土木研究所報告

第七十九號

MARCH 1950

關門海峽附近の地質
現場に於けるコンクリート曲ゲ強度の簡易試驗方法に就て
商工省機械試驗所自動車試驗道路の設計報告
路盤の靜力學的耐力に關する實驗的研究
物部川筋の山地崩壞について（山地の崩壞性と地質との關連性）
大型載荷試驗による路盤の破壞並に耐力に關する土質力學的研究
漂砂に關する研究（1）
漂砂に關する研究（2）
萬年橋の振動測定について

昭和二十五年三月

建設省土木研究所

報告第七十九號正誤表

關門海峽附近の地質

頁	行	誤	正
(1)	上より 9	性狀を，正しく	性狀を正しく
(1)	〃 12	であり	であり又
(2)	〃 14	本報告	本文報告
(3)	〃 3	NE–SWW 方向	NE–SW 方向

(4)表—1 中下より 9 行目を下の如く訂正する

地塊 Ⅶ	地塊 Ⅴ	地塊 Ⅳ
赭色珪岩 100	赭色珪石 50～200	赭色珪岩 0～50
砂岩・粘板岩 300 輝綠・疑灰岩 0～100	(砂岩・粘板岩)	砂岩・粘板岩 350～400

地塊 Ⅲ	地塊 Ⅱ	地塊 Ⅰ
赭色珪岩 0～50	赭色珪岩 0～50 石灰岩 0～30	赭色珪岩 0～50
砂岩・粘板岩250～300	砂岩・粘板岩 300～400	砂岩・粘板岩 400

(4)	表—1 下カラ 4 (地塊Ⅶ)	輝綠疑灰岩 330～↓	輝綠疑灰岩 300～↓
(4)	下カラ 3 (地塊Ⅴ)	(砂岩・粘板岩) ↑	(砂岩・粘板岩) ↓
(6)	表—2 下カラ21 (企救半島)	灰白砂岩	灰色砂岩
(6)	33	計 900～950 計	計 900～950 米
(7)	17	傾斜して，ゐる	傾斜してゐる
(10)	下カラ 2	3m,	3m
(17)	下カラ 3	N0°～30°N	No°～30°W
(18)	表—8 (岩石)	SE 70° ホルンフェルス SE 60。 粉岩	SE 70。 ホルンフェルス SE 60° 粉岩
19)	表—9 (岩石)	SE 60° ホルンフェルス SE 65° 粉岩	SE 60° ホルンフェルス SE 65° 粉岩

(20)	表—9 (岩石)	SE 70° NW80°	砂岩	ホルンフェルス	SE 70° NW80°	砂岩	ホルンフェルス

現場に於けるコンクリート曲げ強度の簡易試験方法に就て

頁	行又は箇所	誤	正
(1)	上より 7行目	諸言	緒言
(1)	〃 17	土木工業	土木工事
(1)	末行	セメント品質	セメントの品質
(2)	上より 2行目	したい要求	したいなど要求
(2)	〃 14 〃	$0.1860\sigma_t^{1.38}$	$0.186\sigma_t^{1.38}$
(2)	〃 17 〃	3.75σ	$3.57\sigma_t$
(3)	〃 4 〃	60 cm は	60 cm に
(3)	下より 2 〃	の打込み後	を打ち込んでから
(3)	〃 8 〃	スペイゲング	スペイヂング
(5)	上より 5 〃	距雛	距離
(5)	〃 17 〃	0,1 kg/cm²	0.1 kg/cm²
(6)	〃 9 〃	10 m×75 cm	10 cm×75 cm
(6)	〃 10 〃	高 38 cm	高 30 cm
(6)	圖—1及圖—2	兩圖の右端小圖を左右入れ換へ，圖—2の大圖を上下轉倒す	
(7)	上より 18行目	標準試供体	標準供試体
(8)	表—1 中3行目	1：3：46	1：3：6
(9)	中央數式 (1) 中	$0.186\sigma_t^{1}z^{38}$	$0.186\sigma_t z^{1.38}$
(9)	〃 (2) 中	3.57	$3.57\sigma_t$
(10)	下より 8行目	粗材材	粗骨材
(11)	〃 2行目	判定	制定

商工省機械試験所自動車試験道路の設計報告

其の2 曲線部の設計

頁	行	誤	正
(3)	上より 11	おくれたという面では	おくれたという一面では
(3)	下より 18	且つその間に車輪は	且つその間車輪は
(3)	下より 12	目動車	自動車
(3)	下より 9	ε 軸	ε 軸

(4)	下より 9	$\alpha t<0.1$ rad. $\varphi<0.7$ rad	$\alpha t<0.1$ rad., $\varphi<0.7$rad.
(8)	(23) 式	$a\fallingdotseq\frac{b}{:(\cdots\cdots\cdots\cdots)}$	$a\fallingdotseq\frac{b}{2(\cdots\cdots\cdots\cdots)}$
(9)	上より 6	(30) 式よ	(30) 式より
(9)	(33) 式	$p'_{max}=\left(\frac{3v^3}{a^2}\cos 2\theta\right)_{=}=$	$p'_{max}=\left(\frac{3v^3}{a^2}\cos 2\theta\right)_{\theta=0}=$
(9)	(34) 式中	$\left(\frac{\cos}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}}+\cdots\right.$	$\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}}+\cdots\right.$
(9)	(37) 式中	$\cos^{-1}\left(e^{-\frac{lC}{v}}\varphi_R\right)$	$\cos^{-1}\left(e^{-\frac{lC}{v}}\cdot\varphi_B\right)$
(10)	上より 2	操向角速度	轉向角速度
(10)	上より 3	操向角速度	轉向角速度
(10)	(39) 式中	$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{=}$	$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{\theta=0}$
(11)	上より 9	操向角速度	轉向角速度
(11)	下より 4	i_{mx}	i_{max}
(14)	上より 2 の式中	$\frac{28.35}{R_a}$	$\frac{28.35}{R_m}$
(14)	下より 6	片勾配が %にも…	片勾配が 26% にも
(15)	表—2 中	C_{max} (rad/sec)	C_{max} (rad/sec)
(16)	上より 4 の式中	$\sqrt{\sin\frac{1}{3}\varphi_B\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi_B}$	$\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi_B}$
(16)	上より 5 の式中	$2\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}$	$3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}$
(16)	上より 6 の式中	$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\varphi=\varphi_B}$	$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{\varphi=\varphi_B}$
(16)	表—3 中	φ_B (m)	ρ_B (m)
(17)	圖—9, ρ_B のスケール	1.8	68
(17)	圖—9 中	p'_{ms}	p'_{max}
(18)	下より 6	$p'_{max}=1.0$m/sec	$p'_{max}=1.0$m/sec^3
(18)	下より 1	$p'_{max}=10$	$p'_{max}=1$
(22)	下より 3	緩和線布設法	緩和曲線布設法
(23)	上より 8	鹽田晴治	鹽田晴二

路盤の靜力學的耐力に關する實驗的研究

頁	行	誤	正
(1)	下より 3	考慮した法 $E-q$, 法	考慮した $E-q$, 法
(4)	上より 9	P と Δx との…	P と $\Delta\cdot x$ との…

(5)	上より 14	敷並べ。其の…	敷並べ，其の…
(7)	下より 12 (2)式	$\left(\frac{dp}{ad}\right)_{r=,}=\cdots$	$\left(\frac{dp}{dd}\right)_{p=0}=\cdots$
(8)	上より 4 (9)式中	$\frac{p_b}{n}\}\cdots\cdots$	$\frac{p_b}{p}\}\cdots\cdots$
(10)	上より 3 下圖	圖—7	圖—8
(10)	仝 上	圖—8	圖—7
(11)	上より 15	Housel の式と關係は	Housel の式との關係は…
(11)	上より 20	k' の値…	k_1 の値…
(16)		圖—16	圖—17
(16)		圖—17	圖—16
(16)	下より 8	不確度的	不確定的
(16)	下より 5	其の內	其の間
(16)	下より 4	遭遇し公私共	遭遇し，公私共
(16)	下より 1	次第である，	次第である。

物部川筋の山地崩壞について

頁	行	誤	正
(1)	1, 2, 8	崩壞	崩壞
(2)	1	德島縣の	德島縣側の
(2)	12	地塊運動に	地塊運動にも
(2)	16	河段丘	河成段丘
(2)	21	夾んで	挾んで
(2)	27	全盤	全般
(2)	28	夾んで	挾んで
(3)	1	夾み	挾み
(3)	24	崩壞	崩壞
(4)	31	此處で	此處では
(4)	31 及 32	崩壞	崩壞

大型載荷試驗による路盤の破壞竝に耐力に關する土質力學的研究

頁	行	誤	正
(2)	上より 19	放射狀のみを見られ	放射狀のみ見られ
(3)	圖—2(a) 說明	(ac) (ac)	(a'c) (ac)
(3)	上より 4	(aD)	(ac)

(3)	中央の表の中	龜裂の距離（小環）	龜裂との距離（小環）
(4)	圖—4 (b) 中	0—15	30—15
(4)	上より 4	場合龜裂の……	場合，龜裂の……
(5)	圖—6 中	ヲイ	イ
(5)	全 上	イロハ	イロハ
(7)	表—2 $k\cdot E=1000$ の列	6.1 6.6 6.4	6.6 6.4 6.1
(8)	表—3 ② θ_2 の列	19°41′	39°41′
(11)	上より 3	ν＝ポアソン比	ν_1＝ポアソン比
(12)	上より 4	$\omega_1=\dfrac{4p(1-\nu_1^2)\gamma}{\pi E}\left\{\cdots\cdots(4)\right.$	$\omega_1=\dfrac{4p(1-\nu_1^2)\gamma}{\pi E}\left\{\cdots\cdots\right\}\cdots(4)$
(12)	上より 6，(5)式中	$\dfrac{\gamma z}{\pi E}\left[\cdots\cdots\right]$	$\dfrac{\gamma z}{\pi E}\left[\cdots\cdots\right]$
(12)	(7) 式	$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[(1+\nu_1)z^2\right.$ $\left\{\dfrac{1}{\sqrt{(\gamma\cos\varphi-\sqrt{a^2-\gamma^2\cos^2\varphi})+z^2}}\right.$ $\left.\left.-\cdots\cdots\right\}+2(1-\nu_1^2)\left\{\cdots\cdots\right\}\right]d\varphi$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[(1+\nu_1)z^2\right.$ $\left\{\dfrac{1}{\sqrt{(\gamma\cos\varphi-\sqrt{a^2-\gamma^2\sin^2\varphi})+z^2}}\right.$ $\left.\left.-\cdots\cdots\right\}+2(1-\nu_1^2)\left\{\cdots\cdots\right\}\right]d\varphi$
(12)	(9) 式	$\dfrac{b}{E}\left[(1+\nu_1)z^2\left\{\cdots\cdots+2(1-\nu^2)\right.\right.$ $\left.\left.\left\{\cdots\cdots\right\}\right]\right]$	$\dfrac{p}{E}\left[(1+\nu_1)z^2\left\{\cdots\cdots\right\}+2(1\right.$ $\left.-\nu^2)\left\{\cdots\cdots\right\}\right]$
(13)	上より 5	B, C, E は……	B, C, D は……
(13)	(11) 式	$\dfrac{1.5p}{\pi E}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cdots\cdots d\theta$	$\dfrac{1.5p}{\pi E}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cdots\cdots d\theta$
(13)	上より 14	$J\fallingdotseq\dfrac{4h}{3}(f_1+f_2+\cdots+f_9)+\dfrac{2h}{3}$ $(f_2+f_4+\cdots+f_8)+\dfrac{h}{3}(f_0+f_{10})$ $=\dfrac{\pi}{15}(f_1+f_2\cdots+f_9)+\dfrac{\pi}{30}(f_2+$ $f_2+\cdots+f_9)+\dfrac{\pi}{60}(f_0+f_{10})$	$J\fallingdotseq\dfrac{4h}{3}(f_1+f_3+\cdots+f_9)+\dfrac{2h}{3}(f_2$ $+f_4+\cdots+f_8)+\dfrac{h}{3}(f_0+f_{10})$ $=\dfrac{\pi}{15}(f_1+f_3+\cdots+f_9)+\dfrac{\pi}{30}(f_2$ $+f_4+\cdots+f_8)+\dfrac{\pi}{60}(f_0+f_{10})$
(13)	下より 4	$\dfrac{p}{\pi E}M$	$\dfrac{p}{\pi E}M$
(14)	上より 4	M, 4 2点の	M, A 2点の
(14)	下より 15	任意の鉛直應力	任意点の鉛直應力
(14)	下より 15	σz	σ_z
(14)	下より 13	σ/z	σ'_z
(14)	下より 9	$\cos\nu\varphi$	$\cos^2\varphi$
(14)	下より 5	非壓縮性	非壓縮性

(15)	上より 3	$M_1=0.5$	$\nu_1=0.5$
(16)	表—7 下より第1行	$\omega'=F$	ω'
(16)	上より 5	上層の力學的……	上層の構造の力學的……
(19)	上より 5	殆んびPと……	殆んどPと……
(19)	上より 13	決定すべ沈下量	決定すべき沈下量
(20)	表—8 砂の關第4行	1.16 0.16	0.56 1.16
(20)	表—8 混合土10第3行	0.09	0.11
(20)	仝 上 第4行	0.165	0.168
(21)	表—8	砂利層 15 cm	砂利厚 15 cm
(22)	表—10 第5列	碎 石 10	碎 石 15
		混合土 15	混合土 10
(22)	下より 8	鋪設	舖設
(24)		圖—24 (d)	圖—24 (g)
(24)		圖—24 (e)	圖—24 (d)
(24)		圖—24 (g)	圖—24 (e)
(28)	上より 7	砂，砂利55，砂利15.	砂，砂利5，砂利15,
(28)	下より 8	E の最大である……	E が最大である……
(28)	下より 6	(路床底面) との相對的…	(路床底面) と地表面との相對的……

漂砂に関する研究(1)

頁	行	誤	正
(1)	下より 5	知られてゐることから	知られてゐることがら
(2)	上より 2	素朴なるものは	素朴なものは
(2)	〃 7	微かでも	微小でも
(2)	〃 22	それには	それらは
(2)	(2)	6 th edtion	6 th edition
(3)	上より 13	これに	これらに
(4)	〃 7(9式中	$c=$	$c=$
(4)	〃 8	これより	これにより
(5)	表中上より 6,8	搖ぐ	搖らぐ
(5)	下より 1	周期	週期
(6)	上より 1	〃	〃
(6)	〃	數10秒	十數秒
(6)	表中		9の行を1行下げる
(6)	下より 13	前面に於ても全風	前面に於ても後面に於ても全風

(7)	上より 8	觀測された	觀測される
(8)	〃 5	畑の壁	畑の壘
(9)	〃 13	とこでは	ところでは
(9)	下より 12	ことに絕えず	ことによつて絕えず
(9)	〃 8	なつて考へる	して考へる
(9)	〃 2, 3	廣がり	擴がり
(10)	〃 6	と考へた	と彼は考へた
(11)	〃 2	法則の	法則性の
(13)	上より 1	風速を	風速と
(13)	〃 17	m, …sec, …km,	m, で…sec, で…km, で
(14)	〃 13 下より 4	併し	但し
(14)	〃 15	等高線	等深線
(14)	(25)	Erfahrungen Hafenbautechn	Erfahrungen Hafenbautechn
(15)	下より 8	のときは	のとき
(16)	上より 4	碎れ 意味は	碎け 意義は
(17)	上より 14	急緩な	急緩な
(17)	下より 2	保持するために	保持するのに
(18)	上より 12	ついて資料	ついての資料
(21)	上より 18	如くである	如くになつてある
(21)	下より 11	波頂角は	波頂角 α は
(21)	〃 7	樣である	樣に見える
(22)	〃 13	この外に岸	この外に岩
(23)	上より 15	に對する	に對應する
(23)	〃 19	波である	波であろう
(27)	〃 4	底勾配の	底勾配 i の
(27)	〃 7	殘り說明	殘り彼の說明だけでは說明
(27)	〃 10	一種の	一つの
(28)	〃 16	始め λ のに	始めの λ に
(29)	〃 1	傾向は	傾向が
(29)	下より 1	係數の	係數 ν の
(30)	上より 15	限度となる	限度とされる
(32)	上より 12, 15	波で	波にして
(32)	〃 12	の最大	の値が最大

漂砂に關する研究(2)

頁	行	誤	正
(1)	目次上より 8	周期	週期
(2)	上より 10	がねらいである	がこの實驗のねらいである
(4)	〃 1	周期	週期
(5)	〃 13		
(7)	下より 1.2		
(6)	表—6	表—6	表—5（つゞき）
(7)	下より 5	砕波	砕け波
(8)	表	表—7	表—6
		表—8	表—7
(8)	上より 2	表—7	表—6
(8)	下より 7	表—8	表—7
(9)	〃 1	〃	〃
(10)	(1)	139頁	133頁
(12)	下より 7	砕け波の勾配	砕け波の勾配
(14)	〃 17	砕けんとする時は	砕けんとする時に
(15)	上より 6	伴に	共に
(15)	〃 〃	時間經過	時間的經過
(15)	下より 13	陸方に	手前に
(18)	下より 1	表—6	表—5
(19)	上より 1	(即ち波の	(即ち波長の
(19)	〃	周期	週期
(20)	上より 8	波である，	波であり，
(21)	〃 5	遡上するが	遡上るが
(21)	下より 2	松井茂君，	松井茂君の努力の大きかつたことを記すとともに
(21)	〃 1	謝意を表する	感謝を捧げる

萬年橋の振動測定について

頁	行	誤	正
(2)	下から 13行目	起起拱部	起拱部
(5)	表—3 上から 7行目	(衝撃率の中) 30.0	80.0
(7)	表—5 上から 10行目	$(\delta-\delta_0$の中) 4.96	1.96
(8)	上から 15行目	(a) 拱軌伸縮を伴わぬ	(a) 拱軸伸縮を伴わぬ
(8)	下から 13行目	$I_c=99948220$ cm$_4$	$I_c=99948220$ cm^4
(8)	〃 11行目	$c_1=\dfrac{I_c-I_s}{I_c}=0.145135$	$c_1=\dfrac{I_c-I_s}{I_c}=-0.415135$
(8)	〃 7行目	$\alpha_{32}=\alpha_{23}=6465.031024$	$\alpha_{32}=\alpha_{23}=646565.031024$
(8)	〃 6行目	$\alpha_{33}=3276286.045294$	$\alpha_{33}=32760786.045294$
(8)	〃 4行目	$\omega_1=-151563.604687$	$\omega_1=-1515563.604687$
(8)	〃 〃行目	$\omega_4=395521462.397554$	$\omega_4=3955211462.397554$
(9)	上から 1行目	$X_1=1.67821$	$X_1=1.167821$
(9)	下から 11行目	$T_1=\dfrac{2\pi}{\omega_1}0.651$ sec	$T_1=\dfrac{2\pi}{\omega_1}=0.651$ sec
(9)	〃 8行目	拱頂左右 8.8 mm 區間	拱頂左右 8.8 m 區間
(9)	〃 5行目	$\nu\sqrt{x_1}=31.98$ 1)	$\nu\sqrt{x_1}=31.0988$ 1)
(10)	上から 10行目	$\sqrt{\dfrac{2.1\times10_5\times306110182}{0.0909755}}$	$\sqrt{\dfrac{2.1\times10^5\times306110182}{0.0909755}}$
(10)	〃 11行目	$T_1=\dfrac{2\pi}{\omega_1}$ 0.372 sec	$T_1=\dfrac{2\pi}{\omega_1}=0.372$ sec
(11)	上から 12行目	$D_1=\dfrac{A_c-A_s}{A_c}=-0.45394$	$D_1=\dfrac{A_c-A_s}{A_c}=-0.453934$
(12)	上から 17行目	第一次固有有振動週期	第一次固有振動週期
(13)	上から 18行目	$A^2=\int\dfrac{Q^2}{2F_0E}d_r$	$A_2=\int\dfrac{Q^2}{2F_0E}d_s$
(13)	下から 8行目	$-dm\omega^2h$	$-dm\omega^2w$
(13)	〃 7行目	$\int_{-\beta}^{\beta}(u^2+\omega^2)d\theta$ ……(3)	$\int_{-\beta}^{\beta}(u^2+w^2)d\theta$ ……(3)
(13)	下から 1行目	$+f^2\theta\left(u+\dfrac{dw}{d\theta}\right)^2-$	$+f_6^2\left(u+\dfrac{dw}{d\theta}\right)^2-$
(14)	上から 8行目	$A=\dfrac{E}{2r^3_0}\int_{-\beta}^{\beta}$	$A=\dfrac{E}{2r_6^3}\int_{-\beta}^{\beta}$
(14)	〃 〃	$-\nu_0^2\omega\left\{\left(\dfrac{dw}{d\theta}\right)^2+\right.$	$-\nu_6\omega^2\left\{\left(\dfrac{dw}{d\theta}\right)^2+\right.$
(14)	〃 15行目	パラメークを含むの函數系	パラメーター w を含む函數系
(14)	下から 11行目	$w(\theta)=\sum_{n=1}^{r}a_m\left\{1-\right.$	$w(\theta)=\sum_{n=1}^{r}a_n\left\{1-\right.$

(14)	〃 4行目	$\nu_\theta=\nu=\frac{\mu r_{01}}{EI_c}$	$\nu_\theta=\nu=\frac{\mu r_0^4}{EI_c}$
(14)	〃 3行目	μ_θ は I の變化に	μ_θ は I の變化に
(14)	〃 2行目	一定値を	一定値 μ を
(15)	上から 5行目	$+\frac{2c^2}{\pi^2}\Big)+2\nu\omega^2\Big]a_n$	$+\frac{2c_2}{\pi^2}\Big)+2\nu\omega^2\Big]a_n$
(17)	上から 1行目	$+\frac{1}{1000000}\Big($	$+\frac{2}{1000000}\Big($
(17)	下から 2行目	$=\frac{\sqrt{x_m}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu}}$	$=\frac{\sqrt{x_n}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu}}$
(18)	上から 11行目	$\omega_1=k_{c1}\omega_c=k_{m1}\omega_m$	$\omega_1=k_{c1}\omega_c=k_m\omega_m\cdots(25)$
(19)	表—6	$\left(\frac{1}{1000}\ \frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}\text{の行}\right)$ $+776.3435277$	$+776.3432577$
(19)	〃	(x_3 の行) -89266027795.440	-892660279.544
(19)	〃	(X_n の行) $+0.74068607$	$+0.47068607$
(19)	〃	$k_{c1}=\sqrt{x}/\sqrt{x_c}$	$k_{c1}=\sqrt{x_n}/\sqrt{x_c}$
(19)	〃下から 1行目	$+0.9587$	$+0.9987$
(19)	〃 〃	$+0.9960$	$+0.9950$
(20)	上から 8	$k_{c2}=\ =\frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}}$	$k_{c2}=\frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}}$
(20)	〃 10	$\omega_n=k_{c2}\omega c=$	$\omega_n=k_{c2}\omega_c$
(20)	〃 11	ことに	こゝに
(21)	表—7	$\left(\frac{1}{1000}\ \frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}\text{の行}\right)$ $+970.43950643$	$+970.42950643$
(22)	下から 9行目	$u(\theta)=\sum^{\infty}b_n\cos(2n-$	$u(\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\cos(2n-$
(22)	〃 1行目	$\left\{I_\theta\left(\frac{d^2\mu}{d\theta^2}+u\right)^2+\right.$	$\left\{I_\theta\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2+\right.$
(24)	上から 4.5行目	ν_1 個 ν_2 個	r_1 個 r_2 個
(24)	下から 4行目	$\Delta''_{nm}=\frac{2}{\pi^2}\Big\{c_1(1-$	$\Delta''_{nm}=\frac{1}{\pi^2}\Big\{c_1(1-$
(24)	〃 3行目	$\left\{\frac{(-1)^{m-n}}{(m-n)^2}+\right.$	$\left\{\frac{(-1)^{m-n}}{(m-n)^2}+\right.$
(25)	下から 2行目	$\left.\alpha_2)\right\}+\alpha_3{}^2(\alpha_1+$	$\left.\alpha_2)\right\}-\alpha_3{}^2(\alpha_1+$
(26)	下から 9行目	$\omega=\frac{\sqrt{\rho X}}{r0^2}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu_c}}$	$\omega=\frac{\sqrt{\rho X}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu_c}}$
(28)	下から 7行目	$\omega_2=\frac{\sqrt{x_2}}{r_{02}}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu_c}}$	$\omega_2=\frac{\sqrt{x_2}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EI_c}{\mu_c}}$
(29)	下から 6行目	固有用振動數は定斷積の	固有円振動數は定斷面の

土木研究所報告

第七十九號

報告復刊に際して

本研究所研究報告書は大正14年3月内務省土木試驗所報告第1號として誕生して以來大體年4回の割合で版を重ね，昭和19年6月報告第77號を發行するに至り，この間本報告書が我が國土木工學の發展上盡した功績は大なるものがあつたと信じております．

然るに大平洋戰爭の影響を受けて一時休刊の止むなきに至りました事は眞に遺憾の限りに存ずる次第であります．終戰後内務省の廢止，これに引續く建設院の設立に伴い，内務省土木試驗所は建設院第一技術研究所として新に發足する事になりましたが，用紙の不足等に煩され關係者一同の絶大なる努力にも拘らず，この所報を刊行するに至らず研究の成果は建設院第一技術研究所概報として一題目毎に謄寫版印刷として發行するに止まり，この狀態は昭和23年1月第12號から昭和24年3月第12號まで續いたのでありますが今般漸くにして建設省土木研究所報告として刊行し得る運びとなつた事は眞に慶賀に堪えない次第であります．

本報告書は土木試驗所報告を前身としたものであり從つてこれの復刊と見做し得るものでありますから發刊番號も前者に引續いて第79號となし，その裝幀も前者と略々同一とする事に致しました．今後は矢張り前例に倣つて大體年4回刊行を目途として本報告書を編纂して行く豫定であります．

尙この報告書の外に土木研究所彙報も發行致しますがこれは謄寫版印刷として特に緊急を要するものとか調査，試驗の資料などを記載する事に致しております．

我が國土の再建に當り高度の技術的な裏付が要請せられる事は論を俟たざる所であり，この意味におきまして我が研究所の分擔致すべき任務の重且つ大である事は，こゝに申上るまでもない事であります．

我々は我々の使命の重大性に鑑み十分の研讃をつみ本報告書の内容を更に充實して行く事を念願するものであります．

各位の絶大なる御支援を特に御願申上ます．

一言所信の一端を述べて復刊の辭にかえる次第であります．

昭和25年3月

建設省土木研究所長　工學博士　松村孫治

目　　次

關門海峽附近の地質 …… 1
建設技官　小野寺　透

現場に於けるコンクリート曲げ強度の簡易試験方法に就て …… 21
建設技官　山田順治
建設技官　清水道貞
建設技官　磯崎正晴

商工省機械試験所自動車試験道路の設計報告 …… 33
建設技官　谷藤正三
商工技官　由岸正謙
建設技官　井上靜三
淺井新一郎

路盤の靜力學的耐力に關する實驗的研究 …… 57
建設技官　松村孫治
建設技官　谷藤正三

物部川筋の山地崩壞について（山地の崩壞性と地質との關連性）…… 73
建設技官　小野寺　透

大型載荷試驗による路盤の破壞並に耐力に關する土質學的研究 …… 79
建設技官　松村孫治
建設技官　谷藤正三

漂砂に關する研究（1）…… 109
建設技官　佐藤清一

漂砂に關する研究（2）…… 143
建設技官　佐藤清一
建設技官　吉川秀夫

萬年橋の振動測定について …… 165
建設技官　猪瀨寧雄
建設技官　安部清孝

關門海峽附近の地質

建設技官　小野寺　透

本報文は昭和13年及び18年，當時の内務省土木試驗所に於ける作業を昭和18年に整理したものである．當時の青木所長の御骨折にも拘らず，該地區が要塞であつた外諸種の事情に依つて，又終戰後は印刷事情の爲發表の機會を失つていたものである．（昭和24年8月）

土木構造物は總て地質の骨格の上に組立てらなければならない．土木工事は地質と一體に融合しなければ此の自然界に存續し得ない．大きな土木工事が如何にして地質と融合して竣工したかの記錄を留めることは，技術の發達上是非行ふべきである．關門國道隧道の様な劃期的事業に於ては特にさうである．本報告の目的は此處にあつたのである．

或る一地點の地質が土木事業の對照となる時，その地點局部のみを如何に精細に調査しても往々大きな誤りを犯すことがある．或る一點の地質の性狀を，正しく見究める爲にはその地點を含む相當廣範圍の地質構造，特に地質史を明らかにしなければならない．此のことは計畫の當初に於て綿密に行はれなければならない．

本報文が持つ内容の地質調査は，隧道計畫の當初の時期に路線選定について地質的に判斷を下す上に必須のものであり調査坑掘鑿の時期にはその判斷の細部を究め，恒久的經濟的な本隧道の位置，形狀，施工法を決定する上に不可缺のもので「實用になる地質學」の根抵である．不幸にして戰爭を期として繼續地質調査を行ひ得なくなつたので，肝甚な後者の目的が達せられなかつた．從つて地質と施工との連繫についての詳しい記錄は，少くも地質側に缺けている爲に本報告の續きとする豫定の「所謂」「役に立つ地質學」の報告が出來ず，將來の技術の進歩の爲に，工事竣工迄の細部に亘る連續した記錄が中斷されたことは遺憾に堪へない次第である．（24・8・18追記）

内　容

Ⅰ．概　要……（2）
Ⅱ．地　質……（2）
1）概　說……（2）
2）古生界……（3）
3）中生界……（5）
4）第三系……（7）
5）玢　岩……（7）
6）花崗岩類……（8）
Ⅲ．關門海峽地方の斷層……（8）
1）總　說……（8）
2）花崗岩類及び此等より古い地質系統中の斷層……（9）

3）第三系中の斷層……（9）
4）新期火成岩中の斷層……（9）
5）斷層の生成時期に關する考察……（10）
Ⅳ. 國道隧道路線附近の地質……（17）
1）地　質……（17）
2）斷層及び龜裂……（18）

參考文献：——
(1) 小倉勉：七万五千分一小串圖幅及同說明書（商工省地質調査所，大正11年）
(2) 小倉勉：七万五千分一山口圖幅及同說明書（商工省地質調査所，大正11年）
(3) 佐伯讓吉：關門海底隧道の地質調査に就いて（要約）（地質學雜誌第37卷，昭和5年）
(4) 佐伯讓吉：關門連絡線設計調査報告（地質調査の部）（鐵道省工務局計畫課，昭和7年）
(5) 竹原平一：門司市及山口縣厚狹町附近の硯石統（地球第26卷，昭和11年）
(6) 竹原平一：北九州企救半島の地質（門司市附近）（地質學雜誌第44卷，昭和12年）

本報告に先立ち，終始御懇切なる御指導を賜り又草稿を閲せられた內務省土木試驗所高田技師，並に資料の提供，調査の便宜を與へられた內務省下關土木出張所加藤伴平所長以下の諸賢及び現場の諸氏，並に鐵道省官房研究所宮嶋技師に深甚の感謝を捧げる．

Ⅰ. 概　要

關門海峽の兩岸地域の地質を總括的に記述し，此の地方に多數存在する大小の斷層の生成時期に關する考察を行つた後，早鞆瀨戶海底隧道附近の地質に就いて述べた．

此の地方に於ては，中下部白堊紀の頃，古生界の浸蝕面上に凝灰質岩石を主とする硯石統が堆積生成せられ，之が餘り著しくない地殻變動に依つて隆起すると共に斷層を生じ，此の變動の初期に玢岩の迸入を見，其の後次第に變動が激しくなつた頃花崗岩類が迸入し，硯石統の岩石はホルンフェルスに變化した．此の後，秋津海曼時期に至り，陸地の沈降を來たし此の地方は海中に沒し其處に第三系が堆積してから高千穗隆起時期の地殻變動によつて再び陸地になると共に多數の斷層が生じた．此の後安山岩の噴出があり，その噴出後も多少の斷層を生じたが第四紀以後は比較的靜穩な狀態が續き凹所に部分的に砂礫が堆積して洪積層を生じ，現在見る樣な地質及び地形を具へるに至つたものである．

此の地方に存在する斷層の主なものはその方向に依つてN50°～30°W，N10°W，N—S，N30°～50°E，N60° E及びE—Wのものに區別されるが，此等の中N10°W，N30°～50° E方向の大部分は白堊紀以前に生じたもので，N50°～30°W，N—S，N60°E のものは殆ど總てが第三紀に生じ，E—Wのものは第四紀に生じたものである．此等斷層の中第三紀に生じたものが最も多い．

Ⅱ. 地　質

1）概　說

關門海峽を挾んで對時する地域を構成する水成岩は，北九州に發達する古生界，之を不整合に覆ふ中生界及び兩者に不整合又は斷層を以て接する第三系とから成り，海峽附近は中生界を主とする．火成岩は古生界及び中生

界を貫く玢岩，花崗岩質深成岩，花崗斑岩，石英斑岩及び第三紀以後の安山岩とであり，海峽附近は玢岩及び花崗岩系の岩石を主とする．

之等の水成岩及び火成岩は，地質構造的には NW—SE 方向の斷層に依り，地形的には NE—SW W方向の斷層に依つてモザイック狀に細斷せられ，凹處には洪積統，冲積統，が堆積して關門附近の地貌を形作つてゐる．

2）古生界

此の地方の古生界は砂岩・粘板岩の互層を主體とし，珪岩，粘板岩，礫岩の層及レンズ狀石灰岩，輝綠凝灰岩の薄層を介在し，企救半島の南部主要部分を構成してゐる．南方のものは E—W～NW—SE の走向を主とし N～NE 20°～50° の傾斜角を有するものが多いが，北方のものは E—W～NE—SW の走向を主とし 20°～50° の傾斜角を以て S～SE に傾くものが多い．全般に E—W～NE—SW 方向を軸とする背斜，向斜の繰返し，構造を成し，NW—SE 及び NE—SW 方向の斷層に依つて數箇の地塊に分たれてゐる．古生界を貫いて迸入する玢岩及び花崗岩系の火成岩は大略的に NE—SW 方向に沿つてゐて，何れも周圍の岩石に接觸變質を與へてゐる．

古生界中の各層の岩石に就いて以下略述する．

砂岩・粘板岩の互層：帶綠の灰色乃至暗灰色の硬質砂岩と黑色粘板岩との互層で，砂岩と粘板岩とは次第に移り變るものと明瞭な境界を以て接するものとあつて，砂岩は時として粘板岩の細片を含み礫岩質となることもある．

粘板岩：主として砂岩・粘板岩の互層と珪岩との中間に介在してゐて珪岩に移り變ることが多い．此の粘板岩中には屢々徑約1米位の石灰岩レンズと細粒礫岩の薄層とが夾まれてゐる．

珪岩：白色，黃色，青色等で帶綠色のものと赭褐色のものと2種類に大別され，赭色のものは對比の時に有力な示準となる．

礫岩：珪岩，粘板岩，砂岩，玢岩等の徑數糎以下の圓礫を有する他に稍細粒の礫をも有する帶綠色の礫岩で，一般に薄い層を成して砂岩・粘板岩の互層中又は粘板岩中に介在し之等に移り變る性質を持つて居る．

石灰岩：レンズ狀又は薄い層を成し，屢々輝綠凝灰岩と伴つて，粘板岩又は砂岩・粘板岩の互層中に夾まれてゐる．此の石灰岩中からは梅花石を產し古來諸氏の研究がある．花崗岩と接觸部の石灰岩は，花崗岩に依り接觸變質作用を受けて結晶し，白色結晶質石灰岩になつて居る．

古生界諸層の層位關係：古生界は複雜なる地殼變動を受けてゐる爲その中の諸層の層位關係は明瞭でないが，古生界は主な斷層に依つて6以上の地塊に分割されて居るから之等の地塊に就いて各層の連絡關係を求め，又竹原學士の調査結果を合はせて對比すれば表—1及び圖—1に示す如くになる．

圖—1に示す對比に當つて，化石に依り各層を細別することが出來ない故に比較的特徵のある赭色珪岩を主な基準とし，之を夾有する砂岩・粘板岩の互層を從とし，其の他場處に依り次第に薄くなつて消滅したり又は次第に厚くなつたりして逐次變化して行く珪岩，粘板岩，石灰岩，輝綠凝灰岩及礫岩等の相互關係を各地塊毎に多數の地質斷面に就いて比較對照した．

此の結果に依ると，地塊Vは斷層に依つて相對的に沈下した關係位置にある地塊であるから比較的大なる厚さに亘る地層の分布を包含して居る．之より推察すれば當地域の古生界は厚さ約3000米の砂岩・粘板岩の互層から成つてゐて，此の間に次の5の層を含み青濱の梅花石は第3層の石灰岩及輝綠凝灰岩中から產する．その5の層は上部から次の如くである．

第5層，輝綠凝灰岩，石灰岩，珪岩の層

第4層，石灰岩，粘板岩，礫岩の層

表—1　古生界地塊内に於ける各層對比表

地塊 VI	地塊 V	地塊 IV	地塊 III	地塊 II	地塊 I
	(珪岩) ↑				
	砂岩・粘板岩 100〜200				
	輝綠凝灰岩 0〜30				
	(石灰岩)				
	砂岩・粘板岩 100〜200			礫岩 0〜100 ↑	
	輝綠凝灰岩 0〜30				
	石灰岩 0〜30				
	珪岩 50〜100			珪岩 0〜50	
(砂岩・粘板岩) ↑	砂岩・粘板岩 300				
	石灰岩 0〜30				
粘板岩 0〜50	粘板岩 0〜100		粘板岩 0〜150 ↑		粘板岩 100〜150 ↑
(礫岩)	礫岩 0〜50				
砂岩・粘板岩 400〜500	砂岩・粘板岩 300〜400	砂岩・粘板岩 100〜200 ↑	砂岩・粘板岩 0〜150		砂岩・粘板岩 50〜100
礫岩 0〜50				礫岩 0〜50	
(粘板岩)	粘板岩 0〜50	粘板岩 50			
石灰岩 0〜50				石灰岩 } 0〜50	石灰岩 } 50〜100
輝綠・凝灰岩 0〜50				輝綠凝灰岩 }	輝綠凝灰岩 }
(石灰岩)					(梅花石を含む)
珪岩 0〜100		珪岩 50〜100	珪岩 50〜100	珪岩 0〜50	珪岩 50〜100
礫岩 0〜100	礫岩 50〜100	礫岩 0〜100			砂岩・粘板岩 30〜50
	粘板岩 0〜50				粘板岩 30〜50
砂岩・粘板岩 200〜250	砂岩・粘板岩 200	砂岩・粘板岩 200〜250	砂岩・粘板岩 200〜250	砂岩・粘板岩 100〜200	砂岩・粘板岩 200
赭色珪岩 100	赭色珪岩 50〜200	赭色珪岩 0〜50	赭色珪岩 0〜50	赭色珪岩 0〜50	赭色珪岩 0〜50
砂岩・粘板岩 300	(砂岩・粘板岩)	砂岩・粘板岩 350〜400	砂岩・粘板岩 250〜300	石灰岩 0〜30	砂岩・粘板岩 400
輝綠凝灰岩 0〜100				砂岩・粘板岩 300〜400	
粘板岩 300〜400	(粘板岩)	粘板岩 0〜150	粘板岩 0〜50	粘板岩 0〜100	
珪岩 200		珪岩 0〜150	珪岩 0〜100 ↓	珪岩 50	珪岩 50
輝綠凝灰岩 330〜↓	(輝綠凝灰岩)				
	(砂岩・粘板岩) ↑	砂岩・粘板岩 100〜400		砂岩・粘板岩 400↓	砂岩・岩板粘 400↓
計 約2000米	計 約2000米	計 約1500米	計 約1000米	計 約1000米	計 約1500米

註：1．( )は參考文獻6)に依る地域外のもの。　2．太字は主要部を成す層　3．地塊の番號は圖—1略圖に示すもの。

圖 — 1

古生界地境内に於ける各層對比圖

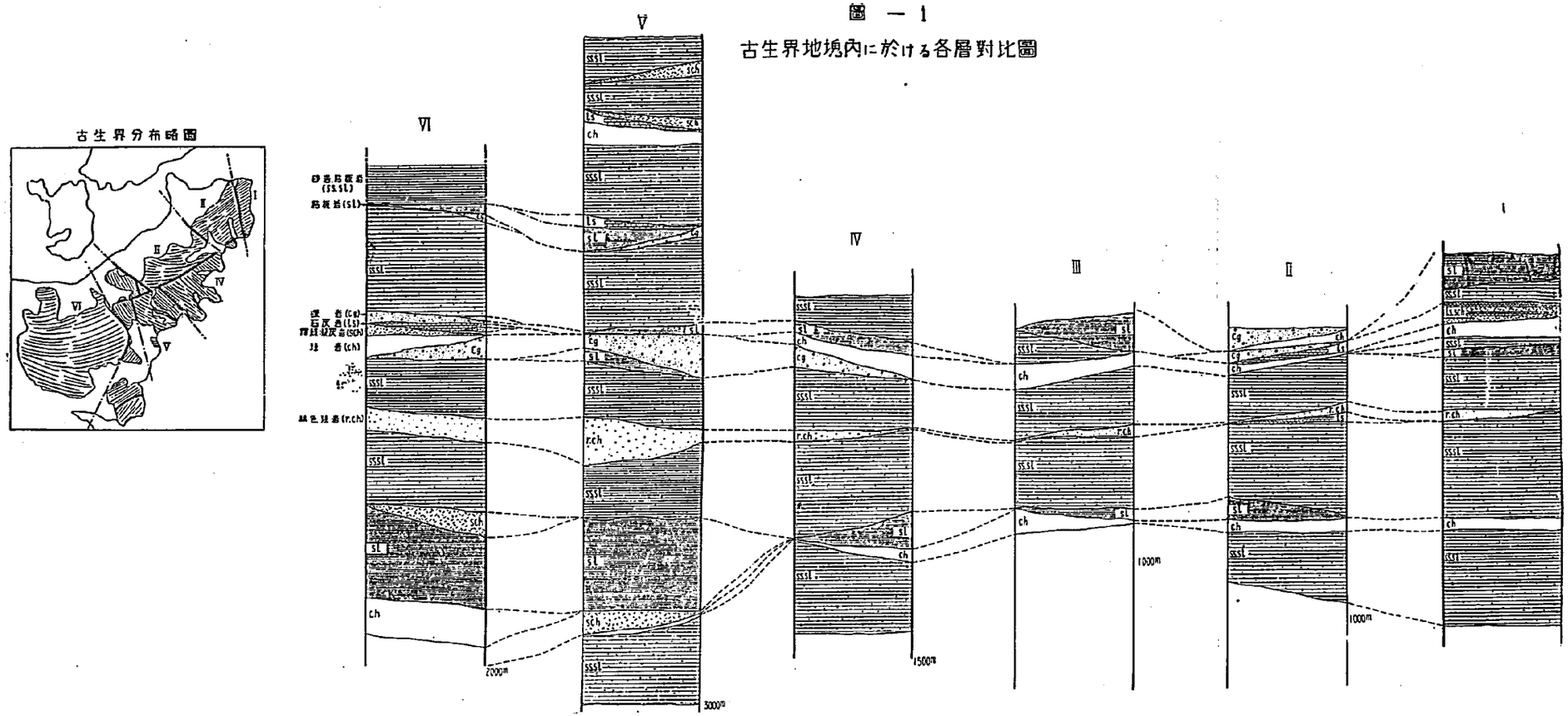
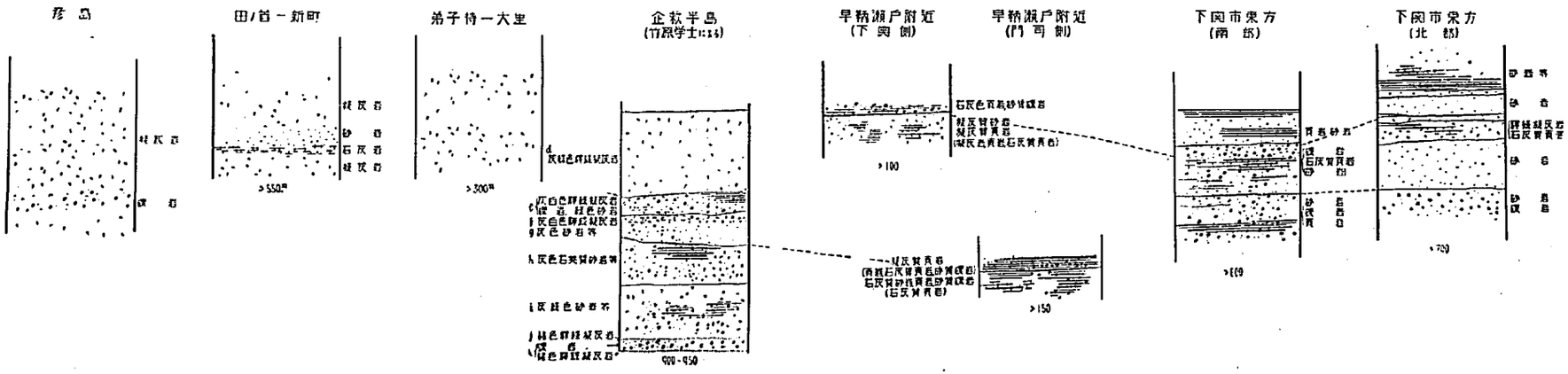


圖 — 2

硯石統内に於ける對比圖



第3層，粘板岩，礫岩，石灰岩，輝綠凝灰岩，石灰岩，礫岩，粘板岩の層

第2層，赭色珪岩，石灰岩の層

第1層，輝綠凝灰岩，粘板岩，珪岩，輝綠凝灰岩の層

3）中生界

中國地方の西部及北九州地方の北部に發達して居る中生界は，其の特有な岩質に依つて從來硯石統と呼ばれてゐるもので，層位學的には未だ確定されてゐないから本層も從來の呼稱に從ひ硯石統と呼ぶことにする．企救半島の硯石統に就いては既に竹原學士の研究があるが，本層は赭色輝綠凝灰岩，礫岩，綠色輝綠凝灰岩，灰色石英質砂岩等から成り，古生界を傾斜不整合を以て被覆し，古生界と同樣に玢岩，花崗岩類の迸入又は貫入に依つて接觸變質作用を受けて居り又第三系には不整合或は斷層を以て接觸して居る．

硯石統は大略的に西部ではNW—SE 方向の，東部では NE—SW 方向の走向を持ち北方に傾斜して居り，玢岩は走向の方向に迸入し花崗岩類は層理を切斷して貫入してゐる．北九州の硯石統に就いては竹原學士に依り詳細に報告されて居るが以下簡單に述べる．

赭色輝綠凝灰岩：基底礫岩，角礫岩の上又は下に伴つて厚さ數糎より數米の層を成し，屢々帶綠灰色石灰岩の大小の礫を含み又は綠色，紫色輝綠凝灰岩と互層をなす場合がある．

礫岩：基底礫岩は綠灰色の凝灰質砂岩又は砂岩中に直徑約10糎內外の石灰岩，砂岩，粘板岩，片岩及珪岩等の礫を混じてゐるもので石灰岩の礫が多量を占めてゐる．此の礫岩層は厚さ100米內外に於て不定であり，又其の最下部は石灰岩，珪岩の角礫を主とする角礫岩に移り變る．

灰綠色輝綠凝灰岩：紫色輝綠凝灰岩，暗色塊狀の珪質砂岩及び暗綠色珪質砂岩等の層，及び礫岩の薄層を含み，西部に於ては礫岩が增し此の層の主體を成すに至る．此の礫岩中の礫は直徑數糎の珪岩，砂岩及粘板岩より成る．本層は厚さ約150米である．

灰色砂岩及び暗綠色凝灰岩：砂岩には白灰色のものと暗灰色のものとがあり何れも凝灰質で，砂岩，凝灰岩共に多少石灰質である．輝綠凝灰岩には凝灰質の部分と頁岩質又は石灰質の部分とが斑狀又は縞狀を成すものがある．又本層の接觸變質を受けたものは，夫々の成分に應じ黑雲母ホルンフェルスから角閃石～透輝石ホルンフェルス迄に變化し，部分に依つては珪灰石—透輝石スカルンも生じてゐる．本層は厚さ約100米である．

灰綠色砂岩及び砂質礫岩：此の層は西部に於ては石炭を夾む頁岩層を含み廣く分布するが，北部に於ては次第に綠色輝綠凝灰岩に移り變る．砂岩も砂質礫岩も凝灰質であり，輝綠凝灰岩は頁岩質或は石灰質である．砂質礫岩中に含まれてゐる礫は珪岩が主で，砂岩，石灰岩も含まれてゐる．此の層の接觸變質を受けた部分は黑雲母ホルンフェルスから透輝石ホルンフェルス迄變化したものがある．

綠色輝綠凝灰岩：此の輝綠凝灰岩中には，石灰質部分の灰白色の縞を有する輝綠凝灰岩，及び約100米の厚さを有する礫岩，更に砂質頁岩に移り變る輝綠凝灰岩が夾まれてゐる．之等の輝綠凝灰岩は何れも石灰質であり，礫岩，砂質礫岩は石灰質且つ凝灰質である．輝綠凝灰岩と砂質頁岩及礫岩は數米から10米位の厚さの互層を成すことがあり此の礫岩は砂岩，珪岩より成る細粒礫岩である．

此の層の接觸變質を受けた部分には，夫々元の岩質に依り黑雲母ホルンフェルスから珪灰石—透輝石ホルンフェルス迄變化したものがあり，時としては柘榴石—透輝石スカルンも出來てゐる．

砂岩・粘板岩の互層及び砂岩：上に述べた諸岩石中の凝灰質物の少ないもので厚さ100～200米を有する砂岩・粘板岩の互層と厚さ約200米を有する砂岩の厚層とから成り，いづれもホルンフェルスに變つて居る．

表—2　硯石統内に於ける對比表

彦島	大瀬戸附近 一部分ホルンフェルス		企救半島（竹原學士に依る）	早鞆瀬戸附近 全部ホルンフルエス		下關市東方 全部ホルンフェルス	
	田ノ首—新町	弟子待—大里		門司側	下關側	南部	北部
凝灰岩	↑ 凝灰岩>300 砂岩 150 （石灰岩） 砂岩 }100	↑ 凝灰岩>300 ↓	灰綠色輝綠凝灰岩 白綠色輝綠凝灰岩 灰褐色輝綠凝灰岩 礫岩 綠色砂岩 灰白色輝綠凝灰岩 }500		↑ 石灰質頁岩 砂質礫岩 }>10 凝灰質砂岩 凝灰質頁岩 （凝灰岩 頁岩 石灰質頁岩） }>100	↑ 頁岩 砂岩 }200 石灰質頁岩 礫岩 （砂岩） }200 砂岩 礫岩 （頁岩） }200 ↓	↑ 砂岩 （石灰質砂岩） }200 砂岩 100 輝綠凝灰岩 （石灰質頁岩） }100 砂岩 200 砂岩 礫岩 }100 ↓
礫岩			灰白砂岩 灰綠色砂質礫岩 （變物化石破片を含む頁岩） 100—170 灰色石英質砂岩 暗綠色輝綠凝灰岩 70 （白色斑狀又は縞狀）	凝灰質砂岩 （凝灰岩 石灰質頁岩 砂質礫岩） }>30 石灰質砂岩 石灰質頁岩 （砂質礫岩） }>100 ↓			
凝灰岩			灰綠色輝綠凝灰岩 （紫色輝綠凝灰岩 暗綠色石英質砂岩 暗色塊狀石英質砂岩 粘板岩） 150 赭色輝綠凝灰岩 （綠色石灰質輝綠凝灰岩 礫岩） 50—60 赭色輝綠凝灰岩				
	計>550米	計>300米	計900～950計	計>150米	計>100米	計約600米	計約700米

註　（　）は局部的に存在するものを示す。

綠色緑綠凝灰岩或ひは綠色凝灰岩：此の地方の硯石統の上部を構成するもので，露出の悪い爲と風化の進んでゐる爲に細部に就いては不明であるが，砂岩，頁岩礫岩等を交へて居て彦島方面に廣く分布してゐる．

硯石統内の諸層の層位關係：硯石統の各種の岩相は一般に水平方向にも垂直方向にも連續性が少ないから，之等を對比することは困難であり，又未だ明瞭な化石が發見されてゐないから岩質に依つて各層を追跡して行くに止まる．從つて露頭の連續してゐない部分の連絡は相當に推論的のものであるが，竹原學士の區分に準じて對比を行へば表—2及び圖—2の如くになる．七萬五千分一山口及び小串地質圖幅とその說明書とには硯石統は細分されてゐないから，それらの地方の硯石統とは對比する由もないが大體に於て關門地方の硯石統は小串及び山口圖幅說明書に示されてゐる硯石統の基底礫岩と下部砂岩の一部，及び山口圖幅說明書中の下部凝灰岩の一部に相當するものと推察される．勿論之等圖幅說明書に記載されてゐる硯石統の上位の部分も，一部分本地域に擴がつてゐるであろうが，上部硯石統が精査されてゐないから明らかでない．因みに山口圖幅說明書中に硯石統の頁岩が記載されて居り，その位置は示されてゐないが，花崗岩の接觸變質作用に依つて輝石—菫青石—ホルンフェルスになつて居ると言ふ．

4）第三系

第三系は下關市北部，六連島，馬島，竹ノ子島，彦島西方半島，海峽及び小倉市附近に硯石統又は古生界と不整合或は斷層を以て接し，一部は安山岩に依つて覆はれてゐる處もある．

下關市北部のものは礫岩，凝灰岩，花崗岩質砂岩及び頁岩から成り，西部に於ては硯石統を不整合に覆ひ NNW—SSE の走向を有し東方に 10°～20° 傾斜して，ゐるのに對して，東部に於ては硯石統と N—S 方向の斷層を以て接し N—S～NNE—SSW の走向と W50°～60° の傾斜とを示してゐる．即ち此の區域の第三系は稍 N—S に延びて分布し，略々 N—S を軸とする緩やか背斜向斜をなし硯石統に近い東の端の方は斷層の影響で傾斜が大きくなつてゐる．

又六連島では．N—S～NE—SW の走向と東方への傾斜とを持ち安山岩に依つて覆はれ，馬島では NW—SE の走向と東北へ約 20° の傾斜とを持つて居る．竹ノ子島，彦島西部に於ては礫岩，凝灰質頁岩，砂岩等より成り，N—S～NW～SE の走向と NE 10°～20° の傾斜とを持つて居るが，海峽部のものは烈しい擾亂を受け，硯石統と石英斑岩或は花崗斑岩の間に斷層を以て夾在し，NE—SW の走向と EW 40°～60° の傾斜とを持つてゐる．小倉市東北部に小區域露出してゐるものは向心向斜構造をなしてゐる．

以上各地の第三系からは，馬島，彦島西部の外には未だ化石が發見されてゐない故，各地區の第三系を時代的に細別することは出來ないが，馬島と彦島の第三系は佐伯學士の調査された貝殼化石に依れば同じ時代のもので，九州地方古第三系中の上部 *Pecten sakitoensis* 帶及び *Crassatellites yabei* 帶を主とし，下部は *Athleta nishimurai* 帶から上部は *Brachydus japonicus* 帶に亘る（又は直方層群の一部から始まり大辻層群，蘆屋層群を主とし佐世保層群の一部に至る）中上部始新統から漸新統に亘る層である．又各地區の第三系が一續きのものであつたと假定すれば彦島，馬島のものと大體同じ時代のものであると言へる．

5）玢岩

玢岩は古生界及び中生界の地層の間に岩床或ひは併盤をなして海峽の兩側に硯石統の走向に略々並行して迸入し，第三系に被覆されてゐる．從つて硯石世以後，上中部始新世以前に迸入したものである．玢岩は一般に新鮮なる部分が少なく風化の進んだ石英—角閃石—玢岩で，斜長石，石英，角閃石の 2～3 耗の斑晶を有し綠色を帶び其の質は緻密ではあるが稍脆く，風化の特に進んだ部分は蛇紋岩の如くになり又多數の龜裂のあるものは縱橫

に方解石の脈を通じてゐる.

顯微鏡下で見ると，斑晶の斜長石は各種の双晶と累帶構造とを示す中性長石で屢々角閃石の微細な結晶を包含してゐる．角閃石は稍青味を帶びた綠色角閃石で部分に依つては褐色を帶びたものもある．又斑晶として存在する石英は多少熔融された半自形を呈してゐる．石基は石英，中性長石，角閃石の結晶が寄木狀に集合してゐるものと，之等が細かい粒狀をなして集合してゐるものとがある．玢岩は接觸變質作用を受けても熱に依る變化が水成岩程烈しくないから，花崗岩類の迸入に依つて，餘り著しい接觸變質を受けた形跡が見られず，玢岩の組織は元の儘で唯石基の中に石英，曹長石，角閃石，黒雲母等が生じて居るに過ぎない．又角閃石が青味を帶びたり褐色を呈したりしてゐるのも，接觸變質の影響と思はれる．玢岩は全般に，風化による變質が著しく風化の進んでゐるものは斑晶の斜長石は形のみを止め其の内容は高嶺石，正長石，曹長石，石英等の微細な集合物に變化し，角閃石は綠泥石に變化して居り石基も亦同樣に變質して居る爲に岩石全體として脆弱になつてゐる．

玢岩の迸入の有樣が大略的にＮＥ－ＳＷ方向に伸びてゐて，硯石統の走向の方向に一致してゐるのは花崗岩類の方向と著しく狀態を異にするもので，之は玢岩の迸入時期と花崗岩類の迸入時期との時代の相異に依るもので，此の時代的相異は後で述べる斷層群の方向の時代的相異に相對的である．

6）花崗岩類

花崗岩類の火成岩は古生界，中生界及び玢岩とを貫いて迸入する角閃石－黒雲母－石英－閃綠岩，含角閃石黒雲母－花崗斑岩及び黒雲母－石英斑岩である．

石英－閃綠岩は花崗岩類火成岩の中で最も廣い分布を示し，中粒乃至稍細粒の完晶質岩石で，周圍岩石との接觸部に於ては斑狀を呈し，有色鑛物を增し，周圍の岩石には接觸變質を與へ種々なる接觸變成岩を生じてゐる．石英－閃綠岩は比較的大きな岩體として既存の岩石中に迸入して固まつたものであるから既存の周圍の岩石との境界は岩漿と既存岩石との物質の交換が行はれ充分固結して居て明瞭な境界を殘して居ない．

花崗斑岩，石英斑岩は古期地層及石英－閃綠岩中に脈狀に迸入してゐる他，彦島附近に稍廣く分布し，石英，斜長石，正長石，黒雲母及び角閃石の，大きさ4～5粍の斑晶を有する．正長石の少ない斑岩である．（正しく謂へば石英－玢岩，石英－閃綠玢岩である）

之等の花崗岩類は硯石統の走向に竝行又は横斷的に迸入し，玢岩にも接觸變質を與へて居るが，第三系中の岩石には接觸變質を與へた痕跡も見られないから，此の花崗岩類は，硯石統及び玢岩の生成以後，中上部始新世以前に迸入したものである．

Ⅲ．關門海峽附近の斷層

1）總　說

關門海峽地方は大小の斷層に依つて幾多の地塊に細斷されたモザイック狀の構造をなして居り，古い時代に生成された地質系統程多くの斷層に依つて切斷されてゐる．即ち古生界は中生界よりも，中生界は第三系よりも，第三系は新期火成岩（安山岩）よりも，夫々多くの斷層に依つて切斷されてゐる．此のことは此の地方の斷層が或る一つの時代に生じたものではなく，長年代に亘る地質時代のいろいろな時期に繰返し繰返し起つた地殻變動の度毎に數回に亘つて生じたものであることを示すものである．或る時期に生じた斷層は大きく他の時期に生じた斷層は小さいとか，又或る時期に生じた斷層は水平方向の變位が大きく或る時期に生じた斷層は正斷層が多く他の時期に生じた斷層は逆斷層が多いとか，一般に斷層は生成された時期毎に一つの特質を持つてゐるものであ

るが，斷層が生成された時の地層の硬さ，風化に對する抵抗力，又生成されてから後永い時代に亘る諸種の影響等のためにその特質は殆ど消えてゐるから，數多くの斷層の一つ一つに就いて各々の特質を調査し發見することは不可能に近い故に，此處では一先づ各地層中に存在する斷層に就いて生成された時期の區別をつけないで述べ，後にそれらの生成された時期に就いて考察することにする．斷層數に就いての統計は佐伯學士の調査せられたものに若干追加したものを用ひ，方向に關しては總て磁北に對するものを用ひ眞北に對する修正は行つてない．當地方の磁北は眞北に對して約5° 西に偏してゐる．

2）花崗岩類及び之等より古い地層中の斷層

爾後記述の便宜上，早鞆瀨戸附近の斷層を除いて，花崗岩，玢岩，硯石統及び古生界中に存在する斷層を一括して古期岩層中の斷層と呼び，之に早鞆瀨戸附近のものを合はせて全古期岩層中の斷層と呼ぶことにする．

全古期岩層中に存在する斷層の中觀測された斷層は141あり，此の地方で觀測された斷層の總數236の約60%に相當する．此のことは古期岩層が占める面積の廣さにも依るが，古い地層程地殼變動を何回も受けてゐることを示すものである．

表—3　古期岩層中の斷層

斷層走向	早鞆瀨戸附近 數	%	古期岩層中 數	%	全古期岩層中（左二者の計）數	%
N—S	—	—	17	12.1	17	12.1
N10°E	—	—	4	2.8	4	2.8
N20°E	—	—	3	2.1	3	2.1
N30°E	3	2.2	4	2.8	7	5.0
N40°E	11	7.8	6	4.3	17	12.1
N50°E	5	3.5	7	5.0	12	8.5
N60°E	5	3.5	5	3.5	10	7.0
N70°E	1	0.7	4	2.8	5	3.5
N80°E	1	0.7	1	0.7	2	1.4
E—W	—	—	1	0.7	1	0.7
N80°W	—	—	1	0.7	1	0.7
N70°W	—	—	11	7.8	11	7.8
N60°W	—	—	5	3.5	5	3.5
N50°W	—	—	8	5.7	8	5.7
N40°W	—	—	11	7.8	11	7.8
N30°W	2	1.4	6	4.3	8	5.7
N20°W	—	—	6	4.3	6	4.3
N10°W	1	0.7	12	8.6	13	9.3
N—S	—	—	17	12.1	17	12.1
計	29	20.5	112	79.5	141	100.0

全古期岩層中の斷層をその走向に依つて表示すれば表—3の如くになり，之を斷層圖に表はせば圖—5Ⅰとなり．之に就いて見ると古期岩層中一般にはN—S，N10°W，N40°W，N 70°W のものが多いが早鞆瀨戸附近ではN40° Wのものが最も多く他の地區と趣きを異にしてゐる．

3）第三系中の斷層

第三系を切斷してゐる斷層は表—4に示す如く81あつて，此の地方に於て觀測された斷層總數236の約35%に相當してゐる．その走向はN 60° Eのものが最も多く，N40°Wのものが之に次ぎ，N 20°W，N—Sのものも多い．又第三系中にはN 20° EからN 50° E迄の走向を有する斷層が見られないことは，古期岩層中のものに比べて著しい特質である．第三系中の斷層を斷層圖に依つて表せば圖—5Ⅱとなる．

表—4　第三系中の斷層

斷層走向	斷層數	斷層%
N—S	10	12.4
N10°E	2	2.5
N20°E	—	—
N30°E	—	—
N40°E	—	—
N50°E	—	—
N60°E	18	22.2
N70°E	3	3.7
N80°E	—	—
E—W	3	3.7
N80°W	—	—
N70°W	6	7.4
N60°W	3	3.7
N50°W	4	4.9
N40°W	15	18.5
N30°W	6	7.4
N20°W	10	12.4
N10°W	1	1.2
N—S	10	12.4
計	81	100.0

4）新期火成岩中の斷層

表—5 新期火成岩中の斷層

斷層走向	斷層數	斷層%
N—S	—	—
N10°E	—	—
N20°E	—	—
N30°E	—	—
N40°E	—	—
N50°E	—	—
N60°E	—	—
N70°E	—	—
N80°E	2	14.3
E—W	6	42.9
N89°W	3	21.4
N70°W	—	—
N60°W	—	—
N50°W	—	—
N40°W	—	—
N30°W	—	—
N20°W	—	—
N10°W	3	21.4
N—S	—	—
計	14	100.0

下關市北部及び六連島に第三系を被覆して分布する安山岩中に見られる斷層を新期火成岩中の斷層と呼ぶことにする．新期火成岩はその分布區域が小さいことと，生成された時代が新しいことに依つて，その中に觀察される斷層の數は少なく，14 で此の地方の斷層總數 236 の約 6 %に過ぎない．新期火成岩中の斷層を表に示せば表—5 の如くになり，斷層圖に表はせば圖—5 の如くになる．之に依つて見ると，その斷層の方向はE—W性のものとN—S性のものの 2 種類に限られてゐる故に，斷層を生ずる樣な地殻變動は新期火成岩が生成された後には餘り屢々起らなかつたと推察される．

5）斷層の生成時期に關する考察

上に述べた各種の地質系統中に存在する斷層の新舊を野外調査によつて直ちに決定することは地質學的にも土木工事の基礎としても最も必要なことであるが，此の決定は岩質に依り又斷層の大小に依り極めて困難な作業であるので，此の地方に存在する方向を異にする多數の斷層の何れが何時の時代に生じたかを知る爲に次の二つのことを假定して，以下述べる樣な解析方法を採つた．

1．同じ地方に同じ時代に生じた斷層は概ね同一の方向を有する．

2．古い地層中に存在する斷層の中には，その地層が生成されてから後現在に至る間に生じた總ての斷層が含まれてゐる．謂ひ換へれば，新しい時代に生じた斷層は新しい地層の中にも生ずるが古い地層の中にのみ生じて新しい地層に迄延長を持つてゐないものもある．

之等の假定は地域の廣さ，斷層の規模等により勿論問題になるものであるが，個々の斷層に就いてその特質を詳細に調査して共通性を見出し整理することは現在の資料では不可能である爲に一應之等の假定の下に以下述べる樣な解析の方法を採つたが，諸地方の例に依れば廣大な地域を問題にしない限り之等の假定には大きな誤りはない．

解析の方法は上記の假定の下に先づ各時代の地層中に含まれてゐる斷層を其の方向に依つて區分し，次に各方向毎に一番新しい地層の中にある斷層數を之より古い各々の地層中の斷層數から減じ，一番新しい地層中の斷層數と減じた數との和* を求めれば之は一番新しい地層が生成された時期以後に生じたその方向の斷層の數を表はす．

次に之より古い地層中に殘つた斷層數に就いて同樣な取扱ひを行ふことに依つて，順次に各時代に生じたと考へられる斷層の數及び方向が判る．

此處では此の地方の斷層總數に對して，何割の斷層がどの時代に生じたか，又如何なる方向の斷層が全體に對してどの位の割合になつてゐるかを各時期又は各地層毎に比較する目的のために，斷層數を用ひないで斷層總數

* 今時代の違ふ 3 の層を考へ，新しい層から順に 1，2，3 で表はし，之等の層中にある或る同一方向の斷層數を夫々 n_1，n_2，n_3 とすれば「減じた數の和」と言ふのは次のことである．
$n_3>n_1$，$n_2>n_1$ であれば $3n$，$n_3>n_1$ $n_2<n_1$ 又は $n_3<n_1$，$n_2>n_1$ であれば $2n_1+n_2$ 又は $2n_1+n_3$，$n_3<n_1$，$n_2<n_1$ であれば $n_1+n_2+n_3$．

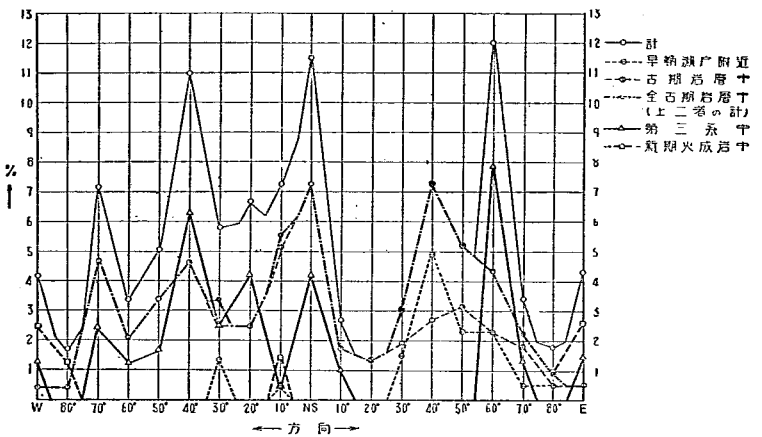
表—6　斷　層　解　析　表

斷層走向	I 斷層數 早期瀨戸附近	古期岩層中	第三系中	新期火成岩中	計	II 斷層 % 早期瀨戸附近	古期岩層中	全古期岩層中（左二者の計）	第三系中	新期火成岩中	計	III % 全古期岩層中	第三系中	新期火成岩期後	IV 解析結果 % 硯石世及び以前	新期火成岩期前	中上部始新世後	新期火成岩期後	計	數 硯石世及び以前	新期火成岩期前	中上部始新世後	新期火成岩期後	計	斷層走向
N—S	—	17	10	—	27	—	7.2	7.2	4.2	—	11.4	7.2	4.2	—	3.0	8.4	—		11.4	7	20	—		27	N—S
N10°E	—	4	2	—	6	—	1.7	1.7	0.9	—	2.6	1.7	0.9	—	0.8	1.8	—		2.6	2	4	—		6	N10°E
N20°E	—	3	—	—	3	—	1.3	1.3	—	—	1.3	1.3	—	—	1.3	—	—		1.3	3	—	—		3	N20°E
N30°E	3	4	—	—	7	1.3	1.7	3.0	—	—	3.0	3.0	—	—	3.0	—	—		3.0	7	—	—		7	N30°E
N40°E	11	6	—	—	17	4.7	2.5	7.2	—	—	7.2	7.2	—	—	7.2	—	—		7.2	17	—	—		17	N40°E
N50°E	5	7	—	—	12	2.1	3.0	5.1	—	—	5.1	5.1	—	—	5.1	—	—		5.1	12	—	—		12	N50°E
N60°E	5	5	18	—	28	2.1	2.1	4.2	7.8	—	12.0	4.2	7.8	—	(—)	12.0	—		12.0	0	28	—		28	N60°E
N70°E	1	4	3	—	8	0.4	1.7	2.1	1.3	—	3.4	2.1	1.3	—	(—)	3.4	—		3.4	0	8	—		8	N70°E
N80°E	1	1	—	2	4	0.4	0.4	0.8	—	0.9	1.7	(—)	(—)	1.7	(—)	(—)	1.7		1.7	0	—	4		4	N80°E
E—W	—	1	3	6	10	—	0.4	0.4	1.3	2.5	4.2	(—)	(—)	4.2	(—)	(—)	4.2		4.2	0	0	10		10	E—W
N80°W	—	1	—	3	4	—	0.4	0.4	—	1.3	1.7	(—)	(—)	1.7	(—)	(—)	1.7		1.7	0	—	4		4	N80°W
N70°W	—	11	6	—	17	—	4.7	4.7	2.5	—	7.2	4.7	2.5	—	2.2	5.0	—		7.2	5	12	—		17	N70°W
N60°W	—	5	3	—	8	—	2.1	2.1	1.3	—	3.4	2.1	1.3	—	0.8	2.6	—		3.4	2	6	—		8	N60°W
N50°W	—	8	4	—	12	—	3.4	3.4	1.7	—	5.1	3.4	1.7	—	1.7	3.4	—		5.1	4	8	—		12	N50°W
N40°W	—	11	15	—	26	—	4.7	4.7	6.3	—	11.0	4.7	6.3	—	(—)	11.0	—		11.0	0	26	—		26	N40°W
N30°W	2	6	6	—	14	0.8	2.5	3.3	2.5	—	5.8	3.3	2.5	—	0.8	5.0	—		5.8	2	12	—		14	N30°W
N20°W	—	6	10	—	16	—	2.5	2.5	4.2	—	6.7	2.5	4.2	—	(—)	6.7	—		6.7	0	16	—		16	N20°W
N10°W	1	12	1	3	17	0.4	5.1	5.5	0.4	1.3	7.2	(4.2)	(—)	3.0	4.2	(—)	3.0		7.2	10	0	7		17	N10°W
N—S	—	17	10	—	27	—	7.2	7.2	4.2	—	11.4	7.2	4.2	—	3.0	8.4	—		11.4	7	20	—		27	N—S
計	29	112				12.2	47.4					56.7	32.7												計
	141		81	14	236			59.6	34.4	6.0	100.0	89.4		10.6	30.1	50.3		10.6	100.0	71	140		25	236	

に對する百分率數を用ひたが，此の目的が無ければ百分率に換算することを要しない．

上に述べた方法を以て，此の地方の斷層を解析するに，表—6 Ⅰは各時代の地層中に含まれてゐる斷層の數を表はし，表—6 Ⅱは之を斷層總數に對する百分率に換算したもので圖—3は之を圖に表したものである．此の圖は縱軸に斷層の百分率數をとり横軸に走向をとつたもので斷層頻度圖とも稱すべきものである．此の圖の各圖点を結ぶことの意味及び結び方は勿論，論議さるべき問題であるが，今は之を論外として各圖の對照の便の爲に圖点を連結した．

圖—3　解析前斷層頻度圖

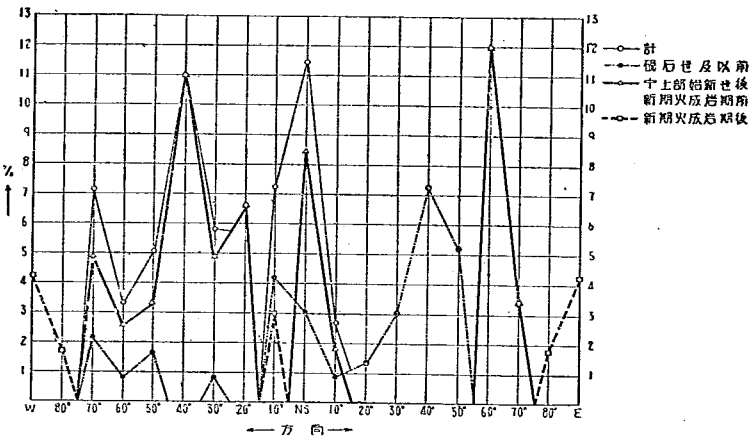


表—6 Ⅲは新期火成岩中の斷層百分率數を全古期岩層及び第三系中の斷層の中で同じ走向を有するものの百分率數から減じ，新期火成岩中の百分率數と減じた數との和を以て新期火成岩期以後に生じた斷層の百分率數としたものである．此の表で全古期岩層中及び第三系中の斷層百分率數は，新期火成岩期後の斷層が生じる前に此の地方に存在して居た斷層で，新期火成岩が生成される前の時期にはもう，現在ある斷層の約90％が既に存在してゐたことになる．

表—6 Ⅳの左欄は，新期火成岩中の百分率數を減じた後第三系中に殘つてゐる百分率數を全古期岩層中の百分率數から減じ，第三系中に殘存する百分率數と減じた數との和を以て上中部始新世以後，新期火成岩期以前に生じた斷層とし，全古期岩石中に殘つたものを硯石世及び其の以前に存在してゐた斷層としたもので太字は上述の如くして行つた解析結果を示し，圖—4は之を頻度圖に表はしたもので表—6 Ⅳの右欄は斷層數で表はしたものである．

此の結果に依ると，硯石世以前の長い地質時代に亘つて此の地方に生じた斷層は，その時代の長さの割合に非常に少なく現在ある斷層の約30％に過ぎない．又第三系が生成されてから新期火成岩が生成さる迄の間に生じた斷層はその時代の長さの割合に非常に多く，現在此の地方に見られる斷層の約60％が此の時期に生じたことになる．此のことは上中部始新世以後，新期火成岩期以前に此の地方の地殻變動が激しかつたことを意味するも

圖—4　解析前斷層頻度圖



ので，西南日本一般の地質構造の歷史と符合してゐる．

今解析表及び圖—4から各時期の斷層に就いて主な方向を見ると下の樣になる．

新期火成岩期以後に生じた斷層		N10°W		E～W
新期火成岩期以前中上部始新世以後に生じた斷層	N50°～30°W	N—S	N60°E	
硯石世及び其の以前に生じた斷層		N10°W	N—S	N30°～50°E

又斷層の方向を見易くする爲に通常の斷層圖で表はせば圖—5は各時代の地層中に現在見られる斷層即ち解析前のもので，圖—6は斷層の生成時期に分けたもの即ち解析後のもので圖の直徑上に印した短線は其の方向の斷層の數を示し圖—7 I の點は早鞆瀨戶附近のものを示す．

以上の結果を見ると各時期に生じた斷層の重要方向が一致してゐるのは，舊い弱線に沿つて新しい變動が繰返したものとも見られ，或ひは此の地方に長い時代に亘つて加はりつつあつた橫壓力の主要なる方向が大略的に一定したものであつたことを示すとも見られる．恐らく其の兩方に依るものであらうが，何れが大きな影響を及ぼしてゐるかは廣地域に亘る周密な比較調査に俟たなければ判らない．

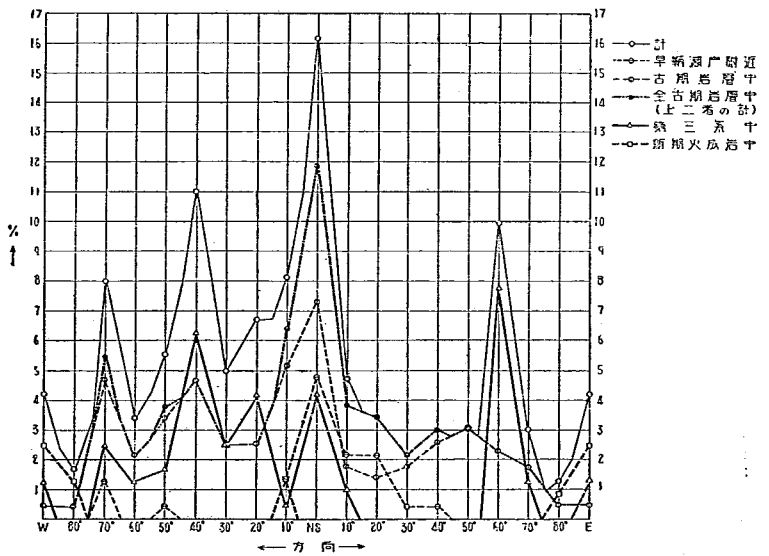
又古い時代に生成された斷層程方向性の多いことは，解析の方法の不完全に起因するものもあるが一般に地層の受けた力と地塊との相對的位置が可動的のものであつた爲と考へれば，斷層の生成時期を更に細かく分けて斷層の主要方向の時期に依る變化の有樣を見て行くことに依つて，力と地塊との變位が時代的に又地方的に如何に變化して行つたかを知り得る．解析結果（表—6 IV，圖—4）の斷層の主要方向の中で，NE—SW 性のものについて見ると，古い時代のものから新しい時代のものになると逐次N 30°～50°E，N 60°E，E—Wに變化してゐるのも此の地方に加はりつつあつた力の方向と地塊の位置との關係の時代的變化の表はれの一つと見られる．又火成岩の迸入は一般に地層の弱線に沿ふて起るものであるから，玢岩の迸入方向と花崗岩類の迸入方向との相異

も之に關係あるものと考へられる.

