土木研究所報告

第99号

感潮河川に関する研究
——不定流の図式計算法およびその応用—— …… 川端昭至…(1)

ダムに使用されたセメントの性質について（第二報）
——長安口ダム用セメントについて—— …… 有泉昌 安沢俊二…(13)

追越視距および追越所要巾員による巾員決定に関する実験について …… 高野務 谷藤正三 山田敏照…(37)

PC箱ゲタ橋（金剛大橋）の模型による実験的研究 …… 田原保二 手塚薫 国広哲男…(59)

クローラ型トラクタのけん引特性について …… 木村純一 大橋秀夫…(81)

遊隙あるラジアル軸受のラジアル荷重による振れ並びにスラスト及びモーメント荷重による撓みについて …… 木村純…(93)

砂防ダムの3次元的安定と断面決定法 …… 高田孝信 貞升文槌…(105)

昭和33年3月

建設省土木研究所

土木研究所報告第99号正誤表

感潮河川に関する研究

頁	行	誤	正
2	下から1	$\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_2}{\Delta x}\right)-\cdots\cdots$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v^2}{\partial x}\right)\cdots\cdots$
3	上から2，下から6，7，	Δ_f　Δ_t	$\Delta\zeta_f$　$\Delta\zeta_t$
3	下から17	図式計算用	図式計算法
5	上から14	$i-1$,	$t+1$
〃	〃　15	$(\Delta\zeta_w)_i$,	$(\partial\zeta w)_i$
〃	〃　17	$(\Delta f)\cdots\cdots$	$(\Delta\zeta f)\cdots\cdots$
〃	下から2 他	$(A\zeta_v)_{\quad t}$,	$(\Delta\zeta_v)_{it}$　　以下同じ
6	〃　19	図式計法	図式計算法
〃	表第5項	③=④−⑤	③−④=5
7	上から1	近似計法	近似計算法
〃	下から1	$(\Delta\quad u)$	$(\partial\zeta_u)$
8	上から16	$\}\cdot\Delta x_t$	$\}\cdot\Delta x_i$
〃	上から19	$\left(\cdots-\frac{Q_{m,\ t+1}}{A_{m,\ t-1}}\right.$	$\left(\cdots-\frac{Q_{m,\ t+1}}{A_{m,\ t+1}}\right.\cdots\cdots$
〃	下から12	ζ_{t-1}	ζ_{i-1}
〃	〃　9	$\frac{Q_{m,\ i-1}}{A_{m,\ t-1}}$	$\frac{Q_{m,\ t-1}}{A_{m,\ t-1}}$
〃	〃　4	$\cdots\cdots)-A_{m,\ t-1}\ (\cdots\cdots$	$\cdots\cdots)A_{m,\ t+1}\ (\cdots\cdots$
9	上から12	ただし $\Delta_{f(t-1)}$	たゞし $\Delta\zeta_{f\ (t-1)}$
〃	〃　14	$\Delta(\Delta\zeta_{f\ (i-)})$	$\Delta(\Delta\zeta_{f\ (i-1)})$
〃	〃　15	$\therefore\cdots=\Delta_f\cdots\cdots$	$\therefore\cdots=\Delta\zeta_f\cdots\cdots$

ダムに使用されたセメントの性質について（第二報）

頁	行	誤	正
2	表−1 酸化物の項	S_3O	SO_3
9	下より9行	全材科	全資科
18	図5	$\delta 28(kg/cm^2)$	$\delta 7(kg/cm^2)$
19	脚註1）挿入		有泉昌等，土木研究所報告第96号 昭.32
21	下から8行(10)式	$r=$	$\sigma=$

追越視距および追越所要巾員による巾員決定に関する実験について

頁	行	誤	正
2	下から16	1951	1956
〃	〃　15	1950	1955
〃	〃　6	道路構造基礎は	道路構造基準は
10	上から3	石炭投擲員	石灰設擲員
〃	〃　6	運転　は	運転者は
11	〃　20	時部差	時間差
13	〃　19	これらのスムース・カーブ	これらをスムース・カーブ
18	〃　5	所要巾員≧追越の	所要巾員≦追越の
〃	下から10	生沢．乗松．菊地．道祖上	岩沢．末松．菊池．道祖土
〃	〃　4	星野和	星埜和

PC 箱ゲタ橋（金剛大橋）の模型による実験的研究

頁	行	誤	正
1	下から 13	PC 箱ゲタ橋設土々算……	PC 箱ゲタ橋は設計々算……
〃	〃 8	Test ,$D.$, とあるは	Test D_1 とする 以下同じ
2	〃 21	フルプレストッシング	フルプレストレッシング
4	表—4 下縁の項	27	25
〃	表—5 Test p3 の項に	破壊まで載荷	附記
〃	下から 1	各位置においつ	各位置において
〃	下から 5～4	場各	場合
〃	表—7 Test D_1	$l/2$ 断面下縁平均値−65	−64
8	〃 説明中	得たのである。	得た値である。
9	下から 4	($l/2$ 断面上縁),	($l/4$ 断面上縁)
12	〃 16	$S=a/b$……	$\rho=a/b$……
〃	〃 11	$a/u=0.33$	$u/a=0.33$
〃	〃 1	安全側をとつ	安全側をとつて
13	下から 7	$ao=\phi_{12341}$……	$ao\phi_{12341}$……
〃	下から 5	$\frac{35\times10^5}{2}$	$\frac{3.5\times10^5}{2}$
〃	〃 3	kg/cm^2	kg/cm^2
14	〃 2	$\rho=4.5$t	P=4.5t
〃	〃 19	本模型ケタの場合	本模型ケタの Test D_1 の場合
〃	〃 18	$\frac{a^2\theta}{a^2 x}$	$\frac{a^2\theta}{dx^2}$
18	〃 5	$\frac{11.430\times75}{11.2}$	$\frac{110.430\times75}{11.2}$
20	〃 11	$\frac{137}{2}$	$\frac{1.37}{2}$
〃	〃 2	(M_l-	W_u-
21	〃 19	支間巾央点	支間中央点

砂防ダムの3次元的安定と断面決定法

頁	行	誤	正
106	21	$P=\delta_H g\ (h_2+h\frac{r}{r_a})$	$p=\delta_H g\ (h_2\div h\frac{r}{r_a})$
108	1	$kv_1'\quad kw_1'$	$kv_1,\ k'w_1$
109	27	$\frac{F}{Qy^2}=\int_{-n0}^{h-n0} y_h\cdots\vdots\cdots$	$\frac{F}{Qy^2}\int_{-n0}^{h-n0} y_h\cdots\cdots\cdots$
110	下から 2	$\beta_a=\frac{k'hl\ L_2^2}{GI_p}\cdot g_a$	$\beta_a=\frac{khl\ L_2^2}{GI_p}\cdot g_a$
113	2	$-\frac{\lambda i\ th\ \lambda i\ tan\ \lambda_{i+1}-\lambda_i+}{\lambda_i^2+(\lambda_{i+1}-a_n)^2}\alpha_n$	$-\frac{\lambda_i\ th\ \lambda_i\ tan\lambda_i\ \lambda_{i+1}+\alpha_n}{\lambda_i^2+(\lambda_{i+1}+a_n)^2}$
〃	24	$A_3\left((1\div\frac{1}{1+\delta}\cdots\cdots\right)$	$A_3\left(1+\frac{1}{1+\delta}\cdots\cdots\right)$
114	25	$A_2=\frac{\Delta_{12}}{\Delta_1}\cdot\frac{P_0}{l}\sin\theta_0+\cdots\cdots$	$A_2=\frac{\Delta_{12}}{\Delta_1}\cdot\frac{P_0}{kl}\sin\theta.+\cdots\cdots$
118	表 2—3	. . 56	0. 56
123	附表—3—3	$\times\frac{P_0}{l}\sin\vartheta_n$	$\times\frac{P_0}{kl}\sin\vartheta_0$

遊隙あるラジアル軸受のラジアル荷重による振れ並びにスラスト及びモーメント荷重による撓みについて

頁	行	誤	正
93	下から4行目	比　載	比　較
94	上から3行目	$\varepsilon\left(\frac{1}{\cos na}-1\right)\leqq\delta\leqq\varepsilon\left(\frac{1}{\cos(m+1)a-1}\right)$	$\varepsilon\left(\frac{1}{Wna}-1\right)\leqq\delta\leqq\varepsilon\left(\frac{1}{cW(n+1)a}-1\right)$
〃	下から6行目	(1－1)	(2－1)
〃	下から3行目	$p'_{rn}=2C_0^{-\frac{3}{2}}r^{\frac{1}{2}}\delta^{\frac{3}{2}}\{\cdots\cdots\}$	$P'_{rn}=2C_0^{-\frac{3}{2}}r^{\frac{1}{2}}\delta'^{\frac{3}{2}}\{\cdots\cdots\cdots\}$
95	下から4行目	単　原	単　列
96	下から12行目	$\varepsilon_a\fallingdotseq\sqrt{8(R_R-r)_r}$	$\varepsilon_a\fallingdotseq\sqrt{8(R_R-r)\varepsilon r}$
〃	下から5行目	$\frac{x}{4}=\sqrt{(R_R+\frac{\delta}{2}-r)^2-\left(R_R-r-\frac{r}{4}\right)^2}$	$\frac{\varphi}{4}=\sqrt{(R_R+\frac{\delta}{2}-r)^2-R_R-r-\frac{r}{4})^2}$
〃	下から4行目	$x\fallingdotseq\sqrt{8(R_R-r)(2\delta+_r)}$	$x\fallingdotseq\sqrt{8(R_R-r)(2\delta+\varepsilon_r)}$
97	下から13行目	$P=\frac{Q}{z}\sqrt{\frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{(R_R-r)(\delta+\frac{r}{2})}}$	$P=\frac{Q}{z}\sqrt{\frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{(R_R-r)(\delta+\frac{\varepsilon r}{4})}}$
〃	下から9行目	$Q=ZC_0^{-\frac{3}{2}}\cdots\cdots\cdots\delta+\frac{\varepsilon_r}{3}^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots$	$Q=ZC_0^{-\frac{3}{2}}\cdots\cdots\cdots\left(\delta+\frac{\varepsilon_r}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots\cdots$
100	上から12行目	$\cos\ _0=\frac{(R_{LJ}+2r-R_R-\frac{r}{2})+r}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}\ \frac{(R_{LJ}+R_R)^2-4(R_R-r)^2}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}$	$\cos\beta_0=\frac{(R_{LJ}+2r-R_R-\frac{\varepsilon r}{2})^2+}{\cdots\cdots\cdots\cdots}\ \frac{(R_{LJ}+R_R)^2-4(R_R-r)^2}{\cdots\cdots}$
〃	上から13行目	$\cos_0=\frac{(R_{LJ}+2r-R_u+\frac{r}{2})^2+\cdots}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}$	$\cos\nu_0=\frac{(R_{LJ}+2\gamma-R_R+\frac{\varepsilon_r}{2})^2+\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}$
〃	上から17行目	$\cos r=\frac{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots(R_{LJ}+2r-R_R-\frac{r}{2})}$	$\cos r=\frac{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots(R_{LJ}+2r-R_R-\frac{\varepsilon r}{2})}$
〃	上から18行目	$L=(R_{LJ}\times 2r-R_R+\frac{r}{2})\sin r$	$L=(R_{LJ}+2r-R_R+\frac{\varepsilon\gamma}{2})\sin r$
〃	上から21行目	$\cos\beta-\cot\ _0\fallingdotseq\frac{\cdots\cdots\cdots}{(R_{LJ}+2r+\frac{r}{2})(\cdots)}$	$\cos\beta-\cos\beta_0\fallingdotseq\frac{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}{(R_{LJ}+2r-R_R+\frac{\varepsilon\gamma}{2})(\cdots\cdots\cdots)}$

感潮河川に関する研究

——不定流の図式計算法およびその応用——

建設技官　川　端　昭　至

(昭和 31 年 9 月)

Study of tidal river

—Graphical solution of unsteady flow and its application—

(September 1956)

S. KAWABATA

synopsis :

Several methods of analysing the tidal phenomena in rivers were presented already, but they were much complicated in calculation.

The author proposed the graphical method to reduce the computational procedures, without neglection of any term of dynamic and continuous equations for unsteady flow.

Furthermore, examining errors of this method, this method was found to be satisfactory one.

The author applied this mothod to an actual channel and found that this mothod was very convenient for solving field problems.

要　旨

感潮河川の解析法には多くの方法がある。しかしこれ等の方法を実際に計算する場合，非常に複雑であり且つ多くの労力を要する。これを軽減する意味から，不定流の運動の方程式と連続の方程式の各項を省略することなく逐一計算する方法についての図式解法を考案した。

更らに，この方法の誤差について論じ，若干の条件に対して近似解法が成立つことを確め，この方法を実際の水道に適用して十分満足な結果を得た。

目　次

1. 緒　言……(1)
2. 図式解法……(2)
〔1〕 連続の方程式について……(3)
〔2〕 運動の方程式について……(3)
3. 第1次近似計算法及び計算の順序…(6)
4. 第1次近似法の誤差について……(7)
5. 応 用 例……(9)

1. 緒　言

河川第一研究室においては一連の感潮河川に関する研究を行つてきた。感潮河川の水理現象を計算するには (a) 不定流の運動方程式，連続の方程式を若干の省略を行つて調和函数によつて解く方法，(b) 方程式を直接数値計算により解く方法，(c) 特性曲線を用いて解く方法等があるが，(a) の方法は一般感潮河川が境界条件が複雑であるので，個々の実際河川の計算には適当でなく，又 (c) の方法は非常に巧みな方法[1]であるが，この方法も境界条件が複雑な場合には非常に面倒である。(b) の方法[2]は計算労力を相当要するけれども実際河川の実状に応じた計算を行うのには最も適切な方法である。

すなわち実際河川では河幅，水深が相当に変化し，又河口潮位も不規則になることがあるが，それ等に応じた計算を行うことが出来て便利であるが，計算精度を高めるためには相当尨大な計算を行うことが必要である。

したがつて (b) の方法を用い計算労力を極力少くすることが実際感潮河川の水理計算には望まれるが，こ

の一つの方法として本文に述べる図式解法を考案した。

この方法は特に同一河川について河川固有流量，河口潮位曲線等が異る様な種々の場合を数多く計算するのに非常に労力を減ずることが出来る。又 (b) の方法の計算は機械的なものではあるが，計算量が多いので計算途中において計算間違をすることが考えられるが，これを図式に解く場合には，直接数値計算の場合に比して計算間違いを相当除去することができる。

なお更に簡便に計算を行うためには電気的演算器を用いればよいが，現在の所どこででも利用するわけにはゆかない。

本文においては (b) の方法を忠実に計算する図式解法を述べ，次にこの解法の近似解法について説明し，実例としてこの方法を島根県境水道を計算に適用した結果を説明した。

忠実に計算する方法は数値計算の場合と同じ様に繰り返し計算によらなければ一般には解くことは出来ないが[3]，この計算をなるべく労力少く行うために近似解法により近似値を求めておくことが便利である。又若干の場合にはこの近似解法のみで十分精度よく計算することもできる。

本文に使用された不定流の基本方程式は土木研究所報告第 88 号に発表された感潮河川の研究に記されているものと全く同じである。又この計算法の主旨は前記論文の場合と同じであるので，詳細については前記論文を参照されたい。

なおこの計算法は洪水等の不定流の計算にも有効に使用し得る。

2. 図式解法

一般に不定流の連続の方程式並びに運動の方程式は次式であらわされる。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A}{\partial t}+\dfrac{\partial Q}{\partial x}=0 \cdots\cdots (1) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{v^2}{2g}\right)+\dfrac{1}{g}\dfrac{\partial v}{\partial t}+fv^2=-\dfrac{\partial \zeta}{\partial x} \cdots\cdots (2) \end{cases}$$

$(f=n^2/R^{4/3}$　　n : manning の粗度係数)

上式を一般河川に当てはめて連立に解くには河川の形状が複雑である場合特に，これを解析的に解くことはほとんど不可能である。そこで水路の縦断方向に x 軸を取り x 軸に沿って水路を Δx 間隔に又時間を Δt 間隔に分けて数値的に解を得ることにする。すなわち，x 軸に沿って計算を進めることにすれば，(1)，(2) 式の ∂ を Δ に置き換えて，

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta A}{\Delta t}+\dfrac{\Delta Q}{\Delta x}=0 \\ \dfrac{\Delta}{\Delta x}\left(\dfrac{v^2}{2g}\right)+\dfrac{1}{g}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}+fv|v|=-\dfrac{\Delta \zeta}{\Delta x} \end{cases}$$

を得る。更に x 方向，t 方向の座標位置を添字し，i,t にて表わし且つ変形して，

連続の方程式は

$$\begin{aligned} Q_{i,t}-Q_{i-1,t}&=\Delta Q_{\bar{i},t} \\ &=-\Delta x_i\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t} \\ &=-\Delta x_i\cdot b\cdot\left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t} \qquad (\text{但し } A=A_0+b\zeta) \end{aligned}$$

$$\therefore\quad Q_{i,t}=Q_{i-1,t}-\Delta x_i\cdot b\cdot\left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t}$$

$$=Q_{i-1,t}-\Delta F_i\left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t} \cdots\cdots (3)$$

運動の方程式は

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{\Delta v_2}{\Delta x}\right)_{\bar{i},t}+\frac{1}{g}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t}+f(v|v|)_{\bar{i},t}=-\left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta x}\right)_{\bar{i},t}$$

$$(\Delta\zeta)_{\bar{i},t}=-\frac{1}{2g}(\Delta v^2)_{\bar{i},t}-\frac{1}{g}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t}\Delta x_i-\left(\frac{n_2 v|v|}{R^{4/3}}\right)_{\bar{i},t}\Delta x_i \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

$$=-(\Delta\zeta_v)_{\bar{i},t}-(\Delta\zeta_w)_{\bar{i}t}-(\Delta\zeta_f)_{\bar{i}t} \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

となる。$\Delta\zeta_v$, $\Delta\zeta_w$, $\Delta\zeta_f$ はそれぞれ流速，波動，摩接の影響による水位の変動を示す。

茲に　A：水路の断面積
　　b：水路の幅
　　ΔF：x 区間の水表面積
　　Q：流　量
　　v：平均流速
　　ζ：水　位
　　x：河道に沿つた位置坐標
　　t：時　間
をあらわす。

さて，(3) (4) 式を一般河川に当てはめて，i 区間毎に連立に解いて行くわけであるが，この場合計算に与えられる初期条件並に境界条件には一般に次のようなものが考えられる。

① 水路の形状
② 水路の一端の時間的な水位変化
③ 〃　〃　流量変化
④ 水路他端の時間的な水位変化
⑤ 〃　〃　流量変化
⑥ $t=0$ 時に於ける同時水位
⑦ 〃　〃　同時流量
⑧ 水路各部の粗度係数

感潮河川においては水路の粗度係数が不明で潮汐の伝播過程を知りたい場合が非常に多い。このような場合には初期条件並に境界条件として①②③④⑥を与えれば最もつごうがよい。かくすれば水路の平均的な粗度係数並に潮汐の伝播過程を知ることが出来る。若し水路の或る区間で河床の状態に変化があり明かに粗度係数が変化する様な場合には変化していると思われる地点で区切りその地点の水位時間関係を知れば水路の各区間毎の粗度係数並に潮汐の伝播過程を知ることができる。この図式解法はこのような場合を念頭において考案した。その他の場合においても適時場合に応じて容易に考案し得るものと思う。以下に (3) (4) 式を基礎式とした図式計算用を述べる。

〔1〕 連続の方程式について

不等流の連続の方程式は (3) 式を用いる。

(3) 式右辺第 2 項は $(\zeta\cdot\Delta F)_i$ の t に関する微分値であることに着目して，(ΔF は一定と考える) 先ず図—1 の如く第 1 象元に与えられた ζ_{i-1} 曲線をかき第 2 象元に $\zeta\sim(\zeta/\Delta t)_i\,\Delta F_i$ 曲線を予め作図して描けば第 1 象元で $\zeta_{i,t}$ を仮定すれば図の手順に従つて第 3 象元で容易に $t\sim(\zeta/\Delta t)_i\,\Delta F_i$ 曲線をかくことが出来る。この曲線の Δt 時間毎の増加量が ΔQ_t をあらわすから与えられた $Q_{i-1,t}$ 曲線から増減すれば求むる $Q_{i,t}$ 曲線を得ることが出来る。最初仮定した $\zeta_{i,t}$ はもちろん次に説明する運動の方程式により確められなければならない。……

この連続の方程式の図解法は，水位，流量の変化過程を理解することおよび計算の誤りを検討するに非常に便利である反面，大きな労力を要するから結果を急ぐ場合には各区間毎に $\Delta\zeta_t\sim\Delta\zeta_t/\Delta t\cdot\Delta F$ 関係図を予め作製して $\Delta\zeta_t$ より直接 ΔQ を求めた方が便利であり，より敏速に計算出来る。

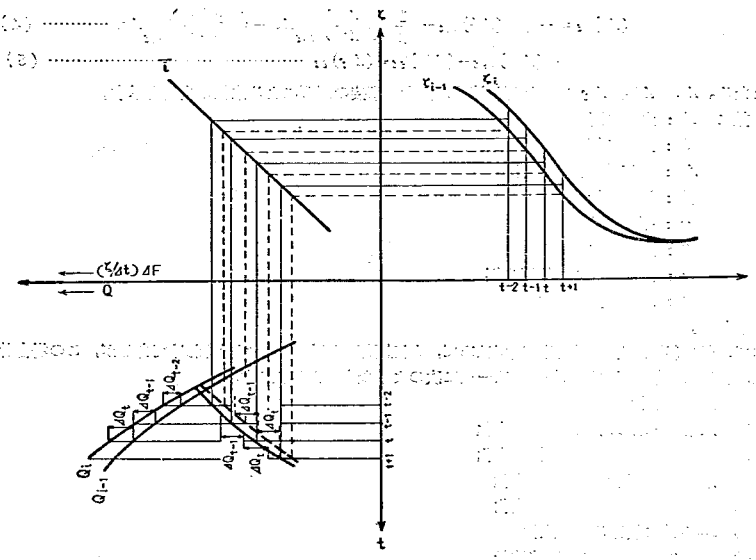
〔2〕 運動の方程式について

不定流の運動の方程式は (4)，(5) 式を用いこの各項の計算法につき以下に述べる。

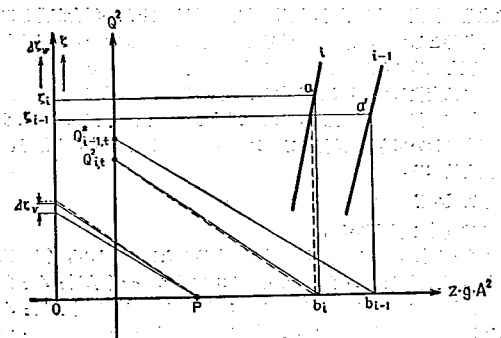
(1) 流速の変化に関する項

$$(\Delta\zeta_v)_{\bar{i}t}=-\frac{1}{2g}(\Delta v^2)_{\bar{i}t}$$

$$=\frac{1}{2g}(v^2_{i,t}-v^2_{i-1,t})$$



図—1



図—2

$$=\frac{Q^2_{i,t}}{2g\cdot A^2_{i,t}}-\frac{Q^2_{i-1,t}}{2g\cdot A^2_{i-1,t}} \quad \cdots\cdots (6)$$

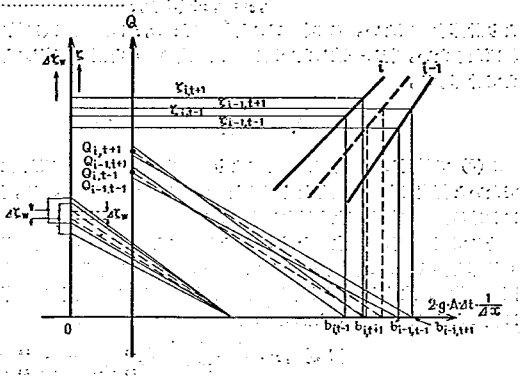
(6) 式の分母は ζ の函数として各断面毎に独立にあらわすことができるから，図—2 の如く $i-1$, t 断面について $\zeta\sim 2gA^2$ の関係図を求め更に縦軸に Q^2 を取れば，ζ_{i-1}, ζ_i が与えられればそれぞれの ζ に対する $2gA^2$ を図の b_{i-1}, b_i 点に求めることが出来る。b_{i-1}, b_i と Q^2_{i-1}, Q^2_i を直線で結べばその各々の正接は (3) 式の右辺の各項をあらわすから基長 OP を等しくとることによりその垂線の差として図の如く $\Delta\zeta_{vi}$ をあらわすことができる。

(2) 波動をあらわす項

$$(\Delta\zeta_w)_{\bar{i},t}=\frac{1}{g}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_{\bar{i},t}\Delta x_i$$

$$=\frac{1}{g}\cdot\frac{\Delta x_i}{2\cdot\Delta t}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{Q_i}{A_i}+\frac{Q_{i-1}}{A_{i-1}}\right)_{t+1}-\frac{1}{2}\left(\frac{Q_i}{A_i}+\frac{Q_{i-1}}{A_{i-1}}\right)_{t-1}\right\} \cdots (7)$$

(7) 式の計算は $1/g\cdot\Delta x/2\Delta t\cdot 1/A$ が ..... ζ の函数として各断面ごとに独立にあらわされることに着目して前同様に図—3 の如く縦軸に ζ 及び Q を取り，横軸に $\zeta\sim 2\cdot g\cdot\Delta t\ A/\Delta x$ を $i-1$，i 断面について予め作製する。かくして $\zeta_{i-1,t-1}$，$\zeta_{i-1,t-1}$ 及び $\zeta_{i,t-1}$，$\zeta_{i,t-1}$ が与えられゝば，それぞれの ζ に対する $2\cdot g\cdot\Delta t\cdot A/\Delta x$ を図の b 点に求めることができる求められたそれぞれの b 点と対応する与えられた Q を図の如く直線で結べばその正接は (7) 式の各項を表わすから，基長 OP を等しく取れば，その垂線の長さのそれぞれ $i-1$，$t-1$ 時間の平均値の差として $(\Delta\zeta_w)_{i,t}$ を求めることができる。



図—3

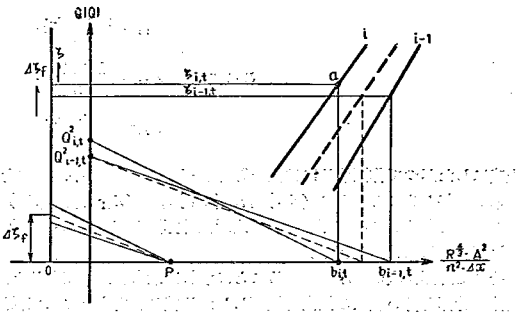
(3) 粗度係数に関する項

$$(\Delta f)_{i,t}=\left(\frac{n^2\cdot v|v|}{R^{4/3}}\right)_{i,t}\cdot\Delta x_i$$

$$=\left(\frac{n^2\cdot Q|Q|}{R^{4/3}\cdot A^2}\right)_{i,t}\cdot\Delta x_i$$

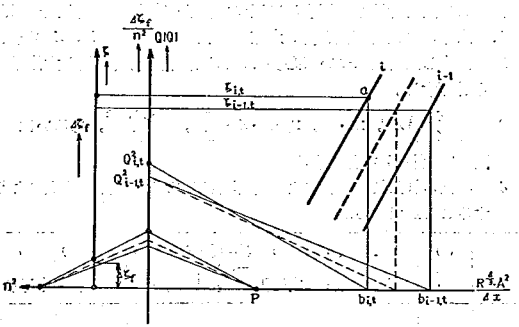
$$=\left\{\left(\frac{n^2\cdot Q|Q|}{R^{4/3}\cdot A^2}\right)_{i,t}\cdot\Delta x_i+\left(\frac{n^2\cdot Q|Q|}{R^{4/3}\cdot A^2}\right)_{i-1,t}\cdot\Delta x_i\right\}\times\frac{1}{2}\quad\cdots\cdots(8)$$

(8) 式の $(\Delta x\cdot n^2/R^{4/3}\cdot A^2)$ は ζ の函数として各断面ごとに独立にあらわし得るから図—4 のごとく縦軸に ζ 及び $Q|Q|$ をとり横軸に $R^{4/3}\cdot A^2/n^2\cdot\Delta x_i$ を $i-1$，i 断面についてあらかじめ作図して措けば，$\zeta_{i-1,t}$，$\zeta_{i,t}$ が与えられゝば図に示す如く，それぞれの ζ に対する $R^{4/3}\cdot A^2/n^2\cdot\Delta x_i$ は図の $b_{i,t}$ $b_{i-1,t}$ 点に求めることができる。$b_{i-1,t}$ 点および $b_{i,t}$ 点とそれに対応する $(Q|Q|)_{i-1,t}$ $(Q|Q|)_{i,t}$ とを直線で結べばその正接は (8) 式 { } 内の各項をあらわすから基長 OP を等しくとれば図のごとくを求める事ができる。



図—4

粗度係数が不明でこれを試算的に求める場合には基長 OP の長さの縮尺を加減するか図—5 の如く横軸の右側に $R^{4/3}\cdot A^2/\Delta x$ を取り，左方に n^2 を取って図に示す順序に従つて作図すれば容易に n の値に応じた $\Delta\zeta_f$ を求めることができる。



図—5

以上のごとくして $(\Delta\zeta_w)_{i,t}$，$(\Delta\zeta_w)_{i,t}$ $(\Delta f)_{i,t}$ が計算できれば (5) 式より容易に $(\Delta\zeta)_{i,t}$ を求めることができるから $\zeta_{i,t}$ は

$$\zeta_{i,t}=\zeta_{i,t}+(\Delta\zeta)_{i,t} \quad \cdots\cdots (9)$$

より計算すればよい。この様にして得られた $\zeta_{i,t}$ は連続の式に於て最初に仮定した ζ_i と等しくならなければならない。若し一致しない時は連続の式の ζ_i を仮定し直して上記の計算を繰り返し，両者が一致するまで計算する。

3. 第1次近似計算法及び計算の順序

2 (3) で説明した図解法は試算により ζ_i を決定しなければならない。そのため最初の ζ_i の仮定が適当でないと何度でも繰り返さなくてはならずきわめて手数を要する。又，初期条件として，各断面の $t=0$ 時における同時水位を与えなければならない。

そこで区間の代表の水位を ζ_{i-1} にとる事にし順次 ζ_i を計算することにすれば計算はすべて一義的になり試算を要せずかつ境界条件として $t=0$ 時における各断面の同時水位は不必要になる。そして，若し，i 区間の代表の水位を $i-1$ 断面の水位で代表させれば図解法は簡単になる。すなわち (7) 式及び (8) 式に次のようにあらわすことができるから

$$(\Delta\zeta_w)_{\bar{i},t}=-\frac{1}{g}\cdot\frac{\Delta x_i}{2\Delta t}\left\{\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t+1}-\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t-1}\right\}$$

$$(\Delta\zeta_f)_{\bar{i},t}=\left(\frac{n^2\cdot Q_m|Q|_m}{R_m^{4/3}\cdot A_m^2}\right)_t\Delta x_i$$

ここに
$$\begin{cases} Q_m=\dfrac{Q_i+Q_{i-1}}{2} \\ A_m=\dfrac{A_i+A_{i-1}}{2} \\ R_m=\dfrac{R_i+R_{i-1}}{2} \end{cases}$$

上式にしたがつて作図するには図—3，図—4 の各曲線の平均曲線を図の点線のごとく求める。かくすれば $\zeta_{i-1,t}$ を与えることにより $(\Delta\zeta_v)_{\bar{i},t}$，$(\Delta\zeta_w)_{\bar{i},t}$，$(\Delta\zeta_f)_{\bar{i},t}$，$(\Delta Q)_{\bar{i},t}$ は図の点線に示すごとく容易に求めることができる。この計算法を第1次近似計算法と名付けるこの計算法の誤差について後述するが十分第1次近似値として使用し得る。

そこで計算は次の順序で進めることにすれば最も合理的であると思う。すなわち第1次近似計算法により全体の計算を行い現象の傾向を把握ししかる後これをもとにして前述の試算法により計算の精度を順次高めればよい。

次にこの図式計法を適用するに当つて行うべき作業を順を追つてあげれば次のようである。

1. 水路の縦横断測量を行い水路の形状を把握して Δx，Δt を合理的に定める。
2. 決定した断面について必要とされる水路間隔（振幅を大体予想する）を予想しそれぞれ ΔF，A，R を計算する。
3. $\left(\frac{\Delta\zeta}{\Delta t}\right)\Delta F$，$2g\cdot A^2$，$2g\cdot A\cdot\Delta t\cdot\frac{1}{\Delta x}$，$\frac{R^{4/3}\cdot A^2}{n^2\Delta x}$，あるいは $\frac{R^{4/3}\cdot A^2}{\Delta x}$ を計算し本文の図—1，図—2，図—3，図—4 を作製する。
4. 与えられた初期条件により計算をはじめる。計算には次のような様式を採用すれば最も能率的に計算することができる。

t	① ζ_1	② $\Delta\zeta$	③ Q_1	④ $[\Delta Q]$	③=④−⑤ Q_2	③²=⑥ Q_1^2	⑤²=⑦ Q_2^2	⑧ $[\Delta\zeta_w]$	⑨ $[\Delta\zeta_w]$	⑩ $[\Delta\zeta_f]$	⑪ $\Sigma\Delta\zeta$	⑫ ζ^2	備考

この表を使用して行う計算法を説明すれば

1. 初期条件として①③が与えられる。

2. 連続の方程式，(3) 式の計算を行う。これは図—1 を用い先ず第1次近似計法として図の点線すなわち ζ_{i-1} を使用し ΔQ 即ち表の④を計算する。
3. ΔQ が求まれば (1) 式より Q_2 が⑤に求められる。
4. Q_{i-1}, Q_i が既知になつたので図式計算に必要な Q^2_{i-1}, Q^2_i をそれぞれ計算する。⑥⑦
5. 次に運動の方程式により，流速の変化に関する項すなわち (3) 式の計算を図—2 を用いて計算し（第1次近似計算，図の点線使用）$\Delta\zeta_v$ を⑧に求める。
6. 波動をあらわす項，すなわち (4) 式の計算を図—3 を用いて計算し（同様点線使用）$\Delta\zeta_w$ を⑨に得られる。
7. 摩接項，すなわち (8) 式の計算を図—4 を用いて計算し（同様点線使用）$\Delta\zeta_f$ を⑩に得られる。
8. $\Delta\zeta_v$, $\Delta\zeta_w$, $\Delta\zeta_f$ を (5) 式に代入して $\Delta\zeta$ を⑪に得る。
9. 第1次近似計算に依つて求められた $\Delta\zeta$ は，更に試算法によつて確めなければならない。すなわち表②に $\Delta\zeta$ を与え ζ_{i-1}, ζ_i を使用して図—1 の実線を用いて Q_i を計算する。ζ_{i-1}, ζ_i, Q_{i-1}, Q_i が既知になれば図—2, 3, 4 の実線による計算が可能になるから $\Delta\zeta$ を計算し得る。計算された $\Delta\zeta$ は与えた $\Delta\zeta$ すなわち表の③と⑪が等しくなる迄計算を繰り返さなくてはならない。
10. t 時の計算が完了したら更に t 方向に計算を順次進める。

4. 第1次近似法の誤差について

第1次近似法と試算法との誤差についてそれぞれの連続式，運動の方程式を ζ_i で偏分しその微小量を取り扱うことにより両法の誤差の検討を行つた。

(1) 連続の方程式

$$\Delta Q_{(i-1),t}=-\Delta F_i\left(\frac{\Delta\zeta}{\Delta t}\right)_{(i-1)}$$

$$=-\Delta F_i\left\{\frac{(\zeta_{t+1}-\zeta_{t-1})}{2\cdot\Delta t}\right\}_{(i-1)}$$

$$\frac{\partial\Delta Q_{(i-1)}}{\partial\zeta_i}=-\Delta F_i\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\Delta t}\left(\frac{\partial\zeta_{t+1}}{\partial\zeta_i}-\frac{\partial\zeta_{t-1}}{\partial\zeta_i}\right)_{(i-1)}$$

但し $\Delta Q_{(i-1),t}$ は i 区間の代表の水位を ζ_{i-1} とした場合の ΔQ

上式の ∂ を Δ に置きかえて整理すれば

$$\Delta(\Delta Q_{(i-1)})\cong-\Delta F_i\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\Delta t}(\Delta\zeta_{t+1}-\Delta\zeta_{t-1})_{(i-1)}$$

$$\therefore\ \Delta Q_i=\Delta Q_{(i-1)}+\Delta(\Delta Q_{(i-1)})$$

$$=-\Delta F_i\left\{\frac{(\zeta_{t+1}-\zeta_{t-1})}{2\cdot\Delta t}\right\}_{(i-1)}+\left\{-\Delta F_i\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\Delta t}(\Delta\zeta_{t+1}-\Delta\zeta_{t-1})_{(i-1)}\right\}$$

$$=-\frac{1}{2}\Delta F_i\cdot\frac{(\zeta_{t+1}-\zeta_{t-1})_{(i-1)}}{\Delta t}\left\{1+\left(\frac{\Delta\zeta_{t+1}-\Delta\zeta_{t-1}}{\zeta_{t+1}-\zeta_{t-1}}\right)_{(i-1)}\right\}\quad\cdots\cdots(10)$$

(10) 式の { } 内第2項の絶対値が1より小さくなればなる程 i 区間の代表の水位を ζ_{i-1} にえらんだための誤差が小さくなることを意味する。扨て，第2項の値が大きくなる場合，すなわち第2項の分母が小さくなる場合は水位の時間的変化が小さくなる場合でありこのような場合は連続の方程式から解るように流量の変化も小さくなる。いいかえれば流量変化の大きい場合は誤差は小さく流量変化が小さくなる程誤差は増大する。しかし ΔQ に対する誤差が増大しても ΔQ が小さければ Q の絶対値に比して非常に小さく，ほとんど問題にならないものと思う。（今 dQ/dt が小さい場合は Q の値が常に大きい場合を想定して説明したが Q の時間に対する変化が複雑で Q の絶対値が小さい場合に $dQ/dt=0$ に近い状態のあらわれるような場合には更に運動の方程式中の波の項にも大きく影響し問題は複雑になる）

(2) 運動の方程式

a. 流速の変化に関する項

$$(\Delta v)_{(i-1)}=\frac{1}{2g}\left\{\left(\frac{Q}{A}\right)^2_{i,t}-\left(\frac{Q}{A}\right)^2_{i-1,t}\right\}$$

$$\frac{\partial(\Delta\zeta_v)_{(i-1)}}{\partial\zeta_i}=\frac{1}{2g}\left\{-2\cdot\frac{Q_{i,t}^2}{A_{i,t}^3}\cdot\frac{\partial A_{i,t}}{\partial\zeta_i}+\frac{2Q_{i,t}}{A_{i,t}^2}\cdot\frac{\partial Q_{i,t}}{\partial\zeta_i}\right\}$$

$$=\frac{1}{2g}\left[2\cdot\frac{Q_{i,t}}{A_{i,t}^2}\left\{-\frac{Q_{i,t}}{A_{i,t}}\cdot\frac{\partial A_{i,t}}{\partial\zeta_i}+\frac{\partial A_{i,t}}{\partial\zeta_i}\right\}\right]$$

ただし $(\Delta\zeta_v)_{(i-1)}$ は i 区間の代表の ζ を ζ_{i-1} とした場合の $\Delta\zeta_v$

上式の ∂ を Δ に置きかえて

$$\Delta(\Delta\zeta_{v(i-1)})\cong\frac{1}{2g}\left[2\cdot\frac{Q_{it}}{A_{it}^2}\left\{-\frac{Q_{it}}{A_{i,t}}\Delta A_{i,t}+\Delta Q_{i,t}\right\}\right]$$

$$\therefore\quad\Delta\zeta_v=(\Delta\zeta_v)_{(i-1)}+\Delta(\Delta\zeta_{v(i-1)})$$

$$=\frac{1}{2g}\left[\left(\frac{Q}{A}\right)_{i,t}^2-\left(\frac{Q}{A}\right)_{i-1,t}^2+2\cdot\frac{Q_{it}}{A_{it}^2}\left\{-\frac{Q_{it}}{A_{i,t}}\Delta A_{i,t}+\Delta Q_{i,t}\right\}\right]$$

$$=\frac{1}{2g}\left[\left\{\left(\frac{Q}{A}\right)_{i,t}^2-\left(\frac{Q}{A}\right)_{i-1,t}^2\right\}\left\{1+\frac{2\cdot Q_{it}\cdot A_{i-1,t}}{(Q_{i,t}\cdot A_{i-1,t}-Q_{i-1,t}\cdot A_{it})}\left(\Delta Q_{i,t}-\frac{Q_{i,t}}{A_{it}}\cdot\Delta A_{i,t}\right)\right\}\right] \quad\cdots\cdots(11)$$

(11) 式の { } 内第2項が前同様1より小さい程誤差は小さい。(10)式の分母$(Q_{i,t}\cdot A_{i-1,t}-Q_{i-1,t}\cdot A_{i,t})$について考察する。分母中 $Q_{i,t}$, $Q_{i-1,t}$ は i 区間を適当に取れば其程差のあるものではなく大体等しいものと考えれば，$A_{i-1,t}$, $A_{i,t}$ の大小関係により分母の大小は定まり $A_{i-1,t}$, $A_{i,t}$ の差が大きい程分母の絶対値は大きくなり誤差は小さくなる。又 $A_{i-1,t}$ と $A_{i,t}$ の差が小さい程，誤差は大きくなる。しかし $A_{i-1,t}$ $A_{i,t}$ の差が零に近づく程流速変化のための水位変化 $\Delta\zeta_v$ も零に近づくことになり，$\Delta\zeta_v$ の他項 $(\Delta\zeta_w, \Delta f)$ に対する割合は非常に小さくなり全体としての誤差は問題にならなくなる。

b.　波動に関する項

$$(\Delta\zeta_w)_{(i-1)}=\frac{1}{g}\left\{\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t+1}-\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t-1}\right\}\cdot\Delta x_i$$

$$\frac{\partial(\Delta\zeta_{w(i-1)})}{\partial\zeta_i}=\frac{1}{g}\left\{-\frac{Q_{m,t+1}}{A_{m,t+1}^2}\cdot\frac{\partial A_{m,t+1}}{\partial\zeta_i}+\frac{1}{A_{m,t+1}}\cdot\frac{\partial A_{m,t+1}}{\partial\zeta_i}+\frac{\partial_{m,t-1}}{A_{m,t-1}^2}\cdot\frac{\partial A_{m,t-1}}{\partial\zeta_i}\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_{m\cdot t-1}}\cdot\frac{\partial Q_{m,t-1}}{\partial\zeta_i}\right\}\Delta x_i$$

$$=\frac{1}{g}\cdot\Delta x_i\left\{\frac{1}{A_{m\cdot t+1}}\left(\frac{\partial Q_{m,t+1}}{\partial\zeta_i}-\frac{Q_{m,t+1}}{A_{m\cdot t-i}}\cdot\frac{\partial A_{m,t+1}}{\partial\zeta_i}\right)-\frac{1}{A_{m\cdot t-1}}\left(\frac{\partial Q_{m,t-1}}{\partial\zeta_i}-\frac{Q_{m,t-1}}{A_{m,t-1}}\cdot\frac{\partial A_{m,t-1}}{\partial\zeta_i}\right)\right\}$$

ただし $(\Delta\zeta_w)_{(i-1)}$ は i 区間の代表の ζ を ζ_{i-1} とした場合の $\Delta\zeta_w$

上式の ∂ を Δ で置き換えて

$$\Delta(\Delta\zeta_{w(i-1)})=\frac{1}{g}\cdot\Delta x_i\cdot\left\{\frac{1}{A_{m\cdot t+1}}\left(\Delta Q_{m\cdot t+1}-\frac{Q_{m,t+1}}{A_{m\cdot t+1}}\Delta A_{m,t+1}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_{m,t-1}}\left(\Delta Q_{m,t-1}-\frac{Q_{m\cdot t-1}}{A_{m,t-1}}\Delta A_{m\cdot t-1}\right)\right\}$$

$$\Delta\zeta_w=\Delta\zeta_{w(i-1)}+\Delta(\Delta\zeta_{w(i-1)})$$

$$=\frac{1}{g}\left\{\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t+1}-\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t-1}\right\}\Delta x_i+\frac{1}{g}\Delta x_i\left\{\frac{1}{A_{m,t+1}}\left(\Delta Q_{m,t+1}-\frac{Q_{m,t+1}}{A_{m,t+1}}\Delta A_{m,t+1}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_{m,t-1}}\left(\Delta Q_{mt-1}-\frac{Q_{m\,t-1}}{A_{m\cdot t-1}}\Delta A_{m\,t-1}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{g}\cdot\Delta x_i\left\{\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t+1}-\left(\frac{Q_m}{A_m}\right)_{t-1}\right\}$$

$$\left[1+\frac{A_{m,t-1}\left(\Delta Q_{m\cdot t+1}-\frac{Q_{m,t+1}}{A_{m,t+1}}\Delta A_{m,\,t+1}\right)-A_{m,t-1}\left(\Delta Q_{m\,t-1}-\frac{Q_{m,t-1}}{A_{m\cdot t-1}}\cdot\Delta A_{m\cdot t-1}\right)}{A_{m,t-1}\cdot Q_{m,\,t+1}-A_{m,\,t+1}Q_{m,\,t-1}}\right] \quad\cdots\cdots(12)$$

(12) 式分母を変形すれば

$$A_{m,\,t-1}\,Q_{m,\,t+1}-A_{m,\,t+1}\,Q_{m,\,t-1}$$

$$=A_{m,\,t-1}\,Q_{m,\,t+1}\left(1-\frac{A_{m,\,t+1}\cdot Q_{m,\,t-1}}{A_{m,\,t-1}\cdot Q_{m,\,t+1}}\right)=A_{m,\,t-1}Q_{m\,t+1}\left(1-\frac{v_{m,\,t-1}}{v_{m,\,t+1}}\right)$$

となり $v_{m,t-1}/v_{m,t+1}$ が1に近い程分母は零に近づき誤差は大きくなる。しかし $v_{m,t-1}/v_{m,t+1}$ が1に近づくことは $dv/dt \longrightarrow 0$ を意味する。dv/dt が零に近づけば運動の方程式から解る様に波動の項の水位変化 $\Delta\zeta_w$ は零に近づく又 $dv/dt \longrightarrow 0$ の場合は流量 Q の絶対値は，大低の場合大きく（普通河川の固有流量の時間的変化があまりなく潮の影響が卓越している場合には $dv/dt=0$ の点は常に流量 Q の最大又は最小の場合に起りその場合の $|Q|$ は常に大きい）摩擦による水位の変化 $\Delta\zeta_f$ は大きくなり $dv/dt=0$ 附近の $\Delta\zeta_w$ の多少の誤差は全体から見れば問題にならなくなる。

c. 摩擦の項

$$\Delta\zeta_{f(i-1)}=\left(\frac{n^2\cdot Q_m{}^2}{R^{4/3}_m\cdot A_m{}^2}\right)_t\cdot\Delta x_i$$

$$\frac{\partial(\zeta_{f(i-1)})}{\partial\zeta_i}=-\frac{n^2\cdot Q^2_{m,t}}{A^2_{m,t}}\cdot\Delta x_i\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{R_{m,t}{}^{2/3}}\frac{\partial R_{m,t}}{\partial\zeta_i}$$

$$-\frac{n^2\cdot Q^2_{m,t}}{R^{4/3}_{m,t}}\cdot\Delta x_i\cdot 2\cdot\frac{1}{A^3_{m,t}}\frac{\partial A_{m,t}}{\partial\zeta_i}+\frac{n^2}{R^{4/3}_{m,t}\,A^2_{m,t}}\cdot\Delta x_i\cdot 2\cdot Q_{m,t}\frac{\partial Q_{m,t}}{\partial\zeta_i}$$

$$=\frac{n^2Q^2_{m,t}}{R^{4/3}_{m,t}\,A^2_{m,t}}\cdot\Delta x_i\left\{-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{P_{m,t}}\frac{\partial_{m,t}}{\partial\zeta_i}2\cdot\frac{1}{A_m}\cdot\frac{\partial A_{m,t}}{\partial\zeta_i}+2\frac{1}{Q_{m,t}}\frac{\partial Q_{m,t}}{\partial\zeta_i}\right\}$$

ただし $\Delta\zeta_{f(i-1)}$ は i 区間の代表の水位を ζ_{i-1} とした場合の $\Delta\zeta_{f(i-1)}$

上式の ∂ を Δ に置き換えて

$$\Delta(\Delta\zeta_{f(i-)})=\frac{n^2Q^2_{m,t}}{R^{4/3}_{m,t}\,A^2_{m,t}}\cdot\Delta x_i\left\{-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{R_{m,t}}\cdot\Delta R_{m,t}-2\frac{1}{A_{m,t}}\Delta A_{m,t}+2\frac{\Delta Q_{m,t}}{Q_{m,t}}\right\}$$

$$\therefore\quad\Delta\zeta_f=\Delta\zeta_{f(i-1)}+\Delta(\Delta\zeta_{f(i-1)})$$

$$=\left(\frac{n^2Q^2_m}{R^{4/3}_m\,A^2_m}\right)_t\Delta x_i+\frac{n^2Q^2_{m,t}}{R^{4/3}_{m,t}\,A^2_{m,t}}\cdot\Delta x_i\left\{-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{R_{m,t}}\Delta R_{m,t}-2\frac{1}{A_{m,t}}\Delta A_{m,t}\right.$$

$$\left.+2\frac{\Delta Q_{m,t}}{Q_{m,t}}\right\}$$

$$=\left(\frac{n^2Q^2_m}{R^{4/3}_m\,A^2_m}\right)_t\cdot\Delta x_i\left\{1+\left(-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{R_{m,t}}\cdot\Delta R_{m,t}-2\cdot\frac{1}{A_{m,t}}\Delta A_{m,t}\right.\right.$$

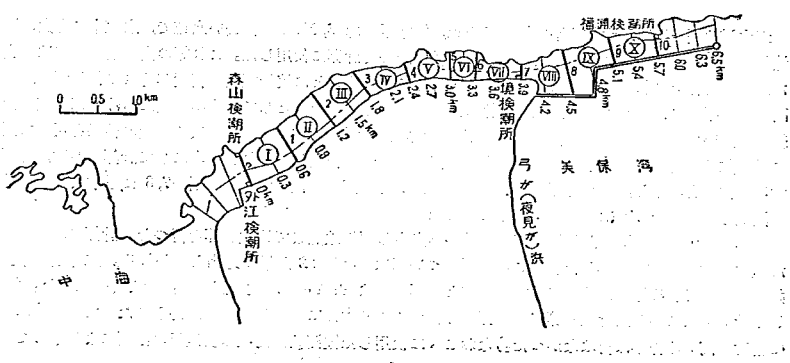
$$\left.\left.+2\frac{\Delta Q_{m,t}}{Q_{m,t}}\right)\right\}\qquad\cdots\cdots(13)$$

(13) 式中 { } 内第2項は問題なく1より非常に小さい値となり問題にならない。

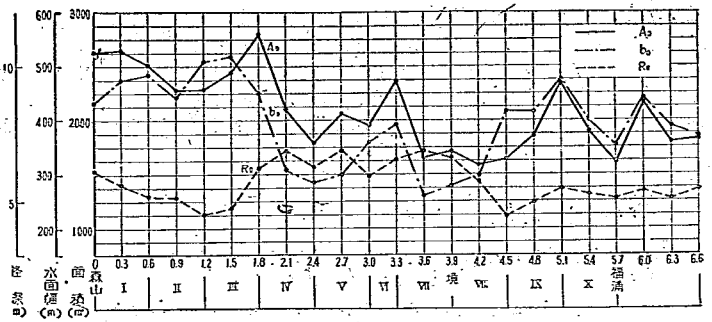
以上説明した如くこの近似計算は，流量曲線が複雑な場合でない限り十分目的を果たすものと考える。

5. 応　用　例

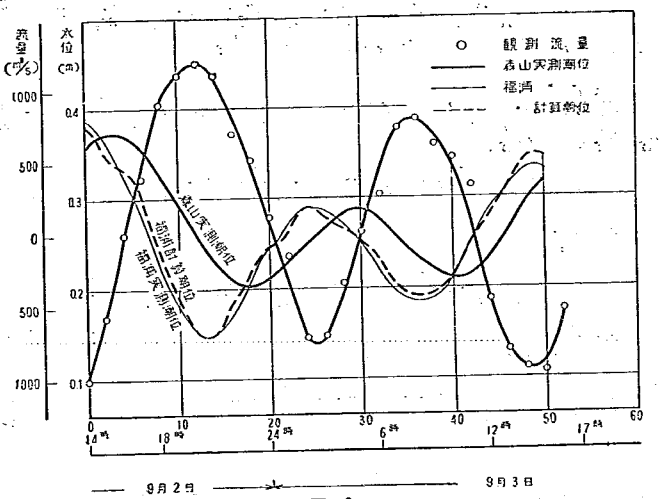
島根県中海と美保湾を結ぶ境水道の水理計算にこの計算法を適用して良好な結果を得た。



図—6



図—7



図—8

境水道は図—6 に示す如く平均幅約 400 m，縦断距離約 6,0 km の細長い水道で，水道中に森山，境，福浦等の検潮所を有し，これらの検潮所の実測潮位曲線を計算に使用した。これ等の実測潮位曲線は相当大きな副振動を伴いこれ等の振副振動をそのまゝ計算に載せることは流量観測の精度がそれに伴わず無理なので副振動を平滑にならした潮候曲線を計算に用いた。又流量の資料として，森山地点における毎時流量観測の結果を用いて流量時間曲線を作製した。次に計算区間は水道の 300 m 毎の横断測量の結果を用いて図—7 に示す如く有効断面積水路幅，径深の縦断方向の変化図を作製し，これを参考にして計算の精度，計算に要する労力等を考慮し，かつ計算区間の両端の断面がその区間を代表する様に図—7,8 に示すように計算区間を決定した。また Δt は同様に 30 分と定めた。

計算は森山地点の潮候曲線及び流量曲線から出発し福浦地点まで逐次計算を行つた。計算において使用した粗度係数 n は数度試算した結果この資料については $n=0.022$ が最も適当と思われる。その結果は図—8 の如くなり図で解る様に福浦地点の実測水位と計算水位は ± 1 cm 程度の誤差で両者よく一致した。(図に示した計算結果は第 1 次近似計算法で計算した結果であり十分に期待した結果が得られたので試算法により更に精度を高める作業は行はなかつた。)なおこゝに使用した観測値は島根県農地部の観測によるものである。

参考文献

1) 岸　力　特性曲線法による非定常流の解き方 (1) ——川幅一定の感潮河川への応用——
土木研究所報告　第 85 号　昭和 28 年 4 月
2) 佐藤清一，吉川秀夫，山根　孟　感潮河川に関する研究　——児島湾締切の旭川河口潮位並びに洪水位に及ぼす影響について——　土木研究所報告　第 88 号　昭和 29 年 9 月
3) 前出 2) と同じ

ダムに使用されたセメントの性質について（第二報）

——長安口ダム用セメントについて——

建設技官　有　泉　　昌

建設技官　安　沢　俊　二

（昭和 32 年 3 月 1 日）

Several Properties of Moderate Heat Cement for Dams (2)

—Cement used for Nagayasuguchi Dam—

(March 1, 1957)

A. Ariizumi

S. Anzawa

Synopsis :

Properties of moderate heat cement which is manufactured by three cement factories for Nagayasuguchi Dam are tested. From the tested results, uniformity of several properties and some relationships between the properties are discussed. Each cement manufactured from different factories has its own characteristic properties. So even if each factory's product has good uniformity, it does not mean that the total amount of cement for the dam has good uniformity. Consequently, it is conculuded that to obtain better uniformity of quality, cement should be supplied from one factory. As regards some relationships between its properties, some emprical formulae are obtained,

$$\sigma_{28}=0.47\sigma_3+1.43\sigma_7+77.8$$

$$H=95\sigma/(\sigma+88)$$

In these formulae σ_{28}, σ_7 and σ_3 are compressive strength of mortar at the ages of 28, 7 and 3 days respectively ; and H is heat of hydration, σ is compressive strength of mortar. The latter formula has no connection with ages of the mortar.

