閲覧用

土木試驗所報告

第七十二號

最近の國産セメントの成分に
關する試驗及研究(第1報)……內務技師 福 島 彌 六…(1)
溢流堰堤下流部に於けるエネ
ルギー殺減に關する考察(1)……內務技師 竹 內 俊 雄…(19)
水叩に關する水理學的考察
(特にその長さに就いて)……內務技師 佐 藤 清 一…(59)

昭和十八年九月

內務省土木試驗所

最近の國產セメントの成分に關する試驗及研究（第1報）

遊離石灰の定量と其含有量とに就て

內務技師　福　島　彌　六

目　次

Ⅰ. 緒　言……（1）
Ⅱ. セメント中の遊離石灰の定量法……（2）
Ⅲ. 試驗に用ひた定性及定量法の解說……（6）
　A. White 氏定性法……（6）
　B. Lerch-Bogue 氏定量法……（6）
Ⅳ. セメント試料及遊離石灰定量結果……（10）
　〔1〕 セメント試料……（10）
　〔2〕 第1回定量試驗……（10）
　〔3〕 第2回定量試驗……（10）
　〔4〕 遊離石灰の含有量……（10）
Ⅴ. 要　約……（16）

Ⅰ. 緒　言

最近國產セメントの品質，特にこれが從來に例を見ざる品質低下の實狀は製造者側は勿論，土木建築界の使用者側に於ても現下の重大なる問題とされてゐる．

筆者は昭和12年頃より最近の昭和16年に至る國產各種セメントに就いて其品質，主として物理性及强度關係の試驗資料を整理し，その概要を繼續協會誌（昭和15年11月：昭和16年9月）に記載し，又其詳細を內務省土木試驗所彙報第19號（昭和16年12月）に發表し，多數のセメント强度關係の試驗資料に基いて國產セメントの品質の趨勢に就いて論述した．

其大要は最近セメント製造上その主要なるセメント燒成に使用する燒成用石灰の不足，或は品質の劣化に伴ふ發熱量の不足に依りセメント燒成の困難或は完全ならざる事に基く如くその爲め必然的にセメントの品質を全般的に低下させるに至り强度の低下は勿論，凝結硬化の變調或は膨脹收縮に關する安定度を缺いたものが多く現し，所謂不良のセメントが可成多く市場に出てゐることを明にしたものである．

斯く最近のセメントの品質低下は主に燒成用石灰の品質の劣化にあり，從つてセメント製造上燒成の困難或は不完全が重大原因の一つと見られてゐることは現下の動し得ざる實情である．

筆者は最近の國產セメントに就いて既報の物理性及强度に就いての試驗をなしたと同時に化學分析を行ひ其の成分を定量しセメントを其成分の方面より試驗檢討する事を試みた．玆に本報は先づセメントの化學成分試驗の

內で特にセメントの燒成の良否，更にセメントの品質に關聯するセメントの遊離石灰量の問題を取上げ，其の測定法及び定量結果に就いて報告することゝした．

其の理由はセメントの成分中特に遊離石灰量の多寡はセメント燒成の良否或は其の完，不完，を判定し且つセメントの膨脹收縮又は耐水耐鹼性等の安定度 (Soundness) に關係する主要な一要素であり，今日の如く燒成用石灰の劣質劣化に依りセメント燒成の良否が問題視され且つ其品質も低下してゐる時にセメントの遊離石灰の問題を檢討して見る必要が當然考へられる故である．

國產セメントの成分に就て論ずる第1報として先づ各種の國產セメントに就て遊離石灰量の定量試驗結果に就いて述べ，其の他の成分の試驗結果は追つて續報に報告する豫定である．本報はセメント及びセメント燒塊中の遊離石灰の定性及び定量法を概述し著者の用ひた Lerch-Bogue 法に就て詳しく述べ，その定量結果を記述し，其結果より見て現下の國產セメントの品質を論じた．

II. セメント中の遊離石灰の定量法

セメント，セメント燒塊及び其水硬性化合物中の遊離石灰の定性及定量法は古くより種々の方法が考察され改良され研究されてきた．

定性法としては，先づ White 氏法 (Ind. Eng. Chem, 1909, 1, 5) が有名であり，今日でも廣く一般に用ひられてゐる．此法は酸化石灰 (CaO) が石炭酸と作用して容易に長い針狀羽毛狀或は放射菊花狀の特長ある石炭酸石灰鹽の微結晶を生成し之が容易に顯微鏡下にて識別されることを利用したものである．試藥としては結晶性純石炭酸を之と作用しない不揮發性溶劑，例へばニトロベンゼンに溶解し微量の水を加へた White 氏溶液を用ふる．

微量の CaO 又は小量のセメントに White 氏溶液を加へスライド，グラス上にて混合しカバーグラスにて覆ひ，之を偏光顯微鏡下にて觀察すると 5~10 分位にて長針狀の放射晶が發生し之を直交ニコルにて見ると強い複屈折を表し視野は一面に羽毛狀或は菊花狀の結晶が集團して美麗であり容易に微量の CaO の存在をも認め得られる．

愛に近藤清治，山內俊吉兩氏（窯．協．誌，昭和7年2月，81頁）は此法を用ひセメント及び水硬性化合物中の遊離石灰の定性をなし，著者も後に述べる通り國產ポルトランドセメント中の遊離石灰の有無を先づ此法により定性的に試驗した．

其他，CaO の定性法としては CaO が高屈折率 (1.83) であり光澤のある形狀をなしてゐるので顯微鏡的に檢出する方法，水素イオン濃度を測定する方法及び昇汞と作用させる方法等がある．

定量法としては，19 世紀頃よりセメントの研究及試驗と相俟つて幾多の方法が試みられ提案されてをり又各種の試藥が用ひられた．

古いものより述べると，

(A) 蔗糖溶液法 (Passow, Heldt, Levoir 等) がある．之は蔗糖 10 % 水溶液にてセメントを煮沸し石灰を抽出し濾過し濾液を N/10~N/100 硫酸にて滴定し石灰の量を求むる方法である．此法は單に遊離せる石灰は勿論化合し珪酸石灰鹽をなす石灰の一部及び加水分解により生成せる石灰をも抽出し測定することゝなり，其後に發達した遊離石灰定量法の濫觴をなした點で意義はあるが今日では殆んど顧みられてゐない．次に此定量法には如何なる試藥を用ひ處理すべきかの研究がある．

(B) 臭化アンモニウム法 (Brandenburg), 硝酸アンモニヤ法 (Gunning), 塩化アンモニウム法 (Hentschel), 其他 H_2S, NH_4CNS 等を用ふる種々の考案があつた.

然しながら上記の諸法には幾多の不備, 不完全なる缺點があり現在では殆んど用ひられず今日用ひられてゐる方法は其後の研究により提案されたものである.

即ち, セメント及燒塊の遊離石灰の定量法として今日一般に良く研究され廣く採用されてをり又將來に於ても可能性があり定量法として確實な良い方法と認められてゐるものに次の4法がある. 即ち,

(C) グリセリン抽出法 (Maynard, Emley, Lerch-Bogue, Lathke, Ashkenazi, 近藤, 山内, 永井諸氏) 及びエチレン, グリコール抽出法 (Schläpfer-Bukowski,), (D)石炭酸法 (Konarzewski-Lukaszewicz), (E)昇汞法 (Tananaeff-Külberg) 及 (F)熱量法 (Bessey, Building Research Station) である.

(C) グリセリン抽出法は先づ Maynard 氏 (Tonind, Ztg. 1903. 1253) が遊離石灰 (CaO) がグリセリンと結合し溶解抽出されることを見出し, Emley 氏 (Amer. Cer. Soc., 1915, 17) は鑛滓及水硬性石灰類の定量を試み試料を無水グリセリンと絶對アルコールとの混液にて處理し CaO を溶解抽出し之を醋酸アンモニヤのアルコール溶液にて滴定する法を採つた.

(1) Lerch-Bogue 法

其後, 遊離 CaO を無水グリセリン, 絶對アルコール混液にて處理し抽出し之を容量法にて定量する法が Lerch-Bogue 兩氏 (Ind. Eng. Chem. 1926, Vol. 18, No 7, p. 739; Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 1930, 2, 296) に依りセメント及セメント燒塊の遊離石灰の定量に廣く應用され, 兩氏はこの定量法に就て良く研究し改良をなし確實にして信賴ある方法となした. 以來此法はセメントの試驗取は研究に廣く採用さるゝに至り, 現在に於てはセメント燒塊の遊離石灰の代表的な定量法の一つとなつてゐる.

既に永井彰一郎氏 (窯・協・昭和4年. 37號85頁) は此法を習熟し國産セメントの遊離石灰を定量し其結果を發表した.

著者も此法により多數の國産セメントの遊離石灰を定量し玆に報告する. 著者の採つた定量操作に就いての詳細は後に詳しく述べる.

此法の反應を記すると次の通りである.

$$CaO + \begin{matrix} CH_2OH & CH_2O \\ CHOH & = CHOH \\ CH_2OH & CH_2O \end{matrix} \Big\rangle Ca + H_2O \cdots\cdots (1)\text{煮沸溶解}$$

(グリセリン)

$$\begin{matrix} CH_2O \\ CHOH \\ CH_2O \end{matrix} \Big\rangle Ca + 2\,CH_3COONH_4 = \begin{matrix} CH_3COO \\ CH_3COO \end{matrix} \Big\rangle Ca + 2\,NH_3\uparrow + \begin{matrix} CH_2OH \\ CHOH \\ CH_2OH \end{matrix} \cdots\cdots (2)\text{加熱滴定}$$

(醋酸アンモニウム)

此方法に就ては實用上測定に要する時間の短縮に就いての改良が種々考案されてゐる.

H. R. Brandenburg 氏 (Rock Prod. 1931, 34, (6), 68—69) は $BaCl_2$ 1 gr を添加することにより抽出溶解時間を約½位に短縮し得たことを報じた. 續いて最近 E. Spohn 氏 (Zement 1940, (17), 205) の報ずる處によるとグリセリンアルコール混液に固體 $BaCl_2$ を同液1L當り 10 gr ($BaCl_2$) の割にて添加して定量を行ふ時には $BaCl_2$ の反應促進作用により定量に要する時間が著しく短縮され普通 1½—2 時間位を要するところ平均20分程度にて足ると言つてゐる.

此法は $BaCl_2$ が果して如何に作用をするか明かでないので著者はこの敏速定量法を用ひなかつたが，追つて研究してみる積りである．

（2） Rathke 法

此方法は適定の試薬として，吸濕性が強く揮發し分解し易い醋酸アンモニウムを用ふる代りに酒石酸のアルコール溶液を用ひ又 CaO の加熱抽出にはアルコールグリセリン混合液の代りにグリセリンのみを用ひ長時間加熱して CaO を抽出する法である．Rathke (H. Rathke, Zement 20[28], 651—56, 1431; Tonind, Ztg 52, 65, 1318, 1928) が提案した方法であり獨逸に良く用ひられ，Lerch-Bogue 法と同様に遊離石灰を定量する代表的なる方法の一つであり今日も廣く用ひられてゐる．其反應は次の通である．

$$CaO + \begin{matrix} CH_2OH \\ CHOH \\ CH_2OH \end{matrix} = \begin{matrix} CH_2O \\ CHO \\ CH_2O \end{matrix} \Big\rangle Ca + H_2O \cdots\cdots \text{加熱抽出}$$

（グリセリン）

$$\begin{matrix} CH_2O \\ CHO \\ CH_2O \end{matrix} \Big\rangle Ca + \begin{matrix} COOH \\ CHOH \\ CHOH \\ COOH \end{matrix} = \begin{matrix} COO \\ CHOH \\ CHOH \\ COO \end{matrix} \Big\rangle Ca + \begin{matrix} CH_2OH \\ CHOH \\ CH_2OH \end{matrix} \cdots\cdots \text{冷滴定}$$

（酒石酸）

即ち約 250 cc のエルレン・マイヤーフラスコに CaO 0.02—0.1 gr 及無水グリセリン 10—20 cc を採り，密栓して小火上にて 24 時間加熱溶解し，無水アルコールにて稀釋しフエノールフタレインを指示藥として酒石酸の無水アルコール標準溶液にて冷滴定する．

此方法は其後諸家により檢討改良され先づ Bessey 氏 (J. Soc. Chem. Ind. 1930, 40, 360; Zement 1431 20 654) は適定に際し白色沈澱を生じ終點の不鮮明になる煩を除くため酒石酸の代りに安息香酸を用ふることを提案し，更に Ashkenasi 氏 (Cement & Cement Manuf. 1932, 5, 65) は無水エチールアルコールの代りに無水メチールアルコール，即ちメタノールを使用するが便なる様に改良した．

近藤清治，山内俊吉兩氏（窯・協・誌昭和7年2月，昭和8年10月；セメント界叢報昭和9年8月，29—38頁）はセメント及其水硬性化合物の研究に於て遊離石灰の測定に Rathke 法を採用し種々の試驗を行ひ本法に改良を加へた．兩氏は此法の主要點をなし然も從來判然とされてゐなかつた CaO のグリセリン抽出操作に於ける加熱溫度と溶解時間との關係を吟味檢討した．此結果，CaO 抽出のグリセリン加熱溫度として 70—75°C が最適の溫度であり，グリセリンの變質もなきこと，及び加熱時間は內容物を絕へず振盪することにより1時間半にて充分なることを實驗的に確めた．更に兩氏は加熱しつゝ絕へず攪拌する不便と，測定誤差とを除く爲め溫度を自由に調節し電氣乾燥器中に特に工夫せる自動振盪器を取付け加熱溫度時間及振盪を絕へず一定にして測定する改良法を提案した．次に此改良法を略記してをく．250 cc の間隔フラスコに新鮮なグリセリン 20 cc を採り試料約 0.5 gr を入れ混和し密栓して直に砂皿上又はアスベスト付金網上に懸け加熱振盪を續けかくして加熱すること 25 分後更に 75°C の電氣乾燥器內に入れ 65 分間放置したる後取出し冷却して直に無水アルコール 50 cc で稀釋しフエノールフタレイン溶液 5 滴を加へ酒石酸標準溶液を以て滴定する．酒石酸標準溶液は豫め純 CaO に就き上記の法により測定をなし其力價を標定して置くか或は豫め標準溶液の滴定量 (cc) と純 CaO の重量 (gr) との關係圖を求めてをき未知試料中の遊離石灰を此關係曲線より求める．

兩氏（セメント界叢報，昭和9年8月，317號，20頁）は更に此法が實際工業的に敏速に且つ測定の誤差が少

く應用されるに便利なる爲めを考慮して其測定裝置を改良した. 即ち自動式振盪裝置を取付けた恒温器を考案し之により短時間に同時に試料6個の測定をなし且測定は機械的操作により測定者による人的誤差を少くする樣になした.

(3) エチレン・グリコール法 (Schläpfer-Bukowski)

セメント中の遊離石灰 (CaO) をグリセリン・アルコール混液にて溶解抽出する上記の Lerch-Bogue 法は定量法として確實な良法であるが, 其測定に可成の時間を必要とする. 最近この點の改良法が種々試みられ考察されて多くの提案が報じられてゐる.

此内で注目すべき方法としてグリセリンの代りにエチリン・グリコールを用ひ CaO を溶解抽出するエチレングリコール法がある. 元來此方法は Schläpfer-Bukowski 兩氏(Eidgenöss Malerialprüfungsanstalt, Zurich Rpt No. 63 1933) に依り研究考察されて提案されたものであるが, 其後種々の改良が報ぜられてゐる.

最近, McPherson-L. R. Forbrich 兩氏 (Ind. Eng. Chem. Anal. Ed. 1937, 9, 451) はグリコール改良法を用ひ多數のセメントに就て遊離石灰の定量を行ひ, Lerch-Bogue のグリセリン法との比較をなしてゐる.

此法の主要點はLerch-Bogue 法に用ふる無水グリセリン, 絶對アルコール及び醋酸アンモニヤを使用せず, CaO を無水エチレングリコールにて溶解抽出し濾過し, 濾液を直に $\frac{1}{10}$N HCl にて滴定して定量する法であり, その利點としては Lerch-Bogue 法と同樣に確實性があり特に全測定に要する時間が Lerch-Bogue 法にて 1—7 時間を要するところ, 此法では僅に 40 分程度で足ると報じてゐる.

兩氏は此法をセメント, セメント燒塊及セメント硬化物中の遊離石灰分の定量に用ひてグリセリン法と比較をなし實用上 Lerch-Bogue 法に代へらるべき旨を述べてゐる.

其定量操作の大要を略記すれば次の通りである.

圓錐フラスコにセメント 0.5 gr を採り, 之にエチレン・グリコール 50 cc と少量の珪砂とを入れ良く混じて密栓した後, フラスコを 65—70°C の恒温水槽中に入れ 30 分間良く振盪する. 其後フラスコを取出し吸引をかけて手早く濾過し殘渣を無水變性アルコールにて數回洗滌する. 濾液は之に指示藥としてフエノールフタレイン 0.1 gr と α-ナフトールフタレインとを無水變性アルコールの 100 cc に溶したものを加へ, 後直に $\frac{1}{10}$N HCl にて滴定する.

使用するエチレングリコールは水分 0.5 % 以下の工業品にて滿足され, 日光を避け暗冷所に貯へて置く必要がある.

此法は Lerch-Bogue 法に比べて測定に短時間を要する他に結果の確實性もあり測定誤差は平均 0.2 % 以下, 多くとも 0.4 % を超へないと云ふ.

其反應は次の通りである.

$$\underset{\text{Ca(OH)}_2}{\text{CaO}} + \underset{(\text{グリコール})}{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2} = \underset{(\text{グリコール石灰鹽})\ \text{可溶}}{\text{CaC}_2\text{H}_4\text{O}_2} + \underset{2\text{H}_2\text{O}}{\text{H}_2\text{O}} \cdots\cdots \text{加温抽出}$$

$$\underset{(\text{鹽酸})}{\text{CaC}_2\text{H}_4\text{O}_2 + 2\,\text{HCl}} = \text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2 + \text{CaCl}_2 \cdots\cdots \text{滴定}$$

此法はグリセリンを用ふる前記 Lerch-Bogue 法, Rathke 法に較べて今日未だ一般に用ひられてをらず, エチレングリコールの樣な特殊の試藥を用ひること, 又測定操作中に CaO を空氣と接觸する機會のある濾過の操作を行ふこと等に就いて考慮される餘地がある樣に思はれる.

(D) 石炭酸法は Konarzewski-Lukaszewicz 兩氏 (Zement 1932, 38, 21) の考案になる方法である. 此要旨は CaO が石炭酸と結合して石炭酸. 石灰鹽 $Ca(C_6H_5O)_2$ を形成し之がアルコールに溶解して液中に入るので分離した後アルコールを蒸發させ結晶を水にて稀釋し, 後之を豫め純 CaO にて標定した N/15 HCl にてメチル・オレンジを指示藥として滴定する方法である.

此法は未だ他の研究者により研究されたことがなく一般には殆んど用ひられない樣である.

(E) 昇汞法は Tunnicaf-Külberg 兩氏 (Zemet, 1932, 34, 21) の提案せる方法であり, CaO は昇汞 ($HgCl_2$) と作用して酸化第二水銀 (HgO) となり着色する. 之に飽和沃度加里 (KI) の溫アルコール液を加ふれば着色は消へて溶解する. 此溫液にメチルオレンジを加へ豫め力價を定めた ½N HCl にて滴定する法である.

此法は CaO 及 MgO をも定量し得るが添加すべき $HgCl_2$ の量の如何に不評なる處がある樣で未だ研究の餘地があるとされてゐる.

(F) 熱量法は英國の建築材料研究所にて考案され, Bessey 氏 (Building Research Station, Technical Paper 1930, No. 9)が報じたものであるが特殊の裝置と熟練とを要するもの丶如く一般には採用されてゐない.

III. 試驗に用ひた定性及定量法の解說

著者はセメントの遊離石灰の定性に White 氏法を用ひ, 定量に Lerch-Bogue 氏法を用ひた.

A. White 氏定性法

此法は既に近藤潛治, 山內俊吉氏 (大日本窯業協會誌, 昭和7年2月, 72頁) が用ひられた方法であり, 著者も此方法に準據してセメント中の遊離石灰の定性試驗を行つた.

其實驗法の大要を記述すれば次の通りである. スライド硝子上に微粉狀の純酸化石灰 (CaO) 2 gr 位. 或はセメント 0.01 gr 位を置き之に少量 (½~½滴位) の White 氏液を注加し硝子棒で攪拌混入しカバーグラスにて覆ひ偏光顯微鏡下に置けば結晶の發生するのが見え, 更に直交ニコルで見ると甚だ强い複屈折を示し視野は一見羽毛狀又は菊花狀の長針結晶集團が散在し非常に奇麗にして明瞭である.

結晶は2時間位經つと充分に成長し菊花狀の長い針狀結晶の特徵が明瞭になる. 夏期に於て約8時間以上も經つとニトロベンゼンの大部分が揮發するため結晶は見へなくなる.

此方法は極めて簡單であり遊離石灰の微量も容易に定性的に檢出し得られる.

ホワイト氏溶液

結晶質石炭酸を之と作用しない不揮發性溶媒に溶し之に極めて微量の水を加へたものである. 本實驗ではメルク製純石炭酸 5 gr をニトロベンゼン 5 cc に溶した溶液に水 0.05 cc を加へたものを使用した.

B. Lerch-Bogue 定量法

(絕對アルコール・無水グリセリン抽出法)

1. 硝子器具類の洗滌

使用すべき硝子器具類はクロム硫酸洗滌液中に 2~3 日放置し後良く水洗し更に一晝夜水中に置き次にアンモニヤ水にて洗ひ十分に水洗したる後蒸溜水で良く洗ひ空氣乾燥器中にて十分に乾かしたものを使用す.

溶液の調製或は滴定に使用する小型ビーカー, メスシリンダー, フラスコ類は使用後良く洗滌し乾燥して乾燥器又はデシケーター中に置き常に空中の濕分と觸れさせぬ樣に注意した.

2. 絕對無水エチルアルコールの調製

1立入フラスコに新しい圓形塊粒狀の生石灰（著者は良質の石灰石を燒き生石灰を製り極めて新しいものを主に用ひた）を內容の約半分程入れ，之に良く微粉碎した過マンガン酸カリ約5瓦を加へたものに市販無水エチルアルコール（著者は市販無水アルコール99.4度容量と稱するものを用ひた）を入れ 700～800 cc 位になる樣にし內容物を輕く振盪して直に密栓する．これを冷所に約4～5日放置す，その間1日に2～3回輕く振盪して生石灰による脫水を十分ならしめる．

その後，褐色を帶びたるアルコール上澄液（赤色を帶ぶるは十分ならず $KMnO_4$ が良く溶けこみ褐色となるを要す）を硬質フラスコに採り之に新に煆燒せる生石灰粉の少量を加へ沸石（針狀の硝子が良い）を投入してフラスコに還流凝縮器を附し電熱式湯浴上にて加熱し第1回蒸溜をなす．

蒸溜の加熱は突沸を避けなるべく徐々に行ひ蒸溜フラスコ內のアルコールの溫度はその沸點78°C を超へざる樣に注意し湯浴の溫度は 90°C 前後が良い．

蒸溜の最初及び末期の溜分は之を除く必要がある．

次に蒸溜アルコール中に金屬ナトリウムを針狀或は薄片狀に切りたる小片を手早く投入し良く振盪して十分に脫水をなし（切つた金屬ナトリウムの新鮮な面とアルコールの接觸を可及的に良くする樣に操作する）アルコールが微黃色を帶びてくれば針狀ナトリウムの投入を止める．此操作は出來るだけ迅速に完全に行ひフラスコに栓を輕くなすか又は口を蓋ふ程度にして行ふ．

金屬ナトリウムにより脫水したアルコールは他の溶劑にして良く乾燥したる再蒸溜裝置に移し溫度を良く注意しつゝ第2回蒸溜を行ふ．此場合も約全容の½容に相當する程度の初期及び末期の溜分を必ず除く必要がある．

再蒸溜を終つた無水アルコールは試藥瓶に入れ十分に密栓してデシケーター中に保存する．容器及蒸溜裝置は稍め良く洗滌乾燥し熱氣を通過せしめ濕氣を完全に驅除し又蒸溜裝置の各部は氣密に接續し大氣に通なる部分には鹽化カルシウムを充せる U 字管を裝備するを要す．密栓には主にゴム栓を用ひるが此のゴム栓は表面に附着せる白色粉を十分に除去したものを用ふる．

脫水したアルコールは極めて吸濕性なる故に容器の入れ代へ等の場合は出來るだけ大氣と直接に接する機會を少なからしむると同時にゴム栓等に接し之を溶解せしめざる樣注意する必要があり，常に十分に密栓して冷所のデシケーター中に保存して置く．

3. 無水グリセリン

一般に眞空蒸溜をなし精製するを可とする．カールバウム製．メルク製等の最純品もそのまゝ用ひられる．著者は先づメルク製最純品比重 $Be'\ 31°=1.26$ のものを用ひ，後國產の3純品の2～3を用ひて純酸化カルシウム（CaO）に就ての白試驗を行ひその品質を檢査比較して餘りなきものは之を使用した．グリセリンも吸濕性なる故に密封，保存にはアルコールと同樣に十分に注意した．

4. 醋酸アンモニウム溶液

醋酸アンモニウム結晶は吸濕性が頗る强大であるから使用前にデシケーター中に必ず 4～5 日放置し脫水したものを使用する．此約16瓦を手早く秤取して絕對無水エチルアルコールに溶解して1立とする．

次に之を良く振盪して溶解する．この時に加熱してはならない．

此溶液は約 0,2 N に相當するものである．醋酸アンモニウム溶液は褐色壜に入れ密栓して暗冷所に保存して置くが良い．著者はカールバウム製最純品を其儘用ひ．之を 4～5 日間デシケーター中にて乾燥し，後手早く秤量して標準溶液を造つた．

5. 指示藥

フエノールフタレイン 0.2 瓦を無水エチルアルコールに溶し 100 cc とする.

アルコール溶液は中性なるを要す.

標準溶液の標定 (純酸化カルシウム (CaO) に對する力價の標定).

純炭酸カルシウム又は方解石の純晶を瑪瑙乳鉢にて粉碎し CaO に換算して約 0.1 gr に相當する量を白金坩堝に正確に秤取し, 煅燒した後デシケーター中にて冷却し速に秤量し尙煅燒, 秤量を繰返し內容物を完全に純酸化カルシウム (CaO) となす. 之を手早く內容 200 cc のエルレンマイヤーフラスコに移しグリセリンアルコール溶液 (1:5) 40 cc 及びフエノールフタレイン溶液 2~3 滴を添加し良く振盪したる後フラスコの頸部に逆流コンデンサーを挿入し遊離石灰定量裝置 (圖一1 參照) にかけ加熱してアルコール溶液を靜に煮沸せしめる.

加熱は電熱板に依るが良く此際溫度はなるべく一定にして置く必要があり加熱板は豫め電流を調節しをき加熱溶解及び滴定は一定溫度にて行ふ. 加熱中は時々輕く丁寧に良く攪拌して內容物を充分に溶解せしめる. 先づ 30 分間煮沸溶解したる後醋酸アンモニウムアルコール標準溶液にて滴定し再び 15 分間煮沸溶解せしむる.

斯くして 15 分間毎に滴定を行ひ煮沸滴定を繰返す.

最後に 30 分間靜置して煮沸するも猶フエノールフタレンの赤色を呈せざるに至れば此點を反應の終止點とする.

滴定に要した醋酸アンモニヤ標準液の總量と使用した純酸化カルシウム (CaO) の量とより標準液 1 cc に相當する CaO の瓦數を算出し之を標準溶液の力價とする. 次に著者が實際に行つた方法を略記する.

著者はカールバウム製分析用至純炭酸石灰 ($CaCO_3$) を電氣爐內にて 1100~1200°C にて 3 時間焙熱して CaO となしたものを使用した.

之を調して良く微粉碎した新鮮な CaO の 0.1, 0.05, 0.025, 0.010, 0.005 gr 等の諸量を手早く精秤し, 之を無水アルコール 50 cc, グリセリン 10 cc の混液, 2~3 滴のフエノールフタレイン液及小量の鉄狀硝子の沸石とを入れた 250 cc エルレンマイヤーフラスコに入れ靜に振盪して內容物を均一にし, 然る後豫め調節した電熱器上にのせ急いで滴定裝置を取付けた.

豫め滴定用ビユレツト中の標準溶液は良く示度を調整しをき, フラスコは逆流コンデンサー及石灰管管により外氣と通じ煮沸滴定操作中にフラスコの內容物は常に溫度, 炭酸瓦斯等と絕緣させ又逆流コンデンサーにより煮沸中フラスコよりのアルコールの逸散を良く防いでをいた. 加熱溫度は全操作中 75~80°C に保つ樣に調節し約 5 分毎にフラスコを靜に良く振盪し, 特に團塊を作らない樣良く注意して抽出操作を行つた.

加熱後 30 分位經つと石灰の溶解により溶液は全く赤色となるから醋酸アンモニウム標準液にて滴定し最後の 1 滴にて紅色の消失する度に止めた. 次に 15 分毎に滴定を繰返し, 終に最後の一滴にて消失した紅色が 30 分間經過しても再び表れない時を以つて反應の終點となした.

滴定に要した標準液の cc を讀み純 CaO の上記各量に相當する cc 數を知り之より圖-2 に示した如き關係圖を作つた.

此試驗に於て精秤した純 CaO, 0.050, 0.025, 0.010, 0.005 gr の各々につき夫々 4 回の測定をなし各平均値を求め, 特に 0.100 gr のものに就ては 6 回の測定をなし其平均値を求め之より醋酸アンモニウム標準溶液の純 CaO に對する力價を求めた. 其結果, 著者の使用した醋酸アンモニヤ標準溶液は次記の通りであつた. 醋酸アンモニヤ標準液 1 cc = 0.0065 gr CaO

圖-1 遊離石灰滴定裝置(略圖)

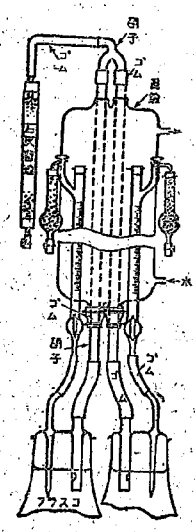
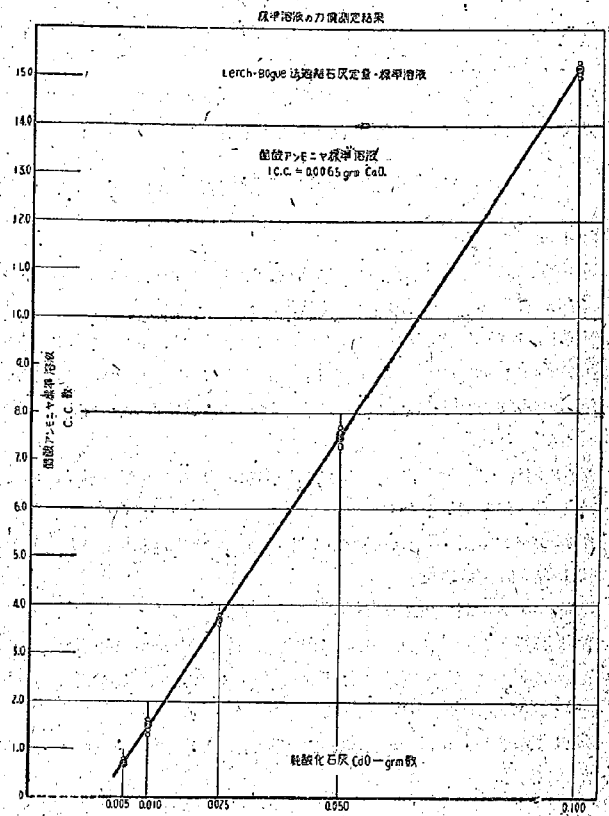


圖-2



セメント及セメント燒塊中の遊離石灰の定量

試料は之を豫め乾燥し瑪瑙乳鉢にて充分に微粉碎した後 1 gr を精秤し 200 cc エルレンマイヤーフラスコに採る. 之にグリセリンアルコール溶液 (1:5) 40 cc 及びフエノールフタレイン溶液 2—3 滴を加へ振盪する.