之等のことは層位關係が極めて明らかな地域に於て，層序の調査と斷層の調査とを詳細に併せ行ふことに依つて一層明らかにすることが出來るに違ひない.

今迄に斷層に就いて取扱ふ場合，早鞆瀨戸附近のもの丈を特に區別したのは前に述べた樣に〔Ⅰ，2〕此の附近の斷層は全般の古期岩層中のものと方向上稍趣きを異にしてゐる樣に見えるからである .地質圖，表—3及び圖—3等から見て早鞆瀨戸附近の斷層の最多方向と全地域の古期岩層中の斷層の最多方向とを對照すると，早鞆瀨戸附近の斷層の位置を北から西方へ40°度回轉すれば兩者は比較的良く一致するので（早鞆瀨戸附近の斷層も其の他の古期岩石中の斷層も共に硯石統が生成されてから現在に至る迄に生じた總ての斷層を含んでゐるが比較的多くの斷層を生じた時期と，大規模な地塊運動を受けた時期との間に時代的差異があるものと考へられて）此の樣な地塊の捻轉運動を想像する人もあらうから試みに早鞆瀨戸附近の斷層の位置を西方へ40°回轉して古期岩層中の斷層と併はせれば表—7 Ⅱ及び圖—7となる.

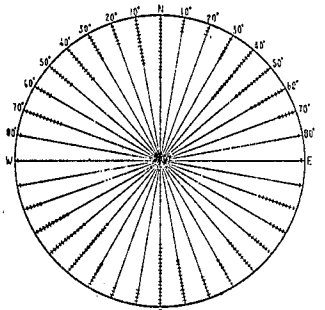
圖—7　解析前斷層頻度圖



（表—7に於ては，此の回轉を行つた爲に生じた差異を表—6と比較する爲にイタリックで示した）之に就いて前に行つたと同樣な取扱ひを行ひ解析すれば表—7 Ⅲ，Ⅳ及び圖—8となる．即ち現石世以前に存在してゐた斷層には其の方向がN—SからN10°Wのものが多數を占め，其の他N50°～80°W及びN20°～50°Eのもの相當存在して居り，その數は現在此の地方に存在してゐる斷層數の約30％に相當してゐる．又第三系が生成され新期火成岩が生成される以前に生じた斷層の方向にはN—S，N60°Eのもの及びN20°～40°Wのものが多く，其の他N～S，N50°～70°W（概ね硯石紀以前のものに一致してゐる）のものが相當あつたことになり，現在本地域

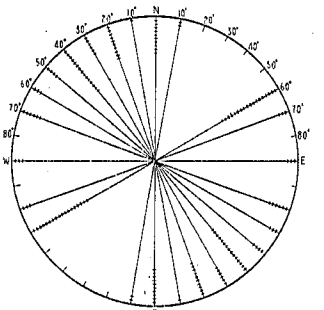
圖—5

I 全古期后十



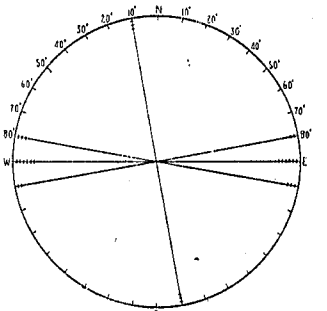
斷層數 141

II 第三系十



斷層數 81

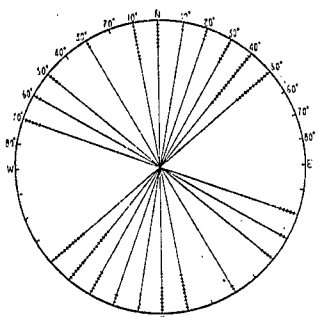
III 新期火成后十



斷層數 14

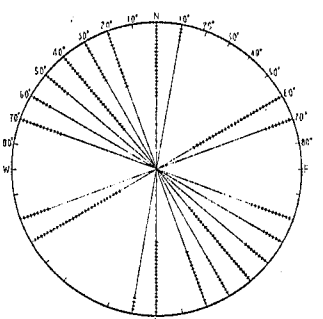
圖—6

I 碼后世及以前



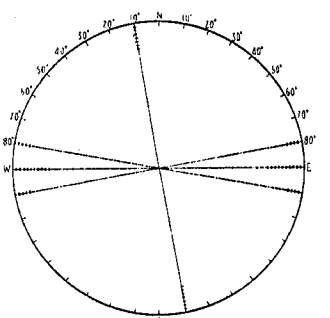
斷層數 [illegible]

II 新期火成后期前
中上部始新世後



斷層數 140

III 新期火成后期後

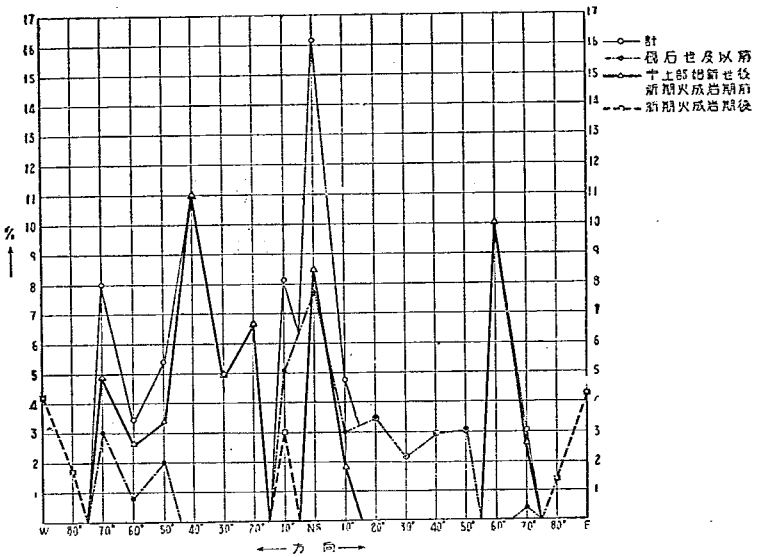


斷層數 25

表—7　断層解析表

断層走向	I 断層数 早納瀬戸附近	古期岩層中	第三系中	新期火成岩中	計	II 断層% 早納瀬戸附近	古期岩層中	金古期岩層中（左二者の計）	第三系中	新期火成岩中	計	III % 金古期岩層中	第三系中	新期火成岩期後	IV 解析% 硯石世及び以前	新期中上部始新世後	新期火成岩期前	新期火成岩期後	計	結果数 硯石世及び以前	新期中上部始新世後	新期火成岩期前	新期火成岩期後	計	断層走向
N—S	*11*	17	10	—	*38*	*4.7*	7.2	*11.9*	4.2	—	*16.1*	*11.9*	4.2	—	7.7	8.4	—	*16.1*		18	20	—	*38*		N—S
N10°E	*5*	4	2	—	*11*	*2.1*	1.7	*3.8*	0.9	—	*4.7*	*3.8*	0.9	—	2.9	1.8	—	*4.7*		7	4	—	*11*		N10°E
N20°E	*5*	3	—	—	*8*	*2.1*	1.3	*3.4*	—	—	*3.4*	*3.4*	—	—	3.4	—	—	*3.4*		8	—	—	*8*		N20°E
N30°E	*1*	4	—	—	*5*	*0.4*	1.7	*2.1*	—	—	*2.1*	*2.1*	—	—	2.1	—	—	*2.1*		5	—	—	*5*		N30°E
N40°E	*1*	6	—	—	*7*	*0.4*	2.5	*2.9*	—	—	*2.9*	*2.9*	—	—	2.9	—	—	*2.9*		7	—	—	*7*		N40°E
N50°E	—	7	—	—	*7*	—	3.0	*3.0*	—	—	*3.0*	*3.0*	—	—	3.0	—	—	*3.0*		7	—	—	*7*		N50°E
N60°E	—	5	18	—	*23*	—	2.1	*2.1*	7.8	—	*9.9*	*2.1*	7.8	—	(—)	9.9	—	9.9		0	23	—	*23*		N60°E
N70°E	—	4	3	—	*7*	—	1.7	*1.7*	1.3	—	*3.0*	*1.7*	1.3	—	0.4	2.6	—	3.0		1	6	—	*7*		N70°E
N80°E	—	1	—	2	*3*	—	0.4	*0.4*	—	0.9	*1.3*	(—)	(—)	1.3	(—)	(—)	1.3	*1.3*		0	—	3	*3*		N80°E
E—W	—	1	3	6	10	—	0.4	0.4	1.3	2.5	4.2	(—)	(—)	4.2	(—)	(—)	4.2	4.2		0	0	10	10		E—W
N80°W	—	1	—	3	4	—	0.4	0.4	—	1.3	1.7	(—)	(—)	1.7	(—)	(—)	1.7	1.7		0	—	4	4		N80°W
N70°W	*2*	11	6	—	*19*	*0.8*	4.7	*5.5*	2.5	—	*8.0*	*5.5*	2.5	—	3.0	5.0	—	*8.0*		7	12	—	*19*		N70°W
N60°W	—	5	3	—	8	—	2.1	2.1	1.3	—	3.4	2.1	1.3	—	0.8	2.6	—	3.4		2	6	—	8		N60°W
N50°W	*1*	8	4	—	*13*	*0.4*	3.4	*3.8*	1.7	—	*5.5*	*3.8*	1.7	—	2.1	3.4	—	*5.5*		5	8	—	*13*		N50°W
N40°W	—	11	15	—	26	—	4.7	4.7	6.3	—	11.0	4.7	6.3	—	(—)	11.0	—	11.0		0	26	—	26		N40°W
N30°W	—	6	6	—	*12*	—	2.5	*2.5*	2.5	—	*5.0*	*2.5*	2.5	—	(—)	5.0	—	*5.0*		0	12	—	*12*		N30°W
N20°W	—	6	10	—	16	—	2.5	2.5	4.2	—	6.7	2.5	4.2	—	(—)	6.7	—	6.7		0	16	—	16		N20°W
N10°W	*3*	12	1	3	*19*	*1.3*	5.1	*6.4*	0.4	1.3	*8.1*	(*5.1*)	(—)	3.0	5.1	(—)	3.0	*8.1*		12	0	7	*19*		N10°W
N—S	*11*	17	10	—	*38*	*4.7*	7.2	*11.9*	4.2	—	*16.1*	*11.9*	4.2	—	7.7	8.4	—	*16.1*		18	20	—	*38*		N—S
計	29	112				12.2	47.4					57.1	32.7												計
	141		81	14	236			59.6	34.4	6.0	100.0	*89.8*		10.2	33.4	56.4	10.2	100.0		79	133	24	236		

圖—8 解析後斷層頻度圖



に存在する總斷層數の約60％が中上部始新世以後，新期火成岩期以前に生じたものであると云ひ得るのである．新期火成岩期以後の斷層に就ては前の場合と同樣である．早鞆瀨戸附近の斷層の位置を西方に40° 回轉した後行つた解析結果に依つて，各時期の斷層に就いて主な方向を一括すれば下の樣になる．

新期火成岩期以後に生じた斷層	N10°W	E—W
新期火成岩期以前 中上部始新世以後 に生じた斷層	N70°～50°W	N40°～20°W　N—S　N60°E
現石世及び其の以前に生じた斷層	N80°～50°W　N10°～0°W	N20°～50°E

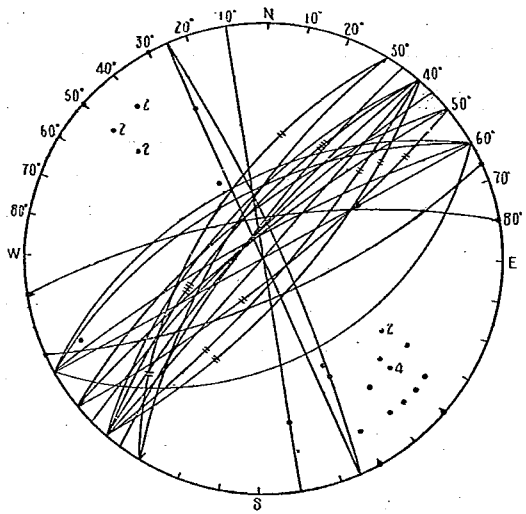
早鞆瀨戸附近の地塊の捻轉運動を假想することの當否，此の解析方向の妥當性については幾多の問題があるが，是樣な取扱ひが地塊運動史を解明する1つの鍵となることもあり得よう．

今迄に斷層に就いて取扱つて來たことは總て斷層の走向のみの資料に就いてであるが，更に斷層の傾斜，ヒりの方向を考慮に入れ，且つ古い時代の斷層の化石化等を併せて解析することが今後必要である．現在の資料では之を行ふには不充分であるが，參考迄に早鞆瀨戸附近の斷層のステレオ投影を圖—9に揭げた．

解析結果に表はれた中上部始新世以後新期火成岩期以前の斷層が全斷層の約6割を占めてゐることは前に述べた樣に，西南日本一般の地史からも，比較的新しい地質時代に於ては此の時期に地殼變動が最も激しかつたことが認められ，之が現在の地形を形造る上に大きな影響を及ぼしてゐるものと思はれるが，此のことに關しては各

地層の占める面積を考慮に入れ，又此の地方の古地理を明らかにしてからでないと言明出來ない．即ち本解析に於て面積單位を入れ，層序と古地理の調査と共に單位面積中に含まれる斷層數を取扱ふことが今後必要である．

圖—9　早鞆瀨戶附近斷層圖



斷層數 29

Ⅳ．國道隧道路線附近の地質

1）地　質

早鞆瀨戶附近の地質は硯石統，玢岩，花崗岩の3者から成り，之等より古い地層も新しい地層も存在して居らず，沖積層も小地域に分布するに過ぎない．

海底隧道は硯石統，玢岩，花崗岩の中に掘鑿されてゐるもので，硯石統は此の地方の硯石統の上部に位する凝灰質或は石灰質の砂岩，頁岩等から成り玢岩及び花崗岩の迸入に依り全部ホルンフェルス化して居る．玢岩は硯石統中に迸入したものであり，花崗岩は硯石統及び玢岩中に迸入したものである．

硯石統

硯石統は海峽の兩側部分に分布し，下關側のものは凝灰質砂岩，凝灰質頁岩を主體とし石灰質頁岩及砂質礫岩の層を挾有して居る．門司側のものは石灰質砂岩，石灰質頁岩を主體として石灰岩，凝灰岩，砂質礫岩等を挾有してゐる．石灰岩中には所々に小規模な空洞を藏してゐるが元來此の層は薄いものであるから，其の中に出來た空洞の最大なるもの幅3m，高さ0.6m，長さ5m內外に過ぎないものであり，又隧道掘鑿箇所に現はれたものは全部ホルンフェルス化して水に不溶解性のものとなつてゐた．

硯石統の走向，傾斜は大略次の如くで，場處に依り著しい差異があり一樣でない．

調査隧道下關側竪坑よりの距離	走　向	傾　斜
40米～ 80米	N80°～90°W	SW40°～70°
80米～145米	N30°～60°E	SE50°～70°
145米～220米	N80°～90°E	SE40°～60°
690米～770米	N 0°～30°N	NE 0°～60°
830米～910米	N30°～40°E	NW50°～70°

隧道部の硯石統は陸上部の層位關係から推察すれば下關側のものが門司側のものより上位のものと考へられる．隧道部の硯石統は，全部玢岩或は花崗岩の迸入に依る接觸變質作用を受け硬質のホルンフェルスになつて居る此のことは門司側の花崗岩

との接觸部に於て特に著しい．下關側の凝灰質の岩石も元來は玢岩の接觸變質作用に依つて硬質になつたものであるが，小龜裂が多い爲風化が進み，絲泥石を生じ時には小龜裂に沿ひ方解石の脈を生じた所もあり，岩盤に緩んだ部分が多い．之に反して門司側の硯石統は石灰岩の溶解による小空洞が處々にある外，龜裂も少く，既に溶解し去つた空洞の外は石灰質の岩石も水に不溶性の岩石に變化して居るから，一般に堅硬で良質である，

玢　岩

玢岩は早鞆瀨戸海峽部の中央部分及び下關側陸上部に硯石統を貫いて廣く分布し，新鮮なものは暗綠色を呈し堅硬であるが，斷層附近のものは龜裂が多く，龜裂に沿ひ風化が進み脆弱になつてゐる．此のことは殊に下關側調査竪坑を距る 230 米附近及び 360 米附近に於て著しく，部分によつては蛇紋岩様になつてゐる．玢岩は硯石統中に迸入し固結したもので，硯石統に接觸變質を與へて居るが，隧道部に於ては硯石統とは殆ど常に斷層を以て境して居る．

花崗岩

花崗岩は硯石統及び玢岩を貫いて海底部分處々に岩脈をなして，又門司側調査竪坑附近に岩株をなして存在するもので，之等は皆花崗岩岩漿の周緣部ものであるから一般に稍細粒で，閃綠岩様のものである．花崗岩は硯石統及び玢岩に接觸變質を與へ，門司寄りの硯石統の岩石は總て堅硬質のホルンフェルスとなり，ホルンフェルスと花崗岩との境界は物質交換により緊密に固着してゐる．玢岩と花崗岩との間も同様であるが玢岩は硯石統の岩石に比べ熱變質を受け難いから，硯石統の場合程著しくない，隧道部の花崗岩は斷層部以外は一般に新鮮堅硬質である．

2）斷層及び龜裂

海峽部分は其の成因上，斷層及び之に附隨する龜裂が少く無く，海底隧道路線に於ても相當數の斷層及び龜裂が存在する．調査隧道及び本隧道内に於て見られる斷層及び龜裂は表—8，表—9 の如くである．表中の M は中

表—8　調査隧道に於ける斷層龜裂

區別	位置 調査竪坑よりの距離（米）	走向	傾斜	岩石	摘要	セメント注入量（壓500～550）
M1	32	N35°W	SE40°	ホルンフェルス	幅25糎，角礫及粘土充塡，湧水 4 個	
M2	82	N40°E	SE65°		湧水少量	1103袋
M	146	N30°E	SE60°		幅 1.5 米，角礫及粘土充塡	
M	147	N30°E	SE60°		斷層龜裂多し	
T1	150	N60°E	SE80°			
M	158	N40°E	SE70°		粘土充塡	
	164	N80°E	SE70°			
	193			玢岩	斷層龜裂多し	424袋
M3	220	N20°E	SE60°			
	258	N E	NW45°			
T2	268	N60°E	NW70°			
M	270	N40°E	NW60°		粘土充塡	41袋
	294—303				龜裂帶	
	366				湧水，粘土充塡	
	375					
	380—385				龜裂帶	

斷層龜裂多く風化著し

	390			玢岩	龜裂，湧水	
T3	410	N60°E	NW60°		幅30糎，粘土充塡	
	415—425				龜裂帶	895袋
	431—432				龜裂	
	440				幅10糎	
	445				龜裂湧水多量	
	452				幅50糎，粘土充塡	
M	549	N10°E				
M	566	N50°E	NW			
	604	N80°W	SW			
M	640	N30°E	SE			
M4	682	N40°E	SE80°	ホルンフェルス		
T	693	N60°E			幅5米，湧水多量	163袋
M	727	N50°E	NW70°			
T	795	N60°E	SE65°			
M	841	N10°W	SW			
M	879	N40°E	SE			
M	890	N10°E				
T	897	N60°E	SE65°			
M	900	N50°E	NW			
T	911	N65°E	NW45°		幅30糎，角礫充塡，湧水5～6個	260袋
M	972	N40°E	NW70°		幅30糎，角礫充塡，湧水少量	

表—9　本隧道に於ける斷層・龜裂

區別	位置 下關本坑口よりの距離（米）	走向	傾斜	岩石	摘要		セメント注入量（壓500～550）
M1	—25						
M2	10	N30°～40°E	SE60°～70°	ホルンフェルス	幅30～50糎，粘土充塡		
M	58	N50°E	SE70°		破碎帶，幅2m，湧水多量	斷層・龜裂多し	1287袋
T1	62	N60°E	SE60°		幅1.5米，粘土充塡		
M	89	N40°E	SE70°		幅1米		
M	91	N40°E	SE70°		幅50糎		
	94	N80°E	SE70°		幅80糎		
T	104	N60°E	SE60°		幅60糎		
	144			玢岩			
M3	149	N15°E	SE65°			斷層龜裂多し	2950袋
M	184	N30°E	SE60°				
T2	185	N60°E	NW70°		幅5米，角礫充塡		
	189						
M	224	N40°E	NW60°	岩	幅30～40糎		900袋
M	259	N E	NW		幅40糎		
T	266	N60°E	NW40°		龜裂		

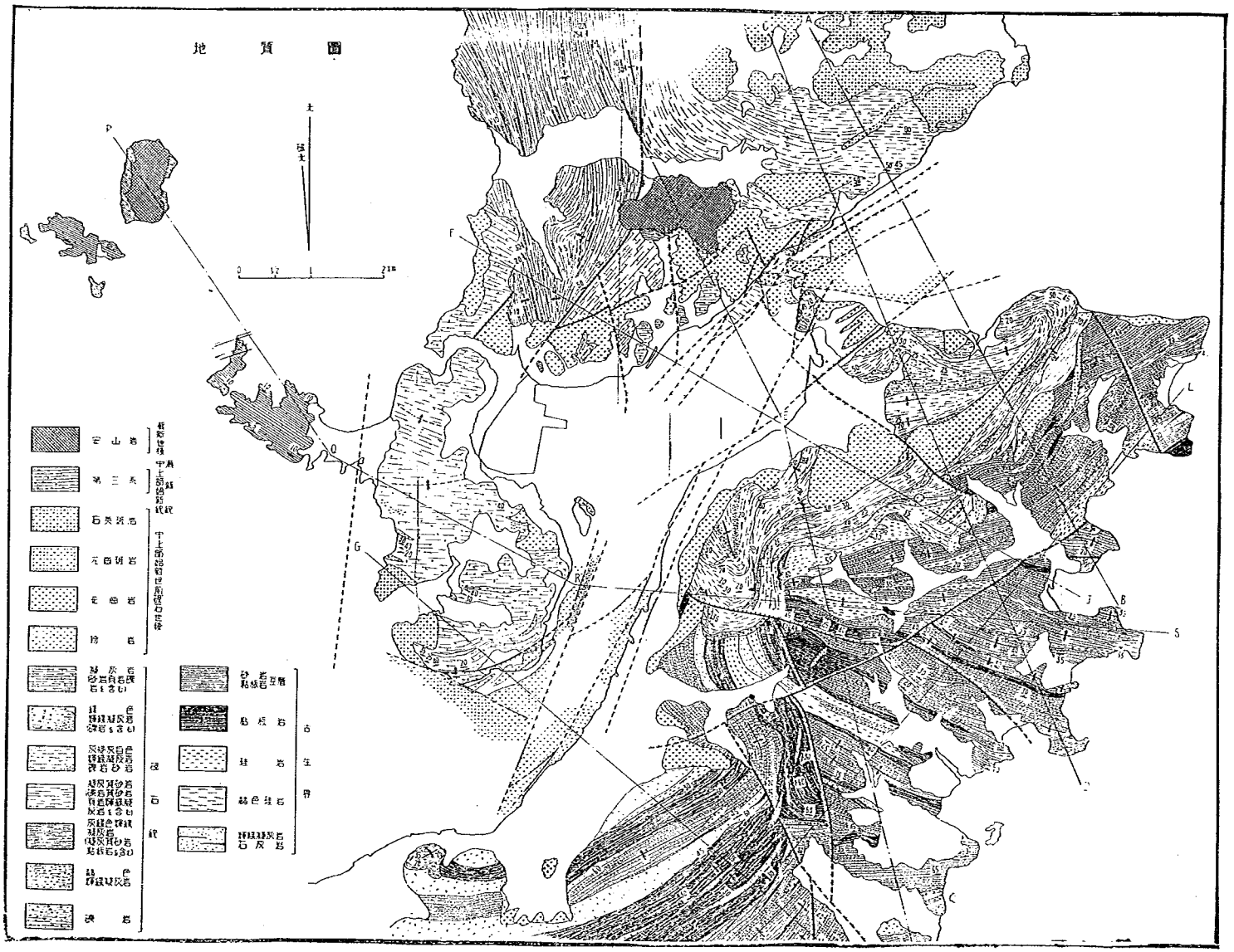
	284						
M	285	N40°E	NW70°	玢	幅30糎	断層粗裂多し	1200袋
M	287	N40°E	NW70°	岩	粗裂帶幅25糎湧水		
T3	330	N60°E	NW60°		角礫充塡，幅1米		
	341						
M	392	N50°E	NW80°				288袋
M	462	N40°E	NW80°		幅60糎		
T	513	N60°E	SE60°		幅50糎		
M	572	N30°E	SE70°		幅15糎		
M	587	N40°E	NW80°		幅1.5～15糎		
T	602	N65°E	NW70°		幅50糎		
M4	602	N45°E	SE80°				
M	641	N50°E	SE80°	ホルンフェルス	幅15糎		
M	665	N50°E	NW80°		幅15糎		
M	702	N10°W	⊥				
T	707	N25°W	⊥		幅15糎		
T	742	N60°E	⊥				
M	747	N40°E	NW70°				
T	767	N25°W	SW85°		幅15糎		

生代硯石世以前に生じたものを示し，Tは第三紀以後（中上部始新世以後新期火成岩以前）に生じたものを示す．

表－8，表－9には顧慮するに足らぬ小断層をも含めたが，此の中で主な断層は太字で示したM1～M4，T1～T3の7である．一般にMの断層はTの断層に比べ地質を擾亂してゐる程度が少ない．小断層でもMの系統のものとTの系統のものとが接近してゐる箇處では龜裂が多く岩盤の緩んだ地帶となり地質を不良にしてゐる．調査隧道の146米附近（下關調査竪坑より），本隧道89米附近，152米～189米及び195米～244米（孰れも下關本竪坑より）が此の例である．又主な斷層でもMの斷層は古い時代の斷層であるから或る程度固着してゐて，Tの斷層が接近して居なければ殆ど地質に惡影響を及ぼして居ないことは，隧道中間部より門司寄りの地質に見られる如くである．從つて表－8，表－9中に太字で示した主な斷層の中でも，重要なものはT1～T3の3と見て良い．

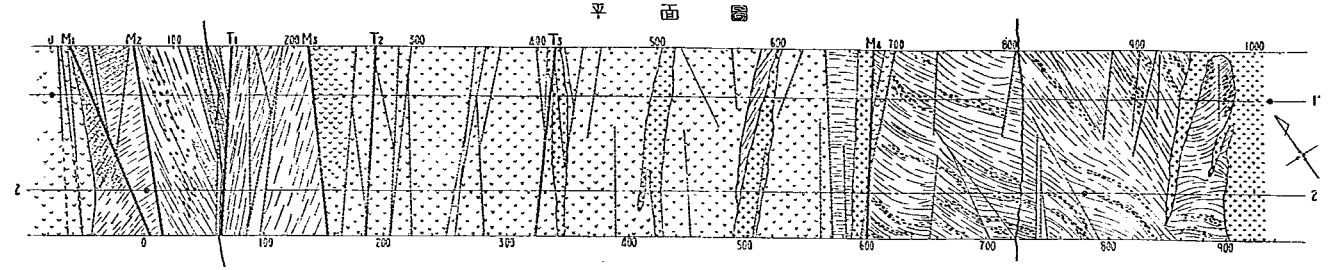
T1～T3の斷層はいづれも早鞆瀬戸の海峽方向即ち下關側海岸線の方向に沿ふものであつて，此の地方に第三紀直後に生じた斷層の最多方向に一致して居る．之等主斷層の幅は1米內外のものであるが，斷層の兩側約10米～40米に亘つて岩石の破碎された地帶を生じて居り，此の部分は岩盤一帶が緩み浸透水の爲風化が進んでゐる．此の破碎帶は斷層の下盤に於けるより上盤に於いて遙かに大きく破碎の程度も烈しい．即ちT1では斷層の南側に約40米に亘り破碎帶が存在し，T2・T3では斷層の北側に各々40m・50mに亘つて破碎帶が存在し，表－8，表－9中に示した量のセメント注入を行つて岩盤を固め湧水を防止しつつ掘鑿を進めた．

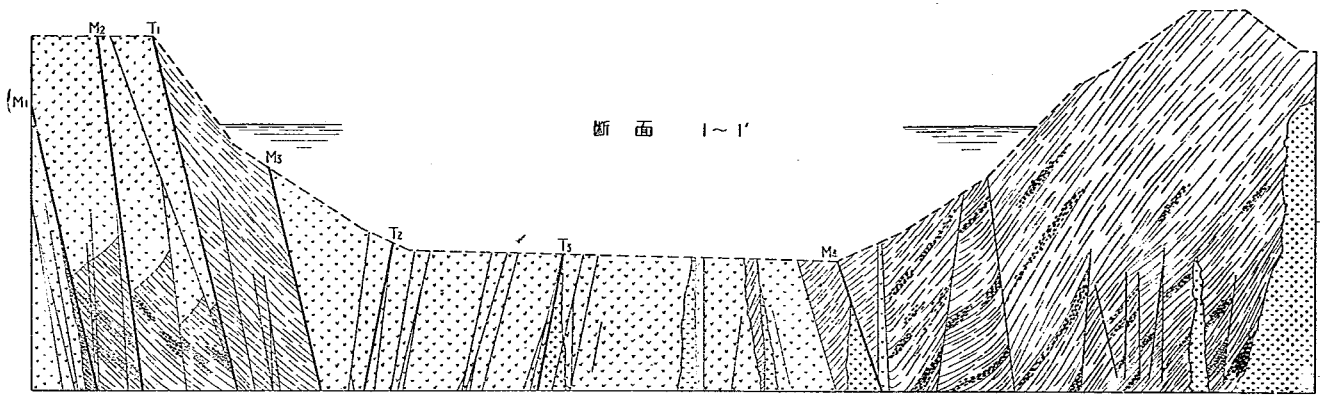
要之，早鞆瀬戸には多數の斷層が橫はつてゐるが，其の走向が隧道線に直角又は之に近い方向を有して居り，著しく斜行するものが無いから，たとひ風化帶或は弛緩帶が之等に伴つてゐるとは雖も掘鑿遂行上比較的好都合なる地質的條件を有してゐる．


地質圖
北
磁北
0
1/2
1
2km
P
F
G
Q
R
A
B
C
J
L
S
宮山岩
第三系
石英斑岩
元面斑岩
花崗岩
閃岩
砂岩
粘板岩
珪岩
緑色珪岩
石灰岩
古生層

海底部地質圖

平面圖





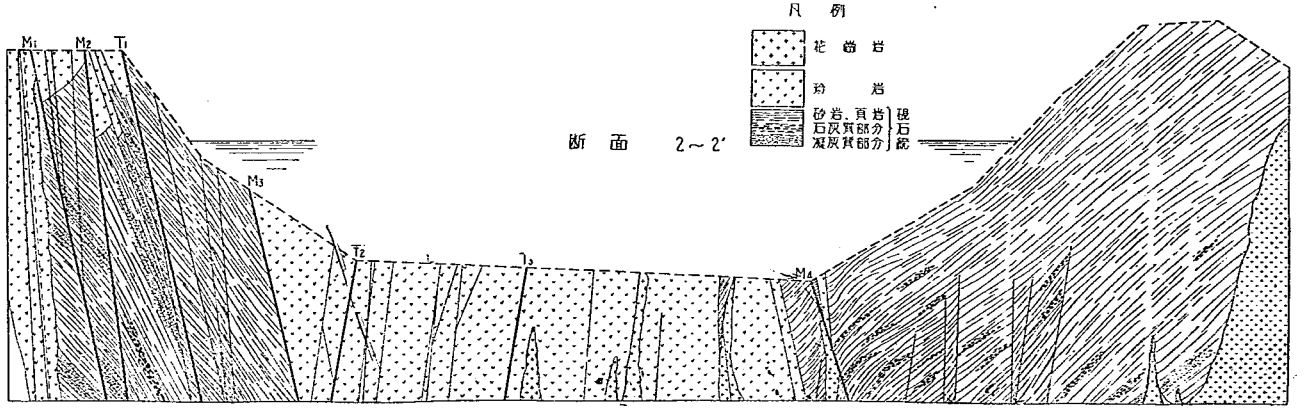
断面 1～1'

凡例

花崗岩

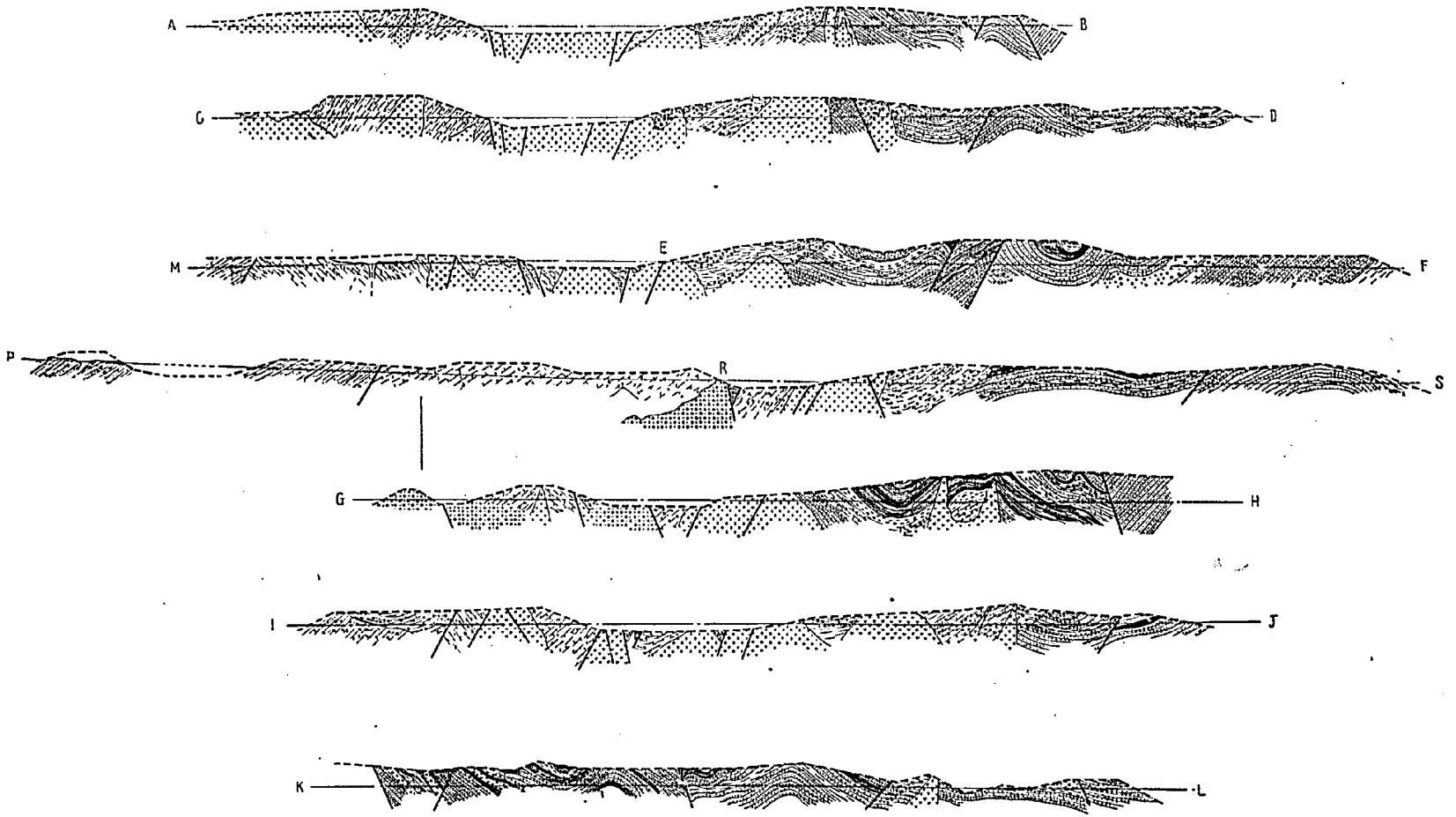
玢岩

砂岩、頁岩 石灰質部分 凝灰質部分 } 硯石紀



断面 2～2'

地質断面図



現場に於けるコンクリート曲ゲ強度の簡易試験方法に就て

建設技官　山田順治
建設技官　清水道貞
建設技官　磯崎正晴

目　次

Ⅰ. 緒　言……(1)
Ⅱ. 實驗概要……(5)
Ⅲ. 簡易コンクリート曲ゲ强度試驗方法……(6)
Ⅳ. 實驗結果……(7)
Ⅴ. 簡易曲ゲ强度試驗方法に對する考察……(10)
Ⅵ. 結　言……(11)

Ⅰ. 緒　言

一般にコンクートの品質は，標準圧縮强度で示すのが普通であるけれども，曲ゲ（Bending）を受けるコンクリート部材，殊に，コンクリート道路のような構造物の場合には，曲ゲに對する性質を明らかにするために，更に曲ゲ强度を求める必要がある．

このために當所では昭和7年に曲ゲ試驗の標準方法を定めた（土木試驗所報告，土木工業用材料標準試驗方法昭和7年12月）けれども，現在までのコンクリート道路の現場では，その設備，手續，および方法が簡單でない，又コンクリートの品質も比較的信賴出來たので，この試驗は殆ど行われなかつた．

ところが今回，コンクリート道路標準示方書が土木學會で制定され，コンクリート道路の施工について一般の標準が示されることになり，その7條に

7條　試驗

工事施工者はコンクリートの品質を確かめるため，工事着手前に圧縮强度試驗および曲ゲ强度試驗をしなければならない．但し責任技術者が承認した場合にはこのかぎりでない

と定められ，一般に曲ゲ强度試驗を行わなければならなくなつた．

このため，逓信省工業技術廳では，ＪＥＳ土木1106，建築3108として，曲ゲ强度試驗の標準方法を制定した．

從つて一般にコンクリート道路工事では，この方法によつて曲ゲ强度を求めるのが原則となつたけれども，機械設備，試驗器具，がなく，運搬其の他が不便な現場では，止むを得ず，7條の但し書きの責任技術者の判斷によらなければならない場合も多く生じてくる．

又，たとえ，その設備が多少あつても，最近のように，セメント品質が低下し，品質の不均一なセメントが多

くなると，これらセメントで造つたコンクリートの強度を知る必要が一段と多くなり，殊にコンクリート道路のような場合には，一日も早く交通を開始したい要求によつて數多くの試驗を行わなければならなくなると，前記の標準試驗を完全に實施することは，供試体が比較的大きく，手續きが面倒であるために，困難となる場合が少くない．

この場合，曲ゲ强度を簡單に數多く試驗し容易にコンクリートの品質を判斷出來れば，責任技術者は工事の正確，工期の短縮等有効な工事の施工が出來ることになる．

そこで，當所では，昭和20年から約2年間に亘つて，現場で簡單に試驗出來る小型供試驗体による曲ゲ强度と前に述べた當所で早くから制定してあつた．標準曲ゲ强度試驗による强度或いは標準圧縮强度との關係を求める實驗を行つた．

小型供試体による簡易曲ゲ强度試驗方法として，7×10×75 cm の小型供試体を，支間60 cm の單純梁とし，載荷点を支間の中央にとつて，荷載裝置は，後に示すありあわせの石油カン，其の他で簡單に實施出來る方法をとり51箇の供試体について試驗した結果

粗骨材として普通砂利を用いた場合，材齡，配合に關係無く，比較的よい精度で

$$\sigma_{db} = 01860\,\sigma_i^{1.38}$$

玆に　σ_{db} = 標準供試体曲ゲ强度 (kg/cm²)

　　σ_i = 簡易供試体曲ゲ强度 (kg/cm²)

及び　$\sigma_{dc} = 3.57\,\sigma$

玆に　σ_{dc} = 標準供試体圧縮强度 (kg/cm²)

と云う關係を得た．

この關係を利用すれば，この小型の供試体による簡易曲ゲ試驗方法によつて，容易に標準曲ゲ，或いは標準圧縮强度が推定され，從つて，標準試驗方法による場合が困難な現場に於て特に有効に，コンクリート品質の檢討をすることが出來，從つて工事施工の能率をあげることが出來ると考えられる．尙今回實驗の準據した當所制定の曲ゲ强度試驗方法，及び新たに制定されたＪＥＳによる曲ゲ强度試驗方法を參考として次にあげる．

(1) 當所制定コンクリート曲ゲ强度試驗方法

本試驗方法はコンクリートの曲ゲ强度を測定するために行うものとする．

裝　置

曲ゲ試驗機　曲ゲ試驗機は供試体を2支承上に載せ支間の中央に壓力を加えて破折するもので，壓力を正確に讀み得る裝置を有するものとする．

用　具

曲ゲ試驗用型　幅 15 cm，長サ 75 cm，深サ 15 cm の有底金屬製型で，使用中變形又は漏水しないものとする．

鐵棒　砕石の空隙試驗に用うるものと同樣のものとする．

鐵板　巾 40 mm，厚 8 mm，長 150 mm に仕上げたる鐵板にして3個を以て1組とする．

試驗方法

供試体は通常3個以上を以て1組とし，圧縮試驗と同樣の方法で材料を秤取混合した後，2層に分けて型に塡充する．但し各層塡充毎に鐵棒を以て漸く前層に達する程度で且分離を起さないよう突くものとする．

コンクリート上面は型の上緣と同高に鏝仕上を濕布を以て被い靜置し，塡充後 24 時間乃至 48 時間を經過した

後脫型して18°C乃至24°Cの溫度の水中又は濕砂中で養生するものとする.

供試体は試驗前水中又は濕砂中より取出し石膏で鐵板を所定の支点及び載荷点の位置に膠着させる.

曲ゲ試驗は必要に應じ成形後3日，1週，4週又は13週を經たる供試体に就て行い，供試体を曲ゲ試驗機にスパン60 cmは載置しスパンの中央上面に徐々に圧力を增加して供試体の破折した時の圧力を讀むものとする.

供試体の曲ゲ强度は次式によつて計算するものとする.

$$\text{曲ゲ强度}=\frac{3P}{bd^2}\left(\frac{1}{2}-a\right)$$

P = 供試体の破折せる時の壓力 (kg)

l = スパン (cm)

a = スパン中央より供試体下面に於ける破折斷面迄の平均距離 (cm)

b = 供試体の幅 (cm)

d = 供試体の高 (cm)

試料の曲げ程度は一組の各供試体の强度の平均値を以て表わし，三數位迄算出するものとする.

(2) コンクリートの曲ゲ强度試驗方法 (JES 土木1106 建築3105)

1條　この規格はコンクリートの曲ゲ强度試驗に適用する.

曲ゲ强度試驗は單純バリ3等分点荷重方法によるものとする.

2條　供試体の寸法

供試体の斷面は，粗骨材の最大寸法が，5 cm以下の場合には15 cm × 15 cm，5 cm以上の場合には正方形斷面の邊長を粗骨材の最大寸法の3倍以上，としなければならない.

供試体の長サは7條に規定するスパンより8 cm以上長くなければならない.

3條　供試体の製造用器具

1　型ワクは堅固で吸水性のないものとし，底板を側板に確實に取付け，完全に水密となるように組立てなければならない. 型ワクの接ぎ目には油土，かたいグリースなどをうすくはさみつけ，內面には，コンクリートを打込む前に鑛物性の油を塗るものとする.

2　突き棒は直徑16 mm長さ50 cmの丸鋼とし，その先端を銳くとがらしたものとする.

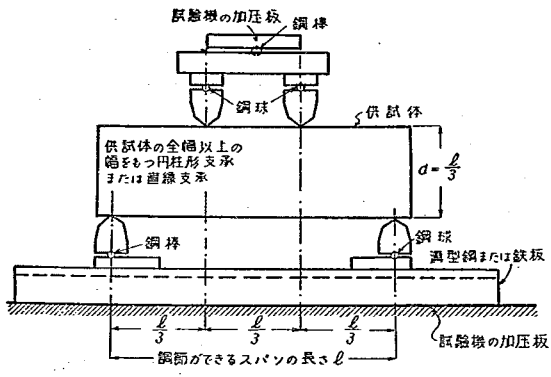
4條　コンクリートの打込み

供試体はその長軸を水平にして打込まなければならない. コンクリートは深サ約75 cmの層に詰め，各層毎に突き棒で面積10 cm × 10cmにつき6回ずつ突くものとする. 最上層は型ワク頂面にやや盛上げるようにする. 各層は突き終つたのち，コテまたは類似の器具で型ワクの側面および端面にそつてスペイゲングをするものとする. 打込みが終つたら，上面の余分のコンクリートを定規でかきとり，木ゴテで仕上げる.

供試体は速かにかつ連續して造らなければならない.

5條　養生

コンクリートを打込んだ直後から型ワクを取りはずすまで，常に十分ぬらした2重の麻布その他でおおつておく. コンクリートを打込んだ直後から24時間は溫度を16～27°Cに保たなければならない. コンクリートの打込み後24時間後に型ワクを取りはずして，試驗日まで18～24°Cの溫度中で，供試体の表面が常に水膜でおおわれている狀態で養生する.



3等分点荷重方法によるコンクリートの曲げ試験装置の1例

ただし，構造物におけるコンクリートの強度を試験する場合には，出来るだけその構造物と同じ状態で，養生しなければならない．

供試体は，所定の養生を終つた直後のぬれた状態で，試験しなければならない．

6條　曲げ試験の装置

試験の装置は，ハリに鉛直荷重だけかゝるような，また偏心荷重のかゝらないようなものでなければならない．

圖は，適當な試験装置の1例を示したものである．

7條　スパン

スパンはハリの高さの3倍とする．

8條　試験

供試体はコンクリートを型枠に詰めたときの側面を上下面として，支承の巾の中央におく．

荷重を加えるブロックはスパンの3等分点で，供試体の表面に接觸させる．供試体の表面が平面でないために，荷重点または支点でブロックと供試体面との間にスキ間があるときには，接觸点の供試体表面を平らにとぐか，またはキヤツピングをして，よく接觸するようにする．荷重は破壊荷重の約50％までは早い速度でかけてもよいが，そののちは繊維應力度の増加が毎分10 kg/cm² をこえないようにする．

9條　試験後の供試体寸法の測定

破壊斷面の平均幅および平均高サは0.25 mm まで測定する．

10條　計算

1　供試体がスパンの3等分の中央部で破壊したときは，曲ゲ強度をつぎの式で計算する．

$$\sigma = \frac{Pl}{bd^2}$$

こゝに

σ	= 曲ゲ強度	(kg/cm²)
P	= 試験機の示す最大荷重	(kg)
l	= スパン	(cm)
b	= 破壊斷面の平均幅	(cm)
d	= 破壊斷面の平均高サ	(cm)

2　供試体がスパンの3等分の外側部で破壊しかつ荷重点から破壊斷面までの距離がスパンの5%以内である場合には，曲ゲ強度をつぎの式で計算する．

$$\sigma = \frac{3Pa}{bd^2}$$

こゝに

a＝破壊斷面とこれに近い方の支点との距離をハリの下面のスパンの方向の中心線にそつて測つた距離（cm）

3　供試体がスパンの3等分の外側部で破壊し，かつ荷重点から破壊斷面までの距離がスパンの5%以上である場合は，その試驗結果を無効としなければならない．

11條　報告

報告にはつぎの事項を記載する．

1．供試体の番号
2．材令
3，平均幅　(cm)
4．平均高サ (cm)
5．スパン　(cm)
6．最大荷重 (kg)
7．0,1 kg/cm² まで計算した曲ゲ強度 (kg/cm²)
8．養生方法および養生温度．
9．供試体の破壊狀況その他

Ⅱ．實驗概要

以上の目的を以て行つた實驗の大要は次のようであつた．

(1)　試驗項目

現場で簡單にコンクリートの曲ゲ強度を知るために小型の供試体で，Ⅰの簡易コンクリート曲ゲ強度試驗方法によつて試驗を行い，之を簡易供試体曲ゲ強度とし，次の如き數項目に亘る試驗を行つて各種の關係を見出さんとした．

(i) 簡易供試体曲ゲ強度と標準試体曲ゲ強度との關係
(ii) 簡易供試体曲ゲ強度と標準圧縮強度との關係
(iii) 簡易供試体の寸法偏差の影響
(iv) 材令の影響
(v) 材料の影響

(2)　使用材料

試驗に使用した材料は次の如き性質のものである．

(i) セメント　　磐城ポルトランド　セメント，小野田ポルトランド　セメント，日本ポルトランド　セメント．

(ii) 細骨材　　多摩川産の砂，粗粒率2.8

(iii) 粗骨材　　多摩川産の砂利，最大徑20 mm，30 mm，および50 mmの三種，粗粒率はそれぞれ6.4，7.1，7.1.

(iv) コンクリート　　配合1:2:4及び1:3:6（重量）水セメント比

1:2:4の場合，50,55,60,70,80.%　1:3:6の場合，85,95,115%

(3) 供試体

試験に使用した供試体は次の如くである.

(i) 標準曲げ試験供試体（15cm × 15cm × 75cm）51箇

(ii) 簡易曲げ試験供試体（7cm × 10m × 75cm）51箇

(iii) 標準圧縮強度試験供試体（徑15cm × 高38cm）51箇

この各供試体に用いたコンクリートは表—1，表—2，および表—3の如く，試験番號1～12迄のものに對しては最大徑20 mmの粗骨材を，13，14に對しては最大徑30 mmの粗骨材を，15～17のものに對しては最大徑50 mmの粗骨材をそれぞれ用いた.

但し，最大徑50 mmの場合の簡易曲ゲ試験供試体に對しては30 mm以上の粗骨材は之を除き，之に相當する30mm以下の粗骨材とおきかえて製作した.

(3) 供試體の製作並に試験

供試体の製作は1種類の配合，水セメント比のものは，すべて一組を同じ日に實施した.

試験は標準圧縮供試体はアムスラー型200 t圧縮試験機，標準曲ゲ試験供試体は5 t手働油壓式コンクリート曲ゲ試験機，簡易曲ゲ試験供試体は5 t松村式多能試験機を夫々使用した.

試験に際しては製作寸法及び方向の影響を少くするために製作時の側面を以て加圧面とした.

Ⅲ. 簡易コンクリート曲ゲ強度試験方法

この實驗の結果，簡易曲ゲ强度試験には次の方法がよいと考えられる.

簡易コンクリート曲ゲ强度試験方法

本試験方法はコンクリートの曲ゲ强度を現場で簡單に測定するために行うものとする.

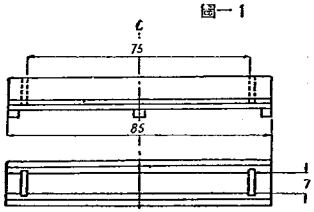
装　置

試験は供試体を2支承上に載せ，スパンの中央に壓力を加えて之を破折する裝置により行うものとする.

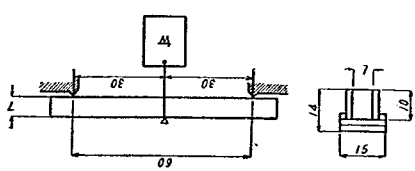
用　具

曲ゲ試験用型　巾7 cm，深10 cmの有底金屬又は木製型で，使用中變形又は漏水しないものとする.

圖—1



圖—2



鐵棒，鐵棒は徑 16 mm，長サ 50 cm で，その下端長 3 cm の間を円錐狀とし，末端に丸味を附けたものとする．

試驗方法

供試体は通常 3 個以上で 1 組とし，材料を練り混ぜた後 2 層に分けて型に塡充する．但し各層塡充毎に鐵棒で漸く前層に達する程度で且分離を起さないように突くものとする．

コンクリート上面は型の上緣と同高に鏝仕上をし濕布でおおい靜置し，塡充後 24 時間乃至 48 時間を經過したる後脫型して 18°C～24°C の溫度の水中又は濕砂中で養生するものとする．

供試体は試驗前に水中又は濕砂中より取出し支承及び載荷点を平滑に均す．

曲げ試驗は必要に應じ成形後任意の材令に於ける供試体に就き行うものとし，供試体を製作時の側面を加圧面とし，即ち高サが 7 cm となる如くし，スパン 60 cm に支えスパンの中央上面に徐々に荷重のかゝる裝置とし，荷重を增加して供試体の破折した時の荷重を Pkg とする．

供試体の曲げ強度は，次式で計算するものとする．

$$\text{曲げ強度} = 0.00612P\,(30 - a)$$

こゝに，P = 供試体の破折したときの荷重 (kg)

a = スパン中央より供試体下面に於ける破折斷面迄の平均距離 (cm)

試料の曲げ強度は 1 組の各供試体の強度の平均値を以て表わし 3 數位迄算出する．

得られた結果を標準供試体曲げ強度に換算するには次式を使用するものとする．

$$\sigma_{fb} = 0.186\sigma_f^{1.38}$$

ここに，σ_{fb} = 標準試供体曲げ強度 (kg/cm²)

σ_f = 簡易供試体曲げ強度 (kg/cm²)

又，標準圧縮度に換算するには次式を使用するものとする．

$$\sigma_{dc} = 3.57\,\sigma_f$$

ここに，σ_{dc} = 標準供試体圧縮強度 (kg/cm²)

Ⅳ. 實 驗 結 果

簡易供試体曲げ強度を求めるために，前項■の簡易コンクリート曲げ強度試驗方法に從つて供試体を製作し試驗した結果は表一1 の如くである．又當所制定コンクリート曲げ強度試驗方法によつて

表一1　簡易曲げ供試体試驗結果

試驗番號	配合	水セメント比	スランプ	フロー	材令	重量	破壞荷重	最大曲げモーメント	曲げ強度	摘要
		%	cm		日	kg	kg	kg・cm	kg/cm²	
1	1:2:4	60	1	141	7	12.390	83.0	1245	15.31	
2					28	12.410	157.0	2330	28.90	
3		70	10	188	7	12.230	87.0	1318	16.20	
4					28	12.160	153.0	2295	27.47	
5		80	20	220	7	12.120	57.7	865	10.51	
6					28	12.160	138.0	2075	26.40	

7	1:3:46	85	1	155	7	12.530	42.0	635	6.63	
8					28	12.320	100.0	1500	17.10	
9		95	11	210	7	13.310	33.5	503	6.20	
10					28	12.160	75.0	1125	14.50	
11		115	18	220	7	12.000	6.5	98	1.25	
12					28	12.470	3.8	56	0.70	不良
13	1:2:4	60	3.2	181	28	12.640	120.0	1800	33.60	粗骨材最大寸法 30mm
14		50	1.1	165	〃	12.770	232.0	3470	42.10	〃 〃
15		60	13.0	204	〃	12.480	134.0	2001	23.60	〃 50mm
16		60	8.0	—	〃	13.220	212.0	3180	35.80	〃 〃
17		55	—	—	〃	12.613	213.0	3200	35.90	〃 〃

表—2 標準曲げ供試体試験結果

試験番號	配合	水セメント比	スランプ	フロー	材令	重量	破壊荷重	最大曲げモーメント	曲げ強度	摘要
		%	cm		日	kg	kg	kg・cm	kg/cm²	
1	1:2:4	60	1	141	7	39.310	350	5250	18.33	
2					28	39.000	708	10625	18.90	
3		70	10	188	7	39.190	178	2675	4.76	
4					28	39.420	658	9875	17.57	1本養生中破損
5		80	20	220	7	39.390	108	1625	2.89	
6					28	38.760	442	6938	12.34	
7	1:3:6	85	1	155	7	39.270	167	2500	4.45	
8					28	39.350	488	7313	13.01	
9		95	11	210	7	39.400	917	1375	2.44	
10					28	39.410	208	3125	5.56	1本養生中破損
11		115	18	220	7	—	—	—	—	全部養生中破損
12					28	39.130	38	561	1.00	
13	1:2:4	60	3.2	181	28	40.333	1220	1830	27.9	粗骨材最大寸法 30mm
14		50	1.1	165	〃	40.373	1440	2160	36.9	〃 〃
15		60	13.0	204	〃	40.000	882	1320	21.9	〃 50mm
16		60	8	—	〃	39.789	1175	1770	27.4	〃 〃
17		55	—	—	〃	40.490	1211	1820	29.7	〃 〃

表—3 標準圧縮供試体試験結果

試験番號	配合	水セメント比	スランプ	フロー	材令	重量	破壊荷重	圧縮強度	摘要
		%	cm		日	kg	kg	kg/cm²	
1		60	1	141	7	12.190	11,700	67.00	1本製作不良
2					28	12.220	19,100	114.00	

3	1:2:4	70	10	188	7	12.140	8,800	49.70	
4					28	12.100	18,800	106.60	
5		80	20	220	7	11.870	5,780	33.33	
6					28	11.880	11,300	64.00	
7	1:3:6	85	1	155	7	12.250	4,320	24.43	
8					28	12.350	9,600	54.00	
9		95	11	210	7	12.080	3,200	17.00	
10					28	12.160	6,800	37.50	
11		115	18	220	7	12.050	1,220	6.87	
12					28	12.520	5,970	34.10	
13	1:2:4	60	3.4	181	28	12.338	35,200	201.0	粗骨材最大寸法 30mm
14		50	0.5	157	〃	12.490	43,000	245.0	〃 〃
15		60	13.0	204	〃	12.490	15,000	85.0	〃 50mm
16		60	8.0	—	〃	12.330	23,300	133.0	〃 〃
17		55	—	—	〃	12.793	34,000	194.0	〃 〃

供試体を製作して求めた標準供試体曲ゲ强度の試驗結果は表—2の如くであり，標準圧縮强度の試驗結果は表3の如くである．何れの强度の數値も供試体3個の平均値である．

これらの結果を配合，材令に關係なく各供試体間の關係强度に就いて圖示すると，標準供試体曲ゲ强度と簡易供試体曲ゲ强度との關係は圖—3，簡易供試体曲ゲ强度と標準圧縮强度との關係は圖—4の如くなる．之によると配合，材令に關係のない比較的簡單な關係になる．これらの關係を明確にするために各種供試体强度の關係式を求めて次式を得た．

$$\sigma_{db} = 0.186\sigma_i{}^{1}z^{38} \cdots\cdots (1)$$

$$\sigma_{dc} = 3.57 \cdots\cdots (2)$$

實際は $\sigma_{dc} = 3.575\sigma_i{}^{1.02}$ となつたが殆ど直線と變りないために實用上式(2)の如くした．

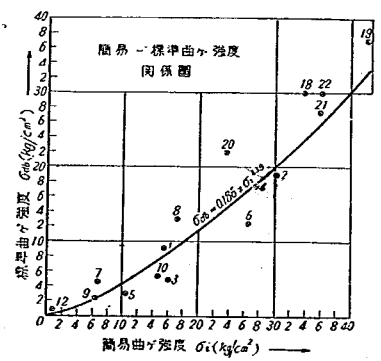
式(1)によるときの誤差は，この實驗では平均して±3.0 kg で，式(2)では±0.6kg であつた．

次に式(1)及び式(2)より σ_{db} と σ_{dc} との關係が求まり之を圖示すれば圖—5の如くなり，又次式を得る．

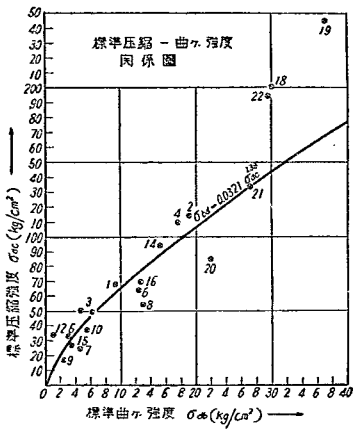
$$\sigma_{db} = 0.0321\sigma_{dc}{}^{1.38} \cdots\cdots (3)$$

簡易供試体製作に使用した型ワクは現場の事情をも考慮して木製であつたが，このために型ワクの變形に依る供試体寸法の變化も相當あり，試驗後破壞斷面に就いて測定した結果，全供試体の平均寸法誤差として製作時の高さの値に於て約—0.6 mm，同じく幅の値に於て +1.6 mm を得た．實驗結果は總

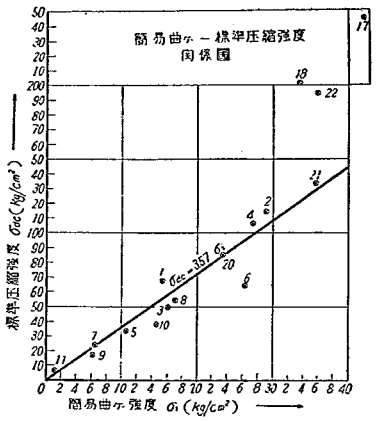
圖—3



図－4



図－5



てこれらの影響を考慮して算出した．

Ⅴ．簡易曲ゲ強度試験方法に對する考察

標準曲ゲ強度試験供試体に於てはその寸法15 × 15 × 75 cm なるに対して，簡易曲ゲ強度試験供試体に於ては斷面が著しく小さくなり，7 × 10 × 75 cm である．之は現場で取扱いが便利なためと簡單に試験し得るようにしたためであることは勿論である．從つて製作時の供試体寸法の偏差が結果に及ぼす影響は多少大きくなり，且つコンクリートの骨材の寸法に制限が加えられる．

製作時の寸法偏差に就いて實測結果が前述の通り，高さに於て0.6％，幅に於て2.3％と比較的小さく，又試験結果の算出式の精度から考えてその影響は余り大きくないと思われる．

この供試体を製作するためのコンクリートの骨材の最大徑は，供試体の最小寸法たる巾が70 mm であるから，結果の正確を期するためには25 mm 以下であることが望しいが，此の實驗で行つたように，30 mm 以上の粗骨材は之を除き，之に相當する30 mm 以下の粗材材とおきかえて行つても良い．

型ワクは金属性厚板又は鋼鐵製なら申分ないが，現場で簡單にやるのであるから木製で差支えない．

唯本文の諸式を使用するためには供試体製作時の寸法偏差が±1.0 mm 以下とすることが望しい．

突棒はスランプ用のものでよく，突き數は各層約30回が適當と思われる．

載荷方法は片持梁式も考えたが，標準供試体との比較，現場で石油鑵を中央にブラ下げて注水して載荷する簡便方法をも考慮して單純支承中央1点載荷の方式とした．この場合，載荷重は少くも5kg まで讀む必要がある．

支承にはローラーを使用すれば梁の撓みに基く梁下面の偏心引張力の影響は除去出來るが，この方法ではそこ迄精度を必要としないと考えられる．載荷に當つては特に衝撃を與えないようにすることが大切である．

Ⅵ. 結　　言

以上のように，これらの實驗結果から見てこの小型供試体による簡易コンクリート曲ゲ強度試驗方法は，その簡易性に於て，又その精度に於て何成りの信頼性があり，充分な試驗用具がなく，しかも數多くの試驗が必要な現場に於て，コンクリートの曲ゲ強度を求める方法として十分利用出來るものと思われる．唯，現在までの實驗だけでは，その範圍が制限されて居り，又，ＪＥＳによる標準曲ゲ強度試驗方法も判定せられたので，今後更に廣くこれらとの關係についても實驗を行つてみたいと考えている．

商工省機械試験所自動車試験道路の設計報告

其の2　曲線部の設計

建設技官　谷藤正三
商工技官　山岸正謙
建設技官　井上靜三
　　淺井新一郎

目　次

1．要　旨……(1)
2．緩和曲線……(2)
3．緩和曲線の種類……(3)
4．緩和曲線の特色……(6)
5．緩和曲線の常数の選定……(7)
(1) 敷地の大きさ……(7)
(2) 乗心地……(8)
(3) 轉向角速度……(10)
(4) 片勾配……(10)
(5) その他……(12)
6．比較設計……(12)
(1) 曲線をオール・レムニスケートする場合……(12)
(2) 緩和曲線をＡＳ曲線とする場合……(14)
(3) 緩和曲線を円レムニスケート曲線とする場合……(16)
(4) 比較決定……(17)
7．結　語……(19)
附錄：曲線部の片勾配……(20)
參考文献……(22)

1．要　旨

本報告は商工省の自動車試験道路に對して行つた設計のうち前回のコンクリート鋪装厚の決定に關するものに引續き，曲線部の設計に關する報告である．

自動車輸送が鐵道の補助機關として甘んじているような時代は過ぎて，今や海陸の交通を再檢討して道路が分擔すべき貨客の質と量を研究し，これをスピードのある流れとして運ぶことのできる道路網と構造が絶對的に必

要な時代が來た.

自動車輸送の特色は時と所を選ばない自在性とスピードにあり，これを生かすのが道路技術者の使命なのである.

道路と名付ける以上そこには一貫性がなければならない．一部だけがどんなに立派に鋪装されても途中に支障があれば，流れは其所で阻止されて道路としての價値は大いに減殺される．路面ばかりでなく幅員の不足，急坂，平面交叉，混合交通，小屈曲など皆同様である.

地方に道路を新設する場合，將來の曲線形まで詳しく決めて設定するということはむずかしいけれども，將來の發展を見透してそれに備えることこそ大切な仕事であつて，今日の田舍道も明日は重要な自動車道路の一環となることを忘れることはできない.

『今は取あえず圓曲線でやつておいて，將來必要に應じて緩和曲線を設ければいゝ』と思うかも知れないが，一度道路ができれば沿道には家が建ちならび，附帶構造物や電柱などができてしまう．しかも緩和曲線を設けるときには，一般に移程 (Shift) を伴うものであることを考えれば，やはり始めの土道のうちに考えておかなければならない事がわかる.

貧乏のドン底から再建するのは容易なことでないが，それだけに尙更こんなことというようなものでも經濟的な見方で見直してみる必要がある．面倒だというのは一技術者の問題であり，それによる不便や不經濟は全体の問題である.

以上のような理由から，いままで緩和曲線の問題は數多く取扱われてきているが，自動車のテストコースの設計を行つたのを機會に，緩和曲線の特質とその決定法を紹介せんとするものである．以下本文中，

2．緩和曲線　に於ては緩和曲線が必要なことが旣に常識となつておりながら普及されない理由を述べ，3．緩和曲線の種類と，4．その特色に於ては緩和曲線にクロトイド曲線，レムニスケート曲線及び3次の拋物線の3種があるが，道路や市街地高速軌道にはクロトイドやレムニスケートが採用されるようになるであろうこと，クロトイド曲線（ＡＳ曲線）は想理曲線とよばれ最も理論的な曲線であるが，レムニスケートにもまた利点のあることを記した．5．緩和曲線の常數の選び方に於てはＡＳ曲線とレムニスケート曲線の常數のえらび方を述べ，本設計に於ては常數をそれぞれラセン角の函數として表わした．6．比較設計　に於ては上述の常數に數値を與えて計算し，その選擇方法について觸れ，最後に本設計としては圓レムニスケート組合せ曲線を採用することとした理由及びその結果を示した．7．結語　に於ては曲線部の設計に當つてその他の將來の研究にまつべき項目を擧げ，近い將來現場技術者のために緩和曲線表を作製しようとしている旨を述べた．尙附錄として從來の曲線部片勾配と本設計に用いた片勾配との關係を紹介した.

2. 緩 和 曲 線

自動車が高速になるにつれて圓曲線でなく緩和曲線を設けなければならないことは今日では旣に常識となつている.

緩和曲線に關しては次のようにいわれている.[1]『大きな緩和曲線に正しく片勾配をつけて，これを設計速度で走れば直線路と同じように快適な運轉ができる．經驗上各々の車は自分の車線を守つて走る.』これはゼネラルモータースの自動車試驗場で十數年間觀測した結果も同樣で，結局緩和曲線を適當に設けさえすれば，曲線部で速度のおちることもなく時間的な效果もあり，緩和曲線を設けるための費用は，その道路の安全と效用によつ

て充分償われるものである.

それではそんなに効果のある緩和曲線が何故一般に用いられていなかつたのであろうか.

これに關して Barnett は次のようにいつている.

(1) 現行の方法や規格を改訂するのが面倒くさい.

(2) 自動車は車線の通りに走らないから，直線から曲線への旋回運動は圓滑にゆく.

(3) 急カーブには擴幅をするから，これが緩和曲線の役目を果す.

というように信じられているので，曲線部に入ると現實にスピードが落ちるのに拘わらず緩和曲線が實施され難いのである.

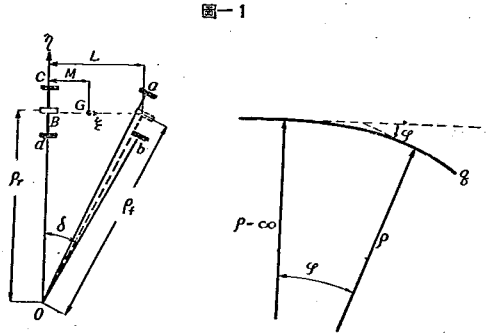
又緩和曲線を設けるには内外業共に面倒な計算がつきまとつて仕事がおくれ，結局費用がかさむと信じている技術者も多いが，これは特別な作業例えば初め圓曲線で入れてから緩和曲線を設けるとか何度もトライヤルをやる必要があるとかで仕事がおくれたという面では確かにそうもいえる，が緩和曲線が厄介視されるのは一に曲線表の有無にある．適當な曲線表さえあれば圓曲線と同じように擴張的に，しかも自動車のスピートや乘心地などを考慮に入れた緩和曲線ができる．このための有形無形の利益は少くないので，目下適當な緩和曲線表の作製に努力中である.