要　　旨

3社3工場により製造納入された長安口ダム用セメントの品質試験を行い，各工場ごとのセメント品質の均一性と，全体のセメント品質の均一性について比較検討した。その結果全体のセメント品質の均一性をよくするためには，一工場でセメントを製造納入すべきであると云う結論をえた。

またここで使用した中庸熱セメントの諸性質間の 2,3 の関係については，例えば，

$$\sigma_{28}=0.47\sigma_3+1.43\sigma_7+77.8$$

$$\sigma_{91}=-0.03\sigma_7+0.83\sigma_{28}+188.6$$

$$H=95\sigma/(\sigma+88)$$

のごとき実験式をえている。ここに σ_{91}. σ_{28}, σ_7 および σ_3 はそれぞれ 91 日，28，日. 7 日および 3 日の各材令における圧縮強サを示めし，H は水和熱の値を示めす。またここに示めした水和熱と圧縮強サ間の実験式は材令に関せず成立する。

目　　次

1. 緒　　言……(1)
2. 試料，試験法および試験結果……(5)
3. 試験結果の検討……(7)
〔1〕一般的性質……(7)
〔2〕均　一　性……(9)
〔3〕材令を異にした圧縮強サ間の関係ならびに水和熱間の関係……(12)……(17)
〔4〕初期材令における圧縮強サより長期材令における圧縮強サの推定……(19)
〔5〕圧縮強サと水和熱の関係……(21)
4. 要　　約……(23)

1. 緒　　言

3工場より納入されるダム用セメントの品質の実態を把握するため，上椎葉ダム用セメントについて品質試験を実施し，その結果は第一報[1]に報告した。ここでは同様に3工場より同一仕様書に基づいて納入され

1) 有泉昌等　土研報 96 ,昭 32

表—1 試 結 験 果 (1) 化学試験

試料名＼項目		酸化物 (%)									比率					水硬性化合物 (%)			
		Ig.L.	In.R.	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	MnO	CaO	MgO	S_3O	合計	H.M.	A.I.	S.M.	I.M.	L.S.R.	C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF
大阪窯業セメント	1	0.51	0.55	24.11	4.39	4.44	0.18	62.24	1.28	1.70	99.40	1.89	5.49	2.73	0.99	0.82	29.4	47.0	4.1	13.5
	2	0.50	0.53	24.08	4.33	4.46	0.18	62.28	1.28	1.64	99.24	1.89	5.59	2.75	0.97	0.82	30.3	46.2	3.9	13.5
	3	0.51	0.86	23.65	4.43	4.45	0.17	62.75	1.25	1.63	99.52	1.93	5.34	2.66	0.99	0.84	34.9	41.6	4.2	13.5
	4	0.65	0.35	23.71	4.64	4.16	—	63.05	1.09	1.77	99.42	1.94	5.11	2.72	1.11	0.83	34.2	42.2	5.2	12.7
	5	0.63	0.34	23.70	4.62	4.14	—	63.60	1.14	1.81	99.98	1.96	5.13	2.70	1.11	0.84	36.6	40.4	5.2	12.6
	6	0.56	0.38	23.73	4.78	3.75	—	63.11	1.30	1.40	99.01	1.95	4.96	2.78	1.27	0.83	35.0	41.7	6.3	11.4
	7	0.50	0.36	23.72	4.79	3.83	—	63.22	1.31	1.39	99.12	1.95	4.95	2.75	1.25	0.83	36.0	40.9	6.2	11.6
	8	0.60	0.26	23.56	4.73	3.81	—	63.28	1.32	1.28	98.84	1.97	4.98	2.76	1.24	0.84	37.6	39.3	6.1	11.5
	9	0.87	0.35	23.85	4.65	3.73	—	63.19	1.31	1.42	99.38	1.96	5.12	2.84	1.25	0.83	35.2	41.9	6.0	11.3
	10	0.83	0.65	23.68	4.51	3.79	—	63.07	1.26	1.46	99.25	1.97	5.25	2.85	1.19	0.84	36.8	40.2	5.5	11.5
	12	1.10	0.86	22.95	4.81	3.66	—	62.83	1.37	1.66	99.24	2.00	4.77	2.71	1.31	0.85	39.0	36.4	6.5	11.1
	13	0.70	0.28	23.73	4.82	3.85	—	63.31	1.40	1.28	99.37	1.96	4.92	2.74	1.25	0.84	35.8	41.1	6.3	11.7
	14	0.61	0.54	24.01	4.06	4.15	—	63.62	1.40	1.55	99.94	1.97	5.91	2.92	0.98	0.84	38.8	39.6	3.7	12.6
	15	0.81	0.32	24.48	4.25	3.90	—	63.53	1.39	1.29	99.97	1.95	5.76	3.00	1.09	0.82	34.7	44.1	4.7	11.8
	16	0.83	0.33	23.96	3.92	4.10	—	63.84	1.34	1.50	99.82	2.00	6.11	2.99	0.96	0.84	41.2	37.7	3.4	12.5
	17	0.81	0.34	24.03	3.99	4.09	—	63.87	1.38	1.47	99.98	1.99	6.02	2.94	0.98	0.84	40.5	38.4	3.6	12.4
	18	0.65	0.35	24.30	4.38	4.11	—	63.36	1.41	1.34	99.90	1.93	5.55	2.86	1.07	0.86	34.1	44.0	4.6	12.5
	19	0.55	0.52	23.68	4.05	4.15	—	63.34	1.38	1.75	99.37	1.99	5.83	2.88	0.98	0.84	40.1	37.6	3.7	12.6
	20	0.59	0.44	23.69	3.98	4.23	—	63.48	1.32	1.70	99.43	1.99	5.95	2.89	0.94	0.84	40.7	37.3	3.4	12.8
	21	0.63	0.13	23.10	4.10	4.28	—	63.85	1.59	1.84	99.82	2.01	5.71	2.79	0.96	0.86	43.1	34.7	3.6	13.0
	22	0.42	0.18	23.89	4.12	3.96	—	63.95	1.45	1.64	99.61	2.01	5.80	2.96	1.04	0.85	40.7	37.9	4.2	12.0
	23	0.35	0.35	24.03	4.12	4.43	—	63.44	1.41	1.72	99.85	1.95	5.83	2.81	0.93	0.83	36.7	41.3	3.4	13.5
	24	0.75	0.15	23.77	4.15	4.25	—	63.50	1.41	1.84	99.82	1.97	5.73	2.83	0.98	0.83	38.6	39.1	3.8	12.9
	25	0.67	0.15	23.67	3.74	4.36	—	63.78	1.74	1.79	99.90	2.01	6.33	2.92	0.86	0.85	43.2	35.3	2.5	13.3
	26	0.61	0.49	23.52	3.98	4.12	—	63.78	1.38	1.82	99.70	2.02	5.91	2.90	0.97	0.85	43.0	35.1	2.6	12.5
	27	0.36	0.19	23.89	3.90	4.08	—	63.93	1.33	1.65	99.33	2.01	6.13	2.99	0.96	0.85	41.9	37.0	3.4	12.4
	28	0.60	0.48	23.50	4.11	4.23	—	63.41	1.54	1.74	99.61	1.99	5.72	2.82	0.97	0.85	40.9	36.7	3.7	12.9
平均値		0.64	0.39	23.78	4.31	4.09	—	63.33	1.36	1.60	99.55	1.97	5.55	2.80	1.06	0.84	37.4	39.8	4.5	12.4

小野田社セメント	1	0.78	0.51	24.44	3.84	4.06	0.39	62.84	1.23	1.18	99.27	1.94	6.36	3.09	0.94	0.83	35.0	43.7	3.3	12.3
	2	0.48	0.53	24.23	3.85	3.83	0.39	63.55	1.25	1.28	99.39	1.99	6.29	3.15	1.01	0.85	39.5	39.7	3.7	11.6
	3	0.72	0.36	23.57	4.47	4.07	—	63.83	1.11	1.17	99.30	1.99	5.27	2.75	1.10	0.86	41.5	36.4	4.9	12.4
	4	0.73	0.30	23.72	4.47	4.12	—	63.45	1.10	1.00	98.89	1.96	5.31	2.76	1.08	0.85	39.2	38.5	4.8	12.5
	5	0.60	0.38	23.92	4.30	3.73	—	63.60	1.15	1.38	99.06	1.99	5.56	2.98	1.15	0.84	36.9	39.3	5.1	11.3
	6	0.60	0.38	23.97	4.62	3.73	—	63.58	1.32	1.38	99.58	1.97	5.19	2.87	1.24	0.83	36.3	41.4	5.9	11.3
	7	0.61	0.53	23.25	4.61	3.84	—	63.63	1.36	1.18	99.01	2.01	5.04	2.75	1.20	0.86	42.4	34.7	5.7	11.7
	8	0.65	0.50	23.31	4.67	3.84	—	63.57	1.36	1.17	99.07	2.00	4.99	2.74	1.22	0.85	41.3	35.7	5.9	11.6
	9	0.74	0.18	23.92	4.30	3.46	—	63.80	1.68	0.93	99.06	2.01	5.56	3.08	1.24	0.85	41.2	37.5	5.5	10.5
	10	0.73	0.19	24.05	4.41	3.43	—	63.92	1.73	0.98	99.44	2.00	5.45	3.07	1.29	0.84	40.0	38.8	5.9	10.4
	11	0.87	0.30	23.35	4.65	3.79	—	63.50	1.40	1.47	99.33	2.00	5.02	2.75	1.23	0.85	40.1	36.7	5.9	11.5
	12	0.87	0.36	23.51	4.62	3.79	—	63.60	1.35	1.36	99.46	1.99	5.09	2.80	1.22	0.85	39.8	37.3	5.8	11.5
	13	0.58	0.48	23.31	4.74	3.64	—	63.97	1.90	1.27	99.89	2.02	4.92	2.79	1.30	0.86	4.25	34.8	6.4	11.1
	14	0.56	0.46	23.38	4.79	3.62	—	63.95	1.87	1.31	99.94	2.01	4.88	2.78	1.32	0.86	41.5	35.8	6.6	11.0
	15	0.74	0.46	23.48	4.66	3.92	—	64.00	1.55	1.11	99.92	2.00	5.04	2.74	1.19	0.86	42.0	35.7	5.7	11.9
	16	0.78	0.45	23.30	4.79	3.92	—	64.00	1.51	1.08	99.83	2.00	4.86	2.68	1.22	0.86	42.5	34.8	6.1	11.9
平均値		0.69	0.40	23.67	4.49	3.79	—	63.67	1.43	1.20	99.40	1.99	5.30	2.86	1.18	0.85	40.1	37.6	5.5	11.5
日本社セメント	1	0.45	0.09	24.57	3.84	4.38	0.18	62.98	0.98	1.39	98.83	1.92	6.40	2.99	0.87	0.83	33.4	45.4	2.8	13.3
	2	0.48	0.08	24.56	3.90	4.13	0.19	62.98	1.00	1.47	98.79	1.91	6.30	3.06	0.94	0.83	33.4	45.3	3.3	12.5
	3	0.49	0.16	24.52	3.74	4.19	0.25	62.53	0.98	1.48	98.34	1.92	6.55	3.09	0.89	0.82	32.8	45.6	2.8	12.7
	4	0.57	0.19	24.70	3.81	4.00	0.22	62.90	1.03	1.46	98.88	1.93	6.48	3.16	0.95	0.82	32.8	46.1	3.3	12.1
	5	0.78	0.21	24.69	4.14	3.98	—	62.87	1.04	1.50	99.21	1.91	5.96	3.05	1.04	0.83	30.4	47.9	4.2	12.1
	6	0.94	0.20	24.96	4.11	3.98	—	63.17	1.00	1.51	99.87	1.91	6.07	3.08	1.03	0.80	29.8	49.2	4.1	12.1
	7	0.86	0.22	24.20	4.57	3.86	—	63.56	1.26	1.38	99.91	1.95	5.30	2.87	1.18	0.83	34.6	43.3	5.6	11.7
	8	0.83	0.23	24.14	4.61	3.78	—	63.24	1.24	1.38	99.45	1.94	5.24	2.88	1.22	0.84	33.6	43.9	5.8	11.6
	9	0.59	0.20	23.48	4.91	4.14	—	63.56	1.31	1.38	99.57	1.95	4.78	2.59	1.19	0.82	37.4	39.2	6.0	12.6
	10	0.61	0.18	23.88	4.90	4.14	—	63.06	1.32	1.34	99.43	1.92	4.87	2.67	1.18	0.84	32.5	44.0	6.0	12.6
	11	0.70	0.31	23.69	4.54	4.22	—	63.16	1.22	1.32	99.16	1.95	5.22	2.70	1.08	0.84	36.7	40.3	4.9	12.8
	13	0.76	0.28	23.79	4.80	4.04	—	63.00	1.37	1.32	99.36	1.93	4.96	2.69	1.19	0.83	33.8	42.7	5.9	12.3
	14	0.75	0.29	24.09	4.76	3.94	—	63.04	1.33	1.31	99.51	1.92	5.06	2.77	1.21	0.82	32.1	44.9	6.0	12.0
	15	0.72	0.24	24.20	4.40	4.83	—	62.71	1.34	1.37	99.36	1.90	5.50	2.76	1.00	0.81	31.6	45.6	4.3	13.3
	16	0.90	0.22	23.96	4.47	4.27	—	62.82	1.52	1.35	99.51	1.92	5.36	2.74	1.05	0.82	33.6	43.5	4.6	13.0
平均値		0.70	0.21	24.23	4.37	4.13	—	63.04	1.20	1.40	99.28	1.93	5.60	2.87	1.07	0.83	32.2	44.5	4.6	12.4
総平均値		0.67	0.35	23.87	4.37	4.02	—	63.36	1.34	1.44	99.44	1.97	5.49	2.84	1.10	0.84	37.0	40.4	4.8	12.2

(2) 物理試験

試料名	番号	比重	粉末度 0.088 フルイ	粉末度 ブレーン	凝結 始発	凝結 終結	ソロー (mm)	曲げ強さ (kg/cm²) 3日	7日	28日	91日	180日	365日	圧縮強さ (kg/cm²) 3日	7日	28日	91日	180日	365日	水和熱 (cal/g) 溶解熱	7日	28日	91日	180日	365日
大阪窯業セメント	1	3.22	1.8	3280	2:12	3:22	224	15	18	50	—	—	—	47	91	211	—	—	—	592.1	49.8	65.3	—	—	—
	2	3.22	2.3	3200	2:00	3:13	222	16	26	54	—	—	—	53	96	221	—	—	—	591.6	49.2	63.7	—	—	—
	3	3.22	1.8	3310	2:02	3:01	230	17	27	58	—	—	—	60	106	227	—	—	—	596.3	52.8	67.2	—	—	—
	4	3.22	1.8	3270	3:23	4:19	225	22.3	31.2	69.2	—	—	—	73	127	320	—	—	—	594.9	59.4	71.0	78.9	81.6	84.4
	5	3.19	1.6	3280	2:33	3:35	227	20.0	35.6	68.5	—	—	—	59	126	312	—	—	—	596.3	60.8	74.1	—	—	—
	6	3.21	2.0	3250	2:53	3:38	218	24.4	43.8	88.1	90.0	—	—	101	167	352	478	—	—	601.8	62.0	74.6	80.2	87.9	89.0
	7	3.20	2.0	3240	2:46	3:42	222	24.4	43.3	82.7	84.7	—	—	91	161	348	477	—	—	602.7	64.4	74.6	—	—	—
	8	3.19	0.8	3170	1:46	2:21	226	26.8	39.9	79.6	96.0	—	83.4	99	149	73	499	494	494	604.0	59.1	74.6	81.7	87.1	90.1
	9	3.19	0.6	3220	3:09	4:00	228	26.9	41.5	79.6	91.8	—	—	103	155	373	477	—	—	602.4	59.5	76.6	—	—	—
	10	3.21	2.0	3230	2:27	3:48	226	22.1	40.4	83.1	91.3	82.8	80.1	93	166	356	500	472	460	596.9	56.4	68.2	80.5	83.3	84.0
	11	—	—	—	—	—	228	22.8	43.7	83.2	91.6	—	—	95	174	351	454	—	—	—	—	—	—	—	—
	12	3.18	2.2	3330	2:42	4:10	224	25.8	36.2	62.8	86.6	—	—	97	146	275	431	—	—	593.8	58.1	68.6	78.5	83.4	85.0
	13	3.22	1.6	3220	2:42	4:13	225	22.0	30.1	60.1	85.6	—	—	90	127	277	419	—	—	596.3	53.1	63.8	—	—	—
	14	3.20	3.1	3080	2:46	4:26	226	20.1	29.0	59.6	78.3	77.9	77.3	63	113	273	422	428	458	596.2	54.4	69.0	75.0	78.7	79.4
	15	3.20	2.3	3140	2:46	4:30	224	19.8	28.9	59.5	80.6	—	—	62	110	268	431	—	—	596.8	50.2	64.4	—	—	—
	16	3.22	1.5	3170	2:57	4:41	234	20.7	34.9	59.5	80.9	83.0	79.9	84	103	251	394	451	479	597.1	54.3	66.7	77.9	77.5	90.3
	17	3.21	1.3	3110	3:28	4:50	219	20.0	32.6	63.5	83.7	—	—	79	103	288	438	—	—	598.4	55.6	69.9	—	—	—
	18	3.24	2.5	3260	3:22	4:18	228	18.7	29.6	54.4	72.4	68.8	77.0	62	91	230	385	389	465	597.0	52.7	65.2	74.5	76.9	82.5
	19	3.22	2.0	3210	2:21	3:26	218	17.9	24.3	45.5	67.9	—	—	56	72	196	331	—	—	593.7	52.4	63.3	—	—	—
	20	3.21	2.3	3150	2:30	3:40	235	18.6	24.9	46.6	67.9	73.4	67.9	58	76	208	359	406	432	595.4	51.2	62.1	74.9	78.2	82.3
	21	3.23	3.0	3060	3:52	4:40	235	22.3	30.1	56.9	74.6	79.9	80.0	79	112	277	420	412	426	598.5	56.2	69.0	79.9	72.8	85.5
	22	3.24	2.7	3160	2:43	3:45	236	19.2	29.1	60.8	75.6	—	—	62	111	289	418	—	—	597.8	51.9	65.8	—	—	—
	23	3.22	2.2	3020	2:17	3:26	226	21.6	29.0	60.1	76.2	—	—	77	105	293	432	—	—	596.0	55.0	68.0	—	—	—
	24	3.19	2.6	2980	2:48	4:10	228	23.6	30.5	56.4	76.2	81.3	78.6	84	102	270	428	461	469	597.9	58.1	70.2	80.7	85.6	—
	25	3.21	2.9	2990	4:10	5:03	230	21.7	31.6	60.2	71.0	79.6	73.8	71	122	277	387	468	448	597.8	58.9	71.7	78.7	82.8	82.3
	26	3.21	2.5	3110	3:00	3:45	228	20.3	29.4	59.0	71.0	—	—	64	112	280	388	—	—	596.2	56.3	69.7	—	—	—
	27	3.23	2.8	3230	2:43	3:45	228	20.2	30.5	62.2	75.1	—	—	75	131	310	453	—	—	598.1	55.2	67.8	78.7	83.7	—
	28	3.22	3.2	3240	2:58	4:18	217	21.7	32.5	61.1	71.4	—	—	85	133	295	418	—	—	594.3	54.4	68.3	—	—	—
平均値		3.21	2.1	3182	2:47	3:56	226	21.1	32.3	63.7	80.0	78.3	77.6	76	121	286	428	442	459	597.0	55.6	68.6	78.5	82.3	85.0

小野田社セメント	1	3.22	2.0	3240	4:28	5:36	200	18.9	33.2	55.2	—	—	—	63	110	189	—	—	—	588.5	52.4	67.5	73.6	79.2	79.8
	2	3.23	1.8	3380	1:24	2:16	196	19.1	34.6	58.6	—	—	—	71	119	246	—	—	—	594.3	53.8	72.8	78.9	81.4	81.9
	3	3.22	2.0	3290	3:09	4:30	203	26.1	40.7	60.3	—	—	—	80	149	208	—	—	—	601.1	50.9	66.6	78.5	80.8	92.8
	4	3.21	2.0	3250	3:55	5.25	200	24.9	40.3	59.5	—	—	—	77	143	210	—	—	—	602.6	51.8	67.3	81.8	—	—
	5	3.23	1.0	3280	2:18	3:07	218	28.8	45.0	67.4	—	—	—	119	181	307	—	—	—	598.6	53.6	73.5	82.0	86.6	88.3
	6	3.20	1.2	3270	2:03	2:52	212	28.5	44.1	70.7	—	—	—	111	173	306	—	—	—	598.5	54.6	74.5	—	—	—
	7	3.20	1.8	3510	2:19	3:26	215	27.2	46.1	79.5	87.8	—	—	106	174	288	486	—	—	603.0	60.3	78.8	87.8	88.7	91.4
	8	3.19	1.8	3500	2:11	3.16	218	24.6	46.4	75.8	89.4	—	—	98	175	282	481	—	—	603.2	58.9	78.9	—	—	—
	9	3.21	1.6	3100	2:36	4:43	220	27.6	46.3	77.0	87.6	86.5	78.1	93	172	347	494	501	506	608.7	59.6	77.7	80.4	86.7	87.5
	10	3.20	1.4	3090	2:32	4:26	223	27.3	46.8	67.9	87.2	—	—	87	176	299	496	—	—	609.0	60.4	75.2	—	—	—
	11	3.20	2.3	3510	2:33	4:24	212	24.1	40.8	64.0	76.7	—	—	79	121	281	430	—	—	605.5	61.2	77.8	—	—	—
	12	3.19	2.1	3540	2:32	4:20	221	24.8	38.5	63.6	78.3	81.2	86.3	91	112	293	414	468	459	604.2	57.9	73.8	82.4	87.0	92.1
	13	3.18	2.7	3440	2:10	3:42	224	20.7	43.0	57.6	66.8	79.6	82.5	72	146	332	423	447	495	604.0	61.3	77.0	84.1	87.8	93.3
	14	3.21	2.7	3460	1:55	3:34	222	23.3	40.5	60.7	74.3	—	—	68	143	346	439	—	—	603.5	66.3	77.9	—	—	—
	15	3.22	2.3	3250	3:02	4:25	213	20.9	35.7	58.3	71.2	—	—	76	159	306	416	—	—	603.9	59.1	74.6	79.9	—	—
	16	3.22	2.3	3260	3:06	4:18	214	20.5	38.2	56.3	68.5	78.7	78.7	79	149	298	425	497	523	604.6	60.5	76.6	84.8	89.2	92.2
平均値		3.21	1.9	3336	2:38	4:01	213	24.2	41.3	64.5	78.8	81.5	81.4	86	150	248	452	478	496	602.1	57.7	74.4	81.3	85.3	89.1
日本社セメント	1	3.23	2.6	3210	1:58	3:00	215	13	28	61	—	—	—	51	121	289	—	—	—	597.7	48.4	71.6	—	—	—
	2	3.23	2.4	3300	1:35	2:44	213	13	28	60	—	—	—	54	120	282	—	—	—	599.5	51.5	76.7	—	—	—
	3	3.22	3.0	3340	1:22	2:33	212	13	26	58	—	—	—	54	111	274	—	—	—	599.7	51.1	79.8	—	—	—
	4	31.9	3.0	3230	1:36	2:33	210	13	23	53	—	—	—	47	87	236	—	—	—	599.8	50.7	74.7	—	—	—
	5	3.21	2.0	3220	2:03	3:35	195	12.5	31.5	52.3	—	—	—	41	110	255	—	—	—	594.1	48.4	73.8	—	—	—
	6	3.21	2.0	3210	2:00	3:22	197	13.9	30.1	57.6	—	—	—	43	106	260	—	—	—	596.0	52.2	73.3	—	—	—
	7	3.21	2.8	3270	2:34	3:36	213	25.7	40.0	70.9	87.7	—	—	89	155	352	498	—	—	598.4	53.7	73.2	—	—	89.1
	8	3.20	2.8	3250	2:16	3:06	211	25.7	36.5	73.4	94.7	—	—	86	148	336	482	—	—	598.6	55.2	72.0	—	—	—
	9	3.21	4.4	3180	2:17	3:01	207	24.3	40.2	72.5	85.6	—	—	99	142	297	485	—	—	600.6	53.7	75.5	79.0	89.6	—
	10	3.19	4.2	3190	2:21	3:02	210	20.3	37.0	73.2	91.7	—	—	67	120	258	493	—	—	596.2	49.4	70.3	—	—	—
	11	3.19	4.0	3110	2:09	3:27	208	17.6	27.6	68.4	81.2	89.6	77.2	59	103	324	486	510	467	598.7	54.8	70.5	82.3	87.0	84.0
	12	—	3.8	—	—	—	205	17.5	34.4	69.4	77.5	—	—	65	113	344	491	—	—	—	—	—	—	—	—
	13	—	3.6	3190	2:08	3:07	211	14.1	28.4	59.5	78.1	—	—	55	106	271	407	—	—	594.3	51.9	70.3	—	—	—
	14	—	3.6	3150	2:05	3:07	212	16.3	31.6	62.4	80.2	84.8	71.1	59	116	276	465	490	486	595.5	56.7	74.5	79.3	86.9	85.3
	15	3.23	4.0	3230	2:40	3:52	212	18.1	30.3	54.2	74.5	—	—	66	110	289	471	—	—	595.6	57.2	72.4	—	—	—
	16	3.21	4.8	3230	3:02	4:20	213	19.0	29.5	54.3	73.1	—	—	66	106	273	441	—	—	597.5	58.0	72.1	—	—	—
平均値		3.21	3.3	3221	2:08	3:14	209	17.3	31.4	62.5	82.4	87.2	74.2	63	117	289	472	500	477	597.4	52.9	73.4	80.2	87.8	86.1
総平均値		3.21	2.4	3236	2:34	3:47	218	20.9	34.6	63.6	80.2	80.5	78.2	75	128	286	444	460	471	598.5	55.5	71.5	79.8	84.1	86.8

る長安口ダム用セメントについて試験した結果について述べる。なお本試験は検収の目的をも兼ねて徳島県当局の依頼により実施した。

このダムに使用した中庸熱セメントは大阪窯業社大阪工場，小野田社津久見工場および日本社土佐工場の3社3工場により製造されたものである。各社のセメント納入量は大阪窯業社 27,000トン，小野田社 14,100トンおよび日本社 13,400 トンである。長安口ダムは昭和 25 年 11 月に着工し，31 年3月に竣工した。セメントはこの間数ケ年にわたつて製造されている。以下長安口ダムに使用したセメントの性質，均一性および試験結果より得られた諸性質の 2，3 の関係について考察した結果をここに報告する。なおセメント製造者側より提出された試験結果との比較検討の結果にも言及する。

2. 試料，試験法および試験結果

試料は上記各工場のセメントミルよりサイロへ輸送途上において，ロット別に採取され，数ロット中より任意のロットを代表試料として試料罐に密封送付した来た。1ロットの大さは 250 トンである。なお試料は

表—2　長安口ダム用セメント仕様書

	項目	単位	長安口ダム用セメント仕様書
化学成分	強熱減量 (Ig. Loss)	%	< 2.5
	不溶解残分 (Insol. Res.)	%	< 0.7
	シリカ (SiO_2)	%	>22.0
	アルミナ (Al_2O_3)	%	< 6.0
	酸化第二鉄 (Fe_2O_3)	%	< 6.0
	酸化カルシユウム (CaO)	%	—
	マグネシア (MgO)	%	< 3.0
	無水硫酸 (SO_3)	%	< 2.0
	ケイ酸三石灰 (C_3S)	%	30～50
	ケイ酸二石灰 (C_2S)	%	—
	アルミン酸三石灰 (C_3A)	%	< 7.5
	アルミン酸鉄四石灰 (C_4AF)	%	—
	遊離石灰 (free. CaO)	%	< 1.0
物理的性質	比重		> 3.05
	粉末度 (ブレーン法)	cm^2/g	>3200
	凝結温度	°C	20±3
	始発	-hr-mim,	> 1-00
	終結	-hr-mim,	<10-00
	安定性 (煮沸法)		良
	曲げ強さ 3日	kg/cm^2	>10
	7日	kg/cm^2	>20
	28日	kg/cm^2	>30
	圧縮強さ 3日	kg/cm^2	>40
	7日	kg/cm^2	>80
	28日	kg/cm^2	>180
水和熱	7日	cal/g	< 70
	28日	cal/g	< 80

備考：　協定した品質目標値

C_3S	35 <	< 40
粉末度 (ブレーン法)	3000 <	< 3400
圧縮強サ　28日	250 <	< 310
水和熱　28日		< 76

その他は仕様書に同じ。

製造直後に採取送付され，また送付された試料は到着後数日内に試験に着手した。試料数は大阪窯業社，小野田社，日本社それぞれ 28，16 および 16 試料である。またこれらの試料中には検収試験の結果不合格とされたものはふくまれていない。

試験法は化学分析，物理試験および水和熱試験とも JIS 法によつておこなつた。試験結果を表—1 に示す。また参考資料として長安口ダム用セメント仕様書を表—2 に示す。なおこのほか製造工場によつて，セメントの品質間に差異が生ずるだろうことを考慮して県当局と，製造者側間で品質目標値が協定されている。これを表—2 に示す。

3. 試験結果の検討

〔1〕 一般的性質

ここでは使用した全試料について化学的，物理的性質の概略を，主として各社ごとに簡単に説明することとする。

(1) 化学組成

化学成分について見ると，強熱減量では各社セメントとも平均値は大体 0.6～0.7％程度である。また各社セメントの不溶解残分の平均値は 0.2～0.4％の間にあるが，大阪窯業社セメントの中には，0.6％以上のものが数試料あつた。SiO_2 の含量は日本社セメントの平均値が 24.23％であり，小野田社セメントの 23.67％大阪窯業社セメントの 23.78％より大きくなつており，最高 24.96％になつている。また各社セメントとも22％以下のものはなかつた。Al_2O_3 の含量は各社セメントとも約 4.4％程度であり，Fe_2O_3 は各社セメントとも約4％程度であるが，小野田社セメントが他社セメントの含量よりわずかに少ない。Al_2O_3 と Fe_2O_3 の含量を比較すると，一般に各社とも Al_2O_3 の方が多いが，大阪窯業社セメントでは Al_2O_3 より Fe_2O_3 の含量の多い試料がかなりある。CaO の含量は各社セメントとも約 63％程度であるが小野田社，大阪窯業社，日本社セメントの順に少くなつている。MgO の含量は各社セメントとも 2％を超えるものはなかつた。また SO_3 は全試料についてみると 1.84％以下であつた。

各成分比率についてみると，水硬率の平均値は各社セメントとも 1.93～1.99 の間にあつて，普通セメントより一般に低い値を示しており，活動係数（A.I.），珪酸率（S.M.），鉄率（I.M.）は大阪窯業社，日本社セメントでは大体同じであるが，小野田社セメントは活動係数（A.I.）が低く鉄率（I.M.）が高くなつている。$(CaO-0.7SO_3)/(2.8SiO_2+1.18Al_2O_3+0.65Fe_2O_3)$ で示される石灰飽和度（L.S.R.）も各社セメントの平均値は 0.83～0.85 の間にあつて，普通セメントより一般に低い値を示している。

水硬性化合物について見ると，C_3S の含量は各社セメントの平均値では 33～40％程度の間にあつて，小野田社セメントが平均 40.1％で最高である。また日本社セメントは平均 33.2％で最低であり，A.S.T.M. 規格によれば低熱型である。C_2S の含量は平均値についてみると，最高は日本社セメントの 44.5％であり，大阪窯業社セメントの 39.8％，小野田社セメントの 37.6％の順に少なくなつている。C_3A は小野田社セメントが平均 5.5％，これについで日本社および大阪窯業社セメントがそれぞれ 4.6％ および 4.5％である。以上分析結果および組成より，各社セメントについて見ると，小野田社セメントはやや普通セメント型に傾き，日本社セメントは低熱型に傾いており，また大阪窯業社セメントはその中間の性質を示している。これらを上椎葉ダムに使用したセメント[1]と比較すれば，小野田社セメントは同工場製セメントと組成上類似しており，また日本社セメントは宇部社セメントと類似しているが，それよりさらに低熱型であると云いうる。

(2) 物理的性質

物理的性質についてみると，比重は各社セメントとも平均 3.21 であり，普通セメントよりは大きい値を示している。

ブレーン比表面積の値は，小野田社セメントの平均値 3,336 が最も大きく，これについで日本社セメントが 3,221，大阪窯業社セメント 3,182 となつている。

凝結は各社とも異状なものは認められないが，小野田社セメントに始発 4 時 28 分，終結 5 時 36 分および始発 3 時 55 分，終結 5 時 25 分となつたやゝ緩結性のものがあつた。

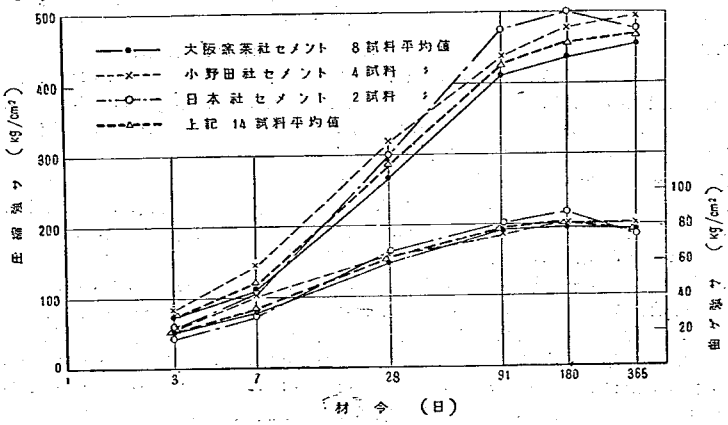
安定性試験は煮沸法によりおこなつたが，異状なものはなかつた。

強サ試験では，3 日，7 日の初期材令における圧縮強サ平均値は，大阪窯業社セメントではそれぞれ 76 kg/cm², 121 kg/cm² であるが，小野田社セメントはそれぞれ 86 kg/cm², 150 kg/cm² となり他社セメント

と比較して最大になつている。また日本社セメントは材令3日の圧縮強サが 50 kg/cm²にも満たないもの数試料あり，材令3日，7日における平均値もそれぞれ 63 kg/cm², 117 kg/cm²であり，他社セメントと比較して最小になつている。材令 28 日では各社セメントとも大体同程度の 285 kg/cm² 前後になつている。さらに材令 91 日に至つては，日本社セメントの平均値は 472 kg/cm² となり，他社セメントと比較して最大になつており，小野田社セメントがこれにつぎ，大阪窯業社セメントが 428 kg/cm² で最低になつている。材令3日より 91 日に至るまでの間の圧縮強サ増加率は，日本社セメントが最大である。材令 180 日および1年における圧縮強サ平均値は，大阪窯業社セメントがそれぞれ 442 kg/cm², 459 kg/cm² になつており，小野田社セメント平均値はそれぞれ 478 kg/cm², 496 kg/cm² となつている。また日本社セメント平均値ではそれぞれ 500 kg/cm², 477 kg/cm² となつている。これら 180 日および1年など長期材令においては，日本社セメントの実測値は少ないが，材令 180 日では他社セメントの平均値より大きい。

また各材令に至るまでの圧縮強サ発生状況から見ると，小野田社セメントは上椎葉ダムに使用した同工場製セメントに類似しており，日本社セメントは同ダムに使用した低熱型に近い宇部社セメントに似ている。

なお材令1年までの各材令におけるモルタル強サおよび水和熱試験をおこなつた試料数は，大阪窯業社セメント8試料，小野田社セメント4試料，日本社セメント2試料であり，これらの試料についての各材令における測定結果を図―1 に示す。またこれらのモルタル圧縮強サ 14 試料の平均値について，上椎葉ダムに使用した1年までの長期材令を含む 11 試料と比較した結果をみると，両者の間には各材令における測定値ともそれぞれ大差がないことを認めた。

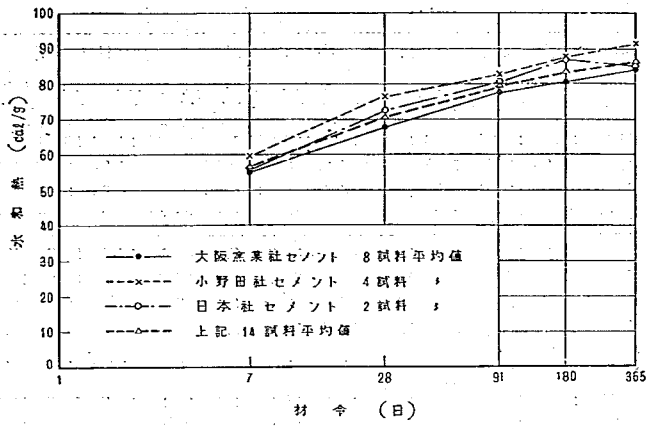


図―1　材令1年までの曲ゲおよび圧縮強サ

（3）水和熱

未水和セメントの溶解熱についてみると，大阪窯業社，小野田社，日本社各セメントの平均値はそれぞれ 597 cal/g, 602 cal/g, 597 cal/g であり，材令7日，28 日における水和熱の高い小野田社セメントは，その未水和セメントの溶解熱も最大になつている。

水和熱についてみると，大阪窯業社，小野田社，日本社各セメントの材令7日水和熱平均値は，それぞれ 55.6 cal/g, 57.7 cal/g, 52.9 cal/g であり，材令 28 日水和熱平均値はそれぞれ 68.6 cal/g, 74.4 cal/g, 73.4 cal/g となつている。日本社セメントは未水和セメントの溶解熱も比較的小さく，水和熱も材令7日における値は比較的小さくなつているが，長期材令に至る間の水和熱の増加は大きく，これら水和熱の発生状況はモルタルの強サ発生状況と同様の傾向が認められる。日本社セメントの材令1年における2試料の水和熱平均値は，曲ゲおよび圧縮強サと同様に材令 180 日の値より若干低くなつているが，実験誤差内で同程度と云いうる。なお1年までの長期材令を含むモルタル強サ試験をおこなつた 14 試料について，1年までの各材令における水和熱を測定した結果を図示すると 図―2 のようになる。これら 14 試料の水和熱平均値について，上椎葉ダムに使用した長期材令を含む 11 試料の平均値と比較すると，材令1年においては上椎葉ダムに使用したセメントが 4 cal/g 程度高いが，他の材令ではほとんど同程度になつている。



図—2 材令1年までの水和熱

C_3S, , C_2S, C_3A などの含量がセメントの性質におよぼす影響は種々論じられているが，以上にのべた各社セメント別のモルタル強サ，水和熱発生状況などの相異は，セメント組成と密接な関連のあることを示している。なお大阪窯業社，小野田社とも第1回製造セメントは低熱側に偏しており，おそらく水和熱に対する考慮を払いすぎたものと思うが，この傾向は中庸熱セメントの製造初期において各所に認められたことである。

〔2〕 均 一 性

使用したセメントについて，その主要性質の均一性を調べた。均一性を示す数値として，測定値の最大最小値および平均値，ヒストグラム，標準偏差および変異係数をとり，この値について検討する。

（1） 最大，最小値および平均値

各社別セメント測定値の最大，最小値および平均値を表—3 に示した。また変動範囲として，最大値と最小値の差も同表に示した。この表によると，大阪窯業社のセメントは試料数も多いが C_3S, C_2S および材令7日より 91 日に至る間の圧縮強サ測定値は，他社セメントよりかなり広範囲にわたつていることが認められる。すなわち小野田，日本各社のセメントでは C_3S および C_2S のそれぞれの最大値と最小値の差はともに 7～10% 程度であるが，大阪窯業社セメントは C_3S では約 16%，C_2S では約 12% 程度の差になつている。7日，28日，91日 の各材令における圧縮強サの最大値と最小値の差についてみると，小野田社セメントではそれぞれ約 70 kg/cm², 160 kg/cm², 80 kg/cm² であり，日本社セメントではそれぞれ約 70 kg/cm², 120 kg/cm² 90 kg/cm² であるが，大阪窯業社セメントではそれぞれ約 100 kg/cm², 180 kg/cm², 170 kg/cm² 程度になつている。また全試料についての平均値を表—4 に示した。

（2） ヒストグラム

各社セメントの試料ごとに化学成分，水硬性化合物含量，モルタル強サおよび水和熱などの測定値の分布状態を示すため，これらの測定値のヒストグラムを作り，図—3 に示した。ここに代表値を横軸に，度数をパーセントで示して縦軸にとつた。また全材料についても同様図—3 に示した。ヒストグラムは使用した試料の数，級間のとり方などによつて多少その値を考慮しなければならないのであるが，各測定値が変動範囲内でどのように分布しているか，その程度の概略を知ることができる。図—3 によると大阪窯業社セメントの材令3日曲げ強サ，小野田社セメントの C_4AF の含量，日本社セメントのブレーン粉末度の値のように，正規分布に近いものもあるが正規分布と異なつたものも多い。全試料より求めたヒストグラムは，かなり正規分布曲線に近づいている。

（3） 標準偏差，変異係数

各社別セメントについて求めた標準偏差および変異係数の値を表—4 に示す。その結果より化学組成についての偏異係数を見ると，SiO_2 についての最高は日本社セメントの 1.7% であり，また Al_2O_3, Fe_2O_3,

表—3 各社セメント試験値の最大，最小および平均値

比較項目	製造社名	大阪窯業社				小野田社				日本社			
		最大値	最小値	最大値−最小値	平均値	最大値	最小値	最大値−最小値	平均値	最大値	最小値	最大値−最小値	平均値
酸化物(%)	SiO_2	24.48	22.95	1.53	23.78	24.44	23.25	1.19	23.67	24.96	23.48	1.48	24.23
	Al_2O_3	4.93	3.74	1.19	4.31	4.79	3.84	0.95	4.49	4.91	3.74	1.17	4.37
	Fe_2O_3	4.46	3.66	0.80	4.09	4.12	3.43	0.69	3.79	4.83	3.78	1.05	4.13
	CaO	63.95	62.24	1.71	63.33	64.00	62.84	1.16	63.67	63.56	62.53	1.03	63.04
水硬性化合物(%)	C_3S	43.2	26.8	16.4	37.4	42.5	35.0	7.5	40.1	37.4	29.8	7.6	33.2
	C_2S	47.0	34.7	12.3	39.8	43.7	34.7	9.0	37.6	49.2	39.2	10.0	44.5
	C_3A	6.5	2.5	4.0	4.5	6.6	3.3	3.3	5.5	6.0	2.8	3.2	4.6
	C_4AF	13.5	11.1	2.4	12.4	12.5	10.4	2.1	11.5	13.3	11.6	1.7	12.4
粉末度(cm²/g)	ブレーン	3330	2980	350	3182	3540	3090	450	3336	3340	3110	230	3221
曲げ強さ(kg/cm²)	3日	26.9	15.0	11.9	21.1	28.8	18.9	9.9	24.2	25.7	12.5	13.2	17.3
	7日	43.8	18.0	19.5	32.3	46.8	33.2	13.6	41.3	40.2	23	17.2	31.4
	28日	88.1	45.5	42.6	63.7	79.5	55.2	24.3	64.5	73.4	52.3	21.1	62.5
	91日	96.0	67.9	28.1	80.0 (23)	89.4	66.8	22.6	78.8 (10)	94.7	73.1	21.6	82.4 (10)
圧縮強さ(kg/cm²)	3日	103	47	56	76	119	63	56	86	99	41	58	63
	7日	174	72	102	121	181	110	71	150	155	87	68	117
	28日	373	196	177	286	347	189	158	284	352	236	116	289
	91日	500	331	169	428(23)	496	414	82	452(10)	498	407	91	472(10)
水和熱(cal/g)	7日	64.4	49.2	15.2	55.6	66.3	50.9	15.4	57.7	58.0	48.4	9.6	52 9
	28日	76.6	62.1	14.5	68.6	78.9	66.6	12.3	74.4	79.8	70.3	9.5	73 4
	末水和セメント溶解熱	604.0	591.6	12.4	597.0	609.0	588.5	20.5	602.1	600.6	594.1	6.5	597.4

大阪窯業社： 強サ試験 28 試料，其の他 27 試料
小野田社： 16 試料
日本社： 強サ試験 16 試料，其の他 15 試料
但し，材令 91 日の強サ試験は括孤内にその数を示す。

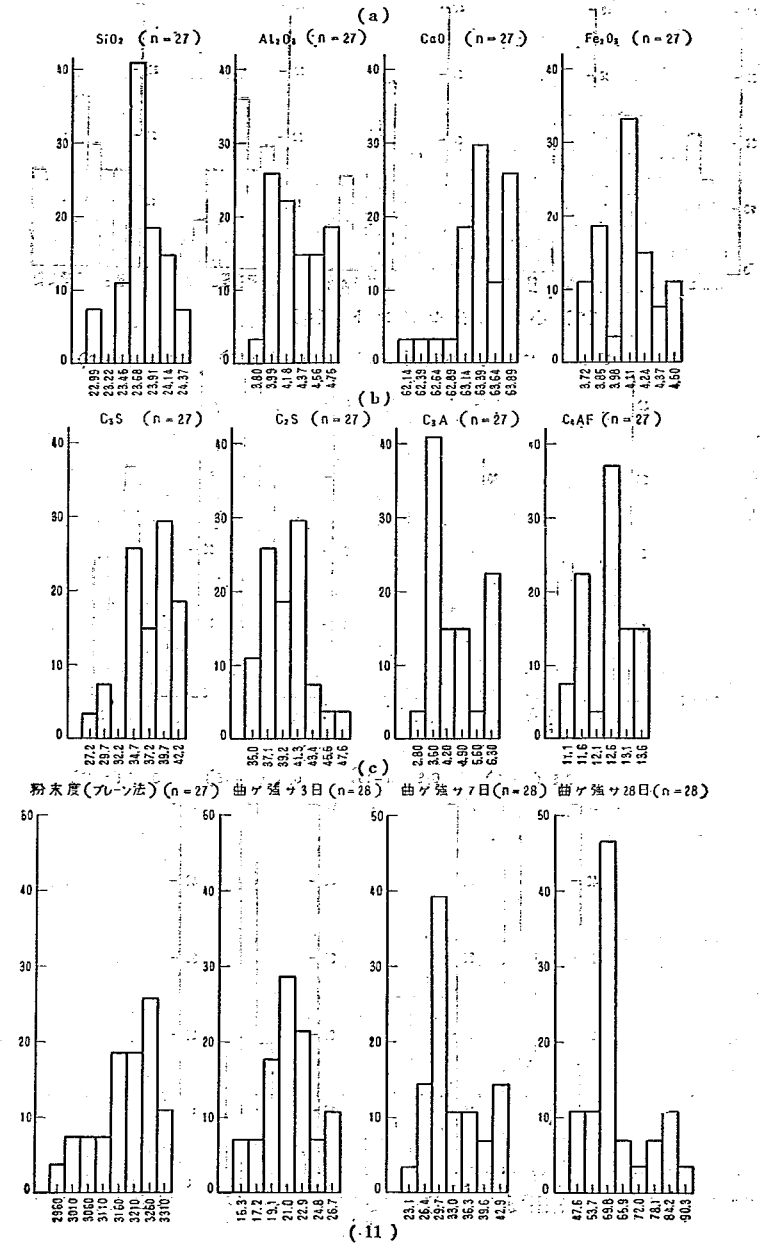
CaO についての最高はそれぞれ日本社の 9.1％，日本社の 5.9％および大阪窯業社の 0.7％ となつている。主要水硬性化合物について見ると，C_3S および C_2S についての値は，大阪窯業社セメントがやゝ大きく，変異係数はそれぞれ 11.1％および 8.0％である。とくに C_3S は大きい変動の値を示している。また C_3A の変動も各社セメント別にみると，かなり大きい値であり，全試料について見ても上椎葉ダムに使用したセメントよりは大きい。

物理的性質の変動について見ると，比表面積の値の変動は日本社セメントが変異係数 1.7％程度で，他社セメントと比較すると小さい。強サ試験では曲げ，圧縮ともに各社セメントともその変動がかなり大きく材令 3 日，7 日，28 日および 91 日の圧縮強サ変異係数はそれぞれ 18.4～25.4％，14.6～22.2％，，11.5～17.2％ および 5.7～9.7％ の間にある。また圧縮強サの変異係数は水和熱と同様に，大体において材令が増加するにつれて減少している。水和熱の変異係数は 7 日，28日の各材令とも日本社セメントが他社セメントより小さい。

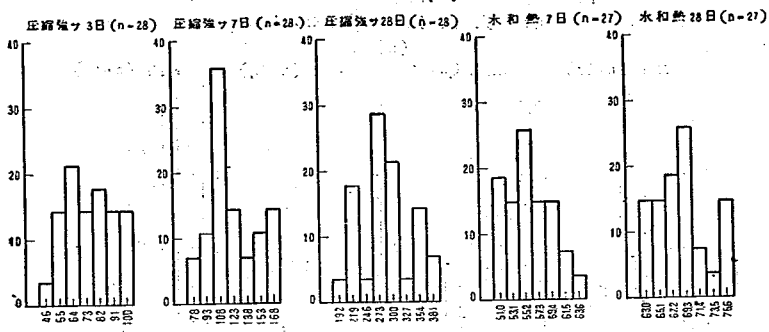
全試料 58～60 個についての標準偏差，変異係数の値も表—4 に示す。同一工場で同一仕様書に基づいて製造したセメントの場合は，試料数が多くなると変動の値は小さくなると考えられる。したがつて 1 工場で全試料を納入した場合は，他の工場と分納した場合よりも変動の値は小さくなると考えてよい。しかしながら，表—4 によつて酸化物，水硬性化合物，モルタル強サおよび水和熱についてみると，全試料よりえた変動の値は一般に各工場別のセメントについてみた変動の値より大きくなつている。このことは各製造工場に

図—3　セメント諸性質のヒストグラム

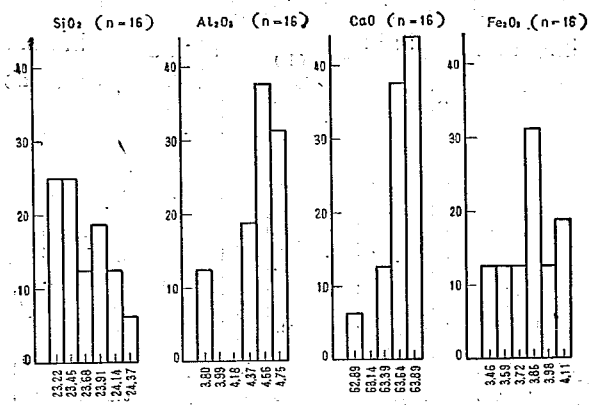
[11] 大阪窯業社セメント



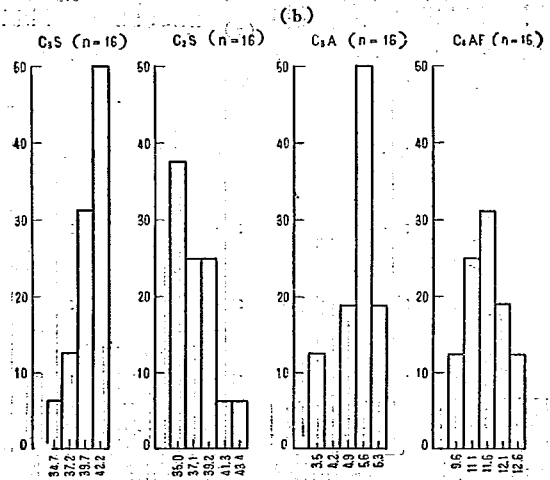
(d)



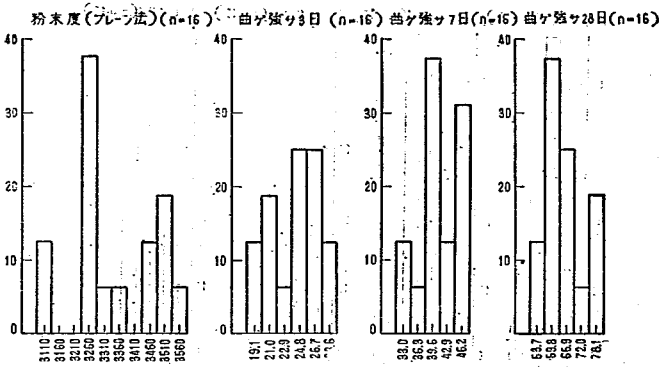
〔2〕小野田社セメント (a)



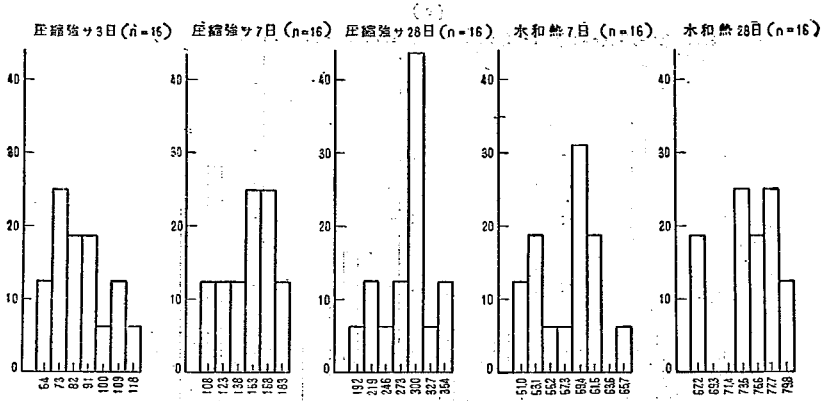
(b)



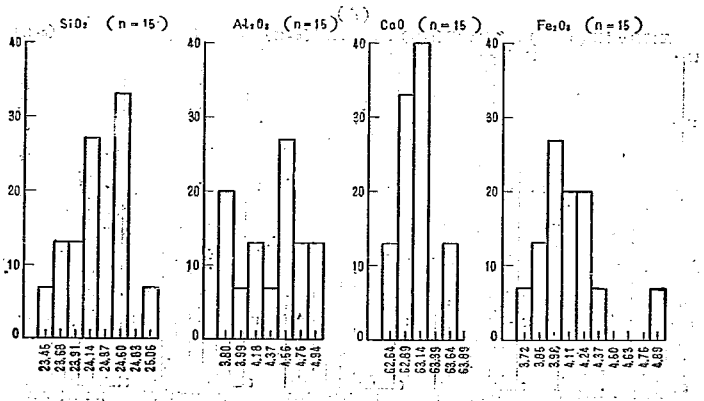
(c)



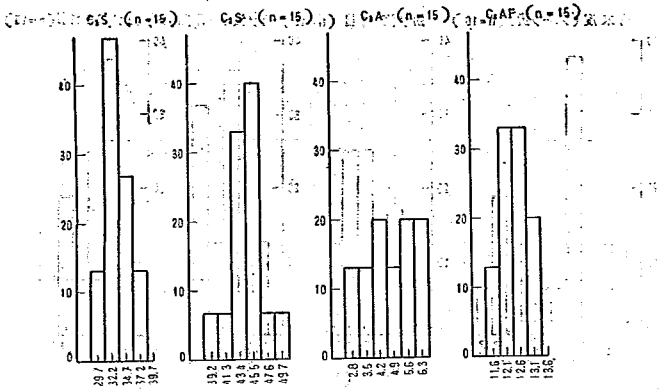
(b)



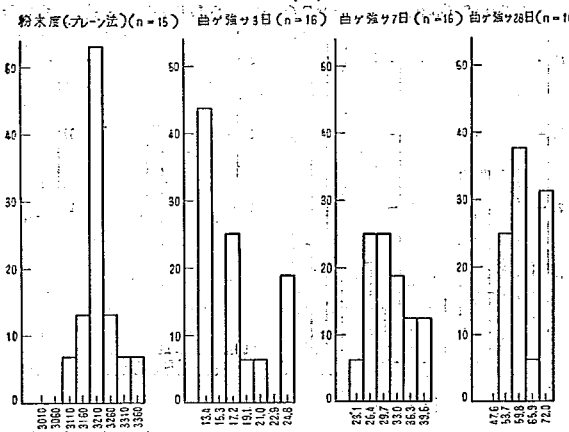
〔3〕日本社セメント　(a)



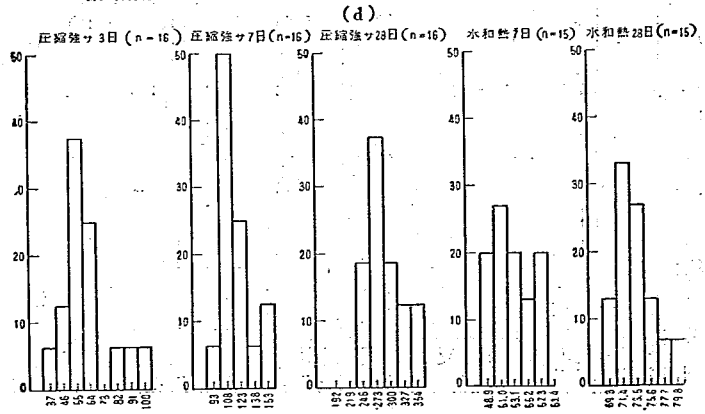
(b)


C3S (n=15)
C2S (n=15)
C3A (n=15)
C4AF (n=15)

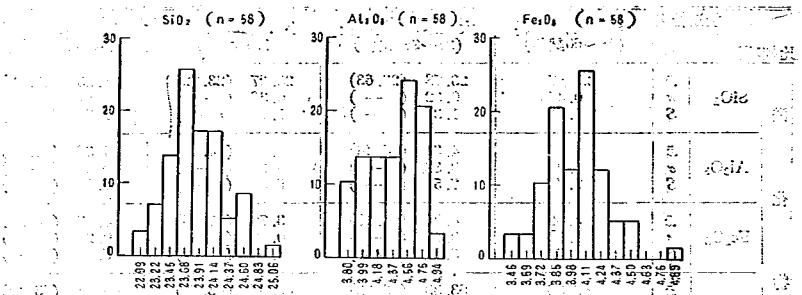
(c)


粉末度(ブレーン法)(n=15)
曲ゲ強サ3日(n=16)
曲ゲ強サ7日(n=16)
曲ゲ強サ28日(n=16)

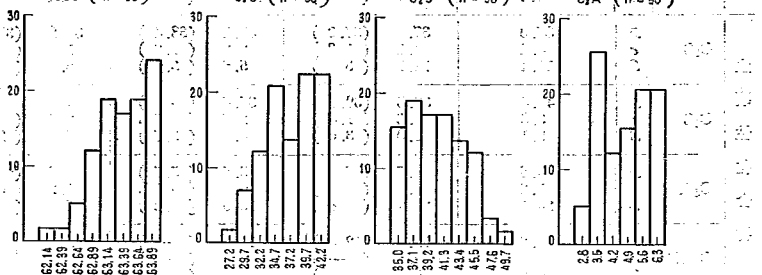
(d)


圧縮強サ3日(n=16)
圧縮強サ7日(n=16)
圧縮強サ28日(n=16)
水和熱7日(n=15)
水和熱28日(n=15)

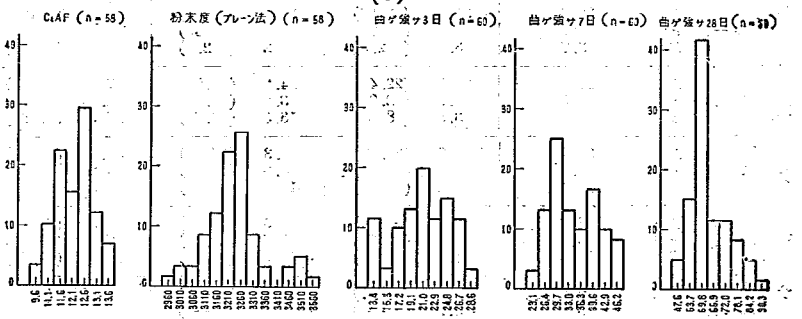
〔4〕 全 セ メ ン ト (a)


SiO₂ (n=58)
Al₂O₃ (n=58)
Fe₂O₃ (n=58)

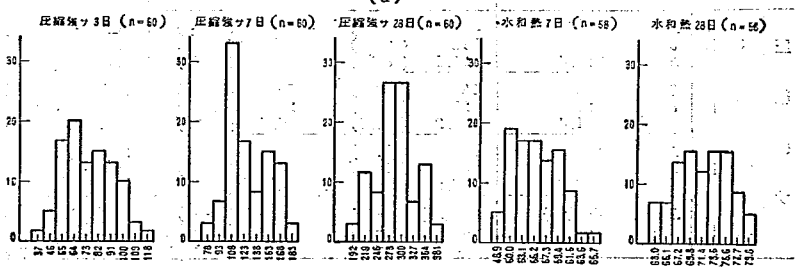
(b)


CaO (n=58)
C₃S (n=58)
C₂S (n=58)
C₃A (n=58)

(c)


C₄AF (n=58)
粉末度（ブレーン法）(n=58)
白ゲ強サ3日 (n=60)
白ゲ強サ7日 (n=63)
白ゲ強サ28日(n=58)

(d)


圧縮強サ3日 (n=60)
圧縮強サ7日 (n=60)
圧縮強サ28日(n=60)
水和熱7日 (n=58)
水和熱28日 (n=56)

表—4　セメント諸性質の変動状況

比較項目 ＼ 製造社名			全試料 (58～60試料)	大阪窯業社 (27～28試料)	小野田社 (16試料)	日本社 (15～16試料)
酸化物	SiO_2	$\bar{x}$	23.87	23.78 (23.63)	23.67 (23.72)	24.23 (23.82)
		σ	0.45	0.32 (—)	0.36 (—)	0.41 (—)
		S	1.9	1.3 (—)	1.1 (—)	1.7 (—)
	Al_2O_3	$\bar{x}$	4.37	4.31 (4.48)	4.49 (4.61)	4.37 (4.48)
		σ	0.34	0.32 (—)	0.28 (—)	0.40 (—)
		S	7.7	7.5 (—)	6.3 (—)	9.1 (—)
	Fe_2O_3	$\bar{x}$	4.02	4.09 (4.10)	3.79 (3.95)	4.13 (4.20)
		σ	0.26	0.23 (—)	0.19 (—)	0.24 (—)
		S	6.6	5.7 (—)	5.1 (—)	5.9 (—)
	CaO	$\bar{x}$	63.36	63.33 (63.33)	63.67 (63.77)	63.04 (63.49)
		σ	0.43	0.44 (—)	0.29 (—)	0.27 (—)
		S	0.7	0.7 (—)	0.4 (—)	0.4 (—)
水硬性化合物	C_3S	$\bar{x}$	37.0	37.4 (37.2)	40.1 (38.4)	33.2 (37.0)
		σ	4.1	4.1 (1.3)	2.2 (1.2)	1.9 (1.0)
		S	11.1	11.1 (3.6)	5.6 (3.2)	5.9 (2.6)
	C_2S	$\bar{x}$	40.4	39.8 (39.7)	37.6 (39.1)	44.5 (40.5)
		σ	3.8	3.2 (1.4)	2.5 (1.5)	2.5 (1.2)
		S	9.1	8.0 (3.6)	6.6 (3.7)	5.6 (2.9)
	C_3A	$\bar{x}$	4.8	4.5 (5)	5.5 (5.5)	4.6 (4.8)
		σ	1.2	1.1 (0.7)	0.9 (0.5)	1.2 (0.4)
		S	24.1	25.1 (13.8)	15.9 (9.2)	25.4 (8.8)
	C_4AF	$\bar{x}$	12.2	12.4 (12.4)	11.5 (—)	12.4 (12.6)
		σ	0.8	0.7 (—)	0.6 (—)	0.5 (—)
		S	6.2	5.8 (—)	5.1 (—)	4.1 (—)
粉末度	ブレーン	$\bar{x}$	3236	3182 (3227)	3336 (3268)	3221 (3190)
		σ	121	97 (74)	140 (86)	55 (60)
		S	3.7	3.0 (2.3)	4.2 (2.6)	1.7 (1.9)
曲ゲ強サ	3 日	$\bar{x}$	20.9	21.1 (22.4)	24.2 (24.0)	17.3 (18.8)
		σ	4.3	2.9 (2.0)	3.2 (2.1)	4.5 (1.5)
		S	20.5	13.8 (8.8)	13.3 (8.6)	26.0 (7.8)
	7 日	$\bar{x}$	34.6	32.3 (31.1)	41.3 (37.2)	31.4 (30.7)
		σ	6.6	5.7 (2.1)	4.3 (3.0)	4.2 (2.3)
		S	19.0	17.4 (6.8)	10.3 (8.0)	13.3 (7.6)
	28 日	$\bar{x}$	63.6	63.7 (59.1)	64.5 (56.6)	62.5 (55.0)
		σ	9.4	11.7 (3.7)	7.5 (3.1)	7.4 (2.0)
		S	14.8	18.3 (6.2)	11.6 (5.4)	11.9 (3.7)
	91 日	$\bar{x}$	80.2[43]	80.0[23](—)	78.8[10](—)	82.4[10](—)
		σ	8.0	8.2 (—)	8.2 (—)	6.9 (—)
		S	10.0	10.3 (—)	10.4 (—)	8.4 (—)
圧縮強サ	3 日	$\bar{x}$	75	76 (81)	86 (94)	63 (65)
		σ	18	16 (7)	16 (8)	16 (7)
		S	24.4	21.1 (8.8)	18.4 (8.1)	25.4 (11.6)
	7 日	$\bar{x}$	128	121 (129)	150 (168)	117 (118)
		σ	27	27 (11)	24 (15)	17 (12)
		S	21.4	22.2 (8.7)	15.7 (9.2)	14.6 (10.0)
	28 日	$\bar{x}$	286	286 (287)	284 (297)	289 (294)
		σ	45	49 (14)	46 (13)	33 (14)
		S	15.6	17.2 (5.0)	16.2 (4.3)	11.5 (4.8)
	91 日	$\bar{x}$	444[43]	428[23] (—)	452[10] (—)	472[10] (—)
		σ	41	42 (—)	32 (—)	27 (—)
		S	9.2	9.7 (—)	7.1 (—)	5.7 (—)

