土木研究所報告　第一一号　昭和三十四年三月

土木研究所報告

第 101 号

河口の塩水楔について……伊藤　剛，佐藤清一，岸　　力，富永正照…(1)
広矩形一様水路における洪水流の頂点，鞍点の伝播速度と水深，
流量変化に関する理論的考察……木村俊晃…(23)
河川の送流土砂に関する研究……佐藤清一，吉川秀夫，芦田和男…(49)
土壌コロイドに関する研究（第三報）
——長野県茶臼山地すべり地帯土壌コロイドのX線粉末線について——
……有泉　昌…(65)
変断面水路における洪水流の頂点，鞍点の伝播速度と水深流量変化に関
する理論的考察……木村俊晃…(81)
開水路断面急拡部における水理に関する研究（I）
——矩形水路幅急拡による損失水頭——
……芦田和男，荒木民哉…(99)
河川の分流に関する研究（4）
——狩野川放水路の水理機能設計——
……佐藤清一，吉川秀夫，川端昭至…(113)
放射性同位元素を使用した地下水調査報告（続報）
——玉川温泉における地下溶透除毒工法に関する調査（其二）——
……有泉　昌，近藤　紀，大場正男，森　芽徳…(139)
コンクリート舗装目地材料の試験方法に関する研究（I）
……竹下春見，岩間　滋…(149)

昭和34年3月

建設省土木研究所

河口の塩水楔について

伊藤　剛*
佐藤清一**
岸　力****
富永正照†

昭和 33 年 4 月

On salt wedges in the mouth of river

T. Ito, S. Sato, T. Kishi, M. Tominaga

Synopsis :

The condition in which sea-waters penerate into rivers was studied and classified into three types : negligible mixing, moderate mixing and intense mixing. In such a case that the type is moderate mixing and rivers are damed up by sea-waters because of no exchange flow, thee method determinating the limitation of salt-water penetration was found. This method was checked by use of the date observed in Gokase River, Miyazaki Pref. and it was verified that this method can be applied to the practical purposes.

要　旨　海水の河川への侵入状況について考察し，これを次の三型式，強混合型，緩混合型及び弱混合型に分類した。次に緩混合型であり，かつ，交換流が生ぜず海水が河水をせきとめた状態となる場合について塩分侵入の限界点を求める方法を与えた。この方法を宮崎県五ケ瀬川の調査結果により検討したところ，実用上充分な精度を有することが検証された。

目　次

1. 侵入の型式……(1)
（1） 型式の分類……(1)
（2） 密度流の機構に関する既往の主な理論……(2)
（3） 緩混合型の海水の侵入……(3)
2. 緩混合型の海水の侵入に対する一解法…(8)
（1） 解法の意味……(8)
（2） 解法の原理と手順……(8)
3. 解法の検証……(10)
（1） 検証の方法……(10)
（2） 五ケ瀬川の状況……(10)
（3） 五ケ瀬川における調査……(10)
（4） 検　証……(16)
4. 結　論……(20)

1. 侵入の型式

（1） 型式の分類

河口では河水と海水とが接触し両者の密度差のために大規模な密度流が形成される。しかもその流況は，H. Stommel [1958][1] によれば河水と海水との混合の程度によつて，図—1に示す弱混合型 (Negligible mixing)，緩混合型 (moderate, mixing)強混合型 (Intense mixing)の3型に大別される。図—1は河口縦断面内の塩分分布を示したもので，線の濃淡で塩分の大小をあらわしてある。

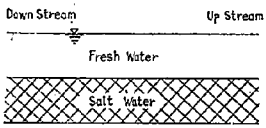
図—1 (a) は弱混合型で表層の河水層と底層の海水層とがほとんど混合せず，明瞭な成層をなすものである。両層の間の混合は小さいから，水平方向の密度勾配はほとんど存在しない。この型は潮汐の小さい河口に多くみられるものである。

図—1 (c) は強混合型で河水層と海水層との間に強い混合がある場合であり，深さの方向には密度差がみられない。しかし水平方向には明瞭な密度勾配が存在し，等塩分線はほぼ垂直線である。

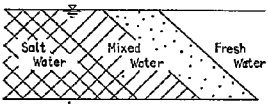
図—1 (b) は緩混合型で混合が中程度の場合であり，水深方向にも水平方向にも密度勾配が存在する。等塩分線は図の如く楔状を呈する。

潮汐の大きな河口部では漲潮，落潮の往復運動と，漲潮時の逆流により底面から発生する乱れが底層と表層と

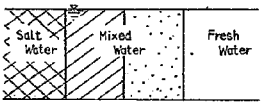
* 電力中央研究所，元建設省土木研究所長
** 工博河川部長
*** 北海道大学工学部助教授，工学博士，元建設省土木研究所河川部海岸研究室主任研究員
† 河川部海岸研究室，研究員



(a) 弱混合型 (Negligible mixing)



(b) 緩混合型 (Moderate mixing)



(c) 強混合型 (Intense mixing)

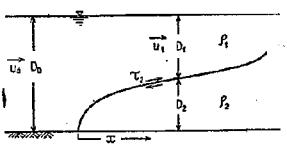
図—1. 海水侵入の型

を混合させることのため，(a) 型がみられることは少なく，(b) 型もしくは (c) 型の流況を示すのが普通である。勿論 (b) 型の中でも混合の程度によつては比較的 (a) 型に近いものから (c) 型に近いものまで種々の段階が存在する。

(2) 密度流の機構に関する既往の主な理論

a. 潮汐が小さい場合の海水の侵入

図—1 (a) に示した弱混合型で表層の河水がある流速をもつて流下するときは，両層の境界面に剪断力が働らき，それが密度勾配と平衡を保つて海水は図2の如き楔状をなして河水の中に侵入することになる。



図—2.

H. G. Farmer と G.W. Morgan [1952][3] は境界面に沿う剪断力が楔の上では到る所一定であるとの仮定の下に楔の形状を次式で与えた。

$$\alpha\kappa\frac{x}{D_0}=\frac{1}{6}n_{20}^2(3-2n_{20})-\alpha\left[\frac{n_{20}}{1-n_{20}}+\log(1-n_{20})\right] \quad (1)$$

また楔の長さ L は

$$\alpha\kappa\frac{L}{D_0}=\frac{1}{6}(n_{20}^*)^2(3-2n_{20}^*)-\alpha\left[\frac{n_{20}^*}{1-n_{20}^*}+\log(1-n_{20}^*)\right] \quad (2)$$

ここに

$$n_{20}^*=1-\sqrt[3]{\alpha} \quad (3)$$

となる。ただし (1), (2), (3) 式中の記号は次の通りである。

$$\alpha=\frac{U_0^2}{gD_0\beta}$$

$D_2=D_0n_2$,　$n_2=n_{20}+\beta n_{21}+\beta^2n_{22}+\cdots\cdots$

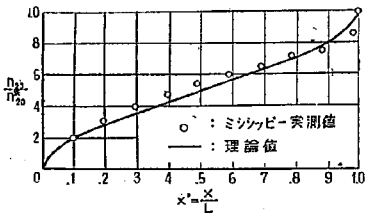
κ＝まさつ係数

τ_2＝境界面の剪断力$=\rho_2\kappa U_0^2$

L＝楔の長さ

$$\beta=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}$$

図—3は Mississippi の South West Pass の塩水楔の形と (1) 式とを比較したもので，両者はかなりよく一致している。図中の実線は $D_0=48$ ft, $u_0=1.37$ ft/sec, $\beta=0.0196$, $\kappa=0.001$ を (1) 式に代入して計算したものである。



図—3. 塩水楔の形

しかし Farmer らが指摘しているように楔の長さ L は D_0 の値によつてかなり大きく変化する。従つて実際問題としては，まさつ係数 κ の見積りとともに D_0 の値をいかにえらぶかになほ検討の余地がある。

H. Stommel [1953][3] は Farmer らの理論に対し，河川流量の変化と Mexico 湾の小潮汐のために，Mississippi の塩水楔は完全に定常といえないから，Mississippi のある特定時について求めた κ の値を他の流量の場合に用いるのは疑問だとの見解をのべている。

J.B. Schijf 及び J.C. Schonfeld [1953][4] は，境界面におけるまさつ抵抗が Chezy の型式であらわされるものとして次式を導いた。

$$L=\frac{c_1^2}{g}D_0\left[\frac{1}{5}\frac{\beta gD_0}{u_0^2}-2+3\sqrt[3]{\frac{u_0^2}{\beta gD_0}}-\frac{6}{5}\sqrt[3]{\left(\frac{u_0^2}{\beta gD_0}\right)^2}\right]$$

ここに

u_0＝塩分侵入のない部分の河水の平均流速

D_0＝塩分侵入のない部分の水深

c_1＝境界面の抵抗係数

$$\beta=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}$$

ここに示した塩水楔の理論は川幅が一定な場合であるが，川幅が変化すれば密度流はまた特異な性質をあらわす。J.P. Tully [1949][5] の報告によればカナダの Alberni 湾では河川流量と塩分との間に次の関係がみられた。(1) 表層の厚さは河川流量がある限度以下のときは流量がます程かえつて減少し，ある限度をこすと始めて流量とともに増加する。(2) 表層の塩分もまた厚さと同じ傾向を示す。

Stommel [1951][5] はこの事実を説明するために，下層

が停滞して流速0であるとの条件の下に次式を導いた。

$$\frac{dD_1}{dq}=\frac{(2b-1)/(b-2)}{(ak)^{1/3}} \qquad (5)$$

ここに

D_1＝表層の厚さ

$q=D_1\rho_1 u_1$(表層流量)，　ρ_1＝表層の密度，

u_1＝表層の流速

$b=\frac{u_1^3}{k}=\frac{1}{\rho_1}F_i^2$　　F_i＝内部フルード数$=\frac{u_1^2}{gD_1\beta}$

$k=g\beta_0 T_0/2$，添字0は $x=0$ における値を示す。

$\beta=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}$

(5)式によれば b が 0.5 と 0.2 の間では dD_1/dq は負で，流量がませば表層の厚さは減少することになる。また $b=2$ は $F_i\fallingdotseq 1$ で下層の流速0なる場合の表層の限界流速に相当する。従つて流速がこの値をこすと内部波の山がくだけて下層の海水が表層に混合して行くようになる。

Stommel と Farmer [1952][7] はさらに(5)式を一般化して流速が0でない場合の表層の限界流速は

$$F_i=\left[1+\left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2\left\{\frac{(1-n)^3}{n}\right\}\right]^{-1} \qquad (6)$$

ここに

F_i＝内部フルード数$=u_1^2/gD_1\beta$

$q_1=u_1D_1$

$q_2=u_2D_2$

$D_1=nD$　　D＝全水深

$D_2=(1-n)D$

で与えられることを示した。実験によれば川幅の急拡部では流速は(6)式の値をとり表層の厚さは減少することになる。また(5)と(6)とをくらべると，下層の流速が0でなければ限界フルード数は1より小さくなる。

b. 潮汐による河水と海水との混合

潮汐の大きな河口では緩混合型もしくは強混合型の塩分々布が形成されるが，この場合の解法はいまだ満足すべきものがない。

B. H. Ketchum [1951][8] は河道に沿う塩分々布の長期にわたる平均的な傾向を見積る方法を提案しているが，塩分々布を強混合型とし，また漲潮の終りには河水と海水との混合が完了するものと仮定している点に問題がある。

また A. B. Arons と H. Stommel [1951][9] は混合距が離潮汐による水分子の移動距離に比例するものと考え，拡散問題として塩分々布を扱つている。

これらの理論はいずれも月或いは年を単位とするような比較的長期間の平均値に対するものである。従つて満潮時にある地点の塩分濃度がいかなる値をもつかという実際上重要な問題に対しては適用することができない。

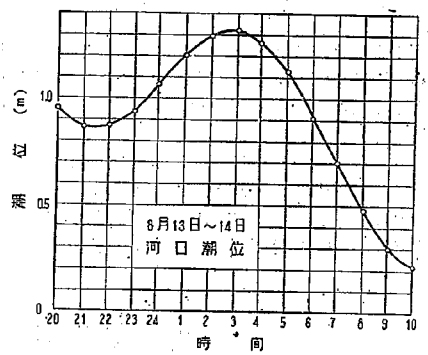
(3). 緩混合型の海水の侵入

a. 緩混合型塩分々布の実例

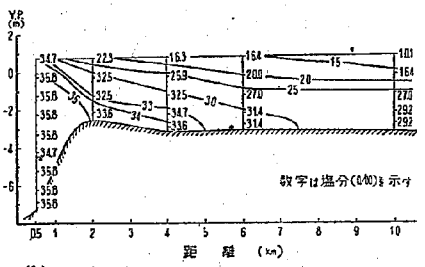
我国の太平洋岸に注ぐ河川では河口でかなり大きな潮汐をうけるから，海水の侵入は多く緩混合型である。

図—4は昭和29年8月13日～14日利根川で行つた観測結果を示すものである。利根川河口の潮汐は日潮不等が著しいが，観測は図—4(a)にみられる通り，高干潮から高満潮を経て低干潮に至る間で行はれた。利根川下流部の平時流量は昭和16年～25年の間の布川観測所の資料[10]によれば表—1の如くなつている。

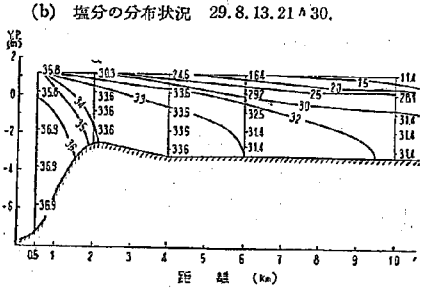
これに対し観測時の河川流量は 60 m³/sec(取手)であつて湯水量に近い値であつた。図—4(b)～(d)はそれぞれ高干潮，高満潮及び低干潮の時刻における塩分々布を示したものである。図—4(b)の高干潮の時刻では河道内の塩分は完全に排除されず相当量残つている。この状



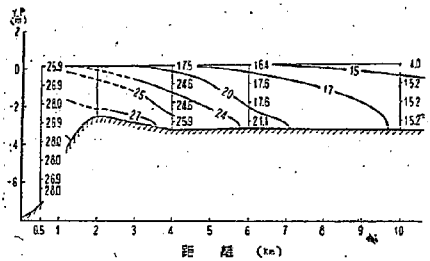
(a)　河口潮位　29.8.13.～14.



(b)　塩分の分布状況　29.8.13.21ʰ30.



(c)　塩分の分布状況　29.8.14.4ʰ.



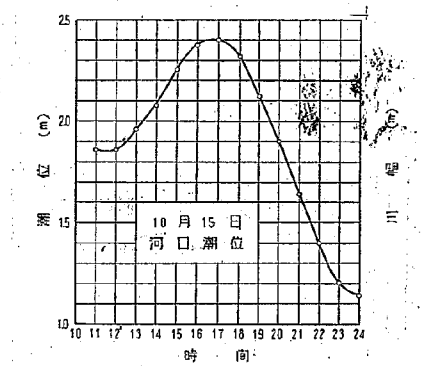
(d)　塩分の分布状況　29.8.14.9ʰ30.

表—1.　利根川下流部(布川)の平時流量

種別	豊水	平水	低水	渇水
流量 (m^3/s)	323.4	175.4	100.5	46.5

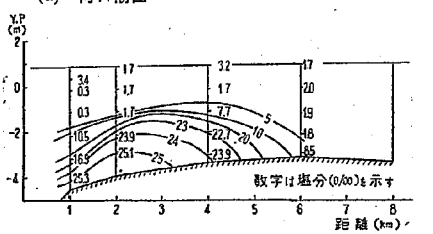
態で强潮に転ずるため，図—(c) に示した高満潮の時刻には塩分濃度 30‰ をこえる塩水が河口より 10 数 km も侵入する。図—4 (b)～(d) にみられる通り等塩分線は楔形に河道内に侵入している。

図—5 は昭和 29 年 10 月 15 日同じく利根川で行った観測結果を示すもので，潮汐は図—5 (a) と図—4 (a) を比較すれば直ちにわかる通り前例 8 月の場合とほぼ同じである。これに対し河川流量は 183.3 m^3/sec(取手)で

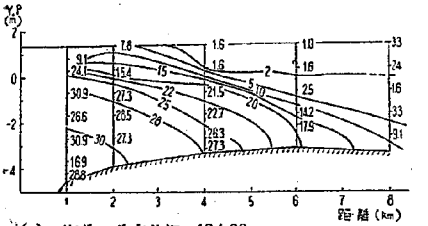


図—4.　利根川河口の潮位と塩分の分布状況
29.10.15.

(a)　河口潮位

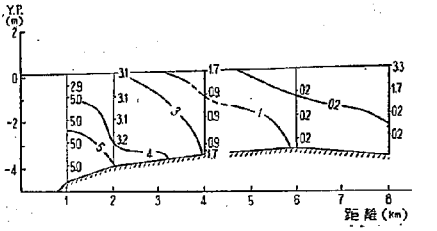


(b)　塩分の分布状況　11ʰ00



(c)　塩分の分布状況　18ʰ00

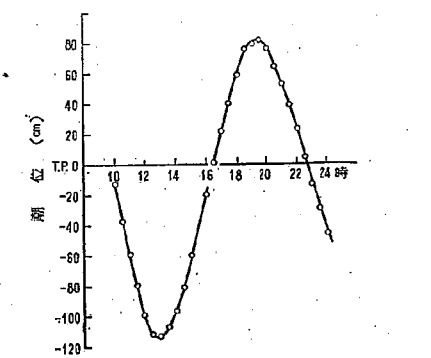
図—5.　利根川河口の潮位と塩分の分布状況



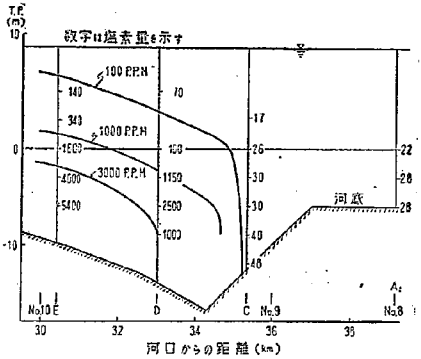
(d)　塩分の分布状況　24 h 00

前例の約 3 倍平水量に近い値であった。図—5 (b)～(d) はそれぞれ高干潮，高満潮又び低干潮の時刻における塩分々布を示したものである。河川流量が多いので塩水の侵入は少なく，図—5 (c) の満潮時でも 30‰ 以上の塩分は河口よりわずか 2 km の区間それも底層附近のみにみられるにすぎない。また図—5 (d) によれば干潮時には河道内の塩分はほとんど完全に排出されたとみられる。この例においても塩分々布はやはり典型的な緩混合型である。

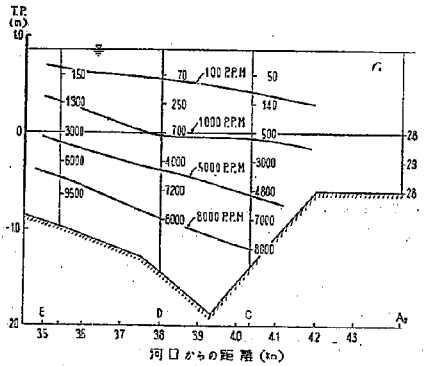
図—6 及び図—7 は昭和 29 年 4 月及び 11 月に観測した宮崎県五ケ瀬川における塩分々布をを示すものである。図—6 は 4 月 4 日の観測結果で，潮差は 1.95 m，河川流量は 15 m^3/sec であった。図—7 は 11 月 11 日の観測結果で河川流量は 27 m^3/sec であった。図中の塩分々布は塩素量 (p.p.m.) で示してあるが，塩素量 Cl と



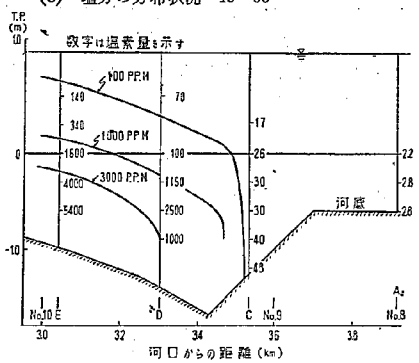
(a)　河口潮位　　29.4.4.



(b)　塩分の分布状況　18ʰ00



(c)　塩分の分布状況　19ʰ00



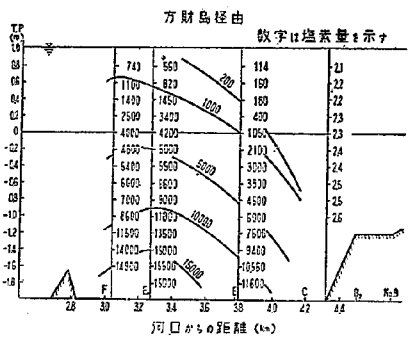
(d)　塩分の分布状況　20ʰ00

塩分 s との間には次の関係がある。

$$s=0.030+1.8050\,\mathrm{Cl} \qquad (7)$$

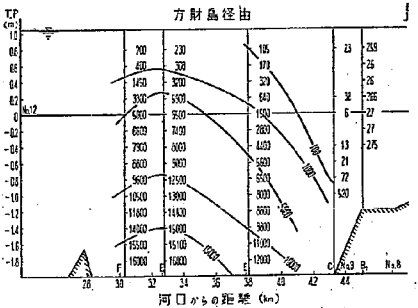
すなわち Cl=19,000 p.p.m, は s=34.33 ‰ に相当する。

五ケ瀬川においても塩分の侵入状況は緩混合型であるが，利根川の例とくらべて等塩分線の勾配が急でやや強

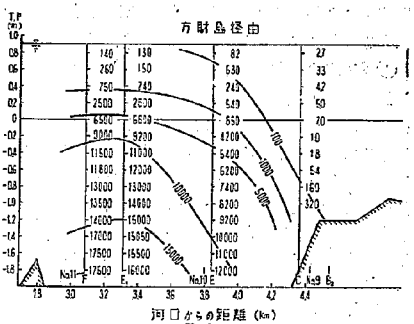


図—6.　五ケ瀬川河口の潮位と塩分の分布状況

(a)　17ʰ25



(b)　18ʰ25



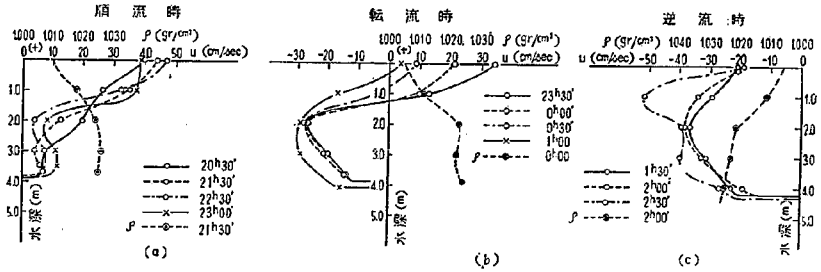
(c)　19ʰ25

図—7.　五ケ瀬川河口の塩分の分布状況　29 . 11. 11.

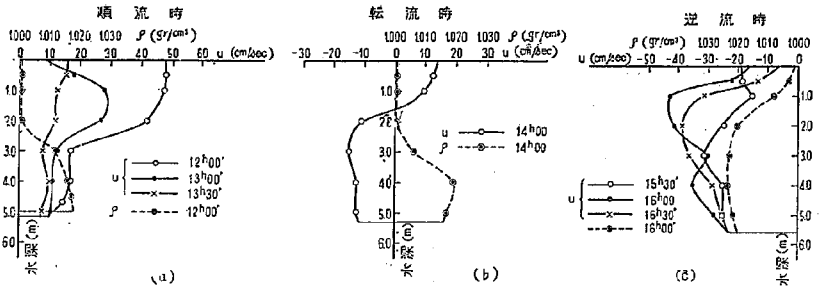
混合型に近い性質を示している。例えば図—6 (c) は4月観測のほぼ満潮時であるが，このときの 5,000p.p.m. の線の勾配は 11×10^{-4} であるに対し，図—5 (c) の利根川の例では，5,000 p. p. m. に相当する塩分 9 ‰ の線の勾配は 6.2×10^{-4} で前者のほぼ 1/2 である。図—7 (b) の例では 5,000 p.p.m. の線の勾配は 29×10^{-4} にもなつている。

b.　緩混合型における流速分布

前述の利根川における観測で得た流速分布を図—8 及



図—8.　利根川河口から 4 km の地点の流速分布　29.8.13.



図—9.　利根川河口から 1 km の地点の流速分布　29.10.15.

び図—9に示す。図—8は8月の観測，図—9は 10 月の観測である。いずれの例においても流速分布は水平密度勾配の存在のため，順流時，転流時及び逆流時においてそれぞれ特徴ある形を示すのがみられる。

順流時には水平密度勾配は水面勾配と逆符号で流れを減速する方向に作用する。従つて流速は密度流性の強い下層と傾斜流性の強い表層とで明瞭な差ができ，図—8 (a) 及び図—9 (a) の形となる。

逆流時には水平密度勾配は水面勾配と同符号で流れを加速する方向に作用する。しかも密度勾配は上層にくらべ下層が大きいから，流速分布は図—8 (c) 及び図—9 (c) の如く最大流速は水面下ある深さの所にあらわれ，円管内の流速分布に似た形となる。

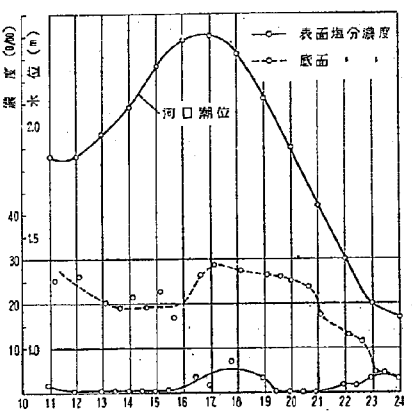
順流から逆流に変る時刻には水面勾配はほとんどないから，下層では密度勾配は水面勾配より大となり，表層は順流，下層は逆流といういわゆる交換流[12] (Exchange flow) の状態があらわれる。

利根川では昭和 29～31 年にかけ数回の流速観測が行われたが，その結果から交換流の持続時間と河川流量，潮汐振幅との関係をしらべると表—2の如くなる。

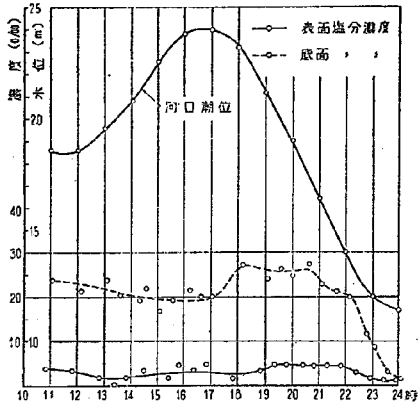
表—2.　交換流の持続時間

年月日	河川流量 Q (m³/sec)	潮汐振巾 k(m)	観測地点(河口よりの距離) 0 km	1 km	2 km	4 km
29. 7. 28.	121.6	1.0	60 分			
29. 8. 13.	6.0	0.45		60 分	75 分	80 分
29. 10. 15.	183.3	0.55	40 分	55 分	70 分	
31. 8. 23.	15.0	1.0	30 分			

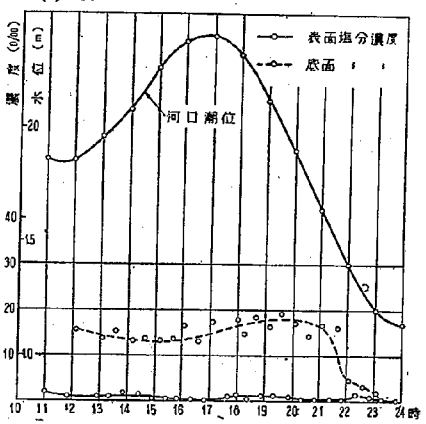
表—1によれば 31 年8月 22 日の観測の如く極端に濁水の場合には，交換流の持続時間がやや短かくなつているが，それ以外の例では持続時間は河川流量や潮汐振幅にはあまり関係かないようである。また持続時間は河口から上流に行くにつれて長くなる傾向がみられる。利根川の河口附近では水面勾配が緩であるから，相当な出水でないかぎり潮汐によつて逆流が生ずる。従つて転流時には底層に水平密度勾配があれば交換流が生じ得るはずで，その持続時間は水面勾配と密度勾配の相互関係に



(a)　河口より 2 km の地点



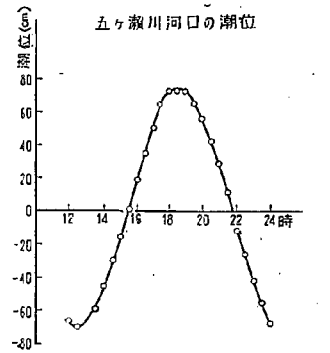
(b)　河口より 4 km の地点



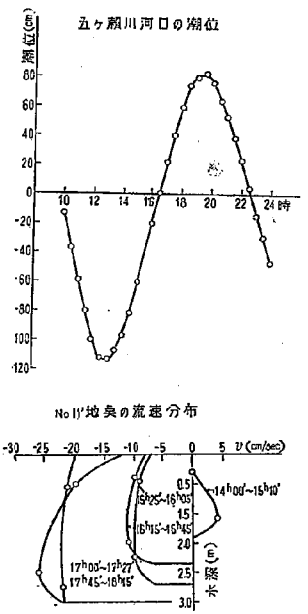
(c)　河口より 6 km の地点

よつてきまる。31年の場合に持続時間が短いのは流量が少ないので，河口附近では密度勾配が表層と底層で差が少なくなつたためとみられる。これに対し持続時間が上流程大きくなる傾向は，表層と底層との密度勾配の差が上流程大きいということで説明される。例えば 図—10 昭和 29 年 10 月 15 日の観測における河口より 2 km，4 km 及び 6 km の 3 地点における表面塩分と底面塩分との時間的変化を示したものである。表面では各時刻とも 3 地点間にほとんど塩分差はなく従つて水平密度勾配もほぼ零に近い。底面では 2 km と 4 km の 2 地点間でのは塩分差は少いが，4 km と 6 km の地点間ではかなり塩分差がみられ，底層に密度勾配が集中しているのがわかる。この例では 13 時 30 分から 15 時 00 分にかけて交換流が生じた。

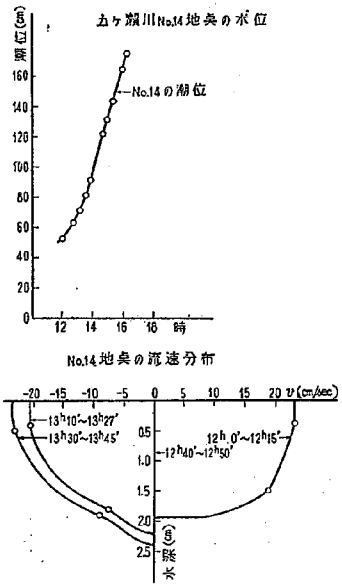
つぎに五ケ瀬川の流速分布をしらべる。前述のように五ケ瀬川での塩分々布は利根川におけるよりも強混合型に近いが，その性質が流速分布にいかにあらわれるであらうか。図—11 は昭和 29 年に観測した五ケ瀬川筋 3 地点における流速分布で，図—11(b) は図—6 の塩分々布



図—10.　利根川河口潮位と各地点の塩分濃度
(b)　29.3.19



(b)　29.4.4



図—12. E地点及びC地点(E地点+500m)における濃度—時間曲線 29.4.4.~5.

に対応するものである。図—11と図—8, 9を比較して先ず気がつくのは五ケ瀬川では交換流があらはれないことである。また順流時，逆流時においても，利根川の例のような流速分布の特徴はあまり明らかでない。これは五ケ瀬川の塩分々布が強混合型に近く，表層と底層で水平密度勾配の差が小さいためである。図—12は昭和29年4月観測におけるE点(図—6参照とそれより上流500mのC点における表面塩分及び底面塩分の時間的変化を示したものであるが，水平密度勾配は表面から底面までほぼ一様に近い。

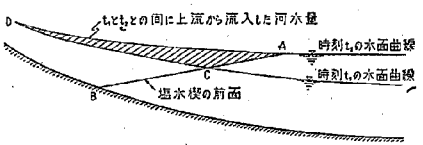
表—2によれば利根川では河川流量，潮汐振巾の大小に拘わらずある程度交換流が持続するのに対し，五ケ瀬川では交換流があらはれない。これは上述の通り水平密度勾配が表層と底層で異なるかあるいは一様に近い値をもつかによつてきまるのであるが，結局表層と底層との乱流混合の大小に帰着されるわけである。乱流混合の大小は具体的には河川の粗度係数として表現されるから，交換流の持続時間は粗度係数と結びつけられる可能性がある。

緩混合型を示す海水の侵入については一般的な解法が得られていないことは既にのべた通りであるが，交換流があらはれない場合については著者は一つの解法を得た。以下にその詳細をのべる。

2. 緩混合型の海水の流入に対する一解法

(1) 解法の意味

1でのべたように海水の侵入型式が緩混合型の場合には，その機構を説明する一般的解法に与えられていない。すなわち，密度流の影響を含めた基本方程式を解いて，流速の分布，塩分の分布等を求めることは甚だ困難である。しかし海水の河川えの侵入を扱う場合には，工学的には流速の分布，塩分の分布等よりも海水侵入の距離を問題とすることが多い。ここではこのような実用的見地から問題を海水侵入の限界点にしぼつて，この位置をきめる方法を提案したのである。



図—13.

(2) 解法の原理と手順

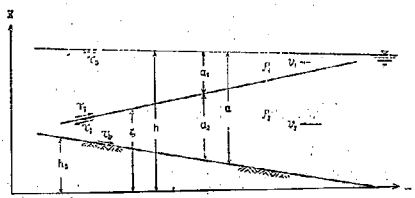
緩混合型の場合は，図—4, 5, 6, 7の如く塩分の等濃度曲線は楔状を呈しており，淡水から海水まで濃度は徐々に変化している。しかしこれらの等濃度曲線の一つに注目してその位置を決めることができれば，上述した実用的な目的には充分であると考えられる。そこである等

濃度曲線を塩水楔の前面とし，その線より上流側を淡水，下流側を海水とみなすことができるものとし，この位置を求めることを考える。

転流のときに交換流が起らず従つて河水がこの楔によつてせきとめられた状態にある場合は，次のようにして漲潮時のある時刻の塩水楔の位置を決めることができる。

図—13 において，ある時刻 t_1 の水面曲線と，ある時刻 t_2 の水面曲線との間の volume は，その間に侵入した海水量と上流から流入した河水量とによつて満たされるはずである。それ故に上述の条件によつて河水と海水はほとんど混合することなく，しかも河水は全て海水の上流側に貯溜されるのであるから，図に示すように両水面曲線で囲まれた volume を塩水楔の勾配に等しい勾配をもつ線で二分し，各 volume を侵入海水量と流入河水量に等しくすればその線は塩水楔の前面を示すことになる。従つて塩水楔の前面勾配が求められれば問題は解決したことになる。楔の前面勾配は次のようにして近似的に計算することができる。

図—14 に示す記号を用いるとき，上下二層の流体の連続の式又び運動の式は次の通りである。



図—14.

$$\frac{\partial a_1}{\partial t}+v_1\frac{\partial a_1}{\partial x}+a_1\frac{\partial v_1}{\partial x}=0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial a_2}{\partial x}+a_2\frac{\partial v_2}{\partial x}=0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t}+g\frac{\partial a_1}{\partial x}+g\frac{\partial a_2}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}+g(i_1-i_b)=0 \qquad (9)$$

$$\frac{\partial v_2}{\delta t}+(1-\beta)g\frac{\partial a_1}{\partial x}+g\frac{\partial a_2}{\partial x}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}+g(i_2-i_b)=0 \qquad (10)$$

ここに

$$i_1=\frac{\tau_i-\tau_s}{\rho_1 g a_1},\quad i_2=\frac{\tau_b-\tau_i}{\rho_2 g a_2}$$

τ_s＝表面の剪断力

τ_i＝境界面の剪断力

τ_b＝底面の剪断力

i_b＝底勾配$=-\dfrac{dh_b}{dx}$

$$\beta=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}$$

(9) 及び (10) において

$$\tau_s=0 \qquad (11)$$

$$\tau_i=\frac{\rho g(v_1-v_2)\mid v_1-v_2\mid}{c_i^2}=0 \qquad (13)$$

は一般的に成立つと考えられる。

(9)において境界面のまさつ勾配 i＝0 とすれば

$$\frac{\partial v_1}{\partial t}+g\frac{\partial h}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}=0$$

$$\therefore\quad \frac{\partial h}{\partial x}=-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}\right) \qquad (14)$$

(10)を書き直すと

$$\frac{\partial v_2}{\partial t}+\frac{\rho_1}{\rho_2}g\frac{\partial}{\partial x}(b-\zeta)+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}+gi_2=0$$

すなわち

$$\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)+\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\rho}{\rho_2}\frac{v_2\mid v\mid}{a_2c_b^2}=0$$

$\partial h/\partial x$ に(14)を代入すれば

$$\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial t}\right)-\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial x}\right)+\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\rho}{\rho_2}\frac{v_2\mid v_2\mid}{a_1c_b^2}=0 \qquad (15)$$

$v_1\fallingdotseq v_2$ と仮定すれば(15)は

$$\frac{1}{g}\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\left(\frac{\partial v_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)+\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\rho}{\rho_2}\frac{v_2\mid v_2\mid}{a_2c_b^2}=0 \qquad (16)$$

$\dfrac{1}{g}\left(\dfrac{\partial v_2}{\partial t}+\dfrac{\partial v_2}{\partial x}\right)$は水面勾配と同じ order であるから，緩混合型では一般に $\partial\zeta/\partial x$ に比して小さいと考えられる。従つて第1項を第2，第3項に比し無視すれば

$$\left(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\rho_1}{\rho_1}\frac{v_2\mid v_2\mid}{a_2c_b^2}=0 \qquad (17)$$

が得られる。

上式において底面の抵抗係数 c_b を現地観測によつて定めるときは，その他の諸量は計算できるものであるから塩水楔の勾配 $\partial\zeta/\partial x$ を求めることができる。a_2 は近似的に楔の存在する区域の平均水深の 1/2 程度の値をとれば充分である。

以上塩水楔の位置を決める方法をのべてきたが，要約すると次の通りである。

(i) 漲潮時のある時刻 (t_1) の水面曲線と塩水楔の位置を求めようとする時刻 (t_2) の水面曲線とを計算又は実測等から求める。

(ii) 時刻 t_1 から t_2 までの間に両水面曲線間に流入する河水量を算定する。

(iii) (17)式から塩水楔の勾配を算出する。

(iv) 二つの水面曲線と塩水楔の前面〔(iii)項で求めた勾配を有する。〕とで囲まれた領域の volume が (ii) 項で求めた河水量と一致するように楔の位置を決める。

3. 解法の検証

(1) 検証の方法

前述の解法を実例について説明する。1.(3) に緩混合型の塩分々布，流速分布の実例として五ケ瀬川の観測結果を示し，これらの資料について海水が塩水楔状に侵入すること及び交換流のほとんど起らない特徴を指摘した。それ故五ケ瀬川の海水侵入状況は上述の解法の基本条件と一致していると考えられるので，五ケ瀬川を例にとつてこの解法の検証を行うこととする。

五ケ瀬川では昭和 29 年に塩分の侵入状況を調べるために広範な調査を行なつた。1 に示した資料もこの調査結果によるものである。まずこの調査の概要のべる。

(2) 五ケ瀬川の状況

本川は五ケ瀬川，祝子川及び北川の三河川をもつて一水系をなし，その流域は熊本県阿蘇郡，上益城郡，大分県大野郡，南海部郡，宮崎県延岡市，東旧杵郡，西旧杵郡の一市六郡に及び，流域面積は 1,793 km², うち山地 1,625 km², 平地 168 km² である。

五ケ瀬川は 図—15 に示すように延岡平野に入ると大瀬川を分派し，さらに感潮区域では祝子川及び北川の二大支川を合せ日向灘に注いでいる。その河状をみると河口の狭窄，潟状の水域，三角州の発達等かなり複雑な様相を呈している。

この流域の最大日雨量は 300～400 mm と記録されており，計画高水流量は五ケ瀬川 6,000 m³/sec，祝子川 1,200 m³/sec，北川 4,000 m³/sec となつている。平水時の流量は上流部の星山北堤の放流量によつて支配されている。星山北堤では年間を通じほとんど 1 日のうち12時間位を最小放流量 9 m³/sec として河水を貯溜し，残りの時間に 9～50 m³/sec を放流している。星山堰堤より大瀬川分派点までに三支川が合流しているが，渇水量はいずれも 1 m³/sec 以下であつて，渇水期においては本川の流量に対する影響は少ないと考えてよい。

表—3 は細島検潮所の月別最低最高潮位を示すものである。これによると潮差は大体 2 m 前後である。又五ケ瀬川の感潮区域は大瀬川との分派点(河口より約9km)附近まで及んでいる。しかし安賀多橋のやや下流から取水されている工業用水に塩分の侵入した形跡が認められないので，塩分の侵入区域は河口から 4 km 位に限られていると思われる。

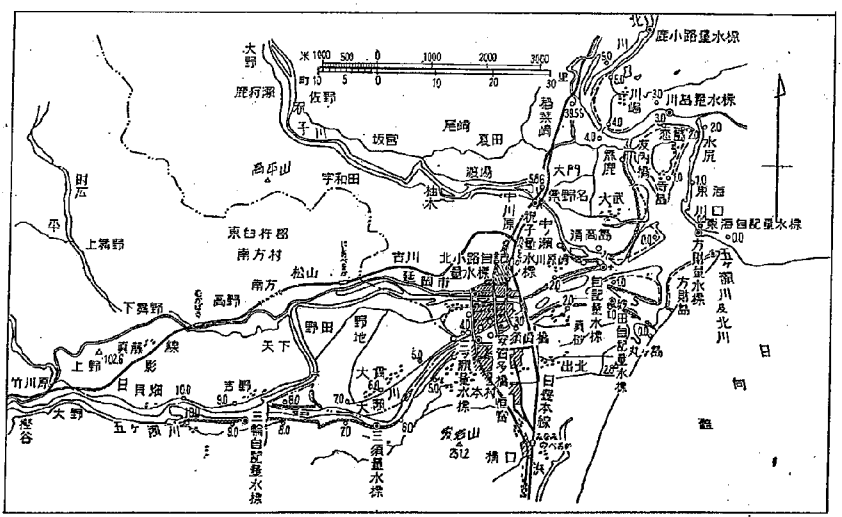
表—3. 細島検潮所月別最高最低潮位 (単位 cm)

年次＼月	最高潮位 1	2	3	4	最低潮位 1	2	3	4
昭和 21	112	87	112	86	− 92	−118	−105	−106
〃 22	74	72	96	76	−148	−142	−126	−142
〃 23	90	83	88	83	−134	−130	−108	−109
〃 24	87	97	90	95	−141	−118	−115	−116
〃 25	80	73	87	104	−123	−118	−116	− 91
〃 26	82	81	86	92	−130	−120	−100	−113
〃 27	77	86	80	83	−132	−112	− 92	− 99

(3) 五ケ瀬川における調査

a. 概　説

五ケ瀬川では昭和 29 年に海水の河川えの侵入状況を把握するために，表—4 に示すように水位，流速，塩分

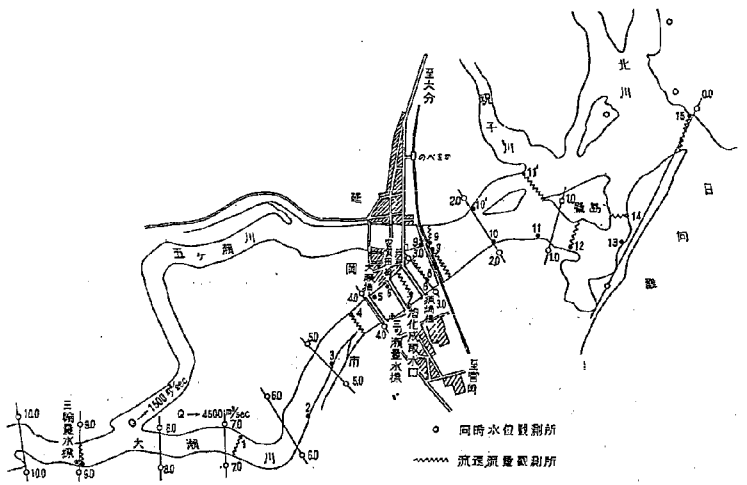


図—15. 五ケ瀬川下流部平面図

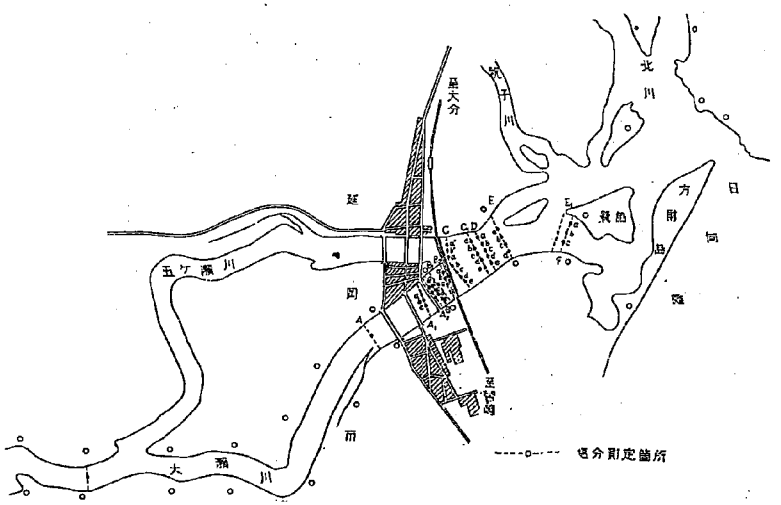
等に関する広範な調査を行なつた。図—16 は調査区域，　—17は塩分の調査ケ所を示すものである。水位は No. 0 水位観測所，流速，流量観測所等を示すものであり，図　（五ケ瀬川と大瀬川との分派点）から No. 15 までの各地

表—4.　現地調査実施期日　観測項目

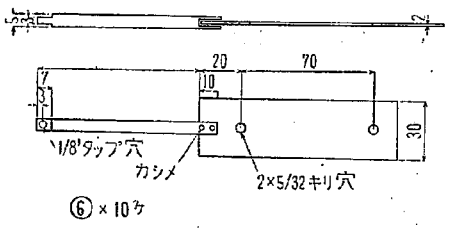
区分	実施年月日	潮	同時水位	流速	流向	塩分
1	昭和29年3月19日～20日	大潮	○	○	○	○
2	〃　3月26日～27日	小潮	○	欠	欠	○
3	〃　4月4日～5日	大潮	○	○	○	○
4	〃　4月25日～26日	小潮	○	欠	欠	欠
5	〃　11月10日～11日	大潮	○	○	○	○



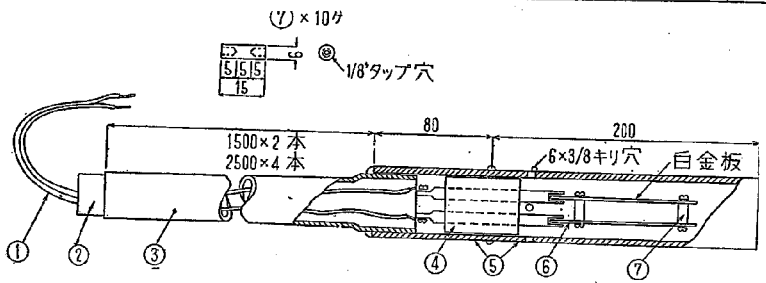
図—16.　同時水位，流速及び流量観測ケ所平面図



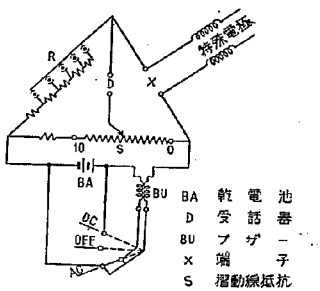
図—17.　塩分調査ケ所平面図



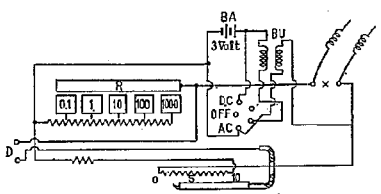
	主要材・料名	数量
7	エボナイト又, ベークライト	10ヶ
6	2m/m厚ステンレス板	12枚
5	1½"ビニールチューブ	1.4m
4	40m/mφゴム栓	5個
3	1"ビニールチューブ	10.5m
2	28m/mφゴム栓	5個
1	平打2芯ビニールコード	30m



図—18. (a) Electrode 詳細図



(b) 原理結線図



(c) Kohlrausch-Bridge 内部接続図

点で，流速及び流量は No. 1, No. 4, No. 9, No. 11, No. 12, No. 14, No, 15 等の各地点で観測が行われた。

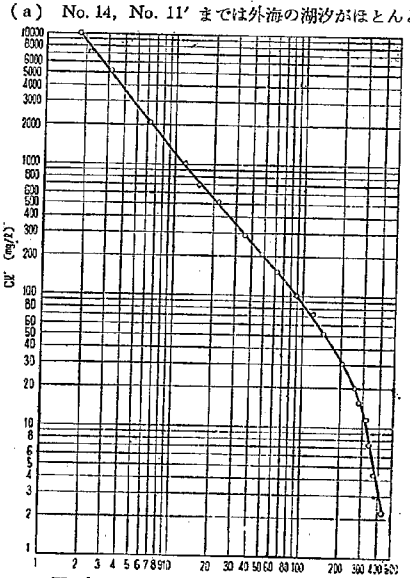
塩分の測定には Kohlrausch-Bridge に特殊の電極を連結して水の電気抵抗を測定し，これと塩素量との関係を示す特性曲線を用いて塩素量を算出する方法を用いた。図—18 はこの装置を示すものであり，図—19 は特性曲線の一例である。

b. 水　位

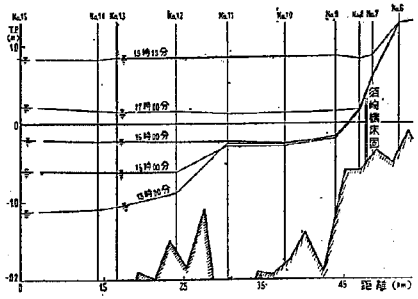
図—20 は同時水位曲線の一例で，図—20(a) は方財島筋の水路 (No. 9 から No. 10 を経て No. 14 に達する水路) に関するものであり，図—20(b) は十貫量水標筋の水路 (No. 9 から No. 10′ を経て No. 11′ に達する水路) に関するものである。これらは 4 月 4 日の観測によるものであるが，一般的傾向はその他の観測においても同様であつた。

これらの図には二つの特徴が見られる。

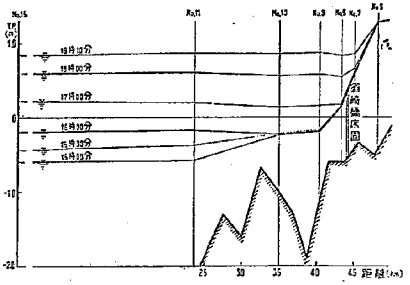
(a) No. 14, No. 11′ までは外海の潮汐がほとんど



図—19. 電気抵抗—塩素量特性曲線



図—20. (a)　同時水位(方財島筋)　29.4.4.



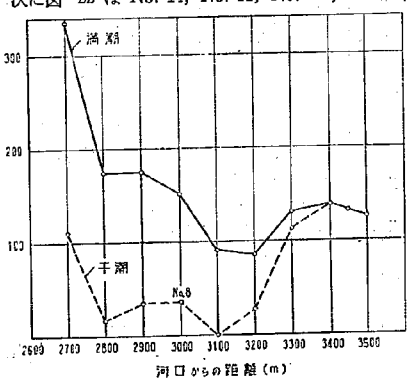
(b)　同時水位(十貫量水標筋)　29.4.4.

減衰なく伝わりこれらの二地点に河口があると考えてよい状態にあること。

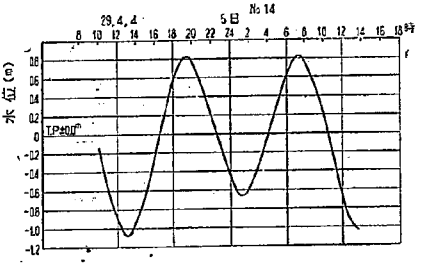
(b)　No.9 と No.6 との間で特に水面勾配が大きくなつていること。

第1の特徴は河口の背後に比較的深い潟状の水域を有することによると考えられる。第2の特徴は No. 8 と No. 7 との間に床固め工があつて流れを堰上げた形になつていることによると思われるが，一つには 図—21 に示すようにこの附近の河巾の狭小なることにもよるものと考えられる。

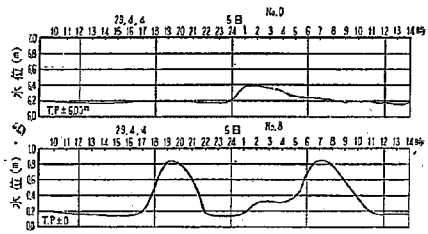
次に図—22 は No. 14, No. 11, No. 11′, No. 10, No. 10′, No. 9, No. 9″, No. 8, No. 0 等の水位—時間曲線の一例で4月4日，5日の観測によるものである。No. 14, No. 11′ から上流地点の潮差はかなり急激に減少し河口潮汐の特徴が明瞭にみられる。又 No. 11 と



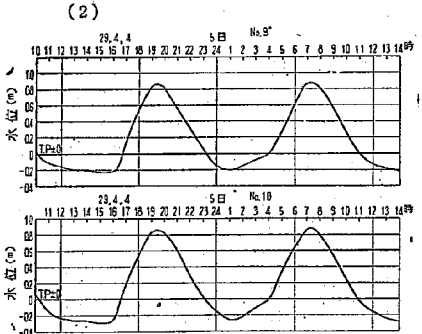
図—21.



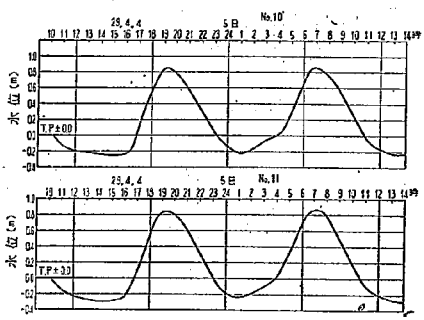
図—22. (1)



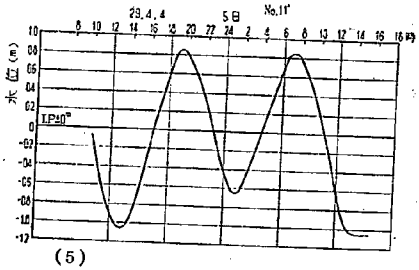
(2)



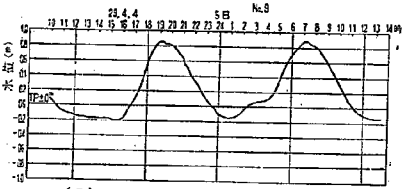
(3)



(4)



(5)



(5)

No. 11′ との曲線を比較すると両者の形はかなり異つており，位置的には接近しているが流況はかなり異なるものと考えられる。一方 No.10 と No.10′ 及び No.9 と No.9″ の曲線はよく似た形をなしており，川筋は異つていても流況は類似しているものと思われる。なほ先にのべたように感潮区域が No.0 まで達していることも認められる。

c. 流速及び流量

表—5 は各地点の流速及び流量の観測結果を示すもの

表—5. 各地点における流量
(昭和29年4月4日～5日)

(a) 測定地点 No. 1.

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.00～14.25	0.477	23.5	12.26	順流
〃	14.30～14.50	0.530	22.0	11.80	〃
〃	15.50～16.20	0.595	24.0	14.29	〃
〃	16.40～17.10	0.597	23.0	13.74	〃
〃	17.15～17.40	0.598	23.0	13.71	〃
〃	17.45～18.00	0.540	22.5	14.28	〃
4月5日	8.05～ 9.30	0.536	25.8	13.77	〃
〃	9.35～ 9.55	0.572	25.6	14.62	〃
〃	10.15～11.10	0.612	25.8	15.80	〃
〃	11.55～12.15	0.526	25.8	13.56	〃
〃	13.20～13.40	0.572	25.6	14.62	〃

(b) 測定地点 No. 4.

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.00～15.00	0.154	60.0	9.23	順流
〃	15.00～15.30	0.168	60.0	10.05	〃
〃	15.40～16.00	0.143	60.0	8.60	〃
〃	16.30～17.02	0.139	60.0	8.31	〃
4月5日	8.45～ 9.20	0.178	75.0	13.24	〃
〃	9.20～ 9.50	0.201	75.0	15.24	〃
〃	10.40～11.25	0.162	75.0	12.15	〃
〃	12.15～12.55	0.187	63.0	11.77	〃

(c) 測定地点 No. 8.

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	15.10～15.25	0.421	32.5	13.68	順流
〃	15.30～15.45	0.427	32.5	13.89	〃
〃	15.50～16.05	0.466	32.5	15.16	〃
〃	16.40～16.55	0.425	37.5	15.96	〃
〃	16.55～17.10	0.395	43.0	16.98	〃
〃	17.15～17.30	0.369	52.0	19.17	〃
〃	17.35～15.50	0.298	57.0	17.57	〃
〃	17.55～18.10	0.227	70.0	15.89	〃
4月5日	8.15～ 8.30	0.315	24.0	26.47	〃
〃	8.34～ 8.47	0.310	75.0	23.25	〃
〃	8.50～ 9.05	0.307	70.0	21.49	〃
〃	9.25～ 9.38	0.370	55.0	20.33	〃
〃	10.23～10.36	0.469	40.0	19.68	〃
〃	10.40～10.53	0.502	40.0	20.08	〃
〃	10.55～11.10	0.513	38.0	19.49	〃
〃	11.10～11.24	0.494	38.0	18.76	〃
〃	11.30～12.44	0.479	36.0	17.26	〃

(d) 測定地点 No. 9″

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.05～14.37	0.062	19.5	1.21	順流
〃	14.40～14.58	0.052	19.5	1.27	〃
〃	15.00～15.15	0.071	19.5	1.38	〃
〃	15.20～15.26	0.068	19.5	1.32	〃
〃	15.43～16.00	0.061	19.5	1.18	〃
〃	16.12～16.43	0.006	39.3	0.25	逆流
〃	17.00～17.55	0.132	83.6	11.06	〃
4月5日	8.00～ 9.15	0.068	107.8	7.30	順流
〃	9.25～10.43	0.122	55.7	6.81	〃
〃	11.18～11.50	0.131	22.5	2.91	〃
〃	12.00～12.35	0.299	6.6	1.69	〃

(e) 測定地点 No. 11′

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.00～15.10	0.035	58.0	2.03	順流
〃	15.25～16.05	0.101	142.0	14.29	逆流
〃	16.15～16.45	0.256	218.0	32.58	〃
〃	17.00～17.27	0.239	265.0	63.36	〃
〃	17.45～18.15	0.253	313.0	79.45	〃
4月5日	8.00～ 9.40	0.411	301.0	123.99	〃
〃	9.0g～ 9.40	0.312	255.0	79.81	順流
〃	10.05～10.33	0.380	214.0	81.34	〃
〃	10.55～11.25	0.350	179.0	62.75	〃
〃	11.40～12.10	0.214	119.0	25.51	〃
〃	12.25～12.55	0.292	130.0	17.23	〃

(f) 測定地点 No. 12.

月日	時刻	平均流速	断面積	流量	流向
	時分 時分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.25～15.10	0.114	530	6.03	順流
〃	16.00～16.27	0.568	95	5.40	〃
4月5日	10.40～11.07	0.274	138	37.89	〃
〃	11.20～11.38	0.303	96	28.83	〃
〃	11.40～11.58	0.316	60	19.07	〃
〃	12.00～12.20	0.368	41	16.51	〃
〃	13.00～13.13	0.437	28	12.26	〃
〃	13.15～13.30	0.492	34	16.73	〃
〃	14.10～14.23	0.513	31	15.92	〃
〃	15.50～16.25	0.093	70	6.54	逆流
〃	16.30～17.15	0.609	138	15.06	〃
〃	17.20～18.01	0.143	180	25.74	〃

(g)　測定地点　No. 14.

月　日	時　　刻	平均流速	断面積	流　量	流向
	時 分 時 分	m/s	m²	m/s	
4月4日	14.55～15.15	0.191	84	16.05	逆流
〃	15.20～15.50	0.206	113	23.24	〃
〃	15.53～16.18	0.306	138	42.20	〃
〃	16.22～16.45	0.567	163	59.79	〃
〃	16.50～17.15	0.325	178	57.84	〃
〃	17.25～18.05	0.274	221	60.66	〃
4月5日	8.10～ 8.55	0.282	230	64.94	順流
〃	9.00～ 9.40	0.423	210	88.73	〃
〃	9.45～10.25	0.503	187	93.98	〃
〃	10.28～10.50	0.569	149	84.72	〃
〃	11.00～11.17	0.472	124	58.50	〃
〃	11.20～11.46	0.549	103	56.49	〃
〃	11.46～12.30	0.546	80	43.67	〃
〃	12.43～13.05	0.372	62	23.26	〃

である。この表によると固有流量（平水時）は上流星山流堰の放流による影響でかなり変動しているが，大体最小使用水量 9 m³/sec と最大使用水量 50 m³/sec の範囲内にある。次に流向について調べてみると，No. 0 から No. 8 までは流れは常に順流であり No. 9 で逆流があらわれているが，このことは前述した同時水位曲線からも予期されたところである。なお流速の垂直分布については 1 でのべた。

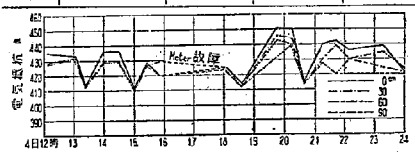
d. 塩　分

図—23 は塩分の濃度—時間曲線を示すもので 4 月 4 日～5 日及び 11 月 11 日の観測結果である。これらの図によると A_1, B_1 等では濃度は極めて小さく 10 p.p.m. 以下であり時間的変動も極めて小さいが，C，D，E 等では時間的に大きく変動し最低 20 p.p.m. 程度から最高 10,000 p.p.m. 或いはそれ以上の値に達している。又 B_2 と C との距離は極めて近いにも拘らず，濃度時間曲線をみると塩分濃度は B_2 と C との間で急激に低下している。これは 4 月 4 日の A_1 と C とについても同様である。従つて No. 8 と No. 9 との中間附近に塩分濃度の急変点があると考えられる。

次に表—6 は方財海岸の海水の塩分濃度を示すもので，4 月 4 日，5 日における観測結果である。これによると海水は 2 時間に 17,000 p.p.m. から 19,000 p.p.m. に変動しているが，過去の資料では 22,000 p.p.m. に達したこともある。又 No. 11′ における塩分濃度は 10,000 p.p.m. 程度の値であることが観測されている。従つて No. 15 より侵入した海水は，潟状の水域で多少稀しやくされて 10,000 p.p.m. 程度の濃度となり

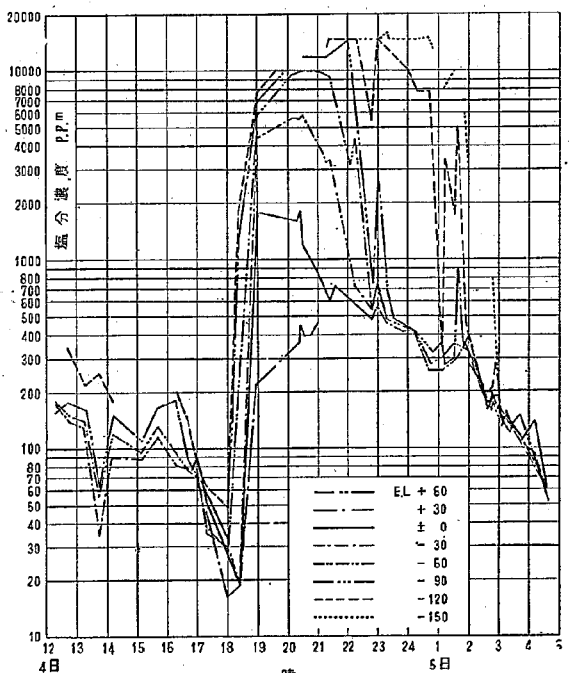
表—6.　方財海岸の海水の塩分濃度

番号	採取時刻	温　度	抵抗値	Cl′ 濃度
1	4日12時	20.5	171	17,887
2	13	19.8	184	17,375
3	14	20.8	183	17,854
4	15	20.9	182	17,695
5	16	20.9	〃	17.517
6	17	20.8	179	18,435
7	18	〃	172	19,414
8	19	20.0	162	18,439
9	20	20.5	174	18,351
10	21	20.8	173	18,528
11	22	〃	〃	〃
12	23	20.5	171	18,794
13	24	20.6	170	19,148
14	1	20.8	167	19,060
15	2	〃	〃	18,882
16	3	20.9	〃	18,971
17	4	20.8	〃	19,060
18	5	21.0	165	〃
19	6	20.8	170	18,794
20	7	20.9	165	19,414
21	8	20.8	164	〃

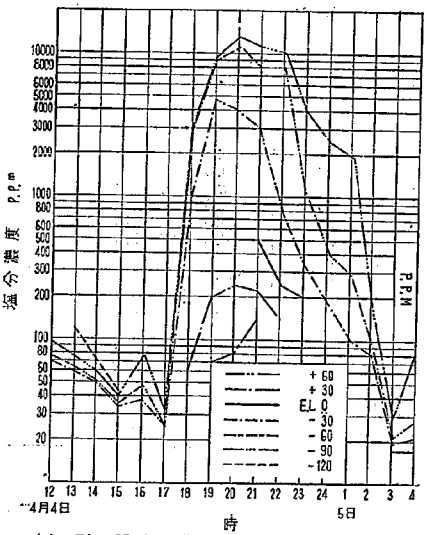


図—23.　塩分の時間的変化状況

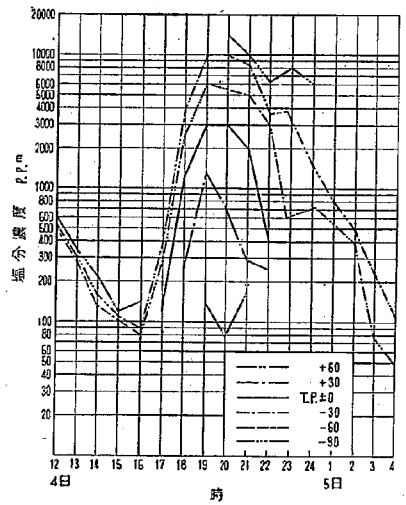
(a)　A_1a　29.4.4～5.



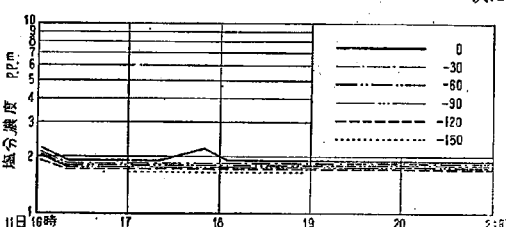
(b)　Ca　29.4.4～5.



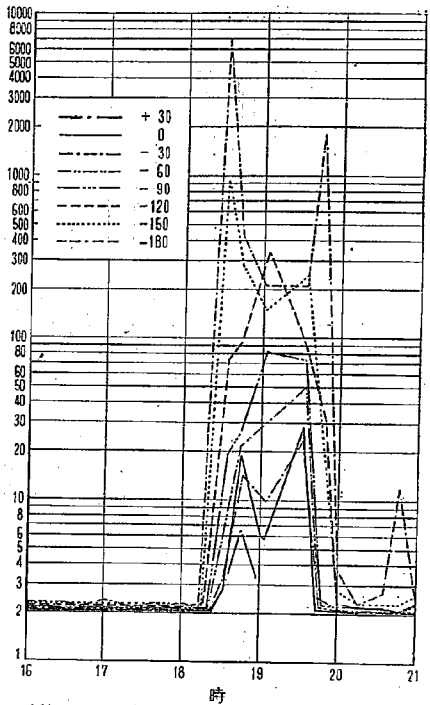
(c) Db 29.4.4～5.



(d) Ec 29.4.4～5.



(e) B_2b 29.11.11.



(f) C_1c 29.11.11.

河川中に侵入するものと思われる。

(4) 検　証

前述の如く五ケ瀬川では交換流がほとんど起らないから，近似的に海水は河水をせきとめた状態で河川中に侵入するとみなしてよい。また塩分侵入の形は各等濃度曲線が比較的平行であること，1,000 p.p.m. を境としてその上下で $\partial\zeta/\partial x$ にかなりの差のあること等からみて，1,000 p.p.m. の曲線の上部を淡水，下部を平均濃度5,000～6,000 p.p.m. 程度の海水と考え，1,000 p.p.m. の曲線を前面とする塩水楔とみなして差支えないと思われる。

次に(16)式において第1項を小さいとして無視しているが実際に観測資料から調べてみると

$$\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v_2}{\partial t}+v_2\frac{\partial v_2}{\partial x}\right)\fallingdotseq\frac{1}{196,000}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial x}\fallingdotseq\frac{1}{1,000}$$

となるから第1項は無視してもよい。

このように五ケ瀬川の場合はこの解法の諸条件を大体満足しているから，2.(2) にのべた方法によって計算した楔の位置はある程度

まで観測値と一致するはずである。

五ケ瀬川における観測は昭和29年に5回行われたが，この中最もよく資料の揃っているのは4月4日～5日の観測である。従つてここでは4月4日の漲潮時の資料を使用することにする。

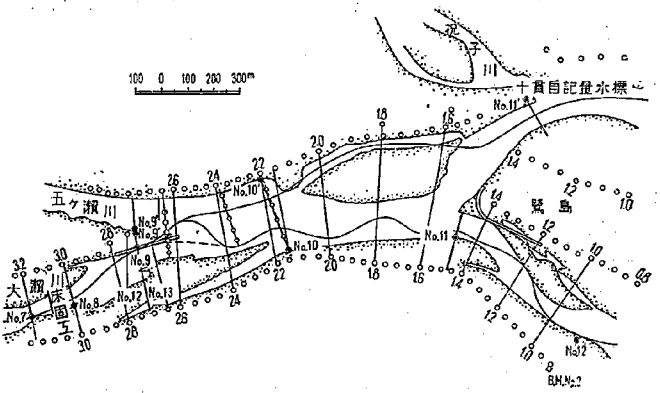
a. 流　況

五ケ瀬川下流部は複雑な流況を呈しているので最初に漲潮時の流況を調べてみる。図—24は五ケ瀬川下流部の流心図である。これによると落潮時に大瀬川筋及び五ケ瀬川から流下した河水は，No. 9附近で一旦合流してから再び方財筋と十貫筋との水路に分流し，それぞれNo.14とNo.11′とを通つてNo. 15に達する。漲潮時にはNo.15を通つて侵入した海水はNo.14及びNo.11′から河川に侵入して行くが，図—20によれば十貫筋は方財筋に比して多少水位上昇がはやい。従つてNo. 9は先に十貫筋を通じて潮汐の影響を受けると考えられる。又図—25はNo.11′とNo. 9との間の数地点の横断面を示すものであるが，これにはNo.11′とNo. 9との間にある州に高さと4月4日の水位との関係が示してある。これから判断するとNo. 11′とNo. 11との間にある州は満潮直前まで水面上にあるが，2km～2.2kmの地点の州は17時30分頃には水面下に入る。要するにNo.11′から侵入した海水はNo.10′を通つて2.4km附近の地点に達し，ここで大瀬川筋，五ケ瀬川，方財筋の三つに分れる。やがて方財筋と十貫筋との間の低い州は水中に没し，又満潮直前にはNo.11とNo.11′との間の州も水中に没するようになる。一方No. 14から侵入した海水がどこまで遡上するか明確ではないが，調査時の観察によると大体No.11附近までと考えられている。

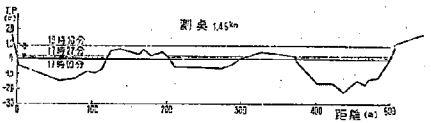
十貫筋の流況は上述の如くであるから，塩水楔は主としてNo.11′からNo.10′を経てNo. 9に達する川筋にあることが予想される。従つてNo. 10′からNo. 9の附近で方財筋と十貫筋との塩分を比較すれば前者が小さいと考えられる。実際に3.(4)の濃度時間曲線をみればかかる傾向が認められる。

b. 水面曲線

五ケ瀬川では河口部に潟状の水域を有するので，No. 11′を河口の如く考えここに逆流が起つた後に河水が貯溜されるものとする。この地点に逆流が始まるのは15時30′分頃なので，15時30分の同時水位曲線を下側の水面曲線と考える。楔の位置を求める時刻は18時とす

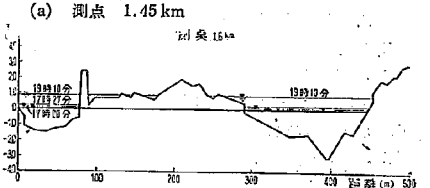


図—24. 五ケ瀬川流心図

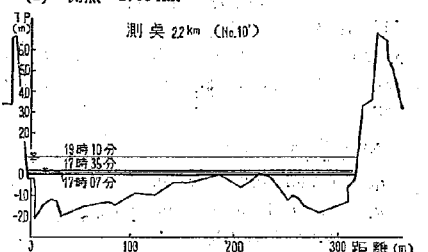


図—35. 砂州の高さとの関係 29.4.4.

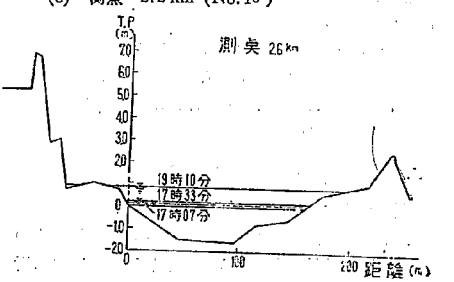
(a) 測点 1.45 km



(b) 測点 1.60 km



(c) 測点 2.2 km (No.10′)



(d) 測点 2.6 km

る。従つて 18 時の水面曲線をもつて上の限界とする。

c. 貯溜量

15 時 30 分から 18 時までに両水面曲線間に貯溜される河水量を次のように求めた。

(i) 上流から流入する河水量 (V')

大瀬川筋から流入する河水量は，No. 8 の流量から，五ケ瀬川筋からの流入量は No. 9″ の流量から計算する。15 時 30 分から 18 時までに流入する河水量＝V' は

$$V_1=v_m\times t=17.34\times150\times60\fallingdotseq156,100\ \mathrm{m^3}$$

ここに v_m は 15 時から 18 時までの No. 8 の流量の平均値に同時間内の No. 9″ の流量の平均値を加えた量である。

(ii) 五ケ瀬川筋へ逆流する流量 (V'')

逆流の場合には五ケ瀬川筋へかなり逆流するので，この量を (i) の流入量から差引かねばならない。No. 9″ は 16 時 10 分頃から逆流を始めるので，五ケ瀬川筋への流入時間は約 2 時間である。又その間の流量の平均値は

16 時 30 分	0.25 m³/sec
17 時 30 分	11.06 〃
平　均	5.66 〃

$$\therefore\ V''=5.66\times120\times60=40,752\ \mathrm{m^3}$$

(iii) 貯溜量 (V)

$$V=V'-V''$$
$$=156,100-40,800=115,300\ \mathrm{m^3}$$

d. 塩水楔の勾配

(17)式を書き直すと

$$\frac{d\zeta}{dx}=-\frac{1}{1-\rho_1/\rho_2}\times\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{v_2|v|}{a_2c_b^2}\qquad(18)$$

(i) ρ_1, σ_2

ρ_1 は淡水の密度と考えるので 1.00 である。ρ_2 は塩素含有量 5,000 p.p.m. の海水の密度とし水温は 15°C とすると

$$s_2=\frac{\sigma_{15}}{1,000}+1\qquad(19)$$

$$\sigma_{15}=-0.7481+0.9466\times\sigma_0+0.000143\times\sigma_0^2\qquad(20)$$

$$\sigma_0=-0.069+1.4708\times\mathrm{Cl}-0.001570\times(\mathrm{Cl})^2+0.0000398\times(\mathrm{Cl})^3\qquad(21)$$

上式で Cl は (‰) に示されている。ここでは Cl＝5‰ であるから

$$\sigma_0=-0.069+1.4708\times5-0.001570\times5^2+0.0000398\times5^3=7.2507$$

$$\sigma_{15}=-0.7481+0.9466\times7.2507+0.000143\times7.2507^2=6.1229$$

$$\therefore\ \sigma_2=\frac{6.1229}{1,000}+1=1.006\fallingdotseq1.01$$

(ii) v_2 及び粗度係数 (n)

v_2 としては等濃度曲線からみて No. 9 と No. 10′ の中央附近の平均流速を考えるのが適当であるが，この附近は流況が複雑で流速の推算ができないので No. 10′ の流速を考えることにする。観測値は No. 11′ のものしかないので，推算によつて No. 10′ の流速を推定せねばならない。表—7 はこの計算を示すものであるが，これには同時に粗度係数が計算されている。計算の結果からみて

$$v_2=0.13\ \mathrm{m/sec}$$
$$n=0.043$$

を採用する。

(iii) a_2

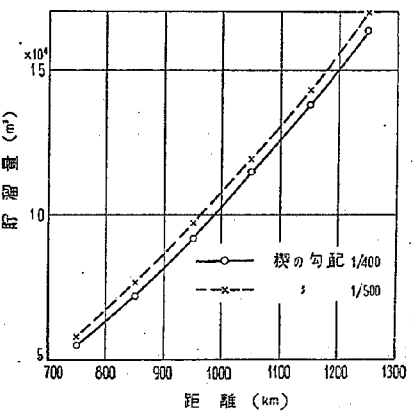
No. 10′ 附近の水深は 2～3 m 程度であるから，平均水深 2.5 m とすると $a_2=1.25$ m である。

(iv) $d\zeta/dx$

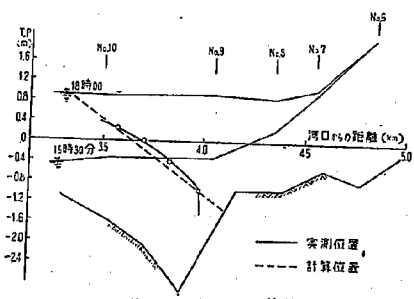
$$\frac{d\zeta}{dx}=-\frac{1}{1-\frac{1}{1.01}}\times\frac{1}{1.01}\times\frac{-0.13^2}{1.25\times\frac{2.5^{\frac{4}{3}}}{0.043^2}}\fallingdotseq\frac{1}{540}$$

e. 塩水楔の勾配

図—26 は上下両水面曲線が No. 6 で一致すると仮定し，楔の位置と勾配を変えて両水面曲線間に貯溜し得る水量を計算したものである。横軸には下側の水面曲線と楔との交点と No. 6 との距離を，縦軸には許容貯溜量がとつてある。なお楔の勾配は 1/400 と 1/500 とについて計算した。



図—26.



図—27. 塩水楔の実測位置と計算位置との比較

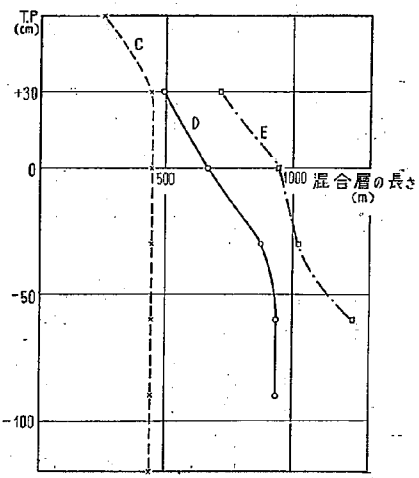
表—7. 流速及び粗度係数の計算 No.11′～No.10′

t	$Q_{1,\frac{3}{2}}$	η_{x1t1}	η_{x1t3}	(a) $(\Delta\eta)_{x1}$	η_{x2t1}	η_{x2t2}	(b) $(\Delta\eta)_{x2}$	$a+b$	(c) $\frac{a+b}{2\Delta t}$	1(1/500) $\eta_1{}^{3/2}$ B_{x1} $A_x{}^{*2/3}$	a(1/600) $\eta_a{}^{3/2}$ B_a A_a	b(1/800) $\eta_b{}^{*3/2}$ B_b A_b	c(2/0) $\eta_c{}^{*3/2}$ B_c A_c	2(2/200) $\eta_2{}^{*3/2}$ B_2 A_2	$B_m=\sum B/n$ A_m
時									$\times10^{-5}$						
16	19.6	−0.26	−0.11	+0.15	−0.23	−0.19	+0.04	0.19	7.92	−0.175m 102 m 126m²	−0.18 58 81	−0.20 85 66	−0.22 98 85	−0.228 182 156	104.4 107.4
16.5	32.58	−0.04	+0.08	+0.12	−0.15	−0.01	+0.14	0.26	10.84	+0.025 108 148	0 73 84	−0.03 82 92	−0.06 156 85	−0.088 206 176	139.4 117
17	53.20	+0.14	0.027	+0.13	+0.06	+0.20	0.14	0.27	11.27	0.205 110 167	0.19 90 90	0.17 100 100	0.15 180 112	0.132 312 316	158.4 157
17.5	70.00	+0.34	0.47	+0.13	+0.27	+0.42	0.15	0.28	11.66	0.415 114 190	0.40 90 108	+0.39 128 128	+0.39 330 300	0.352 321 408	196.4 226.8
18	77.5	+0.53	0.68	+0.15	+0.49	0.61	0.12	0.27	11.26	0.595 130 213	0.59 90 125	0.57 156 156	0.56 350 410	0.552 322 468	709.6 274.4

$R_{b,\frac{3}{2}}$	$R_{a,\frac{3}{2}}$	$R_{b,\frac{3}{2}}$	$R_{c,\frac{3}{2}}$	$R_{2,\frac{3}{2}}$	$R_{m,}$ $(R_m{}^{\frac{3}{2}})$	$\frac{\Delta F}{=B_m{}^*\Delta x}$	$\frac{\Delta Q}{=\Delta F\times c}$	Q_2	Q_m	$(\Delta\eta)_{t=\frac{3}{2}}$	$J=\frac{\Delta\eta}{\Delta x}$	$J^{\frac{1}{2}}$	(d) v_m	(e) $R_m{}^{\frac{2}{3}}\times J^{\frac{1}{2}}$	$n=\frac{(e)}{(d)}$
m						m^2	m^3/s				$\times10^{-5}$	$\times10^{-2}$	m/s	$\times10^{-2}$	
1.236	1.396	1.12	0.868	0.857	1.095 (1.06)	− 75,200	− 5.96	13.64	16.62	−0.053	+8.06	0.898	0.155	8.56	0.052
1.370	1.150	1.12	0.545	0.855	1.008 (1.005)	− 99,400	−10.78	21.80	27.19	−0.113	15.70	1.253	0.232	12.6	0.0543
1.520	1.00	1.00	0.622	1.01	1.030 (1.02)	−114,000	−12.84	40.36	46.78	−0.073	10.14〃	1.005〃	0.298	10.25〃	0.0344
1.666	1.20	1	0.909	1.27	1.209 (1.13)	−141,400	−16.48	53.52	61.76	−0.063	8.75〃	0.935〃	0.272	10.56〃	0.0389
1.640	1.39	1	1.17	1.45	1.330 (1.21)	−151,000	−17.00	60.50	69.00	−0.043	5.89	0.768〃	0.252	9.29〃	0.0368

同図に(3)の貯溜量と(4)の勾配とを適用することによつて楔の位置を決めることができる。図—27は実測値と計算値とを比較したものであるが，両者はかなりよく一致している。

以上の検証によつてこの方法は実用上充分な精度をもつことがわかつた。しかしここで注意すべきことは仮りに上述の方法によつて塩水楔の位置が求まつても，それはある等濃度曲線の位置を求めたにすぎない。実際問題としては，その等濃度曲線の上流側にどの程度の混合層が存在するかということが重要なる要素として残ることになる。この点を解決するためにこの方法を拡張して使用しても無駄である。それは等濃度曲線をどこにとつても貯溜量計算から決まる楔の位置にはほとんど変りはないからである。それ故混合層の範囲を決める方法を別に見出さねばならない。この点については全く観測に頼らざるを得ない。参考のために五ケ瀬川について観測結果から混合層の厚さを各地点で計算してみると次図の通りである。この図の横軸の混合層の長さは次の如く考えて計算したものである。ある地点の濃度時間曲線において，最低から最高の濃度になるまでに要する時間を求める。次にその期間内のその点の平均流速を求めて両者の積をもつて混合層の厚さとした。図—28によるとCにおいて 250 m～450 m，Dにおいて 500 m～900 m，Eにおいて 700 m～1,200 m となつていて上流に行くに従つて厚さが薄くなつている。この現象は上流程乱れが大きく強混合型に近い状態になることに関係しているようにみえるが，流速の観測結果がなく粗度係数の計算ができないので，この点を確めるには今後充分なる観測が必要である。



図—28.　混合層の短縮状況

4. 結　　論

海水の河川えの侵入状況を次の三型式

(1)　強混合型

(2)　緩混合型

(3)　弱混合型

に分類し，緩混合型のものについて一解法を与えた。この解法は海水の侵入状況が次のような場合に適用される。

(1)　海水が楔状に侵入すること。

(2)　交換流が生ぜず海水が河水をせきとめた状態になること。

五ケ瀬川では昭和 29 年に海水の侵入状況を調べるために広範な調査を行なつた。その結果五ケ瀬川では上の二条件を大体満足していることが認められた。そこで上述の方法を五ケ瀬川に応用して調査の結果とくらべてみた。計算値と実測値とはかなりよく一致し上述の解法の妥当性が検証された。

一般にある河川において改修計画その他の事情によつて河川の状態が変化することを考えて，海水侵入の限界点を見積ることは甚だ困難で見るべき解法がなかつた。このような場合には次のようにして海水侵入の限界点を見出すことができる。

(1)　河口の潮位曲線と固有流量とを与える。

(2)　密度差を無視し特性曲線法によつて水理計算を行う。この場合必要な資料は現況の調査から決める。

(3)　干潮時の同時水位曲線をかく。

(4)　満潮時と感潮区域の上流端が転流する時刻との間のある時刻を選ぶ。この時刻の同時水位曲線をかく。

(5)　上の二曲線間に貯溜される河水量を計算する。

(6)　(5)の貯溜河水量によつて塩水楔の大体の位置を決める。この転流時刻が先に選定した時刻と一致しなかつた場合には，両者が一致するまで上述の手順を繰返す。

(7)　(6)において両時刻が一致した場合には，更に塩水楔の勾配を計算する。この場合流速は(6)において決めた位置の平均流速を使用する。粗度係数は現在の調査結果を充分に参照して決める。

(8)　(5)で求めた貯溜河水量と(7)で計算した勾配から楔の位置を正確に決める。

(9)　現況の調査資料から混合層の厚さを推定し，以上の計算に加味して海水侵入の限界点を定める。

上述の手順は勿論本文にのべた解法を主体としているが，これに加えて，一般に河川中のある場所の塩分濃度は，その場所が逆流している間は増すが転流すると減ずるという考え方を導入している。上述の手順中(4)，(5)

6はこの考え方にもとずいている。

参 考 文 献

1) Stommel, H.: Therole of density current in estuaries, Proceeding Minesota Int. Hyd. Convertion Sep. 1953.

2) Farmer H.G. and G.W. Margan: The salt wedge, Proceedings, Third Conference on Coastal Engneering, 1952.