3. 緩和曲線の種類

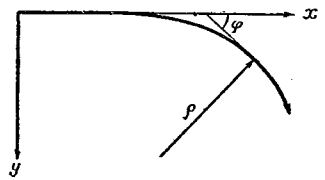
道路の緩和曲線として色々なものが用いられるが，自動車試驗道路に於け緩和曲線には自動車の操縱，運動軌跡を考慮することが望ましい．先ず自動車の運動軌跡を考えよう．自動車が直線走行から曲線走行に入るには，ハンドルを廻して前輪の向を變えるのであるが，この向は不連續的に變るものでなく，且つその間に車輪は接地しているから絕えず運動を制約している譯である．實際運轉の場合には轉向角速度は運轉手の心理や性質，道路の狀況などにより一定ではなく，始め大きな角速度でハンドルを切り徐々に角速度を小にする場合や，始めゆるやかな角速度でハンドルを切つて後徐々に速度を早め後再び角速度を小にする場合などがあるが，今の場合この轉向角速度を一定と假定して論義を進めたい．而してこの假定は重大な誤りをおかすものではなく，むしろ緩和曲線として用いる場合には好適な狀況である[2]

圖－1に於て自動車の後軸の中心を原點として車に固定した座標軸 ξ, η を考えると，自動車の運動の特性から ξ 軸はB點の運動軌跡 q に絕えず接するからB點の軌跡を追究すればa, b, c, d 各車輪の軌跡はおのずから判明しよう．今B點の軌跡を考察するに當つて自動車が等速運動をするものとしてその速度を v，時間を t（緩和曲線の始點に於て t = 0），前輪（假想輪）の轉向角速度を ω，自動車の軸間距離を L，曲線の曲率半徑を ρ，曲線上の一點の

圖－1



図－2



ラセン角を φ，曲線長を l として，緩和曲線の原點に圖－2のような座標軸 x, y をえらべば

$$\rho d\varphi = dl = v \cdot dt \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\rho = L \cdot \cot\delta = L \cdot \cot ct \quad \cdots\cdots(2)$$

(1)及び(2)式より

$$\int d\varphi = \int \frac{v \cdot dt}{\rho} = \int_0^t \frac{v \cdot dt}{L \cdot \cot ct}$$

これを解いて $t = 0$ で $\varphi = 0$ の條件を入れると

$$\varphi = \frac{-v}{L \cdot c} \log (\cos ct) \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\therefore \quad ct = \cos^{-1}\left(e^{-\frac{Lc}{v}\rho} \right) \quad \cdots\cdots(4)$$

これを(2)式に入れ ρ, x, y の關係を求めると次の如くになる．

$$\rho = L \cot \left\{ \cos^{-1}\left(e^{-\frac{Lc}{v}\rho} \right) \right\} \quad \cdots\cdots(5)$$

$$x = \int \cos\varphi \cdot dl$$

$$= \int \cos \left\{ \frac{-v}{Lc} \log (\cos ct) \right\} v \cdot dt$$

$$= v \int_0^t \cos \left\{ \frac{-v}{Lc} \log (\cos ct) \right\} dt \quad \cdots\cdots(6)$$

$$y = \int \sin\varphi \cdot dl = v \int_0^t \sin \left\{ \frac{-v}{Lc} \log (\cos ct) \right\} dt \quad \cdots\cdots(7)$$

$$l = v \cdot t \quad \cdots\cdots(8)$$

上式で表わされる曲線を緩和曲線として用いるに當つて，$ct < 0.1$ rad. $\varphi < 0.7$ rad. を使用範圍として展開して小さな値を省略すれば，(2)式より

$$\rho \fallingdotseq \frac{L}{ct} \quad \cdots\cdots(9)$$

(3)式より

$$\varphi \fallingdotseq \frac{tc}{2L} t^2 \quad \cdots\cdots(10)$$

(9), (10)より

$$\rho \fallingdotseq \sqrt{\frac{Lv}{2c\varphi}} \quad \cdots\cdots(11)$$

(6)式より

$$x \fallingdotseq \varphi^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{2Lv}{c}} \left(1 - \frac{\varphi^2}{10} \right) \quad \cdots\cdots(12)$$

(7)式より

$$y \fallingdotseq \frac{\varphi^{\frac{3}{2}}}{3}\sqrt{\frac{2Lv}{c}}\left(1-\frac{\varphi^2}{14}\right) \quad \cdots\cdots(13)$$

の關係が得られる，

(9)式の右邊の分母子にvを乘じ $l = v \cdot t$ であることを考えれば

$$\rho \fallingdotseq \frac{K}{l} \qquad \text{但し} \quad K = \frac{L \cdot v}{c} \quad \cdots\cdots(14)$$

Kの値はこの場合一定であるから，曲率半徑が曲線長に逆比例し（途中省略を行つたため近似式となつているが），この曲線がクロトイドであることを示している．

上式で表わされる曲線を便宜上 AS 曲線と名付ける．本曲線は近似的に運動軌跡を表わすから緩和曲線の1つとして選ぶことができよう．これと似た曲線もいくつかある．[3)~14)]

曲率半徑が曲線長に逆比例する AS 曲線に對して，次には曲率半徑が弦長に逆比例するものとしてレムニスケート曲線がある．レムニスケートも緩和曲線として屢々用いられるものであるが，[15)~18)]これが AS 曲線に近い曲線を表わすための條件を求めてみよう．

レムニスケートでは曲率半徑とラセン角との間に次のような關係がある．

$$\rho = \frac{a}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}} \quad \cdots\cdots(15)$$

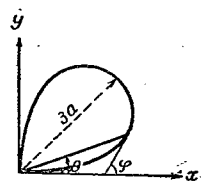
これが AS 曲線と等しい曲線を表わすためには (11) 式と等しいとおけば

$$\sqrt{\frac{Lv}{2c\varphi}} = \frac{a}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}}$$

これから

$$a = \sqrt{\frac{3Lv}{c}} \quad \cdots\cdots(16)$$

圖—3



即ちレムニスケートの常數aを (16) の關係をみたすように選べば，c，vに相當する自動車の軌跡に近似的に等しいからこのレムニスケートも緩和曲線として適當であるといゝ得る．

この他に鐵道で普通用いられている3次の拋物線も緩和曲線の一つで，これは曲率半徑が切線長xに逆比例する曲線である．

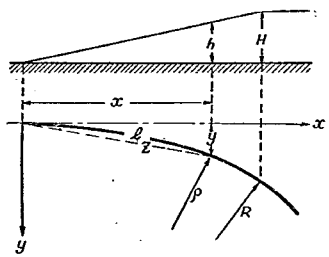
以上は平面曲線としての見地からであるが，曲線部の片勾配を直線部にとりつけるという面から考えてみよう．

今圓曲線の片勾配を直線部にどう取りつけるかという見地から緩和曲線を考えれば，圓曲線の片勾配を，片勾配を必要としない直線部にとりつけると，この部分を通過する自動車は不必要な片勾配のために，車が急に傾いて乘心地が悪いばかりでなく，車の抵抗も增して道路にもよくない影響を與えることゝなる．こういう缺點を除くためにも緩和曲線が必要になつてくる．即ち片勾配をへらすのに各點の片勾配に相當する曲率半徑を持つた曲線を設けるという立體的な立場からも緩和曲線を入れる方が都合の良いことがわかる．

このように緩和曲線では片勾配と曲率半徑が一致しなければならないものであるが，緩和曲線上の各點に於け

る片勾配の値は片勾配のへらし方によつて異り，例えば直線遷減の場合と，両端部で勾配の急變を避けた圓滑な遷減の場合とでは，おのずから各點の片勾配の値が異り，圓滑遷減の場合では上述の3種の緩和曲線とは異つた曲線となるが，[18] ここでは直線遷減の場合についてだけ考えることとする．

圖－4



今圖－4に於て緩和曲線の始點を直交座標の原點として，軸を x, y とし且つ

H ＝ 圓曲線（半徑 R）に於ける片勾配の高さ

h ＝ 緩和曲線上の片勾配の高さ

l ＝ 緩和曲線の長さ

ρ ＝ 片勾配 h の點の曲率半徑

とし，片勾配の高さが直線的に遷減するものとせば

$$h = H\frac{x}{l} \quad \cdots\cdots(17)$$

ところが自動車が轉倒しないという條件から曲率半徑と片勾配の間には次の關係がある．即ち圖－4の符號を用いることとすれば

$$h = \frac{BV^2}{127\rho} \quad \cdots\cdots(18)$$

こゝに B ＝ 自動車の輪距

V ＝ 自動車の速度

(17) と (18) に於ける終點條件とから

$$h = H\frac{x}{l} = H\frac{R}{\rho}$$

これより

$$\rho = \frac{Rl}{x} = \frac{C}{x} \quad \cdots\cdots(19)$$

但し $C = R \cdot l$

この式は片勾配が切線長 x に直線的に比例する場合であるが，x の代りに弦長 Z 及び緩和曲線長 l に直線的に比例するものとせば，それに應じて緩和曲線の形も異り，それぞれ次の曲線が對應する，即ち

$\rho = \frac{C}{x}$ に對しては3次の拋物線

$\rho = \frac{C}{Z}$ に對してはレムニスケート

$\rho = \frac{C}{l}$ に對してはクロトイド曲線

の3種の曲線となる．

4. 緩和曲線の特色

速度を一定とした場合に以上のような3種の緩和曲線が考えられるが，それではこれらはどんな特色をもつているだろうか．

3次の拋物線はわが國の鐵道で使われているもので，今日までのところ充分その役目を果して來ている．

レムニスケートは橋梁の取付けその他に用いられたが，未だ一般道路に廣く用いられるまでに至つていない．

クロトイド曲線はわが國の道路としてはまだ全然用いられていないようである．

道路の曲線部で圓曲線を併用する場合（圓と直線との緩和區間に用いるような場合）には，餘りラセン角が大きくなることはないが，オール緩和曲線とするような場合には相當ラセン角が大きくなる場合がある．

3次の拋物線はラセン角が 24° 5′ 41.″4 以上になると曲率半徑が次第に大きくなつて遂には無限大になつてしまうので，ラセン角がこれ以上になると適用できないという不便がある．

レムニスケートはラセン角 135°（交角 270°）までは使うことができ，更にクロトイド曲線となるとラセン角に制限がない．

一般に道路や都市内の高速軌道の場合などは，用地費，補償費などの關係上，急な角度を相當な高速度で旋回しなければならない場合が今後益々多くなる譯であるから，3次の拋物線で滿足されず，レムニスケートやクロトイドに移行してゆくことが豫想される．

ハンドルの轉向角が一定であるという條件のもとで，理論的な点でも又ラセン角の點からもクロトイド曲線が最も優れて居り，理想曲線とも呼ばれる譯であるが，レムニスケートの利點として Royal Dawason は次のようなことを述べている．[20]

『等速で走る自動車のハンドルを一様な速さで廻せばその軌跡は旋回運動が一方向にだけ無限に續けられる場合には正しい，しかしこの假定に誤りがある．それは緩和曲線はどれでもその半分は反對になるので，運轉手は曲線中央部の最小半徑のところに達すると，ハンドルを逆にまわさなければならない．それ故道路の曲線が Spiral であつても，中央部に近づいてくると運轉手がハンドルの廻し方をゆるめるため，自然の緩和曲線は Spiral よりもむしろレムニスケートに近いものとなる．』

しかしどの緩和曲線の場合でも偏角（Polar deflection）が 4°～5° ぐらい迄は實質上殆んど差はないものである．

尙オール緩和曲線に關しては，イギリス，オランダ等ヨーロツパ方面では盛んに用いられているが，アメリカでは中央部の最小半徑附近で片勾配の變化が激しいので，すべての場合には推奬し難いという者もある．[1]

5. 緩和曲線の常數の選定

上に述べた AS 曲線及びレムニスケート曲線を今回の緩和曲線に用いる場合その常數をどのように選んだらよいだらうか．

本工事では2本の平行直線路を緩和曲線と圓でつなぐのであるが，2本の直線の間隔 b は敷地の關係で決まつている．問題は緩和曲線の常數をどう選ぶか，どんな點で圓とつながるようにするかということにある．

緩和曲線の常數をきめるために考えなければならない條件をあげてみると次のようになる．

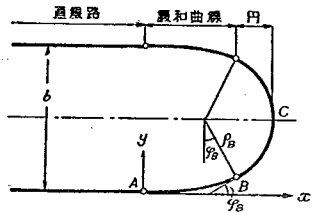
（1）敷地の大きさ

2平行直線路の間隔 b が決つている．

圖一5に於て緩和曲線の終點 B における曲線のラセン角を φ_B，B 點の曲率半徑を ρ_B，B 點の y 座標を Y_B とすれば

$$2(\rho_B \cdot \cos\varphi_B + Y_B) = b \quad \cdots\cdots(20)$$

圖—5



の關係がある.

レムスケート曲線に於ては (15) 式の如く

$$\rho = \frac{a}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}}$$

又 $$y = \rho\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi = a\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi \cdots(21)$$

この式を用いて (20) 式を書き直せば

$$2a\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right) = b \quad \cdots\cdots(22)$$

從つて

$$a = \frac{b}{2\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)} \quad \cdots\cdots(23)$$

即ちレムスケートの常數 a は緩和曲線終點のラセン角 φ_B の函數として與えられる. 即ちどの點で圓曲線に移るかをヲセン角で假定すればレムニスケートが決まり, 圓曲線の半徑も決まる譯である. 以下 φ_B をパラメーターとして考察することとする.

AS 曲線についても (11) 及び (13) 式を用いると同樣に次の關係が成り立つ.

$$2\left\{\sqrt{\frac{Lv}{c\varphi_B}}\cos\varphi_B + \frac{1}{3}\varphi_B^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{2Lv}{c}}\left(1 - \frac{\varphi_B^2}{14}\right)\right\} \fallingdotseq b \quad \cdots\cdots(24)$$

これから

$$c \fallingdotseq \frac{2Lv}{b^2\varphi_B^{\frac{1}{2}}}\left\{\cos\varphi_B + \frac{2}{3}\varphi_B^2\left(1 - \frac{\varphi_B^2}{14}\right)\right\}^2 \quad \cdots\cdots(25)$$

この場合 AS 曲線の常數 c (轉向角速度) は終點のラセン角の函數として與えられる.

(2) 乘心地

乘心地のよいということは, 窓外の風景ばかりでなく, 路面の平滑さ, 高速運轉の快感などの外に, 乘客に急激な變化を感じさせないことにある. 即ち進行方向に於ける速度の變化, 横方向の傾きの變化などがあるが, 曲線部では遠心加速度の變化ができるだけ小さいことが乘心地を良くする要素の一つとなる. それで曲線部では乘心地に影響する遠心加速度變化の割合があまり大きくならないようにしなければならない.

今遠心加速度を p, 遠心加速度變化の割合を p' とすれば

$$p = \frac{v^2}{\rho} \quad \cdots\cdots(26)$$

$$p' = \frac{d}{dt}(p) = \frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{\rho}\right) \quad \cdots\cdots(27)$$

今レムニスケート曲線についてみると (15) 式から

$$p = \frac{v^2}{\rho} = \frac{3v^2}{a}\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi} = \frac{3v^2}{a}\sqrt{\sin 2\theta} \quad \cdots\cdots(28)$$

ここに θ = 偏角 (Polar deflection)

$$\therefore\ p' = \frac{d}{dt}(p) = \frac{3v^2}{a}\frac{\cos 2\theta}{\sqrt{\sin 2\theta}}\frac{d\theta}{dt} \quad \cdots\cdots(29)$$

而してレムニスケートの曲線長 S については次の關係がある.

$$S = a\int_0^{\theta}\frac{d\theta}{\sqrt{\sin 2\theta}} \quad \cdots\cdots(30)$$

(30) 式より

$$v = \frac{ds}{dt} = a\frac{d}{dt}\int_0^{\theta}\frac{d\theta}{\sqrt{\sin 2\theta}} = \frac{a}{\sqrt{\sin 2\theta}}\frac{d\theta}{dt}$$

從つて

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{a}\sqrt{\sin 2\theta} \quad \cdots\cdots(31)$$

(31) の關係を (29) 式に入れれば

$$p' = \frac{3v^3}{a^2}\cos 2\theta \quad \cdots\cdots(32)$$

曲線上に於ける最大の値を p'_{max} とすれば

$$p'_{max} = \left(\frac{3v^3}{a^2}\cos 2\theta\right)_{=0} = \frac{3v^3}{a^2} \quad \cdots\cdots(33)$$

即ち直線から緩和曲線に入る點, 始曲點が最も大きな遠心加速度變化の割合を示すこととなる. 先に述べたように常數 a は (23) 式によつて φ_B の函數として與えられるから

$$p'_{max} = \frac{12v^3}{b^2}\left(\frac{\cos}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)^2 \quad \cdots\cdots(34)$$

即ち p'_{max} も φ_B の函數として表わされる.

AS 曲線についても同樣に

$$p = \frac{v^2}{\rho} = \frac{v^2}{L}\sec^2(ct) \quad \cdots\cdots(35)$$

$$p' = \frac{d}{dt}(p) = \frac{a^2}{L}\sec^2(ct) \quad \cdots\cdots(36)$$

これに (4) 式 $ct = \cos^{-1}\left(e^{-\frac{Lc}{v}\varphi}\right)$ を代入すれば

$$p'_{max} = \frac{a^2}{L}\left[\sec\left\{\cos^{-1}\left(e^{-\frac{Lc}{v}\varphi_B}\right)\right\}\right]^2 \quad \cdots\cdots(37)$$

ここに $\varphi_B < \frac{\pi}{2}$

即ち AS 曲線の p'_{max} も終點のラセン角或は曲率半徑の函數として與えられる.

(3) 轉向角速度

運轉手が自動車を緩和曲線に沿つて走らせる時，ハンドルの操向角速度は無理のない値でなければならない．*AS* 曲線では操向角速度 c を一定として曲線を求めたので曲線上の轉向角速度は一定で，その値は (25) 式で示したように曲線終點のラセン角及び速度の函數として與えられる．

レムニスケート曲線では，自動車の轉向角を δ とすれば

$$\rho = \frac{a}{3\sqrt{\sin 2\vartheta}} = L \cot \delta$$

の關係がある．

$$\therefore \quad \delta = \cot^{-1}\left\{\frac{a}{3L\sqrt{\sin 2\vartheta}}\right\}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{1+\left(\frac{a}{3L\sqrt{\sin 2\vartheta}}\right)^2} \frac{a}{3L} \frac{\cos 2\vartheta}{\sin 2\vartheta\sqrt{\sin 2\vartheta}} \frac{d\vartheta}{dt}$$

これに (31式) の $\frac{d\vartheta}{dt}$ を代入して

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{1+\left(\frac{a}{3L\sqrt{\sin 2\vartheta}}\right)^2} \frac{a}{3L} \frac{\cos 2\vartheta}{\sin 2\vartheta\sqrt{\sin 2\vartheta}} \frac{v}{a} \sqrt{\sin 2\vartheta}$$

$$= \frac{v\cdot\cos\frac{2}{3}\varphi}{3L\sin\frac{2}{3}\varphi + \frac{a^2}{3L}} \qquad \cdots\cdots(38)$$

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{max} = \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{\vartheta=0} = \frac{3Lv}{a^2} \qquad \cdots\cdots(39)$$

即ちレムニスケート曲線に於ける轉向角速度が最大のところは $\theta = 0$ 始點であつて，その値は (39) 式で與えられる．更に終點のラセン角のところでは (23) 式を用いて

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{\varphi=\varphi_B} = \frac{Lv}{b^2}\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\,\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right) \qquad \cdots\cdots(40)$$

の關係がある．

(4) 片勾配

土工工事の關係から片勾配はできるだけ小さい方が工事が容易となり，走行中の事故の場合も安全となるから片勾配が小さくなるように常數を選ぶことが望ましい．自動車が曲線を走るときは，遠心力その他の横方向が力がはたらいて，横こり轉倒その他の不都合が生じて走行の自由を奪われ危險を起す場合がある．この横こりの力を打消すために片勾配が必要になるが，上述の理由からできるだけ小さくてすむように考えなければならない．

轉倒に先立つて横こりが起るが，この横こりを打ち消すために與える片勾配と曲線常數との關係を檢討してみよう．

横こりを防ぐための最小片勾配は，自動車の速度を一定とした場合次式で與えられる．(附錄參照)

$$i = \tan\beta = \frac{\frac{v^2}{\rho g} + \frac{\xi v}{g}\frac{\rho^2 + L^2}{\rho^2}c - f}{\left\{\frac{v^2}{\rho g} + \frac{\xi v}{g}\frac{\rho^2 + L^2}{\rho^2}c\right\}f + 1} \quad \cdots\cdots(41)$$

ここに i = 片勾配

v = 自動車の速度 (m/sec)

ρ = 曲率半径 (m)

g = 重力の加速度 (m/sec²)

L = 自動車の軸間距離 (m)

$\xi = \frac{M}{L}$

M = 後軸から重心までの距離 (m)

c = ハンドルの操向角速度 (rad/sec)

f = タイヤと路面の横ころ摩擦係数

今自動車に普通型貨車を選べば $L = 4$m, $f = 0.25$, $v = 60$ km/hr (16.67 m/sec), ξ は荷の積み方で変るものであるが $\xi = 0.3$ とすれば (41) 式は

$$i = \frac{\frac{28.35}{\rho} + 0.5103c - 0.25}{\frac{7.087}{\rho} + 0.1275c + 1} \quad \cdots\cdots(42)$$

この式によつて上述の2曲線の常数との關係をみると

レムスケート曲線では (15) 式及び (38) 式より

$$i = \frac{85.05\frac{\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}}{a} + 0.5103\frac{v\cdot\cos\frac{2}{3}\varphi}{3L\sin\frac{2}{3}\varphi + \frac{a^2}{3L}} - 0.25}{21.26\frac{\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi}}{a} + 0.1275\frac{v\cdot\cos\frac{2}{3}\varphi}{3L\sin\frac{2}{3}\varphi + \frac{a^2}{3L}} + 1} \quad \cdots\cdots(43)$$

即ち片勾配は φ が增すに從つて大きくなり，その最大値は緩和曲線の終點で

$$i_{max} = (\tan\beta)\,\varphi = \varphi_B$$

終點のラセン角のところでは (15) 及び (23) 式より

$$\rho_B = \frac{b}{\sqrt[3]{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\left(\frac{\cos\varphi_B}{\sqrt[3]{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)}$$

又 (40) 式

$$c = \left(\frac{d^3}{dl}\right)_{\varphi=\varphi_B} = \frac{Lv}{b^2}\left(\frac{\cos\varphi_B}{\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)$$

を得るからこの2式の値を（42）式に入れれば i_{max} をラセン角 φ_B の函数として表わすことができる．

又 AS 曲線の場合も同じようにして（11）より

$$\rho_B \fallingdotseq \sqrt{\frac{Lv}{2c\varphi_B}}$$

又（25）式

$$c \fallingdotseq \frac{2Lv}{b^2\varphi_B^{\frac{1}{2}}}\left\{\cos\varphi_B + \frac{2}{3}\varphi_B^2\left(1 - \frac{\varphi_B^2}{14}\right)\right\}^2$$

の2式から ρ_B と c の値を求めて（42）式に入れれば片勾配はラセン角 φ_B によつて與えられる．

（5）その他

その他間接的に常數選定に當つて考えるべき事項としては，今回の試驗道路では直線部分をできるだけ長くとりたいという希望があるので，緩和曲線の始點の位置をできるだけそのように選びたい．又土工量は工事費の大小に影響があるので，初期の條件即ち事前の地形を合わせ考え，切盛土量ができるだけ少くなるようにするべきである．

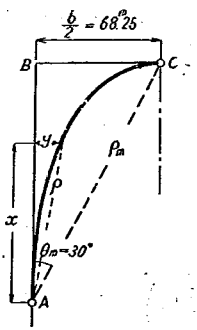
6. 比較設計

以上の事柄をいつしよに考えて曲線を決めることとして，オールレムニスケート曲線，圓と組合せて考える AS 曲線及びレムニスケート曲線の各々の場合について比較してみよう．

（1）曲線オール・レムニスケートする場合

曲線部をオール・レムニスケートとする場合は圖—6に見るように一つだけしかない譯である．

圖—6



この場合最大弦長 ρ_m は

$$\rho_m = \frac{\left(\frac{b}{2}\right)}{\sin\theta_m} \quad \cdots\cdots(44)$$

ここに b ＝ 平行直線の中心間隔

136.50 m

θ_m ＝ 最大偏角 30°

とすれば ρ_m ＝ 136.50 m となる．

C 點に於ける半徑 R_m は

$$R_m = \frac{\rho_m}{3\sin\frac{1}{3}\theta_m} \quad \cdots\cdots(45)$$

$$= 52.539\ \text{m}$$

この場合のレムニスケート曲線長 L_m は [15]

$$L_m = 291.170 \times 0.52539$$

$$= 136.503\text{m}$$

この曲線を測設する場合の偏角 θ と弦長 ρ との關係は

$$\rho = a\sqrt{\sin 2\theta} \quad \cdots\cdots(46)$$

但し $a = 146.63\text{ m}$ (15式參照)

又直角座標 x, y を求める場合は

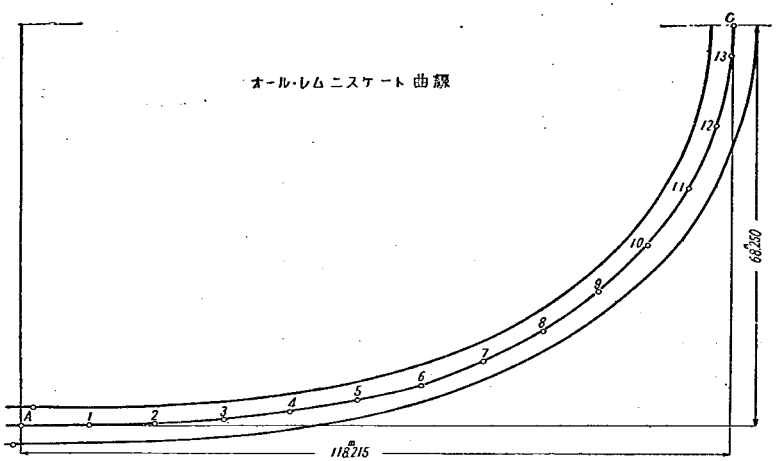
$$\left.\begin{aligned} x &= \rho \cdot \cos\theta \\ y &= \rho \cdot \sin\theta \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(47)$$

以上は道路の中心線についてのものであるが，道路の內側及び外側の線も考えなければならない．この場合中心線の最小半徑から擴幅を推定することとし，長物車（長さ 22 m，荷幅 2.5 m）の運轉ができるようにすれば 1 車線の幅員として 3.75 m を採れば安全であろう．[24] それで曲線部では 2 車線を 7.50 m として直線路 6 mの幅員に對しての 1 車線當り擴幅量 0.75 m を內側，外側に等しくとつて計算すれば表—1 の結果を得る．これは圖示すれば圖—7 の如くである．

表—1　オール・レムニスケート曲線計算表

中間點	偏角	中心線				內側線				外側線			
	θ	ρ	R	x	y	ρ	R	x	y	ρ	R	x	y
A	° ′	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
	0 0	0.0	∞	0.0	0.0	0.0	∞	0.0	0.0	0.0	∞	0.0	0.0
1	10	11.188	641.032	11.188	0.033	10.696	612.842	10.696	0.031	11.680	669.222	11.680	0.034
2	40	22.375	320.527	22.373	0.260	21.391	306.431	21.390	0.249	23.359	334.623	23.357	0.272
3	1 30	33.557	213.728	33.546	0.878	32.081	204.327	32.070	0.840	35.032	223.122	35.020	0.917
4	2 40	44.720	160.373	44.672	2.081	42.754	153.323	42.708	1.989	46.686	167.424	46.635	2.172
5	4 10	55.842	128.433	55.694	4.057	53.386	122.784	53.245	3.879	58.297	134.079	58.143	4.236
6	6 0	66.883	107.230	66.517	6.991	63.942	102.515	63.592	6.684	69.824	111.945	69.441	7.299
7	8 10	77.786	92.199	76.997	11.050	74.366	88.145	73.612	10.564	81.206	96.253	80.382	11.536
8	10 40	88.472	81.064	86.943	16.376	84.582	77.500	83.120	15.656	92.361	84.628	90.765	17.096
9	13 30	98.832	72.565	96.101	23.072	94.485	69.375	91.876	22.058	103.178	75.756	100.327	24.086
10	16 40	108.734	65.958	104.166	31.185	103.953	63.058	99.586	29.814	113.514	68.858	108.745	32.556
11	20 10	118.007	60.775	110.772	40.683	112.818	58.103	105.900	38.894	123.195	63.447	115.642	42.472
12	24 0	126.448	56.718	115.516	51.431	120.889	54.224	110.438	49.170	132.008	59.211	120.595	53.692
13	28 10	133.817	53.595	117.970	63.167	127.933	51.238	112.783	60.389	139.700	55.951	123.156	65.944
C	30 0	136.507	52.540	118.215	68.252	130.501	50.230	113.017	65.251	142.504	54.850	123.412	71.252

図—7



今このオール・レムニスケート曲線の中心線の最小半径 R_m に對する片勾配を求めてみれば

$$i = \frac{\frac{28.35}{R_m} + 0.5103\,c - 0.25}{\frac{7.087}{R_m} + 0.1275\,c + 1}$$

に於て c の値は (40) 式から

$$c = \frac{Lv}{b^2}\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\cdot\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)$$

今 $L = 4.0$ m, $v = 16.67$ m/sec, $b = 136.50$ m, $\varphi_B = 90°$ とすれば $c = 0.00166$ を得るこれを片勾配の式に入れれば $i = 0.256$ を得る. 即ち C 點に於ける片勾配は約26%である. しかし片勾配に關しては萬國道路會議の決議によつて最大6%と定められて居り,[25] 自動車專用道路の場合でも10%を限度としているのが普通である.[26),27)]

本設計の場合のように, 2平行直線間の間隔と自動車の速度が決められているときは, これらの規定よりもある程度片勾配が急となることも止むを得ないが, 自動車が曲線中で事故を起した場合に危險を伴わないようにするためには餘り急勾配となることは避けなければならない. このオール・レムニスケートのように片勾配が %にもなるということは, 餘りにも急すぎて曲線部の內側に救急用も兼ねた緩い勾配の車線を更に設けるのでなければ低際運轉の際に運轉手の不安を除くことができないであろう.

以上のことからオール・レムニスケート曲線は中央部附近の片勾配が急すぎるため採用し難い.

(2) 緩和曲線をAS曲線とする場合

次に圓と組合せた AS 曲線について考えると, 既に述べたように次の關係がある.

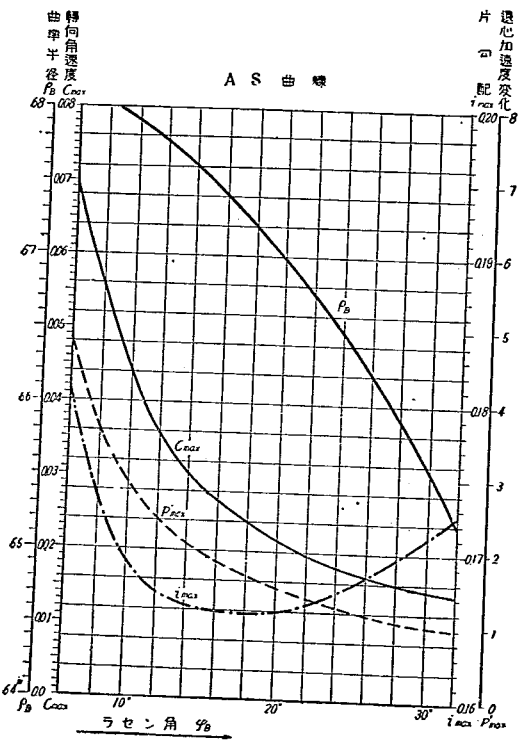
$$\rho_B \fallingdotseq \sqrt{\frac{Lv}{2c\varphi_B}}$$

$$c \fallingdotseq \frac{2Lv}{b^2\varphi_B^{\frac{1}{2}}}\left\{\cos\varphi_B + \frac{2}{3}\varphi_B^2\left(1 - \frac{\varphi_B^2}{14}\right)\right\}^2$$

$$p'_{max} \fallingdotseq \frac{a^2}{L}\left\{\sec\left\{\cos^{-1}\left(e^{-\frac{Lc}{v}\varphi_B}\right)\right\}\right\}^2$$

片勾配 i についても緩和曲線終點のラセン角 φ_B をパラメーターとして表わすことができる．〔(25) 及び (42) 式〕．オール・レムニスケートの場合と同じ條件を與えて，ラセン角 φ_B の種々の値に對する ρ_B, c_{max}, p'_{max}, 及び i_{max}, の値を求めれば表—2及び圖—8の如くになる．

圖—8



表—2　A S曲線計算表

φ_B	ρ_B (m)	c_{max} (rad/sec)	p'_{max} (m/sec³)	i_{max}
3°	68.17	0.137	9.53	0.210
6	68.08	0.069	4.78	0.181
9	67.98	0.046	3.20	0.171
12	67.76	0.035	2.41	0.167
15	67.50	0.028	1.94	0.166
18	67.18	0.024	1.64	0.166
21	66.87	0.021	1.41	0.166
24	66.14	0.018	1.26	0.169
27	66.02	0.016	1.19	0.169
30	65.53	0.015	1.03	0.171
33	64.94	0.014	0.95	0.174
36	64.32	0.013	0.87	0.179
39	63.81	0.012	0.83	0.180

(3) 緩和曲線を円レムニスケート曲線とする場合

円と組合せたレムニスケート曲線の場合も前述の如く緩和曲線終點のラセン角 φ_B をパラメーターとして，それぞれ常數は次のように表わせる．

$$a = \frac{b}{2\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{1}{3}\varphi_B \cdot \sin\frac{1}{3}\varphi_B}\right)}$$

$$\rho_B = \frac{a}{2\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}}$$

$$c = \left(\frac{d\sigma}{dl}\right)_{\varphi=\varphi_B} = \frac{Lv}{b^2}\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)$$

$$p'_{max} = \frac{12v^3}{b^2}\left(\frac{\cos\varphi_B}{3\sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}} + \sqrt{\sin\frac{2}{3}\varphi_B}\sin\frac{1}{3}\varphi_B\right)$$

i_{max} 即ち $(\tan\beta)_{\varphi=\varphi_B}$ も (42) 式に上記の ρ_B 及び c を代入することによつて φ_B をパラメータとして表わすことができる．前と同様の條件を與えてそれぞれの値を計算すれば表—3 及び圖—9 の如くなる．

表—3 圓・レムニスケート曲線計算表

φ_B	φ_B (m)	c_{max} (rad/sec)	p'_{max} (m/sec³)	i_{max}	a (m)
3°	68.22	0.137	9.50	0.210	38.23
6	68.13	0.069	4.17	0.181	53.98
9	67.97	0.046	3.19	0.172	65.98
12	67.75	0.035	2.41	0.168	75.83
15	67.46	0.028	1.95	0.166	84.34
18	67.16	0.024	1.64	0.166	91.88
21	66.79	0.021	1.43	0.167	98.55
24	66.34	0.018	1.27	0.168	104.50
27	65.88	0.017	1.15	0.170	109.86
30	65.36	0.015	1.06	0.172	114.67
33	64.80	0.014	0.98	0.175	118.98
36	64.20	0.013	0.92	0.178	122.87
39	—	—	—	—	—

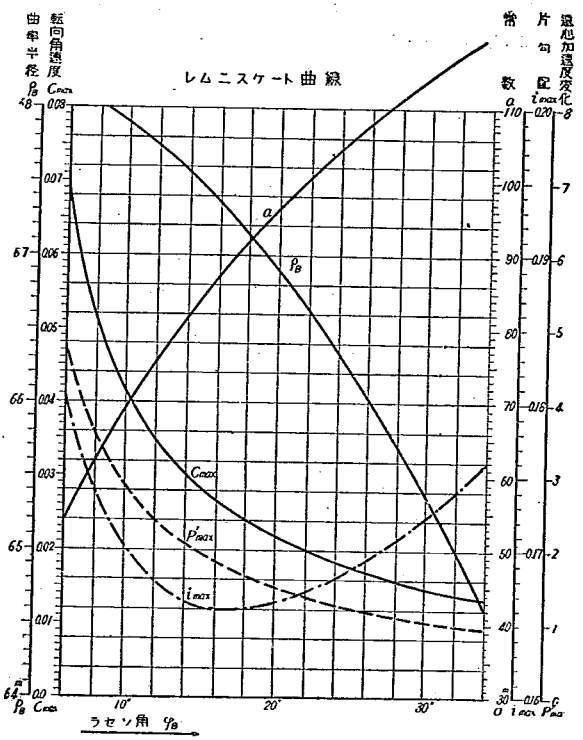
（4）比較決定

オール・レムニスケート曲線は今回の場合には不適當なことがわかつたが，次に *AS* 曲線とレムニスケート緩和曲線とを比較してみよう．*AS* 曲線は理論的な曲線であるが，本設計に用いたレムニスケート曲線は *AS* 曲線に近似であることを條件として式を導いたのであるから，表—2及び3，圖—8及び9から明らかなように，この程度の使用範圍では大差のないことがわかる．而して道路曲線として使用する場合に，圓・レムニスケート組合せ曲線（或はこの方法よるオール・レムニスケート）の利點も又見逃がす譯にはゆかない．即ち

(i) レムニスケート緩和曲線でも普通に使われる範圍では *AS* 曲線と大差がない．

(ii) 現場でトランシツトによる曲線の測設に便である．

圖—9



(iii) Royal Dawson のいうように，曲線の中央附近では *AS* 曲線よりも實際の運行曲線に近い．

というような利點は，*AS* 曲線表の作製されていない今日ではレムニスケート曲線を使用する理由となり得る．（わが國には未だ紹介されていないが，アメリカでは既に Spiral 曲線表が作製されている．[1]）それで本設計に於てはレムニスケート緩和曲線を用いることとした．

それでは次に何を根據として曲線の常數を決めたらよいだろうか．

先づ最小半徑 ρ_B の大きいことが，運轉上からも片勾配 i_{max} の小さくなることからも好ましいのはいうまでもない．圖—8及び9で明らかなように i_{max} に minimum が存在するということは土工量を節約するという意味で非常に興味のある點である．又今回の場合は ρ_B に於ても圖から明らかなように i_{max} との關連に於ておのずから取られるべき範圍がある．

以上は主として道路の構造上の觀點からみた考え方であるが，道路は自動車を走らせるためにあるのだという本來の目的を發揮すること，即ち運轉上の問題こそ道路建設者側の最も考えなければならない點ではなかろう

か．即ち轉向角速度や遠心加速度變化の割合特に乘客の乘心地に最も關係の深い p'_{max} こそ第一に考えなければならない要素であつて，これを先決問題として，その後に他の事項を考える態度が必要なのではあるまいか．

それで p'_{max} について少し考察を進めてみよう．

緩和曲線を通過する際に於ける乘客の快適感に基いて，その長さを定めるものに次のような Shortt の式がある．[20)23)]

$$l = \frac{0.0703\,V^3}{\rho}$$

ここに l = 緩和曲線の長さ (m)

V = 自動車の速さ (km/hr)

ρ = 曲率半徑 (m)

今自動車が v m/sec の等速で曲線上を走る場合に，遠心加速度 p' は $\frac{v^2}{\rho}$ である．そしてこの緩和曲線を通過するに要する時間は $\frac{l}{v}$ である．故にこの場合最終の遠心加速度に對する平均値 p' は

$$p' = \frac{v^2}{\rho} \div \frac{l}{v} = \frac{v^3}{\rho \cdot l} \qquad \cdots\cdots (49)$$

この平均の割合（遠心加速度增加の割合）は運轉手によつて異うので，普通の運轉手に對して滿足される値（最大平均値 p'_{max}）を決めるには各種多數の試驗觀測を必要とするが，若干の觀測を行つた結果 Shortt 及び Royal Dawson は p'_{max} に 1 ft/sec³ を推奬している．

(49) 式から

$$l = \frac{v^3}{\rho \cdot p'_{max}}$$

これを v (m/sec) $= \frac{1}{3.6} V$ (km/hr), $p'_{max} = 1$ (ft/sec³) $= 0.3048$ (m/sec³) とすれば

$$l = \frac{V^3}{(3.6)^3 \times 0.3048 \times \rho} = \frac{0.0703\,V^3}{\rho}$$

となつて上記の Shortt の式ができる．

p'_{max} 1 ft/sec³ は鐵道で一般に用いられるものであるが，アメリカ道路局では 2 ft/sec³ を規定しているが，[26)] Moyer 敎授は 3 ft/sec³ までは實用上差支えないといつている．[28)] 即ち $p'_{max} = 0.3 \sim 0.6$ m/sec³ が理想的であるが，0.9 m/sec³ でも實用上には差支えない．更に多少快適感を犧牲にすれば 1.2 m/sec³ 位までは危險なしにスピードアップすることができる筈である．本設計の場合には平行直線路の間隔が決つていて，速度も定められしかも直線コースに於ける自動車の試驗が目標である關係上，曲線部に於ける乘心地をある程度犧牲にすることもまた止むを得ないものとして，$p'_{max} = 1.0$ m/sec と定めた．

(33) 式から

$$a = \sqrt{\frac{3v^3}{p'_{max}}}$$

これに $v = 16.67$ m/sec, $p'_{max} = 1.0$ m/sec³ を入れれば

$$a \fallingdotseq 118 \text{ m}$$

となる．或は圖－9 の $p'_{max} = 10$ に相當するラセン角 φ_B の値をとつて round number とすれば

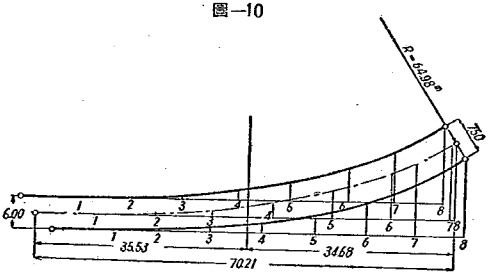
$$\varphi_B = 32^\circ 15'$$

となる．$\varphi_B = 32^\circ 15'$ としてレムニスケート曲線の計算を行えば表—4 及び圖—10 の如くになる．（この場合 φ_B を $32^\circ 15'$ としたために p'_{max} は正確には 1 とならないが，實用上には差支えない．）

表—4　円・レムニスケート曲線計算表

No.	中心線		内側線		外側線	
	x	y	x	y	x	y
1	10.00	0.04	9.096	0.026	8.864	0.026
2	20.00	0.29	18.190	0.212	17.727	0.206
3	30.00	0.97	27.373	0.714	26.578	0.696
4	40.00	2.31	36.318	1.692	35.393	1.648
5	50.00	4.57	45.279	3.299	44.126	3.215
6	60.00	8.04	54.078	5.684	52.701	5.539
7	70.00	13.17	62.599	8.990	61.004	8.761
8	70.21	13.33	70.927	13.466	69.120	13.128

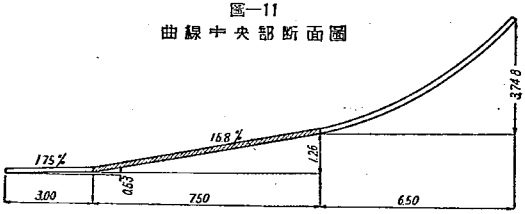
圖—10



7. 結　語

本設計に於ては緒局圓・レムニスケート組合せ曲線を採用したが，將來の擴張に備えて直線部分も內側に向けて1.75％の直線勾配をつけ，將來は內側に 1 車線，外側には 100 km/hr の速度まで使い得る斷面を豫定した．圖—11は曲線中央部の豫定斷面である．

圖—11
曲線中央部斷面圖



曲線部の問題は尙今後の研究にまたなければならないものが殘されている．特にこれらの緩和曲線を用いた場合の見透し距離の問題，片勾配の圓滑遷移の問題，曲線部擴幅の問題，p'_{max} の問題などがあり，更に曲線部に於ける鋪裝の問題も研究されなければならないものの一つである．

例えば擴幅の問題としても自動車の速度を一應考慮した曲線部の擴幅量を定める式としてはアメリカ道路局で採用している次式があるにすぎない．[26]

$$W = n\left[R - \sqrt{R^2 - 400}\right] + \frac{V}{\sqrt{R}}$$

ここに　W = 擴幅量 (ft)

n = 車線數

R = 曲率半徑 (ft)

V = 自動車の速度 (mile/hr)

尙400は自動車の軸間距離でここでは貨物トラックの平均軸距20ft の自乗である.

とに角曲線部の問題も結局は道路問題の一部であつて，一つの曲線部だけどんなに理想的にしてみたところで，その道路が一貫性をもたなければ交通に對して貢献するところは殆んどない.

自動車道路として考へる場合には，山岳地帶なども通り全路線を通じて一定の設計速度を保つというような譯には行かない．しかし原則としては相當長い距離に亘つて速度に甚だしい變化をくりかえさないように注意する必要がある．從つて相續く曲線の曲率の變化にもおのずから限度ができる譯で，曲線が續くところではその總てを一つの曲線群として設計し，どうしても急な曲線を入れなければならないような場所にはその前後に特に曲線を設け又長い直線の間に挟まれる曲線にはなるべく緩かなものを用いるなど，すべて急激な速度の變化を與えないような注意を拂わなければならない．これは一定の片勾配に於て色々な速度を與えれば，これに應じた色々な曲率半徑が得られることから，曲線群に對する調節法を得ることができる.

今回の設計は曲線部の設計としては特殊な場合（b = 一定）なので，一般道路の曲線部の設計にはその儘用いることのできない部分がある．しかし乘心地と片勾配を共に考えた自動車のスピードに適する一般道路（或は專用道路）の緩和曲線の決定と測設も可能である．緩和曲線が普及されないのは曲線表がないためである．それ故筆者はこの目的を達するため目下この曲線表の作製に努力中である.

附錄：曲線部の片勾配

(1) 道路の曲線部には片勾配をつけなければならないが，片勾配を決定する式としては從來次のものがある.

$$i = \frac{V^2}{127R} - f \quad \cdots\cdots (a)$$

(2) 次に久野氏は自動車を横ころりさせようとする力が，タイヤーと路面との間の横ころり最大摩擦力の $1/n$ に等しいとおいて解式を導いた[36]．n を「横ころり安全率」という.

$$i = \frac{n - 127fR/V^2}{f + 127nR/V^2} \quad \cdots\cdots (b)$$

在來の片勾配に關する解式は2種あつて，その1つは（a）式の形であり，もう1つは轉倒に對するもので (a) 式の f の項を缺く形のもので，久野氏の解式によれば (a) 式の形は $n = 1$ の場合，もう1つの形のものは $n = \infty$ の場合に相當する．尙同氏は f の値に關して

(i) 雨水，氷雪で被われているような正常でない場合には，最高速度で走ることは滅多にないであろう.

(ii) 非常の狀態に對しては横ころり安全率によつて別の方から安全さを見込めばよい.

という見地から $f = 0.25$ を採用している.

(3) 片勾配に關して更にもう一つの考え方がある.

自動車の前輪をまわして曲線運動をさせる場合に，その瞬間廻轉の中心は後車軸と前車軸の交點（一點にある理想的な場合を考える）にある．もし前輪の方向角が一定であれば車は平面に固定した點0を中心として圓運動を行い，そのときの廻轉半徑 R は圖—12に示す如く

$$R = L\cot\delta \quad \cdots\cdots (c)$$

こゝに L = 前後車軸間の距離

δ = 假想前輪の轉向角

もし前輪の方向角が變化するものとすれば，廻轉の中心は平面上の S_1S_2 曲線上を動き，自動車に固定した平面では直線 H_1H_2 上を動く．自動車が運動するに從つて固定中心軌跡 S_1S_2 の上を可動直線軌跡が接しながら運動することとなる．

自動車の廻轉運動による加速度は，O 點のまわりの A_1 點の加速度に，A_1 點のまわりの G 點にはたらく加速度を加えて得られる．即ち

O 點のまわりの A_1 點の加速度は

OA_1 に直角に　$\rho\dfrac{d\omega}{dt}$

OA_1 の方向に　$\rho\omega^2$

ここに ω は角速度

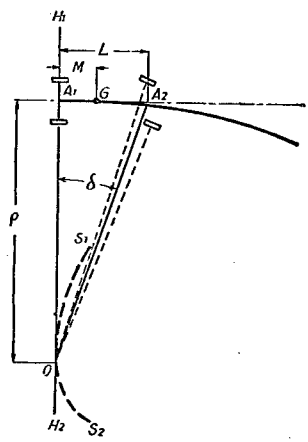
A_1 點のまわりの G 點の加速度は

A_1A_2 の方向に　$M\omega^2$

A_1A_2 に直角に　$M\dfrac{d\omega}{dt}$

ここに M は後軸と重心との距離

圖—12



故に G 點にはたらく慣性力の大きさは

$$\left.\begin{aligned} F_{Gx} &= \frac{W}{g}\left(\rho\frac{d\omega}{dt} - M\omega^2\right) \\ F_{Gy} &= \frac{W}{g}\left(\rho\omega^2 + M\frac{d\omega}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(d)$$

ここに W = 自動車の全重量

g = 重力の加速度

しかるに $\omega = \dfrac{v}{\rho}$ なる關係があり，これに (c) 式を入れれば

$$\omega = \frac{v}{\rho} = \frac{v}{L}\tan\delta$$

$$\therefore \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\tan\delta}{L}\frac{dv}{dt} + \frac{v}{L\cos^2\delta}\frac{d\delta}{dt} \quad \cdots\cdots(e)$$

更に $\xi = \dfrac{W}{L}$ として (d) 式に入れれば

$$F_{Gx} = \frac{W}{g}\left\{\rho\left(\frac{\tan\delta}{L}\frac{dv}{dt} + \frac{v}{L\cos^2\delta}\frac{d\delta}{dt}\right) - \xi L\omega^2\right\}$$

$$= \frac{W}{g}\left(\frac{dv}{dt} + v\frac{\rho}{\rho^2 + L^2}\frac{d\delta}{dt} - \xi L\frac{v^2}{\rho^2}\right) \quad \cdots\cdots(f)$$

$$F_{Gy}=\frac{W}{g}\left\{\rho\omega^2+\xi L\left(\frac{\tan\delta}{L}\frac{dv}{dt}+\frac{v}{L\cos^2\delta}\frac{d\delta}{dt}\right)\right\}$$

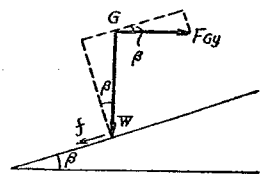
$$=\frac{W}{g}\left(\frac{v^2}{\rho}+\frac{\xi L}{\rho}\frac{dv}{dt}+\xi v\frac{1}{\cos^2\delta}\frac{d\delta}{dt}\right)$$

しかるに圖—11から $\cos^2\delta=\frac{\rho^2}{\rho^2+L^2}$

$$\therefore\ F_{Gy}=\frac{W}{g}\left(\frac{v^2}{\rho^2}+\frac{\xi L}{\rho}\frac{dv}{dt}+\xi v\frac{\rho^2+L^2}{\rho^2}\frac{d\delta}{dt}\right)\quad\cdots\cdots(g)$$

この F_{Gx} 及び F_{Gy} が重心 G にはたらく慣性力である．曲線部の片勾配については自動車の横方向にはたらく力 F_{Gy}を用いる．

圖—13



圖—13に於て路面に平行な力が横ころしようとする瞬間の各平衡關係は

$$F_{Gy}\cdot\cos\beta-W\cdot\sin\beta=(F_{Gy}\cdot\sin\beta+W\cdot\cos\beta)f$$

これから

$$\tan\beta=i=\frac{F_{Gy}-Wf}{F_{Gy}\cdot f+W}\quad\cdots\cdots(h)$$

(h) 式に (g) 式を入れれば

$$i=\frac{\left(\frac{v^2}{g\rho}+\frac{\xi L}{g\rho}\frac{dv}{dt}+\frac{\xi v}{g}\frac{\rho^2+L^2}{\rho^2}\frac{d\delta}{dt}\right)-f}{\left(\frac{v^2}{g\rho}+\frac{\xi L}{g\rho}\frac{dv}{dt}+\frac{\xi v}{g}\frac{\rho^2+L^2}{\rho^2}\frac{d\delta}{dt}\right)f+1}\quad\cdots\cdots(i)$$

即ち (i) 式が第3の式であつて，本設計に於ては自動の速度を一定として加速度の項を省いたものを用いてある．

參考文献

1) What about Spiraling? Engineering News Record, Sept, 1938.

2) 自動車の緩和曲線と走行安定. 山岸正讓：商工省機械試驗所々報 (昭22～5)

3) ハンドルの操作を指定した場合に自動車の前後輪が畫く曲線について. 黒岩直：土木學會誌 23 卷. 6 號, (昭12～6)

4) 走路に於ける完全緩和曲線の構成. 丹羽美：建築雜誌, 49～602 (昭10～8)

5) 競技場に於ける環狀トラック形狀と完全緩和曲線の研究. 丹羽美：建築雜誌, 49～596 (昭10～3)

6) 都市計画に於ける市街路若くは廣場の形狀を決定すべき自動車走行曲線. 丹羽美：建築雜誌, 49～607 (昭10～12)

7) 自動車走路に於ける「緩和曲線」及び「逆緩和曲線」の略算法について. 丹羽美：建築雜誌, 48～586 (昭9～6)

8) 車庫内若くは廣場内に於ける自動車走行線の問題. 丹羽美：建築雜誌, 48～587 (昭9～7)

9) クロソイド曲線による緩和線布設法. 抄錄：土木學會誌, 26～6 (昭15～6)

10) Highway Spirals, Banking and Vertical Curves. H. Criswell

11) Transition Curves.～A reply to Prof. Royal Dawson. H. Criswell. Roads and Road Constructions. May, 1938

12) Spiral Transition Curves~Further Tables and Examples. H. Criswell · Roads and Road Constructions. Sept. 1. 1938, Nov. 1, 1938

13) The transitioning of Compound Curves. H. Criswell R. and R. Constructions. Dec. 1, 1938

14) Modern Road Transition Curves. L. R. Robertson and D. F. Orchard The Journal of the Institution of Municipal and County Engineers of 17 th, March, 1936

15) レムニスケート曲線表. 久野重一郎：土木學會誌，20~2（昭9~2）

16) 道路職員必携. 道路研究會

17) 最新曲線表. 島田晴治

18) 鐵道工學（上巻）. 稻田篤

19) "Elements of curve design" for road, railway and racing-track. F. G. Royal Dawson 1932

20) "Road Curves" for safe modern traffic. Royal Dawson 1936

21) Graphic Solution of Road and Railway Curve Problems, with the aid of Lemniscate Transition Curves. Royal Dawson

22) 近世道路工學. ノイマン（南保賀譯）

23) 道路の緩和曲線について. 淺井新一郎：（昭23~6）

24) 自動車專用道路の設計. 瀨戸政章：（昭18）

25) 道路及び街路構造. 村上永一：「新編道路技術」日本道路建設業協會，（昭23）

26) Developments in Highwry Location Survey. Michel Hall Roads and Streets. Oct, 1939

28) Skidding Characteristics of Automobile Tyres on Roadway Surfaces and their Relation to Highway Safety. R. A. Moyer Iowa State College of Agriculture and Mechanic Arts Bulletin 120, Aug. 1934

29) 道跡曲線. 江藤禮：土木工學，7~9（昭13~9）

30) 特殊緩和曲線の數値表. 江藤禮：土木學會誌 26~11（昭15~11）

31) Motorways, Flyovers and Mountain Roads. Royal Dawson

32) 圓距法による二次曲度緩和曲線. 山崎慎二：土木工學，8~5（昭14~5）

33) 等變速度に適應する全緩和曲線. 江藤禮：土木學會誌，24~3（昭13~3）

34) 路線々形の設計. 藤井眞透「道路講座」土木工學，2~3, 4（昭8~3, 4）

35) Resurfacing Packards' Famous Test Track. Roads and Streets, ·89~11 (Nov. 1946)

36) 道路曲線部の片勾配. 久野重一郎：土木學會誌，20~2（昭9~2）

37) 曲線半徑と自動車の速度. 土木ニュス，16~11（昭12~11）

38) Speed-change rates of passenger vehicles. D. W. Loutzenheiser Highway Research Board. Vol. 18, 1938

39) Safe side friction factors and superelevation design. Joseph Barnett H. R. B. Vol. 16, 1936

40) Measurement of the Non-skid properties of Road Surfaces. Rood Research Bulletin NO. 1

41) Superelevation and easement as applied to highway curves. A. L. Luedke and J. L. Harrison Public Roads Vol 2, No6, 1920

42) Study and Standard of quality of a road surface R. H. Baldock Public Road, Vol 16, 1936

43) 路面の縱及横ヒリ摩擦抵抗に及ぼす路面種別と其の性狀との影響について. 島田八郎：土木試驗所報告 40號（昭12. 12）

路盤の靜力學的耐力に關する實驗的研究

建設技官　松　村　孫　治
建設技官　谷　藤　正　三

目　次

Ⅰ. 要　旨……(1)
Ⅱ. 試驗の目的……(2)
Ⅲ. 實驗設備……(4)
Ⅳ. 路盤及路床構築……(6)
Ⅴ. 支持力の理論と實驗結果に就いて……(6)
Ⅵ. 結　語……(16)

Ⅰ. 要　旨

鋪裝版の强さは路盤の支持力に影響されるところ大であり，過去の經驗によれば，その値が或る限界以下である場合には鋪裝版は必ず破壞する．又その値大なるときでも場所的に不均質の場合には，繰返し交通荷重に對して，不等變位を生じ補修限界は非常に短縮される．路盤はその地盤の地理學的條件或は構成土壤の土質力學的性質の如何によつて變化するだけでなく，氣象的條件に左右され易い．從つて路盤の支持力を決定するは極めて困難である．從來は載荷試驗を行ふか，又は過去の經驗により，地盤の種類に應じて概略的にその支持力を決定してゐた．

工事の施工に當りて土質調査を行ひ，その土性を明にし，路盤支持力の判定を行つて，力學的基礎の上に研究を行ひ，始めて合理的なる道路構造の基礎が求められて，必要にして安全なる强度を持ち，然も低廉なる鋪裝が作られねばならぬ．

鋪裝版の應力計算に當りては，從來路盤の力學的性質を表はすために Zimmerman 氏，Westergard 氏等の諸研究者により示されたる如く，その支持力として單位沈下量に對する荷重强度を以て表はす路盤或は路床係數と稱するものが採用され，その値は支持力試驗機或は鎭壓機等による耐力試驗を行つて求められてゐる．然しその値は物理的には明瞭なる意義を持つてゐるに拘らず，測定方法により異なり，又同一測定方法にても載荷板の徑によりても亦異つた値を生じ，折角の試驗も單に目安として輕く考へられて來た．特にその載荷版の徑と沈下量との関係が不明であつて，載荷試驗に當りては版の徑を一定の値に決めて，沈下量を測定して來た．

飛行場滑走路に於ける路盤支持力を明にするため，著者が主班となり，東京都西多摩郡熊川の多摩川の高水敷に於て大規模な野外實驗を行つた．その結果班員諸氏の努力により，路盤或は路床耐力の强度判定法として，

(1) 塑性變形を考慮した法 $E-q_b$ 法
(2) 粘彈性論的觀點より求めた P_1 法
(3) 彈性的觀點より求めた $\tan\theta$ 法

の三方法が考慮され，地盤耐力の意味を明にし，その方面への新しい途を開いた．然し高水敷の地盤は自然の儘であり，平面的にも，深さの方向にも一様性を缺いてゐる．依つて本研究所赤羽分所に於て原地盤としての條件を單純化し，以上の考察結果に對して再檢討を加へ，利用範圍を明かにすべく實驗を行つた．實驗の結果によれば，人工的に諸種の材料によつて構成されたる鋪裝路盤に於ては，其の耐力の判定は載荷板沈下の初期に於ける路盤の力學的性狀による考察即ち $\tan\theta$ 法が最も適確な表示法であることが明にされた．$\tan\theta$ 法は縦軸に沈下量（△）と載荷板の周邊面積比（x）との積をとり，横軸に荷重强度を取つて荷重沈下曲線を表示し，その曲線の初期接線の正切によつて，路盤の支持力を判定するものである．

尙本實驗の結果，$\tan\theta$ によつて表はされる數値は，普通一般に用ひられる載荷板の大きさでは載荷板の徑に無關係に，路盤の種類によつて一定の値を得ることが認められ，從來最も困難視された載荷板の徑の影響による不確定項を除去することが出來た．

Ⅱ. 試驗の目的

路盤はそれを構成する土壤の種類により彈性的，塑性的時には流體的性質を示し，物理的にも力學的にも取扱ひが極めて困難である．古くは主として彈性理論により取扱はれたが，近代に至り多くの實驗的研究が行はれて，粘彈性的，塑性的性質の研究に迄發展して來てゐる．

從來鋪裝版の應力計算に當つては路床係數 k が使用されて來てゐる．即ち地盤はすべてそこに起る壓力に比例して壓縮され，沈下するものと仮定して

$$P_0 = k\triangle$$

茲に P_0 = 載荷强度 kg/cm²

$\triangle$ = 沈下量 cm

k = 路床係數 kg/cm³

k が路盤の力學的性質を表はすものとして採用されて來たが，k そのものの物理的意味に就ては大いに疑點がある．

路床係數の測定方法としては次のものが行はれてゐる．

(A)靜荷重載荷式

(1) 路盤支持力試驗機による測定

(2) 輾壓機による測定

(3) 貨物自動車による測定

(B)動荷重載荷式

(1) 杭打ラムによる測定

(2) 鋼球落下法による測定

これらは何れも使用法が非常に簡單で，便利に使用されて來たが，結局各種の路盤についてその時の氣象條件に於て荷重沈下曲線を明かにする丈で，本質的に各種路盤の特性を明かにすることが出來ず，試驗結果を從來の資料と比較して，その安全度を比較する丈で，土性論的にも土質力學的にも何等せんさくされておらない．路盤の構成物質，路床土の諸性質等複雜な各要素をこの支持力の係數のみに包含することは無理があるが，路床の支持力を示す一つの係數としては上述の k を採用することが出來る．

熊川に於ける實驗は各種の路盤の支持力を測定し，鋪裝版との關係を明にする爲に行はれたものであつて，それと共に，理論的研究も大いに躍進を遂げ，最上氏は土が粘彈性體であると考へて，粘彈性體内に生ずる應力は其の時の歪および歪を生ずる速度にも關係すると考へて歪の係數として剛性率 μ，歪速度の係數として粘性係數 ν を導入して，円形載荷を行ふときの關係式を見出した[1][2]．

$$P = P_0 + P_1 t = \frac{3}{2}\pi\mu x + \frac{\nu}{\mu} P_1$$

P_0 = 時間0のときの載荷强度

P_1 = 載荷强度の增加速度

t = 時間

x = 載荷板の周邊と面積との比

之は Housel の粘性地盤に對する實驗式[3]

$$P = mx + n$$

P = 載荷强度

x = 周邊面積比

m, n = 沈下量の一定値に對し一定となる常數

の特性を理論的に解決したものである．これは又地盤の特性を μ, ν を用ひて圖式的に表はすことが出來るのであつて P_1 法と稱してゐる．

星埜氏[4]は自然地盤或は基礎地盤の力學的常數として荷重沈下曲線の初期接線係數E及破壞荷重强度 q_b をとれば荷重强度 q に對する沈下 ω は

$$\omega = \frac{q_b \cdot d}{E} l_n \left(\frac{q_b}{q_b - q} \right)^{-1}$$

$$\frac{q_b \cdot d}{\omega} = E \frac{q}{q_b \{ l_n q_b + l_n (q_b - q) \}}$$

$q = o$ のとき $\dfrac{q \cdot d}{\omega} = E$

$q = q_b$ のとき $\dfrac{q \cdot d}{\omega} = 0$

實驗結果より各荷重强度 q に對して $\dfrac{q \cdot d}{\omega}$ を計算して，之に一致するやうな理論曲線を求め得ばE及 q_b の値が決定出來るとした．($E - q_b$) 法と稱する．

尾之内氏は載荷荷重 P(kg/cm²) と沈下量 Δ(cm) との關係は載荷板の大きいもの程，沈下曲線は Δ 軸に對して其の傾斜の度が小さくなる．Housel は一定沈下量 Δ に對する荷重 (P) と周邊面積比 (x) との關係を直線式で表はしてゐるが地盤に依つては必ずしも當嵌るとは限らず，地盤が彈性體のときは

$$P = \zeta \cdot \frac{E}{4} \cdot \Delta \cdot x$$

---

1) 著者　地盤支持力測定裝置について　道路 vol. Ⅶ No.72 昭21.4,5月號

2) 最上武雄　土の支持力に關する研究　同上　No.74 昭21.8,9月號

3) Housel "A Practical Method for The Selection of Foundation Based on Fundamental Research in Soilmechanics"

4) 星埜和 "路盤及基礎" 新編道路技術　日本道路建設業協會

の如き形となり，又粘性を有する實際地盤でも

$$P = f(\Delta \cdot x \cdot E, \zeta\sqrt{\mu \cdot \vartheta})$$

E = 彈性係數

ζ = 係數

μ = 粘性常數

ϑ = 載荷速度

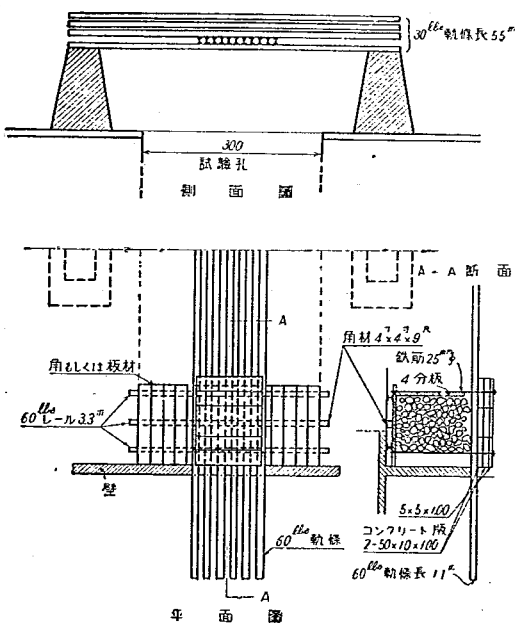
の如き形となり，何れにしても Δ と x は積の形で P の函數中にあり，μ，ϑ を各種試驗に於て一定と考へると P と $\Delta \cdot x$ の關係は一次的の部分ではこの比は彈性係數に比例することが明かである．依つて地盤の良否の判定にはこの比を求める爲に P と Δx との曲線と $\Delta \cdot x$ 軸となす正切を $\tan\theta$ とすれば

$$\tan\theta = \frac{E}{\zeta}$$

の關係がある．之を $\tan\theta$ 法とした．

これを要するに $\tan\theta$ 法は載荷板の沈下の初期の地盤の力學的性狀によつて地盤强弱を判定しようとするものであり，地盤の彈性的性質を主とするものである．これに對して P_1 法は沈下稍大きいときの地盤の性質に依存するから地盤の粘性的性質を良く示すものである．$E - q_b$ 法は彈性論的根據より地盤の塑性的性質の探究に導いたもので，彈性係數，破壞荷重を見出すに便利である．

圖—1　荷重配置圖



本試驗は各種の路盤について以上の方法の適用性を再檢討する目的の爲に行つたものである．

Ⅲ．實驗設備

建設省土木研究所赤羽分所道路實驗室材料置場の上層コンクリートを剝ぎとり，長さ 6 m 幅 3 m，深さ約 1.1m の孔を掘り，底部四周には幅 30 cm，深さ 30 cm の溝をつくつて細粒砂利をつめて締固め，底部全面には破碎したコンクリート・ブロツク片を均し，仕上り厚 10 cm に，25 kg の木槌で搗き固めを行ひ，その表面には實驗中繰返し荷重により路床砂が侵入して次第に條件が變化するのを防ぐため，風化セメントを用ひて，厚さ 10 mm 程度の塗裝を行つた．其の上に荒川砂を厚さ 10 cm 毎に水締め仕上げを行つて，其の上に

路盤工を施工した.（圖—1，圖—2）

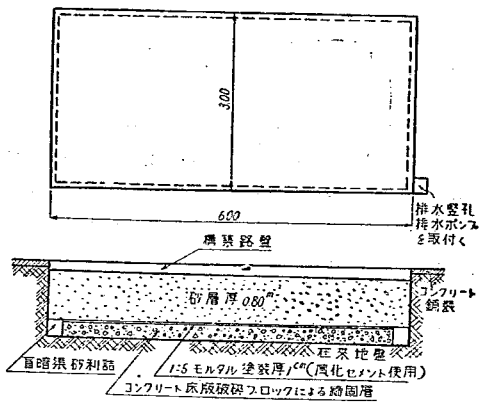
在來地盤は新河岸川掘鑿當時埋立てたものでローム混り砂質土壤にして，盛土高が大きいので河川水位による地下水の影響は考慮する必要はない.

實驗中に於ける地盤の含水率の變化は四圍がコンクリート床なるために殆んど差がなかつた.

路床に砂を利用したるは他の材料にては含水率の多少の變化により土性的に大きな影響を受け，支持力の一樣性を期待しえない爲である.

荷重はコンクリート支臺上にレールを敷並べ. 其の上に鐵矢板を載せて，總重量18 tとし，載荷板との間には20 t　オイルジヤッキを用いる對重載荷の方法を採用した.

圖—2　基　礎　構　造

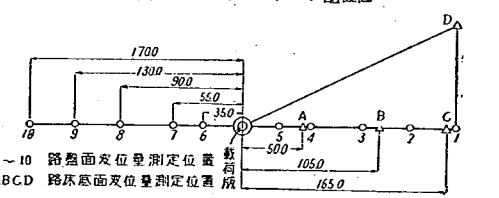


（i）測定裝置

載荷後路盤面の變形量は不動の材料置場の床コンクリートに梯子型枠組に取付けたるダイヤルゲージにより，又路床底面の沈下量はモルタル層に埋込んだ鐵筋の變位を前記枠に取付けたるダイヤルゲージにて，載荷板の沈下量はコンクリート荷重受臺に渡した横梁に取付けた1/10 mm ゲージにて測定した.（圖—3）

（ii）載荷板の大きさ

圖—3　ダイヤルゲージ配置圖



空氣入タイヤの接地面積は一般に楕円であるが普通は円形荷重面と仮定して大差なく，複輪自動車についてはリム間隔を無視すれば後輪荷重に對する接地面積は大體 25～36 cm 程度の等値直徑なるを以て，載荷板は直徑夫々 30 cm, 40 cm, 50 cmのものを用いた. 其の諸元は表—1の如くである.

表—1

載荷板直徑(cm)	F＝面積(cm²)	U＝周長(cm)	$\sqrt{F}$	U/F	相當する荷重
30	706.5	94.2	26.58	0.133	第二種，H—10
40	1256.0	125.6	35.44	0.100	第一種，H—15，H—20
50	1962.5	157.0	44.30	0.080	H—20以上

(iii) 測定方法

試驗時の所要人員は路面變位測定10名，スラブ變位測定4名，載荷板の沈下量2名，ポンプゲージ1名，ポンプ操作2名，タイムレコーダー1名で最少限20名を要した.

載荷速度（油送速度）一定として加壓し，測定は10秒毎に記錄し，載荷試驗終了後，路盤面の龜裂の發生狀態，載荷板直下及任意點の路盤，路床の密度，含水率を測定し，又路盤及び路床中の水平層の壓密量を測定した．

Ⅳ．路盤及路床構築

本實驗に於ては路床には荒川砂を用ひ，各試驗毎に全部掘起して一樣なる密度になる如く（載荷中心線を中心に大體幅2mに限定す）埋戻しを行つた．埋戻しは各厚10cm毎に重量21.6kgのconcrete blockで各層3回突水締め仕上げを行ひ，周圍は木枠で搗固めをなし，常に條件を一定に保つ樣に努めた．含水狀態は一定になる樣に水抜きを造り，各回毎に壓密度を測定して條件を明かにした．試驗時の含水比は大體7.5～10.0%であつた．載荷試驗時路床中の壓密狀態を見るために石灰薄層を使用したる場合もあつた．

路盤材料として使用したものの主なるものは次の如くである．

砂利……厚5cm，15cm

割栗石（鎔山軟砂岩）……厚15cm，20cm

混合土……厚10cm，15cm，20cm

混合土の配合はHogentoglerの研究による路床土の標準配合に合致する如く努めた．材料は荒川砂（眞比重2.625，氣乾狀態の含水率1.2%）關東ローム（有効徑＝0.005mm，均等係數＝10，L.L.＝101%，P.L.＝67.4%，P.I.＝33.6%，S.L.＝63.8%，C.M.E.＝56.7%．氣乾狀態の含水率＝30%）及碎石（徑25mm以下で不足分は若干砂利で補充した）を使用した．配合結果の分析は次に示す如く大體標準配合の範圍内にあつた．

表—2

篩通過	通過百分率
20mm	92.91
15	88.63
10	83.47
5	71.30
No.10	54.38
No.40	39.64
No.200	18.49

この配合材料のNo.40篩通過分の物理常數は次の如くである．

液狀限界（L.L） 54.9%

塑性限界（P.L） 47.9%

塑性指數（P.I） 7%

全配合の合成眞比重 2.67

又Proctor試驗結果は次の如くである．

No.10篩通過分に對して

最適含水量45%，絕對乾燥密度1.21g/cc.，全配合材料について 最適含水量21.6%，絕對乾燥密度1.67g/cc.

實施に當りては大體配合は當初2～5%の水分を過分に使用し，試驗中は個々のものについて測定した．

荷重裝置の關係上道路用ローラーによるつき固めが不可能であつたので入念に搗つきを行つたが加水狀態に於て平均2.06の密度となる筈の路盤が平均1.67にしかならなかつた．

從つてその支持力は實地に施工する場合より小である．尙路床面との關接部は之を取除き，最初混合してあつた同一材料を次回試驗の厚さ丈追加し，其のときの含水量は急速測定法により決定して水量不足分を補ひ，一定含水量を保持する樣にした．

Ⅴ．支持力の理論と實驗結果に就て

載荷板の沈下と荷重との關係を表はす實驗式は從來次の如き諸式が用ひられて來た.

(1) $\Delta = ap^b$

(2) $\Delta = ap^b + Cp^d$

(3) $p = \dfrac{\Delta}{a + b\Delta}$ 或は $\Delta = \dfrac{ap}{1 - bp}$

p = 荷重强度

Δ = 沈下量

$a,\ b,\ c,\ d$ = 常數

(1)は拋物線形, (2)は複合拋物線, (3)は漸近線を持つ双曲線形で一般的に破壞限度を超えて載荷試驗を實施したとき(3)式が最も良く適合し, 此のときの破壞荷重は $p = 1/b$ の漸近線位置で與へられる. 支持力に關する既に述べた三つの理論と本實驗との比較に就て述べることとする.

(1) E—q_b 法

今半徑 a の載荷板に平均强度 p の荷重がかかつてゐるとき彈性保有部分の半徑を a_1 とすれば

$$dq = dp\,\frac{a^2}{a_1^2}$$

dq による $d\Delta$ を載荷板の中心の沈下で示すと

$$d\Delta = \frac{2(a_1(1-\nu^2)\,dq}{E} = \frac{2(1-\nu^2)\,\zeta a}{E}\cdot\frac{dp}{\frac{a_1}{a}} \quad \cdots\cdots(1)$$

ζ = 增加反力分布による係數

$$\left(\frac{dp}{d\Delta}\right)_{r=0} = \frac{E}{2(1-\nu^2)\cdot a\cdot\zeta} \equiv k \quad \cdots\cdots(2)$$

又載荷の途中で ζ = const とすると

$$d\Delta = \frac{1}{k}\cdot\frac{dp}{\frac{a_1}{a}} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\Delta = \frac{1}{k}\int\frac{dp}{\frac{a_1}{a}} \quad \cdots\cdots(4)$$

依つて a_1 が p の函數として與へられると, (4)より Δ と p との關係が出る.

