土木研究所報告 第百四号 昭和三十五年三月

土 木 研 究 所 報 告

第 104 号

斜ケタ橋の主ゲタ曲げモーメントに関する研究
——主ゲタのネジリ剛性を無視した場合の5本主ゲタの斜ケタ橋について——
……田原保二，多田安夫，国広哲男，黒木正輝…（ 1 ）

アーチダムの温度応力に関する理論的考察
……村　幸雄，中村慶一，大久保忠良，飯田隆一…（ 73 ）

○ 中空圧縮材の安定性について
……横田周平…（ 115 ）

昭 和 35 年 3 月

建 設 省 土 木 研 究 所

斜ケタ橋の主ゲタ曲げモーメントに関する研究

——主ゲタのネジリ剛性を無視した場合の5本主ゲタの斜ケタ橋について——

田原保二* 多田安夫** 国広哲男*** 黒木正輝****

(昭和34年3月)

要　旨：

主ゲタのネジリ剛性が小さく，これを無視することができる鋼プレートガーダー橋（主ゲタ数5本）の主ゲタ曲げモーメントを対象にして，多くの模型実験をおこない設計に必要な影響線を作成した。これらの影響線を利用すれば斜ケタ橋の主ゲタ曲げモーメントを合理的に算出することができる。これらの影響線の実橋への適用例としては，日本道路公団，名神高速自動車道路において計画中（昭和34年3月現在）の橋梁をとりあげ，直橋の場合と比較して斜ケタ橋の主ゲタ曲げモーメントがどの程度ことなるかということを示した。

目　次

1.　まえがき……(1)
2.　模型の種類と寸法……(2)
3.　実験の方法……(3)
4.　測定結果およびその考察……(4)
〔1〕 主ゲタの曲げモーメントの影響線……(4)
(i) 線荷重に対する曲げモーメントの影響線……(4)
(ii) 等分布荷重に対する曲げモーメントの影響線……(4)
〔2〕 測定結果に対する考察……(4)
5.　実橋への適用……(5)
〔1〕 線荷重による曲げモーメント…(5)
〔2〕 等分布荷重による曲げモーメント……(5)
〔3〕 最大曲げモーメントのスパン方向の分布……(5)
6.　名神高速道路の橋梁の場合への適用例……(5)
〔1〕 模型の測定結果を実橋へ適用するにあたり考慮すべき事項……(5)
(i) b/L ……(6)
(ii) θ ……(6)
〔2〕 主ゲタの曲げモーメント……(6)
(i) 線荷重による曲げモーメント……(6)
(ii) 等分布荷重による曲げモーメント……(6)
〔3〕 主ゲタの曲げモーメントの数値計算の実例——$b/L=1/13$, $S=2$, 主ゲタ②の場合 ——……(6)
(i) 線荷重による曲げモーメント……(6)
(ii) 等分布荷重による曲げモーメント……(7)
(iii) 最大曲げモーメントのスパン方向の分布……(8)
7.　斜橋の主ゲタの設計にあたり考慮すべき事項——とくに名神高速道路の橋梁の場合——……(9)
8.　あとがき……(10)
参考文献……(10)
附表……(12)
附図……(20)

1. まえがき

近年，道路は自動車交通が円滑におこなわれるようにその路線を選定するので，斜橋は増加の一途をたどっている。このような斜橋の静力学的なとり扱いについては，諸外国においても種々研究がおこなわれているが，まだ十分とはいえないようで，斜橋の応力状態についてのわれわれの知識は非常に乏しく，確たる計算方法を与える段階にいたっていないのが現状である。このために，実際に斜橋を設計する場合には非常に多くの困難な問題に当面する。

直橋の合場には，その平面構造的とり扱いはすでに種々発表せられ，簡便な方法も提案されて，すでによく周知されるところとなっている。これに対して斜ケタ橋の解析に関する研究は，まだあまり発表されていない。今までに発表された研究には，階差法を応用したものが多い。この代表的なものとしては N.M. Newmark, C.P. Siess & T.Y. Chen[1] および，成岡，米沢，大村氏など[2),3),4),5),6)]によるものがある。しかし階差法を用いたとしても，膨大な連立方程式を解くための計算をどのようにしておこなうかという問題が残されている。また階差の網目をどの程度にえらぶかによって，精度が左右される。N.M. Newmark らはスパン方向には，スパンを8等分した点をえらんでいるが，この場合でも分布荷重はよいとしても，集中荷重をうける場合の主ゲタ曲げモーメントにはかなりの誤差が入ってくるということを覚悟しなければならない。このような誤差を小さくするた

* 日本道路公団　元橋梁研究室長
** 橋梁研究室　主任研究員
*** 〃　研究員
**** 道路局国道課　元橋梁研究室

めには階差の網目を密に組むことが必要となり，計算は非常に面倒なものとなる。これらの計算にあたっては，どうしても digital computer によらなければならないだろう[7],[8]。しかし，このような計算機の普及はまだ一般化されていないので，計算にあたってはかなりの労力と費用を覚悟しなければならない。

階差法によらない解析の方法としては，A.W. Hendry と L.G. Jaeger[9] の研究があるが，精度はあまりよくない。

以上のような解析的な研究とは別に，ドイツにおいてはよく斜橋の設計にあたって必要な曲げモーメントの影響面を簡単な模型実験をおこなうことによって見出しており，Vogt[10]，Rüsh[11] などは時間と経費の点からいって，このような模型実験をおこなうことを推奨している。

斜ケタ橋の場合に，まず問題となるのは橋端部附近の床版および主ケタの設計であろう。今回は後者の主ケタの設計を対象にして模型実験を実施した。

現在，斜橋の主ケタの設計にあたっては便宜的に同じ幅員，同じ支間の直橋の場合にえた曲げモーメントを用いている。しかし斜橋は直橋と比べて，その力学的な挙動がことなるだろうということは容易に想像されるところであり，斜橋の主ケタ曲げモーメントについての特性を，定性的にまた定量的に知って，主ケタの設計の合理化をはかるために，ここに述べるような模型による実験的研究を実施した。なおこの研究は日本道路公団よりの委託により，実施しえたものである。

2. 模型の種類と寸法

斜橋の主ケタ曲げモーメントに影響を与える主な要素としては次の5つが考えられる（図—1 参照）。

（1） 斜度（$S=L_0/B$）

（2） スパンと主ケタ間隔の比（b/L）

（3） 橋の縦方向と横方向の曲げ剛性の比（$\theta=\Sigma E_T I_T/E_L I_L$，ここに $\Sigma E_T I_T$ はスパン全長についての横方向の曲げ剛性，$E_L I_L$ は主ケタ1本の曲げ剛性）

（4） 主ケタの数（N）

（5） 主ケタのネジリ剛性（$G_L J_L$）

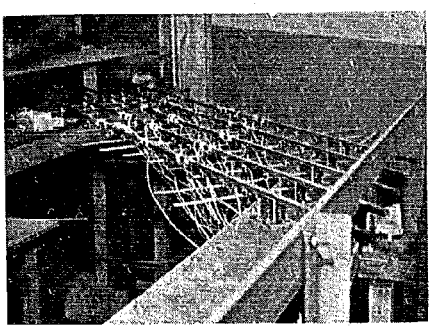
今回の研究の対象としたのは，鋼プレートガーダー橋であって，この場合には，主ケタのネジリ剛性は小さくこれを無視することができるので，(1)～(4)の4つの要素を考えればよく，これらの要素を実橋と模型とで等しくすれば，模型の実験結果は実橋へ適用されることができる。また，今回は主ケタの数は5本の場合のみを対象としたので，(1)～(3)の要素を種々変えた模型について実験をおこなった。模型の種類を定めるにあたっては，求めた主ケタ曲げモーメントの影響線が実橋の設計にすぐ適用できるように(1)～(3)の各要素を考慮した。

斜度は，直橋の場合を含めて $S=0,\ 1,\ 2$（$S=L_0/B$ については図—1 参照）の3種類とした。

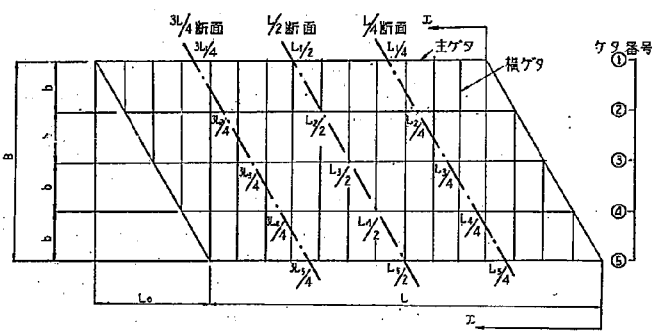
スパンと主ケタ間隔の比は鋼プレートガーダー橋として，比較的実例の多い場合をえらび，$b/L=1/15,\ 1/14,\ 1/13,\ 1/12,\ 1/11,\ 1/10$ の6種類とした。

縦横曲げ剛性の比 θ についても，鋼プレートガーダー橋で考えられるようなスパンの範囲内での過去の実例から，上記のそれぞれの場合について3種類をえらんだ。

したがって今回の研究において考慮した模型の種類の



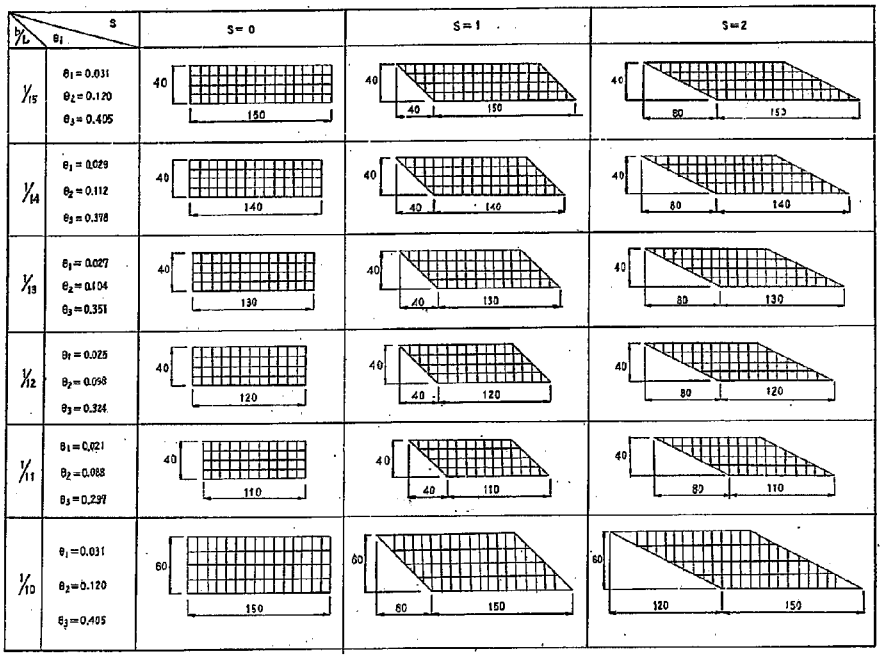
写真—1



図—1 模 型 の 一 般 図

総数は 54 種類で，それぞれの寸法および一覧表を図—2 に示す。

荷重を各主ケタの間に分布せしめる作用は，スラブあるいは横ケタ，対傾構などで各主ケタを連結することによって生ぜしめられる。これらのスラブ，横ケタ，対傾構などを含めた実際の横方向部材を，スパン全長についての曲げ剛性の値がひとしくなるような仮



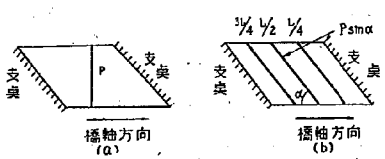
図—2 模型の種類の一覧表

想的な横方向部材によっておきかえ，これが一様に連続しているものと考える。模型においては横方向部材を一様に連続した構造とすることはむずかしいので，図—1に示すように，一定間隔に横ゲタを配置して同じ働きをもたせるようにした。このようにしても，実橋と模型とで力学的挙動にはほとんど差がなく，実用上十分であるということが，A.W. Hendry & L.G. Jaeger[12] および A. J.S. Pippard[13] などにより実証されている。

模型の主ゲタと横ゲタの材料はいずれも鋼材で，これらの連結にはケタのネジり剛性の影響が入らぬように，とくに考慮した装置を用いた。模型を組み立てた状態は写真—1 に示す。

3. 実験の方法

主ゲタは L 荷重，すなわち線荷重と等分布荷重を用いて設計するのであるが，各主ゲタの影響線を次のような方法で求めた。



図—3 斜橋の載荷方法

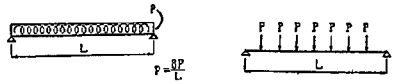
鋼道路橋設計示方書によると，斜橋の場合，線荷重の載荷方法は図—3(a),(b)のいずれかの場合となっているが，いまの場合(b)の載荷方法を採用することにする。

影響線を求める断面位置は $L/4$, $L/2$, $3L/4$ の各断面とし（図—1 参照），これらの断面における各主ゲタのヒズミを測定した。ヒズミの測定には電気抵抗線ヒズミ計を用いたが，ヒズミの測定結果をチェックするための補助手段として，一応ダイアルゲージによるタワミの測定も同時に実施した。

載荷は重錘を所定の位置に釣りさげることにより実施し，測定結果の精度をよくするために測定結果がなるべく大きな値となるように留意した。

線荷重に対する影響線を求める場合には，上記の断面内の各ケタに集中荷重を順次に作用させて，その断面内の各ケタのヒズミを測定した。たとえば，$L_2/2$点（図—1 参照）の影響線は荷重を $L_1/2$, $L_2/2$, $L_3/2$, $L_4/2$, $L_5/2$ の各点に作用させたときの $L_2/2$ 点の測定結果よりえられる。

等分布荷重に対する影響線を求める場合には，このような模型で厳密な等分布荷重を生じさせることはむずかしいので，1本のケタの上に等分布する荷重のかわりに，図—4 に示すように主ゲタの8等分点に同じ重量の集中荷重を7個作用させることにより代用した。このように1本の主ゲタの上に作用する7個の荷重群を，各主ゲタ



図—4　実験における等分布荷重

の上に順次に作用させてゆき，各主ゲタのヒズミを測定した。

模型の組み立てにさきだって，模型に使用する各主ゲタに対して，集中荷重および等分布荷重について，それぞれ単独のケタとしての載荷実験をおこなった。これによってあらかじめ，全測点についての曲げモーメントとヒズミとの関係を知った。模型に組み立てた場合のヒズミの結果から曲げモーメントをえるには，いずれもこの関係を利用した。このようにすることにより，主ゲタの断面寸法に起因する誤差，主ゲタ材料の弾性係数に起因する誤差を消去することができると考えられ，実験の精度の向上を期待することができる。

なお，当然のことであるが，影響線は主ゲタ①②③の各断面についてのみ求めればよいわけであるが，一応主ゲタ④⑤の各断面についても求め，$3L_1/4$ と $L_5/4$, $L_2/2$ と $L_4/2$ などの対称性を利用することにより，この点からも実験の精度の向上に留意した。

4.　測定結果およびその考察

〔1〕 主ゲタの曲げモーメントの影響線

(i)　線荷重に対する曲げモーメントの影響線

集中荷重Pを載荷したとき測定したヒズミの結果からえられた曲げモーメントを M とする。また，この同じ荷重をその主ゲタ1本のみで負担すると考えたときの曲げモーメントをM^0とする。いま次式で示されるような係数 K を考え，これを分配係数と呼ぶことにする。

$$K=\frac{M}{M^0}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

たとえば，$L/2$ 断面においては

$$K_{L/2}=\frac{M_{L/2}}{M^0{}_{L/2}}=\frac{M_{L/2}}{\frac{1}{4}\cdot P\cdot L}\cdots\cdots\cdots(1)'$$

$L/4$ 断面においては

$$K_{L/4}=\frac{M_{L/4}}{M^0{}_{L/4}}=\frac{M_{L/4}}{\frac{3}{16}\cdot P\cdot L}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)''$$

前記の各断面内における各主ゲタの K の影響線の値を示すと附図—1～6 となる。なお，この附図には $L/4$ 断面の各主ゲタおよび $L/2$ 断面の主ゲタ①②③についての値が示されている。その他の点については前述したごとく，たとえば，$3L_1/4$ と $L_5/4$ などの対称性が利用できるので省略してある。

(ii)　等分布荷重に対する曲げモーメントの影響線

等分布荷重 pを載荷したとき測定したヒズミの結果からえられた曲げモーメントを m とし，その同じ荷重をその作用する主ゲタ1本のみで負担すると考えたときの曲げモーメントを m^0 とする。前と同様に，次式で与えられるような分配係数kを考える。

$$k=\frac{m}{m^0}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

たとえば $L/2$ 断面においては

$$k_{L/2}=\frac{m_{L/2}}{m^0{}_{L/2}}=\frac{m_{L/2}}{\frac{1}{8}\cdot p\cdot L^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)'$$

また $L/4$ 断面においては

$$k_{L/4}=\frac{m_{L/4}}{m^0{}_{L/4}}=\frac{m_{L/4}}{\frac{3}{32}\cdot p\cdot L^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)''$$

前記の各断面内における各主ゲタのkの影響線の値を示すと附図—7～12 となる。

〔2〕 測定結果に対する考察

附図—1～6, 7～12 は，ある点に関する分配係数 K およびkの影響線が，スパンと主ゲタ間隔の比 (b/L) を一定としたとき，斜度 (S) および縦横曲げ剛性の比 (θ) の変化によってどのように相違するかを明確に示している。

これらの図から，斜橋と直橋との主ゲタ曲げモーメントの影響線の相違について次のようなことがいえる。

(1)　斜度がきつくなるとともに，一般に荷重の分配の状態がすぐれてくる。

(2)　θ の値が大きくなるほど，両者の相違が顕著にあらわれてくる。

(3)　両者の相違は線荷重の場合より等分布荷重の場合の方が大きくなる。

(4)　斜橋の場合には同じ主ゲタで $L/4$ 断面のものと $3L/4$ 断面のものとで，もはや同じにはならない。

斜橋と直橋の場合における主ゲタ曲げモーメントの影響線の比較をさらに明確に示すために，各主ゲタの各点について，Kおよびkの各主ゲタ位置における影響線縦距の総和 ΣK および Σk をとり（附図—1～6, 7～12 中における表を参照），これを図示すると附図—13 となる。

直橋の場合にはこの総和 ΣK および Σk はいずれも1に等しくなる（実際には 1.01, 0.99 などの値が見られるが，これは4捨5入した影響があらわれたためで理論上から云ってこれは1に等しくなる）。一方斜橋の場合には，一般に斜度がきつくなるとともにΣKおよび Σk は1より小さくなっていく傾向にある（ただし，①の主ゲタで，$L/4$断面，等分布荷重の場合にのみ，逆に1より大きくなる）。これらの傾向は，一般に θ の値が大きいほど，また，いちばん端の主ゲタ①より内側の主ゲタ③におよぶにしたがい顕著にあらわれてくるようである。

ΣKは各主ゲタの上に同時に同じ重量の集中荷重が作用する場合の値であるから，線荷重が考えている断面内で橋の全幅にわたり，支承線に平行に作用する場合のも

のと考えてよい。またΣkは各主ゲタの上に同じ重量の等分布荷重が同時に作用した場合の値であるから，等分布荷重が橋の全面に作用する場合のものと考えてよい。したがって，斜橋の場合には，別に鋼道路橋設計示方書に述べられているような幅員方向の荷重の逓減を考えず，同じ大きさの荷重が橋の全幅にわたって作用するときでも，主ゲタ①，$L/4$断面の等分布荷重の場合を除き，主ゲタ曲げモーメントは一般に小さくなるということに注目すべきである。このことは，荷重は最短のコースを経て支承へ伝わるという事実によるもので，直橋の場合に比べて斜橋では，この最短の距離が短かくなるためと考えることができる。

5. 実橋への適用

前述したごとく，主ゲタのネジリ剛性を考慮に入れない場合には，模型と実橋とで，斜度S，スパンと主ゲタ間隔の比（b/L）および縦横曲げ剛性の比（θ）の3つの要素の値を等しくすれば，分配係数Kおよびkは等しくなると考えることができ，模型についてえられたKおよびkの影響線の値は，そのまま実橋の場合の値と考えることができる。

〔1〕 線荷重による曲ゲモーメント

いま，ある主ゲタの断面で，支承線に平行な断面内におけるKの影響線が図—5のようになったとする。鋼道路橋設計示方書によって幅員方向の荷重の逓減を考慮する場合には，いちばん大きな影響をもつ2車線以外の部分では荷重強度を1/2に減ずる（後述する名神高速道路の場合には，この2車線以外の部分での荷重は考えない）。したがって，設計計算に用いる主ゲタの曲げモーメントは次式により求めることができる。

$$\left.\begin{aligned} M_{L/4}&=\frac{3}{16}\cdot P\cdot\sin\alpha\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L\\ M_{L/2}&=\frac{1}{4}\cdot P\cdot\sin\alpha\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L\\ M_{3L/4}&=\frac{3}{16}\cdot P\cdot\sin\alpha\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

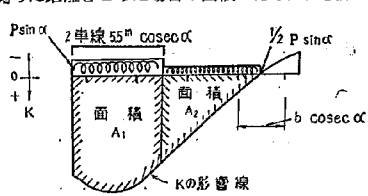
ここに　P：線荷重の大きさ

α：斜角

A_1, A_2：図—5 参照

なお式—(3)においてA_1, A_2は横距として支承線に平行に測った距離をとった場合の面積であるが，横距として主ゲタに直角の方向に測った距離をとった場合の面積をA'_1, A'_2とすると，式—(3)は次のように書き改めることができる。

$$\left.\begin{aligned} M_{L/4}&=\frac{3}{16}\cdot P\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L\\ M_{L/2}&=\frac{1}{4}\cdot P\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L\\ M_{3L/4}&=\frac{3}{16}\cdot P\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(3)'$$



図—5　分配係数の影響線

〔2〕 等分布荷重による曲げモーメント

この場合にも，線荷重の場合と同様に次式により設計計算に用いる主ゲタ曲げモーメントを計算することができる。

$$\left.\begin{aligned} m_{L/4}&=\frac{3}{32}\cdot p\cdot\sin\alpha\cdot\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L^2\\ m_{L/2}&=\frac{1}{8}\cdot p\cdot\sin\alpha\cdot\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L^2\\ m_{3L/4}&=\frac{3}{32}\cdot p\cdot\sin\alpha\cdot\left(A_1+\frac{1}{2}A_2\right)\cdot L^2\end{aligned}\right\}\cdots(4)$$

ここに　p：等分布荷重の大きさ

この場合にも前と同様に，横距として主ゲタに直角の方向に測った距離をとった場合の面積をA_1', A_2'とすると，式—(4)は次のように書き改められる。

$$\left.\begin{aligned} m_{L/4}&=\frac{3}{32}\cdot p\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L^2\\ m_{L/2}&=\frac{1}{8}\cdot p\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L^2\\ m_{3L/4}&=\frac{3}{32}\cdot p\cdot\left(A'_1+\frac{1}{2}A'_2\right)\cdot L^2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(4)'$$

〔3〕 最大曲げモーメントのスパン方向の分布

以上に述べたようにして$L/4$, $L/2$, $3L/4$の各断面における設計に用いる最大曲げモーメントがえられる。これらの3つの断面における曲げモーメントを用いて，設計に用いる最大曲げモーメントのスパン方向の分布は次式により近似的に与えられるものと考えて決定すればよい。

$$\left.\begin{aligned} M_{max}&=a_1\cdot\sin\frac{\pi x}{L}+a_2\cdot\sin\frac{2\pi x}{L}+a_3\cdot\sin\frac{3\pi x}{L}\\ \text{ここに}\quad a_1&=\frac{M_{L/4}+M_{3L/4}+\sqrt{2}\cdot M_{L/2}}{2\sqrt{2}}\\ a_2&=\frac{M_{L/4}-M_{3L/4}}{2}\\ a_3&=\frac{M_{L/4}+M_{3L/4}-\sqrt{2}\cdot M_{L/2}}{2\sqrt{2}}\end{aligned}\right\}(5)$$

x：支点から測った距離（図—1 参照）

斜橋の場合には，最大曲げモーメントのスパン方向の分布は，慣用計算法による場合のようにもはや放物線形とはならず，またスパン中央に対して対称な分布ともならないから注意が肝要である。

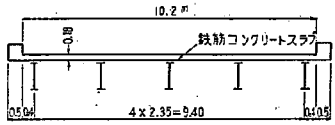
6. 名神高速道路の橋梁の場合への適用例

〔1〕 模型の測定結果を実橋へ適用するにあたり考慮

すべき事項

(i) b/L

日本道路公団名神高速道路部においては，名神高速道路に用いる溶接プレートガーダー橋として，スパン16m，18m，20m，22m，24m，26m，28m，30mの8種について，すでに標準設計を作成している（昭和34年3月）。これによると，同道路においては幅員が一定であるので，主ゲタ配置などを示す断面構成はいずれも図—6のようになっている。



図—6　名神高速道路の橋梁の断面構成

模型の実験結果を，実橋へ適用するにあたり，目下の場合には主ゲタ間隔が 2.35 m で一定であるので，模型の b/L に相応して実橋のスパンは1次的に表—1のようにきまってくる。模型実験ではその結果を他の一般の場合にも広く応用することができるように考えてb/Lを選んだので，名神高速道路の主ゲタ間隔に対しては，表—1に示すようにスパンが 23.5～35.25 m となり，標準設計の場合のスパン 16～30 m と比べて，少しずれているがやむを得ない。

表—1　実橋のスパンおよび θ

b/L	実橋 主ゲタ間隔 (m)	実橋 スパン (m)	実橋 θ	模型の θ θ_1	模型の θ θ_2	模型の θ θ_3
1/15	2.35	35.25	0.040	0.031	0.120	0.405
1/14	2.35	32.90	0.045	0.029	0.112	0.378
1/13	2.35	30.55	0.050	0.027	0.104	0.351
1/12	2.35	28.20	0.055	0.025	0.096	0.324
1/11	2.35	25.85	0.060	0.021	0.088	0.297
1/10	2.35	23.50	0.070	0.031	0.120	0.405

(ii) θ

実橋における横方向の曲げ剛性としては，スラブの曲げ剛性のみを考慮した。もちろん，対傾構が所々に配置されており，これらもいくぶん荷重分配の作用に関与すると考えられるが，今回は荷重分配におよぼす対傾構の作用を無視した。かくして前記の 16～30 m の標準設計について，横方向の曲げ剛性 $\Sigma E_T I_T$ として橋の全長あたりのスラブの横方向曲げ剛性をとり（この場合には $E_T=E_C=2.1\times10^5\,\mathrm{kg/cm^2}$ とし，鉄筋の影響は無視し，スラブはその全高が有効であるとした），縦方向の曲げ剛性 $E_L I_L$ としてはそれぞれの場合の主ゲタ1本の値をとって $\theta=\Sigma E_T I_T/E_L I_L$ を計算した。このような標準設計の θ とスパンとの関係を図にあらわし，この図の傾向から前記表—1に示されたスパンの場合における θ の値を推定した。表—1における θ はこのようにしてえられた推定値である。この θ の値に少々誤差があっても，荷重分布の挙動にそう大きな影響をもつものではなく，むしろ S および b/L の方がより大きな影響をもつものである。

このようにして推定された実橋の θ は，模型における値とは正しく一致しない。しかしいずれの場合も，表—1に示したように模型の θ_1 と θ_2 との間に入ってくる。したがって，この2つの場合の模型実験の結果から，1次的な補間法によって実橋に相当する θ の場合における値を求めることができる。

〔2〕 主ゲタの曲げモーメント

(i) 線荷重による曲げモーメント

名神高速道路においては，荷重はいちばん大きな影響をもつ2車線のみにしか載荷しない。したがって前述の図—5および式—(3)において $A_2=0$ と考えればよい。

附図—1～6に示す K の影響線を用いて，$S=0, 1, 2$ および $\theta=\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の場合について主ゲタ曲げモーメントを計算すると附表—1となる。この附表—1の結果を用いて，補間法により実橋に相当する θ の場合の曲げモーメントを求めると附表—2となる。附表—2のようにえられた曲げモーメントとスパンとの関係を図示すると附図—14となる。

これらの曲げモーメントの計算の具体的な数値計算例については後で述べる。

(ii) 等分布荷重による曲げモーメント

この場合にも，前と同様に式—(4)において$A_2=0$とし，附図—7～12に示す k の影響線を用いて，$S=0, 1, 2$ および $\theta=\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の場合について主ゲタ曲げモーメントを計算すると附表—3となる。附表—3の値より補間法により実橋に相当する θ の場合の曲げモーメントを求めると附表—4となる。このようにしてえた主ゲタ曲げモーメントとスパンとの関係を示すと附図—15となる。

〔3〕 主ゲタの曲げモーメントの数値計算の実例
——$b/L=1/13$, $S=2$, 主ゲタ②の場合——

(i) 線荷重による曲げモーメント

主ゲタ②の $L/4, L/2, 3L/4$ の各点における K の影響線は，附図—1～6からえられる。いちばん大きな影響をもつような2車線（5.5 m）を選んでこれに載荷し，載荷された車線の下における影響線の面積 A_1 を計算する（図—7参照）。この場合には，実橋のスパンは，$L=30.55$m であるので，式—(3)′より曲げモーメントは次のように計算される。

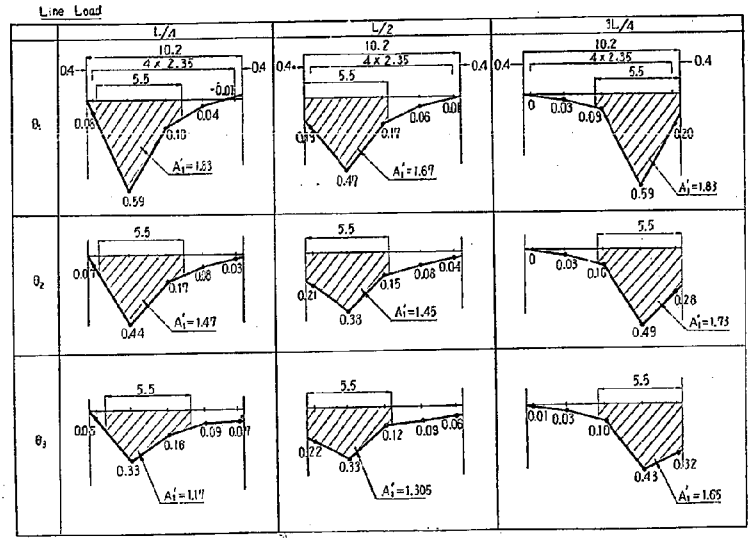
$\theta=\theta_1=0.027$ の場合

$$M'_{L/4}=\frac{3}{16}\cdot5\cdot1.83\cdot30.55=52.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M'_{L/2}=\frac{1}{4}\cdot5\cdot1.67\cdot30.55=64.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M'_{3L/4}=\frac{3}{16}\cdot5\cdot1.83\cdot30.55=52.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$\theta=\theta_2=0.104$ の場合



図—7　主ケタ②の K の影響線の面積

$$M''_{L/4}=\frac{3}{16}\cdot 5\cdot 1.47\cdot 30.55=42.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M''_{L/2}=\frac{1}{4}\cdot 5\cdot 1.45\cdot 30.55=55.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M''_{3L/4}=\frac{3}{16}\cdot 5\cdot 1.73\cdot 30.55=49.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$\theta=\theta_3=0.351$ の場合

$$M'''_{L/4}=\frac{3}{16}\cdot 5\cdot 1.17\cdot 30.55=33.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M'''_{L/2}=\frac{1}{4}\cdot 5\cdot 1.305\cdot 30.55=50.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M'''_{3L/4}=\frac{3}{16}\cdot 5\cdot 1.65\cdot 30.55=47.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

このようにして計算した各場合の曲げモーメントが附表—1 に示してある。

上記の θ_1 と θ_2 の場合の２つの結果から実橋に相当する $\theta=0.05$ の場合を次のようにして求める。

$\theta=0.05$ の場合

$$M_{L/4}=M'_{L/4}+(M''_{L/4}-M'_{L/4})\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}$$

$$=52.5+(42.0-52.5)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}=49.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M_{L/2}=M'_{L/2}+(M''_{L/2}-M'_{L/2})\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}$$

$$=64.0+(55.5-64.0)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}=61.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$M_{3L/4}=M'_{3L/4}+(M''_{3L/4}-M'_{3L/4})\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}$$

$$=52.5+(49.5-52.5)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}=51.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

このようにして模型の実験結果からえられた K の影響線を用いて実橋に相当する主ケタの曲げモーメントを計算することができ，各場合についての値を総括したものが附表—2 である。

(ii)　等分布荷重による曲げモーメント

前と同様に主ケタ②の $L/4$, $L/2$, $3L/4$ の各点における k の影響線は附図—7～12 からえられ，いちばん大きな影響をもつ２車線にのみ載荷して影響線の面積を計算する（図—8 参照）。これから式—(4)′を用いて曲げモーメントは次のように計算される。

$\theta=\theta_1=0.027$ の場合

$$m'_{L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 1.58\cdot 30.55^2=48.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m'_{L/2}=\frac{1}{8}\cdot 0.35\cdot 1.505\cdot 30.55^2=61.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m'_{3L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 1.63\cdot 30.55^2=50.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$\theta=\theta_2=0.104$ の場合

$$m''_{L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 1.21\cdot 30.55^2=37.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

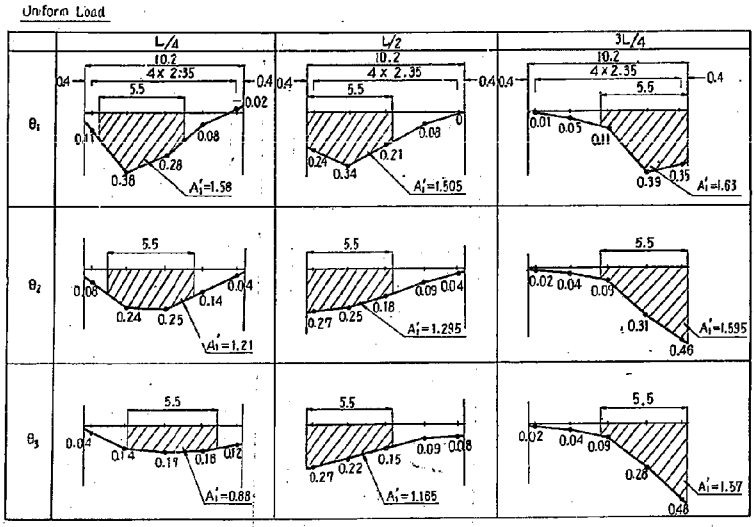
$$m''_{L/2}=\frac{1}{8}\cdot 0.35\cdot 1.295\cdot 30.55^2=53.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m''_{3L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 1.595\cdot 30.55^2=49.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$\theta=\theta_3=0.351$ の場合

$$m'''_{L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 0.88\cdot 30.55^2=27.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m'''_{L/2}=\frac{1}{8}\cdot 0.35\cdot 1.165\cdot 30.55^2=47.5\ \mathrm{t\cdot m}$$



図—8 主ゲタ②の k の影響線の面積

$$m'''_{3L/4}=\frac{3}{32}\cdot 0.35\cdot 1.57\cdot 30.55^2=48.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

このようにして計算した各場合の曲げモーメントが附表—3 に示してある。

上記の θ_1 と θ_2 の場合の2つの結果から実橋に相当する $\theta=0.05$ の場合を前と同様にして次のようにして求める。

$\theta=0.05$ の場合

$$m_{L/4}=48.5+(37.0-48.5)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}$$

$$=45.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m_{L/2}=61.5+(53.0-61.5)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}$$

$$=59.0\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$m_{3L/4}=50.0+(49.0-50.0)\frac{0.05-0.027}{0.104-0.027}$$

$$=49.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

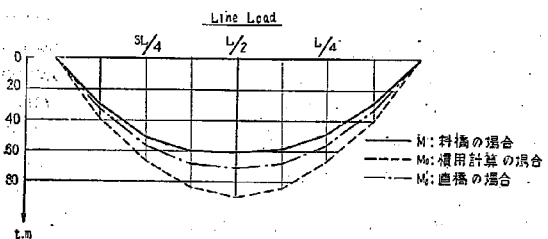
このようにして k の影響線を用いて曲げモーメントを計算することができ，各場合についての値を総括したものが附表—4 である。

(iii) 最大曲げモーメントのスパン方向の分布

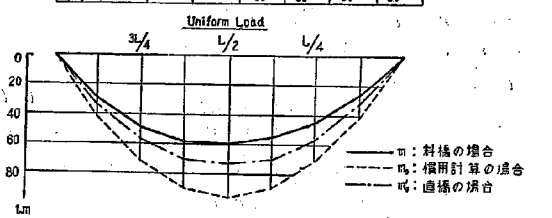
以上にえた $L/4$, $L/2$, $3L/4$ の各断面の値より，式—(5)を用いて，最大曲げモーメントのスパン方向の分布は次のようにあらわされる。

線荷重の場合

$$a_1=\frac{49.5+\sqrt{2}\cdot 61.5+51.5}{2\sqrt{2}}=66.5$$



section	7L/8	3L/4	5L/8	L/2	3L/8	L/4	L/8
M	30.5	51.5	60.0	61.5	59.0	49.5	29.5
Mo	39.2	67.4	84.1	89.8	84.1	67.4	39.2
M'o	33.0	56.5	68.5	71.5	68.5	56.5	32.9
M/Mo (%)	78	76	71	69	70	74	75
M/M'o (%)	92	91	88	86	86	88	90



section	7L/8	3L/4	5L/8	L/2	3L/8	L/4	L/8
m	29.5	49.5	58.5	59.0	55.0	45.0	26.0
mo	42.0	72.0	90.0	96.0	90.0	72.0	42.0
m'o	33.2	57.5	70.0	73.5	70.0	57.5	33.2
m/mo (%)	70	69	65	61	61	63	62
m/m'o (%)	89	86	84	80	79	78	78

図—9 主ゲタ②の最大曲げモーメントのスパン方向の分布

$$a_2=\frac{49.5-51.5}{2}=-1.0$$

$$a_3=\frac{49.5-\sqrt{2}\cdot 61.5+51.5}{2\sqrt{2}}=5.0$$

$$M_{max}=66.5\cdot\sin\frac{\pi x}{L}-1.0\cdot\sin\frac{2\pi x}{L}+5.0\cdot\sin\frac{3\pi x}{L}$$

等分布荷重の場合

$$a_1=\frac{45.0+\sqrt{2}\cdot 59.0+49.5}{2\sqrt{2}}=63.0$$

$$a_2=\frac{45.0-49.5}{2}=-2.3$$

$$a_3=\frac{45.0-\sqrt{2}\cdot 59.0+49.5}{2\sqrt{2}}=3.9$$

$$m_{max}=63.0\cdot\sin\frac{\pi x}{L}-2.3\cdot\sin\frac{2\pi x}{L}+3.9\cdot\sin\frac{3\pi x}{L}$$

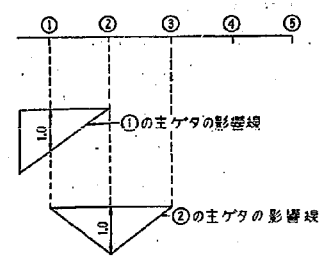
これらを図示すると図—9 となる。

図—9 からわかるように，スパン中央に対してかなりひずんだモーメントの分布を示す。たとえば〔(3L/4 断面の曲げモーメント)/(L/4 断面の曲げモーメント)〕は 104%(線荷重の場合)，110%(等分布荷重の場合)となる。これはカバープレートの厚さ，幅などをスパン方向にどのように変化させればよいかを決めるときに重要となる。

図—9 から，集中荷重より等分布荷重の場合の方が，よりひずんだ分布を示すということがうかがえる。なお図—9 には比較のため，慣用計算法(図—10参照)によって計算した値および直橋の場合の値も一応示してある。

附図—1～6，7～12に示したような K および k の影響線から以上のようにして，最終的には図—9 のような設計に用いる最大曲げモーメントの分布を示す曲線を見出し，これを用いて主ゲタ断面の設計をおこなえばよい。

7. 斜橋の主ゲタの設計にあたり考慮すべき事項——とくに名神高速道路の橋梁の場合——



図—10　慣用計算の場合の影響線

名神高速道路の鋼プレートガーダー橋については，附図—14, 15 を用いて主ゲタの設計をおこなえばよい。附表—2, 4 には慣用計算法の場合（図—10参照）の曲げモーメントを示してある。いちばん端の主ゲタについては実橋の曲げモーメントは慣用計算法による場合よりも大きくなる。この点では慣用計算法は危険側となるから十分の注意が肝要である。これに対して内側の主ゲタでは実橋の曲げモーメントは慣用計算による曲げモーメントより小さくなり，この傾向は斜度がきつくなるとともに，また一般に幅員の内側のケタへおよぶにしたがい顕著にあらわれてくる。このように内側の主ゲタについては慣用計算法は過大な値を与えるので，これでもって設計するとあまりに不経済な設計となる。

以上のように慣用計算法とくらべて実橋の曲げモーメントがどの程度ことなるかを明りように示すために，附表—2, 4 には〔実橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%が示されている。この%は一般に端のケタでは 100% より大きく，内側のケタでは 100% より小さい。前述の数値計算の実例では 69～76 %（線荷重の場合），61～69 %(等分布荷重の場合) となる。

次に直橋の場合と斜橋の場合とではどれくらいことなるかを容易に示すために $S=1$ および 2 の場合の値を $S=0$ の場合の値で割った%も，同じく附表—2, 4 に示されている。この場合にも，この%は，斜度がきつくなる

表—2　斜橋の曲げモーメントを近似的に計算するために乗ずべき係数（名神高速道路の場合）

ケタ	S	慣用計算法による曲げモーメントに乗ずべき%						直橋の曲げモーメントに乗ずべき%					
		線荷重			等分布荷重			線荷重			等分布荷重		
		$l/4$	$l/2$	$3l/4$	$l/4$	$l/2$	$3l/4$	$l/4$	$l/2$	$3l/4$	$l/4$	$l/2$	$3l/4$
①	0	115	120	120	120	125	125						
	1	110	115	110	120	120	115	95	95	95	100	95	95
	2	110	110	105	120	110	110	95	90	90	95	90	90
②	0	85	80	85	80	80	80						
	1	80	75	80	75	70	75	95	95	100	90	90	95
	2	75	70	80	65	60	70	90	85	95	80	80	85
③	0	85	80	85	80	75	80						
	1	80	75	80	70	65	70	95	95	95	90	90	90
	2	75	65	75	65	55	65	90	85	90	80	75	80

ほど，また幅員の内側のケタへおよぶほど小さくなっていく。前述の数値計算の実例では，この％は 86～91％（線荷重の場合），78～86％（等分布荷重の場合）となる。

附表—2, 4 における上述の 2 つの％が支間の変化とともにどのように変わるかを示すと附図—16, 17 となる。

附図—16から，慣用計算法に対する実橋の曲げモーメントの％は，スパンが大きくなるとともに，すなわち b/L が小さくなるとともに（横方向への荷重の分布には b/L と θ とが組み合わさった形で影響を与えるものであるから b/L のみによる影響を見出すには，θ を一定として b/L を変化させることが必要であるが，この研究では b/L が変わると同時に θ の値も変わっているので，厳密には b/L のみによる影響を論じることはできない）一般にごくわずかではあるが，ケタ①では大きくなり，その他のケタでは小さくなっていく傾向にあることがわかる。この図からごく大ざっぱにいって，名神高速道路の場合には慣用計算法から実橋の曲げモーメントを近似的に計算するには，表—2 に示すような係数を乗じればよい。

附図—17からは直橋に対する斜橋の曲げモーメントの％は支間が大きくなるとともに，すなわち b/L が小さくなるとともにケタ①ではあまり変わらないが，その他のケタではわずかながら大きくなる傾向がある。この図からごく大ざっぱにいって，名神高速道路の場合には，直橋の曲げモーメントから斜橋の曲げモーメントを計算するには表—2 に示すような係数を乗じればよい。

また附表—1, 3においても，一応上述したような 2 つの％が各場合について列記されている。これらの％は曲げ剛性が大きくなるとともに，内側のケタでは小さくなっていくが，端のケタでは大きくなる場合も小さくなる場合もあり一概にはいえない。

この附表—1, 3における〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の％が斜度および曲げ剛性の変化に応じてどのように変わるかを，b/L の各場合に対して明りように示したのが附図—18である。

また線荷重と等分布荷重の場合とでは後者の方が一般に荷重分配の効率がすぐれているという傾向を示す。斜橋では $L/4$ 断面と $3L/4$ 断面とで，曲げモーメントはもはや等しくならず，支間中央に対して対称な分布とはならない。この傾向は主ケタ③においてとくに顕著にあらわれる。したがって上下フランジの断面を曲げモーメントの経過に応じて変える場合には注意が肝要である。

附図—14, 15 はそのまま名神高速道路の鋼プレートガーダー橋の設計にそのまま使用してさしつかえないが，次の諸点を念頭におくことが必要である。

横方向の曲げ剛性は一応スラブのみを考慮したが，実際には対傾構が存在し，さらに大きくなると思われる。この値が大きくなれば，荷重の横方向分布の効率はよくなり，この附図—14, 15 の設計曲げモーメントは安全側のものとなる。

内側の主ケタは端の主ケタに比して設計曲げモーメントがかなり小さく，設計後の主ケタ断面は外側と内側とでことなるので，各主ケタの断面をいずれも同一と仮定した今回の研究の場合とで荷重分配の状態は幾分ことなると考えられる。しかしこれは従来の直橋の場合の実例から想像して，端の主ケタと内側の主ケタとでその断面 2 次モーメントが極端にことなる場合を除いて普通の場合まず主ケタ断面の相異による影響は無視してさしつかえない。

なお，名神高速道路の場合に限らず，斜橋一般についていえることであるが，附図—13からわかるように，斜橋では，別に幅員方向の荷重の逓減を考慮せず，橋の全幅に同じ大きさの荷重が載る場合でも，曲げモーメントは一般に小さくなる傾向がある。この点は直橋の場合といちじるしく趣きを異にする。以上にとりあつかった曲げモーメントはいずれも衝撃の影響を含まない値である。

8. あ と が き

模型実験の結果をもとにして，5 本主ケタの斜橋の主ケタ曲げモーメントについて論じたが，なお，次の諸点についての研究が今後に残された斜橋の課題であろう。

（1） 主ケタの数が変わった場合
（2） 主ケタのネジリ剛性を考慮する場合
（3） 横方向の曲げモーメント
（4） 橋端部附近のスラブの曲げモーメント

今回の研究は前述したような限られた場合ではあるが，斜橋の主ケタ曲げモーメントについて，一応その特性を把握しえたと考える。附図—1～6, 7～12 は実用上十分な精度をもつものであるから，設計にあたり有効にこれを利用していただければ幸いに思う。

なお，模型実験にあたっては，その種類が非常に多いので，多くの人々のたゆまざる援助と協力を仰いだ。

今回の研究はこれらの実験関係者の誠意に満ちた努力によって成ったものであり，研究成果の大部分はこれらの人々に負うべきものであるということを明記し，感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

1) T. Y. Chen, C. P. Siess & N. M. Newmark : Studies of Slab and Beam Highway Bridges, Part VI, Moment in Simply Supported Skew I-Beam Bridge. University of Illinois, Bulletin, No. 439 (1957).

2) 米沢　博：直交異方性版理論の斜ケタ橋梁道への適用に関する研究。土木学会誌，40. 10（昭和30年10月）p. 501。

3) M. Naruoka und H. Yonezawa : Über die Anwendung der Biegetheorie Orthotroper Platten auf die Berechnung Schiefer Balkenbrücken. Bauingenieur, 32. 10 (1957,10) S. 391.

4) 成岡昌夫，大村 裕，西島幸利：直交異方性平行四辺形板に対する階差方程式。土木学会論文集 55 号（昭和 33 年 5 月）p. 29。

5) 成岡昌夫，大村 裕，深田彰一：直交異方性平行四辺形板の斜交座標による階差方程式について。土木学会論文集 59 号（昭和 33 年 11 月）p. 17。

6) 成岡昌夫，大村 裕，永井重光：斜合成格子ゲタ橋，斜合成格子ゲタ橋模型の実験的研究——特に斜合成ゲタ橋の曲げモーメントおよびタワミの影響係数の Digital Computer による計算について——。土木学会論文集 60 号（昭和 34 年 1 月）p. 1。

7) 成岡昌夫，松縄 勉：計数型継電気式電気計算器と応用力学への応用。土木学会誌，42. 9（昭和 32 年 9 月）p. 9。

8) 成岡昌夫：構造解析における Digital Computer の応用 (1)。土木学会誌，43. 12（昭和 33 年 12 月）p. 43。

9) A.W. Hendry & L.G. Jaeger : The Analysis of Certain Interconnected Skew-Bridge Girders. Proc. Inst. C.E., Jan. 1957, p. 79.

10) H. Vogt : Die Statische Behandlung Schiefwinkliger Brücken, Beton, 1955, Feb.

11) H. Rüsch : Fahrbahnplatten von Strassenbrücken, 1956, S. 11.

12) A.W. Hendry & L.G. Jaeger : A General Method for the Analysis of Grid-Frameworkes, Proc. Inst. C.E., Dec. 1955, p. 939.

13) A.J.S. Pippard : Studies in Elastic Structures, 1952, Chap. 4, p. 96.

附表—1—1

附表—1 線荷重による主ゲタの曲げモーメント（θ_1, θ_2, θ_3 の各場合）

$b/L=1/15$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.031$									$\theta_2=0.120$									$\theta_3=0.405$								
		$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	53.5	100		71.0	100		53.5	100		53.5	100		71.0	100		53.5	100		53.5	100		71.0	100		53.5	100	
	0	62.0	115	100	86.5	122	100	62.0	115	100	66.0	123	100	91.5	129	100	66.0	123	100	68.5	127	100	93.5	132	100	68.5	127	100
	1	60.5	112	98	81.0	114	94	59.5	111	96	63.0	117	95	83.0	117	91	58.0	108	88	63.0	117	92	79.0	111	85	55.0	102	80
	2	59.0	110	95	77.5	109	90	56.0	104	90	58.5	109	89	74.5	105	81	55.0	102	83	57.0	106	83	70.0	99	75	53.5	101	78
②	慣用計算	77.5	100		103.5	100		77.5	100		77.5	100		103.5	100		77.5	100		77.5	100		103.5	100		77.5	100	
	0	65.0	84	100	81.5	79	100	65.0	84	100	60.0	77	100	78.0	75	100	60.0	77	100	57.5	74	100	76.0	73	100	57.5	74	100
	1	63.5	82	98	78.0	75	96	64.0	82	99	55.5	71	93	71.5	69	92	58.5	75	98	49.5	64	86	67.0	65	88	55.5	71	97
	2	59.0	76	91	72.0	70	88	59.5	77	92	48.0	62	80	64.5	62	83	56.5	73	94	38.5	50	67	59.5	58	78	54.0	70	94
③	慣用計算	77.5	100		103.5	100		77.5	100		77.5	100		103.5	100		77.5	100		77.5	100		103.5	100		77.5	100	
	0	63.5	82	100	78.5	76	100	63.5	82	100	54.5	70	100	64.5	62	100	54.5	70	100	49.0	63	100	58.0	56	100	49.0	63	100
	1	62.0	80	98	76.0	73	97	62.0	80	98	53.0	68	97	60.0	58	93	53.0	68	97	48.0	62	98	53.5	52	92	48.0	62	98
	2	57.5	74	91	70.0	68	89	57.5	74	91	48.0	62	88	54.5	53	85	48.0	62	88	42.0	54	86	47.0	45	81	42.0	54	86

直桁の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—1—2

$b/L=1/14$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.029$									$\theta_2=0.112$									$\theta_3=0.378$								
		$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	49.5	100		66.0	100		49.5	100		49.5	100		66.0	100		49.5	100		49.5	100		66.0	100		49.5	100	
	0	57.0	115	100	79.5	120	100	57.0	115	100	61.0	123	100	84.0	127	100	61.0	123	100	63.5	128	100	86.5	131	100	63.5	128	100
	1	55.5	112	97	75.5	114	95	54.0	109	95	58.0	117	95	76.0	115	90	53.5	108	88	58.5	118	92	73.0	110	84	51.5	104	81
	2	53.5	108	93	72.0	109	91	52.0	105	91	53.5	108	88	69.5	105	83	51.5	104	84	52.5	106	83	65.0	98	75	50.0	101	79
②	慣用計算	72.5	100		96.5	100		72.5	100		72.5	100		96.5	100		72.5	100		72.5	100		96.5	100		72.5	100	
	0	60.5	84	100	77.5	80	100	60.5	84	100	57.0	79	100	73.5	76	100	57.0	79	100	54.5	75	100	71.0	74	100	54.5	75	100
	1	60.0	83	99	73.5	76	95	59.5	82	98	52.0	72	91	67.0	69	91	55.0	76	97	45.5	63	84	62.0	64	87	52.0	72	95
	2	55.0	76	91	68.0	71	88	56.0	77	93	45.0	62	79	60.0	62	82	53.0	73	93	35.5	49	65	55.0	57	77	51.0	70	94
③	慣用計算	72.5	100		96.5	100		72.5	100		72.5	100		96.5	100		72.5	100		72.5	100		96.5	100		72.5	100	
	0	61.0	84	100	76.0	79	100	61.0	84	100	52.5	72	100	62.5	65	100	52.5	72	100	46.5	64	100	55.0	57	100	46.5	64	100
	1	60.0	83	98	71.5	74	94	60.0	83	98	50.5	70	96	58.0	60	93	50.5	70	96	44.5	61	96	51.0	53	93	44.5	61	96
	2	54.0	75	89	65.0	67	86	54.0	75	89	45.5	63	87	51.5	53	82	45.5	63	87	39.5	55	85	44.0	46	80	39.5	55	85

直桁の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—1—3

$b/L=1/13$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.027$									$\theta_2=0.104$									$\theta_3=0.351$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	46.0	100		61.5	100		46.0	100		46.0	100		61.5	100		46.0	100		46.0	100		61.5	100		46.0	100	
	0	52.5	114	100	73.0	119	100	52.5	114	100	56.0	122	100	77.5	126	100	56.0	122	100	59.0	128	100	79.0	128	100	59.0	128	100
	1	50.5	110	96	68.5	111	94	50.0	108	95	52.5	114	94	70.0	114	90	50.5	110	90	54.0	117	92	67.5	110	85	48.0	104	81
	2	49.5	107	94	66.5	108	91	48.5	105	92	49.5	107	88	64.5	105	83	48.0	104	86	48.5	105	82	60.5	98	77	46.0	100	78
②	慣用計算	67.5	100		90.0	100		67.5	100		67.5	100		90.0	100		67.5	100		67.5	100		90.0	100		67.5	100	
	0	57.5	85	100	73.0	81	100	57.5	85	100	53.5	79	100	68.5	76	100	53.5	79	100	51.0	76	100	66.5	74	100	51.0	76	100
	1	56.0	83	97	68.5	76	93	56.5	84	98	49.5	73	93	62.5	70	91	51.5	76	96	41.5	62	81	58.0	65	87	48.0	71	94
	2	52.5	78	91	64.0	71	88	52.5	78	91	42.0	62	79	55.5	62	81	49.5	73	93	33.5	50	66	50.0	56	75	47.0	70	92
③	慣用計算	67.5	100		90.0	100		67.5	100		67.5	100		90.0	100		67.5	100		67.5	100		90.0	100		67.5	100	
	0	58.0	86	100	73.5	82	100	58.0	86	100	50.0	74	100	60.5	67	100	50.0	74	100	44.0	65	100	52.5	59	100	44.0	65	100
	1	56.5	84	98	68.0	76	93	56.5	84	98	47.0	70	94	55.5	62	92	47.0	70	94	41.5	62	94	48.5	54	95	41.5	62	94
	2	51.0	76	88	60.5	67	82	51.0	76	88	42.5	63	85	49.5	55	82	42.5	63	85	37.0	55	84	40.5	45	77	37.0	55	84

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—1—4

$b/L=1/12$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.025$									$\theta_2=0.096$									$\theta_3=0.324$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	42.5	100		57.0	100		42.5	100		42.5	100		57.0	100		42.5	100		42.5	100		57.0	100		42.5	100	
	0	48.0	113	100	65.5	115	100	48.0	113	100	51.0	120	100	71.0	125	100	51.0	120	100	53.5	125	100	73.5	129	100	53.5	125	100
	1	46.0	108	96	62.5	110	95	45.5	107	95	48.0	113	94	64.5	113	91	46.5	109	91	49.0	115	92	62.0	109	84	44.5	104	83
	2	45.0	106	94	61.0	107	93	44.5	104	93	45.5	107	89	59.5	105	84	44.0	103	86	45.0	106	84	57.0	100	78	43.0	101	80
②	慣用計算	62.0	100		83.0	100		62.0	100		62.0	100		83.0	100		62.0	100		62.0	100		83.0	100		62.0	100	
	0	53.5	86	100	68.5	83	100	53.5	86	100	50.5	81	100	64.0	77	100	50.5	81	100	47.5	76	100	61.5	74	100	47.5	76	100
	1	52.0	84	97	64.0	77	93	52.5	84	98	45.5	73	90	58.0	70	91	48.0	77	95	39.0	63	82	53.0	64	86	44.5	72	94
	2	49.0	79	92	60.0	72	88	49.0	79	92	40.0	64	79	52.0	63	81	46.0	74	91	31.5	51	66	45.0	54	73	43.5	70	92
③	慣用計算	62.0	100		83.0	100		62.0	100		62.0	100		83.0	100		62.0	100		62.0	100		83.0	100		62.0	100	
	0	55.0	88	100	70.0	84	100	55.0	88	100	48.0	77	100	58.5	70	100	48.0	77	100	42.0	68	100	49.5	60	100	42.0	68	100
	1	52.5	84	96	65.0	78	93	52.5	84	96	44.5	72	93	54.0	65	92	44.5	72	93	38.5	62	92	45.5	55	92	38.5	62	92
	2	48.5	78	88	57.0	69	82	48.5	78	88	40.0	64	83	47.0	57	80	40.0	64	83	34.5	56	82	38.0	46	77	34.5	56	82

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—1—5

$b/L=1/11$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.021$									$\theta_2=0.088$									$\theta_3=0.297$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	39.0	100		52.0	100		39.0	100		39.0	100		52.0	100		39.0	100		39.0	100		52.0	100		39.0	100	
	0	43.0	110	100	59.0	113	100	43.0	110	100	46.0	118	100	64.0	123	100	46.0	118	100	48.5	124	100	67.0	129	100	48.5	124	100
	1	41.5	106	97	57.0	110	97	41.5	106	97	43.5	111	95	58.0	111	91	42.0	107	91	44.5	114	92	56.5	109	84	41.0	105	85
	2	41.0	105	95	56.0	108	95	40.0	102	93	41.0	105	89	55.0	106	86	40.0	102	87	41.0	105	85	52.5	101	78	40.0	102	83
②	慣用計算	57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100	
	0	49.0	86	100	64.0	84	100	49.0	86	100	46.5	82	100	59.5	79	100	46.5	82	100	44.0	77	100	56.5	74	100	44.0	77	100
	1	48.0	84	98	58.5	77	91	49.0	86	100	43.0	75	92	53.0	70	89	45.0	79	97	37.5	66	85	49.5	65	88	41.0	72	93
	2	45.5	80	93	56.0	74	88	46.0	81	94	37.5	66	81	48.0	63	81	43.0	75	92	30.0	53	68	42.0	55	74	40.5	71	92
③	慣用計算	57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100	
	0	51.5	90	100	66.0	82	100	51.5	90	100	45.5	80	100	56.0	74	100	45.5	80	100	39.5	69	100	47.0	62	100	39.5	69	100
	1	49.0	86	95	60.5	80	92	49.0	86	95	42.5	75	93	50.5	67	90	42.5	75	93	35.0	61	89	42.0	55	89	35.0	61	89
	2	46.0	81	89	54.0	71	82	46.0	81	89	38.5	68	85	44.0	58	79	38.5	68	85	32.5	57	82	35.0	46	75	32.5	57	82

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—1—6

$b/L=1/10$　M : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.031$									$\theta_2=0.120$									$\theta_3=0.405$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	35.5	100		47.0	100		35.5	100		35.5	100		47.0	100		35.5	100		35.5	100		47.0	100		35.5	100	
	0	39.5	111	100	53.5	113	100	39.5	111	100	42.5	120	100	58.0	123	100	42.5	120	100	44.0	124	100	61.0	129	100	44.0	124	100
	1	38.0	107	96	52.0	110	97	38.5	108	98	40.0	113	94	53.5	113	92	38.5	108	91	41.0	115	93	52.5	111	86	37.5	106	85
	2	37.5	106	95	50.0	106	94	36.5	103	92	37.5	106	88	50.5	107	87	36.5	103	86	37.0	104	84	48.0	102	79	36.5	103	83
②	慣用計算	52.0	100		69.0	100		52.0	100		52.0	100		69.0	100		52.0	100		52.0	100		69.0	100		52.0	100	
	0	44.0	85	100	58.5	85	100	44.0	85	100	42.5	82	100	54.0	78	100	42.5	82	100	40.0	77	100	51.5	75	100	40.0	77	100
	1	43.0	83	98	55.0	80	94	44.0	85	100	38.5	74	91	49.0	71	91	40.5	78	95	36.5	70	90	45.5	66	88	37.5	72	94
	2	41.0	79	93	50.5	73	86	42.0	81	95	34.0	66	80	43.5	63	81	40.0	78	94	28.5	55	71	38.5	56	75	37.5	72	94
③	慣用計算	52.0	100		69.0	100		52.0	100		52.0	100		69.0	100		52.0	100		52.0	100		69.0	100		52.0	100	
	0	47.0	91	100	60.5	88	100	47.0	91	100	41.5	80	100	51.5	75	100	41.5	80	100	35.0	68	100	43.0	62	100	35.0	68	100
	1	44.0	85	94	55.5	81	92	44.0	85	94	38.0	73	92	46.5	67	90	38.0	73	92	32.0	62	92	38.0	55	88	32.0	62	92
	2	42.0	81	89	49.5	72	82	42.0	81	89	35.5	69	86	40.0	58	78	35.5	69	86	30.5	59	87	32.0	46	74	30.5	59	87

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—2　線荷重による主ゲタの曲げモーメント（実橋に相当する θ の場合）　　M：t·m

ケタ番号	b/L	1/15									1/14									1/13								
	断面	L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
	S	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	0	62.5	117	100	87.0	122	100	62.5	117	100	58.0	117	100	80.0	121	100	58.0	117	100	53.5	116	100	74.0	120	100	53.5	116	100
	1	61.0	114	97	81.5	115	94	59.0	111	94	56.0	113	97	75.5	114	94	54.0	109	93	51.0	110	95	69.0	112	93	50.0	108	93
	2	58.0	109	93	77.0	108	89	56.0	105	89	53.5	108	92	71.5	108	89	52.0	105	89	49.5	107	92	66.0	107	89	48.5	105	90
②	0	64.5	83	100	81.5	79	100	64.5	83	100	60.0	83	100	76.5	79	100	60.0	83	100	56.5	84	100	71.5	80	100	56.5	84	100
	1	62.5	80	97	77.5	75	95	63.5	82	98	58.5	81	97	72.5	75	95	59.0	81	98	54.0	80	96	66.5	74	93	55.0	82	97
	2	57.5	74	89	72.0	70	88	59.5	77	92	53.0	73	88	67.0	69	88	55.5	77	92	49.5	74	88	61.5	69	86	51.5	76	91
③	0	62.5	80	100	77.0	74	100	62.5	80	100	59.0	81	100	73.5	76	100	59.0	81	100	55.5	83	100	69.5	77	100	55.5	83	100
	1	61.5	79	98	74.5	72	97	61.5	79	98	58.0	80	98	69.5	72	94	58.0	80	98	54.0	80	97	64.5	72	93	54.0	80	97
	2	56.5	73	90	68.5	66	89	56.5	73	90	52.5	73	89	62.5	65	85	52.5	73	89	48.5	72	87	57.0	64	82	48.5	72	87

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

ケタ番号	b/L	1/12									1/11									1/10								
	断面	L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
	S	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	0	49.0	115	100	68.0	120	100	49.0	115	100	44.5	114	100	61.5	118	100	44.5	114	100	41.0	115	100	55.5	118	100	41.0	115	100
	1	47.0	110	96	63.5	112	93	46.0	108	94	42.5	109	95	57.5	110	93	41.5	106	93	39.0	110	95	52.5	111	94	38.5	108	94
	2	45.5	107	93	60.5	106	89	44.5	104	91	41.0	105	92	55.5	107	90	40.0	102	90	38.0	107	93	50.5	107	91	36.5	103	89
②	0	52.5	84	100	66.5	80	100	52.5	84	100	48.0	84	100	61.5	81	100	48.0	84	100	43.0	83	100	56.5	82	100	43.0	83	100
	1	49.5	80	94	61.5	74	92	50.5	81	96	45.5	80	95	56.0	74	91	47.0	82	98	41.5	80	97	52.0	75	92	42.5	82	99
	2	45.5	73	87	56.5	68	85	48.5	78	92	41.5	73	87	51.5	68	84	44.5	78	93	38.0	73	88	47.5	69	84	41.0	79	96
③	0	52.0	83	100	65.5	79	100	52.0	83	100	48.5	84	100	60.5	80	100	48.5	84	100	44.5	86	100	56.0	81	100	44.5	86	100
	1	49.5	80	95	60.0	72	91	49.5	80	95	45.5	80	94	55.0	72	91	45.5	80	94	41.5	80	93	51.5	75	92	41.5	80	93
	2	45.0	72	86	52.5	63	80	45.0	72	86	42.0	74	87	48.5	64	80	42.0	74	89	39.0	75	88	45.5	66	81	39.0	75	88

附表—3—1　　附表—3　等分布荷重による主ゲタの曲げモーメント（θ_1, θ_2, θ_3 の各場合）　　$b/L=1/15$　m：t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.031$									$\theta_2=0.120$									$\theta_3=0.405$								
		$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	65.5	100		87.5	100		65.5	100		65.5	100		87.5	100		65.5	100		65.5	100		87.5	100		65.5	100	
	0	80.0	122	100	109.0	125	100	80.0	122	100	84.5	129	100	116.0	133	100	84.5	129	100	87.0	132	100	118.0	135	100	87.0	132	100
	1	79.5	121	99	104.0	119	95	76.0	116	95	85.0	130	100	103.0	118	89	69.5	106	82	84.5	129	97	97.5	112	83	63.5	97	73
	2	80.0	122	100	99.0	113	91	71.5	109	89	80.0	122	95	89.5	102	77	65.0	99	77	78.5	120	90	83.5	96	71	58.0	88	67
②	慣用計算	96.0	100		127.5	100		96.0	100		96.0	100		127.5	100		96.0	100		96.0	100		127.5	100		96.0	100	
	0	76.0	79	100	95.0	75	100	76.0	79	100	70.5	73	100	92.0	72	100	70.5	73	100	69.0	72	100	89.0	70	100	69.0	72	100
	1	71.0	74	93	90.0	71	95	71.5	74	94	58.5	61	83	81.0	63	88	66.0	69	93	49.5	51	72	77.0	60	86	63.0	66	91
	2	63.5	66	84	80.0	63	84	65.0	68	86	48.0	50	68	70.5	55	77	64.0	67	91	37.0	39	54	66.0	52	74	63.0	66	91
③	慣用計算	96.0	100		127.5	100		96.0	100		96.0	100		127.5	100		96.0	100		96.0	100		127.5	100		96.0	100	
	0	73.0	76	100	91.5	72	100	73.0	76	100	60.0	62	100	72.0	56	100	60.0	62	100	53.5	56	100	63.0	49	100	53.5	56	100
	1	68.0	71	89	84.0	66	92	68.0	71	93	54.5	57	91	63.5	50	88	54.5	57	91	55.0	57	103	56.0	44	89	55.0	57	103
	2	60.0	63	79	75.0	59	82	60.0	63	82	49.0	51	82	58.5	46	81	49.0	51	82	51.5	54	96	48.5	38	77	51.5	54	96

└──直線の場合に対する%
└──慣用計算に対する%

附表—3—2　　$b/L=1/14$　m：t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.029$									$\theta_2=0.112$									$\theta_3=0.378$								
		$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$			$L/4$			$L/2$			$3L/4$		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100		57.0	100		76.0	100		57.0	100	
	0	68.0	119	100	94.5	124	100	68.0	119	100	73.5	129	100	100.0	131	100	73.5	129	100	75.5	132	100	103.0	135	100	75.5	132	100
	1	68.5	120	101	89.0	117	94	65.5	115	96	72.5	127	99	91.5	120	92	63.0	110	86	71.0	124	94	85.0	111	82	56.5	99	75
	2	67.0	117	99	85.0	111	90	62.5	109	92	69.0	121	94	80.5	105	80	57.0	100	78	67.5	118	89	75.5	99	73	50.5	88	67
②	慣用計算	83.5	100		111.0	100		83.5	100		83.5	100		111.0	100		83.5	100		83.5	100		111.0	100		83.5	100	
	0	67.0	80	100	85.0	77	100	67.0	80	100	62.5	75	100	80.0	72	100	62.5	75	100	60.5	73	100	78.5	71	100	60.5	73	100
	1	64.0	77	96	79.5	72	93	62.0	74	92	52.5	63	84	72.0	65	90	58.5	70	94	43.5	52	72	66.0	59	84	55.0	66	91
	2	56.5	68	84	70.0	63	82	58.0	69	87	42.5	51	68	61.0	55	76	56.0	67	90	31.5	38	52	57.5	52	73	55.5	66	92
③	慣用計算	83.5	100		111.0	100		83.5	100		83.5	100		111.0	100		83.5	100		83.5	100		111.0	100		83.5	100	
	0	66.0	79	100	83.0	75	100	66.0	79	100	54.0	65	100	65.5	59	100	54.0	65	100	47.0	56	100	56.5	51	100	47.0	56	100
	1	60.0	72	91	77.0	69	93	60.0	72	91	49.0	59	91	59.0	53	90	49.0	59	91	46.0	55	98	49.0	44	87	46.0	55	98
	2	54.0	65	82	65.5	59	79	54.0	65	82	44.5	53	82	51.0	46	78	44.5	53	82	45.0	54	96	42.5	38	75	45.0	54	96

└──直線の場合に対する%
└──慣用計算に対する%

附表—3—3

$b/L=1/13$　m : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.027$									$\theta_2=0.104$									$\theta_3=0.351$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	49.5	100		65.5	100		49.5	100		49.5	100		65.5	100		49.5	100		49.5	100		65.5	100		49.5	100	
	0	58.0	118	100	80.0	122	100	58.0	118	100	62.0	126	100	85.5	130	100	62.0	126	100	64.5	131	100	91.0	138	100	64.5	131	100
	1	58.5	119	101	76.0	116	95	56.5	115	97	61.5	125	99	78.5	119	92	54.5	110	88	62.0	126	96	73.0	111	80	49.0	99	76
	2	57.0	115	98	72.5	110	91	53.5	108	92	59.0	120	95	71.0	108	83	49.5	100	80	58.0	118	90	65.5	100	72	45.0	91	70
②	慣用計算	72.0	100		96.0	100		72.0	100		72.0	100		96.0	100		72.0	100		72.0	100		96.0	100		72.0	100	
	0	58.5	81	100	75.0	78	100	58.5	81	100	54.5	76	100	70.0	73	100	54.5	76	100	52.5	73	100	68.0	71	100	52.5	73	100
	1	54.5	76	93	70.0	73	93	55.0	76	94	47.5	66	87	62.0	65	89	49.5	69	91	38.5	53	73	58.5	61	86	47.0	65	89
	2	48.5	67	83	61.5	64	82	50.0	69	85	37.0	51	68	53.0	55	76	49.0	68	90	27.0	37	51	47.5	49	70	48.0	67	91
③	慣用計算	72.0	100		96.0	100		72.0	100		72.0	100		96.0	100		72.0	100		72.0	100		96.0	100		72.0	100	
	0	59.0	82	100	75.5	79	100	59.0	82	100	49.0	68	100	59.5	62	100	49.0	68	100	42.0	58	100	49.5	52	100	42.0	58	100
	1	54.5	76	92	68.0	71	90	54.5	76	76	42.5	59	87	53.0	55	89	42.5	59	87	39.0	54	93	44.5	46	90	39.0	54	93
	2	47.5	66	80	57.5	60	76	47.5	66	80	38.5	53	78	44.0	46	74	38.5	53	78	37.0	51	88	35.5	37	72	37.0	51	88

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—3—4

$b/L=1/12$　m : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.025$									$\theta_2=0.096$									$\theta_3=0.324$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	42.0	100		56.0	100		42.0	100		42.0	100		56.0	100		42.0	100		42.0	100		56.0	100		42.0	100	
	0	49.0	117	100	65.0	116	100	49.0	117	100	52.5	125	100	74.0	132	100	52.5	125	100	55.0	131	100	75.0	134	100	55.0	131	100
	1	49.5	118	101	65.0	116	100	46.5	111	95	51.5	123	98	66.5	118	90	47.0	112	90	52.5	125	96	63.5	113	85	42.5	101	77
	2	48.0	114	98	61.5	110	94	44.0	105	90	49.5	118	94	59.5	106	80	44.0	105	84	50.0	119	91	56.5	101	75	40.5	96	74
②	慣用計算	61.5	100		82.0	100		61.5	100		61.5	100		82.0	100		61.5	100		61.5	100		82.0	100		61.5	100	
	0	51.0	83	100	65.5	80	100	51.0	83	100	47.5	77	100	60.0	73	100	47.5	77	100	45.0	73	100	58.0	71	100	45.0	73	100
	1	48.5	79	95	61.0	75	93	48.0	78	94	39.5	64	83	53.0	65	88	43.0	70	90	33.0	54	73	48.0	59	83	40.0	65	89
	2	43.0	70	84	54.0	66	82	43.5	71	85	33.0	54	70	45.0	55	75	41.5	68	87	24.0	39	53	40.0	49	69	42.0	68	93
③	慣用計算	61.5	100		82.0	100		61.5	100		61.5	100		82.0	100		61.5	100		61.5	100		82.0	100		61.5	100	
	0	52.0	85	100	67.0	82	100	52.0	85	100	43.5	71	100	55.0	67	100	43.5	71	100	37.0	60	100	44.0	54	100	37.0	60	100
	1	48.0	78	92	60.5	74	90	48.0	78	92	38.0	62	87	47.0	57	85	38.0	62	87	33.0	54	89	38.5	47	66	33.0	54	89
	2	42.0	68	81	51.5	63	77	42.0	68	81	34.5	56	79	39.0	48	71	34.5	56	79	30.0	49	81	30.0	37	52	30.0	49	81

直橋の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—3—5

$b/L=1/11$　m : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.021$									$\theta_2=0.088$									$\theta_3=0.297$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	35.5	100		47.0	100		35.5	100		35.5	100		47.0	100		35.5	100		35.5	100		47.0	100		35.5	100	
	0	40.0	113	100	54.5	116	100	40.0	113	100	43.0	122	100	59.5	126	100	43.0	122	100	45.0	127	100	62.5	132	100	45.0	127	100
	1	40.5	115	101	53.5	114	98	38.5	109	96	42.0	119	97	55.0	117	92	38.5	109	90	45.0	127	100	52.5	111	84	37.0	105	82
	2	39.5	112	99	51.0	108	94	37.0	105	93	40.5	115	94	52.0	110	87	36.0	102	84	41.5	118	92	48.0	102	77	34.5	98	77
②	慣用計算	51.5	100		68.5	100		51.5	100		51.5	100		68.5	100		51.5	100		51.5	100		68.5	100		51.5	100	
	0	43.5	85	100	56.0	82	100	43.5	85	100	40.5	79	100	51.5	75	100	40.5	79	100	38.0	74	100	49.0	71	100	38.0	74	100
	1	41.5	81	95	52.0	76	93	40.0	78	92	35.5	69	87	45.0	65	87	36.5	71	90	29.5	57	78	41.5	60	85	33.5	65	88
	2	37.0	72	85	46.5	68	83	37.0	72	85	28.5	55	70	38.0	55	74	34.0	66	84	21.5	42	57	33.5	49	68	35.0	68	92
③	慣用計算	51.5	100		68.5	100		51.5	100		51.5	100		68.5	100		51.5	100		51.5	100		68.5	100		51.5	100	
	0	45.5	89	100	59.0	86	100	45.5	89	100	38.5	75	100	48.0	70	100	38.5	75	100	32.5	63	100	38.5	56	100	32.5	63	100
	1	41.5	81	91	52.0	76	88	41.5	81	91	33.0	64	86	40.5	59	84	33.0	64	86	27.0	53	83	34.0	50	88	27.0	53	83
	2	36.5	71	80	45.5	66	77	36.5	71	80	29.0	56	75	33.5	49	70	29.0	56	75	25.0	49	77	26.5	39	69	25.0	49	77