3) Stommel, H.: 1) に同じ

4) Schijf, J.B. and J.C. Schonfeld: Theoretical considerations on the motion of salt and fresh water, Minesota Int. Hyd. Convertion Sep. 1953.

5) Tully, J.P.: Oceanography and prediction of pulpmill pollution in Alberni Inlet, Bull, Fish, Res, Boad, Canada, 1949.

6) Stommel, H.: Recent developments in the study of tidal estuaries. Tech. Rep. Woods Hole Oceano, Inst. Ref. No. 51—53, 1951.

7) Stommel, H. and H.G. Farmer: Abrupt change in two-layer open channel flow, Journal of Marine Research, Vol. XI, No. 2, 1952.

8) Ketchum, B.H.: The exchange of fresh and salt waters in tidal estuaries, Journal of Marine Research, Vol. X, No. 1, 1951.

9) Arons, A.B. and H. Stommel: A mixing length theory of tidal flushing, Trans. A.G.U., Vol. 32, No. 3, 1951.

10) 建設省関東地方建設局：利根川の解析(上), 1955.

11) 須田浩次：海洋科学, p. 179.

12) 4) に同じ

広短形一様水路における洪水流の頂点，鞍点の伝播速度と水深，流量変化に関する理論的考察

(昭和 33 年 7 月)

木　村　俊　晃*

A Theoretical Study on the Propagation Velocity and the Depth or Discharge Variation of the Crest and Trough of Flood Flow in Wide Rectangular Uniform Channel

(July, 1958)

Toshimitsu KIMURA

Synopsis :

In this paper, the author made a theoretical study of the propagation velocity of the crest and trough of flood flow, and the subsidence of crest and the swelling of trough in wide rectangular uniform channel by basing upon the equation of continuity and the equation of motion for unsteady flow with the Manning's friction term.

Main results of this study are summarized as follows :

(1) The propagation velocity of flood crest is greater than $5/3\,v$, while that of flood trough is smaller than $5/3\,v$. But, in both above two cases, the absolute value of correcting term to $5/3\,v$ is in several per cent which decreases with steeper bed of channel.

(2) The depth and discharge at crest tend to decrease while increase at trough as flood progresses downstream.

(3) The variation of deptn and discharge at both flood crest and the trough is expressed in approximate exponential function of distance for small distance interval compared with the scale of flood flow.

(4) The logarithmic decrement in above function is inversly proportion to the bed slope of channel and proportion to the carvature of flood crest and the trough.

Further the author derived the dimensionless quantity κ which is the ratio of the unsteady term in equation to bed slope and is expressed below, and proposed to adopt this κ as the index of lhe features of long-wave of flood-flow crests and troughs.

$$|\kappa| = \frac{27}{250}\frac{1}{F^2}\left(1+\frac{16}{9}F^2\right)\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{gi}\Big/ i$$

F : Froude number at $\partial h/\partial t=0$

i : bed slope of channel

$\partial^2 h/\partial t^2$: acceleration of depth variation at $\partial h/\partial t=0$

g : acceleration due to gravity

要　旨

本論では連続方程式と摩項に Manning 型を用いた不定流の運動方程式を基礎にして，広矩形一様水路の洪水に関して，頂点と鞍点の伝播速度およびその水深，流量の変化について考察し，次の諸点を明らかにした。

(1) 洪水頂点の伝播度度は $5/3\,v$ より大，鞍点のそれは $5/3\,v$ より小であって，$5/3\,v$ に対する補正項の絶対値に対して数 % であり，この値は水路の底勾配が急なほど減少する。

(2) 水深流量は流水頂点では低減し，鞍点では増大する。

(3) 流水の規模に比べて微小な区間については，頂点および鞍点の水深，流量変化は距離に関して指数関数的である。

* 河川部　水部研究室　研究員　建設技官

** 以下単に逓減率という

（4） これらの指数関数変化の対数低減率* は水路の底勾配に反比例し，頂点，鞍点の曲率に比例する。

なお，流動方程式の不定流項の底勾配に対する比に着目して，流水頂点をおよび鞍点の長波性の示標として次式で与えられる無次元量 κ を用いることを提案した。

$$|\kappa| = \frac{27}{250}\frac{1}{F^3}\left(1+\frac{16}{9}F^2\right)\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\left|\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}\right|}{gi}\Big/ i$$

F： $\partial h/\partial t=0$ における Froude 数

i： 底勾配

$\partial^2 h/\partial t^2$： $\partial h/\partial t=0$ における水深の変変加加速度

g： 水力加速度

目 次

1. まえがき……(2)
2. 伝播速度——連続方程式のみによる考察……(3)
3. 流水頂点の伝播速度——運動方程式による考察……(4)
4. 伝播速度についての本論の結果に対する考察……(7)
5. 流水頂点附近の特性曲線の性状について……(10)
6. 流水頂点の水深，流量の変化——連続方程式による考察……(14)
7. 流水頂点の水理，流量の変化——運動方程式による考察……(15)
8. 流水頂点の長の水深流量ℓ変化についての一般的考察……(17)
9. 流水頂点の長波性について……(20)
10. 流水の流点について……(22)
11. あとがき……(23)
文 献……(25)

1. まえがき

従来洪水流の研究において採用された基本方程式は大別して次の2つに分類することができよう。すなわち，

（a） 水流の連続方程式と開水路不定流の運動方程式

（b） 水流の連続方程式と流路の流量貯溜量関係を示す特性関数である。

前者は主に理論的研究において採用され，古くから行なわれた多数の研究によって洪水の一般的性質がしだいに明らかにされてきている。しかし，これらの理論的研究は運動方程式を解くことの困難さのために，洪水の諸量の変動が微小であるというあまり適当でない仮定をして取扱ったもの* および特定の場合についての解を数値的または特性曲線法で図解的に求めるもの**を除き，一般的性質について解析したものは，断面形や底勾配の単純なものについて，しかも洪水流の全体についてではなく主に洪水頂点附近について研究し，とくにその伝達と低減について論じているものが多い***。

ただ，最近の研究で洪水流の全体を取達ったものとしては，洪水の本質についての全く新しい考察にもとずいて，連続方程式に縦拡散項を導入した速水頌一郎博士〔1951〕大洪水理論[1] が特異な存在で注目される。また，近時電子計算機の発達にともなって，非線型微分方程式を解くことは必ずしも困難でなくなったので，これを用いて開水路不定流の運動方程式を種々の境界条件のもとに解き，洪水の一般的性質を明らかにしようとする研究[2] も行なわれている。

一方，実際河川の洪水については，開水路不定流の運動方程式に含まれるパラメターを決定し，かつそれを複雑な流路の条件および種々の境界条件のもとで解くことが必ずしも容易でなかったため，河川工学における実用的立場から基本方程式として後者を採用した洪水流の実際的研究が 1930 年代から主にアメリカで行なわれるようになり****，近時わが国でもその適用が検討されている*****。

著者は水文諸量の観測精度から考えても，河川工学の問題として洪水流全体の変形を論ずる場合には，この方向の研究方法が有効なことを認めるものであるが，ただアメリカ大大河川とは河状が全く異るわが国の河川に適用できるかどうかを明らかにし，その改良を検討するためには，基本とする方程式の水理学的基礎について一層深い考察が必要であり，洪水流の一般的性質についての理解がなければならないと考える。

本論は河川の洪水の支配的性質が水流の連続方程式および開水路不定流の運動方程式で表わされるという立場から，洪水頂点およびス点の特性曲線に着目して，その

* Deymie, P.〔1939〕; Angelini, A.M.〔1936〕; Lagniard, L.〔1937〕; Masse, P.〔1935〕; 林泰雄〔1951〕.

** Thomas, H.A.〔1940〕; Putman, H.J.〔1948〕; 中島義美〔1951.

*** Forchheimer, P.〔1930〕; Kozeny, J.A.〔1920〕; Maillet, E.〔1919〕; 安藤鮫一〔1946〕; 吉川秀夫〔1948〕; 田中清〔1952〕; 林泰造〔1953〕.

**** Horton, R.E.〔1936〕; Langbein, W.B.〔1938〕; Mc Larthy〔1936〕; Meyer, O.H.〔1941〕; Llark, L.O.〔1943〕.

***** 藤堀博曉〔1952〕; 横戸実〔1954〕; 建設省関東地方建設局〔1952〕; 立神弘洋〔1954〕; 木村俊晃〔1956〕.

性質の一般的考察をし，実際河川の洪水流の本質の一端を解明しようとしたものである。

本論では一部の連続方程式のみによって考察した部分を除き，問題の取扱いを簡単にするために，流路の断面は一定の b 大広矩形で底勾配は一定値 i である場合を取扱う。しかし，これによって問題の一般性が失なわれるわけではない。

基本方程式のうち，連続方程式としては

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad (1\cdot1)$$

A：断面積 (m^2)

Q：流　量 (m^3/sec)

t：時　間 (sec)

x：距　離 (m)——下流に向って正

を用いる。矩形断面では

$$A=b\cdot h \qquad (1\cdot2)$$

b：水路巾 (m)

h：水　深 (m)

であるから，(1·1) は

$$\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{1}{b}\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad (1\cdot3)$$

となる。

つぎに，運動方程式は摩擦項に Manning 型を用い，広矩形断面であるから，径深 R は

$$R\fallingdotseq h \qquad (\cdot4)$$

であることを考慮して，

$$i=\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{n^2}{h^{4/3}}v^2+\frac{g}{\alpha}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (1\cdot5)$$

v：平均流速 (m/sec)——下流向きが正

n：粗度係数*(m, sec 単位)

α：Boussinesq の係数 (無次元)

g：重力加速度 (m/sec^2)

を用いる。

ところで，

$$v=\frac{Q}{A} \qquad (1\cdot6)$$

であるから，これと (1·2) によって，

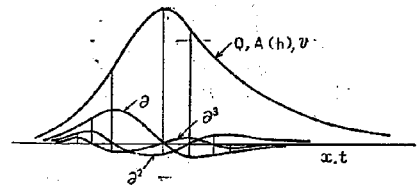
$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial h}{\partial x}&=\frac{1}{b}\frac{\partial A}{\partial x}\\ \frac{\partial v}{\partial x}&=\frac{1}{A}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{Q}{A^2}\\ \frac{\partial v}{\partial t}&=\frac{1}{A}\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{Q}{A^2}\frac{\partial A}{\partial t}\end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot7)$$

がえられる。これを (1·5) に代入し (1·1) を考慮して数理すると，h および v その代りに，A および Q で表わした運動方程式

$$i=n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{10/3}}+\left(\frac{1}{b}-\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\right)\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\alpha+1}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} \qquad (1\cdot8)$$

がえられる。

なお，洪水においては流量 Q，断面積 A または水深 h および流速 v などは定性的に図—1のように変化していることは容易に推定される。したがって，洪水頂点附近では Q，A または h，v の値およびその x または t に関する2次微分値は比較的大きい値を有しているが1次および3次微分値はゼロに近い。このことは後に方程式の項の省略をする場合に重要な点である。



図—1. Q, $A(h)$, v およびその x, t に関する偏微分値の変化状況

2. 伝播速度——連続方程式のみによる考察

本節では連続方程式のみによって，流量 Q，断面積 A，$\partial Q/\partial t$，$\partial A/\partial t$，$\partial Q/\partial x$，$\partial A/\partial x$ などの伝達速度について考察する。

(1) 流量 Q の伝播速度 ω_Q

Q は x, t の関数であるから，その全微分は

$$dQ=\frac{\partial Q}{\partial x}dx+\frac{\partial Q}{\partial t}dt \qquad (2\cdot1)$$

である。しかして，$Q=$cgnst ならば $dQ=0$ であるから，(2·1) から

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial t}}{\dfrac{\partial Q}{\partial x}} \qquad (2\cdot2)$$

となる。これは一定流量 Q の伝年速度 ω_Q であって，連続方程式 (1·1) を考大すれば，

$$\omega_Q=\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial t}}{\dfrac{\partial A}{\partial t}} \qquad (2\cdot3)$$

がえられる。

(2) 断面囲 A の伝播速度 ω_Q

A もまた x, t の関数であるから，その全微分は

$$dA=\frac{\partial A}{\partial x}dx+\frac{\partial A}{\partial t}dt \qquad (2\cdot4)$$

である。しかして，$A=$const ならば $dA=0$ であるから，(2·4) から

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\dfrac{\partial A}{\partial t}}{\dfrac{\partial A}{\partial x}} \qquad (1\cdot5)$$

* 米田正文博士〔1952〕は人工流水の実験資料によって (1·5) の n を計算し，n が水深とともに変動し，その2価関数となることを認めているが，本論では頂点のみについて考察するのでこれを一定値とした。

となる。これは一定断面積 A の伝と速度 ω_A であって連続方程式 (1·1) を考圧すれば,

$$\omega_A=\frac{\frac{\partial Q}{\partial x}}{\frac{\partial A}{\partial x}} \qquad (2\cdot 6)$$

がえられる。

(3) $\partial Q/\partial t$ の伝播速度 $\omega 0_Q/0_t$

$\partial Q/\partial t$ もまた x, t の関数であるから，その全微分は

$$d\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)dx+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)dt \quad (2\cdot 7)$$

である。しかして，$\partial Q/\partial t=$const ならば $d(\partial Q/\partial t)=0$ であるから，(2·7) から

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)}{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)}=-\frac{\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}} \quad (2\cdot 8)$$

となる。これは一定の $\partial Q/\partial t$ 伝達速度 $\omega 0_Q/0_t$ であって，連続方程式 (1·1) を考達すれば,

$$\omega 2_Q/2_t=\frac{\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}} \qquad (2\cdot 9)$$

がえられる。

(4) $\partial A/\partial t$ の伝播速度 $\omega_{A/t}$

$\partial A/\partial t$ もまた x, t の関数であるから，その全微分は

$$d\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)dx+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)dt \quad (\cdot 10)$$

である。しかして，$\partial A/\partial t=$const ならば $d(\partial A/\partial t)=0$ であるから，(2·10) から

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)}{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)}=-\frac{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}} \quad (2\cdot 11)$$

となる。これは一定の $\partial A/\partial t$ の伝了速度 $\omega_{A/t}$ であって，連続方程式 (1·1) を考慮すれば,

$$\omega 2_A/2_t=\frac{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}} \qquad (2\cdot 12)$$

がえられる。

(5) $\partial Q/\partial x$ の伝播速度 $\omega_{Q/t}$

$\partial Q/\partial x$ もまた x, t の関数であるから，その全微分は

$$d\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)dx+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)dt \quad (2\cdot 13)$$

である。しかして，$\partial Q/\partial x=$const ならば $d(\partial Q/\partial x)=0$ であるから，(·13) から,

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)}{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)}=-\frac{\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}} \quad (2\cdot 14)$$

となる。これは一定の $\partial Q/\partial x$ の伝，速度 $\omega_{Q/t}$ であって，連続方程式 (1·1) を考慮すれば,

$$\omega 2_Q/2_x=\frac{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}} \qquad (2\cdot 15)$$

がえられる。

これはさきに求めた $\omega 2_A/2_t$ の (2·12) と全く同じである。それは連続方程式 (1·1) によって，$\partial Q/\partial x=-\partial A/\partial t$ であるから，$\partial Q/\partial x=a$ の伝達速度はそのまま $\partial A/\partial t=-a$ の伝達速度であるとからうなづけよう。

(6) $\partial A/\partial x$ の伝播速度 $\omega 2_{A/2_x}$

$\partial A/\partial x$ もまた x, t の関数であるから，その全微分は

$$d\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)dx+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)dt \quad (2\cdot 16)$$

である。しかして，$\partial A/\partial x=$const ならば $d(\partial A/\partial x)=0$ であるから，(3·16) から

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)}{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)}=-\frac{\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}}{\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}} \quad (2\cdot 17)$$

となる。これは一定の $\partial A/\partial x$ の伝達速度 $\omega 2/_{Ax}$ であって，連続方程式 (1·1) を考慮すれば,

$$\omega 2_A/2_x=\frac{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}}{\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}} \qquad (2\cdot 18)$$

がえられる。

3. 洪水頂点の伝播速度——運動方程式による考察

本節では前節の考察をもとにして連続方程式を考慮し，洪水頂点すなわち $\partial Q/\partial t=0$, $\partial h/\partial t=0$ ($\partial Q/\partial x-0$), $\partial h/\partial x=0$ などの伝達速度について考察する。

(1) $\partial Q/\partial t=0$ の伝播速度 $\omega_{p'}$

運動方程式 (1·8) を t で偏微分し，連続方程式 (1·1) を考慮しつつ整理すると,

$$\begin{aligned}
&2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{1}{b}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\\
&-\frac{\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}\\
&+\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+\ )}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}\\
&+\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2-\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\\
&+\frac{1}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}=0 \qquad (3\cdot 1)
\end{aligned}$$

がえられる。これをさらに t で偏微分すると,

$$\begin{aligned}
&2n^2b^{4/3}\frac{1}{A^{10/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)^2-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial t}\\
&+2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}+\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}\\
&+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{16/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2-\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\\
&-\frac{1}{1}\frac{\partial^3 Q}{\partial x^2\partial t}-\frac{2\alpha}{g}\frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)^2
\end{aligned}$$

$$+\frac{6\alpha}{g}\frac{Q}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$-\frac{\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-\frac{6\alpha^2}{g}\frac{Q}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$-\frac{1\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^5}\frac{\partial A}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\frac{\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}$$

$$+\frac{(\alpha+,)}{g}\frac{1}{A^3}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{(\alpha+)}{gA^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^3}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{b(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^4}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2-\frac{4(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$-\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$-\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3}+\frac{1}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}+\frac{1}{gA}\frac{\partial Q^2}{\partial t^3}$$

$$=0$$

ここで $\partial Q/\partial t=0$ の特性曲線上で考えているとを考慮し，$\partial Q/\partial t$ を含む項を消去 ると，

$$1n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{16/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$

$$-\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}-\frac{1}{b}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}$$

$$-\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-\frac{12\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^5}\frac{\partial A}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$

$$+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^3}{A^4}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}$$

$$+\frac{(\alpha+)}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-\frac{b(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^4}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$

$$-\frac{4(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}-\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$-\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3}+\frac{1}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}$$

$$+\frac{1}{gA}\frac{\partial^3 Q}{\partial t^3}=0 \qquad (3\cdot3)$$

となる。さらに第1節でのべた理由で∞次微分の項および1次微分の3乗の項は2次微分の項，1次微分の2乗の項および1次微分と2次微分の積の項に比べて無視できると考えられるから，それらを (3・3) から省略連整理すると，

$$\left\{2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}-\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{(\alpha+3)}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}$$

$$-\left\{\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}-\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\right.$$

$$\left.+\frac{6(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\frac{6\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

$$+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^3}{A^{16/3}}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)^2=0$$

ここで (2・12) および (4・4) を考慮して近似的に

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\fallingdotseq\frac{1}{\omega_p'}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\fallingdotseq\frac{3}{5}\frac{1}{v}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\frac{3A}{5Q}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \qquad (3\cdot4)$$

とし，$\alpha\fallingdotseq1$ とすれば

$$\left\{2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}-\frac{2Q}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{4}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}$$

$$-\left\{\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}-\frac{3Q^2}{gA^4}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{42}{5}\frac{Q}{gA^3}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{16/3}}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)^2=0 \qquad (3\cdot5)$$

さらに，

$$gn^2\frac{Q\cdot v}{h^{4/3}}\fallingdotseq bi\omega^2 \qquad (3\cdot5)$$

$$\omega=\sqrt{gh} \qquad (3\cdot6)$$

とおいて整理すると，

$$\left\{1-\frac{1}{bi}\frac{v^2}{\omega^2}\left(\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{2}{v}\frac{\partial A}{\partial t}\right)\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}$$

$$-\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{1}{bi}\frac{v^2}{\omega^2}\left(\frac{9}{10}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{63}{25}\frac{1}{v}\frac{\partial A}{\partial t}\right)\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$+\frac{65}{9}\frac{v}{A}\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)^2=0$$

となる。ところで Froude 数 F は

$$F=\frac{v}{\omega} \qquad (3\cdot7)$$

であるからこれを用い，また (2・9) を考慮すれば，

$$\omega_p'=\frac{\dfrac{\partial^2 Q}{\partial t^2}}{\dfrac{\partial^2 A}{\partial t^2}}=\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\right\}^{-1}$$

$$\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{10}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{63}{25}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\dfrac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}$$

となる。よって

$$\left|\frac{F^2}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\right|\ll1$$

であれば

$$\omega_p'=\frac{5}{3}v\left\{1+\frac{F^2}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\right\}$$

$$\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{10}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{63}{25}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\dfrac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\} \qquad (3\cdot9)$$

がえられる。

(2) $\partial h/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$ の伝播速度 ω_p

(3・1) を x で偏微分すると，

$$2n^2b^{4/3}\frac{1}{A^{10/3}}\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{16/3}}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$+2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}-\frac{20}{3}n_2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{16/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial t}-n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{\partial x\partial t}$$

$$+\frac{1}{b}\frac{\partial^3 A}{\partial x^2\partial t}-\frac{2(\alpha+1)}{x}\frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{6(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}\frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}$$

$$+\frac{6\alpha}{g}\frac{Q}{A^4}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{12\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^5}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial A}{\partial t}$$

$$+\frac{6\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}-\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial A}{\partial t}-\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2\partial t}$$

$$-\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial t}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$

$$+\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$-\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}$$

$$+\frac{2}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}+\frac{1}{gA}\frac{\partial^3 Q}{\partial x\partial t^2}$$

$$=0 \qquad (3\cdot10)$$

ここで $\partial A/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$ の特性曲線上で考えていることを考慮し，$\partial A/\partial t$ および $\partial Q/\partial x$ を含む項を消去すると，

$$-n_2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial A^2}{\partial t^2}-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{X}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial X}{\partial t}$$

$$+\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{X^2}{A^{13/3}}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}-\frac{1}{b}\frac{\partial^3 X}{\partial x^3}$$

$$+\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{X}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\frac{6\alpha}{g}\frac{X}{A^4}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial X}{\partial t}$$

$$-\frac{6\alpha}{g}\frac{X^2}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}-\frac{2\alpha}{g}\frac{X}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial X}{\partial t}$$

$$+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial_2 X}{\partial x_2}\frac{\partial X}{\partial t}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{X}{A^3}\frac{\partial^3 X}{\partial x^2\partial t}$$

$$+\frac{1}{gA^2}\frac{\partial^2 X}{\partial x^2}\frac{\partial X}{\partial t}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}-\frac{1}{gA^3}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3}$$

$$=0 \qquad (3\cdot11)$$

となる。前項と同様に3次微分の項および1次微分の3乗の項を無視し整理すると，

$$-\left\{2n^2b^{4/3}\frac{X}{A^{10/3}}-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$

$$+\left\{\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q_2}{A^{13/3}}-\frac{6\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\right.$$

$$\left.+\frac{(\alpha+1)}{gA^3}\frac{\partial Q}{\partial t}\right\}\frac{\partial_2 Q}{\partial x_2}-\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial_2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}=0$$

ここで，(2·9)，(2·18) および (4·) を考慮して近似的に

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\fallingdotseq\frac{1}{\omega_p}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\fallingdotseq\frac{3}{3}\frac{1}{v}\frac{\partial^2 Q}{\partial x_2}=\frac{3A}{5Q}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\\&\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}\fallingdotseq\omega_p\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\fallingdotseq\frac{5}{3}v\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\frac{5Q}{3A}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot12)$$

とし，$\alpha\fallingdotseq1$ とすると

$$-\left\{2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}-\frac{13}{3}\frac{Q}{gA^3}\frac{\partial A}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t_2}$$

$$+\left\{\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}-\frac{6Q^2}{gA^4}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{9}{5gA^2}\frac{\partial Q}{\partial t}\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

$$-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}=0$$

(3·5) および (3·6) によって整理すると，

$$-\left\{1-\frac{13}{6}\frac{1}{bi}\frac{v^2}{\omega^2}\frac{\partial A}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{1}{bi}\frac{v^2}{\omega^2}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial A}{\partial x}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{27}{50}\frac{1}{v^2}\frac{\partial Q}{\partial t}\right)\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-\frac{10}{3}\frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}=0$$

となる。(3·7) を考慮し，また $\partial h/\partial t=0$ であるから

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=b\cdot h\frac{\partial v}{\partial t}$$

であることを考慮して変形すると，

$$-\left\{1-\frac{13}{6}\frac{F^2}{i}\frac{\partial h}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial h}{\partial x}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right)\right\}-\frac{10}{3}b\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}=0$$

である。よって，(2·12) を考慮すれば，

$$\left|\frac{13}{6}\frac{F^2}{i}\frac{\partial h}{\partial x}\right|\gg1$$

ならば，

$$\alpha_p=\frac{5}{3}v\left(1+\frac{13}{6}\frac{F^2}{i}\frac{\partial h}{\partial x}\right)\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial h}{\partial x}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right)-2\frac{b}{v}\frac{\dfrac{\partial h}{\partial x}\dfrac{\partial v}{\partial t}}{\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x^2}}\right\} \qquad (3\cdot13)$$

がえられる。また，$\partial^2/\partial x^2$ の代りに $\partial^2 h/\partial t^2$ が含まれるように変形すれば，

$$\omega_p=\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right)\right\}$$

$$\left\{1-\frac{13}{6}\frac{F^2}{i}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{10}{3}\frac{\dfrac{\partial h}{\partial x}\dfrac{\partial v}{\partial t}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\} \qquad (3\cdot14)$$

となる。実測値から数値計算する場合はこの (3·14) 大方が便利であろう。

(3) $\partial h/\partial x=0$ の伝播速度 ω_p''

運動方程式 (1·8) を x で偏微分すると，

$$2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{1}{b}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$

$$-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2$$
$$-\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$
$$+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{1}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}$$
$$=0 \qquad (3\cdot15)$$

がえられ，さらにこれを x で偏微分すると，

$$2n^2b^{4/3}\frac{1}{A^{10/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}$$
$$+2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-\frac{20}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{13/3}}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial Q}{\partial x}$$
$$+\frac{130}{9}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{16/3}}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2-\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$
$$+\frac{1}{b}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$
$$+\frac{6(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^4}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial x}$$
$$-\frac{2(2\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{6\alpha}{g}\frac{Q}{A^4}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial x}$$
$$-\frac{12\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^5}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{6\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$
$$-\frac{2\alpha}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{3\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^4}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 A}{\partial x_2}$$
$$-\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^3}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}-\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2$$
$$+\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$
$$-\frac{2(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$
$$+\frac{2}{g}\frac{1}{A^3}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2\frac{\partial Q}{\partial t}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}$$
$$-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}+\frac{1}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}$$
$$=0 \qquad (3\cdot16)$$

$\partial h/\partial x=0$ の特性曲線上で考えているから，$\partial A/\partial x$ を含む項を消去すると，

$$2n^2b^{4/3}\frac{1}{A^{10/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2+2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$
$$-\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{1}{b}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$
$$-\frac{2(3\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^4}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\alpha}{g}\frac{Q^2}{A^5}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$
$$+\frac{3(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}+\frac{(\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^3}$$
$$-\frac{1}{gA^2}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{1}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2\partial t}=0 \qquad (3\cdot17)$$

となる。3次微分の項を無視し整理すると，

$$\left\{2n^2b^{4/3}\frac{Q}{A^{10/3}}+\frac{3(\alpha+1)}{g}\frac{1}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$
$$-\left\{\frac{10}{3}n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{13/3}}+\frac{1}{gA^2}\frac{\partial Q}{\partial t}\right.$$
$$\left.+\frac{2(3\alpha+1)}{g}\frac{Q}{A^3}\frac{\partial Q}{\partial x}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$
$$+2n^2b^{4/3}\frac{1}{A^{10/3}}\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2=0$$

がえられる。これを (3·5)，(3·6)，(3·7) によって変形すれば，

$$\left\{1-3\frac{F^2}{i}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right\}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}-\frac{5}{3}v\left\{1-\frac{1}{10}\frac{F^2}{i}\left(3\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right.\right.$$
$$\left.\left.-21\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{b}{hv}\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2=0$$

となる。よって，

$$\left|3\frac{F^2}{i}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right|\ll 1$$

ならば，(2.8) を考慮して，

$$\omega_p''=\frac{5}{3}v\left(1+3\frac{F^2}{i}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\left\{1+\frac{1}{10}\frac{F^2}{i}\left(3\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right.\right.$$
$$\left.\left.-21\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{3}{5}\frac{1}{hv^2}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}}\right\} \qquad (3\cdot19)$$

がえられる。また，近似的に (7·43) によって $\partial^2h/\partial x^2$ を $\partial^2h/\partial t^2$ に変えると，

$$\omega_p''=\frac{5}{3}v\left(1+3\frac{F^2}{i}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)\left\{1+\frac{1}{10}\frac{F^2}{i}\left(3\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right.\right.$$
$$\left.\left.-21\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{5}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\} \qquad (3\cdot20)$$

となる。

4. 伝播速度についての本論の結果に対する考察

前節で3つの洪水頂点 $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t=0$，$\partial h/\partial x=0$ の伝達速度としてそれぞれ (3·9)，(3·14)，(3·19) をえた。本節ではその各項の値を実際河川の洪水の観測資料で検討し，洪水頂点の伝達速度について考察する。

(1) 米田正文博士〔1952〕[5] が昭和26年3月1日，京都の新高瀬川で行なった人工洪水の第1測水所における測定値は表—1の通りである。数値は手もとの資料の図から読とったものであまり正確ではないが，order は示していると考えられる。なお，この地点の断面にほぼ矩形で中約 10 m であるから，洪水頂点での $b/h\fallingdotseq12$ であり，河床勾配 i はこの附近の平水の水面勾配からほぼ

$$i=1\times10^{-2}$$

である。

(a) $\partial Q/\partial t=0$ にとき

$$\frac{F^2}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)$$

表—1.

	h (m)	v (m/sec)	$\partial h/\partial x$	$\partial h/\partial t$ (m/sec)	$\partial v/\partial t$ (m/sec^2)	$\partial^2 h/\partial t^2$ (m/sec^2)	ω^2 (m/sec)^2	v^2 (m/sec)^2	F^2	F
$\partial Q/\partial t=0$	0.79	0.77	-3.4×10^{-4}	3.00×10^{-4}	——	-2.97×10^{-6}	7.74	0.593	7.56×102^2	0.275
$\partial h/\partial t=0$	0.80	0.75	-2.1×10^{-4}	0	-3.00×10^{-4}	-1.67×102^0	7.84	0.562	7.17×102^2	0.268
$\partial h/\partial x=0$	0.77	0.65	0	-1.83×10^{-4}	-3.33×10^{-4}	-0.36×102^0	7.55	0.422	5.59×102^2	0.236

$$=\frac{7.56\times102^2}{102^3}\left(-3.4\times102^4+\frac{2}{0.77}3.0\times102^4\right)$$

$$=1.32\times102^2$$

$$-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{10}\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{63}{25}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}$$

$$=-\frac{7.56\times102^2}{102^3}\left\{\frac{9}{10}(-3.4\times102^4)+\frac{63}{25}\frac{1}{0.77}3\times102^4\right\}$$

$$-\frac{13}{3}\frac{1}{0.79}\frac{(3.0\times102^4)^2}{(-2.97\times102^6)}$$

$$=-5.11\times102^2+16.62\times102^2=11.51\times102^2$$

$$\therefore\quad \omega_p'=\frac{5}{3}v(1+3.32\times102^2)(1+11.51\times102^2)$$

$$=\frac{5}{3}v(1+15.3\times102^2)$$

(b)　$\partial h/\partial t=0$ のとき

$$-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right)=-\frac{7.17\times102^2}{102^3}$$

$$\left\{\frac{9}{5}(-2.1\times10^{-4})+\frac{27}{50}\frac{0.80}{0.662}3\times10^{-4}\right\}$$

$$=1.05\times102^2$$

$$\frac{13}{5}\frac{F^2}{i}\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{10}{3}\frac{\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}$$

$$=\frac{13}{6}\frac{7.17\times102^2}{102^3}(-2.1\times102^4)$$

$$-\frac{10}{3}\frac{(-2.1\times102^4)(-3.0\times102^4)}{(-1.67\times102^6)}$$

$$=-3.26\times102^2+12.57\times102^2=9.31\times102^2$$

$$\therefore\quad \omega_p=\frac{5}{3}v(1+1.05\times102^2)(1+9.31\times102^2)$$

$$=\frac{5}{3}v(1+10.5\times102^2)$$

(c)　$\partial h/\partial x=0$ のとき

$$3\frac{F^2}{i}\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}=3\frac{5.59\times102^2}{102^4}\frac{1}{0.65}(-1.83\times102^4)$$

$$=-4.72\times102^2$$

$$\frac{1}{10}\frac{F^2}{i}\left(3\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}-21\frac{1}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right)-\frac{5}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}$$

$$=\frac{1}{10}\frac{5.59\times102^2}{102^3}\left\{3\frac{0.77}{0.422}(-3.33\times102^4)\right.$$

$$\left.-21\frac{1}{0.65}(-1.83\times102^4)\right\}-\frac{5}{3}\frac{1}{0.77}\frac{(-1.83\times102^4)^2}{(-0.36\times102^6)}$$

$$=2.29\times102^2+20.14\times102^2=22.43\times102^2$$

$$\therefore\quad \omega_p''=\frac{5}{3}v(1-4.72\times102^2)(1+22.43\times102^2)$$

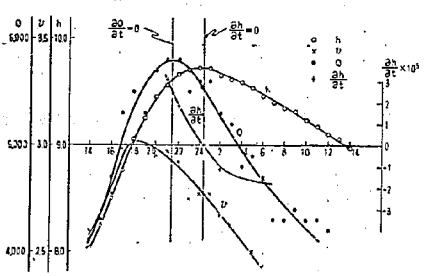
$$=\frac{5}{3}v(1+16.6\times102^2)$$

このように，この場合には $5/3v$ に対する補正項の値は比較的大きく，1 に対して +10～17 % である。しかしこの例は変動のはげしい人工洪水であるから，実際河川の洪水の場合とはやや異なるものと考えられる。

(2)　建設省関東地方建設局の測定[4]による昭和24年9月1日，キテイ台風のときの利根川布川の水位，平均流速，流量は図—2の通りであり，これから $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t=0$ における諸量を計算すると表—2の通りである。なお，水深は水位の読みで代用した。また，この地点の河床勾配はほぼ

$$i \fallingdotseq 1/7,000$$

である。



図—2.　昭和24年9月1日，利根川布川の観測値
(関東地方建設局)

表—2.　昭和24年9月1日，利根川布川の測定値

	h (m)	v (m/sec)	$\partial h/\partial x$	$\partial h/\partial t$ (m/sec)	$\partial v/\partial t$ (m/sec^2)	$\partial^2 h/\partial t^2$ (m/sec^2)	ω^2 (m/sec)^2	v^2 (m/sec)^2	F^2	F
$\partial Q/\partial t=0$	9.61	2.93	——	2.5×10^5	-1.03×10^5	-3.06×10^9	94.0	8.58	9.12×102^2	0.302
$\partial h/\partial t=0$	9.72	2.77	——	0	-1.53×10^5	-1.83×10^9	95.2	7.67	8.05×102^2	0.284
$\partial h/\partial x=0$	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——

この例では $\partial h/\partial x$ が測定されてないので，(3・9)，(3・14)，(3・20) の補正項を全部求めることはできないが，その order 検討する意味で補正項のうちの主要な2，3の項の値を計算してみる。

(a) $\partial Q/\partial t=0$ のとき

$$\text{i)}\quad \left|\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right| = 9.2\times 10^2$$

$$\text{ii)}\quad \left|\frac{F^2}{i}\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right| = 1.09\times 10^3$$

(b) $\partial h/\partial t=0$ のとき

$$\text{iii)}\quad \left|\frac{F^3}{i}\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right| = 5.9\times 10^3$$

さきの新高瀬川の例を参照すればわかるように，これらの項はいづれも正の値の項であって，これに絶対値の小さい負の値の項が加わっているから，補正項全体としてはいづれも新高瀬川の人工洪水の場合よりも小さいようである。

(3) 同じく建設省関東地方建設局の測定によるキティ台風のときの利根川栗橋の観測結果は図—3および表—3の通りである。この地点では河床勾配はほぼ

$$i \fallingdotseq 1/3,500$$

であって，同様に計算できる補正項を求めると次の通りである。

(a) $\partial Q/\partial t=0$ のとき

$$\text{i)}\quad \left|\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right| = 3.08\times 10^2$$

$$\text{ii)}\quad \left|\frac{F^3}{i}\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right| = 5.17\times 10^3$$

(b) $\partial h/\partial t=0$ のとき

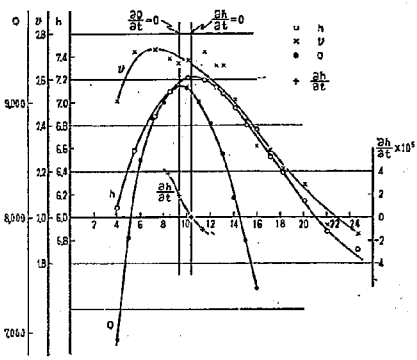
$$\text{iii)}\quad \left|\frac{F^2}{i}\frac{27}{50}\frac{\partial v}{\partial t}\right| = 1.88\times 10^3$$

(4) 建設省土木研究所河川第二研究室の測定[5]によるキティ台風のときの神流川若泉の観測結果は図—4および表—4の通りで，この地点では河床勾配はほぼ

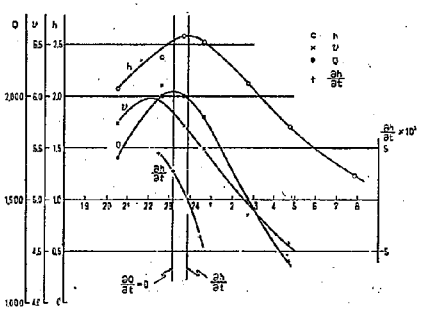
$$i \fallingdotseq 1/030$$

であるから，同様に補正項を計算すると次のとおりである。

(a) $\partial Q/\partial t=0$ のとき



図—3. 昭和24年9月1日，利根川栗橋の観測値（関東地方建設局）



図—4. 昭和24年8月31日，利根川若泉の測定値（土木研究所）

表—3. 昭和24年9月1日，神流川栗橋の観測値

	h (m)	v (m/sec)	$\partial h/\partial x$	$\partial h/\partial t$ (m/sec)	$\partial v/\partial t$ (m/sec²)	$\partial h^2/\partial t^2$ (m/sec³)	ω^2 (m/sec)²	v^2 (m/sec)²	F^2	F
$\partial Q/\partial t=0$	7.2	2.68	——	1.94×10^2	7.64×10^2	-5.00×10^2	70.5	7.20	10.2×10^2	0.320
$\partial h/\partial t=0$	7.2	2.65	——	0	9.72×10^2	-3.75×10^2	70.5	7.02	9.96×10^2	0.316
$\partial h/\partial x=0$	—	——	——	——	——	——	——	——	——	——

表—4. 昭和24年8月31日，神流川若泉の測定値

	h (m)	v (m/sec)	$\partial h/\partial x$	$\partial h/\partial t$ (m/sec)	$\partial v/\partial t$ (m/sec)²	$\partial^2 h/\partial t^2$ (m/sec³)	ω^2 (m/sec)²	v^2 (m/sec)²	F^2	F
$\partial Q/\partial t=0$	2.6	5.84	——	2.78×10^2	-6.39×10^2	-0.83×10^2	25.5	34.0	1.332	1.78
$\partial h/\partial t=0$	2.6	5.68	——	0	-6.39×10^2	-1.25×10^2	25.5	32.2	1.262	1.60
$\partial h/\partial x=0$	—	——	——	——	——	——	——	——	——	——

i) $\left|\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial h^2}{\partial t^2}}\right| = 15.54\times 10^{2^3}$ (?)

ii) $\left|\frac{F^2}{i}\frac{2}{v}\frac{\partial h}{\partial t}\right| = 3.28\times 10^{2^3}$

(b) $\partial h/\partial t = 0$ のとき

iii) $\left|\frac{F^2}{i}\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\right| = 9.6\times 10^{2^4}$

以上の数少い計算例で判断するのはやや危険があるが，一般的傾向については後にやや理論的に考察することとして，一応この結果から次のことが推定される。

(a) 伝達速度の補正項のうち運動方程式の摩擦項から導びかれた最後の項が最も重要で他の項は次的である。

(b) 実際河川の洪水では摩擦項から導びかれた補正項の値は1に対して数 % の order と推定され，河川の下流部で勾配が緩となるほど増大する傾向がある。

(c) 運動方程式の加速度項 $(1/g\cdot dv/dt)$ から導びかれた補正項は実際河川の洪水では1に対して 10^{2^3} order で緩勾配ほど増大する傾向がある。これは前者に比較すれば無視して小さくつかえないと考えられる。

(d) よって，実際河川の洪水に対しては $1\times 10^{2^2}$ の精度で (3·9)，(3·14)，(3·19) などはそれぞれ次式のように省略できる。

$$\omega_p' \fallingdotseq \frac{5}{3}v\left(1-\frac{13}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right) \qquad (4\cdot 1)$$

$$\omega_p \fallingdotseq \frac{5}{3}v\left(1-\frac{10}{3}\frac{\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right)^{-1} \qquad (4\cdot 2)$$

$$\omega_p'' \fallingdotseq \frac{5}{3}v\left(1-\frac{5}{3}\frac{1}{h}\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right) \qquad (4\cdot 3)$$

(e) このような省略を行なうことは最初の運動方程式において摩擦項のみを考えることに相当する。

(f) 計算例からもわかるが，(4·1)，(4·2)，(4·3) において，$\partial^2 h/\partial t^2 < 0$ であり，次節でものべるように $\partial h/\partial t = 0$ では $\partial h/\partial x < 0$，$\partial v/\partial t < 0$ であるから，これらの式に1に対する補正項はすべて負の値である。よって，広矩形断面水路の洪水では $F^2 < 1.5$ であれば洪水頂点の伝射速度は $5/3\cdot v$ より大である。

(g) 実際河川の洪水では下流部の緩勾配の場合でも数 % の誤差を許せば，広矩形断面の場合には洪水頂点の伝達速度を

$$\omega_p \fallingdotseq \frac{5}{3}v \qquad (4\cdot 4)$$

とすることができ，この　精度は上流で急勾配になるほど向上する。

(h) 洪水頂点の伝達速度として (4·4) を用いることは，洪水の運動方程式として，定流の平均流速公式

$$v = \frac{1}{n}h^{2/3}i^{1/2} \qquad (4\cdot 5)$$

または

$$Q = \frac{1}{n}\frac{i^{1/2}}{b^{2/3}}A^{5/3} \qquad (4\cdot 6)$$

さらに，A の陽関数として

$$A = \left(n\frac{b^{2/3}}{i^{1/2}}\right)^{3/5}Q^{3/5} \qquad (4\cdot 7)$$

すなわち，定流の水位流量曲線を用いることに等しい。なぜなら，例えば (4·7) を t および x で偏微分し，$\partial A/\partial t = 0$，$\partial A/\partial t = -\partial Q/\partial x$ を考慮すると，

$$\omega_p = \frac{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}} = \frac{5}{3}v \qquad (4\cdot 8)$$

がえられるからである。

(i) よって，洪水頂点の伝達速度について解析する場合には緩勾配の場合でも数 % の諸差を許せば，洪水の運動方程式として (4·5) ないし (4·7) を用い，洪水を定流と考えて取扱うことができる。

(j) このように定流と考えることができれば，(4·7) から (4·8) の誘導過程からもわかるように，

$$\omega_p = \frac{\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}} \fallingdotseq \frac{\frac{\partial Q_s}{\partial t}}{\frac{\partial A_s}{\partial t}} \qquad (4\cdot 9)$$

添字 s ：定流の値であることを示す。

であり，特定の地点については

$$\omega_p = \frac{dQ_s}{dA_s} \qquad (4\cdot 10)$$

である。すなわち，Kleitz-Seddon の法則は最大数 % の精度で成立することがわかる。

(k) なお，運動方程式として (4·5) ないわ (4·7) の形でなく，

$$i = \frac{n^2v^2}{h^{4/3}}, \qquad i = n^2b^{4/3}\frac{Q^2}{A^{10/3}} \qquad (4\cdot 11)$$

の形の式を用いて解析すれば，洪水頂点の伝達速度は (4·1) ないし (4·3) の精度 (1×10^{-2} 以下) を有する。なぜなら，たとえば (4·11) の両辺を x および t 大偏微分して $\partial A/\partial t = 0$，$\partial Q/\partial Q = 0$ を考慮すると，ω_p そして (4·2) と同じ式がえられるからである。ただし，この場合は (g)～(j) のように定流を考えるわけではなく，(4·1) ないし (4·3) の諸量には不定流の値を用いるのである。

5. 洪水頂点附近の特性曲線の性状について

洪水では河川の或地点で水面勾配 I，平均流速 v，流量 Q，断面積 A の最大すなわち $\partial I/\partial t = 0$ $\partial v/\partial t = 0$，$\partial Q/\partial t = 0$，$\partial h/\partial t = 0$ $(\partial A/\partial t = 0)$ などの現われる時間はそれぞれこの順にづれている。これについては米田正文

博士〔1952〕[6]も考察し，人工洪水の実験で確かめている。v, Q, h については前節の布川，栗橋，若泉の例ではこの傾向がみられる。そしてこの事実があり一流の曲線が洪水時にループを画く理由となっている。本節ではこの点についてやや厳密な考察を加え，洪水頂点附近の Q, $h(A)$ などの x—t 平面上の特性曲線の性状について検討してみよう。

水面勾配 I は

$$I=i-\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (5\cdot 1)$$

であるから，これを t で偏微分すると，

$$\frac{\partial I}{\partial t}=-\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t} \qquad (5\cdot 2)$$

である。ところで，水深頂点 $(\partial g/\partial t=0)$ の附近では上流側は $\partial h/\partial t<0$，下流側は $\partial h/\partial t>0$ であるから，この附近では

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t}>0 \qquad (5\cdot 3)$$

である。よって (5·2) から $\partial h/\partial t=0$ では $\partial I/\partial t<0$ となり，$\partial I/\partial t=0$ は $\partial h/\partial t=0$ の以前に起る。

次に運動方程式 (1·5) を t で偏微分すると，

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t}-\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{2n^2}{h^{4/3}}v\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0 \qquad (5\cdot 4)$$

よって，$\partial h/\partial t=0$ においては

$$\left(\frac{2n^2}{h^{4/3}}v+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$=-\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right) \qquad (5\cdot 5)$$

しかして，(5·4) をさらに t で偏微分すると，

$$\frac{\partial^3 h}{\partial x\cdot\partial t^2}+\frac{28}{9}\frac{n^3}{h^{10/3}}v^2\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2-\frac{8}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v\frac{\partial h}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$-\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}-\frac{8}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v\frac{\partial h}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{2n^2}{h^{4/3}}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2$$

$$+\frac{2n^2}{h^{4/3}}v\frac{\partial v^2}{\partial t^2}+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{\alpha v}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t^2}+\frac{1}{g}\frac{\partial^3 v}{\partial t^3}=0$$

がえられる。ここで $\partial h/\partial t=0$ とし，h および v の x または t に関する1次または2次微分の積および3次微分を含む項を2次微分のみを含む項に比べて無視すると，おそらく前節で定流化したのと同程度の精度で

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\fallingdotseq\frac{2}{3}\frac{v}{h}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (5\cdot 6)$$

がえられる。また，(5·4) を x で偏微分して，$\partial h/\partial t=0$ 考慮し微小項を無視すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}\fallingdotseq\frac{2}{3}\frac{v}{h}\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t} \qquad (5\cdot 7)$$

がえられる。

また，この程度の近似では $\partial h/\partial t=0$ ついては，(2·12)，(4·4) および連続方程式 (1·) によって

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}\fallingdotseq-\frac{3}{3}v\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t} \qquad (5\cdot 8)$$

であるから，これと (5·6) および (5·7) によって (5·5) を変形し，長波の伝達速度 $\omega=\sqrt{gh}$，Froude 数 $F=v/\omega$ を用い，$\alpha\fallingdotseq 1$ として整理すると，

$$\left(\frac{2n^2}{h^{4/3}}v+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$=-\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t} \qquad (5\cdot 9)$$

がえられる。

この式で左辺の $1/g\cdot\partial v/\partial x$ は $2n^2/h^{4/3}\cdot v$ に比べて無視できる程度に微小であるから，$F^2<1.5$ であるような河川の洪水では (5·9) および (5·3) によって，$\partial h/\partial t=0$ では $\partial v/\partial t<0$ である。すなわち，$\partial v/\partial t=0$ は $\partial h/\partial t=0$ の以前に起る。

次に

$$Q=\bar{b}\cdot h\cdot v \qquad (5\cdot 10)$$

を t で偏微分すると，

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=h\cdot b\frac{\partial v}{\partial t}+b\cdot v\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (5\cdot 11)$$

よって，$\partial h/\partial t=0$ では

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=b\cdot h\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (5\cdot 12)$$

ところですでにのべたように，$\partial h/\partial t=0$ では $\partial v/\partial t<0$ であるから，$\partial Q/\partial t<0$ である。すなわち，$\partial Q/\partial t$ でまた $\partial h/\partial t=0$ の以前に起る。

次に $\partial v/\partial t=0$ のとき $\partial I/\partial t$ および $\partial Q/\partial t$ の符号を調べる。

(5·4) で $\partial v/\partial t=0$ とすると，

$$\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (5\cdot 13)$$

であり，(5·5) から (5·9) を導いた場合と同様に (5·の右辺を変形すると，

$$\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial t}=\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t} \qquad (5\cdot 14)$$

がえられる。よって，(5·9) の場合と同様の考察によって，$F^2<1.5$ であれば，$\partial h/\partial t$ と $\partial^2 h/\partial x\cdot\partial t$ とは符号が等しい。ところで，すでにのべたところによって，$\partial v/\partial t=0$ は $\partial h/\partial t=0$ の以前に起るから，$\partial v/\partial t=0$ では $\partial h/\partial t>0$ である。よって，(5·14) および (5·2) により，$\partial v/\partial t=0$ では $\partial^2 h/\partial x\cdot\partial t>0$, $\partial I/\partial t<0$ である。すなわち，$\partial I/\partial t=0$ は $\partial v/\partial t=0$ の以前に起る。

また，(5·11) は $\partial v/\partial t=0$ では

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=b\cdot v\frac{\partial h}{\partial t} \qquad (5\cdot 15)$$

となるが，$\partial v/\partial t=0$ では $\partial h/\partial t=0$ であるから，$\partial Q/\partial t=0$ となる。すなわち $\partial Q/\partial t=0$ は $\partial v/\partial t=0$ の後に起る。

かくて，証明された。

ところで，洪水の任意の時刻において $\partial I/\partial x=0$, $\partial v/\partial x=0$, $\partial Q/\partial x=0$, $\partial h/\partial x=0$ $(\partial A/\partial x=0)$ などは距離的にどのような順序に現われているであろうか，以下について考察する。

(5·1) を x で偏微分すると，

$$\frac{\partial I}{\partial x}=-\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{5·16}$$

となる。ところで，$\partial h/\partial x=0$ の附近では上流側は $\partial h/\partial x=0$，下流くは $\partial h/\partial x<0$ であるから，この附近では

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=0 \tag{5·17}$$

である。よって，(5·16) から $\partial h/\partial x=0$ では $\partial I/\partial x=0$ となり，$\partial I/\partial x$ は $\partial h/\partial x=0$ よりも下流にある。

次に運動方程式 (1·5) を x で偏微分すると，

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}-\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2n^2}{h^{4/3}}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

$$+\frac{\alpha v}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t}=0 \tag{5·18}$$

がえられる。よって，$\partial h/\partial x=0$ においては

$$\left(\frac{2n^2}{h^{4/3}}v+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$=-\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\alpha v}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{g}\right) \tag{5·19}$$

となる。しかして，(5·18) をさらに x 偏微分し，$\partial h/\partial x=0$ を考察するとともに，微小項を無視すると，(5·6)，(5·7) などと同程度の近似で

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\fallingdotseq\frac{2}{3}\frac{v}{h}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{5·20}$$

がえられる。また，(5·8) の場合と同様に $\partial h/\partial x=0$ については (2·18)，(4·4) および連続方程式 (1·1) によって，

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x\cdot\partial t}\fallingdotseq-\frac{5}{3}v\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{5·21}$$

がえられるから，(5·19) と右辺に (5·20)，(5·7)，(5·21) を仕入し，$\alpha\fallingdotseq 1$ として整理すると，

$$\left(\frac{2n^2}{h^{4/3}}v+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)=-\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{5·22}$$

となる。

よって，(5·9) の場合と同様の考察によって，$F^2=1.5$ の場合には $\partial v/\partial x$ と $\partial^2 h/\partial x^2$ は符号が反対である．よって，(5·17) を考察すれば，$\partial h/\partial x=0$ では $\partial v/\partial x=0$ である。すなわち，$\partial v/\partial x=0$ は $\partial h/\partial x=0$ よりも下流にある。

次に，(5·10) を x で偏微分すると，

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=b\cdot h\frac{\partial v}{\partial x}+b\cdot v\frac{\partial h}{\partial x} \tag{5·23}$$

であるから，$\partial h/\partial x=0$ では

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=b\cdot h\frac{\partial v}{\partial x} \tag{5·24}$$

である。ところですでにのべたように $\partial h/\partial x=0$ では $\partial v/\partial x=0$ であるから，$\partial Q/\partial x=0$ である。すなわち，$\partial Q/\partial x=0$ もまた $\partial h/\partial x=0$ の下流にある。

次に $\partial v/\partial x=0$ のとき $\partial I/\partial x=0$ および $\partial Q/\partial x$ 符号を調べる。

(5·18) で $\partial v/\partial x=0$ とすると，

$$\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\alpha v}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x\cdot\partial t} \tag{5·25}$$

であり，(5·19) から (5·22) を導いた場合と同様に (5·25) の右辺を変形すると，

$$\frac{4}{3}\frac{n^2}{h^{7/3}}v^2\frac{\partial h}{\partial x}=\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \tag{5·26}$$

がえられる。よって，(5·19) の場合と同様に $F^2=1.5$ の場合には $\partial h/\partial x$ と $\partial^2 h/\partial x^2$ とは符号が等しい。ところで，すでにのべたように $\partial v/\partial x=0$ は $\partial h/\partial x=0$ より下流にあるから，$\partial v/\partial x=0$ では $\partial h/\partial x<0$ である。よって，(5·26)，(5·17) により $\partial v/\partial x=0$ では $\partial^2 h/\partial x^2<0$，$\partial I/\partial x>0$ である。すなわち，$\partial I/\partial x=0=\partial v/\partial x$ よりも下流にある。

また，(5·23) は $\partial v/\partial x=0$ では

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=b\cdot v\frac{\partial h}{\partial x} \tag{5·27}$$

となるが，$\partial v/\partial x=0$ では $\partial h/\partial x<0$ あるから，$\partial Q/\partial x<0$ となる。すなわち，$\partial Q/\partial x=0$ は $\partial v/\partial x=0$ よりも上流にある。

以上の考察によって，洪水の任意時刻において，$\partial I/\partial x=0$, $\partial v/\partial x=0$, $\partial Q/\partial x=0$, $\partial h/\partial x=0$ $(\partial A/\partial x=0)$ などは距離的に下流から上流に向ってこの順に現われていることが明らかになった。

以下，流量 Q，水深 h（または断面積 A）の x—t 平面上の特性曲線と $\partial Q/\partial t=0$, $\partial h/\partial t=0$ $(\partial A/\partial t=0)$，$\partial Q/\partial x=0$, $\partial h/\partial x=0$ $(\partial A/\partial x=0)$ などの特性曲線の洪水頂点附近における状況について考察してみよう。

第2節でのべたように，同一流量の伝達速度 ω_Q は (2·3) で与えられる。すなわち，

$$\omega_Q=\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial t}}{\dfrac{\partial A}{\partial t}}=\frac{1}{b}\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial t}}{\dfrac{\partial h}{\partial t}} \tag{5·28}$$

である。ここで (5·11) 用いると，

$$\omega_Q=v+h\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}}{\dfrac{\partial h}{\partial t}} \tag{5·29}$$

となる。

ところで，任意地点において $\partial v/\partial t=0$, $\partial Q/\partial t=0$, $\partial h/\partial t=0$ はこの順に現われるから，次のことがわかる。

i) 初め $\partial v/\partial t>0$ のときは $\partial h/\partial t>0$ であるから，(5·29) により $\omega_Q>v$

ii) $\partial v/\partial t=0$ のときは (5·29) により，$\omega_Q=v$

iii) $\partial v/\partial t<0$, $\partial h/\partial t>0$ のときは (5·29) により，$\omega_Q<v$

iv) $\partial Q/\partial t=0$ のときは (5·28) により，$\omega_Q=0$

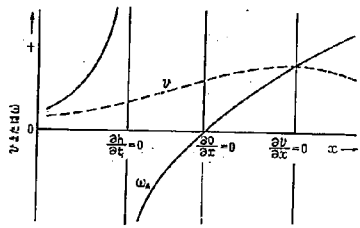
v) $\partial Q/\partial t<0$, $\partial h/\partial t>0$ のときは (5·28) によ

り，$\omega_Q<0$

vi) $\partial h/\partial t=0$ のときは (5·28) により，$\omega_Q=\mp\infty$

vii) $\partial v/\partial t<0$，$\partial h/\partial t<0$ のときは (5·29) により，$\omega_Q>v$

これらの関係を図示すると図—5のようである。すなわち，任意地点で ω_Q は $\partial v/\partial t=0$ のとき v に等しくなり，減少して $\partial Q/\partial t=0$ のときには 0 になり，以後負になって $\partial h/\partial t=0$ に近ずくと $-\infty$ になる。$\partial h/\partial t=0$ をすぎると $+\infty$ になり，以後だんだん減少するが，v よりは大である。ところで，このような図—5に示す ω_Q の変化は一定の流量 Q についてのものではなく，一定の地点に任意時刻に現れる刻々に異る流量の伝達速度についてのものであることに注意しなければならない。すなわち，図—5は x—t 平面上で任意の t 軸に平行な直線上における Q の特性曲線の傾斜の変化を示しているのである。よって，Q の特性曲線は $\partial Q/\partial t=0$ の特性曲線との交りで t 軸に平行になり，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線との交りで x 軸に平行になる。そしてその両者の間では見かけ上 Q は上流に伝達する。



図—5. 任意地点における流量の伝播速度 ω_Q の時間変化状況 (流水頂点附近)

同様に (2·6) によって

$$\omega_A=\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial x}}{\dfrac{\partial A}{\partial x}}=\frac{1}{b}\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial x}}{\dfrac{\partial h}{\partial x}} \qquad (5\cdot30)$$

である。ここで (5·23) を考察すると

$$\omega_A=v+h\frac{\dfrac{\partial v}{\partial x}}{\dfrac{\partial h}{\partial x}} \qquad (5\cdot31)$$

となる。

ところで，任意時刻について $\partial v/\partial x=$，$\partial Q/\partial x=0$，$\partial h/\partial x=0$ はこの順に下流から上流に向って存在するから，ω_Q の場合と同様に次のことがわかる。

i) $\partial v/\partial x<0$ では $\partial h/\partial x<0$ であるから，(5·31) により，$\omega_Q>v$

ii) $\partial v/\partial x=0$ では (5·31) により，$\omega_A=v$

iii) $\partial v/\partial x>0$，$\partial h/\partial x<0$ では (5·31) により，$\omega_A<v$

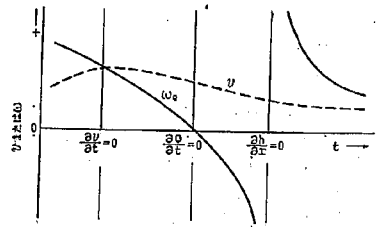
iv) $\partial Q/\partial x=0$ では (5·30) により，$\omega_A=0$

v) $\partial Q/\partial x>0$，$\partial h/\partial x<0$ では (5·30) により，$\omega_A<0$

vi) $\partial h/\partial x=0$ では (5·30) により，$\omega_A=\mp\infty$

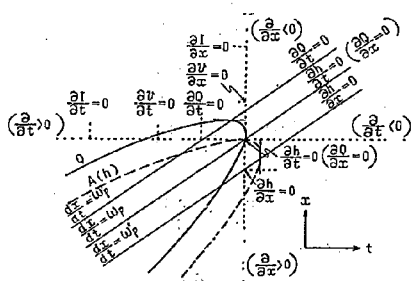
vii) $\partial v/\partial x>0$，$\partial h/\partial x>0$ では (5·31) により，$\omega_A>v$

これらの関係を図示すると，図—6のようである。すなわち，任意時刻において ω_A は $\partial v/\partial x=0$ の地点で v に等しく，上流に向つて減少して $\partial Q/\partial x=0$ の地点では 0 とあり，それより上流では負であって，$\partial h/\partial x=0$ の地点の直下流では $-\infty$ である。$\partial h/\partial x=0$ の直上流では $+\infty$ であり，それより上流に向って減少するが v よりは大である。この場合もさきに ω_A についてのべたと同様の注意が必要で，図—6は x—t 平面上で任意の x 軸に平行な直線上における h または A の特性曲線の傾斜の変化を示しているのである。よって，h または A の特性曲線は $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線との交りで t 軸に平行となり，$\partial h/\partial x=0$ の特性曲線との交りで x 軸に平行になるわけである。そして，その両者の間では見かけ上 h および A は上流に伝達する。



図—6. 任意時刻における断面積の伝播速度 ω_A の位置による変化状況 (流水頂点附近)

かくて，洪水頂点附近における流量 Q2 水深 h (または断面積 A) の特性曲線群の性状は $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t$，$\partial Q/\partial x=0$，$\partial h/\partial x=0$ などの特性曲線との関連においてほぼ明らかとなった。ここで，連続方程式 (1·1) によって，$\partial h/\partial t=0$ と $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線は同一であることおよびこれらの頂点の伝播速度が (4·1)，(4·2)，(4·3) で与えられほぼ等しいことを考慮すれば，洪水頂点附近の x—t 平面の状況は図—7のようであろう。



図—7. 流水頂点附近の x—t 平面界の特性曲線の状況

すなわち，Q の特性曲線群に $\partial Q/\partial t=0$ の特性曲線上で t 軸に平行てなるのに対して，h（または A）の特性曲線群は $\partial Q/\partial t=0$ よりもにれた $\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上で t 軸に平行になる。また，x 軸に平行になるのも Q が $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線上であるのに対して，h（または A）はそれよりさらににれた $\partial h/\partial x=0$ 特性曲線上である。よって，洪水頂点附近では Q と h（または A）の特性曲線群にはおれが生じており，Q のそれが前進している。

また，頂点附近で洪水の上昇側の同一の Q および $h(A)$ が合一し，それより，下流または以後にはそれに等しい Q または $h(A)$ は現位れない。このように，洪水の上昇側と下降側の Q および $h(A)$ の特性曲線が $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$，$\partial h/\partial x=0$ などの頂点の特性曲線を横切って閉じることは Q および $h(A)$ が下流に向ってまたは時間の経過とともに低減することを示しているのであり，これを換言すると，このように Q，$h(A)$ の特性曲線群が閉じなければその低減は起きないわけである。すなわち，洪水頂点における Q および $h(A)$ の低減とその特性曲線群のずれが対応したものであることは，本節の考察とくに (5·28)，(5·30) から，Q および $h(A)$ の特性曲線群が閉じるためにはその分子および分母が別々にゼロとなる必要があることから明らかであろう。

なお，図—7を見れば明らかなように，少なくとも洪水頂流附近では Q および $h(A)$ ともに上昇側の伝達速度の方が下降側の同一流量または水深（断面積）の伝達速度よりも見かけ上流いことは注目すべきである。

6. 洪水頂点の水深，流量の変化——連続方程式による考察

本節以下で洪水の頂流のうち $\partial h/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$ について，水深および流量の低減を検討するが，まず本節では連続方程式のみで考える。

(1) $\partial h/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$ の特性曲線上における水深の変化

$$Q=A\cdot v$$

であるから，これをで偏微分すると，

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=v\frac{\partial A}{\partial x}+A\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (6\cdot 2)$$

である。ところで $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線上について考えているから，

$$\frac{\partial A}{\partial x}=-\frac{A}{v}\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (6\cdot 3)$$

である。また，

$$dA=\frac{\partial A}{\partial t}dt+\frac{\partial A}{\partial x}dx$$

において，$\partial A/\partial t=0$ であるから，

$$\frac{dA}{dx}=\frac{\partial A}{\partial x} \qquad (6\cdot 4)$$

できる。よって，これを (6·3) に代入すると，

$$\frac{dA}{dx}=-\frac{A}{v}\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (6\cdot 5)$$

がえられる。

とくにけ形断面では (6·5) は

$$\frac{dh}{dx}=-\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial x}h \qquad (6\cdot 6)$$

となる。式中の $1/v\cdot\partial v/\partial x$ は $\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では x のみの関数できるから，境界条件を

$$x=0,\qquad h=h_0$$

として (6·6) を積分すると，

$$h=h_0\exp\left[-\int\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial x}dx\right] \qquad (6\cdot 7)$$

がえられる。

微小な区間 Δx については (6·7) は

$$h=h_0\exp\left[-\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial x}\Delta x\right] \qquad (6\cdot 8)$$

と考えてさしつかえないから，この場合水深の距離に関する低減率 λ_{hx} は

$$\lambda_{hx}=\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (6\cdot 9)$$

で与えられる。

よって，$\partial h/\partial t=0$ の時刻において，v および $\partial v/\partial x$ の値を測定すれば，その地流におけるその洪件時の洪水頂流 $\partial h/\partial t=0$ の水深の低減率 λ_{hx} を (6·9) で求めることができる。

(2) $\partial h/\partial t=0$ $(\partial Q/\partial x=0)$ の特性曲線上における流量の変化

(6·1) を t で偏微分すると，

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=v\frac{\partial A}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (6\cdot 10)$$

である。ところで $\partial A/\partial t=0$ であるから，

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=A\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (6\cdot 11)$$

である。また，

$$dQ=\frac{\partial Q}{\partial t}dt+\frac{\partial Q}{\partial x}dx$$

において，$\partial Q/\partial x=0$ であるから，

$$\frac{\partial Q}{dt}=\frac{\partial Q}{\partial t} \qquad (6\cdot 12)$$

である。よって，これを (6·11) に代入すると，

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t}Q \qquad (6\cdot 13)$$

がえられる。

(6·13) 中の $1/v\cdot\partial v/\partial x$ は $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線上では t のみの関数できるから，境界条件を

$$x=0,\qquad Q=Q_0$$

として (6·13) を積分すると，

$$Q=Q_0\exp\left[\int\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t}dt\right] \qquad (6\cdot 14)$$

がえられる。

微小な時間 Δt については (6·14) は

$$Q=Q_0\exp\left[\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t}\Delta t\right] \qquad (6\cdot15)$$

と考えてさしつかえないから，この場合流量の時間に関する低減率 λ_{Qt} は次式で与えられる。

$$\lambda_{Qt}=-\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (6\cdot16)$$

よって，$\partial h/\partial t=0$ の時刻に v および $\partial v/\partial t$ の値を測定すれば，その地点におけるその洪水頂点の流量の低減率 λ_{Qt} を (6·16) で求めることができる。

7. 洪水頂点の水深流量の変化——運動方程式による考察

前節で水流および流量の低減率として (6·9) および (6·16) をえた。それらの式は河川の洪水の実測値で特定の地点の低減を検討する場合には利用できようが，その一般的性質を調べるのには不適当である。よって，本節では (6·6)，(6·9)，(6·13)，(6·16) をもとにして，さらに運動方程式を考慮し，水深および流量の変化について考察する。

(1) 第1近似式

まず，運動方程式 (1·5) を

$$i-\frac{n^2}{h^{4/3}}v^2=\kappa i \qquad (7\cdot1)$$

$$\kappa=\frac{1}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right) \qquad (7\cdot2)$$

の形とし，$\partial\kappa/\partial x$ および $\partial\kappa/\partial t$ について考察する。

$$\frac{\partial\kappa}{\partial x}=\frac{1}{i}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\alpha}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t}\right\} \qquad (7\cdot3)$$

であるが，右辺第2項は他の項に比べて微小であるから無視し，(5·19) から (5·22) を求めた場合と同様に，(5·20)，(5·7)，(5·21) を用い，$\alpha\fallingdotseq1$ とすると，(7·3) は

$$\frac{\partial\kappa}{\partial x}=\frac{1}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \qquad (7\cdot4)$$

となる。

次に，

$$\frac{\partial\kappa}{\partial t}=\frac{1}{i}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right\} \qquad (7\cdot5)$$

であるが，同様に右辺第2項を無視し，(5·5) から (5·9) を求めた場合と同様に (5·7)，(5·6)，(5·8) を用い，$\alpha\fallingdotseq1$ とすると，(7·5) は

$$\frac{\partial\kappa}{\partial t}=\frac{1}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t} \qquad (7\cdot6)$$

となる。しかして連続方程式 (1·1) から $\partial^2 h/\partial x\partial t=-(1/b\cdot\partial^2 Q/\partial x^2)$ であるから，

$$\frac{\partial\kappa}{\partial t}=-\frac{1}{qi}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \qquad (7\cdot7)$$

がえられる。

ところで (7·1) を x で偏微分し，(6·6) を考慮すると，

$$\frac{10}{3}\frac{n^2v^2}{h^{7/3}}\frac{\partial h}{\partial x}=i\frac{\partial\kappa}{\partial x} \qquad (7\cdot8)$$

である。よって，(7·1)，(7·4) を考慮して変形すると，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\frac{\mu}{1-\kappa} \qquad (7\cdot9)$$

$$\mu=\frac{h\dfrac{\partial^2 h}{\partial x^2}}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \qquad (7\cdot10)$$

がえられる。

また，同様に (7·1) を t で偏微分し，$\partial h/\partial t=0$ を考慮すると，

$$-\frac{2n^2}{h^{7/3}}v\frac{\partial v}{\partial t}=i\frac{\partial\kappa}{\partial t} \qquad (7\cdot11)$$

である。これを (7·1)，(7·7) を考慮して変形すると，

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\mu}{1-\kappa}\frac{v}{bh}\frac{\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x^2}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial x^2}} \qquad (7\cdot12)$$

がえられる。ここで $\partial h/\partial x=0$ の特性曲線上で成立する式

$$\omega_p''\frac{1}{b}\frac{\dfrac{\partial^2 Q}{\partial x^2}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial x^2}}\fallingdotseq\frac{5}{3}v \qquad (7\cdot12')$$

が $\partial h/\partial t-0$ でも成立するものと近似すれば，(7·12) は

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{5}{6}\frac{\mu}{1-\kappa}F^2g \qquad (7\cdot13)$$

となる。

したがって，(7·9) と (7·13) から

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{25}{9}F^2\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (7\cdot14)$$

がえられ，また，(6·6) から

$$\frac{1}{g}v=-F^2\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (7\cdot15)$$

であるから，これらを (7·2) に代入すれば，κ の第1近似値として

$$\kappa_1=\left(1-F^2+\frac{25}{9}F^4\right)\frac{\dfrac{\partial h}{\partial x}}{i} \qquad (7\cdot16)$$

$$\therefore\quad \kappa_1=\left(1+\frac{16}{9}F^2\right)\frac{\dfrac{\partial h}{\partial x}}{i} \qquad (7\cdot17)$$

がえられる。

以上の結果から洪水頂点では κ の各項の比はほぼ

$$\frac{\partial h}{\partial x}:\frac{1}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}:\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=1:\left(F^2\right):\left(\frac{25}{9}F^2\right) \qquad (7\cdot18)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}:\left(\frac{1}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right)=1:\left(\frac{16}{9}F^2\right) \qquad (7\cdot19)$$

であることがわかる。洪水では第4節の計算例からもわかるように頂点の F は上流ほど増大するから，洪水頂点に関するかぎり，上流となるほど $\partial h/\partial x$ に対して $\left(\frac{1}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right)$ が無視できなくなることがわかる。次に，

$$\kappa_1=\frac{\kappa_1'}{i}\frac{\partial h}{\partial x},\quad \kappa_1'=1+\frac{16}{9}F^4 \qquad (7\cdot20)$$

としておいて，(7·9) に代入すると，

$$\frac{\kappa_1'}{i}\left(\frac{dh}{dx}\right)^4-\frac{dh}{dx}+\frac{3}{10}\mu=0 \qquad (7\cdot21)$$

となるから，これを解けば

$$\frac{dh}{dx}=\frac{i}{2\kappa_1'}\left(1\pm\sqrt{1-\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa_1'}\right) \qquad (7\cdot22)$$

となるが，洪水頂点では $dh/dx<0$, $\mu<0$ であるから上式の負号をとり

$$\frac{dh}{dx}=\frac{i}{2\kappa_1'}\left(1-\sqrt{1-\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa_1'}\right) \qquad (7\cdot23)$$

がえられる。これが洪水頂点の水深変化を表わす式であり，(7·20) に代入すれば，

$$\kappa_1=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa_1'}\right) \qquad (7\cdot24)$$

となる。

また，

$$\left|\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\left(1+\frac{16}{9}F^4\right)\right|\ll 1 \qquad (7\cdot25)$$

である場合には (7·23) は Tailor 展開することによって，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu\left\{1+\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\kappa_1'+\frac{9}{50}\left(\frac{\mu}{i}\kappa_1'\right)^4+\frac{27}{200}\left(\frac{\mu}{i}\kappa_1'\right)^3+\cdots\cdots\right\} \qquad (7\cdot26)$$

となるから，

$$\frac{27}{200}\left(\frac{\mu}{i}\kappa_1'\right)^3=\frac{27}{200}\left\{\frac{\mu}{i}\left(1+\frac{16}{9}F^4\right)\right\}^3 \qquad (7\cdot27)$$

以下の項を無視すれば

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu(1+\theta_1) \qquad (7\cdot28)$$

$$\theta_1=\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\kappa_1'\left(1+\frac{3}{5}\frac{\mu}{i}\kappa_1'\right) \qquad (7\cdot29)$$

をえる。よって，(7·14) および (7·17) に代入すれば

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{5}{6}\mu F^4(1-\theta_1) \qquad (7\cdot30)$$

$$\kappa_1=\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\left(1+\frac{16}{9}F^4\right)(1+\theta_1) \qquad (7\cdot31)$$

がえられる。

したがって，(7·28) から水深の低減率 λ_{hx} は

$$\lambda_{hx}=-\frac{3}{10}\frac{\mu}{h}(1+\theta_1) \qquad (7\cdot32)$$

すなわち，

$$\lambda_{hx}=-\frac{3}{10}\frac{\partial^4 h/\partial x^4}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^4\right)(1+\theta_1) \qquad (7\cdot33)$$

であり，また，(7·30) を (6·16) に代入すれば

$$\lambda_{Qt}=-\frac{6}{6}\mu F^4\frac{g}{v}(1+\theta_1) \qquad (7\cdot34)$$

すなわち，(7·12)′を考慮して変形すれば，

$$\lambda_{Qt}=-\frac{1}{2}\frac{\partial^4 Q/\partial x^4}{bi}\left(1-\frac{4}{9}F^4\right)(1+\theta_1) \qquad (7\cdot35)$$

である。

かくて，h, v, i, μ などを与えれば κ, dh/dx, $\partial v/\partial t$, λ_{hx}, λ_{Qt} などの第1近似値を決定できることがわかったが，μ の中の水深の曲率 $\partial^4 h/\partial x^4$ は直接に測定することが困難であるから，近似的に水深の変化加速度 $\partial^4 h/\partial t^4$ で置換することを考える。

まず，頂点 $\partial h/\partial t=0$ の伝達速度 ω_p を

$$\omega_p=\frac{b\,\partial^4 h/\partial t^4}{\partial^4 Q/\partial x^4}=\frac{5}{3}v(1+\delta) \qquad (7\cdot36)$$

とおき，δ の近似値を求める。(3·13) を考慮すれば

$$\delta_1\fallingdotseq -2\,\frac{b}{v}\,\frac{\partial h/\partial x\;\partial v/\partial t}{\partial^4 Q/\partial^4 x} \qquad (7\cdot36)$$

であるから，(7·28)，(7·30)，(7·12′) を考慮して変形すると，

$$\delta_1=-\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}(1+\theta_1)\left(1-\frac{4}{9}F^4\right) \qquad (7\cdot38)$$

がえられる。

次に，(5·18) を x で偏微分して微小項を無視すると，

$$\frac{28}{9}\frac{n^4}{h^{10/3}}v^4\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^4-\frac{16}{3}\frac{n^4}{h^{7/3}}v\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial h}{\partial x}$$

$$-\frac{4}{3}\frac{n^4}{h^{7/3}}v^4\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}+\frac{2n^4}{h^{4/3}}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^4+\frac{2n^4}{h^{4/3}}v\frac{\partial^4 v}{\partial x^4}=0$$

となるから，(6·6) を考慮して整理すると，

$$\frac{\partial v^4}{\partial x^4}=\frac{2}{3}\frac{v}{v}\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}-\frac{47}{9}\frac{v}{h^4}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^4 \qquad (7\cdot39)$$

がえられる。一方，$Q=bhv$ を x で2回偏微分し，(6·6) を考慮するに

$$\frac{1}{b}\frac{\partial^4 Q}{\partial x^4}=v\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}-2\frac{v}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^4+h\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} \qquad (7\cdot40)$$

となるから，これにを (7·39) 代入して整理すると，

$$\frac{1}{b}\frac{\partial^4 Q}{\partial x^4}=\frac{5}{3}v\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}-\frac{65}{9}\frac{v}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^4 \qquad (7\cdot41)$$

がえられる。よって，(7·36) および (7·41) から $1/b\cdot\partial Q/\partial x^4$ を消去し，(7·28) を考慮して変形すると，

$$\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}=\frac{9}{25}\frac{1}{v^4}\left\{1-\frac{39}{100}\frac{\mu}{i}(1+\theta_1)^4\left(1-\frac{4}{9}F^4\right)\right\}^{-1}$$

$$(1+\delta_1)^{-1}\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}$$

$$\therefore\quad \frac{\partial^4 h}{\partial x^4}=\left(\frac{5}{3}v\right)^{-4}\left(1+\frac{13}{10}\delta_1\right)^{-1}(1+\delta_1)^{-1}\frac{\partial^4 h}{\partial t^4}$$

がえられる。かくて，これの近似式

$$\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}\fallingdotseq\frac{9}{25}\frac{1}{v^4}\frac{\partial^5 h}{\partial t^4} \qquad (7\cdot43)$$

からはじめるか，または当初 δ_1 を仮定して，試算を繰返せば i, h, v, $\partial^4 h/\partial t^4$ によって μ, θ_1, δ_1, κ_1 などを決定できる。計算の順序に式をまとめてみると次の通りである。

i) δ を仮定する。不明の場合は $\delta=0$ とする。

ii) $\partial h/\partial t^5$, v, δ から (7·42) で $\partial^4 h/\partial x^4$ を求める。

$$\frac{\partial^5 h}{\partial x^5}=\left(\frac{5}{3}v\right)^{-5}\left(1+\frac{13}{10}\delta_1\right)^{-1}\frac{\partial^5 h}{\partial t^5} \quad (7\cdot42)$$

iii) i, h, $\partial^5 h/\partial x^5$, F^5 によって (7·10) で μ を求める。

$$\mu=\frac{h}{i}\frac{\partial^5 h}{\partial x^5}\left(1-\frac{4}{9}F^5\right) \quad (7\cdot10)$$

iv) (7·20) で κ_1' を求める。

$$\kappa_1'=1+\frac{16}{9}F^5 \quad (7\cdot20)$$

v) (7·29) で θ_1 を求める。

$$\theta_1=\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\kappa_1'\left(1+\frac{3}{5}\frac{\mu}{i}\kappa_1'\right) \quad (7\cdot29)$$

vi) (7·38) で δ_1 を求める。

$$\delta_1=-\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}(1+\theta_1)\left(1-\frac{4}{9}F^5\right) \quad (7\cdot38)$$

vii) ii) に返って計算を繰返えす。

かくて，μ, θ_1 が定まれば，(7·28)，(7·14)，(7·20) によって dh/dx, $\partial v/\partial t$, κ_1 を求めることができる。すなわち，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu(1+\theta_1) \quad (7\cdot28)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{25}{9}gF\frac{dh}{\partial x} \quad (7\cdot14)$$

$$\kappa_1=\frac{\kappa_1'}{i}\frac{dh}{dx} \quad (7\cdot20)$$

である。

(2) 第2近似式

前項で求めた結果は流動性が強い洪水には適用できるが，波動性の強い洪水では近似が悪くなる。それで本項では前項の結果を考慮しつつ第2近似を求めることを考える。

(7·37) を変すれば

$$\frac{1}{g}v\frac{v^5 v}{\partial x^5}=\frac{2}{3}F^5\frac{\partial^5 h}{\partial x^5}-\frac{47}{9}\frac{F^5}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5 \quad (7\cdot44)$$

である。また，(5·4) を x で偏微分し，$\partial h/\partial t=0$ を考慮し微小項を無視すると，

$$-\frac{4}{3}\frac{n^5}{h^{7/3}}v^5\frac{\partial^5 h}{\partial x\partial t}-\frac{8}{3}n^5\frac{v}{h^{7/3}}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$+\frac{2n^5}{h^{4/3}}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{2n^5}{h^{4/3}}v\frac{\partial^5 v}{\partial x\partial t}=0$$

となるから，(6·6) を考慮して整理すると，

$$\frac{\partial^5 v}{\partial x\partial t}=-\frac{2}{3}\frac{v}{bh}\frac{\partial^5 Q}{\partial x^5}+\frac{7}{3}\frac{1}{h}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t} \quad (7\cdot45)$$

ここで (7·41)，(7·14) を考慮して変形すると，

$$\frac{1}{g}\frac{\partial^5 v}{\partial x\partial t}=-\frac{10}{9}F^5\frac{\partial^5 h}{\partial x^5}+\frac{305}{27}\frac{F^5}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5 \quad (7\cdot46)$$

がえられる。また，(6·6) によって

$$\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^5=\frac{F^5}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5 \quad (7\cdot47)$$

であるから，(7·44)，(7·46)，(7·47) を (7·3) に代入すれば，

$$\frac{\partial \kappa}{\partial x}=\frac{1}{h}\left\{\mu+\frac{191}{27}\frac{F^5}{i}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5\right\} \quad (7\cdot48)$$

となる。

次に，$\partial\kappa/\partial t$ について考える。(5·4) を t で偏微分して，$\partial h/\partial t=0$ を考慮し微小項を無視すると，

$$-\frac{4}{3}\frac{n^5}{h^{7/3}}v^5\frac{\partial^5 h}{\partial t^5}+\frac{2n^5}{h^{4/3}}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^5+\frac{2n^5}{h^{4/3}}v\frac{\partial^5 v}{\partial t^5}=0$$

よって，(7·14) を用いて変形すると，

$$\frac{1}{g}\frac{\partial^5 v}{\partial t^5}=\frac{2}{3}\frac{F^5}{v}\frac{\partial^5 h}{\partial t^5}-\frac{625}{81}\frac{g}{v}F^4\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \quad (7\cdot49)$$

がえられる。また，(6·6)，(7·14) によって

$$\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{25}{9}\frac{v}{h}F^5\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \quad (7\cdot50)$$

であるから，(7·46)，(7·49)，(7·50) を (7·5) に代入すると，

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t}=\frac{1}{i}\left\{-\frac{1}{b}\frac{\partial^5 Q}{\partial x}-\frac{10}{9}vF^5\frac{\partial^5 h}{\partial x^5}+\frac{2}{3}\frac{F^5}{v}\frac{\partial^5 h}{\partial t^5}\right.$$

$$\left.+\frac{65}{81}\frac{v}{h}F^5\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5\right\}$$

となる。これを (7·41)，(7·42) で変形すると，

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t}=\frac{v}{h}\left\{-\frac{5}{3}\mu+\frac{65}{9}\frac{1}{i}\left(1+\frac{F^5}{9}\right)\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^5\right.$$

$$\left.-\frac{69}{54}\frac{\mu^5 F^5}{i}(1+\theta^5)^5\right\} \quad (7\cdot51)$$

がえられる。

ところで，(7·1) を x, t で偏微分し変形すれば

$$\frac{10}{3}\frac{1-\kappa}{h}\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{\partial \kappa}{\partial x} \quad (7\cdot52)$$

$$-2\frac{1-\kappa}{v}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial \kappa}{\partial t} \quad (7\cdot53)$$

であるから，これから $(1-\kappa)$ を消去すると，

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{5}{3}\frac{v}{h}\frac{\dfrac{\partial \kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial \kappa}{\partial x}}\frac{\partial h}{\partial x} \quad (7\cdot54)$$

である。これを (7·15) とともに (7·2) に代入すれば

$$\kappa=\frac{\kappa'}{i}\frac{\partial h}{\partial x} \quad (7\cdot55)$$

$$\kappa'=1-F-\frac{5}{3}\frac{F^5}{v}\frac{\dfrac{\partial \kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial \kappa}{\partial x}} \quad (7\cdot56)$$

がえられる。

よって，これを (7·52) に代入し，(7·48) を用いると，

$$\frac{\kappa''}{i}\left(\frac{dh}{dx}\right)^6-\frac{dh}{dx}+\frac{3}{10}\mu=0 \quad (7\cdot57)$$

$$\kappa''=\kappa'+\frac{191}{90}F^5 \quad (7\cdot58)$$

がえられる。これを解き前節と同様負号をとれば，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{i}{2\kappa''}\left\{1-\sqrt{1-\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa''}\right\} \quad (7\cdot59)$$

となる。したがって，

$$\left|\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa''\right|\ll 1 \quad (7\cdot60)$$

の場合には，(7·59) を Taylor 展開して

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu\left\{1+\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\kappa''+\frac{9}{50}\left(\frac{\mu}{i}\kappa''\right)^2+\frac{27}{200}\left(\frac{\mu}{i}\kappa''\right)^3+\frac{81}{5000}\left(\frac{\mu}{i}\kappa''\right)^4+\cdots\cdots\right\}$$

となるから，

$$\frac{81}{5000}\left(\frac{\mu}{i}\kappa''\right)^4 \qquad (7\cdot61)$$

以下の項を省略すると，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu(1+\theta) \qquad (7\cdot62)$$

$$\theta=\frac{3}{10}\frac{\mu\kappa''}{i}\left\{1+\frac{3}{5}\frac{\mu\kappa''}{i}+\frac{9}{20}\left(\frac{\mu\kappa''}{i}\right)^2\right\} \qquad (7\cdot63)$$

をえる。よって，(7·54)，(7·55) に代入すれば

$$\frac{3}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{1}{2}\frac{\mu F^2}{v}\frac{\dfrac{\partial\kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial\kappa}{\partial x}}(1+\theta) \qquad (7\cdot64)$$

$$\kappa=\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\kappa'(1+\theta) \qquad (7\cdot65)$$

がえられる。

したがって，(7·60) が成立する場合には水深の低減率 λ_{hx} は

$$\lambda_{hx}=-\frac{3}{10}\frac{\dfrac{\partial^3 h}{\partial x^3}}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)(1+\theta) \qquad (7\cdot66)$$