今 p_b を破壞荷重とし

$$\omega = \frac{p_b}{p}\int\frac{a}{a_1}\,d\left(\frac{p}{p_b}\right) \quad \cdots\cdots(5)$$

とすれば

$$\Delta = \frac{p}{k}\cdot\omega \quad \cdots\cdots(6)$$

ω は荷重の增加によつて載荷板底面の地盤が側方流動をするために引起される塑性沈下を表示する係數で p と共に增加する. (6)は地盤變化の特性曲線を表はす. $p = 0$ のときは $\omega = 1$ となり次の如くなる.

$$\frac{p}{\Delta} = k \quad \cdots\cdots(7)$$

今 a_1 と a との關係を

$$a_1 = \left(1 - \frac{p}{p_b}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot a \quad \cdots\cdots(8)$$

とすると

$$\omega = \frac{n}{n-1}\frac{p_b}{n}\left\{1 - \left(1 - \frac{p}{p_b}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right\} \quad \cdots\cdots(9)$$

で表はされ n が大きい程 ω は小，よつて塑性沈下は小となるから地盤の彈性を表示する指數と見做される．

今實驗結果を $\frac{p}{\Delta}$ を縱軸にとり，p を横軸にとつて圖示したときの1例を示すと圖－4，5の如くなり，略直線で示される．今之を

$$\frac{p}{\Delta} = Mp + N \quad \cdots\cdots(10)$$

とすると

$$\left.\begin{aligned} &p = 0 \text{ に於て } \frac{p}{\Delta} = N \\ &\frac{p}{\Delta} = 0 \text{ に於て } p = -\frac{N}{M} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(11)$$

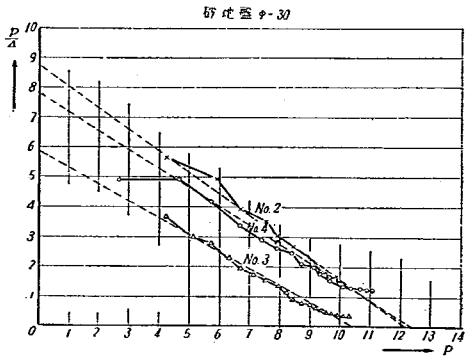
又一方(9)に於て $n = \frac{1}{2}$ とすれば

$$\omega = \frac{p_b}{p_b - p} \quad \cdots\cdots(12)$$

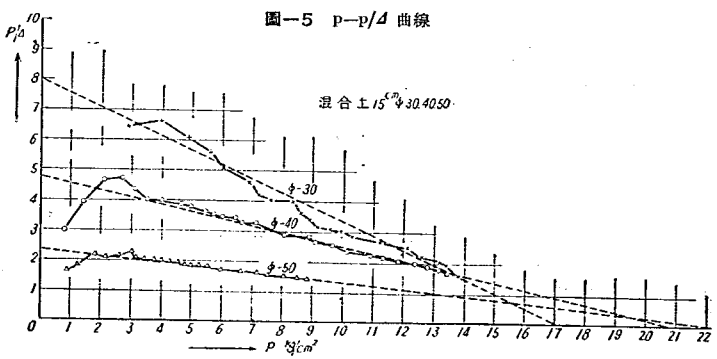
(6) より $\frac{p}{\Delta} = \frac{p_b - p}{p_b} k$

$$\therefore \quad \left.\begin{aligned} &p = O \text{ に於て } \frac{p}{\Delta} = k \\ &\frac{p}{\Delta} = O \text{ に於て } p = p_b \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(13)$$

圖－4　p—p/Δ 曲線，$\frac{p}{\Delta} = Mp + N$
（直線と假定した場合）



圖－5　p—p/Δ 曲線

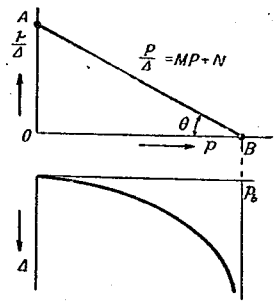


(11) 及び (13) より

$$\left.\begin{aligned} N &= k \\ p_b &= -\frac{N}{M} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

となる．特性曲線と荷重－沈下曲線との關係を示すと圖－6の如く表はされる．

圖－6



實驗結果より求められた N, M, $-\frac{N}{M}$ の値は表－3に示す．

實驗結果より考察されることは次の如くである．

(1) 實驗より求められたNの値は砂地盤に於て，4.5～8.9 kg/cm³，砂利3.2～6.6 kg/cm³，碎石（割栗）3.2～5.5 kg/cm³，混合土 2.3～12.7 kg/cm³ で，混合土の場合は Terzaghi[5] 氏の求めた砂地盤の 2.0～12.5 kg/cm³ とよく一致してゐる．石田氏[6] の砂質土の實驗結果は 1.65～5.98 kg/cm³ で本實驗の砂利の

表－3　特性曲線に於ける N, −M, $\frac{1}{N}-\frac{N}{M}$ の値

地盤	載荷板	層厚	N	N^{-1}	−M	$-NM^{-1}$
砂	φ 10	——	8.90	0.121	1.366	6.80
〃	φ 15	——	8.07	0.130	1.080	7.59
〃	φ 20	——	7.48	0.152	0.704	10.65
〃	φ 30	——	7.8	0.137	0.638	12.23
〃	φ 40	——	10.1	0.099	0.778	13.00
〃	φ 50	——	4.5	0.222	0.312	14.4
砂利	φ 30	D 5	5.26	0.190	0.466	11.3
〃	φ 40	〃	4.7	0.213	0.378	12.45
〃	φ 50	〃	3.16	0.317	0.219	15.85
〃	φ 30	D15	6.55	0.153	0.376	17.4
〃	φ 40	〃	4.3	0.232	0.296	14.5
〃	φ 50	〃	3.37	0.297	0.239	14.1
碎石	φ 50	D20	3.21	0.312	0.180	17.86
〃	φ 30	D15	5.5	0.182	0.256	21.51
〃	φ 50	〃	3.5	0.286	0.211	15.86
混合土	φ 30	D10	12.65	0.079	0.747	16.95
〃	φ 40	〃	5.26	0.191	0.300	17.54
〃	φ 50	〃	2.94	0.340	0.158	18.72
〃	φ 30	D15	8.03	0.125	0.472	17.00
〃	φ 40	〃	4.80	0.282	0.232	20.75
〃	φ 50	〃	2.34	0.428	0.104	22.26
〃	φ 30	D20	7.4	0.135	0.359	21.85
〃	φ 40	〃	6.15	0.163	0.301	20.4
〃	φ 50	〃	4.29	0.233	0.244	17.55

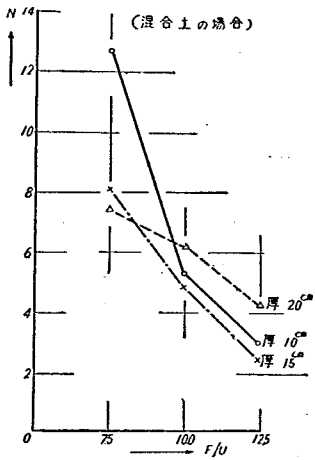
5) Terzaghi "Erdbautechnik" S.243

6) 石田武雄 "耐荷試驗について" 土木學會 vol. 21, No.7. 昭和10～7月

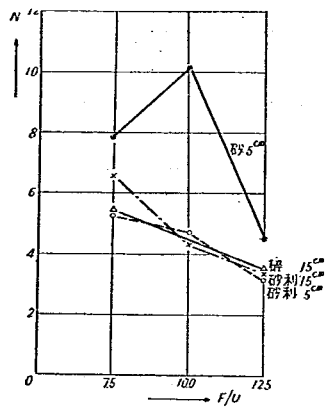
場合に比較される．これは本實驗に於ける路盤工の施工法がつき固め方法が充分行はれなかつたために合成された沈下係數は稍低下した値を示してゐることになる．

(2) 沈下係數Nは載荷板面積の增加につれて減少し，傾斜角Mも同樣の結果を示してゐる．(圖－7，8)

圖－7

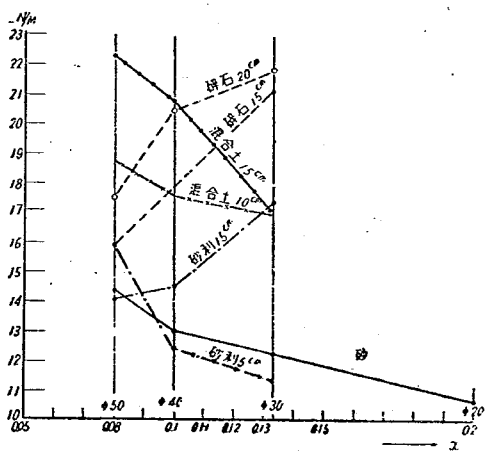


圖－8　N－F/U 曲 線



(3) －N/M は理論上の破壞荷重であるが，路盤土の種類及び厚さによつて影響され，路盤の薄いものは砂地盤の場合に類似して，載荷面積の大きい程大となり又砂利15 cm，混合土20 cm，砕石（割栗石）15 cm の如く或る程度路盤厚が增すと面積の大きい程，破壞が早くなつてゐる．(圖－9) 破壞强度の大きいものから列記すると，

圖－9



φ30cm に於て　混 20cm，砕 15 cm，
混 15 cm，混 10 cm，砂利 15 cm，
砂，砂利 5 cm

φ－40 cm に於て　混 15 cm，混 20 cm，
砕 15 cm，混 10 cm，砂利 15 cm，
砂，砂利 15 cm

φ－50 cm に於て　混 15 cm，砕 20 cm，
混 20 cm，混 10 cm，砂利 5 cm，砕
15 cm，砂利15 cm，砂

註　混～混合土，砕～砕石

即破壞荷重の大きいものが地耐力も大きいとすれば，混合土が最も望ましく，砕石これに次ぐことになる．

(4) 破壞荷重と周邊面積比との關係は

Housel の言ふやうな直線的關係にはない.

(2) P_1 法

Housel の有名な實驗式は次式で表はされる.

$$p = mx + n$$

p = 載荷强度

x = 周邊面積比

m, n = 沈下量一定値に對しては一定となる常數

これは大きさの異つた載荷板による載荷試驗結果を結びつける關係式で粘性地盤に關する限り正しいと認められてゐる. Housel 氏は現場試驗より測定した荷重沈下曲線 (p—Δ 曲線) より m, n を計算し, 各沈下量に對して $k_1 = \frac{\Delta}{n}$ を求め, k_1 と Δ とを圖示するときは k_1 を最小にする Δ の値の存在することを明かにしたものでこの沈下量が限界沈下量である. しかし k_1 を極小にする沈下量 Δ は其の意義がはつきりせず, 唯 $k_1 = \Delta/n$ によつて得た k_1 量に特異性があらはれる沈下量があるというに過ぎなかつた. 最上氏は之を粘彈性體として應力の値は其の歪に關係するのみならず, 歪速度にも關係すると考へ, 剛性率 μ, 粘性係數 ν を導入して理論的に解決を與へてゐることは旣に述べた通りである.

今 μ, ν に比例する量を μ', ν' とすると Housel の式と關係は

$$\mu' = \frac{m}{\Delta}, \qquad \nu' = \frac{m \cdot n}{\Delta}$$

であらはされる, μ', ν' が沈下量に對して如何なる變化をするかを圖示すると μ' は沈下の增大に伴ひ減少するがその減少率は沈下と共に急激に小となり, ν' の値は沈下と共に增大し, 極大値に達して後漸減する. 即ち地盤は載荷板の沈下と共に彈性的性質を失ひ, 粘性的性質を增加する. この粘性的性質が極大となる所が大體に於て Housel 氏の k' の値が極小となる沈下量と一致してゐるのである.

實驗結果より各沈下量に對する荷重强度及 m, n, k_1, ν' を表示すると表－4, 表－5 の如くである.

表－4

盤の種類	徑 ϕ	$\frac{U}{F} = x$	各沈下量に對する荷重强度 p kg/cm²					
			0.5cm	1.0cm	1.5cm	2.0cm	2.5cm	3.0cm
砂	30	0.133	2.6	3.63	4.86	6.05	7.1	7.72
	40	0.100	3.95	5.02	5.60	6.71	8.35	9.25
	50	0.080	1.77	2.97	3.78	4.87	6.18	6.59
混合土 20	30		2.83	5.90	7.57	8.78	9.73	10.61
	40		2.68	5.02	6.57	8,00	8·96	9.76
	50		1.91	3.48	4.51	5.59	6.39	7.18
混合土 15	30		3.35	5.59	6.94	7.99	8.75	9.36
	40		2.34	3.98	5.47	6·60	7.48	8.53
	50		0.88	2.10	3.17	3.98	4.70	5.42
混合土 10	30		4.47	7.02	8.83	10.01	10.82	11.57
	40		2·20	3.90	5.40	6.54	7.32	8.03
	50		1.48	2.52	3.65	4.46	5.13	6.01

砂利 5	30		2.16	3.65	4.53	5.47	6.07	6.62
	40		1.91	3.21	4.40	5.31	6.11	6.52
	50		1.33	2.58	3.62	4.46	5.38	6.00
砂利 15	30		2.23	4.98	6.76	8.05	9.00	9.71
	40		1.68	3.20	4.44	5.34	6.17	6.78
	50		1.47	2.80	3.66	4.62	5.41	6.18
碎石 20	50		1.23	2.87	3.80	4.74	5.40	6.18
碎石 15	30		2.31	4.81	5.95	7.35	8.40	9.28
	50		1.46	3.03	4.00	4.81	5.56	6.25

表－5

種類 ＼ 特性係数 ＼ 沈下量(cm)		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
砂	m	6.64	5.28	8.64	9.44	7.36	9.04
	n	1.744	2.927	3.712	4.800	6.12	6.52
	k_1	0.075	0.190	0.162	0.212	0.340	0.332
	ν'	2.314	15.46	21.34	22.63	18.00	19.60
混合土 20	m	23.80	47.6	43.0	72.2	81.4	
	n	−0.25	−0.50	5.20	−0.23	−0.42	
	k_1	0.021	0.021	0.035	0.028	0.031	
	ν'	−11.9	−11.9	194.0	−8.3	−13.7	
混合土 15	m	20.9	37.0	48.2	59.5	66.7	
	n	0.07	0.10	0.48	−0.04	−8.07	
	k_1	0.024	0.027	0.032	0.034	0.038	
	ν'	2.93	3.70	15.4	−1.19	−215.0	
混合土 10	m	25.4	42.2	56.5	66.7	75.1	
	n	0.25	0.22	0.28	0.20	−0.23	
	k_1	0.020	0.024	0.027	0.030	0.033	
	ν'	12.71	9.24	10.54	6.67	6.92	
砂利 15	m	6.1	10.9	14.7	18.0	20.6	
	n	−0.72	0.08	0.16	0.01	−0.02	
	k_1	0.032	0.092	0.102	0.112	0.127	
	ν'	−11.6	0.872	1.567	0.69	−0.165	
砂利 5	m	19.5	30.6	40.8	49.6	57.4	
	n	−0.7	−0.16	0.23	−0.26	−0.14	
	k_1	0.026	0.033	0.037	0.040	0.044	
	ν'	−0.824	−4.90	6.26	−6.37	−3.80	
碎石 15	m	6.8	14.2	15.6	20.3	24.2	
	n	0.82	1.89	2.75	3.19	4.31	
	k_1	0.074	0.071	0.096	0.097	0.103	
	ν'	10.97	26.84	23.60	31.88	41.70	

然るに此の結果からみれば k_1 の極小點と ν' の極大點は一致を示さず，それ等の減小或は增大の割合も非常に不均衡である．このことは本實驗のやうな路盤及び路床の構成では P_1 一法の判定基準は使用すべきではないことを示すものと見られ得る．從來の試驗結果からみても p—x 曲線が直線的關係を表はすことの出來るのは粘性地盤のみであると考うべきであらう．

（3）沈下曲線に關する考察及 $\tan\theta$ 法

a）荷重沈下曲線に關する考察

實測値より荷重（p）—沈下量（Δ）曲線の急に變化するところ即ち彈性的性質から塑性的性質に變化する場合の支持力を Housel 氏のいう限界支持力とすれば實驗結果から次の結果が得られる．

表—6

地盤	徑ϕ	限界沈下量 (cm)	支持力限界 (kg/cm²)	地盤	徑ϕ	限界沈下量 (cm)	支持力限界 (kg/cm²)
砂	30	0.68	5.85	碎石 20cm	50	0.75	4.0
	40	0.7	5.0				
	50	1.1	4.5	混合土 20cm	30	0.85	5.6
砂利 5cm	30	0.75	3.5		40	1.05	5.4
	40	0.80	3.2		50	1.00	3.5
	50	1.50	3.5	混合土 15cm	30	0.80	5.0
砂利 15cm	30	1.25	6.0		40	1.20	4.4
	40	1.80	5.0		50	2.10	4.2
	50	1.90	4.5	混合土 10cm	30	0.40	4.0
碎石 15cm	30	1.10	5.0		40	0.80	3.6
	50	1.50	4.0		50	1.15	3.0

一般的に言つて載荷板面積の增大する程，限界沈下量は增大し，支持力限界は減小する．

支持力限界を以て比較すれば砂利15 cm，砂，混合土20 cm……等の順になる．

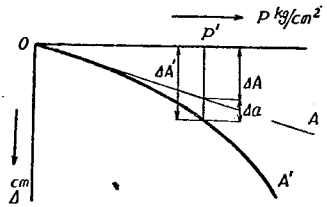
p—Δ 曲線より初期接線係數を求めてみると表—7の如くになる．表中 N は特性曲線より求めたもので N_1 は實測値である．

表—7

地盤	徑ϕ	N (kg/cm³)	N_1 (kg/cm³)	地盤	徑ϕ	N (kg/cm³)	N_1 (kg/cm³)
砂	30	7.80	8.60	碎石 20cm	50	3.21	5.34
	40	10.10	7.15				
	50	4.50	4.01	混合土 20cm	30	7.40	6.10
砂利 5cm	30	5.26	4.67		40	6.15	5.13
	40	4.70	4.00		50	4.29	3.50
	50	3.16	2.31	混合土 15cm	30	8.03	6.20
砂利 15cm	30	6.55	4.80		40	4.80	3.67
	40	4.30	2.78		50	2.31	2.00
	50	3.37	2.36	混合土 10cm	30	12.65	10.00
碎石 15cm	30	5.50	4.55		40	5.26	4.55
	50	3.50	2.78		50	2.94	2.61

これ等の値の誤差は前者が $\frac{p}{\Delta}$ $-p$ 曲線を直線と假定した際に入つて來ているものと考へられる．N_1 は載荷板面積の增加と共に減少し，N と面積 F との關係と全く類似する．

圖−10



今 $p-\Delta$ 曲線に於て塑性變形の量を表はすために圖− 10 に於ける $\Delta a = \Delta A' - \Delta A$ を求めてみると表− 8 の如くである．

Δa の變化は各路盤共載荷板面積の大きくなるに從つて增加し又路盤の種類によつて異なる値を示してゐる．彈性沈下と考へられる荷重は全般を通じて言へば荷重 3 kg/cm² 程度で直徑30 cm の載荷板では 4 kg/cm² 迄である．（路盤施工時に輾壓機を使用出來なかつたために施工上の缺點を持つのであつて此の程度が現場施工の路盤に其の儘適用出來るものでないことに注意を要する）．斯る觀點に立つて今 $p-\Delta$ 曲線に對して初期接線を作つた場合に其の傾斜角は荷重强度と載荷板の性質（周邊面積比）とによつて或

表− 8　　Δa 表

地盤	徑 φ	ΔA				$\Delta A'$				Δa			
		P = 3·0 4·0 kg/cm³		6·0	8.0	3·0	4·0	6.0	8·0	3.0	4·0	6·0	8·0
砂	30	0·35	0.45	0·75	0.95	0·35	0·45	0·85	1·95	—	—	0·10	1·00
	40	0.35	0·55	0·81	1.10	0·35	0·55	1·16	2·27	—	—	0·35	1·17
	50	0.85	1.10	1·62	2·10	0·85	1.10	2·40	--	—	—	0.78	—
砂利 5cm	30	0·78	1·07	1·65	2·22	0·78	1·18	2·42	—	—	0·11	0·77	—
	40	0·86	1 16	1·76	—	0·86	1·31	2·43	—	—	0.15	0.67	—
	50	1.40	1·61	2·43	3·27	1.40	1·75	2·98	5·75	—	0.14	0·32	1.48
砂利 15cm	30	0.5	0.73	1.19	1·60	0.5	0.73	1.25	2.0	—	—	0.06	0.40
	40	0.92	1.30	1.93	2.60	0·92	1.30	2.37	4.38	—	—	0.44	1·78
	50	1.05	1·41	2.12	2.82	1.11	1.60	2.82	5.56	0.06	0·19	0.70	2·74
碎石 15cm	30	0·61	0·80	1·23	1·52	0·61	0.80	1.52	2·28	—	—	0.29	0.76
	50	0·92	1.21	1·82	2·40	1·00	1·56	2.72	4·80	0.08	0·35	0.90	2·40
碎石 20cm	50	0·96	1·27	1·88	2·33	1.08	1.63	2.84	4.64	0.12	0.36	0.94	2.31
混合土 10cm	30	0·22	0.28	0.44	0.59	0.23	0.40	0.74	1.28	—	0.10	0.30	0.69
	40	0.67	0.89	1·36	1.83	0.67	0·99	1.78	2.78	—	0·10	0·42	0.95
	50	1.09	1.47	2.22	2.96	1.12	1.70	2.98	4.87	0·03	0.23	0.76	1.91
混合土 15cm	30	0.45	0.60	0·90	1·19	0.45	0.60	1·16	2·01	—	—	0.26	0·82
	40	0.66	0·89	1.36	1.81	0·66	0.99	1.71	2.75	—	0·10	0·35	0·94
	50	1.35	1.79	2.17	3·57	1.35	2·02	3.47	5.20	—	0.23	1.30	1.63
混合土 20cm	30	0·45	0·61	0.92	1·23	0·30	0.45	1.03	1.62	—	—	0.11	0.39
	40	0·55	0.74	1.13	1.52	0.55	0.78	1·30	1·98	—	0.04	0·17	0.46
	50	0·73	0.96	1.43	1·91	0.78	1.20	2·17	3·57	0.05	0.24	0.74	0.56

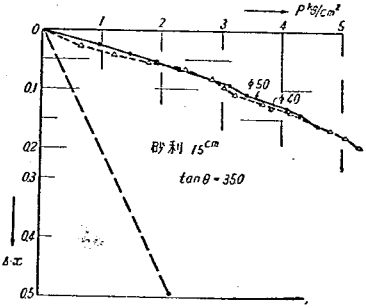
る特性を表はし得るものと考へることが出來る.

現場に於ける路盤工はコンクリート舖裝路盤では操返し交通荷重に對して當然彈性限度內に入る樣に施工され, 舖裝厚も彈性床上の版として設計される. 瀝靑系舖裝も舖裝體自身の彈性變形は大きいとは言い, その破壞を防ぐには路盤は交通荷重に對して彈性限度內に收まらなければならない. $\tan\theta$ 法は路盤としての特性からして載荷の初期に於て力學的性狀を調べ路盤强弱を判定しようとする所にその意義を持つてゐるのである.

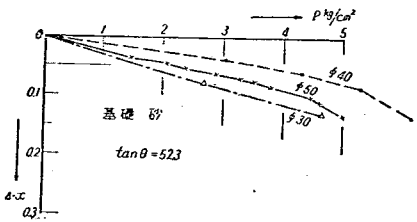
b) $\tan\theta$ 法

今橫軸に荷重强度 (p) をとり縱軸に沈下量 (Δ) と周邊面積比 ($x = U/F$) の積をとつて本實驗の結果を表示すると圖−11～圖−17 の如くになる. 即ち p と $\Delta\cdot x$ の關係は殆んど載荷板の直徑に無關係に直線的關係にあることがわかる. 從來路盤强度を表はすの使はれてゐる路盤 (路床) 係數 (kg/cm³) では使用する載荷板の徑により異つた値を示し, 然もその徑によつて表はされた數値が如何なる意義を有するかは甚だ疑問とされてゐたために, 土の支持力論は載荷板の徑と支持力との關係を明かにすることに數十年の努力

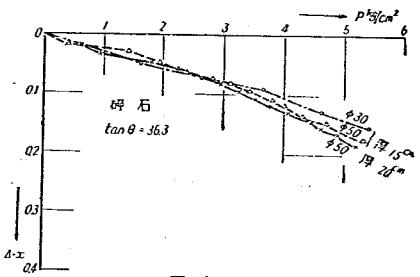
圖−13



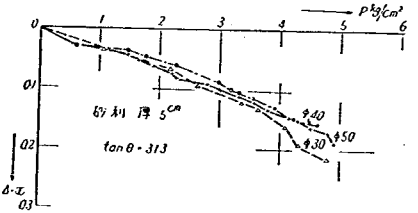
圖−11



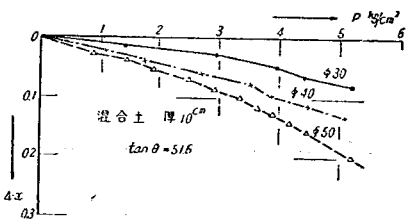
圖−14



圖−12

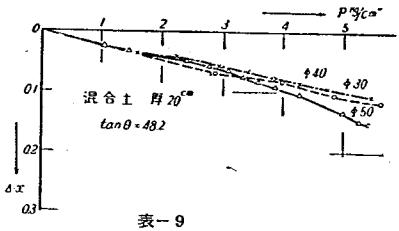


圖−15

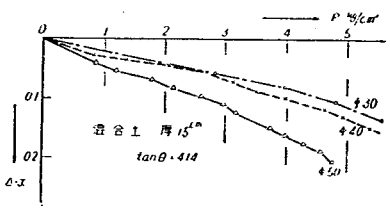


を續けて來た. Housel 氏により一先づ或る性格が特色づけられたのであつたが, それとても粘性地盤と言ふ限界されたものに於てのみ意義を持つものであり, 粉體力學に對しては數多の實驗から一般的傾向は明かにされた

圖－16



圖－17



表－9

地盤の種類	tanθ	支持力順位
砂	52.3	1
砂利5cm	31.3	7
砂利15cm	35.0	6
碎石(割栗)20cm	36·3	5
混合土10cm	51.6	2
混合土15cm	41.4	4
混合土20cm	48.2	3

が其の實驗の裝置と測定方法の差により各々特色があつて，絶對性のあるものでなかつたのである．

tanθ によればそれ等の難點は美事に解決され，tanθ を比較することにより，地盤の强度は使用した載荷板の徑に左右されず，略絶對値として表示することが出來る特色を持つてゐる．

本實驗に使用した各種路盤の tanθ の値は表－9の如である．

上表の結果によつて決められる順位は $p-\Delta$ 曲線より觀測した初期接線係數（N_i）及急變位點より求めた限界支持力（表－6）及 $E-q_b$ 法の初期接線係數N等より得た結果と殆んど一致して居り，然も單純明確である特徴がある．

Ⅵ. 結　　語

本載荷試驗は路盤の强度を如何にして判定するかと言ふ觀點に立つて實施されたものである．載荷時の油壓速度は一定にして行はれたので荷重と路盤變位との關係は靜力學的觀點に立つてゐる．從つて交通荷重の如く載荷時間に微分的關係のある場合には路體內の應力測定と言ふ大きな問題が尙解決されないで殘つてゐるのである．

路盤支持力の判定法については塑性變形を考慮した $E-q_b$ 法，粘彈性論的觀點に立つ P_1 法及び彈性的觀點に立つ tanθ 法があるが，特に tanθ 法は載荷板沈下の初期に於て路盤の力學的性狀によつて路盤の耐力の大小を判定しようとするものであり，路盤の如くその設計基準がその彈性限度內に重點を置いてゐるものにあつては，E－qb 法及 P_1 法は不確度的であるに反して極めて現場的に簡單容易に取扱ひ得る點で極めて好都合である．然も本實驗結果から tanθ を用うるときは從來の支持力試驗の數値と異なり，載荷板徑に無關係な數値として表はされ得ることを明かにすることが出來たのである．

本實驗は昭和20年12月より，同23年2月，に亘り，學術研究會議の援助の下に實施された．其の內終戰直後の經濟混亂期に遭遇し公私共非遇にありながらも，研究室員一同の獻身的努力により，大規模の實驗裝置も殆んど經費を要せずに組立てられ，又赤羽分所員一同及び東京大學第二工學部學生早稻田大學理工學部學生等の援助により，一時に20人以上を要する實驗も一通り終了することが出來た．玆に關係各位に對し厚く感謝の意を表する次第である，

物部川筋の山地崩壊について

山地の崩壊性と性質との關聯性

小　野　寺　透

目　次

前書き……（1）
1．地　形……（1）
2．地　質……（2）
3．山腹崩壊の分布狀態……（3）
結　び……（4）

前書き

あらゆる山地崩壊は各地方毎の氣象，林相，地形，地質等の要素と密接な關係がある．此等諸要素の中で地質は潛在的素質的要素であつて，他の要素より强い時或は生物源の被覆物が取り除かれる時に，認識され易くなる．

四國の南部は地質構造が地形を支配している地方であり，又有史以來數度の大地震を受けている地方で，此の地方においては山地崩壊に對する地質的要素が優勢になつてゐる．從つて山地の崩壊性と性質との關聯性を調べる上に好適の地であるので，此の地方に比較的一樣に降つた强い雨の後物部川筋に生じた山腹の崩壊箇處の分布狀態を調査し，地質との關聯性を研究した．今回は崩壊の規模，機構等の狀態に關する事項は別にして，崩壊箇處數につゐてのみ取扱つた．

此の種の研究は國土浸蝕に對して砂防を主動的に計畫的に計畫する上の基礎資料となるもので，重要であるにも拘らず未着手の問題であつた．

1．地　形

調査地區は香長（高知）平野の北東隅から物部川沿いに高知，德島縣境に亘る山間地帶である．

物部川は高知縣の北東端に近く源を發し，小屈曲はあるが全体として直線狀流路をとり大栃附近で支流上韮生川を合してゐる．合流点下流部二箇處で大きく彎曲した後，再び緩い小屈曲を持つ略々直線狀流路で西南西に流れ，杉田附近から急激に流路を南に變えて山間部を出て香長沖積平野の東側を南に流れて土佐灣に注いでいる．

物部川はその性狀から上・中・下流部に分けられる．大栃附近上韮生川との合流点より上流約 25km の間は上流部で，本支川共に河床の浸蝕が行はれて居り，砂礫層，砂洲の殆どない部分である．上韮生川は本流の上流部と中流部との中間性を持つている．大栃附近から下流杉田附近の屈曲部迄の約 15km の間は中流部で，此の間においては側方浸蝕は行はれてゐるが河床の下方浸蝕は殆ど行はれて居らず，砂礫層，砂洲が發達してゐる．杉田より下流部約 13km は平野の河川である．

上・中流部では，川の兩側の山地は流路に略々平行に走つている．之は四國全般の地質構造と一致した方向で

ある．本地域の山地を構成している山峯は附圖に見られる様に東部で高く西部で低く，最高は德島縣の那賀川との分水嶺中にある石立山である．

本地域における山地の，川に向ふ斜面の平均勾配を表－1に示す．但し此の値は，川の兩側山地について圖上求めた河床から峯迄の高さと峯から川迄の最短水平距離との比の多數の平均値である．

表－1 物部川筋山地の平均勾配

	物部川中流部	上韮生川	物部川上流部
南斜面	1 : 3.1	1 : 2.8	1 : 2.2
北斜面	1 : 2.8	1 : 2.7	1 : 2.4

此の地方の現在の山地は，地塊運動後の浸蝕によつて生じたものと考へられるから，その勾配は地質によつて左右される．又上流部の山地は中流，下流部の山地に比べ浸蝕が進んでゐないから當然勾配は急である．物部川上流部の南斜面と上韮生川沿ひの北斜面とは大部分同一の地質から成り立つているにも拘らず，山地勾配に相當の差があるのは，地塊運動に基づいたのであらうが，兩斜面側の川の發達過程の差異と，地層が40°～80°の角度で北方に傾斜していること，とに依るものであらう．本地域の山地が川を狹んで相對する部分の南北斜面勾配の差は殆どない．

2. 地　　質

本地域を構成している地質は古生層及び中生層に屬する水成岩層と洪積層の河段丘とであつて，その分布狀態は附圖* の通りで東北東一西南西の趨勢を示している．以下述べる「上部古生層」と「三寶山層」の大部とは古生層に屬し，「三寶山層」の一部，「安藝川層」，「鳥ノ巢層」及び「白堊層」は中生層に屬する．以下此等について時代の古い方から簡單に述べる．

(1) **上部古生層**は本地域の北西部に發達して居り，砂岩・頁岩の互層から成り，角岩，石灰岩，輝綠凝灰岩を夾んでいる，本層は東北東一西南西を軸とする鍛曲を受け，白堊層と一部分において不整合，大部分においては斷層を以て境している．

(2) **三寶山層**は三疊系を含む上部古生層で，主に砂岩，頁岩から成り，珪岩，石灰岩，輝綠凝灰岩を含んでゐる．一般走向はE－Wで，N40°～80°に傾斜して居り，隣接層とは斷層で境してゐる．本層の砂岩は一般には塊狀であるが，時には頁岩と互層して板狀になつている．頁岩も一般には塊狀であるがしばしば板狀になつている．互層の厚さは10m 以下である．

(3) **安藝川層**は本地域の南東部に廣く分布している．此の安藝川層は，此の地方全盤に廣範圍に發達する安藝川層の上部砂岩頁岩層の部分に該當し，主として頁岩から成り，砂岩・頁岩の互層，珪岩を夾んでいる．頁岩は塊狀又は板狀で，砂岩は頁岩と厚さ 10m 以下の互層をなしている．本層の走向は一般に NE—SW で，NW 又は SE に傾斜し，隣接層とは斷層で境している．

(4) **鳥ノ巢層**は本地域の中央部分に分布し，砂岩，頁岩から成り石灰岩，珪岩，礫岩をレンズ狀に含んでゐる．本層の一般走向はNE－SWで，不規則に鍛曲を受け，隣接層とは斷層で境している．砂岩は頁岩と厚さ 10m 以下の互層をなしている．本層の頁岩は板狀で，角ばつた小片に割れ易い．

* 鈴木達郎：七萬五千分一高知地質圖及說明書，昭和7年3月，地質調査所．

(5) **白亜層**は砂岩，礫岩，頁岩から成り下部層は砂岩・礫岩の互層で頁岩を夾み，上部層は砂岩を含む頁岩である．上部層は物部川に沿ひ，下部層はその兩側に夫々帶狀に分布している．本層の一般走向はＮＥ—ＳＷで，此の方向を軸とする小皺曲がある．本層の頁岩は細片に割れ易い．白亜層は一部において上部古生層を不整合に覆つているが，その他では隣接層とは斷層で境している．

(6) **洪積層**は固結不充分な砂礫層，粘土層から成り，主に大栃附近から下流部諸處に河成段丘として分布してある．

表—2は，物部川上流部，中流部及び上韮生川の五王堂に至る迄の區間に就いて，川の兩側各々約1kmの間に分布する各層の分布面積と，その中に存在する斷層の延長とを示したものである．斷層の計の欄中（　）の中は斷層が層の境界をなす部分の延長で，表の中には，その兩側の地層に重複して入れてある．

表—2　地層の分布面積，斷層の長さ

	分布面積 (km²)	斷層の長さ (km)		
		ＮＥ—ＳＷ	Ｎ—Ｓ	計
洪積層	7.3	—	—	—
白亜層	20.4	17.2	3.0	20.2
鳥ノ巢層	4.3	23.8	2.5	26.3
安藝川層	33.4	14.8	5.2	30.0
三寶山層	10.8	33.3	2.0	35.3
上部古生層	1.8	3.5	0.0	3.5
計	78.0	(−39.8) 52.8	(−2.5) 10.2	(−112.3) 101.8

3. 山腹崩壞の分布狀態

本地方は昭和21年12月の南海地震によつて山体が緩み，降雨による崩壞が多くなつたと言はれているが，昭和22年7月此の地域一帶に降つた豪雨により表—2の面積の地區内に表—3に示す樣に總計202の山腹崩壞を生じた．

表—3　崩壞箇處數（〔　〕は1km²當り）

	斷層から離れてある崩壞箇處數	斷層近傍の崩壞箇處數		斷層近傍のものを含めた崩壞箇處數
		ＮＥ—ＳＷ	Ｎ — Ｓ	
洪積層	—〔—〕	—〔—〕	—〔—〕	—〔—〕
白亜層	3〔0.1〕	19〔0.9〕	—〔—〕	22〔1.0〕
鳥ノ巢層	4〔0.9〕	25〔5.8〕	3〔0.7〕	32〔7.4〕
安藝川層	65〔1.9〕	28〔0.8〕	22〔0.7〕	115〔3.4〕
三寶山層	2〔0.2〕	27〔2.5〕	4〔0.4〕	33〔3.1〕
上部古生層	—〔—〕	—〔—〕	—〔—〕	—〔—〕
計〔平均〕	74〔0.9〕	99〔1.3〕	29〔0.4〕	202〔2.6〕

崩壊箇處の總數202に對して，斷層の近傍にあるものは，NE—SWの近くに49%，N—Sの近くに15%，計64%であり，斷層から離れた部分にあるものは36%になつていて，附圖からも判る樣に如何に本地區の崩壊が斷層線に沿う部分に多く生じてゐるかが示される．

先ず斷層から離れた部分に存在している崩壊箇處數について見ると，それは各層毎に違つてゐる．表—3の1 km² 當りの崩壊箇處數は此の地區の諸條件下における崩壊に對する各層の地質的趨癖（地質的素質による崩れ易さ）を表はすものである．地層の崩壊性に及ぼす斷層の影響が極く局部的なものであれば，此の地區の地層が斷層の影響を受けない地層本來の崩れ易さは安藝川層が最大で，鳥ノ巢層，三寶山層，白堊層の順になつてゐる．

次に斷層近傍に存在するものを含めた崩壊箇所處數について見ると，崩壊處數は後に述べる樣に地層と斷層との分布狀態によつて種々の程度に增大している結果，各層總体としての崩れ易さは鳥ノ巢層が最大で，安藝川層，三寶山層，白堊層の順になつている．

實地に見ると安藝川層內における崩壊は砂岩にも頁岩にも同樣に起つている．鳥ノ巢層は主に頁岩の部分が崩れている．又白堊層では頁岩の部分のみが崩れている．上部古生層は，表—2の地區內では崩れていない．洪積層は分布位置が平坦である爲に崩れていない．

又此の樣式の崩壊では山地の北斜面と南斜面との崩壊性の差異は認められない．例へば安藝川層では，層の傾斜は一樣でなく，65の崩壊の中30が南斜面，35が北斜面にあり，山の傾斜と地層の傾斜とが此の程度では風化は南北斜面で大差ないものと認められる．

斷層の近傍にある崩壊箇所數は本地區內にある崩壊箇處の總數の過半數を占めている．表—4は斷層の近傍にある崩壊箇所の斷層1km當りの數を表はしたものである．此の値は夫々の斷層が各層の崩壊性に及ぼす度合，或は各層が夫々の斷層によつて影響された度合を示すもので，その度合は斷層と地層とによつて差異がある．斷層については，N—S性の斷層の方が概してNE—SW性のものより强く影響している．層については，安藝川層は他の層に比べ，いづれの斷層にも强く影響されている．

表—4　斷層近傍の崩壊箇處數（斷層1km當り）

	NE—SW	N—S	兩方向平均
洪積層	—	—	—
白堊層	1.1	0.0	0.9
鳥ノ巢層	1.1	1.2	1.1
安藝川層	1.9	4.2	3.5
三寶山層	0.8	2.0	0.9
上部古生層	0.0	0.0	0.0
平均	1.9	2.9	2.0

註：— 表—3と表—4とではNE—SWの欄とN—Sの欄の數の大小が逆になつてゐるのは，本地區がNE—SW方向に細長くなつてゐるのに對して，表—3は各地層毎の全面積の1 km² に對する崩壊箇處數を採つたからであつて，表—3の此の欄は別に意味はない．斷層近傍については斷層近傍について別に單位面積を決めなければならないが，どの範圍迄が斷層の影響範圍になつてゐるか不明瞭であるので，此處で表—4の樣に斷層線の長さに對する崩壊箇處數を採つた．

又斷層が崩壊性に影響していると云うことは，斷層が活動性のものであると言うこととは別問題である．

結　び

以上述べた所は，調査對照の崩壊箇處數が充分多數ではないが，本地區については次のことが言へる．

1．山地の崩壊性は地層によつて差異があり，斷層の存在していない部分の崩壊性は安藝川層が最も大きい．

2．各地層共斷層の影響を受けて崩壊性が增している．その增し方は斷層の系統と地層の種類毎に差異があり，斷層が崩壊性に及ぼす影響は安藝川層に對して最も大きい．又斷層の影響を受けた爲，地層全体としての崩壊性は鳥ノ巢層が最も大きい．

3．斷層の影響がその極く近傍にしか及ばないと見做せば，本地域全体として山地の崩壊性は斷層がない場合の2.8倍になつている．

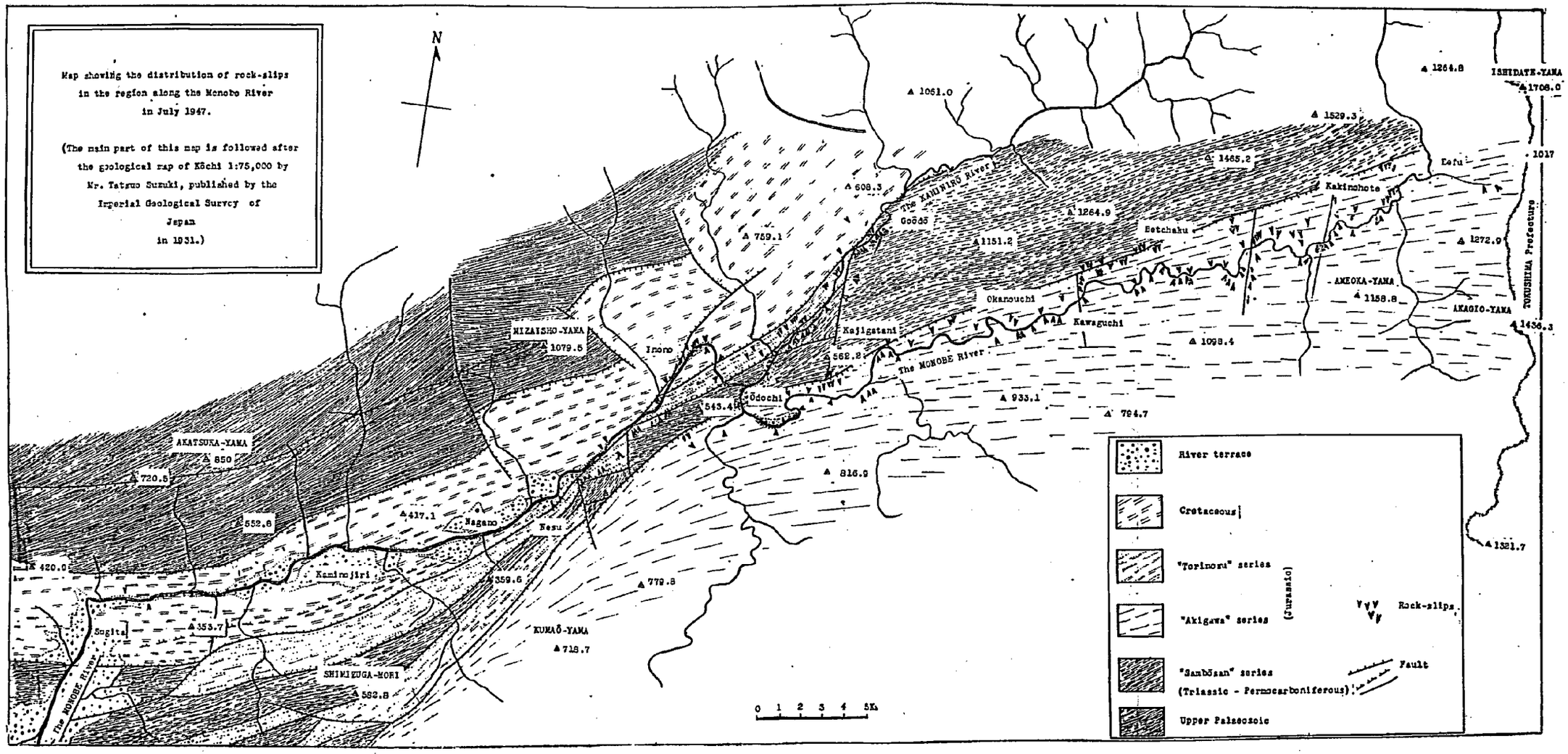
以上を一般化して

山地の崩壊性は地層の種類によつて差異があること．

斷層は山地の崩壊性を增す，その增し方は斷層の系統と地層の種類毎に差異があることが結論される．

このことは物部川筋の地區について明らかに言へることで，他の地域には夫々地域毎の特性があることは當然豫期されるから本邦全般についての調査が必要である．（1949年4月）

（國土浸蝕—崩壞—崩れ—1）



Map showing the distribution of rock-slips in the region along the Monobe River in July 1947.

(The main part of this map is followed after the geological map of Kōchi 1:75,000 by Mr. Tatsuo Suzuki, published by the Imperial Geological Survey of Japan in 1931.)

大型載荷試驗による路盤の破壞竝に耐力に關する土質力學的研究

建設技官　松　村　孫　治
建設技官　谷　藤　正　三

目　次

Ⅰ. 要　旨……(1)
Ⅱ. 載荷による路面附近の破壞……(2)
Ⅲ. 路盤および路床の沈下……(6)
Ⅳ. 路床底面における垂直變位量……(10)
　A. 一般式の算定……(10)
　B. 沈下量測定結果……(16)
Ⅴ. 測定結果より見た各種路盤の性質……(19)
Ⅵ. 實用的効果から觀た各種路盤の耐力の比較……(21)
Ⅶ. 結　言……(23)

Ⅰ. 要　旨

交通荷重に對して十分安全な道路かどうかを知るためには，まづ第一に路盤が十分な耐力を持つているかどうかを知らなければならない.

土は彈性的，塑性的時には流體的性質を示して，その取扱いは最も困難なものに屬する. 耐力測定法としてはそれらの特性を掴んで，載荷板沈下の初期の地盤の力學的性狀の變化を調べる彈性法，沈下が稍大きくなつて地盤が粘性的性質をより多く示したときの性狀を調べる粘彈性的方法，更に地盤の塑性破壞の狀態に重點をおき地盤の强弱の判定を行ふ方法等があることは既に發表した通りである.

本實驗は現在施工されている各種の路盤について次の事項を明かにするために實施された.

1. 路盤が荷重を受けたときに，載荷板附近に現はれる破壞現象
2. 載荷によつて路盤或は路床部に現はれる壓密現象
3. 載荷の過程において耐力におよぼす土質力學的要素の有無
4. 應力集中理論の合理性の判定
5. 各種路盤の限界耐力の判定

實驗施設は從來例を見ない大型のもので，道路實驗室構內に長さ6 m，幅3 m，深さ1·1 m の孔を掘り，その中に砂路床，および砂利，碎石，割栗，混合土等の路盤工を施工して載荷試驗を行つた.

荷重は孔の周圍に張つたコンクリート・スラブ上に設けたコンクリート造支臺上にレール，鐵矢板を渡均べて，

總重量18tとして，路盤上に据えた載荷板との間に20tオイルジヤツキを挟み，反荷重載荷方式をとつた．

路盤および路床は各試驗毎に全部同一方法で作りかえた．そのため1載荷試驗毎に2～3日を要し，測定には最小20名を必要とした．試驗結果を要約すると次の如くである．

1．路盤の土に凝集力のある場合とないときとでは，載荷によつて生ずる路面の破壞の狀態が異なり，凝集力のあるときには載荷板の周圍に，放射狀，環狀の龜裂があらはれ，ないときには放射狀の龜裂のみとなる．又側方流動による膨れ上りの位置は載荷板の徑により變化する．

2．路盤又は路床の壓密量は路盤の種類により異なり，壓密量最大となる深さは路盤厚さの大小によつて，路盤內に起るときもあり，路床內に起ることもある．

3．路盤の厚さを自動車タイヤの接地面積の等値半徑以上に施工すれば，路體强度が非常に大きくなる．

4．地盤每に應力集中係數 ν はそれぞれ常數であると見做すことは最も妥當であり，砂質土の場合には $\nu=6$ とすると最も良く一致する．

5．荷重が或る限界をこえて大きくなると，荷重と地盤の彈性係數とは比例せず，或る一關係に結ばれた完全な塑性變形を呈する．しかもその性質は路盤の種類によつて變化する．

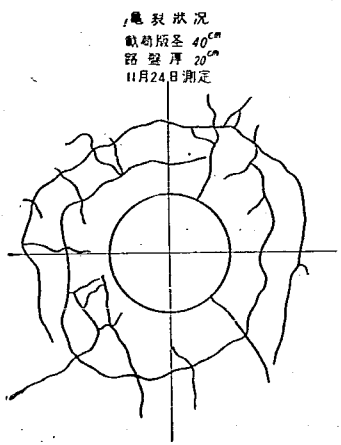
6．砂利層は耐荷力そのものは小さく，耐すりへり抵抗が大きい．一般的には混合土の如く，內部摩擦力も凝集力も强いものが良く，又嚙合作用の特に强い碎石の如きは，破壞後に於ても非常に効果がある．

Ⅱ．載荷による路面附近の破壞

（1）砂地盤および混合土路盤りに於ける龜裂

載荷後載荷板附近には龜裂が現はれ，これは放射及環狀の二つに分けられる．砂地盤（路床部）と混合土路盤の場合を比較すると，砂地盤では主として放射狀のみを見られ，混合土には環狀及び放射狀の兩方が見出される．（圖－1）．これは物理的性質の相違に起因するものであつて其の主因は凝集力の大小によるのである．混合土では一度龜裂を生ずると，龜裂線には凝集力は働かなくなり，これが弱點となつて益々擴大するが，砂の場合には凝集力はないから弱點として集積することがなく，龜裂は細かく分散してしまふためである．

圖－1



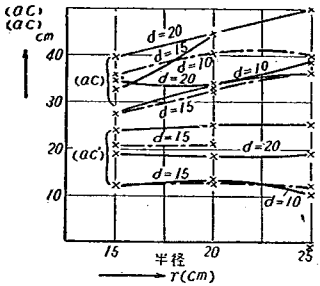
1）環狀龜裂

環狀龜裂の發生位置は同一載荷板については路盤厚の減ずる程載荷板中心と龜裂との距りは減少する傾向がある．例へば載荷板徑 30 cm の場合には次の如くなつてある．（圖－2）

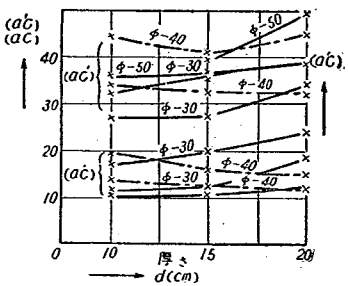
層厚 dcm	20	15	10
大環平均距離 cm	38.9	35.2	32.0
小環平均距離 cm	33.9	27.3	27.4

1) 松村．谷藤：路盤の靜力學的耐力に關する實驗的研究

圖－2(a)



圖－2(b)

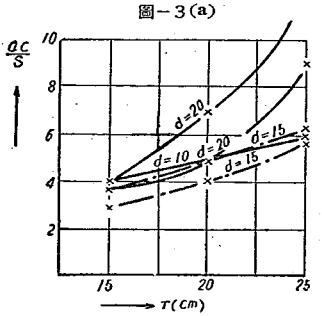


又混合土の層厚を一定として載荷板を取換へたときの載荷板周邊と龜裂との距離に對しては次の如くで殆んど變化はない.

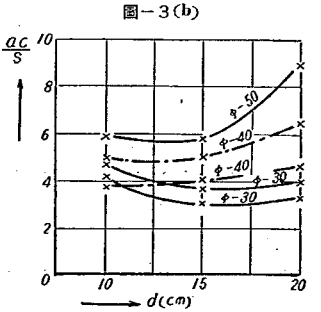
載荷板中心點から龜裂までの距離 (ac) と載荷板の沈下量 S との比をとつてみると圖－3の如くなつて, 載荷板の徑が大きいと小さい沈下量でも影響範圍は大きいし, 又同一徑の載荷板では混合土厚が增加する程 ac/S の値が大きくなりこの場合も影響範圍が大きいことを示してゐる.

	載荷板直徑		
層厚 15 cm の場合	30 cm	40 cm	50 cm
龜裂の距離(小環)	12·3	12·7	11·9
(大環)	20·2	20.8	15·0

圖－3(a)



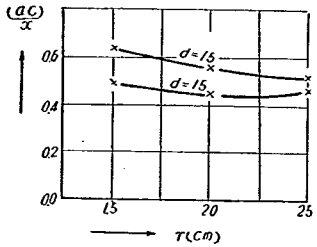
圖－3(b)



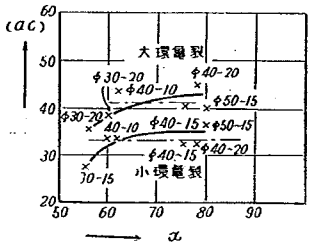
又載荷板の中心點から膨れ上りまでの距離 (x) と龜裂點までの距離との關係も載荷板が大きいと隆起部の發生位置が大きく離れてゆくことが知られる. (圖－4)

載荷板は荷重のため沈下してゆくにつれて周邊に沿ふて剪斷力が働き, 同時に周圍の土粒子を引張によつて全體的に下降させる. 一方壓密された載荷板直下の土壤は周邊より發達した塑性域圈により楔部を生じて側方流動を起し, 膨み出しを生ずる. 從つて龜裂發生部と膨れ上りの最大隆起部とは一致する必要はなく, 載荷板の大きい程兩者の差は大きくなる. 從つて砂の場合には凝集力がないから, 載荷板の周邊に剪斷破壞を生ずるのみで環狀龜裂を生じない.

圖－4(a)



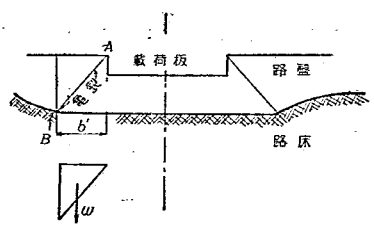
圖－4(b)



2）放射狀龜裂

一般に杭を土中に打込んだときに地表面には引張り現象を起し，沈下の進むにつれて，クルデュモフ効果により，土楔部分が側面の土を側方に押し出す．其の際引張りと押出しとによつて放射狀龜裂を生じ，最も理想的な場合龜裂の方向は載荷板中心と一致する筈である．載荷板周邊と龜裂最遠點（目測）との距離は路盤厚及び載荷板徑によつて大した相違は示しておらないが一般には載荷板の徑の大きくなる程又路盤の厚い程龜裂は長くなつている．

圖－5



一方龜裂長さは支持し得た全荷重が増すにつれて，増して，荷重强度は 10 kg/cm² 附近で最大長を示して略一定値に近づく，總體的に見ると，縱龜裂の長さは載荷板の形狀，大きさに關係するので全荷重或は荷重强度にはあまり大きな影響はない．從つて又破壞後の沈下量の大小にはあまり影響はない．

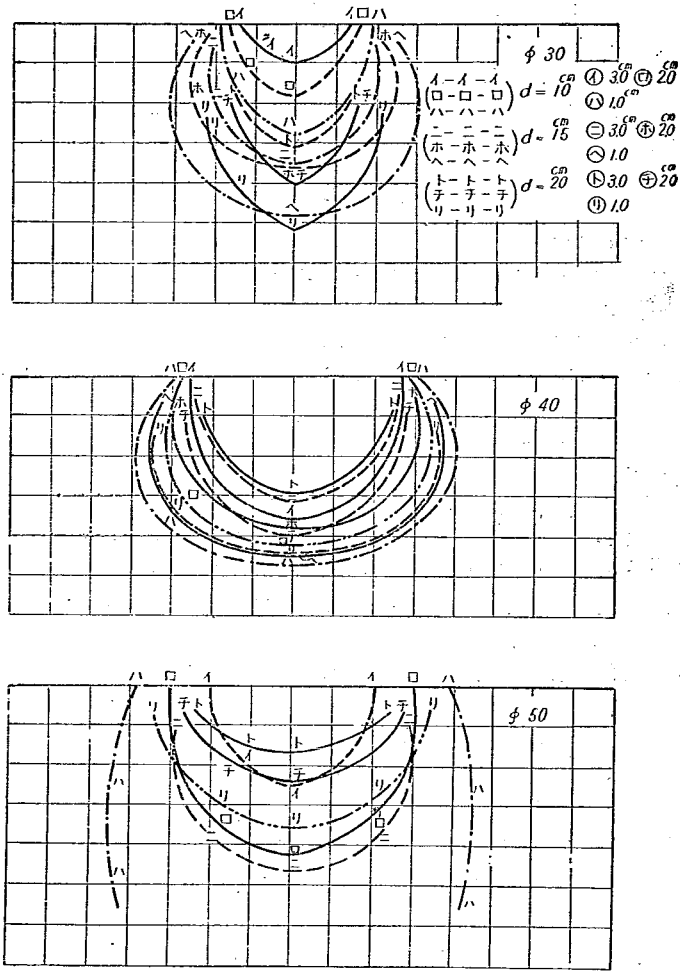
3）周邊剪斷部

砂の場合には周邊引張りも大きくなく，剪斷は載荷板に沿ふて鉛直に生ずるが，混合土の場合には載荷板の周邊から路盤厚內に擴がつた剪斷斜面が發生する．AB 線と路床土との交會點をBとし，龜裂發生位置との關係を求めてみると大體B點の直上に龜裂點が來てゐる．即ち AB 龜裂によつて殆んだ部分の土塊は載荷板周邊の剪斷力と自重によつて曲げを起しこれが表面に引張りを生じてゐるものとも解される．（圖—5）．今龜裂と周邊との距離（a'_c）と b' との關係を調べてみると次の如くなる．

ϕ 40, d = 15 cm	a'_c = 12·7 cm (小環) 20·8 (大環)	b' = 20·0 cm
ϕ 40, d = 10	a'_c = 13·5 24·1	b' = 12·0～18·3
ϕ 30, d = 10	a'_c = 12·4 17·0	b' = 13·4～10·1
ϕ 50, d = 15	a'_c = 10·7	b' = 10·8

これからみると a'_c と b' とはかなり良く一致してゐる．

圖－6　等沈下曲線圖



4）龜裂數

載荷板が不等沈下を起したときの影響をみると荷重偏心率の大きいものが必ずしも龜裂の數に大きな影響を與へてゐるわけではない．龜裂の數は肉眼的には放射狀のものでは荷重强度が增すにつれて減じてゐるが，環狀のものはむしろ增加してゐる．載荷板徑の大きくなるにつれて，砂地盤では放射龜裂は減少し，混合土の厚さが薄

い場合はこれに類似し，d = 15 cm，20 cm となつて來ると逆に增加する．これは路盤厚の薄い程路床の影響の大きいことを示す．環狀龜裂は混合土層の厚さに拘らず，徑の增すにつれて數は減少する．

載荷板徑を一定にして混合土層の厚さを變へたときには，何れも層厚增加と共に放射龜裂を減じ，環狀龜裂數を增加してゐる．

（2）砂利，割栗および碎石路盤

これらの路盤工では II 章に述べる膨れ上り現象は明かに觀測出來るが構成材料の特性上龜裂としてはここに論ずる程の特性はあらはれない．

III．路盤および路床の沈下

（1）路盤の沈下

載荷板下の沈下量を比較するには，載荷强度を一定にした場合の載荷板徑の變化による沈下狀態の比較と，載荷板徑を一定にしておいて路盤厚を變へた場合，および路盤厚，載荷板を一定にして荷重强度のみを變へた場合等いろいろの方法があるが，本試驗に於ては載荷速度を一定にして路盤厚及び載荷板徑を變化して荷重沈下の關係を求めた．一例として混合土の場合最終荷重狀態に於ける沈下量を示すと表－1の如くである．

表－1

路盤厚	cm	20	20	20	15	15	15	10	10	10
載荷板直徑	cm	30	40	50	30	40	50	30	40	50
最終全荷重	t	11·70	17·25	17·25	9·75	16·78	17·28	9·72	15.77	17·28
荷重强度	kg/cm²	16·54	13·73	8·79	13·79	13·35	8·80	13.76	12·65	8·81
沈下量	cm	9·5	6·8	4.3	9·3	8.1	6.3	6·8	9·0	6.0

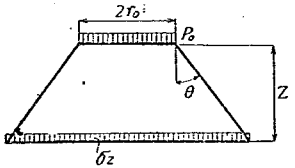
等沈下點を結んだ曲線を求めてみると圖－6の如くなり，同一路盤，同一載荷强度に於ては沈下は載荷板徑に比例して增大するといふ從來行はれた實驗結果と一致する．

圖－7の如く今應力分布を直線的であると假定して

$$\sigma_z = \frac{p_0 r_0^2}{(r_0 + z\tan\theta_0)^2} \qquad P_0 = \frac{P}{\pi r^2}$$

とおき

圖－7



$$\frac{dS}{dz} = \frac{\sigma_z}{E} \qquad S = \text{沈下量}$$

と假定すると，深さ h に於ける沈下 S は

$$S' = \int_0^h dS = \int_0^h \frac{p_0 r_0^2}{E(r_0 + z\tan\theta_0)^2}$$

$$= \frac{p_0}{E} \cdot \frac{r_0 h}{r_0 + h\tan\theta}$$

今 $\theta = 45°$ とすると，　$S' = \frac{p_0}{E} \frac{r_0 h}{r_0 + h}$

又側方流動による垂直沈下量 S'' を

$$S'' = \frac{2kp_0}{r_0} \qquad \text{ただし，} k = \text{地盤により變化する常數}$$

とすると合成沈下は

$$S = S' + S'' = \frac{P_0}{E}\left(\frac{r_0 h}{r_0 + h} + \frac{2kE}{r_0}\right)$$

今 $kE = 1000\ \mathrm{cm}^2$, $2000\ \mathrm{cm}^2$ 又 $E = 250\ \mathrm{kg/cm}^2$ とすると S の値は表－2の如くなる.

表－2

載荷版徑 ϕ cm	路盤厚 d cm	沈下量 S cm		實測沈下量 cm
		$k \cdot E = 2000$	$k \cdot E = 1000$	
30	20	18.7	9.8	9.85
	15	15.6	8.1	9.3
	10	15.6	8.1	6.0
40	20	12.1	6.1	6.8
	15	11.7	6.6	8.1
	10	11.1	6.4	9.0
50	20	6.5	3.7	4.3
	15	6.5	3.7	6.3
	10	6.5	3.7	6.8

又彈性論的に考へると荷重と沈下とは一次的に比例する. 載荷後の地盤全體に亘つて垂直に切取つた斷面より測定した沈下のない點を結んで見ると荷重の分布限界線は表－3の如くになつて設計に使用されてゐる 45° よりは小さく現はれてゐる. 傾斜角 θ は載荷板の徑のみによつて變化することが認められる. 載荷板の徑の增大する程 θ が減小するのは, 徑が大きい程應力分布の擴り方の變化が急激で, 周邊を離れると急に小さくなることを示すものである. 又路盤厚の大きいときは彈性的性質が大きいから載荷板下の應力集中度は少なく, 載荷板の徑に關係なく大體一樣な角度を示すが, 路盤厚が薄くて 10 cm 程度になると, すぐ路床の砂層の影響が現れて, 周邊面積比の大きいもの程, 擴り角が大きく, 周邊面積比の小さい 50 cm 載荷板では擴り角が減少して來る.

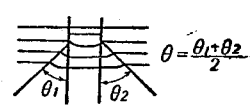
いづれにせよ以上の觀察は視覺誤差が安全率として入つて來てゐるとは言ひ, 現實の破壞面を觀てゐるのであるから, 假令簡易計算にしても從來の如く, 45° の擴り角として支持力計算は行ふべきでなく, 精々 30° 程度とすべきである.

表－3

① 各地盤における最大荷重

載荷板徑	$\phi-30$	$\phi-40$	$\phi-50$	$\phi-30$	$\phi-40$	$\phi-50$	$\phi-30$	$\phi-40$	$\phi-50$
厚	$d-20$	$d-20$	$d-20$	$d-15$	$d-15$	$d-15$	$d-10$	$d-10$	$d-10$
P(ton)	11.70	17.25	16.20	9.57	16.78	17.28	9.72	15.77	17.28
p_0(kg/cm²)	16.54	13.73	8.12	13.55	13.35	8.80	13.76	12.65	8.81

圖－8



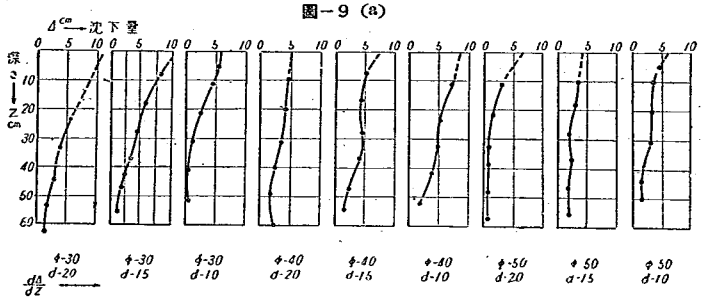
②　原層に對して沈下を生じてゐると思はれる點を結んで漸近値線と假定した時の傾斜角

載荷板徑	路盤厚	$\tan\theta_1$	$\tan\theta_2$	θ_1	θ_2	θ
$\phi-30$	$d-20$	0.50	不明	26°34′	——	26°34′
$\phi-40$	$d-20$	0.51	0.53	27°1′	27°55′	27°28′
$\phi-50$	$d-20$	0.47	0.47	25°10′	25°10′	25°10′
$\phi-30$	$d-15$	0.635	0.66	32°25′	33°25′	32°55′
$\phi-40$	$d-15$	0.53	0.60	27°55′	30°57′	29°26′
$\phi-50$	$d-15$	0.45	0.45	45°15′	24°15′	24°15′
$\phi-30$	$d-10$	0.61	0.68	31°23′	34°12′	32°48′
$\phi-40$	$d-10$	0.58	0.57	30°7′	19°41′	29°54′
$\phi-50$	$d-10$	0.42	0.42	21°48′	21°48′	21°48′

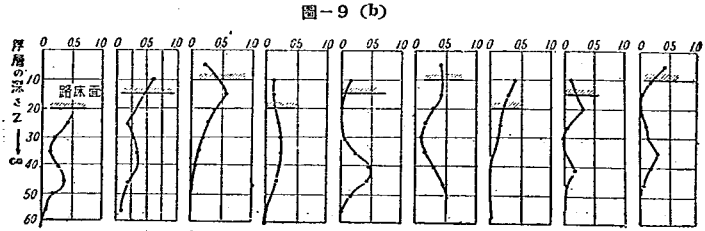
（2）路床内の壓縮變位量と應力

路盤及び路床内に 10 cm 間隔に水平に石灰の薄層を入れて各層の壓縮沈下量（Δ）を深さとの關係で表はすと圖－9(a) の如くなり，深さの增加と共に各點の變位量は減少してゐる．然し各點の歪量$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)$を求めると圖－9(b) の如くなつて，深さとは直線的關係になく$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)$の最大値は路床内に生じ，然も路盤と路床との境界面より下方約 25 cm 附近に位置する．勿論此の測定用石灰層が 10 cm の間隔に作つたため，各點のとり方が粗雜とな

圖－9 (a)



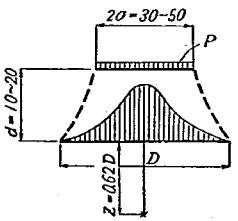
圖－9 (b)



つたので，この結果丈から推論することは相當問題であるが歪量が載荷板の徑及び路盤の厚さによる影響があまり見られない點は考察の必要がある．

今載荷重による路盤內の應力は應力集中を考へて釣鐘形になるものと考へ，その擴がりの直徑をD[2]とすれば，路床面に對しては直徑Dの載荷板により載荷されたものと考へることが出來る．（圖－10）

圖－10



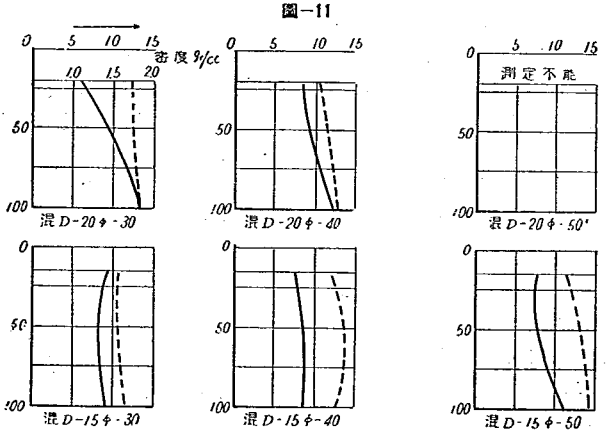
かくて此の載荷重によりて生ずる路床內の最大剪應力の點の深さをzとすれば表－5の如き關係が得られる．

以上の結果からみると破壞荷重が働いた後に於ては路盤厚が極薄いときには載荷板が小さいと，載荷板直下（2/3・a）附近に$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)_{max}$を生じ，載荷板が大きくて，載荷板直下の路盤土が一體となつて働くときは路床內に$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)_{max}$が生ずる．路盤厚が15 cmの場合は路盤と載荷板とが一體となつて作用する．又路盤

表－4　路　盤　厚　(cm)

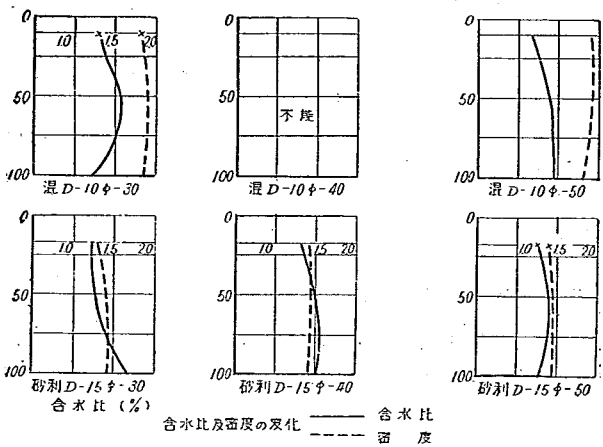
載荷板徑	d = 10 cm			d = 15 cm			d = 20 cm		
cm	D	$z=0.62D$	$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)_{max}$	D	$z=0.62D$	$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)_{max}$	D	$z=0.62D$	$\left(\frac{d\Delta}{dz}\right)_{max}$
30	68	21	5	78	24.2	22	83	27.2	26
40	86	26.7	5(35)	84	26.0	25	102	31.6	15
50	106	32.8	25	114	35.3	25(5)	120	37.2	—

圖－11



2）Dの算定の詳細については谷藤正三“路盤に關する土質學的研究”Ⅵ章參照

建設省土木研究所昭和24年3月



厚が 20 cm 即ち載荷板の徑の約半分程度もあれば最大剪應力の發生點は必ずしも路床内とはかぎらないと言ひ得る．以上の路盤は人力搗固めで，ローラー搗固めとは比較にならない程小さい密度狀態にあつたものであるので普通路盤に於て，上の問題を逆に考へると自動車タイヤの接地面積の等値半徑以上の厚さに路盤厚を施工すれば最大剪應力の生ずる點を路盤内に收め，從つて又路盤强度を荷重に對して安全な程度に構築すれば路體は極めて安全に保護出來ると言ふことが言へ得ると共に，更に又路盤强度如何に拘らず路床最堅は十分な密度になるまで行はれなければならないとも言ふことが出來る．唯この實測は始め變位の概觀を得る積りで，各測定層を可成大きな間隔に設けたために，精密な檢討を加えるには資料が不足だつたのでこの問題については今後新たに檢討を加える必要がある．

尙載荷直後に於ける載荷板直下の深さ 50 cm, 100 cm に於ける路床砂内の含水比及び密度を調べてみると圖－11 の如くであつた．

Ⅳ．路床底面に於ける垂直變位量

(A) 一般式の算定

(1) 本章の大要

半無限彈性體の表面に集中載荷した場合として Boussinesq は彈性論に立脚して地盤内部の任意の一點の應力および變位量算定式を求め，Fröhlich 等がこれを自然地盤に適するやうに，應力集中を考慮して補正してゐるが，本章ではこれ等の考へ方を擴張して，(1) 円形載荷板等分布荷重の場合の任意點の變位量を求め，これを更に，(2) 應力集中を考慮した式に補正した．

(2) 表面に円形等分布荷重が作用したときの地盤内の任意點の變位量の算定

Boussinesq は圖－12 の如き半無限彈性體表面上の一點に P の集中荷重が垂直に働く場合に任意の一點 (r, z)

の變位について次式を與えている.

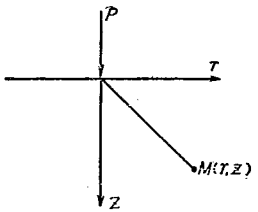
$$\omega = \frac{P}{2\pi E}\left\{(1+\nu_1)z^2(r^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} + 2(1-\nu_1^2)(r^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\right\} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここに, ν_1 = ポアソン比

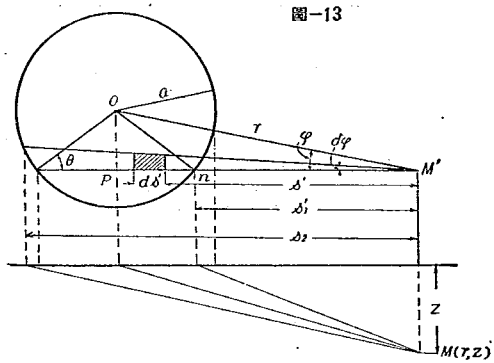
E = 彈性係數

今等分布円荷重の場合の撓み量を算定するために(1)式より荷重分布面について積分することにする.

圖−12



圖−13



1) $r \geqq a$ の 場 合

M 點の r 面の投影を $M'(r,0)$ とすると, 點 M' から引いた二つの半徑並に M' を中心とし半徑 s' および $s'+ds'$ を有する二つの円弧によつて圍まれた面積要素 (圖上影線にて示した部分) を採ると, 此の要素に作用する荷重は $Ps'\,d\varphi ds'$ となり, この荷重による M 點の撓みは

$$\frac{ps'}{2\pi E}\left\{(1+\nu_1)z^2(s'^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} + 2(1-\nu_1^2)(s'^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\right\} ds'\,d\varphi$$

$$s^2 = s'^2 + z^2$$

$$2ds = 2ds'$$

これを全面積について積分すると, 全撓み量は

$$\omega = \frac{p}{2\pi E}\int\int_F s'\left\{(1+\nu^1)z^2(s'^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} + 2(1-\nu_1^2)(s'^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\right\} ds'\,d\varphi \quad \cdots\cdots(2)$$

今 s_1', s_2' を φ, r, z, a で表して計算を行ふと點 $M(r,z)$ における撓み量 ω_0 は次の如くになる.

$$\omega_0 = \frac{p}{\pi E}\frac{(1+\nu_1)z^2a}{r^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{\frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}-\frac{a}{r}\cos\theta\right)^2+\frac{z^2}{r^2}}} - \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}+\frac{a}{r}\cos\theta\right)^2+\frac{z^2}{r^2}}}\right\}\frac{\cos\theta\cdot d\theta}{\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}}$$

$$+ 2\frac{p}{\pi E}(1-\nu_1^2)a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{\sqrt{\left(\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}-\frac{a}{r}\cos\theta\right)^2+\frac{z^2}{r^2}}\right\}\frac{\cos\theta\,d\theta}{\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}} \quad \cdots\cdots(3)$$

(3)式は弾性係数E，ポアソン比 ν_1 が與へられると，各 a, r, z について數値計算により求められる．但し(3)式は次の特殊の場合に簡單化される．

(i) 表面 $z=o$ においては第二項のみとなり，

$$\omega_1 = \frac{4p(1-\nu_1^2)r}{\pi E}\left\{\int_o^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}\cdot d\theta - \left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}}\right\} \cdots\cdots(4)$$

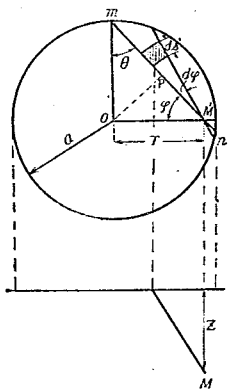
(ii) $r=a$ 即ち載荷板境界線より下した鉛直線上の點にては

$$\omega_2 = \frac{pz}{\pi E}\left[(1+\nu_1)\left\{\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{z^2}{z^2+4a^2}}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\frac{4a^2}{z^2+4a^2}\sin^2\theta}}\right\}\right.$$

$$\left. +2(1-\nu_1^2)\left\{\sqrt{\frac{z^2+4a^2}{z^2}}\int_o^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\frac{4a^2}{z^2+4a^2}\sin^2\theta}\,d\theta - \frac{\pi}{2}\right\}\right] \cdots\cdots(5)$$

(4)，(5)式は z, a の値に對して楕円積分表より求めることが出來る．

圖−14



(iii) $r=a,\ z=o$ 即ち表面境界線上では

$$\omega_3 = \frac{4pa}{\pi E}(1-\nu_1^2) \cdots\cdots(6)$$

となり簡單に求められる．

2) $r \leq a$ の場合

この場合は φ の積分範圍を o から $\frac{\pi}{2}$ までにすれば同樣に ω の値は次の如く求められる．

$$\omega_4 = \frac{p}{\pi E}\int_o^{\frac{\pi}{2}}\left[(1+\nu_1)z^2\left\{\frac{1}{\sqrt{\left(r\cos\varphi - \sqrt{a^2-r^2\cos^2\varphi}\right)+z^2}}\right.\right.$$

$$\left. -\frac{1}{\sqrt{\left(r\cos\varphi + \sqrt{a^2-r^2\sin^2\varphi}\right)^2+z^2}}\right\}$$

$$+2(1-\nu_1^2)\left\{\sqrt{\left(r\cos\varphi + \sqrt{a^2-r^2\sin^2\varphi}\right)^2+z^2} - \sqrt{\left(r\cos\varphi - \sqrt{a^2-r^2\sin^2\varphi}\right)^2+z^2}\right\}d\varphi$$

$$\cdots\cdots(7)$$

(i) $z=o$ 即ち表面では

$$\omega_5 = \frac{4(1-\nu_1^2)}{\pi E}\cdot p\cdot a\cdot\int_o^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}\sin^2\varphi}\cdot d\varphi \cdots\cdots(8)$$

(ii) $r=a$ 即ち境界線上に於ては(5)式で求めた ω_2 と一致することは理論上當然である．

(iii) $r=o$ 即ち中心鉛直軸上では

$$\omega_6 = \frac{b}{E}\left[(1+\nu_1)z^2\left\{\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}}\right\} + 2(1-\nu^2)\left\{\sqrt{a^2+z^2} - z\right\}\right] \cdots\cdots(9)$$

(iv) $r=o\ z=o$ では

$$\omega_7 = \frac{2pa(1-\nu_1^2)}{E} \quad \cdots\cdots(10)$$

となる

路床内の任意點の變位量の觀測は構築路床部の底面のモルタル層中に鏡筒を埋込み，これを路盤面迄鉛直に立てて，不動部より架け渡した木枠に取付けたダイヤルゲージに接續して載荷時の變位量を測定した．觀測點 A, B, C, E は路盤面より相當の距離に入れてあるので上式を其の儘使用するの繁雜さを避けるため載荷板の表面分布荷重を點荷重として計算した場合，如何程の差があるかを實算してみると次の如くである．

今 $\nu_1 = 0.5$ とすると(3)式は

$$\omega_0 = \frac{1.5p}{\pi E}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[z^2\left\{\frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}-a\cos\theta\right)^2+z^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}+a\cos\theta\right)^2+z^2}}\right\}\right.$$
$$\left.+\left\{\sqrt{\left(\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}+a\cos\theta\right)^2+z^2}-\sqrt{\left(\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}-a\cos\theta\right)^2+z^2}\right\}\right)$$
$$\times\frac{a\cos\theta}{\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}}\,d\theta \quad \cdots\cdots(11)$$

これに simpson の公式を適用するに當つて

$$h = \frac{b-a}{2n} = \frac{\frac{\pi}{2}}{10} = \frac{\pi}{20}$$

$$x_\nu = \nu \times \frac{\pi}{20}$$

$$J \fallingdotseq \frac{4h}{3}(f_1+f_2+\cdots\cdots+f_9)+\frac{2h}{3}(f_2+f_4+\cdots\cdots+f_8)$$
$$+\frac{h}{3}(f_0+f_{10})$$
$$=\frac{\pi}{15}(f_1+f_2+\cdots\cdots+f_9)+\frac{\pi}{30}(f_2+f_2+\cdots\cdots+f_8)+\frac{\pi}{60}(f_0+f_{10})$$

(11) 式で　　$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\qquad\qquad\right]\frac{a\cos\theta\cdot d\theta}{\sqrt{r^2-a^2\sin^2\theta}}$

とおくと

$$\omega_0 = \frac{1.5p}{\pi E}J \quad \cdots\cdots(12)$$

となる．

(12) 式を點荷重の場合と比較するために

$$\omega_0 = \frac{p}{\pi E}M = \frac{\pi a^2}{2\pi}\cdot\frac{p}{E}M'$$

とおけば

$$M' = \frac{2}{\pi a^2}M \quad \cdots\cdots(13)$$

點荷重のときの式は(1)より

$$\omega = \frac{P}{2\pi E} S$$

$$S = 1.5\left\{z^2(r^2+z^2)^{-\frac{3}{2}} + (r^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\right\} \quad \cdots\cdots(14)$$

$\pi a^2 p = P$ であるから分布荷重のときと點荷重としたときとの比較は M' と S を比較すれば良いわけで今 M, A 2點の場合の比較をしてみると表－6の如くなる.