直桁の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—3—6

$b/L=1/10$　m : t·m

ケタ番号	θ / 断面 / S	$\theta_1=0.031$									$\theta_2=0.120$									$\theta_3=0.405$								
		L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
		m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	慣用計算	29.0	100		39.0	100		29.0	100		29.0	100		39.0	100		29.0	100		29.0	100		39.0	100		29.0	100	
	0	33.5	115	100	45.5	117	100	33.5	115	100	36.0	123	100	49.0	126	100	36.0	123	100	37.5	128	100	51.5	133	100	37.5	128	100
	1	33.0	113	98	43.0	111	94	32.5	111	97	35.0	120	97	45.5	117	93	32.5	111	90	36.0	123	96	43.5	112	85	30.5	104	81
	2	32.5	111	97	43.0	111	94	30.5	104	91	34.0	116	94	41.0	106	83	30.5	104	85	34.5	118	92	39.5	102	77	30.0	102	80
②	慣用計算	42.5	100		56.5	100		42.5	100		42.5	100		56.5	100		42.5	100		42.5	100		56.5	100		42.5	100	
	0	36.0	85	100	46.5	82	100	36.0	85	100	33.5	79	100	42.0	74	100	33.5	79	100	31.5	74	100	40.5	71	100	31.5	74	100
	1	34.5	81	96	42.5	75	91	33.5	79	93	29.0	68	86	37.5	66	89	29.0	68	86	24.5	58	78	34.0	60	84	28.0	66	89
	2	30.0	71	83	38.0	67	81	30.5	72	85	24.0	56	71	30.5	54	73	28.0	66	83	17.5	41	56	29.0	51	72	29.0	68	92
③	慣用計算	42.5	100		56.5	100		42.5	100		42.5	100		56.5	100		42.5	100		42.5	100		56.5	100		42.5	100	
	0	37.5	88	100	48.5	86	100	37.5	88	100	32.0	75	100	39.5	70	100	32.0	75	100	26.5	62	100	32.0	56	100	26.5	62	100
	1	34.0	80	91	43.0	76	89	34.0	80	91	27.0	63	84	33.5	59	85	27.0	63	84	22.5	53	85	28.0	49	87	22.5	53	85
	2	30.0	71	80	36.0	63	74	30.0	71	80	24.0	56	75	26.0	46	66	24.0	56	75	20.5	48	77	21.0	37	65	20.5	48	77

直桁の場合に対する%
慣用計算に対する%

附表—4　等分布荷重による主ゲタの曲げモーメント（実橋に相当する θ の場合）　m：t·m

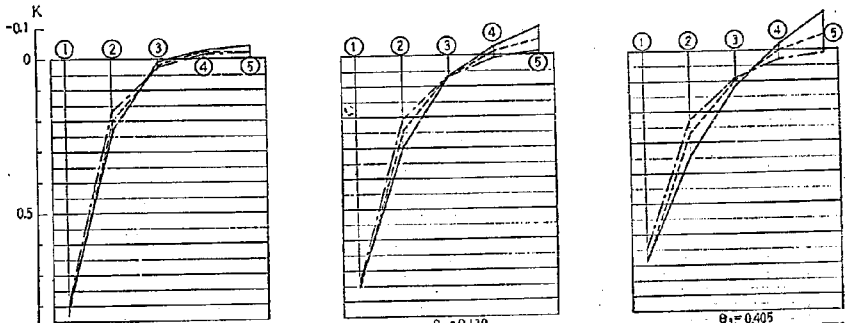
ケタ番号	b/L	1/15									1/14									1/13								
	断面	L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
	S	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	0	80.5	123	100	110.0	125	100	80.5	123	100	69.0	120	100	95.5	125	100	69.0	120	100	59.5	121	100	81.5	124	100	59.5	121	100
	1	80.0	122	99	104.0	119	94	75.5	115	93	69.0	120	100	89.5	117	94	65.0	113	94	59.5	121	100	77.0	117	94	56.0	113	94
	2	80.0	122	99	98.0	112	89	71.0	108	88	67.5	118	98	84.0	110	88	61.5	107	89	57.5	116	97	72.0	110	88	52.0	105	87
②	0	75.5	79	100	94.5	74	100	75.5	79	100	66.0	79	100	84.0	75	100	66.0	79	100	57.5	80	100	73.5	77	100	57.5	80	100
	1	69.5	73	92	89.0	70	94	71.0	74	94	62.0	74	94	78.0	70	93	61.5	74	93	52.5	73	91	67.5	70	92	53.0	74	92
	2	62.0	65	82	79.0	62	84	65.0	68	86	54.0	65	82	68.0	61	81	57.5	69	87	45.0	63	78	59.0	61	80	49.5	69	86
③	0	72.0	75	100	89.5	70	100	72.0	75	100	63.5	76	100	80.0	72	100	63.5	76	100	56.0	78	100	70.5	73	100	56.0	78	100
	1	67.0	70	93	82.0	64	92	67.0	70	93	58.0	70	91	73.5	66	92	58.0	70	91	51.0	71	91	63.5	66	90	51.0	71	91
	2	59.0	62	82	73.5	58	82	59.0	62	82	52.0	62	82	62.5	56	78	52.0	62	82	45.0	63	80	53.0	55	75	45.0	63	80

└──直橋の場合に対する%
└──慣用計算に対する%

ケタ番号	b/L	1/12									1/11									1/10								
	断面	L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4			L/4			L/2			3L/4		
	S	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%	m	%	%
①	0	50.0	119	100	68.5	122	100	50.0	119	100	41.5	117	100	57.5	122	100	41.5	117	100	34.5	118	100	47.0	121	100	34.5	118	100
	1	50.0	119	100	65.5	117	95	46.5	110	93	41.0	116	99	54.0	115	94	38.5	109	93	34.0	116	98	44.0	113	94	32.5	111	94
	2	48.5	115	97	60.5	108	88	44.0	105	88	40.0	113	96	51.5	109	89	36.5	103	88	33.0	113	96	42.5	109	90	30.5	104	88
②	0	49.5	81	100	63.0	77	100	49.5	81	100	41.5	81	100	53.5	78	100	41.5	81	100	35.0	82	100	44.5	79	100	35.0	82	100
	1	45.0	73	91	57.5	70	91	45.5	74	90	38.0	74	91	48.0	70	89	38.0	74	91	32.0	75	91	40.0	71	90	31.5	74	90
	2	39.0	64	79	50.0	61	79	42.5	69	86	32.0	62	77	41.5	60	77	35.0	68	84	27.0	63	77	35.0	62	79	29.0	68	83
③	0	48.5	79	100	62.0	76	100	48.5	79	100	41.5	81	100	52.5	76	100	41.5	81	100	35.0	82	100	44.5	79	100	35.0	82	100
	1	43.5	71	90	54.5	67	88	43.5	71	90	36.5	71	88	45.0	65	85	36.5	71	88	31.0	73	88	39.0	69	83	31.0	73	88
	2	39.0	64	80	46.0	56	74	39.0	64	80	32.0	62	77	38.5	56	73	32.0	62	77	27.0	63	77	31.5	56	71	27.0	63	77

附 図 1~12

b/L	断 面	線 荷 重	等 分 布 荷 重
1/15	$L_1/4$	附図—1—1—1 ……p. 21	附図—7—1—1 ……p. 37
	$L_2/4$	〃 —1—1—2 ……p. 21	〃 —7—1—2 ……p. 37
	$L_3/4$	〃 —1—1—3 ……p. 21	〃 —7—1—3 ……p. 37
	$L_4/4$	〃 —1—1—4 ……p. 22	〃 —7—1—4 ……p. 38
	$L_5/4$	〃 —1—1—5 ……p. 22	〃 —7—1—5 ……p. 38
	$L_1/2$	附図—1—2—1 ……p. 22	附図—7—2—1 ……p. 38
	$L_2/2$	〃 —1—2—2 ……p. 23	〃 —7—2—2 ……p. 39
	$L_3/2$	〃 —1—2—3 ……p. 23	〃 —7—2—3 ……p. 39
1/14	$L_1/4$	附図—2—1—1 ……p. 23	附図—8—1—1 ……p. 39
	$L_2/4$	〃 —2—1—2 ……p. 24	〃 —8—1—2 ……p. 40
	$L_3/4$	〃 —2—1—3 ……p. 24	〃 —8—1—3 ……p. 40
	$L_4/4$	〃 —2—1—4 ……p. 24	〃 —8—1—4 ……p. 40
	$L_5/4$	〃 —2—1—5 ……p. 25	〃 —8—1—5 ……p. 41
	$L_1/2$	附図—2—2—1 ……p. 25	附図—8—2—1 ……p. 41
	$L_2/2$	〃 —2—2—2 ……p. 25	〃 —8—2—2 ……p. 41
	$L_3/2$	〃 —2—2—3 ……p. 26	〃 —8—2—3 ……p. 42
1/13	$L_1/4$	附図—3—1—1 ……p. 26	附図—9—1—1 ……p. 42
	$L_2/4$	〃 —3—1—2 ……p. 26	〃 —9—1—2 ……p. 42
	$L_3/4$	〃 —3—1—3 ……p. 27	〃 —9—1—3 ……p. 43
	$L_4/4$	〃 —3—1—4 ……p. 27	〃 —9—1—4 ……p. 43
	$L_5/4$	〃 —3—1—5 ……p. 27	〃 —9—1—5 ……p. 43
	$L_1/2$	附図—3—2—1 ……p. 28	附図—9—2—1 ……p. 44
	$L_2/2$	〃 —3—2—2 ……p. 28	〃 —9—2—2 ……p. 44
	$L_3/2$	〃 —3—2—3 ……p. 28	〃 —9—2—3 ……p. 44
1/12	$L_1/4$	附図—4—1—1 ……p. 29	附図—10—1—1 ……p. 45
	$L_2/4$	〃 —4—1—2 ……p. 29	〃 —10—1—2 ……p. 45
	$L_3/4$	〃 —4—1—3 ……p. 29	〃 —10—1—3 ……p. 45
	$L_4/4$	〃 —4—1—4 ……p. 30	〃 —10—1—4 ……p. 46
	$L_5/4$	〃 —4—1—5 ……p. 30	〃 —10—1—5 ……p. 46
	$L_1/2$	附図—4—2—1 ……p. 30	附図—10—2—1 ……p. 46
	$L_2/2$	〃 —4—2—2 ……p. 31	〃 —10—2—2 ……p. 47
	$L_3/2$	〃 —4—2—3 ……p. 31	〃 —10—2—3 ……p. 47
1/11	$L_1/4$	附図—5—1—1 ……p. 31	附図—11—1—1 ……p. 47
	$L_2/4$	〃 —5—1—2 ……p. 32	〃 —11—1—2 ……p. 48
	$L_3/4$	〃 —5—1—3 ……p. 32	〃 —11—1—3 ……p. 48
	$L_4/4$	〃 —5—1—4 ……p. 32	〃 —11—1—4 ……p. 48
	$L_5/4$	〃 —5—1—5 ……p. 33	〃 —11—1—5 ……p. 49
	$L_1/2$	附図—5—2—1 ……p. 33	附図—11—2—1 ……p. 49
	$L_2/2$	〃 —5—2—2 ……p. 33	〃 —11—2—2 ……p. 49
	$L_3/2$	〃 —5—2—3 ……p. 34	〃 —11—2—3 ……p. 50
1/10	$L_1/4$	附図—6—1—1 ……p. 34	附図—12—1—1 ……p. 50
	$L_2/4$	〃 —6—1—2 ……p. 34	〃 —12—1—2 ……p. 50
	$L_3/4$	〃 —6—1—3 ……p. 35	〃 —12—1—3 ……p. 51
	$L_4/4$	〃 —6—1—4 ……p. 35	〃 —12—1—4 ……p. 51
	$L_5/4$	〃 —6—1—5 ……p. 35	〃 —12—1—5 ……p. 51
	$L_1/2$	附図—6—2—1 ……p. 36	附図—12—2—1 ……p. 52
	$L_2/2$	〃 —6—2—2 ……p. 36	〃 —12—2—2 ……p. 52
	$L_3/2$	〃 —6—2—3 ……p. 36	〃 —12—2—3 ……p. 52



$\theta_1=0.031$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.83	0.23	0.01	-0.03	-0.04	1.00
1	0.84	0.20	0.02	-0.02	-0.02	1.02
2	0.83	0.17	0.03	-0.01	-0.02	1.00

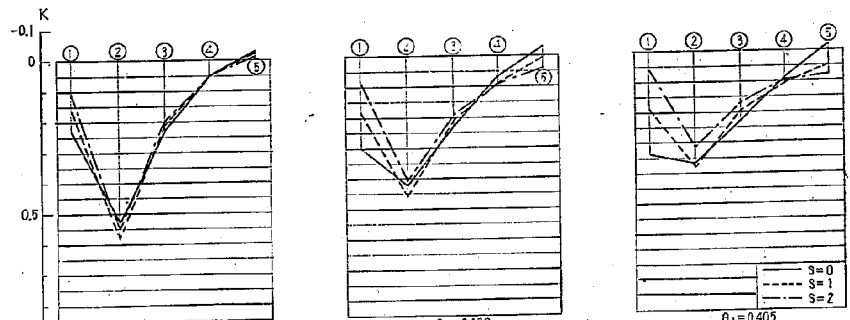
$\theta_2=0.120$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.75	0.30	0.07	-0.03	-0.09	1.00
1	0.76	0.25	0.07	-0.01	-0.05	1.02
2	0.74	0.21	0.07	0.01	-0.01	1.02

$\theta_3=0.405$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.69	0.34	0.12	-0.02	-0.13	1.00
1	0.69	0.27	0.10	0	-0.05	1.01
2	0.65	0.23	0.09	0.03	0.01	1.01

附図—1-1-1 線荷重 $b/L=1/15$ $L_1/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.23	0.55	0.23	0.03	-0.03	1.01
1	0.15	0.58	0.21	0.03	-0.02	0.97
2	0.10	0.55	0.20	0.05	-0.01	0.89

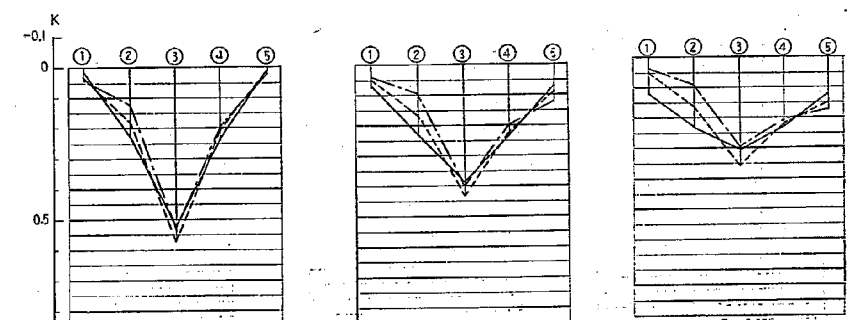
$\theta_2=0.120$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.10	0.43	0.23	0.07	-0.03	1.00
1	0.18	0.46	0.21	0.09	0.01	0.95
2	0.09	0.41	0.19	0.09	0.04	0.82

$\theta_3=0.405$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.34	0.37	0.23	0.09	-0.02	1.01
1	0.19	0.38	0.20	0.11	0.05	0.93
2	0.06	0.32	0.19	0.10	0.08	0.73

附図—1-1-2 線荷重 $b/L=1/15$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.01	0.23	0.52	0.23	0.01	1.00
1	0.03	0.18	0.57	0.20	0.01	0.99
2	0.04	0.12	0.59	0.19	0.02	0.96

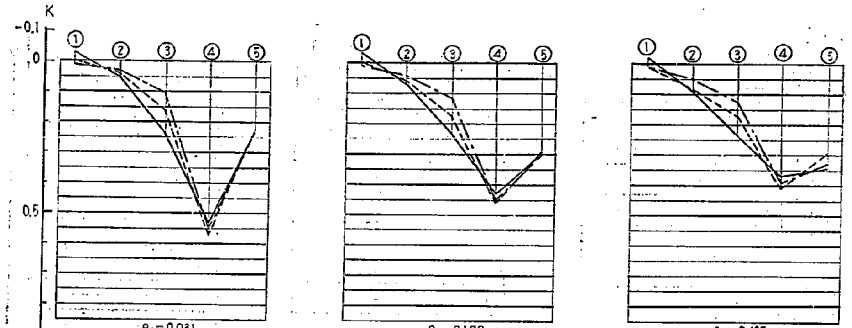
$\theta_2=0.120$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.07	0.23	0.39	0.23	0.07	0.99
1	0.05	0.17	0.43	0.22	0.09	0.96
2	0.04	0.10	0.40	0.20	0.12	0.86

$\theta_3=0.405$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.12	0.23	0.31	0.23	0.12	1.01
1	0.06	0.16	0.36	0.22	0.15	0.94
2	0.04	0.09	0.30	0.21	0.17	0.31

附図—1-1-3 線荷重 $b/L=1/15$ $L_3/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.05	0.23	0.53	0.23	1.01
1	0	0.04	0.16	0.57	0.23	1.00
2	0.01	0.03	0.10	0.55	0.23	0.92

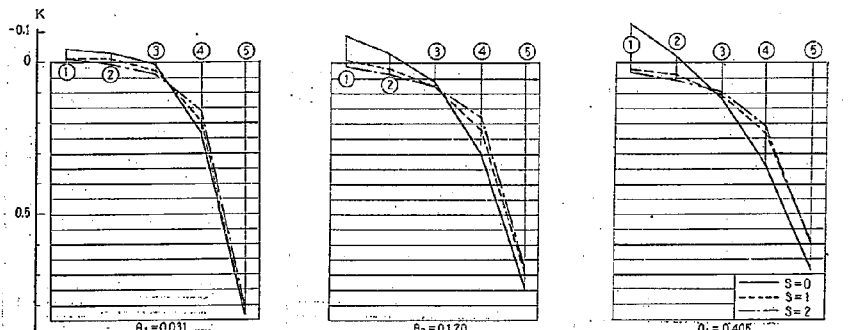
$\theta_2=0.120$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.07	0.23	0.43	0.30	1.00
1	0	0.06	0.17	0.46	0.29	0.98
2	0.01	0.04	0.11	0.45	0.30	0.91

$\theta_3=0.405$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.09	0.23	0.37	0.34	1.01
1	0.01	0.08	0.17	0.41	0.29	0.95
2	0.01	0.05	0.12	0.39	0.33	0.90

附図—1-1-4 線荷重 $b/L=1/15$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.04	-0.03	0.01	0.23	0.83	1.00
1	-0.01	-0.01	0.03	0.19	0.82	1.02
2	-0.01	0.01	0.04	0.16	0.80	1.00

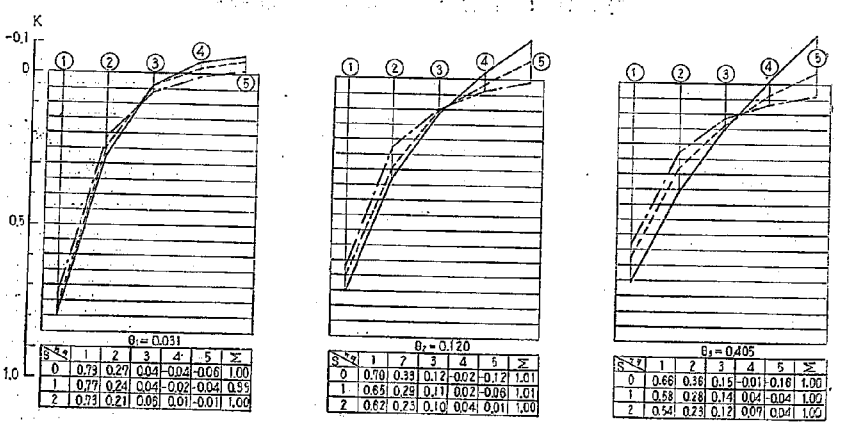
$\theta_2=0.120$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.09	-0.03	0.07	0.30	0.75	1.00
1	-0.01	0.02	0.08	0.22	0.70	1.01
2	0.01	0.04	0.08	0.18	0.69	1.00

$\theta_3=0.405$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.13	-0.02	0.12	0.34	0.69	1.00
1	0.02	0.04	0.11	0.23	0.59	0.99
2	0.03	0.06	0.10	0.21	0.60	1.00

附図—1-1-5 線荷重 $b/L=1/15$ $L_5/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.73	0.27	0.04	-0.04	-0.06	1.00
1	0.77	0.24	0.04	-0.02	-0.04	0.99
2	0.73	0.21	0.06	0.01	-0.01	1.00

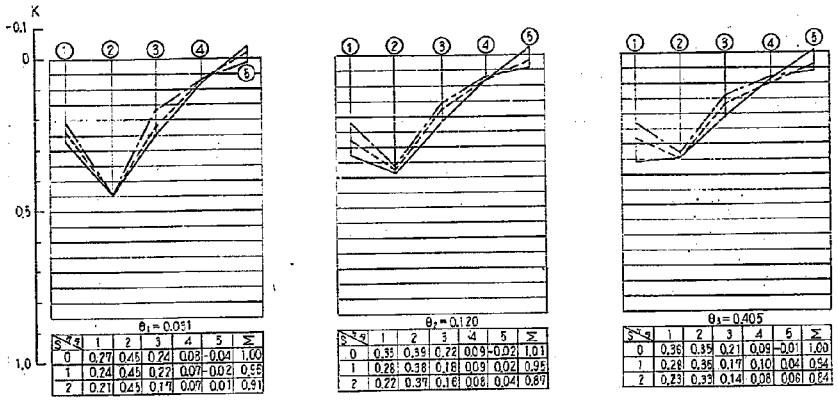
$\theta_2=0.120$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.70	0.33	0.12	-0.02	-0.12	1.01
1	0.65	0.29	0.11	0.02	-0.06	1.01
2	0.62	0.23	0.10	0.04	0.01	1.00

$\theta_3=0.405$

S \ y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.66	0.36	0.15	-0.01	-0.16	1.00
1	0.58	0.28	0.14	0.04	-0.04	1.00
2	0.54	0.23	0.12	0.07	0.04	1.00

附図—1-2-1 線荷重 $b/L=1/15$ $L_1/2$-断面

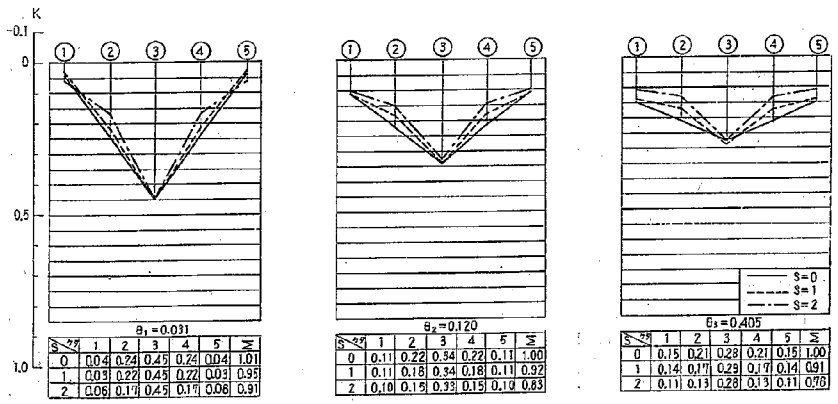


S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.27	0.45	0.24	0.03	-0.04	1.00
1	0.24	0.45	0.22	0.07	-0.02	0.95
2	0.21	0.45	0.17	0.07	0.01	0.91

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.35	0.39	0.22	0.09	-0.02	1.01
1	0.28	0.38	0.18	0.09	0.02	0.95
2	0.22	0.37	0.16	0.08	0.04	0.87

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.36	0.35	0.21	0.09	-0.01	1.00
1	0.28	0.36	0.17	0.10	0.04	0.94
2	0.23	0.33	0.14	0.08	0.06	0.84

附図—1-2-2 線荷重 $b/L=1/15$ $L_2/2$-断面

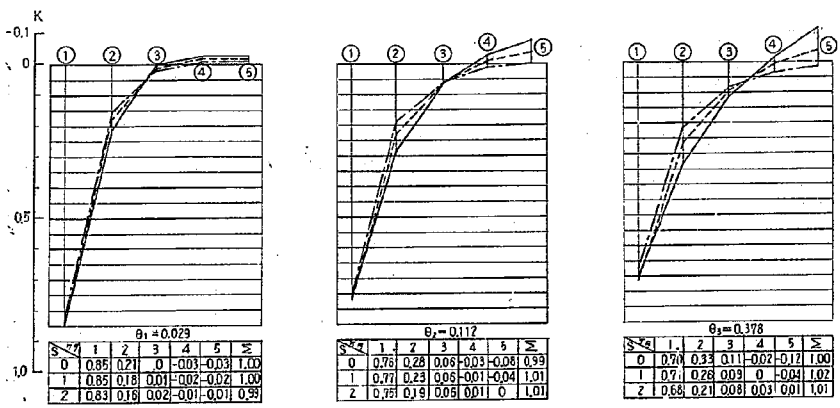


S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.04	0.24	0.45	0.24	0.04	1.01
1	0.03	0.22	0.45	0.22	0.03	0.95
2	0.06	0.17	0.45	0.17	0.06	0.91

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.11	0.22	0.34	0.22	0.11	1.00
1	0.11	0.18	0.34	0.18	0.11	0.92
2	0.10	0.15	0.33	0.15	0.10	0.83

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.15	0.21	0.28	0.21	0.15	1.00
1	0.14	0.17	0.29	0.17	0.14	0.91
2	0.11	0.13	0.28	0.13	0.11	0.76

附図—1-2-3 線荷重 $b/L=1/15$ $L_3/2$-断面

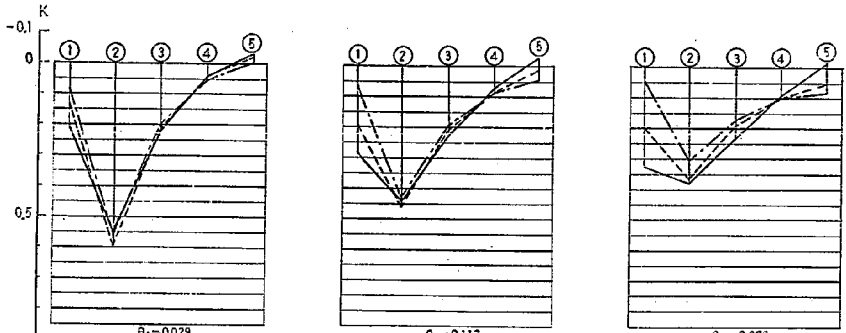


S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.85	0.21	0	-0.03	-0.03	1.00
1	0.85	0.18	0.01	-0.02	-0.02	1.00
2	0.83	0.16	0.02	-0.01	-0.01	0.99

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.76	0.28	0.06	-0.03	-0.08	0.99
1	0.77	0.23	0.06	-0.01	-0.04	1.01
2	0.75	0.19	0.05	0.01	0	1.01

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.70	0.33	0.11	-0.02	-0.12	1.00
1	0.71	0.28	0.09	0	-0.04	1.02
2	0.68	0.21	0.08	0.03	0.01	1.01

附図—2-1-1 線荷重 $b/L=1/14$ $L_1/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.21	0.55	0.22	0.04	-0.03	0.99
1	0.14	0.60	0.21	0.04	-0.02	0.97
2	0.08	0.56	0.20	0.05	-0.01	0.88

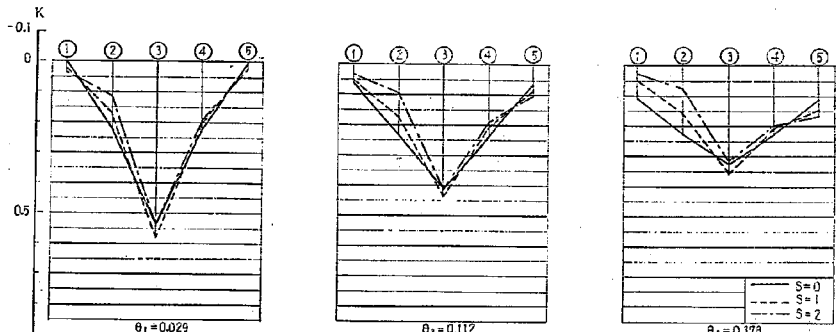
$\theta_2=0.112$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.28	0.44	0.23	0.07	-0.03	0.99
1	0.16	0.46	0.21	0.08	0.01	0.94
2	0.08	0.43	0.19	0.08	0.04	0.80

$\theta_3=0.378$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.38	0.23	0.09	-0.02	1.01
1	0.20	0.37	0.19	0.10	0.05	0.91
2	0.05	0.31	0.17	0.10	0.03	0.71

附図—2-1-2 線荷重 $b/L=1/14$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0	0.22	0.54	0.22	0	0.98
1	0.02	0.17	0.58	0.20	0	0.97
2	0.03	0.11	0.54	0.19	0.02	0.89

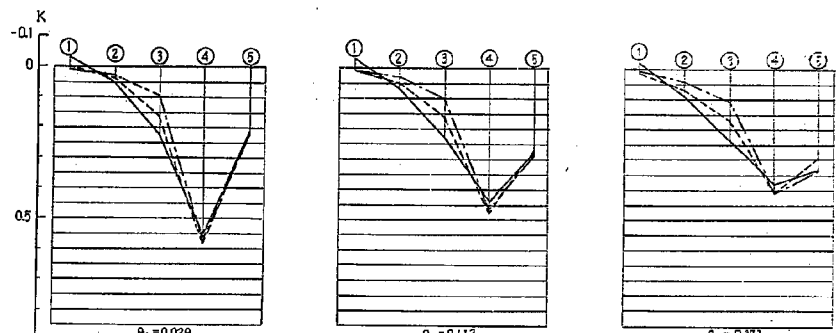
$\theta_2=0.112$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.08	0.23	0.41	0.23	0.06	0.99
1	0.05	0.17	0.44	0.21	0.03	0.95
2	0.03	0.09	0.42	0.19	0.10	0.83

$\theta_3=0.378$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.11	0.23	0.33	0.23	0.11	1.01
1	0.05	0.18	0.36	0.21	0.15	0.93
2	0.03	0.08	0.32	0.20	0.17	0.80

附図—2-1-3 線荷重 $b/L=1/14$ $L_3/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.05	0.22	0.55	0.21	1.00
1	0	0.04	0.16	0.58	0.21	0.99
2	0.01	0.03	0.09	0.57	0.22	0.92

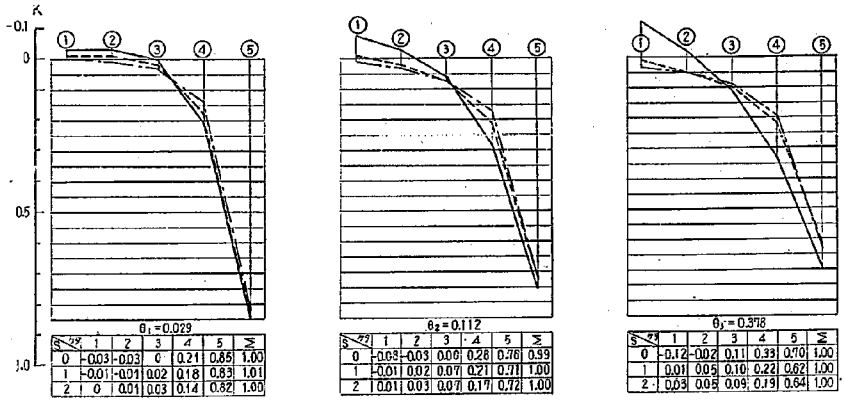
$\theta_2=0.112$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.07	0.23	0.44	0.28	0.99
1	0.01	0.05	0.16	0.48	0.27	0.97
2	0.01	0.03	0.10	0.47	0.29	0.90

$\theta_3=0.378$

S \ θ_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.03	0.23	0.38	0.33	1.01
1	0.02	0.07	0.17	0.41	0.29	0.96
2	0.01	0.04	0.11	0.41	0.33	0.90

附図—2-1-4 線荷重 $b/L=1/14$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	-0.03	0	0.21	0.85	1.00
1	-0.01	-0.01	0.02	0.18	0.83	1.01
2	0	0.01	0.03	0.14	0.82	1.00

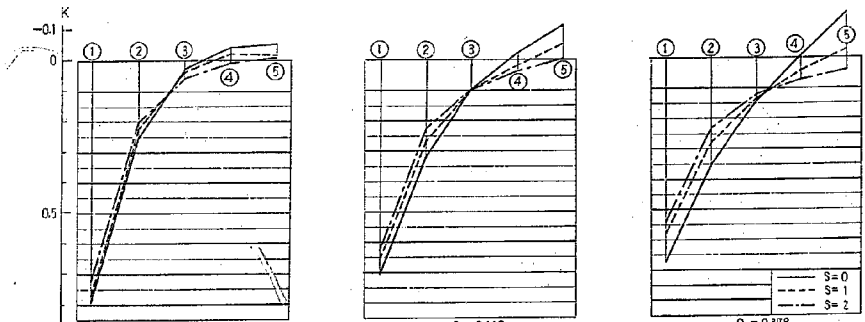
$\theta_2=0.112$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	-0.03	0.06	0.28	0.76	0.99
1	-0.01	0.02	0.07	0.21	0.71	1.00
2	0.01	0.03	0.07	0.17	0.72	1.00

$\theta_3=0.378$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.12	-0.02	0.11	0.33	0.70	1.00
1	0.01	0.05	0.10	0.22	0.62	1.00
2	0.05	0.06	0.09	0.19	0.64	1.00

附図—2-1-5 線 荷 重 $b/L=1/14$ $L_s/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.80	0.26	0.03	-0.04	-0.05	1.00
1	0.78	0.23	0.04	-0.02	-0.02	1.01
2	0.73	0.21	0.06	0.01	-0.01	1.00

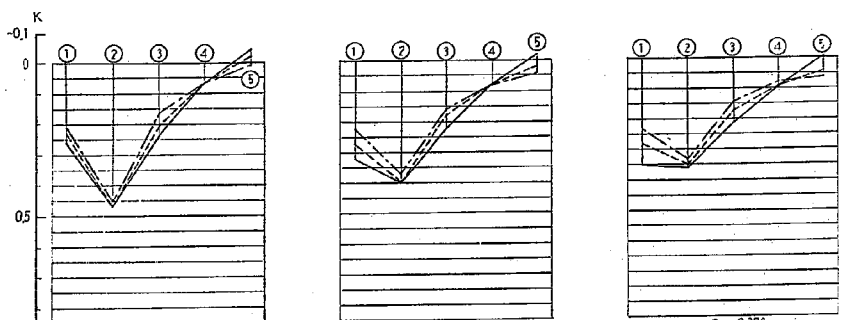
$\theta_2=0.112$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.71	0.32	0.10	-0.02	-0.11	1.00
1	0.68	0.27	0.10	0.02	-0.05	1.00
2	0.83	0.23	0.10	0.04	0	1.00

$\theta_3=0.378$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.67	0.35	0.14	-0.01	-0.15	1.00
1	0.58	0.28	0.13	0.04	-0.03	1.00
2	0.54	0.23	0.12	0.07	0.04	1.00

附図—2-2-1 線 荷 重 $b/L=1/14$ $L_1/2$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.26	0.47	0.24	0.07	-0.04	1.00
1	0.23	0.47	0.21	0.07	-0.02	0.96
2	0.21	0.46	0.19	0.07	0.01	0.92

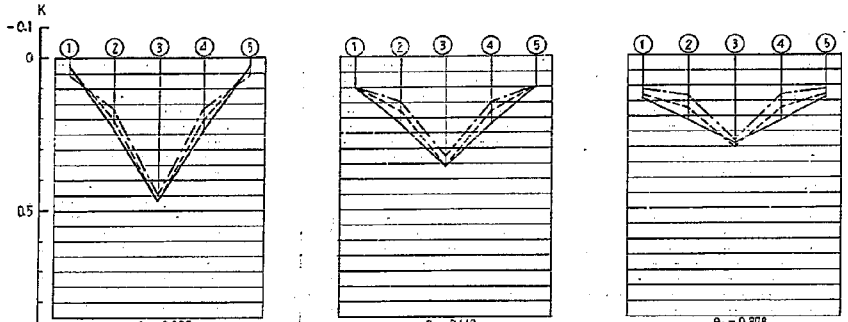
$\theta_2=0.112$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.32	0.40	0.22	0.08	-0.02	1.00
1	0.27	0.40	0.16	0.08	0.02	0.95
2	0.22	0.37	0.16	0.08	0.04	0.87

$\theta_3=0.378$

S \ y_2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.35	0.38	0.21	0.09	-0.01	1.00
1	0.28	0.35	0.17	0.09	0.03	0.93
2	0.23	0.33	0.14	0.08	0.05	0.84

附図—2-2-2 線 荷 重 $b/L=1/14$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.03	0.24	0.47	0.24	0.03	1.01
1	0.03	0.21	0.47	0.21	0.03	0.95
2	0.06	0.17	0.45	0.17	0.06	0.91

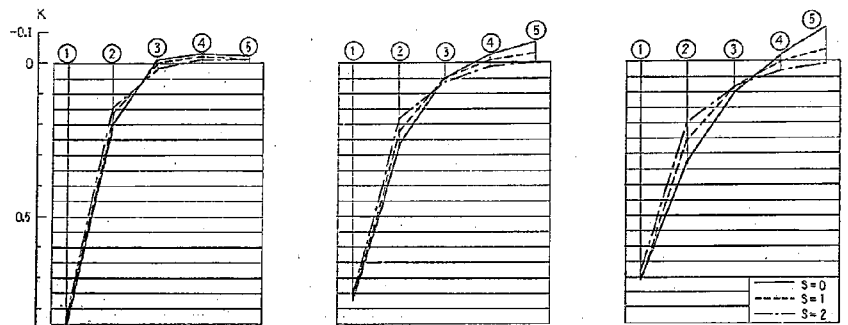
$\theta_2 = 0.112$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.10	0.22	0.36	0.22	0.10	1.00
1	0.10	0.18	0.36	0.18	0.10	0.92
2	0.10	0.15	0.33	0.15	0.10	0.83

$\theta_3 = 0.378$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.14	0.21	0.29	0.21	0.14	0.99
1	0.13	0.17	0.30	0.17	0.13	0.90
2	0.11	0.13	0.28	0.13	0.11	0.76

附図—2-2-3 線荷重 $b/L=1/14$ $L_3/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.87	0.20	-0.01	-0.03	-0.02	1.01
1	0.86	0.17	0	-0.02	-0.01	1.00
2	0.84	0.15	0.02	-0.01	-0.01	0.99

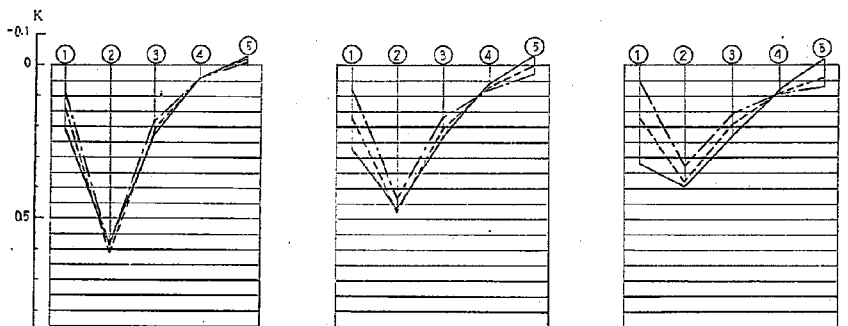
$\theta_2 = 0.104$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.78	0.27	0.05	-0.03	-0.07	1.00
1	0.78	0.22	0.05	-0.01	-0.03	1.01
2	0.76	0.18	0.08	0.01	0	1.01

$\theta_3 = 0.351$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.72	0.32	0.10	-0.02	-0.11	1.01
1	0.72	0.26	0.08	0	-0.04	1.02
2	0.69	0.20	0.08	0.03	0.01	1.01

附図—3-1-1 線荷重 $b/L=1/13$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.20	0.58	0.22	0.04	-0.03	1.01
1	0.13	0.61	0.20	0.04	-0.02	0.96
2	0.08	0.59	0.18	0.04	-0.01	0.88

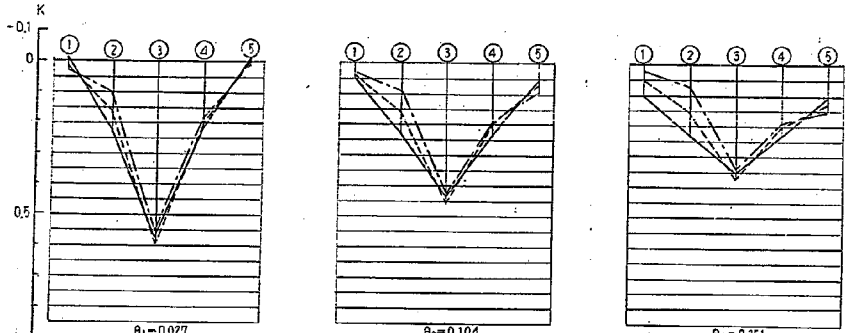
$\theta_2 = 0.104$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.27	0.47	0.23	0.06	-0.03	1.00
1	0.17	0.48	0.20	0.07	0	0.92
2	0.07	0.44	0.17	0.08	0.03	0.79

$\theta_3 = 0.351$

S \ 2a	1	2	3	4	5	Σ
0	0.32	0.39	0.23	0.08	-0.02	1.00
1	0.17	0.36	0.19	0.09	0.04	0.87
2	0.05	0.35	0.16	0.03	0.07	0.70

附図—3-1-2 線荷重 $b/L=1/13$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.22	0.58	0.22	-0.01	1.00
1	0.02	0.16	0.60	0.20	0	0.98
2	0.03	0.10	0.56	0.19	0.01	0.89

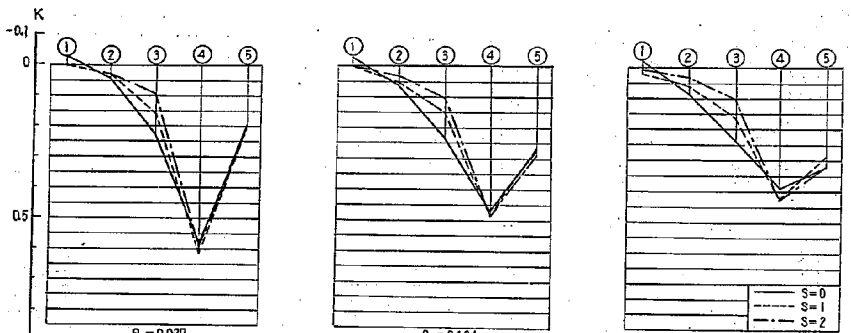
$\theta_2=0.104$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.05	0.23	0.44	0.23	0.05	1.00
1	0.04	0.16	0.46	0.20	0.07	0.93
2	0.03	0.09	0.43	0.19	0.09	0.83

$\theta_3=0.351$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.10	0.23	0.35	0.23	0.10	1.01
1	0.05	0.15	0.37	0.20	0.13	0.90
2	0.02	0.07	0.34	0.19	0.15	0.77

附図—3-1-3　線　荷　重　　$b/L=1/13$　　$L_3/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.04	0.22	0.58	0.20	1.01
1	0	0.05	0.15	0.51	0.20	0.99
2	0	0.03	0.09	0.59	0.20	0.91

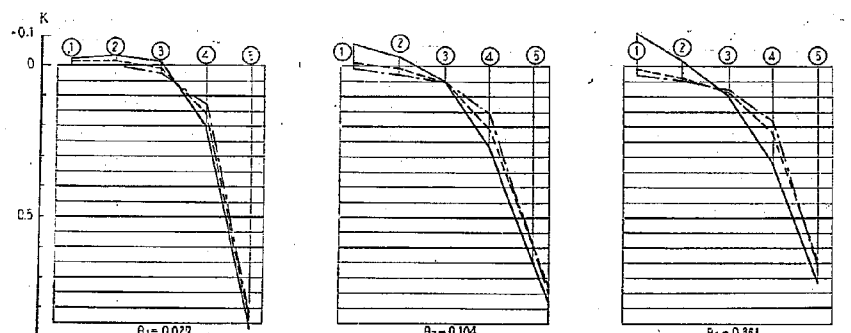
$\theta_2=0.104$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.06	0.23	0.47	0.27	1.00
1	0	0.05	0.15	0.49	0.26	0.95
2	0	0.03	0.10	0.49	0.28	0.90

$\theta_3=0.351$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.08	0.29	0.39	0.32	1.00
1	0.02	0.06	0.18	0.42	0.29	0.95
2	0.01	0.03	0.10	0.43	0.32	0.89

附図—3-1-4　線　荷　重　　$b/L=1/13$　　$L_4/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	-0.03	-0.01	0.20	0.87	1.01
1	-0.01	-0.01	0.01	0.16	0.85	1.00
2	0	0	0.03	0.13	0.84	1.00

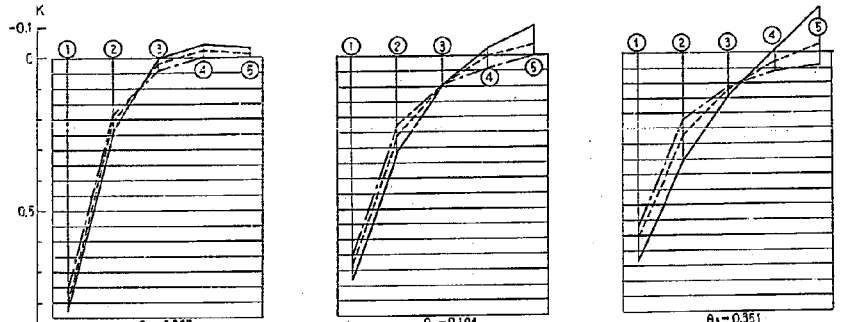
$\theta_2=0.104$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.07	-0.03	0.05	0.27	0.78	1.00
1	-0.01	0.01	0.06	0.21	0.73	1.00
2	0.01	0.03	0.06	0.16	0.75	1.01

$\theta_3=0.351$

S \ ケタ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.11	-0.07	0.10	0.32	0.77	1.01
1	0.01	0.04	0.09	0.22	0.64	1.00
2	0.03	0.05	0.08	0.18	0.66	1.00

附図—3-1-5　線　荷　重　　$b/L=1/13$　　$L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.027$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.83	0.24	0.01	-0.04	-0.03	1.01
1	0.80	0.21	0.02	-0.02	-0.01	1.00
2	0.77	0.19	0.04	0	0	1.00

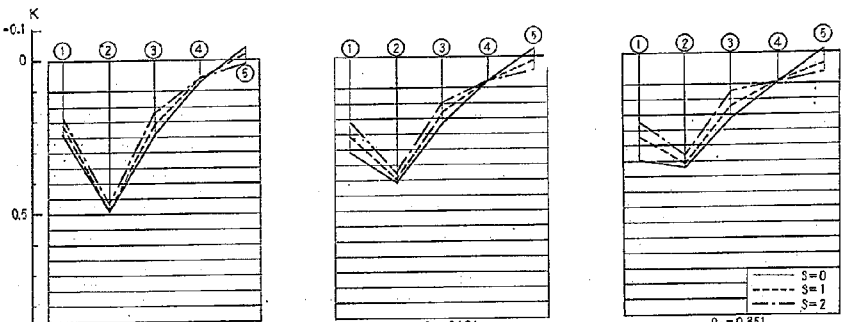
$\theta_2 = 0.104$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.73	0.31	0.09	-0.03	-0.10	1.00
1	0.68	0.26	0.09	0	-0.04	0.99
2	0.65	0.22	0.09	0.04	0	1.00

$\theta_3 = 0.351$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.68	0.35	0.14	-0.01	-0.15	1.01
1	0.60	0.27	0.12	0.03	-0.03	0.99
2	0.57	0.22	0.11	0.06	0.04	1.00

附図—3-2-1 線荷重 $b/L=1/13$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.24	0.49	0.24	0.07	-0.04	1.00
1	0.21	0.49	0.21	0.06	-0.02	0.95
2	0.19	0.47	0.17	0.06	0.01	0.90

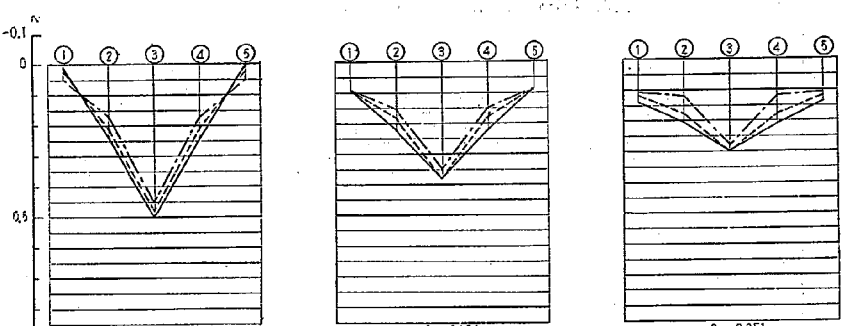
$\theta_2 = 0.104$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.31	0.41	0.22	0.08	-0.03	0.99
1	0.26	0.40	0.18	0.06	0.01	0.93
2	0.21	0.38	0.15	0.08	0.04	0.86

$\theta_3 = 0.351$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.35	0.37	0.21	0.09	-0.01	1.01
1	0.27	0.36	0.17	0.09	0.03	0.92
2	0.22	0.33	0.12	0.09	0.06	0.82

附図—3-2-2 線荷重 $b/L=1/13$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.01	0.24	0.50	0.24	0.01	1.00
1	0.02	0.21	0.48	0.21	0.02	0.94
2	0.05	0.17	0.45	0.17	0.05	0.89

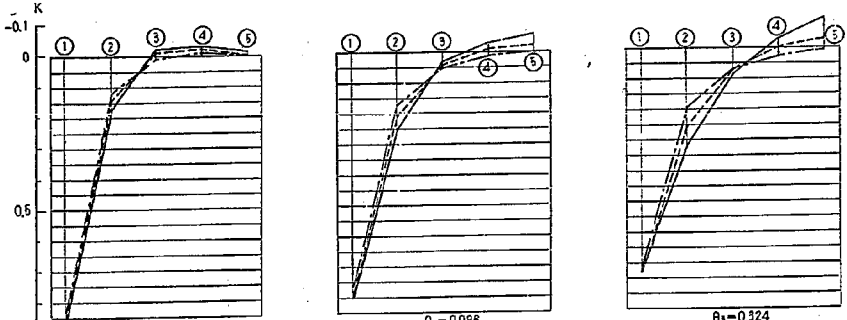
$\theta_2 = 0.104$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.09	0.22	0.38	0.22	0.09	1.00
1	0.09	0.18	0.38	0.18	0.09	0.92
2	0.09	0.15	0.35	0.15	0.09	0.83

$\theta_3 = 0.351$

s \ q	1	2	3	4	5	Σ
0	0.14	0.21	0.30	0.21	0.14	1.00
1	0.12	0.18	0.30	0.18	0.12	0.90
2	0.11	0.12	0.28	0.12	0.11	0.74

附図—3-2-3 線荷重 $b/L=1/13$ $L_3/2$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.88	0.18	-0.02	-0.03	-0.01	1.00
1	0.87	0.15	-0.01	-0.02	0	0.99
2	0.86	0.13	0.01	-0.01	0	0.99

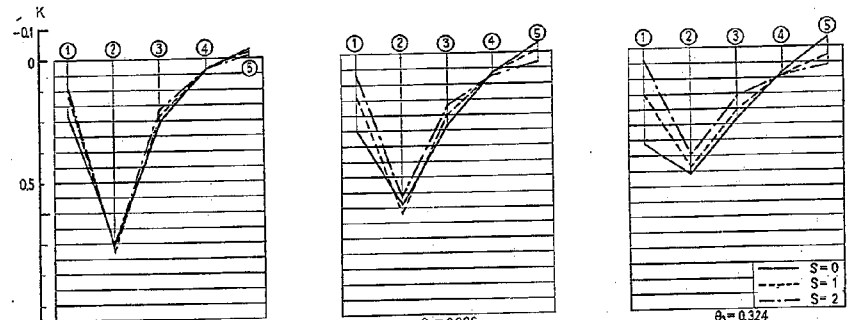
$\theta_2=0.096$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.80	0.25	0.03	-0.03	-0.06	0.99
1	0.79	0.21	0.04	-0.01	-0.02	1.01
2	0.78	0.17	0.05	0.01	0	1.01

$\theta_3=0.324$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.73	0.31	0.08	-0.03	-0.10	0.99
1	0.73	0.26	0.07	0	-0.03	1.02
2	0.71	0.19	0.07	0.03	0.01	1.01

附図—4-1-1 線荷重 $b/L=1/12$ $L_1/4$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.18	0.61	0.21	0.03	-0.03	1.00
1	0.11	0.63	0.19	0.03	-0.02	0.94
2	0.08	0.61	0.17	0.03	-0.01	0.88

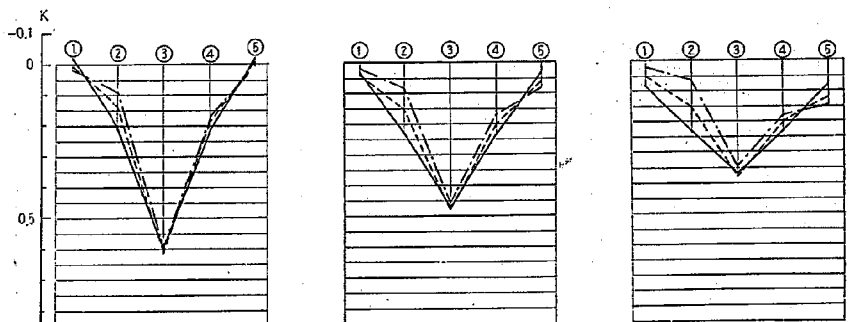
$\theta_2=0.096$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.25	0.49	0.23	0.06	-0.03	1.00
1	0.14	0.52	0.20	0.06	-0.01	0.91
2	0.07	0.47	0.17	0.07	0.03	0.81

$\theta_3=0.324$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.31	0.41	0.23	0.08	-0.03	1.00
1	0.15	0.39	0.20	0.09	0.03	0.86
2	0.04	0.35	0.16	0.09	0.06	0.70

附図—4-1-2 線荷重 $b/L=1/12$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.21	0.61	0.21	-0.02	0.99
1	0.01	0.14	0.62	0.19	-0.01	0.95
2	0.02	0.09	0.60	0.17	0	0.88

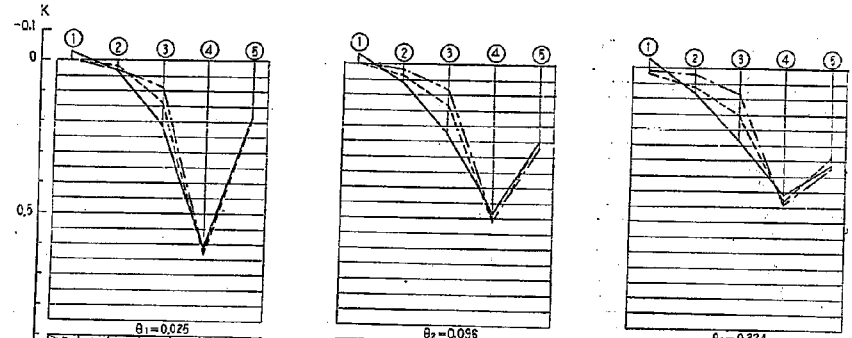
$\theta_2=0.096$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.03	0.23	0.47	0.23	0.03	0.99
1	0.04	0.15	0.48	0.20	0.06	0.93
2	0.02	0.08	0.48	0.17	0.08	0.81

$\theta_3=0.324$

S \ ℓ/L	1	2	3	4	5	Σ
0	0.08	0.23	0.37	0.23	0.08	0.99
1	0.05	0.15	0.38	0.20	0.12	0.90
2	0.02	0.05	0.35	0.18	0.14	0.75

附図—4-1-3 線荷重 $b/L=1/12$ $L_3/4$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.03	0.21	0.61	0.18	1.00
1	0	0.02	0.14	0.63	0.19	0.98
2	0	0.03	0.09	0.62	0.18	0.92

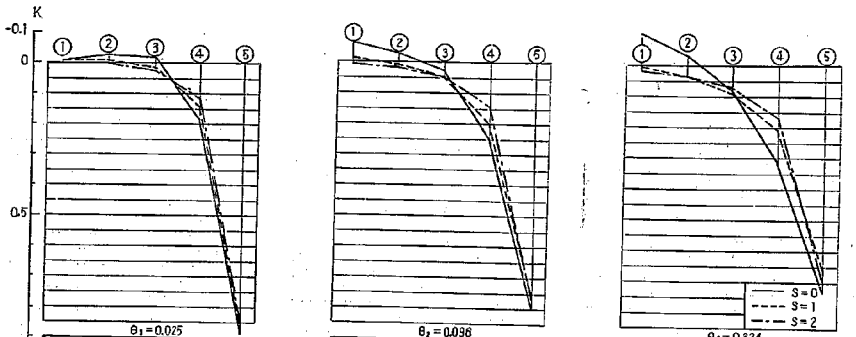
$\theta_2=0.096$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.08	0.23	0.43	0.25	1.00
1	0	0.04	0.14	0.51	0.25	0.94
2	0	0.02	0.08	0.51	0.27	0.88

$\theta_3=0.324$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.08	0.23	0.41	0.31	1.00
1	0.02	0.06	0.15	0.43	0.23	0.94
2	0.01	0.02	0.08	0.44	0.32	0.87

附附—4-1-4 線荷重 $b/L=1/12$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	-0.03	-0.02	0.18	0.88	1.00
1	-0.01	-0.01	0.01	0.14	0.89	0.99
2	0	0	0.02	0.11	0.87	1.00

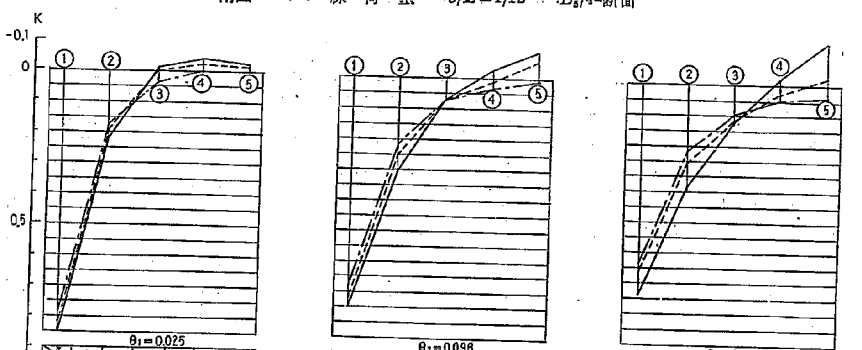
$\theta_2=0.096$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.06	-0.03	0.03	0.25	0.80	0.99
1	-0.01	0.01	0.05	0.20	0.76	1.01
2	0.01	0.02	0.05	0.15	0.77	1.00

$\theta_3=0.324$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.10	-0.03	0.08	0.31	0.73	0.99
1	0.01	0.04	0.09	0.21	0.66	1.01
2	0.02	0.04	0.07	0.17	0.70	1.00

附図—4-1-5 線荷重 $b/L=1/12$ $L_5/4$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	0.85	0.22	-0.01	-0.04	-0.02	1.00
1	0.83	0.19	0	-0.02	-0.01	0.99
2	0.79	0.18	0.04	0	-0.01	1.00

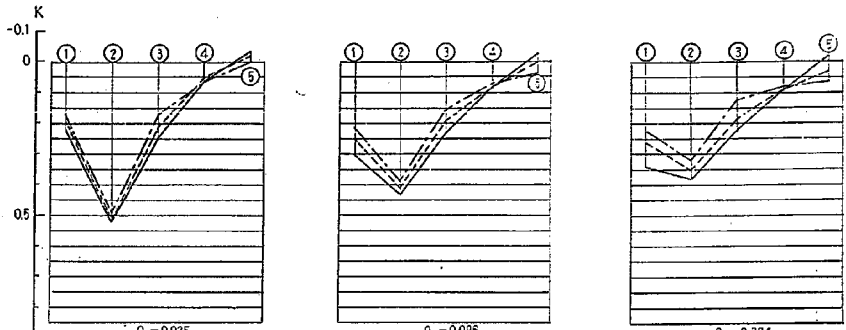
$\theta_2=0.096$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	0.95	0.30	0.07	-0.03	-0.09	1.00
1	0.72	0.25	0.07	0.01	-0.06	0.99
2	0.68	0.21	0.07	0.03	0.01	1.00

$\theta_1=0.324$

S \ r	1	2	3	4	5	Σ
0	0.89	0.34	0.13	-0.02	-0.14	1.00
1	0.61	0.26	0.12	0.03	-0.02	1.00
2	0.59	0.22	0.10	0.05	0.04	1.00

附図—4-2-1 線荷重 $b/L=1/12$ $L_4/2$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.22	0.52	0.24	0.06	-0.04	1.00
1	0.19	0.51	0.21	0.05	-0.02	0.94
2	0.18	0.49	0.17	0.06	0	0.90

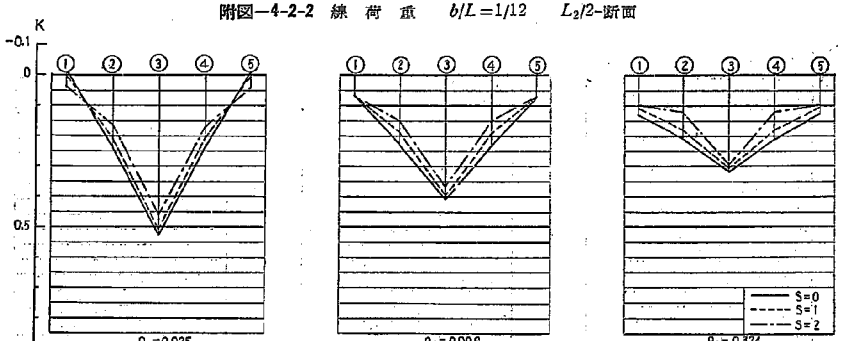
$\theta_2=0.096$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.30	0.43	0.23	0.08	-0.03	1.01
1	0.25	0.41	0.19	0.08	0	0.93
2	0.21	0.39	0.15	0.07	0.03	0.85

$\theta_3=0.324$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.34	0.38	0.22	0.09	-0.02	1.01
1	0.28	0.35	0.18	0.09	0.03	0.91
2	0.22	0.32	0.12	0.08	0.06	0.80

附図—4-2-2 線 荷 重 $b/L=1/12$ $L_2/2$-断面



$\theta_1=0.025$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	-0.01	0.24	0.53	0.24	-0.01	0.99
1	0	0.21	0.51	0.21	0	0.93
2	0.04	0.17	0.46	0.17	0.04	0.88

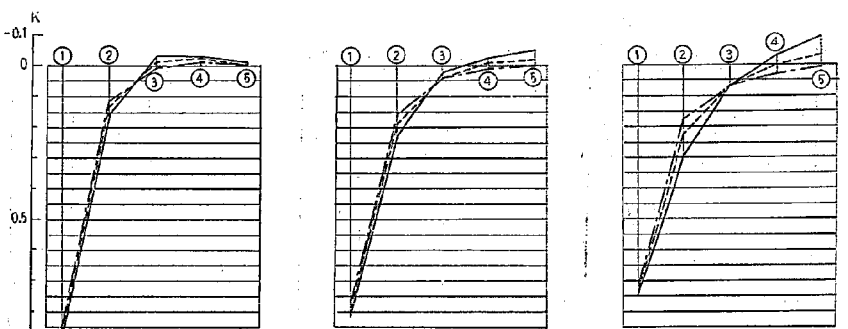
$\theta_2=0.096$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.07	0.23	0.41	0.23	0.07	1.01
1	0.07	0.19	0.40	0.19	0.07	0.92
2	0.07	0.15	0.37	0.15	0.07	0.81

$\theta_3=0.324$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.13	0.21	0.32	0.21	0.13	1.00
1	0.11	0.18	0.31	0.18	0.11	0.89
2	0.10	0.12	0.30	0.12	0.10	0.75

附図—4-2-3 線 荷 重 $b/L=1/12$ $L_3/2$-断面



$\theta_1=0.021$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.90	0.16	-0.03	-0.03	-0.01	0.99
1	0.88	0.13	-0.01	-0.02	0	0.98
2	0.87	0.12	0.01	-0.01	0	0.99

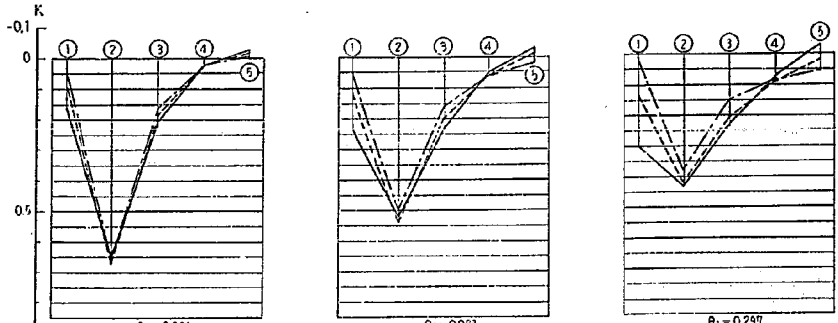
$\theta_2=0.088$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.82	0.23	0.02	-0.03	-0.01	0.33
1	0.80	0.19	0.04	-0.01	-0.02	1.00
2	0.79	0.16	0.04	0.01	0	1.03

$\theta_3=0.297$

S \ Lg	1	2	3	4	5	M
0	0.75	0.30	0.07	-0.03	-0.09	1.00
1	0.74	0.23	0.07	0	-0.03	1.01
2	0.73	0.16	0.07	0.03	0.01	1.02

附図—5-1-1 線 荷 重 $b/L=1/11$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.16	0.55	0.20	0.02	-0.03	1.00
1	0.09	0.67	0.18	0.02	-0.02	0.94
2	0.05	0.65	0.16	0.02	-0.01	0.87

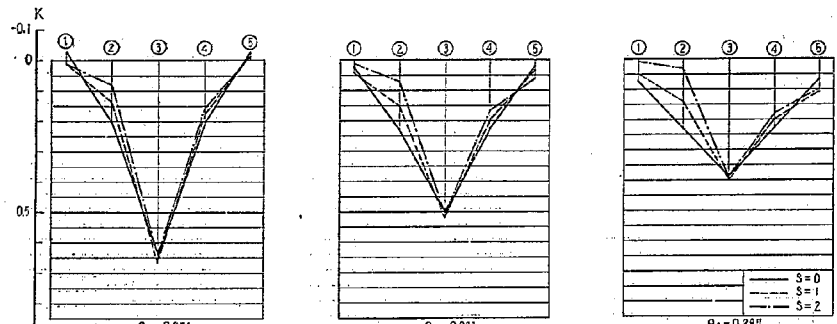
$\theta_2 = 0.033$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.23	0.52	0.23	0.05	-0.03	1.00
1	0.11	0.54	0.20	0.06	-0.01	0.90
2	0.06	0.50	0.16	0.06	0.02	0.79

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.30	0.49	0.23	0.07	-0.03	1.00
1	0.13	0.47	0.21	0.09	0.02	0.87
2	0.07	0.38	0.15	0.08	0.05	0.68

附図—5-1-2 線荷重 $b/L=1/11$ $L_2/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.20	0.64	0.20	-0.03	0.98
1	0.01	0.13	0.66	0.18	-0.02	0.96
2	0.01	0.08	0.64	0.16	-0.01	0.88

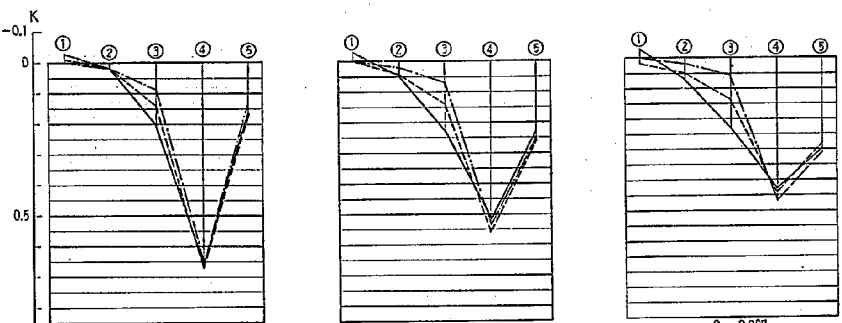
$\theta_2 = 0.033$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.02	0.23	0.50	0.23	0.02	1.00
1	0.04	0.15	0.52	0.20	0.03	0.94
2	0.01	0.07	0.50	0.17	0.06	0.81

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	0.07	0.23	0.39	0.23	0.07	0.99
1	0.05	0.14	0.40	0.20	0.10	0.89
2	0.01	0.03	0.40	0.18	0.11	0.73

附図—5-1-3 線荷重 $b/L=1/11$ $L_3/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.02	0.20	0.65	0.16	1.00
1	-0.01	0.02	0.14	0.67	0.17	0.99
2	0	0.02	0.09	0.66	0.15	0.92

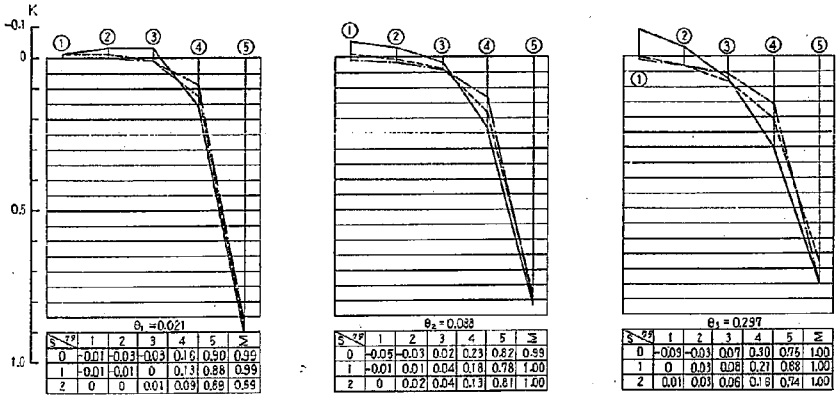
$\theta_2 = 0.033$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.05	0.23	0.52	0.23	1.00
1	0	0.04	0.14	0.54	0.25	0.97
2	0	0.02	0.07	0.54	0.26	0.89

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.07	0.23	0.43	0.30	1.00
1	0.02	0.05	0.14	0.44	0.28	0.93
2	0	0.02	0.06	0.47	0.31	0.86

附図—5-1-4 線荷重 $b/L=1/11$ $L_4/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	-0.03	-0.03	0.16	0.90	0.99
1	-0.01	-0.01	0	0.13	0.88	0.99
2	0	0	0.01	0.09	0.89	0.99

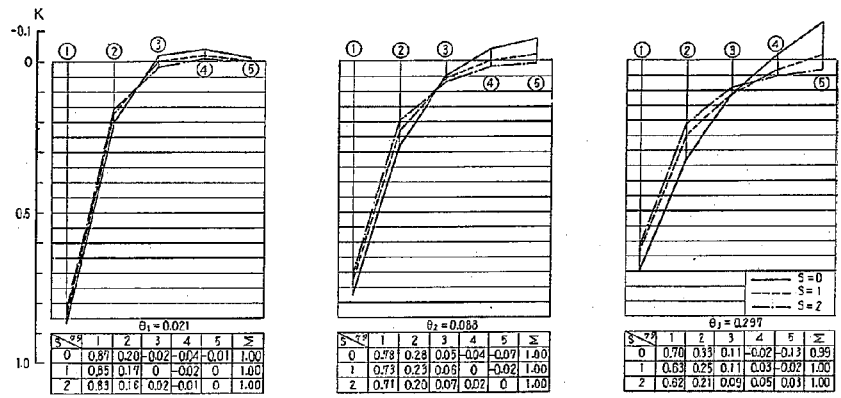
$\theta_2 = 0.088$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	-0.03	0.02	0.23	0.82	0.99
1	-0.01	0.01	0.04	0.18	0.78	1.00
2	0	0.02	0.04	0.13	0.81	1.00

$\theta_3 = 0.297$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.09	-0.03	0.07	0.30	0.76	1.00
1	0	0.03	0.08	0.21	0.88	1.00
2	0.01	0.03	0.06	0.18	0.74	1.00

附図—5-1-5 線荷重 $b/L=1/11$ $L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.87	0.20	-0.02	-0.04	-0.01	1.00
1	0.95	0.17	0	-0.02	0	1.00
2	0.83	0.16	0.02	-0.01	0	1.00

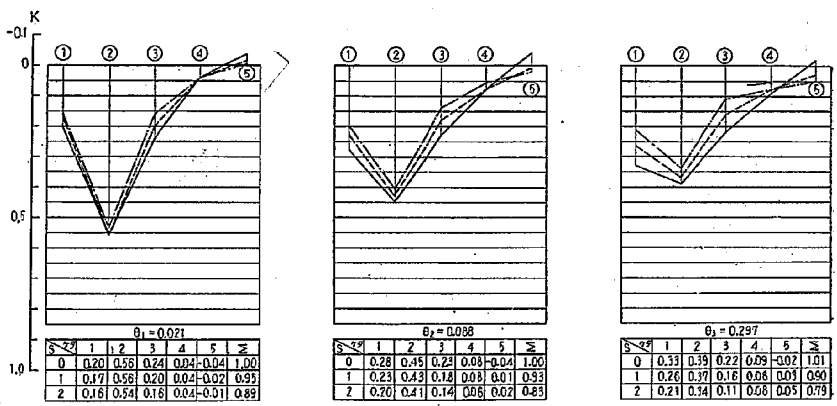
$\theta_2 = 0.088$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.78	0.28	0.05	-0.04	-0.07	1.00
1	0.73	0.23	0.06	0	-0.02	1.00
2	0.71	0.20	0.07	0.02	0	1.00

$\theta_3 = 0.297$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.70	0.33	0.11	-0.02	-0.13	0.99
1	0.63	0.25	0.11	0.03	-0.02	1.00
2	0.62	0.21	0.09	0.05	0.03	1.00

附図—5-2-1 線荷重 $b/L=1/11$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.20	0.56	0.24	0.04	-0.04	1.00
1	0.17	0.56	0.20	0.04	-0.02	0.95
2	0.16	0.54	0.16	0.04	-0.01	0.89

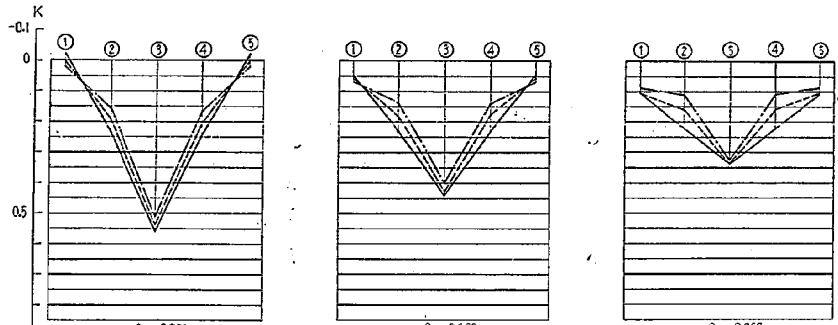
$\theta_2 = 0.088$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.28	0.45	0.23	0.06	-0.04	1.00
1	0.23	0.43	0.18	0.06	0.01	0.93
2	0.20	0.41	0.14	0.06	0.02	0.85

$\theta_3 = 0.297$

S \ 桁	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.39	0.22	0.09	-0.02	1.01
1	0.26	0.37	0.16	0.06	0.01	0.90
2	0.21	0.34	0.11	0.06	0.05	0.79

附図—5-2-2 線荷重 $b/L=1/11$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.24	0.55	0.24	-0.02	1.00
1	0	0.20	0.64	0.20	0	0.94
2	0.02	0.16	0.51	0.16	0.02	0.87

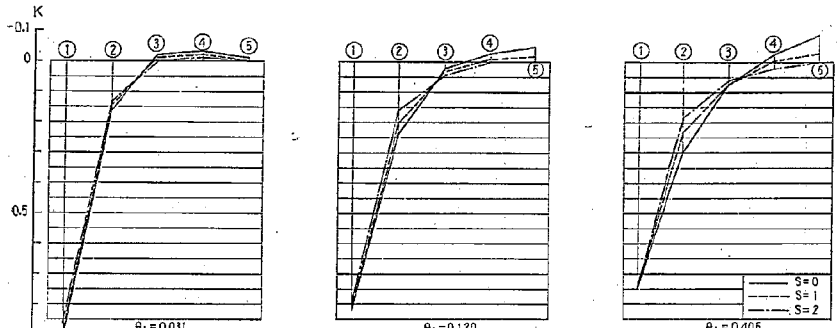
$\theta_2 = 0.088$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.05	0.23	0.44	0.23	0.05	1.00
1	0.06	0.18	0.43	0.18	0.06	0.91
2	0.07	0.14	0.40	0.14	0.07	0.82

$\theta_3 = 0.297$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.11	0.22	0.34	0.22	0.11	1.00
1	0.11	0.16	0.34	0.16	0.11	0.83
2	0.09	0.11	0.33	0.11	0.09	0.73

附図—5-2-3 線荷重 $b/L=1/11$ $L_3/2$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.90	0.18	-0.02	-0.03	-0.01	1.00
1	0.89	0.14	-0.01	-0.02	0	1.00
2	0.88	0.13	0	-0.01	0	1.00

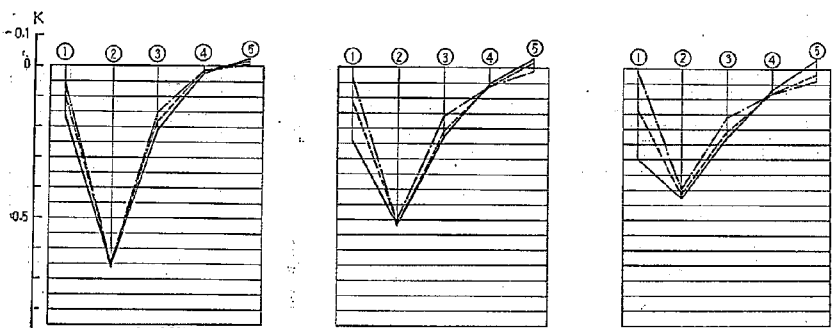
$\theta_2 = 0.120$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.62	0.24	0.02	-0.03	-0.05	1.00
1	0.81	0.20	0.03	-0.01	-0.02	1.01
2	0.80	0.16	0.04	0	0	1.00

