土木研究所報告

第八十五号

杭の耐荷力に関する実験的研究 …… 猪瀬寧雄 安部清孝

特性曲線法による非定常流の解き方（1） …… 岸力
——川幅一定の感潮河川への応用——

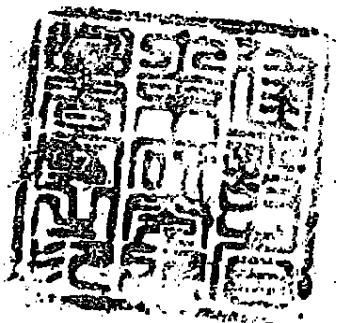
沖積河川の河道設計法 …… 吉川秀夫 曾根義治
——要伊川改修計画樹立のための基本的問題についての調査報告——

感潮河川に関する研究 …… 吉川秀夫 松岡昂昭
——利根川感潮部についての調査研究——

漂砂に関する研究（6） …… 佐藤清一
風と波との関係について

漂砂に関する研究（7） …… 佐藤清一 岸力
波動による海底剪断力と底質の移動

茶臼山地ヒり地帯陸水の化学的研究 …… 有泉昌 牧隆正



昭和二十八年四月

建設省土木研究所

特性曲線法による非定常流の解き方（1）

頁	行	誤	正
55	脚註1）	Propogation	Propagation
57	下より9	$\frac{dh}{\partial t}$	$\frac{dh}{dt}$
71	参考文献5	A. G. V	A. G. U

感潮河川に関する研究

頁	行	誤	正
109	上より7	第Ⅲ，Ⅰ，Ⅲ 断面	第Ⅲ，Ⅰ，Ⅱ，断面
112	〃 1	$S=3.27\times10^{-4}\ Q^{2.27}$	$S=3.27\times10^{-4}\ Q^{3.027}$
112	〃 10	根川河口部	利根川河口部

漂砂に関する研究(6)

129頁	図—3	縦軸3横軸5の交点に黒点あり

茶臼山地辷り地帯湧水の化学的研究

頁	行	誤	正
155	上より2	地上り現象と	地辷り現象と
表—1	試料27Caの行	378.0	37.8
〃	〃35 Cl〃	7.63	26.3
〃	〃36 Mg〃	269.0	26.9
〃	〃39 $KMnO_4$ 消費量〃	883.5	88
164	S—3 Mgの行	8.3	83.0
〃	S—16 SO_4〃	141.0	1410
〃	S—17Ca 〃	18.5	185.0
167	上より7	S—(15)	S—(5)

土木研究所報告第八十五号

正　誤　表

杭の耐荷力に関する実験的研究

頁	行	誤	正
2	上より 16	はは全然……	には全然……
18	下より 2	M	M'
28	上より 15	$=K_0;(x)$	$=K_0\Psi_0(x)$
〃	〃 19	$=K_0\psi(x)$	$=K_0\Psi(x)$
29	下より 4	$\varphi(x)=$	$\Psi(x)=$
39	〃 2	$-a'''_{r21}\,a''_{r01}$	$-a'''_{r21}\,a''_{s01}$
40	〃 9	$+a''_{r01}\,a'''_{s13}$	$+a''_{r02}\,a'''_{s12}$
40	〃 8	$-a'''_{r01}\,a''_{s13}$	$-a'''_{r02}\,a''_{s12}$
42	上より 1	$-a'''_{r21}\,a''_{s12}$	$-a'''_{r21}\,a''_{s13}$
45	附表—1-3 3の行下より6・5	10^{-16}	10^{-10}
47	附表—3-1 2の行上より 1	5.59894736	5.59894739
〃	附表—3-2 4の行下より 2	$10^{-1}{}_5$	10^{-15}
48	附表—3-4 2の行上より 1	10^{-2}	10^{-3}
52	附表—8 A_{130}の下より 4	10^{-7}	10^{-17}
〃	〃 A_{020}の下より 1	5.32031932	5.32031982
〃	附表—9 A_{120}の上より 4	10^{-6}	10^{-5}
〃	A_{030}の上より 5	10^{-8}	10^{-9}

杭の耐荷力に関する実験的研究

総理庁技官　猪　瀬　寧　雄
建設技官　安　部　清　孝

目　　次

要　旨……（2）
Ⅰ　コンクリート杭の打込試験……（3）
〔1〕 コンクリート杭の形状寸法……（3）
〔2〕 杭の打込試験方法……（3）
〔3〕 杭の打込試験結果並びに地質調査結果……（4）
Ⅱ　コンクリート杭の水平引張試験……（6）
〔1〕 試験概要……（6）
〔2〕 杭に作用する引張力の補正……（6）
〔3〕 水平引張試験結果……（8）
Ⅲ　コンクリート杭の鉛直支持力に対する想定……（12）
〔1〕 コンクリート杭の継手ボールト切断時における
モンキーの杭に対する打撃力の想定……（12）
〔2〕 杭の鉛直支持力に対する想定……（12）
Ⅳ　コンクリート杭の水平耐荷力の想定……（13）
〔1〕 杭の変形に対する基本的考察……（13）
〔2〕 杭の空間部分の水平変位を用いての地盤係数の最大値 β の決定……（16）
〔3〕 地盤係数の分布指数 n の決定……（17）
〔4〕 杭に対する地盤反力……（18）
〔5〕 杭における曲げモーメント……（20）
〔6〕 地盤の抵抗土圧……（21）
〔7〕 杭の水平耐荷力の決定……（22）
Ⅴ　結　　語……（25）
附　　録　地盤係数が $k=k_0+\alpha x^n$ の形に変化する場合の
杭の水平変位に対する理論式の誘導……（27）
Ⅰ　鉛直面内の地盤係数の分布に関する一考察……（27）
Ⅱ　杭の静的変位の式の誘導……（29）
〔1〕 杭の静的変位に対する基礎微分方程式……（29）
〔2〕 杭の地中部分における補助微分方程式の一般解……（31）
〔3〕 杭の静的変位の微分方程式の一般解……（36）
〔4〕 杭の静的変位の式……（36）
Ⅲ　杭に対する地盤常数 α, β の決定式の誘導……（37）
Ⅳ　杭の水平変位並びに杭に対する地盤常数 α, β を決定に必要な恒数表……（42）
〔1〕 恒数 $\overset{(m)}{A}irs(n)$ の表……（42）

〔2〕 恒数 $Aijrs(n)$ の表……(43)

要旨

愛知県碧海郡高浜町地先の衣浦湾に簡易永久橋として架設される予定の衣浦橋々脚のプレキヤストコンクリート杭の鉛直支持力並びに水平耐荷力を具体的に求めるために行つたのがこの実験である.

杭の動的支持力公式には色々あるが, 例えば Wellinton 式によれば, 支持力は

$$P_0=\frac{W}{\delta+0.0254}$$

W : モンキーの重量

δ : モンキー1回/cm 当りの杭の沈下量

によつて与えられる.

ところがこれは打ち止り量 δ が微小になつて来ると杭の形状寸法に無関係に W のみによつて, 杭の支持力を与える事になる. 従つて, この公式は実在杭に普遍的に適用されるとは考えられない. この公式によつて実在杭の最大支持力を求めると, $\delta=0$ とした場合でも, $W=1.5$ ton として

$$P_{0max}=59 \text{ ton}$$

しかないので, 実在杭の実験による最大支持力

$$P_{max}=116 \text{ ton}$$

とは全然一致しない結果になる.

この P_{max} の値を表示する様な杭の支持力公式を求めると,

$$P=\frac{W}{\delta+0.01289}$$

となる.

次に杭の空間部分頭端に水平集中力を作用させた場合の杭の空間部分の水平変位を測定し, この変位の測定値を用いて杭の地中部分に対する地盤係数を求め, これを用いて杭の水平耐荷力を判定した.

この実験における様な地質状態並びに載荷状態に対しては, 地盤常数は地表にて零で地中に下るに従つて変化して行くと考えるのが妥当であつて, 従来取扱われて来た様に地盤係数が一定であると考えるのは当を欠いておると思われる. 地表無載荷の場合には, 地表における土の抵抗土圧は零であるから, 杭が或る水平力に対してまでは安定なるためには, 地表では地盤反力は零でなくてはならず, 従つて地表では地盤係数は零でなければならない.

地盤係数が地表で零で, 地中に下るに従つて直線的に増加する様に分布する場合が実測値に最も良く一致する事がこの実験では確められた. この様な三角形分布法則に従つて地盤係数が変化するものとして, このコンクリート杭の水平耐荷力を求める公式を求めるとつぎのごとくなる.

杭に対する地盤の水平耐荷力 :

$$P_r=\frac{123.76}{0.0319+0.0226\mu}\times10^{-3}\ \text{ton}\quad(\text{非地震時})$$

$$P_r=\frac{117.66}{0.0319+0.0226\mu}\times10^{-3}\ \text{ton}\quad(\text{地震々度 }\vartheta=0.2\text{ の時})$$

杭の曲げに対する水平耐荷力：

$$P_r=\frac{\sigma_{cb}}{0.0427+0.0382\mu+0.000796/\vartheta}$$

$$\mu=\frac{h_0}{l_0}$$

h_0：杭に作用する水平力の杭の頭端よりの距離

l_0：杭の空間部分の長さ

いま

$h_0=76.5$cm，　$l_0=549.0$cm，　$\mu=0.1393$，　$\sigma_{cb}=360$ kg/cm^2，　$\vartheta=0.2$

とすれば，地震時における杭の水平耐荷力は安全率を1としてつぎのごとく与えられる．

杭に対する地盤の水平耐荷力：$P_r=3.357$ ton

杭の曲げに対する水平耐荷力：$P_r=6.924$ ton

従つてこの場合における杭の水平耐荷力は安全率を1として

$$P_r=3.357\ \text{ton}$$

であると云う事になる．

I　コンクリート杭の打込試験

〔1〕 コンクリート杭の形状寸法

試験に使用したコンクリート杭は外径 50cm，内径 30cm，肉厚 10cm の鉄筋コンクリート杭で，長さ 0.065m のものと長さ 11.045m のものを継いで打込む予定であつたが，短杭の方を先に打つて長杭をその上に継いで打込んでいる途中，短杭が 5.972m 地中に入つた時継手のコンクリートが圧挫すると同時に下の短杭側のボールト（径 19mm）が 11 本全部切れてしまつたので打込を中止せざるを得なかつた．

なお短杭側のボールトは本当は 12 本締める設計になつていたのであるが，1本だけどうしても締附けられず 11 本しか締めなかつたのである．

〔2〕 杭の打込試験方法

杭の打込み場所は埋立護岸線より約 19.5m 離れた海中の第1橋脚建設位置より 20m 平行に横に移動した位置である．

埋立護岸位置よりコンクリート杭（自重約 3 ton）を運ぶ事の出来る足場を海上に約 25m 出して，杭打ち位置の前後 5m の区間に高さ約 20m の二本子を支えて杭打ちを可能ならしめる程度に丈夫な足場を建設した．

この足場上に立てられた二本子をつたつて上下する約 1.5 ton の重量のモンキーを，堤立護岸線より内側約 30m の堤立地上に設けられたウィンチによりワイヤーロープで操作して杭打作業を遂行した．

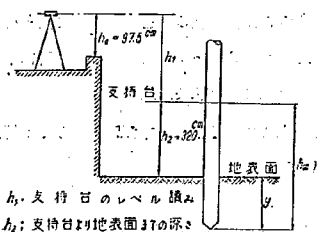
杭打ちモンキーの落下高は平均約 1m に統一する様にした．

〔3〕 杭の打込試験結果並びに地質調査結果

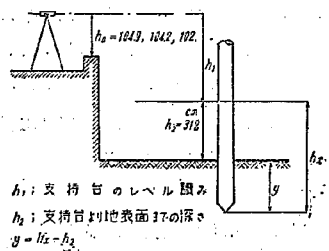
杭は重量 1.5 ton のモンキーで打込んで試験した．短杭のみを打込んだ場合の試験結果および杭の推定支持力 P_0, P の値は表-1-1 に示すごとくであり，長杭を上に継いで打込んだ場合の試験結果および杭の推定支持力 P_0, P の値は表-1-2 に示すごとくである．

表—1-1

日	平均落下高 (cm)	打撃回数	h_1 (cm)	hx (cm)	時間 (sec)	打込量 (cm)	1回1cm当り打込量 (cm)	y (cm)	P_0 (ton)	P (ton)
22	60	99	2705	889.5 890.5	300	1.0	0.0001683	569.5 570.5	59.59	114.85
〃	90	92	〃	891.5	300	1.0	0.0001207	571.5	59.71	115.30
〃	82	115	〃	892.7	390	1.2	0.0001272	572.7	59.69	115.21
〃	93	82	〃	894.5	300	1.8	0.0002360	574.5	59.48	114.24
〃	78	87	〃	895.8	300	1.3	0.0001925	575.8	59.55	114.68
〃	70	84	〃	896.5	300	0.7	0.0001190	576.5	59.71	115.30
(PM)	87	163	〃	898.2	600	1.7	0.0001180	578.2	59.71	115.30
〃	1.00	165	〃	899.3	600	1.1	0.0000667	579.3	59.83	115.74
〃	88	176	〃	900.3	600	1.0	0.0000655	580.3	59.98	115.74
〃	93	171	〃	901.0	664	0.7	0.0000441	581.3	59.90	116.01
〃	97	448	〃	904.8	1800	3.8	0.000037	584.8	59.78	115.56
〃	1.02	452	〃	910.2	1800	5.4	0.000117	590.2	59.71	115.30
〃	1.02	472	〃	916.7	1800	6.5	0.000135	596.7	59.69	115.12
〃	1.03	713	〃	927.2	3700	10.5	0.000143	597.2	59.67	115.12



図—1-1 (表—1-1 の説明図)



図—1-2 (表—1-2 の説明図)

表—1-2

日	平均落下高 (cm)	打撃回数	h_1 (cm)	hx (cm)	時間 (sec)	打込量 (cm)	1回1cm当り打込量 (cm)	y (cm)	P_0 (ton)	P (ton)
20	75	11	262.5	534.0	55	41.5	0.05010	214.0	19.77	23.82
〃	80	10	〃	575.5	35	22.0	0.02750	255.5	28.57	37.14
〃	71	18	〃	597.5	59	13.0	0.01017	277.5	42.65	65.05
〃	104	10	〃	610.5	45	13.5	0.01298	290.5	39.22	57.94
〃	125	24	〃	624.0	101	34.5	0.01150	304.0	41.09	61.50
(試前)	114	19	〃	658.5	78	36.0	0.01662	338.0	36.04	50.83
20	109	30	〃	694.5	115	44.0	0.01346	374.5	39.00	56.50
〃	117	30	〃	738.5	120	37.5	0.01068	418.5	42.04	63.64
〃	103	12	〃	776.0	50	11.0	0.00890	456.0	44.52	68.84
〃	110	18	〃	787.0	70	9.5	0.00480	467.0	50.34	84.79
〃	105	30	〃	796.5	115	11.0	0.00349	476.5	52.65	91.58
〃	105	40	〃	807.5	180	12.0	0.00286	487.5	53.84	95.24
(試後)	106	70	〃	819.5	265	15.5	0.00207	499.5	55.41	100.27
21	116	70	〃	835.0	315	9.5	0.00117	515.0	57.32	106.69
〃	109	72	〃	844.5	310	12.5	0.00161	524.5	56.37	103.45
〃	97	71	〃	857.0	310	7.5	0.00109	537.0	57.49	107.30
〃	96	80	〃	864.5	300	6.0	0.00078	544.5	58.18	109.73
〃	85	81	〃	870.5	290	5.5	0.00080	550.5	58.14	109.57
〃	77	84	〃	876.0	305	4.5	0.00070	556.0	58.37	110.38
〃	93	62	〃	880.5	240	3.0	0.00052	560.5	58.78	111.86
〃	96	91	〃	883.5	345	6.0	0.00069	563.5	58.39	110.46
〃	96	91	〃	889.5	345	6.0	0.00069	569.5	58.39	110.46

この表—1 中における P_0, P は

$$P_0=\frac{W}{\delta+0.0254}$$

$$P=\frac{W}{\delta+0.01289}$$

によつて与えられる値である.

なお表—1 中における

h_1 : 支持台のレベル読み

h_2 : 支持台より地表面までの深さ

h_x : 支持台より杭の先端までの深さ

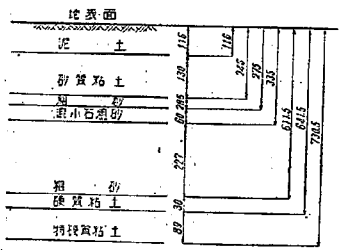
$y=h_x-h_2$

である.

この杭の打込試験結果より分る事はつぎの様な事である.

コンクリート杭（自重約3ton）はそれとモンキー（自重 1.5 ton）の重量によつて自然状態で地中に 2.14 m貫入した．これは地盤の上層部約 2.2m 位が軟弱地盤なる事を示すものである．

この下約 4.40.m 位までは貫入抵抗[1] 0.05010～0.01058cm で砂質地層よりなる中位地層なる事が推定され，



図—2

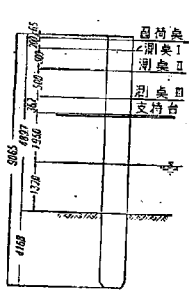
その下 5.20.m 位までは貫入抵抗 0.01068～0.00117cm で中位地層と硬質地層との混合地層なる事が推定され，その下 5.972m までは貫入抵抗 0.00117～0.000087cm で硬質地層の上部なる事が推定される．貫入深さ 5.972m の時上部杭と下部杭との継手ボールトが下側にて全部切断し，継手面コンクリートが圧挫して，これ以上杭を打込む事が出来なくなつたので，打込試験を中止し，この試験杭より約 2.5m 離れた位置にてボーリングを行つて地盤の現実調査を行つた．

このボーリングにより得られた試験杭位置の衣浦湾地質図は図—2 に示すごとくであるが，この地質図と杭の打込試験より推定した地質分布状況とは大略一致している事が確められる．

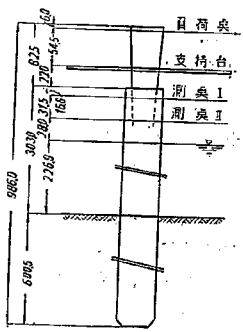
Ⅱ　コンクリート杭の水平引張試験

〔1〕 試 験 概 要

短杭のみを図—3 に示す状態まで打つて図—5-1 に示すごとき傾斜をもつてワイヤーロープを杭頭に掛けて護岸内に設置したウインチで引張り，杭の変形および引張力をそれぞれ撓度計および 10 ton Balance で測定した．



図—3



図—4

長杭を継いで打込んで，継手が圧挫した後長杭を取外して図—4 に示す状態にて図—5-2 に示すごとき傾斜をもつてワイヤーロープを杭頭に差込んだ木柱頭に掛けて引張り上記測定器にて杭の変形および引張力を測定した．

〔2〕 杭に作用する引張力の補正

図—3に示すごとく杭を地中に 416.8cm 打込んだ状態で行つた試験を No.1 試験とし，図—4 に示すごとく杭を地中に 600.5cm 打込んだ状態で行つた試験を，No.2 試験とする事にする．

使用したワイヤーロープの径は 4 歩（約 1.2

1）ある重量のモンキーを高さ 1cm より 1 回落下させて杭を打込んだ場合の杭の貫入量を云う．ここでは重量 1.5 ton のモンキーを使用した．

cm）であつた.

（1） ワイヤーロープの傾斜による補正

いま

l ：護岸天端と杭との水平距離

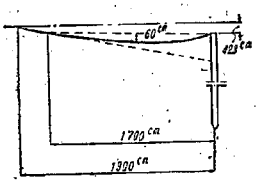
h ：護岸天端と杭上のワイヤーロープ取附点との高低差

θ ：ワイヤーロープが張られた場合の水平となす傾斜角

T ：測定張力に初期 Cable Tension による補正を施した読取張力

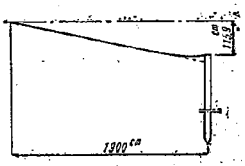
T_0 ：杭に作用した水平力

とすれば，



図—5-1

$$\left.\begin{aligned} \tan\theta=\frac{h}{l}, \quad \theta=\tan^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) \\ T_0=T\cos\theta \end{aligned}\right\}$$



図—5-2

No. 1 試験においては

$l=19.00$m, $h=0.428$m, $\theta=\tan^{-1}(0.02253)$

$$T_0=0.99975T\fallingdotseq T$$

No. 2 試験においては

$l=19.00$m, $h=1.159$m, $\theta=\tan^{-1}(0.061)$

$$T_0=0.99814T\fallingdotseq T$$

補正量は僅少であるから補正は行わぬ事にする.[2]

（2） 張力測定器の初期誤差およびその他の初期誤差に対する補正

No. 1 試験においてはワイヤーロープを弛んだ状態より引張ると図—5-1 に示すごとき Sug が出来て Cable Tension は既に起つているにも拘わらず，張力測定器の方にはその張力は読みとれなかつた．これは測定器が 10 ton まで読みとる大きいものであるため，測定器の弾性棒の変形がある程度小さい張力の間は起りにくい事とか，各部の摩擦抵抗とか，人が測定器に通した棒を持つて測定器を支持していた事による抵抗とかによつて起つたものである.

No. 2 試験においては張力測定器をコロの上に載せて，これらの抵抗を出来るだけ少なくした事と，ワイヤーロープの傾斜と足場の傾斜を殆んど一致させた事等のため，Cable Tension は起らず，ワイヤーロープの下向き傾斜が割合大きく，このワイヤーロープの自重による水平分力と測定器の初期誤差と幾分打消したためか，杭が変形を起すと同時に測定器の針は動き始めた.

従つて No. 2 試験においては初期張力の補正の必要はなかつた.

No. 1 試験においては張力測定器が丁度動き始める時のワイヤーロープの Sug を測定して，この初期張力

2）この程度の補正量は他の測定誤差の範囲内に含まれるものとして補正を行わぬ事にする.

ΔT を求める事にした.

いま

l_0 ： ワイヤーロープが Cable 状態になつた区間の水平距離

s ： 張力測定器の針が動き始める時の Cable の Sug

ΔT: 張力測定器の針が動き始める時の杭に作用する Cable の水平張力

w ： ワイヤーロープの単位長当りの重量=0.5 kg/m

とすれば,

$$\Delta T=\frac{wl_0}{8s}$$

となる.

No. 1 試験においては

w=0.5 kg/m, l_0=17m, s=0.60m

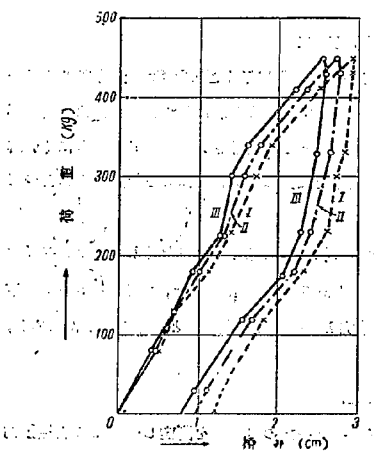
$$\Delta T=30.10\ \text{kg}$$

である.

従つて No. 1 試験における杭に作用する水平力としては測定張力に 30 kg を加算して測定結果表に示す事にした.

〔3〕 水平引張試験結果

杭の水平変位測定点位置は Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ の番号を以つて示してあり, これは No. 1 試験では図—3 に, No. 2 試験では図—4 に示す位置とした.



図—6

表—2

荷重 (kg)	測点 Ⅰ (cm)	測点 Ⅱ (cm)	測点 Ⅲ (cm)
0	0	0	0
80	0.50	0.46	0.43
130	0.70	0.70	0.73
180	1.10	1.00	0.91
230	1.40	1.32	1.21
300	1.73	1.57	1.42
340	1.93	1.78	1.62
410	2.51	2.35	2.20
450	2.91	2.73	2.55
430	2.91	2.75	2.59
380	2.83	2.65	2.49
300	2.73	2.57	2.43
230	2.63	2.40	2.28
180	2.33	2.19	2.06
120	1.83	1.68	1.55
30	1.30	1.12	0.95
0	1.20	0.98	0.78

No. 1 試験では 1 回引抜試験を行い，この試験結果は表—2 および図—6 に示すごとくである．No. 2 試験では 5 回引抜試験を行い，この試験結果はそれぞれ表—3-1，表—3-2，表—3-3，表—3-4，表—3-5 および図—7 に示すごとくである．この No. 2 試験の第 4 回目および第 5 回目の試験は杭の最大水平耐荷力試験である．

表—3-1

荷重 (kg)	測点 I (cm)	測点 II (cm)
0	0	0
25	0.07	0.06
75	0.10	0.09
170	0.18	0.12
225	0.23	0.18
270	0.26	0.21
325	0.35	0.29
373	0.37	0.34
430	0.46	0.42
455	0.52	0.48
495	0.61	0.56
525	0.66	0.61
575	0.78	0.70
725	1.00	0.91
775	1.16	1.05
875	1.29	1.17
735	1.26	1.14
675	1.18	1.07
575	1.09	1.00
475	0.95	0.89
370	0.81	0.76
275	0.70	0.66
175	0.53	0.50
120	0.45	0.41
75	0.40	0.37
25	0.34	0.30
0	0.29	0.25

表—3-2

荷重 (kg)	測点 I (cm)	測点 II (cm)
0	0	0
85	0.11	0.10
250	0.27	0.24
325	0.38	0.36
375	0.43	0.40
425	0.50	0.46
475	0.58	0.53
535	0.64	0.60
603	0.80	0.72
675	1.02	0.91
725	1.14	1.02
875	1.30	1.28
975	1.50	1.42
1,075	1.65	1.58
1,175	1.84	1.75
1.275	2.08	1.97
1,325	2.34	2.21
1,475	2.76	2.57
1,575	3.02	2.76
1,675	3.47	3.23
1,775	3.72	3.42
1.375	3.37	3.11
1,275	3.22	2.96
1,175	3.04	2.76
1,025	2.74	2.54
875	2.34	2.16
745	2.12	1.96
650	1.74	1.56
575	1.54	1.36
475	1.29	1.16
375	1.09	1.02
285	0.83	0.78
175	0.48	0.46
125	0.44	0.42

表—3-3

荷重 (kg)	測点 I (cm)	測点 II (cm)
0	0	0
25	0.13	0.12
150	0.24	0.17
275	0.45	0.37
425	0.75	0.60
575	1.10	0.93
775	1.50	1.28
1,075	2.14	1.80
1.325	2.75	2.40
1.455	3.02	2.68
1,585	3.40	3.02
1,675	3.59	3.15
1,875	4.30	3.79
2,125	4.88	4.30
2,425	6.55	5.85
2,025	6.04	5.33
1,725	5.23	4.80
1,575	4.93	4.45
1,275	4.20	3.70
1,075	3.70	3.20
855	3.10	2.62
675	2.55	2.20
575	2.30	1.94
475	2.05	1.70
375	1.78	1.50
325	1.65	1.38
275	1.49	1.30
227	1.40	1.20
175	1.24	1.06
125	1.12	0.90
75	1.02	0.80
25	0.90	0.70
0	0.84	0.64

表—3-4

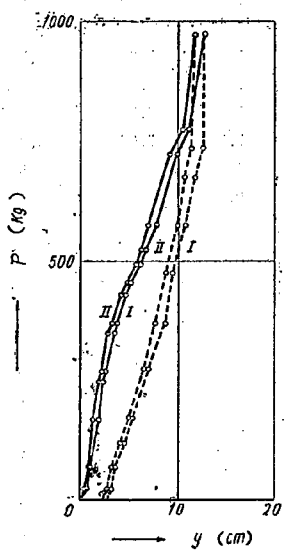
荷重 (kg)	測点 I (cm)
0	0
100	0.10
200	0.24
350	0.58
450	0.96
600	1.08
750	1.38
860	1.64
1,000	1.90
1,100	2.26
1,250	2.60
1,300	2.78
1,450	3.10
1,600	3.50
1,700	3.75
1,900	4.38
2,050	4.72
2,200	4.98
2,500	5.75
2,750	6.15
3,000	6.61
3,200	7.40
3,400	8.15
3,550	8.99
3,650	10.08
4,000	11.82
4,300	13.60
4,400	14.43
4,750	16.15

表—3-5

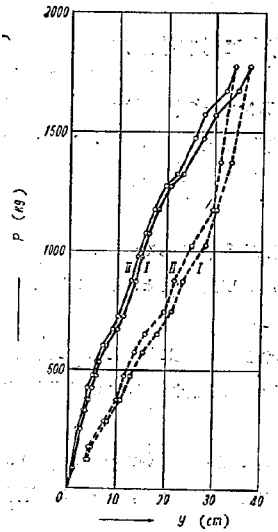
荷重 (kg)	測点 I (cm)
0	0
500	0.90
700	1.32
900	1.86
1,200	2.68
1,400	3.40
1,600	4.02
1,800	4.62
2,000	5.35
2,400	6.43
2,700	6.95
2,900	7.43
3,250	8.59
3,500	9.24

No.1 試験においては，杭は中位地質層に約3m しか入つていないし，上部の軟弱地質層は水平力に殆んど耐えないので，非常に水平変位が大きく現われた．

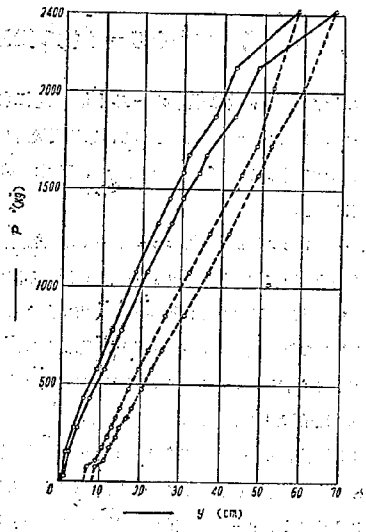
荷重変位曲線の勾配 (kg/cm) は No.2 試験における方が No.1 試験におけるよりも遙かに大きい事は図—6,図—7 を比較する事により明らかである．これよりして No.2 試験の状態の方が No.1 試験の状態よりも杭の変形に対する地盤の減込抵抗が遙かに大きい事が分つた．事実，No.1 試験の状態では杭は中位地質層中に 1.365m しか入つていなかつたし，No.2 試験の状態では杭は中位地質層および混合地質層を抜けて硬質地層中に約 0.74m 入つていたので，杭の水平方向変形の防止能力は No.2 試験の状態の方が No.1 試験の状態よりも遙かに大きかつたであろう事は想像に難くない．



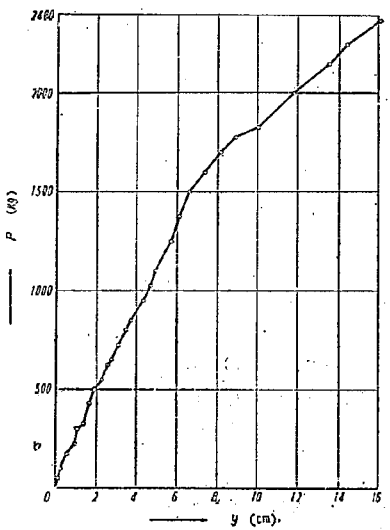
図—7-1



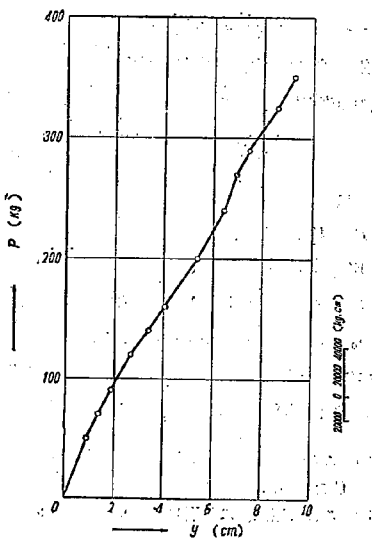
図—7-2



図—7-3



図—7-4



図—7-5

Ⅲ コンクリート杭の鉛直支持力に対する想定

〔1〕 コンクリート杭の継手ボールト切断時におけるモンキーの杭に対する打撃力の想定

継手ボールトの径は 19mm であるから，単位面積当りの破壊剪断力を 2400 kg/cm² と想定すると，ボールト1本では剪断に対して 6.801 ton まで耐え，11 本（12 本中1本下側杭の方は締附不能）では 74.811 ton まで耐える事になる．

又継手ボールトのメネジ外周のコンクリートの圧挫耐力は外径が 3cm であるから，コンクリートの支圧破壊強度を 240 kg/cm² と想定し，[3] ボールトの埋込み深さを 8cm と想定すると，ボルト1本は支圧に対して 6.720 ton まで耐え，11 本では 73.920 ton まで耐える事になる．

一方この場合の継手面のコンクリートが上部よりの力を伝達するのに有効に働いた部分の支圧面積は約 170 cm² であつたから，[4] コンクリートの支圧破壊強度を 240 kg/cm² と想定すれば，この継手面の支圧によつて 40.8 ton まで上部よりの力に耐える事になる．

ボールト切断後，ボールト埋込部のコンクリート支圧面が大して破壊されていなかつた事よりして，実際のボールト耐荷力は剪断耐荷力によつて決定されるものと見るのが妥当であるから，ボールトの耐荷力は 74.811 ton であるとすると，ボールト切断時に杭に与えられた打撃力は

$$P=74.811+40.800=115.611 \text{ ton}$$

位であつたであろう事が想像される．

〔2〕 杭の鉛直支持力に対する想定

杭の鉛直支持力はエネルギーの関係式よりつぎの形に与えられる．

$$P=\frac{W}{\delta+\delta_0}$$

ここに

P ： 杭の鉛直支持力

W ： モンキーの重量（ton）

δ ： モンキーの1回 1cm 落下に対する貫入量（貫入抵抗）(cm/cm)

δ_0 ： エネルギーロスヘッド (cm/cm)

コンクリート杭の継手ボールトの切断したのは表−1 における $y=5.972$m の所であるが，δ の最小値を示したのは $y=5.848$m の所であるから，この点における $S=0.000084$cm/cm を採用し，最大鉛直耐荷力 $P=$

3） この継手は海水に1日に5時間位浸されるのでコンクリート強度が弱くなつているので，少し小さな値を用いた．

4） これは圧挫後に破損せぬまゝ残つたコンクリート支圧面積の実測値である．

115.611 ton を採用する事にすれば，$W=1.5$ ton であるから，ロスヘッド δ_0 はつぎのごとく求められる．

$$\delta_0=\frac{W}{P}-\delta=\frac{1.5}{115.611}-0.000084=0.01289\text{cm/cm}$$

從つてこのコンクリート杭の鉛直支持力を与える公式はつぎのごとく求められる．

$$P=\frac{W}{\delta+0.01289}$$

この公式を用いた支持力値は表−1 の P の列に示してある．

杭の支持力公式は動的なものだけでも今日までに多くの人によつて発表されているが，それらの公式は発表した人の実験に基づいてそれぞれ作られたものであり，それらの公式の各々にはそれぞれその公式の適用範囲が存在するのであつて，それらの各1つの公式ですべての地質および杭打状態に適用出来る公式はないので，既成の杭打公式を盲目的に使用する事は危険である．1例をつぎに示す事にしよう．

杭の動的支持力公式として有名な Wellinton 式によれば，鉛直支持力は

$$P_0=\frac{W}{\delta+0.025}\quad(\text{ton})$$

W：モンキーの重量 (ton)

δ：モンキー1回 1cm 当りの杭の沈下量 (cm/cm)

P と P_0 の値を各地質層に応じて比較してみよう．

軟弱地質層の終りにおける $y=255$cm の点では $P=23.82$ ton，$P_0=19.77$ ton であり，中位地質層中混合粗砂層の終りにおける $y=338$cm の点では $P=61.50$ ton，$P_0=42.65$ ton であり，中位地質層中粗砂層の中間における $y=5.15$cm の点では $P=100.27$ ton，$P_0=55.41$ ton であり，中位地質層中下部における $y=597.2$cm の点では $P=115.12$ ton，$P_0=58.72$ ton である．

これよりして杭の貫入抵抗 δ の大きい間は両式とも大差ない支持力値を与えるが，δ が少し小さくなつて来ると相当異なつた支持力値を与える事になつて，Wellinton 式をこの衣浦湾の地質に適用する事は出来ない事が明らかである．

Ⅳ　コンクリート杭の水平耐荷力の想定

〔1〕 杭の変形に対する基本的考察

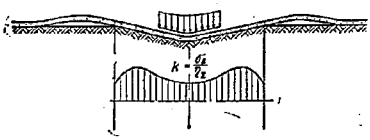
水平方向に置かれた載荷版下の地盤係数も載荷版下のすべての点において一定とは限らない事は Hogg の解析結果[5]を用いて検討すれば確められる．Hogg は水平地面上に置かれた無限版に載荷した場合の載荷版下の地表面の鉛直方向の応力 σ_z および地表面の鉛直変位量 η_z を解析的に与えている．これを用いて載荷版下の地面の地盤係数 K は常識的な意味において

$$K=\frac{\sigma_z}{\eta_z}$$

5) Philosophical Mag., 1938., p. 576.

によつて表現される.

この円形載荷板下の地盤係数 K を実際に算出すれば，一定値とはならないのであつて，図-8 に示す様な分布を示す事が確められる.

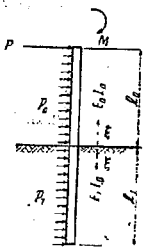


図—8

水平方向に置かれた載荷版下の地盤係数でさえも一定値とはならないので，鉛直方向に地中に打込まれた杭に対する地盤係数は深さの方向の各点において変形するであろう事は想像に難くない.

従つて筆者は杭に対する地盤係数を

$$k=k_0+\varpi x^n \quad \cdots\cdots(1)$$



図—9

k ：杭の任意点におろけ単位長当りの水平方向の地盤係数

k_0 ：地表における単位長当りの水平方向の地盤係数

ϖ ：可変地盤係数を表現する項の常数値

x ：地表面を原点とした杭に沿う座標変数

n ：地盤係数の分布型を表現する常数値

なる冪の形に表現して，杭の水平弾性変形を考察する事にした.

この場合には，杭の空間部分の水平変位 η_0 および地中部分の水平変位 η_1 はそれぞれつぎの基礎微分方程式の解としてえられる.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^4\eta_0}{d\xi^4}=24\delta_0, \quad \delta_0=\frac{p_0 l_0^4}{24E_0I_0}, \quad 0\leqq\xi=\frac{x}{l_0}\leqq 1,\\ &\frac{d^4\eta_1}{d\xi^4}+(\alpha+\beta\xi^n)\eta_1=24\delta_1, \quad \delta_1=\frac{p_1 l_1^4}{24E_1I_1}, \quad 0\leqq\xi=\frac{x}{l_1}\leqq 1,\\ &\alpha=\frac{k_0 l_1^4}{E_1I_1}, \quad \beta=\frac{\varpi l_1^{n+4}}{E_1I_1}\end{aligned}\right\}\cdots(2)$$

ここに

E_0, E_1 ：杭の空間および地中部分の弾性係数

I_0, I_1 ：杭の空間および地中部分の断面二次率

p_0, p_1 ：杭の空間および地中部分に作用する単位長当りの分布荷重

x ：杭の空間および地中部分の座標変数にして，原点は両部分とも地表面にとる.

(2) 式の η_0 および η_1 の一般解はつぎの形に与えられる.

$$\eta_0(\xi)=\sum_{i=0}^{3}C_{0i}\xi^i+\delta_0\xi^4 \quad \left(\xi=\frac{x}{l_0}\right) \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\eta_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}C_{1i}\varphi_{1i}(\xi)+\delta_1\varphi_{14}(\xi), \quad \left(\xi=\frac{x}{l_1}\right) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\varphi_{1i}(\xi)=\xi^i(a_{i00}-\alpha a_{i10}\xi^4-\beta a_{i01}\xi^{n+4}+\alpha^2 a_{i20}\xi^8+\alpha\beta a_{i11}\xi^{n+8}+\beta^2 a_{i02}\xi^{2n+8}$$

$$-\alpha^3 a_{i30}\xi^{12}-\alpha^2\beta a_{i21}\xi^{n+12}-\alpha\beta^2 a_{i12}\xi^{2n+12}-\beta^3 a_{i03}\xi^{3n+12}+\alpha^4 a_{i40}\xi^{16}$$
$$+\alpha^3\beta a_{i31}\xi^{n+16}+\alpha^2\beta^2 a_{i22}\xi^{2n+16}+\alpha\beta^3 a_{i13}\xi^{3n+16}+\beta^4 a_{i04}\xi^{4n+16}-\cdots)\cdots\cdots(5)$$

(5) 式では $i=0, 1, 2, 3, 4$ の値をとるものとする.

(5) 式中の各 a_{irs} ($i=0,1\cdots4$, $r=0,1\cdots\infty$, $s=0,1\cdots\infty$) は附録式 (35) a によつて与えられている.

いま $\varphi_{in}(\xi)$ の m 階微分を $\varphi^{(m)}{}_{in}(\xi)$ とすれば

$$\varphi^{(m)}{}_{in}(\xi)=\xi^{i-m}\{\alpha^{(m)}{}_{i00}-\alpha\alpha^{(m)}{}_{i10}\xi^{4}-\beta\alpha^{(m)}{}_{i01}\xi^{n+4}+\alpha^2\alpha^{(m)}{}_{i20}\xi^{8}+\alpha\beta\alpha^{(m)}{}_{i11}\xi^{n+8}$$
$$+\beta^2\alpha^{(m)}{}_{i02}\xi^{2n+8}-\alpha^3\alpha^{(m)}{}_{i30}\xi^{12}-\alpha^2\beta\alpha^{(m)}{}_{i21}\xi^{n+12}-\alpha\beta^2\alpha^{(m)}{}_{i12}\xi^{2n+12}$$
$$-\beta^3\alpha^{(m)}{}_{i03}\xi^{3n+12}+\alpha^4\alpha^{(m)}{}_{i40}\xi^{16}+\alpha^3\beta\alpha^{(m)}{}_{i31}\xi^{n+16}+\alpha^2\beta^2\alpha^{(m)}{}_{i22}\xi^{2n+16}$$
$$+\alpha\beta^3\alpha^{(m)}{}_{i13}\xi^{3n+16}+\beta^4\alpha^{(m)}{}_{i04}\xi^{4n+16}-\cdots\cdots\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$i=0, 1, 2, 3, 4,\quad m=1, 2, 3$

によつて表現される.

この各係数 $\alpha^{(m)}{}_{irs}$ と a_{irs} との関係は附録式 (38) a によつて与えられている.

(6) 式においてつぎの関係が存在する.

$$\left.\begin{aligned}&\varphi^{(1)}{}_{in}(\xi)=\varphi'_{in}(\xi),\quad \varphi^{(2)}{}_{in}(\xi)=\varphi''_{in}(\xi),\quad \varphi^{(3)}{}_{in}(\xi)=\varphi'''_{in}(\xi)\\&\alpha^{(1)}{}_{irs}=\alpha'_{irs},\quad \alpha^{(2)}{}_{irs}=\alpha''_{irs},\quad \alpha^{(3)}{}_{irs}=\alpha'''_{irs}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(7)$$

このダッシュ記号は低次の微分係数を表現する時に使用される記号である.

なお (3), (4) 式における c_{0i}, c_{1i} ($i=0, 1\cdots3$) は境界条件および連続条件によつて決定されるところの杭の水平変位を表わす解の積分常数である.

いま図—9 に示す様に, 杭頭に集中水平力 P および曲げモーメント M が作用する場合に対する積分常数を求めるつぎのごとくなる.

$$\left.\begin{aligned}c_{00}=&-\frac{\sigma^2\theta}{6(\overline{\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}}-\overline{\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n}})}\{3(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)(\varphi''_{2n}\varphi'''_{1n}\\&-\varphi'''_{2n}\varphi''_{1n})+\sigma(\gamma_p+24\delta_0)(\varphi''_{3n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{3n}\varphi''_{1n})\\&+6\delta_1\sigma^{-2}\theta^{-1}(\varphi''_{4n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{4n}\varphi''_{1n})\}\\c_{01}=&-\frac{\sigma\theta}{6(\overline{\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}}-\overline{\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n}})}\{3(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)(\varphi''_{2n}\varphi'''_{0n}\\&-\varphi'''_{2n}\varphi''_{0n})+\sigma(\gamma_p+24\delta_0)(\varphi''_{3n}\varphi'''_{0n}-\varphi'''_{3n}\varphi''_{0n})\\&+6\delta_1\sigma^{-2}\theta^{-1}(\varphi''_{4n}\varphi'''_{0n}-\varphi'''_{4n}\varphi''_{0n})\}\\c_{02}=&\frac{1}{2}(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)\\c_{03}=&-\frac{1}{6}(\gamma_p+24\delta_0)\\c_{10}=c_{00},&\qquad c_{11}=-\sigma c_{01}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

$$c_{12}=\frac{\sigma^2\theta}{2}(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0),\quad c_{13}=\frac{\sigma^2\theta}{6}(\gamma_p+24\delta_0)$$

ここに

$$\gamma_p=\frac{Pl_0^3}{E_0I_0},\quad \gamma_m=\frac{Ml_0^2}{E_0I_0},\quad \sigma=\frac{l_1}{l_0},\quad \theta=\frac{E_0I_0}{E_1I_1}\qquad\cdots\cdots(9)$$

従つてこの場合には（8）式の係数をもつ（3），（4）式の解が杭の空間および地中部分の水平変位を表現する事になる．

（8）式において φ''_{in}, φ'''_{in} は

$$\varphi''_{in}=[\varphi''_{in}(\xi)]_{\xi=1},\quad \varphi'''_{in}=[\varphi'''_{in}(\xi)]_{\xi=1},\quad (i=0,1,2,3,4)\qquad\cdots\cdots(10)$$

によつて表現されるものである．

杭の空間部分の曲げモーメント $M_0(\xi)$ および地中部分の曲げモーメント $M_1(\xi)$ はつぎのごとく与えられる．

$$M_0(\xi)=-\frac{E_0I_0}{l_0^2}\{\sum_{i=2}^{3}i(i-1)c_{0i}\xi^{i-2}+12\delta_0\xi^2\},\quad \left(\xi=\frac{x}{l_0}\right)\qquad\cdots\cdots(11)$$

$$M_1(\xi)=-\frac{E_1I_1}{l_1^2}\{\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi''_{in}(\xi)+\delta_1\varphi''_{4n}(\xi)\},\quad \left(\xi=\frac{x}{l_1}\right)\qquad\cdots\cdots(12)$$

なお地中部分の杭に対する地盤反力 $P_r(\xi)$ はつぎのごとく与えられる．

$$P_r(\xi)=\frac{E_1I_1}{l_1^4}(\alpha+\beta\xi^m)\gamma_1(\xi)\qquad\cdots\cdots(13)$$

〔2〕 杭の空間部分の水平変位を用いての地盤係数の最大値 β の決定

筆者の行つた実験においては $\delta_0=\delta_1=0$ と考えられる．なお衣浦湾のごとく海底上層が軟弱な泥土層よりなり，地表載荷が存在しない場合には $k_0=0$ すなわち $\alpha=0$ と考えるのが妥当であろうから，ここでは β のみが存在する場合を考え，級数を β^4 の項までとつて，杭の空間部分の変位より β を決定する式を求める事にすると，この式はつぎのごとき β に関する代数方程式によつて与えられる．

$$\sum_{j=0}^{8}(-1)^j\varpi_{0j}(\xi)\beta^j=0\qquad\cdots\cdots(14)$$

ここに

$$\varpi_{0j}(\xi)=B_{0j0}+B_{0j1}\xi+B_{0j2}\xi^2-B_{0j3}\xi^3-B_{0j3}D_i\qquad\cdots\cdots(15)$$

$$\left.\begin{aligned}B_{0j0}&=\sigma^2\theta\{3(1+\mu)A_{120j}+\sigma A_{130j}\}\\B_{0j1}&=\sigma\theta\{3(1+\mu)A_{020j}+\sigma A_{030j}\}\\B_{0j2}&=3(1+\mu)A_{010j}\\B_{0j3}&=A_{010j},\quad j=0,1,2\cdots\cdots8\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(16)$$

$$\left.\begin{aligned}D_i&=\frac{6\gamma_0(\xi)}{\gamma_p},\quad \sigma=\frac{l_1}{l_0},\quad \theta=\frac{E_0I_0}{E_1I_1},\quad \xi=\frac{x}{l_0}\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(17)$$

$$\mu=\frac{\gamma_m}{\gamma_p}=\frac{h_0}{l_0},\quad h_0=\frac{M}{P}$$

なお (16) 式中の A_{130j}, A_{130j}, A_{030j}, A_{030j}, A_{013j} は附録式 (58)$_a$ に示されている常数値である.

表—4 β の値

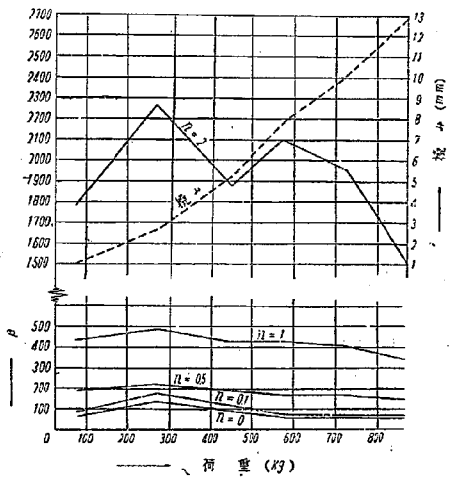
p \ n	1.0	y(cm)
80	25	0.50
450	23	2.91
230	13	2.63

表—5 β の値

p \ n	0	0.1	0.5	1.0	2.0	y(cm)
75	66	82	183	431	1781	0.10
270	137	177	220	482	2262	0.26
455	91	115	190	420	1877	0.52
575	64	79	170	421	2099	0.78
725	62	76	170	401	1954	1.00
875	55	68	146	336	1500	1.29

表—2 に示した試験結果をもつ杭の状態では水平耐荷力は小さく問題にならないので, 妥当と思われる分布型 $n=1$ の場合に対してのみ表—2 に示した試験結果につき適当と思われる荷重値に対して測点Ⅰの実測変位に応じて β の値を求めたのが表—4 である. 表—3 に示した試験結果をもつ杭の状態で, 最も適当と思われる表—3-1 の結果につき $n=0$, $n=0.1$, $n=0.5$, $n=1.0$, $n=2.0$ に対して測点Ⅰの実測変位に応じて β の値を求めたのが表—5 である.

なお, この表—5 の値は図—10 に図示されている.



図—10

〔3〕 地盤係数の分布指数 n の決定

この分布指数 n は杭の空間部分の実測変位と計算変位との比較検討並びに地盤反力の降伏点値の実測値と計算値との比較検討によつて検証的に確定される.

杭の空間部分の計算変位の算出に用いる β の値には, 表—5 に示す β の値中適当と思われる表—6 に示すごとき値を用いる事にする.

表—6 計算用 β の値

n	0	0.1	0.5	1.0	2.0
β	64	80	170	400	2000

表—3-1 に示す実験に対応する変位計算を行う事

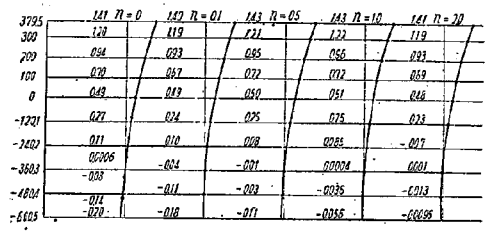
にする.

この場合には

$$h_0=\frac{M}{P}=76.5\text{ cm},\qquad \sigma=\frac{l_1}{l_0}=\frac{600.5}{303}=1.98185$$

$$\mu=\frac{h_0}{l_0}=\frac{76.5}{303}=0.25248$$

である.



図—11

P=1000 kg に対して，表—6 の β の値を用いて，各分布型に応じて杭の水平変位を算出して図示したものが図—11 である.

なお降伏点負荷値の約半分の負荷値 P=775 kg に対応する変位を各分布型に対して計算した値および実測値は表—7 に示されている.

表—7　y (cm)

測　点	x (cm)	ξ	n=0.1	n=0.5	n=10	n=20	実測値
Ⅰ	286.4	0.945	1.1559	1.1776	1.1604	1.1556	1.16
Ⅱ	254.9	0.841	1.0742	1.0962	1.0593	1.0741	1.05

この表—7 よりして n=1 なる分布型が実測値に最もよく一致している事が認められる.

この n=1 なる分布型が表浦湾のごとき地質の状態に対しては現実の地盤係数の分布型を最もよく表現すると云えよう.

この事は地盤反力の降伏点値の実測値と計算値との比較検討によつても確められるが，これは後述する事にする.

〔4〕 杭に対する地盤反力

筆者の表現によれば，地盤反力 $p_r(\xi)$ は

$$p_r(\xi)=\frac{\beta l_1^4}{E_1 I_1}\xi^n\eta_1(\xi)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

によつて表わされる.

Engels 教授の実験的表示式を参考までに示すとつぎである.

図—12 に示すごとき外力 P と外モーメント M が地表面にて杭に作用する場合，杭に対する地盤反力は図示のごとく A 点で頂点を持ち O, B 両点で零になる様な抛物線分布をするものと仮定する.

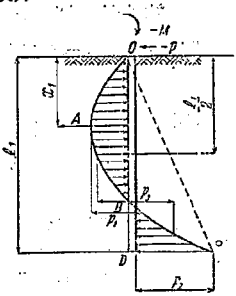
頂点 A における反力 p_1 とこの点の地表面よりの深さ x_1 を用いて地盤反力 P_r の式を表わすと，

$$P_r=\frac{p_1}{x_1^3}x(2x_1-x)\quad\cdots\cdots(19)$$

となる．

この式における p_1, x_1 はつぎのごときものである．

$$\left.\begin{aligned}p_1&=-\frac{3x_1M'}{\left(2x_1-\frac{3}{4}l_1\right)l_1^3}\\ x_1&=\frac{\left(\frac{3}{4}l_1-e\right)l_1}{2l_1-3e}\\ e&=-\frac{M'}{P}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(20)$$



図—12

任意点の曲げモーメント M_x は

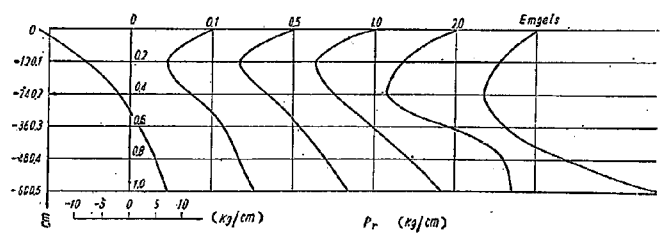
$$M_x=M'-Px+\frac{P_1}{x_1^3}\left(\frac{1}{3}x_1x^3-\frac{1}{12}x^4\right)\quad\cdots\cdots(21)$$

によつて与えられる．

P=1000 kg とした時の n=0, n=0.1, n=0.5, n=1.0, n=2.0, Engels 式の場合の杭に対する地盤反力の値は表—8 に示すごとくであり，これを図示したのが図—13 である．

表—8　p_r (kg/cm)

ξ \ n	0	0.1	0.5	1.0	2.0	Engels
0	17.08	0	0	0	0	0
0.2	8.22	8.88	10.05	10.94	9.95	7.93
0.4	2.41	3.89	5.58	7.48	12.18	9.64
0.6	1.85	1.68	0.88	0.53	0.43	5.11
0.8	−4.67	−4.87	−4.94	−6.36	−9.11	−5.64
1.0	−7.08	−7.73	10.44	−12.35	−10.40	−22.63



図—13　p_r (kg/cm)

〔5〕 杭における曲げモーメント

杭の空間部の曲げモーメントは

$$M_0(\xi)=Pl_0(1-\xi)+M,\quad 0\leqq\xi\leqq 1 \qquad \cdots\cdots(22)$$

杭の地中部分の曲げモーメントは

$$M_1(\xi)=-\frac{E_1I_1}{l_1^2}\{\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi''_{in}(\xi)\},\quad 0\leqq\xi\leqq 1 \qquad \cdots\cdots(23)$$

一方 Engels の場合には

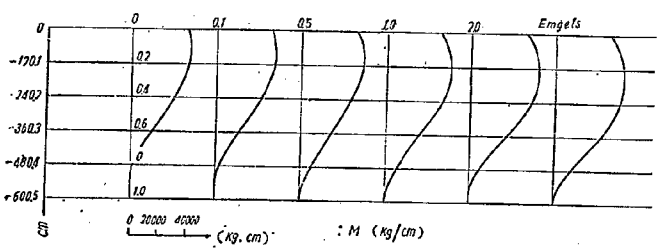
$$\left.\begin{aligned} M_1(\xi)&=-M'-Pl_1\xi+\frac{p_1l_1}{\xi_1^2}\left(\frac{1}{3}\xi_1\xi^3-\frac{1}{12}\xi^4\right),0\leqq\xi\leqq 1\\ \xi_1&=\frac{x_1}{l_1},\quad M'=Pl_0+M \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(24)$$

によつて与えられる.

コンクリートの全断面が有効であるとし，鉄筋比を 10 にとれば杭の断面二次率は $I_1=I_c=339010\text{cm}^4$ となるから，$E_1=E_2=210000\text{kg/cm}^2$ と想定し，$P=1000$ g として表—6 に示した β の値を用いて杭の地中部分の曲げモーメントを求めたのが表—9 であり，これを図示したのが図—14 である.

表—9 (kg/cm)

ξ \ n	0	0.1	0.5	1	2	Engels
0	379500	379500	379500	379500	379500	379500
0.2	399084	408167	437569	460760	482805	476782
0.4	296006	308602	355900	401489	436194	467112
0.6	158444	167451	202958	238841	269705	325910
0.8	14086	17137	65531	73889	74923	118458
1.0	0	0	0	0	0	0



図—14 M (kg/cm)

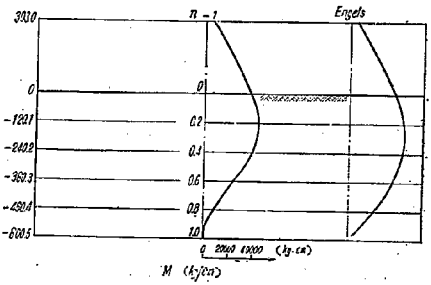
杭の空間部分の曲げモーメントは杭の先端にて M，地表にて (P_0+M) であり中間は直線的に変化するものである．

なお $n=1$ の場合と Engels 式の場合に対して空間および地中部分の杭の曲げモーメントを図示したのが図—15 である．

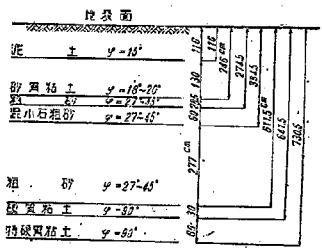
〔6〕 地盤の抵抗土圧

試験杭場所の地質分類並びに地質の水中における安息角の値を示したのが 図—16 である．

泥土および砂質粘土の水中での安息角は大体 15°～18°および 18°～20° 位であろうが，粗砂および小砂混り粗砂は湿度に応じて安息角を異にするのであつて少し湿つている状態にて最大安息角を示し 35°～45°位となり，乾燥状態又は完全なる水中においては 27°～35° 位の安息角を示すものであるが，試験場所程度の地下においては 35°～45° 位の安息角を示すものと考えるのが妥当であろう．



図—15 M (kg/cm)



図—16

土砂の水中での単位重量は 1.02～1.28 t/m³ 位であろうが，これも乾燥時には単位重量は 1.45～1.75 t/m³ であるから，実際の状態では 1.02～1.28 t/m³ と 1.45～1.75 t/m³ の中間の単位重量値をとるであろう事が想定される．従つて土砂の単位重量を 1.3 t/m³ にとれば，これは安全側の仮定であると思う．

水平地震々度 ϑ なる場合の杭の単位面積当りの抵抗土圧係数 c' はつぎの式で与えられる．

$$c'=\frac{\cos^2(\varphi-\theta)}{\cos^3\theta\left\{1-\sqrt{\frac{\sin\varphi\cdot\sin(\varphi-\theta)}{\cos\theta}}\right\}^2} \qquad \cdots\cdots(25)$$

ここに

$$\theta=\tan^{-1}\vartheta,\quad \vartheta=0.2$$

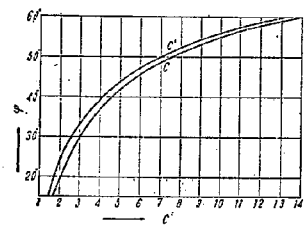
$\vartheta=0$ なる場合に対する c' の値を c とする．

図—16 に示した各 φ の値に対する c'，c の値は表—10 に示すごとくである．この c'，c と φ との関係を図示したものが図—17 である．[6]

6）この c' の値は $\vartheta=0.2$ として算出されている．

表—10　抵抗土圧係数

	15°	18°	20°	30°	40°	45°	50°	60°
c	1.688	1.894	2.039	3.003	4.598	5.821	7.557	13.914
c'	1.361	1.561	1.705	2.624	4.141	5.318	6.980	13.148



図—17

土砂の単位重量 w を一定とすると，任意深さの杭の単位長当りの抵抗土圧 p_{rr}, p'_{rr}, は

$$p_{rr}=bl_1\xi c \quad (0\leqq\xi\leqq 1)\cdots\cdots(26)$$

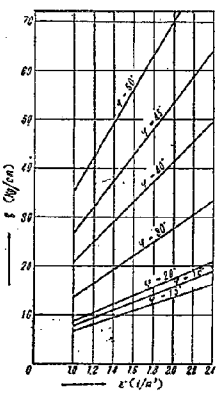
$$p'_{rr}=bl_1\xi c' \quad (0\leqq\xi\leqq 1)\cdots\cdots(27)$$

ここに

p_{rr}：無地震時の杭の単位長当りの抵抗土圧

p'_{rr}：地震時（$\vartheta=0.2$）の杭の単位長当りの抵抗土圧

b　：杭の幅



図—18

l_1：杭の地中部分の有効長さ

ξ　：$\xi=\dfrac{x}{l_1}$ なる位置変数

によつて与えられる．

なお深さ 1m の点の各土砂の安息角に応ずる土砂の単位重量と地震時抵抗土圧との関係を図示したものが図—18 である．

〔7〕 杭の水平耐荷力の決定

最初泥土部分と砂質粘土部分が有効に仂いている場合，砂質粘土部分に極大地盤反力 p_{rm} が起る．この部分における抵抗土圧は $\varphi=18°$ 位であるから，$c=1.894$ である．又 $n=1$ なる場合のこの極大点位置は $l_1\xi_0=120$cm，Engels 式の場合のこの極大点位置は $l_1\xi_0=200$ cm であるから，この部分における抵抗土圧は

$$\left.\begin{aligned} n=1 \quad &: \quad p_{rrm}=18.20\text{kg/cm} \\ \text{Engels 式}: \quad &p_{rrm}=24.62\text{kg/cm} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(28)$$

となる．

極大地盤反力 p_{rm} が p_{rrm} に等しくなる場合の杭の頭部に作用水平力を杭の水平耐荷力と名付けて P_r とすれば，p_{rm} はつぎのごとく表わされる．

$$\left.\begin{array}{ll} n=1 & : \ p_{rm}=10.94\times10^{-3}P_r/\mathrm{cm} \\ \text{Engels 式} & : \ p_{rm}=9.76\times10^{-3}P_r/\mathrm{cm} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(29)$$

P_r : kg 単位

これよりして，水平耐荷力 P_r はつぎのごとく求められる．

$$\left.\begin{array}{ll} n=1 & : \ P_r=1664\mathrm{kg} \\ \text{Engels 式} & : \ P_r=2523\mathrm{kg} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(30)$$

表—3-8 の荷重上昇時の変位荷重曲線を図示すると図—7-3 のごとくであり，この曲線を見ると $P_r=1664$ kg 当りの負荷によつて泥土部分および砂質粘土部分の抵抗土圧は破られて yield したであろう事は推定される．この降伏点負荷値は $P=1650$kg 位である．

ここで $n=1$ なる場合のみをとつて考えたのは，$n=1$ なる分布型が現実に一番よく一致する事が既に検証されており，又事実この P_r を各分布型に応じて求めてみても明らかであるからである．

各分布型に応じて求められる P_r の値に対する検証はここでは記載を省略する．

そうすると，$P_r=1664$kg 以上の荷重では砂質粘土層以上の部分は yield して，この部分の地層の存在が考慮されなくなる．

(30) 式より明らかになる様に，Engels 式は相当不安全側の杭の水平耐荷力を与えている事が分る．それは Engels 式は地盤の状態に無関係に P_{rm} を与える様に作られているからである．

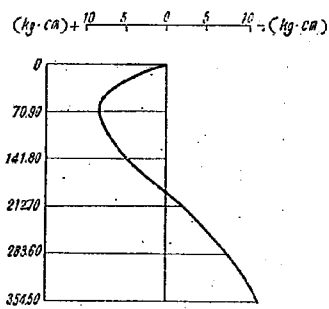
この意味で筆者の理論は物理学的意味は別に考えるとしても，杭の水平耐荷力に対する Engels の式に一歩を進めて，より現実的な解答を与えたものとして注目に値するものと思う．

杭の最大耐荷力試験を行つた結果を表示したのが表—3-4，表—3-5 である．この時の試験は 表—3-3 に示す試験（最大負荷値 2425kg）を行つた後の試験であるから，荷重の小さい時より上部層は存在せぬ様な状態での試験となつていた．

$n=1$ の場合につき，杭の空間部分測定点の $P=1000$kg に対する測定点 I における変位の実測値 η と計算値 η_0 とはつぎのごとくよく一致する事を知る．なおこの場合の地盤反力分布状態は図—19 に示すごとくである．

$$\eta=1.9\mathrm{cm}, \quad \eta_0=2.11\mathrm{cm}$$

この砂質粘土部分以下では土砂の単位重量は大きくなると推定されるのでこの場合の抵抗土圧の計算に対しては土の単位重量は $w=1.4\mathrm{t/m^3}$ であると仮定すると，有効地層部分の上表より $l_1\varepsilon_0=70$cm の所に最大地盤反力の点が来るので地表より $(70+246)=316$cm の深さの点の最大抵抗土圧を $\varphi=45°$, $c=5.821$, $c'=5.318$ に対して求める



図—19 p_r(kg/cm)

とつぎのごとくなる.

$$\left.\begin{aligned} p_{rrm} &= 128.76\,\mathrm{kg/cm} \\ p'_{rrm} &= 117.66\,\mathrm{kg/cm} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(31)$$

杭に対する地盤の水平耐荷力は，地震々度を $\vartheta=0.2$ にとれば一般的につぎのごとき式で与えられる.

$$\left.\begin{aligned} P_r &= \frac{128.76}{0.0319+0.0223\mu}\times 10^{-3}\,\mathrm{ton} \quad (\text{無地震時}) \\ P'_r &= \frac{117.66}{0.0319+0.0226\mu}\times 10^{-3}\,\mathrm{ton} \quad (\text{地震々度 } \vartheta=0.2 \text{ の時}) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(32)$$

ここに

$$\mu=\frac{h^0}{l_0}$$

l_0 ： 杭の空間部分長

h_0 ： 杭の頭端より水平集中力の作用する点までの距離

いま

$$h_0=76.5\mathrm{cm},\quad l_0=549.0\mathrm{cm}$$

の場合を考えれば[7]

$$\left.\begin{aligned} P_r &= 3.674\ \mathrm{ton} \quad (\vartheta=0) \\ P'_r &= 3.357\ \mathrm{ton} \quad (\vartheta=0.2) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(33)$$

となる.