表－6

	z (cm)	r (cm)	M'	S	M' と S との比%
M	100	0 $\begin{cases}\phi 30\ ; \\ \phi 40\ ; \\ \phi 50\ ; \end{cases}$	0.0290 0.0294 0.0290	0.0300	97%以上
A	100	50 $\begin{cases}\phi 30\ ; \\ \phi 40\ ; \\ \phi 50\ ; \end{cases}$	0.0239 0.0239 0.0241	0.0242	99%以上

路床底面に於ける撓み量は分布荷重の場合も點荷重の場合も殆んど變りなく M, A 點共に誤差は3%以下であるから以下の考察は一般の場合點荷重と考へて進めてゆくこととする.

(3) 應力集中を考慮した場合の地盤内の垂直變位量の算定式

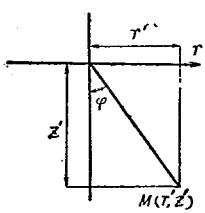
半無限彈性體内の任意の鉛直應力は Boussinesq の理論によれば $\sigma z = \frac{3P}{2\pi r^2}\cos^3\varphi$ で示され, 又應力集中を考慮した鉛直方向の應力は

$$\sigma' z = \frac{\nu P}{2\pi r^2}\cos^{\nu}\varphi \quad \text{で與えられる.}$$

ν = 應力集中係數

今若し應力の集中を考慮した場合もその撓み量が彈性體の場合と同樣垂直方向の應力に比例するものと假定すれば, 應力集中を考慮した場合の撓み量は(1)式或は(3)式～(10)式に

圖－15



$$\frac{\sigma' z}{\sigma z} = \frac{\frac{\nu}{2\pi r^2}\cdot\cos^{\nu}\varphi}{\frac{3P}{2\pi r^2}\cos^3\varphi} = \frac{\nu}{3}\cos^{\nu-3}\varphi$$

を乘じた式で與へられるべきである.

今變數を圖－15の如く φ, r にとつて(1)式を書き改めると

$$\omega = \frac{P}{2\pi E}\cdot\frac{\cos\varphi}{z}(1+\nu_1)\left\{\cos^2\varphi + 2(1-\nu_1)\right\} \quad \cdots\cdots(15)$$

$\nu_1 = 0.5$ 即ち非壓縮性とすると

$$\omega = \frac{3P}{4}\cdot\frac{\cos\varphi}{\pi E}\cdot\frac{1}{z}(\cos^2\varphi + 1) \quad \cdots\cdots(16)$$

今各種地盤に於ては底面摩擦, 地盤に於けるEの變化, 塑性による側方變位及び塑性變形により應力集中が起るものと考へ, 上述の考へ方に從つて應力集中係數 ν を導入すると點荷重の場合には(15)式は次の如く改められなければならない.

$$\omega' = \omega \frac{\sigma_z'}{\sigma_z} = \frac{P}{2\pi E}\frac{\cos\varphi}{z}(1+\nu_1)\left\{\cos^2\varphi + 2(1-\nu_1)\right\}\frac{\dfrac{\nu P}{2\pi r^2}\cdot\cos^{\nu}\varphi}{\dfrac{3P}{2\pi r^2}\cdot\cos^3\varphi}$$

$$= \frac{\nu P\cos^{\nu-2}\varphi}{6\pi Ez}(1+\nu_1)\left\{\cos^2\varphi + 2(1-\nu_1)\right\} \quad \cdots\cdots(17)$$

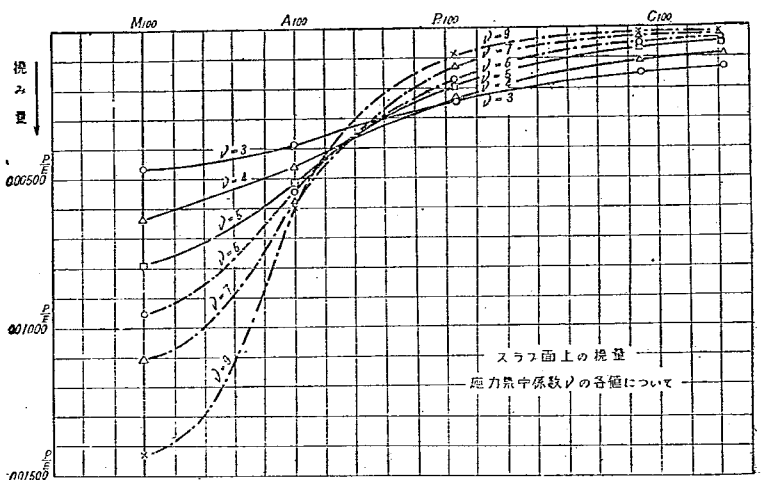
$\nu_1 = 0.5$ のときは

$$\omega' = \frac{\nu P\cos^{\nu-2}\varphi}{4\pi Ez}\left\{\cos^2\varphi + 1\right\} \quad \cdots\cdots(18)$$

(3)式～(10)式に示した分布荷重についての撓み量算定式も同樣の方法で應力集中を考慮した，地盤內の式として修正されなければならない．

本實驗の場合，載荷板徑は $\phi 30$，$\phi 40$，$\phi 50$ を使用したのであるが，路床底面（表面下 100 cm）の各點M，A，B，C，D の撓み量を $\nu = 3$，4，5，6，7，9 の各々の場合につき求めて比較すると表－7，圖－16 の如くである．

圖－16



表－7

ν	位置 / 記号	M100	A100	B100	C100	D100
3	ω	$\omega=0.00478\frac{P}{E}$	$0.00384\frac{P}{E}$	$0.00247\frac{P}{E}$	$0.001578\frac{P}{E}$	$0.001340\frac{P}{E}$
4	ω'	$0.00637\frac{P}{E}$	$0.00459\frac{P}{E}$	$0.00230\frac{P}{E}$	$0.001096\frac{P}{E}$	$0.000824\frac{P}{E}$
5	ω'	$0.00795\frac{P}{E}$	$0.00512\frac{P}{E}$	$0.001995\frac{P}{E}$	$0.000714\frac{P}{E}$	$0.000474\frac{P}{E}$

6	ω'	$0.00956\frac{P}{E}$	$0.00519\frac{P}{E}$	$0.00167\frac{P}{E}$	$0.000445\frac{P}{E}$	$0.000280\frac{P}{E}$
7	ω'	$0.01114\frac{P}{E}$	$0.00573\frac{P}{E}$	$0.001253\frac{P}{E}$	$0.000374\frac{P}{E}$	$0.000139\frac{P}{E}$
9	$\omega'=F$	$0.01451\frac{P}{E}$	$0.00570\frac{P}{E}$	$0.000845\frac{P}{E}$	$0.0000947\frac{P}{E}$	$0.0000362\frac{P}{E}$

(B) 沈下量測定結果

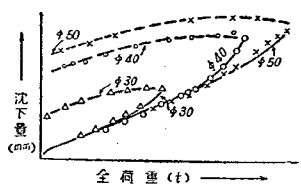
(1) 一般的事項

路盤耐力の考察と言ふ點から考えれば本節に於て論ずる樣な人工的路床底面に於ける運動狀態の考察は二次的な問題であり，從來一般的に考へられてゐる如く地盤の相當深部に於ては（大體常識的には載荷板徑の3倍以上）殆んど彈性體と見做して計算して良いわけであるが，逆に彈性變形に近い條件を持つと考へられる或る深さの層の變位量を測定することによつてその上層の力學的性質の相違を考察し得るとも考えられる．

唯本實驗に於ては載荷操返し試驗を行つてゐる間に路床構成材料の砂が原地盤内にめり込んでゆき，各試驗毎に載荷板直下が壓密狀態が繰返されてゆくのを惧れて，風化セメントを用いて薄いモルタル層をつくつたので完全な半無限彈性體と見做すことは出來ないから測定値る相當の誤差が入つて來ることは止むを得ない．更にこれより先に路盤及び路床と言ふ異層が既に存在し，載荷重は路盤面を通じて行はれるので第Ⅱ章の諸式をそのまま利用してゆくときは測定値との間に既に相當誤差があるかも知れないことを明かにしておかなければならない．

(2) 測定結果

圖－17

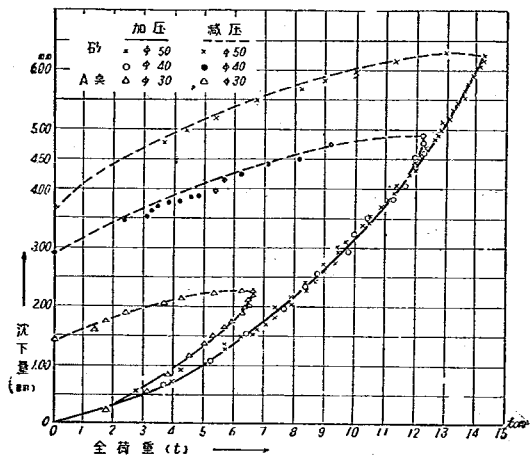


各路盤に於て載荷板の直徑を 30 cm，40 cm，50 cm と變えた場合，路床底面の各點について夫々全荷重に對する沈下曲線を求めると圖－17の如くなり，何れの曲線も荷重强度があまり大きくない所では載荷板徑に無關係に一致した曲線に集り，荷重强度がある限界を超えると，急に降伏現象を示して沈下量は大きくなる．（勿論この限界の荷重度は載荷板徑が小さい程全荷重としては小さいことは言ふ迄もない）．この結果から次のことが言え得る．即ち，荷重强度が小さい間は載荷板に關係なく，沈下現象は點荷重と見做して論じても良い．これは又既往の實驗において壓力分布が載荷面の大きさに關係するのは，載荷面下の極く僅かの部分丈で載荷面の直徑或は幅の3倍以上の深さでは點荷重又は線荷重を面荷重と區別する必要はないと言つてゐることを裏書してゐるわけである．但し荷重强度が或限界値（又は破壞荷重）を超えると各徑毎に分布荷重として論じなければならない．

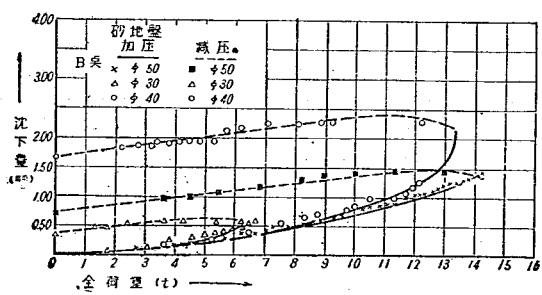
しかし上述の如く中心から相當相距つた位置では沈下荷重曲線は直線に近く彈性變形と見做し得ると言ふ論が成立つとしても，載荷板直下に近づくに從つて沈下－荷重曲線がそれぞれ特性を示して來て，その變化の狀態が Fröhlich の所謂應力集中係數が地盤の種類によつてそれぞれ異つた一定値があると言ふ條件丈で片付けられないことになりはしないかといふ問題と，更に又地盤内の彈性係數は荷重の狀況によつて異つて來はしないだらうかといふことも考慮しなければならない．これ等の問題については後章に於て考察を加へることとする．いづれにしても Boussinesq の理論が土層の深部で其の儘適用されると考うべきでなく，應力或は塑性變形を常に考

して訂正してゆかなければならない．實測結果の數例を示すと圖－18～21の如くである．

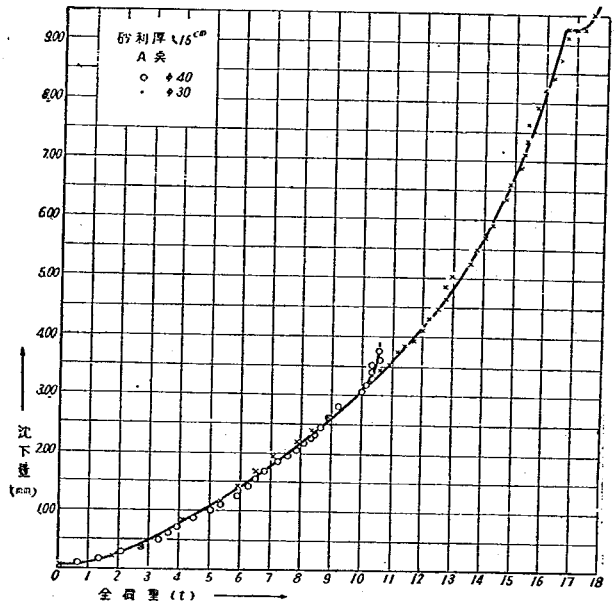
圖－18



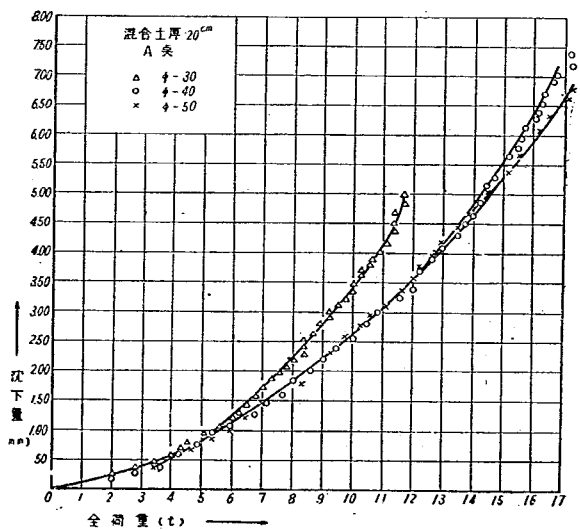
圖－19



図－20


砂利厚 15cm
A 矢
○ φ40
· φ30
沈下量 (mm)
全荷重 (t)

図－21


混合土厚 20cm
A 矢
△ φ-30
○ φ-40
× φ-50
沈下量 (mm)
全荷重 (t)

V. 測定結果より見た各種路盤の性質

(1) 概　　說

應力集中係數は地盤の性質によつて決められるもので，砂地盤に對しては $\nu = 6$ とすると實驗結果と良く一致すると言はれてゐるが前章に述べた如く，この ν なる應力集中係數が種々の條件によつて變るかも知れないとの假定の下に荷重 P と ν とについて現象分析を行ひ，本實驗の測定範圍内では殆んび P と ν とは無關係であることを論じ，然も $\nu = 6 \sim 7$ としたとき，極めて良く理論式と一致することを認め，彈性係數 E が荷重 P によつて變るべきものとするのが最も適切であることを明かにした．

(2) 各路盤に於て荷重變化による彈性係數

Eの變化

先づ ν の値に對する路床底面の沈下量は (18) 式より求められ，その結果は表－7，圖－16 に示してある．同圖より判斷されることは $\nu = 5 \sim 9$ の範圍に於ては，A點附近に於ては $\frac{P}{E}$ さへ決まれば ν には無關係に沈下量が求められる點があることが見出される．これを便宜上 A 點と假定する．勿論嚴密に言ふと誤差はあるが，他の測点 B, C, D に比較すれば，E を決定すべ沈下量實測點として理想的な位置にAがある．即ち「載荷中心軸から50 cm 離れたA點の直下即ち路床底面の位置に於ける沈下量は ν に無關係に

$\omega = 0.0056\frac{P}{E}$ cm　として求めることが出來る」といへ得る．

今同一荷重 $P = 3$t, 5t, 10t, 14t 夫々に對する各種路盤を通じての沈下量を求めると表－8 の如くになる．既述の如く全荷重と沈下量との關係は載荷板の徑にあまり關係して居らないから，同一荷重，同一路盤については $\phi 30$, $\phi 40$, $\phi 50$ の場合の平均値を求めておく．

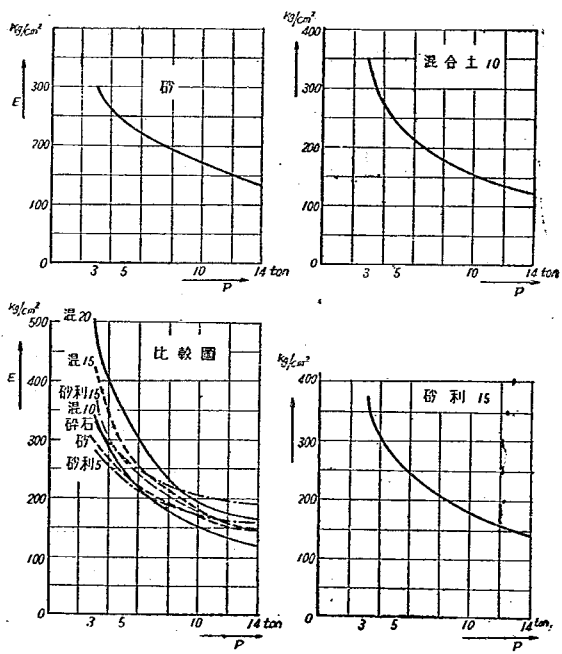
次に彈性係數を Ekg/cm², 沈下量 ω cm, 全荷重 Pkg とすれば A 點に對しては次式が成立つ．

$$\omega = 0.0056\frac{P}{E}$$

$$\therefore E = 0.0056\frac{P}{\omega}$$

P および ω の實測値は表－8 から各地盤毎に求められるから，それによつて計算した結果を表示す

圖－22



ると表－9，圖－22の如くになり，大體において 150～400 kg/cm² の間に變化する．

表－8　各路盤各載荷板徑に於ける同一荷重 P = 3t, 5t, 10t, 14t に對する各點 (A, B, C, D) の沈下量 (mm) ——實測値より——

路盤＼載荷板徑 / P(ton)		A 點				B 點				C 點				D 點			
		3	5	10	14	3	5	10	14	3	5	10	14	3	5	10	14
		mm															
砂	30	0.57	1.35			0.12	0.34			0.05	0.14			0.02	0.08		
	40	0.50	1.05	3.15		0.14	0.26	0.82		0.05	0.11	0.32		0.017	0.05	0.15	
	50	0.60	1.08	3.16	5.90	0.09	0.23	0.73	1.32	0.05	0.12	0.27	0.47	0.017	0.07	0.15	0.25
	平均	1.16	0.16	3.15	5.90	0.12	0.28	0.78	1.32	0.05	0.12	0.31	0.47	0.018	0.07	0.15	0.25
砂利 5cm	30	0.64	1.35							0.07	0.17			0.35	0.10		
	40	0.65	1.25			0.17	0.33			0.045	0.10			0.03	0.05		
	50	0.50	1.15	3.20	5.10	0.08	0.20	0.74	1.10	0.02	0.07	0.21	0.35	0.02	0.045	0.15	0.25
	平均	0.60	1.25	3.20	5.10	0.12	0.27	0.74	1.10	0.045	0.11	0.21	0.35	0.028	0.065	0.15	0.25
砂利 15cm	30					0.07	0.21			0.02	0.033			0.005	0.02		
	40	0.45	1.00	3.15		0.12	0.26	0.70		0.03	0.05	0.15		0.02	0.035	0.09	
	50	0.45	1.10	3.20	5.70	0.03	0.14	0.65	1.20	0.015	0.03	0.12	0.23	0.003	0.02	0.07	0.14
	平均	0.45	1.05	3.18	5.70	0.07	0.20	0.68	1.20	0.022	0.038	0.14	0.23	0.011	0.028	0.08	0.14
碎石 15cm	30	0.65	1.52			0.15	0.20			0.01	0.01			0.05	0.08		
	40																
	50	0.37	0.80	2.60	4.55	0.05	0.08	0.45	0.92	0.001	0.001	0.12	0.22	0.001	0.015	0.09	0.14
	平均	0.51	1.16	2.60	4.55	0.10	0.14	0.45	0.92	0.005	0.005	0.12	0.22	0.001	0.015	0.09	0.14
混合土 10cm	30	0.47	1.25			0.06	0.20			0.001	0.03			0.01	0.04		
	40	0.50	1.15	3.75	6.65	0.12	0.23	0.70	1.20	0.001	0.012	0.16	0.36				
	50	0.47	1.10	3.65	6.30	0.16	0.26	0.62	1.05					0.015	0.035	0.09	0.165
	平均	0.48	1.17	3.70	6.48	0.11	0.26	0.66	1.13	0.001	0.021	0.16	0.36	0.012	0.038	0.09	0.165
混合土 15cm	30	0.44	1.15			0.01	0.10				0.03			0.01	0.04		
	40	0.38	0.90	3.14	5.62	0.08	0.20	0.60	1.05	0.01	0.06	0.16	0.39	0.005	0.015	0.095	0.18
	50	0.36	0.95	3.15	5.50	0.01	0.09	0.50	0.98					0.005	0.02	0.065	0.16
	平均	0.39	1.00	3.15	5.56	0.03	0.13	0.55	1.02	0.01	0.06	0.16	0.39	0.001	0.025	0.08	0.17
混合土 20cm	30	0.40	0.92	3.50		0.17	0.60	0.75		0.07	0.11	0.34		0.022	0.11		
	40	0.30	0.76	2.60	4.70	0.01	0.07	0.52	1.10	0.005	0.02	0.18	0.33	0.006	0.022	0.09	0.16
	50	0.30	0.80	2.65	4.75	0.02	0.10	0.48	0.92	0.01	0.015	0.16	0.29	0.005	0.02	0.085	0.16
	平均	0.33	0.83	2.92	4.73	0.02	0.09	0.50	1.01	0.007	0.018	0.17	0.31	0.0055	0.021	0.088	0.16

表－9　各地盤の彈性係數 ($E=0.0056\frac{P}{\omega}$)

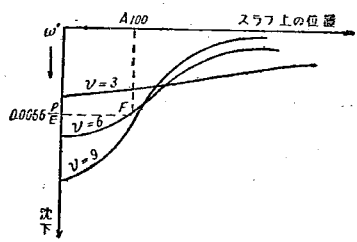
地盤の種類＼諸量	全荷重 P (ton)	沈下量 ω (cm)	彈性係數 E(kg/cm²)	E の平均値
砂	3	0.056	300	213
	5	0.116	242	
	10	0.315	176	
	14	0.590	133	

砂利厚 5cm	3	0.060	280	208
	5	0.125	224	
	10	0.320	175	
	14	0.510	154	
砂利層 15cm	3	0.045	373	238
	5	0.165	266	
	10	0.318	176	
	14	0.570	138	
碎石厚 15cm	3	0.051	329	240
	5	0.116	242	
	10	0.260	215	
	14	0.455	172	
混合土厚 10cm	3	0.048	350	215
	5	0.117	239	
	10	0.370	151	
	14	0.648	121	
混合土厚 15cm	3	0.039	431	258
	5	0.100	280	
	10	0.315	178	
	14	0.556	141	
混合土厚 20cm	3	0.033	509	301
	5	0.083	338	
	10	0.292	192	
	14	0.473	166	

(3) 荷重 P と應力集中係數 ν との關係および P と E との關係

今各荷重毎に應じて集中係數が異つてゐると言ふ豫想の下に ν によつて影響されないと考へられる F 點を基準として（例へば砂地盤で $P=3$ t のときは $\omega' = 0.0056 \times \frac{3000}{213} = 0.07$ cm の尺度が F 點に該當することになる．他も同樣）實測値より，各荷重毎に沈下曲線を同一圖面上に描くならば ν の各値に對して圖－23 に示す樣になり，各荷重に對して ν を如何にとるべきかが分る筈である．結果は圖－24 の如くなり (2) で求めた各路盤の P に對する E の値を使へば各荷重毎の沈下曲線は殆んど同一集中度を示し，$\nu = 6$ とすれば極めて良く一致することがわかる．即ち應力の集中度は荷重には無關係なものであり，唯荷重 P に對して變る彈性係數 E を知れば，この問題は解決されることを知る．尙，P と E との關係は圖－22に示した通りである．又本實驗に使用した各種路盤は路床との總體的作用に於て砂質土と見做し得るとすれば，これは $\nu = 6 \sim 7$ とすれば計算式は實測値と略一致することが知られる．

圖－23



Ⅵ. 實用的効果から觀た各種路盤の耐力の比較

地盤の支持力を論ずるには，問題の對照となるのは地盤の破壊荷重である．本章に於ては主として彈性的性質と側方流動の問題から再檢討してみることとする．

（1）壓縮沈下量（或は彈性係數）からみた場合の比較

既に彈性係數に相當するEなる指數について表－9に於て求めておいた．勿論この彈性係數とも言ふべきEは嚴密には一樣でない地盤について，斯かる常數を定めてみてもその物理的意義を簡單に定めることは難かしい．然し本實驗に於ては路盤のみが變つて他は常に同一の條件であるといふ最初の假定に基づいてこのEについて各路盤の相互の壓縮沈下量の比較を行ふことが出來るわけである．

各地盤のEを各荷重毎に大きい順に比較すれば表－10の如くなる．

表－10

$P=3$ ton の時	1	2	3	4	5	6	7
	混合土20	混合土15	砂　利15	混合土10	碎　石10	砂	砂　利 5
$P=5$ ton の時	混合土20	混合土15	砂　利15 碎　石15	——	混合土15	砂	砂　利 5
$P=10$ton の時	碎　石15	混合土20	混合土15	砂　利15	砂　利 5	砂	混合土10
$P=14$ton の時	碎　石15	混合土20	砂　利 5	混合土15 砂　利15	——	砂	混合土10
綜合序列	混合土20	混合土15	碎　石15	砂　利15	混合土10	砂	砂　利 5

〔參照　圖－22　比較圖〕

上の比較に對してまた次のことがいえよう．

（i）混合土 20 cm 厚路盤に於てEが最大であるが各路盤のEの差は荷重が小さい程大きく，$P=3$ t のときは砂利厚 5 cm のものに比し混合土厚 20 cm のものではEはほゞ 2 倍即壓縮沈下量は 1/2 になり，荷重が大きくなると全般的にEは小さくなり，どの地盤についても大差なくなる．

（ii）混合土厚 20 cm は何れの場合もEが大きいが 9 t 以上の荷重に對しては碎石厚 15 cm の路盤が非常に有効であることがわかる．

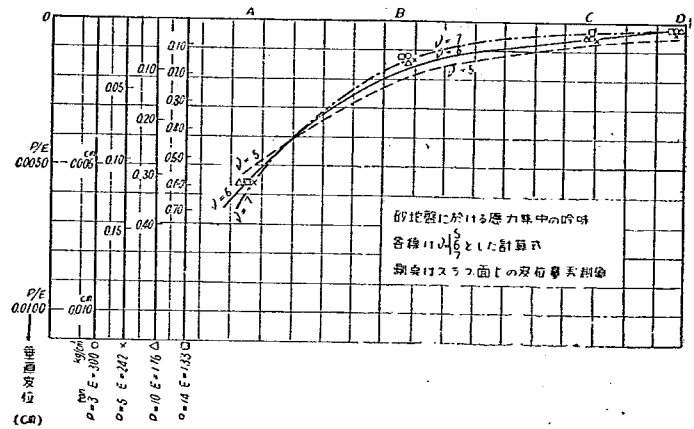
(iii) 混合土を 10～15 cm 厚に造つた路盤では，小荷重の間こそ相當の耐荷力を示してゐるが，これが一旦剪斷破壞された後，即大荷重になると急に弱體化してしまう．即ち砂質土の上の混合土路盤は少くとも 20 cm の厚さを必要とする．

(iv) 砂利 5 cm 位の鋪設では，壓縮抵抗については全く無能で，砂よりも却つて弱い傾向を示してゐるが，砂利の効用は對磨耗性にあるからこの點丈から論ずるわけにもいかない．

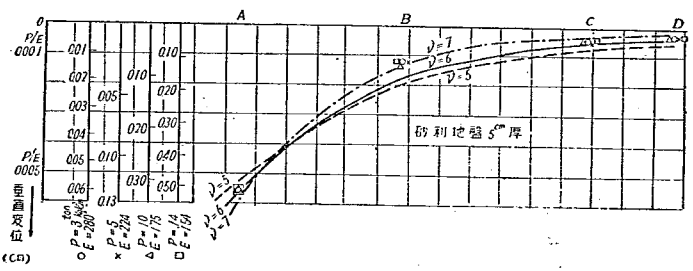
（v）上記 4 項は主に各路表土について其の特性を述べたが荷重が大きくなるにつれてEはどの路盤についても減少し，終局に於て或る一定値に近づく．これは$P-E$曲線の漸近線に一致する傾向を示し，路表土の如何にかかはらず路床土（本實驗では砂質土）の漸近線に一致するもので其の値は凡そ $E=150$ kg/cm² である．（圖－22參照）

要するに路表土が載荷重が大きくなつて一度剪斷破壞してしまうと，路盤の壓縮現象は路床土の性質によつて決められ路表土の如何にはあまり關係しなくなる．

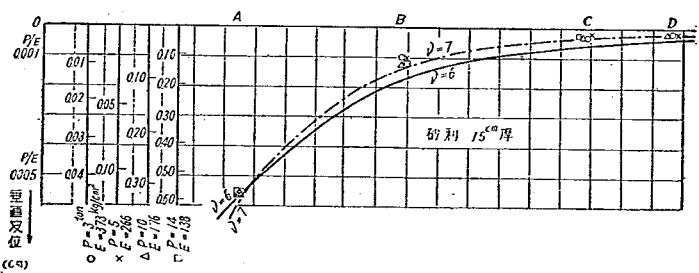
圖−24 (a)



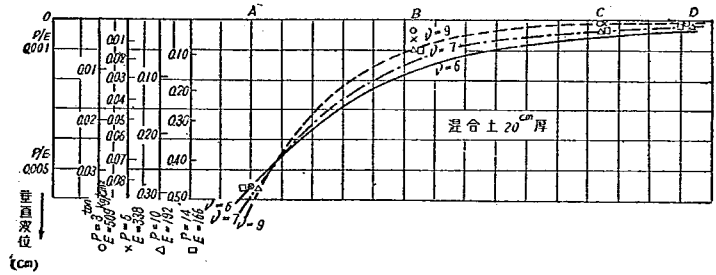
圖−24 (b)



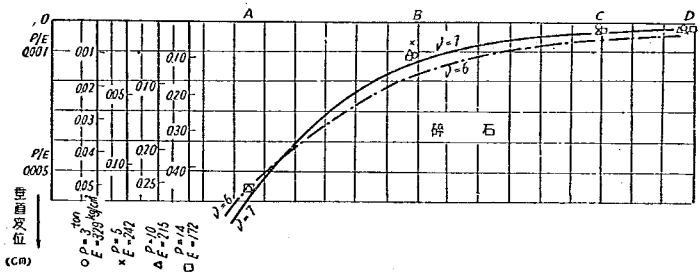
圖−24 (c)



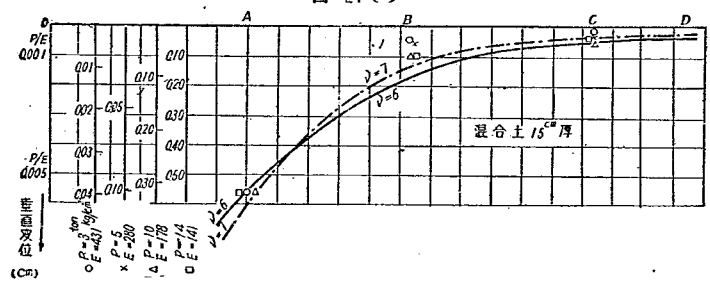
圖－24 (d)



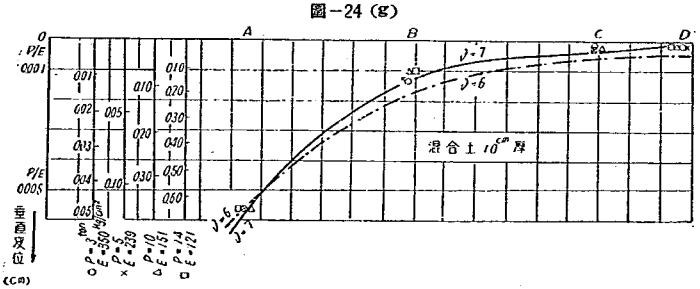
圖－24 (e)



圖－24 (f)



圖－24 (g)



（2）側方流動より見た場合の各路盤の比較

表面に載荷した場合の地盤の變形を彈性沈下と側方變位に分けて考へ，實際に起きる變形はこの兩者を重疊したものと考へると前者については既に求めたEを用いて(4)式より表面の各點 Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ⅴ の沈下量を計算し，これと表面各點の實測値との差を求めると側方流動量がわかるわけである．

ところが表面上の各點の撓み量は(4)式に於て $z=0$ $\nu_1=0.5$ とすると

$a \leqq r$ では

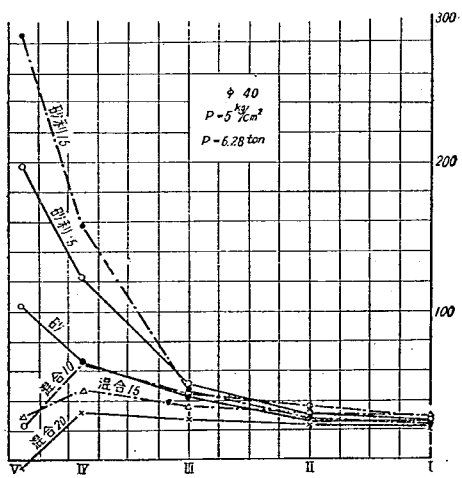
$$\left.\begin{aligned}
\omega_1 &= \frac{3pr}{\pi E}\left\{E' - K\right\} \\
&= \frac{3pr}{\pi E} K \\
\text{但し } E' &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}\, d\theta \\
K &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}} \\
K &= E' - K
\end{aligned}\right\}$$

$a = r$ では $\omega_3 = \frac{3pr}{\pi E}$

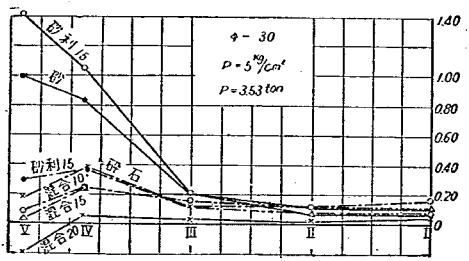
又實測値については，實測點の載荷中心からの距離 r は夫々35cm(Ⅴ)，55cm(Ⅳ)，90cm(Ⅲ)，130cm(Ⅱ)，170cm(Ⅰ)，として，載荷板の左右對稱の2點毎に平均値をとつた．

各路盤，各載荷板徑について側方流動量を求めてみると表－13の如くになる．

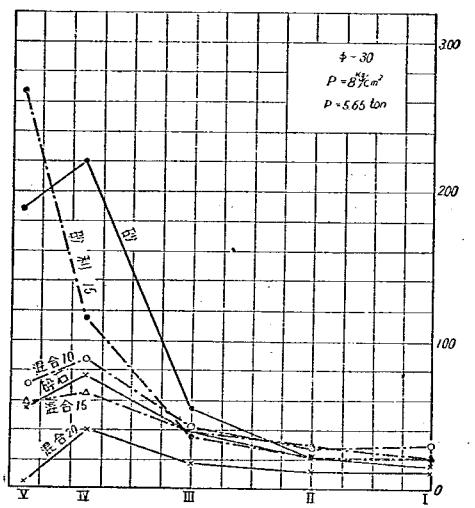
圖－25 (a)　フロー量比較圖



図－25(b) フロー量比較図



図－25(c) フロー量比較図



表－11 側方流動量（弾性計算と実測値との差）mm

荷重強度	載荷板径 cm	各點	砂	砂利 5	砂利15	砕石15	混合土10	混合土15	混合土20
8 kg/cm²	φ 30	Ⅴ	0.271	0.221	0.234	0.011	−0.038	−0.109	−0.269
		Ⅳ	0.120	0.111	0.049	0.085	0.009	−0.002	−0.104
		Ⅲ	0.025	0.016	0.013	0.045	0.016	−0.001	−0.059
		Ⅱ	0.018	0.0125	0.019	0.033	0.026		−0.031
		Ⅰ	0.021	0.023	0.029	0.036		0.024	−0.015

	ϕ 40	V	0.16	0.475	0.842		−0.169	−0.187	−0.181
		IV	0.086	−0.02	0.252		0.007	0.002	0.053
		III	0.093	0.063	0.040		0.033	0.037	0.041
		II	0.052	0.046	0.037		0.043	0.049	0.047
		I	0.060	0.057	0.043		0.024	0.060	0.048
	ϕ 50	V	0.41	0.46	0.786	−0.20	−0.454	−0.105	−0.520
		IV	0.365	0.155	0.497	0.206	0.006	0.144	0.035
		III	0.206	0.205	0.279	0.162	0.122	0.165	0.103
		II	0.183	0.185	0.174	0.140	0.105	0.137	0.081
		I	0.147	0.176	0.157	0.134	0.134	0.121	0.061
	ϕ 30	V	0.993	1.406	0.280	0.166	0.078	0.034	−0.212
		IV	0.623	0.845	0.369	0.375	0.247	0.258	0.044
		III	0.182	0.186	0.102	0.122	0.134	0.126	0.016
		II	0.116	0.062	0.069	0.083	0.114	−0.115	0.014
		I	0.121	0.074	0.087	0.078	0.139	0.113	0.041
5 kg/cm²	ϕ 40	V	1.02	1.965	2.84		0.22	0.28	−0.05
		IV	0.665	1.205	1.565		0.615	0.47	0.302
		III	0.418	0.510	0.464		0.459	0.357	0.272
		II	0.286	0.305	0.279		0.352	0.297	0.243
		I	0.256	0.274	0.236		0.266	0.276	0.215
	ϕ 50	V	2.00	2.24	4.08	−1.30	0.64	1.20	0.29
		IV	1.86	2.04	2.45	1.19	1.47	1.46	0.97
		III	1.04	1.08	1.27	0.915	1.18	0.985	0.845
		II	0.715	0.705	0.69	0.60	0.955	0.715	0.610
		I	0.572	0.589	0.550	0.463	0.738	0.596	0.490
	ϕ 30	V	1.884		2.660	0.845	0.70	0.585	0.046
		IV	2.195		1.14	0.77	0.87	0.655	0.400
		III	0.541		0.355	0.397	0.406	0.380	0.176
		II	0.212		0.203	0.218	0.279	0.069	0.108
		I	0.181		0.214	0.187	0.297	0.237	0.114
3 kg/cm²	ϕ 40	V	2.76		7.465		1.675	1.56	0.965
		IV	2.01		5.125		2.14	1.585	1.24
		III	1.01		1.685		1.41	1.07	0.935
		II	0.62		0.78		0.895	0.73	0.675
		I	0.459		0.531		0.63	0.599	0.535
	ϕ 50	V			6.27	5.44		4.12	1.86
		IV			6.81	2.675	4.28	4.185	2.37
		III			3.34	1.855	3.05	2.67	1.81
		II			1.535	1.10	2.02	1.565	1.23
		I			1.10	0.82	1.605	1.26	1.00

今同一載荷徑，同一荷重強度について計算結果を比較した場合の1例を示すと圖－25 a, b, c の如くになる．各路盤の側方流動量から考察すると次の如く言へうる．

（i）全體的に見て側方流動量の小さい路盤つ順序に配列すると

$P = 2kg/cm^2$ {φ30 混合土 20，混合土 15，混合土 10，碎石，砂利 5，砂利 15，砂
φ40 〃 ，〃 ，〃 ，砂，砂利 5，砂利 15，
φ50 〃 ，混合土 10，混合土 15，碎石，砂利 5，砂，砂利 15，

$P = 5kg/cm^2$ {φ30 混合土 20，混合土 15，混合土 10，碎石，砂利 15，砂，砂利 5，
φ40 〃 ，〃 ，〃 ，砂，砂利 5，砂利 15，
φ50 〃 ，碎石，混合土 15，混合土 10，砂，砂利 55，砂利 15，

$P = 8kg/cm^2$ {φ30 混合土 20，混合土 15，碎石，混合土 10，砂利 15，砂，
φ40 〃 ，〃，砂，〃 ，砂利 15，
φ50 〃 ，〃，碎石，〃 ，〃，

これによつてみると何れも混合土厚が 20 cm のものが最も側方流動が小さいことがわかるのであつて，從つて路床部に與へる荷重の影響が最も小さいことになるのである．

（ii）載荷重が大きくなればなる程，砂利 15 cm，砂利 5 即ち砂利のみの路盤ではⅤ點は極度に側方流動量が大きくあらはれてゐるが，側方流動量は表面土粒子の引張り抗力の如何に左右されることを考へれば當然のことであつて，抗力のない砂利では抗磨耗性以外にはあまり効果がないことにもなる．

（iii）Ⅴ，Ⅳ，Ⅲ，Ⅱ，Ⅰ，各點を通觀すると砂，砂利等は載荷板周邊に近づく程その盛り上り量は大きく，これに對して混合土および荷重の小さい間の砂利，碎石はⅣ點附近で最大盛上りを示してゐる．これは前述の（ii）にても述べた如く，盛り上り現象を內部からの壓力に對しては剪斷力，表面では引張力の兩應力に區して起るものと考へれば至極當然のことである．混合土の厚さの厚いもの程，路盤が一體となつて抵抗力を發揮するので局部的盛上りよりも全體的に盛り上りを生じ，Ⅱ，Ⅰ，點では砂などより盛り上り量はむしろ大きくあらはれるのに對して，砂，砂利などではこれと全く反對の現象傾向が見られ，載荷の初期から，引張り，剪斷，兩應力に耐へられなく，破壞するから載荷板のすぐ周邊のみが極度に盛上つて來るのである．

更に混合土路盤では荷重强度が小さく 2 kg/cm² のときは最大點はむしろⅢ，Ⅱ附近にあり，Ⅴ，Ⅳ附近では彈性計算による撓み曲線以下になつてゐることは注目すべきことで，これは載荷重のごく初期に於てはこれ等の良質舖裝路盤では側方變位は殆んどなく，壓密等による沈下の方が却つて大きいことを示すものである．

（iv）Ⅱ，Ⅰ，點即ち載荷板の中心より相當離れた所では量的にみて，何れの地盤についても略同一位の値になり，更にこれから遠くなるにつれて，この盛上り量が殆んど一致する樣な傾向を示してゐる．

（v）表－11の結果を通じて考へられることはP＝1.41 t から次第に荷重を增すにつれて表面下 1 m の點に對する路表面の相對的流動量は次第に增大し，それに對してP＝1.41 t（$p = 2.0 kg/cm^2$）のときはEの最大である混合土 20 cm 路盤では流動量は極めて小さくなつてゐることは，載荷の初期P→0 に於てはスラブ面（路床底面）との相對的流動現象は全くなく，先に求めたEによつて地盤內各點の變位量を或程度正しく求め得るわけで，本項の最初の前提が充分妥當性のあることを實證するものであると思う．

Ⅶ．結　　言

路盤の耐力は從來主として支持力の面からのみ論ぜられて來た．然し本實驗結果の考察に於て述べた如く，彈性論的立場から逆に考察を試み或は及塑性論的立場から考察することによつて耐力の檢討も亦可能にし得ることを明かにした．但し測定結果に對しては實驗が大掛りのため著者の研究室員のみを以てしては到底不可能で長期

に亘つて多くの人員が臨時的に增加され，交代したために相當の誤差も內藏することは否定出來ない．尙又戰後の經濟不況期に於ける研究のため壓力測定裝置を準備することが出來ず，時間的要素が無視されたことは本實驗の最も大きな弱點であつた．更に機會を得てこれ等の不備を補正したいと考へてゐる次第である．

本研究は，日本學術振興會議の御援助を受けて實施された．茲に厚く感謝の意を表する次第である．

漂砂に關する研究(1)

沖波, 岸波, 碎波について

建設技官　佐藤清一

目次

1. 緒　言……(1)
2. 風による波の發生と成長……(1)
(1) 風による波の發生……(1)
(2) 風速と波高……(7)
(3) 對岸距離と波高……(9)
(4) 風速と對岸距離と吹續時間と波高……(13)
3. 波高と波長……(14)
4. 碎け波……(21)
5. 結　言……(29)

1. 緒　言

漂砂現象とは云ふまでもなく海岸沿ひに砂とか礫が動く現象をいふのである. 砂礫を移動させる直接の力因は, 海岸砂礫にして海水に接してゐる限りに於て第一には波動であり第二には沿岸流である. 即ち波は海底に對して一つの擾亂を與へるとともに, 汀線又はその近い部分の底質を擾亂移動せしめ, 沿岸流は浮動の狀態になつた底質を容易且つ確實に移動させるのに役立つ. 而して風そのものは直接的には海面を波立たせるのに役立つわけで, その意味に於て2次的力因となしうる. 併し陸上の砂については, 飛砂なる現象により直接的移動に關係する. この樣な海底質の移動に關する說明については, 機會を更めて更に詳しく私の考へ方を述べることにするが, 以上の樣な簡單な考へ方によつても明らかなる如く, 漂砂の直接的原因をなし而も大きな原因となるものは波である. 從つて漂砂を知るには先づ波について, とくに岸波乃至碎波について知らねばならない. 從つて本稿に於ては表面波について知られてゐることから漂砂に關係した立場から之を整理し且つ考察を加へることとした.

2. 風による波の發生と成長

(1) 風による波の發生

靜かな水面に風が吹くと波が起ることは確かな事實である. この原因が, 又は機構が如何なるものであるかについては諸說入り亂れてゐて未だ結論を得るには至つてゐない. 以下に波が風によつて如何に發生せしめられる.

かについての主な說を略述することとする.(1)

その最も素朴なるものは Weber 兄弟の說 (1825) で, 風が斜に水面に吹突するために水面の局部が押しつけられ波動を生ずるとなすものである. この考へ方は一般非專門家の頭に先づ浮びさうな考へ方であつて, 最古典ともいふことが出來よう.

これに對し, Lord Kelvin は流體力學的な立場から之を說明せんとし, 種類の異つた2つの流體の境界面の不安定に着目した. 即ち密度の異つた2流體が相接し, 上の流體が下の流體に對してある相對速度で運動してゐる場合には, 境界面に於ける摩擦によらなくても動的壓力變化で波が發生し成長しうると考へた. 即ち如何に微かでも境界面に凹凸が生じた場合, 又は之が存在するときは, その上を流れる空氣の流れの流線は下層流體の山の上では密に谷の上では疎になる. 然るに potential の流れの理論によると流線の密に接近したところは壓力が小さく, 流線が疎に離れてゐるところでは壓力が大きくなければならない. 故に下層流體の境面即ち水面の山の部分に於ては水面は旣に吸ひ上げられる傾向をもち, 谷の部分に於ては之とは逆に押し下げられる傾向をもつことになり, 從つて波が形成されてくるのである. この樣にして逐次發達した波の山は之に働く重力と流れによる壓力との釣合に於て一定の波となるといふ說明である.

Helmholz (1889) も亦密度の異つた2流體の境界面の不安定性に着目したのであるが, 彼はエネルギー論によつた. 下の流體が U なる速度で流れ, 上の流體が V なる速度で同一方向に流れる場合, 始め2流體の境界面が靜止してゐるときはポテンシヤル・エネルギー E_p は存在せず運動のエネルギー E_k のみである. 然るに境界面の不安定性により, この面が波狀を呈したとすればポテンシヤル・エネルギーが出てくる. それと同時にどの斷面を通る流量も一定でなければならないから運動のエネルギーは變化しなければならない. 從つて上の流體の流速は波の山の上では大となり谷の上では小となり, 下の流體については之と反對になる. 併し乍ら1波長內の運動のエネルギーについては減少量がその增大量よりも大きいといふ樣な表面形が存在しうる. その樣な場合には加はつたポテンシヤル・エネルギーが減少したエネルギーを補充しないで全エネルギーが境界面が水平であつた場合よりも小であるといふ性質をもつ. この樣な境界面の形は無數に考へられるが, それには流量が定つてゐるとすれば定つた一つの流速分布に相當するものである. そこでその中の安定な境界面を求めるのであるが, それには E_p-E_k が最小値をとる樣なものであればよいことが證明出來る. その樣にするときは波狀の境界面が安定な狀態を, そして水平な境界面が不安定な狀態を示すものであることがわかる. 即ち相對速度を有する2流體の境界面は安定狀態を求めて波狀を呈するといふのである.

これに對し, W. Thomson (1871) は相對速度をもつ2つの異つた流體の境界面に於て可能であるべき波速を求め, それと相對速度とから波の發生成長を檢討した.(2)

上の流體と下の流體の密度を夫々 ρ', ρ とし, 流速を夫々 V, U とする (方向は同一とする). 又下の流體の深さを h とし, 上の流體の深さを無限大とする. 境界面に於て流速の方向に x 軸をとり, これに垂直上向に y 軸をとる.

然るときは境界面に生じうる波を單弦波とし振幅 (半波高) を a とすれば波形は

$$\eta = ae^{i(\sigma t-kx)} \quad \cdots\cdots (1)$$

の實數部によつて表はされる.

(1) 主として H. Thorade : Probleme der Wasserwellen. 1931 による.
(2) H. Lamb : Hydrodynamics, 6th edtion, p. 373～374

そこで波動が靜止の狀態から始まつたとすれば非回轉運動であるから速度ポテンシヤルが存在しなければならない．それを上下2流體について ϕ', ϕ とすればこれらは波動のための量 ϕ_1', ϕ_1 を附け加へて

$$\left.\begin{aligned}\phi &= -Ux+\phi_1\\ \phi' &= -Vx+\phi_1'\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (2)$$

にて表はすことが出來る．

ここに於て

$$\left.\begin{aligned}\phi_1 &= -C\cosh k(y+h)e^{i(\sigma t-kx)}\\ \phi_1' &= -C'e^{-ky+i(\sigma t-kx)}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3)$$

とすれば ϕ 及び ϕ' は連續の方程式 $\triangle\phi=0$ 及び $\triangle\phi'=0$ を滿足することがわかり，又

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{y=-h}=0, \qquad (\phi')_{y=\infty}=-Vx$$

なる條件をも滿足することが容易にわかる．

又この場合の表面條件（即ち境界面の條件）は[3]

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}+U\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{y=0}=\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{y=0}$$

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}+V\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{y=0}=\left(\frac{\partial\phi'}{\partial y}\right)_{y=0}$$

であるからこれに(1)及び3)式を入れれば

$$C=-\frac{ia(\sigma-kU)}{k\sinh kh}, \qquad C'=\frac{ia(\sigma-kV)}{k}$$

をうる．然るに上下兩流體の波動面に於ては壓力 p は共通でなければならないから積分された運動の方程式により

$$\rho\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}q^2-gy\right)_{y=\eta}=\rho'\left(\frac{\partial\phi'}{\partial t}+\frac{1}{2}q^2-gy\right)_{y=\eta}$$

これに(2),(3)式及び C, C' の値を入れれば σ が求められ，$\sigma=ck$ であるから結局境界面に於て可能なる波速 c は

$$c=\frac{U\rho\coth kh+V\rho'}{\rho\coth kh+\rho'}\pm\left\{\frac{g}{k}\frac{\rho-\rho'}{\rho\coth kh+\rho'}-\frac{\rho\rho'\coth kh}{(\rho\coth kh+\rho')^2}(U-V)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (4)$$

となる．

そこでもし下の流體が靜止してゐる場合には

$$c=\frac{\rho'\tanh kh}{\rho+\rho'\tanh kh}V\pm\left\{c_0^2-\frac{\rho\rho'\tanh kh}{(\rho+\rho'\tanh kh)^2}V^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (5)$$

となる．但し c_0 は(4)式又は(5)式からわかる樣に上下兩流體が共に靜止してゐる場合，即ち海水も空氣も運動してゐない場合の境界面，即ち海面に於ける波の傳播速度であつて

$$c_0=\frac{g\lambda}{2\pi}\frac{(\rho-\rho')\tanh kh}{\rho+\rho'\tanh kh} \quad \cdots\cdots (6)$$

である．但し λ は波長である，

更に下の流體の深さが極めて大きい場合には $\tanh kh\fallingdotseq 1$ となるから深水波としては

3) 友近晉 流体力學，260頁

$$c = \frac{\rho'}{\rho+\rho'}V \pm \left\{c_0^2 - \frac{\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2}V^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (7)$$

但し

$$c_0 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi}\frac{\rho-\rho'}{\rho+\rho'}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (8)$$

であり，これは ρ'（例へば空氣の密度）を ρ（海水の密度）に對して無視するときは $c_0=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ となり，深水波の波速に外ならない．

さて鹽分 35‰ で 15°C の海水に於ては $\rho = 1.026$ であり，空氣の密度は $\rho' = 0.00122$ であるから $\rho'/\rho+\rho' = 0.00119$，$\rho\rho'/(\rho+\rho')^2 = 0.00119$ となり(7)式は

$$c = 0.00119V \pm \sqrt{c_0^2 - 0.00119V^2} \qquad (\text{c.g.s 單位}) \quad \cdots\cdots (9)$$

となる．[4] これより直ちにわかる如く，第1項 $\rho' V/\rho+\rho'$（即ち $0.00119V$）は非常に小さいもので，多くの場合無視してよい程度のものである．又第2項に正負の符號のあるのは風と逆方向にも波が傳播しうることを示すものである．

更に嚴密には，而も波動を生ずる限界について考へるときは流體の表面張力を考慮に入れて行かなければならない．その場合には(7)式中の c_0 の代りに重力と表面張力とを考慮に入れた場合の波速 c_0' [5]

$$c_0' = \sqrt{\frac{g}{k}\frac{\rho-\rho'}{\rho+\rho'} + \frac{Kk}{\rho+\rho'}} \quad \cdots\cdots (10)$$

K = 表面張力

を用ひるべきで c は

$$c = \frac{\rho'}{\rho+\rho'}V \pm \left\{c_0'^2 - \frac{\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2}V^2\right\}^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (11)$$

となる．

この式を檢討するに

$$V > \frac{(\rho+\rho')c_0'}{(\rho\rho')^{\frac{1}{2}}} \quad \cdots\cdots (12)$$

なるときは根號の中は負となり，從つて c は虛數となる．然るに $\sigma = kc$ であるから σ は虛數であることになり，$\cos(kx-\sigma t)$ 又は $e^{i(\sigma t-kx)}$ は $e^{\alpha t}$（α は實數）なる因數をもつに至る．從つて振幅は時間とともに增大することとなり，この樣な場合には波は不安定で段々成長することになる．從つて (12) 式は風速が安定を破る條件，換言すれば波が成長し始めるために必要な風速の條件である．然るに重力と表面張力とを考へた場合の波速 c_0' には一定の最小値が存在し，これを c_m とするときは

$$c_m^2 = \frac{1-s}{1+s}\cdot 2\sqrt{gK'} \quad \cdots\cdots (13)$$

$$s = \frac{\rho'}{\rho}, \quad K' = \frac{K}{\rho-\rho'}$$

である．[6] それ故それに相當したある最小値を風速 V が超えなければ波は發生しえない，即ち大きな重力波とはなつてゆかないものであるといふことができる．前記の ρ, ρ' の値を用いるときはこの條件は

$$V > 29c_0' \quad \cdots\cdots (14)$$

(4) H. Thorade : Probleme der Wasserwellen, p. 40.

(5) H. Lamb : Hydrodynamics, 6th ed., p. 459.

となり，更に表面張力の値を入れれば

$$V > 670\ \mathrm{cm/sec} \quad \cdots\cdots (15)$$

となる．即ち風速は約 6.7m/sec 以上でなければ波は發生しないといふ結果に到達する．

風速がある限界を超えなければ波は生じないといふことは實際にも確かめられてはいるけれども，6.7m/sec といふ理論的限界風速値は Beaufort 風級の 4 に相當するものであり，實際よりもかなり大きい様である．

實測の限界風速値としては，Scott Russell の測定によれば 85cm/sec であり，Jeffreys が Cambridge の沼で測定したところによると 104cm/sec であつたといふ．

ここに參考として Beaufort 風級をあげておく.(7)

Beaufort 風 級

風級	名稱	海用解說	陸用解說	相當風速 (m/sec)	標準風速 (m/sec)
0	平穩 (calm)	海面平滑で恰も油を流した様	靜穩にして煙柱直上する	0 ～ 0.2	0
1	至輕風 (light air)	海面に小波のあるを感ずる	風向は壓烟の靡くのでわかるが風信器には感じない	0.3～ 1.5	0.9
2	輕風 (light breeze)	海面に小波あるを明らかに認める	風が顏に當るのを感ずる．樹葉が動く	1.6～ 3.3	2.2
3	軟風 (gentle breeze)	海面の所々白波を見る	樹葉や枝がたえず動搖し旗なぞは開く	3.4～ 5.4	4.5
4	和風 (moderate breeze)	海面の半ば程白波となる	砂塵揚り小枝が大分動く	5.5～ 7.9	6.7
5	疾風 (fresh breeze)	海面が殆ど白波になる	葉の繁つた木が搖ぐ．河湖に小波がたつ	8.0～10.7	9.4
6	雄風 (strong breeze)	白波が盛にたつ	大枝が動く．電線が鳴る．傘を用ひるに困る．	10.8～13.8	12.1
7	強風 (high wind)	白波が益々高くなる	樹木が全體搖ぐ．歩行困難となる	13.9～17.1	15.7
8	疾強風 (gale)	風浪が益々高くなる	小枝が折れる．歩行が出來ない．	17.2～20.7	18.8
9	大強風 (strong gale)	風浪頗る高くなる	建物に少し位の損害ができる	20.8～24.7	22.4
10	全強風 (whole gale)	風浪が更に一層高くなる	樹木が根こぎになる．建物に損害が多い．	24.8～28.4	26.4
11	暴風 (storm)	風浪甚大となる	建物に大損害がある	28.5～33.4	30.4
12	颶風 (hurricane)	船舶の覆沒が氣づかはれる	更に强い	33.5	33.5

玆に標準風速とは國際氣象委員會で採用されたものである．

これに對し，特に海面狀態を表示するための觀測規準としては次の波浪階級が海洋觀測に於て採用されてゐる.8)

即ち，波浪はその性質上風浪とウネリとに大別され，前者は海上を吹送する風によつて直接起されたものをいひ，後者は風の止んだ後に起るもの或は風の圈外に大きく傳播して出たものをいひ，之は餘波とも稱せられてゐる．從つて前者は大體に於て波の山が急峻であり波長も短く（數米から數十米の程度）且つ周期も小さい（數秒

6) 前脚註 (5) に同じ

7) 岡田武松： 氣象學，上卷，151～153頁による．

8) 日尙孝次： 海洋物理觀測法，物理實驗學，第11卷，372～373頁による．

から數十秒の程度）が，後者は波の山が円味をもち平坦で波長は大きく（數十米から數百米）周期も長い（最も短くて十秒程度）ので割に識別容易である．併し實際にはウネリの上に風浪が重つてゐることが多いから，その識別のときに注意が必要である．風浪程度としては10階級，ウネリの程度としては8階級が用ひられてゐる．

風浪階級

階級	說明	海面狀態
0	穏やか (dead calm)	鏡の樣
1	極く滑らか (very smooth)	僅かに漣あり
2	滑らか (smooth)	漣立つ
3	少々浪あり (slight)	細き白波見ゆ．浮標又はボート動搖す
4	浪かなりあり (moderate)	全部白波となる，波濤見ゆ
5	浪やや荒し (rather rough)	白波高し
6	浪荒し (rough)	大波となる．深き瀧見ゆ
7	浪高し (high)	大波高し，波山の前傾斜急となる
8	浪甚だ高し (very rough)	怒濤頗る高し
9	怒濤 (phenomenal)	怒濤山の如し

ウネリ階級

階級	說明
0	ウネリなし (no swell)
1	ウネリ少しあり (slight swell)
2	ウネリややあり (moderate swell)
3	ウネリやや大なり (rather rough swell)
4	ウネリ大なり (rough swell)
5	ウネリ高し (heavy swell)
6	ウネリ甚だ高し (very heavy swell)
7	ウネリ非常に高し (abnormal swell)

尙ほ波を起す原因としては空氣の流れ即ち風が海面に及ぼす剪應力が考へられる．この說によれば風のもつ亂れに起因して海面上に海水が吹き寄せられたところと離されたところとが出來，これが波の山と谷との原因になるといふのである．

又 W. Thomson (1871) は水面の凹凸に於ける風壓差を考へ，これが波を發達させる原因であると考へた．即ち波の山及び谷を通して風が吹く時は，Kelvin や Helmholz が考へた樣に風の流線が波山の前面に於ても全面的に水面に沿ふものではなく，波の山の風下側では渦が生じ所謂死勢域が出來る．そのために波山の風上側と風下側とでは風壓に差が生ずる．この風壓差が波を發達させる大原因であるとなすのである．

更に H. Jeffreys (1925) は波山の風上側に作用した風壓が波を高めるのであるが，そのために要した仕事は波の中の摩擦によるエネルギーの損失よりも大きくなければならない．換言すれば波が漸次發達するためには波の中の摩擦によるエネルギーの損失を補ふための風による絶えざるエネルギー補給が必要であるといふのである．

その一方海水に恒常的流れがないときには風と同一方向に進んでゐる波の速度が風の速度よりも小さい場合にのみ風によつて勢力が供給される．

この樣な考へから彼は波の成長する條件として

$$c(V-c)^2 \geqq \frac{4\nu g(\rho-\rho')}{s\rho'}$$

なる關係式を得た.(9) ここに c は波速，V は風速，ν は動粘性係數，g は重力の加速度，ρ' は空氣の密度，ρ は水の密度である．

(9) H. Jeffreys : On the formation of water waves by wind. Proc. Roy. Soc. A. Vol. 107, 1925, 197 頁. Vol. 110. 1926, 245 頁 ; V. Cornish, 日高譯 : 海の波, II, Jeffreys による解說, 248～249頁

sは一つの常數で，彼は遮蔽係數 (sheltering coefficient) と名づけた．之は實驗によつて決定さるべきものである．

上式の右邊は正數であり，左邊は cが0或は V と充分に異る時に限つて右邊より大となる．故に與へられた風速に對しては波の速度の範圍が限定され，Vが與へられた時左邊を最大にする cの値は $V/3$ である．故に

$$V^3 \geqq \frac{27\nu_0(\rho-\rho')}{s\rho'} \quad \cdots\cdots (16)$$

でない限り前式を滿足する cの値は存在しない．即ち波が存在しうるためには (16) 式により與へられる値よりも大きな V (風速) でなければならない．從つて (16) 式は波を起し得る最小風速を與へるものである．

觀測された最小風速は前述の樣に 6.7m/sec といふ樣な大きな値ではなく， 1m/sec 前後のものらしい．Jeffreys は最小風速を1.10m/sec として

$$s = 0.27$$

と計算してゐる．この場合これに對應する波速 cは

$$c = \frac{V}{3} = 0.37 \text{ m/sec}$$

で，波長としては $\lambda = 8.8$ cm に當る．これは實際に近いと思はれる．

以上風による波の發生については種々なる議論が行はれてゐるが未だ決定的な理論は出てゐない．殊に，風が吹くときは風の剪應力により水表面から深さの方向に漸次減少するところの漂ひを生じ，即ち吹送流を生じ，そのための亂れが水表面から底部に向つてある分布をする筈である．風が吹いた時の水表面の波も，この見地からは一種の亂れであるとも考へることが出來よう．併しそれにしては餘りにもはつきりした規則性をもち，而もかなり明瞭なエネルギー分布をもつてゐる．それ故水面に沿つて吹いた風のエネルギーは，一部は波のエネルギーに轉換し，一部は吹送流のエネルギーに轉換してゐると見るのが妥當であらうと考へる．

(2) 風速と波高

風により發生した小波は風が吹き續くことにより成長する．併しその成長の度合は風速によることは勿論であるが，更に波を觀測した地點が風上から何程の距離のところにあるか，又その風速が何時間吹續けられたかによつて異る．風上の地點といふことは，有限な水面上を風が吹く場合には，換言すればその水面の大さが一樣な風の場の大さに cover されてゐる場合には，實はその有限水面の風上端のことであり，從つて風上からの距離といふことは水面の風上端からの距離といふことになる．この距離が即ち風の**吹送距離**又は**對岸距離**といはれるところのものである．これに對し風の吹き續けた時間は**吹續時間**とでも名づけたらよいであらう．

この樣に風浪の發達には風速の外に對岸距離及び吹續時間が關係してくるのであるが，何等さへぎるもののない大洋で充分に長く風が吹き續けられた場合に波高が何程の高さに達するかについては次の樣な觀測がある．

一般に風速と波高との關係は觀測結果がかなり散るので非常な斷を以て平均線を引かねばならないのが普通で，波高 $2a$ (m) と風速 V (m/sec) とを直線的關係にあるとしたものが多い．

先づ Cornish は

$$2a = 0.37\,V \quad \cdots\cdots (17)$$

とし，Zimmerman (1920) は

$$2a = 0.44\,V \quad \cdots\cdots (18)$$

としてゐる.

又日高博士は實體寫眞の方法により波立つた海面を等高線によつて表現し，これから風速と波高との關係を求めた.(10) これは1937年から1939年にかけて太平洋で觀測したもので，同氏は報告書の中に“海の波浪は非常に複雜なもので個々の波を判然區別することは仲々困難である．即ち波の山の高さが總て一樣でなく，谷の深さもまちまちであるし，又決して畑の壟の樣に規律正しくなく山と谷とが丁度元旦模樣の樣に交互に前後に左右に分布してゐる．故に波高といつてもその決定は仲々困難である．そこで吾々の場合は測定した略三角形の範圍内の最低水位と最高水位との差を假りに波高と考へる”と述べ，この測定に關した面積，一邊が約200 mの正三形角の水面を以て附近の水面を充分に正しく代表しうるものと假定し，又風速は Beaufort 階級で測られた風力を眞風速に換算し次表の如き結果を得た.

表—1

V (m/s)	$2a$ (m)	V (m/s)	$2a$ (m)	V (m/s)	$2a$ (m)	V (m/s)	$2a$ (m)	V (m/s)	$2a$ (m)	V (m/s)	$2a$ (m)
3.0	2.28	6.0	1.76	6.7	2.66	9.4	2.80	11.0	4.30	13.0	1.90
3.0	1.85	6.0	2.13	6.7	3.08	9.4	4.90	11.0	2.90	13.0	3.12
3.2	2.08	6.0	2.90	6.7	2.90	9.4	3.60	11.0	2.60	14.0	5.50
4.8	1.94	6.0	1.85	7.1	3.05	9.4	2.45	11.0	3.35	14.0	8.30
5.0	2.50	6.7	4.40	7.2	2.85	10.9	3.22	11.0	3.40	14.0	7.20
6.0	2.06	6.7	4.50	7.2	2.93	10.9	4.90	12.0	2.35	14.0	6.10
6.0	2.36	6.7	2.80	9.4	4.80						

これによつて求められた直線式は

$$2a = 0.379\,V \pm 0.8$$

であつた．併しこの式では風速に對して波高が高すぎる傾向があり，それは波高を上述の樣に定義したためである．そこで實際波高として我々が觀測するのは相次いで押寄せる波の相續く山と谷，谷と山との差を平均したものであるから此の意味に於て補正し，その係數として0.46を得(11)，結局

$$2a = 0.174\,V \quad \cdots\cdots (19)$$

なる關係式を得た.

これらの式はすべて大洋に於ける波，即ち深水波についての觀測値であつて，海岸の近く即ち少くとも淺水波の場合にはこれとは異つた結果とならねばならない．對岸が無限に遠い樣な，かなり大きな海に面した海岸についての觀測式としては次の樣なものがある.

廣井博士は“風速と波高との關係に就きては未だ充分之を明瞭ならしむるを得ずと雖も，全く開放せる地に於ける數回の觀測に依れば深水に於ける波高は風速と略々次の如き簡單なる關係あるを認めるものなり”と述べて

$$2a = 0.024\,V^2 \quad \cdots\cdots (20)$$

なる式を提案してゐる.(12) この式を作るに用いられた觀測値は $2a=0.9$ m ($V=7.21$ m/sec) から $2a=7.9$ m

(10) 日高孝次： 實体寫眞による海の波浪の研究．海洋時報，13巻，1號，1941.
(11) 日高孝次，安井善一，篠田政吉；海の波の研究(4)，海洋氣象臺彙報，111號（昭13.5).
(12) 廣井勇： 築港，前編第4版，38頁.

($V=18.9$ m/sec) に至る9箇であつたに過ぎない.

又松尾博士 (1937) は銚子に於ける數多くの觀測値 (風速約 13 m/sec まで波高は約 5.4 m まで) に基いて

$$2a = 0.018\,V^2 + 0.5 \quad \cdots\cdots (21)$$

なる關係式を求めた.[13]

これらの式はすべて波高は風速の自乘に從つて急速に高くなることを示しており, 風の供給するエネルギーの面から考へてこの樣な關係があるかも知れないが, これらの觀測値はともに風速にして十數米までのものである. 併し實際には 30 m/s 程度までの風速を考慮に入れなければならない場合が多いのであるから, これらの式をそのまゝ $V=30$ m/sec まで延長すれば (20) 式では $2a=18.36$ m となり餘りにも過大な値を與へ, (21) 式によれば $2a=16.7$ m となつて之も過大な値を與へる. 更に又 (20) 式によれば屢々遭遇するかなり强い風 $V=10$ m/sec に對しては $2a=2.04$ m を與へ之は過小の樣である. 從つて波高 $2a$ を風速 V の自乘に比例させることはかなり危險である樣に思はれる. 而も陸岸附近の有限水深のところでは風が如何に强く吹こうとも半波高 a はそこの水深 h よりも大になることは先づあり得ないであらう. これらのことを考へ合せると, 有限水深の (淺い) とこでは波高は始めのうちは或は風速の自乘に比例して增大するかも知れないが, ある程度からは水深により水分子運動に制限をうけ, 波高は餘り大きくならず (少くとも V^2 に比例して增大せず), これは遂にある一定の (その場所即ち水深に個有の) 波高になつてしまふのではないかと考へられる.

(3) 對岸距離と波高

風が吹いて水面に擾亂を與へることによつて波が發生するが, 發生した波は擾亂に伴つて, その擾亂區域内に波長の長いものも短いものも色々に混合して存在するものと考へることが出來る. それは更に風に曝らされることに絶えずエネルギーの供給を受けつゝ進行するのであるが, この場合短い波はエネルギーの蓄積が小さく大きな波はエネルギーの蓄積が大きい. 從つて小さい波ほど摩擦によつてエネルギーを損失して早く消滅し, 大きな波ほどエネルギー消滅が遲くなるから, 結局淘汰されて殘ることになる. これが風からエネルギーの供給をうけるときは, 先づ波高が高まり, 次いでその波高を保ち得なくなつて波長が伸び, かくして形の比較的整つた波となつて考へる地點に到達するものと考へられる. 從つてある水面がかなりの暴風に曝されるときは, その水面に生ずる波は風上端から風下端まで到達するまでに絶えずその暴風からエネルギーの供給を受けつゝあるものと考へられるので, 風下端 (又は風上端から任意の距離の地點) に於て觀測される波については如何程の距離をその暴風に曝らされて來たかを考へに入れなければならない. 即ち波の大さには對岸距離の關係が入つてくるのである.

一方實際に起る暴風には大凡の限度があるから, 水域の大さに從つて, 又極めて大きな水域については暴風の最大の廣がりに從つて波高と波長の最大値が存在するであらうことが想像される. これについては先づ限られた大さの水域については (即ち暴風の廣がりで cover される程度, 又はそれと comparable な程度の大さの水域については) 次表の如きものが最大値であると報ぜられてゐる.[14]

---

13) 松尾春雄 : 風速と波高との關係, 土木學會, 22卷, 6.7號, 689頁.

14) H. Thorade : Probleme der Wasserwellen, 1931, 52 頁.

表—2

水　域	大 さ (km²)	最大波高 (m)	最大波長 (m)	報　告　書
ジュネーヴ湖	570	1.7	34.5*	Forel (1895, Ⅱ, 435 頁)
シューベリオル湖	81.000	6～7.5	85～100	Gaillard (1904, 82 頁)
イギリス海峡	75.000	<5～6	—	Graf Larisch (1925, 98 頁)
北　海	580.000	<6**	< 45	Graf Larisch (1925, 99 頁)
西地中海	820.000	6.7	100	V. Cornish (1910, 36 頁)
東支那海	11/4 mill	6.5	100	A. Fâris (1871, 119 頁)

* 周期から計算　　** 北海南部では 4 m

これによつても對岸距離が大きな要素になつてゐることが判る.

更に又遮るもののない自由海面 (大洋) に於ても, 上述の様に暴風の強さ及び大さには大體の限度があるからやたらに大きな波は生じない.

例へば北大西洋に於ける最大の波として, Larisch 伯は $2a=10\sim11$ m, $\lambda=130$ m を報じ, Cornish は $2a=13$ m, $\lambda=107$ m, Scoresby は $2a=13$ m, $\lambda=130$ m を觀測してゐる.

又 Larisch 伯は南大西洋に於てアネロイドで $2a=10\sim12$ m, $\lambda=160$ m ; $2a=12$ m; $\lambda=220\sim240$ m ; $2a=14$m $\lambda=220\sim250$m なる大さの波を觀測したと報じており, その外 Schott は $2a=12$m, $\lambda=214$m の波を, Abercromby は $2a=14$ m, $\lambda=233$ m の波を觀測してゐる.(15)

そこで波高と對岸距離との關係であるが, これについては周知の如く Stevenson による著名な實驗式がある.

彼は1850年 Scotland の淡水湖 (loch) 及び入江 (Firth of Forth, Moray Firth) で波高と對岸距離との間に如何なる法則があるかを調べる目的で觀測を開始し, 1852年, 波高は風上端からの距離の平方根に殆ど比例して大きくなる關係にあることを Edin. Phil. Journal に發表した. 即ち

$$2a = \alpha\sqrt{F}$$

なる關係にあるとした. 茲に F は對岸距離であり, α は比例の係數で風の強さによつて變るべきものと考へた.

その後, 彼自身による觀測値の外に R. Mallet 及び Middlemiss 氏の觀測値をも合せたものから α の値を定め

$$2a = 1.5\sqrt{F} \quad \cdots\cdots (22)$$

とした. 但し $\alpha=1.5$ はそれらの觀測からいつて, strong gale 即ち Beaufort 風級の 9 (風速約 22 m/sec) 程度の暴風についてのものであり, 波高 $2a$ は strong gale 中に生じたもので單位は呎, 對岸距離即ち風にさらされた距離 F の單位は哩である.