水和熱	7日	$\bar{x}$	55.5	55.6 (60.2)	57.7 (62.3)	52.9 (57.6)
		σ	4.1	3.8 (1.2)	4.2 (1.4)	3.0 (2.0)
		S	7.4	6.8 (2.0)	7.2 (2.3)	5.6 (3.5)
	28日	$\bar{x}$	71.5	68.6 (71.7)	74.4 (74.1)	73.4 (73.1)
		σ	4.4	3.8 (1.1)	4.0 (1.0)	2.5 (2.1)
		S	6.2	5.5 (1.5)	5.3 (1.3)	3.4 (2.9)
	91日	$\bar{x}$	79.8〔27〕	— (—)	— (—)	— (—)
		σ	3.1	— (—)	— (—)	— (—)
		S	3.9	— (—)	— (—)	— (—)

（ ）工場試験結果より，〔 〕試料数，$\bar{x}$ 平均値，σ 標準偏差，S変異係数

長期材令における変動状況

	180日	365日		180日	365日
曲ゲ強サ	$\bar{x}$=80.5〔14〕	$\bar{x}$=78.2〔15〕	圧縮強サ	$\bar{x}$=460〔15〕	$\bar{x}$=471〔15〕
	σ=5.0	σ=4.5		σ=36	σ=26
	S=6.2	S=5.7		S=7.8	S=5.5
	180日	365日			
水和熱	$\bar{x}$=84.1〔25〕	$\bar{x}$=86.8〔23〕			
	σ=3.8	σ=4.1			
	S=4.5	S=4.8			

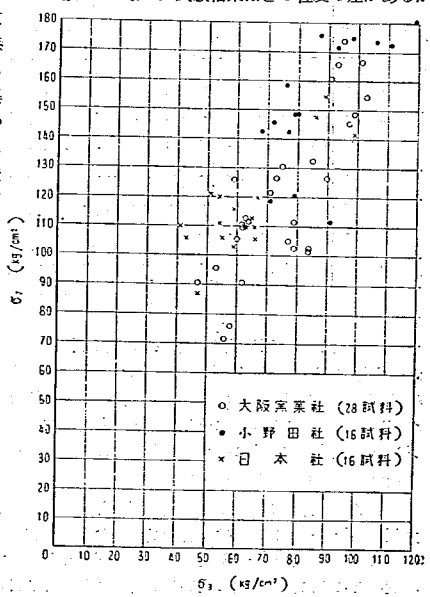
よつてセメントの性質間にかなりの相異のあることを示しているためと考える。また製造工場によつてセメントの性質が異なり3日，7日等の初期材令および91日，180日等の長期材令においては，かなりモルタル強サに差を生ずるのであるが，材令28日においては各社セメントとも平均値はほとんど等しくなつている。このことは各社において材令28日の強サを目標としてセメントが製造されたことを示すかも知れないが，それが必ずしも長期材令における均一性をうることにはならないのであり，セメントは出来るだけ単一工場より納入されることが望ましいことを示している。

なお参考として，当研究所でおこなつた試験結果と，工場でおこなつた試験結果はどの程度の差があるかを知るために，各社でおこなつた同一試料についての試験結果よりその平均値，標準偏差および変異係数を計算して表—4 に示した。この結果よりわかるように，変動では両者の間にはそうとう大きな差異が認められる。すなわち変異係数は各社でおこなつた試験結果よりえた値の3倍程度に達するものもある。これにはいろいろの原因が考えられるが，製造者側と第3者との試験結果が斯様に違う点は特に留意すべきであり，再検討を要する問題である。

〔3〕 材令を異にしたモルタル圧縮強サ間の関係ならびに水和熱間の関係

（1） 材令を異にしたモルタル圧縮強サ間の関係

60個の各試料について，材令3日および7日における圧縮強サの関係を，各社セメント別に異符号をつけて図—4 に示した。この図によると，各社セメントの初期材令における圧縮強サの大きさ，強サ測定値の分散状態および材令による強サの変化などの概略を知ることができる。これを各社別セメントについてみると，まず大阪窯業社セメントでは，材令3日強サの測定値は 50 kg/cm² より 100 kg/cm² 程度まで分散しておつて，特に多く集結している点は認められない。このことはヒストグラムによく現われている。材令7日の強サ測定値は約 80 kg/cm² より 170 kg/cm² 程度まで広く分散しているが，110 kg/



図—4 圧縮強サ（σ_3, σ_7）間の関係

cm² 程度のところに比較的多く集まつている。また材令3日の強サが，同程度の約 60 kg/cm² であつても，材令7日になると 80 kg/cm² 前後になる試料と，120 kg/cm² を越える試料とあり，その間に相当の差を生ずる例外的なものもある。しかしながら，材令7日強サは材令3日強サの大体 1.5～1.8 倍程度になつている。

次に小野田社セメントについて見ると，材令3日の圧縮強サは大体 60 kg/cm² より 120 kg/cm² 程度にわたつて分散しているが，60～80 kg/cm² 程度のところに多く集まつている。また他社セメントと比較して材令3日，7日圧縮強サはともに一般に大きい値を示しており，60 kg/cm² 以下のものはない。材令7日では 110～180 kg/cm² までの間にあつて，150～160 kg/cm² 程度のところに比較的多く集まつている。また材令3日強サがほとんど同程度の大きであつても，材令7日になると 60 kg/cm² 程度の差を生ずる試料もあり，また3日強サが 30 kg/cm² 程度の差があるにかかわらず，7日強サがほとんど同程度の試料もあつて，材令7日と材令3日の強サ比はかなり異なつたものがある。

次に日本社のセメントについてみると，材令3日強サは約 40 kg/cm² より 100 kg/cm² 程度まで分散しているが，50 kg/cm² 程度のところに大部分が集まつている。材令7日における強サも大体 110～120 kg/cm² 程度のところにほとんど大部分が集まつている。

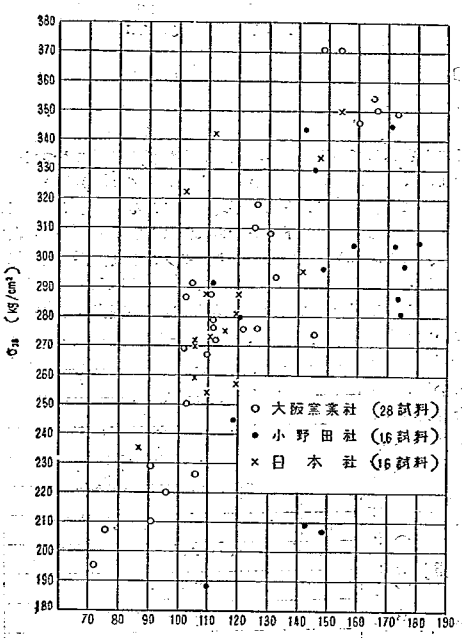


図--5　圧縮強サ (σ_7, σ_{28}) 間の関係

材令7日と 28 日の圧縮強サ間の関係は，材令3日および7日の場合と同様各社セメントごとに異符号をつけて図—5 に示した。これによると大阪窯業社セメントの材令 28 日圧縮強サの値は，250～320 kg/cm² 程度のところに多く，試料数の多い関係もあろうが，190 kg/cm² より 370 kg/cm² まで比較的広範囲にわたつて分散している。また材令7日および28日の強サは比較的広範囲に分散していても，材令 28 日と7日の強サ比は大体 2～2.5 程度になつている。

次に小野田社セメントについてみると，材令 28 日圧縮強サは 200～370 kg/cm² 程度の範囲に分散しているが，300 kg/cm² 程度のところが多い。また材令 28 日と7日の強サの比はかなり大きな変動がみられる。たとえば材令7日における圧縮強サ 100～180 kg/cm² 程度に分散しているものでも，28日強サは 280～310 kg/cm² 程度のところに集まつている。

次に日本社のセメントについて見ると，材令 28 日圧縮強サは，240～370 kg/cm² 程度にまで分散しているが，250～300 kg/cm² 程度のところに比較的多い。

また全試料の 28 日圧縮強サについてみると，大体 250～310 kg/cm² 間に多く，比較的低い値は大阪窯業社および小野田社セメントに多く，また比較的高い値も大阪窯業社のセメントに多い。日本社セメントの分散程度は，他社に較べるとかなり小さくなつている。このことは日本社セメントの変異係数が 11.5% であるに対して，大阪窯業社および小野田社セメントの変異係数がそれぞれ約 17% および 16% という数値を示していることから見ても明らかである。

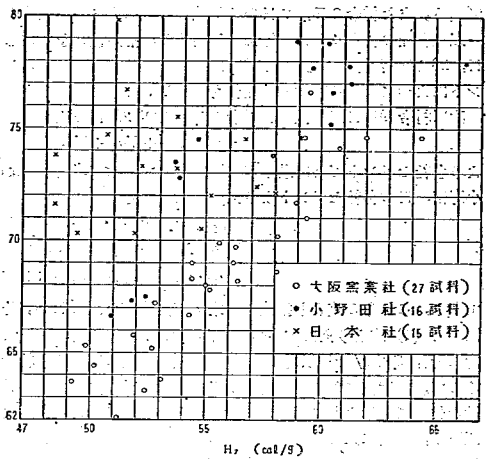
（2） 材令を異にした水和熱間の関係

材令7日と材令 28 日の水和熱の関係を各社セメント別に異符号をつけて図—6 に示す。この図によると大阪窯業社のセメントでは，材令7日における水和熱の値は 50～60 cal/g の間に多い。特に 55 cal/g 程度のところに多い。材令 28 日の水和熱は 63 cal/g 程度より 75 cal/g 程度まで分散しているが，65～70 cal/g 程度のところに多く集まつている。材令 28 日と7日の水和熱測定値の比は，他社セメントに較べて比較的変動の範囲が狭く，その比は 1.3 程度になつている。

小野田社セメントについて見ると，材令7日の水和熱測定値は 50～62 cal/g程度の間に分散しており，材令 28 日水和熱は 67～80 cal/g 程度の間に分散している。

次に日本社セメントについて見ると，材令7日では 48～60 cal/g の間にあつて比較的よくまとまつており，また材令28日においては，70～80 cal/g 程度の比較的小範囲の間にある。

全般的にみると，材令7日水和熱では日本社セメントの値は比較的低く，材令28日水和熱は大阪窯業社セメントが他社セメントより低い値を示している。また図—6 よりみると，日本社セメントの水和熱測定値の変動は小さいと思われるがこのことは材令7日，28日の水和熱測定値の変異係数にも他社の値より小さくなつて表われている。



図—6　水和熱（H_7, H_{28}）間の関係

〔4〕 初期材令における圧縮強サより長期材令における圧縮強サの推定

モルタルの圧縮強サは，セメントの主要水硬性化合物含量より，あるいは同材令における水和熱との関係より推定されうるが，これらについてはすでにその一部を第一報[1]に報告した。ここでは最小自乗法によつて，初期材令の圧縮強サより長期材令の圧縮強サを推定し，実測値と推定値を比較して実験式の適用性を検討する。

材令 28 日圧縮強サを，材令3日および7日の圧縮強サ測定値より推定するため，次の関係式

$$\sigma_{28}=a\,\sigma_3+\beta\,\sigma_7+k$$

を作り，各社セメントごとに最小自乗法によつて材令3日，7日の圧縮強サ σ_3, σ_7 の係数 α, β および k の値を求めた。またこの実験式よりえた材令 28 日圧縮強サ推定値と，同材令における実測値とを比較して，どの程度の差があるかを明らかにして，その適用性を検討した。α, β および k の値を求めた結果では，大阪窯業社セメントでは次式

$$\sigma_{28}=0.47\,\sigma_3+1.43\,\sigma_7+77.8 \quad \cdots\cdots(1)$$

となり，実測値と推定値の差が 10 kg/cm² 以内で合致するものは全測定試料の約 35%，20 kg/cm² 以内で合致するもの約 60%，30 kg/cm² 以内で合致するもの約 90% であつた。すなわち測定値の 10% 程度以内の誤差になるものが，全試料の約 90% を占める。またこの式では材令7日の係数が材令3日の係数の約3倍になつているので，材令7日の圧縮強サが推定値に占める比率は大きいことを示している。

また小野田社セメントについてみると，その実験式は

$$\sigma_{28}=-0.01\,\sigma_3+0.89\,\sigma_7+150.1 \quad \cdots\cdots(2)$$

となり，実測値と推定値の差が 10 kg/cm² 以内で合致するものは全試料の約 25%，20 kg/cm² 以内では約 45%，30kg/cm² 以内では約 60% 程度になつている。すなわち測定値の 10% 以内の誤差になるものが，全試料の約 60% を占めており，大阪窯業社のセメントについての推定式より適用性が劣つていると考えられる。またこの推定式では常数が約 150 kg/cm² となり，材令3日の強サは平均 94 kg/cm² であるが，その係数が −0.01 となつて非常に小さいので，材令3日の強サはほとんど推定値に影響していないことを示している。

次に日本社セメントについてみると，その実験式は

$$\sigma_{28}=0.67\,\sigma_3+0.74\,\sigma_7+159.2 \quad \cdots\cdots(3)$$

となり，実測値と推定値の差が 10 kg/cm² 以内に入るものは全試料の 56%，20 kg/cm² 以内に入るものは 75%となつている。差が 30～20 kg/cm² 内に入るものはなく，40～30 kg/cm² 内に入るものが全試料の 13

1)

%ある。また材令3日，7日の各係数はともに小さく，大体同程度の大きさである。

以上各社の材令 28 日圧縮強サ実測値と，推定値とを比較したのであるが，その結果よりみると3日，7日，28 日の各材令にをける圧縮強サ間には試験の誤差を考慮してもかなり規則的な関係があり，工場別セメントによつてはある程度の実用性を認める。

次に材令 91 日圧縮強サと材令7日および 28 日の圧縮強サとの関係をみるため，前と同様に次式

$$\sigma_{91}=\alpha'\sigma_7+\beta'\sigma_{28}+k'$$

より各社セメントごとに最小自乗法によつて係数 α'，β' および常数 k' の値を求めた。すなわち大阪窯業，小野田，日本各社セメントよりえた式はそれぞれ

$$\sigma_{91}=-0.03\sigma_7+0.83\sigma_{28}+188.6 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\sigma_{91}=1.08\sigma_7-0.17\sigma_{28}+338.4 \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\sigma_{91}=0.46\sigma_7+0.34\sigma_{28}+314.1 \quad \cdots\cdots(6)$$

であり，これらの式より推定値を求めて実測値と比較した。その結果によると大阪窯業社セメントでは，実測値と (4) 式よりえた推定値の差が 10 kg/cm² 以内のものは全試料の約 50%，20 kg/cm² 以内のものは約 80%，30 kg/cm² 以内のものは 100 % となつている。材令7日の圧縮強サ分担係数は−0.03となつているので，推定値におよぼす材令7日の圧縮強サの大きさは，わずかに 4 kg/cm² 程度になており，一見合理性を欠いているように思われる。しかしながら，この実験式よりえた推定値と実測値とを比較すると，5% 以下の誤差内に入るものが全試料の 80 % に達している。したがつて7日，28 日，91 日の各材令における圧縮強サ間には一定の関係をもつている試料が多いと云える。

次に小野田社セメントについてみると，実測値と (5) 式よりえた推定値の差が 10 kg/cm² 以内のものは全試料の約 40%，20 kg/cm² 以内のものは約 60%，30 kg/cm² 以内のものは約 90 % となる。(5) 式によると k' は約 340 kg/cm² となつており，材令 91 日圧縮強サ測定値の平均は約 450 kg/cm² なので，材令7日および 28 日圧縮強サが推定値に占める大きさは約 100 kg/cm² 程度になつている。

次に日本社セメントについてみると，実測値と (6) 式よりえた推定値の差が 10 kg/cm² 以内に入るものは全試料の約 50 % であり，20 kg/cm² 以内に入るものは約 80 % である。実験式の係数よりみると，材令7日および 28 日強サの係数は大体同程度となつており，推定値を実測値と比較すると，4 %以下の誤差内に入るものは全試料の 80 % を占めている。この実験式では，最小自乗法に使用した試料はわずか 10 試料であつたが，それら試料の7日，28 日，91 日の各材令における測定値はよく上記の実験式を満足していると云える。上に述べたように各社別セメントの材令 91 日の圧縮強サ推定式は，材令 28 日の場合よりもすぐれた適用性を持つと考える。α'，β' の値を用いて計算すると，材令7日圧縮強サが材令 91 日圧縮強サ推定値に及ぼす大きさは，大阪窯業社セメントの 4 kg/cm² より小野田社セメントの 160 kg/cm² までの値となり非常に差がある。また材令 28 日圧縮強サが推定値に及ぼす大きさは 50～230 kg/cm² 程度であり，常数の及ぼす大きさは 190～340 kg/cm² 程度である。また常数 k, k' はともに各社そうとう大きな値を示している。k は約 80～160 kg/cm², k' は約 190～340 kg/cm² 程度の大きい数値を分担しているのであるが k, k' とも大阪窯業社のセメントでは，他社セメントの約 1/2 あるいはやゝそれを上廻る程度であり，k' の値は各社とも k の値の大体2倍程度になつている。

以上の関係を綜合してみると3日，7日，28 日および 91 日の各材令における圧縮強サの測定値は，日本社のセメントでは実験式をよく満足する関係を持つており，ついで大阪窯業社，小野田社セメントがかなりよく各式を満足する値をもつ関係にあると云える。

次にこれら試料の測定値より作つた σ_{28} および σ_{91} の各実験式が，中庸熱セメントにどの程度の適用性があるかを検討してみよう。当研究所でおこなつた大阪窯業社セメント試験試料は，鳴子ダムに使用するセメントの見本品1試料であつた。このセメントの材令 28 日圧縮強サ実測値は 272 kg/cm² であり，(1) 式より求めた推定値は 304 kg/cm² であつて，その差は 32 kg/cm² である。また材令 91 日圧縮強サ実測値は 398 kg/cm² であり，(4) 式より求めた推定値は 411 kg/cm² であつて，その差は 13 kg/cm² であつた。小野田社セメントでは上椎葉ダムに使用した同工場製の中庸熱セメント 6 試料について見ると，材令 28 日における実測値と推定値の差は，28 日強サ測定値平均約 290 kg/cm² に対し最小 6 kg/cm² より最大 28 kg/cm² であり，その差は全部実測値の 10 % 以内に入り，10 kg/cm² 以内の差になるものは 6 試料のうち 3 試料，20kg/cm² 以内の差になるものは合計 4 試料であつた。また材令 91 日における圧縮強サの推定値は，同材令における実測値と比較して，その差が 5 %以内に入るもの 3 試料，10%以内に入るもの 5 試料であつたが，

15％以上の差を生ずるものが1試料あつた。日本社土佐工場製中庸熱セメントは1試料であつたが，材令28日圧縮強サの計算値は270 kg/cm² となり，実測値 279 kg/cm² に対して約 10 kg/cm² 程度の差であつた。また牧部工事事務所試験室でおこなつた同工場製中庸熱セメント 10 試料の試験結果[2]について材令3日，7日の圧縮強サ実測値より材令 28 日圧縮強サ推定値を求めて，同材令における実測値と比較した。その結果によると，両者の間に，10 kg/cm² 以下の差を生ずるもの4試料，20 kg/cm² 以下の差を生ずるもの6試料，30 kg/cm² 以下の差を生ずるもの8試料であつた。

また奥田[3]などによると，普通セメントの材令 28 日圧縮強サを推定する実験式は

$$\sigma_{28}=0.30\,\sigma_3+0.80\,\sigma_7+155 \quad \cdots\cdots(7)$$

$$\sigma_{28}=(\sigma_3\,\sigma_7+4,000)/(0.56\,\sigma_3+0.07\,\sigma_7) \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\sigma_{28}=13\,\sigma_3^{-0.04}\,\sigma_7^{0.65} \quad \cdots\cdots(9)$$

のごとく示されている。中庸熱セメントと普通セメントでは当然実験式の異ることが考えられるので，ここに奥田等による(7)，(8)，(9)の実験式よりえた σ_{28} の推定値が，実測値とどの程度異なるかを長安口ダムに使用したセメントについて比較した。なお推定値の計算および実測値との比較は，すべて各社セメントの各材令における実測値の平均値を使用して，各社セメントごとにおこなつた。その結果よりみれば大阪窯業，小野田，日本各社セメントの実測による σ_{28} の値はそれぞれ 286 kg/cm²，284 kg/cm²，289 kg/cm² であり，(7)式による推定値は大阪窯業，小野田，日本社それぞれ 275 kg/cm²，301 kg/cm²，268 kg/cm² であつて，実測値と 10～20 kg/cm² 程度の差があり，(8)式による推定値はそれぞれ 258 kg/cm²，288 kg/cm²，261kg/cm² であつて，実測値と 5～30 kg/cm² 程度の差があつた。また (9)式による推定値は各社それぞれ 247 kg/cm²，283 kg/cm²，243 kg/cm² であり，実測値と 1～46 kg/cm² の差があつた。またこれらの比較結果よりわかるように，大阪窯業社および日本社の材令 28 日圧縮強サの推定値は，いずれも実測値より小さくなつており，普通セメントに最も近い小野田社セメントが最もよく奥田などの実験式に近い値を与えている。

中庸熱セメントは，一般に3日，7日等の初期材令における圧縮強サは比較的小さく，その後における圧縮強サは比較的よく増加する。したがつて中庸熱セメントの材令 28 日圧縮強サを推定する場合に，普通セメントよりえた実験式を使用することは妥当ではなく，推定値は実測値より一般に小さい値を与える。小野田社セメントの場合には，普通セメントについての実験式よりえた値は，実測値と同程度かそれよりむしろ大きくなつているが，これは材令7日の圧縮強サが他社セメントより比較的大きく，材令の増加に伴う圧縮強サの増加が大体普通セメントと同じ傾向にあるためと考えられる。

〔5〕 圧縮強サと水和熱の関係

大塊コンクリートにおいては，強サ大きくその反面水和熱の小さいこと，すなわち圧縮強サと水和熱との比が大きいことが望ましいのであるが，ここではこのダムに使用した中庸熱セメントの圧縮強サと，圧縮強サ水和熱比との関係がどのようになつているかを材令を考えずに検討してみることとする。両者の関係は大阪窯業社のセメントでは他社のセメントと多少傾向が異なるので，別に，また小野田社，日本社セメントは大体同一傾向にあるので同時に図―7 に示した。これらに使用した測定値は大阪窯業社セメントでは材令7日より1年までの 82 個であり，また小野田社および日本社セメントでは 83 個の全測定値である。図―7によると，圧縮強サと圧縮強サ水和熱比は大体直線関係にあると思われるので，両者の相関係数を求め，さらに回帰直線を求めた。その結果大阪窯業社セメントにおける相関係数 r は

$$r=0.988$$

となるので，この間には高度の相関があると思われる。また回帰直線は次式

$$r=95\times\sigma/H-88 \quad \cdots\cdots(10)'$$

となり，変形すると，

$$H=95\,\sigma/(\sigma+88) \quad \cdots\cdots(10)$$

となる。

同様にして小野田社および日本社セメントより求めた相関係数は

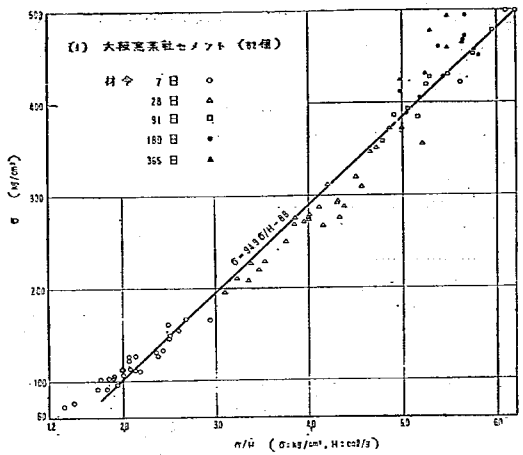
$$r=0.986$$

となり，回帰直線は次式

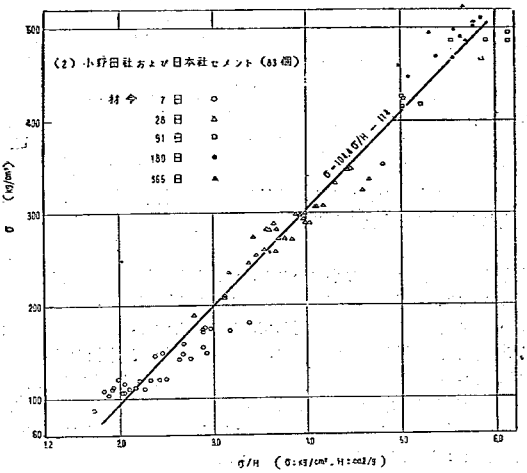
$$\sigma=104\times\sigma/H-114 \quad \cdots\cdots(11)'$$

2) 牧部所報 4, No.―3 47, 1954

3) 奥田秋夫等 セメント・コンクリート 103, 11, 1955



図—7 (1)　σ-σ/H の関係



図—7 (2)　σ-σ/H の関係

となり，これより H を求めると

$$H=104\sigma/(\sigma+114) \quad \cdots\cdots(11)$$

となる。

また上椎葉ダムに使用したセメントとりえた実験式の近似式[1]は

$$H=11\sigma^{1/3} \quad \cdots\cdots(12)$$

である。長安口ダムに使用した大阪窯業社セメントの材令7日，28日，91日における圧縮強サ実測値の各平均値を用いて(10)，(12)式による水和熱の推定値を求め，それぞれの材令における水和熱実測値と比較した。その結果による，と水和熱の材令7日，28日，91日の実測値はそれぞれ 55.6 cal/g, 68.6 cal/g, 78.5 cal/g であるが，(10)式による推定値はそれぞれ 55.0 cal/g, 72.6 cal/g, 78.8 cal/g であり，(12)式による推定値はそれぞれ54.4 cal/g 72,5 cal/g, 82,9 cal/g, であつた。すなわち(10)式による推定値では，材令28日水和熱が実測値より4 cal/g 程度高くなつているが，材令7日および91日の値は実測値とほとんど同程度であり，(12)式による推定値は材令7日では実測値と同程度であるが，材令28日および91日水和熱はともに実測値より4 cal/g 程度大きくなつている。

また(11)および(12)式によつて，同様に小野田社セメントについて材令7日，28日，91日の水和熱の実測値と推定値を比較すると，実測値はそれぞれ 57.7 cal/g, 74.4 cal/g, 81.3 cal/g であり，(11)式による推定値はそれぞれ 59.1 cal/g, 74.2 cal/g, 83.1 cal/g であり，(12)式による推定値はそれぞれ 58.5 cal/g, 72.3 cal/g, 84.4 cal/g であつた。

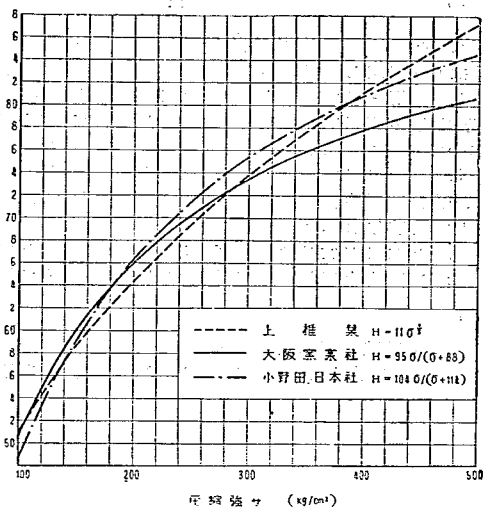
同様にして日本社セメントについて，(11)式と(12)式よりえた水和熱の推定値と実測値とを比較した結果は7日，28日，91日の各材令では実測値はそれぞれ 52.9cal/g, 73.4 cal/g, 80.2 cal/g であるが，(11)式による推定値はそれぞれ 52.7 cal/g, 74.6 cal/g, 83.8 cal/g であり，(12)式による値はそれぞれ 53.8 cal/g, 72.7cal/g 85.7cal/g であつた。

以上水和熱の実測値と，実測圧縮強サよりえた推定値とを比較した結果についてみれば(10)，(11)式を使用すると材令7日，28日，91日では最高4 cal/g 程度の差があるが，水和熱の測定誤差等を考慮すれば，かなり正確に実測値を推定出来るものと考える。また(12)式よりえた推定値の中には，材令91日推定値の如く実測値と5 cal/g 程度の差を生ずるものもあるが，大体においてよく一致すると見てよく，特に材令7日の水和熱は実測値とよく一致する。なお現在まで水和熱と圧縮強サは密接な関係があるとされているが，定量的関係は論じられていない。ここではこの問題にふれ，(10)，(11)，(12)などの実験式は材令には関係

なく成立すると考えてよいので，任意の材令のモルタル強サより水和熱を推定するのに実用性が認められ便利であることに言及した。

次に上椎葉ダム用セメントおよび長安口ダム用セメントよりえた各実験式を図示すると，図—8 のようになる。この図によると，上椎葉ダム用セメントよりえた実験式と，長安口ダム用セメントよりえた実験式はたがいに接近した曲線を表わしていることがわかる。

図—8 によると圧縮強サ 500 kg/cm² 程度における水和熱の値は各実験式によりかなりの差が生ずるが，圧縮強サ 400 kg/cm² 程度では最高約 3 cal/g 程度の差であり，圧縮強サ 400 kg/cm² 以下では差はさらに小さくなつている。また本邦におけるダム用セメントでは，材令 28 日圧縮強サはほとんど 400 kg/cm² 以下とみてよく，したがつてこれらの関係より材令 28 日程度の水和熱を推定する場合は (10), (11), (12) の示すいずれの曲線によるも大差はないことを認めた。



図—8　圧縮強サと水和熱の関係

次に普通セメント数試料の水和熱を図—8 によつてその圧縮強サ実測値より推定し，これを水和熱実測値と比較すると，実測値の方がかなり大きくなつている。また中庸熱および低熱型の種々のセメントについて水和熱実測値と図—8 よりえた推定値とを比較すると C_3S の含量の多いセメントは実測値の方が大きい傾向があり，C_3S の含量 13.4% および 10.7% の低熱型セメントでは推定値の方が大きくなつていた。これらのことは一般には C_3S の含量が少なくなるほど σ/H の値は大きくなることを示すためではないかと考える。

4. 要　　約

同一仕様書に基づいて3工場より納入されるダム用セメントの品質の実態を調査する目的で，上椎葉ダム用セメントについて試験した結果はすでに報告した。同様の目的で3工場より納入される長安口ダム用セメント 60 試料について試験，検討した結果を次に要約する。

1. 特に低熱型セメントに偏したような僅かの例外はあるが，各試料はいずれも本ダム用セメントの仕様書の規定をみたしている。第1回納入セメントが低熱側に偏する傾向は，中庸熱セメント製造の初期に一般的に認められたことである。

2. 製造工場によつて，セメントの組成がやや異なつた傾向がある。この傾向はセメントのモルタル強サおよび水和熱発生状況などに特性的性質となつて表われている。水和熱およびモルタル強サとセメントの鉱物組成間に認められている関係が，この試験結果からも一般的に是認される。

3. 長安口ダムに使用されたセメントの性質を上椎葉ダム用セメントの性質と比較し，中庸熱セメントの長期材令にわたる各種の性質を明らかにした。また工場別セメントにはそれぞれ特性的な性質があることを示した。

2. 同一仕様書に基づいてそれぞれ別工場で製造されるセメントは，材令 28 日の圧縮強サを目標としてそれぞれ組成などが選定される傾向のあることを示し，各工場別セメントについてたとえば圧縮強サなどの性質について均一性を保持しえても，他の性質では均一性を欠くに至ることを知る。

5. 工場別セメントについてえられた均一性がすぐれていても，全セメントについての均一性はむしろ低下する場合のあることを示し，セメント品質の均一性を保持するためには単一工場より納入される必要があることを明らかにした。また工場での品質管理を推知しうることを示した。

6. セメント製造者側より提出された試験結果より算出した品質の均一性は，本試験の結果よりえた均一性よりいちじるしく良好であり，この点については今後の検討を要する。

7. 中庸熱セメントの材令 28 日，91 日圧縮強サをそれぞれ初期材令圧縮強サより推定する実験式を求めその適用性を検討した。特定工場のセメントについては充分実用しうることを認めた。また普通セメントについて知られている既知の実験式は，中庸熱セメントには適用できないことを知つた。

8. 中庸熱セメントの圧縮強サと圧縮強サ水和熱比の間に直線的関係のあることを明らかにし，圧縮強サより水和熱を推定する実験式を求め，その適用性を検討した。圧縮強サ 400 kg/cm² 程度までは，水和熱測定の誤差を考えれば，十分信頼性があり，実用しうることを明らかにした。

9. セメントが 3 工場より納入される場合，品質の実態を知る目的で実施した試験は，既報の上椎葉ダム用セメントの場合と同様に，上に記したごとき諸結果をえて十分所期の目的を果したと思う。

謝　辞

本試験は徳島県当局の委託に基づき実施したものであり，三村通精所長始め，木村稔工務課長，山本弘之氏の理解ある後援をえたことを感謝する。なお化学分析は当所和田茂治技官の手をわずらわした。

追越視距および追越所要巾員による巾員決定に関する実験について

建設技官　高野　務
〃　谷藤正三
〃　山田敏照

(昭和 32 年 3 月)

On the investigation to determine the safe passing minimum sight distance and the road width required for passing

(March 1957)

T. TAKANO
S. TANIFUJI
T. YAMADA

Synopsis :

This report is a resume of the studies conducted to get the relations between the design speed and the passing sight distance, and also the required road width for passing.

目　次

1. 要　旨……(1)
2. 実験の概要……(2)
3. 実験に用いた車輛および器機……(2)
(1.) 試験自動車……(2)
(2.) 走行残跡装置……(4)
4. 実　験……(5)
(1.) 速度計の検定試験……(5)
(2.) 加速試験……(5)
(3.) 減速試験……(7)
(4.) 車頭間隔測定試験……(8)
(5.) 追越の実験……(9)
5. 実験結果に対する考察……(11)
(1.) 加速度について……(11)
(2.) 減速度について……(13)
(3.) 車頭間隔について……(13)
(4.) 時間一速度曲線による最小追越距離および時間……(14)
(5.) 理論計算による最小安全追越視距について……(15)
(6.) 追越所要巾員について……(17)
(7.) 加減速車線長について……(20)
6. 結　語……(20)

1. 要　旨

前に追越距離についての実験結果を報告したが，これはその後引続いておこなつた追越視距および追越所要巾員に関するもの，平面交叉の加減速線設計資料としての加減速度を求めるために実験を行つたものの報告である。

現在，わが国に紹介されている追越視距の計算法[1),2),3)]は AASHO で推奨されているものである[4)]。こゝに適用されている追越車の加速度は D. W. Loutzenheiser の実験[5)]に基いたものであるが，示されている Normal Acceleration および Full Acceleration はどのように規定されたものであるが判然りしていない。またこれを適用する場合，実験をおこなつた当時の試験自動車と現在のわが国の自動車との間には相当の差異があるのではなかろうかということが考えられる。これらの値は自動車の性能を無視して定めることはできないもので，もしわが国の自動車がこれらの値に優る性能をもつているならばこの資料に基いた設計は至極不経済なものとなるであろう。この不合理を除くために加速試験および追越試験を行つて，これらの合理的

な数値を求めようとするのが第一の目的である。

道路巾員の設計については金子氏の実験式[6]による方法をとつているが，この式は若干の不合理を含めている。その後樽井技官が追越しおよび遊走による巾員の決定を試みたが[7]，その結果を式化して報告していたいため殆んど用いられていないのが実状である。樽井技官の実験結果は避走の場合に比較して追越しの場合が大きい所要巾員となるとしているために，従来の方法をあらため，追越所要巾員による巾員決定法を確立するのが第二の目的である。

次に平面交叉の加減速線長の設計については余り関心を持たれていないが，今後の自動車交通は益々増加すると考えられるので，簡単な平面交叉にもこのような考慮がなされねばならないため，これらの資料を得ようとするのが第三の目的である。

以上の目的に従い，実験は追越視距および追越所要巾員の決定については対称として追越される自動車にトラックを，追越す自動車に乗用車を当てるのが妥当であると考え，国産乗用車および準国産乗用車を加えて5社，合計6台の車を生産各社の協力を得て借り受け次の実験をおこなつた。

a. 速度計の検定
b. 加．減速試験
c. 車頭間隔測定試験
d. 追越試験

この実験結果に基いて

i. 追越視距の理論計算に適用しうる加速度
ii. 同上に適用する車頭間隔
iii. 同上に適用し得る限界速度差
iv. 追越視距
v. 追越所要巾員
vi. 加減速車線に適用しうる加減速度

について述べた。

実験結果は一応期待した成果を上げることができたが，未だ天候の影響および路面の種別，勾配の影響については実験を行なつていないので，これらについての実験をおこない，さらに検討を加えて適用の合理化を図ることが必要である。さらにわが国の地勢および経済上の観点から交通流に対してどのように必要追越視距を設置してゆくかをも検討しなければならない。

2. 実験の概要

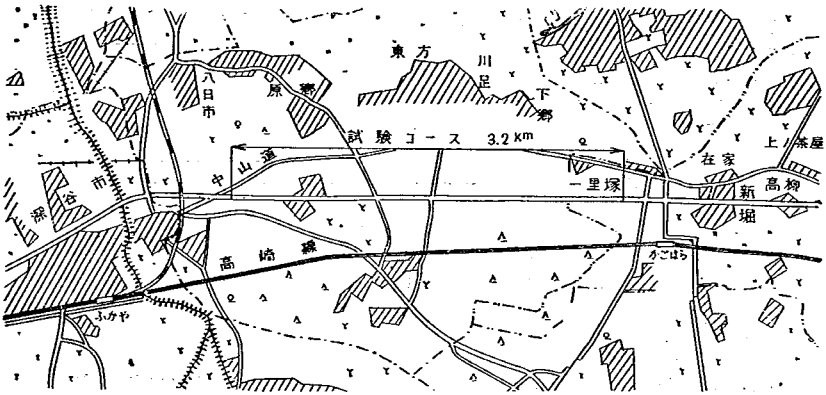
実験は 1951 年 7月～11 月にわたつて国道 17 号線の埼玉県大里郡籠原村――深谷市間（約 3.2km）の路上でおこなつた。この区間は 1950 年末にコンクリート舗装工事の完了した直線区間で舗装巾員 4.5m×2，横断勾配は 2％である。なお路側は菜園および桑園で，人家は 2，3 を数えるのみの極わめて見透しの良い場所である。（図―1 参照）

実験に用いた自動車は追越される自動車にウェポン・キャリヤー（3/4型）を用い追越車にはトヨペット・クラウン，プリンス・セダン，ダットサン，オースチン・イングランド，ニュー・ヒルマン，ルノーの6車を用いた。車頭間隔の測定は和紙包みの石灰を用い，加減速度および追越試験には新しく製作した走行残跡装置[8],[9]を用いた。

3. 実験に用いた器械

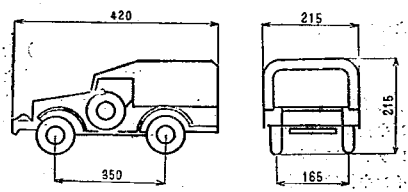
(1.) 試験自動車

追越視距は自動車の性能によつて大きく左右される。道路構造基礎は国内交通を対象として定められねばならないから，試験自動車には国産および準国産乗用車を当てることとした。試験に用いた自動車はわが国の自動車交通で高速車としての取扱いを受ける主要部分をなしている。自動車の性能は製作技術の進歩，改良によつて向上するが，加速性能については 10％向上させるのは容易なことではない。そのためにこれらの自動車による追越視距の設計は経済的観点に立つてみても不経済とはならないし，構造の安全さから考えても妥当な結果を与えると思われる。

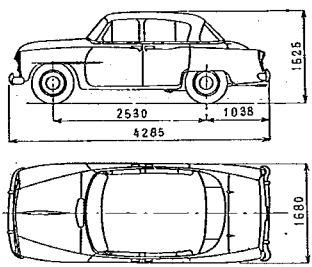


図—1 試 験 コ ー ス

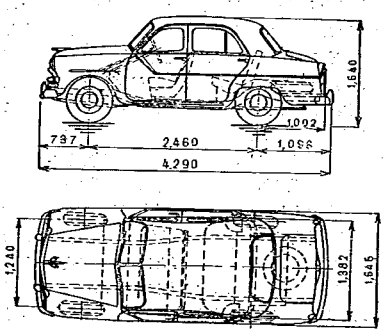
試験用トラックには土木研究所のウェポン・キャリヤーを当て，乗用車はトヨダ，日産，いすゞ，日野，富士精密の5社より借り受けかつこれらの車の運転は各試験用自動車の提供会社の運転者によつた。解析に必要な試験自動車の側面および平面図を図—2 a～g 示す。



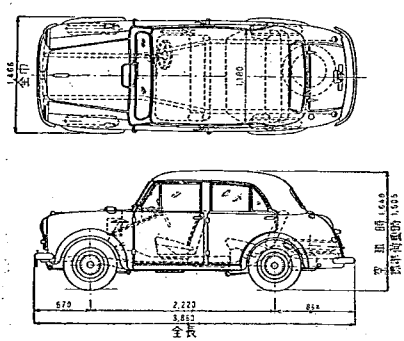
図—2.a ウェアポン・キャリヤー



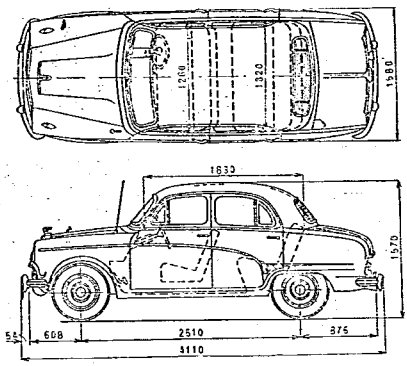
図—2.b トヨペット・クラウン



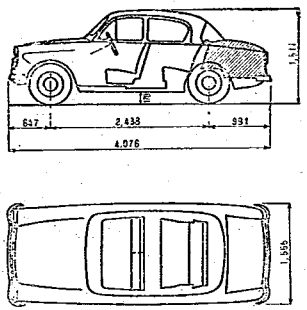
図—2.c プリンス・セダン



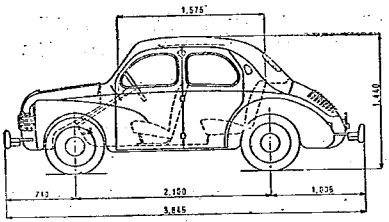
図—2.d ダットサン

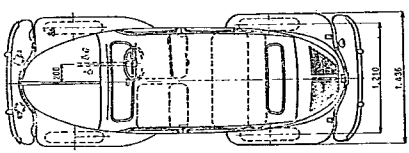


図—2.e オースチン・イングランド

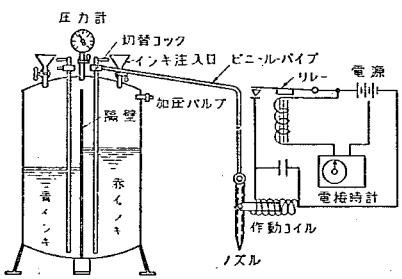


図—2.f ニュー・ヒルマン





図—2.g ルノー

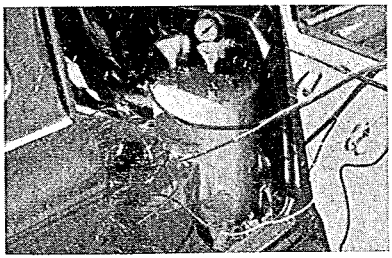


図—3 走行残跡装置

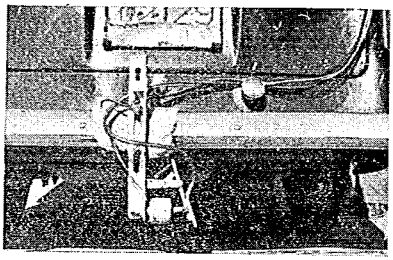
(2.) 走行残跡装置

追越距離および時間の解析は，追越される自動車を直線等速走行をさせれば追越車の運動のみを解析することによつて目的を達する。それには追越車の走行軌跡を何らかの方法によつて記録できれば容易に解決される。又ある速度からの加速あるいは減速の状態は時間と距離の関係が記録されゝば容易に解析することができる。これらの問題は走行残跡装置を使用することによつてすべて解決される。

走行残跡装置とは自動車の走行した道筋（軌跡）を路面に書き残す装置であるこの装置は図—3 に示すようにインキ槽とノズル部の 2 部分からなつている。インキ槽には着色した染料溶液を適当に満たし，コンプレッサーによる圧縮空気を詰め込み圧力がかけてある。インキ槽は車輛上での操作に便利な場所に載せる。（写真—1 参照）ノズル部は極く簡単なものであつて，軌跡を測りたい部位に取付ける。本調査では前部バンパーまたは後部バンパーの中心部に取付けた。取付けは出来ればバネ下部分に，路面からあまり高くないようにするのが理想である。（バネ上部分に取付けると横揺れなどによる誤差が入る可能性があるから）写真—2 はニュー・ヒルマン車の後部バンパーへの取付状態を示す。インキ槽内の着色液はビニール・パイプによりノズル部に導かれ，孔径 0.8 m/m のノズルよりジエットとして噴出し，路面に軌跡を書き残す。ノズル部には電磁石があり，電接時計によりリレーを経て電流を断接すると，電磁石の吸引力がノズルに作用する。電接時計を 1 sec または 1/2 sec 間隔で切かせれば，ノズルはその時間間隔ごとに横に首をふるから，路面には写真—3 に示すようにタイム・マーク(凸起) の入つた軌跡が画かれる。それゆえ，2 つのタイム・マーク間の曲線の長さを測れば，1 sec または 1/2 sec についての瞬間速度を求めることができる。



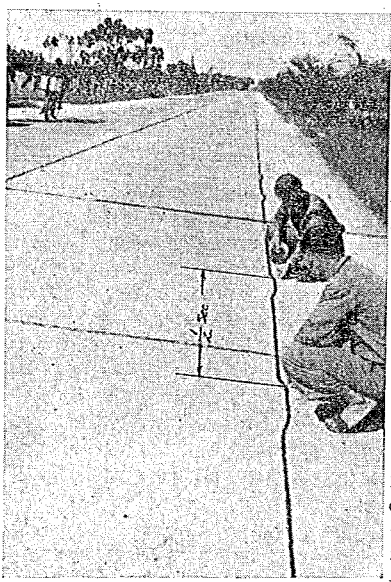
写真—1　インキ槽の積載状態



写真—2　ノズル部の取付状態

電磁石の巻線は 50 巻，4Ω で 6 V の電池を使用して，吸引力約 6kg を出し十分強力である。ノズルよりのインキ噴出速度は東京工大の近藤助教授の実験[9]によれば表—1 のようである。これはノズルを内径 8m/m のパイプ約 5.0m と内径 3m/m のパイプを約 7.0m の先に取付けて試験したもので実用状態のものである。ノズルを 10cm の高さに取付けるとすればジエット噴口より路面に達するまでの所要時間は同表最右欄のようになり，軌跡のタイム・マークの時間のおくれは普通の実験研究では誤差とならないであろう。

又走行時の空気力によるジエットの散乱は，60km/hr あたりまでの走行実験までは全然気がつかぬ程度であつた。このことは計算によつても確められている。



写真—3　1/2 sec 作動の走行軌跡

表—1　走行残跡装置のジエットの特性

インキ槽内圧力	ジエットの流速	10cm の所要時間
約 45 kg/cm² のとき	約 26 m/sec	0.0038 sec
3	24	0.0042
2	20	0.0050
1	15	0.0067

4. 実　　験

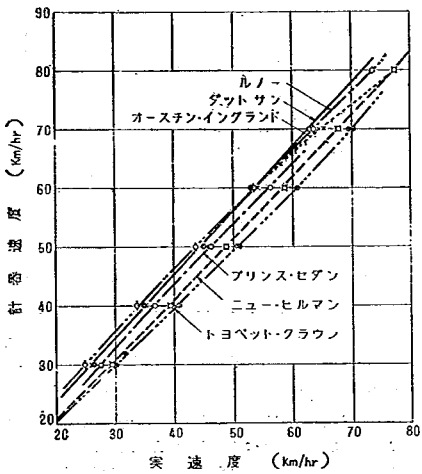
(1.) 速度計の検定試験

現地の実験において車内で走行速度を知るには自動車備付けの速度計によるのが最も容易で簡単な方法である。自動車備付けの速度計は規格の許容範囲として +3% までの Over を許している。そのためにこの方法による場合は，予め速度計の検定をしなければならない。検定には直線，平坦の 700～800m 試験区間を設定し試験区間の始終点に標柱を立て，この試験区間を速度計の目盛の 20，30，40，50，60，……km/hr に指針を合わせて等速走行させ，このときの区間走行所要時間を測定し，これらの計器速度に対応する実速度を求めた。実験に用いた自動車についての両者の関係は図—4 に示すようである。図から得られた各車の実速度を速度計に目盛つて，これを実験の指定速度として用いた。

(2.) 加速試験

追越距離計算の理論式に適用できる加速度および交叉点の加速車線の設計資料を得るために加速試験を行つた。実験に先立つて Normal Acceleration, Full Acceleration をどのように規定するかが問題となるが，各々の適用範囲と実状を考えることによつて次の見解の下に実験をおこなつた。

追越の場合の加速方法は，一般の状態についてみると低速部では 1 部チエンジ・ギヤーのシフテングをお



図—4 実速度と計器速度の関係

こない，所要速度を得るまで加速する方法が用いられているが，高速度になるとアクセル・ペダルを踏み込むことによつて加速するのが普通である。自動車の性能が向上し，高速度交通が行われるようになれば，アクセル・ペダルのみによる加速方法を採り入れられることが考えられる。また交叉点における加速車線内での加速としては，チェンジ・ギヤーのシフテングによつて最短距離で所定の速度を得るという考えによつて設計すれば，構造上に経済的なものになる。がこの方法による場合は交通密度がある程度大きくなると多くの注意と労力が必要である。そのために設計は可能な範囲で前者と同様アクセル・ペダルのみによる加速を考えるべきである。

以上の見解の下にアクセル・ペダルを十分に踏み込む加速試験法を採用した。このようにすることは実験に際しての運転法の規定に都合がよく運転者の個人的技術の差異を除くことが可能となる。又実験結果の数字的チラバリを最小にすることが期待し得る。

実験は各試験自動車の特殊性を加味して，0, 20, 30, 40, ……80 km/hr からアクセル・ペダルを十分に踏み込んで最高速に達するまでの加速を行つた。ただし停止よりの加速は最短距離で最高速を得られるような方法により，実験上の目安に用いた。実験に当つては試験走行の全区間に亘つて走行残跡装置を用い，1/2 sec ごとの自動車の位置を記録させ，路上の記録をテープによつて測定し，速度の変化状態を求めた。

各試験自動車について夫々の実験結果を掲げるのは冗長に過ぎるので，これらの結果の平均値を示せば，表—2, 3 のようである。表—2 の到達速度 +10 km/hr, +20 km/hr, ……+70 km/hr とは 1 例を以て示せば，初速 20 km/hr の速度から加速して到達速度の +10 km/hr は 20+10=30 km/hr を示し，夫々の増加分速度の数字を示してある。従つて欄中の数字は 10 km/hr 増加するための走行に必要とする距離を示すものである。この数字は自動車のエンジン・キャパシティによつて左右され，運転者の技倆によつても若干異なる数字であるが後者については前にも述べたように加速スタートの合図と同時にアクセル・ペダルを十分に踏み込んで，エンジンの性能のみによる加速方法を採つているから，運転者による技倆的な差異の影響は極くわずかであると考えてよい。なおこの値は 6 台の試験車の集成平均であるが，個々の値についてのチラバリは多少あるが平均値として 1 箇の値を用いても支障がないと考えられる程度のものであつた。また各速度に達するために必要とした時間は表—3 中の各欄に示すようであつた。

表—2 平均加速距離 (m)

初速度＼到達速度	+10km/hr	+20km/hr	+30km/hr	+40km/hr	+50km/hr	+60km/hr	+70km/hr
20 km/hr	31.16	80.70	146.66	235.64	335.63	416.25	584.00
30 〃	44.12	108.17	189.67	291.84	402.83	564.00	
40 〃	56.53	141.92	266.75	358.00	525.00		
50 〃	75.23	205.68	325.25	476.00			
60 〃	112.40	241.88	400.00				
70 〃	103.50	267.00					

註 初速 20 km+70 km/hr の資料はビルマンのみ

表—2 および表—3 の数字を用いて各速度についての加速距離および所要時間の関係は 図—5, 6 のように表わすことができる。図—5の斜の曲線は到達速度を示している。これらの曲線は低速部では +20 km/hr 程度までの加速はほぼ直線的にスピード・アップされることを示し，増速の容易さを表わしている。しかし高速からの加速は同じ 10 km/hr 増す場合にも長い距離を必要とし，これは高速になるに従つて増すこと

表—3 平均加速時間 (sec)

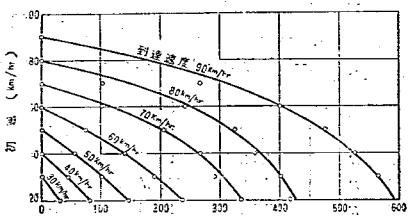
初速度＼到達速度	+10km/hr	+20km/hr	+30km/hr	+40km/hr	+50km/hr	+60km/hr	+70km/hr
0 km/hr	1.31	2.88	5.13	8.11	12.43	17.95	
20 〃	4.55	9.78	15.15	21.08	26.55		
30 〃	4.60	10.02	15.94	21.10			
40 〃	4.60	10.30	17.21				
50 〃	5.00	11.90	16.67				
60 〃	6.38	12.90					
70 〃	4.80	11.70					

がわかる。又速度と加速時間の関係は図—6 に示すようで，斜の実線は同様に到達速度を示すが，これらはほとんど直線に近く，各曲線は大体平行している。このことはいずれの速度からスタートしても時間的には大体同じ値で次の速度に到達することを示している。破線の部分は実測値が少ないため推定線としたことを示している。

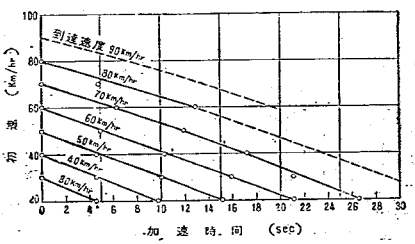
(3.) 減速試験

減速試験には足ブレーキまたはサイド・ブレーキ併用の減速と絞弁によるエンジン・ブレーキ減速試験の 2 種がある。こゝでは交叉点における加減速線長の設計資料を得るためのものであるから後者の減速試験について述べる。

この減速試験は最終速度 20 km/hr に達するまでのものについておこなつたが，運転者に特別な Load を負わせることなく，絞弁を Full に絞る（アクセル・ペダルを開放する）ことのみによるエンジン減速によつた方法は所定の速度で等速運転をし，減速始めの合図によりアクセル・ペダルから足を外して開放する。燃料の供給はエンジンが作動するに足るだけの量しか流れなくなるので，これが減速を生じさせやがてノッキングを始めるようになる。この速度はスロットルによつていくぶん調整が可能であるが，各車とも大体 20 km/hr 附近でこの現象が起るので，20 km/hr を終速と定めた。



図—5 速度と加速距離



図—6 速度と加速時間

実験の結果は各車の集成平均を求め，表—4，5 に示す。この表中の到達速度は初速度から −10 km/hr，−20 km/hr，……70 km/hr ということで，表中各欄の対応値は所要減速距離および所要減速時間である。この表の数値を横軸に減速距離，減速時間をとり，縦軸に初速をとってプロットすれば 図—7，8 が得られる。これらの平均値は実線で示すカーブで結んでも支障はなく，一定の傾向を示している。

図—7 の減速距離の到達速度曲線は，高速度部分ではだいたい並行線となつている。そして到達速度 30 km/hr および 20 km/hr のカーブは初速 60 km/hr～30 km/hr の間の値がやゝ上に凸の形をとつている。これはわが国の国産乗用自動車の車体重量とエンジン・キャパシテイの特殊な相互関係によるものと考えられる。現在のわが国の道路事情から考えれば，この程度の速度範囲で有効に作用するのが得策である。30km/hr 以下で再びエンジン減速が小さくなるが，この辺での速度は実際にはあまり問題にならないものであつて，もし減速しようとする場合には足ブレーキを有効に使用しても運転上支障をきたすようなことはないから，この実験の考慮外と考えて支障ないものと思う。

また減速時間の曲線は図—8 に示すようであるが，減速時間は低速になるにしたがつて長くなつている。このことは低速になるにしたがつて減速所要時間が長くなることを示している。これは高速部分では空気

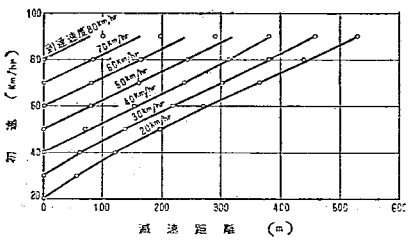
表—4 平均減速距離 (m)

初速度＼到達速度	−10km/hr	−20km/hr	−30km/hr	−40km/hr	−50km/hr	−60km/hr	−70km/hr
90 km/hr	100.00	197.00	290.20	380.00	458.00	530.20	592.00
80 〃	83.20	165.75	243.30	314.85	380.00	438.00	
70 〃	80.90	162.25	237.62	303.62	365.10		
60 〃	80.25	153.42	218.62	269.48			
50 〃	71.58	138.22	196.75				
40 〃	61.58	121.58					
30 〃	56.12						

註　初速 90 km/hr の資料はヒルマンのみ

表—5 平均減速時間 (sec)

初速度＼到達速度	−10km/hr	−20km/hr	−30km/hr	−40km/hr	−50km/hr	−60km/hr	−70km/hr
90 km/hr	4.30	8.90	14.10	20.00	26.20	33.70	42.80
80 〃	4.07	8.60	13.70	19.45	26.22	34.90	
70 〃	4.52	9.95	16.07	22.97	31.43		
60 〃	5.42	11.47	18.28	25.40			
50 〃	5.73	12.55	20.85				
40 〃	6.43	15.05					
30 〃	8.23						