$\theta_3 = 0.405$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.75	0.30	-0.07	-0.03	-0.09	1.00
1	0.75	0.23	0.07	-0.01	-0.03	1.01
2	0.74	0.18	0.06	0.02	0	1.00

附図—6-1-1 線荷重 $b/L=1/10$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.16	0.65	0.21	0.02	-0.03	1.01
1	0.10	0.66	0.18	0.02	-0.02	0.93
2	0.06	0.66	0.15	0.01	-0.01	0.87

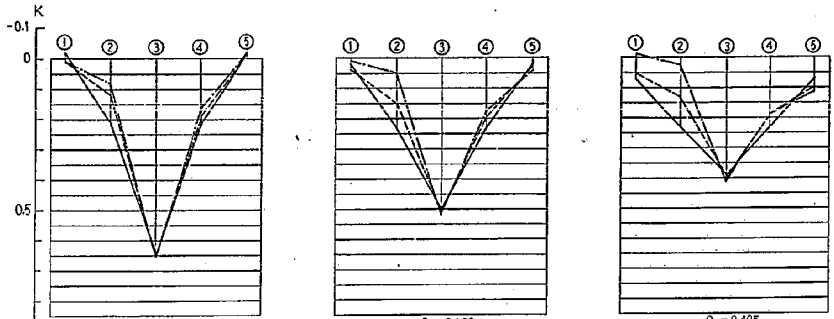
$\theta_2 = 0.120$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.24	0.52	0.23	0.05	-0.03	1.01
1	0.12	0.52	0.21	0.06	-0.02	0.89
2	0.04	0.51	0.16	0.06	0.01	0.78

$\theta_3 = 0.405$

S \ 75	1	2	3	4	5	Σ
0	0.30	0.43	0.23	0.07	-0.03	1.00
1	0.14	0.42	0.21	0.08	0.02	0.87
2	0.01	0.40	0.16	0.08	0.04	0.69

附図—6-1-2 線荷重 $b/L=1/10$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.21	0.64	0.21	-0.02	1.02
1	0.01	0.13	0.64	0.13	-0.02	0.94
2	0.01	0.08	0.65	0.16	-0.02	0.88

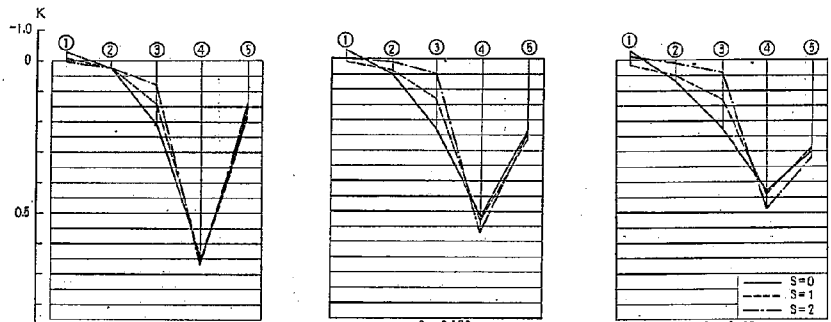
$\theta_2=0.120$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	0.02	0.23	0.50	0.23	0.02	1.00
1	0.04	0.15	0.51	0.19	0.03	0.92
2	0.01	0.05	0.52	0.18	0.04	0.80

$\theta_3=0.405$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	0.07	0.23	0.39	0.23	0.07	0.99
1	0.05	0.13	0.40	0.19	0.10	0.87
2	-0.01	0.02	0.41	0.19	0.11	0.72

附図—6-1-3 線荷重 $b/L=1/10$ $L_3/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.02	0.21	0.65	0.16	1.01
1	-0.01	0.02	0.14	0.65	0.17	0.97
2	0	0.02	0.08	0.57	0.14	0.91

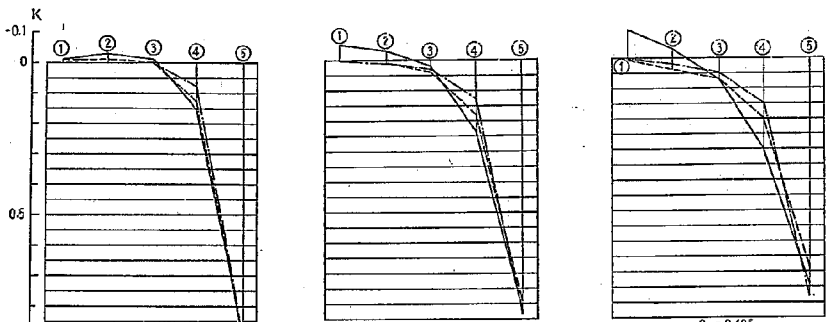
$\theta_2=0.120$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.05	0.23	0.52	0.24	1.01
1	0.01	0.04	0.13	0.53	0.26	0.97
2	0	0.01	0.05	0.57	0.25	0.88

$\theta_3=0.405$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.07	0.23	0.43	0.30	1.00
1	0.02	0.05	0.13	0.44	0.29	0.93
2	-0.01	0.01	0.04	0.49	0.32	0.85

附図—6-1-4 線荷重 $b/L=1/10$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	-0.03	-0.02	0.16	0.90	1.00
1	-0.01	-0.01	0	0.13	0.90	1.01
2	0	0	0	0.08	0.91	0.99

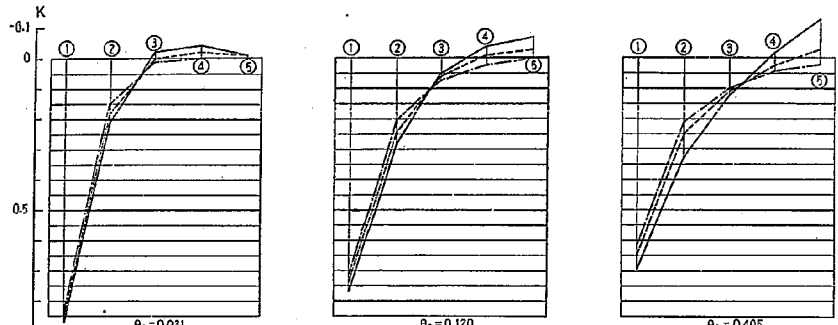
$\theta_2=0.120$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	-0.03	0.02	0.24	0.82	1.00
1	0	0.01	0.04	0.18	0.80	1.03
2	0	0.01	0.03	0.13	0.83	1.00

$\theta_3=0.405$

S \ 2/3	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.09	-0.03	0.07	0.30	0.75	1.00
1	0.01	0.04	0.07	0.20	0.69	1.01
2	0	0.02	0.05	0.15	0.78	1.00

附図—6-1-5 線荷重 $b/L=1/10$ $L_5/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.87	0.21	-0.02	-0.04	-0.01	1.01
1	0.85	0.18	0	-0.02	-0.01	1.00
2	0.84	0.15	0.01	0	0	1.00

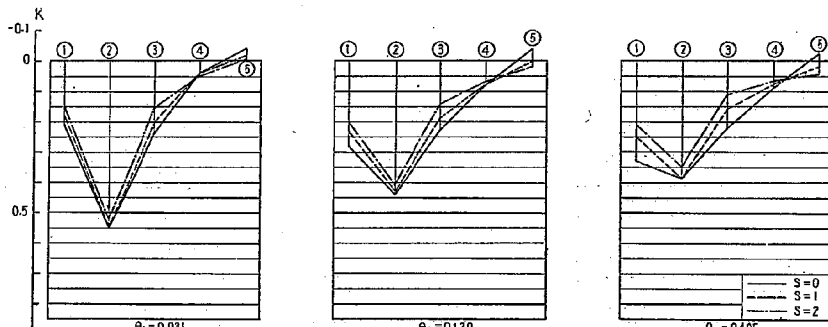
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.77	0.28	0.05	-0.04	-0.07	0.99
1	0.74	0.24	0.06	-0.01	-0.03	1.00
2	0.71	0.20	0.07	0.02	0	1.00

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.70	0.33	0.12	-0.02	-0.13	1.00
1	0.66	0.25	0.11	0.02	-0.03	1.00
2	0.62	0.21	0.10	0.04	0.02	0.99

附図—6-2-1 線荷重 $b/L=1/10$ $L_1/2$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.21	0.55	0.24	0.04	-0.04	1.00
1	0.18	0.56	0.20	0.04	-0.02	0.95
2	0.15	0.53	0.16	0.05	-0.01	0.88

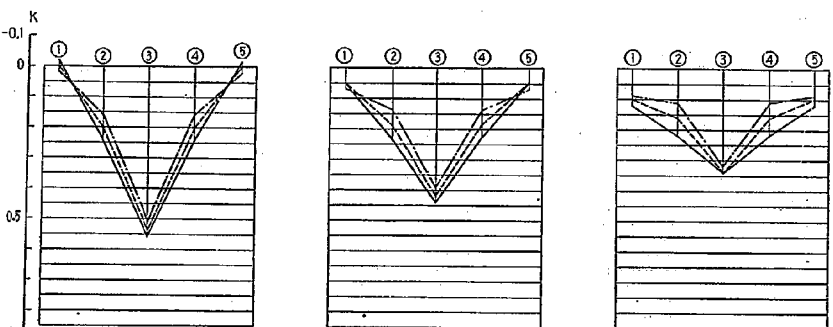
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.28	0.44	0.23	0.08	-0.04	0.99
1	0.23	0.43	0.19	0.08	0	0.93
2	0.20	0.41	0.14	0.07	0.02	0.84

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.39	0.22	0.09	-0.02	1.01
1	0.25	0.39	0.16	0.08	0.02	0.90
2	0.21	0.35	0.14	0.07	0.05	0.79

附図—6-2-2 線荷重 $b/L=1/10$ $L_2/2$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.24	0.58	0.24	-0.02	1.00
1	0	0.20	0.54	0.20	0	0.94
2	0.02	0.18	0.51	0.16	0.02	0.89

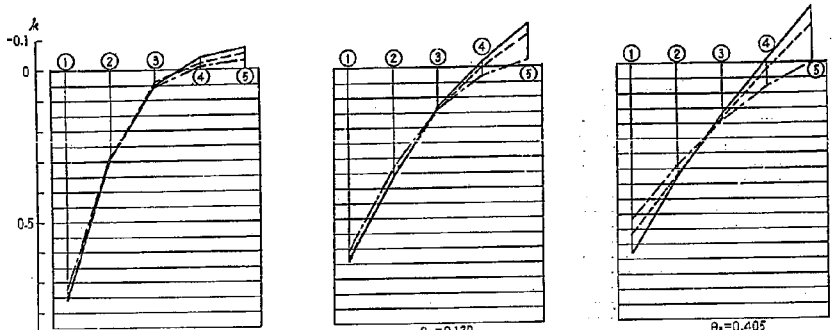
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.05	0.29	0.44	0.23	0.05	1.00
1	0.05	0.19	0.42	0.19	0.05	0.90
2	0.07	0.14	0.39	0.14	0.07	0.81

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.12	0.22	0.34	0.22	0.12	1.02
1	0.10	0.16	0.34	0.16	0.10	0.86
2	0.09	0.11	0.32	0.11	0.09	0.72

附図—6-2-3 線荷重 $b/L=1/10$ $L_3/2$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.76	0.30	0.05	-0.04	-0.07	1.00
1	0.75	0.30	0.04	-0.02	-0.05	1.02
2	0.73	0.30	0.06	-0.01	-0.03	1.05

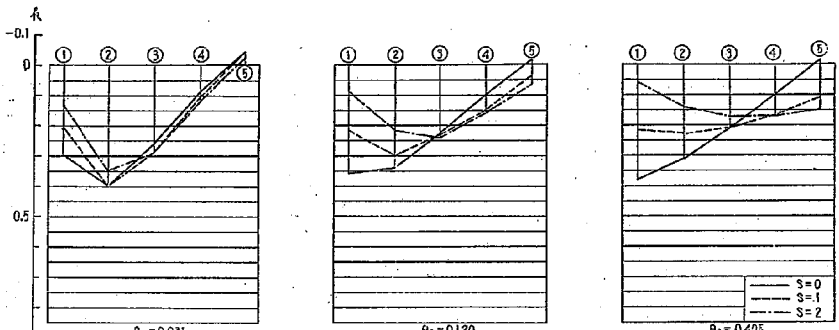
$\theta_2=0.120$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.64	0.36	0.13	-0.02	-0.14	1.00
1	0.61	0.36	0.14	0	-0.11	1.02
2	0.61	0.33	0.14	0.03	-0.02	1.09

$\theta_3=0.405$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.63	0.35	0.17	-0.01	-0.16	1.00
1	0.57	0.37	0.18	0.02	-0.12	1.02
2	0.52	0.34	0.13	0.081	0	1.13

附図—7-1-1　等分布荷重　$b/L=1/15$　$L_1/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.30	0.40	0.26	0.09	-0.04	0.99
1	0.21	0.40	0.29	0.11	-0.04	0.97
2	0.15	0.35	0.29	0.12	-0.02	0.87

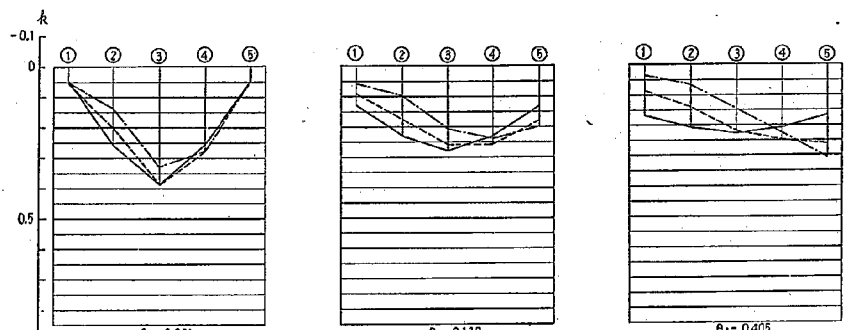
$\theta_2=0.120$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.38	0.34	0.23	0.10	-0.02	1.01
1	0.22	0.30	0.24	0.15	0.03	0.94
2	0.09	0.22	0.24	0.18	0.06	0.77

$\theta_3=0.405$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.38	0.31	0.21	0.10	-0.01	0.99
1	0.22	0.23	0.21	0.17	0.11	0.94
2	0.06	0.14	0.17	0.17	0.15	0.69

附図—7-1-2　等分布荷重　$b/L=1/15$　$L_2/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.05	0.26	0.39	0.26	0.05	1.01
1	0.06	0.20	0.39	0.28	0.04	0.97
2	0.06	0.14	0.33	0.28	0.05	0.86

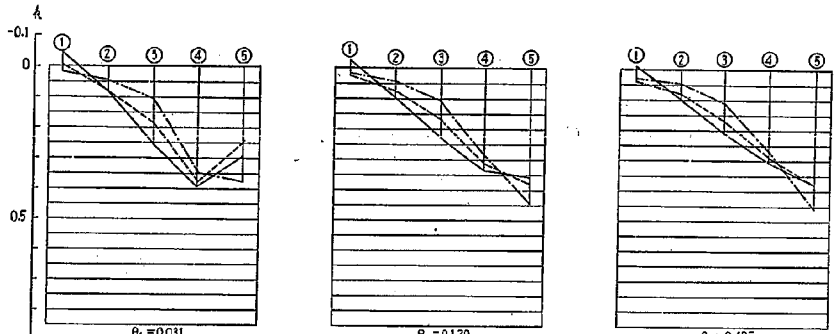
$\theta_2=0.120$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.13	0.23	0.28	0.23	0.13	1.00
1	0.09	0.17	0.26	0.26	0.18	0.96
2	0.06	0.10	0.21	0.24	0.20	0.81

$\theta_3=0.405$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.17	0.21	0.23	0.21	0.17	0.99
1	0.09	0.14	0.22	0.25	0.28	0.98
2	0.04	0.07	0.15	0.23	0.31	0.80

附図—7-1-3　等分布荷重　$b/L=1/15$　$L_3/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.04	0.09	0.26	0.40	0.30	0.99
1	0	0.08	0.19	0.36	0.35	1.00
2	0.02	0.05	0.11	0.35	0.38	0.91

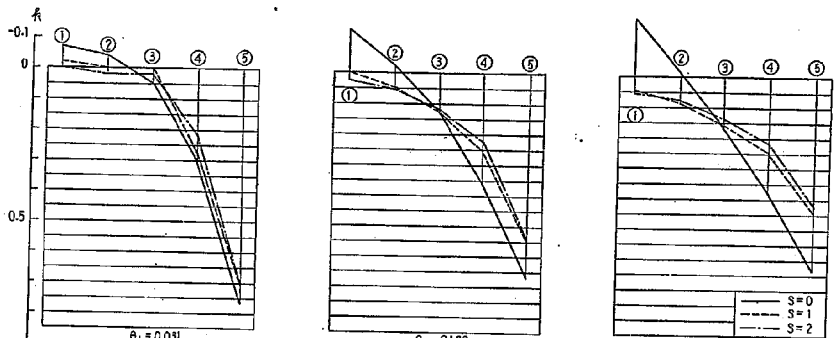
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.10	0.23	0.34	0.36	1.01
1	0.03	0.08	0.17	0.32	0.38	0.98
2	0.02	0.05	0.11	0.23	0.45	0.92

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.10	0.21	0.31	0.36	0.99
1	0.04	0.08	0.17	0.29	0.38	0.96
2	0.03	0.05	0.11	0.27	0.46	0.92

附図—7-1-4 等分布荷重 $b/L=1/15$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.07	-0.04	0.05	0.30	0.78	1.00
1	-0.02	0	0.06	0.27	0.72	1.03
2	0	0.02	0.07	0.22	0.71	1.02

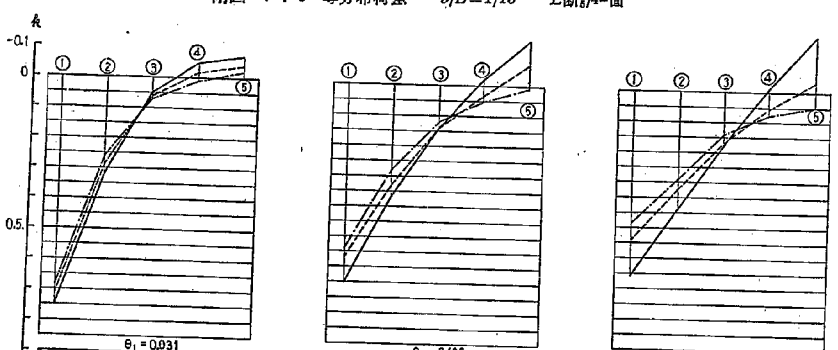
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.14	-0.02	0.13	0.38	0.67	1.00
1	0	0.05	0.13	0.26	0.56	1.00
2	0.03	0.06	0.12	0.23	0.55	0.99

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.18	-0.01	0.17	0.38	0.63	1.00
1	0.05	0.09	0.16	0.25	0.45	1.00
2	0.06	0.08	0.14	0.22	0.43	0.93

附図—7-1-5 等分布荷重 $b/L=1/15$ $L_{断6}/4$-面



$\theta_1=0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.75	0.32	0.05	-0.05	-0.07	1.00
1	0.71	0.29	0.06	-0.02	-0.04	1.00
2	0.68	0.26	0.07	0.01	-0.02	1.00

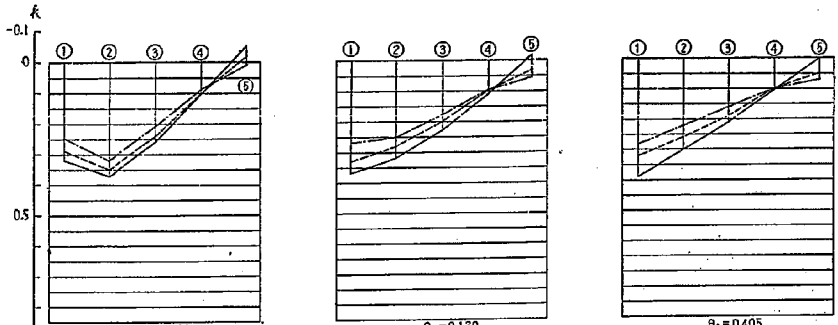
$\theta_2=0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.65	0.38	0.14	-0.02	-0.15	1.00
1	0.57	0.33	0.14	0.03	-0.07	1.00
2	0.54	0.28	0.12	0.05	0.01	1.00

$\theta_3=0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.61	0.39	0.18	-0.01	-0.18	0.99
1	0.49	0.32	0.17	0.06	-0.03	1.01
2	0.44	0.29	0.14	0.08	0.05	1.00

附図—7-2-1 等分布荷重 $b/L=1/15$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.32	0.37	0.26	0.10	-0.05	1.00
1	0.29	0.35	0.24	0.10	-0.02	0.96
2	0.26	0.32	0.21	0.09	0.01	0.88

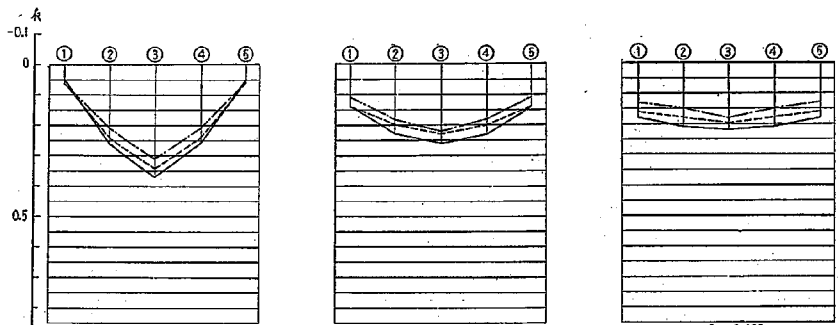
$\theta_2 = 0.120$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.37	0.32	0.23	0.11	-0.02	1.01
1	0.33	0.28	0.20	0.10	0.03	0.94
2	0.27	0.25	0.18	0.10	0.05	0.85

$\theta_3 = 0.405$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.39	0.30	0.21	0.10	0	1.00
1	0.32	0.26	0.19	0.10	0.05	0.92
2	0.28	0.22	0.16	0.10	0.07	0.83

附図—7-2-2 等分布荷重 $b/L=1/15$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.05	0.26	0.37	0.26	0.05	0.99
1	0.08	0.24	0.34	0.24	0.08	0.94
2	0.08	0.21	0.31	0.21	0.08	0.85

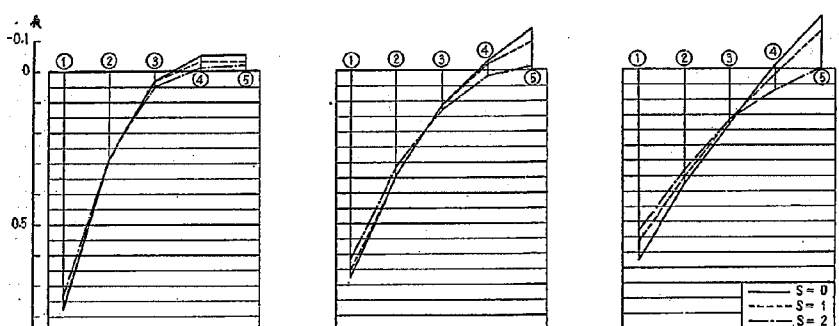
$\theta_2 = 0.120$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.14	0.23	0.26	0.23	0.14	1.00
1	0.14	0.20	0.23	0.20	0.14	0.91
2	0.11	0.18	0.22	0.18	0.11	0.80

$\theta_3 = 0.405$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.18	0.21	0.22	0.21	0.18	1.00
1	0.16	0.18	0.20	0.18	0.16	0.88
2	0.13	0.15	0.18	0.15	0.13	0.74

附図—7-2-3 等分布荷重 $b/L=1/15$ $L_3/2$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.78	0.29	0.03	-0.05	-0.05	1.00
1	0.76	0.29	0.03	-0.03	-0.03	1.02
2	0.74	0.28	0.05	-0.01	-0.02	1.04

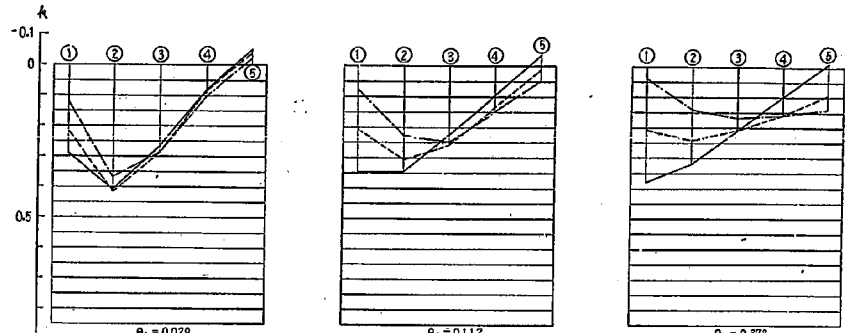
$\theta_2 = 0.112$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.68	0.35	0.12	-0.03	-0.13	0.99
1	0.65	0.35	0.12	-0.02	-0.09	1.01
2	0.62	0.32	0.13	0.02	-0.01	1.08

$\theta_3 = 0.378$

S \ 号	1	2	3	4	5	Σ
0	0.63	0.38	0.19	-0.01	-0.17	1.00
1	0.57	0.36	0.17	0.02	-0.12	1.00
2	0.53	0.34	0.17	0.07	0	1.11

附図—8-1-1 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.29	0.41	0.26	0.08	-0.05	0.99
1	0.21	0.42	0.29	0.09	-0.04	0.97
2	0.12	0.37	0.29	0.10	-0.02	0.86

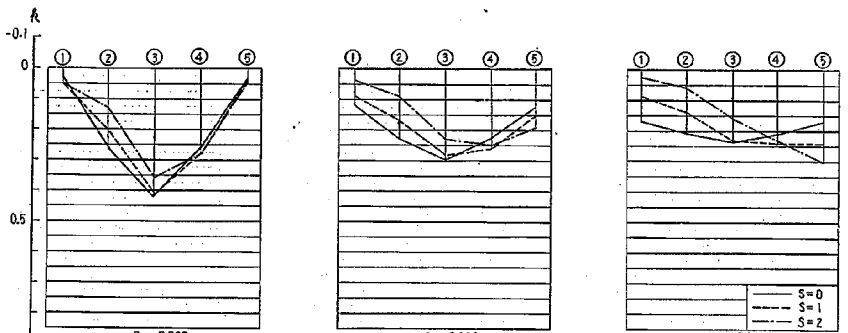
$\theta_2 = 0.112$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.35	0.35	0.23	0.10	-0.03	1.00
1	0.21	0.31	0.26	0.14	0.01	0.93
2	0.08	0.23	0.25	0.15	0.05	0.76

$\theta_3 = 0.378$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.38	0.32	0.21	0.10	-0.01	1.00
1	0.21	0.24	0.21	0.16	0.09	0.91
2	0.04	0.14	0.17	0.16	0.14	0.65

附図—8-1-2 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_2/4$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.09	0.26	0.42	0.26	0.03	1.00
1	0.05	0.20	0.41	0.28	0.03	0.97
2	0.05	0.13	0.36	0.28	0.04	0.86

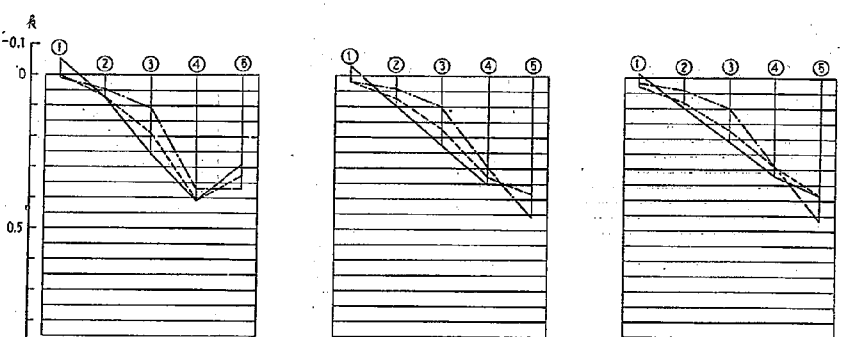
$\theta_2 = 0.112$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.12	0.23	0.30	0.23	0.12	1.00
1	0.09	0.17	0.28	0.26	0.15	0.95
2	0.04	0.09	0.23	0.25	0.19	0.80

$\theta_3 = 0.378$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.17	0.21	0.24	0.21	0.17	1.00
1	0.09	0.14	0.23	0.24	0.24	0.84
2	0.03	0.06	0.16	0.23	0.30	0.78

附図—8-1-3 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_3/4$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	0.06	0.26	0.41	0.29	0.99
1	0	0.07	0.19	0.41	0.33	1.00
2	0.01	0.05	0.11	0.37	0.37	0.91

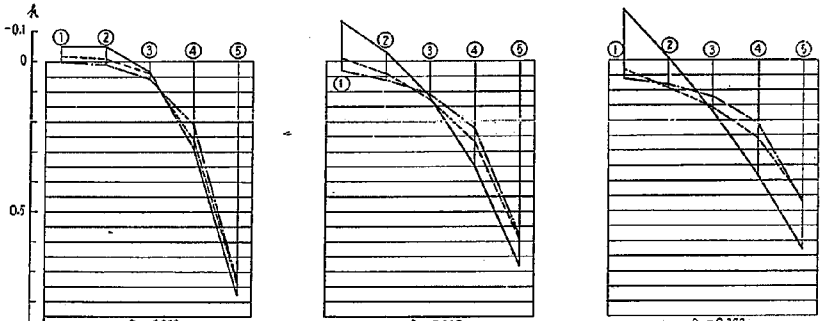
$\theta_2 = 0.112$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.10	0.23	0.35	0.35	1.00
1	0.02	0.07	0.17	0.33	0.38	0.97
2	0.02	0.04	0.10	0.30	0.46	0.92

$\theta_3 = 0.378$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.10	0.21	0.32	0.38	1.00
1	0.03	0.08	0.17	0.29	0.38	0.95
2	0.02	0.04	0.10	0.28	0.47	0.91

附図—8-1-4 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_4/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	-0.05	0.03	0.29	0.73	1.00
1	-0.02	-0.01	0.04	0.26	0.74	1.01
2	0	0.01	0.06	0.21	0.73	1.01

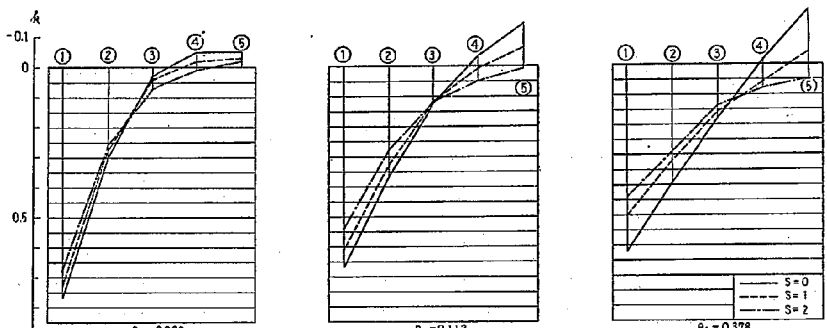
$\theta_2=0.112$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.13	-0.03	0.12	0.35	0.68	0.99
1	-0.01	0.04	0.13	0.27	0.59	1.02
2	0.03	0.06	0.11	0.22	0.58	1.00

$\theta_3=0.378$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.17	-0.01	0.17	0.38	0.63	1.00
1	0.03	0.09	0.18	0.26	0.46	1.00
2	0.06	0.08	0.12	0.21	0.47	0.94

附図—8-1-5 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_5/4$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.77	0.30	0.03	-0.05	-0.05	1.00
1	0.73	0.28	0.04	-0.02	-0.03	1.00
2	0.68	0.26	0.07	0.01	-0.02	1.00

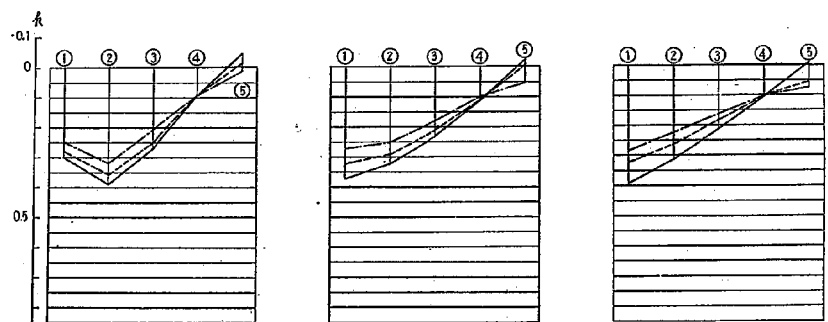
$\theta_2=0.112$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.67	0.37	0.13	-0.03	-0.14	1.00
1	0.61	0.33	0.12	0.01	-0.06	1.01
2	0.54	0.28	0.12	0.05	0.01	1.00

$\theta_3=0.378$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.62	0.35	0.16	-0.01	-0.18	1.00
1	0.50	0.32	0.16	0.08	-0.04	1.00
2	0.44	0.29	0.14	0.03	0.05	1.00

附図—8-2-1 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_1/2$-断面



$\theta_1=0.029$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.30	0.33	0.27	0.09	-0.05	1.00
1	0.28	0.36	0.25	0.09	-0.02	0.96
2	0.25	0.32	0.21	0.09	0.01	0.88

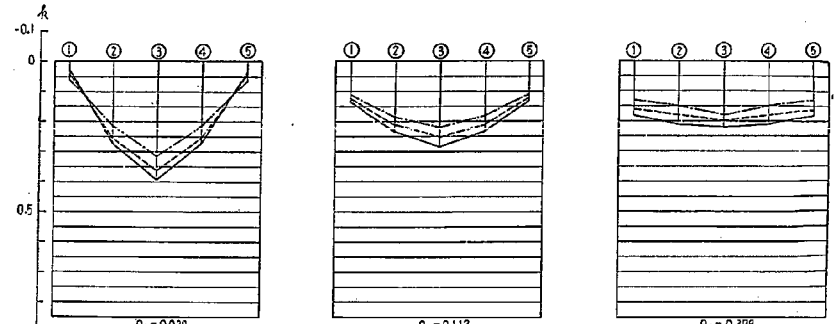
$\theta_2=0.112$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.37	0.32	0.23	0.11	-0.03	1.00
1	0.32	0.29	0.21	0.11	0.01	0.94
2	0.27	0.25	0.18	0.10	0.05	0.85

$\theta_3=0.378$

S \ y/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.39	0.31	0.21	0.10	-0.01	1.00
1	0.32	0.28	0.18	0.10	0.05	0.91
2	0.28	0.22	0.16	0.10	0.07	0.83

附図—8-2-2 等分布荷重 $b/L=1/14$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.029$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.03	0.27	0.39	0.27	0.03	0.99
1	0.04	0.25	0.38	0.25	0.04	0.94
2	0.05	0.21	0.31	0.21	0.06	0.85

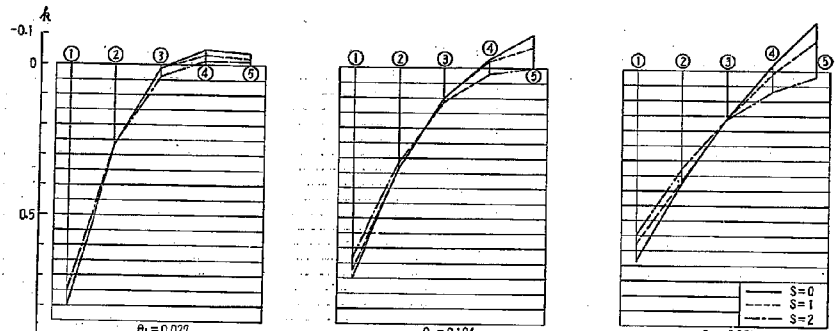
$\theta_2 = 0.112$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.13	0.23	0.28	0.23	0.13	1.00
1	0.12	0.21	0.25	0.21	0.12	0.91
2	0.11	0.18	0.22	0.18	0.11	0.80

$\theta_3 = 0.376$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.18	0.21	0.22	0.21	0.18	1.00
1	0.16	0.18	0.20	0.18	0.16	0.88
2	0.13	0.15	0.16	0.15	0.13	0.74

附図—8-2-3 等分布荷重 $b/L = 1/14$ $L_3/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.80	0.27	0.01	-0.05	-0.04	0.99
1	0.79	0.27	0.01	-0.03	-0.02	1.02
2	0.75	0.26	0.04	-0.01	-0.01	1.03

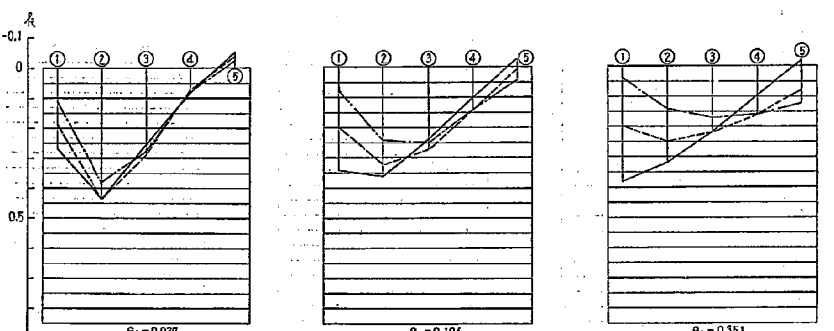
$\theta_2 = 0.104$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.70	0.34	0.10	-0.03	-0.11	1.00
1	0.69	0.34	0.10	-0.02	-0.07	1.02
2	0.63	0.32	0.11	0.02	0	1.05

$\theta_3 = 0.351$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.64	0.38	0.16	-0.01	-0.16	1.01
1	0.58	0.36	0.16	0.01	-0.10	1.01
2	0.55	0.33	0.16	0.07	0.02	1.13

附図—9-1-1 等分布荷重 $b/L = 1/13$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.27	0.44	0.25	0.08	-0.05	1.00
1	0.19	0.44	0.29	0.07	-0.04	0.95
2	0.11	0.38	0.28	0.08	-0.02	0.83

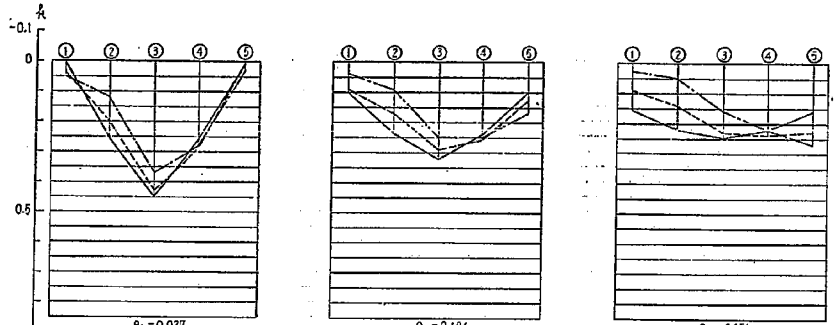
$\theta_2 = 0.104$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.34	0.36	0.24	0.10	-0.03	1.01
1	0.26	0.32	0.27	0.14	0	0.93
2	0.08	0.24	0.25	0.14	0.04	0.75

$\theta_3 = 0.351$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.38	0.32	0.22	0.10	-0.01	1.01
1	0.20	0.25	0.22	0.16	0.08	0.91
2	0.04	0.14	0.19	0.16	0.12	0.63

附図—9-1-2 等分布荷重 $b/L = 1/13$ $L_2/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.26	0.45	0.28	0.01	0.99
1	0.04	0.20	0.43	0.29	0.01	0.97
2	0.05	0.12	0.39	0.28	0.03	0.85

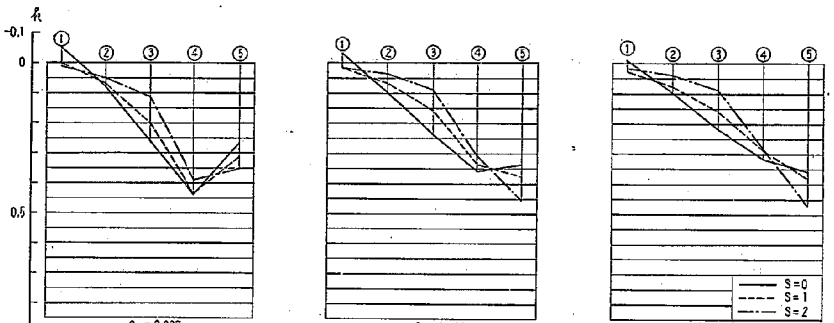
$\theta_2=0.104$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.10	0.24	0.32	0.24	0.10	1.00
1	0.09	0.17	0.29	0.28	0.13	0.94
2	0.04	0.09	0.26	0.25	0.17	0.80

$\theta_3=0.351$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	0.16	0.22	0.25	0.22	0.16	1.01
1	0.09	0.14	0.23	0.24	0.23	0.93
2	0.03	0.05	0.16	0.22	0.27	0.73

附図—9-1-3　等分布荷重　$b/L=1/13$　$L_3/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	0.08	0.26	0.44	0.27	1.00
1	0	0.07	0.19	0.43	0.31	1.00
2	0.01	0.05	0.11	0.39	0.35	0.91

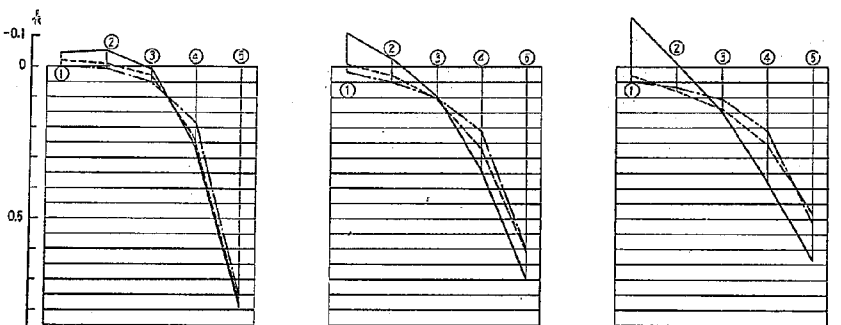
$\theta_2=0.104$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.10	0.24	0.36	0.34	1.01
1	0.02	0.07	0.16	0.34	0.38	0.97
2	0.02	0.04	0.09	0.31	0.46	0.92

$\theta_3=0.351$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.10	0.22	0.32	0.38	1.01
1	0.03	0.08	0.16	0.29	0.38	0.94
2	0.02	0.04	0.09	0.25	0.48	0.91

附図—9-1-4　等分布荷重　$b/L=1/13$　$L_4/4$-断面



$\theta_1=0.027$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.04	0.05	0.01	0.27	0.60	0.99
1	-0.02	-0.01	0.03	0.24	0.77	1.01
2	0	0.01	0.05	0.19	0.76	1.01

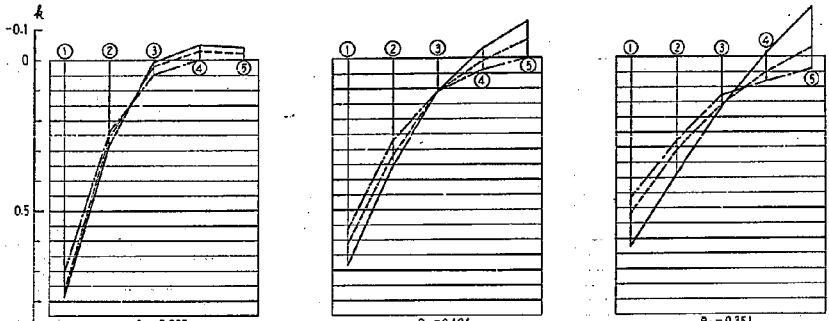
$\theta_2=0.104$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.11	-0.03	0.10	0.34	0.70	1.00
1	-0.01	0.03	0.11	0.27	0.61	1.01
2	0.02	0.05	0.10	0.21	0.61	0.99

$\theta_3=0.351$

S \ 2ξ	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.16	-0.01	0.16	0.38	0.64	1.01
1	0.03	0.06	0.14	0.26	0.48	0.99
2	0.05	0.07	0.11	0.21	0.51	0.95

附図—9-1-5　等分布荷重　$b/L=1/13$　$L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.79	0.28	0.01	-0.05	-0.04	0.99
1	0.77	0.26	0.02	-0.03	-0.02	1.00
2	0.71	0.24	0.06	0	0	1.00

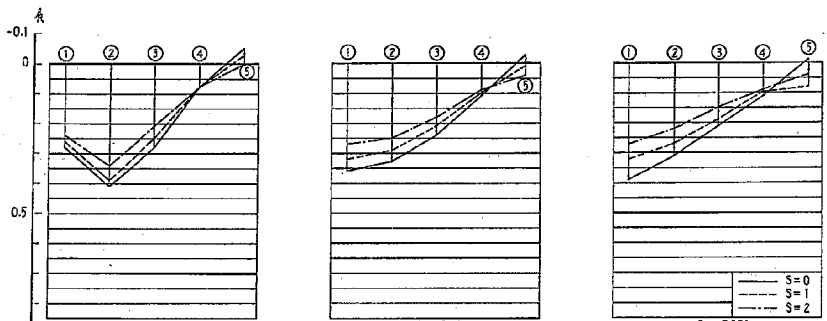
$\theta_2 = 0.104$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.69	0.36	0.11	-0.03	-0.12	1.01
1	0.62	0.32	0.11	0.01	-0.06	1.00
2	0.57	0.28	0.11	0.04	0	1.00

$\theta_3 = 0.351$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.63	0.39	0.17	-0.01	-0.17	1.01
1	0.52	0.31	0.16	0.05	-0.03	1.01
2	0.47	0.28	0.13	0.06	0.04	1.00

附図—9-2-1 等分布荷重 $b/L=1/13$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.28	0.41	0.28	0.08	-0.05	1.00
1	0.26	0.35	0.25	0.08	-0.03	0.95
2	0.24	0.34	0.21	0.06	0	0.87

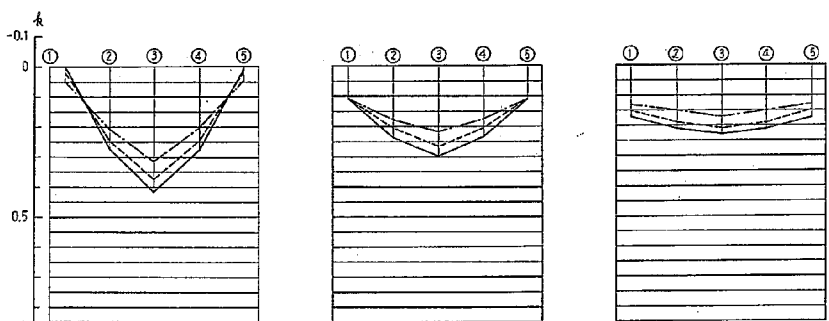
$\theta_2 = 0.104$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.36	0.33	0.24	0.11	-0.03	1.01
1	0.32	0.29	0.21	0.10	0.01	0.93
2	0.29	0.25	0.18	0.09	0.04	0.85

$\theta_3 = 0.351$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.39	0.31	0.21	0.11	-0.01	1.01
1	0.32	0.27	0.19	0.10	0.04	0.92
2	0.27	0.22	0.15	0.09	0.08	0.81

附図—9-2-2 等分布荷重 $b/L=1/13$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.027$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.01	0.28	0.42	0.28	0.01	1.00
1	0.02	0.25	0.38	0.25	0.02	0.92
2	0.05	0.21	0.32	0.21	0.05	0.84

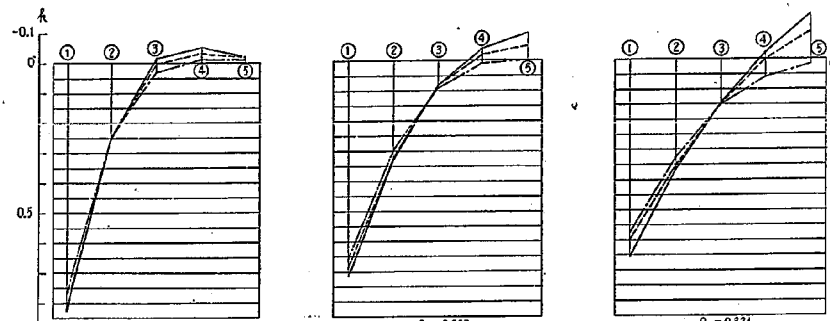
$\theta_2 = 0.104$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.11	0.24	0.30	0.24	0.11	1.00
1	0.11	0.21	0.27	0.21	0.11	0.91
2	0.11	0.18	0.22	0.18	0.11	0.80

$\theta_3 = 0.351$

S \ r/b	1	2	3	4	5	Σ
0	0.17	0.21	0.23	0.21	0.17	0.99
1	0.15	0.19	0.21	0.19	0.15	0.89
2	0.13	0.15	0.17	0.15	0.13	0.73

附図—9-2-3 等分布荷重 $b/L=1/13$ $L_3/2$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.83	0.25	-0.01	-0.05	-0.07	1.00
1	0.81	0.25	0	-0.03	-0.02	1.01
2	0.77	0.24	0.03	-0.01	-0.01	1.02

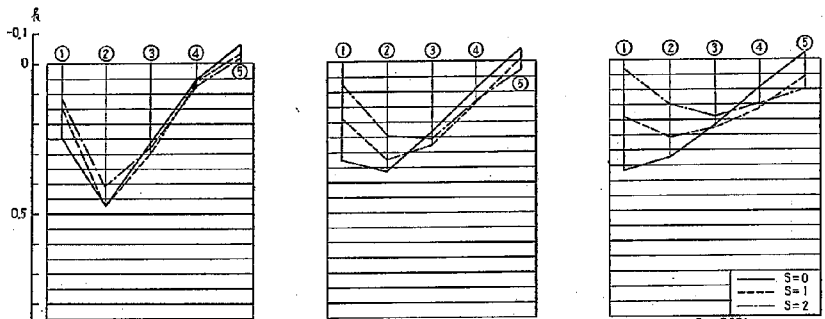
$\theta_2 = 0.096$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.72	0.33	0.08	-0.04	-0.09	1.00
1	0.69	0.32	0.08	-0.02	-0.05	1.02
2	0.66	0.30	0.09	0.01	0	1.06

$\theta_3 = 0.324$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.66	0.37	0.15	-0.02	-0.15	1.00
1	0.60	0.35	0.15	0	-0.09	1.01
2	0.58	0.33	0.16	0.08	0.02	1.14

附図—10-1-1 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.25	0.47	0.27	0.06	-0.06	0.99
1	0.15	0.48	0.30	0.06	-0.03	0.96
2	0.12	0.41	0.26	0.07	-0.02	0.86

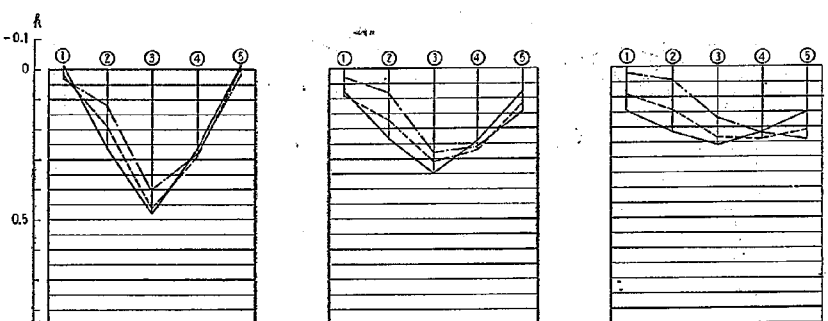
$\theta_2 = 0.096$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.37	0.24	0.10	-0.04	1.00
1	0.19	0.33	0.28	0.14	-0.01	0.93
2	0.08	0.25	0.26	0.13	0.03	0.75

$\theta_3 = 0.324$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.37	0.33	0.22	0.10	-0.02	1.00
1	0.19	0.26	0.23	0.16	0.06	0.90
2	0.03	0.15	0.19	0.15	0.10	0.62

附図—10-1-2 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_2/4$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.27	0.48	0.27	-0.01	1.00
1	0.02	0.19	0.46	0.29	0	0.96
2	0.03	0.12	0.40	0.28	0.01	0.84

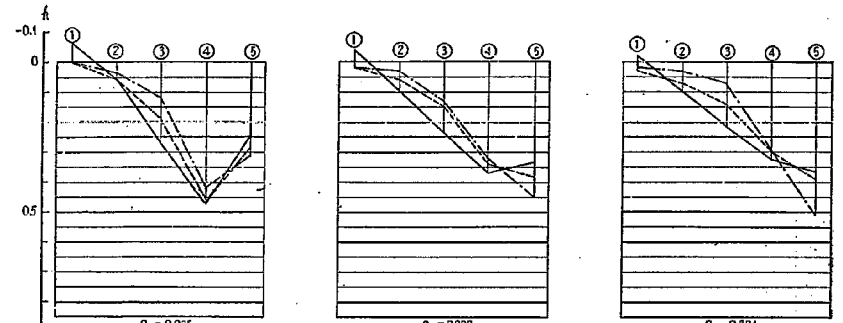
$\theta_2 = 0.096$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.08	0.24	0.35	0.24	0.08	0.99
1	0.09	0.17	0.31	0.27	0.11	0.95
2	0.03	0.08	0.28	0.26	0.14	0.79

$\theta_3 = 0.324$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.15	0.22	0.26	0.22	0.15	1.00
1	0.09	0.14	0.23	0.24	0.21	0.91
2	0.02	0.04	0.17	0.22	0.24	0.69

附図—10-1-3 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_3/4$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.08	0.06	0.27	0.47	0.25	0.99
1	0	0.06	0.19	0.46	0.29	1.00
2	0.01	0.04	0.12	0.42	0.31	0.90

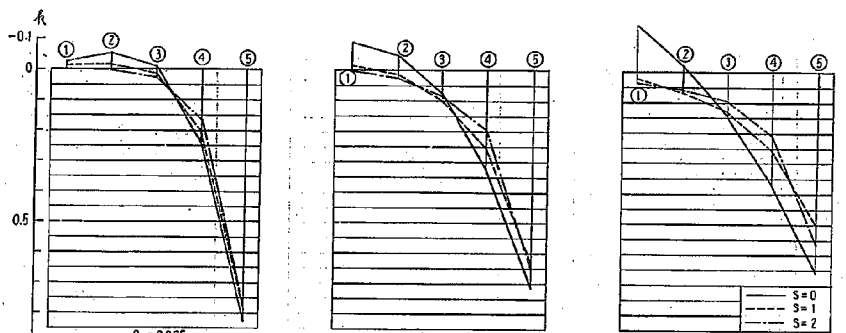
$\theta_2 = 0.096$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.04	0.10	0.24	0.37	0.33	1.00
1	0.02	0.06	0.15	0.34	0.38	0.95
2	0.02	0.03	0.08	0.32	0.45	0.90

$\theta_3 = 0.324$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.10	0.22	0.33	0.37	1.00
1	0.03	0.07	0.14	0.30	0.39	0.93
2	0.02	0.03	0.07	0.25	0.51	0.92

附図—10-1-4 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_4/4$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	-0.05	-0.01	0.25	0.83	1.00
1	-0.01	-0.01	0.02	0.21	0.79	1.00
2	0	0.01	0.03	0.17	0.79	1.00

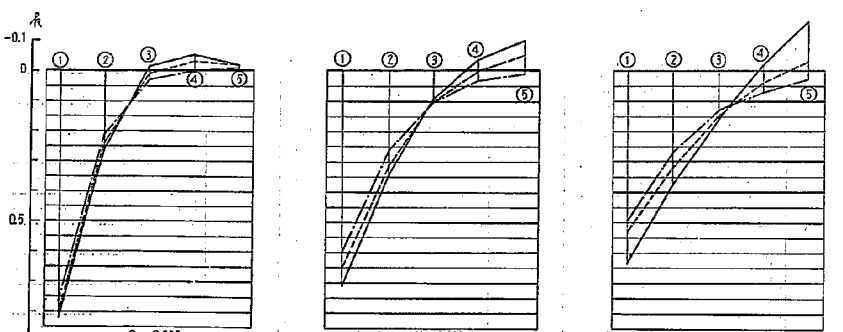
$\theta_2 = 0.096$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.08	-0.04	0.08	0.33	0.72	1.00
1	-0.01	0.02	0.10	0.26	0.64	1.01
2	0.01	0.05	0.09	0.20	0.68	0.99

$\theta_3 = 0.324$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.15	-0.07	0.15	0.37	0.66	1.00
1	0.02	0.07	0.13	0.26	0.51	0.99
2	0.04	0.06	0.10	0.21	0.57	0.98

附図—10-1-5 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.025$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	0.82	0.26	-0.01	-0.05	-0.02	1.00
1	0.80	0.24	0.01	-0.03	-0.02	1.00
2	0.76	0.21	0.03	0	-0.01	0.99

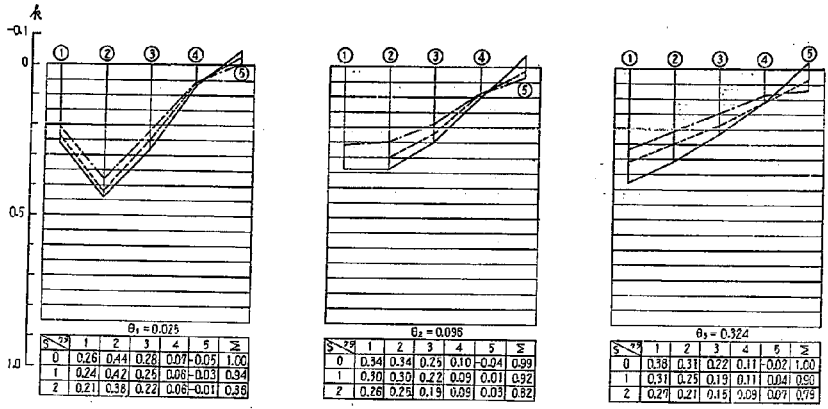
$\theta_2 = 0.096$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	0.71	0.34	0.09	-0.04	-0.10	1.00
1	0.65	0.31	0.10	0	-0.05	1.01
2	0.59	0.26	0.10	0.03	0.01	0.99

$\theta_3 = 0.324$

S \ 25	1	2	3	4	5	Σ
0	0.64	0.38	0.18	-0.02	-0.18	1.00
1	0.53	0.32	0.15	0.04	-0.03	1.01
2	0.50	0.27	0.13	0.07	0.03	1.00

附図—10-2-1 等分布荷重 $b/L=1/12$ $L_1/2$-断面

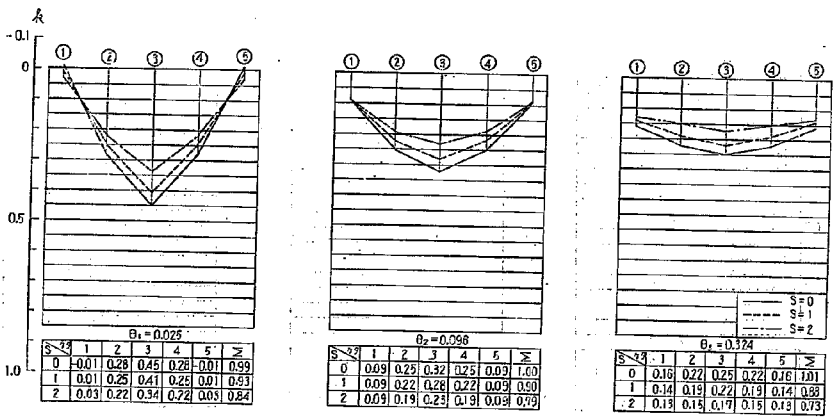


S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.26	0.44	0.28	0.07	-0.05	1.00
1	0.24	0.42	0.25	0.06	-0.03	0.94
2	0.21	0.38	0.22	0.06	-0.01	0.86

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.34	0.34	0.25	0.10	-0.04	0.99
1	0.30	0.30	0.22	0.09	0.01	0.92
2	0.26	0.25	0.19	0.09	0.03	0.82

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.38	0.31	0.22	0.11	-0.02	1.00
1	0.31	0.25	0.19	0.11	0.04	0.90
2	0.29	0.21	0.15	0.09	0.07	0.79

附図—10-2-2　等分布荷重　$b/L=1/12$　$L_2/2$-断面

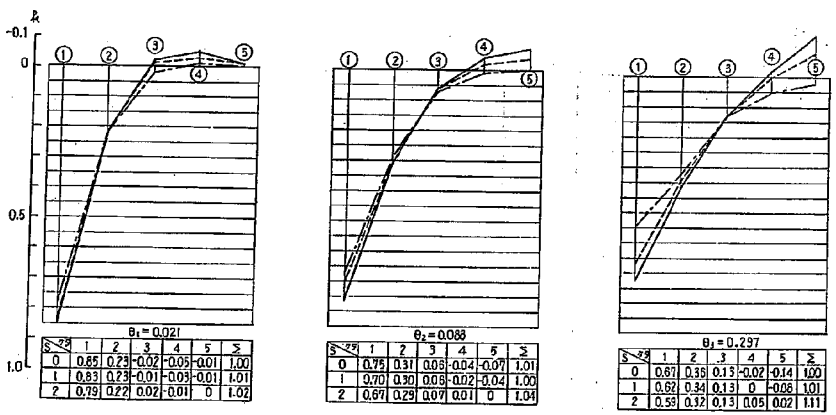


S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	0.28	0.45	0.28	-0.01	0.99
1	0.01	0.25	0.41	0.25	0.01	0.93
2	0.03	0.22	0.34	0.22	0.03	0.84

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.09	0.25	0.32	0.25	0.09	1.00
1	0.09	0.22	0.28	0.22	0.09	0.90
2	0.09	0.19	0.23	0.19	0.09	0.79

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.16	0.22	0.25	0.22	0.16	1.01
1	0.14	0.19	0.22	0.19	0.14	0.88
2	0.13	0.15	0.17	0.15	0.13	0.73

附図—10-2-3　等分布荷重　$b/L=1/12$　$L_3/2$-断面

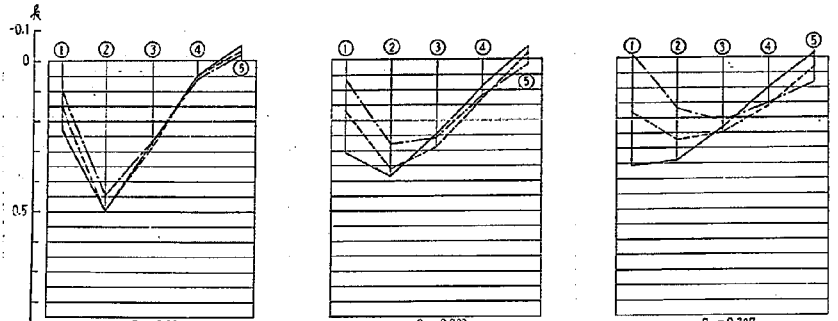


S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.85	0.23	-0.02	-0.05	-0.01	1.00
1	0.83	0.23	-0.01	-0.05	-0.01	1.01
2	0.79	0.22	0.02	-0.01	0	1.02

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.75	0.31	0.06	-0.04	-0.07	1.01
1	0.70	0.30	0.06	-0.02	-0.04	1.00
2	0.67	0.29	0.07	0.01	0	1.04

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.61	0.35	0.13	-0.02	-0.14	1.00
1	0.62	0.34	0.13	0	-0.08	1.01
2	0.59	0.32	0.13	0.05	0.02	1.11

附図—11-1-1　等分布荷重　$b/L=1/11$　$L_1/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.23	0.50	0.27	0.05	-0.05	1.00
1	0.15	0.50	0.29	0.05	-0.03	0.96
2	0.10	0.45	0.27	0.05	-0.02	0.86

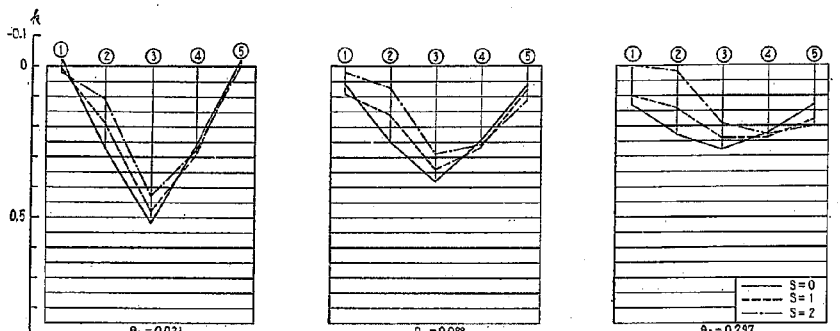
$\theta_2 = 0.088$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.31	0.39	0.25	0.09	-0.04	1.00
1	0.17	0.36	0.29	0.13	-0.02	0.93
2	0.07	0.28	0.26	0.12	0.02	0.75

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.36	0.34	0.23	0.10	-0.02	1.01
1	0.18	0.27	0.25	0.16	0.03	0.89
2	-0.01	0.17	0.21	0.15	0.08	0.60

附図—11-1-2 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_2/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.27	0.52	0.27	-0.02	1.07
1	0.01	0.19	0.48	0.29	-0.02	0.95
2	0.02	0.11	0.43	0.28	-0.01	0.83

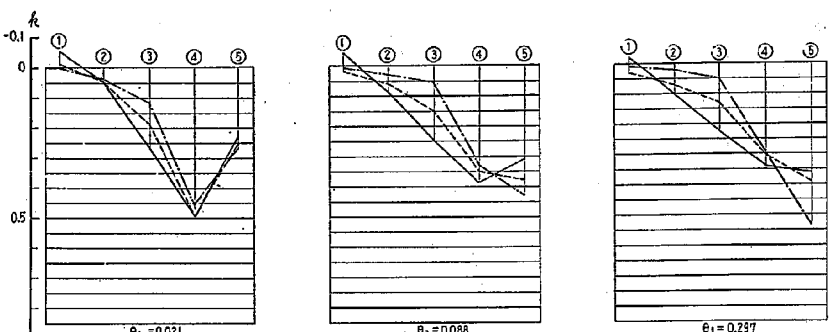
$\theta_2 = 0.088$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.06	0.25	0.38	0.25	0.06	1.00
1	0.09	0.16	0.34	0.27	0.08	0.94
2	0.02	0.09	0.29	0.26	0.11	0.75

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	0.13	0.23	0.28	0.23	0.13	1.00
1	0.10	0.14	0.24	0.24	0.18	0.90
2	0	0.02	0.19	0.23	0.20	0.64

附図—11-1-3 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_3/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	0.05	0.27	0.50	0.23	1.00
1	-0.01	0.05	0.19	0.49	0.26	0.98
2	0	0.04	0.12	0.46	0.27	0.89

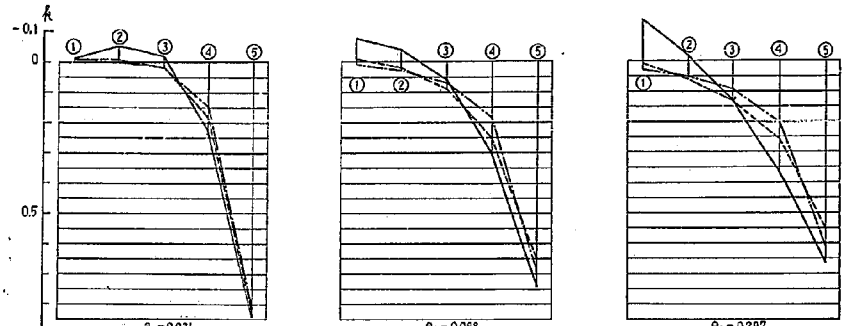
$\theta_2 = 0.088$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.04	0.09	0.25	0.39	0.31	1.00
1	0.02	0.06	0.15	0.35	0.38	0.96
2	0.01	0.03	0.06	0.33	0.43	0.86

$\theta_3 = 0.297$

S \ 2S	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.10	0.23	0.34	0.36	1.01
1	0.03	0.07	0.13	0.30	0.39	0.92
2	0.01	0.02	0.05	0.29	0.53	0.90

附図—11-1-4 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_4/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	-0.05	-0.02	0.23	0.35	1.00
1	-0.01	-0.01	0.02	0.19	0.81	1.00
2	-0.01	0	0.02	0.15	0.82	0.93

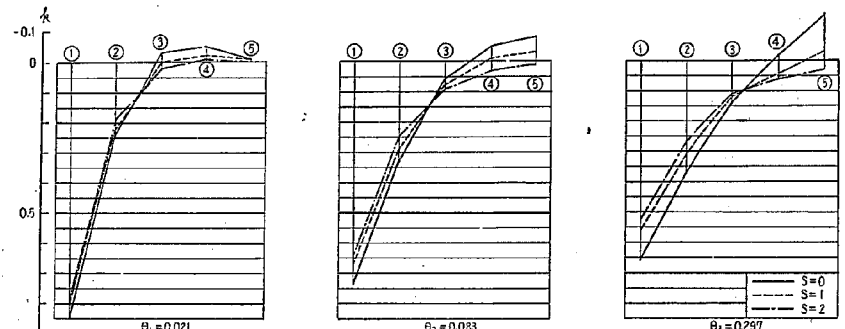
$\theta_2 = 0.066$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.07	-0.04	0.06	0.31	0.75	1.01
1	-0.01	0.02	0.09	0.25	0.65	1.00
2	0.01	0.03	0.07	0.19	0.68	0.98

$\theta_3 = 0.297$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.14	-0.02	0.13	0.36	0.67	1.00
1	0.01	0.06	0.13	0.26	0.55	1.01
2	0.03	0.05	0.09	0.20	0.61	0.98

附図—11-1-5 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.85	0.24	-0.03	-0.05	-0.01	1.00
1	0.81	0.22	0	-0.02	-0.01	1.00
2	0.79	0.19	0.02	-0.01	0	0.99

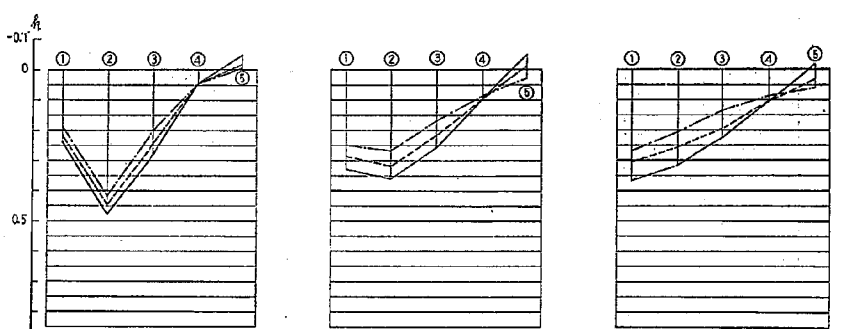
$\theta_2 = 0.033$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.74	0.33	0.06	-0.06	-0.08	1.00
1	0.67	0.29	0.03	-0.01	-0.03	1.00
2	0.65	0.25	0.09	0.03	0.01	1.03

$\theta_3 = 0.297$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.66	0.37	0.14	-0.02	-0.15	1.00
1	0.56	0.31	0.12	0.04	-0.03	1.00
2	0.53	0.27	0.11	0.06	0.03	1.00

附図—11-2-1 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.021$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.24	0.48	0.28	0.05	-0.05	1.00
1	0.22	0.45	0.24	0.05	-0.02	0.94
2	0.19	0.42	0.20	0.05	-0.01	0.85

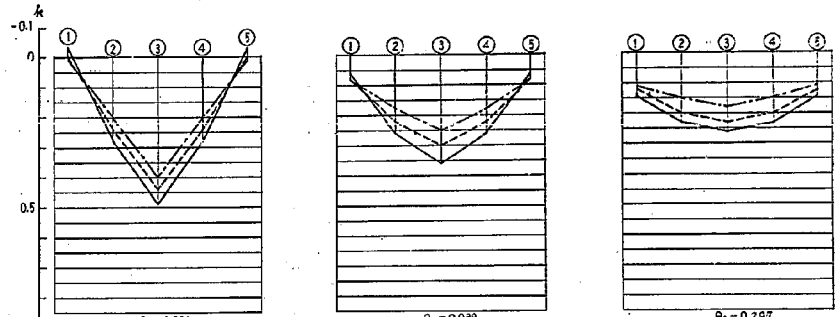
$\theta_2 = 0.088$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.36	0.26	0.10	-0.05	1.00
1	0.29	0.32	0.22	0.10	-0.01	0.92
2	0.25	0.27	0.17	0.09	0.03	0.81

$\theta_3 = 0.297$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.37	0.32	0.23	0.11	-0.02	1.01
1	0.31	0.26	0.20	0.11	0.03	0.91
2	0.27	0.21	0.14	0.09	0.05	0.77

附図—11-2-2 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_2/2$-断面



$\theta_1=0.021$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.03	0.28	0.49	0.28	-0.03	0.99
1	0	0.24	0.44	0.24	0	0.92
2	0.01	0.20	0.40	0.20	0.01	0.82

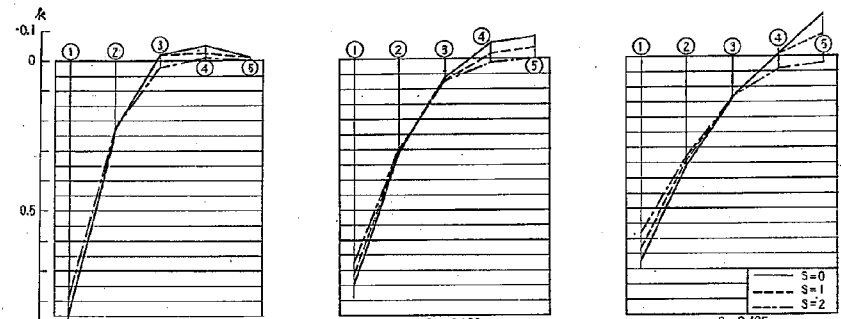
$\theta_2=0.088$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.06	0.28	0.36	0.28	0.06	1.00
1	0.08	0.22	0.30	0.22	0.08	0.90
2	0.08	0.18	0.25	0.18	0.08	0.77

$\theta_3=0.297$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.14	0.23	0.26	0.23	0.14	1.00
1	0.12	0.20	0.23	0.20	0.12	0.87
2	0.11	0.16	0.18	0.16	0.11	0.70

附図—11-2-3 等分布荷重 $b/L=1/11$ $L_3/2$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.85	0.23	-0.02	-0.05	-0.01	1.00
1	0.84	0.23	-0.02	-0.03	-0.01	1.01
2	0.79	0.22	0.02	-0.01	0	1.02

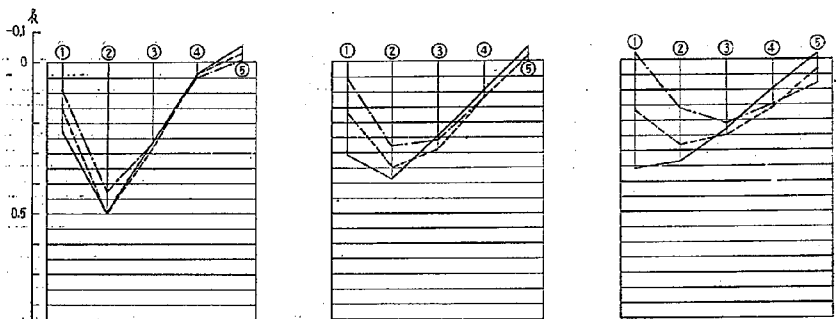
$\theta_2=0.120$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.75	0.31	0.06	-0.05	-0.07	1.00
1	0.71	0.30	0.07	-0.02	-0.04	1.02
2	0.67	0.30	0.07	0.01	0	1.05

$\theta_3=0.405$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.67	0.36	0.13	-0.02	-0.14	1.00
1	0.63	0.34	0.13	-0.01	-0.08	1.01
2	0.58	0.33	0.13	0.04	0.02	1.10

附図—12-1-1 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_1/4$-断面



$\theta_1=0.031$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.23	0.50	0.27	0.04	-0.05	0.99
1	0.15	0.50	0.29	0.04	-0.03	0.95
2	0.09	0.43	0.27	0.05	-0.01	0.83

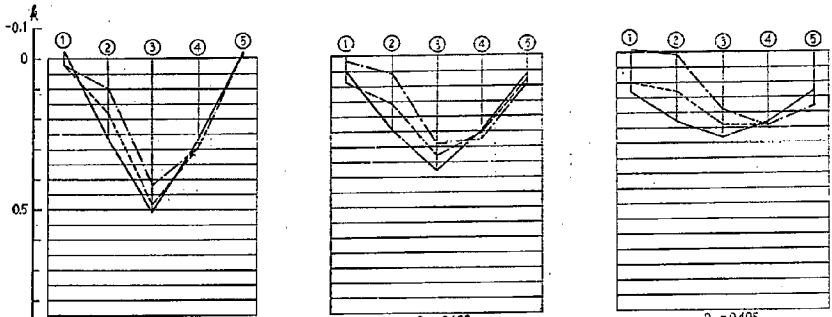
$\theta_2=0.120$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.31	0.39	0.25	0.03	-0.05	0.99
1	0.17	0.35	0.29	0.12	-0.02	0.91
2	0.08	0.28	0.26	0.12	0.02	0.74

$\theta_3=0.405$

S \ 2y	1	2	3	4	5	Σ
0	0.36	0.34	0.23	0.10	-0.02	1.01
1	0.17	0.28	0.25	0.16	0.03	0.89
2	-0.02	0.16	0.21	0.15	0.08	0.58