15) 前記 53～54頁.

その後彼は對岸距離の小さいところでは (22) 式により計算される波高よりも實際には大きな波がたつことから之を補正し，同じく呎浬單位で

$$2a = 1.5\sqrt{F} + (2.5 - \tfrac{1}{4}\sqrt{F}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

とした.[16]

次表は Stevenson によつて集められた觀測資料及び Cunninghum の著書にのせられてある資料[17] の中の新たな2つを附加したものである.

表—3

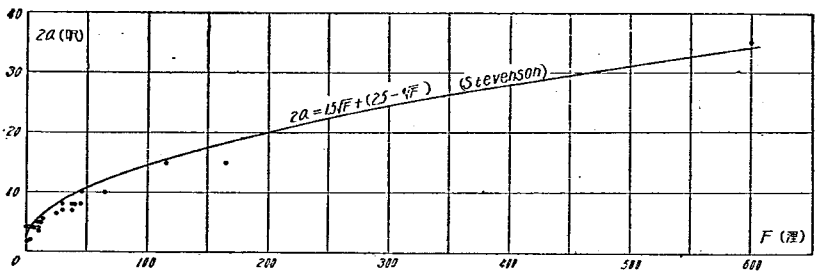
觀測の場所	F (浬)	$2a$ (呎)	觀測の場所	F (浬)	$2a$ (呎)
Scapa Flow	1.0	4.0	Anstruther	24.0	6.5
Firth of Forth	1.3	1.8	Lake of Geneva (stated by Minard)	30.0	8.2
Granton	2.8	4.0	Buckie	31.0	7.0
Craignure	3.5	2.0	〃	38.0	7.0
Granton	6.0	4.0	〃	38.0	8.0
Lough Foyle	7.5	4.0	〃	40.0	8.0
Clyde	9.0	4.0	Macduff	44.5	8.0
Colonsay	9.0	5.0	〃	45.5	10.0
Dysart	10.0	4.2	Kingstown	114.0	15.0
Invergordon	11.0	3.5	Sunderland (Broken Bank から測つた距離)	165.0	15.0
Lough Foyle	11.0	5.0	Douglas, I. O. M.	65.0	11.0
Glenluce Bay	13.5	5.5	Peterland	400.0	22.6

更に W. Scoresby が大西洋の北緯 51 度，西經 38°50′ に於て航海中，西南西の大强風 (strong gale) の時に觀測したところによると，30呎を超えた波が半數を占め，40呎に達したものも時にあり，50呎のものもあつたといふことである.[18] 但し最後のものは明らかに波の重つたものであつた.

彼が波を觀測した位置をその風上端である New-found Land の岸から計ると約 600 浬である. そこで波高を平均して35呎として前記の諸資料と比較してみると圖—1 に示す如くで，Stevenson の見出した法則の適用可能であることが判る.

(16) Th. Stevenson : Design on Construction of Harbours, 1864, 19頁.
(17) Cunningham : Harbour Engineering, 169頁.
(18) V. Cornish : Ocean Waves, 日高孝次譯 : 海の波, 46頁

圖—1



而も以上のすべての資料についてみるに，Stevenson の式 (23) は對岸距離の小さいところに對する補正の意味で作られたものであるにもかゝわらず，この式の方が (22) 式よりもよく合ふ樣に見える．

そこで使用の便利のために，この式をメートル制に書き直し各係數の端數を整理すれば

$$2a = \frac{1}{3}\sqrt{F} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{F}\right) \quad \cdots\cdots (24)$$

とすることが出來る．但し $2a$ は m で，F は km で表はしたものである．從つて (24) 式は少くとも對岸距離が約 1100 km の程度にまでは適用しうるものといへよう．

然らばこの式は F がいくら大きくなつても適用しうるかといふにさうはいかない．假りに $F=2000$ km とせば $2a=22.7$ m となり，前述の大洋で觀測された最大波高に比して餘りにも大きすぎる．これは前述の樣に，その樣に廣い水域になるとむしろ暴風域の大さの方が支配的となつてしまふためであらう．それについて Cornish は，Scoresby が觀測した樣な風の場合でも大西洋西經 40°～20°，緯度 40°～55° の附近では波高は增加してゐないことを經驗し，全强風で起りうる最大の波が充分發達するには對岸距離が600浬～900浬あれば充分であるといつてゐる．(19)

これらのことを考へ合はせると Stevenson の式 (23) 又は (24) は暴風（大强風乃至全强風の程度）によつて充分發達した波を，對岸距離の關係に於て見積るには充分信賴しうるものであるといへる．そして約 $F=1500$ km 以上については波高は一定としてよいといへる．

但し之は，特に F の大きな範圍については風により波が充分發達しうるだけの水深があることが前提であることを忘れてはならない．例へば砂質海岸等では如何に大洋に面してゐても10數米に達する波が觀測されたことはなく，むしろそこの水深に支配されてくるものであることに注意しなければならない．

(19) 前記，47，49頁．

(4) 風速を對岸距離と吹續時間と波高

Stevenson の式は風速が充分に大きく（大强風）而も波が充分に發達するまで充分吹き續けた場合の對岸距離と波高との關係を示すものであつた，從つて風速が大强風の程度より小さかつたり，その吹續時間が波の發達にとつて不充分な長さであれば，對岸距離が同一であつてもより小さな波が起るに違ひない．從つて最も一般的には水深については充分であるとすれば，起るであらう波高は風速と吹續時間と對岸距離との3要素によつて關係づけられねばならない．

V. Cornish (1910) がイギリスのカムブリア連丘にある長さ 10 km，幅の極めて狹い Coniston 湖に於て行つた觀測によれば波は次の樣に發達した．その日の10時に今までの微風が急に强風 (Beaufort 風級 7，風速約 15.7 m/sec) に變り風向は丁度湖の縱方向に一致した，その時湖の北端附近で30分毎に觀測した1分間當りの波の到達數は次表の如くであつたといふ．(20)

表—4

時　刻	10^h30^m	11^h00^m	11^h30^m	12^h00^m
波の數	27	23	21	21

これによれば北端附近に達した波は風が吹き出してから約1時間半の後に一定の成長度となつてゐる．この樣に簡單な觀測によつても充分發達するためには吹續時間が影響をもつてゐることが容易に判るのである．

C. Börgen (1890) は上記の3要素を考慮に入れて，波高との間に

$$2a = \frac{a_m V}{\left(1+\frac{35.93V}{F}\right)\left(1+\frac{10}{t}\right)} \qquad \cdots\cdots (25)$$

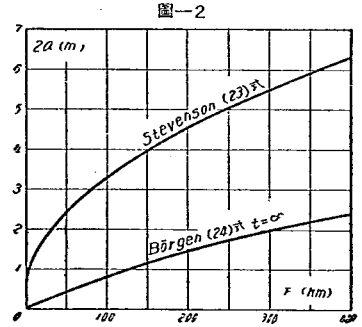
なる關係をつくつてゐる．(21) こゝに波高 $2a$ は m，風速 V は m/sec，對岸距離 F は km，吹續時間 t は時間で測られたものであり，a_m は充分に成長した波高に對する係數である．

この式は，見て直ちにわかる樣に $F=\infty$，$t=\infty$ とするときは

$$2a = a_m V$$

となり，水域が充分に廣く（即ち大洋）且つ吹續時間が波の發達しきるのに充分な丈吹き續けた時，波高が風速に比例する樣に考へられたものである．その意味に於てこの式は前記大洋に於ける關係式 (17)，(18)，(19) 等の型式に一致してゐる（彼は a_m を 1/3 としてゐる）．

圖—2



併しこの式の對岸距離の關係仕方は適切でないと思はれる．何となれば，$t=\infty$ とする時は Stevenson の取扱つた場合に一致しなければならないから，$a_m=\frac{1}{3}$，$V=20$ m/sec として Stevenson の式と比較するときは圖—2に示す如く，Börgen の關係式はすべての F について極めて小さい波高を與へるものである．即ち例へば $F=352$ km に於ても 4.6 m なる波高が（大强風時に）觀測されてゐるにもかゝわらず，Börgen の式によれば $2a=2.2$ m となり餘りにも小さ過ぎる．

之に對し，Thorade は例へば

(20) Thorode, 50頁.
(21) 須田皖次：海洋科學，497頁.

$$2a = a_m V(1-e^{-\beta t})(1-e^{-\tau l'/V})$$

の如き型式にしたらどうかとも云つてゐる.(22)

3. 波高と波長

一定の波長に對し波高がいくらでも高くなりうるかといふと決してさうではない. 波高と波長との比(之を波の勾配*と稱してゐる)については一定の限度, 少くとも一定の制限がある樣である. 波の勾配は波の規模を規定する大きな要素であるから之を理論と觀測との兩面から調べてみることとする.

先づ波形であるが, 實際に起るものは海面に於ても實驗室に於ても正弦曲線でない事は確かで, トロコイド曲線に近い樣である。

例へばドイツの Planet 號で實體寫眞により觀測した波を Kohlschütter が整理して求めた波形は, トロコイド波に比し風上側に於ては少しく急峻となり風下側では幾分緩となつており(即ち風上では凹み風下ではふくらんでおり), 分子軌道は円(又は楕円)の上部をせばめ下部をふくらませた形となつてゐる.(23) 又日高博士が太平洋で實體寫眞により觀測したところによると, 波形は丁度屋根の樣で斜面は略直線に近く山頂及び谷で稍々丸味を帶びてゐるに過ぎなかつた.(24) 而も風上斜面は風下斜面とは反對に幾分凹んでゐる傾向があつた. 併しこの場合の波の等高線をみると, いづれも波頭線で連續性のあるものがなく全く不規則である. これに比しドイツ Helgoland に於て撮影された波の實體寫眞(25)は, 水深17m乃至5mの範圍で而も風向が等高線に殆ど直角であつただけに波頭線はかなり連續性をもち而も適當な間隔毎に次の波が襲來してゐる. この撮影時の風速は17m/sec ~20 m/sec であつたが, 寫眞による等高線から作られた波の斷面圖を見ると, 波の山の長さよりも谷の長さの方が長く, 從つて谷の方が平坦であり, 殆どイロコイド形に近いと思はれるものが多い. この場合の波高は大體に於て 5m 程度であつた.

又筆者が實驗室に於て經驗したところによつても波高が大きくなる程正弦波から遠ざかり恐らくトロコイド波に近くなる樣である.

又分子軌道は實驗室的にも楕円に近いことが認められてゐる.(26)

そこで水分子が Gerstner 又は Laplace に從つて円又は楕円の軌道をえがくものとすれば, その時の波形は, 前者の場合は無條件でトロコイド系波動として成立し, 後者の場合は $(kr)^2$ 以上を1に比し無視することによつてトロコイド系波動として成立する.(27) 併し水分子軌道を円又は楕円として運動及び連續の方程式を滿足せしめる樣な波形を求めればトロコイド又は之に近いものとなるが, 逆に波としての運動がトロコイド波形でなければならぬといふことについては何等說明されてゐないのである.

併し實際の波形は大體に於てトロコイドに近く, 又その一方水分子軌道を円又は楕円とすれば波形はトロコイ

(22) Thorade, 52頁.
(23) 〃 26頁.
* die Böschung, la cambrure.
(24) 日高孝次: 實体寫眞に依る海の波浪の研究. 海洋時報, 13卷, 1號, 昭和16年1月, 78~79頁.
(25) Eckhardt: Erfahrungen über Wellenwirkung beim Bau des Hafens in Helgoland. Jahrbuch der Hafenbautechnischer Gesellschaft, Bd. 12, 1930/1931, 92~102.
(26) Thorade, 190頁及び寫眞5.
(27) 佐藤清一: 表面波の壓力分布に就て, 土木試驗所報告, 69號, 昭18年1月, 1~20頁, 尙ほ k, R 等の記號についてはこの小著を見られたい.

ドとなるから，今のところでは波をトロコイドとして取扱ふことが最も近い様である．

さてその場合に如何なる程度にまで波形は高くなりうるであらうか．即ち波形ががあくまでトロコイド形を保つものとした時に波の勾配はどの程度まで大きくなりうるであらうか．この限度については次の様に說明されてゐるのが一般である．

即ち先づ深水波については，轉円の半徑を R とせば，[28] $a<R$ なれば曲線は curtate cycloid となりトロコイド波形となる．併し $a>R$ なる時は曲線は prolate cycloid となつて實在の可能性がない．從つてその限界は $a=R$ なる cycloid である．即ち cycloid が波の山が最も高くなりえた限界であるといふのである．

この場合には直ちにわかる様に

$$\lambda = 2\pi R$$

であり，而もこの時の R は a に外ならないから

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{\pi} \quad \cdots\cdots (26)$$

となり，これがトロコイド深水波のとりうべき限度となる．

次に淺水波について調べてみるに，水分子軌道の短軸を r'，長軸を r，水深を h，その水分子の廻轉中心の水深を c とすれば

$$\frac{r'}{r} = \tanh k(h-c)$$

なる關係がある．從つて水表面に於ける r，r' を夫々 r_0，r_0' とすれば

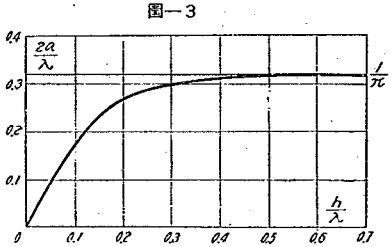
$$r_0' = r_0 \tanh kh = r_0 \tanh \frac{2\pi h}{\lambda}$$

となる．然るにこの場合波形が最も高くなる限度は $r_0=R$ なる場合であり，而も $\lambda=2\pi R$ であるから r_0' を a とかけば

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{\pi} \cdot \tanh 2\pi\left(\frac{h}{\lambda}\right) \quad \cdots\cdots (27)$$

となる．從つて水分子の運動が楕円をゑがく限りに於て，波高と波長との比 $2a/\lambda$ がとりうべき最大の値は(27)式によつて與へられ，水深と波長との比に關係する．その有様は圖－3に示す如くで，h/λ の增すに從つて $2a/\lambda$ の値は增加し，$h/\lambda=\infty$ のときは $2a/\lambda=1/\pi$ となる．即ち (26) 式は $h/\lambda=\infty$ の場合として (27) 式中に含まれるのである．

圖－3



この考へ方によると $2a/\lambda$ の限界値は實際に現はれるものよりもかなり大きい様である．大洋に於ける深水波の場合には $2a/\lambda=1/3.14$ と計算されるが，今のところではその様に急なものは觀測されてゐない．又淺水波の場合には，例へば水深が $h=10$m に對して波長が $\lambda=100$ m の關係にあつたとすれば (27) 式によつて計算すれば $2a/\lambda=1/5.65$ となつて，これも大に過ぎる．

そもそもトロコイド波の理論によるときは，波形が curtate cycloid であらうと prolate cycloid であらうとた

28) 佐藤清一，2頁，5頁．

その cycloid であろうと，分子運動が運動と連續の式を滿足することからいへば何れも同等であり，從つて動力學の立場からではなくして，ただ幾何學的立場からみて prolate cycloid は實在しないといつてゐる様にみえ，その意味に於てこの考へ方は甚だ機械的である様に見える．併し cycloid を以て波高が最も高くなりえた限度，又波頭が碎け始める限界となす物理的意味は次の様な簡單な考察によつて得られる．

(a, c) に廻轉中心をもつ有限水深の波についての水分子の軌道を楕円とすれば，任意の時刻の座標は

$$\left.\begin{aligned} x &= a - r\sin(ka-\sigma t) \\ z &= c - r'\cos(ka-\sigma t) \end{aligned}\right\}$$

である.* 從つて水分子速度の x,z 成分は

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} = r\sigma\cdot\cos(ka-\sigma t)$$

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} = -r'\sigma\cdot\sin(ka-\sigma t)$$

從つて軌道上の速度 q は

$$\begin{aligned} q^2 &= u^2 + w^2 \\ &= \sigma^2\left\{r^2\cos^2(ka-\sigma t) + r'^2\sin^2(ka-\sigma t)\right\} \end{aligned}$$

となる．然るに

$$\frac{r'}{r} = \tanh k(h-c)$$

なる關係があるから

$$q^2 = r^2\sigma^2\left\{\cos^2(ka-\sigma t) + \tanh^2 k(h-c)\sin^2(ka-\sigma t)\right\}$$

と書かれる．これによると q は時間 t の函數である．そこで q が最大となる時刻を求めるとそれは

$$t = \frac{ka}{\sigma}$$

であり，實は水分子が軌道上で最上位の位置に到着した時の時刻である．從つて水分子がその軌道上の最上位の位置に達した時に，換言すれば波の山のところで水分子の速度は最大となるのである．

その最大速度を q_m とすれば

$$q_m^2 = \sigma^2 r^2$$

である．

そこで波高を $2a$ とすれば，水表面分子については

$$r = a\coth kh$$

であるから，水表面分子の最大速度を q_{0m} とするときは

$$q_{0m}^2 = a^2\sigma^2\coth^2 kh$$

となる．

そこで表面水分子が丁度波の山の上に到達し，水分子速度として最大となつた時に，その分子速度が波の傳播速度 c に等しくなつた場合を考へてみる．

$$q_{0m}^2 = c^2$$

---

* 之等及びその他の記號は脚註 (27) を參照.

然るに波の傳播速度 c は

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\sigma}{k}$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

であるから

$$a = \frac{1}{k} \tanh kh$$

となり，(27) 式に一致する．

即ちこれは表面水分子の速度が段々速くなり波頂の上で丁度波速に等しくなつた時に波形は cycloid になることを示すものである．從つて波の最高限度に於ける波形を cycloid としたといふことは，實は表面水分子の波頭に於ける速度を波速に等しいとしたことであつて，その速度が波速よりも速くなれば波が進行するよりも速い速度で波頭のみが前進することになり，從つて波は碎ける狀態を示すことになるのである．

表面水分子の波頭に於ける速度が波速よりも大といふことは幾何學的には protate cycloid を意味し，從つて波の最高限度は一應 cycloid を以ておさえられることになる．

併しこの場合の波頭の角度は極めて鋭いものとなりカミソリの刃の様になる．その様な波は，いかに碎ける限界にある波とはいへ未だ實際には見出されてゐないし，又その様に極端に急峻な波頭といふものは存在しないであらうと考へる．

これに對し Stokes は相對速度を加へることによつて波を流れに直し，波頭が極端になつて角をもつに至つた時，この波頭が流體力學的に成立するためには何程の角度をなすかを計算し，之が120°であることを確かめた(29)．

更に又 Michell は波高が最も高くなりえた時の波形を無限級數によつて計算したが，それによる波頭の角度は 120° が限界でその時の波高と波長との比は $2a/\lambda = 1/7$ になるといふ．(30) 即ち波として達しうべき最急の勾配は 1/7 で，これより急になると波頭が碎け始めるといふのである．

そこで $2a/\lambda$ の値が實際には何の程度にまで大になつてゐるかを調べてみなければならないのであるが，それには $2a/\lambda$ が一般に如何なる程度にあるか又如何なる關係にあるかを知つておく必要がある．$2a/\lambda$ なる比については，之を一義的に決定する理由が力學的に存在してもよい様な氣がする．例へば波のエネルギーとして一定のエネルギーを與へた場合に，そのエネルギーを波動として保つのに最も保ち易い様な波形即ち $2a/\lambda$ が存在してよい様な氣がする．

海面を風が吹くと波がたつ．このことより風のもつてゐたエネルギーの一部が（一部分は吹送流のエネルギーになるであらうが）波のエネルギーに轉換されたものと考へなければならない．その時海面には大小，長短様々な波が起るが，然し平均して考へるとその時の風に對應した規模の波が起つてゐるのである．換言すればその時の風に對應した或る平均エネルギーをもつ波がそこに起つてゐるとみてよいであらう．その意味に於ては Beaufort 風級とか浪級とかは海面が波動としてもつ平均のエネルギーを表現してゐるとも見てよいであらう．この様に1つの風の程度に對し波浪のもつ平均のエネルギーの程度が對應し，そのエネルギーを保持するために最も自然である様な $2a/\lambda$ の波が中心となつて，その前後に同一エネルギーを保持する異つた $2a/\lambda$ の波が分布す

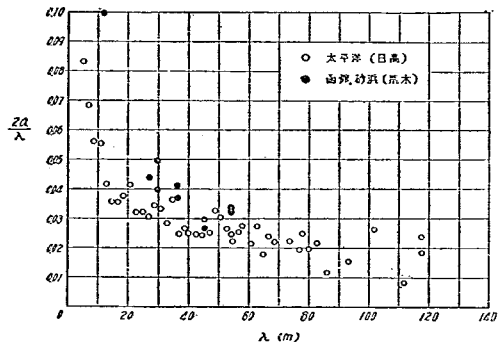
(29) Lamb, 6 版, 1932, 418頁. Thrade, 1931, 31～34頁.

(30) Michell : On the highest waves in water, phil. Mag. (5), XXXVI, 430～437頁, Thrade, 33頁.

るのではないかと考へられる.

日高博士[31]は前記の太平洋に於ける波の觀測により，波の谷（或は山）とその風下に直に續く山（或は谷）との間の水平距離の2倍を波長，高さの差を波高と考へて整理の結果は圖—4の如くなり，全體の平均は

圖—4



$$\frac{2a}{\lambda} \fallingdotseq \frac{1}{30}$$

となつた.

又荒木博士[32]が函館の大森海岸で觀測したところによれば圖—4中黒點で示す如くであつた. この觀測は波高大凡1.2mから1.8mまで，水深は大凡 1.8 m から 3.2 m までの間でえられたもので，海底は勾配約1/70の砂質であつた.

圖—4は夫々單一種の風級について資料を集めたものではないが，これによると深水波にしても淺水波にしても波長の長いもの程 $2a/\lambda$ の小さい波が起つてゐる，即ち波長の長い波程平たくなつてゐることがわかる.

又 Gaillard は比較的淺いところで觀測して

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{9} \sim \frac{1}{15} = 0.11 \sim 0.07$$

であつたと報告してゐる.

表—5

$2a/\lambda$	頻度（%）
0～0.009	0.125
0.01～0.019	1.998
0.02～0.029	22.72
0.03～0.039	53.3
0.04～0.049	10.48
0.05～0.059	8.62
0.06～0.069	2.37
0.07～0.079	0
0.08～0.089	0.375

更に日高博士の資料を $2a/\lambda$ の出現率について整理し直すと*表—5の如くになり，$2a/\lambda = 0.03 \sim 0.039$ の範圍のものが約53%を占め，$2a/\lambda = 1/22 \sim 1/40$ の範圍のものが全體の約 80%を占めてゐることがわかる. これに對稱形誤差曲線を當てはめてみると

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{28}$$

の近所が最も出現率が高いといふことになる.

更に又海工の立場から吾々が最も必要とするのはシケの時の $2a/\lambda$ である. そこで，主として災害を生じたシケ時の觀測値を集めてみると表—6に示す如くである.[33] これによると大洋に於ける巨浪としては波高 14 m，波長220～250m のものが最大であらうと考へられてゐるに對し，陸附近の水深 20～40 m のところでも之に匹敵する樣な巨浪が觀測されており，そ

(31) 前脚註 (24).
(32) 荒木文四郎：砂濱に於ける港灣修築と漂砂との關係について. 土木學會誌，12卷，6號，1155頁.
* 日高博士は波長 λ の出現率について整理してゐるが，これは同氏報告にもかいてある樣に一般性からは遠いと思ふ.
(33) 1935年ブラッセルで開かれた第16回國際航海會議，第2部“海航”の部の報告. “Design of breakwaters with vertical sides. Effect of wave action, Mathematical determination and methods of construction. Lessons gained from experience.”；松尾春雄，新妻幸雄：波と防波堤，昭和18年；Thrade：Probleme der Wasserwellen, 1931；Cornish：Ocean Waves 等より.

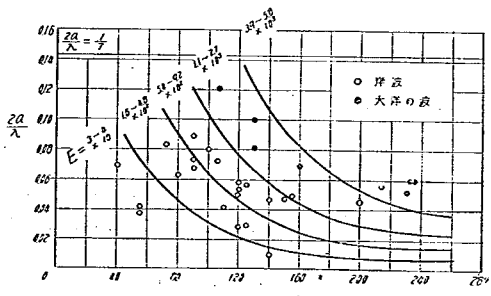
表—6

$2a$ (m)	λ (m)	T (sec)	h (m)	$\frac{2a}{\lambda}$		場所	年月日	觀測者	$E=\frac{\gamma}{8}(2a)^2\lambda$ (t·m)
6.00	90		20～40	1/15	0.067	アルヂエ港	1930.12.18		293
6.50	90		〃	1/13.8	0.073	〃	1931.12.12		476
2.25	55		〃	1/24.4	0.041	〃	1933. 7.		35
1.30	140		〃	1/107.8	0.009	〃	1933.11.		30
2.05	55		〃	1/26.8	0.037	〃	1934. 1.		29
3.65	125	9.50	〃	1/34.3	0.029	〃	1934. 2.		208
6.50	140	11.00	〃	1/21.6	0.046	〃	1933.12.31		739
9.00	200	13.75	〃	1/22.2	0.045	〃	1934. 2. 3		2025
5.00	80		〃	1/16.0	0.063	〃			250
2.75	40	5.00	17	1/14.5	0.069	マルセーユ港			38
4.50	110		15	1/24.4	0.041	ゼノア港	1934. 3.12		278
7.50	155		13	1/20.7	0.049	カタニア港	1933. 3.26		1088
8.00	100		60	1/12.5	0.080	バルパライソ港			800
3.30	120		20～40	1/36.4	0.028	アルヂエ港	1935. 1. 3		163
10～11	130			1/12.4	0.081	北大西洋		Larisch	1792
10～12	160			1/14.5	0.069	南大西洋		〃	2420
12	220～240			1/19.2	0.052	〃		〃	4135
14	220～250			1/16.8	0.060	〃		〃	5760
13	107			1/8.2	0.121	北大西洋		Cornish	2262
13	130			1/10.0	0.100	〃		Scoresby	2744
12	214			1/17.8	0.056	大洋		Schott	3850
14	233			1/16.6	0.060	〃		Abercromby	5840
8.00	90	12.0	10	1/11.3	0.089	室戸港	1931.10.13		720
7.00	120	15.1	〃	1/17.2	0.058	〃	1932. 8.12		735
6.30	120	15.1	〃	1/19.0	0.053	〃	1935. 8.28		595
7.00	120～130	12.0	〃	1/17.9	0.056	〃	1937. 9.10		765
6.00	120	12.0	〃	1/20.0	0.050	〃	1939.10.17		540
6.00	70～75		15	1/12.2	0.083	留萌港	1920.11. 7～21		326
7.60	106		15	1/14.0	0.072	〃	1920.12. 4		765
7.00	150		12	1/21.4	0.047	バレンシヤ港			918

の中でも1934年2月3日アフリカのアルヂエ港（地中海）に於て觀測されたものは，陸附近のもの即ち岸波としては世界最大であり，波高約9 m，波長約 200 m に達したといふ．

これらの資料を前と同じく $2a/\lambda$ と λ との關係に於て調べてみると圖—5の如くになり，圖—4の場合の樣にきれいにはそろはない．そこでこれらの波をトロコイド形として波のエネルギーについて分類してみる．

圖—5



單位幅1波長當りのトロコイド波の全エネ

ルギー E は深水波の場合も淺水波の場合も同一となり

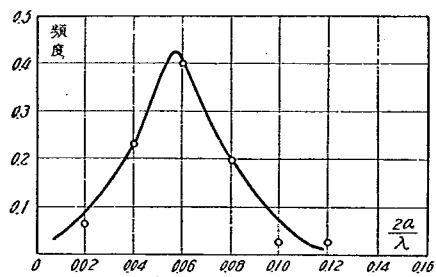
$$E = \frac{1}{8}\gamma(2a)^2\lambda \quad \cdots\cdots (28)$$

となる.(31) こゝに γ は流體の單位重量である. これによつて分類したのが圖－5である.

(28) 式から直ちに分る如く同一エネルギーをもつ種類の波については $2a/\lambda$ は $\lambda^{\frac{3}{2}}$ に逆比例するはずである. 併し或る E に對する一群の波については, $2a/\lambda$ と λ との關係に於ける分布は, (28) 式からは何等規定されるところがないのである.

そこで波のもつ全エネルギーの大小の如何によつて, $2a/\lambda$ と λ との關係に於ける波の出現率が夫々異るのではないかといふことが考へられる. 併しその出現率は各 E について案外同一であるのかも知れない. このことを調べるためには圖－5の各 E に區分された夫々の資料のみでは不充分であるからこの全資料について $2a/\lambda$ の出現率を調べてみると圖－6の如くなり, シケ波については

圖－6



$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{12.5} \sim \frac{1}{25}$$

の範圍のものが全體の約70%を占め

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{18.2}$$

のものが最も出現回數が多いといふことになる.

以上の如く波の $2a/\lambda$ の出現率が種々異るのは, 波のエネルギーを考慮に入れて處理されねばならないのかも知れない. 併し未だ觀測の資料は數不充分であるから, この點に於ても資料の蒐集が先づ第一である. 併し日高氏の資料は大體に於て $E=10^{-1}\sim10^{2}$ t·m の範圍で割にエネルギーの小さいものであつたのに對し, 圖－5に集めた資料は $E=3\times10\sim6\times10^{3}$ t.m のエネルギーとしては大きい範圍に屬するものであつたことを注意しなければならない. といつて $2a/\lambda$ の出現率はエネルギーの小さい場合には

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{22} \sim \frac{1}{40}$$

の範圍のものが大きく, 最大は

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{28}$$

であり, 波のエネルギーの大きいものについては

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{12.5} \sim \frac{1}{25}$$

の範圍のものが出現し易く

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{18}$$

のものが最も出現率が高いと, こゝで直ちに斷ずるには時期尚早であらう.

そこで最後に波の高まりえた最大限に於て $2a/\lambda$ が如何なる値を實際とつてゐるかを調べなければならない

(34) 物部長穗：水理學, 昭和12年, 498, 505頁.

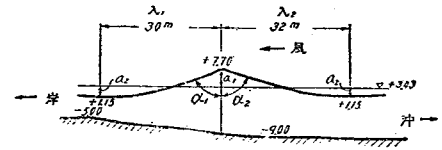
のであるが筆者は寡聞にしてそのための實測資料あるを知らない.

前掲のシケ波の表を見ると Cornish による觀測値で，北大西洋に於ける $2a=13$ m, $\lambda=107$ m, $2a/=0.121=1/8.26$ なる波は Michell の限界 $2a/\lambda=1/7$ に極めて近く，限界波に最も近いものではなかつたかと想像される.

たゞ Helgoland で實體寫眞により觀測された波の斷面圖(35) の中に，殆ど最高波ではないかと考へられるものを1つだけ見出すことができた.

この波は水深が 12 m から 8 m に變らうとする直前のところで起つており，波の全體は水深 10～13 m の部分にある．圖—7 に示す如くこの波形は極めて美しく滑らかな曲線をなし，全體として富士山の様な形をなし，波頭は極く僅かに丸味を帶びてゐる．從つて波頭に角をもつに至る程高まつてゐるとはいへないまでも，先づ限界波に殆ど近いものと見てよいであらう．この時の風はWNW17～20 m/sec でかなり強風である．それにもかゝはらず波の峯線は大體に於て等深線に平行で，風向とは約15° の角度をなしてゐた.

圖—7



風下の波の長さ（半波長に相當）を λ_1，風上の長さを λ_2，波頂角の風下の半分を α_1，風上のそれを α_2，波長を λ，波頂角を α とする．又波高を2つに分け，靜水面上の高さを a_1，靜水面下の高さを a_2 として夫々を圖上から測定すると表—7 の如くである.

表—7

λ_1 (m)	λ_2 (m)	λ (m)	$\frac{\lambda_1}{\lambda}$	$\frac{\lambda_2}{\lambda}$	a_1 (m)	a_2 (m)	$2a$ (m)	$\frac{a_2}{a_1}$	$\frac{2a}{\lambda}$	α_1	α_2	α
30	32	62	0.484	0.516	4.27	2.28	6.55	0.534	$\frac{1}{9.47}$	64°	70°	134°

これによると波頂角は 134° で $2a/\lambda$ は 1/9.47 となつており，Michell の理論のものに非常に近いものの一例であることがわかる．更に λ_1/λ が λ_2/λ に比して僅かに小さいのは水深變化と風との兩方の影響であらうと思はれる．又 a_2/a_1 が1ではなく 0.534 になつてゐることは，波の山の部分が谷の部分に比して短いことを意味するもので，從つて波形は少くとも sine wave ではないことを示すものである．恐らくトロコイド系に近いものの様である.

4. 碎 け 波

陸岸附近まで押寄せて來た波を岸波と稱して來たのであるが，この波はいはゞ淺海波に分類されるところのものである．岸波は嚴密には正確な周期性をもつてゐない様であり，この性質は岸に近いところのもの程强くなつてゐる様である.

一般に無渦の運動として成立する波動を嚴密に研究すると，波形としては Gerstner の求めたトロコイドに近いものとなり，その時の水分子の軌道は閉じた曲線とはならず，波の進行方向にずれた環のつながりとなることが

(35) 前記 Eckhardt, 附圖—4 及び 5.

Lord Rayleigh, Levi-Civita 等によつて研究されてゐる.(36) その結果，無渦の波動はすべて時間の經過と共に水分子を波動の方向に運ぶ性質をもつており，從つて波動には一つの流れが，而も特に表面層に集中された流れが風の全くない場合でも附隨して起ることになる．この現象は Lord Rayleigh によれば深海波でも淺海波でも起りうる.

海岸に於ては波の進行する方向に水深が淺くなることが，この性質を益々著しくするものであらうか，ともかく漂流物が何時の間にか岸に打ち上げられることからしても，海面附近の水は岸に向つた動きを波動に基いてもつてゐるであらうことが想像される.

岸波殊に碎波は波高の割合高い波である．それ故この種の波は所謂 finite amplitude の波として取扱はねばならないであらう．finite amplitude の波の一つとして孤立波があるが，Scott Russell は碎波はむしろ孤立波に近いものと考へ，その傳播速度は $c=\sqrt{g(h+a)}$ によつてよく表はされると云つてゐる．孤立波の分子軌道は拋物線を画き，波の進行とともに進んだ水分子は或る距離を進むだけで元には戻らないことが Boussinesq (37) によつて確かめられてゐる．海岸で大きく碎けた後にあらためて出來る波高の小さい波は，波が碎けることによりその近所に急に水塊が置かれたとも考へられるから，その意味に於て一度碎けた後に再出現する波は孤立波に近いものと考へることが出來よう．從つてその近所から賓までの間は波としては特に孤立波に近く，從つて賓に向ふ（波による）流れが發達してゐるであらうと考へられる.

この様に岸波は陸岸に向つて進むにつれて水深淺くなり何所かでくずれ，碎けた後はその場所から再び新たな而も前よりは波高のかなり小さい波となつて又陸に向つて進み，このことを場合によつては數度繰返して後賓に打ちあげるのである．この様に碎けるに至つた波を碎け波と呼び，海岸に於ける漂砂については特に重要な役割をなすことは周知の通りである.

碎け波としては今述べた場合の外にも生ずる．即ち今の場合は海賓の碎け波であり，概して水深の連續變化の場合のものであるが，この外に岸などに衝突して碎ける碎け波，即ち水深の不連續變化の場合の碎け波，及び反射波との干渉に於て生ずる碎け波等が考へられる．併し碎波そのものについての研究が未だ幼稚である今日に於てはこの様な分類が當を得てゐるかどうかは甚だ疑問である．併し少くとも現象的には先づこの様に分類しておいてもよからう．以下は海賓に於ける碎け波について觀察研究されたところを記し，筆者の考へ方をも合せて述べることにする.

先づ，どうして波は碎けるのであらうか．これについては未だ理論的に嚴密な說明がつけられてないのであるが，少くとも波が進行する際に分子運動が妨げられて波長が短くなり波高が高くなること．從つて $2a/\lambda$ の値が大きくなること．而してその際に波の內部運動に著しい渦を生じてエネルギーの損失が起り運動のエネルギーが崩壞すること等が考へられてゐる.

これに對し筆者は實驗 (38) の上から次の様に考へてゐる.

先づ第1には波とはエネルギーが傳播する現象である．そのエネルギーは水分子が流れとは異つて限られた範圍（例へば円とか楕円とか）を運動することによつて保たれる．從つてその様な分子運動が許される丈の水深（云ひかえれば媒質）があれば波の形を形成することになり，波のエネルギーを次に傳へるのである．この場合

(36) 前揭 Thorade, 30, 31頁.

(37) Boussinesq : Essai sur la theorie des eaux courantes, 1872, 388～389頁.

(38) これについては別の機會に述べる.

水深が淺ければ水底でもかなりの流速ををもつてゐるから，水底との摩擦によりエネルギーを損失し之が上方に傳はる．それと同時に波動の水分子運動の速度が水深内で異つてゐるために流體摩擦によつてエネルギーを失ふ．之等によつて波は漸次エネルギーを損耗する傾向にある．併しその量は一般に小さいので餘程遠淺の長距離を傳播して來ない限り，第1近似として波はエネルギーの損失なしに傳つてくるものと先づ考へてよい．從つて波がまさに碎けんとする時でも近似的には前と同じエネルギーをもつてゐるものと考へてよい．その一方波がエネルギーをもつてゐるのは分子運動にその基礎があるのである．即ちその様な分子運動が可能であるだけの水，即ち波としての媒體があつて始めて波としてのエネルギーが保持されるわけである．そこで水深が淺くなつた極端な場合として，水深がなくなつた場合を考へると，之はいふまでもなく分子運動をするための水がないのであるからこの様なところでは既に波動は存在し得ないこと自明である．そこで次の様な命題が提起されることになる．與へられたエネルキーを波動として保持するためには最小限何程の水深（即ち媒體）を必要とするか．之に直に答へることは容易でない．併しその様な最小水深が與へられたエネルギーに對應して存在するであらうことは想像に難くない．又それと同時に始めに與へられたエネルギーが $\frac{1}{8}\gamma(2a)^2\lambda$ の形の中で $2a$ と λ とが如何なる關係であつたかによつてその水深が異なつてくるであらうことも考へられる．實驗室で碎け波の現象を觀察してゐると，水深の減少に伴ひ碎けるに至る少し前から急激に波形そのものが靜水面上にのし上るのがよくわかる．これは與へられたエネルギーに對する分子運動を保持せしめる水深の減少に制約されて分子運動が上方に自由度を求めて行くためと考へられる．そのことが波高の增大を來たし，而も前と殆ど同一のエネルギーを保持しなければならぬといふ點から波長の短縮を生ぜしめることになるものと考へる．そしてこの様に分子運動が上方にのびても，も早やそれ丈のエネルギーに相當した分子運動が出來なくなつた水深のところで波動としての分子運動が破壞する．それが碎け波であると考へる．

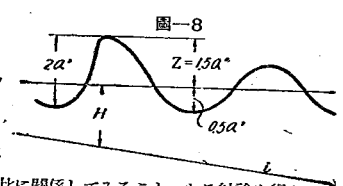
この様に考へる時は水底の粗度は2次的な作用であつて，屢々いはれてゐる様に水分子運動が水底の摩擦により妨げられて碎けるに至るものであるといふ考へ方には賛成出來ない．この說によると，摩擦はエネルギーを損失せしめるものであるから波高が減りこそすれ，碎ける少し前から急に波頂が高くなることは說明出來ないし，又波全體が靜水面上にのし上ることに至つては到てい說明出來ないであらう．從つて波が碎けることの最大の原因は水深が淺くなるといふところにあると考へねばならない．

碎け波については Scott Russell, Bazin, Cialdi, Stevenson, Bailey, Gaillard, 廣井, Molitor 等により觀察され又研究されて來てはゐるが，いづれも未だ甚だ初期的段階にあるものであり，M J. Larras (39) によつて始めて組織的な研究が開始されたばかりであるといつても過言ではない．

彼は先づ近似理論的考察により

(1) 碎け波の波高（$2a'$）は沖波（高さ $2a$）よりも大となるが，その頂の高さは靜水面上 $Z=1.5a'$ となり，谷の高さは $-0.5a'$ となること（圖—8）．

圖—8



(2) 碎け波の高さ $2a'$，長さ λ'，及び碎け波を生ずる水深 H は沖波の波高 $2a$ や波長 λ には無關係で，表—8の如く $2a/\lambda$ の比に關係してゐること，なる結論を得た．

次いで彼は長さ 25 m，幅 50 cm，高さ 1.5 m の水路に於て水深を 40 cm とし，周期 $T=0.8$～1.8sec，波長

(39) M. J.Larras: Le deferlement des lames sur les jetées verticales. Annales des Ponts et Chaussées, Mai 1937.

表—8

沖波	砕け波				
$2a/\lambda$	$2a'/2a$	λ'/λ	H/a	$2a'/\lambda'$	H/a'
0.01	2.02	0.24	2.06	0.08	1.02
0.03	1.06	0.39	1.70	0.12	1.06
0.05	1.45	0.48	1.60	0.15	1.08
0.07	1.35	0.55	1.54	0.17	1.12
0.09	1.29	0.60	1.50	0.19	1.14
0.11	1.24	0.65	1.48	0.21	1.20
0.13	1.20	0.70	1.48	0.22	1.24

λ=1.0～3.3 m，波高と波長の比 $2a/\lambda$=0.05～0.09 の範囲の波について次のことを確かめることが出來た．

(1) 一定の波については，傾斜底面上の種々なる位置に鉛直壁を立てゝ砕け波の跳ね上りが最も大である鉛直壁の位置は壁のない場合に傾斜面上で波が砕ける場所に一致してゐる．即ち鉛直壁がある場合も海岸に於けると同一の深さで波は砕ける．

(2) 砕け波の頂の靜水面上の高さ Z は266回の實驗結果によれば

$$Z = 1.51\,a'$$

であつた．この高さについては尚ほ彼が實驗所の庭の斜面に於て行つた實驗（11回）によれば

$$Z = 1.59\,a'$$

であつた．

これに對し Gaillard が St. Augustine 北岸で觀測した45ケの資料によれば

$$Z = 1.52\,a'$$

であり，Superior 湖で觀測した 173 ケの資料によれば

$$Z = 1.46\,a'$$

であつたといふ．

(3) 波は砕ける直前に波長が急に短くなる．

(4) 砕け波となる直前に內部に著しい渦が發生しエネルギーを消耗する．

このことは傾斜底の勾配を變へ，面の粗度を變へることによつて得た表—9 に示す實驗結果によつて確かめることが出來た．即ち勾配を 1/5，1/10，1/20 と緩にする（換言すれば勾配の長さが長くなる）に從つて砕ける直前のエネルギーの消耗率が大となり，砕波を生ずる水深 H と砕波の半波高 a' との比が大となり，深いところで砕ける樣になる．而もこの傾向は荒目の莚席によつて傾斜底面の粗度を大にした時に一層著しくなる．即ち勾配の長さを長くすれば砕波となる直前の準備の渦の持續時間が長くなり，それだけエネルギーの消耗が早く行はれることになり，又底面の粗度を荒くすればそれによつて砕波發生の渦を生じ易くするために，より深いところでも砕けるようになるのである．

そこで砕け波についての最も重要な要素の一つである $H/2a'$ の比（之を**相對深度**と名づけることにする）に

表—9

勾配		水路の波	碎け波		
		$2a/\lambda$	$2a'/\lambda'$	H/a'	$\gamma a'^2\lambda'/\gamma a^2\lambda$
1/5 (長さ2m)	滑	0.055	0.083	0.98	0.97
		0.065	0.090	1.00	0.99
		0.075	0.100	1.02	0.90
1/10 (長さ4m)	滑	0.055	0.060	1.48	0.74
		0.065	0.068	1.50	0.75
		0.075	0.078	1.46	0.77
		0.085	0.089	1.46	0.67
1/20 (長さ8m)	滑	0.055	0.053	2.96	0.63
		0.065	0.055	3.44	0.44
		0.075	0.068	3.72	0.39
1/5 (長さ2m)	荒目蔬菜	0.055	0.062	1.52	0.96
		0.065	0.081	1.44	0.93
		0.075	0.082	1.40	0.91
1/10 (長さ4m)	同上	0.055	0.062	1.56	0.69
		0.065	0.069	1.60	0.65
		0.075	0.079	1.60	0.65
		0.085	0.089	1.66	0.62
1/20 (長さ8m)	同上	0.055	0.050	3.34	0.54
		0.065	不安定のため測定不能		
		0.075	0.062(?)	3.062(?)	3.39 (?)

ついて調べてみよう.

Larras によれば沖波が $2a/\lambda=0.05$ なるものについては理論的には

$$\frac{H}{2a'} = 0.54$$

であつたが, $2a/\lambda=0.055$ の波について實驗を行つた結果は

勾配=1/5にして滑らかなる場合は	$H/2a'=0.49$
同じく粗なる場合は	$H/2a'=0.76$
勾配=1/10にして滑らかなる場合は	$H/2a'=0.74$
同じく粗なる場合は	$H/2a'=0.78$
勾配=1/20にして滑らかなる場合は	$H/2a'=1.48$
同じく粗なる場合は	$H/2a'=1.67$

となり, $H/2a'=2.44$ に達することもあつた.

之に平行して Alger 海岸で組織的に碎波を觀測したところによれば

	$H/2a'$	$\gamma a'^2\lambda'/\gamma a^2\lambda$
1935年3月12日	0.69	0.77
〃 2月12日	0.71	0.78
〃 1月3日	1.06	0.73
1934年2月3日	1.28	0.62

となり，實際と模型との縮尺率が50～100になつてゐるにもかゝわらずかなりよく一致した結果を得ることが出來た．併しこの實例の場合にも $H/2a'$ の比の範圍は0.5～2となり特別の場合には $H/2a'=2.5$ に達することもあつた．

その他 Th. Stevenson (1874) の測定したところによると

$$\frac{H}{2a'} = 0.4$$

であつたといひ，D. D. Gaillard (1904) が Florida 海岸（海底勾配，約1/100）の St. Augustine で天候靜穩なる時に波高 10cm～1.8m のものについて觀測したところによれば，$H/2a'=2$ なること又 $H/2a'=0.75$ より小なることもあつたが平均すると

$$\frac{H}{2a'} = 1.0$$

であつた．そして强い風が波の進行方向に吹いてゐる時は

$$\frac{H}{2a'} = 1.25$$

となり，反對方向に吹いてゐる時は

$$\frac{H}{2a'} = 0.7$$

になつたといふ．

又勾配が 1/12 の場合には $H/2a'$ の比が2より大でも碎けることがあつたといふ．

更に又彼が Superior 湖及び Duluth 運河で觀測したところによれば

勾配=1/40の場合（波高$2a$= 7～13呎）　$H/2a'=1.03$～1.70=平均1.36

勾配=1/65の場合，勾配=1/70の場合（$2a$= 6～9 呎）　$H/2a'=1.28$，$H/2a'=1.32$

であつた．

荒木博士は前述の樣に函館大森濱で波の觀測を行つたがその中から適當なものを集めれば次表の如くである．

表—10

波高 $2a$ (m)	波長 λ (m)	風　速 (m/sec)	碎ける水深 H(m)	$2a/\lambda$	$H/2a$
1.21	12.1	12.30	1.85	0.1000	1.53
1.82	54.5	4.20	2.88	0.0334	1.58
1.51	36.4	8.40	2.91	0.0415	1.93
1.52	30.3	0.70	2.18	0.0502	1.44
1.82	54.6	4.20	2.97	0.0334	1.63
1.82	54.6	4.90	3.00	0.0334	1.35
1.21	45.5	5.95	2.36	0.0266	1.95
1.36	54.6	0.70	3.25	0.0250	2.39
1.21	27.3	0.70	1.91	0.0443	1.58
1.36	36.4	1.05	2.42	0.0374	1.78
1.51	36.4	8.40	2.91	0.0415	1.92
1.36	45.5	12.30	2.36	0.0300	1.72
1.21	30.3	5.95	2.64	0.0400	2.18

この資料によるときは $H/2a'$ の比は1.44から2.39の間にあり平均して

$$\frac{H}{2a'} = 1.79$$

の程度である.

Larras の實驗によれば波の碎ける相對深度 $H/2a'$ は底勾配の緩になるほど大となつてゐる. これを彼は勾配が緩なほど碎ける前に波の內部に渦を生じ且つエネルギーを摩擦により消耗するためであると說明してゐる.

併し內部の渦が著しくなること又摩擦によりエネルギーを消耗することが何故碎けることを早めるかといふところに尙ほ問題が殘り說明されたとはいへない.

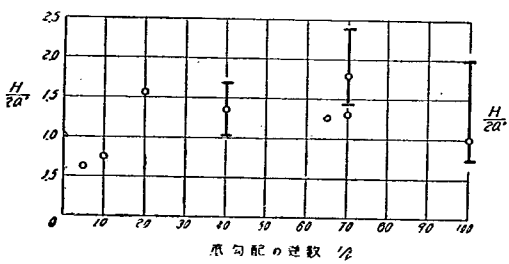
底の勾配が急になると淺いところで碎ける樣になることが彼の實驗通り正しいものとすれば, $i=1/5$ といふ樣な急勾配は彼の實驗の場合には一つの波がその勾配を充分に cover しつくしてゐることになるからその勾配はもはや水深が段々に淺くなつてゐる狀態とは見做すべきではなく, 波に對して變形を生ぜしめる一種の境界とみなすべきであらう. この樣な見方をとれば波は形を容易に變へることにより奧深くまで侵入しうるであらう. 即ち水深の淺いところまで侵入しうるであらう. 從つて勾配の急な場合には波は碎ける以前に相對深度のより淺いところまで侵入しうるであらうと考へられる.

從つて波長に對してあまりに急な勾配の場合は波の碎ける相對深度を $H/2a'$ の形で考へることに旣に不合理があるといはねばならない. 何となれば $H/2a'$ の考へ方は1波長の前端と後端とに於ける水深差が充分小さいとした場合のものであり, 從つて水深が淺くなつなつてもその1波長間では近似的に底勾配がないものとなしうる樣な場合についてのものであるからである.

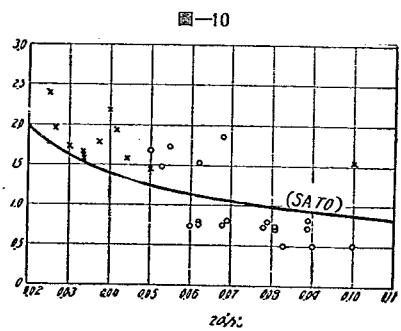
實際の海岸では底勾配は極めて緩なものである. 從つて上述の考へ方が許される程度に底勾配が緩なものについて底勾配の變化による $H/2a'$ の變化が比較されねばならない.

その見方で, 前記の Larras, Gaillard, 及び荒木による $H/2a'$ の資料を底勾配 i に對して比較してみると圖—9 の如くなり, Larras の實驗した 1/5 程度の急勾配を除き, $H/2a'$ の値は i に對する一定の傾向をもつてはゐない樣に見える. 少くとも i が 1/20 よりも緩になれば $H/2a'$ の値は i には無關係に一定値をとるかの如くにも見える. この點は尙ほ今後の資料をより多く集めた上で檢討すべきではあるが, 少くとも i についての系統的差はないものとみてよいであらう.

圖—9



圖—10



次に Larras 及び荒木博士の觀測資料を見ると $H/2a'$ の値は $2a'/\lambda'$ に對して一定の系統的傾向をもつており, $2a'/\lambda'$ が大になる程 $H/2a'$ は小となる性質をもつてゐる樣である. 即ちまさに碎波にならうとする時

の波の勾配が急である程，相對深度 ($H/2a'$) の淺いところで碎け，又波の勾配が緩であるもの程，相對深度の大きいところで碎ける傾向がある様である．圖—10は兩氏の資料を $H/2a'$ と $2a'/\lambda$ との關係で表はしたもので，かけ印は荒木博士により大森海岸で觀測されたもの，又白點は Larras により實驗室で測定されたものである．これにより $H/2a'$ と $2a/\lambda$ との間には上述の關係があることがよく分る．

然るに Larras の理論的考察によると，表—8によつて明らかである様に，$2a'/\lambda$ の値の大きいもの程 $H/2a'$ の値は大きくなる傾向をもつことになる．これは彼が實驗したところについても矛盾してゐるわけである．

そこで筆者は次の様な近似理論的考察を試みた．

トロコイド淺水波の周期 T は

$$T = \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}\coth\frac{2\pi h}{\lambda}} \quad \cdots\cdots (29)$$

g = 重力の加速度

である．然るに半波高を a とする時表面水分子の廻轉の楕円の長軸に對應する円の半徑 r は

$$r = a\coth\frac{2\pi h}{\lambda}$$

となる．[40] 然るに淺水波の波頭がまづ碎け始める時の條件は前記の如く $r=R$ であり，而も $2\pi R=\lambda$ なる關係にあるから碎波については

$$\lambda' = 2\pi a'\coth\frac{2\pi H}{\lambda'}$$

である．そこでこの式を (29) 式の始め λ のに代入すれば

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a'}{g}\coth^2\frac{2\pi H}{\lambda}$$

或は

$$\frac{2\pi H}{\lambda'} = \tanh^{-1}\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{a'}{g}}$$

となる．

然るに $\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{a'}{g}}$ は一般に1に比して小さい（大凡 0.3の程度である）から $\frac{1}{3}\left(\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{a'}{g}}\right)^2$ 以上の高次の項を1に對して無視すれば

$$\frac{2\pi H}{\lambda'} \fallingdotseq \frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{a'}{g}}$$

となる．こゝに於て T の近似値として

$$T = \sqrt{\frac{2\pi\lambda'}{g}}$$

を用いれば波の碎ける相對深度の式として次式が得られる．

$$\frac{H'}{2a'} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\frac{2a'}{\lambda'}}} \quad \cdots\cdots (30)$$

この式によれば $H'/2a'$ は $2a'/\lambda'$ にのみ關係し，而も $2a'/\lambda'$ の値の增加する程 $H'/2a'$ は小となることになる．この傾向は前記の觀測又は實驗例の傾向と一致してゐる．圖—9 の中の曲線は (30) 式を表はしたも

40) 佐藤清一，前脚註 (27) 4～5頁．

ので，實測に比して理論曲線の傾斜は緩に過ぎる傾向はあるが，一面實測の資料も少いことであり，ことに$2a'/\lambda'$の大なるところの實測資料が少いのであるから，(30) 式の適否は尙ほ今後の資料蒐集によつて確かめられねばならないであらう．

又 (30) 式は實際に最も多い

$$\frac{2a'}{\lambda'} = 0.02 \sim 0.11$$

の範圍に對して

$$\frac{H}{2a'} = 2.0 \sim 0.85$$

なる範圍の値を與へることになり，實際に觀測されてゐる範圍とはよく一致してゐる．

5. 結　　言

以上波について現在までに行はれてゐる諸說及び諸資料を集めて整理し考察を加へたところを要約し，以て本稿に於ける結論とする．

(1) 風による波の發生成長については，Weber, Lord Kelvin, Helmholz, W. Thomson, H. Jeffreys 等の考へ方がある．波を起す最小風速を V として W. Thomson が表面張力を考慮に入れ，2流體の境界面に存しうべき波速から求めたものは

$$V \geqq 6.7 \text{ m/sec}$$

であるが之は Beaufort 風級の4に相當し明らかに大に過ぎる．實際に觀測される最小風速は1 m/sec 前後のものであり，Jeffreys の主張する

$$V \geqq 1.10 \text{ m/sec}$$

は適値であると思はれる.*

最小風速に關する物理的考察としては Jeffreys のものが現段階では最も適切であると考へる．彼によると V は

$$V^3 \geqq \frac{27\nu g(\rho-\rho')}{s\rho'}$$

によつて與へられ，遮蔽係數と名づけられる s は彼によると

$$s = 0.27$$

である．

波の成長の原因は Thomson 及び Jeffreys によれば，波の風上側と風下側とに於ける風壓差にあると考へられ，Jeffreys は風により供給されたエネルギーが波のエネルギーになると考へてゐるが，一面海上の空氣の流れにより吹送流も出來るのであるからそれに當てられたエネルギーをも考慮に入れるべきであらう．而もその場合風により Austausch が表面から下の方に diffuse すると考へられるから，Jeffreys の (16) 式中には分子動粘性係數の外に亂れによる動粘性係數も入つて來なければならないであらう．その場合この係數が表面から下に向つてどの樣な分布をもつものであるかは今日未だわかつてはゐないがある分布をもつであらうし，又分子粘性に比しては非常に大きたものであるから，從つて係數の値も變つてくるであらう．

---

* この程度の風速は Beaufort 風級の2に當り，その區分とも一致してゐる．

(2) 對岸距離が非常に大きく，而も一定速度 (V) の風が充分長い間吹き續けた時に，之に對應した波の高さが何程になるかについては風速 V に直線比例をなすとするものと V^2 に比例するとなすものとの2つが實驗的に考へられてゐる．

大洋に於ては

$$2a = \alpha V$$

とするものが多く，比例常數 α としては 0.37 (Cornish), 0.44 (Zimmerman), 0.174 (日高) 等が觀測されており，陸岸附近では

$$2a = \beta V^2$$

とするものが多く，比例常數 β としては 0.024 (廣井), 0.018 (松尾) 等が觀測されてゐる．

波高 $2a$ を V の1乘に比例するとすべきか2乘に比例するとすべきかについては未だ明確でない．今波をして風の剪斷力に起因してゐると考へるならば，剪斷力は $\rho' V^2$ に比例してゐるから波の高さ $2a$ も $\rho' V^2$ に關係をもつてきてもよいわけであり，その意味では $2a$ をして V^2 に比例するとなす方がよささうである．併し波の水分子運動には波形上の制限があり，それ以上になると波頭が碎け始めるので，$2a$ の V^2 に比例した發達には限度があることになる．殊に陸岸に近いところの淺水波についてはこの傾向著しく，半波高 a はそこの水深 h よりもかなり小さい値を以て成長の限度となるであらう．

又波高が大きくなるためには風によつてエネルギーが供給されることを必要とし，その供給エネルギーが波の內部で失はれるエネルギーよりも大であることを必要とする．從つて一つの風速に對し一つの波高が對應するといふことは長時間の風の吹續により供給エネルギーと消耗エネルギーとの balance がとれてゐることを意味する．然るに風の强い程，云ひ換えれば波高の高い時程，波の內部で亂れのエネルギーに轉換される量及び分子粘性により熱エネルギーに轉換される量が恐らく增すであらうから，風速の大になる程には波高は增大しないであらう．その意味では $2a \propto V^2$ といふ考へ方は適當でないともいへる．これも今後に殘された問題であり，而も波の本質をつかむためには重要な役割を果すことになるであらうと考へる．

(3) 波の發達については，風の强さの外に何程の距離を風に曝らされつゝ進んだかが關係してくる．即ち對岸距離が關係する．

對岸距離 F と波高 $2a$ との間には，Stevenson によれば，

$$2a \propto \sqrt{F}$$

なる關係があり，彼の得た實驗式をメートル單位に直し係數の端數を整理すると

$$2a = \frac{1}{3}\sqrt{F} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{F}\right)$$

となる．但し F は km，$2a$ は m である．

この式を Scoresby 等の觀測値によつて檢討した結果は $F=150$) km の程度まで適用しうることが分つた．

但し上式の係數は大强風乃至全强風に對するものであり，Beaufort 風級の9の程度，即ち風速にして 20 數 m/sec についてのものである．從つてこの式による波高は，その場所に於て生ずる平均最大波高であると考へてよい．

又この式は，この式から與へられる波高が生じうるに充分なだけの水深をもつてゐる場合についてのものであることが暗默のうちに約束されてゐることを見逃してはならない．陸岸附近では水深に制限されるために如何に遮蔽のない海岸といへども上式より算出される波高程の波は起りえない．

大洋の如く充分大きな水深がある場合は，F が 1500 km 以上ともなればむしろ暴風圏の大さに支配されてくるために，即ち暴風のもつエネルギーに限度があるために最大波高に限度が生ずると考へられる．大洋に於ける最大波としては，Lariseh により南大西洋で觀測された．

$$2a = 14\,\mathrm{m}, \quad \lambda = 220\sim250\,\mathrm{m}$$

とすることが出來るであらう．

(4) 水深が充分にあれば，波が充分な發達をなしとげるまでには對岸距離の外に風が吹き出してからの時間が關係することは當然である．その關係を示すための實驗式として Börgen の式があるが，これにより算出される波高は過小であるので信賴できない．

(5) 實際の波形は正弦波ではなくトロコイドに近い．但し風上側は少しく凹み風下側は少しくふくらむ傾向がある．

大洋で觀測されたもの，陸岸で觀測されたもの及び實驗室で觀測されたものによると，波頂の部分が短く谷の部分が長い．從つて谷は平坦であり，波高の中分面は靜水面より高められてゐることは事實である．而も筆者の實驗によればこの傾向は勾配 $2a/\lambda$ の大きい程大である．

又水分子運動は實驗室では略々楕円（又は円）であり，大洋で風のある時に觀測されたものによると円の上部を狹め下部をふくらませた形になつてゐる．

水分子運動を円又は楕円として許容される運動形態はトロコイド波である．

以上のことより，波形は先づトロコイドとして取扱つて差支へないと思はれる．

(6) 同一エネルギーの波についていへば $2a/\lambda$ は $\lambda^{3/2}$ に逆比例し，波長の長い波程平たくなる．併し同一エネルギーについて如何なる $2a/\lambda$ の波が最も出現率が高くなるべきかについては今のところ何等の理論的理由も見出されてゐない．

併しこゝに蒐集した資料についてみると $E=10^{-1}\sim10^{2}\,\mathrm{t\cdot m}$ の範圍のものについては

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{22} \sim \frac{1}{40}$$

の範圍のものが大部分を占め，而も

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{28}$$

が出現率最大となつており，$E=3\times10\sim6\times10^{2}\,\mathrm{t\cdot m}$ の範圍のものについては

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{12.5} \sim \frac{1}{25}$$

の範圍のものが大部分を占め而も

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{18}$$

が出現率最大となつてゐる．

これによるとエネルギーの大きい波ほど波の勾配が急になる傾向がある樣に思はれる．このことは更に今後の資料蒐集によつて確められねばならない．

(7) 波の $2a/\lambda$ が段々大となり，波頭が碎け始めるに至るといふことは，表面水分子の波頂に於ける運動速度が波の傳播速度に等しくなつた時と考へてよい．

この様な考へ方をする時は，トロコイド波の最高限度に於ける波の勾配は

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{\pi} \tanh \frac{2\pi h}{\lambda}$$

h = 水深

となり，波形は cycloid になる．

この限界波の $2a/\lambda$ は實際よりもかなり大きな値となり，波頂はカミソリの刃のように尖ることになるので實際のものを正確に表はしてゐるとはいへない．この原因はトロコイド波の理論が所謂 finite amplitude の波として近似解であるといふ點にあるのではないかと思ふ．

これに對し Michell が理論的に一層正解な finite amplitude の波として求めた最高波は，波頂の角度が 120° であり，勾配は

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{7}$$

である．これはかなり實際に近い．

(8) 實際に觀測された波で $2a/\lambda$ の最大のものは Cornish が北大西洋で觀測した

$$2a = 13\,\mathrm{m}, \quad \lambda = 107\,\mathrm{m}, \quad \frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{8.26}$$

であらう．

波形が明瞭にとらへられた波で限界波に殆ど近いものとしては，Helgoland で觀測された波の中にその一つを見出すことが出來た．その波は水深 10～13 m，風速 17～20 m/sec に於て

$$2a = 6.55\,\mathrm{m}, \quad \lambda = 62\,\mathrm{m},$$

$$\frac{2a}{\lambda} = \frac{1}{9.47}, \quad \text{波頂角} = 134°$$

であつた

(9) 海岸に於ける波は finite amplitude の波であり，finite amplitude の波として理論的に正確な波は，風の作用がなくても波の進行方向に流れを隨伴すること．又海岸で一度碎けた後に生ずる波は孤立波に近い性質をもつてゐると考へられること．而も孤立波は波の進行方向に水の移動を生ぜしめること等からして，海岸では陸に向つた流れがあるものと考へうる．

(10) 波が碎けるに至るのは，水底分子が底との摩擦により妨害されて起ると考へるべきではなくして，その波が碎ける前にもつてゐたエネルギーを，水深減少のために波動の形態に於て保持し得なくなつたところで碎けると考へるべきである．

(11) 碎け波の波高を $2a'$ とし，靜水面上の高さを a_1'，靜水面下の高さを a_2'（即ち $2a' = a_1' + a_2'$）とするときは，碎ける前の波の如何に拘はらず，

$$a_1' = 1.5a', \quad a_2' = 0.5a'$$

となる．

即ち波が碎ける時は波の全體が靜水面上にのし上り，その時の靜水面上の高さと靜水面下の高さとが上記の様な一定比率になつた時に始めて碎ける．

(12) 波は碎ける直前に波長が急に短くなる．

(13) 本稿に集められた資料についてみれば波の碎ける相對深度 $H/2a'$ は，底勾配の著しく急な場合を除き，底勾配には無關係である．1つの波にとつて底勾配が急であるといふことは，その波長の前後端に於ける水深差が大きいためにその波の運動が，そこの平均水深を以て一定の水深とする水平底の場合の波の運動に近似的に同等と考へ得なくなつた程度のものをいふのであつて，この場合には底勾配といふよりはむしろ傾斜した境界と考へるべきである．

(14) 波の碎ける相對深度 $H/2a'$ は

Larras の實驗によれば	$H/2a' = 0.8 \sim 1.6$
Gaillard の觀測によれば	$H/2a' = 0.8 \sim 2.0$
荒木氏の觀測によれば	$H/2a' = 1.4 \sim 2.4$

であり，之等すべての平均は

$$\frac{H}{2a'} = 1.3$$

となる．

(15) 相對深度 $H/2a'$ は碎け波の勾配 $2a'/\lambda'$ の大きい程小さくなる傾向をもつことが荒木氏の觀測及び Larras の實驗から知られる．

これに對し筆者の導いた式

$$\frac{H'}{2a'} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\frac{2a'}{\lambda'}}}$$

はこの關係を大體表はしうる樣である．

漂砂に關する研究 (2)

碎け波と陸岸侵蝕に關する實驗

建設技官　佐藤清一
建設技官　吉川秀夫

目　次

1. 目　的……(1)
2. 實驗方法……(2)
(1) 實驗裝置……(2)
(2) 實驗の種類……(2)
(3) 測定事項と測定方法……(2)
3. 沖　波……(3)
4. 碎け波……(5)
(1) 碎け波の高さと周期……(5)
(2) 波の碎ける相對深度……(8)
(3) 碎け波に關する近似理論的考察……(11)
5. 陸岸の侵蝕……(13)
(1) 碎け波の侵蝕作用……(13)
(2) 陸岸の始めの勾配と侵蝕の位置……(16)
(3) 侵蝕型の分類とその特徴……(17)
(4) 侵蝕による堆積と侵蝕面の勾配……(18)
(5) 波の碎ける位置と底粒子が動かされた範圍……(19)
6. 結　論……(20)

1. 目　的

海岸の侵蝕又は堆積については波が重要素因の一つであり，その中でも碎波が大きな役割をなすものであることは，筆者小著"漂砂に關する研究——沖波，岸波，碎波について"に述べておいた通りである．

漂砂現象といふ一般的な立場からは碎波の直接的作用のみでなく，波そのもののもつ亂れが重要な役割をなすものと筆者は信じてゐるが，實驗室で波の亂れの作用を取扱ふことはなかなか困難なことであるので之を第2段階にゆづり，本實驗に於ては碎波そのものの作用を第1段階として研究することとした．

從つて實驗としては亂れによる底質（海岸物質）の浮動がより少いことがむしろ望ましい．

このことと，も一つは，海岸が次壊しつつあるとか又は堆積しつつあるとか海岸物質の移動の著しい海岸は必ずしも砂質海岸ばかりではなく，富山縣黒部川河口附近海岸及び新潟縣岩船海岸の様に礫質海岸もあることにより，本實驗では小砂利を用いることにした．

實際の礫質海岸では波の單位幅1波長當りの全エネルギーが $2\times10^{2}\sim3\times10^{2}$ t-m 程度であるのに對し，礫は數 10gr から 1 kg 程度である．之に對しこの實驗に用ひられた波のエネルギーは 2.5×10^{-4} t. m であるに對し礫の重さは 0.66gr の程度である．從つてこの實驗の場合の礫は實際の場合に比し著しく大きなものを取扱つてゐることになり，實際の場合の恐らく玉石乃至それ以上に相當するものであらうと推定される．

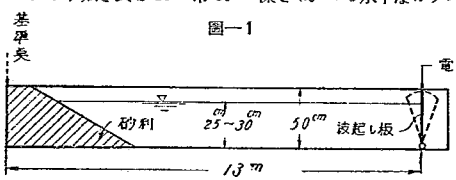
從つてこの實驗は，海岸礫性物質の波による移動を量的に決定しようとするものではなく，波のもつ亂れの作用を出來る丈少くした狀態で，碎けた波が動的に如何なる破壞作用を海岸に對してなすものであるか，その特性を抽出しようとするのがねらいである．

2. 實驗方法

(1) 實驗裝置

圖—1に示す如き長さ 13m 巾 60cm 深さ 50cm の水平なガラス張り水路の一端に粒徑 5 mm 以上 1 cm 以下の小砂利(之は篩分けの一要素粒徑である)を以て斜面を築き，他端に下端を鉸で水路の底面へ取付け上端を $\frac{1}{2}$ 馬力の電動機に連結せる波起し板を設け，其の板を前後に約8度動かして波を生ぜしめた．

圖—1



(2) 實驗の種類

海岸の勾配 I を5度から35度まで11種類に分け，水深を 25 cm と 30 cm の2種に變へ，又波の週期 T を 0.65 sec と 0.98 sec の2種類に變へて實驗を行ふことにした．

表—1.

實驗の種類

h (cm)	T (sec)	I 35°	30°	25°	23°	20°	17°	15°	13°	10°	6.5°	5°
25	0.98	○	○	○	○	○	○	○		○		○
	0.65	○	○	○	○	○	○	○	○	○		○
30	0.98		○	○	○	○	○	○		○	○	
	0.65		○	○	○	○	○	○	○	○	○	

都合で省いた種類もあるので實際に行つた實驗の種類は 表—1 に白丸で示す36種であつた

(3) 測定事項と測定方法

前記各組合せにつき始めの波が海岸に到達せる時を基準として0分，5分，15分，30分，60分，90分の各々につき次の事項を測定した．

(a) 動力の電壓と電流を夫々電壓計，電流計にて測定した．

(b) 波高については波の碎ける場所から沖に向ひ 10 cm 乃至 50 cm の間隔にて約 10 ケ所の波の平均最高と

平均最低を1mm目のスケールにて測定した.

(c) 波の碎ける位置は基準点よりの距離に依り測定した.

(d) 波の週期は波起し板の振動數及びオッシログラフに依り又波長及波形は基準点より5米の位置にてオッシログラフにより測定した.

(e) 波の碎けにより海岸に押し寄せる流れについては色素を用ひて觀察した.

(f) 砂利の移動狀況については砂利の動いて居る範圍を基準点よりの距離により測定した.

(g) 海岸の碎け波に依り變化せる海岸の縱斷形狀を測定した.

海岸の縱斷形狀は90分にて略安定し, 終局的形態と見做し得るので90分で一操作を終了した.

3. 沖　　波

海岸で波が碎けても低い反射波を生ずることが屢々あつたために, 波起し板による造波作用を一定にしておいたにも拘はらず水路中の進行波は一定波形とはならず, 從つて波高の測定にかなりの困難が伴つた. そのために波高は最高水位と最低水位と夫々その平均値を測定する樣努力することによつて測られた.

この實驗に於ける基点から約5mの位置は, 海岸の最初の汀線 (始めの海岸斜面と靜水面との交点) から4.5～4.7mのところであり, この場所では旣に水深一定となり且つ波長の5～10倍の距離にあるので, この附近に測点を固定して沖波の測定箇所とした.

水路の水深を h (cm), 波の周期を T (sec), 海岸の傾斜面を I (度), 沖波の靜水面上の高さを a_1 (cm), 同じく靜水面下の高さを a_2 (cm), 從つて沖波の高さを $2a = a_1 + a_2$ (cm), 波長を λ (cm) として測定した結果は表一2に示す如くであつた. 但し a_1 及び a_2 は1實驗90分間中の平均値である.