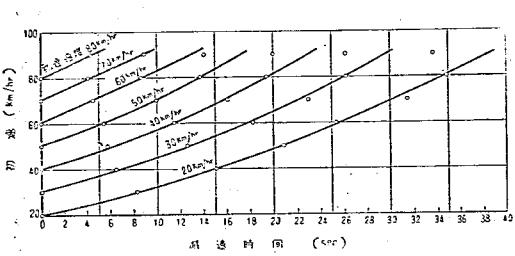


図—7 速度と減速距離

抵抗が大きなファクターとして作用するが，低速になるにしたがつて加速度的に減少するためである。速度 90 km/hr からの減速はニュー・ヒルマン車のみの値であつて，曲線から若干外れた値となつている。

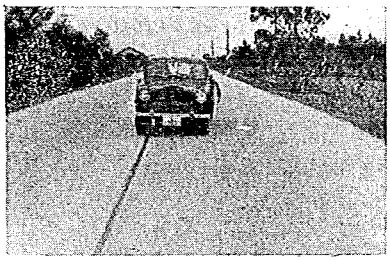
(4.) 車頭間隔測定試験

加速追越の場合，高速車（追越車）は追越の機会を掴むために緩速車（追越される車）に追随走行をする。このため追越を始める瞬間までは両車の速度は等しい。この追越を始めようとするときの両車の間隔（車頭間隔）を実測し，追越距離の理論計算の d の値として用いようとするものである。



図—8 速度と減速時間

この実験は追越実験の併用と，車頭間隔を求めるためのみのものとをおこなつた。追越の場合は前車が追越安全の合図を発するのと同時に，追越車に搭乗している指揮者の追越開始の合図により，両車に乗つた人が同時に和紙に包んだ石灰を路面に投げつけて，このときの両車の位置を路上にマークし，この間隔をテープで測定する方法によつた。写真—4 は追越車がマーキング用の石炭を路上に投げつけた瞬間を示すものである。また車頭間隔のみを求める実験は，追越をするのだという想定の下に追越される自動車の速度も 30 km/hr, 40km /hr, ……80 km/hr に与えて，追越車はこの車に危険を感じない程度に，前車が若し故障を起しても安全に停止しうる間隔をとるようにして追越走行させ追越の場合と同様の方法によつて両車の車頭間隔を測定した。写真—5 はこの実験の 1 例を示す。



写真—4　追越車が追越を開始する瞬間

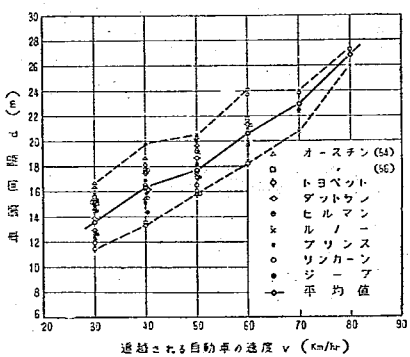
これらの実験結果の速度と車頭間隔の関係は 図—9 に示すようである。この実験は図—9 に示すように9車についておこなつたもので，グループの平均値に対して約 ±3.0m のチラバリを示すが，これは自動車の運転者の経験的技輌とその場合に応じた判断および自動車自体の制動性能によつても異なるためである。なお図中の車種別符号をたどつてみると，同じ車で同一運転者による場合でも相当のチラバリがあり必ずしも同一の値をとらないことが判る。図には平均値を示すが，車頭間隔は速度の増加に伴つて大きい間隔をとることを明瞭に示している。

(5.)　追越の実験

追越の4つの型については前の報告書にその大略を記したのでこゝでは省略する。本報告書の実験はそれらの中高速自動車道路乃至は在来道路の改良に目的をおくことによつて方法の焦点を絞つてゆくことにした。

高速自動車道路では常に適当な追越視距が与えられていなければならない。しかしわが国の道路の現状ではこれが逆方向に利用されている。というのは追越が何時でも自由になし得られる幾何設計とすることは経済的な見地から不可能に近いので，追越禁止区間の設定に用いられているのが実状である。高速自動車道路では設計速度をかなり高くとることが考えられる。2車線道路の場合はもちろんのことであるが，経済的な見地から3車線道路とした場合にも（両方向の交通は安全と快適性を得るために中央部を利用する傾向がある）対向車線上の交通を考慮し，追越車は追越が完了したら早急に自己車線に戻らねばならないということから，追越型としては加速追越，強制復帰の型を適用するのが最も合理的であると思われる。次に加速方法については，高速度交通ではギヤー・レシオを上げて加速性を増すことは考えられないので，アクセル・ペダルのみによる加速方法を考えるのが適当であるということから，実験はすべてこの方法によつた。

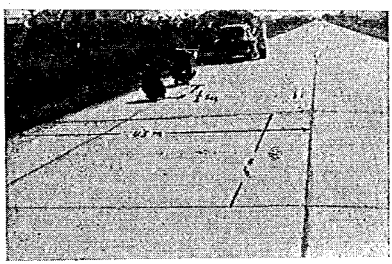
写真—5　両車から投げられた石灰の間隔の測定



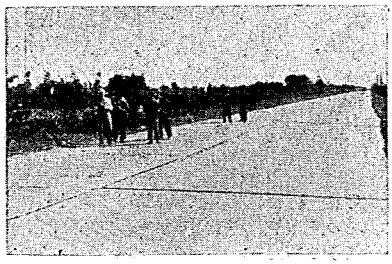
図—9　追越される自動車の速度と車頭間隔の関係

試験場は前に記したように国道 17 号線埼玉県大里郡籠原村——深谷市間の路上である。この路面はコンクリート舗装で施工後1年を経過しない極く新しいもので 4.5m×2 の舗装幅員を有しており，極めて平坦，直線で見透しがよく，交通量の比較的少ない場所である。実験の目的と方法上から，縦方向の基準線を必要とするが，これには舗装の縦目地が利用できて好都合であつた。（写真—6，7 を参照）

実験の方法としては，追越される車はその右車輪で縦目地を踏ませ等速走行させる。（この場合試験車の速度はあらかじめ行なつた速度計の補正試験による補正目盛に合わせて走行する）この車には運転者1名と速度計器視員および追越開始車頭間隔測定用の石炭包投擲員の3名を搭乗させる。追越車は前車に追随し，

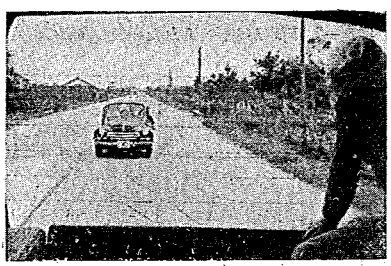


写真—6 実験場での作業

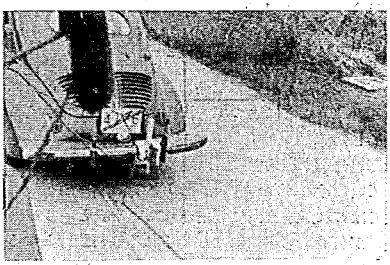


写真—7 実験場として使用した舗装道路

前車の追越安全の合図により追越準備の態勢に入り，指揮者の追越用意の合図でフラクションを鳴らし，ハイの合図でクラクションのスイッチを切断すると同時に 3—2 で述べた走行残跡装置のタイム・スイッチを入れ，このとき両車の石灰包投擲員が同時に包みを路面に投げつける。この合図と同時に追越車の運転 は Full にアクセル・ペダルを踏み込み，直ちに追越を開始する。追越車は適当と判断した位置から右車線（新向車線）に出て追越し，追越が終つてから，自己車線に復帰して危険のないと考えられる位置で早急に自己車線に復帰させる。写真—8，9 は試験車にルノーが追越を始めようとする瞬間と追越を終ろうとする直前の状態を示すものである。追越行動中の全軌跡は走行残跡装置を用いて残跡させる。残跡装置に用いたインキは木綿染用の染料を 1 lit. に 1 本宛を完全溶かした溶液を用いたので。乾いた後でも容易に判読できた。



写真—8 試験車ルノーが追越開始の瞬間



写真—9 ルノーの追越しが終ろうとする直前

の軌跡は時間との関係を示すから，軌跡は速度を示すとともに追越車の偏倚量をも表わす。

追越が完了してから両車を停止させ地上測定員を2班に分け，追越開始点，終点の2方向から軌跡の座標測定をおこなつた。測定には誤差を少なくするために x 座標は縦目地から直接測定し，y 座標は縦目地によらないで軌跡に沿つた長さを測定することとした。このとき追越開始時の車の相互の位置が路上にマークされているので，これを始点の基準にとり若干の余裕を含めることとした。

以上に記した方法によつて測定したが，実験の組み合せとして追越される車の速度は 30 km/hr，40 km/hr，50 km/hr，60 km/hr とし，追越す車の速度はこれらの速度に対して +10 km/hr，+20 km/hr そして可能であれば +30 km/hr までのスピード・アップを許して追越させたが，追越が完了するまでに +30 km/hr のスピード・アップは困難であり，(スピード・アップの限界については次の 5—4 の Tryal によつても明らかにされる)試験車はたかだか +23～24 km/hr が加速能力範囲であること，実際問題として追越は最小安全の場合を考えるのであるから +10 km/hr のコントロールは不合理となり，+20 km/hr±2～3 km/hr を目的速度とし，この方法に主眼をおいて実験した。

実験結果は失敗したものを除き，オースチン 54 年型の結果を含めて表—6 に示す。得られた結果について，追越される自動車の速度との関係を観察するために速度を横軸にとり，縦軸にとり縦軸に追越距離をと

つたものが図—10であり，追越所要時間をとつたものが図—11である。図—10に加速実験および車頭間隔の測定結果に基く理論計算値（5—5，表—11を参照）を挿入してあるが，この値は式—4の車頭間隔および表—7の加速度を用い，速度差20 km/hrについて計算したものである。実験値はかなりのバラツキを見，大体理論値に近い値をとつているが，理論追越距離よりいくらか小さい値をとり，大体92.6～107.4％の間に分布している。また自動車の車種別の相互の間ではつきりした差は認められないし，必ずしも加速性能のよい車がより短い距離で追越すような結果は得られなかつた。これらは運転者の経験，習性および使用燃料のオクタン価，自己車線復帰の遅速などの要素によつて異なるもので，高速部では僅かの時部差が大きい変化を与えるためである。図—11は図—10の追越所要距離に対応するもので，バラツキおよび理論計算値との関係は大体同じ位置を占めている。こゝで注目しなければならないのは追越所要距離，時間共に理論値より小さいことである。この理由の1つは追越開始の瞬間に既に追越される車の速度よりいくぶん高くなつていたと思われるのがあり，また追越が終つてから追越車は早急に自己車線に戻ろうとするため追越される車の運転者が危険を感じてスピード・ダウンする傾向があつたためである

表—6　追越される車の速度と追越所要距離および時間の実測値

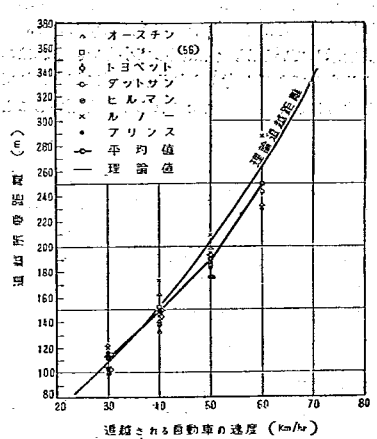
追越される車の速度	追越車名	追越所要距離	追越所要時間	備　考
		m	sec	
30 km/hr	H	98.90	8.62	H：ニュー・ヒルマン
〃	〃	102.29	9.12	R：ルノー
〃	R	119.32	9.80	P：プリンス・セダン
〃	P	116.43	10.19	A_{54}：オースチン54年型
〃	〃	102.75	8.90	A_{56}：〃　56〃
〃	A_{54}	114.45	10.33	T：トヨペット・クラウン
〃	〃	122.67	10.26	D：ダットサン
〃	A_{56}	114.09	9.90	
〃	T	112.04	9.80	平均　108.10 m.
〃	D	113.24	10.23	〃　9.73 sec
40 km/hr	H	131.47	9.50	
〃	〃	137.64	9.41	
〃	R	173.09	11.88	
〃	〃	144.75	11.40	
〃	A_{54}	161.58	11.59	
〃	〃	140.57	10.65	
〃	A_{56}	149.95	10.45	
〃	〃	150.29	10.45	
〃	T	144.02	10.39	平均　152.46 m
〃	D	149.91	10.52	〃　10.84 sec
50 km/hr	H	175.09	10.50	
〃	〃	175.12	10.80	
〃	R	195.94	12.48	
〃	〃	209.03	12.47	
〃	P	183.73	11.39	
〃	A_{54}	198.21	11.59	
〃	A_{56}	185.06	11.18	
〃	T	187.86	10.89	平均　204.04 m
〃	D	193.37	11.10	〃　12.03 sec
60 km/hr	H	249.45	12.50	
〃	R	287.97	15.10	
〃	P	229.18	12.59	
〃	A_{56}	233.93	11.82	平均　263.92 m
〃	T	243.64	12.25	〃　13.32 sec

5. 実験結果に対する考察

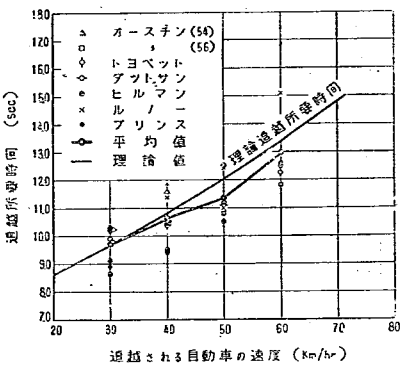
(1.) 加速度について

追越視距の理論計算および交叉点における加速車線の設計には与えられた速度から指定された速度への加速度を知らねばならない。これらの値は自動車の特性値から計算する方法があるが[10][11]，計算には多くの仮定が必要であり得られた結果は必ずしも実際の値とは一致しない。そのために実際に適用し得る値は実験による方が適当であるとの考えに基いて，4—2に述べた加速試験を行つた。実験によつて得られた結果から，加速度は次式によつて計算される。

$$a=\frac{2}{t^2}(S-v_0t)=\frac{2}{t^2}\left(S-\frac{V_0}{3.6}t\right)\cdots\text{m/sec}\cdots\cdots(1)$$



図—10　追越される自動車の速度と追越所要距離の関係



図—11　追越される自動車の速度と追越所要時間の関係

または　$=\frac{v^2-v_0^2}{2S}\fallingdotseq\frac{V^2-V_0^2}{25.92S}$ m/sec²……(2)

または　$=\frac{v-v_0}{t}$ ……m/sec²……(3)

ここに　a：加速度　m/sec²

t：時間　sec

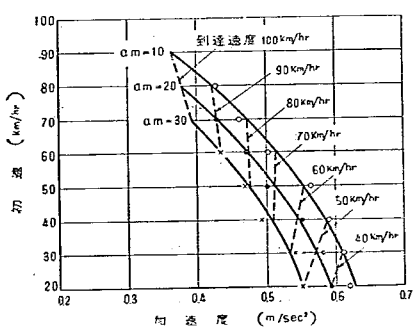
S：t 時間に走行した距離　m

v_0, v, V_0, V：初速 t 時間後の速度　m/sec, km/hr

計算は指定出発速度（以後単に初速と呼ぶ）から +10 km/hr ごとについて行つた。この結果を示せば図—12 のようである。これらの値は大体実線で示す傾向をとつている。図中加速度 $a_m=10$ の値は与えられた初速から 10km/hr 加速する場合の平均加速度であり，$a_m=20$, 30 はそれぞれ 20 km/hr, 30 km/hr 増速する場合の平均加速度である。到達速度とは 4—2 で述べたのと同じ意味である。a_m 曲線は加速への初速が高速になるに従つて同じ +10 km/hr への加速度が小さくなることを示し，30→20 km/hr の間では大差はないようである。この理由は低速から 4 速ギヤーによる加速は廻転数を早急に高めることができないためであるが，高速部分に比較すれば何れも大きい値である。高速になるに従つて加速度が小さくなるのはエンジン・キャパシティによる限界能力に順次近づくためである。次に到達速度曲線（図中破線で示す）を検討してみると放射状を示すが，これはそれぞれの初速からの加速の容易性を示すもので到達速度 70 km/hr 以下では初速の高い方がより大きい値となり，この速度以上では逆の傾向をとる。これは a_m 曲線の説明の裏付けをするものである。

加速度について実験された結果を比較すれば図—13 に示すようである。実線 A, B, C は D.W. Loutzenheiser の実験[5]に基くもので AASHO で採用されているものである。カーブ A は普通加速を，B は最大加速を，C はエンジン・ブレーキによる減速度を示しており，カーブ D は High ギヤーを用いての加速度を示し，20 台のセダン型乗用車についての実験結果である。カーブ E および F は High ギヤーおよびセコンド・ギヤーの夫々について Oregon 洲で実験されたものである。G および H は同種の自動車の High ギヤーおよび自由旋廻の場合の減速度である。

これらの値は何れも本実験値より大きい値を示し，H のみが小さい値となつている。H は自由旋廻による減速度であるから，若干意味は異なつている。本実験の加速度値を示す加速度のカーブは D, E に近い傾向を示しているが，値は極めて小さい。これはエンジン・キャパシティの差異および実験法の異なることによるものであると考えられる。一般に紹介されているものは A, B, C の 3 つであるが，この結果からも判るようにわが国の道路でこれらの値を用いることは危険である。



図—12　速度と加速度の関係

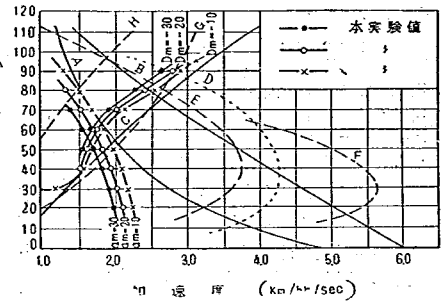
次に附言しなければならないのは，おのおのは単に 1 本のカーブで示されているために単なる目安に過ぎない結果となつていることである。という理由は加速試験および減速試験の処で述べたように初速度と到達速度の差が大きくなればなる程速度変化割合が小さくなり，1 本の線で表わすならば到達速度の指定がなければ意味が通じなくなる。これを更に裏付けるために具体的な 1 例としてニュー・ヒルマンの実験結果を示せば図—14のようである。この図は初速 30～60 km のものについて速度増加に対する加速度変化の実測値をプロットしたものであるが，低速からの加速は高速からの加速に比して加速度は大きいが，何れもスタートしてから増加速度が大きくなる（換言すれば大きい到達速度になる）に従つて平均加速度は次第に小さく

なる。このことは極端な例として停止からのスタートを考えれば容易に説明されるし，また式(2)によつても明らかである。したがつて初速度 n km/hr に対していずれの到達速度に対しても同一加速度を適用すること，換云すれば1本のカーブで表わすことの不合理であることがわかる。

実験結果から得られた加速度を数字で表わせば表—7 のようで，以後の計算にはこの値を用いる。

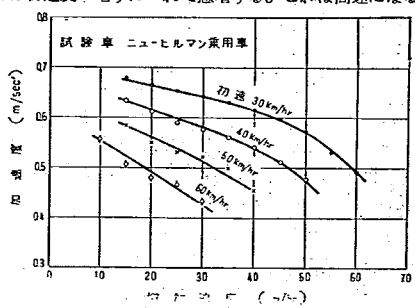
(2.) 減速度について

交叉点における加減速車線の設計資料としての加速度については前節に記したがこれらの交叉点については高速度交通から低速度交通に入るための減速車線を考えねばならない。加速車線と減速度線とは併用されるものであるから，加速度および減速度の rate の小さい方を採用して設計すればよい。



図—13　初速度と加速度の関係

減速度は 4—3 の結果に式(1)または(2)の v_0, v を入れ換えて計算される。計算の結果は図—15 に示すようで，これらのスムース・カーブで結べば $D_m=-10$～-30 として示すカーブとなる。これらのカーブは縦軸に示す初速度からそれぞれ 30, 20, 10 km/hr 減速する場合のエンジン減速度を示すものである。このカーブはS字型をとつており，初速 60 km/hr 以上では初速度の増すにつれて急増する。これは高速になるに従つて風抵抗が増し，減速効果を高める役割をするためである。一風抵抗は自動車の前面の投影面積に比例し，風抵抗係数は速度の2乗に比例して増大する[3),12)]——初速度 60→40 km/hr では若干傾向を異にし，高速部分で示す増大率より小さい範囲をとつている。この程度の速度ではエンジン・キャパシティと車輌重量のバランスの影響が大きく，エンジン・キャパシティの小さい割に車輌重量の大きい車では減速度は小さくなり，この関係が逆の場合は減速度が比較的大きくなる。次に初速度 30 km/hr に対しては $D_m=-10$ の値のみとなり，一応スムース・カーブの延長として結んだが，これは強引であるかも知れない。というのはこの辺で急に速度の低下割合が減ると云う理由が見出されないためである，到達速度についての減速度の傾向は図中の破線で示すようで，略々並行直線群型をとつている。



図—14　異なる初速度と増加速度に対する加速度の関係

図—15から減速度として計算に用いる値を表に示す，

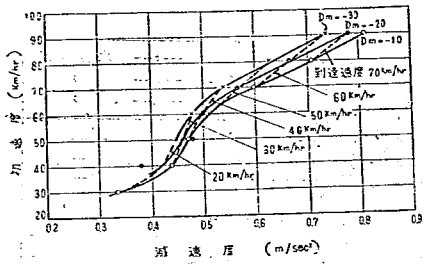
表—7　国産中・小型乗用自動車の出し得る平均加速度

初速度	到達速度		
	+10 km/hr	+20 km/hr	+30 km/hr
20 km/hr	2.258k/hr/s	2.123k/hr/s	1,980k/hr/s
30 〃	2,195 〃	2,059 〃	1,920 〃
40 〃	2,105 〃	1,970 〃	1,832 〃
50 〃	1,990 〃	1,843 〃	1,710 〃
60 〃	1,854 〃	1,710 〃	1,566 〃
70 〃	1,700 〃	1,540 〃	1,411 〃
80 〃	1,520 〃	1,357 〃	
90 〃	1,300 〃		

(3.) 車頭間隔について

追越距離の計算は追越視距計算の基本となるもので，理論計算には速度と車頭間隔の関係が判つていなければならない。AASHO[1)]および B. D. Greenshields[14)]は直線型をとり，A. N. Johnson[15)] は指数型をとつている。又藤井博士は制動停止距離を採用している。

本実験の結果は 4—4 に掲げたようで相当のバラツキを示すが，速度と車頭間隔の関係は直線と見做



図—15 速度と減速度の関係

表—8 国産中・小型乗用自動車の平均エンジン減速度

初速度	到達速度 −10 km/hr	−20 km/hr	−30 km/hr
90 hm/hr	2,916k/hr/s	2,790k/hr/s	2,632k/hr/s
80 〃	2,556 〃	2,412 〃	2,269 〃
70 〃	2,161 〃	2,034 〃	1,926 〃
60 〃	1,837 〃	1,783 〃	1,721 〃
50 〃	1,686 〃	1,656 〃	1,602 〃
40 〃	1,570 〃	1,505 〃	—
30 〃	1,200 〃	—	—
—	—	—	—

しても大きな誤りとはならないであろう。相関係数を求めてみると $r=0.905$ となつてかなりの相関のあることを知る。速度と車頭間隔の関係を直線と仮定し，最小自乗法によつて定数および係数を定めれば，車頭間隔は次式で表わすことができる。

$$d=0.25V+6.0 \cdots\cdots \text{m} \cdots\cdots (4)$$

こゝに d ：車頭間隔 m

V ：他の車と走行するときの両車の速度 km/hr

式—(4)において $V=0$ の場合，d は 6.0 m となる。この値は大体先行車長＋追随車長を 2 で割り，1.0m を加えた長さに近似している。

また実験結果を指数型にて表わされるものとして A. N. Johnson の型をとれば次式で表わされる。

$$d=0.218V^{1.034}+6.0 \cdots \text{m} \cdots\cdots (5)$$

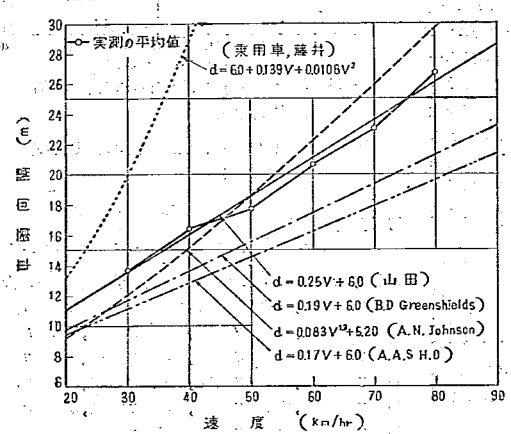
しかし実用の範囲では式—(5)は式—(4)の値とほとんど変らないし，使用の容易さを考えれば式—(4)を用いるのがよく，以下の計算はこの式によつた。

図—16は先に述べた研究者による夫々の車頭間隔の関係を比較したものであり，図中に示す式は総て m，km/hr に換算したものである。

(4.) 時間—速度曲線による最小追越距離および時間

加速実験結果は時間—速度曲線として表わすことができる。図—17 は加速時間を横軸にとり，速度を縦軸にとつて，加速経過時間に対する速度の変化を示すものである。図中には初速 20～70 km/hr のものについて終速 70～80 km/hr までの速度変化を示してある。これは 6 台の試験自動車の平均値によつて表わした。前項に述べた車頭間隔を適用し，この時間—速度曲線を用いて最小追越距離および時間を求め，次の節に述べる理論計算における速度差の適用範囲の検討資料とし，適用加速度を定めようとするものである。

この図を用いて計算するに先立つて次の仮定を設ける。



図—16 速度と車頭間隔の関係

i) 追越される自動車は等速走行する。

ii) 追越車は追越が可能であると判断されるまで追越される車との間に適当な車頭間隔 d を保ちながら追随する。

iii) 追越す車の運転者が追越可能と判断して追越を始めてからの速度は時間—速度曲線に従う。

iv) 追越を始めた瞬間に対向車線上に現われた車とは追越が完了した位置ですれ違うものとし，このときの追越車と追越される車の間隔は d をとるものとする。

以上の仮定によつて追越に要する時間 t sec は

$$2d+ty_0=y_1+y_2+y_3+\cdots+y_t \cdots\cdots (6)$$

を満足しなければならない。従つて

$$t=\frac{(y_1+y_2+y_3+\cdots\cdots+y_t)-2d}{y_0}$$

となり，最小追越距離 S_2 は

$$S_2=2d+t\,y_0 \cdots\cdots \text{m} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

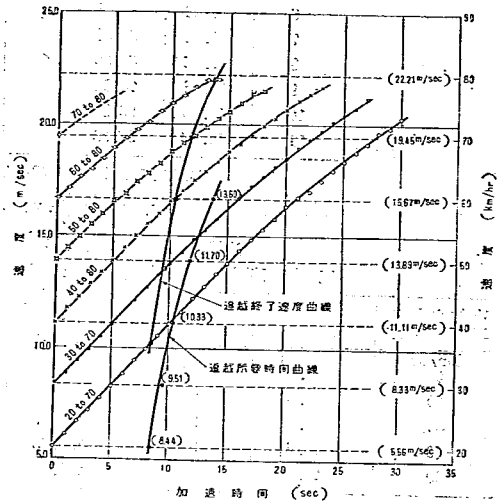
こゝに　d：車頭間隔　m

t：追越所要時間　sec

y_0：追越される車の速度　m/sec

y_1：追越車の夫々の時間における速度　m/sec

として計算されるが，実際の計算は表—9 のようにして行う。得られた追越所要時間，追越終了時の速度曲線は図中に示したようであるが，各要素は表—10 のようである。こゝで得られた追越終了時の終速値は 4—5 に述べた適用速度云々を立証するものであり，このために次節で論じる速度差の適用範囲は 20 km/hr が限度であることを知る。したがって計算に適用しうる加速度の値は図—12 の $a_{-2}=20$ のカーブで示される値とすべきである。



図—17　加速時間と速度との関係

(5.)　理論計算による最小安全追越視距について

現在わが国に紹介されている追越視距の計算法は D. W. Loutzenheiser および Joseph Barnett の研究[15),17)]に基いたもので，AASHO で採用され，確立されたもので，John H. Bateman Laurence I. Hewes, L. J. Ritter—R. J. Paquette などの道路工学[18),19),20)]にとり入れられている。計算を行う前にその概要を記せば次のようである。

追越視距は図—18に示すように 3 つの段階に分けて計算される。

i)　追越す車が追越可能であると判断して，追越を開始するまでの時間（判断時間）に走行する距離 S_1。

ii)　追越を開始してから完了するまでに追越す車が走行する距離 S_2。

iii)　追越車が追越を完了するまでに対向車からの車が走行する距離 S_3。

S_1, S_2, S_3 を計算するのに次のような仮定を設けている。

a)　追越される車は常に一定の速度で走行する。

b)　追越車は追越が可能になるまで追越される車と同一速度で一定の間隔をおいて走行する。

c)　追越車の運転者が追越可能と判断してから追越を開始するまでの時間は 3 sec とする，

d)　追越は最大加速度で加速して行われる。（ただし最大速度はその道路の設計速度）

e)　対向車はその道路の設計速度で走行し，丁度追越が終つたときすれ違うものとする。

f)　その道路の設計速度と追越される車輛の速度との差を一定と考える。

したがつてこれらの仮定の中，b) の車頭間隔はアメリカとわが国とでは自動車の性能が異なり，運転者の技輛が異なる。わが国の大部分は運転事業となつている。d) の最大加速度，最大速度は自動車の性能がそのほとんどを支配するものであり，f) の速度差とは相関連するもので，適用しうる相互の妥当な値はどうかについて，本章の 1), 3) および 4) において検討したので，これらの値を適用して計算すればよい。

以上により追越視距は次のようにして計算される。

認知時間内に追越車が走行する距離は S_1

$$S_1=\frac{1}{3.6}(V-m)t_1 \cdots\cdots \text{m} \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

こゝに　V：その道路の設計速度，追越車の最大速度　km/hr

表—9　追越所要時間の計算（追越される車の速度 20 km/hr のとき）

経過時間	y_{it}	Σy_{it}	$2d$	y_0	$2d+\Sigma y_0$
sec	m/sec		m	m/sec	
1	6.10		22.0	5.56	27.56
2	6.66	12.76		〃	33.12
3	7.22	19.98		〃	38.68
4	7.79	27.77		〃	44.24
5	8.32	36.09		〃	49.80
6	8.88	44.98		〃	55.36
7	9.40	54.38		〃	60.92
8	9.95	64.33		〃	66.48
9	10.48	74.81		〃	
10	11.00	85.81		〃	
11	11.57	97.38			

$$64.33+10.48\,t=66.48+5.56\,t$$

$$\therefore\quad t=\frac{2.15}{4.92}\fallingdotseq 0.44$$

追越所要時間＝8.0＋0.44＝8.44 sec

表—10　時間—速度曲線が得られた追越距離，時間その他の要素

追越される車の速度	d	$2d$	S_2	t	追越車平均速度	速度差
km/hr	m	m	m	sec	km/hr	km/hr
20	11.0	22.0	68.91	8.44	28.40	約 20.00
30	13.5	27.0	106.22	9.51	39.23	〃
40	16.0	32.0	146.77	10.33	49.93	〃
50	18.5	37.0	199.53	11.70	60.08	〃
60	21.0	42.0	268.78	13.60	69.51	〃

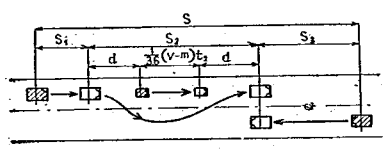
m：設計速度と追越される車の速度との差　km/hr（実験結果よりこの値は 20 km/hr）

t_1：認知時間　sec（普通 3 sec）

追越を始めるときの車頭間隔 d は実験結果から

$$d=0.25(V-m)+6.0\cdots\cdots\text{m}\quad\cdots\cdots(9)$$

追越車が追越を始めてから終るまでに要する時間 t_2 は次のごとくして求められる。



図—18　追越視距

追越行動中に追越車の走行しなければならない距離

$$=vt_2+2d\cdots\cdots\text{m}\quad\cdots\cdots(10)$$

追越行動中の追越車の平均速度

$$=\frac{1}{2}(v+v+at_2)\cdots\cdots\text{m/sec}\cdots\cdots(11)$$

したがつて追越車の走行した距離

$$=\frac{1}{2}(v+v+at_2)\cdot t_2\cdots\cdots\text{m}\quad\cdots\cdots(12)$$

式—(10)＝式—(12)とおいて

$$vt_2+2d=vt_2+\frac{1}{2}at_2^2$$

$$\therefore\quad t_2=2\sqrt{\frac{d}{a}}\cdots\cdots\text{sec}\quad\cdots\cdots(13)$$

式—(13)の加速度 a m/sec² を a' km/hr/sec と書換えれば

$$t_2=2\sqrt{3.6\frac{d}{a'}}\fallingdotseq 3.8\sqrt{\frac{d}{a'}}\cdots\cdots\text{sec}\quad\cdots\cdots(13')$$

こゝに　a'：追越車が追越終了時まで出し得る平均加速度 km/hr/sec（表—7 による）

従つて追越所要距離 S_2 は

$$S_2=2d+\frac{1}{3.6}(V-m)t_2\cdots\cdots\text{m} \quad \cdots\cdots(14)$$

追越車が追越を開始してから追越が完了するまでに対向車の走る距離 S_3 は，

$$S_3=\frac{1}{3.6}Vt_2\cdots\cdots\text{m} \quad \cdots\cdots(15)$$

したがつて追越視距 S は

$$S=S_1+S_2+S_3=12.0+\left(1+\frac{1}{3}\right)(V-m)+\frac{t_2}{3.6}[(V-m)+V]\cdots\text{m} \quad \cdots(16)$$

として計算される。

追越される車の速度 20～70 km/hr，すなわち設計速度 40～90 km/hr について 式—(16) によつて計算した結果は表—11 の最右欄に示す。表中には計算の要素およびそれぞれのパートに対応する値を示した。

得られた結果を図示すれば図—19 のようである。

図中には前節の時間—速度曲線によつた追越視距を示すが，計算による値と極めてよく一致し，計算の妥当であることを示している。こゝに現われた両者の差は数字の操作上の結果によるものである。また，この図には AASHO の最大加速度を用い，速度差 20 km/hr についての計算値を示すが，筆者の実験結果による計算値とは相当の差がある。これは適用されている加速度が大きいためで，S_2，S_3 の値が小さくなることによるものである。若しこの値によつて設計されるならば追越は不可能となり，高速車の交通に不便を来たすことになるであろう。尚図中に AASHO で使用されている追越視距を比較のために示す。これらの値は何れも短い距離となつている。このことから判るように追越視距は必ず交通の性質を検討し，自動車の性能を考慮したものでなければならない。自動車の性能は関係技術者の不断の努力により順次技術的改良がなされ，向上しつゝあるが，前に一寸触れたようにエンジン・キャパシティを増大することを別とすれば，旬日をもつて何%かの向上の無理であることが考えられ，筆者の実験によつて定められようとも設計結果が不経済なものとはならないであろう。

(6.) 追越所要巾員について

従来道路巾員の設計は，側方拘束をした場合の自動車のすれ違い速度におよぼす影響を求めて，これを拡張して設計速度に対して必要とする巾員を求める方法[6]によつてきた。然しこの研究によつて導かれた公式中に若干の不合理が含められている。その中の 1 つは車体間隔 Bc を

$$Bc=kV^2\cdots\text{m}\cdots(k=0.15\times10^{-3}\sim0.198\times10^{-3})$$

こゝに　V：すれ違い速度　km/hr

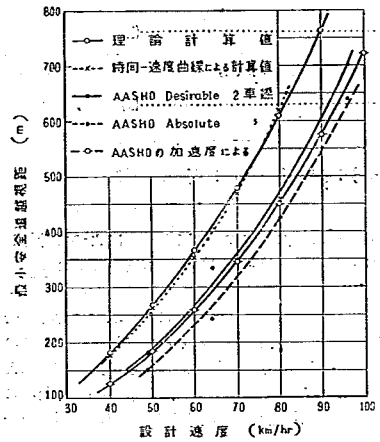
として表わしていることである。筆者は車体間隔 Bc は速度に比例して増大するであろうが，ある速度以上では一定の値をとるのではなかろうかと考える。またこの式ではで $V=0$ で $B_c=0$ となつて車体が接触することなり不合理となる。$V=0$ で若干の余裕がなくてはならないと考える。第 2 はトレッドと舗装縁端までの余裕巾（実験では障害物を置いて舗装縁端を示している）b を，

$$b=kV\cdots\text{m}\cdots(k=0.01025\sim0.01411)$$

の直線式としている。直線で表わされるかどうかは別として，$V=0$ で $b=0$ となり，タイヤーが障害物の上に載ることになつて不合理である。この余裕巾 b はトレッドから車体の外鈑までの距離に若干の余裕巾を加えたものとなる筈である。その後道路構造令を更新するために樽井技官によつて追越および対向避走による巾員決定が試みられた。この結果を一定の式として表わしていないが，速度を横軸にとり，車体間隔を

表—11　追起視距計算要素および安全最小追越視距

V	$V-m$	d	a	t_1	t_2	S_1	S_2	S_3	S
km/hr	km/hr	m	km/hr/sec	sec	sec	m	m	m	m
40	20	11.0	2,124	3.0	8.65	16.68	70.05	96.09	182.82
50	30	13.5	2,059	〃	9.73	24.99	108.10	135.18	268.27
60	40	16.0	1,066	〃	10.84	33.33	152.46	180.72	366.51
70	50	18.5	1,847	〃	12.03	41.67	204.04	233.80	479.51
80	60	21.0	1,710	〃	13.32	50.01	263.92	295.86	609.79
90	70	23.5	1,548	〃	14.81	58.32	334.88	370.13	763.33



図—19　設計速度に対する最小安全追越視距

縦軸にとつた場合，車体間隔は下に凸の曲線で表わしており，巾員を 2×車輛巾＋車体間隔＋1.0 として求めている。すなわち車体外鈑からの余裕巾はそれぞれ 0.5 m である。尚樽井技官の実験結果によれば対向避走の場合の所要巾員≧追越の場合の所要巾員となつている。このことから巾員は追越の自由性を与えるためには追越の場合の所要巾員によつて定められなければならないことになる。また星埜教授は2車線道路の有効巾員について交通量に応じて次のように定めることを提案している[21]。

$$W=mB+nv \cdots\cdots \text{m} \quad \cdots\cdots (17)$$

こゝに　W：巾員　m
　　B：車巾　m
　　v：速度　m/sec
　　m, n：交通量に応ずる係数

式—(17)は　$v=0$ においても 0.3～0.4 倍の余裕（車体間隔と車体外鈑からの余裕）をもつこととなつて，合理的なものと思われる。しかし第2項は速度に比例して直線変化となつており若干の疑問を残している。過去における決定法に対する批判の概要を述べてきたが，筆者の追越実験による方法について以下に記す。

筆者の追越実験では追越車の追越行動中の全軌跡を走行残跡装置によつて残跡されているので，追越車の軌跡の縦目地からの横距を測定することによつて容易に車体間隔を求めることができる。実験に先立つて各運転車に対して追越される車と併走するときの車体間隔は，危険でない程度に接近しながら追越すよう注意してあるので，得られた結果はそれぞれの運転者が無理な危険を侵したものではなく，一般の場合と異ならないと考えてよいと思う。実測結果を示せば図—20 のようで，相当のバラツキを示している。図について車種別について検討してみると，運転者によつて間隔が異なるようであるが，判然りした傾向は見出されない。実測結果について 5 km/hr を範囲にとつてこれらのグループの平均値を図中に示す。75, 80 km/hr 附近の値は実測値が少ないが，若干増加率は低下の傾向を示す。この種の実験ではこの程度のバラツキは止むを得ないと考えられるので，速度と車体間隔の関係については平均値を用いて検討することとする。平均値のみをとり出せば図—21 に示すようになる。

両者の関係を両対数目盛にとつてプロットすると，直線と見做して支障ないようにみられる。この場合直線とみれば車体間隔 B_c は

$$B_c=0.0760\,V^{0.676} \cdots\cdots \text{m} \quad \cdots\cdots (18)$$

こゝに　V：追越車の速度　km/hr

で表わされるが，$V=0$ で $B_c=0$ となり，金子式と同じことになる。それで再び普通目盛にとつて強引に直線と見なせば

$$B_c=0.42+0.01297\,V \cdots\cdots \text{m} \quad \cdots\cdots (19)$$

として表わされるが，実験結果における高速部の増加率の低下が考慮されないことになる。そのために抛物線型に従うものとし，

$$Bc=0.15+0.0225V-0.792\times10^{-4}\cdot V^2 \cdots\cdots \text{m} \quad \cdots\cdots (20)$$

を採用する。式—(20) では或る速度で $Bc_{\max}$ を生ずることになり，再び小さくなることになるが，使用範囲でこれが起るかどうかは式—(20)を V について微分して零とおいて V について解けばよい。$V=142$ km/hr で $Bc_{\max}$ ($Bc_{\max}=2.72$ m) となつて一応実用速度外の問題となるが，この速度以上では $Bc=$Const と考えてさしつかえないであろう。

表—12　m, n の値

	m	n
重交通	2.4	0.07
中交通	2.4	0.06
軽交通	2.3	0.05

また式—(18)～(20)は図からも知られるように実際に使用の範囲ではほとんど差がないから，これらの中の便利なものを使用すればよい。以下の計算には式—(20)を用いることとする。

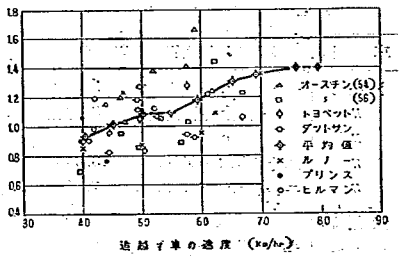
以上によつて速度と車体間隔の関係を求めることができたので，巾員の決定について論を進める。この場合，車体の外鈑からの余裕巾については巾員拘束を行なつていないので測定値はないが，浅井技官の実験[23]結果を採用することによつて解決される。浅井技官の実験によれば，低障害の Clearance 0.5～0.70 m が影響を与えない限界となつているので，必要な余裕巾として 0.60 m を採用することとする。従つて追越に必要な舗装巾員 W は，

$$W \fallingdotseq 1.20+(B+B')+Bc$$
$$=1.35+(B+B')+0.0225V-0.792\times10^{-4}\cdot V^2 \quad \cdots\cdots\text{m} \cdots\cdots (21)$$

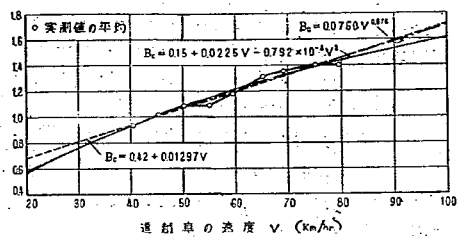
こゝに B, B' : 追越される車および追越車の全巾 m

V : 追越車速度 km/hr（設計速度にとる）

であり，こゝで B, B' を定めることによつて所要巾員の計算ができる。これらの値は交通の種類によつて異なるものであるが，追越の性質上追越される車にはトラック，追越す車には乗用車を考えることとし，更にこれらの組み合わせについてわが国で用いられている最大，最小車輛全巾の組み合わせによることとし，所要巾員を求めてみよう。国内を走行している車輛の全巾については国産自動車諸元表[33]によつて知ることができる。



図—20 追越す車の速度と車体間隔の関係



図—21 追越車の速度に対する車体間隔の曲線の当て嵌め

これによれば表—13 に示すように最大全巾のトラックとしてはふそう W 26 DHIW の 3.00 m，乗用車についてはキャデラック 60 の 2.03 m があり，最小全巾のものはトラックについてはニッサン U580 の 2.24 m，乗用車についてはスズライト SSS の 1.30 m がある。しかし，巾員を定める場合には道路運送車両の保安基準（昭和 26 年 7 月 28 日運輸省令第 67 号）によつて定められている車輛全巾によらなければならないこの第 2 章第 2 条によれば一般道路交通にゆるされるのは 2.50 m 以下であるから，追越される車輛全巾として 2.50 m，2.40 m，2.30 m，追越車としては 2.0 m をとつて速度に対応する所要巾員を計算すれば表—14 に示す値が得られる。なお参考までに最小のものについて求めれば表—13 の値から第 4 欄に示す所要巾員となる。

表—14 の結果を図示すれば図—22 のようになる。図中の曲線 (a) は B, B' を夫々 2.50 m，2.00 m，(b) は 2.40 m，2.00 m，(c) は 2.30 m，2.00 m についてのものであり，(d) は最小を示すもので，2.30 m，1.30 m の車輛全巾によるものである。なお，図中には樽井技官の追越実験による所要巾員を示すが，これは乗用車相互およびトラック相互によるものであり，側方 Clearance を 0.5 m としたものである。トラック相互の所要巾員については筆者の実験より速度増加にともなう所要巾員が急増し，50 km/hr では筆者の最大のものより大きい結果となつている。乗用車相互のものについては追越車がリンカーンの場合には最小の場合に近い値をとり，ダッジの場合は更に小さくなつている。樽井技官のトラック相互のものについては本計算の合計全巾より約 0.10 m 大きい車輛を用いている。増加傾向がいちじるしいのは走行中の車輛相互の型状から生ずる危険感の影響であろうと考えられるが，50 km/hr 以上のものについての実験値がないので断定することはできない。また乗用車相互の結果については，本実験による最小値より小さい値となつているのは支配する車輛全巾が 1.75～1.80 m で，本計算の合計全巾にほゞ等しいが，使用車輛が左ハンドルで，接近の安全度が大きいためであろうと考えられる。尚図中には道路構造令（案）[24] による規格を示すが，これらの値は A 級平地部を除いては何れも本実験結果より相当内側に入つている。したがつて道路巾員については追越の自由性を与えるためには，なお検討を加え，若干修正するのがよいと思われる。アメリカで用いられている大型トラックおよびバスの割合の大きい交通の場合の値を参考までに示したが，これは本実験結果にほぼ近いを値とつている。

表—13 車種別全巾

車種	車名	車輌全巾
トラック	a	2.50m
〃	b	2.40
〃	c	2.30
〃	ふそう W26 DHIW	3.00
〃	ニッサン U580	2.24
乗用車	A	2.00
〃	キャデラック 10	2.03
〃	スズライト SSS	1.30

(7.) 加減速車線長について

交叉点に設ける加速車線と減速車線とは併用されるものであるから，計算の過程において適用する加速度，または減速度は両者の中の小さい rate を適用することによつてその目的を達することができる。

加速線長 L は

$$L=\frac{V^2-V_0^2}{7.2a}\ \text{m} \qquad \cdots\cdots(22)$$

こゝに　V：優先道路の設計速度 km/hr

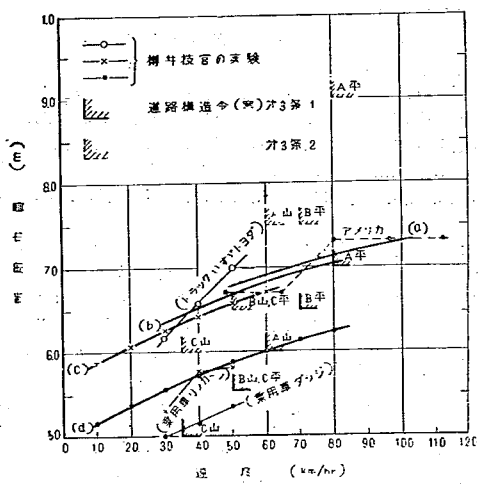
V_0：前車と交叉する道路の設計速度 km/hr

a：$V_0 \rightarrow V$ に対応する加減速度 km/hr/sec

によつて計算される。式—(22)の値は表—7 から得られる。両路線の設計速度が与えられた場合，若し $V_0 \rightarrow V$ に対応する加速度より $V \rightarrow V_0$ に対応する減速度が小さければ，式—(22) の V, V_0 を入れ換えて，後者に対応する加速度を a に代入すればよい。また，加減速線長は式—(22)を用いなくても図—5 および図—7 のそれぞれに対応する図上の横距を比較し，より長い値をとればよい。本実験では勾配の影響を求めていないのでこの場合の検討は今後の実験研究に譲りたい。

表—14 設計速度と所要巾員（2 車線）

設計速度 / B, B'	km/hr 30	〃 40	〃 50	〃 60	〃 70	〃 80	〃 90	〃 100
2.50m, 2.00m			6.78	6.92	7.04	7.14	7.23	7.31
2.40, 〃	6.35	6.52	6.68	6.82	6.94	7.04		
2.30, 〃	6.25	6.42	6.58	6.72				
〃 1.30	5.55	5.72	5.88	6.04	6.14	6.24		



図—22　速度と追越所要巾員の関係

6. 結　　語

以上に追越視距および追越所要巾員に基づく道路巾員について述べてきたが，これは直線で平坦なコンクリート舗装上で而も割合好天の日を選んで実験した結果であるので，路面種別の影響——たとえば車体間隔についてはわずかな凸凹も車体に揺れを生じ，殊に砂利道では横ゆりを起しやすいために大きい間隔をとるであろうし，車頭間隔についても同様のことが考えられる——，天候の影響——たとえばアスファルト系路面では降雨時は表面水によつて摩擦係数を減ずるため，急激な加速ではスリッピングを起すであろうし，急激なハンドル操作は横ゆりの危険を増すから追越距離はより長いものとなるであろう——，勾配の影響——上り勾配は加速性能を減じ，減速性能を増すであろう——などの問題が検討されていないので，さらにこれらの影響についての実験研究によつてこゝに報告した結果を修正しなければならない。

この報告書で述べたことを要約すると以下のようである。

i　交通の円滑化を図るためには視距として追越視距が採用されなければならない。追越視距は自動車の性能を無視して定められるものでないので，追越の対象を国産および準国産の中・小型乗用車として，加速試験を行ない，視距計算に適用しうる加速度 a' km/hr/sec を定めた。

ii　追越視距計算のための車速と車頭間隔 d m の関係を求めた。

iii　加速試験による時間——速度曲線から追越距離と追越所要時間を求め，追越視距の計算をおこなつた。そして理論計算に適用しうる限界速度差を求めた。

iv　以上により理論計算に必要となる d, a, m の値が定まつたので，これらの値を用いて追越視距を求め，iii の結果と比較し，計算の妥当であることを確認した。

v　追越実験による追越距離および時間を求め，理論計算の結果と比較検討し，計算の実験的裏付けとした。なお AASHO で採用しているものと比較した結果，この実験結果はこれらの値よりいくぶん大きい結果となつたが，これは車のエンジン・キャパシティの差によるもので，わが国では AASHO の加速度を採用することは不適当であることがわかつた。

vi　追越所要巾員による巾員決定法を検討した結果，追越の自由性を与える巾員とするためには，現行の道路構造令についてA級平地部以外の基準はこれをあらためた方がよいことがわかつた。

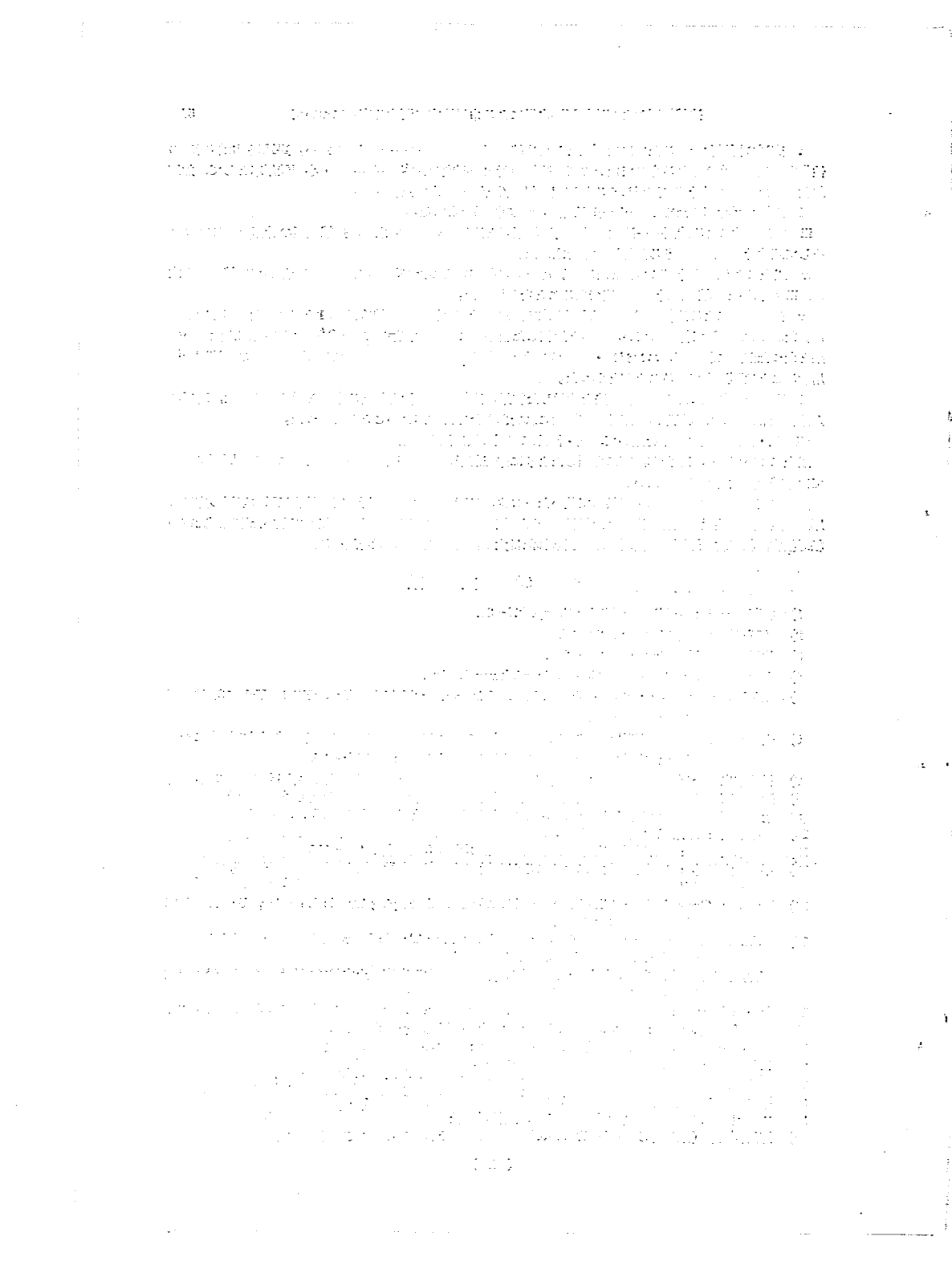
vii　加・減速試験の結果を用いて，加・減速車線長の決定法を提案した。

以上について述べてきたが，前にも記したように未だ若干の問題を残しているので，これらの問題については今後の実験研究に譲りたい。

実験に際して試験用自動車を提供して戴いたトヨタ，日産，いすゞ，日野，富士精密KKの当局の方にの厚意，走行残跡装置の製作に当られた機械課の高岡技官，小池君，実測を終始手伝つて戴いた道路研究室の松野技官，松崎君，遠藤君，資料整理に当られた日大の洲崎君に感謝の意を述べる。

参　考　文　献

1) 谷藤，奥田：新制道路・都市計画，pp. 29～30.
2) 竹下春見：道路工学，pp. 22～25.
3) 片平信貴：道路工学，pp. 204～206.
4) A. A. S. H. O：Policies on Geometric Highway Design.
5) D. W. Louzenheiser：Spead-Change Rate of Passenger Vehicle. Pro, HRB. Vol. 18. Part I 1938, pp. 90～99.
6) 金子桓：自動車の速度に及ぼす車線中の影響に関する実験，竝に之に基く舗装幅員の決定について，土木試験所報告　41 号，昭和 13 年5月，pp. 115～126.
7) 樽井常忠：自動車の追越試験及び対向避走試験に就いて，土木研究所概報　第5号，昭和24年2月
8) 近藤政市：自動車の安定性操縦性の実験的研究，日本機械学会誌　第 59 巻，第 448 号
9) 近藤政市：試作走行残跡装置と 2, 3 の使用例，自動車技術，Vol. 10, No. 7, 1956.
10) 片平信貴：道路工学　pp. 116～119.
11) 自動車技術会：乗用自動車性能試験報告　昭和 29 年 3 月　pp. 231～232.
12) 平尾，大谷外：自動車試験台によるころがり抵抗の測定，自動車技術 Vol. 10, No. 5, 1956, p. 151.
14) Bruce D. Greenshields ; The Photographic Method of studying Traffic Behavior, Proc., HRB Vol. 13. pp. 382～399.
15) A. N. Johnson：Marirand Aerial Survey of Highway Traffic between Baltimore and Washington, Proc. HRB Vol. 8 pp. 106～115.
16) 藤井，生沢，栄松，菊地，道祖上：自動車の構造に関する調査，土木試験所彙報　第 11 号　昭和 15 年 3 月　pp. 63～64.
17) Joseph Barrett：Report of Committee on Sight Distances Proc. HRB Vol. 1937 pp. 111～120.
18) John H. Bateman：Highway Engineering, 5th edition, pp. 98～100.
19) Laurence I. Hewes and Clarkson H. Oglesby：Highway Engineering, pp. 163～165.
20) L. J. Ritter, R. J. Paquette：Highway Engineering, pp. 140～144.
21) 星野和：自動車の運動と道路の構造について，道路　昭和 25 年 11 月　p. 322.
22) 浅井新一郎：路肩障害物の影響について，道路，2 月号　1956, pp. 67～70.
23) "国産自動車諸元表"（含外国車）1957 運輸通信社
24) 道路構造令（案）その 1　1957. 3. 9.



PC箱ゲタ橋（金剛大橋）の模型による実験的研究

建設技官　田　原　保　二
建設技官　手　塚　　薫
建設技官　国　広　哲　男

（昭和 32 年 5 月 1 日）

Experimental study on box-section prestressed concrete beam bridge (Kongoohashi) by model test.

(May. 1957)

Y. TAHARA
K. TEZUKA
T. KUNIHIRO

Synopsis :

In this paper, we describe on the load tests by 1/5−scale model of Kongoohashi, the first box-section prestressed concrete beam bridge in Japan.

A concentrated load was applied on the four respective points in the middle section of the span of model, in order to measure the deflections and bending strains of each beam in various sections, and the failure of model was occured by the extremely eccentric loading.

The results of both analytical studies of the bridge by method of superposing pure torsion on pure bending and by theory of bending torsion were compared with the results of the load tests and the elastic and ultimate behaviours of box-section prestressed concrete beam bridge were investigated and the problem, whether some assumptions for the design of this bridge were appropriate or not, was discussed.