附図—12-1-2 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_2/4$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.27	0.51	0.27	-0.02	1.01
1	0.02	0.18	0.48	0.29	-0.02	0.95
2	0.02	0.10	0.42	0.29	-0.02	0.81

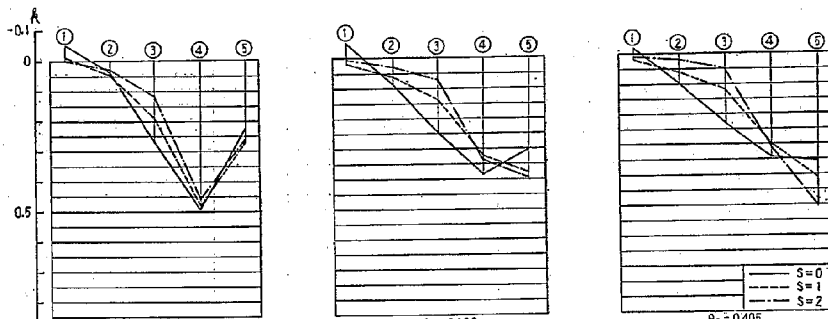
$\theta_2 = 0.120$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.06	0.25	0.38	0.25	0.06	1.00
1	0.09	0.16	0.33	0.26	0.08	0.92
2	0.02	0.08	0.29	0.28	0.09	0.74

$\theta_3 = 0.405$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	0.13	0.23	0.28	0.23	0.13	1.00
1	0.10	0.13	0.24	0.24	0.18	0.89
2	-0.01	0.01	0.19	0.24	0.18	0.61

附図—12-1-3 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_3/4$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	0.04	0.27	0.50	0.23	0.99
1	-0.01	0.05	0.19	0.48	0.27	0.98
2	0	0.03	0.12	0.46	0.26	0.87

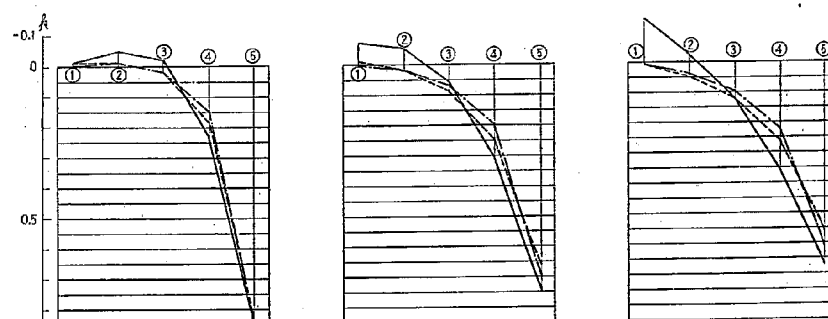
$\theta_2 = 0.120$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.05	0.05	0.25	0.39	0.31	0.95
1	0.02	0.06	0.14	0.33	0.38	0.93
2	0.01	0.03	0.07	0.34	0.40	0.85

$\theta_3 = 0.405$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.10	0.23	0.34	0.36	1.01
1	0.02	0.06	0.12	0.30	0.41	0.91
2	0.01	0.02	0.05	0.31	0.51	0.90

附図—12-1-4 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_4/4$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.01	-0.05	-0.02	0.73	0.35	1.00
1	-0.01	-0.01	0.02	0.19	0.82	1.01
2	0	-0.01	0.02	0.15	0.83	0.99

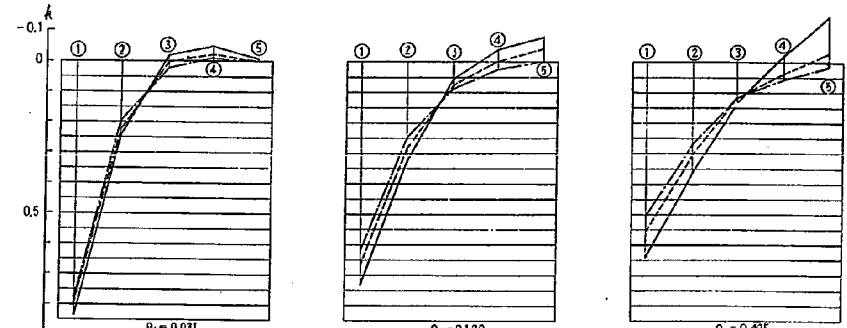
$\theta_2 = 0.120$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.07	-0.05	0.06	0.31	0.75	1.00
1	-0.01	0.02	0.09	0.25	0.68	1.01
2	0	0.02	0.07	0.20	0.69	0.98

$\theta_3 = 0.405$

S \ η	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.14	-0.02	0.13	0.36	0.67	1.00
1	0.01	0.05	0.12	0.28	0.56	1.00
2	0.01	0.04	0.10	0.22	0.61	0.93

附図—12-1-5 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_5/4$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.84	0.24	-0.02	-0.05	-0.01	1.00
1	0.80	0.22	0	-0.02	0	1.00
2	0.78	0.19	0.02	-0.01	0	0.98

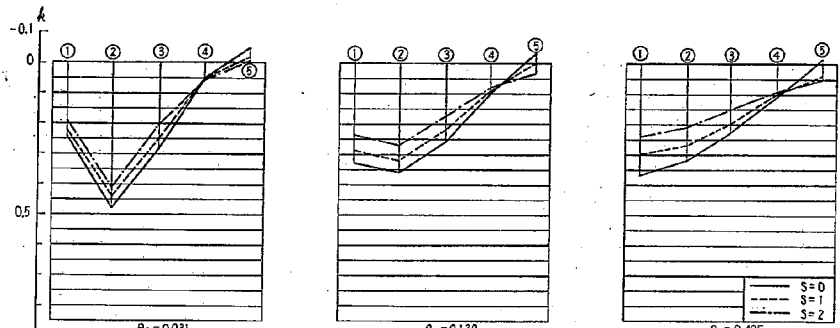
$\theta_2 = 0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.74	0.33	0.06	-0.04	-0.03	1.01
1	0.69	0.29	0.08	0	-0.04	1.00
2	0.62	0.25	0.09	0.03	0	0.99

$\theta_3 = 0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.65	0.37	0.14	-0.02	-0.15	0.99
1	0.56	0.31	0.12	0.04	-0.03	1.00
2	0.51	0.26	0.12	0.06	0.02	0.96

附図—12-2-1 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_1/2$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.24	0.48	0.28	0.05	-0.05	1.00
1	0.22	0.44	0.25	0.05	-0.02	0.94
2	0.19	0.41	0.20	0.06	-0.01	0.85

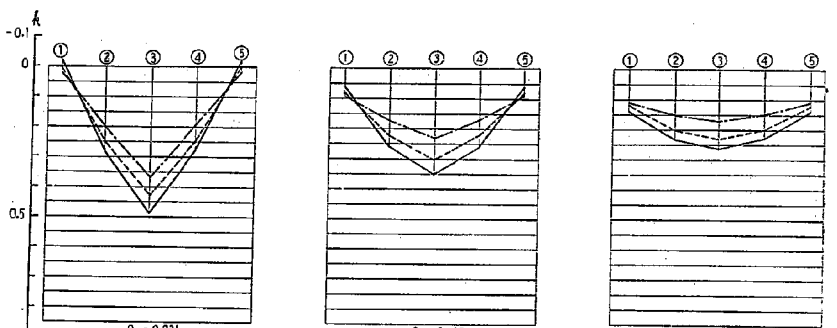
$\theta_2 = 0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.33	0.38	0.26	0.10	-0.04	1.01
1	0.29	0.32	0.22	0.09	0	0.92
2	0.24	0.27	0.17	0.08	0.03	0.79

$\theta_3 = 0.405$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.37	0.32	0.23	0.11	-0.02	1.01
1	0.30	0.27	0.20	0.10	0.04	0.91
2	0.24	0.21	0.15	0.09	0.05	0.74

附図—12-2-2 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_2/2$-断面



$\theta_1 = 0.031$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	-0.02	0.28	0.49	0.23	-0.02	1.01
1	0	0.25	0.43	0.25	0	0.93
2	0.02	0.20	0.37	0.20	0.02	0.81

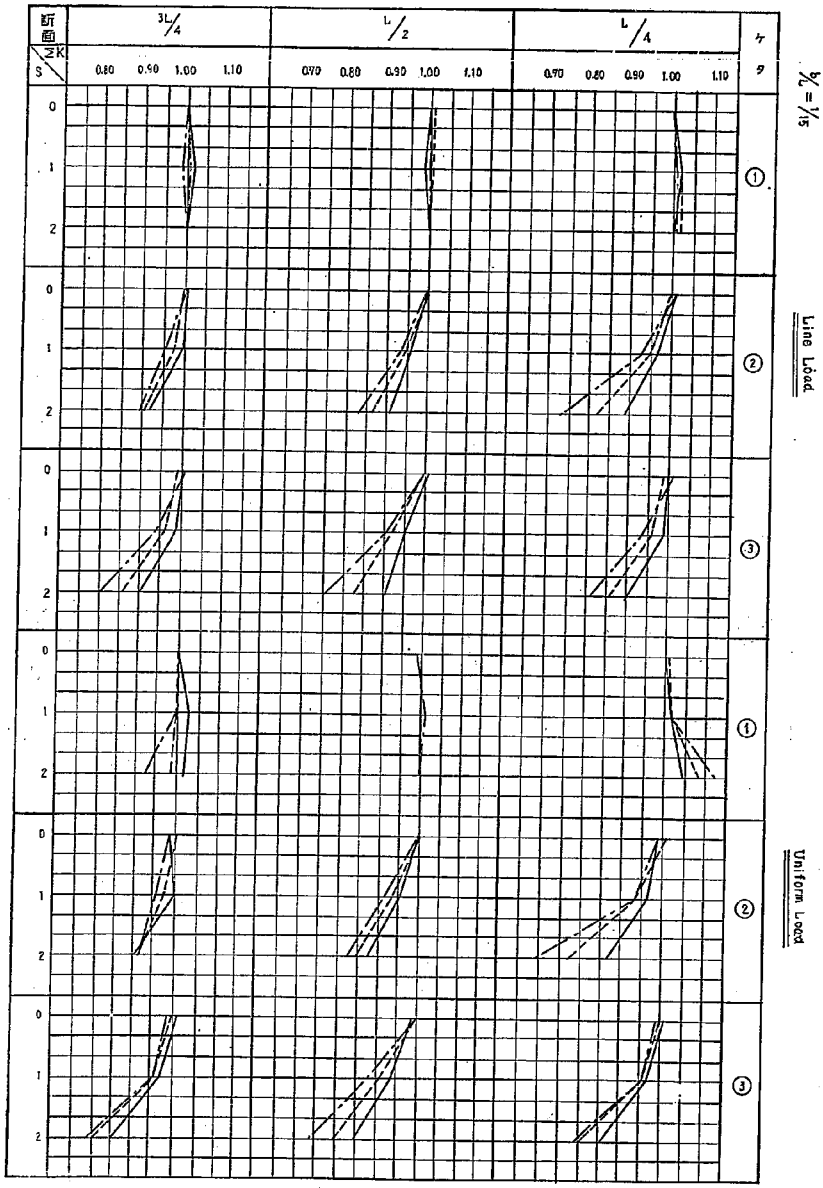
$\theta_2 = 0.120$

S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.08	0.26	0.35	0.26	0.06	0.99
1	0.08	0.22	0.30	0.22	0.08	0.90
2	0.09	0.17	0.23	0.17	0.09	0.75

$\theta_3 = 0.405$

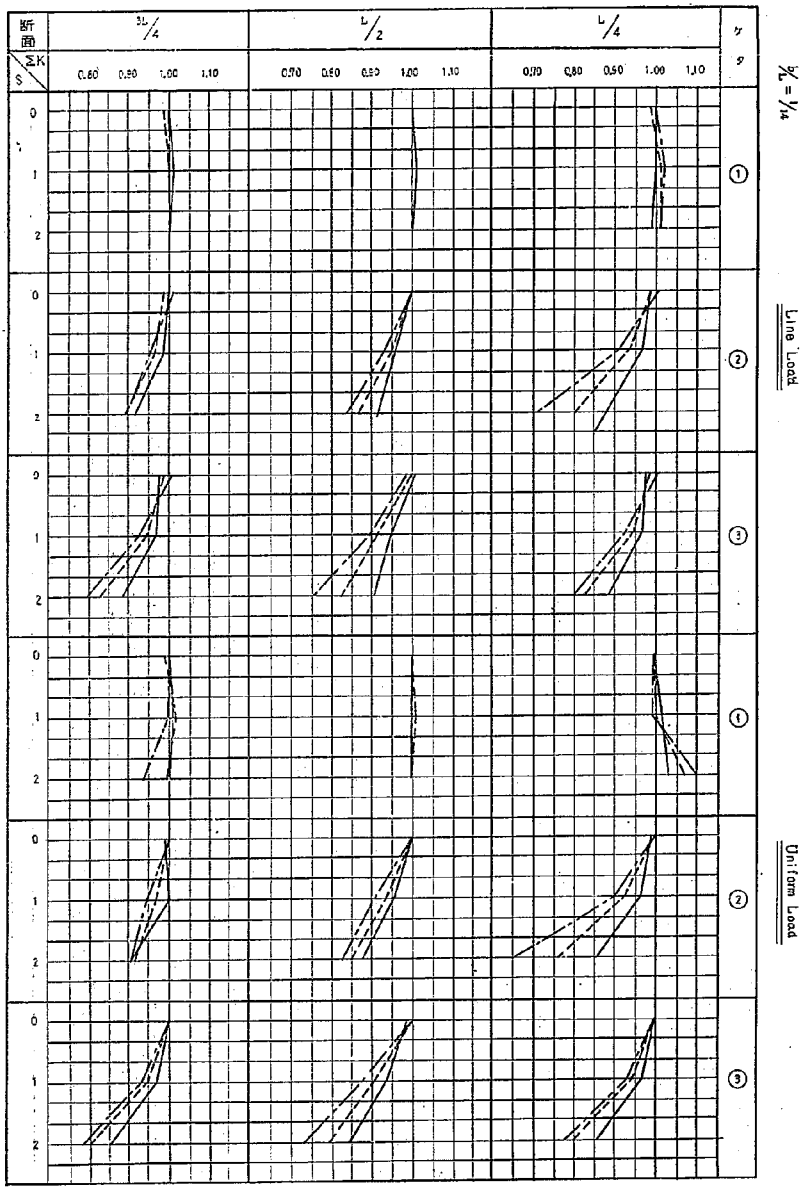
S \ 29	1	2	3	4	5	Σ
0	0.14	0.23	0.26	0.23	0.14	1.00
1	0.12	0.20	0.23	0.20	0.12	0.87
2	0.11	0.15	0.17	0.15	0.11	0.69

附図—12-2-3 等分布荷重 $b/L=1/10$ $L_3/2$-断面



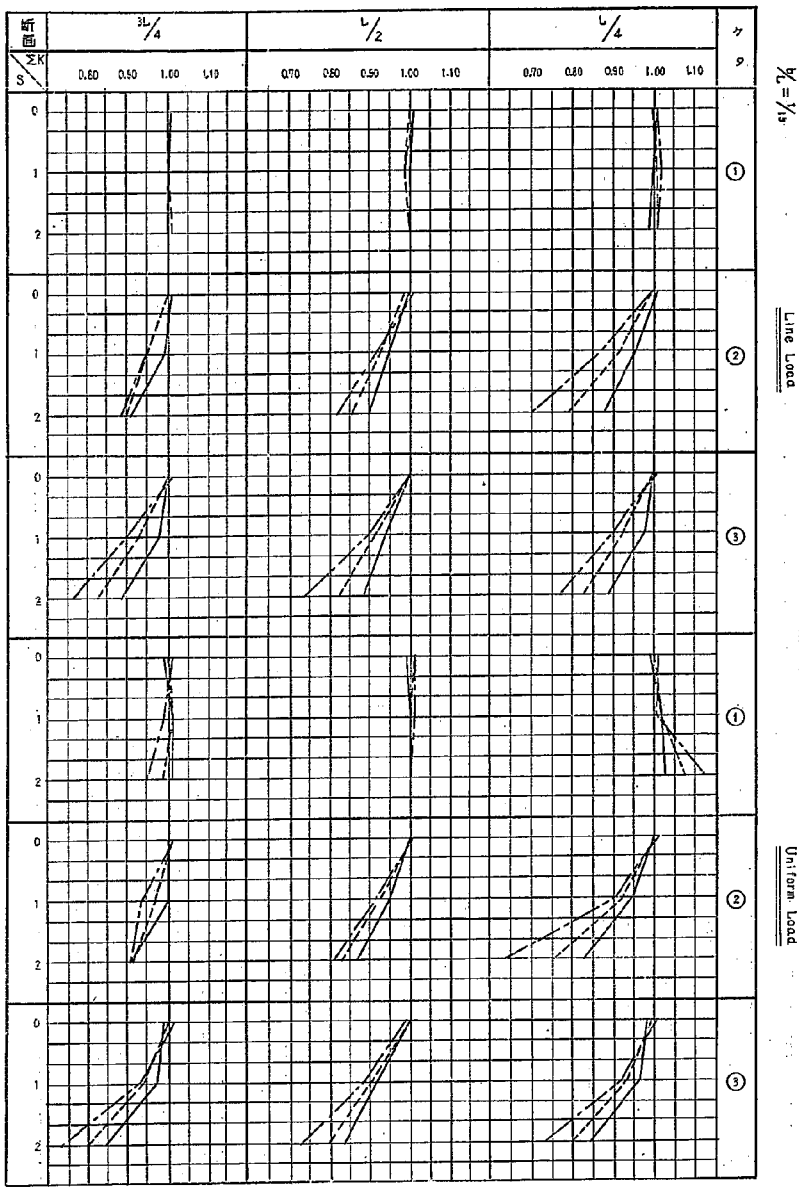
附図—13—1

附図—13．ΣKおよびΣkの変化



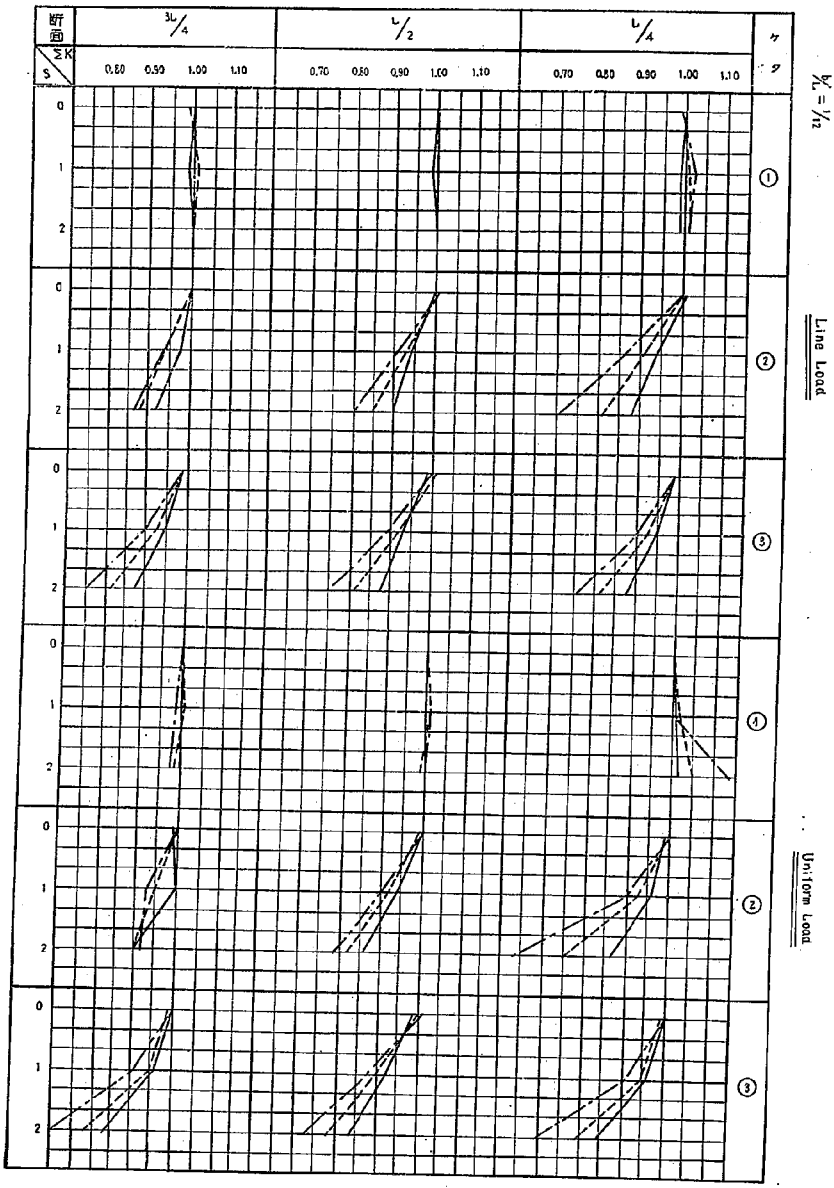
附図—13—2

附図—13 ΣKおよびΣkの変化



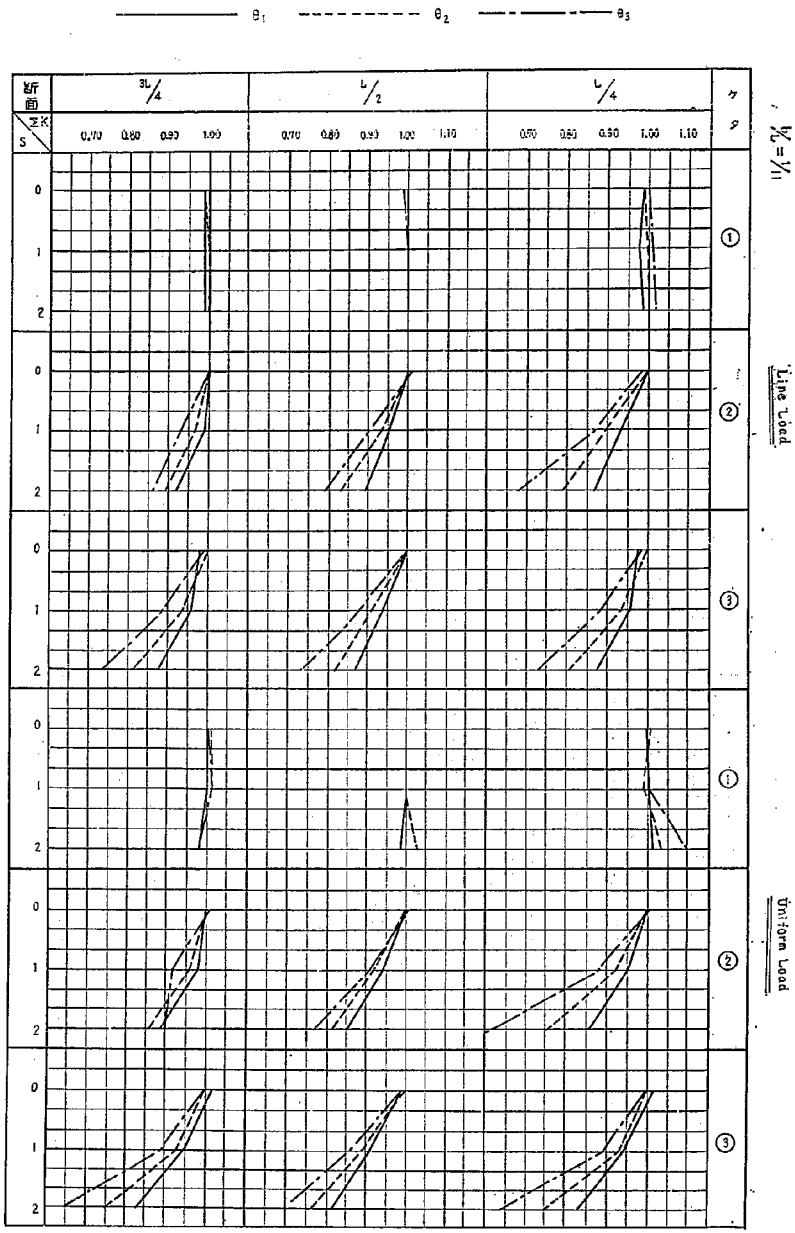
附図—13—3

附図—13 ΣKおよびΣkの変化



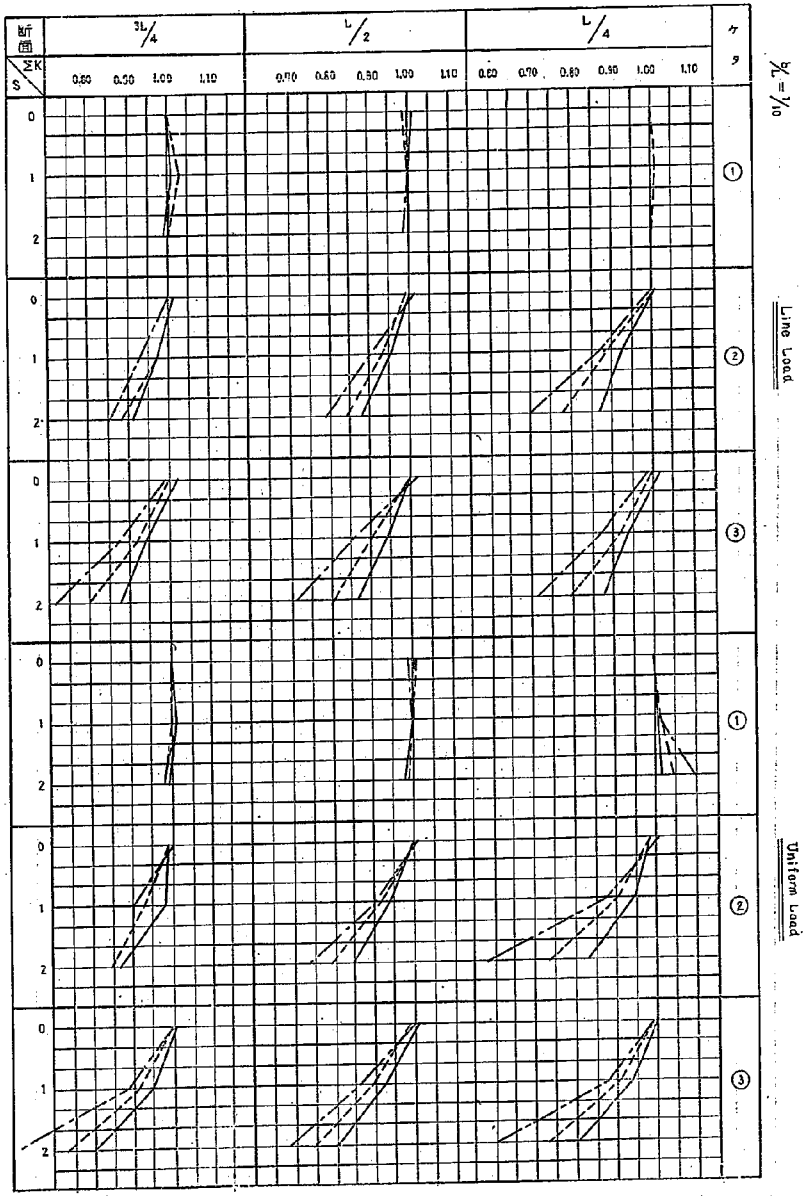
附図—13—4

附図—13 ΣKおよびΣkの変化



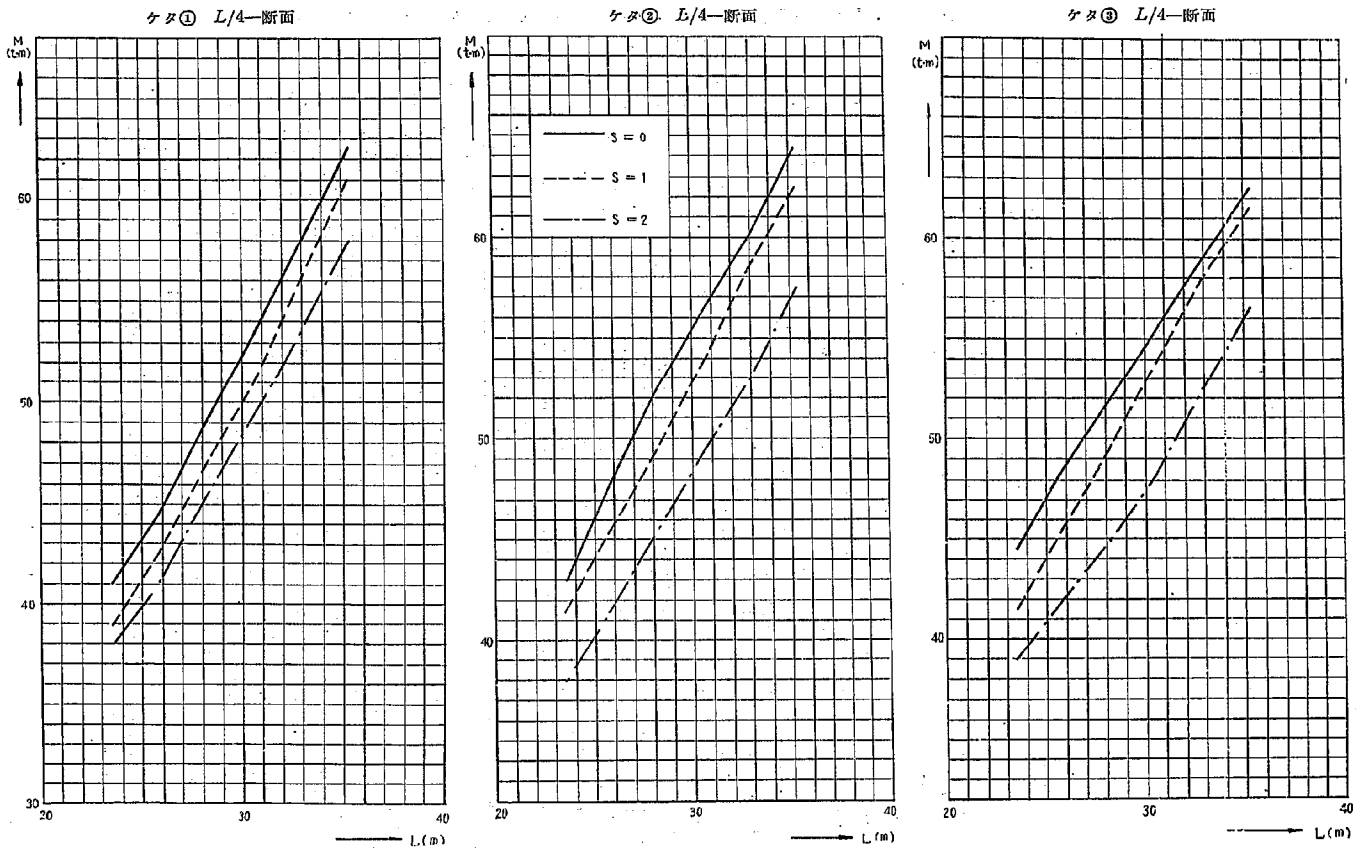
図—13—5

附図—13. ΣKおよびΣkの変化



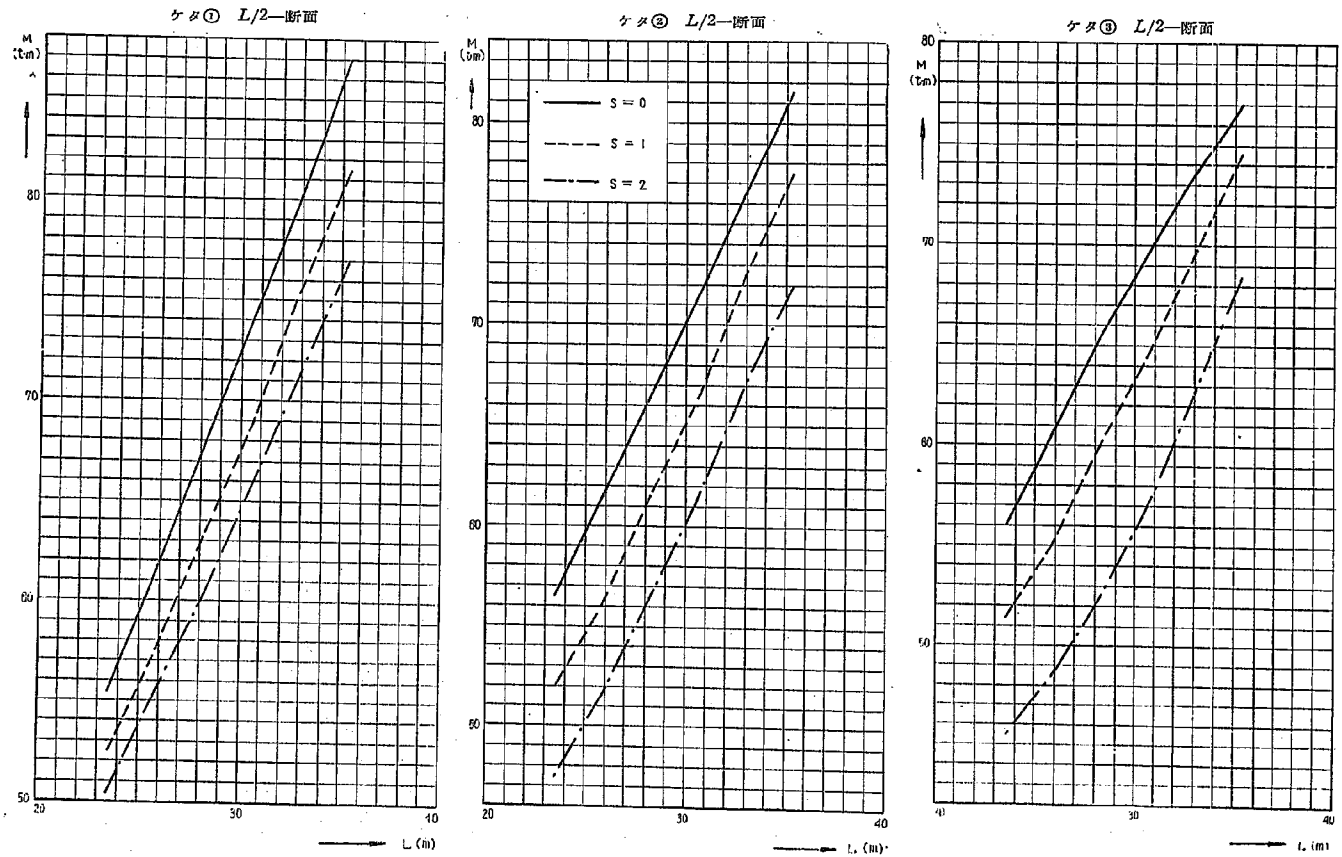
附図—13—6

附図—13 ∑Kおよび∑kの変化



附図—14—1　　附図—14—2　　附図—14—3

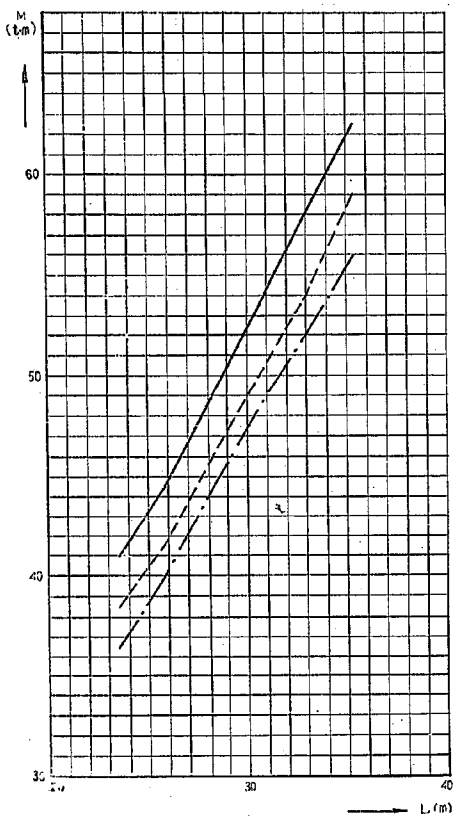
附図—14　線荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）



附図—14—4　附図—14—5　附図—14—6

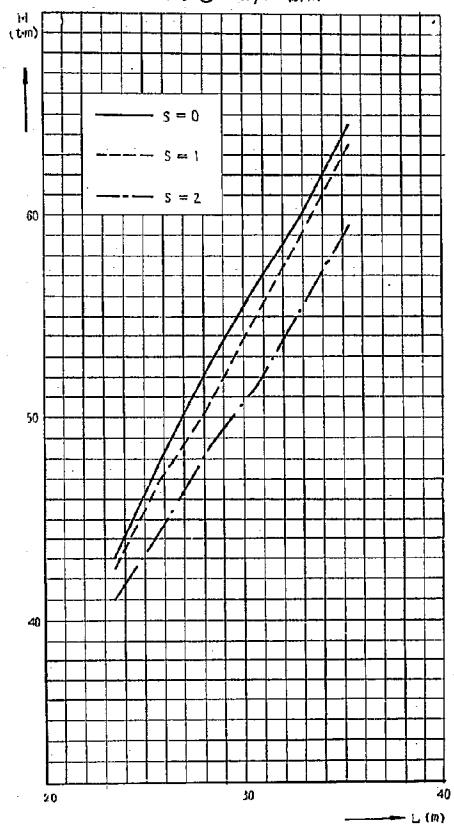
附図—14　線荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）

ケタ① 3L/4—断面



附図—14—7

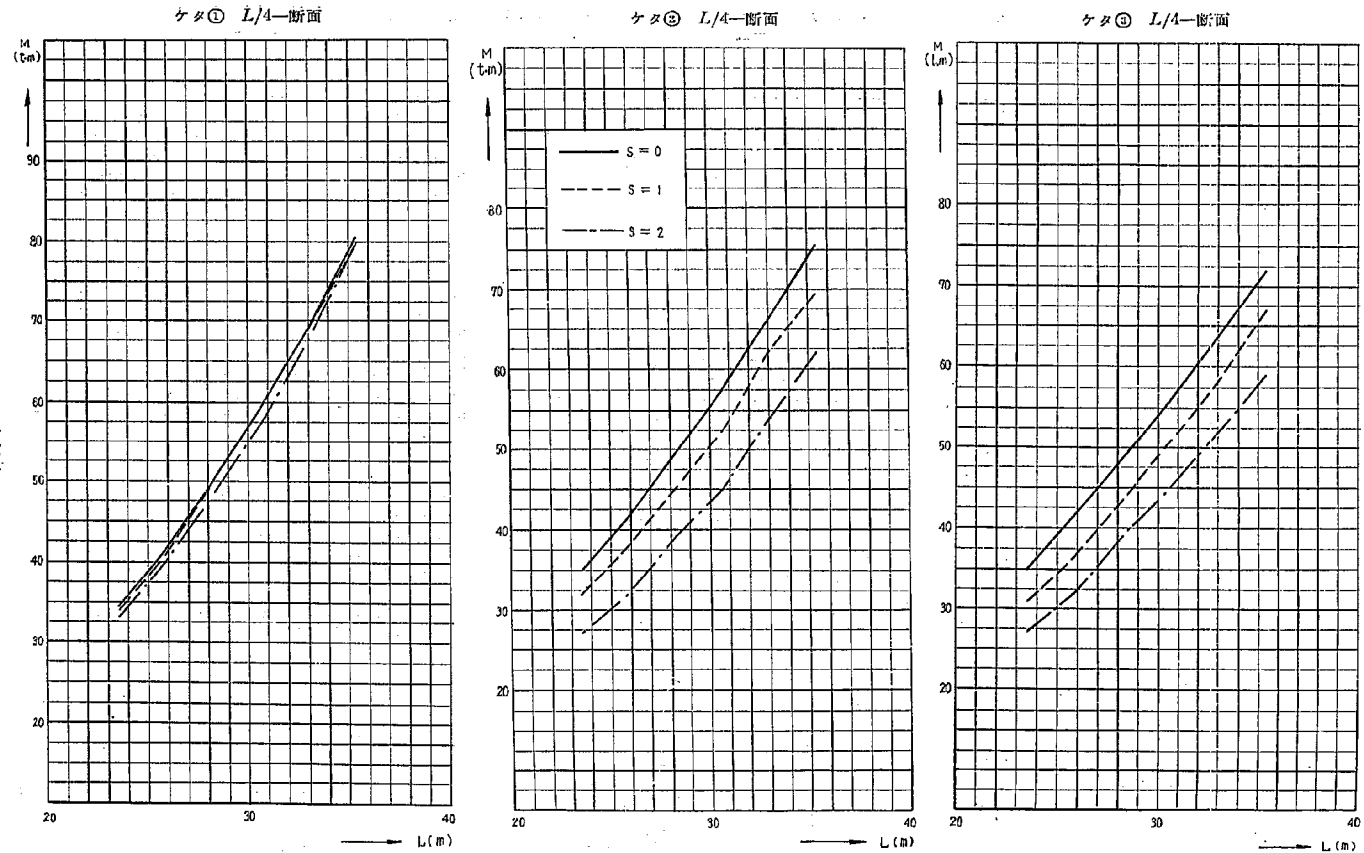
ケタ② 3L/4—断面



附図—14—8

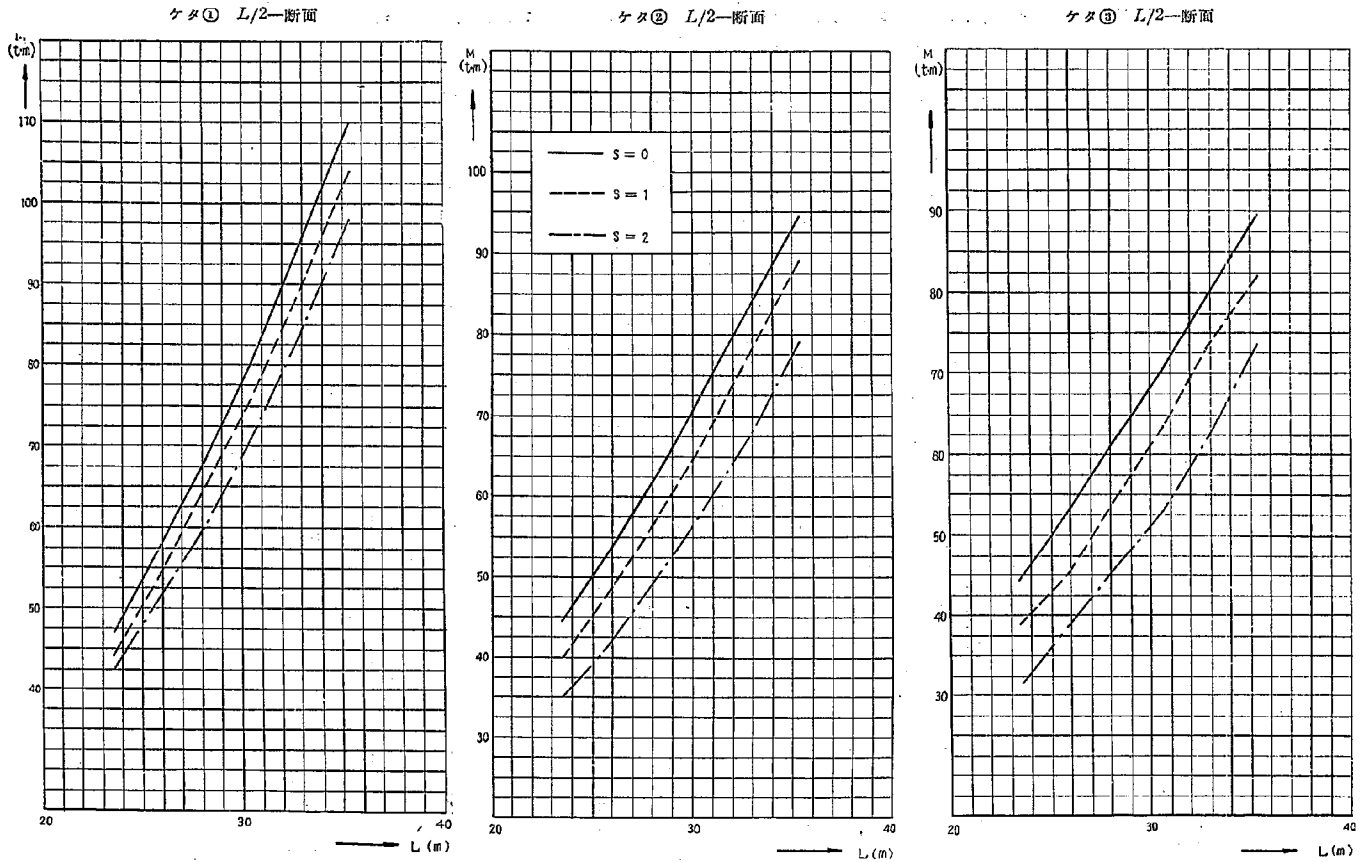
ケタ③ 3L/4—断面は
ケタ③ L/4—断面の
場合と同じ

附図—14 線荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）



附図—15—1　附図—15—2　附図—15—3

附図—15　等分布荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）

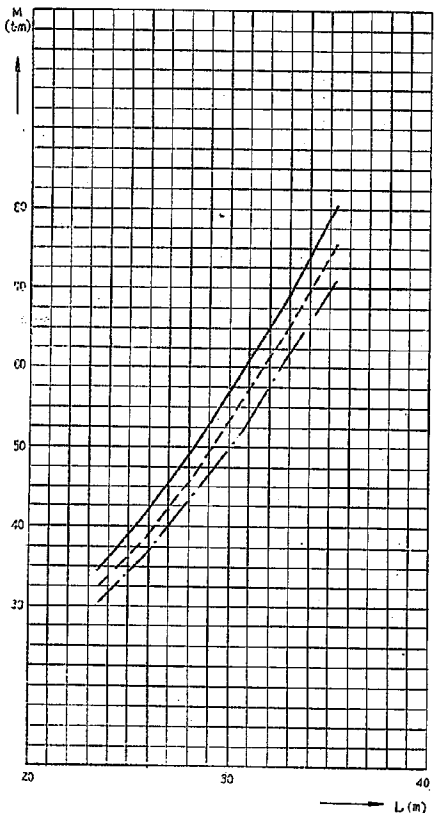


附図—15—4　附図—15—5　附図—15—6

附図—15　等分布荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）

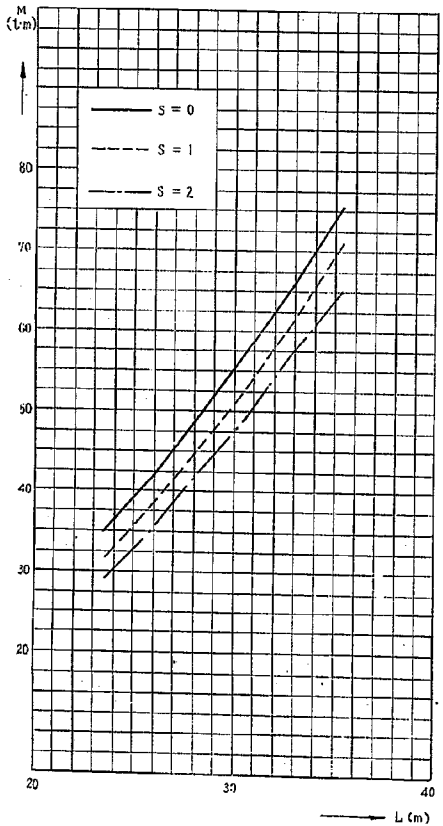
ケタ③ 3L/4—断面は
ケタ① L/4—断面の
場合と同じ。

ケタ① 3L/4—断面



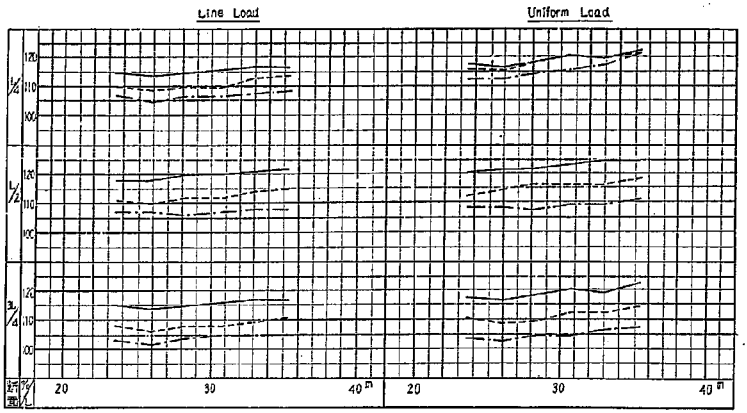
附図—15—7

ケタ③ 3L/4—断面

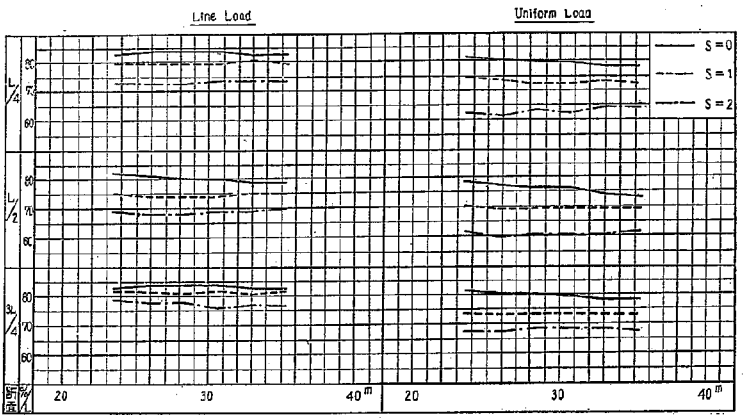


附図—15—8

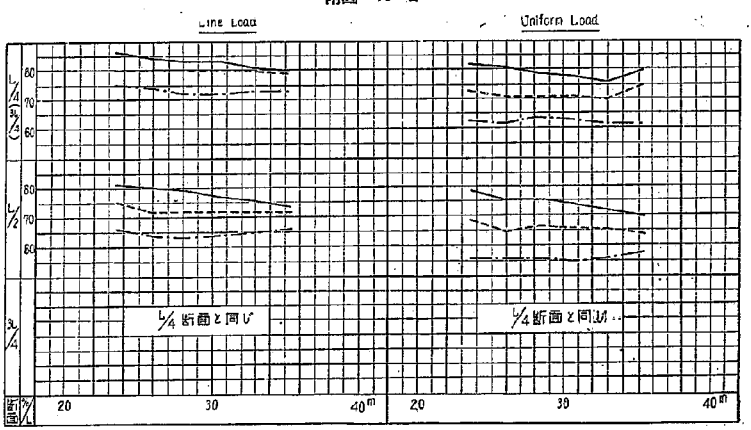
附図—15 等分布荷重による曲げモーメントとスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）



附図—16—1

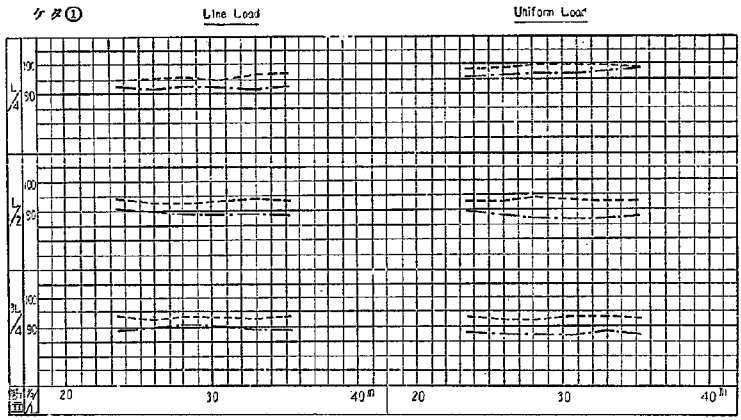


附図—16—2

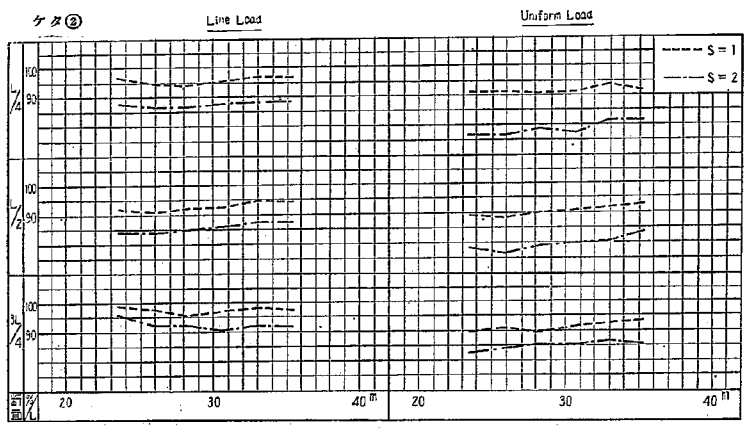


附図—16—3

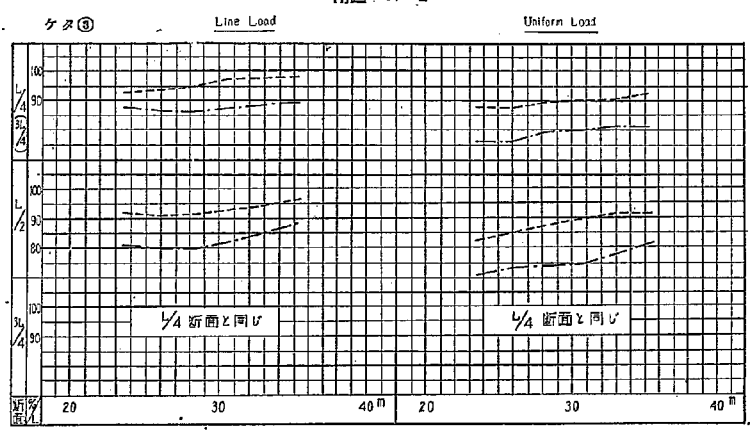
附図—16 〔斜橋の曲げモーメント／慣用計算による曲げモーメント〕の%とスパンとの関係（実橋に相当する θ の場合）



附図—17—1

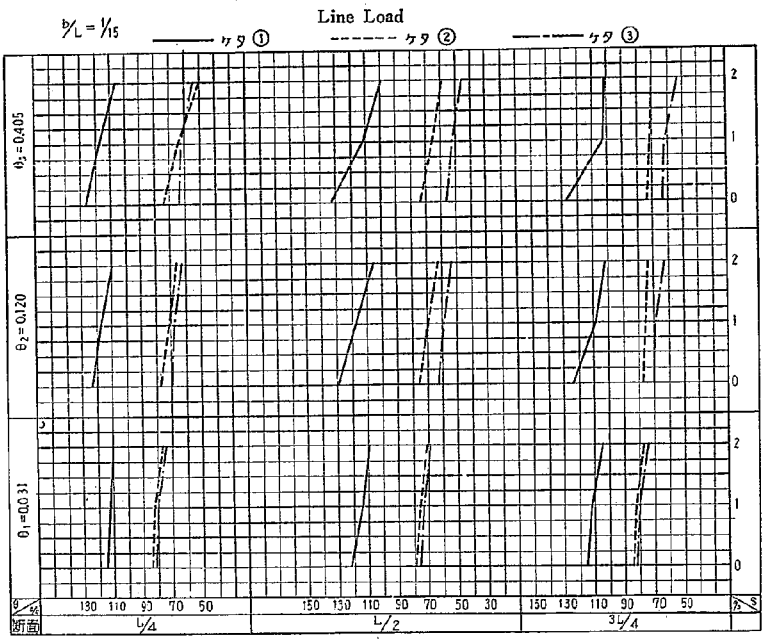


附図—17—2

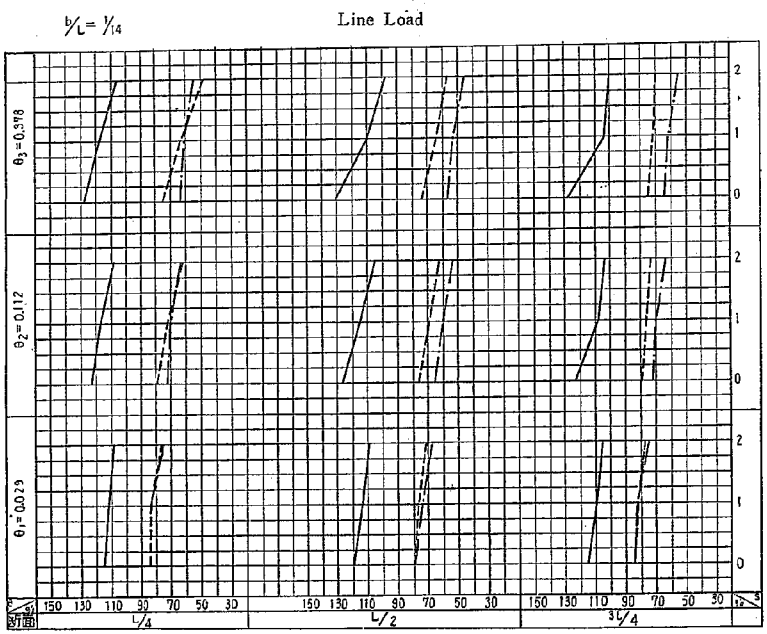


附図—17—3

附図—17 〔斜橋の曲げモーメント/直橋の曲げモーメント〕の%とスパンとの関係(実橋に相当する θ の場合)

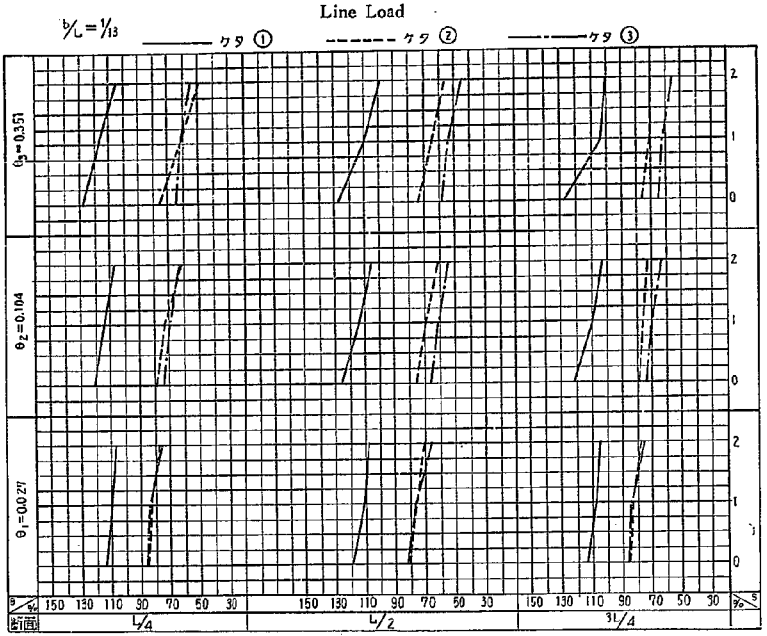


附図—18—1

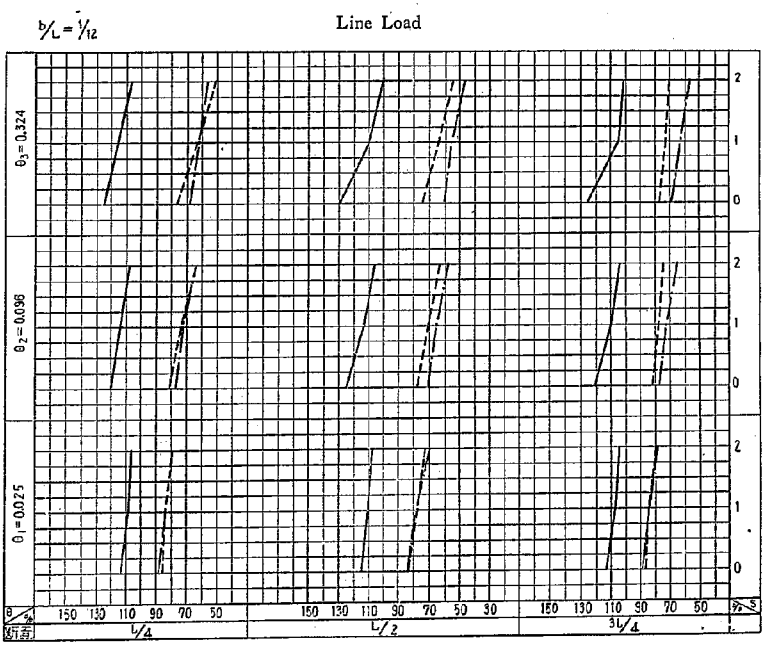


附図—18—2

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)

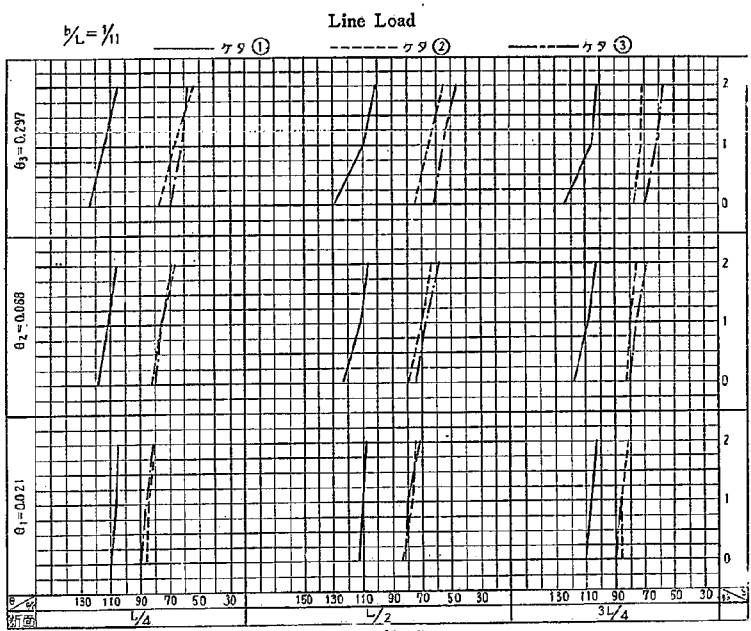


附図—18—3

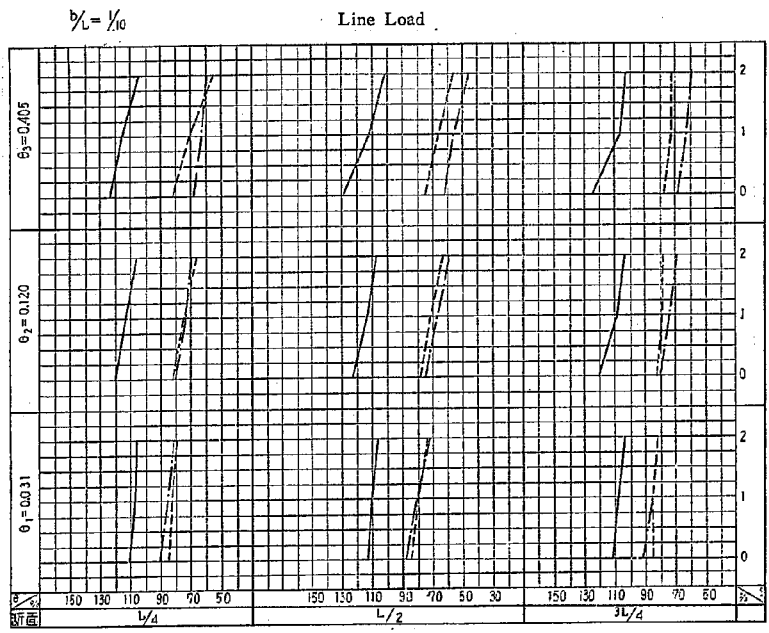


附図—18—4

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)

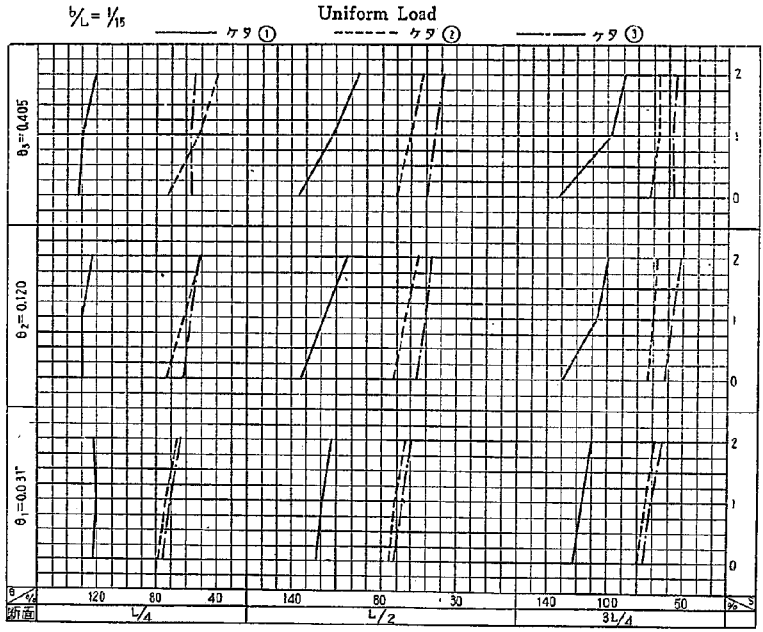


附図—18—5

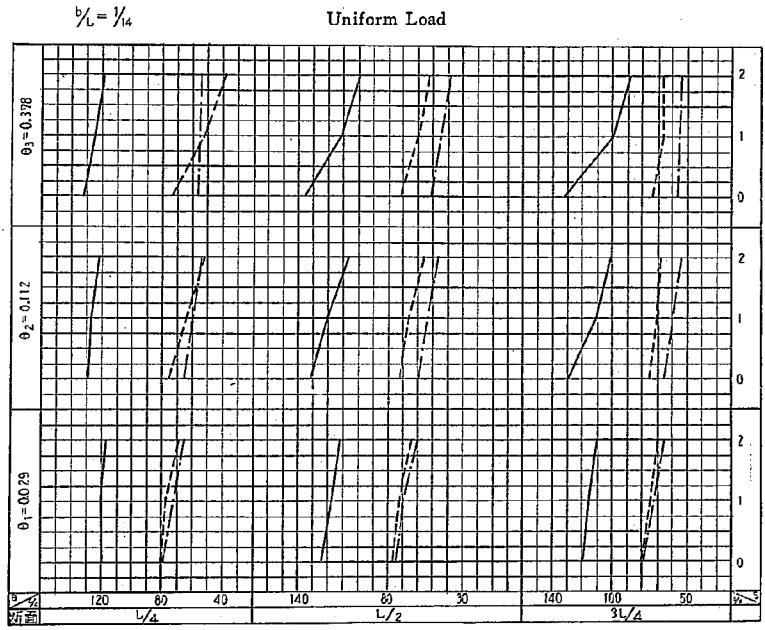


附図—18—6

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)

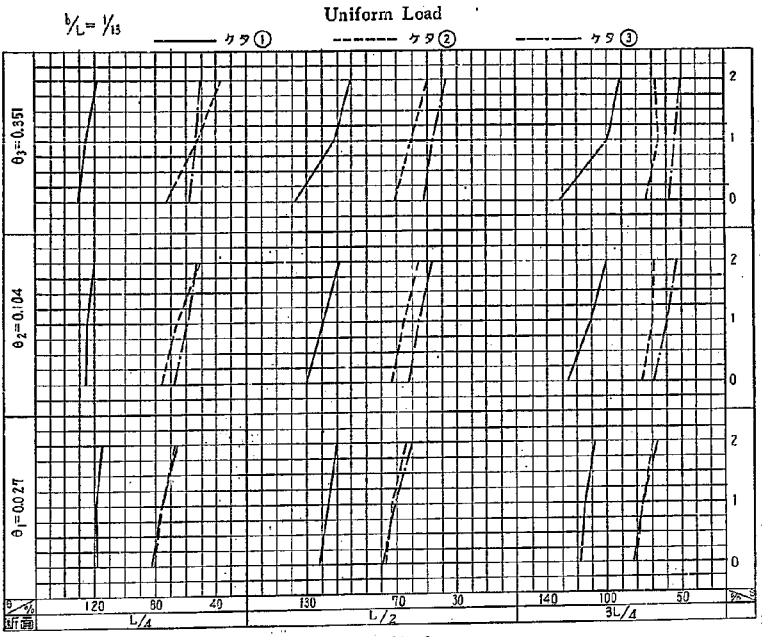


附図—18—7

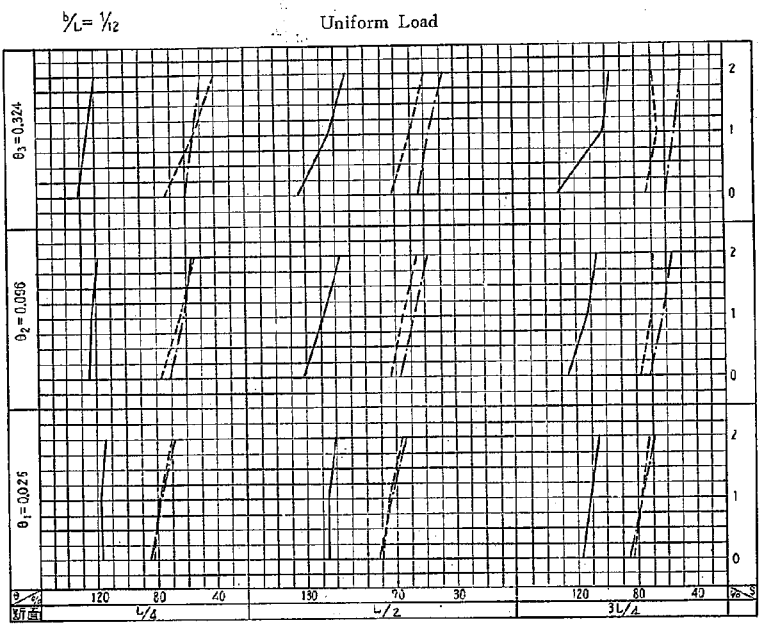


附図—18—8

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)

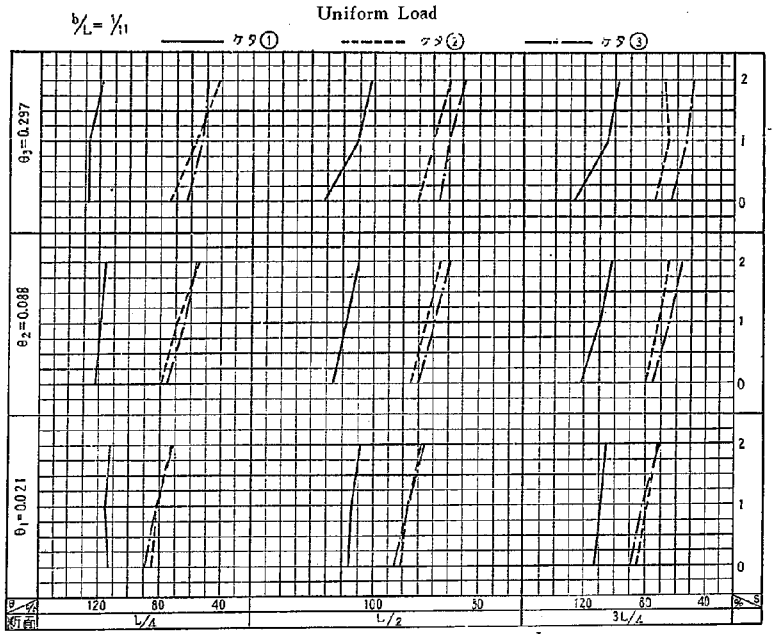


附図—18—9

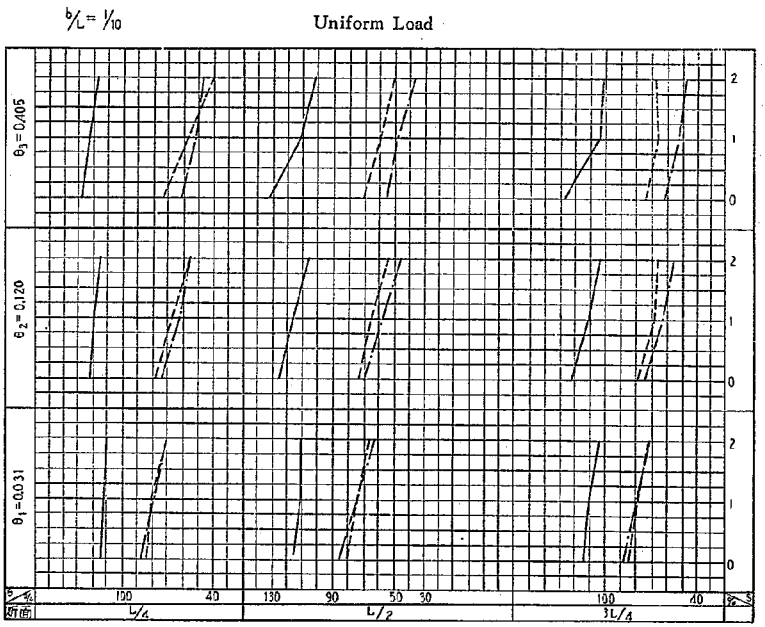


附図—18—10

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)



附図—18—11



附図—18—12

附図—18 〔斜橋の曲げモーメント/慣用計算による曲げモーメント〕の%の変化 ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$ の各場合)

アーチダムの温度応力に関する理論的考察

村　幸雄* 中村慶一** 大久保忠良*** 飯田隆一***

(昭和34年11月)

要旨：

本報告では，内外面で周期的に温度が変化する場合の円壔内の温度分布を求め，これをアーチの弾性方程式に代入してアーチ温度応力の弾性解を求め，この計算に用いる諸係数の数表を作製した。さらにこれを用いて種々な形のアーチの温度応力を求め，その特性を論じ，最後に実際のダムにこの解を適用して，温度応力を求めた。

目　次

1. 基本方程式……(1)
2. ダム内の温度分布……(4)
3. アーチ内の温度応力（その1）……(5)
4. アーチ内の温度応力（その2）……(9)
5. アーチ内の温度応力（その3）……(11)
6. 数　表……(12)
7. アーチの温度応力の特性……(25)
8. 片持梁の温度応力……(36)
9. アーチダムの温度応力の解析実例…(37)
10. 結　論……(42)

1. 基本方程式

従来ダム内の温度分布については，Glover[1]，Rawhouser[2]氏などの数多くの研究がなされてきた。また，これによる温度応力については，断面内平均の温度変化による応力はすでに米国開拓局の試し荷重法に加味されている。しかし，最近ダムの実測資料より，表面近くに形成される温度こう配による温度応力もかなりの値に達していること[3]，およびダムの上下流面の温度差も，ダムの構造作用にかなりの影響を与えていることが指摘されている[4]。これらの温度応力を加味すべく，ダムの外面の温度が周期的に変化する場合について理論的にとり扱ってみよう。

これらの温度応力をとり扱うにあたって，アーチの温度応力を平面ひずみの状態を仮定して解析し，このとき発生する鉛直応力の上下の差を片持梁要素に加味することとして考察することにする。

アーチの温度応力を平面ひずみの状態を仮定して考察してみる。

$$\varepsilon_r=\frac{1}{E}[\sigma_r-\nu(\sigma_\theta+\sigma_z)]+cT$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E}[\sigma_\theta-\nu(\sigma_r+\sigma_z)]+cT$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}[\sigma_z-\nu(\sigma_r+\sigma_\theta)]+cT$$

$$\gamma_{r\theta}=\frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{r\theta}$$

平面ひずみの状態を仮定すれば

$$\varepsilon_z=0 \qquad \therefore\ \sigma_z=\nu(\sigma_r+\sigma_\theta)-cET$$

$$\begin{cases}\varepsilon_r=\dfrac{1+\nu}{E}[\sigma_r-\nu(\sigma_r+\sigma_\theta)+cET]\\[2ex]\varepsilon_\theta=\dfrac{1+\nu}{E}[\sigma_\theta-\nu(\sigma_r+\sigma_\theta)+cET]\\[2ex]\gamma_{r\theta}=\dfrac{2(1+\nu)}{E}\tau_{r\theta}\end{cases}$$

平衡方程式は

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta}+\dfrac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=0\\[2ex]\dfrac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+2\dfrac{\tau_{r\theta}}{r}=0\end{cases}$$

これから

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2F}{\partial\theta^2},\quad \sigma_\theta=\frac{\partial^2F}{\partial r^2},$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)$$

とおけば，これは平衡方程式を満足する。また，ひずみは

$$\varepsilon_r=\frac{1+\nu}{E}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2F}{\partial\theta^2}-\nu\nabla^2F+cET\right]$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{1+\nu}{E}\left[\frac{\partial^2F}{\partial r^2}-\nu\nabla^2F+cET\right]$$

$$\gamma_{r\theta}=-\frac{2(1+\nu)}{E}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\theta}\right)$$

* ダム部長　** ダム水理研究室長　*** ダム構造研究室研究員

(1) "Cooling of Dams" B.R. Boulder Canyon Project, Final Report. Bull. 3, Part Ⅶ.
(2) "Temperature Control of Mass Concrete" by C. Rawhouser, C. 28, Bureau of Reclamation, Denver August 1943.
(3) "Arch Dam, Design and Observation of Arch Dams in Portugal" by M. Roch, Proc. A.S.C.E. 1956, Power D; Vision P.O. 3, Paper 997.
(4) "Observed Behavior of Several Italian Arch Dams" by Tonini Proc. A.S.C.E. 1956, P.O. 6.