フラスコの頸部に逆流コンデンサーを挿入し豫め電熱式加熱板の溫度を 75~80°C に調節した前記の遊離石灰定量裝置に取付けフラスコの內容を良く外氣と絕緣して加熱抽出操作を行ふこと純 CaO による醋酸アンモニウム標準溶液の標定の場合と同樣である.

先づ 30 分間煮沸抽出をなしフラスコ內容物が冷却したる後醋酸アンモニヤ標準液にて赤色の消失するまで滴定し, 再び 15 分間煮沸抽出をなし標準液にて滴定する. 斯くの如く煮沸滴定を繰返すこと上述と同樣にする. 最後に 1 滴の標準液を以つてフエノールフタレインの紅色が消失し, 猶 30 分間繼續して煮沸するも赤色を呈せざるに至れば此點を反應の終止點とする.

中間に於ける各滴定の際に過つて標準液の終止點を過ぎ過剰に加ふる時は醋酸アンモニウムが遊離石灰以外の化合物と徐々に化合する處ある故に，何れの場合もその過剰量を加へざる樣注意する要があり，又最後の滴定にて若し終止點不明瞭なる時は指示藥の1滴を滴下し之が液面に落つる點を注意して觀察し赤色の表れざる時は終止點に至りたるを知る．

尙，加熱は砂浴又は電熱板に依るが最も良く溫度はフラスコ內容物が靜置して微沸する程度にて成るべく一定に保つて操作し，又15分毎の測定時間も正しく守る必要がある．

IV. セメント試料及び遊離石灰定量結果

〔1〕 **セメント試料**

試料はなるべく多數の國產セメントに就て行ひ，セメントの種類は普通ポルトランドセメントを大部分とし，之に早强，高爐，珪酸質混合セメントを追加した．

試料は全國の各工事現場より採集したセメントと國內セメント會社の各工場より採集した代表的なものと見做されるセメントの2部に分けた．各工事現場より採集したものは著者の試驗所に集め之を第1回定量試驗の試料となし，各社の工場より採集したものは某試驗所より分析用試料として寄贈を受けたものであり之を第2回定量試驗の試料となした．

セメントは總て昭和16年度末より昭和17年度中に製造された國產市販セメントである．

〔2〕 **第1回定量試驗**

普通セメント36個（內早强セメント1個），高爐セメント8個，珪酸質混合セメント12個　計56個．

〔3〕 **第2回定量試驗**

普通セメント25個，早强セメント3個　計28個．

第2回試料は昭和17年6月～8月中に製造され其工場のセメント貯藏槽より直接に拔取り直に密封して保存したものであり，全く風化を受けず新鮮なるセメント試料と見做し得られるものである．

〔4〕 **遊離石灰（Fr. CaO）の含有量**

前述した如く Lerch-Bogue法を充分に習熟した著者が同法により注意して定量した結果を次に表及圖に表し一括して掲げる．

卽ち，

第1回定量試驗（第1回試料に就て）

表-1 普通ポルトランドセメント

表-2 高爐セメント

表-3 珪酸質混合セメントの遊離石灰含有量(%)

第2回定量試驗（第2回試料に就て）

表-4 普通及早强ポルトランドセメントの遊離石灰含有量(%)

圖-3，は表-4 の結果を會社及工場別にて圖示したものである．

次に，上に表示した定量結果に基き昭和16年より昭和17年度に於ける國產セメントの遊離石灰量に就いて總括する．

〔1〕 普通ポルトランドセメントに就ては，第1回試料に就ての定量試驗結果に依れば遊離石灰含有量は最低

表-1 国産ポルトランドセメントの遊離石灰含有量(第1回定量試験)

番號	ポルトランドセメント			遊離CaO含有量(%)	
				White法(定性)	Lerch-Bogue法(定量)
1	普通セメント	(14)	O·N	認めず	0.23 %
2	〃	(20)	A·S	〃	0.26
3	〃	(13)	Cb·B	〃	0.45
4	〃	(18)	T·Y	〃	0.52
5	〃	(15)	Cb·B	〃	0.65
6	〃	(16)	A·S	〃	0.65
7	〃	(9)	I	僅に認める	0.72
8	〃	(33)	—	〃	0.85
9	〃	(35)	—	〃 ㊟	0.83
10	〃	(10)	H·K·K	認むる有	0.88
11	〃	(26)	Cb·B	〃	0.92
12	〃	(34)	—	〃	0.93
13	〃	(28)	T·H·K	〃	0.98
14	ベロセメント	(19)	A·S	〃	1.18
15	普通セメント	(11)	N·S·B	〃	1.31
16	〃	(27)	A·S	〃	1.35
17	〃	(12)	A·S	〃	1.35
18	〃	(24)	H·T·C	〃	1.51
19	〃	(31)	—	〃	1.52
20	〃	(32)	—	〃	1.53
21	〃	(17)	H·T·C	〃	1.55
22	〃	(21)	I	〃	1.70
23	〃	(29)	A	〃	1.82
24	〃	(22)	I	〃	2.07
25	〃	(23)	I	〃	2.10
26	〃	(30)	Ch	〃	2.10
27	〃	(36)	—	〃	2.15
28	〃	(7)	A	〃	2.16
29	〃	(8)	A	〃	2.29
30	〃	(6)	U·B	〃	2.62
31	〃	(1)	T·H·K	〃	2.81
32	〃	(5)	—	〃	3.40
33	〃	(2)	ON	〃	3.51
34	〃	(3)	—	〃	3.75
35	〃	(25)	H·T	〃	4.14
36	〃	(4)	U·B	〃	5.19

0.23 (最低)~5.19(最高) %
平均 1.72 %

表-2 高爐セメントの遊離石灰含有量(第1回定量試験)

番號	高爐セメント	遊離CaO含有量(%) White氏法,定性		Lerch-Bogue 法, 定量
1	高爐セメント (4) N·K	認め	0.0	
2	〃 (2) N·K	〃	0.32	
3	〃 (6) —	僅に認む, 有	0.85	
4	〃 (7) —	〃	0.88	0.0 (最低)～1.92(最高)%
5	〃 (1) N·K	認む, 有	0.98	平均 0.94 %
6	〃 (5) —	〃	1.25	
7	〃 (8) —	〃	1.32	
8	〃 (3) N·K	〃	1.92	

表-3 珪酸質混合セメントの遊離石灰含有量 (第1回定量試験)

番號	セメント (珪酸質混合セメント)	遊離CaO含有量(%) White氏法,定性		Lerch-Bogue 法, 定量
1	シリカセメント (3) N·N·O	認め	0.37	
2	〃 (9) —	〃	0.58	
3	〃 (4) I·K	僅に認む	0.72	
4	〃 (12) —	〃	0.72	
5	〃 (11) —	〃	0.74	
6	〃 (2) Ch	〃	0.74	0.37 (最低)～2.12 (最高)
7	〃 (8) —	〃	0.75	平均 0.92 %
8	〃 (6) Ch	〃	0.75	
9	〃 (10) —	認む, 有	0.98	
10	〃 (7) —	〃	1.16	
11	〃 (1) T·Y	〃	1.31	
12	〃 (5) H·K·K	〃	2.12	

圖-3 セメントの遊離石灰量 % (會社, 工場別)

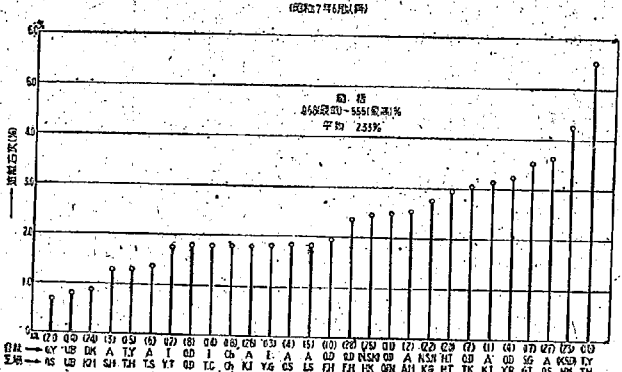


表-4 國産ポルトランドセメントの遊離石灰含有量 (第2回試驗)

(昭和17年6月以降)

セメント番號	トランドセメント	工場		遊離石灰含有量(%) (Lerch-Bogue 法)
1	普通セメント A	A	K·I	3.13
2	〃 〃	〃	A·M	2.54
3	〃 〃	〃	S·H	1.30
4	〃 〃	〃	O·S	1.86
5	〃 〃	〃	I·S	1.86
6	〃 〃	〃	T·S	1.38
7	〃 O·D	O·D	T·K	3.04
8	〃 〃		O·D	1.80
9	〃 〃		Y·B	3.32
10	〃 〃		F·H	1.98
11	〃 〃		O·F·N	2.51
12	〃 I	I	Y·T	1.77
13	〃 〃		Y·G	1.83
14	〃 〃		T·C	1.80
15	〃 T·Y	T·Y	T·H	1.30
16	〃 〃		K·K	5.55
17	〃 S·G	S·G	G·T	3.53
18	〃 Ch	Ch	Ch	1.80
19	〃 V·B	U·B	U·B	0.81
20	〃 H·T	H·T	H·T	2.98
21	〃 O·Y	O·Y	O·S	0.68
22	〃 N·S·N	N·S·N	K·G	2.77
23	〃 K·S·D	K·S·D	H·M	4.23
24	〃 D·K	D·K	O·M	0.90
25	〃 N·S·K	N·S·K	H·K	2.43
26	早强セメント A	A	K·I	1.80
27	〃 〃	〃	O·S	3.81
28	〃 O·D	O·D	F·H	2.39

總 括

0.68 (最低)～5.55 (最高)% 平均 2.33 %

0.23 %より最高 5.72 %の意外なる廣範圍に亘つて居り，平均 1.72 %となつてゐる．

試料 36 個 (早强セメント 1 個を含む) に就き，遊離石灰含有量 1.00 %以下，1.00～2.00 %，2.00～3.00 %，3.00 %以上の各區分に分け各區分中にある試料の個數及總計 36 個に對する個數百分率を算出してみると次の通りである．

遊離石灰量の範圍	個 數	個數百分率
1.00 %以下	13個	36%

1.00～2.00％……11個……28％
2.00～3.00％……7個……22％
3.00％以上……5個……14％

又昭和初年より同10年頃の既往の優良な國産ポルトランドセメントの遊離石灰含有量は少くとも平均1.50％以下と見做し，今假に1.50％を界として之を見ると，第1回試料に就ては約半數が遊離石灰量1.5以下他の半數は1.5％以上となつてゐる．

次に，第2回試料に就ての定量結果に依れば遊離石灰含有量は最低0.68％より最高5.50％の同様なる廣範圍に亘つて居り，平均2.33％である．

試料28個（此内早强セメント3個を含む）に就て前と同様に遊離石灰含有量の各區分に就いて試料の個數及個數百分率を算出して見ると次の通りである．

第2回試料

遊離石灰量の範圍	個　數	個數百分率
1.00％以下	3	11％
1.00～2.00％	12	40％
2.00～3.00％	6	21％
3.00％以上	7	25％

第2回試料は第1回試料に較べて概して遊離石灰量が多量であり，之を前記の個數百分率に就て見ると，少き方の1.00％以下のもの36％（第1回試料）に對し11％（第2回試料）を表し又多き方の3.00％以上のもの14％（第1回試料）に對し25％（第2回試料）となり遊離石灰量の多量なものは第2回試料に於て多く認められた．

〔2〕普通ポルトランドセメントの遊離石灰量は第1回試料にて平均1.72％であり之を第2回試料の平均2.33％と比較すると可成低い値となつて居り又最低値及び最高値を見ても第1回試料の方が低い．

此試料では遊離石灰量1.0％以下のセメントも相當存在し0.5％以下の僅少なものも2,3認められた．

これが理由としては第1回試料は現場より採集したものであるから其内には風化の進んだセメントも含まれて居り遊離石灰は風化により空中の濕分及び炭酸瓦斯と結合し容易に水和物或は $CaCO_3$ に變化することも考へられ，比較的低い値を表したものと見られる．

第2回試料は一般に遊離石灰量が多く，平均2.33％，最高値迄に5.55％に達するものも存在した．之れは此試料はセメント工場より製造直後のものを直接採集し直に完全に密封して保存し試驗をなしたものであるから全く風化を受けず新鮮なるセメントと見做され遊離石灰は全く變化せず CaO の狀態にて含まれてゐたものによると考へられる．

〔3〕國產ポルトランドセメントに就て，既往の大正時代に至るセメント製造に際してのセメント燒成の良否を見る爲め各時代のセメントの遊離石灰量を調べ之を概ねれば表-5に表示した通りである．

此表中大正末期及び昭和初期に於ける定量は永井彰一郎氏（窯・協・誌昭和14年，37卷，85頁）の實測結果を引用した．

此表に依れば近代のポルトランドセメントの遊離石灰量の變化は，大正末期0.62～1.38％，平均0.93％，昭和初期0.40～1.55％，0.48～1.80％，平均1.04％，同1.45％であるか，昭和16，17年に於ては0.23～5.19％や

均1.72 % (第1回) 及び0.68～5.55 %, 平均2.33 % (第2回) となり既往のセメントに較べて最近のものは甚だしく高値である事が目立つてゐる.

既往のセメントは遊離石灰含有量の範圍が約0.5～1.0 %と見られ比較的狹い範圍を占め, 概ね 1.50 %以下, その範圍0.4～2.0 %程と考へられセメントの燒成は一般に良好であると見做されてゐた.

然るに著者が測定した昭和16, 17年の最近のセメントに於ては, 其範圍は約0.4～5.0 %の廣範圍に亘つて居り平均2.0 %前後と認められ, 最高は5.0 %にも及ぶものが表れた. その結果よりセメントの燒成の良否に關し

表-5 國産ポルトランドセメントの遊離石灰量の變遷

ポルトランドセメント 製造年月		試驗者	國産ポルトランドセメント 遊離石灰含有量(%) Lerch Bogue法
大正末期	大正15年春期 (8個)	永井教授	範圍 0.62 (最低)～1.38 (最高) % 平均 0.93 %
昭和初期	昭和2年春期(12個)	同上	0.40～1.55 % 1.04 % 春期
	昭和2年秋期(12個)		0.40～1.86 % 1.45 % 秋期
昭和十六、七年度	第1回 昭和16年末 昭和17年度 (30個)	扇島彌六	範圍 0.23 (最低)～5.19 (最高) % 平均 1.72 %
	第2回 昭和17年 6月～8月 (28個)	同上	0.68～5.55 % 2.33 %

備考 第1回試料は工事現場より採取したもので內に風化したるものを含む.
第2回試料は各社各工場より直接採集し直に密封して保存したものであり, 風化を受けず新鮮なセメントである.

ては燒けの良いものと燒けが不足し甚だ悪いものとが多く混在してゐると當然見做されるべき結果を與へてゐる.

〔4〕 上記の如く大正末期より昭和初期のセメントは燒けが完全であり從つて品質も一定した優良なるポルトランドセメントであつたのは確であるが昭和16, 17年度の最近のセメントは少數を除いて一般的に燒け不足のセメントの多き事が明かに認められ, 遊離石灰量は新鮮なセメント (第2回試料) に於て平均2.0 %を超へて居り又其內には最高5.0 %に達するセメントの存在した事は測定者自身すら全く豫期せざることであり意外とする所であつた. 尙最近各社各工場より採集した第2回試料は總計28個であるが最近の國産セメントの代表的のものと見做して差支ひないものと考へる.

斯く今日の國産ポルトランドセメントには多くは燒けの不良のものが混在し既往のものに較べて成分的に可成變化したものと見做され, 從つて必然的にセメントの物理性特に安定度, 强度に著しい影響を及ぼしてゐるもの

と考へられる.

曩に著者はセメントを主に其物理性，強度の方面に就て試驗を行ひ此方面より品質を檢討した報文（內務省土木試驗所彙報第19號，昭和16年）を發表し，今日のセメントは強度の低下は勿論，試驗に際して膨脹收縮があり甚だしく安定を缺くもの多く且つ實際上モルタル或はコンクリートに龜裂の發生が認められること等が目立つてゐることを指摘したが，此事實は上記の測定結果に現れた遊離石灰量の過大並にそれより當然考へられるセメントの燒けの不良から見て首肯される處である.

〔5〕 高爐セメント及珪酸質混合セメントに就ての遊離石灰の定量結果は表-2，表-3 に表した．此測定は現場採取の第1回試料と同時に採取し送付しきたものであり參考として行つたものである.

此結果，高爐セメントは平均0.94 %，珪酸質混合セメントは平均0.92 %にして1.0 %以下のものが大部分を占めポルトランドセメントに較べて一般に低位であつた．尙此等の混合セメントの試料中には可成風化したものが多く見受けたので此結果は參考に止めてをく程度とする.

之を要するに，最近の國產セメントの遊離石灰量は可成に廣範圍に亘り其最高のものには著しく大なる數値を示すものがあり，今日のセメントの燒成は從來の如くに完全とは認められず可成燒けの不足或は不良なるセメントが市上に出てゐると考へられる．最近のセメントが全面的に品質が低下し特に強度の低下，安定度の喪失等が指摘されてゐる主なる原因の一つは實に此の燒けの不良に依つてゐるものと考へられる.

遊離石灰測定の結果がかゝる大なる數値を表した事は著者の豫想を外れ全く豫期しなかつた處でありその意外に感じた次第である.

尙著者はこの點に就て特に考慮し一層その測定には注意を拂ひ遊離石灰量3 %を超ゆる如き高値のものに就ては同一試料にて6回の測定を繰返し其結果を確めたことを附言して置く.

V. 要　約

1. セメント及びセメント燒塊中の遊離石灰の定性，定量に就いての諸法を述べ，經濟無水アルコールグリセリン加熱抽出と醋酸アンモニヤ滴定とによる Lerch-Bogue 法による著者が行つた定量に就て詳しく述べ，目下品質低下が一般に認められてゐる最近（昭和16—17年）の國產セメントの成分に就ての研究の一つとして先づ遊離石灰の定量をなした.

2. 著者は多數のセメントに就き Lerch-Bogue 氏によると遊離石灰定量法を習熟し之を檢討してみた．此法は試藥の精製，裝置及操作の3主要點に注意し且つ習熟することが重要である.

併しながら一度試藥の精製，裝置の完備並に操作を熟練すれば容易にして正確なる方法なるを認めた.

3. ポルトランドセメントに就ては第1回（試料現場採集）36個，第2回試料（工場採取）25個に就いて測定し，その結果遊離石灰含有量は，第1回0.23 %～5.19 %，平均1.72 %；第2回0.68～5.55 %平均2.33 %なる結果を得た.

4. 此結果を既往（昭和初期）の國產ポルトランドセメントに就ての測定結果と比較した．既往のセメントは少くともその大部分が遊離石灰量1.5 %以下であり之よりセメントの燒けは略完全と認められ概して燒不良と見られるものはなかつた．最近のセメントは遊離石灰量が甚だしく多量となり其最低より最高に至る範圍が廣くなり最高のものに5.5 %に達すものも認められた．此測定結果より見ると內には燒けの良きものあり又甚だ不良と見らるべきものもあるが，全體的に見て一般に燒け不良のセメントが可成に多いことが明に認められた.

從つて從來のセメントに較べて成分上の變動，物理性及强度等の變動も推測される處となり品質全般に及ぼす影響が容易に考へられる事となる．此點實は筆者が著者が報告した最近のセメントの品質特に强度低下に關する資料に現はれ關聯してゐる點に考へられる．

5. 少數の高爐セメント及珪酸質混合セメントに就ても遊離石灰を測定し參考となした．混合セメント類はポルトランドセメントに較べてセメント燒塊の含有量が少いから當然セメント中の遊離石灰分も少いものと考へられ試驗の結果一般に少く 1.0 %以下のものが大部分であつた．

尙本報告に述べなかつたが遊離石灰定量の測定偏差の試驗及び國產セメントの其他の成分分析試驗結果等に關しては追つて續報にて報告する豫定である．

附記：遊離石灰の定量試驗に就ては東京工業大學窯業科山內俊吉敎授に種々の御指導を賜つた，茲に厚く感謝の意を表する次第である．猶國產セメントの試驗研究に就ては文部省日本學術振興會第33小委員會（構築材料利用）の援助を賜つた．

溢流堰堤下流部に於けるエネルギー殺減に關する考察（1）

内務技師　竹　内　俊　雄

要　旨

溢流堰堤下流部に於て潜流，限界流，露出流の流況を呈する場合に各流況に應じて毎秒殺減されねばならないエネルギーの大さを計算し，此の中河床洗掘の原因となるエネルギーの大さを其の下流常流水深に對して完全跳水により失はれる比エネルギー ΔJ を媒數として概念的に表はしたものである．

目　次

Ⅰ．溢流堰堤下流部の流況……（3）
Ⅱ．失ふ可き比エネルギー……（7）
Ⅲ．各流況に於ける比エネルギーの殺減……（11）
Ⅳ．實際の堰堤に就いての適用……（22）
Ⅴ．計　算　例……（26）
Ⅵ．結　　語……（28）

記　號

ΔF_1：堤體面（水平水叩部を含まぬ）上を落下する際に失ふ比エネルギー

$$\Delta F_1 = \Delta F_{11} + \Delta F_{12} + \Delta F_{13} \quad \text{圖-3}$$

ΔF_{11}：堤頂部に於て失ふ比エネルギー

ΔF_{12}：堰堤下流傾斜面に於て射流の失ふ比エネルギー

ΔF_{13}：彎曲部に於て射流の失ふ比エネルギー

ΔF_2：水平水叩部上に於て射流が完全跳水を生ずるまでに失ふ比エネルギー

ΔF_{21}：短い水平水叩部が與へられた場合に其の上で射流の失ふ比エネルギー

ΔF_{22}：$\Delta F_{22} = \Delta F_2 - \Delta F_{21}$

g：重力による加速度

h：水　　深

h_2：下流常流水深

h_1：h_2 に共軛な射流水深

h_c：限界水深

h_0：任意に與へた射流水深

h_t：任意に與へた射流水深

h_2'：h_0（或は h_t）に共軛な下流常流水深

Δh_2: $\Delta h_2 = h_2' - h_2$

h_d: h_2 を一定にした場合 h_0 のとり得る極大値. 圖-18

h_i: h_0 を一定にした場合 h_2 のとり得る極大値. 圖-28

H: 比エネルギー $H = (z) + h + \dfrac{v_2}{2g}$

$$= (z) + h + \frac{q^2}{2g} \cdot \frac{1}{h^2}$$

ΔH: 落差 (堰堤上流側, 下流側の常流の有する比エネルギーの差)

H_2: 比エネルギー $H_2 = (z_2) + h_2 + \dfrac{v_2^2}{2g}$

H_1: 〃 $H_1 = (z_1) + h_1 + \dfrac{v_1^2}{2g}$

H_0: 〃 $H_0 = (z_0) + h_0 + \dfrac{v_0^2}{2g}$

H_i: 〃 $H_i = (z_i) + h_i + \dfrac{v_i^2}{2g}$

H_d: 〃 $H_d = (z_d) + h_d + \dfrac{v_d^2}{2g}$

H_t: 〃 $H_t = (z_t) + h_t + \dfrac{v_t^2}{2g}$

I: 比衝力値 $I = \dfrac{h^2}{2} + \dfrac{q}{g} v$

$$= \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{g} \cdot \frac{1}{h}$$

ΔJ: 完全跳水に於て失はれる比エネルギー

$\Delta J'$: 常流の場合に下流常流水深を取除いたと假定する. 此の際堰堤直下に現はれる虚射流水深を h_i とし, h_i に至るまでに失ふ比エネルギーを ΔF_1 とする.

$$\Delta H = \Delta F_1 + \Delta J'$$

m: $m = \dfrac{H_0}{H}$

v: 壓力强度

q: 單位幅當りの流量

$q = f(h_2)$: 水位流量曲線

$q = g(h_2')$: 堰堤直下に於て示される射流水深 h_0(或は h_i) に共役な下流常流水深 h_2' と流量との關係

$qg\Delta H$: $qg\Delta H = P_{\Delta H}$ 落差の間で每秒失はねばならぬエネルギー(キロツト)

$qg\Delta F_1$: $qg\Delta F_1 = P_{\Delta F_1}$ 堤體面上を落下する際に每秒失はねばならぬエネルギー(〃)

$qg\Delta F_2$: $qg\Delta F_2 = P_{\Delta F_2}$ 水平水叩部上に於て射流が完全跳水を生ずるまでに每秒失はねばならぬエネルギー(〃)

$qg\Delta J$: $qg\Delta J = P_{\Delta J}$ 完全跳水に於て每秒失はねばならぬエネルギー(〃)

$qg\Delta S$: $qg\Delta S = P_{\Delta S}$ 堤體面上外で每秒失はねばならぬエネルギー(〃)

ΔS: 堤體面上外で失はれる比エネルギー

$$\Delta S = \Delta J \quad \text{潜流}$$
$$= \Delta J \quad \text{限界流}$$
$$= \Delta F_2 + \Delta J \quad \text{露出流}$$

$\Delta S'$：短い水平水叩部が與へられた場合に

$$\Delta S' = \Delta F_{22} + \Delta J$$

v：平均流速

w：水の比重

z：基準面よりの高さ

α：
$$\alpha = \frac{\frac{\Delta S}{h_c}}{\frac{\Delta J}{h_c}} = \frac{\Delta S}{\Delta J}$$

β：
$$\beta = \frac{\frac{\Delta J}{h_c}}{\frac{\Delta S}{h_c}} = \frac{\Delta J}{\Delta S}$$

γ：露出流を生ずる場合に

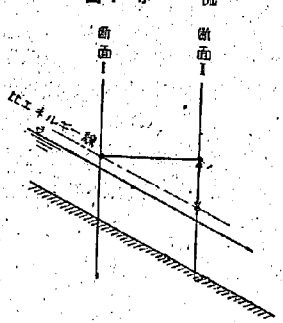
$$\gamma = \frac{\frac{\Delta F_2}{h_c}}{\frac{\Delta F_2 + \Delta J}{h_c}} = \frac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J}$$

δ：
$$\delta = \frac{\Delta H}{\Delta J}$$

I. 溢流堰堤下流部の流況

底勾配一様，幅一様な水路の流れを考へる．背水の影響の及ばない部分に在つては水深は一定に保たれて居る．従つて比エネルギー線は底に平行である．図-1 に於て断面-Ⅰから断面-Ⅱまで流下する間に失はれる比エネルギーは此の間の摩擦損失となつて消費せられるのであるが，此の際摩擦損失は流れの方向の一様な水面低下による位置エネルギーの減小により補はれ，水深は一定に保たれ等流が存在するのである．

図-1 等　流

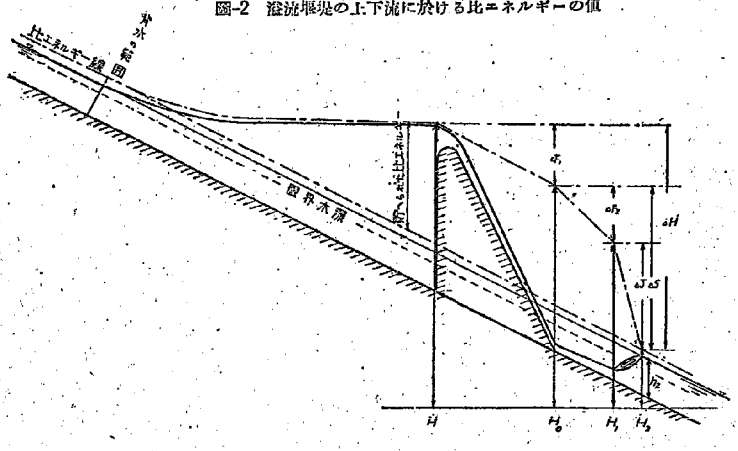


堰堤を築造して流れを堰上げ，溢流させた場合の比エネルギーを考へよう．図-2 に示す様に堰堤より上流側背水の及ぶ範囲では堰堤築造以前よりも水面は上昇し流れの方向に位置エネルギーが貯へられた状態に在る．

斯様にして堰上げられた流れが堰堤を溢流落下して下流常流水深 h_2 に復したとする．堰堤上流側では qgH を有し，下流で常流に復すると qgH_2 しか保持し得ないのであるから此の間で，

$$qgH - qgH_2 = qg(H - H_2)$$
$$= qg\,\Delta H$$

圖-2　溢流堰堤の上下流に於ける比エネルギーの値



のエネルギーを毎秒必ず放出せねばならぬ事になる．背水の及ぶ區間内で貯へられた qgH の中 $qg\,\Delta H$ が溢流に際して急激に減減されねばならぬのである．

堰堤によつて河の流れを堰上げるのは此の前後に於て落差 ΔH を得る爲である．流量 q が此の落差を流下すれば此所で $qg\,\Delta H$ のエネルギーが毎秒放出される事になる．此の $qg\,\Delta H$ が發電所を通過する際には水車にエネルギーを與へて仕事を爲し有効であるが，洪水が堰堤を溢流する際に河床に對して放出される此のエネルギーは河床洗掘の原因となり甚だ厄介なものである．即落差 ΔH が存在する場合には此所で溢流により放出されるエネルギー $qg\Delta H$ が毎秒必ず減減されねばならぬ事になる．河床洗掘は此の $qg\Delta H$ の河床に對して爲す仕事である．從つてこれには

（1）流れによつて毎秒與へられるエネルギー $qg\Delta H$ の大さ

（2）此のエネルギーを受ける河床材料の性質

の2要素を考慮せねばならぬのである．$qg\Delta H$ は工率で表はされて居るから洗掘量となると更に洪水繼續時間をも考慮に入れねばならない．

私は此所に $qg\Delta H$ と河床洗掘との關係を定量的に述べようとするものではない．河床材料の性質，洪水繼續時間は問題外として，毎秒失はねばならない此のエネルギー $qg\Delta H$ が流況に應じて如何程であるかを求めんとするものである．