要　旨

本文は，わが国最初の PC箱ゲタ橋である金剛大橋の架設に先立って行われた実橋の 1/5 の模型ゲタによる載荷および破壊試験の結果について述べたものであり，PC 箱ゲタ橋設計計算において仮定されたとおりの挙動を示し，箱ゲタ橋としての機能を十分に発揮するか否かの検証，および破壊時のケタの挙動の解明の 2 点を主眼として考察を加えたものである。

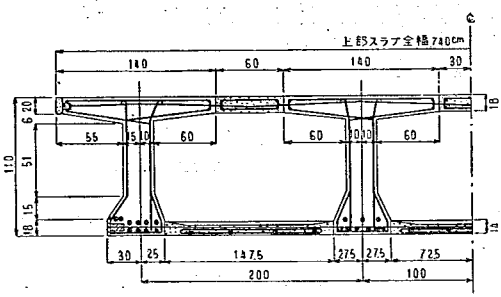
目　次

1. 緒　言……(2)
2. 実験の目的……(2)
3. 実験ゲタ……(3)
（1）断面寸法……(3)
（2）使用した材料……(3)
（3）製　作……(3)
4. 実験方法……(4)
（1）載　荷……(4)
（2）測　定……(4)
5. 測定結果及びその考察……(4)
（1）Test A, B, C, D.,……(4)
i) タワミ……(4)
ii) 橋軸方向のヒズミ……(6)
iii) 横方向のヒズミ……(10)
iv) スラブの応力……(11)
v) ネジリ剛性……(13)
vi) 曲げネジリ理論との比較……(14)
（2）Test D_2 (ひびわれ試験)……(15)

i) タワミ……(15)
ii) 橋軸方向のヒズミ……(15)
iii) 横方向のヒズミ……(15)
iv) ひびわれ荷重……(17)
(3) Test D_3 (破壊試験)……(18)
i) タワミ及び橋軸方向のヒズミ……(18)
ii) ひびわれの分布状態……(18)
iii) 破壊荷重……(19)
6. 結　論……(21)

1. 緒　言

大阪府土木部において，主要地方道大和高田，富田林線が石川を渡る地点に架設された金剛大橋は，人家密集の市街地のため，取付道路の嵩上は補償費の増大を招くのでできるだけケタ高の低い構造とするよう検討された。その結果本邦最初の PC 箱ゲタ橋構造を採用することになった。実橋の概略について述べると金剛大橋は橋長 124.6m，巾員 7.0m で径間割りは，4 @ 31.1m でケタ高 1.10m の2等橋である。その断面図は図—1 に示すとおりである。



図—1　実橋の断面図 ($l/2$ 断図)

施工順序は，まず T 断面の P.C ゲタ4本を製作し，(この際 T 断面のケタのケーブルはその1部のものだけプレストレッシングを実施する。)これを架設した後，下側スラブの現場所打ちを実施し，これらのスラブと各主ゲタとを横方向にプレストレッシングしてから，スラブ内に配置してあるケーブルおよび，T 断面ゲタの残りのケーブルのプレストレッシングを実施する。しかる後，上突縁間の現場打コンクリートを施工し，これを主ゲタと横方向にプレストレッシングを与えて結合し箱型断面を得る。

応力の計算は以上の各段階に応じてそれぞれ実施し，設計の基本はフルプレストッシングである。

本報告は大阪府土木部よりの依頼により，土木研究所が実施した金剛大橋の模型実験に関するものである。

2 実験の目的

箱ゲタを主ゲタ構造とする型式の橋梁は，戦後特にドイツにおいて急速な発展を示し，諸外国の注目を集めている。この種の型式を採用することにより，軽量で強剛な橋梁が出現し，経済的設計が可能となった。

わが国においても，数年来，箱ゲタ橋に関する認識が急速に高まり，鋼橋では模型による種々な実験的研究と相まち，すでに数橋架設され，今後ますます発展する気運にある。

一方 P.C 箱ゲタ橋については，諸外国においてはすでに多々架設されているが，わが国においては，今回の金剛大橋が最初のものである。

金剛大橋はできるだけケタ高を低くするよう制限を受けたゝめに P.C 箱ゲタ橋構造が採用されることになったのであるが，この種型式の橋梁に対する実験的研究はほとんど行われていないのが現状で，その設計・施工に当り検討を要する点も多いと考えられる。

今回は実橋の 1/5 の模型ゲタについての載荷実験で，その目的とするところは，箱ゲタ橋は設計計算において仮定されたとおりの挙動を示し，箱ゲタ橋としての機能を十分発揮するか否かの検証および破壊時のケタの挙動の解明の2点が主たるものである。

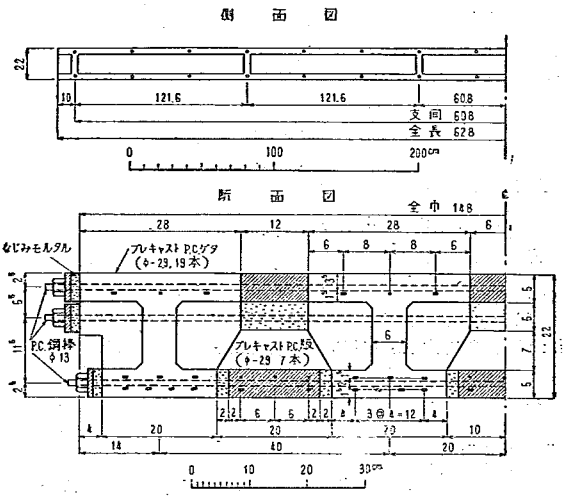
前者の仮定については，箱ゲタ断面はその剛性が非常に大きいとし，各ケタに対する荷重の分配は均等であると考え，橋軸方向の曲げ応力度の計算の場合には，活荷重の偏心を考慮していない。また荷重の偏心によっておこるネジリモーメントは箱ゲタ断面に生ずるネジリセン断力によって抵抗されると考えている。これら設計上の仮定の妥当性を実験的に確認すると云うことは最も重要な点である。また実橋におけるような施工方法で順次に箱ゲタ断面を合成するとき，各部材の継目が弱点になることなく十分に上記の仮定どおり箱ゲタとしての機能を発揮することができるかどうかの検証も必要である。また後者の問題としては偏心的

な載荷によってケタを破壊させるとき，ケタはどのような様相を呈するかを知ることも非常に関心すべき点と考えられるのである。

3. 実験ゲタ

(1) 断面寸法

実験ゲタの断面寸法は図—2 に示すとおりである。これらの各寸法は大体実橋の 1/5 となるように選ばれている。



図—2　実験ゲタの断面寸法

(2) 使用した材料

実験ゲタに用いたコンクリートおよびモルタルの配合は表—1 に示すとおりである。

またモルタルおよびコンクリート供試体（φ10 cm×20 cm）の圧縮強度を表—2 に示す。載荷試験当日における主ゲタコンクリートの供試体の弾性係数の値は約 3.5×10^5 kg/cm² であった。

表—1　コンクリートおよびモルタルの配合

		主桁	下突縁連結版	上突縁連結版	モルタル
配合	C	475 kg/m³	500 kg/m³	500 kg/m³	500 kg/m³
	W/C	0.37	0.35	0.35	0.55
	G/S	1.8	1.5	1.9	—

表—2　圧縮強度

	主ゲタ		下突縁連結版		上突縁連結版		モルタル	
	材令	圧縮強度	材令	圧縮強度	材令	圧縮強度	材令	圧縮強度
P.C 鋼線の緊張力解放時	7 日	354kg/cm²	8	413				
鋼棒緊張時					3	347	3	262
28 日			28	541	28	546	28	436
載荷試験時	32	559	29		8		8	

表—3 P.C 鋼線および鋼棒の性質と緊張力

	P. C 鋼線	P. C 鋼棒
径	29 mm（神鋼鋼線鋼索 K.K. 製）	14.4 mm 神戸製鋼製
抗張力	200 kg/mm²	103 kg/mm²
降伏点応力度		*96.3 kg/mm²
伸び		4 %
施工引張応力度	140 kg/mm²	30.7 kg/mm²（5 t/本）

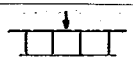
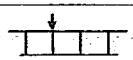
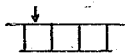
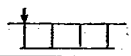
* 0.7% 伸びに対する値

表—4 $l/2$ 断面の応力状態

		橋軸方向	橋軸に直角方向
上縁	主ゲタ	27 kg/cm²	25 kg/cm²
	上突縁連結版	6	
下縁	主ゲタ	75	27
	下突縁連結版	75	

の大きさはあらかじめキャリブレーションの行われたリングゲージにより測定した。荷重はいずれも集中一点荷重で（オイルジヤッキの下に φ15 cm の円形鋼板およびゴムパッキングを敷いた。）その橋軸方向載荷位置は $l/2$ 断面上とし，荷重の大きさ及び橋巾方向位置は表—5 に示すとおりである。

表—5 荷重の大きさと位置

	荷重の大きさ	荷重の位置
Test A	4.5 t まで 0.5 t 刻みに載荷（2回実施）	
〃 B	〃	
〃 C	〃	
〃 D_1	〃	
〃 D_2	7.0 t まで載荷，5 ton 以上はひびわれの発生に注意しながら徐々に載荷	〃
〃 D_3		〃

なお図—3 に示したほかにセン断力を知るために，支点上の断面などに3方向にヒズミ計を取り付けて測定を行つたが，測定した各方向のヒズミはいずれも小さく，良好な測定結果は得られなかつた。

なお各断面内におけるそれぞれの位置を端のケタの位置から順次に図—3 に示したような番号で表わすことにする。

写真—1 は Test D_1 実施中の状況を示している。

次に使用した P.C 鋼線および P. C 鋼棒の性質および緊張力は表—3 のとおりである。

(3) 製　作

実験ゲタの製作に際しては実橋におけると類似な施工順序で箱型に合成した。まず1断面の主ゲタと下突縁連結版をプレテンション方式により別々に製作し，次にこれらをモルタルによりつなぎ，上突縁連結版のコンクリートを打設して後に上・下突縁を PC 鋼棒により横方向にプレストレッシングして箱型断面を得た。

このようにして製作した実験ゲタの $l/2$ 断面上・下縁における死荷重応力を考慮に入れた計算上の応力状態は，それぞれ表—4 に示すとおりである。

4 実験方法

(1) 載　荷

載荷はオイルジヤッキを用いて行い，荷重

Test D_3 においては 10 t まではリングゲージを用い，それ以上はジヤッキのマノメーターにより荷重の大きさを知つた。

(2) 測　定

載荷に際しては図—3 に示す各位置においてタワミおよびヒズミを測定した。なお $l/2$ 断面上縁の荷重の載る位置におけるヒズミ計は，正確には $l/2$ 断面より 10 cm ずれた位置に取り付けられた。

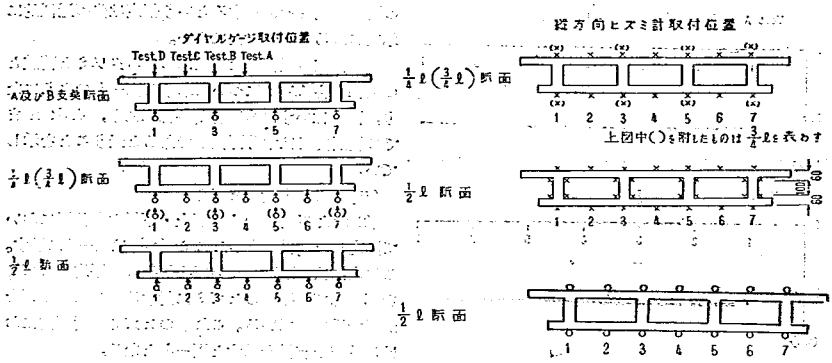
タワミは 1/100 mm のダイアルゲージにより，ヒズミはいずれも電気抵抗線ヒズミ計により測定した。Test D_3 では大きな荷重に対しては，ダイアルゲージをとりはずし，主要な位置にスケールを立てゝタワミを測定した。

5 測定結果およびその考察

〔1〕 Test A, B, C, D

(1) タワミ

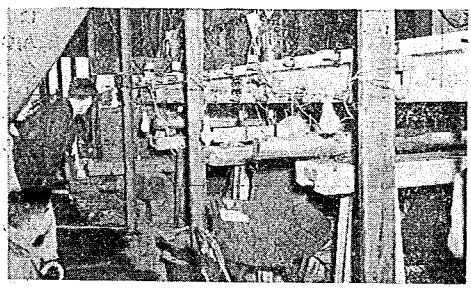
4.5 t 載荷した時図—3 に示す各位置においつ測定したタワミは表—6 に示すとおりである。表—6 には



図—3 測 定 位 置

それぞれの断面の平均のタワミに対する各タワミの割合が%で示されているが，橋巾中央に載荷した Test A については この割合は 98～101% であり，各位置におけるタワミの値がほとんど等しいと云うことを示している。次に Test B, C, D と荷重の偏心が増すに従い各ケタのタワミの平均に対する割合は 97～103%，95～106%，93～109% とその範囲を大きく示すようになる。

各 Test における平均のタワミを比較すれば $l/4$ および $3/4\,l$ 断面では 3.88～4.21mm $l/2$ 断面では 5.86～6.08 mm であり，各 Test における平均のタワミは大体一致しているということができる。また断面2次モーメントとして橋の全断面を考慮し，弾性係数としては $E_c=3.5\times10^5$ kg/cm² （これは I 断面主ゲタのコンクリートから採取した供試体の載荷試験当日において測定した弾性係数である。下突縁連結版，上突縁連結版などはいずれも材令が異なつており厳密には弾性係数はそれぞれ違つた値であるが，その差は小さいと考えられるので全断面のコンクリートは同じ弾性係数 3.5×10^5 kg/cm² であるとする。）を採用してタワミを計算してみると $y_{l/2}=5.45$ mm, $y_{l/4}=3.75$ mm である。計算値は実測した平均タワミより少し小さい値を示している。表—6を図示すると図—4のようになる。図—4 から分るように断面内における横方向のタワミの分布はほとんど直線的に経過しており荷重の偏心がなければ水平で，偏心が大きくなるほど傾斜が増し断面全体がねじれているだけである。これは箱型断面では剛性が非常に大きいということで設計計算に当つて

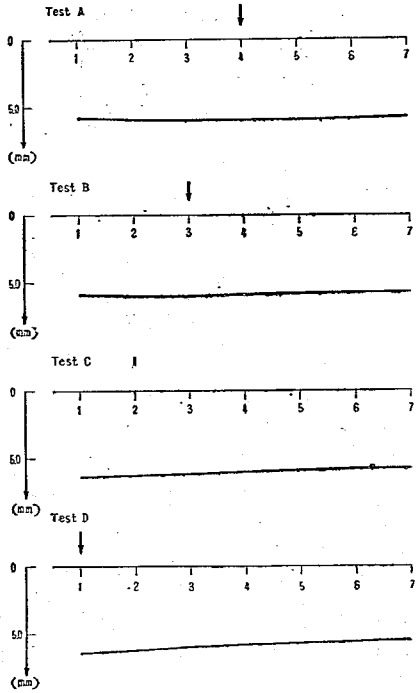


写真—1

表—8 タワミ (Test A, B, C, D_1)　単位：mm

	位置 / 断面	1	2	3	4	5	6	7	平均
Test A	$l/4$	4.1 (99)	4.15 (100)	4.2 (101)	4.2 (101)	4.15 (100)	4.1 (99)	4.1 (99)	4.14
	$l/2$	5.8 (98)	5.9 (100)	6.0 (101)	6.0 (101)	5.95 (101)	5.9 (100)	5.85 (99)	5.91
	$3/4l$	4.05 (99)		4.2 (102)		4.15 (101)		4.05 (99)	4.11
Test B	$l/4$	4.0 (100)	4.05 (101)	4.1 (103)	4.05 (101)	3.95 (99)	3.9 (98)	3.85 (97)	3.99
	$l/2$	5.9 (101)	6.0 (102)	6.0 (102)	5.9 (101)	5.8 (99)	5.75 (98)	5.7 (97)	5.85
	$3/4l$	4.0 (100)		4.15 (103)		4.0 (100)		3.9 (97)	4.01
Test C	$l/4$	4.2 (104)	4.15 (103)	4.1 (101)	4.05 (100)	4.0 (99)	3.95 (98)	3.90 (96)	4.05
	$l/2$	6.4 (105)	6.3 (104)	6.2 (102)	6.05 (100)	5.95 (98)	5.85 (96)	5.8 (95)	6.08
	$3/4l$	4.45 (106)		4.25 (101)		4.1 (97)		4.05 (96)	4.21
Test D_1	$l/4$	4.25 (110)	4.1 (106)	3.95 (102)	3.85 (99)	3.75 (97)	3.65 (94)	3.6 (93)	3.88
	$l/2$	6.45 (109)	6.2 (105)	6.0 (102)	5.85 (99)	5.7 (97)	5.6 (95)	5.5 (93)	5.9
	$3/4l$	4.4 (110)		4.05 (101)		3.85 (96)		3.7 (93)	4.00

上表中（ ）内の数値は平均のタワミに対する割合を%で表わしたものである。



図—4　l/2 断面内のタワミ（Test A, B, C, D_1）

の断面の変形を無視するという仮定は先づ近似的に承認されるものと考えてよい。

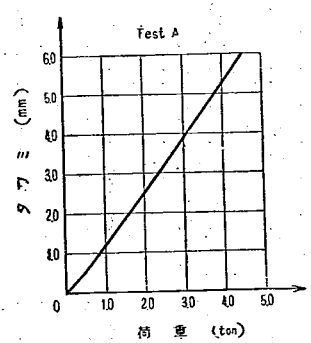
また荷重の載荷した位置におけるタワミと荷重との関係を各 Test について示すと図—5 のようになり，両者はいずれも直線的関係にあり，4.5ton までの範囲内では十分弾性的であると云うことを示している。

（ii）　橋軸方向のヒズミ

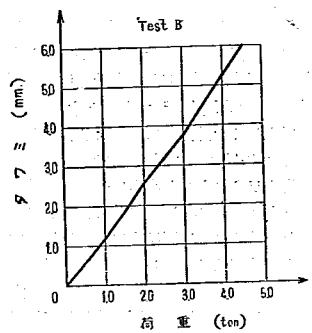
l/2 および l/4 の各断面上・下縁の各位置において測定した橋軸方向のヒズミ（ε_x）は表—7 に示す。この表には各断面についてそれぞれの平均のヒズミを算出して，平均のヒズミに対する各ヒズミの割合が%で示されている。これらのヒズミの断面内における分布の有様を示すと図—6 となる。

表—7 や図—6 からわかるように l/2 断面上縁ではウェブとウェブの間に荷重が作用したとき（Test A, C）には，その荷重の作用位置において局部的に急激に大きなヒズミが生じ，平均ヒズミより約50%も大きくなるが他の位置では大体同じ位のヒズミを示す。これに対しウェブの上に荷重が載った時（Test B, D_1）には，荷重の作用する位置の附近においてわずかに大き目のヒズミを示すのでその他の各位置におけるヒズミに急激な変化は見られない。これに対し l/2 断面下縁では，各 Test の場合とも断面内におけるヒズミの分布に急激な局部的変化は見られない。要するに荷重の直接作用する局部的なヒズミの影響を除けばヒズミの分布は上縁，下縁とも，橋中央載荷においては大体水平となり，偏心載荷の場合には偏心量に応じて断面全体が傾斜してゆく。

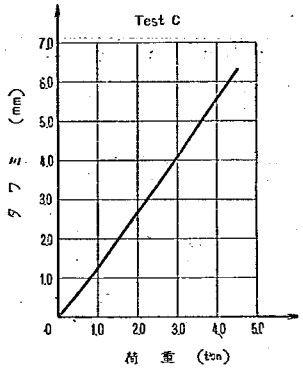
この事実は各ケタへの荷重分配の割合は同一とみなし，単純曲げと単純ネジリとを単に重畳するという本橋の設計と矛盾しており，曲げと同時にネジリをうけるために派生する 2 次的な応力を考慮に入れた曲げネジリ理論によるべきものであるが，一番偏心量の多い Test D の場合で平均ヒズミに対する各ヒズミの割合



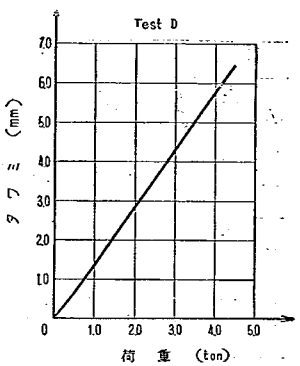
図—5-1



図—5-2



図—5-3



図—5-4

図—5　荷重載荷点におけるタワミと荷重の関係

表—7　橋軸方向のヒズミ（ε_x）および応力（σ_x）（Test A, B, C, D_1）

Test A

			位置／単位	1	2	3	4	5	6	7	平均
l/2 断面	上縁	ε	10^{-6}	170	170	190	270	180	170	160	187
		σ_x	kg/cm²	60	60	67	95	63	60	56	65
		ε/εmean	%	91	91	102	144	96	91	86	
	下縁	ε	10^{-6}	*-180	-180	-200	-200	-200	-170	-170	-186
		σ_x	kg/cm²	-63	-63	-70	-70	-70	-60	-60	-65
		ε/εmean	%	97	97	108	108	108	92	92	
l/4 断面	上縁	ε	10^{-6}	90		90	100	90	90	90	92
		σ_x	kg/cm²	32		32	35	32	32	32	32
		ε/εmean	%	98		98	109	98	98	98	
	下縁	ε	10^{-6}	-90	-90	-100	-90	-90	-90	-90	-92
		σ_x	kg/cm²	-32	-32	-35	-32	-32	-32	-32	-32
		ε/εmean	%	98	98	109	98	98	98	98	

Test B

				1	2	3	4	5	6	7	平均
l/2 断面	上縁	ε	10^{-6}	180	180	200	180	170	160	150	174
		σ_x	kg/cm²	63	63	70	63	60	56	53	61
		ε/εmean	%	103	103	115	103	98	92	86	
	下縁	ε	10^{-6}	*-190	-190	-200	-190	-180	-160	-160	-181
		σ_x	kg/cm²	-67	-67	-70	-67	-63	-56	-56	-63
		ε/εmean	%	105	105	110	105	100	89	89	
l/4 断面	上縁	ε	10^{-6}	90	90	100	90	90	80	80	89
		σ_x	kg/cm²	32	32	35	32	32	28	28	31
		ε/εmean	%	101	101	112	101	101	90	90	
	下縁	ε	10^{-6}	-90	-100	-100	-90	-90	-90	-80	-92
		σ_x	kg/cm²	-32	-35	-35	-32	-32	-32	-28	-32
		ε/εmean	%	98	109	109	98	98	98	87	

Test C

				1	2	3	4	5	6	7	平均
l/2	上	ε	10^{-6}	200	280	190	170	160	140	140	183
		σ_x	kg/cm²	70	98	67	60	56	49	49	64
	縁	ε/εmean	%	109	153	104	93	87	77	77	
断	下	ε	10^{-6}	*−210	−210	−210	−190	−170	−150	−150	−184
		σ_x	kg/cm²	−74	−74	−74	−67	−60	−53	−53	−65
面	縁	ε/εmean	%	114	114	114	103	93	82	82	
l/4	上	ε	10^{-6}	100		100	90	90	90	90	93
		σ_x	kg/cm²	35		35	32	32	32	32	33
	縁	ε/εmean	%	107		107	97	97	97	97	
断	下	ε	10^{-6}	−90	−100	−90	−90	−90		−90	−92
		σ_x	kg/cm²	−32	−35	−32	−32	−32		−32	−32
面	縁	ε/εmean	%	98	109	98	98	98		98	

Test D_1

				1	2	3	4	5	6	7	平均
l/2	上	ε	10^{-6}	240	200	180	170	150	150	140	176
		σ_x	kg/cm²	84	70	63	60	53	53	49	62
	縁	ε/εmean	%	136	114	102	97	85	85	80	
断	下	ε	10^{-6}	*−210	−200	−200	−190	−170	−150	−150	−182
		σ_x	kg/cm²	−74	−70	−70	−67	−60	−53	−53	−65
面	縁	ε/εmean	%	115	110	110	104	94	82	82	
l/4	上	ε	10^{-6}	100	100	100	90	90	90	90	94
		σ_x	kg/cm²	35	35	35	32	32	32	32	33
	縁	ε/εmean	%	106	106	106	96	96	96	96	
断	下	ε	10^{-6}	−100	−90	−90	−90	−90		−90	−92
		σ_x	kg/cm²	−35	−32	−32	−32	−32		−32	−32
面	縁	ε/εmean	%	109	98	98	98	98		98	

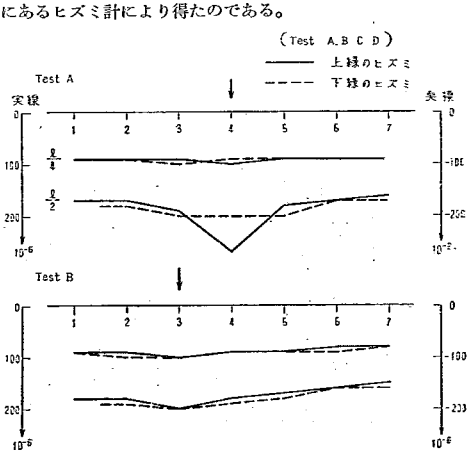
圧縮ヒズミを＋，引張ヒズミを－で表わす。
＊は1の位置におけるヒズミ計が，不良であつたので
1と2の中間の位置にあるヒズミ計により得たのである。

は80～136% 程度であつて，このことは鋼道路橋設計示方書に従い L 荷重で設計する場合には曲げと単純ネジリを重畳すると云う本設計法によつてもその結果はほとんど厳密計算をおこなつた結果と変らないだろうと推察される。

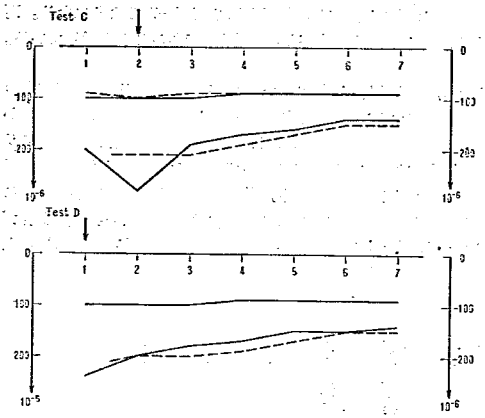
次に載荷断面からかなりはなれた l/4 断面では上・下縁とも各位置におけるヒズミは大体同じような値を示している。

次に各 Test について，各断面の平均ヒズミを比較すると l/2 断面上縁では 174～187×10^{-6} 下縁では -181～-186×10^{-6}，l/4 断面上縁では 89～94×10^{-6}，下縁ではいずれも -92×10^{-6} であり，平均のヒズミは各 Test の場合ともきわめてよく一致しているということができる。

また上述したように Test A，C でウェブとウェブとの間に載荷したときにその載



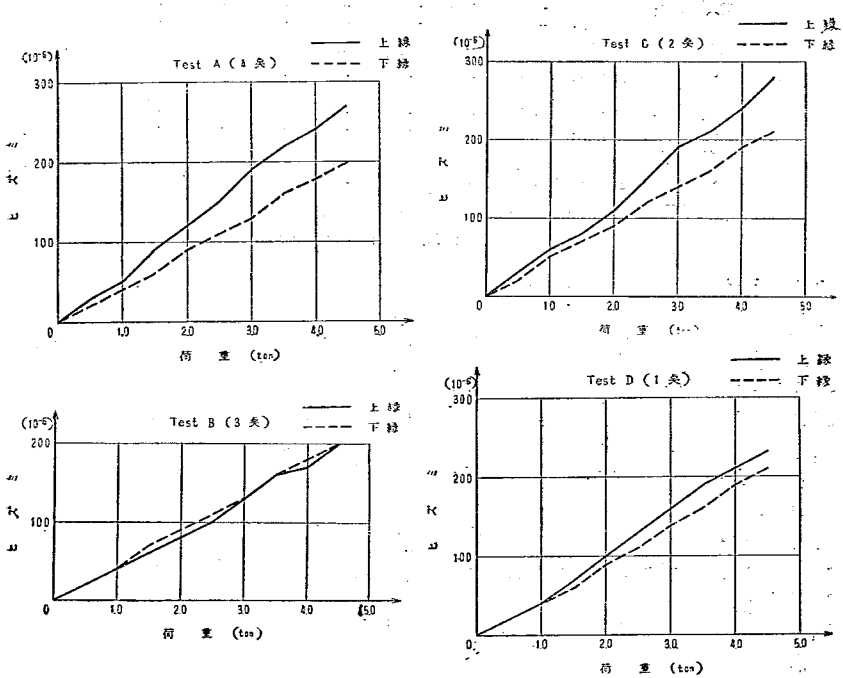
(Test A. B)



図—6　断面内の橋軸方向ヒズミ（ε_x）の分布

荷位置では他と比べ急激に大きなヒズミを生ずるのは，断面全体としての曲げヒズミのほかに，スラブとして曲げヒズミが加算されたためであるということは容易に想像されるところであり，これについては後で述べる。このような急激なヒズミ増加の場合を除けばそれぞれの Test において上・下縁のヒズミの値は大体一致している。計算上の中立軸から上・下縁までの距離は 10.8 cm および 11.2 cm で両者はほとんど等しいといえる。

また表—7 には供試体試験の結果から得られたように $E_c=3.5\times10^5\,kg/cm^2$ としてヒズミを応力になおした値も記されている。4.5 t 載荷の設計々算上の応力は各 Test の場合とも 67 kg/cm²（$l/2$ 断面上縁），−70 kg/cm²（$l/2$ 断面下縁），33 kg/cm²（$l/2$ 断面上縁），−35 kg/cm²（$l/4$ 断面下縁）であり，それぞれの断面の各位置において同一の値となる。各 Test ごとの実測した平均ヒズミから得た平均応力は 61～65 kg/cm²（$l/2$ 断面上縁），−63～−65 kg/cm²（$l/2$ 断面下縁），31～33 kg/cm²（$l/4$ 断面上縁），−32 kg/cm²（$l/4$ 断面下縁）で計算値よりやゝ小さいがほとんど一致している。



図—7　荷重載荷点の橋軸方向のヒズミ（ε_x）と荷重の関係

荷重の作用する点の上縁・下縁における実測したヒズミと荷重との関係を示せば図—7 のようになる。両者の関係はいずれも直線的であり，4.5t までの載荷に対して箱ゲタは十分弾性的であることを示している。

(iii)　横方向のヒズミ

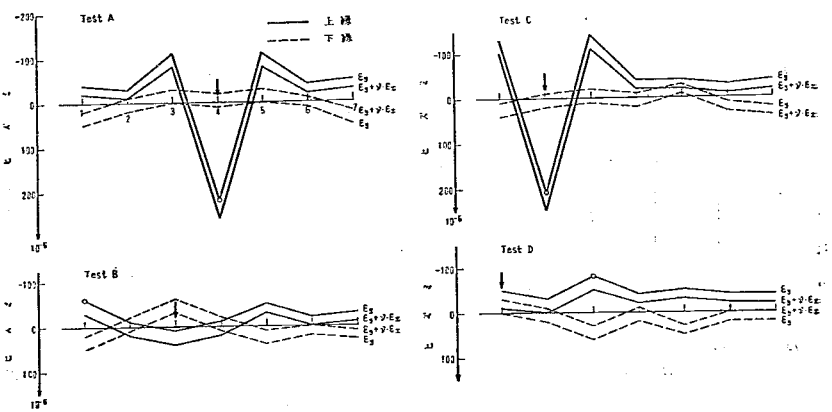
P=4.5 ton 載荷のとき図—3 に示したような $l/2$ 断面上・下縁において測定した橋軸に直角の横方向のヒズミ (ε_y) は表—8 に示すとおりである。表—8 のヒズミを図示すれば図—8 となる。これらの表や図からわかるように断面内における横方向ヒズミの分布は複雑な経過を示している。ウェブとウェブの間のスラブに荷重が作用する Test A, C の場合には，上縁では荷重の載荷点において急激に大きな圧縮ヒズミを示し，両隣のウェブの位置において急激に大きな引張ヒズミを生じており，他の位置ではヒズミは小さい。これに対し下縁では，上縁におけるように載荷点附近において急激なヒズミの変化は見られない。一方ウェブの上に荷重の作用する Test B, D の場合には上・下縁ともヒズミは小さい。このように Test A, C の上

表—8　横方向のヒズミ (ε_y)　　単位 10^{-6}

			1	2	3	4	5	6	7
Test A	上縁	ε_y	−40	−30	−110	220	−110	−40	−50
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	−20	−10	−80	260	−80	−20	−30
	下縁	ε_y	50	20	0	10	0	10	50
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	20	−10	−30	−20	−30	−10	20
Test B	上縁	ε_y	−60	−10	10	−10	−50	−20	−30
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	−30	20	40	20	−30	0	−10
	下縁	ε_y	50	10	−30	10	40	20	30
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	20	−20	−60	−20	10	0	10
Test C	上縁	ε_y	−130	210	−140	−40	−40	−30	−40
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	−100	250	−110	−20	−20	−10	−20
	下縁	ε_y	40	20	10	20	−10	30	40
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	10	−10	−20	−10	−30	10	20
Test D_1	上縁	ε_y	−50	−30	−80	−40	−50	−40	−40
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	−10	0	−50	−20	−30	−20	−20
	下縁	ε_y	0	20	60	20	50	20	20
		$\varepsilon_y+\nu\varepsilon_x$	−30	−10	30	−10	30	0	0

引張ヒズミは−，圧縮ヒズミは＋

ε_x 橋軸方向のヒズミ，ε_y ： 横方向のヒズミ



図—8　断面内における横方向ヒズミ (ε_y) の分布

縁においてのみいちじるしい相違があるという事実は，橋軸方向のヒズミのところで述べたように，箱型断面の横方向の曲げヒズミのほかにさらにスラブとしての曲げヒズミが加算されているためである。このスラブとしての曲げヒズミについての検討は別に後述することゝする。

測定した横方向のヒズミは非常に小さいが，これに直角の橋軸方向のヒズミは前述したごとくかなり大きい。従つてこのような場合にはヒズミから応力を算出する場合にポアッソンの効果を考慮に入れ，次式によるのがより合理的であろうと考える。

$$\sigma_x=\frac{E}{1-\nu^2}\ (\varepsilon_x+\nu\cdot\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y=\frac{E}{1-\nu^2}\ (\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)$$

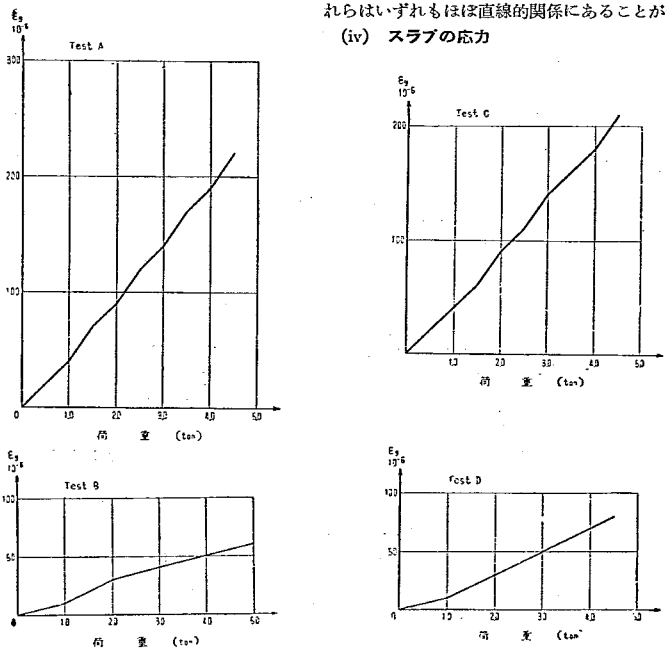
こゝに σ_x, ε_x は橋軸方向の応力およびヒズミ

σ_y, ε_y は横方向の応力およびヒズミ

今コンクリートのポアッソン比 ν を 0.15 とすれば，ν^2 は微小となりこれを無視することができ横方向の応力は $\sigma_y=E\cdot(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)$ となる。表—8 および図—8 にはこの $(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)$ の値もあわせて記されている。いずれにしても載荷点附近のスラブとしての影響を除けば，横方向のヒズミは上・下縁とも小さいので応力もまたきわめて小さいものと考えてよい。またそのヒズミの分布は複雑な経過を示すが，値そのものが非常に小さいので，測定誤差がきわめて大きな影響を及ぼすと考えられ測定結果のみから箱型断面の横方向の曲げについて一般的な結論を導くことはむしろ無意味なものとなろう。従つて，横方向のプレストレッシングは箱型断面の合成において，力学的に箱型断面の機能を十分に発揮させるとゝもに，横方向の曲げ及びスラブの曲げに対しても必要であるとしてその量を合理的に決定するためには，なお今後の詳細な研究が必要であろう。

また荷重載荷点など図—8 において○印で示した位置のヒズミと荷重の関係は図—9 に示すとおりで，これらはいずれもほぼ直線的関係にあることがわかる。

(iv)　スラブの応力



図—9　横方向のヒズミと荷重との関係

ウェブとウェブの間のスラブの支間中央に荷重が作用する Test A，C の場合の上縁においては，橋軸およびこれに直角の方向のヒズミに急激な変化が見られ，これはスラブとしてのヒズミが加算されたためであるということは前述したとおりである。

Test A の場合には 3，4，5 また Test C の場合には，1，2，3 の位置におけるヒズミを考える。この場合橋軸方向及び横方向ともにヒズミはかなり大きいので，いずれもコンクリートのポアッソンの効果（$\nu=0.15$）を考慮に入れて論ずるのが妥当であると考える。従って前と同様にそれぞれの方向において $(\varepsilon_x+\nu\varepsilon_y)$ および $(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)$ を算出すると表—9 に示すようになる。この表において $(\varepsilon_x+\nu\cdot\varepsilon_y)$ の中には箱型断面ゲタとしての橋軸方向の曲げヒズミをも含んでいるが表—7 より推定してこの値は約 180×10^{-6} である。従ってスラブとしての橋軸方向のヒズミは $\varepsilon_x+\nu\varepsilon_y-180\times10^{-6}$ である。縦方向の応力を考える場合に，箱型断面ゲタとしての曲げ応力のほかにスラブとしての曲げ応力が加算されるということに留意すべきで，今の場合後者は前者の 67%（Test A）および 72%（Test C）にまで達している。

また箱型断面の横方向の曲げの影響はきわめて小さいので，$(\nu\varepsilon_x+\varepsilon_y)$ はスラブとしてのみのヒズミをあらわしていると考えることができる。これらの値にコンクリートの弾性係数 $E_c=3.5\times10^5\,\mathrm{kg/cm^2}$ を乗じて得た各方向のスラブの応力 σ_x，σ_y も表—9 に示されている。

表—9　スラブとしての応力

		単位	Test A 支間中央 4	支点 3	支点 5	支点 mean	$(\nu\varepsilon_x+\varepsilon_y)_t$	Test C 支間中央 2	支点 1	支点 3	支点 mean	$(\nu\varepsilon_x+\varepsilon_y)_t$
ε_x		10^{-6}	270	190	180			280	200	190		
ε_y		10^{-6}	220	−110	−110			210	−130	−140	−135	
$\varepsilon_x+\nu\varepsilon_y$		10^{-6}	300					310				
$\nu\varepsilon_x+\varepsilon_y$		10^{-6}	260	−80	−80	−80	340	250	−100	−110	−105	355
$\sigma_x=E(\varepsilon_x+\nu\varepsilon_y-180)$		$\mathrm{kg/cm^2}$	42					45				
$\sigma_y=E(\nu\varepsilon_x+\varepsilon_y)$		$\mathrm{kg/cm^2}$	91	−28	−28	−28		88	−35	−39	−37	
Pigeauds table	σ_x^1	$\mathrm{kg/cm^2}$	106					106				
	σ_y^1	$\mathrm{kg/cm^2}$	161			−161		161			−161	
	σ_x/σ_x^1	%	40					42				
	σ_y/σ_y^1	%	57			17		55			23	
$(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)/(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)_t$		%	76			24		70			30	

実橋のスラブの設計においては，荷重による曲げモーメントの算出に当り，Pigeaud の表が用いられている。いま，この模型ゲタのスラブについて Pigeaud の表から曲げモーメントを算出する。スラブは橋軸方向のウェブと横ゲタにより4辺で支持されていると考える。荷重は版中央点に作用している。

$S=a/b=40/121.6=0.33$

載荷に当ってはジヤッキの下に直径 15 cm の円板を用いているので載荷面積は 177 $\mathrm{cm^2}$ であり，これと同面積となるような正方形を求めるとその一辺の長さは

$u=v=13.3$ cm となる。Pigeaud は $\rho=1.0,\ 0.9,\ 0.8\cdots\cdots$ などの種々の値に対して，u/a，v/b の函数として係数 μ_a，μ_b を与えている。

いまの場合 $\rho=0.33$，$a/u=0.33$，$v/b=0.11$ であり，表から $\mu_a=0.172$，$\mu_b=0.096$ が求まる。

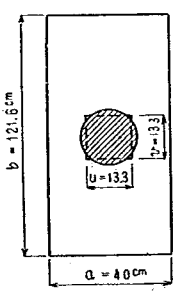


図-10 スラブの載荷状態

したがつて版中央点の各方向の単位巾当りの曲げモーメントは

$$M_a=(\mu_a+\nu\cdot\mu_b)P$$
$$=(0.172+0.15\times0.096)\times4.5=0.835\ \mathrm{t\cdot m/m}$$
$$M_b=(\nu\cdot\mu_a+\mu_b)\cdot P$$
$$=(0.15\times0.172+0.096)\times4.5=0.550\ \mathrm{t\cdot m/m}$$

スラブの連続性を考慮し，上記の値を 20% 減少させると，

$$\therefore\ M_a=0.8\times0.835=0.67\ \mathrm{t\cdot m/m}$$
$$M_b=0.8\times0.550=0.44\ \mathrm{t\cdot m/m}$$

また支点上においては，鋼道示におけるような考え方にしたがえば安全側をとつ

$M_a=-0.67\,\mathrm{t\cdot m/m}$

$M_b=-0.44\,\mathrm{t\cdot m/m}$　である。

スラブの単位巾当りの断面2次モーメントは

$I=1040\,\mathrm{cm^4/m}$ である。

従つてそれぞれの方向の応力は版中央点では

$$\sigma_y=\frac{67000}{1040}\times 2.5=161\,\mathrm{kg/cm^2}\quad(\text{横方向})$$

$$\sigma_x=\frac{44000}{1040}\times 2.5=106\,\mathrm{kg/cm^2}\quad(\text{橋軸方向})$$

またウェブの上における横方向の応力は

$\sigma_y=-161\,\mathrm{kg/cm^2}$

である。このようにして求めた計算値に対する実測値の割合も表—9 に示されている。実測値/計算値の % は平均して版中央点橋軸方向で 41% 横方向で 56% 支点上横方向で 20% であり，また支間中央及び支点上の横方向のヒズミの合計 $(\nu\cdot\varepsilon_x+\varepsilon_y)_t$ に対するそれぞれの位置におけるヒズミの割合は，平均して支間中央で 73% 支点上で 27% である。以上の結果から見れば一概にはいえないが床版の横方向の曲げに対し設計においてスラブの連続性を考慮するために単純支持として求めた値に 0.8 を乗ずるということは，支間中央においてはほぼよいとしても支点上において符号を変えるだけで支間中央におけるものと同じ値を採用することは実測の結果によれば余りにも安全側に過ぎるように思われる。

また版中央点での縦方向ヒズミの横方向ヒズミに対する割合は Test A で 40%，Test C で 51% である。一方計算上の縦方向曲げモーメントの横方向曲げモーメントに対する割合は 66% であり，実測結果との間に少々の差が認められる。

なお P.C 鋼棒による横方向のプレストレスは $25\,\mathrm{kg/cm^2}$ である。これに対し実測したスラブの上縁応力は $91\,\mathrm{kg/cm^2}$ (Test A) および $88\,\mathrm{kg/cm^2}$ (Test C) であり，スラブ下縁では $-91\,\mathrm{kg/cm^2}$ および $-88\,\mathrm{kg/cm^2}$ と考えられるがこの値は，コンクリートの曲げ引張強度 $50\,\mathrm{kg/cm^2}$ としたときこれにプレストレス $25\,\mathrm{kg/cm^2}$ を加算した値を少しこえており，スラブ下縁のひびわれが懸念される。

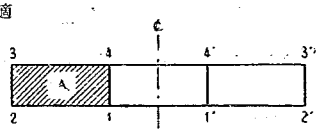
(v) ネジリ剛性

設計計算におけるような単純ネジリの場合には

$$GJ\frac{d\theta}{dx}=M_t$$

が成立する。こゝに M_t は荷重によるネジリモーメント，θ はネジリ角，GJ はネジリ剛性である。上突縁及び下突縁における左右の突出部はネジリに対してほとんど抵抗しないので，これを無視し，図—11に示す断面のみがネジリに対して抵抗すると考え，薄肉構造の理論を適用して次式により GJ を求めることができる。

$$GJ=\frac{4A^2(3a_0+4a_1)}{a_0^2-2a_1^2}$$



図—11　ネジリに抵抗する断面

こゝに A は1つの箱の肉厚中心線により囲まれた部分の面積で，a_0, a_1 は u を断面の肉厚中心線にそつて測つた距離とし，t を断面の肉厚とするとき次式により与えられる。

$$a_0=\phi_{12341}\frac{du}{Gt}\qquad a_1=\int_{14}\frac{du}{Gt}$$

目下の場合セン断弾性係数 G を

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)}\fallingdotseq\frac{E}{2}=\frac{35\times10^5}{2}=1.75\times10^5\,\mathrm{kg/cm^2}$$

として GJ を計算すると

$GJ=5.45\times10^{10}\,\mathrm{kg/cm^2}$

となる。従つて $\rho=4.5\,\mathrm{t}$ 載荷した Test D の場合について単位長当りのネジリ角は

$$\theta=\frac{M_t}{GJ}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4500\times60}{5.45\times10^{10}}=2.48\times10^{-6}\left[\frac{1}{\mathrm{cm}}\right]$$

一方前述したように断面内におけるタワミの分布はほとんど直線的経過を示しているので 表—6 の Test D において，$l/2$ 断面におけるネジリ角は測点 1 と 7 におけるタワミの差を測点 1 と 7 の間の距離で割ることにより近似的に得られるものとする。

すなわち

$$\theta_{l/2}=\frac{0.645-0.55}{120}=\frac{0.095}{120}=0.79\times10^{-3}$$

支点上の断面では $\theta_0=0$ である。従つて単位長当りのネジリ角は

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{0.79\times10^{-3}}{\frac{608}{2}}=2.6\times10^{-6}\left[\frac{1}{\mathrm{cm}}\right]$$

この実測値から得た単位長当りのネジリ角を上述の計算から得た値と比較すれば前者は後者の 105% に当り両者は大体一致しているといえる。

以上は単純曲げと単純ネジリの重畳によるごく雑な方法でケタのネジリ剛性について論じたが，この程度の実験の精度からは厳密な結論を決定づけることはむしろ困難であろうと考える。ただし設計においては曲げネジリの影響を無視し，単純曲げと単純ネジリを単に重畳するという方法が採られているが，このようにタワミの結果からのみ見ればこの方法は大体妥当であるといえる。

(vi)　曲げネジリ理論との比較

箱型断面では，断面に対して非対称な載荷の場合には，箱ゲタは曲げと同時にネジリを受ける。この場合にはネジリによるスパン方向の反りが拘束を受け，このためにヒズミを生じ，従つてスパン方向の垂直応力並びにこれとつり合うべき 2 次セン断応力を生ずるので単純ネジリの場合とおもむきを異にしている。この曲げネジリの影響については小西一郎氏外 2 氏によりすでに詳細な研究（土木学会論文集，第 25 号，昭和 30 年 3 月）が発表されているが，この理論を本模型ケタの場合について応用した結果を以下に述べる。

曲げネジリによる垂直応力 σ_w は

$$\sigma_w=E\cdot W\frac{d^2\theta}{dx^2}$$

こゝに W はそり関数といわれ

$$W=-\int_0^u r_u du+\int_0^u\frac{q^t}{Gt\dfrac{d\theta}{dx}}du$$

で与えられる。W の式中の r_u はセン断中心より部材までの距離であり q^t は単純ネジリによるセン断流である。

$\dfrac{d\theta}{dx}$, $\dfrac{d^2\theta}{dx^2}$ はこの場合には

$$GJ\frac{d\theta}{dx}-EC_w\frac{d^2\theta}{dx^2}=M_t$$

なる微分方程式を解いて求めることができる。EC_w は曲げネジリ剛性といわれ

$$EC_w=E\cdot\int w^2\cdot t\cdot du$$

により与えられる。

計算の結果 $l/2$ 断面載荷点上・下縁における σ_w は

$$\sigma_w=E\cdot W\cdot\frac{d^2\theta}{d^2x}=\pm3.44\times10^{-3}P$$

また中間のケタの上・下縁における σ_w は

$$\sigma_w=\pm1.34\times10^{-3}P\quad\text{（載荷点側の中間ケタ）}$$

一方単純曲げによる $l/2$ 断面上・下縁の応力は

$$\text{上縁}\quad\sigma=\frac{M}{I}\cdot y_u=14.85\times10^{-3}\cdot P$$

$$\text{下縁}\quad\sigma=\frac{M}{I}\cdot y_t=-15.40\times10^{-3}\cdot P$$

従つて各ケタの位置 1，3，5，7 の上・下縁における軸方向応力はこれらの単純曲げによる応力 σ に曲げネジリの影響により生ずる応力 σ_w を加算したものであり，今の場合各ケタの位置 1，3，5，7 点上・下縁

における応力は表—10に示すとおりである。またこの表には平均の応力に対するそれぞれの位置の応力の割合を%で示した値も記されており，実測結果から得たヒズミの割合と比較されている。

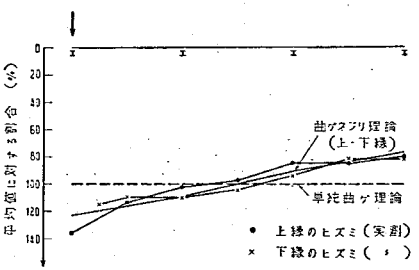
表—10に示されたそれぞれの値を図示すると図—12 のようになる。

表—10　曲げネジリ理論による $l/2$ 断面内の応力

		位置 / 単位	1（載荷点）	3	4	5	7
上縁	単純曲げ理論による応力	$10^{-3}\cdot P$ kg/cm²	14.85	14.85	14.85	14.85	14.85
	曲げネジリ理論による応力	$10^{-3}\cdot P$ kg/cm²	18.29	16.19	14.85	13.51	11.41
	σ/σ mean（計算）	%	123	109	100	91	77
	ε/ε mean（実測）	%	136	102	97	85	80
下縁	単純曲げ理論による応力	$10^{-3}\cdot P$ kg/cm²	−15.40	−15.40	−15.40	−15.40	−15.40
	曲げネジリ理論による応力	$10^{-3}\cdot P$ kg/cm²	−18.84	−16.74	−15.40	−14.04	−11.96
	σ/σ mean（計算）	%	122	109	100	91	78
	ε/ε mean（実測）	%		110	104	94	82

タワミについては前述したように単純曲げと，単純ネジリとを重ね合せることにより計算した値（設計計算法による値）と実測した値とは大体一致するがヒズミについてはこのような方法により計算したものは実測したものといちじるしく相違する。これに対して実測したヒズミは曲げネジリ理論により得たものとは大体似通つた分布を示すということがわかる。

このように端のケタの上に集中荷重が作用する場合には，$l/2$ 断面上・下縁における曲げ応力は，曲げネジリ理論によると単純曲げ理論より載荷点においては約 23% 大きくなり，反対側の端のケタにおいては逆に 23% 小さくなる。実測結果も大体これに類似した傾向を示すので，当然曲げネジリ理論による設計を行う方が正しい。模型は実橋の約 1/5 となるよう製作されているので実橋についても大体同じような分布の有様を示すと考えることができる。しかしながら実橋の設計において L 荷重，すなわち線荷重と等分布荷重を用いるかぎり，7.0 m（実橋の有効巾員）程度の巾員では，単純曲げと単純ネジリを重ね合すことにより計算した値と，曲げネジリ理論により計算した値との差違はきわめて小さくなると思われ，煩雑な計算の手数からいつても，また材料がコンクリートで鋼材のように均質性を期しがたいという点からも便宜的には単純曲げの計算法で軸方向応力を算出しても差支えないといえる。



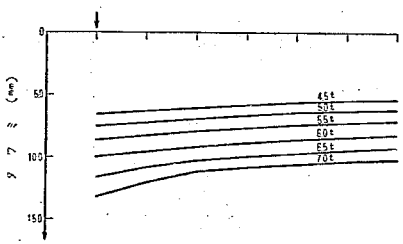
図—12　$l/2$断面内における橋軸方向の応力の分布

またセン断応力については支点断面においては曲げネジリによる2次セン断流は0となるので，曲げネジリ理論によつても，設計計算法によつても，その値は変らない。ただ載荷点近くにおいては2次セン断流が大きくなることに注目すべきである。

(2)　Test D_2（ひびわれ試験）

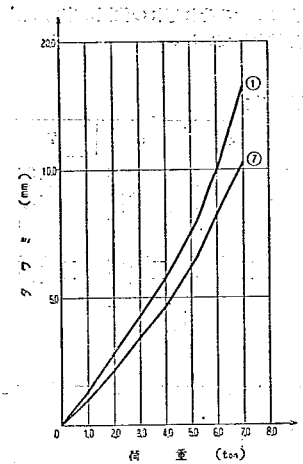
（i）　タワミ

7.0 t まで荷重を増加させていつたとき実測した $l/2$ の断面内におけるタワミの分布の有様を示すと図—13 に示すようになり，6.0 t あたりを境にしてこれ以下では断面内のタワミ分布はほとんど直線的な経過を示すが，これ以上の荷重では，断面内におけるタワミは彎曲した分布を示し，荷重載荷点でのタワミの増加が少し大となる。また荷重載荷点①および⑦におけるタワミと荷重との関係は図—14 に示すとおりであり，5～6 t の間において両者の間の直線的関係は破れ，荷重の増加に対して，タワミの増加する割合は徐々に大きくなつてゆくということを示している。



図—13　$l/2$断面内のタワミ分布（Test D_2）

（ii）　橋軸方向のヒズミ

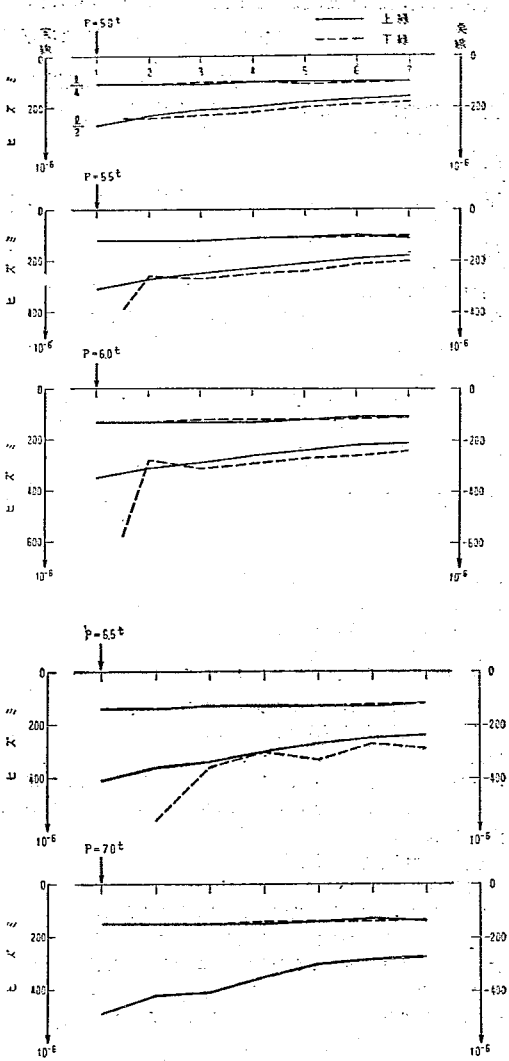


図—14　タワミと荷重の関係 (Test D_2)

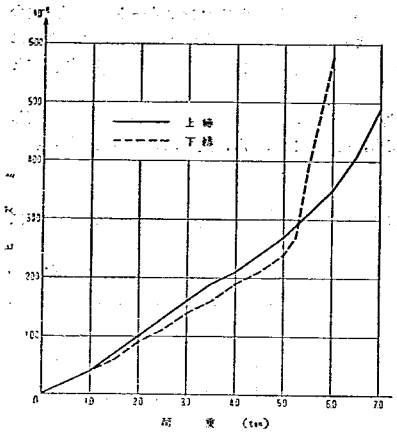
この図から 5t では各断面上・下縁の値は 4.5t 以下の載荷の場合と同じようなほぼ直線的な経過を示すが，5.5t 載荷の場合にはこのような分布がくずれ，載荷点近くの下縁のヒズミが大きくなる。このように荷重を大きくしてゆくにしたがい，先づ l/2 断面下縁においてヒズミ分布の形がくずれはじめ，6.5t 載荷においては l/2 断面上縁においてもヒズミ分布は直線的な経過を示さなくなる。一方載荷点からはなれた l/4 断面においては 7.0t 載荷の場合でも直線的な分布を保つている。

また荷重の載荷点上・下縁（下縁のものは1と2との中間の点）における荷重とヒズミの関係を示すと図—16 となり，下縁のヒズミは 5～6t の間に急激な上向きを示し，上縁のヒズミもわずかながら 5～6 t の間において荷重の増加に対するヒズミの増加の割合が大きくなつてゆくことがわかる。従つてタワミの測定結果をもあわせて考えて 5～6 t の間においてケタにひびわれが生じたことがわかる。荷重増加に対してヒズミの増加の割合が大きくなるのは，下縁ではひびわれ近くになるとコンクリートは塑性的な変形が顕著におこるためにヒズミが徐々に大きくなり，ひびわれの発生とともに急激に大きなヒズミを示す。上縁では下

実測した断面内におけるヒズミの分布の有様を示すと 図—15 となる。



図—15　断面内の橋軸方向のヒズミの分布 (Test D_2)



図—16　荷重とヒズミの関係

示し，これらから一般的な結論を見出すことは困難であるが，縦方向の曲げヒズミによりケタにひびわれが生じて以後も，横方向ヒズミの分布の形にはさして変化は見られない。

(iv)　**ひびわれ荷重**

ひびわれ発生荷重は，コンクリートの曲げ引張強度を 50 kg/cm² と仮定すると，単純曲げ理論によれば下縁におけるプレストレスを σ_{cpr}，中立軸から下縁までの距離を y_c とすると

$$P=\frac{4}{l}\cdot\frac{I(\sigma_{cpr}+50)}{y_c}$$

$$=\frac{4}{608}\cdot\frac{110{,}430(75+50)}{11.2}\fallingdotseq 8100\ \mathrm{kg}$$

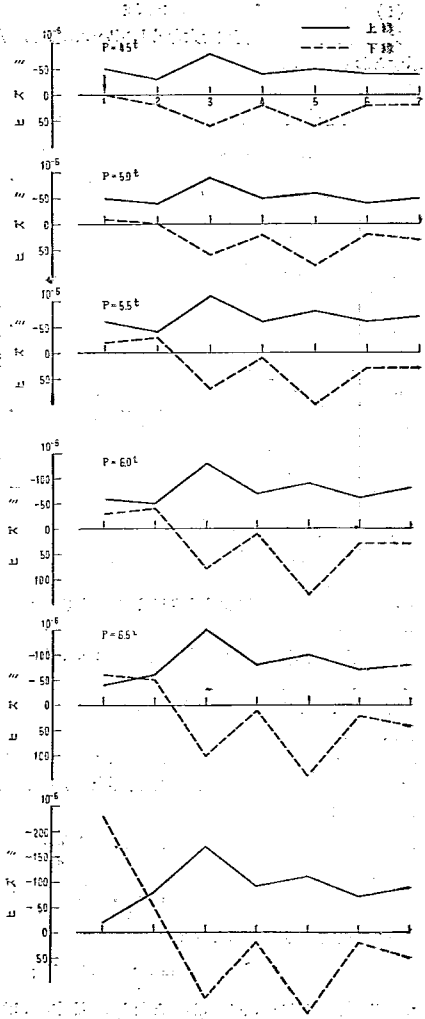
また曲げネジリ理論によると，前述したごとく荷重載荷点下縁における応力は単純曲げによる応力の 123% となるので，ひびわれ発生荷重は

$$P=\frac{8100}{1.23}\fallingdotseq 6600\ \mathrm{kg}$$

実際にひびわれの生じているのが認められたときの荷重は大体 6 t 位であり，これは単純曲げ理論により得た値と大きな差違を示す。一方曲げネジリ理論により得たものと比較すると実測値は小さいがほとんど一致する。これらのひびわれ発生荷重の計算の際には，まずケタに導入されていたプレストレスの量，およびコンクリートの曲げ引張強度を正確に知ることが必要である。この試験では別々にプレストレスの導入されたケタ及び下突縁版を箱型断面に合成しているが，その過程において2次的な応力が加わり幾分当初のプレストレスの状態が乱され計算とは少し変つたものとなつていること，及びひびわれは，$l/2$ 断面附近の横締縁のひびわれ発生とともに，もはや全断面が有効とはならないので徐々に上縁の負担を大きくしてゆくためと考えられる。