であり，流量の低減率 λ_{qt} は (7·64) を (6·16) に代入し，(7·42) および (7·36) を考慮して変形すれば，

$$\lambda_{qt}=\frac{1}{2}\frac{\dfrac{\partial^3 Q}{\partial x^3}}{bi}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)(1+\theta)\left(\frac{3}{3}\frac{1}{v}\frac{\dfrac{\partial\kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial\mu}{\partial x}}\right)\left(1+\frac{3}{10}\delta\right)^{-1} \qquad (7\cdot67)$$

となる。

かくて，洪水頂点 $\partial h/\partial t=0$ における h, v, i, $\partial^3 h/\partial t^3$ などを与えれば他パラメーターを試算的に決定できる。以下計算の順序に必要な式を整理しておく。

i) δ を仮定する。不明の場合は $\delta=0$ とする。

ii) (7·42) で $\partial^3 h/\partial t$ を求める。

$$\frac{\partial^3 h}{\partial t^3}=\left(\frac{5}{3}v\right)^{-3}\left(1+\frac{13}{10}\delta_1\right)^{-1}(1+\delta_1)^{-1}\frac{\partial^3 h}{\partial t^3} \qquad (7\cdot42)$$

2回目以後は次式によるのが適当である。

$$\frac{\partial^3 h}{\partial t^3}=\left(\frac{5}{3}v\right)^{-2}(1+\delta)^{-1}\left(1-\frac{13}{3}\frac{\left(\dfrac{\partial h}{\partial x}\right)^2}{\dfrac{\partial^3 h}{\partial x^2}}\right)^{-1} \qquad (7\cdot68)$$

iii) (7·10) で μ を求める。

$$\mu=\frac{h\dfrac{\partial^2 h}{\partial x^2}}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \qquad (7\cdot10)$$

iv) (7·20) で κ_1' を求める。

$$\kappa_1'=1+\frac{16}{9}F^2 \qquad (7\cdot20)$$

2回目以後は次式による。

$$\kappa'=1-F^2-\frac{5}{3}\frac{F^2}{v}\frac{\dfrac{\partial\kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial\kappa}{\partial x}} \qquad (7\cdot56)$$

v) (7·58) で κ'' を求める。

$$\kappa''=\kappa'+\frac{191}{90}F^2 \qquad (7\cdot58)$$

vi) (7·60) の条件を検討する。

$$\left|\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa''\right|\ll 1 \qquad (7\cdot60)$$

vii) (7·63) で θ を求める。

$$\theta=\frac{3}{10}\frac{\mu\kappa''}{i}\left\{1+\frac{3}{5}\frac{\mu\kappa''}{i}+\frac{9}{20}\left(\frac{\mu\kappa''}{i}\right)^2\right\} \qquad (7\cdot63)$$

viii) (7·62) で dh/dx を求める。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu(1+\theta) \qquad (7\cdot62)$$

ix) (7·48)，(7·51) で $\partial\kappa/\partial x$, $\partial\kappa/\partial t$ を求める。

$$\frac{\partial\kappa}{\partial x}=\frac{1}{h}\left\{\mu+\frac{191}{27}\frac{F^2}{i}\left(\frac{dh}{dx}\right)^2\right\} \qquad (7\cdot48)$$

$$\frac{\partial\kappa}{\partial t}=\frac{v}{h}\left[-\frac{5}{3}\mu+\frac{65}{9}\frac{1}{i}\left(1+\frac{F^2}{9}\right)\left(\frac{dh}{dx}\right)^2-\frac{69}{54}\frac{\mu^2F^2}{i}(1+\theta)^2\right] \qquad (7\cdot51)$$

x) (8·11) で $\partial v/\partial t$ を求める。

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{5}{3}\frac{v}{h}\frac{\dfrac{\partial\kappa}{\partial t}}{\dfrac{\partial\kappa}{\partial x}}\frac{dh}{dx} \qquad (7\cdot54)$$

xi) (3·14) で δ を求める。

$$1+\delta=\left\{1-\frac{F^2}{i}\left(\frac{9}{5}\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{27}{50}\frac{h}{v^2}\frac{\partial v}{\partial t}\right)\right\}\left\{1-\frac{13}{3}\frac{F^2}{i}\frac{dh}{dx}+\frac{10}{3}\frac{\dfrac{dh}{dx}\dfrac{\partial v}{\partial t}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1} \qquad (3\cdot14)$$

xii) ii)に返って計算を繰返えす。

かくて，次式によって κ を計算することができる。

$$\kappa=\frac{\kappa'}{i}\frac{dh}{dx} \qquad (7\cdot55)$$

なお，vi) の (7·60) の条件が充分に満足されない場合には，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{i}{2\kappa''}\left\{1-\sqrt{1-\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa''}\right\} \qquad (7\cdot59)$$

で直ちに dh/dx を求め，(7·62) を変形して，

$$\delta=\frac{10}{3}\frac{1}{\mu}\frac{dh}{dx}-1 \qquad (7\cdot69)$$

によつて θ を求めればよい。

(3) 数値計算と補正項の省略

前項および前々項で洪水頂点の水深および流量の変化を求めるための近似式をえたので，本項では実測資料によって数値的に近似の程度，各量およびパラメーターの大きさ，その一般的変化傾向について検討してみる。

さきに第4節で用いた新高瀬川，布川，栗橋，若泉の

表—5. 数 値 計 算 結 果

	新高瀬川		江戸川	布川		栗橋	若泉
	第1近似	第2近似	第2近似	第1近似	第2近似	第1近似	第1近似
i	1/1,000	同上	1/4,000	1/7,000	同上	1/3,500	1/300
h (m)	0.80	同上	1.54	9.72	同上	7.2	2.6
v (m/sec)	0.75	同上	0.811	2.77	同上	2.65	5.68
$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$ (m/sec^2)	-1.67×10^{-6}	同上	-1.54×10^{-8}	-1.83×10^{-9}	同上	-3.75×10^{-9}	-1.25×10^{-8}
F^2	7.17×10^{-2}	同上	4.36×10^{-2}	8.05×10^{-2}	同上	9.96×10^{-2}	1.262
δ	13.8×10^{-2}	$[10.5\times10^{-2}]$ 11.5×10^{-2}	4.16×10^{-2}	1.10×10^{-2}	9.0×10^{-3}	4.55×10^{-3}	1.892×10^{-6}
$\frac{\partial^3 h}{\partial x^3}$ (1/m)	-8.02×10^{-7}	-8.43×10^{-7}	-7.69×10^{-9}	-8.38×10^{-11}	-8.38×10^{-11}	-1.90×10^{-10}	-1.397×10^{-10}
μ	-6.21×10^{-4}	-6.53×10^{-4}	-4.64×10^{-5}	-5.49×10^{-6}	-5.49×10^{-6}	-5.49×10^{-6}	-4.79×10^{-8}
κ'	1.127	1.039	1.072	1.143	10145	1.177	3.242
κ''		1.191	1.165		1.316		
$\frac{6}{5}\frac{\mu}{i}\kappa''$		-0.935	-0.260		-6.06×10^{-2}		
$\frac{dh}{dx}$	-1.64×10^{-4}	(-2.1×10^{-4}) -1.64×10^{-1}	-1.31×10^{-5}	-1.62×10^{-6}	-1.62×10^{-6}	-1.366×10^{-6}	-1.437×10^{-5}
θ	-12.2×10^{-2}	-16.2×10^{-2}	-5.8×10^{-2}	-1.285×10^{-2}	-1.47×10^{-2}	-5.67×10^{-3}	-1.40×10^{-5}
$\frac{\partial\kappa}{\partial x}$ (1/m)		-8.00×10^{-4}	-3.00×10^{-5}		-5.64×10^{-7}		
$\frac{\partial\kappa}{\partial x}$ (1/sec)		11.77×10^{-4}	4.32×10^{-5}		2.64×10^{-5}		
$\frac{3}{5}\frac{1}{v}\frac{\frac{\partial\kappa}{\partial t}}{\frac{\partial\kappa}{\partial x}}$		-1.177	-1.065		-1.012		
$\frac{\partial v}{\partial t}$ (m/sec^2)	-3.19×10^{-4}	(-3.00×10^{-4}) -3.77×10^{-4}	-1.66×10^{-6}	(-1.53×10^{-5}) -3.55×10^{-6}	(-1.53×10^{-5}) -3.60×10^{-6}	(-9.73×10^{-6}) -3.70×10^{-6}	(-6.39×10^{-5}) -4.95×10^{-7}
κ	-18.4×10^{-2}	-17.0×10^{-2}	-5.62×10^{-3}	-1.296×10^{-2}	-1.30×10^{-2}	-5.63×10^{-3}	-1.40×10^{-5}
λ_{hx} (1/m)	2.04×10^{-4}	(2.46×10^{-4}) 2.05×10^{-4}	8.51×10^{-6}	1.67×10^{-7}	1.67×10^{-7}	1.90×10^{-7}	5.52×10^{-9}
ω_p (m/sec)	1.42	(1.075 ?) 1.39	(1.26) 1.41	4.68	4.68	4.44	9.46

(註 2) (+) は実測値　　(註 2) (×) は (2·24) 式による計算値

資料に建設省関東地方建設局が 1943 年 12 月 7 日～8 日に江戸川において行なった人工洪水の宝珠花—流山間の資料*を加えて計 5 地点について，測定した i, h, v, $\partial^2h/\partial t^2$ によって，各量およびパラメターの値を計算すると表—5 の通りである。

この数値計算の結果から次のことがわかる。

(a) 新高瀬川，江戸川における人工洪水ではその頂点の水深の変化加速度 $\partial^2h/\partial t^2$ や頂点の曲率 $\partial^2h/\partial x^2$ が自然洪水に比較していちじるしく大であり，ために δ, $|\theta|$ などの補正項や $|\kappa|$, $|\mu|$ の値が大きく，また頂点の水深の低減率 λ_{hx} も桁はづれに大きくて明らかに両者に区別される。

(b) 実際河川の洪水では第 1 近似式で充分の精度がえられる。

(c) δ, $|\theta|$ などの補正項や $|\kappa|$, $|\mu|$, λ_{hx} などは河川の上流部となるほど減少する傾向がある。

(d) 人工洪水では補正項 δ, $|\theta|$ などは 1 に対して数 % ないし 10 数 % の order であって無視できない程度であるが，自然洪水では 1 % の order またはそれ以下であって無視できる程度である。

(e) したがって，第 1 項の諸式において δ および θ を無視すると，それぞれ次式がえられる。

$$\omega_p=\frac{5}{3}v \tag{7·70}$$

$$\frac{\partial^2h}{\partial t^2}=\left(\frac{5}{3}v\right)^2\frac{\partial^2h}{\partial x^2} \tag{7·71}$$

$$\mu=\frac{h(\partial^3h/\partial x^3)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \tag{7·72}$$

* 数値は 7) により，$n=0.026$, $h=1.54$ m, $\partial^2h/\partial t^2=-1.542\times10^{-8}$ m/sec^2 とした。ただし，勾＝i を元江戸川工事々務所調査係長水野昭技官の意見で 1/4,000 に修正した。同技官によれば，この区間の平水の水面勾配は 1/3,800～1/4,000 とのことである。

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\mu=\frac{3}{10}\frac{h(\partial^2h/\partial x^2)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot73)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{5}{6}\mu gF^2=\frac{5}{6}\frac{v^2(\partial^2h/\partial x^2)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot74)$$

$$\frac{dQ}{dt}=\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial t}Q=\frac{5}{6}\frac{vQ(\partial^2h/\partial x^2)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F_7\right)$$

$$=\frac{1}{2}\frac{Q(\partial^2Q\partial x^2)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot75)$$

$$\frac{dQ}{dx}=\frac{1}{\omega_p}\frac{dQ}{dt}=\frac{1}{2}\frac{Q(\partial^2h/\partial x^2)}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot76)$$

$$\lambda_{hx}=-\frac{3}{10}\frac{\partial^2h/\partial x^2}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot77)$$

$$\lambda_{Qx}=-\frac{1}{2}\frac{\partial^2h/\partial x^2}{i}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot78)$$

$$\lambda_{Qt}=-\frac{1}{2}\frac{\partial^2Q^2/\partial x^2}{bi}\left(1-\frac{4}{9}F^2\right) \quad (7\cdot79)$$

$$\kappa=\frac{3}{10}\frac{\mu}{i}\left(1+\frac{16}{9}F^2\right)$$

$$=\frac{3}{10}\frac{h(\partial^2h/\partial x^2}{i^2}\left(1+\frac{16}{9}F^2\right)\left(1-\frac{4}{9}\right) \quad (7\cdot80)$$

(f) 若泉，栗橋，布川の資料はすべて利根川のキティ台風時のものであるが，$\partial^2h/\partial x^2$ の値が上下流でほぼ10倍程度の変動があるのに対して，$\partial^2/\partial x^2$ の値はわずか2倍程度の変動しかない。また，F の値も栗橋，布川間ではほとんど差がない。したがって，実際河川で水深および流量の変化が指数関数低減とみなしえて，その低減率が (7·77)，(7·78) で表わしうる区間長は案外に長いもののようである。なお，$\partial^2Q/\partial x^2$ の変化が少ないとすれば流量は時間に関して指数関数低減することになり，低減率は (7·79) で表わされる。

(g) 新高瀬川の例では実測値と計算値がよく一致しているが，実際河川の例では $\partial v/\partial t$ の値でみてもわかるように一般に計算値が小さくより一致とはいえない。とくに第4節の (3·14) による計算結果から δ が布川では9%，栗橋では3% の order と考えられたのに，この計算結果では 10^{-3} の order となっているのは相異がはなはだしい。この原因は本論が広矩形の一様水路を対象としているのに，実際河川ではその断面が水深方向にも流下方向にも変化していて，洪水がこの影響をうけることがその主なものであると考えられる。よって，精度よく洪水頂点を論ずるためには変断面水路について考察する必要があろう。

8. 洪水頂点の水深，流量変化についての一般的考察

洪水頂点の水深および流量の変化については第1節でものべたように従来数多くの研究があるが，本節では比較的本論に近い結果をえている主要なものとの関係を検討し，本論の結果について一般的考察をする。

(1) 林泰造博士〔1953〕[7]は本論で用いたのと同じ方程式および連続方程式を基礎にして，洪水頂点の附近について近似計算を行ない，洪水頂点の伝　速度および水深の低減率を求めた。博士は断面が一般の矩形の場合について研究しているが，以下広矩形断面の場合について考える。

伝運速度については (7·70) と同様の結果をえており，頂点の水深の低減率としては次式をえている。

$$\lambda_{hx}=\sigma\frac{27}{250}\alpha\left\{\frac{1}{F_s^5}-\frac{2}{3}\left(\frac{5}{3}\frac{\eta}{\alpha}-1\right)\right\}\left(\frac{gh_p^5}{-\ddot{F}(0)}\right)^{-1/2}$$

ここに，

δ ： 博の提案した無次元積で $\sigma=\left(\dfrac{-\ddot{F}(0)}{g}\right)^{-1/2}\Big/i$ (8·1)

$\ddot{F}(0)$ ： $\partial^5h/\partial t^5$ の洪水頂点における値

F_s ： Froude 数 (h_p に対応する定流値)

s ： 定流値を示す添字

h_p ： 洪水頂点 ($\partial h/\partial t=0$) における洪水の水深

α, η ： Boussinesq の係数

である。

本論の結果との関係を検討するために，

$$\ddot{F}(0)\equiv\partial^5h/\partial t^5,\quad h_p=h,\quad \alpha=\eta=1$$

$$F_s^5=v_s^5/gh\ (v_s：h\text{ に対応する定流値})$$

とおいて (8·1) を整理すると，

$$\lambda_{hx}=-\frac{27}{250}\frac{1}{iv_s^5}\left(1-\frac{4}{9}F_s^5\right)\frac{\partial^5h}{\partial t^5} \quad (8\cdot2)$$

となる。

しかして，本論の補正項 δ, θ を無視した式 (7·71)，(7·77) によれば，

$$\lambda_{hx}=-\frac{27}{250}\frac{1}{iv^5}\left(1-\frac{4}{9}F^5\right)\frac{\partial^5h}{\partial t^5} \quad (8\cdot3)$$

であって，これは v, F が不定流値となっている以外は全く (8·2) と一致している。しかして，前節の数値計算からもわかるように，実際河川の洪水では κ の値は1% 程度以下と考えられるから v, F の定流値と不定流量はほとんど差がないであろう。よって，林博士の洪水理論は実際河川の洪水程度の流動性をもつ洪水に対しては適用しうるものと考えられる。

しかし，博士が計算例として使用している江戸川の人工洪水では，前節で計算したように，

$$\theta=-5.8\times10^{-},\quad \delta=4.16\times10^{-}$$

であって，

$$\frac{4}{9}F^5=1.94\times10^{-5}$$

よりも大きく，補正項が意味をなしていないようである。

(2) Forchheimer〔1930〕[5]は運動方程式中の加速度項 $1/g\cdot dv/dt$ を無視し，広矩形断面の場合について計算して，洪水頂点の水深の低減を与える近似式として次式をした。

$$\Delta h=\frac{Q_p}{2bi\omega_p}\frac{\partial^1 h}{\partial x^2}\Delta x \qquad (8\cdot4)$$

Q_p ：洪水頂点の流量

ω_p ：洪水頂点の伝達速度

ここで本論の結果を参照して

$$Q_p=b\cdot h\cdot v,\qquad \omega_p=\frac{5}{3}v$$

とおいて整理すると，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\frac{h}{i}\frac{\partial^1 h}{\partial x^1} \qquad (8\cdot5)$$

となる。

これは本論の (7·73) で $4/9\cdot F$ を1に対して無視したものに等しい。したがって，この式は河川の下流部とくに大陸の大河の下流部の洪水のように，水深の変化に緩慢な場合には，充分に使用しうるものであろう。なおこのような場合の近似式としては (8·3) で $4/9\cdot F$ を無視した次式を用いるのが一層便利であろう。

$$\lambda_{hx}=-\frac{27}{250}\frac{1}{iv^2}\frac{\partial^1 h}{\partial t^2} \qquad (8\cdot6)$$

(3) Maillet [1919][6] は運動方程式中の $1/g\cdot\partial v/\partial t$ を無視し，洪水頂点附近では

$$\frac{\partial A}{\partial t}\ll v\frac{\partial A}{\partial x}$$

と仮定して，広矩形断面の場合について計算し，洪水頂点の水深の低減を与える式として，

$$\Delta h=\frac{Q_p\lambda}{2bi_1\omega_p}\frac{\partial^1 h}{\partial\alpha^1}\Delta x \qquad (8\cdot7)$$

Q_p ：洪水頂点の流量

ω_p ：洪水頂点の伝達速度

$\lambda=1-xF^1$ (F ：Froude 数)

$i_1=i-\lambda\cdot\partial h/\partial x$

をえた。

本論の結果を参照して

$$Q_p=b\cdot h\cdot v,\quad \omega_p=\frac{5}{3}v,\quad \frac{\partial h}{\partial x}=\frac{dh}{dx}$$

とおいて整理すると，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\frac{h}{i}\left(1-\lambda\frac{dh/dx}{i}\right)^{-1}1-\alpha F^1)\frac{\partial h}{\partial x^1}$$

となる。よって一たん右辺の補正項を無視して dh/dx の近似値を求め，右辺に代入して変形すると，

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{10}\frac{h(\partial^1 h/\partial x^2}{i}(1-\alpha F^1)\left(1+\frac{3}{10}\frac{h}{i^2}\frac{\partial^1 h}{\partial x^2}\right) \qquad (8\cdot8)$$

がえられる。

この式は本論の (7·28) において

$$\theta_1\fallingdotseq\frac{3}{10}\frac{h}{i^2}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

としたものとほぼ一致する。このように本論の θ に相当する補正項が現われていることは注目に値する。ただ F^2 の係数が $4/9$ でなく α となっているが，前節の数値計算の結果からもわかるように，緩た配で水深変化が急激な場合には補正項 θ の方が $4/9\cdot F^2$ よりも重要となるから，人工洪水のような場合には (8·7) は比較的よく適合するのかも知れない。

ところで，本論の結果によれば洪水頂点 ($\partial h/\partial t=0$) の水深および流量が，指数関数低減すると考えることのできる区間長は比較的長いようであって，その低減率は (7.77)，(7·78)，(7·79) などで与えられる。ただ，流量は距離および時間のいづれに関して指数関数低減と考えた方がより適当であるかは，(7·78)，(7·79) からわかるように洪水の流下に伴う $\partial^2/\partial x^2$ と $\partial^1 Q/\partial x^2$ の変動がいづれが少ないかによって定まるのであって，これについては今後観測によって確かめる必要があろう。ここでは区間長の長短にはふれないことにし，一応低減率は (7·77)，(7·78) で与えられるものとして，その一般的傾向について以下考察する。

(a) 低減率は河床勾配に反比例する。

(b) 低減率は頂点 ($\partial h/\partial t=0$) における水深の曲率 ($\partial^1 h/\partial x^1$) に比例する。

(c) 低減率に対して支配的影響を及ぼす因子は上記の2つであり，Froude 数は2次的影響をもっているにすぎない。しかし，勾配が急となって F が大きくなり，その値が $\sqrt{1.5}$ に近ずくと影響は1次的となる。そして，$F=\sqrt{1.5}$ では低減率はゼロとなり，それ以上大きくなると負となって，水深は増大することになる。

(d) F^2 はほとど i に比例するから，$\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)$ は i が大となると小になる。したがって低減率は単にに反比例するのみでなく，2次的にも反比例的傾向をもっている。よって，底勾配が低減率に及ぼす影響はとくに支配的である。

(e) 粗度係数や重力加速度などの力学的要素は補正項としての Froude 数に含まれているのみで2次的影響しかなく，低減率がほとんど勾配，曲率 $\partial^2 h/\partial x^2$ などの幾何学的要素で決定されることは注目すべきである。ただし，安性的には粗度係数が大きいほど低減率は大きくなる関係にあり，これは一般通念と一致している。

(f) (7·77)，(7·78) 中の $\left(1-\frac{4}{9}F^2\right)\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ はその誘導の過程からわかるように，運動方程式中の

$$\kappa i=\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

の x に関する偏微分 $\partial\kappa/\partial x\cdot i$ である。このことから運動方程式中のこれらの3項が洪水頂点の低減に重要な役割をはたしていることがわかる。

ところで，上記の補正項は

$$-\frac{4}{9}F^2\frac{\partial^1 h}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right)$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{g}\frac{dv}{dt}\right) \qquad (8\cdot9)$$

であり，加速度項の距離変化である。しかして，すでに考察したようにこの補正項は急勾配となると重要であって，わが国の河川では無視できないものであるが，(8·9)

の2項の絶対値の比は

$$\left|\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right| : \left|\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right)\right|$$

$$\fallingdotseq \frac{2}{3}\alpha : \frac{10}{9} \fallingdotseq 3:5$$

であって，ほぼ同 order である。したがって，洪水頂点について考察する場合に，これらの2項のいづれか一方のみを無視することは不適当であり，緩勾配の場合で Froude 数が小さくこれらの項を $\partial h/\partial x$ に対して無視するとすれば，Forchheimer が行なったように両者をともに無視するのが適当であろう。

（g） 低減率を与える (7.77)，(7.78) 中には変量 $\partial^1 h/\partial x^2$, F を含んでおり，厳密には洪水頂点の水深，流量の変化は指数関数的でにない。単にこれらがあまり変化しない微小な区間について低減率が考えられるのみである。したがって，真に洪水頂点の水深，流量変化を一般的に論ずるためには，これらの流下にともなう変化まで論ずる必要がある。ただ，これを理論的に行なうことは相当に困難であるから，実際河川の洪水の実測によって実験的に研究することが重要な課題であろう。

9. 流水頂点の長水性について

洪水は完全な流れでもなく，またもちろん完全な波（長波）でもないことは従来からいわれているところであって[10]，洪水理論や洪水追跡法の精度と適用限界を明らかにするためには，洪水の長波性を示す示標がぜひとも必要である。

林泰造博士〔1953〕[11] は洪水頂点における水深の変化加速度 $(\partial^1 h/\partial t^2)_p$ に着目し，運動方程式 (1·8) を無次元化して，

$$1-\frac{\alpha}{F_d^1}\frac{q^2}{H^{10/3}} = \sigma\left\{\left(1-\frac{\alpha q^2}{H^3}\right)\frac{\partial H}{\partial \xi}+(\alpha+1)\frac{q}{H^2}\frac{\partial q}{\partial \xi}+\frac{1}{H}\frac{\partial q}{\partial \tau}\right\} \tag{9·1}$$

$$\sigma=\left(\frac{-(\partial^1 h/\partial t^2)_p}{g}\right)\frac{1}{i}\Big/ i \tag{9·2}$$

$$x_0^1=\frac{ih_p^{1/3}}{gn^1} \quad (h_p \text{ に対応する定流の Froude 数}$$

を導いた。ここに H, q, ξ, τ はそれぞれ h, Q/b, x, t の無次元量である。そして，(9·1) に含まれるパラメター σ の役割について考察し，運動方程式が (1·8) で与えられる水波を長波と洪水波* に分類して，$\sigma \gg 1$ の波を長波，$\sigma \ll 1$ の波を洪水波であるとし，σ が波の洪水波性を表わす尺度であると考えて，$i=0$ の場合には $\sigma=\infty$ となって (12·1) の左辺を右辺に比べて無視できるから，完全な長波は実現できるが，波であるかぎり $(\partial^1 h/\partial t^2)_p \neq 0$ であるから，$\sigma=0$ はありえず，したがって完全な洪水波は実現しないとした。

しかし，$i=0$ わ $\sigma=\infty$ の場合には，単に (9·1) の上からみるときは，(9·3) からわかるように $1/F_d^1$ は σ と同 order で ∞ であり，したがって，左辺第2項は右辺に比べて無視しえない。完全な長波は $i=0$ の外に $n=0$ の条件を要する。また，(9·1) の右辺を左辺に比較する場合 σ の値にのみ着目するべきではなく，右辺全体の値に着目すべきであって，単に，例えば $(\partial^1 h/\partial t^2)_p$ の値が小さくわ σ の値が小さいことのみから右辺が左辺に比べて無視できるとは考えられない。なぜなら，無次元量 ξ, τ は

$$\xi=\frac{x}{\sqrt{gh_p^1\Big/-\left(\frac{\partial^1 h}{\partial t^2}\right)_p}} \tag{9·4}$$

$$\tau=\frac{t}{\sqrt{h_p\Big/-\left(\frac{\partial^1 h}{\partial t^2}\right)_p}} \tag{9·4}$$

で与えられているから，$(\partial^1 h/\partial t^2)_p$ が小さいときには (9·1) の右辺 { } 中の分母を構成する無次元量 $\partial\xi$, $\partial\tau$ もまた σ と同 order で小さいからである。

このように，σ によって林博士のいわゆる洪水波性を表示することには少なくとも説明に多少の疑問があり，また，$(\partial^1 h/\partial t^2)_p$ に着目することに必然性が乏しく，σ の物理的意味も明らかでないなどの問題がある。よって筆者は別の観点から洪水頂点の長波性の示標を求めることを考える。

運動方強式 (7·1) を変形すると，

$$\frac{ih^{1/3}}{gn^1}-\frac{v^2}{gh}=\kappa\frac{ih^{1/3}}{gn^1}$$

$$\therefore\quad 1-\frac{F^1}{F_d^1}=\kappa \tag{9·5}$$

となる。

しかして，(7·10)，(7·20)，(7·55)，(7·62) によれば，洪水の頂点 $(\partial h/\partial t=0)$ では

$$\kappa=\frac{3}{10}\frac{h(\partial^1 h/\partial x^2)}{i^2}(1+\theta)\left(1+\frac{16}{9}F^1\right)\left(1-\frac{4}{9}F^1\right) \tag{9·6}$$

である。したがって，本論が成立するような洪水については，κ は i^2 に反比例する。これに対して (9·3) からもわかるように，$1/F_d^1$ は i に反比例するから，i が小になれば (9·5) の右辺は左辺に比べて急激に大きくなると提定される。(9·6) はそもそも $|\kappa|$ の値が小さい場合に成する近似式であるから，これによって $i\to 0$ の場合を提定することはできないが，$|\partial^1 h/\partial x^2|$, n, h などが有限値であれば i が小となると (9·5) の右辺が左辺に比べて大きくなり，長波に近ずく性質をうかがうことができる。

一方，i, n, h が有限で $|\partial^1 h/\partial x^2|\to 0$ の場合には (9·6) から $|\kappa|\to 0$ となるから，(9·5) は

* 林博士は運動方程式が (9·1) の右辺をゼロとした式で表わされるような水波を洪水波と定義している。

$$F=F_0 \qquad (9\cdot 7)$$

となり，完全な流れを表わすことになる。

すなわち，$|\kappa|$ の値は洪水頂点の不定流性の大小を表わしているのであって，これを洪水頂点の長波性の示標とすることができよう。

ところで，実際河川の洪水ではすでにのべたように θ は1に対して微小であるから，(9·6) でそれを無視し，(7·71) を用いて変形すれば，

$$|\kappa|=\frac{27}{250}\frac{1}{F^4}\left(1+\frac{16}{9}F^4\right)\left(1-\frac{4}{9}F^4\right)\frac{\left|\frac{\partial^4 h}{\partial t^8}\right|}{gi}\Big/i \qquad (9\cdot 8)$$

がえられる。実測資料から $|\kappa|$ を求める場合には，この式によることができる。なお，この式中の $|\partial^4 h/\partial t^8|/gi^8$ が林博士の σ^4 に等しいことは興味ある事実である。

実際河川の洪水の長波性について厳密に考察するためには，変断面水路の洪水について研究する必要があるが，(9·8) を用いたのと等しい表—5の値も order は示しているものと考えてよいであろう。それによると，$|\kappa|$ の値は

新高瀬川(人工洪水，昭26.3.1)：$|\kappa|=17.0\times10^{-1}$
江戸川(人工洪水，昭18.12.7)：$|\kappa|=5.62\times10^{-1}$
布川(利根川，昭24.9.1，キテイ)：$|\kappa|=1.30\times10^{-1}$
栗橋(　同　上　)：$|\kappa|=5.63\times10^{-3}$
若泉(神流川，昭24.9.1，キテイ)：$|\kappa|=1.40\times10^{-5}$

であって，この順に洪水頂点の長波性が強いようである。

10. 流水の鞍点について

洪水ではその原因となる雨の降り方によって頂点が2つ以上存在することがあり，この場合には頂点と頂点の間に水点が現われる。水点では水深の時間に関する一次微分値がゼロであることは頂点と同様であるが，2次微分値は頂点では負の値であったのに対して，水点では正の値である。したがって一次微分値がゼロまたはゼロに近いことを条件として導びいた本論の諸式はすべて水点においても成立するが，2次微分値を含む結果の判断はすべて頂点の場合と逆になる。以下それぞれの結果について考察してみよう。

(1) 伝達速度に関する第2節の連続方程式のみを考慮した諸式はもちろん水点でも成立する。

(2) 伝達速度について運動方程式を考慮してえられた (3·9)，(3·14)，(3·19) なども，水点でも同様に成立する。また，実際の観測資料で検討してみるのが望ましいが，微小項を省略した (4·1)，(4.2)，(4.3) も成立するものと考えられ，したがって頂点の場合と同程度の誤差を許せば，水点についても Kleitz-Seddon の法則が成立することになる。

(3) 水点において $\partial I/\partial t=0(\partial I/\partial t^0>0)$，$\partial v/\partial t=0(\partial^1 v/\partial t^8>0)$，$\partial Q/\partial t=0(\partial^1 Q/\partial t^8>0)$，$\partial h/\partial t=0(\partial^1 h/\partial t^8>0)$ の現われる順序について考える。

(5.2) において，水点 $\partial h/\partial t=0(\partial^1 h/\partial t^0>0)$ の附近では上流側では $\partial h/\partial t>0$，下流側では $\partial h/\partial t<0$ であるから，この附近では $\partial^1 h/\partial x\partial t<0$ である。よって，$\partial I/\partial t=0$，したがって勾配の水点 $\partial I/\partial t=0(\partial^1 I/\partial t^0>0)$ は $\partial h/\partial t=0$ よりも以前に起る。

次に，(5.9) は頂点と同様に成立するから，上記の $\partial h/\partial x\partial t<0$ によって $\partial v/\partial t>0$，したがって，流速の水点 $\partial v/\partial t=0(\partial^1 v\partial t^8>0)$ は $\partial h/\partial t=0$ より以前に起る。また，(5.12) によって流量の水点 $\partial Q/\partial t=0(\partial Q/\partial t^1>0)$ も $\partial h/\partial t=0$ より以前に起る。

さらに，$\partial v/\partial t=0(\partial^1 v/\partial t^0>0)$ について考える。ここでは $\partial h/\partial t<0$ であるから，(5 14) によって $\partial^1 h/\partial x\partial t<0$ で，(5.2) によって $\partial I/\partial t>0$ である。よって，勾配の水点 $\partial I/\partial t=0(\partial^1 I/\partial t^8>0)$ は流速の水点より以前に起る。また，(5.15) によって $\partial v/\partial t=0$ $(\partial v/\partial t^8>0)$ では $\partial Q/\partial t<0$，よって流量の水点 $\partial Q/\partial t=0(\partial^1 Q/\partial t^8>0)$ は流速の水点より以後に起る。

かくて，任意地点において水点 $\partial I/\partial t=0$ $(\partial^1 I/\partial t^0>0)$，$\partial v/\partial t=0(\partial^1 v/\partial t^8>0)$，$\partial Q/\partial t=0$ $(\partial^1 Q/\partial t^0>0)$，$\partial h/\partial t=0(\partial^1/\partial t^0>0)$ は頂点の場合と同様にそれぞれこの順に現われることがわかる。

(4) 任意時刻に $\partial I/\partial x=0(\partial^1 I/\partial x^8>0)$，$\partial v/\partial x=0$ $(\partial^1 v/\partial x^8>0)$，$\partial Q/\partial x=0$ $(\partial^1 Q/\partial x^8>0)$，$\partial h/\partial x=0$ $(\partial^1 h/\partial x^8>0)$ の現われている位置も頂点の場合と全く同様の考察によって，下流からこの順であることがわかる。

(5) (5.28)，(5.29) は水点 $\partial h/\partial t=0(\partial^1 h/\partial t^8>0)$ でも成立するから，この場合も

i) $\partial v/\partial t<0$ のときは $\partial h/\partial t<0$ であるから $\omega_Q>v$
ii) $\partial v/\partial t=0$ のとき $\omega_Q=v$
iii) $\partial Q/\partial t=0$ のとき $\omega_Q=0$
iv) $\partial h/\partial t=0$ のとき $\omega_Q=\mp\infty$
v) $\partial h/\partial t>0$ のとき $\partial v/\partial t>0$ であるから $\omega_Q>v$

であって，x—t 平面上の Q 特性曲線はこの場合も $\partial Q/\partial t=0$ の特性曲線上で t 軸に平行になり，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上で軸に平行になる。

また，同じく (5.30)，(5.31) も成立するから，同様の考察によって x—t 平面上の A の特性曲線が $\partial Q/\partial x=0$ の特性曲線上で $\omega_A=0$，すなわち t 軸に平行になり，$\partial h/\partial x=0$ の特性曲線上で $\omega_A=\mp\infty$，すなわち x 軸に平行になる。

(6) よって，水点附近における x—t 平面上での Q，A の特性曲線の性状は頂点附近の場合と同じ相似である。したがって，この場合も頂点と同様に Q，A の特性曲線は $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t=0(\partial Q/\partial x=0)$，$\partial h/\partial x=0$ などの特性曲線を横切って閉じており，Q と A の特性

曲線はずれていて，前者の方が後者よりも前進している。頂点ではこのような特性曲線の性状は Q，A の低減を意味したが，水点では逆にそれらの増大を意味するものと考えられる。

（7）(4.1)，(4.2)，(4.3) が水点でも成立するであろうことはすでにのべたが，前項で特性曲線の性状が明らかになったから，水点におけるこれらの式の補正項の符号について考えてみよう。

（a）(4.1) について，$\partial Q/\partial t=0$ では $\partial^1 h/\partial t^8>0$ であるから，補正項は負である。

（b）(4.2) について，$\partial h/\partial t=0$ では $\partial h/\partial x>0$，$\partial v/\partial t>0$，$\partial^1 h/\partial t^0$ であるから，補正項は負である。

（c）(4.3) について，$\partial h/\partial x=0$ では $\partial^1 h/\partial t^8>0$ であるから，補正項は負である。

したがって，水点し伝達速度は 5/3, v よりも小である。

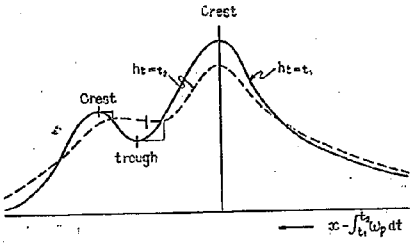
（8）低減率についての連続方程式のみによる式 (6 9)，(6 6) は頂点と同様に成立する。

（9）第7節の諸式もすべて水点でも成立する。ただ頂点では $\partial^1 h/\partial x^0<0$ であったのに対して，水点では $\partial^1 h/\partial x^8>0$ であるために，頂点で $\mu<0$ であったのが，水点では $\mu>0$ となり，ために μ を含む各量やパラメターはすべて頂点の場合と符号が逆になる。すなわち，$\delta<0$，$\theta>0$，$\kappa>0$，$dh/dx>0$，$\partial v/\partial t>0$，$\lambda_{hx}<0$，$\lambda_{Qx}<0$ などである。これによって，水点では伝達速度は 5/3, v よりも小であり，低減率は負であって，水深，流量は増大することがわかる。

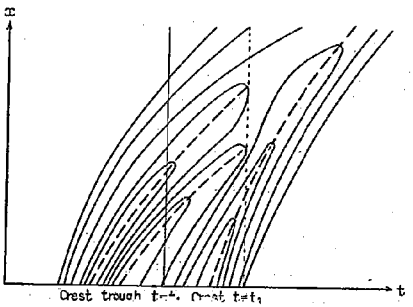
(10)　このように，水点では流速が頂点よりも遅いから伝播速度 5/3, v が遅くなるのみでなく，補正項 δ ので効果水点は頂点よりも一層伝達がおくれる。また，頂点では水深，流量が低減したのに対して，水点では増大するから，水点はそれが存在する限り，増大しつつ後の頂点に合一するであろう。ただ，実際河川の観測によると，水点が比較的早く消滅していることから考えて，その曲率の値の変化は相当にはげしいのではないかと提定され，したがって，指数関数増加とみなすことのできる区間または時間は比較的小さいのではないかと考えられる。

(11)　洪水の頂点が2つあって水点が存在する場合の洪水曲線の変形の状況は次の2つの場合が考えられる。

（a）後の頂点の方が大きい場合で，この場合には洪水曲線の形は相対的に図—8(a)のように変化することになるから，前の頂点と水点の距離は長くなり，長い平坦部ができて前の頂点と水点が消滅する。また，特性曲線は図—8(b)のような様相を呈しており，前の頂点と水点の特性曲線は開いた状態で同時に消滅する。さらに，これらの消滅後平坦部の長さはしだいに短かくなるから，この場合には前の頂点が後の頂点に吸収されるという感じである。

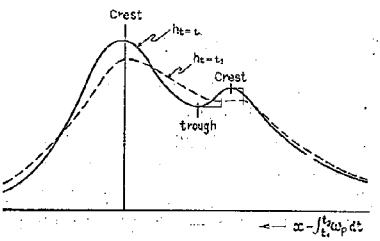


図—8(a)　鞍点のある場合の洪水曲線形の変化
（後の頂点が大きい場合）

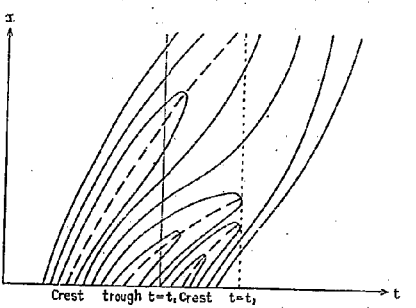


図—8(b)　鞍点のある場合の特性曲線の状況
（後の頂点が大きい場合）

（b）前の頂点の方が大きい場合で，この場合には洪水曲線の形は相対的に図—9(a)のように変化し，後の頂



図—9(a)　鞍点のある場合の洪水曲線形の変化
（前の頂点が大きい場合）



図—9(b)　鞍点のある場合の特性曲線の状況
（前の頂点が大きい場合）

点と水点の距離が小になって消滅する。特性曲線の様相は図—9(b)のようで，水点と後の頂点の特性曲線は閉じた状態で同時に消滅する。この場合には消滅後も両頂点(大部)の間隔は拡がるから，後の頂点が低下しつつとり残されて消滅するという感じである。

11. あ と が き

本論の考察によって，洪水頂点および水点の伝達と水深，流量変化について明らかになった主な点は次の通りである。

(1) 従来洪水頂点の伝達速度は広矩形断面の場合 $5/3\ v$ であるとされ，その精度が明らかでなかったが，本論では3つの頂点 $\partial Q/\partial t=0(\partial^1 Q/\partial t^0<0)$，$\partial h/\partial t=0$ $(\partial h/\partial t^3<0)$，$\partial h/\partial x=0(\partial^1 h/\partial x^3<0)$ について考察した結果，これらの伝達速度はいづれも $5/3\ v$ よりも数% 大であり，1に対する補正項は (4,1)，(4,2)，(4,3)，(7,38) などで表わされることを明らかにした。

(2) 洪水頂点の伝達速度について考察する場合には，不定流の運動方程式において，底勾配および摩擦の項のみを取扱っても，運動方程式として (4,11) の型を用い，諸量の値に不定流のものを用いれば，前項の補正項は考慮されたことになり，伝達速度は 1×10^{-1} 程度の精度を有する。この点は変断面水路の洪水を論ずるに発って考慮すべき重要な点である。

(3) 洪水が定流であると考えると，洪水頂点の伝達速度に関する Kleits-Seddon の法則が成立する。この法則の精度はわが国の河川の下流部では数% であるが，上流となるほど精度は向上する。

(4) 任意地点において，$\partial I/\partial t=0(\partial^1 I/\partial t^3<0)$，$\partial v/\partial t=0(\partial^1 v/\partial t^0<0)$，$\partial Q/\partial t=0(\partial^1 Q/\partial t^1<0)$，$\partial h/\partial t=0(\partial h/\partial t^1<0)$ はそれぞれ時間的にこの順に現われ，任意時刻において，$\partial I/\partial x=0$ $(\partial^1 I/\partial x^1<0)$，$\partial v/\partial x=0$ $(\partial v/\partial x^3<0)$，$\partial Q/\partial x=0(\partial^1 Q/\partial x^0<0)$，$\partial h/\partial x=0(\partial^1 h/\partial x^0<0)$ はそれぞれ下流からこの値に存在する。また頂点附近で Q および A の $x-t$ 平面上の特性曲線は $\partial Q/\partial t=0$，$\partial h/\partial t=0$，$\partial h/\partial x=0$ などの特性曲線を横切って閉じ，Q の特性曲線は A のそれより前進した位置にずれている。

(5) 頂点附近では同一の Q および A の伝達速度はともに上昇側の方が下降側よりも小である。

(6) i，h，v，$\partial^1 h/\partial t^3$ を与えれば，洪水頂点の伝達および水深，流量変化を決定することができる。第1近似式は (7,42)，(7,10)，(7,20)，(7,29)，(7,38)，(7,28)，(7,14) によって与えられ，第2近似式は (7,42)，(7,68)，(7,10)，7,20)，(7,56)，(7,58)，(7,60)，(7,63)，(7,62)，(7,48)，(7,51)，(7,54)，(3,14)，(7,55)，(7,59)，(7,69) などで与えられる。実用的には第1近似式を用いれば充分であり，とくに実際河川程度の長波性の洪水については，さらに省略を行なった(7 70)～7 80) の諸式を使用することができる。

(7) 実際河川の洪水の測定値によると，$\partial^1 h/\partial t^3$ は上下流で変化が相当にはげしいが，曲率 $\partial^1 h/\partial x^3$ は比較的変化が少なく，したがって，頂点の水深および流量が指数関数低減すると考えることのできる区間長は相当長いようである。

(8) 洪水頂点の水深，流量の低減率は底勾配に反比例し，曲率 $|\partial h/\partial x^3|$ に比例する。低減率に対して支配的影響を及ぼすのはこの2者であって，粗度係数や重力加速度などの力学的要素は補正項中の Froude 数に含まれて，2次的影響をもっているにすぎない。しかし，勾配が急となって Froude 数が1.5に近ずくとその影響は1次的となり，とくに $F>1.5$ の場合には頂点の水深，流量は増大することになる。

(9) さきに (2) でのべたように，伝達速度について考察する場合には，不定流の運動方程式において，水深勾配および加速度の項を無視できるが，水深，流量の変化について考察する場合には，これらの項は無視できない。なお，洪水の頂点におけるこならの項の比は，ほぼ

$$\frac{\partial h}{\partial x}:\frac{1}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}:\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq 1:(-F^1):\left(\frac{25}{9}F\right)$$

であり，その距離変化および時間変化の比は，ほぼ

$$\frac{\partial^1 h}{\partial x^0}:\frac{1}{g}v\frac{\partial^1 v}{\partial x^0}:\frac{1}{g}\frac{\partial^1 v}{\partial x\partial t}\fallingdotseq\frac{\partial^1 h}{\partial x\partial t}:\frac{1}{g}v\frac{\partial^1 v}{\partial x\partial t}:$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial^1 v}{\partial t^3}\fallingdotseq 1:\left(\frac{2}{3}F^1\right):\left(-\frac{10}{9}F^1\right)$$

であって，後の2者は F に比例しており，上流となるほど無視しえなくなる。よって，比較的急勾配のわが国の河川ではこれを無視することは適当でない。

また，後の2つはほぼ同 order の値であって，いづれか一方を無視した理論を樹てることは適当でない。

(10) 一様断面水路の洪水では，水深勾配および加速度項の和は不定流性の大きさを表わしており，それと底原配との比 $|\kappa|$ によって，洪水頂点の長波性を示すことができる。κ は (9 6) で与えられるから，洪水頂点の長波性は1次的には勾配の2乗に反比例し，曲率および水深に比例する。なお，実際河川程度の長波性をもつ洪水について，$|\kappa|$ を求める実用式としては (998) を用いることができる。

(11) 厳密には変断面水路について考察すべきであるが，近似的にはこの $|\kappa|$ によって内外の河川の洪水の長波性を比較するとともに，洪水理論の適用限界を明らかにすることができよう。なお，人工洪水では $|\kappa|$ の値は自然洪水に比べていちじるしく大であって，長波性が強調されていると考えられる。実験に当っては充分に緩慢な現象とするよう留意する必要があろう。

(12) 洪水の水点についても頂点の伝達，水深および流量変化に関する諸式はすべて成立する。ただ，頂点で

は曲率は負であるのに対して，水点では正であり，ためにこれを含む結果の判断は頂点の場合とすべて逆になり，伝達速度は 5/32v より小であって，水深，流量は増大する。

本論の方法の特徴は，実測の資料で省略した各項の大きさを数値的に検討することによって，導びいた式の精度を明らかにできる点であり，従来の理論に比べて比較的高い精度で洪水の頂点および水点の性質を論ずることができ，洪水の準定流性の本質を明らかにすることができたと考える。多くの河川で本論で提案した洪水頂点の長波性の示標 κ の値が測定され，わが国の洪水の本質と外国の大河川の洪水との相異が明らかになることを期待する。それによって，わが国の洪水に適用するべき追跡法の問題点はおのずから明らかとなるであろう。

本論では簡単な広矩形の一様断面水路について考察したが，実際河川は変断面であるから，その影響について考察する必要がある。本論で明らかになった事項をもとにして，変断面水路の洪水についても研究を進め，有効な洪水追跡法を提案したいと考えている。

本論によれば，洪水頂点および水点の伝達および水深，流量変化には，その水深の曲率 $\partial^2 h/\partial x^2$ が重要な役割をはたしており，これの実測資料がそろってくれば，各地点の計画曲率および上流地点での計画高水流量を与え，例えば (7273)，(7276) のような式で水深および流量を追跡することによって，従来行なわれてきた定流的な洪水流量配分計画に代って，洪水の伝達および低減を考慮した不定流的洪水流量配分計画を行なうことができよう。実際に生起する洪水のハイドログラフの多様性は，計画ハイドログラフの決定を困難にするが，頂点の曲率によれば洪水の不定流性は単適に表現され，その統計と計画への採用は容易となるであろう。

なお，本論をまつまでもなくっ洪水頂点の諸性質には運動方程式の摩擦項が重要な役割をはたしており，本論の各式の係数は平均流速公式の径深の指数によって定っているものが多い。したがって，実際河川の洪水に対して使用すべき摩擦項の研究は一つの重要な研究課題であろう。

終りに，本研究の遂行に当って適切な御助言を頂いた河川部長佐藤清一博士に深甚の謝意を表する。

文　献

1) 速水頌一郎〔1953〕"洪水流の理論について" 水工学の最近の進歩（土木学会），pp. 25～48.
2) 石原藤次郎，石原 安雄〔1955〕"洪水追跡用アナログ・コンピューターについて" 土木学会論文集第24号，昭. 30. 4，pp. 44～57.
伊藤剛〔1958〕"洪水流に関する研究" 土木研究所報告 第100号.
3) 米田正文〔1952〕"洪水特性論"
4) 建設省関東地方建設局〔1950〕"昭和 4年 8・9月洪水報告書".
5) 同　上
6) 前出 3) に同じ.
7) 林泰造〔1953〕"洪水波の理論と実験"
8) Forchheimer, P.〔1930〕"Hydraulik" Teubner, Leipzig und Berlin, ss. 299～302.〔7)による〕.
9) Maillet, E.〔1919〕"Etude sur le mouvement graduellement varie non permanent et la propagation des crues" Anuals des Ponts et Chaussees, 1919—Ⅲ, pp. 289～330.〔7)による〕
10) 伊藤剛〔1939〕"河道における貯水池の水理" 内務省土木試験所報告，第46号，昭. 14. 7，pp. 49～64.
安芸皎一〔1946〕"利根川の水理" 利根川増補計画再検討委員会資料 21〔利根川改修計画資料(総括篇) 関東地方建設局，昭. 31. 12. による)
吉川秀夫〔1948〕"洪川水について" 土木研究，第1達，鹿水出版社，pp. 61～78.
速水頌一郎〔1953〕"洪水流の理論について" 土木学会，水工学の最近の進歩，pp. 25～48.
佐藤清一〔1955〕"水理学" 森北出版，下巻 pp. 88～91.
11) 前出 7) に同じ

河川の送流土砂に関する研究

佐藤 清一*・吉川 秀夫**・芦田 和男***

(昭和 33 年 8 月)

Research on the Sediment Load in Rivers.
——Basic Investigation for Design of River Channels in the Lower Reach of Tone River——

Seichi SATO Hideo KIKKAWA Kazuo ASHIDA

(July, 1957)

Synopsis :

The anthors observed the amouuts ob suspended and bed load in the Lower Reach of Tone River during bloods, and the relatively precise data were ottained. By these data, the effects of suspended and bed load on channel stability were examined, and it is found that the characteristics of sediment load in actuel rivers such as vertical distribution of suspended load, concentration of sediment near bed and rate of suspeuded and bed lsad, are nearly as same as those obtaiped by eaboratoy experiments and theoretical inueotigations

要 旨

利根川下流部の浮流砂および掃流砂を洪水中実測し，実際河川の資料をかなりの精度で得ることができた。その結果について若干の考察を行い，浮流砂と掃流砂の河道に及ぼす影響につき検討し，又流砂の性質について従来実験室で研究されていることをほぼ実証することを知った。検討の結果利根川下流部に適する流砂量公式を得ることができた。

目 次

1. 緒 言……(1)
2. 調査方法……(2)
（1） 観測場所……(2)
（2） 観測日時……(2)
（3） 測定器具……(2)
（4） 測定方法……(3)
3. 実測資料……(3)
4. 実測資料に対する 2, 3 の考察……(8)
（1） 浮流砂……(8)
a. 流速分布……(8)
b. 浮流砂の鉛直分布……(10)
c. N_a について……(11)
d. 浮流砂量……(11)
（2） 掃流砂……(13)
a. 浮流砂，wasn load，掃流砂の区別……(13)
b. 掃流砂量……(14)
c. 浮流砂量と掃流砂量の比……(15)
（3） 粗度係数……(15)
5. 結 論……(15)

1. 緒 言

河川の流砂量については従来多くの研究が行われ，当所においても研究して来たが，従来の研究の多くは実験室下での実験的研究であり，実際河川の流砂量については信頼するに足る資料が甚だ乏しく，実際河川の河道設計を行うのに非常に不便を感じている。

河川研究室は利根川下流工事々務所の依頼により利根川下流部の河道設計のための基本的水理調査の一部として，利根川下流の布川，取手地点において，昭和 25 年 30 年度に流砂量調査を行った。

本調査の結果は若干の観測上の不備のために非常に信頼度の高いものにはならなかったけれども，ほぼ満足すべき結果を得ることができたので，実際河川の流砂の実態を明らかにする一助とするため，および河道設計のための調査の参考とするために，資料に若干の考察を加えて報告する。

本報告においては先づ流砂量（浮流砂，掃流砂）の現場測定法について述べ，さらに浮流砂，掃流砂の粒径と河床材料の粒径との関係を調べ，各流砂の実用的区分を河道計画と関連して検討した。また洪水時における浮流砂の水理特性に及ぼす影響，浮流砂の鉛直分布，河床附近の粒子濃度等について実測結果を用いて検討し，さらに浮流砂量式を導いた。掃流砂については実測結果と著者等[1] が先に導いた掃流砂量式とを比較検討し，利根川の掃流砂量式を求めた。

さらに布川における粗度係数の実測値についてもふれた。

* 河川部長，工博
** 河川部，河川研究室長，工博
*** 河川部，河川研究室，研究員

2. 調査方法

(1) 観測場所

観測場所は取手町地先大利根橋と布川町地先栄橋とであったが，取手地点は洪水観測には適当でないので平水観測のみを行った。布川地点は河口から約 76 km，支川小貝川合流点の下流 3 km の地点であり，利根川の狭さく部になっている。横断形状は栄橋地点を中心に上下流各 1 km 位の範囲は比較的一様であり，流量，流砂量の観測には適している。また利根川下流部に流送される土砂量を知るのにも便利な場所であると考えられる。

(2) 観測日時

観測は平水及び洪水時の資料を得ることを目的としたが，昭和 29 年，30 年には大きな出水がなく，観測を行った洪水は利根川としては中水程度の出水であった。

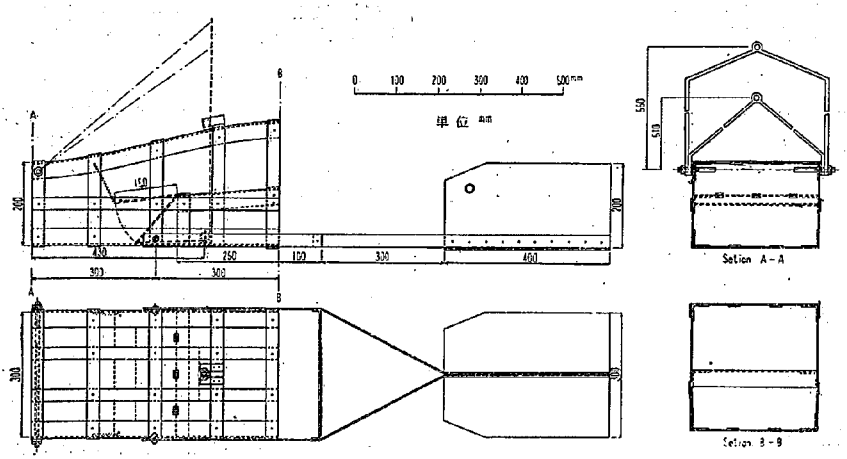
観測日時および測定種目を表—1 に示す。この内昭和 29 年 8 月 2 日，4 日の観測は予備観測であり資料として十分でない。

表—1　観測日時及び採取資料の種類

年	月	日	布川			取手			備考
			流速	浮遊	掃流	流速	浮遊	掃流	
29	8	2	○	○		○			平水
			○	○		○	○		〃
									〃
30	9	19～22	○	○	○				洪水
	9	29～30	○	○	○				〃
	10	1	○	○	○				〃
	10	3	○	○	○				〃
	10	10			○				〃
		12～14			○				〃

(3) 観測器具

流速，浮流砂，掃流砂の測定はそれぞれプライス流速計，土研型簡易採水器，土研型掃流土砂採取器によった。この中掃流土砂採取器は図—1 に示すものであり，この型式の採取器は最初 Bogardi (2) が考案したもので，土木研究所の掃流実験 (1) においても使用されたが，図—1 に示すものは掃流実験の結果に基づいて現地観測に適するように改良を加えたものである。採取器の前端の断面から流入した水は後端の上部断面から流出し，一部は下部の網目を通して流出する。流水により運搬される土砂は中段の仕切りと後端下部の金網によって補獲される。この場合採取器の流水抵抗が大きければ採取器前端に運ばれて来た土砂は一部入口の所に止まるか或いは採取器の廻りに逃げ去り，実際に補獲される量は実際の流砂量より少いことが予想される。先に実際水路において調べた結果によれば多少その傾向があるが，採取器に余り土砂が溜らない状態において採取を止め，又周壁を金網にすることにより流水抵抗を減じることによって充分使用し得る方法であることを確めた。この場合金網の目は補獲した土砂が流出しない程度にできるだけ大きくすることが望ましい。昭和 29 年の観測においては補獲室の前端に扉を設けずに測定が行われたが，流水のために採取した土砂が洗い流されることがあり又採取器を河床より引き上げる際に河床土砂をすくい取る恐れもあって，測定結果が非常に変動したため，昭和 30 年の観測においては図—1 に示す如く扉を設けて，これらの恐れをなくした。すなわち補獲室の前端に扉を設け，これをスプリングで吊り，測定器を吊っている間はその力を滑車により伝達し扉を閉めているが，測定器が河床におろされると，綱がゆるみ，スプリングの力で扉が開



図—1　掃流土砂採取器

く。この様にして補獲した土砂が流出すること及び河床土砂をすくい取ることを防いだが，比較的好ましい結果を得ることができた。

次に浮流砂の採取方法は昭和 29 年の実測においては従来の土研型簡易採水器を使用したが，流入速度がその点の流速よりも速く，従って採水時間が比較的短いために後記の資料に見られるように浮流砂の濃度分布が非常に不規則になった。昭和 30 年の実測においては実験室での研究結果に基づき，(3)，採水器の採水口に内径 5mm の補助管を挿入し，採水器の流入速度と流速とを一致させるようにして，採水時間を増したので比較的よい結果が得られた。然し採水容量が 800 cc 程度であるので渦乱の一波長程度しか採水できなかったので未だ充分その点の濃度を表わすには到らなかった。さらに採水容量の大きい採水器を使用すべきであると思われる。

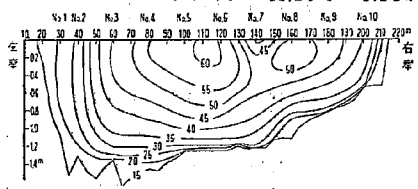
(4) 測定方法

測定は一横断面内においてなるべく数多くの測点について行う事が好ましいが測定器具，人員等の制約を受けるため十分な測点を設けることが困難であった。従って測点の数を減らし，少くともその測点については鉛直方向に数多くの採取を行い，その測点における単位巾当りの流砂量と単位巾当りの水理量との関係を求め，この関係を断面全体に適用する方法を取った。29 年の観測においては測点の数を 5 ケ所にしたが，観測器具の移動にかなりの時間を要し観測に非常に困難をきたしたので，30 年の観測においては測点を 2 ケ所に減らした。測点を 2 ケ所にしたのは断面内における場所の相違が水理量と流砂量との関係にどの程度の影響を持つかを調べるためであったが結果としてはそれ程の相違をきたさず，この場合には 1 測線における水理量と流砂量の関係を断面全体に適用する方法は充分その目的を達し得ることが判った。

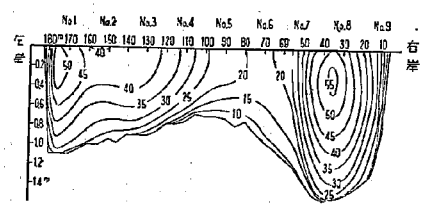
3. 実測資料

観測点の横断を図—2～図—4 に示す。(図—2，図—3 に流速分布をも示す。) 図—2～図—4 に示す測点について実測した結果を表—2 に示す。表—2—a の (2) 欄は測点の位置，(3)欄は水深で測深錘で実測したものである。(4)欄は水面勾配で測定断面の上下流に設けた仮設量水標より求めた。(5)欄は測点の平均流速で鉛直方向の流速分布より求めた。(6)欄は浮流砂量で流速及び含砂率の鉛直分布の資料より求めた。(8)欄は粗度係数である。これは断面内において同一の水面勾配を用い各測点毎に算出したものである。

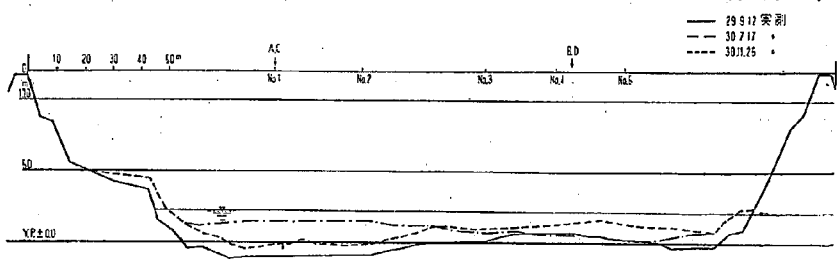
表—2—b，表—2—c の(3)欄は水深である。これは採水器及び採砂器が底面に接着した時の器深から求めたものである。洪水前及び洪水後に横断測量を行っており，その断面から洪水中における断面を推定し，これと水位から洪水中における水深を求めることも出来るが，洪水時に河床はかなり変動しているものと考えられ，採砂器が多少流されて水深測定において多少の誤差を生ずることを考慮してもこのようにして求める方が現状においてはより精度があるものと考えられる。(4)欄は水面勾配であり，須賀，布川，押付，取手の自記水位計の同時水位曲線から求めた。(5)欄～(9)欄は平水観測の場合と同様である。(7)欄は掃流砂量で砂連運動により水位，水面勾配がそれ程変化しなくとも時々刻々に変化すると考えられ



図—2 布川における観測横断面
(29 年 8 月 11 日，平水時の流速分布，単位cm/sec)



図—3 取手における観測横断面
(29 年 8 月 11 日，平水時の流速分布，単位 cm/sec)



図—4 栄橋下 50 m 高水位流量観測横断面

表—2—a 昭和 29 年8月 11 日測定

(1) 場所	(2) 位置	(3) H (m)	(4) I	(5) $\bar{u}$ (m/sec)	(6) q_S (k/sec)	(7) q_B (m/sec)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
布川	No. 1	1.03	0.0000944	0.215			0.0451		0.0309
	〃 2	1.40		0.245	0.00752		0.0496		0.0357
	〃 3	1.32	〃	0.410			0.0285		0.0347
	〃 4	1.31	〃	0.440	0.01126		0.0265		0.0346
	〃 5	1.15	〃	0.510	0.01034		0.0209		0.0324
	〃 6	1.17	〃	0.515	0.00992		0.0209		0.0327
	〃 7	1.22	〃	0.420			0.0265		0.0333
	〃 8	0.93	〃	0.437	0.00763		0.0212		0.0291
	〃 9	1.32	〃	0.407			0.0284		0.0347
	〃 10	0.54	〃	0.370	0.00406		0.0173		0.0222
取手	No. 1	1.13	0.000182	0.447			0.0328		0.0449
	〃2	0.96		0.368	0.00534		0.0357		0.0414
	〃3	0.89	〃	0.380			0.0329		0.0398
	〃4	0.75	〃	0.307	0.00300		0.0363		0.0366
	〃5	0.73	〃	0.192			0.0570		0.0361
	〃6	0.80	〃	0.150	0.00209		0.0775		0.0378
	〃7	1.25	〃	0.195			0.0803		0.0472
	〃8	1.60	〃	0.446	0.01083		0.0414		0.0534
	〃9	1.33	〃	0.270	0.00834		0.0604		0.7487

表—2—b (1) 29 年測定 (No. 1)

(1) 月	(2) 日 時	(3) (m)	(4) I	(5) $\bar{u}$ (m/sec)	(6) q_S (kg/sec)	(7) q_B (g/sec)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
9									
	19 1630	5.56	0.000190	1.36	6.77		0.0319		0.1028
	2053	6.36	0.000183	1.53	20.04		0.0293		0.1140
	2245	6.76	0.000180	1.58	29.77		0.0296		0.1092
	20〃 1.10	6.66	0.000177	1.64	16.55		0.0283		0.1074
	.30	6.60	0.000176	1.63		2.2621	0.0287	0.256	0.1068
	4.15	5.66	0.000174	1.55	37.21		0.0271		0.0982
	4.59	6.88	0.000173	1.68		180	0.0278	0.256	0.1079
	8.01	6.26	0.000168	1.73	14.80		0.0253		0.1015
	11.24	6.66	0.000161	1.73	10.75		0.0258		0.1025
	13.55	6.46	0.000157	1.64	4.22		0.0264		0.0997
	18.23	6.71	0.000146	1.33	6.14		0.0320		0.0979
	22.41	6.66	0.000140	1.43	1.83		0.0292		0.0955
	23.50	6.99	0.000138	1.42		243.7	0.0303	0.301	0.0972
	21〃 2.50	5.66	0.000135	1.36	3.62		0.0271		0.0864
	51	6.89	0.000135	1.36		179.3	0.0309	0.286	0.0854
	7.09	6.85	0.000132	1.30	2.94		0.0319		0.0940
	38	6.69	0.000132	1.29		14.84	0.0315	0.267	0.0930
	10.18	6.45	0.000128	1.36	0.61		0.0287		0.0809
	45	6.56	0.000128	1.26		103.4	0.0315	0.313	0.0909
	16.53	5.85	0.000128	1.21	1.41		0.0304		0.0856
	57	6.30	0.000128	1.22		100.7	0.0316	0.304	0.0887
	22〃 11.20	5.45	0.000121	1.09		5.04	0.0312	0.244	0.0804
	17.07	5.18	0.000121	1.06		25.6	0.0310	0.238	0.0783

29 年測定 (No. 2)

(1) 月	(2) 日 時	(3) H (m)	(4) I	(5) $\bar{u}$ (m/sec)	(6) q_S (kg/sec)	(7) q_B (gr/sec)	(8) n	(9) d_m (mm)	U_* (m/sec)
9	20 19.03	6.06	0.000145	1.33	6.14		0.0249		0.0927
	23.38	5.66	0.000139	1.46	2.10		0.0257		0.0877
	21 3.45	5.66	0.000135	1.37	2.50		0.0269		0.0873
	10.45	6.15	0.000128	1.36	0.61		0.0267		0.0878
	16.27	5.85	0.000128	1.26	2.32		0.0294		0.0855

表—2—b—(2)　29 年測定 (No. 3)

(1) 月	(2) 日　時	(3) H (m)	(4) I	(5) $\overline{u}$ (m/sec)	(6) q_S (kg/sec-m)	(7) q_B (kg/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
9	20 2.10	6.26	0.000175	1.70	22.47		0.0264		0.1036
	5.10	5.66	0.000172	1.88	28.92		0.0222		0.0976
	7.42	5.96	0.000169	1.61	7.33		0.0266		0.0993
	10.34	6.66	0.000163	1.63	10.73		0.0276		0.1031
	15.08	6.16	0.000152	1.62	6.80		0.0255		0.0958
	16.20	6.55	0.000151	1.55		117.61	0.0278	0.359	0.0984
	18.45	6.51	0.000145	1.51		109.11	0.0278	0.450	0.0961
	19.46	7.06	0.000144	1.40	5.15		0.0315		0.0998
	23.18	6.40	0.000139	1.45		385.9	0.0280	0.311	0.0636
	21. 0.20	5.66	0.000138	1.48	3.98		0.0251		0.0874
	3.27	6.26	0.000135	1.41		427.83	0.0279	0.397	0.0910
	4.36	5.85	0.000134	1.39	3.59		0.0269		0.0876
	7.00	6.11	0.000132	1.38		57.89	0.0277	0.327	0.0888
	8.10	5.85	0.000132	1.35	5.56		0.0319		0.0879
	11.15	5.93	0.000128	1.35		269.8	0.0274	0.287	0.0863
	11.42	5.65	0.000128	1.33	1.41		0.0269		0.0842
	15.43	5.45	0.000128	1.34	3.43		0.0261		0.0826
	16.35	5.70	0.000128	1.31		12.76	0.0275	0.351	0.0846
	22.11.47	4.82	0.000121	1.17		2.366	0.0270	0.398	0.0756
	16.43	4.59	0.000121	1.13		17.75	0.0269	0.345	0.0737

29 年測定 (No. 4)

(1) 月	(2) 日　時	(3) H (m)	(4) I	(5) $\overline{u}$ (m/sec)	(6) q_S (rg/sec-m)	(7) q_B (gr/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	U* (m/sec)
9	19 17.54	5.56	0.000190	1.36	9.33		0.0246		0.1018
	22.07	4.46	0.000180	1.53	27.25		0.0296		0.0887
	23.22	5.66	0.000179	1.60	29.98		0.0266		0.0997
	20. 20.28	5.66	0.000143	1.60	12.94		0.0236		0.0890
	21. 1.00	5.66	0.000138	1.48	3.98		0.0254		0.0874
	5.49	4.55	0.000134	1.27	1.80		0.0246		0.0772
	11.18	5.35	0.000128	1.46	2.11		0.0237		0.0819
	15.41	5.15	0.000128	1.45	3.24		0.0232		0.0803

表—2—c(3)　29 年測定 (No. 5)

(1) 月	(2) 日　時	(3) H m	(4) I	(5) $\overline{u}$ (m/sec)	(6) p_S (kg/sec-m)	(7) q_B (gr/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U* (m/sec)
9	19. 17.36	4.90	0.000189	1.54		20.84	0.0257	0.377	0.0952
	20.57	5.40	0.000183	1.58		32.81	0.0263	0.436	0.0983
	22.15	5.57	0.000180	1.59		11.52	0.0264	0.377	0.0990
	20. 2.50	6.03	0.000175	1.65		49.80	0.266	0.392	0.1016
	3.35	4.66	0.000174	1.62	11.61		0.227		0.0890
	7.05	5.16	0.000170	1.49	12.35		0.261		0.0929
	9.16	6.85	0.000166	1.69	8.35		0.274		0.1055
	15.37	6.45	0.000153	1.64		92.22	0.262	0.449	0.0983
	16.16	5.76	0.000151	1.64	11.17		0.239		0.0922
	21.05	6.06	0.000143	1.71	3.77		0.231		0.0920
	22.42	6.32	0.000140	1.40		41.40	0.217	0.368	0.0930
	21. 1.47	5.66	0.000137	1.50	8.87		0.248		0.0871
	4.05	6.16	0.000135	1.46		66.22	0.266	0.321	0.0900
	6.33	6.03	0.000133	1.43		171.50	0.267	0.365	0.0886
	6.36	5.86	0.000133	1.41	2.67		0.265		0.0874
	8.33	5.35	0.000130	1.42	3.28		0.246		0.0825
	11.42	5.82	0.000128	1.36		15.32	0.269	0.486	0.0854
	12.07	5.35	0.000128	1.34	2.18		0.258		0.0819
	15.03	5.25	0.000128	1.37	1.67		0.249		0.0811

	15.40	5.74	0.000128	1.31		97.72	0.0276	0.598	0.0848
	22. 12.31	4.70	0.000121	1.07		9.92	0.0288	0.387	0.0746
	16.19	4.51	0.000121	1.03		6.70	0.0292	0.268	0.0731

表—2—c ((1) 30 年測定 (A点)

(1) 月	(2) 日 時	(3) H (m)	(4) I	(5) $\bar{u}$ (m/sec)	(6) q_S (kg/sec-m)	(7) q_B (gr/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
9	29.21.22	3.86	0.000155	1.25	0.570		0.0245		0.0767
	22.10		0.000155			55.4		0.357	
	22.35	4.16	0.000154	1.22	0.635		0.0263		0.0792
	22.50	4.35	0.000154			32.4		0.459	0.0810
	23.45	4.20	0.000153			59.82		0.369	0.0793
	23.50	4.16	0.000153	1.26	0.530		0.0255		0.0789
	30.00.13	4.33	0.000152			57.78		0.317	0.0803
	00.48	4.26	0.000151	1.23	0.600		0.0263		0.0795
	1.18	4.53	0.000151			38.9		0.319	0.0816
	1.50	4.36	0.000150	1.15	0.925		0.0283		0.0801
	2.33	5.68	0.000150			46.4		0.303	0.0912
	3.00	4.36	0.000149	1.18	0.730		0.0276		0.0798
	3.23	4.53	0.000148			40.1		0.294	0.0810
	3.48	4.69	0.000148			40.0		0.322	0.0823
	4.14	4.46	0.000147	1.25	0.610		0.0262		0.0801
	4.21	4.37	0.000147			22.0		0.292	0.0791
	5.10	4.16	0.000146			14.5		0.274	0.0770
	5.43	4.36	0.000145	1.24	0.655		0.0258		0.0786
	5.48	4.50	0.000145			10.1		0.271	0.0798
	8.48	4.36	0.000143	1.23	0.700		0.0261		0.0783
	8.51	5.22	0.000143			35.1		0.285	0.0854
	9.52	5.24	0.000142			57.4		0.353	0.0852
	10.07	4.36	0.000142	1.19	1.025		0.0267		0.0772
	11.02	4.90	0.000142			51.04		0.288	0.0822
	14.00	4.36	0.000138	1.18	1.63		0.0265		0.0767
	14.30	4.92	0.000137			35.79		0.354	0.0812
	16.26	4.36	0.000134	1.15	1.66		0.0269		0.0752
	18.27	4.93	0.000132			14.93		0.326	0.0798
	21.45	4.16	0.000130	1.17	1.675		0.0252		0.0729
	23.40	4.61	0.000129			16.83		0.358	0.0762
	1.0.12	4.16	0.000129	1.14	0.700		0.0259		0.0726
	4.19	4.16	0.000128	1.10	0.625		0.0266		0.0723
	6.37	4.51	0.000127			39.3		0.307	0.0747
10	1 8.17	4.06	000.127	1.03	0.500		0.0279		0.0711
	11.14	4.16	000.127	1.03	0.570		0.0263		0.0720
	3.10.11	3.51	000.136	1.08	0.575		0.0250		0.0682
	11.58	4.26	000.136			6.74		0.276	0.0745
	15.00	3.51	000.136	1.12	0.700		0.0241		0.0682
	15.15	3.85	000.132			14.95		0.296	0.0703

表—2—c (2) 30 年測定 (C点)

(1) 月	(2) 日 時	(3) H (m)	(4) I	(5) $\bar{u}$ (m/sec)	(6) q_S (kg/sec-m)	(7) q_B (gr/m-sec)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
	10. 9.46	3.11	0.000123	0.94	0.415		0.0252		0.0613
	11.40	3.54	0.000123			10.82		0.351	0.0653
	13.47	3.11	0.000123	0.94	0.145		0.0252		0.0613
	14.58	3.47	0.000123			6.40		0.324	0.0646
	16.34	3.11	0.000123	0.92	0.195		0.0252		0.0613
	16.48	3.46	0.000123			3.49		0.296	0.0646
	12.20.17	4.84	0.000171	1.48	4.73		0.0253		0.0900
	21.19	6.43	0.000169					0.397	0.1032
	23.30	6.54	0.000166	1.39	5.38	28.10	0.0325		0.1032
10	24.13	6.62	0.000165			71.19		0.408	0.1034
	13. 2.30	6.12	0.000161	1.40	3.82		0.0304		0.0983

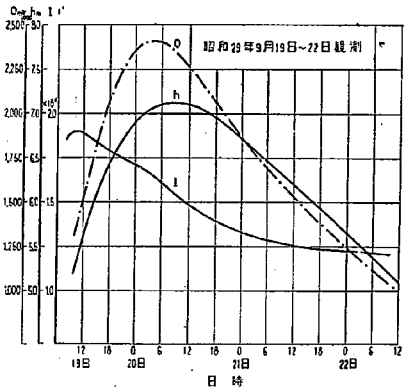
	3.25	6.13	0.000159			21.56		0.303	0.0977
	5.19	6.21	0.000155	1.34	3.48		0.0313		0.0970
	6.17	6.46	0.000154			21.53		0.320	0.0983
	8.27	6.54	0.000149	1.36	3.14		0.0314		0.0977
	9.20	5.97	0.000147			15.28		0.285	0.0927
	11.23	6.54	0.000143	1.37	2.11		0.0307		0.0958
	12.18	6.10	0.000141			26.70		0.335	0.0918
	14.18	6.07	0.000138	1.32	1.98		0.0295		0.0905
	15.26	5.95	0.000137			30.63		0.308	0.0892
	17.19	6.34	0.000134	1.24	1.18		0.0321		0.0914
	18.52	6.14	0.000132			24.14		0.306	0.0892
	20.24	6.19	0.000130	1.22	0.975		0.0315		0.0889
	21.24	5.90	0.000130			19.25		0.377	0.0867
	23.22	5.77	0.000129	1.20	1.04		0.0306		0.0854
	14. 0.30	5.88	0.000128			21.11		0.344	0.0859
	2.35	5.99	0.000127	1.17	0.745		0.0319		0.0864
	14. 3.29	5.69	0.000127		0.720	24.64		0.315	0.0842
	6.00	5.69	0.000127	1.19			0.0303		0.0842
10	6.25	5.68	0.000126		0.775	38.37		0.331	0.0838
	8.15	5.58	0.000123	1.12			0.0312		0.0820
	9.11	5.55	0.000122		0.645	26.90		0.362	0.0815
	11.15	6.03	0.000120	1.05			0.0347		0.0842
	12.05	5.30	0.000120			33.88		0.326	0.0789

表—2—c (3) 30 年測定 (B点)

(1) 月	(2) 日 時	(3) H (m)	(4) I	(5) u (m/sec)	(6) q_S (kg/sec-m)	(7) q_B (gr/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
9	29. 22.07	2.93	0.000155	1.05	1.18		0.0204		0.0670
	22.33	3.53	0.000154	1.01	1.48		0.0285		0.0729
	23.04	3.63	0.000154	1.08	1.44		0.0271		0.0739
	23.30	3.63	0.000153	1.10	1.33		0.0266		0.0739
	0.01	3.73	0.000152	1.06	1.34		0.0280		0.0745
	30. 2.14	3.53	0.000150	1.09	1.43		0.0260		0.0720
	3.30	4.03	0.000149	1.05	1.35		0.0294		0.0767
	4.03	4.03	0.000147	1.06	1.40		0.0289		0.0761
	5.03	4.03	0.000146	1.00	1.35		0.0306		0.0757
	6.00	4.03	0.000145	0.99	1.34		0.0307		0.0757
	8.43	4.43	0.000143	0.94	1.34		0.0345		0.0789
	9.32	4.33	0.000143	0.95	0.975		0.0336		0.0779
	10.12	4.43	0.000142	0.87	1.08		0.0370		0.0786
	13.08	4.23	0.000140	0.91	1.15		0.0339		0.0761
	18.10	4.23	0.000132	0.93	0.760		0.0323		0.0739
	22.15	4.23	0.000130	0.94	0.725		0.0317		0.0732
	1. 2.26	3.83	0.000128	1.01	0.580		0.0274		0.0692
	6.18	3.53	0.000127	1.05	0.465		0.0250		0.0664
	10.21	4.13	0.000127	0.96	0.405		0.0303		0.0717
	3. 9.59	3.33	0.000136	0.94	0.545		0.0278		0.0667
	15.06	3.33	0.000136	0.97	0.495		0.0269		0.0667

30 年測定 (D点)

(1) 月	(2) 日 時	(3) H (m)	(4) I	(5) u (m/sec)	(6) q_S (kg/sec-m)	(7) q_B (gr/sec-m)	(8) n	(9) d_m (mm)	(10) U_* (m/sec)
	10. 9.46	1.88	0.000123	0.75	0.090		0.0225		0.0476
	13.35	1.83	0.000123	0.67	0.060		0.0249		0.0470
	16.28	1.83	0.000123	0.74	0.070		0.0225		0.0470
	12. 20.28	3.90	0.000170	1.29	3.94		0.0250		0.0804
	23.22	4.30	0.000166	1.43	4.14		0.0238		0.0836
	13. 2.19	4.10	0.000161	1.40	3.50		0.0232		0.0804
	5.17	4.60	0.070156	1.22	2.63		0.0284		0.0839
	8.07	4.80	0.000150	1.44	3.46		0.0242		0.0839
	11.18	4.60	0.000143	1.43	1.96		0.0233		0.0804
	14.14	4.20	0.000138	1.27	1.30		0.0240		0.0754
	17.23	5.00	0.000134	1.29	1.20		0.0263		0.0811
	20.10	4.20	0.000131	1.39	1.17		0.0213		0.0736
10	13. 23.10	4.20	0.000130	1.36	1.08		0.0218		0.0732
	14. 2.17	3.85	0.000129	1.07	0.910		0.0261		0.0695
	5.45	3.80	0.000127	1.17	0.590		0.0235		0.0689
	8.19	3.80	0.000123	1.10	0.950		0.0245		0.0679
	11.08	3.70	0.000120	1.21	1.17		0.0217		0.0660



図—5 昭和 29 年 9 月洪水記録（布川）

るので，この場合には約 30 分間内に 5 回程度の連続観測を行いその平均を求めた。(9)掃は掃流砂の採取資料を節分けによって求めた平均粒径である。

(10) 掃は摩擦速度で $U^*=\sqrt{gHI}$ である。なお 29 年の資料について全断面の流量を求め，水位，水面勾配と同時に図示すると図—5 のごとくである。

4. 実測資料に対する 2, 3 の考察

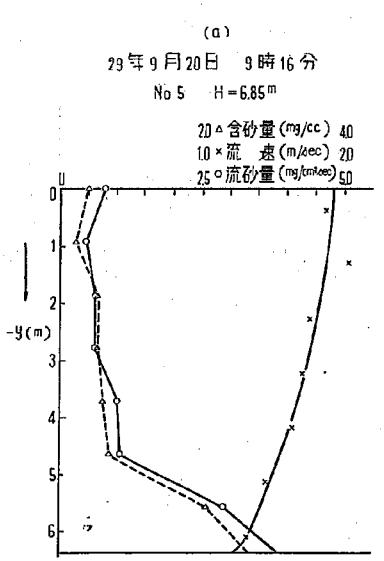
(1) 浮流砂

a. 流速分布

浮流砂分布，流速分布の実測資料の中から代表的な数例を選び図—6—8 に示す。この中流速分布については図—7 によっても知れるごとく対数分布則

$$\frac{u}{u_*}=A_r+\frac{1}{\kappa}\log\frac{y}{k_s} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

が成立している。(1) 式における κ は Karman の常数で浮流砂のない流れにおいては，$\kappa=0.4$，浮流砂のある場合には密度勾配の影響で κ は減少すると言われ，(4) 例えば Vanoni の実験 (5) によれば



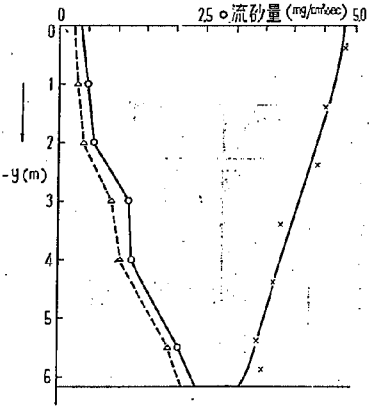
図—6 (a) 合砂量，流速，流砂量分布図

(b)

29年9月20日 15時08分

No.3 H=6.16m

20 △含砂量 (mg/cc) 40
1.0 ×流 速 (m/sec) 20
2.5 ○流砂量 (mg/cm²sec) 50



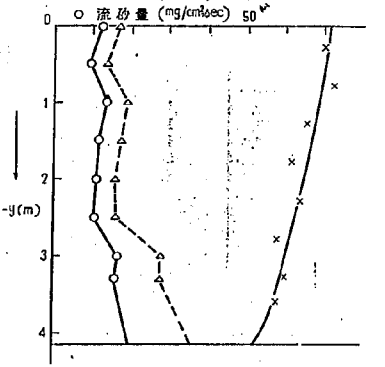
図—6 (b)

(c)

30年9月29日 23時50分

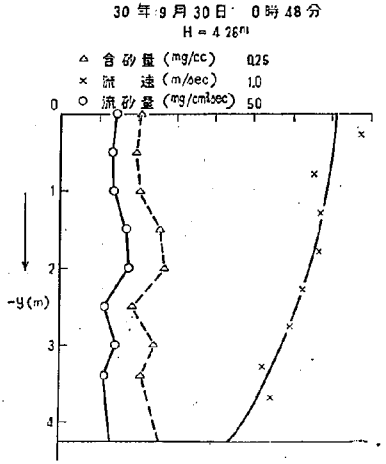
H=4.16m

△ 含砂量 (mg/cc) 0.25
× 流 速 (m/sec) 1.0
○ 流砂量 (mg/cm²sec) 5.0



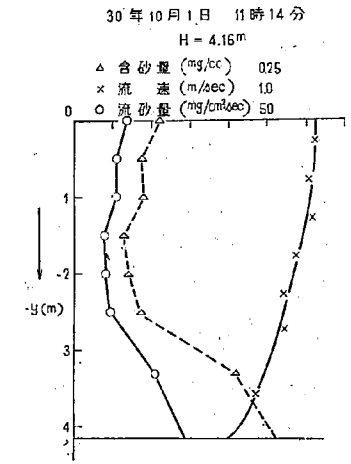
図—6 (c)

(d)



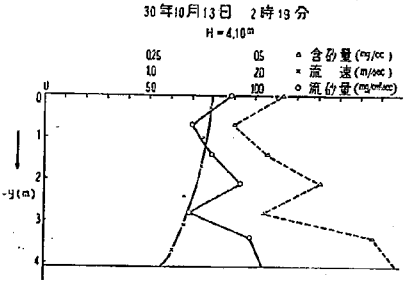
図—6 (d)

(e)



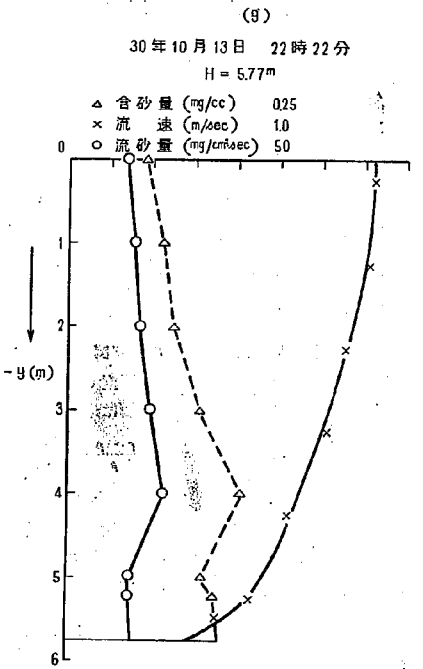
図—6 (e)

(f)



図—6 (f)

(g)



図—6 (g)