であり，極座標の場合の適合条件式は

$$\frac{\partial^2\varepsilon_\theta}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial\varepsilon_\theta}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\gamma_{r\theta}}{\partial r\partial\theta}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial\gamma_{r\theta}}{\partial\theta}=\frac{1}{r}\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial r}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varepsilon_r}{\partial\theta^2}$$

であるから

$$\Delta^2F+\frac{mEc}{m-1}\Delta T=0$$

いま，温度 T は r のみの函数であるとする。しかるとき，F' を bei harmonic function とすると

$$F=F'-\frac{mEc}{m-1}\int\frac{dr}{r}\int Trdr$$

さて，中心角は θ_A，一端は岩盤にとりつけられ，他端は自由端である曲り梁を考え，これに θ 方向には変化していない温度変化 T が与えられたときの応力を求めてみる。このとき

$$F=a_0r^2+b_0\log r+d_0(r^2\log r)-\frac{mEc}{m-1}\int\frac{dr}{r}\int Trdr$$

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}=2a_0+b_0\frac{1}{r^2}+d_0(2\log r+1)-\frac{mEc}{m-1}\cdot\frac{1}{r^2}\int Trdr$$

$$\sigma_\theta=\frac{\partial^2F}{\partial r^2}=2a_0-b_0\frac{1}{r^2}+d_0(2\log r+3)-\frac{mEc}{m-1}\left(T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\right)$$

$$\tau_{r\theta}=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}\right)=0$$

境界条件は

$$[\sigma_r]_{r=R_u}=[\sigma_r]_{r=R_D}=0$$

$$\int_{R_D}^{R_u}\sigma_\theta dr=\left[\frac{\partial F}{\partial r}\right]_{R_D}^{R_u}=0$$

$$\int_{R_D}^{R_u}r\sigma_\theta dr=\left[r\frac{\partial F}{\partial r}-F\right]_{R_D}^{R_u}=0$$

これから a_0, b_0, d_0 を求めると

$$a_0=\frac{mEc}{4(m-1)}\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr-d_0\left\{\frac{R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D}{2r_mt}+\frac{1}{2}\right\}$$

$$b_0=\frac{mEcr_m^2}{2(m-1)}\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}^2\times\left[\frac{t}{r_m}\left(\frac{1}{r^2}\int Trdr\right)_{R_D}^{R_u}-\left[\frac{1}{r_m^2}\int Trdr-\frac{2}{r_m^2}\int\frac{dr}{r}\int Trdr\right]_{R_D}^{R_u}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Big/\left[\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right]$$

$$d_0=\frac{mEc}{2(m-1)}\times\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\times\left[\frac{1}{r^2}\int Trdr\right]_{R_D}^{R_u}-\frac{t}{r_m}\left[\frac{1}{r_m^2}\int Trdr-\frac{2}{r_m^2}\int\frac{dr}{r}\int Trdr\right]_{R_D}^{R_u}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Big/\left[\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right]$$

これから表面応力を求めると，

$$[\sigma_\theta]_{r=R_u}=\frac{mEc}{2(m-1)}\left\{\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr-2\left[T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\right]_{r=R_u}\right\}-\frac{b_0}{R_u^2}-d_0\times\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-2\right\}$$

$$[\sigma_\theta]_{r=R_D}=\frac{mEc}{2(m-1)}\left\{\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr-2\left[T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\right]_{r=R_D}\right\}-\frac{b_0}{R_D^2}-d_0\times\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-2\right\}$$

また，変位を求めると

$$2Gu_r=2\left(1-\frac{2}{m}\right)a_0r-\frac{b_0}{r}+d_0\left\{2\left(1-\frac{2}{m}\right)r\log r-r\right\}+\frac{mEc}{m-1}\frac{1}{r}\int Trdr+l\cos\theta+j\sin\theta$$

$$2Gu_\theta=4d_0\left(1-\frac{1}{m}\right)r\theta+kr-l\sin\theta+j\cos\theta$$

これから $\theta=\theta_A$ において断面内平均の変位および廻転が0であるとして断面内平均の変位および廻転を求めると

$$\Delta\theta_s=\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}\frac{\partial u_\theta}{\partial r}dr=-\frac{m+1}{mE}\left[4d_0\left(1-\frac{1}{m}\right)(\theta_A-\theta)\right]$$

$$\Delta r=\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}u_rdr=\frac{m+1}{mE}r_m\left[2\left(1-\frac{2}{m}\right)a_0-\frac{b_0}{r_m^2}\times\frac{r_m}{t}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}+d_0\left\{\left(1-\frac{2}{m}\right)\times\frac{R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D}{r_mt}-2\left(1-\frac{1}{m}\right)\right\}+\frac{mEc}{m-1}\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}\frac{dr}{r}\int Trdr\right]\times\{1-\cos(\theta_A-\theta)\}$$

$$\Delta s=-4\frac{m^2-1}{m^2E}d_0r_m(\theta_A-\theta)-\frac{m+1}{m}r_m\times\left[2\left(1-\frac{2}{m}\right)a_0-\frac{b_0}{r_m^2}\frac{r_m}{t}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}+d_0\left\{\left(1-\frac{2}{m}\right)\frac{R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D}{r_mt}-2\left(1-\frac{1}{m}\right)\frac{t}{r_m}\right\}+\frac{mEc}{m-1}\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\times\int_{R_D}^{R_u}\frac{dr}{r}\int Trdr\right]\sin(\theta_A-\theta)$$

さて，つぎに一体の対称アーチとしての解を不静定力 H_0, M_0 を導入して求めてみよう。

応力は

$$\sigma_r=2a_0+\frac{b_0}{r^2}+d_0(2\log r+1)-\frac{mEc}{m-1}\frac{1}{r^2}\times\int Trdr+\frac{4(H_0r_m+M_0)}{(R_u^2-R_D^2)^2-(2R_uR_D\log R_u/R_D)^2}\times\left[R_u^2\log\frac{R_u}{r}+R_D^2\log\frac{r}{R_D}-\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\times\log\frac{R_u}{R_D}\right]+\frac{H_0r(1-R_u^2/r^2)(1-R_D^2/r^2)\cos\theta}{(R_u^2+R_D^2)\log R_u/R_D-(R_u^2-R_D^2)}$$

$$\sigma_\theta=2a_0-\frac{b_0}{r^2}+d_0(2\log r+3)-\frac{mEc}{m-1}\left[T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\right]$$

$$+\frac{4(H_0r_m+M_0)}{(R_u^2-R_D)^2-(2R_uR_D\log R_u/R_D)^2}$$

$$\times\Big[R_u^2\log R_u/r+R_D^2\log r/R_D+\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\log R_u/R_D$$

$$-(R_u^2-R_D^2)\Big]-\Big[H_0\Big\{3r-\frac{R_u^2+R_D^2}{r}-\frac{R_u^2R_D^2}{r^3}\Big\}$$

$$\times\cos\theta\Big]\Big/\Big[(R_u^2+R_D^2)\log R_u/R_D-(R_u^2-R_D)^2\Big]$$

$$\tau_{r\theta}=\frac{H_0(1-R_u^2/r^2)(1-R_D^2/r^2)r\sin\theta}{(R_u^2+R_D^2)\log R_u/R_D-(R_u^2-R_D^2)}$$

これから表面応力は

$$[\sigma]_{r=R_u}=\frac{mEc}{2(m-1)}\Big\{\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr$$

$$-2\Big[T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\Big]_{r=R_u}\Big\}-\frac{b_0}{R_u^2}$$

$$-d_0\Big\{\frac{r_m}{t}\Big(1-\frac{t}{2r_m}\Big)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-2\Big\}$$

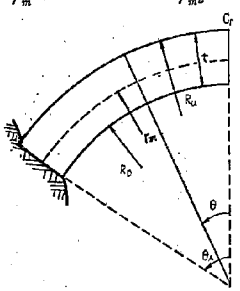
$$+\frac{H_0}{r_m}(\Phi_1+A_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\Phi_1$$

$$[\sigma_\theta]_{r=R_D}=\frac{mEc}{2(m-1)}\Big\{\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr$$

$$-2\Big[T-\frac{1}{r^2}\int Trdr\Big]_{r=R_D}\Big]-\frac{b_0}{R_D^2}$$

$$-d_0\Big\{\frac{r_m}{t}\Big(1+\frac{t}{2r_m}\Big)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-2\Big\}$$

$$+\frac{H_0}{r_m}(\Psi_1-\Sigma_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\Psi_1$$



図—1

ただし，

$$\Phi_1=2\Big[\Big(1-\frac{t}{2r_m}\Big)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\Big]\Big/$$

$$\Big[\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2-\Big(\Big\{1-\frac{1}{4}\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2\Big\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\Big)^2\Big]$$

$$\Psi_1=2\Big[\Big(1+\frac{t}{2r_m}\Big)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\Big]\Big/$$

$$\Big[\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2-\Big(\Big\{1-\frac{1}{4}\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2\Big\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\Big)^2\Big]$$

$$A_1=2\frac{t}{r_m}\Big/\Big[\Big(1+\frac{t}{2r_m}\Big)\Big(\Big\{1+\frac{1}{4}\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2\Big\}$$

$$\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\Big]\Big]$$

$$\Sigma_1=2\frac{t}{r_m}\Big/\Big[\Big(1-\frac{t}{2r_m}\Big)\Big(\Big\{1+\frac{1}{4}\Big(\frac{t}{r_m}\Big)^2\Big\}$$

$$\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\Big]\Big]$$

とする。また，変位は

$$2Gu_r=2\Big(1-\frac{2}{m}\Big)a_0r-\frac{b_0}{r}+d_0\Big\{2\Big(1-\frac{2}{m}\Big)r\log r-r\Big\}$$

$$+\frac{mEc}{m-1}\frac{1}{r}\int Trdr$$

$$+\frac{H_0}{2\{(R_u^2+R_D^2)\log R_u/R_D-(R_u^2-R_D^2)\}}$$

$$\times\Big[\Big\{\frac{m-4}{m}r^2-2(R_u^2+R_D^2)\Big(\frac{m-2}{m}\log r$$

$$-\frac{3m-2}{m}\Big)-\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\Big\}\cos\theta-4\Big(1-\frac{1}{m}\Big)$$

$$\times(R_u^2+R_D^2)\theta\sin\theta\Big]$$

$$+\frac{4(H_0r_m+M_0)}{(R_u^2-R_D^2)^2-(2R_uR_D\log R_u/R_D)^2}$$

$$\times\Big[\Big(1-\frac{2}{m}\Big)(R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D)r$$

$$+\Big(1-\frac{1}{m}\Big)(R_u^2-R_D^2)r+\frac{R_u^2R_D^2}{r}\log\frac{R_u}{R_D}$$

$$-\Big(1-\frac{2}{m}\Big)(R_u^2-R_D^2)r\log r\Big]+l\cos\theta$$

$$+j\sin\theta$$

$$2Gu_\theta=4\Big(1-\frac{1}{m}\Big)d_0r\theta+2\Big[(R_u^2+R_D^2)\log\frac{R_u}{R_D}$$

$$-(R_u^2-R_D^2)\Big]\Big[\Big\{\frac{5m-4}{m}r^2-2(R_u^2+R_D^2)$$

$$\times\Big(2\frac{m-1}{m}-\frac{m-2}{m}\log r\Big)-\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\Big\}\sin\theta$$

$$-4(R_u^2+R_D^2)\Big(1-\frac{1}{m}\Big)\theta\cos\theta\Big]-8\Big(1-\frac{1}{m}\Big)$$

$$\times\frac{(H_0r_m+M_0)(R_u^2-R_D^2)r\theta}{(R_u^2-R_D^2)^2-(2R_uR_D\log R_u/R_D)^2}+kr$$

$$-l\sin\theta+j\cos\theta$$

ここに k, l, j は任意定数とする。つぎにアーチの対称性から

$\theta=0$ において　$u_\theta=0$　　$\therefore$　$k=0$, $j=0$

また，abutment においては，断面内平均の変位および廻転は岩盤のそれに等しいから

$$M_A\alpha'+V_A\alpha'_2=\Big[\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}\frac{\partial u_\theta}{\partial r}dr\Big]_{\theta=\theta_A}$$

$$M_A\alpha'_2+V_A\alpha'=\Big[\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}u_rdr\Big]_{\theta=\theta_A}$$

$$H_A\beta'=\Big[\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}u_\theta dr\Big]_{\theta=\theta_A}$$

ただし，　$M_A=H_0r_m(1-\cos\theta_A)+M_0$,

$H_A=H_0\cos\theta_A$,　$V_A=H_0\sin\theta_A$

これから，断面内平均の変位および廻転を求め，未知数 l を消去して H_0, M_0 に関する方程式を求めると，

$$\chi_1-H_0\eta_1+\frac{M_0}{r_m}\zeta_1=0$$

$$\omega_1-H_0\mu_1+\frac{M_0}{r_m}\nu_1=0$$

ただし，

$$\mu_1=-G_1\sin\theta_A+F_1\theta_A\cos\theta_A+(B_1+D_1)\sin\theta_A$$

$$\times\cos\theta_A+E_1\theta_A+E\{r_m\alpha'_2(1-\cos\theta_A)\sin\theta_A+\tau'\sin^2\theta_A+\beta'\cos^2\theta_A\}$$

$$\nu_1=G_1\sin\theta_A-F_1\theta_A\cos\theta_A-E\alpha_2'r_m\sin\theta_A$$

$$\eta_1=F_1\theta_A+B_1\sin\theta_A+E\{\alpha'r_m^2(1-\cos\theta_A)+\alpha'_2r_m\sin\theta_A\}$$

$$\zeta_1=-(F_1\theta_A+E\alpha'r_m^2)$$

$$\chi_1=K_1\theta_A,\quad \omega_1=I_1\sin\theta_A+K_1\theta_A\cos\theta_A$$

$$A_1=2\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{m^2}\right)\left[\frac{t}{r_m}+\left(1-\frac{1}{2r_m}\right)^2\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Big/\left[\left(\frac{t}{r_m}\right)^2-\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2\right]$$

$$B_1=-\left(1+\frac{1}{m}\right)\cdot\left[\left(3-\frac{2}{m}\right)+\left(1-\frac{2}{m}\right)\frac{r_m}{t}\left\{1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Big/\left[\left\{1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\right]$$

$$D_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)\cdot\left[1-\frac{3m-1}{6m}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2+\left(1-\frac{2}{m}\right)\times\frac{r_m}{t}\left\{1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Big/\left[\left\{1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\right]$$

$$E_1=2\left(1-\frac{1}{m^2}\right)\left[1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right]\Big/\left[\left\{1+\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}-\frac{t}{r_m}\right]$$

$$F_1=\left[4\left(1-\frac{1}{m^2}\right)\frac{t}{r_m}\right]\Big/\left[\left(\frac{t}{r_m}\right)^2-\left[\left\{1-\frac{1}{4}\times\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2\right]$$

$$G_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)\left[\left(3-\frac{4}{m}\right)\frac{t}{r_m}+\frac{r_m}{t}\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2\right]\Big/\left[\left(\frac{t}{r_m}\right)^2-\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2\right]$$

$$I_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)r_m\left[Ec\frac{r_m}{t}\frac{1}{r_m^2}\int_{R_D}^{R_u}Trdr-4\left(1-\frac{1}{m}\right)d_0\right]$$

$$K_1=4\left(1-\frac{1}{m^2}\right)d_0r_m$$

とする。

これから

$$H_0=\frac{\chi_1\nu_1-\omega_1\zeta_1}{\eta_1\nu_1-\mu_1\zeta_1},\qquad \frac{M_0}{r_m}=\frac{\chi_1\mu_1-\omega_1\eta_1}{\eta_1\nu_1-\mu_1\zeta_1}$$

$$\Delta\theta_z=\frac{1}{Er_m}\left[K_1\theta-\left(H_0+\frac{M_0}{r_m}\right)F_1\theta-H_0B_1\sin\theta\right]$$

$$\Delta r=\frac{1}{E}\Big[I_1(1-\cos\theta_A\cos\theta)+K_1\theta_A\sin\theta_A\cos\theta-\frac{M_0}{r_m}\{F_1\theta_A\sin\theta_A\cos\theta-G_1(1-\cos\theta_A\cos\theta)-\alpha'_2r_mE\cos\theta_A\cos\theta\}-H_0\{F_1\theta_A\sin\theta_A\cos\theta-G_1(1-\cos\theta_A\cos\theta)+(B_1+D_1)\sin^2\theta_A\cos\theta+E_1\theta\sin\theta-E\cos\theta[\alpha'_2r_m(1-\cos\theta_A)\cos\theta_A+(\tau'-\beta')\sin\theta_A\cos\theta_A]\}\Big]$$

$$\Delta s=\frac{1}{E}\Big[-I_1\cos\theta_A\sin\theta-K_1(\theta-\sin\theta_A\sin\theta)+\frac{M_0}{r_m}\{F_1(\theta-\theta_A\sin\theta_A\sin\theta)-G_1\cos\theta_A\sin\theta+\alpha'_2r_mE\cos\theta_A\sin\theta+H_0\{F_1(\theta-\theta_A\sin\theta_A\sin\theta)-G_1\cos\theta_A\sin\theta+(B_1+D_1)\cos^2\theta_A\sin\theta+E_1\theta\cos\theta+E\sin\theta[\alpha'_2r_m(1-\cos\theta_A)\cos\theta_A+(\tau'-\beta')\sin\theta_A\cos\theta_A]\}\Big]$$

2. ダム内の温度分布

コンクリートの表面の温度は，これに接する物質の温度に等しいとし，ダム内の温度分布を求めることにする。また岩盤の近くでは，岩盤に熱が拡散するために分布がかなり乱れていることが予想されるが，この影響を無視して一次元的にとり扱うことにする。コンクリートの熱拡散係数を k^2 とすると，コンクリートの熱伝導の方程式は

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}=k^2\left(\frac{\partial^2T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

境界条件は

$$r=R_D\text{ にて}\quad T=\mathfrak{A}_0+\mathfrak{A}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau$$

$$r=R_u\text{ にて}\quad T=\mathfrak{B}_0+\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\delta)$$

にて与えられるとする。しかるとき，

$$T=\frac{\mathfrak{A}_0\log R_u/r+\mathfrak{B}_0\log r/R_D}{\log R_u/R_D}+\frac{1}{\Delta}\Big[\mathfrak{A}_1\Big\{\Big[\Delta_{21}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{22}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{32}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{24}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau-\Big[\Delta_{21}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{22}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{23}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{24}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\times\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\Big\{\Big[\Delta_{31}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{32}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{33}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{34}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau-\Big[\Delta_{31}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{32}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{33}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{34}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\times\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}$$

$$+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\Big\{\Big[\Delta_{41}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{42}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{43}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{44}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau-\Big[\Delta_{41}\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{42}\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\Delta_{43}\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\Delta_{44}\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}$$

ただし

$$\Delta=\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

とし，Δ_{21}, Δ_{22}……は行列式 Δ の小行列式とする。また x が 1 より大きいときは

$$\mathrm{ber}\,x=\frac{e^{\beta}}{\sqrt{2\pi x}}\cos\alpha$$

$$\mathrm{bei}\,x=\frac{e^{\beta}}{\sqrt{2\pi x}}\sin\alpha$$

$$\mathrm{ker}\,x=\sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,e^{\beta}\cos\gamma$$

$$\mathrm{kei}\,x=\sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,e^{\beta}\sin\gamma$$

にて表わされる。ただし

$$\alpha=\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{\pi}{8}-\frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{1}{x}-\frac{1}{16}\frac{1}{x^2}-\frac{25}{384\sqrt{2}}\frac{1}{x^3}+\frac{1073}{5120\sqrt{2}}\frac{1}{x^5}+\frac{103}{192}\frac{1}{x^6}+\frac{375,733}{229,376\sqrt{2}}\frac{1}{x^7}\cdots$$

$$\beta=\frac{x}{\sqrt{2}}+\frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{1}{x}-\frac{25}{384\sqrt{2}}\frac{1}{x^3}-\frac{13}{128}\frac{1}{x^4}-\frac{1073}{5120\sqrt{2}}\frac{1}{x^5}+\frac{375,733}{229,376\sqrt{2}}\frac{1}{x^7}+\frac{6,238,221,085}{1,073,741,824}\frac{1}{x^8}\cdots\cdots$$

$$\gamma=-\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{\pi}{8}+\frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{1}{x}-\frac{1}{16}\frac{1}{x^2}+\frac{25}{384\sqrt{2}}\frac{1}{x^3}-\frac{1073}{5120\sqrt{2}}\frac{1}{x^5}+\frac{103}{192}\frac{1}{x^6}-\frac{375,733}{229,376\sqrt{2}}\frac{1}{x^7}\cdots$$

$$\delta=-\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{1}{x}+\frac{25}{384\sqrt{2}}\frac{1}{x^3}-\frac{13}{128}\frac{1}{x^4}+\frac{1073}{5120\sqrt{2}}\frac{1}{x^5}-\frac{375,733}{229,376\sqrt{2}}\frac{1}{x^7}+\frac{6,238,221,085}{1,073,741,824}\frac{1}{x^8}\cdots$$

とする。

3. アーチ内の温度応力（その1）

元来温度応力には大別して二つの種類が考えられる。一つは材料の温度膨張に対して，境界面の拘束が存在するために発生する応力であり，もう一つは温度ひずみが適合条件を満足しないために発生する応力である。前者は梁理論によっても近似的にとり扱いうるが，後者は弾性理論による以外とり扱う方法はない。

以上の理由から従来のアーチダムの設計においては，前者に対してのみ考慮が払われており，一般にアーチ内の平均温度の変化を考慮するのみで，特殊な場合にのみ，上下流面の温度差をも加味されている[6]。以下に述べる第一近似，第二近似においては前者に対して，厳密解においては，後者を含めた解を弾性理論によりとり扱うことにする。

第一近似 ——（アーチ内の平均温度の変化のみを考慮する場合）——

アーチ内の平均温度を

$$\overline{T}=\frac{1}{r_m t}\int_{R_D}^{R_U}Tr\,dr$$
$$=T_0+T_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\varepsilon_1)$$

の形に表わすと

$$T_0=\mathfrak{A}_0P_1+\mathfrak{B}_0P_2$$

$$T_1^2=\left(\mathfrak{A}_1P_3-\mathfrak{B}_1P_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right)^2+\left(\mathfrak{A}_1P_4-\mathfrak{B}_1P_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right)^2$$

$$\varepsilon_1=-\frac{\omega}{2\pi}\tan^{-1}\left(\mathfrak{A}_1P_3-\mathfrak{B}_1P_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right)\Big/\left(\mathfrak{A}_1P_4-\mathfrak{B}_1P_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right)$$

ただし

$$P_1=\frac{1}{2}\left\{\left(1\Big/\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)-\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)^2\right\}$$

$$P_2=\frac{1}{2}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)^2-\left(1\Big/\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\right\}$$

$$P_3=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_1-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_2\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

$$P_4=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_3-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_4\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

$$P_5=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_5-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_6\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

$$P_6=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_7-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_8\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

$$P_7=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_9-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_{10}\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

$$P_8=\left\{\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)l_{11}-\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)l_{12}\right\}\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$$

6) Reclamation Manual, Treatise on Dams, Chap. 10, Arch Dam p.524–530.

$$
l_1=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$
l_2=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$
l_3=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$
l_4=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$
l_5=\frac{1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$
l_6=\frac{1}{\triangle}\begin{vmatrix}
\mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\
\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\}
\end{vmatrix}
$$

$$l_7=\frac{1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

$$l_8=\frac{1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

$$l_9=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

$$l_{10}=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

$$l_{11}=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

$$l_{12}=\frac{-1}{\triangle}\begin{vmatrix} \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}\left\{\frac{r_m}{t}\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \\ \mathrm{ber}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{bei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & \mathrm{ker}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} & -\mathrm{kei}'\left\{\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right\} \end{vmatrix}$$

しかるとき

$$b_0=d_0=0$$

$$a_0=\frac{mEc}{4(m-1)}\left\{T_0+T_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_1)\right\}$$

$$I_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)Ecr_m\left\{T_0+T_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_1)\right\}$$

$$K_1=0$$

$$\therefore\ \chi_1=0$$

$$\omega_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)Ecr_m\left\{T_0+T_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_1)\right\}\times\sin\theta_A$$

これから，不静定力 H_0, M_0 および Δr, Δs, $\Delta\theta_z$ が求められる。また応力は

$$[\sigma_\theta]_{r=R_u}=\frac{H_0}{r_m}(\phi_1+\Lambda_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\phi_1$$

$$[\sigma_\theta]_{r=R_D}=\frac{H_0}{r_m}(\Psi_1-\Xi_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\Psi_1$$

第二近似

第二近似においては，温度ひずみが適合条件を満足しないために発生する応力は加味しないが，推力，曲げモーメントおよび変位が厳密解のそれとまったく一致するような温度分布を仮定して，これによる温度応力を求めてみよう。適合条件を満足する温度ひずみを与える温度分布は明らかに，

$$T'=T_2+T_3\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_2)+\left\{T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\cdot(\tau-\mathcal{E}_3)\right\}\log\frac{r}{R_u}$$

の形で与えられる。一方推力，曲げモーメント，および変位には第一節より明らかなとおり，I_1 と K_1 のみが関係するから

$$\int_{R_D}^{R_u}T'rdr=\int_{R_D}^{R_u}Trdr$$

$$\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\left[\frac{1}{r^2}\int T'rdr\right]_{R_D}^{R_u}-\frac{t}{r_m}\left[\frac{1}{r_m^2}\int T'rdr-\frac{2}{r_m^2}\int\frac{dr}{r}\int T'rdr\right]_{R_D}^{R_u}$$

$$=\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\left[\frac{1}{r^2}\int Trdr\right]_{RD}^{Ru}-\frac{t}{r_m}\left[\frac{1}{r_m^2}\int Trdr-\frac{2}{r_m^2}\int\frac{dr}{r}\int Trdr\right]_{R_D}^{R_u}$$

なる条件が加付される。これから T' を求めると

$$T_2=\mathfrak{B}_0$$

$$T_3^2=\left\{\mathfrak{A}_1\left(P_3-\frac{P_1}{R_1}R_3\right)-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_5-\frac{P_1}{R_1}R_5\right)+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_7-\frac{P_1}{R_1}R_7\right)\right\}^2+\left\{\mathfrak{A}_1\left(P_4-\frac{P_1}{R_1}R_4\right)-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_6-\frac{P_1}{R_1}R_6\right)+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_8-\frac{P_1}{R_1}R_8\right)\right\}^2$$

$$\mathcal{E}_2=-\frac{\omega}{2\pi}\tan^{-1}\left[\left\{\mathfrak{A}_1\left(P_3-\frac{P_1}{R_1}R_3\right)-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\times\left(P_5-\frac{P_1}{R_1}R_5\right)+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_7-\frac{P_1}{R_1}R_7\right)\right\}\Big/\left\{\mathfrak{A}_1\left(P_4-\frac{P_1}{R_1}R_4\right)-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_6-\frac{P_1}{R_1}R_6\right)+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left(P_8-\frac{P_1}{R_1}R_8\right)\right\}\right]$$

$$T_4=2\{\mathfrak{A}_0R_1+\mathfrak{B}_0R_2\}$$

$$T_5^2=4\left[\left\{\mathfrak{A}_1R_3-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_5+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\times R_7\right\}^2+\left\{\mathfrak{A}_1R_4-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_6+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_8\right\}^2\right]$$

$$\mathcal{E}_3=-\frac{\omega}{2\pi}\tan^{-1}\left\{\mathfrak{A}_1R_3-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_5+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_7\right\}\Big/\left\{\mathfrak{A}_1R_4-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_6+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot R_3\right\}$$

ただし，　$R_1=-R_2=-1\Big/\left(2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)$

$$R_3=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_1+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_2-\left(\frac{t}{r_m}\right)\Big/\left(\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$

$$R_4=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_3+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_4\right]$$

$$R_5=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_5+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_6\right]$$

$$R_6=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_7+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_8-\left(\frac{t}{r_m}\right)\Big/\left(\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$

$$R_7=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_9+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_{10}+\left(\frac{t}{r_m}\right)\Big/\left(\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$

$$R_8=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1+\frac{1}{2r_m}\right)P_1l_{11}+\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_{12}\right]$$

とする。しかるとき

$$b_0=0$$

$$d_0=\frac{mEc}{4(m-1)}\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_3)\right]$$

$$a_0=\frac{mEc}{4(m-1)}\left[\left\{T_2+T_3\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_2)\right\}\right.$$

$$+\left(\frac{1}{2}\frac{P_1}{R_1}-\frac{R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D}{2r_mt}-\frac{1}{2}\right)$$

$$\left.\times\left\{T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_3)\right\}\right]$$

$$I_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)Ecr_m\left[\left\{T_2+T_3\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_2)\right\}\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{2}\frac{P_1}{R_1}-1\right)\left\{T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_3)\right\}\right]$$

$$K_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)Ecr_m\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_3)\right]$$

これから，不静定力 H_0, M_0 が求められ，変位および廻転が求められる。また応力は

$$\sigma_\theta=\frac{4(H_0r_m+M_0)}{(R_u^2-R_D^2)^2-(2R_uR_D\log R_u/R_D)^2}$$

$$\times\left[R_u^2\log\frac{R_u}{r}+R_D^2\log\frac{r}{R_D}+\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\log\frac{R_u}{R_D}\right.$$

$$\left.-(R_u^2-R_D^2)\right]$$

$$+\frac{H_0\left\{3r-\frac{R_u^2+R_D^2}{r}-\frac{R_u^2\cdot R_D^2}{r^3}\right\}}{(R_u^2+R_D^2)\log\frac{R_u}{R_D}-(R_u^2-R_D^2)}\cos\theta$$

これから，表面応力は

$$[\sigma]_{r=R_u}=\frac{H_0}{r_m}(\Phi_1+\Lambda_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\Phi_1$$

$$[\sigma_\theta]_{r=R_D}=\frac{H_0}{r_m}(\Psi_1-\Sigma_1\cos\theta)+\frac{M_0}{r_m^2}\Psi_1$$

4. アーチ内の温度応力（その2）

本節においては厳密解をとり扱うことにする。第二節により求めた温度分布を直接 a_0, b_0, d_0, I_1, K_1 に代入すると

$$a_0=\frac{mEc}{4(m-1)}\left[\mathfrak{A}_0P_1+\mathfrak{B}_0P_2\right.$$

$$+\mathfrak{A}_1\left\{P_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+P_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{P_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+P_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{P_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+P_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$

$$-d_0\left\{\frac{R_u^2\log R_u-R_D^2\log R_D}{2r_mt}+\frac{1}{2}\right\}$$

$$b_0=\frac{mEc\,r_m^2}{2(m-1)}\left[\mathfrak{A}_0Q_1+\mathfrak{B}_0Q_2\right.$$

$$+\mathfrak{A}_1\left\{Q_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+Q_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{Q_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+Q_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{Q_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+Q_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$

$$d_0=\frac{mEc}{2(m-1)}\left[\mathfrak{A}_0R_1+\mathfrak{B}_0R_2\right.$$

$$+\mathfrak{A}_1\left\{R_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{R_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{R_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$

$$I_1=\left(1+\frac{1}{m}\right)Ec\,r_m\left[\mathfrak{A}_0S_1+\mathfrak{B}_0S_2\right.$$

$$+\mathfrak{A}_1\left\{S_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+S_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{S_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+S_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{S_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+S_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$

$$K_1=2\left(1+\frac{1}{m}\right)Ec\,r_m\left[\mathfrak{A}_0R_1+\mathfrak{B}_0R_2\right.$$

$$+\mathfrak{A}_1\left\{R_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{R_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$

$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{R_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+R_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$

ただし

$$Q_1=Q_2=0$$

$$Q_3=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_1+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_2\right.$$

$$\left.-\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\Big/\left(t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\right]$$

$$Q_4=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_3+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_4\right]$$

$$Q_5=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_5+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_6\right]$$

$$Q_6=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)P_2l_7+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_8\right.$$

$$\left.-\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\Big/\left(t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\right]$$

$$Q_7=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{1}{2r_m}\right)P_2l_9+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1l_{10}\right.$$

$$\left.+\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\Big/\left(t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\right]$$

$$Q_8=\frac{-2\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}}{\left[\left\{1-\frac{1}{4}\left(\frac{t}{r_m}\right)^2\right\}\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]^2-\left(\frac{t}{r_m}\right)^2}$$

$$\times\left(1\Big/t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\left[\left(1-\frac{1}{2r_m}\right)P_2 l_{11}+\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)P_1 l_{12}\right]$$

$$S_1=P_1-2R_1 \qquad S_2=P_2-2R_2 \qquad S_3=P_3-2R_3$$
$$S_4=P_4-2R_4 \qquad S_5=P_5-2R_5 \qquad S_6=P_6-2R_5$$
$$S_7=P_7-2R_7 \qquad S_8=P_8-2R_8$$

これから，不静定力 H_0, M_0 が求められ，変位および廻転が求められる。また応力は

$$\sigma_\theta=\frac{mEc}{2(m-1)}\Big[\mathfrak{A}_0\Big\{P_1-\frac{r_m^2}{r^2}Q_1$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_1$$
$$-\left(1\Big/\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\left(\log\frac{R_u}{r}-\frac{1}{2}\right)$$
$$+\mathfrak{B}_0\Big\{P_2-\frac{r_m^2}{r^2}Q_2$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_2$$
$$-\left(1\Big/\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right)\left(\log\frac{r}{R_D}+\frac{1}{2}\right)$$
$$+\mathfrak{A}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_3-\frac{r_m^2}{r^2}Q_3$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_3$$
$$-2\frac{\triangle_{21}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{22}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{23}}{\triangle}$$
$$\times\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$-2\frac{\triangle_{24}}{\triangle}\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$+\mathfrak{A}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_4-\frac{r_m^2}{r^2}Q_4$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_4$$
$$+2\frac{\triangle_{21}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{22}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$+2\frac{\triangle_{23}}{\triangle}\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{24}}{\triangle}\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_5-\frac{r_m^2}{r^2}Q_5$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_5$$
$$-2\frac{\triangle_{31}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{32}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$-2\frac{\triangle_{33}}{\triangle}\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{34}}{\triangle}\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_6-\frac{r_m^2}{r^2}Q_6$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_6$$
$$+2\frac{\triangle_{31}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{32}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]+2\frac{\triangle_{33}}{\triangle}$$
$$\times\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$-2\frac{\triangle_{34}}{\triangle}\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_7-\frac{r_m^2}{r^2}Q_7$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_7$$
$$-2\frac{\triangle_{41}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{42}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{43}}{\triangle}$$
$$\times\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$-2\frac{\triangle_{44}}{\triangle}\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\{P_8-\frac{r_m^2}{r^2}Q_8$$
$$+\left(2-\frac{R_u^2\log(R_u/r)+R_D^2\log(r/R_D)}{r_m t}\right)R_8$$
$$+2\frac{\triangle_{41}}{\triangle}\left[\mathrm{bei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{ber}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]-2\frac{\triangle_{42}}{\triangle}\left[\mathrm{ber}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{bei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]+2\frac{\triangle_{43}}{\triangle}$$
$$\times\left[\mathrm{kei}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)+\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\mathrm{ker}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$
$$-2\frac{\triangle_{44}}{\triangle}\left[\mathrm{ker}\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)-\left(1\Big/r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right.$$
$$\left.\times\mathrm{kei}'\left(r\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big\}$$
$$+\frac{4(H_0 r_m+M_0)}{(R_u^2-R_D^2)^2-\{2R_uR_D\log(R_u/R_D)\}^2}$$

$$\times\left[R_u^2\log\frac{R_u}{r}+R_D^2\log\frac{r}{R_D}+\frac{R_u^2R_D^2}{r^2}\right.$$
$$\left.\times\log\frac{R_u}{R_D}-(R_u^2-R_D^2)\right]$$
$$+\frac{H_0\left\{3r-\frac{R_u^2+R_D^2}{r}-\frac{R_u^2R_D^2}{r^3}\right\}}{(R_u^2+R_D^2)\log\frac{R_u}{R_D}-(R_u^2-R_D^2)}\cos\theta$$

これから表面応力を求めると，

$$[\sigma_\theta]_{r=R_u}=\frac{mEc}{2(m-1)}\left[\mathfrak{A}_0U_1+\mathfrak{B}_0U_2\right.$$
$$+\mathfrak{A}_1\cdot\left\{U_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$
$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{U_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$
$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{U_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$
$$+\frac{H_0}{r_m}\cdot[\Phi_1+\Lambda_1\cos\theta]+\frac{M_0}{r_m^2}\Phi_1$$

$$[\sigma_\theta]_{r=R_D}=\frac{mEc}{2(m-1)}\left[\mathfrak{A}_0V_1+\mathfrak{B}_0V_2\right.$$
$$+\mathfrak{A}_1\cdot\left\{V_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$
$$-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\left\{V_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}$$
$$\left.+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau\cdot\left\{V_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\right\}\right]$$
$$+\frac{H_0}{r_m}\cdot[\Psi_1-\Sigma_1\cos\theta]+\frac{M_0}{r_m^2}\Psi_1$$

ただし

$$U_1=U_2=0$$
$$U_3=P_3+\frac{2(t/r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_1}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_3}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_3\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$U_4=P_4+\frac{2(t/r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_3}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_4}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_4\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$U_5=P_5-2+\frac{2(t/2r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_5}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_5}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_5\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$U_6=P_6+\frac{2(t/r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_7}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_6}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_5\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$U_7=P_7+\frac{2(t/r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_9}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_7}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_7\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$U_8=P_8-2+\frac{2(t/r_m)}{(1+t/2r_m)}\cdot\frac{l_{11}}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_8}{(1+t/2r_m)^2}$$
$$-R_8\left(\frac{P_1}{R_1}-1\right)$$
$$V_1=V_2=0$$
$$V_3=P_3+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_2}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_3}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_3\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$
$$V_4=P_4-2+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_4}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_4}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_4\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$
$$V_5=P_5+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_6}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_5}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_5\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$
$$V_6=P_6+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_8}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_6}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_6\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$
$$V_7=P_7+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_{10}}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_7}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_7\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$
$$V_8=P_8+\frac{2(t/r_m)}{(1-t/2r_m)}\cdot\frac{l_{12}}{t\sqrt{2\pi/k^2\omega}}-\frac{Q_8}{(1-t/2r_m)^2}$$
$$-R_8\left(\frac{P_2}{R_2}-1\right)$$

5. アーチ内の温度応力（その3）

本節においては $(r_m/t)(1+t/2r_m)t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$, $(r_m/t)\times(1-t/2r_m)t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ が十分大きく，ber, bei, ker, kei 函数に対して，漸近表示を用いうる場合に対してとり扱うことにする。このようなとり扱いは曲率半径および厚さがきわめて大きい場合，および周期の短かい温度の日変化による応力に対してきわめて有効であると考えられる。この場合には，

$$l_1=\left[\sqrt{2}\left(\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$
$$\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\sqrt{(1-t/2r_m)/(1+t/2r_m)}$$
$$\left.\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]\right.$$

$$l_2=\left[\sqrt{2}\Big/\left\{4\frac{r_m}{t}\left(1-\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right\}\right]+\left[\sqrt{2}\right.$$
$$\left(\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.$$
$$\left.\left.\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]$$

$$l_3=\left[\sqrt{2}\left(\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$
$$\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\sqrt{(1-t/2r_m)/(1+t/2r_m)}$$
$$\left.\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]\right.$$

$$l_4=\left[\sqrt{2}\left(-\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]$$

$$l_5=\left[\sqrt{2}\left(\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]$$
$$=-l_4$$

$$l_6=\left[\sqrt{2}\left(-\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$
$$\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\sqrt{(1+t/2r_m)/(1-t/2r_m)}$$
$$\left.\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]\right.=-l_3$$

$$l_7=-\left\{\sqrt{2}\Big/\left[4\left(\frac{r_m}{t}\right)\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]\right\}+\left[\sqrt{2}\right.$$

$$\times\left(\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.$$

$$\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\Big/\left[\left(\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$

$$l_8=\left[\sqrt{2}\left(\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\sqrt{(1-t/2r_m)/(1+t/2r_m)}$$

$$\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]=l_1$$

$$l_9=\sqrt{2}\Big/\left[4\left(\frac{r_m}{t}\right)\left(1+\frac{t}{2r_m}\right)t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]-\left[\sqrt{2}\right.$$

$$\times\left(\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.$$

$$\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\Big]\Big/\left[\left(\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]$$

$$=-l_7$$

$$l_{10}=\left[\sqrt{2}\left(-\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\sqrt{(1-t/2r_m)/(1+t/2r_m)}$$

$$\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]=-l_1$$

$$l_{11}=\left[\sqrt{2}\left(\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]$$

$$=l_5$$

$$l_{12}=\left[\sqrt{2}\left(-\cosh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\sin t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}+\sinh t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\cos t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right)\right]\Big/\left[\cosh 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}-\cos 2t\sqrt{\frac{\pi}{k^2\omega}}\right]$$

$$\times\sqrt{(1-t/2r_m)/(1+t/2r_m)}=-l_3$$

にて表わされる。これから，前節によって

P_1, P_2, ……, P_8　R_1, R_2, ……, R_8

Q_1, Q_2, ……, Q_8　S_1, S_2, ……, S_8

U_1, U_2, ……, U_8　V_1, V_2, ……, V_8

が求められる。

したがって，前節の場合と同様に H_0, M_0 が求められ，変位，廻転，応力および表面応力が求められる。

6. 数　　表

以上の計算に用いる諸係数の値は次表のとおりである。

表—1

	$-\Phi_1$	Ψ_1	Λ_1	Σ_1	$-B_1$	D_1	E_1	F_1	G_1
0.020	14900.717	15100.703	14850.896	15150.907	1439930.1	719923.99	720044.10	1440019.8	1439963.5
0.040	3700.6966	3800.7097	3675.8962	3825.9286	179989.60	89961.807	90021.793	180009.56	179979.75
0.060	1634.0254	1700.7186	1617.5406	1717.5958	53326.154	26641.037	26681.069	53339.754	53319.751
0.080	913.18057	953.22306	900.86539	975.93705	22494.595	11230.811	11260.786	22504.835	22489.836
0.100	580.67475	620.52934	570.85770	630.94870	11515.680	5744.5567	5763.6256	11523.849	11511.850
0.125	368.65822	400.73496	360.84617	408.95915	5894.7705	2936.8463	2956.0072	5901.1556	5891.5556
0.150	254.00047	280.74319	247.50106	287.63624	3410.4139	1695.4323	1712.3353	3415.9649	3407.9649
0.175	185.14555	208.09759	179.60166	214.04633	2147.0192	1065.9962	1079.6558	2151.7032	2144.8511
0.200	140.65097	160.74729	135.82153	166.00410	1437.8754	712.37110	724.30910	1441.8338	1435.8338
0.250	88.639623	104.77439	84.797935	109.02581	735.53385	362.52909	372.05078	738.82527	734.02527
0.300	60.623588	74.117448	57.494913	77.725709	425.22790	208.26431	216.17074	427.9186	423.91856
0.350	43.884319	55.503610	41.170368	58.636582	267.42957	130.00259	136.74973	269.80096	266.37239
0.400	33.109669	43.329343	30.744904	46.117356	178.89065	86.22243	92.08714	180.98089	177.98089
0.500	20.590184	28.863670	18.712905	31.188176	91.261950	43.07622	42.71791	92.94872	90.54872
0.600	13.907261	20.915742	12.348404	22.932750	52.569360	24.18779	27.99630	54.00318	52.00318
0.700	9.9459359	16.069155	8.6117466	17.885935	32.916640	14.69394	17.89718	34.17008	32.45580
0.800	7.4186463	12.900217	6.2497151	14.582669	21.899040	9.439611	12.17945	23.02155	21.52155
0.900	5.7154070	10.721029	4.6720660	12.317265	15.252260	6.318956	8.689420	16.27707	14.94374
1.000	4.5180135	9.1679770	3.5720776	10.716255	11.007580	4.363519	6.429740	11.95922	10.75922

表—2

t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
P_1	0.493725	0.493344	0.489996	0.486663	0.483330	0.479162	0.474990	0.470818	0.466644
R_1	−24.9992	−12.4983	−8.33033	−6.24666	−4.99583	−3.99478	−3.32707	−2.84983	−2.49164
Q_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	50.4950	24.4899	17.1516	12.9300	10.4749	8.46874	7.12913	6.17049	5.44992
U_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
P_1	0.458289	0.449924	0.441545	0.433151	0.416307	0.399369	0.365111	0.330119	
R_1	−1.93953	−1.65409	−1.41336	−1.23315	−0.978807	−0.807703	−0.590111	−0.455119	
Q_1	0	0	0	0	0	0	0	0	
S_1	4.43737	3.75810	3.26928	2.89945	2.37392	2.01477	1.54533	1.24036	
U_1	0	0	0	0	0	0	0	0	
V_1	0	0	0	0	0	0	0	0	
t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
P_2	0.503275	0.506656	0.510003	0.513332	0.516670	0.520837	0.525009	0.529181	0.533355
R_2	24.9992	12.4983	8.33033	6.24666	4.99583	3.99478	3.32707	2.84983	2.49164
Q_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_2	−49.4950	−24.4899	−16.1516	−11.9300	−9.47499	−7.46374	−6.12913	−5.17049	−4.44992
U_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
P_2	0.541710	0.550076	0.558454	0.566848	0.583692	0.600630	0.634883	0.669880	
R_2	1.93953	1.65409	1.41336	1.23315	0.978807	0.807703	0.590111	0.455119	
Q_2	0	0	0	0	0	0	0	0	
S_2	−3.43736	−2.75810	−2.26928	−1.89945	−1.37392	−1.01477	−0.545335	−0.240359	
U_2	0	0	0	0	0	0	0	0	
V_2	0	0	0	0	0	0	0	0	

表—3 (a) P_3 の 数 値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.1000	0.125	0.150	0.175	0.200
0.75	−0.0232400	−0.0231143	−0.0229865	−0.0228585	−0.0227192				
1.00	−0.0410146	−0.0407562	−0.0404804	−0.0401933	−0.0398997				
1.25	−0.0631870	−0.0628237	−0.0624481	−0.0620628	−0.0616702	−0.0611721			
1.50	−0.0887022	−0.0882100	−0.0877096	−0.0872023	−0.0866892	−0.0860414	−0.0853880		
2.00	−0.142714	−0.141936	−0.141154	−0.140370	−0.139583	−0.138595	−0.137605	−0.136612	−0.135616
2.50	−0.185919	−0.184897	−0.183873	−0.182848	−0.181822	−0.180537	−0.179250	−0.177951	−0.176670
3.00	−0.206005	−0.204847	−0.203689	−0.202528	−0.201367	−0.199913	−0.198456	−0.196996	−0.195535
4.00	−0.189320	−0.188182	−0.187032	−0.185879	−0.184725	−0.183279	−0.181830	−0.180377	−0.178921
5.00	−0.151527	−0.150507	−0.149486	−0.148463	−0.147439	−0.146157	−0.144872	−0.143585	−0.142295
6.50		−0.109500	−0.108648	−0.107795	−0.106942	−0.105875	−0.104807	−0.103738	−0.102668
8.00		−0.0867931	−0.0860651	−0.0853370	−0.0846088	−0.0836982	−0.0827874	−0.0818764	−0.0809651
10.00		−0.0693265	−0.0687193	−0.0681120	−0.0675046	−0.0667453	−0.0659859	−0.0652263	−0.0644666
12.00			−0.0573606	−0.0568406	−0.0563206	−0.0556706	−0.0550204	−0.0543702	−0.0537199
15.00				−0.0454354	−0.0450084	−0.0444745	−0.0439406	−0.0434067	−0.0428727
18.00					−0.0374734	−0.0370208	−0.0365682	−0.0361156	−0.0356630
21.00							−0.0313162	−0.0309235	−0.0305309
24.00									−0.0266898

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	−0.174082	−0.171486							
3.00	−0.192603	−0.189659	−0.186702	−0.183732	−0.177740				
4.00	−0.175997	−0.173059	−0.170105	−0.167134	−0.161133	−0.155059	−0.142477		
5.00	−0.139708	−0.137110	−0.134500	−0.131880	−0.126600	−0.121266	−0.110389	−0.0987744	
6.50	−0.100525	−0.0983790	−0.0962284	−0.0940736	−0.0897499	−0.0854055	−0.0766400	−0.0677086	
8.00	−0.0791416	−0.0773169	−0.0754908	−0.0736632	−0.0700032	−0.0663355	−0.0589701	−0.0515437	
10.00	−0.0629469	−0.0614267	−0.0599058	−0.0583843	−0.0553389	−0.0522898	−0.0461772	−0.0400356	
12.00	−0.0524190	−0.0511177	−0.0498161	−0.0485139	−0.0459082	−0.0433001	−0.0380745	−0.0328310	
15.00	−0.0418046	−0.0407362	−0.0396677	−0.0385990	−0.0364606	−0.0343211	−0.0300371	−0.0257437	
18.00	−0.0347577	−0.0338522	−0.0329466	−0.0320409	−0.0302290	−0.0284164	−0.0247884	−0.0211549	
21.00	−0.0297455	−0.0289601	−0.0281746	−0.0273890	−0.0258175	−0.0242455	−0.0210999	−0.0179507	
24.00	−0.0259964	−0.0253031	−0.0246096	−0.0239161	−0.0225289	−0.0211415	−0.0183653	−0.0155867	

表—3 (b) P_4 の 数 値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.175	0.200
0.75	0.495360	0.492031	0.488705	0.485372	0.482052				
1.00	0.492533	0.489139	0.485705	0.482243	0.478763				
1.25	0.486782	0.483472	0.480148	0.476816	0.473479	0.469307			
1.50	0.476711	0.473469	0.470222	0.466972	0.463721	0.459658	0.455600		
2.00	0.439682	0.436637	0.433591	0.430544	0.427496	0.423686	0.419877	0.416069	0.412264
2.50	0.381020	0.378277	0.375533	0.372787	0.370040	0.365603	0.363164	0.359724	0.356282
3.00	0.313126	0.310737	0.308346	0.305954	0.303559	0.300563	0.297563	0.294561	0.291555
4.00	0.203142	0.201355	0.199567	0.197779	0.195989	0.193751	0.191511	0.189270	0.187027
5.00	0.144450	0.142035	0.141622	0.140203	0.138794	0.137027	0.135260	0.133494	0.131728
6.50		0.104658	0.103572	0.102486	0.101400	0.100043	0.0986879	0.0973328	0.0959783
8.00		0.0357613	0.0848779	0.0839948	0.0831119	0.0820086	0.0809056	0.0798031	0.0787009
10.00		0.0692969	0.0685900	0.0678831	0.0671763	0.0662920	0.0654098	0.0645267	0.0636437
12.00			0.0571919	0.0566028	0.0560137	0.0552775	0.0545412	0.0538051	0.0530690
15.00				0.0452557	0.0447824	0.0441933	0.0436042	0.0430152	0.0424262
18.00					0.0373194	0.0368285	0.0363376	0.0358466	0.0353558
21.00							0.0311466	0.0307258	0.0303050
24.00									0.0265167

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	0.349303	0.342500							
3.00	0.285535	0.279502	0.273459	0.267403	0.255260				
4.00	0.182536	0.178040	0.173537	0.169028	0.159991	0.150927	0.132639		
5.00	0.128196	0.124665	0.121135	0.117606	0.110552	0.103502	0.0894116	0.0751343	
6.50	0.0932715	0.0905676	0.0878657	0.0851689	0.0797829	0.0744106	0.0637102	0.0530623	
8.00	0.0764977	0.0742961	0.0720962	0.0698980	0.0655071	0.0611242	0.0523853	0.0436869	
10.00	0.0618783	0.0601134	0.0583491	0.0565855	0.0530605	0.0495387	0.0425066	0.0354937	
12.00	0.0515971	0.0501255	0.0486543	0.0471834	0.0442429	0.0413043	0.0354337	0.0295748	
15.00	0.0412484	0.0400703	0.0388933	0.0377161	0.0353623	0.0330095	0.0283078	0.0236129	
18.00	0.0343741	0.0333925	0.0324110	0.0314296	0.0294673	0.0275057	0.0235846	0.0196677	
21.00	0.0294634	0.0286220	0.0277806	0.0269392	0.0252568	0.0235748	0.0202124	0.0168526	
24.00	0.0257803	0.0250440	0.0243077	0.0235714	0.0220991	0.0206270	0.0176839	0.0147428	

表—3 (c) P_5 および P_8 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.175	0.200
0.75	0.502008	0.505339	0.508669	0.511999	0.515321				
1.00	0.499208	0.502576	0.505972	0.509388	0.512819				
1.25	0.493371	0.496689	0 500026	0.503379	0.506745	0.510968			
1.50	0.483186	0.486442	0.489712	0.492995	0.496289	0.500420	0.504564		
2.00	0.445771	0.448825	0.451888	0.454957	0.458033	0.461887	0.465750	0.469622	0.473501
2.50	0.386502	0.389247	0.391996	0.394748	0.397504	0.400952	0.404405	0.407862	0.411322
3.00	0.317898	0.320286	0.322675	0.325065	0.327456	0.330446	0.333437	0.336429	0.339422
4.00	0.206712	0.208498	0.210285	0.212071	0.213858	0.216092	0.218327	0.220561	0.222796
5.00	0.147278	0.148694	0.150110	0.151527	0.152945	0.154719	0.156493	0.158269	0.160045
6.50		0.109009	0 110099	0.111189	0.112280	0.113644	0.115010	0.116377	0.117744
8.00		0.0892973	0.0901822	0.0910675	0.0919532	0.0930608	0.0941689	0.0952776	0.0963869
10.00		0.0721255	0.0728330	0.0735407	0.0742485	0.0751335	0.0760187	0.0769042	0.0777898
12.00			0.0607277	0.0613173	0.0619069	0.0626441	0.0633814	0.0641189	0.0648564
15.00				0.0490251	0.0494968	0.0500863	0.0506760	0.0512657	0.0518555
18.00					0.0412480	0.0417392	0.0422305	0.0427218	0.0432132
21.00							0.0361976	0.0366187	0.0370397
24.00									0.0324096

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	0.418253	0.425195						
3.00	0 345410	0.351399	0.357388	0 363377	0.375346			
4.00	0.227266	0.231734	0.236202	0.240667	0.249590	0.258497	0.276226	
5.00	0.163601	0.167160	0.170722	0.174287	0.181422	0.188565	0.202863	0.217154
6.50	0.120483	0.123225	0.125970	0.128719	0.134226	0.139746	0.150820	0.161937
8.00	0.0986069	0.100828	0.103052	0.105278	0.109734	0.114197	0.123140	0.132105
10.00	0.0795617	0.0813343	0.0831077	0.0848817	0.0884316	0.0919837	0.0990935	0 106209
12.00	0.0663318	0.0678077	0.0692839	0.0707605	0.0737146	0.0766700	0.0825837	0.0885006
15.00	0.0530352	0.0542152	0.0553953	0.0565757	0.0589369	0.0612988	0.0660243	0.0707517
18.00	0.0441960	0 0451789	0.0461619	0.0471451	0.0491117	0.0510787	0.0550137	0.0589498
21.00	0.0378820	0.0387243	0.0395667	0 0404092	0.0420943	0.0437796	0.0471510	0.0505230
24.00	0.0331464	0.0338834	0.0346203	0.0353573	0 0368315	0.0383058	0.0412549	0.0442044

表—3 (d) P_6 および $-P_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.0234552	0.0234745	0.0234101	0.0232542	0.0230025				
1.00	0.0414529	0.0416210	0.0417500	0.0418370	0.0418799				
1.25	0.0638649	0.0641747	0.0644631	0.0647290	0.0649714	0.0652403			
1.50	0.0896559	0.0901154	0.0905623	0.0909962	0.0914167	0.0919226	0.0924062		
2.00	0.144259	0.145025	0.145787	0.146544	0.147297	0.148231	0.149158	0.150078	0.150989
2.50	0.187958	0.188975	0.189990	0.191004	0.192016	0.193279	0.194539	0 195797	0.197052
3.00	0.208315	0.209468	0.210619	0.211770	0.212919	0.214353	0.215786	0.217217	0.218647
4.00	0.191621	0.192764	0.193905	0.195044	0.196181	0.197600	0.199017	0.200430	0.201842
5.00	0.153562	0.154578	0.155592	0.156605	0.157616	0.158878	0.160139	0.161397	0.162653
6.50		0.112905	0.113754	0.114604	0.115453	0.116513	0.117573	0.118632	0.119691
8.00		0.0897036	0.0904309	0.0911581	0.0918851	0.0927938	0.0937023	0.0946107	0.0955189
10.00		0.0717550	0.0723620	0.0729689	0.0735758	0.0743343	0.0750928	0.0758512	0.0766095
12.00			0.0604795	0.0609992	0.0615188	0.0621683	0.0628178	0 0634672	0 0641165
15.00				0.0488511	0.0492780	0.0498116	0.0503451	0.0508786	0.0514121
18.00					0.0410931	0.0415455	0.0419979	0.0424502	0.0429026
21.00							0.0360268	0.0364193	0.0368118
24.00									0.0322352

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	0.199556	0 202050						
3.00	0 221501	0.224349	0.227192	0.230032	0.235701			
4.00	0.204656	0.207461	0.210257	0 213043	0.218590	0.224103	0.235022	0.201825
5.00	0.165160	0.167659	0.170150	0.172634	0.177579	0.182496	0.192241	0.153252
6.50	0.121806	0.123918	0.126028	0.128136	0.132344	0 136543	0.144915	0.124527
8.00	0.0973348	0.0991502	0.100965	0.102779	0.106407	0.110033	0.117281	0.100858
10.00	0.0781260	0.0796423	0.0811585	0.0826744	0.0857059	0.0887369	0.0947979	0.0848777
12.00	0.0654151	0.0667135	0.0680117	0.0693098	0.0719055	0.0745007	0.0796899	0.0684737
15.00	0.0524790	0.0535458	0.0546125	0.0556791	0.0578121	0.0599449	0.0642097	0.0573720
18.00	0.0438072	0.0447118	0.0456163	0.0465208	0.0483297	0.0501384	0.0537554	0.0493674
21.00	0.0375967	0.0383816	0.0391664	0.0399513	0.0415208	0.0430903	0.0462290	0.0433218
24.00	0.0329282	0.0336212	0.0343142	0.0350072	0.0363931	0.0377790	0.0405505	

表—4 (a) Q_3 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.364660	0.346600	0.405130	0.481210	0.563300				
1.00	0.515340	0.355380	0.333960	0.346714	0.372894				
1.25	0.755280	0.458036	0.378661	0.352652	0.348143	0.356759			
1.50	1.06042	0.611655	0.474460	0.415045	0.386715	0.372120	0.360875		
2.00	1.83155	1.01538	0.749549	0.621263	0.547979	0.493418	0.460833	0.440742	0.428440
2.50	2.77126	1.50383	1.08477	0.877797	0.755635	0.660127	0.598530	0.556271	0.526083
3.00	3.82211	2.03595	1.44249	1.14719	0.971151	0.831547	0.739636	0.674941	0.627246
4.00	6.00360	3.10767	2.14293	1.66097	1.37213	1.14139	0.987876	0.878473	0.796630
5.00	7.79905	3.97585	2.70149	2.06433	1.68205	1.37620	1.17231	1.02665	0.917384
6.50		4.51872	3.04336	2.30547	1.86256	1.50801	1.27145	1.10231	0.975292
8.00		4.36184	2.92937	2.21284	1.78269	1.43827	1.20842	1.04400	0.920493
10.00		3.86481	2.59216	1.95552	1.57328	1.26718	1.06286	0.916669	0.806813
12.00			2.29013	1.72648	1.38805	1.11701	0.936063	0.806577	0.709259
15.00				1.46231	1.17487	0.944668	0.790955	0.680948	0.598257
18.00					1.01505	0.815737	0.682642	0.587384	0.515773
21.00							0.599483	0.515643	0.452612
24.00									0.402942

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	0.487371	0.465419							
3.00	0.562403	0.521249	0.493539	0.474154	0.450047				
4.00	0.682511	0.606896	0.553216	0.513197	0.457547	0.420553	0.372608		
5.00	0.764318	0.662144	0.589005	0.533978	0.456395	0.403866	0.335493	0.288344	
6.50	0.797065	0.677784	0.592157	0.527546	0.436073	0.373849	0.292808	0.239795	
8.00	0.747076	0.630899	0.547410	0.484339	0.394898	0.333926	0.254396	0.202647	
10.00	0.652497	0.549035	0.474619	0.418347	0.338427	0.283830	0.212432	0.165927	
12.00	0.572515	0.480793	0.414785	0.364842	0.293845	0.245281	0.181662	0.140169	
15.00	0.482037	0.404051	0.347902	0.305397	0.244928	0.203519	0.149193	0.113725	
18.00	0.415111	0.347548	0.298890	0.262045	0.209603	0.173665	0.126477	0.0956469	
21.00	0.364002	0.304518	0.261671	0.229220	0.183015	0.151338	0.109718	0.0825113	
24.00	0.323879	0.270793	0.232559	0.203592	0.162340	0.134049	0.0968607	0.0725413	

表—4 (b) Q_4 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−25.5017	−13.0080	−8.84521	−6.76401	−5.51478				
1.00	−25.4836	−12.9867	−8.81952	−6.73440	−5.48190				
1.25	−25.4599	−12.9682	−8.80163	−6.71623	−5.46321	−4.45867			
1.50	−25.4207	−12.9413	−8.77847	−6.69472	−5.44256	−4.43862	−3.76725		
2.00	−25.2674	−12.8413	−8.69624	−6.62131	−5.37445	−4.37477	−3.70629	−3.22703	−2.86602
2.50	−24.9741	−12.6588	−8.55089	−6.49472	−5.25925	−4.26884	−3.60670	−3.13212	−2.77475
3.00	−24.5048	−12.3832	−8.34011	−6.31659	−5.10091	−4.12654	−3.47532	−3.00870	−2.65746
4.00	−22.9520	−11.5424	−7.73727	−5.83314	−4.68942	−3.77304	−3.16082	−2.72239	−2.39257
5.00	−20.6236	−10.3478	−6.92093	−5.20622	−4.17639	−3.35137	−2.80030	−2.40576	−2.10905
6.50		−8.34798	−5.57890	−4.19337	−3.36127	−2.69468	−2.24947	−1.93074	−1.69106
8.00		−6.73329	−4.50035	−3.38309	−2.71208	−2.17454	−1.81551	−1.55847	−1.36518
10.00		−5.33607	−3.56703	−2.68188	−2.15027	−1.72438	−1.43993	−1.23627	−1.08312
12.00			−2.97091	−2.23370	−1.79094	−1.43624	−1.19933	−1.02971	−0.902154
15.00				−1.78796	−1.43354	−1.14961	−0.959968	−0.824191	−0.722082
18.00					−1.19459	−0.957992	−0.799954	−0.686808	−0.601718
21.00							−0.685670	−0.588688	−0.515754
24.00									−0.451283

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	−2.27093	−1.93112							
3.00	−2.16262	−1.82923	−1.58806	−1.40449	−1.14088				
4.00	−1.92842	−1.61630	−1.39101	−1.21998	−0.975532	−0.806913	−0.582870		
5.00	−1.69170	−1.41130	−1.20913	−1.05585	−0.837251	−0.687037	−0.489076	−0.358366	
6.50	−1.35399	−1.12758	−0.964398	−0.840721	−0.664464	−0.543486	−0.384415	−0.280532	
8.00	−1.09332	−0.910708	−0.779065	−0.679279	−0.537032	−0.439352	−0.310802	−0.226774	
10.00	−0.867715	−0.722996	−0.618661	−0.539562	−0.426775	−0.349287	−0.247218	−0.180394	
12.00	−0.722741	−0.602204	−0.515300	−0.449415	−0.355462	−0.290906	−0.205849	−0.150136	
15.00	−0.578462	−0.481971	−0.412404	−0.359661	−0.284446	−0.232762	−0.164654	−0.120026	
18.00	−0.482037	−0.401628	−0.343654	−0.299700	−0.237018	−0.193944	−0.137175	−0.0999679	
21.00	−0.413169	−0.344246	−0.294554	−0.256879	−0.203149	−0.166225	−0.117559	−0.0856581	
24.00	−0.361521	−0.301213	−0.257732	−0.224765	−0.177751	−0.145441	−0.102854	−0.0749342	

表—4 (c) Q_5 および Q_3 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	24.5303	12.0517	7.92359	5.86659	4.64099				
1.00	24.5019	12.0131	7.85391	5.77674	4.53216				
1.25	24.4881	12.0000	7.83704	5.75522	4.50580	3.50578			
1.50	24.4724	11.9949	7.83409	5.75232	4.50216	3.50077	2.83196		
2.00	24.4099	11.9847	7.84049	5.76646	4.52051	3.52204	2.85480	2.37683	2.01717
2.50	24.2614	11.9466	7.83922	5.78358	4.54867	3.55604	2.89772	2.42400	2.06755
3.00	23.9587	11.8374	7.79466	5.77150	4.55621	3.58240	2.93176	2.46578	2.11524
4.00	22.6579	11.2585	7.45355	5.54960	4.40609	3.49000	2.87811	2.44005	2.11064
5.00	20.4544	10.1888	6.76199	5.04739	4.01768	3.19984	2.64197	2.24765	1.95119
6.50		8.24701	5.47798	4.09252	3.26049	2.59401	2.14893	1.83034	1.59083
8.00		6.64840	4.41551	3.29329	2.62734	2.08889	1.72095	1.47404	1.28088
10.00		5.26539	3.49639	2.61126	2.07970	1.65389	1.36952	1.16596	1.01292
12.00			2.91190	2.17472	1.73199	1.37735	1.14051	0.970973	0.843507
15.00				1.74089	1.38650	1.10261	0.913020	0.777306	0.675271
18.00					1.15538	0.918318	0.760325	0.647732	0.562704
21.00							0.652128	0.555191	0.482310
24.00									0.422019

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	1.56576	1.22821						
3.00	1.62196	1.29036	1.05121	0.869897	0.611604			
4.00	1.64741	1.33636	1.11230	0.942665	0.701483	0.536840	0.323494	
5.00	1.53443	1.25470	1.05330	0.900910	0.684403	0.536735	0.345375	0.224580
6.50	1.25414	1.02819	0.865543	0.742473	0.567664	0.448457	0.293973	0.196301
8.00	1.00935	0.827113	0.695621	0.596653	0.455643	0.359183	0.234873	0.156126
10.00	0.797776	0.653375	0.549418	0.470754	0.359010	0.282306	0.184071	0.121707
12.00	0.664316	0.544046	0.457461	0.391942	0.298870	0.235401	0.153169	0.101235
15.00	0.531830	0.435554	0.366242	0.313793	0.239289	0.188482	0.122658	0.810823
18.00	0.443170	0.362941	0.305181	0.261474	0.199338	0.157049	0.102196	0.675573
21.00	0.379353	0.311034	0.261576	0.224113	0.170895	0.134705	0.0875890	0.578950
24.00	0.332369	0.272196	0.228876	0.196095	0.149530	0.117775	0.0766365	0.506522

表—4 (d) Q_5 および $-Q_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.309190	0.292710	0.353790	0.433300	0.519600				
1.00	0.416620	0.257320	0.236990	0.251193	0.279173				
1.25	0.603070	0.206777	0.227378	0.202146	0.198513	0.208707			
1.50	0.846390	0.398332	0.261489	0.202549	0.174819	0.161141	0.159937		
2.00	1.48933	0.673314	0.407658	0.279901	0.206612	0.152516	0.120482	0.101035	0.0894686
2.50	2.32940	1.06203	0.643058	0.436268	0.314300	0.219108	0.157887	0.116071	0.0863931
3.00	3.34003	1.55391	0.960555	0.665331	0.489499	0.350165	0.258569	0.194250	0.146991
4.00	5.58533	2.68948	1.72482	1.24297	0.954260	0.723737	0.570487	0.461397	0.379916
5.00	7.49417	3.67100	2.39671	1.75963	1.37744	1.07177	0.868081	0.722658	0.613664
6.50		4.32924	2.85393	2.11608	1.67324	1.31880	1.08237	0.913387	0.786548
8.00		4.22776	2.79472	2.07823	1.64812	1.30379	1.07403	0.909737	0.786358
10.00		3.76450	2.49218	1.85557	1.47336	1.16734	0.963085	0.816984	0.707234
12.00			2.21043	1.64681	1.30841	1.03743	0.856539	0.727130	0.629900
15.00				1.40187	1.11446	0.884202	0.730640	0.620694	0.538074
18.00					0.965575	0.767235	0.634243	0.539036	0.467435
21.00							0.559131	0.475335	0.412356
24.00									0.363462

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	0.0438991	0.0284166						
3.00	0.0831979	0.0433178	0.0171237	−0.00512200	−0.0203748			
4.00	0.266572	0.192123	0.139718	0.101171	0.0490356	0.0165275	−0.0190209	
5.00	0.461268	0.359909	0.267743	0.233342	0.158932	0.109330	0.0503394	0.0174367
6.50	0.608759	0.490010	0.405021	0.341146	0.251454	0.191435	0.116179	0.0711585
8.00	0.613267	0.497486	0.414471	0.351948	0.263330	0.204501	0.129271	0.0833572
10.00	0.553176	0.450027	0.376944	0.320144	0.241269	0.187968	0.119956	0.0790213
12.00	0.493372	0.401912	0.336217	0.286636	0.216515	0.169034	0.108246	0.0705669
15.00	0.422028	0.344251	0.288353	0.246139	0.186370	0.145828	0.0937686	0.0613466
18.00	0.366968	0.299579	0.251131	0.214528	0.162671	0.127458	0.0821593	0.0538694
21.00	0.323870	0.264536	0.221859	0.189626	0.143924	0.112869	0.0728725	0.0478467
24.00	0.289508	0.236559	0.194477	0.169693	0.128832	0.101136	0.0653717	0.0429641

表—5 (a)　R_3 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.269620	0.182110	0.169170	0.174330	0.135810				
1.00	0.433940	0.235050	0.173620	0.146652	0.133207				
1.25	0.664022	0.314269	0.239096	0.187023	0.158463	0.136028			
1.50	0.953800	0.488153	0.333583	0.256932	0.211463	0.175436	0.151871		
2.00	1.67880	0.853686	0.578640	0.441215	0.358856	0.292961	0.249107	0.217747	0.194271
2.50	2.57899	1.30640	0.882049	0.669315	0.542446	0.440448	0.372415	0.323727	0.287132
3.00	3.61176	1.82253	1.22592	0.927500	0.748373	0.604942	0.509244	0.440779	0.389373
4.00	5.81196	2.91493	1.94905	1.46598	1.17605	0.943973	0.789158	0.678463	0.595331
5.00	7.64618	3.82270	2.54803	1.91057	1.52801	1.22185	1.01765	0.871699	0.762165
6.50		4.40794	2.93280	2.19512	1.75244	1.39819	1.16194	0.993113	0.866426
8.00		4.27439	2.84232	2.12619	1.69644	1.35255	1.12322	0.959337	0.836364
10.00		3.79521	2.52303	1.88686	1.50509	1.19959	0.995875	0.850291	0.741051
12.00			2.23262	1.66946	1.33150	1.06106	0.880721	0.751843	0.655139
15.00				1.41694	1.12996	0.900316	0.747169	0.637731	0.555612
18.00					0.977810	0.779009	0.646433	0.551694	0.480605
21.00							0.568614	0.485247	0.422692
24.00									0.376908

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	0.235850	0.201468							
3.00	0.317201	0.268882	0.234187	0.208014	0.170939				
4.00	0.478851	0.400947	0.345112	0.303076	0.243815	0.203838	0.152158		
5.00	0.608629	0.506066	0.432628	0.377395	0.299675	0.247414	0.180937	0.132004	
6.50	0.688896	0.570355	0.485518	0.421746	0.332096	0.271903	0.195608	0.148395	
8.00	0.664050	0.549003	0.466675	0.404794	0.317819	0.259437	0.185466	0.139837	
10.00	0.587981	0.485782	0.412649	0.357678	0.280415	0.228547	0.162814	0.122253	
12.00	0.519534	0.429163	0.364421	0.315757	0.247355	0.201431	0.143216	0.107271	
15.00	0.440545	0.363719	0.308741	0.267416	0.209326	0.170322	0.120865	0.0903074	
18.00	0.380093	0.314485	0.266892	0.231116	0.180826	0.147056	0.104228	0.0777510	
21.00	0.335037	0.276512	0.234631	0.203148	0.158893	0.129173	0.0914766	0.0681620	
24.00	0.293718	0.246512	0.209152	0.181069	0.141590	0.115077	0.0814440	0.0606357	

表—5 (b)　R_4 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−25.0073	−12.5182	−8.36014	−6.28386	5.03973				
1.00	−24.9920	−12.4904	−8.33653	−6.25583	5.00783				
1.25	−24.9261	−12.4625	−8.30820	−6.23106	−4.93476	−3.99530			
1.50	−24.9449	−12.4696	−8.31093	−6.23135	−4.93342	−3.98482	−3.31884		
2.00	−24.8286	−12.4064	−8.26529	−6.19432	−4.95145	−3.95681	−3.29342	−2.81928	−2.46344
2.50	−24.5939	−12.2823	−8.17795	−6.12541	−4.89360	−3.90783	−3.25034	−2.78044	−2.42779
3.00	−24.1925	−12.0741	−8.03429	−6.01402	−4.80161	−3.83138	−3.18430	−2.72186	−2.37482
4.00	−22.7496	−11.3426	−7.54004	−5.63848	−4.49735	−3.58421	−2.97525	−2.54009	−2.21356
5.00	−20.4798	−10.2062	−6.78140	−5.06880	−4.04108	−3.21872	−2.67031	−2.27843	−1.98439
6.50		−8.24444	−5.47701	−4.09313	−3.26267	−2.59815	−2.15501	−1.83835	−1.60075
8.00		−6.64843	−4.41633	−3.30090	−2.63124	−2.09537	−1.73802	−1.48266	−1.29105
10.00		−5.26748	−3.49952	−2.61543	−2.08488	−1.66035	−1.37723	−1.17492	−1.02311
12.00			−2.91462	−2.17829	−1.73642	−1.38284	−1.14704	−0.978547	−0.852110
15.00				−1.74367	−1.38996	−1.10692	−0.918170	−0.783288	−0.682076
18.00					−1.15827	−0.922415	−0.765122	−0.652722	−0.568380
21.00							−0.655813	−0.559471	−0.487178
24.00									−0.426279

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.25									
1.50									
2.00									
2.50	−1.93353	−1.60339							
3.00	−1.88847	−1.56367	−1.33118	−1.15636	−0.910503				
4.00	−1.75602	−1.45054	−1.23194	−1.06763	−0.836676	−0.631614	−0.484747		
5.00	−1.57240	−1.29736	−1.10057	−0.952668	−0.744322	−0.605327	−0.428557	−0.318532	
6.50	−1.26784	−1.04558	−0.886561	−0.767038	−0.599066	−0.486318	−0.343423	−0.255115	
8.00	−1.02257	−0.843334	−0.715071	−0.618662	−0.483152	−0.392169	−0.276791	−0.205448	
10.00	−0.810399	−0.668378	−0.566746	−0.490349	−0.382955	−0.310332	−0.219327	−0.162690	
12.00	−0.674944	−0.556555	−0.472005	−0.408372	−0.318915	−0.258832	−0.182586	−0.135366	
15.00	−0.540255	−0.445564	−0.377800	−0.326859	−0.255242	−0.207138	−0.146080	−0.108249	
18.00	−0.450197	−0.371288	−0.314817	−0.272366	−0.212683	−0.172592	−0.121700	−0.0901581	
21.00	−0.385878	−0.318241	−0.269837	−0.233449	−0.182291	−0.147925	−0.104297	−0.0772523	
24.00	−0.337642	−0.278459	−0.236105	−0.204265	−0.159500	−0.129429	−0.0912510	−0.0675808	

表—5 (c) R_5 および R_8 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	25.0332	12.5688	8.43453	6.38224	5.16094				
1.00	25.0019	12.5172	8.36220	6.28920	5.04876				
1.25	24.9343	12.4742	8.32338	6.24954	5.01630	4.02131	3.34185		
1.50	24.9553	12.4320	8.32612	6.24237	5.00221	4.00571	3.32500	2.82255	2.49744
2.00	24.8665	12.4351	8.29470	6.22448	4.98232	3.98851	3.30757	2.83308	2.48581
2.50	24.6487	12.3874	8.23354	6.18140	4.94997	3.95463	3.27071	2.80354	2.46176
3.00	24.2774	12.1592	8.11965	6.09963	4.88746	3.91752	3.10185	2.66687	2.34051
4.00	22.8754	11.4685	7.66605	5.76462	4.62562	3.71065	2.80343	2.41169	2.11778
5.00	20.6124	10.3388	6.91412	5.20161	4.17398	3.35172	2.26798	1.95141	1.71391
6.50		8.35711	5.58972	4.20589	3.37549	2.71104	1.82838	1.57309	1.38156
8.00		6.73858	4.50701	3.39111	2.72148	2.18568	1.44811	1.24585	1.09410
10.00		5.33821	3.57026	2.68620	2.15568	1.73118	1.20603	1.03758	0.911193
12.00			2.97350	2.23719	1.79535	1.44160	0.965414	0.830566	0.729392
15.00				1.79034	1.43715	1.15413	0.804487	0.692115	0.607804
18.00					1.19759	0.961755	0.689553	0.593234	0.520968
21.00									0.455845
24.00									

