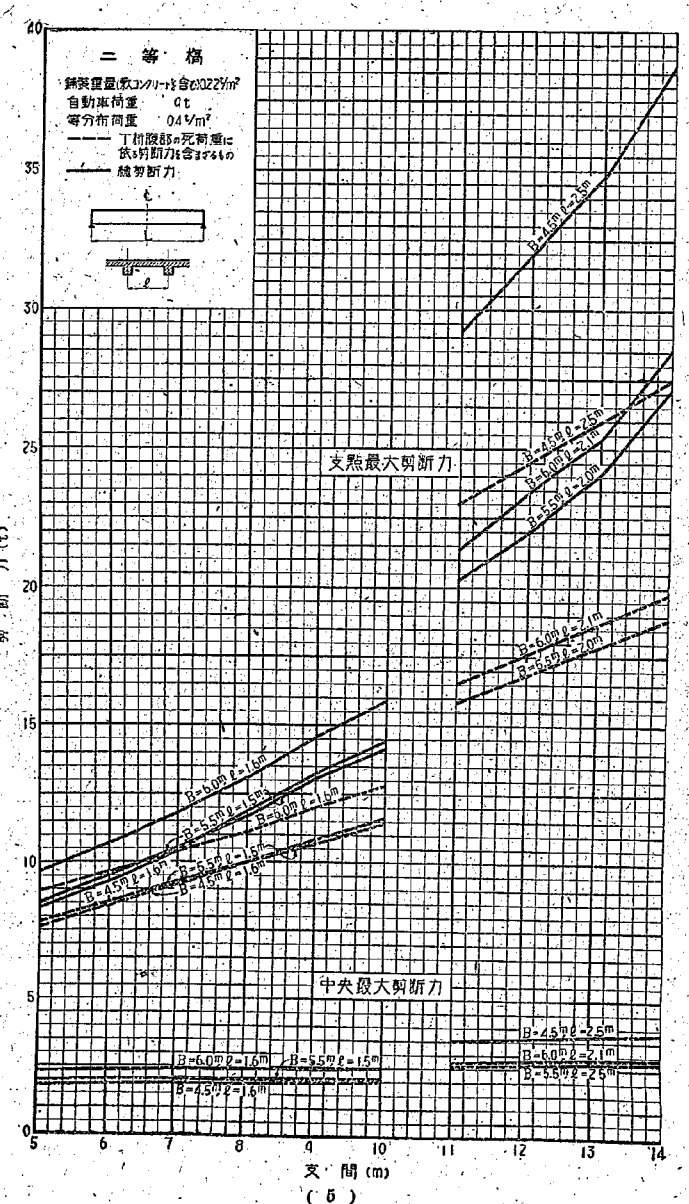


表-1

一等橋

支間 (m)		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
理論間隔 (m)		1.05	1.16	1.27	1.38	1.49	1.60	1.71	1.82	1.93	2.04
採用間隔 (m)	5.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5 (2.0)	2.0	2.0	2.0
	6.0	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6 (2.1)	2.1	2.1	2.1
	7.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6 (2.0)	2.0	2.0	2.0

二等橋

支間 (m)		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
理論間隔 (m)		1.00	1.13	1.26	1.39	1.52	1.65	1.78	1.91	2.04	2.17
採用間隔 (m)	4.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6 (2.5)	2.5	2.5	2.5
	5.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5 (2.0)	2.0	2.0	2.0
	6.0	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6 (2.0)	2.0	2.0	2.0

註 表中括弧せるものは，桁高が大となつても並支へなき場合採用し得る値を示す．

桁中心間隔)，更に設計並びに施工の便を考慮して，表-1 の如く決定した．

一等橋 $l=0.11L+0.50$

二等橋 $l=0.13L+0.35$

2. 曲げモーメント及び剪斷力

桁の絶對最大曲げモーメントは，支間中央の極く近くで起る故，本設計に於ては，支間中央の曲げモーメントを以つて計算し，圖-1 及び 圖-2 を得た．

剪斷力は，桁中央と桁端支承部に於けるものとを，普通の計算に依り求め，圖-3 及び 圖-4 を作製した．

尚，鐵筋コンクリート道路橋の衝撃に關しては，我國に未だ特別の規定がないため，本設計に當つて非常な不便と困難に遭遇した．舊設計に於いては，鋼道路橋に對するものと全く同一の衝撃公式を採用したのであるが，支間の增大に伴つて自重の急增する鐵筋コンクリート橋に對して，鋼橋と同様の衝撃を考慮することは明かに不合理且つ不經濟である．著者等はこの點に就き種々檢討を重ね，更に各方面の意見を參酌した上，些か獨斷の嫌はあつたが，本設計に對し次の衝撃公式を採用した．

$$i=\frac{6}{20+L} \qquad (L \text{ は支間})$$

3. 腹部寸法

腹部の高さ z 及び幅 b_0 は，次式を標準としたが，設計及び施工の便宜を考へ，附圖に示す如く切捨或ひは切上を行つた．

$$z=0.12\sqrt{Mr} \qquad (\text{cm})$$

$$b_0=0.16\sqrt{Mr} \qquad (\text{cm})$$

Mr は總荷重による最大曲げモーメント (t·m)

沓及び橋臺頂部

支間 11 m 以下では，鋼鈑を桁下に敷く程度で十分と考へられる．鋼鈑は，支間 7 m 以下は 1 枚，8 m 以上は 2 枚とした．

支間 12 m 以上では，桁端の回轉を自由ならしめるため，圖-5 の如き切線揺承を使用した．

沓の厚さ h_1 及び曲面の半徑 r_1 は，次式に依り決定した．

$$h_1 \geqq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3Rc}{a_1\sigma_a}}$$

a_1 は b_0（主桁の腹部幅 cm）

σ_a は沓の許容曲げ應力＝1 t/cm²

$$r_1 = 11.1\frac{R}{a_1}$$

橋臺頂部は，支間 11 m 以下に於いては，支承部奥行長 c_1 は $\frac{5}{100}l'$（l' は内法支間）以上とし（圖-6(a)），支間 12 m 以上では，支承中心線より橋臺前面迄の長さ c_2 を $c_2 \geqq 0.2+0.15\,l'$ とした（圖-6(b)）．

圖-5

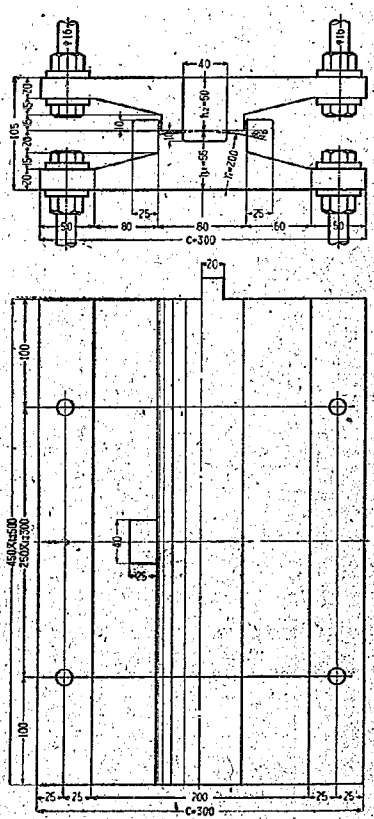
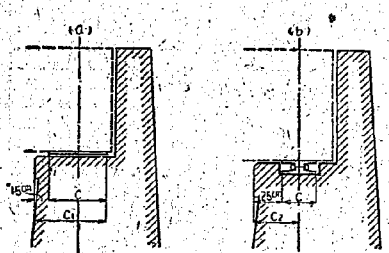


圖-6



材　　料

圖-7 乃至 圖-9 は，本設計の所要材料を圖示せるものにして，中間支間並びに他の桁員に對する所要材料を本圖より推定するを得る．但し，こゝには鋪裝及び敷コンクリート，橋臺頂部，高欄及び鐵筋繋結用鋼線等は含んでゐない．

（設計圖面は巻末に添附す）

図-7 所要コンクリート體積
(B は有效幅員，l は主桁間隔)

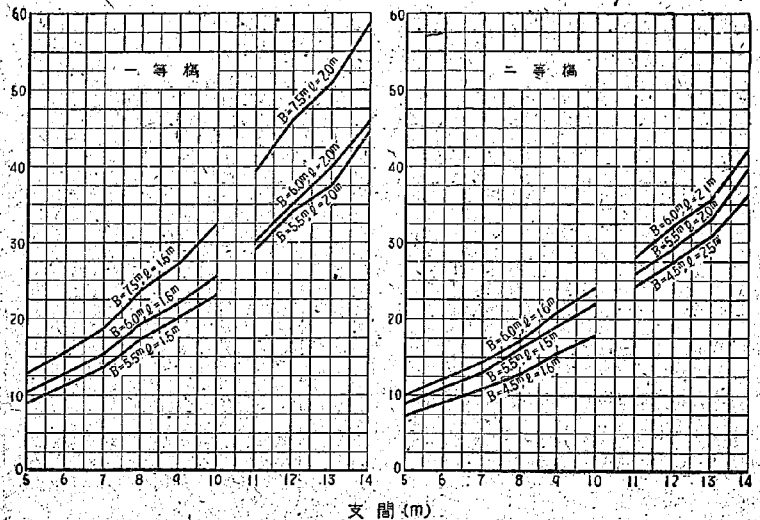


図-8 所要鐵筋重量
(B は有效幅員，l は主桁間隔)

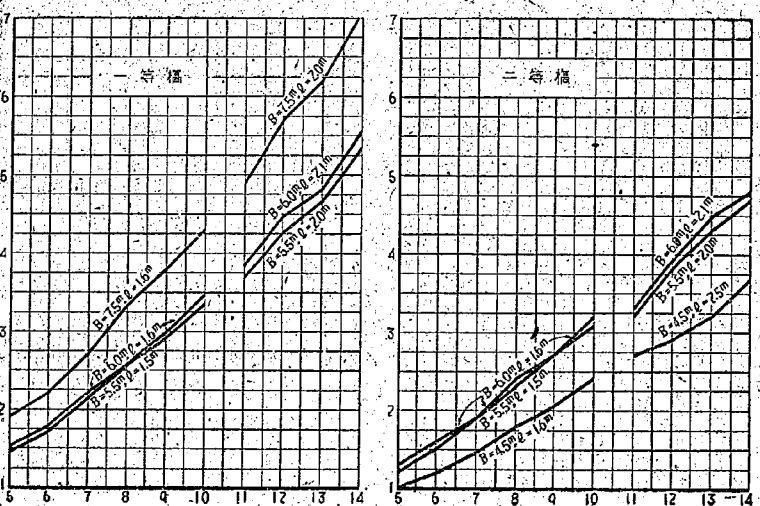
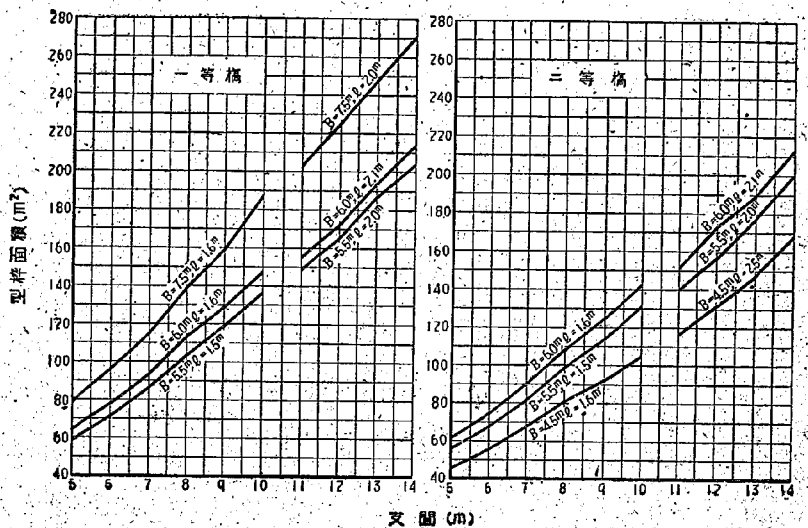
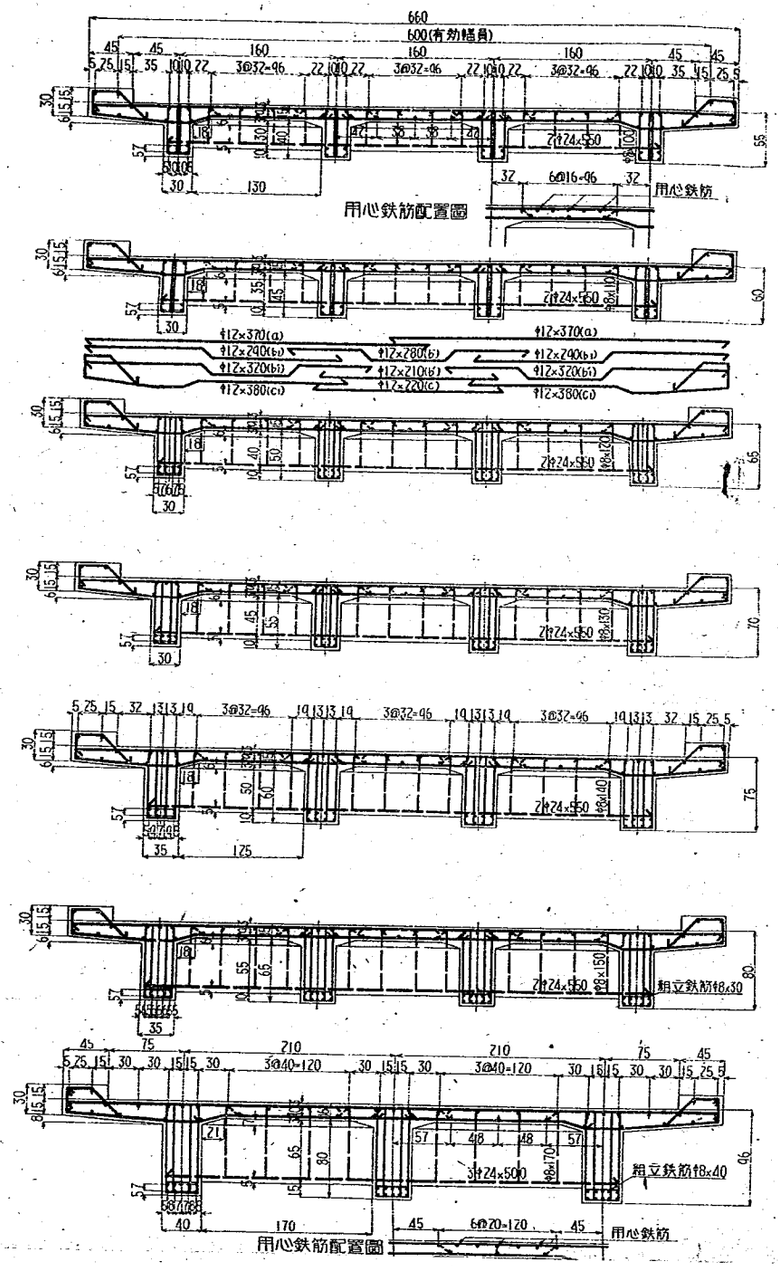