κ と $\frac{(\rho_s-\rho_0)}{\rho_s}\frac{(\overline{N}\cdot c)}{\overline{u}\cdot I}$　($\overline{N}$：浮流砂の平均濃度，c：沈降速度，$\overline{u}$：平均流速，I：水面勾配) との関係は図—8 に示すごとくである。

29 年の資料 44 ケを選び κ を求めると $\kappa=0.2\sim0.45$ の間に大きく変化している。洪水時における水深の正確な測定が非常に困難なため水深の測定に誤差を伴いこれによって κ が大きく左右される。そこで κ の変動を測定上の誤差と考え全資料について κ の平均を求めると $\kappa=0.034$ となる。一方

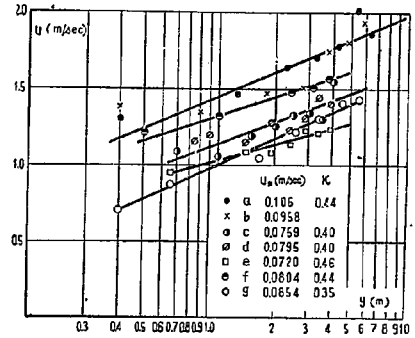
$$\frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s}\frac{\overline{N}\cdot c}{\overline{u}\cdot I}\times10^3\fallingdotseq10\sim20$$

の程度である。30 年の資料については κ の平均 $\kappa\fallingdotseq0.40$ に対して

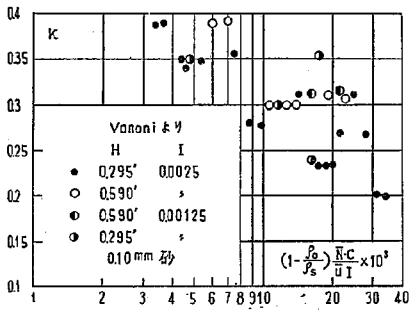
$$\frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s}\frac{\overline{N}\cdot c}{\overline{u}\cdot I}\times10^3\fallingdotseq5$$

であり，これらの事実より図—8 を参照して

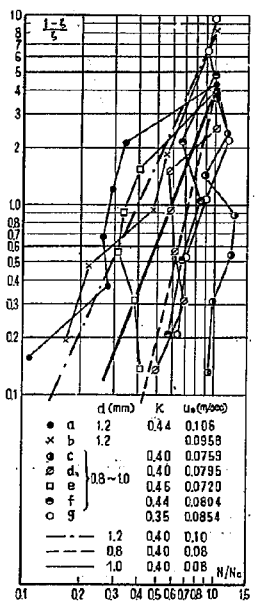
$$\frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s}\frac{\overline{N}\cdot c}{\overline{u}\cdot I}\times10^3\fallingdotseq5$$



図—7　流速の対数分布図



図—8　浮流砂量と κ との関係



図—9　浮流砂量の鉛直分布

程度では浮流砂の影響は未だないが，

$$\frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s}\frac{N\cdot c}{\bar{u}\cdot I}$$

$\times 10^3=10\sim20$ 程度となると影響が表われ κ は多少減少する。

しかし洪水時においても流速の対数分布則が成立する事が知られる。

b.　浮流砂の鉛直分布

浮流砂鉛直分布の数例を図—6 に示した。流速分布が対数分布則に従うとし，渦動拡散係数 ε を

$$\varepsilon=\kappa u_* H\cdot\left(1-\frac{y}{H}\right)\quad\cdots(2)$$

とし密度勾配の影響を無視すれば浮流砂分布は

$$\frac{N}{N_a}=\left(\frac{1-\zeta}{\zeta}\frac{\zeta_a}{1-\zeta_a}\right)^{\xi},\quad \xi=\frac{c}{\kappa u_*}\quad\cdots(3)$$

であらわされる。

ここに

N：y 点における浮流砂濃度，N_a：河床附近 $y=a$ 点における浮流砂濃度，$\zeta=y/H$（H：水深）$\zeta_a=a/H$

いま N_a を実測値の最深部の値を用い（この場合には $\zeta_a=1/6\sim1/10$）図—6 に示した資料について $N/N_a\sim\frac{1-\zeta}{\zeta}$ の関係を図—9 に示す。同図において知れるごとく浮流砂はかなり不規則な分布を示す。これは浮流砂濃度が時間的に時々刻々変動し，しかも渦の大きさに比して採水時間が短かった為に充分にその点の平均濃度を採取していない為によるものと考えられる。この事について少しく検討して見る。

水平方向及び鉛直方向の変動速度をそれぞれ，u'，v' とすれば

$$\left|\frac{\overline{u'v'}}{\overline{u'^2}}\right|=0.2\sim0.3$$

の程度と考えられる。

一方　$\tau=-\rho\overline{u'v'}=\rho l^2\left(\frac{du}{dy}\right)^2$,

故に　$(0.2\sim0.3)\ \overline{u'^2}=l^2\left(\frac{du}{dy}\right)^2$

今 $\overline{u'^2}$ と $\overline{v'^2}$ とは同程度の値であると考えれば

$$\sqrt{\overline{v'^2}}=\frac{l}{\sqrt{0.2\sim0.3}}\frac{du}{dy}$$

混合するに要する時間 t は平均的に見て

$$t=\frac{l}{\sqrt{\overline{v'^2}}}=\sqrt{0.2\sim0.3}\Big/\frac{du}{dy}$$

$$\fallingdotseq 0.5\Big/\frac{du}{dy}$$

の程度であり，渦の平均一波長は

$$L=u\cdot t=\sqrt{0.2\sim0.3}\ u\Big/\frac{du}{dy}$$

$$\fallingdotseq 0.5\ u\Big/\frac{dy}{dy}$$

の程度であると考えられる。

今　$\frac{du}{dy}=\frac{u_*}{\kappa y}$

であるから上式に代入して t，L はそれぞれ

$$t=0.5\ ky\frac{1}{u_*},\quad L=0.5\ ky\ \frac{u}{u_*}$$

今実測値から $\kappa=0.4$，$y=5$ m，$u=2$ m/sec $u_*=0.1$ m/sec として $t=$，L を求めると $t=10$ sec，$L=20$ m となる。しかるに実際に採取した時間を調べて見ると，流入速度 2 m/sec 流入孔の直径 1 cm に対し採水量

800 cc～500 cc であるから採水時間は 3 sec～5 sec となり1波長の 1/3 程度しか採水していない事になり上記のごとく濃度が時間的に非常にばらつくものと考えられる。30 年の実測においては内径 5 mm の補助管を挿入したが，これによって採水時間は 12 sec～20 sec となり渦の1波長～2波長程度を採水していることになり未だ充分ではないが，29 年に対してかなり改善されたことになる。なお充分に平均濃度を取るためには渦の何波長程度採水すべきであるかは明らかでないが仮に 4，5 倍程度とすれば，採水孔を余り小さくすることも好ましくないので採水器の容量によって採水時間の増加を計かれば採水容量は 3～4 l となり，かなり大型の採水器を必要とする。

今沈降速度を $c=11,940\,d_m^2$ (cm・sec 単位) で求め $d_m=1.2$ mm，$\kappa=0.4$ $u_*=0.1$ m/sec：$d_m=0.8$ mm，$\kappa=0.4$，$u_*=0.08$ m/sec：$d_m=1.0$ mm $\kappa=0.4$ $u_*=0.08$ m/sec の3種類について(3)式を計算し図―9 に示す。

上記した浮流砂濃度の不規則な分布は浮流砂濃度が時間的に時々刻々変動し，ある時刻における平均濃度を充分に採取していない為によるものと考えられる。ここでは一応不規則な分布を平均的に考えれば浮流砂分布はほぼ(3)式に従うとすることが出来よう。

e.　N_a について

流速分布，浮流砂分布を洪水の実測資料について検討したところかなりの点の散らばりはあるが，それぞれ(1)式，(3)式に従う事を知った。次に(3)式における N_a，即ち河床附近の濃度を求め得るならば浮流砂量と水理量の関係を導くことが出来る。

著者等[1]は先に河床附近の粒子濃度が河床剪断力に比例することを理論的に導いたが，この関係を実測資料について調べて見よう。N_a を求める ζ_a の値は実測の関係上一定していない。その為に同一の HI に対しても N_a の値が変化することが予想される。さらに浮流砂分布の項で述べた如く実測粒子濃度は必ずしも観測時刻の平均粒子濃度を表わしていない。それ故 N_a と水理量の函数関係を調べるために HI をある区間に区切り，その区間内の N_a の平均値をその区間内の HI に対応させることとし，実測資料約80ケについて N_a と HI の関係を求めると図―10 のごとく N_a は河床剪断力 HI に比例することが判る。即ち

$$N_a \propto HI \quad \cdots\cdots(4)$$

著者等が文献(1)において導いたと同様な考え方が出来るとすれば長さの次元を有する量 δl を導入して(4)式は

$$N_a \cdot \delta l = b\gamma HI \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに N_a は単位体積内の粒子重量，γ は単位体積の水の重量 b は比例常数で主として河床粒径の函数であると考えられる。

d.　浮流砂量

河床上 a なる部分を除く浮流砂量 q_s は，単位巾について

$$q_s=\int_a^H N\cdot u\,dy \quad \cdots\cdots(6)$$

により求めることが出来る。u として(1)式を積分した形

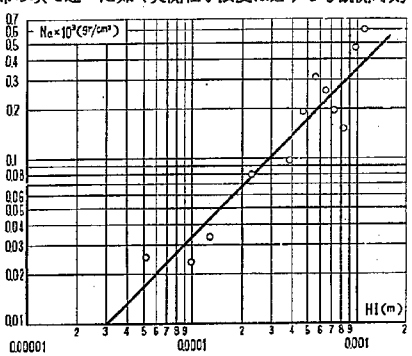
$$\frac{u}{u_*}=1+\frac{u_*}{\kappa u_*}\left(1+\log\frac{y}{H}\right)$$

$$=1+\frac{u_*}{\kappa u}(1+\log\zeta) \quad \cdots\cdots(7)$$

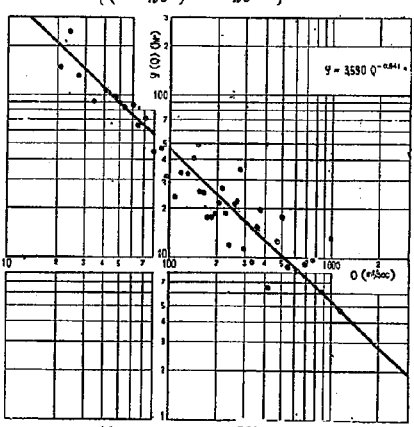
ここに $\bar{u}$：水深についての平均流速を用い，これと(3)式を(6)式に代入すれば

$$q_s=N_a\cdot H\bar{u}\int_{\zeta_a}^{1}\left(\frac{1-\zeta}{\zeta}\,\frac{\zeta_a}{1-\zeta_a}\right)^{\xi}\left\{1+\frac{u_*}{\kappa u}(1+\log\zeta)\right\}d\zeta$$

$$=N_a\cdot H v\left(\frac{\zeta_a}{1-\zeta_a}\right)^{\xi}\left\{\left(1+\frac{u_*}{\kappa v}\right)I_1+\frac{u_*}{\kappa v}I_2\right\} \quad \cdots\cdots(8)$$



図―10　河床附近の粒子濃度と剪断力の関係



図―11　浮流砂量と $\gamma H^3 I$ との関係

ここに　$I_1=\int_{\zeta a}^{1}\left(\frac{1-\zeta}{\zeta}\right)^{\xi}d\zeta$

$$I_2=\int_{\zeta a}^{1}\left\{\left(\frac{1-\zeta}{\zeta}\right)^{\xi}\log\zeta\right\}d\zeta$$

(8)式に(5)式を代入すれば

$$q_s=\gamma H^2 I u\cdot\frac{b}{\delta l}\left(\frac{\zeta_a}{1-\zeta_a}\right)^{\xi}$$

$$\left\{\left(1+\frac{u_*}{\kappa u}\right)I_1+\frac{u_*}{\kappa u}I_2\right\}\quad\cdots\cdots(9)$$

上式において b, δl を求める事が出来れば浮流砂量を計算により求めることが出来る。b, δl は河床粒径，浮流砂粒径等の函数であると考えられるが現在の所，我々はこれについて殆ど知識を持っていない。一方 ξ は1に対して小さい値であり，浮流砂の粒径が小さくなると $\left(\frac{\zeta_a}{1-\zeta_a}\right)^{\xi}$ と考えられるし，$u_*/\bar{u}$ は河川の一定場所に対して水深により多少変化はするがほぼ一定していると考えられる。そこで一応これらの係数を一つに取りまとめて

$$q_s=A\gamma H^2 I\bar{u}\quad\cdots\cdots(10)$$

ここに A は L^{-1} の次元を有する係数

とし，上式に従って観測値を整理すると図—11 のごとくである。同図によって A は H の値によって変化せず一定の値を取り(10)式の関係が成立することが知られる。

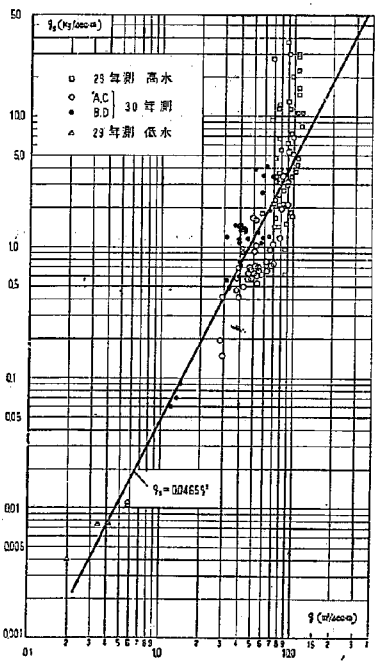
但し 29 年の洪水観測においては観測技術上疑問な点があり，観測値を甚だしく散乱しているので参考のためにかかげた。

次に浮流砂量と流量の関係に対して，従来の研究(6)によれば流量のほぼ2乗に比例することが経験的に知られている。すなわち Straub の Missouri 河の研究 Campbell および Bauder の Red River の調査，Brown の Colorado River, Green River および San Juan River の各地点の調査，土木研究所の斐伊川，肝属川等の実測等では何れも浮流砂量は流量の2乗にほぼ比例している。利根川の資料について調べると図—12 のごとく 29 年の洪水資料を除けば流量の2乗にほぼ比例することが判る。すなわち α を比例係数として

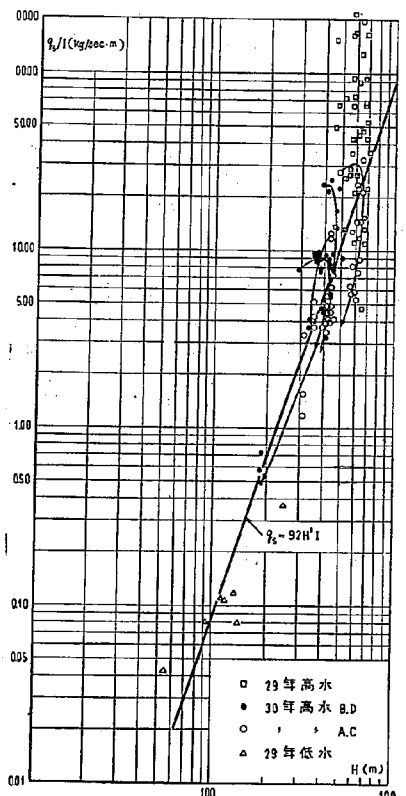
$$q_s=\alpha\cdot q^2\quad\cdots\cdots(11)$$

であらわされる。横断方向にそって x 軸を取れば，q は x の函数であるから全断面浮流砂量は

$$Q_s=\alpha\int_{x1}^{x2}q(x)^2dP$$



図—12　浮流砂量と流量との関係



図—13　浮流砂量と H^3I との関係

ここに z_1, z_2 は両岸水際線の z の座標

したがって全断面流量を Q とすれば

$$Q_s=\left[\frac{\alpha\int_{z_2}^{z_2}q(z)^2dz}{\left(\int_{z_1}^{z_2}q(z)dz\right)^2}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

(13)式でも知られるごとく Q に対して $q(z)$ の分布形がほぼ一定と考えられる場合には(11)式の比例係数はほぼ一定と考えられる。但し比例係数は一般的には同一断面でも Q によって変化し，同一 Q に対しても断面の位置によって変化するものである。

特に巾 B．が変化する矩形水路の場合には，(11)式は

$$Q_s=\frac{\alpha}{B}\cdot Q^2$$

となり比例係数はBに逆比例して変化する。

浮流砂量を(10)式又は(11)式の形で表わすと断面内の全浮流砂量を求めるためには $\bar{u}$ が一断面内において一定と言う仮定を設けるのでなければ，断面内の分布を知らねばならない。そのために浮流砂量を求める実用算定式として水深と水面勾配のみによって表わすことが行なわれてきた。即ち β を比例係数として

$$q_s=\beta H^n I^m$$

で表わせば(10)又は(11)式を見て $n=2\sim3$ $m=1\sim1.5$ 程度の値であることが予想される。今利根川の資料について調べると図—13 のごとく $n=3$, $m=1$ となり q_s は

$$q_s=92\ H^3I,\ q_s \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

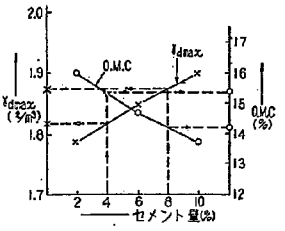
(kg/sec・m), H (m)

で表わされる。但し同一の H^3I に対して洪水の初期においては洪水の peak を過ぎてからよりも流砂量は多く一つの loop をいて画いる。図の矢印の方向は時間の方向を示す。この傾向は(10)式又は(11)式によって整理した場合でも同様であり，整理方法に基因するとは考えられない。又観測点附近の出水は時間的にかなりゆるやかであり非定常性の影響とも考え難い。これは流域内の浸蝕されやすい部分の砂泥を洪水の初期において wash load として多く流下させてきたことによるものと考えられるが，この点に関してはなお今後研究すべき所である。

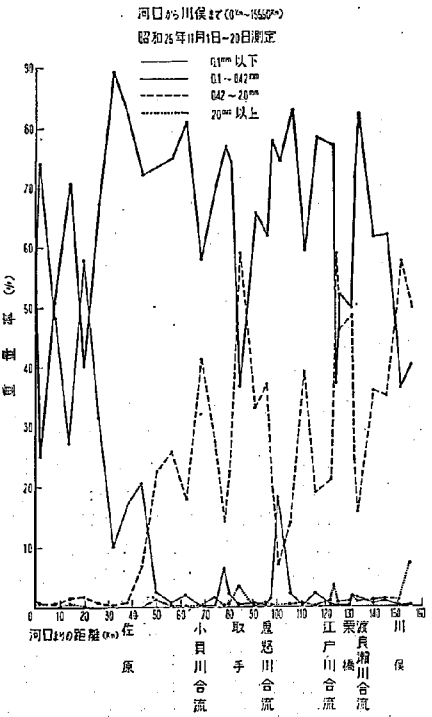
(2) 掃流砂

a. 浮流砂と掃流砂の区別

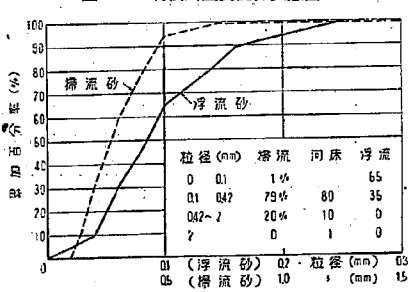
浮流砂と掃流砂の区別は明確ではないが，実用的には河床粒砂の粒度曲線に関係させて区別することが出来る。利根川河口から川俣（155.50 K.M.）までの河床粒径調査の結果を図—14，図—15 に示す。図—14 は平均粒径の距離的変化図であり，図は河床砂の混合状態図である。図—15 を見ると分るごとく，観測点布川においては 0.1 mm 以下の粒径は1％程度しか河床に存在しない。したがって掃流採砂器の後端の金網の目を約 0.1 mm とした。



図—14　利根川平均粒径距離的変化図



図—15　利根川底質混合状態図



図—16　浮流砂および掃流砂の粒度分布

浮流砂と掃流砂に対して篩分けにより粒度分布を求めた各資料によりかなりの相違はあるがその代表的な一例は図—16 に示すごとくである。河床砂と掃流砂の粒度を比較すると 0.1～0.42 mm の粒子は前者が約 79 %後者が約 80 %，0.42 mm～20 mm の粒子は前者が約 20 %後者が約 18 %，20 mm 以上は両者とも殆ど存在しない。又平均粒径は両者とも 0.3～0.4 mm で，両者の粒度分布は殆ど同じであると考えられる。即ち掃流砂は河床粒砂の運動と考えられる。したがって掃流砂を浮流砂から区別するには河床粒度曲線を調べ河床に殆ど存在しない下限の粒径を補捉し得る測定器を以て補捉したものを掃流砂とすることは実用上便利である事が分る。

次に浮流砂の平均粒径は 0.1 mm 程度であり，この程度以下の粒径は河床には殆ど存在していない。浮流砂の中，粒径が比較的細く，かなりの区間にわたって河床に沈降せず浮いたまま流下するものを Wash load として河床砂と交換しながら流下する一般的な浮流砂と区別して考えられている。これは Wash load と考えられる部分の流砂量は水理量のみによって一義的に定めることが出来ず，流域の地形，地質，土地の開発状況，流路の状態，降雨の地域分布等種々の要素によって変化し，一方河道の設計においてはそれほど重要な意味を持たないことによるものである。

H. A. Einstein[7] は実用的見地から河床材料中に 10 %以下存在する粒径範囲を Wash load としている。この定義に従えば Wash load はこの場合には河床材料の 10 %粒径約 0.14 mm 以下ということになり実測資料についてかなりの変化はあるが浮流砂の約 70～100 %，すなわち殆ど Wash load ということになる。しかしながらこれらの粒径範囲に対しても 4.(1) で述べた如く浮流砂の分布式が成立していると考えられる。したがってこれらの粒径範囲のものを Wash load として一般の浮流砂の中から区別する事は妥当でない。一方河床材料の距離的変化図を見ると河口より 45 km 附近までは 0.1 mm 以下の粒径のものが非常に多く存在し，逆に 0.42～2.0 mm のものはこの附近から急激に減少している。又 0.1～0.42 mm のものもかなり多く河床に存在する。したがってこの区間の河床は上流からの浮流砂，掃流砂の両方によって形成されていると見るべきである。これらの点から見ても河材料の 10 %粒径を Wash load の限界と見ることは河床道計画の上から見て妥当ではなく，むしろこの場合には浮流物質の中から特に Wash load を区別しない方がいいのではないかと考えられる。

b. 掃流砂量

著者等の研究[1]によれば単位巾当り単位時間の掃流流砂量 q_B は次式で与えられる。

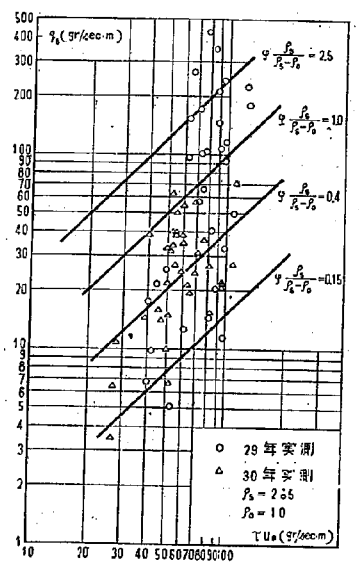
$$q_B \cdot \frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s} = \rho \cdot \tau\, u_* \cdot f\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right) \quad \cdots\cdots(14)$$

ここに φ は粗度係数の函数と考えられる係数で，Manning の粗度係数 $n=0.025$ 以上は一定値 $\varphi=0.62$ である。又 $f\left(\frac{\tau_c}{\tau}\right)$ は $\tau_c \ll \tau$ の場合には 1.0 である。

この利根川の観測場合のには $n>0.025, \tau_c/\tau \leqq 0.05$ であるので

$$q_B \frac{\rho_s-\rho_0}{\rho_s} = \varphi \cdot \tau u_* \quad \cdots\cdots(15)$$

で与えられ，φ は粗度係数に無関係の常数と考えられる。実測資料について q_B と τu_* の関係を求めると図—17 のごとく資料はかなり分散し常数 φ を決定することは困難な程度である。すなわち 29 年の資料は $\varphi \frac{\rho_r}{\rho_s-\rho_0}=0.15\sim2.5$ の帯状の部分に散在し，30 年の資料は 29 年に対しては分散は比較的少く，$\varphi \frac{\rho_s}{\rho_s-\rho_0}=0.4$ 程度を平均線とすることも出来るが，それでもかなりの分散を示している。これらの観測値の分散について種々検討を試みたが，これを説明し得るものは見つからず，水理量に対して充分に平均的な掃流砂量を未だ採取していないためによるものとしか考えられない。しかし 29 年に対して 30 年の資料がかなり好結果を与えている所から見て測定を十分入念に行えば常数 φ を決定することも出来よう。これらの観測値の分散が測定方法によるものとするならば数多くの室内実験で決定された $\varphi=0.62$ を



図—17 掃流砂量と τu_* との関係

この場合にも適用するこは今の所止むを得ないと考えとられる。

従って $\varphi=0.62$ に対する $\varphi\frac{\rho_s}{\rho_s-\rho_0}=1.0$ の線は図—17 に示すごとくであって

$$q_B=\tau u_*\quad\cdots\cdots(16)$$

をもってこの場合の掃流砂量式としてさしつかえないと考える。

c. 浮流砂量と掃流砂量の比

(13) 式と (16) 式から

$$\frac{q_s}{q_B}=2.94\times10^{-3}H^{3/2}I^{-1/2},\ H(\mathrm{m})\quad\cdots(17)$$

一方単位巾当りの流量を q (m³/sec·m) とすると Manning 式は

$$\frac{q}{H}=\frac{H^{2/3}I^{1/2}}{n}$$

これと (17) 式から

$$\frac{q_s}{q_B}=2.94\times10^{-3}\frac{n^{9/10}\cdot q^{9/10}}{I^{12/20}}\quad\cdots\cdots(18)$$

となり q_s/q_B は流量 q にほぼ比例して増加し，エネルギー勾配(かなりの区間を取れば河床勾配にほぼ等しい)にほぼ逆比例する。すなわち大きな洪水になるにつれ浮流砂量は掃流砂量に比して多くなり，同一流量に対してもこう配が大きくなるにつれ掃流砂量は相対的に増加する。$\left(\frac{I^{1/2}}{n\cdot q}\right)^{1/10}$ はこの場合には 0.7～1.0 程度の値であるので(18)式を

$$\frac{q_s}{q_B}=2.5\times10^{-3}\frac{n\cdot q}{I}\quad\cdots\cdots(19)$$

として概算して充分である。

$q=0.4$，$I=1/10,000$ (平水程度) に対しては，($n=0.03$ として)

$$\frac{q_s}{q_B}=3.0$$

となり掃流砂量と浮流砂量は同程度であるが $q=4$～10，$I=1/1.000$ (観測を行った洪水程度) に対しては

$$\frac{q_s}{q_B}=52\sim21$$

となり掃流砂量の全流砂量に対して示める割合は非常に少なく 2～5 %程度となる。さらに流量が増加すれば浮流砂量が支配的となる。

(3) 粗度係数

観測値から単位巾当りについての Manning の粗度係数を求めると図—18 のごとくなり，1 測線については流量 q に無関係にほぼ一定値を取るが，測線が異ると必ずしも一定値とはならない。すなわち 30 年の資料について見れば，C，B点が大きく，A，D，点が小さい。A，C点，B，D点はそれぞれ同一点であるが，ただ観測日時を異にする。第1回の観測においては，A，B点の中B点に流心部があり，第2回の観測においてはC，D点の中C点に流心部が移った。これは図—4 の横断面からも知ることが出来る。C，B点において粗度係数が大きいのはこの点が流心部になっているためであると考えられる。これは 29 年の資料についても同様であり，流心部である No. 1 において粗度係数が大きい。

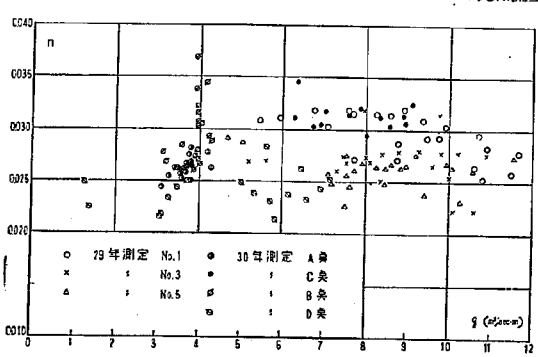
流心部については $n=0.030$～0.032 程度であるが，流心部以外については $n=0.024$～0.028, 平均 $n=0.026$ である。

5. 結　論

(1) 布川附近においては浮流砂の粒径範囲のものは河床にほとんど存在せず，この附近の河道設計においては掃流土砂を主とすべきであると考えられるが，利根川下流部 (0～45 km) の河床は布川における浮流砂及び掃流砂の両方によって形成されていると考えられ，河道設計においては両者を考えなければならぬ。一方浮流砂量と掃流砂量の割合は平水時において両者同程度であるのに対し $Q=2,000$ m³/sec 程度の洪水については掃流砂量は全流砂量の 2 %程度である。浮流砂量と掃流砂量の比は流量にほぼ比例するから，さらに流量が増加すると掃流砂量は相対的に減少し，浮流砂量が支配的になると考えられる。したがって平水時については浮流砂と掃流砂を，こう水時については浮流砂を河道設計に取り上げるべきである。

(2) 洪水時における流速分布，浮流砂分布，河床附近の濃度等について検討し，従来の室内実験，及び理論的検討の結果とほぼ一致することを知り，これにもとづいて浮流砂量式を誘導した。

(3) (2)項に誘導した浮流砂量式を実用的に便利な形として，さらに実測により係数を求め利根川における浮流砂量式として



図—18　布川における粗度係数

$q_s=92\ H^3I$

を求めた。ここに q_s：単位巾当りの浮流砂量 (kg/sec·m)

H：水深 (m)

(4) 掃流砂量の実測は非常に困難であり，観測値もかなりの範囲にわたって分散しており，文献(1)において求めた掃流砂量式 ($\tau_c \ll \tau$, $n \geqq 0.025$ の場合)

$q_B=\tau u_*$

ここに q_B：単位巾当りの掃流砂量 (gr/sec·m)

τ：掃流力 (gr/m²)

u_*：摩擦速度 (m/sec)

を検照するにはなお十分ではないが，概略の値を計算する場合には上式によって差し支えないと思われる。

(5) 布川附近に於ける Manning の粗度係数は平均的に $n=0.026$ としてよい。

なお本調査は利根川下流工事々務所と土木研究所の協力により昭和 29 年～30 年の間に行なわれたものである。なお昭和 25 年に行った底質の調査は土木研究所において行ったものである。

参考文献

(1) 佐藤清一，吉川秀夫共田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究，土木研究所報告第 98 号，

(2) Bogardi : Mesure du debit solide des rivieres en Hongrie, La Houille Bhanche, Mars-Avril, 1951.

(3) 吉川秀夫，土屋昭彦：観測測定器に関する研究——採水器に関する研究——土木研究所報告，等 93 号，p.11. 昭和 31 年 3 月，

(4) 椿東一郎：浮流流砂が流れに及ぼす影響について，土木学会誌第 40 巻 9 号，昭和 30 年

(5) Vito A. Vanoni : Some effects of suspended sediment on flow claracteristics, Proc. of the Fifth Hydraulic Confereuce, p. 137

(6) ：吉川秀夫：浮游流砂に関する二，三の考察，土木研究所報告第 83 号.

(7) H.K. Einstein : the bed boad function fon sediment transpotatov in open cnannel flow, V.S. Dept. of agu, tech, Bull., 1950

土壌コロイドに関する研究（第三報）

——長野県茶臼山地すべり地帯土壌コロイドのX線粉末線について——

有　水　　昌*

（昭和33年9月）

Studies on Soil Colloids (3)

X-ray Diffraction Analysis of Soil Colloids from Chausuyama Landsliding Area (Nagano Prefecture)

(September 1958)

Akira Arizumi

Synopsis :

Clay minerals contained in the soils and sedimentary rocks of Chausuyama landsliding area, Nagano Prefecture, are investigated by defferential thermal analysis, X-ray diffraction, chemical analysis, electron microscope etc.

In this report X-ray diffraction patterns of the colloids involving ethylene glycol treated and heat treated colloids are discussed. The results coincide with results obtained from differential thermal analysis. Clay minerals present in the colloids are halloysite, hydrated halloysite and montmorillonite. Besides these calcite, cristobalite, gölthite are present in some colloids. The presence of calcite in colloids are very significant in relation to the mecahanical properties of the soil, water movement in the soil and genesis of the clays.

要　旨：

茶臼山地すべり地帯の土質を解明するために，第三期小川層より或るこの地帯の土壌又は堆積岩中に存在する粘土鉱物を検索しようと試みた。すでに第一報で化学組成等について，第二報で示差熱分析曲線について検討し分離されたコロイドにはハロサイト，加水ハロイサイトおよびモンモリロナイトが存在し，方解石も混在することを推定した。本報ではこれら試料についてX線分析を実施し，その結果を検討し，既報でえられた結果が裏付けされることを確かめた。

X線分析の結果では殆んどモンモリロナイトを含まず，ハロイサイト又は加水ハロイサイトより成るものが存在する反面，極小量のカオリン鉱物とモンモリロナイトより成るものも存在し，さらに両者の混合体がが多いことを知つた。これら粘土中には方解石がしばしば相当量存在する。この方解石の存在は土質との関係，水質との関係，粘土の生成との関係において重要な意義を持つものである。なお結晶度の著るしく不良のもの，および混合層鉱物と推定されるものも認められた。

目　次

1. 粘土鉱物のX線粉末廻析線の一般的特性……（1）
2. 粘土鉱物のX線廻析線及びX線による識別法について……（2）
3. 試料，実験法および実験結果……（8）
4. 実験結果の検討……（8）
5. 要　約……（15）

1. 粘土鉱物のX線粉末廻析線の一般的特性

Debyl 等のX線粉末写真法による結晶構造の解析法は Pauling, Ross, Kerr, Gruner, Grim 及び Nagel-Schmidt 等多くの研究者により粘土鉱物の研究に採用され，さらにそれらの微細構造も明確化されると同時に，実験法自体も長足の進歩を示してきた。

土壌コロイド中に粘土鉱物の存在することをX線法により始めて確かめたのは Kelley[1] 等及び Hendricks[2] 等である。土壌コロイドは通常一種以上の粘土鉱物を含有する外，ゲル状物質又は含水酸化物又はその他の鉱物を含み，特に微細な粒子が不規則に集合しているのでX線廻析像は一般に幅の広い拡散した線を与え，ある種の鉄化合物がX線により螢光を発すること，及び廻析角の小さい部分での分解能の小さいこと等と相俟って写真全

* 地質化学部化学研究室長

体が黒味がかり，廻折線を求めることが困難であり，特に微細な線構造を求めることができない場合が多い。又粘土鉱物はその構造上 (001) 面による廻折線が特性を示す外は殆んど同様な線を与えるので，それらを識別するがとが困難の場合が多いし，定量的取扱いも一般に精密性を欠いている。しかし実験技術の進歩は除々にこれらの点を解決しており，現在粘土鉱物研究の最も有力な武器である。

結晶にX線を入射させると原子網面で Bragg の反射を起し，ある方向に廻折されたX線をうる。この方向及び廻折されたX線の強度は結晶構造に主として依存するのであるが，結晶を構成する原子の原子番号又は原子の大きさにも関係する。従ってこのX線の廻折線を詳細に検討すれば，原子がどの様に規則的な集合した結晶であるかを知り，さらに結晶の大きさまたは結晶を造る原子の原子番号まで推定できることとなる。この様にして粘土鉱物をX線的に研究すれば，粘土鉱物の構造型，さらにそれを細分した構造属郡又は変種および原子の同像置換による化学的分別による鉱物名までも決定することができる。

粘土鉱物は主に Si-0 四面体，Al-0 八（ ）面体の積み重なった板状微小結晶であり，金属原子の間には多数の同像置換が行われ，多種類の鉱物種を造っているのであり，この特性のためにX線廻折像は他の造岩鉱物等とは著るしく様相が異なるのである。

次に粘土鉱物のX線廻折線の一般的特性について簡単に述べる。先づ廻折像の特性は廻折線の方向とその強度である。廻折線の方向は結晶の面指数 (hkl) により定まる。原子の網面間隙を d とし，X線の波長を λ，廻折用を θ とすれば，$2d\sin\theta = n\lambda$ (n 正整数)が成立し，θ と λ を測定すれば d を決定しえて，さらに面指数も定まる。これらの廻折線の現れる方向が各粘土鉱物を特色づける。多くの粘土鉱物では，その方向に類似性が認められ，従って結晶構造に類似性が存在することを示すのであり，一般に粘土鉱物では (100 l) 面よりの反射は異なるが，他の面よりの反射は殆んど同じである。また廻折線の強度も類似性が認められるが，原子番号及び結晶の大きさにより著るしく相違する。

廻折線の数と形態も結晶構造と密接な関係を持つ。廻折線の数は結晶の大きさ及び結晶度と関係し，廻折線の幅は結晶粒子の大きさにより定まり，細粒の程廻折線幅は広くなる。粘土鉱物では廻折線の数は少なく，一般に鮮明な廻折線を与えないのであり，結晶片が極端に細かくなると廻折像は太くぼけて散漫散乱を示す。廻折線がぼけるときその強度分布が非対称的のことがよく認められるのであり，二次元結晶に基づくと説明される。

以上述べた様にX線廻折像に現れた結果では，粘土鉱物は結晶構造の多少の不規則性を持つことを示している。

2. 粘土鉱物の X 線廻折線及び X 線による識別法について

粘土鉱物のX線廻折線の詳細は Brindley[3], Kerr[4] 等により記載されておるので，ここでは土壌コロイドでに多く存在する粘土鉱物及びその物の鉱物の廻折線について簡単にのべ，さらに一部重複する点もあるが，X線による粘土鉱物の識別法について述べる。

粘土鉱物及びその他鉱物の網面間隙の値を表—1に示す。カオリナイト属鉱物は 7·2～7.5 Åに最強線を与えることを特徴とし，さらに 4.5～3.0Å の間に主要な5本の線を与え，結晶度の特に良好なものは4.17Aと4.12の線が分離する。カオリナイト属鉱物は加水ハロイサイト，ハロイサイト，カオリナイト，ディカイト及びナクライトの順に結晶度が高くなる。加水ハロイサトトのみは (001) より廻折線が 10 Åであり，ハロイサイトは 7.2～7.5D の間では大きい値を示す。前者には (003) が，後者には (002) が認められ，また2次元反射の性状が著るしく認められる。この外の廻折線はカオリナイト鉱物について共通するが，ハロイサイト等はその数が少ない。カオリナイトでも結晶度が低くくなるとハロサイトと殆んど区別できなくなる。また加水ハロイサイトは 150°C位に加熱すればハロイサイトになり，10Å線は 7 Åに変位するに至る。なおカオリナイト鉱物の (001) 線は 500°C に加熱すれば消失する。

アロフアンは一応カオリナイト鉱物に近いが，結晶度は著るしく低くく，3.0～3.5Å，2.08～2.26Å，1.27～1.45Å，1.12～1.22Å 等の位置に散慢散乱[5]を示す。

モンモリロナイト属鉱物は (001) 面よりの廻折線が含水量および交換性イオンの種類により著るしく異なるのが特徴である。すなわち水で飽和[3]したときは約 20Åであり，風乾状態では 14～15Åであり，さらに加熱脱水させれば約 10Å となる。またある3種のアミン等で処理[7]すれば約 30Åにも達する。含水量は交換性イオン自体の水和による水量と，交換性イオンの存在する面間に吸着された水量との合量である故に，同一含水量でも交換性イオンの種別によりその (001) 線の値は異なる。例えば Hendricks[8] 等によれば，含水量 50 % のミシシッピー産モンモリロナイトの (001) 線生交換性イオンとして Mg, Ca, Sr, Ba, Li, H, K を有する場合，それぞれ 15.5, 15.0, 15.2, 13,1, 14.4, 11.9Å であり，Na 及び Cs の場合は拡散した線を与えている。また交換性イオンにより (001) 面の重なり方が異なるので廻折線は例えば Ca-粘土では明瞭であるが，Na-粘土では甚だしく拡散した線となる[9]。

モンモリロナリト属鉱物では層間の水2分子が，エチレングライコール2分子で置き変えられると 17Å を与

表—1. 主要粘土鉱物および混在鉱物のX線粉末線

加水ハロイサイト	ハロイサイト	カオリナイト	モンモリロナイト	サポナイト	イライト	セリサイト	パイロフィライト	滑石
		7.10～7.16 (10)	12.5～15.5 (10)	12.5～15.5 (10)	9.98 (S)	9.96～10.25(6～9)	8.97 (3)	8.94 (5)
		4.39～4.46(6～10)	5.0～5.1 (5～8)	4.51 (S)	4.47 (S)	4.95～5.13 (4～8)	4.93 (4)	4.57 (3)
		4.16～4.21(3～10)	4.32～4.49(2～10)	4.06 (M)	3.31 (M)	4.45～4.58(8～10)	4.12 (2)	3.37 (3)
		3.76～3.87 (4～5)	3.03～3.08(2～10)	3.01 (M)	2.56 (S)	3.71～3.75 (8)	3.34 (2～3)	3.06 (10)
		3.56～3.61(6～10)	2.50～2.56(2～10)	2.54 (S)	2.44 (W)	3.44～3.50 (8)	2.52 (2)	2.45 (5)
		3.35～3.42 (1～3)	1.67～1.70 (1～5)	1.74 (M)	2.38 (M)	3.30～3.33(5～10)	2.40 (3)	2.19 (2)
		2.55～2.58 (5～8)	1.64～1.65 (1～5)	1.52 (S)	2.24 (M)	2.86～2.85(5～10)	2.29 (2)	1.85 (3)
		2.48～2.51 (5～8)	1.47～1.50(3～10)	1.32 (M)	8.18 (W)	2.54～2.60 (10)	1.83 (3)	1.65 (3)
10.1 (10)		2.33～2.36(8～10)	1.30 (1～5)	1.19 (M)	2.11 (W)	2.44～2.47 (2～8)	1.64 (2～3)	1.54 (2)
4.41～4.46(5～10)	7.2～7.5 (10)	2.27～2.31 (4～8)	1.22～1.25 (1～5)		1.98 (M)	2.40～2.39 (2～5)	1.49 (2～3)	1.52 (4)
3.31～3.40 (2～5)	4.42 (10)	2.19～2.21 (1～2)			1.64 (M)	2.18～2.25 (1～8)	1.38 (3)	1.38 (3)
2.56～2.60(4～10)	3.97 (5)	1.97～2.01 (4～8)			1.50 (S)	2.12～2.15 (2～6)	1.36 (3)	1.29 (2)
2.33～2.39 (5～8)	30.3 (6)	1.65～1.67(6～10)			1.29 (W)	1.98～2.05 (1～6)		
1.64～1.71 (4～8)	2.560 (4)	1.61～1.63 (2～5)			1.24 (W)	1.82～1.89 (5～8)		
1.48～1.51(5～10)	2.365 (5)	1.58～1.59 (1)				1.63～1.70 (2～6)		
1.28～1.30 (2～5)	1.638 (4)	1.58～1.59 (2～5)				1.49～1.50 (5～8)		
1.23～1.25 (2～5)	1.510 (10)	1.48～1.49(6～10)				1.34～1.35 (2～8)		
	1.295 (2)	1.34～1.35 (3～5)				1.29～1.30 (2～8)		
	1.250 (2)	1.30～1.31 (2～5)				1.24～1.25 (2～8)		
		1.28～1.29 (2～5)						
		1.23～1.24 (2～5)						

バーミキュライト	ペンニン	シャモサイト	チューリンジヤイト	海緑石	ギブサイト	ベーマイト	ダイアスポア	ゲータイト
13.4～13.7 (8～10)	14.3 (6)	14 (3)	6.80 (S)	9.94～9.99 (1～5)	4.83 (10)	6.23 (10)	4.69 (2)	4.96 (3)
3.537～3.562 (3～5)	7.17 (10)	6.93 (10)	4.62 (W)	4.49～4.54 (2～3)	4.337 (5)	3.16 (10)	3.98 (10)	4.15 (10)
2.833～2.852 (1～5)	4.78 (10)	4.63 (7)	3.48 (S)	3.62～3.67 (1～2)	3.303 (3)	2.34 (10)	3.516 (2)	3.363 (3)
2.48～2.537 (1～3)	4.60 (2)	3.50 (9)	2.47 (W)	3.31～3.32 (2～3)	3.165 (2)	1.973 (3)	3.216 (2)	2.674 (6)
2.366～2.380 (1～4)	3.585 (10)	2.779 (3)	2.59 (M)	2.57～2.58 (3～5)	2.451 (5)	1.85(10)Br	1.558 (4)	2.565 (3)
1.657～1.676 (1～3)	2.867 (6)	2.689 (1)	2.54 (M)	2.38～2.40 (2～4)	2.374 (5)	1.764 (4)	2.361 (1)	2.508 (1)
1.524～1.530 (3～6)	2.585 (3)	2.507 (7)	2.45 (MW)	1.64～1.66 (1～3)	2.275 (1)	1.656 (5)	2.312 (8)	2.491 (2)
1.432～1.442(0.5～2)	2.543 (4)	2.330 (1/2)	2.42 (MW)	1.52～1.52 (5～6)	2.236 (2)	1.522 (3)	2.072 (7)	2.433 (7)
1.321～1.330 (2～3)	2.444 (4)	2.134 (3)	2.25 (MW)	1.30～1.31 (1～3)	2.157 (3)	1.447 (5)	2.072 (7)	2.237 (4)
	2.387 (3)	1.767 (2)	2.00 (M)		2.039 (4)	1.429 (4)	1.892 (1)	2.175 (4)
	2.264 (2)	1.556 (5)	1.88 (W)		1.986 (3)	1.391 (1)	1.807 (1)	1.999 (1)
	2.049 (2)	1.524 (2)	1.55 (MS)		1.909 (3)	1.378 (4)	1.707 (3)	1.908 (2)
	2.014 (4)	1.473 (1)	1.51 (W)		1.797 (4)	1.299 (5)	1.629 (8)	1.788 (2)
	1.892 (1)	1.425 (1)	1.39 (W)		1.743 (4)	1.218 (1)	1.603 (2)	1.762 (1)
	1.834 (3)		1.33 (W)		1.677 (4)	1.204 (1)	1.519 (1)	1.709 (6)
	1.726 (1/2)				1.643 (1)	1.174 (2)	1.477 (3)	1.769 (3)
	1.579 (4)				1.630 (1)	1.157 (2)	1.418 (2)	1.650 (1)
	1.536 (2)				1.582 (2)	1.130 (3)	1.397 (1)	1.594 (1)
	1.434 (1)				1.569 (1)	1.111 (1)	1.372 (3)	1.554 (4)
	1.406 (2)				1.548 (1)	1.042 (2)	1.333 (1)	1.500 (3)
	1.320 (1/2)				1.503 (1)		1.325 (1)	1.565 (1)
					1.452 (4)		1.300 (1)	1.459 (1)
					1.433 (2)		1.284 (1)	1.445 (3)
					1.405 (3)		1.256 (1)	1.412 (2)
					1.394 (2)		1.240 (1)	1.386 (2)
					1.356 (3)		1.202 (1)	1.361 (1)
					1.123 (2)		1.172 (1)	1.351 (2)
					1.311 (2)			1.340 (1)
					1.246 (2)			1.309 (2)
					1.226 (1)			
					1.207 (3)			
					1.189 (2)			

レピドクロサイト	β-$Fe_2O_3 \cdot H_2O$	石　英	α-クリストバライト	アナターゼ	ルチール	明バン石	方解石	白雲石
6.25 (10)	7.91 (6)	4.21 (7)	5.0 (1)	3.52 (1.00)	3.24 (0.80)	5.63 (M)	3.84 (0.6)	3.69 (0.3)
3.284 (9)	5.48 (4)	3.35 (10)	4.05 (10)	2.37 (0.24)	2.49 (0.60)	4.91 (S)	3.03 (1.0)	2.881 (1.0)
2.785 (1)	4.37 (1)	2.45 (3)	3.15 (4)	1.88 (0.40)	2.29 (0.04)	3.842 (W)	2.49 (0.6)	2.663 (0.3)
2.467 (8)	3.403 (10)	2.585 (3)	2.85 (5)	1.70 (0.28)	2.19 (0.30)	3.512 (WS)	2.28 (0.7)	2.532 (0.2)
2.357 (2)	2.679 (1)	2.235 (1)	2.48 (9)	1.66 (0.24)	2.05 (0.12)	3.320 (M)	2.09 (0.7)	24.00 (0.4)
2.081 (2)	2.566 (6)	2.129 (3)	2.35 (0.5)	0.480 (0.24)	1.69 (1.00)	2.993 (SS)	1.917 (0.9)	2.189 (0.6)
1.933 (7)	2.316 (4)	1.981 (2)	2.2 (0.5)	0.362 (0.08)	1.62 (0.30)	2.846 (WW)	1.868 (0.8)	2.061 (0.3)
1.844 (2)	1.970 (3)	1.814 (8)	2.12 (1)	1.335 (0.08)	1.485 (0.20)	2.503 (W)	1.618 (0.4)	2.012 (0.5)
0.720 (4)	1.769 (1)	1.667 (3)	2.025 (2)	1.262 (0.11)	1.449 (0.20)	2.265 (S)	1.598 (0.5)	1.842 (0.3)
1.563 (2)	1.652 (4)	0.539 (6)	1.933 (3)	1.164 (0.06)	1.355 (0.30)	2.110 (W)	1.518 (0.6)	1.801 (0.6)
1.532 (2)	1.520 (3)	1.447 (1)	1.873 (3)	1.045 (0.03)	0.245 (0.04)	1.903 (S)	1.470 (0.4)	1.784 (0.7)
1.521 (4)	1.456 (2)	1.412 (1)	1.747(0.5)	0.950 (0.02)	1.170 (0.08)	1.746 (S)	1.437 (0.5)	1.563 (0.3)
1.493 (1)	1.382 (2)	1.376 (7)	1.695 (2)	0.918 (0.02)	1.147 (0.04)	1.637 (M)	1.420 (0.4)	1.542 (0.4)
1.446 (1)	1.313 (1)	1.284 (2)	1.612 (4)	0.894 (0.02)	1.091 (0.08)	1.553 (W)	1.355 (0.1)	1.462 (0.4)
1.430 (2)		1.253 (2)	1.574(0.5)		1.040 (0.08)	1.492 (S)	1.333 (0.4)	1.430 (0.2)
1.415 (1)		1.225 (1)	1.527 (2)			1.424 (W)	1.294 (0.3)	1.386(0.1～06)
1.380 (1)		1.196 (2)	1.479 (2)			1.378 (MW)	1.235 (0.2)	1.333 (0.4)
1.364 (3)		1.178 (2)	1.430 (3)			1.318 (W)	1.177 (0.4)	1.294 (0.3)
1.258 (1)		1.150 (2)	1.377 (1)			1.283 (M)	1.151 (0.4)	1.266 (0.3)
1.211 (1)		1.078 (2)	1.365 (1)			1.202 (MW)	1.139 (0.4)	1.234 (0.4)
1.194 (2)		1.044 (1)	1.338 (1)			1.106 (W)	1.044 (0.4)	1.164 (0.5)
1.187 (2)		1.011 (1)	1.301 (1)			1.141 (MW)	1.012 (0.4)	1.141 (0.2)
		0.961(0.5)	1.278 (1)			1.086 (W)	0.984 (0.2)	1.120 (0.4)
		0.916(0.5)	1.229 (1)				0.964 (0.3)	
		0.897(0.5)	1.205 (1)					
		0.815(0.3)	1.180 (2)					
		0.791(0.3)	1.115 (3)					
			1.059(0.5)					
			1.042(0.5)					

菱鉄鉱	燐灰石	石膏	微晶石	氷長石	曹灰石	灰曹長石	パイライト
3.59 (0.7)	3.380 (MS)	7.7 (0.50)	6.45 (MW)	6.45 (MW)	6.38 (MW)	6.38 (M)	3.12 (0.27)
2.786 (1.0)	3.083 (MS)	4.29 (1.00)	5.84 (W)	5.88 (MW)	4.64 (SW)	5.90 (W)	2.70 (0.75)
2.561 (0.1)	2.818 (S)	3.81 (0.15)	4.16 (MS)	4.20 (MS)	4.03 (S)	5.58 (MW)	2.42 (0.45)
2.341 (0.5)	2.730 (S)	3.06 (0.63)	3.945 (MW)	3.91 (M)	3.89 (W)	4.035 (S)	2.21 (0.35)
2.128 (0.6)	2.602 (W)	2.87 (0.63)	3.80 (M)	3.75 (MS)	3.74 (S)	3.85 (MW)	1.91 (0.45)
1.960 (0.5)	2.496 (WW)	2.68 (0.50)	3.67 (MW)	3.575 (MW)	3.64 (MS)	3.73 (MS)	1.63 (1.00)
1.792 (0.5)	2.259 (MW)	2.48 (0.20)	3.44 (MS)	3.46 (MW)	3.44 (M)	3.645 (MS)	1.56 (0.15)
1.729 (0.8)	2.136 (W)	2.22 (0.20)	3.34 (M~MS)	3.38 (MS)	3.34 (M)	3.46 (M)	1.50 (0.17)
1.523 (0.2)	2.014 (W)	2.07 (0.50)	3.28 (S)	3.28 (S)	3.19 (VS)	3.40 (W)	1.450 (0.25)
1.503 (0.4)	1.933 (M)	1.88 (0.25)	3.21 (VS)	3.20 (VS)	3.16	3.53 (M)	1.240 (0.10)
1.435 (0.1)	0.880 (MW)	1.79 (0.20)	3.16 (MW)	2.99 (MS)	3.12 (MW)	3.19 (VS)	1.210 (0.15)
1.421 (0.3)	1.824 (MS)	1.66 (0.10)	3.03 (M)	2.88 (MS)	3.00 (MV)	3.14 (MW)	1.180 (0.10)
1.393 (0.2)	1.789 (WW)	1.62 (0.15)	2.93 (MS)	2.75 (M)	2.92 (MS)	2.97 (M)	1.153 (0.15)
1.378 (0.2)	1.750 (WW)	1.58 (0.10)	2.87 (MS)	2.58 (MW)	2.83 (M)	2.91 (MS)	1.105 (0.12)
1.371 (0.1)	1.700 (W)	1.435 (0.15)	2.75 (M)	2.85 (MS)	2.64 (M)	2.84 (M)	1.041 (0.25)
1.352 (0.4)	1.640 (WW)	1.360 (0.10)	2.61 (M)	2.495 (VW)	2.59 (V)	2.63 (MW~M)	1.005 (0.03)
1.279 (0.3)	1.585 (W)	1.325 (0.10)	2.56 (M)	2.46 (VW)	2.53 (MS)	2.535 (MS)	0.928 (0.02)
1.256 (0.1)	1.473 (W)	1.270 (0.03)	2.51 (M)	2.391 (MW)	2.49 (M)	2.50 (VW)	0.957 (0.10)
1.223 (0.2)	1.436 (M)	1.240 (0.15)	2.41 (M)	2.359 (MW)	2.44 (W)	2.46 (MW)	
1.197 (0.3)	1.349 (WW)	1.200 (0.10)			2.407 (W)	2.410 (W)	
	1.307 (WW)	1.158 (0.08)			2.370 (W)	2.376 (W)	
	1.273 (WW)	1.083 (0.05)					
	1.235 (W)						
	1.223 (MW)						
	1.118 (MW)						

備　考：粘土鉱物はベンニン，ジャモサイトを除いて須藤“粘土鉱物”より引用する。
酸化物，含水酸化物，炭酸塩，長石類は Brindley “X-ray Indentification and Crystal Structure of Clay Minerals” より引用する。
その他は久保“X線廻析による化学分析”より引用する。

えることは重要な性質[10]であり，これと同様にグリセリン・モンモリロナイト化合物[11]を造る方法は(001)面を規則正しく配列させるのでX線廻折線は明瞭化される。なおモンモリロナイト属鉱物のモンモリロナイト，ノンロナイト，サポナイト等の相互の分別は殆んど不可能である。

イライト属鉱物は(001)線が10Åであり，この値はモンモリロナイト属の様に含水量および交換性イオンにより変化する様なことはない，500°Cに加熱してもカオリナイト鉱物の様にこの廻折線が消失する様なことはない。イライトの廻折線はピオタイト又はセリサイト等と殆んど区別することができないが，イライトの廻折線は巾が広く不鮮明となる傾向がある。イライトには(005)線である2.0Å線を持つことは一つの特徴である。

土壌中に存在するイライトは Hendricks 等[12]によればセンモリロナイトを混層する場合も多く，粉末写真では識別又は定量が困難であり，また Helleman 等[13]によればモンモリロナイトおよびイライト混合場のX線粉末写真ではイライトによる10Åの粉末線をうることができない場合がある。

クロライト属鉱物は同像置換が多く，鉱物族も多いがそれらのX線廻折線による区別は余り明らかにされていない。クロライト属鉱物はその(001)線が14Dであり，この値は500～600°Cに加熱しても変化しない，またエチレングライコール処理してもこの線は変位しない。クロライト属鉱物では(001)の外に(002),(003),(004),(005)が明瞭に認められることが多い。なお，クロライト鉱物は温酸に可溶である点はクロライトのX線　研究に用いられる。

バーミキュライトの(001)線は14Åであり，この値は400～500°Cに加熱すれば10Åに移り，またNH₄塩で処理すれば11Åに移る[14]。エチレングライコール処理でも14Å線は変化しない。

次にX線廻折像をえた場合その結果より粘土鉱物をどの様にして同定するかについて総括して述べる。この種問題については，例えば Brindley[15] の報告もあるし，須藤[17]の報告もある。一般にX線廻折線の解折は(001)の指数を与える面より　反射について行う。粘土鉱物の廻折線では一般に最も大きい網面間隙（X線粉末線）として7Å，10Å，及び14Å線をうる。

14Å線を与える場合：

14Å線が存在するときは，モンモリロナイ属鉱物，バーミキュライ属鉱物及びクロライト属鉱物の存在を示す。これこの鉱物郡を分割するには，モンモリロナイト属鉱物は含水量によりこの値が異なり，例えば水で飽和したときは20Åとなることを利用する。モンモリナイト属鉱物は又エチレングライコールで処理すればこの通は17Åとなる[10]。一方クロライト属鉱物及びバーミキュライトはこれらの処理で(001)線は変位しない。14Aを与える鉱物の円400～500°Cに加熱すれ爲モンモリロナイト属及びバーミキュライトばその(001)線は10Åに変位し，他方クロライト属はこの温度では14Å線は変位しないで，さらに高温にすればこの線はむしろ鮮明化す。

モンモリロナイト属鉱物及びバーミキュライトは(001)を除いた(00 l)線が明瞭に認められないことが多いが，クロライト属鉱物は(001),(002),(003),(004),(005)線の強さが余り大きくは異ならない。さらに，クロライト属鉱物は温稀塩酸に可溶であることが利用される。

バーミキュライトの大きな特性は，アンモニヤの固定である。NH₄塩で処理することにより，バミキュライトの(001)線は11Åに変位することが Walker[14] により認められている。Walker は14Å鉱物の分別法として，試料を NH₄ 塩溶質で処理し，次でグリセリンを加え，次で乾燥し，各操作の後にX線分析を実施し，11Å 14Å および17.7Åをえれば，バーミキュライト，クロライトおよびモンモリロナイトが存在するとしている。

10Å線を与える場合：

10Å線が存在するときは雲母層鉱物及び加水ハロイサイトの存在を示し，9Å線ではパイロフィライト又はタルクの存在を示す。加水ハロイサイトは100°Cに加熱すれば10Å線は7.2～7.4Åに変位するが，雲母層鉱物は変任しない。また，加水ハロイサイトはエチレングライコール処理により11A線を与える。なすライトを含む雲母属鉱物は(005)線である2Å線が強く，パイリフィライトでは(003)線である3Å線が強い。

7Å線を与える場合：

7Å線が存在するときは加水ハロイサイト以外のカオリナイト属鉱物の存在を示す。ハロイサイトは7.2～7.5Åでやや大きい値を示す。7Åを示す場合注意せねばならないことは14Å線を示す鉱物が存在しており，その(002)線が7Åを示すことである。この場合はこの鉱物を除去するか，又は加熱又はエケレングライコール理処で14Å線を変位させ，その(002)線も変位させて7Å線を識別せねばならない。

7Å，10Å及び14Å線以外の線を与える場合：

粘土鉱物のX線廻折像でしばしば7°，10Å，14Å線以外の線を与えたり，またこれらの線を欠くことが認められる。この場合は2種と以上の粘土鉱物が不規則混合層鉱物を形成するときである。例えば10Å鉱物と14Å鉱物が不規則混合層鉱物を形成するときは，10Å線と14Å線の代りにその中間に一本の廻折線が出現し，その位置は14Å鉱物の多い場合は14Åに近い方に現れる。もし同量程度存在すれば12Å線が拡散した特徴で認められる。しかし(00 n)に該当する線は $\frac{12}{n}$ Åとなら

ないと，10A線鉱物の（002）と，14A鉱物の（003）に相当する線は5Åの近くに強く認められる。この様な例としては，我国の酸性白土中の粘土鉱物が7～15Åに著るしく拡散した粉末線を与え，モンモリロナイトーカオリナイト混合層鉱物であるとする須藤[18]の研究がある。

また粘土鉱物ではしばしば 20Å 以上の網面間隙を持つものが認められる。例えば須藤[19][20]は蔵田鉱山の粘土中にパイロフィライト層とジプサイト層が規則正しく積み重なり30Å 線を示す例，及び花岡鉱山の粘土中にクロライト層とセピオライト層が規則正しく積み重なり，26.6Å線を示す例と見出している。なお Bradley[21] はパイロフィライト層とバーミキュライト層が積み重なり25 Å 線を示している。この外近時 20Å より大きい粉末線が多数報告されている。

3. 試料，実験法および実験結果

（1） 試 料：

試料は第一報，第二報に記載したものであり，何れも1μ以下の粒子であり，Ca-粘土として分離され，風乾されたものである。

試料は粒子の配列化を試みる様な操作はないで風乾試料をそのまま用いた。一部の試料についてはエチレングライコール処理を行い，500°C 又は 600°C で1時間の加熱処理も行った。

（2） 実験法：

この研究の初期に当る昭和 25 年頃は，X線粉末写真法によったのであるが，カメラの構造上 10Å 以上の粉末線をうることができなかった。始め半径 45 mm のカメラを使用したが，7Å 線を明確に認めることが不可能であつた。次で半径 57.3 mm のカメラを用い，鉄を用いたこともあるが，主として銅対陰極を用いて 30 KV，20～25 mA と，12～16 時間の露出で研究が可能となった。しかしこの場合でも7Å線は確認しえたが，10Å線は測定不可能であつた。10Å 線をうるために内装法カメラの使用を試みたが，思う様な結果がえられなかった。当時X スペクトロメーターが知られていたが，その使用の機会がなかった。昭和29年より “Norelco” と使用する機械に恵まれ，まだ “Geigerflex” も使用しうる機会とえた。これらX線スペクトロメーターを使用する様になってからは，X線カメラの使用は中止した。

“Norelco” を使用した場合の実験の条件は次の様である。

対陰極 銅（ニッケルでフィルターする）
Scale Factor 8
Time Constant 4
Multiplier 1
Scanning Speed 2°/min
Divergency 1°
30 KV, 14 mA

“Geigerflex” の場合も大体 “Norelco” の場合と同じであるが，試料によっては Scale Factor を 32 としたり，Scaooing Speed 1°/min としたものもある。またエチレングライコール処理試料の場合には，その他種々の条件を選んでいる。試料は何れも 1.0 g を使用したが，エチレングライコール処理試料の場合，または試料の少ない場合には，少量の試料を用い，それをデッキグラスに塗付したこともある。

（3） 実験結果

X線スペクトロメーターによりえられた廻折角より網面間隙 d（粉末線）を求めた結果を表－2に示し，エチレングライコール処理又は加熱処理試料についてえられた d の値を表－3に示す。

またX線スペクトロメーターでえられた粉末線の一部を図－1，2，3に示す。なお参考のため 手径 57.3 mm のカメラによりえたX線粉末写真の一部も示す。

4. 実験結果の検討

実験よりえられた網面間隙（d）の数値よい主として（001）線を対象として試料中に存在する鉱物を検索し，その性特について検討する。

No.—1：

本試料は 7.5Å 線を持ち，この値より大きい d を持たない。この試料はハロイサイトの持つすべての線を持ち，エチレングライコール処理試料も $2\theta=5°$ 近辺に廻折線を殆んど認めないし，600°C処理したものは 7.5Å 線を失う。従って本試料にはハロイサイトが存在することは明確であり，モンモリロナイトは存在しても著るしく少量を推定される。また 3.36Å は石英により，4.10 Åはクリストバライトによると考えられる。なお対陰極を銅とし，カメラ半径 57.4 mm でえられた廻析線には表に示す線に 5.05Å，1.99Å，1.90Å，1.38Å の微弱な粉末線を持っている。

X線分析によれば，本試料はハロイサイトを主体とし，少量の石英及びクリストバライトを含有すると推定され，混合層鉱物は存在しないと考えられる。

No. 2：

本試料のX線粉末線は強い 15.2Å と拡散した 0.76Å を持ち，著るしく弱いが 11Åおよび 10Åを持つ。15.2 Å線はエチレングライコール処理により 17.6Å に移動し，600°C に加熱すれば 10Åに移動する。従ってこの線はモンモリロナイトの（001）線に相当し，クロライト等は存在しないと考えられる。7.6Å線は 600°C に加熱すれば消失し，ハロイサイトと考えられる。11Å，10Å線も 600°C に加熱すれば消失し，2.00Å 線の存在しないことと関連してイライトも存在しないと考えられ，少量の加水ハロイサイトの存在が考えられる。この外ゲー

表—2. 試料の網面（X間隙線スペクトロメーターによる）

No.—1	No.—2	No.—3	No.—4	No.—5	No.—6	No.—8	No.—9	No.—10	No.—12
7.50(S)	15.2 (S S)	15.2 (S)	14.7 (Wb)	10.5 (W)	7.4 (Mm)	15.0 (S S)	15.2 (S S)	15.5 (S S)	16.0(Sb)
4.48(S S)	16.0 (WW)	11.0 (WW)	10.5 (WW)	7.50(S)	5.0 (W)	7.24(WW)	7.3 (W)	10.0 (WW)	11.0(WW)
4.10(W)	10.0 (WW)	7.36(S)	7.3 (S)	5.10(WW)	4.42(S S)	5.3 (WW)	4.40(S)	7.3 (W)	7.3(Wb)
3.60(Mb)	7.6 (Wb)	4.50(S S)	4.48(S)	4.44(S S)	4.17(S)	4.46(S)	4.04(M)	5.0 (W)	4.48(M)
3.36(W)	6.4 (WW)	4.30(W)	4.30(M)	4.27(M)	4.07(M)	4.27(W)	3.35(W)	4.48(S)	4.30(W)
2.58(M)	4.48(S S)	4.09(M)	4.07(M)	4.07(M)	3.64(W)	4.04(S)	3.03(S)	4.27(W)	4.08(M)
2.51(M)	4.28(M)	3.63(M)	3.86(WW)	3.56(S)	3.38(WW)	3.76(W)	2.84(WW)	4.06(M)	3.86(W)
2.37(Mb)	4.07(M)	3.38(W)	3.80(W)	3.35(M)	3.11(WW)	3.56(W)	2.56(M V)	3.79(W)	3.56(Wb)
2.23(W)	3.78(W)	3.24(W)	3.63(M)	2.83(WW)	2.86(WW)	3.35(S)	2.50(M)	3.56(WW)	3.36(W)
1.68(Wb)	3.36(S)	3.04(M)	3.36(W)	2.71(WW)	2.68(W)	3.22(W)	2.28(WW)	3.34(M)	3.03(S S)
1.49(M)	3.21(W)	2.59(M)	3.04(S S)	2.56(M)	2.57(W)	3.05(M)	2.08(W)	1.14(WW)	2.85(WW)
	3.00(WW)	2.53(M)	2.85(WW)	2.49(M)	2.51(M)	2.85(MW)	1.91(W)	3.03(S)	2.58(W)
	2.56(S)	2.48(M)	2.55(W)	2.36(M)	2.48(W)	2.55(M)	1.87(W)	2.81(WW)	2.50(S)
	2.52(M)	2.35(W)	2.48(M)	2.21(WW)	2.44(M)	2.49(M)	1.81(W)	2.56(M)	2.29(S)
	2.45(S)	2.29(WW)	2.29(W)	2.05(WW)	2.35(W)	2.43(W)	1.68(Mb)	2.51(M)	2.10(S)
	2.36(W)	2.23(WW)	2.09(M)	1.93(WW)	2.17(W)	2.30(W)	1.59(M)	2.34(WW)	1.92(S)
	2.28(W)	1.92(WW)	1.92(M)	1.82(WW)	1.92(W)	2.10(WW)		2.28(W)	1.88(S)
	1.92(W)	1.86(WW)	1.86(M)	1.67(Wb)	1.81(W)	1.91(WW)		2.15(W)	1.61(M)
	1.81(W)	1.68(Wb)	1.68(Wb)	1.60(WW)	1.71(M)	1.82(WW)		2.09(W)	1.53(W)
	1.73(W)	1.55(W)		1.49(M)	1.68(W)	1.70(Wb)		1.92(W)	
	1.69(W)	1.50(M)			1.55(W)	1.49(M)		1.87(W)	
	1.49(M)				1.49(M)			1.69(W)	
								1.60(W)	
								1.49(M)	

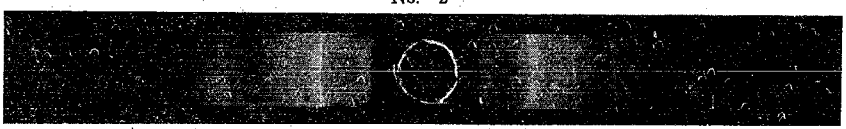
No.—14	No.—15	No.—16	No.—18	No.—19	No.—20	No.—21	No.—22	No.—25
15.7 (S S)	8.4～6.6(Mb)	7～8(Mb)	16.0 (W)	15.5 (S S)	15.5 (S S)	15.0 (S)	16.0 (S)	10.4 (W)
7.3 (M)	4.50(S)	4.44(S)	10.0 (W)	7.38(W)	7.2 (W)	7.5 (Mb)	7.3 (WW)	7.36(S)
6.5 (W)	4.27(W)	4.07(M)	7.25(M)	4.44(M)	5.0 (W)	6.0 (W)	4.48(M)	4.44(S)
4.48(S)	4.07(M)	3.86(M)	4.48(S)	4.27(W)	4.48(S)	5.6 (W)	4.32(W)	4.07(WW)
4.37(M)	3.86(M)	3.60(WW)	4.04(M)	4.04(M)	4.29(W)	4.48(S)	3.97(M)	3.86(W)
3.62(Wb)	3.60(M)	3.36(M)	3.86(W)	3.56(W)	4.07(M)	4.32(M)	3.35(M)	3.63(M)
3.36(M)	3.36(W)	30.3(S S)	3.56(W)	3.34(M)	3.86(W)	3.88(M)	3.05(S S)	3.37(W)
3.95(W)	1.03(S S)	2.76(WW)	3.36(W)	3.13(WW)	3.60(Wb)	3.59(M)	2.57(W)	3.05(S S)
2.85(WW)	2.76(WW)	2.56(W)	3.04(S S)	3.04(S)	3.35(M)	3.42(W)	2.49(M)	2.88(W)
2.57(M)	2.50(Mb)	2.50(M)	2.56(W)	2.95(WW)	3.04(S)	3.35(M)	2.29(M)	2.56(M)
2.51(M)	2.34(W)	2.34(W)	2.50(M)	2.56(W)	2.58(M)	3.05(S S)	2.10(M)	2.51(S)
2.36(W)	2.29(M)	2.39(W)	2.31(WW)	2.49(W)	2.49(W)	2.73(WW)	1.93(M)	2.37(W)
2.23(W)	2.12(M)	2.12(M)	2.30(M)	2.29(W)	2.41(WW)	2.56(W)	1.84(M)	2.30(M)
2.14(WW)	1.92(M)	1.92(M V)	2.10(M)	2.10(W)	2.38(Wb)	2.49(M)	1.64(WW)	2.10(M)
2.90(WW)	1.88(M)	1.88(M)	2.03(WW)	1.92(W)	2.29(W)	2.20(M)	1.61(W)	2.03(W)
1.68(Mb)	1.81(W)	1.81(W)	1.92(M)	1.87(W)	2.10(W)	2.09(S)	1.53(W)	1.92(M)
1.63(W)	1.68(Wb)	1.68(Wb)	1.87(M)	1.50(W)	1.92(W)	1.93(M)	1.50(W)	1.87(M)
	1.49(Wb)	1.64(W)	1.67(Wb)	1.44(W)	1.88(W)	1.88(M)	1.44(W)	1.67(Wb)
	1.44(Wb)	1.53(W)	1.61(W)		1.81(WW)	1.77(WW)		1.61(W)
		1.50(Wb)	1.54(W)		1.50(Mb)	1.61(W)		1.49(M)
			1.49(W)					1.44(W)

表—3. ニチレングライコール又は加熱処理試料の網面間隙（D）

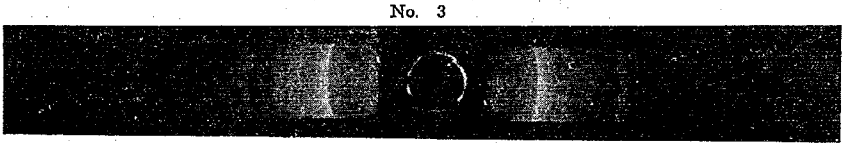
No.	ニチレングライコール処理	加熱処理 (No.—1～No.—6：600°C, No.—9～No.—20：500°C)
1	7.6	—
2	17.6	10.0
3	17.6	9.8
5	17.6(W), 11.3(M), 10.5(M), 7.3(S)	—
6	17.6(WW), 7.4(S)	—
8	17.8(S S), 8.6(W), 7.4(W)	9.8
9	17.6(S S), 7.4(W)	10.4 br
10	17.4(S S), 8.4(W), 7.1(W)	9.8 br
12	17.8(S S), 14.4(W), 9.8(W), 8.8(W), 7.3(W)	14.4(W), 10.3(S), 8.8(W), 7.3(W)
14	17.3(S S), 73(W)	10.4
15	17.6(S S), 10.4(M), 8.3(M), 7.4(S)	10.0
16	17.6(S), 8.7(W), 7.5(S)	9.8
18	16～20(S S), 10～12(M), 7.2～8.5(S)	10.1
19	17.6(S S), 7.3(W)	10.0
20	17.6(S S)	10.0
21	17.6(S S)	
22	18.3(S S), 7.5(W)	
23	17.3(S S), 9(WW)	
25	7.38	

No. 1

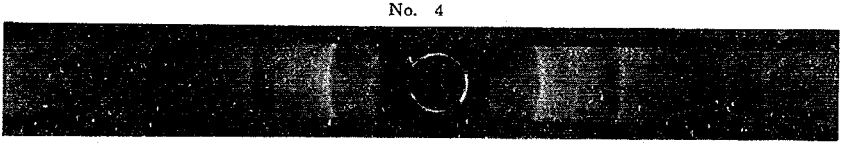
No. 2



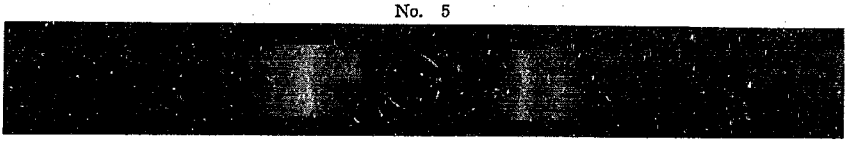
No. 3



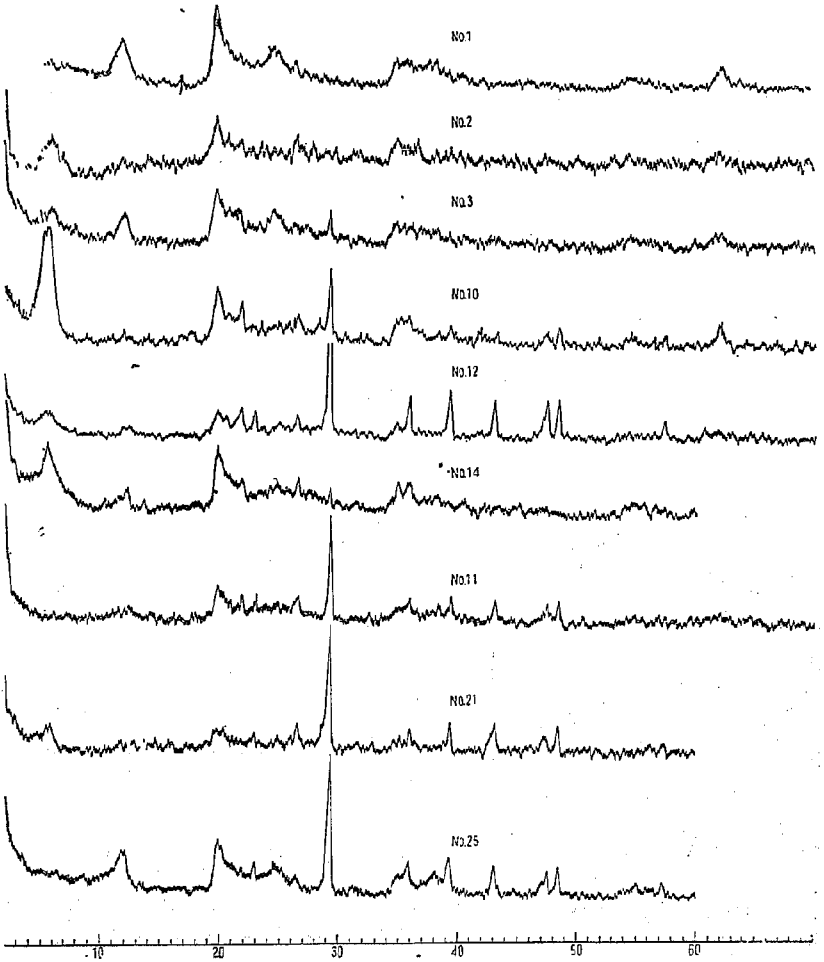
No. 4



No. 5

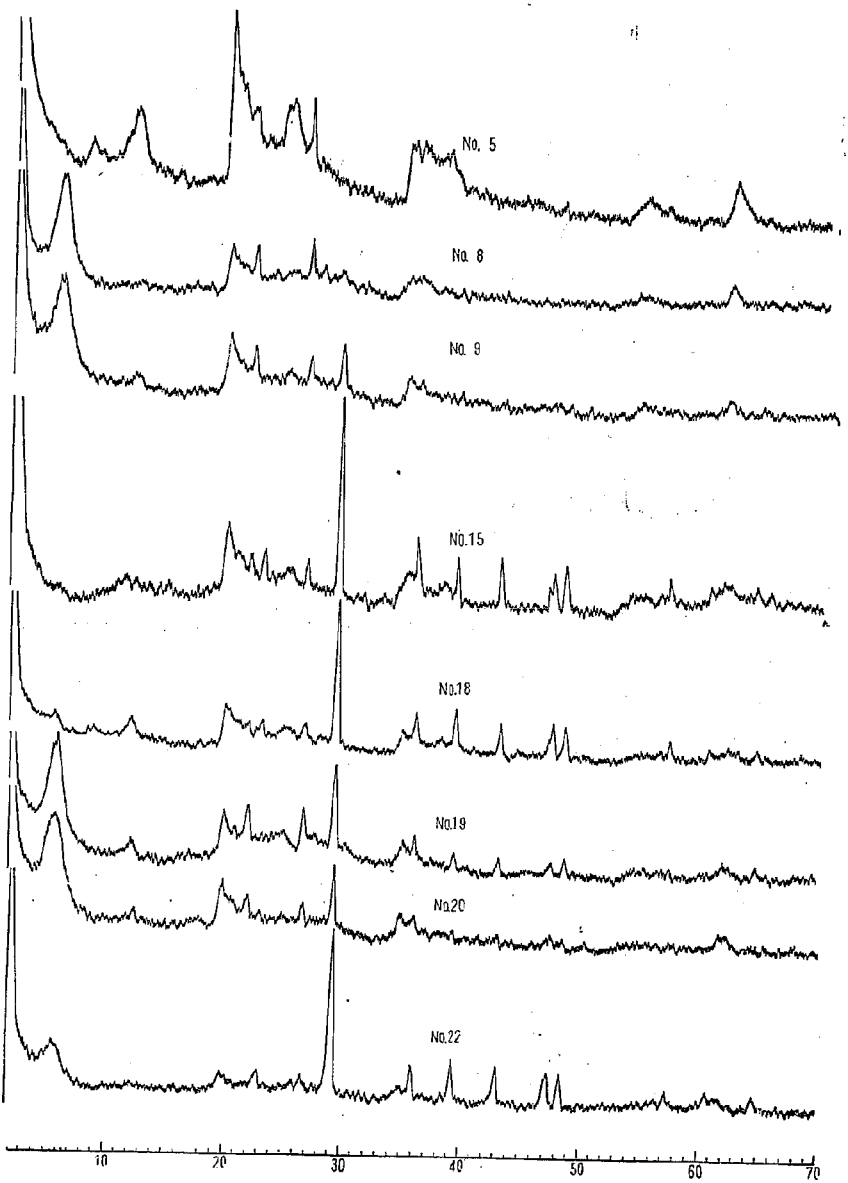


写真—1.



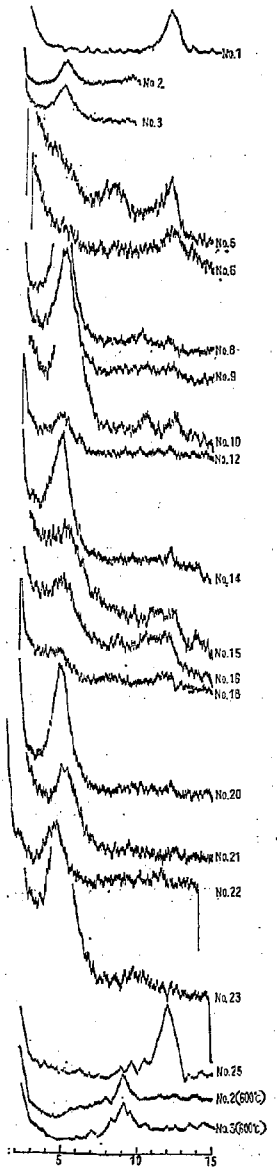
Cn, K_2, 30KV, 14mA	
Scanning Speed	2°/min
Scale Factor	1.8
Multiplier	1.0
Time Const	4 sec
Divergincy	1°
Receiving Slit	0.006

図—1.　X線廻折線（1 レルコによる）



Cu, K_2, 30 KV, 15 mA		Scanning Speed	2°0min
Scale Factor	32	Multi Plier	1.0
Time Constant	4 sec	Divergency	1°
Receiving Slit	1°, 0.4 m/m		

図—2. X線回折線（ガイガーフレックスによる）



図—3.　エチレングライコール又は加熱処理粘土のX線廻析線

タイトの主要粉末線が認められ，石英及びクリストバライトの存在も推定できる。

$2\theta < 12°$の範囲では粉末線の数と単調でなく，8.8Å，13 Å，24Åに粉末線らしきものを認め，混合層鉱物の存在する可能性もある。

X線分析によれば本試料はモンモリロナイトを主体とし，結晶度の良好でないハロイサイトを少量含有しゲータイトも確実に存在し，少量の石英及びクリストバライトる含有する。

No.—3：

本試料のX線粉線線は 15.2A，7.36A を持ち，著るしく弱いが 11.0 Aも持つ。15.2A 線はエチレングライコール処理により確実に 17.6Aに移動し，600°C に加熱すれば9.8Aに移動する。従ってモンモリロナイトの存在は明瞭であり，(0.6, 3.3) 線は 1.49A であり，ノントロナイトとは区別される。

7.36 Å線は600°Cに加熱することにより消失し，カオリナイト属によるのであるが，4.45Å 線は二次元反射を示し，(002) である 3.61Å みをともない，ハロイサイトと考えるのが妥当である。10Å線を欠き，イライト又は加水ハロイサイトは存在しない。方解石及びクリストバライトが少量存在する。

7.4～15 Å 間に確実な粉末線を認めないので，一応ハロイサイトとモンモリロナイトの単純な混合物と考えられる。なお，18A 及び 30Åに粉末線らしきものを示すが，エチレングライコール処理したものに斉この線は認められまい。

No.—4：

本試料はハロイサイトの存在が考えられ，14.7Å線はエチレングライコール処理による移動は測定していないが，一応モンモリロナイトによると考えられる。方解石の存在は明瞭であり，外にクリストバライトが推定される。

No.—5：

本試料は弱い 10.5Å 線と強い 7.4Å 線を持ち，エチレングライコール処理により，層弱な 17.6Å 線が出現する外，割合弱い線が出現する。イライトによる2.00Å は殆んど認められず，6..°Cに加熱すればこれらの線は消失する。従って 10. Åは加水ハロイサイトにより，7.40 Åはハロイサイトによる 推定できる。(13.20) 線は二次元反射を示す。石英の存在は千分推定でき，クリストバライトも一応推定される。なおモンモリロナイトの (001) 線は認められない。

No.—6：

本試料は 7.4Åに余り強くない拡散した粉末線を持ち，$2\theta < 12°$ 域では廻折線は単調でなく明確な粉末線を持下ない。エチレングライコール処理によっても明確な粉末を示さないが，17.6Å に粉末線らしさものを認めう

る。600°Cに加熱するとこの線は消失する。結晶度の良好でないハロイサイトの存在を示し，モンモリロナイト，加水ハロイト及びイライト等は存在しなと考えられる。この外ゲータイトの存在は明瞭であり，クリストバライトの存在も推定される。

No.—8 :

本試料は 15.5Åに厳強の粉末線を，7.2Å及び 5.3Åに弱い粉末線を持つ。エチレングライコール処理により 17.8 Å に確実に移動し，600°C に加熱すれば 9.8Å に移動する。従って，モンモリロナイトの存在は明確であり，(003) および (005) 線をともなう。ごく少量のハロイサイトを含有するほか，石英およびクリストバライトを含むと推定される。

No.—9, No.—10 :

No.—9 試料は 15.2Åに，No.—10 試料は 15.5Åに最強の粉末線を，7.3Å に両者とも弱い粉末線を持つ。15 Å線は何れもエチレングライコール処理によりに移り，また 500°C に加熱すれば，それぞれ 10.4Å および 9.8 Åに移り，7.3Å線は消失する。従ってモンモリロナイトの存在を示し，少量のハロイサイトも存在すると考えられる。この外方解石の存在は明らかであり，クリストバライトの存在も十分推定され，石英は No.—10 試料に含有される。長石類は存在しない。なお，No.—10 には微弱な 10Å 線が見られ，恐らく加水ハロイサイトによると推定される，またエチレングライコール処理はものは 3.4Åに明らか粉末線を示すが，その理由は不明である。

No.—12 :

本試料は 16Å に拡散した強い粉末線を，7.3Å には拡散した弱い粉末線を，11Åに著るしく弱い粉末線を示す。エチレングライコール処理により 16Å 線は拡散した 17.8Åに移り，一部 14.4Å線が残る。この外 10Å，8.8 Åに粉末線らしき微弱な線が残る。500°C に加熱すると 16Å線は消失し，10.3Å線を認め，14.4Å，8.8Å，7.3 Å に微弱な粉末線を示す。従ってモンモリロナイトを主な粘土鉱物であり，結晶度の不良なカオリン鉱物の少量が混在し，クロライド又はバーミキュライトの存否は明らかでない。この外方解石が相当量存在し，クリストバライトも存在する。

No.—14 :

本試料は 15.7Åに強い粉末線を示し，7.3Å にも粉末線を示す。エチレングライコールで処理すれば15.7Å 線は 17.3Åに移る。500°Cに加熱すれば 10.4Åに移り，7.3 Å 線は消失する。従ってモンモリロナイトの存在は確実である。7.3Å線を示すものはカオリン鉱物であり，ハロイサイトと考えられる。クリストバライトも存在し，石英については明確でない。なお 6.5Å 線については明らかでない。

No.—15—No.—16

本試料は何れも殆んで同じ粉末線を与える。本試料の特徴は 6.0～8.5Å の著るしく拡した粉末線を与えることである。風乾試料については 14～16Å の粉末線を認めることができない。エチレングライコール処理すれば何れも拡散してはいるが，17.6Åの強い粉末線を示 ，また 7.0～87Åに拡散した粉末線を示す。

No.—15 試料では拡散した 10.4Åの粉末線を示し，10～15 Å間では単調な粉末線ではない。500°Cに加熱した試料では何れも 10Å前後に粉末線を示し，17Å 線は消失する。従ってモンモリロナイトが存在し，ハロイサイトも存在し，それらの結晶度は何れも良好ではなく，恐らく一部は両者の間に混合層鉱物が形成されていると推定される。エチレングライコール処理により見られる 10. 4Å線は加水ハロイサイトと考えられる。何れの試料にも方解石が存在し，クリストバライトも存在する。

No.18 :

本試料は 16Åおよび 10Åに弱い粉末線を示し，7.25 Åに明瞭な粉末線を示す。エチレングライコール処理により，16～20Dの拡散した明瞭な粉末線を示し，10～12 Åにも弱い拡散した粉末線を示し，さらに 7.2Å 線も拡散した線であることを示す。500°C に加熱すれば 10Å 線を弱してその他の粉末線は消失する。本試料は No.—15試料と同様に結晶の良好でないモンモリロナイト，ハロイサイトおよび加水ハロイサイトを含くみ，一部の混合層鉱物を含有すると推定される。本試料はこの外方解石を多量含有し，一部クリストバライトを含有する。

No.—19 :

本試料はモンモリロナイトの相当量を含み，カオリン鉱物の少量を含くむと考えられる。方解石も確実に存在し，石英およびクリストバライトも存在する。

No.—20 :

本試料 15.5Å の強い粉末線および 7.2Å の微弱な粉末線を示す。15.5Å 線はエチレングライコール処理により 17.6Å に移る。500°C に加熱すれば 10Å 線を示し，15.5Å線は消失する。本試料はモンモリロナイトの相当量と少量のカオリン鉱物を含有し，この外方解石は確実に存在し，石英およびクリストバライも存在する。

No.—21 :

本試料は 15.0Å に概に拡散した強い粉末線を示し，この線はエチレングライコール処理により 18.4Å に移る。この粉末線はモンモリロナイトによると考えられる。散した 7.5Å線は，ハロイサイトによると考えられる。この外相当量の方解石が存在し，石英も一部存在すると推家される。微弱であるが 6.0 および5.6Å の粉末線ついては明らかでない。

No.—22 :

本試料は 16.0Å に強い粉末線を示し，エチレングラ

イコール処理により 18.4A に移る。モンモリロナイトの存在が推定される。この外相当量の方解石を含有し，少量の石英も含有すると考える。

No.—23 ：

本試料については $2\theta > 15°$ について実験していないが，エチレングライコール処理試料の $2\theta > 15°$ この実験線果によれば 17.3Å に著るしく強い粉末線を示し，7Å，10Å の粉末線を示さない。モンモリロナイトを主体としていると推定する。

No.—25 ：

本試料は 7.36Å に強い粉末線と，10.4Å に微弱な粉末線を持つ。エチレングライコール処理によってもモンモリロナイトの粉末線を認めないし，10.4Å 線の移動は明瞭には判別しがたい。7.36Å 線は他の粉末線と共に考えてハロイサイトの存在を示すものと考える。本試料には方解石が含有されることは明らかであり，クリストバライトも推定される。

5. 要　約

化学分析および熱分析に関する既報に引きつづき，X線分析を実施し，その結果を検討した。

X線分析の結果は既報の結果と一致し，主としてモンモリロナイトよる或る粘土，ハロイサイト又は加水ハロイサイトよる成る粘土，両者の共存する粘土が認められた。非粘土鉱物で方解石が明瞭に認められるものは，石英面岩の風化物の場合は例外であるが，モンモリロナイトが存在する場合である。クリストバライトも一般に共通して存在する。イライト又はクロライトの料確な存在を示す結果はえられない。混合層鉱物と考えられる粘土も認められる。

（本報の一部は昭和27年4月日本化学会年会で講演した）

本研究を実施するに当り，須藤俊男博士よりX線スペクトロメーター使用の許可及び貴重な文献を与えられ，御教示をえたことを感謝します。

また実験は主として固容の牧技官の協力をえた。

文　献

1) W.P. Kelley 等 ： Soil Sci. 31, 25, 1931.
The Nature of the Base-Exchange Material of Bentonite, Soils and Zeolites, as Revealed by Chemical Investigation and X ray Analysis.