(iii)　**横方向のヒズミ**

5.0～7.0 t の間において測定した $l/2$ 断面内のヒズミの分布のありさまは図—17 に示すようになる。横方向のヒズミは，前述したように複雑な経過を



図—17　$l/2$断面内の横方向のヒズミの分布

め鋼棒の位置において発生しているが，これはこの位置において鋼棒の孔のためコンクリートの断面が減少しており，他の部分よりプレストレスも多い代りに，載荷により生ずる応力集中も大きくなる。このように2,3 あいまいな点もあり，この程度の相違なら曲げネジリ理論により得た値は大体実測したひびわれ荷重と一致すると見なすことができる。

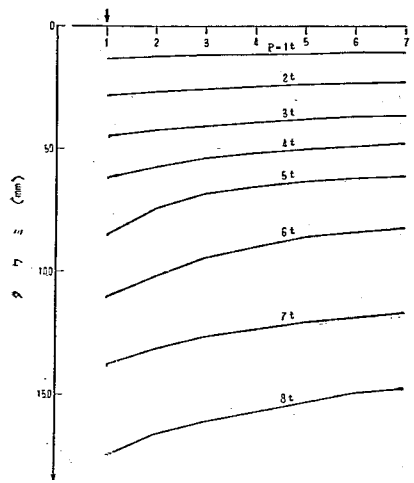
実橋の設計におけるひびわれに対する安全度の検討には，荷重として L 荷重を用いているので，前述したごとく単純曲げ理論によつても曲げネジリ理論によつても，その値はほとんど変らないと考えられる。

(3) Test D_3 (破壊試験)

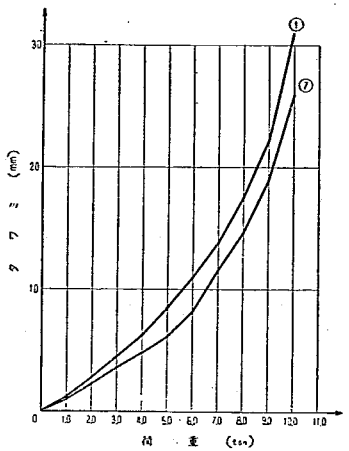
(i) タワミおよび橋軸方向のヒズミ

ケタが破壊するまで荷重を大きくしていつたとき，$l/2$ 断面の各位置において測定したタワミは図—18 に示すとおりである。

また，荷重載荷点①および反対側の端のケタ⑦におけるタワミと荷重との関係を示したものが図—19である。



図—18　$l/2$ 断面内におけるタワミの分布 (Test D_3)



図—19　タワミと荷重との関係 (Test D_3)

また $l/2$ 断面上縁における橋軸方向のヒズミは図—20 に示すとおりであり，①と⑦におけるヒズミと荷重との関係が図—21 である。

ケタにはすでにひびわれは入つているが，下縁におけるプレストレスが 0 とならない限りはケタのひびわれはその口を開かず，大体 4.0t 程度までの載荷の範囲内では生ずるタワミ及びヒズミは Test D_1 と D_2 の場合とほとんど同じで，タワミあるいはヒズミと荷重とはなおも直線的関係を維持し，あたかも健全な P.C ケタであるかのような挙動を示す。計算上，$l/2$ 断面下縁においてプレストレスが 0 となる荷重は，単純曲げ理論では

$$P=\frac{4}{l}\cdot\frac{I\cdot\sigma_{c\,pr}}{y_c}$$

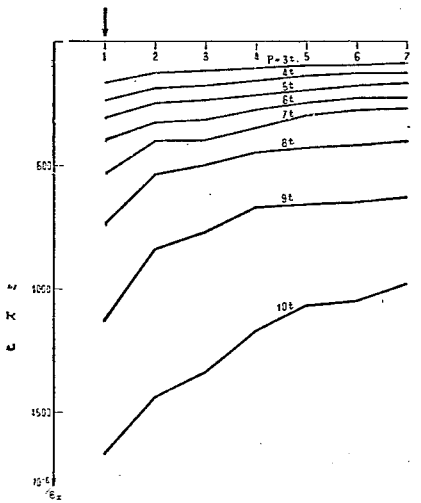
$$=\frac{4}{608}\cdot\frac{11,430\times75}{11.2}\fallingdotseq4900\ \mathrm{kg}$$

また曲げネジリ理論によると

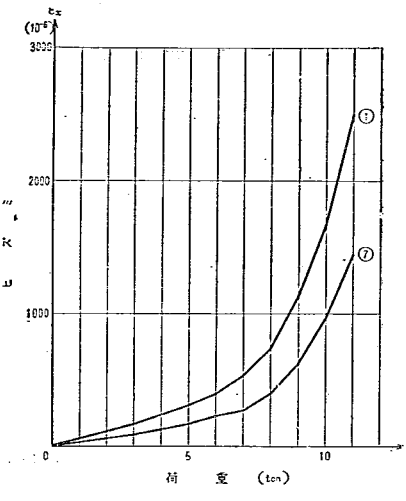
$$P=\frac{4.9}{1.23}=4000\ \mathrm{kg}$$

である。従つてプレストレスが 0 となりひびわれの口が開きはじめる荷重は，曲げネジリ理論による 4,0t に大体近い値を示している。

さらに荷重を大きくしてゆくと，ひびわれのために有効に仂く断面の減小をきたし，荷重の増加に対して



図—20　$l/2$ 断面内における橋軸方向のヒズミの分布
(Test D_3)



図—21　橋軸方向のヒズミと荷重との関係
(Test D_3)

タワミ及びヒズミの増加する割合が段々に大きくなつてゆき，この傾向は 7.0t あたりから特に顕著に現われる。平均タワミに対する各位置のタワミは 5t の場合が 124～88% で断面内の分布の傾斜がもつと急となり，8.0t では 111～93% で再び分布の傾斜がゆるくなつてくる。一方図—20 からヒズミの分布は載荷点の位置においては，他の位置に比しかなり大きなヒズミを生ずるが，よく断面内に分布されている。このように断面内の各位置におけるタワミおよびヒズミの分布の有様に特にいちじるしい変化が見られないということから見て，橋軸方向のひびわれの発生によつて横方向の合成効果はあまり低下せず，荷重を有効に分布させているということができる。

(ii)　ひびわれの分布状態

ひびわれの発生状況は図—22(a)(b)(c)に示すとおりであり，箱型断面ケタの全巾にわたつて発生している。

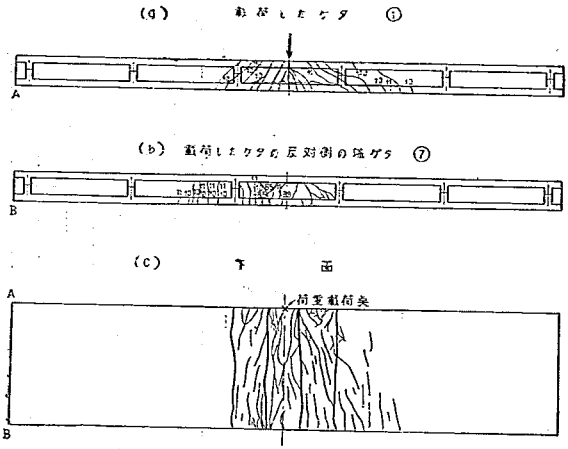
ケタ側面におけるひびわれは，荷重載荷点の位置のケタでは，図—22 (a)に示すごとくいずれも，荷重点に向つているが，載荷点と反対側の位置の端のケタでは，図—22 (b)に示すごとく，前者とかなり相異している。

またケタの下側の面におけるひびわれは，前述したごとく，$l/2$ 断面に最も接近した 4 つの横方向 P. C 鋼棒の位置においては，全巾にわたり橋軸方向に直角に入つており，これは曲げによるひびわれと考えることができる。しかしながら他のものは，載荷点に向つて斜めに入つており，これはこのような箱型断面ケタの下縁ではプレストレスと曲げによる縦横 2 方向の 2 方向応力と，セン断応力とが存在するので，この結果としての斜主引張応力によるひびわれであると考えてよい。

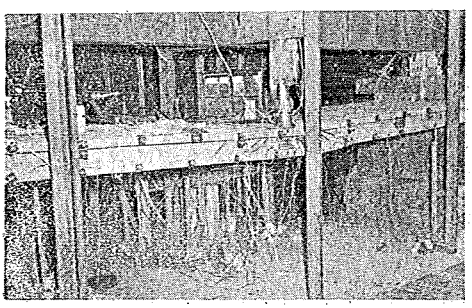
(iii)　破壊荷重

荷重が 11.0t をこえたあたりから，荷重はあまり上らないのにケタのタワミは急激に進み破壊の近いことを思わせた。これは P.C 鋼線が降伏点応力をこえ，その伸びがぐんぐん増していることを示している。荷重は 11.75t からはもはや上らず，ケタのタワミが増すばかりで，$l/2$ 断面にもつとも近い横方向 P.C 鋼棒の位置において，上縁コンクリートが橋軸方向に直角にその全巾にわたり圧縮破壊を起して，箱型断面ケタは破壊した。写真—2,3 はケタの破壊の状態を示している。

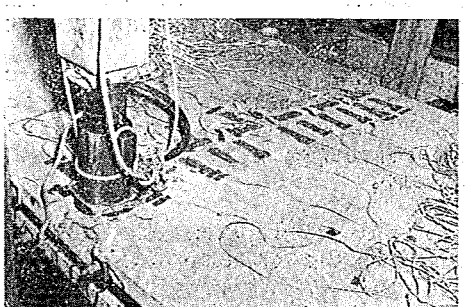
このような箱型断面の破壊荷重を正確に算定することはきわめてむづかしいと思われる。いま簡単に実橋の設計計算においてなされたと同様に，箱型断面ケタを単純曲げをうける 1 本のケタのように考えて，プレ



図—22 ひびわれの状況



写真—2



写真—3

ストレストコンクリート設計施工指針にしたがつて破壊荷重を算定する。(図—23参照)

下側の引張側P.C鋼線群はその重心位置に集中したものにおきかえて考える。ϕ2.9 P.C鋼線の引張試験結果よりその破断強度は σ_{ps} =200 kg/mm² であり,したがつて引張側 P.C 鋼線の全引張力は

$$T=101.7\,\mathrm{t}=C$$

コンクリートの28日強度を 500 kg/cm² とすると

$$a=\frac{T}{\sigma_{28}\times b}=\frac{101700}{500\times 148}=1.37\ \mathrm{cm}$$

したがつて破壊モーメントに等しい内力の抵抗モーメントは

$$M_u=T\times\left(d-\frac{a}{2}\right)$$

$$=101700\times\left(19.65-\frac{137}{2}\right)$$

$$=193\times 10^4\ \mathrm{kg\cdot cm}$$

$$=19.3\ \mathrm{t\cdot m}$$

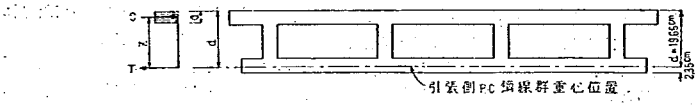
故に $l/2$ 断面においてこのような破壊モーメントを生ぜしめるような荷重は次のように求められる。すなわち死荷重によつて $l/2$ 断面に生ずるモーメントは

$$M_d=1.95\ \mathrm{t\cdot m}$$

であるので

$$P=\frac{4}{l}\times(M_l-M_d)$$

$$=\frac{4}{6.08}\times(19.3-1.95)=11.4\ \mathrm{t}$$



図—23　破壊時の応力状態

計算上の破壊荷重は 11.4 t であり、これは実測上の破壊荷重 11.75 t にきわめてよく一致している。従つてこの試験結果だけから断定的なことはいえないにしても，支間に対する巾員の余程大きい場合を除き，このように偏心的な集中荷重載荷の場合でも，その破壊荷重の算定には箱型断面ケタ全体を1体のケタのように考えて単純曲げ理論にしたがつて破壊荷重を計算しても大体差支えないということができる。

実橋の設計における破壊に対する安全度の検討には荷重として L 荷重を用いているので，上述した方法はさらに妥当性があると結論できる。

6　結　　論

この模型実験から得られた結論は次のとおりである。

（1）　断面内におけるタワミの分布はほとんど直線的に経過し，荷重の偏心がなければ水平で，偏心が大きくなると傾斜が増すだけである。平均タワミに対する各位置のタワミの割合は偏心の一番大きい場合で 93～109% で，きわめて剛性の大きいことを物語つている。また実測タワミから得たネジリ角は単純ネジリ理論により計算した値とほぼ一致し，この点からは設計計算における仮定は正しいといえる。

（2）　橋軸方向のヒズミは荷重がウェブとウェブの中間に作用するときには，スラブとしての曲げヒズミが加算されるために，荷重作用位置附近の上突縁において急激に大きなヒズミを示す。この点を除けば断面内のヒズミ分布はタワミと同様，直線的な経過を示し，荷重の偏心にしたがつて傾斜を増すが，その傾斜はタワミの場合より急である。一番偏心の大きい場合で各位置のヒズミの平均ヒズミに対する割合は 80～136% である。いずれにしてもヒズミ分布は，断面内の各位置への荷重分配を同一と考える設計計算上の仮定といちじるしく相違する。

（3）　橋軸に直角の横方向のヒズミの断面内における分布は複雑な経過を示し，これから一般的な結論は得られないがその量はきわめて小さい。

（4）　実測したスラブとしての応力は，スラブの中央点で，Pigeaud の表を用いて計算した値の 41%（橋軸方向）及び 56%（橋軸に直角方向）である。また実測した橋軸に直角方向のスラブとしてのヒズミで，支間巾央点（スラブ中央点）と支点（ウェブの上）におけるものとの割合は大体 7：3 ぐらいとなる。

（5）　偏心集中載荷の場合には，実測した断面内のヒズミ分布は，曲げネジリ理論により得たものに大体近くなるので，応力計算では当然曲げネジリ理論によるものが正しい。しかし PC 箱型断面ケタではその剛性が非常に大きいので，実橋の設計で荷重として L 荷重を用いるかぎり，スパン 31 m，巾員 7.0 m 程度の本橋では，曲げネジリ理論による煩雑な計算を行つても，得られた結果は単純曲げと単純ネジリを重ね合わす設計計算法と結果においてはほとんど違いがないだろうと云うことは容易に推察されるところである。従つて単純曲げ理論によつて軸方向応力を計算しても実用に差支えないものと考える。

（6）　ケタにひびわれが生ずると断面内のタワミおよびヒズミの分布の形に変化が見られ，荷重の増加に対するタワミ及びヒズミの増加の割合も除々に大きくなる。横方向のヒズミの分布の形は縦方向の曲げによりケタにひびわれが生じて以後も変化は見られない。

（7）　ケタにひびわれを生ぜしめる荷重は曲げネジリ理論により計算したものと大体一致したが，実橋では L 荷重を用いるので，設計計算におけるような方法でも，実用上は差支えない。

（8）　ひびわれは全巾にわたつて発生し，下突縁部では曲げによる橋軸に直角方向のひびわれと縦，横の軸応力と更にセン断応力とが同時に加わるので，これに起因する斜主引張応力によると思われる斜め方向のひびわれとが見出された。

（9）　破壊試験の際にケタにはすでにひびわれが生じているのに下縁のプレストレスが0とならない範囲内の荷重ではあたかも健全な P.C ケタであるかのような挙動を示した。荷重がかなり大きくなり破壊に近づいても，横方向の合成効果はあまり低下せず，荷重を有効に分布させており，このような合成方法で十分箱型断面ゲタとしての機能を発揮させることができる。ケタの破壊は上縁コンクリートがその全巾にわたり圧

箱破壊をおこすことにより生じた。

(10) 破壊荷重はこの場合のように偏心集中荷重であるのに，箱型断面ゲタを実橋の設計においてなされているような単純曲げをうける1本のケタのように考えて計算したものときわめてよく一致した。

以上，模型実験の結果より得られた結論を列記したが，実橋におけるような設計法で，PC 箱型橋は実用上十分な安全度を有するということができる。しかしながら，横方向の曲げモーメント，横ゲタの間隔，あるいは支間に対する巾員の割合が比較的大きくなつた場合の荷重分配の状態などについては本実験の結論はそのまゝ適用し得ないものであり，これらの点の解明については今後 PC 箱型橋の全般的な研究としてさらに実験とともに理論的な解明を必要とするであろう。

橋梁の経済的設計の面から P.C 箱型橋の発展性が予想されるが，金剛大橋の架設に関連して実施した本模型実験についての報告が今後の発展に何らかの寄与になれば幸甚に思う。

クローラ型トラクターのけん引特性について

建設技官　木　村　　純

建設技官　大　橋　秀　夫

(昭和 32 年 7 月)

On the drawbar hosepower of the clawler type tractor.

(July, 1957)

J. KIMURA
H. OHASHI

Synopsis :

In this report, the method to calculate the drawbar hosepower of the crawler type tractor is researched.

We suppose the mechanical efficiency, rolling resistance and ground condition etc., and have the drawbar hosepower from the engine or torquconverter output. And the results of this calculation are compared with the results of drawbar hosepower tests.

要　旨

本報告は主としてクローラ型トラクタにつき，エンジンおよびトルクコンバータの出力からけん引出力を推定する方法について考察し，事車に適用してけん引出力試験結果との比較検討を行い車輌のけん引特性を明らかにせんとしたものである。

計算上の仮定あるいは実車試験の条件などについては今後なお究明すべき問題もあり，これを基礎としてさらに研究を進めたいと思う。

目　次

1. まえがき……(1)
2. けん引出力の計算式……(2)
〔1〕記号の説明……(2)
〔2〕メカニカルトランスミッションのついた車輌……(1)
〔3〕トルクコンバータのついた車輌…(2)
〔4〕けん引力と滑り率……(2)
3. 実車試験との比較……(4)
〔1〕計算式による算出……(4)
〔2〕実車についての試験結果……(6)
〔3〕試験結果との比較……(8)
4. 考　察……(9)
〔1〕けん引出力について……(9)
〔2〕滑り率曲線について……(10)
5. 要　約……(10)
6. むすび……(11)

1 まえがき

一般にトラクタなどのけん引作業を主作業とした機械においては，そのけん引特性の如何がすべての面で大きな問題となつてくる。車輌のけん引特性を知るためには従来機械効率および走行抵抗などの機械的損失を推定することにより計算による算出方法と，実車について実際にけん引試験を実施して計測により決定する方法が行われてきたが，これら両者の関連性については問題となる事項が多く，未だ決定的な方法が見られない。

本報告はクローラ型トラクタについてそのエンジン特性からけん引特性を推定する方法について検討し，実車についての試験結果と比較考察したものである。計算においては伝達抵抗，走行抵抗，履板の滑り特性など，なお実験的に究明すべき問題があり，これらの点については今後さらに研究してゆきたいと思う。

2. けん引出力の計算式

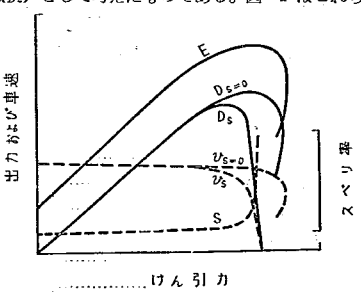
〔1〕 記号の説明

本報告で使用する主なる記号は次の通りである。

E：エンジン出力　(ps)
B：トルクコンバータ出力　(ps)
$D_{s=0}$：滑りのない時のけん引出力　(ps)
D_s：滑り率Sの時のけん引出力　(ps)
W：車輌の重量　(kg)
P：けん引力　(kg)
R_0：走行抵抗（外部抵抗）　(kg)
N_1：エンジン（トルクコンバータ入力側）回転速度　(rpm)
N_2：トルクコンバータ（トルクコンバータ出力側）回転速度　(rpm)
$v_{s=0}$：滑りのない時の車速　(m/s)
v_s：滑り率Sの時の車速　(m/s)
g：減速比
η_c：トルクコンバータ効率
η_m：伝達効率
Z：起動輪歯数
l：履板のピッチ　(mm)

〔2〕 メカニカルトランスミッションのついた車輌

歯車を主体としたメカニカルトランスミッションを使用した車輌については，一般にけん引特性は次の式であらわされる。こゝで η_m は起動輪までの伝達効率，走行抵抗 R_0 はクローラの転動抵抗（いわゆる外部抵抗）として考えたものである。図―1 はこれらの関係を示したものである。

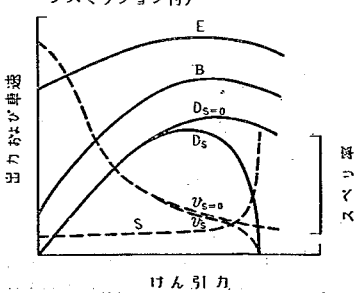


図―1　けん引特性図（メカニカルトランスミッション付）

$$
\left.\begin{aligned}
D_{s=0} &= E\eta_m - \frac{R_0 \cdot v_{s=0}}{75} \\
v_{s=0} &= 0.06\frac{N_1 Zl}{g} \\
P &= \frac{75D_s}{v_s} \\
D_s &= (1-S)D_{s=0} \\
v_s &= (1-S)v_{s=0}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (1)
$$

〔3〕 トルクコンバータのついた車輌

トルクコンバータを使用した車輌では，そのけん引特性は次の式であらわされる。図―2 はこれらの関係を示したものである。



図―2　けん引特性図（トルクコンバータ付）

$$
\left.\begin{aligned}
D_{s=0} &= B\eta_m - \frac{R_0 \cdot v_{s=0}}{75} \\
B &= Er_c \\
v_{s=0} &= 0.06\frac{N_2 Zl}{g} \\
P &= \frac{75D_s}{v_s} \\
D_s &= (1-S)D_{s=0} \\
v_s &= (1-S)v_{s=0}
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (2)
$$

〔4〕 けん引力と滑り率

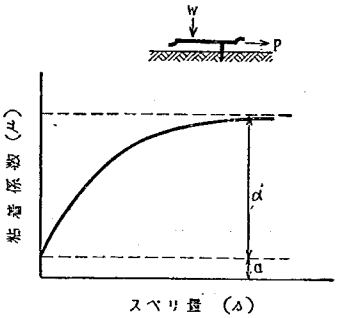
(1) 履板の粘着特性

クローラの一部分としての一枚の履板を考えこれに垂直荷

重 w (kg) を加え，水平方向に引張つた時の力を p (kg) とすると，粘着係数 μ ($=p/w$) と滑り量 s (mm) との関係は図—3 のごとく変化する。この曲線は一般的に次の式であらわされる。

$$\mu=a+\alpha\ (1-e^{-\beta s}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (3)$$

こゝで a, α, β は荷重を一定とした場合，土質条件および形状によりきまる常数である。



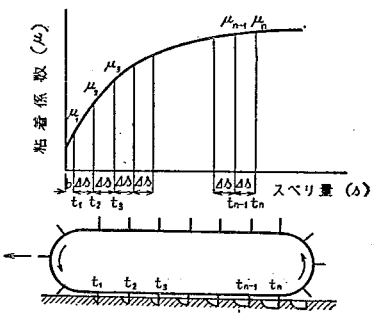
図—3　履板の粘着特性図

(2)　車輌のふん引力と滑り

クローラ型トラクタについて履板列を考え，図—4 のごとく進行方向より接地した n 枚の履板 (t_1, t_2……t_n) について，それぞれに対する粘着係数 (μ_1, μ_2, ……μ_n) を求め，履板の一枚ごとにかゝる荷重 w を一様と考えて，左右の履板列を考慮すると，車輌のけん引力 P は (3) 式より次の式であらわされる。

$$P=2w\sum_{m=1}^{n}\mu_m$$

$$=2w\sum_{m=1}^{n}\left\{a+\alpha(1-e^{-\beta(s+(m-1)\Delta s)})\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (4)$$



図—4　車輌の粘着特性図

また履板のピッチを l とすると，滑り量 Δs は滑り率 S より次の式であらわされる。

$\Delta s=lS$

ゆえに (4) 式より次の式が求められる。

$$P=2w\sum_{m=1}^{n}\left\{a+\alpha(1-e^{-\beta(s+(m-1)ls)})\right\}$$

$$=2nw(a+\alpha)-2\alpha we^{-s\beta}\sum_{m=1}^{n}e^{-\beta(m-1)ls}$$

$$=2nw(a+\alpha)-2\alpha we^{-s\beta}\frac{1-e^{-n\beta ls}}{1-e^{-\beta ls}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (5)$$

車輌の総重量を W とすると

$$W=2nw$$

$$\therefore\quad P=(a+\alpha)W-\frac{\alpha W}{n}\cdot\frac{e^{-s\beta}(1-e^{-n\beta ls})}{1-e^{-\beta ls}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (6)$$

すなわち実験的に (3) 式の常数が与えられると，(6) 式より車輌のけん引力と滑り率との関係が求まり，図—1 および 2 に示したように S 曲線が与えられるので $D_{s=0}$ および $v_{s=0}$ 曲線より，D_s および v_s 曲線が求められる。

(3)　けん引力の変動

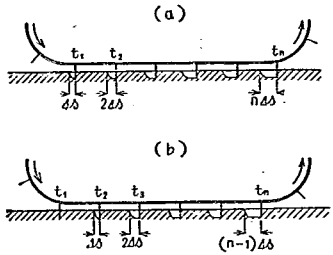
履板についてつねに n 枚の履板が接地しているものとすると，図—5 (a) のごとく次の履板が地面に接する瞬間けん引力が最大となり，これを P_1 とすると (4) 式および (6) 式より $b=\Delta s=eS$ として

$$P_1=2w\sum_{m=1}^{n}\left\{a+\alpha(1-e^{-\beta n\Delta s})\right\}$$

または

$$P_1=(a+\alpha)W-\frac{\alpha W}{n}\cdot\frac{e^{-\beta ls}(1-e^{-n\beta ls})}{1-e^{-\beta ls}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\ (7)$$

また図—5 (b) のごとく，最後列の履板が地面からはなれた瞬間，最前列の履板が接地したものと考えるとこの時のけん引力が最小となり，これを P_2 とすると，(4) および (6) 式より $b=0$ として



図—5　履板列の接地状況

$$P_2 = 2w \sum_{n=1}^{n} \left\{ a+\alpha(1-e^{-\beta(n-1)\Delta s}) \right\}$$

または

$$P_2 = (a+\alpha)W - \frac{\alpha W}{n} \frac{1-e^{-n\beta l_s}}{1-e^{-\beta l_s}} \quad \cdots\cdots (8)$$

ゆえにけん引力の変動 ΔP は次の式で与えられる。

$$\Delta P = P_1 - P_2$$
$$= \frac{\alpha W}{n}(1-e^{-n\beta\Delta s})$$
$$= \frac{\alpha W}{n}(1-e^{-n\beta l_s}) \quad \cdots\cdots (9)$$

また平均けん引力 $\overline{P}$ としては次の式で与えられる。

$$\overline{P} = \frac{P_1+P_2}{2} = P_2 - \frac{\Delta P}{2}$$
$$= (a+\alpha)W - \frac{\alpha W}{n} \frac{1-e^{-n\beta l_s}}{1-e^{-\beta l_s}} + \frac{\alpha W}{n}(1-e^{-n\beta l_s}) \quad \cdots\cdots (10)$$

3. 実車試験との比較

実車としては小松作所製 D—120 型アングルドーザのメカニカルトランスミッション付ならびにトルクコンバータ付の両者についてけん引試験を実施する機会を得たので，以下これらの試験結果について計算結果と比較してみる。写真—1 は D—120 アングルドーザの全容を示したもので車輌の主なる諸元は表—1 のごともきのである。

〔1〕 計算式による算出

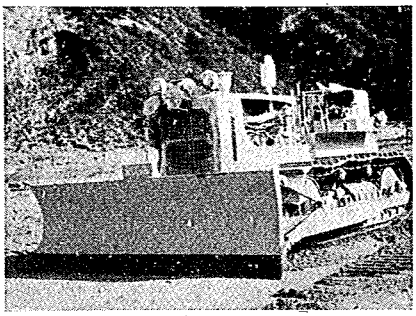
(1) 計算上の仮定

車輌のけん引特性を求めるにあたつて計算する上に必要な仮定をおこなつたが，エシジンおよびトルクコンバータの特性ならびに車輌の諸元などは実車の試験結果と比較の都合上なるべく測定結果そのまゝの値を使用することゝした。

表—1　D—120 型アングルドーザ主要諸元

項目	車輌	メカニカルトランスミッション付	トルコン付
性能	走行速度 前進第1速	2.44 km/hr	0～5.25 km/hr
	〃 2 〃	3.16 〃	0～8.55 〃
	〃 3 〃	4.61 〃	0～11.9 〃
	〃 4 〃	6.25 〃	——
	〃 5 〃	8.43 〃	——
	後進第1速	3.77 〃	0～5.3 km/hr
	〃 2 〃	4.88 〃	0～8.65 〃
	〃 3 〃	7.17 〃	0～12.3 〃
	最大けん引力	約 20,000 kg	約 40,000 kg
	登坂能力(単車)	約 30°	約 30°
	左右傾斜限界角	約 25°	約 25°
	燃料タンク容量	約 360 l	約 360 l
要目	全長	約 5,970 mm	約 6,170 mm
	〃 (トラクタ)	(4,880)	(5,100)
	全巾	約 4,100 〃	約 4,100 〃
	〃 (トラクタ)	(2,600)	(2,600)

項目	車輌	メカニカルトランスミッション付	トルコン付
要目	全高	約 2,760 mm	約 2,760 mm
	全整備重量	約 23,000 kg	約23,650 kg
	〃 (トラクタ)	(18,730)	(19,250)
	キャタピラ巾	560 mm	560 mm
	ピッチ	203.2 〃	203.2 〃
	中心距離	2,000 〃	2,000 〃
	接地長	2,840 〃	2,840 〃
	接地圧	約0.72 kg/cm²	約0.74 kg/cm²
主機関	名称	DE機関	DE機関
	燃焼室型式	予燃焼室式	予燃焼室式
	シリンダ数	6	6
	内径×行程	150φ×200mm	150φ×200mm
	総排気量	21.2 l	21.2 l
	定格回転速度	1,200 r.p.m	1,200 r.p.m
	定格出力	170ps/1,200 r.p.m	170ps/1,200 r.p.m
	作業時最大出力	191 ps	205 ps



写真—1　D-120 アングルドーザ

表—2　車輌の諸条件

項目＼車輌	メカニカルトランスミッション付	トルコン付
重量 (kg)	23,000	23,650
伝達効率 (%)	85	85
外部抵抗 (kg)	1,000	1,000
キヤタピラ接地長 (mm)	2,840	2,840
起動輪歯数	14	14
リンクピッチ (mm)	203.2	203.2
総減速比 F－1	84.3	35.7
総減速比 F－2	65.2	22
総減速比 F－3	44.4	15.7
総減速比 F－4	32.9	—
総減速比 F－5	24.4	—
片側履板の接地数	14	14

エンジンおよびトルクコンバータの性能……図—6および7はそれぞれメカニカルトランスミッション付ならびにトルコン付の車輌のエンジン特性を示したもので図—8 はトルクコンバータの性能曲線およびエンジンとトルコンの組合せ特性曲線を示したものである。

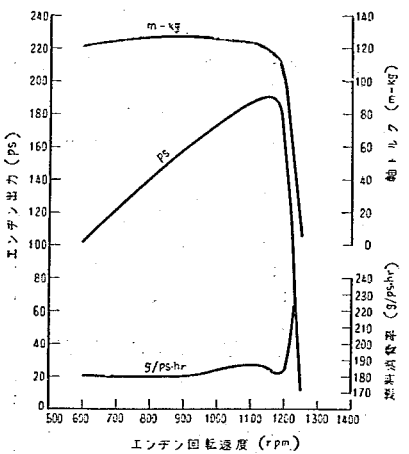
車輌の諸条件……計算に必要な車輌の諸元を表—2 の通りとする。

履板と土との関係……試験道路の路面の土質条件として (3) 式における常数を次のごとく仮定する。これは模型試験の結果推定したものである[1]。

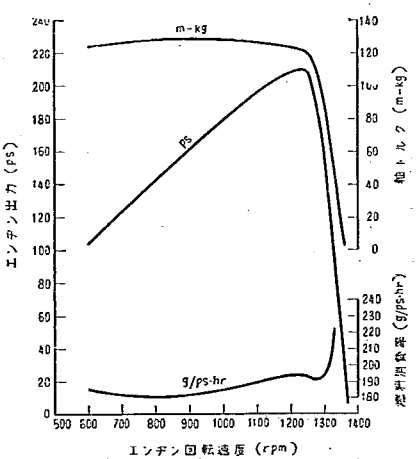
$$\left.\begin{aligned} a&=0\\ \alpha&=0.815\\ \beta&=8.5\times10^{-2} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (11)$$

(2)　けん引出力の算式

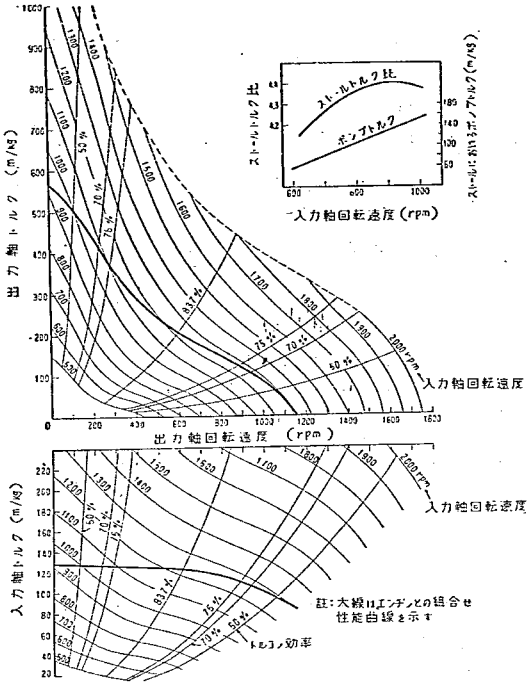
(1) 式および (2) 式より表—2 の仮定による数値を用いてけん引出力の算式を求めると，メカニカルトランスミッション付では



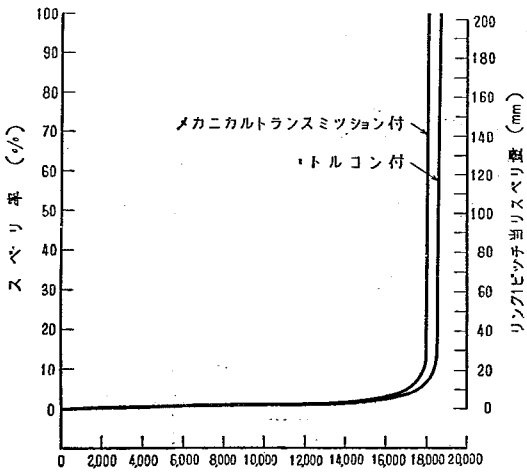
図—6　DE 型エンジン性能曲線
(メカニカルトランスミッション付 D-120 登載)



図—7　DE 型エンジン性能曲線
(トルコン付 D-120 登載)



図—8　トルクコンバータ (138-M_s 300) 性能曲線



図—9　けん引力と滑り率

$$D_{s=0}=0.85E-0.632\frac{N_1}{g}$$
$$v_{s=0}=\frac{0.0474N_1}{g}$$
$$P=\frac{1343Eg}{N_1}-1,000 \quad \cdots\cdots(12)$$

トルコン付では

$$D_{s=0}=0.85B-0.632\frac{N_2}{g}=0.85\eta_c E-0.632\frac{N_2}{g}$$
$$v_{s=0}=\frac{0.0474N_2}{g}$$
$$P=\frac{1343Bg}{N_2}-1,000=\frac{1343\eta_c Eg}{N_2}-1,000 \quad \cdots\cdots(13)$$

(3)　けん引力と滑り率との関係式

(11) 式の仮定を (10) 式に代入して平均けん引力と滑り率との関係を求めると，表—2 にて仮定した片側履板の接地数 $n=14$ より

メカニカルトランスミッション付では

$$\bar{P}=18,750-1,340\frac{1-e^{-241s}}{1-e^{-17.25s}}+670(1-e^{-241s})$$

トルコン付では

$$\bar{P}=19,350-1,380\frac{1-e^{-241s}}{1-e^{-17.25s}}+690(1-e^{-241s}) \quad \cdots(14)$$

また (9) 式よりけん引力の変動値はそれぞれ次の式で求められる。

$$\Delta P=1,340(1-e^{-241s})$$

及び

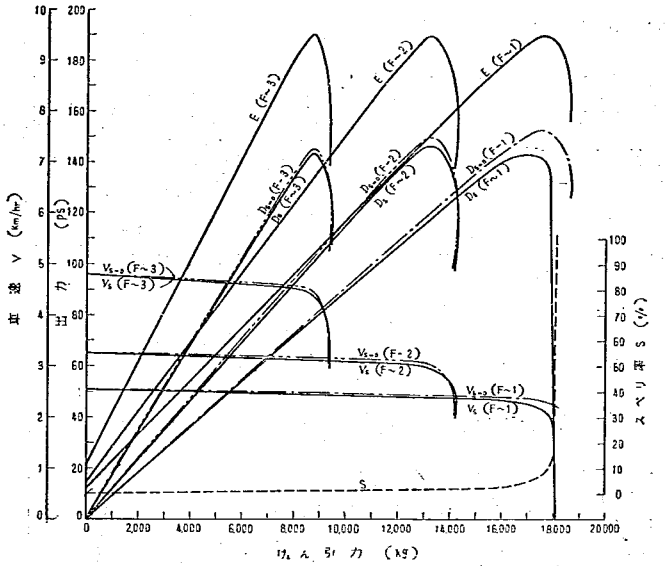
$$\Delta P=1,380(1-e^{-241s}) \quad \cdots\cdots(15)$$

(4)　けん引特性図

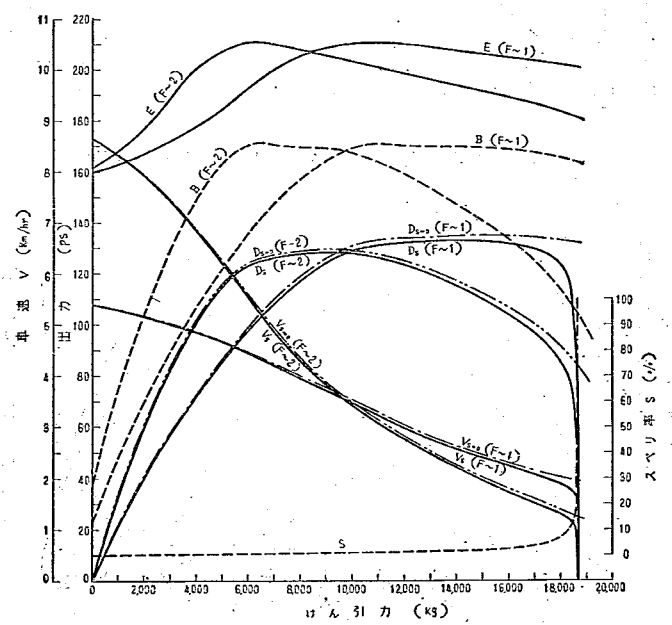
けん引力と滑り率の関係を求めると図—9 のごとし。また (12) 及び (13) 式よりそれぞれ車輌のけん引特性図を求めると 図—10 及び 11 のようである。

〔2〕 実車についての試験結果

1 周約 700 m 砂質ローム上の平坦な環状の試験道路において，昭和 32 年 3 月 D-120 型アングルドーザについて，けん引試験を実施したので[2]，次に結果の概要についてのべる。写真—2 は試験中の状況を示したものである。



図—10　けん引特性図（メカニカルトランスミッション付）

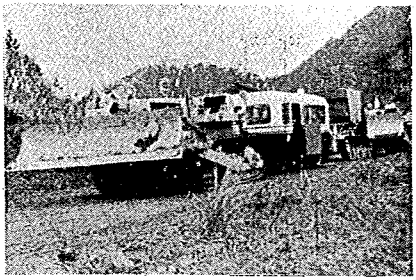


図—11　けん引特性図（トルコン付）

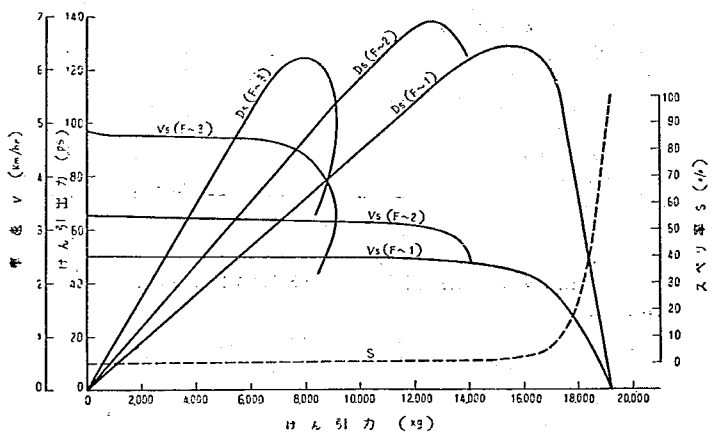
図—12 および 13 はメカニカルトランスミッション付およびトルコン付について実施したけん引試験の成績を示したものである。また図—14, 15 はエンジンの燃料噴射ポンプにラック位置測定器をとりつけて試験中の燃料消費率を測定した結果を示したものである。

〔3〕 試験結果との比較

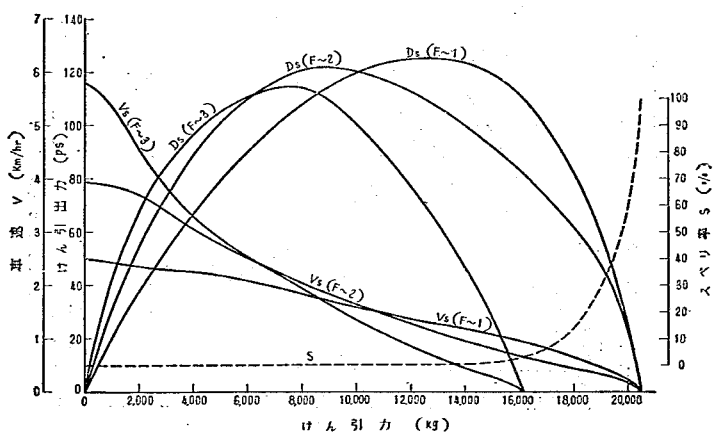
計算により求めた図—10, 11 のけん引特性図とけん引試験結果より得られた図—12, 13 についてけん引出力曲線の比較を行うと図—16 および 17 のようである。これらの比較図をみると試験結果のけん引



写真—2　けん引試験の状況



図—12　けん引試験特性図（メカニカルトランスミッション付）



図—13　けん引試験特性図（トルコン付）

出力は計算により得た結果と，やゝ異なつている。この原因についてはいろいろと考えられるので，4章において考察してみたい。

4 考　察

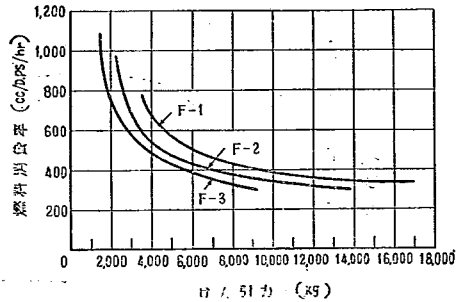
以上について考察してみると，計算結果と試験結果との間にはやゝ相違がみられ，この原因として計算途上における仮定ならびに実車けん引試験時の状況などが考えられ，これらについてはなお今後検討して行きたいと思う。次に問題と思われる点について考察する。

〔1〕 けん引出力について

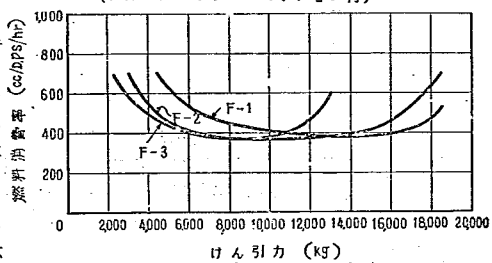
図—16および17をみると実車試験の結果が計算による予想値を下廻つている。この原因としては主として次の点が考えられる。

(1) エンジン出力として計算ではベンチテストの結果を使用したが，実車試験では気温，気圧，湿度などの外的条件の変化，負荷荷重の変動性およびエンジンの予備運転などの点においても必ずしも最適条件で試験が行われたとは限られないので，ベンチテストよりもエンジン出力の低下していることが考えられる。

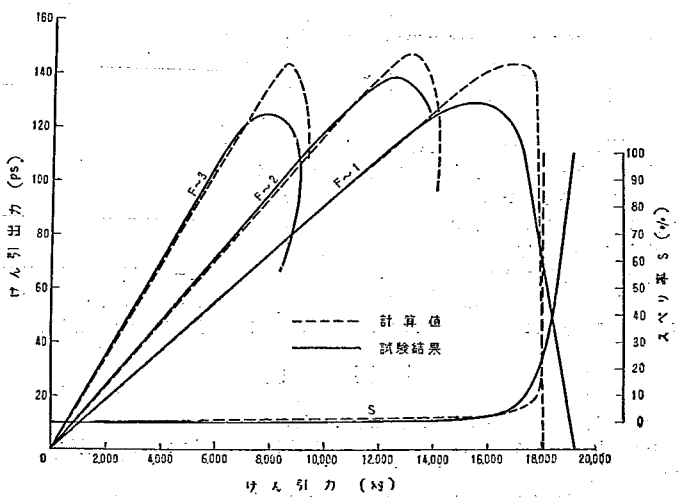
(2) 走行抵抗は負荷荷重，車速および路面の状況などにより変化する。計算においては一応エンジンより起動輪までの伝達効率を85%とし，外部抵抗（クローラ，転輪などのころがり抵抗）として別に実施した走行試験を考慮して1,000 kgと仮定したが，実車においてはこれよりもさらに抵抗が大きくけん引出力が低下することが考えられる。



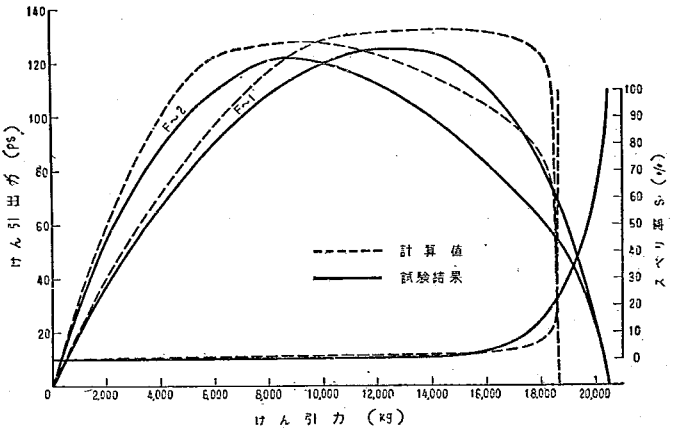
図—14 燃焼消費率
（メカニカルトランスミッション付）



図—15 燃焼消費率（トルコン付）



図—16 けん引出力の比較（メカニカルトランスミッション付）



図—17 けん引出力の比較（トルコン付）

(3) トルコン付ではエンジンおよびトルコンのおのおのについての性能曲線を組合せて，トルコン出力曲線を求め，これより計算をおこなつたが，実車についてはエンジンおよびトルコンとも，それぞれ単独における最適の条件で作動しているとは考えられないので (1)，(2) の理由とともにけん引出力の低下が予想される。

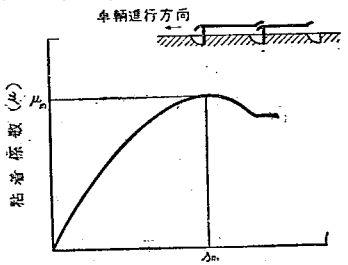
〔2〕 滑り率曲線について

図—16 および 17 の滑り率曲線をみると，滑りの少ないときは計算と試験値の傾向がほゞ一致しているが多くなるとかなり差異が認められる。この理由としてい次の点が考えられる。

(1) 履板の粘着特性を示す式として図—3 のごとく一枚の履板を考え，(3) 式を考えたが，実車では図—18 のごとく後方の履板による影響のため，一般にある滑り量で粘着係数の最大点がみられるので，(3) 式について補正を行う必要がある。これは履板の形状および土質条件などによつて異なるので今後さらに研究して行きたいと思う。

(2) 履板の形状ならびに土質成分などを一定としても，(3) 式の常数は含水比，土の締固め度合などによつて異なり；一義的には定めにくい各土質について実験的に定めるべきである。この点についてさらに検討をして行きたい。

(3) また履板にかゝる荷重を一定としたが，実際には下部転輪の通過時などに集中的に荷重がかゝり，履板にかゝる荷重は変動荷重となる。また履板の移動速度も実車の場合は模型実験に比べて非常に早くなり，速度の影響が考えられる。前述の (3) 式についてはさらにこれらの点についても究明して行きたいと思う。



図—18 履板の粘着特性図

5. 要　　約

以上述べた主なる点について要約すると次のようである。

(1) クローラ型トラクタについてもそのエンジンおよびトルコン特性よりけん引特性を推定する方法について考え，実車試験の結果と比較検討をした。

(2) メカニカルトランスミッションのついた車輌ではエンジン出力が与えられるとけん引出力は次の式により計算される。

$$D_{s=0}=E\eta_m-\frac{R_0\cdot v_{s=0}}{75},\quad D_s=(1-S)D_{s=0}$$

(3) トルクコンバータのついた車輌ではトルコン出力が与えられるとけん引出力は次により計算される。

$$D_{s=0}=B\eta_m-\frac{R_0\cdot v_{s=0}}{75},\quad D_s=(1-S)D_{s=0}$$

(4) 履板の粘着特性を示す式として，一般的に $\mu=a+\alpha(1-e^{-\beta s})$ が与えられているが，履板列を考えると車輌のけん引力と滑り率との関係は次の式で与えられる。

$$\overline{P}=(a+\alpha)W-\frac{\alpha W}{n}\cdot\frac{e^{-\beta s}(1-e^{-n\beta ls})}{1-e^{-\beta ls}}$$

(5) 履板列についてつねに n 枚の履板が接地しているものとすると，車輌の進行によるけん引力の変動 ΔP 及び平均けん引力 $\overline{P}$ は次の式で与えられる。

$$\Delta P=\frac{\alpha W}{n}(1-e^{-n\beta ls})$$

$$P=(a+\alpha)W-\frac{\alpha W}{n}\cdot\frac{1-e^{-n\beta ls}}{1-e^{-\beta ls}}+\frac{\alpha W}{2n}(1-e^{-n\beta ls})$$

(6) D-120 型アングルドーザについて必要な仮定の下にけん引出力の算出をおこない，けん引試験結果と比較考察したが，両者の間にやゝ差異がみられた。この原因としては計算途上における仮定および実車試験時の状況によるものと考えられ，これらの点については本報告を基としてさらに研究を行い，車輌のけん引特性を明らかにしたいと思う。

6. むすび

本報告は主としてクローラ型トラクタのけん引特性について検討したものであるが，実車試験においては各種の要素が含まれ，車輌のけん引特性を解析するには今後なお究明すべき点もあり，これを基礎としてさらに研究を進めたいと思う。

終りに本研究についてつねに御指導をいたゞいた山川所長，または性能試験について御教示をいたゞいた斎藤前所長並びに松本技官に深く感謝するとともに，実車試験並びに結果の整理に協力された同室の方々に厚く御礼申し上げます。

文　献

1) アングルドーザにおけるトルクコンバータの選定について　性能試験資料 (31-12)
2) D-120 型アングルドーザ性能試験報告　〃 (32-4)

遊隙あるラジアル軸受のラジアル荷重による振れ並びにスラスト及びモーメント荷重による撓みについて

建設技官　木　村　　純

(昭和 32 年 8 月)

On the swinging by radial load, and the displacement by thrust load and moment load, of a radial ball bearing, which has some clearance.

(August 1957)

J. KIMURA

Synopsis:

Continued from former report, the foundamental relations between the clearance, the swinging by radial load, and the displacement by thrust load and moment load of a radial ball bearing are analized in this paper.