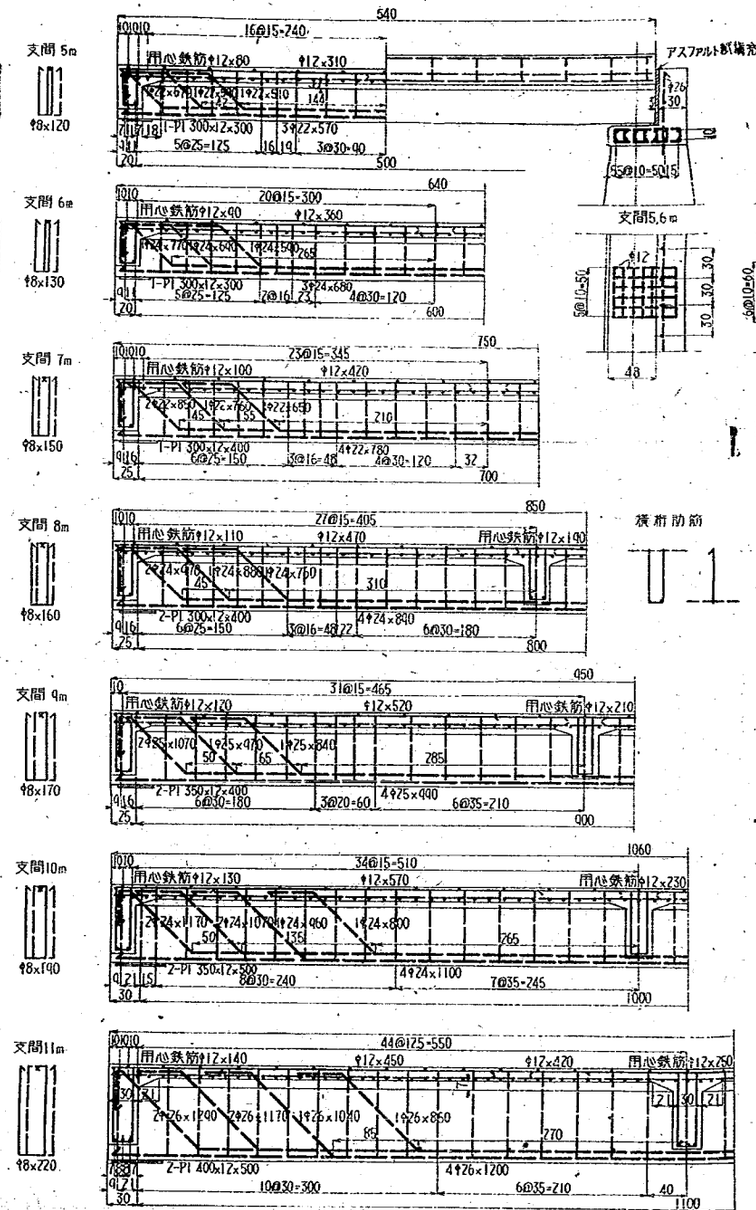
圖-9 所要型枠面積
（B は有效幅員，l は主桁間隔）



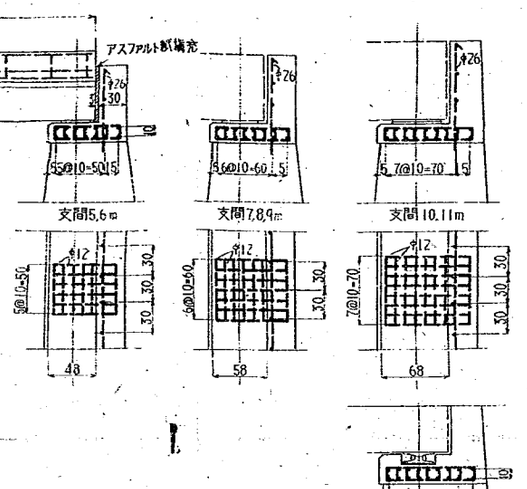
横 断 面 圖



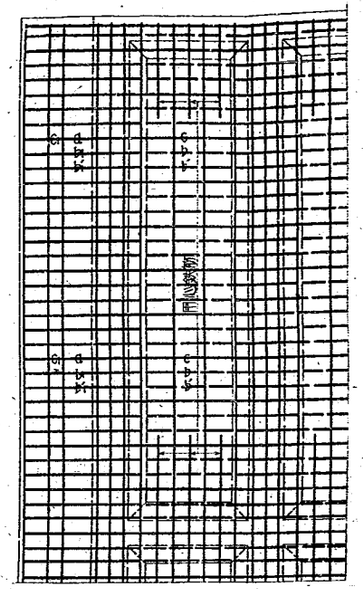
縦 断 面 圖



橋台支承部鉄筋配置圖



床版鉄筋配置圖



橫桁肋筋

U1

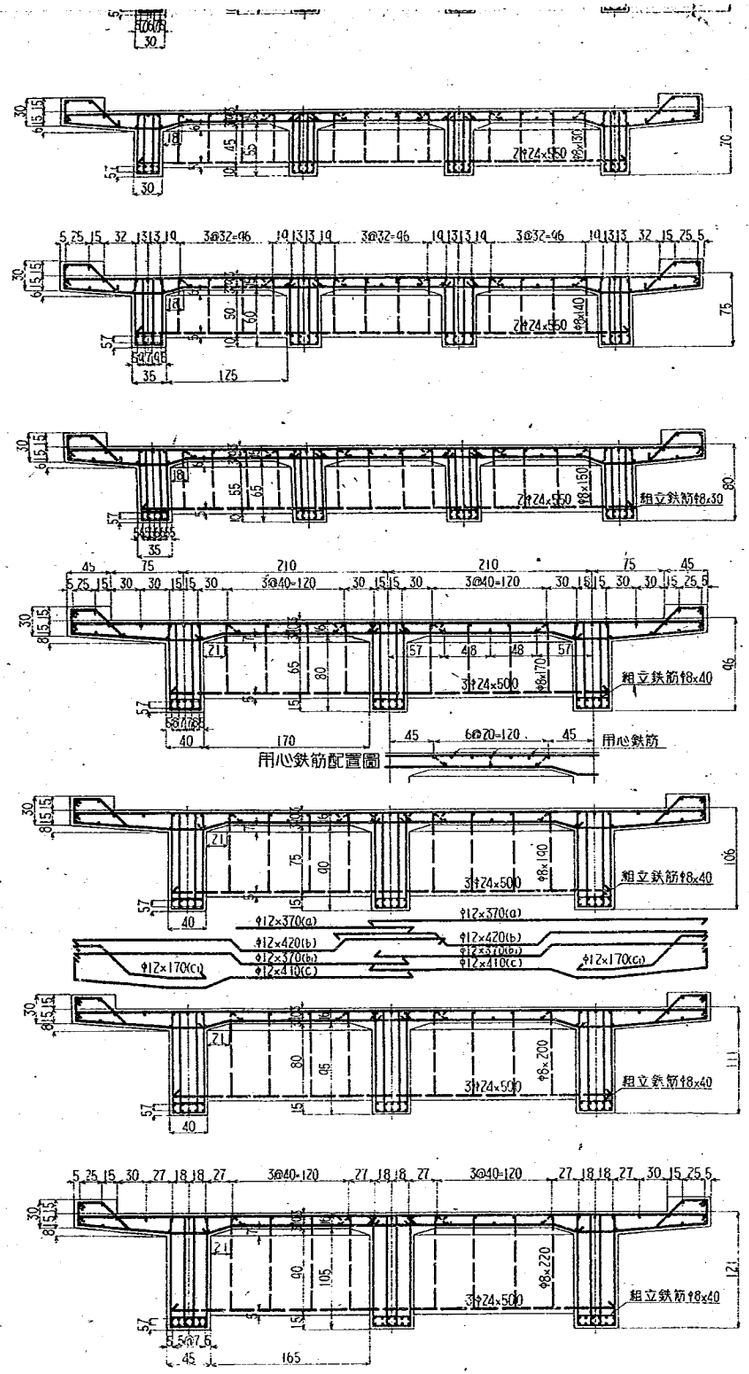
鉄 筋 表

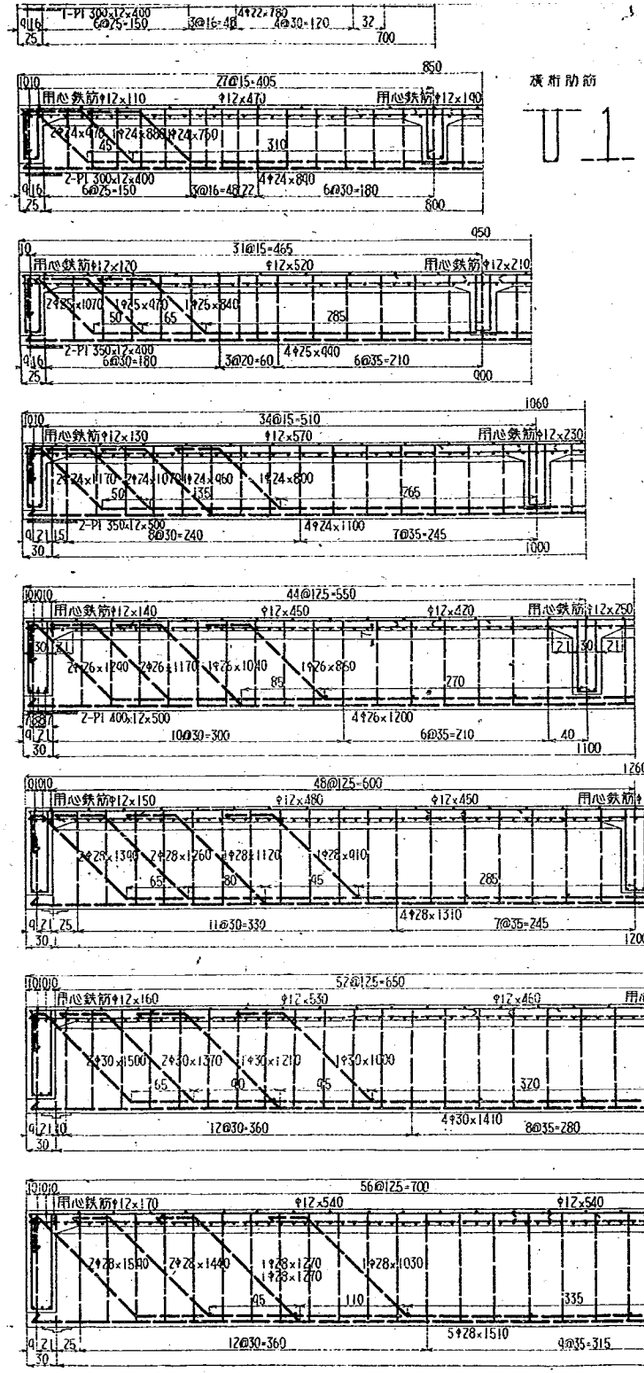
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	12	22	5.7	12	24	6.8	16	22	7.8	16	24	8.9	16	25	9.9	16	24	11.0	12	26	12.0	12	28	13.1	12	30	14.1	15	28	15.1
	4	+	6.7	4	+	7.7	8	+	8.5	8	+	9.7	8	+	10.7	8	+	11.7	6	+	12.9	6	+	13.9	6	+	15.0	6	+	15.9
	4	+	5.0	4	+	6.0	4	+	7.6	4	+	8.8	4	+	9.7	8	+	10.7	6	+	11.7	6	+	12.6	6	+	13.7	6	+	14.4
	4	+	5.1	4	+	5.9	4	+	6.5	4	+	7.6	4	+	8.4	4	+	9.6	3	+	10.4	3	+	11.2	3	+	12.1	6	+	12.7
																4	+	8.0	3	+	8.5	3	+	9.1	3	+	10.0	3	+	10.3
主桁用心鉄筋	18	4	8.2	21	6	8.1	3	24	8.5	8	15	7.8	0	16	8.9	26	6	8.1	7	8	8.0	22	8	7.2	24	8	7.4	27	8	7.5
粗立鉄筋																			24	8	10.3	18	8	8.0	18	8	8.0	27	8	10.4
横桁	4	24	5.5	4	24	5.5	4	24	5.5	6	24	5.5	6	24	5.5	6	24	5.5	9	24	5.0	9	24	5.0	9	24	5.0	9	24	5.0
	24	8	10.0	24	8	11.1	24	8	11.7	36	8	11.3	36	8	11.4	36	8	11.5	24	8	11.7	24	8	11.9	24	8	12.0	24	8	12.2
床版主鉄筋	26	12	3.7	30	12	3.7	34	12	3.7	38	12	3.7	42	12	3.7	50	12	3.7	62	12	3.7	70	12	3.7	74	12	3.7	78	12	3.7
	12	+	2.8	14	+	2.8	18	+	2.8	20	+	2.8	22	+	2.8	24	+	2.8	64	+	4.2	68	+	4.2	72	+	4.2	80	+	4.2
	12	+	2.1	14	+	2.1	16	+	2.1	18	+	2.1	20	+	2.1	22	+	2.1	60	+	3.7	64	+	3.7	72	+	3.7	76	+	3.7
	24	+	2.9	28	+	2.9	36	+	2.9	40	+	2.9	44	+	2.9	48	+	2.9	62	+	4.1	70	+	4.1	74	+	4.1	78	+	4.1
	24	+	3.2	28	+	3.2	32	+	3.2	36	+	3.2	40	+	3.2	44	+	3.2	62	+	1.7	70	+	1.7	74	+	1.7	78	+	1.7
	13	+	2.2	15	+	2.2	17	+	2.2	19	+	2.2	21	+	2.2	25	+	2.2												
	26	+	3.8	30	+	3.8	34	+	3.8	38	+	3.8	42	+	3.8	50	+	3.8												
床版横鉄筋	108	12	3.1	106	12	3.6	106	12	4.2	106	12	4.7	106	12	5.2	106	12	5.7	86	12	4.5	86	12	4.8	86	12	5.3	129	12	5.4
																			43	+	4.7	43	+	4.5	43	+	4.6			
用心鉄筋	18	12	0.8	18	12	0.9	18	12	1.0	18	12	1.1	18	12	1.2	18	12	1.3	12	12	1.4	12	12	1.5	12	12	1.6	12	12	1.7
										9	+	1.6	9	+	2.1	9	+	1.3	6	+	1.2	6	+	1.2	6	+	1.2	6	+	1.3

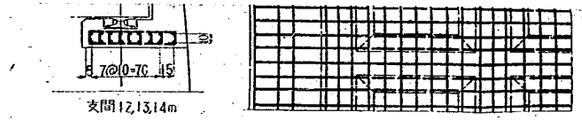
一 覽 表

(注意 鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	沓
5	1.6	30 × 40	15	0.646	1.275	61.15	8-PI 300×12×300
6	〃	〃 × 45	〃	11.860	1.575	74.50	〃
7	〃	〃 × 50	〃	14.324	1.908	89.76	8-PI 300×12×400
8	〃	〃 × 55	〃	17.215	2.381	108.26	16-PI 300×12×400
9	〃	35 × 60	〃	20.860	2.701	124.38	16-PI 350×12×400
10	〃	〃 × 65	〃	23.987	3.169	142.58	16-PI 350×12×500
11	2.1	40 × 80	16	28.060	3.255	150.84	12-PI 400×12×500
12	〃	〃 × 40	〃	32.118	3.859	171.86	本文參照
13	〃	〃 × 45	〃	35.448	4.454	184.20	〃
14	〃	45 × 105	〃	42.120	4.837	212.27	〃







鉄　筋　表

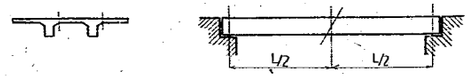
支間m	5				6				7				8				9				10				11				12				13				14			
	数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m		数	径mm	長m	
主桁主鉄筋	12	22	5.7		12	24	6.8		16	22	7.8		16	24	8.4		16	25	9.0		16	24	11.0		12	26	12.0		12	28	13.1		12	30	14.1		15	28	15.1
	4	〃	6.7		4	〃	7.7		8	〃	8.5		8	〃	9.7		8	〃	10.7		8	〃	11.7		6	〃	12.6		6	〃	13.6		6	〃	14.5		6	〃	15.5
	4	〃	5.0		4	〃	6.0		4	〃	7.6		4	〃	8.8		4	〃	9.7		8	〃	10.7		6	〃	11.7		6	〃	12.6		6	〃	13.7		6	〃	14.4
	4	〃	5.1		4	〃	5.8		4	〃	6.5		4	〃	7.6		4	〃	8.4		4	〃	9.6		3	〃	10.4		3	〃	11.2		3	〃	12.1		6	〃	12.7
																					4	〃	8.0		3	〃	8.5		3	〃	9.1		3	〃	10.0		3	〃	10.3
主桁添加鉄筋	8	8	1.2		16	8	1.3		24	8	1.5		28	8	1.6		16	26	4.1		7	8	1.1		80	8	1.3		22	24	3.8		8	24	3.7		70	8	1.2		25	26	8.1		27
組立鉄筋																					24	8	1.0		3	8	1.8		4	8	1.8		4	8	2.7		4	8	3.3		4
横筋	4	24	5.5		4	24	5.5		4	24	5.5		6	24	5.5		6	24	5.5		6	24	5.5		9	24	5.0		9	24	5.0		9	24	5.0		9	24	5.0	
	24	8	1.0		24	8	1.1		24	8	1.2		36	8	1.3		36	8	1.4		36	8	1.5		24	8	1.7		24	8	1.9		24	8	2.0		24	8	2.2	
床版主鉄筋	26	12	3.7		30	12	3.7		34	12	3.7		38	12	3.7		42	12	3.7		50	12	3.7		62	12	3.7		70	12	3.7		74	12	3.7		78	12	3.7	
	12	〃	2.8		14	〃	2.8		18	〃	2.8		20	〃	2.8		22	〃	2.8		24	〃	2.8		64	〃	4.2		68	〃	4.2		72	〃	4.2		80	〃	4.2	
	12	〃	2.1		14	〃	2.1		16	〃	2.1		18	〃	2.1		20	〃	2.1		22	〃	2.1		60	〃	3.7		64	〃	3.7		72	〃	3.7		76	〃	3.7	
	24	〃	7.9		28	〃	2.9		36	〃	2.9		40	〃	2.9		44	〃	2.9		48	〃	2.9		62	〃	4.1		70	〃	4.1		74	〃	4.1		78	〃	4.1	
	24	〃	3.2		28	〃	3.2		32	〃	3.2		36	〃	3.2		40	〃	3.2		44	〃	3.2		62	〃	1.7		70	〃	1.7		74	〃	1.7		78	〃	1.7	
	13	〃	2.2		15	〃	2.2		17	〃	2.2		14	〃	2.2		21	〃	2.2		25	〃	2.2																	
	26	〃	3.8		30	〃	3.8		34	〃	3.8		38	〃	3.8		42	〃	3.8		50	〃	3.8																	
床版補鉄筋	106	12	3.1		106	12	3.6		106	12	4.2		106	12	4.7		106	12	5.2		106	12	5.7		86	12	4.5		86	12	4.8		86	12	5.3		129	12	5.4	
																									43	〃	4.2		43	〃	4.5		43	〃	4.6					
用心鉄筋	18	12	0.9		18	12	0.9		18	12	1.0		18	12	1.1		18	12	1.2		18	12	1.3		12	12	1.4		12	12	1.5		12	12	1.6		12	12	1.7	
													9	〃	1.9		9	〃	2.1		9	〃	2.3		6	〃	2.5		6	〃	2.7		6	〃	2.9		6	〃	3.1	

一　覧　表

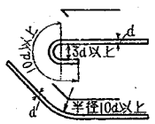
（注意　鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	杏
5	1.6	30 × 40	15	4.646	1.275	61.15	8-PI 300×12×300
6	〃	〃 × 45	〃	11.860	1.575	74.50	〃
7	〃	〃 × 50	〃	14.324	1.908	84.76	8-PI 300×12×400
8	〃	〃 × 55	〃	17.215	2.381	108.26	16-PI 300×12×400
9	〃	35 × 60	〃	20.860	2.761	124.38	16-PI 350×12×400
10	〃	〃 × 65	〃	23.487	3.169	142.58	16-PI 350×12×500
11	2.1	40 × 80	16	28.060	3.255	150.84	12-PI 400×12×500
12	〃	〃 × 90	〃	32.118	3.859	171.86	本文参照
13	〃	〃 × 95	〃	35.448	4.454	184.20	〃
14	〃	45 × 105	〃	42.120	4.837	212.27	〃