2) S.B. Hendricks 等 ： Soil Sci. 29, 457. 1930.
The Resalts of X ray and Microscopical Examination of Soil Colloids.

3) G.W. Brindley (Editor) : X ray Identification and Crystal Structures of Clay Minerals. (Mineralog Soc. London)

4) P.F. Kerr ： Analytical Data on Reference Clay Minerals. (Am. Pet. Inst., Proj 49 1950)

5) W.A. White ： Am. Min. 38, 634, 1953.
Allophane from Lawrence Country, Indiana.

6) U. Hofmann 等 ： Z. Krist. 86. 340. 1933.
Kristalstruktur und Quellung von Montmorillonit.

7) J.E. Gieseking ： Soil Sci. 47, 1, 1939.
The Mecnanism of Cation Exchange in the Montmorillonite-Beidellite-Nontronite Type Clay Minerals.

8) S.B. Hendricks 等 J. Am. Chem. Soc. 62, 1457, 1940.
Hydration Mechanism of the Clay Mineral Montmorillonite Saturated with Various Cations.

9) M.L. Jackson 等 ： Proc. Soil Sci. Soc. Am. 6, 133, 1941, X ray Diffraction Procedure for Positive Differentiation of Montmorillonite from Hydrous Mica.

10) W.F. Bradley ： J. Am. Chem. Soc. 67, 5, 1945.
Molecular Associations Between Montmoril lonite and Some Polyfunctional Organic Liquids.

11) D.M.C. MacEvan ： J. Soc. Chem. Ind. 65, 298. 1946.
The Indentification and Estimation of the Montmorillonite Group of Minerals with Special Reference of Soil Clays.

12) S.B. Hendricks 等 ： Soil Sci. 48, 273, 1939
Minerals Present in Soil Colloids.

13) N.N. Hellman ： Soil Sci. Soc. Am. Proc. 7, 194, 1942.
Futher Note on X ray Diffraction Procedur for Pasitive Difierentiation of Montmorillonite from Hydrous Mica.

14) G.F. Walker ： Nature, Vol. 164, 577, 1949
Distinction of Vermiculite, Cnlorite, and Montmorillonite in Clays.

15) G.W. Brindley ： Methods of Identifying Clays and Interpretation of Results.

16) 須藤俊男 ： 地質鉱物報告（東教育大）第3号，227, 1954.
主要粘土鉱物混合体のX線粉末写真による解析

17) D.M.C. MacEvan ： Nature, Vol. 157, 159, 1946.
Hallogsite-Organic Complexes.

18) 須藤俊男等 ： Nature, Vol. 178, 1115, 1956.

A Randomly Interstratified Kaolin-Montmorillonite in Acid Clay Deposits in Japan.

19) 須藤俊男： NatEre Vol. 173, 261, 1954.
On X ran Properties of the Fireclay from the Kurata Mine, Yamaguchi, Prefecture.

20) 須藤俊男： Sci. Rep. Toayo Kyoiku (section C) 3, 281, 1955.

New Types of Clay Minerals with Long Spacings at about 30Å Found from the Altered Area Developed around Certain Ore Bodies of the Hanaoka Mine, Akita Prefecture.

21) W.F. Bradley： Am. Min. 35, 590, 1950.
The Alternating Layer Sequence of Rectorite.

変断面水路における洪水流の頂点・鞍点の伝播速度と水深・流量変化に関する理論的考察

木　村　俊　晃*

(昭和 33 年 8 月)

A Theoretical Study on the Propagation Velocity and the Depth or Discharge Variation of the Crest and Trough of Flood Flow in Channel of Variable Cross Section

(August, 1958)

Kimura

Synopsis :

In this paper, the author made a theoretical study of the propagation velocity and the depth or discharge variation of flood crest and the trough in channel of variable cross section and with back-water influence, by attending to the characteristic curve of $\partial h/\partial t=0$ and basing upon the equation of continuity and the equation of motion for unsteady flow in open channel.

Main results of this study are summarized as follows :

(1) The Kleitz-Seddon's law for the propagation velocity of flood crest is written more strictly below, and applies to flood trough in the same manner.

$$\alpha_p=\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A'_b}{A'_h}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right)$$

α_p : propagation velocity of flood crest and the trough
m : exponent in mean velocity formula $v=1/n(R^m i^{1/2})$
A : sectional area at $\partial t/\partial t=0$
A'_h : $\partial A/\partial h$ which correspond to depth of channel at $\partial h/\partial t=0$
A'_b : $\partial A/\partial b$ which is ditto
R : hydraulic mean radius which is ditto
R' : dR/dh which is ditto
v : mean velocity which is ditto
db/dx : differential of b with respect to x which is ditto
b : parameter for width variation of channel
$\partial v/\partial t$: acceleration of velocity at $\partial h/\partial t=0$ (this is expressed by h, v and $\partial^2 h/\partial t^2$)
$\partial h/\partial x$: gradient of depth at $\partial h/\partial t=0$ (this is the same as the above)
Q_s : discharge of steady flow which correspond to A
dQ_s/dA : tangent of $A-Q_s$ curve which correspond to depth of channel at $\partial h/\partial t=0$

(2) If the sections of channel, roughness n and exponent m of hydraulic mean radius in mean velocity formula are given and value $\partial^2 h/\partial t^2$ at flood crest can be determined at every points of channel by observation, the depth and discharge of flood crest may be routed downstream and upstream voluntarily by using theoretical formulas described in this paper.

(3) The features of long wave of flood crest and the trough is expressed by dimensionless quantity κ which is the ratio of the unsteady term in equation of motion to energy gradient of steady flow.

In uniform channel with wide simple cross section, κ is expressed below and flood flows may be classificated by κ-diagram which has F and κ_0 as axes.

$$\kappa=F(m, a, F_r)\cdot\kappa_0$$

$$F=\frac{1}{2}\frac{a^2}{(a+m)^3}\frac{1}{F_r^2}\left\{1+\left((a-1-\frac{m}{a}\right)mF_r^2\right\}\left\{1+\frac{(a+m)^2-a a^2}{a}F_r^2\right\}$$

* 河川部　水文研究室．研究員

$$\kappa_0=\frac{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{gI_s}\Big/I_s$$

a : power in $A=bh^a$
F_r : Froude number at $\partial h/\partial t=0$
α : Boussinesq's coefficient ($\fallingdotseq 1.1$)
g : acceleration due to gravity
I_s : energy gradient of steady flow which correspond to depth at $\partial h/\partial t=0$

要 旨 近時河川の治水・利水計画の高度化にともない，不定流としての洪水流の実態の解明とその工学的応用は緊急の要請となっている。

著者は本論で水流の連続方程式と開水路不定流の運動方程式を基礎とし，洪水の頂点・鞍点に注目して，変断面で背水影響のある流路におけるその伝播速度と水深流量変化について考察し，次の諸点を明らかにした。

(1) 洪水頂点の伝播速度に関するいわゆる Kleitz-Seddon の法則は定流の断面積－流量曲線の微係数を不定流性と水深および水路巾の距離変化によって補正して次式で与えられ，これは鞍点についても適用される。

$$\omega_p=\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A'_b}{A'_h}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right)$$

ω_p : 頂点・鞍点の伝播速度
m : 指数型平均流速公式 $v=1/n(R^m i^{1/2}$ の m
A : $\partial h/\partial t=0$ のときの流過断面積
A'_h : $\partial h/\partial t=0$ のときの水深に対応する $\partial A/\partial h$
A'_b : 同じく $\partial A/\partial b$
R : 同じく径深
R' : 同じく dR/dh
v : 同じく平均流速
db/dx : 同じくパラメター b の距離変化
b : 水路巾の距離変化を示すパラメター
$\partial v/\partial t$: $\partial h/\partial t=0$ のときの流速の加速度 (h, v, $\partial^2 h/\partial t^2$ で与えられる)
$\partial h/\partial x$: 同じく水深勾配 (同上)
$\partial^2 h/\partial t^2$: 同じく水深の変化加速度
Q_s : A に対応する定流の流量
dQ_s/dA : $\partial h/\partial t=0$ のときの水深に対応する $A-Q_s$ 曲線の微係数

(2) 水路の断面形状，運動方程式中の粗度係数nおよび平均流速公式の径深の指数 m が与えられ，実測によって洪水頂点の $\partial^2 h/\partial t^2$ の値を各地点について定めることができれば，洪水頂点の水深・流量を上下流任意に本論の理論式を用いて追跡することができる。

(3) 洪水頂点・鞍点の長波性は遅動方程式の不定流項の定流のエネルギー勾配に対する比を示す無次元量 κ で表わされる。

広巾単純断面一様水路については κ は次式で与えられ，洪水を F と κ_0 を両軸とする κ 図表で分類することができる。

$$\kappa=F(m,\ a,\ F_r)\cdot\kappa_0$$

$$F=\frac{1}{2}\frac{a^2}{(a+m)^3}\frac{1}{F_r^2}\left\{1+\left(\alpha-1-\frac{m}{a}\right)mF_r^2\right\}\left\{1+\frac{(a+m)^2-\alpha a^2}{a}F_r^2\right\}$$

$$\kappa_0=\frac{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{gI_s}\Big/I_s$$

a : $A=bh^a$ で表わしたときの a
F_r : $\partial h/\partial t=0$ のときの Froude 数
α : Boussinesq の係数 ($\fallingdotseq 1.1$)
g : 重力加速度
I_s : $\partial h/\partial t=0$ のときの水深に対応する定流のエネルギー勾配

目 次

1. まえがき……(3)
2. 一般的考察……(3)
(1) 基本式……(3)
(2) 伝播速度……(4)
(3) 水深・流量変化……(5)
a 流量変化……(5)
b 水深変化……(6)
(4) 長波性を示す無次元量 κ……(6)

(5) 2次微分値相互の関係……(7)
(6) 結果の総括とその考察……(7)
3. 水路の断面が特殊の場合……(9)
(1) 広巾単純断面水路……(9)
(2) 広巾単純断面一様水路……(10)
(3) 広巾矩形一様水路……(10)
(4) V字型一様断面水路……(11)
4. 定流の水深一流速関係……(11)
(1) 一般的考察……(11)
(2) 定流の水深一流速関係の解析法……(12)
a 断面が一様変化とみなしうる場合…(12)
b 断面が一様変化とみなしえない場合……(13)
c 勾配測定区間 Δx の選定……(13)
(3) 定流の水深一流速関係の決定……(14)
5. 検証と κ 図表……(14)
(1) 検 証……(14)
(2) κ 図表……(15)
6. あとがき……(18)
文 献……(18)

1. まえがき

洪水流の伝播と変形に関しては従来から数多くの研究があり*,その一般的性質は次第に明らかになって来ている。しかし基礎方程式を解析的に解くことの困難さと数値的に解くことのはん雑さのために,その理論的研究はほとんど矩形一様水路に限られており,いまだ断面が変化し,背水影響の存在する実際河川の洪水流にみられる諸現象を充分に説明しえたとはいいがたい。

一方,河川工学的実用性を主眼としてアメリカで発展したいわゆる洪水追跡法**は流路の貯溜水量と流量の関係を示す貯溜関数を運動方程式に代用するものであって,戦後わが国でもその適用が検討されているが***,その精度と適用限界については不明確な点が多く,河状の異るわが国の河川に適用するに当っては充分な検討が必要であると考えられる。

著者は洪水の頂点と鞍点に着目することによって,運動方程式を解くことの数学的困難を克服し,広矩形一様水路の洪水の頂点・鞍点の伝播速度と水深・流量変化に関する諸量を水深・流速・水深の変化加速度など測定の容易な量で表わすことを試み[1],

(1) 頂点・鞍点の伝播速度はほぼ Kleitz-Seddon の法則に従がうが,長波性の増大とともにその誤差は大となり,ときには数%程度に達する。また,頂点は Kleitz-Seddon の結果より速く,鞍点は遅い。

(2) 水深・流量は流下とともに頂点では低減,鞍点では増大し,その変化は距離に関してほぼ指数関数的であって,その対数減衰率は河床勾配に反比例し,曲率に比例する。

(3) 運動方程式の不定流項の河床勾配に対する比で与えられる κ なる無次元量を洪水流の長波性の示標とすることができる。

などの諸点を明らかにし,その解析法については

(a) 伝播速度の解析に当っては運動方程式の不定流項は充分に無視できる。

(b) 水深・流量変化の解析に当っては不定流項は1次的には無視しえないが,2次的には無視してさしつかえない。

の2点を明らかにし****,変断面水路における洪水流の解析のために重要な示唆をえた。

本論ではこれらの考察の結果を基礎にしつつ,さらに定流の水深流速関係とエネルギー勾配に着目して断面変化と背水影響の効果を導入することによって,実際河川の洪水に対して適用しうる程度に理論を拡張した。

一様水路の理論の実際河川への拡張に当って断面の距離変化の外に考慮すべき重要な因子は個有流量以外の原因による背水影響であり,河口や合流点附近,貯水池などではこれが顕著であって,実際には背水条件が時間的に変化する。したがって厳密にはこのような背水条件の時間変化を考慮すべきであるが,これについては別に考察することとし,本論では一応背水条件は一定でその時間変化はないものとした。

なお,すでにのべたように本論は洪水の頂点と鞍点のみを対象としているから,すべて $\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上で考察しているわけであり,各量の記号にはとくに添字を附していないが,定流の値以外は,いづれも洪水の $\partial h/\partial t=0$ での値である。

2. 一般的考察

(1) 基本式

本論では連続方程式として

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad (2\cdot1)$$

A：流過断面積

Q：流量

t：時間

* Kleitz〔1877〕; Seddon, J.A.〔1889〕; 秋元繁松〔1916〕; Maillet, E.〔1919〕; Kozeny, J.A.〔1920〕; Forchheimer, P.〔1930〕; Thomas, H.A.〔1934〕; Backet〔1934〕; Massé, P.〔1935〕; Angelini, A.M.〔1936〕; Cagniard, L.〔1937〕; Callet〔1937〕; Deymie, P.〔1939〕; 伊藤剛〔1939〕; Thomas, H.A.〔1940〕; 安芸皎一〔1946〕; 吉川秀夫〔1948〕; Putman, H.J.〔1948〕; 速水頌一郎〔1951〕; 林泰造〔1951〕; 中島義美〔1951〕; 田中清〔1952〕; 米田正文〔1952〕; 林泰造〔1953〕; 石原藤次郎・石原安雄〔1955〕; 伊藤剛〔1958〕.

** Horton, R.E.〔1936〕; McCarthy〔1938〕; Langbein, W.B.〔1938〕; Meyer, O.H.〔1941〕; Clark, C.O.〔1945〕.

*** 藤掛博曉〔1952〕; 建設省関東地方建設局〔1952〕; 横戸実〔1954〕; 木村俊晃〔1956〕.

**** 以下▽を附したのは文献 1) で詳細に検討した事項であるから参照されたい。

x：距離（下流に向って正）

を用い，運動方程式として指数関数型の摩擦項をもつ

$$i=\frac{n^2v^2}{R^{2m}}+\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} \quad (2\cdot2)$$

i：底勾配
n：粗度係数*
v：平均流速
h：水深
R：径深
m：平均流速公式の指数（Manning：2/3）
α：Boussinesq の係数
g：重力加速度

を用いる。

任意地点における定流については（2・2）は

$$i=\frac{n^2v_s^3}{R^{2m}}+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_s+\frac{\alpha}{g}v_s\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_s \quad (2\cdot3)$$

s：定流を示す添字

である。よって，エネルギー勾配

$$I_s=i-\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_s-\frac{\alpha}{g}v_s\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_s \quad (2\cdot4)^{**}$$

を用いれば，（2・3）は

$$I_s=\frac{n^2v_s^2}{R^{2m}} \quad (2\cdot5)^{***}$$

となる。特定の地点については I_s，R はともに h の関数であるから，この式はその地点の定流の水深流速関係を示しているわけである。

次に，（2・2）において

$$\kappa_uI_s=\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} \quad (2\cdot6)$$

とおけば，

$$i-\frac{n^2v^2}{R^{2m}}=\kappa_uI_s \quad (2\cdot7)$$

となる。また，（2・2）で表わされる不定流において，任意時刻の水深 h に対応する定流値を用い，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial h}{\partial x}&=\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_s+\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_u\\ v&=v_s+v_u\\ \frac{\partial v}{\partial x}&=\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_s+\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_u\\ \frac{\partial v}{\partial t}&=\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_s+\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_u\end{aligned}\right\} \quad (2\cdot8)$$

u：不定流値を示す添字

とおいて変形すると，（2・3）を考慮して

$$I_s-\frac{n^2v^2}{R^{2m}}=\kappa I_s \quad (2\cdot9)$$

$$\kappa I_s=\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_u+\frac{\alpha}{g}(v_s+v_u)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_u+\frac{\alpha}{g}v_u\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_s+\frac{1}{g}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_u^{*}$$

がえられる。

なお，以下の考察においては次のように仮定する。

$$A=A(h,b) \quad (2\cdot10)$$

$b(x)$：水路幅の距離変化を表わすパラメター

$$R=R(h) \quad (2\cdot11)$$

$$i=i(x) \quad (2\cdot12)$$

$$I_s=I_s(h,i_o)^{**} \quad (2\cdot13)$$

$i_o(x)$：定流のエネルギー勾配の距離変化を表わすパラメター

（2） 伝播速度

本節では $\partial h/\partial t=0$ の伝播速度について考察する。

運動方程式（2・9）において右辺の κI_s を無視すると，

$$I_s=\frac{n^2v^2}{R^{2m}} \quad (2\cdot14)$$

となる。ここで $v=Q/A$ を代入すると，

$$I_s=\frac{n^2Q^2}{R^{2m}A^2} \quad (2\cdot15)$$

これを x で偏微分すると，

$$I'_{si_o}\frac{di_o}{dx}+I'_{sh}\frac{\partial h}{\partial x}=-2mn^2\frac{Q^2}{R^{2m}A^2}\frac{R'}{R}\frac{\partial h}{\partial x}+2n^2\frac{Q}{R^{2m}A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}-2n^2\frac{Q^2}{R^{2m}A^2}\frac{A'_h}{A}\frac{\partial h}{\partial x}-2n^2\frac{Q^2}{R^{2m}A^2}\frac{A'_b}{A}\frac{db}{dx}^{***}$$

これをさらに t で偏微分し，$\partial h/\partial t=0$，$\partial Q/\partial x=0$ を考慮すると

$$\left\{\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}+m\frac{R'}{R}+\frac{A'_h}{A}\right\}Q\frac{\partial^2h}{\partial x\partial t}=\left\{1-2\left(m\frac{R'}{R}+\frac{A'_h}{A}\right)\frac{\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{\partial h}{\partial x}}{\frac{\partial^2Q}{\partial x\partial t}}-\frac{A'_b}{A}\frac{\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{db}{dx}}{\frac{\partial^2Q}{\partial x\partial t}}\right\}\frac{\partial^2Q}{\partial x\partial t} \quad (2\cdot16)$$

---

* 米田正文博士〔1952〕は人工洪水の実験資料によって（2・2）の n を計算し，それが水深とともに変動し，その2個関数となることを確かめているが，本論は洪水の頂点と鞍点について考察するので，これを一定値とする。

** I_s は不定流の水深 h に対応する定流のエネルギー勾配としておくが，$\partial h/\partial t=0$ では不定流の h,Q と定流の h,Q_s とはほとんど対応しているから，流量 Q に対応する定流と考えてもさしつかえない。

*** この式から I_s はまた定流の摩擦勾配に外ならない。

* なぜなら，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では $(\partial v/\partial t)_s=0$ であるからである。

** 厳密には $I_s=I_s(h,i_o,\eta)$

$\eta(t)$：背水条件を示すパラメター

と考えるべきであるが，第1章でのべたように，本論では $\eta=$const. の場合を考えることにしたので，η を省略した。

*** ここに，たとえば

$$I'_{sh}\equiv\frac{\partial I_s}{\partial h},\quad R'\equiv\frac{dR}{dh}$$ とする。

がえられる。しかして，(2・1) を考慮すれば

$$\frac{\partial A}{\partial x}=A'_h\frac{\partial h}{\partial x}+A'_b\frac{db}{dx} \qquad (2\cdot17)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}=A'_h\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t} \qquad (2\cdot18)$$

$$\therefore\quad \frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}=\frac{1}{A'_h}\frac{\partial^2 A}{\partial x\partial t}=-\frac{1}{A'_h}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \qquad (2\cdot19)$$

また，

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}=-\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \qquad (2\cdot20)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}=A'_h\frac{\partial h}{\partial t}=0 \qquad (2\cdot21)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=A'_h\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot22)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x\partial t}=-A'_h\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot23)$$

であり，$Q=A\cdot v$ の関係から

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial A}{\partial t}v+A\frac{\partial v}{\partial t}=A\frac{\partial v}{\partial t}\quad\left(\because\ \frac{\partial A}{\partial t}=0\right) \qquad (2\cdot24)$$

である。よって，これらの関係を用いて (2・16) を変形すると

$$\frac{A}{A'_h}\left\{\frac{A'_h}{A}+m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right\}v\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$
$$=\left\{1+2\frac{A}{A'_h}\left(\frac{A'_h}{A}+m\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A'_b}{A'_h}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \qquad (2\cdot25)$$

がえられる。

しかして，$\partial h/\partial t=0$ の伝播速度 ω_p は

$$\omega_p=\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}\Big/\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \qquad (2\cdot26)$$

であるから，(2・25) から

$$\omega_p=\left\{1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A'_h}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right\}\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A'_b}{A'_h}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}v \qquad (2\cdot27)$$

がえられる。

(3) 水深・流量変化

$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上における水深流量・変化について考察するが，計算の都合上まず流量変化を求め，それをもとにして水深変化を求めることにする。

a. 流量変化

運動方程式 (2・7) を t で偏微分すると

$$-2n^2\frac{v}{R^{2m}}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s) \qquad (2\cdot28)$$

となるから，近似的に (2・14) を用いて変形すると

$$-2\frac{I_s}{v}\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s) \qquad (2\cdot29)$$

がえられる。

ところで，(2・6) を t で偏微分すれば，

$$\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s)=\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}+\frac{\alpha}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\alpha}{g}v\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t}+\frac{1}{g}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (2\cdot30)$$

である。しかして，(2・14) を t で偏微分すると

$$I'_{sh}\frac{\partial h}{\partial t}=-2mn^2\frac{v^2}{R^{2m}}\frac{R'}{R}\frac{\partial h}{\partial t}+2n^2\frac{v}{R^{2m}}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot31)$$

さらに t で偏微分し，$\partial h/\partial t=0$ を考慮すると，

$$I'_{sh}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}=-2mn^2\frac{v^2}{R^{2m}}\frac{R'}{R}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}+2n^2\frac{1}{R^{2m}}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2+2n^2\frac{v}{R^{2m}}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad (2\cdot32)$$

となる。よって，(2・14) を考慮しつつ変形すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)v\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}-\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 \qquad (2\cdot33)$$

がえられる。

また，(2・31) を x で偏微分し，$\partial h/\partial t=0$ を考慮すると

$$I'_{sh}\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}=-2mn^2\frac{v^2}{R^{2m}}\frac{R'}{R}\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}-4mn^2\frac{v}{R^{2m}}\frac{R'}{R}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}+2n^2\frac{1}{R^{2m}}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}+2n^2\frac{v}{R^{2m}}\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t} \qquad (2\cdot34)$$

となる。よって，(2・14) を考慮しつつ変形すると

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial t}=\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)v\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}+2m\frac{R'}{R}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot35)$$

よって，(2・33)，(2・35) を (2・30) に代入すると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s)=\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}+\alpha\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\frac{v^2}{g}\frac{\partial^2 h}{\partial x\partial t}+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\frac{v}{g}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}+2\alpha m\frac{R'}{R}\frac{v}{g}\frac{\partial h}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{gv}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2$$

となり，(2・19)，(2・22)，(2・26) を用い，Froude 数 F_r を

$$F_r=\frac{v}{\sqrt{gh}} \qquad (2\cdot 36)$$

として変形すると

$$\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s)=-\frac{1}{A'_h}\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^3 Q}{\partial x^3}+2\alpha m\frac{R'}{R}\frac{v}{g}\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{gv}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 \qquad (2\cdot 37)$$

がえられる。

ところで，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では

$$\frac{dh}{dx}=\frac{1}{\omega_p}\left(\frac{\frac{dh}{dx}}{\frac{dQ}{dx}}\right)\frac{dQ}{dt} \qquad (2\cdot 38)$$

である。ここで任意地点における定流の水深流量関係を

$$Q_s=Q_s(h) \qquad (2\cdot 39)$$

とし，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では不定流の Q を

$$Q\fallingdotseq Q_s \qquad (2\cdot 40)$$

と近似すれば，(2・39) に代入して

$$Q=Q_s(h) \qquad (2\cdot 41)$$

$$\therefore\quad \frac{dQ}{dx}=\frac{dQ_s(h)}{dx} \qquad (2\cdot 42)$$

がえられる。よって，これを (2・38) に代入すると

$$\frac{dh}{dx}=\frac{1}{\omega_p}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{dQ}{dt} \qquad (2\cdot 43)$$

となる。ここに

$$\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\equiv\frac{\frac{dh}{dx}}{\frac{dQ_s}{dx}} \qquad (2\cdot 44)$$

であって，ある水深における水深変化 dh/dx とそれに対応する定流の流量変化 dQ_s/dx の比を表わすことにする。

ところで，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{dh}{dx}^{\nabla} \qquad (2\cdot 45)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{dQ}{dt}^{\nabla} \qquad (2\cdot 46)$$

であるから，(2・43) は

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{1}{\omega_p}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{\partial Q}{\partial t} \qquad (2\cdot 47)$$

となる。よって，(2・24) を代入すれば

$$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{A}{\omega_p}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot 48)$$

がえられる。

これを (2・37) に代入すれば

$$\frac{\partial}{\partial t}(\kappa_u I_s)=-\frac{1}{A'_h}\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^3 Q}{\partial x^3}-\frac{1}{gv}\left\{1-2\alpha m\frac{R'}{R}\frac{v}{\omega_p}Q\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 \qquad (2\cdot 49)$$

となるから，(2・29) を考慮すると

$$\nu_1\left(\frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{g}\right)^2-2\left(\frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{g}\right)+\nu_2=0 \qquad (2\cdot 50)$$

$$\begin{cases}\nu_1=\dfrac{1}{I_s}\left\{1-2\alpha m\dfrac{R'}{R}\dfrac{v}{\omega_p}Q\left(\dfrac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\} & (2\cdot 51)\\ \nu_2=\dfrac{v}{gI_sA'_h}\left\{1+\left(m\dfrac{R'}{R}+\dfrac{1}{2}\dfrac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\dfrac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\dfrac{\partial^3 Q}{\partial x^3} & (2\cdot 52)\end{cases}$$

がえられる。よって，これを解けば

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{\nu_1}(1\pm\sqrt{1-\nu_1\nu_2})g \qquad (2\cdot 53)$$

となるが，例えば洪水頂点を考えると $\partial^2 Q/\partial t^2<0$ であるから，$\nu_2<0$，また $\nu_1>0$ であるのに対して $\partial v/\partial t<0$ であるから，上式の負号をとり，結局

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{\nu_1}(1-\sqrt{1-\nu_1\nu_2})g \qquad (2\cdot 54)$$

がえられる。とくに

$$|\nu_1\nu_2|\ll 1 \qquad (2\cdot 55)$$

が成立する場合には Taylor 展開することによって (2・54) は

$$\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq\frac{\nu_2}{2}\left\{1+\frac{1}{4}(\nu_1\nu_2)+\frac{1}{8}(\nu_1\nu_2)^2\right\}g \qquad (2\cdot 56)$$

となる。また，$(\nu_1\nu_2)1/4$ が 1 に対して無視できる程度に小さい場合に，は (2・56) は

$$\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq\frac{\nu_2}{2}g \qquad (2\cdot 57)$$

となる。

かくて，(2・24)，(2・46) によって

$$\frac{dQ}{dt}=A\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot 58)$$

であるから，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上での流量変化は

$$\frac{dQ}{dx}=\frac{A}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot 59)$$

に上で求めた $\partial v/\partial t$ を代入してえられる。

d. 水深転化

$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上での水深変化は (2・43) によって

$$\frac{dh}{dx}=\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{dQ}{dx} \qquad (2\cdot 60)$$

である。

(4) 長波性を示す無次元量 κ

(2・9) からもわかるように，定流では $\kappa=0$ であり，不定流性が強くなるほどこの値は大きくなる。よって，運動方程式における不定流項のエネルギー勾配に対する比 κ によって，洪水頂点または鞍点の長波性の大小を示

すことができる。▽

まず，(2・7) および (2・9) から摩擦項 n^2v^2/R^{2m} を消去すると

$$\kappa=\kappa_u+1-\frac{i}{I_s} \qquad (2\cdot61)$$

がえられる。しかして，$\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上では $\partial Q/\partial x=0$ であるから，

$$\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{v}{A}\frac{\partial A}{\partial x} \qquad (2\cdot62)$$

である。よって，(2・17) を代入すれば

$$\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{v}{A}\left\{A'_h\frac{\partial h}{\partial x}+A'_b\frac{db}{\partial x}\right\} \qquad (2\cdot63)$$

がえられるから，これと (2・48) によって (2・6) の右辺を変形すれば

$$\kappa_u=\frac{1}{gI_s}\left\{1+\frac{1}{F_r^2}\left(1-\alpha\frac{A'_h}{A}hF_r^2\right)\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\}$$
$$\times\frac{\partial v}{\partial t}-\alpha\frac{A'_b}{A}h\frac{F_r^2}{I_s}\frac{db}{dx} \qquad (2\cdot64)$$

がえられる。よって，$\partial v/\partial t$ が求まれば，この式で κ_u を計算することができ，(2・61) によって κ が計算できる。

(5) 2 次微分値相互の関係

以上の結果から ν_2 が重要な役割をもっていることがわかるが，(2・52) 中の $\partial^2Q/\partial x^2$ は直接測定するのが困難である。また，本論の結果は厳密な運動方程式の解ではないから，$\partial h/\partial t=0$ の水深・流量を追跡する場合には，各地点についてこの 2 次微分値を実測資料を参照して与えておく必要がある。したがって，これはなるべく x に関して変動しないものであることが望ましい。ところで，$\partial^2h/\partial t^2$, $\partial^2h/\partial x^2$, $\partial^2A/\partial t^2$, $\partial^2A/\partial x^2$, $\partial^2Q/\partial t^2$, $\partial^2Q/\partial x^2$ などのうちいづれがもっとも適当であるかについては，実測によって研究する必要があるが，本節ではとりあえずこれら相互間の関係について考察しておくことにする。

まず，$\partial Q/\partial t=0$ の伝播速度を表わす式

$$\omega_p'=\frac{\partial^2Q}{\partial t^2}\Big/\frac{\partial^2A}{\partial t^2} \qquad (2\cdot65)$$

が，$\partial h/\partial t=0$ でも成立するものと近似すると▽，これと (2・26) の積によって

$$\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}\fallingdotseq\frac{1}{\omega_p^2}\frac{\partial^2Q}{\partial t^2} \qquad (2\cdot66)$$

また，(2・26) によって

$$\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}=\frac{1}{\omega_p}\frac{\partial^2A}{\partial t^2} \qquad (2\cdot67)$$

さらに，(2・22) を代入して

$$\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}=\frac{A_h'}{\omega_p}\frac{\partial^2h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot68)$$

また，$\partial A/\partial x=0$ の伝播速度を表わす式

$$\omega_p''=\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}\Big/\frac{\partial^2A}{\partial x^2} \qquad (2\cdot69)$$

が，$\partial h/\partial t=0$ でも成立するものと近似すると▽，

$$\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}\fallingdotseq\omega_p\frac{\partial^2A}{\partial x^2} \qquad (2\cdot70)$$

また，

$$\frac{\partial^2Q}{\partial x^2}\fallingdotseq\omega_p\left\{A'_h\frac{\partial^2h}{\partial x^2}+A_{hh}''\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2\right.$$
$$\left.+2A_{hb}''\frac{\partial h}{\partial x}\frac{db}{dx}+A_{bb}''\left(\frac{db}{dx}\right)^2\right\} \qquad (2\cdot71)$$

である。

かくて，一般にはもっとも測定の容易な $\partial^2h/\partial t^2$ から他の諸量を求めることができる。なお，(2・68) によって (2・52) を変形すると

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\right.$$
$$\left.\times\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^2h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot72)$$

となり，比較的簡単な形となるから，以下これを用いる。

(6) 結果と総括とその考察

以上の諸式によって，

i) g, m, α はもちろん既知であるから，

ii) 水路の形状および定流の特性すなわち $i, A(h, b), b(x), I_s(h, i_0), v_s(h)$ または $Q_s(h)$ が既知であれば，

iii) h と $\partial^2h/\partial t^2$ を与えることによって，

iv) ω_p, $\partial v/\partial t$, $dh/dx=\partial h/\partial x$, dQ/dx, κ_u, κ を求めることができる。

v) なぜなら，$v\fallingdotseq v_s$ と考えてさしつかなく，$A'_h=\partial A/\partial h$, $A'_b=\partial A/\partial b, R(h)$, $R'=dR/dh$, $I'_{sh}=\partial I_s/\partial h$, db/dx, $(dh/dQ_s)_x$ などは ii) からすべて計算できるからである。

すなわち，水路の任意地点において，$\partial h/\partial t=0$ の時刻における水深とその変化加速度を測定すれば，その伝播速度と水深・流量変化および長波性を示す無次元量 κ を求めることができる。また，特定の河道の各地点における $\partial^2h/\partial t^2$ の値を実測などをもとにして与えておけば，ある地点における洪水の頂点または鞍点の水深・流量を上下流任意の方向に数値的に追跡することができる。

$|\nu_1\nu_2|$ が 1 に比べて無視できる場合には*，(2・57), (2.72) によって，

$$\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq\frac{1}{2}\frac{1}{I_s}\frac{v}{\omega_p}$$
$$\times\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^2h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot73)$$

であり，(2・59), (2・60) に代入して

$$\frac{dQ}{dx}\fallingdotseq\frac{1}{2}\frac{1}{I_s}\frac{Q}{\omega_p^2}$$

* 実際河川の河道の洪水ではほとんど成立するようである。

$$\times\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (2\cdot74)$$

$$\frac{dh}{dx}\fallingdotseq\frac{1}{2}\frac{1}{I_s}\frac{Q}{\omega_p^2}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x \times\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (2\cdot75)$$

がえられる。これによれば $\partial h/\partial t=0$ の特性曲線上での水深・流量変化は水深の変化加速度 $\partial^2 h/\partial t^2$ に比例し，定流のエネルギー勾配 I_s に反比例することがわかる。すなわち，頂点が尖鋭なほど，また水深に対応する定流のエネルギー勾配が緩なほど洪水頂点の低減は急激である。

ところで，伝播速度を与える式 (2・27)，すなわち，

$$\omega_p=\left\{1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A'_h}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right\} \times\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A'_h}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A'_b}{A'_h}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}v \quad (2\cdot27)$$

において，4個の補正項のうち，第1項のみは Kleitz〔1877〕, Seddon〔1889〕以来広く知られているところであって，主に断面形状に関するものである。第2項は林泰造博士〔1956〕も取扱われた[2]が，いまだ充分には明らかにされていなかったものであって，背水効果に関するものであり，$I_{sh}'>0$ すなわち定流において水深が増大するほどエネルギー勾配が増大する地点では伝播速度は大となり，逆の場合は小となることを示している。ただ，I_s は水面勾配ではなくエネルギー勾配であることは注意しなければならない。第3項は不定流性に関するものであり，人工洪水のように長波性の強いものでは10数%となることもあるが，自然の洪水では比較的小さく，2, 3%以下のようであって，頂点では伝播速度を速くし，鞍点では遅くする効果をもっている。第4項は水路幅の変化に関するもので頂点・鞍点のいづれについても $db/dx>0$ すなわち幅が拡がる場合に伝播速度を小にする効果をもっている。なぜなら，頂点では $\partial v/\partial t<0$, $\partial^2 h/\partial t^2<0$ であり，鞍点では $\partial v/\partial t>0$, $\partial^2 h/\partial t^2>0$ であるからである。この補正項の order は広矩形断面について考えて，各量の order を $h:1$, $b:10^2$. $\partial v/\partial t:10^{-5}$, $db/dx:10^{-3}$, $\partial^2 h/\partial t^2:10^{-9}$ (m, sec 単位) としてみると，10^{-1} すなわち10%となり，無視しえないことはもちろん実際河川では相当重要な役割をはたすものと考えられる。

次に，(2・5) を変形すると

$$v_s=\frac{1}{n}R^m I_s^{\frac{1}{2}} \quad (2\cdot76)$$

であるから，特定の地点については

$$\frac{dv_s}{dh}=\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)v_s \quad (2\cdot77)$$

であり，さらに，これを

$$\frac{dQ_s}{dh}=A\frac{dv_s}{dh}+v_sA_h' \quad (2\cdot78)$$

に代入すれば，

$$\frac{dQ_s}{dh}=A_h'\left(1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A_h'}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)v_s \quad (2\cdot79)$$

がえられる。したがって，任意地点の定流に対する水位—流速曲線または水位—流量曲線が既知であれば，

$$m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I'_{sh}}{I_s}=\frac{1}{v_s}\left(\frac{dv_s}{dh}\right) \quad (2\cdot80)$$

$$1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A_h'}\frac{I_{sh}'}{I_s}=\frac{1}{v_s}\frac{1}{A_h'}\left(\frac{dQ_s}{dh}\right)=\frac{1}{v_s}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \quad (2\cdot81)$$

によって，(2・27), (2・72) 中のこれらの値を容易に求めることができる。

すなわち，(2・81) を (2・27) に代入し，$v\fallingdotseq v_s$ と近似すれば，

$$\omega_p=\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A_b'}{A_h'}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \quad (2\cdot82)$$

となる。これは洪水頂点の伝播速度に関するいわゆる Kleitz-Seddon の法則の厳密式であって，$\partial h/\partial t=0$ の伝播速度は近似的には定流の断面積—流量曲線の微係数によって求められることがわかる。

また，(2・80) を (2・72) に代入すれば

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)\frac{h}{u_s}\left(\frac{dv}{dh}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (2\cdot83)$$

がえられる。実際河川において ν_2 を計算す場合にはこの式を用いるのが便利であろう。

以下，実際の計算の順序に式を整理しておく。

i) $\omega_p\fallingdotseq\left(\dfrac{dQ_s}{dA}\right)$ (2・84)

または

$$\omega_p\fallingdotseq\left\{1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A_h'}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right\}v \quad (2\cdot85)$$

によって ω_p の第1近似値を求める。2回目以後は次式による。

$$\omega_p=\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{A_h'}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right.$$

$$+\frac{A_b'}{A_h'}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\Bigg\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \qquad (2\cdot 82)$$

$$\omega_p=\left\{1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{A}{A_h'}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right\}$$
$$\times\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A_b'}{A_h'}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}v \qquad (2\cdot 27)$$

ii) $$\nu_1=\frac{1}{I_s}\left\{1-2\alpha m\frac{R'}{R}\frac{v}{\omega_p}Q\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\} \qquad (2\cdot 51)$$

によって ν_1 を求める。

iii) $$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)\frac{h}{v_s}\left(\frac{dv_s}{dh}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot 83)$$

または

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(m\frac{R'}{R}+\frac{1}{2}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)\times\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)hF_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot 72)$$

によって ν_2 を求める。

iv) $|\nu_1\nu_2|$ を計算し，1に対して比較する。

v) $$|\nu_1\nu_2|\ll 1 \qquad (2\cdot 55)$$

が成立する場合には

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\nu_2}{2}g\left\{1+\frac{1}{4}(\nu_1\nu_2)+\frac{1}{8}(\nu_1\nu_2)^2\right\} \qquad (2\cdot 56)$$

によって $\partial v/\partial t$ を求める。$\nu_1\nu_2/4$ が1に対して無視できれば

$$\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq\frac{\nu_2}{2}g \qquad (2\cdot 59)$$

である。

vi) $$\frac{dQ}{dx}=\frac{A}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot 59)$$

によって dQ/dx を求める。

vii) $$\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{dh}{dx}=\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{dQ}{dx} \qquad (2\cdot 60)$$

によって $\partial h/\partial x(dh/dx)$ を求める。

viii) かくて求めた $\partial v/\partial t$, $\partial h/\partial x$ を i) の (2・82) または (2・27) に代入して ω_p を修正し，計算を繰返えす。$\partial v/\partial t$ が収れんすればその値と dQ/dx, dh/dx, ω_p が確定する。

ix)

$$\kappa_u=\frac{1}{gI_S}\left\{1+\frac{1}{F_r^2}\left(1-\alpha\frac{A_h'}{A}hFr^2\right)\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\}$$
$$\times\frac{\partial v}{\partial t}-\alpha\frac{A_b'}{A}h\frac{Fr^2}{I_s}\frac{db}{dx} \qquad (2\cdot 64)$$

によって κ_u を求める。

x) $$\kappa=\kappa_u+1-\frac{i}{I_s} \qquad (2\cdot 61)$$

によって κ を求める。

実際河川の河道の洪水では (2・55) が充分に成立するようであるから，河道において洪水頂点を追跡する場合には

$$\omega_p=\left\{1+2\left(1+m\frac{A}{A_h'}\frac{R'}{R}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{A_b'}{A_h'}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \qquad (2\cdot 82)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{1}{I_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)\frac{h}{v_3}\left(\frac{dv_s}{dh}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (2\cdot 86)$$

$$\frac{dQ}{dx}=\frac{A}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (2\cdot 59)$$

$$\frac{dh}{dx}=\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\frac{dQ}{dx} \qquad (2\cdot 60)$$

の4式で実施することができる。すなわち，任意地点について $\partial^2 h/\partial t^2$ の値を与えれば，上の各式を繰えし計算で連立に解くことによって，水深 h と ω_p, $\partial v/\partial t$, dQ/dx, dh/dx の関係が定まるから，各地点について $h-dQ/dx$ 図表を作製しておけば，任意地点で与えられた水深・流量を容易に追跡することができる。

3. 水路の断面が特殊の場合

本章では断面が単純な場合について前章の結果を簡単化することを考える。

(1) 広巾単純断面水路

水深に比べて水路幅の充分に広いもので，一般の沖積地河川はこれに属すると考えてよい。本節ではさらに断面積を示す (2・11) の関数が

$$A=bh^a \qquad b=b(x),\ a=\text{const.} \qquad (3\cdot 1)$$

で与えられるものとして考察する。

広幅であるから潤辺長はほぼ幅に等しく

$$S=A_h'=abh^{a-1} \qquad (3\cdot 2)$$

$$\therefore\quad R=\frac{A}{S}=\frac{h}{a} \qquad (3\cdot 3)$$

$$R'=\frac{1}{a} \qquad (3\cdot 4)$$

$$A_b'=h^a \qquad (3\cdot 5)$$

であり，(2・81) によって

$$\frac{dQ_s}{dA}=\left(1+\frac{m}{a}+\frac{h}{2a}\frac{I'_{sh}}{I_s}\right)v_s \qquad (3\cdot 6)$$

であるから，これらの値を前節の諸式に代入すれば

$$\omega_p=\left\{1+2\left(1+\frac{m}{a}\right)\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{h}{ab}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{db}{dx}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \qquad (3\cdot 7)$$

$$\omega_p=\left(1+\frac{m}{a}+\frac{h}{2a}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)\times\left\{1+2\left(1+\frac{m}{a}\right)\frac{\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial h}{\partial x}}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}+\frac{h}{ab}\frac{\frac{\partial v}{\partial t}\frac{db}{dx}}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}v \tag{3・8}$$

$$\nu_1=\frac{1}{I_s}\left\{1-2\alpha m\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\} \tag{3・9}$$

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)\frac{h}{v_s}\left(\frac{dv_s}{dh}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \tag{3・10}$$

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\times\left\{1+\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)\left(m+\frac{h}{2}\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \tag{3・11}$$

$$\kappa_u=\frac{1}{gI_s}\times\left\{1+\frac{1}{F_r^2}(1-\alpha aF_r^2)\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\}\frac{\partial v}{\partial t}-\alpha\frac{F_r^2}{I_s}\frac{h}{b}\frac{db}{dx} \tag{3・12}$$

がえられる。

(2) 広巾単純断面一様水路*

改修された河川のように，一様な断面が相当長い区間存在する場合にはこれに属すると考えてよい。この場合には前節の諸式において，さらに

$$\frac{db}{dx}=0 \tag{3・13}$$

$$I_{sh}'=0 \tag{3・14}$$

$$i=I_s \tag{3・15}$$

となり，また定流の水深—流量関係 $Q_s(h)$ は x に無関係となるから，

$$\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x=\frac{dh}{dQ_s} \tag{3・16}$$

であって，

$$dA=A_h'dh$$

$$\therefore\quad dh=\frac{1}{abh^{a-1}}dA$$

を考慮すれば

$$\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x=\frac{1}{abh^{a-1}}\left(\frac{dA}{dQ_s}\right) \tag{3・17}$$

である。

また，(2・80)，(2・81) は

$$\frac{dv_s}{dh}=m\frac{v_s}{h} \tag{3・18}$$

$$\frac{dQ_s}{dA}=\left(1+\frac{m}{a}\right)v_s \tag{3・19}$$

となるから，これらを (3・7)，(3・9)，(3・10)，(3・12) に代入して整理すると，

$$\omega_p=\left(1+\frac{m}{a}\right)\left\{1+2\left(1+\frac{m}{a}\right)\frac{\frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial h}{\partial x}}{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right\}^{-1}v \tag{3・20}$$

$$\nu_1=\frac{1}{I_s}\left\{1-2\alpha\frac{m}{(a+m)}\frac{v}{\omega_p}\right\} \tag{3・21}$$

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+m\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \tag{3・22}$$

$$\kappa_u=\frac{1}{gI_s}\left\{1+\frac{1}{(a+m)}\frac{1}{F_r^2}\frac{v}{\omega_p}(1-\alpha aF_r^2)\right\}\frac{\partial v}{\partial t} \tag{3・23}$$

がえられる。また，(2・59)，(2・60) は

$$\frac{dh}{dx}=\frac{1}{(a+m)}\frac{1}{gF_r^2}\frac{v}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t} \tag{3・24}$$

となる。

とくに，

$$|\nu_1\nu_2|\ll 1 \tag{2・55}$$

が成立する場合には，(2・57) に (3・22) を代入して

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{1}{I_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+m\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \tag{3・25}$$

であり，この場合には (2・61) は

$$\kappa=\kappa_u \tag{3・26}$$

となるから，これを考慮しつつ (3・25) を (3・23) に代入すれば，

$$\kappa=\frac{1}{2gI_s^2}\frac{v}{\omega}\left\{1+m\left(\alpha-\frac{\omega_p}{v}\right)F_r^2\right\}\times\left\{1+\frac{1}{(a+m)}\frac{1}{F_r^2}(1-\alpha aF_r^2)\frac{v}{\omega_p}\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \tag{3・27}$$

がえられる。ここで (3・20) を近似的に

$$\omega_p\fallingdotseq\left(1+\frac{m}{a}\right)v \tag{3・28}$$

とおいて整理すると

$$\kappa=F(m,\ a,\ F_r)\cdot\kappa_0 \tag{3・29}$$

$$\kappa_0=\frac{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{gI_s}\Big/I_s \tag{3・30}$$

$$F(m,\ a,\ F_r)=\frac{1}{2}\frac{a^2}{(a+m)^3}\frac{1}{F_r^2}\left\{1+\left(\alpha-1-\frac{m}{a}\right)mF_r^2\right\}\times\left\{1+\frac{(a+m)^2-\alpha a^2}{a}F_r^2\right\} \tag{3・31}$$

がえられる。

第5章でものべるように，実際河川の洪水では (2・55) は充分に成立するようであるから，断面が整正な地点については (3・29) によって κ を計算することが許されよう。

(3) 広巾矩形一様水路

とくに断面が矩形の場合には

* ここで一様水路というのは断面形状・底勾配が距離的に変化しない無限長水路をいう。したがって，背水影響は存在しない。

$$a=1$$

となり，仮に

$$\alpha\fallingdotseq 1,\quad m=\frac{2}{3}\text{(Manning)}$$

とすると，前節の諸式は次のようになる。

$$\omega_p=\frac{5}{3}\left(1+\frac{10}{3}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right)^{-1}v \qquad (3\cdot 32)$$

$$\nu_1=\frac{1}{i}\left(1-\frac{4}{5}\frac{v}{\omega_p}\right) \qquad (3\cdot 33)$$

$$\nu_2=\frac{1}{g_i}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\frac{2}{3}\left(1-\frac{\omega_p}{v}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (3\cdot 34)$$

$$\frac{dh}{dx}=\frac{3}{5}\frac{1}{gF_r^2}\frac{v}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (3\cdot 35)$$

$$\kappa=\frac{1}{gi}\left\{1+\frac{3}{5}\frac{1}{F_r^2}\frac{v}{\omega_p}(1-F_r^2)\right\}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (3\cdot 36)$$

また，(2・55) が成立する場合には，近似的に (3・32) を

$$\omega_p\fallingdotseq\frac{5}{3}v \qquad (3\cdot 37)$$

とおくことによって，(3・29) に対応して

$$\kappa=\frac{27}{250}\frac{1}{Fi^2}\left(1+\frac{16}{9}F_r^2\right)\left(1-\frac{4}{9}F_r^2\right)\frac{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{gi}\Big/i \qquad (3\cdot 37)$$

がえられる。これはすでに広矩形一様水路について考察した結果とまったく一致する。

(4) V 字型一様断面水路**

貯水池における洪水の全般にわたって本論の仮定が成立するかどうかは問題のあるところであって，これについては別に考察するつもりであるが，ここでは模式的な貯水池への適用を助ける意味で第2章の諸式を変形しておく。

この場合には

$$a=2,\quad b=\text{const.},\quad \frac{db}{dx}=0$$

$$A=bh^2,\quad A_h'=2bh,\quad A_{hh}''=2b$$

$$S=2\sqrt{1+b^2}\,h,\quad R=\frac{b}{2\sqrt{1+b^2}}h,\quad R'=\frac{b}{2\sqrt{1+b^2}}$$

であり，仮に

$$\alpha\fallingdotseq 1,\quad m=\frac{2}{3}\text{(Manning)}$$

とすると，それぞれ次式がえられる。

$$\frac{dQ_s}{dA}=\frac{4}{3}\left(1+\frac{3}{16}h\frac{I_{sh}'}{I_s}\right)v \qquad (3\cdot 39)$$

$$\frac{h}{v_s}\frac{dv_s}{dh}=\frac{2}{3}\left(1+\frac{3}{4}h\frac{I_{sh}'}{I_s}\right) \qquad (3\cdot 40)$$

$$\omega_p=\left(1+\frac{8}{3}\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t}\dfrac{\partial h}{\partial x}}{\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}\right)^{-1}\left(\frac{dQ_s}{dA}\right) \qquad (3\cdot 41)$$

$$\nu_1=\frac{1}{I_s}\left\{1-\frac{4}{3}\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\} \qquad (3\cdot 42)$$

$$\nu_2=\frac{1}{gI_s}\frac{v}{\omega_p}\left\{1+\left(\frac{\omega_p}{v}\right)\frac{h}{v_s}\left(\frac{dv_s}{dh}\right)F_r^2\right\}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (3\cdot 43)$$

$$\kappa_u=\frac{1}{gI_s}\left\{1+\left(\frac{1}{F_r^2}-2\right)\frac{v}{\omega_p}\frac{Q}{h}\left(\frac{dh}{dQ_s}\right)_x\right\}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (3\cdot 44)$$

また，

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}=2b\frac{h}{\omega_p}\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \qquad (3\cdot 45)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}=\omega_p^2\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\omega_p^2}{h}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 * \qquad (3\cdot 46)$$

4. 定流の水深—流速関係

(1) 一般的考察

本論では変断面水路における理論の展開を容易にするために，定流の水深—流速関係すなわちいわゆる水位—流量曲線を導入した。また，定流のエネルギー勾配を底勾配に代えて採用した。したがって。本論を実際河川に適用するためにはあらかじめこれらを決定しておく必要がある。

洪水時におけるある地点の水位—流量曲線が図—1のように流量側から水位側へ向うループ・カーブを画くことはよく知られており，この理由は洪水が不定流であって，水面勾配が水位の上昇期には急であり，下降期には緩であるためであると説明されている。したがって，洪水の頂点附近では比較的定流に近い状態が実現しているものと想像されるが，ループカーブのどの点で定流の水位・流量が対応して実現しているかは厳密には明らかでなかった。

この洪水個有の不定流性がループを画くことの最大の原因であるが，それ以外に下流からの背水影響が原因となっている場合がある。たとえば潮汐の影響をうける河

---

* 林泰造博士〔1953〕は「洪水波の理論と実験」において，運動方程式 (2・2) の適当な無次元化によって博士のいわゆる洪水波性の尺度としての無次元積

$$\sigma=\sqrt{\frac{-\dfrac{\partial^2 h}{\partial t^2}}{g}}\Big/i$$

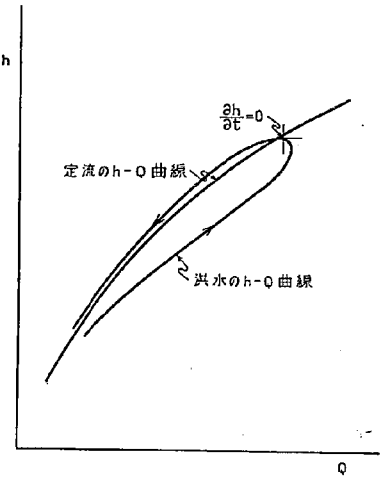
を提案したが，本論の $|\kappa_0|=\sigma^2$ となっていることは興味ある事実である。

** ここで一様断面水路というのは断面形状・底勾配は距離的に変化しないが，背水影響の存在する水路をいう。

* この式で右辺第2項を無視すると

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}=\omega_p^2\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

となる。これは長波の方程式と同型であつて，洪水頂点・鞍点の運動はこの程度の近似では伝播速度 ω_p の長波とみなされることがわかる。



図—1. 洪水時の水位—流量曲線

口附近，合流点の上流附近とくに支川側，堰の人工的背水影響をうける地点などでは，水位が同じでも勾配が異っている場合があり，ために流速または流量は水位の多価関数となるのである。

このように水位—流量曲線がループを画く原因は2つあるわけであって，実際にはこれらが組合わされて実現するから，洪水期間全体の水位—流量曲線を単に各時刻の水位・流速・勾配などの測定値によって定流の値に修正することは，特殊な条件の場合以外は相当に困難である。したがって，ここでは洪水の頂点に着目して定流の水深流速関係を求めることを考える。しかし，目的によっては洪水の各時刻における流速または流量の値そのものを必要とすることも多いのであって，この場合にはどうしても洪水期間全体の水位—流量関係を論じなければならない。これについては別に考察したいと考えている。

運動方程式 (2・9) を変形すると

$$(1-\kappa)I_s=\frac{n^2v^2}{R^{2m}} \qquad (4\cdot1)$$

しかして，定流の流速 v_s は

$$I_s=\frac{n^2v_s^2}{R^{2m}} \qquad (4\cdot2)$$

であるから，

$$v=(1-\kappa)^{1/2}v_s \qquad (4\cdot3)$$

ところで (3・29) からも推察されるように，洪水頂点 $\partial h/\partial t=0$ では $\partial^2h/\partial t^2<0$ であるから $\kappa<0$ である。よって，厳密には

$$v>v_s \qquad (4\cdot4)$$

よって，図—1にも示したように，定流の水位—流量曲線と不定流のそれとの交点は $\partial h/\partial t=0$ の点よりやや水位軸側にあることがわかる。

しかし，一方，次章の数値計算例によってもわかるように，実際河川の洪水では $|\kappa|$ の値は1に対して 1×10^{-2} 程度以下のようであって，v と v_s の差は無視しうるものと考えられる。よって本論では，洪水頂点 $\partial h/\partial t=0$ においては

$$v=v_s \qquad (4\cdot5)$$

と近似したのであって，以下この点に着目して定流の水深流速関係を求める方法を考える。

なお，背水影響のことにはふれなかったが，v_s を洪水頂点がある地点に出現したときの背水条件と同条件の定流の流速と考えれば，(4・5)はつねに成立することは明らである。

(2) 定流の水深—流速関係の解析法

これを決定するもっとも簡単な方法は (4・5) が成立することを考慮して，数洪水の $\partial h/\partial t=0$ における水深 h・平均流速 v を測定して直接に h—v_s 関係を決定することである。しかし，この方法を用いるためには背水影響が全くないかまたはほとんど無視できることが必要であり，流量観測地点が合流点附近に設けられている例が多いことを考えれば，この条件が満足される例は少ないと考えられる。また，この方法では少なくとも2以上，精度を期待するためには数個の資料が必要であり，方法として一般性に欠けている。

ところで，定流の水深—流速関係はすでに第2章でものべたように (4・2) で与えられるのであるから，これを決定することは (4・2) のパラメター n (粗度係数)，mを定め，I_s と h の関数関係 $I_s(h)$ を定めることに外ならない。しかして，n および m は懸案地点の下流の区間でも一様と考えても実際上さしつかえないから，$I_s(h)$ は n, m が決定すれば不等流計算によって決定することができる。よって，結局定流の水深—流速関係を定めることはパラメター n, m を定めることに帰する。以下実測値によって n, m を解析する方法について考察する。

a. 断面が一様変化とみなしうる場合

(4・2) によって

$$n=\frac{1}{v_s}R^mI_s^{\frac{1}{2}} \qquad (4\cdot6)$$

しかして，定流の水面勾配 $(i_s)_s$ を用いれば

$$I_s=(i_s)_s-\frac{d}{dx}\left(\frac{v_s^2}{2g}\right) \qquad (4\cdot7)$$

であるから，水深・流量の外に $(i_s)_s$ を求める必要がある。ところで，すでにのべたように，$\partial h/\partial t=0$ では定流の水深と流速が同時に現れているとみなしてよいのであるから，$\partial h/\partial t=0$ の流量の低減が無視できる程度の距離 Δx をへだてた上下流の2地点 x_1, x_0 において，$\partial h/\partial t=0$ のときの水位 H_{x1}, H_{x0} を測定し，いづれか一方で $\partial h/\partial t=0$ のときの流量 $Q_{\partial(h)/\partial t)=0}$ を測定すれば，$Q_{(\partial(h)/\partial t=0)=0}$ と H_{x1}, H_{x0} は定流において対応する

のと考えることができる。

よって，これらを用いて

$$\left.\begin{aligned} &v_{x_1}(H_{x_1},\ Q\frac{\partial h}{\partial t}=0),\quad v_{x_0}(H_{x_0},\ Q\frac{\partial h}{\partial t}=0)\\ &R_{x_1}(H_{x_1}),\quad R_{x_0}(H_{x_0}),\quad \Delta H=H_{x_0}-H_{x_1}\end{aligned}\right\}\quad(4\cdot8)$$

などを求めれば

$$\left.\begin{aligned} &v_s\fallingdotseq\frac{v_{x_1}+v_{x_0}}{2}\ ,\quad R\fallingdotseq\frac{R_{x_1}+R_{x_0}}{2}\\ &(i_s)_s\fallingdotseq-\frac{\Delta H}{\Delta x}\ ,\ \frac{d}{dx}\left(\frac{v_s^2}{2g}\right)\fallingdotseq\frac{1}{2g}\frac{1}{\Delta x}(v_{x_0}^2-v_{x_1}^2)\end{aligned}\right\}\quad(4\cdot9)$$

によって，(4・7)，(4・6) に必要な諸量は計算できる。したがって資料が 1 個または数少ない場合には，m を Manning や Chézy の値に仮定して n を (4・6) で計算できる。

次に，資料数が充分に多い場合には n, m をともに決定することもできる。すなわち，(4・6) の対数をとれば

$$-m\log_{10}R+\log_{10}n=\frac{1}{2}\log_{10}I_s-\log_{10}v_s\quad(4\cdot10)$$

であるから，最小 2 乗法で n, m の最確値を計算できるのである。

以上は基本的な方法をのべたのであって，種々の便法も成立するであろう。たとえば，

i) 断面が一様な場合は (4・9) によって $(i_s)_s$ のみを求め，$v_s\fallingdotseq v_{x_0}$(または v_{x_1})，$R\fallingdotseq R_{x_0}$(または R_{x_1}) とみなし，第 4 式を無視する。これによれば，いづれか一地点では水位のみを測定すればよい。

ii) 1 つの流速測定地点の上下流地点で水位を測定し，I_s を求めて，流速測定地点の I_s とする。

などの方法である。

b. 断面が一様変化とみなしえない場合

Δx 間の断面変化が一様変化とみなしえない場合には，この区間の断面図を用いて，$Q(\partial h/\partial t)=0$, H_{x_1}, H_{x_0} によって不等流計算を行ない n を試算的に決定する。この場合も資料数が多い場合には，m を仮定して計算した洪水毎の n の変動が最も少なくなるようにすることによって，m も試算的に決定できる。

この場合も前項の場合と同様に便法を用いることはできる。たとえば次のような方法は資料の点から考えると最も適用されやすいものかも知れない。すなわち，ある地点で $\partial h/\partial t=0$ のときの水位 H，流速 v を測定し，計算された流量で下流から不等流計算を行ない H に一致する n を試算する。ただし，下流の出発点としては背水影響が懸案地点に及ばない程度の地点を選び，その地点で平水の水面勾配などによって適当な勾配を仮定して等流の水位—流量曲線を (4・2) で作り，計算する流量に対応する水位から出発するのである。

c. 勾配測定区間 Δx の選定

これらの測定において，Δx としてどの程度の距離をとるのが最も適当であるかは問題のあるところである。Δx の決定条件としては

(a) 流量低減が無視できること

(b) ΔH が充分の精度で測定しうること

(c) n, m を支配する河道要素が一様であること

(d) 区間内で水の流出，流入が存在しないこと

などが考えられるが，後 2 者は主に地点の選定に関係することであるから，ここでは前 2 者について考察する。

ところで，この 2 条件は互に相反するものであって，前者についてはなるべく Δx が短かい方がよく，後者についてはなるべく長い方がよい。したがって，両者をともに同程度に満足する Δx が存在するはずである。

Δx 間における流量の低減量 ΔQ は

$$\Delta Q=\left(\frac{dQ}{dx}\right)\Delta x$$

であるから，流量 Q に対する精度 ε_Q は，流量として上下流地点の平均値を用いるときには

$$\varepsilon_{Q_1}\fallingdotseq\frac{1}{2}\frac{\Delta Q}{Q}=\frac{1}{2}\left(\frac{dQ}{dx}\right)\frac{\Delta x}{Q}\quad(4\cdot11)$$

であり，いずれか一地点のものを用いる場合には

$$\varepsilon_{Q_2}=\frac{\Delta Q}{Q}=\left(\frac{dQ}{dx}\right)\frac{\Delta x}{Q}\quad(4\cdot12)$$

である。一方，水位差 ΔH の測定精度を $(\Delta H)_m$ とし，

$$\Delta H'=\Delta H\pm(\Delta H)_m=\Delta H\left\{1\pm\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}$$

とすると，水面勾配 i_s は

$$i_s'=\frac{\Delta H}{\Delta x}\left\{1\pm\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}=i_s\left\{1\pm\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}$$

である。よって，

$$v'=v\left\{1\pm\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq v\left\{1\pm\frac{1}{2}\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}$$

$$\therefore\quad Q+\Delta Q=Q\left\{1\pm\frac{1}{2}\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}\right\}$$

$$\therefore\quad|\varepsilon_{\Delta H}|=\frac{|\Delta Q|}{Q}=\frac{1}{2}\frac{(\Delta H)_m}{\Delta H}$$

である。しかして，

$$-\Delta H=i_s\cdot\Delta x$$

であるから，

$$|\varepsilon_{\Delta H}|=\frac{1}{2}\frac{(\Delta H)_m}{i_s\Delta x}\quad(4\cdot13)$$

がえられる。よって，(4・13) と (4・11) または (4・12) を等置することによって，上下流の平均の流量を用いる場合

$$\Delta x_1=\left\{\frac{Q}{\left(\frac{dQ}{dx}\right)}\frac{(\Delta H)_m}{i_s}\right\}^{\frac{1}{2}}\quad(4\cdot14)$$

いずれか一地点の流量を用いる場合

$$\Delta x_2=\left\{\frac{1}{2}\frac{Q}{\left(\frac{dQ}{dx}\right)}\frac{(\Delta H)_m}{i_s}\right\}^{\frac{1}{2}}\quad(4\cdot15)$$

である。

たとえば，次章に示す昭和24年9月1日，キテイ台風時の利根川栗橋の値で Δx を計算してみると，(m, sec 単位)

$$\frac{dQ}{dx}\fallingdotseq\frac{A}{\omega_p}\frac{\partial v}{\partial t}\fallingdotseq\frac{3400}{4}1\times10^{-5}=8.5\times10^{-3}$$

$$Q\fallingdotseq9300,\quad i_e\fallingdotseq1/4000$$

であり，$(\Delta H)_m=5\times10^{-3}$ (5 mm) とすると，

$\Delta x_1=4.68$ km, $\varepsilon=2.14\times10^{-3}$

$\Delta x_2=3.31$ km, $\varepsilon=3.02\times10^{-3}$

となり，$(\Delta H)_m=1\times10^{-2}$ (1 cm) とすると，

$\Delta x_1=6.62$ km, $\varepsilon=3.03\times10^{-3}$

$\Delta x_2=4.68$ km, $\varepsilon=4.28\times10^{-3}$

となる。

実際には洪水時の流量の測定精度そのものが満足すべきものではないから，(4・13) の $|\varepsilon_{\Delta H}|$ が流量測定精度と見合えばよいとも考えられる。しかし，単にこの両者を等置すると両方の誤差が累加する場合も生ずる可能性があるから，なるべく ΔH は精度が高い方が望ましいといえる。したがって，(4・14)，(4・15) は Δx 選定の一つの参考とすることができよう。

(3) 定流の水深—流速関係の決定

パラメター m および n が決定すれば，懸案地点に対する背水の影響区間より下流の地点から，種々の流量に対して運動方程式 (4・2) すなわち (2・3) によって不等流計算を行ない，懸案地点の定流の水深—流速関係を定めることができる。不等流計算の始点の水深—流速関係は近似的なもので充分であるから，実測値によるものまたは等流計算で近似的に作製すればよい。

合流点の上流・河口附近などで特殊な背水条件が生ずる場合には，合流点または河口において適当な水位を与え，懸案地点の洪水頂点 ($\partial h/\partial t=0$) の流量によって不等流計算を行ない，懸案地点における実測の洪水頂点の水深が実現するように試算することによって，その洪水頂点が生じた時刻の背水条件を定めることができる。これによって少なくとも洪水頂点附近については定流の水深—流速関係を定めうるわけである。

河口や合流点附近のように背水影響が支配的要因である場合において，広い範囲にわたって定流の水深—流速関係を定めるためには，背水条件の時間的変動についての考慮が必要であって，これについては別に考察したいと考えている。

5. 検証と κ 図表

(1) 検 証

本論は κ の値が1に比べて無視できるような洪水流に対して適用しうるものであって，その検証は実際河川の洪水の実測によって行なうのが適当であろう。

すなわち，背水影響の時間変化が無視できる地点を選び，その附近とくに下流の河道の縦横断測量図と前節でのべた方法によって m, n を計算し，$v_e(h)$ や $Q_e(h)$ を決定する。もちろんこの計算のための資料は以下のものと同一洪水であってさしつかえない。これによって第2, 3章でのべた計算の予備資料は整ったわけであるから，特定の洪水の $\partial h/\partial t=0$ について h, $\partial^2h/\partial t^2$ の外に ω_p と $\partial v/\partial t$, dh/dx, dQ/dx の内の1つを測定することによって，本論の妥当性を検証することができる。ω_p と dh/dx の測定によれば水位の測定のみで実施できるわけであるが，実際には dh/dx の測定は不可能に近いから，最も可能性の多い方法は懸案地点で h, $\partial^2h/\partial t^2$, $\partial v/\partial t$ を測定することであろう。

本稿ではこのような詳細な検証は行なっていないのであるが，以下手もとの資料で概算した結果についてのべる。

表—1は建設省関東地方建設局および土木研究所水文研究室の測定[3]による昭和24年9月1日キテイ台風時の利根川布川・栗橋および神流川若泉の3地点の洪水頂点における測定値*によって各量を計算した結果である。大略の order を検討する意味で広巾単純断面一様水路 ($db/dx=0$, $I_e=\text{const.}=i$) と仮定し，$\alpha=1.1$, $m=2/3$ を用い，布川および栗橋では $a=1.5$，若泉では $a=2$ と仮定して計算した。

これによれば $\partial v/\partial t$ の実測値と計算値の適合は仮定の精度から考えて，布川および栗橋ではほぼ満足すべきものと考えられる。若泉では実測値がやや大きすぎる

表—1. 布川・栗橋・若泉のキテイ台風時の洪水に対する数計値算結果

	布川	栗橋	若泉
m	2/3	2/3	2/3
a	1.5	1.5	2
i	1/7000	1/3500	1/300
h(m)	9.72	7.20	2.60
v (m/sec)	2.77	2.65	5.63
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec^2)	-1.83×10^{-9}	-3.75×10^{-9}	-1.25×10^{-8}
F_r^2	8.05×10^{-2}	9.96×10^{-2}	1.26
ω_p/v	1.447	1.447	1.333
ν_1	3.72×10^{3}	1.86×10^{3}	1.76×10^{2}
ν_2	-8.86×10^{-7}	-9.05×10^{-7}	-2.30×10^{-7}
$\lvert\nu_1\nu_2\rvert$	3.30×10^{-3}	1.68×10^{-3}	4.05×10^{-5}
$\partial v/\partial t$ (m/sec^2)	-4.34×10^{-6} (-1.53×10^{-5})	-4.43×10^{-6} (-9.72×10^{-6})	-1.13×10^{-6} (-6.39×10^{-5})
dh/dx	-1.75×10^{-3}	-1.45×10^{-6}	-2.56×10^{-3}
κ	-1.37×10^{-2}	-5.81×10^{-3}	2.08×10^{-5}
ω_p	4.01	3.84	7.58

〔注〕 ( ) は実測値

* 詳細は文献 1) を参照。

が，これはむしろ実測値の方に問題があるようである。

また，この結果からも実際河川の河道の洪水では $|\nu_1 \nu_2|$ は 10^{-3} order 以下，κ は 10^{-2} order 以下であって，いずれも1に比べて無視してさしつかえないことがわかる。

（2）κ 図表

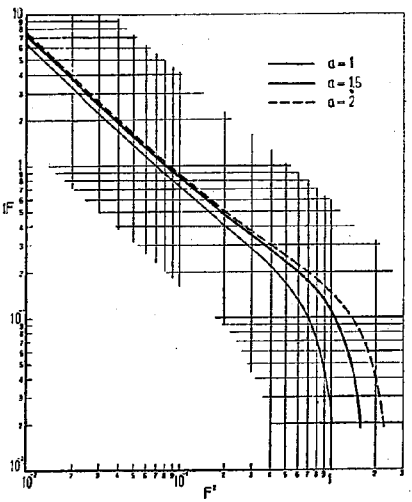
洪水頂点および鞍点の長波性の示標 κ は広巾単純断面一様水路については (3・29), (3・30), (3・31) で与えられた。ここではそれらの諸式について数値的に検討し，洪水をその長波性によって分類する κ 図表について考察する。

F は m, a, F_r の関数であって，表—2はそれらの実際にありうる範囲について数値計算した結果であり，図—2は m の値別に，a をパラメターとして F_r^2—F 関係を図示したものである。また，図—3は m の効果をみる意味で $a=1.5$ の場合について m をパラメターとして図示したものである。

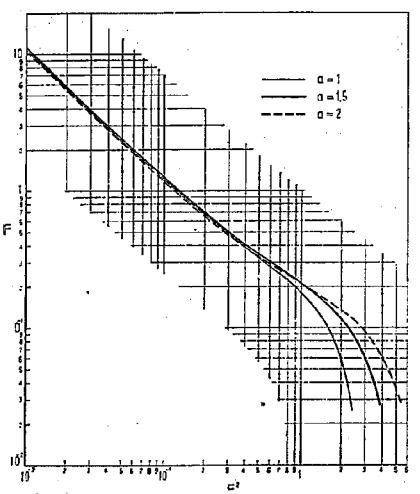
これらによれば m および a の F に対する影響は2次的であり，支配的要素は Froude 数 F_r であって，F は F_r^2 に反比例する傾向が顕著である。とくに $m=2/3$

表—2. F の 値

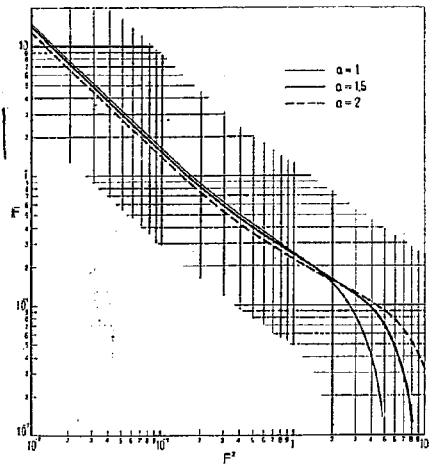
m	a \ F^2	1×10^{-2}	3×10^{-2}	5×10^{-2}	1×10^{-1}	3×10^{-1}	5×10^{-1}	7×10^{-1}	1	1.5	2	2.5	3	4	5	7	10
1	1	6.37	2.21	1.37	7.34×10^{-1}	2.85×10^{-1}	1.69×10^{-1}	1.00×10^{-1}	2.44×10^{-2}								
	1.5	7.33	2.53	1.57	8.50×10^{-1}	3.50×10^{-1}	2.33×10^{-1}		1.10×10^{-1}	3.44×10^{-2}							
	2	7.55	2.61	1.62	8.78×10^{-1}	3.66×10^{-1}	2.54×10^{-1}		1.47×10^{-1}	8.80×10^{-2}	4.15×10^{-2}						
2/3	1	10.94	3.74	2.30	1.21	4.80×10^{-1}	3.22×10^{-1}		1.80×10^{-1}	1.11×10^{-1}	5.78×10^{-2}						
	1.5	11.20	3.83	2.35	1.24	4.96×10^{-1}	3.41×10^{-1}		2.11×10^{-1}		1.18×10^{-1}		6.25×10^{-2}				
	2	10.67	3.64	2.23	1.18	4.72×10^{-1}	3.26×10^{-1}		2.09×10^{-1}		1.35×10^{-1}		9.50×10^{-2}		3.67×10^{-2}		
1/2	1	14.96	5.08	3.10	1.62	6.24×10^{-1}	4.20×10^{-1}		2.55×10^{-1}			1.15×10^{-1}		4.15×10^{-2}			
	1.5	14.20	4.81	2.94	1.53	5.90×10^{-1}	4.00×10^{-1}		2.50×10^{-1}				1.24×10^{-1}		7.11×10^{-2}	2.91×10^{-2}	
	2	12.90	4.38	2.66	1.39	5.33×10^{-1}	3.61×10^{-1}		2.28×10^{-1}				1.25×10^{-1}		9.00×10^{-2}	6.48×10^{-2}	3.39×10^{-2}



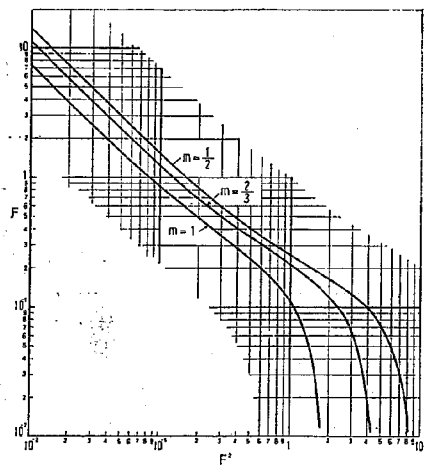
図—2.（a）　F_r^2—F 関係図（$m=1$ の場合）



図—2.（b）　F_r^2—F 関係図（$m=2/3$ の場合）



図—2.(c) F_r^2—F 関係図 ($m=1/2$ の場合)



図—3. F_r^2—F 関係図 ($a=1.5$ の場合)

の場合には $F_r<1$ の範囲では a の値が F_r^2—F 関係にほとんど影響しないことは，Manningの平均流速公式の適合性とも考え合せて興味ある事実である。

このように F はほぼ F_r の代表値と考えられるのであって，F の大小は流れの緩急に対応しており，F の値は特定の流路における流れに対する重力の影響を示すものである。すなわち，F が小なるほど重力の影響は大である。

これに対して κ_0 は洪水頂点または変点の水深の変化加速度と重力加速度の流れ方向の成分の比と水深に対応する定流のエネルギー勾配の比であって，この値の大小は流れの時間的変動の急緩を流れのエネルギー勾配との関係において示している。

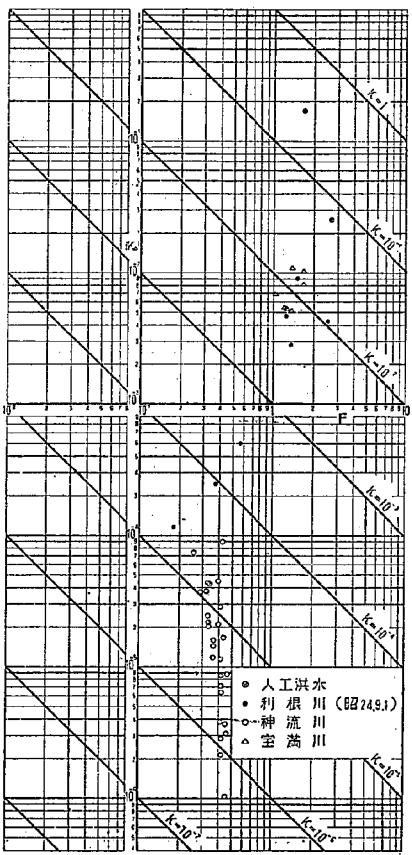
κ はこれらの両者の積であるから，流れが緩慢なほど，また流れの時間的変動が急激なほど洪水の長波性は大となる。図—4の κ 図表は F と κ_0 を両軸にして κ の値を両対数方眼上に図示したものであって，この図表上に洪水頂点の F, κ_0 の値に対応する点を記入することによって，洪水を長波性とその原因を明らかにして分類することができる。

図中に示した各点に対応する洪水はそれぞれ次の通りである。

i) 米田正文博士によって昭和26年3月1日京都の新高瀬川で行なわれた人工洪水[4]

ii) 建設省関東地方建設局によって昭和24年9月1日江戸川で行なわれた人工洪水*18頁下段

iii) 建設省関東地方建設局の測定による昭和24年9月1日キテイ台風時の利根川水系各地点の洪水**18頁下段



図—4. κ—図表

表—3.(a)　諸量の計算値（人工洪水・利根川）

	新高瀬川	江戸川	利根川 布川	江戸川 関宿	利根川 栗橋	渡良瀬川 早川田	利根川 八斗島	鬼怒川 石井	神流川 若泉
m	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3	2/3
a	1	1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2
i	1/1000	1/4000	1/7000	1/3900	1/3500	1/1900	1/550	1/340	1/300
h (m)	0.80	1.54	9.72	7.82	7.20	6.50	4.85	4.35	2.60
v(m/sec)	0.75	0.81	2.77	1.88	2.65	2.40	3.50	4.28	5,68
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec^2)	-1.67×10^{-6}	-1.54×10^{-8}	-1.83×10^{-9}	-2.75×10^{-9}	-3.75×10^{-9}	-7.67×10^{-9}	-1.62×10^{-8}	-2.11×10^{-8}	-1.25×10^{-8}
F_r^2	7.17×10^{-2}	4.36×10^{-2}	8.05×10^{-2}	4.62×10^{-2}	9.96×10^{-2}	9.05×10^{-2}	2.57×10^{-1}	4.30×10^{-1}	1.26
F	1.68	2.65	1.50	2.50	1.23	1.33	5.60×10^{-1}	3.70×10^{1}	1.80×10^{-1}
κ_0	-1.70×10^{-1}	-2.52×10^{-2}	-9.15×10^{-3}	-4.26×10^{-3}	-4.68×10^{-3}	-2.82×10^{-3}	-5.00×10^{-4}	-2.49×10^{-4}	-1.15×10^{-4}
κ	-2.86×10^{-1}	-6.68×10^{-2}	-1.37×10^{-2}	-1.07×10^{-2}	-5.75×10^{-3}	-3.75×10^{-3}	-2.80×10^{-4}	-9.20×10^{-5}	-2.07×10^{-5}

表—3.(b)　諸量の計算値（神流川）　$i=1/300$, $m=2/3$, $a=2$

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
洪水年月日	昭.23.9.16.	昭.24.8.23.	昭.24.8.31.	昭.24.9.23.	昭.24.10.28	昭.24.11 24	昭.25.8.10.	昭.25.10.5.	昭.25.10.31
h (m)	2.99	1.07	4.28	1·91	1.51	1.11	1.84	1.12	1.48
v(m/sec)	4.26	1.95	5.59	3.08	2.57	2.01	3.00	2.02	2.53
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec^2)	-4.00×10^{-9}	-9.72×10^{-9}	-8.05×10^{-9}	-4.72×10^{-9}	-1.58×10^{-9}	-7.68×10^{-10}	-2.35×10^{-9}	-9.26×10^{-10}	-1.73×10^{-9}
F_r^2	6.19×10^{-1}	3.62×10^{-1}	7.44×10^{-1}	5.07×10^{-1}	4.46×10^{-1}	3.72×10^{-1}	4.99×10^{-1}	3.71×10^{-1}	4.41×10^{-1}
F	2.85×10^{-1}	4.20×10^{-1}	2.54×10^{-1}	3.25×10^{-1}	3.58×10^{-1}	4.08×10^{-1}	3.25×10^{-1}	4.08×10^{-1}	3.60×10^{-1}
κ_0	-3.67×10^{-5}	-8.93×10^{-5}	-7.39×10^{-5}	-4.33×10^{-5}	-1.45×10^{-5}	-7.05×10^{-6}	-2.16×10^{-5}	-8.51×10^{-6}	-1.59×10^{-5}
κ	-1.05×10^{-5}	-3.75×10^{-5}	-1.88×10^{-5}	-1.41×10^{-5}	-5.20×10^{-6}	-2.88×10^{-6}	-7.02×10^{-6}	-3.48×10^{-6}	-5.72×10^{-6}

No.	10	11	12	13	14	15	16	17	18
洪水年月日	昭.26. 7. 2.	昭.27.6.24.	昭.27. 7. 4.	昭.27.7.14.	昭.27. 8. 4.	昭.28.7.4(1)	昭.28.7.4(2)	昭.28.7.11.	昭.28.7.20.
h (m)	1.35	1.32	1.19	1.02	1.05	1.19	1.17	1.11	1.54
v(m/sec)	2.32	2.28	2.05	1.80	1.90	2.10	2.05	2.01	2.60
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec)	-4.89×10^{-9}	-2.39×10^{-9}	-3.09×10^{-9}	-3.36×10^{-10}	-1.82×10^{-9}	-1.23×10^{-9}	-6.95×10^{-10}	-3.09×10^{-10}	-1.27×10^{-9}
F_r^2	4.07×10^{-1}	4.02×10^{-1}	3.61×10^{-1}	3.24×10^{-1}	3.50×10^{-1}	3.78×10^{-1}	3.67×10^{-1}	3.72×10^{-1}	4.48×10^{-1}
F	3.85×10^{-1}	3.87×10^{-1}	4.02×10^{-1}	4.47×10^{-1}	4.25×10^{-1}	4.02×10^{-1}	4.10×10^{-1}	4.08×10^{-1}	3.57×10^{-1}
κ_0	-4.49×10^{-5}	-2.20×10^{-5}	-2.84×10^{-5}	-3.08×10^{-6}	-1.67×10^{-5}	-1.13×10^{-5}	-6.38×10^{-6}	-2.84×10^{-6}	-1.17×10^{-5}
κ	-1.73×10^{-5}	-8.51×10^{-6}	-1.14×10^{-5}	-1.38×10^{-6}	-7.10×10^{-6}	-4.54×10^{-6}	-2.62×10^{-6}	-1.16×10^{-6}	-4.18×10^{-6}

No.	19	20	21	22	23	24	25	26	27
洪水年月日	昭.28.7.23.	昭.28.8.30.	昭.28.9.25.	昭.28.10.2.	昭.29.6.23.	昭.29.9.18.	昭.30.10.11.	昭.31. 7. 1.	昭.31.9.27.
h (m)	1.12	1.04	1.86	1.04	1.15	2.02	1.81	1.01	1.81
v(m/sec)	2.02	1.85	3.01	1.85	2.05	3.22	2.96	1.78	2.96
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec)	-2.31×10^{-10}	-1.11×10^{-10}	-2.66×10^{-9}	-3.97×10^{-10}	-4.11×10^{-10}	-409×10^{-9}	-2.19×10^{-9}	-9.56×10^{-10}	-4.60×10^{-9}
F_r^2	3.71×10^{-1}	3.36×10^{-1}	4.98×10^{-1}	3.36×10^{-1}	3.73×10^{-1}	5.24×10^{-1}	4.94×10^{-1}	32.0×10^{-1}	4.94×10^{-1}
F	4.08×10^{-1}	4.40×10^{-1}	3.25×10^{-1}	4.40×10^{-1}	4.05×10^{-1}	3.18×10^{-1}	3.30×10^{-1}	4.55×10^{-1}	3.30×10^{-1}
κ_0	-2.12×10^{-6}	-1.02×10^{-6}	-2.44×10^{-5}	-3.65×10^{-6}	-3.77×10^{-6}	-3.76×10^{-5}	-2.01×10^{-5}	-8.78×10^{-6}	-4.23×10^{-5}
κ	-8.65×10^{-7}	-4.49×10^{-7}	-7.93×10^{-6}	-1.61×10^{-6}	-1.53×10^{-6}	-1.20×10^{-5}	-6.64×10^{-6}	-4.00×10^{-6}	-1.40×10^{-5}

表—3.(c) 諸量の計算値（宝満川） $i=1/3500$, $m=2/3$, $a=1.5$

No.	1	2	3	4	5	6	7
洪水年月日	昭.30. 7. 7.	昭.31. 8.17.	昭.32. 6. 5.	昭.32. 6.27.	昭.32. 7. 3.	昭.32. 7. 4.	昭.32. 7. 5.
h (m)	4.79	3.43	3.08	3.08	3.73	3.84	3.48
v (m/sec)	2.34	1.69	1.45	1.45	1.86	1.92	1.72
$\partial^2h/\partial t^2$ (m/sec^2)	-5.50×10^{-9}	-8.75×10^{-9}	-6.49×10^{-9}	-8.23×10^{-9}	-4.17×10^{-9}	-4.32×10^{-9}	-4.01×10^{-9}
F_r^2	1.17×10^{-1}	8.51×10^{-2}	6.98×10^{-2}	6.98×10^{-2}	9.48×10^{-2}	9.80×10^{-2}	8.68×10^{-2}
F	1.03	1.37	1.66	1.66	1.24	1.20	1.34
κ_0	-6.88×10^{-3}	-1.09×10^{-2}	-8.11×10^{-3}	-1.03×10^{-2}	-5.22×10^{-3}	-5.40×10^{-3}	-5.01×10^{-3}
κ	-7.09×10^{-3}	-1.49×10^{-2}	-1.35×10^{-2}	-1.71×10^{-2}	-6.47×10^{-3}	-6.49×10^{-3}	-6.71×10^{-3}

iv) 土木研究所水文研究室の測定による神流川渡瀬地点における昭和23年より31年に至る間の27洪水

v) 建設省九州地方建設局の測定による筑後川水系宝満川大板井地点における昭和30年より32年に至る間の7洪水***

今後できるだけ資料を追加してわが国の河川の洪水の分類をしたいと考えているが，図—4の範囲からも次のことが推定される。

i) κ は人工洪水では 10^{-1} order で比較的大きいが，自然の洪水では 10^{-2} order 以下である。

ii) 自然河川の洪水の κ は 10^{-2} order から 10^{-7} order まで広い範囲に分布している。

iii) 1洪水については河川の上流から下流に至るほど，F, $|\kappa_0|$ ともに増大し，$|\kappa|$ もしたがって増大する。

iv) 1地点については F が減少するほど，すなわち Froude 数が大きい洪水ほど $|\kappa_0|$ および $|\kappa|$ は増大する。

v) 勾配の緩な小河川では $|\kappa|$ は比較的大きいもののようである。

以上の計算はすべて広巾単純断面一様水路と仮定して行なったが，とくに断面が不規則または背水影響が大でこの仮定が成立しない場合には，κ と κ_0 を計算して κ 図表に点を記入すればよいであろう。

6. あとがき

本論は長波性の示標 κ が1に対して充分に無視できるような洪水の頂点と鞍点について考察したもので，κ 図表について2,3の河川の実例を示したように，実際河川の河道の洪水ではほぼこの条件は満足されるようであるが，さらに広い範囲の種々の河状の場合についてもつねに成立するかどうかは問題のあるところであり，さらに資料を追加して検討したいと考えている。これについては κ 図表による洪水の分類とともに，河川の現場において調査に従事しておられる方々の御協力を期待する。

計画や調査において本論の諸式を用いて洪水頂点の追跡を実施するためには，頂点における水深の変化加速度 $\partial^2h/\partial t^2$ または曲率 $\partial^2h/\partial x^2$ などについての充分な資料が必要であるが，その統計処理によって計画高水流量とともに計画加速度または計画曲率を定め，パラエテイにとんだハイドログラフの代表値として単適な形で洪水の不定流性を高水流量処理計画に導入することも可能となるであろう。

現在入手しうる資料が充分でないために，本論の実測による検証ははなはだ不充分であって，今後ぜひ詳細な観測による検証の機会をえたいと考えている。とくに，水路巾の変化を示す db/dx の採り方については水の運動についてのさらに微視的な検討も必要であろうと考えられる。

終りに，適切な御助言を頂いた河川部長 佐藤清一博士，資料について多大の御便宜を頂いた水文研究室長竹内俊雄技官に深甚の謝意を表する。

文 献

1) 木村俊晃〔1958〕“広矩形一様水路における洪水流の頂点・鞍点の伝播速度と水深・流量変化に関する理論的考察” 土木研究所報告，第101号.