表一2

h (cm)	T (sec)	I (度)	a_1 (cm)	a_2 (cm)	$2a$ (cm)	$\frac{a_2}{a_1}$	λ (cm)
25	0·98	35	2.13	1·30	3·43	0·611	
		30	2·00	1·04	3·04	0·52	
		25	1.35	2.07	3.42	1·57	65
		23	1·80	1.15	2·95	0.64	70
		20	2.03	1·60	3·63	0.789	58 (?)
		17	2.26	0·95	3.21	0·42	47 (?)
		15	2·36	1.26	3·62	0·534	
		10	2·38	1.36	3·74	0·572	100
		5	1·72	1.35	3·07	0·785	
	0.63	35	3·30	1·23	4·53	0·373	
		30	3.53	1.87	5·40	0·528	
		25	3.07	3·03	6.10	0.988	38
		23	2·82	2·28	5.10	0.808	33
		20	2.60	1·32	3.92	0·508	34 (?)
		17	3.48	1.63	5.11	0.468	36～45
		15	4·83	2.10	6·93	0·435	
		13	4.60	2.69	7·29	0·585	58
		10	4.35	1.95	6·30	0·448	
		5	2·99	1·89	4·88	0.632	

30	0.98	30	2·66	2.10	4.76	0·790	
		25	2.53	1.92	4·45	0·759	67
		23	1·90	1·97	3.87	1.037	
		20	2.60	1.98	4·58	0.762	
		17	2.99	1.83	4.82	0·612	
		15	3.06	2·08	5·14	0.680	105
		10	2.15	2·27	4·42	1.056	
		6.5	2·30	1.70	4.00	0·740	113
	0·63	30	4·51	2·38	6.89	0·527	
		25	5·06	2·45	7.51	0.485	36
		23	3·09	2·97	6.06	0.962	
		20	3·30	2·05	5·35	0·621	
		17	5.09	2.54	7.63	0·499	
		15	5·06	2·64	7·70	0.522	75
		13	4.99	2.95	7.94	0·591	55
		10	5·38	2·92	8·30	0.543	
		6·5	3·00	2·50	5·50	0·833	57

更に沖波の波高及び波長は一定の水深，一定の周期については一定値となるべきであるから， h と T との組合せの一種については種々な I についての平均をとつた．その結果は表—3 の如くである．

これによると波起し板を同一周期で動かしても水深の大きい程高い波が起り又波長も長くなることがわかる．

表—3

h (cm)	T (sec)	$2a$ (cm)	$\frac{a_2}{a_1}$	λ (cm)	$\frac{2a}{\lambda}$
25	0.63	5.56	0.562	40	1/7.2
30	0.63	6.99	0.592	60	1/8.6
25	0.98	3.34	0.670	68	1/20.4
30	0.98	4.51	0.783	109	1/24.2

又 a_2/a_1 を 4 つの場合についてつくつてみると表—3 にある如く 0.6～0.8 となり 1 よりもかなり小さい値となる．このことは波形を静水面で分割したとき，山の高さが谷の高さに比して大きいことを示すもので，山がとがり谷が平坦であることを示すものである．從つて少くとも正弦波でないことは確實である．

更に表—3 から a_1 , a_2 を夫々 a を以て表はしたものと，觀測された h, a, λ により波を淺水波トロコイド波として a_1 及び a_2 を a で表はしたものを計算して比較すると表—4 の如くなり，兩者は大体に於て一致してゐる．

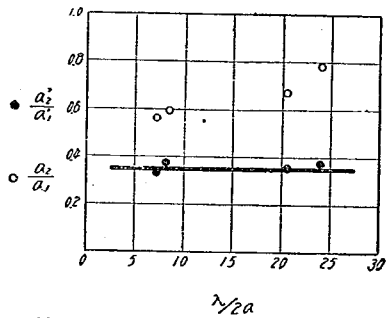
表—4

h (cm)	T (sec)	測定値		トロコイド波としての計算値	
		a_1	a_2	a_1	a_2
25	0.63	1.28 a	0.72 a	1.22 a	0.78 a
30	0.63	1.25 a	0.75 a	1.18 a	0.82 a
25	0.98	1.20 a	0.80 a	1.08 a	0.92 a
30	0.98	1.12 a	0.88 a	1.07 a	0.93 a

從つてここに用ひられた波はトロコイドに殆ど近いがそれよりもとがつた波であることがわかる．又更にオッシログラフで撮影したところによつても殆どトロコイドに近いものであつた．

又 a_2/a_1 と波の勾配 $2a/\lambda$ との關係を調べてみると圖－2の白点で示す如くなり，平たい波程波の山の高さと谷の高さとの比が1に近づいてゐることがわかる．このことは波が著しく平たくなつた時は所謂 small motion の波動として正弦波を用ひてよいことを示唆するのみならず，この實驗に用ひられた波が finite amplitude の波として取扱はれる種類に分類されるものであつたこと．從つて海岸附近で實際に起る波に近いものであつたことを示すものである．

圖－2



4. 碎け波

(1) 碎け波の高さと周期

前にも述べた樣に波は碎けても海岸傾斜による反射波がたとへ小規模であつても入つてくることが，まさに碎けんとする波の高さを測定することをいよいよ困難にした．從つて時として大きな波となり又時として小さな波となり，而も大きな波の間に小さなものが不規則に入り交るといふ有樣であつた．從つて波高は長時間測定によつて統計的に處理されねばならない．この目的で以前から特殊な波高測定器を試作中であつたが未だ完成の域に達してゐなかつたために，之は沖波測定の場合にのみ利用し，碎波の場合には波の山及び谷の平均の高さを水路側面のガラス面から測定することによつて碎波の波高をとらへるより致し方なかつた．

この樣にして碎波についての，靜水面上の波高 a_1'，靜水面下の波高 a_2'，碎け始めの水深 H を，前に述べた測定時間毎に測定した，その中から海岸の侵蝕が一定狀態に達するに至つた時（90分）に於ける a_1'，a_2'，H の測定値は表－5に示す如くであつた．

表－5

h (cm)	T (sec)	I (度)	H (cm)	a_1' (cm)	a_2' (cm)	$\frac{a_2'}{a_1'}$	$2a'$ (cm)	a' (cm)
25		35	3.0	3.5	0.7	0.200	4.2	2.10
25		30	5.0	3.2	1.1	0.344	4.3	2.15
25		25	7.9	4.2	2.7	0.643	6.9	3.45
25		23	5.3	2.6	2.0	0.769	4.6	2.30
25		20	6.0	4.0	2.0	0.500	6.0	3.00
25	0.66	17	4.0	3.8	1.1	0.290	4.9	2.45
25		15	4.5	3.9	1.1	0.282	5.0	2.50
25		13	4.0	3.4	1.1	0.324	4.5	2.25
25		10	5.2	3.2	1.0	0.312	4.2	2.10
25		5	1.5	1.0	0.4	0.400	1.4	0.70

30		30	3.5	2.8	0.8	0.286	3.6	1.80
30		25	5.2	3.0	2.0	0.667	5.0	2.50
30		23		——	——	——	——	——
30		20		——	——	——	——	——
30	0.66	17	6.8	4.5	1.3	0.289	5.8	2.90
30		15	6.0	4.2	1.3	0.310	5.5	2.75
30		13	5.0	4.1	1.7	0.415	5.8	2.90
30		10	5.0	3.4	1.5	0.441	4.9	2.45
30		6.5	4.7	3.0	1.5	0.500	4.5	2.25
25		35	2.6	2.6	0.8	0.308	3.4	1.70
25		30	4.5	2.5	1.3	0.520	3.8	1.80
25		25	6.0	2.0	2.0	1.000	4.0	2.00
25		23	4.5	1.5	1.1	0.734	2.6	1.30
25	0.97	20	4.3	3.1	1.2	0.387	4.3	2.15
25		17	3.2	2.6	0.8	0.308	3.4	1.70
25		15	3.2	2.6	0.6	0.231	3.2	1.60
25		10	3.6	2.8	0.5	0.179	3.3	1.65
25		5	1.0	0.8	0.4	0.500	1.2	0.60
30		30	4.0	3.3	1.0	0.303	4.3	2.15
30		25	6.5	2.8	2.5	0.893	5.3	2.65
30		23	6.0	2.6	2.3	0.885	4.9	2.45
30		20	——	——	——	——	——	——
30	0.97	17	8.0	4.2	1.5	0.357	5.7	2.85
30		15	4.5	3.7	1.4	0.378	5.1	2.55
30		10	4.5	2.7	1.7	0.630	4.4	2.20
30		6.5	2.8	3.0	0.5	0.170	3.5	1.75

表—6

（*侵蝕の始まりに陸上堆積を生じたもの）

$\frac{H}{2a'}$	海岸型	汀部堆積	Iu (度)	Im (度)	Is (度)	Io (度)	lo (au)	lu (cm)	$\frac{lo}{lu}$
0.715	A	ナシ	46.0	5.4	35.0	45.5	6.4	3.2	2.0
1.162	A	ナシ	40.0	6.0	22.3	46.0	4.0	3.2	1.250
1.145	A	ナシ	36.0	5.8	25.6	62.5	2.3	4.6	0.500
1.152	B	ナシ	33.3	0	21.5	56.0	2.8	3.7	0.757
1.000	B	ナシ	25.2	0	17.0	38.8	3.0	4.5	0.667
0.816	B	*微量	26.7	0	16.4	46.3	1.8	3.5	0.514
0.900	B	*アリ	23.8	0	12.7	46.5	0.4	3.8	0.105
0.889	C	*アリ	19.5		10.2	36.2	0.3	4.0	0.075
1.238	≒D	微量	10	10	10	10	——	——	——
1.072	D	ナシ	5	5	5	5	——	——	——

0.973	A	ナシ	41.6	6.3	23.3	50.2	5.2	4.2	1.238
1.046	A	ナシ	42.5	7.8	23.8	55.4	4.3	3.8	1.132
——	A	ナシ	38.5	7.2	19.0	41.8	3.2	4.4	0.727
——	B	ナシ	27.6	0	16.0	49.5	2.0	3.1	0.645
1.172	A	*ナシ	21.8	7.3	20.0	27.0	2.2	4.6	0.478
1.091	A	*ナシ	20.7	6.5	26.0	36.0	1.2	6.3	0.190
0.863	C	*微量	19.0		17.5	37.5	0.8	5.4	0.148
1.021	C	*アリ	10		22.7	22.7	-0.7	4.8	0.146
1.044	D	ナシ	6.5	6.5	6.5	6.5	——	——	——
0.765	A	ナシ	42.0	5.2	24.3	43.8	6.8	3.5	1.944
1.184	A	ナシ	40.3	8.0	20.9	48.8	4.2	2.4	1.750
1.500	A	ナシ	38.6	5.3	29.5	60.6	1.3	3.5	0.372
1.730	B	*ナシ	34.4	2.0	13.3	40.8	1.5	2.8	0.536
1.000	B	*ナシ	29.7	0	18.0	37.6	2.2	3.4	0.647
0.942	C	*微量	31.2		15.3	36.8	1.4	2.9	0.483
1.000	C	*アリ	23.4		18.2	31.8	0.3	2.5	0.120
1.091	D	ナシ	10	10	10	10	——	——	——
0.833	D	ナシ	5	5	5	5	——	——	——
0.930	A	ナシ	43.0	9.0	36.8	54.2	5.2	3.9	1.333
1.227	A	ナシ	43.5	4.5	17.0	52.5	3.2	4.2	0.762
1.224	A	*ナシ	31.0	10.3	28.5	53.5	2.5	3.8	0.658
	A	*ナシ	32.3	4.3	22.5	47.0	2.0	3.0	0.666
1.405	B	*ナシ	25.3	0	14.5	33.8	2.7	4.3	0.628
0.883	A	*ナシ	21.5	5.5	14.7	39.0	1.1	4.5	0.244
1.023	C	*アリ	10		13.7	30.0	0	6.7	0
0.800	C	*アリ	6.5		10.3	23.5	0	5.0	0

又沖波としては表—3に示した如く勾配として極限に近いと思はれるものがあつたこと，及び海岸に於ける反射波が干渉したことによつて，碎け波となる前に既に沖の方で波頭がくづれ始めたことが屢々あり，從つて一つの波が連續的變化をして碎け波となるのではなく，碎け波となる少し前（勿論水底は水平のところで）に波頭が碎けることにより，そこから別な波になつて海岸に押寄せることが屢々あつた．

波頭が少しでもくずれると，それ以後の波は急に波高を減じ，前とは別に生れかわつた波となることは明瞭に觀測することが出來た．併しそのための波高減少量は小さなものであつた．

この様に碎る以前の波が生れ變つた波となつても，その波がいよいよ碎けるといふ頃には急に波頭の位置が高まることを明瞭に觀測しえた．即ち如何なる波といへど，傾斜面に押寄せて碎けるときは，その直前に波頭の位置は著しく高められるのである．このことは後に測定資料によつても說明する．

又沖波の波高 $2a$ と碎波の波高 $2a'$ とを比較して，碎波の波高增大率を調べたいと考へてゐたのであるが，上述の様に既に沖波のままで波頭がくずれるものが時々あつたためにこの目的は達せられなかつた．

併し沖波の a_2/a_1 と碎波の a_2'/a_1' とは比較することが出來た．

又碎波となるに及んで波の周期が變化するかどうかを調べるために，われわれの特殊波高計を碎波の中に入れて周期を測定した．

これは水深 h, 沖波の周期 T, 海岸勾配 I について組合せ 11 ケの場合について行つたのであるが, その結果は表—7の如くなり, 沖波の周期と砕波のそれとの間には何等系統的差位がなく, 而も兩者は殆ど等しいといふ結果を得た. これにより波の周期はそれが砕けるに至つても變化ないものとしてよいことを知つた.

表—7

周期 T (sec)		
沖波	砕波	平均
0.63	0.66	0.65
0.98	0.97	0.98

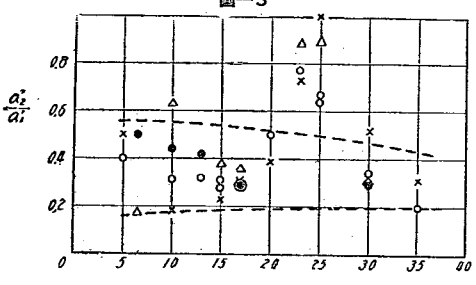
(2) 波の砕ける相對深度

海岸で波の砕ける位置は圖—11にも示してある如く, 海岸を波がくづしその後退流で水中に堆積を作つた時に, 丁度その堆積の上になるのが一般であつた. 從つて侵蝕が一定狀態に達するまでは, この堆積が逐次沖の方に向つて形成されるので, 波の砕ける場所も時間の經過とともに徐々に沖に向つて移動する傾向を一般に示した.

そこで侵蝕が一定狀態になつた場合について砕波の a_2'/a_1', 即ち波が砕ける場合に靜水面に對する波高の相對位置が何程高くなるか, 而もそれが沖波に比して如何に變化するかを調べてみた.

測定されたものについて a_2'/a_1' の値を計算した結果は表—5に示す如くなり, 之を T と h に關する4つの場合について始めの海岸勾配 I に對する關係を調べてみると圖—3の如くであつた, 圖中白点は $h = 25$ cm, $T = 0.65$ sec の場合, 黒点は $h = 30$ cm, $T = 0.65$ sec の場合, かけ目は $h = 25$ cm, $T = 0.98$ sec の場合, 三角の点は $h = 30$ cm, $T = 0.98$sec の場合である*. これをみると $I = 23°$ と $I = 25°$ の2つの場合のみは点がとびはなれてゐる. この實驗はある事情により實驗の種類のいくつか毎に測定者が變り, 從つてこの部分だけ個人誤差が現はれたものと思はれる, このことは測定の困難な波高測定に於て著しく, 海岸の侵蝕形の測定には現はれない. 從つて波高に關してのみ $I = 23°$ と $I = 25°$ の場合の測定値を捨てることにする.

圖—3



然るときは a_2'/a_1' の値は, 海岸の始めの勾配 I に對しての系統的變化方向が認められない. そこで今度は上記4つの場合についての變化傾向をみるために各場合について (種々な I を通じての) 平均値を求めると夫々表—8の如く殆ど差位が認められない. 次いでこれを沖波の場合と同じく $\lambda/2a$ に關して比較してみると圖—2に黒点で示してある樣に, 4つの場合について全く同一とみて差支へないことがわかる. そこで4つの場合について總平均をとつた結果は

$$\frac{a_2'}{a_1'} = 0.356 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

となつた.

表—8

h (cm)	T (sec)	$\frac{a_2'}{a_1'}$	$\frac{H}{2a'}$
25	0.65	0.332	0.974
30	0.65	0.374	1.027
25	0.98	0.348	0.974
30	0.98	0.368	1.008
平均		0.356	0.996

* 以下圖 — 4, 5, 10 についても同じ

之を沖波と比較してみるに，圖—2からも直ちにわかるように，

a) 沖波では a_2/a_1 の値が 0.58 乃至 0.75 の程度の大さであつたものが 0.356 に減少してゐる．

b) 而も沖波では波の勾配により，即ち波の形の平坦さの程度により a_2/a_1 の値が變つてゐたのに對し，波が碎け出す瞬間には波の如何にかかはらず a_2'/a_1' の値は一定となる．

これらの事實から次のことがいへる．即ち，如何なる波であらうともそれが碎けんとする時は碎ける以前の波に比して波全体が著しく靜水面上にのし上り，a_2'/a_1' の値が約 0.356 になつたときに始めて碎ける．

そこで碎け波の波高 $2a'$ は

$$2a' = a_1' + a_2'$$

であるから a_1' 及び a_2' を夫々 a' で表はせば

$$\left.\begin{aligned} a_1' &= 1.475\, a' \\ a_2' &= 0.525\, a' \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

となり，Larras によつて測定された (1)

$$a_1' = 1.51\, a' \qquad \text{(實驗室)}$$

及び

$$a_1' = 1.59\, a' \qquad \text{(大型實驗)}$$

又 Gaillard によつて觀測された (2)

$$a_1' = 1.52\, a' \qquad \text{(St. Augustine 北岸)}$$

及び

$$a_1' = 1.46\, a' \qquad \text{(Superior 湖)}$$

とは極めてよく一致してゐる．

又次節のトロコイド型淺水波の限界波に關する近似理論的考察によれば，Larras も計算した樣に

$$\left.\begin{aligned} a_1' &= 1.5\, a' \\ a_2' &= 0.5\, a' \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(3)$$

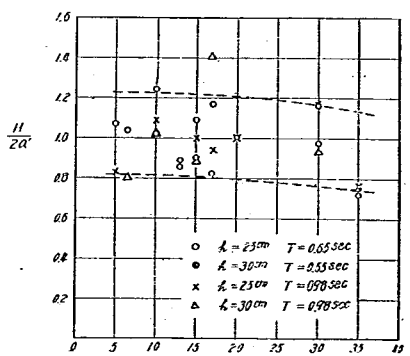
となり，(2)式の小數第2位以下を4捨5入したものと全く一致する．このことはこの近似理論が割合に正しいことを示すものであらう．從つて波が碎ける時の a_1' と a_2' の割合は端數を整理した(3)式に依つても差支へないであらう．

次に波の碎ける相對深度 $H/2a'$ について調べてみた（表—6）．

先づ始めに4つの場合について夫々 I に對する關係を調べてみると圖—4の如くなり，4つの場合に對する差異は認められない樣であり全体として I が大なるほど $H/2a'$ は小となる傾向が幾らかある樣に見うけられる．しかしその量は極めて小さく，$I = 5°$ から $I = 35°$ までは先づ一定としても差支へない程度である．

そこで今度は4つの場合の差異を知るために各場合の平均値を作れば表—8に示す如くになり，各場合とも殆

圖—4



(1) (2) 佐藤清一：漂砂に關する研究 —— 沖波，岸波，碎波について，土木研究所報告 75 號，1950，130頁

ど差のないことがわかる.

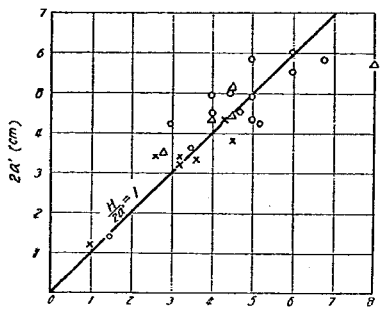
そこで更に4つの場合の總平均をとつた結果は

$$\frac{H}{2a'} = 0.996 \fallingdotseq 1 \quad \cdots\cdots (4)$$

となつた. 即ちこの實驗の場合は波の高さが水深にほゞ等しくなつたところで碎けるといふ結果をえた.

このことは又 $2a'$ と H とを直接比較してみても（圖—5）直ちにわかり，又この圖からも $H/2a'$ の値は今の4つの場合に對して系統的差異が見出せないことがわかる.

圖—5



これに對し今までに測定されてゐる $H/2a'$ の値は(3)

Larras の實驗によれば　$\frac{H}{2a'} = 0.8 \sim 1.6$

Gaillard の觀測によれば　$\frac{H}{2a'} = 0.8 \sim 2.0$

荒木氏の觀測によれば　$\frac{H}{2a'} = 1.4 \sim 2.4$

の程度のものであり，この實驗の場合には（平均して1になつたとはいへ）$H/2a'$ は 0.75～1.25 の範圍にあつたことを考へれば大体に於て同程度の範圍にあるといへる.

又 I の急になるほど $H/2a'$ の値が減少する傾向がいくらかでもあるといふことは一應肯定出來る. 何となれば，波が海岸に到達して碎けることによつて海岸傾斜をくずし，その様にして自分で作つた海岸傾斜の中に自分が入つて行つて碎ける様になるのであるが，その様にして波自体が作り出した水深の淺い箇所(堆積)は元の斜面の中の一部に過ぎず，元の斜面はより沖の方では依然としてそのまゝ殘つてゐるために，I の急であつたもの程波の運動が持續され從つて波は海岸のより淺い所まで侵入しうることによるのであらうと思はれる.

併しそれにしても $H/2a'$ の値が I の緩急には殆ど無關係になつてゐるのは，一つには勾配よりも水深の方が波の運動の破壞にとつて決定的な役割をもつためであらうと考へられること，一つには Larras の實驗の場合とは異り海岸傾斜面が固定されておらず波の洗掘作用に順應しうるものであるために波自身がそれに適應した海岸傾斜を作り出すことによるものであらうと思はれる.

Larras の實驗で底勾配が影響する様になつてゐるのは特に急な 1/5 程度の固定勾配があるためで，之より緩な勾配の場合を他の觀測者による資料と比較してみると $H/2a'$ に對する勾配の影響は殆ど見られない(4).

以上を綜合すると次のことが云へる.

波動はエネルギーを傳播する機構の一つであるが，與へられたエネルギーを傳播する波動は水深が段々淺くなつて碎けるに至るまで持續する. この限界に達するまでは波高の全体が靜水面に相對的に高くなることによつて波動は維持され，その高まりの限度は波の如何にかゝはらず殆ど一定で $a_2' : a_1' = 1 : 3$ の程度である. この様な波全体の上昇を來す原因は主として水深減少にあり，水深と波高とが同程度の大さになつた時に此の様なことが起る. 即ち $H/2a' \fallingdotseq 1$ である.

(3)　前脚註 (1) 139頁,　　(4)　前脚註 (1) 133頁

而して a_2'/a_1' 及び $H/2a'$ の値はともに波の周期 T には無關係であり且つ海岸の始めの勾配にも殆ど關係がない.

(3) 碎け波に關する近似理論的考察

波が碎けるに至るまでのエネルギー損失は極めて小さく無視しうるものとする. 又海底の勾配は緩で(實際にも $\frac{1}{40}$ 乃至 $\frac{1}{100}$ の如く緩である), ある水深の位置に於ける波の運動はその水深を以て一樣水深とした場合の波の運動を以て充分に代表しうるものとする.

そこで水深 h に於ける波高を $2a$, 波長を λ, 周期を T, 水の單位重量を γ とすれば, 淺水波トロコイド波の理論により

$$T^2=\frac{2\pi\lambda}{g}\coth\frac{2\pi h_1}{\lambda} \quad \cdots\cdots(5)$$

$$r=a\coth\frac{2\pi h_1}{\lambda} \quad \cdots\cdots(6)$$

である. こゝに r は表面水分子の楕円軌道の長軸に對應する円の半徑である. 又 h_1 は眞の水深 h ではなく[5], 波高中分面の靜水面よりの上り高 δ_0 を之に加へたものである.

$$h_1=h+\delta_0 \quad \cdots\cdots(7)$$

併し一般には δ_0 は h に比して小さいので無視することが出來る (即ち $h_1 \fallingdotseq h$). 併し波が碎けんとする時は前節からわかる如く波高そのものが靜水面上に著しくのし上ることになるので, この場合には水深に對して無視することが出來ない. 前節の記號によれば δ_0 は

$$\delta_0=a_1-a$$

のことである.

次に碎け波に關してのものには夫々ダッシをつけて $2a'=a_1'+a_2'$, λ', T', h_1', δ_0' とし, 波が丁度碎け始めるところの水深を H とする. 然るときは

$$T'^2=\frac{2\pi\lambda'}{g}\coth\frac{2\pi h_1'}{\lambda'} \quad \cdots\cdots(8)$$

$$h_1' \fallingdotseq H+\delta_0' \quad \cdots\cdots(9)$$

$$\delta_0'=\frac{\pi a'^2}{\lambda'}\coth\frac{2\pi h_1'}{\lambda'} \quad \cdots\cdots(10)$$

又碎けんとする限界波に於ては

$$\lambda'=2\pi R=2\pi r$$

であるから(6)により

$$\lambda'=2\pi a'\coth\frac{2\pi h_1'}{\lambda'} \quad \cdots\cdots(11)$$

である

そこで (10) と (11) を組合せることにより直ちに δ_0' は決定され

$$\begin{aligned}\delta_0'&=a_1'-a\\&=a-a_2'\\&=\frac{a'}{2}\end{aligned} \quad \cdots\cdots(12)$$

となる. 即ちこれは前揭(3)に外ならない.

(5) 佐藤清一 : 表面波の壓力分布について. 土木試驗所報告, 69號, 昭和18年, 1月, 7頁

次に淺水波についての（之は深水波についても同一であるが）單位幅1波長當りの全エネルギー E は

$$E=\frac{1}{8}\gamma\,(2a)^2\lambda \quad\cdots\cdots(13)$$

である．そこで前述の仮定により碎け波も碎ける前と同一エネルギーをもつてゐるものとすれば

$$a^2\lambda=a'^2\lambda' \quad\cdots\cdots(14)$$

なる關係がある．

又本章(1)で確かめられたように波は碎ける時でも周期には殆ど變化がないから

$$T=T' \quad\cdots\cdots(15)$$

である．之に(5)及び(8)式を代入し（11）式を用いれば

$$\frac{\lambda'^2}{a'}=2\pi\lambda\coth\frac{2\pi h}{\lambda} \quad\cdots\cdots(16)$$

なる關係が得られる．これに更に（14）なる關係を適用すれば

$$\frac{a'}{a}=\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{5}}\tanh^{\frac{1}{5}}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \quad\cdots\cdots(17)$$

なる關係式が得られる．　これはある水深 h で觀測された波が碎けんとする時に行はれる波高の增大率を表はすものである

次に（16）式に（17）を代入するときは

$$\frac{\lambda'}{\lambda}=\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\tanh\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^{\frac{2}{5}} \quad\cdots\cdots(18)$$

となり，これは波長の縮少率を示すものである

次に碎け波の勾配を求めるには（17）と（18）を用いればよい

$$\frac{2a'}{\lambda'}=\left(\frac{2a}{\lambda}\right)^{\frac{2}{5}}\pi^{-\frac{3}{5}}\tanh^{-\frac{1}{5}}\frac{2\pi h}{\lambda} \quad\cdots\cdots(19)$$

即ち碎け波の勾配はその波の勾配の 2/5 乘に比例して急となる

又（12）式に（17）式を適用すれば

$$\delta_0'=\frac{a'}{2}=\frac{a}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{5}}\tanh^{\frac{1}{5}}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \quad\cdots\cdots(20)$$

となり，一般に水深 h のところの淺水波については

$$\delta_0=\frac{a}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\coth\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \quad\cdots\cdots(21)$$

となり，又

$$\left.\begin{aligned}a_1&=a+\delta_0=a\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)\coth\frac{2\pi h}{\lambda}\right\}\\ a_2&=a-\delta_0=a\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)\coth\frac{2\pi h}{\lambda}\right\}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots(22)$$

或は

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)\coth\frac{2\pi h}{\lambda}}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)\coth\frac{2\pi h}{\lambda}} \quad\cdots\cdots(23)$$

となる

次に (11) 式は (19) 式を代入し (20) 式を用いれば

$$\frac{H}{2a}=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{5}}\alpha\left(\alpha\,\mathrm{arctanh}\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{2}\right)\quad\cdots\cdots(24)$$

$$\alpha=\frac{\tanh^{\frac{1}{5}}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{\frac{2}{5}}}$$

なる關係が得られる．之は水深 h のところで觀測された波が碎けるべき水深を見積るための式である．

とくに h/λ の大きい場合には

$$\left(\tanh\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^{\frac{1}{5}}\fallingdotseq 1$$

となり (24) 式は

$$\frac{H}{2a}=\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{-\frac{3}{5}}\mathrm{arctanh}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{\frac{2}{5}}-\frac{1}{4}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{-\frac{1}{5}}\quad\cdots\cdots(25)$$

となる．

(25) 式の使用限界を考へてみるに

$$\frac{h}{\lambda}>0.2$$

であれば

$$1>\left(\tanh\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^{\frac{1}{5}}>0.9$$

となるから，大体に於て h/λ が 0.2 以上であれば (25) 式を用いてよい．

以上本節に於ける考察は參考までにこゝに揭せたものであつて，これをもつて碎波の理論的說明となしうるとはもとより考へてゐない．それにもかゝはらず a_1' 及び a_2' に關する結果は實際とよく合つてゐる．そのことにより本節に誘導した諸式は碎け波を調べて行く上の一應の基準ともなし得ると考へる．

併しそれよりもむしろ，之等の諸式から實際の碎け波が如何に差異をもつてゐるかを檢討することにより，逆に碎け波の諸性質を明らかにする有力な手段となしうると考へる．

又本節の理論上の碎け波としては cycloid を考へてゐるから波頂は實際のものより尖りすぎる傾向にあるし，又碎けるときの波の勾配は $2a/\lambda = 1/\pi$ となつて之も實際のものよりはるかに急である(6)．從つて碎け始める瞬間に於ては，實際のものより波高は高くなりうると考へてゐることになり，從つてトロコイド形の波を考へる時は實際のものより水深の淺いところまで波動は崩壞せずに持續されると考へてゐることになる．從つて例へば上記 (25) 式によつて與へられる $H/2a$ は實際のものよりも小さく出てゐるに違いない．本實驗では前にも述べた樣に沖波と碎ける前の波との連續性がなくなつたために遺憾ながら之を檢討することが出來なかつた．

5. 陸岸の侵蝕

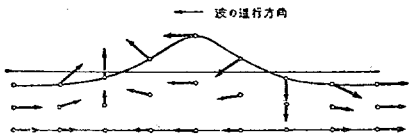
(1) 碎け波の侵蝕作用

一般に表面波内の流速分布は，谷から谷までの一波長間を考へると大体に於て圖—6 に示す如くになる，即ち

(6) 前脚註 (1) 121頁

波の山より前の部分では水は物を（波の山の方に）引きつけ且つ持ち上げる様に働き，山より後の部分では物を下に下ろし且つ後退せしめる様に働く．而して波の山の部分では物を山の動きと一緒に持ち運ぶ様に働く．

図—6



従つて一般に底質は波の山が到達する直前に掻き立てられ，山の到達とともに波の進行方向に移動せしめられ波の通過とともに元の位置に戻される傾向をもつことになる．

この中で特に波の前半の作用が底質の移動にとつて重要な役割をなすものと考へられる．

波のこの作用は波が砕けるまでは持続されるのであつて，波が砕けるときは波の前半分の波長がより短縮され前面傾斜が急になるとともにこの作用も強度を増す．従つて波が砕けようとする瞬間には波は底質を著しく掻き立て活動せしめようとするのである．

われわれが海岸に立つて，まさに砕けようとする波を前面から觀ていると，前の海水は恰も吸ひ上げられる様に非常な速度を以て上昇し，それと同時に前の砂粒が眞黒になつて持ち上げられてゐるのを屢々目撃するのである．これ即ち波が非常な強度を以て底質を掻き立てゝゐるのであつて陸岸侵蝕の第1歩である．

次いで波が砕けると波の山は1つの水塊となり，波山に於ける水分子の速度（波が砕けつゝある時のこの速度は少くとも波速に等しいか，又はそれ以上であらう）と重力による下降速度と合成した速度を以て海底にぶち當る．即ち plunge する．そのために之が落下した箇所は深掘れの傾向を示し，所謂 plunge point を形成するのである．

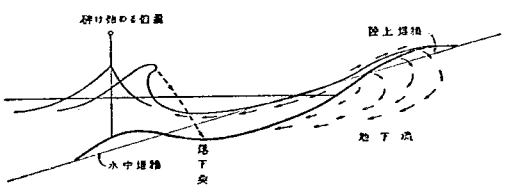
落下した波の水塊は依然として元の進行方向の速度をもつてゐるので，その大部分は更に岸に向つて突進する．

そのために砕けんとする時は掻き立てられた底質及び砕けて落下した時に洗掘された底質はともに非常な速度を以て岸に運ばれるに至る．

この様にして砕けた波の水塊は海岸傾斜を逆上る流れとなつて底質を岸に向つて運ぶのであるが，之が上りきるとその流れの1部は海岸粒子の中に侵入して地下水となり，1部は海岸の傾斜を海に向つて流れ戻る．この場合海の方では既に次の波が襲來しまさに砕けんとしてゐるために海水位は低くなつてゐるばかりでなくその波の前面部としての逆流が生じてゐるのである．このために海岸に打ち上げられた水の殘りの大部分は非常な勢ひを以て逆流となるに至る．

この結果，海岸に打ち上げた流れにより運ばれた底質の中，その流れの尖端部分にあつたものは流れの1部が地下にもぐると同時に移動力を失ふために海岸に留去りにされ，その他の打ち上げ流れの中にあつた底質は，それが後退流となるに及んで海中に搬送される．

図—7



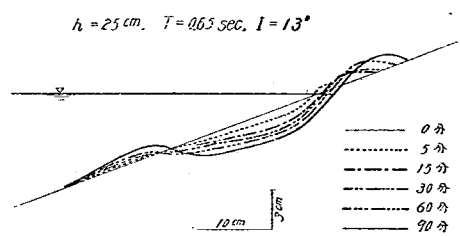
かくの如くして波が岸で砕けることにより海岸斜面は洗掘され，洗掘された底質の一部は汀線附近に他の一部は海中に堆積されることになる．この堆積の中，前者を**陸上堆積**，後者を**水中堆積**と便宜上名付けることとし，plunge point を**落下点**と呼ぶことにする．

この様にして波が碎け，そして流れとなり洗掘と堆積を生ぜしめる有様は略圖（圖—7）に示す通りである．

以上の侵蝕作用が水路側面のガラスを通して觀察されたのであるが，こゝで重要なことは，波の碎けることにより洗掘した底質を海中のみならず陸上にも堆積させることである．

この陸上堆積は後にも述べる如く始めの海岸勾配の緩な時に起り，急な時は全部海中にもつて行つて堆積する．

圖—8



又上述の様な波の侵蝕作用は侵蝕の始めから同様に起り，時間の經過と伴に洗掘堆積ともに擴大される．圖—8は侵蝕の一般型としてあげたもので，水路の水深 25 cm，海岸の始めの勾配 $I = 13°$，波の周期 $T = 0.65$ sec，碎波の波高約 5 cm の場合の，侵蝕の時間經過を示したものである（この圖は判り易くするために縱横を10：3に歪めてある）

この圖をみると

a) 洗掘の深さ及び範圍が逐次擴大されるとともに洗掘による海岸勾配（或は海岸縱斷形）が一定なものへ近づくこと．

b) 洗掘の增大とともに水中及び陸上の堆積も增大すること．

c) 水中堆積の發達とともに落下点の形が明瞭になつてくること．

d) 水中堆積から落下点に移るあたりの高さは侵蝕の進行にも拘はらず凡そ一定してゐること（このことは特に他の場合でも同一であり，波の大さ，特に高さに關係をもつものといへる）．

e) 陸上堆積は侵蝕の進行に伴ひ逐次陸の方に移動し且つ增大してゐること（但し I が之より急な場合で而も陸上堆積の傾向をもつたものの場合には，始めの間は陸上堆積が生じ逐次陸の方に移動する傾向をもつが，洗掘の擴大のために遂に陸上堆積が無くなるのが普通であつた）．

等がわかる．

この場合波の碎ける位置は圖—7にも示しておいた様に水中堆積の頂上よりも陸方にあるのが普通であるが，碎けた波がこの堆積を發達させるに伴ひ碎ける位置も海の方に移動するのが通常であつた．之は堆積により水深が淺くなつて行くためで，この点からも波が碎けるのには波高に對する水深の割合が最も重要な要素であることがわかる．

尙ほこの實驗では波（殊に碎波）のもつ亂れの作用による底質の浮動現象を極力少くし，波の碎ける時の直接の侵蝕作用を主として檢討するのが目的であつたのであるが，實際にはかなりの亂れを伴ふものであらうからもし底質粒子が非常に細いものである場合には波の亂れによる固形粒子の擴散が起り，沿岸流によつて何處かへ持ち去られるに違ひない．その意味で波が碎けるところを中心としてその附近に，如何樣に亂れが分布してゐるかを知る必要があるであらう．この現象を調べる實驗は又更めて行はれる予定であるが，こゝでは岸近くに色素（固形粒子）を投入してその擴散狀態を觀察した．その結果は

a) 碎ける位置から充分に遠いところでは，たとへ始めに作られた海岸傾斜の上でも殆ど亂れはないこと．

b) それにも拘はらず波が碎ける準備として高まりかけた頃から亂れ始めること．

c) 波が碎けた後の亂れは甚しく大きいこと．

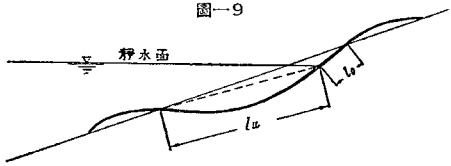
が觀察された．實際には海面には風が伴ふので，それの剪斷力により亂れが生ずる筈で，この實驗で觀られたよりも一層激しい亂れが起るものであらうと想像される．

(2) 陸岸の始めの勾配と侵蝕の位置

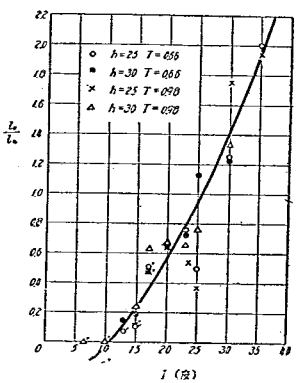
次に始めて作られた陸岸の勾配 I の緩急に從つて，侵蝕される位置がどの樣に變るかを調べた．

こゝに行はれた36種の實驗に於て，波をあて始めてから90分を經過した後の侵蝕の最終形は圖—11にその代表を示す如くである（圖中白点を附した縱線は波の碎ける平均位置を示す）．これらによつて最終の洗掘箇處及び範圍が靜水面を基準として I の緩急に應じ如何なる位置を占めるかを調べた．この位置を示す方法として圖—9に示す2つの長さ l_0，lu の比をとり，之をIと比較した．その結果は圖—10 の如くなり次のことを知ることが出來た．

圖—9



圖—10



a) h と T の組合せによる4つの場合について何等系統的差異が認められない．これは波の大さがこの程度の差では洗掘位置にも殆ど差が現はれないといふことかも知れない．それと同時に又海岸傾斜を構成する固形粒子の大さに關係することかも知れない．

b) それよりもむしろ，4つの場合とも，I の大きいもの程 l_0/lu の値が大となつてゐることが明瞭である．即ち陸岸の始めの勾配が急なものほど侵蝕される位置が靜水面を基準として上の方に上つてゐることを示すもので．I が急なものほど陸岸はくずれ易く，碎け波による洗掘の影響が上にのびてゐることを示すものである．

c) 之とは反對に陸岸の始めの勾配の緩なものほど水中で洗掘される樣になる．實はこれが洗掘としては常態であつて，陸上堆積を作り出すことが却つて陸への侵蝕を防いでゐるのである．

d) 從つて I の非常に緩なる場合には lo/lu が0になるものが出て來るばかりでなく，むしろ負の値となることさえある．即ち I が充分に緩であれば洗掘は海中の部分で行はれるのである．

lo/lu の値が負となつてゐるのは陸上堆積が丁度靜水面の近所に出來て，洗掘が靜水面以下になつてゐることである．

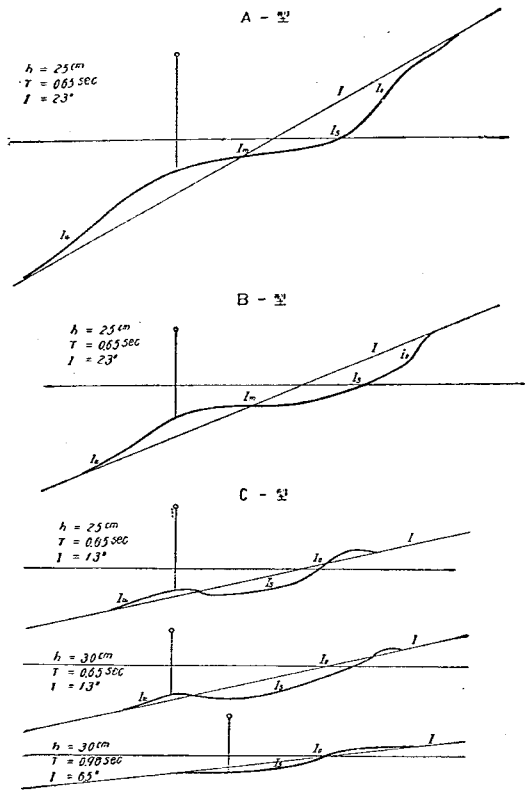
e) 圖—10中ダッシの附ている点が陸上堆積のあるもので，I が急であれば之が起らず I の緩な場合に起ることがわかる．

この實驗の場合には $I = 17°$ で起つてゐるものもあるが，平均して $I = 16°$ の場合から起り始めてゐる．

(3) 侵蝕型の分類とその特徴

36種の實驗について侵蝕の完了した陸岸縱斷形を見ると，陸上堆積のあるもの及びないもの，又落下点の明瞭なもの及び明らかでないもの等色々である．併し之等を仔細に檢討すると大体次の4つの型に分類することが出來る（圖—11）（註：圖—11，A—型の I は30°の誤りである）

圖—11



A—型：　陸上堆積がなく，水中堆積の上面から汀線（本文に於ては波の侵蝕作用によつて出來た陸岸の縱斷形狀と靜水面との交りを汀線と呼ぶことにする）にかけて滑らかな曲線となり殆ど1勾配とも見做せる程度のもの．

B—型：　水中堆積のやゝ上面から汀線に至るまでに水平部の出來たもので，汀線の部分に別な1勾配が現はれてきたもの（この勾配より更に陸の方は之より更に急となり場合によつてはこゝに用ひた小磔の空中安息角より急となることもあつた）．これは次のC—型への漸變型である．

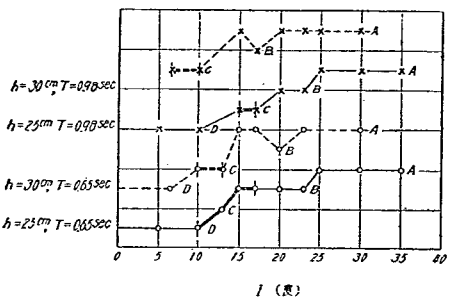
C一型：　落下点が明瞭となり陸上堆積のあるもので，落下点から汀線へかけて一つの勾配が形成されてゐるもの．

D一型：　侵蝕が殆ど，或は全く起らなかつたもの．

圖—11は A，B，C 各型の代表を掲げたものである．

以上の4型はでたらめに現はれるのではなく，始めの勾配が緩になるに從つて A，B，C，D の順序で現はれるのである．圖—12は4つの場合の夫々について，陸岸の始めの勾配 I と現はれた型との關係を示すもので，特に太い線の部分は陸上堆積のあつたものを示す．之によつてもわかる樣に

圖—12



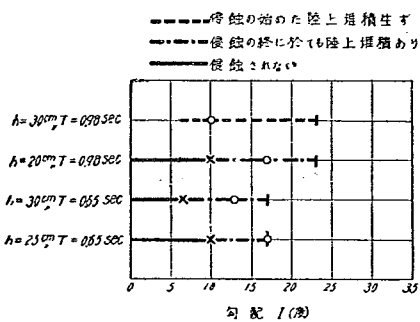
a)　A一型及びB一型は I の大きい場合に現はれる．

b)　C一型は I の小さい時に現はれ，I = 17°～6.5° の範圍で現はれてゐる．その內譯は I = 17° で1回，15° で1回，13° で2回，10° で2回，6.5° で1回であつた．從つてその平均（weighted mean）は12.3°となり，この實驗では平均して I = 12.3°（= 1/4.7）の場合に侵蝕はC一型になるといふことになつた．

D一型はC一型より更に I が小さい場合に現はれる．この型の現はれ始める I を調べてみると，I = 10° が2回，6.5° が1回，5°（推定）が1回であり平均して 8° となる．即ちこの實驗では平均して I = 8°（= 1/7.2）以下では侵蝕が行はれなかつた．この勾配は，いはゞこの實驗に於ける平衡勾配とでも云へようか．

I = 12.3°（1/4.7）といひ I = 8°（1/7.2）といひ之等の値そのものは用ひられた陸岸の砂礫粒子の大さと波の大さに依るものであらう．併し I が大きければ侵蝕はA一型となり，I が小さくなるに及んで遂次B一型，C一型となること．そして I が更に緩になれば平衡勾配ともいへるD一型に到達するであらうことは一般的である．

圖—13



(4)　侵蝕に依る堆積と侵蝕面の勾配

水中堆積は I の如何なる場合でも出來る．之に反して陸上堆積は I が緩にならなければ現はれて來ないことは上述の通りである．この實驗の場合には陸上堆積は I = 17°～6.5° の範圍で現はれており，而も圖—12によつてもわかる如くその大部分はC一型に於て現はれてゐる．平均して I = 12.7°（1/4.5）に於て現はれた．

併し之等はすべて侵蝕最終形に於てのことである．そこで侵蝕の初期から陸上堆積の現はれるものを調べてみると表—6中＊で示してあるものがそれで，4つの場合について始めの勾配 I との關係は圖—13の如

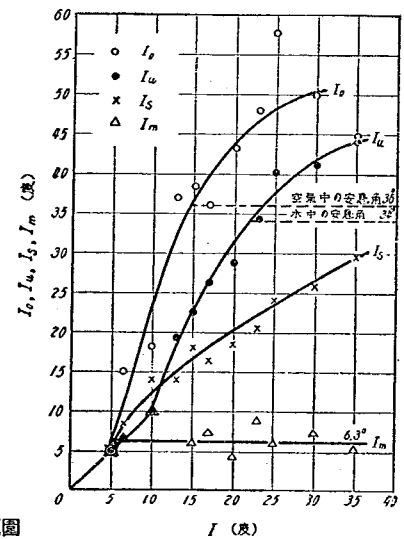
くである．これによると波の周期の長い場合（即ち波の長い場合）には $I = 23°$ から現はれ，波の周期の短い場合（即ち波長の短い場合）には $I = 17°$ から現はれてゐる．併し I の急にして現はれたものは侵蝕の進捗にともなつて洗掘の方が大きくなるために陸上堆積は無くなり，$I \fallingdotseq 16°$ 程度以下の緩勾配にして始めて最後まで陸上堆積は殘りえた．即ち之によつて，底質の大きさにもよるが，一般に I が急であれば陸上堆積は始めから現はれず，I が緩であれば現はれる．併しそれよりも急な場合でも始めのうちは現はれ後にはなくなる，といふことが出來る．

次に侵蝕面の勾配を侵蝕最終形について調べてみた．

前にも述べた樣に侵蝕の型は A，B，C，D の4つに分類された．併しそのいづれも大体に於て次の4つの勾配によつて代表出來ると思はれる．即ち，水中堆積が沖に向つてなす勾配 I_u，洗掘の陸上の部分又は陸上堆積が海側に向つてなす勾配 I_o，汀線の附近の勾配 I_s，最後に I_s から水中堆積へかけての勾配 I_m，の4つである．この中 I_u は砂礫の水中安息角に關係をもち，I_o は同じく空中の安息角に關係をもち，I_s は波の碎けた後の流れに關係をもつものである．I_m は I_s の延長部とも見られやはり主として碎けた後の流れに關係し，I が緩となるに及んで水平となり（B—型），落下点が明らかとなれば之に該當するものがなくなる．圖—11に各型に於ける I_o, I_u, I_s, I_m を示す．

そこで之等4つの勾配を I について比較してみると，h と T との組合せによる4つの場合に對する差異は認められず，I についての變化が大きい．そこで I_u, I_s, I_o, I_m について各 I 毎に4つの場合の平均をとつて I と比較すると圖—14の如くであつた．

圖—14



之によると I_o, I_u, I_s は I の大きくなる程大となる傾向をもつてゐるが，I_m は殆と變化なく，その平均は $I_m = 6.3°$ であつた．

I_o が空中に於ける安息角を超えてゐるのは始め海岸勾配を作る時に輕く搗き固めたためと思はれる．又 I の小さい部分でも既に I_o が大きな値となつてゐるのは陸上堆積の出來てゐることによるものである．

I_u が變化なくなるのは圖からわかる樣に大体に於て $I = 10°$ のところであつて，そのためか I_u は大体に於て $I + 10°$ となつてゐる．又 I_u が水中の安息角を超えてゐるのは，最も靜かに礫粒を積み重ねればこの程度にまで急になりうることを示してゐるのかも知れない．

I_s が I の大になる程大となつてゐるのは，その上に陸上部分の勾配 I_o があるためである．

(5) 波の碎ける位置と底粒子の動かされた範圍

波は碎けることによつて水中に堆積を作りその爲に水深に變化を與へる．從つて波の碎ける位置は時間の經過とともに後退する傾向のあつたことは前にも述べた通りである．その結果侵蝕の最終段階に於ては，圖—11に白

点のついた鎖線で示してある如く水中堆積の最高の位置よりも沖の方で砕けるのが常であつた.

之に對し侵蝕の殆ど起らなかつたD一型では $H/2a' \fallingdotseq 1$ の位置で波は砕けた.

而して底粒子が侵蝕の最終段階に於ても（たとへ少しでも）動かされた範圍は水中では砕波位置をはるかに超えた水中堆積のほゞ終端から，陸の方は汀線の近所までであつた.

6. 結　論

以上，波が斜面で砕けるときの侵蝕機構について確認し得たことを要約し結論とする.

(1) この實驗に用いられた沖波は正弦波ではなく，trochoid 波に殆ど近いかそれよりももつと尖つた波である，finite amplitude の波として取扱はれる種類のものであつた. 從つて陸岸附近で實際に觀測されると同一種類の波であつた. その大さを示す諸量は表一3の如きものであつた.

(2) 波が砕けようとする時は波頂の高さが急に高まつて變形し，砕ける位置は波自体が斜面をくずして作つた堆積の上になるのが普通である.

(3) 波は砕けんとする時でも周期には變化が起らない.

(4) 如何なる波でもそれが砕けんとする時は砕ける以前の波に比して波全体が著しく靜水面上にのし上り，砕ける時の a_2'/a_1' の比は一定となつた（但し a_1' は砕波の靜水面上の高さ，a_2' は靜水面下の谷の高さ）. 即ち，波は靜水面上に一定の比率でのし上つた時に始めて砕ける.

a_2'/a_1' の比は實驗によると

$$\frac{a_2'}{a_1'} = 0.356$$

或は砕波の波高を $2a'$ とせば

$$a_1' = 1.475\,a'$$

$$a_2' = 0.525\,a'$$

で，Larras，Gaillard による實驗及び觀測の結果ともよく一致してゐる.

近似理論的に考察すると

$$a_1' = 1.5\,a'$$

$$a_2' = 0.5\,a'$$

となるから，この値を以て限界値とするのが便である.

(5) 波の高さ $2a'$ が H に同等になつた時に砕ける. この實驗では波の砕ける相對深度 $H/2a'$ は

$$\frac{H}{2a'} \fallingdotseq 1$$

となり，始めの海岸勾配には無關係であつた.

(6) 以上により次のことが云へる.

エネルギーを傳達する機構の一つである波動は，水深減少に起因する砕波といふ限界に達するまでは，波高の全体が靜水面に相對的に高まることによつて持續される. その高まりの限度は波の如何にかゝはらず殆ど一定で $a_2' : a_1' = 1 : 3$ の程度であり，水深と波高とが同程度の大さになつた時に此の樣なことが起る，而もこのことは海岸の初めの勾配及び波の周期には無關係である.

(7) 波が傳播する時の水分子の運動により，底質は波の山が到達する直前に掻き立てられ，山の到達とともに波

の進行方向に運搬され，波の通過とともに元に戻される傾向をもつ，その中で波の山頂前部の掻立て作用が重要な役割をなす．

この掻立て作用は波が碎ける直前に波長短縮に伴つて異常に大となり底質をもち上げる．

(8) 波は碎けると落下して水底を洗掘し，深掘れ即ち**落下点**を作る．この時分には波の攪亂作用は最も激しい．

(9) 落下した波の水塊の陸への突進作用によつて底質は陸へ運ばれる．之が海岸斜面を遡上するが一部の水は地中に侵入するために上りきる頃は一層勢力が弱る．そのために之が運んで來た底質の一部は汀部に殘り，**陸上堆積**を形成する．他の部分は打ち上げられた波の戻り流れによつて再び海中に運搬され**水中堆積**を作る．

從つて波は碎けることにより一般に水中堆積のみならず陸上堆積をも作り出すものである．この作用は海岸の始めの勾配が急な時には現はれ難いが實際の海岸は（1/40～1/100 程度に）緩なものであるから常に水中堆積と陸上堆積の兩方が生ずるものと考へるべきである．

(10) 底質が細い場合には波のもつ亂れ，特に碎け波の亂れによる固形粒子の擴散浮動を考へねばならない．

色素によつて亂れの分布を觀るに，之は波が碎けんとして波頂が急に高まり出す所から始まり，之より汀までは亂れは異常に大きく且つ殆ど一樣の分布をしてゐる樣に見受けられる．

(11) 碎け波による侵蝕範圍は，海岸の始めの勾配 I が急なほど（靜水面を基準として）陸上に上り且つ範圍も陸上に擴大する傾向をもち，緩なほど水中となる．即ち實際の樣に緩な陸岸傾斜では洗掘は專ら水中で起り汀部はむしろ堆積の傾向をもつ．

(12) 侵蝕は A，B，C，D の4つの型に分類された（本文參照）．陸岸の始めの勾配 I が急である場合には A，B型であり，緩であるに從つてC，D型となり，遂に侵蝕されなくなる．（D—型）

この實驗の場合には $I \fallingdotseq 16°$ で陸上堆積が現はれ，$I = 12°$（$= 1/4.7$）の近邊で落下点が明瞭となり（C—型），$I \fallingdotseq 8°$（$= 1/7.2$）で侵蝕が現はれなくなつた（D—型）．從つてこの場合 $I = 8°$（$=1/7.2$）は**平衡限界勾配**ともいふべきもので，波の大きさと底質の性質とに關係するものと考へる．

又水中堆積は I の如何なる場合でも生ずる．併し陸上堆積は侵蝕の初期から現はれることがあつても I が充分に緩でなければ洗掘の範圍が擴がり遂には無くなる．

(13) 侵蝕の縱斷形狀は概略 I_0, I_s, I_m, I_u なる4勾配によつて代表出來る（圖—11 參照）．

I_u は水中堆積が沖に向つてなす勾配で砂礫の水中安息角に關係をもつもの，I_0 は洗掘の陸上の部分又は陸上堆積が海に向つてなす勾配で空中に於ける安息角に關係をもつもの，I_s は汀線附近の勾配で波が碎けた後の流れに關係をもつもの，I_m は I_s から水中堆積へかけての勾配で I が緩となるに及んで水平となり（B—型），落下点が明らかとなるに及んで（C— 型）之に該當するものはなくなるか又は I_s になると見做されるものである．

(14) 波の碎ける位置は，I が充分に緩で侵蝕の起らない場合（D—型の場合）には $H \fallingdotseq 2a'$ のところであり，侵蝕作用で水中堆積の生ずる場合にはその堆積上ではあるがその最高位置よりも沖に寄つた場所である．

又（陸上堆積も一應出來て）侵蝕の終了狀態に於て底粒子の動かされた範圍は波の碎ける位置よりも更に沖に寄つた，水中堆積の終端附近から，汀線附近までであつた．

本稿を終るにのぞみ，專らこの實驗の實施に當つた松井茂君，及び屢々有益なる助力を頂いた栖澤技官及び八木技官に謝意を表する次第である．

萬年橋の振動測定について

建設技官　猪　瀬　寧　雄
建設技官　安　部　清　孝

目　次

要　旨……(1)
第1章　振動測定……(2)
Ⅰ. 實　測……(2)
(a) 構　造……(2)
(b) 測定方法……(3)
(c) 測定結果……(3)
(d) 補強前との比較……(6)
Ⅱ. 理論計算に依る檢討……(8)
(a) 拱軸伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる理論的固有振動週期……(8)
(b) 拱軸伸縮を伴う左右對稱の振動の理論的固有振動週期……(11)
Ⅲ. 結　論……(12)
第2章　變斷面圓形二鉸拱の固有振動週期の理論的算定法……(12)
Ⅰ. 振動に關する勞力式……(12)
(1) 曲げモーメントによる變形の勞力……(13)
(2) 軸力による變形の勞力……(13)
(3) 慣性力による勞力……(13)
(4) 廻轉慣性による勞力……(13)
Ⅱ. 拱軸の伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる左右非對稱型振動……(14)
(1) 理論的計算法……(14)
(2) 數値計算……(16)
(3) 結　論……(20)
Ⅲ. 拱軸の伸縮を伴う左右對稱型振動……(22)
(1) 理論的計算法……(22)
(2) 數値計算……(25)
(3) 結　論……(29)

要　旨

萬年橋は東京都青梅地内で多摩川に架設せられた二鉸拱橋で，すでに橋齡古く近來の交通荷重に對して危險を感じて來たので東京都當局においては舊橋を骨組としメラン式鐵筋コンクリートとして補强する事となつた．本研究所においては東京都の依頼により補强前の本橋に對し振動測定を行い，その結果を所報69號に發表したが

更に補強工事の完成後再び振動測定を行い，所報69號に報告した補強前の振動測定結果と比較検討すると共に理論的計算結果とも對比し，振動測定結果から見た補強の効果を明にした．

本文はこれに關する報告であるが補強により本橋は變斷面の拱橋となり測定結果を檢討する上に變斷面二鉸拱の固有振動週期を計算する必要を生じたので第2章以下にその計算法の大要を併せて示したものである

第1章　振動測定

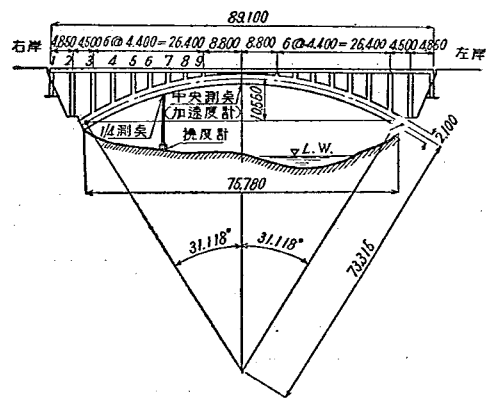
I．實　　測

(a) 萬年橋の構造

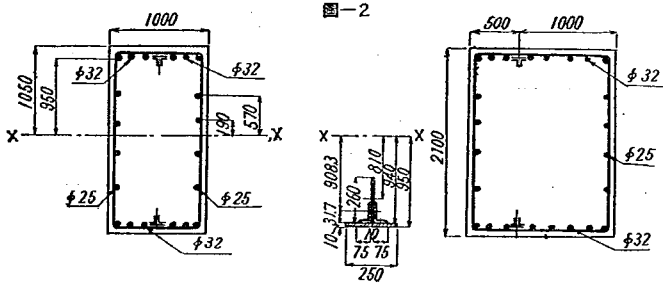
本橋は支間75.78mの鐵筋コンクリート二鉸橋である．この橋梁は以前鋼構拱橋でその骨組は均一斷面のワーレン型であり，剛性が極めて少く，走行車輛はもちろん，少人數の歩行者の交通に對しても振動甚だしく道路橋としての機能の劣弱なる事は其の當時振動を測定し報告し[2]た所である．

この萬年橋はその後メラン式鐵筋コンクリート拱橋の構造として鋼ワーレン構をそのまゝ殘し更に拱頂部においてϕ32mm鐵筋12本，ϕ25mm鐵筋8本を，起拱部においてϕ32mm鐵筋16本，ϕ25mm 8本を附加して圖－2に示す如き配置として補強したものである．

圖－1



圖－2



(a) 起拱矣斷面　　(b) 補強前拱肋斷面　　(c) 拱頂拱肋斷面

拱肋斷面は拱頂部からNO.4支柱下までは同一で100×210cmであり，NO.4支柱下から起拱部までは直線的に幅のみ增加して起拱部において150×210cmなる寸法を有するものである．鐵筋量は拱頂部からNO.4支柱下までは同一で，NO.4支柱下から起拱部までは起拱拱部におけるものと同一である．支柱NO.1及びNO.2は起拱點より外方に徑間4.85mの單桁を支持するために拱とは別に河岸に直接に設けられている．

本橋の寸法の概要を述べると，拱徑間75.78m，拱矢10.55m，拱軸半徑73.315m，全

2)：內務省土木試驗所報告69號

橋長89.10m，有効幅員5.5mである．拱肋斷面は前述の如くであるが支柱斷面は65×40cm，支柱繋材はNO. 5支柱の所まで入れられており，その斷面は40×50cmで，拱肋繋材はNO. 7支柱の所までは150×40cm，NO.9—→NO.11(1)は150×35cmなる斷面を有している，起拱部には翼幅210cm，翼厚60cm，腹高，腹幅共に60cmなるT型梁が入つていて起拱部にて連結されている．床組としては横及び縦T型梁が入つているのであるが，縦桁腹部斷面は端のものは40×44cm中央のものは30×40cmであり，横桁腹部斷面はNO. 3→NO. 9間は30×59cmにして，NO.10は30×57.7cmである．床板はT桁翼部厚さ16cmにして，鋪裝厚さ5cm幅550cmである．欄干は笠石23×20cm，側壁15×52cm，地覆25×36cmなる斷面を有するものである．

（b）振動測定方法

拱肋の振動測定には田邊式撓度振動計を用い，拱頂及び1/4（右岸側）点において行つたが，拱頂は，撓度振動極めて少く，撓度振動計では記錄がよく取れないため，撓度振動計は拱1/4點のみに使用し，拱頂部の振動はこの點における床版上に萩原式加速度計を置き振動の自己週期のみを測定した．尚測定上の誤差を可及的減ずるため田邊式撓度振動計に拱肋の振動を傳えるための針金としては下のスプリングの張力の變動により殆んど伸縮しない程度の徑の硬眞鍮針金を使用した．

振動は貨物自動車を種々なる速度で運行せしめる事により惹起させた．貨物自動車は砂利を積載し，自重共6Tになるようにし，右岸→左岸，左岸→右岸と5～35km/hrの豫定速度で走行せしめ，實際の走行速度は橋床上の二點間の走行時間をストツプウオツチにて測定し算出した．

第一次測定は拱肋1/4點に振動計を裝置し往復2回づゝ5km/hr，10km/hrと5km/hrづゝ速度を增加して35km/hrまでの豫定速度で貨物自動車を走行せしめ，第二次測定は拱頂鋪裝面上に加速度計を裝置し10km/hr，20km/hr，30km/hrで往復1回づゝ走行せしめて振動測定をなした．

（c）振動測定結果

表—1及び表—2は第一次及び第二次測定における貨物自動車の走行速度を示したものである．

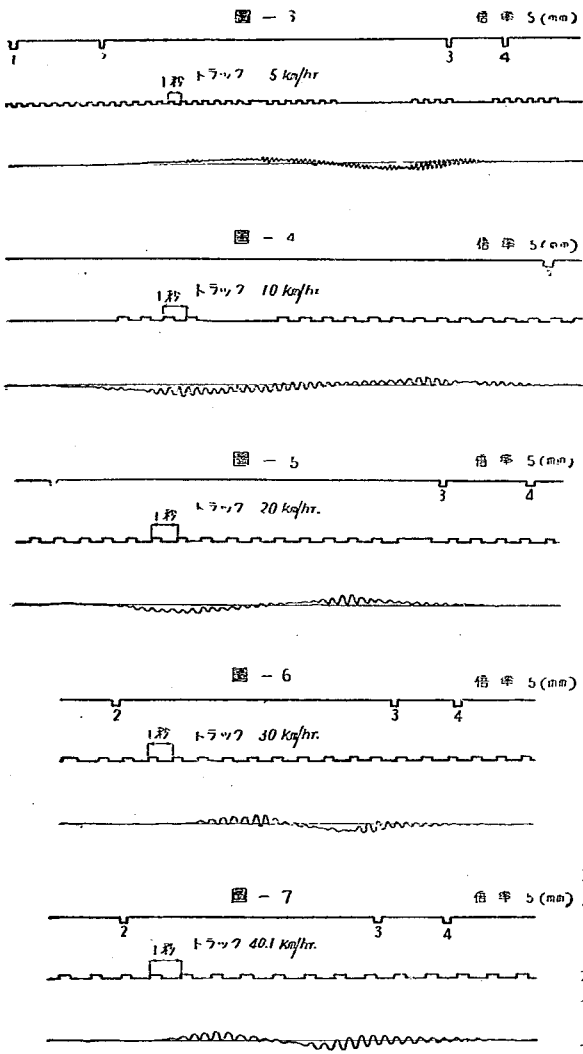
表—1　第一次走行速度（拱1/4點振動測定）

走行番號	豫定速度(km/hr)	進行方向	通過時間(sec)	實際速度(km/hr)
1	5	左→右	29.60	10.84
2	5	右→左	30.25	10.62
3	10	左→右	23.55	13.61
4	10	右→左	25.75	12.46
5	15	左→右	20.35	15.77
6	15	右→左	20.85	15.37
7	20	左→右	15.10	21.24
8	20	右→左	15.90	20.16
9	25	左→右	11.90	26.96
10	25	右→左	11.15	28.76
11	30	左→右	10.45	30.71
12	30	右→左	8.95	35.86
13	35	左→右	9.05	35.46
14	35	右→左	7.5	42.77
15	40	左→右	8.2	40.10

表—2　第二次走行速度（拱頂部橋床振動測定）

走行番號	豫定速度(km/hr)	進行方向	通過時間(sec)	實際速度(km/hr)
1′	10	左→右	25.75	12.64
2′	10	右→左	23.80	13.46
3′	20	左→右	14.15	22.68
4′	20	右→左	15.75	20.38
5′	30	左→右	9.05	35.46
6′	30	右→左	9.85	32.58

1)：NO.10．NO.11は支柱ではなく横桁の存在する位置にしてNO.11は拱頂，NO.10はNO.9とNO.11の中央点とする．



走行番號1，4，8，11，15の記錄を示すと圖－3，4，5，6，7の通りである．

表－3は拱1/4點の山邊式撓度計による測定結果を示すものであり，表中“靜的撓み”とは靜的の垂直變位の事で振動の振幅の影響を消去したものであり，“衝撃による最大撓み”とは振幅の影響をも含めて最も大きな垂直變位をなせる場合の瞬間的撓み量である．最大振幅は通常最大撓みの點では起つていない．また表中の振動週期は定常的な固有振動を示す部分の波について測定結果から算出したものであり，減衰比は定常的な波においてある波の振幅とそれから數えて10番目の波の振幅との比を以つて，便宜上表わしたものである．なお補強効果を檢討するため所報69號にならい次の如き指數を考えこれを衝撃率と名づけることにした．

$$\frac{(\text{衝撃による最大撓み})-(\text{最大靜的撓み})}{(\text{最大靜的撓み})}=\text{衝撃率}$$

右岸寄りの拱肋1/4點は荷重が左岸から右岸に進行するときはまづ上方に撓み，拱頂附近を通過すると下方に撓む．そして荷重が右岸から左岸に進行するときはまづ下方に撓み拱頂附近を通過すると上方に撓む．撓み量は正負何れの場合も荷重が拱の1/4點にある場合最大であつた．この場合上方への撓みを負とし，下方への撓みを正とした．表－3は拱1/4點の撓み及び固有振動週期を示したものであるが表－4には拱頂における橋床上の加速度計の測定結果が示してある．ただし前述の通り拱頂における振動は極めて小で撓度計に感ぜず撓み量を測定する事ができないので週期のみを表示するに

表—3　拱1/4點の第一次走行による測定結果

走行番號	最大靜的撓み δ (mm) 正の撓み	負の撓み	衝撃による最大撓み δ₀ (mm) 正の撓み	負の撓みの內	最大振幅 (mm) 正撓みの內	負撓みの內	δ—δ₀ (mm) 正撓みの內	負撓みの內	振動週期 (sec)	減衰比	衝撃率 (%) 正撓みの內	負撓みの內	實際速度 (km/hr)
1	0.32	0.20	0.50	0.36	0.56	0.36	0.18	0.16	0.382	1:0.30	56.3	30.0	10.84
2	0.40	0.20	0.58	0.48	0.56	0.50	0.18	0.28	0.370	1:0.21	45.0	140.0	10.62
3	0.40	0.20	0.46	0.42	0.24	0.50	0.06	0.22	0.391	1:0.46	1.5	110.0	13.61
4	0.45	0.18	0.72	0.46	0.50	0.56	0.32	0.28	0.404	1:0.40	71.1	38.9	12.46
5	0.38	0.30	0.44	0.62	0.26	0.72	0.06	0.32	0.384	1:0.17	1.6	106.8	15.77
6	0.47	0.25	0.60	0.54	0.34	0.62	0.13	0.29	0.370	1:0.47	27.7	115.9	15.37
7	0.33	0.24	0.44	0.44	0.28	0.46	0.11	0.20	0.388	1:0.50	33.4	83.4	21.24
8	0.41	0.31	0.54	0.62	0.40	0.70	0.13	0.31	0.382	1:0.29	31.7	100.0	20.16
9	0.40	0.22	0.70	0.54	0.80	0.70	0.30	0.32	0.380	1:0.24	75.0	145.2	26.96
10	0.42	0.23	0.72	0.60	0.62	0.90	0.30	0.37	0.393	1:0.24	71.5	161.0	23.76
11	0.40	0.17	0.58	0.38	0.60	0.38	0 18	0.21	0.374	1:0.22	45.0	127.0	30.71
12	0.35	0.24	0.54	0.30	0.48	0.48	0.19	0.06	0.377	1:0.14	54.3	2.5	35.86
13	0.40	0.20	0.54	0.70	0.60	0.91	0.14	0.50	0.397	1:0.18	35.0	250.0	35.46
14	0.46	0.18	0.82	0.99	1.00	0.92	0.36	0.81	0.335	1:0.26	78.4	450.0	42.77
15	0.36	0.29	0.60	0.54	0.76	0.48	0.24	0.25	0.380	1:0.23	66.7	86.4	40.10

表—4　第二次走行による拱頂における測定結果

走行番號	振動週期 (sec)	實際速度 (km/hr)
1′	0.211	12.64
2′	0.213	13.46
3′	0.213	22.68
4′	0.200	20.33
5′	0.222	35.46
6′	不明	32.58

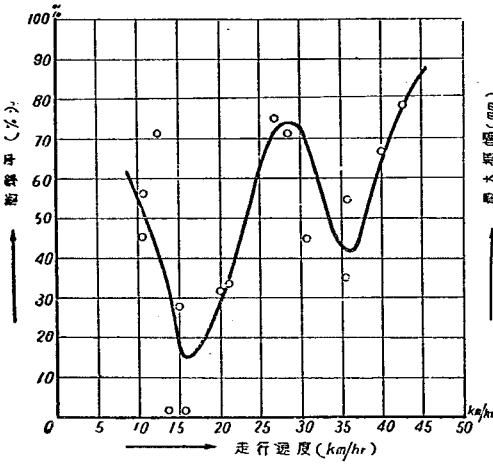
止めた.

拱1/4點の振幅は走行速度により異り 0.24～1.00mm，週期は 0.370～0.404sec，最大靜的撓みは正の撓みで 0.32～0.47 負撓のみで 0.18～0.31mm，衝撃による最大撓みは正の撓みで 0.50～0.82mm，負の撓みで 0.36～0.99mm であり，減衰比は1:0.14～1:0.47 であつた.

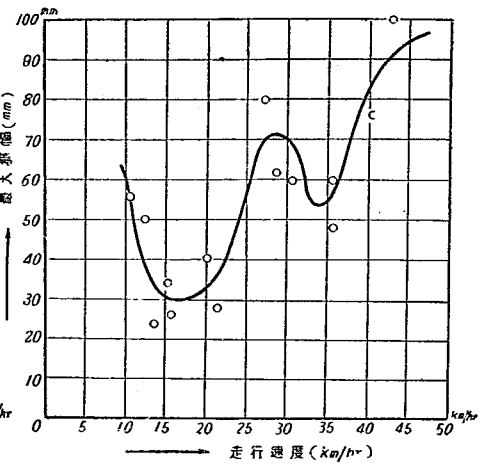
次に速行走度と最大振幅及び走行速度と衝撃率との關係を圖示して見ると圖—8及び圖—9のようになる.