つぎに杭の曲げに対する水平耐荷力は一般的につぎのごとき式で与えられる.

圧縮側 ： $$P'_{rc}=\frac{\sigma_{cb}}{0.0427+0.0382\mu+0.000796/\vartheta}\times 10^{-3}\mathrm{ton} \cdots\cdots(34)$$

引張側 ： $$P'_{rt}=\frac{\sigma_{sb}\cdot R}{\varepsilon(0.0427+0.0382\mu-0.000796/\vartheta)r}\times 10^{-3}\ \mathrm{ton} \cdots\cdots(35)$$

ここに

σ_{cb}： 杭のコンクリートの圧縮破壊強度

σ_{sb}： 杭に使用した鉄筋の引張破壊強度

R ： 杭の外径

r ： 鉄筋と杭の中心との距離

ε ： 鉄筋比

$\mu=\frac{h^0}{l_0}$

ϑ ： 杭に作用する地震々度

7) 試験杭の状態に対する数値である.

いま

$h_0=76.5\text{cm}$, $l_0=549.0\text{cm}$, $\sigma_{cy}=360\ \text{kg/cm}^2$,[8] $\sigma_{sy}=3900\ \text{kg/cm}^2$, $R=25\text{cm}$,

$r=20\text{cm}$ $\varepsilon=10$,[9] $\vartheta=0.2$

の場合を考えれば

$$\left.\begin{aligned} P'_{rc}&=6.924\ \text{ton}\\ P'_{rt}&=10.626\ \text{ton}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(36)$$

となる.

なお $\varepsilon=15$ ととれば近似的に

$$P'_{rt}=7.084\ \text{ton}\quad\cdots\cdots(37)$$

となる.

杭の水平耐荷力は一般的には (32) 式, (34) 式, (35) 式で与えられる P'_r の内最小なる値で与えられる事となる.

いま

$h_0=76.5\text{cm}$, $l_0=549.0\text{cm}$, $\vartheta=0.2$, $R=25\text{cm}$, $r=20\text{cm}$, $\sigma_{cy}=390\ \text{kg/cm}^2$,

$\sigma_{sy}=3900\ \text{kg/cm}^2$, $c'=5.318$, $\varepsilon=10\sim15$

とした場合の衣浦橋々脚の水平耐荷力を求めると, 安全率を 1 として

$$P'_r=3.36\ \text{ton}$$

となる.

V 結　　語

衣浦橋々脚用プレキャストコンクリート杭 1 本の試験状態[10]における最大鉛直支持力は, 安全率を 1 として 116 ton である事が確められた.

一方この杭の試験状態に対する地盤係数は地表で零で, 地下に進むにつれて直線的に増加して行くであろう事が確められた.

Engels 教授が砂地盤の実験によつて得た杭の水平支持力の式, すなわち Engels の式は地盤における地層の分布とか地盤を構成粒子の特性には無関係に地盤反力, 杭の曲げモーメント, 剪断力等を一意的に与えるので, この Engels の式が任意のすべての地盤並びに任意の杭の材質, 寸法に対しては適用されないであろうことは自明の理である.

このことは水平力試験にて地盤の最初の降伏荷重が実際は約 1.65 ton であるのに, Engels の式は 2.52 ton

8) この値は実験値である.

9) このコンクリートは遠心力コンクリートなるため弾性率が高いのでこの様に想定した.

10) 地盤中に 605cm 以上打込む事は出来なかつた.

なる不安全側の降伏荷重を与えている事よりも確められた.

この点，筆者の理論によれば地盤の特性並びに杭の形状，寸法，材質による杭に対する地盤常数 α, β が得られ，それと同時に分布型を規定する n の値が検証的に得られるので，これらの値を用いれば，実際の地盤の状態，特性ならびに杭の状態，形状，寸法，材質等に殆分でも合致する様な杭の水平変位に基づく一層合理的な諸結果が得られる事が確められた.

筆者の与えた理論的諸結果は，その物理学的意味はともかくとして，工学的見地において Engels の式を一歩進めて，杭，ウエル等の橋脚基礎とか矢板工法等の設計に対してより合理的な手段を与えるであろう事は確かである.

衣浦橋々脚用プレキャストコンクリート杭1本の試験状態における水平耐荷力は，安全率を1として 3.357 ton である事が計算によつて推定される. 併し一般的には (33) 式，(34) 式，(35) 式によつて得られる水平耐荷力中の最小値を杭の最大水平耐荷力 P'_r, とすべきである.

安全率を s とすれば，杭1本の設計耐荷力として $\frac{P'_r}{s}$ 以上が必要である様な場合には，単独杭群の水平支持力による工法とは別な工法を採用せねばならなくなる.

すなわちこの場合には，A型橋脚の両側の2本の杭をA型橋脚にしつかり入れて，杭と橋脚との接合隅角をラーメン隅角に作るものと考え，杭の下端が鉸になつている2鉸ラーメンとして設計水平荷重に耐える様に出来るかどうかを確め，耐え得るとすれば接合隅角をラーメン隅角になる様に施工すればよい. 2鉸ラーメンとした場合に杭がモーメントに耐え得ない場合とか又はラーメン隅角となし得ない場合にはこの杭打基礎の方法は採用出来ない. すなわち Wide Area Foundation の方法によらねばならない.

附　　錄

地盤係數が $k=k_0+\alpha x^n$ の形に変化する場合の杭の水平変位に対する理論式の誘導

I　鉛直面内の地盤係数の分布に関する一考察

地盤の減込変形に対する抵抗性を表現する一つの方法に“地盤の単位面積を単位深さだけ減込ませるに必要な力の大さによつて表わす”従来よりの慣用法がある．この力の事を“地盤係数”又は広義に“弾性床係数”と呼んでいる．

この地盤の減込変形に対する抵抗性を表わす地盤係数 K の値は次の項目によつて決定される．

（i）地盤を構成する物質粒子の特性並びに粒子の形状，寸法，配列等に基因する粒子周辺に吸着されている微薄な水膜[11]の吸着作用と粒子間相互の吸引作用による粒子の凝集力すなわち粒子の結合力．

（ii）粒子の形状，寸法，圧密度，配列等に基因する粒子間圧力．

（iii）地盤の広さ，地盤の深さ，地盤の弾性的諸性質，載荷体の形状，寸法，載荷方法，載荷体の減込量（圧密度に関係する）

（iv）含水地盤においては，吸着水以外の間隙水の量．

しかしながら地盤を構成する物質粒子の結合力および粒子間摩擦力以外の項目を考慮の外に置けば，地盤係数 K は地盤を構成する物質特有の性質および粒子の形状寸法，配列等に基因する物質粒子の結合力並びに粒子間圧力によつて一応決定されると考えてもよいと思う．

地盤中に打込まれた杭に対する水平方向の地盤係数は前述の（i），（ii）の項目以外の項目を考慮の外におけば粒子間圧力による K_p と粒子の凝集力による K_c との和によつて

$$K=K_p+K_c \quad \cdots\cdots(1)_a$$

の形に表わされると考えられる．

いま

$K(x)$：地盤の粒子間相互に作用している圧力

$w(x)$：地盤粒子の単位容積当りの重量

$\epsilon(x)$：地盤粒子の粒子圧係数

x　：地表面よりの深さを表わす座標変数

地表にて $x=0$ とし，

$$w(x)=w_0 f(x), \quad w_0：一定値 \quad \cdots\cdots(2)_a$$

11）普通の乾いた土粒子の中にもこの水膜は残つている．

$$c(x)=c_0v(x),\quad c_0:\text{一定値} \cdots\cdots (3)_a$$

とすれば，地盤粒子間の圧力 $p(x)$ は

$$p(x)=c_0w_0\int_0^x f(\zeta)\cdot v(\zeta)d\zeta \cdots\cdots (4)_a$$

の形に求められる．

いま K_p と $p(x)$ とが近似的に比例するものとすれば，K_p はつぎの式によつて表わされる．

$$K_p=\lambda c_0w_0\int_0^x \zeta f(\zeta)\cdot v(\zeta)d\zeta=\varpi_0\phi(x) \cdots\cdots (5)_a$$

$$\varpi_0=\lambda c_0w_0 \cdots\cdots (6)_a$$

$$\phi(x)=\int_0^x \zeta f(\zeta)\cdot v(\zeta)d\zeta \cdots\cdots (7)_a$$

λ ： 比例常数

もし $f(x)=v(x)=1$ なる一定地質層よりなる地盤に対して K_p を考えれば

$$K_p=\varpi_0 x \cdots\cdots (8)_a$$

となる．

つぎに地盤粒子の凝集力による K_c は粒子の凝集性とか含水量とか地盤を構成する地層の配列等によつて変化するので一般には

$$K_c=K_0\varphi_0(x) \cdots\cdots (9)_a$$

K_0 ： 一定値

の形に与えられると考えられる．

従つて全体として K は

$$K=K_0\varphi(x)+\varpi_0\phi(x) \cdots\cdots (10)_a$$

の形に与えられると考えられる．

なお（i），（ii）の項目が全く均一である様な地盤に対しても，載荷体の形状，寸法，載荷状態等によつても K は変化するものである事は Hogg の理論的研究[12]によつても明らかにされている．

Hogg は半無限帯地盤の上に置かれた無限平板上に円形面として分布荷重又は集中荷重が作用する場合の平板下の地盤表面上の圧縮応力 σ_z および地盤の鉛直下方変位 η_z をつぎの形の解として与えている．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_z&=R\int_0^\infty \xi\varphi(\xi)\cdot J_0(\xi r)d\xi\\ \eta_z&=\int_0^\infty \varphi(\xi)\cdot J_0(\xi r)d\xi\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (11)_a$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}R&=\frac{2\mu(\lambda+2\mu)}{\lambda+3\mu}=\frac{4(1-\sigma)}{(3-4\sigma)}\cdot c\\ \varphi(\xi)&=\frac{\vartheta(\xi)}{D\xi^4+R\xi}.\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (12)_a$$

12) Hogg ; Philosophical Magazine, 1938, p. 576.

$$\left.\begin{aligned}\vartheta(\xi)&=\xi\int_0^\infty \zeta\cdot u(\zeta)J_0(\xi\zeta)d\zeta\\ p=u(r)&=\int_0^\infty \vartheta(\xi)\cdot J_0(\xi r)\cdot d\xi\end{aligned}\right\}$$

λ,μ,σ,c ： 地盤の弾性常数

R ： 地盤の弾性的性質による常数

D ： 平版剛度

r ： 載荷中央点より平版上の任意点までの距離

ξ,ζ ： 積分中に現われる積分変数

a ： 載荷円の半径

半径 a の円面上に等分布力が作用する場合は，その全作用力を P で表わせば $\vartheta(\xi)$ は

$$\vartheta(\xi)=-\frac{P}{\pi a}J_1(\xi a) \quad \cdots\cdots(13)_a$$

によつて与えられ，又円形集中力 P が作用する場合は $\vartheta(\xi)$ は

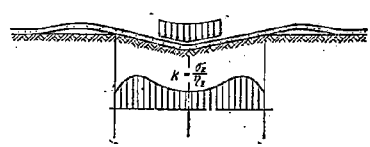
$$\vartheta(\xi)=-\frac{P}{2\pi}\cdot\xi \quad \cdots\cdots(14)_a$$

によつて与えられる．

地盤係数 K は

$$K=\frac{\sigma_z}{\eta_z} \quad \cdots\cdots(15)_a$$

によつて定義されるので，実在の地盤上に無限と考えられる程度のコンクリート平版を載せて円形載荷を与えて，この $K=\frac{\sigma_z}{\eta_z}$ の値を計算すると K の値は一定とはならず，色々な形状に分布する事が判明した．この1例を示すと附図—1 のごとくである．



附図—1

從つて筆者の研究においては，地盤に打込まれた杭に対する水平方向の地盤係数 K は一般的には一定でなく，深さの方向に変化するものとして

$$K=K_0+\alpha_0 x^n, \quad (n：正数)$$

$$\cdots\cdots(16)_a$$

の形に与えられるものとして，考察を進める事にする．

この $(16)_a$ 式は簡単には $(10)_a$ 式において

$$\varphi(x)=1, \quad \phi(x)=x^n$$

と置いた場合の式であると解釈される．

Ⅱ　杭の静的変位の式の誘導

〔1〕 杭の静的変位に対する基礎微分方程式

杭に対する地盤係数は単位長当りのものを考える事にして，地盤係数 k を

$$k=k_0+\varpi x^n \quad \cdots\cdots(17)_a$$

k_0 ： 地表における地盤係数

ϖ ： 変化する地盤係数項の係数値

x ： 地表に原点をとつた杭の長さの方向の座標変数

の形に与える事にする．

なお問題を簡単にするために，杭は空間部分および地中部分においてそれぞれ一定の断面二次率と弾性係数を有するものとする．

杭の空間部分および地中部分の水平変位に対する基礎微分方程式はつぎのごとく与えられる．

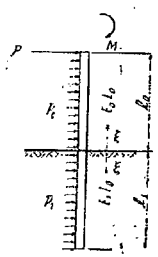
空間部分に対しては

$$E_0I_0\frac{d^4\eta_0}{dx^4}=p_0 \quad \cdots\cdots(18)_a$$

地中部分に対しては

$$E_1I_1\frac{d^4\eta_1}{dx^4}+(k_0+\varpi x^n)\eta_1=p_1 \quad \cdots\cdots(19)_a$$

ここに



附図—2

E_0 ： 杭の空間部分の曲げ弾性係数

E_1 ： 杭の地中部分の曲げ弾性係数

I_0 ： 杭の空間部分の断面二次率（一定）

I_1 ： 杭の地中部分の断面二次率（一定）

p_0 ： 杭の空間部分に作用する水平等分布荷重

p_1 ： 杭の地中部分に作用する水平等分布荷重

l_0 ： 杭の空間部分長

l_1 ： 杭の地中部分長

η_0 ： 杭の空間部分の水平変位

η_1 ： 杭の地中部分の水平変位

x ： 杭の空間および地中部分の座標変数で，地表に原点をとつてある

P ： 杭の頭部に作用する水平集中力

M ： 杭の頭部に作用する曲げモーメント

ξ ： $l_i(i=0,\ 1)$ に対する x の比すなわち

$$\xi=\frac{x}{l_0} \quad 又は \quad \xi=\frac{x}{l_1}$$

いま変数 x を ξ に変換すれば，$(18)_a$ 式および $(19)_a$ 式はつぎのごとく表わされる．

$$\frac{d^4\eta_0}{d\xi^4}=24\delta_0 \quad \cdots\cdots(20)_a$$

$$\frac{d^4\eta_1}{d\xi^4}+(\alpha+\beta\xi^n)\eta_1=24\delta_1 \quad \cdots\cdots(21)_a$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned}\delta_0&=\frac{p_0 l_0^4}{24E_0I_0}\\ \delta_1&=\frac{p_1 l_1^4}{24E_1I_1}\\ \alpha&=\frac{k_0 l_1^4}{E_1I_1}\\ \beta&=\frac{\varpi l_1^{n+4}}{E_1I_1}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(22)_a$$

この α, β を杭に対する地盤常数と呼ぶ事にする．

〔2〕 杭の地中部分における補助微分方程式の一般解

$(21)_a$ 式の補助方程式は

$$\frac{d^4\eta_1}{d\xi^4}+(\alpha+\beta\xi^n)\eta_1=0 \quad \cdots\cdots(23)_a$$

によつて与えられる．

$(23)_a$ 式を 4 回積分すると，

$$\eta_1(\xi)=-\int_0^\xi\int_0^\xi\int_0^\xi\int_0^\xi(\alpha+\beta\xi^n)\eta_1(\xi)\cdot d\xi^4+\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\xi^i,\ (i=0.1\cdots3)\cdots\cdots(24)_a$$

ここに c_{1i} は積分常数である．

$(24)_a$ 式を変換すると，

$$\eta_1(\xi)=\sum_{j_1=0}^{3}\frac{(-1)^{j_1+1}\xi^{3-j_1}}{(3-j_1)!\,j_1!}\int_0^\xi\zeta^{j_1}(\alpha+\beta\zeta^n)\eta_1(\zeta)d\zeta+\sum_{i=1}^{3}c_{1i}\xi^i \quad\cdots\cdots(25)_a$$

となる．

いま一般的に

$$J_r(\xi)=\sum_{j_r=0}^{3}\frac{(-1)^{j_r+1}\xi^{3-j_r}}{(3-j_r)!\,j_r!}\int_0^\xi\zeta^{j_r}(\alpha+\beta\zeta^n)J_{r-1}(\zeta)d\zeta \quad\cdots\cdots(26)_a$$

$r=2,3,\cdots\cdots r\cdots\cdots$

とおき，

$$J_1(\xi)=\sum_{j_1=0}^{3}\sum_{i=0}^{3}\frac{(-1)^{j_1+1}c_{1i}\xi^{3-j_1}}{(3-j_1)!\,j_1!}\int_0^\xi\zeta^{j+j_1}(\alpha+\beta\zeta^n)d\zeta \quad\cdots\cdots(27)_a$$

とおけば，$(25)_a$ 式はつぎの形の級数解をもつ：

$$\eta_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\xi^i+J_1(\xi)+J_2(\xi)+\cdots\cdots+J_r(\xi)+\cdots\cdots \quad\cdots\cdots(28)_a$$

これらの $J_1(\xi)$, $J_2(\xi)\cdots\cdots J_r(\xi)\cdots\cdots$ はつぎのごときものである.

$$J_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j_1=0}^{3}\frac{c_{1i}(-1)^{j_1+1}}{(3-j_1)!\,j_1!}\left(\frac{\alpha\xi^{i+4}}{i+j_1+1}+\frac{\beta\xi^{i+n+4}}{i+j_1+n+1}\right) \quad\cdots\cdots(29)_a$$

$$\begin{aligned}J_2(\xi)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j_1=0}^{3}\sum_{j_2=0}^{3}&\frac{c_{1i}(-1)^{j_1+j_2+2}}{(3-j_2)!\,j_2!(3-j_1)!\,j_1!}\left\{\frac{\alpha^2\xi^{i+8}}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)}\right.\\&+\frac{\alpha\beta\xi^{i+n+8}}{i+j_2+n+5}\left(\frac{1}{i+j_1+1}+\frac{1}{i+j_1+n+1}\right)\\&\left.+\frac{\beta^2\xi^{i+2n+8}}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)}\right\}\end{aligned} \quad\cdots\cdots(30)_a$$

$$\begin{aligned}J_3(\xi)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j_1=0}^{3}\sum_{j_2=0}^{3}\sum_{j_3=0}^{3}&\frac{c_{1i}(-1)^{j_1+j_2+j_3+3}}{(3-j_3)!\,j_3!(3-j_2)!\,j_2!(3-j_1)!\,j_1!}\\&\times\left[\frac{\alpha^3\xi^{i+12}}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)(i+j_3+9)}+\frac{\alpha^2\beta\xi^{i+n+12}}{i+j_3+n+9}\left\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)}\right.\right.\\&\left.+\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}\right\}\\&+\frac{\alpha\beta^2\xi^{i+2n+12}}{i+j_3+2n+9}\left\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}\right.\\&\left.\left.+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)}\right\}\right.\\&\left.+\frac{\beta^3\xi^{i+3n+12}}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)(i+j_3+3n+9)}\right]\end{aligned} \quad\cdots\cdots(31)_a$$

$$\begin{aligned}J_4(\xi)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j_1=0}^{3}\sum_{j_2=0}^{3}\sum_{j_3=0}^{3}\sum_{j_4=0}^{3}&\frac{c_{1i}(-1)^{j_1+j_2+j_3+j_4+4}}{(3-j_4)!\,j_4!(3-j_3)!\,j_3!(3-j_2)!\,j_2!(3-j_1)!\,j_1!}\\&\times\left\{\frac{\alpha^4\xi^{i+16}}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)(i+j_3+9)(i+j_4+13)}+\frac{\alpha^3\beta\xi^{i+n+16}}{i+j_4+n+13}\right.\\&\left[\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)(i+j_2+9)}+\frac{1}{(i+j_3+n+9)}\left\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)}\right.\right.\\&\left.\left.+\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}\right\}\right]\\&+\frac{\alpha^2\beta^2\xi^{i+2n+16}}{i+j_4+2n+13}\left[\frac{1}{i+j_3+n+9}\left\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+5)}\right.\right.\\&\left.+\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}\right\}\\&\left.+\frac{1}{i+j_3+2n+9}\left\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}\right.\right.\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)}\Big\}\Big]$$

$$+\frac{\alpha\beta^3\xi^{i+3n+16}}{(i+j_4+3n+13)}\Big[\frac{1}{i+j_3+2n+9}\Big\{\frac{1}{(i+j_1+1)(i+j_2+n+5)}$$

$$+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+n+5)}+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)}$$

$$+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)(i+j_3+3n+9)}\Big]$$

$$+\frac{1}{(i+j_1+n+1)(i+j_2+2n+5)(i+j_3+3n+9)(i+j_4+4n+13)}\Big\}\quad\cdots(32)_a$$

この様にして $J_5(\xi)$, $J_6(\xi)$, …… $J_r(\xi)$ …… は形式的にはつぎつぎに幾らでも容易に得られるものである. 従つて $(23)_a$ 式の一般解は $J_4(\xi)$ までをとればつぎの式によつて与えられる.

$$\eta_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi_{1i}(\xi)\quad\cdots\cdots(33)_a$$

$c_{1i}(i=0,1,\cdots3)$ は積分常数である.

ここに

$$\varphi_{1i}(\xi)=\xi^i(a_{i00}-\alpha a_{i10}\xi^4-\beta a_{i01}\xi^{n+4}+\alpha^2a_{i20}\xi^8+\alpha\beta a_{i11}\xi^{2n+8}+\beta^2a_{i02}\xi^{2n+8}$$
$$-\alpha^3a_{i30}\xi^{12}-\alpha^2\beta a_{i21}\xi^{n+12}-\alpha\beta^2a_{i12}\xi^{2n+12}-\beta^3a_{i03}\xi^{3n+12}+\alpha^4a_{i40}\xi^{16}$$
$$+\alpha^3\beta a_{i31}\xi^{n+16}+\alpha^2\beta^2a_{i22}\xi^{2n+16}+\alpha\beta^3a_{i13}\xi^{3n+16}+\beta^4a_{i04}\xi^{4n+16})\quad\cdots\cdots(34)_a$$

$$a_{i00}=1$$

$$a_{i10}=\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)}$$

$$a_{i01}=\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)}$$

$$a_{i20}=\frac{1}{(i+1)\cdots(i+8)}$$

$$a_{i11}=\frac{1}{(i+n+5)(i+n+5)}\Big\{\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)}+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)}\Big\}$$

$$a_{i02}=\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)}$$

$$a_{i30}=\frac{1}{(i+1)\cdots(i+12)}$$

$$a_{i21}=\frac{1}{(i+n+9)\cdots(i+n+12)}\Big\{\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)(i+n+5)\cdots(i+n+8)}$$
$$+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+8)}+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)}\Big\}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
a_{i03}&=\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)(i+3n+9)\cdots(i+3n+12)}\\
a_{i10}&=\frac{1}{(i+1)\cdots(i+16)}\\
a_{i31}&=\frac{1}{(i+n+13)\cdots(i+n+16)}\left[\frac{1}{(i+1)\cdots(i+12)}\right.\\
&\quad+\frac{1}{(i+n+9)\cdots(i+n+12)}\left\{\frac{1}{(i+1)\cdots(i+8)}\right.\\
&\quad\left.\left.+\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)(i+n+5)\cdots(i+n+8)}+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+8)}\right\}\right]\\
a_{i52}&=\frac{1}{(i+2n+13)\cdots(i+2n+16)}\left[\frac{1}{(i+n+9)\cdots(i+n+12)}\right.\\
&\quad\left\{\frac{1}{(i+1)\cdots(i+8)}+\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)(i+n+5)\cdots(i+n+8)}\right.\\
&\quad\left.+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+8)}\right\}+\frac{1}{(i+2n+9)\cdots(i+2n+12)}\left\{\right.\\
&\quad\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)(i+n+5)\cdots(i+n+8)}+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+8)}\\
&\quad\left.\left.+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)}\right\}\right]\\
a_{i13}&=\frac{1}{(i+3n+13)\cdots(i+3n+16)}\left[\frac{1}{(i+2n+9)\cdots(i+2n+12)}\left\{\right.\right.\\
&\quad\frac{1}{(i+1)\cdots(i+4)(i+n+5)\cdots(i+n+8)}+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+8)}\\
&\quad\left.+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)}\right\}\\
&\quad+\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)(i+3n+9)\cdots(i+3n+12)}\left.\right]\\
a_{i04}&=\frac{1}{(i+n+1)\cdots(i+n+4)(i+2n+5)\cdots(i+2n+8)(i+3n+9)\cdots(i+3n+12)(i+4n+13)\cdots(i+4n+16)}
\end{aligned}
\right\}\cdots(35)_a
$$

いま $(34)_a$ の $\varphi_{in}(\xi)$ の m 階微分をとれば，

$$
\begin{aligned}
\varphi^{(m)}_{i-1}(\xi)=\xi^{i-m}\{&a^{(m)}_{i03}-\alpha a^{(m)}_{i19}\xi^{4}-\beta a^{(m)}_{i01}\xi^{n+4}+\alpha^2 a^{(m)}_{i31}\xi^{8}+\alpha\beta a^{(m)}_{i11}\xi^{n+8}\\
&+\beta^2 a^{(m)}_{i02}\xi^{2n+8}-\alpha^3 a^{(m)}_{i39}\xi^{12}-\alpha^2\beta a^{(m)}_{i21}\xi^{n+12}-\alpha\beta^2 a^{(m)}_{i12}\xi^{2n+12}\\
&-\beta^3 a^{(m)}_{i03}\xi^{3n+12}+\alpha^4 a^{(m)}_{i40}\xi^{16}+\alpha^3\beta a^{(m)}_{i31}\xi^{n+16}+\alpha^2\beta^2 a^{(m)}_{i22}\xi^{2n+16}\\
&+\alpha\beta^3 a^{(m)}_{i13}\xi^{3n+16}+\beta^4 a^{(m)}_{i04}\xi^{4n+16}\}\cdots\cdots(36)_a
\end{aligned}
$$

$$m=1,2,3,\quad i=0,1,2,3,4$$

なお

$$\left.\begin{aligned}&\varphi^{(1)}{}_{in}(\xi)=\varphi'_{in}(\xi),\quad \varphi^{(2)}{}_{in}(\xi)=\varphi''_{in}(\xi),\quad \varphi^{(3)}{}_{in}(\xi)=\varphi'''_{in}(\xi)\\&a^{(1)}{}_{irs}=a'_{irs},\quad a^{(2)}{}_{irs}=a''_{irs},\quad a^{(3)}{}_{irs}=a'''_{irs}\\&\qquad r=0,1,2,3,4,\quad s=0,1,2,3,4\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(37)_\alpha$$

である.

各 $a^{(m)}{}_{irs}$ の関係表示式を求めるとつぎのごとくなる.

$$\left.\begin{aligned}&a'_{i00}=ia_{i00},\quad a''_{i00}=(i-1)a'_{i00},\quad a'''_{i00}=(i-2)a''_{i00}\\&a'_{i10}=(i+4)a_{i10},\quad a''_{i10}=(i+3)a'_{i10},\quad a'''_{i10}=(i+2)a''_{i10}\\&a'_{i01}=(i+n+4)a_{i01},\quad a''_{i01}=(i+n+3)a'_{i01},\quad a'''_{i01}=(i+n+2)a''_{i01}\\&a'_{i20}=(i+8)a_{i20},\quad a''_{i20}=(i+7)a'_{i20},\quad a'''_{i20}=(i+6)a''_{i20}\\&a'_{i11}=(i+n+8)a_{i11},\quad a''_{i11}=(i+n+7)a'_{i11},\quad a'''_{i11}=(i+n+6)a''_{i11}\\&a'_{i02}=(i+2n+8)a_{i02},\quad a''_{i02}=(i+2n+7)a'_{i02},\\&\qquad a'''_{i02}=(i+2n+6)a''_{i02}\\&a'_{i30}=(i+12)a_{i30},\quad a''_{i30}=(i+11)a'_{i30},\quad a'''_{i30}=(i+10)a''_{i30}\\&a'_{i21}=(i+n+12)a_{i21},\quad a''_{i21}=(i+n+11)a'_{i21},\\&\qquad a'''_{i21}=(i+n+10)a''_{i21}\\&a'_{i12}=(i+2n+12)a_{i12},\quad a''_{i12}=(i+2n+11)a'_{i12},\\&\qquad a'''_{i12}=(i+2n+10)a''_{i12}\\&a'_{i03}=(i+3n+12)a_{i03},\quad a''_{i03}=(i+3n+11)a'_{i03},\\&\qquad a'''_{i03}=(i+3n+10)a''_{i03}\\&a'_{i40}=(i+16)a_{i40},\quad a''_{i40}=(i+15)a'_{i40},\quad a'''_{i40}=(i+14)a''_{i40}\\&a'_{i31}=(i+n+16)a_{i31},\quad a''_{i31}=(i+n+15)a'_{i31},\\&\qquad a'''_{i31}=(i+n+14)a''_{i31}\\&a'_{i22}=(i+2n+16)a_{i22},\quad a''_{i22}=(i+2n+15)a'_{i22},\\&\qquad a'''_{i22}=(i+2n+14)a''_{i22}\\&a'_{i13}=(i+3n+16)a_{i13},\quad a''_{i13}=(i+3n+15)a'_{i13},\\&\qquad a'''_{i13}=(i+3n+14)a''_{i13}\\&a'_{i04}=(i+4n+16)a_{i04},\quad a''_{i04}=(i+4n+15)a'_{i04},\\&\qquad a'''_{i04}=(i+4n+14)a''_{i04}\end{aligned}\right\}\cdots(38)_\alpha$$

etc.

從つて (33)$_a$ 式の $\eta_1(\xi)$ の m 階微分はつぎの形に求められる.

$$\eta_1^{(m)}(\xi)=\frac{d^m\eta_1(\xi)}{d\xi^m}=\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi^{(m)}{}_{in}(\xi) \quad \cdots\cdots(39)_a$$

$$i=0,1,2,3$$

〔3〕 杭の靜的變位の微分方程式の一般解

杭の空間部分の變位式 (20)$_a$ の一般解は

$$\eta_0(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{0i}\xi^i+\delta_0\xi^4, \quad \left(\xi=\frac{x}{l_0}\right) \quad \cdots\cdots(40)_a$$

$c_{0i}(i=0,1,2,3)$ は積分常數

によつて與えられる.

杭の地中部分の變位式 (21)$_a$ の一般解は

$$\eta_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi_{in}(\xi)+\delta_1\varphi_{4n}(\xi), \quad \left(\xi=\frac{x}{l_1}\right) \quad \cdots\cdots(41)_a$$

$c_{1i}(i=0,1,2,3)$ は積分常數

$$\varphi_{4n}(\xi)=[\varphi_{in}(\xi)]_{i=4} \quad \cdots\cdots(42)_a$$

〔4〕 杭の靜的變位の式

ここでは附圖—2 に示すごとく, 杭の空間部分の頭端に集中水平力 P, 曲げモーメント M が作用し, P と同一方向に空間部分に p_0, 地中部分に p_1 なる等分布水平力が杭の全長に亘り作用する場合を考えるものとする. なお P と M とは杭の變位を增加する方向例えば附圖—2 に示すごとき方向に作用するものとする.

この場合杭の水平變位の基礎微分方程式は (18)$_a$ 式および (19)$_a$ 式によつて與えられており, その一般解は (40)$_a$ 式および (41)$_a$ 式によつて與えられおる.

境界条件式および連續条件式はつぎのごときものである.

$$\left.\begin{aligned}&\left(\frac{d^2\eta_0}{d\xi^2}\right)_{\xi=1}=\gamma_m, \quad \left(\frac{d^3\eta_0}{d\xi^3}\right)_{\xi=1}=-\gamma_p\\&\left(\frac{d^2\eta_1}{d\xi^2}\right)_{\xi=1}=0, \quad \left(\frac{d^3\eta_1}{d\xi^3}\right)_{\xi=1}=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(44)_a$$

$$\left.\begin{aligned}&(\eta_1)_{\xi=0}=(\eta_0)_{\xi=0}, \quad \left(\frac{d\eta_1}{d\xi}\right)_{\xi=0}=-\sigma\left(\frac{d\eta_0}{d\xi}\right)_{\xi=0}\\&\left(\frac{d^2\eta_1}{d\xi^2}\right)_{\xi=0}=\sigma^2\theta\left(\frac{d^2\eta_0}{d\xi^2}\right)_{\xi=0}, \quad \left(\frac{d^3\eta_1}{d\xi^3}\right)_{\xi=0}=-\sigma^3\theta\left(\frac{d^3\eta_0}{d\xi^3}\right)_{\xi=0}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(45)_a$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}&\gamma_p=\frac{Pl_0^3}{E_0I_0}, \quad \gamma_m=\frac{Ml_0^2}{E_0I_0}\\&\sigma=\frac{l_1}{l_0}, \quad \theta=\frac{E_0I_0}{E_1I_1}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(46)_a$$

この境界条件式および連続条件式を満足する (18)$_a$ 式と (19)$_a$ 式の解を求めるとつぎのごとくなる.

$$\eta_0(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{0i}\xi^i+\delta_0\xi^4,\quad \left(\xi=\frac{x}{l_0}\right) \cdots\cdots(47)_a$$

$$\eta_1(\xi)=\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi_{in}(\xi)+\delta_1\varphi_{4n}(\xi),\quad \left(\xi=\frac{x}{l_1}\right) \cdots\cdots(48)_a$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}
c_{00}&=\frac{\sigma^2\theta}{6(\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n})}\{3(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)(\varphi''_{1n}\varphi'''_{2n}\\
&\quad-\varphi'''_{1n}\varphi''_{2n})+\sigma(\gamma_p+24\delta_0)(\varphi''_{1n}\varphi'''_{3n}-\varphi'''_{1n}\varphi''_{3n})\\
&\quad+6\delta_1\sigma^{-2}\theta^{-1}(\varphi''_{1n}\varphi'''_{4n}-\varphi'''_{1n}\varphi''_{4n})\}\\
c_{01}&=\frac{\sigma\theta}{6(\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n})}\{3(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)(\varphi''_{0n}\varphi'''_{2n}\\
&\quad-\varphi'''_{0n}\varphi''_{2n})+\sigma(\gamma_p+24\delta_0)(\varphi''_{0n}\varphi'''_{3n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{3n})\\
&\quad+6\delta_1\sigma^{-2}\theta^{-1}(\varphi''_{0n}\varphi'''_{4n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{4n})\}\\
c_{02}&=\frac{1}{2}(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)\\
c_{03}&=-\frac{1}{6}(\gamma_p+24\delta_0)\\
c_{10}&=c_{00}\\
c_{11}&=-\sigma c_{01}\\
c_{12}&=\frac{\sigma^2\theta}{2}(\gamma_p+\gamma_m+12\delta_0)\\
c_{13}&=\frac{\sigma^3\theta}{6}(\gamma_p+24\delta_0)\\
\delta_0&=\frac{p_0l_0^4}{24E_0I_0},\quad \delta_1=\frac{p_1l_1^4}{24E_1I_1}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(49)_a$$

なお任意点の曲げモーメントは次式によつて与えられる.

$$\left.\begin{aligned}
M_0(\xi)&=-\frac{E_0I_0}{l_0^2}\{\sum_{i=2}^{3}i(i-1)c_{0i}\xi^{i-2}+12\delta_0\xi^2\},\quad \left(\xi=\frac{x}{l_0}\right)\\
M_1(\xi)&=-\frac{E_1I_1}{l_1^2}\{\sum_{i=0}^{3}c_{1i}\varphi''_{in}(\xi)+\delta_1\varphi''_{4n}(\xi)\},\quad \left(\xi=\frac{x}{l_1}\right)
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(50_a)$$

Ⅲ　杭に対する地盤常数 α,β の決定式の誘導

ここでは，杭の静的水平変位を用いて α,β を決定する式を求める事にする.

杭の空間部分の変位 $\tau_0(\xi)$ を測定して，これを用いて α,β を決定する式を求めるために，$\tau_0(\xi)$ の式を変

形して次の形の式を作る事にする.

$$\frac{6\gamma_0(\xi)}{\gamma_p}(\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n})$$

$$=\sigma^2\theta\{3(1+\mu)(\varphi''_{1n}\varphi'''_{3n}-\varphi'''_{1n}\varphi''_{2n})+\sigma(\varphi''_{1n}\varphi'''_{3n}-\varphi'''_{1n}\varphi''_{3n})\}$$
$$+\sigma\theta\{3(1+\mu)(\varphi''_{0n}\varphi'''_{2n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{2n})+\sigma(\varphi''_{0n}\varphi'''_{3n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{3n})\}\xi$$
$$+3(1+\mu)(\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n})\xi^2-(\varphi''_{0n}\varphi'''_{1n}-\varphi'''_{0n}\varphi''_{1n})\xi^3 \cdots\cdots (51)_n$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} &\gamma_p=\frac{pl_0^3}{E_0I_0},\quad \mu=\frac{\gamma_a}{\gamma_p}=\frac{h_0}{l_0},\quad \gamma_m=\frac{Ml_0^2}{E_0I_0},\quad l_{i0}=\frac{M}{P}\\ &\sigma=\frac{l_1}{l_0},\quad \theta=\frac{E_0I_0}{E_1I_1},\quad \xi=\frac{x}{l_0}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (52)_n$$

この $(51)_n$ 式より α,β を決定する式を求めるとつぎのごとくなる.

$$\sum_{i=0}^{8}\sum_{j=0}^{8}(-1)^{i+j}\text{æ}_{ij}(\xi)\cdot\alpha^i\beta^j=0 \cdots\cdots\cdots (53)_n$$

ここに

$$\left.\begin{aligned} &\text{æ}_{ij}(\xi)=B_{ij0}+B_{ij1}\xi+B_{ij2}\xi^2-B_{ij3}\xi^3-B_{ij3}D_\xi\\ &B_{ij0}=\sigma^2\theta\{3(1+\mu)A_{12ij}+\sigma A_{13ij}\}\\ &B_{ij1}=\sigma\theta\{3(1+\mu)A_{02ij}+\sigma A_{03ij}\}\\ &B_{ij2}=3(1+\mu)A_{01ij}\\ &B_{ij3}=A_{01ij}\\ &D_\xi=\frac{6\gamma_0(\xi)}{\gamma_p}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (54)_n$$

$$i=0,1,2\cdots\cdots 8,\quad j=0,1,2\cdots\cdots 8$$

$(53)_n$ 式は $\alpha=0$ の場合にはつぎの様になる.

$$\sum_{j=0}^{8}(-1)^j\text{æ}_{0j}(\xi)\beta^j=0 \cdots\cdots\cdots (55)_n$$

又 $(53)_n$ 式は $\beta=0$ の場合にはつぎの様になる.

$$\sum_{i=0}^{8}(-1)^i\text{æ}_{i0}(\xi)\cdot\alpha^i=0 \cdots\cdots\cdots (56)_n$$

$(53)_n$ 式を用いて α,β を決定するには, $\xi=\xi_1$, $\xi=\xi_2$ なる2点における $\gamma_0(\xi)$ の値 $\gamma_0(\xi_1)$, $\gamma_0(\xi_2)$ の値を測定して, α,β に関する2つの方程式

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{8}\sum_{j=0}^{8}(-1)^{i+j}\text{æ}_{ij}(\xi_1)\alpha^i\beta^j=0\\ &\sum_{i=0}^{8}\sum_{j=0}^{8}(-1)^{i+j}\text{æ}_{ij}(\xi_2)\alpha^i\beta^j=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots (57)_n$$

を連立に解いて α,β を求めればよい.

(54), 式における A_{rsij} の値はつぎのごとき式によつて与えられる.

$$
\begin{aligned}
A_{rs00}&=a''_{r00}a'''_{s00}-a'''_{r00}a''_{s00}\\
A_{rs10}&=a''_{r10}a'''_{s00}+a''_{r00}a'''_{s10}-a'''_{r10}a''_{s00}-a'''_{r00}a''_{s10}\\
A_{rs01}&=a''_{r01}a'''_{s00}+a''_{r00}a'''_{s01}-a'''_{r01}a''_{s00}-a'''_{r00}a''_{s01}\\
A_{rs20}&=a''_{r20}a'''_{s00}+a''_{r10}a'''_{s10}+a''_{r00}a'''_{s20}-a'''_{r20}a''_{s00}-a'''_{r10}a''_{s10}\\
&\quad -a'''_{r00}a''_{s20}\\
A_{rs11}&=a''_{r11}a'''_{s00}+a''_{r10}a'''_{s01}+a''_{r01}a'''_{s10}+a''_{r00}a'''_{s11}-a'''_{r11}a''_{s00}\\
&\quad -a'''_{r10}a''_{s01}-a'''_{r01}a''_{s10}-a'''_{r00}a''_{s11}\\
A_{rs02}&=a''_{r02}a'''_{s00}+a''_{r01}a'''_{s01}+a''_{r00}a'''_{s02}-a'''_{r02}a''_{s00}-a'''_{r01}a''_{s01}\\
&\quad -a'''_{r00}a''_{s02}\\
A_{rs30}&=a''_{r30}a'''_{s00}+a''_{r20}a'''_{s10}+a''_{r10}a'''_{s20}+a''_{r00}a'''_{s30}-a'''_{r30}a''_{s00}\\
&\quad -a'''_{r20}a''_{s10}-a'''_{r10}a''_{s20}-a'''_{r00}a''_{s30}\\
A_{rs21}&=a''_{r21}a'''_{s00}+a''_{r20}a'''_{s01}+a''_{r11}a'''_{s10}+a''_{r10}a'''_{s11}+a''_{r01}a'''_{s20}\\
&\quad +a''_{r00}a'''_{s21}-a'''_{r21}a''_{s00}-a'''_{r20}a''_{s01}-a'''_{r11}a''_{s10}-a'''_{r10}a''_{s11}\\
&\quad -a'''_{r01}a''_{s20}-a'''_{r00}a''_{s21}\\
A_{rs12}&=a''_{r12}a'''_{s00}+a''_{r11}a'''_{s01}+a''_{r10}a'''_{s02}+a''_{r02}a'''_{s10}+a''_{r01}a'''_{s11}\\
&\quad +a''_{r00}a'''_{s12}-a'''_{r12}a''_{s00}-a'''_{r11}a''_{s01}-a'''_{r10}a''_{s02}-a'''_{r02}a''_{s10}\\
&\quad -a'''_{r01}a''_{s11}-a'''_{r00}a''_{s12}\\
A_{rs03}&=a''_{r03}a'''_{s00}+a''_{r02}a'''_{s01}+a''_{r01}a'''_{s02}+a''_{r00}a'''_{s03}-a'''_{r03}a''_{s00}\\
&\quad -a'''_{r02}a''_{s01}-a'''_{r01}a''_{s02}-a'''_{r00}a''_{s03}\\
A_{rs40}&=a''_{r40}a'''_{s00}+a''_{r30}a'''_{s10}+a''_{r20}a'''_{s20}+a''_{r10}a'''_{s30}+a''_{r00}a'''_{s40}\\
&\quad -a'''_{r40}a''_{s00}-a'''_{r30}a''_{s10}-a'''_{r20}a''_{s20}-a'''_{r10}a''_{s30}-a'''_{r00}a''_{s40}\\
A_{rs31}&=a''_{r31}a'''_{s00}+a''_{r30}a'''_{s01}+a''_{r21}a'''_{s10}+a''_{r20}a'''_{s11}+a''_{r11}a'''_{s20}\\
&\quad +a''_{r10}a'''_{s21}+a''_{r01}a'''_{s30}+a''_{r00}a'''_{s31}-a'''_{r31}a''_{s00}-a'''_{r30}a''_{s01}\\
&\quad -a'''_{r21}a''_{s10}-a'''_{r20}a''_{s11}-a'''_{r11}a''_{s20}-a'''_{r10}a''_{s21}-a'''_{r01}a''_{s30}\\
&\quad -a'''_{r00}a''_{s31}\\
A_{rs22}&=a''_{r22}a'''_{s00}+a''_{r21}a'''_{s01}+a''_{r20}a'''_{s02}+a''_{r12}a'''_{s10}+a''_{r11}a'''_{s11}\\
&\quad +a''_{r10}a'''_{s12}+a''_{r02}a'''_{s20}+a''_{r01}a'''_{s21}+a''_{r00}a'''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s00}\\
&\quad -a'''_{r21}a''_{r01}-a'''_{r20}a''_{s02}-a'''_{r12}a''_{s10}-a'''_{r11}a''_{s11}-a'''_{r10}a''_{s12}\\
&\quad -a'''_{r02}a''_{s20}-a'''_{r01}a''_{s21}-a'''_{r00}a''_{s22}
\end{aligned}
\qquad \cdots(58)_a
$$

$$A_{rs13}=a''_{r13}a'''_{s00}+a''_{r12}a'''_{s01}+a''_{r11}a'''_{s02}+a''_{r10}a'''_{s03}+a''_{r03}a'''_{s10}+a''_{r02}a'''_{s11}+a''_{r01}a'''_{s12}+a''_{r0}a'''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s00}-a'''_{r12}a''_{s01}-a'''_{r11}a''_{s02}-a'''_{r10}a''_{s03}-a'''_{r03}a''_{s10}-a'''_{r02}a''_{s11}-a'''_{r01}a''_{s12}-a'''_{r00}a''_{s13}$$

$$A_{rs01}=a''_{r04}a'''_{s00}+a''_{r03}a'''_{s01}+a''_{r02}a'''_{s02}+a''_{r01}a'''_{s03}+a''_{r00}a'''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s00}-a'''_{r03}a''_{s01}-a'''_{r02}a''_{s02}-a'''_{r01}a''_{s03}-a'''_{r00}a''_{s04}$$

$$A_{rs30}=a''_{r40}a'''_{s10}+a''_{r30}a'''_{s20}+a''_{r20}a'''_{s30}+a''_{r10}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s10}-a'''_{r30}a''_{s20}-a'''_{r20}a''_{s30}-a'''_{r10}a''_{s40}$$

$$A_{rs11}=a''_{r40}a'''_{s01}+a''_{r31}a'''_{s10}+a''_{r30}a'''_{s11}+a''_{r21}a'''_{s20}+a''_{r20}a'''_{s21}+a''_{r11}a'''_{s30}+a''_{r10}a'''_{s31}+a''_{r01}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s01}-a'''_{r31}a''_{s10}-a'''_{r30}a''_{s11}-a'''_{r21}a''_{s20}-a'''_{r20}a''_{s21}-a'''_{r11}a''_{s30}-a'''_{r10}a''_{s31}-a'''_{r01}a''_{s40}$$

$$A_{rs02}=a''_{r31}a'''_{s01}+a''_{r30}a'''_{s02}+a''_{r22}a'''_{s10}+a''_{r21}a'''_{s11}+a''_{r20}a'''_{s12}+a''_{r12}a'''_{s20}+a''_{r11}a'''_{s21}+a''_{r10}a'''_{s22}+a''_{r02}a'''_{s30}+a''_{r01}a'''_{s31}-a'''_{r31}a''_{s01}-a'''_{r30}a''_{s02}-a'''_{r22}a''_{s10}-a'''_{r21}a''_{s11}-a'''_{r20}a''_{s12}-a'''_{r12}a''_{s20}-a'''_{r11}a''_{s21}-a'''_{r10}a''_{s22}-a'''_{r02}a''_{s30}-a'''_{r01}a''_{s31}$$

$$A_{rs33}=a''_{r22}a'''_{s01}+a''_{r21}a'''_{s02}+a''_{r20}a'''_{s03}+a''_{r13}a'''_{s10}+a''_{r12}a'''_{s11}+a''_{r11}a'''_{s12}+a''_{r10}a'''_{s13}+a''_{r03}a'''_{s20}+a''_{r02}a'''_{s21}+a''_{r01}a'''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s01}-a'''_{r21}a''_{s02}-a'''_{r20}a''_{s03}-a'''_{r13}a''_{s10}-a'''_{r12}a''_{s11}-a'''_{r11}a''_{s12}-a'''_{r10}a''_{s13}-a'''_{r03}a''_{s20}-a'''_{r02}a''_{s21}-a'''_{r01}a''_{s22}$$

$$A_{rs14}=a''_{r13}a'''_{s01}+a''_{r12}a'''_{s02}+a''_{r11}a'''_{s03}+a''_{r10}a'''_{s01}+a''_{r04}a'''_{s10}+a''_{r03}a'''_{s11}+a''_{r01}a'''_{s13}+a''_{r01}a'''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s01}-a'''_{r12}a''_{s02}-a'''_{r11}a''_{s03}-a'''_{r10}a''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s10}-a'''_{r03}a''_{s11}-a'''_{r01}a''_{s13}-a'''_{r01}a''_{s13}$$

$$A_{rs05}=a''_{r04}a'''_{s01}+a''_{r03}a'''_{s02}+a''_{r02}a'''_{s03}+a''_{r01}a'''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s01}-a'''_{r03}a''_{s02}-a'''_{r02}a''_{s03}-a'''_{r01}a''_{s04}$$

$$A_{rs40}=a''_{r40}a'''_{s20}+a''_{r30}a'''_{s30}+a''_{r20}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s20}-a'''_{r30}a''_{s30}-a'''_{r20}a''_{s40}$$

$$A_{rs51}=a''_{r40}a'''_{s11}+a''_{r31}a'''_{s20}+a''_{r30}a'''_{s21}+a''_{r21}a'''_{s30}+a''_{r20}a'''_{s31}+a''_{r11}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s11}-a'''_{r31}a''_{s20}-a'''_{r30}a''_{s21}-a'''_{r21}a''_{s30}$$

$$-a'''_{r20}a''_{s31}-a'''_{r11}a''_{s40}$$

$$A_{rs42}=a''_{r40}a'''_{s02}+a''_{r31}a'''_{s11}+a''_{r30}a'''_{s12}+a''_{r22}a'''_{s20}+a''_{r21}a'''_{s21}$$
$$+a''_{r20}a'''_{s22}+a''_{r12}a'''_{s30}+a''_{r11}a'''_{s31}+a''_{r02}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s02}$$
$$-a'''_{r31}a''_{s11}+a'''_{r30}a''_{s12}-a'''_{r22}a''_{s20}-a'''_{r21}a''_{s21}-a'''_{r20}a''_{s22}$$
$$-a'''_{r12}a''_{s30}-a'''_{r11}a''_{s31}-a'''_{r02}a''_{s40}$$

$$A_{rs33}=a''_{r31}a'''_{s02}+a''_{r30}a'''_{s03}+a''_{r22}a'''_{s11}+a''_{r21}a'''_{s12}+a''_{r20}a'''_{s13}$$
$$+a''_{r13}a'''_{s20}+a''_{r12}a'''_{s21}+a''_{r11}a'''_{s22}+a''_{r03}a'''_{s30}+a''_{r02}a'''_{s31}$$
$$-a'''_{r31}a''_{s02}-a'''_{r30}a''_{s03}-a'''_{r22}a''_{s11}-a'''_{r21}a''_{s12}-a'''_{r20}a''_{s13}$$
$$-a'''_{r13}a''_{s20}-a'''_{r12}a''_{s21}-a'''_{r11}a''_{s22}-a'''_{r03}a''_{s30}-a'''_{r02}a''_{s31}$$

$$A_{rs21}=a''_{r32}a'''_{s02}+a''_{r21}a'''_{s03}+a''_{r20}a'''_{s04}+a''_{r13}a'''_{s11}+a''_{r12}a'''_{s12}$$
$$+a''_{r11}a'''_{s13}+a''_{r04}a'''_{s20}+a''_{r03}a'''_{s21}+a''_{r03}a'''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s02}$$
$$-a'''_{r21}a''_{s03}-a'''_{r20}a''_{s04}-a'''_{r13}a''_{s11}-a'''_{r12}a''_{s12}-a'''_{r11}a''_{s13}$$
$$-a'''_{r04}a''_{s20}-a'''_{r03}a''_{s21}-a'''_{r02}a''_{s22}$$

$$A_{rs15}=a''_{r31}a'''_{s02}+a''_{r12}a'''_{s03}+a''_{r11}a'''_{s04}+a''_{r04}a'''_{s11}+a''_{r03}a'''_{s12}$$
$$+a''_{r02}a'''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s02}-a'''_{r12}a''_{s03}-a'''_{r11}a''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s11}$$
$$-a'''_{r03}a''_{s12}-a'''_{r02}a''_{s13}$$

$$A_{r06}=a''_{r04}a'''_{s02}+a''_{r03}a'''_{s03}+a''_{r02}a'''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s02}-a'''_{r03}a''_{s03}$$
$$-a'''_{r02}a''_{s04}$$

$$A_{rs50}=a''_{r40}a'''_{s30}+a''_{r30}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s30}-a'''_{r30}a''_{s40}$$

$$A_{rs51}=a''_{r40}a'''_{s21}+a''_{r31}a'''_{s30}+a''_{r30}a'''_{s31}+a''_{r21}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s21}$$
$$-a'''_{r31}a''_{s30}-a'''_{r30}a''_{s31}-a'''_{r21}a''_{s40}$$

$$A_{rs52}=a''_{r40}a'''_{s12}+a''_{r31}a'''_{s21}+a''_{r30}a'''_{s22}+a''_{r22}a'''_{s30}+a''_{r21}a'''_{s31}$$
$$+a''_{r12}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s12}-a'''_{r31}a''_{s21}-a'''_{r30}a''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s30}$$
$$-a'''_{r21}a''_{s31}-a'''_{r12}a''_{s40}$$

$$A_{rs43}=a''_{r40}a'''_{s03}+a''_{r31}a'''_{s12}+a''_{r30}a'''_{s13}+a''_{r22}a'''_{s21}+a''_{r21}a'''_{s22}$$
$$+a''_{r13}a'''_{s30}+a''_{r12}a'''_{s31}+a''_{r03}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s03}-a'''_{r31}a''_{s12}$$
$$-a'''_{r30}a''_{s13}-a'''_{r22}a''_{s21}-a'''_{r21}a''_{s22}-a'''_{r13}a''_{s30}-a'''_{r12}a''_{s31}$$
$$-a'''_{r03}a''_{s40}$$

$$A_{rs34}=a''_{r31}a'''_{s03}+a''_{r30}a'''_{s04}+a''_{r22}a'''_{s12}+a''_{r21}a'''_{s13}+a''_{r13}a'''_{s21}$$
$$+a''_{r12}a'''_{s22}+a''_{r04}a'''_{s30}+a''_{r03}a'''_{s31}-a'''_{r31}a''_{s03}-a'''_{r30}a''_{s04}$$

$$-a'''_{r22}a''_{s12}-a'''_{r23}a''_{s12}-a'''_{r13}a''_{s21}-a'''_{r12}a''_{s22}-a'''_{r04}a''_{s30}$$
$$-a'''_{r03}a''_{s31}$$

$$A_{rs25}=a_{r04}a_{s21}+a_{r13}a_{s13}+a_{r12}a_{s13}+a_{r21}a_{s04}+a_{r22}a_{s03}+a_{r03}a_{s32}-a_{r04}a_{s21}$$
$$-a_{r13}a_{s12}-a_{r12}a_{s13}-a_{r21}a_{s04}-a_{r22}a_{s03}-a_{r03}a_{s32}$$

$$A_{rs16}=a''_{r13}a'''_{s03}+a''_{r12}a'''_{s04}+a''_{r04}a'''_{s12}+a''_{r03}a'''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s03}$$
$$-a'''_{r12}a''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s12}-a'''_{r03}a''_{s13}$$

$$A_{rs07}=a''_{r04}a'''_{s03}+a''_{r03}a'''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s03}-a'''_{r03}a''_{s04}$$

$$A_{rs50}=a''_{r40}a'''_{s40}-a'''_{s40}a''_{s40}$$

$$A_{rs51}=a''_{r40}a'''_{s31}+a''_{r31}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s31}-a'''_{r31}a''_{s40}$$

$$A_{rs62}=a''_{r40}a'''_{s22}+a''_{r31}a'''_{s31}+a''_{r22}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s22}-a'''_{r31}a''_{s31}$$
$$-a'''_{r22}a''_{s40}$$

$$A_{rs53}=a''_{r40}a'''_{s13}+a''_{r31}a'''_{s22}+a''_{r22}a'''_{s31}+a''_{r13}a'''_{s40}-a'''_{r40}a''_{s13}$$
$$-a'''_{r31}a''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s31}-a'''_{r13}a''_{s40}$$

$$A_{rs44}=a''_{r40}a'''_{s04}+a''_{r31}a'''_{s13}+a''_{r22}a'''_{s22}+a''_{r13}a'''_{s31}+a''_{r04}a'''_{s40}$$
$$-a'''_{r40}a''_{s04}-a'''_{r31}a''_{s13}-a'''_{r22}a''_{s22}-a'''_{r13}a''_{s31}-a'''_{r04}a''_{s40}$$

$$A_{rs35}=a''_{r31}a'''_{s04}+a''_{r22}a'''_{s13}+a''_{r13}a'''_{s22}+a''_{r04}a'''_{s31}-a'''_{r31}a''_{s04}$$
$$-a'''_{r22}a''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s22}-a'''_{r04}a''_{s31}$$

$$A_{rs26}=a''_{r22}a'''_{s04}+a''_{r13}a'''_{s13}+a''_{r04}a'''_{s22}-a'''_{r22}a''_{s04}-a'''_{r13}a''_{s13}$$
$$a'''_{r04}a''_{s22}$$

$$A_{rs17}=a''_{r13}a'''_{s04}+a''_{r04}a'''_{s13}-a'''_{r13}a''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s13}$$

$$A_{rs08}=a''_{r04}a'''_{s04}-a'''_{r04}a''_{s04}$$

この式中の各 a'', a''' の値 $(38)_n$ 式によつて与えられているものである.

地表面上に上部載荷がなく，選集抵抗力が小さい普通の土砂層からなる地盤に対しては，$k_0=0$ すなわち $\alpha=0$ と考えても差支えないと思われる.

従つて上部載荷の存在せぬ普通地盤に対しては β のみを考えれば問題は解決されるものと思う.