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	1.99224	1.66275						
3.00	1.97550	1.65157	1.41953	1.24515	1.00019			
4.00	1.88334	1.57825	1.36007	1.19621	0.966262	0.812373	0.618848	
5.00	1.70609	1.43140	1.23458	1.08750	0.880645	0.742332	0.568659	0.453881
6.50	1.38122	1.15924	1.00051	0.881336	0.714182	0.602435	0.462174	0.377597
8.00	1.11326	0.934232	0.806212	0.710083	0.575243	0.485087	0.371901	0.303622
10.00	0.881532	0.739678	0.638240	0.562067	0.455214	0.383764	0.294048	0.239919
12.00	0.734141	0.615991	0.531502	0.468057	0.379056	0.319540	0.244809	0.199719
15.00	0.587661	0.493081	0.425446	0.374656	0.303407	0.255762	0.195934	0.159836
18.00	0.489696	0.410820	0.354517	0.312192	0.252817	0.213111	0.163252	0.133169
21.00	0.419732	0.352174	0.303863	0.267584	0.216690	0.182656	0.139918	0.114131
24.00	0.367263	0.308150	0.265877	0.234132	0.189599	0.159819	0.122422	0.0998582

表—5 (d) R_6 および $-R_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.260810	0.174710	0.164030	0.172250	0.187490				
1.00	0.417680	0.219370	0.158840	0.133112	0.121293				
1.25	0.641090	0.320045	0.215129	0.164546	0.135754	0.114192			
1.50	0.918610	0.453119	0.298806	0.222515	0.177496	0.142143	0.119382		
2.00	1.62358	0.798522	0.523565	0.386275	0.304038	0.238434	0.194378	0.163863	0.140772
2.50	2.51095	1.23840	0.814072	0.601890	0.474580	0.372663	0.304730	0.256161	0.219746
3.00	3.54395	1.75473	1.15811	0.859715	0.680665	0.537188	0.441513	0.373075	0.321696
4.00	5.77464	2.87762	1.91173	1.42867	1.13873	0.906650	0.751830	0.641135	0.558038
5.00	7.64635	3.82288	2.54821	1.91076	1.52821	1.22204	1.01785	0.871908	0.762360
6.50		4.44083	2.96569	2.22802	1.78535	1.43112	1.19488	1.02607	0.899412
8.00		4.31618	2.88411	2.16799	1.73826	1.39438	1.16507	1.00121	0.878266
10.00		3.83626	2.56408	1.92792	1.54617	1.24069	1.03699	0.891430	0.782217
12.00			2.27073	1.70757	1.36963	1.09921	0.918885	0.790031	0.693353
15.00				1.45076	1.16378	0.934155	0.781026	0.671609	0.589514
18.00					1.00785	0.809070	0.676809	0.581789	0.510722
21.00							0.595530	0.512180	0.449644
24.00									0.401239

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	0.168711	0.134687						
3.00	0.249580	0.201334	0.166712	0.140625	0.103773			
4.00	0.441481	0.363550	0.307676	0.265597	0.206238	0.166155	0.114877	
5.00	0.608853	0.506303	0.432885	0.377671	0.300004	0.247811	0.181610	0.140981
6.50	0.721931	0.603456	0.518693	0.455008	0.365573	0.305651	0.230095	0.184091
8.00	0.706014	0.591046	0.508809	0.447036	0.360325	0.302274	0.229196	0.184854
10.00	0.629210	0.527092	0.454053	0.399193	0.322199	0.270670	0.205846	0.166573
12.00	0.557905	0.467516	0.402864	0.354306	0.289164	0.240565	0.183225	0.148514
15.00	0.474504	0.397748	0.342853	0.301625	0.243773	0.205067	0.156411	0.126931
18.00	0.411161	0.344718	0.297195	0.261511	0.211436	0.177937	0.135834	0.110380
21.00	0.362036	0.303569	0.261756	0.230354	0.186254	0.156820	0.119782	0.0973974
24.00	0.323091	0.270938	0.233641	0.205630	0.166330	0.140041	0.107009	0.0870556

表—6 (a) S_3 の数値

$t\sqrt{2\alpha/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.562452	−0.387245	−0.361159	−0.371271	−0.394032				
1.00	−0.903894	−0.510876	−0.397720	−0.333497	−0.306513				
1.25	−1.39570	−0.752685	−0.541560	−0.433759	−0.379206	−0.333228			
1.50	−1.99630	−1.06451	−0.754875	−0.601066	−0.509615	−0.436913	−0.389130		
2.00	−3.50033	−1.84930	−1.29843	−1.02230	−0.857295	−0.724517	−0.635819	−0.572106	−0.524159
2.50	−5.34389	−2.79771	−1.94797	−1.52247	−1.26671	−1.06143	−0.924080	−0.825415	−0.751035
3.00	−7.42954	−3.84992	−2.65553	−2.05753	−1.69811	−1.40980	−1.21694	−1.07855	−0.974282
4.00	−11.8132	−6.01806	−4.03515	−3.11785	−2.53683	−2.07123	−1.76014	−1.53731	−1.369680
5.00	−15.4438	−7.79590	−5.24555	−3.96962	−3.20347	−2.58986	−2.18017	−1.88698	−1.66662
6.50		−8.92538	−5.97425	−4.49804	−3.61182	−2.90226	−2.42869	−2.08996	−1.83552
8.00		−8.63558	−5.77071	−4.33772	−3.47750	−2.78880	−2.32923	−2.00055	−1.75369
10.00		−7.65974	−5.11478	−3.84183	−3.07769	−2.46593	−2.05773	−1.76581	−1.54657
12.00			−4.52261	−3.39576	−2.71932	−2.17779	−1.81646	−1.55805	−1.36399
15.00				−2.87932	−2.30493	−1.84511	−1.53827	−1.31886	−1.15409
18.00					−1.99309	−1.59504	−1.32943	−1.13950	−0.996873
21.00							−1.16854	−1.00141	−0.875915
24.00									−0.780507

$t\sqrt{2\alpha/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−0.645782	−0.574423						
3.00	−0.827006	−0.727424	−0.655077	−0.599761	−0.519618			
4.00	−1.13370	−0.974954	−0.860330	−0.773287	−0.648769	−0.562735	−0.446753	
5.00	−1.35696	−1.14924	−0.999753	−0.886670	−0.725951	−0.616096	−0.472265	−0.374782
6.50	−1.47831	−1.23908	−1.06726	−0.937556	−0.753943	−0.639212	−0.467857	−0.364500
8.00	−1.40724	−1.17532	−1.00884	−0.883232	−0.705643	−0.585210	−0.429903	−0.331213
10.00	−1.23890	−1.03299	−0.885204	−0.773742	−0.616169	−0.500384	−0.371805	−0.284543
12.00	−1.09168	−0.909444	−0.778659	−0.680029	−0.540618	−0.445163	−0.324506	−0.247374
15.00	−0.922895	−0.763174	−0.657150	−0.573431	−0.455113	−0.374966	−0.271768	−0.206358
18.00	−0.796744	−0.662824	−0.566730	−0.494273	−0.391881	−0.322529	−0.233244	−0.176657
21.00	−0.699820	−0.581985	−0.497436	−0.433686	−0.343603	−0.282593	−0.204053	−0.154274
24.00	−0.623432	−0.518328	−0.442915	−0.386054	−0.305709	−0.251297	−0.181253	−0.136858

表—6 (b) S_4 の数値

$t\sqrt{2\alpha/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.125	0.150	0.170	0.200
0.75	50.5099	25.5280	17.2080	13.0515	10.5591				
1.00	50.4765	25.4879	17.1587	12.9933	10.4943				
1.25	50.4348	25.4564	17.1284	12.9628	10.4621	8.45991			
1.50	50.3665	25.4127	17.0920	12.9296	10.4305	8.42930	7.09319		
2.00	50.0370	25.2496	16.9641	12.8191	10.3303	8.33731	7.00668	6.05458	5.33908
2.50	49.5689	24.9428	16.7314	12.6236	10.1572	8.18226	6.86384	5.92060	5.21184
3.00	48.6983	24.4590	16.3769	12.3340	9.90678	7.95332	6.66616	5.73827	5.04119
4.00	45.7024	22.8867	15.2296	11.4747	9.19069	7.35217	6.14202	5.26946	4.61416
5.00	41.1041	20.5554	13.7044	10.2778	8.22096	6.57448	5.47588	4.69036	4.10051
6.50		16.5935	11.0575	8.28875	6.62675	5.29534	4.40871	3.77404	3.29748
8.00		13.3826	8.91855	6.68580	5.34559	4.27275	3.55695	3.04513	2.66081
10.00		10.6042	7.06763	5.29874	4.23695	3.38599	2.81987	2.41437	2.10987
12.00			5.88643	4.41319	3.52886	2.82096	2.34863	2.01089	1.75728
15.00				3.53289	2.82470	2.25803	1.87994	1.60959	1.40657
18.00					2.35387	1.88166	1.56658	1.34129	1.17211
21.00							1.34277	1.14966	1.00466
24.00									0.879076

$t\sqrt{2\alpha/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	4.21640	3.54919						
3.00	4.06246	3.40681	2.93576	2.58004	2.07608			
4.00	3.69459	3.07913	2.63742	2.30428	1.83333	1.51413	1.10207	
5.00	3.27801	2.71939	2.32223	2.02294	1.60020	1.31416	0.946548	0.712238
6.50	2.62895	2.18174	1.86099	1.61924	1.27791	1.04705	0.750564	0.563311
8.00	2.12165	1.76096	1.50223	1.30722	1.03181	0.845463	0.605968	0.454585
10.00	1.68267	1.39687	1.19184	1.03728	0.818971	0.671204	0.481162	0.360873
12.00	1.40148	1.16343	0.992665	0.863927	0.682073	0.558970	0.400606	0.300308
15.00	1.12176	0.931200	0.794493	0.691434	0.545847	0.447286	0.320469	0.240111
18.00	0.934769	0.775969	0.662046	0.576162	0.454833	0.372690	0.266985	0.199984
21.00	0.801220	0.665105	0.567455	0.493838	0.389839	0.319426	0.228807	0.171557
24.00	0.701064	0.581962	0.496518	0.432102	0.341100	0.279485	0.200186	0.149904

表—6 (c) S_5 および S_8 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/t_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−49.5643	−24.6322	−16.3603	−12.2519	−9.80580				
1.00	−49.5047	−24.5320	−16.2184	−12.0690	−9.58471				
1.25	−49.4712	−24.4958	−16.1747	−12.0199	−9.52586	−7.53165			
1.50	−49.4295	−24.4791	−16.1625	−12.0037	−9.50813	−7.51106	−6.17914		
2.00	−49.2672	−24.4214	−16.1375	−11.9940	−9.50661	−7.51513	−6.18609	−5.23549	−4.52139
2.50	−48.9109	−24.2857	−16.0750	−11.9680	−9.50245	−7.52831	−6.21074	−5.26830	−4.56030
3.00	−48.2369	−23.9932	−15.9165	−11.8742	−9.44748	−7.50459	−6.20799	−5.28065	−4.58410
4.00	−45.5441	−22.7285	−15.1218	−11.3171	−9.03339	−7.20521	−5.98538	−5.11318	−4.45824
5.00	−41.0775	−20.5290	−13.6781	−10.2516	−8.19501	−6.54872	−5.46037	−4.66511	−4.07552
6.50		−16.6052	−11.0693	− 8.30059	−6.63870	−5.30844	−4.42095	−3.78945	−3.31003
8.00		−13.3478	− 8.92394	− 6.69116	−5.35102	−4.27820	−3.56250	−3.05052	−2.66674
10.00		−10.6043	− 7.06770	− 5.29885	−4.23712	−3.38723	−2.82021	−2.41481	−2.11042
12.00			− 5.88627	− 4.41307	−3.52879	−2.82096	−2.34869	−2.01104	−1.75753
15.00				− 3.53266	−2.82481	−2.25817	−1.88015	−1.60986	−1.40692
18.00					−2.35394	−1.88177	−1.56674	−1.34150	−1.17239
21.00							−1.34290	−1.14934	−1.00489
24.00									−0.879280

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/t_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−3.56524	−2.90031						
3.00	−3.60539	−2.95175	−2.48167	−2.12604	−1.62503			
4.00	−3.53942	−2.92478	−2.48394	−2.15175	−1.63203	−1.36924	−0.961470	
5.00	−3.24359	−2.69564	−2.29925	−2.00072	−1.57936	−1.29610	−0.934455	−0.710603
6.50	−2.64197	−2.19325	−1.87505	−1.63395	−1.29413	−1.06512	−0.773528	−0.593257
8.00	−2.12792	−1.76763	−1.50937	−1.31438	−1.04075	−0.855978	−0.620662	−0.475150
10.00	−1.68350	−1.39205	−1.19337	−1.03925	−0.821908	−0.675544	−0.489003	−0.373629
12.00	−1.40195	−1.16417	−0.993722	−0.865354	−0.684307	−0.562411	−0.407034	−0.310938
15.00	−1.12228	−0.931943	−0.795497	−0.692737	−0.547878	−0.450226	−0.325845	−0.248921
18.00	−0.935197	−0.776581	−0.662873	−0.577229	−0.456522	−0.375144	−0.271492	−0.207398
21.00	−0.801582	−0.665625	−0.568160	−0.494769	−0.391286	−0.321532	−0.232686	−0.177740
24.00	−0.701379	−0.582416	−0.497133	−0.432907	−0.342367	−0.281332	−0.203590	−0.155512

表—6 (d) S_6 および $-S_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.498164	−0.325945	−0.301649	−0.321245	−0.351977				
1.00	−0.793907	−0.397115	−0.275530	−0.224337	−0.200706				
1.25	−1.21831	−0.576915	−0.365794	−0.264362	−0.206536	−0.163144			
1.50	−1.74766	−0.816122	−0.507049	−0.354033	−0.263575	−0.192363	−0.146357		
2.00	−3.10290	−1.45201	−0.901342	−0.626005	−0.460368	−0.328637	−0.240597	−0.177648	−0.130555
2.50	−4.83395	−2.28783	−1.43315	−1.01277	−0.757143	−0.552047	−0.414921	−0.316524	−0.242439
3.00	−6.87959	−3.30000	−2.10561	−1.50766	−1.14829	−0.860023	−0.667240	−0.528932	−0.424745
4.00	−11.3576	−5.56248	−3.62956	−2.66229	−2.03129	−1.61570	−1.20464	−1.03183	−0.914233
5.00	−15.1391	−7.49119	−4.94033	−3.66493	−2.89331	−2.28520	−1.87557	−1.58241	−1.36210
6.50		−8.76876	−5.81763	−4.34145	−3.45526	−2.74573	−2.27220	−1.93352	−1.67913
8.00		−8.54266	−5.67730	−4.24484	−3.33464	−2.69597	−2.23644	−1.90781	−1.66101
10.00		−7.60077	−5.05581	−3.78288	−3.01877	−2.40705	−1.99838	−1.70700	−1.48782
12.00			−4.49099	−3.35415	−2.67774	−2.13525	−1.77495	−1.51659	−1.32258
15.00				−2.85267	−2.27829	−1.81850	−1.51170	−1.29234	−1.12761
18.00					−1.97462	−1.57659	−1.31102	−1.12112	−0.978541
21.00							−1.15503	−0.937941	−0.862477
24.00									−0.770242

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−0.137366	−0.0673246						
3.00	−0.277659	−0.178319	−0.106232	−0.0512189	0.0281535			
4.00	−0.678305	−0.519639	−0.405005	−0.318151	−0.193337	−0.108207	−0.04526756	
5.00	−1.05254	−0.844957	−0.695619	−0.582709	−0.422428	−0.313127	−0.170980	−0.0801382
6.50	−1.32205	−1.08299	−0.911357	−0.781880	−0.598803	−0.474759	−0.315274	−0.214929
8.00	−1.31469	−1.08294	−0.916652	−0.791292	−0.614243	−0.494514	−0.341111	−0.245182
10.00	−1.16029	−0.974543	−0.826947	−0.715712	−0.558603	−0.452603	−0.316895	−0.232229
12.00	−1.05040	−0.868318	−0.737717	−0.639303	−0.500422	−0.406631	−0.286760	−0.212151
15.00	−0.896529	−0.741052	−0.631055	−0.547572	−0.429735	−0.350190	−0.248612	−0.185488
18.00	−0.778515	−0.644724	−0.548762	−0.476502	−0.374543	−0.305736	−0.217914	−0.163339
21.00	−0.686475	−0.568757	−0.484345	−0.420737	−0.331067	−0.270549	−0.193335	−0.145427
24.00	−0.612253	−0.503255	−0.432967	−0.376253	−0.296267	−0.242304	−0.173468	−0.130779

表—7 （a） U_3 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.0364257	−0.0309905	−0.0256720	−0.0181346	−0.0886185				
1.00	−0.0651813	−0.0625823	−0.0604992	−0.0575854	−0.0540041				
1.25	−0.100153	−0.0931699	−0.0866883	−0.0919095	−0.0926157	−0.0397181			
1.50	−0.139677	−0.137703	−0.136156	−0.134390	−0.132458	−0.129995	−0.127393		
2.00	−0.218308	−0.216376	−0.214221	−0.212009	−0.209727	−0.206894	−0.204072	−0.201287	−0.193456
2.50	−0.269409	−0.266591	−0.263957	−0.261331	−0.258632	−0.255333	−0.252187	−0.248965	−0.245167
3.00	−0.268525	−0.265766	−0.263147	−0.260537	−0.257927	−0.254668	−0.251502	−0.248354	−0.245221
4.00	−1.47734	−0.149215	−0.144770	−0.143331	−0.141890	−0.140057	−0.138327	−0.136580	−0.134831
5.00	0.03759800	0.03785200	0.03777800	0.03773700	0.03783200	0.03870400	0.03828400	0.03851600	0.03892010
6.50		0.123992	0.127711	0.126446	0.125201	0.123733	0.122158	0.120964	0.119199
8.00		0.163361	0.162234	0.160623	0.159034	0.157141	0.155140	0.153227	0.151344
10.00		0.160962	0.159363	0.157780	0.156217	0.154340	0.152332	0.150497	0.148640
12.00			0.147918	0.146448	0.144998	0.143249	0.141432	0.139681	0.137954
15.00				0.129913	0.128523	0.127074	0.125458	0.123903	0.122368
18.00					0.114253	0.112873	0.111450	0.110057	0.108392
21.00							0.0997248	0.0934370	0.0972643
24.00									0.0377979

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−0.239510	−0.233373						
3.00	−0.239071	−0.233045	−0.227136	−0.221330	−0.210073			
4.00	−0.131389	−0.128000	−0.124657	−0.121353	−0.114877	−0.108542	−0.0966698	
5.00	0.03978350	0.03103522	0.03121335	0.03136573	0.03171501	0.03213548	0.03211813	0.03265264
6.50	0.116322	0.113521	0.110793	0.108135	0.102995	0.098749	0.0887719	0.0798556
8.00	0.147644	0.144030	0.140499	0.137047	0.130344	0.123836	0.115561	0.0997740
10.00	0.144933	0.141418	0.137925	0.134505	0.127855	0.121431	0.109116	0.0972817
12.00	0.134557	0.131234	0.127982	0.124795	0.118594	0.112595	0.101070	0.0899565
15.00	0.119349	0.116395	0.113502	0.110665	0.105140	0.0997900	0.0894837	0.0795209
18.00	0.106008	0.103379	0.100805	0.0982802	0.0933501	0.0885913	0.0793981	0.0704831
21.00	0.0948503	0.0925061	0.0901995	0.0879357	0.0835261	0.0792490	0.0709961	0.0629806
24.00	0.0856262	0.0834997	0.0814158	0.0793711	0.0753848	0.0715176	0.0640507	0.0567903

表—7 （b） U_4 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.0320600	−0.0506300	−0.0795520	−0.0115934	−0.0158559				
1.00	−0.0802500	−0.0850900	−0.0934510	−0.0104062	−0.0116902				
1.25	−0.0183110	−0.0188170	−0.0189772	−0.0192045	−0.0195242	−0.0201226			
1.50	−0.0377950	−0.0374850	−0.0372605	−0.0370439	−0.0368750	−0.0368644	−0.0366213		
2.00	−0.107228	−0.106163	−0.105142	−0.104110	−0.103102	−0.102047	−0.100684	−0.0995021	−0.0983502
2.50	−0.215223	−0.213076	−0.210978	−0.208879	−0.206809	−0.204465	−0.201769	−0.199296	−0.196865
3.00	−0.335058	−0.331722	−0.328145	−0.325185	−0.321965	−0.318196	−0.314099	−0.310241	−0.306441
4.00	−0.497682	−0.492733	−0.487833	−0.483013	−0.478230	−0.472490	−0.466505	−0.460752	−0.455076
5.00	−0.524871	−0.519652	−0.514498	−0.509389	−0.504336	−0.498247	−0.491935	−0.485845	−0.479832
6.50		−0.441536	−0.437152	−0.432806	−0.428507	−0.423309	−0.417947	−0.412759	−0.407633
8.00		−0.353335	−0.349825	−0.346347	−0.342904	−0.338745	−0.334448	−0.330292	−0.326186
10.00		−0.277245	−0.274492	−0.271761	−0.269060	−0.265809	−0.262423	−0.259161	−0.255937
12.00			−0.228482	−0.226209	−0.223960	−0.221246	−0.218434	−0.215718	−0.213034
15.00				−0.181186	−0.179334	−0.177210	−0.174957	−0.172781	−0.170631
18.00					−0.149480	−0.147668	−0.145791	−0.143977	−0.142185
21.00							−0.124961	−0.123407	−0.121870
24.00									−0.106636

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−0.192106	−0.187465						
3.00	−0.293992	−0.291725	−0.284645	−0.277720	−0.264346			
4.00	−0.443930	−0.433041	−0.422393	−0.411932	−0.391756	−0.372243	−0.334675	
5.00	−0.468013	−0.456451	−0.445135	−0.434044	−0.412464	−0.391588	−0.351445	−0.311744
6.50	−0.397550	−0.387677	−0.378005	−0.368514	−0.350021	−0.332093	−0.297524	−0.263932
8.00	−0.318105	−0.310192	−0.302435	−0.294822	−0.279975	−0.265567	−0.237737	−0.210664
10.00	−0.249593	−0.243379	−0.237287	−0.231305	−0.219637	−0.203305	−0.186390	−0.165026
12.00	−0.207752	−0.202576	−0.197502	−0.192519	−0.182797	−0.173351	−0.155070	−0.137226
15.00	−0.166398	−0.162251	−0.158184	−0.154190	−0.146395	−0.138820	−0.124149	−0.109810
18.00	−0.138657	−0.135200	−0.131810	−0.128481	−0.121932	−0.115665	−0.103426	−0.0914562
21.00	−0.118846	−0.115833	−0.112977	−0.110122	−0.104550	−0.0991341	−0.0886363	−0.0783641
24.00	−0.103990	−0.101397	−0.0988541	−0.0963562	−0.0914796	−0.0867386	−0.0775488	−0.0685535

表—7 (c) U_5 および U_8 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.05	$-0.0^{3}124100$	$0.0^{3}322900$	0.0102179	0.0195093	0.0307711				
1.00	$-0.0^{3}817900$	$-0.0^{3}670500$	$-0.0^{3}440430$	$-0.0^{3}128200$	$0.0^{3}254240$				
1.25	−0.0206360	−0.0199810	−0.0189800	−0.0175916	−0.0158872	−0.0132344			
1.50	−0.0420320	−0.0416820	−0.0411671	−0.0404292	−0.0395267	−0.0380705	−0.0366699		
2.00	−0.120829	−0.120689	−0.120510	−0.120227	−0.119885	−0.119264	−0.118846	−0.118215	−0.117527
2.50	−0.247621	−0.247551	−0.247483	−0.247354	−0.247203	−0.246855	−0.246775	−0.246518	−0.246244
3.00	−0.399575	−0.399540	−0.399517	−0.399459	−0.399394	−0.399163	−0.399237	−0.399146	−0.399053
4.00	−0.677644	−0.677637	−0.677643	−0.677642	−0.677640	−0.677498	−0.677669	−0.677691	−0.677721
5.00	−0.886427	−0.886428	−0.886445	−0.886455	−0.886469	−0.886370	−0.886545	−0.886594	−0.886651
6.50		−1.12224	−1.12226	−1.12227	−1.12230	−1.12224	−1.12239	−1.12246	−1.12253
8.00		−1.28943	−1.28945	−1.28947	−1.28950	−1.28945	−1.28960	−1.28966	−1.28973
10.00		−1.43433	−1.43435	−1.43436	−1.43439	−1.43436	−1.43448	−1.43453	−1.43460
12.00			−1.52876	−1.52877	−1.52879	−1.52876	−1.52887	−1.52892	−1.52898
15.00				−1.62290	−1.62292	−1.62292	−1.62299	−1.62303	−1.62308
18.00					−1.68577	−1.68576	−1.68583	−1.68586	−1.68590
21.00							−1.73071	−1.73074	−1.73078
24.00									−1.76443

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	−0.245667	−0.245041						
3.00	−0.398882	−0.398714	−0.393593	−0.3[illegible]8507	−0.398500			
4.00	−0.677812	−0.677931	−0.678103	−0.678311	−0.678874	−0.679645	−0.681763	
5.00	−0.886793	−0.886972	−0.887191	−0.887439	−0.888039	−0.888773	−0.890595	−0.892740
6.50	−1.12270	−1.12290	−1.12314	−1.12341	−1.12403	−1.12475	−1.12644	−1.12834
8.00	−1.28990	−1.29010	−1.29034	−1.29060	−1.29120	−1.29190	−1.29351	−1.29531
10.00	−1.43475	−1.43493	−1.43514	−1.43537	−1.43591	−1.43652	−1.43794	−1.43953
12.00	−1.52911	−1.52927	−1.52945	−1.52966	−1.53012	−1.53066	−1.53189	−1.53326
15.00	−1.62319	−1.62332	−1.62347	−1.62364	−1.62403	−1.62447	−1.62549	−1.62662
18.00	−1.68600	−1.68611	−1.68624	−1.68639	−1.68671	−1.68709	−1.68795	−1.68891
21.00	−1.73086	−1.73095	−1.73107	−1.73120	−1.73148	−1.73181	−1.73255	−1.73338
24.00	−1.76450	−1.76459	−1.76469	−1.76480	−1.76505	−1.76534	−1.76600	−1.76672

表—7 (d) U_6 および $-U_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.0565537	0.0614220	0.0661695	0.0732637	0.0822918				
1.00	0.0991034	0.100929	0.102212	0.104366	0.107235				
1.25	0.152943	0.153857	0.154251	0.155062	0.156213	0.157850			
1.50	0.215629	0.216168	0.216233	0.216638	0.217180	0.217927	0.218917		
2.00	0.352922	0.353178	0.353151	0.353258	0.353433	0.353649	0.353970	0.354291	0.354720
2.50	0.475611	0.475767	0.475733	0.475778	0.475861	0.475949	0.476094	0.476230	0.476423
3.00	0.557387	0.557495	0.557463	0.557485	0.557531	0.557566	0.557642	0.557703	0.557798
4.00	0.612658	0.612715	0.612685	0.612689	0.612702	0.612694	0.612707	0.612703	0.612712
5.00	0.610921	0.610958	0.610934	0.610931	0.610932	0.610910	0.610903	0.610889	0.610874
6.50		0.576391	0.576371	0.576365	0.576361	0.576346	0.576325	0.576299	0.576275
8.00		0.520145	0.520128	0.520121	0.520113	0.520092	0.520069	0.520039	0.520009
10.00		0.446360	0.446345	0.446336	0.446326	0.446295	0.446278	0.446247	0.446213
12.00			0.388073	0.388064	0.388053	0.388025	0.388005	0.387975	0.387941
15.00				0.323752	0.323741	0.323720	0.323697	0.323669	0.323638
18.00					0.277200	0.277182	0.277160	0.277134	0.277105
21.00							0.242095	0.242072	0.242046
24.00									0.214762

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.25								
1.50								
2.00								
2.50	0.476836	0.477376						
3.00	0.557983	0.558231	0.558510	0.558856	0.559676			
4.00	0.612703	0.612703	0.612685	0.612674	0.612616	0.612519	0.612197	
5.00	0.610819	0.610760	0.610776	0.610587	0.610355	0.610053	0.609214	0.608172
6.50	0.576205	0.576127	0.576028	0.575921	0.575661	0.575346	0.574559	0.573566
8.00	0.519929	0.519839	0.519728	0.519607	0.519322	0.518986	0.518179	0.517222
10.00	0.446128	0.446031	0.445914	0.445787	0.445483	0.445140	0.444317	0.443364
12.00	0.387858	0.387763	0.387649	0.387524	0.387234	0.386897	0.386108	0.385204
15.00	0.323561	0.323473	0.323368	0.323254	0.322988	0.322681	0.321967	0.321158
18.00	0.277036	0.276956	0.276861	0.276756	0.276516	0.276239	0.275597	0.274873
21.00	0.241983	0.241910	0.241823	0.241729	0.241511	0.241260	0.240680	0.240028
24.00	0.214704	0.214637	0.214558	0.214472	0.214273	0.214045	0.213518	0.212927

表—8 (a) V_3 の 数 値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.0580252	−0.0600753	−0.0652763	−0.0739829	−0.0832494				
1.00	−0.0999137	−0.100165	−0.102175	−0.104547	−0.107371				
1.25	−0.153466	−0.153345	−0.154195	−0.155117	−0.156175	−0.157842			
1.50	−0.215990	−0.215809	−0.216237	−0.216655	−0.217114	−0.217848	−0.218681		
2.00	−0.353121	−0.352976	−0.353134	−0.353266	−0.353389	−0.353589	−0.353816	−0.354105	−0.354391
2.50	−0.475737	−0.475639	−0.475720	−0.475786	−0.475841	−0.475929	−0.476024	−0.476158	−0.476281
3.00	−0.557477	−0.557407	−0.557454	−0.557495	−0.557527	−0.557570	−0.557622	−0.557697	−0.557763
4.00	−0.612707	−0.612666	−0.612682	−0.612698	−0.612704	−0.612711	−0.612713	−0.612727	−0.612733
5.00	−0.610954	−0.610927	−0.610931	−0.610937	−0.610934	−0.610910	−0.610911	−0.610903	−0.610886
6.50		−0.576372	−0.576370	−0.576368	−0.576360	−0.576336	−0.576320	−0.576298	−0.576267
8.00		−0.520134	−0.520127	−0.520122	−0.520110	−0.520078	−0.520060	−0.520030	−0.519992
10.00		−0.446352	−0.446344	−0.446336	−0.446323	−0.446293	−0.446268	−0.446232	−0.446190
12.00			−0.388072	−0.388063	−0.388050	−0.388024	−0.387994	−0.387959	−0.387916
15.00				−0.323751	−0.323738	−0.323714	−0.323686	−0.323652	−0.323612
18.00					−0.277197	−0.277175	−0.277149	−0.277118	−0.277081
21.00							−0.242086	−0.242057	−0.242023
24.00									−0.214740

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.20								
1.50								
2.00								
2.50	−0.476600	−0.476976						
3.00	−0.557941	−0.558160	−0.558411	−0.558698	−0.559354			
4.00	−0.612758	−0.612797	−0.612841	−0.612899	−0.613066	−0.613279	−0.612367	
5.00	−0.610850	−0.610813	−0.610765	−0.610716	−0.610613	−0.610502	−0.610117	−0.603800
6.50	−0.576195	−0.576109	−0.576001	−0.575878	−0.575578	−0.575201	−0.574185	−0.572259
8.00	−0.519997	−0.519783	−0.519640	−0.519473	−0.519057	−0.518520	−0.517021	−0.514736
10.00	−0.446084	−0.445953	−0.445791	−0.445600	−0.445118	−0.444487	−0.442692	−0.439957
12.00	−0.387809	−0.387677	−0.387513	−0.387319	−0.386827	−0.386180	−0.384316	−0.381444
15.00	−0.323512	−0.323387	−0.323231	−0.323046	−0.322577	−0.321955	−0.320149	−0.317330
18.00	−0.276983	−0.276873	−0.276729	−0.276558	−0.276122	−0.275543	−0.273851	−0.271190
21.00	−0.241933	−0.241832	−0.241700	−0.241542	−0.241140	−0.240605	−0.239036	−0.236554
24.00	−0.214652	−0.214564	−0.214443	−0.214293	−0.213927	−0.213433	−0.211979	−0.209670

表—8 (b) V_4 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	−0.0255300	−0.0188200	−0.0924000	0.0314500	0.0172340				
1.00	−0.0860100	−0.0833600	−0.0793210	−0.0747490	−0.0688230				
1.25	−0.0208260	−0.0207070	−0.0205805	−0.0203652	−0.0201161	−0.0196935			
1.50	−0.0421390	−0.0420790	−0.0420436	−0.0419478	−0.0418426	−0.0416723	−0.0415680		
2.00	−0.120872	−0.120358	−0.120880	−0.120870	−0.120866	−0.120870	−0.120913	−0.120940	−0.120977
2.50	−0.247645	−0.247643	−0.247683	−0.247702	−0.247733	−0.247815	−0.247892	−0.247991	−0.248109
3.00	−0.399538	−0.399593	−0.399639	−0.399670	−0.399717	−0.399825	−0.399921	−0.400052	−0.400204
4.00	−0.677653	−0.677660	−0.677701	−0.677736	−0.677787	−0.677878	−0.677991	−0.678124	−0.678279
5.00	−0.886431	−0.886440	−0.886474	−0.886506	−0.886551	−0.886639	−0.886731	−0.886850	−0.886989
6.50		−1.12224	−1.12227	−1.12230	−1.12234	−1.12242	−1.12250	−1.12260	−1.12273
8.00		−1.28944	−1.28946	−1.28949	−1.28952	−1.28960	−1.28967	−1.28976	−1.28987
10.00		−1.43433	−1.43435	−1.43437	−1.43440	−1.43448	−1.43452	−1.43460	−1.43469
12.00			−1.52876	−1.52878	−1.52880	−1.52886	−1.52891	−1.52897	−1.52905
15.00				−1.62291	−1.62293	−1.62298	−1.62301	−1.62307	−1.62313
18.00					−1.68578	−1.68582	−1.68585	−1.68590	−1.68595
21.00							−1.73073	−1.73077	−1.73082
24.00									−1.76446

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ \ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000
0.75								
1.00								
1.20								
1.50								
2.00								
2.50	−0.248404	−0.248754						
3.00	−0.400585	−0.401043	−0.401610	−0.402265	−0.403912			
4.00	−0.678668	−0.679145	−0.679737	−0.680429	−0.682173	−0.684459	−0.691771	
5.00	−0.887338	−0.887772	−0.888311	−0.888947	−0.890566	−0.892703	−0.898979	−0.911970
6.50	−1.12304	−1.12342	−1.12391	−1.12448	−1.12594	−1.12789	−1.13359	−1.14284
8.00	−1.29014	−1.29049	−1.29092	−1.29143	−1.29274	−1.29449	−1.29963	−1.30783
10.00	−1.43493	−1.43522	−1.43559	−1.43602	−1.43714	−1.43863	−1.44304	−1.45009
12.00	−1.52925	−1.52950	−1.52982	−1.53019	−1.53115	−1.53244	−1.53625	−1.54236
15.00	−1.62330	−1.62350	−1.62376	−1.62407	−1.62485	−1.62591	−1.62905	−1.63411
18.00	−1.68609	−1.68626	−1.68648	−1.68674	−1.68740	−1.68829	−1.69096	−1.69526
21.00	−1.73093	−1.73108	−1.73127	−1.73149	−1.73207	−1.73284	−1.73515	−1.73888
24.00	−1.76457	−1.76470	−1.76486	−1.76506	−1.76557	−1.76625	−1.76828	−1.77157

表—8 （c） V_5 および V_8 の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	$-0.0^{2}396500$	$-0.0^{2}806200$	−0.0147784	−0.0239026	−0.0353314				
1.00	$-0.0^{2}840100$	$-0.0^{2}974300$	−0.0119405	−0.0149041	−0.0186507				
1.25	−0.0192850	−0.0199300	−0.0210373	−0.0223959	−0.0240351	−0.0266738			
1.50	−0.0386090	−0.03[illegible]2280	−0.0400403	−0.0409794	−0.0420833	−0.0437151	−0.0455588		
2.00	−0.109416	−0.110583	−0.111839	−0.113126	−0.114480	−0.116282	−0.118158	−0.120124	−0.122187
2.50	−0.219582	−0.221819	−0.224128	−0.226461	−0.228848	−0.231918	−0.235058	−0.238269	−0.241565
3.00	−0.341833	−0.345290	−0.348821	−0.352387	−0.356015	−0.360639	−0.365360	−0.370164	−0.375070
4.00	−0.507736	−0.512858	−0.518055	−0.523309	−0.528436	−0.535399	−0.542288	−0.549278	−0.556416
5.00	−0.535476	−0.540370	−0.546335	−0.551860	−0.557457	−0.564561	−0.571774	−0.579105	−0.586564
6.50		−0.459562	−0.464193	−0.468384	−0.473628	−0.479640	−0.485752	−0.491955	−0.498262
8.00		−0.367758	−0.371467	−0.375214	−0.379007	−0.383312	−0.388693	−0.393656	−0.393695
10.00		−0.288563	−0.291472	−0.294411	−0.297386	−0.301156	−0.304986	−0.308873	−0.312824
12.00			−0.242615	−0.245061	−0.247537	−0.250665	−0.253861	−0.257095	−0.260382
15.00				−0.196285	−0.198268	−0.200783	−0.203331	−0.205920	−0.208552
18.00					−0.165215	−0.167310	−0.169434	−0.171591	−0.173783
21.00							−0.145226	−0.147075	−0.148954
24.00									−0.130334

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.20									
1.50									
2.00									
2.50	−0.248390	−0.255514							
3.00	−0.385175	−0.395673	−0.406606	−0.417984	−0.442197				
4.00	−0.571059	−0.586241	−0.602010	−0.618402	−0.653241	−0.691209	−0.779155		
5.00	−0.601868	−0.617715	−0.634153	−0.651225	−0 687464	−0.726905	−0.817889	−0.931243	
6.50	−0.511193	−0.524570	−0.538433	−0.552819	−0.583323	−0.616480	−0.692845	−0.787679	
8.00	−0.409024	−0.419707	−0.430775	−0.442258	−0.466601	−0.492053	−0.553959	−0.629594	
10.00	−0.320922	−0.329297	−0.337973	−0.346974	−0.366053	−0.386787	−0.434532	−0.493845	
12.00	−0.267119	−0.274035	−0.281301	−0.288788	−0.304655	−0.321893	−0.361602	−0.410924	
15.00	−0.213945	−0.219521	−0.225298	−0.231289	−0.243938	−0.257786	−0.289554	−0.329015	
18.00	−0.178276	−0.182921	−0.187733	−0.192724	−0.203301	−0.214793	−0.241252	−0.274118	
21.00	−0.152804	−0.156785	−0.160903	−0.165185	−0.174249	−0.184096	−0.206768	−0.234929	
24.00	−0.133703	−0.137186	−0.140793	−0.144535	−0.152464	−0.161079	−0.180913	−0.205549	

表—8 （d） V_6 および $-V_7$ の数値

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.020	0.040	0.060	0.080	0.100	0.120	0.150	0.170	0.200
0.75	0.0356588	0.0335213	−0.0267974	0.0180997	$0.0^{2}723449$				
1.00	0.0656716	0.0658562	−0.0640327	0.0617400	0.0586791				
1.25	0.101644	0.102663	−0.102607	0.102374	0.101867	0.100673			
1.50	0 142131	0.143674	−0.144549	0.145391	0.146123	0.146757	0.147159		
2.00	0.223027	0.225405	−0 227463	0.229581	0.231699	0.234275	0.236826	0.239289	0.241729
2.50	0.274724	0.277600	−0.280298	0.283068	0.285871	0.289371	0.292913	0.296455	0.300041
3.00	0.273859	0.276702	−0.279430	0.282227	0.285062	0.288621	0.292237	0.295881	0.299581
4.00	0.150669	0.152234	−0.153729	0.155268	0.156826	0.158775	0.160760	0.162758	0.164786
5.00	$-0.0^{3}807900$	$-0.0^{3}785400$	$-0.0^{3}821700$	$-0.0^{3}842200$	$-0.0^{3}863700$	$-0.0^{3}909800$	$-0.0^{3}953710$	$-0.0^{2}101156$	$-0.0^{2}107448$
6.50		−0.134238	−0.135609	−0.136935	−0.138378	−0.140148	−0.141957	−0.143796	−0.145667
8.00		−0.170537	−0.172267	−0.174009	−0.175772	−0.178043	−0.180290	−0.182605	−0.184959
10.00		−0.167524	−0.169220	−0.170929	−0.172659	−0 174905	−0.177086	−0.179353	−0.181658
12.00			−0.157067	−0.158653	−0.160258	−0.162301	−0.164363	−0.166464	−0.168601
15.00				−0.140739	−0.142162	−0.143967	−0.145800	−0.147662	−0.149555
18.00					−0.126279	−0.127882	−0.129509	−0.131162	−0.132842
21.00							−0.115894	−0.117372	−0.118875
24.00									−0.107305

$t\sqrt{2\pi/k^2\omega}$ ＼ t/r_m	0.250	0.300	0.350	0.400	0.500	0.600	0.800	1.000	
0.75									
1.00									
1.20									
1.50									
2 00									
2.50	0.307237	0.314524							
3.00	0.307090	0.314795	0.322682	0.330782	0.347634				
4.00	0.168900	0.173128	0.177457	0.181911	0.191207	0 201091	0.222857		
5.00	$-0.0^{2}123585$	$-0.0^{2}142758$	$-0.0^{2}166618$	$-0.0^{2}194384$	$-0.0^{2}264401$	$-0.0^{2}356674$	$-0.0^{2}629804$	−0.0113649	
6.50	−0.149522	−0.153524	−0.157694	−0.162039	−0.171317	−0.181494	−0.205276	−0.235413	
8.00	−0.189796	−0.194807	−0.200012	−0.205423	−0.216931	−0.229491	−0.258610	−0.295112	
10.00	−0.186390	−0.191287	−0.196370	−0.201649	−0.212862	−0.225081	−0.253335	−0.288635	
12.00	−0.172984	−0.177521	−0.182226	−0.187112	−0.197485	−0.208780	−0.234875	−0 267435	
15.00	−0.153437	−0.157453	−0.161618	−0.165941	−0.175115	−0.185097	−0.208139	−0.236853	
18.00	−0.136287	−0.139850	−0.143545	−0.147379	−0.155512	−0.164361	−0.184772	−0.210190	
21.00	−0.121956	−0.125143	−0.128446	−0.131873	−0.139143	−0.147050	−0.165283	−0.187979	
24.00	−0.110035	−0.112960	−0.115940	−0.119032	−0.125589	−0.132719	−0.149157	−0.169611	

7. アーチの温度応力の特性

以上述べたアーチの温度応力の理論解にもとづいて，温度変化をうけるアーチの構造特性について考察してみよう。

簡単のために，アーチは年平均温度にて grout されたとし，下流面のみが温度変化を受ける場合と，上下流面が同じ温度変化を受ける場合について，拱頂および両岸取付部の推力，曲げモーメント，表面応力と半径方向変位の変化の振巾と位相の遅れとを第一，第二近似と厳密解とにより求めて比較すれば表—9～13 のようになる。ただし，これらの計算では，アーチの中心角は 120° とし，基礎岩盤の弾性係数はコンクリートの弾性係数と等しいとし，変形常数 α', β', γ' は，つぎのようにとって計算した。

$$\alpha'=\frac{5.075}{E_R t^2} \quad \beta'=\frac{1.556}{E_R}$$

$$\gamma'=\frac{1.785}{E_R} \quad \alpha'_2=0$$

その結果を要約するとつぎのようになる。

〔1〕 推　力

(a) 拱　頂　部

(i) 下流面のみが温度変化をうける場合は，平均温度の変化のみを加味した第一近似に比べて，第二近似厳密解の結果は，全般に大きく厚さが薄く，t/r_m が小さいときは約 40%，厚くて t/r_m が大きいときは 2 倍程度の振巾を示している。また，位相の遅れは全般に第一近似の方が 10～20%大きい。

(ii) 上下流面が同じ温度変化をうける場合は振巾，位相の遅れとも，いずれの解によるもほとんど一致している。

(b) 両岸取付部

いずれの場合も拱頂部の推力の場合と同じ傾向を示している。

〔2〕 曲げモーメント

(a) 拱　頂　部

(i) 下流面のみが温度変化を受ける場合は，第一近似に比べて第二近似，厳密解により求めた方が，きわめて大きく，全般に 10～7倍の振幅を示している。位相の遅れについては，一般に第二近似，厳密解の方が小さく薄いときはおよそ 25 %程度小さいが，厚さが増し，t/r_m が大きくなるにしたがって，その差は小さくなる。

(ii) 上下流面が同じ温度変化を受ける場合には，振幅は t/r_m が小さく薄い場合には三者大差ないが，厚さが増し t/r_m が大きくなるにしたがって，第二近似，厳密解で求めたものの方が小さくなり，第一近似により求めたものの半分程度にまでなる。位相の遅れは全般に第二近似，厳密解の方が大きく，その差は10～50%程度であるが，厚さが増し，t/r_m が大きくなるにしたがってその差は大きくなる傾向にある。

(b) 両岸取付部

(i) 下流面のみが温度変化をうける場合には，第一近似により求めたものと，第二近似，厳密解により求めたものとは，いちじるしく相違しており，振幅の符号が逆になっている。すなわち，温度が上昇するとともに，第一近似では正の曲げモーメント（上流面で圧縮が生ずるような曲げモーメント），第二近似，厳密解では負の曲げモーメントが生じている。振幅の大きさは全般に第二近似，厳密解の方が大きく，第一近似により求めたものとの比は，厚さが増すに比して大きくなり，t/r_m が大きくなるにつれて小さくなる傾向にある。この比は拱頂部の曲げモーメントの場合より小さく，t/r_m が 0.040 のときは 3～10 倍であるが，$t/r_m=0.30$ 附近では 1 に近くなっている。位相の遅れは，一般に厳密解，第二近似の方が小さい。

(ii) 上下流面が温度変化をうけるときは，振幅は t/r_m が小さいときは三者大差ないが，t/r_m が大きくなるにしたがって，第二近似厳密解により求めたものの方が大きくなり，$t/r_m=0.30$で10% $t/r_m=0.80$ で 50% 大きいくらいである。位相の遅れも大差ない。

〔3〕 上流面応力

(a) 拱　頂　部

(i) 下流面のみが温度変化する場合は，振幅は全般に第一近似に比べて第二近似，厳密解の方がいちじるしく大きい。第二近似は第一近似の 10～15 倍の値を示しており，厚さが増し t/r_m が増加するにつれてその比は大きくなっている。厳密解は第一近似のおよそ 10～4倍の値を示しており，第二近似の場合とは逆に厚さが増し，t/r_m が大きくなるにつれて第一近似により求めたものとの比は小さくなっている。これは厳密解には温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力が加付されているが，これは厚さが増すにつれて大きくなり，第二近似により求めた応力を減少させる方向に作用するために，このような結果になったものと思われる。位相の遅れは第一近似と厳密解とは大差なく，第二近似は一般に小さい。

(ii) 上下流面が同じ温度変化をうける場合，振幅は第一近似と第二近似とでは厚さが薄く t/r_m が小さいときはかなり一致するが，厚さが増し t/r_m が大きくなるにつれて，第二近似の方が小さくなっている。厳密解により求めたものは厚さが薄いときは第一近似により求めたものよりもやや振幅は大きいようであるが，厚さが増すと振幅の符号が逆転する。これは第一近似，第二近似で求めた応力は温度上昇により引張りとなるが，厳密解に加付される温度ひずみが適合条件を満足しないために生

ずる温度応力は，当然温度上昇により圧縮応力となるから，第二近似で求めた温度応力と温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力とが打ち消しあい，厚さが増し，後者が増加するにつれて後者が打ち勝って符号逆になったものと思われる。第一近似，第二近似では温度応力の振幅の絶対値は厚さが増すにしたがって小さくなるが，厳密解では逆に厚さが増すにしたがって大きくなっていることも注目すべき事実である。

（b）　両岸取付部

（i）　下流面のみが温度変化をうける場合には振幅は厳密解と第二近似とは比較的近い値を示しているが，第一近似はいちじるしく相違している。第一近似は外気温が上昇するに際して，圧縮応力が生ずるような振幅を示しているが，第二近似および厳密解の t/r_m が小さく，厚さが薄い部分では外気温の上昇により引張り応力が生ずるような振幅を示している。第二近似の振幅は第一近似の振幅に比べて t/r_m が小さく，厚さが厚いほど大きな値を示している。また厳密解は厚さが薄く，t/r_m が小さい部分では第二近似とほとんど一致した値を示しているが，厚さが増し，t/r_m が大きくなるにつれて，温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる圧縮の温度応力が加付されるために，振幅の符号は逆になり，$t/r_m=0.500$ 附近では第一近似に近い値を示している。

（ii）　上下流面が同じ温度変化をうける場合，振幅は第一近似と第二近似とでは厚さが薄く，t/r_m が小さいときはかなりよく一致するが，厚さが増し t/r_m が大きくなるにつれて，第二近似の方がやや大きくなっている。厳密解により求めたものは t/r_m が小さく，厚さが薄いときは第一近似，第二近似にだいたい近い値を示しているが，厚さが増し，t/r_m が大くなるにしたがって厳密解の方がいちじるしく大きな値を示している。すなわち，第一近似，第二近似では厚さが増すにしたがって，振幅は小さくなっているが，厳密解では逆に大きくなっている。これは拱頂部上流面応力の場合と同様に温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力が加付されるためである。

〔4〕　下流面応力

（a）　拱頂部

（i）　下流面のみが温度変化する場合は，振巾は全般に第一近似にくらべて，第二近似，厳密解の方がいちじるしく大きい。第二近似は第一近似の 10～5倍の値を示しており，厚さが増し，t/r_m が大きくなるにつれてその比は小さくなっている。厳密解は第一近似のおよそ10～20倍の値を示しており，第二近似の場合とは逆に厚さが増し，t/r_m が大きくなるにつれて，その比は大きくなっている。この場合にも，上下流面が同じ温度変化をうける場合の上流面拱頂部応力と同じように温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力が加えられるためで，厚さが増すとこの温度応力が大きくなるため，差がいちじるしくなっている。この場合にも振幅は第一近似，第二近似では厚さが増すにつれて小さくなっているが，厳密解では逆に大きくなっている。

位相の遅れは第二近似は第一近似に比べて全般に小さく，0.01～0.02年早くなっている。

（ii）　上下流面が同じ温度変化をうける場合，振巾は第一近似と第二近似とでは厚さが薄く，t/r_m が小さいときはかなり一致するが，厚さが増し t/r_m が大きくなるにつれて，第二近似の方が小さくなっている。また，厳密解により求めたものは厚さが薄い部分では振巾は第一近似，第二近似とほぼ一致するが，厚さが増すにつれて第一近似，第二近似により求めたものに比べて，いちじるしく大きくなっている。この場合にも厚さが増すにつれて，第一近似，第二近似で求めたものは振巾が小さくなっているが，厳密解で求めたものは逆に大きくなっている。

位相の遅れは第二近似は全般にわたって第一近似よりわずかに大きいが，厳密解では第一近似，第二近似とは逆に位相は外気温の変化より早くなっている。

（b）　両岸取付部

（i）　下流面のみが温度変化をうける場合，振巾は第一近似と第二近似および厳密解とは符号が逆になっている。すなわち，第一近似では外気温が上昇する際に引張応力が生ずるような振巾を示しているが，第二近似，厳密解によるときは逆に圧縮応力が生ずるような結果を示している。振巾の絶対値も第二近似，厳密解の方が第一近似に比して大きくとくに厚さが厚い方がいちじるしい。また，第一近似，第二近似による応力はいずれも厚さが増すにつれて振巾は減少しているが，厳密解により求めたものは逆に大きくなっている。

位相の遅れは第二近似，厳密解により求めたものは第一近似により求めたものよりも全般に小さく，とくに厳密解により求めたものは符号が逆になっており，外気温の変動より早くなっている。

（ii）　上下流面が同じ温度変化を受ける場合，振巾は第一近似により求めたものと第二近似により求めたものとは厚さが薄く t/r_m が小さいときは，ほとんど一致しているが厚さが増し，t/r_m が大きくなるにしたがってやや第二近似により求めたものの方が大きくなっている。厳密解により求めたものは厚さが薄く，t/r_m が小さいときは第一近似，第二近似により求めたものとほとんど一致するが，厚さが増すにつれて符号を変じ，厚さが厚い部分では温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力により，ほとんど支配されているようである。

位相の遅れは第一近似と第二近似とはほとんど一致しているが，厳密解により求めたものは厚さが薄いときは

表—9 (a) $\frac{H_0}{\mathfrak{A}_1 E c r_m}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.0^3109	0.0^2146					0.0132	0.0132				
	2.00	0.0^3102	0.0^2136	0.0^2813				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	0.0^461	0.0^3816	0.0^2485	0.0119	0.0285	0.0463	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	0.0^427	0.0^3359	0.0^2212	0.0^2513	0.0120	0.0187	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		0.0^3241	0.0^2142	0.0^2343	0.0^2801	0.0124		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	0.0^3146	0.0^2197					0.0106	0.0109				
	2.00	0.0^3138	0.0^2186	0.0113				0.0396	0.0397	0.0399			
	4.00	0.0^493	0.0^2126	0.0^2758	0.0189	0.0466	0.0790	0.0909	0.0911	0.0914	0.0919	0.0930	0.0951
	8.00	0.0^450	0.0^3677	0.0^2408	0.0101	0.0249	0.0417	0.1097	0.1097	0.1099	0.1101	0.1107	0.1120
	12.00		0.0^3464	0.0^2280	0.0^2694	0.0170	0.0285		0.1151	0.1152	0.1154	0.1157	0.1166
厳密解	1.00	0.0^3146	0.0^2197					0.0106	0.0109				
	2.00	0.0^3138	0.0^2186	0.0113				0.0396	0.0397	0.0399			
	4.00	0.0^493	0.0^2126	0.0^2758	0.0189	0.0466	0.0790	0.0909	0.0911	0.0914	0.0919	0.0930	0.0951
	8.00	0.0^450	0.0^3677	0.0^2408	0.0101	0.0249	0.0417	0.1097	0.1097	0.1099	0.1101	0.1107	0.1120
	12.00		0.0^3464	0.0^2280	0.0^2694	0.0170	0.0285		0.1151	0.1152	0.1154	0.1157	0.1166

表—9 (b) $\frac{H_0}{\mathfrak{A}_1 E c r_m}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.0^3221	0.0^2301					0.0132	0.0131				
	2.00	0.0^3207	0.0^2282	0.0174				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	0.0^3124	0.0^2169	0.0105	0.0267	0.0701	0.1322	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	0.0^455	0.0^3752	0.0^2466	0.0119	0.0312	0.0591	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		0.0^3504	0.0^2312	0.0^2797	0.0209	0.0396		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	0.0^3221	0.0^2301					0.0132	0.0132				
	2.00	0.0^3206	0.0^2281	0.0174				0.0500	0.0502	0.0505			
	4.00	0.0^3125	0.0^2169	0.0104	0.0264	0.0686	0.1273	0.1196	0.1203	0.1214	0.1226	0.1250	0.1290
	8.00	0.0^455	0.0^3743	0.0^2454	0.0114	0.0291	0.0523	0.1259	0.1264	0.1272	0.1281	0.1299	0.1331
	12.00		0.0^3497	0.0^2304	0.0^2763	0.0194	0.0346		0.1254	0.1259	0.1265	0.1277	0.1299
厳密解	1.00	0.0^3221	0.0^2301					0.0132	0.0132				
	2.00	0.0^3206	0.0^2281	0.0174				0.0500	0.0502	0.0505			
	4.00	0.0^3125	0.0^2169	0.0104	0.0264	0.0686	0.1273	0.1196	0.1203	0.1214	0.1226	0.1250	0.1290
	8.00	0.0^455	0.0^3743	0.0^2454	0.0114	0.0291	0.0523	0.1259	0.1264	0.1272	0.1281	0.1299	0.1331
	12.00		0.0^3497	0.0^2304	0.0^2763	0.0194	0.0346		0.1254	0.1259	0.1265	0.1277	0.1299

表—9 (c) $\frac{H_A}{\mathfrak{A}_1 E c r_m}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	振巾 0.100	振巾 0.200	振巾 0.300	振巾 0.500	振巾 0.800	位相差 0.040	位相差 0.100	位相差 0.200	位相差 0.300	位相差 0.500	位相差 0.800
第一近似	1.00	$0.0^4 55$	$0.0^3 728$					0.0132	0.0132				
	2.00	$0.0^4 51$	$0.0^3 681$	$0.0^2 407$				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	$0.0^4 31$	$0.0^3 408$	$0.0^2 243$	$0.0^2 595$	0.0143	0.0231	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	$0.0^4 14$	$0.0^3 180$	$0.0^2 106$	$0.0^2 256$	$0.0^2 602$	$0.0^2 937$	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		$0.0^3 121$	$0.0^3 708$	$0.0^2 171$	$0.0^2 401$	$0.0^2 618$		0.1254	0.1260	0.1226	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	$0.0^4 73$	$0.0^3 984$					0.0106	0.0109				
	2.00	$0.0^4 69$	$0.0^3 930$	$0.0^2 563$				0.0396	0.0397	0.0399			
	4.00	$0.0^4 47$	$0.0^3 628$	$0.0^2 379$	$0.0^2 943$	0.0233	0.0395	0.0909	0.0911	0.0914	0.0919	0.0930	0.0951
	8.00	$0.0^4 25$	$0.0^3 339$	$0.0^2 204$	$0.0^2 506$	0.0124	0.0208	0.1097	0.1097	0.1099	0.1101	0.1107	0.1120
	12.00		$0.0^3 232$	$0.0^2 140$	$0.0^2 347$	$0.0^2 852$	0.0142		0.1151	0.1152	0.1154	0.1157	0.1166
厳密解	1.00	$0.0^4 73$	$0.0^3 984$					0.0106	0.0109				
	2.00	$0.0^4 69$	$0.0^3 930$	$0.0^2 563$				0.0396	0.0397	0.0399			
	4.00	$0.0^4 47$	$0.0^3 628$	$0.0^2 379$	$0.0^2 943$	0.0233	0.0395	0.0909	0.0911	0.0914	0.0919	0.0930	0.0951
	8.00	$0.0^4 25$	$0.0^3 339$	$0.0^2 204$	$0.0^2 506$	0.0124	0.0208	0.1097	0.1097	0.1099	0.1101	0.1107	0.1120
	12.00		$0.0^3 232$	$0.0^2 140$	$0.0^2 347$	$0.0^2 854$	0.0142		0.1151	0.1152	0.1154	0.1157	0.1166

表—9 (d) $\frac{H_A}{\mathfrak{A}_1 E c r_m}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	振巾 0.100	振巾 0.200	振巾 0.300	振巾 0.500	振巾 0.800	位相差 0.040	位相差 0.100	位相差 0.200	位相差 0.300	位相差 0.500	位相差 0.800
第一近似	1.00	$0.0^3 111$	$0.0^2 151$					0.0132	0.0131				
	2.00	$0.0^3 104$	$0.0^2 141$	$0.0^2 872$				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	$0.0^4 62$	$0.0^3 846$	$0.0^2 524$	0.0134	0.0351	0.0661	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	$0.0^4 28$	$0.0^3 376$	$0.0^2 233$	$0.0^2 595$	0.0156	0.0295	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		$0.0^3 252$	$0.0^2 156$	$0.0^2 399$	0.0105	0.0198		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	$0.0^3 111$	$0.0^2 150$					0.0132	0.0132				
	2.00	$0.0^3 103$	$0.0^2 141$	$0.0^2 871$				0.0500	0.0502	0.0505			
	4.00	$0.0^4 63$	$0.0^3 843$	$0.0^2 520$	0.0132	0.0343	0.0637	0.1196	0.1203	0.1214	0.1226	0.1250	0.1290
	8.00	$0.0^4 28$	$0.0^3 372$	$0.0^2 227$	$0.0^2 571$	0.0145	0.0262	0.1259	0.1264	0.1272	0.1281	0.1299	0.1331
	12.00		$0.0^3 249$	$0.0^2 152$	$0.0^2 381$	$0.0^2 968$	0.0173		0.1254	0.1259	0.1265	0.1277	0.1299
厳密解	1.00	$0.0^3 111$	$0.0^2 150$					0.0132	0.0132				
	2.00	$0.0^3 103$	$0.0^2 141$	$0.0^2 871$				0.0500	0.0502	0.0505			
	4.00	$0.0^4 63$	$0.0^3 843$	$0.0^2 520$	0.0132	0.0343	0.0637	0.1196	0.1203	0.1214	0.1226	0.1250	0.1290
	8.00	$0.0^4 28$	$0.0^3 372$	$0.0^2 227$	$0.0^2 571$	0.0145	0.0262	0.1259	0.1264	0.1272	0.1281	0.1299	0.1331
	12.00		$0.0^3 249$	$0.0^2 152$	$0.0^2 381$	$0.0^2 968$	0.0173		0.1254	0.1259	0.1265	0.1277	0.1299

表—10 (a) $\frac{M_0}{\mathfrak{A}_1 E c r_m^2}$ （下流面のみが温度変化を受ける場合）

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	$-0.0^{4}20$	$-0.0^{3}272$					0.0132	0.0132				
	2.00	$-0.0^{4}19$	$-0.0^{3}255$	$-0.0^{2}163$				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	$-0.0^{4}11$	$-0.0^{3}153$	$-0.0^{3}972$	$-0.0^{2}254$	$-0.0^{2}690$	-0.0131	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	$-0.0^{5}5$	$-0.0^{4}67$	$-0.0^{3}424$	$-0.0^{2}110$	$-0.0^{2}291$	$-0.0^{2}533$	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		$-0.0^{4}45$	$-0.0^{3}284$	$-0.0^{3}733$	$-0.0^{2}194$	$-0.0^{2}351$		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	$-0.0^{3}190$	$-0.0^{2}137$					0.0040	0.0060				
	2.00	$-0.0^{3}188$	$-0.0^{2}134$	$-0.0^{2}603$				0.0147	0.0188	0.0227			
	4.00	$-0.0^{3}169$	$-0.0^{2}115$	$-0.0^{2}499$	-0.0114	-0.0296	-0.0617	0.0450	0.0508	0.0567	0.0600	0.0631	0.0652
	8.00	$-0.0^{3}113$	$-0.0^{3}751$	$-0.0^{2}318$	$-0.0^{2}717$	-0.0183	-0.0379	0.0924	0.0943	0.0963	0.0974	0.0985	0.0996
	12.00		$-0.0^{3}524$	$-0.0^{2}221$	$-0.0^{2}499$	-0.0127	-0.0263		0.1059	0.1071	0.1078	0.1085	0.1092
厳密解	1.00	$-0.0^{3}190$	$-0.0^{2}137$					0.0040	0.0060				
	2.00	$-0.0^{3}188$	$-0.0^{2}134$	$-0.0^{2}603$				0.0147	0.0188	0.0227			
	4.00	$-0.0^{3}169$	$-0.0^{2}115$	$-0.0^{2}499$	-0.0114	-0.0296	-0.0617	0.0450	0.0508	0.0567	0.0600	0.0631	0.0652
	8.00	$-0.0^{3}113$	$-0.0^{3}751$	$-0.0^{2}318$	$-0.0^{2}717$	-0.0183	-0.0379	0.0924	0.0943	0.0963	0.0974	0.0985	0.0996
	12.00		$-0.0^{3}524$	$-0.0^{2}221$	$-0.0^{2}479$	-0.0127	-0.0263		0.1059	0.1071	0.1078	0.1085	0.1092

表—10 (b) $\frac{M_0}{\mathfrak{A}_1 E c r_m^2}$ （上，下流面が同じ温度変化を受ける場合）

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	$-0.0^{4}40$	$-0.0^{3}562$					0.0132	0.0131				
	2.00	$-0.0^{4}37$	$-0.0^{3}526$	$-0.0^{2}350$				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	$-0.0^{4}22$	$-0.0^{3}316$	$-0.0^{2}210$	$-0.0^{2}573$	-0.0170	-0.0376	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	$-0.0^{4}10$	$-0.0^{3}141$	$-0.0^{3}934$	$-0.0^{2}255$	$-0.0^{2}755$	-0.0168	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		$-0.0^{4}94$	$-0.0^{3}626$	$-0.0^{2}171$	$-0.0^{2}506$	-0.0113		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	$-0.0^{4}40$	$-0.0^{3}553$					0.0141	0.0141				
	2.00	$-0.0^{4}37$	$-0.0^{3}523$	$-0.0^{2}347$				0.0535	0.0540	0.0549			
	4.00	$-0.0^{4}22$	$-0.0^{3}302$	$-0.0^{2}199$	$-0.0^{2}536$	-0.0154	-0.0325	0.1307	0.1322	0.1355	0.1398	0.1512	0.1769
	8.00	$-0.0^{5}3$	$-0.0^{3}121$	$-0.0^{3}796$	$-0.0^{2}199$	$-0.0^{2}509$	$-0.0^{2}801$	0.1343	0.1357	0.1386	0.1425	0.1554	0.1994
	12.00		$-0.0^{4}79$	$-0.0^{3}504$	$-0.0^{2}129$	$-0.0^{2}321$	$-0.0^{2}443$		0.1314	0.1333	0.1360	0.1450	0.1812
厳密解	1.00	$-0.0^{4}40$	$-0.0^{3}553$					0.0141	0.0141				
	2.00	$-0.0^{4}37$	$-0.0^{3}523$	$-0.0^{2}347$				0.0535	0.0540	0.0549			
	4.00	$-0.0^{4}22$	$-0.0^{3}302$	$-0.0^{2}199$	$-0.0^{2}536$	-0.0154	-0.0325	0.1307	0.1322	0.1355	0.1398	0.1512	0.1769
	8.00	$-0.0^{5}3$	$-0.0^{3}121$	$-0.0^{3}796$	$-0.0^{2}199$	$-0.0^{2}509$	$-0.0^{2}801$	0.1343	0.1357	0.1386	0.1425	0.1554	0.1994
	12.00		$-0.0^{4}79$	$-0.0^{3}504$	$-0.0^{2}129$	$-0.0^{2}321$	$-0.0^{2}443$		0.1314	0.1333	0.1360	0.1450	0.1812

表—10 (c) $\frac{M_A}{\mathfrak{A}_1 E c r_m^2}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	$0.0^4 35$	$0.0^3 456$					0.0132	0.0132				
	2.00	$0.0^4 32$	$0.0^3 426$	$0.0^2 244$				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	$0.0^4 20$	$0.0^3 255$	$0.0^2 145$	$0.0^2 340$	$0.0^2 736$	$0.0^2 998$	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	$0.0^5 9$	$0.0^3 113$	$0.0^3 634$	$0.0^2 147$	$0.0^2 311$	$0.0^2 404$	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		$0.0^4 76$	$0.0^3 424$	$0.0^3 980$	$0.0^2 208$	$0.0^2 267$		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	$-0.0^3 117$	$-0.0^3 387$					−0.0001	−0.0064				
	2.00	$-0.0^3 120$	$-0.0^3 431$	$-0.0^3 745$				0.0004	−0.0267	−0.1285			
	4.00	$-0.0^3 124$	$-0.0^3 568$	$-0.0^2 153$	$-0.0^2 287$	$-0.0^2 796$	−0.0275	0.0278	0.0062	−0.0337	−0.0534	−0.0289	0.0136
	8.00	$-0.0^4 88$	$-0.0^3 415$	$-0.0^2 116$	$-0.0^2 217$	$-0.0^2 602$	−0.0172	0.0875	0.0816	0.0722	0.0674	0.0732	0.0846
	12.00		$-0.0^3 293$	$-0.0^3 816$	$-0.0^2 153$	$-0.0^2 425$	−0.0121		0.0986	0.0931	0.0905	0.0939	0.1004
厳密解	1.00	$-0.0^3 117$	$-0.0^3 387$					−0.0001	−0.0064				
	2.00	$-0.0^3 120$	$-0.0^3 431$	$-0.0^3 745$				0.0004	−0.0267	−0.1285			
	4.00	$-0.0^3 124$	$-0.0^3 568$	$-0.0^2 153$	$-0.0^2 287$	$-0.0^2 796$	−0.0275	0.0278	0.0062	−0.0337	−0.0534	−0.0289	0.0136
	8.00	$-0.0^4 88$	$-0.0^3 415$	$-0.0^2 116$	$-0.0^2 217$	$-0.0^2 602$	−0.0172	0.0875	0.0816	0.0722	0.0674	0.0732	0.0846
	12.00		$-0.0^3 293$	$-0.0^3 816$	$-0.0^2 153$	$-0.0^2 425$	−0.0121		0.0986	0.0931	0.0905	0.0939	0.1004

表—10 (d) $\frac{M_A}{\mathfrak{A}_1 E c r_m^2}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	$0.0^4 71$	$0.0^3 943$					0.0132	0.0131				
	2.00	$0.0^4 67$	$0.0^3 882$	$0.0^2 522$				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	$0.0^4 40$	$0.0^3 530$	$0.0^2 314$	$0.0^2 765$	0.0181	0.0285	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	$0.0^4 18$	$0.0^3 235$	$0.0^2 140$	$0.0^2 340$	$0.0^2 806$	0.0127	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		$0.0^3 158$	$0.0^3 936$	$0.0^2 228$	$0.0^2 540$	$0.0^2 854$		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	$0.0^4 71$	$0.0^3 950$					0.0127	0.0127				
	2.00	$0.0^4 66$	$0.0^3 884$	$0.0^2 525$				0.0480	0.0480	0.0476			
	4.00	$0.0^4 41$	$0.0^3 542$	$0.0^2 322$	$0.0^2 790$	0.0193	0.0340	0.1137	0.1136	0.1127	0.1109	0.1040	0.0832
	8.00	$0.0^4 25$	$0.0^3 251$	$0.0^2 148$	$0.0^2 373$	$0.0^2 955$	0.0191	0.1249	0.1220	0.1211	0.1204	0.1164	0.1060
	12.00		$0.0^3 170$	$0.0^2 101$	$0.0^2 253$	$0.0^2 650$	0.0132		0.1226	0.1223	0.1217	0.1192	0.1129
厳密解	1.00	$0.0^4 71$	$0.0^3 950$					0.0127	0.0127				
	2.00	$0.0^4 66$	$0.0^3 884$	$0.0^2 525$				0.0480	0.0480	0.0476			
	4.00	$0.0^4 41$	$0.0^3 542$	$0.0^2 322$	$0.0^2 790$	0.0193	0.0340	0.1137	0.1136	0.1127	0.1109	0.1040	0.0832
	8.00	$0.0^4 25$	$0.0^3 251$	$0.0^2 148$	$0.0^2 373$	$0.0^2 955$	0.0191	0.1249	0.1220	0.1211	0.1204	0.1164	0.1060
	12.00		$0.0^3 170$	$0.0^2 101$	$0.0^2 253$	$0.0^2 650$	0.0132		0.1226	0.1223	0.1217	0.1192	0.1129

表—11 (a) $\dfrac{[\sigma_\theta]_{r=R_u\,\theta=0}}{\mathfrak{A}_1 Ec}$ （下流面のみが温度変化を受ける場合）（引張応力が正）

	$t\sqrt{\frac{2\tau}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.0694	0.1435					0.0132	0.0132				
	2.00	0.0649	0.1344	0.1900				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	0.0389	0.0805	0.1133	0.1170	0.0885	0.0435	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	0.0172	0.0354	0.0494	0.0505	0.0374	0.0176	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		0.0237	0.0331	0.0338	0.0249	0.0116		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	0.6996	0.7754					0.0040	0.0059				
	2.00	0.6902	0.7575	0.7942				0.0146	0.0183	0.0216			
	4.00	0.6250	0.6583	0.6659	0.6341	0.5233	0.3674	0.0448	0.0501	0.0549	0.0571	0.0582	0.0577
	8.00	0.4154	0.4297	0.4270	0.4031	0.3312	0.2329	0.0924	0.0940	0.0956	0.0963	0.0968	0.0970
	12.00		0.2997	0.2974	0.2805	0.2303	0.1618		0.1058	0.1067	0.1072	0.1075	0.1076
厳密解	1.00	0.6964	0.7701					0.0130	0.0130				
	2.00	0.6519	0.7218	0.7614				0.0492	0.0488	0.0492			
	4.00	0.3946	0.4387	0.4614	0.4427	0.3556	0.2333	0.1171	0.1161	0.1169	0.1198	0.1297	0.1524
	8.00	0.1781	0.1998	0.2087	0.1958	0.1449	0.0764	0.1243	0.1235	0.1241	0.1260	0.1335	0.1564
	12.00		0.1344	0.1318	0.1313	0.0958	0.0480		0.1236	0.1245	0.1252	0.1300	0.1458

表—11 (b) $\dfrac{[\sigma_\theta]_{r=R_u\,\theta=0}}{\mathfrak{A}_1 Ec}$ （上，下流面が同じ温度変化を受ける場合）（引張応力が正）

	$t\sqrt{\frac{2\tau}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.1407	0.2971					0.0132	0.0131				
	2.00	0.1316	0.2779	0.4077				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	0.0791	0.1671	0.2450	0.2636	0.2175	0.1243	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	0.0352	0.0742	0.1089	0.1172	0.0969	0.0556	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1823	0.1253
	12.00		0.0498	0.0730	0.0786	0.0649	0.0372		0.1250	0.1250	0.1250	0.1657	0.1248
第二近似	1.00	0.1398	0.2920					0.0142	0.0142				
	2.00	0.1311	0.2764	0.4040				0.0536	0.0543	0.0557			
	4.00	0.0760	0.1592	0.2300	0.2430	0.1914	0.1085	0.1311	0.1335	0.1386	0.1456	0.1688	0.2435
	8.00	0.0305	0.0626	0.0863	0.0851	0.0517	0.0250	0.1347	0.1368	0.1414	0.1487	0.1823	0.4271
	12.00		0.0412	0.0562	0.0546	0.0303	0.0139		0.1321	0.1352	0.1401	0.1657	0.4928
厳密解	1.00	0.1736	0.3120					0.1149	0.0666				
	2.00	−0.3997	0.4606	0.5426				−0.2428	0.2027	0.1755			
	4.00	−0.8621	−0.8530	−0.8526	−0.8532	−0.8473	−0.8379	−0.1050	−0.1216	−0.1360	−0.1395	−0.1311	−0.1144
	8.00	−1.0360	−1.0167	−1.0008	−0.9969	−1.0035	−1.0147	−0.0381	−0.0433	−0.0480	−0.0492	−0.0467	−0.0421
	12.00		−1.0831	−1.0702	−1.0670	−1.0730	−1.0831		−0.0269	−0.0297	−0.0304	−0.0294	−0.0263

表—11 (c) $\dfrac{[\sigma_\theta]_{r=R_u,\ \theta=\theta_A}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	−0.1312	−0.2713					0.0132	0.0132				
	2.00	−0.1227	−0.2540	−0.3622				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	−0.0737	−0.1521	−0.2160	−0.2244	−0.1783	−0.1011	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	−0.0326	−0.0670	−0.0942	−0.0969	−0.0753	−0.0410	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		−0.0448	−0.0630	−0.0647	−0.0501	−0.0270		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	0.4310	0.2147					−0.0001	−0.0071				
	2.00	0.4408	0.2420	0.0945				0.0002	−0.0292	−0.1687			
	4.00	0.4630	0.3249	0.2022	0.1577	0.1358	0.1397	0.0279	0.0047	−0.0438	−0.0770	−0.0645	−0.0098
	8.00	0.3235	0.2382	0.1532	0.1162	0.1014	0.1040	0.0875	0.0813	0.0696	0.0616	0.0648	0.0782
	12.00		0.1675	0.1082	0.0820	0.0716	0.0731		0.0984	0.0918	0.0872	0.0890	0.0967
厳密解	1.00	0.4274	0.2085					0.0144	0.0185				
	2.00	0.3982	0.1941	−0.0443				0.0553	0.0739	−0.1940			
	4.00	0.2269	0.1016	−0.0945	−0.1312	−0.1215	−0.0518	0.1370	0.2091	−0.0501	−0.0081	−0.0240	−0.0998
	8.00	0.0863	−0.0183	−0.0715	−0.0979	−0.0917	−0.0606	0.1398	−0.1920	0.0681	0.0781	0.0744	0.0555
	12.00		−0.0²739	−0.0505	−0.0689	−0.0646	−0.0427		−0.1711	0.0908	0.0966	0.0945	0.0837