要　　旨

前報に引続き本報では遊隙とラジアル荷重による振れ及びスラスト並びにモーメント荷重による撓みの基本的関係を解析した。

目　　次

1. まえがき……(1)
2. 遊隙ある球軸受のラジアル荷重による振れ……(1)
3. 遊隙ある球軸受のスラスト荷重による撓み……(4)
4. 遊隙ある球軸受のモーメント荷重による撓み……(8)
5. 遊隙ある球軸受のスラスト荷重およびモーメント荷重による接触応力と遊隙との関係……(11)
6. あとがき……(11)

1. まえがき

前報において球軸受の1球が丁度軸受垂直二等分線上の荷重側に位置しているとき，静ラジアル荷重と撓みと内外輪の偏心量（遊隙）との関係を考察し，内外輪，軌道径，球径の製作誤差あるいは摩耗量に相当する程度の微少な変化をした場合，それら個々を考える必要がなく，総合的な遊隙の変化だけをパラメーターとすればよいことを知つた。

本報においては，まず静ラジアル荷重を受け回転する場合の軸心の振れ，ならびにスラスト荷重を受けた場合の軸方向の移動（仮に撓みと称す）およびモーメント荷重を受けた場合の軸の角度の振れ（仮に撓みと称す）の遊隙との一般式または一般解法を，単列ボールベアリングについて導き，¤6206 により数値計算を試み，荷重と撓みに与える遊隙の影響を調べた。また従来軸系の設計において，ころがり軸受にはモーメント荷重がかからないとしていた（適当な計算方法がなくいわゆる等価荷重にはモーメント荷重が加算し得なかつた）。しかしモーメント荷重による軸受の無理が非常に大きいものであることを示すためにスラスト荷重およびモーメント荷重による接触圧を算出し比較した。

2. 遊隙ある球軸受のラジアル荷重による振れ

(1) 球位置の変化による静ラジアル荷重—撓み関係の変化。

前報において球軸受の1球が丁度軸受垂直二等分線上の荷重側にあるとき，静ラジアル荷重と撓みの関係

式として下式を導いた。

$$\left.\begin{aligned} P_r &= C_0\, z^{-\frac{3}{2}}\, r^{\frac{1}{2}}\, \delta^{\frac{3}{2}} \left\{ 1+2\,\rho \sum_{n=1}^{n} \cos^{-\frac{5}{2}} n\,\alpha \right\} \\ \rho &= \left\{ 1-\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)\left(\frac{1}{\cos\alpha}-1\right) \right\}^{\frac{3}{2}} \\ \varepsilon\left(\frac{1}{\cos n\alpha}-1\right) &\leqq \delta \leqq \varepsilon\left(\frac{1}{\cos\,(n+1)\,\alpha}-1\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (2\text{—}1)$$

ただし

P_r 静ラジアル荷重
δ 撓み
r 転動球半径
α $2\pi/z$　z は転動球の全数
ε 遊隙
C_0 軌道径を R_R とすると R_R/r できまる常数[1]

次に球位置による変化を知るため球が頂上より $\alpha/2$ だけ廻つた位置に来たときの遊隙の変化を求める。

図—1 の状態を仮に（1）の状態と名づけ，この場合の内外輪の遊隙を ε とすると，

$$r_2-r_1=D_0+\varepsilon$$

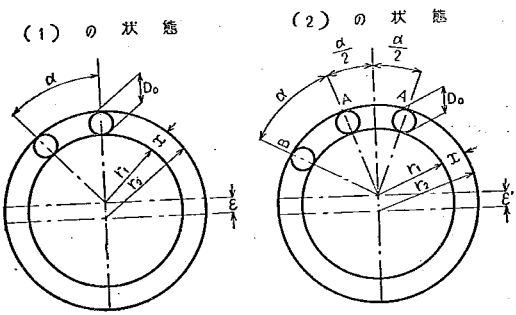
図—2 の状態を仮に（2）の状態と名づけ，この場合の遊隙を ε' とすると

$$D_0=r_2-r_1-\varepsilon' \cos\frac{\alpha}{2}=D_0+\varepsilon-\varepsilon' \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \quad \varepsilon'=\varepsilon/\cos\frac{\alpha}{2}$$

遊隙の変化分を $\Delta\varepsilon$ とすると

$$\Delta\varepsilon=\varepsilon'-\varepsilon=\varepsilon\left(\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}-1\right) \cdots\cdots (2\text{—}2)$$



図—1　　図—2

(1—1) は（1）の状態の静ラジアル荷重と撓みの関係式である。

（2）の状態について，静ラジアル荷重を P_r'，撓みを δ' とし前報と同様の方法で特性式を求めると次の通りとなる。

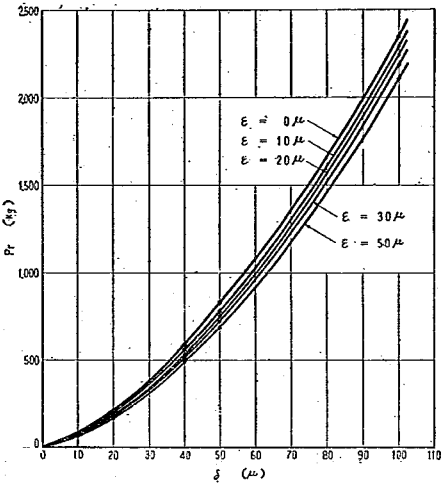
但し

$$\left.\begin{aligned} P'_{rn} &= 2\,C_0\, z^{-\frac{3}{2}}\, r^{\frac{1}{2}}\, \delta^{\frac{3}{2}} \left\{ \cos^{\frac{5}{2}}\frac{\alpha}{2}+\rho' \sum_{n=1}^{n} \cos^{\frac{5}{2}}\left(n+\frac{1}{2}\right)\alpha \right\} \\ \rho' &= \left\{ 1-\frac{\varepsilon}{\delta'}\left(\frac{1}{\cos\frac{3}{2}\alpha}-\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}\right) \right\}^{\frac{3}{2}} \\ \varepsilon\left(\frac{1}{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\alpha}-\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}\right) &\leqq \delta' \leqq \varepsilon\left(\frac{1}{\cos\left\{(n+1)+\frac{1}{2}\right\}\alpha}-\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}}\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (2\text{—}3)$$

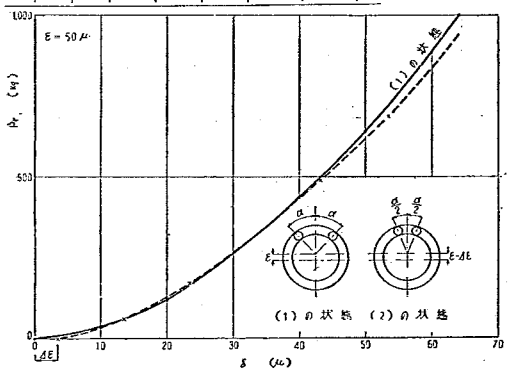
すなわち，球位置の変化により同一のラジアル荷重を与えても撓みは (2—1) (2—3) 式を満足

表—1

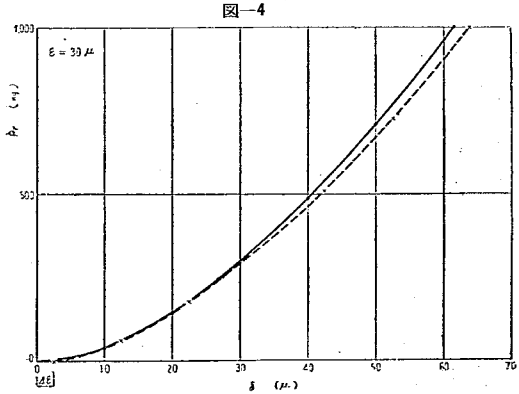
$\varepsilon(\mu)$ \ $\delta(1)(\mu)$		10	20	40	50	100	200	$\Delta\varepsilon(\mu)$
0	P_r	73.8	208.8	590.6	825.4	2334.7	6603.6	—
	P'_r	74.3	210.2	594.5	830.8	2349.8	6646.3	0
10	P_r	57.4	183.2	550.2	787.2	2280.3	6526.3	—
	P'_r	61.8	188.2	560.9	792.8	2295.0	6567.2	0.6
20	P_r	94.9	162.2	518.3	742.0	2226.7	6455.1	—
	P'_r	61.6	174.8	532.2	758.9	2242.4	6703.5	1.3
30	P_r	36.9	143.4	487.9	707.1	2147.7	6373.4	—
	P'_r	61.6	174.2	509.3	729.8	2192.8	6415.3	1.9
50	P_r	36.0	120.0	431.5	641.3	2048.8	6151.4	—
	P'_r	61.6	174.2	492.7	688.6	2103.7	6271.1	3.2



図—3



図—4



図—5

する値だけ変化しさらに外見的な変化は (2—2) 式による $\Delta\varepsilon$ が加わる。

(2) 数値計算例

(2—3) 式により P'_r, δ' の関係を前報と同じく $\frac{n}{d}$ 6206 により計算の結果を表—1 および図—3 に示す。

計算に必要な諸元は下記の通り。

$z=9$ $\alpha=40°$ $r=4.7625$ mm

$R_R=4.9500$mm $R_R/r=1.039$

(3) 一定のラジアル荷重を受けて回転する場合の振れ

前節の数値計算結果および前報の数値計算結果に $\Delta\varepsilon$ を加えて一定のラジアル荷重を受けて回転する場合の振れを示せば図—4～図—8 となり，遊隙と振幅の関係は図—9 となる。

(4) 交番ラジアル荷重を受け回転する場合の振れ

回転数が少なく衝撃的荷重を考慮する必要のないときは前節の考え方を拡張して図—10 の方法によつて交番ラジアル荷重による振れを求めることができる。

荷重および遊隙と振れの関係は図—11 に示す。

(5) 本章のまとめ

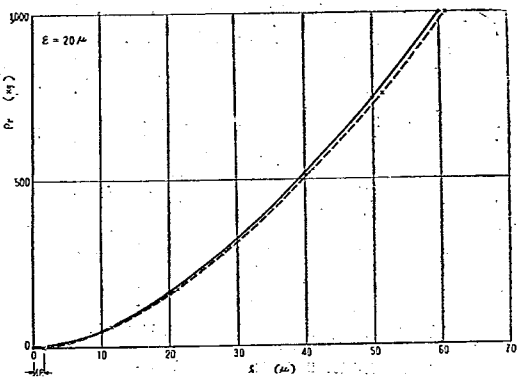
本章で取扱つた単原ラジアル球軸受の振れにおよぼす荷重遊隙の影響をまとめると次の通りとなる。

(a) 静ラジアル荷重の場合

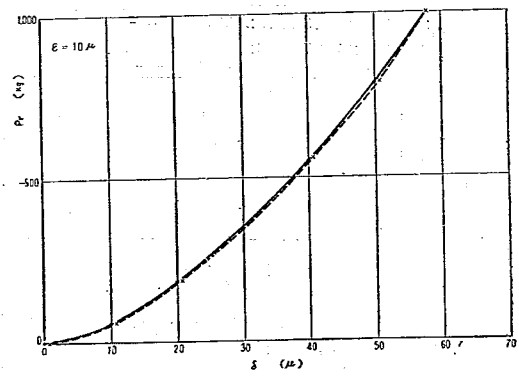
振れと荷重，遊隙の関係は回転中の球の接触数の変化によつて単純なものではなく，Δz と $\delta-\delta'$ の差が消し合つて遊隙の大きなものでも振れの少ないものがある。大体においてこの場合の振れは遊隙の大きいものでも数値的には問題とするに足りず Δz の大きさ（$P_r=0$ のときの振れ）以内と考えてよいものと思われる。

（b） 交番荷重の場合

振れは荷重，遊隙とともに増加し，その数値は静ラジアル荷重に比しいちじるしく大きい。かつ遊隙0においてもすでに大きい振れが発生しているので，精密を要する機器において交番荷重のかゝるところでは，大容量の軸受を予圧して使用し P_r—δ 曲線の片側を使用する必要がある。



図—6



図—7

3. 遊隙ある球軸受のスラスト荷重による挽み

（1） アギシャル方向遊隙とラジアル方向遊隙との関係

図—12（a）は単列ラジアル球軸受の模型図である。同図（b）のごとく球が接触した瞬間を考えると，斜線を施した三角形よりアギシャル方向遊隙を ε_a，ラジアル方向遊隙を ε_r とすると

$$\frac{\varepsilon_a}{4}=\sqrt{(R_R-r)^2-(R_R-r+\frac{\varepsilon_r}{4})^2}$$

$$\therefore\ \varepsilon_a \fallingdotseq \sqrt{8(R_R-r)\varepsilon_r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3\text{—}1)$$

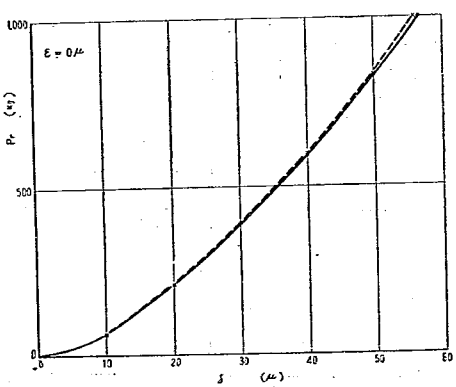
（2） アギシャル方向の移動量とスラスト荷重の関係

図—12（c）は Q なるスラスト荷重により1球当り P なる押付力によつて δ なる接近量を生じたときを表わし，斜線を施した三角形（c'）より

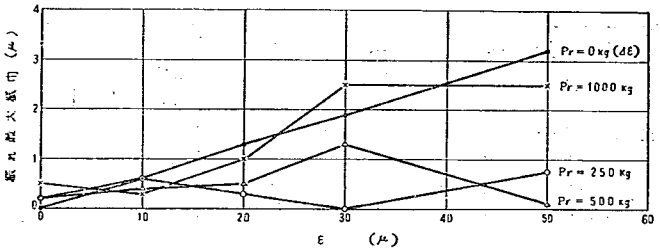
$$\frac{x}{4}=\sqrt{(R_R+\frac{\delta}{2}-r)^2-(R_R-r-\frac{\varepsilon_r}{4})^2}$$

$$\therefore\ x \fallingdotseq \sqrt{8(R_R-r)(2\delta+\varepsilon_r)} \quad \cdots\cdots(3\text{—}2)$$

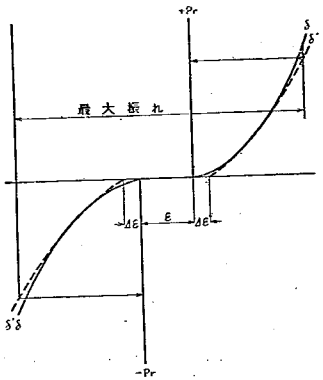
x はアギシャル方向の移動量を示している。スラスト荷重 Q と P との関係は Z を球の全数とすると



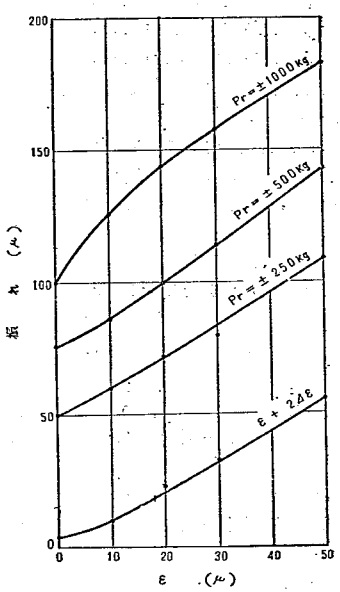
図—8



図—9



図—10



図—11

$$\frac{Q}{Z}=P\cos\phi \quad \cos\phi=\frac{x}{4}\Big/\left(R_R-r+\frac{\delta}{2}\right) \cdots\cdots(3\text{—}3)$$

$$\therefore \quad P=\frac{Q}{Z}\,\frac{R_R-r+\frac{\delta}{2}}{\sqrt{(R_R-r)\left(\delta+\frac{r}{2}\right)}} \cdots\cdots(3\text{—}4)$$

p と δ との間には次の関係がある。

$$\delta=C_0\, r^{-\frac{1}{3}}\, p^{\frac{2}{3}} \cdots\cdots(3\text{—}5)$$

C_o の値は R_U に関係するが実際上は R_R/r の函数と考えてよい。(3—3), (3—4) より p を消去すると

$$Q=Z\,C_o^{-\frac{3}{2}}\,\delta^{\frac{3}{2}}\,r^{\frac{1}{2}}(R_R-r)^{\frac{1}{2}}\,\delta+\frac{\epsilon_r}{2}^{\frac{1}{2}}\left(R_R-r+\frac{\delta}{2}\right)^{-1} \cdots\cdots(3\text{—}6)$$

(3—2)(3—6) より Q —x 持性式を得る。

いま中心位置よりの移動量 $x/2$ を 前報ならびに 前章の例にならい軸方向の撓みと称し δ_{th} で表わすと (3—2) より

$$\delta\ th=\sqrt{2(R_R-r)(2\ \delta+\varepsilon)}$$

$$\delta=\frac{1}{2}\left\{\frac{\delta^2 th}{2\,(R_R-r)}-\varepsilon_r\right\}$$

(3—6) に代入すると

$$Q=Z\,C_o^{-\frac{3}{2}}\,r^{\frac{1}{2}}(R_R-r)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{2}\left\{\frac{\delta^2\,th}{2\,(R_R-r)}-\varepsilon_r\right\}\right]^2$$

$$\left[(R_R-r)+\frac{1}{4}\left\{\frac{\delta^2\,th}{2\,(R_R-r)}-\varepsilon_r\right\}\right]^{-1} \cdots\cdots(3\text{—}7)$$

(3) 数値計算例

6206, $R_R=4.950$ mm $r=4.7625$ mm $Z=9$ を基準として R_R, r の影響を調べるため次の例によつて数値計算をおこなつた。

R_R を変化せしめた場合

$\varepsilon_r=0$　　$R_R=4.950$　$r=4.7625$

$\varepsilon_r=0.020$　$R_R=4.955$　$r=4.7625$

$\varepsilon_r=0.040$　$R_R=4.960$　$r=4.7625$

r を変化させた場合

$\varepsilon_r=0$　　$R_R=4.950$　$r=4.7625$

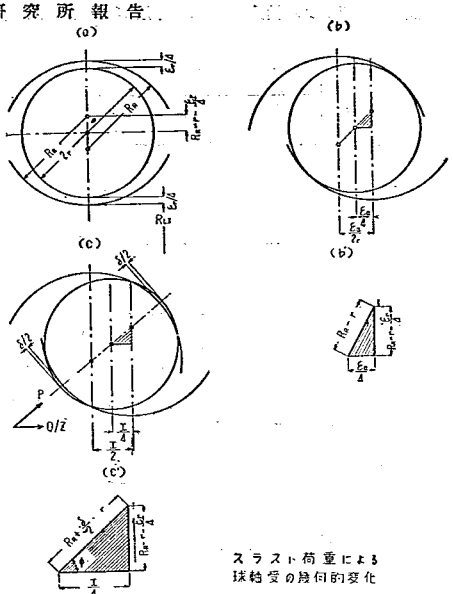
$\varepsilon_r=0.020$　$R_R=4.955$　$r=4.7575$

$\varepsilon_r=0.040$　$R_R=4.960$　$r=4.7525$

計算結果を表—2, 表—3 および図—13, 図—14, に示す。

これらの結果からスラスト荷重の場合もラジアル荷重と同様に R_R, r の変化の個々を考える必要なく ε_r の変化のみをパラメーターとすればよいことがわかる。

更らに log Q と log 1/2 $(x-\varepsilon_a)$ (球の接触位置からの移動量) をとつて示すと図—15 とな



スラスト荷重による球軸受の接触的変化

図—12

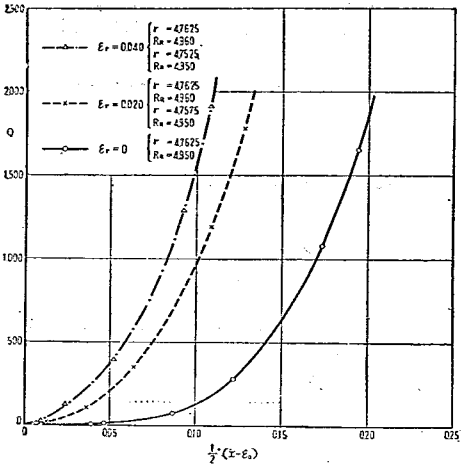
表—2 R_R を変化せしめた場合

	α	0.002	0.003	0.01	0.02	0.04	0.05
$\varepsilon_r=0$	Q	2.973	6.675	72.807	283.960	1080.838	1649.156
	x	0.0775	0.0949	0.1732	0.2449	0.3464	0.3873
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0388	0.0474	0.0866	0.1224	0.1732	0.1936
$\varepsilon_r=0.02$	Q	7.192	13.712	101.716	343.664	1195.837	1788.516
	x	0.1922	0.2001	0.2482	0.3040	0.3924	0.4299
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0084	0.0124	0.0364	0.0642	0.1084	0.1272
$\varepsilon_r=0.04$	Q	9.615	18.015	123.050	392.196	1296.332	1912.674
	x	0.2637	0.2696	0.3079	0.3555	0.4354	0.4703
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0062	0.0092	0.0282	0.0520	0.0920	0.1095

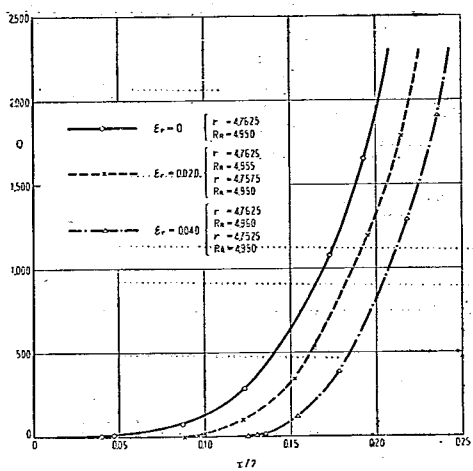
表—3 r を変えた場合

	δ	0.002	0.003	0.01	0.02	0.04	0.05
$\varepsilon_r=0$	Q	2.973	6.675	72.807	283.960	1080.838	1649.156
	x	0.0775	0.0949	0.1732	0.2449	0.3464	0.3873
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0388	0.0474	0.0866	0.1224	0.1732	0.1936
$\varepsilon_r=0.02$	Q	7.192	13.712	101.668	343.502	1195.264	1787.654
	x	0.1922	0.2001	0.2482	0.3040	0.3924	0.4299
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0084	0.0124	0.0364	0.0642	0.1084	0.1272
$\varepsilon_r=0.04$	Q	9.615	18.015	122.927	391.799	1295.017	1910.729
	x	0.2637	0.2696	0.3079	0.3555	0.4354	0.4703
	$1/2(x-\varepsilon_a)$	0.0062	0.0092	0.0282	0.0520	0.0920	0.1095

Q : kg　　x : mm　　$1/2\ (x-\varepsilon_a)$: mm



図—13

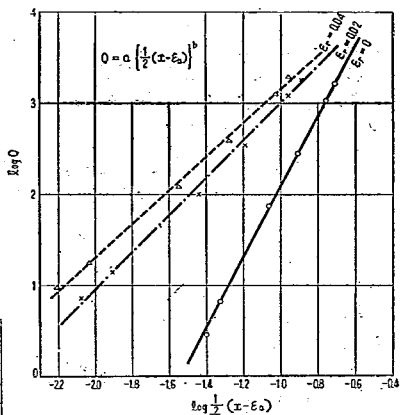


図—14

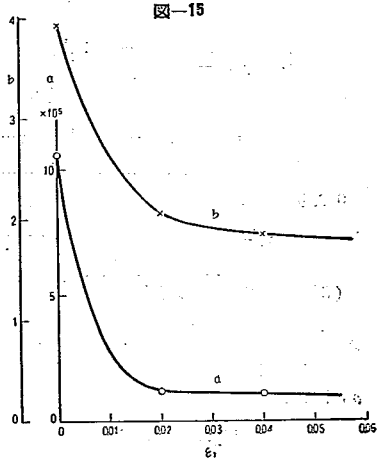
表—4

a	$\varepsilon_r=0$	1.0549×10^6
	$\varepsilon_r=0.02$	1.1651×10^5
	$\varepsilon_r=0.04$	1.0890×10^5
b	$\varepsilon_r=0$	3.92590
	$\varepsilon_r=0.02$	2.06090
	$\varepsilon_r=0.04$	1.85708

a, b の ε_r に対する変化は第5図に示す。



図—15



図—16

る。これを直線として示すと

$$Q=a\left\{\frac{1}{2}\left(x-\varepsilon_a\right)\right\}^5 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3-8)$$

となり，a, b はそれぞれ ε_r によつて変化する。a, b の値を表—4 および図—16 に示し，ε_r の影響は ε_r の小さい所でいちじるしいことを示している。

（4） 本章のまとめ

（a） スラスト荷重による撓みの中心位置からの量は，遊隙の大きい方が大きい（図—13）。しかるに接触位置からの撓みの量は遊隙の大きい方が小さい。（図—14）

（b） これより一方向の変動スラスト荷重，および静スラスト荷重の場合は遊隙の大きさを問題とする必要はない。しかし交番荷重については遊隙とともに振れは増加するので振れを少なくするためには予圧が必要である。

（3） スラスト荷重と接触位置からの撓みの量とは簡単な式（3—8）で表わされる。この式の係数および指数はそれぞれ遊隙によつて変化する。

4. 遊隙ある球軸受のモーメント荷重による撓み

従来モーメント荷重に対する負荷容量の研究はなかつたので，単列ラジアル球軸受のモーメント負荷容量の一般的な計算方法を述べ遊隙の影響をしらべた。

（1） 単列球軸受の幾何的寸度と撓み角の関係

まず1球のみについて考える。図—17（a）は単列球軸受の横型図である。この球軸受の内輪が中心線より γ_0 傾いたとき，球が軌道に接触し同図（b）となつたとすると

$$\cos\ {}_0=\frac{\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2}\right)^2+r(R_{LJ}+R_R)^2-4(R_R-r)^2}{2(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2})\quad R_{LJ}+R_R)} \qquad \cdots\cdots(4—1)$$

$$\cos\ \gamma_0=\frac{\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2}\right)^2+4(R_R-r)^2-(R_{LJ}+R_R)}{4(R_R-r)(R_{LJ}+2\,r-R_R+\frac{r}{2})} \qquad \cdots\cdots(4—2)$$

モーメント荷重 M によつてこの球と内外輪の間に P なる垂直押付力が生じ δ なる接近量になつたとすると同図（c）より

$$\cos\beta=\frac{\left(R_{LJ}+2r-R_R+\frac{r}{2}\right)^2+(R_{LJ}+R_R)^2-\left(R_R-r+\frac{\delta}{2}\right)^2}{2\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2}\right)(R_{LJ}+R_R)} \qquad \cdots\cdots(4—3)$$

$$\cos\ \gamma=\frac{\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2}\right)^2+4\left(R_R-r+\frac{\delta}{2}\right)^2-(R_{LJ}+R_R)^2}{4\left(R_R-r+\frac{\delta}{2}\right)\left(R_{LJ}+2\,r-R_R+\frac{r}{2}\right)} \qquad \cdots\cdots(4—4)$$

$$L=\left(R_{LJ}+2r-R_R+\frac{r}{2}\right)\sin\ \gamma \qquad \cdots\cdots(4—5)$$

$$M=LP \qquad \cdots\cdots(4—6)$$

0 より M に増加したための撓み角の変化は次式より計算し得る。

$$\cos\beta-\cos\ {}_0=\frac{-2\ \delta\ (R_R-r)}{\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{r}{2}\right)(R_{LJ}+R_R)} \qquad \cdots\cdots(4—7)$$

（2） 各球のモーメント荷重の分担

内輪が外輪に対し角 β だけ傾いた場合，軸を含んだ任意の平面で切つた位置での内輪，外輪の傾度を求める。

図—18 において β 傾いた内輪の外輪面への正射影は楕円をなす。この楕円の長半径 A，短半径 B，動径 ρ，離心率 e とすると

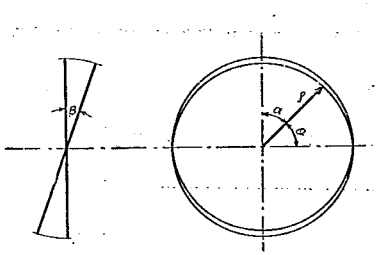
$$\rho=\frac{B^2}{1-e^2\cos^2\theta}$$

$$e=\sqrt{1-\left(\frac{B}{A}\right)^2}$$

今，軸を含む垂直面に球の中心があるときは

$$A=R_{LJ}+R_R$$

$$B=(R_{LJ}+R_R)\cos\beta$$



図—18

$$\frac{B}{A}=\cos\beta$$

$$\therefore\ e=\sin\beta$$

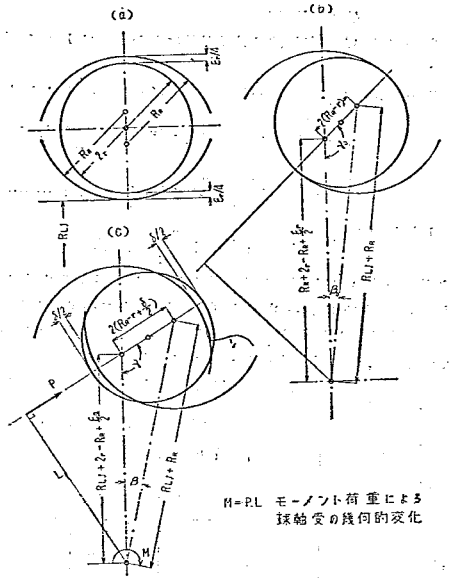
球の全数を Z とし，$\alpha=2\pi/Z$ だけ隔つたところにおいては，

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\alpha\quad\cos\theta=\sin\alpha$$

$$\rho^2=\frac{B^2}{1-\sin^2\beta\sin^2\alpha}=\frac{(R_{LJ}+R_R)^2\cos^2 B}{1-\sin^2\beta\sin^2\alpha}$$

その場所における傾角を β_α とすると

$$\cos\beta_\alpha=\frac{\rho}{R_{LJ}+R_R}=\frac{\cos\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta\sin^2\alpha}}\cdots(4\text{—}8)$$



図—17

同様に 2α の場所における $\beta_{2\alpha}$ は

$$\cos\beta_{2\alpha}=\frac{\cos\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta\sin^2 2\alpha}}\cdots(4\text{—}9)$$

α の位置の球が接触を始める条件は (4—8) の β_α が (4—1) の f_0 に等しくなればよい。すなわち

$$\cos\beta_\alpha=\frac{\left(R_{LJ}+2r-R^R+\frac{r}{2}\right)^2+(R_{LJ}+R_R)^2-4(R_R-r)^2}{\left(R\omega+2r-R_R+\frac{r}{2}\right)\left(R_{LJ}+R_R+\frac{r}{4}\right)}=\frac{\cos\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta\sin^2\alpha}}\cdots(4\text{—}9)$$

(4—9) を満足する β の値を (4—3) に代入して得る δ の値から求めた M が α 位置の球が開始するまで頂上球の負担すべきモーメント量である。

頂上 ($\alpha=0$)，α，2α に位置する球の接近量をそれぞれ $\delta_{\alpha=0}.\delta_\alpha.\delta_{2\alpha}$ とすると各位置で (4—3) と同様の式が成立し，それらの式を満足する $\delta_{\alpha=0}.\delta_\alpha.\delta_{2\alpha}$ を (4—4) と同様の式に代入して $\cos\gamma_{\alpha=0}$，$\cos\gamma_\alpha$，$\cos\gamma_{2\alpha}$ を求め (2—5) 式と同様の式に代入してそれぞれのモーメントの腕の長さを求めそれぞれ $L_{\alpha=0}$，L_α，$L_{2\alpha}$ とし，一方 (3—5) に $\delta_{\alpha=0}$，δ_α，$\delta_{2\alpha}$ を代入して得た値をそれぞれ $P_{\alpha=0}$ P_α，$P_{2\alpha}$ とすると全モーメントは次式で表わし得る。

$$M=P_{\alpha=0}L_{\alpha=0}+2P_\alpha L_\alpha+2P_{2\alpha}L_{2\alpha}+\cdots\cdots(4\text{—}10)$$

同様に軸を含む垂直平面より $\alpha/2$ のところに球の中心がきたときは (4—8) より $\alpha/2$ のところの撓み角を $\beta_{\alpha/2}$ とすると垂直平面における撓み角を β' とすると

$$\cos\beta_{\frac{\alpha}{2}}=\frac{\cos\beta'}{\sqrt{1-\sin^2\beta'\sin^2\alpha}}$$

したがつて

$$\cos\beta_{\frac{\alpha}{2}+\alpha}=\frac{\cos\beta'}{\sqrt{1-\sin^2\beta'\sin^2\left(\alpha+\frac{\alpha}{2}\right)}}$$

となり前述と同様の方法でこの場合の全モーメント M' は次式で得られる

$$M'=2P_{\frac{\alpha}{2}}L_{\frac{\alpha}{2}}+2P_{\frac{\alpha}{2}+\alpha}L_{\frac{\alpha}{2}+\alpha}+2P_{\frac{\alpha}{2}+2\alpha}L_{\frac{\alpha}{2}+2\alpha}+\cdots\cdots(4\text{—}11)$$

(3) 数値計算例

前節で述べた一般解法は数値計算にあたつてはすこぶる複雑であるから適当に簡略化して次のようにすることができる。

$R_1=R_R-r+\frac{\delta}{2}$　　$R_2=R_R-r$　　$a^2=R_1^2-R_2^2$ とおくと

$$L_{n\alpha}=\left(R_{LJ}+2\ r-R_R+\frac{\varepsilon_r}{2}\right)\times\frac{a\cos n\alpha}{R_2^2+a^2\cos^2 n\alpha} \quad \cdots\cdots(4\text{—}12)$$

$$\left(R_R-r+\frac{\delta_{n\alpha}}{2}\right)^2\fallingdotseq R_2^2+a^2\cos^2 n\alpha \quad \cdots\cdots(4\text{—}13)$$

したがつて

$$M\fallingdotseq L_{\alpha=0}\ P_{\alpha=0}+2\sum_{n=1}^{n}L_{n\alpha}\ P_{n\alpha} \quad \cdots\cdots(4\text{—}14)$$

まず頂上球の δ を仮定しその値より R_1^2, R_2^2, a^2 を求めて (4—12) よりモーメントの腕を, (4—13) より $\delta_{n\alpha}$ を求めて $P_{n\alpha}$ を求め (4—14) よりモーメントを求めればよい[2]。

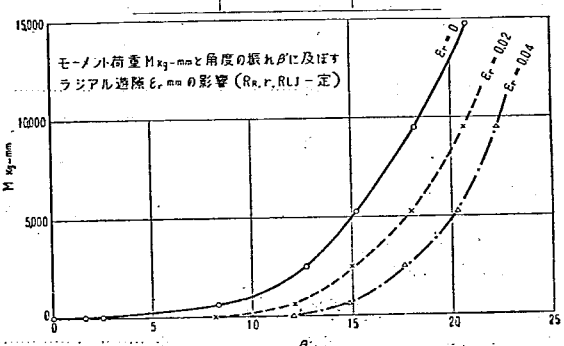
この方法により $\fallingdotseq$ 6206 R_R=4.950 mm, r=4.7625 mm, R_{LJ}=18.4875 mm Z=9 について ε_r=0, ε_r=0.02 ε_r=0.04 の場合につき求めた結果を表—5 図—19 に示す。

表—5　R_R=4.950 r=4.7625 R_{LJ}=18.4875 Z=9

α		0	0.002	0.003	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
ε_r=0	β	0	1.6′	2.5′	8.3′	12.7′	15.2′	18.2′	20.3′
	M	0	20.885	55.640	602.819	2480.246	5225.327	9520.546	kg—mm 14785.019
ε_r=0.02	β	8.1′	—	—	12.2′	15.0′	18.0′	20.6′	—
	M	0	—	—	602.819	2480.245	5225.327	9520.546	kg—mm —
ε_r=0.04	β	12.0′	—	—	14.8′	17.6′	20.3′	22.3′	—
	M	—	—	—	602.819	2480.245	5225.327	9520.546	kg—mm —

表—6

β	cos β'	
0′	1.000000000	dd
10′	0.999991539	8461
20′	0.999966157	25482
30′	0.999928852	37305



図—19

なお β の計算は

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\frac{x^8}{8!}$$

の第3項までをとり表—6の函数表を造り利用した。

（4） 本章のまとめ

（a） 単列ラジアル球軸受のモーメント負荷による撓みとの一般解法並びに簡易解法を求めた。

（b） モーメント負荷と撓みの関係はスラスト負荷と撓みの関係に似ており，中心位置からの撓み量は遊隙の大きい方が大きい。しかるに接触位置からの撓み量は遊隙の大きい方が小さい。

5. 遊隙ある球軸受のスラスト荷重およびモーメント荷重による接触応力と遊隙の関係

（1） 接触応力

Stellrecht の Die Belastbarkeit der Wälzlager によると

$$\cos\tau=\frac{\pm\frac{1}{R_e}+\frac{1}{R_R}}{\frac{2}{r}\pm\frac{1}{R_e}-\frac{1}{R_R}}$$

内輪に対しては正号，外輪に対しては負号

より $\mu\nu$ を求めると次式で接触応力を計算し得る。

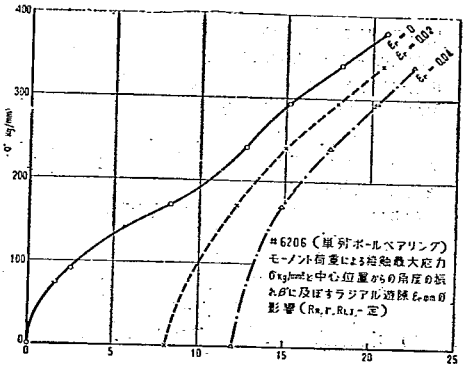
$$\sigma=\frac{41.0}{\mu\nu}\sqrt[3]{\left(\frac{2}{r}\pm\frac{1}{R_e}-\frac{1}{R_R}\right)^2P}$$

ただし P は押付力

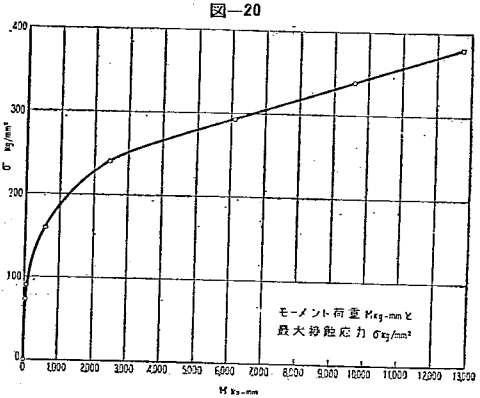
6206 について，内輪 $+R_L=18.4875$ mm 外輪 $=-R_L=28.0125$ mm $r=4.7625$ mm $R_R=4.9500$ mm を代入すると内輪については $\sigma=5153.87\sqrt[3]{P}$ kg/cm² 外輪については $\sigma=4011.94\sqrt[3]{P}$ kg/cm² となり値の大きい内輪についてスラスト荷重およびモーメント荷重と接触圧力 σ との関係を示せば図—20 図—21 図—22 となる。

（2） 本章のまとめ

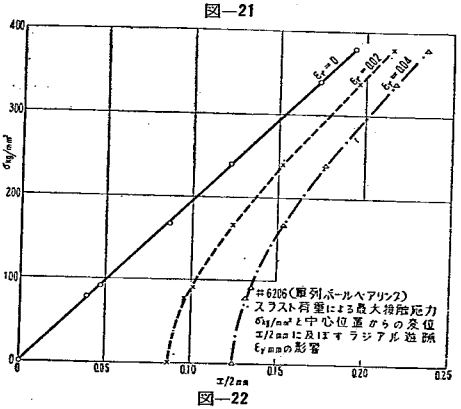
モーメント荷重による接触応力は大きくこゝに試算した例についてもスラスト荷重に比較して知ることができる。しかし接触応力と遊隙の大いさは静的に考える限りは関係はない。たとえば潤滑油膜強度を 300 kg/cm² と仮定するとスラスト荷重約 600 kg でモーメント荷重約 6.5 kg—m で焼付の危険でを生ずる）



図—20



図—21



図—22

6. あ と が き

前報と本報で単列ラジアル球軸受の各種負荷と遊隙との関係を解析し # 6206 で数値計算し，同じ型式の

相似形の軸受に共通する傾向を知ることができた。

特にモーメント荷重による負荷特性の一般解法および簡易計算法は，はじめての試みであり接触応力を算出してわずかのモーメント荷重で容易に油膜強度に達することを示し，従来のモーメント荷重無視の設計の予循を示し注意をかん起した。

殊に建設機械のごとき重荷重用機械においては，機体そのものの重みも大きく，かつ多く使用されているローラー，スフェリカルローラー軸受においては本例と異なり edge effect が大きいので問題は更らにか酷となる。したがつてモーメント荷重を加味した球軸受系の再検討を切望する。

終りに，本報の計算図式などに助力を頂いた性能試験研究室の一同に深く感謝する。

註

1) 通常の球軸受の範囲では $C_0=6.076+9.586\ (R_R/r-1.02)^{0.594}+0.54\ \sin\ \{10.004(R_R/r-1.02)\}+0.08\ \sin\ \{\ 20.009(R_R/r-1.02)\}$

2) 本簡易法の根拠は球軸受について（第4報）建設省土木研究所沼津支所　資料 No. 32—5 による。

砂防ダムの 3 次元的安定と断面決定法

建設技官　高　田　孝　信
建設技官　貞　升　文　雄
(昭和 32 年 12 月)

On the three-demensional stability of Sabo Dams, and method to decide their section

(December 1957)

T, TAKATA
F, SADAMASU

Synopsis :

In this report, the authors studied method to decide economic section of Sabo Dams. When we treated body of Dams as three demensional problem, we found that the section could considerably reduced, compared with two demensional problem of which we have made use, more-over it was evident that basis rigidity had severely in fluence on the stability of Dams.

要　　旨

本研究は砂防ダムの断面を経済的に決定する方法を研究したもので，堤体を3次元的に取扱えば，従来の2次元的な決定法に比し，相当断面が縮少されることを示した。なお安定に対しては基礎ならびに側壁の支持剛性が大きな影響を与えることが明らかとなつた。

目　　次

1. 緒　言……(1)
2. 荷重状態と安定条件……(2)
3. 堤体に作用する地盤反力 kv_1, $k'w_1$ に対する解……(4)
（1） 両岸の支点が剛にして支持状態が単純支持の場合……(4)
（2） 両岸の支点が弾性的にして支持状態が単純支持の場合……(9)
（3） 両岸が固定支持の場合……(10)
4. 数値計算ならびにダムの断面の決定…(11)
5. 結　語……(14)

1. 緒　　言

砂防ダムの安定および断面決定に対し谷の巾が堤体の高さに較べて相当に大きいか，両岸の支持力が弱い場合には，堤体の安定は2次元的に取扱えばよいが，谷の巾がある程度狭く，かつ両岸の支持力が大きければ堤体に両岸の影響が現われて来るので，最早や2次元的に取扱えばあまりに安全側となる。しかし現在までこのような3次元的な問題に対する合理的で，しかも実用的な簡便法が示されていないので，相当安全側にあると思いながら2次元的な取扱い方をするか，または経験的に断面を定めて来た。しかし，いずれにしても現在までの取扱い方法は谷の巾が小になるにつれてはなはだ不合理である。したがつて3次元的取扱い法の解明は堤体断面決定に極わめて重要な問題である。本文ではまず一般的に必ず安全側を示す谷の形状が矩形（U字形）の場合を基準として谷の巾の大小が堤体にいかなる作用を及ぼし，断面形状にいかに影響するかを求めたいと思う。

堤体の安定および断面の決定に対する考え方としては

（1） 堤体を全体として梁および捩り棒と見なした場合

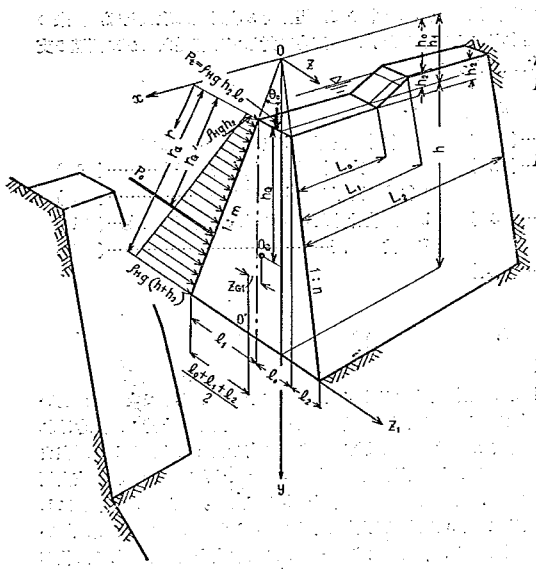
（2） 堤体を変断面板と見なした場合

の2方法が考えられるが，本文では（1）の場合を取扱うことにした。（1）と見なし得る場合は堤体が比較的長く，かつ上下方向に短肥の場合である。この場合には堤体断面の各点は Canti-lever としての変位よりも，回転による変位が問題となる。その最も顕著な例としては，両岸が岩で，支持力が大きくかつ基礎地盤が砂礫層のような比較的不良の場合で，このような場合には堤体自体の弾性変位は地盤の変位による回転により生ずる堤体変位に比較して極わめて小となる。この場合には，堤体は長さ方向に対して梁および捩り棒として作用するので，これらの両作用によつて外荷重（水圧，土砂圧など）の一部を吸収し，残余の荷重が地盤反力と釣合を保つわけである。したがつて，外荷重をこの2種の荷重に分別することが大きな問題となる。この場合には，堤体断面は比較的に厚く，上下方向に対して曲理論は適用できない。この場合外荷重に対しては合力を取ればよい。

（2）と見なした場合に対しては京都大学の遠藤教授の方法がある。同教授は水圧荷重を各断面に対して Beam effect と Canti-lever effect の両者に分けているが，本方法が適用できるのは堤体の断面が相当薄い場合でなければ誤差は極わめて大である。なお（1）の取扱い方においても堤長が堤高の値に近づくにつれて漸次誤差が大となつて来る。このような場合には堤体内の応力分布は極わめて複雑で，数理計算によつて安定問題を論ずることはほとんど不可能となる。このような場合の領域決定およびこのような場合における安定問題の決定は光弾性による実験的方法が便利である。

2. 荷重状態と安定条件

堤体の形状および荷重状態は図—1 のようなものである。x の原点は堤体の中央断面にとり，堤体は左右対称とす。堤体中央部上流面に作用する水圧の分布 p は堤高を h_1，Over-head を h_2 とすれば



図—1

$$P=\rho_H g\left(h_2+h\frac{r}{r_a}\right)$$

ただし $\rho_H g$ は貯水の比重従つて全水圧 P_0 は

$$P_0=\int_0^{r_a} p\,dr=\rho_H g h^2\left(\frac{r_a}{h}\right)\left(\frac{h_2}{h}+\frac{1}{2}\right)$$

P_0 の作用点 r_G（図—1 参照）は

$$r_G=\frac{\int_0^{r_a}\rho_H g\left(h_2+h\frac{r}{r_a}\right)r\cdot dr}{\rho_H g h^2\left(\frac{r_a}{r}\right)\left(\frac{h_2}{h}+\frac{1}{2}\right)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\frac{h_2}{h}+\frac{1}{3}}{\frac{h_2}{h}+\frac{1}{2}}r_a \quad\cdots\cdots(1)$$

天端に作用する水圧力は $P_t=\rho_H g h_2 l_0$

非溢流部に作用する水圧は図—2 のようになる。

$$P'=\frac{1}{2}\rho_H g h_2^2$$

なお堤体の剛性，安定に対しては袖の部の断面積は省略して，長さ方向には一定の断面として取扱うことにした。したがつて P_0，P'，P_t の堤体長さ方向（x 方向）における分布は図—3 のようになる。

堤体の自重は

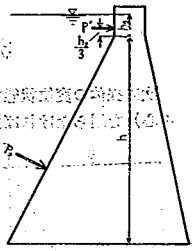
$$W=\rho_c\cdot g\cdot\frac{h}{2}(2\,l_0+l_1+l_2)=\rho_c g h^2\left(\frac{l_0}{h}+\frac{m+n}{2}\right)$$

ただし，　$l_1=mh$，　$l_2=nh$，　$\rho_c g$＝堤体材料の比重。

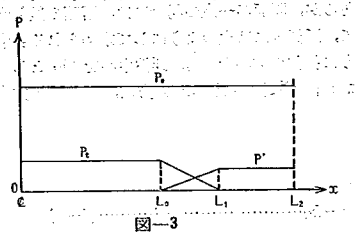
堤体自重の合力の作用点は堤体の重心にあるが，重心の位置は堤体天端より

$$h_c=\frac{\frac{1}{2}\frac{l_0}{h}+\frac{m+n}{3}}{\frac{l_0}{h}+\frac{m+n}{2}}h \quad \cdots\cdots(2)$$

なほ袖の部の影響を考える場合には，$\rho_c g h' z' l_0$ なる自重を追加せねばならぬ。



図—2



図—3

水圧 P_0 が作用していなければ堤体は自重 W と地盤反力とで図—4のような反力分布を受けて釣合っている。ただし，地盤は不完全弾性体とし，k を地盤反力係数，v を沈下量とす。自重 W により均一圧縮力を受ければ

$$W=kv_0\ (l_0+l_1+l_2)=kv_0 l$$

自重の偏心により回転モーメントを生ずるので z_1 を図—4のごとくとれば

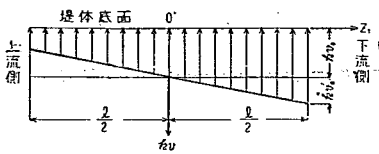
$$z_{G1}\cdot W=2\,k\int_0^{\frac{l}{2}}\frac{2}{l}\cdot v'_0\cdot z^2\,dz=\frac{kv'_0}{6}\,l^2$$

ゆえに

$$v'_0=\frac{6\,z_{G1}\cdot W}{k\,l^2}$$

したがって自重 W による地盤反力の分布 $R_0\,(z_1)$ は

$$R_0\,(z_1)=k\left(v_0+\frac{2\,v'_0}{l}z_1\right)=\frac{W}{l}\left(1+\frac{12\,z_{G1}}{l^2}\cdot z_1\right) \quad \cdots\cdots(3)$$



図—4

前述のような釣合状態にある堤体の上流面に水圧 P_0 が作用すれば，この P_0 により堤体は y 方向に v_1，z 方向に w_1 だけ変位し，また θ だけ回転を生ずる。(後記図—6参照のこと) したがって堤体は水圧の作用により

y 方向に　kv_1

z 方向に　$k'w_1$

だけの地盤反力を生ずる。従って y 方向には全体として

$$R\,(z_1)=R_0(z_1)+k\,(v_1+\theta z_1) \quad \cdots\cdots(3)'$$

なる圧力を生ずることになる。なほ $k'w_1$ は基礎地盤と堤体下面との間に生ずる切線力である。

堤体の安定に対しては，従来堤体を2次元的に考えて堤体下方基礎部において引張応力を生じないことすなわち

$$R\,(z_1)\geqq 0 \quad (\text{圧縮力を正とする})$$

になることを条件とした。しかしこの条件は堤長が堤高に比して相当長い場合には差支えないが堤長が短くなるにつれて側方基礎部の影響が無視できなくなり，堤体の安定は全体として考えねばならなくなる。したがつてこの場合には側方基礎部の影響力を求めねば，堤体の安定を判定することはできない。この影響力を厳密に求めることは極わめて困難ゆえ，こゝでは側方基礎部の剪断抵抗力のみを考えることにする。いま y および z 方向の剪断抵抗力を S_y，S_z とすれば

$$\begin{cases} S_y=\int_0^{L_2}\left[\,P_0\sin\theta_0-klv_1\,(x)\,\right]dx \\ S_z=\int_0^{L_2}\left[\,P_0\cos\theta_0-k'l\,w_1(x)\,\right]dx \end{cases}$$

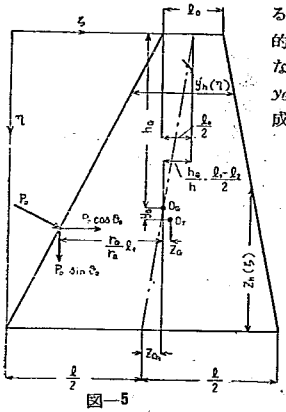
しかるときは S_y と S_z との合力が堤体と側方基礎との間の切線接着力および側方基礎の剪断抵抗力より小であればダムは安定である。この場合堤体には曲げ応力により亀裂を生ずる可能があるが，これは別の観点より検討する必要がある。しかしながら，砂防ダムは比較的小規模であるから，堤体そのものゝ強度はむしろ強すぎるほどで問題となるのは転倒に対する安定である。したがつて安定条件としては従来通り

$$R\,(z_1)\geqq 0$$

とし，これを満足するように断面を決定することにした。

3. 提体に作用する地盤反力 kv_1' kw_1' に対する解

次に提体の変位状態を考える。まず提体の回転について考えるに，荷重の作用線が提体の弾性中心（捩り中心）を通らなければ提体に捩れを生ずる。しかるに，この弾性中心は提体断面が変化すれば，これを求むることは極わめて困難であるが，断面が一定の場合には，断面の幾何学的形状によつて定まるので；近似的には次のようにして求められる。すなわち，いま図—5 のように提体の重心を O_G，弾性中心を O_T とし，y_G，z_G を図—5 のように O_G，O_T 間の距離の y 方向，および z 方向成分とする。



図—5

しかるときは

$$y_G=\frac{\int_0^h y_h^3(\eta)\cdot\eta d\eta}{\int_0^h y_h^3(\eta)\,d\eta}-h_G \qquad (4—1)$$

$$z_G=\frac{\int_0^l z_h^3(\zeta)\cdot\zeta d\zeta}{\int_0^l z_h^3(\zeta)\,d\zeta}-z_{G1}-\frac{l}{2} \qquad (4—2)$$

なお z_{G1} は

$$z_{G1}=\frac{\int_0^l z_h(\zeta)\cdot\zeta d\zeta}{\int_\theta^l z_h(\zeta)\,d\zeta}-\frac{l}{2}$$

この捩れにより提体の弾性中心は次のように移動して，上下および水平方向の地盤反力と釣合うことになる。捩れのみによるこの弾性中心 O_T の移動は次のようにして求められる。水圧負荷による弾性中心 O_T の移動量 v，w は

$$\begin{cases} v=O_T\,O'_T=v_1+v_2 \\ w=O'_T\,O''_T=w_1+w_2 \end{cases}$$

上式にて

$$v_2=O_TO'\,[\sin\phi-\sin(\phi-\theta)]=O_TO'\cdot[\sin\phi-\sin\phi\cos\theta+\cos\phi\sin\theta]$$
$$\fallingdotseq O_TO'\cdot\cos\phi\cdot\theta$$

しかるに

$$O_TO'=h\sqrt{\left(1-\frac{h_G}{h}-\frac{y_G}{h}\right)^2+\left\{\frac{m-n}{2}\left(1-\frac{h_G}{h}\right)+\frac{z_G}{h}\right\}^2}$$
$$=Hh$$

と表わせば

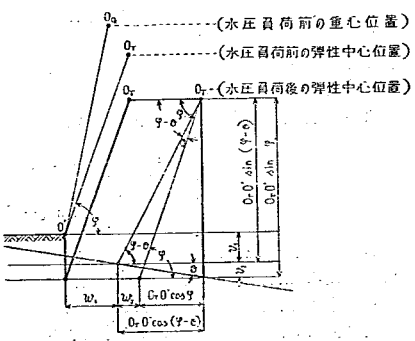
$$v_2\fallingdotseq H\cdot h\cdot\cos\phi\cdot\theta$$
$$\therefore\quad v=v_1+Hh\cos\phi\cdot\theta$$

同様にして

$$w\fallingdotseq w_1+Hh\sin\phi\cdot\theta$$

なお弾性中心 O_T は僅かながら曲げおよび剪断変位を生ずる。

これらを厳密に求めることははなはだ困難で，しかも回転変位に比べると非常に小さい量であるから曲げ



図—6

および剪断変位に対しては

$$y_1=\frac{1}{2}\ (h-h_G-y_G)$$

における断面を有する定断面の片持梁の

$$y_0=h-h_G-y_G$$

における変位をもつて近似的に表わすものとす。しかるときは

曲げ変位　$w_n=\dfrac{P_0\,y_0^3}{3\,EI\,(y_1)}$

剪断変位　$w_s=\dfrac{KP_0y_0}{GF(y_1)}=\dfrac{1.2\,P_0y_0}{GF(y_1)}$

なお　$P_0=k'lw_1$ であるから

$$w_n=\frac{k'l\ y_0^3}{3EI\ (y_1)}\cdot w_1$$

$$w_s=\frac{1.2\,k'ly_0}{GF(y_1)}w_1$$

よつて弾性中心 O_T の変位の y, z 方向成分は

$$v(x)\fallingdotseq v_1(x)+Hh\cos\varphi\cdot\theta \quad\cdots\cdots(5\text{—}1)$$

$$w(x)\fallingdotseq w_1(x)+Hh\sin\varphi\cdot\theta+w_n(x)+w_s(x)$$

$$=(I+\delta)w_1(x)+Hh\sin\varphi\cdot\theta \quad\cdots\cdots(5\text{—}2)$$

ただし

$$\delta=\frac{k'ly_0}{EI(y_1)}\left[\frac{y_0^2}{3}+1.2\frac{E}{G}\frac{I(y_1)}{F(y_1)}\right]$$

次に提体の釣合の方程式を求めて見る

y 方向の釣合の式は

$$\frac{d^2v}{dx^2}=-\frac{M_y}{EI_y}+\frac{K_y}{GF}\cdot\frac{dQ_y}{dx}=-\frac{M_y}{EI_y}-\frac{K_y}{GF}\left[P_0\sin\theta_0+P_t-klv_1\right] \quad\cdots\cdots(6\text{—}1)$$

z 方向の釣合の式は

$$\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{M_z}{EI_z}+\frac{K_z}{GF}\frac{dQ_z}{dx}=-\frac{M_z}{EI_z}-\frac{K_z}{GF}\left[P_0\cos\theta_0+P'-k'lw_1\right] \quad\cdots\cdots(6\text{—}2)$$

ただし

$EI_y=z$ 軸に平行な提体中立軸まわりの曲げ剛性

$EI_z=y$ 軸　〃

$K_y=z$軸に平行な提体中立軸まわりの断面係数

$K_z=y$軸　〃

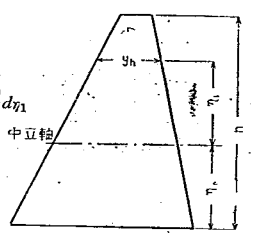
にして次のようにして求められる。

$$K_y=\frac{F}{Qy^2}=\int_{-\eta_0}^{h-\eta_0}y_h(\eta_1)\,\tau^2{}_y(\eta_1)\,d\eta_1=\frac{F}{Q_y}\int_{-\eta_0}^{h-\eta_0}y_h(\eta_1)\frac{Q_y^2\cdot S_y^2(\eta_1)}{y_h^2\ I_y^2}d\eta_1$$

$$=\frac{F}{I_y^2}\int_{-\eta_0}^{h-\eta_0}\frac{1}{y_h(\eta_1)}\left[\int_{\eta_1}^{h-\eta_0}y_h(\eta_2)\cdot\eta_2 d\eta_2\right]^2d\eta_1$$

同様に

$$K_z=\frac{F}{I_z^2}\int_{-\zeta_0}^{l-\zeta}\frac{1}{z_h(\zeta_1)}\left[\int_{-\zeta_1}^{l-\zeta_1}z_h(\zeta_2)\cdot\zeta_2\,d\zeta_2\right]^2d\zeta_1$$



図—7

(6—1), (6—2) を x にて2度微分すれば

$$\frac{d^4v}{dx^4}-\frac{k\kappa_y l}{GF}\frac{d^2v_1}{dx^2}-\frac{1}{EI_y}\left[P_0\sin\theta_0+P_t-klv_1\right]=0 \quad\cdots\cdots(7\text{—}1)$$

$$\frac{d^4w}{dx^4}-\frac{k'\kappa_z l}{GF}\frac{d^2w_1}{dx^2}-\frac{1}{EI_z}\left[P_0\cos\theta_0+P'-klw_1\right]=0 \quad\cdots\cdots(7\text{—}2)$$

撓れに対する釣合の式を求めるには

$P_0\cos\theta_0$ による モーメント; $P_0\cos\theta_0\left[y_G-\left(\dfrac{r_G}{r_a}h+h_G\right)\right]$ ……(a)

$P_0\sin\theta_0$ によるモーメント ; $P_0\sin\theta_0\left[\dfrac{r_G}{r_a}l_1+\dfrac{l_0}{2}+\dfrac{h_G}{h}\dfrac{l_2-l_1}{2}+z_G\right]$ ……(b)

P_t によるモーメント； $P_t\left[\frac{l_1-l_2}{2}\cdot\frac{h_G}{h}-z_G\right]$ ……(c)

P' によるモーメント； $P'\left[h_G+y_G+\frac{h_2}{3}\right]$ ……(d)

地盤反力によるモーメント； $klv_1\left[\frac{m-m}{2}(h-h_G)+z_G+Hh\ \theta\ \sin\varphi\right]+k'lw_1$

$$\times\left[h_1-h_G-y_G-Hh\ \theta\ \cos\varphi\right]-2\int_0^{\frac{l}{2}}kz_1z_1\,dz_1 \quad\cdots\cdots(e)$$

よつて clockwise の振りモーメントを正とし，振れ角を θ とすれば，(a)，(b)，(c)，(d)，(e) より

$$-GI_p\frac{d^2\vartheta}{dx^2}=M_T=P_0\cos\theta_0\,h\left[\frac{y_G}{h}-\frac{r_G}{r_a}+\frac{h_G}{h}\right]-P_0\,h\,\sin\theta_0$$
$$\times\left[\frac{r_G}{r_a}\cdot m+\frac{1}{2}\frac{l_0}{h}-\frac{m-n}{2}\frac{h_G}{h}+\frac{z_G}{h}\right]+P_t\cdot h\left[\frac{m-n}{2}\frac{h_G}{h}-\frac{z_G}{h}\right]$$
$$+P'h\left[\frac{h_G}{h}+\frac{y_G}{h}+\frac{1}{3}\frac{h_2}{h}\right]+klh\left[\frac{m-n}{2}\left(1-\frac{h_G}{h}\right)+\frac{z_G}{h}+H\sin\varphi\cdot\theta\right]v_1$$
$$+k'lh\left[1-\frac{h_G}{h}-\frac{y_G}{h}-H\cos\varphi\cdot\theta\right]w_1-\frac{kl^3}{12}\cdot\theta \quad\cdots\cdots(6\text{—}3)$$

ただし I_p は振り中心 O_T まわりの極慣性能率である。

いま

$$\left.\begin{aligned}
g_h&=\left(\frac{y_G+h_G}{h}-\frac{r_G}{r_a}\right)\cos\theta_0\\
g_t&=\frac{m-n}{2}\frac{h_G}{h}-\frac{z_G}{h}\\
g_v&=\left(g_t-m\frac{r_G}{r_a}-\frac{1}{2}\cdot\frac{l_0}{h}\right)\sin\theta_0\\
g'_t&=\frac{y_G+h_G}{h}+\frac{1}{3}\frac{l_0}{h}\\
g_a&=\frac{m-n}{2}\left(1-\frac{h_G}{h}\right)+\frac{z_G}{h}\\
g_b&=1-\frac{h_G}{h}-\frac{y_G}{h}
\end{aligned}\right\}$$

とおき，さらに2次の微小項を無視すれば (6—3) は

$$-\frac{d^2\theta}{dx^2}=\frac{P_0h}{GI_p}(g_h+g_v)+\frac{P_th}{GI_p}g'_t+\frac{klh}{GI_p}g_av_1+\frac{k'lh}{GI_p}g_bw_1-\frac{1}{12}\frac{kl^3}{GI_p}\theta \quad\cdots\cdots(7\text{—}3)$$

以上の (7—1)，(7—2)，(7—3) が地盤反力 kv_1，$k'w_1$ を決定する基礎式である。いま $(5\text{—}1)'_i$を (7—1) に (5—2) を (7—2) に代入すれば，

$$\frac{d^4v_1}{dx^4}-\frac{k\kappa_yl}{GF}\cdot\frac{d^2v_1}{dx^2}+\frac{kl}{EI_y}v_1=\frac{1}{EI_y}\left(P_0\sin\theta_0+P_t\right)-Hh\cos\varphi\frac{d^4\theta}{dx^4} \quad\cdots\cdots(7\text{—}1)'$$

$$(1+\delta)\frac{d^4w_1}{dx^4}-\frac{k'\kappa_zl}{GF}\frac{d^2w_1}{dx^2}+\frac{k'l}{EI_z}\cdot w_1=\frac{1}{EI_z}\left(P_0\cos\theta_0+P'\right)-Hh\sin\varphi\frac{d^4\theta}{dx^4} \quad\cdots\cdots(7\text{—}2)'$$

いま，$\xi=\frac{x}{L_2}$ とおき，さらに

$$\left\{\begin{aligned}
2\,q_{1\cdot1}&=\frac{kL_2^2\kappa_yl}{GF}\\
2\,q_{2\cdot1}&=\frac{1}{1+\delta}\frac{k'L_2\kappa_zl}{GF}
\end{aligned}\right.\qquad
\left\{\begin{aligned}
q_{1\cdot2}&=\frac{k\,L_2^4\,l}{EI_y}\\
q_{2\cdot2}&=\frac{1}{1+\delta}\frac{k'\,L_2^4\,l}{EI_z}
\end{aligned}\right.\qquad
\left\{\begin{aligned}
\mu^2&=\frac{1}{12}\frac{kl^3\,L_2^2}{GI_p}\\
\beta_a&=\frac{k'\,hl\,L_2^2}{GI_p}\,g_a\\
\beta_b&=\frac{k'\,hl\,L_2^2}{GI_p}\,g_b
\end{aligned}\right.$$

とおけば (7—1)', (7—2)', (7—3)'の3式は

$$\begin{cases} \dfrac{d^4v_1}{d\xi^4}-2\,q_{1\cdot1}\dfrac{d^2v_1}{d\xi^2}+q_{1\cdot2}{}^2\,v_1=q_{1\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{kl}\left(\sin\theta_0+\dfrac{P_t}{P_0}\right)-Hh\cos\varphi\,\dfrac{d^4\theta}{d\xi^4} & \cdots\cdots(7\text{—}1)'' \\ \dfrac{d^4w_1}{d\xi^4}-2q_{2\cdot1}\dfrac{d^2w_1}{d\xi^2}+q_{2\cdot2}{}^2w_1=q_{2\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{k'l}\left(\cos\theta_0+\dfrac{P'}{P_0}\right)-\dfrac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\dfrac{d^4\theta}{d\xi^4} & \cdots\cdots(7\text{—}2)'' \\ -\dfrac{d^2\theta}{d\xi^2}+\mu^2\theta=\beta_a v_1+\beta_b w_1+\dfrac{P_0hL_2{}^2}{GI_p}\left[g_h+g_v+g_t\dfrac{P_t}{P_0}+g'_t\dfrac{P'}{P_0}\right] & \cdots\cdots(7\text{—}3)'' \end{cases}$$

結局上の3連立方程式を解いて v_1, w_1, θ を求むればよい。

袖の部の影響を考慮せねばならぬ場合には，P_t, P' が $-1\leqq\xi\leqq1$ の領域にて不連続な分布をなすので，一応これらを $-1\leqq\xi\leqq1$ の領域について Fourier Series に展開しておく方が便利である。P_t, P' の ξ に対する分布を図示すれば，図—8 のようになる。