溢流が下流常流水深 h_2 に復するまでに比エネルギー ΔH を失はねばならぬのであるが，溢流に應じて其の減減の狀況を異にする．此の ΔH を堤體面（水平水叩部を含まぬ）上に於て減減される ΔF_1 と，堤體面上外で減減される ΔS とに分けて考へる．

$$\Delta H = \Delta F_1 + \Delta S$$

ΔF_1 は圖-3 に示す線に分けて考へる事が出來る．

$$\Delta F_1 = \Delta F_{11} + \Delta F_{12} + \Delta F_{13}$$

ΔF_{11} は堤頂部に於て失ふ比エネルギー

ΔF_{12}: 堰堤下流傾斜面に於て射流の失ふ比エネルギー

ΔF_{13}: 彎曲部に於て射流の失ふ比エネルギー

圖-2 に示す樣に水平水叩部上に射流の存在する露出流の場合には

$$\Delta S = \Delta F_2 + \Delta J$$

ΔF_2: 水平水叩部上に於て射流が完全跳水を生るまでに失ふ比エネルギー

ΔJ: 完全跳水に於て失はれる比エネルギー

と考へる事が出來るが，圖-4 に示す樣な射流水深が露出しない潛流に在つては下流常流水深を取除いたと假定する．此の際堰堤直下に現はれる虛射流水深を h_1 とし，h_1 に至るまでに失ふ比エネルギーを露出流の場合と同樣に ΔF_1 と考へ

$$\Delta H = \Delta F_1 + \Delta S$$

と置き

$$\Delta J = \Delta S$$

と定義する．此の場合の下流常流水深 h_2 に對して完全跳水により失はれる比エネルギー ΔJ と $\Delta J'$ との間には

$$\Delta J' < \Delta J$$

なる關係が存在する．

圖-3　ΔF_1 の分け方

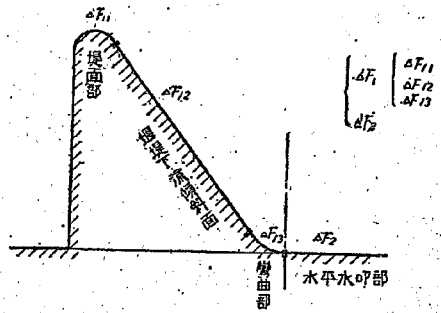
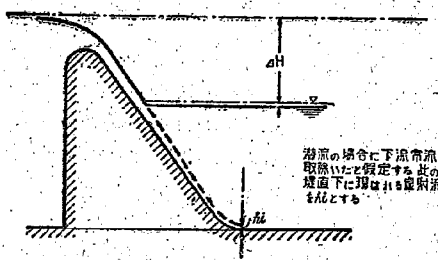


圖-4　潛流の場合の虛射流水深 h_1



一般に溢流時堰堤下流部の流況は $qg\Delta H$ の大小によつて變化する．

$$\begin{aligned} qg\Delta H &= qg\ (H - H_2) \\ &= qg(\Delta F_1 + \Delta S) \\ &= qg\ [\Delta F_1 + \{H_0(h_0) - H_2(h_2)\}] \end{aligned}$$

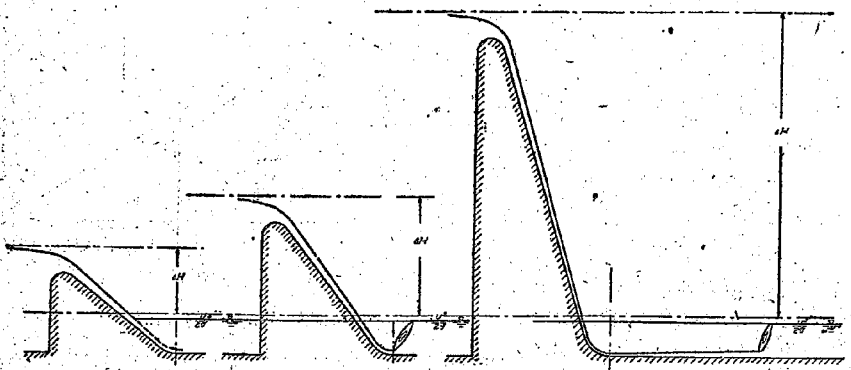
此の $qg\Delta H$ の變數としては q と ΔH が考へられるが，q には消耗が無いから一定と考へると ΔH の變化のみを考へればよい．ΔH の變化には ΔF_1, h_0, h_2 の 3 變數を考へねばならないが，ΔF_1 に對しては摩擦の理論が明瞭にされて居ないから，此所では變數として h_0, h_2 の 2 つのみを考へる事にする．2 變數の中どちらか一方を固定して他を變化せしめた場合の流況の變化を考へよう．

$$\begin{cases} (1) & h_2 \text{ 一定} & h_0 \text{ 變數} \\ (2) & h_0 \text{ 一定} & h_2 \text{ 變數} \end{cases}$$

(1) h_2 を一定に保つて h_0 を變化せしめる．此の事は下流常流水深 h_2 を一定に保つて堰堤の高さを變化せしめる事に相當する．堰堤の高さを高くして H 即 ΔH を增していくと h_0 は次第に小さくなり圖-5, 6, 7 に見る樣

な流況の變化を示す.

圖-5 潛流　　圖-6 限界流　　圖-7 露出流



$$\Delta H = \Delta F_1 + \Delta S = \Delta F_1 + \Delta J \quad \text{潛流 圖-5}$$
$$= \Delta F_1 + \Delta S = \Delta F_1 + \Delta J \quad \text{限界流 圖-6}$$
$$= \Delta F_1 + \Delta S = \Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta J \quad \text{露出流 圖-7}$$

全流況を通じて h_2 が一定であるから ΔJ は一定に保たれて居る. ΔH の小さい間は圖-5に示す樣に潛流となり完全跳水を生じない. 此の場合は

$$\Delta J' < \Delta J$$

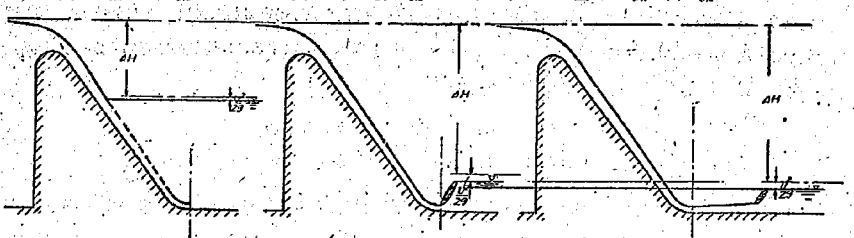
なる關係が有る. 堰堤の高さを增していくと或る高さで丁度

$$\Delta H = \Delta F_1 + \Delta J$$

となり圖-6 に示す樣に堰堤直下 (彎曲部と水平水叩部との境界 圖-3) に於て完全跳水を生ずる 限界流となる. 堰堤を更に高くして ΔH を增すと之に伴ひ ΔF_1 も增すには增すが ΔS も增加する. 然るに ΔJ は一定に保たれて居るから殘りの ΔF_2 が增さねばならぬ事になり圖-7 に見る樣な水平水叩部上に射流部の露出する露出流となる.

(2) h_0 を一定に保つて h_2 を變化せしめる. 此の事は堰堤の高さを一定に保つて下流常流水深 h_2 を變化せしめる事に相當する. 下流常流水深 h_2 を小さくして ΔH を增していくと圖-8, 9, 10 に見る樣な流況の變化を示す.

圖-8 潛　流　　圖-9 限界流　　圖-10 露出流



$$\Delta H = \Delta P_1 + \Delta S$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta S &= \Delta J' && \text{潜流} && \text{圖-8} \\ &= \Delta J && \text{限界流} && \text{圖-9} \\ &= \Delta P_2 + \Delta J && \text{露出流} && \text{圖-10} \end{aligned}\right\}$$

此の場合 ΔP_1 は一定に保たれて居るが，下流常流水深に應じて ΔJ は變化する．ΔH の小さい間は圖-8 に見る樣な潜流となり完全跳水を生じない．此の場合の下流常流水深に對して完全跳水により失はれる比エネルギー ΔJ と $\Delta J'$ との間には

$$\Delta J' < \Delta J$$

なる關係が有る．下流常流水深を下げていくと或る ΔH に對して

$$\Delta H = \Delta P_1 + \Delta J$$

となり圖-9 に示す樣に完全跳水が堰堤直下で生ずる限界流となる．更に ΔH を增し下流常流水深 h_2 を下げると ΔJ は減じて來るから ΔP_2 は增さねばならぬ事となり，圖-10 に見る樣に水平水叩部上に射流部が露出する露出流となる．

以上(1)及(2)に述べたところによつて溢流堰堤下流部の流況である潜流，限界流，露出流は連續的に考へる事が出來るものである事を知つた．依て各流況に於て河床洗掘の原因となる ΔS の大さ即 $\Delta J'$，ΔJ，$\Delta P_2 + \Delta J$ の大さを求め，且此等の大さを指數 α, β, γ によつて概念的に示さうと試みた．

先づ流量一定なる場合について各流況の比エネルギーの殺減について考へ，次に之を種々なる流量に對する溢流堰堤下流部の流況に適用しようとするものである．

玆に取扱ひに便利な常流れの斷面の比エネルギーの大さは次の形で表はされるとして居る．

$$z + \frac{p}{w} + \frac{v^2}{2g}$$

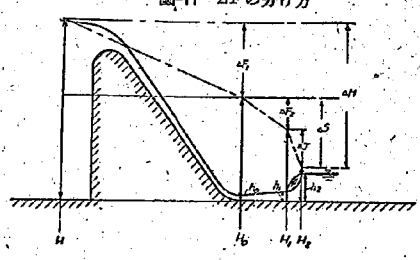
此の事は斷面の壓力は靜水壓分布をなし，流速分布は一樣であると假定して居るのである．便宜上各流線の有する比エネルギーの大さは相等しいと假定した．斯樣にすると表面の流線を以て斷面の比エネルギーを代表するものと考へる事が出來る．

$$z + h + \frac{v^2}{2g}$$

II. 失ふ可き比エネルギー

前章に於ては落差によつて與へられる比エネルギーが各流況に應じて種々なる形で殺減されねばならない事を述べた．本章では ΔH を分析して各要素 ΔP_1, ΔP_2, $\Delta J'$, ΔJ 個々について考へる事にする．圖-11, 4

圖-11　ΔP の分け方



(1)　堤斷面上を落下する際に失ふ比エネルギー ΔP_1

此の ΔP_1 は3つの部分に分けて考へられる事は

圖-3 に示した.

堰堤上流側で有する比エネルギー $H=h+\frac{v^2}{2g}$ と，堰堤直下に於て射流の有する比エネルギー $H_0=h_0+\frac{v_0^2}{2g}$ との差 $H-H_0=\Delta E_1$ で求められる．潜流の場合には H と下流常流水深を取除いたと假定した場合に堰堤直下に現はれる虚射流水深 h_1 の有する比エネルギー H_1 との差 $H-H_1=\Delta E_1$ で求められる．殘念な事には h_0 及 h_1 の計算方法が判らかでないので現實には此の値を的確に得る事が出來ない.

（2） 水平水叩部上に於て射流の失ふ比エネルギー ΔE_2

露出流を生ずる場合堰堤直下より完全跳水を生ずるまでの間に水平水叩部上に於て射流が摩擦によつて失ふ比エネルギーの大さを ΔE_2 とする．之は堰堤直下に於て射流の有する比エネルギー $H_0=h_0+\frac{v_0^2}{2g}$ と，下流常流水深 h_2 に共軛な射流水深 h_1 の有する比エネルギー $H_1=h_1+\frac{v_1^2}{2g}$ との差 $H_0-H_1=\Delta E_2$ として求められる.

射流は水平水叩部上に於て水深を增加しつつ比エネルギーを失ふのであるから露出流を生ずる場合には

$$h_0<h_1$$

なる關係が有る．又 h_0 と h_1 とは獨立である事は勿論である.

（3） 潜流の場合に失ふ比エネルギー ΔJ

潜流の場合下流常流水深を取除いたと假定して堰堤直下に現はれる虚射流水深 h_1 の有する比エネルギー $H_1=h_1+\frac{v_1^2}{2g}$ と，下流常流水深 h_2 の有する比エネルギー $H_2=h_2+\frac{v_2^2}{2g}$ との差 $H_1-H_2=\Delta J$ として求められる.

（4） 完全跳水に於て失はれる比エネルギー ΔJ

幅一樣，水平固定床上に於て完全跳水を生ずる場合の比エネルギーの消耗を考へる．流量を一定とすればエネルギーは比エネルギーに就いて考へれば充分である.

水平床上水深 h の流れの有する比衝力値，比エネルギーは次式で表はされる.

$$\begin{cases} I=\dfrac{h^2}{2}+\dfrac{g}{q}v \\ \quad=\dfrac{h^2}{2}+\dfrac{q^2}{g}\cdot\dfrac{1}{h} \\ H=h+\dfrac{v^2}{2g} \\ \quad=h+\dfrac{q^2}{2g}\cdot\dfrac{1}{h^2} \end{cases}$$

I, H と h との關係を

圖-12, 13 に示す.

圖-12　I と h との關係

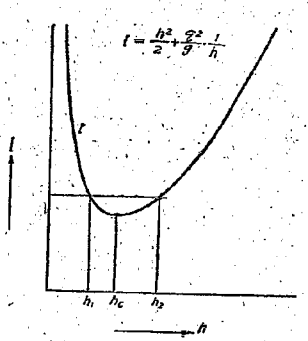
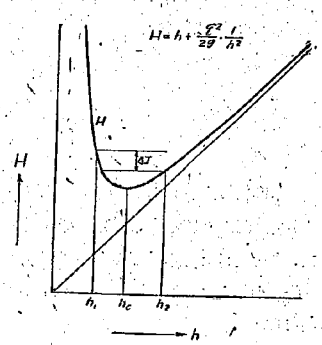


圖-13　H と h との關係



先づ比衝力値について考へる．完全跳水を次の樣に言ひ表はす事が出來る.

完全跳水は比衝力値は等しいが不連續な 2 水深間に生ずるものである.

此の 2 水深を h_1, h_2 とすると

$$I=\frac{h_1^2}{2}+\frac{q^2}{g}\cdot\frac{1}{h_1}=\frac{h_2^2}{2}+\frac{q^2}{g}\cdot\frac{1}{h_2} \quad \cdots\cdots(1)$$

之より h_1, h_2 の値は次の様に求められる.

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{h_2}{2}\left\{-1+\sqrt{1+8\frac{q^2}{g}\cdot\frac{1}{h_2^3}}\right\} \\ h_2 &= \frac{h_1}{2}\left\{-1+\sqrt{1+8\frac{q^2}{g}\cdot\frac{1}{h_1^3}}\right\} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

或る I の値に對して圖-12 より求められる 2 つの水深 h_1, h_2 の中で小さい水深 h_1 を射流水深, 大きい水深 h_2 を常流水深と言ふ. 即或る一つの比衝力値をとり得る水深は 2 つ存在し, 式(2)より判る様に一方を與へると他方は計算より決つてしまふ. 斯様な關係の存在する 2 水深 h_1, h_2 は互に共軛であると言ふ.

圖-12 より I には極小値の存在する事が判る. 此の極小の比衝力値を與へる水深は次式より求められる.

$$\frac{dI}{dh} = h - \frac{q^2}{g}\cdot\frac{1}{h^2} = 0$$

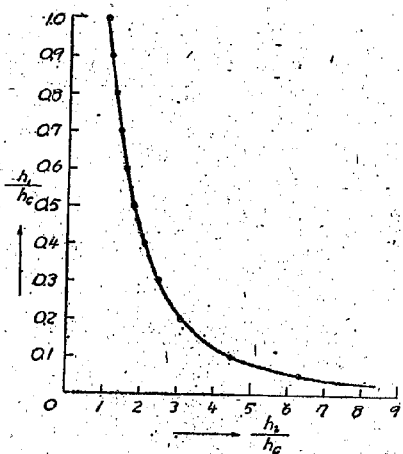
$$h = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \equiv h_c$$

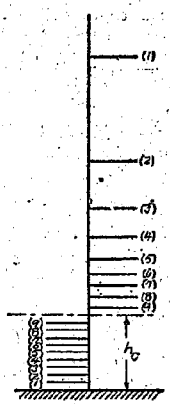
此の水深を限界水深と言ひ h_c で表はす. 先に述べた h_1, h_2 との間に

$$h_1 < h_c < h_2$$

なる關係が存在する.

圖-14 h_1 と h_2 との關係





流量を一定とすると h_c は一定となる事を用ひて式(2)より求めた h_1 と h_2 との關係を, $\frac{h_1}{h_c}$, $\frac{h_2}{h_c}$ の形で圖-14, 表-1 に示す. 與へられた射流水深 h_1 が小さい場合に之に完全跳水を生ぜしめる爲には極めて大きい下流常流水深が必要である事が此の圖より判る.

次に比エネルギーについて考へると完全跳水は次の様に言ひ表はす事が出來る.

完全跳水を生ずる共軛な 2 水深の有する比衝力値は等しいが, 此の間で比エネルギーの消耗は生じて居る.

此の事は圖-12, 13 より明瞭である.

圖-15　ΔJ と h_1 との關係

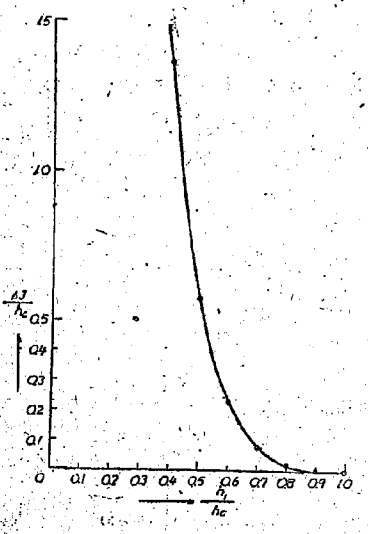


圖-16　ΔJ と h_2 との關係

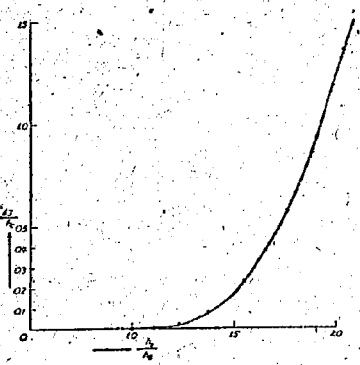
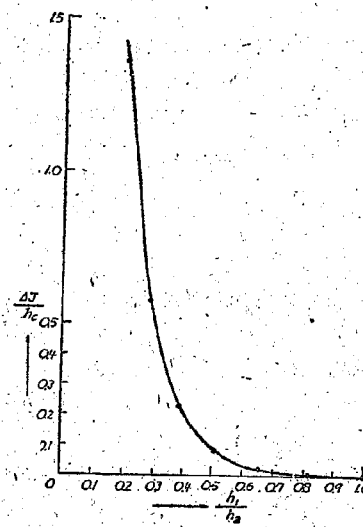


圖-17　ΔJ と $\frac{h_1}{h_2}$ との關係



完全跳水に於て消耗される比エネルギー ΔJ は, 2 水深の有する比エネルギーの差に h_1, h_2 が共軛であるといふ條件式 (1) を代入して次式の形で求められる.

$$\Delta J = \left(h_1+\frac{v_1^2}{2g}\right)-\left(h_2+\frac{v_2^2}{2g}\right)$$
$$= \frac{(h_2-h_1)^3}{4h_1h_2} \quad \cdots\cdots(3)$$

下流常流水深 h_2 を與へると之に共軛な射流水深 h_1 は計算により求められるから, 下流常流水深 h_2 を與へる事により此の水深に共軛な射流水深との間に生ずる完全跳水によつて失はれる比エネルギーは決つて了ふものである事を式 (3) は示して居るのである.

卽

$$\Delta J = \Delta J(h_1,\ h_2)$$
$$= \Delta J(h_1) \quad [\because h_2 = h_2(h_1)]$$
$$= \Delta J(h_2) \quad [\because h_1 = h_1(h_2)]$$

ΔJ と h_1, h_2, $\frac{h_1}{h_2}$ との關係を圖-15, 16, 17, 及表-2に示す. 此の際流量を一定とすると h_c は一定となる事を用ひて ΔJ 及各變數を h_c で割つて表はした. 圖-15, 16 より與へられた射流水深が小さければ, 卽與へられた下流常流水深が大きければ完全跳水によつて失はれる比エネルギーは極めて大きい事が判る.

III. 各流況に於ける比エネルギーの殺減

q 及 ΔH の大小に應じて潛流, 限界流, 露出流の3流況を呈する事は I で述べた. q には消耗が無いから, 流量は一定に保つて ΔH のみについて比エネルギーの殺減を考へれば充分である. $\Delta H = \Delta F_1 + \Delta S$ であるが ΔF_1 を除いた殘りの ΔS のみに注目する事にする. 各流況に於て ΔS の大さ及 ΔF_2, ΔJ, $\Delta J'$ としての割合が2變數 h_0, h_2 によつて如何に變化するか固定床上の流れに就いて考へる事にする. 變數は2つ有るから2通りの曲線群が得られる事になる.

〔1〕 h_2 一定, h_0 變數 (圖-5, 6, 7.)

下流常流水深 h_2 を一定に保つて堰堤の高さを變へ h_0 を變化せしめた場合である. 圖-18 の曲線 H 上の點 A で下流常流水深 h_2 を與へる. 點 A に對して共軛な點 B を求める. 點 B の射流水深は h_1 である. 曲線 H の B 側の枝上の點として任意の射流水深 h_0 が與へられる. 此の際任意に與へた h_0 (或は h_1) と h_2 から計算で求めた h_1 との大小によつて次の3つの場合が考へられる.

(i) $h_0 > h_1$ 潛流 點 Q (圖-5)

潛流の場合には堰堤直下に射流水深 h_0 は實在しないが, 下流常流水深を圖-4 の樣に取除いたと假定する. 此の際堰堤直下に現はれる虛射流水深を h_t とすれば

$$h_t > h_1$$

斯樣な虛射流水深は圖-18 の曲線 H 上の點 Q で與へられる. 潛流の場合には

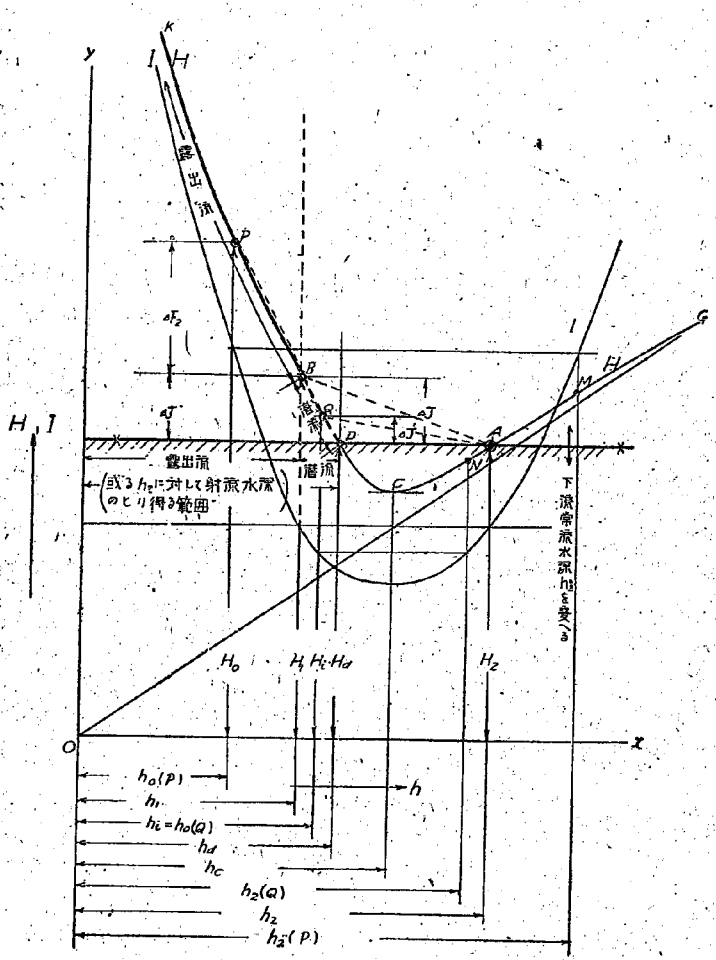
$$Q \longrightarrow A$$

で ΔJ の比エネルギーが失はれる.

與へられた點 Q の有する比エネルギー H_t が下流常流水深點 A の有する比エネルギー H_2 より小さくはなり得ない.

$$H_t \geq H_2$$

圖-18 h_2一定，h_0變数とした場合の常流，限界流，露出流



h_1 のとり得る極大値を h_d とすれば

$$H_d = H_2$$

$$h_d + \frac{v_d^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{h_d}{h_c} = \frac{1+\sqrt{1+8\left(\frac{h_2}{h_c}\right)^3}}{4\left(\frac{h_2}{h_c}\right)^2}$$

h_d と h_2 との關係を $\frac{h_d}{h_c}$, $\frac{h_2}{h_c}$ で表-3 に示す. H_1 の計算に ΔP_1 を假定して居るのであるから，實際に此の $h_1 = h_d$ で流れが停止するかどうかは明言出來ない. ΔP_1 を認めた場合に h_1 のとり得る極大値であるといふのである.

點 Q のとり得る範圍は曲線 II 上の BD 間で表はされる.

(ii) $h_0 = h_1$ 限界流 點 B (圖-6)

h_0 を堰堤直下の射流水深とすると，此所に下流常流水深 h_2 に共軛な射流水深 h_1 が存在する事になり，直に完全跳水を生ずる.

斯樣な射流水深 h_0 は圖-18 の曲線 H 上の點 B で表はされる. 限界流の場合

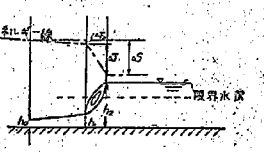
$$B \longrightarrow A$$

で ΔJ の比エネルギーが失はれる.

(iii) $h_0 < h_1$ 露出流 點 P (圖-7)

射流の有する比エネルギーは水深の小さい程大きい. 故に與へられた射流水深 h_0 の方が h_1 より多量の比エネルギーを有し，圖-19 に示す樣に h_0 より h_1 に至るまでに比エネルギー ΔP_2 を失ふ. 此の間水平水叩部上に射流部が露出して存在し，h_0 が h_1 まで增加して初めて完全跳水を生じて比エネルギー ΔJ を失ひ下流常流水深 h_2 に復する. h_0 より h_2 までに失はれる比エネルギーは $\Delta P_2 + \Delta J$ である.

圖-19 露出流



斯樣な射流水深 h_0 は圖-18 の曲線 II 上の點 P で與へられる. 露出流の場合射流部が水平水叩部上で比エネルギー ΔP_2 を失ふ狀態は曲線 PB で表はされ，完全跳水により比エネルギー ΔJ を失ふ狀態は $B \longrightarrow A$ で表はされる.

$$P \xrightarrow{\text{曲線}} B \longrightarrow A$$

點 P のとり得る範圍は曲線 II 上の KB 間で表はされる.

與へられた射流水深を總て圖-18 の曲線 II 上の KD 間の點と考へ，唯其の與へられた位置の違ひによつてのみ潜流，限界流，露出流が存在すると考へると斯樣な各流況を一括して考へられる事になるのである.

函数 ΔS

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\Delta S}{\Delta J} \\ \beta = \dfrac{\Delta J}{\Delta S} \\ \gamma = \dfrac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J} \end{cases}$$

が h_0 によつて如何に變化するかを考へよう. (表-4)

圖-20 $\dfrac{\Delta S}{h_c}, \dfrac{h_0}{h_c}$

圖-21 $\alpha = \dfrac{\dfrac{\Delta S}{h_c}}{\dfrac{\Delta J}{h_c}} = \dfrac{\Delta S}{\Delta J}, \dfrac{h_0}{h_c}$

圖-22 $\beta = \dfrac{\dfrac{\Delta J}{h_c}}{\dfrac{\Delta S}{h_c}} = \dfrac{\Delta J}{\Delta S}, \dfrac{h_0}{h_c}$

圖-23 $\gamma = \dfrac{\dfrac{\Delta F_2}{h_c}}{\dfrac{\Delta F_2 + \Delta J}{h_c}} = \dfrac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J}, \dfrac{h_0}{h_c}$

圖-20 ΔS と h_0 との關係

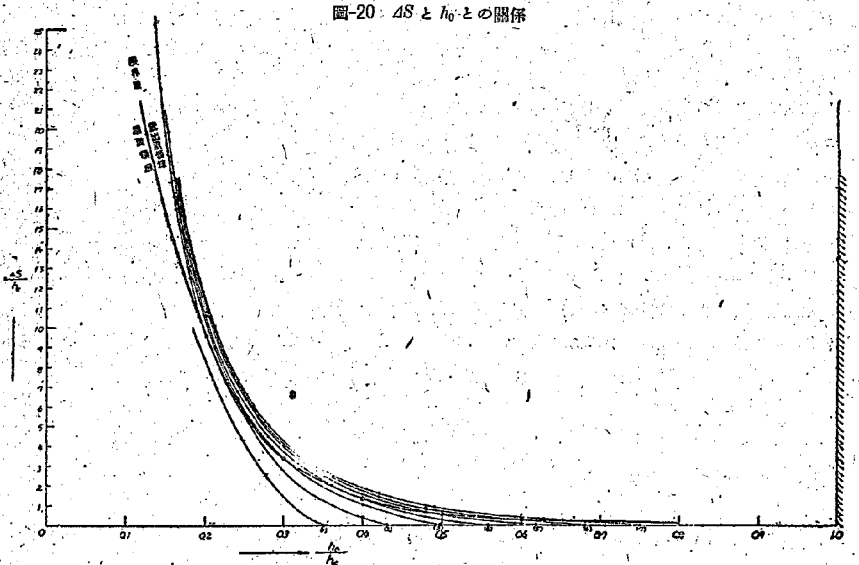


圖-20にはΔSとh_0との關係を$\frac{\Delta S}{h_c}$, $\frac{h_0}{h_c}$で示して居る. これは圖-18の曲線H上のKDをh_2の大さを種々變へて書いたものである. 各曲線上で$h_0=h_1$なる點を連ねていけば而上で潜流と露出流との境界となり限界流を與へる. 露出流領域に移るとh_0の變化に對してΔSの變化が急である事がわかる. 各曲線で$\Delta S=0$になるh_0の極限値には表-3に示すh_dを用ひた.