2) 林泰造〔1956〕“変断面水路中の洪水波の変形” 第1回水理研究会講演会（前刷），昭.31.5.，土木学会水理研究会，pp. 22～25.

3) 建設省関東地方建設局〔1950〕“昭和24年8,9月洪水報告書”.

4) 米田正文〔1952〕“洪水特性論”.

* 数値は林泰造〔1953〕“洪水波の理論と実験”による。ただ，勾配は元江戸川工事々務所調査係長水野昭技官の意見で修正した。同技官によれば平水の水面勾配は 1/3800～1/4300 とのことである。

** 文献 3) による。

*** 直轄技術研究会“洪水の流出に関する研究”の資料による。勾配は水深—流速曲線から次のように推定した。$h=3.00$ m, $v=1.4$ m/sec, $n=0.025$ として，

$$i\fallingdotseq n^2v^2/h^{4/3}\fallingdotseq 1/3500$$

開水路断面急拡部における水理に関する研究（1）

——矩形水路幅急拡による損失水頭——

芦　田　和　男*

荒　木　民　哉**

（昭和 33 年 8 月）

Studies on hydraulic phenomena due to cross-sectional expansion in open channel (1)

——Energy loss due to the akrupt expansion of breadth in rectangular blume——

(Augast 1958)

K. ASHIDA

T. ARAKI

Synopsis :

In this paper, authors discussed the traditional method of calculation for energy loss due to cross-sectional expansion. Then, for the calcution of energy loss in a case of abrupt expansion of breadth in an open channel, authors theoretically obtained new equations which agreed with experimental results. Moreover, authors made clear some interesting hydraulic characteristics for such expansion.

要　旨

本文は開水路断面急拡による損失水頭を計算する従来の方法を検討し，水路幅が急拡する場合について，新に損失水頭を計算する公式を理論的に導き，実験結果と比較的良く一致することを示したものである。さらに本文において，水路幅急拡する場合の水理について 2, 3 の興味ある性質を明らかにした。

目　次

1. 緒　言……（1）
2. 従来の研究の検討……（2）
3. 損失水頭の理論……（3）
(1) 形状損失水頭公式の誘導……（3）
(2) 公式の検討……（5）
(a) 根の意義……（5）
(b) 近似計算図表……（6）
4. 実験的研究……（6）
(1) 概　説……（6）
(2) 断面拡大部の水面形……（6）
(3) 断面拡大部の後流領域……（7）
(4) 断面拡大部の流速分布……（10）
(5) 損失水頭……（11）
5. 理論と実験値との比較……（11）
6. 水路幅急拡部における損失水頭の計算法……（12）
7. 結　語……（13）

1. 緒　言

水路断面が拡大する場合には流れ方向に圧力が増加しこのため拡大角がある値以上になると流れは壁面より剝離する。この剝離面に沿って渦が発生する。流速分布も一様水路の場合に比べてかなり異る。また発生する渦や剝離面に沿う急勾配の流速分布のために壁面の摩擦損失以外に水頭損失（形状損失水頭と名づける）を生ずる。このように水路断面が拡大する場合には水流の剝離に伴って水理的にいろの問題を生ずる。

河川においては橋脚，水門，水制等の構造物による場合は勿論のこと，中洲や局所的凹凸，水路幅の変化等によって水路断面が拡大する場合が多い。したがって剝離を伴う水流について，その水理を明らかにすることは，河川構造物の設計に対しては勿論のこと，自然河川の粗度を求める場合にも必要である。しかしながら剝離を伴う水流については従来あまり研究がなされていない。損失水頭の問題を取ってみても，管水路については Borda-Carnot の計算法があるが，開水路については適当な方法がなく，Borda-Carnot の計算法で概算しているが，かなりの誤差を伴う，また形状損失と摩擦損失とを分離していないから，河川の粗度の問題を明らかにしていくには適当でない。

本文では断面拡大部の水理の中，矩形水路幅急拡による水頭損失の問題を取り扱い，摩擦損失と形状損失とを分離して形状損失を求める理論的計算法を求め，実験に

* 河川部・河川研究室・建設技官

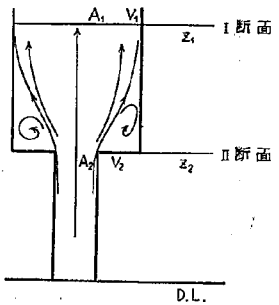
** 河川部・河川研究室・建設技官

よって良く適合することを検照したものである。

2. 従来の研究の検討

管水路断面急拡による損失水頭の問題は Borda-Carnotによって次のように取り扱われ，明らかにれている。

図—1 を参照して Ⅰ～Ⅱ 断面間の運動量方程式，エネルギー式，連続式はそれぞれ



図—1

$$Q\cdot\rho(V_2-V_1)=(P_1A_1-P_2A_2)+W(Z_1-Z_2)A_2 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$Z_2Z_1+\frac{P_2-P_1}{W}+\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}+h_l=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$A_1V_1=A_2V_2=Q \quad \cdots\cdots(3)$$

となる。

(1)，(2)，(3) 式より h_l を求めると

$$h_l=\frac{(V_1-V_2)^2}{2g} \quad \cdots\cdots(4)$$

(4) 式は Borda-Carnot の方程式と呼ばれ，実測値とかなり良く一致する。

開水路においても断面急拡による損失水頭は (4) 式で概算されているが，開水路においては自由表面を持っているため，管水路と同じようにはいかず，適当な近似を行って始めて (4) 式を導くことができる。図—2 に示すとおりの矩形水跡についてこれは調べてみる。

河床面にそっての剪断力を無視し，また Ⅰ，Ⅱ 断面の圧力が静圧分布に従うとすれば，Ⅰ～Ⅱ断面間の運動量方程式は

$$Q\rho(v_2-v_1)=\frac{\rho g}{2}b_2(h_1^2-h_2^2)+h_mb_2(z_1-z_2)\rho g \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに h_m は Ⅰ～Ⅱ 断面間の平均水深である。またエネルギー式は

$$z_2-z_1+h_2-h_1+\frac{v_2-v_1^2}{2g}+h_l=0 \quad \cdots\cdots(6)$$

であり，連続式は

$$b_1\cdot h_1\cdot v_1=b_2\cdot h_2\cdot v_2=Q \quad \cdots\cdots(7)$$

である。

(5) 式の h_m を近似的に $\frac{h_1+h_2}{2}$ で表わせば (5) 式は

$$Q\cdot\rho\cdot(v_2-v_1)=\rho\cdot g\cdot b_2(h_1-h_2)\frac{(h_1+h_2)}{2}+\rho\cdot g\cdot b_2\cdot(z_1-z_2)\frac{(h_1+h_2)}{2} \quad \cdots\cdots(8)$$

で書きかえ得る。

(8) 式を $\rho\cdot g\cdot b_2\cdot\frac{(h_1+h_2)}{2}$ で割れば

$$z_1-z_2+h_1-h_2=\frac{2h_2\cdot v_2(v_2-v_1)}{(h_1+h_2)\cdot g} \quad \cdots\cdots(9)$$

となる。

(9) 式を (6) 式に代入して

$$h_l=\frac{2h_2\cdot v_2(v_2-v_1)}{(h_1+h_2)\cdot g}+\frac{v_1^2-v_2^2}{2g} \quad \cdots\cdots(10)$$

を得る。すなわち開水路において水跡幅が急拡する場合の損失は河床面摩擦を無視しても Borda-Carnot の方程式のように簡単にはならず，(10) 式で与えられる。

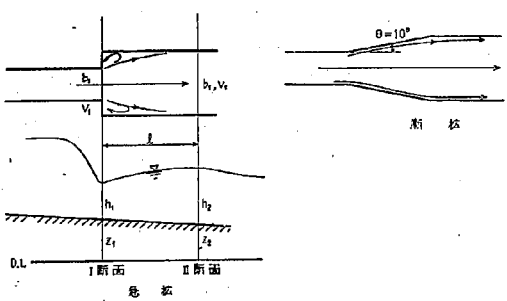
(10) 式において

$$\frac{2h_2}{h_1+h_2}=1+v$$

とおけば

$$h_l=\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}\left(1+\frac{2\overline{v_2}}{v_2-v_1}\cdot\varepsilon\right) \quad \cdots\cdots(11)$$

となり ε の項を Ⅰ に対して無視できる場合には Borda-Carnot の方程式と一致する。



図—2

実際に ε の項が Ⅰ に対してどの程度の値であるか 1 例を示すと表—1 のとおりであり，幅の拡大率が大きくなると比較的小さく無視することができる。

(6) 式の h_l が (4) 式で表わされるとしても，V_1 は未知の値であるので，直接計算し得ない。これを求めるために (4) 式の h_l を (6) 式に代入して，

$$z_1+h_1=z_2+h_2+\frac{v_2^2}{g}-\frac{v_1v_2}{g} \quad \cdots\cdots(12)$$

を得る。(7) 式より

表—1

b_1(cm)	b_2(cm)	γ	Q(l/sec)	v_1(cm/sec)	h_1(cm)	v_2(cm/sec)	h_2(cm)	ε	$\frac{5v_2}{v_2-v_1}\cdot\varepsilon$
20.5	56.7	0.360	5.0	26.05	9.36	8.88	9.95	0.030	−0.0311
30.3	56.7	0.534	10.0	28.87	11.43	14.58	12.09	0.027	−0.0551
37.0	57.1	0.648	10.0	39.66	6.82	23.48	7.46	0.045	−0.1306
43.0	5701	0.753	10.0	37.20	6.24	25.75	6.80	0.043	−0.1933
47.0	57.1	0.823	10.0	40.45	5.26	30.51	5.74	0.043	−0.2648

$$v_1=\frac{1}{\gamma}\frac{h_2}{h_1}\cdot v_2 \quad \text{ここに} \quad \gamma=b_1/b_2$$

であるので，これを (12) 式に代入して h_1 を求めると

となる。一方 (4) 式より

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{F_2^2}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{h_2}{h_1}-1\right)^2 \cdots\cdots((41$$

を得る。(13) 式を (14) 式に代入して

ここに

$$F_2=\frac{v_2}{\sqrt{gh_2}}$$

(15) 式は 2 断面の水理量と境界の次元とだけしか含んでいないので，何れも既知量であり容易に損失水頭を計算することができる。

(15) 式において F_2 の 4 乗の項は一般に小さい，また (z_1-z_2) の項が他の項に比して小さい場合にはこれをも省略して

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{F_2^2}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{2}{F_2^2+1\pm\sqrt{1+2F_2^2\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)}}\right)^2 \cdots\cdots (15)'$$

のように簡単となる。

(15) 式または (15)′ 式は 2 根を有し，分母の正符号，負符号に対するものがそれぞれ常流および射流に対する値である。根号の中が 0 となるすなわち

(15) 式において，

$$\left(\frac{z_1-z_2}{h_2}-1-F_2^2\right)^2-4\frac{F_2^2}{\gamma} \cdots\cdots (19)$$

(15)′ 式において，

$$1+2F_2^2\left(1-\frac{2}{\gamma}\right)=0 \cdots\cdots (16)'$$

を満足する時は解は 1 つとなる。これは 1 断面において限界水深が表われた時である。その時の損失水頭はそれぞれ

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{F_2^2}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{2}{F_2^2+1-\frac{z_1-z_2}{h_2}}-1\right)^2 \cdots\cdots (17)$$

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{F_2^2}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{2}{F_2^2+1}-1\right)^2 \cdots\cdots (17)'$$

で与えられる。(17)′ 式の F_2 と γ の間には (16)′ 式の関係があるから限界状態に対する損失水頭は γ だけで表明し得る。すなわち (16)′ 式と (17)′ 式とから

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{(\gamma^2-8\gamma+8)^2}{4\gamma(\gamma-2)(\gamma-4)^2} \cdots\cdots (18)$$

が得られる。

以上により，開水跡の水路幅が急拡する場合の損失水頭は，河床摩擦を無視し，さらに (11) 式の第 2 項を省略すれば Borda-Carnot の損失水頭で表わされ，これを計算に便利なように書きかえれば，(15) 式または (15)′ 式となることがわかった。

実際の流れにおいてはⅠ断面からⅡ断面まで水流が拡がるにはかなりの区間を必要とし，この区間における摩擦損失と形状損失とは同程度の大きさであるので，上の取り扱いにおいて河床摩擦を無視することはかなりの誤差を伴なう，また γ がⅠに対してそれ程小さくない場合には (11) 式の第 2 項はかなりの大きさの値であり，これを無視することはできない。

これらの点を補正して損失水頭を計算する著者等の方法を次に示す。

3. 損失水頭の理論

(1) 形状損失水頭公式の誘導

急拡水路の流れにおいては一様水路の場合と流速分布の形も異なり，摩擦損失と形状損失とを分離することは厳密には困難である。すなわちⅠ断面からⅡ断面まで流れが拡がるにはかなりの距離を必要とし，この区間における摩擦損失と形状損失とは同程度の大きさであり，しかも急拡の場合の摩擦損失と漸拡の場合の摩擦損失とが多少異ることが摩擦損失と形状損失との分離を困難にしているところである。

そこで著者等は形状損失を Ⅰ～Ⅱ 断面間の全損失水頭から剝離限界における摩擦損失を差し引いたものと定義した。剝離限界においては側壁に働く剪断力は 0 であり，摩擦損失は河床に働く剪断力によるものである。一方急拡の場合においては剝離に伴う渦と，横断方向における急勾配の流速分布による損失が剝離限界の場合に比べて余分に加はるが，河床面に働く剪断力は剝離限界の場合とそれ程変らず形状損失についての上の定義は妥当であると考えられる。

図—2 を参照して，Ⅰ断面からⅡ断面間の運動量方程

式とエネルギー式を書けば

剝離限界
$$\left.\begin{aligned} &z_1+h_1\alpha\frac{v_1^2}{2g}=z_2+h_2+\alpha_2\frac{v_2^2}{2g}+h_{lr} \quad\cdots\cdots(19)\\ &\frac{wh_1^2b_1}{2}+\rho\eta_1v_1^2b_1h_1=\frac{\omega h_2^2b_2}{2}+\rho\eta_2v_2^2b_2h_2\\ &\int_{\mathrm{I}}^{\mathrm{II}}b\tau dx-\rho gi\,V-\frac{\omega}{2}(b_2-b_1)\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(20)$$

急　拡
$$\left.\begin{aligned} &z_1+h_{1\alpha}\alpha_1\frac{v_{1\alpha}^2}{2g}=z_2+h_2+\alpha_2\frac{v_2^2}{2g}+h_{lr}+h_l \quad\cdots\cdots(21)\\ &\frac{\omega h_{1\alpha}^2b_2}{2}+\rho\eta_1v_{1\alpha}^2h_{1\alpha}=\frac{\omega h_2^2b_2}{2}+\rho\eta_2v_2^2b_2h_2+\\ &\int_{\mathrm{I}}^{\mathrm{II}}b\tau dx-\rho gi\,V \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(22)$$

ここに　z：水路床の基準面よりの高さ
h：水深　v：流速　b：断面幅
α,η：流速分布の補正係数
h_{lr}：摩擦損失水頭，h_l：形状損失水頭
τ：床面に働く剪断力
V：Ⅰ～Ⅱ 断面間の水流部分の容積
V'：Ⅰ～Ⅱ 断面間の水の容積

(20) および (22) 式の右辺第3項は Ⅰ～Ⅱ 断面間に働く摩擦力，第4項は Ⅰ～Ⅱ 断面間の流体に働く重力の x 方向の分力であゐ。(20) 式の最後の項は側壁に働く水圧の x 方向の分力であり，近似的に Ⅰ～Ⅱ 断面の水深の平均値に対応するものを取った。また (20) 式および (22) 式の V, V' は近似的に次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} V&=\frac{b_1h_1+b_2h_2}{2}\cdot l\\ V'&=\frac{h_{1\alpha}+h_2}{2}b_2l\\ V'&=V+\Delta V \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(23)$$

とおけば

$$\Delta V=\frac{h_{1\alpha}b_2-h_1b_1}{2}\cdot l \quad\cdots\cdots(24)$$

次に
$$\frac{b_1}{b_2}=\gamma,\quad \frac{h_1b_1}{h_2b_2}=\beta',\quad \frac{h_{1\alpha}b_1}{h_2b_2}=\beta \quad\cdots\cdots(25)$$

とおけば

$$\left.\begin{aligned} b_1&=\gamma b_2,\quad h_1=\frac{\beta'}{\gamma}h_2,\quad h_{1\alpha}=\frac{\beta}{\gamma}h_2\\ v_1&=\frac{1}{\beta'}v_2,\quad v_{1\alpha}=\frac{1}{\beta}v_2 \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(26)$$

(19), (21) 式に (26) 式を代入して形状損失を次のように書き表わすことができる。

$$h_l=h_{1\alpha}+\alpha_1\frac{v_{1\alpha}}{2g}-\left(h_1+\alpha_1\frac{v_1^2}{2g}\right)$$
$$=\frac{v_2^2}{2g}\left\{\frac{2}{F_2^2\gamma}(\beta-\beta')+\alpha_1\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\beta'^2}\right)\right\}\quad\cdots\cdots(27)$$

または

$$\frac{h_l}{h_2}=\frac{1}{2}F_2^2\left\{\frac{2}{F_2^2\cdot\gamma}(\beta-\beta')+\alpha_1\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\beta'^2}\right)\right\}\quad\cdots(27)'$$

ここに Weisbach の表現にしたがって

$$h_l=\zeta\frac{v_2^2}{2g}\quad\cdots\cdots(27)''$$

の形で表わすと，

$$\zeta=\left\{\frac{2}{F^2\cdot\gamma}(\beta-\beta')+\alpha_1\left(\frac{1}{\beta^2}-\frac{1}{\beta'^2}\right)\right\}\quad\cdots\cdots(28)$$

次に β,β' を γ, F_2 の既知量によって表わす。

(19) 式を書きなおせば

$$z_1+\frac{\beta'}{\gamma}h_2+\frac{\alpha_1v_2^2}{7g\cdot\beta'^2}=z_2+h_2+\frac{\alpha_2v_2^2}{2g}+h_{lr}$$

となり，さらに

$$\beta'^3-\left(\frac{\alpha_2\cdot F_2^2}{2}-\frac{z_1-z_2}{h_2}+\frac{h_{lr}}{h_2}\right)\gamma\beta'+\frac{\alpha_1\gamma F_2}{2}=0 \quad\cdots\cdots(29)$$

のように β' に関する3次式となる。

$$\alpha=-\left(1+\frac{\alpha_2\cdot F_2^2}{2}-\frac{z_1-z_2}{h_2}+\frac{h_{lr}}{h_2}\right)\cdot\gamma \quad\cdots\cdots(30)$$

とおけば (29) 式は

$$\left(\beta'+\frac{a}{3}\right)^3-\frac{a^2}{3}\left(\beta'+\frac{a}{3}\right)+\frac{2a^3}{27}+\frac{\alpha_1\cdot\alpha F_2^2}{2}=0 \quad\cdots\cdots(31)$$

となる。

$$\left.\begin{aligned} p&=\frac{a^2}{3}\\ \pm q&=\frac{2a^3}{27}+\frac{\alpha_1\cdot\gamma\cdot F_2^2}{2} \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(32)$$

とおけば (31) 式の解は

$$\left(\frac{1}{3}p\right)^3>\left(\frac{1}{2}q\right)^2$$

に対して

$$\left.\begin{aligned} \beta_1'&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{1}{3}p}\cos\frac{\varphi}{3}\\ \beta_2'&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{1}{3}p}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+120°\right)\\ \beta_3'&=-\frac{a}{3}\mp2\sqrt{\frac{1}{3}p}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+240°\right) \end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(33)$$

ただし
$$\cos\varphi=\left|\frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{3}p\sqrt{\frac{1}{3}p}}\right|\qquad \varphi\leqq\frac{\pi}{2}$$

となる。(33) 式は

$$\gamma,\ F_2,\ \frac{z_1-z_2}{h_2},\ \frac{h_{lr}}{h_2}$$

を知れば計算し得る。これらの量の中 h_{lr}/h_2 以外は容易に知り得る。h_{lr}/h_2 は前以って容易に知り得ないから剝離限界の断面に対して不等流計算を行うか，適当に仮定するかによる。不等流計算を行えばⅠ断面の水位したがって β' は (33) 式によらずに求めることができるか

ら，(33) 式によって便利なのは ht_r/h_2 の項が省略し得る場合である。実際に $h't_r/h_2$ の値はIに対して非常に小さく，

$$-\frac{z_1-z_2}{h_2}$$

とは相殺する場合が多いので，このような場合にはこの2項を省略することによって生ずる誤差は比較的小さい，すなわち

$$a=-\left(1+\frac{\alpha_1 F_2^2}{2}\right) \cdots\cdots (30)'$$

として (32) 式，(33) 式に代入して比較的精度よく β' を求めることができる。

次に β を求めるに，

(20) 式および (22) 式を書きなおせば，それぞれ

$$h_1^2 b_1+\frac{2v_1^2}{g}b_1h_1\eta_1=h_1^2b_2+\frac{2v_2^2}{g}b_2\cdot h_2\cdot\eta_2+\frac{2}{\rho g}\int_1^{II} b\cdot\tau dx-2iV-(b_2-b_1)\cdot\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)^2 \cdots\cdots (34)$$

$$h_{1a}\cdot b_2+\frac{2v_{1a}^2}{g}b_1\cdot h_{a1}\cdot\eta_1=h_2^2\cdot b_2+\frac{2v_2^2}{g}\cdot b_2\cdot h_2\cdot\eta_2+\frac{2}{\rho g}\int_1^{II} b\cdot\tau dx-2i\Delta V \cdots\cdots (35)$$

となる。(34) 式と (35) 式より

$$h_{1a}^2\cdot b_2-h_1^2b_1+\frac{2b_1\eta_1}{g}(v_{1a}^2h_{1a}-v_1^2h_1)=-(z_1-z_2)(h_{1a}b_2-h_1b_1)+(b_2b_1)\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right)^2 \cdots\cdots (36)$$

(36) 式に (26) 式の関係を係を代入して β, β' に関する関係として

$$\beta^3=\frac{(z_1-z_2)}{h_2}\gamma\beta^2-\left\{\frac{(1-\gamma)(\gamma+\beta')^2}{4}+\frac{(z_1-z_2)\gamma^2}{h_2}\beta'+\frac{2\eta_1F_2^2\cdot\gamma^2}{\beta'}+\gamma\beta'^2\right\}\beta+2\eta_1F_2^2\cdot\gamma^2=0 \cdots\cdots (37)$$

を得る。ここに

$$\left.\begin{aligned}&\frac{(z_1-z_2)\gamma}{h_2}=a'\\&-\left\{\frac{(1-\gamma)(\gamma+\beta')^2}{4}+\frac{(z_1-z_2)\gamma^2\cdot\beta'}{h_2}\right.\\&\left.+\frac{2\eta_1F_2^2\cdot\gamma^2}{\beta'}+\gamma\beta'^2\right\}=b'\\&2\eta_1\gamma^2\cdot F_2^2=c'\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (38)$$

とおけば，(37) 式は

$$\left(\beta+\frac{a'}{3}\right)^3+\left(\beta+\frac{a'}{3}\right)\left(b'-\frac{a'^2}{3}\right)+\frac{2a'^3}{27}-\frac{a'b'}{3}+c'=0 \cdots\cdots (39)$$

となる。

$$\left.\begin{aligned}&p'=-b'+\frac{a'^2}{3}\\&\pm q'=\frac{2a'^3}{27}-\frac{a'b'}{3}+c'\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (40)$$

とおけば (39) 式の解は

$$\left(\frac{1}{3}p'\right)^3>\left(\frac{1}{2}q'^2\right)$$

に対して

$$\left.\begin{aligned}\beta_1&=-\frac{a'}{3}\mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'}\cos\frac{\varphi}{3}\\\beta_2&=-\frac{a'}{3}\mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+120°\right)\\\beta_3&=-\frac{a'}{3}\mp 2\sqrt{\frac{1}{3}p'}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+240°\right)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (41)$$

ただし

$$\cos\varphi=\left|\frac{\frac{1}{2}q_1}{\frac{1}{3}p'\sqrt{\frac{1}{3}p'}}\right| \qquad \varphi<\frac{\pi}{2}$$

となる。

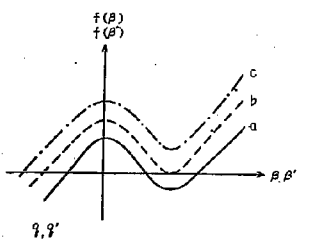
下流条件および境界条件が与えられると (33) 式により β' を求め，これを (41) 式に代入して β を求め得る。これらの β', β を (27) 式に代入して形状損失を求め得る。

(2) 公式の検討

(a) 根の意義

(33) 式および (41) 式の第2項は (32) 式，(40) 式の q', q の符号の正，負に従って，負，正の符号を取る。

また (29) 式または (37) 式は図—3 に示すとおり a, b, c 3曲線の何れかによって表わされる。または q' の正負によって (33) 式または (41) 式の第1式は負から正へ，第2式は正から負へ変り両式が同符号になることはない。第3式は q, q' の正負に無関係に常に正根であるが，第1式または第2式から求まる正根よりもその値は小さい。したがって a 曲線に示すように3根の中1つは常に負の値でこれは意味をなさない。他の大小2根はそれぞれ常流および射流に対する解である。



図—3

b 曲線は正の2根が一致した場合で，I断面の水温が限界水深になっていることを意味する。このことは次のようにして証明することができる。

$$\beta_1'\ (\text{又は}\ \beta_2')=\beta_3' \quad \therefore\ \varphi=0$$

$$\cos\varphi=\left|\frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{3}p\sqrt{\frac{1}{3}p}}\right|=1$$

$$\frac{1}{2}q=\pm\frac{1}{3}p\sqrt{\frac{1}{3}p}$$

上式に (32) 式を代入して整理すると

$$\frac{\alpha_1\cdot\gamma F_2^5}{4}=-\frac{2a^3}{27}$$

を得る。(30) 式において

$$\left(-\frac{z_1-z_2}{h_2}+\frac{h_{1r}}{h_2}\right)=0$$

とすると

$$a=-\left(1+\frac{\alpha_2F_2^5}{2}\right)\gamma \quad \cdots\cdots (30)'$$

となる。(42) 式と (30)′ 式より

$$\frac{2}{3}\left(1+\frac{\alpha_2F_2^5}{2}\right)=\alpha_1^{\frac{1}{3}}F_2^{\frac{2}{3}}\cdot\gamma^{-\frac{2}{3}} \quad \cdots\cdots (43)$$

となる。また $\varphi=0$ の条件により (33) 式の $\beta_2'(=\beta_3')$ は

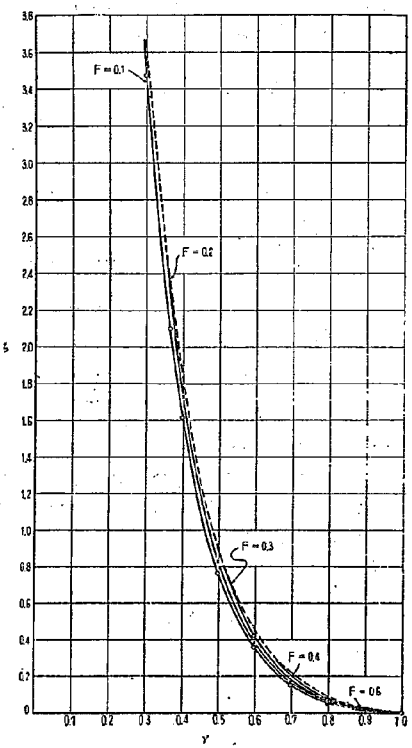
$$\beta_2'=-\frac{2}{3}a=\frac{2}{3}\left(1+\frac{\alpha_2F_2^5}{2}\right)\cdot\gamma \quad \cdots\cdots (44)$$

(43) 式と (44) 式より

$$\beta_2'=\gamma^{\frac{1}{3}}F_2^{\frac{2}{3}}\alpha_1^{\frac{1}{3}} \quad \cdots\cdots (45)$$

(45) 式を I 断面の条件で書きなをせば

$$\frac{b_1h_1}{b_2h_2}=\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\frac{1}{3}}\left\{\frac{b_1h_1}{b_2h_2}\frac{v_1}{\sqrt{gh_2}}\right\}^{\frac{2}{3}}\alpha_1^{\frac{1}{3}}$$



図—4

これを整理すると

$$\frac{v_1}{\sqrt{gh_1}}=\frac{1}{\alpha_1^{\frac{1}{3}}} \quad \cdots\cdots (46)$$

となり，I 断面において限界水深が生じていることがわかる。

次に図—3 の c 曲線は正根となり，これは I～II 断面において跳水現象が起っていることを意味し，その時の I 断面の水深はその断面において規定されて，下流断面の条件に無関係である。

(b)　近似計算図表

形状損失の計算式において，近似的に

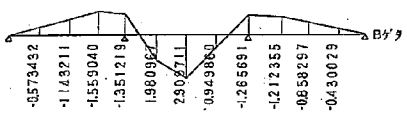
$$\frac{z_1-z_2}{h_2}=0,\quad h_{1r}=0,\quad \alpha_1=\alpha_2=10$$

とおける場合には形状損失を表わす係数 ζ は γ と Froude 数のみの関数となるから，予め計算図表を作っておくことができて便利である。この関係は図—4 に示すとおりであり，ζ は γ によってほぼ定まり，さらに Froude 数によって多少変化する。なお図—4 に示す点線は公式適用の限界である。これは図—3 の b 曲線に対応するもので，その条件は $\cos\varphi=1$ によって表わされる。

4.　実験的研究

(1)　概　説

実験に用いた水路は図—5 に示すとおり，長さ 20 m，幅 57 cm，深 40 cm，勾配 1/1,000 の矩形断面の木製水路である。水路の上流端から 5.5 m～7.5 m の区間の



図—5　実験水路

水路幅を狭め，これを水路幅 57 cm に拡大させた，Δb をいろいろ変化させて拡大率 γ を変え，また拡大角 θ もいろいろ変えている。$\theta=90°$ の場合が上に述べた断面急拡に相当する。

断面が狭くなる流入部はベルマウスとし縮流の影響をなくした。

水路の粗度は木製のままとしたものとラッカーで 2 mm の砂を張り付けたものと 2 種類変えた。

実験の種類および実測資料は表—2 に示すとおりである。

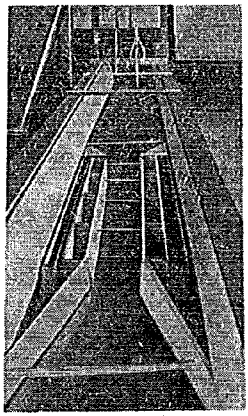
(2)　断面拡大部の水面形

拡大部においては流速水頭が圧力水頭に移り変るため水位は下流に行くにつれて増加する。この変換は急激におこるのではなく，かなりの距離を必要とする。図—6 は拡大角 θ をいろいろ変えた場合の水面形である。同図より θ が 10°～15° 附近において水面の回復が最も早く

表—2 実 測 資 料

γ	n	Q	h_1	h_{1a}	h_2	h_d	h_i	ζ
		l/sec	cm	cm	cm	cm	cm	
0.360	0.010	5.0	6.30	6.59	8.47	0.06	0.22	3.97
	〃	〃	7.32	7.55	9.30	0.07	0.19	4.13
	〃	〃	8.36	8.52	10.24	0.04	0.15	3.97
	〃	〃	9.44	9.59	11.23	0.04	0.13	4.15
	0.014	〃	12.14	12.24	12.80	0.05	0.09	3.71
	〃	〃	10.79	10.87	11.44	0.01	0.08	2.63
	〃	〃	9.19	9.36	9.95	〃	0.16	3.98
	〃	〃	8.32	8.52	9.15	0.00	0.18	3.82
	〃	〃	7.37	7.56	8.27	0.03	0.25	4.28
	〃	〃	6.74	7.04	7.74	0.06	0.24	3.62
0.534	0.010	5.6	7.92	7.96	8.52	0.02	0.04	0.732
	〃	〃	9.00	9.05	9.94	〃	0.05	1.171
	〃	7.5	7.63	7.78	8.49	〃	0.11	0.888
	〃	〃	7.07	7.25	8.09	〃	0.14	1.029
	〃	10.0	13.18	13.25	13.91	〃	0.06	0.732
	〃	〃	12.80	12.87	13.52	0.03	〃	0.690
	〃	〃	11.33	11.41	12.10	〃	0.07	0.642
	〃	〃	10.11	10.24	10.94	0.05	0.11	0.828
	〃	〃	7.58	7.81	8.70	0.11	0.18	0.957
	〃	〃	6.44	6.80	7.90	0.13	0.21	0.827
	〃	12.5	10.42	10.62	11.46	0.03	0.16	0.847
	〃	〃	9.34	9.61	10.60	0.07	0.21	0.953
	0.014	5.0	8.54	8.57	9.09	0.01	0.05	0.969
	〃	〃	5.91	5.97	6.56	0.09	〃	0.550
	〃	7.5	9.34	9.45	10.04	0.00	0.10	1.04
	〃	〃	7.27	7.43	8.08	0.09	0.13	0.885
	〃	10.0	13.28	13.36	13.96	0.02	0.07	0.803
	〃	〃	12.56	12.63	13.26	0.01	0.06	0.619
	〃	〃	11.35	11.43	12.09	0.02	0.07	0.598
	〃	〃	10.31	10.44	11.10	0.04	0.12	0.870
	〃	〃	9.20	9.38	10.08	0.07	0.15	0.893
	〃	〃	8.02	8.25	9.04	0.11	0.18	0.861
	〃	〃	6.97	7.33	8.13	0.23	0.24	0.927
	〃	〃	6.36	6.74	7.67	0.29	0.22	0.759
0.648	0.010	10.0	8.63	8.69	9.23	0.05	0.05	0.272
	〃	〃	7.88	7.95	8.51	0.06	0.06	0.277
	〃	〃	6.86	7.01	7.64	〃	0.10	0.373
	〃	〃	6.28	6.45	7.15	0.09	0.11	0.360
	〃	〃	5.81	6.00	6.81	0.12	〃	0.327
	〃	〃	5.50	5.77	6.61	〃	0.14	0.390
	0.014	〃	10.17	10.21	10.74	0.02	0.04	0.274
	〃	〃	8.75	8.79	9.35	0.08	〃	0.208
	〃	〃	7.85	7.93	8.51	0.11	0.06	0.255
	〃	〃	6.71	6.82	7.46	0.19	0.08	0.263
	〃	〃	6.11	6.28	6.96	0.23	0.11	0.315
	〃	〃	5.53	5.77	6.47	0.32	0.14	0.343
0.753	0.010	10.0	9.12	9.14	9.56	0.03	0.02	0.117
		〃	9.14	8.16	8.61	0.04	〃	0.095
		〃	7.15	7.19	7.71	0.02	0.03	0.114
		〃	6.18	6.24	6.80	0.07	0.05	0.148
		〃	5.37	5.47	6.09	0.11	0.06	0.142
		〃	4.73	4.85	5.57	0.17	〃	0.119
		〃	9.96	9.98	10.37	0.02	0.02	0.138
		14.0	9.69	9.72	10.24	0.03	0.03	0.103
		18.0	9.41	9.47	10.16	0.12	0.05	0.102
		22.0	9.04	9.16	10.24	0.18	0.08	0.111
0.823	0.010	10.0	8.13	8.14	8.54	0.03	0.01	0.0466
	〃	〃	7.14	7.15	7.56	0.06	〃	0.0366
	〃	〃	6.10	6.13	6.53	0.11	0.02	0.0545
	〃	〃	5.22	5.26	5.74	0.15	0.03	0.0632
	〃	〃	4.55	4.64	5.15	0.23	0.04	0.0678
	〃	〃	4.21	4.32	4.91	0.26	〃	0.0616

θ がそれより小さくなっても，大きくなっても回復はおそくなることが分かる。θ が10°附近においては流れはほとんど壁面から剝離せず，断面が拡大し終った位置でほとんど水位は回復しているが，流速分布が一様水路の場合と異るため，なお多少下流まで影響が残っている。



写真—1 実験水路

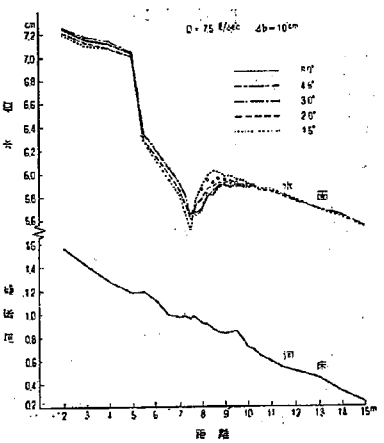
θ が10°より小さくなるにつれて水位の回復がおそくなるのは断面の拡大し終る位置が下流に移るためである。

θ が10°より大きくなって水位の回復がおそくなるのは次の理由による。θ が大きくなると流れは壁面から剝離し後流領域が発生する。この後流領域と流れとの境界線は10°よりゆるやかであるので水位の回復は10°の場合よりもおそくなる。

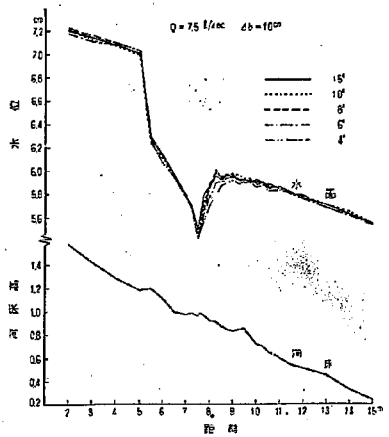
θ が30°以上になると水面形は急拡の場合とほとん同じである。これは θ が30°以上になると後流領域の大きさ，流速分布など拡大部の水理量が θ に無関係に定まることを表わしている。

(3) 断面拡大部の後流領域

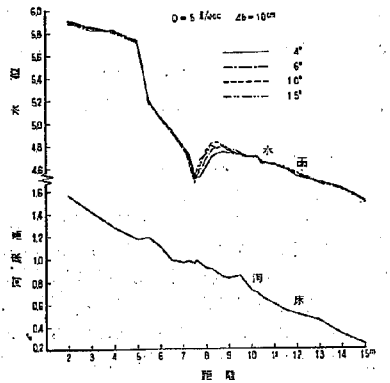
断面拡大部においては流線が壁面から剝離し，非常にゆるやかな後流を生ずる。この後流と順流との境界面に沿って生ずる渦のために境界は非定常的で非常に不安定である。したがって領域の形状を求めることは困難であるので先づ領域の長さを求めることとし，簡便な方法として棒の先に 2~3 cm の細い糸を取りつけ，水中でこの糸が流される方向が順逆平均する点を側壁に沿って求



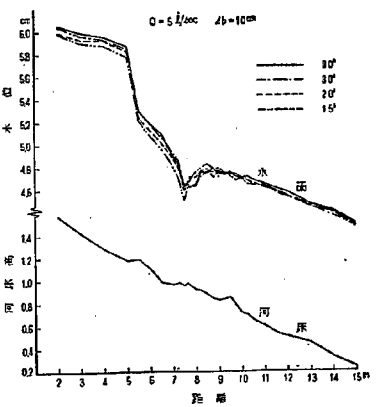
図—8 (a) 1



図—6 (a) 2



図—6 (b) 1



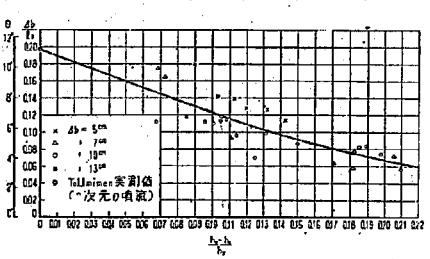
図—6 (b) 2
断面拡大部の水面形

表—3　後流領域の長さ・水位回復の長さ

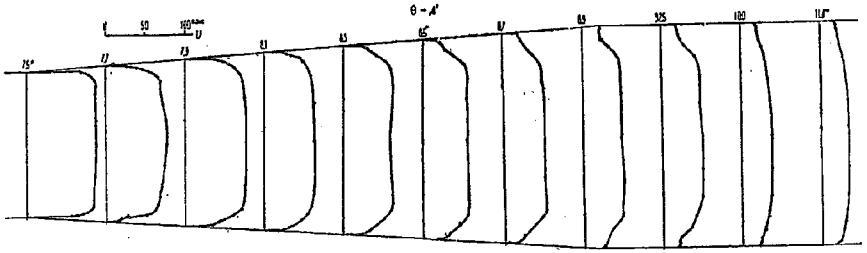
Δb cm	Q l/sec	h_1 cm	h_2 cm	l_D 長 cm	l_D 短 cm	l_D 平均 cm	l_a cm
10	5	2.87	3.28	220	66	143	300
〃	10	4.97	5.85	168	63	116	350
〃	〃	4.50	5.55	174	64	119	350
〃	〃	4.09	4.51	210	〃	〃	500
〃	15	7.06	8.12	131	72	102	300
〃	20	6.96	8.54	177	64	121	450
〃	〃	9.66	10.79	115	62	89	300
〃	25	10.77	12.02	105	65	85	300
〃	〃	7.81	9.73	205	65	135	500
〃	2.5	2.48	2.66	90	90	90	275
〃	5.0	3.67	4.08	110	70	90	275
〃	7.5	4.69	5.29	135	75	105	275
7	5	2.64	3.23	111	67	89	250
〃	10	3.87	4.67	112	107	110	300
〃	15	4.85	5.93	171	69	120	650
〃	20	6.06	7.63	127	67	97	350
〃	25	6.80	8.61	176	70	123	350
〃	5	3.81	4.09	40	40	40	125
〃	10	5.63	6.07	50	35	43	125
〃	20	7.84	8.82	75	75	75	200
5	5	2.92	3.29	37	35	36	100
〃	10	4.35	4.94	40	38	39	150
〃	15	5.47	6.38	46	42	44	〃
〃	20	6.75	7.79	40	39	40	〃
〃	25	1.93	8.99	43	42	43	〃
13	2	2.19	2.38	80	65	73	300
〃	2.5	2.43	2.71	95	90	93	300

めた後流領域の長さは左右対称でないので，左右両岸について求めた。結果を表—3 に示す，同表の l_a は水位が回復するに必要な長さである。

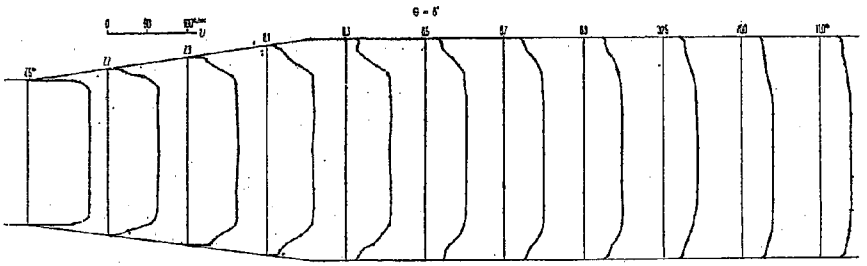
水路幅が拡大する場合の流線の拡大の現象は角からの噴出流[1]のかく散の現象と類似である。2 次元の場合の噴出角は Tollmien によれば 11°10′ であるが，本文の場合の実測の拡大角はそれよりもかなりゆるい，Tollmien の実験と今の場合との最も大きな違いは後者が流れ方向に圧力勾配のあることと，側壁を有することである。$\theta=30°$ 以上においては流れ方が全く同じであることから側壁の影響はないものと考え，噴出角よりもゆるやかになるのは圧力勾配の影響であると考えた。そこで圧力勾配の指標として下流断面と上流断面との水深差を下流断面の水深で割って無次元化した値 h_2-h_1/h_1 を取



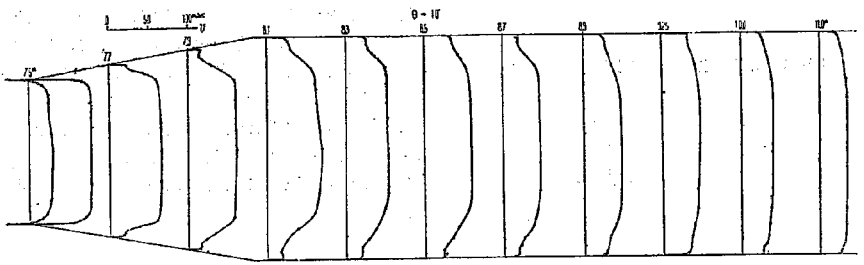
図—7　後流領域の長さ



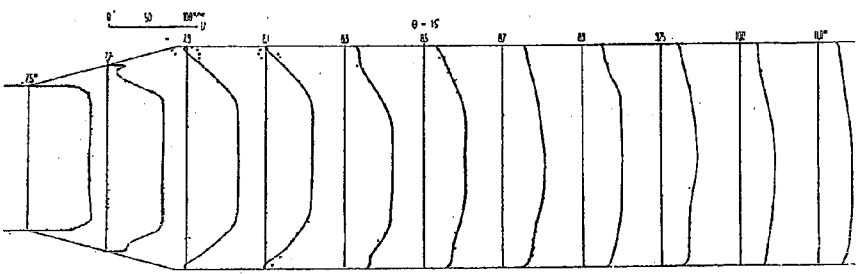
図—8 (a)



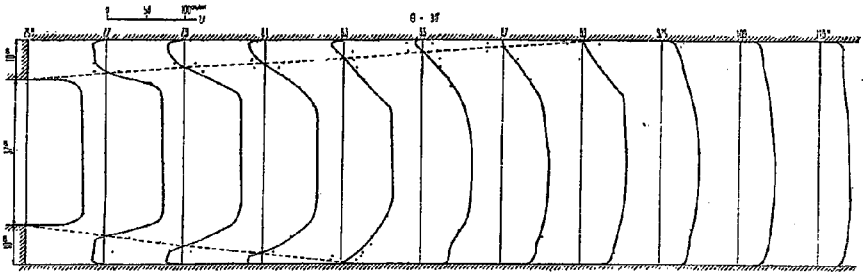
図—8 (b)



図—8 (c)

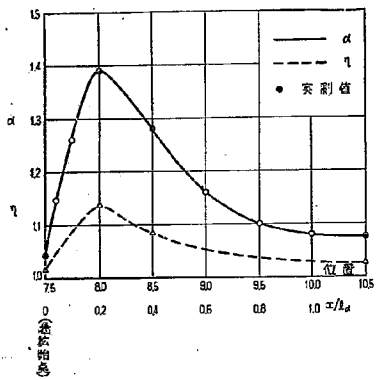


図—8 (d)



図—8　(e)

図—8　断面拡大部の流速分布



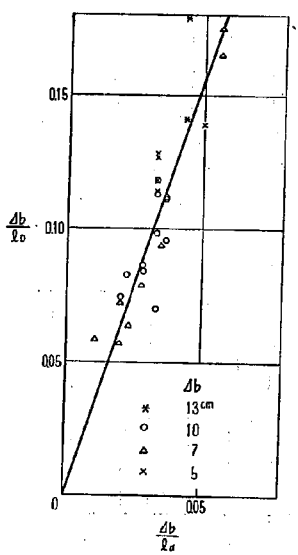
図—9　断面急拡部の流速分布の補正係数

り，これと $\Delta b/l\Delta$ との関係を調べると図—7 のとおり $\Delta b/l_D$ は h_2-h_1/h_2 の函数として表わされ，h_2-h_1/h_2 が減少するにつれて $\Delta b/l_D$ は大きくなり，$h_2-h_1/h_2=0$ となるにつれて Tollmien 実測値 $\Delta b/l_D=0.197$（角度 11°10′）に近づくもののように思われる。

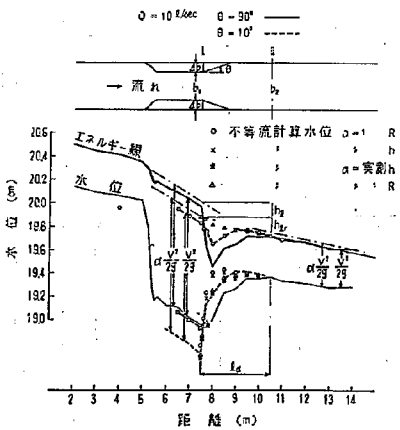
（4）　断面拡大部の流速分布

断面拡大部の流速分布は一様水路のそれとはなはだ異る。図—8 は拡大角が 4°，8°，10°，15°，90°（急拡）のそれぞれの場合について水面下 1 cm（水深約 10 cm）のところをピトー管で測った流速分布である。拡大角の増大とともに壁面附近の流速分布はやせた形となり，10° 附近において流線は剝離限界となっていることが分る，急拡の場合は後流領域が生じており，後流領域と流れとの境界は非常に大きな速度勾配となっている。これは急拡部において形状損失水頭の生ずる原因であると考えられる。(3)

急拡については以上の他に 4 断面において断面内で細かく流速分布を測り，後流領域を除いた部分についての流速の分布の補正係数 α，η を求めた。結果は図—9 に



図—10



図—11

示すとおりである。α の実測以外の点は水位と流れのある部分の水路幅の実測値を用いて，滑らかに結んだ実測エネルギー水位になるように計算により求めたものである。

α，η は断面急拡始点より下流に急激に増大し，漸次下流に向って減少していくことがわかる。後流領域の末端においては未だ α,η ははかなり大きな値であり，α，η が十分に減少して一様となる点は後流領域の末端よりかなり下流である。したがって水位は後流領域の末端においてはまだ十分に回復せず，α が一様となる点に到って始めて回復する。急拡始点から α が一様となる迄の距離と後流領域の長さとの関係は図—10 に示すとおり l_a は l_D の 3 倍程度である。

(5) 損失水頭

実測の結果，水路幅拡大部の全損失水頭は $\theta=10°$ 附近が最小であり，θ がこれよりも小さくても損失水頭は増加する。$\theta=1.0°$ における損失水頭は摩擦のみによると考えられるが，これを調べるために不等流計算による水面形と実測の水面形とを比較する。図—11 に示すとおり両者は良く一致し，上記の事実が成立していることを知り得る。不等流計算に際して，粗度係数は，一様水路で求めたものと同じ値とした。流速分布は一様水路の場合と非常に異っているので流速分布の補正係数は実測値を使用した。なお流速分布の補正係数は実速によって始めて明らかとなり，予め正確に推定することは困難である。したがって補正係数の違いによって計算値がはなはだしく異ってきたのでは実用上不便である。補正係数の違いによって，計算値がどの程度違ってくるかを調べるために $\alpha=1.0$ とした場合の計算も行った。図—11 に示すとおり，$\alpha=1.0$ として計算した水位は I 断面と II 断面の中間においては実測値よりも多少高くなるが，II 断面においては実測値とほぼ等しくなる。したがって $\alpha=1.0$ として計算を行っても損失水頭に対しては実際と大きな差異を生じない。

断面急拡の場合の I 断面水位は $\theta=10°$ の場合よりは高い，(図—11) この違いを形状による損失水頭と考えることができる。

拡大角 θ と形状損失との関係は図—12 のとおりである。ある角 θ の場合の形状損失係数 [(27)′式] と $\theta=90°$ の場合の $\zeta_{90°}$ の比は図—12 に示すとおりである。

Gibson[3] は管水路について断面拡大による損失水頭について実験をおこない，損失水頭を

$$h_t=\zeta\frac{(v_1-v_2)^2}{2g} \quad \cdots\cdots(47)$$

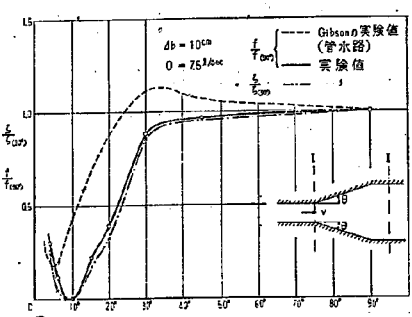
で表わし，$f/f_{90}\sim\theta$ について同図のような関係を得ている。比較のために著者等の実測値についてもそれと同様な整理をして同図に示した。

拡大角と損失水頭との関係は管水路と開水路とほぼ同様であるが，損失水頭の最小となる角度は管水路において $\theta=5°$ であるに対し開水路においては $\theta=8°\sim10°$ であり，多少大きい。また $\theta=30°$ 以上の形状損失水頭は急拡の場合とほぼ等しい，このことは $\theta=30°$ 以上においては後流の大きさがほぼ等しく，したがって流速分布水面形がほぼ同じであることによる。

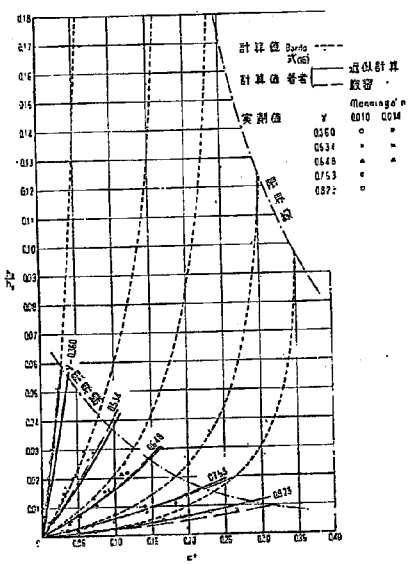
$\theta=30°$ 以上の流れが急拡の場合とほぼ同じであることから断面変化の激変区間を設置する場合に $\theta=30°$ 以上にすることは無意味であることが言える。また $\theta=30°$ 以上の拡大部に対する損失水頭は 3 節に述べた急拡の場合の公式によって求めることができる。

5. 理論と実験値との比較

断面急拡部の形状損失水頭に関する著者等の計算式と



図—12　形状損失係数と拡大角との関係



図—13

実験値とを比較すると図—13 のとおりである。Bordaの計算式も同図に示す，

同図の h_l/h_2 は形状損失水頭を下流水深で割って無次元化したもので，(27)′ 式で計算される。(27)′ 式の β，β' 図前記のとおり，それぞれ (33) 式，(41) 式により求め得る。

図—13 に示した厳密計算とは (33) 式，(41) 式を何の省略もせず計算したもので，同じく近似計算とは z_1-z_2/h_2，h_{lr} を省略し，$\alpha_1=\alpha_2=1.0$ としたものである。近似計算は計算が非常に簡単であり，また図—4 に示した近似計算図表から直ちに読み取ることができる。

図—13 より次のことが明らかとなった。

(a)　実測値と計算値とは良く一致する。

(b)　近似計算は厳密計大きな差異を生ぜず，近似計算によっても十分な結果を得られる。

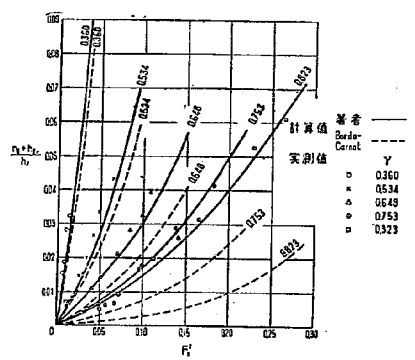
(c)　河床の粗度が変化しても形状損失は変化しない。したがって形状損失と摩擦による損失は十分に分離しうる。

(d)　Borda の計算式 (15)′ 式による値は γ が 10 に近く F_2 の大きい値に対しては，実測値に対して過大となる。

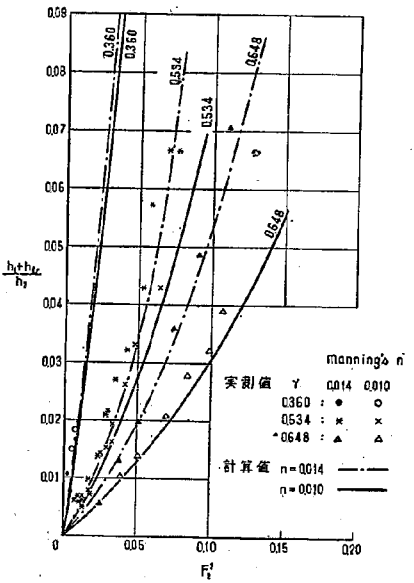
(e)　図—13 の実測値の上限は限界状態に近い状態に近い状態にあったが，著者等の限界線はこれとほぼ一致する。一方 Borda 式による限界線はこれと非常に異なり，限界値に対しても著者等の式の方が優れていることがわかる。

(f)　h_l/h_2 は F_2^5 にほぼ直線比例で増加する。しかし F_2 の大きい範囲に対しては直線比例よりも多少増え方が大きい。h_l/h_2 が F_2^5 に比例することは形状損失が γ のみによって定まることであるので，上の事実より形状損失は γ のみによって定まり，F_2 によって多少変化することを知り得る。

次に Ⅰ～Ⅱ 断面間の全損失水頭の計算値と実測値とを比較すると図—14 のとおりである。



図—14 (1)



図—14 (2)

同図の h_l+h_{lr}/h_2 は全損失水頭を下流水深で割つて無次元化したものである。全損失水頭の計算値は 10° の場合の摩擦損失の計算値と形状損失水頭の計算値との和である。

同図に Borda-Carnot の式 (15)′ による計算値も入れた。ただし Borda-Carnot の式より求めたものには摩擦損失を加えてない。図—14 より次のことが考察される。

(a)　著者の理論式と実測値とはよく一致する。

(b)　Borda-Carnot 式は実測値と非常に大きな差異を生ずる。特に γ が 1 に近い時はその差異は大きく，γ が小さくなるにつれて，すなわち摩擦損失に比して形状損失が大きくなるにつれて実測値と一致する。

$\gamma=0.36$ では Borda-Carnot 式はほぼ実測値と一致する。

6.　水路幅急拡部における損失水頭の計算法

水路幅急拡部における損失水頭の計算法を要約して次に示す。

与えられる条件

(1)　河床勾配，水路幅，水路幅の拡大率

$$\gamma\left(=\frac{\text{上流幅}}{\text{下流幅}}\right)$$

(2)　流　　量

(3)　水路の粗度係数

計　算　法

(1)　水路の拡大角 $\theta=10°$ の場合を仮定して不等流

計算を行い上流断面の水位を求める。不等流計算に当っては $\alpha=1.0$ としても大差なり。

(2) 下流断面（Ⅱ断面）の位置を求めなければならないが，その方法は次の通りである。

(a) (1) により h_2-h_1/h_2 を求め，図—7 の関係を利用して，後流領域の長さ l_D を求める。

(b) 水位の回復する距離 l_a は図—17 により

$$l_a=3.0\,l_D$$

である。水位の回復する地点をⅡ断面とする。

(3) Ⅱ断面における Froude 数 F_2 を求め，(38) 式により a', b', c', さらに (40) 式により p', q' を計算する。計算に際して β' が必要であるが (1) の不等流計算の結果よりこれを求める。

(4) $\cos\varphi=\left|\dfrac{\frac{1}{2}q'}{\frac{1}{3}p'\sqrt{\frac{1}{3}p'}}\right|$ より φ を求める。

$\cos\varphi>1$ の場合には

Ⅰ断面に支配断面が現われており，，本文に示したような計算は適用されないが，水深は一義的に定まるので容易に求めることができる。

$\cos\varphi<1$ の場合には

(41) 式により β_1,β_2,β_3 を求めることができる。この際 1.0 に近い方の正相が求める常流解である。

(5) β が求まればⅠ断面の水位は容易に求めることができる。

(6) F_2, γ, β', β を知れば (27)′ 式により形状損失水頭を求めることができ，これに (1) によって求めた摩擦損失水頭を加えて，全損失水頭を求め得る。

以上の計算を次のとおり簡便化することができる。

(1) Ⅱ 断面の位置の求め方

$\theta=4°$ の長さを l_D とし $l_a=3l_D$ により水位の回復する位置，すなわちⅡ断面を求める。

(2) Ⅱ断面からⅠ断面までの摩擦損失水頭として近似的に同じ長さにおける一様区間の摩擦損失水頭を取る。

(3) 形状損失水頭を近似的に図—4によって求める。

(4) 摩擦損失水頭と形状損失水頭を加えて全損失水頭を求める。

7. 結　語

以上述べてきた所を要約して示すとつぎのとおりである。

(1) 開水路水路幅急拡部における損失水頭は河床面摩擦を無視しても Borda-Carnot の方程式のように簡単にはならず，(11) 式に示すように上流及下流断面の水深・流速に関係する補正項がつく。

(2) (11) 式の形は開水路においては，未知量である上流断面の水理量を含んでいて計算には不便であるので下流断面の水理量のみによって書き表わすと (15) 式のようになる。

(3) 図—13 に示すとおり，(15) 又は (15)′ 式は γ が 1.0 に近く，F_2 の比較的大きい範囲に対しては実測値に比べて比較的大きな誤差を生ずるが，γ が小さい範囲に対しては比較的よくあい，この範囲に対しては (15) 又は (15)′ 式により形状損失を求めてよい。

(4) 断面急拡部の損失水頭には形状損失水頭と摩擦損失水頭があり，両者がほぼ同じ程度の大きさであるので，(15) 式又は (15)′ 式によるものを全損失水頭と考えると，図—14—1 に示すとおり大きな誤差を生ずる。

(5) 水路幅急拡部における損失水頭を形状損失と摩擦損失（剝離限界，実用的には 10° の損失水頭）とに分離して，運動量方程式，エネルギー式から形状損失水頭公式を導くことができた。計算の結果図—13 に示すとおり実測値と良く一致する。全損失水頭についても計算結果は図—14 に示すとおり実測値と良く一致する。

(6) 形状損失を求めるには，(33) 式により β' を求め，これを (41) 式に代入して β', β を，さらに β', β を (27) 式に代入して計算すればよい。

(7) (6) に述べた計算の過程において，x_1-x_2, h_{lr} を無視すると計算は非常に簡単となる。これによって図—4 に示すとおり近似計算図表を作ることができ，これを用いて γ および F_2 を知れば直ちに損失水頭を求め得る。

近似計算によっても実測値とそれほど差を生じない。

(8) 形状損失係数 ζ は開水路においては，幅の拡大率 γ および Froude 数の函数となるが，γ が支配的な要素であり Froude 数による影響は比較的小さい。

(9) $\theta=10°$ 以内の拡大角においては流れはほとんど壁面から剝離しない。

(10) 水路幅拡大部において生ずる後流は左右非対称である。

(11) 後流領域の長さは上下流の水位差によって変り $\Delta h/l_D$ と h_2-h_1/h_2 との関係は図—7 のとおりである。$h_2-h_1/h_2=0$ の時は Tollmien の噴流実験値 $\Delta h/l_D=0.197$ に一致すると考えられる。

(12) 断面拡大部における流速分布は一様水路の場合と非常に異なり，流速分布の補正係数の一例を示すと図—9 のようになる。

(13) 断面拡大部において流速水頭が圧力水頭に移り変るに必要な距離は水路幅の拡大角 $\theta=10°$ 附近において最も短かく，θ がそれよりも小さくても大きくても，長い。

(14) 水位の回復するに必要な長さは流速の分布の回復するに必要な長さと同じであり，この長さを l_a とすれば，l_a は後流領域の長さ l_D の 3 倍である。

(15) $\theta=30°$ より大きい拡大角に対しては急拡の場

合と流速分布，後流領域の長さ，形状損失水頭等水理的な特性がほとんど同じである。したがって断面拡大部をとりつける場合に$\theta=30°$ 以上ではほとんど意味をなさない。

終りに本研究に対して種々御指導，御忠告下された佐藤部長，吉川室長に深謝致します。

文　献

(1) Tollmien : Berechnung turkulenter Auskreitungsvorgange, Z. A. M. M. 1926.

(2) Kalinske : Conversion of kinetic energy to potential energy in blow expansions., Trans. A. S. C. E. 1946 Vol. 111.

(3) Gibson : The conversion of kinetic to pressure energy in the flow of water passages having divergent boundaries, Engineering, Vol. 93, 1912

河川の分流に関する研究（4）

——狩野川放水路の水理機能設計——

佐藏清一*・吉川秀夫**・川端昭至***

（昭和31年8月）

Researches on the diversion of river (4)

——Fanctional design of the diversion of the Kano River——

(August 1956)

S. Sato, H. Kikkawa, S. Kawabata

Synopsis :

In this paper, we report the process of functional design concerning the river diversion of the Kano river.

At first, by the calculation, the discharge rates of the diversion channels are estimated for many types of diversion. Secondly, the most selected favourable type of diversions is decided based on the above calculations result. Lastly, by the hydraulic madel tes s we verify the results of calculations above mentioned, and determinate the detailed design of the diversion.

要　旨

狩野川放水路計画にともない，分流部と必要条件を満すためには如何なる分流形式にすればよいか，各種の方法について主として水理計算による検討を行い最も合理的な案を見出し，更に水理模型実験を行つて水理計算の検証並に分流点の細部設計を行つた。

目　次

1. 概　要……(1)
2. 研究の目的と順序……(2)
〔1〕目　的……(2)
〔2〕設計基準……(3)
〔3〕研究の順序……(3)
3. 水理計算による分流機構の検討……(4)
〔1〕基礎資料の検討……(5)
〔2〕分流方式の種類……(5)
〔3〕水理計算法……(6)
〔4〕分流方式の検討……(7)
4. 模型実験による分流点の水理設計……(10)
〔1〕模型実験の概要……(10)
〔2〕模型実験による検討……(20)
〔3〕分派点の水理設計……(23)
5. 結　語……(25)

1. 概　要

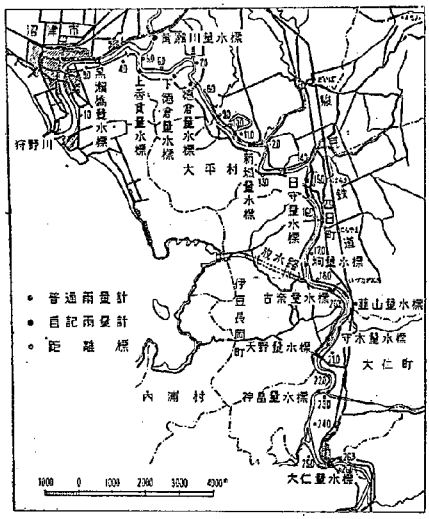
狩野川は，伊豆半島中央天城山脈に其の源を発し半島中央部の雨水を集め北流し途中箱根山脈から流下する柿沢，東光，大場川等を集め，更に河口より5kmの地点で黄瀬川が合流する。其の後沼津市内を縦断して沼津市我入道で駿河湾東北隅に注ぐ。流路延長約51km，流域面積853km²である。本川の概要は図—1，2，表—1の通りである。

本川改修の歴史をふりかへると，江戸年間幕吏江川太郎左衛門に依って河間村から江戸の浦に抜ける放水路計画が立案されたが，一部地元民の猛烈な反対を受け実現を見るに至らなかった。其の後明治3年，同23年，大正2年と相次いで類似の計画が立案されたが何れも江間村民，漁民等の反対根強く着工するに至らなかった。昭和2年になって放水路計画を放棄し，全洪水量を本川に流下させる方針で改修計画が立案され，同2年着工し今日に至った。しかし最近に至って，昭和13年，16年，23年と相次ぐ大水害に見舞はれ，従来の改修計画が再検討されることになった。建設省沼津工事々務所で綿密な調査研究が行はれその結果従来の改修計画は根本的に改訂する必要を認め，計画洪水量を図—4にに示す如く改訂することになった。これに伴って新に沼津市内の河積不足，中流部平地の内流排除が問題になり，この問題解決のために放水路開鑿計画は秀れた解決策として取上げられる所となり，昭和27年樹立された狩野川改修総体計画の一環として実現されることになった。

総体計画に織り込まれた放水路計画の概要は，図—3に見る如く，本川古奈地点から江の浦に至る総延長2,800mの水路，途中隧道部（2本平行に掘削）2ケ所を含む。又総体計画で定められた分水計画は次の様である。

1. 分派点計画洪水量1,960m³/sの中1,000m³/s

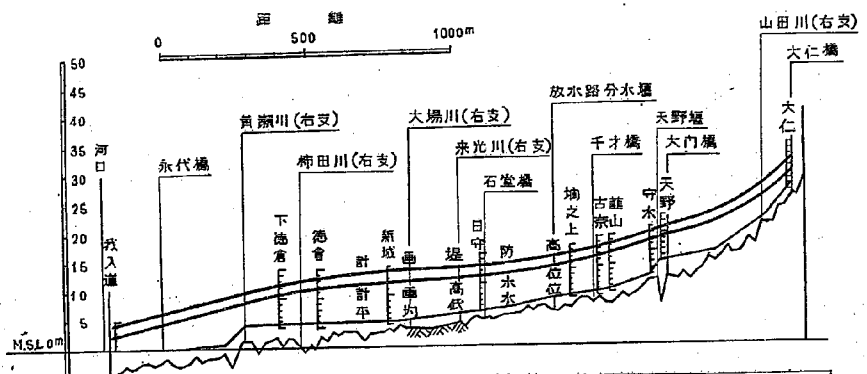
*　工博　河川部長
**　工博　河川部河川研究室長
***　河川部　河川研究室



図—1　狩野川改修平面図

表—1　狩野川改修計画概要

種　目	単位	記事及び数量
水源地	m	静岡県田方郡上狩野村（天城山万三郎岳標高 1406.8）
流域面積	km²	853（山地 662　平地 191）
流路延長	km	51
潰廃面積	ha	3,491 の内改修区域内 1,053
水害面積	ha	2,668　〃　2,574
改修延長	km	幹線 26 支川黒瀬川 1.0
計画高水量	m³/sec	幹線 1,700～2,550 放水路 1,000　支川黄瀬川 1,200
河巾	m	幹線 140～235 支川黄瀬川 100～120
		天端幹線 6.0
堤防断面	m	法勾配幹線（表法，裏法）2 割
		天端余裕高幹線 1.5
計画高水勾配		幹線 1/200～1/2,400
着工年月日		昭和 2 年 3 月



計画堤防高	3700	5892	9800	11,400	13200	13920	14763	16,273	17865	20286 20555	27389	32767
計画高水位	2200	4392	8300	9900	11,700	12420	12763	14,773	16365	18786 19005	25989	31267
距離	0	1861	4734	6548	10301	12066	12890	15,480	17229	18803 19005	22339	23357 28751

図—2　狩野川縦断図

を放水する。

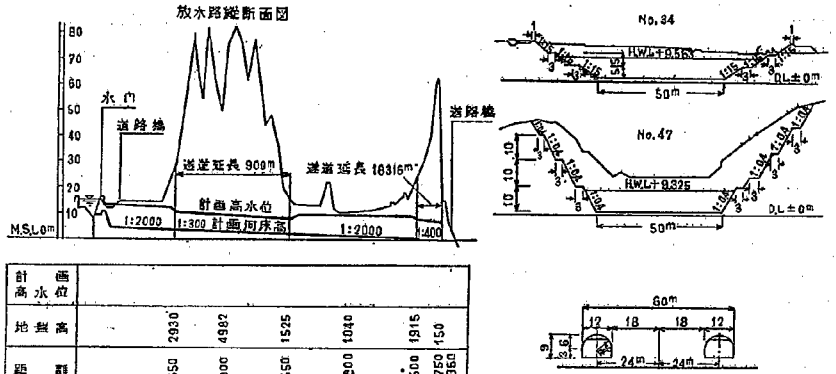
2.　放水開始本川流量は 200 m³/s と定める。

本研究は中部地方建設局の依頼により昭和 29 年8月より昭和 31 年6月迄狩野川放水路計画について検討を行ったものの一部である。

2.　研究の目的と順序

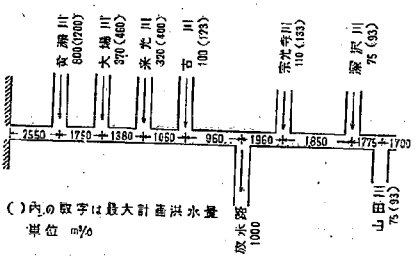
(1)　目　的

前述の如く総体計画において随道部二ケ所を含む放水路が計画されたが，計画案の概略の検討により計画通り



計画高水位							
地盤高	2930	4982	1525	1040	1915	150	
距離	650	1000	1550	3200	2500	2750	2650
測点	13	20	31	40	50	55	57

図—3



図—4 計画流量配分図

分流することが困難である様に見受けられたが，本研究においては分流計画の検討およびその検討の結果最も適当と考へられる計画案に対しての分流点の細部設計を行うことを目的とする。

すなわち計画通り分流を行うためには後述する如く狩野川本川に構造物を設け，あるいは分流堰の一部を可動堰にすることにより又は比幅を拡げることにより，あるいは放水路全体の掘高を下げ放水路水位を低下させることによる等の方法によってあるいはそれ等の組合せによって遂行することができると考へられるが，これ等のそれぞれの案に対し検討を行い，最も合理的な案を決定すること，およびその決定案に対して最も分流計画を確実ならしめ，且つ維持容易なる様に分流点の水理設計を行うことが，本研究の目的である。

(2) 設計基準

以上の目的を達成するための目標を更に具体的に示せば次の如くである。この計画基準は狩野川改修計画によって既に決定されているもの，および建設省河川局，中部地方建設局，および土木研究所の三省の協議により決定せられたものである。

(1) 分派点上流における計画洪水流量 1,960 m³/sec の中 1,000 m³/sec を放水路に放流する。

(2) 分流開始流量は 200 m³/sec とする。但し若しこの様にして (1) の条件を満足させることができない場合には，開始流量を 170 m³/sec まで下げることも已むを得ない。

(3) 分流堰の幅は 80 m とする。但し計画が満足さない場合には 100 m まで拡げることができる。

(4) 放水路水位を低下させ分流量の増加を計るために放水路掘高を下げることも考へられるが，この場合には原計画掘高より 1 m までの範囲で下げることができる。

(5) 分流後の本川計画高水位は現計画高水位を上廻らないこと。

(6) 分流堰（固定堰）に補助堰を設けて分流開始後これを倒して分流量の増大を計ることも考えられるが，この補助堰の高さは 1 m を限度とする。

(7) 流送土砂が放水路にできるだけ入らない様にすることが望ましい。従って本川固定堰を設け，且つ補助堰を設ける場合には分派点の固定堰天端が本川堰頂よりも低くならない様にする。

(8) 本川側に構造物を設けることは成るべく避けたい。

(9) 可動堰により人為的に操作することは管理上望ましくないので，できるだけさけれい。

(10) 内水排除の効果を大にするため，中洪流でなるべく多量に放水路に放流したい。

(11) 河川維持上局所的洗掘，一積のできるだけ少いことが望ましい。

(12) 若干の河状の変化により分流機構の変化が少く且つ分流計画が確実に実施されるものが望ましい。

(3) 研究の順序

前述の目的を設計基準に基づいて達成するために実施可能なる分流方式について水理計算により検討し，その結果最も望ましい方式について模型実験を行って分派点の流理設計を行った。すなわち考へられる分流方式は後述する如く非常に多数あり，これらについてそれぞれ模型実験を行うことは不可能に近いので，先づこれらの方式の内代表的な約種類の方式を選び，これについて水理計算を行って最も設計基準を満足する方式若干を選び出した。次にこの水理計算には若干の仮定があり，現実に合致しない不合理な点もあると考えられるので，計算結果を検討し修正するため，および分派点の細部設計を行うために，水理計算により選び出された 2，3 の案について模型実験を行った。

従って研究の順序としては先づ水理計算を行うための基礎資料の検討を行い，その資料に基づいて約 40 種類の分流方式について水理計算を行い，その結果得られた最も合理的な案 2，3 について模型実験を行い，これ等全体を総合して放水路分派点の水理設計を行った。

3. 水理計算に依る分流機構の検討

先づ水理計算に用いる資料につき検討し，それを用いて計算を行いその結果について述べる。

(1) 基礎資料の検討

分流点の水理を解析するには先づ該地点の水位と流量の間に如何なる関係があるか知る必要がある。然るに該地点には信頼するにたる実測資料がないので，不等流計算により水位と流量の関係を求めた。この計算に必要な粗度係数について，徳倉橋，千才橋の既往の実測資料より manning の粗度係数を計算し更にその結果に対する検討を行った。

徳倉橋，千才橋地点の実測資料から同地点の manning の粗度係数を計算すると表—2 の如くなり両地点の算術平均を求めると徳倉橋 0.0357，千才橋 0.0351 となる。今日守量水標から千才橋迄の粗度係数を 0.0350 と仮定し既往の実測資料について不等流計算を行い各量水標の実測値と比較した。使用資料及び計算の条件は次の様である。

対予洪水日時及び流量

① 昭和 28 年 7 月 20 日　395 m³/s
② 昭和 29 年 9 月 18 日　1,360 m³/s
③ 〃　612 m³/s

計算出発地点

日守量水標実測水位

計算に使用した平面図及び横断図の測量年月日

昭和 26 年 1 月及び昭和 28 年 4 月（模型区間）

支川の流入

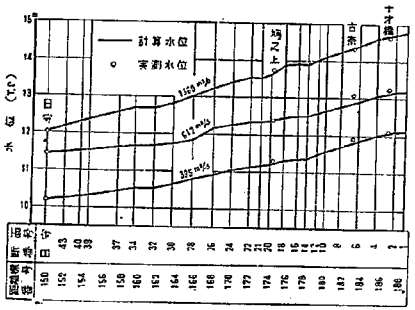
日守量流標から千才橋間に古川が流入しているが，洪水時樋門を閉ぢるので古川からの流入量は考慮しなかった。

以主の資料を用い粗度係数は日守量水標から千才橋迄 0.0350 と仮定して計算した結果は図—5 に示す様に計算水位と実測水位とは大体一致する。

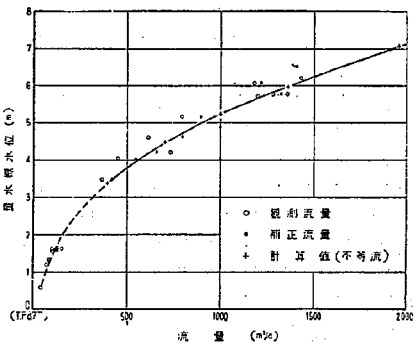
次に同様にして不等流計算により既往の資料から作製された徳倉橋水位流量曲線から出発し徳倉，千歳橋間の粗度係数 0.0350 として千才橋の水位流量曲線を計算により求め（支川流入量は考慮しない），実測値と比較すると図—6 に示す様に計算値は実測値上にのり大体満足な結果が得られた。これより今考える範囲の流量に対し