Ⅳ 杭の水平変位並びに杭に対する地盤常数 α,β を決定に必要な恒数表

〔1〕 恒数 $a^{(m)}{}_{irs}(n)$ の表

$a^{(m)}{}_{irs}$ の中に含まれる n の値を明示するために，これを $a^{(m)}{}_{irs}(n)$ と表わす事にする.

なお

$$a^{(0)}{}_{irs}(n)=a_{irs}(n);\qquad a^{(1)}{}_{irs}(n)=a'_{irs}(n)$$

$$a^{(2)}{}_{irs}(n)=a''{}_{irs}(n),\quad a^{(3)}{}_{irs}(n)=a'''{}_{irs}(n)$$

であるとする.

一般に普通の土砂層よりなる地盤に対しては $n=1$ なる直線分布型の地盤係数が実際に最も合理的に合致するので，この場合に対してのみは α,β の両者が存在し，r,s の両者が存在するところの $a^{(m)}{}_{irs}(m=0,1\cdots3,\ i=0,1\cdots3,\ r=0,1\cdots4,\ s=0,1\cdots4)$の数表を求める事にする.

$a_{irs}(1)$ の値は附表—1-1 に，$a'_{irs}(1)$ の値は附表—1-2 に，$a''_{irs}(1)$ の値は附表—1-3 に，$a'''_{irs}(1)$ の値は附表—1-4 に示してある.

なお $\alpha=0$ の場合，すなわち $r=0$ の場合には $r=0,1\cdots4$ に対して $a^{(m)}{}_{irs}(1)$ を求める事にした.

$a_{i0s}(1)$, $a'_{i0s}(1)$, $a''_{i0s}(1)$, $a'''_{i0s}(1)$ の値はそれぞれ附表—1-5, 附表—1-6, 附表—1-7, 附表—1-8 に示してある.

$a_{i0s}(2)$, $a'_{i0s}(2)$, $a''_{i0s}(2)$, $a'''_{i0s}(2)$ の値はそれぞれ附表—2-1, 附表—2-2, 附表—2-3, 附表—2-4 に示してある.

$a_{i0s}(0.5)$, $a'_{i0s}(0.5)$, $a''_{i0s}(0.5)$, $a'''_{i0s}(0.5)$ の値はそれぞれ附表—3-1, 附表—3-2, 附表—3-3, 附表—3-4 に示してある.

$a_{i0s}(0.1)$, $a'_{i0s}(0.1)$, $a''_{i0s}(0.1)$, $a'''_{i0s}(0.1)$ の値はそれぞれ附表—4-1, 附表—4-2, 附表—4-3, 附表—4-4 に示してある.

$a_{i0s}(0)$, $a'_{i0s}(0)$, $a''_{i0s}(0)$, $a'''_{i0s}(0)$ の値はそれぞれ附表—5-1, 附表—5-2, 附表—5-3, 附表—5-4 に示してある.

〔2〕 恒数 $A_{ijrs}(n)$ の表

$A_{1r1s}(1)$, $A_{1r3s}(1)$, $A_{0r1s}(1)$, $A_{0r3s}(1)$, $A_{01js}(1)$ の値はそれぞれ附表—6-1, 附表—6-2, 附表—6-3, 附表—6-4, 附表—6-5 に示してある. ことに $i=0,1,2\cdots6$, $j=0,1,2\cdots6$.

なお $A_{120}(1)$, $A_{130j}(1)$, $A_{030j}(1)$, $A_{030j}(1)$, $A_{010j}(1)$ の値はそれぞれ附表—7 に示してある.

ここに　　$j=0,1,2\cdots\cdots8$

以下 β のみ存在する場合，すなわち j のみ存在する場合につき各 n の値に対して $A_{rsij}(n)$ の値を求める事にするが，この場合にはすべて $j=0,1,2\cdots\cdot8$ に対して求める事にする.

$A_{120j}(2)$, $A_{130j}(2)$, $A_{030j}(2)$, $A_{330j}(2)$, $A_{010j}(2)$ の値は表—8 に示してある.

$A_{120j}(0.5)$, $A_{130j}(0.5)$, $A_{030j}(2)$, $A_{030j}(2)$, $A_{010j}(2)$ の値は表—9 に示してある.

$A_{120j}(0.1)$, $A_{130j}(0.1)$, $A_{030j}(0.1)$, $A_{330j}(2)$, $A_{010j}(2)$ の値は表—10 に示してある.

$A_{120j}(0)$, $A_{130j}(0)$, $A_{030j}(0)$, $A_{330j}(0)$, $A_{010j}(0)$ の値は表—11 に示してある.

附表—1-1 $a_{irs}(1)$

rs \ i	0	1	2	3
00	8.33333333×10^{-3}	2.77777778×10^{-3}	1.19047619×10^{-3}	5.95258094×10^{-4}
01	4.16666667×10^{-2}	8.33333333×10^{-3}	2.77777778×10^{-3}	1.19047619×10^{-3}
10	1.65343914×10^{-5}	2.20458554×10^{-6}	5.01042164×10^{-7}	1.50312650×10^{-7}
11	1.65343914×10^{-6}	3.50729517×10^{-7}	1.00208433×10^{-7}	3.46875347×10^{-8}
02	2.43015872×10^{-5}	2.75573191×10^{-6}	5.51146384×10^{-7}	1.50312650×10^{-7}
20	7.57069200×10^{-10}	7.80010700×10^{-10}	1.37648946×10^{-11}	3.23879874×10^{-13}
12	2.40885657×10^{-9}	2.06473420×10^{-10}	3.21180876×10^{-11}	6.88244731×10^{-12}
21	4.31030111×10^{-14}	3.05807628×10^{-15}	3.94590485×10^{-16}	7.04625871×10^{-17}
03	5.04712805×10^{-11}	8.02952193×10^{-12}	1.75434991×10^{-12}	4.72324817×10^{-13}
30	2.08767570×10^{-9}	1.60590438×10^{-10}	2.29414911×10^{-11}	4.58829823×10^{-12}
13	8.68099079×10^{-15}	7.39857100×10^{-16}	1.08042634×10^{-15}	2.11388073×10^{-17}
31	7.87208029×10^{-14}	4.99814621×10^{-15}	5.91885731×10^{-16}	9.86476225×10^{-17}
04	4.34049539×10^{-16}	5.59003195×10^{-17}	9.99928760×10^{-18}	2.22249585×10^{-18}
40	4.77947729×10^{-14}	2.81145725×10^{-15}	3.12384140×10^{-16}	4.93238114×10^{-17}

附表—1-2 $a'_{irs}(1)$

rs \ i	0	1	2	3
00	4.16666667×10^{-2}	1.66666667×10^{-2}	8.33333333×10^{-3}	4.76190476×10^{-3}
01	1.66666667×10^{-1}	4.16666667×10^{-2}	1.66666667×10^{-2}	8.33333333×10^{-3}
10	1.48809523×10^{-4}	2.20458554×10^{-5}	5.51146381×10^{-6}	1.50375180×10^{-6}
11	1.65343914×10^{-5}	3.85802469×10^{-6}	1.20250120×10^{-6}	4.50937951×10^{-7}
02	1.98412698×10^{-4}	2.48015872×10^{-5}	5.51146384×10^{-6}	1.65343915×10^{-6}
20	1.05989688×10^{-8}	1.17001605×10^{-9}	2.20238314×10^{-10}	5.50595786×10^{-11}
12	3.13151354×10^{-8}	2.89062788×10^{-9}	4.81771314×10^{-10}	1.10119157×10^{-10}
21	7.75962200×10^{-13}	5.81034494×10^{-14}	7.89160971×10^{-15}	1.47971433×10^{-15}
03	7.57069207×10^{-10}	1.28472351×10^{-10}	2.98239385×10^{-11}	8.50184670×10^{-12}
30	2.50521084×10^{-8}	2.08767569×10^{-9}	3.21180876×10^{-10}	6.88244735×10^{-11}
13	1.64938825×10^{-13}	1.47971434×10^{-14}	2.23889531×10^{-15}	4.65053076×10^{-16}
31	1.33825365×10^{-12}	8.99666317×10^{-14}	1.12458289×10^{-14}	1.97295245×10^{-15}
04	8.68099079×10^{-15}	1.17390671×10^{-15}	2.19843273×10^{-16}	5.11174045×10^{-17}
40	7.64716337×10^{-13}	4.77947731×10^{-14}	5.62291453×10^{-15}	9.37152416×10^{-16}

附表—1-3　$a''_{rs}(1)$

rs \ i	0	1	2	3
00	0	0	0	0
01	1.66666667×10^{-1}	8.33333333×10^{-2}	5.00000000×10^{-2}	3.33333333×10^{-2}
10	5.00000000×10^{-1}	1.66666667×10^{-1}	8.33333333×10^{-2}	5.00000000×10^{-2}
11	1.19047619×10^{-3}	1.98412699×10^{-4}	5.51146381×10^{-5}	1.98412698×10^{-5}
02	1.48809523×10^{-4}	3.85802469×10^{-5}	1.32275132×10^{-5}	5.41125541×10^{-6}
20	1.38888889×10^{-3}	1.98412698×10^{-4}	4.96031746×10^{-5}	1.65343915×10^{-5}
12	1.37786595×10^{-7}	1.63802247×10^{-8}	3.30357472×10^{-9}	8.80953258×10^{-10}
21	3.75781625×10^{-7}	3.75781625×10^{-8}	6.74479840×10^{-9}	1.65178736×10^{-9}
22	1.31913574×10^{-11}	1.04586209×10^{-12}	1.49944386×10^{-13}	2.95942866×10^{-14}
03	1.05989689×10^{-3}	1.92708526×10^{-9}	4.77183016×10^{-10}	1.44531394×10^{-16}
30	2.75573192×10^{-7}	2.50521083×10^{-8}	4.17535139×10^{-9}	9.63542630×10^{-16}
13	2.96889885×10^{-12}	2.81145724×10^{-13}	4.53779062×10^{14}	9.76611460×10^{-15}
31	2.14120584×10^{-11}	1.52943274×10^{-12}	2.02424921×10^{-13}	3.74860965×10^{-14}
04	1.64938825×10^{-13}	2.34781342×10^{-14}	4.61670874×10^{-15}	1.12458290×10^{-15}
40	1.14707455×10^{-11}	7.64716337×10^{-13}	9.55895470×10^{-14}	1.68687435×10^{-14}

附表—1-4　$a'''_{rs}(1)$

rs \ i	0	1	2	3
00	0	0	0	0
01	5.00000000×10^{-1}	3.33333333×10^{-1}	2.50000000×10^{-1}	2.00000000×10^{-1}
10	1.00000000×10^{-0}	5.00000000×10^{-1}	3.33333333×10^{-1}	2.50000000×10^{-1}
11	8.33333333×10^{-3}	1.58730159×10^{-3}	4.96031746×10^{-4}	1.98412699×10^{-4}
02	1.19047619×10^{-3}	3.47222222×10^{-4}	1.32275132×10^{-4}	5.95238095×10^{-5}
20	8.33333333×10^{-3}	1.38888889×10^{-3}	3.96825397×10^{-4}	1.48809523×10^{-4}
12	1.65343916×10^{-6}	2.12942921×10^{-7}	4.62500461×10^{-8}	1.32142989×10^{-8}
21	4.13359788×10^{-6}	4.50937950×10^{-7}	8.76823791×10^{-8}	2.31250231×10^{-8}
22	2.11061791×10^{-10}	1.77796556×10^{-11}	2.69899895×10^{-12}	5.62291449×10^{-13}
03	1.37786596×10^{-7}	2.69791935×10^{-8}	7.15774525×10^{-9}	2.31250231×10^{-9}
30	2.75573192×10^{-6}	2.75573192×10^{-7}	5.01042167×10^{-8}	1.25260541×10^{-8}
13	5.04712806×10^{-11}	5.03062304×10^{-12}	8.62180216×10^{-13}	1.95322292×10^{-13}
31	3.2118037×10^{-10}	2.44709239×10^{-11}	3.44122367×10^{-12}	6.74749741×10^{-13}
04	2.96889886×10^{-12}	4.56536391×10^{-13}	9.23341748×10^{-14}	2.36162407×10^{-14}
40	1.60590436×10^{-10}	1.14707455×10^{-11}	1.52943274×10^{-12}	2.86768639×10^{-13}

附表—1-5 $a_{ios}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	1	8.33333333×10^{-3}	1.65343915×10^{-6}	5.04712806×10^{-11}	4.34049541×10^{-16}
1	1	2.77777778×10^{-3}	3.50729517×10^{-7}	8.02952191×10^{-12}	5.59003197×10^{-17}
2	1	1.19047619×10^{-3}	1.60208430×10^{-7}	1.75434932×10^{-12}	9.99287609×10^{-18}
3	1	5.95238095×10^{-4}	3.46875346×10^{-8}	4.72324818×10^{-13}	2.22249585×10^{-18}

附表—1-6 $a'_{ios}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	4.16666667×10^{-2}	1.65343915×10^{-5}	7.57059209×10^{-10}	8.68099082×10^{-15}
1	1	1.66666667×10^{-2}	3.85802465×10^{-6}	1.28472351×10^{-10}	1.17390671×10^{-15}
2	2	8.33333333×10^{-3}	1.20250116×10^{-6}	2.98289384×10^{-11}	2.19343274×10^{-16}
3	3	4.76190476×10^{-3}	4.50937950×10^{-7}	8.50184672×10^{-12}	5.11174046×10^{-17}

附表—1-7 $a''_{ios}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	1.66666667×10^{-1}	1.48809523×10^{-4}	1.05989689×10^{-8}	1.64938825×10^{-13}
1	0	8.33333333×10^{-2}	3.85802469×10^{-5}	1.92708526×10^{-9}	2.34781342×10^{-14}
2	2	5.00000000×10^{-2}	1.32275132×10^{-5}	4.77183016×10^{-10}	4.61670874×10^{-15}
3	6	3.33333333×10^{-2}	5.41125541×10^{-6}	1.44531394×10^{-10}	1.12458290×10^{-15}

附表—1-8 $a'''_{ios}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	5.00000000×10^{-1}	1.19047619×10^{-3}	1.37786596×10^{-7}	2.96889886×10^{-12}
1	0	3.33333333×10^{-1}	3.47222222×10^{-4}	2.69791936×10^{-8}	4.56536391×10^{-13}
2	0	2.50000000×10^{-1}	1.32275132×10^{-4}	7.15774525×10^{-9}	9.23341748×10^{-14}
3	6	2.00000000×10^{-1}	5.95238095×10^{-5}	2.31250231×10^{-9}	2.36162409×10^{-14}

附表—2-1 $a_{ios}(2)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	1	2.27777778×10^{-3}	2.33819678×10^{-7}	$3.183819151\times10^{-12}$	1.24843903×10^{-17}
1	1	1.19047619×10^{-3}	6.93750694×10^{-8}	7.45776038×10^{-13}	2.45644278×10^{-18}
2	1	5.95238095×10^{-4}	2.47768104×10^{-8}	2.13078865×10^{-13}	5.93665288×10^{-19}
3	1	3.30687831×10^{-4}	1.00942561×10^{-8}	7.02746876×10^{-14}	1.66843987×10^{-19}

附表—2-2 $a'_{ios}(2)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	1.66666667×10^{-2}	2.80583614×10^{-6}	5.73087447×10^{-11}	2.99625867×10^{-16}
1	1	8.33333333×10^{-3}	9.01875902×10^{-7}	1.41697446×10^{-11}	6.14110695×10^{-17}
2	2	4.76190476×10^{-3}	3.46875346×10^{-7}	4.26157730×10^{-12}	1.54404977×10^{-17}
3	3	2.97619048×10^{-3}	1.51413842×10^{-7}	1.47576844×10^{-12}	4.50478765×10^{-18}

附表—2-3 $a''_{ios}(2)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	0.33333333×10^{-2}	3.08641975×10^{-5}	9.74248659×10^{-10}	6.89138343×10^{-15}
1	0	5.00000000×10^{-2}	1.08225108×10^{-5}	2.55055402×10^{-10}	1.47386567×10^{-15}
2	2	3.33333333×10^{-2}	4.50937950×10^{-6}	8.09699690×10^{-11}	3.86012437×10^{-16}
3	6	2.38095238×10^{-2}	2.11979378×10^{-6}	2.95153637×10^{-11}	1.17124479×10^{-16}

附表—2-4 $a'''_{ios}(2)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	3.33333333×10^{-1}	3.08641975×10^{-4}	1.55879785×10^{-8}	1.51610435×10^{-13}
1	0	2.50000000×10^{-1}	1.19047619×10^{-4}	4.33594183×10^{-9}	3.38989104×10^{-14}
2	0	2.00000000×10^{-1}	5.41125541×10^{-5}	1.45745944×10^{-9}	9.26429852×10^{-15}
3	6	1.66666667×10^{-1}	2.75573192×10^{-5}	5.60792007×10^{-10}	2.92811198×10^{-15}

附表—3-1 $a_{ios}\left(\frac{1}{2}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	1	1.69312169×10^{-2}	5.59894736×10^{-6}	2.74773892×10^{-10}	3.74147457×10^{-15}
1	1	4.61760462×10^{-3}	9.16191392×10^{-7}	3.25594142×10^{-11}	3.50010903×10^{-16}
2	1	1.77600177×10^{-3}	2.24242648×10^{-7}	5.91254871×10^{-12}	5.08475121×10^{-17}
3	1	8.28800829×10^{-4}	6.97643795×10^{-8}	1.38440444×10^{-12}	9.63801476×10^{-18}

附表—3-2 $a'_{ios}\left(\frac{1}{2}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	7.61905265×10^{-5}	5.03905265×10^{-9}	3.70944755×10^{-9}	6.73465423×10^{-14}
1	1	2.53968253×10^{-5}	9.16191392×10^{-10}	4.72111506×10^{-10}	6.65020716×10^{-15}
2	2	2.46666913×10^{-6}	2.46666913×10^{-11}	9.16445051×10^{-11}	1.01695024×10^{-15}
3	3	8.37172554×10^{-7}	8.37172554×10^{-11}	2.2846732×10^{-11}	2.02398310×10^{-16}

附表—3-3 $a''_{ios}\left(\frac{1}{2}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	2.66666667×10^{-1}	4.03124212×10^{-4}	4.63680945×10^{-8}	1.14489121×10^{-12}
1	0	1.14285714×10^{-1}	8.24572253×10^{-5}	6.37350534×10^{-9}	1.19703729×10^{-13}
2	2	6.34920634×10^{-2}	2.46666913×10^{-5}	1.32884532×10^{-9}	1.93220546×10^{-14}
3	6	4.04040404×10^{-2}	9.20889809×10^{-6}	3.56395297×10^{-10}	4.04796621×10^{-15}

附表—3-4 $a'''_{ios}\left(\frac{1}{2}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	6.66666667×10^{-1}	2.82189948×10^{-2}	5.33233085×10^{-7}	1.83182595×10^{-11}
1	0	4.00000000×10^{-1}	6.59657802×10^{-4}	7.96688167×10^{-8}	2.03496338×10^{-12}
2	0	2.85714285×10^{-1}	2.22000222×10^{-4}	1.79394118×10^{-8}	3.47796982×10^{-13}
3	0	2.22222222×10^{-1}	9.20889809×10^{-5}	5.16773183×10^{-9}	7.69113585×10^{-14}

附表—4-1 $a_{ios}\left(\frac{1}{10}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	1	3.40598295×10^{-2}	1.78937385×10^{-5}	1.34399408×10^{-9}	2.75781735×10^{-14}
1	1	7.34623772×10^{-3}	2.18141910×10^{-6}	1.14558886×10^{-10}	1.81046604×10^{-15}
2	1	2.52903265×10^{-3}	4.56478251×10^{-7}	1.74098143×10^{-11}	2.15309155×10^{-16}
3	1	1.10422553×10^{-3}	1.28126183×10^{-7}	3.57256862×10^{-12}	3.51431785×10^{-17}

附表—4-2 $a'_{ios}\left(\frac{1}{10}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	1.39645301×10^{-1}	1.46728656×10^{-4}	1.65311273×10^{-8}	4.52282046×10^{-13}
1	1	3.74658124×10^{-2}	2.00690557×10^{-5}	1.52376618×10^{-9}	3.15021091×10^{-14}
2	2	1.54270992×10^{-2}	4.65607816×10^{-6}	2.48960344×10^{-10}	3.96168845×10^{-15}
3	3	7.84000126×10^{-3}	1.43501331×10^{-6}	5.47702999×10^{-11}	6.81777663×10^{-16}

附表—4-3 $a''_{ios}\left(\frac{1}{10}\right)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	4.32900433×10^{-1}	1.05644632×10^{-3}	1.86801738×10^{-7}	6.96514351×10^{-12}
1	0	1.53609831×10^{-1}	1.64566257×10^{-4}	1.87423241×10^{-8}	5.16634359×10^{-13}
2	2	7.86782061×10^{-2}	4.28359191×10^{-5}	3.31117257×10^{-9}	6.89333792×10^{-14}
3	6	4.78240077×10^{-2}	1.46371358×10^{-5}	7.83215289×10^{-10}	1.25447090×10^{-14}

附表—4-4 $a'''_{ios}\begin{pmatrix}1\\10\end{pmatrix}$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	9.09090909×10^{-1}	6.54996721×10^{-2}	1.92405791×10^{-6}	1.00248066×10^{-10}
1	0	4.76190476×10^{-1}	1.18487705×10^{-3}	2.11788262×10^{-7}	7.95617267×10^{-12}
2	0	3.22580645×10^{-1}	3.51254536×10^{-4}	4.03963054×10^{-8}	1.13050742×10^{-12}
3	6	2.43902439×10^{-1}	1.34661050×10^{-4}	1.04167633×10^{-8}	2.18277937×10^{-13}

附表—5-1 $a_{ios}(0)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	1	4.16666667×10^{-2}	2.48015872×10^{-5}	2.08767570×10^{-9}	4.77947729×10^{-14}
1	1	8.33333333×10^{-3}	2.75573191×10^{-6}	1.60590438×10^{-10}	2.81145725×10^{-15}
2	1	2.77777777×10^{-3}	5.51146384×10^{-7}	2.29414911×10^{-11}	3.12384141×10^{-16}
3	1	1.19047619×10^{-3}	1.50312650×10^{-9}	4.58829324×10^{-12}	4.93238114×10^{-17}

附表—5-2 $a'_{ios}(0)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	1.66666667×10^{-1}	1.98412698×10^{-4}	2.50521084×10^{-8}	7.64716367×10^{-13}
1	1	4.16666667×10^{-2}	2.48015872×10^{-5}	2.08767570×10^{-9}	4.77947932×10^{-14}
2	2	1.66666667×10^{-2}	5.51146384×10^{-6}	3.21180876×10^{-10}	5.62291453×10^{-15}
3	3	8.33333333×10^{-3}	1.65343915×10^{-6}	6.88244736×10^{-11}	9.37152417×10^{-16}

附表—5-3 $a''_{ios}(0)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	5.00000000×10^{-1}	1.38888889×10^{-3}	2.75573192×10^{-7}	1.14707455×10^{-11}
1	0	1.66666666×10^{-1}	1.98412698×10^{-4}	2.50521084×10^{-8}	7.64716372×10^{-13}
2	2	8.33333333×10^{-2}	4.96031746×10^{-5}	4.17535139×10^{-9}	9.55895470×10^{-14}
3	6	5.00000000×10^{-2}	1.65343915×10^{-5}	9.6354263×10^{-10}	1.68687435×10^{-14}

附表—5-4 $a'''_{ios}(0)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	1.00000000×10^{0}	8.33333333×10^{-3}	2.75573192×10^{-6}	1.60590438×10^{-10}
1	0	5.00000000×10^{-1}	1.38888889×10^{-3}	2.75573192×10^{-7}	1.14707455×10^{-11}
2	0	3.33333333×10^{-1}	3.96825390×10^{-4}	5.01042167×10^{-8}	1.52943274×10^{-12}
3	6	2.50000000×10^{-1}	1.48809525×10^{-4}	1.25260541×10^{-8}	2.86768640×10^{-13}

附表—6-1 $A_{12;ij}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	0	8.33333333×10^{-2}	-1.98412700×10^{-4}	6.68056170×10^{-3}
1	0	8.33333333×10^{-2}	-2.97619041×10^{-4}	1.79540080×10^{-7}	
2	1.38888889×10^{-2}	-1.21252160×10^{-4}	8.80035530×10^{-8}		
3	-1.10229280×10^{-5}	2.11979350×10^{-8}			
4	6.68056170×10^{-7}				

附表—6-2 $A_{13;ij}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	-1.00000000×10^{-0}	1.11111111×10^{-2}	-8.81834270×10^{-6}	1.46825570×10^{-9}
1	-6.66666667×10^{-1}	1.34920634×10^{-2}	-1.52316922×10^{-5}	3.27910466×10^{-9}	
2	3.47222222×10^{-3}	-7.86636200×10^{-6}	2.53732964×10^{-9}		
3	-1.15625120×10^{-6}	7.88242800×10^{-10}			
4	7.96370540×10^{-11}				

附表—6-3 $A_{23;ij}(1)$

i \ s	0	1	2	3	4
0	0	-2.00000000×10^{0}	9.52380950×10^{-3}	-4.81000510×10^{-6}	5.87301970×10^{-10}
1	-1.50000000×10^{-0}	1.25000000×10^{-2}	-8.81834210×10^{-6}	1.37648970×10^{-9}	
2	3.70370370×10^{-3}	-4.98729660×10^{-6}	1.13843800×10^{-9}		
3	-8.51771670×10^{-7}	3.99240700×10^{-10}			
4	4.55787860×10^{-11}				

附表—6-4 $A_{03ij}(1)$

j \ i	0	1	2	3	4
0	0	-2.00000000×10^{0}	6.66666667×10^{-2}	-8.81834340×10^{-5}	2.05555640×10^{-8}
1	-1.00000000×10^{0}	9.72222222×10^{-2}	-1.41093480×10^{-4}	4.33135340×10^{-8}	
2	1.422857140×10^{-2}	-6.39239810×10^{-5}	3.11556920×10^{-8}		
3	-7.16490310×10^{-6}	4.01123730×10^{-8}			
4	6.45600440×10^{-10}				

附表—7 $A_{rs0j}(1)$

j	A_{120j}	A_{130j}	A_{230j}	A_{y30j}	A_{310j}
0	0	0	0	0	0
1	-6.66666666×10^{-1}	-1.50000000×10^{0}	-1.00000000×10^{0}	-2.00000000×10^{0}	0
2	3.47222222×10^{-3}	3.70370380×10^{-3}	1.42857143×10^{-2}	1.04166667×10^{-2}	1.38888889×10^{-2}
3	-1.15625120×10^{-6}	-8.51771670×10^{-7}	-7.16490310×10^{-6}	-3.46875357×10^{-6}	-1.10229279×10^{-5}
4	7.96400540×10^{-11}	4.55787860×10^{-11}	6.45600440×10^{-10}	2.38973821×10^{-10}	1.32487084×10^{-9}
5	$-2.30482481\times10^{-15}$	$-1.18054686\times10^{-15}$	$-1.76579814\times10^{-14}$	$-5.24805642\times10^{-15}$	$-4.31098468\times10^{-14}$
6	$-5.44440500\times10^{-20}$	4.76185850×10^{-21}	9.05574530×10^{-19}	5.23500320×10^{-19}	3.14149280×10^{-18}
7	3.57984000×10^{-24}	3.47956852×10^{-24}	1.06408444×10^{-22}	4.76776750×10^{-23}	3.32438080×10^{-22}
8	6.01386018×10^{-29}	4.10522540×10^{-29}	1.52294900×10^{-27}	5.56462130×10^{-28}	5.59637000×10^{-27}

附表—8 $A_{rsj}(2)$

j	A_{120j}	A_{130j}	A_{023j}	A_{030j}	A_{310j}
0	0	0	0	0	0
1	-5.00000000×10^{-1}	-1.20000000×10^{0}	-6.66666667×10^{-1}	-1.50000000×10^{0}	0
2	1.42857143×10^{-3}	1.73160173×10^{-3}	4.93827161×10^{-3}	4.28571429×10^{-3}	4.16666667×10^{-3}
3	-2.34140856×10^{-7}	-2.07283129×10^{-7}	-1.14014927×10^{-6}	-6.02422560×10^{-7}	-1.40291809×10^{-6}
4	7.84517678×10^{-12}	5.62171259×10^{-12}	4.77689538×10^{-11}	2.35355319×10^{-11}	7.45018609×10^{-11}
5	$-8.50981800\times10^{-17}$	-5.15643678×10^{-7}	$-6.12492982\times10^{-16}$	$-2.53145533\times10^{-16}$	$-8.13857578\times10^{-15}$
6	1.85252124×10^{-21}	1.55932949×10^{-21}	1.38066384×10^{-20}	9.01541983×10^{-21}	1.94504638×10^{-20}
7	9.24876206×10^{-26}	6.49790985×10^{-26}	7.76596454×10^{-25}	4.16770166×10^{-25}	1.26295886×10^{-24}
8	5.68930530×10^{-31}	3.45251506×10^{-31}	5.32031932×10^{-30}	2.42144917×10^{-30}	1.01569741×10^{-29}

附表—9 $A_{rsj}\left(\frac{1}{2}\right)$

j	A_{120j}	A_{130j}	A_{023j}	A_{030j}	A_{310j}
0	0	0	0	0	0
1	-8.00000000×10^{-1}	-1.71428572×10^{0}	-1.33333333×10^{0}	-2.40000000×10^{0}	0
2	5.93692009×10^{-3}	5.77200571×10^{-3}	2.82186946×10^{-2}	1.78107607×10^{-2}	3.04761905×10^{-2}
3	-2.97838808×10^{-6}	-1.92788889×10^{-6}	-2.22988379×10^{-5}	-8.93516408×10^{-6}	-4.02729884×10^{-5}
4	3.11221348×10^{-10}	1.72411048×10^{-10}	3.14104907×10^{-9}	1.54012859×10^{-8}	7.84285735×10^{-9}
5	1.05791239×10^{-14}	$-4.16374382\times10^{-15}$	$-1.33473259\times10^{-13}$	$-1.90577618\times10^{-12}$	$-3.23321041\times10^{-13}$
6	7.80273626×10^{-19}	4.98223579×10^{-19}	1.12283708×10^{-17}	4.59899233×10^{-15}	2.18445846×10^{-17}
7	1.20564298×10^{-22}	2.84142643×10^{-20}	2.02006602×10^{-21}	7.95672842×10^{-22}	4.98798882×10^{-21}
8	2.31292214×10^{-27}	9.69113414×10^{-28}	4.42432973×10^{-26}	1.39034428×10^{-25}	1.38047716×10^{-25}

附表—10 $A_{rs0j}\left(\frac{1}{10}\right)$

j	A_{120j}	A_{130j}	$A_{0\,20j}$	A_{030j}	A_{010j}
0	0	0	0	0	0
1	-9.52380952×10^{-1}	-1.93548387×10^{0}	-1.81818182×10^{0}	-2.85714286×10^{0}	0
2	9.71599187×10^{-3}	8.57051070×10^{-3}	5.50197245×10^{-2}	2.91479755×10^{-2}	6.64977624×10^{-2}
3	-7.00359477×10^{-6}	-3.97520058×10^{-6}	-6.52821548×10^{-5}	-2.10113854×10^{-5}	-1.39741580×10^{-4}
4	1.04474571×10^{-9}	4.42812873×10^{-10}	1.36682718×10^{-8}	3.17269426×10^{-9}	4.17991650×10^{-8}
5	$-8.27715518\times10^{-14}$	$-1.67990187\times10^{-14}$	$-1.03309573\times10^{-12}$	$-1.47701514\times10^{-13}$	$-3.42510060\times10^{-12}$
6	1.67485120×10^{-18}	3.53108068×10^{-18}	6.81997237×10^{-17}	5.72107125×10^{-17}	2.69589603×10^{-20}
7	1.11492382×10^{-21}	5.84477872×10^{-22}	2.78107968×10^{-20}	1.06372239×10^{-20}	8.75087940×10^{-20}
8	3.56133587×10^{-26}	1.29620614×10^{-26}	9.60261802×10^{-25}	2.62127105×10^{-25}	3.59843433×10^{-24}

附表—11 $A_{rs0j}(0)$

j	A_{120j}	A_{130j}	$A_{0\,20j}$	A_{030j}	A_{010j}
0	0	0	0	0	0
1	-1.00000000×10^{0}	-2.00000000×10^{0}	-2.00000000×10^{0}	-3.00000000×10^{0}	0
2	$1.11111111\times10_{-2}$	$9.52380952\times10_{-3}$	6.66666667×10^{-2}	3.33333333×10^{-2}	8.33333333×10^{-2}
3	-8.8183427×10^{-6}	-4.8100051×10^{-6}	-8.81834344×10^{-5}	-2.64550218×10^{-5}	-1.98412693×10^{-4}
4	1.4682557×10^{-9}	5.872858×10^{-10}	2.05555637×10^{-8}	5.58221716×10^{-9}	6.68056200×10^{-8}
5	$-7.96580000\times10^{-14}$	$-2.43660011\times10^{-14}$	$-1.43385190\times10^{-12}$	$-2.23978876\times10^{-13}$	$-1.67855241\times10^{-12}$
6	9.77045500×10^{-18}	5.8825565×10^{-18}	2.1494731×10^{-16}	1.05987470×10^{-16}	5.31053305×10^{-16}
7	2.39471960×10^{-21}	1.06191188×10^{-21}	6.2262714×10^{-20}	2.14874619×10^{-20}	1.91577590×10^{-19}
8	7.30988920×10^{-26}	1.57995690×10^{-26}	2.1929667×10^{-24}	5.8049120×10^{-25}	8.7718560×10^{-23}

特性曲線法による非定常流の解き方 (1)

—川幅一定の感潮河川への応用—

建設技官　岸　　力

(昭和 27 年9月)

目　次

Ⅰ 緒　　言……(1)
Ⅱ 特性曲線法の説明……(1)
〔1〕 Pin-Nam Lin の方法……(2)
〔2〕 J.J.Stoker の方法……(4)
〔3〕 (5),(6) 2組の連立微分方程式と (1),(2) 両式とが同等である事の証明……(4)
〔4〕 川幅 B が変化する場合……(5)
Ⅲ 計算例—川幅一定の感潮河川への応用……(5)
〔1〕 特性曲線群の描き方……(5)
〔2〕 計算の技巧……(8)
〔3〕 計算の結果……(9)

Ⅰ 緒　　言

洪水追跡，感潮河川の問題，海岸の波の問題等水の非定常運動を解く事は，最近の技術者に与えられた重要な課題の一つである．

第2次大戦中，フランスで始められた，特性曲線を用いて水の非定常運動を解く方法[1]は，応用範囲も広く非常に優れたものである．

本文では，この方法を紹介するため，理論の概略を取りまとめると同時に，例題として，感潮河川の計算を行つた．

筆者は，定常流に於ける背水曲線の計算の様に，この方法が河川技術者によつて，自由に又気軽に駆使されるのは，遠い将来の事ではないと信じている．

Ⅱ 特性曲線法の説明

開水路の非定常流の運動の式および連続の式は，周知の様に

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}=I_0-I_f \quad \cdots\cdots(1)$$

1) 例えば Ph. Deymié: Propogation d'une Intumescence Allongée. R.G.d. H. 1935, N°3, p.138～142.

$$V\frac{\partial A}{\partial x}+A\frac{\partial V}{\partial x}+B\frac{\partial h}{\partial t}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

で与えられる.

こゝに

h: 水　　深

V: 流　　速

I_0: 河床勾配

I_f: 摩擦勾配. Chézy の公式によれば,

$$I_f=\frac{V^2}{C^2h}$$

となる.

A: 断 面 積　　$A=B\cdot h$

B: 川　　幅

但し,(1)を導くに当つては,(1)圧力が静水圧分布である事および(2)摩擦抵抗が等流と同じ形で与えられると云う2つの仮定が含くまれている.

第1の静水圧分布の仮定は,砕け波の問題等特に鉛直加速度の大きい場合を除けば,様々の現象に対して,大抵の場合実用上充分正しいと考えて差支えない.

第2の摩擦抵抗の仮定は,その当否を断ずる迄に研究が進んでいない.

〔1〕 Pin-Nam Lin の方法[2]

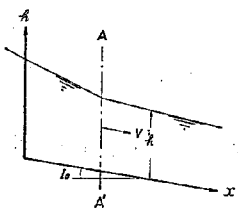


図-1

Pin-Nam Lin は,水中を衝撃が進行する場合,$\frac{\partial h}{\partial x}$; $\frac{\partial h}{\partial t}$; $\frac{\partial V}{\partial x}$; $\frac{\partial V}{\partial t}$ の諸量が,衝撃の境界で(図-1 の A-A 断面)異つた2つの値をもち,数学的にはその位置で不定形になる事に着目して,(1),(2)両式を解いた.

例えば $\frac{\partial h}{\partial x}$ を考えると(他の量をとつても以下の議論は全く同様に成り立つ),これは境界点で $\frac{\infty}{\infty}$ の形の不定形にはなり得ず,$\frac{0}{0}$ の形になるはずである.そこで新に,

$$dh=\frac{\partial h}{\partial t}dt+\frac{\partial h}{\partial x}dx \quad \cdots\cdots(3)$$

$$dV=\frac{\partial V}{\partial t}dt+\frac{\partial V}{\partial x}dx \quad \cdots\cdots(4)$$

と云う全微分の関係を用いると,$\frac{\partial h}{\partial t}$; $\frac{\partial h}{\partial x}$; $\frac{\partial V}{\partial t}$; $\frac{\partial V}{\partial x}$ の4未知量に対し(1)~(4)の4箇の方程式

2) Pin-Nam Lin: Discussion of "Unsteady flow in open channels" by H. Putman. Trans. A. G. U., Vol. 30, No. 2, Apl., 1949.

が与えられた事になるので，代数的に解いて，これ等4未知量を他の量であらわす事が出来る．簡単のために，水路幅 B を一定として，(2) を

$$V\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}=0 \quad \cdots\cdots(2)'$$

の形で用い，実際運算してみると

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{\begin{vmatrix} I_0-I_f & V/g & 1/g & 0 \\ 0 & h & 0 & 1 \\ dh & 0 & 0 & dt \\ dV & dx & dt & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & V/g & 1/g & 0 \\ V & h & 0 & 1 \\ dx & 0 & 0 & dt \\ 0 & dx & dt & 0 \end{vmatrix}}=\frac{0}{0}$$

分母を 0 にすると，

$$D=(1/g)(dx/dt)^2-(2V/g)(dx/dt)+V^2/g-h=0$$

即ち

$$dx=(V\pm\sqrt{gh})dt$$

が得られる．

同様に分子を 0 におくと，

$$N=-h(I_0-I_f)+(h/g)(dV/dt)-(V/g)(dh/dt)+(1/g)(dh/dt)(dx/dt)=0$$

となるから，$dx/dt=V\pm\sqrt{gh}$ を代入すると，

$$(1/g)dV/dt\pm\sqrt{\frac{1}{gh}}\frac{dh}{dt}=(I_0-I_f)$$

或は

$$d(V\pm 2\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)dt$$

が得られる．

即ち，(1)，(2) 両式を解く事は，

曲線：$\dfrac{dx}{dt}=(V+\sqrt{gh})$ の上で $\cdots\cdots(5)_1$

$d(V+2\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)dt$ $\cdots\cdots(5)_2$

および

曲線：$\dfrac{dx}{dt}=(V-\sqrt{gh})$ の上で $\cdots\cdots(6)_1$

$$d(V-2\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)dt \quad \cdots\cdots(6)_2$$

なる2組の連立微分方程式を解く事に帰着される．$(5)_1$ および $(6)_1$ の2つの曲線を特性曲線と名付けている．

〔2〕 J.J.Stoker の方法[3)]

非線形浅海波の理論に J.J.Stoker が用いた方法を，今の場合に応用すれば，次の様になる．

(1)，(2)′ 式の Dimension を比較すると，(2)′ は $[L/T]$ 即ち速度の Dimension を持つから，(2) を $\sqrt{gh}$ で割つて，両式の Dimension を揃え，両式を加えると，

$$\frac{1}{\sqrt{gh}}\frac{\partial h}{\partial t}+\left(1+\frac{V}{\sqrt{gh}}\right)\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}+\left(\frac{V}{g}+\sqrt{\frac{h}{g}}\right)\frac{\partial V}{\partial x}=(I_0-I_f)$$

これを書き換えると，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\left(V+\sqrt{gh}\right)\frac{\partial}{\partial x}\right\}(V+2\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)\cdots\cdots(7)$$

となる．

此の形の式の物理的意味は，右辺が 0 の斉次方程式の解が，$(V+\sqrt{gh})$ の速度で進む波をあらわす事から類推して直ぐわかる様に，函数 $(V+2\sqrt{gh})$ が $(V+\sqrt{gh})$ の速度で動くとき，その値の時間的変化が $g(I_0-I_f)$ である事をあらわしている．

同様に，両式を差引きすると，

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+(V-\sqrt{gh})\frac{\partial}{\partial x}\right\}(V-2\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)\cdots\cdots(8)$$

が得られ，(7) と (8) から (5)，(6) の関係を書き下す事が出来る．この方法は，運動を直観的に理解させる．

〔3〕 (5)，(6) 2組の連立微分方程式と (1)，(2) 両式とが同等である事の証明

今
$$\left.\begin{aligned}V+2\sqrt{gh}&=f(x,t)\\V-2\sqrt{gh}&=g(x,t)\end{aligned}\right\}\ \text{とおけば，}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}=\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial f}{\partial x}(V+\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t}+\frac{\partial g}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}=\frac{\partial g}{\partial t}+\frac{\partial g}{\partial x}(V-\sqrt{gh})=g(I_0-I_f)$$

であるから，$f(x,t)$，$g(x,t)$ をもとに戻して演算すると，

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V+\sqrt{gh})\frac{\partial V}{\partial x}+\sqrt{\frac{g}{h}}\frac{\partial h}{\partial t}+(V+\sqrt{gh})\sqrt{\frac{g}{h}}\frac{\partial h}{\partial x}=g(I_0-I_f)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+(V-\sqrt{gh})\frac{\partial V}{\partial x}-\sqrt{\frac{g}{h}}\frac{\partial h}{\partial t}+(V-\sqrt{gh})\left(-\sqrt{\frac{g}{h}}\right)\frac{\partial h}{\partial x}=g(I_0-I_f)$$

3) J.J.Stoker: The formation of breakers and bores. Communications on Applied Mathematics, N.Y.University, Vol.1, No.1, 1948.

この式を相加えて，両辺を $2g$ で割ると，

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}=I_0-I_f$$

差をとると

$$V\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}=0$$

となり，それぞれ運動の式および連続の式が得られる．

〔4〕 川幅 B が変化する場合　(3)

連続の式を

$$V\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial t}=-V\frac{h}{B}\frac{\partial B}{\partial x}$$

として同様の操作を行えば，

$$\left.\begin{aligned}&\text{曲線：}\ \frac{dx}{dt}=V+\sqrt{gh}\qquad\text{の上で}\\&d(V+2\sqrt{gh})=\left[g(I_0-I_f)-\frac{V}{B}\frac{\partial B}{\partial x}\sqrt{gh}\right]dt\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(9)_1,\ (9)_2$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{曲線：}\ \frac{dx}{dt}=V-\sqrt{gh}\qquad\text{の上で}\\&d(V-2\sqrt{gh})=\left[g(I_0-I_f)+\frac{V}{B}\frac{\partial B}{\partial x}\sqrt{gh}\right]dt\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(10)_1,\ (10)_2$$

が得られる．

前の（5），（6）両式にくらべて，（9），（10）を数値積分するのは可成り労力のかゝる仕事ではあるが，兎に角これによつて，川幅が変る場合も計算出来る．

Ⅲ　計算例—川幅一定の感潮河川への応用

〔1〕 特性曲線群の描き方

河床勾配 I_0：1/10,000

等流水深 h_0：5.00m

の感潮河川の河口に，振幅 ±1.00m の潮汐がある場合を計算してみよう．なお

潮汐の週期：12 時間

Chézy の常数 C：50

であるとし，河口の水位——時刻の関係を sin 函数で与えた．

感潮河川の計算には，x 軸は河口を原点として上流側を ＋ にとるのが便利である．すると運動の式は河床勾配の符号が変つて（11）となる．

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}=-I_0-I_f \quad \cdots\cdots(11)$$

但し I_f は，流れの向きによつて，符号が変らなければならないから

$$I_f=\frac{|V|V}{c^2h} \quad \cdots\cdots(12)$$

の形にすべきである．流速の符号は勿論，x 軸の方向と一致する様に定めるから，順流は $-$，逆流は $+$ の符号をもつわけである．

(5)，(6) の微分方程式を，階差式で近似させ且つ $\sqrt{gh}=\omega$ と書けば，それぞれ (13) および (14) となる．

$$\left.\begin{aligned} &\text{直線：}\ \frac{\Delta x}{\Delta t}=(V+\omega)\quad \text{の上で} && \cdots\cdots(13)_1\\ &\Delta(V+2\omega)=g(-I_0-I_f)\Delta t && \cdots\cdots(13)_2\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{直線：}\ \frac{\Delta x}{\Delta t}=(V-\omega)\quad \text{の上で} && \cdots\cdots(14)_1\\ &\Delta(V-2\omega)=g(-I_0-I_f)\Delta t && \cdots\cdots(14)_2\end{aligned}\right\}$$

与えられた値から，

等流流速　$V_0=-1.12$ m/sec

波　　速　$\omega_0=\sqrt{gh_0}=7.00$ m/sec

を計算し，図-2 の $x-t$ 平面の上に $\frac{dx}{dt}=V_0+\omega_0$ の直線を書き入れるとこれは一つの特性曲線であつて，$x-t$ 平面はこの直線によつて静域と擾乱域に区分される．即ち，この直線は，衝撃の先端が河口から上流に向つて伝わつて行く状態をあらわしているから，例えば，河口から 30km 上流の地点では，河口で水位の変動が始つてから，1時間 26 分経つて始めてその影響が到達するのである．この意味で，この特性曲線より下の部分を静域，上の部分を擾乱域と呼ぶのである．

点2以下の計算を進めるには，次の様にすればよい．

点1(5.0 k, 14 分)では，$V_0=-1.12$ m/sec；$\omega_0=7.00$ m/sec であるから，これから出る第2の特性曲線(図-2 の線分 1-2) の勾配は，第1近似として

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=V_0-\omega_0=-1.12-7.00=-8.12$$

となり，点1からこの勾配で直線を引けば，点2の近似位置 (0.0 k, 24 分) が求まる．こうして点1と点2の時間差 $\Delta t_{2-1}=24$分-14分$=10$分 がきまる．

(14) を点 1, 2 の間に適用すると

$$V_2-2\omega_2=V_1-2\omega_1+g(-I_0-\bar{I}_f)\Delta t_{2-1} \quad \cdots\cdots(15)$$

但し $\bar{I}_f$ は点 1, 2 間の平均値

であるが，ω_3 は河口水位から計算されるから，$\bar{I}_f$ を仮定する試算法によつて V_3 が定まる．

V_3 が定まつたならば，V_3 と ω_3 によつて，再び特性曲線の勾配 $\frac{\Delta x}{\Delta t}=V_3-\omega_3$ を計算し，仮定した値 $\frac{\Delta x}{\Delta t}=V_1-\omega_1$ と比較して若しひどく差異があれば，両者の平均勾配に依つて第2近似値を計算してゆけば一層高精度の値が得られるが，筆者の経験では，殆んど第2近似値を求める必要はなかつた．

点4は，点2および点3から出る2本の特性曲線の交点として定められる．即ち，点3（10.0 k，23分）では点1と同様 $V_0=-1.12$m/sec；$\omega_0=7.00$ m/sec であるから，図の特性曲線 4—3：$\frac{\Delta x}{\Delta t}=V_0-\omega_0=-8.12$ は直に引ける．

点2（0.0 k，24 分）では前述の操作で V_2；ω_2 がわかつているから，特性曲線 4—2：$\frac{\Delta x}{\Delta t}=V_2+\omega_2$ を引けば，両者の交点として点4の第1近似値（5.2 k，38 分）が求まる．

そこで点 2，4 の間には（13）を，点 3，4 の間には（14）を適用すると

$$\left.\begin{aligned} V_4+2\omega_4&=V_2+2\omega_2+\\ &\quad g(-I_0-\bar{I}_f)\Delta t_{4-2}\end{aligned}\right\}\cdots(16)_1$$

$$\left.\begin{aligned} V_4-2\omega_4&=V_3-2\omega_3+\\ &\quad g(-I_0-\bar{I}_f)\Delta t_{4-3}\end{aligned}\right\}\cdots(16)_2$$

但し $\bar{I}_f$ は（15）と同様各区間の平均値をあらわす．

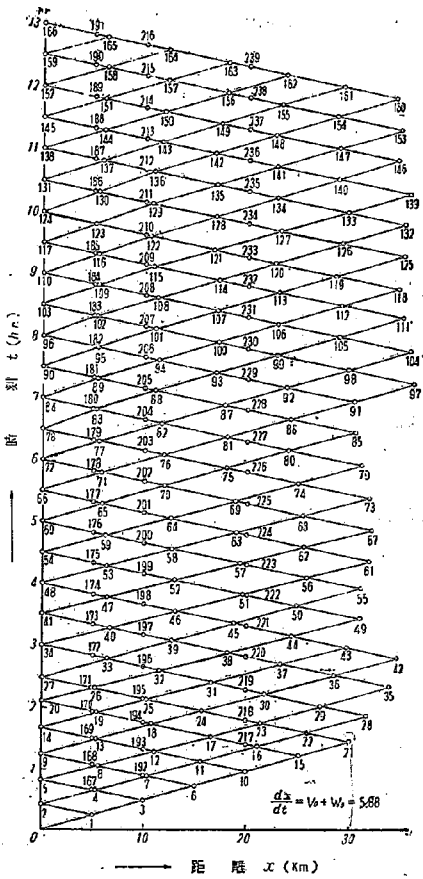


図-2　特性曲線群

が成り立つから，V_4 および ω_4 が計算出来る．

以下同様の操作を繰返してゆけば，$x-t$ 平面上に特性曲線群が出来上り，その各交点で V と ω が順次計算されてゆくわけである．

この例では，ある程度計算を進めた結果 30.0 k を越える上流では，潮汐の影響が実用的には無視して差支えない程に減衰してしまう事がわかつたので，以後の計算には 30.0 k を越える部分はすべて等流状態であるとした．

実際計算するに当つて，最初に仮定する特性曲線の勾配が当を得ないと，同じ操作を幾度も繰返えさなけれ

ばならないが，運動の状態を考えながら次の点に於ける2本の特性曲線の勾配が増すか減るか概略の見当をつけてさえおけば，無駄な労力を省く事が出来る．

特性曲線群が出来上つた後，所要の位置に交点が来ていない時は，隣接2点間で内挿を行うが，それには全微分の関係

$$\left.\begin{aligned} dV&=\frac{\partial V}{\partial x}dx+\frac{\partial V}{\partial t}dt \\ d\omega&=\frac{\partial \omega}{\partial x}dx+\frac{\partial \omega}{\partial t}dt \end{aligned}\right\}$$

を利用すればよい．

今の計算で，5.0 k；10.0 k；20.0 k の地点に於ける値（表-3，4，5）は，すべてこの方法で計算した．

〔2〕 計算の技巧

(15) 或は (16) の運算をするのに次の様な技巧が便利である．[4]

右辺第2項 $g(-I_0-I_f)$ を Y と書けば

$$Y=g(-I_0-I_f)=g\left(-I_0-\frac{|V|V}{c^2h}\right)=g\left(-I_0-\frac{g}{c^2}\frac{|V|V}{\omega^2}\right)$$

であるから，こゝで更に

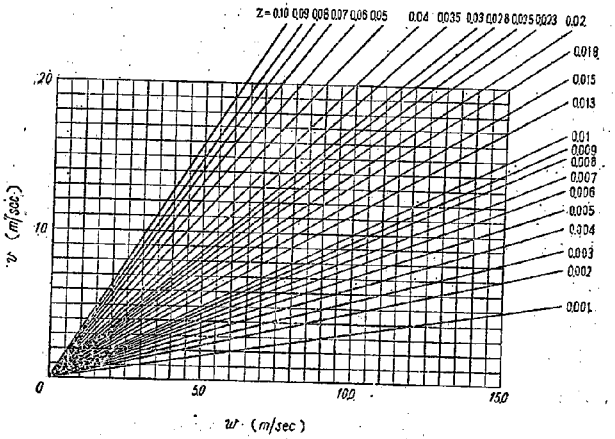


図-3 $Z=\left(\frac{V}{\omega}\right)^2$ の表

4) この技巧は，普通の背水曲線の数値計算の際にも利用する事ができる．
P. N. Lin: Discussion of "Unsteady flow in open channels", by Putman. Trans. A. G. U. Vol. 30, No. 2, Apl. 1949.
H. Rouse: Engineering Hydraulics, 1950.

$$Z=\frac{|V|V}{\omega^2}$$

とおけば，

$$Y=g'-I_0=\frac{g}{c^2}Z$$

となり，Y と Z は直線関係になり，抵抗の区間平均を求めるのが容易になる．

図-3 に $V-\omega-Z$ の図表を示しておいた．

若し Manning の公式を使えば

$$I_f=n^2g^{1/3}\frac{|V|V}{\omega^{5/3}}$$

となるから，Z としては

$$Z=\frac{|V|V}{\omega^{5/3}}$$

を使う事になる．

〔3〕計 算 結 果

図-4 (a)~(d) は，0.0 k，5.0 k，10.0 k，20.0 k 4地点の水深，流速の時間的変化を示したものである．水深，流速とも等流時のものを基準にした．

図から，水深（即ち水位）の Peak と流速の Peak との時間のずれ，上流へ行くにつれての水位，流速の振幅の減少が，はっきりとわかる．

図-5 は，定流としての背水曲線と，上記各地点の水深の最大値，最小値とを比較したものである．今の例では堰上背水，低下背水両曲線に囲まれる範囲に現象がおさまつている様であつた．

なお表-1, 2, 3, 4, 5 に各点の計算値を示した．

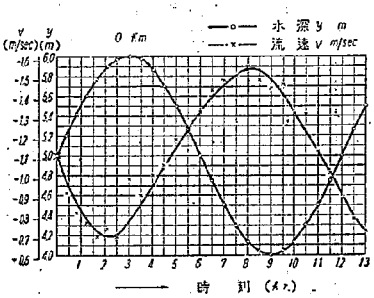


図-4 (a)

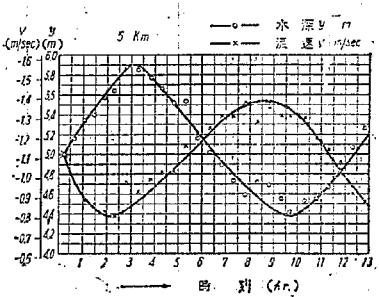


図-4 (b)

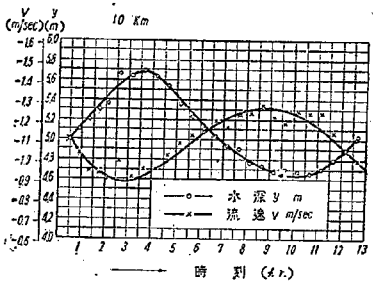


図-4 (c)

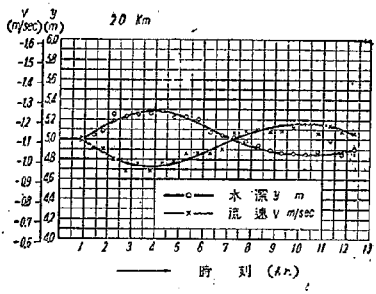


図-4 (d)

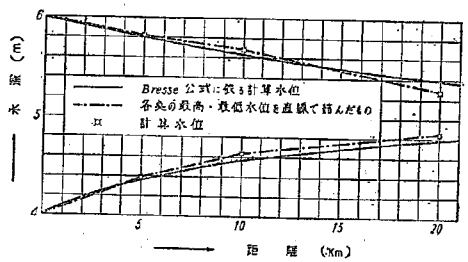


図-5

表-1 各交点の計算値

No.	位置	時刻	流速 V(m/sec)	波速 ω(m/sec)	水深 y(m)
	km	時間:分			
0	0.0	0:0	−1.12	7.00	5.00
1	5.0	0:14	−1.12	7.00	5.00
2	0.0	0:24	−0.93	7.14	5.13
3	10.0	0:30	−1.12	7.00	5.00
4	5.2	0:33	−1.00	7.08	5.11
5	0.0	0:49	−0.83	7.29	5.42
6	15.0	0:43	−1.12	7.00	5.00
7	10.4	0:52	−1.07	7.05	5.07
8	5.6	1:02	−0.93	7.18	5.26
9	0.0	1:14	−0.78	7.41	5.60
10	20.0	0:57	−1.12	7.00	5.00
11	15.5	1:06	−1.07	7.03	5.03
12	11.0	1:18	−1.00	7.10	5.14
13	5.4	1:28	−0.89	7.24	5.34
14	0.0	1:40	−0.71	7.52	5.77
15	25.2	1:12	−1.12	7.00	5.00

16	21.0	1：21	−1.09	7.01	5.02
17	16.4	1：30	−1.05	7.05	5.07
18	10.8	1：42	−0.99	7.15	5.22
19	5.4	1：54	−0.85	7.35	5.52
20	0.0	2：03	−0.75	7.60	5.90
21	30.0	1：26	−1.12	7.00	5.00
22	25.8	1：35	−1.11	7.02	5.03
23	21.3	1：44	−1.10	7.03	5.04
24	15.6	1：55	−1.03	7.10	5.14
25	10.3	2：05	−0.93	7.23	5.33
26	4.8	2：18	−0.82	7.43	5.63
27	0.0	2：28	−0.71	7.65	5.97
28	31.5	1：51	−1.12	7.00	5.00
29	27.2	2：00	−1.11	7.01	5.02
30	21.8	2：11	−1.05	7.06	5.09
31	16.4	2：23	−0.99	7.31	5.45
32	11.1	2：34	−1.03	7.39	5.57
33	6.0	2：46	−0.98	7.55	5.82
34	0.0	3：00	−1.00	7.67	6.00
35	33.8	2：19	−1.12	7.00	5.00
36	28.4	2：30	−1.12	7.00	5.00
37	23.5	2：41	−0.96	7.13	5.19
38	18.1	2：52	−0.96	7.22	5.32
39	12.6	3：04	−0.94	7.34	5.50
40	6.7	3：16	−0.93	7.47	5.54
41	0.0	3：30	−0.92	7.65	5.98
42	34.6	2：46	−1.12	7.00	5.00
43	29.8	2：57	−1.12	7.00	5.00
44	24.4	3：08	−1.00	7.11	5.16
45	18.6	3：20	−1.00	7.21	5.30
46	13.0	3：32	−0.97	7.35	5.51
47	6.4	3：46	−0.97	7.48	5.71
48	0.0	4：00	−1.02	7.58	5.87
49	30.7	3：25	−1.12	7.00	5.00
50	25.0	3：38	−1.01	7.11	5.16
51	19.6	3：49	−0.94	7.21	5.30
52	13.1	4：03	−0.97	7.32	5.47
53	6.4	4：16	−1.01	7.43	5.63
54	0.0	4：30	−1.07	7.48	5.70
55	31.0	3：54	−1.12	7.00	5.00
56	25.8	4：05	−0.98	7.10	5.14
57	19.4	4：19	−1.00	7.19	5.23
58	12.9	4：33	−1.00	7.28	5.40
59	6.2	4：47	−1.04	7.37	5.54
60	0.0	5：00	−1.20	7.34	5.50

61	31.8	4：22	−1.12	7.00	5.00
62	25.7	4：34	−1.02	7.09	5.13
63	19.1	4：48	−1.01	7.17	5.25
64	12.5	5：03	−1.02	7.25	5.36
65	5.9	5：17	−1.12	7.24	5.34
66	0.0	5：30	−1.24	7.18	5.26
67	32.0	4：51	−1.12	7.00	5.00
68	25.6	5：05	−1.05	7.09	5.13
69	18.9	5：19	−1.05	7.17	5.25
70	12.0	5：34	−1.11	7.19	5.28
71	6.0	5：47	−1.16	7.17	5.25
72	0.0	6：00	−1.34	7.00	5.00
73	31.7	5：22	−1.12	7.00	5.00
74	25.0	5：36	−1.04	7.08	5.11
75	18.0	5：51	−1.06	7.12	5.18
76	12.0	6：04	−1.10	7.12	5.18
77	5.8	6：18	−1.20	7.06	5.09
78	0.0	6：30	−1.45	6.82	4.75
79	31.0	5：53	−1.12	7.00	5.00
80	24.1	6：08	−1.07	7.05	5.09
81	18.0	6：21	−1.12	7.03	5.11
82	11.6	6：34	−1.14	7.07	5.10
83	5.2	6：43	−1.27	6.98	4.98
84	0.0	7：00	−1.50	6.64	4.50
85	30.3	6：25	−1.12	7.00	5.00
86	24.3	6：38	−1.07	7.03	5.04
87	17.8	6：52	−1.07	7.03	5.04
88	10.9	7：05	−1.13	7.00	5.00
89	5.3	7：18	−1.27	6.87	4.82
90	0.0	7：30	−1.52	6.49	4.29
91	30.2	6：55	−1.12	7.00	5.00
92	23.7	7：09	−1.03	7.03	5.04
93	16.9	7：24	−1.15	7.01	5.02
94	11.1	7：36	−1.19	6.96	4.95
95	5.3	7：48	−1.34	6.77	4.67
96	0.0	8：00	−1.57	6.36	4.13
97	36.1	7：12	−1.12	7.00	5.00
98	29.6	7：26	−1.10	7.01	5.02
99	22.7	7：41	−1.12	7.01	5.02
100	16.9	7：54	−1.16	6.98	4.98
101	11.1	8：06	−1.26	6.89	4.85
102	5.2	8：18	−1.22	6.71	4.59
103	0.0	8：30	−1.50	6.29	4.04
104	35.8	7：44	−1.12	7.00	5.00
105	28.8	7：58	−1.12	7.00	5.00

106	22.8	8：11	−1.13	6.99	4.99
107	17.0	8：23	−1.17	6.95	5.94
108	11.2	8：36	−1.22	6.86	4.82
109	5.4	8：49	−1.31	6.68	4.55
110	0.0	9：00	−1.46	6.26	4.00
111	34.9	8：16	−1.12	7.00	5.00
112	29.0	8：28	−1.12	6.99	4.99
113	22.9	8：41	−1.15	6.98	4.98
114	16.9	8：54	−1.16	6.92	4.89
115	11.0	9：07	−1.20	6.83	4.76
116	5.2	9：19	−1.29	6.64	4.50
117	0.0	9：30	−1.48	6.29	4.04
118	34.6	8：44	−1.12	7.00	5.00
119	28.4	8：57	−1.11	6.99	4.99
120	22.5	9：10	−1.11	6.93	4.90
121	16.6	9：22	−1.16	6.89	4.85
122	10.6	9：35	−1.17	6.80	4.72
123	5.0	9：48	−1.31	6.58	4.42
124	0.0	10：00	−1.33	6.36	4.13
125	35.0	9：16	−1.12	7.00	5.00
126	29.0	9：29	−1.16	6.97	4.97
127	23.1	9：41	−1.17	6.94	4.92
128	16.6	9：55	−1.18	6.89	4.85
129	10.8	10：07	−1.26	6.81	4.73
130	5.3	10：19	−1.29	6.63	4.48
131	0.0	10：30	−1.33	6.49	4.30
132	35.0	9：47	−1.12	7.00	5.00
133	29.5	9：58	−1.13	6.97	4.97
134	22.5	10：13	−1.15	6.93	4.90
135	16.6	10：25	−1.21	6.88	4.83
136	10.8	10：37	−1.20	6.79	4.70
137	5.6	10：49	−1.22	6.68	4.55
138	0.0	11：00	−1.14	6.64	4.50
139	34.7	10：16	−1.12	7.00	5.00
140	28.6	10：30	−1.16	6.96	4.95
141	22.7	10：43	−1.15	6.93	4.90
142	16.6	10：55	−1.15	6.89	4.85
143	11.6	11：06	−1.20	6.81	4.73
144	6.0	11：17	−1.20	6.75	4.65
145	0.0	11：30	−1.03	6.82	4.75
146	34.4	10：48	−1.12	7.00	5.00
147	28.6	11：00	−1.16	6.97	4.97
148	22.5	11：13	−1.15	6.95	4.94
149	17.2	11：24	−1.20	6.90	4.86
150	11.8	11：36	−1.17	6.85	4.79

151	5.9	11:47	−1.14	6.84	4.78
152	0.0	12:00	−0.92	7.00	5.00
153	34.8	11:18	−1.12	7.00	5.00
154	28.5	11:31	−1.10	6.97	4.97
155	23.2	11:42	−1.10	6.92	4.89
156	17.9	11:53	−1.16	6.89	4.85
157	12.1	12:05	−1.16	6.87	4.82
158	6.2	12:17	−1.01	6.94	4.92
159	0.0	12:30	−0.80	7.18	5.26
160	34.3	11:48	−1.12	7.00	5.00
161	29.1	11:59	−1.18	6.97	4.97
162	23.6	12:10	−1.15	6.94	4.92
163	18.0	12:22	−1.15	6.91	4.88
164	12.1	12:34	−1.10	6.93	4.90
165	6.1	12:46	−0.96	7.06	5.09
166	0.0	13:00	−0.74	7.34	5.50

表-2 0.0kの計算値

No	時刻	流速 V(m/sec)	波速 w(m/sec)	水深 y(m)
	時間：分			
0	0:00	−1.12	7.00	5.00
2	0:24	−0.93	7.14	5.20
5	0:49	−0.83	7.29	5.42
9	1:14	−0.78	7.41	5.60
14	1:40	−0.71	7.52	5.77
20	2:06	−0.75	7.60	5.90
27	2:28	−0.71	7.65	5.97
34	3:00	−1.00	7.67	6.00
41	3:30	−0.92	7.65	5.98
48	4:00	−1.02	7.58	5.87
54	4:30	−1.07	7.48	5.70
60	5:00	−1.20	7.34	5.50
66	5:30	−1.24	7.18	5.26
72	6:00	−1.34	7.00	5.00
78	6:30	−1.45	6.82	4.75
84	7:00	−1.50	6.64	4.50
90	7:30	−1.52	6.49	4.29
96	8:00	−1.57	6.36	4.13
103	8:30	−1.50	6.29	4.04
110	9:00	−1.46	6.26	4.00
117	9:30	−1.48	6.29	4.04
124	10:00	−1.33	6.36	4.13
131	10:30	−1.33	6.49	4.30
138	11:00	−1.14	6.64	4.50

145	11：30	−1.03	6.82	4.75
152	12：00	−0.92	7.00	5.00
159	12：30	−0.80	7.18	5.26
166	13：00	−0.74	7.34	5.50

表-3　5.0 k の 計 算 値

No	時　刻	流　速 V(m/sec)	波　速 w(m/sec)	水　深 y(m)
	時間：分			
1	0：14	−1.12	7.00	5.00
167	0：38	−0.97	7.11	5.16
168	1：04	−0.89	7.24	5.34
169	1：28	−0.87	7.28	5.40
170	1：55	−0.83	7.39	5.57
171	2：19	−0.81	7.44	5.64
172	2：49	−0.98	7.59	5.88
173	3：19	−0.93	7.57	5.85
174	3：49	−0.99	7.52	5.77
175	4：19	−1.03	7.45	5.66
176	4：49	−1.03	7.35	5.52
177	5：19	−1.16	7.22	5.32
178	5：49	−1.22	7.11	5.16
179	6：19	−1.25	7.01	5.02
180	6：49	−1.31	6.92	4.89
181	7：19	−1.31	6.81	4.73
182	7：49	−1.38	6.71	4.59
183	8：19	−1.28	6.80	4.72
184	8：49	−1.35	6.78	4.69
185	9：19	−1.31	6.68	4.55
123	9：48	−1.31	6.58	4.42
186	10：19	−1.30	6.66	4.53
187	10：49	−1.20	6.68	4.55
188	11：19	−1.14	6.77	4.67
189	11：49	−1.08	6.88	4.83
190	12：19	−0.92	7.05	5.07
191	12：49	−0.88	7.18	5.26

表-4　10.0 k の 計 算 値

No	時　刻	流　速 V(m/sec)	波　速 w(m/sec)	水　深 y(m)
	時間：分			
3	0：29	−1.12	7.00	5.00
191	0：53	−1.05	7.07	5.10
193	1：18	−0.96	7.14	5.20
194	1：44	−0.95	7.21	5.30

195	2：07	−0.92	7.25	5.36
196	2：37	−1.01	7.45	5.66
197	3：09	−0.93	7.44	5.64
198	3：39	−0.97	7.47	5.69
199	4：09	−0.97	7.43	5.63
200	4：39	−1.04	7.37	5.54
201	5：08	−1.10	7.25	5.36
202	5：38	−1.14	7.16	5.23
203	6：08	−1.17	7.08	5.11
204	6：38	−1.21	7.02	5.03
205	7：08	−1.18	6.95	4.93
206	7：38	−1.24	6.93	4.90
207	8：08	−1.25	6.83	4.76
208	8：38	−1.29	6.81	4.73
209	9：08	−1.23	6.77	4.67
210	9：37	−1.20	6.78	4.69
211	10：09	−1.26	6.77	4.67
212	11：39	−1.20	6.75	4.65
213	11：09	−1.20	6.79	4.70
214	11：39	−1.15	6.85	4.79
215	12：09	−1.06	6.92	4.89
216	12：39	−1.01	7.02	5.03

表-5 20.0 k の 計 算 値

No	時 刻	流 速 V(m/sec)	波 速 w(m/sec)	水 深 y(m)
	時間：分			
10	0：57	−1.12	7.00	5.00
217	1：23	−1.08	7.03	5.04
218	1：46	−1.07	7.05	5.08
219	2：15	−1.02	7.17	5.25
220	2：47	−0.96	7.16	5.23
221	3：17	−1.00	7.17	5.25
222	3：48	−0.96	7.18	5.26
223	4：18	−1.00	7.19	5.28
224	4：47	−1.01	7.15	5.22
225	5：17	−1.05	7.15	5.22
226	5：47	−1.05	7.14	5.20
227	6：17	−1.05	7.05	5.07
228	6：47	−1.07	7.03	5.04
229	7：17	−1.15	7.01	5.02
230	7：47	−1.16	6.98	4.98
231	8：17	−1.17	6.95	4.94
232	8：47	−1.16	6.92	4.89
233	9：15	−1.16	6.90	4.86

234	9：47	−1.18	6.90	4.86
235	10：18	−1.20	6.89	4.85
236	10：48	−1.15	6.91	4.88
237	11：18	−1.19	6.99	4.99
238	11：48	−1.16	6.89	4.85
239	12：18	−1.15	6.93	4.90

参　考　文　献

1. J. Massau : Mémoire sur L'integration graphique des équation aux dériuées partielles. Annales de L'association des ingenieurs sortis de Écoles Speciales de Gand ; Vol. 23, 1900, p. 95.
2. A. Craya : Calcul des régimes variable dans les canaux, La Houille Blanche. Vol. 1, No. 1, 1945-46, p. 19.
3. R. Ré : Étude du lâche instantane d'une retenue d'eau dan un canal par la méthod graphique. La Houille Blanche, Vol. 1, No. 3, 1946.
4. J. J., Stoker : The formation of breakers and bores. Communications on Applied Mathematics, N. Y. University, Vol. 1, No. 1, 1948.
5. H. J., Putman : Unsteady flow in open channels Trans. A. G. V. Part II. Vol. 29, Apl., 1948.
6. P. N. Lin : Unsteady flow problems from Massau's line of attack. M. S. thesis, State University of Iowa, June, 1947.
7. P. N. Lin : Discussion of "Unsteady flow in open channels", by Putman. Trans. A. G. U. Vol. 30, No. 2, Apl. 1949.
8. H. Rouse : Engineering Hydraulics. 1950, p. 640-643, p. 699-707, p. 745-748.