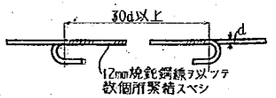
施工接合



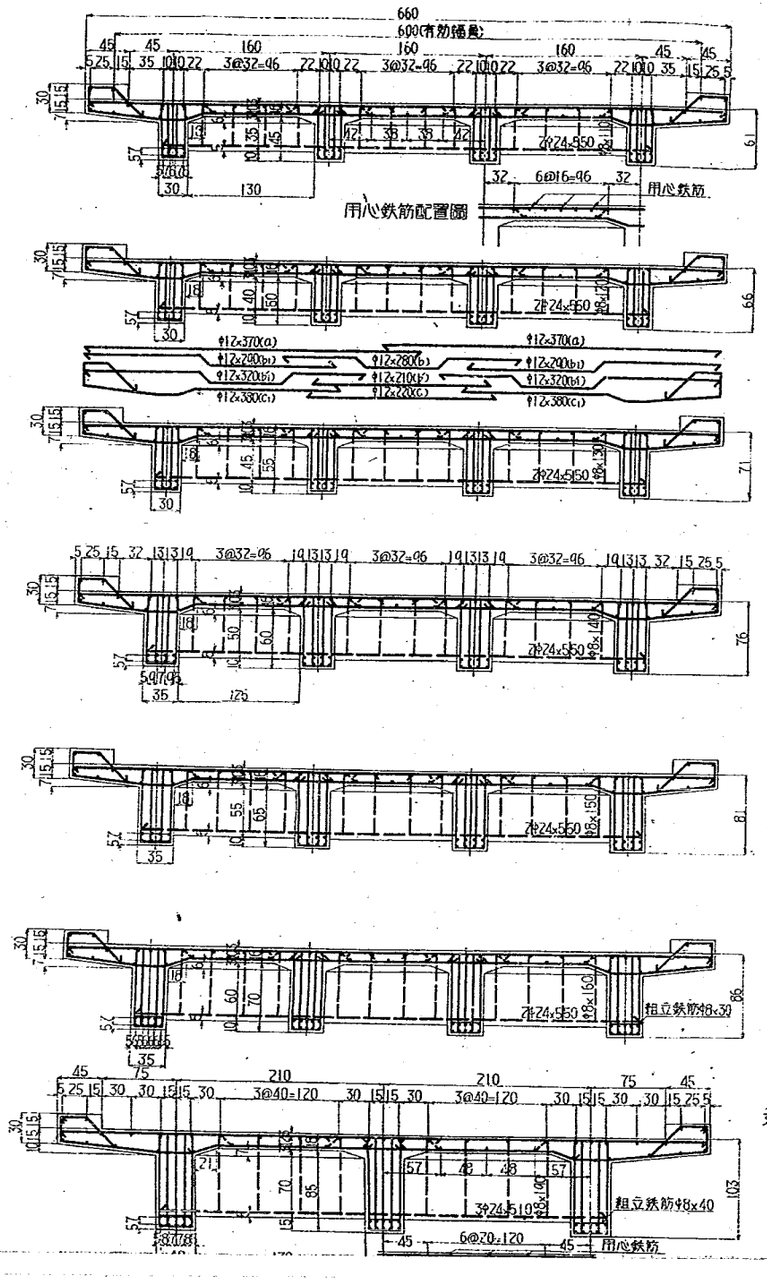
鉄筋曲方



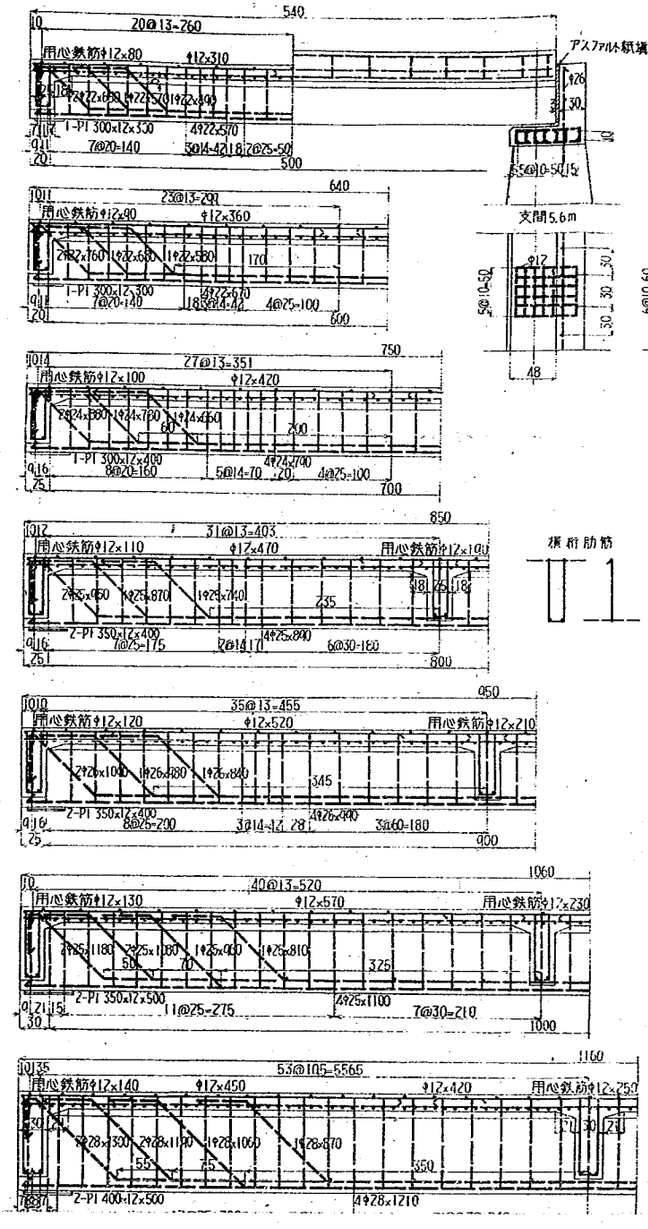
鉄筋接合



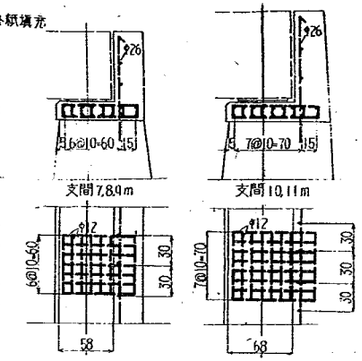
横　断　面　図



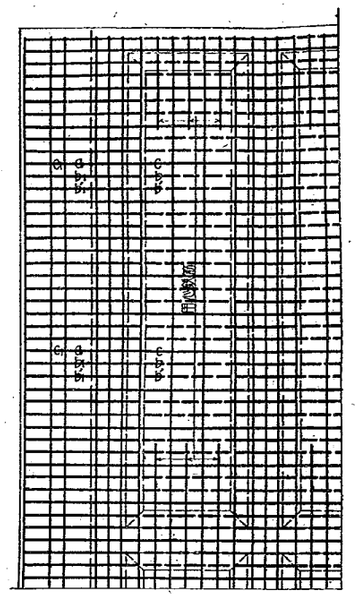
縦　断　面　図



橋台支承部鉄筋配置図



床版鉄筋配置図



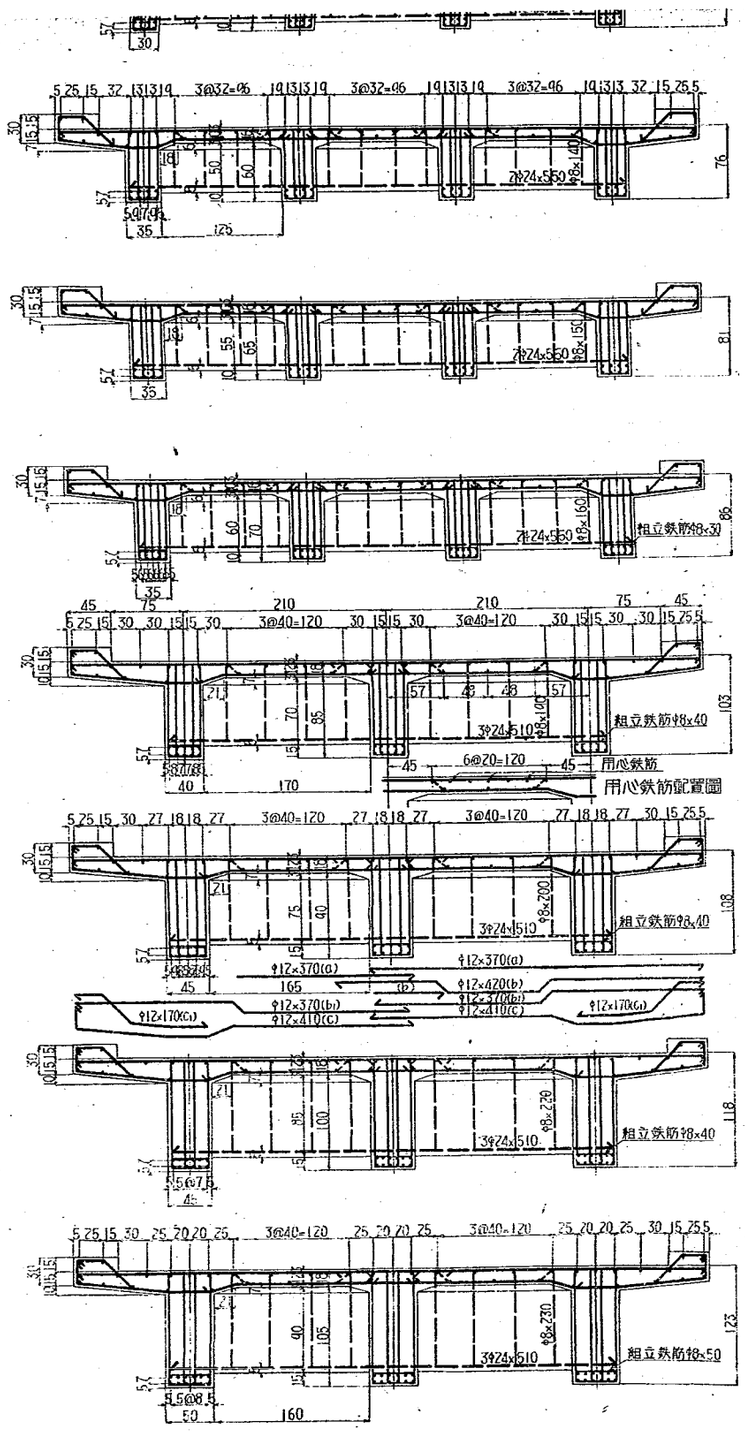
鉄　筋　表

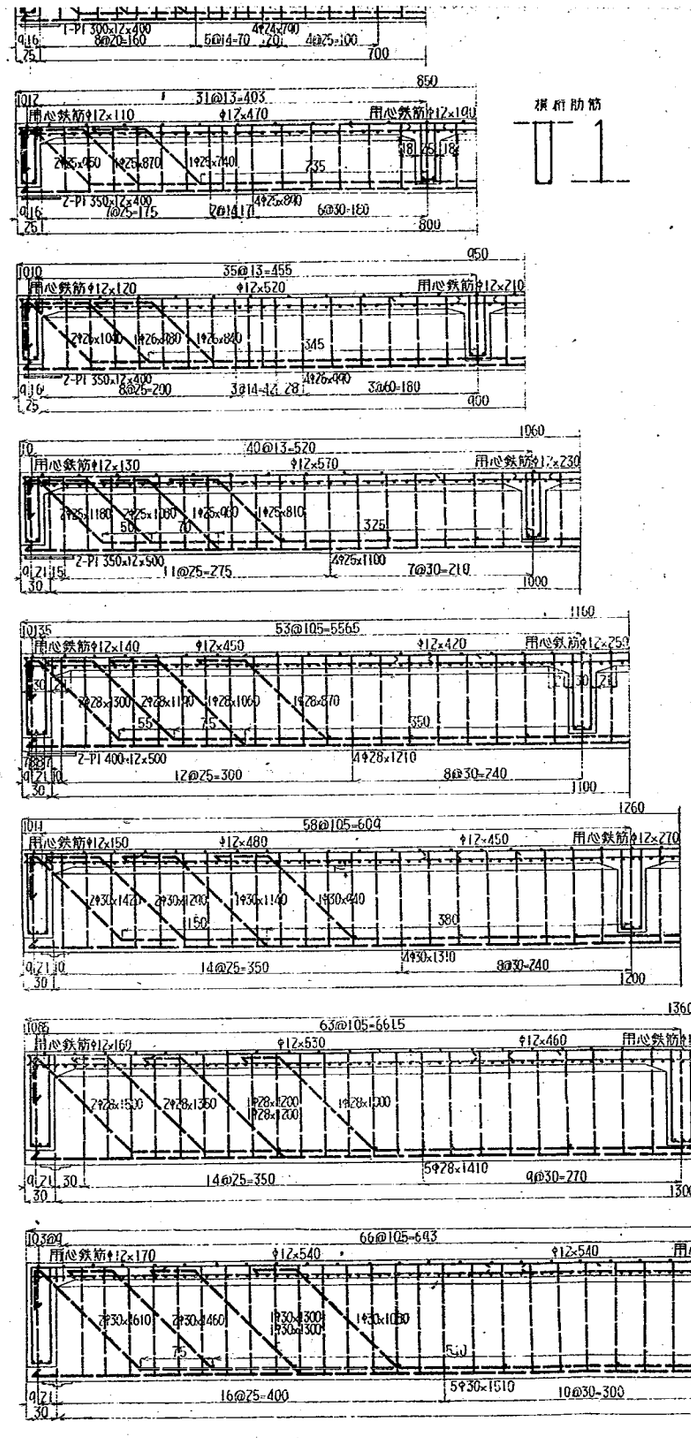
支間m		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14	
		数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m	数	径mm 長m
主桁主鉄筋		16	22 5.7	16	22 6.7	16	24 7.0	16	25 8.0	16	26 8.0	16	25 11.0	17	28 12.1	17	30 13.1	15	28 14.1	15	30 15.1
		8	65 8.8	8	76 10.3	8	88 12.0	8	105 14.3	8	104 14.2	8	118 16.1	6	130 13.4	6	142 14.6	6	150 15.4	6	161 16.5
		4	57 3.9	4	68 4.6	4	78 5.3	4	187 12.7	4	98 6.7	8	102 13.9	6	114 11.8	6	120 12.4	6	135 13.9	6	146 15.0
		4	40 2.7	4	58 3.9	4	66 4.5	4	74 5.0	4	84 5.7	4	96 13.1	3	106 8.2	3	114 8.8	6	120 12.4	6	130 13.4
												4	81 11.0	3	87 6.7	3	94 7.2	3	100 7.7	3	106 8.2
主桁鉄筋		32	8 1.4	64	8 1.5	32	8 1.6	64	8 1.7	32	8 1.8	128	8 1.2	70	8 1.7	64	8 1.5	128	8 2.6	128	8 2.7
縦桁鉄筋												24	8 1.03	18	8 1.04	18	8 1.04	27	8 1.04	33	8 1.05
横桁		4	24 5.5	4	24 5.5	4	24 5.5	6	24 5.5	6	24 5.5	6	24 5.5	9	24 5.1	9	24 5.1	9	24 5.1	9	24 5.1
		24	8 1.1	24	8 1.2	24	8 1.3	36	8 1.4	36	8 1.5	36	8 1.6	24	8 1.9	24	8 1.9	24	8 2.0	24	8 2.2	24	8 2.3
床版主鉄筋		30	12 3.7	34	12 3.7	38	12 3.7	46	12 3.7	50	12 3.7	54	12 3.7	74	12 3.7	82	12 3.7	86	12 3.7	94	12 3.7
		14	‘ 2.8	16	‘ 2.8	20	‘ 2.8	22	‘ 2.8	24	‘ 2.8	28	‘ 2.8	72	‘ 4.2	80	‘ 4.2	88	‘ 4.2	92	‘ 4.2
		12	‘ 2.1	16	‘ 2.1	18	‘ 2.1	20	‘ 2.1	24	‘ 2.1	26	‘ 2.1	72	‘ 3.7	76	‘ 3.7	84	‘ 3.7	92	‘ 3.7
		28	‘ 2.4	32	‘ 2.4	40	‘ 2.4	44	‘ 2.4	48	‘ 2.4	56	‘ 2.4	74	‘ 4.1	82	‘ 4.1	86	‘ 4.1	94	‘ 4.1
		24	‘ 3.2	32	‘ 3.2	36	‘ 3.2	40	‘ 3.2	48	‘ 3.2	52	‘ 3.2	74	‘ 1.7	82	‘ 1.7	86	‘ 1.7	94	‘ 1.7
		15	‘ 7.2	17	‘ 7.2	19	‘ 7.2	23	‘ 7.2	25	‘ 7.2	27	‘ 7.2								
		30	‘ 3.8	34	‘ 3.8	38	‘ 3.8	46	‘ 3.8	50	‘ 3.8	54	‘ 3.8								
床版横鉄筋		106	12 3.1	106	12 3.6	106	12 4.2	106	12 4.7	106	12 5.2	106	12 5.7	40	12 4.5	40	12 4.8	40	12 5.3	436	12 5.4
														45	‘ 4.2	45	‘ 4.5	45	‘ 4.6		
用心鉄筋		18	12 0.8	18	12 0.9	18	12 1.0	18	12 1.1	18	12 1.2	18	12 1.3	12	12 1.4	12	12 1.5	12	12 1.6	12	12 1.7
								9	‘ 1.9	9	‘ 2.1	9	‘ 2.3	6	‘ 2.5	6	‘ 2.7	6	‘ 2.8	6	‘ 3.1

一　覧　表

(注意　鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ノ含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	沓
5	1.6	30×45	16	10.433	1.501	63.84	8-PI 300×12×300
6	‘	‘ ×50	‘	12.716	1.753	77.64	‘
7	‘	‘ ×55	‘	15.310	2.181	93.39	8-PI 300×12×400
8	‘	35×60	‘	19.318	2.560	112.62	16-PI 350×12×400
9	‘	‘ ×65	‘	21.950	2.960	129.19	‘
10	‘	‘ ×70	‘	25.403	3.446	147.82	16-PI 350×12×500
11	2.1	40×85	18	30.071	3.828	155.34	12-PI 400×12×500
12	‘	45×90	‘	35.148	4.430	172.05	本文参照
13	‘	‘ ×100	‘	30.887	4.812	144.26	‘
14	‘	50×105	‘	45.063	5.556	213.91	‘