圖-21 αとh_0との關係

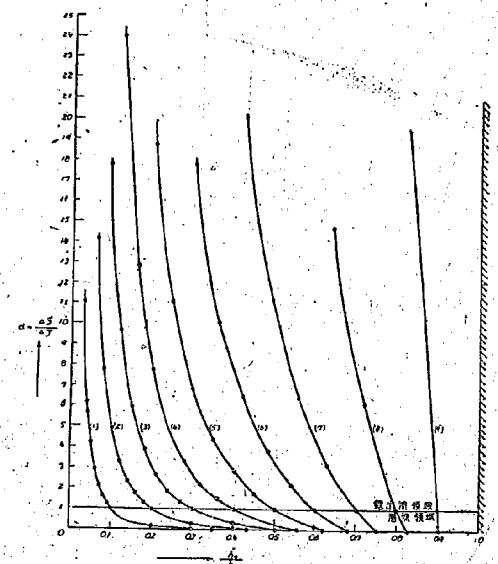
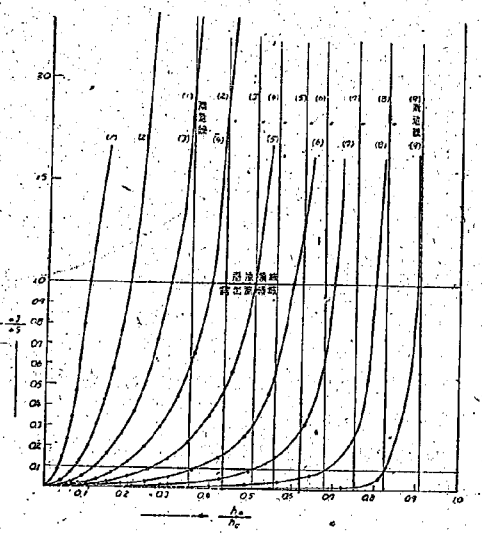


圖-21には$\alpha=\frac{\Delta S}{\Delta J}$と$h_0$との關係を$\alpha$, $\frac{h_0}{h_c}$で示して居る. $\alpha=1$の線が潜流と露出流との境界であつて限界流を示して居る. 露出流領域に移るとh_0の變化に對してαの變化が急である事が圖からよくわかる.

圖-22には$\beta=\frac{\Delta J}{\Delta S}$と$h_0$との關係を$\beta$, $\frac{h_0}{h_c}$で示して居る.

圖-23には露出流を生ずる場合射流部で殺減せねばならないΔE_2の割合がh_0に對してどう變化するかを$\frac{\Delta E_2}{\Delta E_2+\Delta J}$, $\frac{h_0}{h_c}$で示して居る.

圖-22 βとh_0との關係



上に示した各曲線に對してh_2は決つて居るのであるから計算によりh_1も決つて居る事になる. 故に圖-20, 21, 22, 23に於て變數の形として$\frac{h_0}{h_c}$を用ひたのに對して$\frac{h_0}{h_1}$を用ひて前と同樣な圖を描く. (表-4)

圖-24　$\frac{\Delta S}{h_c}$, $\frac{h_0}{h_1}$

圖-25　$\alpha=\frac{\Delta S}{\Delta J}$, $\frac{h_0}{h_1}$

圖-26　$\beta=\frac{\Delta J}{\Delta S}$, $\frac{h_0}{h_1}$

圖-27　$\gamma=\frac{\Delta E_2}{\Delta E_2+\Delta J}$, $\frac{h_0}{h_1}$

圖-24にはΔSとh_0との關係を$\frac{\Delta S}{h_c}$, $\frac{h_0}{h_1}$で示して居る. $\frac{h_0}{h_1}=1$の線は潜流

圖-23 γ と h_0 との關係

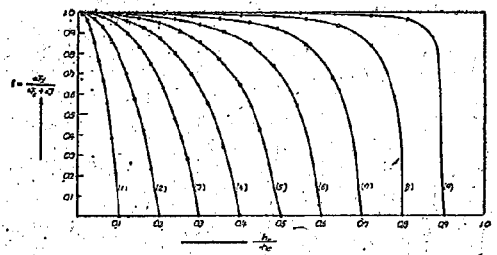
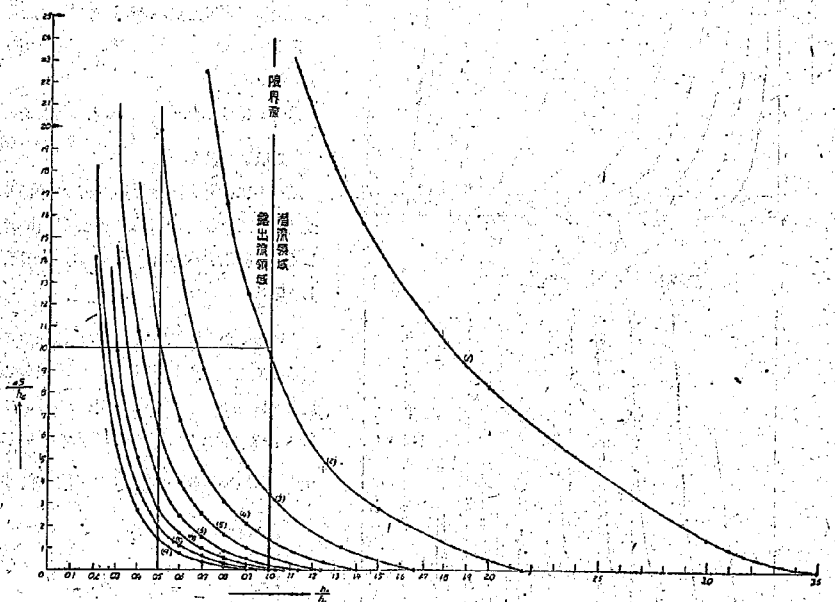


圖-24 ΔS と h_0 との關係



と露出流との境界を爲して居る．露出流領域に入ると h_0 の變化に對して ΔS の變化の急である事がよくわかる．

$\Delta S = 0$ となる h_0 の極限値としては圖-20 と同樣 h_d の値を用ひた．

圖-25 には $\alpha = \dfrac{\Delta S}{\Delta J}$ と h_0 との關係を $\alpha, \dfrac{h_0}{h_1}$ で示して居る．潛流領域と露出流領域が明瞭に分離して居る．此の場合にも露出流領域に入ると h_0 の變化に對して α の變化が急である事がよくわかる．

圖-26 には $\beta = \dfrac{\Delta J}{\Delta S}$ と h_0 との關係を $\beta, \dfrac{h_0}{h_1}$ で示して居る．

圖-25　α と h_0 との關係

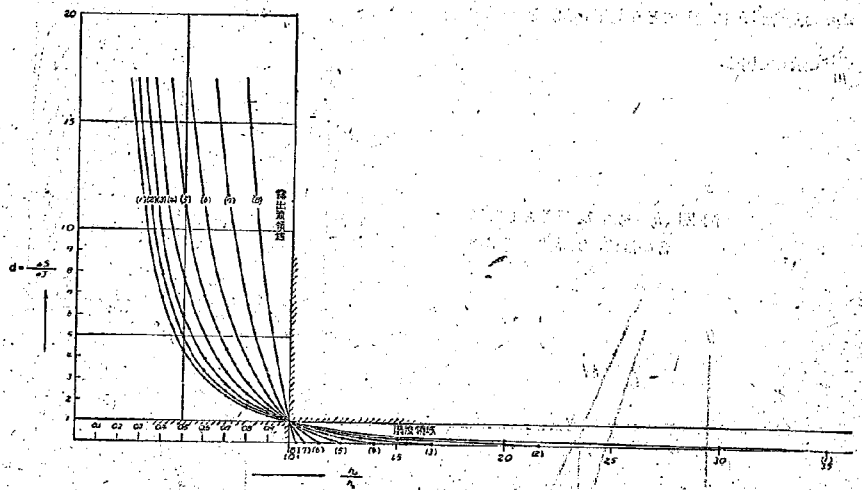


圖-26　β と h_0 との關係

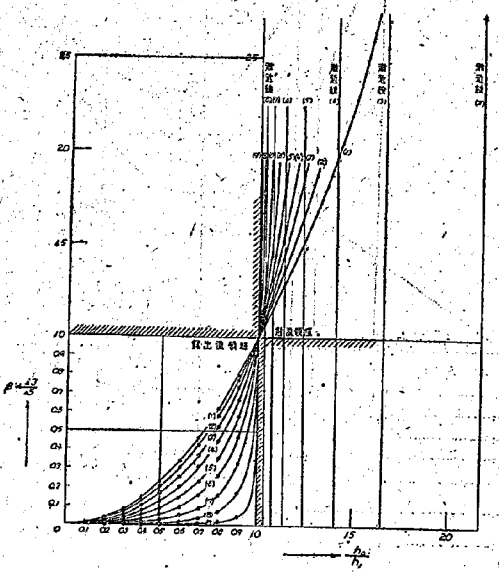


圖-27 には露出流の場合射流部で發生せねばならぬ ΔF_2 の割合が h_0 に對してどう變化するかを $\frac{\Delta F_2}{\Delta F_2+\Delta J}$，$\frac{h_0}{h_1}$ で示して居る．

圖-27　γ と h_0 との關係

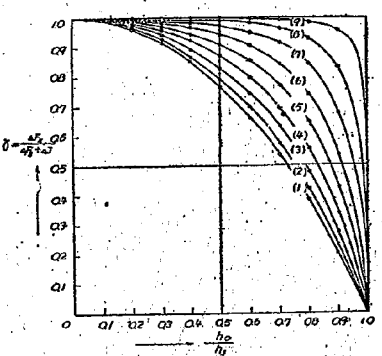
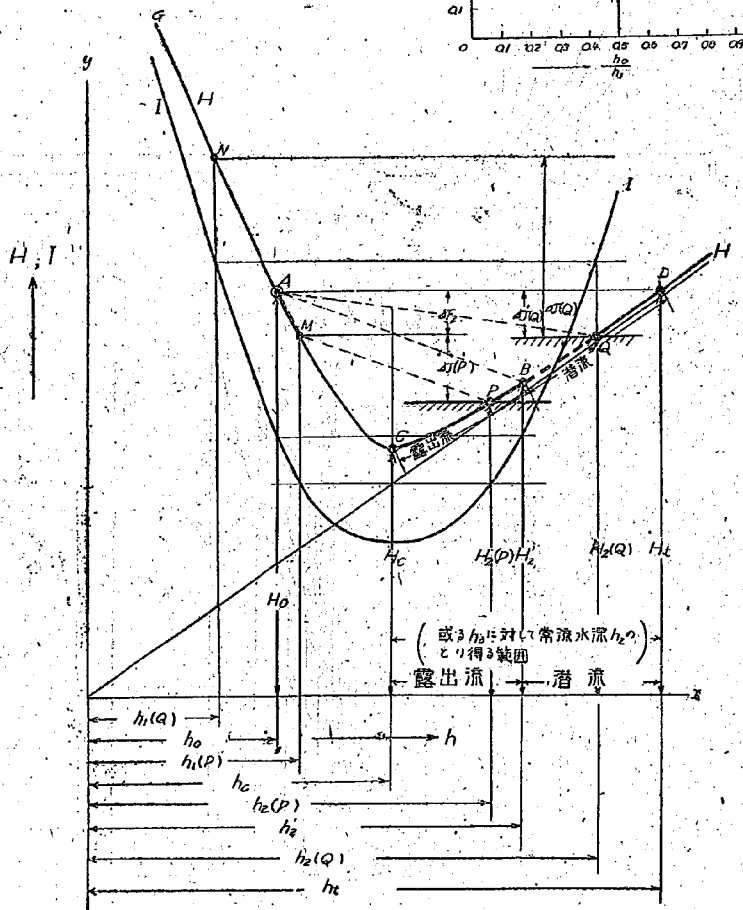


圖-28　h_0 一定，h_2 變數とした場合の潛流，限界流，露出流



〔2〕 h_0一定，h_2變數 (圖-8, 9, 10)

堰堤直下の射流水深 h_0 即堰堤の高さを一定に保つて下流常流水深 h_2 を變化せしめた場合である．圖-28 の曲線 H 上の點 A で射流水深 h_0 を與へる．點 A に對して共軛な點 B が求まる．點 B の常流水深は h_2' である．曲線 H の B 側の枝上の點として任意の下流常流水深 h_2 が與へられる．此の際任意に與へた h_2 と h_0 に共軛な h_2' との大小によつて次の 3 つの場合が考へられる．

(i) $h_2(Q)>h_2'$ 潛流 點 Q (圖-8)

下流常流水深 h_2 を圖-28 に於て點 Q で與へる．點 Q に共軛な點 N を求めると $h_1(Q)<h_0$ である．下流常流水深 $h_2(Q)$ に共軛な射流水深 $h_1(Q)$ よりも與へられた射流水深 h_0 の方が大きいから〔1〕(i) と同樣に潛流を生ずる訳になる．

斯樣な常流水深は圖-28 の曲線 H' 上の點 Q で與へられ，

$$A \longrightarrow Q$$

で比エネルギー $\Delta J(Q)$ が潛流によつて失はれる．此の際

$$\Delta J(Q) < \Delta J(Q)$$

である訳は圖より明かである．

〔1〕(i) で考へたと同樣に下流常流水深の有する比エネルギー H_2 は點 A の有する比エネルギー H_0 よりも大きくはなり得ない．

$$H_0 \geq H_2$$

H_2 の極大値を與へる常流水深を h_t とすれば

$$H_0 = H_t$$

$$h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = h_t + \frac{v_t^2}{2g}$$

$$\frac{h_t}{h_c} = \frac{1+\sqrt{1+8\left(\frac{h_0}{h_c}\right)^3}}{4\left(\frac{h_0}{h_c}\right)^2}$$

h_t と h_0 との關係を表-5 に示す．此の場合にも〔1〕(i) で述べた假定を忘れてはならない．

h_2 の極小値は h_2' である．依て潛流の場合 h_2 のとり得る範圍は曲線 H 上の BD 間で表はされる．

(ii) $h_2(B)=h_2'$ 限界流 點 B (圖-9)

與へられた射流水深 h_0 に共軛な下流常流水深 h_2' と等しい下流常流水深 h_2 が堰堤直下に存在するから直に完全跳水を生ずる訳になる．

斯樣な常流水深は圖-28 の曲線 H 上の點 B で表はされるから，限界流の場合には

$$A \longrightarrow B$$

で比エネルギー ΔJ が完全跳水によつて失はれる．

(iii) $h_2(P)<h_2'$ 溢出流 點 P (圖-10)

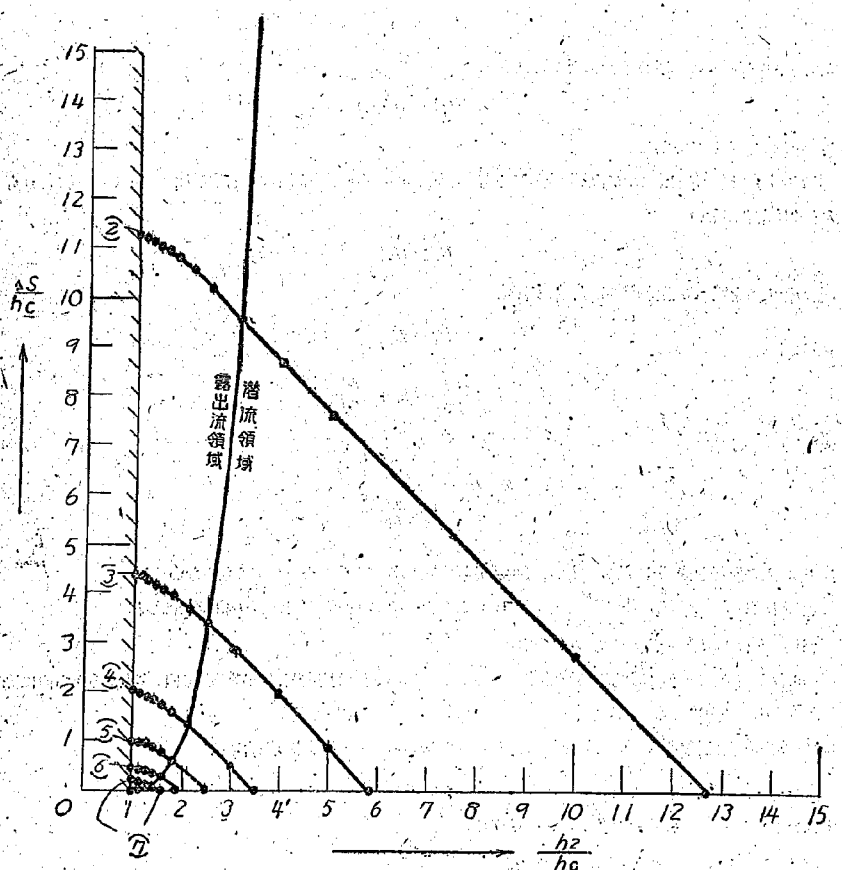
下流常流水深 h_2 を圖-28 に於て點 P で與へる．點 P に共軛な點 M を求めると $h_1(P)>h_0$ であるから露出流を示す事になる．斯樣な場合には點 A より點 M まで曲線に沿ひ比エネルギー ΔE_2 が射流部に於て失はれ，$M\rightarrow P$ で比エネルギー ΔJ が完全跳水によつて失はれる．

$$A \xrightarrow{\text{曲線}} M \longrightarrow P$$

點 P のとり得る範圍は曲線 H 上の CB で表はされる．

射流水深を與へた場合に曲線 H 上の CD 間で下流常流水深 h_2 を種々變化する事によつて潛流，限界流，露出流が存在すると考へれば，斯樣な種々な流況が一括して考へられる事になる．

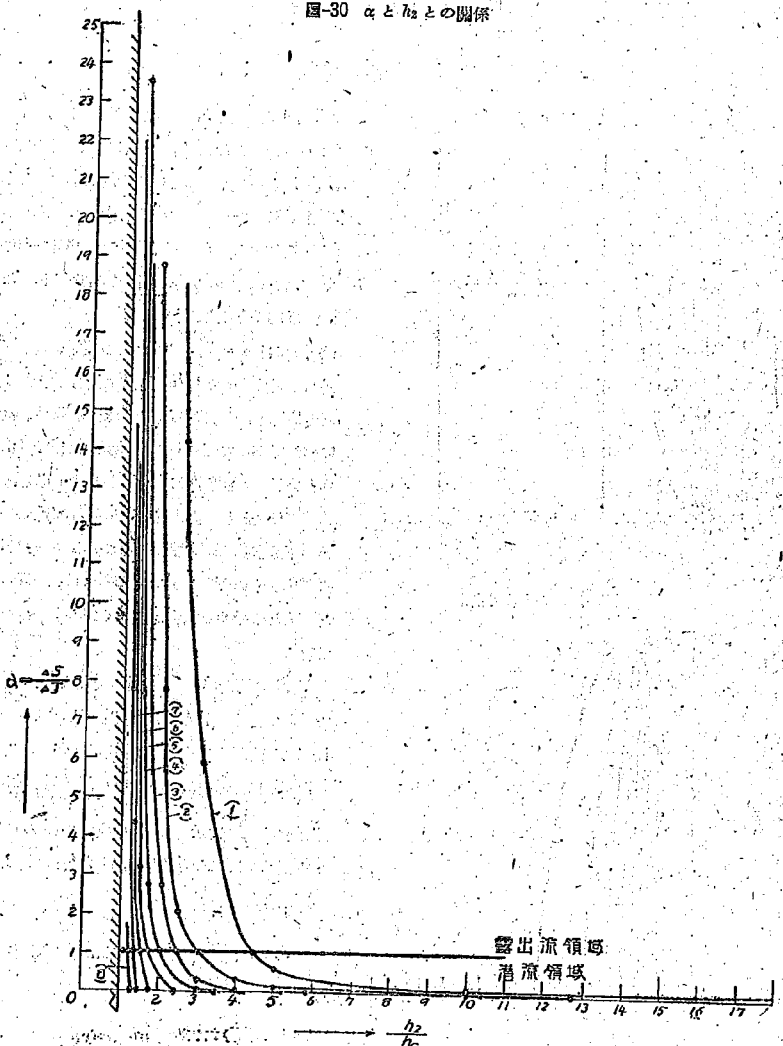
圖-29 ΔS と h_2 との關係



前と同様に函數

$$\begin{cases} \Delta S \\ \alpha = \dfrac{\Delta S}{\Delta J} \\ \beta = \dfrac{\Delta J}{\Delta S} \\ \gamma = \dfrac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J} \end{cases}$$

圖-30　α と h_2 との關係



が h_2 に對して如何に變化するかを考へよう.

圖-29	$\frac{\Delta S}{h_c}$, $\frac{h_2}{h_c}$
圖-30	$\alpha = \frac{\Delta S}{\Delta J}$, $\frac{h_2}{h_c}$
圖-31	$\beta = \frac{\Delta J}{\Delta S}$, $\frac{h_2}{h_c}$
圖-32	$\gamma = \frac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J}$, $\frac{h_2}{h_c}$

圖-31　β と h_2 との關係

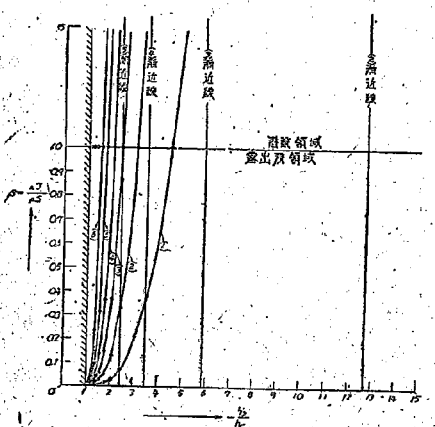


圖-32　γ と h_2 との關係

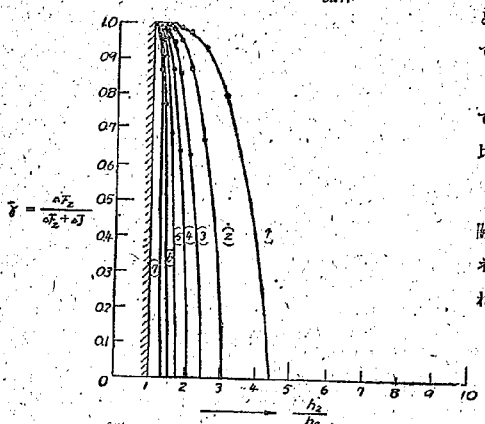


圖-29 には ΔS と h_2 との關係を $\frac{\Delta S}{h_c}$, $\frac{h_2}{h_c}$ で示して居る. 之は種々なる h_0 に對して圖-28 の曲線 H 上の CD 部を轉倒して描いたものである. h_2 の極大値は 表-5 に示す値を用ひた. 下流常流水深 h_2 を變化しても ΔS としては急激に變化するものではないと云ふ事が圖より明である. 殊に露出流領域に於てはさうである.

圖-30 には $\alpha = \frac{\Delta S}{\Delta J}$ と h_2 との關係を α, $\frac{h_2}{h_c}$ で示して居る. $\alpha = 1$ の線は潛流領域と露出流領域との境界をなして居る. 下流常流水深 h_2 の變化に對して ΔS は圖-29 に見る樣に大して變化を示さないが, α は急激に變化するものである事が圖-30 より判かる. 露出流領域に入れば殊に甚だしい. 下流常流水深の變化によつて ΔJ の値が急激に變化する爲に殺減す可き $\Delta S = \Delta F_2 + \Delta J$ の ΔF_2 と ΔJ との受持の割合が大きく變動する事を示して居る.

圖-31 には $\beta = \frac{\Delta J}{\Delta S}$ と h_2 との關係を β, $\frac{h_2}{h_c}$ で示して居る. 下流常流水深を少し增せば ΔS に比べて ΔJ が大きく變動する事がわかる.

圖-32 には露出流の場合 $\gamma = \frac{\Delta F_2}{\Delta F_2 + \Delta J}$ と h_2 との關係を γ, $\frac{h_2}{h_c}$ で示して居る. h_0 が小さければ比エネルギーの殺減は殆んど露出した射流部に期待せねばならない事が判かる.

IV. 實際の堰堤に就いての適用

以上の議論は流量一定の場合に限つて來たが,

或る特定の堰堤に之を適用するには種々なる流量を考慮せねばならない．

ΔH 及 ΔS に夫々 qg を乘じて $P_{\Delta H}=qg\Delta H$, $P_{\Delta S}=qg\Delta S$ として考へる．α, β, γ は夫々 $\alpha=\dfrac{P_{\Delta S}}{P_{\Delta J}}=\dfrac{qg\Delta S}{qg\Delta J}=\dfrac{\Delta S}{\Delta J}$　$\beta=\dfrac{P_{\Delta J}}{P_{\Delta S}}=\dfrac{qg\Delta J}{qg\Delta S}=\dfrac{\Delta J}{\Delta S}$, $\gamma=\dfrac{P_{\Delta F_2}}{P_{\Delta F_2}+P_{\Delta J}}=\dfrac{qg\Delta F_2}{qg(\Delta F_2+\Delta J)}=\dfrac{\Delta F_2}{\Delta F_2+\Delta J}$ で流量には無關係な指數となる．各流量に對して $P_{\Delta H}$, $P_{\Delta S}$ 及 α, β, γ を求めようとするものである．

實際の堰堤に適用する際に河幅の廣い堰堤地點では全溢流量を水平水叩部幅で割つた單位幅當りの流量が横斷方向に一樣である爲に上に述べた事がそのまま用ひられるが，V字形谷の様に取付部で急に狹る場所では適用しにくい．

實際の堰堤に適用するに當つては堰堤地點に於て堰堤築造以前の水位流量曲線が實測されて居る事が何よりも必要である．

$$q=f(h_2)$$

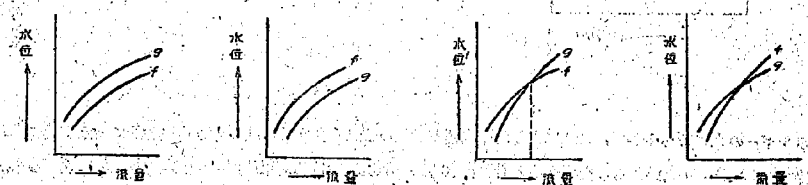
次に堰堤を溢流した落下水脈が堰堤直下で示す射流水深 h_0 (潛流の場合には下流常流水深を取除いたと假定して現はれる虚射流水深 h_1)に共軛な下流常流水深 h_2' を求め，q と h_2' とを

$$q=g(h_2')$$

なる關係で結びつける．これは堰堤直下で限界流となる爲に必要な水位流量曲線である．

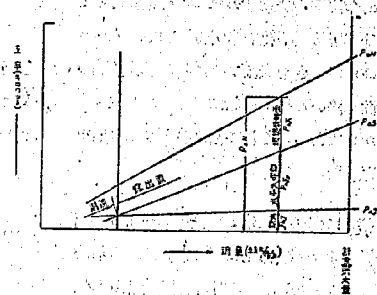
曲線 $q=f(h_2)$ と $q=g(h_2')$ との相關關係によつて次の4つの場合が考へられる．圖-33 の場合には各流量に對して常に露出流を生じ，圖-34 の場合には常に潛流を生ずる．圖-35 の場合には或る流量までは潛流を生じ，或る流量即曲線 f と曲線 g との交點で示される流量に對しては堰堤直下に完全跳水を生ずる限界流となり，それよりも流量を增せば常に露出流を生ずる．圖-36 の様な場合は河幅の廣い地點では生じない．

圖-33　露出流　　圖-34　潛　流　　圖-35　潛流，限界流，露出流　圖-36



流量によつて潛流，限界流，露出流を生じて居る狀態は圖-35の様に曲線 f と曲線 g とが交はる事によつてわかるが又別の表はし方も考へられる．圖-37 に於ては先づ各流量に對して $P_{\Delta H}$ を描く．次に各流量に對して $P_{\Delta F_1}$ が求められたとして $P_{\Delta F_1}$ の値を $P_{\Delta H}$ より引き $P_{\Delta H}-P_{\Delta F_1}=P_{\Delta S}$ を書く．次に各流量時下流常流水深によつて決る $P_{\Delta J}$ を描く．曲線 $P_{\Delta S}$ と曲線 $P_{\Delta J}$ との交點として限界流に對する流量が求まる．交點に於て $P_{\Delta S}=P_{\Delta J}$ であるから $\Delta F_2=0$ となり露出した射流部が無く限界流を示して居る．

圖-37　$P_{\Delta H}$, $P_{\Delta S}$, $P_{\Delta J}$ と流量との關係



各流量 q に對して h_0, h_2 が得られると $P_{\Delta S}$ 及 α, β, γ が計算より求まり，此等と流量との關係が圖-37, 38 39, 40 の様に畫ける．計畫洪水時の $P_{\Delta H}$, $P_{\Delta S}$ の大さがわかる．$P_{\Delta S}$ は堤體面上外で發滅されねばならない

圖-38 α, δ と流量との關係

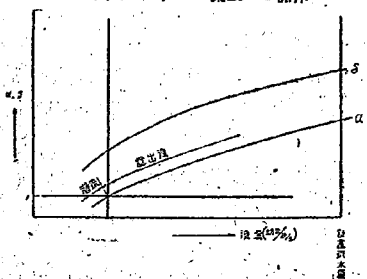


圖-39 β と流量との關係

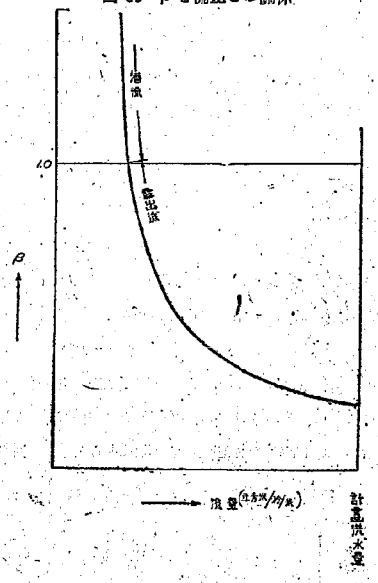
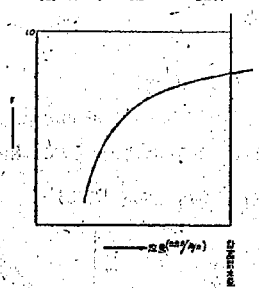


圖-49 γ と流量との關係

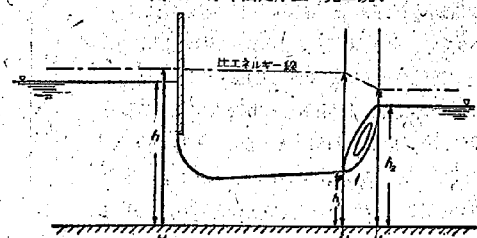


エネルギーの大さであるから，これにより河床洗掘の危險の程度が判かる．此の大さを概念的に表はす爲に ΔJ を媒數として α, δ といふものを考へると計畫洪水時其の堰堤に於ける河床洗掘の可能性を一般的に論ずる事が出來るのである．γ の大さによつて露出洗部の摩擦によらねばならぬ程度がわかる．

α, β, δ を表はすのに ΔJ を媒數として用ひて居る．河床洗掘の原因となる $P_{\Delta S}=gq\Delta S$ の大さを表はすのに其の堰堤地點の特性を除いた項で概念に表はさんと試みたからである．それには次の 2 つの事項を考慮した．