沖積河川の河道設計法

―斐伊川改修計画樹立のための基本的問題についての調査報告―

建設技官　吉　川　秀　夫
建設技官　曾　根　義　治

（昭和27年7月）

目　次

Ⅰ　概　説……（1）
Ⅱ　斐伊川の現況……（2）
〔1〕概　況……（2）
〔2〕利水状況……（4）
〔3〕河床変化の状況……（5）
Ⅲ　現地調査……（8）
〔1〕現地調査の概要……（8）
〔2〕調査結果……（9）
Ⅳ　河道の設計……（18）
〔1〕概　説……（18）
〔2〕河道設計法……（19）
〔3〕斐伊川河道の設計……（20）
Ⅴ　結　語……（26）

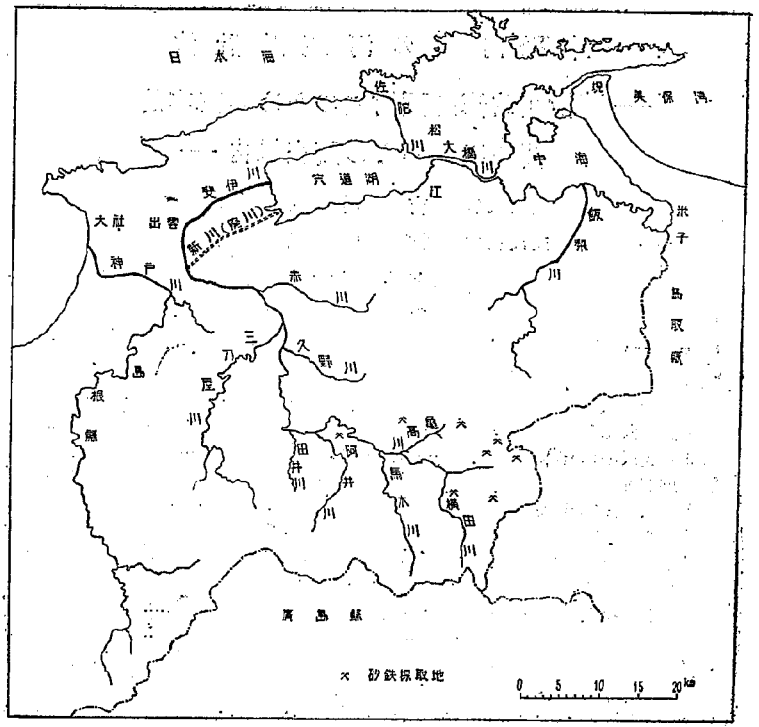
Ⅰ　概　説

斐伊川は中国山脈に水源を発し，宍道湖に流入する，流路延長 85 km，流域面積 1,000 km²，計画高水量 3,600 m³/sec，渇水流量約 18 m³/sec，改修区域（河口より 15.2 km まで）内の河床勾配は約 1/1,000 の河川である．図―1 に水系の平面図を示す．

その上流島根県仁多郡一帯は砂鉄採取が盛んであり，毎年秋から翌年春にかけて掘鑿採集をするので，河川の流出土砂量は甚だしく多く，そのために下流部の河床は年々上昇し，河積が減少し，洪水の危険に曝されており，又堤体の浸潤が甚だしく増大している現状である．

本調査は洪水を如何にして安全に河道内におさめるかにつき検討する事が主目的であるが，そのために年間どの程度の土砂量が下流に流送されるか，砂鉄採集がその量に如何程の影響を与えているかを明らかにし，河床の洗掘，或いは堆積が場所的，時間的に変化する状態を調べて，流砂に対して平衡状態にある様な低水路断面を決定して，河積の自然的維持を図ろうとする．

調査は中国，四国地方建設局と土木研究所とが分担して当り，昭和 24 年度より継続して行われた．砂鉄採集に依る排出土砂量並びに堤防の安定に関しては研究所砂防研究室が担当したのでここには触れない．



図—1 斐伊川水系一般図

調査時期は砂鉄採集が流送土砂量に著しく大きな影響を与えると思われる3月の融雪出水期と，6月の出水期と，この影響が左程大きくないと考えられる9月の出水期の3期に分けて各々について，下流部の数ケ所において，いろいろの水位の場合に流砂量を測定するという計画で実施された．

斐伊川に於ては流送土砂は主として浮游に依り生ずるものであると考えられるので，浮游流砂量の測定に主力を注ぎ，掃流土砂については相当の影響があるものと考えられるが，之については現在研究中の段階にあり未だ結論が得られていないので，今後研究する事としこの点は保留する事とした．

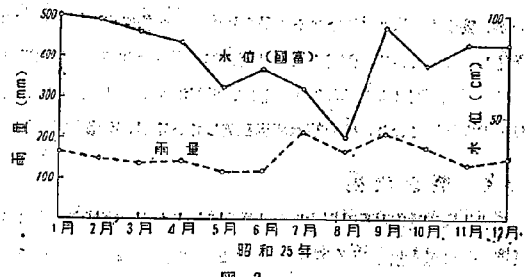
Ⅱ 斐伊川の現況

〔1〕 概　況

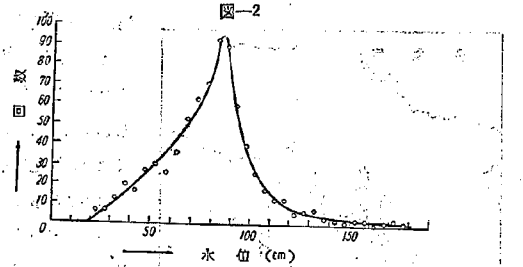
斐伊川の水源地帯の地質は相当風化の進んだ花崗岩であり，そのために流送土砂が多く，且つ砂鉄を採取するために此の傾向を助長しているので河床は上昇し，洪水に対して危険な状態にある．即ち河床は改修区域内

では堤内地田面より平均 2m 位も高く，淵の部分では約 3m も高い状況にあり，又現在の築堤高は最高約 8.5m に達し，砂質土に依る築堤のために，堤体よりの漏水多く，洪水時には堤体の危険性がある．

洪水は明治 26 年 10 月に大出水があり，最大流量 3,600 m³/sec に達し，又近年では昭和 18 年 9 月と昭和 20 年 9 月とに大洪水があり，昭和 18 年 9 月の洪水では堤防は欠潰し，堤内に氾濫した．この時の流量は実測されていないので不明であるが，量水標水位並びに二量水標間の水位差から推定すれば，最大約 2,500 m³/sec に達したものと思われる．昭和 20 年の場合も約2,500 m³/sec であつたと推定される．

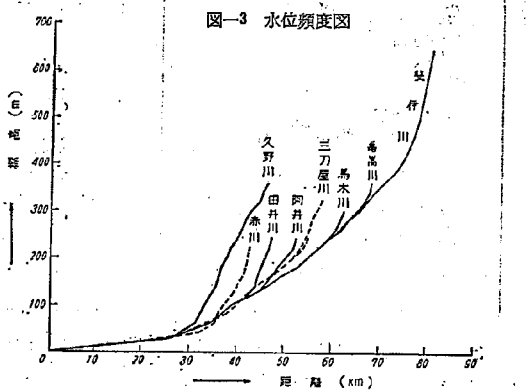


図—2



図—3　水位頻度図

次に国富量水標の昭和 25 年に於ける月平均水位を調べてみると図—2 の如くであり，秋から冬にかけて水位は高く，春，夏は比較的水位が低い事が判る．流域の雨量を調べてみると年平均約 1,800 mm 程度（昭和 25 年）であり，年間の月別平均雨量は図—2 に示す如く夏季に割合に多い．この事は夏季においては洪水の形で流出する事と，灌漑用水として相当量の水が使用される事に依るものと思われる．なお月平均水位の最高は 1 月に生じている．



図—4　縦断図

又国富量水標に於ける昭和 25 年中の年間水位頻度を調べてみると図—3 の如くなり，最多水位は 0.85 m 位になつている．

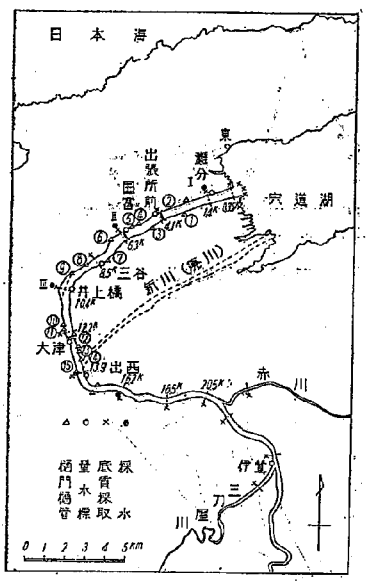
次に河況についてみるに，斐伊川の本，支川の縦断形状は図—4 の如くであり，上流部では勾配 1/100 位であり，下流部即ち改修区域では約1/1,000の勾配になつており，河川全体としては比較的綺麗な縦断形状を示している．即ち我が国の原状地河川によく見られる様に，山間部と平地部とで河床縦断が折れているものが多

いが，斐伊川ではこの様なことが見られない．又支流の本川への流入の仕方も合流点附近で両者の勾配がほゞ等しくなつている．例外として久野川が相当急な勾配で本川に流入している．

改修区域（河口より 15.2 km 迄）の河幅は 570 m 乃至 300 m であり，現在は河口より 8 km 迄の区間には洲が現われており，低水路は相当乱流しているが，改修区域全体は大体単断面になつている．

〔2〕 利水状況

斐伊川は平地部の農業用水として利用されており，直接斐伊川より取水している樋門，樋管は改修区域だけで図—5 に示す如く 15 ケ所もあり，之よりの総取水量は 11.89 m³/sec（斐伊川工事々務所調査—1）となり，河川の渇水流量に比較する量となる．



図—5　観測一般図

この事は平水時の河道維持に相当の影響を及ぼしているものと思われる．即ち下流部では灌漑期には取水のため流量が少なくなり，上流より流送されて来た土砂を運び得なくなり，河道に堆積する事が考えられる．

なおこの事と関連して河床は花崗岩の風化物である粗砂からなつているので，透水度がよく，河水は地下に滲透するために下流に流下するに従つて流量が漸減し，河道に同じ影響を与えている．この点については我々の実測より大体の傾向を認める事が出来たが，測定精度があまりよくなかつたので量的関係を明らかにする事は出来なかつた．

農業用水の他斐伊川は砂鉄採取に利用されている．本川上流部の仁多郡一帯では従来より砂鉄の採取が盛んであり，風化した花崗岩を流水で選鉱

表—1

番号	名称	取水量	灌漑面積 田	灌漑面積 畑	灌漑面積 計
		m³/sec	町歩	町歩	町歩
1	島村樋管	0.31	60.1	3.0	63.1
2	灘分樋管	0.39	120.0	5.0	125.0
3	出東樋管	1.81	422.1	30.0	452.1
4	浜井手樋管	1.15	351.6	36.3	387.9
5	竿井手樋管	1.30	255.6	26.1	281.7
6	三ケ村樋管	0.38	114.8	10.6	125.4
7	千巻樋管	0.37	146.5	11.3	157.8
8	国富樋管	0.28	75.0	5.8	80.8
9	登立樋管	0.42	148.0	18.2	166.2
10	武志樋管	1.26	37.3 585.5	14.8 59.0	52.1 644.5
11	町上樋管	0.55	256.9	19.9	276.8
12	神立樋管	1.05	655.0	56.3	711.3
13	島越樋管	0.41	159.9	19.8	179.7
14	新川樋管	2.04	971.3	78.2	1,049.5
15	畑田樋管	0.16	45.0	1.0	46.0
	計	11.89			4,799.5

して砂鉄を採取しているために河川に相当量の土砂が排出され，下流部改修区域の堆積の原因となつていると云う事が言われている．

年間の砂鉄採取量およびそれに伴う排出土砂量は表—2 の如くである．

表—2　斐伊川流域に於ける砂鉄採取量および排出土砂量

年次	砂鉄採取量	排出土砂量
大正 7 年～14 年	4,000 ton	158,800 m³
昭和 1 年～10 年	3,750	148,875
昭和 11 年～14 年	10,000	397,000
昭和 15 年	3,400	134,980
16 年	3,547	140,816
17 年	3,099	123,030
18 年	2,271	90,159
19 年	1,865	74,040
20 年	1,344	53,357
21 年	800	31,760
22 年	582	23,105
23 年	0	0
24 年	2,010	79,797
(32 年間) 計	43,068 ton	1,455,720 m³

砂鉄採取者：国産工業安来製鋼所（後日立安来工場），帝国製鉄 K. K.，桜井氏．
砂鉄採取量は日立安来工場の調査に依る．
排出土砂量は地建調査による．

〔3〕 河床変化の状況

斐伊川に於ては砂鉄採取等のため年々河床が上昇し，洪水に対して危険な状態になつてきていると云う事が言われている．

過去の河床の変動状況を数量的に明らかにする事が計画に対して重要なる要素であると考えられるが，過去の実測された横断測量の資料は甚だ少く，之からは明らかにする事は出来ないので，各量水標に於ける平均低水位（平均水位以下の水位の平均値）を過去の水位記録から計算し，之により過去の河床変動の大勢を推定する．従来の調査結果より平均低水位の変動はほぼ河床の変動と考えてよい様である．

昭和6年より昭和25年迄の水位記録より，斐伊川本川の伊萱（25.620 粁），出西（15.466 粁），大津（12.437 粁），国富（6.300 粁），灘分（1.200 粁）の 5 地点に於て，又宍道湖の東量水標について平均低水位を計算し，図—6 および表—3 に示す如き結果を得た．宍道湖には更に多くの量水標があり，それ等についても計算を行つたが，東量水標に於けるものと大差なく，こゝでは省略する．なお 20 年間に量水標の付け換えおよび地点の移動等が相当あり，実際の河床変動を表わさない恐れがあるので，この点については斐伊川工事々務所に依頼して出来る限り過去の記録を調べていたゞき，平均低水位に補正を加えてあるので，図に示した変動は斐伊川の河床変動と考えてよいと思われる．

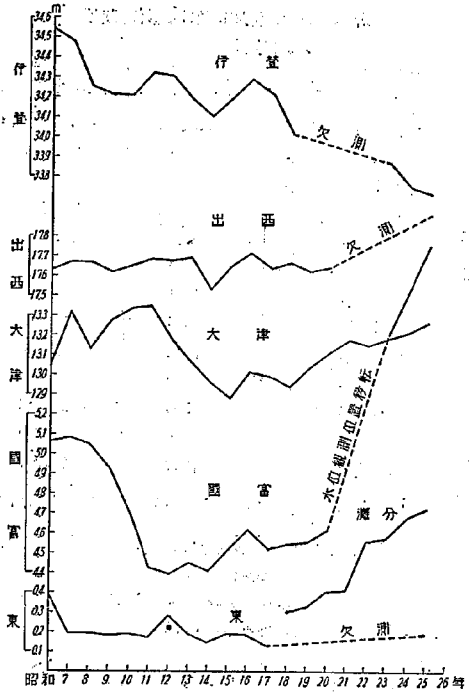
同図より河床変動の状況は次の如くであつたと推定される．

（1） 昭和 16 年以降は派川の新川を締切つているが，その影響は殆んど河床変化には表われていない．

（2） 上流部の伊萱地点に於ては，河床は年々低下しているものと思われる．河床低下率は平均 1 年当り約 4.5 cm 程度である．

（3） 改修区域内は昭和 10～15 年頃迄は河床低下を示しているが，それ以後は総て河床は上昇しており，下流程上昇率は大きい．国富量水標では急激に上昇した事になつているが，之は量水標を約 1 km 上流に移設したためで，移設による補正を行う事が出来なかつたために生じたものである．

（4） 出西地点では近年河床は上昇しているが，以前は大体安定していたものと思われる．



図—6 斐伊川水系量水標年平均低水位変化図

(5) 灘分地点では昭和 17 年以前は量水標が設置されていなくて，以前の変化を知る事は出来ないが，以後は平均1年当り約 7.5 cm 程度の河床上昇をなしている．

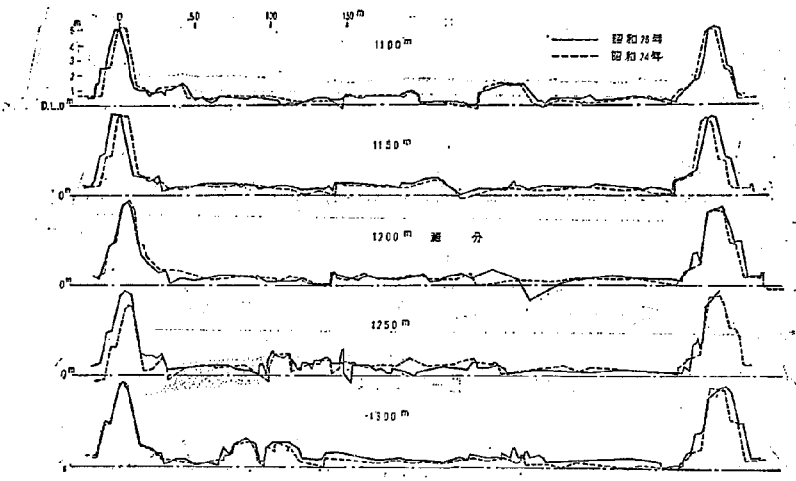
(6) 宍道湖内では平均低水位の変化は殆んど認められない．

次に横断測量の結果より河床変動の状況を調べてみる．実測されている横断資料があるのは昭和 24 年および 26 年の二回のみであり，二回の間の時間が短いので，之より河床変動を知る事は無理と思われるが，この二回の横断測量を比較してみれば図—7 の如くなる．同図より判る如く各断面では2年間に河床は殆んど変化していなく，変化は測量誤差の範囲内にある様である．但し 6.300 km の断面では洲の部分が幾分高く，且つ大きくなつている事が認められる．この断面は灘分量水標の位置に当り，平均低水位より求められた結果と一致する．なお平均低水位の変化より推定され

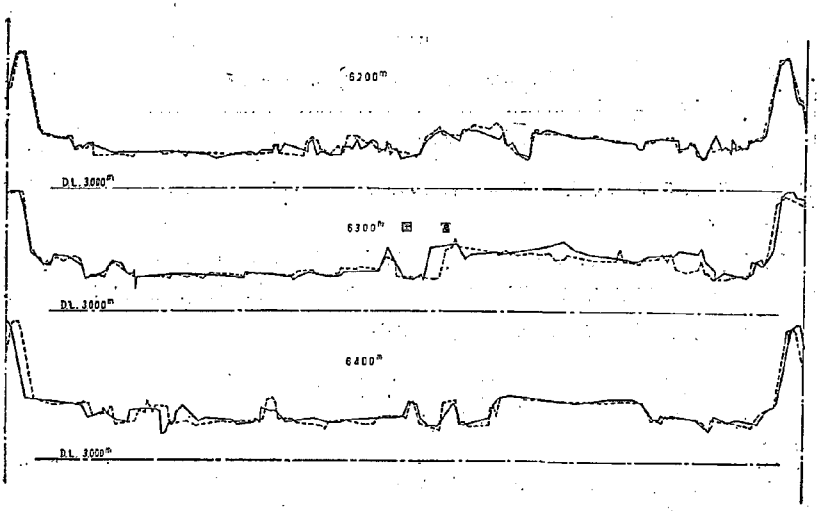
表—3 斐伊川年平均低水位表（零点基準は現在）

場所名	距離	昭 6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	km	m									
伊萱	25.620	34.541	34.478	34.248	34.213	34.208	34.318	34.302	34.182	34.098	34.187
出西	15.466	17.628	17.667	17.656	17.614	17.646	17.678	17.729	17.684	17.529	17.642
大津	12.437	13.049	13.315	13.130	13.271	13.327	13.343	13.172	13.058	12.956	12.877
国富	5.560→6.300	5.060	5.080	5.045	4.927	4.694	4.423	4.389	4.445	4.408	4.515
灘分	1.200										
東	湖	0.390	0.196	0.194	0.181	0.189	0.171	0.281	0.187	0.145	0.190

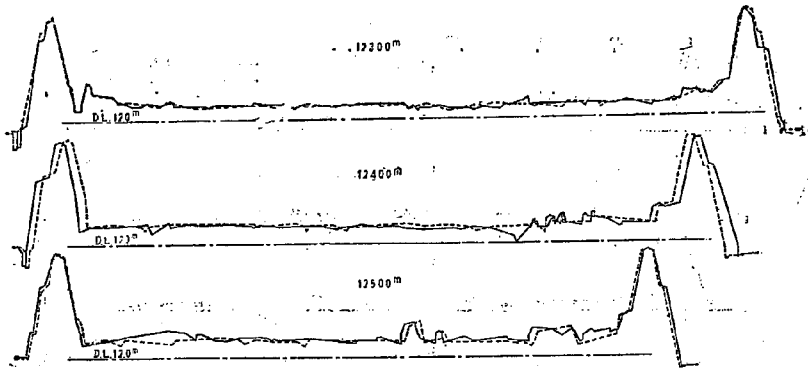
場所名	零点高	昭 16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	m										
伊萱	33.612	34.280	34.107	34.008					33.861	33.735	33.705
出西	15.741	17.710	17.630	17.657	17.618	17.636					17.899
大津	12.236	13.010	12.987	12.936	13.032	13.106	13.168	13.146	13.177	13.210	13.260
国富	5.441	4.614	4.520	4.543	4.550	4.612			5.600	5.816	6.041
灘分	0.266			0.602	0.894	0.702	0.710	0.955	0.973	1.074	1.122
東	−0.015	0.186	0.133								0.193


昭和78年
昭和74年
1100m
1150m
1200m 道 分
1250m
1300m

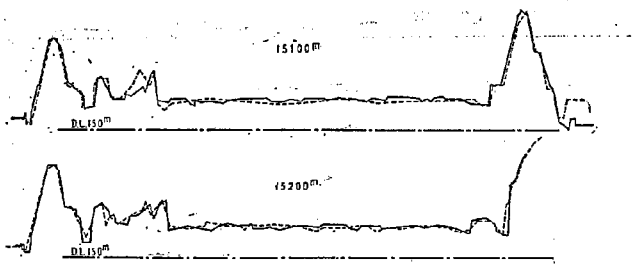
図—7 No. 1


6200m
DL.3000m
6300m 田 蓋
DL.3000m
6400m
DL.3000m

図—7 No. 2



図—7 No. 3



図—7 No. 4

る河床の年変化は 5~7 cm 程度であり，2 ケ年間位の間隔の横断測量では殆んど目に見えた変化をしないのは当然であろう．

結局斐伊川の河床変動は現在では一般に云われている程大きなものではなく，年間 5~7 cm 程度のものであり，上流部では河床低下，下流部では河床上昇の傾向があり，河床上昇の傾向は下流極著しく，且つ河床上昇は主として砂洲の成長に依るものであろうと推定される．

III 現地調査

〔1〕 現地調査の概要

改修区域内では河床材料は可成り細い砂であり，いわゆる掃流流砂量に比較して浮游流砂量が多いと推定されるので，現地調査は浮游流砂量の測定に主力を注いで行われた．

調査は昭和 24 年 9 月，25 年 6 月，26 年 3 月の 3 回，当研究室員が現地に出張して，地方建設局の援助の

下に行つた．調査が3回行われたのは年間の各時季に依る差違を明らかにする意図でなされた．

測定は各回共測定箇所の横断，流速，採水作業が行われ，又全川の底質土砂の採取および量水が行われた．

観測位置は図—5 に示す如くであり，採水および流速測定断面は各回同じであり，河口より 1.7 km 上流(灘分量水標上流側，I—断面と名付ける)，四代橋上流側（河口より 6.3 km 上流，国富量水標上流，II—断面)，井上橋上流側（河口より 10.4 km，伊波野量水標地点，III—断面）の三断面であり，各断面 5~7 箇所，各箇所にて水面から河底の間で 3~6 点で行つた．

3 断面で同時観測を行えば，流量変化の状況および流砂量の距離的変化の状況等を実測より知る事が出来て甚だ便利であるが，観測器材および観測員の不足のため，各断面別個に観測を行い，浮游流砂量と水理量との関係を求める事に主力を注ぎ，この関係から種々の現象を推論すると云う方法をとつた．

観測に用いた器具は流速測定のためにはプライス型電音流速計を，採水には土研型プロペラ式採水器を用いて行つた．

調査を行つた際に殆んど洪水らしい洪水に遭遇しなかつたために，各観測は非常に浅い水深の場合についての観測のみとなり，観測に非常に精度が必要となつた．

〔2〕調査結果

3 ケ年間の現地調査に依り得られた資料を整理した結果は表—4 に示す如くである．

表—4　奏伊川観測結果総括表

年月日	断面	時刻(作業中心)	流積 m^2	流巾 m	平均水深 m	断面平均流速 m/sec	流量 m^3/sec	水面勾配	断面流砂量 kg/sec	n
昭24, 9,11	I		63.36	105.5	0.60	0.68	43.16	0.00107	3.745	0.0342
	II		65.46	180.0	0.36	0.60	39.07	0.00117	2.812	0.0312
	III		78.65	309.0	0.26	0.62	48.34	0.001114	2.306	0.0218
24, 9,12	I		47.76	109.0	0.44	0.62	29.45	0.00108	1.155	0.0306
	II		55.07	156.0	0.35	0.55	29.99	0.00117	1.038	0.0309
	III		63.74	322.5	0.20	0.50	31.96	0.00112	1.311	0.0230
24, 9,14	II		134.79	212.5	0.63	0.72	97.32	0.00113	28.482	0.0338
	III		189.96	327.0	0.58	0.71	134.97	0.001114	31.812	0.0326
24, 9,15	I		66.53	103.0	0.65	0.67	44.63	0.00108	4.528	0.0367
25, 6,23	III		110.82	310.0	0.36	0.49	54.63	0.001107	—	0.0344
25, 6,29	II		154.38	222.0	0.70	0.61	94.14	0.000852	—	0.0378
25, 6,30	I		107.46	122.4	0.88	0.55	58.99	0.000795	3.753	0.0404
25, 7, 5	I		52.90	120.4	0.44	0.45	23.73	0.000776	0.791	0.0359
26, 3, 8	I	16°00′	107.18	127.5	0.84	0.72	77.34+α	0.000792	5.744	0.0349
	III	15°00′	126.94	306.3	0.415	0.66	84.18	0.001113	5.520	0.0282
26, 3,11	II	14°00′	82.79	199.5	0.415	0.595	49.15	0.000928	4.001	0.0266
	III	14°00′	98.34	305.5	0.325	0.63	62.00	0.001119	5.430	0.0252
26, 3,14	I	14°00′	80.16	121.7	0.655	0.70	56.48	0.000804	—	0.0322

昭26, 3,14	Ⅱ	15°00′	81.24	199.5	0.41	0.63	51.32	0.000931	—	0.0263
	Ⅲ	15°00′	86.37	307.3	0.285	0.52	44.98	0.001120	—	0.0280
26, 3,16	Ⅰ	14°00′	68.83	117.7	0.58	0.63	46.98	0.000822	3.188	0.0294
	Ⅱ	14°00′	75.90	196.2	0.39	0.53	43.94	0.000888	2.376	0.0275
26, 3,17	Ⅱ	14°00′	66.49	194.9	0.34	0.52	34.37	0.000896	1.416	0.0282
	Ⅲ	14°00′	73.98	300.1	0.26	0.615	45.46	0.001123	2.391	0.0222
26, 3,23	Ⅱ	15°00′	50.65	197.3	0.26	0.66	33.56	0.000909	1.491	0.0186
	Ⅲ	14°00′	61.28	269.0	0.23	0.56	34.24	0.001122	1.013	0.0225

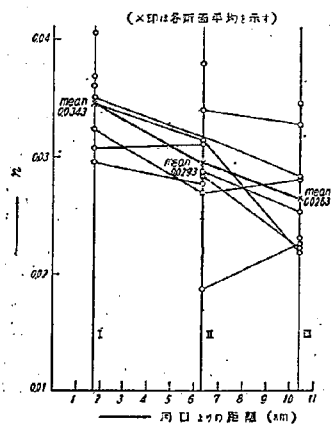
n の平均 0.0298

之より知られる如く，平均水深は 0.2～0.9 m 程度であり，又その際の流量は最大 135 m³/sec で，計画を樹立するための調査としては甚だ不適当であつたが，測定精度を極力上げて目的に適う様に努力した．

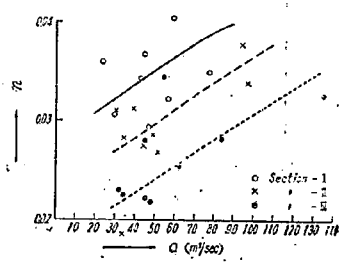
（1）粗度係数

河流の基本となる粗度係数を観測資料より計算してみれば表—4 に示す如くなる．但し粗度係数は Manning の粗度係数 n を用いた．計算された n は 0.019～0.040 の範囲にあり，相当広い範囲に変化している．之は主として河川断面が甚だしく不規則であり，そのために流積および流幅の取り方が適当でないために生じたる誤差と考えられる．そこで之等の n の平均値を計算すれば 0.0298 (m-sec 単位) であり，之を斐伊川に於け粗度係数と考えてよいと思われる．各測定断面に於ける粗度係数は多少異る様で，各観測を通じて Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ断面の順に少さくなつている．即ち下流程粗度係数が大きく，河川断面が下流程不規則になり，洲が多くなつている事と一致した傾向を示している．n の距離的な変化を調べてみれば図—8 の如くになり，各断面の n の平均値は上流程小さくなつている．又 n の流量についての変化は 図—9 に示す如く，各断面共流量が増加するにつれて n の値は増大する傾向がある．然し流量が非常に小さい場合のみであるので，一般的にこの事が云えるかどうかは疑問である．

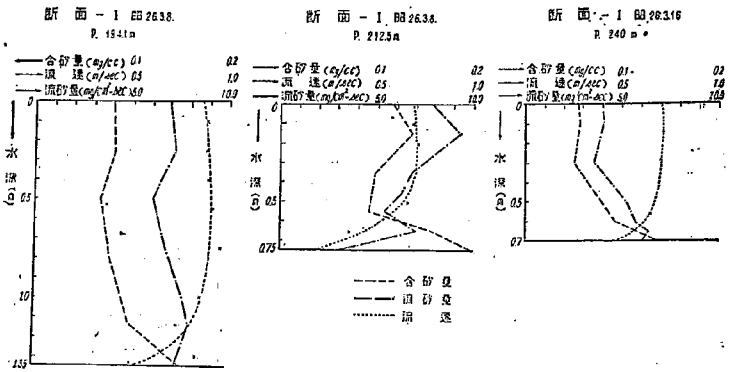
以上の点を考慮して断面改修を行つた場合には，斐伊川改修区域に於ける粗度係数は全区域を通じて n=0.03



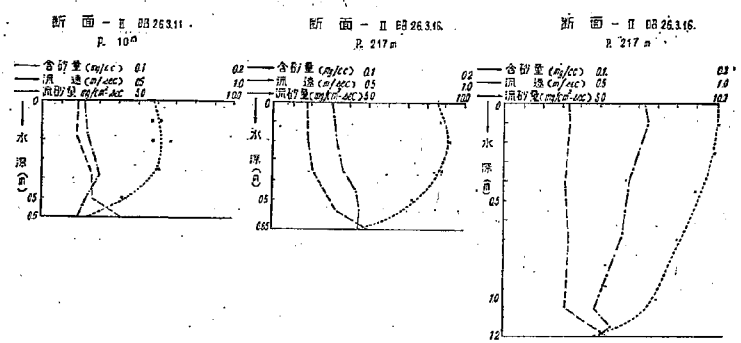
図—8



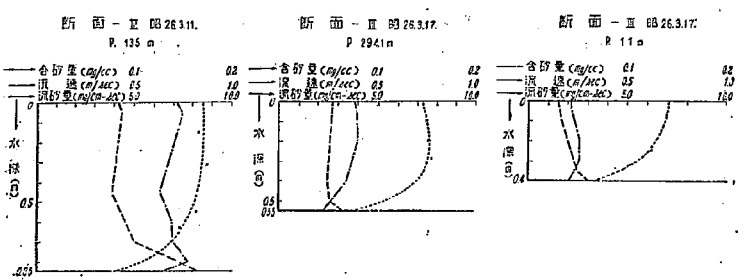
図—9



図—10　No. 1



図—10　No. 2



図—10　No. 3

(m.-sec 単位) と考えてよいと思われる.

(2) 浮游流砂量

流速および含砂量の鉛直分布を観測資料より求め, 或断面を通過する浮游流砂量を求めた. 流速, 含砂量および流砂量の分布の若干の例を示せば 図—10 の如く綺麗な分布を示している.

浮游流砂量については昭和 24 年および 25 年の観測では河床附近の流砂量分布を詳しく調べる目的で採水器に附属曲管を取付けて, 河床近くの採水を行つたため, 河床材料を吸い上げたと推定されるものが相当あり, 両回の観測では含砂量が比較的多すぎる結果となつた.

このため浮游流砂量については主として昭和 26 年3月の観測値に基づいて整理を行い, その結果著者が既に発表した結論を得た.[1]

即ち流量と浮游流砂量との関係を調べれば, 浮游流砂量はほゞ流量の二乗に比例する事を知り, 又半理論的考察より浮游流砂量は水深の二乗と水面勾配の積に比例する事を求め, 斐伊川に於ける観測結果に適用した所, 非常によく一致する事を知つた. 斐伊川では単位幅当りの浮游流砂量を q_s(mg/sec/cm), 水深を H(cm), 水面勾配を I で表わせば

$$q_s = 66.75\, H^2 I \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

にて表わされる. なお上式は次の (3) に於て述べる如く, 全区間を通じ河床材料が殆んど変化しないという事実に立脚している.

図—11 月別浮游流砂量(灘分～国富)

次にこの関係を使つて斐伊川の浮游による年間流出土砂量を推定してみる. 今昭和 25 年を対称として計算を行う事とする. 地点は灘分と国富量水標の中間地点を考え, H は両地点間の平均断面の水深, Iは両地点の水位差より求め毎日の量水標の水位記録より上式で計算した結果, 月別の流砂量は表—5, 図—11の如くなり年間約 100 万トンに達する事が判つた. 同図より判る如く浮游流砂量は比較的冬季に多く, 夏季に少い事が判り従来冬季砂鉄採取を行うために流砂量が多くなると云われていたが, この結果より冬季には河川自体の流送能力が大きくなるためである事が判る.

表—5
昭和 25 年に於ける年間流砂量

月	流砂量 (トン)
1	109,600
2	98,510
3	95,610
4	87,380
5	61,880
6	71,460
7	64,530
8	44,550
9	96,850
10	74,630
11	85,380
12	86,490
計	976,870

今浮游している土砂の流出前の見掛比重を 1.7 と仮定すれば浮游により流出する土砂は灘分, 国富間で約 60 万立米/年 となり, 更に伊萱より国富間に河床に年間堆積する土砂量を河床変化の状況から推定すれば約 10 万立米/年 であるから, 斐伊川の山間部より沖積地に排出される年間土砂量は約 70 万立米であると推定される.

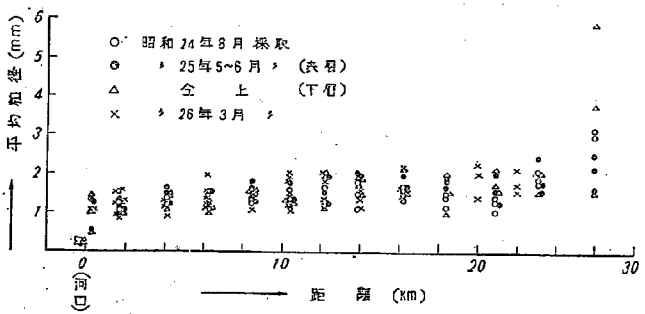
之は流域面積が約 1,000 km² であるから, 年間流域平均約 0.7 mm の土砂の流出に相当する.

註 1) 吉川秀夫 : 浮游流砂量に関する 2, 3 の考察, 土木研究所報告 第83号 p.25 昭和27年3月

又砂鉄採取の流出土砂量に及ぼす影響であるが，砂鉄採取のために排出される土砂量は表—2 の如く年間最大 15 万立米に達すると思われるので，全流出土砂量の約 2 割に達し，ある程度影響を持つと思われるが，流域全体として侵蝕され易い地質であるから砂防工事を行つて，流出土砂を少なくする必要があると思われる．

（3）河床材料

河床構成材料について各観測毎に調査し，毎回篩別試験を行つた．各回に観測された河床土砂の平均粒径の縦断方向の変化を調べれば 図—12 の如くなり，各回に依る差違は殆んどなく，又平均粒径は 1～2 mm の範



図—12　河床材料平均粒径変化図

囲にあり，上流程大きくなつているが比較的上流より下流迄粒径の変化は少ない事が知られる．従つて昭和25年6月採取したもののみについて各地点の組成を表—6 に示し，他のものについては平均粒径のみを表—7 に示した．又図—13 に距離的の組成の変化の状況を示した．

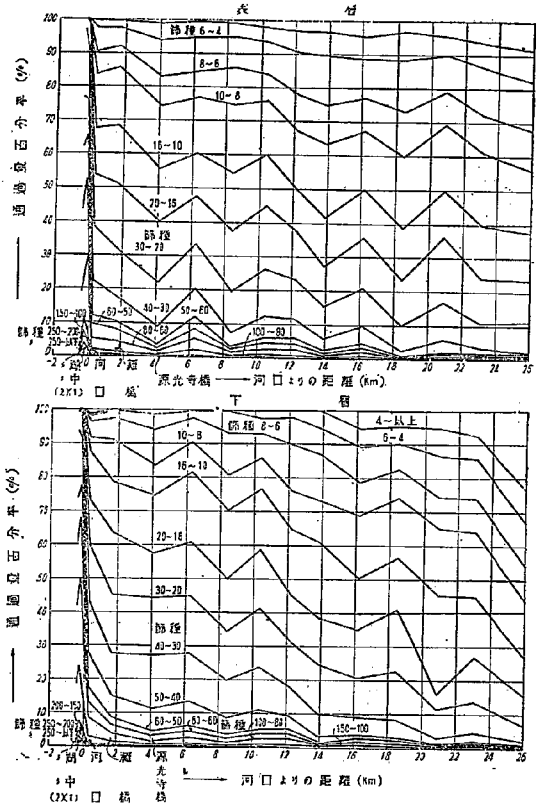
次に河床材料の安定について著者が従来多くの人に依つて行われて来た実験結果を整理して最も適当と思われた

$$S_0=50(\rho_1-\rho)d_m \quad \cdots\cdots(2)$$

なる式により検討してみた．

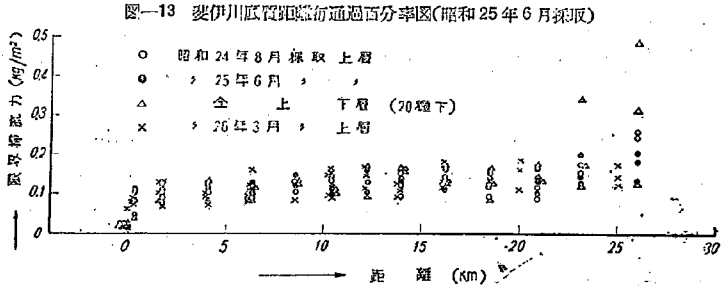
こゝに S_0 は限界掃流力 (gr/m²)，ρ_1,ρ はそれぞれ河床材料および水の比重，d_m は平均粒径 (mm) である．

その結果は 図—14 に示す如くであり，限界掃流力と計画洪水時および平水時の河床に作用する掃流力との比はそれぞれ 29～37 および 1.5～5 倍に達する．従つて河床材料は掃流力に依り相当移動せしめられており又実際河床に砂漣を生じて移動しているのが観測中目撃されたが，掃流に依る流砂については観測も行われなかつたし，又現在この現象について実験的および理論的に研究中であるので，本報告に於てはこの点に触れないが，今後更に検討する予定である．



粒径	250	200	150	100	80	60	50	40	30	20	16	10	8	6	4
距離	0.358	0.274	0.160	0.149	0.177	0.250	0.297	0.430	0.598	0.949	1.199	2.000	2.389	3.360	4.760

図—13 愛伊川底質粒径加積曲線通過百分率図(昭和25年6月採取)



図—14 限界掃流力変化図

表—6　河床材料粒度分析表　昭和25年6月採取　{U→表層　L→同上点より約 15 cm～30 cm 下層

地点（河口よりの距離m）	No.	U又はL	mm <0.058	0.058～0.074	0.074～0.100	0.100～0.149	0.149～0.177	0.177～0.250	0.250～0.297	0.297～0.420	0.420～0.590	0.590～0.840	0.840～1.190	1.190～2.000	2.000～2.380	2.380～3.360	3.360～4.760	>4.760	平均粒径（mm）
26000	1	U	0.007	0.007	0.013	0.034	0.107	0.246	0.259	1.409	6.189	9.608	12.219	18.288	13.513	19.514	11.555	7.020	2.195
	1	L	0.020	0.021	0.026	0.193	0.520	0.471	1.014	3.039	10.580	15.624	16.745	21.744	10.961	12.493	5.054	1.494	1.568
	2	U	0.009	0.011	0.021	0.119	0.519	0.379	0.661	2.015	8.579	16.739	17.992	21.571	12.274	11.557	4.479	3.077	1.636
	2	L	0.002	0.006	0.009	0.025	0.060	0.059	0.062	0.361	2.060	5.882	8.988	15.807	10.188	14.947	15.075	26.467	3.781
	3	U	0.016	0.016	0.014	0.142	0.153	0.810	0.770	2.749	6.436	11.512	11.508	14.824	9.742	12.851	11.601	16.855	2.520
	3	L	0.004	0.000	0.007	0.031	0.104	0.094	0.084	0.359	1.688	4.920	8.063	13.063	8.961	12.205	8.872	41.546	5.899?
23100	1	U	0.005	0.004	0.400	0.236	0.502	0.325	0.251	1.204	4.250	8.886	11.071	20.555	11.787	17.570	10.387	12.568	2.436
	1	L	0.010	0.008	0.170	0.179	0.575	0.470	0.418	2.387	8.814	11.271	15.353	18.068	9.448	13.226	7.223	12.379	4.142
	2	U	0.017	0.024	0.054	0.359	0.540	0.478	0.555	2.608	8.626	14.223	16.146	20.049	10.566	13.229	8.021	4.504	1.800
	2	L	0.004	0.023	0.119	0.471	0.525	0.546	0.551	2.734	8.054	16.972	23.049	18.252	10.451	11.684	4.650	1.915	1.516
	3	U	0.011	0.002	0.013	0.029	0.299	0.599	0.416	2.136	8.367	16.725	19.285	23.558	11.602	11.399	3.022	2.537	1.556
	3	L	0.012	0.011	0.042	0.394	0.779	0.360	0.821	1.909	10.868	11.891	15.006	21.209	9.467	10.673	8.819	7.736	2.141
20900	1	U	0.035	0.007	0.160	0.493	0.750	0.708	0.789	3.441	9.092	12.908	13.414	17.292	10.182	13.931	8.055	8.743	2.015
	1	L	0.005	0.003	0.007	0.099	0.245	0.213	0.240	1.190	5.735	11.960	15.387	20.393	11.549	14.305	10.226	8.483	2.127
	2	U	0.003	0.002	0.014	0.037	0.152	0.041	0.249	1.793	6.488	14.386	20.654	25.329	12.314	11.557	4.654	2.325	1.621
	2	L	0.010	0.018	0.138	0.247	0.447	0.247	0.232	1.728	9.560	18.530	19.971	19.434	8.807	11.028	6.800	2.897	1.592
	3	U	0.026	0.016	0.045	0.280	0.624	0.822	0.833	5.948	17.976	21.719	16.328	14.857	6.828	7.571	3.813	2.313	1.298
	3	L	0.005	0.005	0.010	0.103	0.321	0.329	0.331	2.449	10.136	18.095	17.537	19.306	8.673	10.047	7.959	4.694	1.709
18450	1	U	0.001	0.002	0.004	0.020	0.060	0.096	0.132	1.038	5.848	13.153	16.437	21.247	14.537	16.313	8.482	2.623	1.857
	1	L	0.005	0.013	0.024	0.392	1.416	2.035	1.787	10.178	21.919	22.307	14.384	12.563	5.302	5.578	1.794	0.243	0.996
	2	U	0.025	0.010	0.078	0.232	0.300	0.540	0.591	3.369	8.155	13.557	15.492	21.166	13.341	14.821	6.170	2.150	1.707
	2	L	0.018	0.020	0.058	0.629	0.744	0.831	0.646	3.119	7.717	12.868	14.672	20.313	10.763	10.236	6.805	10.561	2.042
	3	U	0.002	0.002	0.005	0.030	0.100	0.147	0.230	1.559	7.386	13.461	14.412	20.250	12.076	15.087	10.604	4.648	1.938
	3	L	0.002	0.002	0.006	0.029	0.100	0.246	0.254	2.257	13.535	19.989	17.232	20.200	9.145	9.045	4.676	3.283	1.523
16200	1	U	0.031	0.040	0.112	0.566	1.535	1.905	1.698	7.257	13.843	17.166	16.469	16.552	8.009	7.542	4.011	3.263	1.356
	1	L	0.007	0.005	0.007	0.043	0.226	0.525	0.586	2.795	7.903	14.081	18.190	25.482	13.410	12.318	3.856	0.567	1.561
	2	U	0.008	0.011	0.053	0.842	0.832	0.526	0.781	2.993	7.355	13.883	13.913	18.257	11.914	13.536	8.455	6.643	1.986
	2	L	0.021	0.031	0.081	0.720	1.356	1.647	1.119	7.648	14.992	14.207	12.803	12.140	7.208	8.369	6.575	11.033	2.153
	3	U	0.032	0.048	0.109	0.641	1.056	1.168	1.372	5.565	12.602	13.169	12.390	16.999	10.019	13.271	7.179	4.380	1.680
	3	L	0.089	0.105	0.131	0.851	1.294	1.228	1.174	5.498	11.833	15.335	14.312	17.765	9.446	11.227	6.143	3.598	1.593

地点（河口よりの距離m）	No.	U又はL	mm <0.058	0.058～0.074	0.074～0.100	0.100～0.149	0.149～0.177	0.177～0.250	0.250～0.297	0.297～0.420	0.420～0.590	0.590～0.840	0.840～1.190	1.190～2.000	2.000～2.380	2.380～3.360	3.360～4.760	>4.760	平均粒径 (mm)
13900	1	U	0.011	0.014	0.053	0.379	1.057	1.307	1.152	5.171	12.565	14.672	14.310	21.196	9.375	11.464	5.138	2.138	1.455
	1	L	0.017	0.017	0.029	0.069	0.137	0.262	0.384	1.743	6.155	11.790	10.842	23.981	16.830	15.757	7.949	4.039	1.960
	2	U	0.006	0.006	0.011	0.083	0.222	0.347	0.471	2.058	6.135	10.603	16.731	24.582	13.500	15.766	7.143	2.336	2.036
	2	L	0.039	0.060	0.185	1.231	0.937	0.571	0.548	1.986	6.963	16.411	17.206	19.748	10.721	12.972	6.752	3.671	1.727
	3	U	0.007	0.014	0.046	0.252	0.511	0.708	0.695	3.484	8.831	10.925	11.619	19.192	12.169	17.034	8.270	6.193	2.004
	3	L	0.008	0.007	0.015	0.064	0.170	0.235	0.336	1.631	6.921	16.220	16.480	20.567	9.113	12.942	8.167	7.118	1.991
12200	1	U	0.023	0.031	0.113	0.888	2.871	2.645	2.488	6.741	11.155	11.480	10.310	16.520	9.899	15.102	7.426	2.308	1.608
	1	L	0.038	0.027	0.065	0.487	1.219	1.317	1.036	3.474	7.479	10.941	11.563	17.522	12.392	18.389	11.095	2.956	1.957
	2	U	0.013	0.015	0.037	0.242	0.560	0.681	0.789	3.509	8.702	11.213	12.111	19.741	12.452	16.500	7.749	5.686	1.953
	2	L	0.011	0.005	0.011	0.060	0.284	0.400	0.445	2.065	5.520	9.744	13.136	21.412	14.626	17.951	12.181	2.150	2.063
	3	U	0.019	0.033	0.067	0.540	2.295	2.073	1.543	6.372	15.559	19.931	14.483	15.710	7.158	8.835	3.734	1.650	1.267
	3	L	0.096	0.072	0.182	1.572	3.655	2.571	2.635	6.019	13.196	20.567	16.350	19.272	7.122	4.566	1.154	0.971	1.107
10400	1	U	0.063	0.040	0.063	0.377	0.534	0.975	0.754	4.376	13.606	20.683	18.436	17.848	8.458	8.894	4.323	0.573	1.365
	1	L	0.028	0.050	0.118	1.329	2.149	1.883	1.640	6.878	13.509	17.548	15.706	16.665	8.505	6.783	4.839	2.373	1.354
	2	U	0.055	0.100	0.159	0.783	1.778	1.592	2.135	6.590	16.508	22.254	16.351	14.253	6.097	6.357	3.390	1.597	1.237
	2	L	0.031	0.045	0.095	0.980	1.220	1.032	1.105	4.768	12.907	15.334	15.369	19.303	10.363	9.131	5.159	3.206	1.522
	3	U	0.073	0.107	0.197	0.972	2.366	3.097	1.926	7.659	12.257	12.211	11.569	15.524	8.810	13.575	6.590	3.040	1.800
	3	L	0.012	0.035	0.043	0.351	0.943	1.460	1.179	5.920	12.060	19.603	20.066	10.797	8.352	7.327	3.402	0.432	1.282
8500	1	U	0.010	0.006	0.012	0.157	0.660	0.639	0.701	4.316	15.536	24.629	21.724	19.284	7.140	4.409	0.778		1.302
	1	L	0.012	0.009	0.018	0.174	0.407	0.417	0.450	2.485	9.279	16.227	19.160	23.945	11.415	10.393	4.225	1.386	1.531
	2	U	0.007	0.091	0.152	0.995	1.549	1.438	1.182	5.406	11.216	13.844	13.346	17.928	11.659	12.220	6.616	2.352	1.792
	2	L	0.025	0.004	0.061	0.508	1.730	2.388	2.068	8.257	13.559	11.800	10.600	15.013	10.087	14.879	5.959	2.864	1.581
	3	U	0.026	0.027	0.062	0.286	0.697	0.735	0.746	2.889	9.023	15.891	15.342	24.025	13.913	11.619	4.515	0.207	1.531
	3	L	0.019	0.025	0.033	0.230	0.782	0.947	0.838	4.172	10.285	15.719	16.930	21.832	10.316	11.118	6.209	0.544	1.534
6300	1	U	0.122	0.114	0.277	2.306	4.908	3.711	2.195	7.597	10.979	10.360	9.163	15.131	9.379	12.991	7.604	3.164	1.564
	1	L	0.025	0.049	0.144	0.876	2.649	2.693	2.235	8.529	17.330	20.781	17.563	16.997	5.575	3.526	1.032		0.984
	2	U	0.076	0.116	0.293	2.452	3.518	3.420	3.291	8.558	12.382	13.246	12.138	15.330	7.982	10.923	5.356	0.919	1.232
	2	L	0.052	0.073	0.176	1.225	1.877	1.661	1.626	5.812	10.016	13.948	15.319	23.492	10.619	10.630	2.731	0.744	1.362
	3	U	0.047	0.067	0.127	0.651	1.556	2.227	1.518	9.204	16.080	18.375	16.143	18.872	6.353	6.435	1.407	0.937	1.155
	3	L	0.010	0.018	0.041	0.253	0.924	1.115	1.258	7.507	15.198	16.681	15.749	2.058	10.528	7.247	2.688	0.199	1.255
4100	1	U	0.034	0.052	0.142	0.924	1.931	2.039	1.778	6.651	14.007	17.264	13.214	15.705	9.045	10.895	4.695	1.424	1.378
	1	L	0.021	0.034	0.096	0.990	2.153	2.643	1.728	6.643	11.461	13.774	13.895	18.647	10.206	11.868	4.635	1.207	1.427

4100	2	U	0.020	0.019	0.028	0.301	0.530	0.566	0.579	3.640	12.497	18.628	16.194	19.560	9.796	11.150	5.471	1.022	1.472
	2	L	0.011	0.008	0.014	0.120	0.320	0.443	0.553	3.528	12.120	14.574	13.210	21.029	11.486	14.127	5.823	2.634	1.646
	3	U	0.007	0.013	0.033	0.228	0.682	0.809	0.780	4.907	12.809	19.044	17.393	19.024	8.674	9.951	4.258	1.388	1.396
	3	L	0.010	0.006	0.021	0.171	0.838	1.789	1.853	9.655	24.366	22.783	12.508	11.379	5.428	5.987	2.769	0.439	1.032
1700	1	U	0.136	0.114	0.166	0.874	3.358	5.073	3.213	10.589	12.209	13.833	14.337	17.141	7.832	7.398	3.263	0.464	1.157
	1	L	0.079	0.107	0.209	1.211	2.742	2.312	2.161	6.353	10.976	15.383	18.607	20.681	9.696	6.716	2.770		1.213
	2	U	0.052	0.046	0.142	0.884	4.835	4.981	2.323	5.578	12.696	17.697	15.737	18.042	6.537	7.329	2.667	0.206	1.137
	2	L	0.060	0.101	0.151	0.848	1.757	1.858	1.908	3.777	10.185	17.332	19.574	18.008	10.749	9.121	3.592	0.981	1.346
	3	U	0.085	0.115	0.290	1.142	1.405	1.103	1.491	5.730	17.000	26.770	20.682	16.731	5.197	1.677	0.583		0.953
	3	L	0.028	0.065	0.130	1.023	3.185	3.325	2.820	8.824	16.401	20.036	17.276	15.915	5.921	4.350	0.384	0.318	0.983
350	1	U	0.221	0.140	0.272	2.083	6.755	9.250	6.648	20.024	25.778	14.584	6.645	4.750	1.582	0.885	0.385		0.564
	1	L	0.146	0.185	0.524	5.202	14.372	11.832	8.455	15.859	18.249	13.530	5.154	4.256	1.197	0.828	0.211		0.492
	2	U	0.033	0.036	0.073	0.379	1.154	1.320	1.185	4.758	12.221	17.167	16.681	20.479	9.685	11.251	3.135	0.445	1.365
	2	L	0.051	0.039	0.082	0.594	1.869	2.459	2.023	10.977	18.068	19.680	16.230	16.116	6.601	4.079	1.132		0.998
	3	U	0.472	0.235	0.385	1.632	1.703	1.804	1.353	4.944	9.500	15.084	17.606	22.677	9.530	9.158	3.391	0.527	1.328
	3	L	0.081	0.064	0.166	0.713	1.166	1.121	1.252	4.054	10.161	16.795	17.670	22.427	10.278	9.275	3.837	0.941	1.387
−200	1	U	2.727	3.918	3.526	29.817	14.449	7.306	6.814	18.610	11.761	0.877	0.120	0.055	0.019				0.209
	1	L	6.807	3.180	5.332	16.735	8.703	7.322	6.703	25.626	17.358	1.799	0.238	0.123	0.075				0.189
	2	U	8.734	5.335	3.427	10.059	16.489	13.656	16.016	20.017	5.422	0.800	0.045						0.221
	2	L	0.340	0.407	0.738	7.976	29.170	29.267	18.737	10.768	2.470	0.104	0.023						0.218
	3	U	0.841	0.925	3.069	20.271	34.626	17.021	8.308	9.500	4.343	0.938	0.097	0.061					0.254
	3	L	1.009	1.126	3.183	24.651	41.235	14.530	4.776	4.827	3.167	1.093	0.338	0.065					0.270
−400	4	U	0.276	0.460	1.649	10.689	19.985	18.215	13.929	25.702	8.179	0.603	0.070	0.029	0.020	0.059	0.136		0.263
	4	L	0.110	0.259	0.774	7.524	17.413	17.452	16.674	27.205	11.205	0.805	0.113	0.065	0.083	0.116			0.268
	5	U	0.695	0.675	1.807	14.714	25.959	17.979	15.203	17.209	4.526	0.775	0.147	0.159	0.002	0.069			0.267
	5	L	1.865	1.986	4.837	21.178	28.602	20.494	8.888	8.743	2.749	0.231	0.105	0.055	0.039	0.026			0.203
	6	U	0.671	0.896	2.429	12.977	26.111	20.195	14.087	18.815	3.368	0.400	0.052						0.225
	6	L	1.554	0.819	2.428	11.950	22.867	20.080	14.166	22.217	3.662	0.194	0.037	0.012	0.017				0.235

表—7 昭和24年8月採取

断面	1	2	3	4	5	6	7	8	8	10
河口よりの距離 (km)	1.7	4.1 源光寺橋下流	6.3 西代橋上流	8.5	10.4 井上橋上流	12.2	13.9 新川分流点	16.2	18.45	20.9
dm (mm)	1.065 1.543 1.250	1.305 1.363 1.250	1.105 1.485 1.467	1.264 1.300 1.603	1.351 1.325 1.615	1.310 1.685 1.279	1.836 1.139 1.501	1.627 1.738 1.565	1.535 1.170 1.456	1.080 1.432 1.332

断面	11	12	13	14	15	16	17			
河口よりの距離 (km)	23.1	26.1 三刀屋川合流点下流	27.9	29.55	31.35	三刀屋川筋合流点より上流へ 3.1	赤川筋合流点より上流へ 5.0			
dm (mm)	1.835 1.880 2.130	3.171 3.015					1.132			

表—7 昭和26年3月採取

断面	1	2	3	4	5	6	7	8
河口よりの距離 (km)	湖中	0.350	1.700 瀬橋上流	4.100	6.300 西代橋上流	8.500	10.400 井上橋上流	12.300
dm (mm)	km 0.818 (−0.050) 0.124 (−0.100) 0.213 (−0.120) 0.184 (0.000)	1.042 1.076 0.935	1.579 1.274 1.274 0.814 1.589 0.940	0.896 1.309 1.187	1.545 1.378 1.181 1.998 1.240	1.462 1.033 1.703	1.905 2.039 1.096 1.825 1.206	1.389 2.034 1.820

断面	9	10	11	12	13				
河口よりの距離 (km)	13.900	16.200	20.000	25.000	井上橋上に残つた高水時運搬されたと見られる土砂				
dm (mm)	1.550 1.161 1.379	1.481 2.219 1.649	2.293 1.412 2.023	1.575 1.776 2.160	1.210 0.937				

Ⅳ 河道の設計

〔1〕 概 説

河道の設計に関しては従来単に計画洪水流量を疎通すると云う点のみに主眼が置かれ，河道の維持等の観点から経済的な河道の設計と云う事は殆んど考えられていない状況にある．河川技術者の立場より河川断面の合理的な設計と云う事は非常に重要な事であるに拘わらず，治水，利水的に，或いは経済的にみて問題が相当複

雑であるので，過去の経験的事実に基づいて判断する以外に根拠のない現状である．

この問題の一般的解決はなかなか困難であり，今後の研究に俟たなければならない点は多々あるが，問題を解決する基本的な鍵は次の如き点にあると思われる．

河道を設計する場合に先ず第一に考えねばならない点は計画洪水流量を安全に流し得る断面でなければならないと云う事であるが，この点については，以前より不定流或いは不等流の計算を行うべきであると云う事を提唱し，この方法については既に度々述べたのでここでは触れない．

第二の点は河床変動を極力少なくする様にして，河道の維持を容易ならしめる様にすべきであると云う事である．即ち折角第一の点を満足する様改修工事を行つても，流砂の点よりみて平衡な河川でなければ，或る場所では堆積を生じ河積の不足を来たし，或る場所では洗掘を生じて護岸等が破壊され，共に計画洪水流量を安全に流すと云う目的を達し得られなくなる．この問題については掃流流砂と浮游流砂の二つの面から考える事が出来る．

なお之等の他，河川の蛇行現象に適合した法線にする事，利水的要求に合致するものである事等が考えられるが，未だ研究中の段階である．

斐伊川の河道設計に当つて上記の事項を考慮して行つてみた．

〔2〕河道設計法

斐伊川の河道の設計に当つては次の条件を基準として行つた．

（1）計画洪水流量 3,600 m³/sec を疎通する断面とする．

（2）斐伊川の場合河床の安定は主として浮游流砂に依るものと思われるので，改修区域内の各断面で浮游に依る流砂運搬能力を等しくする様にすれば，河床を安定せしめる事が出来ると考えられるので，この考えに基づいて各断面の浮游流砂の運搬能力を計算する．

（3）浮游流砂能力は流量によつて異るから，設計に対する基準として計画洪水流量 3,600 m³/sec，年に二，三回程度起り河床に対して相当の影響を持つと思われる小洪水（主に雪融出水）による 300 m³/sec 程度の洪水流量，および年間の水位頻度を参考として低水路河床に相当の影響を与えると考えられる年間の最多流量 50 m³/sec の三種の流量について流砂能力を各断面等しくなる様に設計する．

（4）浮游による流砂能力は既に述べた（1）式にて表わされるものとする．

（5）計画高水位は前述の難点があるので，従来の計画高水位より出来るだけ上らない様にする．

（6）現在の河幅を拡大する事は困難であるから，成るべく河幅を変化させない方針とする．

（7）低水路，高水敷共に平面的にも，縦断的にも上，下流断面と連続的に連絡する様にしないと維持困難であるのでこの点に留意する．

（8）なるべく現況を著しく変化させないことが安定に対して有利だと思われるので，この点を考慮して行う．

次に設計の手順としては次の如くして行つた．

1）現在の断面で計画洪水流量，支配的な洪水流量，低水流量等に対して各断面の流砂量を（1）式で計

算する.