鉄　筋　表

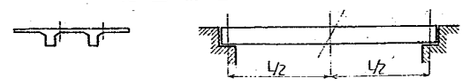
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	16	22	5.7	16	22	6.7	16	24	7.9	16	25	8.9	16	26	9.0	16	25	10.1	12	28	12.1	12	30	13.1	15	28	14.1	15	30	15.1
	8	9	6.5	8	9	7.6	8	9	8.8	8	9	9.5	8	9	10.4	8	9	11.8	6	9	13.0	6	9	14.2	6	9	15.0	6	9	16.1
	4	9	5.7	4	9	6.8	4	9	7.8	4	9	8.7	4	9	9.6	8	9	10.8	6	9	11.4	6	9	12.6	6	9	13.8	6	9	14.6
	4	9	4.4	4	9	5.8	4	9	6.6	4	9	7.4	4	9	8.4	4	9	9.6	3	9	10.6	3	9	11.4	6	9	12.0	6	9	13.0
																4	9	8.1	3	9	8.7	3	9	9.4	3	9	10.4	3	9	10.8
主桁腹鉄筋	32	8	1.4	24	8	1.5	32	8	1.6	28	8	1.7	32	8	1.8	32	8	2.0	20	8	2.1	28	8	2.5	28	8	2.6	32	8	2.7
組立鉄筋																24	8	0.5	18	8	0.4	18	8	0.4	21	8	0.4	24	8	0.5
横桁	4	24	5.5	4	24	5.5	4	24	5.5	6	24	5.5	6	24	5.5	6	24	5.5	0	24	5.1	0	24	5.1	0	24	5.1	0	24	5.1
	24	8	1.1	24	8	1.2	24	8	1.3	36	8	1.4	36	8	1.5	36	8	1.6	24	8	1.4	24	8	2.0	24	8	2.2	24	8	2.3
床版主鉄筋	30	12	3.7	34	12	3.7	38	12	3.7	46	12	3.7	50	12	3.7	54	12	3.7	74	12	3.7	82	12	3.7	86	12	3.7	94	12	3.7
	14	9	2.8	16	9	2.8	20	9	2.8	22	9	2.8	24	9	2.8	28	9	2.8	72	9	4.2	80	9	4.2	88	9	4.2	92	9	4.2
	12	9	2.1	16	9	2.1	18	9	2.1	20	9	2.1	24	9	2.1	26	9	2.1	72	9	3.7	76	9	3.7	84	9	3.7	92	9	3.7
	28	9	2.9	32	9	2.9	40	9	2.9	44	9	2.9	48	9	2.9	56	9	2.9	74	9	4.1	82	9	4.1	86	9	4.1	94	9	4.1
	24	9	3.2	32	9	3.2	36	9	3.2	40	9	3.2	48	9	3.2	52	9	3.2	74	9	1.7	82	9	1.7	86	9	1.7	94	9	1.7
	15	9	2.2	17	9	2.2	19	9	2.2	23	9	2.2	25	9	2.2	27	9	2.2												
	30	9	3.8	34	9	3.8	38	9	3.8	46	9	3.8	50	9	3.8	54	9	3.8												
床版横鉄筋	106	12	3.1	106	12	3.6	106	12	4.2	106	12	4.7	106	12	5.2	106	12	5.7	40	12	4.5	40	12	4.8	40	12	5.3	35	12	5.4
																			45	9	4.2	45	9	4.5	45	9	4.6			
用心鉄筋	18	12	0.8	18	12	1.0	18	12	1.0	18	12	1.1	18	12	1.2	18	12	1.3	12	12	1.4	12	12	1.5	12	12	1.6	12	12	1.7
										9	9	1.9	9	9	2.1	9	9	2.3	6	9	2.5	6	9	2.7	6	9	2.9	6	9	3.1

一　覧　表

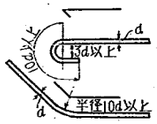
（注意　鉄筋重量中ニ繋結用鋼線ヲ含マズ）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	備考
5	16	30×45	16	10.433	1.501	63.04	8-PI 300×12×300
6	〃	〃×50	〃	12.716	1.753	77.69	〃
7	〃	〃×55	〃	15.310	2.181	93.39	8-PI 300×12×400
8	〃	35×60	〃	19.318	2.560	112.52	16-PI 350×12×400
9	〃	〃×65	〃	21.950	2.960	129.19	〃
10	〃	〃×70	〃	25.493	3.446	147.82	16-PI 350×12×500
11	21	40×85	18	30.071	3.828	155.34	12-PI 400×12×500
12	〃	45×90	〃	35.148	4.430	172.05	本文參照
13	〃	〃×100	〃	39.887	4.812	184.26	〃
14	〃	50×105	〃	45.963	5.556	213.91	〃

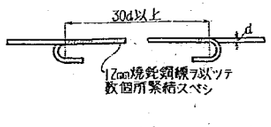
施工接合



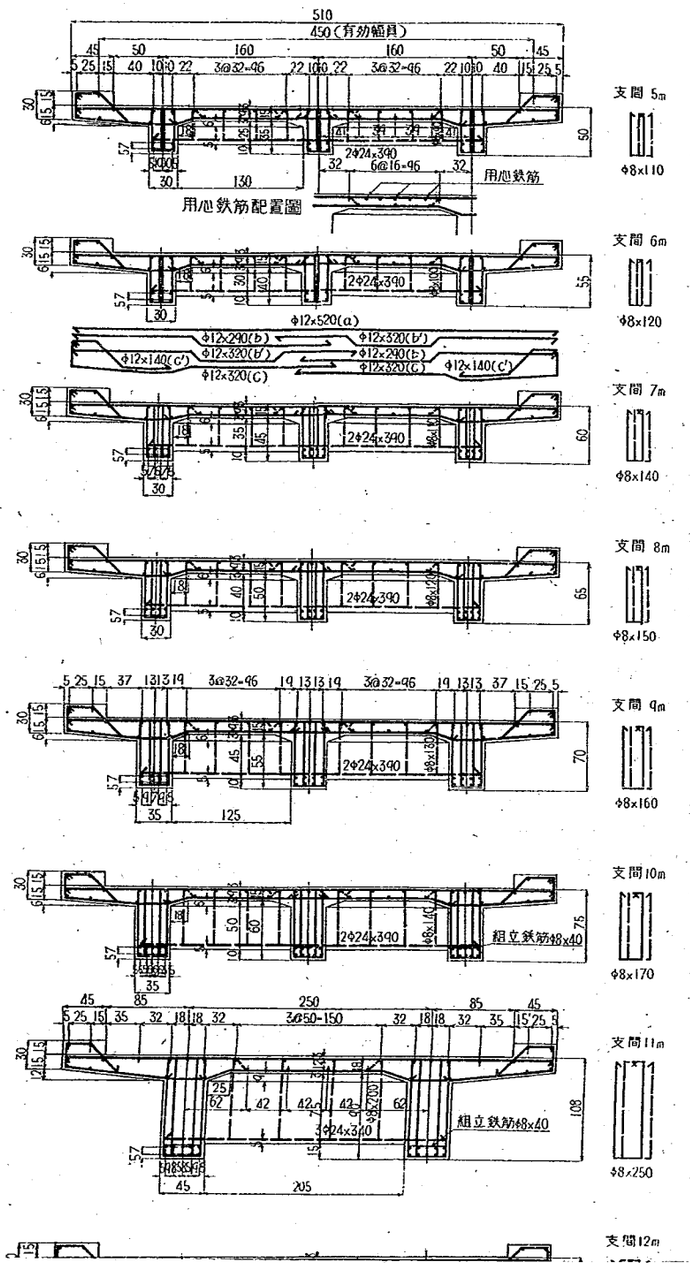
鉄筋曲方



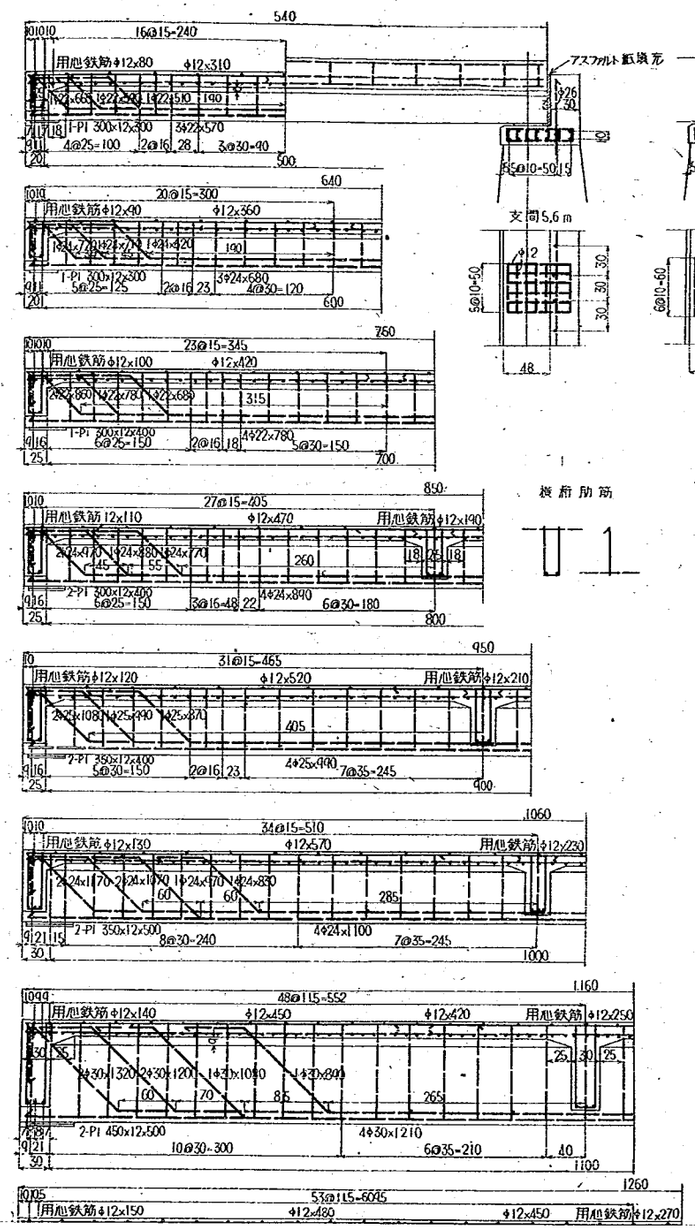
鉄筋接合



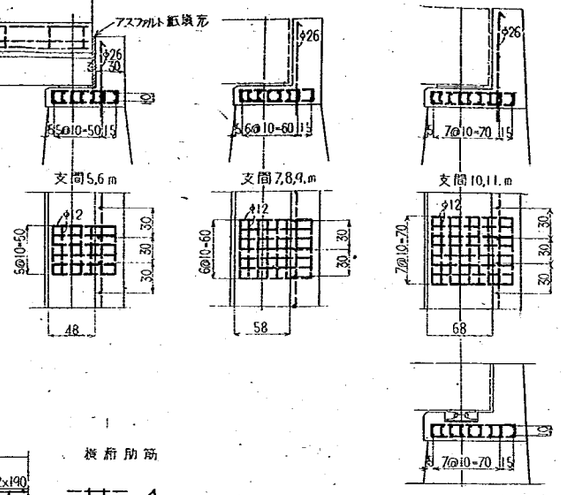
横断面図



縦断面図

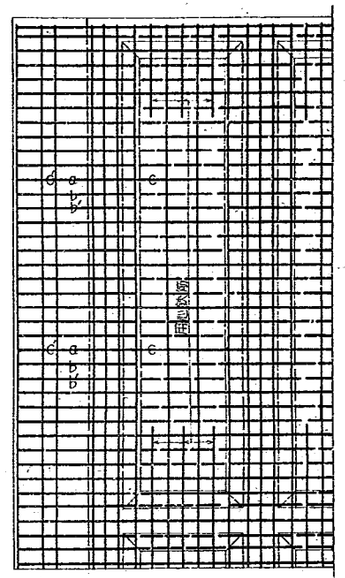


橋台支承部鉄筋配置図



横桁肋筋

床版鉄筋配置図



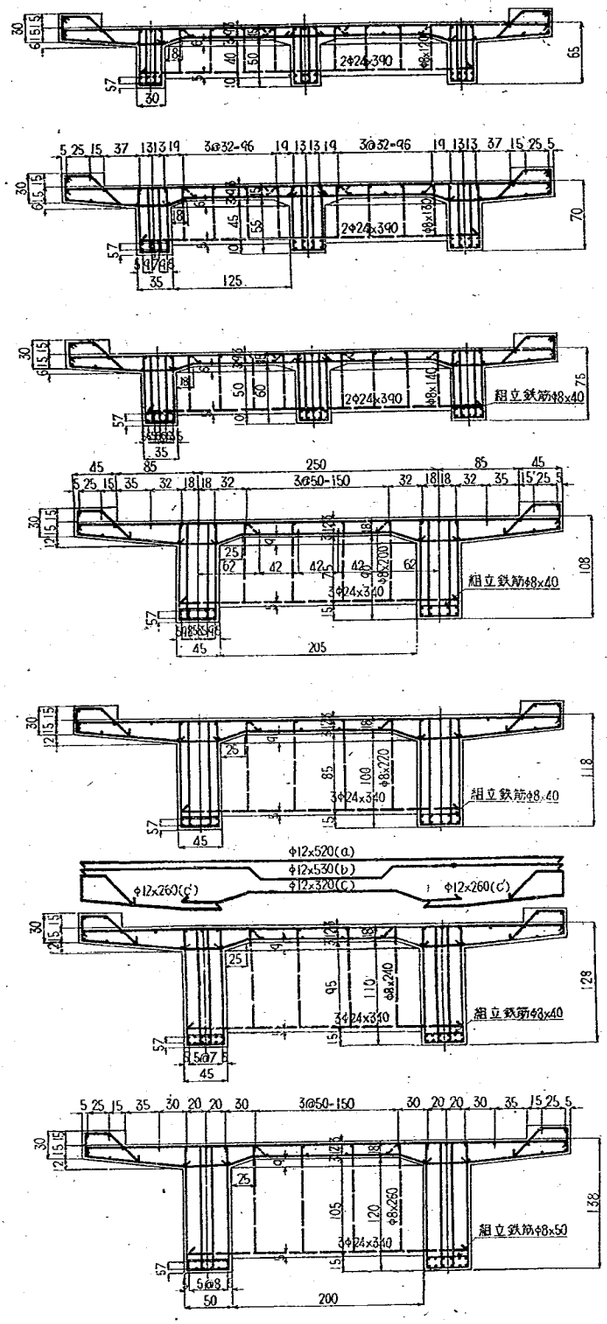
鉄筋表

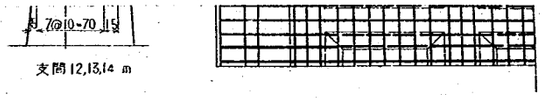
支間m		5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
		数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋		9	22	5.7	9	24	6.8	12	22	7.8	12	24	8.9	12	25	9.9	12	24	10.8	8	30	12.1	8	30	13.1	10	28	14.1	10	30	15.1
		3	"	6.6	3	"	7.7	6	"	8.6	6	"	9.7	6	"	10.8	6	"	11.7	4	"	13.2	4	"	14.0	4	"	14.9	4	"	16.0
		3	"	5.9	3	"	7.1	3	"	7.8	3	"	8.8	3	"	9.9	6	"	10.7	4	"	12.0	4	"	12.8	4	"	13.5	4	"	14.7
		3	"	5.1	3	"	6.2	3	"	6.8	3	"	7.7	3	"	8.7	3	"	9.7	2	"	10.8	2	"	11.2	4	"	12.1	4	"	12.9
																	3	"	8.3	2	"	8.9	2	"	9.7	2	"	9.8	2	"	10.5
主桁鉄筋		138	8	11.1	169	8	12.1	188	8	14.2	210	8	15.1	198	8	16.1	210	8	17.1	148	8	25.1	164	8	27.1	180	8	28.1	188	8	29.0
組立鉄筋																	16	8	0.3	12	8	0.4	12	8	0.4	18	8	0.4	22	8	0.5
横桁		4	24	3.9	4	24	3.9	4	24	3.9	6	24	3.9	6	24	3.9	6	24	3.9	4	24	3.4	4	24	3.4	4	24	3.4	4	24	3.4
		16	8	0.9	16	8	1.0	16	8	1.1	24	8	1.2	24	8	1.3	24	8	1.4	12	8	2.0	12	8	2.2	12	8	2.4	12	8	2.6
床版主鉄筋		13	12	5.2	15	12	5.2	17	12	5.2	19	12	5.2	21	12	5.2	25	12	5.2	35	12	5.2	37	12	5.2	39	12	5.2	43	12	5.2
		24	"	2.9	28	"	2.9	36	"	2.9	40	"	2.9	44	"	2.9	48	"	2.9	66	"	5.3	72	"	5.3	78	"	5.3	82	"	5.3
		24	"	3.2	28	"	3.2	32	"	3.2	36	"	3.2	40	"	3.2	44	"	3.2	35	"	3.7	37	"	3.7	39	"	3.2	43	"	3.2
		26	"	3.2	30	"	3.2	34	"	3.2	38	"	3.2	42	"	3.2	50	"	3.2	70	"	2.6	74	"	2.6	78	"	2.6	86	"	2.6
		26	"	1.4	30	"	1.4	34	"	1.4	38	"	1.4	42	"	1.4	50	"	1.4												
床版鉄筋		82	12	3.1	82	12	3.6	82	12	4.2	82	12	4.7	82	12	5.2	82	12	5.7	64	12	4.5	64	12	4.8	64	12	5.3	96	12	5.4
																				32	"	4.2	32	"	4.5	32	"	4.6			
用心鉄筋		12	12	0.8	12	12	0.9	12	12	1.0	12	12	1.1	12	12	1.2	12	12	1.3	6	12	1.4	6	12	1.5	6	12	1.6	6	12	1.7
											6	"	1.9	6	"	2.1	6	"	2.3	3	"	2.5	3	"	2.7	3	"	2.9	3	"	3.1

一覧表

(注意 鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	备考
5	1.6	30x 35	15	7.279	0.962	45.30	6-PI 300x12x300
6	"	" x 40	"	8.922	1.195	55.25	"
7	"	" x 45	"	10.782	1.446	66.63	6-PI 300x12x 400
8	"	" x 50	"	12.842	1.793	79.89	12-PI 300x12x400
9	"	35x 55	"	15.564	2.040	91.41	12-PI 350x12x400
10	"	" x 60	"	17.821	2.387	104.93	12-PI 350x12x500
11	2.5	45x 90	18	24.083	2.704	115.80	8-PI 450x12x500
12	"	" x100	"	27.351	2.901	130.96	木 又 "
13	"	" x110	"	30.800	3.167	146.91	"
14	"	50x120	"	36.109	3.654	163.70	"