第1に圖-41 に示す實驗を考へよう．幅一樣な水平固定床上に設けた水門より射流を發生せしめ，これが完全跳水を生じた場合次の樣な實測値を得た．

圖-41 水平固定床上の完全跳水



$q=346$ 立方呎/秒/呎

場　所	水　深（糎）h	比エネルギー（糎）H
上流	8.80	9.59
1.	3.13	9.36
2.	7.44	8.54

衝力理論によつて下流常流水深 h_2 に共軛な射流水深 h_1 を計算から求めると 3.11 糎となつて測定値 3.13 糎と殆んど等しい．此の事は何を意味するであらうか．衝力理論は此の完全跳水に於ける表面渦の底では水路との間に摩擦は無いものとして居るから，完全跳水の表面渦に於ける內部摩擦丈によつて計算通り ΔJ が殺減される事になるのである．殺減されねばならない比エネルギー ΔS の中で露出した射流部が床との摩擦によつて失ふ ΔF_2 と完全跳水に於ける表面渦の內部摩擦によつて失ふ ΔJ との分擔が明瞭に決つて居る事を示して居るのである．

第2に床が洗掘される移動床の場合を考へる*．堤體に接續する水平水叩部が充分長く常に此の上で完全跳水が生ずるならば第1の場合になつてしまふ．堰堤直下に續いて短い水平水叩部が有る場合であるから ΔF_2 を此の短い水平水叩部上に於て射流の失ふ比エネルギー ΔF_{21} と殘りの ΔF_{22} とに分けて考へる．

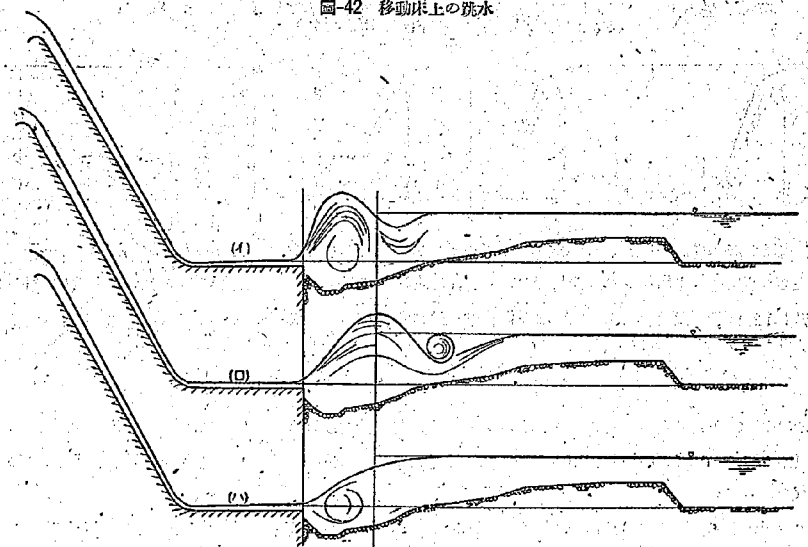
$$\Delta F_2 = \Delta F_{21} + \Delta F_{22}$$

河床洗掘の原因としては此の短い水平水叩部を越へて下流に對して放出されるもの丈を考へればよい．之を $\Delta S'$ とすれば

$$\Delta S' = \Delta F_{22} + \Delta J$$

$\Delta S'$ が移動され易い河床に向つて放出される流況を圖-42 に示す．移動床上に於て此の $\Delta S'$ を速に消耗しようとして圖の（イ）（ロ）（ハ）に示す樣な不安定な現象が繰返されるのである．此等の流況では前の場合の樣に射流部が

圖-42　移動床上の跳水



* 竹內：溢流堰堤下流部河床洗掘整減に關する水理實驗．（報告第71號）p 18～20．

移動され易い床との摩擦で失ふ ΔH_{f2} と完全跳水に於ける内部摩擦によつて失ふ ΔJ とに明瞭に分離して考へる事は不可能に近い．圖の(イ)(ロ)(ハ)に示す流況では所謂完全跳水が生じて居るとも言へないのである．

第2の方を重視するならば ΔJ を算數に用ふる事は餘り意味が無いのであるが，第1の方に注目して ΔJ を算數とした α, β, δ を用ふる事にした．

流量 q が與へられた場合に此の流量に對して堰堤直下で示される射流水深 h と此の場合の下流常流水深 h_2 に共軛な射流水深 h_1 との間に

$$h_0 < h_1$$

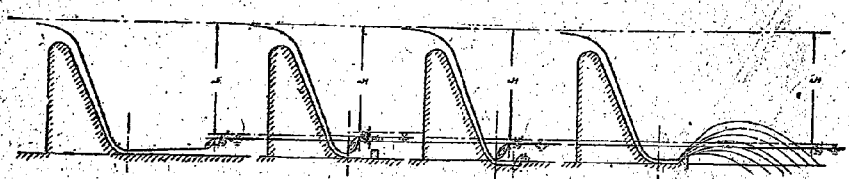
なる關係の有る場合には圖-43 に示す樣な露出流となる事は屢々述べて來た．此の場合 ΔS が河床上で放出されるのである．河床が移動され易い場合には複雜な流況を呈し ΔS を ΔH_{f2} と ΔJ とに分離して考へる事は出來ないが，假に ΔJ は水の內部摩擦により消耗されるとすると，殘りの ΔH_{f2} は河床との摩擦で消耗されるより致し方ない．これは河床洗掘の原因となる事は何で避けねばならない．これには ΔH_{f2} を無くする方法を考へねばならない．

此の爲には少くとも ΔS を全部 ΔJ で受持たせる事である．即下流常流水深 h_2 を h_0 に共軛な h_2' にまで增加すればよい．此の增加量は

$$\Delta h_2 = h_2' - h_2$$

Δh_2 の增し方に2通りある．圖-44 に示す樣に副堰堤によつて下流常流水深を Δh_2 增して限界流とする事が出來る．又圖-45 に示す樣に河床を下げて下流常流水深を增しても堰堤直下に完全跳水を生ぜしむる事が出來る．限界

圖-43　露出流　　圖-44　限界流，副堰堤によつて Δh_2 增す　　圖-45　限界流，河床を下げて Δh_2 增す　　圖-46　水脚ね



流の場合には $\Delta H_{f2} = 0$ となり，少くとも此の狀態にまで下流常流水深を增してやらねばならない．

堰堤直前の水深を增加する事が許されない場合には圖-46 に示す樣に短い水平水叩部の尖端に水脚ねを附して遠くに拋つて洗掘箇所を堰堤より下流に遠ざける方法を採用するより致し方ない．

V. 計　算　例

以上述べたところを計算例によつて說明しよう．此の爲には q, h_0, h_2 が必要である．現在のところ h_0 の計算方法が無く致し方ないから筆者の行つた模型實驗の測定値を實物に換算した h_0 の値を用ひて計算をすすめて行く事にする．

$q = f(h_2)$, $q = g(h_2')$ を描くと圖-47 の樣になる．圖-35 と同樣に或る流量を限界として潛流と露出流との流況が示される事が判る．種々なる q, h_0, h_2 に對して 圖-43 に示す ΔH, ΔH_1, ΔH_{f2}, ΔJ, ΔS を計算し表-7 に表示した．特に $m = \dfrac{H_0}{H}$ と流量との關係は圖-49，表-7 の如くである．流量の增加と共に堰堤面上の摩擦の

影響は減少して行く傾向が判る．表-7に求めた ΔH, ΔF_1, ΔS, ΔJ に qg を乘じ $P_{\Delta H}$, $P_{\Delta F1}$, $P_{\Delta S}$, $P_{\Delta J}$ を求め，此等と q との關係を圖-50，表-8 に表示した．$P_{\Delta S}$ と $P_{\Delta J}$ との交點として限界流の大さが決る．此の大さは圖-47 に於て $q=f(h_2)$, $q=g(h_2')$ の交點より求めた値と一致する．洪水時大部分常出流を生ずる事がわかる．計畫洪水時毎秒殺減す可きエネルギー $P_{\Delta H}$ は 42,200 キロワットに達し，此の中堤體面上外に於て放出されるエネルギー $P_{\Delta S}$ は 28,000 キロワットであり，更に此の中完全跳水により殺減されると期待出來るエネルギー $P_{\Delta J}$ は 5,930 キロワットである．流量の增加と共に $P_{\Delta H}$, $P_{\Delta S}$ は急激に增すが $P_{\Delta J}$ の增しは遲いから危險である．

圖-47　h_2, h_2' と流量との關係

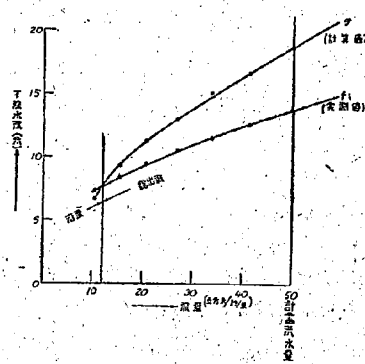


圖-51, 52, 53, 表-9 には殺減す可きエネルギーの大さを概念的に示した．

圖-51 に於ては $P_{\Delta H}$ 及 $P_{\Delta H}$ より $P_{\Delta F1}$ を除いた（此の計算には模型と實物に於ける堤體面上の摩擦損失水頭は相似であると假定して居る）$P_{\Delta S}$ が $P_{\Delta J}$ の何倍であるかを示した．$\alpha=1$ は限界流の位置を示す．計畫洪水時 $\delta=7.12$ $\alpha=4.71$ になる．即 $\frac{P_{\Delta F2}}{P_{\Delta J}}$ は 3.71 に達し，水平水叩部を短い儘にして置くならば之

圖-48　ΔH の分け方

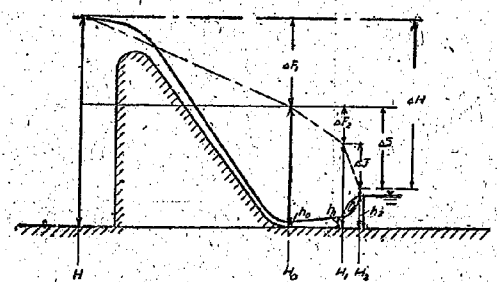


圖-49　η と流量との關係

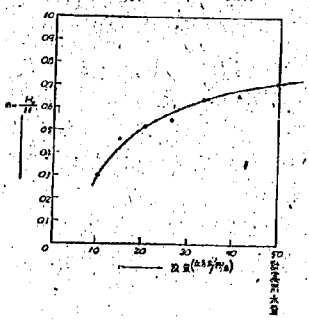
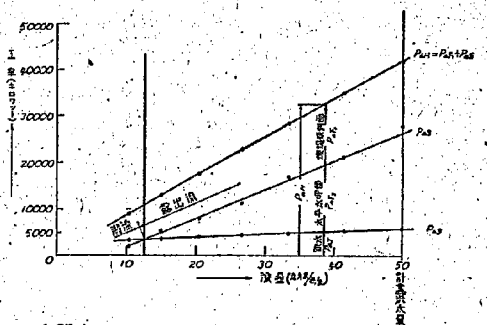


圖-50　$P_{\Delta H}$, $P_{\Delta S}$, $P_{\Delta J}$ と流量との關係



に續く河床上に於て極めて多量のエネルギーが放出されて水叩部直前より烈く河床洗掘を生ずるであらう事は想像に難くない．少くとも $P_{\Delta F_2}=0$ ならしめる爲には堰堤直下で限界流を生ぜしめるに必要な下流常流水深 h_2' を保てばよい．增加するのに必要な Δh_2 の値を表-10 に示す．計畫洪水量に對して此の增加す可き水深は約5米にも達し，斯様に大きい水深の增加は實際には困難である．かゝる場合には短い水平水叩部の尖端に水跳ねを附して洗掘箇所を堤體より下流に遠ざけるより致し方ない．

圖-51　α, δ と流量との關係

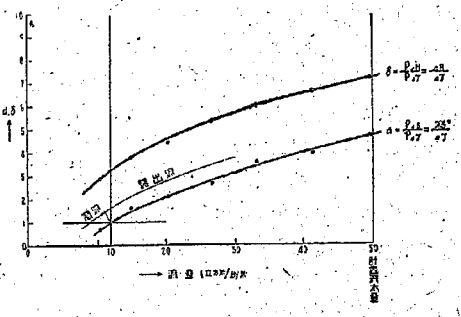


圖-52 には β と q との關係を示す．$\beta=1$ は限界流の位置を示す．

圖-52　β と q との關係

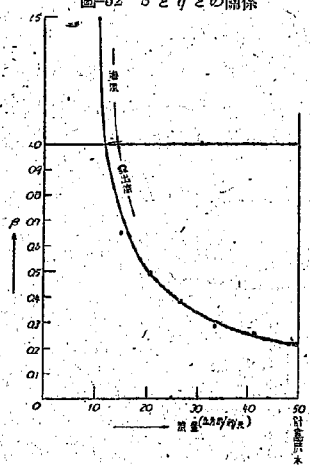


圖-53　γ と q との關係

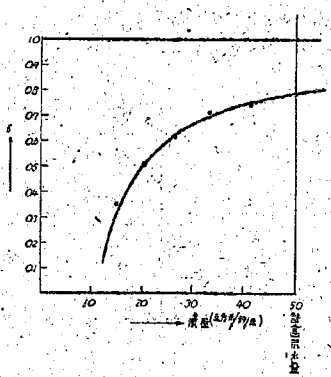


圖-53 は γ と q との關係を示す．露出流の場合に射流部の摩擦により失はれる事を期待する部分が流量と共に增加する事を示して居る．水平水叩部が短くて移動床に移る場合には河床洗掘の危險は非常に多い事が判かる．

VI. 結　　語

先づ流量一定の場合について考へた．溢流堰堤下流部の流況は q, ΔH の大小によつて潛流，限界流，露出流（圖-5～10）を示すものである．此の場合變數として q, h_0, h_2（ΔF_1 には一應關れない）が考へられるがエネルギーの損失には q は考へないでよいから q 一定とし h_0, h_2 の一方を固定して他方を變化せしめた場合に就いて ΔS, α, β, γ の變化を調べた．（圖-18, 20～27, 表-4, 圖-28～32, 表-6）

此等の考へを實際の堰堤に適用しようと試みた．此の場合種々なる流量 q に對して h_0, h_2 が判ると $P_{\Delta S}$, α, β, γ と q との關係が求められる（圖-37～40）．これによつて洪水時放出されるエネルギーの大さが概念的に得られる事になる．（18. 5. 6）

表-1

$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$
0.1	4.42
0.2	3.06
0.3	2.44
0.4	2.04
0.5	1.77
0.6	1.55
0.7	1.38
0.8	1.23
0.9	1.11
1.	1.

表-2

$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$
0.1	4.42	0.022 6	45.7
0.2	3.06	0.065 3	9.58
0.3	2.44	0.123	3.33
0.4	2.04	0.196	1.36
0.5	1.77	0.283	0.574
0.6	1.55	0.387	0.231
0.7	1.38	0.509	0.080 2
0.8	1.23	0.650	0.020 3
0.9	1.11	0.813	0.002 23
1.	1.	1.	0.

表-3

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_d}{h_c}$
4.42	0.349
3.06	0.431
2.44	0.497
2.04	0.558
1.77	0.618
1.55	0.681
1.38	0.749
1.23	0.823
1.11	0.906

表-5

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2'}{h_c}$	$\frac{h_t}{h_c}$
0.1	4.42	50.1
0.2	3.06	12.7
0.3	2.44	5.84
0.4	2.04	3.48
0.5	1.77	2.41
0.6	1.55	1.84
0.7	1.38	1.50
0.8	1.23	1.27
0.9	1.11	1.12

表-4 (1)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_0}$	$\frac{\Delta S}{h_0}$	α	β	γ	備考
4.42	0.1	0.	0.	∞		45.7	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0.01	0.1	4 950.		〃	5 000.	109.	0.009 14	0.991	
〃	〃	0.02	0.2	1 200.		〃	1 250.	27.3	0.036 7	0.963	
〃	〃	0.03	0.3	505.		〃	551.	12.1	0.082 8	0.917	
〃	〃	0.04	0.4	262.		〃	308.	6.75	0.148	0.852	
〃	〃	0.05	0.5	150.		〃	196.	4.29	0.233	0.767	露出流
〃	〃	0.06	0.6	88.8		〃	135.	2.95	0.339	0.661	
〃	〃	0.07	0.7	52.0		〃	97.7	2.14	0.467	0.533	
〃	〃	0.08	0.8	28.1		〃	73.8	1.62	0.619	0.381	
〃	〃	0.09	0.9	11.7		〃	57.4	1.26	0.796	0.204	
〃	〃	0.10	1.0	0.		〃	45.7	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.20	2.0		8.25	〃	8.25	0.181	5.53		
〃	〃	0.30	3.0		1.41	〃	1.41	0.030 8	32.4		
〃	〃	0.349	3.49		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（最初の値 最終の値）

表-4 (2)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_0}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
3.06	0.2	0.	0.	∞		9.58	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0.02	0.1	1240.		〃	1 250.	130.	0.007 69	0.992	
〃	〃	0.04	0.2	300.		〃	309.	32.3	0.031 0	0.969	
〃	〃	0.06	0.3	126.		〃	136.	14.2	0.070 5	0.929	
〃	〃	0.08	0.4	65.5		〃	75.1	7.84	0.128	0.872	
〃	〃	0.10	0.5	37.4		〃	47.0	4.90	0.204	0.796	露出流
〃	〃	0.12	0.6	22.1		〃	31.7	3.31	0.302	0.698	
〃	〃	0.14	0.7	13.0		〃	22.5	2.35	0.425	0.575	
〃	〃	0.16	0.8	6.99		〃	16.6	1.73	0.578	0.422	
〃	〃	0.18	0.9	2.91		〃	12.5	1.30	0.767	0.233	
〃	〃	0.20	1.0	0.		〃	9.58	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.30	1.5		2.74	〃	2.74	0.286	3.50		
〃	〃	0.40	2.0		0.408	〃	0.408	0.042 6	23.5		
〃	〃	0.431	2.16		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（最初の値 最終の値）

表-4 (3)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta F}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
2.44	0.3	0.	0.	∞		3.33	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0.03	0.1	550.		〃	553.	166.	0.006 03	0.994	
〃	〃	0.06	0.2	133.		〃	136.	40.9	0.024 4	0.976	
〃	〃	0.09	0.3	56.0		〃	59.3	17.8	0.056 2	0.944	
〃	〃	0.12	0.4	29.0		〃	32.3	9.69	0.103	0.897	
〃	〃	0.15	0.5	16.5		〃	19.9	5.95	0.168	0.832	露出流
〃	〃	0.18	0.6	9.76		〃	13.1	3.93	0.255	0.745	
〃	〃	0.21	0.7	5.69		〃	9.03	2.71	0.369	0.631	
〃	〃	0.24	0.8	3.07		〃	6.40	1.92	0.520	0.480	
〃	〃	0.27	0.9	1.27		〃	4.61	1.38	0.724	0.276	
〃	〃	0.30	1.0	0.		〃	3.33	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.40	1.33		1.00	〃	1.00	0.301	3.32		潜流（堰の位置）
〃	〃	0.497	1.66		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（堰の位置）

表-4 (4)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta F}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
2.04	0.4	0.	0.	∞		1.36	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0.04	0.1	309.		〃	310.	228.	0.004 38	0.996	
〃	〃	0.08	0.2	74.7		〃	76.0	55.9	0.017 9	0.982	
〃	〃	0.12	0.3	31.3		〃	32.7	24.0	0.041 6	0.959	
〃	〃	0.16	0.4	16.2		〃	17.5	12.9	0.077 6	0.922	
〃	〃	0.20	0.5	9.18		〃	10.5	7.74	0.129	0.871	露出流
〃	〃	0.24	0.6	5.40		〃	6.76	4.97	0.201	0.799	
〃	〃	0.28	0.7	3.13		〃	4.49	3.30	0.303	0.697	
〃	〃	0.32	0.8	1.68		〃	3.04	2.23	0.448	0.552	
〃	〃	0.36	0.9	0.693		〃	2.05	1.51	0.663	0.337	
〃	〃	0.40	1.0	0.		〃	1.36	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.50	1.25		0.345	〃	0.345	0.254	3.94		潜流（堰の位置）
〃	〃	0.558	1.39		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（堰の位置）

表-4 (5)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J'}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
1.77	0.5	0.	0.	∞		0.574	∞	∞	0.	1.	潜入流
〃	〃	0.05	0.1	198.		〃	198.	345.	0.002 90	0.997	
〃	〃	0.10	0.2	47.6		〃	48.2	83.9	0.011 9	0.988	
〃	〃	0.15	0.3	19.9		〃	20.4	35.6	0.028 1	0.972	
〃	〃	0.20	0.4	10.2		〃	10.7	18.8	0.053 3	0.947	
〃	〃	0.25	0.5	5.75		〃	6.32	11.0	0.090 8	0.909	
〃	〃	0.30	0.6	3.36		〃	3.93	6.85	0.146	0.854	
〃	〃	0.35	0.7	1.93		〃	2.51	4.37	0.229	0.771	
〃	〃	0.40	0.8	1.08		〃	1.60	2.79	0.359	0.641	
〃	〃	0.45	0.9	0.419		〃	0.993	1.73	0.578	0.422	
〃	〃	0.50	1.0	0.		〃	0.574	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.60	1.2		0.062 9	〃	0.062 9	0.110	9.12		潜流
〃	〃	0.618	1.24		0.	〃	0.	0.	∞		跳越

表-4 (6)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J'}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
1.55	0.6	0.	0.	∞		0.231	∞	∞	0.	1.	潜入流
〃	〃	0.06	0.1	137.		〃	137.	595.	0.001 63	0.998	
〃	〃	0.12	0.2	32.9		〃	33.1	143.	0.006 97	0.993	
〃	〃	0.18	0.3	13.6		〃	13.9	60.1	0.016 6	0.983	
〃	〃	0.24	0.4	6.93		〃	7.16	31.1	0.032 2	0.968	
〃	〃	0.30	0.5	3.87		〃	4.10	17.8	0.056 3	0.944	
〃	〃	0.36	0.6	2.23		〃	2.46	10.7	0.093 8	0.906	
〃	〃	0.42	0.7	1.27		〃	1.50	6.49	0.154	0.846	
〃	〃	0.48	0.8	0.661		〃	0.892	3.87	0.259	0.741	
〃	〃	0.54	0.9	0.266		〃	0.496	2.15	0.465	0.535	
〃	〃	0.60	1.0	0.		〃	0.231	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.681	1.14		0.	〃	0.	0.	∞		潜流

表-4 (7)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
1. 38	0.7	0.	0.	∞		0.080 2	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0. 07	0. 1	100.		〃	100.	1 250.	0. 000 799	0. 999	
〃	〃	0. 14	0. 2	23. 9		〃	24. 0	299.	0. 003 34	0. 997	
〃	〃	0. 21	0. 3	9. 83		〃	9. 91	123.	0. 008 10	0. 992	
〃	〃	0. 28	0. 4	4. 94		〃	5. 02	62. 5	0. 016 0	0. 984	
〃	〃	0. 35	0. 5	2. 71		〃	2. 79	34. 8	0. 028 7	0. 971	露出流
〃	〃	0. 42	0. 6	1. 53		〃	1. 61	20. 1	0. 049 7	0. 950	
〃	〃	0. 49	0. 7	0. 852		〃	0. 932	11. 6	0. 086 1	0. 914	
〃	〃	0. 56	0. 8	0. 434		〃	0. 514	6. 41	0. 156	0. 844	
〃	〃	0. 63	0. 9	0. 169		〃	0. 250	3. 11	0. 321	0. 679	
〃	〃	0. 70	1. 0	0.		〃	0. 080 2	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0. 749	1. 07		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（最小の値）

表-4 (8)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
1. 23	0.8	0.	0.	∞		0.020 3	∞	∞	0.	1.	
〃	〃	0. 08	0. 1	76. 6		〃	76. 6	3 770.	0. 000 265	1. 000	
〃	〃	0. 16	0. 2	18. 1		〃	18. 1	892.	0. 001 12	0. 999	
〃	〃	0. 24	0. 3	7. 34		〃	7. 36	362.	0. 002 76	0. 996	
〃	〃	0. 32	0. 4	3. 62		〃	3. 64	179.	0. 005 78	0. 994	
〃	〃	0. 40	0. 5	1. 94		〃	1. 96	96.7	0. 010 3	0. 990	露出流
〃	〃	0. 48	0. 6	1. 07		〃	1. 09	53. 6	0. 018 7	0. 981	
〃	〃	0. 56	0. 7	0. 573		〃	0. 593	29. 2	0. 034 2	0. 966	
〃	〃	0. 64	0. 8	0. 279		〃	0. 300	14. 8	0. 067 8	0. 932	
〃	〃	0. 72	0. 9	0. 103		〃	0. 124	6. 08	0. 164	0. 836	
〃	〃	0. 80	1. 0	0.		〃	0. 020 3	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0. 823	1. 03		0.	〃	0.	0.	∞		潜流（最小の値）

表-4 (9)

$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
1.11	0.9	0.	0.	∞		0.002 23	∞	∞	0.	1.	常流
〃	〃	0.09	0.1	60.3		〃	60.3	27 000.	0.000 037 0	1.000	
〃	〃	0.18	0.2	14.1		〃	14.1	6 320.	0.000 158	1.000	
〃	〃	0.27	0.3	5.61		〃	5.61	2 520.	0.000 397	1.000	
〃	〃	0.36	0.4	2.70		〃	2.70	1 210.	0.000 825	0.999	
〃	〃	0.45	0.5	1.40		〃	1.40	630.	0.001 59	0.998	
〃	〃	0.54	0.6	0.737		〃	0.740	332.	0.003 02	0.997	
〃	〃	0.63	0.7	0.372		〃	0.375	168.	0.005 95	0.994	
〃	〃	0.72	0.8	0.167		〃	0.169	76.0	0.013 2	0.987	
〃	〃	0.81	0.9	0.054 8		〃	0.057 0	25.6	0.039 1	0.961	
〃	〃	0.90	1.0	0.		〃	0.002 23	1.	1.	0.	限界流
〃	〃	0.906	1.01		0.	〃	0.	0	∞		常流（跳水の直前）

表-6 (1)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_c}{h_1}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.1	1.	1.	0.1	48.6		0.	48.6	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.111	48.6		0.002 23	48.6	21 800.	0.000 045 9	1.000	
〃	1.23	0.8	0.125	48.5		0.020 3	48.5	2 390.	0.000 419	1.000	
〃	1.38	0.7	0.143	48.4		0.080 2	48.5	604.	0.001 66	0.998	
〃	1.55	0.6	0.167	48.1		0.231	48.3	210.	0.004 77	0.995	
〃	1.77	0.5	0.2	47.6		0.574	48.2	83.9	0.011 9	0.988	
〃	2.04	0.4	0.25	46.6		1.36	47.9	35.2	0.028 4	0.972	
〃	2.44	0.3	0.333	44.2		3.33	47.6	14.3	0.070 1	0.930	
〃	3.06	0.2	0.5	37.4		9.58	47.0	5.90	0.204	0.796	
〃	4.42	0.1	1.	0.		45.7	45.7	1.	1.	0.	限界流
〃	5.	0.078 8	1.27		45.1	75.7	45.1	0.596	1.68		潜流
〃	10.	0.020 0	5.01		40.1	1 250.	40.1	0.032 2	31.1		
〃	50.1	0.000 797	126.		0.	788 000.	0.	0.	∞		器拉の極限値

表-6 (2)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.2	1.	1.	0.2	11.2		0.	11.2	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.222	11.2		0.002 23	11.2	5 010.	0.000 199	1.000	
〃	1.23	0.8	0.25	11.1		0.020 3	11.1	548.	0.001 82	0.998	
〃	1.38	0.7	0.286	11.0		0.080 2	11.1	138.	0.007 25	0.993	
〃	1.55	0.6	0.333	10.7		0.231	10.9	47.4	0.021 1	0.979	
〃	1.77	0.5	0.4	10.2		0.574	10.8	18.8	0.053 3	0.947	
〃	2.04	0.4	0.5	9.18		1.36	10.5	7.74	0.129	0.871	
〃	2.44	0.3	0.667	6.84		3.33	10.2	3.05	0.328	0.672	
〃	3.06	0.2	1.	0.		9.58	9.58	1.	1.	0.	限界流
〃	4.	0. 121	1.65		8.67	30.1	8.67	0.288	3.47		潜流
〃	5.	0. 078 8	2.54		7.68	75.7	7.68	0.102	9.85		
〃	10.	0. 020 0	10.0		2.70	1 250.	2.70	0.002 16	462.		
〃	12.7	0. 012 4	16.1		0.	3 240.	0.	0.	∞		器拉の極限値

表-6 (3)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta P}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.3	1.	1	0.3	4.36		0.	4.36	∞	0.	1.	溢流
〃	1.11	0.9	0.333	4.34		0.002 23	4.34	1 950.	0.000 514	0.999	
〃	1.23	0.8	0.375	4.27		0.020 3	4.29	211.	0.004 73	0.995	
〃	1.38	0.7	0.429	4.14		0.080 2	4.22	52.5	0.019 0	0.981	
〃	1.55	0.6	0.5	3.87		0.231	4.10	17.8	0.056 3	0.944	
〃	1.77	0.5	0.6	3.36		0.574	3.93	6.85	0.146	0.854	
〃	2.04	0.4	0.75	2.33		1.36	3.69	2.71	0.369	0.631	
〃	2.44	0.3	1.	0.		3.33	3.33	1.	1.	0.	限界流
〃	3.	0.208	1.44		2.8	8.73	2.9	0.321	3.12		潜流
〃	4.	0.121	2.47		1.82	30.1	1.82	0.060 7	16.5		
〃	5.	0.078 8	3.81		0.836	75.7	0.836	0.011 0	90.6		
〃	5.84	0.058 0	5.17		0.	143.	0.	0.	∞		

表-6 (4)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta P}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.4	1.	1.	0.4	2.03		0.	2.03	∞	0.	1.	溢流
〃	1.11	0.9	0.444	2.01		0.002 23	2.01	901.	0.001 11	0.999	
〃	1.23	0.8	0.5	1.94		0.020 3	1.96	96.7	0.010 3	0.990	
〃	1.38	0.7	0.571	1.80		0.080 2	1.88	23.5	0.042 6	0.957	
〃	1.55	0.6	0.667	1.54		0.231	1.77	7.66	0.131	0.869	
〃	1.77	0.5	0.8	1.03		0.574	1.60	2.79	0.359	0.641	
〃	2.04	0.4	1.	0.		1.36	1.36	1.	1.	0.	限界流
〃	3.	0.208	1.92		0.469	8.73	0.469	0.053 8	18.6		潜流
〃	3.48	0.158	2.54		0.	16.7	0.	0.	∞		