2) 前項で求めた結果を参照して計画流砂量を決定する. このためには河床変動の殆んどない地点, 或いは上流部に於て最大流砂量を生ずる地点を求め, この地点の流砂量を参考として設計基準流砂量を決定するのが便利である.

3) 次にこの基準に基づいて 1) で計算された結果より洗掘或いは堆積区域を求める.

4) 低水流量を考慮して低水断面を決定し, 洗掘, 堆積の状況を参照して一応の断面を仮定する.

5) 仮定された断面について計画洪水流量, 支配的な洪水流量, 低水流量等に対してそれぞれ不等流の計算を行う.

6) それぞれの流量に対して各断面の流砂量を 5) 項の結果を利用して計算する.

7) 斯くして流砂量が各流量に対して各断面ほゞ等しくなる迄前述の操作を繰返し行えば安定した断面を得る事が出来る.

之等の操作の中で断面を適当に仮定する事に依り労力を少なくする事が出来る. 即ち如何様に断面を変えればよいかを色々の条件について概略の性質を知つておく事が便利である. 今若干の例を示せば Chézy の平均流速公式と(1)式が成立する場合には次の如くである.

i) 流量 Q の変化については河幅 B および勾配 I が不変であるとすれば, 流砂量 Q_s は $Q^{\frac{4}{3}}$ に比例する.

ii) 河幅 B の変化については Q および I が不変であるとすれば, Q_s は $B^{-\frac{1}{3}}$ に比例する.

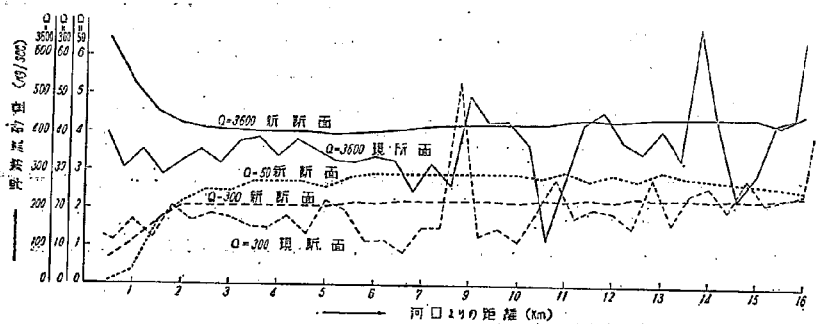
iii) 水深 H の変化については Q および B が不変であるとすれば, Q_s は H^{-3} に比例する.

iv) 水面勾配 I の変化については Q および B が不変であるとすれば, Q_s は $I^{\frac{1}{3}}$ に比例する.

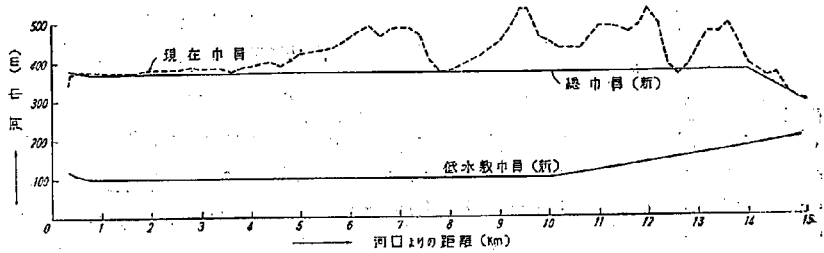
〔3〕 斐伊川河道の設計

前述の調査結果に基づいて斐伊川の河道を前節の設計方針に従つて設計する.

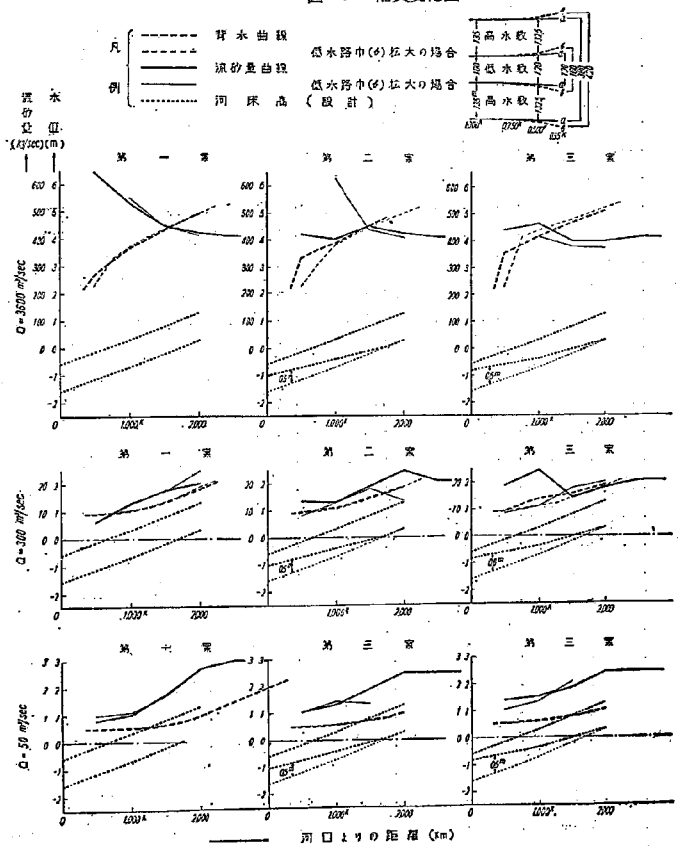
先ず現河道の安定度を調べるために, 現河道について各断面で浮游に依る流砂量を計画洪水流量 3,600 m³/sec, および支配的な洪水流量 300 m³/sec について計算した. その結果は図—15 に示す如くなり, 3,600 m³/



図—15 浮游流砂量距離的変化図



図—16 幅員変化図



図—17

表—8 新仮定断面

斐伊川不等流水位計算及流砂量計算総括表

位置 (km)	総巾員 (m)	低水敷 巾員 (m)	低水敷 河床高 (m)	高水敷 巾員 (m)	高水敷 河床高 (m)	$Q=3,600\ m^3/sec$ 水位 (m)	低水敷水深 (m)	高水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)
0.350	380	120	−1.235	260	−0.285	2.153	3.438	2.438		
0.500	375	110	−1.150	265	−0.150	2.800	3.950	2.950	0.004313	854.002
0.750	370	100	−0.925	270	0.075	3.312	4.237	3.238	0.002048	
1.000	370	100	−0.700	270	0.300	3.750	4.450	3.450	0.001752	536.683
1.250	370	100	−0.450	270	0.550	4.086	4.536	3.536	0.001344	
1.500	370	100	−0.200	270	0.800	4.393	4.593	3.593	0.001228	444.437
1.750	370	100	0.050	270	1.050	4.681	4.631	3.631	0.001152	
2.000	370	100	0.300	270	1.300	4.953	4.658	3.658	0.001108	422.269
2.250	370	100	0.550	270	1.550	5.223	4.678	3.678	0.001080	
2.500	370	100	0.800	270	1.800	5.492	4.692	3.692	0.001056	412.243
2.750	370	100	1.050	270	2.050	5.753	4.703	3.703	0.001044	
3.000	370	100	1.300	270	2.300	6.011	4.711	3.711	0.001032	407.436
3.250	370	100	1.550	270	2.550	6.267	4.717	3.717	0.001024	
3.500	370	100	1.800	270	2.800	6.521	4.721	3.721	0.001016	403.883
3.750	370	100	2.050	270	3.050	6.774	4.724	3.724	0.001012	
4.000	370	100	2.300	270	3.300	7.027	4.727	3.727	0.001012	403.486
4.250	370	100	2.550	270	3.550	7.279	4.729	3.729	0.001008	
4.500	370	100	2.800	270	3.800	7.530	4.730	3.730	0.001004	401.685
4.750	370	100	3.050	270	4.050	7.781	4.731	3.731	0.001004	
5.000	370	100	3.300	270	4.300	8.032	4.732	3.732	0.001004	397.275
5.250	370	100	3.575	270	4.575	8.277	4.702	3.702	0.00098	
5.500	370	100	3.850	270	4.850	8.530	4.680	3.680	0.001012	398.852
5.750	370	100	4.125	270	5.125	8.788	4.663	3.663	0.001032	
6.000	370	100	4.400	270	5.400	9.051	4.651	3.651	0.001052	404.629
6.250	370	100	4.700	270	5.684	9.314	4.614	3.630	0.001052	
6.500	370	100	5.000	270	5.969	9.584	4.584	3.615	0.00108	409.605
6.750	370	100	5.300	270	6.253	9.859	4.559	3.606	0.00110	
7.000	370	100	5.600	270	6.537	10.139	4.539	3.602	0.00112	417.401
7.250	370	100	5.900	270	6.822	10.421	4.521	3.599	0.001128	
7.500	370	100	6.200	270	7.106	10.706	4.506	3.600	0.001140	421.513
7.750	370	100	6.500	270	7.391	10.992	4.492	3.601	0.001144	
8.000	370	100	6.800	270	7.675	11.279	4.479	3.604	0.001148	423.201
8.250	370	100	7.100	270	7.959	11.567	4.467	3.608	0.001152	
8.500	370	100	7.400	270	8.244	11.855	4.455	3.611	0.001152	424.071
8.750	370	100	7.700	270	8.528	12.144	4.444	3.616	0.001156	

$Q=300\ m^3/sec$					$Q=50\ m^3/sec$			
水位 (m)	低水敷水深 (m)	高水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)	水位 (m)	低水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)
1.000	2.225	1.285			0.600	1.885		
			0.000092				0.00003	
1.014	2.164	1.164		6.769	0.605	1.755		0.063
			0.000140				0.00003	
1.049	1.974	0.974			0.612	1.537		
			0.00026				0.00005	
1.114	1.814	0.814		11.121	0.625	1.325		0.353
			0.000395				0.0001	
1.213	1.663	0.663			0.652	1.102		
			0.000628				0.0002	
1.370	1.570	0.570		16.776	0.704	0.901		1.633
			0.000876				0.0004	
1.589	1.539	0.539			0.804	0.754		
			0.00098				0.0007	
1.834	1.534	0.534		20.596	0.982	0.632		2.167
			0.000996				0.0008	
2.083	1.533	0.533			1.200	0.650		
			0.000996				0.0009	
2.332	1.532	0.532		20.725	1.443	0.643		2.476
			0.00100				0.0010	
2.582	1.532	0.532			1.694	0.644		
			0.00100				0.0009	
2.832	1.532	0.532		20.767	1.940	0.640		2.453
			0.00100				0.0010	
3.082	1.532	0.532			2.190	0.640		
			0.00100				0.0010	
3.332	1.532	0.532		20.767	2.440	0.640		2.726
			0.00100				0.0010	
3.582	1.532	0.532			2.690	0.640		
			0.00100				0.0010	
3.832	1.532	0.532		20.767	2.940	0.640		2.726
			0.00100				0.0010	
4.082	1.532	0.532			3.190	0.640		
			0.00100				0.0010	
4.332	1.532	0.532		20.767	3.440	0.640		2.726
			0.00100				0.0010	
4.582	1.532	0.532			3.690	0.640		
			0.00100				0.0010	
4.832	1.532	0.532		20.642	3.940	0.640		2.726
			0.000988				0.0010	
5.079	1.504	0.504			4.200	0.625		
			0.00110				0.0010	
5.354	1.504	0.504		21.644	4.472	0.622		2.574
			0.00110				0.0011	
5.629	1.504	0.504			4.747	0.622		
			0.00110				0.0011	
5.904	1.504	0.504		21.526	5.022	0.622		2.832
			0.001088				0.0011	
6.176	1.476	0.492			5.307	0.607		
			0.001168				0.0012	
6.468	1.468	0.499		22.043	5.607	0.607		2.942
			0.001168				0.0012	
6.760	1.460	0.507			5.907	0.607		
			0.001168				0.0012	
7.052	1.452	0.515		22.020	6.207	0.607		2.942
			0.001163				0.0012	
7.344	1.444	0.523			6.507	0.607		
			0.001168				0.0012	
7.636	1.436	0.531		22.012	6.807	0.607		2.942
			0.001168				0.0012	
7.928	1.428	0.539			7.107	0.607		
			0.001168				0.0012	
8.220	1.420	0.545		22.014	7.407	0.607		2.942
			0.001168				0.0012	
8.512	1.412	0.555			7.707	0.607		
			0.001168				0.0012	
8.804	1.404	0.563		22.041	8.007	0.607		2.942
			0.001168				0.0012	
9.096	1.396	0.571			8.307	0.607		

位置 (km)	総巾員 (m)	低水敷 巾員 (m)	低水敷 河床高 (m)	高水敷 巾員 (m)	高水敷 河床高 (m)	$Q=3,000\ m^3/sec$ 水位 (m)	低水敷水深 (m)	高水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)
9.000	370	100	8.000	270	8.812	12.433	4.433	3.621	0.001155	422.599
9.250	370	100	8.325	270	9.097	12.719	4.394	3.622	0.001144	
9.500	370	100	8.650	270	9.331	13.009	4.359	3.628	0.00116	423.755
9.750	370	100	8.975	270	9.666	13.301	4.326	3.635	0.001168	
10.000	370	100	9.300	270	9.950	13.596	4.296	3.646	0.00118	432.421
10.250	370	105	9.637	265	10.275	13.897	4.260	3.622	0.001204	
10.500	370	110	9.975	260	10.600	14.202	4.227	3.602	0.00122	436.901
10.750	370	115	10.312	255	10.925	14.510	4.198	3.585	0.001232	
11.000	370	120	10.650	250	11.250	14.820	4.170	3.570	0.00124	434.326
11.250	370	125	11.000	245	11.600	15.127	4.127	3.527	0.001228	
11.500	370	130	11.350	240	11.950	15.445	4.095	3.495	0.001272	438.097
11.750	370	135	11.700	235	12.300	15.769	4.069	3.469	0.001296	
12.000	370	140	12.050	230	12.650	16.098	4.048	3.448	0.001316	442.388
12.250	370	145	12.412	225	13.000	16.428	4.016	3.428	0.00132	
12.500	370	150	12.775	220	13.350	16.763	3.988	3.413	0.001338	443.757
12.750	370	155	13.137	215	13.700	17.100	3.963	3.400	0.001349	
13.000	370	160	13.500	210	14.050	17.440	3.940	3.390	0.001360	443.089
13.250	370	165	13.875	205	14.412	17.778	3.903	3.366	0.001351	
13.500	370	170	14.250	200	14.775	18.122	3.872	3.347	0.001376	441.476
13.750	370	175	14.625	195	15.137	18.472	3.848	3.335	0.001386	
14.000	370	180	15.000	190	15.500	18.824	3.824	3.324	0.001407	445.154
14.250	352	185	15.375	167	15.875	19.177	3.802	3.302	0.001412	
14.500	335	190	15.750	145	16.250	19.528	3.778	3.278	0.001404	426.678
14.750	317	195	16.125	122	16.625	19.926	3.801	3.301	0.001590	
15.000	300	200	16.500	100	17.000	20.345	3.845	3.345	0.001675	455.689

sec に対しては改修区域では上流より下流迄ほゞ流砂量は等しいが，局部的に非常に多い所と非常に少ない所とが所々にあり，又 300 m³/sec に対しては上流程流砂量が多い傾向にあり，局部的な変動が相当ある．この結果より局部的に不安定な河床が所々にある他，一般に下流に堆積の傾向があるものと判断されるので，3,600 m³/sec に対しては浮游流砂量を約 400 kg/sec に，300 m³/sec の流量に対しては 20 kg/sec 程度に，低水流量 50 m³/sec に対しては 3 kg/sec 程度にする事を目標として安定せる河道を設計する．

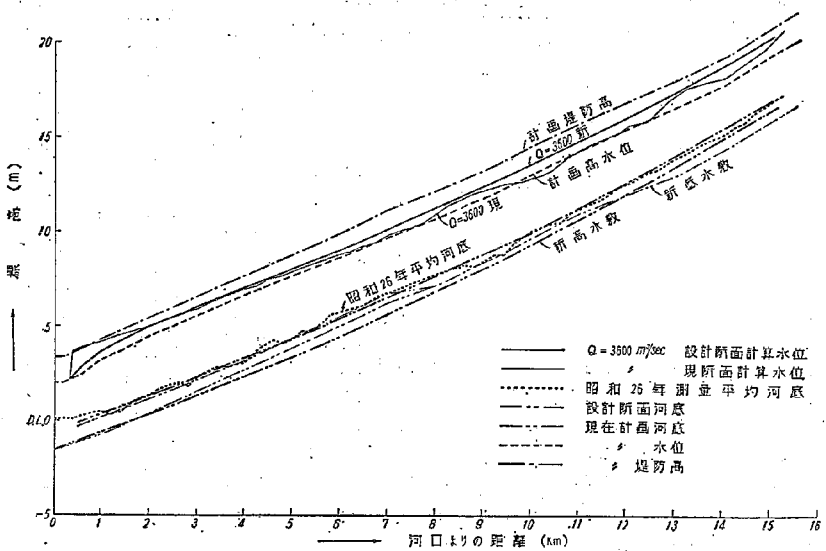
前節の設計手順に於て述べた方法により，繰返し計算を行つた結果表—8，図—16 に示す如き複断面の河道が要伊川に対して適切なる河道の一つと考えられる．なお設計に当つては地方建設局案の設計河道を参考として行つたが，地方建設局案の設計河道は多少の修正を行えば適切なるものである事が判つた．

吾々が設計を行つた新河道に対する安定度を知るために，それぞれの流量に対する各断面での浮游流量を見れば表—8，図—15 の如くなり，各流量に対して上流より下流迄殆ど一様であり，安定性のある河道である．

Q=300 m³/sec					Q=50 m³/sec			
水位 (m)	低水敷水深 (m)	高水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)	水位 (m)	低水敷水深 (m)	水面勾配	流砂量 (kg/sec)
9.388	1.388	0.579	0.001168	21.736	8.607	0.607	0.0012	2.942
9.671	1.346	0.574	0.001132		8.899	0.574	0.0011	
9.979	1.329	0.598	0.001232	22.173	9.244	0.594	0.0013	2.817
10.279	1.304	0.613	0.001200		9.564	0.589	0.0012	
10.582	1.282	0.632	0.001212	22.020	9.839	0.589	0.0013	3.000
10.885	1.248	0.610	0.001212		10.215	0.578	0.0013	
11.209	1.234	0.609	0.001296	22.621	10.537	0.562	0.0012	2.773
11.527	1.215	0.602	0.001272		10.852	0.540	0.0012	
11.844	1.194	0.594	0.001268	22.118	11.182	0.532	0.0013	2.936
12.166	1.166	0.566	0.001288		11.516	0.516	0.0013	
12.515	1.165	0.565	0.001396	23.107	11.848	0.498	0.0013	2.786
12.850	1.150	0.550	0.00134		12.189	0.489	0.0013	
13.192	1.142	0.542	0.001358	22.676	12.528	0.478	0.0013	3.024
13.529	1.117	0.529	0.001348		12.876	0.464	0.0014	
13.881	1.106	0.531	0.001408	22.845	13.228	0.453	0.0014	2.864
14.226	1.089	0.526	0.00138		13.582	0.445	0.0014	
14.575	1.075	0.525	0.001396	22.557	13.937	0.437	0.0014	2.842
14.922	1.047	0.510	0.001388		14.298	0.423	0.0014	
15.232	1.042	0.517	0.001480	23.103	14.668	0.418	0.0014	2.762
15.649	1.024	0.512	0.001428		15.035	0.410	0.0014	
16.012	1.012	0.512	0.001452	22.693	15.402	0.402	0.0014	2.705
16.375	1.000	0.500	0.001452		15.777	0.402	0.0014	
16.762	1.012	0.512	0.001548	23.536	16.137	0.387	0.0015	2.645
17.133	1.008	0.508	0.001484		16.525	0.400	0.0013	
17.518	1.018	0.518	0.00154	24.063	16.871	0.371	0.0015	2.559

事が知られる．但し最下流部では 50 m³/sec および 300 m³/sec に対しては流砂量は非常に少なくなり河口で堆積する傾向を示し 3,600 m³/sec に対しては流砂量は非常に大きくなり河口で洗掘の傾向を示している．即ち平水時および小洪水時に河口附近は堆積し，大洪水で洗掘されるものと思われる．なお詳細に河口附近の河床の安定について調べてみるために，図—17 に示す如く低水路河床高を第 1，2，3 案の如く変えた場合と河幅を図に示す如く変えた場合に水面形状および流砂量の状況を計算してみると 図—17 の如くなる．之より第 2 案の如く低水路河床を 350 m の地点にて 50 cm 上げ，河幅を元通りにした場合に河口迄流砂量がほゞ一定となり最もよい様である．然し湖の水位は一定として計算されているが，この附近は湖の水位如何に依つて影響される所が大きいから，更に詳細に検討する必要があると思われる．

新計画河道の縦断図は 図—18 の如くであり，之に計画流量 3,600 m³/sec が流れた場合の水位の縦断図をも同図に示した．同図に依れば新計画に依る高水位は従来の計画高水位より全般的に 50～100 cm 位高くなつ



図—18 斐伊川縦断図

ているが，現断面に 3,600 m³/sec が流れた場合に比較すると極く僅かの水位上昇となる．なおこの場合に粗度係数 n は前述の結果より 0.03 (m—sec 単位) であるとして計算された．

結局斐伊川の河道としては新計画断面の如く多少の堀さくと，若干の箇所での幅員の縮少並びに嵩上げを行えば安定したものが得られると考えられる．

V 結　　語

以上の調査を行つて得られた結果を要約すれば次の如くである．

（1） 斐伊川の河床変動は現在では一般に云われている程大きなものではなく，年間 5~7 cm 程度であり，上流部では洗掘，下流部では堆積の傾向があり，堆積は下流程著しい．

（2） 斐伊川改修区域に於ける Manning の粗度係数は .0.030 (m-sec 単位) と考えてよい．

（3） 斐伊川に於ける単位幅当りの浮游流砂量 q_s(mg/sec/cm)は水深を H(cm)，水面勾配を I とすれば

$$q_s=66.75\,H^2I$$

にて表わされそ．

（4） 年間流出土砂量は約 70 万立米と推定され，流砂は冬季に割合に多く，夏季に比較的な少ない．

（5） 河床上昇は専ら砂鉄採取のためと云われているが，選鉱による土砂は大したことはなく，(本質的には河流の流送能力が冬季に増大する)，之は年間全流出土砂に対して最大の場合でも約 20 %である．故に一般に砂防によつて山よりの土砂の排出を防止する事が望ましいが，特に砂鉄採取後の後仕末に留意すべきである．

（6） 底質土砂は改修区域内では殆んど変化なく，平均粒径は 1～2 mm であつた．

（7） 底質土砂の限界掃流力は計画洪水流量が流れた場合の掃流力よりはるかに小さく，大略 30 分の 1 程度である．従つて掃流土砂量について検討する必要があると思われるが，之については今後研究する予定である．

（8） 計画洪水流量を安全に流し，且つ浮游流砂に対して平衡な河道の設計法を考え，斐伊川について計画河道を決定した．

（9） 河川彎曲部の土砂浮游運搬については今後特に研究しなければならないと考える．

感潮河川に関する研究
——利根川感潮部についての調査研究——

建設技官　吉　川　秀　夫
建設技官　松　岡　昂　昭

（昭和27年3月）

目　次

Ⅰ　まえがき……（1）
Ⅱ　銚子に於ける観測……（2）
〔1〕流速並びに流量……（3）
〔2〕水　温……（10）
〔3〕比　重……（11）
〔4〕浮游流砂量……（11）
Ⅲ　利根川感潮部の水理計算……（13）
〔1〕計算方法……（13）
〔2〕計算結果……（14）
Ⅳ　結　語……（23）

Ⅰ　まえがき

河川の感潮部の水理現象を明らかにし，水理計算を行う基準を作るために，我々は既に川内川[1]，児島湾[2]について研究して来た．本文は之等の研究の一環として利根川の感潮部について調査，研究したものの報告である．感潮部の水理現象は相当複雑であり，海水と河水との密度流の影響，流速分布の特異性，および潮汐に依る流れの抵抗の問題等があり，水理計算の根拠になる点が不確かである．

之等の点を明確にするために利根川河口に於て観測を行い，又その資料を使つて水理計算を行つた．

感潮部の水理計算については浦博士，岡本氏の方法等があるが，之等の方法は等流の河川固有流に潮汐に依る影響を加えたものとして計算されているが，実際に潮汐の影響の大きい河川では河川固有流のみの場合，平均海面が等流と考えた固有流の水面より高く，堰上げ背水となつている場合が大部分であるので，この様な計算をする訳にはゆかなく，実際には堰上げ背水になつた河川固有流に潮汐の影響の加わつたものとなる．この様な問題を解析的に解く事は困難であり，又実際河川は断面も複雑であり解析的に解く事は不可能である．又

南　宏：川内川の河相について　土木研究所報告第80号　昭和25年11月
佐藤清一，吉川秀夫，山根孟：児島湾締切の旭川河口潮位並びに洪水位に及ぼす影響について．土木研究所報告に発表の予定．

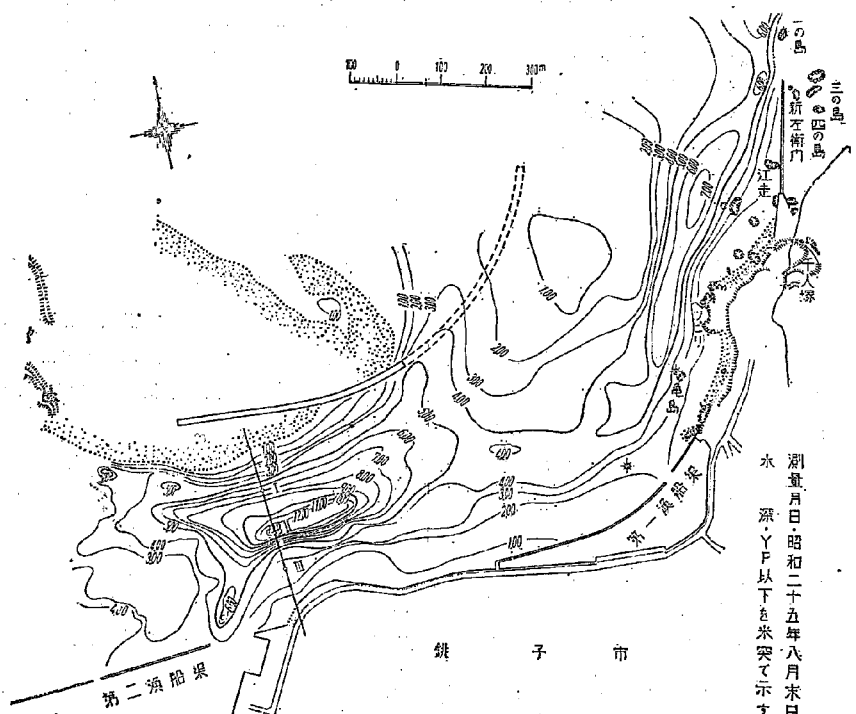
上記の解には種々の仮定があり，実河川には適しないものと考えられる．

こゝに行われた水理計算は以前の研究に於て既に行つたものであるが，我々が提案した方法の精度を知り，又感潮部の粗度係数を明らかにし，更に計算より知られる感潮河川の一般的性質について考究するために行つたものである．

感潮河川の水理計算は或る河川の現況を知るには我々の提案した方法は計算に手数を要し，実際に観測する事が簡単であり，大して意味を持たないが，現況を変える場合の推定，例えば児島湾の締切に伴う水理変化，或いは河口部維持のために潮汐による流れを増大させたいと云う様な場合，tidal basin を拡げる様な工事を計画する場合等では，多少の労力は要するが極めて有力な方法である．

Ⅱ　銚子に於ける観測

昭和 25 年 10 月 27～28 日利根川河口銚子に於て根川河口部に於ける水理現象の解明のために現地観測を

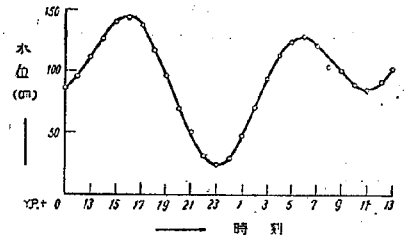


図—1

行つた．観測地点は図—1に示す如くであり，水位，流速，流向，塩分，水温および流砂量を27日11時より，28日13時迄の26時間，30分毎に連続測定を行つた．

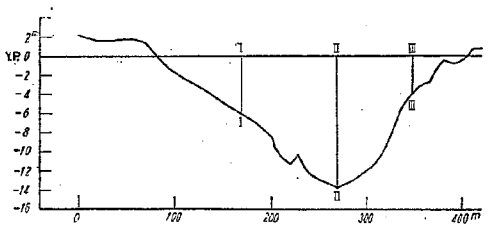
〔1〕 流速並びに流量

観測期間中の銚子自記検潮器の記録は図—2に示す如くであり，月齢16～17日であつた．



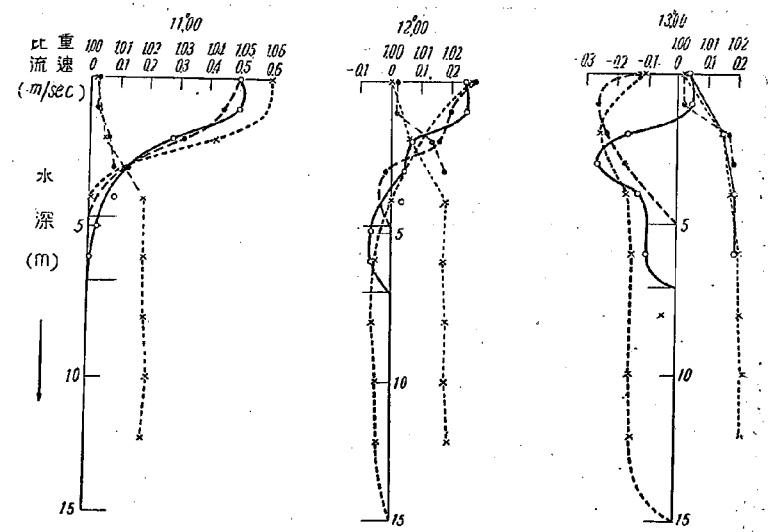
図—2

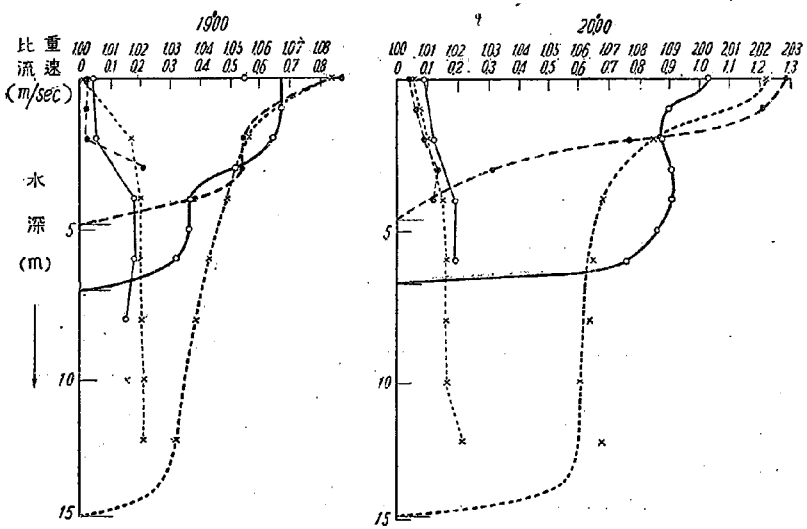
観測断面は図—3に示す如くで，人員および観測器材の都合上図に示す測線に於て3ケ所で観測を行つた．流速測定はⅠ，Ⅲ測線ではプライス流速計を用い，第Ⅱ測線ではエックマン流速計を用いた．なお第Ⅱ測線では流向が測定されるが，第Ⅰ，Ⅲ測線では測定出来ないので簡易流速計を併用して流向を測定し，各測定流速に流向の補正を加えた．



図—3

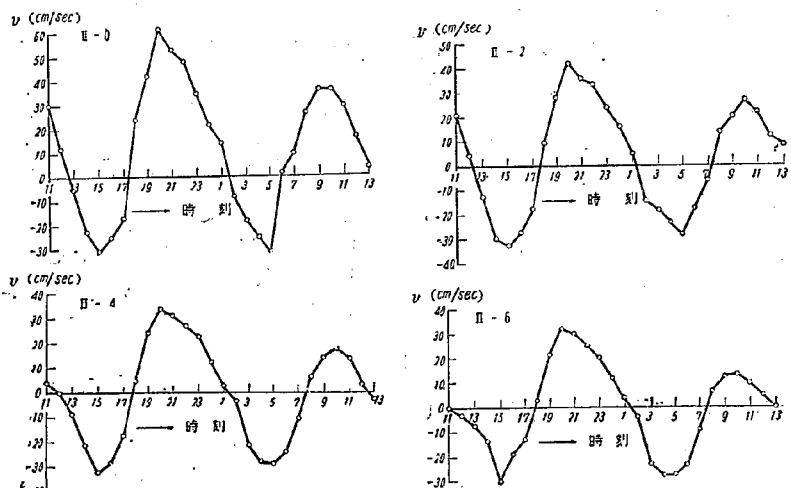
各測線の流速分布の例を示せば図—4の如くであり（図—4の太線は流速，細線は比重を表わし，図—3の，

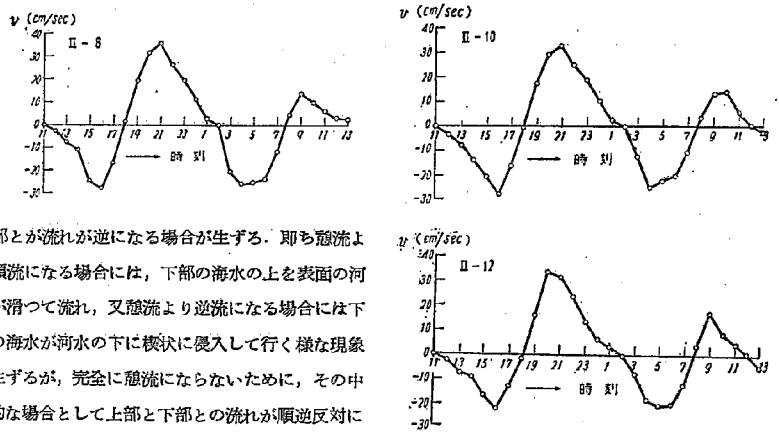




図—4

Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ断面を重ね合して表わしてある），憩流時附近を除いては普通の河型流速分布をなし，水面より河床迄ほゞ一様な分布をなしている．憩流時附近では水面附近だけ流れ，下部は停滞している場合や，又は上部と





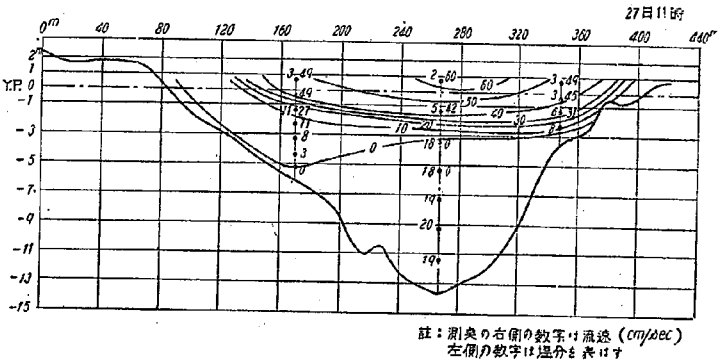
図—5

下部とが流れが逆になる場合が生ずる．即ち憩流より順流になる場合には，下部の海水の上を表面の河水が滑つて流れ，又憩流より逆流になる場合には下部の海水が河水の下に楔状に侵入して行く様な現象が生ずるが，完全に憩流にならないために，その中間的な場合として上部と下部との流れが順逆反対になる場合が生ずる．

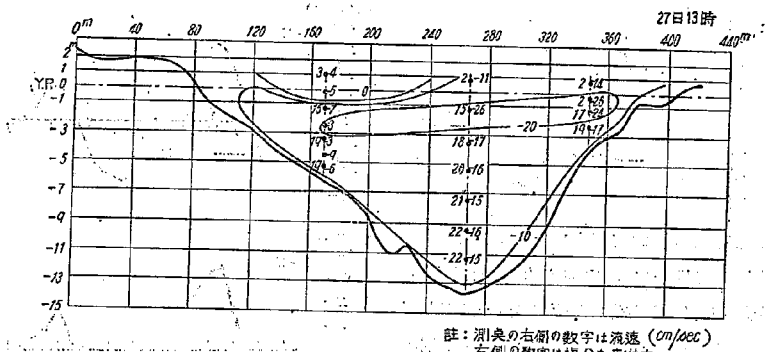
第Ⅱ測線の各測点の時間的変化を図示すれば図—5（図中の Ⅱ-0 はⅡ断面の水深 0m の位置のものを表わす）の如くなり，之より流速—時間曲線は水位—時間曲線にほゞ対称となつており，水面に近い程流速は順逆共変化が大きく，河床に近い程順次変化が小さくなつている事が知られる．

毎時間の観測断面内の流速分布状況を調べてみれば，上述の事が明瞭に理解される．観測断面内の流速分布状況の例を二，三示せば図—6 の如くである．又之より憩流から上げ潮になる場合には，先ず右岸側より流れはじめ流心は右岸側に寄り，次第に全断面逆流する様になる．又逆に憩流より下げ潮になる場合には左岸側に流心が寄る傾向がある．この事は図—1 に示した平面図より妥当であると考えられ，又左岸側の現在施工中の導流提の効果を裏付けるものである．

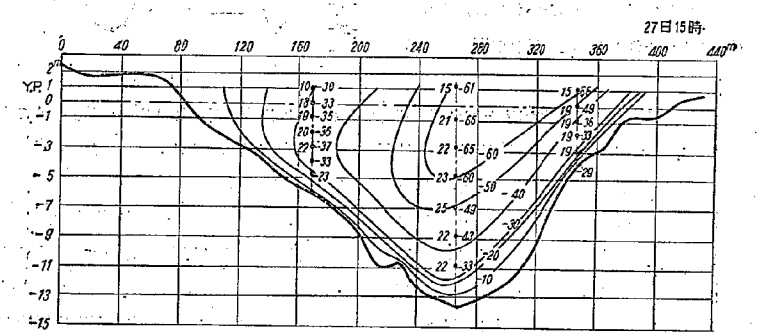
次に観測断面を通過する流量を計算すれば図—7，表—1 に示す如くなり，流量—時間曲線も水位—時間曲線



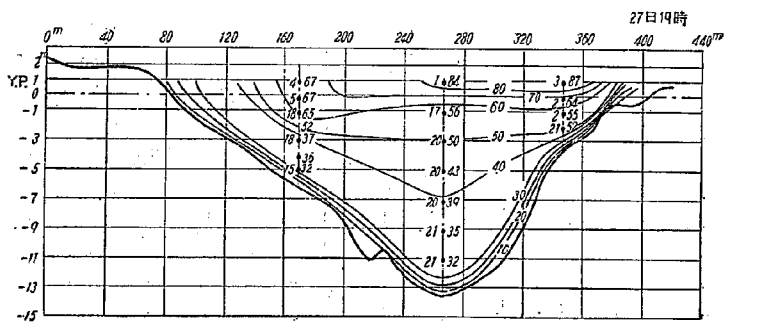
註：測点の右側の数字は流速（cm/sec）
左側の数字は深さを表わす



註：測点の右側の数字は流速（cm/sec）
左側の数字は塩分を表はす



註：測点の右側の数字は流速（cm/sec）
左側の数字は塩分を表はす



註：測点の右側の数字は流速（cm/sec）
左側の数字は塩分を表はす

図—6

表—1

時　刻	v (m/sec)	A (m²)	Q(m³/sec)	ΣQ(m³/sec)	ΣA (m²)	v_m(m/sec)
11.00	0.313	231.3	72.4			
	0.174	585.2	101.8	309.0	2420.7	0.128
	0.084	1604.2	134.8			
12.00	0.010	237.6	2.4			
	0.047	596.0	28.0	23.9	2449.5	0.098
	−0.004	1615.9	−6.5			
13.00	−0.182	248.8	−45.3			
	−0.106	615.2	−65.2	−382.2	2500.7	−0.153
	−0.166	1636.7	−271.7			
14.00	−0.304	259.3	−78.8			
	−0.319	633.2	−202.0	−789.3	2548.7	−0.310
	−0.307	1656.2	−508.5			
15.00	−0.342	269.1	−92.0			
	−0.293	650.0	−190.5	−1096.3	2593.5	−0.423
	−0.486	1674.4	−813.8			
16.00	−0.418	272.9	−114.1			
	−0.143	654.8	−93.6	−1042.5	2607.3	−0.400
	−0.497	1679.6	−834.8			
17.00	−0.149	267.7	−39.9			
	−0.028	647.6	−18.1	−561.2	2587.0	−0.217
	−0.301	1671.7	−503.2			
18.00	0.220	253.7	55.8			
	0.251	623.6	156.5	320.9	2523.1	0.127
	0.036	1645.8	108.6			
19.00	0.504	239.0	120.5			
	0.459	598.4	268.7	1041.5	2455.9	0.424
	0.403	1618.5	652.3			
20.00	0.678	220.1	149.2			
	0.858	566.0	491.3	1733.0	2369.5	0.731
	0.690	1583.4	1092.5			
21.00	0.402	206.8	83.1			
	0.850	543.2	461.7	1512.8	2308.7	0.655
	0.621	1558.7	968.0			
22.00	0.362	193.5	70.0			
	0.762	620.4	472.7	1320.3	2347.9	0.588
	0.546	1534.0	837.6			

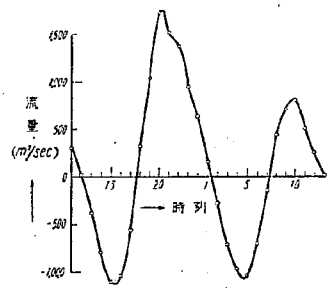
23.00	0.241 0.600 0.391	188.6 512.0 1524.9	40.4 307.2 596.2	943.8	2225.5	0.424
24.00	0.217 0.459 0.226	192.1 518.0 1531.4	41.7 237.8 346.1	625.6	2241.5	0.279
1.00	0.056 0.046 0.074	204.7 539.6 1554.8	11.5 24.8 115.1	151.4	2299.1	0.066
2.00	−0.093 −0.245 −0.073	220.8 567.2 1584.7	−21.2 −139.0 −115.7	−275.9	2372.7	−0.116
3.00	−0.208 −0.272 −0.309	237.5 596.0 1615.9	−49.4 −162.1 −499.3	−710.8	2449.4	−0.290
4.00	−0.375 −0.235 −0.449	250.9 618.8 1640.5	−94.1 −145.4 −736.6	−976.1	2510.2	−0.389
5.00	−0.281 −0.251 −0.487	258.6 632.0 1654.9	−72.7 −158.6 −805.9	−1037.2	2545.5	−0.407
6.00	−0.138 −0.033 −0.387	261.4 636.8 1660.1	−36.1 −21.0 −642.5	−699.6	2558.3	−0.273
7.00	0.104 0.175 −0.169	256.5 628.3 1651.0	26.7 110.0 −279.0	−142.3	2535.8	−0.056
8.00	0.228 0.251 0.148	244.6 608.1 1629.0	55.8 152.6 241.1	449.5	2481.7	0.181
9.00	0.382 0.220 0.299	242.5 604.4 1625.0	92.6 133.0 485.9	711.5	2471.9	0.288
10.00	0.481 0.346 0.306	234.1 590.0 1609.4	112.6 204.1 492.5	809.2	2433.5	0.333
11.00	0.353 0.199 0.193	231.3 585.2 1604.2	81.6 116.5 309.6	507.7	2420.7	0.210

12.00	0.190 0.115 0.090	236.2 593.6 1613.2	44.9 68.3 145.2	258.4	2443.0	0.105
13.00	0.094 −0.037 0.014	243.2 605.6 1626.2	22.9 −22.4 22.8	23.3	2475.0	0.009

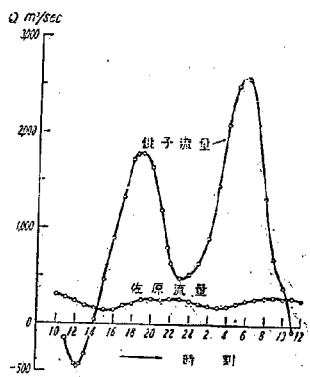
註. v, A, Q の欄はそれぞれ上から第 Ⅲ, Ⅰ, Ⅱ 断面の値を示す.

にほゞ対称になる. 1日週期 25 時間には 9,934,560m³ の水量の流出となり, 平均 110m³/sec の流出となる. この平均流出量は取手の量水標の水位から考えて妥当だと思われる. 即ち河川の固有流量が 110 m³/sec 程度であるが, 潮汐のために順流量は最大 1,750m³/sec, 逆流量は最大 1,130m³/sec に達する. この事より潮汐現象が如何に河口の維持に役立つているかを知る事ができる.

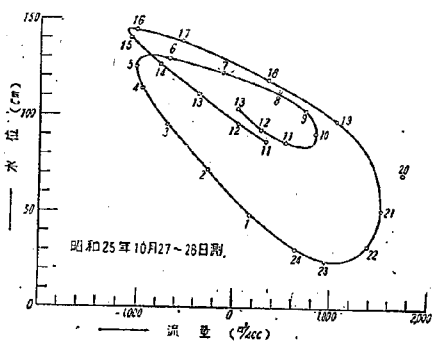
なお上記の流速分布より知られる如く, この様な河口部に於て浮子に依り流量観測を行う事は流量が過大に出る傾向がある. 例えば昭和 24 年 10 月 18～19 日に銚子に於て利根川下流工事々務所が観測器材の関係上



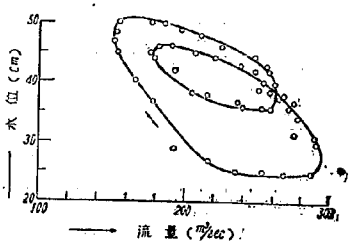
図—7



図—8



図—9



図—10

已むを得ず浮子による流量観測を行つた結果を示せば図—8 の如くであり，これと同時刻に当研究所が 39.5km 上流の地点佐原に於てプライス，エックマン流速計を用いて観測を行つた結果と比較すれば如何に過大に出ているかが判る．從つて少なくとも水深が相当ある河口部では浮子に依る流量観測は信頼出来ないと云う事が言い得る．

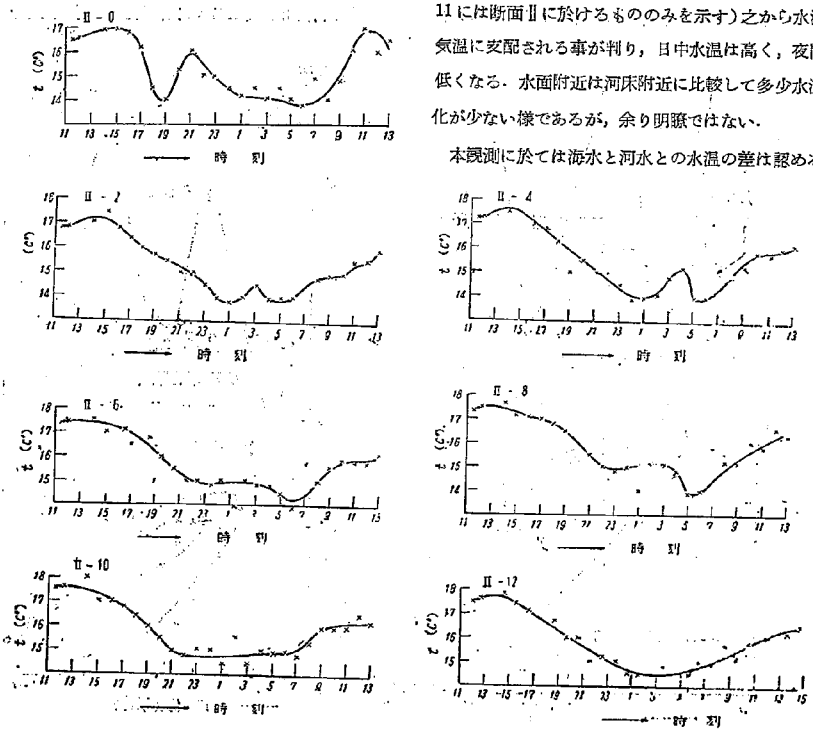
次に観測値より銚子に於ける水位—流量曲線を描けば図—9 の如くなり，綺麗なループを描く．同図より流量の観測値は大体妥当と考えられるが，最大流量の生じた 27 日 20 時の観測値は少し過大であつたと思われる．(図中の数字は時刻を表わす)．

なお参考のために昭和 24 年に測定した佐原（銚子から 39.5km 上流）に於ける水位—流量曲線を示せば図—10の如くである．

〔2〕 水　　温

観測点に於て土研型採水器で採水し測温した所，各点の水温の時間的変化は図—11 の如くであつた．(図—11 には断面Ⅱに於けるもののみを示す) 之から水温は気温に支配される事が判り，日中水温は高く，夜間は低くなる．水面附近は河床附近に比較して多少水温変化が少ない様であるが，余り明瞭ではない．

本観測に於ては海水と河水との水温の差は認める事

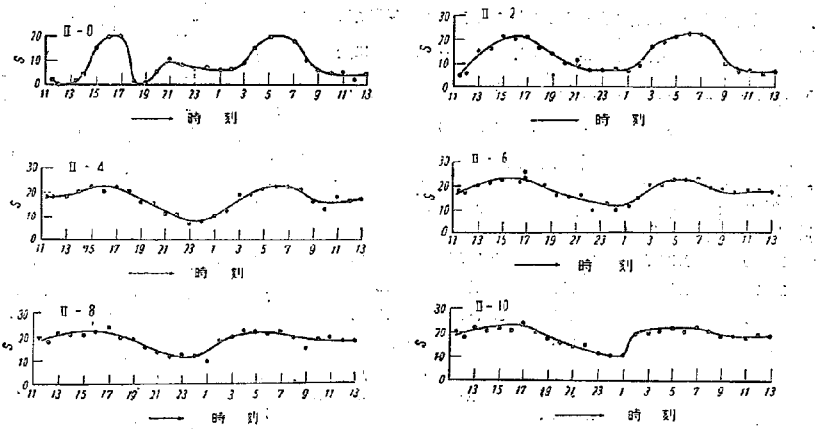


図—11

ができなかつた.

〔3〕 比　　重

各測点に於て採水した水の比重を比重計で測定し塩分濃度を調べた. 各点の比重の時間的変化を図示すれば図—12 の如くなる. 図より比重の時間的変化はほゞ水位の時間的変化と相似の形をとる事が認められる. 河床



図—12

に近い程 1 日の比重変化は少なく, 且つ相対的に比重が大きい. 水面では比重が 1.000 に近くなる事があるが, 河床近くでは 1.010 以下になる事はない. 之等の測点に於ける比重の最大値は 1.023 程度で, 海水そのものよりも少しく比重の小さい事が判つた.

なお流速分布より知られる停滞域と流水層との境界線は図—4 より判る如く, 比重の差が明瞭に出ていて, 海水の上を河水が流れたり, 或いは河水中に海水の侵入して行く状態が比重の測定に依つて明瞭にされた.

然し残念乍ら器材の関係上河川の縦断方向の変化の状況を測定する事は出来なかつた.

〔4〕 浮游流砂量

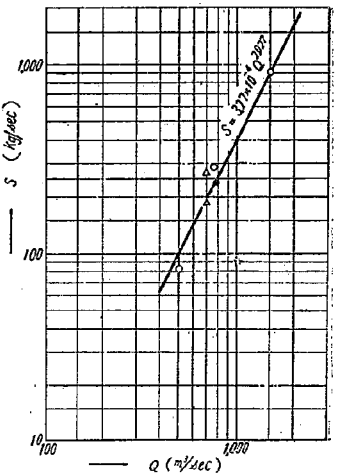
各測線に於て採水し, 浮游流砂量の測定を行つた. 含砂量の測定値は表—2 に示す如くである. 準備した採水壜が少なかつたため, 浮游流砂量測定は毎時行う事が出来ず, 測定されたものは同表に示したもののみである.