表—11 (d) $\dfrac{[\sigma_\theta]_{r=R_u,\ \theta=\theta_A}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振巾 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	位相差 0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	−0.2660	−0.5619					0.0132	0.0131				
	2.00	−0.2487	−0.5257	−0.7769				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	−0.1496	−0.3160	−0.4668	−0.5053	−0.4385	−0.2888	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	−0.0665	−0.1404	−0.2075	−0.2246	−0.1952	−0.1291	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1254
	12.00		−0.0942	−0.1391	−0.1506	−0.1309	−0.0865		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	−0.2667	−0.5657					0.0127	0.0127				
	2.00	−0.2380	−0.5269	−0.7795				0.0481	0.0480	0.0478			
	4.00	−0.1527	−0.3227	−0.4779	−0.5199	−0.4606	−0.3245	0.1139	0.1138	0.1131	0.1119	0.1070	0.0936
	8.00	−0.0707	−0.1495	−0.2224	−0.2442	−0.2239	−0.1720	0.1221	0.1221	0.1217	0.1205	0.1180	0.1108
	12.00		−0.1008	−0.1500	−0.1650	−0.1519	−0.1178		0.1227	0.1225	0.1219	0.1202	0.1157
厳密解	1.00	−0.2870	−0.5723					−0.0455	−0.0155				
	2.00	−0.4663	−0.6715	−0.8869				−0.1047	−0.0470	−0.0207			
	4.00	−0.9257	−1.0005	−1.0814	−1.0983	−1.0431	−0.9427	−0.0663	−0.0419	−0.0230	−0.0184	−0.0257	−0.0450
	8.00	−1.0915	−1.1344	−1.1729	−1.1796	−1.1508	−1.0985	−0.0254	−0.0171	−0.0104	−0.0091	−0.0127	−0.0209
	12.00		−1.1706	−1.1977	−1.2022	−1.1829	−1.1467		−0.0111	−0.0069	−0.0061	−0.0086	−0.0139

表—12 (a) $\frac{[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=0}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振				巾		位		相		差	
		0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	−0.0769	−0.1836					0.0132	0.0132				
	2.00	−0.0719	−0.1719	−0.3048				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	−0.0432	−0.1029	−0.1817	−0.2314	−0.2652	−0.2474	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	−0.0191	−0.0453	−0.0793	−0.0999	−0.1120	−0.1003	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		−0.0303	−0.0530	−0.0667	−0.0745	−0.0661		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	−0.7259	−0.8698					0.0041	0.0062				
	2.00	−0.7158	−0.8480	−1.0282				0.0148	0.0193	0.0237			
	4.00	−0.6460	−0.7289	−0.8408	−0.9126	−0.9605	−0.9270	0.0451	0.0512	0.0583	0.0624	0.0665	0.0695
	8.00	−0.4291	−0.4733	−0.5318	−0.5678	−0.5871	−0.5592	0.0925	0.0945	0.0968	0.0982	0.0997	0.1011
	12.00		−0.3299	−0.3700	−0.3945	−0.4072	−0.3869		0.1061	0.1074	0.1082	0.1092	0.1101
厳密解	1.00	−0.7322	−0.8741					−0.0096	−0.0061				
	2.00	−0.8032	−0.9250	−1.0946				−0.0307	−0.0204	−0.0100			
	4.00	−1.0631	−1.1254	−1.2117	−1.2684	−1.3042	−1.2724	−0.0305	−0.0215	−0.0107	−0.0043	0.0008	0.0012
	8.00	−1.1681	−1.1998	−1.2428	−1.2696	−1.2837	−1.2624	−0.0122	−0.0080	−0.0027	0.0005	0.0025	0.0011
	12.00		−1.2154	−1.2446	−1.2626	−1.2722	−1.2581		−0.0050	−0.0014	0.0007	0.0020	0.0008

表—12 (b) $\frac{[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=0}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振				巾		位		相		差	
		0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	−0.1557	−0.3803					0.0132	0.0131				
	2.00	−0.1457	−0.3558	−0.6537				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	−0.0876	−0.2139	−0.3928	−0.5211	−0.6522	−0.7073	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	−0.0389	−0.0950	−0.1746	−0.2317	−0.2904	−0.3161	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		−0.0637	−0.1171	−0.1554	−0.1947	−0.2119		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	−0.1548	−0.3749					0.0141	0.0140				
	2.00	−0.1452	−0.3542	−0.6492				0.0534	0.0537	0.0543			
	4.00	−0.0843	−0.2053	−0.3744	−0.4921	−0.6024	−0.6275	0.1303	0.1312	0.1334	0.1364	0.1444	0.1607
	8.00	−0.0341	−0.0824	−0.1473	−0.1885	−0.2138	−0.1872	0.1340	0.1348	0.1367	0.1394	0.1474	0.1690
	12.00		−0.0544	−0.0968	−0.1233	−0.1374	−0.1138		0.1308	0.1321	0.1340	0.1393	0.1553
厳密解	1.00	−0.1884	−0.3958					−0.0793	−0.0287				
	2.00	−0.4217	−0.6399	−0.7794				−0.1335	−0.0635	−0.0319			
	4.00	−0.9034	−0.9531	−1.0703	−1.1193	−1.2061	−1.2532	−0.0763	−0.0567	−0.0311	−0.0170	−0.0037	0.0012
	8.00	−1.0759	−1.1081	−1.1557	−1.1910	−1.2651	−1.2498	−0.0287	−0.0221	−0.0135	−0.0078	−0.0023	0.0002
	12.00		−1.1518	−1.1856	−1.2101	−1.2355	−1.2500		−0.0142	−0.0088	−0.0052	−0.0017	0.0001

表—12(c) $\frac{[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=0_A}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振						位					
		0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.1320	0.2748					0.0132	0.0132				
	2.00	0.1235	0.2572	0.3702				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	0.0741	0.1540	0.2208	0.2302	0.1794	0.0898	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	0.0328	0.0678	0.0963	0.0994	0.0758	0.0364	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		0.0454	0.0644	0.0664	0.0504	0.0240		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	−0.4463	−0.2499					0.0000	−0.0057				
	2.00	−0.4561	−0.2764	−0.1368				0.0005	−0.0244	−0.0982			
	4.00	−0.4776	−0.3585	−0.2598	−0.2351	−0.2715	−0.3700	0.0282	0.0077	−0.0250	−0.0351	−0.0066	0.0293
	8.00	−0.3335	−0.2615	−0.1965	−0.1790	−0.2020	−0.2570	0.0875	0.0820	0.0741	0.0717	0.0786	0.0883
	12.00		−0.1845	−0.1385	−0.1257	−0.1421	−0.1797		0.0988	0.0943	0.0929	0.0969	0.1025
厳密解	1.00	−0.4559	−0.2652					−0.0220	−0.0463				
	2.00	−0.5751	−0.4368	−0.3542				−0.0623	−0.1029	−0.1614			
	4.00	−0.9423	−0.8629	−0.8016	−0.7850	−0.8014	−0.8562	−0.0513	−0.0696	−0.0886	−0.0933	−0.0819	−0.0600
	8.00	−1.1006	−1.0519	−1.0099	−0.9987	−1.0120	−1.0477	−0.0219	−0.0299	−0.0377	−0.0398	−0.0363	−0.0287
	12.00		−1.1138	−1.0833	−1.0749	−1.0855	−1.1117		−0.0194	−0.0244	−0.0257	−0.0236	−0.0189

表—12(d) $\frac{[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=0_A}}{\mathfrak{A}_1 E c}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合) (引張応力が正)

	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$ \ t/r_m	振						位					
		0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	0.2676	0.5690					0.0132	0.0131				
	2.00	0.2502	0.5324	0.7941				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	0.1505	0.3200	0.4772	0.5184	0.4412	0.2567	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	0.0668	0.1422	0.2121	0.2305	0.1964	0.1147	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		0.0954	0.1422	0.1545	0.1317	0.0769		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	0.2683	0.5731					0.0127	0.0126				
	2.00	0.2508	0.5337	0.7971				0.0480	0.0480	0.0475			
	4.00	0.1537	0.3272	0.4903	0.5377	0.4774	0.3372	0.1137	0.1134	0.1122	0.1099	0.1006	0.0689
	8.00	0.0712	0.1520	0.2297	0.2562	0.2422	0.2033	0.1221	0.1218	0.1211	0.1197	0.1145	0.1001
	12.00		0.1025	0.1552	0.1734	0.1651	0.1409		0.1225	0.1221	0.1212	0.1180	0.1094
厳密解	1.00	0.2841	0.5750					0.0723	0.0418				
	2.00	0.4463	0.6372	0.8604				0.2159	0.1537	0.1246			
	4.00	−0.8540	−0.8599	−0.8970	−0.9147	−0.9043	−0.9035	−0.1185	−0.1498	−0.1768	−0.1825	−0.1672	−0.1313
	8.00	−1.0203	−0.9868	−0.9621	−0.9595	−0.9813	−1.0331	−0.0423	−0.0526	−0.0624	−0.0645	−0.0577	−0.0438
	12.00		−1.0584	−1.0361	−1.0328	−1.0511	−1.0926		−0.0324	−0.0380	−0.0391	−0.0351	−0.0268

表—13(a) $\frac{[\Delta r]_{\theta=0}}{\mathfrak{A}_1 \varepsilon r_m}$ (下流面のみが温度変化を受ける場合)

	t/r_m	振巾						位相差					
	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	1.0954	1.0307					0.0132	0.0132				
	2.00	1.0247	0.9649	0.8519				0.0500	0.0502	0.0506			
	4.00	0.6151	0.5778	0.5080	0.4390	0.3260	0.2187	0.1196	0.1203	0.1215	0.1227	0.1256	0.1307
	8.00	0.2723	0.2545	0.2216	0.1895	0.1377	0.0886	0.1260	0.1264	0.1273	0.1282	0.1303	0.1344
	12.00		0.1704	0.1482	0.1266	0.0916	0.0584		0.1254	0.1260	0.1266	0.1279	0.1307
第二近似	1.00	1.1692	1.1014					0.0126	0.0126				
	2.00	1.0965	1.0333	0.9069				0.0474	0.0476	0.0482			
	4.00	0.6770	0.6366	0.5548	0.4703	0.3312	0.2059	0.1118	0.1124	0.1142	0.1170	0.1242	0.1364
	8.00	0.3181	0.2980	0.2562	0.2127	0.1415	0.0792	0.1209	0.1212	0.1224	0.1242	0.1292	0.1393
	12.00		0.2013	0.1726	0.1429	0.0943	0.0518		0.1221	0.1229	0.1241	0.1273	0.1339
厳密解	1.00	1.1692	1.1014					0.0126	0.0126				
	2.00	1.0965	1.0333	0.9069				0.0474	0.0476	0.0482			
	4.00	0.6770	0.6366	0.5548	0.4703	0.3312	0.2059	0.1118	0.1124	0.1124	0.1170	0.1242	0.1364
	8.00	0.3181	0.2980	0.2562	0.2127	0.1415	0.0792	0.1209	0.1212	0.1224	0.1242	0.1292	0.1393
	12.00		0.2013	0.1726	0.1429	0.0943	0.0518		0.1221	0.1229	0.1241	0.1273	0.1339

表—13(b) $\frac{[\Delta r]_{\theta=0}}{\mathfrak{A}_1 \varepsilon r_m}$ (上，下流面が同じ温度変化を受ける場合)

	t/r_m	振巾						位相差					
	$t\sqrt{\frac{2\pi}{k^2\omega}}$	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800	0.040	0.100	0.200	0.300	0.500	0.800
第一近似	1.00	2.2208	2.1342					0.0132	0.0131				
	2.00	2.0773	1.9967	1.8275				0.0499	0.0499	0.0498			
	4.00	1.2487	1.2002	1.0981	0.9887	0.8017	0.6251	0.1192	0.1192	0.1191	0.1191	0.1190	0.1187
	8.00	0.5548	0.5332	0.4880	0.4396	0.3569	0.2794	0.1257	0.1257	0.1256	0.1256	0.1255	0.1253
	12.00		0.3576	0.3273	0.2948	0.2393	0.1873		0.1250	0.1250	0.1250	0.1249	0.1248
第二近似	1.00	2.2024	2.0901					0.0145	0.0144				
	2.00	2.0672	1.9839	1.8110				0.0550	0.0553	0.0558			
	4.00	1.1822	1.1331	1.0308	0.9217	0.7366	0.5616	0.1359	0.1368	0.1387	0.1412	0.1465	0.1545
	8.00	0.4545	0.4321	0.3861	0.3375	0.2558	0.1797	0.1389	0.1397	0.1416	0.1439	0.1497	0.1599
	12.00		0.2824	0.2513	0.2186	0.1635	0.1119		0.1341	0.1353	0.1369	0.1410	0.1485
厳密解	1.00	2.2024	2.0901					0.0145	0.0144				
	2.00	2.0672	1.9839	1.8110				0.0550	0.0553	0.0558			
	4.00	1.1822	1.1331	1.0308	0.9217	0.7366	0.5616	0.1359	0.1368	0.1387	0.1412	0.1465	0.1545
	8.00	0.4545	0.4321	0.3861	0.3375	0.2558	0.1797	0.1389	0.1397	0.1416	0.1439	0.1497	0.1599
	12.00		0.2824	0.2513	0.2186	0.1635	0.1119		0.1341	0.1353	0.1369	0.1410	0.1485

大きいが，厚さが増すにつれて小さくなり符号を変じ，厚い部分 ($t\sqrt{2\pi/k^2\omega}>4.00$) では位相は外気温度の変動より早くなっている。

（5） 拱頂部の半径方向変位

（i） 下流面のみが温度変化を受ける場合，振巾，位相差ともいずれの解によるもほとんど差がない。

（ii） 上下流面が同じ温度変化をうける場合，振巾，位相差ともいずれの解によるもほとんど差がない。

以上総括すると，

（1） 推力は拱頂部，両岸取付部ともアーチの平均の温度変化のみを加味した第一近似と厳密解とは比較的よく一致する。

（2） 曲げモーメントは拱頂部，両岸取付部とも上下流面が同じ温度変化を受けるときは大差はないが，下流面だけが温度変化をうけるときはアーチの平均の温度変化のみを加味した第一近似と厳密解とはいちじるしく異なった結果を与えている。このことはアーチの上下流面の温度差は曲げモーメントにはいちじるしい影響を与えていることを示しており，上下流面の温度変化がかなり異なるときは，従来一般に行なわれてきたアーチの平均温度の変化のみを加味する計算法で解析するときは実際とはいちじるしく異なった結果を与えることを示している。

（3） 表面応力は拱頂部，両岸取付部とも，上下流面が同じ温度変化をうけるときは，第一近似と第二近似とは大差ないが，下流面のみが温度変化するときはかなり異なった結果を与えており，第二近似により求めた方が，かなり振巾が大きい。また温度ひずみが適合条件を満足しないための温度応力が加付される厳密解では温度変化をうけない表面では第二近似との差は小さいが，温度変化をうける表面では，差はいちじるしく，とくに厚さが増すにつれて差は大きくなっている。一般に平均温度の変化のみを加味する第一近似およびアーチ内で logarithmic な分布を仮定した第二近似により求めた温度応力の振巾は厚さが増すにしたがって小さくなっているが，厳密解により求めた温度応力の振巾は外気温の変化をうける表面では逆に厚さが増すにつれて大きくなっており，位相も外気温の変動よりも早くなっていることは注目すべきことである。

（4） 半径方向変位はいずれの解によるもほとんど大差ない。

8. 片持梁の温度応力

前章までは二次元アーチの温度応力を主体に理論解法を述べ，それにもとづいて代表的なアーチに対して計算を行ない，その特性について考察してきた。本章ではアーチダムの解析に必要なもう一つの構造要素すなわち片持梁の温度応力の解析方法について述べることにする。

一般に片持梁の形状は厚肉アーチダム，薄肉アーチダムおよびその一種としてのドーム型アーチダムなど種々の形があり，これらを包括した弾性解を求めることは困難である。したがって，ここでは近似解法を述べることにする。

片持梁は元来静定構造物であるから，片持梁だけを取り出して考えるときは温度変化により変位は生ずるが，温度応力としては温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力以外には発生しない。この温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力はアーチでは厳密解で新らたに付加された応力で上流面では U_1, U_2, ……, U_8, 下流面では V_1, V_2, ……, V_8 なる係数をもとにして計算される応力である。この応力はその性質から考えて，少なくとも表面近くでは，表面に平行な面内では，いずれの方向にも同一の値を示すはずである。したがって温度ひずみが適合条件を満足しないために生ずる温度応力は

$$\begin{aligned}\sigma_u=\frac{mEc}{2(m-1)}\Big[&\mathfrak{A}_0U_1+\mathfrak{B}_0U_2\\&+\mathfrak{A}_1\Big\{U_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\\&-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\Big\{U_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\\&+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\Big\{U_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+U_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\Big]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_D=\frac{mEc}{2(m-1)}\Big[&\mathfrak{A}_0V_1+\mathfrak{B}_0V_2\\&+\mathfrak{A}_1\Big\{V_3\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_4\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\\&-\mathfrak{B}_1\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\Big\{V_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\\&+\mathfrak{B}_1\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\cdot\Big\{V_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau+V_8\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau\Big\}\Big]\end{aligned}$$

で表わされるとしてもさしつかえない。このように考えるならば，片持梁の温度変化による変位を考察する場合には，アーチの第二近似で仮定した温度 T' に対して考えればよいと云うことになる。

このような温度変化を片持梁に与えたときに生ずる主な変位は，鉛直方向変位と半径方向変位である。鉛直方向変位は，主として平均温度の変動により生ずるものであるから，平均温度 $\overline{T}$ に着目して求めてさしつかえないと考えられる。ゆえに

$$\begin{aligned}\Delta z&=\int c\overline{T}dz\\&=c\sum\Big[T_0+T_1\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\mathcal{E}_1)\Big]\delta z\end{aligned}$$

ただし

$$T_0=\mathfrak{A}_0P_1+\mathfrak{B}_0P_2$$

$$\begin{aligned}T_1^2=&\Big(\mathfrak{A}_1P_3-\mathfrak{B}_1P_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\Big)^2\\&+\Big(\mathfrak{A}_1P_4-\mathfrak{B}_1P_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\Big)^2\end{aligned}$$

$$\varepsilon_1=-\frac{\omega}{2\pi}$$

$$\times\tan^{-1}\frac{\mathfrak{A}_1P_3-\mathfrak{B}_1P_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta}{\mathfrak{A}_1P_4-\mathfrak{B}_1P_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1P_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta}$$

とする。

半径方向変位は片持梁の上下流面の温度差により廻転を生じ，これにより生ずるものである。したがってこれは T' の温度勾配の平均値により生ずるものであると考えることができる。

したがって

$$\frac{1}{t}\int_{R_D}^{R_u}\frac{\partial T'}{\partial r}dr=\frac{1}{t}\{[T']_{r=R_u}-[T']_{r=R_D}\}$$

$$=\frac{1}{t}\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\varepsilon_3)\right]\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}$$

$$\therefore\ \delta(\Delta\theta_s)=\frac{c}{t}\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\varepsilon_3)\right]$$

$$\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}$$

$$\therefore\ \Delta\theta_s=\Sigma\left\{\frac{c}{t}\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\varepsilon_3)\right]\right.$$

$$\left.\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right\}\Delta z$$

$$\therefore\ \Delta r=-\Sigma\left[\Sigma\left\{\frac{c}{t}\left[T_4+T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}(\tau-\varepsilon_3)\right\}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right]\Delta z\right]\Delta z$$

$$=-\Sigma\left[\Sigma\left\{\frac{c}{t}T_4\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right\}\Delta z\right]\Delta z$$

$$-\Sigma\left[\Sigma\left\{\frac{c}{t}T_5\cos\frac{2\pi}{\omega}\varepsilon_3\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right\}\Delta z\right]\Delta z\sin\frac{2\pi}{\omega}\tau$$

$$+\Sigma\left[\Sigma\left\{\frac{t}{c}T_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\varepsilon_3\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\log\frac{1+t/2r_m}{1-t/2r_m}\right\}\Delta z\right]\Delta z\cos\frac{2\pi}{\omega}\tau$$

にて計算される。ただし

$$T_4=2\{\mathfrak{A}_0R_1+\mathfrak{B}_0R_2\}$$

$$T_5^2=4\left\{\mathfrak{A}_1R_3-\mathfrak{B}_1R_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1R_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right\}^2$$

$$+\left\{\mathfrak{A}_1R_4-\mathfrak{B}_1R_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1R_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta\right\}^2$$

$$\varepsilon_3=-\frac{\omega}{2\pi}$$

$$\times\tan^{-1}\frac{\mathfrak{A}_1R_3-\mathfrak{B}_1R_5\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1R_7\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta}{\mathfrak{A}_1R_4-\mathfrak{B}_1R_6\sin\frac{2\pi}{\omega}\delta+\mathfrak{B}_1R_8\cos\frac{2\pi}{\omega}\delta}$$

とする。

このように温度変化による変位が求められたなら，これに対応してアーチと片持梁の間で調整計算を行ない，これにアーチには第4章で求めた温度応力を，片持梁には本章で求めた温度応力を加えれば三次元的に温度応力を解くことができる。

9. アーチダムの温度応力の解析実例

本章ではアーチダムの温度応力の解析として実際例について述べることにする。

このダムは高さ 73.30m のドーム型アーチダムでその諸元および計算に仮定された岩盤の弾性係数を示せば表—14 のとおりである。各標高の温度変化は表—15 のとおりである。

表—15 ダム上下流面の温度変化

標高(m)	下流面の温度変化の振巾 $(\mathfrak{A}_1)$ dc	上流面の温度変化の振巾 $(\mathfrak{B}_1)$ C	上流面の温度変化の位相の遅れ (δ) 年
290.00	11.50	9.25	0
275.00	11.50	9.25	0
260.00	11.50	8.844	0.003963
245.00	11.50	4.980	0.018468
230.00	11.50	1.244	0.078734
225.00	11.50	0	0

これを拱頂片持梁法により計算を行なってみよう。

単位等分布水圧荷重によるアーチのモーメント推力，表面応力，半径方向変位を示せば表—16 のとおりであり，単位荷重による片持梁の曲げモーメントせん断力，半径方向変位を示せば表—17，18 のとおりである。

表—15 に示す温度変化によるアーチの断面力，表面応力，変位を示せば表—19～24 に示すとおりである。

これらの諸量を用いてアーチと拱頂片持梁との間で荷重配分を行ない，それぞれの配分荷重を求むれば表—25，26のとおりである。また変位を求めれば表—27，表面応力は表—28，29および図—2～5 のとおりである。

表—14 ダムの諸元

標高 (m)	堤軸とアーチ中心との距離 (R_a) m	上流面半径 (R_u) m	下流面半径 (R_D) m	アーチ中心の半径 (r) m	厚さ (t) m	$x_c=R_a-r$ m	中心角	岩盤の弾性係数 E_R (kg/cm²)
298.30	103.283	103.283	100.398	101.838	2.890	−1.445	95°38′	
290.00	90.887	94.517	90.483	92.500	4.034	1.613	104°00′	30,900
275.00	68.772	78.677	72.573	75.625	6.103	6.853	106°04′	30,900
260.00	47.698	62.836	54.664	58.750	8.172	11.052	107°16′	40,800
245.00	30.014	46.996	36.754	41.875	10.241	11.861	109°28′	50,300
230.00	16.562	31.155	18.845	25.000	12.310	8.438	91°00′	77,000
225.00	12.522	25.875	12.875	19.375	13.000	6.853	0	114,600

表—16 綾北ダム単位等分布水圧荷重によるアーチの断面力表面応力変位

EL	290	275	260	245	230
H_0	93.431 t/m	76.404	58.359	40.123	19.154
M_0	12.721 t	23.443	39.168	48.746	37.284
H_A	93.848 t/m	77.310	60.181	43.026	22.793
M_A	−25.855 t	−45.078	−67.899	−72.888	−53.701
V_A	− 0.855 t/m	− 1.816	− 3.605	− 5.612	− 8.609
$[\sigma_\theta]_{r=R_U\ \theta=0}$	−27.830 t/m²	−16.205	−10.455	− 6.541	− 2.916
$[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=0}$	−19.180 〃	− 8.632	− 3.639	− 0.863	0.313
$[\sigma_\theta]_{r=R_U\ \theta=\theta_A}$	−13.911 〃	− 5.602	− 1.478	− 0.377	− 0.096
$[\sigma_\theta]_{r=R_D\ \theta=\theta_A}$	−33.720 〃	−20.127	−13.957	− 8.743	− 4.349
$[\Delta r]_{\theta=0}$	− 2.727 mm	− 1.064	− 0.489	− 0.235	− 0.045

表—17 単位荷重による拱頂片持梁の断面力

Load / EL	Load 290	275	260	245	230	225
290						
275	7.800	8.580				
	78.000	42.900				
260	7.800	17.160	9.878			
	195.000	257.400	49.388			
245	7.800	17.160	19.755	11.745		
	312.000	514.800	296.325	58.925		
230	7.800	17.160	19.755	23.490	14.108	
	429.000	772.200	592.650	352.350	70.538	
225	7.800	17.160	19.755	23.490	18.810	5.165
	468.900	858.000	691.425	469.800	156.749	8.609

表—18 単位荷重による拱頂片持梁の変位

EL / Load	290	275	260	245	230	225
290	−3.3860 mm	−4.9199	−2.6564	−1.1811	−0.2737	−0.0096
275	−1.9941	−3.1536	−1.8831	−0.8811	−0.2100	−0.0077
260	−0.9583	−1.6505	−1.1255	−0.5811	−0.1464	−0.0057
245	−0.3445	−0.6198	−0.4750	−0.2854	−0.0828	−0.0037
230	−0.0486	−0.0901	−0.0745	−0.0538	−0.0206	−0.0017
225	−0.0092	−0.0168	−0.0135	−0.0092	−0.0031	−0.0002

表—19 温度変化によるアーチ要素の推力曲げモーメント

EL	H_0 第一近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	H_0 第一近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	H_0 第二近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	H_0 第二近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	M_0 第一近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	M_0 第一近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	M_0 第二近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	M_0 第二近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	− 1.985	8.507	− 2.014	8.947	25.701	−110.155	30.813	− 189.042
275	− 14.141	28.036	− 14.448	29.882	163.911	−324.962	193.158	− 500.614
260	− 49.399	61.257	− 50.400	66.523	488.458	−605.708	553.320	− 947.247
245	− 75.606	70.425	− 83.308	104.581	616.466	−574.241	907.900	−1874.087
230	−149.958	116.250	−177.599	202.581	588.525	−456.225	1387.038	−2747.250

表—20 温度変化によるアーチ要素の拱頂部の上流面応力 (t/m²) (引張を正とす)

EL	第一近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	第一近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	第二近似 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	第二近似 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	厳密解 $\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	厳密解 $\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	− 8.860 t/m²	37.974	−10.711	66.539	− 65.666	50.881
275	−23.472	46.535	−28.011	73.792	−122.084	11.782
260	−34.661	42.981	−39.797	71.280	−135.544	−44.916
245	−25.524	23.776	−40.221	89.347	− 86.187	−30.613
230	− 8.566	6.658	−33.720	78.063	−174.683	2.020

表—21　温度変化によるアーチ要素の拱頂部の下流面応力　（引張を正とす）

EL	第一近似		第二近似		厳密解	
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	10.136 t/m²	−43.441	12.055	− 73.066	−46.521	− 89.233
275	29.595	−58.556	34.428	− 87.941	−68.455	−153.291
260	50.736	−62.915	56.978	− 95.781	−55.211	−221.318
245	46.251	−43.083	65.210	−127.622	−26.283	−273.240
230	41.984	−32.571	82.603	−149.451	0.124	−290.414

表—22　温度変化によるアーチ要素の両岸取付部の上流面応力（引張を正とす）

EL	第一近似		第二近似		厳密解	
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	16.586	−71.090	15.108	− 48.158	−39.848	− 63.817
275	42.497	−84.256	39.391	−167.414	−54.682	−229.424
260	64.379	−79.834	61.121	− 61.921	−34.625	−178.116
245	42.274	−39.376	34.483	− 4.433	−11.483	−124.393
230	26.666	−20.654	8.006	30.467	8.123	− 45.576

表—23　温度変化によるアーチ要素の両岸取付部の下流面応力（引張を正とす）

EL	第一近似		第二近似		厳密解	
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	−16.445	70.486	−14.915	46.746	− 73.490	30.578
275	−41.982	83.234	−38.641	63.185	−141.524	− 2.165
260	−63.111	78.260	−39.176	57.529	−171.365	− 68.003
245	−40.437	37.665	−30.309	− 7.711	−121.802	−153.329
230	−16.262	12.582	13.620	−70.765	− 68.859	−211.728

表—24　温度変化によるアーチ要素及び片持梁要素の半径方向変位

EL	アーチ要素				片持梁要素	
	第一近似		第二近似および厳密解			
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数
290	−4.5549 mm	19.5230	−4.5711	19.738	−2.8837	10.473
275	−6.2024	12.2961	−6.2261	12.4370	−1.9311	6.5421
260	−4.8515	6.0160	−4.8917	6.1275	−1.0934	3.4693
245	−2.0737	1.9317	−2.0864	1.9800	−0.4163	1.2116
230	−0.4536	0.3516	−0.4334	0.3191	−0.0317	0.0785

表—25　アーチの分配荷重

EL	温度変化に対する分配荷重				水圧荷重に対する分配荷重
	第一近似		第二近似および厳密解		
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	
290	1.0770	1.2375	1.2060	0.6058	11.0228
275	−0.4611	1.8649	−0.2274	1.0206	22.5276
260	−2.3403	1.2061	−2.0553	0.3340	34.4303
245	−1.5032	−0.5891	−1.3378	−0.7777	38.2618
230	−3.2078	1.0013	−3.2934	2.0880	38.3757

表—26　拱頂片持梁の配分荷重

EL	温度変化に対する配分荷重				水圧荷重に対する配分荷重
	第一近似		第二近似および厳密解		
	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega\tau)$ の係数	$\cos(2\pi/\omega)\tau$ の係数	$\sin(2\pi/\omega)\tau$ の係数	
290	−1.0770	−1.2375	−1.2060	−0.6058	−3.1228
275	0.4611	−1.8649	0.2274	−1.0206	0.3724
260	2.3403	−1.2061	2.0553	−0.3340	3.4697
245	1.5032	0.5891	1.3378	0.7777	14.6382
230	3.2078	−1.0013	3.2934	−2.0880	29.5243
225	0	0	0	0	72.9

表—27 変　　位 (mm)

EL	温度変化による変位				水圧荷重による変位
	第一近似		第二近似および厳密解		
	振巾	位相の遅れ	振巾	位相の遅れ	
290	17.80	0.0691	19.72	0.0653	−30.0631
275	11.78	0.0805	12.83	0.0772	−23.9737
260	6.57	0.0954	7.12	0.0919	−16.8495
245	2.69	0.1104	2.80	0.1093	−8.9747
230	0.44	0.1259	0.37	0.1438	−1.7110
225	0.08	0.1231	0.05	0.1622	−0.2704

表—28 拱頂片持梁応力 (kg/cm²)　(引張を正とす)

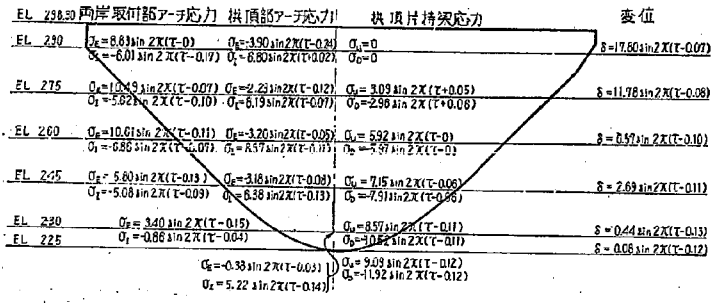
応力	EL	温度変化による表面応力						水圧荷重による表面応力
		第一近似		第二近似		厳密解		
		振巾	位相の遅れ	振巾	位相の遅れ	振巾	位相の遅れ	
上流面応力	290					−8.03	−0.1200	
	275	−3.09	−0.0543	−2.06	−0.1175	−13.28	−0.1520	−1.762
	260	−5.92	0.0061	−3.05	−0.0277	−17.78	−0.0962	3.369
	245	−7.15	0.0612	−3.48	0.0798	−15.33	−0.0305	3.275
	230	−8.57	0.1056	−5.02	0.2137	−11.31	0.0587	8.926
	225	−9.09	0.1184	−5.84	0.1610	−10.10	0.0917	9.149
下流面応力	290					−2.25	−0.1696	
	275	2.96	−0.0568	1.97	−0.1203	−10.30	−0.1674	−7.366
	260	5.97	0.0038	3.10	−0.0318	−14.25	−0.1336	−19.497
	245	7.91	0.0625	3.86	0.0822	−15.74	−0.1239	−23.508
	230	10.52	0.1087	6.31	0.1532	−17.04	−0.1444	−32.868
	225	11.92	0.1212	7.80	0.1630	−18.20	−0.1596	−47.206

表—29 アーチの表面応力 (kg/cm²)　(引張を正とす)

応力	EL	温度変化による表面応力						水圧荷重による表面応力
		第一近似		第二近似		厳密解		
		振巾	位相の遅れ	振巾	位相の遅れ	振巾	位相の遅れ	
拱頂部上流応力	290	3.90	0.2356	6.65	0.1159	10.51	0.1975	−30.677
	275	2.29	0.1235	6.22	0.0639	−11.85	−0.2436	−36.506
	260	3.20	0.0515	7.02	0.0420	−12.39	−0.1861	−35.997
	245	3.18	0.0822	9.95	0.0512	−8.15	−0.1993	−25.027
	230	0.38	0.0331	7.59	0.0515	−16.51	−0.2461	−11.190
拱頂部下流応力	290	−6.80	−0.0247	−8.54	−0.0207	−12.26	−0.0962	−21.142
	275	−8.19	0.0673	−10.34	0.0573	−17.52	−0.0619	−19.446
	260	−8.97	0.1149	−11.64	0.0933	−22.76	−0.0336	−12.529
	245	−6.38	0.1338	−14.32	0.0767	−27.37	−0.0146	−3.302
	230	−5.22	0.1439	−16.96	0.0798	−28.98	−0.0005	1.201
両岸取付部上流面応力	290	−8.83	0.0029	−5.66	0.0047	−9.18	−0.1058	−15.334
	275	−10.49	0.0707	−17.78	0.0367	−24.11	−0.0356	−12.620
	260	−10.61	0.1104	−8.95	0.1272	−18.14	−0.0279	−5.089
	245	−5.80	0.1322	−3.53	0.2313	−12.46	−0.0141	−1.442
	230	−3.40	0.1456	3.14	0.0427	−4.65	0.0290	−0.368
両岸取付部下流面応力	290	6.01	0.1706	6.15	0.1798	11.46	0.2359	−37.169
	275	5.62	0.0988	5.46	0.1073	−13.88	−0.2238	−45.341
	260	6.86	0.0732	5.39	0.0312	−16.01	−0.1750	−48.054
	245	5.06	0.0903	−1.87	−0.2422	−18.33	−0.1025	−33.452
	230	0.86	0.0436	−8.46	−0.0536	−22.74	−0.0385	−16.690

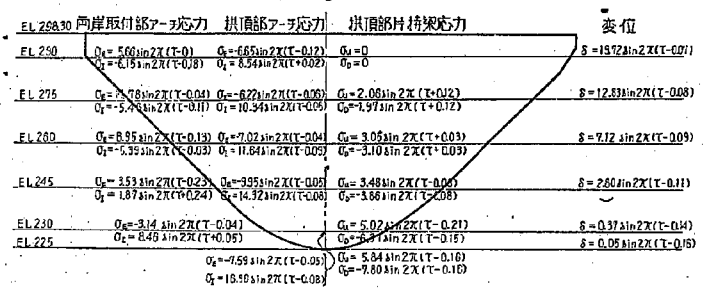
以上の結果から注目すべき結果を要約すると次のとおりである。

(1) 半径方向についてはアーチ要素の初期たわみは第一近似と第二近似，厳密解とではほとんど差違がないが，片持梁要素の初期たわみは平均温度の変化のみを考える第一近似では現われないが第二近似，厳密解では 10 mm 以上に達している。このことから上下流の温度差による半径方向変位や温度の日変化による半径方向変



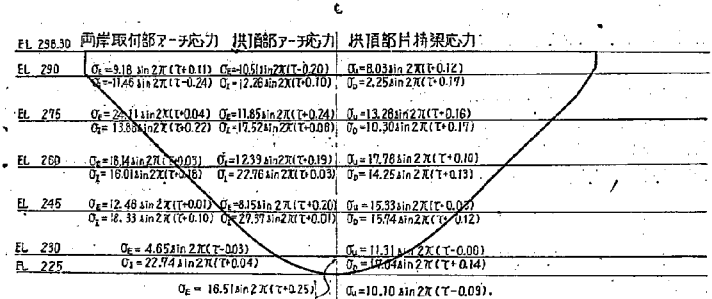
図—2

ヲニ近似



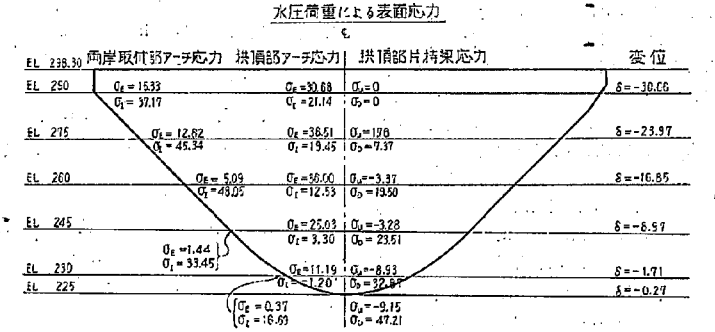
図—3

厳密解



図—4

水圧荷重による表面応力



図—5

位の変動は主として片持梁要素の動きに支配されると考えられる。

また，このように初期たわみでは平均温度の変化のみを加味した第一近似と上下流の温度差も加味した第二近似および厳密解とでは片持梁要素に 10 mm 以上の差が出ているのに，調整計算を行なった後では第一近似では 17.8mm，第二近似および厳密解では 19.7 mm ときわめて差は少なくなっている。これは片持梁の剛性に比してアーチの剛性が大きいために上下流の温度差による片持梁要素の動きがアーチ要素により強く押えられたためと思われる。このことから考えてアーチ要素の剛性に比して片持梁要素の剛性が大きいとき，すなわち高さに比して支間の大きいダムでは上下流の温度差によりかなり大きな半径方向変位が生ずるが，アーチ要素の剛性に比して片持梁要素の剛性が小さいとき，すなわち高さに比して支間の小さいダムでは上下流の温度差による半径方向変位は小さくなると考えられる。

（2） アーチ要素の応力については全般に平均温度の変化のみを考える第一近似よりも第二近似厳密解の方が温度変化による応力の変動はいちじるしく上下流の温度差の大きい下部において特に第一近似と第二近似の差はいちじるしい。また第二近似と厳密解との差すなわち，表面近くに形成される温度勾配による応力も下流面の下部ほどいちじるしく，標高 230 m の下流面拱頂部では温度変化による応力の振巾は実に 29 kg/cm² に達している。また厳密解では位相も外気温の変動より早めに現われている。

（3） 片持梁応力については第一近似と第二近似とでは一般に応力の変動は第二近似の方が小さい。一方，第一近似と厳密解とを比較すれば応力の変動は厳密解の方が大きく，とくに下流面の下部においていちじるしい。

10. 結　　論

アーチの温度応力について二次元弾性理論に基づいてアーチの内外拱が別々の正弦的な温度変化をうける場合について理論的に解析を行なった。またその解にもとづいて種々の厚さおよび t/r_m のアーチに対して断面力，表面応力，変位を計算してアーチの温度変化に対する特性を調べるとともに，実際のダムを例にとって温度変化の三次元的な影響についてもあわせて検討を行なった。われわれはこれらの解析結果にもとづいて，実際のダムでは必ずこのような応力が発生すると主張するものではない。もちろん，この解は温度応力に関係するいくつかの要因の中の一部に着目し，適当な仮定にもとづいて解析されたものだけに，その結果は定性的に判断されるべきであろう。またこの解で大きな値を示していた表面近くに形成される温度応力についても実際のダムでは継目が存在するために一部は緩和されているものと思われる。しかし少なくとも，第二近似にて求めた値と厳密解にて示された値との間の値を示していると考えるべきではないかと思われる。

この解により明らかにされた諸点の中で，とくにアーチダムの設計に留意すべき点を例記すれば次のとおりである。

（1） 上下流の温度差により，片持梁要素にかなりの半径方向変位の変動が生ずる。したがって，高さに比べて支間が比較的小さい深い谷にかけられたアーチダムでは，その影響は小さいが，高さに比して支間の大きい広い谷にかけられたアーチダムでは，上下流の温度差の影響はかなり強くうけるものと思われる。したがって広い谷にかけられたアーチダムの計算では上下流の温度差による片持梁要素の変位も計算に加味すべきであろう。

（2） アーチの応力については上下流の温度差の影響はいちじるしく現われており，少なくとも下部の上流側の水温があまり変化しない部分に対しては上下流の温度差を加味した解析を行なうべきであろう。

（3） 厚いアーチでは表面近くに形成される強い温度勾配により，大きな温度応力が発生している。とくに温度変化を強く受ける下流面においていちじるしい。このため少なくとも 10～15 m 以上の厚さの所では表面近くに形成される温度勾配による温度応力を設計に当って考慮すべきであろう。

（4） 温度応力は上流面では比較的小さいが，下流面では比較的大きく，とくに下部においていちじるしい。元来下流面下部の拱頂部は水圧荷重に対する模型実験を行なってもかなり大きな引張応力が発生することがあるが，この部分は厚さも厚く，上下流面の温度差も大きい所なので，水圧荷重のみが作用したときはかなりの圧縮応力になるように設計するか，人工的に開いた継目を設けて引張応力の対策を講じておく必要があると思われる。

（5） 従来パイプクーリングは inlet と outlet を毎日変えて全体を均等に冷却するのが一般であった。初期のセメントの水和熱を除去してコンクリートの容積変化をへらす目的のために行なわれる一次冷却は全体を均等に冷却すべきであるから inlet と outlet を毎日変えて冷却するのが合理的であると考えられるが，ダムの温度荷重を減少させるために行なわれる二次冷却は上下流の温度差の大きい下部ではむしろ inlet を固定して下流側を強く冷却する方が合理的と考えられる。

本研究を実施するにあたり，理論解の整理は平尾睦が行ない，計算は平尾睦，児玉美根子が行なった。また数表の作製は I.B.M. 650 型電子計算機により行なった。以上の各氏に深く感謝の意を表する。

中空圧縮材の安定性について

横　田　周　平*

（昭和34年12月）

要　旨：

著者はさきに「中空圧縮材の挫屈に関する理論的研究」と題して，その第1報（土木試験所報告第56号，昭和15年9月）および第2報（土木試験所報告第58号，昭和16年1月）において，中空圧縮材の挫屈に関する挙動についての著者の見解を明らかにしたが，これらの研究においては曲率 $1/R=(d^2y/dx^2)/\{1+(dy/dx)^2\}^{3/2}\fallingdotseq d^2y/dx^2$ として，分母の $(dy/dx)^2$ を省略してとり扱った。その後も著者は $(dy/dx)^2$ を省略しない場合についても研究を行なってきた。ここに発表する論文は $(dy/dx)^2$ を省略しない場合の，より厳密な解によってさきに発表した研究の結果に訂正を加えたものである。

目　　次

1　圧縮材の挫屈に関する基本的考察……（1）
〔1〕　圧縮材の挫屈を論ずる場合の基礎方程式……（2）
〔2〕　微分方程式の基本的解……（2）
（i）　通常行なわれている解……（2）
（ii）　2つの境界条件と長さの条件とを厳密に入れた場合の解……（3）
（iii）　$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ を省略しない場合の解…（4）
〔3〕　限界荷重，挫屈状態の安定，不安定ならびに中空圧縮材に関する新らしい問題……（6）
（i）　限界荷重……（6）
（ii）　挫屈状態の安定，不安定……（6）
（iii）　中空圧縮材における新らしい問題（7）
〔4〕　圧縮材の挫屈に対するその他の考察（7）
2　中空圧縮材に対する基礎方程式の誘導ならびにその解……（8）
〔1〕　中空圧縮材の曲げに対する抵抗……（9）
〔2〕　中空圧縮材に対する基礎方程式の誘導……（11）
〔3〕　基礎方程式の解と不安定な挫屈を起こさないための条件……（12）
（i）　$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ を省略した場合の解……（13）
（ii）　$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ を省略しない場合の解…（14）
（iii）　$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ を省略した場合と省略しない場合の解の比較検討……（15）
（iv）　ワーレン型組合せ圧縮材および管柱の安定条件……（16）
〔4〕　1および2の要約……（16）
3　諸種の組合せ圧縮材および管柱に対する安定条件の計算……（18）
〔1〕　緒　言……（18）
〔2〕　組合せ四角柱に対する計算……（18）
（i）　一側面の方向に挫屈する場合……（19）
（ii）　対角線の方向に挫屈する場合……（21）
〔3〕　組合せ三角柱に対する計算……（23）
（i）　一側面の方向に挫屈する場合……（24）
（ii）　一側面に直角の方向に挫屈する場合……（24）
〔4〕　管柱に対する計算……（26）
〔5〕　要　約……（28）
4　組合せ圧縮材の挫屈に及ぼすセン断力の影響……（28）
〔1〕　圧縮材の挫屈に及ぼすセン断力の影響に関する一般論……（28）
〔2〕　セン断力の影響を考慮した場合の組合せ四角柱の限界荷重……（30）
（i）　一側面の方向に挫屈する場合……（30）
（ii）　対角線の方向に挫屈する場合……（32）
〔3〕　セン断力の影響を考慮した場合の組合せ三角柱の限界荷重……（33）
（i）　一側面の方向に挫屈する場合……（33）
（ii）　一側面に直角の方向に挫屈する場合……（34）
〔4〕　要　約……（34）
〔5〕　3および4の総括……（35）

1.　圧縮材の挫屈に関する基本的考察

1は中実圧縮材の挫屈に関する基本的問題を検討し中空圧縮材の挫屈に対する著者の考え方の根底を明らかにするものである。著者の主張せんとするところは従来あまり重要視せられなかった，挫屈してからの状態の安定，不安定の問題が中空圧縮材の場合には重大なる意義をもってくるとする点である。

圧縮材の挫屈の解析的研究においてはそのタワミ曲線に対する微分方程式が出発点となる。勢力式方法によってとり扱う場合においても，多かれ少なかれ，タワミ曲線に対する微分方程式が関連してきている。したがってこのタワミ曲線に対する微分方程式は圧縮材の挫屈を論

* 土木研究所所長

ずる場合の基礎となる方程式である。

〔1〕 圧縮材の挫屈を論ずる場合の基礎方程式

圧縮材の挫屈を論ずる場合の基礎微分方程式は，一般によく知られているように次の形で与えられている。

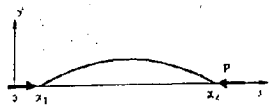
$$EI\frac{d^2y}{dx^2}+Py=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

E：材料の弾性係数

I：圧縮材の断面の慣性モーメントで一般には x の函数

P：中心軸荷重

座標軸は図—1のようにとる。



図—1

両端鉸支持の場合には(1)式で十分であるが，両端を固定した場合においては，(1)式では含みきれない場合が生ずる。この事実については，稲田博士が土木学会誌第20巻11号（昭和9年11月）「長柱の挫屈とこれに及ぼす弾性横抵抗の影響ならびに鉄道軌道の張り出しに関する新考察」において詳論されている。稲田博士は次の形の基礎方程式から出発されている。

$$EI\frac{d^4y}{dx^4}+P\frac{d^2y}{dx^2}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

等断面の圧縮材においては，(2)式がもっとも一般的基礎方程式となるが，変断面圧縮材の場合をも含ませるならば，形としては次のようになるであろう。

$$\frac{d^2}{dx^2}\left\{EI(x)\frac{d^2y}{dx^2}\right\}+P\frac{d^2y}{dx^2}=0 \quad \cdots\cdots(3)$$

(3)式は梁の横振動に対する基礎方程式に類似していておもしろく思われる。梁の横振動に対する式は次のような式の形をもっている。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left\{EI(x)\frac{\partial^2y}{\partial x^2}\right\}+\frac{m}{g}\frac{\partial^2y}{\partial t^2}=0$$

柱の限界荷重の求め方と梁の振動周期の求め方は，実際においてもまたまったく同様である。

形としては，(3)式がもっとも一般的であるが，実際問題としては境界条件をしさいに検討してそれに適合するように(1)式を変更し，これより出発する方が便利である。以下の所論においても(3)式の形までさかのぼることはしないであろう。

(3)式は基礎方程式として完備しているかのように見えるが，タワミ曲線の根本に立ち帰ってみれば，なお問題が残されている。すなわち，厳密には曲率は

$$\frac{d^2y}{dx^2}\Big/\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}$$

で表わさるべきであるが，タワミは小なるものとして，1に対して $(dy/dx)^2$ を省略し，簡単に d^2y/dx^2 で表わしているのである。$(dy/dx)^2$ の項を省略しない場合には(1)式は次のようになる。

$$EI\frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}+Py=0 \quad \cdots\cdots(4)$$

同様に(3)式も厳密にはカッコ内の d^2y/dx^2 を

$$\frac{d^2y}{dx^2}\Big/\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}$$

でおき換えなければならない。

$(dy/dx)^2$ の項を省略することが，いかなる影響を与えるかについては後章においてこれを詳論するであろうが，結論をさきに述べるならば次のようになる。

すなわち，圧縮材の限界荷重を求める目的であれば $(dy/dx)^2$ の項を省略することは結果においてはなんら影響していない。しかしながら，中空圧縮材の挫屈の安定不安定の限界を求める場合にかぎっては，この項を省略するかしないかによって結果に4倍の差異を生ずるのである。$(dy/dx)^2$ の項を省略しない場合の方が厳密な解であることはもちろんである。

〔2〕 微分方程式の基本的解

（i） 通常行なわれている解

(1)式において，I は x の函数であって，この線型微分方程式の一般解は

$$y=AF_1(x)+BF_2(x)$$

の型で表わされる。ここに A と B とは積分常数である。微分方程式の解の順序としては2つの境界条件から A，B なる2個の積分常数を決定しなければならないのであるが，圧縮材の両端の y 座標が0であるという2つの条件を入れ，A，B が同時に0となることはない（挫屈したものとしているゆえ）と考えれば，A，B が完全には決定されずに，かえって $F_1(x)$ と $F_2(x)$ の間に，ある関係式を生ずる。これは(1)式にもどって考えれば E，I，P，および長さ L の間を関係づけることになって，限界荷重が決定されるのである。

これは境界条件のとり方が結局不適当なためにかかる結果を生ずるのであって，この点については次節に詳論する。また，以上のようにして解いた結果は限界荷重において挫屈することを示しているが，正確には次節以下に示すごとく限界荷重を越えてはじめて挫屈するものである。

これを具体的に説明するために，両端鉸支持の等断面長柱の場合（1次挫屈）について考えれば，通常のとり扱いにおいては(1)式はよく知られているように，次のように解かれる。

$$y=A\sin\frac{\pi}{L}x \quad \cdots\cdots(5)$$

ただし　$P=\pi^2\dfrac{EI}{L^2}$

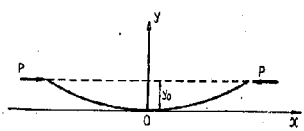
(5)式のような形の解によって挫屈現象を解釈するときは次のようになる。

圧縮材が挫屈するためには限界荷重以外の軸荷重はとりえない。

A が不定のまま残されているのであるから，限界荷重に対して無数の挫屈形が存在する。したがって(5)式より判断すれば，挫屈してからの状態は中立の平衡状態と見なさるべきである。通常行なわれている解にしたがって，圧縮材の挫屈現象を解釈すれば上述のようであるが，2つの境界条件およびこれとは別に長さの条件とを厳密に入れて基礎方程式を解けば，挫屈現象に対する解釈はまたおのずから異なってくる。そして，この方がより正しい解釈であることは，解き方がより厳密であることよりみて間違いないであろう。

(ii) 2つの境界条件と長さの条件とを厳密に入れた場合の解

圧縮材の中心線の中央を原点にとり，図—2のように座標軸を定めて計算を進める。座標軸のとり方いかんは問題の本質になんら変化をきたすものではないが，積分常数を定めるべき2つの境界条件と圧縮材の長さの条件とは，混同してならない別種の条件であることを示すには，この方が好都合である。この場合の基礎方程式は次のようになる。



図—2

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}+P(y-y_0)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

y_0 は圧縮材の中央の張り出し量であり，この y_0 が常数として，あらかじめ基礎方程式に入ってきているために様子が多少異なってきている。

$\dfrac{EI}{P}=\alpha^3$ （α は長さのディメンションを有する）

とおき(6)式を解けば，

$$y=y_0+A\sin\frac{x}{\alpha}+B\cos\frac{x}{\alpha}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{A}{\alpha}\cos\frac{x}{\alpha}-\frac{B}{\alpha}\sin\frac{x}{\alpha}$$

境界条件としては $x=0$ において $y=0$, $\dfrac{dy}{dx}=0$ の2つを用いるべきことは明瞭である。

$$\therefore\quad A=0,\ B=-y_0$$

したがって

$$y=y_0\left(1-\cos\frac{x}{\alpha}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

以上によって2つの積分常数 A, B が決定せられ微分方程式(6)に関する限り，完全に解決されたのである。次に圧縮材の問題に立ち帰って考えてみれば，長さの条件が残されている。

(7)式で $x=\pm(L/2)$ において $y=y_0$ とすれば，前節におけると同様に α と L とを関係づけ限界荷重が求められる。しかしながら，これは積分常数を定むべき境界条件ではないことに注意すべきである。また一方，圧縮材がすでに張り出している形を前提としている以上，両端の x 座標は $x=\pm(L/2)$ の内側にあるはずで，$x=\pm(L/2)$ において $y=y_0$ とすることは明らかに不合理である。

圧縮材の長さの条件は張り出した形において考えることが厳密であり，また，もっとも自然である。

すなわち，

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\sqrt{1+\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}\,dy$$

$$=\int_0^{y_0}\sqrt{\frac{\alpha^2+2y_0y-y^2}{2y_0y-y^2}}\,dy \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$$y=y_0(1-t),\qquad 0\leqq\frac{y_0}{\sqrt{\alpha^2+y_0^2}}=h<1$$

と置換すれば

$$\frac{L}{2}=\frac{y_0}{h}\int_0^1\frac{\sqrt{1-h^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}}\,dt$$

これは第2種楕円積分であって

$$E(h)=\int_0^1\frac{\sqrt{1-h^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}}\,dt$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2h^2-\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)^2\frac{h^4}{3}-\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^2\frac{h^6}{5}\cdots\cdots\right\}$$

とおけば(9)式をうる。

$$\frac{y_0}{L}=\frac{h}{2E(h)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

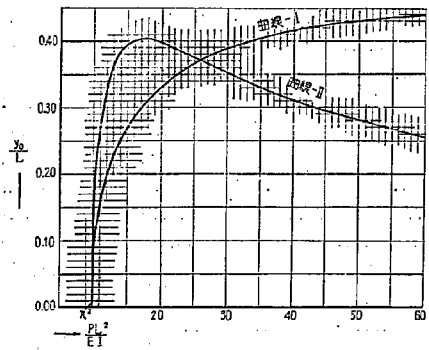
また，$y_0/\sqrt{\alpha^2+y_0^2}=h$ なる関係式より P と h の関係式を導けば(10)式をうる。

$$\frac{PL^2}{EI}=\frac{4E^2(h)}{1-h^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

(9)式と(10)式とは同一関係式の2つの表現であるが，便宜的には h を媒介変数と見て P と y_0 の函数関係を示すものと見なしうる。

P と y_0 との関係は表—1のごとくであり，グラフで表わせば図—3，曲線—Iとなる。

以上の解き方について見れば，積分常数の定め方，圧縮材の長さの条件の入れ方は合理的で疑問をはさむ余地はないであろう。この解によれば軸圧力 P が0から始まって，次第に増大し，限界荷重を越えて後にいたる



曲線－Ⅰは　$EI\cdot(d^2y/dx^2)+P(y-y_0)=0$　の場合
曲線－Ⅱは　$EI\cdot(d^2y/dx^2)/\{1+(dy/dx)^2\}^{3/2}$
$+P(y-y_0)=0$　の場合

図－3　PL^2/EI と y_0/L の関係

全領域にわたり圧縮材の状態が説明される。

すなわち図－3曲線－Ⅰによってみれば，限界荷重より小さい P の数値に対しては y_0 の実数値は存在しえない。すなわち，限界荷重以下の軸圧力に対しては挫屈の起りえないことを示している。また，限界荷重に対しては $y_0=0$ であるから，やはり，まだ挫屈していないことがわかり，限界荷重を越えた軸圧力に対して初めて y_0 が0ならざる実数値を有するようになる。

挫屈現象全般に対するよりくわしい考究は次章にゆずることとして，次に1に対して $(dy/dx)^2$ を小なりとして省略することがいかなる影響を及ぼしているかを明らかにしようと思う。

表－1　PL^2/EI と y_0/L の関係
（$(dy/dx)^2$ を省略した場合）

h	$E(h)$	PL^2/EI	y_0/L
0.0000000	1.5708	9.8696	0.0000
0.0871557	1.5678	9.9073	0.0278
0.1736482	1.5589	10.0230	0.0557
0.2588190	1.5442	10.2232	0.0838
0.3420201	1.5238	10.5184	0.1122
0.4226183	1.4981	10.9292	0.1411
0.5000000	1.4675	11.4859	0.1704
0.5735764	1.4323	12.2293	0.2002
0.6427876	1.3931	13.2417	0.2307
0.7071068	1.3506	14.5920	0.2618
0.7660444	1.3055	16.4995	0.2934
0.8191520	1.2587	19.2626	0.3254
0.8660254	1.2111	23.4688	0.3575
0.9063078	1.1638	30.3327	0.3849
0.9396926	1.1184	42.7705	0.4201
0.9659258	1.0764	69.1833	0.4487
1.0000000	1.0000	∞	0.5000

(iii)　$(dy/dx)^2$ を省略しない場合の解

等断面圧縮材の場合には，1に対して $(dy/dx)^2$ の項を省略せずに(4)式をそのまま解くことは目新しいことではないのであるが，解き方の比較のために，またその省略がいかなる影響を及ぼしているかを明らかにする意味で計算過程を示そうと思う。

図－2のごとく座標軸をとることとすれば，タワミ曲線に対する微分方程式は次のごとくなる。

$$EI\frac{d^2y/dx^2}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}+P(y-y_0)=0$$

あるいは，

$$\frac{d^2y/dx^2}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}=\frac{1}{\alpha^2}(y_0-y)\cdots\cdots(11)$$

ただし，　$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI}$

この2次微分方程式を解いたときに生ずる2つの積分常数を定むべき条件は前節(ii)の場合と同様に $y=0$ において $x=0,\ dy/dx=0$ の2つである。圧縮材の両端の位置は P の函数として表わされるはずである。

(11)式の両辺に dy/dx を乗じて積分すれば，ただちに

$$-\frac{1}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{1/2}}=\frac{1}{\alpha^2}\left(yy_0-\frac{y^2}{2}\right)+C$$

$y=0$ において $dy/dx=0$ なる条件より積分常数 C を定めると　$C=-1$

ゆえに

$$\frac{1}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{1/2}}=\frac{1}{2\alpha^2}(y^2-2y_0y+2\alpha^2)\cdots\ (12)$$

したがって

$$\pm dx=\frac{(y^2-2y_0\,y+2\alpha^2)dy}{\sqrt{-y(y-2y_0)(y^2-2y_0\,y+4\alpha^2)}}\ \cdots\cdots\cdots(13)$$

(13)式の形より見て，この積分は第1種，第2種の楕円積分と初等函数の3つになることが予期される。楕円積分の標準形に導くために，まず次のごとく変数の置換を行なう。

$$y=y_0\frac{\zeta-1}{\zeta},\quad dy=y_0\frac{d\zeta}{\zeta^2}$$

これを(13)式に代入すれば

$$\pm dx=\frac{\{(2\alpha^2-y_0^2)\ \zeta^2+y_0^2\}}{\sqrt{(\zeta^2-1)\ \{(4\alpha^2-y_0^2)\ \zeta^2+y_0^2\}}}\frac{d\zeta}{\zeta^2}$$

$0<\frac{4\alpha^2-y_0^2}{y_0^2}=k^2$　と置けば，

$\frac{2\alpha^2-y_0^2}{y_0^2}=\frac{k^2-1}{2}$　となる。

したがって

$$\pm dx=\frac{\left(\frac{k^2-1}{2}\ \zeta^2+1\right)}{\sqrt{(\zeta^2-1)\ (k^2\zeta^2+1)}}\ y_0\frac{d\zeta}{\zeta^2}$$

さらに　$\sqrt{k^2\zeta^2+1}=\frac{\sqrt{k^2+1}}{t}$　と置換すれば

$$\zeta^2=\frac{(k^2+1)-t^2}{k^2t^2},$$

$$d\zeta=-\frac{k^2+1}{t^2\sqrt{(k^2+1)-t^2}}\frac{dt}{k}$$

$$\zeta^2-1=\frac{(k^2+1)(1-t^2)}{k^2t^2}$$

となり，これらを上式に代入すれば

$$\pm\frac{dx}{y_0}=\frac{k^2-1}{2}\cdot\frac{-dt}{\sqrt{(1-t^2)\{(k^2+1)-t^2\}}}$$

$$+\frac{-k^2t^2\,dt}{\sqrt{(1-t^2)\{(k^2+1)-t^2\}^3}}$$

$$0<\frac{1}{k^2+1}=h^2<1 \quad \text{すなわち}\quad 0\leqq h=\frac{y_0}{2\alpha}<1$$

と置けば

$$\pm\frac{dx}{y_0}=\frac{1-2h^2}{2h}\cdot\frac{-dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

$$+h(1-h^2)\frac{-t^2\,dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

となり，積分の範囲はそれぞれ次のごとくである。

$$y:0\sim y_0,\quad \zeta:1\sim\infty,\quad t:1\sim 0$$

$$\frac{x}{y_0}=\frac{1-2h^2}{h}\int_t^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

$$+h(1-h^2)\int_t^1\frac{t^2dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

この第二項を部分積分して右辺全体を整頓すれば

$$\frac{x}{y_0}=-h\int_t^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

$$+\frac{1}{h}\int_t^1\frac{\sqrt{1-h^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}}dt$$

$$+\frac{t\sqrt{1-t^2}}{h(1-h^2)\sqrt{1-h^2t^2}}$$

また $h=\frac{y_0}{2\alpha}$ なる関係式により，y_0 のかわりに α を導入すれば

$$\frac{x}{\alpha}=-2h^2\int_t^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}$$

$$+2\int_t^1\frac{\sqrt{1-h^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}}dt+\frac{2t\sqrt{1-t^2}}{(1-h^2)\sqrt{1-h^2t^2}}\cdots(14)$$

となる。すなわち(13)式の解は第1種，第2種の楕円積分と初等函数で表わされたことになる。このことは(13)式の形よりしてただちに予期されたところであった。

以上で(11)式の微分方程式は形の上からは完全に解かれたことになる。しかしながら，(14)式の中には軸荷重 P と最大タワミ y_0 とが独立に含まれている。この2つの量を結合する条件として，圧縮材の長さの条件が残されている点は前節（ii）の場合とまったく同様である。すなわち

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\sqrt{1+\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}\,dy$$

$$=\int_0^{y_0}\frac{2\alpha^2\,dy}{\sqrt{-y(y-2y_0)(y^2-2y_0y+4\alpha^2)}}$$

前と同様に

$$y=y_0\frac{\zeta-1}{\zeta},\quad \sqrt{k^2\zeta^2+1}=\frac{\sqrt{k^2+1}}{t}$$

と変換すれば

$$L=2\alpha\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-h^2t^2)}}=2\alpha K(h)$$

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI}\quad \text{であるから}$$

$$\frac{PL^2}{EI}=4K^2(h)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

となり，また $h=\frac{y_0}{2\alpha}$ なる関係式より次のごとくなる。

$$\frac{y_0}{L}=\frac{h}{K(h)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ただし，$K(h)=\frac{\pi}{2}\left\{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2h^2+\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)^2h^4+\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^2h^6+\cdots\cdots\right\}$

(15)，(16)式は図—1の関係式を書きかえたものであるが，便宜的に h を媒介変数と見なして PL^2/EI と y_0/L の関係を求めれば，表—2，あるいは図—3，曲線—Ⅱのごとくである。

表—2 $\frac{PL^2}{EI}$ と $\frac{y_0}{L}$ の関係

$\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right.$ を省略しない場合$\left.\right)$

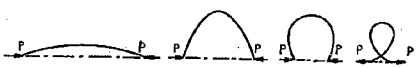
h	$K(h)$	PL^2/EI	y_0/L
0.0000000	1.5708	9.8696	0.0000
0.0871557	1.5738	9.9074	0.0554
0.1736482	1.5828	10.0210	0.1097
0.2588190	1.5981	10.2157	0.1620
0.3420201	1.6200	10.4976	0.2111
0.4226183	1.6490	10.8768	0.2563
0.5000000	1.6858	11.3677	0.2966
0.5735764	1.7313	11.9896	0.3313
0.6427876	1.7868	12.7706	0.3597
0.7071068	1.8541	13.7507	0.3814
0.7660444	1.9356	14.9862	0.3958
0.8191520	2.0347	16.5600	0.4026
0.8660254	2.1565	18.6020	0.4016
0.9063078	2.3088	21.3222	0.3925
0.9396926	2.5046	25.0921	0.3752
0.9659258	2.7681	30.6495	0.3489
0.9848078	3.1534	39.7757	0.3123
0.9961947	3.8317	58.7277	0.2600
0.9998477	5.4349	118.1526	0.1840
1.0000000	∞	∞	0.0000

$y_0\to0$ ならしめると $h\to0$, $K(h)\to\pi/2$ となり $P=\pi^2EI/L^2$ を得る。これは Euler の限界荷重と一致する。限界荷重より小さい P の値に対しては y_0 の実数値は存在しない。また限界荷重では $h=0$ であり，したがって $y_0=0$ であるから未だ圧縮材は挫屈しない。すなわち，Euler の限界荷重を越えてはじめて圧縮材は挫屈しはじめ，その後荷重が増加するにしたがって曲り方が大きくなる。

以上の解析の結果を通じて，挫屈現象を解釈すれば，そ

れは本質において前節（ii）の場合とまったく同様である。すなわち，1に比べて$(dy/dx)^2$を小さいとしてこれを省略しても挫屈現象の考え方に本質的な変化は入ってこない。すなわち圧縮材の長さの条件を厳密に入れるか入れないかが重大な問題であって，$(dy/dx)^2$の項を省略するかしないかは大して問題とならないのである。この意味で Timoshenko 著 "Theory of Elasticity" 仲，藤川，久田共訳，45, 13 節において最大タワミが不定のまま残されるのは曲率に対して正確な式を用いないで近似式 d^2y/dx^2 を用いたためであると明言しているが，これは明瞭な誤りというべきであろう。

本節の結果と前節（ii）の結果との差異は図—3の2つの曲線によってみれば明瞭である。限界荷重においては両曲線は共通の切線を有し，その近傍においてはほとんど一致しているが，Pが大きくなるにしたがって次第に離れ，$P\to\infty$に対しては（ii）節の結果，（曲線—Ⅰ）においては $y_0\to L/2$ となるのに対して本節の結果（曲線—Ⅱ）においては $y_0\to 0$ となっている。この差異は$(dy/dx)^2$を省略するかしないかに起因するものであることは明瞭である。



図—4

$(dy/dx)^2$ を省略しない場合においては，軸荷重が限界荷重を越えて増加するにしたがって図—4のごとき挫屈形を生じ，ついに $y_0\to 0$ となるが，$(dy/dx)^2$を省略した場合には挫屈形が正弦曲線となるために，$P\to\infty$ では圧縮材が中央で折り重ねられた形になるのである。このことは弾性の限界内で考えられることであるが，実際の場合においては挫屈したならば間もなく中央の断面附近において弾性限界を越えてしまうであろうから，限界荷重を遠く離れてからの差異は重要な問題ではなくなる。

以上の所論によって，等断面中実の長い圧縮材の挫屈現象を結論づけるならば，次のごとくなる。

限界荷重を求めることのみを目的とする場合に，便宜的方法として（i）節におけるごとくとり扱ってもよいが，挫屈現象全般を解析的に説明しようとするときは，少なくとも（ii）節におけるように圧縮材の長さの条件をとり入れなければならない。基礎方程式（4）において，1に対して $(dy/dx)^2$ を省略することは，中実の圧縮材の場合においては挫屈現象の実際的解明に本質的変化をもたらすものではない。

中空圧縮材の挫屈の安定不安定を論ずる場合においては，この省略が重大な差異を生ずるのであって，この点は後に詳論する。

〔3〕 限界荷重，挫屈状態の安定，不安定ならびに中空圧縮材に関する新しい問題

前章においてえられた基礎方程式の解を通じて限界荷重の意義，挫屈状態の安定不安定に関する問題など，挫屈現象の全般にわたる考察をくだし，さらに進んで中空圧縮材に関しては挫屈状態の安定不安定の問題が重大な意義を有することを指摘しようと思う。

（i） 限界荷重

(10)式あるいは(15)式をくわしく検討してみればわかることであるが，PL^2/EI の値を $\pi^2=9.8696$ ……より小ならしめる h の実数値は存在しえない。すなわち，Euler の限界荷重以下では圧縮材は曲りえないことが解析的に証明されている。限界荷重さえ求めればそれでよいとする通常のとり扱い方においては限界荷重以下の軸荷重に対して，なぜに挫屈しえないかの問題はあいまいのまま放置されている。勢力的にこれを見ても限界荷重に達するまでは真直ぐに圧縮された方が内働が小であることは簡単に実証される。軸荷重が限界荷重を越えると圧縮材は曲り始める。ここで注意すべきは限界荷重では未だ圧縮材は挫屈しないことである。

図—3によってみても，Euler の限界荷重においては $y_0/L=0$ である。

通常の解き方によれば限界荷重において無数のタワミ曲線が考えられるのであるから，限界荷重で挫屈することを示しているのであるが，正しくは限界荷重では未だ挫屈しないのである。この事実に関しては第四回工学大会において橋原博士が異なった立場から指摘された。この意味から云えば，挫屈荷重あるいは挫屈強度と云うような用語は避けるべきであろう。

限界荷重において，挫屈するものであるか否かの問題は，数の切断における切断点の帰属の問題にすぎないが，しかしながら，この点を明確にしないために，挫屈現象そのものに対する考え方が，一般に非常にあいまいになっているのではなかろうか。圧縮材を挫屈せしめない数値の集合と挫屈せしめるそれの集合とで，数の切断を考えればこの切断は限界荷重に対応し，限界荷重は前者の集合の上端をなし，後者の集合には端がないと見なすことができる。

(ii) 挫屈状態の安定，不安定

圧縮材が挫屈してからの状態について考えてみる。限界荷重を越えても挫屈せずにまっすぐのまま圧縮される場合も考えられる。しかしながら，勢力式の立場より計算すれば，限界荷重を越えてからはまっすぐに圧縮される場合の方がより大なる内働を要することは容易に算出せられる。（横田 "勢力式による変断面対称長柱の挫屈荷重を求むる近似計算法" 土木試験所報告 第44号，昭

和 14 年2月 P. 4図—2参照）圧縮材の圧縮される形には2とおり以外にないとすれば，挫屈した状態は安定なる平衡状態にあるものと見なさざるをえない。

弾性の限界内で挫屈している状態が安定な平衡状態にあると考うべきことはすでに指摘されているところであるが(たとえばTimoshenko,"Theory of Elastic Stability" 伸・藤川・久田共訳 P. 49～50)，この事実は案外一般に認識されていないように思われる。

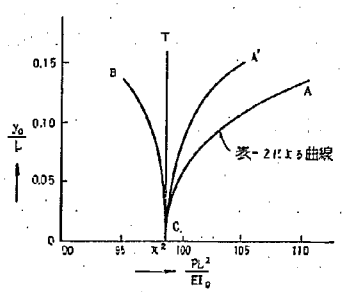
この原因としては第一に挫屈問題の通常の解き方にもとづく誤った考え方によるものと思われる。前にも述べたごとく，通常の解き方においては限界荷重に対して無数のタワミ曲線が考えられる。このことを率直に解釈するならば，挫屈してからの状態は中立の平衡状態と見なさるべきであるが，一般にはばくぜんと不安定のごとく考えられているようである。Bleich の著書においては挫屈は不安定平衡の問題であると明言しているのであるが，著者にはこの見解が理解しかねるのである。(Bleich "Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken" 奥田・綾・猪瀬 共訳 P. 101～102)

第2の原因としては，圧縮材は挫屈してからの状態で使用せられるものではないために，限界荷重より先きのことは実際には大して問題とならなかったことがあげられる。したがって，挫屈してからの状態がどうであろうと大して関心が払われなかった。

しかしながら，中空圧縮材の問題においては，挫屈してからの状態の解析が重大な意義を有してくるのである。

(iii)　中空圧縮材における新しい問題

挫屈状態の安定，不安定に関する上述の考察は中実単体の圧縮材についてであったが，著者の研究の対象とする中空圧縮材の挫屈状態については，中実な圧縮材の場合と異なった様相を示すのである。その原因は，中空圧縮材はその断面が中空であるために曲げられた場合，断面に弾性的変形をきたし，これが曲げ剛さの減少となって現われ，この減少の程度によっては挫屈状態が不安定となる場合をも生ずるのである。



図—5

すなわち，挫屈を始めてからの軸荷重とタワミとの関係が図—5において，曲線CB（曲線CAは中実圧縮材に対する曲線）で示されるような場合を生ずるのである。このような中空圧縮材は限界荷重よりはるかに小さい軸荷重に対しても，外部からの衝撃によっては挫屈して，もとのまっすぐな状態に復しえない脆弱性を内蔵するものであって，圧縮材としては理論的にみて不安定な構造であると見なさるべきものである。中空圧縮材においてもその内部的機構（組合せ圧縮材においては綾工，管柱においては肉厚）が十分強力であれば図—5の曲線CA′ ないし CA のような曲線をもとりうるのである。かかる中空圧縮材であれば，その挫屈状態は安定であり，したがって安定な圧縮材と称することができる。

安定な中空圧縮材を得るためには，挫屈してからの状態が図—5において少なくとも曲線CTより右にあることが理論的に必要である。2においてはこの条件を解析的に求めるであろう。中空圧縮材の場合においては挫屈してからの状態が上述のように重大な意義を有してくるのであって，この点が本論文を通じて著者の第一に主張せんとするところである。

〔4〕　圧縮材の挫屈に対するその他の考察

これまでの論議の対象としてきた圧縮材は，完全に真直であり，また，軸荷重も完全に中心にかかると仮定していた。しかしながら，実際の圧縮材においては完全に真直であることは期待し得ないことであり，軸荷重の多少の偏心もやむをえないことであろう。このような圧縮材に関して若干の考慮を加えてみよう。

まず中実単体の圧縮材について考える。最初からタワミの与えられている圧縮材あるいは偏心荷重をうける圧縮材の問題は解析的には横荷重を受ける圧縮材の問題と同様にとり扱われる。それゆえにもっとも簡単な場合として中央に集中横荷重を受ける圧縮材の状態を考察し，その他の場合をこれより推察しようと思う。

圧縮材が軸荷重のほかに横荷重も受ける場合においては，通常の解き方に従えば軸荷重は Euler の限界荷重に収斂するが限界荷重を越えてそれ以上に上げることはできない。しかしながら，通常の解は前に論じたごとく圧縮材の長さの条件の入れ方に厳密さを欠いているためにかくのごとき結論に達するのであって，この条件を正確に入れるならば様子は異なってくるであろう。

図—2のように座標軸をとり，圧縮材の中央に横荷重 Q が作用するとすれば，タワミ曲線に対する微分方程式は次のごとくなる。

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}+P(y-y_0)=\frac{Q}{2}(x_0-x)\cdots(17)$$

ただし $(x_0,\ y_0)$ は圧縮材の曲げられた状態における

材端の座標であって Q を一定とすれば P の函数として表わされるべきである。

(17) 式の解は次のようになる。

$$y=y_0+A\sin\frac{x}{\alpha}+B\cos\frac{x}{\alpha}+\frac{Q}{2P}(x_0-x) \quad\cdots\cdots(18)$$

ただし，　$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI}$

$x=0$ において　$y=0$，$dy/dx=0$　である条件から，積分常数 A，B を決定すれば

$$A=\frac{\alpha Q}{2P},\quad B=-y_0-\frac{x_0Q}{2P}$$

したがって

$$y=y_0\left(1-\cos\frac{x}{\alpha}\right)+\frac{Q}{2P}\left(\alpha\sin\frac{x}{\alpha}-x_0\cos\frac{x}{\alpha}\right)+\frac{Q}{2P}(x_0-x)$$

となり　$x=x_0$ において $y=y_0$ である条件から x_0 と y_0 の関係を定めれば (19) 式をうる。

$$\frac{\alpha Q}{2P}\sin\frac{x_0}{\alpha}=\left(\frac{x_0Q}{2P}+y_0\right)\cos\frac{x_0}{\alpha}\quad\cdots\cdots(19)$$

したがって

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y_0}{\alpha}\sin\frac{x}{\alpha}+\frac{Q}{2P}\left(\cos\frac{x}{\alpha}+\frac{x_0}{\alpha}\sin\frac{x}{\alpha}\right)-\frac{Q}{2P}$$

$$=\left(2\frac{y_0}{\alpha}+\frac{x_0Q}{\alpha P}\right)\sin\frac{x}{2\alpha}\cos\frac{x}{2\alpha}-\frac{Q}{P}\sin^2\frac{x}{2\alpha}$$

$$=\frac{Q}{P}\sin\frac{x}{2\alpha}\left(\tan\frac{x_0}{\alpha}\cos\frac{x}{2\alpha}-\sin\frac{x}{2\alpha}\right)$$