表-6 (5)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.5	1.	1.	0.5	1.		0.	1.	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.556	0.983		0.002 23	0.985	442.	0.002 26	0.998	
〃	1.23	0.8	0.625	0.920		0.020 3	0.940	46.3	0.021 6	0.978	
〃	1.38	0.7	0.714	0.780		0.080 2	0.860	10.7	0.093 3	0.907	
〃	1.55	0.6	0.833	0.511		0.231	0.742	3.22	0.311	0.689	
〃	1.77	0.5	1.	0.		0.574	0.574	1.	1.	0.	限界流
〃	2.41	0.305	1.64		0.	3.19	0.	0.	∞		潜流（極限値）

表-6 (6)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_0}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.6	1.	1.	0.6	0.489		0.	0.489	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.667	0.472		0.002 23	0.474	212.	0.004 71	0.995	
〃	1.23	0.8	0.75	0.408		0.020 3	0.428	21.1	0.047 5	0.953	
〃	1.38	0.7	0.857	0.268		0.080 2	0.349	4.35	0.230	0.770	
〃	1.55	0.6	1.	0.		0.231	0.231	1.	1.	0.	限界
〃	1.84	0.470	1.28		0.	0.745	0.	0.	∞		潜流（極限値）

表-6 (7)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J'}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.7	1.	1.	0.7	0.220		0.	0.220	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.778	0.203		0.002 23	0.205	92.1	0.010 9	0.989	露出流
〃	1.23	0.8	0.875	0.139		0.020 3	0.159	7.85	0.127	0.873	露出流
〃	1.38	0.7	1.	0.		0.080 2	0.080 2	1.	1.	0.	限界流
〃	1.50	0.628	1.11		0.	0.174	0.	0.	∞		潜流の極限値 潜流

表-6 (8)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J'}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.8	1.	1.	0.8	0.081 3		0.	0.081 3	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	0.889	0.064 0		0.002 23	0.066 2	29.7	0.033 7	0.966	露出流
〃	1.23	0.8	1.	0.		0.020 3	0.020 3	1.	1.	0.	限界流
〃	1.27	0.770	1.04		0.	0.032 4	0.	0.	∞		潜流の極限値 潜流

表-6 (9)

$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_1}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	$\frac{\Delta F_2}{h_c}$	$\frac{\Delta J'}{h_c}$	$\frac{\Delta J}{h_c}$	$\frac{\Delta S}{h_c}$	α	β	γ	備考
0.9	1.	1.	0.9	0.017 3		0.	0.017 3	∞	0.	1.	露出流
〃	1.11	0.9	1.	0.		0.002 23	0.002 2	1.	1.	0.	限界流
〃	1.12	0.893	1.01		0.	0.020 0	0.	0.	∞		潜流の極限値 潜流

表-7

溢流深	q	h_2	h_0	H	H_0(測定)	H_1	H_2(測定)	ΔH	ΔF_1	ΔF_2	ΔJ	ΔS	$m=\frac{H_0}{H}$
4	10.4	7.4	0.447	95	27.9	38.1	7.50	87.5	67.1	—	30.6	20.4	0.294
5	15.0	8.4	0.513	96	44.2	31.7	8.56	87.4	51.8	12.5	23.1	35.7	0.461
6	20.4	9.5	0.659	97	49.6	29.3	9.74	87.3	47.4	20.3	19.6	39.9	0.512
7	26.6	10.5	0.824	98	53.9	27.2	10.8	87.2	44.1	26.7	16.4	43.1	0.550
8	33.5	11.6	0.957	99	63.6	26.7	12.0	87.0	35.4	36.9	14.7	51.6	0.642
9	41.3	12.7	1.16	100	65.7	26.5	13.2	86.8	34.3	39.2	13.3	52.5	0.657
10	49.8	13.8	1.34	101	71.8	26.6	14.5	86.5	29.2	45.1	12.2	57.3	0.710

表-9

溢流深	q	$\frac{h_2}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_c}$	$\frac{h_0}{h_1}$	δ	α	β	γ
4	10.4	3.33	0.201	1.17	2.86	0.667	1.50	—
5	15.0	2.95	0.180	0.844	3.78	1.54	0.649	0.351
6	20.4	2.72	0.189	0.763	4.45	2.03	0.491	0.509
7	26.6	2.52	0.198	0.700	5.32	2.63	0.380	0.620
8	33.5	2.39	0.197	0.634	5.92	3.51	0.285	0.715
9	41.3	2.28	0.208	0.618	6.52	3.94	0.254	0.746
10	49.8	2.18	0.212	0.587	7.12	4.71	0.212	0.788

表-8

溢流深	q	$P_{\Delta H}$	$P_{\Delta F1}$	$P_{\Delta F2}$	$P_{\Delta J}$	$P_{\Delta S}$
4	10.4	8 900.	6 820.	—	3 110.	2 080.
5	15.0	12 900.	7 620.	1 840.	3 410.	5 250.
6	20.4	17 500.	9 480.	4 060.	3 920.	7 990.
7	26.6	22 700.	11 500.	6 960.	4 270.	11 200.
8	33.5	28 600.	11 600.	12 100.	4 820.	16 900.
9	41.3	35 100.	13 900.	15 800.	5 380.	21 200.
10	49.8	42 200.	14 300.	22 000.	5 930.	28 000.

表-10

溢流深	q	h_0(測定)	h_2'	h_2(實測)	$\Delta h_2 = h_2' - h_2$
4	10.4	0.447	6.79	7.4	−0.61
5	15.0	0.513	9.22	8.4	0.82
6	20.4	0.659	11.0	9.5	1.5
7	26.6	0.824	12.8	10.5	2.3
8	33.5	0.957	15.0	11.6	3.4
9	41.3	1.16	16.7	12.7	4.0
10	49.8	1.34	18.8	13.8	5.0

水叩に關する水理學的考察

(特にその長さに就て)

内務技師　佐　藤　清　一

目　次

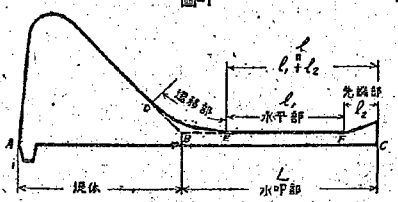
Ⅰ. 水叩の定義……(2)
Ⅱ. 水叩の使命……(2)
Ⅲ. 溢流水脈の減勢と河底被覆の長さ……(3)
〔1〕跳水の起る場合……(3)
〔2〕跳水の起らぬ場合……(3)
Ⅳ. 露出射流部の長さ……(4)
〔1〕射流の流體抵抗……(4)
(a) 急勾配の射流……(4)
(b) 緩勾配の乃至は水平な射流……(6)
〔2〕水平射流水深の變化……(8)
〔3〕露出射流の長さ……(11)
計　算　例……(13)
Ⅴ. 跳水表面渦の長さ……(13)
〔1〕Safranez の研究……(14)
〔2〕Ludin の研究……(14)
〔3〕Einwachter の研究……(15)
計　算　例……(16)
Ⅵ. 水叩に關する考察——特に其の長さに就て……(17)
〔1〕水平水叩の長さと跳水……(17)
〔2〕先端部工作物の作用……(18)
〔3〕勢力殺滅法としての跳水……(19)
〔4〕下流水位と跳水水位との相對關係に於ける水叩の設計方針……(20)
(i) 下流水位が跳水水位よりも常に低い場合……(21)
(1) 副堰堤により下流水位を上げる方法……(21)
(2) 水叩部を掘下げて下流水深を得る方法……(21)
(3) 阻柱にて乱散分布せしめる方法……(21)
(4) 射流水脈を遠方へ飛ばす方法……(22)
(ii) 下流水位が跳水水位よりも常に高い場合……(22)
(1) 水平水叩による方法……(23)

(2) 傾斜水叩による方法……(24)
(iii) 其の他の場合……(25)
〔5〕附記——水叩の取付手程……(26)
Ⅶ. 結　言……(27)

I. 水叩部の定義

廣い意味で水叩といふ時は種々なる形が存在し又考へられるが，今水叩の長さを決定する方針を見出さうといふに當つては圖-1 に示す如き水平に延長された形について考へるものとする．即ちこの樣に水平水叩を有する場合についてその長さを如何なる方針を以て定めて行くべきかを考察し，之を基準として土地的及び水理的條件を考慮して適宜之を變形して應用すべきものと考へる．此の樣な方針で以下當く水平水叩の場合について考察しよう．而して之が考察に當つては構造物の築造上より又水理學的見地より圖-1 に示す如くに各部を分類し假りの名稱を附しておく．

圖-1



即ち AB が堤體で，BC を水叩部としその長さを L とする．この堤體と水叩部との間に，急流水脈をしてなるべく自然的に遷移せしめるために作られる曲線の部分 DE を遷移部と名附けることとする．之より先の EC の長さを l とし，その中水平なる部分 EF を水平部と名附けてその長さを l_1 とし，FC の部分には deflector とか Zahnschwelle 等の工作物が考へられるので之を先端部と名附ける事として其の長さを l_2 とする．

II. 水叩の使命

一般に水叩の使命は，急勾配を流下する射流水脈をして之が堤體の直下部を洗掘せざる樣堤體の下流部を被覆すると共に，射流の勢力をして此の部分に於て出來る丈消耗せしめて更に之より下流の洗掘を輕減せしめ，且つその洗掘をしてなるべく遠くへ導かんとするものと考へる．

今水叩を考察する上の基準としてゐる圖-1 に示す如き形については，射流水脈の深さ及び流速と下流部常流水深との關係により跳水の起る場合と起らざる場合とを生じ，之に從つて水叩の働き方が異つて來る．

前者の場合には水叩部は，方向を變へられた射流と，跳水による表面渦の終端までを少くとも此の上に存在せしめ，此の上に於て充分に勢力を消耗せしめる樣に働かしめる事が望ましい．

所が後者の場合には，急勾配にて流下する射流水脈による堤體脚部の洗掘を防止する丈の役割は果すけれども水叩の上には尙ほ射流として存在するために流水の勢力を消耗せしめる事は極く僅少である．從つて此の場合には先端部に適當な角度を有する deflector 等を設けて射流水脈を遠くへ放飛せしめ，その落下水によつて生ずる洗掘が堤體に對し最も安全なる樣に水平部の長さ及び先端部の形狀，大さを決定する事が望ましい．後者の例としては水豐堰堤がある．此の樣に水を放飛せしめる事は，水の衝撃力が働く故なるべく避ける事が望ましいが，止むを得ざる場合には模型實驗によつて各場所に於ける特性を研究の上其の形狀，大さを決定する事が望ましい．

玆では先づ前者の場合を標準として考察を進める事とする．

III. 溢流水脈の減勢と河底被覆の長さ

〔1〕跳水の起る場合

水平な水叩を有する場合について，堰堤を溢流して來る射流水脈が如何なる順序を以て勢力を消耗するかを考へてみる．此の場合簡單のために deflector 等の突起物（障害物）がなく，水叩部上面は水平なるものとする．$\mathfrak{H}$ を以て有効勢力とし

$$\mathfrak{H}=\frac{v^2}{2g}+z$$

とすれば，始の貯水池に於ては一般に接近流速が極めて小さいので勢力 $\mathfrak{H}_{II}$ は殆ど貯水池水深に等しい（圖-2參照）．次いで堰頂を溢流水深 h にて溢流するに及び流體に運動が起るので損失が起り始め，堰堤下流面を流下する時に壁面摩擦と內部摩擦とによつて損失が生ずる．そのため水脈が水平となる h_0 の所に於ける勢力は $\mathfrak{H}_0$ となる．從つてその時の v_0 に相當する有効落差は當然 $(H-h_0)$ ではなくして $(\mathfrak{H}_0-h_0)$ である．Ludin[1] は之を

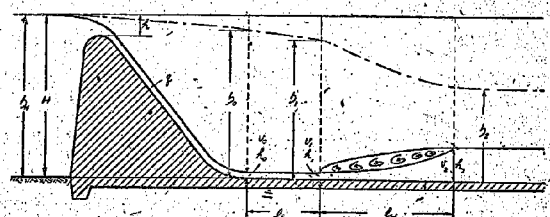
$$m\ (H-h_0)$$

にて表はし，m に對して 0.8～0.85 なる値を與へてゐる．水平となつた射流はやはり摩擦損失によつて水深を漸次增加し，下流水深 h_2 に對して跳水を起すべき水深

$$h_1=\sqrt{\left(\frac{h_2}{2}\right)^2+\frac{2}{g}h_2v_2^2}-\frac{h_2}{2}$$

となるに至つて始めて跳水を生ずる．從つて勢力は水平射流の間に $\mathfrak{H}_1$ に減じ，次いで跳水現象により——特にその表面渦の作用によつて——大巾の勢力損失を生じて下流の常流に相當せる勢力 $\mathfrak{H}_2$ となる．

圖-2



かくして流水が下流の常流勢力にまで完全に落ち切れば，落下による特殊勢力が消耗し盡された事となる．此の消耗の過程に於て吾々は河底を洗掘する事なく勢力の變化が行はれる事を望むのである．即ち吾々は，貯水池に於ける勢力 $\mathfrak{H}_{II}$ を如何に河底に害を與へる事なくして，下流流路に特有な勢力 $\mathfrak{H}_2$ に變せしめるかといふ事に心をくだくのである．今 $(\mathfrak{H}_{II}-\mathfrak{H}_2)$ 丈の勢力を，堰堤直下流に於て河床を攻撃する事なしに消耗せしめる爲めに水平被覆を行ふ時は，その勢力の消耗の仕方は前述せる如くになり，之に要する被覆の長さは常流水深 h_2 の生ずる所までを少くとも必要とする事となる．即ちその長さは，水平水叩上に突起のない場合には，一般に遷移部の終つた所から始まる露出射流部の長さ l_s と，之に次いで生ずる表面渦の長さ l_w との和丈けの長さを少くとも必要とする．

先端部のある時は此の長さが縮少される傾向があるが，今吾々は河底被覆長を考へる時の基準として之の存在せぬ上記の現象を考察するのである．

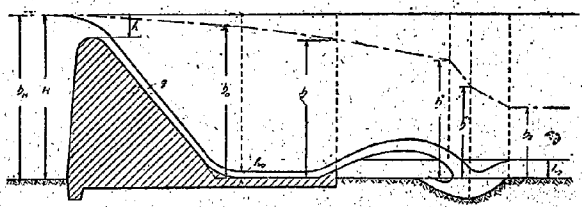
〔2〕跳水の起らぬ場合

次に跳水の起らぬ場合の $(\mathfrak{H}_{II}-\mathfrak{H}_2)$ なる勢力の消耗について考へてみよう．始め貯水池にて保有する勢力は $\mathfrak{H}_{II}$ で，水が堰を溢流して堰の下流面を流下するに及び摩擦によつて勢力を損失し，射流の方向が水平となつた

1) Safranez の論文 "Untersuchungen Über den Wechselsprung", の Nachtrag (Ludin). Mitteilung aus dem Wasserbaulaboratorium der Technischen Hochschule zu Berlin, Nr. 6.

所で h_0 となる．水平となつた射流は流體抵抗があるために徐々に水深を増し，やがてその水深が限界水深に等しくなつた所を境として常流に移り變る筈である．而して下流の常流水深が極めて小さい場合には之に相當した跳水水深となるまで露出射流は續く．併し射流の流體抵抗は一般に小さい* ので露出射流の長さは極めて長いものとなる．從つて此の場合河床を被覆すべき長さも極めて長いものとなるので，吾々は之を適當な長さで打切り，射流水脈を適當な工作物によつて遠方へ放飛せしめ，堰堤より充分遠く離れた安全な河床を攻撃せしめる事により一擧に勢力を消耗せしめようとする方策（圖-3 參照）も考へられるのである．その場合の勢力（$\mathfrak{H}_1-\mathfrak{H}_2$）の消耗狀況は大凡圖-3 に示す如きものと考へられる．此の樣な場合の水叩水平部の長さ，先端部の形狀及び大さについては，（單位）流下量 q と下流水深 h_2 とに關聯しての普遍的研究が未だ無いために今は玆に之が一般的決定法を述べるわけには行かない．從つて此の問題については今後の普遍的研究を俟つと同時に，一方實際問題に當つては模型實驗等の方法により個々に決定して行かねばならぬと思ふ．

圖-3



又他の一策として河床を局部的に下げるか又は下流水位を上げるかの方法により跳水を容易ならしめる事も考へられ，之又實際に應用されてゐる** 所である．之は結局本章〔1〕の場合に歸せられるものである．

そこで吾々は跳水の起る場合を以て河床被覆の長さを決定する上の基準として考證を進める事とし，次に其の場合の露出射流部の長さと表面渦の長さと求める事とする．

IV. 露出射流の長さ

〔1〕 射流の流體抵抗

（a） 急勾配の射流

一般に射流の流體抵抗に關する研究は極めて數少く，從つてそれ丈に未確定の點にある．その中でも殊に急勾配——例へば 1:1 とか 1:0.8 とかいふ急勾配——にて流れる射流については殆ど研究がないといつてもよい程である．

併し本間教授[2] 等の研究によれば射流の流體抵抗は一般に小さいらしく，而も勾配の緩となるに從つて又小さくなるものの如くである．

Ludin は堰堤の提頂を溢流して水叩上に於て生ずる流速の有効落差は自由落下の落差の m 倍となし，$m=0.8\sim0.85$ としてゐる***．

卽ち圖-4 に於て $(D+h)$ なる位置の勢力をもつ水が $(H-h_0)$ なる落差を自由に——損失なしに——落下する時に生ずべき流速 V は

---

* IV.〔1〕を參照．

** 前者の例としては塚原の堰堤があり，後者の例としては Grand Coulee Dam がある．

2) 本間仁 "射流現象特に射流の流體抵抗に就て(1)"，土木學會誌，昭17年，5月．

*** 前出脚註(1)．

$$V=\sqrt{2g(H-h_0)}$$

であるが，實際には摩擦損失があるために此の V より小なるものとなる．その流速を v とすれば Ludin は

$$v=\sqrt{m}V=\alpha V \qquad (1)$$

としてゐるのであつて，上記の α としては

$$\alpha=0.900\sim0.922 \qquad (2)$$

としてゐるのである．

內務省土木試驗所に於て高さ $D=60.67$ cm の溢流堰堤を作り，その表面をモルタルで滑らかに仕上げたものについて行はれた實驗によれば[3]，α の値は落差 h の增加と共に增加し，溢流水脈が堰より分離せざる範圍內に於て前記の α の値に漸近する傾向のある事が分る(圖-5參照)．

表-1 は其の測定値を示す．

又 R.R. Randolph[4] は Madden Dam の模型實驗に於て溢流水脈端の流速をピトー管にて測定し，其の摩擦損失水頭として次の經驗式を求めた．

圖-4

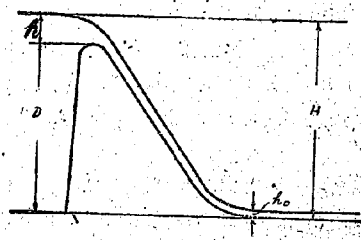


圖-5

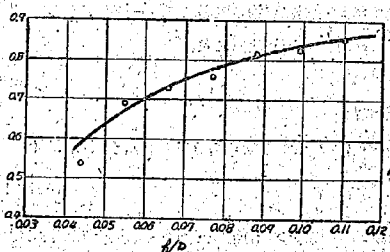


表-1

h(cm) 測定	h_0(cm) 測定	q(l/sec/cm) 測定	$v=\frac{q}{h_0}$(cm/sec)	$V=\sqrt{2g(h+D)}$	$\alpha=\frac{v}{V}$	$\frac{h}{D}$
2.67	0.298	0.0560	1.88	3.40	0.539	0.0440
3.33	0.342	0.0831	2.43	3.50	0.694	0.0549
4.00	0.439	0.112	2.56	3.50	0.731	0.0659
4.67	0.549	0.146	2.66	3.51	0.758	0.0770
5.33	0.638	0.184	2.88	3.52	0.818	0.0878
6.00	0.776	0.225	2.91	3.53	0.824	0.0989
6.67	0.894	0.271	3.03	3.54	0.856	0.1099

$$h_f=C\frac{D}{h}(D+h) \qquad (3)$$

玆に h_f = 溢流水脈の摩擦損失水頭，C = ある常數，D = 堰堤の高さ (圖-4 參照)．h = 溢流水深(圖-4 參照)．此の實驗に用ひられた模型は實物の 1:72 に作られ，2′ 4.7″ のものであつた．模型の粗度を小にするために亜鉛引鐵板にて被ひ，之にエネメルを塗りサンドペーパーで極めて滑らかに表面仕上げをしたものである．

3) 竹內俊雄:"溢流堰堤下流に於けるエネルギー減殺に關する考察" 內務省土木試驗所報告第 72 號
4) Richard R. Randolph: "Hydraulic Tests on The Spillway of The Madden Dam" Proc. A.S.C.E. 1937, May. Trans. A.S.C.E. Vol. 103, 1938, p. 1080~1112. R.R. Randolph (U.S. Bureau of Reclamation, Denver, Colo; 以前は Associate Engr., The Panama Canal, Balboa, Canal Zone.)

（3） 式に於て見られる通り，溢流前の全水頭 $(D+h)$ の何%が摩擦によつて損失となるかを求めたもので，その損失のあり方は流れる道程の長さの長い程，又流速の速くなる程大であり，又水脈の大なる程小である事は事實であるから，その關係を D/h に比例するものとして表現したものである．從つて C はその比例常數であり，（3）式の形では元の無い數である．而して之は主として溢流面の粗度の函數になるものと考へられる．

此の實驗式を以て上記の模型堰について C を求めた所

$$C = 0.0115$$

であつた．尙ほ試みに，堤の表面を前と同じく亜鉛引き鐵板にて被ひ，之にエネルメルを塗らずサンドペーもかけないものについて此の C を求めた所，面の粗度は前よりも大きく

$$C = 0.0135$$

となつた．最後に實物の堰堤にピトー管を取りつけて同樣の測定を行つた所，——此の場合の面はコンクリートであるが——C の値は更に大きく

$$C = 0.02 \qquad (4)$$

となつた．

前の（1）式の α を以て（3）を書き表せば C は

$$C = (1-\alpha^2)\frac{h}{D}$$

となる．之によつて前記の內務省土木試驗所に於て得られた値を整理すれば表-2 の如く，C の値は大體一定で

$$C = 0.03$$

表-2

$\frac{h}{D}$	α	$1-\alpha^2$	C
0.0440	0.539	0.7095	0.0312
0.0549	0.694	0.5184	0.0285
0.0659	0.731	0.4656	0.0307
0.0770	0.758	0.4254	0.0328
0.0878	0.818	0.3309	0.0291
0.0989	0.824	0.3210	0.0317
0.1099	0.856	0.2673	0.0294

となつてゐる．此の値が前記のものよりも大となつてゐるのは，表面がモルタル仕上げである事と，橋脚の影響が大きく効いてゐるためと考へられる．Madden Dam の場合には全溢流量 260,000 ft³/sec を 3 つの開口によつて放流した．從つて橋脚の純徑間は 100′ といふかなり大きなものであり，之に對し橋脚の幅は 12′ である．然るに後者に於ては純徑間 12 m に對し橋脚の幅は 3 m である．從つて後者の場合には橋脚の影響が充分に考へられるのである．實際の場合の C の値としては 0.02 よりも少しく大きくなるものと考へる．

尙 Ludin は前述の如く $\alpha^2 = m = 0.8 \sim 0.85$ としてゐるが $C = 0.02$ とし $\frac{h}{D} = 0.1$ とすれば大體一致してゐる．

（b） 緩勾配の乃至は水平な射流

通常流體抵抗は

$$i = \frac{\lambda}{r}\frac{v^2}{2g}$$

中の λ を以て表はされてゐる．玆に i = 水面又は底勾配（等流の場合），r = 徑深，v = 流速である．

射流の場合の流體抵抗は Jegorow[5] 及び本間敎授* の實驗に依れば，Reynolds 數 R の增加と共に減少す

5) S.A. Jegorow: "Turbulente Überwelleströmung (Schießen) im Offenen Gerrinre mit glatten Wänden," Wasserkraft-u. Wasserwirtschaft, 1940, H. 3, S. 55.

* 前出脚註（1）.

る性質をもち，Reynolds 數を一定とするならばλは Froude 數が1を超えてからは（即ち射流では）多少の變化が認められる．併しその變化法則は未だ確定されてゐない．從つて明確な事は云へないが，實驗に依れば λ の値の Froude 數の變化に依る變化は餘り大きな範圍をもたぬ樣である．併し之等の實驗を見直すと[6]，λ の値は後配によつてかなり急激な變化をするものの如くであり（圖-6參照），又射流水深の增大と共に減少する傾向がある樣である（圖-7）．圖-6 及び7に示した實驗結果に依つて見れば λ の値は緩勾配の場合には勾配による變化は殆どなく，又 Froude 數による變化も（即ち射流の程度による變化も）餘り見られず，Reynolds 數又は射流水深による變化が著しい樣である．即ち Reynolds 數の增加するに從ひ，或は又水深の增加するに從つて λ の値は小となる傾向があり，而もそれらの增加するに從つて λ の値の減少の仕方は小となる傾向がある．上記の測定値に依れば λ は

$R = 9500 \sim 28000$ （又は $h_0 = 1\,\mathrm{cm} \sim 2.5\,\mathrm{cm}$）

の範圍に於て

$$\lambda = 0.009 \sim 0.005$$

である．

圖-6

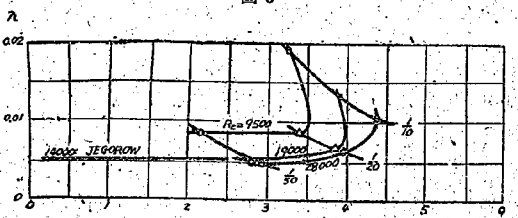
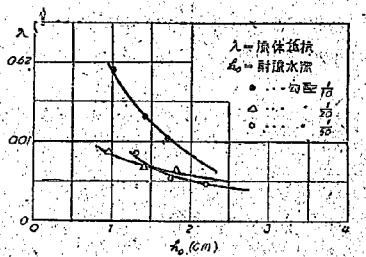


圖-7



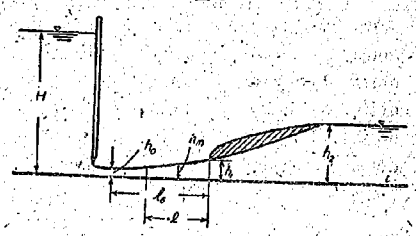
次に本間教授指導による東大學生の跳水に關する實驗によれば次の如くである．

水實驗は底勾配 $i = 1/300$，幅 $B = 50.5\,\mathrm{cm}$，內面を滑らかにした矩形木樋に於て，門扉により射流を生ぜしめて水面の形を測定した．之を圖について h_2 より h_1 を

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{h_2}{2}\right)^2 + \frac{2}{g} h_2 v_2^2} - \frac{h_2}{2}$$

により計算して圖上にて h_1 の位置を定め，之より上流に適當な距離 l を距てた所の水深の差高 Δh を求め，其の間の平均水深を求めたものである（圖-8）．其等の資料に基き

圖-8



$$i - \frac{dh}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right) + \frac{\lambda}{2g}\frac{v^2}{h}$$

$$v = \frac{q}{h}$$

を微小區間に對し變形して得られる式

$$\lambda = 2I\left(1 - \frac{I}{F}\right) + \frac{i}{F}$$

但し　　I = 水面勾配 $= \dfrac{\Delta h}{l}$

6) 佐藤清一：本間教授の論文 "射流の流體抵抗（1）" に就ての討議，土木學會誌，昭18年6月號．

$$F=\frac{q^2}{gh^3}$$

$$q=\frac{Q}{B}$$

i = 底勾配

に依つて λ を求めれば表-3 の如くになり，λ の値は 0.01～0.03 の程度である．

表-3

No.	H (cm)obs.	h_0(cm) obs.	Q(l/sec) obs.	h_2(cm) obs.	h_1(cm) obs.	l(cm)	q (m²/sec/m)	h_m (m)	Δh (m)	λ
1	10.32	1/5	0.011	6.7	1.82	20	0.4744×10^{-3}	0.0179	0.0032	0.0286
2	22.42	0.7	0.011	6.0	2.12	50	0.4744	0.0100	0.0023	0.0101
3	14.82	0.73	0.00815	6.2	1.21	10	0.2605	0.0108	0.0048	0.0915
4	9.75	1.0	0.00815	6.0	1.29	20	0.2605	0.0115	0.0029	0.0285

又同樣にして行はれた他の實驗によれば表-4 の如くである．但し此の場合も水路は木製の短形斷面であるが，底勾配は $i=1/500$ であつた．之によれば λ の値は 0.007～0.011 の程度である．尙ほ之等の λ の値を射流の水

表-4

No.	H(cm) obs.	Q(l/sec) obs.	h_0(cm) obs.	h_2(cm) obs.	h_1(cm) cal.	l (cm)	h_m (cm)	Δh (cm)	λ
1	11.25	10	1.67	6.43	1.82	40	1.78	0.15	0.0068
2	11.26	10	1.68	6.37	1.87	45	1.80	0.19	0.0075
3	26.04	17	1.84	10.58	2.07	40	1.96	0.23	0.0109
4	25.99	17	1.84	9.95	2.20	62	2.05	0.36	0.0109

深 h_m Froude 數 F_r, Reynolds 數 R に對して整理すれば 表-5 の如くである．但し之に於ては $g=9.8\text{m/sec}^2$ $\nu=0.0105(c,g,s)$ として計算してある．

表-5

h_m(m)	R	F_r	λ
0.0179	21,000	2.906	0.0286
0.0100	21,000	6.958	0.0101
0.0115	10,800	4.180	0.0285
0.0178	19,000	2.690	0.0068
0.0180	19,000	2.646	0.0075
0.0196	32,400	3.958	0.0109
0.0205	32,400	3.700	0.0109

此の實驗は測定の仕方から云つて決して精度の高いものとはいへないが，それでも λ の大さについて大體の程度を知る上に役立つものである．

此の樣に射流の流體抵抗は一般に非常に小さくなり Chézy の C にして 60 以上にも達する樣である．

〔2〕 水平射流水深の變化

以上の樣に射流の抵抗係數 λ は Reynolds 數の大となるに從つて小となり，勾配が緩なれば Froude 數についての變化は餘り見られず，勾配が大なる時はかなりの變化があるものの如くである．而して又水深の變化によつても變化する樣である．

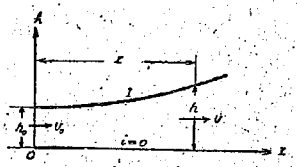
今し射流が水平底面上を流れ，流體抵抗によつて水深が變化する場合を考へるに，その變化の割合は實驗によれば極めて小さいので水深の變化及び流速の變化に伴ふ λ の變化は之亦極めて小さいものと考へられる．そこで

ある水平射流についての抵抗係數を一定値 λ とすれば，2 次元的不等流の式は

$$i-\frac{dh}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{\lambda}{2g}\frac{v^2}{h} \tag{5}$$