表—2

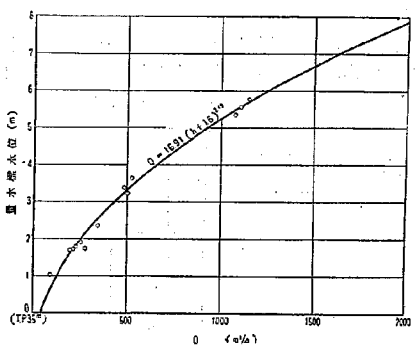
	日時	H (m)	Q (m³/sec)	A (m²)	(韮山～日守) I	R (m)	V (m/sec)	n
千才橋	昭 29.9.18	4.21	728	347	1/1,079	3.50	2,098	0.0335
		5.78	1,357	537	1/1,111	4.17	2,527	0.0308
		6.07	1,182	582	1/1,362	4.27	2,031	0.0350
	昭 29.9.19	5.17	788	445	1/1,630	3.90	1,771	0.0350
		4.63	612	386	1/1,790	3.72	1,550	0.0358
		4.04	449	330	1/1,845	3.42	1,361	0.0370
		3.47	365	280	1/1,876	3.00	1,304	0.0370
							平均	0.0351
徳倉橋	昭 29.9.18	5.56	1,105	675	(新城～徳倉) 1/1,632	4.14	1,637	0.0390
		5.77	1,149	705	1/1,654	4.24	1,630	0.0404
	昭 29.9.19	5.36	1,077	605	1/1,800	4.06	1,657	0.0362
		3.63	524	410	1/2,147	2.94	1,278	0.0346
		3.37	485	378	1/2,166	2.78	1,283	0.0331
		3.24	501	370	1/2,147	2.71	1,354	0.0310
							平均	0.0357



図—5　実測水位計算水位対象図



図—6　千才橋水位流量曲線



図—7　徳倉橋水位流量曲線

ては n の値は変化しないものと考えてよいことが判る。

これ等の資料より徳倉橋～千才橋間の manning の粗度係数を 0.0350 と定めた。

(2)　基準水位流量曲線

(a)　本川側水位流量曲線

分流点直下流 No. 17 断面の水位流量曲線を不等流計算により求め分量計算の基礎とした。不等流計算は次の基準に従った。

i)　出発水位　　徳倉橋水位流量曲線（既往の資料より作製）

ii)　支川の流入量及び放水量

a.　図—8 の様に計画の流量配分率で流入分派が行はれると仮定した場合（古川は無視する。）

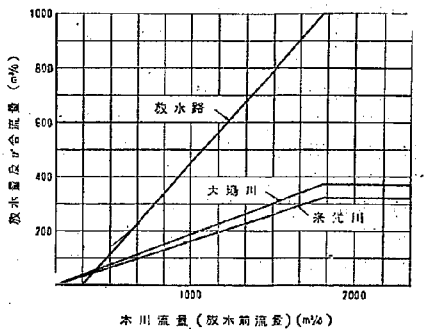
b.　支川の流入を考慮しない場合

c.　あらゆる本川流量に対して支川から常に計画洪水量丈の流入があると考えた場合

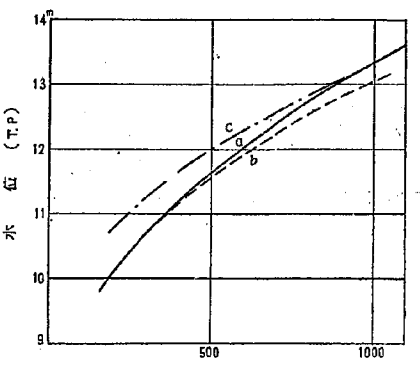
iii)　粗度係数　　0.0350

iv)　河道条件　　昭和 26 年 1 月測量（模型区間は昭和 28 年 4 月の平均 200 m 毎の横断図を使用し，平面図及び現地踏査により死水域と思われる場所は計算より除去した。又模型実験を行った区間の死水域は実験結果より求めた。

計算された水位流量曲線を図—9 に示す。図中 a, b, c 曲線は前述の ii) の各項に相当する。図から解る様に支川の流入が分流点水位に影響を及ぼすので固定堰の高さの決定，及び計画洪水量に対する計画の流量配分を如何なる支川流入条件で満足させるかが問題になる。その点について次の理由から基準水位流量曲線を a 曲線に選んだ。



図—8　支川流入量，放水量の基準



図—9　No. 17 断面の水位流量曲線

i）分流開始流量 200 m³/s は漁業保償の面から定められたものであり，このためには永年的な頻度を考えるべきものであるので，その時には a 曲線が最も平均的なものを表はすと考えられる。

ii）計画流水に対する放水路への流量配分は主として沼津市内の河積不足を補う立場から定められ，前述の (a)・ii・a 項の条件で計画配分が可能である様に設計しそれに (a)・ii・b 項の条件で分派が行はれ本川に計画流量より以上の流量が流れても支川の流入がないので沼津市内の流量が計画流量を突破することは考えられないこと。(途中の河積は充分余裕がある。)

iii）放水路の限界疏通能力は 1,100 m³/s 程度で比較的余裕が少くないこと。

(b)　放水路始端水位流量曲線

放水路の曲線隧道および直線隧道の実験の結論から得られた No. 2 断面の水位流量曲線を基準とする。(図—9 参照)

(2)　分流方式の種類

この場合の分流方式については大別次の方式が考えられる。

(1)　本川に構造物を設けない方式

本川側に構造物を設けて分流点水位を課上げることなく，放水路に固定堰を設けて自然分流を計る案。

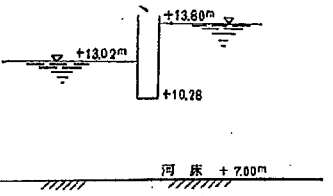
(2)　本川に構造物を設ける方式

本川流上地点に構造物を設け (図—10 参照) 分流点水位を堰上げ放水させる案。本川構造物の種類によって次の 2 案が考えられた。

a)　本川に巾 80 m の固定堰を設ける案。

b)　本川にオリフィスを設ける案。(図—11)

巾 80 m のオリフィスを設置して本川水位を堰上げる。



図—11　オリフィス

(3)　分流堰上に補助堰を設ける方式

本川に構造物 (固定堰) を設けた場合及び本川に構造物を設けない場合の 2 案が考えられる。

以上各案に対して，分流堰巾・堰高・放水路擁高を次の場合について検討する。

(1)　分流堰高は，分流開始本川流量 200 m³/s 及び 170 m³/s 相当高の 2 種類。

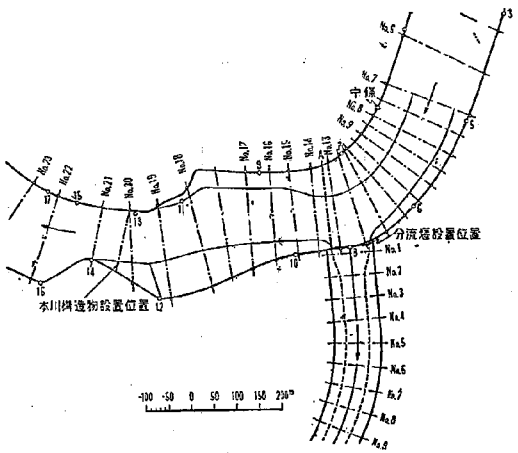
(2) 堰巾は 80 m 及び 100 m の 2 種類。

(3)　放水路擁高は，原案及び原案より 1 m 下げた場合の 2 種類 (放水路擁高を全体に亘って 1 m 下げても潮位の形響は受けないので (放水路第 2 隧道模型実験結論より) この場合の放水路側基準気位流量曲線は原案の水位流量曲線を 1 m 下げたものを用いればよい。)

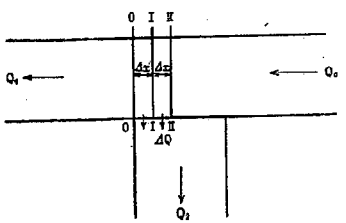
(3)　水理計算法

計算は本間教授の横から流入のある水流の計算法に従った。

図—12 の様に分流部を Δx 区間に細分し (x 軸を河川縦断方向に上流に向って設定する。) ○—○ 断面，I—I 断面間においては次の関係式が成立する。[3])



図—10　分流点附近平面図



図—12

$$\left\{\frac{\Delta H}{\Delta x}=-\frac{\alpha}{g}\left(\frac{Q_m}{A_m}\frac{\Delta Q}{\Delta x}-\frac{Q_m{}^1}{A_m{}^3}\frac{\Delta A}{\Delta x}\right)\right.$$

$$\left.+\frac{Q_m{}^1}{c_m{}^2R_mA_m{}^1}\right\}\cdots\cdots(3)$$

$$\Delta Q=c_w\cdot\Delta x\cdot\left\{\frac{1}{2}(H_1+H_0)\cdot-H_w\right\}^{\frac{1}{2}}\cdots\cdots(4)$$

茲に　H：基準面から測られた水位

　　Q：流　量

A：流　積

ΔQ：Δx 巾当りの溢流量

H_w：横堤の高さ

c_w：溢流係数

添字は断面番号を表し m は両断面の平均を意味する。

溢流量の計算には大野川低溢流堤の二先模型実験の資料[3]を用いた。

一方本川側固定堤の堤上り高の計算には前記大野川の資料を用い，オリフィスの計算には横田周平氏による横型実験[4]の結果を用いた。

〔参　考〕

1)　本間仁：水理学—技術者のための流体力学，p 162

2)　式の流導については，西川龍位：江合川分流実験並びに低溢堰に関する実験について建設省直轄工事第7回技術研究報告 p. 139 を参照されたい。

3)　佐藤清一，吉川秀夫，山下泰三：河川分流に関する研究—大川分流の機能設計—：土木研究所報告 49 号

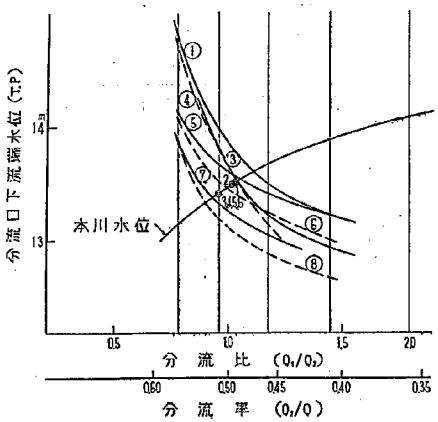
4)　横田周平：河水統制水門の模位実験：土木試験所報告 49 号

（4）　分流方法検討

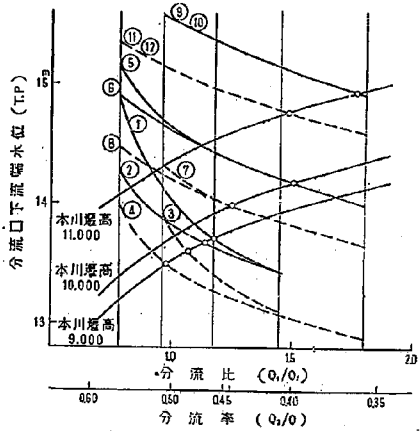
〔2〕において述べた各方式につき〔3〕に示した方法により計算を行い，その結について検討を行い最も合理的な分流方式を決定した。

（1）　本川に構造物を設けない場合

図—13 は縦軸に分流口下流端（A 断面）の路位を取り横軸に計画流量 1,960 m³/s に対する分量比 Q_1/Q_2（Q：本川水流量，Q_2：放水量）を示す。図中左から右へ上昇する曲線は A 断面の水位流量曲線（No. 17 流量曲線から出発して不等流計算により算定）を分流比との対応に直したもので，一方左から右に下降する曲線は図右端に示す其々の条件に於ける其の分流を得るに必要な A 断



図—13　分流比算定図
（本川に構造物を設けない場合）



図—14　分流比算定図
（本川に固定堰を設けた場合）

面の水位を表はす。従って前者と後者との交点は其々の条件に対する求むる分流比を表はす。計画で定められた分流比は 0.96 であるから結局計画放水量以上放水し得る分流点構造は図中 ④ ⑦ のみとなる。

（2）　本川に構造物を設けた場合

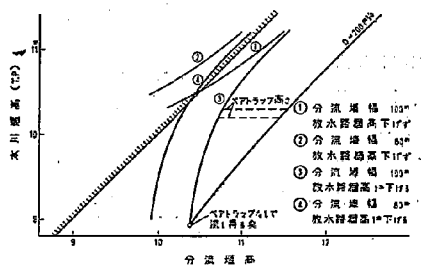
(a)　固定堰を設けた場合

図—14 は図—13 と同様左から右に上昇する曲線は本川堰高 9, 10, 11 m に対する A 断面の水位流量曲線を分流比に直したものであり，左から右に下降する曲線は図右端に示す各条件に対る分流比とその分流比を得るに必要な A 断面水位を示す。そしてその交点である○印は其の条件に対する求むる分流比を表はす。図より見れば本川固定堰の高さが高くなる程分流位 Q_1/Q_2 は大きくなり放水量は少なくなる。

これは分流開始量が予め分められているため本川側固定壁を高くすれば分流壁高を高くなり且つ両固定しの溢流条件にも基因して前記結果を生ずる。

(b)　オリフィスを設けた場合

本川に固定壁を設ければその高さに応じて分流壁の高



図—15　本川堰頂高—分流頂高関係図

表—3 各案検討表

A　本川に構造物を設けない場合

補助堰の有無	補助堰を設けない場合									
放水路閘高の状態	下げない場合				1m下げた場合					
分流堰巾	80m		100m		80m		100m		95m	88m
分流開始流量	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s
補助堰の高さ	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——
分流量	(1.12) 925m³/s		(1.048) 958m³/s	965m³/s	(1.057) 954m³/s	(0.998) 980m³/s	(0.929) 1016m³/s	(0.901) 1031m³/s	1000m³/s	1000m³/s
本川水位	13.61m		13.53m	13.52m	13.54m	13.46m	13.38m	13.34m	13.42m	13.42m
放水路始端水位	12.70〃		13.04〃	13.06〃	12.02〃	12.24〃	12.55〃	12.72〃	12.40〃	12.40m
必要な本川堰上水位	14.00〃		13.84〃	13.80〃	13.68〃	13.52〃	(−0.04) m	(−0.08) m	——	——
計画分流の可不	不	不	不	不	不	不	可	可	可	可
各案の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

B　本川は構造物を設けた場合

本川構造物の種類	本川に固定堰を設けた場合							
放水路閘高の状態	下げない場合				1m下げた場合			
分流堰巾	80m		100m		80m		100m	
分流開始流量	200m³/s	m³/s 170	200m³/s	m³/s 170	200m³/s	m³/s 170	200m³/s	m³/s 170
補助堰の高さ	——	——	——	——	——	——	——	——
分流量(本川堰高)	9 903m³/s 10 782 〃 11 710 〃		9 949m³/s 10 870 〃 11 790 〃		9 915m³/s 10 785 〃 11 710 〃		9 992m³/s 10 870 〃 11 791 〃	
本川水位(本川堰高)	9 13.70 m 10 14.18 〃 11 14.92 〃		9 13.595m 10 13.985〃 11 14.760〃		9 13.76 m 10 14.17 〃 11 14.92 〃		9 13.49 m 10 13.98 〃 11 14.96 〃	
放水路始端水位	9 12.57 〃 10 11.65 〃 11 11.10 〃		9 12.97 〃 10 12.32 〃 11 11.71 〃		9 11.62 〃 10 10.65 〃 11 10.12 〃		9 12.35 〃 10 11.32 〃 11 10.72 〃	
必要な本川堰上水位	9 14.10 〃 10 14.69 〃 11 15.56 〃		9 13.895〃 10 14.325〃 11 15.150〃		9 13.88 〃 10 14.64 〃 11 15.56 〃		9 13.51 〃 10 14.23 〃 11 15.15 〃	
オリフィスの開度	——	——	——	——	——	——	——	——
計画分流の可，不	不	不	不	不	不	不	不	可

放水路閘高の状態	本川に固定堰を設け分流堰に補助堰を設けた場合								備考
	下げない場合				1m下げた場合				
分流堰巾	80m		100m		80m		100m		
分流開始流量	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	
補助堰の高さ(本川堰高)			9 —— 10 —— 11 1.00 m		9 0.52 10 1.10 11 ——		9 —— 10 0.65 11 0.87		
分流量(本川堰高)			9 —— 10 —— 11 1.000m³/s		9 1000 10 1000 11 ——		9 —— 10 1000 11 1000		
本川水位			9 —— 10 —— 11 13.42m		9 13.47 10 13.66 01 ——		9 —— 10 13.66 11 14.28		
放水路始端水位			13.40〃		12.400 9 13.47 10 13.66 11 ——		12.40 9 —— 10 13.66 11 14.28		
必要な本川堰上水位			——						
計画分流の可不	不	可	可	可	可	可	可	可	

補助堰を設けた場合						社　社
下げない場合		1m下げた場合	0.75m 下げた場合	0.50m 下げた場合	0.38m 下げた場合	
80 m	100 m	80 m	100 m	80 m	100 m	
200 m³/s	200 m³/s	200 m³/s	200 m³/s	200 m³/s	200 m³/s	
1.00 m	1.00 m	0.36 m (0.96)	0.50 m	1.00 m	1.00 m	
961 m³/s	968 m³/s	1000 m³/s	1000 m³/s	1000 m³/s	1000 m³/s	
13.52 m	13.50 m	13.42 m	13.42 m	13.42 m	13.42 m	
13.03 〃	13.08 〃	12.40 〃	12.650〃	12.895〃	13.02 〃	
13.82 〃	13.73 〃	——	——	——	——	
不	不	可	可	可	可	
11	12	13	14	15	16	

本川にオリフィスを設けた場合								備　考
下げない場合				1m 下げた場合				
80 m		100 m		80 m	100 m	80 m	100 m	
200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m³/s	170m³/s	200m /s	170m /s	
——	——	——	——	——	——	——	——	
1,000m³/s								
14,000 m								
13,400 〃								
14,000 〃								
3.28 〃								
可	可	可	可	可	可	可	可	

さも高くなり必要な放水量が得られないので同地点をオリフィスとし小流量については壁上げることなく（従って分流壁の高さは変らない），大流量のみ壁上げ必要な放水量を得ることを考えた。計算によれば巾 80 m のオリフィスを設けた場合関度（河床からオリフィス天端迄の開き高）3.56m で放路量 1,000 m³/s を得ることが出来る。

（3） 補助んを設けた場合

(a) 本川に固定壁を設けない場合

図—13 の◎印が其々の条件に対する分流比を示し条件番号は表—一の番号と同じである。（表—3 参照）

(b) 本川に固定壁を設けた場合

図—15 は本川壁高に対する分流壁高の関係を表はし，図中太線は分流開始流量 200 m /s を保持するに必要な本川固定壁高と分流壁高との関係を示す。又中央 45° の直線は本川壁高と分流壁高とが同じあることを示す。図中 ①, ②, ③, ④ の各曲線は図右端に示す各条件に対して計画放水量を流すに必要な本川壁高，分流壁高の関係を示し，底って前記太線との差は必要な補助壁の高さを意味する。図に於て，① は補助壁の高さを 1m 以内におさめるには本川壁高を 10m 90 以上とせねばならない。② は本川壁高が分流壁高より高くなり前記設計基準を満さない。③ は本川壁高のあらゆる場合（図の範囲内で）計画分流が可能である。④ の設計基準を満す範囲は本川固定壁高 980 m 以下となる。又 ① ③ は本川壁高が低くなる程補助壁の高さは増大し，③ ④ はその逆の傾向になる。この原因も前に説明した如く本川壁と分流壁の潜り方の度合に基因している。

以上各案について其々の結果を綜合して表にすれば表—3 の如し。これから結論として次のことを云い得る。

1. 本川に固定壁を設けても計画放水量は得られずむしろ固定壁を設けない方が放水量が多い。
2. 本川に固定壁を設けて分流壁に補助壁を設ける案は効果が少なく本川に固定壁を設けず分流壁に補助壁を設けた方が計画放水量を得るに効果的である。

以上の水理計算による方式検討の結果，本川に構造物

を設けない方式が総ての点において優れていることが知られ，この方式の中表—3 の原案，④案，⑦案を選定して模型実験を行い，その結果を用いて水理設計を行うこととする。

4. 模型実験による分流点の水理設計

以上の水理計算により分流点の概略の水理構造が決定されたが，計算に若干の仮定があり，これを確めるため又更に詳細に検討するために模型実験を行った。

〔1〕 模型実験の概要

（1） 模　型

模型は土木研究所大型水理試験室屋外試験場に昭和 28 年 4 月の測量結果を用いて製作され，その概要は次の通りである。

模型の縮尺　水平，鉛直方向共に実物の 1/50

模型の範囲　本川，距離標 16.8 k～18.8 k，約 2,000m
　　放水路　〃　No. 6～No. 11. 約 550 m

模型河床　固定河床，モルタル仕上

測定方法　流量，模型末流に本川側壁幅 2 m
　　放水路側壁幅 1 m の矩形鋭縁一を設け，これにより測定する。
　　水位，ポイントゲーヂにより測定
　　流速，ピトー管により測定

水位調節方法　模型末流に壁上板を設け，これにより調節する。

（2） 相 似 律

一般に河川の模型実験は色々な条件に制約されて比較的小縮尺で且つ歪めて作ることが多い。しかし縮尺が小さければ粘性の影響が卓越し，又歪めれば流水の剝離現象，或は流速分布等実物と異った状態となり何れも実物の水理現象を忠実に再現することは難かしい。模型を歪めずしかも大縮尺であればある程正確になることは論を俟たない。しかし模型の型化は実験場の設備，敷地，費用，期間，流水の力学的相似を得るための技術等に大きく制約されて甚だ困難となる。その点当試験場ではこれ等の諸要求を或る程度満たす比較的大規模な設備を持つので比較的大型模型を作って実験することが出来た。

扨て，前述の諸条件を充分考慮して模型は歪めず流れは定常流として取扱った。しかるとき，開水路の実物と模型との流れが力学的に相似になるためには次の条件を満足せねばならない。[5]

即ち
$$\begin{cases} v=l^{\frac{1}{2}} \\ c=1 \\ q=l^2\cdot v=ll^{\frac{1}{2}}=l^2 \end{cases}$$

茲に　$l=\frac{l_n}{l_m}$　l_n, l_m は実物及び模型の長さに関する量

$v=\frac{v_n}{v_m}$　v_n, v_m は実物と模型の流速

$c=\frac{c_n}{c_m}$　c_n, c_m は実物及び模型の c hegy 係数

$q=\frac{Q_n}{Q_m}$　Q_n, Q_m は実物及び模型の流量

従って実物と模型の水流の力学的相似を得るには縮尺比 l の場合 $l^{\frac{1}{2}}$ の流量縮尺で水を流し $c=1$ になる様に模型の流体抵抗を操作すればよい。

一方，模型中に固定壁を含む模型実験では溢流量の流量縮尺が関水路不等流の流量縮尺に一致しなければならない。

一般に溢流量の公式として次式が考えられる。

$$Q=\sqrt{2g}\,m\cdot L\cdot H^{\frac{1}{2}}$$

茲に　m：溢流係数　L：溢流巾　H：溢流深

上式より流量縮尺 q を求めると

$$q=M\cdot l\cdot h^{\frac{1}{2}}=M\cdot l^{\frac{1}{2}} \qquad (l=h)$$

$$M=\frac{m_n}{m_m}$$

となり，前述の関水路不等流の流量縮尺に合致するには $M=1$ でなければならない。即ち，模型の溢流係数と実際の溢流係数が等しい場合にのみ固定壁を含む模型実験が可能となる。

本模型実験の場合，放水路の流体抵抗及び固定壁の溢流係数の実物の値を知ることが出来ない。そこで実験は次の仮定の上に立つことになる。

1. 放水路の流体抵抗は仮定する。(訂画粗度係数 0.025)
2. 固定壁の実物と模型との溢流係数は等しい。

（3） 模型の検照

(a) 模型の粗度係数

幾何学的に相似に作られた模型の流れが実物と力学的相似を保つには前述の様に両水流の Cnezy の粗度係数の比を 1 に等しくせねばならぬ。その為には次の様な操作を模型に施さねばならない。

Chezy 係数 C を Manning 式の n で表せば

$$C=\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n}$$

$$\therefore\quad C=\left(\frac{R_n}{R_m}\right)^{\frac{1}{6}}\cdot\left(\frac{n_n}{n_m}\right)=l^{\frac{1}{6}}\frac{n_n}{n_m}=1$$

従って，流れが力学的相似になるには実物と模型との粗度係数（Manning 公式）の比を $l^{\frac{1}{6}}$ に比例する様に模型粗度を調整すればよい。

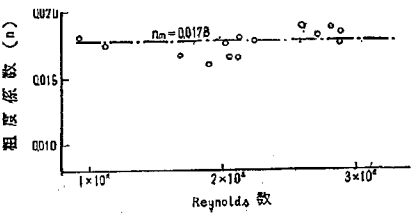
今の場合は $l=50$ で実物の粗度係数は 0.035 であるから模型に与えなければならない粗度係数は

$$n_n=0.0182$$

となる。然るにモルタル河床では 0.0182 の粗度係数を得ることができないので模型に対して何らかの調整を施

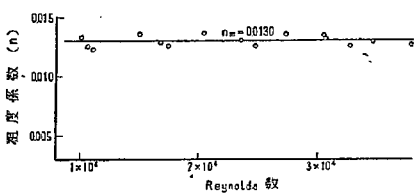
5) 佐藤清一：水理模壁実験の意義並にその相似律と相似限界について：内務省土木試験所報告 60号 p. 9～32

さねばならない。一般に粗度係数は河床の粗さに比例すると云はれる所から模型河床にアスファスト乳剤を塗布してその上に平均粒径 5 mm の砂利を撒布固定した。かくして得た模型の粗度係数を実測した結果表—4 の如くなった。前述の相似律を満足せしめるためには，粗度係数は水深，流量に依って変化してはならない。その点を検討するため，粗度係数と Reynolds 数との関係を調べると図—16 の如くなった。壁に於て $R_e=18\times10_6$ 附近の粗度係数は全体に比べて下り気味であり且つ全平均は 0.178 で必要粗度 0.0182 に対して僅かに満たなかった。しかし我々が特に粗度を必要としている実験範囲は $R_e=21\times10^4$ 以上の範囲であること，又これ以上粗度を大きくするには更に大きい粗径の砂利を撒布せねばならない。砂利の粒径が大きくなれば水深に対する割合が大きくなって流速分布を乱しかえって相似性を減ずることになる。この様な見地から実験はこのまま実行し足らない所は水位調節装置で補うことにした。



図—16　本川粗度係数 Reynolds 数関係

放水路についても同様に河床粗度の調整を行はなければならない。放水路の模型区間計画粗度係数は 0.025 でこれに対する換算模型粗度は 0.0130 となる。前同様アスファルト乳剤を塗布して平均径 1 mm の砂を撒布固定し必要粗度を得る様にした。結果は図—17 の如く R_e に対する変化も認められず平均 0.0130 となり甚だ良好な結果が得られた。



図—17　放水路粗度係数 Reynolds 数関係

(b)　検証実験

模型は幾何学的にも力学的にも相似条件を満足させることができた。これで水位の縮尺も当然 l 位となり水面勾配は実物と等しくなる筈である。この点を更に検討するために既往の流水記録 1360 m³/s，612 m³/s，396 m³/s (Ⅲ—〔1〕で説明) の実測値 (及び計算値) と実験とを比較した。実験結果は図—18 に示す。図で解る様に，下流部は水流調節装置の影響も現れてる小誤差を生じたが No. 17 断面より上流は非常に良存な結果を得ることができた。更に流速分布の相似性迄検討すればより確実であるが実測資料がなかったのでこの点を確めることはできなかった。

表—4

本　川

模型流量	現地換算流量	No. 6 R	I_E	模型平均粗度	レイノルズ数
lit/sec	m³/sec	cm			
127.3	2,250	0.107	0.000800	0.0176	2.89×10^4
110.9	1,960	0.101	0.000937	0.0188	2.61 〃
〃	〃	0.094	0.001310	0.0183	2.73 〃
〃	〃	0.083	0.002130	0.0186	2.90 〃
〃	〃	0.090	0.001880	0.0188	2.83 〃
84.9	1,500	0.092	0.000836	0.0181	2.13 〃
〃	〃	0.087	0.001064	0.0177	2.24 〃
76.9	1,360	0.088	0.000866	0.0176	2.03 〃
56.6	1,000	0.075	0.000764	0.0167	1.69 〃
〃	〃	0.063	0.001635	0.0165	2.06 〃
〃	〃	0.062	0.001838	0.0165	2.11 〃
28.3	500	0.058	0.000783	0.0175	1.13 〃
22.3	395	0.051	0.000685	0.0181	0.93 〃

全平均　0.0178

放水路

模型流量	現地換算流量	No. 7 R	I_E	模型平均粗度	レイノルズ数
lit/sec	m3/sec	cm			
67.9	1,000	0.149	0.000163	0.0134	3.06×10^4
〃	〃	0.112	0.000500	0.0129	3.47 〃
〃	〃	0.089	0.001238	0.0126	3.78 〃
56.6	1,000	0.128	0.000219	0.0135	2.74 〃
〃	〃	0.105	0.000500	0.0131	3.07 〃
〃	〃	0.080	0.001266	0.0125	3.28 〃
42.4	750	0.129	0.000119	0.0136	2.05 〃
〃	〃	0.089	0.000500	0.0130	2.36 〃
〃	〃	0.078	0.000800	0.0124	2.47 〃
28.3	500	0.100	0.000150	0.0135	1.51 〃
〃	〃	0.072	0.000080	0.0128	1.67 〃
〃	〃	0.062	0.000875	0.0126	1.75 〃
〃	300	0.070	0.000213	0.0133	1.02 〃
〃	〃	0.055	0.000500	0.0125	1.07 〃
〃	〃	0.046	0.000900	0.0123	1.11 〃

(c)　模型と実物との換算率

実物と模型の相似性を知ることが出来たので換算率を次の様に確定した。

長さの換算率　$l_n/l_m=50$

流速の換算率　$v_n/v_m=7.07$

流量の換算率　$Q_n/Q_m=17,680$

(4)　実験の種類

1)　現況実験

模型の検証の意味を含め，今後の実験計画の樹立，実験結果の考察のための資料とするために放水路に分流させる以前の状態の実験を行った。

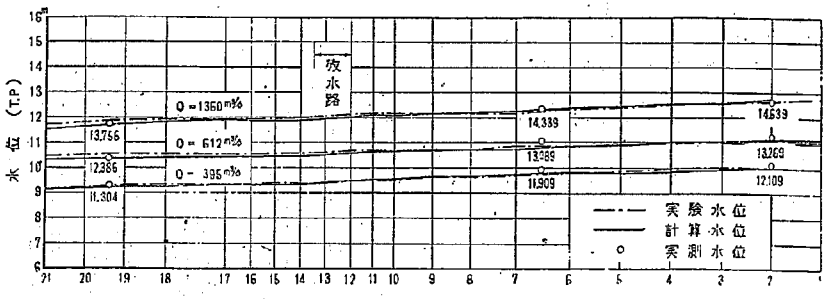
2)　原　案

Ⅲ—〔2〕の表—3 の No. 1 に相当するもので

壁　巾　80 m

壁位置　放水路断面番号 No. 1 より 14 m 上流点に放水路中心線に対して直角に設けた。(図—19 参照)

壁　高　10.20 m (放水開始流量 200 m³/s 相当)



図—18 検照実験水位

図の形状 図—20の如し（以下総ての実験において同じ）

3) 改良案 A

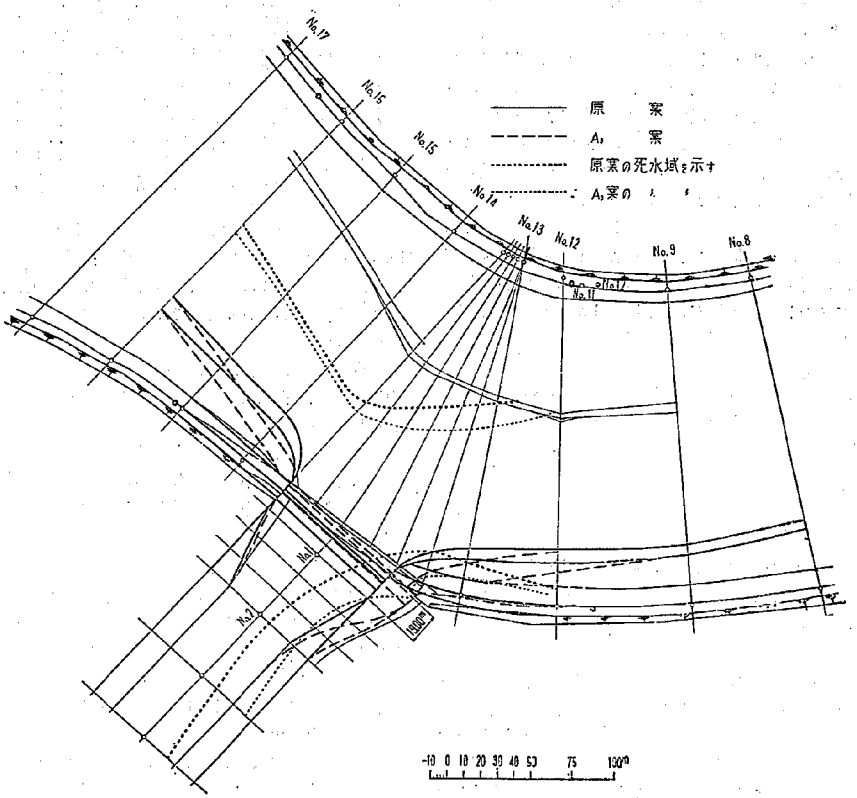
Ⅲ—[2] の表—3 の No.3 に相当するもので（No.4 の実験を行う筈であったが実験の結果 No.3 で必要な放水量が得られたので No.4 の変りに No.3 の実験を行った。）

壁 巾 100 m

壁の位置 壁の位置方向及び呑口の取付を逐次改造して A_1, A_2, A_3, A_4 の実験を行った。（図—19 参照）

A_1 No.9 断面から呑口迄の左岸高水敷を切除し堤防除線の多小の変更を行った。壁位置は原案と同じ

A_2 上流側呑口取付法線を A_1 より変更すると共に下流側呑口取付法線を変更し高水敷を No.16 迄の



図—19

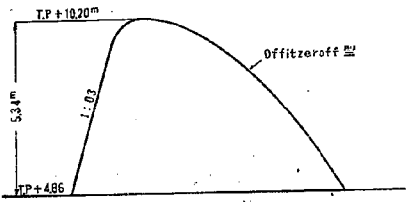
間切除し取付けた。壁位置は原案と同じ

A_3　壁の位置を原案より 5m 川表に出した。案は A_2 案と同じ（最終案となる）

A_4　壁の方向を壁の下流端取付部を軸とし A_3 他より 5m 川表に出した。他は A_3 案と同じ

壁　高　10.20 m

4) 改良案 B



図—20　堰の形状図

Ⅲ—〔2〕表—3 の No.7 に相当するものである。

壁の巾　100 m

壁の位置　A_3 案と同様

壁　高　10.00 m

放水路敷高　1 m 下げる

既に A_3 案で良好な結果を得たこと及び放水路側の水深が充分深く河床高の多小の変更が流況に大きく影響するとは思われないので放水路の水位のみ調節して模型の改造は行はなかった。即ち模型の形状は A_3 と同様であり水位のみ No. 10 水位流量曲線の水位を 1 m 可げて実験する。

No. 17, No. 10 両断面の水位流量曲線は図—21 に示す。（3〔1〕,(2) 参照）

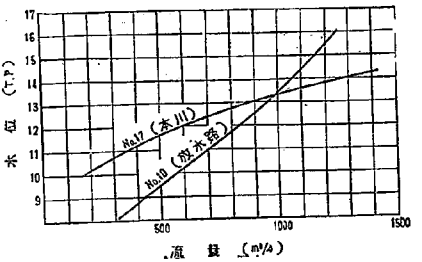
次に実験した流量の種類及び観測種目を示すと表—5 の如くである。

表—5

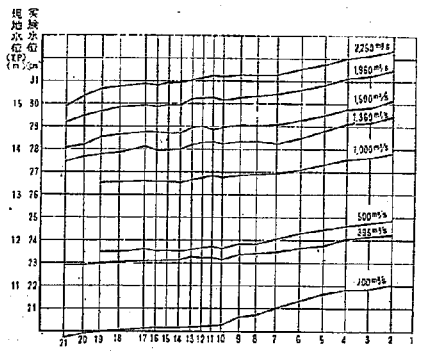
実験種類	流量の種類	観測種目
現　況	1,960 m³/s 1,500 〃 1,000 〃	水位 死水域 流況
原　案	1,960 m³/s 1,000 〃	流量配分 水位 流向 流速 死水域
改良案 A	1,960 m /s 1,500 〃 1,000 〃	同　上
改良案 B	1,960 m³/s	流量配分 流況の目測

（5）現況実験

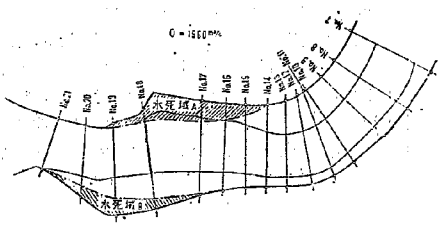
図—22 に実験水位を示す。流況として特に悪現象を呈する場所はなかったが，壁—23 の A, B 点に死水域が発生する。又，No. 13 断面附近の彎曲部では流心が



図—21　No. 10 水位流量曲線



図—22　現況実験水位図



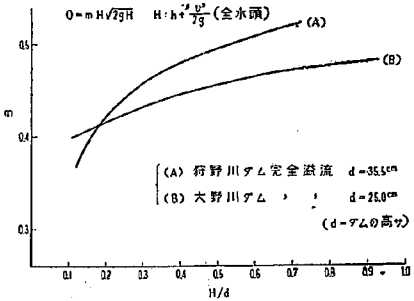
図—23　現況実験流況図

いちぢるしく左岸側に寄りそのため彎曲部左岸は比較的高流速さらされる。この部分には裸線流が発生して底部流線が右岸側に向うのが見られた。実験に於て模型上に現われた諸現象は実物の流水時流況と非常によく似ているとの現地の人の話であった。

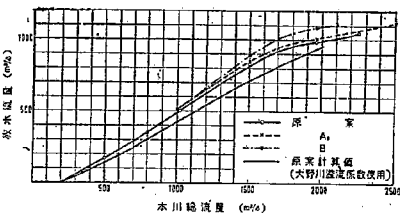
（6）原　案

（1）流量について

実験に依り得られた流量配分を壁—25 に示す。壁にて知られる様に本川総流量 1,960 m³/s の時，本川 975 m³/s，放水路 985 m³/s となり計画放水量 1,000 m /s に対して 15 m³/s 不足する。又前述の計算値と比べると，60 m³/s 実験値の方が多い。其の他の流量に対しても計算値り実験値の方がより放水路に流れ易い。この原因について次の事が考えられる。



図—24

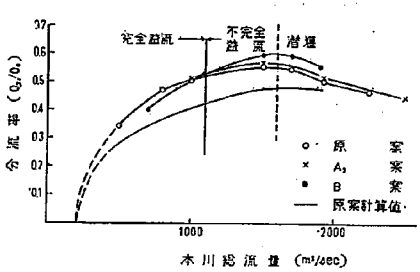


図—25　流量配分図

1)　計算では大野川の溢流係数実験値を用いて計算したが，この実験に用いた壁の形状は大野川の場合と異なる。そのため溢流係数の実験値が大野川の場合に比べて約 11 割狩野川の方が大きい。大野川，狩野川の溢流壁の溢流係数を図—24 に示す。

2)　計算法適用に無理があること，(断面の設定の仕方横溢流の ΔQ 計算の場合接近流速の取り扱い方等)

分流の能率を調べるため本川総流量に対する分流率を計算すると（分流率=Q_2/Q_0，Q：総流量，Q_2：放水量）壁—26 の様になる。図より見れば総流量が 1,000 m³/s に達すると放水量にその 5 割に達し，1,500 m³/s 附近で



図—26　総流量分流率関係図

分流率は最大となり，以後流量が増大するにつれて分流率は漸減する。この結果から見れば中水に於ても分流率は減ずることなく，現地の要求に応え得たものと思う。

（2）　溢流状況について

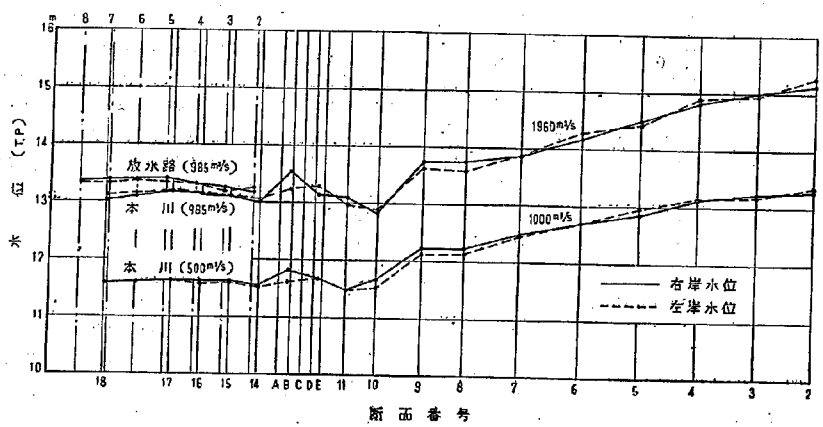
流量の少い間は完全溢流として放水路へ流れ込み，流量が漸増するにつれ不完全溢流から潜流へと移行する。完全溢流から不完全溢流に移る限界は総流量 1,100 m³/s 程度で不完全溢流から溢流に移る限界は大体 1,600 m³/s 程度と思われるが判然としない。壁上を通過する水の流向は完全溢流時は壁の軸方向に対して直角であるが不完全溢流，溢流となるに従って鋭角で流れ込む様になり計画流量 1,960 m³/s では比頂線と約 70° の角度で溢流する。又溢流状態になると流況の項で説明する B,C の死水域が溢上で連なり死水域が壁上を覆う様になる。計画流量 1,960 m³/s の時には壁全長の約 1.8 割を覆う。

（3）　水位について

図—27 に原案に於ける実験水位を示す。(左，右岸水位。

分流点より上流の水位は分流前に比べて急激に低下し低下背水の状態となる。

特に No. 9～No. 10 間の水位低下が甚だしい。分流点



図—27　原案実験水位

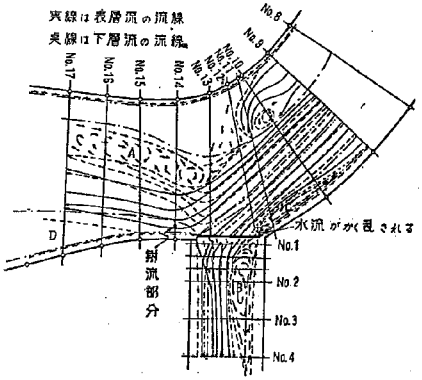
に於ては逆勾配が認められ，且つ岸岸側（壁前）の水位が右岸側より高くなる。

（4） 流況について

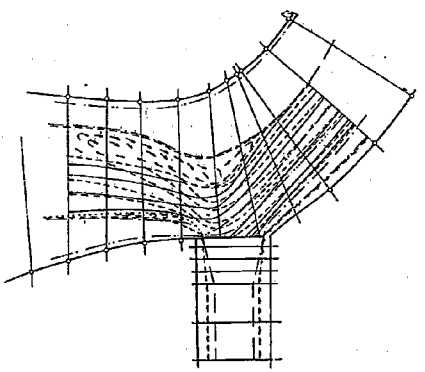
1） 死水域の発生位置及び大いさ

浦荒木両氏の分流に関する基礎実験[6]によれば分流点の両対岸に大きな死水域の発達するのが見られる。この実験に於ても図—28 に示す如く， A, B 部に広大な死水域の発生をる。又他に C，D 部にも死水域の発生するのが見られる。B部死水域は溢流が完全溢流に近くなるに従って規模が小さくなり完全溢流になると完全に消滅する。これ等の死水域の内 A，B は共に水路中央附近迄発達し流れを圧迫して通水断面はいちぢるしく縮小され，流水部の流速が速くなり深堀れや護岸の破壊などが考えられ甚だ存ましくない。従って A，B 部死水域は成るべく取除くことが望ましい。

2） 流線について



図—28 (a)



図—28 (b)

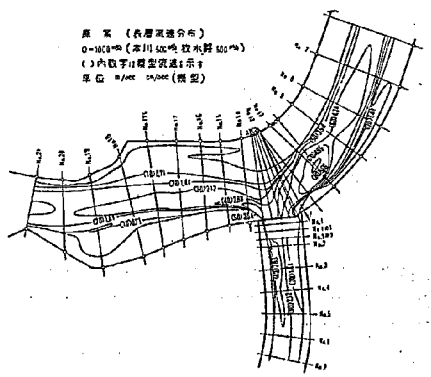
原 案 流 況 図

表面及び底層の流線を観測した結果を図—28 a, b に示す。図にて解る様に表層及び底層の流線は甚だ異り，表層の流線は概して放水路側に底層の流線は本川側に入る様である。又底層壁は呑口高水敷取付部に衝突して急激に本川側方向を変える。同様ケ所の表層流は高水敷上を高速で進み高水敷上に射流がれる。分流後両水路には明らに渦思流が認められた。其の他図—28 の点線で囲まれた部分は水流が甚だしく攪乱され護岸，根固の維持上好ましくないので呑口取付部形状を改良する必要がある。

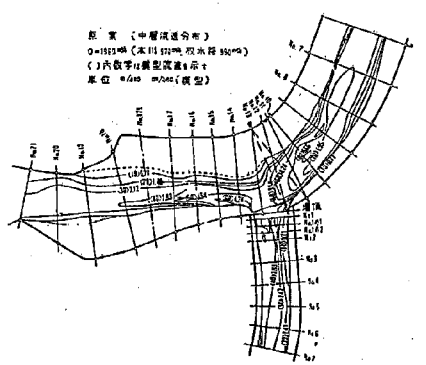
3） 流速について

図—26 abc, def に 1,960 m¹/s, 1,000 m¹/s に於ける表層（模型で水深 1 cm の点），中層（水深の 5 割の婦），底層（床より 0.5 mm の点）の流速分布を示す。

前述の如く分流点より上流のために急激な水流の低下が見られ，この部分に高流速が現れる。例えば 1,960 m¹/s の場合表層で 6.2 m/s，底層で 4.5 m/s 前後に達する。そのため河床は強大な掃流力を受け非常に不安定な状態にさらされるものと予想される。分流点に於ては急激に流速が衰え分流後再び流速を増す。特に分て直後の本川左岸放水路右岸は強い流勢にさらされる。この様

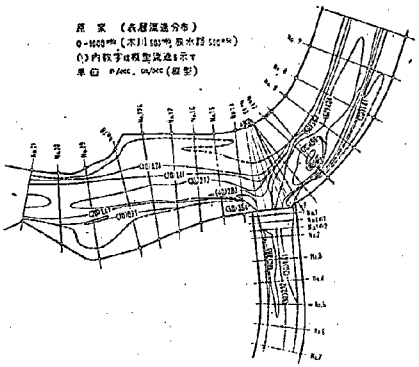


図—29 (a)

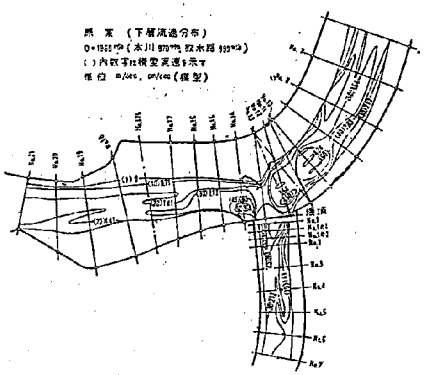


図—29 (b)

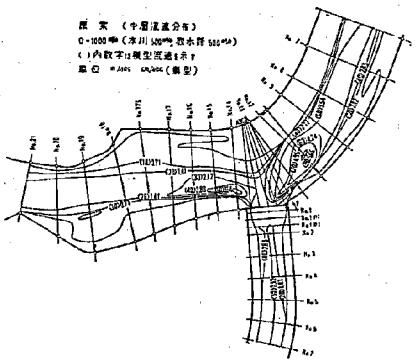
6） 豊浦勲・荒木英次郎：河川分流に関する基礎的実験：土木研究所報告 80 号



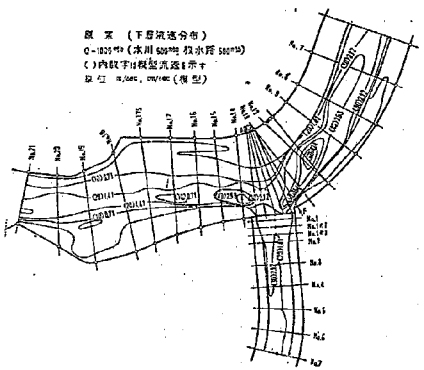
図—29 (c)



図—29 (d)



図—29 (e)



図—29 (f)

に分流点近辺は分流のために烈しい変化があらわれ，これらの現象が大体緩和されるのは本川 No. 105 放水路 No. 4 附近と思われる。

以上検討の結果，原案について改良せねばならぬ点を列記すれば次の如し。

a. 計画の流量配分を得ること。

b. A，B 部死水域をできだけ取除き流積の増大を計り対岸に与える影響を軽減させること。

c. 前述の高水敷上に生する射流を消滅させること。

d. No. 9～No. 10 間の急激な水面低下を緩和すること。

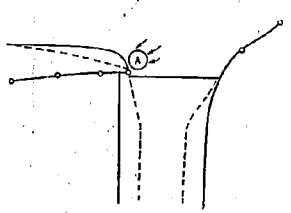
e. 高水敷の取付法線を改良して堰取付部附近の流乱部分を消滅させる。

（7） 改良案 A

堰巾は下流側に拡げると流れの彎曲がひどくなり B 部死水域の発達が充分予想されるので上流側にのみ 20 m 拡げることにした。A_1 案では流れを滑かに放水路に導くため分流点上流の高水敷取付法線についての実験を行い，A_2 案では下流部呑口取付法線の決定を行った。A_3 案で，A_2 案では図—30 の A 点に水流が衝突し流れがいちぢるしく流乱されるのでこの点を改良すること及び堰前の流速を増して堆砂を出来るだけ避ける目的で堰を 5 m 川表に出した。A_3 案については原案と比較しながら各項目別に説明する。

（1） 流量配分について

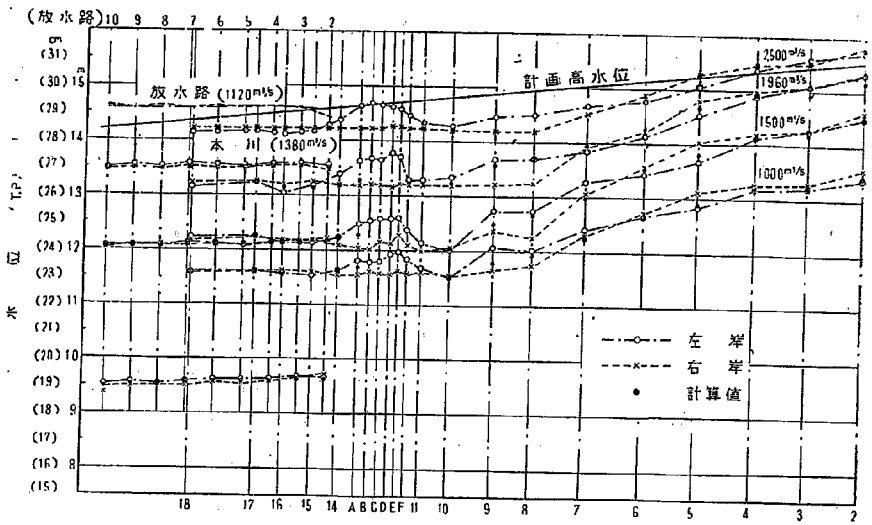
図—25 に示す如く計画流量 1,960 m³/s で 1,010m³/s 放水され原案よりも 25 m³/s 増加した。其の他の流量についても原案より約 5% 方増加した。A_1，A_2 案でも，A_3 案と殆ど変りはない。従って呑口の形状，堰の位置のこの程度の変化では放水量に殆ど影響を及ぼさないものと思われる。



図—30

（2） 溢流状況について

本川流量の



図—31　A_3 案 水 位 図

増加に従って完全溢流，不完全溢流，潜堰と溢流状態は変化する。この状態は原案の場合と同様であるが潜堰状態で堰上を覆った死水域は殆ど消滅した。堰上を流れる流水の方向は 1,960 m³/s で堰軸に対して 70° 前後，流量が減少し溢流状態が完全溢流に近づくに従って次第に堰軸に対して直角に溢流するようになる。

（3） 水流について

図—31 に 1,960 m³/s，1,500 m³/s，1,000 m³/s の左右岸水流を示す。

本川上流側高水敷取付法線を変更し断面を徐々に変化させることにより原案に見られた No. 9～No. 10 の特に急激な水面低下を消滅させることが出来た。しかし No. 9～No. 10 断面間の両岸の水流差が大きくなり模型で最大 1 cm 程度に及ぶ。又流点に於ては流れが堰前で急激に流速水頭を取戻し堰前 20 cm 近辺で水流最大となり右岸側に向うに従って水位は低下しその差約 1 cm である。

図—31 の ◎ 印は不等流計算に依る計算値を示し実験値と大略一致し，模型の相似性が非常によいことを示している。

（4） 流況について

1） 死水域の位置及び大いさ

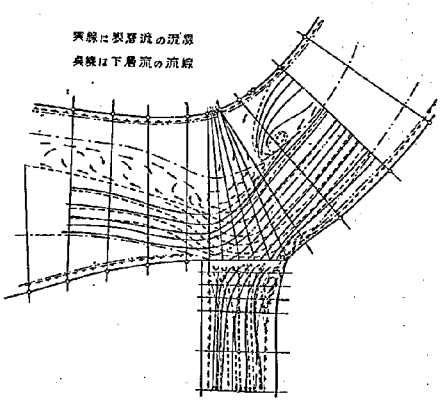
図—32 に見る如く A 部死水域は呑口上下流共に高水敷を堀削して流れを左岸側に導いたためより以上に発達し No. 14 断面で原案より 10 m 流心部に喰込む結果となった。B 部死水域は殆ど消滅した。このため右岸側の流速を軽減させることができ原案より非常に良好な結果を得ることが出来た。C 部死水域も問題とならず細長く残るのみとなった。D 部死水域は原案と殆ど変らなかった。

2） 流線について

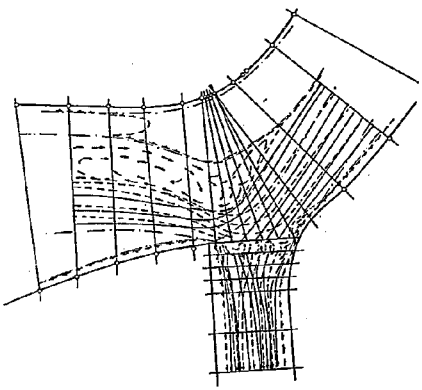
図—32 に見る如く下層部流線は原案より愈々本川側に向う様になり上層部流線とはいちじるしい相違が見られる。この点前流の河川分流に関する基礎的実験に類似している。分流後両水路には螺線流わ発生が見られた。放水路側の螺線流は溢流状態が完全溢流になるにしたがっておとろえ 1,000 m³/s（総流量）の実験では殆ど見られなかった。

3） 流速について

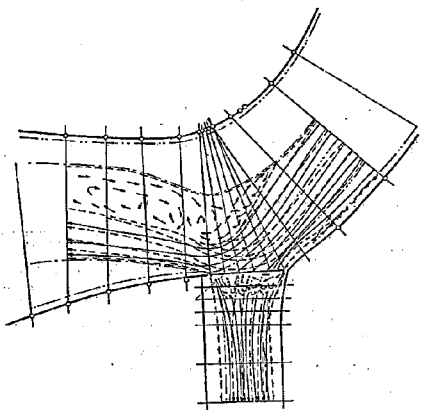
1,960 m /s，1,500 m³/s，1,000 m³/s の上層，中層，



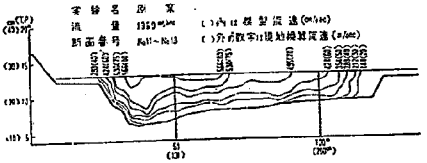
図—32 (a)　A_3 案流線図



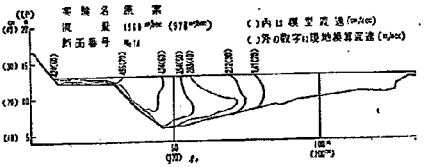
図—32 (b)



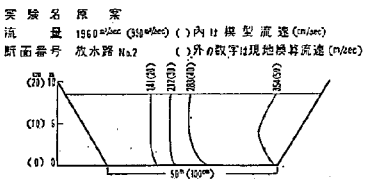
図—33 (c)



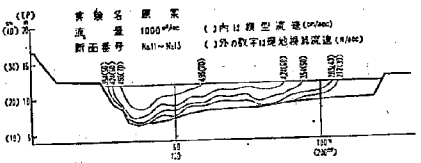
図—33 (a)　A_3 案流速分布図



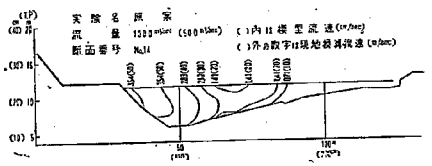
図—33 (b)



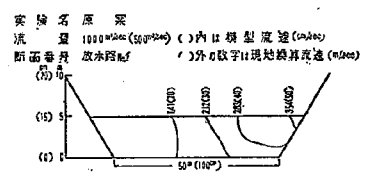
図—33 (c)



図—33 (d)



図—33 (e)



図—33 (f)

下層の流速分布を図—33 に示す。

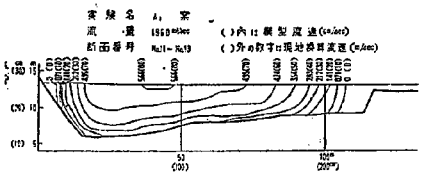
分流点上流部の高速流は依然として衰えず，前述の様に河床は強大な掃流力を受け，不安定な状態におかれるものと思われる。分流点に於て急に流速は衰えるが堰前の堰に沿う流速は原案，A_1，A_2 案に比べて多少速くなった。分流直後の瓦速は高水敷を滑かに取付けたため原案で高水敷上に現れた射流は消滅し流れの状態は滑かになったが遡左岸は強い流勢にさらされる。一方放水路側の流況はいちじるしく改善され流速分布はより均等になった。図—34，35 に 1,90，1,000 m³/s（A_3 案 1,500 m³/s に含む）の本川 No. 14，No. 11～13 断面及び放水路側 No. 2 断面の流速分布を原案と比較して示す。

（5） 放水路取付法線について

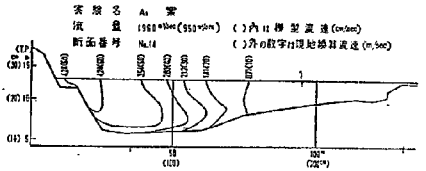
放水路左岸法線は次の様な形状が望ましい。

1. 潜堰状態に於て発生する死水域を消すこと
2. 完全溢流の場合壁に溢流水で衝突しないこと

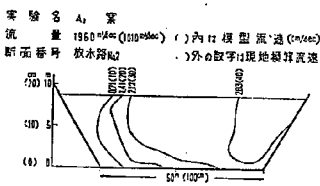
しかるに潜堰状態に於て，法線を堤内地に引く程左右



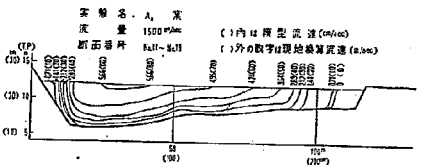
図—34 (a)



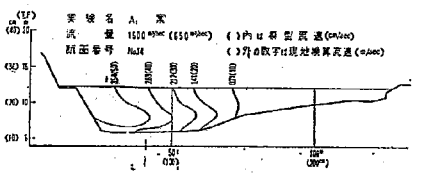
図—34 (b)



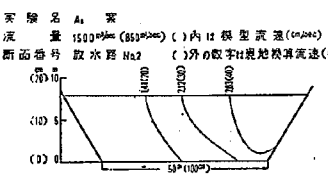
図—34 (c)



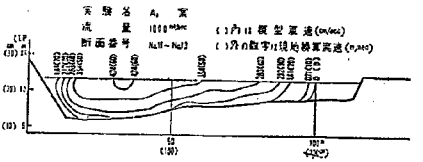
図—34 (d)



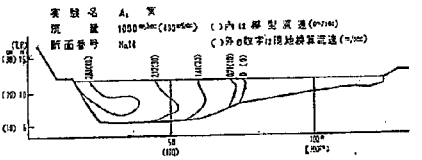
図—34 (e)



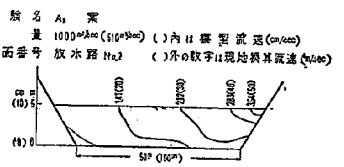
図—34 (f)



図—34 (g)



図—34 (h)



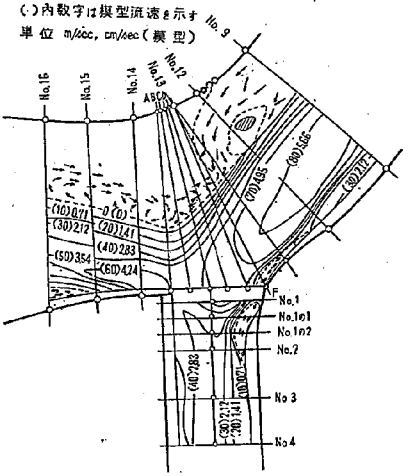
図—34 (i)

A_3 案　(表層流速分布)

Q=1960 m³/sec (木川 950 m³/sec, 放水路 1010 m³/sec)

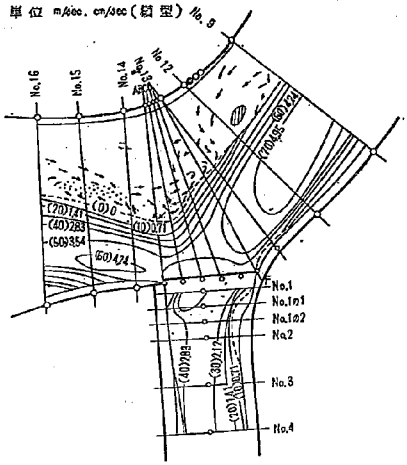
( )内数字は模型流速を示す

単位 m/sec, cm/sec (模型)



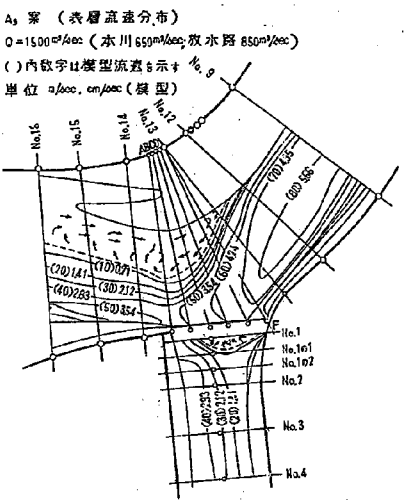
図—35 (a)

A₂ 案 （中層流速分布）
Q＝1960m³/sec（本川950m³/sec, 放水路1010m³/sec）
（）内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec（縮型）



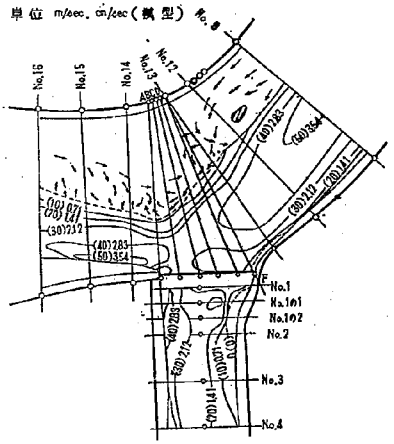
図—35 (b)

A₃ 案 （表層流速分布）
Q＝1500m³/sec（本川650m³/sec, 放水路850m³/sec）
（）内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec（模型）



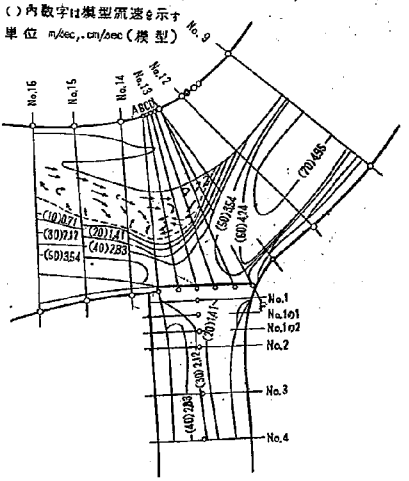
図—35 (d)

A₂ 案 （下層流速分布）
Q＝1960m³/sec（本川950m³/sec 放水路1010m³/sec）
（）内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec（縮型）



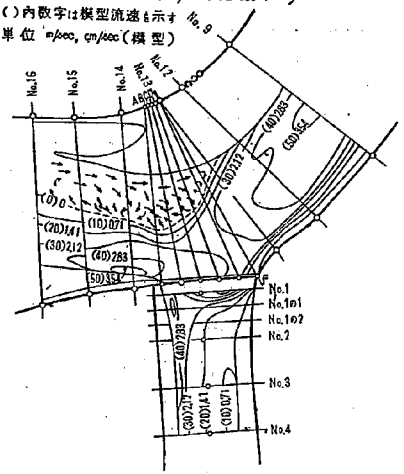
図—35 (c)

A₃ 案 （中層流速分布）
Q＝1500m³/sec（本川650m³/sec, 放水路850m³/sec）
（）内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec（模型）



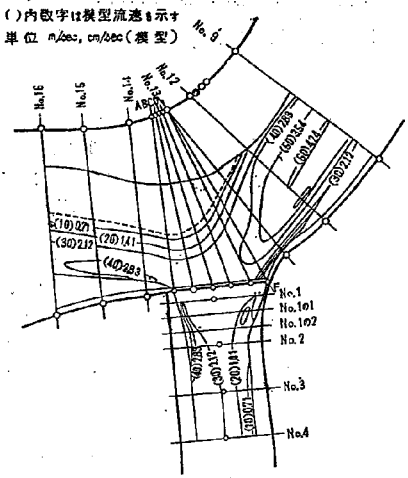
図—35 (e)

A₃ 案　(下層流速分布)
Q=1500m³/sec (本川 650m³/sec 放水路 850m³/sec)
( )内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec (模型)



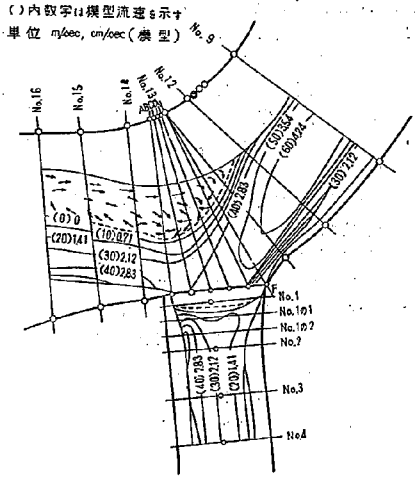
図—35 (f)

A₂ 案　(中層流速分布)
Q=1000m³/sec (本川 490m³/sec 放水路 510m³/sec)
( )内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec (模型)



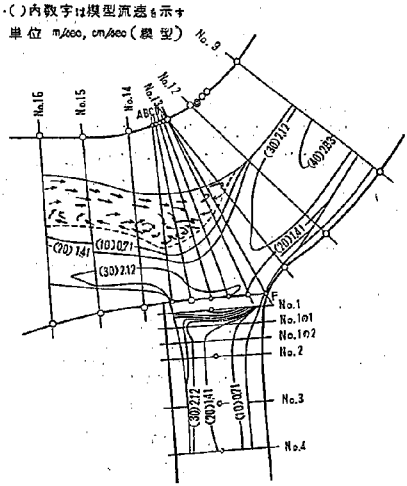
図—35 (h)

A₃ 案　(表層流速分布)
Q=1000m³/sec (本川 490m³/sec 放水路 510m³/sec)
( )内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec (模型)



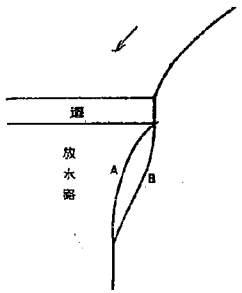
図—35 (g)

A₁ 案　(下層流速分布)
Q=1000m³/sec (本川 490m³/sec 放水路 510m³/sec)
( )内数字は模型流速を示す
単位 m/sec, cm/sec (模型)

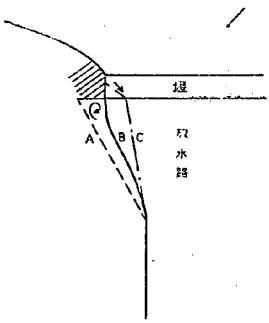


図—35 (i)

岸の圧力の差が大きくなって死水域は発達する様になる。それ故に法線は流線に忠実に定めることが望ましい。一方完全溢流の場合は堰に直角に溢流する流水の方向を徐々に変え滑かに放水路に導く様な法線が望ましい。即ち，潜堰昨態では図—36 のＡ線，完全溢流の場合にはＢ線の様な法線が望ましい。この様に両者相反する様になる。従って法線の決定には潜堰状態に於て特に害にならぬ程度の死水域は許すことにし図—20 の様に決定した。かくして完用溢流，潜堰を通じて最良案を得ることが出来た。



図—36



図—37

右岸法線は図—37 のＡＢＣ３案について実験を試みた結果Ａ案では図の位置に柱状渦を生じ，Ｃ案では図矢印の方向に緒位を生じ共に護岸維持上好ましくない。Ｂ案ではこれらの点が改められて良好な結果を得ることが出来た。又左，右取付部共に堰に対して鉛直に取付けるのが一番よい。この点について大野川模型実験，[8] 鴨川床止め模型[9] 実験でも 指摘されている。

（6） 洗堀溢流積について

分流点附近の洗堀流積の問題を予想するため次の様な実験を行った。

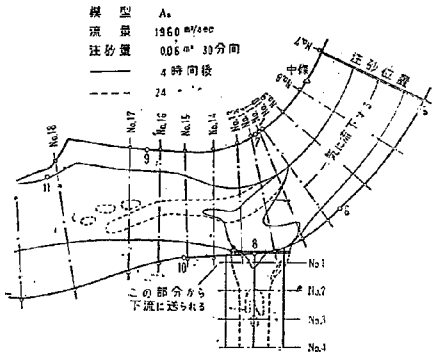
模型の形状は A_3 案，流量 1,96⁹m/s の状態で，本川 No. 7 断面から 0.060 m³ の川砂を 30 分間均等に注砂しその移動状態を調べた。その経過は次の様である。

1) 注入された砂は No. 10 断面附近迄一気に掃流され No. 10 断面附近から徐々に流砂される。

2) 注砂始めから時間後では 図—38 に示す様に堰前一面に流砂され（堰高迄）一部の砂は堰中央附近で上げられ堰を超えて放水路側に移り堰砂する。

3) 堰前一面に水積した砂はその後堰前の堰に沿う流れにより砂は堰の下流部より徐々に下流に運ばれ，先づ堰に沿って洗い流され徐々に右岸値に及ぶ。

4) 下流に運ばれた砂は図—32 に 示した底部流線と同方向に移動しＡ部死水域の周辺に集まり又一部は No. 17 一方放水路側では堰前に流砂した砂は，下流に運ばれ No. 2 断面より No. 3 断面間に流砂し断面附近に流砂する。注人始めより 24 時間には図—38 の点線位置に流砂し以後変化は 殆ど 見られなかった。



図—38　砂を流した実験

この実験結果及び前述の流線，流速分布等から洗堀流積について次の事が予想せられる。

1) 分流点上位では特に流速が速く，掃流力強大となり当然洗堀が予想せられる。

2) 分流点で流速が急に衰えるので一応堰前面一面に流積するものと考えられる。しかし堰に沿う流れに依る掃流も期待されるので如何なる状態になるかは出水の形態，頻度に関係する。

3) 分流直後の本川は死水域に圧迫されて流水が速くなり且つ螺線流の発生が見られるのでこの部分の深堀れが予想せられる。従ってこの部分の左岸側の護岸，根固めの施工は充分注意せねばならない。

4) 放水路分流直後右岸は高速にさらされるので保護する必要である。又，堰より No. 2 迄の間は流速流向に相当乱れがあるからこの部分の河床はある程度保護することが望ましい。

5) 分流後本川側にては No. 17～18 断面，放水路側では No. 2～3 断面から流れが均等になり掃流力が衰えるのでこの部分に土砂の流積するのが予想せられる。

6) Ａ部死水域は流積が行はれるものと考えられる。これ等の各項は模型実験の範囲内で局部的に予想ささ

8) 前出

9) 安芸皎一，佐藤清一：思流河川の床上堰堤下流吸部洗堀に関する模位実験　土木試験所報告 49 号

洗れる事であり，狩野川全体の規模から見た分のための流堰流積問題は又別であり，この問題については現地の調査資料が無いので解析することが出来なかった。

（7） 堰前面に流砂した状態に於ける実験

堰前面に土砂が流積した場合流量配分，流況が如何に変化するか調べるため，堰前一面に平均径 5 mm の砂利を堰の高さ迄敷きつめて 1,960 m³/s に対する実験を行った。

実験の結果，流量配分は A_3 案と殆ん変りない。流況として特記すべき変化は，分流点左岸側高水敷上を水が流れる様になり（水位上昇のため）A 部死水域は完全に消滅した。このため分流点直下流の右岸側の圧力が減じ全体として流況は甚だ良好になったと云える。

（8） A^4 案実験について

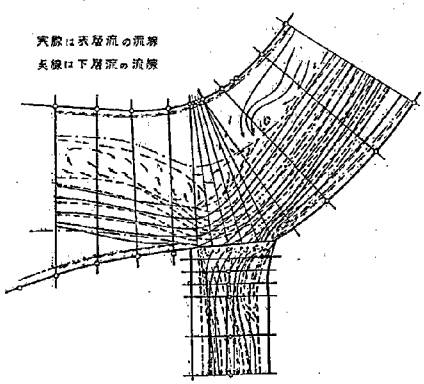
流量配分，水面形は A_3 案と殆ど変化はない。又堰を傾斜させ堰の上流側が川表に張り出したので流向が樋水路側に充分変る以前に流れが堰上を通過する。このため堰を通過して後も猶そのまま進む傾向が強く，右岸側に衝突して急に流れの方向を変える。そのため流線の彎曲が大きくなりB部死水域がいちぢるしく発達する。其の他 A_3 案に比べて特に変化した点は認められない。

この様に堰を川表に傾斜させることはB部死水域の発達を促し望ましくない。一方放水路側に傾斜させれば当然流水は直接右岸に衝突しその部分に強大な圧力を与えることになるので結論として堰の方向は放水路中心線に直角に取付けるのが最も望ましい。

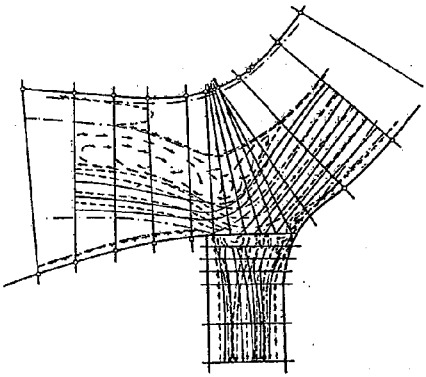
（9） 改良案 B

流量配分を図—25に示す。放水量は総流量 1100 m³/s から A_3 案より徐々に増加し計画流量 1,960 m³/s で，1,082 m³/s 放水されることになり A_3 案より 72 m³/s 増加した。

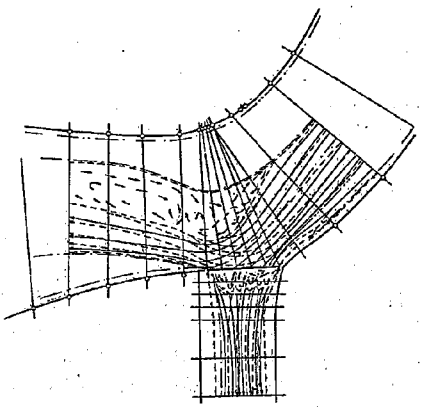
其の他流況として A_3 案に比べて特に変化した点は認められなかった。



図—39 (a)



図—39 (b)



図—39 (c)

（3） 分流点の水理設計

以上検討の結果各案中の最良案である A_3 案を得ることが出来た。そこでこれらの結果を綜合し且つ得られた結論から頭首工設計の具体的な方針を与えることにし，結論をも兼ねることにする。

1. 分流点に於ける水位と流量との関係

分流点の水理を解明するに当って先づ知らねばならないことは上流条件或は下流条件により分流点の水位が如何なる影響を受けるかである。今狩野川分流点について見るに当地点の水流に影響を及ぼす条件として上流条件は，分流点の流れがいはゆる常流であるから考える必要なく下流条件のみを考えればよい。そこで分流点水位に影響する要素は河道の形状，支川の流入，潮汐が考えられる。これ等の内潮汐及び黄瀬川の影響が消失すると考えられる徳倉橋地点の既往の資料より作製した水位流量曲線より出発して不等計算を行い途中支川大場川，来光川の二支川の流入が分流点水流に如何に影響するか検討を行った。(不等流計算の出発水流を徳倉橋地点の既往の

水位流量曲線に選んだので潮汐及び黄瀬川の影響が徳倉橋地点に多少影響しているとしてもそれ等は或る程度考慮されていることになる）その結果，図—9 の如く支川の流入量の変化により分流水位が変化することが知られしたがって固定堰よって分水する場合支川流入量が分流率に影響及ぼすことをたしかめ得た。それで分水を固定堰方式で進める以上如何なる支川流入条件の場合計画の分流率を満足させるかが大きな問題となった。この点について前述の様に図—9 の a 曲線を今後設計を進める場合の基準水流量曲線とした。

2. 分流方式の検討

分流点に於ける分流方式は

1. 現地の特殊性
2. 水理条件
3. 工　費

により大きく左右されるからこれ等の条件について分流方式は十分検討せねばならない。狩野川分流点に於てもこれ等の点を充分考慮して先づ可動堰を設けて人工的に分水調節を行うことを取止めすべて自然分流方式で分水させることにした。自然分水について

A　本川に固定堰を設けない案

B　本川に固定堰を設ける案

（二案共に放水路始端に固定堰を設ける）

の 2 案について表—3 の如く堰巾，分流開始流量，放水路掘高の各種案に対して検討を行った。その結果から本川に固定堰を設けても計画放水量が得られず寧ろ固定堰を設けない方が有利であることを知り得たので本川に固定堰を設ける案は省くことにした。更に本川に固定堰を設けない案について検討し結果その中から最も合理的と思われる 2 案（表—3，④，⑦ 案）を選び更に原案をも含めて 3 案について模型実験を行い水理計算の妥当性及び分流点の細部設計を行うことに決定した。

3. 決定された方式に対する模型実験による検討

実験の結果前説明の A_3 案を決定案と見なし A_3 案について各項目別に説明する。

a. の量配分について

計画の水量 1,960 m³/s に対する流量配分は本川側 950 m³/s，放水路側 1,010 m³/s となり，又分流開始流量は 200 m³/s を維持し得る。したがって予め定められた計画い量配分率を殆ど満足する。其の他の流量についても図—26 の如く本川総流量 1,500 m³/s 程度で最も能率よく放水される。

又分流の安定性を考えると分流点の取付法線の多少の変更，固定堰の位置方向の多少の変化では流量配分に殆ど影響はない。しかし将来本川，或は放水路に土砂の流積が行われ下流条件が変化する場合には流量配分にも大きく影響を及ぼすものと考える。

b. 固定堰の位置方向について

固定堰の位置を放水路側に引き入れれば堰前の流砂を捉進し且つ固定堰を越えて放水路に入る土砂量の増加が予想され，又川裏に出し過ぎれば流心部が直接固定堰に当り固定堰は高流速にさらされることになり，深堀れが予想せられて好ましくない。結局堰の位置は A_3 案の位置が最も適当と思われる。

一方固定堰の方向は堰の下流端を中心にして堰軸を放水路側に振ると堰を正角に溢流する流れが放水路右岸に衝突してその部分に大きな圧力を加えることが予想される。又軸を川裏に傾斜させれば放水路取付部左岸の死水域非常に発達してこの部分に澱砂することが予想され且つ右岸側の圧力を増大させて共に好ましくない。結局堰軸は放水路中心線に直角に取付けるのが最も良好な結果を与える。

c. 分流点の取付法線について

分流点の取付法線は

1) 流れの安定性を得る
2) 局部的に高流速を受ける部分を除去するか或いは軽減させる。
3) 死水域を出来るだけ消滅させて流水断面を有効に使用する。

以上の 3 つの条件をできるだけ満足させる様に取付法線を決定した。決定した法線について説明すれば，先づ本川左岸上流側の放水口への取付法線は低水路を滑かに引くことによりこの部分の圧力を軽減させることが出来る。しかし余り引き過ぎると死水域が発生して効果がない。又下流側取付部も，この部分には特に強大な圧力がかかりその取付法線の形状は，流れの安定性に大きく影響するので注意せねばならない。又堰を溢流して後の放水路断面への取付は特に左岸側の取付法線は前述の様に溢流量が大きくて堰が潜堰状態になる場合と溢流量が小さくて完全溢流の場合では，望ましい法線の形状は相異することになるので両者多少の不利益は課することにし特に害にならぬ様に決定した。又両岸の勾配は堰に向って徐々に直角に取付けるのが望ましい。これ等のことを綜合すれば案の形状が最も望ましい。

d. 護岸，其の他について

実験により得られた流速分布，流況から判断すれば，分流点上流左岸低水路（分流点より No. 8 附近迄）分流点下流左岸低水路（分流点より No. 17 附近迄）及び放水路右岸（堰より No. 3 附近迄）は特に強い流勢にさらされ，其々流速は 5 m³/s，3.5 m/s，3.0 m/s 程度に達するのでこの附近は，特に充分保護する必要がある。又放水路左岸側（堰より No. 3 附近迄）は低流量の場合（完全溢流の場合）この部分の圧力が強くなる場合があるので低水にして保護する必要がある。又，堰より下流 No. 2 附近迄は河床を流れる流水の乱れが烈しいので適当に保護することが望ましい。

e. 一般水理現象並に土砂の移動について

分流のため分流点上の流水流が急激に低下し，分流部の水流は著しく緩勾配になるか或は逆勾配の傾向を有する。このため分流点上流の流速は強大なものとなり，其の後分流点に於て流速は急激に変える。一方分流により流水は分流側に引き寄せられ且つ分流点から二方向に変向するので以後流水が元に復する迄の間彎曲水路と類似の現象が現れ分流側は烈しい流勢にさらされ，その対岸には死水域の発生が見られる。そして流れはいわゆる螺線流を呈する。これ等の現象は分流には多かれ少なかれ発生する一般現象であるが狩野川の様に総流量の 50 % を放水し且つ水路形状の特異性から特に顕著に現れる。

分流にはこの様な水理現象を伴うので土砂の移動もこれ等の現象に比例して現われものと考えられ，したがって，分流点上流の掃流力は甚だしく強大で河床は不安定な状態になり当然洗堀されることが予想される。

一方分流部に於ては急激に掃流力を減じて上流から押し流された土砂は先づこの部分に留まるものと考えられる。分流直後再び流性力が増大し且つ螺線流の影響を受けて土砂は活潑に移動し対岸の死水域及び下流部に運ばれ流れが均等化するにつれて土砂の運搬能力を失って徐々に流積せられ河床の上昇を見るに至るものと考察せられる。

5. 結　語

結語以上の検討により大体所期の目的を果すことが出来た。猶今後に残る重要な問題として土砂の洗堀・水流の問題があり，この問題については現在の資料では解流不可能であり，今後の現地の調査の進行に俟つ所大である。

放射性同位元素を使用した地下水調査報告

玉川温泉における地下溶透除毒工法に関する調査（2）

有泉　昌*・大場正男***
近藤　紀**・森　芳徳****

昭和 33 年 9 月

A Report on the Research of Underground Water-Radioisotopes.

—Investigation of the treatment of acid by chemically—
—dissoving method dt Tamagawa Hot Spring—

Sep.—1958.

A. Ariizumi, N. Kondo, M. Oba, S. Mori

Synopsis :

In June, 1957, a successive experiment to the report formerly published as the first and the second one of the series of bield tracing experiments at the site of Tamagawa Hot Spring was made on at the same locality and with the same intention as the formerly performed experiments purported.

In planning this experiment, an emphasis was posed on equilibrial state of the inner part of the deacidification area, where, it is of the nature which, in having some experiments of this sort, equilibrial state should be accomplished. But, to our regret, our efforts proved to be ineffective. Though we failed in the important point mentioned above, taking advantage of its non-equilibrial state, we get an understanding about some quantitative behaviors of underground water here concerned.

The salient point to be pointed out in this experiment is the detection of several peaks with extraordinarily intensive radioactivity. By means of this phenomenon, we were afforded some ideas about the fine structure of the underground channels, and, the fact that the peaks of radioactivity detected here appears discontinuously accorded with the data of the first and the second experiments.

Here, we report on the method of this experiment, and some considerations are given on the date here obtained.