鉄　筋　表

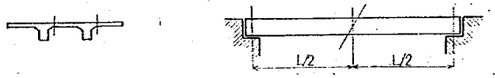
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	9	22	5.7	9	24	6.8	12	22	7.8	12	24	8.3	12	25	9.9	12	24	11.0	8	30	12.1	8	30	13.1	10	28	14.1	10	30	15.1
	3	•	6.6	3	•	7.7	6	•	8.6	6	•	9.7	6	•	10.8	6	•	11.7	4	•	13.2	4	•	14.0	4	•	14.9	4	•	16.0
	3	•	5.9	3	•	7.1	3	•	7.8	3	•	8.8	3	•	9.9	6	•	10.7	4	•	12.0	4	•	12.8	4	•	13.5	4	•	14.7
	3	•	5.1	3	•	6.2	3	•	6.8	3	•	7.7	3	•	8.7	3	•	9.7	2	•	10.8	2	•	11.2	4	•	12.1	4	•	12.9
																3	•	8.3	2	•	8.9	2	•	9.2	2	•	9.9	2	•	10.5
主桁補鉄筋	138	8	1.1	162	8	1.2	186	8	1.4	210	8	1.5	198	8	1.6	200	8	1.7	148	8	2.5	164	8	2.7	180	8	2.8	188	8	3.0
斜鉄筋																18	8	0.3	12	8	0.4	12	8	0.4	18	8	0.4	22	8	0.5
横桁	4	24	3.9	4	24	3.9	4	24	3.9	6	24	3.9	6	24	3.9	6	24	3.9	9	24	3.4	9	24	3.4	9	24	3.4	9	24	3.4
	16	8	0.9	16	8	1.0	16	8	1.1	24	8	1.2	24	8	1.3	24	8	1.4	12	8	2.0	12	8	2.2	12	8	2.4	12	8	2.6
床版主鉄筋	13	12	5.2	15	12	5.7	17	12	6.2	19	12	5.2	21	12	5.2	25	12	5.2	35	12	5.2	37	12	5.2	39	12	5.2	43	12	5.2
	24	•	2.9	28	•	2.9	36	•	2.9	40	•	2.9	44	•	2.9	48	•	2.9	66	•	5.3	72	•	5.3	78	•	5.3	82	•	5.3
	24	•	3.2	28	•	3.2	32	•	3.2	36	•	3.2	40	•	3.2	44	•	3.2	35	•	3.2	37	•	3.2	39	•	3.2	43	•	3.2
	26	•	3.7	30	•	3.7	34	•	3.7	38	•	3.7	42	•	3.7	50	•	3.7	70	•	2.6	74	•	2.6	78	•	2.6	86	•	2.6
	26	•	1.4	30	•	1.4	34	•	1.4	38	•	1.4	42	•	1.4	50	•	1.4												
床版副鉄筋	82	12	3.1	82	12	3.6	82	12	4.2	82	12	4.7	82	12	5.2	82	12	5.7	64	12	4.5	64	12	4.8	64	12	5.3	96	12	5.4
																			32	•	4.2	32	•	4.5	32	•	4.8			
用心鉄筋	12	12	0.8	12	12	0.9	12	12	1.0	12	12	1.1	12	12	1.2	12	12	1.3	6	12	1.4	6	12	1.5	6	12	1.6	6	12	1.7
										6	•	1.9	6	•	2.1	6	•	2.3	3	•	1.25	3	•	1.27	3	•	2.3	3	•	3.1

一　覧　表

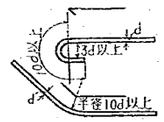
（注意　鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	音
5	1.6	30x 35	15	7.279	0.962	45.30	6-PI 300x12x300
6	〃	〃 x 40	〃	8.922	1.145	55.25	〃
7	〃	〃 x 45	〃	10.782	1.446	66.63	6-PI 300x12x 400
8	〃	〃 x 50	〃	12.842	1.743	79.89	12-PI 300x12x400
9	〃	35x 55	〃	15.564	2.040	94.81	12-PI 350x12x400
10	〃	〃 x 60	〃	17.821	2.387	109.43	12-PI 350x12x500
11	2.5	45x 40	18	24.083	2.704	115.80	8-PI 450x12x500
12	〃	〃 x100	〃	27.351	2.901	130.96	本　文　参　照
13	〃	〃 x110	〃	30.800	3.167	146.91	〃
14	〃	50x120	〃	36.109	3.654	163.70	〃