となる．玆に h=原點 0 より x なる水平距離を流れた所の水深，$v=x$ なる場所の平均流速，h_0=原點に於ける水深，v_0=原點に於ける平均流速，I=水面勾配，i=底勾配，(圖-9 參照)．

圖-9



今取扱はふとする場合は，底勾配は水平であるから $i=0$ である．單位幅流量を q とすれば

$$v=\frac{q}{h} \tag{6}$$

である．從つて $\frac{dv}{dx}$ は

$$\frac{dv}{dx}=-\frac{q}{h^2}\frac{dh}{dx} \tag{7}$$

となり，(5) 式は

$$\left(\frac{q^2}{gh^3}-1\right)\frac{dh}{dx}=\frac{\lambda}{2g}\frac{q^2}{h^3}$$

となる．此の解は

$$q^2h-\frac{g}{4}h^4=\frac{\lambda q^2}{2}x+C$$

となるから，$(h)_{x=0}=h_0$ なる境界條件により C を定むれば

$$C=q^2h_0-\frac{g}{4}h_0^4$$

となり，結局解は

$$x=\frac{2}{\lambda}(h-h_0)\left[1-\frac{g}{4q^2}(h+h_0)(h^2+h_0^2)\right] \tag{8}$$

となる．そこで水深の變化を調べる目的を以て原點に於ける射流水深 h_0 を基準とし

$$\zeta=\frac{h}{h_0},\quad \xi=\frac{x}{h_0} \tag{9}$$

とおき，更に射流の原點に於ける Fronde 數の自乘を F_0，即ち

$$\frac{q^2}{gh_0^3}=F_0 \tag{10}$$

とおけば (8) 式は次の如くになる．

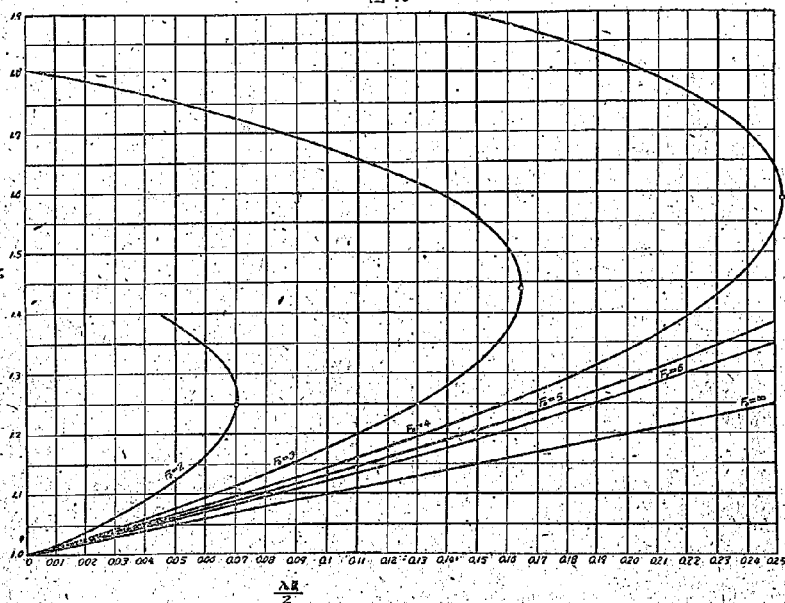
$$\xi=\frac{2}{\lambda}(\zeta-1)\left[1-\frac{1}{4F_0}(\zeta+1)(\zeta^2+1)\right] \tag{11}$$

此の式中 ζ は 1 より大きく，又 F_0 も勿論 1 より大きい．その種々なる値に對する ξ の値の變化を求むれば圖-10 の如くである．此の曲線には ζ について一つの極大値が存在する．その時の ζ の値は

$$\frac{d\xi}{d\zeta}=\frac{2}{\lambda}\left(1-\frac{\zeta^3}{F_0}\right)=0 \tag{12}$$

より求められ

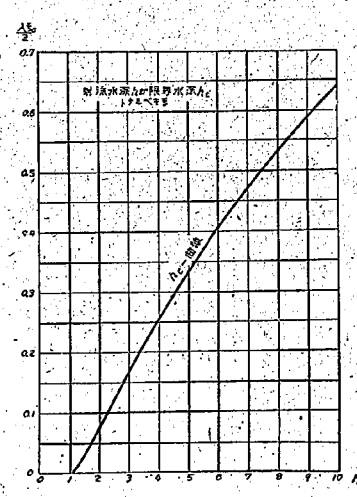
圖-10



$$\zeta = \sqrt[3]{F_0}$$

である．之を(9)により水深に直せば x に極大値を與へる h の値は

圖-11



$$h = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

となり，之は限界水深に外ならない．此の點を圖-10 中に白點にて示してある．圖を見て判る通に射流水深の流體抵抗による變化は極めて緩であり，その水深が限界水深に近づくに及んで始めてその變化は急となる．$F_0 = 2,\ 3,\ 4$ は其の射流の射流としての強さの程度を示すものであり，F_0 の大となるに從つて水深の變化も益々緩となり，限界水深となるべき位置の原點よりの距離が大となつてゐる．$F_0 = \infty$ 即ち無限の強さをもつ射流に於てはその水深變化は遂に直線的となり，無限の遠點に至るも限界水深は生じない．

尙ほ此の場合射流の強さ F_0 と限界水深となる位置の原點からの距り ξ_0 との關係は

$$\frac{\lambda\xi_0}{2} = (\sqrt[3]{F_0}-1)\left[1-\frac{1}{4F_0}(\sqrt[3]{F_0}+1)(\sqrt[3]{F_0^2}+1)\right]$$

より求められ，圖-11 に示す如くである．

〔3〕 露出射流の長さ

水深を異にし同一單位流量 q が流れる場合のその2水深 h_1, h_2 の間には

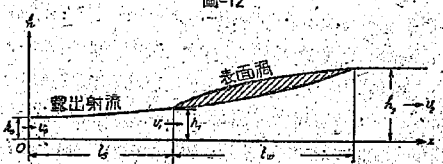
$$\frac{h_1^2}{2}+\frac{q}{g}v_1=\frac{h_2^2}{2}+\frac{q}{g}v_2.$$

或は

$$h_1=\sqrt{\left(\frac{h_2}{2}\right)^2+\frac{2}{g}h_2v_2^2}-\frac{h_2}{2} \qquad (12)$$

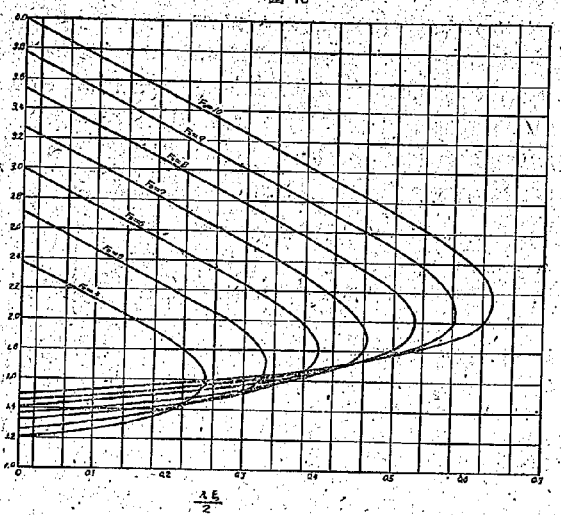
なる關係の存在する事は Impulssatz 又は Stützkraftsatz[7] の教へる所である．跳水の場合には下流の常流水深を知れば (12) 式によりこの h_2 に對して實在すべき射流の水深 h_1 を求める事が出來る．併し，(12) 式はそれらの水深 h_2, h_1 が如何なる距離を以て存在すべきであるかは示してゐない．從つて (12) 式によれば常流水深と之に對應せる射流水深とは不連續變化を以てつながつても差支へない事になるのであるが，實際には流體現象としてはその樣な事は起り得ず，一つの過渡的顚層地帶をもつのである．之が所謂跳水の現象となつて現はれてゐるわけである．從つて常流水深 h_2 に對應せる射流水深 h_1 の所から跳水現象の表面渦が起るものと考へねばねらない（圖-12 參照）．從つて h_1 より上流には一般に射流が露出し，射流の水深 h_0 が流體抵抗のために徐々に水深を增加し，之が h_2 に對應する h_1 に等しくなつた所から跳水が始まる事となるであらう．

圖-12



そこで此の場合の露出射流の長さ l_a を求めよう．l_a に相當する長さ x は (8) 式に於て $h=h_1$ とおけばよいのであるから

圖-13



7) Koch-Carstanjen: "Bewegung des Wassers," Berlin, 1926. S. 84, 85.

$$\gamma=\frac{h_1}{h_0},\quad \zeta=\frac{h_2}{h_0} \tag{13}$$

とおき，(12)式を書き直せば

$$\gamma=\zeta\left(\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{2F_0}{\zeta^3}}-\frac{1}{2}\right) \tag{14}$$

となる．この γ を前節 (11) 式中の ζ に代入すれば求むる x 即ち l_s，又は

$$\xi_s=\frac{x_s}{h_0}$$

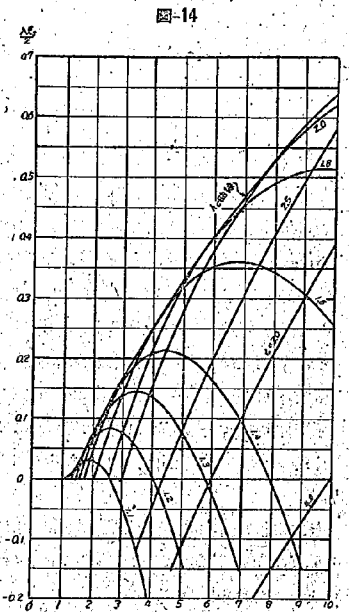
は

$$\xi_s=\frac{2}{\lambda}(\gamma-1)\left[1-\frac{1}{4F_0}(\gamma+1)(\gamma^2+1)\right] \tag{15}$$

にて與へられる．

射流の强度 F_0 を種々變へた時の ξ_s，ζ の變化は 圖-13 及び 14 の如くである．圖-13 を見るに今求めむる ξ_s は，ζ の値に對して極値をとる前の曲線部分を採るべきで*，此の部分の曲線は $\frac{d\xi_s}{d\zeta}$ の値の極めて大きな曲線であるから，ζ の少しの變化によつて ξ_s は非常に大きく變るものである事が判る．即ち或る一定强度の射流に於ては，下流の常流水深 h_2 の値かの變化によつて跳水を始める位置が非常に大きく遠ざかつたり近づいたりするものである事が判る．而して h_0 より h_1 までの長さ ξ_s は h が h_c 以下に於て求められるべきものであるから，(15) 式なる曲線と圖-11 の h_c 曲線との關係は圖-14の如くになり，h_c 曲線は(15)なる曲線群を包絡するものである．

圖-14



今 q を一定とし，h_0 を以て，圖-2 に示す如く堰堤を溢流した水脈が水叩の水平部始端に到達した時の水深とすれば，$h_0<h_1$ なれば水平水叩上に l_s なる長さの躍山射流を生じ，$h_0=h_1$ なければ表面渦始端は堤體に接觸し $h_0>h_1$ なれば跳水としての表面渦の形は生ぜず不完全跳水となる．而して h_0 が h_1 に比して極めて小なる時は h_2 なる水深が堰堤に殆ど直接に接する關になり，溢流水脈は恰も漂流の濠壑に突入する如くになる．

之からして，溢流水脈の，下流部常流の勢力に對する餘剩勢力を，洗掘に安全なる程度とするためには後者の場合

---

* (13)式及び(12)式を ζ にて微分して ξ_s 極値を求めてみるに，

$$\frac{d\xi_s}{d\zeta}=\frac{d\xi_s}{d\gamma}\cdot\frac{d\gamma}{d\zeta}=\frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{\gamma^3}{F_0}\right)\left\{\frac{\frac{\zeta}{2}-\frac{2F_0}{\zeta^2}}{\sqrt{\frac{\zeta^2}{4}+\frac{2F_0}{\zeta}}}-1\right\}=0$$

$$\therefore\ \sqrt{\frac{\zeta^2}{4}+\frac{2F_0}{\zeta}}=\frac{\zeta}{2}-\frac{2F_0}{\zeta^2} \tag{a}$$

或は

$$\gamma=\sqrt[3]{F_0} \tag{b}$$

(a)より

$$\zeta=\sqrt[3]{F_0} \tag{c}$$

となる．之を(12)式に代入すれば

$$\gamma=\sqrt[3]{F_0}$$

を得，(b) に一致する．故に (b) は (c) なる根を實の分野に於てもつものである事が分る．從つて (15)式なる曲線群は(c)なる ζ に於て ξ_s が最大となる様なものである．而も(c)なる ζ は結局限界水深を表すものである．

が最も望ましいかの如くに一寸考へられるが，實は後に述べるが如き理由のために却つて望ましくないものなのである．

計 算 例

水ケ瀬堰堤について或る流量の場合に露出射流を生ずる否やを檢し，生ずるとすればその長さは大凡幾らになるかを求めてみよう．

堰堤の高さは $D = 9.4$ m，流量を $Q = 500$ m³/sec とすれば，その時の溢流水深は $h = 3.64$ m と見積られる．又此の堰堤には絞りが殆どないので溢流した水脈は水叩部の幅全體に一樣に分配されて流れるものと考へれば，此の幅は 40.91 m であるから單位流量は

$$q = 12.222 \text{ m}^3/\text{sec/m}$$

となる．そこで(1)式によれば

$$\frac{q}{h_0} = v = \alpha V = \alpha\sqrt{2g\,(D+h-h_0)} \tag{16}$$

であるが，h_0 は一般に小さいので $(D+h)$ に對して之を無視し，$\alpha = 0.9$ とすれば

$$h_0 = 0.76 \text{ m}$$

を得る．故に

$$F_0 = \frac{q^2}{gh_0^3} = 34.728$$

又下流流路に於ける平均流速を $v_2 = 2.5$ m/sec と假定すれば* $h_2 = 4.81$ m となる．故に

$$\zeta = \frac{h_2}{h_0} = 6.329$$

故に (14) 式により

$$\gamma = 1.418$$

之は1より大であるから此の場合には露出射流部の出來る可能性が充分にある事になる．

そこで露出射流の長さを求めんに (15) 式によれば

$$\frac{\lambda\xi_s}{2} = 0.396$$

となるから，今假りに λ を 0.02 と見積れば $\xi_s = 39.58$ となり

$$l_s = \xi_s h_0 = 30.1 \text{ m}$$

となる．

V. 跳水表面渦の長さ

跳水現象をその水深の關係に於て研究したものは昔から數多くあるが**，此の場合に生ずる表面渦の長さについて研究したものは未だ少い樣である．之に關しては Safranez, Ludin, Einwachter の實驗的研究があり，Weyrauch-Strobel の著書[8] には Safranez の式が紹介されてゐる．

---

* 本來之は流路の形及び勾配から平均流速公式で定めらるべきであるが，今之についての具體的資料をもたぬので此の樣に假定した．

** Bidone, Bélanger, Bresse, Koch, etc. 及び Forchheimer, Rehbock, Bëss, Budau, Bundschu 等

8) Weyrauch-Strobel: Hydraulisches Rechnen. VIte Auflage. S. 230～235.

〔1〕 Safranez の研究

Safranez は 1927 年 Ludin の指導により跳水の實驗を行ひ，表面渦の長さ l_w に對して極めて簡明な式を實驗的に求めた[9]．彼が l_w を定めるに用ひた資料は全部で 15 ケで，其等は $h_1 = 0.73 \sim 2.25$ cm, $h_2 = 8.3 \sim 24.5$ cm, $F_{r1} = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}}$ = 水深 h_1 なる場所の Froude 數 $= 4.08 \sim 19.1$ の範圍のものであつた．この外に尙 $F_{r1} < 4.0$ なる範圍の實驗資料もあつたが，此の範圍のものは表面渦が明瞭でないので l_w の決定には採用しなかつた．彼は表面渦の長さ l_w は h_1, h_2, F_{r1} に關係するものと考へ整理研究の結果，l_w は $(h_1 F_{r1})$ に比例し

$$l_w = 6 h_1 F_{r1} \qquad (17)$$

なる事を見出した．此の場合の誤差は ±10 %であつた．(17)を更に $F_{r1} = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}}$ に依つて書直せば，$l_w = 1.92 v_1 \sqrt{h_1}$ (米單位) となるが，係數 1.92 を安全のために 2.0 と簡單化し，他方同一實驗により，半實驗的に求めた跳水前後の水深の關係式

$$h_2 = 0.435 v_1 \sqrt{h_1} \quad \text{(米單位)} \qquad (18)$$

により h_1 を h_2 にて表はして結局

$$l_w = 4.5 h_2 \qquad (19)$$

なる式を得た．

此の式は形が極めて簡單なので覺え易く，概算的にあたりをつけるのに便利である．但し圖-15 中の h_2 は任意の下流水深ではなくして丁度跳水を起してゐる時の下流水深である．

圖-15

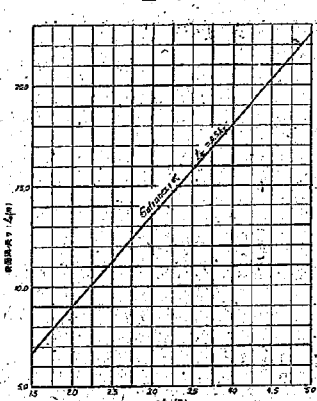
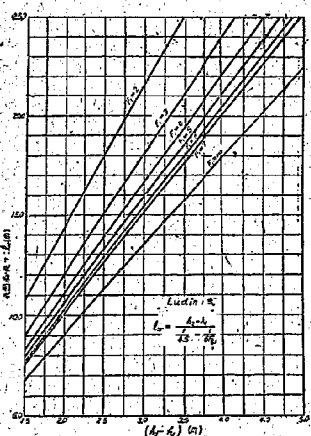


圖-16



〔2〕 Ludin の研究

Ludin は Safranez の行つた實驗を別な角度から見直して

$$l_w = \frac{h_2 - h_1}{\frac{1}{4.5} - \frac{1}{6F_{r1}}} \qquad (20)$$

なる式を得た．[10]

即ち彼は，Safranez の式を書き直して $\frac{h_2}{l_w} = 4.5$ とすれば，之は跳水の逆勾配ともいふべきもので，$J_s \left(= \frac{h_2}{l_w} \right)$ が一定である事であると解釋した．而して之は一般に F_{r1} の値が大きければ h_1 は h_2 に比して小さいので

$$h_2 - h_1 \fallingdotseq h_2$$

といふ意味に於て成立したものであると考へた．從つて更に精確には

9) Dr.-Ing. Kurt Safranez: "Untersuchungen über den Wechselsprung," Mitteilung aus dem Wasserbaulaboratorium der Technischen Hochschule zu Berlin, Nr. 6, herausgegeben von Prof. Dr. Ludin.

10) 前出 Safranez の論文に對する補遺，同論文中にある．

$$J_s' = \frac{h_2 - h_1}{l_w}$$

と表はされねばならない．そこで h_2 及び l_w を夫々 Safranez の求めた (18) 及び (17) 式で表はして

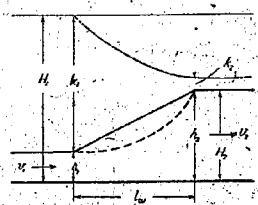
$$J_s' = \frac{1}{4.5} - \frac{1}{6F_{r1}}$$

を得た．之を書き直したものが (20) 式である．此の式はその形から分る様に F_{r1} の大きい程 Safranez の式に近づくものである (圖-16 參照)．

〔3〕 Einwachter の研究

Einwachter は表面渦の長さを求めるに當つて次の様に考へた[11]．表面渦の存在する跳水の流況の變化狀態は勢力損失と重要なる關係がある．Koch は此の損失を，流速 v_1 が v_2 に變化する爲による "Stotzverlust" と名付けたが，此の場合に起る橫流，床面及び壁面との摩擦等による 2 次損失が無視されてゐる．而して圖-17 に於て (H_1-H_2) なる損失が起るのは決して突然に起るものではなく，流速 v_1 から v_2 への漸變に伴つて漸變的に起るものである．從つて實際の損失

圖-17



$$H_1 - H_2 \fallingdotseq (h_1+k_1) - (h_2+k_2)$$

但し　　$k = \frac{v^2}{2g}$

は突然變化による損失

$$\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$$

とは異るもので，之より小なるものである．而して勢力損失は表面渦の長さ全體に亘つて行はれるものであるから，その長さは Borda-Carnot の勢力損失 $\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$ と實際の勢力損失 (H_1-H_2) との差によつて表はさるべきものであると考へた．實際實驗によれば之等は殆ど比例をしてゐるので彼は

$$l_w = \phi\left\{\frac{(v_1-v_2)^2}{2g} - \left[\left(h_1+\frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(h_2+\frac{v_2^2}{2g}\right)\right]\right\}$$

或は之を書直して

$$l_w = \phi\,[Ah_1 - Bv_1^2] \qquad (21)$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{h_2}{h_1} - 1 \\ B = \dfrac{A}{\left(\dfrac{h_2}{h_1}\right)^2 g} \end{cases}$$

とおき，幅 25 cm の水路に於ける 27 箇の實驗によつて ϕ を求めた所，ϕ は $\left(\frac{h_2}{h_1}\right)$ に對して双曲線となつた．併しこの ϕ 曲線は $\frac{h_2}{h_1} \fallingdotseq 3$ 以上では殆ど直線的となるので之を近似的に直線にて表はし

$$\phi = \left(15.2 - 0.241\frac{h_2}{h_1}\right) \qquad (22)$$

を得た．以上の(21)及び(22)が Einwachter の式である．而して彼は實驗により，波狀跳水となる限界は

11) Dr. Ing. J. Einwachter: "Berechnung der Deckwalzenbreite des freien Wechselsprunges," Wasserkraft-und Wasserwirtschaft, Jg. 27, H. 14, 1932, S. 157～159, 及び同年 H. 21, S. 245～249.

$$h_2 \fallingdotseq \frac{4}{3} h_c \tag{23}$$

但 h_c = 射流限界水深 $= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$

q = 單位幅流量 $= \frac{Q}{B}$

であるといつてゐる.

今

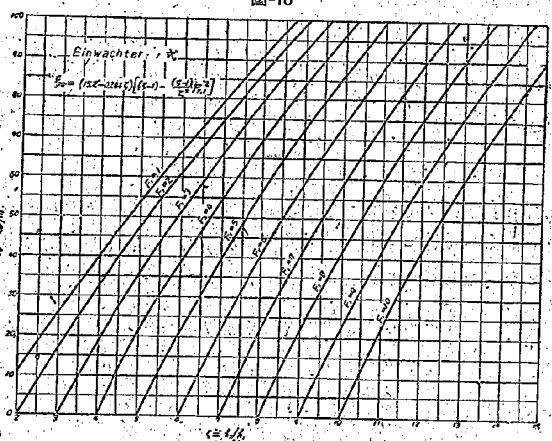
$$\left.\begin{aligned} &\frac{l_w}{h_1} = \xi_w, \quad \frac{h_2}{h_1} = \zeta, \\ &F_{r1} = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}} = h_1 \text{ に於ける Froude 數} \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

とおいて(21), (22)式を書直せば

$$\xi_w = (15.2 - 0.241\,\zeta)(\zeta - 1)\left(1 - \frac{F_{r1}^2}{\zeta_2}\right) \tag{25}$$

となり, 之は圖-18の如くである.

圖-18



計算例

第IV章[3]の計算例に用ひた場合について露出射流部に續いて起るべき跳水の長さ l_w を計算すれば次の如くである. 與へられてゐるものは

$$h_0 = 0.76 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/sec}^2$$

$$q = 12{,}222 \text{ m}^3/\text{sec/m}, \quad h_2 = 4.81 \text{ m}$$

であるから

$$\zeta = \frac{h_2}{h_1} = 6.329$$

故に(14)式により

$$\gamma = 1.418$$

故に

$$h_1 = \gamma h_0 = 1.08 \text{ m}$$

故に　$$v_1 = \frac{q}{h_1} = \frac{12{,}222}{1.08} = 11.31 \text{ m/sec}$$

である．從つて表面渦の長さ l_w は

i) Safranez によれば

$$l_w = 4.5 h_2 = 4.5 \times 4.81 = 21.7 \text{ m}$$

ii) Ludin によれば

$$h_2 - h_1 = 3.73 \text{ m}, \quad F_{r1} = \frac{v_1}{\sqrt{g h_1}} = 3.48$$

であるから(18)式により

$$l_w = 21.4 \text{ m}$$

iii) Einwacliter によれば

$$\zeta = \frac{h_2}{h_1} = 4.454, \quad F_{r1} = 3.48$$

であるから圖-18 により

$$\xi_w = 19$$

を得る．故に

$$l_w = h_1 \xi_w = 1.08 \times 19 = 20.5 \text{ m}$$

となる．

VI. 水叩に關する考察——特にその長さに就いて

水叩長さを決定する方針を定めるに當り，以上述べ來たつた所を結論的に纒めつつ決定方針について考察してみよう．

〔1〕 **水平水叩きの長さと跳水**

水叩としては種々なる形狀のものが考へられるが，吾々は其の便利からして事柄を單純化し水平な水叩を基準として考へる事とする．從つて個々的な適應性に對する應用は，之に準據し之を變形して行くべきものとする．

而して deflector 等の先端部の無い場合を標準として考へるものとする．此の場合第IV章〔1〕に於て述べた如くに射流にも小さい乍ら流體抵抗が存在するので，一般に水平水叩上には露出射流と跳水の表面渦とが出來る．

此の場合の勢力の消耗の仕方は第III章〔1〕に於て述べた如くであるが，吾々の注目するのは，激流による特別勢力，即ち $(\mathfrak{H}_1 - \mathfrak{H}_2)$ なる餘剩勢力を如何に河床の洗掘なしに消滅せしめるかにある．而して下流水路（又は河川）に特有な水深 h_2 が生ずるに至れば，即ち下流水路に特有な勢力 $\mathfrak{H}_2$ に落切れば，之は最早自然狀態であるから，$\mathfrak{H}_2$ による河床の洗掘の起らぬ限り，即ち自然平衡河川である限り此の部分には特別な保護工を必要としない筈であるから，吾々は少くとも $\mathfrak{H}_2$ となりきる箇所までの河底を被覆すればよい事となる．即ち水叩の長さ（圖-1 でいへば l_1）は露出射流部の存在する時は $(l_0 + l_w)$ 以上なる事を必要とする．そこで露出射流の長さ l_0 は，h_0 を以て水平部射流に於ける射流の水深，h_2 を以て下流常流水路の水深とする時は，(13)，(14)，(15)式に依つて與へられる．

又跳水表面渦の長さ l_w は，(14)式より h_1 を求め次いで(24)，(25)式なる Einwachter の式，又は(19)式なる Safranez の式によつて求められる．

之等の中 Safranez の式は形も極めて簡單で實用に便である.

所で l_0 の性質を調べてみるに之は第IV章〔3〕の(15)式により $\gamma\left(\equiv\frac{h_1}{h_0}\right)\geqq 1$ に從つて $l_0\geqq 0$ である. 然るに第IV章〔2〕に於て述べた如く射流の水深增加の割合は一般に小さいので, 同章〔3〕に於て述べた樣に l_0 なる長さは下流常流水深 h_2 の僅かの變化により極めて大きく變化する事となる. 即ち h_2 の僅かの變化によつて表面渦の始端が大きく遠ざかつたり近づいたりするのである.

從つて下流水深としては, 之を少しく深める事によつて l_0 なる被覆長を大きく節約する事が出來るので, $l_0=0$ なる樣な h_2 を保持する事が望ましい. そのためには $\gamma=1$ なる事を必要とし, 從つて h_2 は

$$h_2=\sqrt{\frac{h_0^2}{4}+\frac{2v_0^2h_0}{g}}-\frac{h_0}{2} \tag{26}$$

なる事が必要である.

その結果河床の被覆長なる水叩の長さ l は水平水叩上に於て跳水の生ずる限り

$$l=l_{j0} \tag{27}$$

にて充分である事となる.

一方跳水といつても不完全な波狀跳水では特別な餘剩勢力は充分に消滅せしめられず, 波狀となつて下流長距離にまで亘るのであるから, 跳水は波狀とならぬ事が必要である. その限界は Einwachter の實驗的研究* によれば大體に於て

$$h_2\geqq\frac{4}{3}h_c \tag{28}$$

である. 玆に h_c はある一定の單位流量に對しての射流限界水深で, 云ふまでもなく

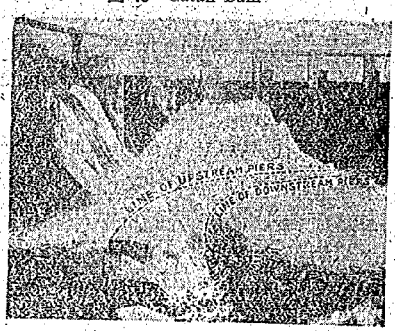
$$h_c=\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \tag{29}$$

である.

〔2〕 **先端部工作物の作用**

元來射流の有する運動の勢力を殺すには阻柱の如き機械的工作物を以てしては極めて非能率的で, 流れに氣泡を混入しつつ, 之を攪拌せしめる事が最も有効である. その意味に於て跳水現象を利用する事は策の最たるものである.

圖-19 Gatan Dam



(i) **阻柱**の役割は殆ど射流の方向を變へるに止まり, 運動の勢力を殺す事は極めて微々たるものである[12]. 之を用ひた好例としてはパナマ運河の Gatun Dam がある(圖-19)[13]. 此の堰堤に於ては落差約 75 ft. を 140,000 ft³/sec の流量が溢流するのであるが, 水平な水叩に達した射流は阻柱の垂直面に衝突して垂直に跳ね上り, 其の高さは殆ど堰堤の上流水面の高さにまで達したと報ぜられてゐる. 從つて此の場合阻柱の役割は, 射流の勢力を直接殺す事では

* 前川, Einwachter の論文 脚註(11).

12) 本間仁: "阻柱に關する試驗", 內務省土木試驗所報告, 第 24 號.

13) Trans. A.S.C.E. Vol. 93, 1929. p. 487. E.N.R., Nov. 11, 1926, p. 800.

なくして寧ろ之を一度空中に飛散せしめ集中した勢力をより廣く分布せしめるといふにある[4].