要　目　前回の報告で述べた玉川温泉の地下温泉伏流水の第1回，第2回追跡実験に引続き．第3回実験を 1957 年6月に実施した。此の実験では温泉水滲透部分が平衡状態にある時の追跡に主眼を置いていたが，此の点では目的を達し得なかった。しかしこの実験で検出された異常に大きな放射能ピークの存在から．ピークの形状についてのデータを得ることができ，またそれらの非連続的な出現は．第1回．第2回実験で得られた結果と良く一致した。尚此の実験で温泉水滲透部分が平衡状態に到達していなかったことを利用して或る程度の定量的な考察を行うことができた。此の報告では．第3回実験の経過を述べ．得られた結果について考察を行う。

目　次

1. まえがき……(2)
2. 1956～7 年における通水状況……(2)
3. 実験計画……(2)
4. 使用ＲＩ……(2)
5. 実験過程……(3)
6. 結　果……(3)
7. 考　察……(4)
（1）放射能強度曲について……(4)
（2）湧出口の状況について……(6)
（3）地下の包水量について……(7)
8. 結　論……(9)
文　献……(9)

（1）に

1. まえがき

前回の報告[1]において筆者らは玉川温泉除毒現場という特殊な環境の下にある地下伏流水をRIを用いて追跡した経過について述べ，得られた結果について概括的に考察を試みた。其後1957年に筆者らは再び現地において実験を行う機会に恵まれ，都合3回に亘って現地実験を行ったが，その目的とする処は前年度の実験では遂行できなかった現場の脱酸平衡状態におけるトレースを実施すること，および前回のものとは別の溶透井，湧出口を用いて更に長距離に亘るトレースを実施することの二点であった。前年度に実施した第1回，第2回の実験では，現地の導水路改修工事の都合で注水が断続的であった為，I-131，P-32等の短半減期RI入手期日の制約もあって，除毒区域が脱酸平衡状態にある時に追跡を行うという主旨には沿えなかった。それ故，検出された放射能の強度一時間分布曲線は現地において除毒が進行中の即ち除毒区域本来の姿を捉えたものでるとは云えなかった。

筆者らは前年度の実験で調査漏れした点を補足し，更に長距離に亘るトレースを行って除毒区域の地中状態に関する詳細なデータを得る為に，次に挙げる項目の実験を行った。

1. 第3回 1957年6月 現場が脱酸平衡状態にある時，1—1号井，2—1号井を使用して前年度第2回実験の追試の意味も含めて長期間連続通水後の地中の状態変化に関するデータを取る。

2. 第4回 1957年9月 同じく平衡状態にある時1—1，号井について2種のRI（I-131およびP-32）を或時間々隔を置いて投入し，湧出口における其等RIによる放射能の出方を調べる。

3. 第5回 1957年11月 1—5号井（1—1号井より450 m）以遠の溶透井を使用し，湧出口として前回実験における湧出口No. 6の位置より更に40 m程下流部に存在するものを選び，5～600 mの距離に亘る伏流水のトレースを行う。

実験は現場の導水路改修工事の都合，RI入手期日の制約，天候不順等の原因で，当初の実施計画に沿えなかった点もあり，全体として統一性を欠いた憾もあるにはあったが，今年度で得られた結果は前年度で得られたものと非常に様相が変っている点もあり，之等の点に関する検討は本報告における考察だけでは尽し得ないと考えられ，今後更に新たな実験を行って検討を加える事が必要であろうと思われる。

ここでは1957年に行った3回の実験のうち最初のもの，すなわち第3回実験について報告する。

2. 1956～7年おける通水状況

現場の前年度導水路改修工事は，前年度第2回実験の直前10月4日に全部終了し，10月5日より湧出温泉水全量を導水路第1監視所の位置—1—5号井一迄の溶透井に注入し始めた。1—1号井および1—2号井は前回実験中は第1回の報告[1]による如く実験目的に叶うべく流量を制限していたが，実験終了後は制限を取除き，流量を増加させた為，前記2本の溶透井の周辺には湯溜が生じた。その後，このままの状態で越冬させた。翌1957年6月13日，導水路見廻りに上って来た係員が，導水路に3箇所の破損部分が生じているのを発見し，被害の増大を防ぐため直ちに取入口を締め切った。破損箇所の応急処置を済ませ，16日14：00から取入口を一部開き，1—1号井に5 l/sec，2—1号井に12 l/secの流量で注水を開始した。1957年度に最初に行った第3回実験は6月17日から21日まで行ったが，其後注水は導水路補修工事の都合上第4回，第5回実験の前後を除き停止した。

第4回以後の実験における通水状況は，第3報[2]で説明する予定である。

3. 実験計画

前年度に実施した2回の実験では，両回とも水素イオン濃度，塩素イオン濃度の測定から判明する除毒区域地下部分が，脱酸平衡状態に到達した後に実験を実施するという主旨には種々の事由から沿えなかった。しかし前年度第2回実験の際に得られた水素イオン濃度，塩素イオン濃度の時間的変化曲線と当時における通水状況に関するデーターとから，除毒区域の地下部分が温泉水の収支に関して平衡状態を維持し始めるのに必要な期間は大体14日間と考えられたので，此の場合前年の10月中旬から現地では通水が継続されているのを利用し，導水路補修工事再開の為に通水が中止されない内に実験を行うことにした。又8ケ月に亘る連続注水の後では，除毒区域地下部分も相当温泉水滲透の為に様相が変化していると思われ，湧出口の消滅，新生，湧出量の変化，湧出水温の変化等も起っていることが予想されるので，之等の点に関する調査も今回実験開始前に行うこととした。実験室における精密測定は前回と同じく，I-131はIとして3mgのヨウ化ナトリウムをキャリアーとして加え，塩化パラヂウム・ナトリウムを加えてヨウ化パラヂウムの形として，P-32はPとして1mgの燐酸をキャリアーとして加え，モリブデン酸アンモニウムを用いて燐モリブデン酸アンモニウムの形として行う予定とした。

4. 使用RI

前年度に使用したものと同じくI-131とP-32の200 mc宛を用意した。之等RIの投入時における放射能は

I-131 107 mc, P-32 140 mc であった。RI と同時に投入するキャリアーとしては沃化ソーダ 100 g, 燐酸 500 g を用意した。此のキャリアーを加える意味は飽くまで追跡過程における RI の損失を最小限に止めるためであって，また此の量は注水温泉水量，地中の包容水量に比して無視出来る程小であるから，地中におけるイオン交換クロマトグラフィー現象によって放射能一時間曲線が影響を受けることは無い。

5. 実験過程

RI 入手の関係で実験は 6 月 17 日より実施することとし，現地には実験が終了するまで通水を停止しない様連絡を依頼した。しかし通水は 2. で述べた如く連絡が行き届かなかった為，13日に停止されていた。現地到着後直ちに取入口を開門し，1—1 号井と 2—1 号井に夫々 5 l/sec, 12 l/sec の流量で注水を再開し，翌 17 日 8：00 に 1—1 号井に P-32 を，2—1 号井に I-131 をキャリアーと共に 4. で述べた量投入した。同日 9：00 より渋黒川左岸の湧出口 No. 2, No. 3, No. 4, No. 5, No. 6 で採水を 30 分間隔で開始した。又同時に之等湧出口についてその湧出量，水温，pH，〔Cl〕等を調査した。同日 15：00 より湧出口 No. 2, No. 3, No. 3′ を採水間隔 15 分にし，22：00 より残りの No. 4, No. 5, No. 6 を同じく，15 分間隔にし，RI 流出の可能性が大な時刻を確実に押える様にした。19 日 0：00 より No. 2, No. 3, No. 3′, 同日 8：00 より No. 4, No. 5, No. 6 を採水間隔 30 分に切替え，21 日，20：00 で採水を終了した。採取したサンプルは実験室へ持ち帰り前年度の実験の場合と同じく試水 50 cc をとり I-131 はヨウ化パラヂウムとして，P-32 は燐モリブデン酸アンモンとして GM カウンターで測定した。但し今回はキャリアーの量を少し変え I-131 には I として 3 mg のヨウ化ナトリウム，P—32 には P として 1 mg の燐酸を用いた。

6. 結　果

実験室に持ち帰った試水 1,173 本に前述の如く化学処理を施して沈澱の放射能を測定したが，その測定条件，測定結果は次の通りであった。

測定器　科研製 100 進式スケーラー，GM計数管

動作電圧　1,300 V

自然計数　852/30 min　m＝28.4

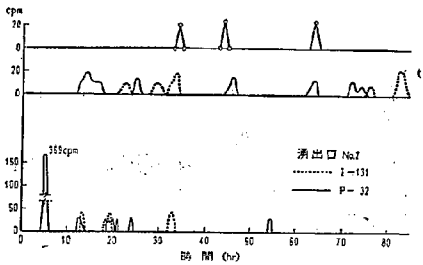
試料の測定　3 分間

同上の測定時間における自然計数の偏倚

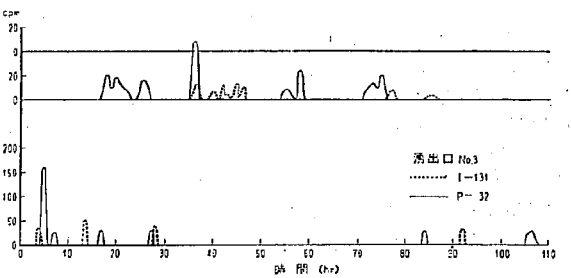
b. g. ＝28.4 ± 3.1

放射能検出の基準 3.12 即ち 38 cpm (3 min 測定) 此の基準は正規分布で 0.084 % の点に相当する。

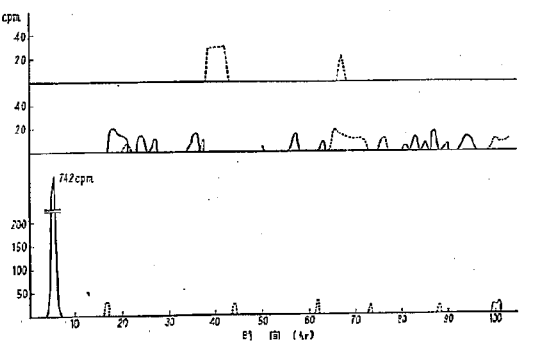
測定結果は



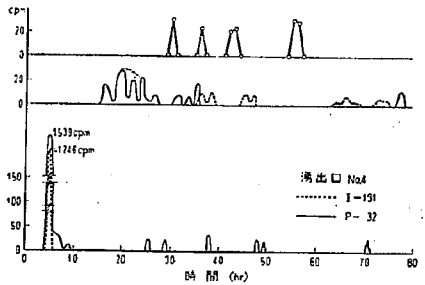
図—1.



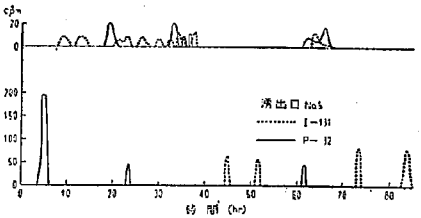
図—2.



図—3.



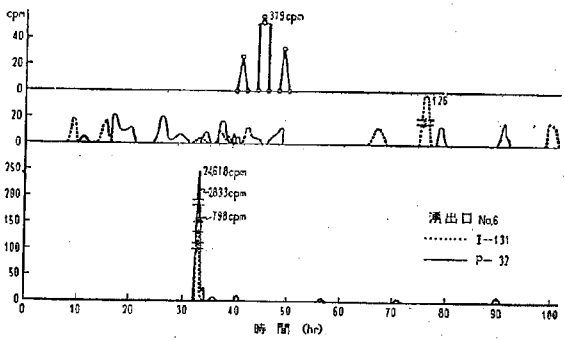
図—4.



図—5.

試料の放射能	I	P
～100 cpm	26 個	39 個
101～1,000 cpm	0 個	2 個
1,000 cpm～	2 個	5 個

合計 74 個の試水に放射能が検出された。之等検出された放射能を採水時刻を横軸に放射能強度—時間曲線を画くと 図—1～6 の第3段の如くなる，図—1～6 において，第1段は 前年度第1回実験の放射能強度—時間曲線であり，第2段は同じく第2回実験の際のそれである。之等サンプルの中2時間間隔の分についてはその〔Cl〕，〔H^+〕の採水期間中における時間的変化を測定した。その結果〔Cl^-〕については図—7，〔H^+〕については 図—8，〔H^+〕/〔Cl^-〕については図—9 に示す。又各湧出口の湧出特性の調査結果を表—1 に，採水期間中における各湧出口の水温の時間的変化を 図—10 に示す。



図—6.

7. 考　　察

(1) 放射能強度曲線について

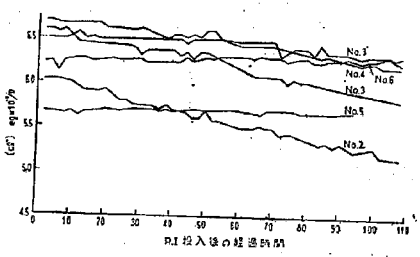
図—1～6 までの第3段に今回の実験における放射能強度—時間分布を示した。之等のグラフにおいて次の如き特徴点が認められる。

(a) 強大な放射能ピークが少くとも1個づつ凡ての湧出口について見出された。

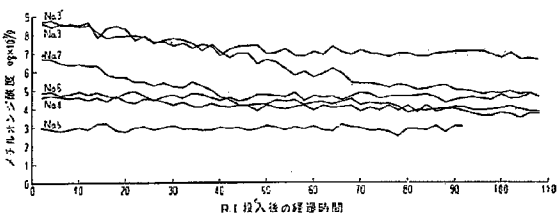
(b) 之等のピークは湧出口 No.6 において最大であり，以下 No. 4, No. 3' No. 2, No. 5, No. 3 の順に低下している。

(c) 之等強い放射能のピークは P-32 によるものが大部分である。

(d) 強大なピークの中，I-131 によるものはすべて P-32 のピークと同時に現われている。



図—7.　湧出水の〔Cl〕変化図(第3回実験)



図—8.　湧出水のメチルオンレジ酸度変化図(第3回実験)

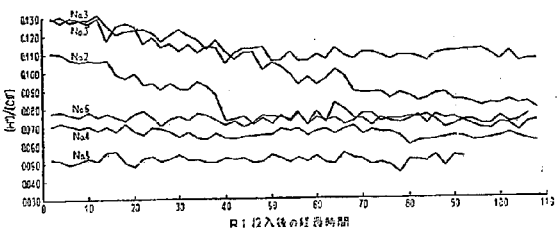
(e) 湧出口 No.6, No. 4 における P-32 のピークは (d) において述べた如く I-131 によるピークを随伴しているが，他の湧出口の P-32 のピークは I-131 のピークを伴っていない。

表—1.　湧出口での湧出量，水質等測定値

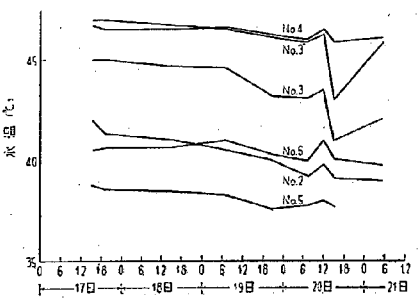
（調査月日　1957年6月17）

湧出口 No.	浅黒川．鹿湯川合流点よりの距離	湧出量 l/sec	前年度の湧出量	pH	前年度の pH	水温 (°C)	$[Cl^-]$eq/l ($\times 10^{-2}$)	前年度の $[Cl^-]$eq/l	稀釈率
1	約 80 m	5.5	3.2	2.2	2.8	40.1	5.25	2.0	1.54
2	約 80 m	3.0	2.0	2.2	2.8	42.0	6.02	2.4	1.35
3	約 110 m	0.7	0.2	2.1	2.8	45.0	6.60	2.3	1.23
3′	約 130 m	0.3	0.2	2.1	2.6	47.0	6.72	2.5	1.21
4	約 160 m	0.5	0.7	2.3	2.4	46.7	6.52	3.3	1.24
5	約 240 m	0.5	0.5	2.5	2.4	38.8	5.69	3.7	1.42
6	約 290 m	0.4	0.3	2.3	2.4	40.5	6.22	5.5	1.30

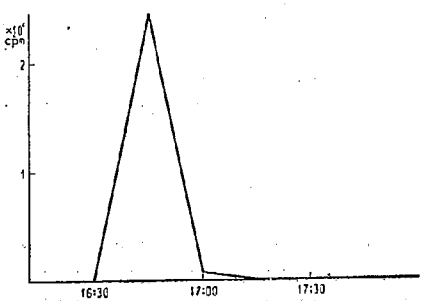
注入水　$[Cl]$　8.10×10^{-2} eq/l　　$[H^+]$　8.07×10^{-3} eq/l



図—9.　湧出水の $[H^+]/[Cl^-]$ 変化図(第3回実験)



図—10.　湧出口別水温変化図(第3回実験)



図—11.　湧出口 No.6 P-32 のピークの作図

（f）ピークの出現時刻は湧出口 No. 6 以外はすべて RI 投入後5時間であって，湧出口 No. 6一箇所だけは RI 投入後 32 時間 45 分であり，第1回実験の I -131 の 379 cpm のピークに対応するものと考えられる。

No. 6 以外の湧出口に現われたピークの出現時刻は，丁度此の時刻は前年度に得られた結果から考えて RI 検出の可能性が無いものとし，採水時間々隔を1時間にしていた為，実際に現われたピークの頂点を確実に捉えているものとは考えられない。RI 投入後5時間目の採水分が丁度 RI の出初めの時刻のものであったり，流出し終る寸前のものであったりしている可能性もあるので，実際の流出時間の中点としては ± 30 分位の誤差を見込まねばならない。また湧出口 No. 6 のピーク出現時刻にも同様 ± 8 分位の誤差を見て置く必要がある。以上列挙した特徴の各々について考察して見よう。

(a) に挙げた強大な放射能ピークの出現，即も特に湧出口 No. 6 における湧水 50 cc について P-32 の 24,618 cpm であるが，此の値を室内実験で得られた数値（前報 10 頁）を基にして考えると，試水中の P-32 濃度は 25.6 μc/1,000 cc であって，これを RI が投入された時刻（以後放射能の定量的計算の換算基準としては此の時刻を用いる。）に換算すると 50.8 μc/1,000 cc となる。此の 24.618 cpm のピークを実際のピークの頂点を表わすものと仮定して 図—11 の如く作図し，その放射能積分値を求めると 24,618 cpm × 15.52 分 となる。湧出口 No. 6 における湧出量は 実測した処によると 表—1 の通り 0.4 l/sec であるから，此のピークによって流出した P-32 の総量 A は前述の 50.8 μc/1,000 cc の値を用いて

$$A=50.8\times15.2\times60\times0.4\ \mu c=18.9\ mc$$

となり，此の値は 投入 P-32 の投入時における放射能 140 mc の 13.5 % に当る。此の 13.5 % という値を溶透井と湧出口間の流量配分関係から吟味してみると，Cl^- 濃度と流量から 1—1 号井に注入される温泉水のうち，湧出口に出て来るものの割合は

$$\frac{0.4}{5}\times\frac{6.22}{8.10}\times 100\,\%=6.17\,\%$$

となり，前に出した 13.5 % の値は過大なことが分る。

すなわち 1－1 号井に投入した RI が夫々の地中水路に夫々の透水能力に応じて流量を配分されて滲透し，そのうちの一部分が湧出口 No.6 に現われるとすればその量は全 RI 投入量の 6.17 % ということである。それ故に前の 13.5 % という値は図—11 の如き作図求積法が誤っていた為であって，実際のピークの形状はもっと裾の狭いシャープなものであったろうと思われる。

図—11 には補正を加えて，その面積を地中における吸着損失率が 0 であるとしても 40 % 以下に縮小せねばならない。しかし何れにしても 50 cc について 24,618cpm にも及ぶ放射能を有する試水が時間にして 1 時間位の間に得られたことは，滲透井においてキャリアーと共に投入された RI が殆んど追試子雲(tracer cloud) のままでサンプルとして採取された，すなわちサンプル採取の時刻が丁度 tracer cloud の流出時刻に符合していたものと考えられ，又此の tracer cloud も余り地中で攪乱を受けずに拡散をしない密集した状態のものであったと思われる。湧出口 No. 4 ならびに No. 6 において P-32 と I-131 による大ピークは同時刻に現われているが，このことは特に湧出口 No.6 についてピークに殆んど時間的なズレが無い処から，前回の報告でも指摘した通り，1－1 号井および 2－1 号井よりの注入水が地下に浸透後可成り早い時期に混合し，或る非常に透水性の大な水路を通って湧出口へ向ったこと，或は各々非常に特性の類似した透水性の大な水路を別々に通って全く偶然に同時に湧出口に現われたことを示すものである。このことから考えると之等両ピークの形状は大体相似でなければならない。しかし実測結果は P-32 ついて 5 個，I-131 については僅か 1 個の点しか押えていないので，之等僅かの点を結んでピークの真の形状を求めるには相等の誤りを侵す危険が伴う。その様な訳で之等大ピークについて，例えば 図—11 の如く定量的な考えを試みることは無意味であると思われる。また流 No.6 出口のピークの形状についてであるが，P-32 のそれは後に尾を引いているのに対し，I-131 のそれは尾を引いていない。このことの原因については，前述した如く P-32 と I-131 によるピークが互に相似の形を持っているという推定から，之等 2 個のピークの出現時刻に僅かばかりの時間的ズレが存在していた。すなわち I-131 のピークが少し P-32 のピークより先に現われていたこと，および混合し合う以前または別々に通って来た水路の特性に差異があったことが考えられる。

図—1～6 を見ると前年度に得られた結果と同じく孤立した小さなピークが各々出口に数個づつ存在するが，このことは既に述べた如く地中水路に網状構造が存在することを示すものである。また之等は P-32 と I-131 のものが別々に現われている為非常に滲透性の小さい各々独立した水路を通って現われたものであり，既に考察した大ピークの場合の如き流出の様式に従っていないものと考えられる。またここで注意して置くべきことは水路の重要性というものは，現われたピークの積分値で表わされるが 図—1～6 の小ピークはそれが非常に滲透性の小さな水路を通って来たものであるだけに，滲透中の環境の pH が他と比べて高いものであることが多く，また岩石または土砂類との接触時間も長いので吸着も起り易く，その為 RI の損失率がずっと大であるかも知れないのである。その様な訳で之等小ピークの機能も無視出来ないものである。

(2) 湧出口の状況について

渋黒川左岸の 7 個の湧出口について 6 月 17 日実験開始当日に調査した結果を表—1 に示す。此の表を前年度第 2 回実験実施の際に調査した結果と比較すれば，前者は前年度第 2 回実験から引続いて連続 8 ケ月間に亘って注水を行って来ただけに，非常な変化が起っていることが認められる。主な相異点は

(a) 湧出量が全般的に増加している。

(b) pH が低下した。特に此の現象は少い番号の湧出口について顕著である。これと並行して脱酸効率も低下している。

(c) 水温が湧出口 No.6 を除いて相当上昇した。前回の調査では水温は湧出口の番号の順に高くなっていたものが却ってその逆の傾向を持つに至っている。

(d) Cl^- 濃度も相当増加した。

湧出口の新生，消滅は見られなかったが更に長期に亘る連続注水の後では之等の現象も起る可能性がある。上記の相異点について考えて見よう。(a) の湧出量の全般的な増大は各湧出口に通じる地中水路の断面積増大，内部抵抗減少の結果であるが，之等は前回の報告でも述べた如く，酸性温泉水の作用による地下酸可溶性成分の溶出，土砂岩石類の多孔質化，従って滲透性の増加，ならびに水流による不溶性抵抗体の運搬等に基づくものと考えられる。玉川温泉水除毒における脱酸反応は主として表—4 から分るごとく，土砂岩石中の可溶性アルミナ分によるものであって，温泉水滲透により地中の可溶性アルミナ分が溶去されて，土砂岩石類は多孔質化され滲透性を増大する。8 ケ月間に亘る連続注水で溶去されたアルミナの量は Al_2O_3 の形としてその 1 当量は 16.99 g であるから

$$16.99\times 240\times 24\times 64\times 60\times 40\times(10^{-1.1}-10^{-2.2})\ \mathrm{g}$$
$$=1,030\ \mathrm{t}$$

但しここでは湧出口 No.1 から No.6 までの 7 個の湧出口に関係する除毒区域地下への温泉水補給がもっぱら 1－1 号井および 2－1 号井によって行われるものとし，それら 2 本の溶透井の注水能力として冬期間実施さ

表—1.　湧出水の〔Cl⁻〕の変化

(1957：6—17～6—25)

湧出口	初めの3試水の平均値(A)	終りの3試水の平均値(B)	減少率	湧出量	〔Cl⁻〕湧出量 A×(湧出量)	〔Cl⁻〕の変化（注水開始後）			
						120 hrs	140	160	180
単位	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l	%	l/sec	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l
2	6.03	5.18	14.1	3.0	6.51	5.87	5.64	5.51	5.34
3	6.54	5.84	11.4	0.7	1.66	6.39	6.33	6.08	5.98
3′	6.70	6.29	6.1	0.3	0.72	6.62	6.55	6.48	6.35
4	6.53	6.23	4.6	0.5	1.18	6.53	6.50	6.43	6.31
5	5.66	(5.69)	−0.5	0.5*	1.02	5.69	5.69	5.69	5.68
6	6.20	6.30	−1.6	0.4	0.89	6.27	6.28	6.30	6.28
注入開始後	98 時間	198 時間							

註　1)　〔Cl⁻〕の供給量　4.93×10^{3} eq/hr

2)　湧出口 No.1 の〔Cl⁻〕湧出量推定値　1.15×10^{3} eq/hr

3)　湧出口 No.5 の湧出量は RI 投入後 90 時間目において 3 cc/sec となつた。

表—3.　湧出水の〔H⁺〕の変化

(1957：6—17～6—25)

湧出口	初めの6時間の平均値	終りの6時間の平均値	減少率	〔Cl⁻〕の減少率
	$\times 10^{-3}$eq/l	$\times 10^{-3}$eq/l	%	%
2	6.59	3.64	44.8	14.1
3	8.51	4.71	44.7	11.4
3′	8.64	6.61	23.5	6.1
4	4.63	3.87	16.4	4.6
5	2.88	(2.91)	−1.0	−0.5
6	4.80	4.60	4.2	−1.6

表—4.　湧出水の陽イオン濃度（単位 ppm）

	Ca^{++}	Fe^{++}	Al^{+++}
鹿湯温泉	198.8	56.7	399.5
湧出口 No. 2	202.0	25.2	449.1
〃 No. 3′	232.1	19.2	546.1
〃 No. 4	242.1	12.4	827.5
〃 No. 6	248.9	12.2	595.3

れて来た 40 l/sec の値を用いた。

すなわち約 1,000 t のアルミナ分が地中から溶去されたことになる。1—1 号井および 2—1 号井より注入される温泉水の除毒に関係する山腹土砂岩石類の体積を，$200\times150\times5$ m³ すなわち 1.5×10^{5} m³ とし前述の土砂岩石中に存在したアルミナ分の実容積をアルミナの比重を 3.3 として 300 m³ と見れば 1,000 t のアルミナ分の溶去により 300/1.5×10^{5} すなわち 0.2% だけその空隙率が増加したことになる。しかしこれは除毒区域全体の地下部分が一様に温泉水と反応するものとしての空隙率の増加率であって，実際には各湧出口，各溶透井にはそれぞれ或る特定の水路の存在が確認されているから，此の空隙率の増加はもっと局部的にすなわち水路の部分に偏在して起っているものと思われる。そのため局部的な滲透性の増加が起り，従って温泉水の地中通過速度が増大し，岩石類との接触，脱酸反応も不充分となって (b) の現象ならびに (c) の水温の上昇が起る。またそれと並行して地中において滲透温泉水が地下水の影響を受けにくくなり，従って (d) の Cl^{-} の増加を来たしたものと思われる。結局，之等湧出口の湧出状態の変化は，8 ケ月間に亘る連続注水のために一部の地中の水路が老化したためであろうと思われる。また表—2 の註引に書いている様に湧出口 No. 5 の湧出量は RI 投入後 90 時間目に急激に減少したが，これは多分地中水路の閉塞に基づくものであろう。

(3)　地下の包水量について

(2) で述べた地下の空隙率増大を湧水中の〔Cl〕変化曲線によって定量的に計算してみよう。ここではデータの都合上，湧出口 No.2 が関係する地下部分について考える。

前報[1] で報告した第2回実験の〔Cl⁻〕変化曲線で，湧出口 No.2 のそれは殆んど指数函数的である。すなわち曲線をなだらかにしてみると次の如くである。

0 hr　　〔Cl〕$=1.70\times10^{-2}$ eq/l

50 hrs　　$=3.20\times$ 〃

80 hrs　　$=3.75\times$ 〃

100 hrs　　$=3.98\times$ 〃

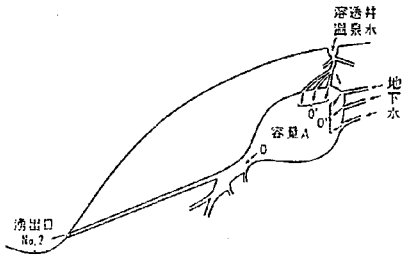
今これを指数函数として取扱い，湧出口 No.2 の〔Cl⁻〕を p_2 と置けば

$$p_2=a(1-e^{-\lambda t}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

この式の元の形は

$$\frac{dp_2}{dt}=bp_2-c$$

であって，今此の状態をモデル的に考えると 図—12 の如くである。図—12 において包水容量 A なる地下部分を湧出口 No.2 を支配する一つの系と見做し，此の系に流入する温泉水の流量を Q'，系から流出する水の流量を Q，温泉水の Cl^{-} 濃度を p_0(=8.10×10^{-3}eq/l)，此の系の Cl^{-} 濃度を p とする。また此の系は地下水およ



図—12. 湧出口 No.2 に関係する地下部分モデル図

び温泉水の収支に関して流量的に平衡を保っているとし，第2回実験の際は通水開始前に2ケ月間の通水停止期間があった為，通水開始のときにおいては湧水の Cl^- 濃度は0であったの仮定する。そうすれば湧水は系から流出する水の一部分であるから，湧水の Cl^- 濃度について次の式が成立する。

$$\frac{dAP}{dt}=Q'P_0-QP$$

$Q=Q'+Q''$　Q''：地下水の流入量

すなわち

$$P=\frac{Q'}{Q}=P_0\left(1-l^{-\frac{Q}{A}t}\right)\quad\cdots\cdots(2)$$

t：通水回始の時刻より起算

(2)は(1)と同じ形の式である。

湧出口 No. 2 における第2回実験の際の Cl^- 濃度増加の値を使って，此の Cl^- の平衡濃度（$t=\infty$ の時の濃度）すなわち $\frac{Q'}{Q}P_0$ を求める。

(2) 式に前述の値を代入し，聯立方程式として解くと

$$\text{平衡濃度}=\frac{Q'}{Q}P_0=4.82\times10^{-3}$$

すなわち前報図—8の湧出口 No.2 の漸近線の高さは 4.82×10^{-3}eq/l の処である。

地下包水量は (2) 式に Cl^- 濃度の或る値を代入して例えば

$$1.70=\frac{Q'}{Q}P_0\left(1-l^{-\frac{Q}{A}t}\right)$$

P_0：温泉水の Cl^- 濃度＝8.10

$$\frac{Q'}{Q}=0.595$$

また同じ (2) 式を使って $t=33$ の値を得，これから

$$\frac{Q}{A}=0.0131$$

$$A=128\,Q'$$

表—2に図—7の Cl^- 濃度変化特性を数値化して表示した湧出口 No.2 の Cl^- 濃度減少率として大体の概算の目的で，100時間について 14.1 % という値を取る。

そうすれば湧出口 No.2 が関係している系において最初 Cl^- 濃度が $6.0(\times10^{-3}$eq/$l)$ であったとしたら1時間後にはその濃度は 0.14 % だけ減少する。前と同じく地下の包容水量を A，系への温泉水流入量を Q'，系から排出される水量を Q とすれば Cl^- の減少について次式が成立する。

$$6.0\times0.14\times10^{-3}A=6.00\,Q-8.10\,Q'$$

平衡濃度を P_e とおけば　$Q=8.10\frac{Q'}{P_e}$

$$0.84\times10^{-3}A=\frac{8.10}{P_e}(6.00-P_e)Q'$$

$P_e=4.82$ と置けば	$A=236\,Q'$
$P_e=4.50$　〃	$A=321\,Q'$
$P_e=4.30$　〃	$A=381\,Q'$

Cl^- 濃度の減少傾向から P_e が 4.82 以下の値を取ることは確実である。

前の値は $A-128\,Q'$　但し Q' は時間単位

Q' の量は湧出量の増加，それに伴う排出 Cl^- 量の増加のため，前年度第2回実験の時と較べて増加していこそすれ減少していると考えられない。此の結果から湧出口 No. 2 についてその地下包容水量は井常に増大したが，その原因としては (ii) で述べた地中岩石類の可溶性アルミナ分溶去による岩石類の空隙率増大および実験期間が7月であったため融雪による地下水の増加などが考えられる。

今例えば $Q'=10\,l$/sec とすれば湧出口 No. 2 に関係する地下部分包水量 A は $P_e=4.82(\times10^{-3}$ eq/$l)$ として

$$A=236\,Q'=236\times10(l/\text{sec})=8476\ \text{m}^3$$

$Q'=5\,l$/sec と置いて　$A=4238\ \text{m}^3$

大体湧出口 No. 2 に関係する地下部分包水量は数千 m^3 という処だろう。

(3) H^+ 濃度，水温の変化について

図—8に今回の湧水期間中における $[H^+]$ の変化を図—10に同じく水温の変化を示す。

$[H^+]$ の変化については，次の現象が認められる。

(a) 湧出口 No.5，No.6 では一定である。

(b) 湧出口 No.4 では漸減傾向を有している。

(c) 湧出口 No.3′ では減少の傾向が No.4 に比べて少し大である。

(d) 湧出口 No.2，No.3 では減少の傾向が著しい。

今此の $[H^+]$ の減少傾向を表—3に示す。

以上述べた諸現象はすべて前報第2回実験の場合の H^+ 濃度増加傾向が減少傾向を取ったものに全く等しい。之等の現象に関する考察は既に前報で行ったから，ここでは割愛する。

水温の変化については次の現象が認められる。

(a) 全般的に水温は低下の傾向を有している。

(b) 20 日 12 時（RI 投入後 76 時間目）において小ピークが全部の湧出口について認められる。

(c) 湧出口 No.2，No.3′ においては前項 (b) のピークの直後に急激な水温の低下を示している。

（8）に

上述の現象について考察してみるに，地下水の温度よりも高い温度を持つ湧出水は，溶透井に注入する熱温泉水，温泉水注入によって高められた地下岩石，土砂によるものであるから，(a) に挙げた全般的な水温低下は溶透井への制限注水（実験期間中の）の影響だと考えられる。他の (b)，(c) についてはその解明はなお今後の精密な実験に俟たねばなるまい。

8. 結　　論

以上 7. の考察を纏めて結論とする。

(i)　実験は準備を慎重に行ったにも拘らず遺憾ながら除毒区域の平衡状態における実験は行えなかった。

(ii)　しかし除毒区域が平衡に達していなかったことを逆に利用して，地下の包水量等について或程度の定量的な考察が出来た。

(iii)　8ケ月間に亘る連続注水の為に 1－1 号井からの相当大きな水路が形成された。

(iv)　2－1 号井からの大きな水路は湧出口 No. 4, No. 6 以外へは通じなかった可能性が強い。

(v)　前年度に行った実験結果と同じく各湧出口へは数本の互に独立した水路が通じている。

(tv)　湧出口 No. 4，No. 6 への水路は 1－1 号井および 2－1 号井からの注入水が一旦混合されたものを導く可能性が強い。

(vii)　放射線ピークの形状は井常にシャープなものであって 図—11 の如き 2 等辺 3 角形の作図で求積すると過大な面積を得る傾向がある。

(viii)　2－1 号井への注入水の中，表—1 の 7 個の湧出口に現われるのは極く少量で他はずっと下流領域の湧出口，既存湧出口附近の河床または地下水と共に除毒区域から撤去されるものと思われる。

(ix)　8ケ月に亘る連続注水の為に除毒効率が前年に比べて井常に低下し，またそれと同時に地下部分の包容水量も相当増大した。

今回の実験において秋田県土木部利水砂防課および同県鹿角土木出張所より御援助をえた。ここに厚く感謝の意を表する。

参　考　文　献

1)　有泉　昌等：土木研究所報告，98号，123，1957.
2)　有泉　昌等：未発表

コンクリート舗装目地材料の試験方法に関する研究(1)

竹下春見*
岩間滋**

(昭和33年11月1日)

Studies on the Joint Materials for Concrete Pavements

Harumi TAKESHITA, Shigeru IWAMA

November, 1. 1958

Synopsis:

Studies on the preformed expansion joint fillers for concrete pavements are reported in this paper, as the first report on the joint materials.

Specimens of preformed expansion joint fillers are cellected from the construction fields of national highways throughout the country. Test procedures performed and results of these specimens are described. The methods of testing and the standard specification of the preformed expansion joint fillers for concrete pavements are proposed.

要　旨

本文はコンクリート舗装用目地材料の試験方法に関する研究に関する第1報であって，目地板の試験方法に関するものを報告した。

まず建設省の工事現場から全国的に集めた目地板試料を紹介し，実施した各種試験法ならびに試験結果をのべ次いで採用すべき試験法を提案し，最後に目地板の規格案（試験結果の判定基準）を提案した。

目　次

1. 緒　言……(1)
2. 目地板試料……(1)
3. 実施した目地板の試験……(1)
（1）概　要……(1)
（2）目地板の圧縮復元試験……(3)
（3）目地板のはみ出し試験……(5)
（4）目地板の吸水量試験……(6)
（5）目地板の曲げ試験……(6)
4. 目地板試験方法の提案……(7)
5. 目地板規格の提案……(9)
（1）概　要……(9)
（2）圧縮応力度規格……(12)
（3）復元率規格……(12)
（4）はみ出し量規格……(13)
（5）吸水量について……(14)
（6）曲げ剛さ規格……(14)

1. 緒　言

目地はコンクリート舗装の最大の弱点であるといわれて久しいが，我国では未だに目地材料の良否を判断するための試験方法すらきまっていない。そこで舗装研究室では目地材料の良否を判定するために必要最小限の試験は何か，その試験結果を判定する基準は何かについて一連の研究を行ったが，そのうち目地板に関するものを第1報として報告する。

2. 目地板試料

本研究に用いた目地板試料は全地方建設局の協力を得て各工事々務所で実際に使用しているものを集めた（同一材料を数工事々務所で使用している場合には地方建設局ごとに整理の上提供して戴いた）他，二，三の製造業者から市販品または試作品として提供されたものを加えた。これらのあらましは表—1 に示すとおりであって種類が少いが，現在我国で実用されているものはほとんど網羅しているものと考えられる。

3. 実施した目地板の試験

(1) 概　要

2章でのべたように，現在目地板として使用されているものは 4～5 系統にわけられる。これらはそれぞれ異った材料力学的性質をもっているから，材料力学的な研究を行うとすれば，各系統別に適した方法で試験すべきであろう。しかし我々が使用する場合にはあくまでコンクリート舗装用目地板として使用するのであるから，使用する側の要求を満すかどうかを検査することに焦点をしぼり，その観点から統一した方法ですべての目地板を試験することにした。したがって分析試験の類は行わないことにした。また目地板は注入目地材と併用すること

* 建設技官工学博士
** 建設技官

表—1 目地板試料

番号	商品名	提供工事々務所名	厚さ (mm)	備考
A. 木材系				
A—1		山目	17	杉板
A—2		三島	17	〃
A—3		総常	16	〃
A—4		西大寺	18	〃
A—5		富島	9	アスファルト注入杉板
A—6		名古屋	11	杉板
A—7		広島	15	〃
B. 瀝青系				
B—1	セロタイト	常総	22	ファイバーボードに瀝青材滲透させたものである。
B—2	〃	熊谷	18	
B—3	〃		18	
B—4	〃		14	
B—5	〃		12	
B—6	〃		9	
B—7	〃		17	
B—8	〃		17	
B—9	〃	姫路	13	
B—10	エラスタイト	香川	5	加熱アスファルトにコルク，ゴム粉末，アスベスト，フィラーを混合し，その両面にアスファルトフェルトを貼ったものである。
B—11	〃	長崎	12	
B—12	〃	佐賀	20	
B—13	〃	〃	9	
B—14	〃	熊谷	12	
B—15	〃	福井	10	
B—16	〃	中津	10	
B—17	エキスパンダイト	酒田	15	
B—18	〃		20	同上
B—19	〃		12	
B—20	〃		14	
B—21	フローダイト	常陸	10	同上，但し骨材が多く，アスファルトフェルトなし。
C. コルク系				
C—1			21	コルク，空隙大，試作品
C—2			19	コルク，密 〃
D. スポンジ，発泡体系				
D—1			21	石炭抽出物発泡体
D—2			20	スチロール発泡体をベニヤ板で補強
D—3			22	モルトプレンをベニヤ板で補強
D—4			16	ビニール発泡体
E. その他				
E—1			25	独立気泡の硬質ラバースポンジ層を瀝青材で結合したもの。

註
① セロタイトはこの他，仙台工事々務所および常陸工事々務所より御提供戴いた。
② エラスタイトは，この他姫路工事々務所および富川工事々務所より御提供戴いた。
③ エキスパンタイトはこの他常陸工事々務所より御提供戴いた。
④ 工事々務所のないものは製造業者より直接御提供戴いたものである。

も前提とした。なぜならコンクリート舗装の目地材料は i) 舗装版が膨脹した場合にその膨脹をあまり妨げないこと，他方コンクリート打ちに際して圧縮されてしまう程弾性係数が小さくないこと，ii) 舗装版が膨脹した場合に大きくはみ出さないこと，iii) 舗装版が収縮したら再び膨脹すること，iv) 水密性がよいこと，v) 施工が容易であることなどが要求されているが，これらの要求をすべて満す材料を経済的に得ることは現在のところ不可能であるから，i)，ii)，iii)，v)，の要求を満す目地板と，iv)，v) の要求を満す注入目地材を併用すべきであるとした。したがって耐久性試験も不要であるとした。

目地板の試験法についての外国規格としては ASTM: D 545—49 目地板の標準試験方法，AASHO: T. 42—49 瀝青系目地板の標準試験方法，アメリカ杉目地板の標準試験方法などがあるので，これらを参考として各種試験

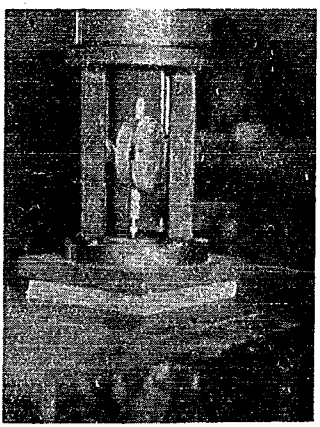
を行った。なお英国およびドイツにおいては，木材を主用し，目地板に対する規格ないし試験法がきめられていない。

（2）　目地板の圧縮復元試験

目地板の圧縮復元試験はまず A.S.T.M の方法を準用し，写真—1 の装置によって行った。写真—1 の装置は第3章でのべるように改良する必要があるが，10×10 cm の目地板の圧縮試験を行い，荷重と縮み量を読むことによって一定圧縮比における目地板の圧縮応力度を求めるものである。

目地板は 110°C で 24 時間乾燥した供試体と，24 時間水浸した供試体を準備し，0.01 mm/sec の速度で $^2/_1$ まで圧縮して $^1/_3$ 圧縮と $^1/_2$ 圧縮の時の圧縮力を読み，荷重を取り去って圧縮量を測定し，30分休ませ，さらに同様なことを三回繰返したのち，荷重を取去ってから，20 分，40 分，1時間後の圧縮量を測定した。その結果は図—1 に示すとおりであった。

図—1 から各材料とも弾性的でないことがわかる。それで代表的な試料を取出し荷重を一定にした時の時間—

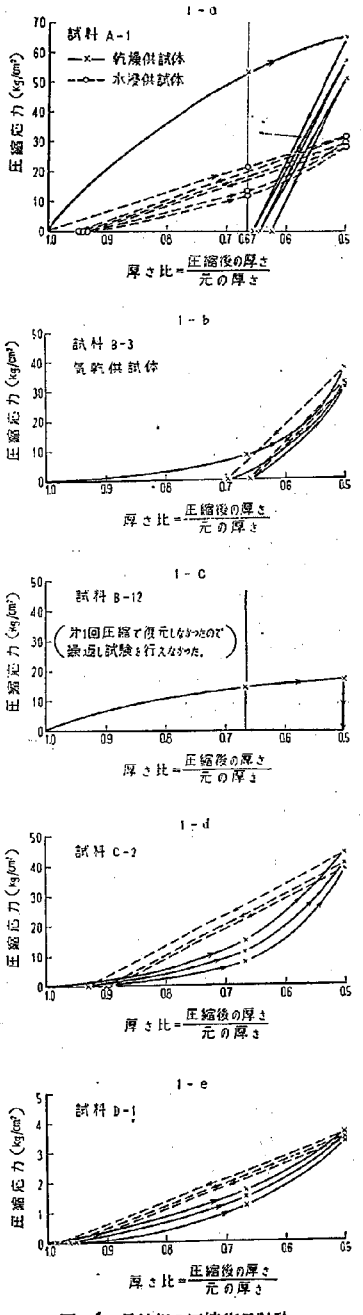


写真—1　目地板の圧縮復元試験

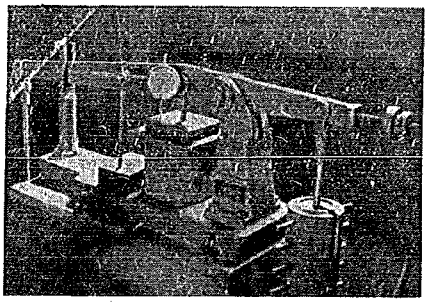
歪曲線を求める試験を，写真—2 のような圧密試験機を利用して行った。1回だけ載荷した結果は図—2，荷重を倍々に3回載荷した結果は図—3 に示すとおりであった。

図—2 の結果は同一材料でも圧縮応力によって相違するものであることは図—3 からも明らかであるが，A—2 と B—3 はレオロジーにおけるM模型とK模型の混合した性質を示し，B—18 は主として永久変形（粘性変形および塑性変形）を起し，D—1 はほとんど弾性的な変形を起すことがわかる。

図—3 を見ると，B—3，D—1 のような材料は $e_1 \fallingdotseq e_2$，$e_3 \fallingdotseq e_1 + e_2$ でほぼ弾性変形を表し，その他が塑性変形を



図—1　目地板の圧縮復元試験



写真—2　目地板の圧密試験

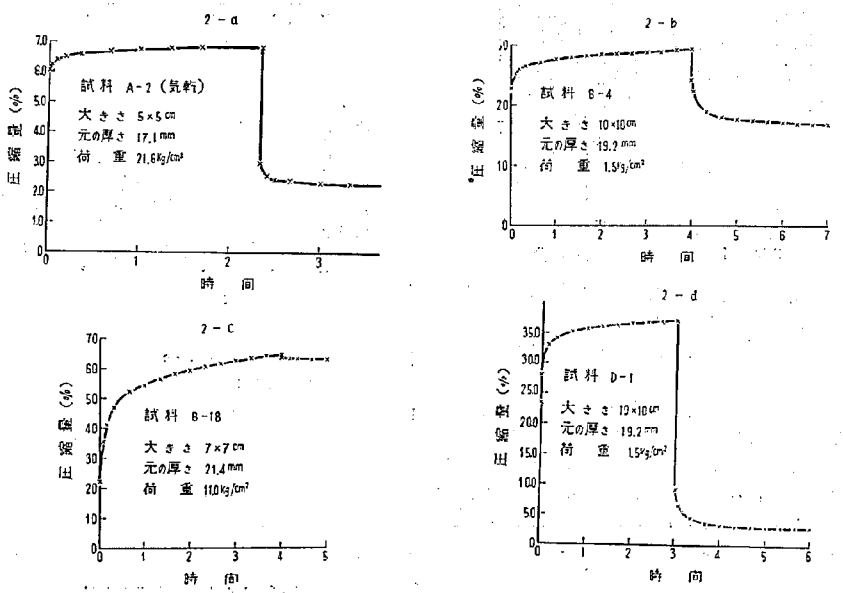
裂することがわかる。しかしD—4のような材料は e_1, e_2, e_3, が小さくほとんど弾性的な変形を示さないのに永久変P形が小さく，復元の良いことを示している。

図—2および3の結果から圧縮復元試験は時間が非常に大きい要素となることが明らかである。従って圧縮試験として写真—2のような一定静荷重試験の方が目地板の材料力学的性質をよく表すと考えられる。しかしわれわれがコンクリート舗装の目地幅，目地構造を設計する場合には $1/2$ 圧縮が，$1/3$ 圧縮における圧縮応力度をもとにして行っているから，一定静荷重試験は実際的でない。やはり歪に対して応力を読む圧縮試験の方が実際的である。ただ圧縮試験における載荷速度を一定にする必要性は明らかに認められたので，A.S.T.Mにおける速度の $1/2$ をとり 0.01 mm/sec ときめた。この速度は厚さ 18 mm の目地板を $1/2$ まで圧縮するのにはおよそ15分要することを意味し，図—2および3においても15分で時間1圧縮曲線の勾配の最も急な部分の終ることがわかるから，ほぼ妥当な数値であると考える。

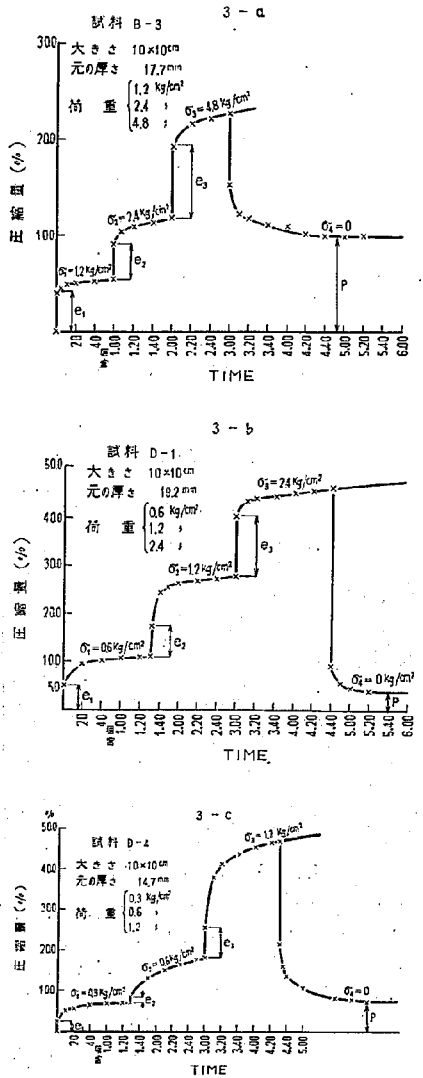
次に復元量を決定する場合に荷重を取外して何時間後の復元率をとるべきかが問題になる。この時間はA.S.T.Mでは1時間としており，図—2，3でも復元の大部分が一時間内に完了することが認められたので，その数値をそのまま採用した。しかし一時間後にも復元が著しく進むような材料には特例を設ける必要があろう。なお図—3における永久変形 p は圧縮比によって相違する。その関係は図—4に示すとおりである。

もとに戻って図—1から圧縮応力と圧縮量とは比例関係にない（ただし水浸した杉板は弾性的性質の高い例外であるが）ことが認められるが，目地幅ないし目地板の設計を $1/3$ 圧縮で行うか $1/2$ 圧縮で行うかは現場の責任技術者に任されている現状では両方共試験する必要がある。

次に供試体の寸法と試験値との関係を求めるために，厚さを種々に変えた供試体，および大きさを種々に変えた供試体を上記圧縮復元試験法に従って実施し，その結果をそれぞれ図—5および図—6に示した。両図から目地板を $1/2$ に圧縮するのに必要な力は厚さが増すほど，大きさが大きくなる程小さくなることがわかる。したがって供試体の大きさを一定する必要性を認め，10×10 cm ときめた。



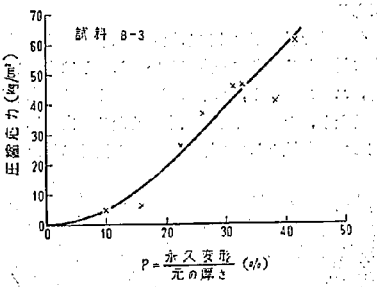
図—2　目地板の一定静荷重試験



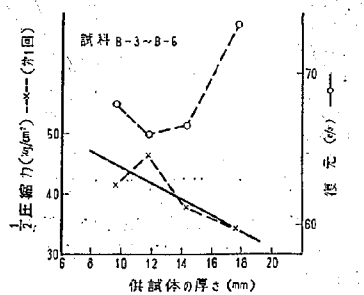
図—3　目地板の一定静荷試験

さらに図—1 からも明らかなように，目地板の圧縮復元試験結果は供試体の状態，特に乾湿の状態によって著しく相違するものである。そのために目地板が吸水性であるかどうかを試験する吸水試験が必要であることを認めたが，同時に吸水性の高い目地板は吸水試料と気乾試料の両方について各種試験を行うべきであることを認めた。

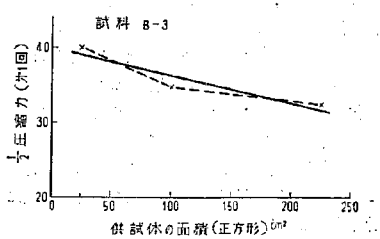
この他瀝青系目地板の圧縮復元試験結果は試験室の温



図—4　目地板の圧縮応力と永久変形の関係



図—5　目地板の圧力復元率と供試体厚さとの関係



図—6
目地板の圧縮応力と供試体の大きさとの関係

度によってかなり相違するはずである[1]。しかし残念ながら恒温実験室がなくその関係は求められなかった。それで ASTM の規格に準じ，21°C 以上の室温で試験すべきことをきめた。

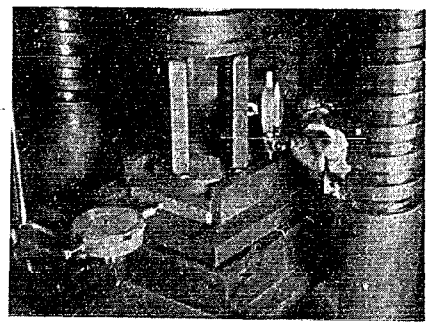
（3）　目地板のはみ出し試験

はみ出し試験は写真—3 のような ASTM の装置を用い，10×10 cm の正方形供試体の三方を剛性枠で押えて一方を自由にして加圧し，自由端からのはみ出し量をダイヤルゲージまたはノギスで測定した。

しかし ASTM のはみ出し試験方法は特に改良すべきであると思われた点がなかったので，出節できめた圧縮復元試験方法に準じ，10×10cmの正方形供試体を 21°C 以上の実験室で 0.01 mm/sec の速度で載荷することにした。ASTM の方法とは載荷速度が相違しているだけ

である。

供試体の乾湿がはみ出し量に及ぼす影響は5章の一括表に見られるように一定でない。しかしはみ出し量は木材，エラスタイト，エキスパンタイトでは吸水すると大きくなり，セロタイトでは小さくなる傾向がみられる。従って試験法としての取扱は前節と同様にした。



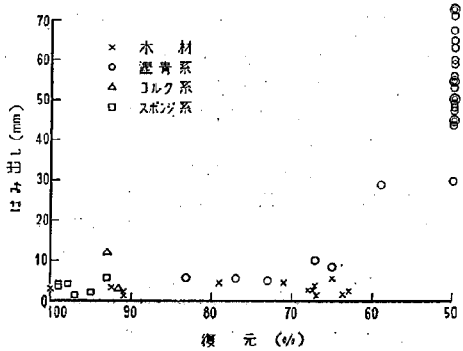
写真—3 目地板のはみ出し試験

なお図—7 のようにはみ出しと復元との間には相関々係はない。したがってはみ出し試験は独立に行う必要があると認められた。

(4) 目地板の吸水量試験

前々節の圧縮，復元試験，前節のはみ出し試験はともに供試体の乾湿状態に影響されることがわかった。他方目地板の吸水性が大きいこと自体は目地付近のコンクリートの混合水を吸取り，その部分のコンクリートの品質を弱化させる危険性も含んでいる。したがって目地板の吸水量を求めることは必要である。

吸水量試験は条件をはっきりするために 24 時間浸水後の重量と，24 時間 110°C で乾燥した時の重量によって計算することとした。



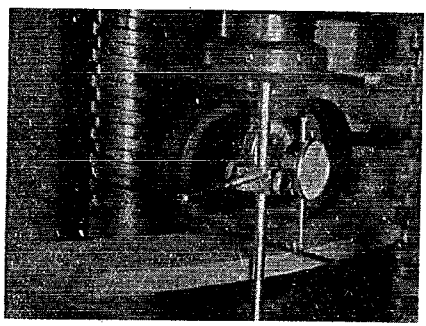
図—7 目地板のはみ出しと復元との関係

(5) 目地板の曲げ試験

目地板の材料力学的性質が良好でも施工しにくければ使用し難い。特に最近のように膨脹目地上部の注入目地材注入部分をコンクリート硬化後にカッターで切る工法が用いられるようになると，下部の目地板がある程度剛でなければ注入目地材と目地板が重ならなくなるおそれがある。そのような目地板の施工の難易を目地板の曲げ剛さで測ることにし，10×40 cm の供試体を写真—4 のようにスパン 36 cm の三点荷重による曲げ試験を行った。この曲げ試験は ASTM のものとは全く目的を異にするものであって，たとえば試料の厚さによって試験結果を区別していない。

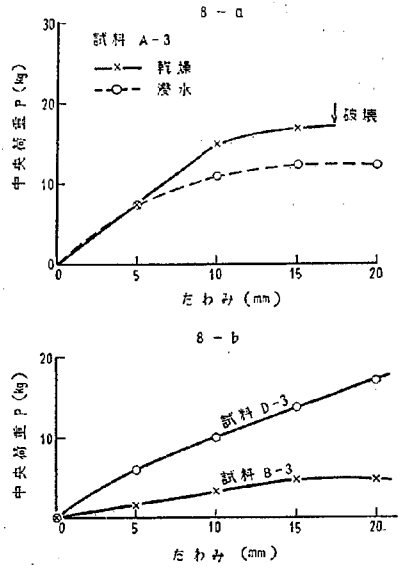
曲げ試験供試体の大きさは 10×40 cm 現場で容易に行えること，撓みがあまり大きくならないことを狙ってきめた。

本研究で集めた目地板試料は曲げ剛さが低く，曲げ試験を行えないものが (1 kg 以下で 10 mm 以上撓む) むしろ多かったが，曲げ試験を行えたものの代表的な結果を図—8 に示す従来現場で多く用いられ，施工がやさしいと考えられる杉板は乾燥していると剛いが折れやすく，スパン 36 cm では撓み 10～20 mm で折れている。浸水した杉板試料は撓み 15 mm 以上で折れる。どの試料も一般に撓み 10 mm まではほぼ弾性的な撓みをしている。それで目地板の曲げ剛さを撓み 10 mm における中央荷重の大きさ (kg) で表わすことにした。



写真—4 目地板の曲げ試験

目地板が斉等な弾性体であれば，圧縮試験結果と曲げ試験結果との間にはっきりした相関々係があるはずである。しかし一般に目地板は斉等でもなければ弾性的でもない。またD—2，D—3 のように弾性係数(変形係数) の小さい材料の両側にベニヤ板で補強している材料では，1/2 圧縮における圧縮応力が小さいにも拘らず曲げ剛さが大きい。(もちろんこの目地板はそれを狙ってつくられているものである)。したがって曲げは圧縮復元試験と別個に行うべきものである。



図—8　目地板の曲げ試験

4.　目地板試験方法の提案

第3章の試験研究結果に基ずき，目地板の標準試験方法として次のような（i）圧縮復元試験，(ii) はみ出し試験，(iii) 吸水量試験，(iv) 曲げ試験，を提案する。

5.　コンクリート舗装用目地板の試験方法案

（1）　範　　囲

本試験方法は注入目地材と併用するコンクリート舗装用目地板に対するものであって，各試験とも 21°C 以上の実験室で行うものとする。

したがって併用する注入目地材によってなんらの損害（溶融など）も受けない目地板を対象とする。

（2）　供試体の準備

供試体は購入の適否を判断する場合には事前に各試験法に対して3個ずつ，品質管理のためには目地板 500m またはそれ以下の積荷ごとに各試験法に対して1個ずつとるものとする[1]。圧縮および復元試験，はみ出し試験の供試体は $(100 \pm 0.5) \times (100 \pm 0.5)$ mmの大きさに切り取り，吸水性目地板は試験前 24 に時間以上吸水させたものと気乾状態のものと両方準備する。

吸水試験供試体は $(100 \pm 0.5) \times (100 \pm 0.5)$ mm の大きさに切り取り，試験前に 24 時間以上に保って乾燥させなければならない。

曲げ試験供試体は $(100 \pm 0.5) \times (400 \pm 2)$ mm の大きさに切り取り，杉板などの吸水性目地板は試験前 24 時間以上吸水させなければならない。

3.　圧縮および復元験験

（3）—1.　試験目的

目地板を圧縮した場合，圧縮力はコンクリート舗装版の膨脹を妨げない程度の大きさのものでなければならない。他方この圧縮力はコンクリート打ちの際目地板の幅が著しくは減じない程大きくなければならない。この圧縮力を調べるのが圧縮試験である。

また目地板を圧縮したのち，荷重を除去した際元に復元するような目地板であることが望ましい。この復元力を調べるのが復元試験である。

（3）—2.　試験器具

① 最大容量 20 t の圧縮試験機（但し加圧速度を一定にできるもの1個）

② 圧縮試験アタッチメント（金属板，金属製荷重伝達円筒，ベアリングブロック〔図—10，11 1組〕

③ ダイアルゲージ（但し 0.01 mm まで読めるもの1個。ダイアルゲージスタンド1個）

④ 庖丁，ノコギリ

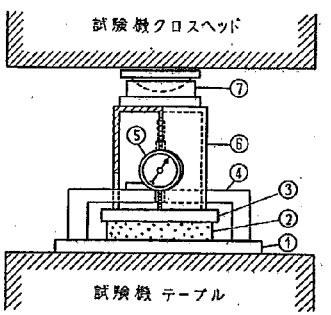
（3）—3.　補 助 材

水

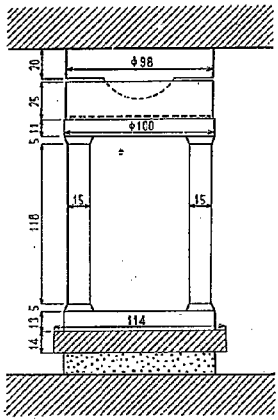
（3）—4.　試 験 法

圧縮供試体は2に従って準備し 1/10 mm のノギスで寸法を測定する。供試体は圧縮機可動板上の平な金属板上におき，供試体の上によく磨かれた $11 \times 11 \times 1.2$ cm の鋼板をおく，このとき鋼板の中心を供試体の中心が一致するようにする。この板の上に荷重伝達円筒をのせ供試体が圧縮できるようにセットする。

圧縮に際しては荷重伝達円筒の最上部にベアリングブロックのようなものを用いて供試体に荷重が均一にかか



図—9　圧縮および復元試験装置
（単位 mm）



図—10

るようにする。圧縮は 0.01 mm/sec の加圧速度で行い圧縮前の供試体の厚さの 50% まで圧縮する。供試体の厚さはダイアルゲージと適当なダイアルゲージスタンドを用いて測定する。ダイアルゲージを試験片の中央におき，かつ外から読めるように荷重伝達円筒にはすき間をつくるか，もしくは4本足のものとしなければならない[2]。

測定は ① 11×11×1.2 cm の鋼板の重さだけ圧力をかけたときの供試体の厚さをダイアルゲージで読むこと。② 供試体の厚さの 1/3 だけ圧縮した時の圧縮力を読むこと。③ 供試体の厚さの 1/2 だけ圧縮したときの圧縮力読むこと。の三つを行う[3]。

復　元

圧縮試験を行ったのちと同じ方法で引続きさらに2回合計3回間に 30 分の休みをおいて圧縮をくり返し，を測定する。荷重伝達装置を取除き，さらに一時間放置した後の供試体の厚さ t を測定する。復元率は圧縮前の供試体の厚さを t とすれば，次式で計算する。

$$\text{復元率}=\frac{t'}{t}\times 100$$

(3)—5. 報　　告

① 試料名，② 試験年月日，③ 供試体寸法，④ 室温 (°C)，⑤ 1/3 圧縮力 (kg/cm²) ⑥ 1/2 圧縮時の圧縮力 (kg/cm²)，⑦ 復元率 (%)

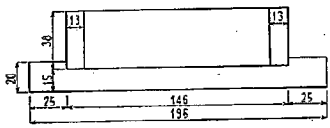
(4) はみだし試験

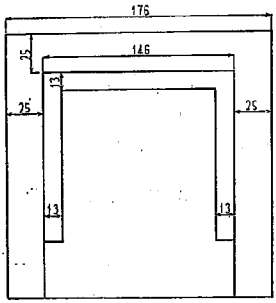
(4)—1. 試験目的

圧縮された際直角方向に大きくはみだす目地板は上部に用いる注入目地材を夏季に押出し，これを繰返せば遂には目地の水密性を失わせる結果を招く。このはみ出し量を調べるのがはみだし試験である。

(4)—2. 試験器具

① 最大容量 20 t の圧縮試験機（加圧速度を一定にできるもの）
② はみだし試験装置（金属板，コの字型枠[5]…〔図—・〕
③ ダイアルゲージ1個。同スタンド1個。
④ はみ出し量測定のための物指（ダイアルゲージ，キャリパーなど）
⑤ ノコギリ，庖丁





図—11　目地板の曲げ試験

(4)—3. 試験方法

供試体は3と同じように準備し，寸法を測定する。供試体は圧縮に際して3方の動きを止め，1方のみが自由端となるような構造のコの字型枠にきちんとはめ[6]次に上面に 10×10 cm のぐあいよくはまる鋼板を載せる。この鋼板の上面に3と同じような荷重伝達円筒または他の同様な装置を用いて圧縮試験と同一な方法で 0.01 mm/sec の速さで供試体の厚さの 50% まで圧縮する。はみだしは 1/3 だけ圧縮した時および 1/2 まで圧縮したとき供試体の自由端の最大動きをダイアルゲージまたは他の方法で測定，しはみだし量とする。

(4)—4. 報　　告

① 試料名，② 試験年月日，③ 供試体寸法，④ 室温 (°C)，⑤ 1/3 圧縮時のはみ出し量(mm)，⑥ 1/2 圧縮時のはみ出し量 (mm)

(5) 吸水量試験

(5)—1. 試験目的

吸水の大きい目地板は一般に吸水後性質を変えやすい。またコンクリート打込み後コンクリートの混合水を吸水して局部的にコンクリートの品質を悪化させることさえある。本試験はこの吸水量を測定するものである。

(5)—1. 試験器具

① 水　　槽
② ハカリ（精度 0.1 g まで計れるもの）

（5）—3. 試験方法

供試体は2でのべた方法で準備し，24 時間乾燥後の重量を測定する。次に 24 時間浸水した後の重量 g_2 をはかり次の式で吸水率を求める。

$$吸水率=\frac{g_2-g_1}{g_1}\times 100(\%)$$

（5）—4. 報　　告

① 試料名，② 試験年月日，③ 水温（10°），④ 吸水量(%)

（6）曲 げ 試 験

（6）—1. 試験目的

目地板がわずかな荷重で変曲するのでは真直な目地ができない。目地板は施工上曲げたに対してある程度強いことが必要である。この曲げ剛さを測るのが試験である。

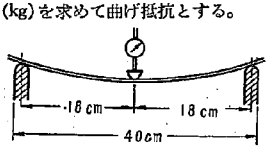
（6）—2. 試験器具

① 最大 100 kg 以上の圧縮試験機
② 3点曲げ試験用アタッチメント
③ ダイアルゲージ1個。同スタンド1個。

（6）—3. 試験報告

供試体は2にのべた方法で準備し，各部寸法を測定したのち中央に1本，左右に 18cm ずつ離して2本合計3本の線を入れておく。

試験機の不動部の板上の両端に支点を設け，支間 36 cm とし，試験片の中央が両支点の中央にくる様に試験片を置く。荷重は試験片の中点にかかるようにして，0.01 mm/sec の速さで荷重を加え 10 mm 撓わませる要する荷重[7]（kg）を求めて曲げ抵抗とする。



図—12

（6）—4 報　　告

① 試料名，② 試験年月日，③ 供試体寸法。④ 室温（°c）⑤ 撓み10mmにおける中央荷重(kg)

試験法解説

1) 目地板供試体作製に当っては次のものを用いるとよい。

杉　　板　ノコギリ
コルク系　ノコギリ
発泡体系　ノコギリ
瀝青系目地板，ほう丁，試料を切る際刃物につかないように石鹸水を使用する。
ゴムおよびスポンヂ系目地板，ほう丁

2) 荷重伝達筒を図—11のような4本足のものにすると4本足をつなぐための底板が必要となり，そのため供試体の始めの厚さを測定するときに荷重伝筒の重さもすでに加えられていることになる。したがって図—10のようにすき間をもつ筒にする方が良い。また瀝青系目地板は圧縮後加圧鈑に付着しやすいから加圧鈑に石鹸水をぬっておくとよい。

3) 乾燥した木材などで$\frac{1}{2}$圧縮前に割れてしまうものがある。その場合にはひびわれのはいった時の応力度を報告しなければならない。

4) 復元が一時間後も進む材料に対しては復元が進まなくなったと認められた時の復元率をとってもよい。その場合にはその時間を付記する。

5) コの字型枠を固定する台は非常に大きい力を受けるから台の固定枠は溶接する必要がある。ネジ止めする場合は十分多くの予備ネジを備える。

6) 供試体が杉板のように異方性の場合には実際に施工した時に上面（注入目地材に接する面）になる面を自由縁におくようにはめこむ。

7) この試験は専ら施工の難易を測定するのを目的としているから，曲げ応力度を求める必要はない。供試体の厚さは参考に記すだけである。

5. 目地板規格の提要

（1）概　　要

4章で提案した試験方法によって目地板試料試験した結果を判定する基準を第一にその試験の意味を考察することによって，第二に我国で現在使用されている目地板のうち代表的なものを集めた本研究の各試料の試験成績を参考にして，第三に外国の規格を参照して提案した。

さらにこれらの規格の（規準）は，一線で画することなく，二線で画し，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ級の三段階には区分することを原則とした。それは目地板の室内試験成績と現場の成績との関係についてのデータが我国では皆無であるため規格を絶対的にはきめられないからであり，また目地板に対する要求が矛盾している場合にどの要求を重視するかは現場の状況に照して現場できめるべきであるからである。たとえば圧縮試験における$\frac{1}{2}$圧縮応力はある範囲内では小さい方が，コンクリート舗装版の膨脹を自由に許す意味で良いが，そのような目地板は曲げ剛さが一般に小さい。したがって膨脹目地上部をカッターで切る工法をとる現場では曲げ強さを重視して曲げ剛さⅠ級圧縮応力Ⅱ級とすることもできるし，逆に目地板の施工に際して適当な補強をして曲げ剛さの低い目地板の欠点をカバーできる自信のある現場では曲げ剛さⅡ級，圧縮応力Ⅰ級とすることもできるようにしたのである。

2章で紹介した目地板試料の試験成績の一覧表は表2示した。その結果を頻度分布図として図—13に示した。ただし2章でのべたように試料の収集方法が混乱じているので統計的に取扱うことには問題があるが，規格をき

表—2 目地板の試験成績

試料名	試料の状態	厚さ (mm)	圧縮復元試験 圧縮応力 (kg/cm²) 1/3圧縮 第1回	1/3圧縮 第1回	1/3圧縮 第2回	1/3圧縮 第3回	1時間後復元 (%)	はみ出し (mm) 1/3圧縮	はみ出し (mm) 1/2圧縮	吸水量 (%)	曲げ試験 中央荷重 P (kg) 撓み 5mm	〃 10mm	〃 15mm	〃 20mm
A—1	乾燥	16·7	53.5	64.0	57.0	51.0	62.3	1.2	1.4	61.7	19.05	41.45	58.1	25.73
		16.8	46.0	62.5	54.0	53.0	74.9							
	浸水	17.7	21.7	31.6	30.6	28.5	93.8	2.3	3.5		10.82	15.98	17.53	17.89
		17.6	25.5	32.0	29.7	28.1	91.5							
A—3	乾燥	16.4	56.4	80.0	51.0	50.0	67.1	1.9	2.9	43.3	13.4	19.05		
		16.5	56.6	73.0	62.0	58.6	67.8							
	浸水	17.5	23.6	27.7	27.5	26.5	90.3	1.73	2.13		9.28	13.25	13.29	14.59
		17.3		30.5	28.5	27.5	91.3							
A—3	乾燥	16.1	75.5	95.5	78.0	75.2	72.6	1.6	2.35	59.0	7.22	14.93	17.0	
		15.8	69.3	80.6	76.5	75.0	63.4							
	浸水	16.5	36.0	43.5	36.0	33.0	80.0	2.7	4.35		7.37	11.08	12.37	12.47
		16.4	36.7	43.0	35.6	34.5	78.4							
A—4	乾燥	17.5	132.0	198.0	150.0	136.0	66.3	1.25	3.15		6.08	14.26	22.15	
		17.6	190.0	314.0	300.0	190.0	67.6							
	浸水	17.8	85.0	132.0	120.0	110.0	70.8	3.95	4.2		15.2	22.17	25.26	26.81
A—5	乾燥	9.2	60.5	90.7	58.0	48.0	58.8	1.3	2.3	28.7	1.96	4.12	6.08	8.24
		9.2	58.5	75.0	72.0	21.0	67.4							
	浸水	9.7	25.1	37.8	29.7	27.5	90.7	1.25	1.65		1.03	2.01	2.84	3.09
		9.3	30.5	33.9	27.5	26.6	92.4							
A—6	乾燥	11.3	57.5	85.0	78.0	78.0	67.1	0.7	3.0	27.5	29.9	62.9	81.4	
	浸水	11.5	26.5	34.5	30.0	30.0	100.0	1.25	3.0					
		11.4	30.9	40.6	38.5	36.5	100.0							
A—7	乾燥	14.8	70.0	113.0	103.5	100.5	62.8	2.8	5.6	41.95	12.11	23.46	29.9	
		14.8	58.0	89.0	72.5	70.0	67.7							
	浸水	15.2	37.0	70.0	61.3	55.5	90.8	2.05	2.2		10.31	13.4	14.43	
		15.2	20·5	36.5	31.6	30.3	92.5							
B—1	常温	21.5	13.4	32.3	50.1	47.4	67.9	9.0	10.0	16.77	0.52	2.58	3.60	
		21.6	12.1	46.2	44.3	37.2	67.1				0.52	2.58	4.12	
	浸水	23.4	3.9	22.2	20.0									
		23.5	4.9	26.0	15.5	9.7	77.4	1.0	5.5					
B—2	常温	16.2	13·0	61.0	55.0	52.5	58.6	2.0	29.0	14.17				
		16.2	3.4	11.92	10.	9.8	58.6							
	浸水	18.8		41·0	34.6	30.2	61.7	0.7	8.5					
		18.4		45.7	39.0	34.2	68.5							
B—3	常温	17.3	8.0	37.2	32.7	31.7	74.0	0.5	0.5	23.52	1.03	2.58	5.16	
		18.0	10.6	31.6	30.3	30.4	72.8				1.34	3.47	4.66	4.55
	浸水	17.6	8.0	42.0							1.44	2.1	3.57	4.37
		16.6	8·0	46.0	42.1	32.0								
B—4	常温	14.3	11.6	37.0	32.2	33.2	68.9							
		14.2	11.6	38.6	31.4	38.6	64.1							
B—5	常温	12.0	12.2	49.0	29.0	24.0	63.8							
		11.9	9.0	44.5	33.5	30.5	68.9							
B—6	常温	9.4	12.0	38.0	29.0	37.0	69.1							
		9.6	13.0	41.5	35.4	34.0	68.8							

B－7	15×15	16.7	5.1	30.7	30.3	27.4	67.7							
	〃	17.2	7.6	33.7	30.9	29.8	67.0							
B－8	5×5	17.4	12.0	42.0	30.0	10.0								
	〃	17.2	13.0	38.0	30.0	10.0								
B－9	常温	13.3	6.6	21.5	17.0	16.9	82.7							
		13.3	6.6	16.6	14.5	14.2	82.7							
	浸水							1.2	5.9	27.64				
B－10	常温	5.3	61.2	67.5			50.							
		5.4								2.37				
	浸水													
B－11	常温	12.2	20.1	23.3			50.	25.0	48.5					
		12.3	18.3	21.4			50.			0.2				
	浸水	12.5	15.7	19.5			50.	38.8	73.0					
		12.5	15.5	19.5			50.							
B－12	常温	20.1	14.3	17.4			50	25.0	44.0					
		20.5	14.4	17.2			50			0.15				
	浸水	19.3	14.0	17.5			50	32.0	53.6					
		19.0	15.4	18.6			50							
B－13	常温	8.6	55.3	82.5			50	29.0	50.0					
		9.4	76.0							0.08				
	浸水	8.7	48.0	80.0			50	17.5	30.0					
		8.7	50.0	75.0			50							
B－14	常温	12.8	17.2	20.1			50	29.0	50.0					
		12.5	18.3	22.5			50			0.04				
	浸水	10.4	13.0	14.5			50	39.2	73.0					
		12.5	13.6	15.5			50							
B－15	常温	10.0	13.5	20.0			50	30.0	45.0					
		10.0	40.4	63.3			50			0.93				
	浸水	9.8	19.5	38.5			50	23.0	48.0					
		10.0	16.8	22.5			50							
B－16	常温	10.2	34.0	51.0			50	30.0	59.5					
		10.2	34.0	51.0			50			0.33				
	浸水	10.3	24.1	29.3			50	44.0	67.5					
		10.2	23.5	20.0			50							
B－17	常温	15.25	25.67	32.0			50	26.5	45.0		0	0.36	0.36	2.64
		15.1	22.9	28.3			50			0.63				
	浸水	15.5	24.0	36.5			50	33.8	60.0					
		15.5	25.0	35.5			50							
B－18	常温	19.8	22.1				50	13.0	55.0					
		19.5	19.9				50			9.53				
	浸水	20.2	17.7				50	33.0	56.0					
		20.3	15.0				50							
B－19	常温	12.2	27.5	35.5			50	35.0	63.0					
		12.3	29.0	37.4			50			14.17				
	浸水	12.0	22.6	27.3			50	40.0	71.0					
		12.2	22.7	30.6			50							
B－20	常温	14.7	25.6	31.4			50	25.0	55.0					
		14.4	22.2	27.0			50			16.1				
	浸水	14.3	28.5	40.0			50	53.0	101.0					
		13.3	21.1	26.4			50							
B－21	常温	9.75	41.7	51.8			50	38.0	65.0					
		9.5	29.2	36.2			50			0.09				
	浸水	10.3	19.4	26.0			50	25.0	49.0					
		9.6	19.6	25.7			50							

C－1	常温	20.8	1.68	3.15	3.00	2.10	91.8	0	2.6	10.05	0.89 0.90	1.80 1.97	3.26 2.96	3.58 3.76
C－2	常温	19.0	15.5 14.5	48.5 44.2	46.7 40.5	45.0 39.2	93.2 93.4	2.0	12.0	15.36				
D－1	常温	21.2 20.3	2 1.7	3.4 3.6	2.8 3.5	2.8 3.4	99.5 98.0	2.25 2.88	3.7 4.24					
D－2	常温	19.6	0.13	0.21	0.2	0.19	93.4	0	5.92	18.35	4.05 5.92	7.61 9.22	10.95 12.53	14.32 15.92
D－3	常温	22.0	0.04	0.12	0.12	0.1	99.2	0	4.57	26.07	6.0 4.57	10.0 8.94	13.7 12.83	17.0 14.32
D－4	常温	16.4 16.3	0.98 0.92	1.5 1.45	1.4 1.4	1.35 1.4	96.3 96.9	0.5	1.5	32.2				
	浸水	16.4 16.5	1.1 1.0	1.7 1.55	1.6 1.45	1.5 1.4	95.7 95.2	1.0	2.0					
E－1	常温	24.2 27.6	6.9 10.6	19.5 30.5	17.6 29.9	17.6 9.4	89.4 99.6	3.0 2.84	11.1 8.26					

註 空欄は測定できなかつたものである

める際の資料になることは疑いないであろう。

アメリカの規格では ASTM：D 544—56（Ⅰ型標準型 弾性の大きいもの，Ⅱ型 膨脹型 弾性の大きいもの，Ⅲ型 標準型 弾性の中位のもの），が現在生きているが，この他ASTM：D544—49，AASHO：M153—54，AASHO：M33—43 が参考になる。

（2） 圧縮応力度規格

1/2 圧縮時の圧縮応力に関する外国の規格は次のとおりである。

ASTM：D 544 | 56 { 105kg/cm²以下 / 7～53kg/cm²（瀝青系）

ASTM：D544—49　7～53kg/cm²

ドイツ（指針）　50kg/cm²以下

1/2 圧縮時の圧縮応力の上限はコンクリート舗装の膨脹をある程度自由に許すようにきめるべきである。もしコンクリート舗装が均一に膨脹するならば，この上限値をコンクリートの圧縮強度の 1/2（安全率3）にとっておよそ 90kg/cm² にしてよい。コンクリート舗装版の伸縮の年サイクルについてはこのことが，そのままあてはまるが，日サイクルにはあてはまらない。しかし舗装版上面が多く伸びた場合に上部を余計に拘束することは，舗装版の引張応力だけに着目すれば不利でない。したがってやはり 90kg/cm² をとってよいであろう。なお図—13—b を見ると 1/2 圧縮時の圧縮応力が 90kg/cm以上のものは全体の 6％にすぎないから実際上十分可能な線であると考えられる。

1/2 圧縮時の圧縮応力の下限はコンクリートを打込んだ際にあまり縮まないようにきめるべきである。厚さ25 cm のコンクリートをバイブレーターで締固める時の最大流体圧は 25×2.4＝60g/cm² であって，この流体圧によって目地板の 1/2 厚の 5％だけ縮んでもよいと仮定れすば，安全率1，目地板が弾性的であるとして 1/2 圧縮時の圧縮応力の下限は 0.06×20＝1.2kg/cm² となる。実際には図—1 に見られるとおり目地板は弾性的でなく，始めの間は僅かな応力で縮むものである。そこで安全率を4にとって 1/2 圧縮時の圧縮応力の下限を 5kg/cm² にきめた。なお図—13—b を見ると 1/2 圧縮時の圧縮応力が 5kg/cm² 満たないものは全体の 9％にすぎないから実際上十分可能な線であると考えられる。以上の考察により目地板の 1/2 圧縮時における圧縮応力の規格を次のようにとることを提供する。

Ⅰ級　5～90kg/cm²

Ⅱ級　90kg/cm² 以上

Ⅲ級　5kg/cm² 以下

（3） 復元率規格

復元率のアメリカの規格は次のとおりである。

ASTM：D544—56　90％以上

70％以上（瀝青系）

AASHO：M153—54　65％以上（瀝青系）

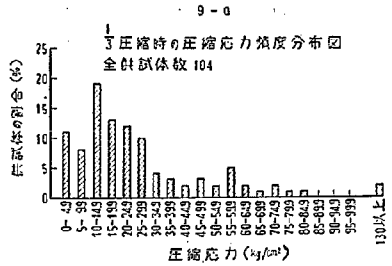
復元率は高い程よい。しかし常に 100％の復元率を要求せることは無理である。仮りに復元率を 90 と 65 の二線で画することにすると，図—13—Cから 90 ％以上が 22 ％，65～90％が 27％，65以下が 51％となり，頻度分布図から考えてほぼ妥当な数字である。またアメリカの規格ともほぼ一致する。

したがって目地板の復元率の規格を次のようにとることを提案する。

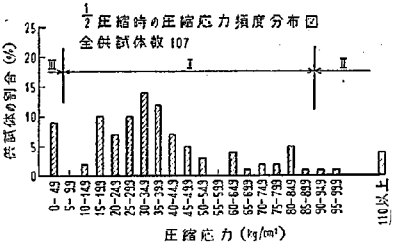
Ⅰ級　90％以上

Ⅱ級　65～90％

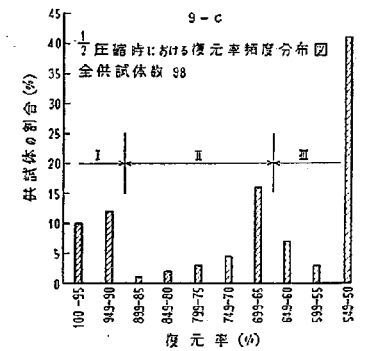
Ⅲ級　65％以下



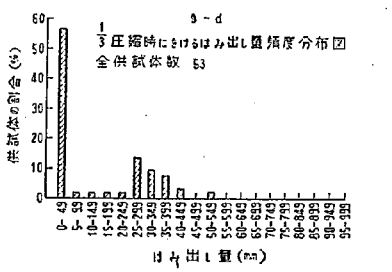
図—13 a



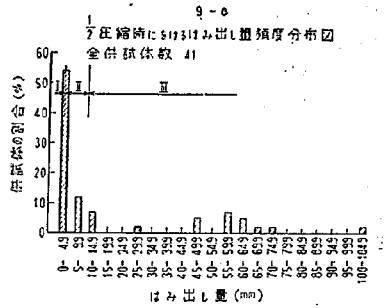
図—13 b



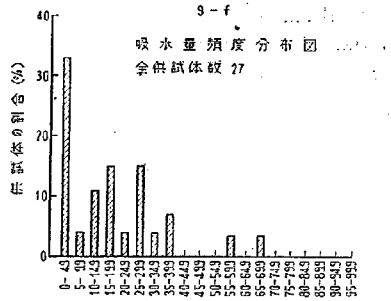
図—13 c



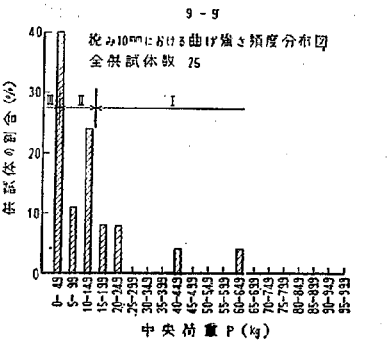
図—13 d



図—13 e



図—13 f



図—13 g

（4） はみ出し量規格

はみ出し量の規格は ASTM：D544—56 の 6.3 mm 以下という数値があるだけである。

はみ出し量も小さい程良い。図—13—e を見るとはみ出しが 5mm 以下のものが 54% であり 3mm 以下のものは 29%ある。若し 3mmを規格に選ぶとすると目地板は円くはみ出すから一年におよそ 3×2/3=2mm だけは

み出す。注入目地材の厚さを40mm，取小必要厚を20mmとすると注入目地材は$\frac{40-20}{2}$＝10年保つことになる。この数字は注入目地材の寿命から考えて十分な数字であると考えられる。

以上の考察によりはみ出し量の規格を次のようにとることを提案する。

Ⅰ級　3mm 以下

Ⅱ級　3～10 mm

Ⅲ級　10mm 以上

（5）　吸水量について

吸水量が大きいこと自体がもたらす欠点は施工上の注意によって（あらかじめ吸水させることによって）十分補えるから規格をつくる必要はないものと認めた。

（6）　曲げ剛さ規格

曲げ剛さについては外国の規格がない。しかし杉板については我々は十分な経験をもっており施工がさして難かしくないことを知っている。それで杉板の剛さをⅠ級とし，頻度分布図を参考にしてきめることにした。

杉板の曲げ剛さの最小値は 15kg 前後である。もし，15kg および 5kg で画すると，15kg 以上は 25%，5～15kg は 35%，5kg 以下は 40%になる。図—13—g は曲げ試験を行えなかった程軟いものを含んでいないことを考えるとこの規格はかなりきびしい。もし 2kg で区別すると，曲げ剛さ 2kg 以下のものは 12%となる。

以上の考察により曲げ剛さの規格を次のようにとることを提案する。

Ⅰ級　15kg 以上

Ⅱ級　2～15 kg

Ⅲ級　2kg 以下

Report
of
The Public Works Research Institute
Ministry of Construction.

Vol. 101, January 1959.

CONTENTS

1. T. Ito, S. Sato T. Kishi, M. Tominaga.
On Salt Wedges in the mouth of river ..... (1)
2. T. Kimura.
A Theoretical Study on the Propagation Velocity and the Depth or Discharge Variocity and the Depth or Discharge Variation of the Crest and Trough of Flood Flow in Wide Rectangular Uniform Channel ..... (23)
3. S. Sato, H. Kikkawa, K. Ashida.
Research on thd Sediment Load in Rirers.
——Basic Investigation for Design of River Channels in the Lower Reach of Jone River—— ..... (49)
4. A. Ariizumi.
Studyies on soil colloids (3)— X-ray Diffraction Analysis of soil colloids from Chausuyama Londsliding Area (Nagano prefecture). ..... (65)
5. T. Kimura.
A Theoretical Study on the Propagation Velocity and the Depth or Discharge Variation of the Crest and Trough of Flood Flow in Channel of Variable cross Section. ..... (81)
6. K. Ashida, J. Araki.
Studies on hydroulic pheno mena due to cross-sectional expansion in open channel (1)
——Energy loss due to the akrupt expansion of breadth in rectangulaw flume—— ..... (99)
7. S. Sato H. Kikkawa S. Kawabata.
Reseorches on the diversion of riyer (4)
——Fanctional design of the diversion of the Kano River—— ..... (113)
8. A. Ariizumi, N. Kondō, M. Oba. J. Mori.
A Report on the Research of Underground Water Radioisotopes.
——Investigation of the treatment of acid by chemically dissoving method at Tamagawa Hotspring ..... (139)
9. H. Takeshita, S. Iwama.
Studies on the Joint Materials for Concrete Pavements ..... (149)