施　工　接　合

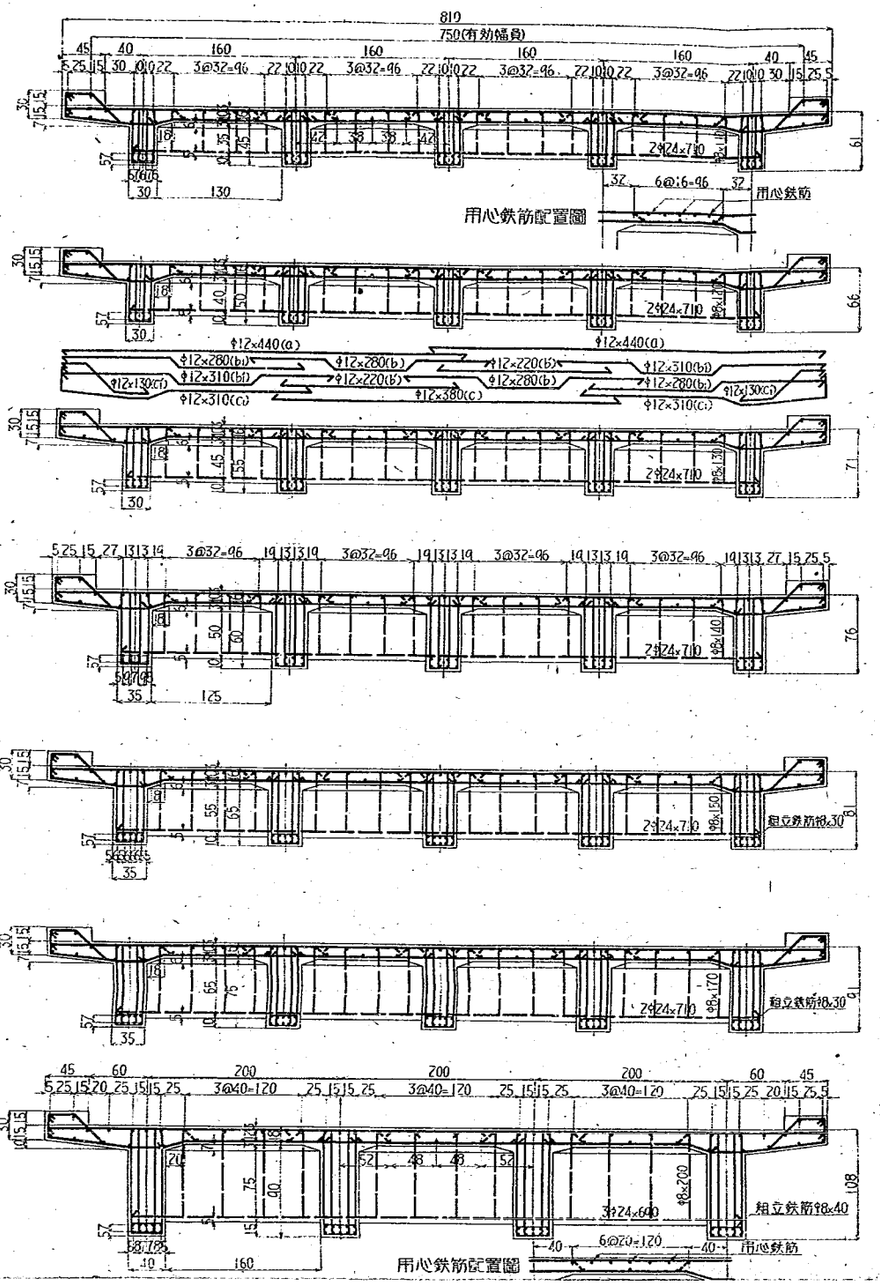


鉄　筋　曲　方

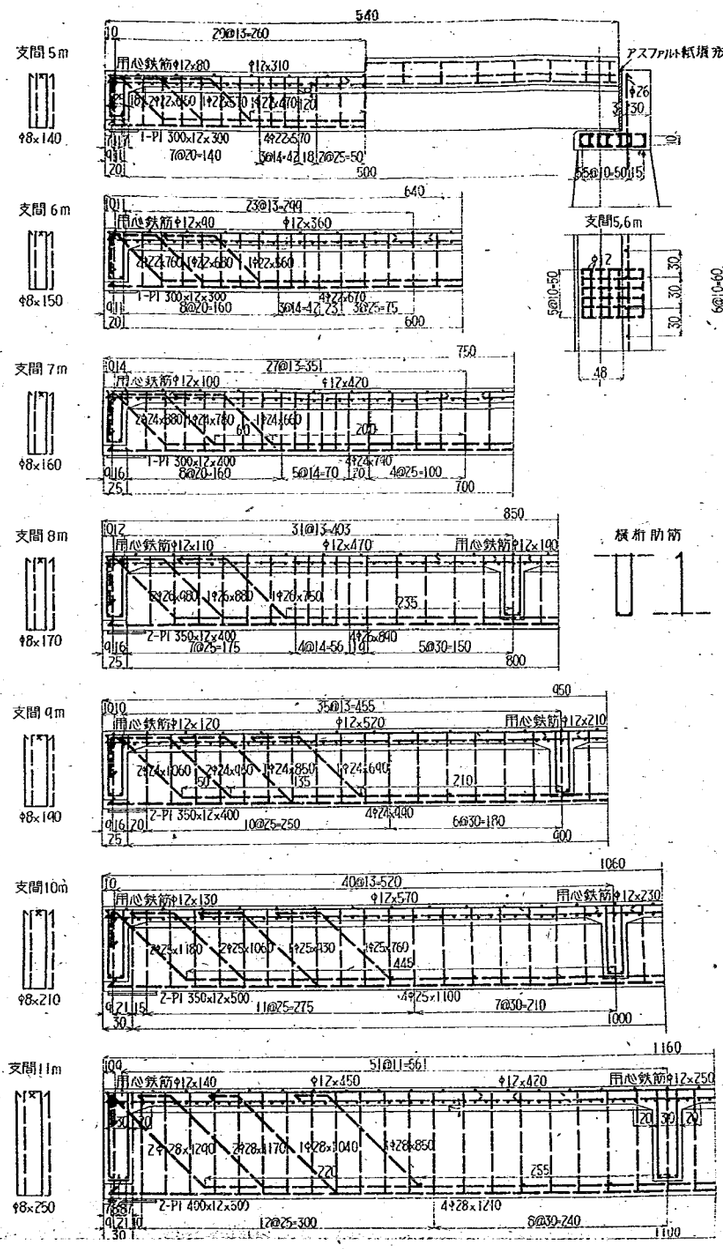


鉄　筋　接　合

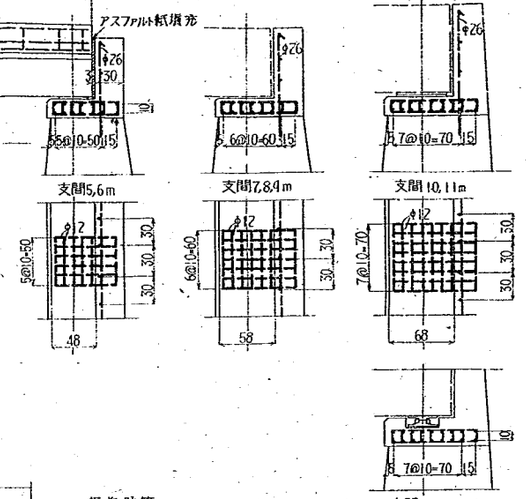
横断面図



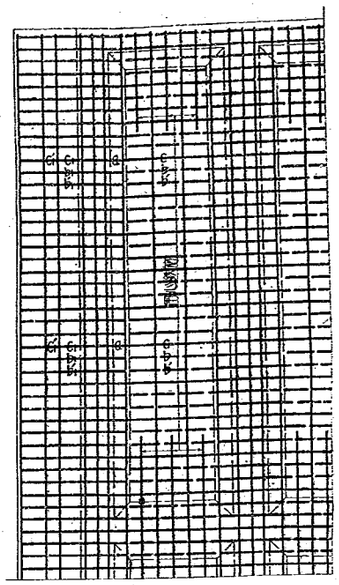
縦断面図



橋台支承部鉄筋配置図



床版鉄筋配置図



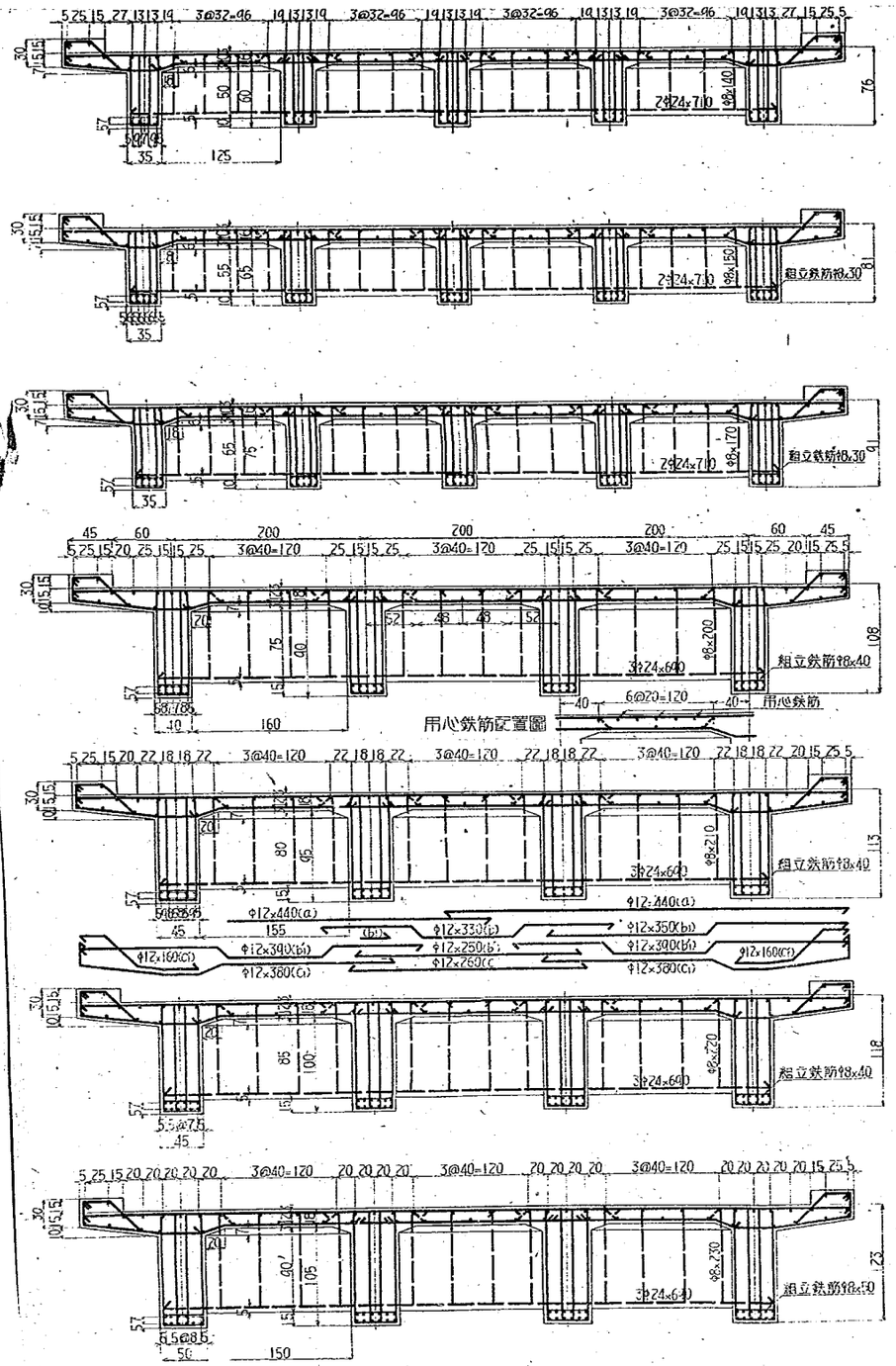
鉄筋表

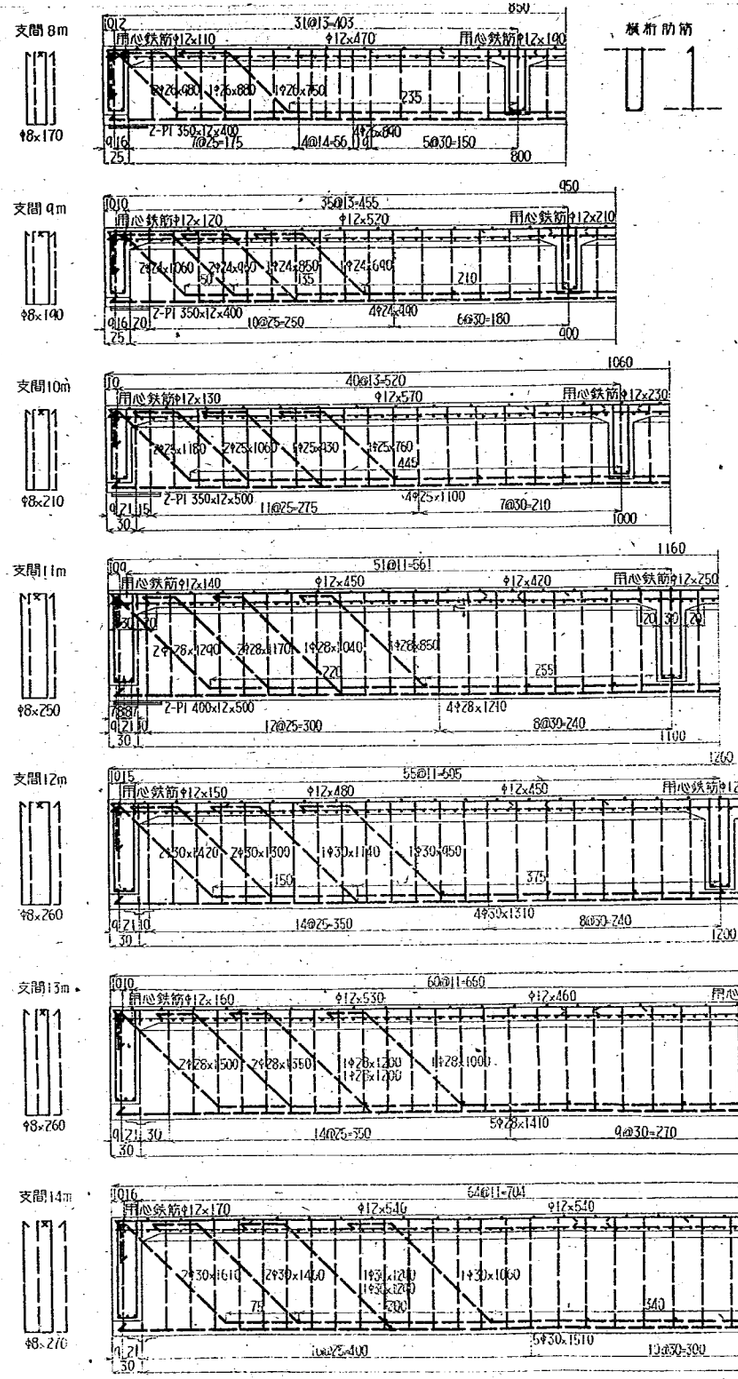
支間m	5		6		7		8		9		10		11		12		13		14	
	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m	数	長m
主桁主鉄筋	20	5.7	20	7.2	20	7.4	20	7.6	20	7.8	20	8.0	16	7.8	16	12.1	20	8.1	20	8.3
	10	× 6.5	10	× 7.6	10	× 8.8	10	× 9.8	10	× 10.6	10	× 11.8	8	× 12.0	8	× 14.2	8	× 15.0	8	× 16.1
	5	× 5.7	5	× 6.8	5	× 7.8	5	× 8.8	10	× 9.6	10	× 10.6	8	× 11.7	8	× 13.0	8	× 13.5	8	× 14.6
	5	× 4.7	5	× 5.6	5	× 6.6	5	× 7.5	5	× 8.5	5	× 9.3	4	× 10.4	4	× 11.4	8	× 12.0	8	× 12.9
									5	× 6.6	5	× 7.6	4	× 8.5	4	× 9.5	4	× 9.8	4	× 10.6
主桁添鉄筋	20	8.1	20	8.3	20	8.5	20	8.7	20	8.9	20	9.1	20	9.3	20	9.5	20	9.7	20	9.9
組立鉄筋									25	8.03	30	8.03	24	8.03	24	8.03	36	8.03	44	8.03
横桁	4	24.7	4	24.7	4	24.7	4	24.7	6	24.7	6	24.7	6	24.7	6	24.7	6	24.7	6	24.7
	32	8.1	32	8.1	32	8.1	32	8.1	48	8.1	48	8.1	48	8.1	48	8.1	72	8.1	72	8.1
床版主鉄筋	30	12.4	34	12.4	34	12.4	38	12.4	44	12.4	46	12.4	50	12.4	44	12.4	44	12.4	44	12.4
	28	× 28	32	× 28	40	× 28	44	× 28	46	× 28	48	× 28	48	× 28	56	× 28	56	× 28	56	× 28
	24	× 22	32	× 22	36	× 22	40	× 22	46	× 22	48	× 22	48	× 22	52	× 22	72	× 22	72	× 22
	28	× 28	32	× 28	40	× 28	44	× 28	48	× 28	48	× 28	48	× 28	56	× 28	56	× 28	56	× 28
	24	× 31	32	× 31	36	× 31	40	× 31	46	× 31	48	× 31	50	× 31	54	× 31	72	× 31	72	× 31
	15	× 38	17	× 38	19	× 38	23	× 38	25	× 38	25	× 38	25	× 38	27	× 38	36	× 38	36	× 38
	30	× 31	34	× 31	38	× 31	46	× 31	50	× 31	50	× 31	50	× 31	54	× 31	72	× 31	72	× 31
	30	× 13	34	× 13	38	× 13	46	× 13	50	× 13	50	× 13	50	× 13	54	× 13	72	× 13	72	× 13
床版横鉄筋	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5	130	12.5
													67	× 4.6	67	× 4.5	67	× 4.6	67	× 4.6
用心鉄筋	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0	24	12.0
									12	× 10	12	× 11	12	× 12	12	× 13	18	× 12	18	× 12
															9	× 25	9	× 25	9	× 27

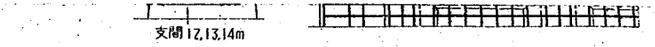
一覧表

(注意　鉄筋重量中＝架結用鋼線7含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	沓
5	1.6	30× 45	16	12.730	1.876	78.55	10-PI 300×12×300
6	〃	〃× 50	〃	15.533	2.140	95.50	〃
7	〃	〃× 55	〃	18.711	2.728	114.86	10-PI 300×12×400
8	〃	35× 60	〃	23.706	3.338	138.96	20-PI 350×12×400
9	〃	〃× 65	〃	27.281	3.742	159.47	〃
10	〃	〃× 75	〃	32.421	4.304	187.94	20-PI 350×12×500
11	2.0	40× 60	18	39.414	4.900	203.35	16-PI 400×12×500
12	〃	45× 65	〃	46.016	5.647	225.17	本文参照
13	〃	〃×100	〃	50.877	6.173	247.88	〃
14	〃	50×105	〃	58.744	7.125	271.27	〃







鉄　筋　表

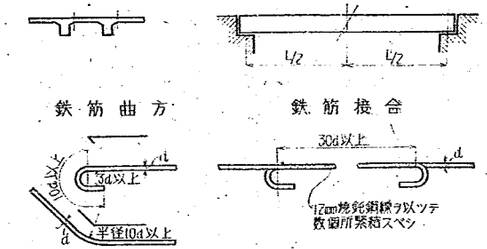
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	20	22	5.7	20	22	6.7	20	24	7.9	20	26	8.4	20	24	9.0	20	25	11.0	16	28	12.1	16	30	13.1	20	28	14.1	20	30	15.1
	10	〃	6.5	10	〃	7.6	10	〃	8.8	10	〃	9.8	10	〃	10.6	10	〃	11.8	8	〃	12.9	8	〃	14.2	8	〃	15.0	8	〃	15.9
	5	〃	5.7	5	〃	6.8	5	〃	7.8	5	〃	8.8	10	〃	9.6	10	〃	10.6	8	〃	11.7	8	〃	12.9	8	〃	13.5	8	〃	14.5
	5	〃	4.7	5	〃	5.6	5	〃	6.6	5	〃	7.5	5	〃	8.3	5	〃	9.3	4	〃	10.4	4	〃	11.6	4	〃	12.5	4	〃	13.5
													5	〃	6.0	5	〃	7.6	4	〃	8.5	4	〃	9.4	4	〃	10.0	4	〃	10.8
主桁腹鉄筋	40	8	1.4	38	8	1.5	40	8	1.6	38	8	1.7	40	8	1.8	40	8	2.1	38	8	2.5	38	8	2.6	40	8	2.7	40	8	2.7
組立鉄筋													25	8	0.3	30	8	0.3	24	8	0.4	36	8	0.4	48	8	0.5	36	8	0.5
横桁	4	24	7.1	4	24	7.1	4	24	7.1	6	24	7.1	6	24	7.1	6	24	7.1	4	24	6.9	4	24	6.9	4	24	6.9	4	24	6.9
	32	8	1.1	32	8	1.2	32	8	1.3	48	8	1.4	48	8	1.5	48	8	1.7	36	8	2.0	36	8	2.1	36	8	2.2	36	8	2.3
床版主鉄筋	30	12	4.4	34	12	4.4	38	12	4.4	46	12	4.4	50	12	4.4	54	12	4.4	44	12	4.4	44	12	4.4	44	12	4.4	44	12	4.2
	28	〃	2.8	32	〃	2.8	40	〃	2.8	44	〃	2.8	48	〃	2.8	56	〃	3.3	36	〃	3.3	38	〃	3.3	42	〃	3.3	44	〃	3.3
	24	〃	2.7	32	〃	2.7	36	〃	2.7	40	〃	2.7	48	〃	2.7	52	〃	2.4	72	〃	3.5	76	〃	3.5	84	〃	3.5	88	〃	3.5
	28	〃	2.8	32	〃	2.8	40	〃	2.8	44	〃	2.8	48	〃	2.8	56	〃	2.6	34	〃	2.5	50	〃	2.5	40	〃	2.5	42	〃	2.5
	24	〃	3.1	32	〃	3.1	36	〃	3.1	40	〃	3.1	48	〃	3.1	52	〃	3.1	68	〃	3.8	72	〃	3.8	80	〃	3.8	84	〃	3.8
	15	〃	3.8	17	〃	3.8	14	〃	3.8	23	〃	3.8	25	〃	3.8	27	〃	3.5	36	〃	3.9	26	〃	3.9	41	〃	3.9	45	〃	4.0
	30	〃	3.1	34	〃	3.1	38	〃	3.1	46	〃	3.1	50	〃	3.1	54	〃	3.1	70	〃	3.8	78	〃	3.8	82	〃	3.8	40	〃	3.8
	30	〃	1.3	34	〃	1.3	38	〃	1.3	46	〃	1.3	50	〃	1.3	54	〃	1.3	70	〃	1.6	78	〃	1.6	82	〃	1.6	90	〃	1.6
床版鉄筋	30	12	3.1	30	12	3.6	30	12	4.2	30	12	4.7	30	12	5.2	30	12	5.7	14	12	4.5	14	12	4.8	14	12	5.3	17	12	5.4
																57	〃	1.42	54	〃	4.5	57	〃	1.46						
用心鉄筋	24	12	10.8	24	12	10.0	24	12	10.0	24	12	11.1	24	12	12.2	24	12	13.3	18	12	14.4	18	12	15.5	18	12	16.6	18	12	17.7
										12	〃	1.9	12	〃	2.1	12	〃	2.3	9	〃	2.5	9	〃	2.7	9	〃	2.8	9	〃	3.1

一　覧　表

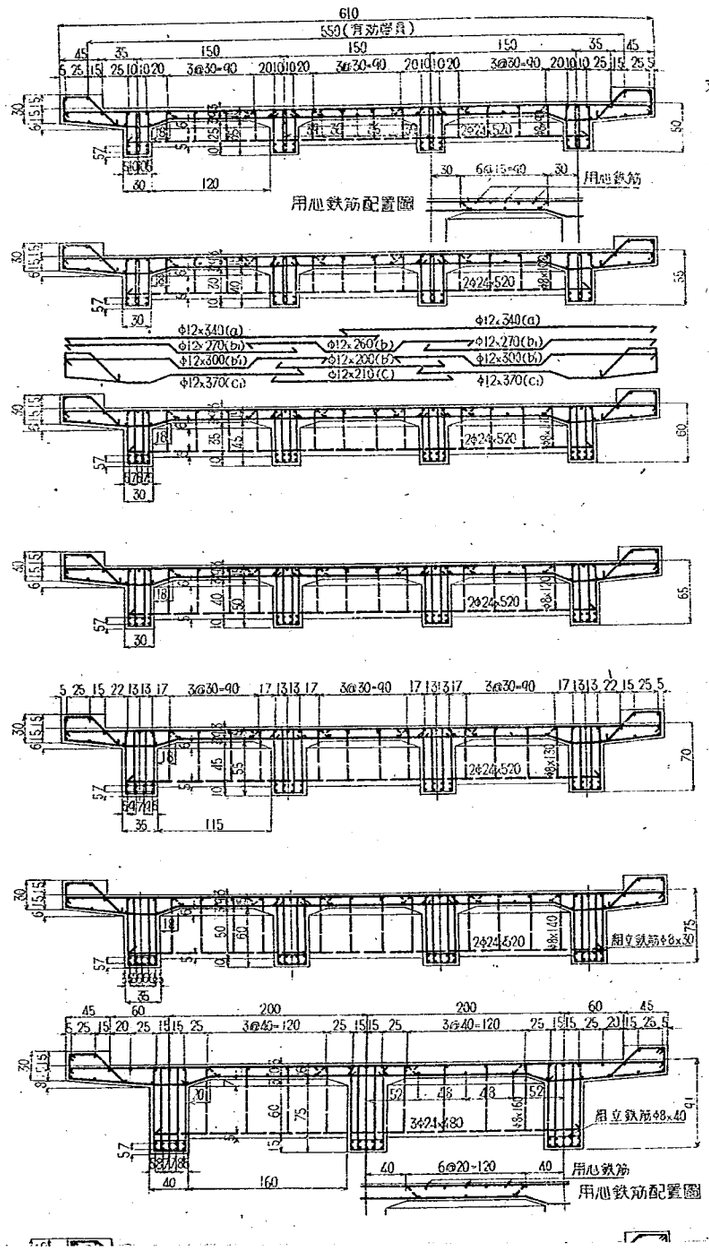
(注意　鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	番
5	1.6	30× 45	16	12.739	1.876	78.55	10-PI 300×12×300
6	〃	〃× 50	〃	15.533	2.190	95.50	〃
7	〃	〃× 55	〃	18.711	2.728	114.86	10-PI 300×12×400
8	〃	35× 60	〃	23.704	3.348	138.46	20-PI 350×12×400
9	〃	〃× 65	〃	27.281	3.742	154.47	〃
10	〃	〃× 75	〃	32.421	4.304	187.94	20-PI 350×12×500
11	2.0	40× 60	18	34.414	4.900	203.35	16-PI 400×12×500
12	〃	45× 65	〃	46.016	5.647	225.17	本文参照
13	〃	〃×100	〃	50.827	6.173	247.88	〃
14	〃	50×105	〃	58.744	7.125	271.27	〃