測定の範圍では大体速度の增加と共に曲線は上昇する傾向があり，走行速度 42.7km/hr でいずれも最大値を示している. この事は橋床を支える支柱の間隔が4.4mであり，拱の固有周期 0.38 秒として，この4.4mを0.38秒で通過する速度を求めると，41.61km/hr となる事から頷ける. すなわち荷重は支柱を傳わつて拱肋に作用するものであるから，自動車荷重が41.6km/hr で通過する場合次々の支柱が順次 0.38 秒毎に拱肋に强制作用を及ぼす事になる. 支柱の間隔が 4.4m である點より考へれば 41.6km/hr の走行速度が共鳴作用を起しているのではないかと考える

図－8



図－9



ものであるが，42km/hr 以上の速度の場合は前後の取附道路の關係上實驗し得なかつたのは殘念であつた．

（d）補強前との比較

補強前の諸元を示せば（報告 69 號參照）

拱肋斷面二次率 $I' = 1,376,146\text{cm}^4$
拱肋斷面積 $A' = 163\text{cm}^2$ } （材料鋼）

拱肋廻轉半徑 $i'_o = \sqrt{\frac{I'}{A'}} = 90.5\text{cm}$

拱肋細長比 $= 81.0056$

死荷重分布（平均）$w = 4.719\text{kg/m}$

補強後の諸元を示せば

拱肋斷面二次率 I_c（拱頂）$= 99,948,220\text{cm}^4$
I_s（起拱點）$= 141,439,269\text{cm}^4$
拱肋斷面積 A_c（拱頂）$= 23,841\text{cm}^2$
A_s（起拱點）$= 34,663\text{cm}^2$
拱肋廻轉半徑 i_{oc}（肋頂）64.75cm
i_{os}（起拱點）$= 63.88\text{cm}$
拱肋細長比 拱頂 $= 113.237$
起拱點 $= 114.7698$
死荷重分布（平均）$w = 89.156\text{kg/m}$
} （コンクリート換算）

補強前の振動測定の結果は報告 69 號に發表してあるがこれと今回の補強後の振動測定結果を比較してみよう．表－5 は補強前の本橋の拱 1/3 點の振動測定結果を示す．

表－5　補強前の二鉄拱鋼の拱 1/3 點の振動測定結果

走行番號	最大靜的撓み δ_0 (mm) 正の撓み	負の撓み	衝撃による最大撓み δ (mm) 正の撓み	負の撓み	最大振幅 (mm) 正撓みの内	負撓みの内	$\delta-\delta_0$ (mm) 正撓みの内	負撓みの内	振動週期 (sec)	減衰比	衝撃率 (%) 正撓みの内	負撓みの内	實際速度 (km/hr)
1	6.83	4.30	7.93	5.88	1.67	1.96	1.00	1.58	0.42	—	14	37	5.58
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5.30
3	7.61	4.94	9.71	7.33	3.47	2.81	2.10	2.39	0.43	1:0.64	28	48	9.01
4	6.52	4.64	7.77	6.60	3.19	2.64	1.25	4.96	0.43	1:0.58	19	42	9.66
5	7.70	4.65	9.80	5.83	2.86	1.61	2.10	1.18	—	—	27	25	15.21
6	6.77	4.26	8.86	5.53	3.26	1.69	2.09	1.27	0.42	1:0.61	37	30	16.04
7	6.93	4.19	10.25	5.25	3.63	1.53	3.32	1.06	0.44	1:0.56	48	25	22.60
8	7.31	4.44	9.65	6.18	3.50	1.91	2.34	1.74	—	—	32	39	24.51
9	7.04	4.43	10.95	7.23	3.89	3.21	3.91	2.80	0.43	—	56	63	26.75
10	6.55	4.38	10.84	6.45	5.25	2.76	4.29	2.07	0.43	1:0.42	65	47	29.72
11	5.46	4.35	8.60	7.28	3.73	4.54	3.14	2.93	0.43	1:0.49	72	67	33.05
12	6.38	4.44	11.60	5.83	7.01	2.46	5.22	1.39	0.42	1:0.43	82	31	34.15
13	5.99	5.89	9.70	10.90	5.29	6.85	3.71	5.01	0.42	1:0.53	62	87	40.86
14	6.14	4.44	12.28	5.73	6.48	1.63	6.14	1.29	0.42	1:0.39	100	29	38.18

これを表－3 に示した補強後の拱 1/4 點の振動測定結果と比較して見ると，同じ總重量 6 T貨物自動車の走行に對し，次の如き結果が得られる．

振幅：補強前 1.63～7.01 mm，補強後 0.24～1.00 mm

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} = 6.8 \sim 7.0$$

最大靜的撓み：

正の撓み：補強前 5.46～7.61 mm，補強後 0.32～0.47 mm

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} = 16 \sim 17$$

負の撓み：補強前 4.30～5.89 mm，補強後 0.18～0.31 mm

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} = 19 \sim 24$$

衝撃による最大撓み

正の撓み：補強前 7.77～12.28 mm，補強後 0.50～0.82 mm

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} \fallingdotseq 15$$

負の撓み：補強前 5.25～10.90 mm 補強後 0.30～0.99 mm

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} = 11 \sim 15$$

減衰比：補強前 1:0.39～1:0.64，補強後 1:0.14～1:047

$$\frac{\text{補強前}}{\text{補強後}} = 1.4 \sim 2.8$$

振動週期：補強前0.42～0.44秒，補強後0.37～0.40

以上の數値に示された如く，本橋は鐵筋コンクリート拱橋となす事により，撓み，振動が極めて少くなり，特に減衰比が 1/1.4～1/2.8 に減少した事は本橋の減衰作用が 1.4～2.8 倍に増した事を示すもので，靜力學的の撓みの減少のみならず，振動減衰の効果を納め得た事を物語るものである．

Ⅱ．理論計算による檢討

次に萬年橋の振動測定結果と理論計算による結果と比較檢討を行つて見る事にする．

第2章以下の理論に示す如く拱 1/4 點における振動は拱軸伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる振動によつて大體決定附けられ，拱頂における振動は拱軸伸縮を伴う振動によつて大體決定附けられると見てさしつかえないものと思われるので，こゝに拱 1/4 點における實測の固有振動週期と曲げモーゲントのみによる拱の理論的固有振動週期とを比較檢討し，次に拱頂における實測の固有振動週期と拱軸伸縮を伴う拱の理論的固有振動週期とを比較檢討して見る事にする．

（a）拱軸伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる理論的固有振動週期

本橋の鐵筋コンクリート拱肋は高さは一定にして幅のみがほぼ直線的に變化している故に，拱肋の斷面二次率は近似的に直線的に變化するものと見て差支えない．

萬年橋において拱肋の斷面二次率は拱頂及び起拱點において

$$Ic = 99948220\ \text{cm}_4, \qquad Is = 141439269\ \text{cm}^4$$

である．以後計算に使用する記號は第2章におけるものを，そのまゝ使用する事にする．

よつて $\alpha_1 = \dfrac{Ic - Is}{Ic} = 0.145135$

また $\beta = 31.118^0 \times \dfrac{3.1416}{180^0} = 0.543106$

よつて斷面二次率は直線的に變化するものとして，計算に必要な諸量[1]を求めると

$\alpha_{11} = 4257.698132$, $\beta_{11} = 36.460359$, $\alpha_{12} = 21582.027604$, $\beta_{12} = \beta_{21} = -2$, $\alpha_{13} = \alpha_{31} = 0$, $\beta_{13} = \beta_{31} = -2$

$\alpha_{22} = 2352213.546859$, $\beta_{22} = 136.841414$, $\alpha_{23} = 646565.031024$, $\beta_{23} = \beta_{32} = -2$, $\alpha_{32} = \alpha_{23} = 6465.031024$

$\alpha_{33} = 3276286.045294$, $\beta_{33} = 304.143129$

よつて

$\text{æ}_1 = -151563.604687$, $\text{æ}_2 = 196595785.221012$, $\text{æ}_3 = 3616469173.907612$, $\text{æ}_4 = 395521462.397554$

$\dfrac{\text{æ}_2}{\text{æ}_1} = -129.717938$, $\dfrac{\text{æ}_3}{\text{æ}_1} = 2386.187661$, $\dfrac{\text{æ}_4}{\text{æ}_1} = 2609.729773$

が得られ，

$$X^3 + \left(\frac{\text{æ}_2}{\text{æ}_1}\right)X_2 + \left(\frac{\text{æ}_3}{\text{æ}_1}\right)\times + \frac{\text{æ}_4}{\text{æ}_1} = 0$$

1）第二章以下參照

を満足する X の第一及び第二正小根を求めると，　$X_1=1.67821$　　$X_2=17.227380$

となる．よつて

$$\sqrt{x_1}=\sqrt{1000X_1}=34.173$$

$$\sqrt{x_2}=\sqrt{1000X_2}=131.25$$

となる．

しかるに拱（上部構造一切を含む）の単位長當りの質量は

$$\mu=\frac{w}{g}=\frac{89.156}{980}=0.0909755\text{kg/sec}^2$$

であり，拱軸半徑は $r_0=7331.5$cm である．

拱頂における斷面二次率を Ic とすれば拱の第 n（$n=1.2$）次の固有圓振動數 ω_n 及び固有振動週期 T_n は次式によつて求められる．

$$\omega_n=\frac{\sqrt{x_n}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}\qquad T_n=\frac{2\pi}{\omega_n}$$

こゝに E はコンクリートの彈性限度内におけるヤング係數にして 210000kg/cm² を採用する事にする．

以上の計算を補強後の萬年橋につき行うと次の如くなる．

（i）斷面二次率には拱肋のみ有効に働くと考える場合

$$\omega_1=\frac{34.173}{(7331.5)^2}\sqrt{\frac{2.1\times10^5\times99948220}{0.0909755}}=9.657$$

$$T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}0.651\text{sec}$$

$$\omega_2=\omega_1\times\frac{131.25}{34.173}=37.089$$

$$T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=0.169\text{sec}$$

（ii）拱頂左右 8.8mm 区間の上部T型縱桁（拱肋上に直接載る）も斷面二次率に有効に働くと考える場合

この場合は，$\omega_n=\frac{\sqrt{x_n}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}$ に使用する Ic としては表題の部分の縱桁の影響を考慮に入れた平均斷面二次率 Ic を用うるものとする．

等斷面二鉸拱の場合は $\sqrt{x_1}=31.98$ 1) であるが，この場合にも上記の $\sqrt{x_n}$ を使用しても差支えないと思われる．この場合

$$Ic_1=\frac{140693745^{2)}\times3789+165416437^{3)}\times880}{3789}=179111920\text{cm}^4$$

よつて

$$\omega_1=\frac{31.173}{(7331.5)^2}\sqrt{\frac{2.1\times10^5\times179111920}{0.0909755}}=12.927$$

$$T_1=0.486\text{sec}$$

1）：報告 69 號參照

2），3）：正確を期するため實際の斷面二次率の變化圖を画いてこれに最も近似的な直線を求めこれより換算せる値を採用したものである．

$$\omega_2 = \omega_1 \times \frac{131.25}{34.173} = 49.650$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0.127\text{sec}$$

(iii) 上部T型縦桁が全徑間にわたつて拱頂近傍におけると同一の働を斷面二次率に及ぼすと考える場合

この場合c_1の値は絶對値において(i)の場合より幾分減少するをもつて$\sqrt{x_n}$の値も (i) の場合より幾分減少するが，等斷面の場合より幾分大である事は明らかであるから，やはり（i）の場合の$\sqrt{x_n}$を使用して計算する事にしよう．

さて，この場合ω_nを計算するための斷面二次率としては全體の斷面二次率の平均値Ic_2を使用することにする．

$$Ic_2 = 14069374 + 165416437 = 306110182\text{cm}^4$$

$$\omega_1 = \frac{34.17^3}{(7331.5)^2}\sqrt{\frac{2.1\times10^5\times306110182}{0.0909755}} = 16.900$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} 0.372\text{sec}$$

$$\omega_2 = \omega_1 \times \frac{131.25}{34.173} = 64.908$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0.103\text{sec}$$

もしω_nを計算するのに等斷面二次率の場合の$\sqrt{x_n}$を使用すると

$$\omega_1 = \frac{31.0988}{(7331.5)^2}\sqrt{\frac{2.1\times10^5\times306110182}{0.0909755}} = 15.380$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0.409\text{sec}$$

よつて (iii) の場合の求める第一次固有振動週期T_1は次の範圍内にある事が推定される．

$$0.372\text{sec} < T_1 < 0.409\text{sec}$$

次にこれを實測結果と比較檢討して見る．

拱1/4點の第一次固有振動週期の實測値は0.370～0.404secである．よつて（i），(ii) の場合は實測値より相當大なる計算値を示している事が窺はれるであろう．しからば (iii) の場合を考えれば第一次固有振動週期は理論的計算結果によると，$0.372\text{sec} < T_1 < 0.409\text{sec}$である事が示されているが，これは實測結果による

$$0.370\text{sec} \leqq T_1 \leqq 0.404\text{sec}$$

なる範圍と非常に良く一致している．

よつて萬年橋の如く拱頂近傍相當の區間，上部縦桁と拱肋が接着した構造の鐵筋コンクリート二鉸拱橋にあつては，其の曲げのみによる固有振動を考える場合には拱肋の斷面二次率のみをとる事は上部構造が拱の剛性に何等關與していないと考える事であつて見地から計算せられた固有振動週期は實際の拱の固有振動週期より延びた値を與えるが實際は上部構造も拱全體の剛性には相當關與するものであるから上記の (iii) の場合のごとく床組の一部は拱頂近傍と同一程度に剛性に關與すると考えて固有振動週期を計算すべきあろう．

理論的計算結果から逆に云うと，本橋梁の場合には曲げのみの振動に對しては，床組構造も有効に働き，拱の

剛性に相當關與していると見做す事ができる譯である.

（b）拱軸伸縮を伴う左右對稱の振動の理論的固有振動周期

拱肋は幅のみが大體直線的に變化し，高さは一定であるから拱肋の斷面積は大體直線的に變化すると考えてよい.

そこで本橋の場合計算に必要な諸元を示せば

$$Ac=23341\text{cm}^2 \qquad As=34663\text{cm}^2 \qquad A_m=29252\text{cm}^2$$

$$i_{oc}=\sqrt{\frac{Ic}{Ac}}=64.75\text{cm} \qquad i_{os}=\sqrt{\frac{Is}{As}}=63.88$$

$$i_m=\frac{i_{oc}+i_{os}}{2}=64.315\text{cm} \qquad r_0=7331.5\text{cm}$$

$$f_m=\frac{r_0}{i_m}=113.7072 \qquad f_m{}^2=12929.3273$$

$$\beta=0.543106 \qquad \rho=\frac{f_m{}^2}{\beta}=23806.2686$$

$$\mu=0.0909755\text{kg/sec}^2$$

$$C_1=\frac{Ic-Ic}{Ic}=-0.415208 \qquad D_1=\frac{Ac-As}{Ac}=-0.45394$$

こゝに m なる添字は平均値を表わす.

第2章の記號をそのまゝ使用し，斷面積は直線的に變化するものとして，必要な諸量を計算すると，

$$\alpha_1=22.2970822 \qquad \alpha_2=200.673738 \qquad \alpha_3=0.618989$$

$$\alpha_4=0.939922 \qquad \alpha_5=-0.051901 \qquad \alpha_{13}=0.993769=\alpha_{31}$$

$$\alpha_{14}=2.343634=\alpha_{41} \qquad \alpha_{23}=0.315933=\alpha_{32} \qquad \alpha_{24}=-1.850017=\alpha_{42}$$

$$\varkappa_1=1 \qquad \varkappa_2=-224.529731 \qquad \varkappa_3=4812.606988$$

$$\varkappa_4=-5719.072354 \qquad \varkappa_5=1632.799710$$

$$X^4+\left(\frac{\varkappa_2}{\varkappa_1}\right)X^3+\left(\frac{\varkappa_3}{\varkappa_1}\right)X^2+\left(\frac{\varkappa_4}{\varkappa_1}\right)X+\frac{\varkappa_5}{\varkappa_1}=0$$

なる方程式の第一及び第二の正小根を X_1，X_2 とすれば

$$X_1=0.459002 \qquad X_2=0.786884$$

$$\sqrt{\varkappa_1}=\sqrt{\rho X_1}=104.533 \qquad \sqrt{\varkappa_2}=\sqrt{\rho X_2}=136.868$$

となる.

拱伴縮を伴う拱の振動の第一次及び第二次固有振動數及び振動週期を夫々 ω_1，ω_2，及び T_1，T_2 とすれば

$$\omega_1=\frac{\sqrt{\varkappa_1}}{r_0}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}=\frac{104.533}{(7331.5)^2}\sqrt{\frac{2.1\times10^5\times99948220}{0.0909755}}=29.540$$

$$T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=0.213\text{sec}$$

$$\omega_2=\omega_1\times\frac{136.868}{104.533}=38.676$$

$$T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=0.165\text{sec}$$

かくて得られた理論的數値と實測結果を比較して見る.

實測による拱頂における拱の第一次の固有振動週期は0.200～0.222secの範圍内にあり，計算値の0.213secは丁度この中央に落ちる事を知る.

この事から拱軸伸縮を伴う左右對稱の振動においては拱肋の斷面のみによつて振動は左右せられ，床組構造は殆んど影響しない事が分る. 從つて拱軸伸縮を伴う二鉸拱の固有振動は拱肋の斷面のみに依つて取扱い得る事が明らかとなつた.

Ⅱ. 結　論

二鉸鋼構拱橋たりし万年橋をメラン式鐵筋コンクリート拱橋として補強した後の振動によ對する補強効果を要約すると次の如くである.

補強後においては補強前に對して，振幅において1/6.8～1/7.0最大靜的撓みにおいて1/16～1/24，衝撃による最大撓みにおいて1/11～1/15，減衰比において1/1.4～1/2.8となり，何れも非常に減少を示し補強効果の充分上つた事を示している. 以上は補強前の拱1/3點と補強後の拱1/4點における比較である. 第一次固有振動週期としては，補強前には拱1/3點において0.42～0.44sec拱頂において0.231～0.238secであり補強後には拱1/4點において0.370～0.404sec拱頂において0.200～0.222secであつた. 補強後においても固有振動週期は補強前より減少していない. これは理論的計算結果と比較すれば充分頷ける事である. 理論計算結果によると，曲げモーメントによる左右非對稱な第一次固有振動週期T_1は$0.372\text{sec} < T_1 < 0.409\text{sec}$であり，拱軸伸縮を伴う左右對稱の振動の第一次固有有振動週期は0.213secとなる. 一方拱頂おける振動は拱軸の伸縮による振動を殆んど表わし，拱1/4點における振動は曲げによる振動を殆んど表わしている事は前述の通りである.

從つて補強後の固有振動週期の實測結果は理論計算結果によく一致し，補強後においてもさほど週期が減少していない事に對する疑問は解消された. 何れにしてもこの試驗より，本橋の補強効果は相當大であつたと判定せられる.

尙理論計算結果より，鐵筋コンクリート拱橋（特に拱頂近傍において上部構造とが接着せる構造のもの）の曲げによる固有振動に對しては，床組構造も拱全體の上下に對する剛性に相當關與しておると云う事と，拱軸伸縮を伴う拱の左右對稱型の振動に對しては拱肋の斷面のみが振動を決定する支配的要素となつてあると云う事が明らかにされた.

第2章　變斷面圓形二鉸拱の固有振動週期の理論的算定法

Ⅰ. 振動に關する勢力式

拱の振動による勢力はこれを次の4つに分類する事ができる.

(i) 曲げモーメントによる變形の勢力

(ii) 軸力による變形の勢力

(iii) 慣性力による勢力

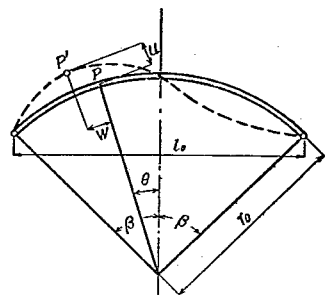
(iV) 廻轉慣性による勢力

次に上記の勢力を表わす式を求める必要があるがその前に計算に必要な記號を定めて置く.

θ：拱の中央對稱軸$X-X$より圖—10の如く測つた角

β ： 拱の半弧の張る中心角
r_0 ： 圓形拱の半徑
P' ： P點が 變形後に取る位置
l_0 ： 拱の支點間距離
w ： 拱の切線方向の變位
u ： 拱の半徑方向の變位
μ_θ ： 拱の單位長當りの質量
E ： 拱の彈性係數
F_θ ： 拱の斷面積
I_θ ： 拱の斷面二次率
i_θ ： 拱の斷面廻轉半徑
ω ： 圓振動數

圖－10



次に各勢力の算定式を示す.

（1）曲げモーメントによる變形の勢力

$$A_1=\int\frac{M^2}{2EI_\theta}\,ds \qquad \text{圓形拱において} \quad M=-\frac{EI\theta}{r_0^2}\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)$$

從つて

$$A_1=\frac{E}{2}\int_{-\beta}^{\beta}\frac{I_\theta\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2}{r_0^3}\,d\theta \cdots\cdots(1)$$

（2）軸力による變形の勢力

$$A^2=\int\frac{Q^2}{2F_0E}\,dr \qquad \text{圓形拱において} \quad Q=\frac{EF_\theta}{r_0}\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)$$

從つて

$$A_2=\frac{E}{2}\int_{-\beta}^{\beta}\frac{F_\theta\left(\frac{dw}{d\theta}+u\right)^2}{r_0}\,d\theta \cdots\cdots(2)$$

（3）慣性力による勢力

拱の微小部分の質量 $dm=\mu_\theta r_0 d\theta$ が圓振動數 ω で振動する場合，その切線方向及び半徑方向の慣性力の成分はそれぞれ $-dm\omega^2u$, $-dm\omega^2h$ なるにより，拱の總慣性力の勢力は

$$A_3=-\frac{1}{2}\int dm\omega^2\,(u^2+w^2)=-\frac{\mu_\theta r_0\omega^2}{2}\int_{-\beta}^{\beta}(u^2+\omega^2)\,d\theta \cdots\cdots(3)$$

（4）廻轉慣性による勢力

拱の微小部分 ds の P 點が P' 點に微動する場合小さい角 $\psi=\frac{1}{r_0}\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)$ だけの角變位をなす. これがために要する仕事の勢力は角加速度 $\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$ なるにより，$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=-\frac{1}{r_0}\omega^2\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)$ となり，從つて

$$A_4=-\frac{1}{2}\int(\mu_\theta i_\theta^2 r_0 d\theta)\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\psi=-\frac{\omega^2}{2r_0}\int_{-\beta}^{\beta}\mu_\theta i_\theta^2\left(-\frac{du}{d\theta}+w\right)^2 d\theta \cdots\cdots(4)$$

今 $f_\theta^2=\frac{r_0^2F_\theta}{I\theta}=\left(\frac{r_0}{i_\theta}\right)^2$, $\quad \nu_\theta=\frac{\mu_\theta r_0^4}{EI\theta}$ と置けば 振動する圓形拱の總勢力は

$$A=\frac{E}{2r_0^3}\int_{-\beta}^{\beta}I_\theta\left\{\left(\frac{du^2}{d\theta^2}+u\right)^2+f^2\theta\left(u+\frac{dw}{d\theta}\right)^2-\nu_\theta\omega^2\,(u^2+w^2)-\nu_\theta\omega^2\frac{1}{f\theta^2}\left(w-\frac{du}{d\theta}\right)^2\right\}d\theta \cdots\cdots(5)$$

となる.

Ⅱ. 拱軸の伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる左右非對稱型振動

(1) 理論的計算法

拱軸の伸縮はこの場合行われないから,

伸縮量　$\varepsilon = \frac{1}{r_0}\left(\frac{dw}{d\theta} + u\right) = 0$

すなわち,　$u = -\frac{dw}{d\theta}$ ……(6)

これを總勢力(5)式に代入すれば

$$A = \frac{E}{2r^3_0}\int_{-\beta}^{\beta} I\theta\left\{\left(\frac{d^2w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta}\right)^2 - \nu_\theta{}^2\omega\left\{\left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2 + w^2 + \frac{1}{f\theta^2}\left(\frac{d^2w}{d\theta^2} + w\right)^2\right\}\right\}d\theta \cdots\cdots(7)$$

となる.

次に二鉸拱の境界條件は

$\theta = \pm\beta$ において

$$w = 0 \qquad u = 0 \qquad M = \frac{EI\theta}{r_0{}^2}\left(u + \frac{d^2u}{d\theta^2}\right) = 0 \cdots\cdots(8)$$

である,よつて(6)式の關係を用うれば

$$\theta = \pm\beta \text{ において,} \qquad w = \frac{dw}{d\theta} = \frac{d^3w}{d\theta^3} = 0 \cdots\cdots(9)$$

この境界條件を滿足する無限個のパラメーターを含むの函數系をえらび,振動の總エネルギーが極小になる樣にパラーメータで偏微分して零と置き,ω に關する無限個の連立方程式より ω の嚴密解が得られる.

今近似的に w の函數列中最初の r 個を取り

$$w(\theta) = \sum_{n=1}^{r} a_m\left\{1 - \cos n\pi\left(\frac{\theta - \beta}{\beta}\right)\right\} \cdots\cdots(10)$$

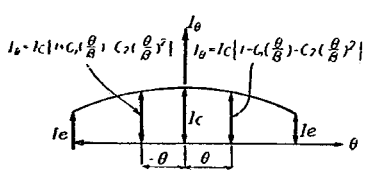
と置けば.これは(9)式の境界條件を滿足する.

$\frac{1}{f^2}$ は普通極めて小なるにより,これを零とする.すなわち廻轉慣性の影響は無視すれば振動の總エネルギーは次の如くなる.

$$A = \frac{E}{2r_0{}^3}\int_{-\beta}^{\beta} I\theta\left\{\left(\frac{d^3w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta}\right)^2 - \nu_\theta\omega^2\left\{\left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2 + w^2\right\}\right\}d\theta \cdots\cdots(11)$$

拱の斷面の變化が拱頂に對して左右對稱な場合を考えれば一般に次の如く置く事ができる.(圖—11參照) 圖

圖—11



$$I\theta = Ic\left\{1 \mp c_1\frac{\theta}{\beta} - c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\} \cdots\cdots(12)$$

また　$\nu_\theta = \nu = \frac{\mu r_{04}}{E'Ic}$　とする.但し Ic は拱頂の斷面二次率とし,μ_θ は I の變化に比較して極めて變化少きため一定値を取るものとする.この事と,函數の偶函數性を考えれば(11)式は次の如く表わされる.

$$A=\frac{EIc}{r_0^3}\int_0^\beta\left[\left\{1-c_1\frac{\theta}{\beta}-c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\}\left\{\left(\frac{d^3w}{d\theta^3}+\frac{dw}{d\theta}\right)^2-\nu\omega^2\left\{\left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2+w^2\right\}\right\}\right]d\theta\cdots\cdots\cdots(13)$$

この (13) 式の w に (10) 式の w を代入して積分を行い，$\frac{r_0^3}{EIc\beta}\left(\frac{\partial A}{\partial a_m}\right)$ を求めると次式の如くなる．

$$\frac{r_0^3}{EIc\beta}\left(\frac{\partial A}{\partial a_m}\right)=\left[\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^3-\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)\right\}^2\left(1-\frac{c_1}{2}-\frac{c_2}{3}+\frac{c^2}{2m^2\pi^2}\right)-\nu\omega^2\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^2+3\right\}\right]a_m$$
$$-\sum_{n=1}^{r}{}'\left[\left\{\left(\frac{n\pi}{\beta}\right)^3-\left(\frac{n\pi}{\beta}\right)\right\}\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^3-\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)\right\}\left\{\frac{1}{(r-m)^2}-\frac{1}{(n+m)^2}\right\}\left\{\frac{c_1\sigma_{m+n}}{\pi^2}\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{2c^2}{\pi^2}\right)+2\nu\omega^2\right]a_n\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここに，$\sigma_n=1-(-1)^n$ とし，$\sum_{n=1}^{r}{}'$ は $\sum_{n=1}^{r}$ の中の $n=m$ なる項を除いた和とする．

よつて，$\frac{\partial A}{\partial a_m}=0$ $(m=1,\ 2,\ \cdots\cdots r)$ なる r 個の方程式より a_1, $a_2\cdots\cdots a_r$ なる r 個のパラメーターを消去すれば，ω のみを含む次の如き関係式を得る．

$$\begin{vmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{31}\cdots\cdots\Delta_{1r} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{22}\cdots\cdots\Delta_{2r} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33}\cdots\cdots\Delta_{3r} \\ \vdots & & \\ \Delta_{r1} & \Delta_{r2} & \Delta_{r3}\cdots\cdots\Delta_{rr} \end{vmatrix}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

ここに

$$\Delta_{mm}=\alpha_{mm}+\beta_{mm}\nu\omega^2$$
$$\Delta_{mn}=\alpha_{mn}+\beta_{mn}\nu\omega^2$$
$$\alpha_{mm}=\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^3-\frac{m\pi}{\beta}\right\}^2\left(1-\frac{c_1}{2}-\frac{c_2}{3}+\frac{c_2}{2m^2\pi^2}\right)$$
$$\beta_{mm}=-\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^2+3\right\}$$
$$\alpha_{mn}=-\left\{\left(\frac{m\pi}{\beta}\right)^3-\frac{m\pi}{\beta}\right\}\left\{\left(\frac{n\pi}{\beta}\right)^3-\frac{n\pi}{\beta}\right\}\left\{\frac{1}{(m-n)^2}-\frac{1}{(m+n)^2}\right\}\left(\frac{c_1\sigma_{m+n}}{\pi^2}+\frac{2c_2}{\pi^2}\right)\qquad(m\neq n)$$
$$\beta_{mn}=-2\qquad(m\neq n)$$

とする．

(15) 式において，$\nu\omega^2=x$ と置き，x の最小根を求めれば第一次振動の固振動数は

$$\omega=\frac{\sqrt{x}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

として求められる．

$$I\theta=Ic\left\{1\mp c_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right)-c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\}$$

において，$I\theta$ が拱頂 (Ic) より起拱點 (Is) 迄直線的に變る時は $c_2=0$ となり．$c_1=\frac{Ic-Is}{Ic}$ と置けば良

く，$I\theta$ が拱頂より起拱點迄二次抛物線的に變る時は，$c_1 = 0$ となり，$c_2 = \frac{Ic - Is}{Ic}$ と置けば良い．拱斷面が一定なる場合には $c_1 = c_2 = 0$ となり，報告69號に示した場合と當然一致する．

（2）數値計算

今我々は斷面二次率の變化が拱の固有振動週期にいかなる影響を及ぼすかを數値計算によつて檢討して見よう．

(15) 式の行列式の第一項のみを取つた場合と第二項迄取つた場合と第三項迄取つた場合の ω の最小根の値を夫々 ω_{11}, ω_{12}, ω_{13} とすると，大體

$$\left(\frac{\omega_{11}-\omega_{12}}{\omega_{12}}\right)\times 100 = 2.78\sim 0.415\%$$

$$\left(\frac{\omega_{11}-\omega_{13}}{\omega_{12}}\right)\times 100 = 0.047\sim 0.007\%$$

であるので，實際の工學上の目的には行列式の第三項迄取れば充分精密なる ω の値を得るものと思われる．よつて次の計算においては行列式の第三項迄を取つて行う事にする．すなわち

$$\begin{vmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots(17)$$

によつて求めた固有振動週期は近似計算として充分精度を有するものである．

今　　$X = \frac{1}{1000}x = \frac{1}{1000}\nu\omega^2$ ……(18)

と置けば，(17) 式は次の如くなる．

$$\begin{vmatrix} \frac{\alpha_{11}}{1000}+\beta_{11}X, & \frac{\alpha_{12}}{1000}+\beta_{12}X, & \frac{\alpha_{13}}{1000}+\beta_{13}X \\ \frac{\alpha_{12}}{1000}+\beta_{12}X, & \frac{\alpha_{22}}{1000}+\beta_{22}X, & \frac{\alpha_{23}}{1000}+\beta_{23}X \\ \frac{\alpha_{13}}{1000}+\beta_{13}X, & \frac{\alpha_{23}}{1000}+\beta_{23}X, & \frac{\alpha_{33}}{1000}+\beta_{33}X \end{vmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots(19)$$

(19) 式を展開すれば次の如き三次方程式を得る．　$X^3 + \left(\frac{æ_2}{æ_1}\right)X^2 + \left(\frac{æ_3}{æ_1}\right)X + \frac{æ_4}{æ_1} = 0$ ……(20)

こゝに

$$æ_1 = \beta_{11}\beta_{22}\beta_{33} + 2\beta_{12}\beta_{23}\beta_{31} - (\beta_{12}{}^2\beta_{33} + \beta_{23}{}^2\beta_{11} + \beta_{31}{}^2\beta_{22})$$

$$æ_2 = \frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}} + \frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}} + \frac{\alpha_{33}}{\beta_{33}}\right)\beta_{11}\beta_{22}\beta_{33} - \frac{2}{1000}\left(\frac{\alpha_{12}}{\beta_{12}} + \frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}} + \frac{\alpha_{31}}{\beta_{31}}\right)\beta_{12}\beta_{23}\beta_{31}$$
$$- \frac{1}{1000}\left(\frac{2\alpha_{12}}{\beta_{12}} + \frac{\alpha_{33}}{\beta_{33}}\right)\beta_{12}{}^2\beta_{33} - \frac{1}{1000}\left(\frac{2\alpha_{23}}{\beta_{23}} + \frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}\right)\beta_{23}{}^2\beta_{11}$$
$$- \frac{1}{1000}\left(\frac{2\alpha_{31}}{\beta_{31}} + \frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}}\right)\beta_{31}{}^2\beta_{22}$$

$$æ_3 = \frac{1}{1000000}\left(\frac{\alpha_{11}\alpha_{22}}{\beta_{11}\beta_{22}} + \frac{\alpha_{22}\alpha_{33}}{\beta_{22}\beta_{33}} + \frac{\alpha_{33}\alpha_{11}}{\beta_{33}\beta_{11}}\right)\beta_{11}\beta_{22}\beta_{33}$$

$$+\frac{1}{1000000}\left(\frac{\alpha_{12}\alpha_{23}}{\beta_{12}\beta_{23}}+\frac{\alpha_{23}\alpha_{31}}{\beta_{23}\beta_{31}}+\frac{\alpha_{31}\alpha_{12}}{\beta_{31}\beta_{12}}\right)\beta_{12}\beta_{23}\beta_{31}$$

$$-\frac{1}{1000000}\left\{\frac{2\alpha_{12}\alpha_{33}}{\beta_{12}\beta_{33}}+\left(\frac{\alpha_{12}}{\beta_{12}}\right)^2\right\}\beta_{12}{}^2\beta_{33}$$

$$-\frac{1}{1000000}\left\{\frac{2\alpha_{23}\alpha_{11}}{\beta_{23}\beta_{11}}+\left(\frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}\right)^2\right\}\beta_{23}{}^2\beta_{11}-\frac{1}{1000000}\left\{\frac{2\alpha_{31}\alpha_{22}}{\beta_{31}\beta_{22}}+\left(\frac{\alpha_{31}}{\beta_{31}}\right)^2\right\}\beta_{31}{}^2\beta_{22}$$

$$\varkappa_4=\varphi_{11}\varphi_{22}\varphi_{33}\beta_{11}\beta_{22}\beta_{33}+2\varphi_{12}\varphi_{23}\varphi_{31}\beta_{12}\beta_{23}\beta_{31}-\varphi_{12}{}^2\varphi_{33}\beta_{12}{}^2\beta_{33}-\varphi_{23}{}^2\varphi_{11}\beta_{23}{}^2\beta_{11}-\varphi_{31}{}^2\varphi_{22}\beta_{31}{}^2\beta_{22}$$

$$\varphi_{11}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}\right)\qquad\varphi_{12}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{12}}{\beta_{12}}\right)\qquad\varphi_{13}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{13}}{\beta_{13}}\right)$$

$$\varphi_{21}=\varphi_{12}\qquad\varphi_{22}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}}\right)\qquad\varphi_{23}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}\right)$$

$$\varphi_{31}=\varphi_{13}\qquad\varphi_{32}=\varphi_{23}\qquad\varphi_{33}=\frac{1}{1000}\left(\frac{\alpha_{33}}{\beta_{33}}\right)$$

(a) 斷面二次率が直線的に變化する場合

斷面二次率が拱頂より起拱點に向つて直線的に變化して左右對稱的なる場合

$$\theta\geqq 0\text{ において }I\theta=Ic\left\{1-\frac{Ic-Is}{Ic}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\right\}$$

と置き得る．この場合 (17) 式において $c_1=\frac{Ic-Is}{Ic}$，$c_2=0$ なる故に．(19) 式においてこの c_1，c_2 の値を用いて各 α，β の値を求め，(20) 式より X の値を求めれば良い．

我々は次の如き c_1 の値に對して數値計算を試みる事にした．

$c_1=\frac{Ic-Is}{Ic}=0$	斷面二次率一定の場合
$c_1=0.2$	$Ic:Is=10:8$ の場合
$c_1=0.4$	$Ic:Is=10:6$ の場合
$c_1=0.6$	$Ic:Is=10:4$ の場合
$c_1=0.8$	$Ic:Is=10:2$ の場合
$c_1=1.0$	$Is=0$ の場合

以上の夫々の場合の (20) 式の最小根を夫々 X_0，$X_{0.2}$，$X_{0.4}$，$X_{0.6}$，$X_{0.8}$，$X_{1.0}$ とすれば第一次基本固有圓振動數は，(18) により

$$X_n=\frac{1}{1000}\nu\omega^2=\frac{1}{1000}\frac{\mu r_0{}^4}{EIc}\omega^2$$

なるにより，

$$\omega_n=\sqrt{\frac{1000X_n}{r_0{}^2}}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}=\sqrt{\frac{\varkappa_n}{r_0{}^2}}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}}\quad\cdots\cdots(21)$$

但し，$n=0,0.2,0.4,0.6,0.8,1.0$ とする．

また拱 1/4 點の斷面二次率を I_m とすると，

$$I_m = \left(\frac{2-c_1}{2}\right) Ic \quad \text{となるから，} \quad Ic = \left(\frac{2}{2-c_1}\right) I_m \quad \text{となり}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1000X_n}{r_0^2}}\sqrt{\frac{2}{2-c_1}}\sqrt{\frac{EIm}{\mu}} = \sqrt{\frac{x_n'}{r_0^2}}\sqrt{\frac{EIm}{\mu}} \quad \cdots\cdots(22)$$

但し　　$x_n' = \left(\frac{2}{2-c_1}\right)x_n$　　とする．

今　$kc_1 = \frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}}$　　$k_{m1} = \frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}}\sqrt{\frac{2}{2-c_1}} = \frac{\sqrt{x_n'}}{\sqrt{x_0}}$ ……(23)

とすると，

$$\omega_n = kc_1\sqrt{\frac{x_0}{r_0^2}}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}} = k_{m1}\sqrt{\frac{x_0}{r_0^2}}\sqrt{\frac{EIm}{\mu}} \quad \cdots\cdots(24)$$

となる．

また Ic 及び Im を持てる定斷面二錢拱の第一次の固有振動數を夫々 ω_c 及び ω_m とすると，任意の c_1 の値に對應する第一次の固有振動數 ω_1 は次式によつて求められる．

$$\omega_1 = kc_1\omega_c = k_{m1}\omega_m$$

ここに

$$\omega_c = \sqrt{\frac{x_0}{r_0^2}}\sqrt{\frac{EIc}{\mu}} \qquad \omega_m = \sqrt{\frac{x_0}{r_0^2}}\sqrt{\frac{EI_m}{\mu}}$$

今斷面二次率の變化により，固有振動にいかなる影響があるかを檢討するために，$\beta = 30°$ なる場合について數値計算を行つた結果を表一6 に示す．Ic が同一なる變斷面二次率の拱を考えると，其の固有圓振動數を Ic の項で表はせば變化が大きく，I_m の項で表はせば變化が小さく，$C = 1.0$ にても固有圓振動數の變化率は 0.9 に減ずるに過ぎない．

よつて變斷面二次率の拱の拱肋の伸縮を伴わない固有振動の計算には近似的に拱の1/4點の斷面二次率が一樣に分布する定斷面二次率の拱として差支えない事になる．

kc_1 及び k_{m1} なる係數の値は圖—12 の曲線の kc_1．k_{m1} に示してある．この曲線より任意の c_1 の値に對する kc_1 k_{m1} の値は圖上で求める事ができる．

(b) 斷面二次率が二次拋物線的に變化する場合

斷面二次率が拱頂より起拱點に向つて二次拋物線的に變化して左右對稱的な場合

$\theta \geqq 0$ に對して，　$I\theta = Ic\left\{1 - \frac{Ic-Is}{Ic}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\}$

と置く事ができる．

この場合 (17) 式において，

$$C_1 = 0 \qquad C_2 = \frac{Ic-Is}{Ic}$$

となると考える事ができるので，前記同樣に

$$C_2 = \frac{Ic-Is}{Ic} = 0,\ 0.2,\ 0.4,\ 0.6,\ 0.8,\ 1.0$$

表—6　拱の中心角60°（β = 30°）の場合の変断面二次半二鉸拱の固有円振動数計算表（直線的に変化する場合）

c_1		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}$	− 1.1307692	− 1.01769231	− 0.9046154	− 0.7915385	− 0.6784615	− 0.5653846
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}}$	− 20.0316734	− 1 8.02856013	− 16.0253381	− 14.0221714	− 12.0190041	− 10.0158367
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{33}}{\beta_{33}}$	− 103.3718531	− 93.03466790	− 82.6974820	− 72.3602973	− 72.0231119	− 51.6859266
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{12}}{\beta_{12}}$	0.0	+ 6.49104031	+ 12.9820864	+ 19.4731209	+ 25.9641612	+ 32.4552015
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}$	0.0	+ 194.04581442	+ 388.17179	+ 582.2574433	+ 776.3435277	+ 970.4290721
β_{11}		− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00
β_{12}		− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00
β_{13}		− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00
β_{22}		− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147000
β_{33}		− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00
$\mathfrak{a}_1$		− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00
$\mathfrak{a}_2$		+ 233316158.495	+ 210058868.672	+ 186692705.563	+ 163544188.308	+ 140237199.636	+ 117029709.559
$\mathfrak{a}_3$		− 4143539738.348	− 3352627247.730	− 2631137822.061	− 1980962737.403	− 1401469539.440	− 8926602795.440
$\mathfrak{a}_4$		+ 4389582340.094	+ 3188898031.607	+ 2207972375.397	+ 1427873661.442	+ 829688860.190	+ 3944304 8.254
X_n		+ 1.13076908	+ 1.015146996	+ 0.89510104	+ 0.7692672	+ 0.6316003	+ 0.74068607
x_n		+ 1130.769076	+ 1015.146996	+ 895.10104	+ 769.26722	+ 631.61003	+ 470.68607
$\sqrt{x_n}$		+ 33.627	+ 31.168	+ 29.926	+ 27.734	+ 25.139	+ 21.697
$kc_1 = \sqrt{x}/\sqrt{x_0}$		+ 1.000	+ 0.9475	+ 0.8899	+ 0.8284	+ 0.7874	+ 0.6451
$k_{n1} = \sqrt{x_n'}/\sqrt{x_0}$		+ 1.000	+ 0.9587	+ 0.9960	+ 0.9901	+ 0.9648	+ 0.9124

のそれぞれの場合の固有振動数は

$$X_n = \frac{1}{1000} x_n = \frac{1}{1000} \frac{\mu r_0^4}{EIc} \omega^2$$

より，

$$\omega_n = = \frac{\sqrt{1000 X_n}}{r_0^2} \sqrt{\frac{EIc}{\mu}} = \frac{\sqrt{x_n}}{r_0^2} \sqrt{\frac{EIc}{\mu}} \quad \cdots\cdots(26)$$

この場合は $Ic = \left(\frac{4}{4-c_2}\right) I_m$ となるから，

$$\omega_n = \frac{\sqrt{x_n}}{r_0^2} \sqrt{\frac{4}{4-c_2}} \sqrt{\frac{EI_m}{\mu}} = \frac{\sqrt{x_n'}}{r_0^2} \sqrt{\frac{EI_m}{\mu}} \quad \cdots\cdots(27)$$

但し $x_n' = \left(\frac{4}{4-c_2}\right) x_n$　とする．

前記同様に

$$kc_2 = = \frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}} \qquad k_{m2} = \frac{\sqrt{x_n}}{\sqrt{x_0}} \sqrt{\frac{4}{4-c_2}} = \frac{\sqrt{x_n'}}{\sqrt{x_0}} \quad \cdots\cdots(28)$$

とすると，

$$\omega_n = kc_2 \omega c = k_{m2} \omega_m \quad \cdots\cdots(29)$$

となる．

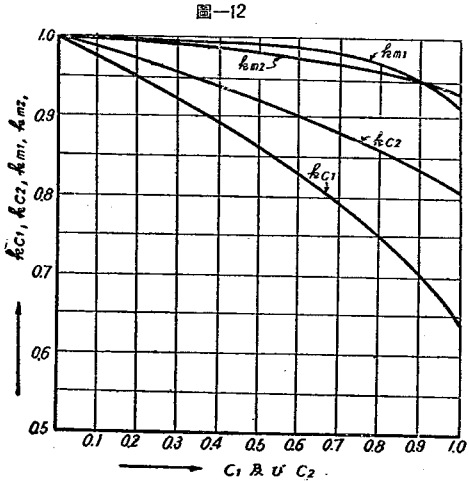
ことに　$\omega_c = \frac{\sqrt{x_0}}{r_0^2} \sqrt{\frac{EIc}{\mu}}$　$\omega_m = \frac{\sqrt{x_0}}{r_0^2} \sqrt{\frac{EI_m}{\mu}}$　とする．よつて任意の c_2 の値に對應する固有圓振動數 ω_2 は次式によつて求められる．

$$\omega_2 = kc_2 \omega_c = k_{m2} \omega_m \quad \cdots\cdots(30)$$

$\beta = 30°$ の場合について，二鉸拱の固有圓振動數を計算した結果は表—7に示す如くである．

固有圓振動數を拱頂の斷面二次率 Ic の項で表わせば $c_2 = 1.0$ の場合の値の定斷面の場合の値に對する減少率 kc_2 は 0.806 であるが，拱の1/4點の斷面二次率 I_m の項で表わせば，減少率 k_{m2} は0.9307であるに過ぎない．この場合も拱の拱軸伸縮を伴わない固有振動の計算には近似的に拱の1/4點の斷面二次率が一樣に分布する定斷面二次率の拱として差支えない事になる．kc_2 及び k_{m2} なる減少率の値は圖—12の曲線の kc_2 及び k_{m2} に示してある．この曲線より任意の c_2 の値に對する kc_2 及び km_2 の値は圖上で求める事が出來る，

圖—12



（3）結　　論

數値計算においては拱軸の伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみの振動に對して直線的及び二次拋物線的に斷面二次率が變化する二鉸拱の第一次固有圓振動數 ω を $\beta = 30°$ なる場

表—7　拱の中心角60°（$\beta=30°$）の場合の変断面二次中二鉸拱の固有副振動数計算表（二次抛物線的に変化する場合）

c_2		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{11}}{\beta_{11}}$	− 1.1307692	− 1.06684187	− 1.00291416	− 0.93893663	− 0.87505909	− 0.81113153
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{22}}{\beta_{22}}$	− 20.0316734	− 18.74696763	− 17.46226541	− 16.17756130	− 14.89285712	− 13.60815319
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{33}}{\beta_{33}}$	− 103.3718531	− 96.63211400	− 89.82168978	− 83.04660800	− 76.26842482	− 69.49644414
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{12}}{\beta_{12}}$	0.0	− 6.49104037	− 12.98208640	+ 19.47312976	+ 25.96415678	+ 32.45521607
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{23}}{\beta_{23}}$	0.0	− 194.08581380	+ 388.17180161	+ 582.25770482	+ 776.34312434	+ 970.43950643
$\frac{1}{1000}$	$\frac{\alpha_{13}}{\beta_{13}}$	0.0	+ 4.63901573	+ 9.27803558	+ 13.91705342	+ 18.55608272	+ 23.19508900
β_{11}		− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00	− 39.00
β_{22}		− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147.00	− 147.00
β_{33}		− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00	− 327.00
β_{12}		− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00
β_{23}		− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00
β_{31}		− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00	− 2.00
$\mathfrak{x}_1$		− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00	− 1872655.00
$\mathfrak{x}_2$		+ 233316158.495	+ 218212746.246	+ 203035920.535	+ 187895805.302	+ 172757376.425	+ 157616877.172
$\mathfrak{x}_3$		− 4143539738.348	− 3622774919.979	− 3121744541.477	− 2644780527.440	− 2187399258.655	− 1758088915.918
$\mathfrak{x}_4$		+ 4389582340.094	+ 3611554515.967	+ 2906996627.430	+ 2269732464.952	+ 1704689810.815	+ 1207171581.679
X_n		+ 1.130769	+ 1.064226	+ 0.9936877	+ 0.9172630	+ 0.833724	+ 0.7346597
x_n		+ 1130.769076	+ 1064.22667	+ 993.68777	+ 917.26309	+ 833.724094	+ 734.659705
$\sqrt{x_n}$		+ 33.627	+ 32.662	+ 31.523	+ 30.28632	+ 28.874	+ 27.105
$k_{c_2}=\sqrt{x_n}/\sqrt{x_1}$		+ 1.000	+ 0.9701	+ 0.9374	+ 0.9007	+ 0.8587	+ 0.8060
$k_{m2}=\sqrt{x_{n'}}/\sqrt{x_0}$		+ 1.000	+ 0.9953	+ 0.9881	+ 0.9769	+ 0.9600	+ 0.9307

合に對して求めたのであるが，この場合には近似的には拱の1/4點の斷面二次率を有する定斷面二鉸拱の固有圓振動數に等しくなると云う事を知つた．

第一次固有振動週期 T は ω を用いて

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

として求められる．

Ⅱ．拱軸伸縮を伴う左右對稱型振動

（1）理論的計算法

拱の細長比 $\left(\frac{r_0}{i_0}\right)$ が非常に大きくならない範圍では拱頂に對して左右對稱型の振動の場合に本節で論ぜんとする拱軸の伸縮の影響が入つて來る．そしてこの影響は拱の細長比が小さい程大きくきいて來るものである．この場合拱の斷面二次率從つて拱の斷面積が變化する場合について調べて見る事とする．

今の場合には拱軸の伸縮を考慮に入れているから　　$e = u + \frac{dw}{d\theta} \neq 0$

となり，從つて u 及び w に對して境界條件を滿足する適當な函數列を仮定しなければならない．

まづ境界條件としては次のものをとる事ができる．

(i) $w(\beta) = 0$　　$w(-\beta) = 0$

(ii) $u(\beta) = 0$　　$\mu(-\beta) = 0$

(iii) $\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}\right)_{\theta=\beta} = 0$　　$\left(\frac{d^2u}{d\theta}\right)_{\theta=-\beta} = 0$

そこで，$a_2a_3\cdots a_n$，$b_1b_2\cdots\cdots b_n$．をパラメーターとすると，u 及び w を次のように想定する事により上記の境界條件を滿足せしめる事が出來る．

$$\left.\begin{aligned} w(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2n-1)\frac{\pi\theta}{\beta} \\ u(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(2n-1)\frac{\pi\theta}{2\beta} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(28)$$

この式の w 及び u を勢力式(5)に代入してこの勢力を最小ならしめる如く a_1，$a_2\cdots\cdots a_n\cdots\cdots$；$b_1$，$b_2\cdots b_n\cdots$ なるパラメーターで偏微分して零と置き，圓振動數 ω に關する無限連立方程式を解く事によつて ω の嚴密解が得られる譯であるが今近似的に (r_1+r_2) のパラメーターすなわち a_1．$a_2\cdots\cdots ar_1$，$b_1b_2\cdots\cdots br_2$ を含む (r_1+r_2) 個の自由度を有する系として，この問題を取扱う事にする．すなわち $w(\theta)$，$u(\theta)$ に對しては次のように置く．

$$\left.\begin{aligned} w(\theta) &= \sum_{n=1}^{r_1} a_n \sin(2n-1)\frac{\pi\theta}{\beta} \\ u(\theta) &= \sum_{n=1}^{r_2} b_n \cos(2n-1)\frac{\pi\theta}{2\beta} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(29)$$

この場合廻轉慣性の影響は小なる故に，これを無視すれば振動時に拱の有する全エネルギーは(5)式より，

$$A = \frac{E}{2r_0^3}\int_{-\beta}^{\beta}\left\{I\theta\left(\frac{d^2\mu}{d\theta^2}+u\right)^2 + r_0^2F\theta\left(u+\frac{dw}{d\theta}\right)^2 - \omega^2\frac{\mu\theta r_0^4}{E}(u^2+w^2)\right\}d\theta\cdots\cdots(30)$$

となる．記號及び座標原點の取方は前節通りとする．今

$$\left.\begin{aligned} I\theta &= Ic\left\{1 \mp c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\} \\ F_\theta &= Fc\left\{1 \mp D_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\right\} \\ \mu\theta &= \mu_c\left\{1 \mp D_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\right\} \end{aligned}\right\}\begin{matrix}(\text{この正負の符號は前}\\ \text{節と同じ意味とする})\end{matrix}\cdots\cdots(31)$$

$$\left.\begin{aligned} f_c^2 &= \frac{r_0^2 Fc}{Ic} \\ \nu_c &= \frac{\mu_c r_0^4}{EIc} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(32)$$

と置けば (30) 式は次の如く表わされる．

$$A = \frac{EIc}{2r_0^3}\int_{-\beta}^{B}\left[\left\{1 \mp c_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - c_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\}\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2 + fc^2\left(1 \mp D_1\frac{\theta}{\beta}\right)\left(u+\frac{dw}{d\theta}\right)^2 - \omega^2\nu_c\left(1 \mp D_2\frac{\theta}{\beta}\right)(u^2+w^2)\right]d\theta\cdots\cdots(33)$$

左右對稱性を考え $\xi = \frac{\theta}{\beta}$ と置けば上の勢力式は次の如く變形される．

$$A = \frac{EIc\beta}{r_0^3}\int_0^1\left\{(1-c_1\xi-c_2\xi^2)\left(\frac{d^2u}{d\theta^2}+u\right)^2 + fc^2(1-D_1\xi)\left(u+\frac{dw}{d\theta}\right)^2 - \omega^2\nu_c(1-D_2\xi)(u^2+w^2)\right\}d\xi\cdots\cdots(34)$$

今

$$x = \nu_c\omega^2\cdots\cdots(35)$$

と置き (29) 式の w, u を (34) 式に代入して積分を遂行して，$\frac{r_0^3}{\beta EIc}\left(\frac{\partial A}{\partial a_p}\right)$ 及び $\frac{r_0^3}{\beta EIc}\left(\frac{\partial A}{\partial b_l}\right)$ を求めると次の如くなる．

$$\frac{r_0^3}{\beta EIc}\left(\frac{\partial A}{\partial a_p}\right) = \left\{fc^2\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2(2p-1)^2\left(1-\frac{D_1}{2}\right) - \left(1-\frac{D_2}{2}\right)x\right\}a_p + 4fc^2\left(\frac{\pi}{\beta}\right)\Big/\pi\cdot\sum_{m=1}^{r_2}\frac{bm\,(2p-1)}{16p^2-4m^2-16p+4m+3}\left\{(-1)^{m-1}(2m-1)\left(1-\frac{D_1}{2}\right) + 2\frac{D_1}{\pi}\cdot\frac{16p^2+4m^2-16p-4m+5}{16p^2-4m^2-16p+4m+3}\right\}\cdots\cdots(36)$$

$$\frac{r_0^3}{\beta EIc}\left(\frac{\partial A}{\partial bq}\right) = 4fc^2\left(\frac{\pi}{\beta}\right)\Big/\pi\cdot\sum_{n=1}^{r_1}\frac{a_n(2n-1)}{16n^2-4q^2-16n+4q-3}\left\{(-1)^{q-1}(2q-1)\left(1-\frac{D_1}{2}\right) + 2\frac{D_1}{\pi}\frac{16n^2+4q^2-16n-4q+5}{16n^2-4q^2-16n+4q+3}\right\} + \left[\left\{1-\left(\frac{2q-1}{2\beta}\pi\right)^2\right\}^2\left\{1-\frac{c_1}{2}-\frac{c_2}{3}+\frac{2(c_1+c_2)}{(2q-1)^2\pi^2}\right\} + fc^2\left\{1-\frac{D_1}{2}+\frac{2D_1}{(2q-1)^2\pi^2}\right\} - x\left\{1-\frac{D_2}{2}+\frac{2D_2}{(2q-1)^2\pi^2}\right\}\right]bq$$

$$+\sum_{m=1}^{r_2}{}' bm\left[\left\{c_1\left(1-\frac{(2m-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left(1-\frac{(2q-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)+D_1fc^2-D_2x\right\}\left\{\frac{\sigma_{m-q}}{(m-q)^2}+\frac{\sigma_{m+q+1}}{(m+q+1)^2}\right\}\right.$$

$$\left.-2\left\{c_2\left(1-\frac{(2m-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left(1-\frac{(2q-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\right\}\left\{\frac{(-1)^{m-q}}{(m-q)^2}+\frac{(-1)^{m+q}-1}{(m+q-1)^2}\right\}\right]\Big/\pi^2 \cdots\cdots(37)$$

ここに $\sigma_m=1-(-1)^m$ にして，$\sum_{m=1}^{r_2}{}'$ は $\sum_{m=1}^{r_2}$ の中の $m=q$ なる項を除いた和とする．

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial A}{\partial a_1}=0,\quad \frac{\partial A}{\partial a_2}=0\cdots\cdots\frac{\partial A}{\partial a_{r_1}}=0 \qquad r_1\text{ 個}\\ &\frac{\partial A}{\partial b_1}=0,\quad \frac{\partial A}{\partial b_2}=0\cdots\cdots\frac{\partial A}{\partial b_{r_2}}=0 \qquad r_2\text{ 個}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(38)$$

なる (r_1+r_2) 個の方程式より $a_1,\ a_2\cdots\cdots ar_1,\ :\ b_1,\ b_2\cdots\cdots br_2$ なる (r_1+r_2) 個のパラメーターを消去すれば $x=\nu_e\omega^2$ のみを未知数とする次の行列方程式を得る．

$$\begin{vmatrix}
\Delta_{11} & 0\cdots\cdots 0 & \Delta'_{11} & \Delta'_{12}\cdots\cdots\Delta'_{1r_2}\\
0 & \Delta_{22}\cdots\cdots 0 & \Delta'_{21} & \Delta'_{22}\cdots\cdots\Delta'_{2r_2}\\
\vdots & \ddots & \vdots & \ddots\\
0 & 0\cdots\cdots\Delta_{r_1r_1} & \Delta'_{r_11} & \Delta'_{r_12}\cdots\cdots\Delta'_{r_1r_2}\\
\Delta'_1 & \Delta'_{21}\cdots\cdots\Delta'_{11} & \Delta''_{r_11} & \Delta''_{12}\cdots\cdots\Delta''_{1r_2}\\
\Delta'_{12} & \Delta'_{22}\cdots\cdots\Delta'_{r_12} & \Delta''_{12} & \Delta''_{22}\cdots\cdots\Delta_{2r_2}\\
\vdots & \ddots & \vdots & \ddots\\
\Delta'_{r_1r_2} & \Delta'_{2r_2}\cdots\cdots\Delta'_{r_1r_2} & \Delta''_{r_1r_2} & \Delta''_{r_2r_2}\cdots\cdots\Delta''_{r_2r_2}
\end{vmatrix}=0\cdots\cdots(39)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{nn}&=f_c^2\left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2(2n-1)^2\left(1-\frac{D_1}{2}\right)-\left(1-\frac{D^2}{2}\right)x\\
\Delta'_{nm}&=4f_c^2\frac{(2n-1)}{\beta(16n^2-4m^2-16n+4m+3)}\left\{(-1)^{m-1}(2m-1)\left(1-\frac{D_1}{2}\right)\right.\\
&\quad\left.+\frac{2D_1}{\pi}\frac{16n^2+4m^2-16n-4m+5}{16n-4m^2-16n+4m+3}\right\}\\
\Delta''_{nm}&=\left(1-\frac{(2m-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left\{1-\frac{c_1}{2}-\frac{c_2}{3}+\frac{2(c_1+c_2)}{(2m-1)^2\pi^2}\right\}\\
&\quad+f_c^2\left\{1-\frac{D_1}{2}+\frac{2D_1}{(2m-1)^2\pi^2}\right\}-\left\{1-\frac{D_2}{2}+\frac{2D^2}{(2m-1)^2\pi^2}\right\}x\\
\Delta''_{nm}&=\frac{2}{\pi^2}\left\{c_1\left(1-\frac{(2n-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left(1-\frac{(2m-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)+D_1fc^2-D_2x\right\}\left\{\frac{\sigma_{m-n}}{(m-n)^2}+\frac{\sigma_{m+n+1}}{(m+n+1)^2}\right\}\\
&\quad-\frac{2}{\pi^2}c_2\left(1-\frac{(2n-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left(1-\frac{(2m-1)^2}{4\beta^2}\pi^2\right)\left\{\frac{(-1)^{m-n}}{(m-n)^2}+\frac{(-1)^{m+n}-1}{(m+n-1)^2}\right\}
\end{aligned}\right\}(40)$$

斯の諸元が與えられゝば上式において x のみを未知數とする方程式が得られる故に，x の最小根を求めれば第一次振動の圓振動數は

$$\omega = \frac{\sqrt{x}}{r\theta}\sqrt{\frac{EIc}{\mu_c}}$$

として求められる.

ここにおいて $\mu_\theta = const$ として, $I\theta$ 及び $F\theta$ が變化する場合の影響を數値計算により取扱つて見よう,

（2）數値計算

數値計算は（39）式において次の4項を取つて行うものとする. 尙1項のみを取つた場合との誤差は僅少なるを以つて, 工學上の目的の爲には4項を取つて求めた結果は充分に信頼し得る値を與えるものと思はれる.

$$\begin{vmatrix} \Delta_{11} & 0, & \Delta'_{11} & \Delta'_{12} \\ 0 & \Delta_{22}, & \Delta'_{21} & \Delta'_{22} \\ \Delta'_{11} & \Delta'_{21} & \Delta''_{11} & \Delta''_{12} \\ \Delta'_{12} & \Delta'_{22} & \Delta''_{12} & \Delta''_{22} \end{vmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots(42)$$

今

$$X = \frac{\beta}{f_c^2}\, x \quad \cdots\cdots(43)$$

として, （42）式を展開して, X の代數方程式を求めれば, 次の如き4次の代數方程式が得られる.

$$æ_1X^4+æ_2X^3+æ_3X^2+æ_4X+æ_5=0 \quad \cdots\cdots(44)$$

ここに

$$æ_1 = k_1^2\,(k_2k_3-k_4^2)$$

$$-æ_2 = k_1^2\left\{k_2k_3\,(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4) - k_4^2\,(\alpha_1+\alpha_2+2\alpha_5)\right\}$$

$$æ_3 = k_1^2\left[k_2k_3\left\{\alpha_1\alpha_2+\alpha_3\alpha_4+(\alpha_1+\alpha_2)\,(\alpha_3+\alpha_4)\right\}\right.$$
$$\left.-k_4^2\left\{\alpha_1\alpha_2+\alpha_5^2+2\alpha_5(\alpha_1+\alpha_2)\right\}\right]$$
$$-k_1k_2\,(\alpha_{14}^2+\alpha_{24}^2)-k_1k_3\,(\alpha_{13}^2+\alpha_{23}^2)+2k_1k_4\,(\alpha_{23}\alpha_{24}+\alpha_{13}\alpha_{14})$$

$$-æ_4 = k_1^2\left[k_2k_3\left\{\alpha_1\alpha_2(\alpha_3+\alpha_4)+\alpha_3\alpha_4\,(\alpha_1+\alpha_2)-k_4^2\left\{\alpha_5^2\,(\alpha_1+\alpha_2)+2\alpha_1\alpha_2\alpha_5\right\}\right]\right.$$
$$-k_1k_2\left\{\alpha_{14}^2(\alpha_2+\alpha_3)+\alpha_{24}^2(\alpha_1+\alpha_3)\right\}-k_1k_3\left\{\alpha_{23}^2\,(\alpha_1+\alpha_4)+\alpha_{13}^2(\alpha_2+\alpha_4)\right\}$$
$$+2k_1k_4\left\{\alpha_{23}\alpha_{24}(\alpha_1+\alpha_5)+\alpha_{13}\alpha_{14}\,(\alpha_2+\alpha_5)\right\}$$

$$æ_5 = k_1^2\,(k_2k_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4-k_4^2\alpha_1\alpha_2\alpha_5^2)-k_1k_2\,(\alpha_{14}^2\alpha_2\alpha_5+\alpha_{24}^2\alpha_1\alpha_3)$$
$$-k_1k_3\,(\alpha_{23}^2\alpha_1\alpha_4+\alpha_{13}^2\alpha_2\alpha_4)+2k_1k_4\alpha_5\,(\alpha_{23}\alpha_{24}\alpha_1+\alpha_{13}\alpha_{14}\alpha_2)$$
$$+\alpha_{12}^2\alpha_{34}^2+\alpha_{14}^2\alpha_{23}^2-2\alpha_{13}\alpha_{14}\alpha_{23}\alpha_{24}$$

なお $k_4 = 0$ すなわち $D_2 = 0$ なる場合は

$$æ_1 = k_1^2k_2k_3$$

$$-æ_2 = k_1^2k_2k_3\,(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)$$

$$æ_3 = k_1^2\left[k_2k_3\left\{\alpha_1\alpha_2+\alpha_3\alpha_4+(\alpha_1+\alpha_2)\,(\alpha_3+\alpha_4)\right\}-\alpha_5^2\right]$$
$$-k_1k_2\,(\alpha_{14}^2+\alpha_{24}^2)-k_1k_3\,(\alpha_{13}^2+\alpha_{23}^2)$$

$$-æ_4 = k_1^2\left[k_2k_3\left\{\alpha_1\alpha_2\,(\alpha_3+\alpha_4)+\alpha_3\alpha_4\,(\alpha_1+\alpha_2)\right\}+\alpha_5^2\,(\alpha_1+\alpha_2)\right]$$
$$-k_1k_2\left\{\alpha_{14}^2\,(\alpha_2+\alpha_3)+\alpha_{24}^2(\alpha_1+\alpha_3)\right\}-k_1k_3\left[\alpha_{23}^2\,(\alpha_1+\alpha_4)+\alpha_{13}^2(\alpha_2+\alpha_4)\right].$$

$$+2k_1\alpha_5(\alpha_{23}\alpha_{24}+\alpha_{13}\alpha_{14})$$

$$\text{æ}_5 = k_1^2(k_2k_3\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_1\alpha_2\alpha_5^2)-k_1k_2(\alpha_{14}^2\alpha_2\alpha_3+\alpha_{24}^2\alpha_1\alpha_2)$$
$$-k_1k_3(\alpha_{23}^2\alpha_1\alpha_4+\alpha_{13}^2\alpha_2\alpha_4)+2k_1\alpha_5(\alpha_{23}\alpha_{24}\alpha_1+\alpha_{13}\alpha_{14}\alpha_2)$$
$$+\alpha_{13}^2\alpha_{24}^2+\alpha_{14}^2\alpha_{23}^2-2\alpha_{13}\alpha_{14}\tau_{23}\alpha_{24}$$

となる．この場合の α_5 は一般の場合の α_5 と異なる式にて與えられる．

$$k_1=\left(1-\frac{D_2}{2}\right)\qquad k_2=\left(1-\frac{D_2}{2}+\frac{2D_2}{\pi_2}\right)$$

$$k_3=\left(1-\frac{D_2}{2}+\frac{2D_2}{9\pi^2}\right)\qquad k_4=\frac{2D_2}{\pi_2}$$

$$\alpha_1=\frac{\pi^2}{\beta}\left(1-\frac{D_1}{2}\right)\Big/k_1\qquad \alpha_2=9\frac{\pi}{\beta}\left(1-\frac{D_1}{2}\right)\Big/k_1$$

$$\alpha_3=\beta\left[\left(1-\frac{D_1}{2}+\frac{2D_1}{\pi^2}\right)+\frac{1}{f_c^2}\left(1-\frac{\pi^2}{4\beta_2}\right)^2\left\{1-\frac{c_1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{2(c_1+c_2)}{\pi^2}\right\}\right]\Big/k_2$$

$$\alpha_4=\beta\left[\left(1-\frac{D_1}{2}+\frac{2D_1}{9\pi^2}\right)+\frac{1}{f_c^2}\left(1-\frac{9\pi^2}{4\beta^2}\right)^2\left\{1-\frac{c_1}{2}-\frac{c_2}{3}+\frac{2(c_1+c_2)}{9\pi^2}\right\}\right]\Big/k_2$$

$$\alpha_{13}=\frac{4}{3}\left(1-\frac{D_1}{2}+\frac{10D_1}{3\pi}\right)\qquad \alpha_{14}=\frac{4}{5}\left\{3\left(1-\frac{D_1}{2}\right)+\frac{26D_1}{5\pi}\right\}$$

$$\alpha_{23}=\frac{12}{35}\left(1-\frac{D_1}{2}+\frac{74}{35}\frac{D_1}{\pi}\right)\qquad \alpha_{24}=-\frac{4}{3}\left(1-\frac{D_1}{2}-\frac{10}{9}\frac{D_1}{\pi}\right)$$

$$\alpha_5=\beta\left\{\frac{2D_2}{\pi^2}+\frac{1}{f_c^2}\left(1-\frac{\pi^2}{4\beta^2}\right)\left(1-\frac{9\pi^2}{4\beta^2}\right)\left(\frac{2c_1}{\pi^2}+\frac{3c_2}{2\pi^2}\right)\right\}\Big/k_4$$

尙 $k_4=0$ すなわち $D_2=0$ の場合には

$$\alpha_5=\beta\left[\frac{2D_2}{\pi^2}+\frac{1}{f_c^2}\left(1-\frac{\pi^2}{4\beta^2}\right)\left(1-\frac{9\pi^2}{4\beta^2}\right)\left(\frac{2c_1}{\pi^2}+\frac{3c_2}{2\pi^2}\right)\right]$$

となる．

(44) 式の最小の正の實根を求めれば，第一次の圓振動數 ω は次式にて求められる．

$$\omega=\frac{\sqrt{\rho X}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}}=\frac{\sqrt{\pi}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}}\qquad\left.\right\}\cdots\cdots(45)$$

但し $\qquad\rho=\dfrac{f_c^2}{\beta}$

$\beta=30°$ 細長比 $f_c=80$ なる場合につき，C_1, C_2, D_1, D_2 に對し普通考えられる組合を取つて數値計算を行うと表一8の如くなる．

この表にて $\rho=\dfrac{f_c^2}{\beta}=12223.0996$ である．

$$I_\theta=Ic\left\{1-C_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right)-C_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2\right\}\qquad(\theta\geqq 0)$$

$$F_\theta=Fc\left\{1-D_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\right\}\qquad(\theta\geqq 0)$$

$$\mu\theta=\mu_c\left\{1-D_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)\right\}\qquad(\theta\geqq 0)$$

とすると，表における．

Case Ⅰは $C_1 = C_2 = D_1 = D_2 = 0$ の場合拱の断面二次率及び断面積が一定の場合である．

表—8　$\beta = 30°$，　$fc = 80$ の場合の計算値 $\sqrt{x}$

Case	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
C_1	0	0.8	0.8
C	0	0	0
D_1	0	0	0.4
D	0	0	0
k_1	1.00	1.00	1.00
k_2	1.00	1.00	1.00
k_3	1.00	1.00	1.00
k_4	0.00	0.00	0.00
α_1	18.849556	18.849556	15.079644
α_2	169.646003	169.646003	135.716802
α_0	0.528834	0.527589	0.465311
α_4	1.047197	0.847189	0.747185
α_5	0	0.008488	0.050929
α_{13}	1.333333	1.333333	1.632551
α_{14}	2.400000	2.400000	2.449667
α_{23}	0.342857	0.342857	0.366583
α_{24}	− 1.333333	− 1.333333	− 0.878038
$æ_1$	1.000000	1.000000	1.000000
$æ_2$	− 190.071591	− 189.870338	− 152.008943
$æ_3$	3485.947615	3447.905229	2220.174933
$æ_4$	− 3814.833685	− 3160.436111	− 1338.829432
$æ_5$	925.034903	654.522907	110.302616
X	0.356009	0.310035	0.098465
x	4351.541132	3793.424061	1201.568840
$\sqrt{x}$	65.966210	61.590160	34.665120

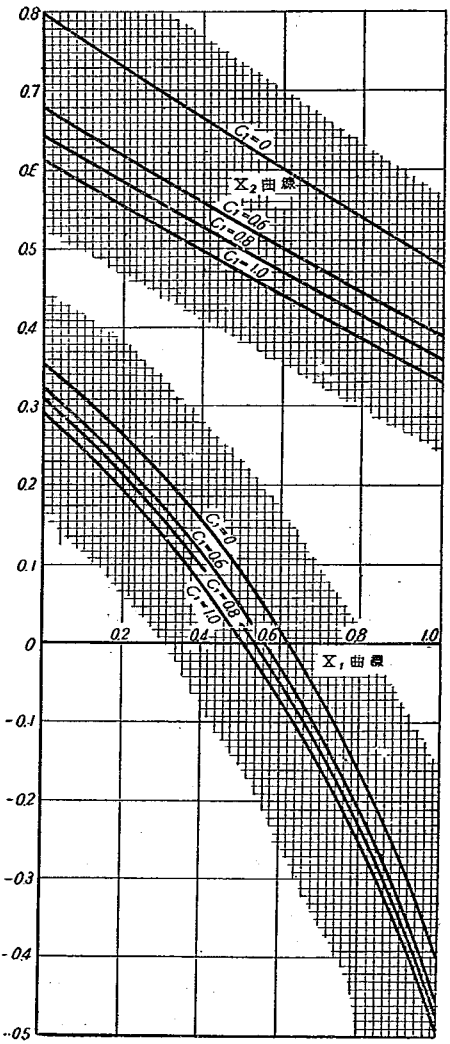
Case Ⅱは $C_2 = D_1 = D_2 = 0$ の場合で，拱の断面積が一定で断面二次率のみが直線的に変化する場合である．すなわち拱軸の伸縮を伴う左右對稱の振動において断面二次率の變化がいかに影響するかを檢討したものである．この場合において，$C_1 = 0$ と $C_1 = 0.8$ とにおける固有圓振動數の比は 1 : 0.9336 である．すなわち拱頂断面二次率 Ic と起拱點断面二次率 Is との比が 10 : 2 の場合の固有圓振動數は定断面二次率の場合の 0.9346 に減ずるのみである．しかるに曲げモーメントのみによる振動の場合には，$C_1 = 0.8$ の場合の圓振動數は定斷面二次率の場合の圓振動數の 0.7639 に減ずる．この事は當然想定される事であるが拱軸の伸縮を伴わぬ曲げモーメントのみによる振動では拱の斷面二次率の變化の影響が相當あるが拱軸伸縮による振動では斷面二次率の變化の影響が小い事を示している．

Case Ⅲは $C_1 = 0.8$，$C_2 = D_2 = 0$，$D_1 = 0.4$ の場合である．拱の斷面二次率及び斷面積が直線的に變化する場合である．斷面二次率の變化の程度は Case Ⅱの場合と同じく $C_1 = 0.8$ とした．この場合は斷面積の變化の影響を檢討せんとするものである．すなわち斷面二次率は Case Ⅱの場合と同一であるが斷面積がことなり，$D_1 = 0.4$，すなわち $Fc : Fs = 10 : 6$ となれる場合の固有圓振動數は Case Ⅱの場合の固有圓振動數の 0.5628

に減少している事を知る．すなわち D_1 が0より0.4に増加する，すなわち Fs/Fc が1より0.6に減少する事により，固有円振動数は約5割6歩に減少している事を知る．この場合斷面積の變化の固有振動數に及ぼす影響は非常に大きい事が窺われる．

そこで斷面積の變化が拱軸の伸縮振動に及ぼす影響を調べるために，現實の二鉸拱橋と離れて，表—9に示す如き C_1 及び D_1 の組合せに對して X の最小根 X_1 及び第二根 X_2，すなわち第一次及び第二次振動に對する X_1 及び X_2 を計算して圖示したのが圖—13である．

圖—13



表—9 ($C_2 = D_2 = 0$)

C_1 の値	C_1 の値					
$C_1=0.0$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$C_1=0.6$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$C_1=0.8$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$C_1=1.0$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

圖—13 より得られる X_1 及び X_2 に對應する x の値を x_1 及び x_2 とすると，$\sqrt{x_1}$ 及び $\sqrt{x_2}$ はそれぞれ

$$\sqrt{x_1} = \sqrt{\rho X_1} \qquad \sqrt{x_2} = \sqrt{\rho X_2}$$

として求められる．

$\sqrt{x_1}$ 及び $\sqrt{x_2}$ を用いれば，拱軸伸縮による二鉸拱の第一次及び第二次固有圓振動數 ω_1 及び ω_2 はそれぞれ次式によつて求められる．

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\sqrt{x_1}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}} \\ \omega_2 &= \frac{\sqrt{x_2}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(47)$$

今 $D_1 = 0$ に對應する $\sqrt{x_1}$ 及び $\sqrt{x_2}$ の値をそれぞれ，$\sqrt{x_{10}}$，$\sqrt{x_{20}}$ とし，任意の D_1 ($0 \leqq D_1 \leqq 1$) の値に對するこれ等の値をそれぞれ $\sqrt{x_1}$，$\sqrt{x_2}$ とし，

$$\eta_1 = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_{10}}} \qquad \eta_2 = \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_{20}}} \quad \cdots\cdots(48)$$

なる圓振動減少率 η_1，η_2 を考えると，

$$\left.\begin{aligned}\omega_1 &= \eta_1 \frac{\sqrt{x_{10}}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}}\\ \omega_2 &= \eta_2 \frac{\sqrt{x_{20}}}{r_0^2}\sqrt{\frac{EIc}{\mu c}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(49)$$

により，ω_1 及び ω_2 は一般に求められる．圖—14 には $C_2 = D_2 = 0$ なる場合における C_1 及び D_1 に對する η_1 及び η_2 の曲線を示したものである．

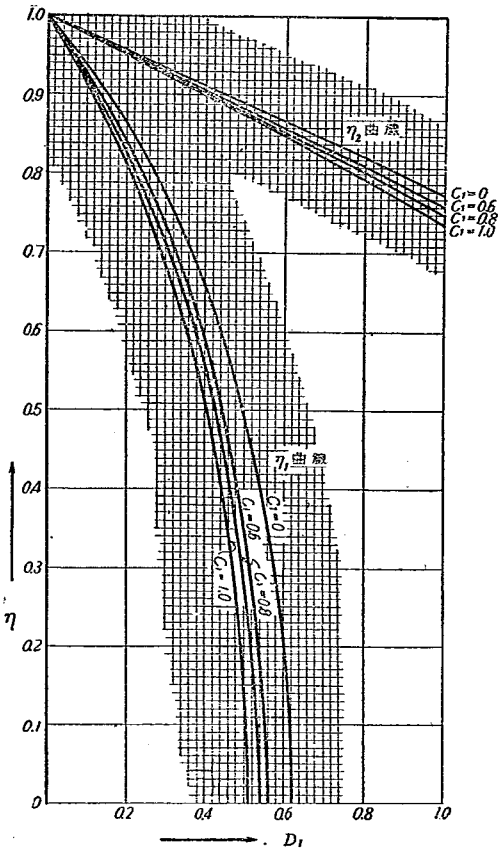
（3）結　　論

以上の計算に示したように，曲げモーメントのみによる振動においては，斷面二次率の變化の影響は大であり，これに反して拱軸伸縮を伴う振動においては斷面積の變化の影響は大で，斷面二次率の變化の影響は微弱である．

この事は當然豫想せられる所であるが，$\beta = 30°$ として數値計算を實施せる結果によれば，$C_1 = 0.8$ $(D_1 = C_2 = 0)$ すなわち $Is : Ic = 2 : 10$ の場合には，曲げ振動においては，固有圓振動數は定斷面二次率の場合の 76 %強に減ずるにも拘わらず，拱軸伸縮振動においては，定斷面二次率の場合の 93 %強に減ずるにすぎないのであるが，一方 $C_1 = 0.8$ に對し D_1 を 0.4，すなわち $Fs : Fc = 6 : 10$ とする場合には拱軸の伸縮振動においては固有用振動數は定斷積の場合の56 %にも減ずるものである．

なお，曲げモーメントのみによる圓形二鉸拱の固有圓振動數は近似的には拱 1/4 點の斷面二次率を持つ定斷面二次率の圓形二鉸拱の固有圓振動に等しいと考へても差支へないものである．

圖—14



昭和25年3月20日　印刷
昭和25年3月25日　發行

建設省土木研究所

東京都文京區駒込上富士前町26番地
電話大塚（86）{自 0131 至 0133

印刷者　乙　黒　明
東京都新宿區新宿1丁目50番地

Report of
The Public Works Research Institute,
Ministry of Construction.

Vol. 79 March 1950

Contents.

Page

1. T. ONODERA, Geology of the Kammon-Channel district 1
2. J. YAMADA, On a simple field test of bending strength of concrete 21
3. S. TANIFUJI, Design of a test field for motor vehicles 33
4. M. MATSUMURA, S. TANIFUJI, Experimental investigation on the bearing power of subsoil 57
5. T. ONODERA, On the erosion of the Mononobe Valley 73
6. M. MATSUMURA, S. TANIFUJI, Deformation of subgrade by load tests of large scale and investigation of bearing power 78
7. S. SATO, Researches on littoral drift (1) on waves 109
8. S. SATO, Researches on littoral drift (2) on the erosion of sea-shore by breakers 143
9. S. INOSE, On measurement of vibration of Mannen-Bashi 165