之を整理して全断面の流砂量を計算し, 之と流量との関係を調べてみれば, 図—13 に示す如くなり, 流砂量は流量のほゞ二乗に比例する事が判る. この関係は点の数が甚しく少なくて断定する事はできないが, 従来の研究結果[3] より見て妥当と思われる. 浮游流砂量と流量との関係はこの場合

3) 吉川秀夫 : 浮游流砂に関する二, 三の考察　土木研究所報告 第 83 号　昭和 27 年 3 月

$$S=3.27\times10^{-4}Q^{2.027}$$

にて表わされる．こゝに S は浮遊流砂量（kg/sec），Q は流量（m³/sec）を表わす．同図中の ⊙ の点は順流に依るもの，△ の点は逆流によるものを表わしている．即ち潮汐に依り順流，逆流を生じても同じ法則に従うものと思われる．この観測では総ての流砂量観測が流速分布が上から下迄ほゞ一様な場合に於て行われ，密度流の影響の大きい時刻ではこの法則が成立する



図—13

表—2 含砂量（単位 mg/l）

第 I 断面

水深(m) / 時刻	0	2	4	6
16.30	0.2459	0.4288	0.3788	0.5752
23.30	0.1751	0.1807	0.0983	0.2155
5.40	0.2336	0.0962	0.2693	0.2780
10.55	——	0.1203	0.0520	0.0932

第 II 断面

水深(m) / 時刻	0	2	4	6	8	10	12
16.30	0.1864	0.0952	0.0920	0.0851	0.1387	0.1422	0.2084
20.40							6.5766
21.30	0.2198	2.7579	0.5553	9.2532	4.6142	0.3365	0.4941
24.30	0.1183	0.6248	0.5703	0.1657	0.3054	0.7710	2.6092
6.00	0.1735	0.9455	0.4399	0.2297	0.2995	0.1998	——
11.05	0.0427	0.0847	——	0.2956	0.1729	0.3298	0.2127

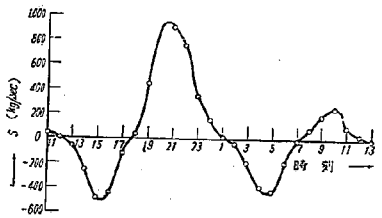
第 III 断面

水深(m) / 時刻	0	1	2	3	4
16.30	0.2262	0.2822	0.4707	0.4154	0.1733
18.25					0.3545
19.15				0.8231	
22.00				0.2558	
23.30	0.0852	0.1998	0.1111	0.2103	
1.00		0.2182			
6.00	0.0695	0.3477	0.4161	0.1107	0.1045
7.00				0.1409	
10.00		0.0403			

11.00	0.1215	0.1930	0.0931	0.2502

かどうかを明らかにする事が出来なかつた．この点については浜田氏が新潟港の調査[4]に於て研究している．

今の場合には密度流が生ずるのは潮汐時附近であり，この時は流量が小さく，従つて流砂量も小さく，全体的に見て問題にならないし，又大部分は普通の流速分布をなしているから，上記の法則が正しいものとして毎時の全断面の浮游流砂量を計算してみれば，図—14の如くなる．之より1日の間に河より海に運び出される量，即ち海より運び込まれる量を差し引いた量は 6,500 ton/day に達する．この事に依つても感潮河川では河口の維持が無潮河川よりも容易である事が考えられる．



図—14

更に河川の縦断方向に各断面を通過する流砂量を求める事に依り感潮部に於ける河床の堆積，洗掘状況を明らかにする事が出来る．かくする事に依り河道維持に適する断面を決定する事が出来ると思われ，河川改修上の一つの重要な指針となるであろう．

Ⅲ　利根川感潮部の水理計算

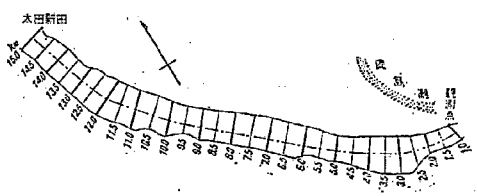
〔1〕計算方法

計算方法は不定流の運動の方程式と連続の方程式とを使つて，微分値を微少区分値で代用して行う近似計算を行つたが，この方法については既に川内川，児島水道の場合に詳述してあるのでこゝでは述べない．

計算の基準として銚子に於ける前述の観測値を利用した．即ち銚子に於ける昭和 25 年 10 月 27～28 日の水位および流量を使つて 500m 毎に水位，流量を計算した．河口より 15km 上流の太田新田に於てはその時の水位曲線があるから，運動の方程式中の粗度係数 n を適当に仮定し，500m 毎に計算して太田新田迄計算し，その計算水位が実測された太田新田の水位曲線に等しくなる迄 n の値の仮定を変えて計算を行つた．

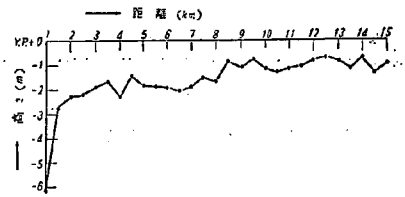
なおこの計算には密度流の影響等は考慮に入れず，普通の流水の抵抗法則と波の影響とに依つて計算した．

計算上の分割点は距離的には図—15に示す如く 500m であり，時間的には 30 分とした．又計算区域の平均河床高の変化は図—16の如くであり，全区間



図—15

4）浜田徳一：河口不等流に於ける乱れ粘性係数の一例　土木学会論文集第4号　昭和24年6月

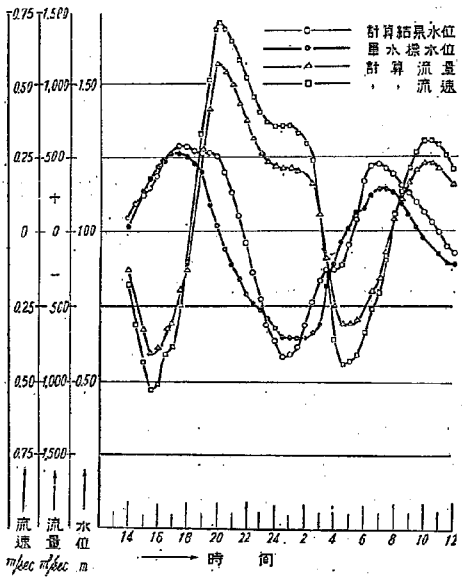


図—16

河川固有流量による水面は平均海面に依り堰上げ背水の範囲内にあることが認められる.

〔2〕計算結果

前述の如く適当に粗度係数を仮定して，銚子に於ける実測水位および流量を使つて計算した結果，Manning の粗度係数を 0.025 (m/sec 単位) にとれば，太田新田に於ける計算水位と実測水位とが一致する事が判つた. 即ち図—17 に示す如くである. この場合多少の誤差のある事は主として前述せる様に 27 日 20 時の銚子の流量が過大であつたために生じたものと思われる. 又粗度係数を多少変化させる事に依つて更によく一致せしめる事ができると考えられるが計算労力の上から今の場合はこの程度で満足することとした.



図—17

この事より利根川の様な感潮河川では普通の流水抵抗と波との影響を考えた不定流の運動法則に支配されており，特に密度流とか，或いは海水の上を河水が流れる場合の抵抗法則とかを考慮しなくても相当な精度で計算し得る事が判つた. 即ち普通河川で考えられている粗度係数を使つて平均流速で計算して大差ない事が判り，既に川内川，児島湾等で計算した事が大体に於て正しい事が首肯される.

計算を行つた結果より運動の方程式中の各項の大きさについて調べてみる. 符号は川内川[5] の場合と同じとする.

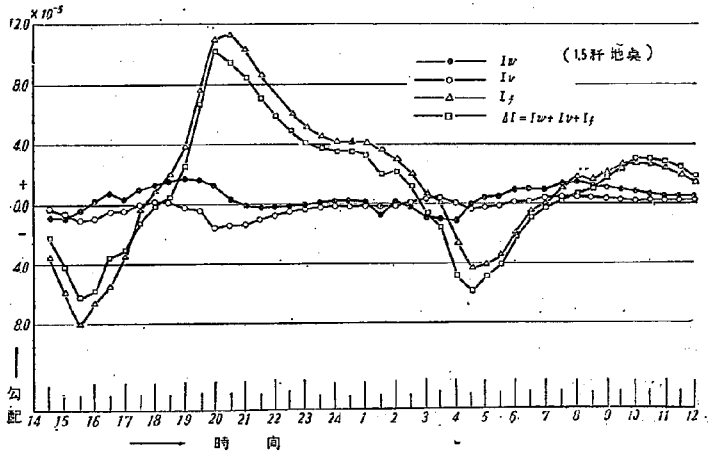
I_v は最大 40% より最小 0% の大きさを持ち，最も多い値は 10% 内外である. 即ち断面変化が大きい場合には大きくなり，断面形状に支配される. 然し各断面で相殺され，ある一定の時刻をとつて考えてみると，最下端より最上流端迄のこの項の合計は非常に小さくなり，この合計が最大になる時刻でも 3.5% であり，大部

5) 1) に同じ

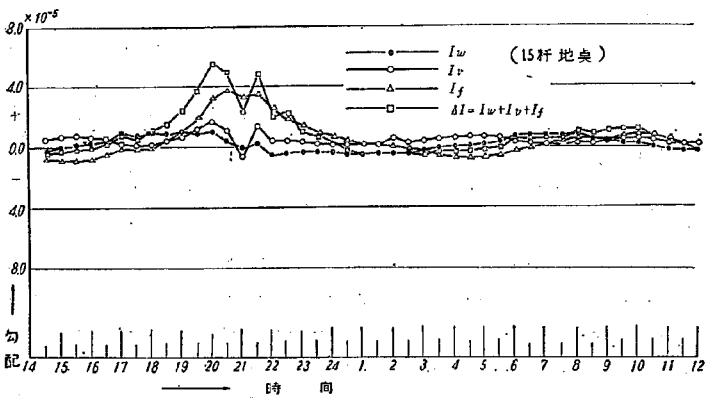
分が 1% に満たない値である.

I_w は最大 100%, 最小 0% であり, 大部分は 30% 内外である. I_w の最大は漲潮時より流れ始める時に生じ, この時には I_r が小さいので, I_w は 100% に近くなる. 即ち水位の最高, 最低の点はほゞ波としての性質を持つ事が判る. 又流れの最盛時には I_w は殆んど 0% に近く, 流れの最盛時には普通の gravity flow をなしている.

I_r は最大 100%, 最小 0% であり, 大部分は 60% 内外である. 上に述べた如く流れの最盛時に最大とな



図—18

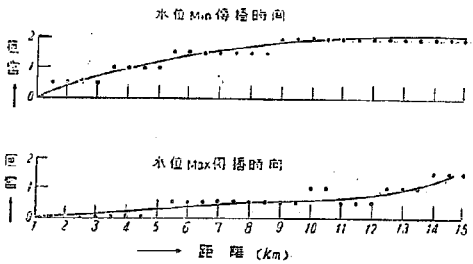


図—19

り，遡流時附近で最小になる．

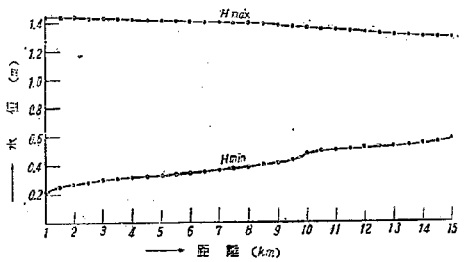
1.5 粁，および 15 粁の地点の I_v，I_w，I_r の各項の比率を図示すればそれぞれ図—18, 19 の如くであり，上流地点程 I_r の影響が大きくなる事を示している．又各項の時間的分布が明瞭に知られる．15 粁地点に於ては I_r と I とは殆んど同じ分布を示す様になつている．

次に計算結果より水位の最高および最低の伝播速度を求めてみれば図—20 に示す如くなる．計算時間間隔が 30 分位であるので，多少の誤差はやむを得ないが，水位の最高および最低は距離と共に伝播時間のきれいな曲線を描く．両者を比較すれば，水位最低の点は河口附近で伝播速度は遅く，上流部に進むにつれて伝播速度は速くなり，逆に水位最高の点は河口附近では伝播速度が速く，上流部に進むにれて遅くなつている．この事は河床縦断形状および次に述べる振幅より首肯される．なお水位最低の点の伝播速度は水位最高の点のそれよりも遅い事が認められる．又之等の伝播速度を長波としての伝播速度と比較してみたところ非常によく一致する事を知つた．即ち波形の伝播は長波として計算してよい事が確められた．この事は前記の計算結果よりも認められる事である．



図—20

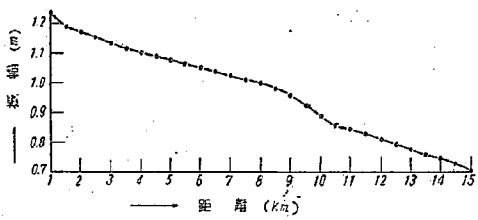
次に潮汐に依る水位変動の振幅につき調べてみる．先ず水位の最高，最低を距離的に計算結果より調べてみれば図—21 に示す如くなる．水位の最高は距離的にほゞ直線的に低下しており，上流に進むにつれて低下は著しくなる傾向にある．又最低は上流に進むにつれ，水位は上る傾向にあり，之は最高の場合と異り，河床の影響を受ける事が大きい様に思われる．又之を定流として計算すれば，15km の地点迄では殆んど水平となり，実際とは全く合わない．この事は前述の如く波形の伝播に 2 時間程度も要する事から，又従来の計算の様に等流部分に潮汐の影響の加わつたものと考える事は出来ない等の事より当然と考えられる．次に水位の最高と最低との差をとつて振幅を求めれば図—22 に示す如くなる．之より振幅は距離的にはほゞ直線的に減少する事が知られる．但し 9～10km 附近の地点で急激に減少するのは，この附近が特に河床が高いためと解せられる．



図—21

なお計算労力上河口より 15km 地点迄しか計算しなかつたので，振幅変化については充分検討する事が出来なかつたから，従来の利根川の水位記録よりこの点について調べてみる．

先ず取手に於て前後一両日間水位変動の非常に等い場合の中間の一日の量水記録を探し出し，之を取手水位の 0, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400cm の9種類になる様に，なるべくこの水位に近いものを探し出した．そしてそれに対応する各量水標の水位の最高と最低との差を求めた．その結果は表—3 に示す如くである．観測の不定全のために，中には相当の誤差があると思われるものもあるが，取手の各水位毎に平均して，之を取手水位が上記の値をとる時の振幅とした．又時間的に各地点の振幅の変化があつては今の目的にはよくないから，この点について調べれば，何等系統的な変化は認められない．又海の潮が日に依つて異りこの点で相当な誤差が生ずる様であるが，平均値を以つて代表させる事とする．



図—22

表—3-1　(取手平均水位 0cm)　(単位 cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm) 取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
14. 3. 1	22.0	0.0	1.0	8.0	14.0	19.0	33.0	33.0	40.0	
15. 7.12	0.0	0.0	4.0	30.0	33.0	33.0	35.0	33.0	48.0	
2. 1.25	19.0	1.0	1.0	12.0	15.0	23.0	23.0	23.0	35.0	
8. 7. 4	−20.0	1.0	5.0	26.0	33.0	40.0	48.0	50.0	57.0	
12. 6.29	3.0	0.0	5.0	29.0	30.0	33.0	35.0	37.0	49.0	
15. 8. 2	−5.0	0.0	3.0	26.0	29.0	35.0	37.0	40.0	44.0	96.0
13. 7. 2	−2.0	0.0	1.0	33.0	35.0	40.0	54.0	55.0	57.0	97.0
19. 7. 3	−20.0	0.0	2.0	23.0	23.0	37.0	40.0	44.0	51.0	55.0
平均	−0.4	0.3	2.8	23.5	26.5	33.1	38.9	41.3	47.6	82.7

表—3-2　(取手平均水位 50cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm) 取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
13. 1.16	50.5	1.0	2.0	15.0	26.0	30.0		30.0	42.0	
14. 1. 8	32.0	0.0	2.0	15.0	20.0	34.0		51.0	56.0	
14. 4. 3	65.0	1.0	5.0	6.0	10.0	32.0	10.0	24.0	24.0	
15. 1. 8	55.0	0.0	2.0	5.0	34.0	30.0	33.0	30.0	30.0	
2. 3. 4	52.0	0.0	5.0	15.0	31.0	27.0	35.0	38.0	43.0	
3. 2. 4	52.0	1.0	2.0	14.0	19.0	20.0	18.0	18.0	27.5	
4. 2. 4	50.0	0.0	2.0	10.0	14.0	45.0	16.0	37.0	47.0	
5. 5.25	45.0	0.0	5.0	12.0	47.0	47.0	42.0	45.0	45.0	

6. 5.10	70.0	0.0	1.0	4.0	32.0	32.0	35.0	34.0	34.0	
7. 1.30	65.0	1.0	3.0	8.0	32.0	37.0	45.0	41.0	45.0	
10. 6.21	45.0	1.0	3.0	36.0	41.0	49.0	62.0	50.0	55.0	
13. 1.29	70.0	0.0	2.0	9.0	17.0	17.0	32.0	25.0	35.0	110.0
14. 6.21	45.0	1.0	4.0	9.0	41.0	43.0	62.0	36.0	41.0	100.0
15. 1. 4	60.0	0.0	1.0	12.0	37.0	30.0	48.0	36.0	49.0	50.0
16. 1.29	50.0	0.0	0.0	10.0	30.0	28.0	29.0	38.0	69.0	99.0
17. 6.20	50.0	0.0	1.0	20.0	21.0	25.0	27.0	24.0	33.0	75.0
18. 1.23	60.0	1.0	4.0	12.0	12.0	27.0	30.0	37.0	46.0	105.0
19. 3. 8	40.0	0.0	2.0	14.0	31.0	38.0	58.0	62.0	78.0	90.0
平 均	53.1	0.4	2.6	12.6	26.2	32.8	36.4	35.4	44.4	89.9

表—3-3 (取手平均水位 100cm)

年月日	取手(水位)	堰幅 (cm) 取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
13. 4. 9	100.0	0.0	2.0	7.0	29.0	35.0		35.0	50.0	61.0
13. 4.11	85.0	0.0	3.0	14.0	28.0	32.0		32.0	40.5	50.0
14.10.13	105.0	0.5	3.0	5.0	15.0	33.0	38.0	37.0	56.0	
15.10. 1	104.0		3.0	5.0	25.0	30.0	32.0	33.0	40.0	
2. 3.25	95.0	1.0	2.0	3.0	24.0	24.0	32.0	38.0	30.0	
3.11.20	110.0	1.0	1.0	5.0	21.0	25.0	27.0	30.0	43.0	
4. 4.10	100.0	1.0	3.0	8.0	34.0	45.0	40.0	39.0	40.0	
5. 3.26	106.0	0.0	1.0	3.0	5.0	10.0	17.0	30.0	55.0	
6. 2.10	80.0	1.0	2.0	11.0	43.0	43.0	40.0	40.0	38.0	
7. 7.27	95.0	2.0	3.0	5.0	36.0		45.0	30.0	50.0	70.0
8. 5.15	100.0	1.0	2.0	9.0		36.0	54.0	48.0	47.5	
9. 6.28	100.0	2.0	4.0	28.0			48.0	47.0	50.0	
10. 3. 7	100.0	0.0	4.0	9.0	42.0	43.0	45.0	40.0	59.0	
11.12. 6	101.0	1.0	2.0	4.0	20.0	25.0	24.0	24.0	38.0	
12. 5.29	100.0	1.0		2.0	34.0	49.0	49.0	44.0	60.5	
13. 1. 1	95.0	0.0	3.0	13.0	17.0	21.0	34.0	31.0	35.0	96.0
14. 1. 1	100.0	0.0	4.0	6.0	32.0	35.0	39.0		42.0	65.0
15. 4.19	100.0	1.0	5.0	8.0	29.0	35.0	35.0	25.0	33.0	61.0
16.11.10	100.0	0.0	2.0	10.0	23.0	28.0	35.0	34.0	43.0	70.0
17.11.29	95.0	0.0	3.0	6.0	28.0	15.0	18.0	18.0	30.0	85.0
18. 6.23	100.0	0.0	2.0	3.0	18.0	44.0	46.0	44.0	49.0	71.0
19. 9.27	105.0	1.0	4.0	8.0	27.0	45.0	41.0	38.0	41.0	50.0
平 均	98.9	0.6	2.8	7.8	26.5	32.6	36.9	35.1	44.1	67.9

表—3-4 (取手平均水位 150cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm)								
		取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
13. 6. 8	145.0	0.0	5.0	10.0	20.0	33.0		34.0	52.0	66.0
14. 9.23	150.0	1.0	5.0	6.0	9.0	16.0	20.0	27.0	50.0	
15. 5.31	150.0	0.0	1.0	2.0	22.0	27.0	38.0	42.0	60.0	
2. 8.13	157.0	1.0	2.0	6.0	28.0	33.0	40.0	40.0	67.0	
3. 5. 7	149.0	2.0	2.0	3.0	18.0	27.0	27.0	27.0	25.0	
4. 5.12	148.0	1.0	1.0	2.0	26.0	39.0	41.0	43.0	67.0	
5.11.23	152.0	3.0	4.0		7.0	10.0	17.0	30.0	53.0	
6. 5.27	132.0	2.0	5.0	9.0	17.0	16.0	19.0	27.0	32.0	
7. 7.14	176.0			5.0	21.0		30.0	29.0	47.0	95.0
8. 6.25	153.0	0.0	3.0	30.0	69.0	68.0	67.0	57.0	60.0	
9. 5.25	152.0	3.0	7.0		20.0	28.0	31.0	29.0	35.0	
10.10.16	151.0	4.0	7.0	7.0	11.0	13.0	17.0	19.0	68.0	142.0
11. 4.24	152.0	2.0	4.0	11.0	18.0	35.0	36.0	35.0	35.0	
12. 9.22	166.0	5.0	6.0	7.0	23.0	30.0	31.0	30.0		97.0
13.11. 8	150.0	1.0	5.0	6.0	10.0	15.0	15.0	23.0	55.0	120.0
14. 9. 3	144.0	1.0	2.0	3.0	10.0	15.0	19.0	38.0	50.0	70.0
16. 9.13	150.0	1.0	2.0	2.0	10.0	26.0	22.0	20.0	30.0	68.0
17. 5.10	160.0	0.0	1.0	3.0	13.0	18.0	18.0	27.0	40.0	45.0
18. 9.14	166.0	0.0	8.0	12.0	25.0	35.0	40.0	43.0	53.0	100.0
19. 5. 2	137.0	0.0	7.0	7.0	20.0	19.0	20.0	19.0	18.0	44.0
平均	152.0	1.4	4.1	7.3	19.8	26.6	28.8	31.9	47.2	86.8

表—3-5 (取手平均水位 200cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm)								
		取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
14. 8. 6	190.0	1.0	4.0	2.0	12.0	22.0	24.0	28.0	51.0	
2.10.13	185.0	2.0	5.0	8.0	9.0	12.0	12.0		39.0	
5.11. 2	179.0	0.0	1.0	3.0	5.0	5.0	14.0	12.0	31.0	
9.11.29	185.0	1.0	2.0	5.0	20.0	24.0	25.0	30.0	40.0	
10.10. 9	186.0	0.0	3.0	4.0	5.0	5.0	14.0	15.0	35.0	93.0
12. 8. 3	200.0	2.0	4.0	14.0	25.0	29.0	31.0	38.0	52.0	96.0
13.10.30	200.0	0.0	1.0	2.0	4.0	5.0	7.0	10.0	30.0	70.0
15. 9.20	210.0	0.0	2.0	5.0	10.0	11.0	12.0	25.0	50.0	76.0
16. 8.13	190.0	3.0	4.0	7.0	9.0	10.0	9.0	10.0	22.0	65.0
17.10.19	215.0	1.0	7.0			19.0	20.0	14.0	29.0	50.0
18. 9.28	205.0	1.0	4.0	5.0	13.0	24.0	22.0	23.0	43.0	82.0

平均	195.0	1.0	3.4	5.5	11.2	15.1	17.3	20.5	38.4	73.0

表—3-6 (取手平均水位 250cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm)								
		取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
14.10. 2	270.0	1.0	5.0	10.0	14.0	14.0	16.0	18.0	48.0	
15. 5.26	240.0	2.0	7.0	7.0	10.0	15.0	17.0	20.0	56.0	
7. 9.25	235.0	2.0	6.0	10.0	8.0	11.0	12.0	13.0	25.0	
11. 6.30	250.0	1.0	16.0	15.0	14.0	17.0	19.0	19.0	45.0	
12. 4.28	252.0	0.0	3.0	7.0	13.0	15.0	15.0	14.0	40.0	
13. 7.16	245.0	1.0	5.0	5.0	6.0	10.0	12.0	16.0	21.0	82.0
14. 9.24	260.0	2.0	1.0	5.0	9.0	9.0	15.0	17.0	30.0	50.0
15. 9. 8	274.0	0.0	5.0	12.0	38.0	46.0	50.0	48.0	52.0	75.0
16. 8.16	235.0	0.0	1.0	5.0	5.0	6.0	7.0	8.0	13.0	64.0
平均	251.2	1.0	5.4	8.4	13.0	15.9	18.1	19.2	36.7	67.7

表—3-7 (取手平均水位 300cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm)								
		取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
2. 9.11	284.0	0.0	2.0	5.0	10.0	18.0	26.0	23.0	45.0	
5. 7.28	315.0	1.0	1.0	4.0	3.0	22.0	22.0	26.0	56.0	
6. 7.12	295.0	1.0	3.0	5.0	8.0	8.0	10.0	12.0	33.0	
10. 9. 3	297.0	0.0	5.0	6.0	8.0	18.0	14.0	14.0	35.0	
13. 9.11	317.0	1.0	5.0	13.0	15.0	17.0	15.0	15.0	30.0	80.0
14. 8.14	280.0	0.0	3.0	5.0	7.0	15.0	20.0	24.0	48.0	
18. 9. 5	294.0	1.0	5.0	5.0	6.0	20.0	20.0	20.0	38.0	63.0
平均	297.4	0.6	3.4	6.1	8.1	16.9	18.1	19.1	40.7	71.5

表—3-8 (取手平均水位 350cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm)								
		取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
2. 9.16	370.0	2.0	6.0	12.0	10.0	14.0	20.0	24.0	26.0	
6. 7.15	340.0	1.0	4.0	5.0	8.0	10.0	17.0	25.0	35.0	
8. 8.10	330.0	2.0	5.0	8.0	9.0	10.0	13.0	14.0	27.0	
10. 8.31	366.0	3.0	8.0	10.0	18.0	26.0	24.0	25.0	38.0	
11. 7.14	345.0	0.0	5.0	7.0	10.0	20.0	22.0	24.0	34.0	
16. 9.20	340.0	1.0	3.0	4.0	8.0	10.0	12.0	16.0	30.0	100.0
18. 9. 7	330.0	0.0	2.0	5.0	5.0	14.0	15.0	18.0	28.0	63.0

平　均	345.9	1.3	4.7	7.3	9.7	14.9	17.6	20.9	31.1	81.5

表—3-9 (取手平均水位 400cm)

年月日	取手(水位)	振幅 (cm) 取手	布川	須賀	金江津	川尻	横利根	一の分目	大田新田	銚子
3. 7.22	405.0	0.0	0.0	2.0	4.0	10.0	13.0	18.0	21.0	
3. 8. 2	580.0	1.0	5.0	7.0	9.0	10.0	15.0	22.0	25.0	
7. 9.17	450.0	2.0	6.0	8.0	16.0	18.0	21.0	24.0	23.0	
8. 8.20	390.0	1.0	5.0	10.0	18.0	20.0	23.0	27.0	37.0	
11. 9.29	400.0	5.0	13.0	17.0	20.0	24.0	25.0	25.0	35.0	60.0
13. 9. 7	460.0		2.0	8.0	8.0	15.0	16.0	17.0	17.0	23.0
13. 7. 4	560.0	1.0	6.0	4.0	5.0	5.0	5.0	5.0	25.0	55.0
14. 8.24	390.0	3.0	5.0	9.0	9.0	10.0	11.0	13.0	22.0	60.0
16. 7.31	400.0	5.0	5.0	4.0	5.0	5.0	7.0	7.0	45.0	61.0
18.10.12	445.0	0.0	4.0	8.0	14.0	17.0	17.0	18.0		
平　均	448.0	2.0	5.1	7.7	10.8	13.4	15.3	17.6	27.8	51.8

取手の水位と各量水標地点の振幅との関係を調べると図—23の如くなり，又各取手水位についての各地の潮汐に依つて生ずる振幅を距離的に示せば図—24の如くなる．之から次の事が認められる．

（1） 取手では河水の条件如何に係わらず殆んど潮の影響を受けない．

（2） 布川では取手水位の高い程振幅は大きくなつているが，之は一日の水位の最高と最低との差を潮汐に依る振幅と考えて資料をとつたため，水位の高い程洪水の影響が振幅として表われており，潮汐のみに依つて生じた振幅ではなく，洪水中の水位変動が表われていると考えられる．

（3） 布川より下流では潮汐の影響を受け，河川流量の少ない程潮汐の影響は大きい事が知られる．

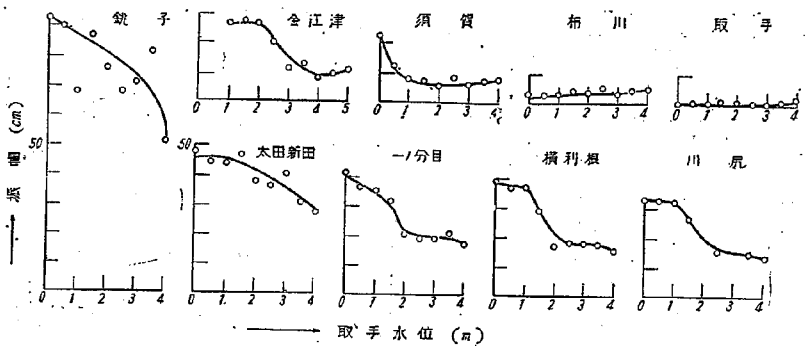
（4） 河川流量の少ない程潮汐の影響は上流におよび，例えば取手水位0の場合には須賀—布川間で急激に振幅が減少し，50cm の場合には金江津—布川間で，100 および 150cm の場合には金江津—須賀間で急激に減少する．

（5） 取手水位が 100cm より低い場合には河口より金江津迄の振幅は取手水位の大小（即ち河川固有流量の多少）に依る変化は殆んどないが，之より上流では水位の高低により変化が甚しくなる．

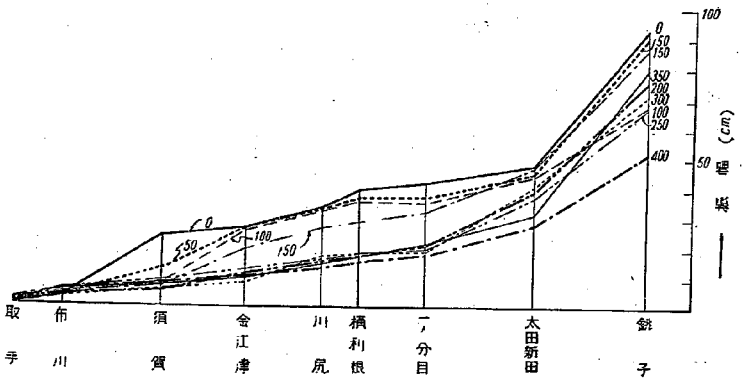
（6） 取手水位が 150cm 以下では，取手水位の増大につれて各地点の振幅は順次減少するが，取手水位が 200cm になると，全般的に急激に振幅が減り，それ以上水位が増大しても振幅の変化は非常に少なくなる．

（7） 銚子の振幅は記録が少いため，不正確ではあるが，河水流量の増加と共に振幅は減少する傾向にある事が認められる．

（8） 取手水位の高い程振幅の距離的変化は指数曲線的に減少する傾向にあり，一つの曲線に収斂する様に思われる．



図—23



図—24

以上の事から河川固有流量が増すにつれて河川潮の影響は次第に河川の上流より減少して行くものと考えられ，河川固有流量がある程度以上大きくなれば，海の潮汐に依る背水の影響は殆んど一定になり，固有流量がそれ以上増加しても河川潮の影響はあまり変らなくなる事が知られる．

これは前述の如く普通の感潮河川では平均海面に依る河川部への背水の影響範囲が相当延びている事のために海洋潮の影響が河川区域内に相当距離入り込んでいると考えられ，このためにその部分の振幅の距離的減衰は比較的少なく，又その影響範囲外では等流と考えられる河川固有流に河川潮の加わつたものと考えられるのでこの部分では振幅の減衰は比較的苦しいものと考えられる．之の点については理論的に更に今後検討してみる予定であるが，今この考え方に基づいて利根川の場合に認められた事実を検討してみる．図—23より判る如く河川固有流量が増大するにつれ，各地点の振幅は減少し，ある流量に達すると急激に振幅が減少し，それ以上河川流量が増加しても振幅の減少は極く僅かである．又この振幅の急激に減少する場合の流量は，上流部程

少なく，下流に行くに従い順次大きくなつている．この事は前述の考え方に依つて当然認められる事であり，振幅の急変点が海洋潮の直接の影響の限界点であると思われる．又等流と考えられる河川固有流に潮汐の影響が加わつた場合には従来の理論的研究から指数曲線的に上流に向つて振幅の減少する事が知られており，実際利根川に於てもその様になつている．

以上の事から利根川感潮部の改修計画に於ては計画築堤高は計画洪水流量が潮汐の影響がない場合に流れるための水位に図—24 に示された最下位の振幅が加わつたものとして大した誤りがない様に思われる．

実際の現象を調べた結果ではこの事が明らかに認められるが，更に理論的検討を加えてみたいと考えている．

Ⅳ 結　　語

以上の研究により次の点を明らかにする事が出来た．

（1） 河口に於ては流向が順逆になるのは勿論，時間的に流速分布が色々と変化し，又海水と河水とが複雑に分布し，相当複雑な流れ方をしている．

（2） 感潮河川では河川固有流量が僅かでも，実際潮汐に依り河口を出入する水量は相当な量に達する．

（3） （1）の理由に依り河口附近では浮子に依る流量観測は適当ではない．観測にはプライス流速計と簡易流速計との併用が望ましいが，簡易流速計のみにても相当程度の精度の観測が出来ると思われる．

（4） 河口より排出される浮游流砂量は利根川では河川固有流量 110m³/sec，月齢 16～17 日の場合に 1 日 6,500 ton に達し，感潮河川で河口の維持が容易である事が推察される．

（5） 感潮河川の水理計算については，既に我々が川内川，児島水道に於て計算した方法は少なくとも平水時に対してはほゞ正しい事が判つた．

（6） 利根川の感潮部の粗度係数 n は 0.025(m/sec 単位) 程度である．

（7） 感潮部の水理計算では流水抵抗に依る影響が最も大きく，水位が最高および最低になる時刻附近では波の影響が支配的となる．

（8） 従つて水位の最高および最低の点の伝播速度は波の伝播速度にほゞ等しい事が考えられ，実際について見れば大体その様になつている．

（9） 水位の最高および最低値は不等流の計算，即ち背水曲線からは求める事は出来ない．

（10） 河川流量が増すにつれ潮汐の影響は徐々に少なくなるが，ある流量になると急激に影響が減り，それ以上の流量については余り影響が変らなくなる傾向がある．

（11） 感潮部に於ける水位を概算するためには河川の固有流量が海の平均海面に依つて生ずる背水を求め，之にその固有流量に依つてその地点で生ずる潮汐の振幅を加える事に依つて求められる．特に洪水時にはこの振幅は洪水流量の如何に拘わらず，ほゞ一定となる事が知られたので，洪水流量が潮汐のない場合に流れる水位にこの振幅を加えたものとしてよい．

附　記

本調査は関東地方建設局利根川下流工事々務所の非常なる御援助に依つて行われたものである．此所に記し

て深く感謝の意を表します．又観測については河川第一研究室岸技官始め多数の参加に依つて行われたのもである．

漂砂に関する研究（6）
風と波との関係について

建設技官　佐　藤　清　一

（昭和27年7月）

目　次

Ⅰ　緒　言……（1）
Ⅱ　風向と波向，および波形……（1）
Ⅲ　風による波の発達……（6）
Ⅳ　風速と波高……（7）
Ⅴ　結　言……（12）

Ⅰ　緒　言

海岸に於ける漂砂の移動，海岸の浸蝕の対策を考える場合，又海岸堤防の設計および防砂突堤の設計を行う場合には波高を知ることが大切である．然るに波高の観測は困難であり，又観測のための時間的余裕の少い場合が多い．この場合には多くの場合風の観測資料は容易に手に入りうるので，これによつて波高を推定することが行われる．

本論文はこれの便宜のために風と波との関係について研究したものである．

先ず第一に風の吹き始めと吹き終りに於ては波の立ち方が異ることに着目し，風の発達過程と減衰過程とに2分して波を調査した．この2過程について風の方向と波の方向とが一致するかどうかを調べ，次いでそのそれぞれの過程に於て波形が理論と如何なる差異を有するかを調べた．これらはすべて昭和24年の夏と昭和25年の冬の2回にわたる新潟県岩船海岸に於ける観測に基いて行つたものである．

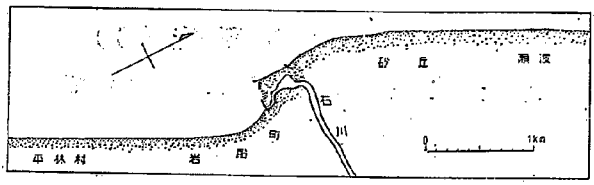
最後に千葉県銚子に於ける波浪観測資料を用いて風速と波高との関係式を求めた．著者はさきに昭和16年10月，内務省土木試験所報告63号に於て“風速と波高との関係について”なる題名の下に風速と波高との関係式を発表したが，今回の研究の方がより合理的であるので，この機会に訂正しておく次第である．

Ⅱ　風向と波向，および波形

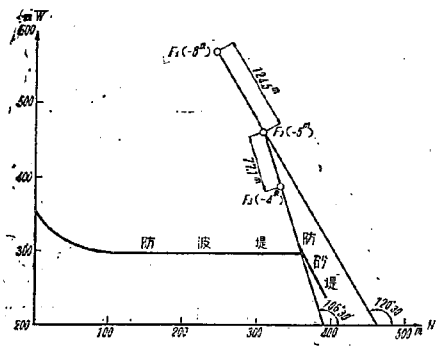
新潟県岩船の漂砂を調査する目的で昭和24年の夏8月20日から9月26日までと，昭和25年の冬1月2日から1月17日までの2期間にわたつて波と風の観測を行つた．

岩船の海岸は図—1に示す如く岩船港を中心としてこれより北の海岸線と南の海岸線とは殆んど平行し，その方向は共に約NNE—SSWである．岩船港より汀線沿いに北方約5kmにして三面川の河口に至り，又同じく汀線沿いに南方約5kmにして荒川の河口に達する．

波浪の観測は南北の方向をもつ防波堤の前面海岸で行い（図—2），風の観測は岩船港に直面した新潟港湾事務所



図—1



図—2

で行つた．海底の勾配は大体に於て 1/40 の程度である．

図—2 に示す如く F_1, F_2, F_3 なる位置に波高計を設置し，これらを通過する波を観測した．F_1, F_2, F_3 の各位置に於ける水深はそれぞれ −8 m, −5 m, −4 m であり，F_1F_2 の距離は 124.5 m，方位は N 120°30′ W，F_2F_3 の距離は 77.1 m，その方位は N 106°30′ W である．

波高計は直径約 10 cm の竹棒の下半部に木の浮子をつけ，竹竿の下端を直径 2 mm のワイヤロープで重さ約 70 kg の土俵 4 箇につりをとつて海底に碇置した．竹竿には 10 cm の長さ毎に交互に赤白に塗つて目盛りとし，1 m 毎に青を塗つた．用いた竹竿の長さは F_1 では 9 m, F_2 では 6.8 m, F_3 では 5 m であつた．

波高 $2a$ は波高計 F_1, F_2, F_3 を波が通過する時の水位の上下の読みをとり，Robinson 風速計による風速との関係をみるために 10 分間の連続観測の平均値を以てその 10 分の終りの時刻の波高とした．又波浪の発達過程，減衰過程によつてはウネリの上に明らかに風浪が重つてくるのが観察されたが，この様な場合にはこれら両者を区別して観測した．

波向 θ は波の襲来方向を N より W まわりの角度をコムパスで測定し，始めは峰線の方位を次いで襲来の入射角を測定した．

波速 c は，波の峰線が F_1 を通過してから F_2 を通過するまでの時間，又は F_2 を通過して F_3 を通過するまでの時間 t をストップウォッチで測定すれば次式によつて計算される．

$$c=\frac{124.5}{t}\cos(120°30'-\theta)$$

$$c=\frac{77.1}{t}\cos(106°30'-\theta)$$

波の周期 T' は波面が波高計を上下する時間をストップウォッチによつて測定した．

波長 λ は直接測定困難のため

$$\lambda = cT$$

によつて算出することにした.

風速 V は前記築港事務所の屋上に設備した Robinson 自記風速計によつた. 風速計の海面よりの高さは 10.73 m である.

風向 α は波向と同じく N より W まわりの角度で測り, 10 分間の平均値である.

かくて得られた観測値は表—1 に示す通りである. 表中 h は水深であり, 発は波浪の発達過程にあるものを

表—1 波の観測 発=発達, 減=減衰, 極=極大点 (変移点)

No.	年	月 日	時 分	$\theta°$	$2a$ (m)	T (sec)	h (m)	$\alpha°$	V (m/sec)	$\frac{2a}{T}$	過 程
1	1949	8.20	15.40	107	0.18	2.0	8.0	90	?	0.09	極
2		8.21	16.00	165	0.33	3.0	8.0	225	2.5	0.11	〃
3		8.22	8.00	85	0.10	6.0	8.0	67.5	2.5	0.02	発
4		8.23	15.00	25	0.24	3.0	8.0	0	5.0	0.08	〃
5		8.26	17.50	25	0.26	7.5	8.0	0	1.7	0.03	減
6		8.26	18.30	25	0.16	6.6	8.0	0	1.3	0.02	〃
7		8.27	17.00	20	0.14	1.7	8.0	−22.5	3.8	0.08	極
8		8.28	7.00	70	0.78	7.9	6.5	225	0	0.10	減
9		8.30	13.30	20	0.13	2.1	8.0	0	?	0.06	発
10		8.30	14.30	20	0.19	2.4	8.0	−22.5	?	0.08	〃
11		8.31	9.00	225	0.06	?	8.0	225	4.5	?	〃
12		9.1	8.00	120	1.90	10.0	8.0	112.5	5.3	0.19	減
13		9.1	8.30	115	1.90	10.0	8.0	112.5	6.5	0.19	〃
14		9.1	13.30	95	1.60	10.0	8.0	112.5	5.0	0.16	〃
15		9.1	14.30	85	1.20	9.5	6.5	90	3.0	0.13	〃
16		9.1	15.00	85	1.20	10.0	8.0	90	1.2	0.12	〃
17		9.1	16.00	85	1.20	10.0	8.0	90	0.8	0.12	〃
18		9.2	10.30	65	0.70	8.0	6.5	180	1.4	0.09	〃
19		9.2	16.15	60	0.45	8.8	6.5	0	2.9	0.05	〃
20		9.2	16.15	30	0.13	1.8	8.0	0	2.9	0.07	極
21		9.3	13.00	95	0.17	?	8.0	112.5	1.2	?	発
22		9.3	14.00	70	0.30	?	8.0	67.5	2.5	?	〃
23		9.5	9.30	35	0.23	?	8.0	22.5	5.0	?	〃
24		9.7	7.30	68	0.13	?	8.0	247.5	1.5	?	減
25		9.8	16.30	100	0.78	?	8.0	112.5	5.0	?	発
26		9.9	9.20	105	0.40	6.4	8.0	112.5	4.3	0.06	減
27		9.9	8.40	165	0.15	2.5	8.0	135	5.7	0.06	発
28		9.9	9.10	165	0.28	2.7	8.0	112.5	4.0	0.10	〃
29		9.9	12.20	110	0.32	3.0	8.0	90	4.0	0.11	〃
30		9.12	15.40	67	0.30	?	8.0	0	2.0	?	減
31		9.13	17.20	90	0.20	?	8.0	−22.5	5.0	?	〃
32		9.14	16.30	55	0.32	6.0	8.0	−22.5	3.3	0.05	〃

33		9.14	17.20	45	0.15	3.8	8.0	−22.5	1.3	0.04	減
34		9.15	13.30	70	0.08	1.8	8.0	67.5	3.0	0.04	発
35		9.15	15.00	70	0.15	2.2	8.0	22.5	2.8	0.07	〃
36		9.15	15.10	90	0.20	6.5	8.0	22.5	2.6	0.03	減
37		9.16	15.40	100	0.60	5.5	8.0	135	4.5	0.11	発
38		9.16	16.00	100	0.73	6.4	8.0	135	6.7	0.11	〃
39		9.17	9.30	90	0.28	6.3	8.0	247.5	2.4	0.04	減
40		9.18	10.30	45	0.33	5.0	8.0	270	1.3	0.07	〃
41		9.18	10.40	45	0.33	5.6	5.0	270	1.2	0.06	〃
42		9.18	12.00	−20	0.10	1.2	4.0	−22.5	1.6	0.03	発
43		9.19	11.15	225	0.05	1.5	8.0	225	2.8	0.03	〃
44		9.19	11.30	23	0.05	1.5	8.0	22.5	2.7	0.03	〃
45		9.19	16.30	23	0.03	1.5	8.0	0	0	0.05	〃
46		9.19	17.00	45	0.26	6.4	8.0	0	0	0.04	減
47		9.20	16.00	115	0.30	?	8.0	112.5	3.3	?	〃
48		9.21	14.00	50	0.75	7.4	4.5	−22.5	5.7	0.10	〃
49		9.21	14.30	50	0.84	5.8	8.0	−22.5	4.7	0.15	〃
50		9.21	15.40	50	0.65	7.7	4.5	−22.5	2.0	0.08	〃
51		9.21	16.15	50	0.68	8.2	4.0	−45	1.4	0.08	〃
52		9.22	15.40	40	0.25	6.9	8.0	225	1.3	0.04	〃
53		9.22	15.40	225	0.10	1.0	8.0	225	1.3	0.10	発
54		9.23	11.20	100	0.71	4.2	8.0	67.5	2.5	0.17	〃
55		9.24	17.40	70	1.73	8.8	8.0	0	0.8	0.20	減
56		9.25	9.30	85	0.80	7.7	8.0	67.5	2.0	0.10	〃
57	1950	1.2	15.00	130	(0.35)	—	5.0	135	2.2		発
58		1.3	16.00	115	(1.00)	—	5.0	225	0		減
59		1.4	11.00	45	?	—	5.0	22.5	120		発
60		1.8	11.00	48	?	6.7	5.0	270	2.8		減
61		1.9	12.00	99	(2.00)	7.2	5.0	247.5	1.6		〃
62		1.10	12.00	138	(0.15)	1.2	2.0	135	4.2		発
63		1.10	12.00	92	(0.20)	6.3	2.0	135	4.2		減
64		1.10	16.00	40	?	4.9	5.0	22.5	13.0		発
65		1.11	14.00	49	(0.40)	7.5	5.0	67.5	1.0		以
66		1.12	15.00	50	(2.30)	6.9	5.0	90	16.6		発
67		1.13	16.00	60	?	8.1	5.0	90	8.0		減
68		1.13	16.00	69	?	8.0	2.0	90	8.0		〃
69		1.17	15.30	74	(0.40)	5.5	5.0	225	2.0		〃
70		1.17	12.00	74	(0.40)	5.6	5.0	225	0		〃

減は減衰過程にあるものを示す．又極とあるは発達過程から減衰過程への変位点に於けるものである．

そこで観測された波が理論浅水波[1]に対し如何なる差をもつものであるかを調べるために，波速 c の測定をなしえた資料のみを集めたものが表—2 である．

1) 佐藤清一：漂砂に関する研究 (4)，浅水表面波について．建設省土木研究所報告，82 号，昭和 27 年 3 月．

前に求めた理論浅水波の波速 c は近似的には浅水トロコイド波の場合と同一になり

$$c^2=\frac{g}{k}\tanh kh \quad k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

である．然るに

$$c=\frac{\lambda}{T}$$

であるから c と T の関係は

$$c=\frac{gT}{2\pi}\tanh\frac{2\pi h}{cT}\cdots\cdots(1)$$

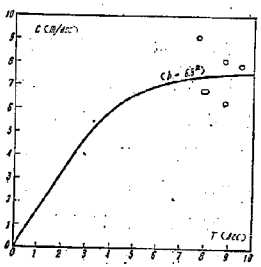
となる．

表—2

No.	$2a$ (m)	T (sec)	c (m/s)	λ (m)	h (m)	$\frac{2a}{\lambda}$	過程
8	0.78	7.9	6.8	53.7	6.5	0.015	減衰
15	1.20	9.5	7.9	75.1	6.5	0.016	〃
18	0.70	8.0	6.8	54.4	6.5	0.013	〃
19	0.45	8.8	6.3	55.4	6.5	0.008	〃
41′	0.34	5.1	2.8	14.3	6.5	0.024	発達
48	0.75	7.4	5.5	40.7	4.5	0.018	減衰
50	0.78	7.6	5.4	41.0	4.5	0.019	〃
55	1.73	8.8	8.1	71.3	6.5	0.024	〃
56	0.80	7.7	9.1	70.1	6.5	0.011	〃

今の観測では c と T とは各独立の直接測定値であるから，これらが(1)式によつて表わされる $c\sim T$ 曲線の上にのれば観測された波は理論浅水波に殆んど近いものであるということができる．

図—3 はこの関係を示すものであり，図中の白点は減衰過程にある波を，黒点は発達過程にある波を示す．



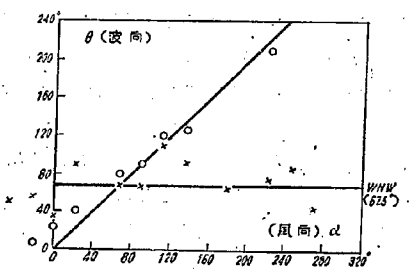
図—3

これによれば減衰過程にある波は理論浅水波に大体近いものであるといえるが，発達過程に於ては理論浅水波と異る様である．従つて実際の波形は減衰過程に於てのみ理論浅水波の形に近いものとなり，発達過程に於てはこれとは異るものであり，減衰過程のものと同一運動周期ではあつてもそれよりもはるかに伝播速度の小さいものである．

次に風向 α と波向 θ との関係を調べるために，表—1 中より各風向に対する波向の平均を求めると表—3 の如くになり，これを波の発達と減衰の両過程に分けて示すと図—4 の如くになる．図中白丸点は発達の過程を，× は減衰の過程にあるものを示す．

表—3

風向 α (度)	波向 θ (度) 発達過程 個数	発達過程 平均	減衰過程 個数	減衰過程 平均
270.0			3	46
247.5			3	86
225.0	4	210	5	75
180.0			1	65
135.0	5	127	1	92
112.5	3	120	5	110
90.0	3	89	5	77
67.5	4	81	2	67
22.5	5	43	1	90
0	4	25	5	35
−22.5	3	7	7	55
−45.0			1	50



図—4

これによると発達と減衰の両過程に従つて風向と波向の関係が異ることが明らかにわかる.

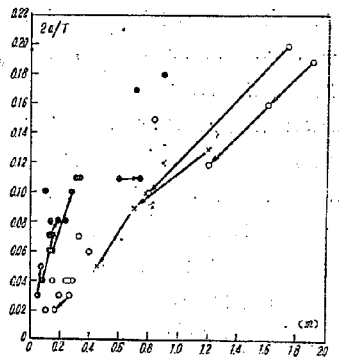
即ち発達過程に於ては風向と波向とは一致するものであることを知る. たゞこの場合 α の小さいところ即ち風向が N に近いところで θ と α の一致線よりはずれているが, これは防波堤の北にある砂浜の影響であると考えられる.

一方減衰過程に於ては波向は風向に無関係に一定方向をとることがわかり, その平均値は N69°W である. 図—1 に示す如く防波堤の北および南の海岸線は殆んど平行で共に NNE より SSW に走つており, この海岸の一般方向は NNE—SSW とすることができる. 従つて この海岸の法線は WNW 即ち N 67.5° W である. 故に減衰過程に於ける波はその時刻の風向とは無関係に常に海岸線に殆んど直角に襲来してくるということができる.

Ⅲ 風による波の發達

前章に述べた如く発達過程と減衰過程とで波の性質が異ることが明らかとなつたので, 更にこれら両過程間に於ける波の周期 T の相違を調べてみることとする.

このために表—1 により波高 $2a$ と $2a/T$ との関係を調べると図—5に示す如くになる. 図中黒丸点は水深 $h=8$ m に於ける発達の過程にあるものを, 白丸点は $h=8$ m に於ける減衰過程にあるものを, 又 × は $h=6.5$ m に於ける減衰過程にあるものを示す. そこでこれら両過程のそれぞれに於て過程の順序のつながりをもつものを矢印を以て連結すると図の如くになり, 波の発達過程に於ては $2a/T$〜$2a$ 曲線は坐標原点を上向きに急勾配で出発して $2a/T$ の値は急激に大となり, 減衰過程に於ては前者に比してかなりの緩勾配で而も殆んど直線的に原点に戻つてくることがわかる. 即ち $2a/T$〜$2a$ 曲線は $2a=0$ の原点を出発点としてループを画くものであることがわかる. 即ち同一波高 $2a$ の波でも発達過程にあるものは周期が小さく, 減衰過程にあるものは周期が大きく而も殆んど一定のまま減衰するものであることがわかる. 従つて波は風により発達するに従つて周期は増大し, 発達極限に達して或る一定の周期となり, 次いで減衰するに及んではその一定周期を殆んどそのまゝに保ち乍ら減衰するものであることがわかる.

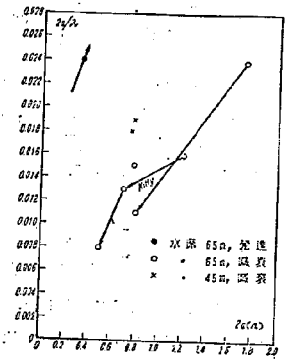


図—5

次に両過程に於ける波長の変化を調べる目的で, 表—2 により $2a/\lambda$ と $2a$ との関係を調べると図—6 の如き結果をうる. 図中黒丸点は水深 $h=6.5$ m のところに於ける発達過程にあるもの, 白丸点は同じく $h=6.5$ m のところで減衰の過程にあるものを示し, × は $h=4.5$ m のところで減衰の過程にあるものを示す. 又矢印でつないだのは前の場合と同じく発達又は減衰の順序を示すものである.

これによると $2a/\lambda$ は波の発達とともに $(2a/\lambda=0,\ 2a=0)$ の原点を上向きに出発して急増し, 減衰の過程

に於てはほゞ直線的に原点に戻るループを画くことが知れる．從つて同一波高の波であつても発達の段階にあるものは減衰の段階にあるものよりも勾配 $2a/\lambda$ は急であり，而も減衰の過程に於ては波長は殆んど一定に保たれたまゝ波高が小さくなることがわかる．即ち波が風によつて発達する場合には波長の増大するよりも更に大きな割合で波高が増大し，次いで波長の増大の方が卓越する様になつて発達の極限に達し，殆んどこの波長を保つたまゝ波高が減衰するものである．



図—6

以上の2つの減衰過程を合せ考えると，この過程に於ては波長も周期もそれぞれ殆んど一定値に保たれることになり從つてこの過程に於ては水深が一定であるならば周期 T は波長 λ のみの函数であることになる．このことは減衰過程に於ける波は殆んど理論浅水波に近いものであることを意味し，前章に於て述べたことと一致する．

何となれば理論浅水波に於ては周期 T は波長 λ と水深 h のみの函数となり

$$T^2=\frac{2\pi\lambda}{g}\cosh\frac{2\pi h}{\lambda} \quad \cdots\cdots (2)$$

となるからである．

故に，前章と本章とに於て明らかにされたところを合すれば波の風による発達と減衰は次の如くであることとなる．

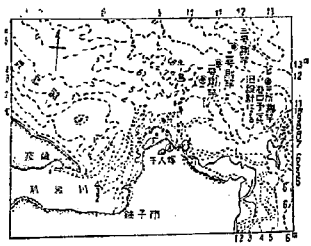
風が吹き出すと波は理論浅水波形よりももつと急勾配の波形で先ず波高が増大し始め，次いで波長が発達してその風に対応した極限の波となる．この時には波形は理論浅水波形に殆んど近いものとなる．次いで風が無くなつて波は減衰の過程に入るが，この場合には波形は理論浅水波形に殆んど近く周期および波長を極限の場合のそれらの値に保つたまゝ波高が段々小さくなつて減衰するものであることが知れる．

Ⅳ 風速と波高

千葉県銚子港に於ては同港の修築に当り，設計に必要な種々の調査が大正10年から12年の間に行われた．この時の波と風に関する観測資料が入手出来たので，[2] これによつて風速と波高との関係を研究した．

観測地附近の地形は図—7 に示す如く海面は北より南東に開け鹿島灘の長汀を南端に拠して突出した地形である．波高の観測は図—7 に示す一ノ島，1号，2号，3号地点および旧設計による港口予定箇所の5ケ所に於て行つた．この海面の水深は 7.5m から 10m まで変化し，海底勾配は 1号，2号，3号測点に於て 1/70

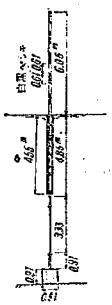
2) 銚子漁港調査書．



図—7

から 1/100 の程度である．この内一ノ島は干潮面上 +3.00 m の岩盤上に長さ約 9 m の柱を立て 0.61 m 毎に黒白に塗り分けたものを標尺とし，1 号，2 号，3 号 地点および港口予定箇所に於ては図—8 に示す如き黒白に塗り分けた標尺を立てこれを通過する波を陸上地点 ② よりトランシットによつて観測した．

波の周期もこれらによつて観測されたが，波速は実測されておらず，波長は深水トロコイド波の公式によつて計算して参考とするにとゞまつた．風速および風向は ② に自記風速計を据付けて観測された．風速は大正13年以降風速のとり方が変更になつたので，現在用いている風速に合わせるため 0.7 を掛けて訂正するを要した．



図—8

かくして得られた観測値は合計 320 ケに及ぶが，この内波向の観測のあるものは港口予定箇所に於けるもののみである．これを見ると波向と風向とはすべて一致しているとは限らない．そこで風向と波向とが最も多く一致している風向範囲を求め，他の地点に於ける資料についてはこの風向範囲の波のみを採用することとした．

そこで，港口予定箇所に於ける観測数は合計 135 ケあり，これを風向および波向の回数について整理すれば表—4 の如くになる．これによつて波向が風向と一致する範囲は NNE, NE, ENE であることがわかる．従つて風速と波高との関係を求めるのに用いるべき港口予定地点の観測値としては風向，波向共にこの範囲にあるもののみを用い，又 1 号，2 号，3 号地点に関しては波向の観測がないために風向が上述の範囲内にあるものを採用することとした．

かくて使用することとした観測値は表—5 に示す如くで，第 1 号測竿で 17 ケ，第 2 号測竿で 8 ケ，第 3 号測竿で 23 ケ，港口予定地点で 56 ケ，計

表—4

風				波	
風向	回数	風向	回数	波向	回数
北	8	南	2	北	3
北々東	23	南南西	15	北北東	17
北東	24	南西	5	北東	83
東北東	10	西南西	3	東北東	28
東	2	西	8	東	1
東南東	2	西北西	11	東南東	1
南東	7	北西	9	南東	2
南南東	3	北北西	3		

表—5

一号測竿　　大 10.6.25～大 10.10.5.

最高波高 $2a$(m)	週期 T(sec)	波長 λ(m)	風向	風速 V(m/sec)	訂正風速 V(m/sec)
1.21	10.0	151.5	北東	14.58	10.20
2.42	15.0	341.0	〃	6.67	4.67
0.61	9.0	122.7	北々東	6.67	4.67
0.76	7.0	74.3	〃	10.42	7.30

0.91	10.0	151.5	北々東	7.50	5.25
0.61	8.0	97.0	〃	4.17	2.92
3.64	7.0	74.3	〃	12.50	8.75
1.82	13.0	256.0	〃	7.50	5.25
1.82	9.0	122.7	〃	4.17	2.92
1.21	7.0	74.3	〃	9.17	6.42
3.64	9.0	122.7	北 東	15.83	11.03
1.82	11.0	183.5	北々東	15.42	10.80
1.82	9.0	122.7	〃	5.83	4.08
2.42	8.0	97.0	東北東	10.83	7.58
3.64	11.0	183.5	北 東	15.83	11.03
2.12	7.0	74.3	北々東	25.00	17.50
1.82	11.0	183.5	〃	7.58	5.31

二 号 測 竿　　大 10.8.27～大 10.10.5

最高波高 $2a$(m)	週 期 T(sec)	波 長 λ(m)	風 向	風 速 V(m/sec)	訂正風速 V(m/sec)
1.21	7.0	74.3	北々東	7.50	5.25
1.35	8.0	97.0	〃	6.67	4.67
0.61	14.0	297.0	〃	7.50	5.25
0.91	6.0	54.5	〃	4.17	2.92
3.64	9.0	122.7	〃	13.75	9.62
2.42	6.0	54.5	北 東	15.83	11.08
2.42	10.0	151.5	北々東	25.00	17.50
3.03	8.0	8.0	〃	15.42	10.80

三 号 測 竿　　大 10.6.3～大 11.2.19.

最高波高 $2a$(m)	波 長 λ(m)	波 長 / 最高波高	週 期 T(sec)	風 向	訂正風速 V(m/sec)
0.76	256.0	337.0	13.0	北々東	4.67
0.76	74.0	97.4	7.0	〃	7.30
0.91	212.0	233.0	12.0	〃	5.25
0.91	151.5	161.5	10.0	北 東	5.83
1.21	151.5	125.0	10.0	〃	10.20
1.82	151.5	83.25	10.0	〃	4.67
1.21	37.9	31.3	5.0	北々東	4.03
1.21	212.0	175.0	12.0	〃	2.92
1.21	54.5	45.0	6.0	〃	4.37
1.82	97.0	53.25	8.0	〃	6.42
1.21	122.7	101.4	9.0	北 東	2.92
1.52	74.3	49.0	7.0	北々東	9.92
1.52	297.0	195.4	14.0	東北東	1.75
1.82	151.5	83.25	10.0	北々東	6.70
1.52	183.5	120.7	11.0	北 東	7.58

1.82	183.5	101.0	11.0	北々東	6.42
1.52	183.5	120.8	11.0	〃	10.20
1.82	97.0	53.3	8.0	〃	9.85
1.21	256.0	211.5	13.0	北 東	6.42
1.82	183.5	101.0	11.0	〃	10.50
2.42	79.0	32.6	8.0	〃	6.42
2.12	151.5	71.5	10.0	〃	1.98
2.12	151.0	71.4	10.0	〃	12.83
2.12	218.0	102.8	12.0	〃	10.50
2.12	122.7	57.8	9.0	北々東	9.04
3.03	297.0	98.0	14.0	東北東	8.75
3.64	97.0	26.6	8.0	北 東	11.67

港口予定箇所測竿　　大 11.7.13～大 12.1.31.

波高 $2a$(m)	波長 λ(m)	週期 T(sec)	波向	風向	訂正風速 V(m/sec)
0.61	54.5	6	北 東	北 東	3.50
1.52	151.5	10	〃	〃	4.08
1.21	218.0	12	〃	〃	4.08
0.91	122.7	9	東北東	北々東	4.72
0.91	122.7	9	北 東	〃	6.88
0.91	183.5	11	北々東	北 東	5.39
2.42	256.0	13	北 東	北々東	8.40
2.12	122.7	9	〃	北 東	3.67
0.91	97.0	8	〃	北々東	3.50
0.61	74.3	7	〃	〃	0.52
0.91	151.5	10	〃	北 東	8.17
1.52	183.5	11	〃	北々東	7.58
1.52	97.0	8	〃	〃	6.12
2.12	256.0	13	〃	〃	7.12
2.12	297.0	14	〃	〃	13.15
2.12	122.7	9	〃	北 東	13.70
3.03	97.0	8	〃	〃	18.08
1.52	183.5	11	〃	〃	3.79
1.21	151.5	10	〃	〃	10.62
1.52	74.3	7	〃	東北東	6.13
1.21	122.7	9	〃	北々東	6.24
1.21	122.7	9	〃	〃	7.58
1.82	256.0	13	〃	〃	8.46
1.21	54.5	6	〃	東北東	5.83
1.21	97.0	8	東北東	北 東	3.79
1.52	97.0	8	北 東	〃	5.25
2.12	74.3	7	〃	北々東	10.50
1.21	183.5	11	〃	〃	2.04

1.82	122.7	9	北 東	北 東	7.58
1.52	151.5	10	〃	東北東	8.75
1.21	97.0	8	〃	北 東	4.85
1.21	97.0	8	東北東	〃	0.70
1.52	54.5	6	北 東	北々東	7.00
1.21	54.5	6	〃	北 東	7.70
1.52	218.0	12	〃	東北東	5.83
1.52	151.5	10	東北東	〃	7.00
2.42	183.5	11	北 東	北々東	8.50
2.42	297.0	14	〃	北 東	12.30
1.21	97.0	8	〃	北々東	5.54
3.15	218.0	12	〃	北 東	10.50
1.52	122.7	9	北々東	〃	7.82
2.42	341.0	15	北 東	〃	12.31
0.91	218.0	12	〃	東北東	5.04
1.21	122.7	9	北々東	北	4.02
0.91	151.5	7	北	北 東	6.42
1.21	388.0	16	〃	北々東	2.45
1.21	122.7	9	北 東	北 東	2.92
0.91	151.5	10	東北東	〃	0.65
1.21	122.7	9	〃	東北東	1.14
1.21	151.5	10	北 東	〃	4.08
1.82	151.5	10	〃	北々東	8.17
1.82	74.3	7	〃	北 東	11.08
1.82	54.5	6	〃	北々東	10.50
1.21	74.3	7	〃	〃	7.53
0.91	151.5	10	〃	〃	4.20
0.91	74.5	7	〃	〃	5.13

109 ケである.