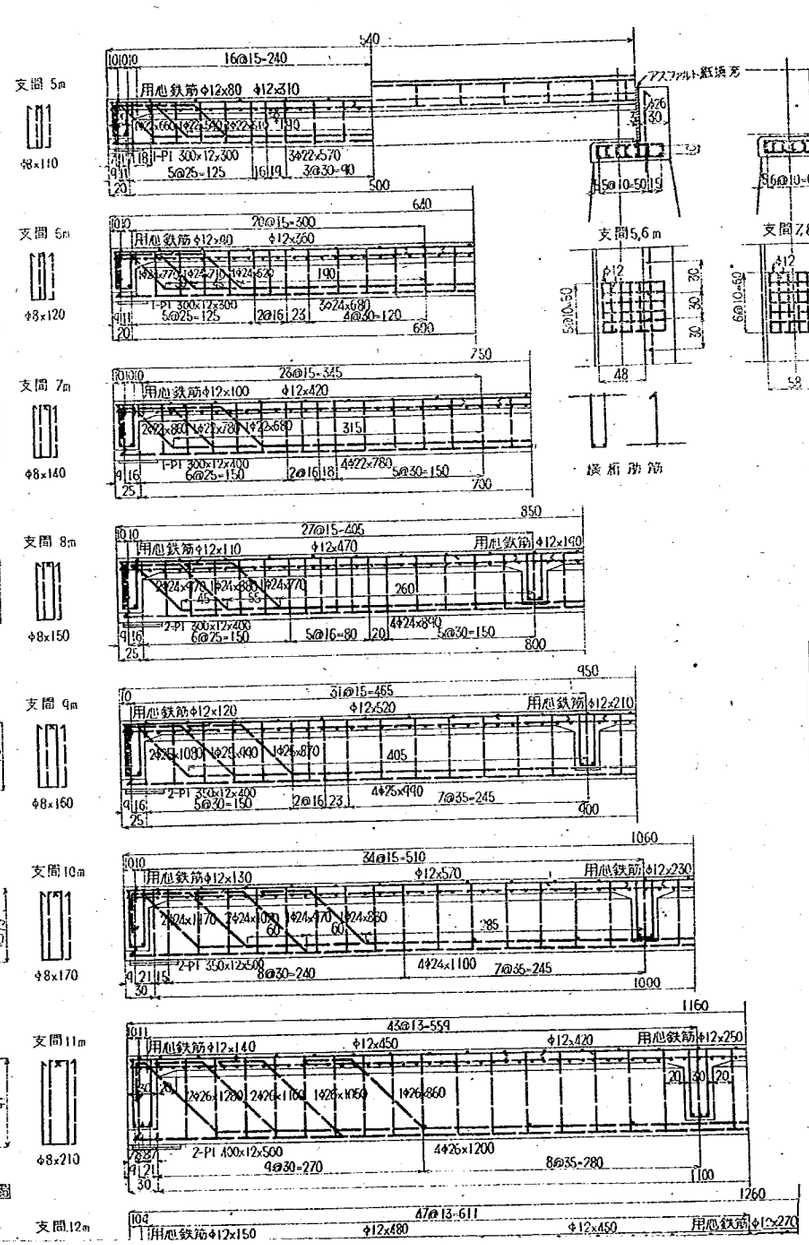
施工接合



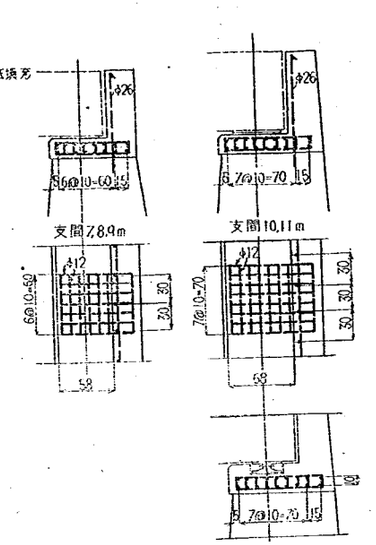
橫 斷 面 圖



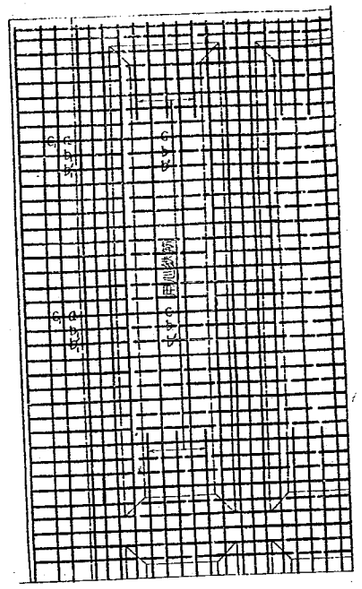
縱 斷 面 圖



橋台支承部鉄筋配置圖



床 版 鉄 筋 配 置 圖



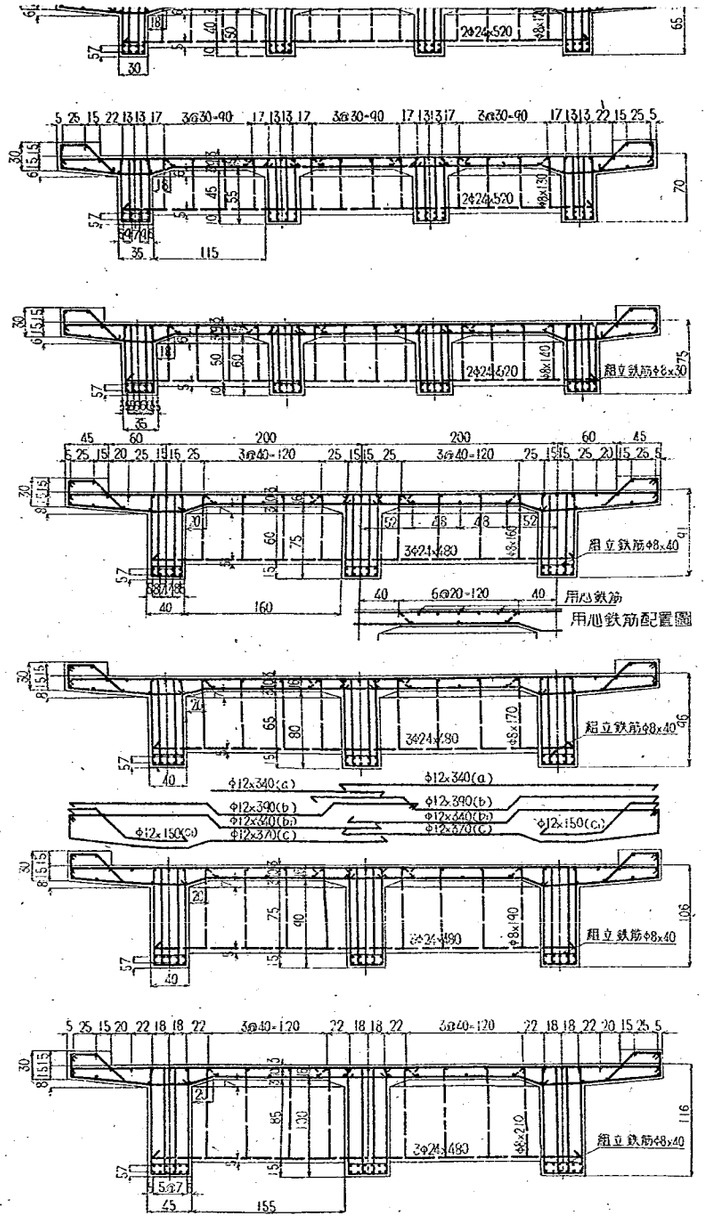
鉄 筋 表

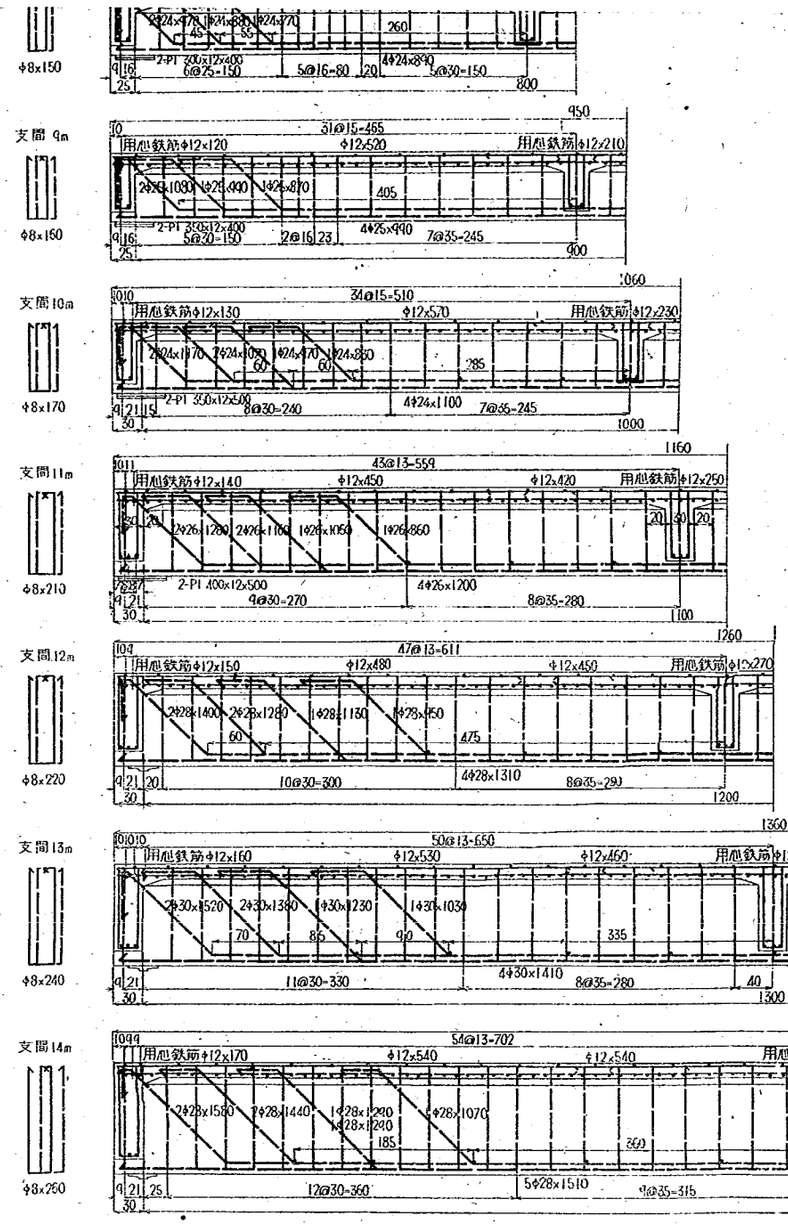
支間	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	12	22	57	12	24	69	16	22	78	16	24	88	16	25	99	16	24	110	12	26	123	12	28	131	12	30	141	15	28	151
	4	"	66	4	"	77	8	"	86	8	"	97	8	"	108	8	"	117	6	"	128	6	"	140	6	"	152	6	"	158
	4	"	59	4	"	71	4	"	78	4	"	88	4	"	99	8	"	107	6	"	116	6	"	128	6	"	138	6	"	144
	4	"	51	4	"	62	4	"	68	4	"	77	4	"	87	4	"	97	3	"	105	3	"	113	3	"	123	6	"	129
																4	"	83	3	"	86	3	"	95	3	"	103	3	"	107
主桁腹鉄筋	184	8	1.1	216	8	1.2	248	8	1.4	264	8	1.5	264	8	1.6	280	8	1.7	222	8	2.1	246	8	2.2	258	8	2.4	282	3	2.5
補足鉄筋																24	8	0.3	18	8	0.4	18	8	0.6	27	8	0.4	33	8	0.4
横桁	4	24	5.2	4	24	5.2	4	24	5.7	6	24	5.2	6	24	5.2	6	24	5.2	4	24	4.8	4	24	4.8	4	24	4.8	4	24	4.8
	24	8	0.9	24	8	1.0	24	8	1.1	36	8	1.2	36	8	1.3	36	8	1.4	24	8	1.6	24	8	1.7	24	8	1.9	24	8	2.1
床版主鉄筋	26	12	3.4	30	12	3.4	34	12	3.4	38	12	3.4	42	12	3.4	50	12	3.4	62	12	3.4	66	12	3.4	70	12	3.4	78	12	3.4
	12	"	2.6	14	"	2.6	18	"	2.6	20	"	2.6	22	"	2.6	24	"	2.6	60	"	3.4	64	"	3.4	68	"	3.4	72	"	3.4
	12	"	2.0	14	"	2.0	16	"	2.0	18	"	2.0	20	"	2.0	20	"	2.0	56	"	3.4	64	"	3.4	68	"	3.4	72	"	3.4
	24	"	2.7	28	"	2.7	36	"	2.7	40	"	2.7	44	"	2.7	48	"	2.7	62	"	3.7	66	"	3.7	70	"	3.7	78	"	3.7
	24	"	3.0	28	"	3.0	32	"	3.0	36	"	3.0	40	"	3.0	44	"	3.0	62	"	1.5	66	"	1.5	70	"	1.5	78	"	1.5
	13	"	2.1	15	"	2.1	17	"	2.1	19	"	2.1	21	"	2.1	25	"	2.1												
	26	"	3.7	30	"	3.7	34	"	3.7	38	"	3.7	42	"	3.7	50	"	3.7												
床版鉤鉄筋	106	12	3.1	106	12	3.6	106	12	4.2	106	12	4.7	106	12	5.2	106	12	5.7	40	12	4.5	40	12	4.8	40	12	5.3	135	12	5.4
																			45	"	4.7	45	"	4.5	45	"	4.6			
用心鉄筋	18	12	0.8	18	12	0.9	18	12	1.0	18	12	1.1	18	12	1.2	18	12	1.3	13	12	1.4	12	12	1.5	12	12	1.6	12	12	1.7
										9	"	1.9	9	"	2.1	9	"	2.3	6	"	2.5	6	"	2.7	6	"	2.9	6	"	3.1

一 覽 表

(注意 鉄筋重量中ニ繋結用鋼線ヲ含マズ)

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	杳
5	1.5	30× 35	1.5	8.796	1.239	55.47	8-PI 300×12×300
6	"	" × 40	"	10.812	1.543	67.89	"
7	"	" × 45	"	13.113	1.871	82.13	8-PI 300×12×400
8	"	" × 50	"	15.773	2.339	99.07	16-PI 300×12×400
9	"	35× 55	"	19.064	2.653	114.24	16-PI 350×12×400
10	"	" × 60	"	22.002	3.103	131.38	16-PI 350×12×500
11	2.0	40× 75	1.6	26.045	3.212	140.10	12-PI 400×12×500
12	"	" × 80	"	29.045	3.829	155.70	本 文 參 照
13	"	" × 90	"	33.105	4.330	176.74	"
14	"	45× 100	"	34.504	4.724	194.58	"





鉄　筋　表

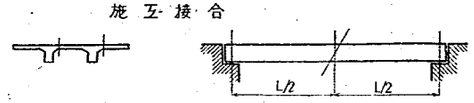
支間m		5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
		数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋		12	22	57	12	24	68	16	22	78	16	24	88	16	25	99	16	24	110	12	26	120	12	28	131	12	30	141	15	28	151
		4	〃	66	4	〃	77	8	〃	86	8	〃	97	8	〃	108	8	〃	117	6	〃	128	6	〃	140	6	〃	152	6	〃	158
		4	〃	59	4	〃	71	4	〃	78	4	〃	88	4	〃	99	8	〃	107	6	〃	116	6	〃	126	6	〃	138	6	〃	144
		4	〃	51	4	〃	62	4	〃	68	4	〃	77	4	〃	87	4	〃	97	3	〃	105	3	〃	113	3	〃	123	6	〃	122
																	4	〃	83	3	〃	86	3	〃	95	3	〃	105	3	〃	107
主桁腹鉄筋		184	8	111	216	8	132	248	8	148	280	8	165	264	8	166	288	8	177	270	8	210	246	8	222	258	8	234	282	8	256
斜2鉄筋																	24	8	063	18	8	064	27	8	084	33	8	104	33	8	104
横桁		4	24	52	4	24	52	4	24	52	6	24	52	6	24	52	6	24	52	9	24	48	9	24	48	9	24	48	9	24	48
		24	8	094	24	8	110	24	8	111	36	8	132	36	8	133	36	8	142	24	8	116	24	8	117	24	8	118	24	8	121
床版主鉄筋		26	12	34	30	12	34	34	12	32	38	12	34	42	12	34	50	12	34	62	12	34	66	12	34	70	12	34	78	12	34
		12	〃	26	14	〃	26	18	〃	26	20	〃	26	22	〃	26	24	〃	26	60	〃	39	64	〃	39	72	〃	39	76	〃	39
		12	〃	20	14	〃	20	16	〃	20	18	〃	20	20	〃	20	22	〃	20	56	〃	34	64	〃	34	68	〃	34	72	〃	34
		24	〃	27	28	〃	27	36	〃	27	40	〃	27	44	〃	27	48	〃	37	62	〃	37	66	〃	37	70	〃	37	78	〃	37
		24	〃	30	28	〃	30	32	〃	30	36	〃	30	40	〃	30	44	〃	30	62	〃	15	66	〃	15	70	〃	15	78	〃	15
		13	〃	21	15	〃	21	17	〃	21	19	〃	21	21	〃	21	25	〃	21												
		26	〃	37	30	〃	37	34	〃	37	38	〃	37	42	〃	37	50	〃	37												
床版鉄筋		106	12	31	106	12	36	106	12	42	106	12	47	106	12	52	106	12	57	90	12	45	60	12	48	90	12	53	135	12	54
																				45	〃	42	45	〃	45	45	〃	46			
用心鉄筋		18	12	08	18	12	09	18	12	10	18	12	11	18	12	12	18	12	13	12	12	14	12	12	15	12	12	16	12	12	17
											9	〃	19	9	〃	21	9	〃	23	6	〃	25	6	〃	27	6	〃	29	6	〃	31

一　覧　表

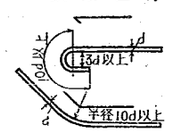
（注意　鉄筋重量中ニ架設用鋼線ヲ含マズ）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型鋼面積m²	備
5	1.5	30×35	15	8.746	1.239	5.547	8-PI 300×12×300
6	〃	〃×40	〃	10.812	1.543	6.789	〃
7	〃	〃×45	〃	13.113	1.871	8.213	8-PI 300×12×400
8	〃	〃×50	〃	15.773	2.339	9.907	16-PI 300×12×400
9	〃	35×55	〃	19.064	2.653	11.424	16-PI 350×12×400
10	〃	〃×60	〃	22.002	3.103	13.138	16-PI 350×12×500
11	2.0	40×75	16	26.045	3.212	14.010	12-PI 400×12×500
12	〃	〃×80	〃	29.045	3.829	15.570	木 工 参 照
13	〃	〃×90	〃	33.105	4.330	17.674	〃
14	〃	45×100	〃	39.594	4.724	19.958	〃