図—8 にて

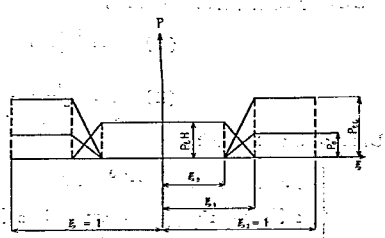
$$P_{tH}=\rho_H g\,h'_2l_0,\quad P_{tG}=\rho_G g\,h'_2l_0,\quad P_0'=\frac{1}{2}\rho_H g\,h_2{}^2$$

$$\left.\begin{aligned} P_t(\xi)&=P_{tG}\left[1-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos a_n\xi\right] \\ P(\xi)&=P_0'\left[1-\sum_{n=1}^{\infty}b_n\cos a_n\xi\right] \end{aligned}\right\}\quad \alpha_n=\frac{(2n-1)\pi}{2},\quad n=1,\ 2,\ 3\cdots\cdots$$

ただし

$$a_n=\frac{2\left(1-\dfrac{P_{tH}}{P_{tG}}\right)}{\xi_1-\xi_0}\,\frac{\cos a_n\xi_0-\cos a_n\xi_1}{a_n{}^2}$$

$$b_n=\frac{2}{\xi_1-\xi_0}\,\frac{\cos a_n\xi_0-\cos a_n\xi_1}{a_n{}^2}$$



図—8

と表わすことができる。したがつて (7—1)'', (7—2)'', (7—3)'' は

$$\begin{cases} \dfrac{d^4v_1}{d\xi^4}-2q_{1\cdot1}\dfrac{d^2v_1}{d\xi^2}+q_{1\cdot2}{}^2\,v_1=q_{1\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{kl}\left[\sin\theta_0+\dfrac{P_{tG}}{P_0}\left(1-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos a_n\xi\right)\right] \\ \qquad -Hh\cos\varphi\dfrac{d^4\theta}{d\xi^4} & \cdots\cdots(7\text{—}1)''' \\ \dfrac{d^4w}{d\xi^4}-2q_{2\cdot1}\dfrac{d^2w_1}{d\xi^2}+q_{2\cdot2}{}^2\,w_1=q_{2\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{k'l}\left[\cos\theta_0+\dfrac{P'_0}{P_0}\left(1-\sum_{n=1}^{\infty}b_n\cos a_n\xi\right)\right] \\ \qquad -\dfrac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\dfrac{d^4\theta}{d\xi^4} & \cdots\cdots(7\text{—}2)''' \\ -\dfrac{d^2\theta}{d\xi^2}+\mu^2\theta=\beta_a v_1+\beta_b w_1+\dfrac{P_0hL_2{}^2}{GI_p}\left[g_h+g_v+g_t\dfrac{P_{tG}}{P_0}\left(1-\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos a_n\xi\right)\right. \\ \qquad \left.+g'_t\dfrac{P_0'}{P_0}\left(1-\sum_{n=1}^{\infty}b_n\cos a_n\xi\right)\right] & \cdots\cdots(7\text{—}3)''' \end{cases}$$

上の3連立方程式より v_1 w_1, θ を求むれば，地盤反力を求める事が出来る。その際，回転角 θ は次のように表わすのが便利である。すなわち

$$\theta(\xi)=\sum_{n=1}^{\infty}C_n\cos a_n\xi \qquad \cdots\cdots(8)$$

但し，C_n は未知の常数である。しかる時は袖の部の影響を無視すれば (7—1)''', (7—2)''' 両式は，

$$\begin{cases} \dfrac{d^4v_1}{d\xi^4}-2q_{1\cdot1}\dfrac{d^2v_1}{d\xi^2}+q_{1\cdot2}{}^2\,v_1=q_{1\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{kl}\sin\theta_0-Hh\cos\varphi\sum_{n=1}^{\infty}a_n{}^4\,C_n\cos a_n\xi & \cdots\cdots(7\text{—}1)'''' \\ \dfrac{d^4w^1}{d\xi^4}-2q_{2\cdot1}\dfrac{d^2w_1}{d\xi^2}+q_{2\cdot2}{}^2\,w_1=q_{2\cdot2}{}^2\dfrac{P_0}{kl}\cos\theta_0-\dfrac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\sum_{n=1}^{\infty}a_n{}^4\,C_n\cos a_n\xi & \cdots\cdots(7\text{—}2)'''' \end{cases}$$

以下簡単のため，袖の部の影響が無視し得る場合について考えれば，上の2式の一般解は提体の形状および荷重条件が左右対称とすれば

$$v_1(\xi)=A_1\frac{ch\,\lambda_1\xi}{ch\,\lambda_1}\frac{\cos\lambda_2\xi}{\cos\lambda_2}+A_2\frac{sh\,\lambda_1\xi}{ch\lambda_1}\frac{\sin\lambda_2\xi}{\cos\lambda_2}+\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0-Hh\cos\varphi\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n{}^4\,C_n}{\gamma_{1\cdot n}}\cos a_n\xi\cdots(9\text{—}1)$$

$$\left\{ w_1(\xi)=A_3\frac{ch\lambda_3\xi\cos\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}+A_4\frac{sh\lambda_3\xi\sin\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}+\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0-\frac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n^4C_n}{\gamma_{2\cdot n}}\cos a_n\xi \right. \quad \cdots\cdots(9\text{—}2)$$

ただし
$$\left.\begin{matrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{matrix}\right\}=\sqrt{\frac{q_{1\cdot2}\pm q_{1\cdot1}}{2}},\qquad \left.\begin{matrix}\lambda_3\\ \lambda_4\end{matrix}\right\}=\sqrt{\frac{q_{2\cdot2}\pm q_{2\cdot1}}{2}}$$

$$\gamma_{i\cdot n}=a_n^4+2\,q_{i\cdot1}\,a_n^2+q^2_{i\cdot2},\qquad i=1.2$$

以上により θ および v_1, w_1 は（8）および (9—1), (9—2) の形で求められる。ただしこれらの中には未知の積分常数 C_n および A_i $(i=1\sim4)$ を含んでいる。これらは両岸における提体の支持条件により次のようにして決定される。

（1） 両岸の支点が剛にして，支持状態が単純支持の場合

この場合の境界条件は $\xi=1$ にて，

$$(\mathrm{i})\quad v=\frac{d^2v}{d\xi^2}=0$$

$$(\mathrm{ii})\quad w=\frac{d^2w}{d\xi^2}=0$$

したがつて上の2条件より

$$\begin{cases} A_1+A_2\,th\lambda_1\tan\lambda_2=-\dfrac{P_0}{kl}\sin\theta_0 \\ A_1(\lambda_1^2-2\lambda_1\lambda_2\,th\lambda_1\tan\lambda_2-\lambda_2^2)+A_2(\lambda_1^2\,th\lambda_1\tan\lambda_2+2\lambda_1\lambda_2-\lambda_2^2\,th\lambda_1\tan\lambda_2)=0 \\ A_3+A_4\,th\lambda_3\tan\lambda_4=-\dfrac{P_0}{k'l}\cos\theta_0 \\ A_3(\lambda_3^2-2\lambda_3\lambda_4\,th\lambda_3\tan\lambda_4-\lambda_4^2)+A_4(\lambda_3^2\,th\lambda_3\tan\lambda_4+2\lambda_3\lambda_4-\lambda_4^2\,th\lambda_3\tan\lambda_4)=0 \end{cases}$$

よつて
$$\Delta_1=2\lambda_1\lambda_2(1+th^2\lambda_1\tan^2\lambda_2),\quad \begin{cases}\Delta_{1\cdot1}=-(\lambda_1^2-\lambda_2^2)\,th\lambda_1\tan\lambda_2-2\lambda_1\lambda_2\\ \Delta_{1\cdot2}=\lambda_1^2-\lambda_2^2-2\lambda_1\lambda_2\,th\lambda_1\tan\lambda_2\end{cases}$$

$$\Delta_2=2\lambda_3\lambda_4(1+th^2\lambda_3\tan^2\lambda_4),\quad \begin{cases}\Delta_{2\cdot3}=-(\lambda_3^2-\lambda_4^2)\,th\lambda_3\tan\lambda_4-2\lambda_3\lambda_4\\ \Delta_{2\cdot4}=\lambda_3^2-\lambda_4^2-2\lambda_3\lambda_4\,th\lambda_3\tan\lambda_4\end{cases}$$

とおけば

$$\left.\begin{aligned} A_i&=\frac{\Delta_{1\cdot i}}{\Delta_1}\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0,\qquad i=1.2\\ A_i&=\frac{\Delta_{2\cdot i}}{\Delta_2}\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0,\qquad i=3.4\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(10)$$

次に C_n を決定するには（8），(9—1)，(9—2) を (7—3)‴ に代入すれば，

$$\sum_{n=1}^{\infty}C_n(\mu^2+a_n^2)\cos a_n\xi=\beta_a\Big[A_1\frac{ch\lambda_1\xi\cos\lambda_2\xi}{ch\lambda_1\cos\lambda_2}+A_2\frac{sh\lambda_1\xi\sin\lambda_2\xi}{ch\lambda_1\cos\lambda_2}$$
$$+\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0-Hh\cos\varphi\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n^4c_n}{\gamma_{1\cdot n}}\cos a_n\xi\Big]$$
$$+\beta_b\Big[A_3\frac{ch\lambda_3\xi\cos\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}+A_4\frac{sh\lambda_3\xi\sin\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}+\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0-\frac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n^4c_n}{\gamma_{2\cdot n}}\cos a_n\xi\Big]$$
$$+\frac{P_0hL_2^2}{GI_p}(g_h+g_v)\quad\cdots\cdots(11)$$

上式にて

$$\begin{cases}\dfrac{ch\lambda_1\xi\cos\lambda_2\xi}{ch\lambda_1\cos\lambda_2}=\sum_{n=1}^{\infty}I_{1\cdot n}\cos a_n\xi\\ \dfrac{sh\lambda_1\xi\sin\lambda_2\xi}{ch\lambda_1\cos\lambda_2}=\sum_{n=1}^{\infty}I_{2\cdot n}\cos a_n\xi\\ \dfrac{ch\lambda_3\xi\cos\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}=\sum_{n=1}^{\infty}I_{3\cdot n}\cos a_n\xi\\ \dfrac{sh\lambda_3\xi\sin\lambda_4\xi}{ch\lambda_3\cos\lambda_4}=\sum_{n=1}^{\infty}I_{4\cdot n}\cos a_n\xi\end{cases}$$

$$
\begin{cases}
I_{i\cdot n}=\int_{-1}^{1}\dfrac{ch\lambda_i\xi\ \cos\ \lambda_{i+1}\cdot\xi}{ch\lambda_i\ \cos\ \lambda_{i+1}}\cdot\cos\ a_n\xi\cdot d\xi \\
\quad=(-1)^n\left[\dfrac{\lambda_i th\lambda_i\ \tan\ \lambda_{i+1}-\lambda_{i+1}a_n}{\lambda_i^2+(\lambda_i+a_n)^2}-\dfrac{\lambda_i th\lambda_i tan\lambda_{i+1}-\lambda_{i+1}+}{\lambda_i^2+(\lambda_{i+1}-a_n)^2}a_n\right] \\
I_{i+1\cdot n}=\int_{-1}^{1}\dfrac{sh\lambda_i\xi\ \sin\ \lambda_{i+1}\ \xi}{ch\lambda_i\ \cos\ \lambda_{i+1}}\cdot\cos\ a_n\ \xi d\xi \\
\quad=(-1)^n\left[\dfrac{\lambda_i+(\lambda_{i+1}-a_n)th\lambda_1\ \tan\ \lambda_{i+1}}{\lambda_i^2+(\lambda_{i+1}-a_n)^2}-\dfrac{\lambda_1+(\lambda i_{+1}+a_n)th\lambda_i\ \tan\ \lambda_{i+1}}{\lambda_i^2+(\lambda_{i+1}+a_n)^2}\right] \\
i=1.3, \\
K_0=\left[\beta_a+\beta_b\dfrac{k}{k'}\cdot\dfrac{1}{m}+\dfrac{hL_2^2}{GI_p}\cdot\dfrac{kl}{\sin\ \theta_0}(g_h+g_v)\right]\dfrac{P_0}{kl}\ \sin\ \theta_0
\end{cases}
$$

とおけば (11) より

$$
C_n\left[\mu^2+a_n^2+\beta_a Hh\ \cos\ \varphi\ \frac{a_n^4}{\gamma_{1\cdot n}}+\beta_b\frac{Hh\ \sin\ \varphi}{1+\delta}\ \frac{a_n^4}{\gamma_{3\cdot n}}\right]=\beta_a\sum_1^2 A_i I_{i\cdot n}
$$

$$
+\beta_b\sum_3^4 A_i I_{i\cdot n}-2\frac{(-1)}{a_n}K_0 \qquad (12)
$$

(12) にて,

$$
\varphi_n=\mu^2+a_n^2+\beta_a\ Hh\ \cos\ \varphi\ \frac{a_n^4}{\gamma_{1\cdot n}}+\beta_b\frac{Hh\ \sin\ \varphi}{1+\delta}\ \frac{a_n^4}{\gamma_{2\cdot n}}
$$

とおけば

$$
\varphi_n C_n+\beta_a\sum_1^2 A_i I_{i\cdot n}+\beta_b\sum_3^4 A_i I_{i\cdot n}-2\frac{(-1)^n}{a_n}K_0 \qquad (13)
$$

従つて積分常数 A_i は (10) により C_n は (13) により決定される。

(2) 両岸の支点が弾性的にして, 支持状態が単純支持の場合

この場合の境界条件は $\xi=1$ にて,

$$
\text{(i)}\quad S_y=k''\ F\cdot v, \qquad \frac{d^2v}{d\xi^2}=0
$$

$$
\text{(ii)}\quad S_z=k'''\ F\cdot w, \qquad \frac{d^2w}{d\xi^2}=0
$$

但し, k'', k''' は側方基礎地盤の剪断力に対する地盤常数である。先づ (i) の条件より

$$
\begin{cases}
A_1\left(1+\dfrac{klL_2}{k''F}\cdot I_{1\cdot 0}\right)+A_2\left(th\lambda_1\ \tan\ \lambda_2+\dfrac{klL_2}{k''F}\ I_{2\cdot 0}\right) \\
=-\dfrac{P_0}{kl}\ \sin\ \theta_0-\dfrac{klL_2}{k''F}Hh\ \cos\ \varphi\ \sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n a_n^3}{\gamma_{1\cdot n}}\ C_n \\
A_1\ (\lambda_1^2-\lambda_2^2-2\ \lambda_1\lambda_2\ th\lambda_1\ \tan\ \lambda_2)+A_2[2\ \lambda_1\lambda_2+(\lambda_1^2-\lambda_2^2)th\lambda_1\ \tan\ \lambda_2]=0
\end{cases}
$$

(ii) の条件より

$$
\begin{cases}
A_3\left((1+\dfrac{1}{1+\delta}\ \dfrac{k'lL_2}{k'''F}I_{3\cdot 0}\right)+A_4\left(th\ \lambda_3\ \tan\ \lambda_4+\dfrac{1}{1+\delta}\ \dfrac{k'lL_2}{k'''F}\ I_{4\cdot 0}\right) \\
\quad=-\dfrac{P_0}{k'l}\ \cos\ \theta_0-\dfrac{Hh\ \sin\ \varphi}{(1+\delta)^2}\cdot\dfrac{k'lL_2}{k'''F}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\cdot a_n^3}{\gamma_{2\cdot n}}\cdot C_n \\
A_3(\lambda_3^2-\lambda_4^2-2\ \lambda_3\lambda_4\ th\lambda_3\ \tan\ \lambda_4)+A_4[2\ \lambda_3\lambda_4+(\lambda_3^2-\lambda_4^2)\ th\lambda_3\ \tan\ \lambda_4]=0
\end{cases}
$$

ただし

$$
\begin{cases}
I_{i\cdot 0}=\int_0^1\dfrac{ch\lambda_i\xi\cdot\cos\ \lambda_{i+1}\ \xi}{ch\lambda_i\cdot\cos\ \lambda_{i+1}}\ d\xi=\dfrac{\lambda_i th_i+\lambda_{i+1}\ \tan\ \lambda_{i+1}}{\lambda_i^2+\lambda_i^2{}_{+1}} \\
I_{i+1\cdot 0}=\int_0^1\dfrac{Sh\lambda_i\xi\ \sin\ \lambda_{i+1}\xi}{ch\lambda_i\ \cos\ \lambda_{i+1}}\ d\xi=\dfrac{\lambda i\ \tan\ \lambda_{i+1}-\lambda_{i+1}th\lambda_i}{\lambda_i^2+\lambda_{i+1}{}^2} \\
i=1,3
\end{cases}
$$

上の4式より

$$
D_1=A_1-\frac{klL_2}{k''F}\ (I_{1\cdot 0}\ A_{1\cdot 1}+I_{2\cdot 0}\ A_{1\cdot 2}),\quad D_{1\cdot 1}=A_{1\cdot 1},\ D_{1\cdot 2}=A_{1\cdot 2}
$$

$$
D_2=A_2-\frac{1}{1+\delta}\ \frac{k'lL_2}{k'''F}\ (I_{3\cdot 0}\cdot A_{2\cdot 3}+I_{4\cdot 0}\cdot A_{2\cdot 4}),\ D_{2\cdot 3}=A_{2\cdot 3},\ D_{2\cdot 4}=A_{2\cdot 4}
$$

とおけば

$$A_i=\frac{D_{1\cdot i}}{D_1}\left[\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0+Hh\cos\varphi\cdot\frac{klL_2}{k'''F}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n a_n^3}{\gamma_{1\cdot n}}\cdot C_n\right],\quad i=1,2$$

$$A_i=\frac{D_{2\cdot i}}{D_2}\left[\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0+\frac{Hh\sin\varphi}{(1+\delta)^2}\cdot\frac{k'lL_2}{k'''F}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n a_n^3}{\gamma_{2\cdot n}}C_n\right],\quad i=3,4$$

しかるに (11) より

$$\varphi_n C_n=\beta_a\sum_{1}^{2}A_i I_{i\cdot n}+\beta_b\sum_{3}^{4}A_i I_{i\cdot n}-2\frac{(-1)^n}{a_n}\cdot K_0 \qquad (15)$$

但し

$$K_0=\left[\beta_a+\beta_b\frac{k}{k'}\cdot\frac{1}{m}+\frac{hL_2^2}{GI_p}\frac{kl}{\sin\theta_0}(g_h+g_o)\right]\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$$

斯くて (15) を (14) に代入することにより A_i が求められ，したがつて C_n も (15) より決定される。

(3) 両岸固定支持の場合

この場合の境界条件は $\xi=1$ にて，

(i) $v=\dfrac{dv}{d\xi}=0$

(ii) $w=\dfrac{dw}{d\xi}=0$

したがつてこの場合の条件式は

$$\begin{cases}A_1+A_2th\lambda_1\tan\lambda_2=-\dfrac{P_0}{kl}\sin\theta_0\\ A_1(\lambda_1 th\lambda_1-\lambda_2\tan\lambda_2)+A_2(\lambda_1\tan\lambda_2+\lambda_2 th\lambda_1)=Hh\cos\varphi\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\cdot a_n^5}{\gamma_{1\cdot n}}\cdot C_n\\ A_3+A_4th\lambda_3\tan\lambda_4=-\dfrac{P_0}{k'l}\cos\theta_0\\ A_3(\lambda_3 th\lambda_3-\lambda_4\tan\lambda_4)+A_4(\lambda_3\tan\lambda_4+\lambda_4 th\lambda_3)=\dfrac{Hh\sin\varphi}{1+\delta}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n a_n^5}{\gamma_{2\cdot n}}\cdot C_n\end{cases}$$

したがつて

$$\begin{cases}\Delta_1=\lambda_1\tan\lambda_2\,(1-th^2\lambda_1)+\lambda_2 th\lambda_1(1+\tan^2\lambda_2)\\ \Delta_{1\cdot 1}=-(\lambda_1\tan\lambda_2+\lambda_2 th\lambda_1)\\ \Delta_{1\cdot 2}=\lambda_1 th\lambda_1-\lambda_2\tan\lambda_2\\ \Delta_2=\lambda_3\tan\lambda_4(1-th^2\lambda_3)+\lambda_4\,th\lambda_3(1+\tan^2\lambda_4)\\ \Delta_{2\cdot 3}=-(\lambda_3\tan\lambda_4+\lambda_4\,th\lambda_3)\\ \Delta_{2\cdot 4}=\lambda_3 th\lambda_3-\lambda_4\tan\lambda_4\end{cases}$$

とおけば

$$\left.\begin{aligned}A_1&=\frac{\Delta_{1\cdot 1}}{\Delta_1}\cdot\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0-\frac{Hh\cos\varphi}{\Delta_1}th\lambda_1\tan\lambda_2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot a_n^5}{\gamma_{1\cdot n}}\cdot C_n\\ A_2&=\frac{\Delta_{1\cdot 2}}{\Delta_1}\cdot\frac{P_0}{l}\sin\theta_0+\frac{Hh\cos\varphi}{\Delta_1}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot a_n^5}{\gamma_{1\cdot n}}\cdot C_n\\ A_3&=\frac{\Delta_{2\cdot 3}}{\Delta_2}\cdot\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0-\frac{Hh\sin\varphi}{(1+\delta)\Delta_2}th\lambda_3\tan\lambda_4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot a_n^5}{\gamma_{2\cdot n}}\cdot C_n\\ A_4&=\frac{\Delta_{2\cdot 4}}{\Delta_2}\cdot\frac{P_0}{k'l}\cos\theta_0+\frac{Hh\sin\varphi}{(1+\delta)\Delta_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot a_n^5}{\gamma_{2\cdot n}}\cdot C_n\end{aligned}\right\}\qquad (16)$$

C_n を決定するには (11) の両辺に $\cos a_n\xi$ を乗じて ξ について -1 より $+1$ まで積分すれば

$$\varphi_n C_n=\beta_a\sum_{1}^{2}A_i I_{i\cdot n}+\beta_b\sum_{3}^{4}A_i I_{i\cdot n}-2\frac{(-1)^n}{a_n}\cdot K_0 \qquad (17)$$

従つて (16) (17) より A_i, C_n が決定される。

4. 数値計算ならびに断面の決定

こゝには両岸の支点が弾性的にして単純支持の場合に対するダムの安定状態および所要断面の大きさ（m の値）を，次のような諸数値のダムについて求めた。

提高	h	10 m, 15 m, 20 m
提間提高比	L_2/h	1, 2, 3, 4,
下流勾配	n	0.2
地盤常数	k	10, 30, 50, 100 kg/cm³
ダムの天端巾	l_0	2 m
弾性係数	E	210,000 kg/cm²
剪断弾性係数	G	90,000 kg/cm²
コンクリート比重	$\rho_c g$	2.4 gr/cm³
貯水の比重	$\rho_H g$	1.2 gr/cm³

なお k と k' は多少異なるが，こゝでは近似的に $k \fallingdotseq k'$ とし，両岸の支持剛性係数である地盤常数 k'', k''' は，実測値がないので，近似的に相等しいとして通常の岩の場合に相当する値

$$k'' \fallingdotseq k''' \fallingdotseq 100 \text{ kg/cm}^3$$

とする。しかるときに，提体断面に関する各係数は附表—1 のごとくなる。

安定条件としては既述のように $\xi=0$ における地盤反力 R (z_1) に張力を生じない事すなわち圧縮力を正

表—1—1　$h=10$ m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)$ の値

m	k \ L_2/h	1	2	3	4
0.3	10	1.3202	1.2166	0.7668	0.2800
	30	1.2426	0.6627	−0.2131	−0.5694
	50	1.1463	0.2187	−0.7322	−0.8481
	100	0.8346	−0.4445	−1.1660	−1.3210
0.4	10	1.1538	1.1473	0.8938	0.4560
	30	1.1260	0.7090	0.2459	−0.0912
	50	1.0109	0.4081	−0.1338	−0.4163
	100	0.7342	−0.0162	−0.4588	−0.6389
0.5	10	0.9998	1.0446	0.8540	0.6111
	30	1.0326	0.7366	0.3651	0.1254
	50	0.9932	0.5221	0.1496	−0.0329
	100	0.8329	0.2217	−0.0542	−0.1530

圧縮力を正，　単位 kg/cm²

表—1—2　$h=15$ m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)$ の値

m	k \ L_2/h	1	2	3	4
0.3	10	1.7871	1.4350	0.5498	−0.2344
	30	1.5420	0.2996	−0.8999	−1.3498
	50	1.2290	−0.5670	−1.8806	−2.2036
	100	0.1350	−1.5518	−2.3772	−2.7655
0.4	10	1.6154	1.4706	0.7736	0.0501
	30	1.4749	0.5312	−0.3398	−0.7593
	50	1.2045	−0.0154	−0.7935	−1.1022
	100	0.7854	−0.6982	−1.1545	−1.2865
0.5	10	1.4068	1.3006	0.9481	0.4423
	30	1.3359	0.6585	0.0697	−0.2389
	50	1.1893	0.2198	−0.0201	−0.3800
	100	0.8410	−0.1126	−0.4091	−0.4473

圧縮力を正，　単位 kg/cm²

表—1—3　h=20 m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)$ の値

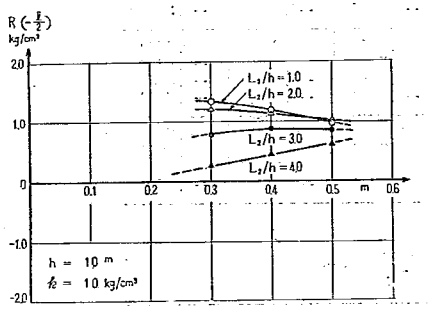
m	k \ L^2/h	1	2	3	4
0.3	10	2.1936	1.2922	0.1442	−0.9165
	30	1.6728	−0.4097	−2.1300	−2.8302
	50	1.2082	−1.4800	−3.0842	−3.4018
	100	0.0564	−2.7860	−3.7111	−3.8869
0.4	10	1.9358	1.3664	0.4321	−0.1201
	30	1.7469	0.0127	−0.9639	−1.4031
	50	1.1737	−0.6051	−1.4783	−1.9104
	100	0.2661	−1.4644	−1.9053	−2.1085
0.5	10	1.7787	1.4310	0.7133	0.1473
	30	1.5717	0.4386	−0.2684	−0.5690
	50	1.3353	−0.0015	−0.5609	−0.7354
	100	0.8232	−0.5055	−0.7501	−0.7648

圧縮力を正，　単位 kg/cm²

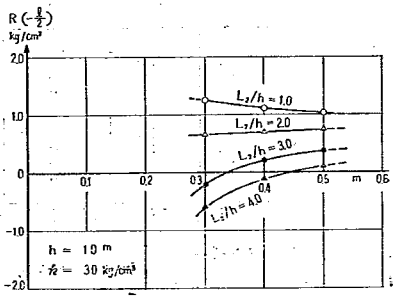
とすれば

$$R(z_1) \geqq 0$$

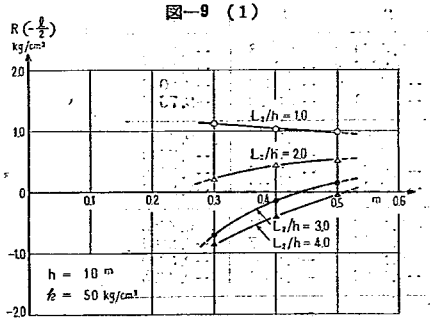
となることを条件とした。したがつて，$R\left(-\frac{l}{2}\right)$ の値について吟味すればよいことになる。いま，$v_1(\xi)$，$w_1(\xi)$ に必要な諸数値 A_1，A_2，A_3，A_4，c_1，c_2，および回転角 θ を求めて見れば附表 2—1，2—2，2—3，附表 3—1，3—2，3—3，附表 4—1，4—2，4—3，となる。これらの諸数値より $R\left(-\frac{l}{2}\right)$ を求めれば表 —1—1，1—2，1—3，であり，図示すれば，図—9—1，9—2，9—3，図—10—1，10—2，10—3，図—11—1，11—2，11—3 となる。これらの図より $R\left(-\frac{l}{2}\right)=0$(安定の限界点)を求めて見れば，表—2—1，2—および図—12—1，12—2，12—3，図，13—1，13—2，13—3，となる。図—12，は提長の大小に応じて必要な上流勾配 m の値の変化を示し，図—13，は地盤反力 k—値によつて，勾配 m の値の変化を示すものであり，それぞれ L_2/h の大小に応じてダムの安定断面を決定する図表である。



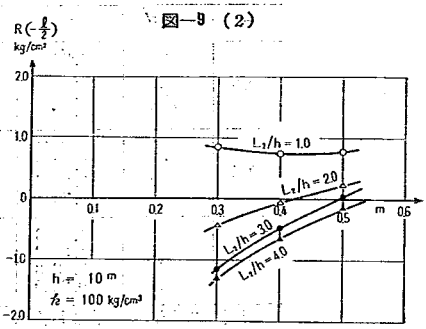
図—9 (1)



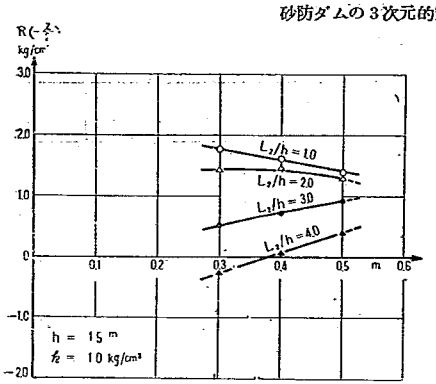
図—9 (2)



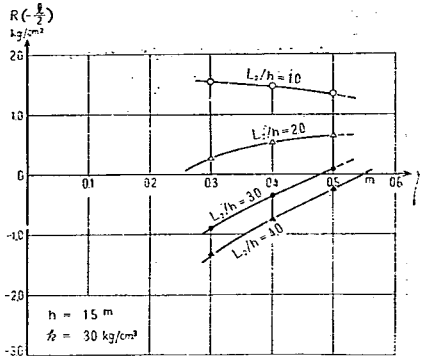
図—9 (3)



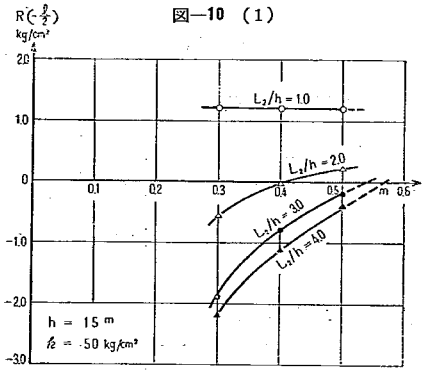
図—9 (4)



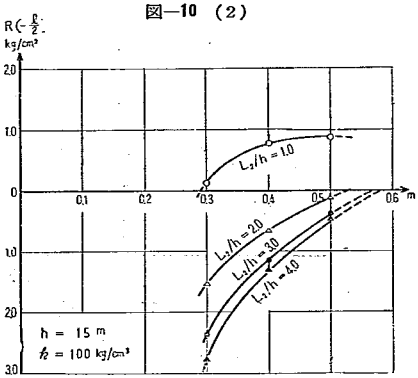
図—10 （1）



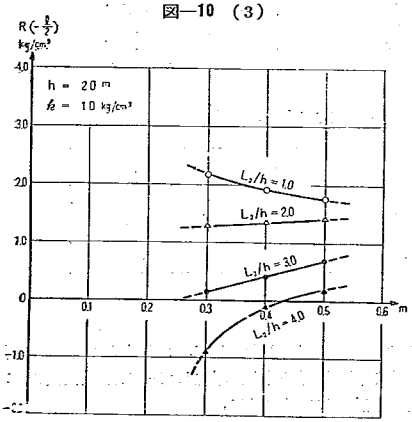
図—10 （2）



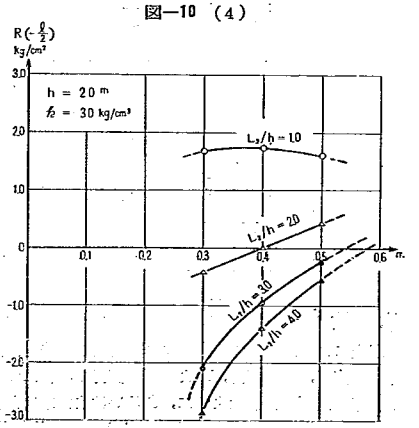
図—10 （3）



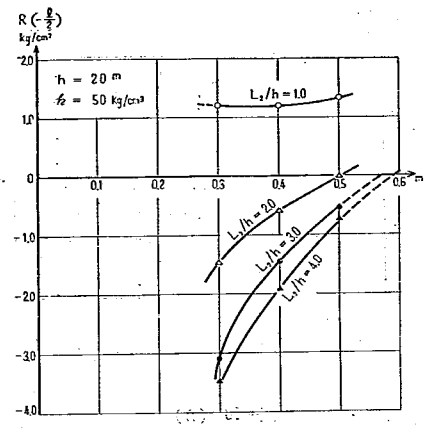
図—10 （4）



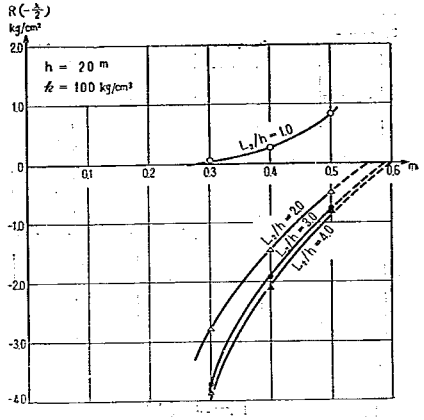
図—11 （1）



図—11 （2）



図—11 （3）



図—11 （4）

表—2—1

h=10 m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)=0$ に対する m の値

	1	2	3	4
10	—	—	0.015	0.170
30	—	0.108	0.332	0.444
50	—	0.262	0.441	0.509
100	—	0.412	0.493	0.548

表—2—2

h=15 m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)=0$ に対する m の値

k \ L^2/h	1	2	3	4
10	—	—	0.17	0.382
30	—	0.25	0.478	0.547
50	—	0.410	0.535	0.570
100	0.29	0.530	0.565	0.582

表—2—3

h=20 m の場合の $R\left(-\frac{l}{2}\right)=0$ に対する m の値

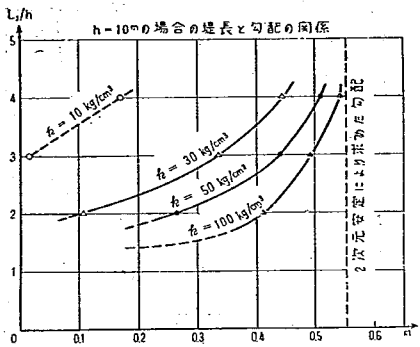
k \ L^2/h	1	2	3	4
10	—	—	0.250	0.432
30	—	0.395	0.536	0.576
50	—	0.505	0.570	0.59
100	0.29	.56	0.59	0.60

5. 結　　語

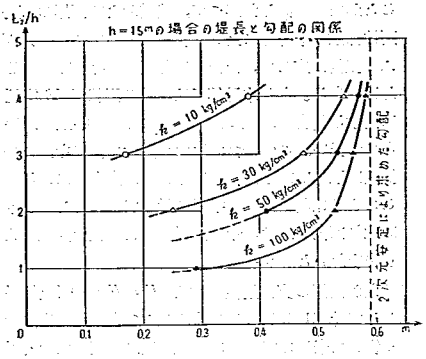
以上により砂防ダムの安定および断面決定法を両岸および基礎の影響を考慮して，3次元的に取扱い，両岸単純支持，弾性支持，および固定支持の場合につき，ある程度境界条件を簡単化して一応理論解を求めこれが実際の適用に便利なように，あるいはまた求めた結果が安全側になるように，

両岸弾性支持，　$k''=k'''=100$ kg/cm³

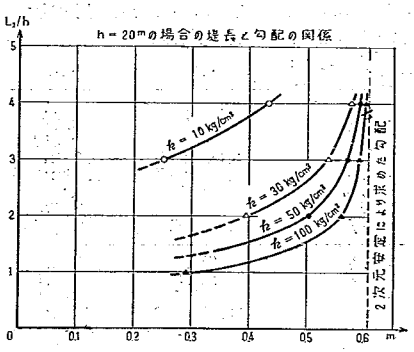
h=10 m，15 m，20 m



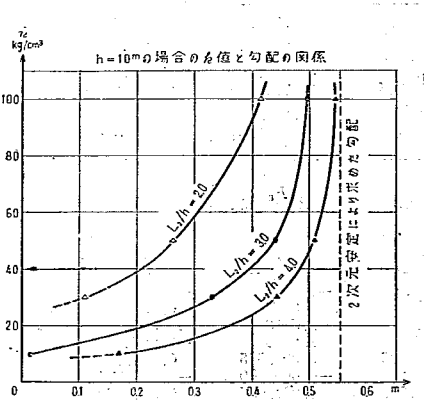
図—12 （1）



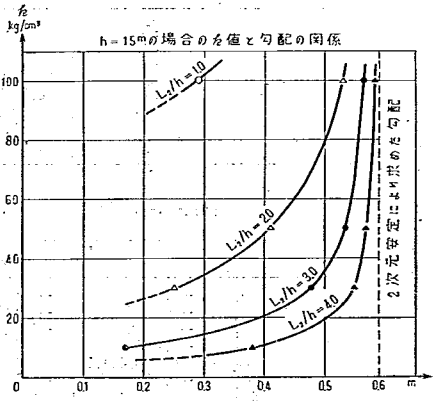
図—12 （2）



図—12 （3）



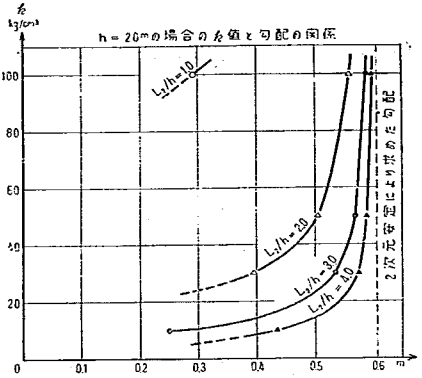
図—13 （1）



図—13 （2）

について断面決定を数値的および図表にして，示すことができた。したがつて，基礎および両岸の支持剛性係数が本計算に用いた程度のものであれば，ダムの提長に応じて，ただちに勾配 m を決められるわけである。なお本計算では，谷の型状が U 字型に対する場合を取扱つたが実際には V 字型に近いものが多い。この場合には天端附近の長さをダムの提長に取れば求めた結果はあまりに安全側になる。このような場合，V 字型に対して提長をどのように取れば良いかは，今後光弾性による模型実験により決めたいと思う。

なお両岸の支持剛性係数は $k''=k'''=100\ \mathrm{kg/cm^3}$ として計算したが，この値はダムの安定に相当大きく響いて来るので，この値は適確に抱握しておくべきである。また基礎地盤が，$k=10\ \mathrm{kg/cm^3}$ では m の値が相当小さくなつているが，この場合には応力について一応検討すべきである。



図—13　(3)

附表—1　堤体断面に関する諸係数　　単位 kg. cm

h(m)	係数＼上流勾配 m	0.3	0.4	0.5
10	P_0	876.9	904.7	939.1
	y_G	132.7	136.4	138.7
	z_G	14.83	28.57	42.91
	I_y	3.364×10^{10}	3.666×10^{10}	3.964×10^{10}
	I_z	1.001×10^{10}	1.453×10^{10}	2.036×10^{10}
	K_y	1.205	1.204	1.203
	K_z	1.072	1.073	1.091
	δ/k	0.005,157	0.004,643	0.004,312
15	P_0	1785.	1841.	1911.
	y_G	209.3	211.5	212.6
	z_G	18.54	44.62	66.92
	I_y	13.88×10^{10}	15.35×10^{10}	16.83×10^{10}
	I_z	3.421×10^{10}	5.232×10^{10}	7.639×10^{10}
	K_y	1.20	1.20	1.20
	K_z	1.10	1.10	1.10
	δ/k	0.007,15	0.006,47	0.006,03
20	P_0	3.006.	3.101.	3 219.
	y_G	283.1	284.0	283.9
	z_G	28.61	56.94	85.31
	I_y	38.66×10^{10}	43.33×10^{10}	47.88×10^{10}
	I_z	8.725×10^{10}	13.77×10^{10}	20.56×10^{10}
	K_y	1.205	1.204	1 203
	K_z	1.096	1.097	1.098
	δ/k	0.009,08	0.008,251	0.007.738

附表—2—1　$h=10$ m　$m=0.3$　　$\times\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$

k		1	2	3	4
10	A_4	−0.7283	−0.0904	−0.1256	−0.6667
	A_1	−0.2314	−0.2388	0.3586	0.4308
	A_2	−1.6012	−0.1883	−2.5913	−2.3416
	A_3	−1.4153	0.8162	1.2008	−1.2256
	C_1	0.000.411.7	0.003.026	0.004.585	0.011.13
	C_2	−0.000.006.6	−0.000.249	−0.000.180	−0.000.174
	$\theta_{(0)}$	0.000.411	0.002.777	0.004.535	0.010.950
	A_1	−0.4869	0.0057	−0.4536	−0.7339

30	A_2	−0.2824	0.0857	0.4244	−0.0367
	A_3	−0.6727	−1.1845	−2.5643	−0.0301
	A_4	−1.0546	1.4882	−0.6411	0.0194
	C_1	0.001.57	0.008.261	0.015.06	0.018.62
	C_2	−0.000.025	−0.000.627	−0.000.274	−0.001.057
	$\theta_{(0)}$	0.001.543	0.007.634	0.014.79	0.017.564
50	A_1	−0.3636	−0.0067	−0.5208	−0.5486
	A_2	−0.2457	0.1869	0.3616	−0.1826
	A_3	−0.3428	−1.6612	−1.6835	−0.2865
	A_4	−0.7388	1.3700	−1.1170	0.9621
	C_1	0.000.820	0.012.08	0.019.46	0.021.94
	C_2	−0.000.051	−0.000.859	−0.000.596	−0.002.178
	$\theta_{(0)}$	0.002.769	0.011.224	0.018.865	0.019.765
100	A_1	−0.2561	−0.0369	−0.4953	−0.2489
	A_2	−0.1920	0.2483	0.2095	0.1863
	A_3	−0.1017	−2.0240	−0.6166	−1.4752
	A_4	−0.3382	0.9187	−1.8947	1.3003
	C_1	0.005.678	0.017.74	0.024.45	0.026.11
	C_2	−0.000.121.7	−0.001.208	−0.002.149	−0.003.385
	$\theta_{(0)}$	0.005.556	0.016.532	0.022.301	0.022.725

附表—2—2 $h=10$ m $m=0.4$ $\times \frac{P_0}{kl} \sin\theta_0$

k		1	2	3	4
10	A_1	−0.7340	−0.0696	−0.1523	−0.7942
	A_2	−0.2120	−0.1965	0.3588	0.4141
	A_3	−1.5636	−0.0311	−1.7007	−2.1086
	A_4	−1.0386	0.3974	1.1844	−0.5364
	C_1	0.000.054.7	0.001.626	0.003.663	0.006.661
	C_2	−0.000.008.8	−0.000.103.5	−0.000.096.9	−0.000.457
	$\theta_{(0)}$	0.000.045.85	0.001.523	0.003.566	0.006.204
30	A_1	−0.4670	0.0036	−0.4700	−0.7242
	A_2	−0.2536	0.1010	0.4224	−0.0471
	A_3	−0.6449	−0.6351	−2.0408	−0.4877
	A_4	−0.8328	1.2437	−0.0518	0.9914
	C_1	0.000.877	0.004.439	0.007.726	0.010.58
	C_2	−0.000.054	−0.000.226	−0.000.315	−0.001.183
	$\theta_{(0)}$	0.000.823.5	0.004.214	0.007.411	0.009.395
50	A_1	−0.3506	−0.0175	−0.5455	−0.3912
	A_2	−0.2400	0.1959	0.3444	−0.2082
	A_3	−0.3869	−1.1617	−1.6405	0.0112
	A_4	−0.6397	1.3771	−0.5229	0.0236
	C_1	0.001.889	0.006.617	0.010.23	0.012.40
	C_2	−0.000.101	−0.000.306	−0.000.578	−0.001.114
	$\theta_{(0)}$	0.001.988.3	0.006.311	0.009.647	0.011.282
100	A_1	−0.2401	−0.0500	−0.5013	−0.0703
	A_2	−0.1854	0.2523	0.1963	−0.2162
	A_3	−0.1638	−1.3988	−0.8416	0.9326
	A_4	−0.3719	1.2166	−1.7145	1.3101
	C_1	0.003.918	0.009.339	0.012.84	0.014.64
	C_2	−0.000.217	−0.000.472	−0.001.25	−0.002.03
	θ	0.003.701	0.008.867	0.11.577	0.012.608

附表—2—3 $h=10$ m $m=0.5$ $\times \frac{P_0}{kl} \sin\theta_0$

k		1	2	3	4
10	A_1	−0.7340	−0.0696	−0.1523	−0.7942
	A_2	−0.2167	−0.2027	0.3823	0.4512
	A_3	−1.1929	0.0008	−1.0071	−1.8010
	A_4	−0.7779	0.1049	0.9625	−0.0804
	C_1	0.000.066	0.001.101	0.002.526	0.003.781

	C_3	0.000.001	0.000.001	−0.000.019	−0.000.061
	θ	0.000.066.8	0.001.102.5	0.002.507	0.003.720
30	A_1	−0.4670	0.0036	−0.4700	−0.7240
	A_2	−0.2849	0.1123	0.4356	−0.0781
	A_3	−0.6430	0.2754	−1.5846	−0.6247
	A_4	−0.6859	0.7023	−0.3053	−0.6993
	C_1	0.000.479	0.002.902	0.004.975	0.000.389
	C_2	−0.000.003	−0.000.027	−0.000.152	−0.000.389
	$\theta_{(0)}$	0.000.467	0.002.876	0.004.823	0.005.923
50	A_1	−0.3506	−0.0175	−0.5455	−0.3912
	A_2	−0.2509	0.2087	0.3334	−0.2318
	A_3	−0.4192	−0.4861	−1.4512	−0.1130
	A_4	−0.5541	0.8067	−0.1382	−0.3061
	C_1	0.000.928	0.004.023	0.006.125	0.006.318
	C_2	−0.000.022	−0.000.073	−0.000.301	−0.000.712
	$\theta_{(0)}$	0.000.906	0.003.950	0.005.820	0.006.655
100	A_1	−0.2401	−0.0500	−0.5013	−0.0703
	A_2	−0.1876	0.2610	0.1758	−0.2520
	A_3	−0.2095	−0.8289	−0.9440	−0.0522
	A_4	−0.3550	0.8859	−0.4714	0.5518
	C_1	0.001.954	0.005.585	0.007.409	0.008350
	C_2	−0.000.040	−0.000.177	−0.000.632	−0.001.135
	θ	0.001.914	0.005.407	0.006.777	0.007.215

附表—3—1 $h=15$ m $m=0.3$ $\times\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$

	L_2	1	2	3	4
10	A_1	−0.698.6	−0.015.3	−0.304.6	−0.890.1
	A_2	−0.331.1	−0.071.9	0.496.7	0.254.3
	A_3	−1.006.9	−0.951.1	−3.130.8	−0.471.9
	A_4	−1.383.4	1.538.5	−0.184.9	−1.040.6
	C_1	0.000.577	0.003.411	0.006.903	0.010.241
	C_2	−0.000.008	−0.000.049	−0.000.195	−0.000.450
	$\theta_{(0)}$	0.000.569	0.003.362	0.006.708	0.009.821
30	A_1	−0.449.7	−0.016.66	−0.660.1	−0.661.5
	A_2	−0.314.0	0.240.6	0.429.9	−0.243.3
	A_3	−0.212.8	−0.232.6	−1.147.9	−1.144.4
	A_4	−0.629.1	1.314.7	−1.293.9	1.569.1
	C_1	0.002.064	0.008.124	0.013.163	0.015.64
	C_2	−0.000.039	−0.000.319	−0.000.707	−0.001.357
	$\theta_{(0)}$	0.002.025	0.007.805	−0.012.456	0.014.281
50	A_1	−0.342.4	−0.054.9	−0.708.6	−0.393.9
	A_2	−0.264.9	0.332.5	0.299.0	−0.278.4
	A_3	−0.050.5	−2.588.9	−0.255.6	−2.332.2
	A_4	−0.242.5	0.757.8	−0.656.3	1.149.2
	C_1	0.003.393	0.011.582	0.017.50	0.015.725
	C_2	0.000.067	−0.000.401	−0.001.168	−0.002.073
	$\theta_{(0)}$	0.003.460	0.011.181	0.016.330	−0.017.652
100	A_1	−0.237.0	−0.078.1	−0.631.2	−0.144.1
	A_2	−0.180.4	0.373.3	0.173.4	−0.157.4
	A_3	0.011.7	−2.366.9	−0.028.26	−2.193.2
	A_4	0.162.3	0.019.20	0.479.4	−0.297.9
	C_1	0.008.072	0.016.06	0.020.27	−0.022.445
	C_2	−0.000.173	−0.000.873	−0.002.122	−0.003.234
	$\theta_{(0)}$	0.007.899	0.015.182	0.018.146	0.019.211

附表—3—2 $h=15$ m $m=0.4$ $\times\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$

k		1	2	3	4
	A_1	−0.659.8	−0.010.2	−0.341.3	−0.860.1

10	A_2	−0.321.2	−0.053.0	0.484.5	0.214.1
	A_3	−0.946.3	−0.385.3	−2.239.4	−0.971.5
	A_4	−1.030.7	0.935.3	0.410.0	−1.056.8
	C_1	0.000.314	0.001.795	0.004.19	0.006.15
	C_2	−0.000.014	−0.000.017	−0.000.091	−0.000.260
	$\theta_{(0)}$	0.006.300	0.001.778	0.004.10	0.005.89
30	A_1	−0.396.4	−0.021.2	−0.623.1	−0.579.0
	A_2	−0.284.7	0.234.7	0.377.8	−0.241.2
	A_3	−0.296.1	−1.242.0	−1.447.3	−0.145.5
	A_4	−0.603.6	1.103.0	−0.849.9	0.647.7
	C_1	0.001.227	0.004.838	0.007.710	0.009.481
	C_2	−0.000.057	−0.000.098	−0.000.391	−0.000.961
	$\theta_{(0)}$	0.001.171	0.004.740	0.007.32	0.008.521
50	A_1	−0.282.6	−0.057.5	−0.636.5	−0.316.9
	A_2	−0.224.9	0.299.6	0.243.4	−0.244.7
	A_3	−0.125.8	−1.483.3	−0.664.1	−0.814.0
	A_4	−0.349.7	0.851.5	−0.761.8	1.049.7
	C_1	+0.002.224	0.006.505	0.009.257	0.010.677
	C_2	−0.000.088	−0.000.208	−0.000.630	−0.001.174
	$\theta_{(0)}$	0.002.136	0.005.297	0.008.627	0.009.503
100	A_1	−0.187.0	−0.074.5	−0.526.0	−0.096.1
	A_2	−0.146.3	0.317.5	0.124.1	−0.115.6
	A_3	−0.017.7	−1.451.9	−0.788.5	−1.395.2
	A_4	−0.076.7	0.411.2	−0.230.0	0.563.5
	C_1	0.003.785	0.007.829	0.010.90	0.011.90
	C_2	−0.000.199	−0.500.509	−0.001.263	−0.001.865
	$\theta_{(0)}$	0.003.586	0.007.320	0.009.637	0.010.035

附表—3—3 h=15 m m=0.5 $\frac{P_0}{l}\sin\theta_0$

10	A_1	−0.639.8	−0.007.2	−0.331.3	−0.867.1
	A_2	−0.224.4	−0.040.6	0.488.9	0.191.2
	A_3	−0.902.4	−0.143.1	−1.605.0	−1.250.6
	A_4	−0.820.2	0.563.7	0.655.4	−0.773.3
	C_1	0.000.145.7	0.001.295	0.002.628	0.003.672
	C_2	0.000.000	−0.000.005	−0.000.055	−0.000.144
	$\theta_{(0)}$	0.000.146	0.001.290	0.002.573	0.003.528
30	A_1	−0.387.3	−0.026.4	−0.636.8	−0.555.9
	A_2	−0.285.1	0.246.3	0.364.7	−0.253.7
	A_3	−0.362.0	−0.693.1	−1.439.4	−0.002.4
	A_4	−0.559.9	0.896.6	−0.379.8	−0.017.1
	C_1	0.000.692	0.002.977	0.004.601	0.005.549
	C_2	−0.000.008	−0.000.055	−0.000.224	−0.000.479
	$\theta_{(0)}$	0.000.684	0.002.922	0.004.378	0.005.070
50	A_1	−0.281.3	−0.065.2	−0.643.4	−0.291.7
	A_2	−0.228.9	0.314.9	0.226.3	−0.242.6
	A_3	−0.202.0	−0.901.6	−0.945.3	−0.148.8
	A_4	−0.392.5	0.810.9	−0.575.5	0.566.3
	C_1	0.001.211	0.004.102	0.005.402	0.006.148
	C_2	−0.000.021	−0.000.133	−0.000.392	−0.000.735
	$\theta_{(0)}$	0.001.189	0.003.969	0.005.010	0.005.413
100	A_1	−0.177.9	−0.082.3	−0.526.3	−0.079.4
	A_2	−0.142.2	0.324.2	0.115.7	−0.103.6
	A_3	−0.069.3	−0.968.8	−0.346.6	−0.634.7
	A_4	−0.177.9	0.556.8	−0.425.6	0.709.9
	C_1	0.002.258	0.005.066	0.006.218	0.006.696
	C_2	−0.000.067	−0.000.307	−0.000.751	−0.001.157
	$\theta_{(0)}$	0.002.190	0.004.759	0.005.467	0.005.539

附表—4—1 h=20 m m=0.3 $\times\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$

k		1	2	3	4
	A_1	−0.6222	0.0044	−0.4448	−0.8654

10	A_2	−0.3345	0.0447	0.5159	0.0472
	A_3	−0.5787	−1.7524	−2.5336	−0.1512
	A_4	−1.1127	0.2789	−1.1121	2.2872
	C_1	0.000.727	0.003.962	0.006.933	0.009.652
	C_2	−0.000.011.4	−0.000.125.1	−0.000.239	−0.000.550
	$\theta_{(0)}$	0.000.716	0.003.837	0.006.699	0.009.102
30	A_1	−0.3644	−0.0507	−0.7130	−0.4090
	A_2	−0.2781	0.3143	0.3712	−0.2654
	A_3	−0.0405	−2.7737	−0.2043	−3.1400
	A_4	−0.2234	0.7037	−0.6089	1.0572
	C_1	0.002.351	0.008.169	0.012.650	0.014.91
	C_2	0.000.042	−0.000.288	−0.000.694	−0.001.426
	$\theta_{(0)}$	0.002.309	0.007.881	0.011.96	0.013.48
50	A_1	−0.2590	−0.0882	−0.7778	−0.0395
	A_2	−0.2141	0.3680	−0.2290	−0.0411
	A_3	0.0102	−2.6713	−0.1615	−2.7012
	A_4	0.1638	0.0260	1.8387	−0.2628
	C_1	0.003.675	0.010.841	0.014.79	0.017.36
	C_2	−0.000.073	−0.000.470	−0.000.672	−0.002.338
	$\theta_{(0)}$	0.003.602	0.010.372	0.014.111	0.015.03
100	A_1	−0.1753	−0.0774	−0.4196	−0.0497
	A_2	−0.1333	0.3608	−0.1378	−0.0638
	A_3	−0.0111	−2.2893	−0.6580	−1.3863
	A_4	0.1752	−0.6155	1.3307	−1.1077
	C_1	0.006.807	0.014.31	0.017.68	0.019.18
	C_2	−0.000.320	−0.000.906	−0.002.124	−0.003.242
	$\theta_{(0)}$	0.006.484	0.013.408	0.015.55	0.015.93

附表—4—2 $h=20$ m $m=0.4$ $\times \frac{P_0}{kl} \sin \theta_0$

k		1	2	3	4
10	A_1	−0.6033	0.0049	−0.4659	−0.8622
	A_2	−0.3441	0.0594	0.5158	0.0182
	A_3	−0.5693	−0.7973	−2.2588	−1.9708
	A_4	−0.9038	1.1927	−0.2797	−0.5644
	C_1	0.000.399	0.002.268	0.00413	0.005.06
	C_2	−0.000.002	−0.000.058	−0.000.127	−0.000.090
	$\theta_{(0)}$	0.000.399	0.002.21	0.004.002	0.004.967
30	A_1	−0.3731	−0.0592	−0.7203	−0.3790
	A_2	−0.2990	0.3260	0.2918	−0.2664
	A_3	−0.1403	−1.7357	−0.7470	−0.9706
	A_4	−0.4109	0.9354	−0.8944	0.5622
	C_1	0.000.982	0.004.80	0.006.974	0.008.424
	C_2	0.000.059	−0.000.156	−0.000.505	−0.000.945
	$\theta_{(0)}$	0.001.042	0.004.645	0.006.469	0.007.479
50	A_1	−0.2613	−0.0996	−0.5977	−0.1555
	A_2	−0.2214	0.3787	−0.1776	−0.1758
	A_3	−0.0353	−1.9173	−0.1527	−1.7506
	A_4	−0.1207	0.0947	−0.3633	−0.1326
	C_1	0.002.183	0.006.137	0.008.270	0.009.260
	C_2	−0.000.023	−0.000.380	−0.000.987	−0.001.257
	$\theta_{(0)}$	0.002.160	0.005.757	0.007.283	0.008.003
100	A_1	−0.1884	−0.0879	−0.5758	−0.0351
	A_2	−0.1403	0.3706	−0.1120	−0.0495
	A_3	−0.0129	−1.7601	−0.0048	−1.7943
	A_4	−0.1207	0.0947	−0.3633	−0.1326
	C_1	0.004.131	0.007.773	0.009.36	0.009.84
	C_2	−0.000.209	−0.000.543	−0.001.35	−0.001.50
	$\theta_{(0)}$	−0.003.922	0.007.23	0.008.006	0.008.340

附表—4—3 $h=20$ m $m=0.5$ $\times\frac{P_0}{kl}\sin\theta_0$

k kg/cm³	L_2/h	1	2	3	4
10	A_1	−0.594.1	0.004.9	−0.476.2	−0.856.0
	A_2	−0.346.0	0.072.2	0.505.3	−0.004.8
	A_3	−0.692.7	−0.513.8	−1.827.6	−0.6085
	A_4	−0.793.3	0.836.3	0.226.9	−0.7889
	C_1	0.000.196	0.001.402	0.002.577	0.003.463
	C_2	−0.000.000	−0.000.010	−0.000.054	−0.000.174
	$\theta_{(0)}$	0.000.196	0.000.886	0.002.523	0.003.289
30	A_1	−0.339.4	−0.066.9	−0.710.5	−0.141.8
	A_2	−0.278.4	0.335.2	0.226.2	−0.267.6
	A_3	−0.234.6	−1.0708	−1.111.2	−0.232.0
	A_4	−0.479.6	0.9534	0.680.0	1.5297
	C_1	0.000.0775	0.002.852	0.004.122	0.004.822
	C_2	−0.000.008	−0.000.069	−0.000.256	−0.000.567
	$\theta_{(0)}$	0.000.767	0.001.335	0.003.866	0.004.256
50	A_1	−0.254.2	−0.106.7	−0.722.4	−0.141.8
	A_2	−0.224.7	0.378.5	−0.150.8	−0.173.5
	A_3	−0.1089	−1.244.2	−0.352.1	−0.708.1
	A_4	−0.2811	0.746.5	−0.395.9	0.912.6
	C_1	0.001.268	0.003.590	0.004.731	0.005.199
	C_2	−0.000.039	−0.000.134	−0.000.473	−0.000.721
	$\theta_{(0)}$	0.001.229	0.003.456	0.004.258	0.004.478
100	A_1	−0.178.1	−0.097.3	−0.554.8	−0.025.8
	A_2	−0.135.9	0.373.4	−0.090.2	−0.069.9
	A_3	−0.025.0	−1.354.0	−0.104.2	−1.614.9
	A_4	−0.087.5	0.485.5	−0.246.7	0.807.8
	C_1	0.002.117	0.004.449	0.005.21	0.005.532
	C_2	−0.000.054	−0.000.290	−0.000.704	−0.001.018
	$\theta_{(0)}$	0.002.063	0.004.160	0.004.506	0.004.514