これを波高 0.2 m 毎に区分したものについて平均風速を求めると表—6 の如き値がえられる.

表—6

波高 $2a$(m)	風速 V(m/sec) 箇数	平均
0.6~0.8	8	3.89
0.8~1.0	14	4.95
1.2~1.4	27	5.14
1.4~1.6	15	6.59
1.8~2.0	13	7.42
2.0~2.2	10	10.00
2.4~2.6	10	9.52
3.0~3.2	4	12.03
3.6~3.8	5	10.44

これを図示したものが図—9 であつて，これによると波高 $2a$ と風速 V とはほゞ直線的関係にあることがわかる.

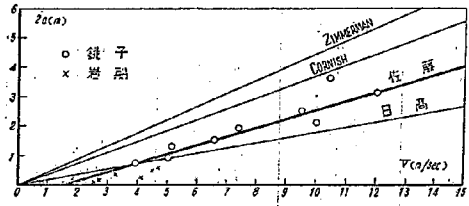
一方前に述べた様に,[3] 波浪は風速がある値に達して始めて発生するものであるから風速と波高の関係実験式として

$$2a=m(V-n)$$

とすることが出来る.

この様におくときは今の観測により $m=0.3$, $n=1.5$ なる値がえられ

[3] 佐藤清一：漂砂に関する研究 (1)，沖波，岸波，砕け波について．建設省土木研究所報告，79 号，昭和 25 年 10 月.



図—9

$$2a=0.3(V-1.5) \quad \cdots\cdots (3)$$

なる実験式がえられる.

これによれば波浪を発生せしめる最小限界風速は

$$V=1.5 \text{ m/sec}$$

ということになり, Jeffreys の求めた $V=1.1$ m/sec に殆んど一致する.

又図—9 には, 前の研究[4]に於て述べた他の実験式を記入してある. これらの実験式は同じく直線式であるがいずれも原点から出発しているところが異る.

こゝに求められた実験式 (3) は用いられた資料の範囲からいつて少くとも $V=15$ m/sec, $2a=4$ m 位までは適用可能と考えてよい.

表—7

$2a$ (m)	V (m/sec)	$\overline{V}$ 平均
0～0.09	0	2.6
	2.7	
	2.8	
	3.0	
	4.5	
0.10～0.19	1.2	2.7
	1.3	
	1.6	
	2.5	
	2.8	
	2.9	
	3.8	
	5.7	
0.20～0.29	2.5	4.1
	4.0	
	5.0	
	5.0	
0.30～0.39	2.5	3.3
	4.0	
0.40～0.49	4.5	4.5
0.50～0.59	2.5	4.7
	5.0	
	6.7	

更に又表—1 の岩船の海岸に於ける観測資料の中から風向と波向の合致する発達過程にあるものをとり出し, これを波高 $2a=0.1$ m 毎に区切つて平均風速 V を求めると表—7 の如くになり, これを図—9 の中に × 印を以て記入した. これによると岩船に於てえられた資料は風速, 波高ともに小さいところのものに過ぎず, 銚子の資料に基づいてえられた (3) 式による値よりも多少小さい $2a$ となつているが, その差は波高にして極めて小さいものである. この程度であれば (3) 式を用いてよいと考える.

V 結 言

(1) 新潟県岩船の海岸に於て昭和 24 年の夏 8 月 20 日から 9 月 26 日に至る間と昭和 25 年の冬 1 月 2 日から 1 月 17 日に至る間の 2 期間に於て, 水深 4～8 m の範囲, 主として 8 m の水深に於て波浪を発達と減衰の 2 つに区分した観測を行い, 直接観測された周期 T と波速 c との比較により次のことを知ることができた.

実際に観測される浅水波はその減衰過程に於ては大体理論浅水波に近いものであるが, 発達過程に於ては理論と異り同一運動周期ではあつても理論よりもはるかに伝播速度の小さいものである.

(2) 上記観測により風向と波向との関係は波の発達過程と減衰過程とに従い全く異るものであることを明らかにしえた. 即ち発達過程に於ては波向は風向に一致するが, 減衰過程に於ては波向は風向に無関係に

4) 前脚註 3).

一定方向をとり，平均海岸線に殆んど直角に襲来するものである．

（3） 又上記の観測により，同一波高の波であつても発達の段階にあるものは減衰の過程にあるものよりも勾配 $2a/\lambda$ は急であり，減衰の過程に於ては波長は殆んど一定に保たれたまゝ波高が小さくなることを知つた．即ち波が風によつて発達する場合には波長の増大するよりも更に大きな割合で波高が増大し，次いで波長の増大の方が卓越する様になつて発達の極限に達し，殆んどこの波長を保つたまゝ波高は減衰する．

（4） 従つて，風が吹き出すと波は理論浅水波よりももつと急勾配の波形で先ず波高が増大し始め，次いで波長が発達してその風に対応した極限の波となり，波形は理論浅水波形に殆んど近いものとなる．次いで風が無くなつて波は減衰の過程に入るが，この場合には波形は理論浅水波形に殆んど近く，周期および波長を極限の場合の値を殆んどそのまゝ保つて波高が減衰するものである．

（5） 千葉県銚子の外海に面した海面の水深 7.5～10 m，海底勾配 1/70～1/100 のところで観測された合計 109 ケの波の資料および風の資料に基づいて次の如き風速と波高の実験式を得た．

$$2a=0.3(V-1.5)$$

こゝに $2a$=波高 (m)，V=風速 (m/sec) であり，この式は少くとも V=15 m/sec，$2a$=4 m まで適用可能である．

この式によれば波を発生せしめる最小風速は

$$V_{min}=1.5\ \mathrm{m/sec}$$

であり，Jeffreys によつて観測されている $V_{min}=1.1$ m/sec と大体一致している．

波の発生については前にも述べた如く，ある風速以上にならなければ波は発生しないものであるから Zimmerman，Cornish，日高の諸氏によつて求められている

$$2a=\alpha V$$

α=比例常数

なる形の実験式は不合理であつて，この点著者のものの方が合理的である．

又岩船海岸に於て得られた資料をこの式に適用してみたが良好である．

漂砂に関する研究（7）
波動による海底剪断力と底質の移動

建設技官 佐藤清一
建設技官 岸力

（昭和27年7月）

目次

Ⅰ 緒言……（1）
Ⅱ 波動による底流速……（1）
Ⅲ 波動による海底剪断力と平衡粒径分布法則……（3）
Ⅳ 底面剪断力に関する実験……（6）
Ⅴ 岩船海岸の底質粒径分布……（11）
Ⅵ 結言……（14）

Ⅰ 緒言

河川に於ける土砂の運搬は一般に浮游運搬と掃流運搬の2つに大別して考えられているが，これは勿論便宜上の分類に過ぎないのであつて，浮游運搬は勿論のこと掃流運搬に於てもその基因は流体の乱れにある．

海の場合もこれと同一であつて，前の漂砂に関する研究（3）に於て述べた如く各種の原因によつて生じた海水の乱れが底質を浮動状態におき，沿岸流がこれを運搬するのである．

この海水の乱れのうち最も重要なるものは波動による乱れであると考えられる．

海岸に於ける波はいわゆる浅水波であつて，海底に於ては水分子は往復運動となり，かなり大きな流速を生ずる．然るに海底は土砂又は砂礫よりなつているからこれとの接触面に於ては剪断力を生じ，従つて水深方向への運動量の運搬を生じ，その結果海底に沿つて周期的に変動する境界層を形成するのである．即ち海底と海底流速との相対運動により底面に於て乱れを発生し，これが上方に伝達するのである．この作用のために，底面に於ける乱れが底質粒子を浮動せしめるに充分な大きさである時は底質粒子は次々に浮動状態におかれ上方に拡散する．即ち底質粒子は浮立つて浮動状態におかれるのである．

従つて波動による海底剪断力およびこれと底質との関係を研究することが必要となる．

本論文に於ては先ず波動による海底剪断力を理論的に検討し，その結果を実験によつて確かめるとともに，一方著者がさきに行つた土砂流送の実験および理論に基づいて海底質の移動可能性を判定する手段としての海底砂粒子の平衡粒径分布法則を求め，われわれの行つた岩船海岸の底質調査に応用し検討を行つたものである．

Ⅱ 波動による底流速

さきの漂砂に関する研究[1]に於て述べた如く著者は漂砂を汀線漂砂と沿岸漂砂との2つに分けた．この中沿

1）佐藤清一，細井正延：漂砂に関する研究（3）．弓ケ浜の漂砂について，建設省土木研究所報告，81号昭和26年3月．

岸漂砂は海水中の機械的乱れによつて生ずるもので，この乱れは一つは風により海表面から水中に伝わり，一つは海底に於ける海水の海底との相対運動によつて海底から直接発生し上方に伝わるものと考えられる．底質を浮動せしめる点からいえば後者の方が直接であり且つ強度も大きいのが通常である．

而もこの相対運動の一つは漂砂（3）で述べた如き種々なるものの合成になる沿岸流であり，他の一つは波浪による海底での往復運動である．この内沿岸流は弱いのが通常であろから底質を浮動せしめる海底流としては波動による往復流を主体として考えねばならない．

著者の漂砂に関する研究（4）の（14）式によれば[2]浅水表面波の海底に於ける流速は $y=-h$ とおいて

$$u=ck\beta\cos k(x-ct)$$

$$v=0$$

によつて表わされる．

こゝに h=水深，$k=\frac{2\pi}{\lambda}$

$$c=\frac{\lambda}{T},\quad c^2=\frac{g}{k}\tanh kh$$

$$\beta=\frac{a}{\sinh kh},\quad T=\text{周期},\ \lambda=\text{波長},\ 2a=\text{波高}$$

である．

従つてこの流速は場所的に，又時間的に正弦運動をするものであり，その最大値は

$$u_{max}=ck\beta$$

即ち

$$u_{max}=\frac{2\pi a}{T\sinh\frac{2\pi h}{\lambda}} \quad \cdots\cdots (1)$$

となる．これの平均値 u_m は単純に最大値の 1/2 とし

$$u_m=\frac{\pi a}{T\sinh\frac{2\pi h}{\lambda}} \quad \cdots\cdots (2)$$

とする．

即ちこれらによれば波動による海底流速は波高の大なる程大となり，周期の大なる程小となり，波長の大なる程大となり，水深の大なる程小となる．この程度を

$$T=8\,\text{sec}\ \text{および}\ h=8\,\text{m}\ \text{で}\ 2a=2\,\text{m}$$

の波について数値的に調べると表—1 の如くなる．但し c は漂砂に関する研究（6）[3]の（1）式により，又 a は本論文（5）式によつて算出したものである．

これによれば底流速は水深が大になるに従つて急激に小となり，水深 16 m では 23 cm/sec の程度となる．

2) 佐藤清一：漂砂に関する研究（4）．浅水表面波について．建設省土木研究所報告，82 号．昭和 27 年 3 月．

3) 佐藤清一：漂砂に関する研究（6）．風と波との関係について．建設省土木研究所報告，85 号．

表—1　T=8 sec

h (m)	c (m/sec)	λ (m)	a (m)	u_{max} (m/sec)	u_m (m/sec)
16	10.41	83.3	0.382	0.455	0.228
14	9.99	79.9	0.901	0.529	0.265
12	9.48	75.8	0.924	0.623	0.312
10	8.86	70.1	0.962	0.741	0.371
8	8.11	64.8	1.000	0.917	0.458
6	7.18	57.4	1.063	1.185	0.593
5	6.65	53.2	1.104	1.393	0.697
4	6.00	48.0	1.161	1.664	0.832
3	5.25	42.0	1.242	2.104	1.052

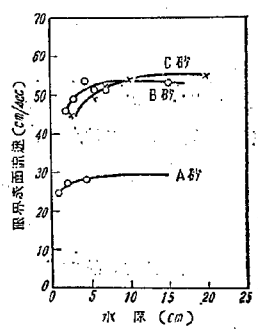
Ⅲ　波動による海底剪断力と平衡粒径分布法則

固体の表面を流体が流れる場合の剪断力 τ は ρ を流体の密度とすれば

$$\tau=\rho k u^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

によつて与えられることは古くから知られている．こゝに u は固体面に沿う流速である．これは境界層上端の流速を u とするとき Prandtl の理論によつても説明され，k は 0.002～0.003 の程度のジメンションのない常数であるとされている．[4]

著者はさきに限界掃流力に関する実験を行つたが，この実験に於ては平均粒径の異つた3種の砂について限界掃流剪断力 τ と，限界掃流点に於ける表面流速 u と，水深との関係を測定した．[5] そこで限界表面流速と水深との関係を調べると図—1 に示す如く，限界流速は水深の増す程大となるがある水深以上になると一定値となることがわかる．然るに固体面に作用する剪断力 τ に対する流速は境界層の上端の流速であるから，この一定値の流速を以て τ に対する u とすることができる．従つて図—1 により試験砂 A (平均粒径 d_m=0.22 mm)，試験砂 B (d_m=0.70 mm)，試験砂 C (d_m=1.22 mm) に対する限界流速はそれぞれ 29.5 cm/sec, 53.5 cm/sec, 55 cm/sec とすることができる．而もこの場合，限界流速が水深 10～15 cm に於て一定値に達することは，少くとも平均粒径が0.22～1.22 mm 程度の底質の場合の境界層の厚さが 10～15 cm 程度のものであることを示すものと考えられる．



図—1

以上著者の実験によつてえられた d_m, τ, u の値はそれぞれ表—2 に

4)　日高孝次：海洋物理学 (上)，岩波講座物理学，82～83 頁．

5)　安芸皎一・佐藤清一：砂粒河床模型実験の基本に関する実験並びに限界掃流力に関する研究，土木試験所報告，48 号，昭和 14 年 12 月．

表—2

試験砂	(d_m) (mm)	τ (gr/cm²)	u (cm/sec)	k
A	0.22	0.0022	29.5	0.00248
B	0.70	0.0075	53.5	0.00257
C	1.22	0.0098	55.0	0.00314

示す如きものである．そこでτを以て流体の単位重量とすれば

$$\gamma=\rho g$$

であるから

$$k=\frac{g\tau}{\gamma u^2}$$

によつて k の値を求めると表—2 の最後の欄に示す如くになる．これによると試験砂 A と B は 0.0025 の程度となるが C 砂のみは少し大きく 0.0031 の程度となつている．これは C 砂のみは粒度分布が直線になる様に特別に作られたものであること，又そのために粒子の移動開始限界の測定が困難であつたことのためであると考えられるので，k の値の決定には参考とすることとする．従つて k は A 砂 B 砂についての平均値として

$$k=0.00252$$

が得られる．

これに対し J. Grialou によれば河底に及ぼす河水の剪断力は

$$\tau=0.0018\,u^2$$

によつて表わされ，その後 Jeffreys が水について実験したところでは

$$k=0.00253$$

となつており，[6] 著者の実験値と極めてよく一致している．

さてそこで，波動による海底の剪断力は海底に於ける波動の平均流速によるものとすれば (3) 式に (2) の u_m を代入し

$$\tau=\rho k\frac{2\tau^2a^2}{T^2\sinh^2\frac{2\pi h}{\lambda}}\qquad(4)$$

によつて表わされる．

従つて水深 h_0 なる地点の剪断力 τ_0 を基準とすれば任意の水深 h のところの剪断力 τ は

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{a}{a_0}\right)^2\left(\frac{T_0}{T}\right)^2\left(\frac{\sinh\frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}{\sinh\frac{2\pi h}{\lambda}}\right)^2$$

によつて与えられる．然るに同一波の 2 地点に於けるエネルギーを同一とすれば

$$\frac{a}{a_0}=\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\qquad(5)$$

であり，又前に行つた実験結果[7] の如く 2 地点に於ける波の周期に変化がないものとすることができるから

6) 日高孝次：海洋物理学 (上)，81 頁．

7) 佐藤清一・吉川秀夫：漂砂に関する研究 (2)，砕波と陸岸浸蝕に関する実験．建設省土木研究所報告，79 号．昭和 25 年 3 月．

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\frac{\lambda_0}{\lambda}\left(\frac{\sinh\frac{2\pi h_0}{\lambda_0}}{\sinh\frac{2\pi h}{\lambda}}\right)^2 \quad \cdots\cdots (6)$$

となる．而して又 $T=T_0$ と T の式[8]とによつて波長の比は

$$\frac{\lambda_0}{\lambda}=\frac{\coth\frac{2\pi h}{\lambda}}{\coth\frac{2\pi h_0}{\lambda_0}} \quad \cdots\cdots (7)$$

と表わされる．従つて2地点に於ける剪断力の比は，h が与えられれば (7) 式と (6) 式とから近似的に計算することができる．

一般には h/λ の値は小さいのが普通であるからこれら両式は

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \cdots\cdots (8)$$

によつて表わすことができる．即ち波動による海底の剪断力は水深の浅くなるに従い水深の 3/2 乗に逆比例して大きくなるということができる．

次に水底に於ける砂の粒径とその直ぐ上を流れる流体のこの粒径を移動し始める限界の剪断力との関係を考えてみるに，砂の平均粒径を d_m とすれば一般に

$$\tau \propto d_m$$

なる関係があることが知られている．即ち

γ =流体の単位重量

s =砂の比重

μ=ジメンションのない比例常数

とすれば限界剪断力 τ は

$$\tau=\mu\gamma(s-1)d_m \quad \cdots\cdots (9)$$

によつて表わされるのであつて，著者の実験結果も又この様な関係の成立することを示している．[9]

この関係によれば水深 h_0 と h の2地点間に於ける平均粒径の比は

$$\frac{d_m}{d_{m0}}=\frac{\tau}{\tau_0} \quad \cdots\cdots (10)$$

となり，剪断力の比に従つて分布することになる．

(10) 式と (8) 式とから平均粒径の比は水深の比によつて表わされ

$$\frac{d_m}{d_{m0}}=\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \cdots\cdots (11)$$

となる．即ち海底質が波動に対して平衡の状態にあるとすれば，その平均粒径は水深の 3/2 乗に逆比例して分

8) 前項註の (2) 式．

9) 脚註 5), 62 頁．

布すべきものである．即ち水深の浅くなるにつれて水深の3/2乗に逆比例して粒径は大きくなつていなければならない．

更に平均粒径 d_m と限界流速 u との関係を求めるに，(1) 式により

$$\tau=\frac{\gamma k}{g}u^2$$

であるから (9) 式により

$$d_m=\frac{\alpha}{(s-1)g}u^2 \quad \cdots\cdots (12)$$

となる．こゝに g は重力の加速度であり，α は k/μ でジメンションのない比例常数である．又 s は砂の比重であるから殆んど常に一定であり g も常数であるから d_m は u^2 に比例することになる．これは一般に認められているところである．

そこで著者の実験 (表—2) により常数を定めれば

$$\frac{\alpha}{(s-1)g}=0.0000249 \qquad (c.g.s\ 単位)$$

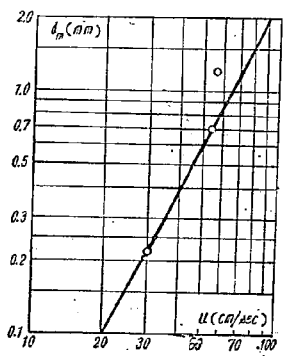
となり，$g=980$ cm/sec^2，$s=2.6$ とすれば

$$\alpha=0.039$$

となる．従つて使用の便利のために平均粒径 d_m を mm で，限界流速 u を m/sec で表わせば，砂粒子の移動限界に於ける平均粒径と流速との関係は

$$d_m=2.5u^2 \quad \cdots\cdots (13)$$

となる (図—2)．



図—2

Ⅳ 底面剪断力に関する実験

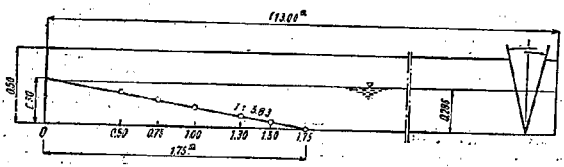
前章に於て海底に於ける波動の剪断力 τ と水深 h との間には

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$$

なる関係のあることがわかつたが，これを検討するために次の如き実験を行つた．

深さ 50 cm，幅 60 cm，長さ 13 m のガラス張り水槽の一端に図—3 に示す如く勾配 1/5.83 の板張り斜面を設け，水路の他端に於て下端を水槽底に蝶番でとりつけた板を 1/2 馬力の電動機で前後に動かして波を生ぜしめた．実験は2種類行つたがいづれの場合も水深は 28.6 cm であつた．

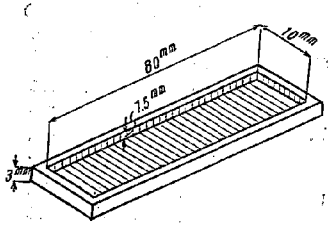
図—4 に示す如き容器を金属で作り，これを図—3 の斜面上の5箇所 (斜面の始点から 50 cm，75 cm，100 cm，130 cm，150 cm，175 cm) に置き，これの中にアルミニューム粉末を容器の上端まで入れ波動にさらした．



図—3

然るときは容器内のアルミニューム粉末は波動による底面の剪断力によつて拡散浮游し，連続する波動のために容器内の粉末はついになくなつてしまう．そこで波を起し始めてからこれが無くなるまでの時間を上記5箇所に於てそれぞれ測定した．

第1回目の実験では測定された波の周期，波高その他は次の如くであつた．



図—4

水　深　h=28.6 cm
周　期　T=0.876 sec
波　高　$2a$=6.5 cm
波　速　c=126.5 cm/sec
波　長　λ=111 cm

但し波速 c は前記 (1) 式により計算されたものであり，λ は $\lambda=cT$ によつて計算された値である．

第2回目の実験に於てはこれらはそれぞれ次の如きものであつた．

水　深　h=28.6 cm
周　期　T=1.00 sec
波　高　$2a$=6.2 cm
波　速　c=134 cm/sec
波　長　λ=134 cm

これら2種類の波に対して測定された拡散時間は，斜面の始点より 50 cm の箇所を基準にして示せば表—3および4の如くである．

即ちこれによれば水深の浅いところでは速く拡散し切り，深くなるほど時間がかゝつている事が明らかである．

さて，河床材料と浮游物質との間の関係については E. W. Lane と A. A. Kalinske とによつて次の如き研究が行われている．[10]

ある大さの粒径が河床から拾い上げられて浮游状態となる時間的平均の割合は，その粒径が河床材料に於て

10) E. W. Lane and A. A. Kalinske : The relation suspended to bed material in rivers, Transactions, American Geophysical Union, Reports and papers, Hydrology—1939, 637～641 頁.

表—3

水深 h=28.6 cm
周期 T=0.876 sec
波長 λ=110.8 cm
波高 $2a$=6.5 cm

	距離 (cm)					
	50	75	100	130	150	175
拡散時間比	1	1.7	2.5	5.0	6.0	6.5
	1	1.6	2.8	(6.0)	(8.0)	5.7
	1	1.7	2.8	4.5	6.5	(9.1)
	1	(1.9)	2.5	5.0	6.0	5.0
	1	1.6	2.8	5.0	6.8	6.2
	1	1.7	2.8	4.4	5.6	7.1
	1	1.6	2.5	5.3	6.8	5.2
	1		2.7	4.0	6.7	6.1
	1		2.4	4.2	5.4	6.7
	1		2.5	4.5	6.8	5.3
	1		2.4	4.2	6.0	5.9
	1		2.8	5.0	7.0	6.2
	1		2.6	3.8	5.0	8.5
	1		2.8	4.5	5.8	7.0
	1		2.6	4.3	5.3	
	1		2.2	4.6	6.4	
	1		2.5	4.2	5.0	
	1		2.3	4.3	6.3	
	1		2.7	5.5	6.2	
平均	1	1.65	2.6	4.4	6.1	6.5

表—4

水深 h=28.6
周期 T=1.0 sec
波長 λ=134 cm
波高 $2a$=6.2 cm

	距離 (cm)					
	50	75	100	130	150	175
拡散時間比	1	1.50	2.67	3.53	5.60	7.80
	1	1.84	2.63	3.95	7.00	5.80
	1	2.21	2.25	3.13	6.70	7.90
	1	1.75	2.10	3.90	7.30	8.25
	1	1.78	2.75	3.50	7.20	6.67
	1	1.88	2.42	4.29	7.20	8.25
	1	1.86	2.70	4.91	6.80	7.33
	1	1.97	2.70	3.92	6.10	7.76
	1	1.55	2.75	4.46	6.60	6.73
	1	1.58	3.47	4.50	6.90	7.40
	1	1.71	2.60	4.00	6.30	6.00
	1	1.47	3.40	4.20		6.74
	1	1.27	2.57	3.43		
	1		3.27	3.94		
	1		2.33	4.67		
	1		3.00	4.32		
	1		2.50			
平均	1	1.5	2.7	4.0	6.7	7.2

占めるパーセンテージ，その粒径を拾い上げうる鉛直方向の流速（変動流速）の大さ，およびその粒径を拾い上げうる流速が存在する時間の割合に比例すると考え，粒子の沈降速度に等しいか又はそれ以上の上向き流速はその粒子を浮游させることが出来ると仮定した．

そこで c を粒子の沈降速度，$\Delta F(c)$ を河床材料の中に c なる沈降速度をもつ粒子が占める割合（%），u' を主流方向の変動速度，v' を主流に直角鉛直方向の変動速度とすれば，A. A. Kalinske および Van Driest の実験によると直角方向の変動速度成分 v' は正規誤差曲線に従つて分布するからその頻度分布函数は

$$f(v')=\frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{v'^2}}}e^{-\frac{v'^2}{2\overline{v'^2}}}$$

但し $\int_{-\infty}^{\infty}f(v')dv'=1$

となる．従つて沈降速度 c なる粒子を河床から拾い上げる時間的平均割合 D は

$$D\propto\Delta F(c)\int_{c}^{\infty}v'f(v')dv'$$

と表わされると彼等は考えた.

然るに一方剪断力 τ は ρ を流体密度とすれば

$$\tau=\rho\overline{u'v'}$$

であり, 一般に $u'\propto v'$ とされるから k を以て常数とすれば

$$\sqrt{\overline{v'^2}}=k\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

とされる. そこでこれおよび $f(v')$ を D の式に代入して積分すれば

$$D\propto\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}\,\Delta F(c)e^{-p_c^2}$$

となる. こゝに

$$p=\frac{v'}{\sqrt{2k^2\frac{\tau}{\rho}}},\quad p_c=\frac{c}{\sqrt{2k^2\frac{\tau}{\rho}}}$$

である.

そこで河床の直ぐ近所の砂粒子の濃度を N_s とすれば, 平衡状態にある河床では $cN_s=D$ であるべきだから

$$\frac{N_s}{\Delta F(c)}\propto P$$

とすることができる. こゝに

$$P=\frac{1}{p_c}e^{-p_c^2}$$

であつて, 従つて $N_s/\Delta F(c)$ は p_c のみの函数となる.

そこで彼等は Mississippi 河, Missouri 河, Aloma Canal (Colorado 河), Brawley Canal (Colorado 河) について $N_s/\Delta F(c)$ と p_c との関係を調べたところ

$$\frac{N_s}{\Delta F(c)}=\beta P^n \qquad (14)$$

なる関係にあることがわかつた. これによつて常数 β, n を決定した結果は

$$n=1.6\text{i},\quad \beta=5.55$$

であつたという. その後吾々が斐伊川について (14) 式の関係を調べたところでは

$$n=2.36$$

であつた.[11] 従つて n の値は 2 位になるべきものと考えられる.

然るに今吾々が必要とするのは D であるから (14) 式によつてこれをかき表わせば

$$D=N_sc=\beta\Delta F(c)c\frac{1}{p_c^n}e^{-p_c^2} \qquad (15)$$

となる. 従つて Lane および Kalinske 両氏は始めは D は P に比例すると考えていたけれども実際には P

11) 吉川秀夫: 浮游流砂量に関する二,三の考察, 建設省土木研究所報告, 83 号, 昭和 27 年 3 月, 30 頁.

の n 乗に比例するとしたわけである.

さて著者の実験の場合には河床材料として アルミニューム粉末を使用したので沈降速度 c は一種類で而も極めて小さい（零としてもよい）ものである. 従つて

$$c\Delta F(c)=\text{const},\quad p_c \fallingdotseq 0$$

$$\therefore\ D\propto\frac{1}{p_c^{n}}$$

即ち

$$D\propto\tau^{\frac{n}{2}} \qquad (16)$$

ということになる.

そこで図—4 に示す容器のアルミ粉末が拡散して無くなるのに要する時間を t とすれば，この容器内のアルミ粉末の量は一定であるから

$$t\propto\frac{1}{D}$$

である. 従つて (16) 式により

$$t\propto\frac{1}{\tau^{\frac{n}{2}}} \qquad (17)$$

となる. 故に斜面上の2地点間の t の比はある地点の t を t_0, τ を τ_0 とすれば

$$\frac{t}{t_0}=\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{\frac{n}{2}} \qquad (18)$$

となる.

即ちこの実験に於ては斜面上の波動による剪断力はアルミ粉末の一定量が拡散するに要する時間の $2/n$ 乗に逆比例して分布していることになる.

そこで斜面上の波動による剪断力と水深との関係を示す (8) 式が正しいとすれば (18) 式は

$$\frac{t}{t_0}=\left(\frac{h}{h_0}\right)^{\frac{3n}{4}} \qquad (19)$$

となり，前記5箇所に於ける拡散に要する時間は水深の大きくなるに従つて水深の $3n/4$ 乗で長くならなければならない.

表—5

距離 (cm)	水深 h(cm)	$\frac{h}{h_{100}}$	t/t_{100} $T'=0.876$ sec	t/t_{100} $T'=1.00$ sec
175	28.60	1.824	2.500	2.666
150	24.30	1.550	2.345	2.460
130	20.82	1.327	1.692	1.482
100	15.68	1.000	1.000	1.000
75	11.53	0.735	0.635	0.556
50	7.03	0.448	0.385	0.370

さて前記の実験結果（表—3, 4）を斜面始点から 100 cm の点を基準にして整理すれば表—5 の如くになる. こゝに h_{100} は始点から 100 cm のところの水深であり，t_{100} はその地点の拡散時間である.

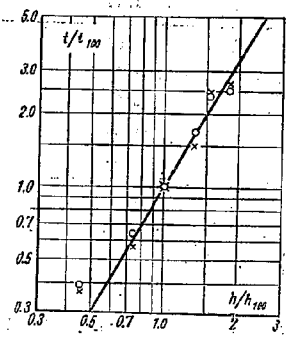
そこで t/t_{100} と h/h_{100} との関係を調べると図—5 の如くなり，これによつて n を決定すれば $3n/4=1.738$, 即ち

$$n=2.32$$

をうる．これは吾々が斐伊川に於て得た前記の値と極めてよく一致するものである．即ちこの場合の拡散時間比は

$$\frac{t}{t_{100}}=\left(\frac{h}{h_{100}}\right)^{1.738} \quad \cdots\cdots(20)$$

によつて表わされるのであつて，その有様は図—6 に示す如くである．図中の○点は波の周期 1.00 sec の場合，×点は周期 0.876 sec の場合である．

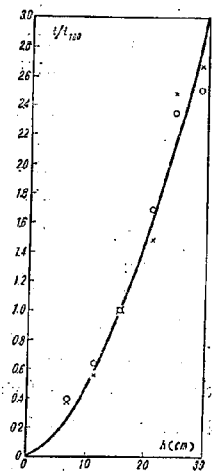


図—5

以上の結果によれば (20) 式により表わされる関係，従つて (19) 式によつて表わされる関係は正しいものであるということができる．従つて (8) 式によつて表わされる関係も亦正しいものであるということができる．

V　岩船海岸の底質粒径分布

著者は漂砂調査の目的を以て昭和 23 年 10 月と昭和 24 年 8 月の 2 回にわたり岩船海岸の底質を調査した．岩船港を中心に南北にそれぞれ約 2 km の区間に於て海岸線からほゞ直角に測線を設定し，水深約 15 m に至るまでの測深と底質採取を行つた．そのうち港の防波堤および防砂堤附近よりの測線を除き，砂浜より出た測線 5 本について水深 h と砂粒子の平均粒径 d_m とを調べると表—6 の如くである．



図—6

これによると水深約 2.5 m を境とし，これより深いところでは平均粒径は大体に於て 0.3 mm 以下であるか，これより浅いところでは平均粒径は急に大となり，平均して 20 数 mm となつている．これは水深が 2.5 m より浅いところは前に述べた汀線漂砂に属するものであること，又 2.5 m より深いところは沿岸漂砂に属するものであることを示すものである．

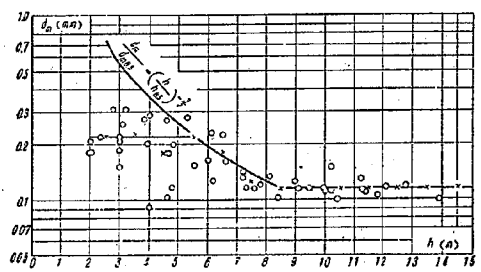
そこで $h>2.5$ m の範囲について水深 h と平均粒径 d_m との関係を調べると図—7 の如くになり，$h>8.5$ m では d_m は一定していることがわかる．そ

表—6

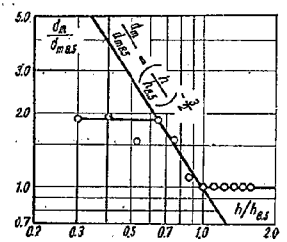
水深 h(m)	平均粒径 d_m(mm)		平均	水深 h(m)	平均粒径 d_m(mm)	平均
0	18.5	2.54		1.0	79.6	
0.5	42.7		21.25	1.5	27.6	
1.0	19.5	15.4		1.6	18.8	

1.7	1.44		27.04
2.0	5.68		
2.1	39.20		
2.2	43.60		
2.8	46.00		
3.0	10.00		28.90
1.95	0.182		
2.0	0.203	0.180	
2.3	0.217		
2.8	0.309		0.219
3.0	0.152	0.204	
	0.188	0.215	
3.1	0.258		
3.2	0.307		
3.8	0.273		
3.9	0.199		0.225
4.0	0.091	0.290	
4.6	0.102	0.270	
4.65	0.179		
4.75	0.114		
4.8	0.199		0.178
5.3	0.280		
5.5	0.153		0.216
6.0	0.165		
6.1	0.250		
6.15	0.125		
6.5	0.226		
6.6	0.160		
6.8	(0.500)		0.181
7.2	0.139	0.133	
7.3	0.115		
7.6	0.115		
7.8	0.121		0.126
8.1	0.133		
8.4	0.102		
8.6	(0.278)		
9.0	0.126		
9.1	0.114		
9.45	0.114		
9.9	0.116		
10.0	0.112		0.116
10.2	0.149	0.111	
10.4	0.099		
11.2	0.128		
11.25	0.113		
11.4	0.110		
11.8	0.105		
12.1	0.117		
12.75	0.119		
13.9	0.099		

こで h=8.5 m のところを基準とし，$d_m/d_{m\,8.5}$ と $h/h_{8.5}$ との関係を調べると表—7 の如くになり，この有様は図—8 の如くである．



図—7



図—8

一方この海岸線は大体に於て NNE より SSW に走つているので有効な海風は WSW, W, WNW, NW, NNW とすることができる. そこで大正8年から 12 年までと, 昭和2年の6ヶ年にわたる1日6回観測の風速記録により6ヶ年の平均の有効海風月別風向別平均風速 (m/sec) を作ると表—8 の如くになり, 1 月を中心とした冬には風速は大きく, 7 月を中心とした夏には平均風速は小さいことがわかる.

表—7

水深 h(m)	d_m (mm)	$\frac{h}{h_{8.5}}$	$\frac{d_m}{d_{m8.5}}$
2.5	0.219	0.294	1.867
3.5	0.225	0.412	1.939
4.5	0.178	0.529	1.534
5.5	0.216	0.647	1.862
6.5	0.181	0.764	1.560
7.5	0.126	0.882	1.086
8.5	0.116	1.000	1.000
9.5	〃	1.117	〃
10.5	〃	1.236	〃
11.5	〃	1.353	〃
12.5	〃	1.471	〃
13.5	〃	1.538	〃

表—8

月	風速 (m/sec)					
	WSW	W	WNW	NW	NNW	平均
1	6.67	6.30	7.92	8.97	6.77	7.33
2	5.84	8.05	6.71	8.31	6.09	7.00
3	4.68	7.44	6.89	4.33	4.98	5.66
4	5.23	5.28	4.14	3.02	3.72	4.28
5	4.58	5.49	3.92	2.77	3.35	4.02
6	5.73	3.84	2.32	3.07	2.53	3.50
7	3.77	3.42	2.09	2.16	2.22	2.73
8	4.08	3.96	2.86	2.56	3.18	3.33
9	4.13	2.39	4.68	2.78	2.22	3.04
10	5.55	4.00	6.90	5.15	5.63	5.46
11	4.67	7.61	7.65	7.60	4.41	6.39
12	4.21	6.99	6.77	7.75	6.20	6.38

底質採取を行つたのは8月と10月であるからこの表によれば平均風速 V は

8 月には　$V=3.33$ m/sec

10 月には　$V=5.46$ m/sec

であり, 両者の平均は

$$V=4.4 \text{ m/sec}$$

である.

これに相当する波高は著者の実験式[12]により

$$2a=0.3(V-1.5)=0.9 \text{ m}$$

となる.

一方前の研究[13]に於て述べた昭和 24 年 8 月と昭和 25 年 1 月との夏冬2回にわたる波の観測に於ては $h=8$ m 位のところで観測された波の周期は8秒台が卓越しているので, 今 $h=8.5$ m, $T=8$ sec, $2a=0.9$ m として表—1 により波動による海底の平均流速 u_m を求めると

$$u_m=0.2 \text{ m/sec}$$

となる.

そこでこの平均流速によつて浮動しうる最大粒径を (13) 式

12) 前脚註 3) の (3) 式.
13) 前脚註 3).

$$d_m=2.5\,u_m^2$$

d_m : mm

u_m : m/sec

によつて求めると

$$d_m=0.1\ \text{mm}$$

となる.

然るに表—6 および図—7 によれば $h=8.5$ m では $d_m=0.116$ mm であり，従つてこゝの底質はこの時期には波動に平衡した大きさの粒径となつていることがわかる．又図—7 中×点は各水深に於ける d_m の平均値であつて，水深が 8.5 m より大きいところで d_m が一定となつていることは，$h>8.5$ m では $u_m<0.2$ m/sec であるためであつて，底質はこの時期の平均波動に対して安定していることを示すものである．

次に図—7 および 8 によると $h=8.5$ m を基準とし $h=5.5$ m までは海底の粒径分布は (11) 式で示した法則に従つていることがわかる．故に $h=8.5\sim5.5$ m の範囲は海底の砂粒子はこの時期の平均波動によつて自然分析された分布をなしているものであり，平衡の状態にあるものと云うことができる．

然るにこれより浅いところでは平均粒径の値はほゞ一定 (0.22 mm) であり，而も平衡分布法則よりも細い粒子となつているので，$h=5.5\sim2.5$ m の範囲はこの時期に於ける沿岸漂砂帯であるということができる．

以上のことがらにより，岩船の海岸は夏季に於ては水深約 8.5 m より深いところは波動の影響のないところであり，水深が 8.5 m から 5.5 m までの間は波動によつて作り出された釣合のとれた部分であり，水深が 5.5 m から 2.5 m までの間は沿岸漂砂をなすところで常に移動しつゝある部分であり，最後に水深が 2.5 m より浅いところは汀線漂砂の部分であるということができる．

Ⅵ 結 言

以上波動による海底剪断力と底質の移動について研究したところを要約すれば次の如くである．

(1) 浅水表面波の解[14]によれば海底に於ける波動の平均流速は次の如くである．

$$u_m=\frac{\pi a}{T\sinh\frac{2\pi h}{\lambda}}$$

こゝに $2a$=波高 (m)，λ=波長 (m)，h=水深 (m)，T=周期 (sec) である．従つて波動による底流速は波高の大なる程大となり，周期の大なる程小となり，波長の大なる程大となり，水深の大なる程小となる．

例えば $h=8$ m で $2a=2$ m，$T=8$ sec の波については この水深で $u_m=0.46$ m となるが 16 m の水深では 0.23 m/sec に減る．

(2) 固体の表面を流体が流れる場合の剪断力 τ は

$$\tau=\rho k u^2$$

14) 時註前 2).

ρ=流体密度, u=流速, k=比例常数

によつて表わされるが，小径の砂粒子の上に水を流した著者の実験によればジメンションのない比例常数 k は

$$k=0.00252$$

となり，Jeffreys の得た値 0.00253 と全く一致する．

（3） 波動による海底の剪断力は

$$\tau=\rho k\frac{2\pi^2a^2}{T^2\sinh^2\frac{2\pi h}{\lambda}}$$

によつて表わすことが出来る．

（4） 水深 h_0 のところの波動による海底剪断力を τ_0 とすれば，任意の水深 h に於ける剪断力 τ は充分なる近似を以て

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$$

によつて表わすことができる．即ち波動による海底の剪断力は水深の浅くなるに従い水深の 3/2 乗に逆比例して大きくなる．

（5） 波動による海底質の平衡粒径分布法則として次の結果を得た．

$$\frac{d_m}{d_{m0}}=\left(\frac{h_0}{h}\right)^{\frac{3}{2}}$$

こゝに d_{m0} は水深 h_0 なる海底質の平均粒径であり d_m は h のところのものである．これによれば海底質が波動に対して平衡の状態にあるとすればその平均粒径の水深の 3/2 乗に逆比例して分布しておらねばならぬこととなり，水深の浅くなるに従つて水深の 3/2 乗に逆比例して粒径は大きくなつていなければならない．

（6） 平均粒径 d_m と限界流速 u との関係は

$$d_m=\frac{\alpha}{(s-1)g}u^2$$

によつて表わされる．こゝに g は重力の加速度，s は砂の比重，α はジメンションのない常数である．

g=980 cm/sec², s=2.6 として c.g.s. 単位で著者の実験により常数 α の値を求めば

$$\alpha=0.039$$

である．

従つて上式は簡単に

$$d_m=2.5u^2$$

によつて表わされる．但し d_m は mm, u は m/sec で表わされる．

（7） 前記平衡粒径分布法則の基をなす．

$$\frac{\tau}{\tau_0}=\left(\frac{h}{h_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

なる関係を確かめるために深さ 50 cm，幅 60 cm，長さ 13 m の水槽に於て，Lane および Kalinske 氏の考

えた関係

$$\frac{N_s}{\Delta F(c)}=\beta P^n$$

N_s=河床の近所の砂粒子の濃度

c=粒子の沈降速度

$\Delta F(c)$=河床材料中に c なる沈降速度の粒子が占める割合（%）

$$P=\frac{1}{p_c}e^{-p_c c^2}$$

$$p_c=\frac{c}{\sqrt{2k^2\frac{\tau}{\rho}}}$$

τ=剪断力　ρ=流体密度

k, β, n はそれぞれ常数

を利用し，種々なる水深に於けるアルミニューム粉末の波動による拡散に関する実験を行つた結果，上記関係の正しいことを明らかにすることができた．

而も上記 n の値は大体に於て2程度の値とされるが，この波動による実験では

$$n=2.32$$

となり，われわれが斐伊川に於て得た $n=2.36$ と殆んど一致した．

（8）最後に実地応用として，こゝに得られた海底の平衡粒径分布法則を新潟県岩船海岸に於て昭和23年10月と昭和24年8月とに著者の行つた底質調査の結果に応用し，この海岸は夏季に於ては水深約 8.5 m より深いところは波動の影響のないところであり，水深が 8.5 m から 5.5 m までの区間は波動によつて作り出された釣合のとれた部分であり，水深が 5.5 m から 2.5 m までの間は沿岸漂砂をなすところで常に移動しつゝある部分であり，水深が 2.5 m より浅いところは汀線漂砂の部分であることを知つた．

又このことにより，平衡粒径分布法則が実際にも存在していることを知るとともに，漂砂（3）に於て行つた沿岸漂砂帯と汀線漂砂帯との分類が当を得たものであることがわかる．

茶臼山地辷り地帯陸水の化学的研究

建設技官 有泉昌
建設技官 牧隆正

目次

Ⅰ 緒言……(1)
Ⅱ 試料について……(1)
Ⅲ 分析試験法……(3)
Ⅳ 陸水の分析結果およびその検討……(4)
Ⅴ 土壌，凝灰岩，亜炭等の水溶性成分について……(12)
Ⅵ 水質の経月変化について……(13)
Ⅶ 要約……(19)
Ⅷ 結言……(21)

Ⅰ 緒言

長野県更級郡共和村地内茶臼山は現在代表的な地辷り現象を示している．この地区の水質，土質の地球化学的研究により現在進行中の地上り現象と地下水系との関係および土質の特殊性との関係を知り，この地区の地辷り現象の機構並びに地辷り防止対策施工法についての地球化学的資料を得る目的で本研究調査を行つた．本研究調査は未だ完了してはいないのであり地下水系との相関関係については未だ結論を下し得ないし，又土壌コロイドの表面化学的挙動に対しても未だ研究は進んでいないが，今までに得られた結果を第一報として報告し，この種問題に関心を有する諸氏の参考とする．

現在までに茶臼山地区の地質については，当研究所小野寺技官[1]，井川技官[2]により調査され，土質についても当研究所福岡技官[3]により調査されている．然し未だこの地区の水質，土質についての化学的調査は行われていない．土木研究所化学研究室に於ては地辷り地区内外にわたつて地表水，地下水の組成を調査し，それらの経月変化を求めこの地区水質の化学的特性を求め得た．又土壌水等との密接な関係をも知ることが出来た．なおこの地区土壌の工学的性質に著しい影響を持つと考えられる土壌コロイドの粘土鉱物を地表各地点に於て定め，又ボーリング試料について地下各地点に於ても定めた．土壌コロイドに関する研究は別に報告する．

Ⅱ 試料について

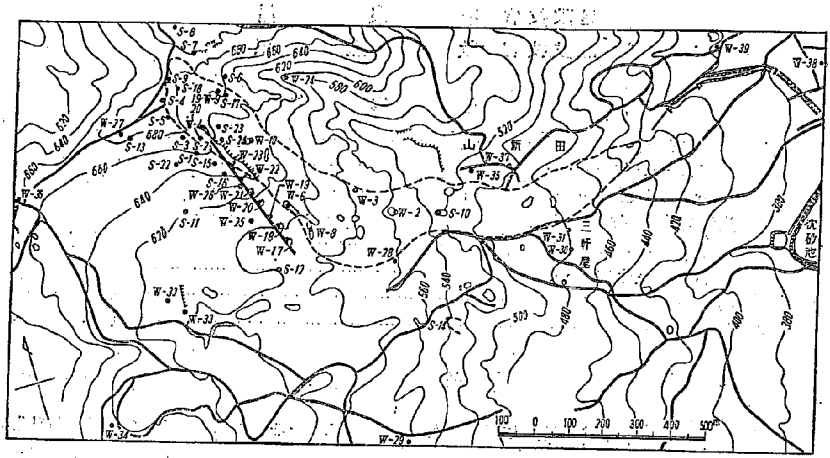
〔1〕 陸水（W—2～W—43）

陸水は地表水，地下水等とも分類することが出来るがこれらは相互に関聯を有し，地下水が地表水として山

1) 小野寺遖：建設省土木研究所報報，第10号（昭24）．
2) 井川真知：建設省土木研究所報告，第81号，（昭26）．
3) 福岡正巳：建設院第一技術研究所報報，第4号，第7号．

現することもあるし，又地表水は地下水の起源をなしてもおり，湧出水，井戸水等はその経歴に地表水，地下水の性格を持つとされる．

ここではこの地区陸水を次の様に一応分別して考えることとし，それらの採水地点を図—1に示す．



図—1

不動池（2, 3, 5, 6, 8, 44, 45, 46）**「ベントナイト」層滲出水**（9），**水溜り**（10）：これらは何れも地辷地帯上部西南端部にある．

ボーリング孔内水（11, 12, 13, 14, 15）：(4),(26) を結ぶ線上で地辷り地の内外に亘つてボーリングを行つた時のボーリング孔内の水であり，採水には特に注意したが (26) 又は (4) の影響を多少は受けていると考えられる．採水法，正確な採水地点等については当研究所福岡・斎藤技官[4]の報告を参照されたい．

トンネル内滲出水（17, 18, 19, 20, 21, 22）：ボーリングの結果 (23),(4) を結ぶ線上に地下排出トンネルを掘ることに定められた．このトンネルは約 140 m である．

河川水（24, 25）：地辷り地帯の両側を流れている宇土沢，滝沢であり，表面水として不動池の水が流入する地点より上流で採水する．

湧出水（26, 27, 28, 29, 30）：(26) はトンネル入口近くにありトンネル工事中に消滅したのであるが湧出量も多く特に気泡を含有して湧出していた．(27) は昔避病舎のあつた所であり湧出量は極めて僅かであるが，渇水することがないと云う．(28) は地辷り地帯に近接し地辷り地帯と滝沢川の中間の水田中に湧出する．(29) は地辷り地帯より相当離れ，集塊岩地帯に湧出し附近住民の飲料水とされる．なお (29) の近くに同様なものが1ケ所ある．

4) 福岡正巳：未発表

井戸水（31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39）：これらの水は地辷り地帯の周辺に存在する有旅，信里，三軒屋，山新田，岡田等部落の飲用水であり，湧出水とした方が妥当と考えられるものもある．

中尾山鉱泉（40, 41, 42, 43）：地辷り地帯より約 2 km 離れ石英粗面岩間隙より湧出する．他にこの種鉱泉がこの附近に 2 ケ所ある．

以上の試水はボーリング孔内水が 1950 年 1 月に，トンネル内滲出水が 1950 年 11 月に採水された外大部分は 1951 年 12 月 12—15 日に採水され，43～46 は 1952 年 6 月 14 日に採水された．

なおこれら陸水組成の経月変化を知る目的で不動池（2），病院跡湧出水（27），三軒屋湧出水（30），石津湧出水（28）について 1951 年に於て毎月採水した．

〔2〕 土壌，亜炭，凝灰岩等の浸出水（S—1～S—25）

土壌，亜炭，凝灰岩等が有する間隙水又は可溶性塩類等と上記陸水の組成との関係を知る目的で 1951 年 3 月試料を採取した．試料採取点は図—1 に示す．次にこれら試料について簡単に説明する．

凝灰岩（1, 2, 3）：地辷り地帯上部西南端部の地辷り地帯境界部に於ける第 3 期小川層凝灰岩質シルト層であり松柏科植物，草の葉等を含有する．

旧地辷り堆積物（4, 5, 9, 11, 12, 13）：4,5,9, は南峯近辺地辷り地帯外の土壌であり小川層下部砂岩層に属する．11, 12, 13 は信里，有旅部落への傾斜地土壌．

小川層下部亜炭層（6, 7, 8）：宇土沢上流で辷り面を露出する地帯の脊部の土壌であり石英粗面岩上にある．

小川層下部亜炭層シルト粘土層（18, 19, 20）：北南峯鞍部下方に断面を露出する断崖に層状に見られるシルト層（19），シルト層にはさまれた粘土層（18）および少量の亜炭を含有するシルト層（20）．

亜炭（15,16,17）：（15），（16）は上部亜炭層に属し（17）は下部亜炭層に属す．（17）は「ベントナイト」辷り面下方にある．

新崩壊地（14）：下部亜炭層に属し「ベントナイト」を含有する．「茶臼山の子分」とも云われる．

地辷り地帯内土壌（23,24,10）：（23），（24）は不動池（4）下方の断崖に存し（10）はレンズ状不動地の土壌であり石英粗面岩上にある．

其の他（22,25）：（22）は（11）—（13）地点の中間にある亜炭採掘跡にあり地表より約 2 m の深さがある．（25）は地辷り地帯より約 1 km 離れた中尾山の風化石英粗面岩である．土壌は何れも表土又は地表より約 20 cm 下方のものである．

Ⅲ 分析試験法

水は採水時 pH，温度を測定する外アルカリ度，酸度も採水地点で測定する．アルカリ度は時には採水翌日 Cl，$KMnO_4$ 消費量，Ca と共に現地で定量した．なお Mg は $MgNH_4PO_4$ として沈澱させ $Fe(OH)_3$ ＋$Al(OH)_3$ と共に実験室に持ち帰りその他成分と共に定量した．

分析法は三宅氏[5]の方法により，測定値は何れも mg/L および m. eq/L で表示する．

5) 三宅泰雄「水の分析法」

pH は現地で採水直後にアンチモン電極により測定し W-(9),(26),(4) のみは現地で一応色素法で測定し，特殊容器で実験室に持参したものについて水素電極法により測定した．

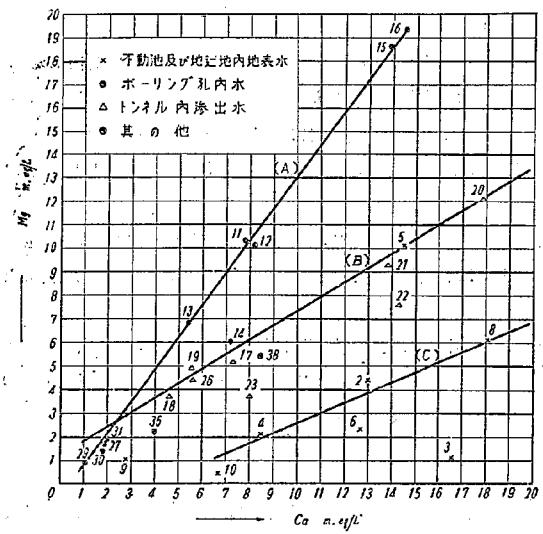
土壌，亜炭，岩石より可溶分の抽出は風乾試料 100 g を 400 c.c の蒸溜水で 100°C 2時間加熱して抽出液を得た．

Ⅳ　陸水の分析結果およびその検討（W—1～W—46）

試料陸水の分析結果は表—1に表示する．これら分析結果より明らかとなるこれら陸水の特性について述べ，これらの水質について考察し検討を加える．

1.　茶臼山地区の陸水は特に高疏酸塩性であり，Ca, Mg 含量が多く SiO_2 も高く（Fe+Al）も高い．地こり地帯およびそれに甚だしく近接した地帯のものと，大池の（有旅地区）影響を受けたと考えられ Ca, Mg 含量が少なくアルカリ度が高く，時には Cl 含量の高い茶臼山西南方信里有旅地区の両者に分けて考えることが出来る．この現象はこの地区の陸水が地質，土質と密接な相関関係を持つていることを示している．

2.　地こり地帯内不動池はこの近辺の地下水が部分的に地表水として現出した場合であり，Ca/Mg はより深い層中の水より一般に大きい．これらの関係は図—2 にも見られる様にボーリング孔内の水が Mg が一般に高く，トンネル内の滲出水がこれに次いで高く，それらは大体 A, B 直線の様な Ca—Mg 間に直線的関係が成立するに不拘らず，不動池に於ては C直線に近い関係は見出し得るが Mg は Ca に比して稍に低い．従つて地下水層により Ca/Mg が特定の数値を持つことが予想される．



図—2

Ca, Mg, SO_4 が $CaSO_4$, $MgSO_4$ として存在すれば $(Ca+Mg)/SO_4=1$ であるべきで $(Ca+Mg)/SO_4>1$ の場合は Ca, Mg は塩化物，重炭酸塩等としても存在することを示し，$(Ca+Mg)/SO_4<1$ の場合は Ca, Mg 硫酸塩以外にアルカリ又は他の金属硫酸塩の存在を考えることが出来る．不動池の水は $(Ca+Mg)/SO_4<1$ であり塩素（Cl）も少くメチルオレンジ・アルカリ度（m.o. アルカリ度）も小さい（W-3 は有機酸を認めた）．従つて硫酸アルカリ（R_2SO_4）を含有するとも考えられるが W-(2) の分析値でも明らかである様にアルカリ

表—1　茶臼山地区陸水化学分析値

試水番号	採水地点	化学成分 mg/L												成分比率(分子比)						
		Ca	Mg	R_2O_3	SiO_2	SO_4	Cl	H.D.	P.P.酸度	蒸発残渣	灼熱	$KMnO_4$消費量	其の他成分	Ca/Mg	(Ca+Mg)/SO_4	Mg/SO_4	Ca/SO_4	PH	水温	採水月日
2	不動池 2	262.5	52.9	23.0	62.0	1267.0	5.38	—	400	1784	144	585	Na 11.9, K 0.15	3.00	0.662	0.165	0.492	3.3 3.8(0.45)	4.8	1950-12-12
3	〃 3	331.3	12.9	220.0	77.0	2125.9	—	105.0	542.0	3144	324	232	—	15.60	0.358	0.024	0.575	1.2 ?	8.0	〃
4	〃 4	169.0	27.1	16.0	52.0	694.4	27.7	9.2	14.2	1324	106	195	—	3.97	0.576	0.116	0.459	5.3	6.1	〃
5	〃 4	250.0	132.5	2.2	76.0	1395.0	1.7	—	—	2144	274	627	—	1.33	0.574	0.376	0.500	4.5	—	1949-12-25
6	〃 5	253.5	28.?	26.0	55.0	1063.9	5.2	—	61.4	1784	104	235	—	5.59	0.674	0.103	0.560	3.6	4.1	1950-12-12
8	〃 8	552.3	74.0	115.0	75.0	2348.8	—	9.8	293.4	3036	264	525	—	2.96	0.568	0.142	0.426	5.0	14.6	〃
9	滲出水	55.3	12.5	26.6	48.0	547.5	8.8	—	—	1058	99	132	—	2.68	0.331	0.090	0.243	6.7 6.5([illegible])	—	1949-12-25
10	大溜 9	133.1	5.2	20.0	55.0	662.3	4.9	7.1	15.0	1264	44	265	—	15.40	0.390	0.024	0.371	5.6	6.6	1950-12-12
地辷地帯地下水																				
11	ボーリング孔 No.1	156.0	125.0	10.0	66.6	1030.3	7.9	—	—	1824	208	53.0	—	0.75	0.805	0.458	0.346	—	—	1950-1-
12	No.2	163.0	123.0	3.8	60.5	1065.0	4.4	—	—	1712	212	71.0	—	0.82	0.623	0.455	0.368	—	—	〃
13	No.3	107.0	82.7	4.6	17.8	600.0	25.1	—	—	1084	128	82.4	—	0.80	0.392	0.542	0.428	—	—	〃
14	No.4	143.0	72.6	16.6	30.4	574.0	5.3	—	—	1040	168	86.2	—	1.20	1.100	0.499	0.605	—	—	〃
15	No.5	276.0	226.0	66.0	83.0	2028.0	2.6	—	—	3052	272	82.8	—	0.75	0.770	0.441	0.329	—	—	〃
16	No.6	280.0	255.0	60.0	57.2	2125.0	0.2	—	—	3144	352	16.3	—	0.75	0.761	0.445	0.335	—	—	〃
17	トンネル内滲出水 No.1	145.0	63.3	10.0	61.0	585.6	4.3	—	—	1059	69	—	—	1.40	1.020	0.427	0.594	—	—	1950-11-14
18	No.2	92.0	46.4	13.5	70.0	354.4	4.1	—	—	740	30	—	—	1.23	1.135	0.510	0.626	—	—	〃
19	No.3	109.4	58.1	16.0	70.5	465.9	4.9	—	—	926	54	—	—	1.23	1.058	0.437	0.560	—	—	〃
20	No.4	356.2	136.1	3.0	45.5	1454.9	4.6	—	—	2271	80	—	—	1.59	0.955	0.370	0.583	—	—	〃
21	No.5	276.2	113.4	25.0	48.0	1193.2	3.9	—	—	1893	131	—	—	1.48	0.932	0.376	0.554	—	—	〃
22	No.6	285.2	92.0	1.6	53.5	1076.9	3.4	—	—	1831	102	—	S^{--}あり	1.63	0.911	0.336	0.634	—	—	〃
23	No.7	160.2	44.9	1.0	30.0	570.4	3.7	—	—	1102	40	—	S^{--}あり	2.18	0.933	0.310	0.666	—	—	〃
地辷地帯外陸水																				
(a) 河川水																				
24	宇土沢の水	5.0	5.0	18.0	26.0	57.6	2.6	17.2	4.6	112	14	47.0	—	0.61	0.559	0.341	0.208	5.9	5.5	1950-12-12
25	滝沢	10.6	7.6	8.0	17.0	57.2	6.9	13.0	8.0	140	34	65.8	—	0.65	0.635	0.343	0.293	—	—	〃
(b) 泉水																				
26	トンネル入口附近	112.5	54.0	2.2	51.6	470.0	5.0	—	—	678	133	80.3	—	1.27	1.017	0.444	0.569	8.4	—	1949-12-25
27	茶臼山西方[illegible]	378.0	20.7	9.0	19.0	75.7	99.7	10.3	16.0	345	64	46.2	—	1.11	2.29	1.060	1.205	—	11.2	1950-12-12
28	石津 No.3	—	29.9	5.0	8.0	42.0	11.6	91.2	8.4	150	25	66	K 0.31, Na 7.7, NO_3あり	—	—	2.790	—	7.0 7.3([illegible])	6.5	〃
29	No.1	22.5	11.1	6.0	24.0	42.9	14.1	50.9	8.0	164	48	56.0	NO_3あり	1.24	2.28	1.020	1.269	6.8	13.0	〃
30	三軒屋	36.9	17.5	18.0	26.0	165.4	9.9	39.0	13.2	254	30	9.0	—	1.25	0.939	0.417	0.522	5.6	11.5	〃
(c) 井戸水																				
31	三軒屋	40.1	22.7	13.0	45.0	160.7	32.4	33.4	15.0	338	48	11.0	—	1.08	1.23	0.593	0.637	6.0	10.9	〃
32	有畑 No.1	20.0	11.8	—	—	32.1	103.7	138.0	16.0	—	—	—		1.02	2.95	1.450	1.490	7.0	10.6	〃
33	有畑 No.2	9.9	6.1	4.0	2.0	2.8	30.9	—	—	194	40	41.6	—	1.00	1.724	0.862	0.862	7.0	—	〃
34	有畑 No.3	12.6	7.6	9.0	12.0	47.7	7.8	55.8	16.6	96	8	190.5	—	1.01	1.283	0.636	0.648	6.5	11.6	〃
35	信里村役場	13.0	7.6	7.0	10.0	41.1	76.3	21.2	30.2	125	34	53.4	—	1.03	1.490	0.733	0.755	6.1	10.5	〃
36	山新田	79.5	253.0	5.0	32.2	110.3	182.3	79.0	13.4	656	218	11.6	NH_3あり	1.79	2.080	0.969	1.720	—	—	〃
37	山新田共同井戸	10.0	3.7	9.0	59.0	29.6	7.3	36.6	20.0	152	32	13.8	—	1.66	1.194	0.448	0.745	6.1	12.5	〃
38	岡田部落(酒造用)	169.2	64.2	2.0	26.0	722.4	25.2	25.8	34.9	1156	86	19.2	—	1.60	0.908	0.348	0.560	—		〃
39	岡田部落(事務所)	39.1	13.9	—	—	97.1	59.0	61.6	3.0	—	—	883.5	—	1.73	1.535	0.560	0.970	—		1950-12-15
40	中尾山鉱泉 No.1	4.0	4.1	2.0	66.0	87.2	3.1	199.8	—	366	40	59.4	S^{--}あり	0.60	0.297	0.154	0.110	7.2	7.2	〃
41	〃 No.2	5.1	0.9	0.75	71.5	10.4	3.4	—	—	319	17	—	S^{--}あり	—	1.353	0.162	1.180	—	—	1950-11-14
42	〃 No.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	S^{--}あり Na 9.3, K 2.1, H_2S 5.5	—	—	—	—	8.8	14.2	1951-3-28
43	〃 No.4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—	—	—	—	—	—	1952-6-12
44	不動池 4	248.2	115.5	[illegible]	—	1205.9	—	—	—	—	—	—	—	1.35	0.862	0.367	0.495	—	—	1952-6-13
45	〃 2	161.9	83.0	[illegible]	—	826.2	—	—	—	—	—	—	—	1.18	0.567	0.399	0.470	—	—	〃
46	〃 3	352.8	135.6	[illegible]	—	1265.4	—	—	—	—	—	—	—	1.56	0.732	0.284	0.448	—	—	〃