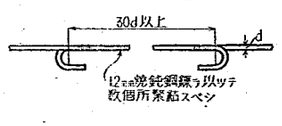
施工接合



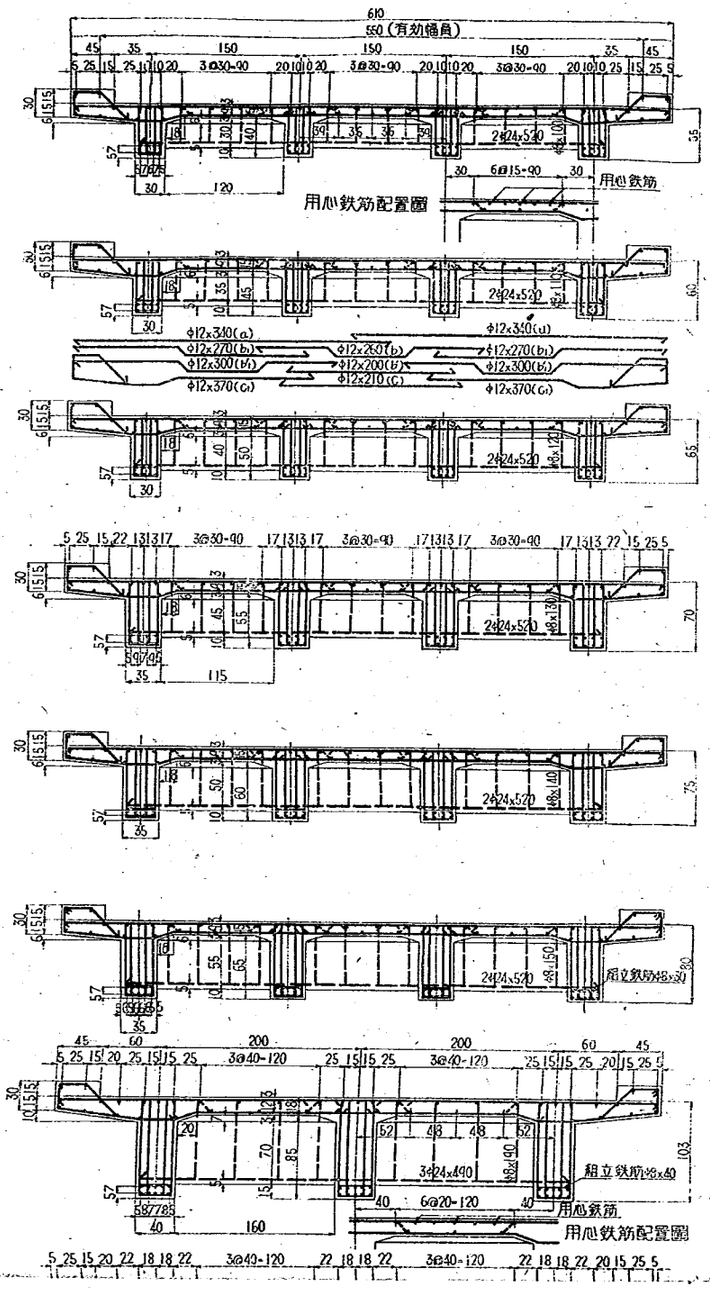
鉄筋曲方



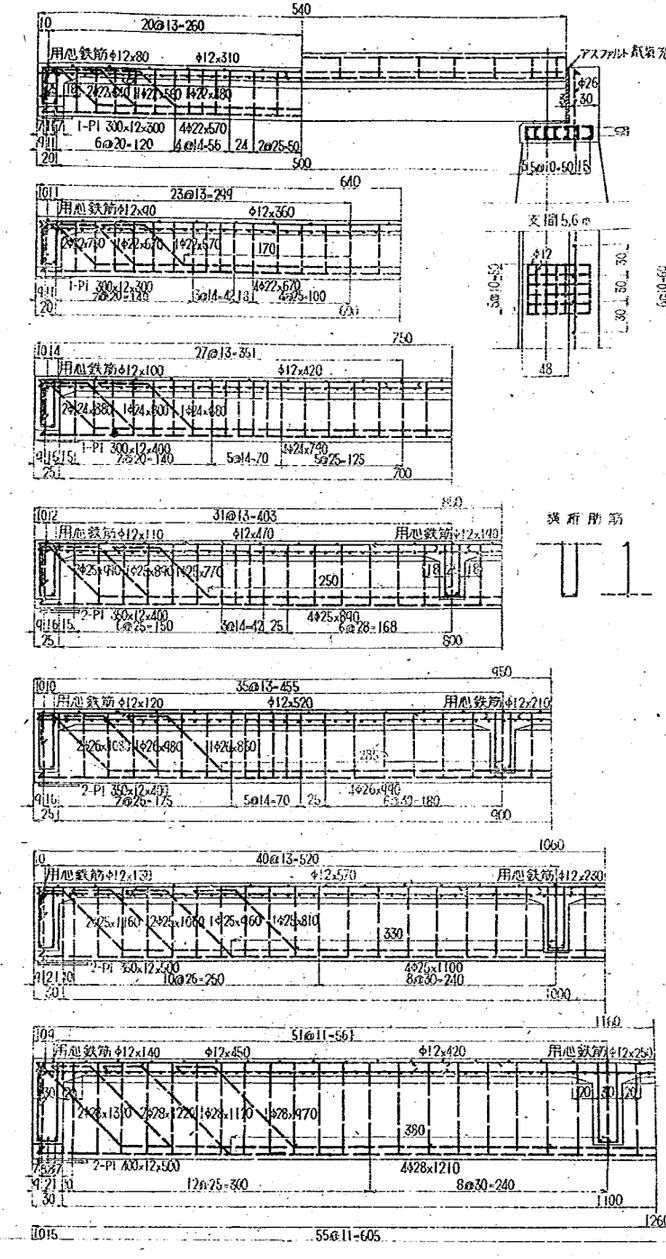
鉄筋接合



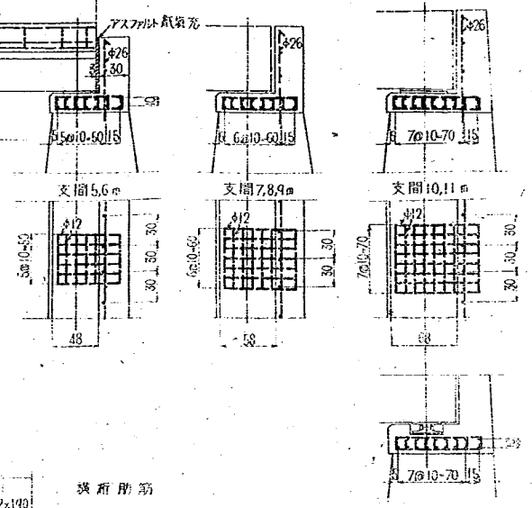
横断面図



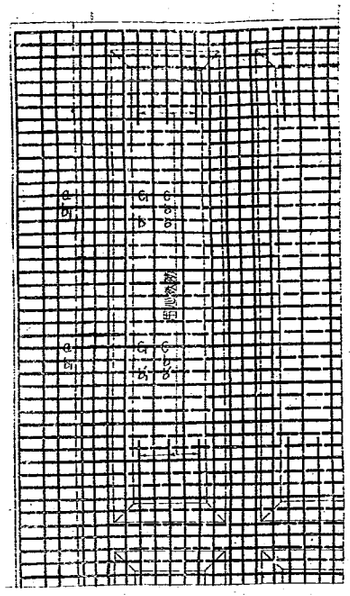
縦断面図



橋台支承部鉄筋配置図



床版鉄筋配置図



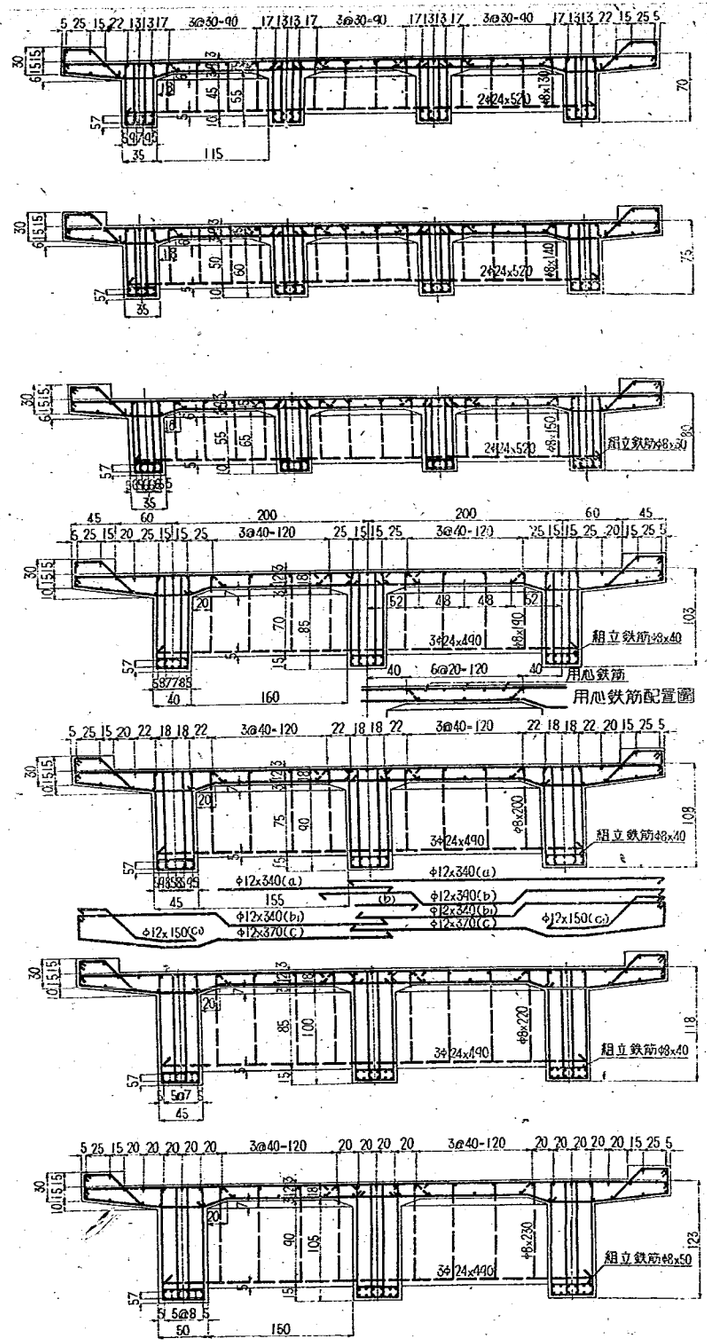
鉄筋表

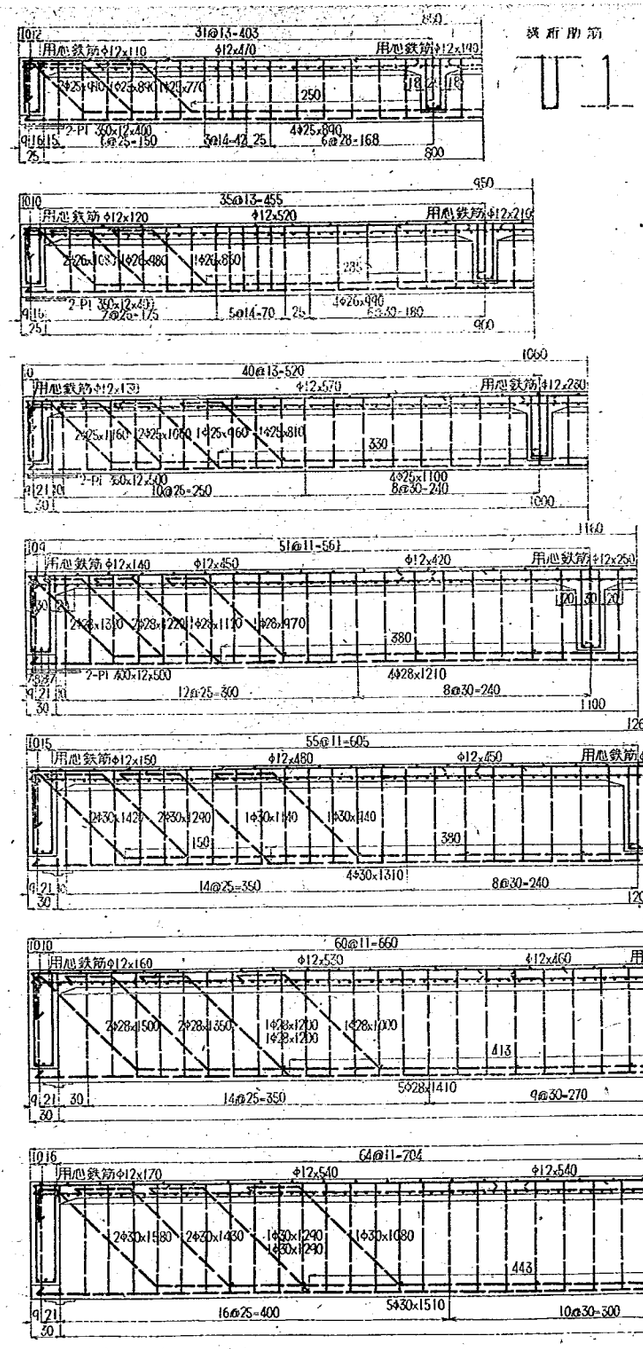
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	16	22	5.7	16	22	6.7	16	24	7.9	16	25	8.9	16	26	9.9	16	25	11.0	12	28	12.1	12	30	13.1	15	28	14.1	15	30	15.1
	8	•	6.4	8	•	7.5	8	•	8.9	8	•	9.9	8	•	10.8	8	•	11.6	6	•	13.2	6	•	14.2	6	•	15.0	6	•	15.8
	4	•	5.6	4	•	6.7	4	•	8.0	4	•	8.9	4	•	9.8	8	•	10.6	6	•	12.2	6	•	12.9	6	•	13.8	6	•	14.3
	4	•	4.8	4	•	5.7	4	•	6.8	4	•	7.7	4	•	8.5	4	•	9.6	3	•	11.2	3	•	11.8	6	•	12.3	6	•	12.9
																4	•	8.1	3	•	9.7	3	•	9.4	3	•	10.0	3	•	10.8
主桁斜鉄筋	282		1.8	264		1.4	312		1.5	246		1.6	328		1.7	328		1.9	270		2.4	294		2.5	306		2.6	350		2.7
組立鉄筋																24		8.1	18		8.0	18		8.0	24		8.1	24		8.1
横桁	4	24	5.2	4	24	5.2	4	24	5.2	6	24	5.2	6	24	5.2	6	24	5.2	9	24	4.9	9	24	4.9	9	24	4.9	9	24	4.9
	24	8	1.0	24	8	1.1	24	8	1.2	36	8	1.3	36	8	1.4	36	8	1.5	24	8	1.9	24	8	2.0	24	8	2.2	24	8	2.3
床版主鉄筋	30	12	3.4	34	12	3.4	38	12	3.4	45	12	3.4	50	12	3.4	54	12	3.4	70	12	3.4	78	12	3.4	82	12	3.4	90	12	3.4
	14	•	2.6	16	•	2.6	20	•	2.6	22	•	2.6	24	•	2.6	28	•	2.8	72	•	3.9	76	•	3.8	84	•	3.8	88	•	3.9
	12	•	2.0	16	•	2.0	18	•	2.0	20	•	2.0	24	•	2.0	26	•	2.0	68	•	3.4	72	•	3.4	80	•	3.4	84	•	3.4
	28	•	2.7	32	•	2.7	40	•	2.7	44	•	2.7	48	•	2.7	56	•	2.7	70	•	3.7	78	•	3.7	82	•	3.7	90	•	3.7
	24	•	3.0	32	•	3.0	36	•	3.0	40	•	3.0	48	•	3.0	52	•	3.0	70	•	1.5	78	•	1.5	82	•	1.5	90	•	1.5
	15	•	2.1	17	•	2.1	19	•	2.1	23	•	2.1	25	•	2.1	27	•	2.1												
	30	•	3.7	34	•	3.7	38	•	3.7	46	•	3.7	50	•	3.7	54	•	3.7												
床版横鉄筋	106	12	3.1	106	12	3.6	106	12	4.2	106	12	4.7	106	12	5.2	106	12	5.7	90	12	4.5	90	12	4.8	90	12	5.3	135	12	5.2
																			45	•	1.4	45	•	1.4	45	•	1.4			
用心鉄筋	18	12	0.8	18	12	0.9	18	12	1.0	18	12	1.1	18	12	1.2	18	12	1.3	12	12	1.4	12	12	1.5	12	12	1.6	12	12	1.7
										9	•	1.9	9	•	2.1	9	•	2.3	6	•	2.5	6	•	2.7	6	•	2.9	6	•	3.1

一覧表

（注意　鉄筋重量中＝緊結用鋼線を含まず）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型岸面積m²	音
5	1.5	30× 40	15	9.210	1.457	58.11	8-PI 300×12×300
6	〃	〃 × 45	〃	11.285	1.703	70.93	〃
7	〃	〃 × 50	〃	13.653	2.135	85.61	8-PI 300×12×400
8	〃	35× 55	〃	17.287	2.532	103.26	16-PI 350×12×490
9	〃	〃 × 60	〃	19.972	2.906	118.87	〃
10	〃	〃 × 65	〃	22.998	3.365	136.45	16-PI 350×12×500
11	2.0	40× 85	18	28.943	3.719	148.79	12-PI 400×12×500
12	〃	45× 90	〃	33.776	4.260	164.76	本文参照
13	〃	〃 × 100	〃	38.400	4.634	186.59	〃
14	〃	50× 105	〃	44.397	5.333	204.24	〃





鉄　筋　表

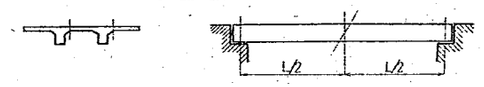
支間m	5			6			7			8			9			10			11			12			13			14		
	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m	数	径mm	長m
主桁主鉄筋	16	22	5.7	16	22	6.7	16	24	7.9	16	25	8.4	16	26	9.9	16	25	10.1	12	28	12.1	12	30	13.1	15	28	14.1	15	30	15.1
	8	•	6.4	8	•	7.5	8	•	8.8	8	•	9.9	8	•	10.8	8	•	11.5	6	•	13.2	6	•	14.2	6	•	15.2	6	•	15.8
	4	•	5.6	4	•	6.7	4	•	8.0	4	•	8.9	4	•	9.8	8	•	10.6	6	•	12.2	6	•	12.8	6	•	13.8	6	•	14.3
	4	•	4.8	4	•	5.7	4	•	6.8	4	•	7.7	4	•	8.5	4	•	9.6	3	•	11.2	3	•	11.8	6	•	12.3	6	•	12.9
																4	•	8.1	3	•	9.7	3	•	10.0	3	•	10.6	3	•	10.8
主桁腹鉄筋	232		13.6	264		15.8	312		18.5	296		16.8	328		17.8	328		19.0	270		24.6	294		25.8	306		26.8	330		27.8
縁鉄筋																24		8.03	18		8.04	18		8.03	24		8.04	36		8.05
横桁	4	24	5.2	4	24	5.2	4	24	5.2	6	24	5.2	6	24	5.2	6	24	5.2	9	24	4.9	9	24	4.9	9	24	4.9	9	24	4.9
	24		8.10	24		8.11	24		8.12	36		8.13	36		8.14	36		8.15	24		8.19	24		8.20	24		8.22	24		8.23
床版主鉄筋	30	12	3.4	34	12	3.4	38	12	3.4	46	12	3.4	52	12	3.4	54	12	3.4	70	12	3.4	78	12	3.4	82	12	3.4	90	12	3.4
	14	•	2.6	16	•	2.6	20	•	2.6	22	•	2.6	24	•	2.6	28	•	2.6	68	•	3.4	72	•	3.4	80	•	3.4	84	•	3.4
	12	•	2.0	16	•	2.0	18	•	2.0	20	•	2.0	24	•	2.0	26	•	2.0	68	•	3.4	72	•	3.4	80	•	3.4	84	•	3.4
	28	•	2.7	32	•	2.7	40	•	2.7	44	•	2.7	48	•	2.7	56	•	2.7	70	•	3.7	78	•	3.7	82	•	3.7	90	•	3.7
	24	•	3.0	32	•	3.0	36	•	3.0	40	•	3.0	48	•	3.0	52	•	3.0	70	•	1.5	78	•	1.5	82	•	1.5	90	•	1.5
	15	•	2.1	17	•	2.1	19	•	2.1	23	•	2.1	25	•	2.1	27	•	2.1												
	30	•	3.7	34	•	3.7	38	•	3.7	46	•	3.7	50	•	3.7	54	•	3.7												
床版横鉄筋	106	12	3.0	106	12	3.6	106	12	4.2	106	12	4.7	106	12	5.2	106	12	5.7	40	12	4.5	40	12	4.5	40	12	5.3	36	12	5.4
																			45	•	4.2	45	•	4.5	45	•	4.6			
用心鉄筋	18	12	0.8	18	12	0.9	18	12	1.0	18	12	1.1	18	12	1.2	18	12	1.3	12	12	1.4	12	12	1.5	12	12	1.6	12	12	1.7
										9	•	1.9	9	•	2.1	9	•	2.3	6	•	2.5	6	•	2.7	6	•	2.9	6	•	3.1

一　覧　表

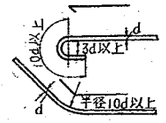
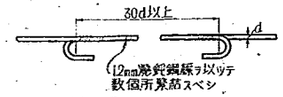
（注意　鉄筋重量中ニ緊結用鋼線ヲ含マズ）

支間m	主桁間隔m	主桁寸法cm	床版厚cm	コンクリート体積m³	鉄筋重量t	型枠面積m²	备
5	1.5	30× 40	15	9.210	1.457	58.11	8-PI 300×12×300
6	〃	〃 × 45	〃	11.286	1.703	70.93	〃
7	〃	〃 × 50	〃	13.653	2.135	85.61	8-PI 300×12×400
8	〃	35× 55	〃	17.287	2.532	103.26	16-PI 350×12×400
9	〃	〃 × 60	〃	19.972	2.906	118.87	〃
10	〃	〃 × 65	〃	22.998	3.365	136.45	16-PI 350×12×500
11	2.0	40× 85	18	28.443	3.719	148.79	12-PI 400×12×500
12	〃	45× 90	〃	33.776	4.260	164.76	本文参照
13	〃	〃 ×100	〃	38.400	4.634	186.59	〃
14	〃	50×105	〃	44.397	5.333	204.24	〃

施工接合



鉄筋曲方



鉄筋接合