(ii) 歯型堰は，之も之のみによつて射流の勢力を殺す事は到底望まれない．併し跳水現象に併用する時は，此の跳水の長さを幾分短縮し且之を變化少く保持する事が出來る．而して之の直後に底部渦を作つて小規模な逆流を生ぜしめるために流速の大なる水脈をして水の表面へと方向を變へ且つ水叩先端の洗掘を防止する．

尙ほ Madden Dam の實驗によれば歯型の切缺けをやめて上流側を全部垂直面にしても大體前者と同樣の効果があるが，此の場合には高さが前者よりも小さくて充分である．併し此の場合には水表面には水が沸き上り非常に變動が大である．從つて歯型堰は水流の變動を少くし安定ならしめるのに効果的である事が報ぜられてゐる[4]．

(iii) deflector は之のみによつて射流の勢力を殺す事は勿論期待されない．之は元來流速の大きい水脈が河床に直接沿はない樣に之を跳ね上げる事が主要目的である．其の結果之の直下流には底部渦が生じて逆流が生ずるために水叩先端の洗掘が防止されるといふ副産物が存在する．

deflector の作用は此の樣なものであるから跳水現象を强制的に現出せしめるといふ事は殆んど望めず，跳水については僅かにその長さを短縮せしめる傾向のある事と之を確保する傾向のある事位がその働きである．

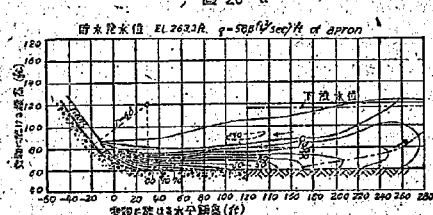
Randolph は Madden Dam の實驗に於て* deflector の高さは最大溢流深の1/5，又角度は 1:3 といふ標準を作つたが，下流水深の如何によつて底を這ふ水脈が變化するものであり，又跳ね上げられた水流の狀況も下流の水深によつて異るものであるから，確實を期するには模型實驗により洗掘が堰體から最も遠く離れる樣に形狀を定むべきである．

〔3〕勢力殺消法としての跳水

以上，阻柱，歯型堰，deflector，孰れも本質的には流水の勢力を殺すものではなくして，勢力は跳水によつて決定的に殺されるものである．從つて發勢の工作に當つては專ら跳水を利用する樣心掛けねばならない．

跳水は與へられた射流水深 h_0 に對應せる所の，(26) 式によつて與へられる水深 h_2 が下流水深として得られる時にのみ生ずるものであつて，下流水深が之より大となれば跳水は溺れるに至り跳水としての有効さは全く無くなる．目下筆者が臺灣のある堰堤の餘水吐きに關して行つてゐる實驗によれば，底を這ふ水脈のの流速は丁度跳水が起る下流水深の場合に最小にして，その前後では孰れも大きくなつてゐる．此の事は下流の水深が大きい程射流の勢力が良く死に河床の洗掘には安全であるといふ常識とは全く反對である．此の樣に下流の水深が跳水を生ぜしめる限界水深より大なる時に底を這ふ水脈の流速が跳水の場合よりも大となるといふ現象は Randolph の實驗** に於ても現はれてゐる．

圖-20 a



14) E.W. Lane & W.F. Bingham: "Protection Against Scour Below Overfall Dams," E.N.R. Vol. 114, 1935, p. 375.

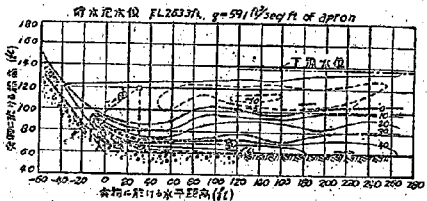
4) R.R. Randolph: "Hydraulic Tests on The Spillway of The Madden Dam," Trans. A.S.C.E. Vol. 103, 1928, p. 1082.

* 前出脚註(4). p. 1091.

** 前出脚註(4)

(圖-20). 圖-20, a は丁度跳水の起つてゐる時の等流速線で，圖-20, b は之よりも下流水深を大きくした場合の等流速線である．之を比較してみても分る様に，前者に於ては堰のつけ根から 160 ft 隔れた所で既に最大流速位置が底から隔れ始め，260 ft の所では流速は約 10 ft/sec に減少して來てゐるのに反し，後者に於ては 260 ft の個所に於ても尙ほ依然として最大流速が底を這ひ，その大さは約 40 ft/sec である．

圖-20 b



從つて下流水深が丁度跳水を生ぜしめる水深よりも大なる時は，斜面に沿つて入つて來る射流は餘り水を攪亂せしめる事なく，そのまま底部まで浸入し，氣泡を作つて持込む事も少いので水どうしの摩擦に因る勞力損失も餘り有効ならず，流速の大なる水脈がそのまゝ底に沿つて流れるのである．

此の事からして下流水深は必ず跳水の限界水深たる事を必要とし，もし之より大なる場合には寧ろ下流の底を上げる事が必要となる．

一方射流水深は溢流する水量によつて異るものであり，從つて之に對應する跳水限界水深も異つて來るのに反し，下流の水深其れ自體は又別な下流の條件に從つて定まつて來るものであるから，最大溢流量について跳水する様に水平水叩を設計しても，之より小なる他の流量の場合にも常に跳水するとは限らない．そこで溢流量の總ての場合について丁度跳水を生ぜしめる事が最も望ましく，そのためには如何にすればよいかといふ問題が起る．之に對しては次の方法が考へられる．下流流路に於ける流量水位曲線は特有のものであるから，先づ之を作つておき，之が丁度跳水の限界水深となる様に堤脚末端に於ける射流水深を定め，その様な射流水深が現出する様に

（1）堰堤の溢流幅を變へる事

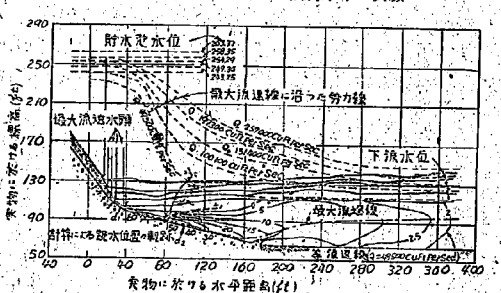
（2）或は又溢流頂に於ける門扉を適當に操作する事

である．併し又之とは全く別な考へ方で溢流量の變化に應じて水平水叩の高さを變へる代りといふ意味で，

（3）傾斜した水叩

も考へられる．之を實行した例に Panama 運河の Madden Dam がある(圖-21)．之に關する Randolph の實驗によれば* その傾斜は 1:4 が最大で，許す限り緩なる方がよいと報ぜられてゐる．

圖-21　Madden Dam の傾斜水叩の實驗



堰堤堰堤に於ては豫め模型實驗により下流の洗掘される形を求め，之に近く河床を掘下げてプールとしてゐるが，之も見方を變へれば傾斜した水叩を作つて河床を掘下げ跳水に必要なる水深を保持したといふ事にもなる．

〔4〕 下流水位と跳水水位との相對關係に於ける水叩の設計方針

以上の如くに射流の餘剩勞力を殺すには跳水を利用する事が最も適當である．然るに或る高さの水平水叩上に

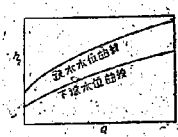
* 前記脚註(4)

於て，或る射流に對して跳水を生ぜしむべき下流水深は，實際の下流水深と全く異るのが一般である．そこで各流量につき跳水水深（ある射流に對し，之に跳水を生ぜしめる下流水深を此の様に呼ぶ事とする）と下流水深（下流の條件によつて定まる實際の水深）との相對關係によつて餘剩勢力の發散に對してとるべき方法が變つて來るのである．

如何なる流量についても之等の兩水深をして全く一致せしめる爲めには，前項に述べた様に a) 溢流幅の加減 b) 門扉操作の調整，c) 傾斜水叩，等の方法が考へられるが，此の中前二者は貯水池ご位，又は門扉故障等のため不都合が多く，最後の者が最も有望なるものと考へる．併し此の方法も下流水位と跳水水位との相對關係によつて其の用ひ方が異るべきものであるから，次に兩水位の相對關係に應じて考察を進めよう．

（i）**下流水位が跳水水位よりも常に低い場合．**

圖-22

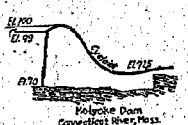


此の場合は圖-22 に示す如き場合である．此の場合には水叩水平部には射流が存在し，水平水叩が何所までも長く續いてゐるものとすれば射流はその上で摩擦損失を生じつゝ極めて徐々に水深を增加し，遂に水深が下流水深に對應する跳水水深になつた所で始めて跳水を起すであらう．而してその跳水に至るまでの長さは跳水水深と下流水深との差の大なる程大となり，而も下流水深の小なる變動に對して極めて大きく變動する．從つて此の場合には下流水深を變へて跳水を起す様にするか，或は又全く別に射流そのものを遠くへ飛散せしめるか等の方法が考へられる．

（1）**副堰堤により下流水位を上げる方法**

此の場合の副堰堤の高さは近似的に，圖-1 の E に於ける射流水深に對應する跳水水深を保持し而も流量 q が此の堰を越して流れる（完全溢流か又は潛溢流）丈の高さを求むればよい．而して圖-1 の B より副堰堤までの（水叩の）長さ L は，之も近似的ではあるが(19)式に依つて求めたらよからうと思ふ．此の設計は最大流量について行へば充分と考へる．

圖-23 Junction Dam



但し此の場合には流水が副堰堤を越した後にも勢力が殘るから之に對して更に又保護工が必要となる．

此の例として Junction Dam,* Martin Dam** がある．

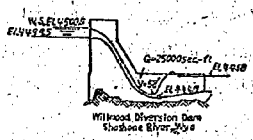
（2）**水叩部を掘下げて下流水深を得る方法**

之は前の水位を上げて跳水水深を得んとするに對し，河床を局部的に下げて跳水水深を作り出さうとするものであつて，之の設計法は前者に準據すればよい．

此の場合にも流量の最大について設計すれば充分であらう．

之の例としては Willwood Dam[15] がある．

圖-24 (a) Willwood Dam



（3）**阻柱にて飛散分布せしめる方法**

之は射流を阻柱に衝突せしめて空中に飛散せしめ，再び落下して來る時の勢力を水面に分布せしめようとする方法である．射流を直接阻柱に衝突せしめるために阻柱に構造强度上の難點があり，而も飛散した水は分布するとはいへ落水の時は堰堤を流下した時と殆ど同一の運動の勢力をもつのであるから此の方法は決

*, ** 前記脚註14), p. 375.

15) Ivan E. Houk: "New Design Features in Willwood Diversion Dam," E.N.R. Vol. 99, No. 17, Oct. 27, 1927, p. 660~664.

して良策とはいへない．只勢力減消の爲めに下流に充分の場所が得られない場合には之も一方法であらう．而して此の場合の水叩の長さ，叩柱の位置，形狀，大きさは實驗により決定する事が適當と考へる．

此の例としては Gatun Dam がある．

（4） 射流水脈を遠方へ飛ばす方法

下流に於ける跳水水深を得るのに副堰堤を築造したり河床を掘下げる事が經濟的又は技術的に困難なる場合には，射流水脈を堤體より遠方へ飛ばす事も一方法である．此の場合には飛ばされた水による洗掘が堤體から最も遠くで起る樣に水平水叩の長さ，deflector の角度及び高さを定むべきであるが，現在に於ては之を定むべき一般的方法が確立しておらぬ狀態なる故，實驗によつて求むべきであらう．

之の例としては水豐堰堤，Bull Run Dam* があり，實驗中間報告[16]によれば松花江堰堤に於ても此の方法が考へられてゐる．

又 deflector を凹形の曲線とした例としては Holyoke Dam,** Conowingo Dam,[17] Safe Harbor Dam*** がある．

圖-24 (b)

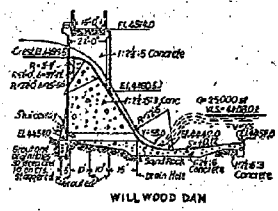


圖-25 Gatun Dam

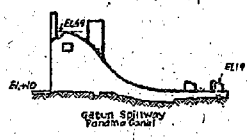


圖-26 Bull Run Dam

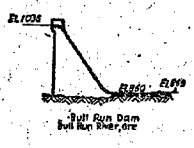


圖-27 Holyoke Dam

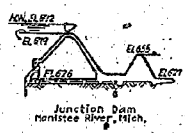


圖-28 Conowingo Dam

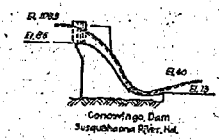


圖-29 Safe Harbor Dam

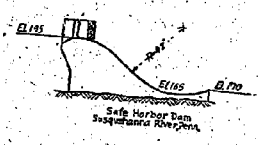
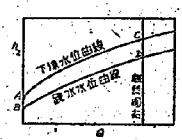


圖-30



（ii） 下流水位が跳水水位よりも常に高い場合

之は圖-1 に於て，E に於ける射流水深に對應する跳水水位が自然の下流水位よりも總ての流量について低いといふ場合である．此の場合には下流の水位は常に跳水を生ぜしむべき水位以上にあるのであるから一見安全の樣ではあるが實は決してさうではない．何となれば前項に於ても述べた樣に，此の場合には堰堤の溢流面を流下する射流は (1:0.8 等の) 急傾斜を以て飛び込む事となり，その結果所謂跳水現象が起らず，河底に沿つて流速

16) 水力電氣建設局工務所：”堰堤水理試驗中間報告”
* Trans. A.S.C.E. Vol. 93, 1929, p. 487.
** 前記脚註(14), p. 374.
17) L. N. Reeve: “Erosion Below Conowingo Dam Proves Value of Model Tests,” E.N.R., Vol. 108, Jan. 28, 1932, p. 126.
*** 前記脚註(14), p. 374.

の大なる水脈がかなり遠くまで續くからである.

(1) 水平の叩に依る方法

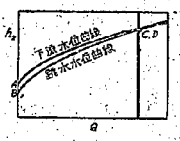
從つて此の場合水平水叩を使用せんとするならば, その末端には必ず deflector の類を設けて流速の大なる水脈を河床から離すべきである. 此の樣な場合の水理は未だ解明されておらぬ狀態であるから, 下流河床の洗掘が堤體から最も遠くに於て起る樣に水叩の長さ及び deflector の角度及び高さを實驗によつて定めるのが至當である.

併し一面, 此の場合の下流水深は深過ぎるのであるから圖-30 に於て B が A に一致する如くに試算によつて水平水叩きの高さを定め, その時の跳水水位曲線が下流水位曲線に略々一致するならば, 其の樣に水叩の高さを上げる事とし, その長さを計畫流量の場合につき(10)式によつて定めるのも一方法である.

併し B を A に一致せしめても尙ほ且つ他の部分に於て跳水水位曲線が下流水位曲線に對して著しく下に來る場合には矢張り模型實驗に依るのが至當である.

又計畫の流量に對し, D をして C に一致せしめる樣に水叩の面を上げた時に, 他の流量に對する跳水水位が總て下流水位の下に來る樣な場合 (圖-31 參照) には, 流量の小なる場合に完全なる跳水を生ぜず, その結果として流速の速い水脈が水叩上を這ふ恐があつても, 流量の小さい丈に安全と考へられる. 從つて此の場合にも前の場合と同じく最大流量の場合について表面渦の長さ l_w を計算し之を以て水平水叩の長さとして充分であると考へる.

圖-31



今其の樣な長さ l_w が, 水平水叩上面から堰堤の溢流頂までの高さ D に對して如何なる割合となるべきかを高堰堤につき概算すれば次の如くである.

l_w の式として Safranez に從ひ (15) 式を用ひれば

$$l_w = 1.9\, v_0 \sqrt{h_0}$$

但し v_0, h_0 は夫々 圖-1 の E に於ける落下水脈の流速及び水深である. そこで溢流水深を h とし落下水脈の摩擦損失を(3)式にて表はせば, v_0 は

$$v_0 = \sqrt{2g\left(1-C\frac{D}{h}\right)(D+h-h_0)}$$

となる. 此の式中 h_0 は高堰堤では D に比して小であるから之を無視し, 單位流量は溢流の後も變らないものとし $q = v_0 h_0$ なる事を考慮すれば l_w は

$$l_w = 1.9 \sqrt[4]{2g\left(1-C\frac{d}{h}\right)(D+h)}\sqrt{q}$$

然るに q は

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{KBh^{\frac{3}{2}}}{B} = Kh^{\frac{3}{2}}$$

であるから

$$\frac{l_w}{D} = 1.9\sqrt{K}\sqrt[4]{2g}\sqrt[4]{\left(1-C\frac{D}{h}\right)\left(1+\frac{h}{D}\right)\left(\frac{h}{D}\right)^3}$$

となる. 然るに $C\frac{D}{h}$ 及び $\frac{h}{D}$ は 1 に比して小であるから近似的に

$$\frac{l_w}{D}=1.9\sqrt{2K^2g}\left(1-\frac{C}{4}\frac{D}{h}\right)\left(1+\frac{1}{4}\frac{h}{D}\right)\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{30}$$

と表はす事が出来る．然るに上式中

$$\left(1-\frac{C}{4}\frac{D}{h}\right)\left(1+\frac{1}{4}\frac{h}{D}\right)=1+\frac{1}{4}\left(\frac{h}{D}-\frac{CD}{h}\right)-\frac{C}{16}$$

を見るに，Cは0.02の程度であり，$\frac{h}{D}$は0.2の程度であるから，$\frac{1}{4}\left(\frac{h}{D}-\frac{CD}{h}\right)$は0.025の程度となり，$\frac{C}{16}$は0.001の程度となる從つて之等を1に比して無視すれば

$$\frac{l_w}{D}=1.9\sqrt{2K^2g}\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{31}$$

となる．從つて$\frac{l_w}{D}$は溢流水脈の摩擦係數Cには殆んど無關係となる．

今 $g=9.8$ m/sec², 溢流係數 $K=2.0$ とすれば l_w の式は結局大體次の如くになる．

$$\frac{l_w}{D}=5.6\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{32}$$

所で此の l_w は圖-1 に於て l に相當すべきものであるが，圖-1 の B の附近に於ける遷移部の勾配は既にかなり緩になつてゐる事と水叩の先端にはデフレクター等の先端部を設けて跳水を多少とも助成し，之を確保し，且つ EF に沿ふ流束を跳ね上げて河床から分離せしめる事を考慮すれば，上記の l_w を以て水叩の長さ L として差支へないものと考へる．從つて $\frac{L}{D}$ は近似的に

$$\frac{L}{D}=5.6\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{33}$$

として表はす事が出來よう．玆に

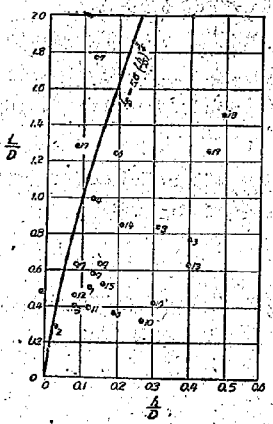
L = 水平水叩の長さ(圖-1 參照)

h = 計畫溢流水深

D = 水平水叩上面より溢流頂までの高さ(圖-4 參照)

今 D が約 20 m 以上の種々なる堰堤について $\frac{h}{D}$, $\frac{L}{D}$ を調べれば表-6 の如くである．尙ほ之等の堰堤は計畫溢流量の場合に丁度跳水する樣に水叩の高さが定められてゐるわけではないが，參考までに (30) 式との比較をすれば圖-32 の如くである．

圖-32 h/D L/D



(2) 傾斜水叩による方法

次に考へられるのは傾斜水叩による方法である．此の方法は種々なる流量に應じて跳水を生ぜしめるのに水平水叩の高さを可動ならしめて (實際には之は不可能であるが) 調整する事の代りに，水叩を緩に傾斜せしめる事によつて跳水水位曲線をして下流水位曲線に一致せしめようとする方法である．

此の方法はアメリカにて屢々行はれ，之を行ひた例に Cle Elum Dam, Madden Dam 等がある．中でも代表的なものは Madden Dam で (圖-33)，之が實施に先立つてかなり深重なる水理模型實驗が行はれた．此の實驗を擔當した Randolph 氏* によれば，傾斜水叩始端の堰堤への取付けの高さを高くする事によつて跳水曲線

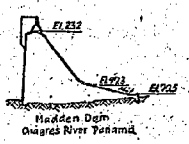
* R. R. Randolph の前記の實驗．脚註(4)

表-6

	堰堤名	$D(m)$	計畫溢流深 $h(m)$	水叩の長さ L	$\frac{h}{D}$	$\frac{L}{D}$	水叩下流端幅 溢流幅
1	志津川	26.263	3.09	12.787m	0.118	0.49	0.57
2	助延	44.844	1.21	36.00 尺	0.027	0.24	
3	寸又川	18.804	7.576	48.00 〃	0.403	0.77	0.93
4	野花南	19.70	2.606	18.03 m	0.132	0.92	0.75
5	下山	55.50	4.50	23.50 〃	0.081	0.42	0.50
6	大淀川第二	28.79	5.45	(荷) 10.58 35.53 〃	0.189	1.24 0.36	0.42
7	梵字川	34.239	4.30	65 尺 200	0.126	0.58 1.77	0.47
8	笠置	25.00	7.80	21.00 m	0.312	0.84	0.42
9	大井	42.57	6.36	27.00 〃	0.149	0.63	0.89
10	落合	22.73	6.06	7.37 〃	0.267	0.32	1.23
11	和山	57.00	6.70	22.00 〃	0.118	0.39	0.48
12	千頭	59.82	4.637	27.27 〃	0.078	0.46	0.90
13	西平	19.82	8.00	12.49 〃	0.404	0.63	
14	泰阜	34.50	7.35	29.40 〃	0.213	0.85	0.56
15	小屋平	40.90	6.50	21.50 〃	0.159	0.52	0.73
16	由須原	19.39	5.76	8.22 〃	0.297	0.42	1.08
17	塚原	70.00	5.90	89.32 44.32 〃	0.084	1.28 0.63	0.86
18	鹿ノ瀬	18.67	9.09	27.53 〃	0.487	1.46	0.77
19	豐實	20.30	9.09	25.55 〃	0.448	1.26	0.52

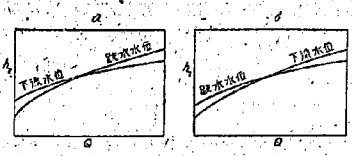
を上げる事が出來，水叩の傾斜を變へる事によつて跳水曲線の傾きを變へる事が出來る．此の樣にして跳水水位曲線をして全く下流水位曲線に一致せしめる事が出來るわけである．而して尙ほ彼は跳水をして効果的に起させる水叩の傾きの最大限は約1:4であらうといふ事を實驗的に主張してゐる．

圖-33 Madden



此の方法，乃至は之を更に變形して水叩に或る種の曲線形をもたせるといふ方法は確かに良い方法の一つであると考へるが，勾配及び之の移り變りに於ける跳水現象の水理が未だ解明されておらぬので，今の所之の設計法に一般的方式を與へる事は困難である．併し此の方法は確かに良い方法であると考へられるから之を實施せんとする場合には水理實驗により諸要素を決定する事が必要であると考へる．

圖-34



(iii) 其の他の場合

以上は下流水位曲線と跳水水位曲線とがかなり明らかに分離してゐる場合を考へたのであるが，實際の多くの場合には之等の兩曲線が途中で交はる事になるであらう(圖-34 a, b)．

此の場合にも交り方として，流量の大なる部分で跳水水位曲線が下流水位曲線の上に來る場合と下に來る場合の二通りが存在し，又その交點も流量の大さの種々なる場所に存在し得る筈である．從つてかかる場合には兩曲線の交り方に應じて工法が變り，前記の二つの場合に述べた

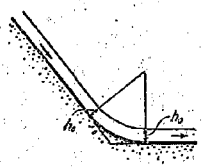
様な方法を適宜に變形，組合せて水叩を設計すべきである．

〔5〕 附記——水叩の取付半徑

最後に附記として水叩の取付半徑について考へてみるに，此の部分に於ける水脈の厚さに比して取附半徑が小なる時は溢流水脈は水叩の堤體への取附部に對して異常なる衝撃を與へる事となり，又一方跳水現象に關しても水脈の入射角が大となる可能性を生じ，跳水の始端が水平水叩の始端以下にあらざる限り有効なる跳水を生ぜしめる事が困難となる．此の意味に於て取付半徑は或る程度に大なる事を必要とする．

今遷移部に於ては水脈が現はれてゐるものとすれば，その水脈の厚さは遷移部の始端と末端との落差に相當して末端に於て小となる傾向を有するが，その一方勾配が急激に水平に移り變るために厚さは大となる傾向を有す．そこで今は之等の二性質が組合はされた結果遷移部に於ける水脈の厚さは近似的に變らないものとし，之を h_0 とする．

圖-35



取附半徑 r は上述の意味に於て此の水脈の厚さの相當倍數を有せしめる事とし，之を n とする．即ち半徑として

$$r = nh_0$$

のものを使用するとすれば，

$$h_0 = \frac{q}{v_0} = \frac{Kh^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2g\left(1-C\frac{D}{h}\right)(D+h)}}$$

であるから，

$$\frac{r}{D} = \frac{nK}{\sqrt{2g}}\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}}\left\{\left(1-C\frac{D}{h}\right)\left(1+\frac{h}{D}\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

となる．然るに $\left\{\left(1-C\frac{D}{h}\right)\left(1+\frac{h}{D}\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}$ は殆んど1に近いから之を近似的に1とすれば，

$$\frac{r}{D} = \frac{nK}{\sqrt{2g}}\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}}$$

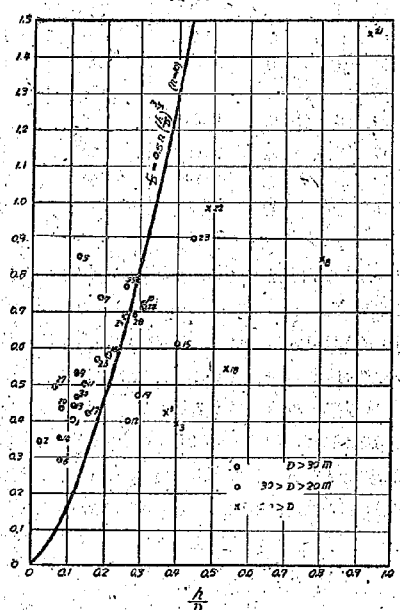
となる．今溢流係數 K を 2.0 とし，$g=9.8\ \mathrm{m/sec^2}$ とすれば，近似的に

$$\frac{r}{D} = 0.5\,n\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (34)$$

となる．

そこで上式に於て取附半徑を遷移部水脈の厚さの10倍にとる事とすれば

圖-36



$$\frac{r}{D} = 5\left(\frac{h}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (35)$$

となる．玆に h は計畫溢流水深で D は水叩上面より溢流頂までの高さである．

實際に種々なる堰に於ける $\frac{h}{D}$ と $\frac{r}{D}$ とを調べてみれば表-7 の如くで，之等を堰の高さ D（水平水叩面から溢流頂までの高さ）について分類し(32)式と比較したものが圖-36 である．之によれば，取附半徑が遷移部の水脈の厚さの10倍である曲線は，大體に於て，現在行はれてゐる高さ約30 m 以上の高堰堤の下限に當ふてゐ

表-1

	堰堤名	D (m)	取付半徑 r	計畫溢流深 h(m)	$\frac{h}{D}$	$\frac{r}{D}$
1	志津川	26.263	10.606 m.	3.09	0.118	0.40
2	助延	44.844	50.00 尺	1.21	0.027	0.34
3	寸又川	18.804	24.20 〃	7.576	0.403	0.39
4	大井川	17.574	24.14 〃	6.60	0.376	0.42
5	野花南	19.7	16.70 m	2.606	0.132	0.85
6	下山	55.50	16.00 〃	4.50	0.081	0.29
7	大淀川第二	28.79	21.212 〃	5.45	0.189	0.74
8	水ケ瀞	9.393	26.00 尺	7.57	0.805	0.84
9	梵字川	34.239	60.00 〃	4.30	0.126	0.53
10	笠岱	25.00	18.00 m	7.80	0.312	0.72
11	大井	42.57	21.21 〃	6.36	0.149	0.50
12	落合	22.73	9.09 〃	6.06	0.267	0.40
13	和山	57.00	25.00 〃	6.70	0.118	0.44
14	千頭	59.82	21.21 〃	4.637	0.078	0.35
15	西平	19.82	12.00 〃	8.00	0.404	0.61
16	泰阜	34.50	20.00 〃	7.35	0.213	0.58
17	小屋平	40.90	17.00 〃	6.50	0.159	0.42
18	猫又	11.10	6.00 〃	6.00	0.541	0.54
19	山須原	19.39	9.09 〃	5.76	0.297	0.47
20	探原	70.00	30.00 〃	5.90	0.084	0.43
21	川邊	8.20	12.00 〃	7.70	0.939	1.46
22	鹿ノ瀬	18.67	18.18 〃	9.09	0.487	0.98
23	豐實	20.30	18.18 〃	9.09	0.448	0.90
24	君山	14.0	10.0 〃	4.37	0.312	0.71
25	嚴松	26.7	20.5 〃	6.96	0.261	0.77
26	小原	44.0	25.0 〃	8.00	0.182	0.57
27	燒川	30.4	15.0 〃	2.00	0.066	0.49
28	津賀	29.5	20.0 〃	8.50	0.288	0.69
29	宮下	36.5	25.0 〃	9.40	0.258	0.69
30	松花江	64.5	30.0 〃	8.00	0.124	0.47

る事が解り，又高さが 20 m 乃至 30 m のものの略々中間を行つてゐる事が解る．

VII. 結　　言

以上に於て，水叩を設計するに當つての方針を一應考察したのであるが，その結果として今後に殘される問題は次の如きものであらう．

今までの內外に於ける種々なる實驗研究によれば，勢力減消法としては跳水が決定的で，Zahnschwelle や defector は之を助成且つ安定的に維持し，同時に水叩直下流部を保護するための第二義的補助手段である．跳水

は此の様に最も望ましき手段なるにも拘はらず，流量と跳水水深とは一對一の對應をなし，下流水深がこの跳水水深より大に過ぎても小に過ぎても不可であり，その水路に特有の下流水深とは全く無關係であるといふ難點が存在する．そこですべての流量に對して常に跳水を起させるには如何なる工法をとるべきかといふ問題が起る．

此の問題の解決法の一つとしては前章にも述べた様に傾斜水叩も良き方法の一つであらう．併しその外に未だ對策を考へてみる必要がある．

傾斜水叩とじても，その水理が未だ解明されてゐないのでその一般設計法を示す事が出來ない．之も今後解決さるべきものの一つであらう．

又下流水深が跳水に必要な水深以上である場合には，底に沿つて速い流速をもつ激しが生ずる事は今までの實驗によつて知られるが，果して此の時の水理は如何なるものであらうか．極端にいへば潛堰の理如何．

又 deflectot については各問題毎に個々に實驗的に研究されてゐるのではあるが，之の勾配，高さについての一般的決定法も今後解決さるべき問題である．

下流水位の低過ぎる場合には地盤を掘鑿又は副堰堤等を築造する事は經費を要するので，射流水脈を deflector により遠方へ放飛せしめるといふ方法が屢々用ひられるが，之の一般的決定法如何といふ問題も今後に殘る．斯くの如く，水叩については之を使用する場合の大體の方針は求められたのであるが，今後は上記の如き諸問題に向つて尙一層の量的研究が必要である事を痛切に感ずる次第である．(2603. 5. 21).