② 地殻を持った土層が通過する
③ 宇土沢へ排水される
④ 不動池として標高最も高い。地殻は通過しない
⑤
⑥ 地殻が通過する
⑧ 滝沢へ排出される
⑨ 地辷り地北側面に辷り面を露出するベントナイト層より滲出する
⑩ 滲出水等が凹所に貯ったる地殻あす。
⑪⑫⑬⑭⑮⑯ 1950年1月ボーリングを行った時の地下水。地層水として採取する様充分注意したが一部は(26)により混合された恐れがある。
⑰ トンネル出口の排水
⑱ 出口より約20m滲出水
⑲ 出口より25m小断層の割目より滲出する。
⑳ 出口より110m細粒砂岩層
㉑ 130m細粒砂岩層より水溜坑に落下する赤褐色の沈殿を有す。
㉒ 135m滴下するH_2S臭ありこの部分は黒色を呈す
㉓ 140mこの奥は約35m岩石がつめてある。この部分より集水された水でありS^{--}を含有する
㉔ (3)よりの排水路合流点より上流。
㉕ (6)よりの排水合流点より上流
㉖ トンネル完成後消滅した。湧出量多くガスを有す
㉗ 深さ約5m座敷，如何に旱魃時も涸水しない。
㉘ 滝沢，地辷境界線の中間田の中にあり近くに亜炭採掘地あり。
㉙ 飲料水とする，田の中降雨後異常を呈さない。
㉚ 飲料水とする。
㉛ 深さ約2m位，水位は高い
㉜ 水面まで約7m上部に馬小屋がある。
㉞ 大池の漏水と考へられる。旱期には量は少くなる。
㉟ 水面まで約3m近くに学校保健所あり。
㊱ 少量の水を得られるのみ。
㊲ 山新田部落共同飲用水，部落北方山地より集水する
㊳ 酒造用水
㊵㊶㊷㊸ 石英粗面岩の間隙より湧出する，貯水は鉱泉とする

含量は一般に少い．

不動池の水は含塩量が甚だ高く W-(3) の如きは 3 g/L に達している．これらの水は然し Cl 含量の少い点より濃縮が行われているとは考えられない．これらの水は何れも酸性であり亜炭，植物細片等の混入のため有機物含量が多い（$KMnO_4$ 消費量は測過しない水について行った）．W-(9) は土り面の「ベントナイト」層より滲出する水であり，pH は 8.7 である．これが W-(10) の低地に貯溜される間に Ca/Mg が甚だしく変化し，pH が低下することについては充分な説明を加えることが出来ない．

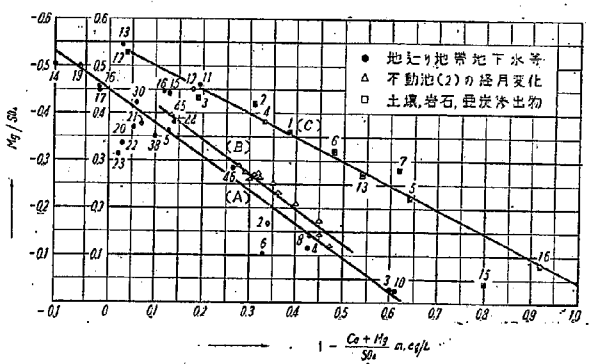
なお W-(10) と W-(3) とは Ca/Mg，$(Ca+Mg)/SO_4$，Mg/SO_4，Ca/SO_4 が殆んど近似していることはこれら両者間に何等かの関係があるかも知れぬことを示す．

地こり地内の水が何れも高 SiO_2 であることは石英粗面岩の風化崩壊した土壌および石英等を含有する硅酸質砂岩層に接していることに原因する．

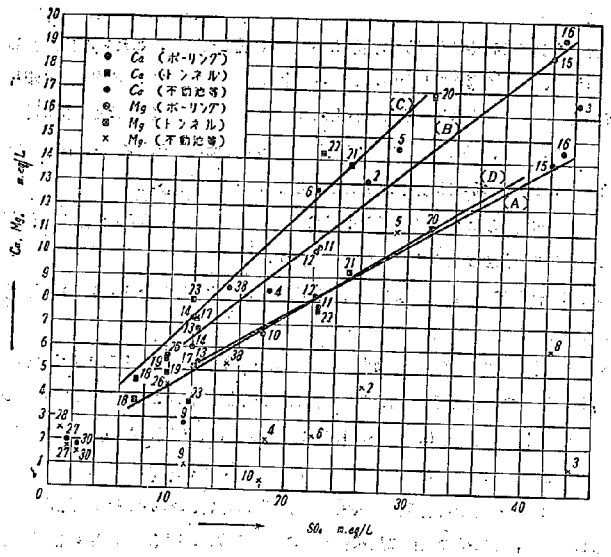
3. ボーリング孔内水およびトンネル内滲出水は何れも $(Ca+Mg)/SO_4$ が 1 より大きいか又は 1 に近い．このことは Ca，Mg 以外の硫酸塩（RSO_4）が不動池よりはるかに少いことを示す．ボーリング孔内水は不動池より Ca/Mg が小さく，Mg/SO_4 は大きい．しかし Ca/SO_4 は余り変らない．このことはボーリング孔内水と不動池の水の間で Mg と R との間の交換が行われていることを示す．

トンネル内滲出水は Ca/SO_4 が不動池よりやや高く，個々の試水についてその変動は小さいが Mg/SO_4 は不動池より著るしく高く，不動池の場合に比べればその変動も少い．而も RSO_4 の存在を考慮すれば同様に両者間に Mg と R との交換が行われていると考えられる．今水中の成分を $CaSO_4$，$MgSO_4$，RSO_4 のみと考え $R \rightleftarrows Mg$ の交換反応が起つたとすれば Mg/SO_4 と $\left(1-\frac{Ca+Mg}{SO_4}\right)$ の間には直線関係が成立せねばならない．しかもこの直線の方向係数は -1 でなければならない．図—3 は不動池，ボーリング孔内水，トンネル内滲出水および三軒屋，岡田部落の湧出水について直線（A）を認め得ることを示している．この（A）直線の方向係数は -0.72 である．

$Ca/SO_4-\left(1-\frac{Ca+Mg}{SO_4}\right)$ 間には狭範囲に部分的な直線を示す傾向は認め得るが各試水に共通した関係は認め得ない．（A）直線の方向係数が -0.72 であることは $Mg \rightleftarrows R$ の交換の外に $Ca \rightleftarrows R$ の交換又は $Mg \rightleftarrows Ca$ の交換が部分的に行われていることを示す．$Mg \rightleftarrows R$ の交換量は約 75 % でありその他の交換量は約 25 % である．なお直線（B）は不動池（W-2）に



図—3



図—4

ついて1年間に亘つた経月変化を示し，水の経歴が一つの法則に従つていることが示されている．又図—4で明らかである様にボーリング孔内の水は Ca/SO_4，Mg/SO_4 は大体恒数に近く $Ca-SO_4$，$Mg-SO_4$ 間には近似的に (A),(B) 直線の関係がある．トンネル内滲出水に於ても同様であり (C),(D) 直線が存在する．然しながら不動池に於ては この関係を認め得ないし，Mg 含量が殊に低い．このことはすでに述べた $Mg \rightleftarrows R$ の交換反応に基づき，Ca が余り減少しないことは $Ca \rightleftarrows Mg$ の交換は顕著には起らないことを示しており，$Ca \rightleftarrows R$ の交換を考える方がより妥当であろう．

なおトンネル内滲出水の内，最も奥に見られる W-(17) は S^{--} を有しその近辺には S を析出している．これら S^{--} は上昇地下水に認められるものか又は地下に於て硫酸イオン (SO_4^{--}) が還元されたために生成したのか又はこの層に存在する亜炭の有機性硫黄より生成したものか明らかではない．この現象は後述する中尾山鉱泉に見られる含 S^{--} 重炭酸泉と何らかの関聯があるかは地下水系の経歴について検討する際に有力な資料を提供するものと考えられる．又これら地下の地層中に見られる水は SiO_2 の含有量が多いことは不動池の場合と同様であり，石英粗面岩系土壌に長時間接触し地表水等で激しくは稀釈されていないことを示し，これら地区よりの SiO_2 の流亡が激しいことを示している．

4. $(Ca+Mg)/SO_4 < 1$ の場合には $CaSO_4$，$MgSO_4$ 以外に硫酸塩が存在し，その中には Mg と交換された R も存在する筈である．この R については詳細な測定を行つていないので R が一応アルカリ，Fe, Al, 遊離酸等と考えられるがこの点を明確にすることは今後の研究に待たねばならない．アルカリは不動池 (2) に

ついてのみ測定したがその含量は小さく，少くともこの試水に関してはアルカリは R の主要成分とは見たされない．然し (9) の様に pH が 8、8.7 を示すものが存在することはアルカリが R の構成成分として重要な位置を占めることを推察させる．

Fe, Al も別々に定量したのは W-(44), (45), (46) の場合だけであり，Fe より Al の方がはるかに多いし Fe の内でも Fe^{+++} の方が Fe^{++} より少ない．Al, Fe は R の一部を成すと考えられるが W-(3),(8),(45) を除いては主要構成成分とは見なされない．又遊離酸と考えても Al, Fe の多いものを除けば何れも酸度は小さいので R の主要成分ではない．これらの点については試料の取り扱いに充分注意を払つて次の機会に解明することとしたい．

なお W-(44),(45),(46) はそれぞれ W-(4), (2), (3) と同じ不動池の試水であるが Mg 含量が多く Ca/Mg が小さく $(Ca+Mg)/SO_4$ は概して大きい．即ちボーリング孔内の水とその組成が近似している．しかし $Mg/SO_4-\left(1-\frac{Ca+Mg}{SO_4}\right)$ の関係は図—3 の (A),(B) 直線を満足させている．これらのことは不動池の水は排水工事の効果等と関聯して測定時日により順次変動するが成分間に一定の関係があることを示すものである．

5. 宇土沢 (W-24) 滝沢 (W-25) は地辷り地帯の両側を流れる河川であり，宇土沢の試水は pH の低い不動池 (W-3) よりの水との合流点より上流に於て採取した．この水は Ca,Mg は何れも低く，SO_4 は概して多い．$(Ca+Mg)/SO_4$ は 0.5 程度であり，m.o. アルカリ度も低い．RSO_4 を含有する水であり，この水源である旧北峯附近の土壌水 (S—7,8,9) と成分組成が比較的近似しており，Ca,Mg の濃度が特に低い点より考えても地辷り地帯内の水が流入又は滲透流入することはないと考えてもよい．なお不動池 (W-3) よりの水は合流前は pH 3.2 であり合流後は pH 4.6 であつた．

滝沢は地辷り地帯西南斜面を流れている．試水は不動池 (W-8) よりの排水の影響のない上流部より採取した．水質は大体宇土沢と同じであり RSO_4 を含有し Mg が高く，この斜面の土壌水と大体同様な成分組成を有しており，少くも採水点より上流に於ては地辷り地内の水とは直接の関係はないものと見られる．

6. 湧出水 (W-26,27,28,29,30) については W-(29) が地辷り地帯から相当はなれている外は何れも地辷り地に近接している．(26) はトンネル入口附近にあり トンネル完成後に消滅した．この水の成分組成はトンネル内滲出水に近く，Ca—Mg の関係を示す図—2 の B 直線を，SO_4—Ca, Mg の関係を示す図—4 の C, D 直線をそれぞれ満足し，又図—3 の A 直線上にもある．

この水は pH 8.4 でありトンネル内滲出水が S^{--} を含有しアルカリ性である点も一致している．この水はこの地帯の地下水の性質をそのまま示すものでありトンネル完成後は当然消滅すべきものと考えられる．なお試水中には R を殆ど含有しないがアルカリ度の測定を行つていないので炭酸塩については明らかでない．この水は相当量の気泡と共に湧出していたがそのガス組成については明らかではない．

W-(27) は深さ約 5 m あり何如なる乾季にも渇水しない．しかし湧出量は甚だ少量である．試水は底部より採取し m.o. アルカリ度は低く Cl が異常に高い．Ca/SO_4, Mg/SO_4 が何れも 1 より大きいことは Ca, Mg の一部は塩化物として存在することを示す．この高塩素の原因が何であるかは今の処明らかでない．然しこの地区土壌を抽出した結果によれば 100 g 土壌は 2—3 mg の塩素を含有する．従つて土壌水中の塩素濃度

は約 100 mg/l. となる. 即ち稀釈されない土壌水のみより成るとすればこの高塩素含量を解し得る. なおこれらの問題については水質の経月変化の項にて更に論及する.

W-(28) は地辷り地帯境界部に近い階段状水田中に湧出し, 約 1 m 上部にも水田がある. 採水時水田の水は氷つていたが湧出水は約 6°C を示す. m.o. アルカリ度が高く Mg/SO_4 は 3 に近い, SiO_2 の含量も少なく近くに亜炭採掘孔があるにも拘らずこの地区試水中 $KMnO_4$ 消費量は最も小さい. 中性又はアルカリ性であり硝酸塩を微量ながら認める. なお試水は水質の経月変化について測定を行つた.

W-(29) は地辷り地区より相当離れ W-(28) の南方約 1200 m である. 試水は集塊岩地区に湧出し近辺に同様の湧出水があり何れも同質であり, 共に m.o. アルカリ度が高く W-(28) に近い水質であり同様に硝酸塩を微量ながら認めた. この水は附近住民の飲料水とされており, 地辷り地帯内水の影響を直接には受けないと考えられる.

W-(30) は地辷り地帯に近い三軒屋部落の飲料水である. この水は地辷り地帯地下水と同系統のものであり地表水にて一部稀釈されたと考えられる. このことは試水中の成分間の関係が 図—2, 3, 4 で示される諸直線をみたすことによつても知ることが出来る. なおこの水は不動池の水質と密接な関係を持つていることは水質の経月変化の項にて論及する.

7. 井戸水 (W-31,32,33,34,35,36,37,38,39) の内 W-(34), (39) はポンプ汲み上げ井戸 W-(37) は山新田部落北方より集水したものである. 他は掘井戸である.

W-(31) は地辷り地帯に近い三軒屋部落のもので深さ約 2 m 位, 水位も高くこの附近の地下水位を示している. W-(30) と殆んど同様の水質であるが塩素が特に高い点が異る. この高塩素は人間生活の汚染に基づくものと考えられる.

W-(32) は下有旅部落の井戸水であり水面まで約 7 m 位である. m.o. アルカリ度が高く pH は 7 であり Ca, Mg は一部塩化物, 重炭酸塩として存在し塩素が殊に高く 103 mg Cl/L に達する. この井戸の近くに馬小屋のあつた点より汚染によるとも考えられるが有旅信里部落方面に W-(27) と共に高塩素水の存在することとも関聯して今後の研究を要する.

W-(33) は W-(32) に近い農家の井戸水であり W-(32) と大体似た水質と見られる. SiO_2 の含量が低く塩素含量が高い.

W-(34) は上有旅部落の水であり恐らく大池よりの漏水と見られ渇水期に水量は少く降雨等により濁りを与える. $KMnO_4$ 消費量は大きく有機物含量の高いことを示している. 大池は有旅の谷をへだてて茶臼山に対しており大池の水は茶臼山と同じ水系とは考えられない.

W-(35) は信里村役場の飲料水であり, 地下水位は高い. 塩素含量も高い.

W-(32),(33),(34),(35)は何れも Ca, Mg 含量は低く Ca/Mg は 1.0 であり何れも塩素含量は高く, SiO_2 含量は低い, 又 pH は 6 以上であり m.o. アルカリ度も高く大体同様な水質と認められ, W-(28),(29) と共に地辷り地帯内の水の影響は余り受けていないと考えてよい.

W-(37) は山新田部落北方山地に湧出する水を集め SiO_2 が概して高い外は通常の水に比して甚だしい異常

は認めない．pH は 1950 年 12 月には 6.1 であり 1949 年 12 月にはフェノール・フタレンに対して明らかにアルカリ性であつた．

W-(36) は山新田部落内に掘つた井戸であるが僅少量の水を得たのみである．この水は Ca, Mg, SO_4 が多く地辷り地帯の水と水質を同じくしているが塩素が異常に高いし又アンモニヤの存在を認め，汚染によるとも考えられるが $KMnO_4$ 消費量は小さい．

W-(38) は岡田部落の醸造用水であり地辷り地帯の水と水質を同じくしており，高塩素含有を示している．

W-(39) は岡田部落西部の工事事務所の飲料水であり稀釈されてはいるが地辷り地帯内の水と水質を同じくしていることは W-(38) と共に図—2, 3, 4 に見ても明らかである．この水も高塩素水である．

8. 中尾山鉱泉 (W-40, 41, 42, 43) は地辷地帯北方約 2 km にあり石英粗面岩の間隙より滲出する水でありその近辺 2 ケ所に湧出する．なおこの種鉱泉は茶臼山につづく山塊に他に 3 ケ所に見られるがそれらについては未だ調査していない．本鉱泉はアルカリ性重炭酸泉であり SiO_2 を多量に含有するが Ca, Mg, Fe, Al 等は少量しか含有しない．この水の特徴は S^{--} を含有することであり，1952 年 6 月の測定では H_2S として約 10 mg/L を得ている．この鉱泉の流入する川には黒変し又は分離した S を附着した岩石を多く認める．W-(40), W-(41) 間で SO_4 の値が相当相違するが試水を分析前に放置し白濁を生ぜしめたことに原因している．

この鉱泉に S^{--} が存在することの原因および地辷り地帯の S^{--} 含有地下水との間に何等かの関係が存在するか否かについては将来の研究を要する．

9. pH は W-(4), (9), (26) を水素電極法で実験室にて測定した以外は現地にて採水直後アンチモン電極法により測定した．

地辷り地帯内不動池の水は何れも酸性であり W-(3) の 1.3 を最大とする．同一不動池 (4) に於て測定期日により pH の変動のあることはその化学的組成の相違に基づき，不動池の水質は後に記する様に一年間の各時日にわたつて相当変動することと関係あるものと考えられる．不動池の水が Fe, Al の硫酸塩を相当量に含有することおよび有機物を多量に含有することは pH と関係することである．W-(9) の「ベントナイト」層より滲出する水は pH 8.7 の如くアルカリ性であるが水溜り W-(9) に達するまでに酸性と変る．これは地表に見られる水は地辷り泥流のために多量の植物層および亜炭を含有し腐植酸によつて酸性を示すためと考えられる．

トンネル内滲出水の様に地辷り地帯の地下に見られる水は最奥部の W-(17), (18) が S^{--} を含有したことより当然アルカリ性と考えられ，これと同一地下水系と見られる湧水 W-(26) はアルカリ性である．然しトンネル出口に集つた水は 1951 年 3 月の測定では pH 6.6 であり地表に近い水が酸性でありその混入により影響を受けたと考えてよい．

湧出水は地辷り地帯内の水と同一地下水系と見られる W-(28), (30) を除いては何れもアルカリ性である．井戸水は有旅部落のものはアルカリ性に近く，大池の pH は 6.8 であり，これもアルカリ性に近い．三軒屋 W-(30), (31) の水は共に酸性に傾き，岡田部落 W-(38), (39) の水も酸性に傾く傾向がある．

宇土沢 W-(24) の水は pH 5.9 であるが不動池 W-(3) よりの合流部より上流での値であり下流の水につ

表—2 茶臼山地帯・岩石，亜炭，土壌等に含有される可

試料番号	試料別	Ca		Mg		R_2O_3		SO_4		Cl		SiO_2	
		mg /100g	m. eq /100g	mg /100g	m. eq /100g	mg /100g	m. eq /100g	mg /100g	m. eq /100g	mg /100g	m. eq /100g	mg /100g	m. eq /100g
S-1	凝灰岩	2.6	0.13	2.2	0.18	25.0	——	24.7	0.51	3.6	0.100	132.0	4.36
S-2	〃	34.5	1.74	32.5	2.70	——	——	309.4	6.42	2.1	0.058	125.6	4.14
S-3	〃	12.5	6.25	8.3	7.00	78	——	786.0	16.40	4.1	0.112	78.0	2.58
S-4	土壌	11.4	0.57	8.7	0.73	——	——	93.2	1.94	7.9	0.219	149.0	4.92
S-5	〃	27.4	1.37	26.8	2.23	167	——	478.0	9.95	——	——	114.0	3.76
S-6	〃	1.4	0.07	2.1	0.17	——	——	17.1	0.35	3.0	0.084	57.8	1.91
S-7	〃	1.2	0.06	1.9	0.16	——	——	27.4	0.57	4.2	0.118	9.0	0.30
S-8	〃	3.5	0.18	3.7	0.31	——	——	5.8	0.12	2.7	0.076	16.4	0.54
S-9	〃	3.0	0.15	3.8	0.32	——	——	21.4	0.45	3.2	0.090	33.2	1.10
S-10	〃	1.7	0.08	2.4	0.20	——	——	13.8	0.24	3.2	0.090	34.0	1.12
S-11	〃	5.2	0.26	3.7	0.31	——	——	9.3	0.19	2.4	0.067	35.5	1.17
S-12	〃	4.4	0.22	3.2	0.27	——	——	24.4	0.51	3.5	0.100	80.4	2.65
S-13	〃	2.3	0.11	1.9	0.16	38	——	28.3	0.59	3.6	0.100	116.0	3.83
S-14	〃	2.2	0.11	0.9	0.07	——	——	4.0	0.08	4.9	0.138	22.5	0.74
S-14′	〃	5.1	0.26	3.3	0.27	——	——	6.2	0.13	4.3	0.121	17.4	0.57
S-15	亜炭	54.9	2.74	9.3	0.77	504	——	831.2	17.30	——	——	160.0	5.40
S-16	〃	1.1	0.05	28.1	2.33	919	——	141.0	29.30	——	——	103.0	3.40
S-17	〃	18.5	9.25	23.0	1.92	21	——	578.0	12.00	10.6	0.298	77.0	2.56
S-18	粘土層	11.0	0.55	2.0	0.16	——	——	8.0	0.17	4.7	0.132	10.0	0.33
S-19	シルト層	9.0	0.45	2.0	0.16	——	——	21.0	0.44	2.5	0.070	25.0	0.82
S-20	〃	3.0	0.15	1.3	0.11	——	——	4.0	0.08	3.2	0.090	2.0	0.06
S-22	土壌	9.0	0.45	2.0	0.16	——	——	31.0	0.64	3.6	0.100	42.0	1.38
S-23	〃	4.0	0.20	1.0	0.08	——	——	9.0	0.19	1.0	0.028	1.0	0.03
S-24	〃	7.0	0.35	1.0	0.08	——	——	17.0	0.35	2.2	0.062	43.0	1.44
S-25	〃	4.0	0.20	0.6	0.05	——	——	37.0	0.78	1.0	0.028	12.0	0.40

溶成分（mg/100 g，m. eq/100 g）

成分比率（当量比）				備考
Ca/Mg	$\frac{Ca+Mg}{SO_4}$	$\frac{Ca}{SO_4}$	$\frac{Mg}{SO_4}$	
0.72	0.61	0.25	0.36	地辷り地帯外のもの，洗脱されている．
0.65	0.69	0.27	0.42	地辷り地帯内のもの崩壊して辷りつゝあるもの，洗脱されている．
0.89	0.81	0.38	0.43	地辷り地境界断崖から崩壊している大塊の比較的内部のもの．
0.78	0.67	0.29	0.38	地辷り地の境界の内，最も標高の高い地点の肩部，多量の酸化鉄を含有する．
0.62	0.36	0.14	0.22	〃
0.41	0.68	0.20	0.48	地辷り地北側のベントナイト層を露出した辷り面脊上部の土壌．
0.37	0.38	0.10	0.28	北峯と S—6 地点の中間地点
0.58	4.10	1.50	2.60	北峯西側道路地点
0.47	1.04	0.33	0.71	北峯南峯間の鞍部の道路近くの旧ボーリング孔の近辺．
0.40	1.16	0.33	0.83	地辷り地内の不動島の表土．
0.84	2.99	1.36	1.63	地辷り地帯外，信里有旅方向への斜面．
0.81	0.96	0.43	0.53	〃
0.69	0.46	0.19	0.27	〃
1.57	2.27	1.38	0.87	新崩壊地最近新に滑動を始めた「茶臼山の手分」と云われる地点崩壊面，地表より 1 m ベントナイトを多く含有．
0.96	4.10	2.00	2.10	〃 地表より 2 m 〃
3.56	0.20	0.16	0.04	地辷り地帯内北側ベントナイト層を辷り面として露出する部分の亜炭層
0.02	0.08	0.00	0.08	地辷り地帯外西斜面に存在する．
4.80	0.93	0.77	0.16	〃
3.44	4.18	3.24	0.94	地辷り地帯最高部に崩壊により断面と露出する断崖に層状に見られるシルト層にはさまれた粘土層，洗脱されている．
2.80	1.38	1.02	0.36	〃 代表的シルト層 50 cm—100 cm 洗脱されている．
0.13	1.33	1.90	1.14	〃 シルト層この中には少量の亜炭片をふくむ．
2.80	0.80	0.70	0.20	11—13 地点の中間にある亜炭採掘用坑道，地表より 2 m．
2.50	1.47	1.05	0.42	不動池 No 4 下方崖下．
4.50	1.23	1.00	0.23	〃
4.00	0.31	0.25	0.06	中尾山近辺風化石英粗面岩．

いては pH 4.6 を示す.

中尾山鉱泉は S^{--} が存在することよりも明らかである様に何れもアルカリ性であり又測定時期により著るしい相違がある.

V 土壌，岩石，亜炭等の水溶性成分につて (S—1～S—25)

地こり地帯近辺の土壌等の水溶性成分についての測定結果を表—2 に示し，この地帯水質との関係について考察し検討を加える.

1. S-(1),(2),(3) は小川層凝灰岩質シルト層で層状に剝離させることが出来る．層間に植物化石を含有し顕著なベンヂヂン呈色反応を呈する．S-(3) は地こり地帯との境界線に近い未だ崩壊を示していない部分であり多量の可溶性成分を含有し又剝離面に石膏の結晶を認めた．S-(2) は地こり地内に崩壊しつつあるものでこれも多量の可溶性成分を含有する．S-(1) は甚だしく崩壊露出し洗脱は相当進んでいると見られ可溶性塩は S-(2), (3) より少い.

これら凝灰質岩石溶出液は地こり地帯内の水に $(Ca+Mg)/SO_4$, Ca/SO_4 は近い値を示しているが，Ca/Mg は小さく Mg/SO_4 は高く，大体ボーリング孔内の水と成分組成が近似している．これら凝灰岩の高硫酸塩性はこの地帯水質の高硫酸塩性と密接な関係があると云うことが出来る．然しこれら高硫酸塩性の原因については地下水系に基因するか，有機物の変化によるか，又は岩石に含有される黄鉄鉱によるかは未だ明らかではない．なお野口氏[6]，朝比奈，三宅氏[7] は新期火山である浅間山火山灰が多量の可溶性硫酸塩を含有し，浅間鉱泉は $CaSO_4$, $MgSO_4$, $FeSO_4$ を主成分とするとしているが，地こり地帯陸水の高硫酸塩性を安山岩系である浅間山火山灰の堆積と関連して考えることは出来ない.

2. S-(15),(16),(17) は何れも亜炭でありこの地帯小川層中に介在している．これら亜炭も甚だしく高硫酸塩性であり，特に S-(16) は可溶分の大部分が Fe, Al の硫酸塩 ($R'SO_4$) であり，$CaSO_4$, $MgSO_4$ 量が少いことを特徴とする．S-(15) も多量の $R'SO_4$ を含有するが S-(17) はその含量少く $CaSO_4$, $MgSO_4$ を多く含有している．これら $R'SO_4$ 含有の原因については現在の所明らかにし得ない．S-(15) をすでに述べた R' の交換がやや行われている状況と考えれば S-(16) は未だ地こり地帯の地下水とは接触していないと考えることが出来る.

これら亜炭はイオン交換能が大きくフミン酸の交換能 200 m 当量/100 g より考えても一部の R' は可交換状態にて存在すると考えることが出来る.

R' と Mg, Ca 間に交換の行われることはすでに陸水の項で述べた所であるが図—3 で見られる様に土壌，凝灰岩，亜炭等の抽出液に於ても (C) 直線の関係があり，水質と土壌等との間に密接の関係のあることが明白である.

亜炭中の硫酸塩はこの地こり地帯内の水の高硫酸塩性と密接な関係があり今後の研究を必要とする．又これ

6) 野口三喜雄 日化. 59, 1225, 昭 13.
7) 朝比奈貞一，三宅泰雄 気象 II 13, 549.

も亜炭は何れも SiO_2 の含量が高く石英粗面岩の風化過程とも密接な関係を持つている．

3. S-(18),(19),(20) は下部小川層亜炭層に属する代表的粘土層，シルト層であり，地辷り地最高標高部に断崖をなして露出しており亜炭片を含有するが充分洗脱されている．これら土壌の可溶性塩は何れも少いが土壌水として考えれば相当濃度は高く図—3 の (C) 直線を満足させる．なおこれら土壌は何れもベンチヂン呈色反応を認める．

4. S-(4),(5) は地辷り地帯西端地辷地帯境界外の土壌であり褐色を示し，酸化鉄を多量に含有している．これら土壌の可溶性成分は硫酸塩多く殊に S-(15) は R′ が多い．成分的には地辷り地帯内の水と大体その性格を同じくしており，この地帯の地下水系と密接な関係を持つものと考えられる．図—3 の (C) 直線上にある．

5. S-(6), (7), (8) は何れも地辷り地西端の北背面部の土壌であり，S-(6),(7) は高硫酸塩性である．何れも図—3 の (C) 直線上にあり S-(4), (5) と同じ性格を持つている．S-(8) は分析結果よりは可溶塩の組成がやや異る様に見受けられる．

6. S-(11),(12),(13),(22) は何れも地辷り地帯境界線外の信里有旅方向斜面の土壌である S-(11) は可溶性硫酸塩が割合に少く，S-(13) は R′ の含量が高い．少くとも S-(12),(13) はこの地帯の水質と何等かの関係を持つものと推定される．なお可溶性 SiO_2 の含量も高い．

S-(14) は新崩壊地の土壌であり地辷りを起しやすいと見られる青白色粘土より成る．これら土壌の可溶性塩には硫酸塩は少くその成分組成は地辷り地帯水系とは相当異ることが推定される．

7. S-(10) は地辷り地内にあるレンズ状不動地の土壌であり，可溶性成分含量は余り高くはないがその組成は地辷り地帯水系に近い性格を持つている．

S-(23),(24) は地辷り地内不動地 W-(4) 下方断崖の土壌であり充分洗脱されている．Ca,Mg に比して硫酸イオンの含量が概して低いが Ca/Mg は不動地の組成と近似している．S-(23) は黒色で比較的かたく岩石状をなしている．

8. S-(25) は地辷り地帯北方中尾山の石英粗面岩の風化崩壊している白砂であり，約 0.04 % の様に相当量の可溶性硫酸イオンを含有する．これら硫酸塩は石英粗面岩中に含有される黄鉄鉱に起原を有していると考えられる．

9. 上記試料より抽出される成分の内，塩素が意外に高く又高塩素含有水の存在についてすでに述べた．米国土壌の塩素含有量は 0.02 %～0.04 % であることと関聯して考えればこの程度の塩素量は必ずしも過大だとも云うことは出来ない．土壌水を土壌の 20 % とし塩素は全部水溶性塩として存するとすれば土壌水の塩素含有量は 70—130 mg Cl/l. となる．従つて塩素含量の甚だしく低い他の水系により稀釈されない場合を考えれば相当高濃度の塩素含有水を理解することが出来る．土壌の透水性とこの塩素含量の間に密接な関係があることが推定される．

Ⅵ　水質の経月変化について

水系の同定を行うには水質の経月変化を比較することが必要であり，水質の継続的変化を追求することによ

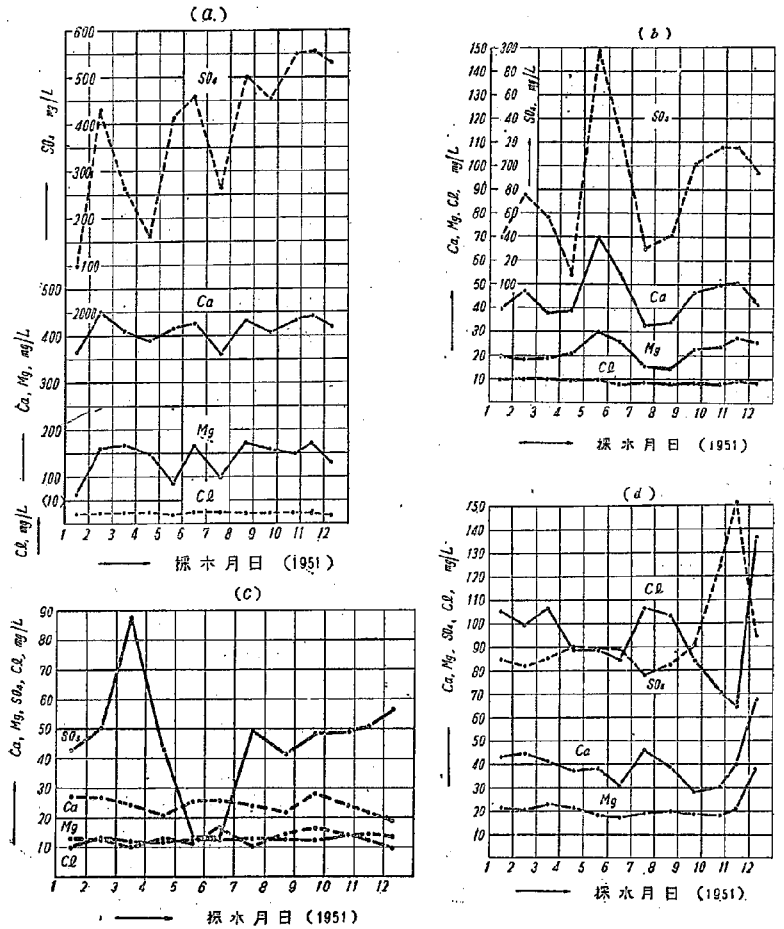
り水系の特性を理解することが可能となり，更に降雨量との関係より水の経歴等を知り得ることも可能となる．

この目的のために不動池（W-2），湧出水として茶臼山西方病院跡（W-27），石津 No.1（W-29），および三軒屋（W-30）の試水について 1951 年 1 月より 12 月までの間に於ける毎月の分析を行つた．分析は Ca, Mg, SO_4, Cl 等の主成分のみについて行い，その結果は表—3 に示し成分間の比率等を図—5～図—8 に示す．

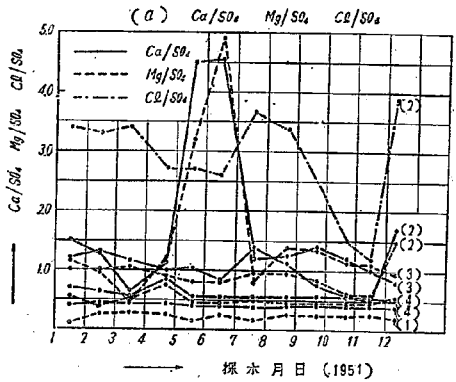
表—3 水質の経月変化 （W—2：No.1　W—29：No.3　W—27：No.2　W—30：No.4）

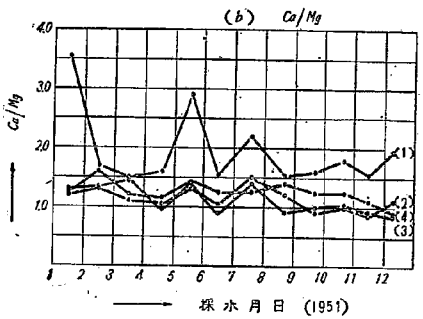
採水月日 1951	試料番号	Cl mg/L	Cl m.mol/L	Ca mg/L	Ca m.mol/L	Mg mg/L	Mg m.mol/L	SO_4 mg/L	SO_4 m.mol/L	成分比率（分子比） Ca/Mg	Ca/SO_4	Mg/SO_4	Ca+Mg/SO_4	Cl/SO_4	降雨状況 採水前1ケ月間雨量	その他
1-14	1	4.1	0.12	364.6	9.09	62.2	2.56	2099.4	21.85	3.55	0.416	0.117	0.533	3.38	30+（1月分）	採水10日前に雨25 mm
	2	105.3	2.97	43.0	1.07	21.6	0.89	84.7	0.88	1.20	1.22	1.01	2.23			
	3	10.0	0.28	27.0	0.67	12.7	0.52	42.8	0.45	1.29	1.49	1.16	2.65			
	4	9.8	0.28	39.5	0.99	19.7	0.81	139.1	1.45	1.22	0.683	0.559	1.24			
2-15	1	4.5	0.13	449.3	11.20	158.6	6.53	2431.0	25.30	1.72	0.443	0.258	0.701	3.29	25.4	
	2	99.3	2.80	44.6	1.11	20.7	0.85	81.9	0.85	1.31	1.31	1.00	2.31			
	3	12.9	0.36	26.6	0.66	12.4	0.51	50.2	0.52	1.29	1.27	0.981	2.25			
	4	10.0	0.28	46.9	1.17	18.1	0.74	175.2	1.82	1.58	0.643	0.407	1.05			
3-15	1	4.5	0.13	409.8	10.22	167.3	6.88	2262.7	23.55	1.49	0.434	0.292	0.726	3.37	53.3	採水前10日間雨なし
	2	106.4	3.00	41.2	1.03	23.2	0.95	85.2	0.89	1.08	1.16	1.07	2.23			
	3	11.8	0.33	24.2	0.60	9.3	0.40	87.6	0.91	1.50	0.659	0.440	1.10			
	4	10.0	0.28	37.7	0.94	18.8	0.77	156.3	1.63	1.22	0.577	0.472	1.05			
4-17	1	4.7	0.13	389.3	9.71	148.9	6.13	2159.4	22.47	1.58	0.432	0.275	0.707	2.68	97.8	採水前5日降雨31 mm
	2	88.4	2.49	37.2	0.93	21.2	0.87	90.1	0.94	1.07	0.989	0.926	1.92			
	3	11.8	0.33	20.5	0.51	12.9	0.53	42.8	0.45	0.962	1.13	1.18	2.31			
	4	9.4	0.26	38.9	0.97	20.5	0.84	107.4	1.12	1.15	0.866	0.750	1.62			
5-17	1	3.9	0.11	414.4	10.33	85.6	3.52	2414.1	25.12	2.93	0.411	0.140	0.551	2.68	16.9	ひきつづき小雨採水日雨5 mm
	2	88.4	2.49	38.3	0.96	18.1	0.74	89.3	0.93	1.30	1.03	0.796	1.83			
	3	12.6	0.35	25.4	0.63	11.1	0.46	13.6	0.14	1.37	4.50	3.29	7.79			
	4	9.8	0.28	69.7	1.74	29.9	1.23	297.4	3.09	1.41	0.563	0.398	0.961			
6-14	1	4.7	0.13	425.9	10.62	164.9	6.79	2457.3	25.57	1.56	0.415	0.266	0.681	2.56	76.1	採水前2週間に大部の降雨採水日雨
	2	84.4	2.38	30.9	0.77	17.3	0.72	88.9	0.93	1.07	0.828	0.774	1.60			
	3	12.6	0.35	25.8	0.64	16.8	0.69	13.2	0.14	0.928	4.57	4.93	9.50			
	4	7.9	0.22	54.3	1.35	25.9	1.07	225.0	2.34	1.26	0.577	0.457	1.03			
7-17	1	4.8	0.14	361.2	9.01	99.4	4.09	2264.8	23.57	2.20	0.382	0.174	0.556	3.70	201.7	雨期
	2	106.4	3.00	45.7	1.14	18.8	0.77	77.8	0.81	1.48	1.41	0.951	2.36			
	3	12.9	0.36	24.1	0.60	10.3	0.42	49.4	0.51	1.43	1.18	0.824	2.00			
	4	8.6	0.24	32.6	0.81	16.4	0.67	129.2	1.34	1.21	0.604	0.500	1.10			
8-22	1	4.5	0.13	434.4	10.83	172.3	7.09	2500.9	26.02	1.53	0.42	0.272	0.692	3.38	127.4	採水前日に雨16 mm
	2	103.2	2.91	38.9	0.97	19.9	0.82	82.3	0.86	1.18	1.13	0.953	2.08			
	3	12.6	0.35	21.7	0.54	14.6	0.60	41.6	0.43	0.900	1.26	1.40	2.66			
	4	8.0	0.23	33.8	0.84	14.6	0.60	140.3	1.46	1.40	0.575	0.411	0.986			
9-20	1	4.5	0.13	405.8	10.12	157.0	6.46	2454.0	25.54	1.57	0.396	0.253	0.649	2.52	61.9	採水3日前に雨17 mm
	2	84.0	2.37	28.1	0.70	18.8	0.77	90.5	0.94	0.909	0.745	0.819	1.56			
	3	12.2	0.34	28.1	0.70	16.6	0.68	48.5	0.50	1.03	1.40	1.36	2.76			
	4	8.6	0.24	46.3	1.15	22.3	0.92	201.2	2.09	1.25	0.550	0.440	0.990			
10-24	1	4.5	0.13	436.2	10.88	147.6	6.07	2549.0	26.52	1.79	0.410	0.229	0.639	1.53	62.4	
	2	70.4	1.98	30.3	0.76	18.3	0.75	124.2	1.29	1.01	0.589	0.581	1.17			
	3	13.8	0.39	24.1	0.60	14.0	0.58	49.0	0.51	1.03	1.18	1.14	2.32			
	4	8.0	0.23	49.5	1.23	23.8	0.98	215.2	2.24	1.26	0.549	0.438	0.957			

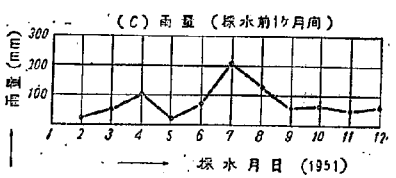
11-15	1	4.10	0.12	441.9	11.02	171.7	7.07	2555.2	26.59	1.56	0.414	0.266	0.680	1.15	50.9	採水前日より引きつづき雨 17 mm
	2	64.4	1.81	29.8	0.74	20.7	0.85	151.4	1.58	0.871	0.468	0.533	1.01			
	3	12.4	0.35	21.7	0.54	14.4	0.59	51.0	0.53	0.915	1.02	1.11	2.13			
	4	9.3	0.26	50.3	1.25	27.5	1.13	214.8	2.24	1.11	0.558	0.504	1.06			
12-9	1	3.4	0.10	418.4	10.43	130.2	5.36	2528.9	26.32	1.95	0.396	0.204	0.600	3.93	61.7	採水前2週間雨なし
	2	136.5	3.85	67.4	1.68	38.0	1.56	94.2	0.98	1.08	1.71	1.59	3.30			
	3	9.8	0.28	18.7	0.47	13.5	0.56	56.4	0.59	0.839	0.797	0.949	1.75			
	4	8.6	0.24	41.2	1.06	26.4	1.09	193.8	2.02	0.917	0.495	0.540	1.04			



図—5







図—6

次にこれら測定結果について考察検討を試みることとする.

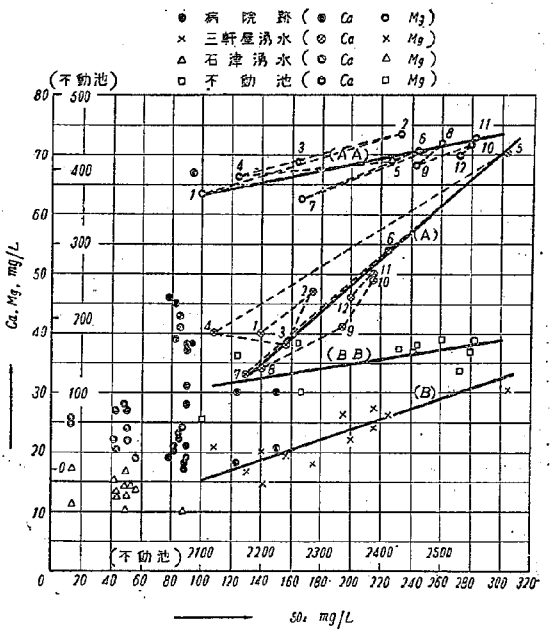
1. 不動池 (W-2) の水質が経月的に変化する状況を図—5 (r) に示す.

Ca, Mg, SO_4 は多量に含有するが Cl は僅かであり Ca, Mg, SO_4 の増減は相互に関聯のあることを知る. 1月, 4月, 7月が濃度は低い. (Ca+Mg)/SO_4 は 0.53~0.72 平均 0.64 であり大きな変動を示していない. Ca/Mg は地下り地帯の下部で特に低いのであるが図—6 で明らかの様に 1月, 5月, 7月が特に高い外は 1.7 前後であり大体一定している. 又 Ca/Mg が大きい時は (Ca+Mg)/SO_4 が小さい. このことは地下水上昇時に Mg が R と交換されるとか又は降雨等により地下り地帯の Ca/Mg の大きい上層土を洗脱した地表水により混合されることに基づくと解される. Mg と R の交換についてはすでに述べた所であるが図—3 に於ける (B) 直線はこの不動池の経月変化の状況を表わしたものであり, この地帯の地下水系を規定する (A) 直線と殆んど近似しており, 成分組成はいろいろ変化してもそれら成分間には一定の関係があることを明確に示している. Ca—SO_4, Mg—SO_4 間には図—7 に示す (AA), (BB) 直線の関係が成立し, 図—6 でも明らかの様に Ca/SO_4 は 0.38~0.43 平均 0.40 であり殆んど変化を示さず, この地帯の地下水の性格を示すものと考えられる. これに反して Mg/SO_4 は Ca/SO_4 程一定値を与えないが 1月, 5月, 7月を除いて大体 0.25 程度の値を示している. なお図—8 に見られる様に Ca/Mg

と(Ca+Mg)/SO_4間には直線的関係が成立する．

次に水質の変化と降雨との関係について考えてみることとする．4月および7月は溶解塩の総量が少い即ち希薄化されている．7月には採水前1ケ月間の雨量最も多く継続的に降雨があり稀釈されたためと考えられ，Ca/Mg が大きいことは地表水的性格を示すもので雨水の溶解滲透による稀釈として解され得る．4月の場合は採水5日前に 31 mm の降雨があり恐らくその影響と考えられる．雨量の少い2, 5, 6, 9, 10, 11, 12 の各月は溶解塩類の量は一般に多い．

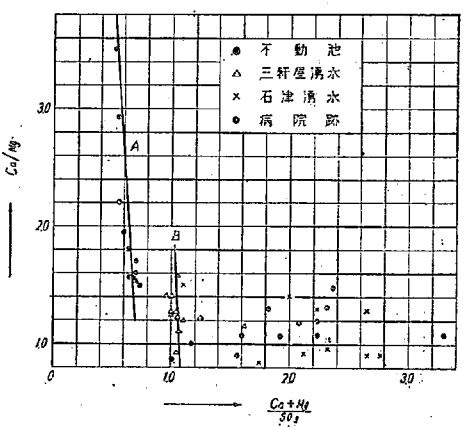
2. 三軒屋湧出水(W-30)の水質が経月的に変化する状況を図—5 (b) に示す．



図—7

Ca, Mg, SO_4 は共にその含有量多くその経月的変動も割合に大きい．又各成分含量の増減の間には概して規則的な関係がある．

Ca/Mg は 0.92～1.58 平均 1.25 であり不動池 (W-2) の場合の 1.7 に比して Mg 含量の多いことを示す．(Ca+Mg)/SO_4 は4月を除いては殆んど1に近く一定であり不動池の場合の 0.64 に比して大きい．Ca/SO_4 は 0.86～0.49 平均 0.55 であり 4～5 月にやや大きくはなるが5月以降は殆んど一定である．Mg/SO_4 も Ca/SO_4 と殆んど同様の関係があるが，Ca/SO_4 が不動池の値と余り差のないのに較べて Mg/SO_4 は不動池より相当に大きい．



図—8

Ca—SO_4, Mg—SO_4 の間には図—7 に見られる様な (A), (B) 直線の関係があり，図—8 では Ca/Mg—(Ca+Mg)/SO_4 間に不動池の場合と同様な直線関係があり，更に Mg/SO_4—$\left(1-\frac{Ca+Mg}{SO_4}\right)$ 間には図—3 の A 直線を大体みたす様な関係がある．なお図—7 に見られる様に経月的組成の変化を Ca のみについて追求した結果は点線にて示される．Mg についても同様の関係が成立し，この結果よりも不動池と三軒屋湧水は同一の組成変化を行つていることが確言出来る．

以上のべた様に三軒屋湧水は不動池の水とその経歴を同じくしており，Mg と R との交換が殆んど行われていない点，および塩濃度が低く従つて地表水等で稀釈されやすい点が異つている．これら両地点の水質はこの地帯地下水の水質を明確に表示している．

次に降雨との関係について考えてみる．この湧出水の濃度は 4 月，7 月，8 月が特に低い，このことは採水前 1 ケ月の降雨量の多いことと密接な関係を持ち，雨水により稀釈されたことを示す．5 月に濃度が特に高いことは降雨が最も少なかつたことに基づくと考えられる．この水は (Ca+Mg)/SO_4 が 1 に甚だしく近いか又は 1 よりやや大きい値を示していることは R の含有量が甚だしく僅少量であるか又は例えば重炭酸塩の存在等を推定させる．即ち試水は降雨等の影響が敏感に現われ不動池等と水系を同じくはするが他の水系で稀釈されていると判断される．

3. 石津湧出水 (W-29) の水質が経月的に変化する状況を図—5 (C) に示す．

Ca, Mg, SO_4 含量は不動池等よりははるかに低いが一般に湧出水としては概して高い．Ca, Mg の濃度は経月的には余り大きい変動はないが，SO_4 は 3 月，5 月，6 月を除いては 40—60 mg/l であり大きい変動は示さない．Ca/Mg は大体 1.0—1.5 であり SO_4 の増減および Ca, Mg の濃度に関係なく大体一定の値を示す．(Ca+Mg)/SO_4 は不動池始め地こり地帯地下水が 1 より小さいにも拘らず大部分が 2 より大きい，殊に 5 月 6 月は甚だしく大きい．この湧出水は重炭酸塩を相当量含有することはすでに述べた所であり (Ca+Mg) の半ば以上が硫酸塩以外の形で存在する．Ca/SO_4, Mg/SO_4 は大部分が 1 前後であるのに 5 月，6 月は甚だしく大きいことは，Ca, Mg 含量に変動が少いことと関連して考えれば SO_4 が殊に少いことを示しており，同時に重炭酸塩が特に多量であることを示す．

Ca—SO_4, Mg—SO_4 間には W-(2), W-(30) について図—7 に見られる様な直線的関係を認めることは不可能であり，又図—8 に於ける様な Ca/Mg—(Ca+Mg)/SO_4 間の規則的関係を見出し難たい．この試水は地こり地帯地下水とは相当異なつた性格を持ち，密接な関聯を有するとは考えられない．

次に降雨との関係について考えてみる．この試水は季節によりその組成を殊に硫酸塩の含量を甚だしく変動させている．硫酸塩含量は 3 月に高く 5 月，6 月に殊に低い．又雨量の多かつた 7 月にも大した変化を認めない．即ち少くとも採水前 1 ケ月間の降雨量は水質を甚だしくは変動させない．又採水前 1 ケ月以上の降雨量との間にも明瞭な関係は見出し難いが若し採水前 10 日間位の雨量との関係を考えてみればある程度の相関性を認めることが出来る．この湧出水組成の季節的変動については更に今後の調査結果にまたねばならないが，この湧出水の一部は地こり地帯地下水系の影響を受け一部は重炭酸性水質を示す他の水系の影響を受けていると考えられる．

4. 茶臼山西方病院跡湧出水（W-27）の水質が経月的に変化する状況を図—5（d）に示す．

$Ca_{,}$, Mg, SO_4, Cl 等の含有塩類量は不動池のそれよりは低いが湧出水としては甚だ高い．特に塩素含有量の高いことを特徴としている．Ca, Mg の濃度は経月的には余り大きい変動はないが 12 月に特に高くなつている．Ca/Mg は大体 1 前後であり硫酸，塩素含量により殆んど影響されない．SO_4 は 1 月より 9 月までは 80—90 mg/L であり大体一定しているが 10 月，11 月は甚だしく高含量となる．$(Ca+Mg)/SO_4$ は 11 月が 1 に近い外は何れも 2 前後の大きな値を示す．塩素は 10 月，11 月，12 月を除いて大体 85—105 mg/L を示し硫酸イオンの増減と相反関係が成立している．又 $(Ca+Mg)/SO_4$ と Cl/SO_4 とは大体平行関係がある即ち Ca, Mg は塩化物としても存在し 11 月に $(Ca+Mg)/SO_4$ が 1 なる点を考えれば試水の中には $CaCl_2$, $MgCl_2$ 以外の塩化物の存在することが考えられる．Ca—SO_4, Mg—SO_4 の間には W-(2), W-(30) について図—7 にみられる様な直線的関係は認めることが出来ないし又図—8 に見られる様な Ca/Mg—$(Ca+Mg)/SO_4$ 間の規則的関係も見出し難い．

次に降雨との関係について考えてみる．この試水は季節によりその組成を甚だしく変動させており，塩素と硫酸イオンの濃度間に相反関係があり 8 月から 11 月までの変化は規則的である．塩類濃度は採水前 1 ケ月の雨量とは必ずしも密接な関係は認められない．然し採水前 1 ケ月の雨量が多いと塩化物濃度は高く硫酸塩濃度は低い傾向は明らかに認め得る．殊に 8 月以降の様に雨量が引きつづき少いときは塩化物は継続して減少し硫酸塩は継続して増加する．このことは雨水が滲透して湧出するまでに長時間を要すると考えれば理解し得るとされる．以上述べた水質の変動より現在の所ではこの湧出水は次の様に考えられる．この地帯に高塩素含有土壌が分布し土壌水としては高塩素水である．一方又地辷り地帯に存在する高硫酸塩地下水が滲透混合する．乾季には降雨の滲透による高塩素土壌水はその量が少なく従つて高硫酸塩地下水の影響が顕著となると考えられる．しかし 12 月に塩化物含量が急上昇することについては説明は出来ない．

Ⅶ 要　　約

Ⅳ，Ⅴ，Ⅵ に於て陸水の性格について述べたのであるが，これらの資料のみではこの地区地下水系について断定的に論ずることは危険である．特に地下水系の同定等の問題は今後の長期間に亙る観測，微量成分の研究放射能の測定等の外，水の流向の確認を要し，広範囲にわたる地下各層の水質および土壌等との関係，岩石風化の状況等多方面の研究調査を要する．此処には現在までに知り得た諸事実を資料としてこの地区水系について簡単に述べ将来解明されるべき事項にふれてみることとする．

1. 茶臼山地辷り地区およびその近辺の水は何れも高硫酸塩性であり，塩基は主として Ca, Mg 又は Al, アルカリである．特に地辷り地内に現出する不動池はこの傾向が甚だしく RSO_4(R=Al, Fe, Na) を多量に含有するものが多い．この特性は地辷り地の地下および地辷り地の比較的近傍に認められる．これら陸水の組成の間には例えば $Mg/SO_4-\left(1-\frac{Ca+Mg}{SO_4}\right)$ 間に共通した関係があり，Ca/Mg 又は $(Ca+Mg)/SO_4$ 等に関してもそれぞれ規則的の関係がある．特に地表水と地下水の間には Mg と R の交換がみられ，同時に僅かではあるが Ca と R の間にも交換が行われる．このことはこの地帯に亜炭に基づくフミン酸又はベントナイトの

様なイオン交換能の高い物質が存在することと関聯する．この地下水系は岡田部落，三軒屋部落，山新田部落に現出しており，石津湧出水，病院跡湧出水にも多少の関係を持つているが宇土沢，滝沢には直接の関係はない（トンネル排水等の合流を除いて）．

地辷り地区の地表に現出する水は何れも酸性であるが地下に於てはアルカリ性である．

有旅部落方面の水は地辷り地帯内水の影響を受けないと考えられる．然し必ずしも両者が全然無関係とに断言出来ない．即ち若し地辷り地帯外の水がこの地帯に滲透して来るとすればこの地帯土壌中に多量に存在する硫酸塩を多量に溶出する可能性を否定することが出来ないからである．

2. 地辷り地帯内の陸水の高硫酸塩性はこの地帯に存する地下水が元来高硫酸塩性であるか，地下水の移動過程中に土壌等より硫酸塩を溶出したか，又は雨水等が土壌中に滲透する過程中に溶出したのかは現在の所確言は出来ない．然し地下水は移動中にイオン交換を行つてその組成を変動させていることは明瞭である．

地辷り地帯に存在する亜炭，凝灰岩等の高硫酸塩性も高硫酸塩性地下水に原因するのか，過去に於てこれらの水で洗われたことに原因するか，又はこの地帯に賦存する石英粗岩中の黄鉄鉱等の酸化に原因するかは今のところ断言することは出来ない．又これら凝灰岩の沈積が高硫酸塩液中で行われたこと，および現在の浅間山火山灰が多量の可溶性硫酸塩を含有することがこの地帯陸水の組成に関係することは考えられない．

3. 茶臼山地帯の土壌が一般に硫酸塩を多く含有していることはこの地帯陸水の水質と密接な関係がある．南峯近くに硫酸鉄，硫酸アルミニュームを多量に含有する土壌の存在することは地下水が偶然地表に現出した不動池に硫酸アルミニューム，硫酸鉄の多いことと関聯して考えられるべきで両者は同一水系に属すると見てもよい．特に水中の可溶性鉄塩は空気中の酸素で酸化されるとか，容易に加水分解して水酸化鉄を沈澱する等不安定な物質であり，一般の陸水中には多量には存在しないのが通例である．

4. 地辷り地区および排水トンネルのある地点の地下水は Ca, Mg, R の相互量は異るが大体同一水系に属すると見られる．排水トンネルの奥に S^{--} 含有水の存在することは S^{--} 含有地下水の湧出によるか，硫酸イオンの還元によるか，又は亜炭等の有機物の分解によるか現在の所では明白ではない．このことは中尾山鉱泉に S^{--} 含有水の湧出することと関聯して将来解決を要する問題の一つである．

5. 中尾山附近の風化石英粗面岩が約 0.04 % 程度の可溶性硫酸イオンを含有することはこの石英粗面岩中に黄鉄鉱を含有することに関聯し風化の条件等と共に更に調査研究を要する．若し地辷り地の硫酸塩がこの地区にリモナイトの存在する等のことと関聯して黄鉄鉱の酸化にのみ基因すると考えればこの地帯の特異水質の説明には好都合である．

6. 茶臼山地帯には塩素含量の高い水が多数存在する．これらの水は有旅，三軒屋，岡田部落にも存在し，必ずしも汚染に基づくとは考えられないものもある．又この地帯の土壌等の浸出水は概して塩素含量が高い．

なお新崩壊地には地辷り地に直接関係のある水は滲透して来ていない．この崩壊は水質より見れば現在の地辷りとは密接な直接の関係がない．

7. W-(2), W-(3) の水質が経月的に変化する状況を測定した結果は両者が同一の組成変化を示すことを明らかにし同一水系と断定することが出来た．更に雨量との関係を追求することによりこれら地下水の性格を

理解し得ることを示した.

W-(29), W-(27) の水質が経月的に変化する状況を測定し，降雨等との関係を追求し，ある時期には地辷り地帯地下水の影響は受けるが異つた地下水系の影響をより甚だしく受けていると考えられることを示した.

Ⅷ 結　　言

茶臼山地辷り地帯陸水の水質について研究した. 地辷り地帯およびその周辺の陸水は甚だしく高硫酸塩性であることを示し，これら陸水の現出する範囲を知り，有旅地区の陸水は地辷り地帯陸水と関聯性の少いことを示した.

水は移動と共にその濃度，組成を変化させるが成分間にはそれぞれ一定の関係があり，この地帯に存在する凝灰岩，亜炭，ベントナイト等が水質と密接な関係を持つことを明らかとした.

水質の経月変化又は降雨との関係より水質の同定が可能なことを示し陸水の異動等を推定し得ることを述べた.

なおこの地帯水質について種々考察を加え水系の同定等に関聯して将来解明されるべき事項について検討を加えた.

本研究を行うに当り茶臼山砂防工事事務所長武士保朋氏の好意ある配慮を得た. 又当研究所福岡正巳氏，芥川真知氏の有益な御教示を得た. 諸氏に感謝の意を表する.