圧縮材の長さの条件は次のごとくである。

$$\frac{L}{2}=\int_0^{x_0}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

$$=\int_0^{x_0}\left\{\left(\cos^2\frac{x}{2\alpha}+\sin^2\frac{x}{2\alpha}\right)^2+\frac{Q^2}{P^2}\sin^2\frac{x}{2\alpha}\cdot\left(\tan\frac{x_0}{\alpha}\cos\frac{x}{2\alpha}-\sin\frac{x}{2\alpha}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}dx\quad\cdots\cdots(20)$$

(20)式は楕円積分の範囲で積分することができ，したがって，P と x_0 の関係が定められ，(19) 式により P と y_0 の関係が決定されるはずである。(20) 式の積分は実際にはそうとう複雑となるので遂行しなかった。しかしながら，$Q\to0$ の極限の状態が明瞭になれば，(20)式の積分から（$Q\neq0$ の場合の）導かれる P と y_0 の関係もほぼ推測しえられるであろう。

(19)式において $Q\to0$ ならしめると $x_0/\alpha\to\pi/2$ となる。したがって $Q\to0$，$x_0/\alpha\to\pi/2$ の場合の (20) 式の極限を考えればよいことになる。

(19) 式より

$$\lim_{\substack{Q=0\\x_0/\alpha=\pi/2}}\left(\frac{Q}{P}\tan\frac{x_0}{\alpha}\right)=\frac{2y_0}{\alpha}$$

したがって (20) 式の積分は次のようになる。

$$\frac{L}{2}=\int_0^{\frac{\pi}{2}\alpha}\sqrt{1+\frac{y_0^2}{\alpha^2}\sin^2\frac{x}{\alpha}}\,dx$$

$$=\alpha\sqrt{1+\frac{y_0^2}{\alpha^2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\frac{y_0^2}{\alpha^2+y_0^2}\cos^2t}\,dt$$

$\frac{y_0}{\sqrt{\alpha^2+y_0^2}}=h$ と置けば

$$\frac{L}{2}=\frac{y_0}{h}E(h),\quad あるいは\quad \frac{y_0}{L}=\frac{h}{2E(h)}$$

これは（9）式とまったく一致する。

すなわち横荷重 Q を 0 に限りなく近づければ，軸荷重 P とタワミ y_0 の関係は限りなく図—5 の曲線 OCA に接近することを示している。通常の解では $Q\to0$ ならしめるときは図—5 の切線 OCT に限りなく接近するのであるが，正確には曲線 CCA を漸近曲線とするのである。

圧縮材に初期のタワミがある場合，あるいは荷重のかかり方に離心率が考えられる場合についても同様の考察がくだされる。中空圧縮材の問題に立ち帰えって考えてみれば，横荷重，初期のタワミ，あるいは軸荷重の偏心がある場合においても，それらが非常に小さければこれらの影響のないものとして解いた純粋な場合に近接していることは上記の考察より推察されることである。横荷重などのある場合には，最初からタワミが考えられるために，限界荷重というものは考えられず，したがって挫屈した状態の安定，不安定という言葉は不適当となるが，圧縮材としての安定，不安定の問題は前と同様に考えることができる。すなわち，軸荷重が増大するにしたがって，タワミがはなはだしくなるような中空圧縮材は安定であるが，ある限度を越えるとタワミが大きくなるにしたがって逆に軸荷重が減少するような中空圧縮材は不安定と見なすべきである。

横荷重などのある場合の中空圧縮材の安定，不安定を判別することは，これらの影響のない場合よりはるかに複雑となるであろうと思われるのでこれを放棄した。2 においては，これらの影響のない場合について安定，不安定の判別方法を求むるのであるが，横荷重，初期のタワミ，あるいは軸荷重の偏心などが存在しても，小さい場合には，多少の余裕を附してこの判別方法を準用することができるであろう。

2. 中空圧縮材に対する基礎方程式の誘導ならびにその解

組合せ圧縮材，管柱などを含む中空圧縮材の力学的特徴は，それが曲げられた場合断面が変化することである。中実圧縮材においては弾性の限度内で曲げられている限り変形が起るとしても問題となる程度ではない。

中空圧縮材が弾性の限度内で挫屈して曲げられれば，

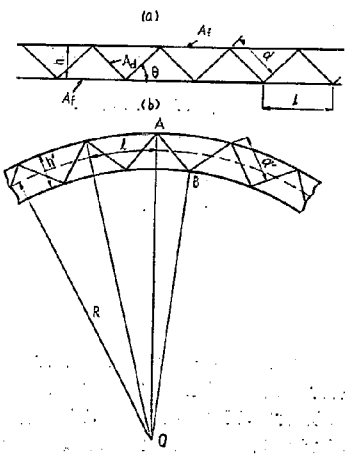
常識的にも考えられるように，一般にその断面の変形は曲げ剛性の減少となる。この曲げ剛性の減少を考慮に入れて，中空圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式を導き，これを解いて中空圧縮材の安定，不安定を判別する式を提出せんとするのである。

〔1〕 中空圧縮材の曲げに対する抵抗

本章においては中空圧縮材が曲げに対していかに抵抗するかを解析してみる。中空圧縮材の例としては，主としてワーレン型に綾片をほどこした組合せ圧縮材をとって計算を進め，さらに管柱の場合についても，途中の計算を抜かして結果のみ附記することとする。各種の組合せ圧縮材または管柱の場合の詳細な計算は3においてまとめるであろう。

組合せ圧縮材が中心軸荷重を受けてまだ挫屈しない状態にあるときは通常の静力学的計算においては綾片になんら応力はかからない。実際には挫屈しない状態においても綾片に応力はかかるのであるが，しかしながらそのかかり方はごく局部的（両端附近）であり，しかもそう大きな量ではない。しかしながら，いったん曲げられると，綾片は急にその存在を主張しだす。本章においては圧縮材を非常に長いものと仮定し，これが，ある曲率 $1/R$ に一様に曲げられている状態において，綾片がいかなる役割を果たしているかをまず第一に究明して見ようと思う。この状態は長い圧縮材の両端において適当な曲げモーメントが与えられているとか，あるいは圧縮材が曲げられてちょうど半径 R の全円を作っていると考えてもよいであろう。R は綾片の格間長 l に比較していちじるしく大であることはもちろんである。

圧縮材の曲げられる前および後における骨組の幅，綾片の長さをそれぞれ図—6におけるごとく h, h' ; d d' とする。圧縮材の中立軸の長さは曲げられて後も同じであるはずである。なお弦材，綾片の断面積はそれぞれ A_f, A_d で表わすこととする。



図—6

一側面が図—6，(a) のような正四角柱を作っても，必ずしも同図 (b) のようにその骨組を含む平面内で挫屈するものとは限らず，正方形断面の対角線を含む中軸面について立体的に挫屈する可能性もまたありうるのであるが，これについては後において詳論することとし，ここでは平面的にのみ問題をとり扱うこととする。

図—6 (b) のように組合せ材が円弧状に曲げられたとすれば，外側の弦材は引張られ内側の弦材は圧縮され，両弦材の断面積は相等しいから，その応力度の絶対値は相等しく，したがってそのヒズミ度の絶対値も相等しい。

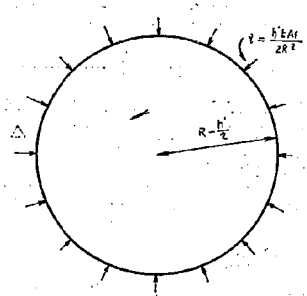
内側の弦材について考えれば，これは圧縮されているから外側に膨張しようとしている。内側弦材の圧縮ヒズミ度は形の上からみて $-h'/2R$ となっているはずであるから，部材の弾性係数を E とすれば圧縮応力度は

$$\sigma = -\frac{h'E}{2R}$$

となり，圧縮力は

$$\sigma A_f = -\frac{h'}{2R'}\ EA_f \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

となる。



図—7

図—7のような円環をなす部材に（初期応力はないものとして）上記の圧縮力を起させるような等値静水圧 q というものを仮想すれば，q は次のごとく表わされる。

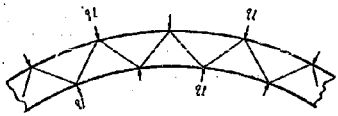
$$\sigma A_f = -\frac{h'}{2R}EA_f = -q\left(R - \frac{h'}{2}\right)$$

あるいは

$$q = \frac{h'EA_f}{2R\left(R - \frac{h'}{2}\right)} \fallingdotseq \frac{hEA_f}{2R^2} \cdots (22)$$

ただし，h' は R に比較して非常に小であり，また h と h' の差はごくわずかである。すなわち，内側弦材は単位長さあたり q という遠心力をもって外側に膨張しようとし，また外側弦材は同様に単位長さあたり q という，求心力をもって内側に収縮しようとし，これらの遠心力

と求心力に抵抗して両弦材の間隔を保持しようとしているものが綾片であり，したがって曲げに対する綾片の役割はここに見いだされる。



図—8

R に比較して l はきわめて小さいから，綾片の各滑節点において ql なる力が図—8のように綾片に作用するものと考えてさしつかえないであろう。したがって一本の綾片の受ける圧縮力は

$$\frac{1}{2}ql\operatorname{cosec}\theta=\frac{qld}{2h}$$

と置きうる。

綾片の断面積は A_d であるからその圧縮応力度は(22)式を考慮に入れて

$$\sigma_d=\frac{1}{2}\cdot\frac{qld}{hA_d}=\frac{ld}{4R^2}\frac{EA_f}{A_d}$$

となり，綾片の縮みは次式で表わされる。

$$\frac{\sigma_d}{E}d=\frac{ld^2}{4R^2}\cdot\frac{A_f}{A_d}$$

したがって曲げられる前の綾片の長さ d と比較すれば，曲げられて後の長さ d' は次のごとくなる。

$$d'=d\left(1-\frac{ld}{4R^2}\cdot\frac{A_f}{A_d}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(23)$$

つぎに組合せ材の曲げられた状態すなわち図—6(b)において，h'，d'，l の関係を求めてみる。△OAB の間に余弦法則を適用すれば

$$d'^2=\left(R-\frac{h'}{2}\right)^2+\left(R+\frac{h'}{2}\right)^2-2\left(R-\frac{h'}{2}\right)\left(R+\frac{h'}{2}\right)\cos\frac{l}{2R}$$

$\cos\frac{l}{2R}$ を級数に展開し，その第2項までをとれば

$$d'^2\fallingdotseq 2\left(R^2+\frac{h'^2}{4}\right)-2\left(R^2-\frac{h'^2}{4}\right)\left(1-\frac{l^2}{8R^2}\right)$$

したがって

$$d'^2\fallingdotseq h'^2+\frac{l^2}{4}-\frac{h'^2l^2}{16R^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

圧縮材が曲がらない前の形については明らかに次の式が成立する。

$$d^2=h^2+\frac{l^2}{4}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

(23)(24)(25)の3式より圧縮材が曲げられる前と後とで骨組の幅がいかに変化するものであるかが解る。

すなわち，(24)，(25)式より

$$h^2-h'^2=d^2-d'^2-\frac{h'^2l^2}{16R^2}$$

上式の意味を考えるのに弦材には伸縮しうる弾性的材料を使用し，綾片には伸縮の全然ない材料を使用したと仮定すれば（すなわち $d=d'$ とすれば）組合せ材は曲げられるにしたがって幅を増すことを意味している。すなわち，実際問題としては，綾工の強弱いかんによって曲げに対して組合せ材の幅が増減することが予想される。

$$h-h'=\Delta h$$

と置けば Δh は骨組の幅の減少を意味する。Δh は次のごとく表わされる。

$$\Delta h(h+h')=(d-d')(d+d')-\frac{h'^2l^2}{16R^2}$$

(23)式における $d-d'$ を代入すれば

$$\Delta h(h+h')=(d+d')\frac{ld^3}{4R^2}\cdot\frac{A_f}{A_d}-\frac{h'^2l^2}{16R^2}$$

ここにおいて，近似的に $h\fallingdotseq h'$，$d=d'$ と置きなおせば

$$\Delta h=\left(\frac{ld^3}{4h}\cdot\frac{A_f}{A_d}-\frac{hl^2}{32}\right)\frac{1}{R^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

となる。

(26)式の意味を考えてみるのに，右辺を正ならしめるような綾片を有する組合せ材においては，曲げられるにしたがってその曲率の自乗に比例して骨組の幅が減少する。すなわち，圧縮材の曲げ剛性が減少することになる。逆に右辺が負になるような圧縮材においては，曲げられるにしたがって幅が増加し，したがって曲げ剛性が増大する。

(26)式の右辺をちょうど0ならしめるような綾片を有する組み合せ圧縮材は，曲げの前後を通じて曲げ剛性に変化なく，これは中実単体の圧縮材の挙動と同様に考えてよいわけである。そのための条件は次のごとくである。

$$\frac{ld^3}{4h}\cdot\frac{A_f}{A_d}-\frac{hl^2}{32}=0$$

あるいは

$$\frac{A_f}{A_d}=\frac{h^2l}{8d^3}=\frac{1}{4}\sin^2\theta\cos\theta\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

ただし，θ は綾片と弦材との間の角度である。$\theta=45°$ においては

$$\frac{A_f}{A_d}\fallingdotseq\frac{1}{11.3}$$

となる。なお，$\sin^2\theta\cos\theta$ を最大ならしむる θ の値は

$$\theta=\tan^{-1}\sqrt{2}=54°44'8''$$

であって，この角度においては

$$\frac{A_f}{A_d}\fallingdotseq\frac{1}{10.4}$$

となる。すなわち，ワーレン型組合せ圧縮材を中実単体の圧縮材と同等な内部的機構にまで強めるためには，少なくとも弦材の断面積の10倍以上の断面積を有する綾片をほどこさなければならないことになる。換言すれば，組合せ圧縮材に次第に増大する鞘荷重をかけてそのタワ

ミと軸荷重との関係が中実単体の圧縮材の場合と同じにするためには，このような多量の綾片を要するのである。このことは逆に考えれば，中実の圧縮材においては材料が非常に遊んでいることを示しているともみられる。

以上において，ワーレン型組合せ圧縮材の曲げに対する特性を解析して，次の結論を得た。すなわち組合せ圧縮材は綾片の強弱に応じて曲げられれば曲げられるほど，曲げ剛性が大きくもなり，あるいは小さくもなる。

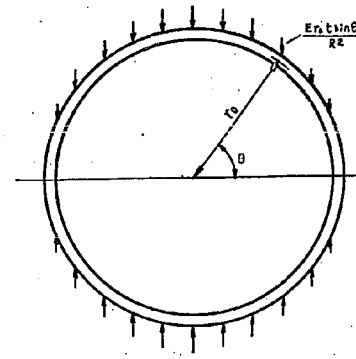
ここに組合せ圧縮材の1つの特性が認められる。また中実な圧縮材と同様に曲げのいかんにかかわらず，曲げ剛性の一定な組合せ圧縮材を集成するために，実現不可能なほど強力な綾工をほどこさなければならないことがわかった。

中実な圧縮材の挫屈現象に関しては，1において論じたように限界荷重を越えて挫屈してからも軸荷重は増加するのであって，弾性の限度内で挫屈している状態は安定な釣り合い状態にある。これに対して，部材を集成して組立てる組合せ圧縮材においては，その挫屈状態を中実圧縮材と同程度に安定な平衡状態にあらしめるほど強力な綾工をほどこす必要はなく，少なくとも中立の平衡状態か，これより多少安定な平衡状態に近からしむればよいであろう。

綾片の強弱は，その組合せ圧縮材の限界荷重に大きな影響を与えるものであることは，4において詳論するつもりであるが，以上のごとく挫屈の安定，不安定にも重大な関連を有するのである。不安定な挫屈をするような圧縮材であっても，理論的には限界荷重に達しなければ挫屈はしないが，なんらかの外的条件によって，一度曲げが与えられれば，いかほど小さい軸荷重に対しても挫屈してしまう可能性を蔵している。したがって組合せ圧縮材の綾工はその挫屈が少なくとも中立の平衡状態にあらしめる程度に強力なものでなければならない。組合せ圧縮材の綾片に対するこの条件は絶対的なものであると考えられる。

以上は，ある特殊な組合せ圧縮材の，しかも骨組の平面内における挫屈を考えたのであるが，無数に考えられるいかなる組合せ圧縮材についても同様の結論がくだされるのである。曲げによる骨組の幅の減少は(26)式のごとく，常に $1/R^2$ に比例しているのが特徴である。

つぎに管柱が同様に $1/R$ の曲率に曲げられている状態を考えて見よう。中軸面に伸び縮みがないとすれば，中軸面より外側の材料は引張られ，内側の材料は圧縮されている。したがって管柱の断面をとって考えれば図—9のごとき外力が与えられて管柱の断面を押しつぶそうとしていることになる。実際に計算してみると（詳細の計算は3にゆずる），予想されたように管柱が曲げられると，最初円形であった断面が近似的に楕円となる。その



図—9

離心率 e と曲率 $1/R$ との関係は次のごとく表わされる。

$$e=\frac{2r_0^2}{tR}$$

ただし，r_0=管の半径，t=管の肉厚

中軸面に対して，圧縮側と引張側との間の間隔は，曲率の自乗に比例して減少するということができる。次章においては，この事実にもとづいて中空圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式を誘導する。この方程式によって，中空圧縮材の挫屈の安定，不安定が判別せられ，これによってワーレン型組合せ圧縮材においては，綾片を管柱においてはその肉厚を決定すべき条件が求められるはずである。

〔2〕 中空圧縮材に対する基礎方程式の誘導

中空圧縮材においては，曲げによる曲げ剛性の変化が考えられ，これがもっとも大きな特徴をなしている。したがって中空圧縮材の挫屈を考える場合には，この曲げによる曲げ剛性の変化を考慮に入れて，タワミ曲線に対する微分方程式を導かなければならない。

まず前章においてとり扱った組合せ圧縮材において考えて見るのに，曲率 $1/R$ に曲げられているその組合せ材の断面の慣性モーメント I は次のごとく表わされる。

$$I=2A_f\left(\frac{h'}{2}\right)^2=\frac{A_f}{2}(h-\Delta h)^2$$

$$\fallingdotseq\frac{A_f h^2}{2}\left(1-\frac{2\Delta h}{h}\right)$$

$$=\frac{A_f h^2}{2}\left\{1-\frac{1}{R^2}\left(\frac{ld^3}{2h^2}\cdot\frac{A_f}{A_d}-\frac{l^2}{16}\right)\right\}$$

$$=I_0\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

ただし，Δh に対しては（26）式を代入し

$$\left.\begin{aligned}I_0&=\frac{A_f h^2}{2}\left(\begin{matrix}\text{曲げられない前の}\\\text{慣性モーメント}\end{matrix}\right)\\ \beta^2&=\frac{ld^3}{2h^2}\cdot\frac{A_f}{A_d}-\frac{l^2}{16}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(29)$$

と置換した。β は長さのディメンションを有し，綾工がいちじるしく強力な場合には β^2 が負となることもあるが，実用的な場合はことごとく β^2 が正の範囲内に含まれるので，以下 β^2 は常に正であると考えてさしつかえない。

圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式は最初に掲げた(1)式あるいは(4)式であって，曲率$\frac{1}{R}$の形で表わせば次の形となる。

$$\frac{EI}{R}+Py=0$$

上式において $1/R \fallingdotseq d^2y/dx^2$ と置けば(1)式となり，厳密に $1/R=(d^2y/dx^2)/\{1+(dy/dx)^2\}^{3/2}$ と置けば(4)式となる。上式に対して (28) 式を代入すれば，ワーレン型組合せ圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式が導かれる。すなわち

$$\frac{EI_0}{R}\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right)+Py=0$$

この形はワーレン型組合せ圧縮材ばかりではなく，一般の組合せ圧縮材に対して適用されるものであり，β^2はその綾工の程度によって決定される量である。変断面中空圧縮材の場合には I_0 は x の函数であるが，ここにとり扱う場合は EI_0 が一定の場合であるから

$$\frac{P}{EI_0}=\frac{1}{\alpha^2}\ (\alpha\text{は長さのディメンションを有す})$$

とおけば次の形に書きなおされる。

$$\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right)\frac{1}{R}+\frac{y}{\alpha^2}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

ただし，$\frac{1}{R}=\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}$；通常 $\frac{1}{R}\fallingdotseq\frac{d^2y}{dx^2}$ と省略している。

管柱の場合における曲げによる慣性モーメントの変化を示せば，つぎのごとくである。

$$I\fallingdotseq I_0\left\{1-\frac{12r_0^2+l^2}{8(4r_0^2+l^2)}e^2\right\}$$

$$=I_0\left\{1-\frac{r_0^4(12r_0^2+l^2)}{2l^2(4r_0^2+l^2)}\cdot\frac{1}{R^2}\right\}$$

すなわち，$\beta^2=\frac{r_0^4(12r_0^2+l^2)}{2l^2(4r_0^2+l^2)}$

と置けば，管柱の挫屈もまた同様に (30) 式によって論ずることのできることを示している。したがって (30) 式は組合せ圧縮材はもちろんのこと，管柱その他一般の中空圧縮材に対しても適用せられる基礎方程式であることがわかる。

(30) 式の基礎方程式は $1/R$ に関して，3次の代数方程式であって，これを解けば

$$\frac{1}{R}=f(y)$$

という形の解がえられ，この微分方程式を解けばよい。しかしながら，$f(y)$ は3乗根の内に2乗根が含まれているような形であり，第1回の不定積分は求められても，第2回目の積分はとうてい求められそうもない。

また一方より考えれば，(30)式において問題の性質上 $1/R$ と y/α^2 とが同じ程度の大きさであり，挫屈の限界点附近を考えるとすれば y は小であるから $1/R^3$ の項は他の2つの項に比較して非常に小さい。この点に着目して $1/R$ に関する代数式を近似的に解くことにする。根としては $-y/\alpha^2$ に非常に近いことがわかっているから，これを基本として代数方程式の根を求むるニュートンの近似計算法を2回繰り返えせば次のごとき解がえられる。

$$\frac{1}{R}=-\frac{y}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y^2}{\alpha^4}+3\frac{\beta^4y^4}{\alpha^8}+12\frac{\beta^6y^6}{\alpha^{12}}+55\frac{\beta^8y^8}{\alpha^{16}}+\cdots\right)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(31)$$

挫屈の限界点附近，すなわち y が非常に小さいところをとり扱おうとする現在の目的のためには，右辺の第2項までをとれば十分である。第3項以下を考慮に入れても挫屈の安定，不安定の判別には結局影響しないのである。第2項までであれば，必要な積分は楕円積分の範囲内でおさまり，またβ^2が含まれているから，中空圧縮材の特性も必ずこの内に含まれているはずである。第3項以下を省略すれば次の方程式をうる。

$$\frac{1}{R}+\frac{y}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y^2}{\alpha^4}\right)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

(32) 式は (30) 式において $1/R^3$ の項を $1/R\fallingdotseq-y/\alpha^2$ と置き換えて得られる式と結果において同一である。挫屈の限界点の附近をとり扱う場合には，(32) 式を中空圧縮材に対する基礎方程式と見なしてさしつかえないであろう。ただ，ここに問題となるのは $1/R$ を通常とり扱われているように近似的に d^2y/dx^2 と置き換えた場合と，厳密に $1/R=(d^2y/dx^2)/\{1+(dy/dx)^2\}^{3/2}$ とした場合とで，結果が同一であるかどうかと云う点である。

中実な圧縮材の挫屈現象の解明にあたっては，曲率 $1/R$ を厳密にとり扱うか近似的にとり扱うかの間には本質的な相異はなく，挫屈してからの圧縮材の長さを厳密に入れるか入れないかが問題であった。しかしながら，中空圧縮材の挫屈の安定，不安定の限界を見いだそうとする場合においては，曲率を近似的にとり扱うか厳密にとり扱うかで結果に具体的な相異を示すのであって，この相異を次章において明らかにするであろう。

(32) 式における曲率 $1/R$ を近似的に表わす場合および厳密に表わす場合を具体的に書き表わせば次のとおりである。

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{y}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y^2}{\alpha^4}\right)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

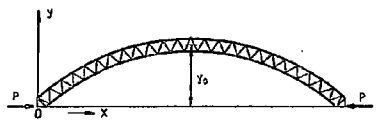
$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}}+\frac{y}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y^2}{\alpha^4}\right)=0 \cdots(34)$$

〔3〕 基礎方程式の解と不安定な挫屈を起こさないための条件

（i）$(dy/dx)^2$ を省略した場合の解

中空圧縮材が挫屈した場合の安定条件を見いだそうとするのであるが，まず曲率を近似的に表わす場合，すなわち1に対して $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ の項を無視した場合について解析してみる。この出発点となる基礎方程式は (33) 式である。

座標軸を図—10のごとくとって，(33) 式の積分を遂行すれば次のようになる。



図—10

(33) 式の両辺に $\frac{dy}{dx}$ を乗じて積分し，$y=y_0$ において $\frac{dy}{dx}=0$ と云う条件を入れれば

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+\frac{1}{\alpha^2}(y^2-y_0^2)+\frac{\beta^2}{2\alpha^6}(y^4-y_0^4)=0\cdots\quad(35')$$

$0\leqq y\leqq y_0$ の間で積分すれば

$$x=\int_0^y\frac{dy}{\sqrt{(y_0^2-y^2)\left\{\frac{1}{\alpha^2}+\frac{\beta^2}{2\alpha^6}(y_0^2+y^2)\right\}}}$$

$y=y_0\sqrt{1-u^2}$ と置換すれば

$$x=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}}\int_u^1\frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}$$

$$=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}}\left\{K(k)-\int_0^u\frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}\right\}$$

ただし　$K(k)=\int_0^1\frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2k^2+\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)^2k^4+\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^2k^6+\cdots\cdots\cdots\cdots\right\}$$

$$0<k^2=\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4+\beta^2y_0^2}<1$$

ヤコビーの楕円函数の記号を用いれば

$$u=\sqrt{1-\frac{y^2}{y_0^2}}=sn\left(K-\frac{x}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}\right)$$

あるいは $y=y_0\,cn\left(K-\frac{x}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}\right)$

$$=y_0\frac{\alpha^2}{\sqrt{\alpha^4+\beta^2y_0^2}}\cdot\frac{sn\left(\frac{x}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}\right)}{dn\left(\frac{x}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{\alpha^4}}\right)}\cdots(36')$$

以上で挫屈形が決定されたのである。$\alpha(=\sqrt{EI_0/P})$ と y_0 とは圧縮材の長さの条件によって関係づけられる。

軸荷重 P のある値に対して y_0 が決定され，したがって (36′) 式により挫屈形が実際に求められるのである。圧縮材の長さの条件は次のごとくである。

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\sqrt{1+\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}\cdot dy$$

上式に (35′) 式における $(dy/dx)^2$ の値を代入して積分すればよいのであるが，平方根の内が y に関して8次の代数式となり，積分が困難であるから dy/dx が1に比較して小さいことを利用して級数に展開し，項ごとに積分を行なうこととする。すなわち

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\left\{\frac{1}{\frac{dy}{dx}}+\frac{1}{2}\frac{dy}{dx}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\left(\frac{dy}{dx}\right)^3+\frac{1\cdot1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}\left(\frac{dy}{dx}\right)^5\cdots\cdots\cdots\cdots\right\}dy$$

この積分においては楕円積分の標準形になおす必要はないから

$$y=y_0\cdot t$$

と変数を置換して積分を取行すれば

$$\frac{L}{2}=\delta\left\{\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}}+\frac{y_0^2}{2\delta^2}\int_0^1\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}\,dt-\frac{1\cdot1}{2\cdot4}\frac{y_0^4}{\delta^4}\int_0^1\sqrt{(1-t^2)^3(1+h^2t^2)^3}\,dt+\frac{1\cdot1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}\frac{y_0^6}{\delta^5}\int_0^1\sqrt{(1-t^2)^5(1+h^2t^2)^5}\,dt\cdots\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37')$$

ただし，$\delta=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}}$

$$0\leqq h^2=\frac{\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}<1$$

である。なお

$$K_0(h)=\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}}=\frac{\pi}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2h^2+\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)h^4-\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^2h^6+\cdots\cdots\right\}$$

$$K_1(h)=\int_0^1\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}\,dt=\frac{\pi}{2}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1^2\cdot1}{2^2\cdot4}h^2-\frac{1^2\cdot1^2\cdot3}{2^2\cdot4^2\cdot6}h^4+\frac{1^2\cdot1^2\cdot3^2\cdot5}{2^2\cdot4^2\cdot6^2\cdot8}h^6\cdots\right\}$$

$$K_2(h)=\int_0^1\sqrt{(1-t^2)^3(1+h^2t^2)^3}\,dt=\frac{\pi}{2}\left\{\frac{1\cdot3}{2\cdot4}+\frac{3^2\cdot1\cdot1}{2^2\cdot4\cdot6}h^2+\frac{3^2\cdot1^2\cdot1\cdot3}{2^2\cdot4^2\cdot6\cdot8}h^4-\frac{3^2\cdot1^2\cdot1^2\cdot3\cdot5}{2^2\cdot4^2\cdot6^2\cdot8\cdot10}h^6+\cdots\cdots\cdots\right\}$$

$$K_3(h)=\int_0^1\sqrt{(1-t^2)^5(1+h^2t^2)^5}\,dt=\frac{\pi}{2}\left\{\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}+\frac{5^2\cdot3\cdot1\cdot1}{2^2\cdot4\cdot6\cdot8}h^2+\frac{5^2\cdot3^2\cdot1\cdot1\cdot3}{2^2\cdot4^2\cdot6\cdot8\cdot10}h^4+\frac{5^2\cdot3^2\cdot1^2\cdot1\cdot3\cdot5}{2^2\cdot4^2\cdot6^2\cdot8\cdot10\cdot12}h^6\cdots\cdots\cdots\cdots\right\}$$

とおけば (37′) 式は次のように書き表わされる。

$$\frac{L}{2\delta}=K_0(h)+\frac{1}{2}\left(\frac{y_0}{\delta}\right)^2K_1(h)-\frac{1\cdot1}{2\cdot4}\left(\frac{y_0}{\delta}\right)^4K_2(h)$$

$$+\frac{1\cdot1\cdot3}{2\cdot4\cdot6}\left(\frac{y_0}{\delta}\right)^6 K_3(h) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(38')$$

だだし

$$\left.\begin{aligned}\frac{L}{\delta}&=\frac{L}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}\\ \frac{y_0}{\delta}&=\frac{y_0}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}\\ h&=\frac{\sqrt{\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}}{\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(39')$$

(38′) 式は α と y_0 したがって P と y_0 とを関係づける式であって $y_0\to0$ に対しては $L/2\alpha=\pi/2$ すなわち，$P=\pi^2(EI_0/L^2)$ を与える。これは組合せ圧縮材の限界荷重が弦材のみによって定まり，綾片には無関係であることを示している。これはタワミ曲線に対する微分方程式をたてるときにセン断力の影響を無視したためであって，この影響を考慮に入れるときは綾片が限界荷重に対して大きな役割を演じていることがわかるのである。しかしながら，挫屈状態の安定不安定に関してはセン断力の影響を考慮すると否とはなんらの関連をも及ぼさないのである。これらの問題は 4 においてくわしく検討するであろう。

挫屈状態が安定であるか不安定であるかを検討するためには (38′) 式に (39′) 式を代入して $(y_0/\alpha)^4$ の項以下を省略して考えて十分である。

すなわち，

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\alpha}\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}=\frac{\pi}{2}\left\{1-\frac{1}{4}\frac{\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}+\cdots\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\frac{y_0^2}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}\right)\cdot\frac{\pi}{2}\left\{\frac{1}{2}+\cdots\cdots\cdots\right\}$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

したがって

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{L}{\alpha}\fallingdotseq\frac{\pi}{2}\left\{1+\left(\frac{1}{4}-\frac{\beta^2}{8\alpha^2}\right)\frac{y_0^2}{\alpha^2}\right\}\left(1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}\right)^{-1/2}$$

$$\fallingdotseq\frac{\pi}{2}\left\{1+\left(\frac{1}{4}-\frac{3\beta^2}{8\alpha^2}\right)\frac{y_0^2}{\alpha^2}\right\}$$

$1/\alpha=\sqrt{P/EI_0}$ であり，また $1/2\fallingdotseq\pi/L$ であることを考慮に入れて，上式の左辺および右辺の y_0^2/α^2 の項を置換して P と y_0 の関係式に書き改めれば

$$\sqrt{\frac{P}{EI_0}}\fallingdotseq\frac{\pi}{L}\left\{1+\left(\frac{1}{4}-\frac{3\beta^2}{8\alpha^2}\right)\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right\}$$

あるいは

$$P\fallingdotseq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left\{1+\left(\frac{1}{2}-\frac{3\beta^2}{4\alpha^2}\right)\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right\}\cdots\cdots\cdots(40')$$

y_0が増加するにしたがって Pが増加すれば，これは安定な挫屈である。y_0 が増加するにしたがって P が減少すれば，それは不安定な挫屈である。中空圧縮材が不安定な挫屈を起さないためには次の条件が成立する。

$$\frac{1}{2}-\frac{3\beta^2}{4\alpha^2}\geqq0$$

すなわち $\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{2}{3}$ あるいは $\beta^2\leqq\frac{2L^2}{3\pi^2}$ ……(41′)

(ii) $(dy/dx)^2$ を省略しない場合の解

曲率$1/R$を厳密に表わす場合，すなわち $(dy/dx)^2$ の項を省略しない場合の中空圧縮材の挫屈に関する基礎方程式は (34) 式であった。座標軸を前節と同様に図—10のごとくとり，積分すれば以下のようになる

(34)式の両片に dy/dx を乗じて積分し $y=y_0$ において $dy/dx=0$ という条件を入れれば

$$\frac{1}{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{1/2}}+\frac{1}{2\alpha^2}(y_0^2-y)+\frac{\beta^2}{4\alpha^6}(y_0^4-y^4)-1=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

上式を dy/dx についてとき，さらに積分して $x=0$ において $y=0$ という条件を入れれば，中空圧縮材としての挫屈形が厳密に求められる。しかしながら，この積分は前節のように簡単な楕円函数の範囲で表わすことはできない。しかしながら，われわれの知りたいことは挫屈形ではなくて，$\alpha(=\sqrt{EI_0/P})$ と y_0 との関係である。このためには挫屈された圧縮材の長さの条件が残されている。すなわち，前節と同様に

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\sqrt{1+\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}\,dy$$

(35)式より求めた $(dy/dx)^2$ の値をこの条件式に入れれば次のようになる。

$$\frac{L}{2}=\int_0^{y_0}\left[\left\{\frac{1}{2\alpha^2}(y_0^2-y^2)+\frac{\beta^2}{4\alpha^6}(y_0^4-y^4)\right\}\right.$$

$$\left.\times\left\{2-\frac{1}{2\alpha^2}(y_0^2-y^2)-\frac{\beta^2}{4\alpha^6}(y_0^4-y^4)\right\}\right]^{-1/2}dy\cdots(36)$$

前節と同様に

$$y=y_0t$$

$$\delta=\frac{\alpha}{\sqrt{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}}$$

$$0\leqq h^2=\frac{\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}{1+\frac{\beta^2y_0^2}{2\alpha^4}}<1$$

と置換すれば

$$\frac{L}{2}=\delta\int_0^1\left[(1-t^2)(1+h^2t^2)\right.$$

$$\left.\times\left\{1-\frac{y_0^2}{4\delta^2}(1-t^2)(1+h^2t^2)\right\}\right]^{-1/2}dy\cdots(37)$$

y_0 は δ に対して非常に小さいから

$$\left\{1-\frac{y_0^2}{4\delta^2}(1-t^2)(1+h^2t^2)\right\}^{-1/2}$$

を $(y_0^2/4\delta^2)$ の項につき級数に展開して積分することとすれば

$$\frac{L}{2}=\delta\left\{\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}}\right.$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{y_0^2}{4\delta^2}\int_0^1\sqrt{(1-t^2)(1+h^2t^2)}\,dt$$
$$+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\left(\frac{y_0^2}{4\delta^2}\right)^2\int_0^1\sqrt{(1-t^2)^3(1+h^2t^2)^3}\,dt+\cdots\cdots\Big]$$
$$=\delta\left\{K_0(h)+\frac{1}{2}\cdot\frac{y_0^2}{4\delta^2}\ K_1(h)\right.$$
$$\left.+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\left(\frac{y_0^2}{4\delta^2}\right)^2K_2(h)+\cdots\cdots\right\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\ (38)$$

ただし，　$K_0(h)$，$K_1(h)$，$K_2(h)\cdots\cdots$

は前節の場合と同一の函数である。

(38) 式において δ および h をもとにもどし $(y_0/\alpha)^4$ の項以下を省略すれば

$$\frac{L}{2\alpha}\doteqdot\frac{\pi}{2}\left\{1+\left(\frac{1}{16}-\frac{3\beta^2}{8\alpha^2}\right)\frac{y_0^2}{\alpha^2}\right\}$$

両辺を自乗すれば

$$\frac{L^2}{\alpha^2}=\frac{PL^2}{EI_0}=\pi^2\left\{1+\left(\frac{1}{8}-\frac{3\beta^2}{4\alpha^2}\right)\frac{y_0^2}{\alpha^2}\right\}\cdots\cdots(39)$$

圧縮材が挫屈してからはタワミに対して軸荷重の変動は非常に小さく

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI_0}\doteqdot\frac{\pi^2}{L^2}$$

と見なしてさしつかえない。したがって

$$P=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left\{1+\left(\frac{1}{8}-\frac{3\beta^2}{4\alpha^2}\right)\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right\}\ \cdots\cdots\cdots(40)$$

(40) 式において $(1/8-3\beta^2/4\alpha^2)$ が正であればタワミが大きくなって軸荷重はわずかながら増大することを示し，反対にこれらが負であればタワミが大きくなるにしたがって軸荷重は減少しなければならないことを示している。後者の場合は明らかに中空圧縮材として不安定である。なんとなればこのような圧縮材は限界荷重以下の荷重に対しても挫屈してもとの真直な状態に帰りえない脆弱性を内蔵しているからである。したがって中空圧縮材が安定であるためには次の条件を満足しなければならない。すなわち

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{1}{6}\quad\text{あるいは}\quad\beta^2\leqq\frac{L^2}{6\pi^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

この数値は前節の結果と比較して $1/4$ の相異がある。

(iii)　$(dy/dx)^2$ を省略した場合と省略しない場合の解の比較検討

中空圧縮材の挫屈に関する理論的研究としては前に一応まとめ上げて土木試験所報告第 56 号（昭和 15 年9月），同第 58 号（昭和 16 年1月），同 59 号（昭和16年2月），および土木学会誌第 27巻 第3号（昭和16年3月），同 第27巻 第4号(昭和 16 年4月）に発表したのであるが，その際は $(dy/dx)^2$ の項を省略した基礎方程式，すなわち (33) 式から出発したのであった。$(dy/dx)^2$ を省略しない場合の (34) 式は到底解き得ないであろうと考え，また解けたとしても，その間に相違があろうとは考えなかった。しかしながら，この論文を精細に御検討くださった田中豊先生は土木学会誌に寄せられた討議文のほかに個人的に次の点を指摘された。

すなわち，中空な長柱が挫屈してから軸荷重 P とタワミ y_0 との関係はよく知られているように

$$P=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left(1+\frac{1}{8}\cdot\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right)\quad\text{((40)式において}\ \beta^2=0$$

とおいた場合と同じ）$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(42)$

であるのに対し，前に発表した論文においては

$$P=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right)\text{((40')式において}\ \beta^2=0$$

とおいた場合と同じ）$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(42')$

となるのはどこかに欠陥があるのではないかと云う点であった。

著者はただちに計算過程を詳細にわたって再検討してみたのであるが，結局計算にはなんらの過誤は見いだされなかった。そこで，1 において中実長柱の挫屈現象をとり扱った場合における軸荷重 P とタワミ y_0 の関係を $(dy/dx)^2$ を省略した場合と省略しない場合について比較してみた。$(dy/dx)^2$ を省略した場合は (10) 式，省略しない場合は (15) 式において P と y_0 の函数関係が内蔵されている。すなわち，

$$\frac{PL^2}{EI_0}=\frac{4E^2(h)}{1-h^2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

$$\frac{PL^2}{EI_0}=4K^2(h)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

これらの式において h を y_0 にもどして y_0^2 の項までとり，以下を省略すれば，それぞれ

$$P=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right)\ \text{および}$$

$$P=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\left(1+\frac{1}{8}\cdot\frac{\pi^2y_0^2}{L^2}\right)$$

となり (42′)式および(42)式と合致することが判った。

ここにおいて，中空圧縮材の安定条件を求めるに当って

$$\text{曲率}\ \frac{1}{R}=\frac{d^2y}{dx^2}\Big/\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}$$

の $(dy/dx)^2$ の項を省略することが近似的な差異をもたらすのではなくして定量的な差異をもたらすのではないかとようやく気がついた。

そこで $(dy/dx)^2$ の項を省略しない場合の中空圧縮材の基礎方程式，すなわち (34) 式をなんとかして解くことを考えた。

実際解いた結果は前節（ii）のごとく案外簡単であって，当初手をつけず放棄したことが大きな間違いであったことがわかった。

以上のごとく，中空圧縮材の安定条件においては，基礎方程式において $(dy/dx)^2$ の項を省略するとしないとによって，結果に 4 倍の差異を生じた。この原因としては中空圧縮材が挫屈してからの軸荷重とタワミの間の関係はごく微細であって，タワミの自乗で利いてくるために $(dy/dx)^2$ の項の省略が量的に影響を及ぼしたものと考えられる。

1 において結論したように，挫屈現象の解明にあたっては $(dy/dx)^2$ を省略するとしないとは問題ではなく，

挫屈してからの長さの条件を厳密にとり入れるか否かが問題であった。すなわち，挫屈現象の質的な問題についてはこの省略は影響を及ぼさなかった。しかしながら，2でとり扱った量的な問題，とくに中空圧縮材の安定条件においては問題となる領域が解析的に非常に微細であるために，この省略が量的な差異を生ずる原因となったのである。

中空圧縮材の安定条件としては $(dy/dx)^2$ を省略しない場合の解，すなわち前節 (41) 式が厳密な解であることはもちろんであって，以下 (41) 式を基礎としてさきに発表した所論（前前節 (41′) 式を基礎とした）を訂正してゆきたいと思う。この訂正の動機を与えてくださった田中豊先生に厚く感謝する次第である。

(iv)　ワーレン型組合せ圧縮材および管柱の安定条件

中空圧縮材が不安定な挫屈を起さないための条件は，(iii) 節において求めたように

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2} \leqq \frac{1}{6} \quad \text{あるいは} \quad \beta^2 \leqq \frac{L^2}{6\pi^2}$$

であった。α はもともと $1/\alpha = \sqrt{P/EI_0}$ であって P は固定された数値ではなく y_0 にともなって変化する変数であるが，限界荷重以下の P に対しては y_0 は0以下の実数値はとることができず（不安定な挫屈の場合を除く）限界荷重を越えれば P のわずかな変動に対して y_0 は非常に大きく変化する。換言すれば挫屈の限界点附近においては y_0 の大きな変化に対しては P の変化は非常に小さい。したがって α の数値としては P を限界荷重に固定した場合の値をとってさしつかえない。

β^2 の数値はワーレン型組合せ圧縮材と管柱に対しては，すでに求めたどんな中空圧縮材に対しても β^2 は同様な考え方で計算される。結局，中空圧縮材の安定不安定の問題は各圧縮材に固有な数値である β^2 を計算し (41) 式とくに $\beta^2 \leqq L^2/6\pi^2$ によって判別すればよいことになる。

中空圧縮材が不安定な挫屈を起さないための条件式は，解析的には非常に微細な領域における計算から求められたものであるが，一方中空圧縮材の内部機構たとえば，組合せ圧縮材の綾工の立場から考えれば，もっとも薄弱な綾工から，もっとも強固な綾工にいたるまでの広い領域における条件式であって，ここに，この条件式が大きな意義をもってくる。なお，中空圧縮材の内部機構が脆弱で $\beta^2 > L^2/6\pi^2$ となる場合は，限界荷重以下の軸荷重に対しても，ある程度以上の衝撃あるいは外力などを受けたときタワミをもとに復しえないことになるのであって，このような中空圧縮材は圧縮材として不安定であると見なさなければならない。

したがって，中空圧縮材が不安定な挫屈をおこさないための条件は結局中空圧縮材としての安定条件となるわけである。

ワーレン型組合せ圧縮材に対しては β^2 は (29) 式で表わされる。これを (41) 式に代入すれば

$$\frac{ld^3}{2h^2} \cdot \frac{A_f}{A_d} - \frac{l^2}{16} \leqq \frac{L^2}{6\pi^2}$$

あるいは

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{ld^3}{2h^2} \Big/ \left(\frac{L^2}{6\pi^2} + \frac{l^2}{16} \right)$$

l は格間長であり，圧縮材の全長 L に比較していちじるしく小さいから $l^2/16$ の項を省略すれば

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{3\pi^2 l d^3}{h^2 L^2}$$

この省略は安全側である。この結果を，さらに綾片が弦材に対してなす角 θ と圧縮材の細長比 $s=2L/h$ とで書きなおせば

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{24\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin^4\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (43)$$

ラーメンシュタープ型の組合せ圧縮材に対して，同様な条件式を導けば次のごとくである。（詳細の計算は3にゆずる）

$$\frac{A_h}{A_f} \geqq \frac{24\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (44)$$

管柱の場合の安定条件は次のようになる。

$$\beta^2 = \frac{r_0^4(12r_0^2+t^2)}{2t^2(4r_0^2+t^2)} \leqq \frac{L^2}{6\pi^2}$$

管の半径 r_0 に対して，肉厚 t がいかほどなければならないかを，r_0/L の函数として表わせば次のごとくである。

$$\frac{t^2}{r_0^2} \geqq \frac{1}{2}\left\{\sqrt{16+120\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2+9\pi^4\left(\frac{r_0}{L}\right)^4} - 4 + 3\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (45)$$

r_0/L が非常に小さいときは，上式は次のように簡略化される。

$$\frac{t}{r_0} \geqq \frac{3\pi r_0}{L}\left(1 - \frac{3\pi^2 r_0}{L}\right)$$

(43)，(44)，(45)の各式をグラフにして示せば，図—11 12，13のごとくである。

〔4〕　1および2の要約

1では中実圧縮材の弾性限度内の挫屈現象につき基本的考察を行なった。その要点は次のごとくである。

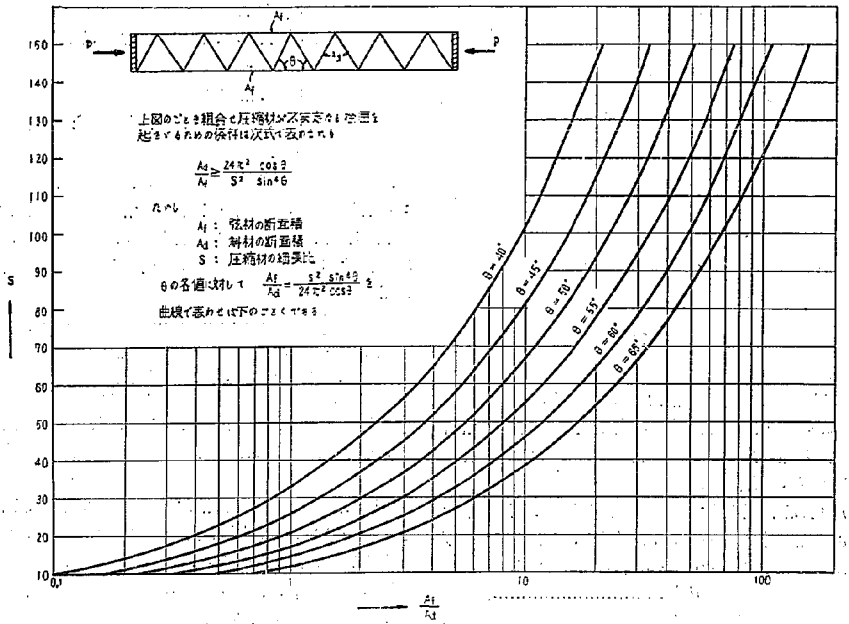
(i)　圧縮材の挫屈に関する通常の解によれば，限界荷重で無数の挫屈形をとりうることになり，したがって挫屈後は中立の平衡状態にあるような観を与える。

(ii)　挫屈後の圧縮材の長さの条件を厳密に入れて解くときは，限界荷重ではいまだタワミは0であり，限界荷重を越えて始めて挫屈し始めることがわかる。この方が厳密な解である。

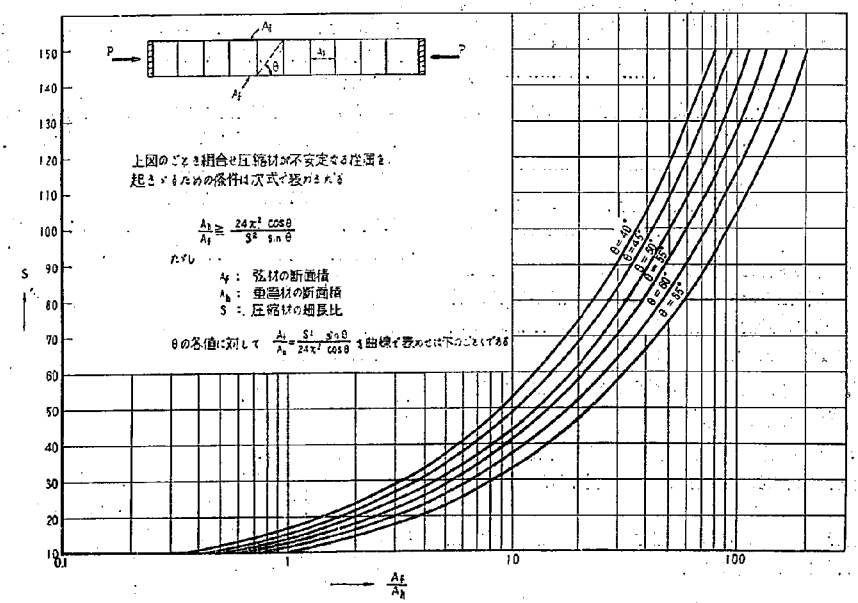
(iii)　中実圧縮材の挫屈に関する質的な解明においては，挫屈後の長さの条件を厳密にとり入れるか否かが問題であって，曲率を表わす式において $(dy/dx)^2$ の項を省略すると否とは質的に差異を生じない。

(iv)　中実圧縮材の挫屈後の状態はタワミが大きくなるにしたがって軸荷重も増大する。したがって安定な平衡状態にあると見なすべきである。

(v)　中空圧縮材は曲げられると断面に弾性変形を生じ

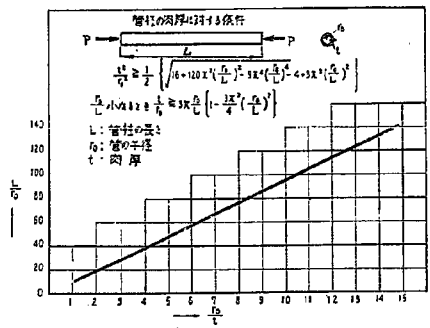


図—11



図—12

曲げ剛さが減少する。したがって挫屈後の状態は必ずしも安定な平衡状態にあるとは限らず内部機構のいかんによってはタワミが大きくなるにしたがって軸荷重が減少するような不安定な状態になる可能性も予想さ



図—13

れる。

2 においては，中空圧縮材が曲げられた場合の曲げ剛性の減少の割合が挫屈の安定不安定に及ぼす影響を解析し，中空圧縮材が不安定な挫屈を起さないための条件を求めた。その要点は次のごとくである。

(i) 等断面の中空材が曲げられたときは断面に変形を生じ一般に慣性モーメントが減少し，したがって曲げ剛性が減少する。その割合は次のごとくである。

$$I=I_0\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right) \quad \cdots\cdots(28)$$

(ii) 曲げ剛さの減少を考慮に入れて中空圧縮材の挫屈に対する基礎微分方程式を導けば次のごとくである。

$$\frac{d^2y}{dx^2}\Big/\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}=-\frac{y}{\alpha^2}\left(1+\frac{\beta^2y^2}{\alpha^4}+3\frac{\beta^4y^4}{\alpha^8}+12\frac{\beta^6y^6}{\alpha^{12}}+55\frac{\beta^8y^8}{\alpha^{16}}+\cdots\cdots\right) \quad \cdots\cdots(31)$$

(iii) (31) 式を解いて不安定な挫屈を起さないための条件を求めれば次式をうる。

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{1}{6} \quad \cdots\cdots(41)$$

(iv) $(dy/dx)^2$ の項を省略して計算すれば次式を得る。

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{2}{3} \quad \cdots\cdots(41')$$

(v) 中実圧縮材の挫屈においては $(dy/dx)^2$ の省略は大きな問題とならなかったが，中空圧縮材の安定条件の場合には量的に 4 倍の誤差を生じた。省略しない場合の方が厳密な解であることはもちろんである。

3. 諸種の組合せ圧縮材および管柱に対する安定条件の計算

2 において求めた中空圧縮材に対する安定条件を諸種の組合せ圧縮材および管柱について計算した。

〔1〕 緒　言

著者は 2 において中空圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式を導いて次式を得た。

$$\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right)\frac{1}{R}+\frac{y}{\alpha^2}=0 \quad \cdots\cdots(30)$$

ただし

$$\frac{1}{R}=\frac{d^2y}{dx^2}\Big/\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}, \quad \frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI_0}$$

ここに　E：弾性係数

I_0：挫屈しない前の圧縮材の断面の慣性モーメント

P：中心軸荷重

β^2：中空圧縮材の内部機構にもとづく特性的数値

上式において α と β とはともに長さのディメンションを有しており，この微分方程式を解けば中空圧縮材の挫屈を不安定ならしめない条件として，換言すれば，中空圧縮材が不安定でないための条件として，次の条件式が導かれる。

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{1}{6} \quad \cdots\cdots(41)$$

α^2 に対しては

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI_0}=\frac{\pi^2}{L^2} \qquad (L：圧縮材の長さ)$$

とおいてよい。結局，中空圧縮材の安定不安定の問題は，その圧縮材に固有な数値である β^2 を求むることに帰する。

β^2 を求むるにはその圧縮材を曲げてみてその断面の慣性モーメントの減少量を出せばよい。すなわち，曲げられる前には慣性モーメントが I_0 であったものが曲率 $1/R$ に曲げられた後に I となったとすれば β^2 は次式で与えられる。((28)式参照)

$$\beta^2=\frac{I_0-I}{I_0}R^2 \quad \cdots\cdots(46)$$

実際に計算してみれば常に R^2 は消え，β^2 は曲げに無関係に中空圧縮材の内部的機構の脆弱性を示す特性的常数として求められる。

3 においては 5 種の骨組型式の組合せ四角柱，組合せ三角柱および管柱に対してそれぞれの β^2 を計算し，その安定条件を具体的に計算した。

〔2〕 組合せ四角柱に対する計算

断面が正四辺形で，まったく対称的に部材を配置して作った組合せ四角柱の挫屈を考えるのに，まず大きく分けて 2 つの場合が考えられる。すなわち，図—14において N—N を中軸面とするような挫屈と N′—N′ を中軸面とするような挫屈とである。四角柱の挫屈においてはこの 2 つの方向の挫屈が両極端であって，その他の場合はこの 2 つの場合の中間にあるものと考えることができる。

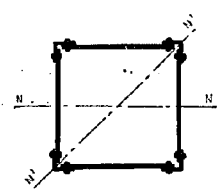


図 — 14

図—14のごとき正四角柱においては，いずれの方向に対してもその慣性モーメントは一定不変であるが，挫屈は対角線の方向にもっとも起りやすい。これは常識的にもただちに予想せられるが，計算においてもまた明瞭に現われてくる。

しかしながら，従来一般にとり扱われているのはN—Nを中軸面とするような挫屈（これは四角柱としてはもっとも挫屈しがたい場合ではあるが）であるからまずこの場合をとり扱うこととする。

橋梁における圧縮材のごとく，四辺形の相対する辺が帯型鋼あるいはこれに類似の合成部材であるような場合には，N—Nを中軸面とする挫屈がもっとも重要となる。しかしながら，その場合においても，断面が図—15のごとく変形する挫屈のし方も起りうる。これは綾片の挫屈に起因することであって，5において論ずるであろう。

骨組の種類は図—16において示す5型式をとり上げて，これについて実際に計算を行なった。この他無数の骨組型式が考えられるが，同様に計算すればいずれの場合でも解決されるであろう。骨組の静定，不静定は計算には大して問題とならない。

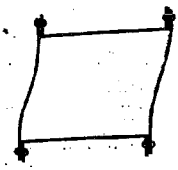


図 — 15

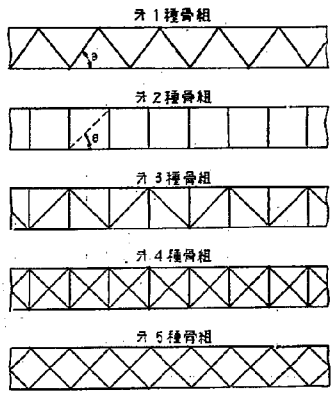


図 — 16

（i）　一側面の方向に挫屈する場合

（a）　第1種骨組（ワーレン型骨組）

第1種骨組のその骨組面の方向の挫屈に対する安定計算はすでに2において詳細に述べたのであるが，β^2を簡単に機械的に計算する立場からここに整理しなおしてみる。

第1種骨組の組合せ四角柱が曲率 $1/R$ に曲げられた場合各格点には弦材に直角に$\frac{hlEA_f}{2R^2}$なる力が作用することはすでに述べた。ここに A_f は弦材の断面積，h は骨組の幅，l は綾片の格間長である。綾片はこれらの圧縮力を支えなければならない。

一本の綾片にかかる圧縮力を P_d とすれば

$$2P_d \sin\theta = \frac{hlEA_f}{2R^2}$$

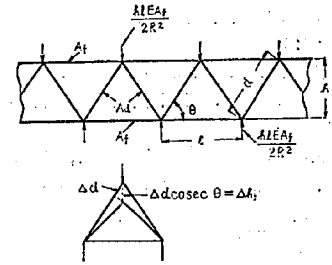


図 — 17

$$\therefore\quad P_d = \frac{hlEA_f}{4R^2}\operatorname{cosec}\theta = \frac{h^2EA_f\cos\theta}{2R^2\sin^2\theta}$$

綾片の長さを d とし P_d なる圧縮力を受けての縮みを Δd とすれば

$$\Delta d = \frac{P_d}{EA_d}d = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{h^2d\cos\theta}{2R^2\sin^2\theta} = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{h^3\cos\theta}{2R^2\sin^3\theta}$$

綾片の縮みが骨組の幅にいかに影響を及ぼすかは，柱の中立軸の長さが曲げの前後を通じて不変であることを考えれば，$\Delta d \operatorname{cosec}\theta$ で効いてくることがわかる（図—17下図），すなわち骨組の幅の減少を Δh で表わせば

$$\Delta h = \Delta d \operatorname{cosec}\theta = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{h^3\cos\theta}{2R^2\sin^4\theta}$$

β^2 は（46）式より

$$\beta^2 = \frac{I_0 - I}{I_0}R^2 = 2\frac{\Delta h}{h}R^2 = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{h^2\cos\theta}{\sin^4\theta}$$

これを（41）の条件式に代入し$\frac{1}{\alpha^2} \fallingdotseq \frac{\pi^2}{L^2}$なる関係を用いれば

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2} = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{\pi^2h^2\cos\theta}{L^2\sin^4\theta} \leqq \frac{1}{6}$$

あるいは

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{6\pi^2h^2\cos\theta}{L^2\sin^4\theta}$$

細長比を $s = \frac{L}{i}$，$\left(i = \frac{h}{2}\right)$ で表わせば

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

これが第1種骨組の綾片に対する求むる条件式である $\cos\theta/\sin^4\theta$ の値は $\theta=60°$ において $8/9 \fallingdotseq 1$ である。したがって $\theta=60°$ において，この条件式の規定する具体的な条件を感得することができるであろう。

2においてこの型式の骨組の曲げを解析して得た結果によれば

$$\Delta h = \frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{h^3\cos\theta}{2R^2\sin^4\theta} - \frac{h^3}{8R^2}\cot^2\theta$$

であった。しかしながら，右辺の第2項は第1項に比較して一般に非常に小さく，またこれを省略することは安全側でもあるから，省略してしまえば本節の結果と同様になる。

以下の骨組に対しても本

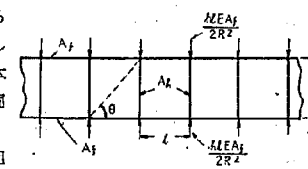


図 — 18

節と同様な考え方で機械的に計算してゆくこととする。

(b)　第2種骨組

第2種骨組はラーメンシュターブ (Rahmen Stab) に相当するものであって，両弦材間の支材は綾片と呼ぶこととする。

柱が曲率 $1/R$ に曲げられたときに格点に加えられる圧縮力は前と同様に $\frac{hlEA_f}{2R^2}$ であって綾片 h の受ける圧縮力 P_h はこれに等しい。すなわち，

$$P_h=\frac{EA_f hl}{2R^2}$$

$$\therefore\quad \Delta h=\frac{A_f}{A_h}\cdot\frac{h^2 l}{2R^2}=\frac{A_f}{A_h}\cdot\frac{h^3\cos\theta}{2R^2\sin\theta}$$

ただし　$\frac{h}{l}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

したがって　$\beta^2=2\frac{\Delta h}{h}R^2=\frac{A_f}{A_h}\cdot\frac{h^2\cos\theta}{\sin\theta}$

$$\therefore\quad \frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{A_f}{A_h}\cdot\frac{\pi^2h^2\cos\theta}{L^2\sin\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

$$\therefore\quad \frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{6\pi^2h^2\cos\theta}{L^2\sin\theta}=\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}\quad\cdots\cdots\cdots\ (48)$$

ただし s は柱の細長比である。

ここで第1種骨組と第2種骨組を比較してみれば，次のごとくである。

第1種および第2種の骨組を有する組合せ圧縮材が同一の安定度にあるために要する綾片の総量を比較すれば第1種骨組に対しては

$$A_dL\sec\theta\geqq\frac{24\pi^2}{s^2\sin^4\theta}A_fL,$$

第2種骨組に対しては

$$A_hL\tan\theta\geqq\frac{24\pi^2}{s^2}A_fL,$$

となる。したがって90°を除くいかなる θ の値に対しても第1種骨組の方が第2種骨組より余計の材料を要する。

以上の結果のみより判断すれば第2種骨組の方が有利のごとく見えるが，これは中空圧縮材の安定度に対してであって，限界荷重の点よりみれば4において計算するごとく第2種骨組は，第1種骨組みに劣るのである。

表—3　$\frac{A_d}{A_f}=\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$ における $\frac{A_f}{A_d}$ の数表

細長比 s	$\theta=40°$	45°	50°	55°	60°	65°
10	0.094	0.149	0.226	0.331	0.475	0.674
15	0.212	0.336	0.509	0.746	1.069	1.516
20	0.376	0.597	0.905	1.326	1.900	2.696
25	0.588	0.933	1.414	2.071	2.968	4.212
30	0.847	1.343	2.036	2.983	4.274	6.066
40	1.505	2.388	3.619	5.302	7.599	10.784
50	2.352	3.732	5.654	8.285	11.874	16.849
60	3.387	5.373	8.142	11.930	17.098	24.263
70	4.610	7.314	11.082	16.239	23.272	33.025
80	6.021	9.553	14.475	21.210	30.396	43.134
90	7.620	12.090	18.320	26.843	38.470	54.592
100	9.408	14.926	22.617	33.140	47.494	67.397
110	11.384	18.060	27.367	40.099	57.468	81.550
120	13.548	21.493	32.568	47.722	68.391	97.052
130	15.900	25.225	38.233	56.007	80.265	113.901
140	18.440	29.255	44.329	64.954	93.088	132.098
150	21.168	33.584	50.888	74.565	106.862	151.643

表—4　$\frac{A_h}{A_f}=\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$ における $\frac{A_f}{A_h}$ の数表

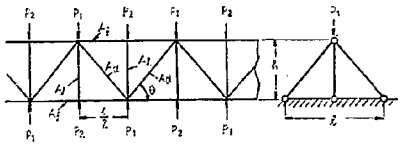
細長比 s	$\theta=40°$	45°	50°	55°	60°	65°
10	0.354	0.422	0.503	0.603	0.731	0.905
15	0.797	0.950	1.132	1.357	1.645	2.037
20	1.417	1.689	2.012	2.412	2.925	3.621
25	2.214	2.639	3.145	3.768	4.570	5.655
30	3.188	3.800	4.528	5.426	6.581	8.148
40	5.668	6.755	8.059	9.647	11.700	14.486
50	8.856	10.554	12.578	15.073	18.281	22.634
60	12.753	15.198	18.112	21.705	26.324	32.593
70	17.358	20.686	24.653	29.543	35.830	44.362
80	22.671	27.019	32.200	38.587	46.798	57.942
90	28.693	34.196	40.753	48.837	59.229	73.333
100	35.424	42.217	50.312	60.292	73.122	90.535
110	42.863	51.083	60.878	72.953	88.478	109.547
120	51.011	60.792	72.449	86.820	105.296	130.370
130	59.867	71.347	85.027	101.893	123.576	153.004
140	69.431	82.745	98.612	118.172	143.319	177.449
150	79.704	94.988	113.202	135.657	164.525	203.704

る。

(47)式，(48)式に対する数表はそれぞれ表—3，表—4に示すごとくであってこれに対するグラフはそれぞれ2における図—11，図—12となる。

(c)　第3種骨組

第3種骨組においては荷重の分配が問題になるので多少複雑になる。図—19に示されるごとく各格点にはP_1とP_2がかかるものとすれば次の関係式が成立する。



図—19

$$P_1+P_2=\frac{EA_f hl}{2R^2}$$

$$P_2=P_h$$

$$P_1=P_h+2P_d\sin\theta$$

綾片と緩片の縮みが，あい関連している条件より

$$\frac{P_d d}{EA_d}\mathrm{cosec}\,\theta=\frac{P_h h}{EA_h}$$

これらの条件より P_h を求めれば

$$P_h=\frac{EA_f A_h h^2\cos\theta}{2(A_h+A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

$$\therefore\quad \Delta h=\frac{P_h h}{EA_h}=\frac{A_f h^3\cos\theta}{2(A_h+A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

$$\beta^2=2\frac{\Delta h}{h}R^2=\frac{A_f h^2\cos\theta}{(A_h+A_d\sin^3\theta)\sin\theta}$$

(41)　の条件式は次のごとくなる。

$$\frac{\pi^2 A_f h^2\cos\theta}{L^2(A_h+A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

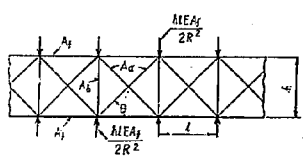
あるいは　$\frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{6\pi^2h^2\cos\theta}{L^2\sin\theta}$

$$\therefore\quad \frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^3\sin\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

$A_h=0$　とおけば第1種骨組となり，結果は(47)式と一致する。$A_d=0$ とおけば第2種骨組となり(48)式と一致する。

(d)　第4種骨組

この場合には綾片に作用する圧縮力，P_d，緩片に作用する圧縮力 P_h の間には次の関係が成立する。



図—20

$$P_h+2P_d\sin\theta=\frac{EA_f hl}{2R^2}$$

$$\frac{P_d d}{EA_d}\mathrm{cosec}\,\theta=\frac{P_h h}{EA_h}$$

$$P_h=\frac{EA_f A_h h^2\cos\theta}{2(A_h+2A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

$$\frac{\Delta h}{h}=\frac{P_h}{EA_h}=\frac{A_f h^2\cos\theta}{2(A_h+2A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

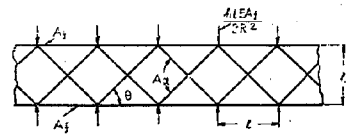
$$\therefore\quad \beta^2=2\frac{\Delta h}{h}R^2=\frac{A_f h^2\cos\theta}{(A_h+2A_d\sin^3\theta)\sin\theta}$$

(41)　の条件式は次のごとく表わされる。

$$\frac{\pi^2 A_f h^2\cos\theta}{L^2(A_h+2A_d\sin^3\theta)\sin\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

あるいは　$\frac{1}{A_f}(A_h+2A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$　……(50)

これが第4種骨組に対する条件式である。$A_d=0$ とおけば(48)式と完全に一致する。



図—21

(e)　第5種骨組

これは複ワーレン型であって改めて計算するまでもなく，第4種骨組において $A_h=0$ とおけば求められる。

すなわち　$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{12\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$　……(51)

これは第1種骨組すなわちワーレン型骨組の場合においてA_dを $2A_d$ におき換えたものに等しい。したがって表—3あるいは図—11を利用することができる。

以上は通常電柱等に見られる組合せ四角柱についての計算であったが橋梁などに用いられる組合せ圧縮材の場合には A_f を弦材の断面積の半分とすれば(47)～(51)の各式はそれぞれ1本の綾片または緩片の断面を決定する条件式となる。

(ii)　対角線の方向に挫屈する場合

断面が正四辺形をなし部材の配置が完全に対称的であるような組合せ四角柱においては，(i)において仮定した一側面の方向の挫屈よりは，対角線の方向の挫屈の方がはるかに可能性が多い。これは常識的にもただちに考えられることであるが，実際に四角柱の破壊状態を観察しても結論される。

限界荷重としては4において計算するごとく，いずれの方向に挫屈する場合にも同一であるが，その安定度は対角線の方向においていちじるしく低いためにかかる結果となるのである。中空圧縮材においては限界荷重のほかに，挫屈した状態の安定不安定，換言すれば，圧縮材の安定度の問題が非常に重大であることは本節の計算に

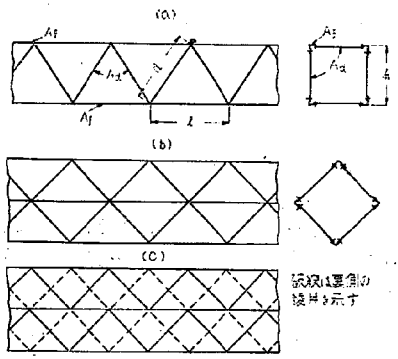
おいてとくに明瞭に現われる。

対角線の方向に対して安定度の低い原因は，この方向の挫屈に対する綾片または綴片の抵抗はそれらの曲げ剛さに依存するものであるからである。

以下の計算において示されるごとくこの方向の挫屈に対して（41）の条件式を適用すると綾片または綴片に対して実際にはとり得ないような過重な曲げ剛さが要求される。すなわち，四角柱は対角線の方向の挫屈に対してはそれほど安定度に欠けているのである。

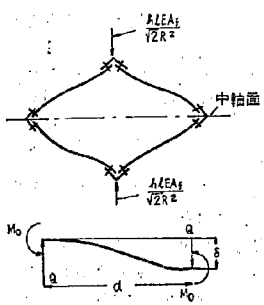
(a)　第1種骨組

まず第1種骨組をとって考えるのに，柱が曲げられた場合に弦材が中軸面に向って押されることは前と同様であり，これに抵抗せんとする力は綾片または綴片の曲げ剛さに関係してくる。骨組の平面で曲げられるときには綾片は圧縮力に対して抵抗すればよかったのであるが今度は十分な曲げ剛さが要求されることになった。



図—22

すなわち両端固定の綾片または綴片が図のごとく δ だけ変位せしめられたときに生ずる反力 Q で弦材が中軸面の方向に押し潰けられるのを支えている。綾片または綴片に軸圧力もかかるのであるがその影響は省略してさしつかえないであろう。Q を δ の函数として求めれば(52)式のごとくである。



図—23

$$Q=\frac{12EI_d}{d^3}\delta \quad\cdots\cdots(52)$$

ただし I_d ：綾片の慣性モーメント

d ：綾片の長さ

四角柱が半径 R の円弧状に曲げられているとすれば弦材の各格点にはそれぞれ $EA_f hl/\sqrt{2}R^2$ が図のごとく作用し正方形の断面を菱形に変形せんとする。

図—24 についてこの変形を計算すれば

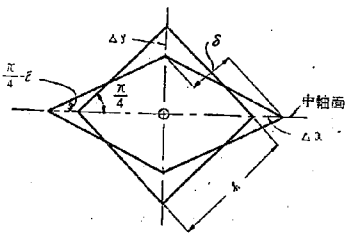
$$\Delta x=2h\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Delta y=2h\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varepsilon}{2}\right)\sin\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\delta=(\Delta x+\Delta y)\sin\frac{\pi}{4}$$

$$=h\sin\varepsilon$$

$$\fallingdotseq h\varepsilon$$



図—24

柱が曲げられると断面がこのように変形せられるから，そこに慣性モーメントの減少が生ずる。すなわち

$$I=2A_f h^2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\varepsilon\right)$$

$$=A_f h^2(1-\sin 2\varepsilon)$$

$$\fallingdotseq I_0(1-2\varepsilon)$$

$$=I_0\left(1-\frac{2\delta}{h}\right)$$

ただし，$I_0=A_f h^2$（曲げられる前の慣性モーメント）

次に Q に対しては格点においては図—22(b) のごとく4本の綾片が集中しているものと見なすことができるから次の式が成立する。実際には同図 (c) のごとく綾片をほどこすが力学的には (b) 図と同様に扱われる。

$$4Q\sin\frac{\pi}{4}=2\sqrt{2}Q=\frac{EA_f hl}{\sqrt{2}R^2}$$

(52) 式を代入すれば

$$\delta=\frac{A_f hld^3}{48I_d R^2}$$

したがって

$$I=I_0\left(1-\frac{A_f ld^3}{24I_d}\cdot\frac{1}{R^2}\right)$$

$$\therefore\quad \beta^2=\frac{A_f ld^3}{24I_d}$$

(41) の条件式より

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2 A_f l d^3}{24L^2 I_d}\leqq\frac{1}{6}$$

あるいは $\dfrac{I_d}{I_0}\geqq\dfrac{2\pi^2\cos\theta}{s^3\sin^4\theta}$ ……(53)

(b) 第2種骨組

第1種骨組の場合と同様に計算される。計算の順序を示せば：—

(52) 式より

$$Q=\frac{12EI_h}{h^3}\delta$$

格点において $\sqrt{2}Q=\dfrac{EA_f hl}{\sqrt{2}R^2}$

$$\therefore\quad \delta=\frac{A_f h^4 l}{24I_h R^2}$$

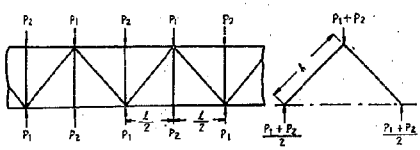
$$\beta^2=\frac{2\delta}{h}R^2=\frac{A_f h^4\cos\theta}{12I_h\sin\theta}$$

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2 A_f h^4\cos\theta}{12L^2 I_h\sin\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

したがって $\dfrac{I_h}{I_0}\geqq\dfrac{2\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$ ……(54)

(c) 第3種骨組

第3種骨組においてはやはり荷重の配分が問題となり計算が多少複雑となる。図—25のごとく格点に荷重がかかったとし，これに対する綾片，緩片の反力をそれぞれ P_d, P_h とする。P_1，P_2の方向は骨組の面に 45°をなしており，P_d，P_h は骨組の面に直角に作用している。



図—25

これらの諸力の間には次の関係が成立する。

$$P_1+P_2=\frac{EA_f hl}{\sqrt{2}R^2}$$

$$P_1=2(P_h+2P_d)\sin\frac{\pi}{4}$$

$$P_2=2P_h\sin\frac{\pi}{4}$$

$$P_h=\frac{12EI_h}{h^3}\delta$$

$$P_d=\frac{12EI_d}{d^3}\delta$$

以上より P_1，P_2，P_h, P_d を消去すれば

$$\delta=\frac{1}{48}\cdot\frac{A_f hl}{\dfrac{I_h}{h^3}+\dfrac{I_d}{d^3}}\cdot\frac{1}{R^2}$$

$$\therefore\quad \beta^2=\frac{2\delta}{h}R^2=\frac{1}{24}\cdot\frac{A_f l}{\dfrac{I_h}{h^3}+\dfrac{I_d}{d^3}}$$

$$\therefore\quad \frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2 A_f l}{24L^2\left(\dfrac{I_h}{h^3}+\dfrac{I_d}{d^3}\right)}\leqq\frac{1}{6}$$

あるいは $\dfrac{1}{I_0}\left(\dfrac{I_h}{h^3}+\dfrac{I_d}{d^3}\right)\geqq\dfrac{2\pi^2\cos\theta}{s^2h^3\sin\theta}$ ……(55)

(55) 式において $I_h=0$ とおけば (53) 式に，$I_d=0$ とおけば (54) 式にそれぞれ一致する。

(d) 第4種骨組

第4種骨組においては第3種骨組における I_d を $2I_d$ に置き換えればよい。すなわち求むる条件式は

$$\frac{1}{I_0}\left(\frac{I_h}{h^3}+2\frac{I_d}{d^3}\right)\geqq\frac{2\pi^2\cos\theta}{s^2h^3\sin\theta}\quad\cdots\cdots(56)$$

(e) 第5種骨組

(56) 式において $I_h=0$ とおけば第5種骨組に対する条件式を得る。すなわち

$$\frac{I_d}{I_0}\geqq\frac{\pi^2\cos\theta}{s^3\sin^4\theta}\quad\cdots\cdots(57)$$

四角柱の対角線の方向の挫屈を不安定ならしめないための条件はすべて上述のごとく I_d/I_0 あるいは I_h/I_0 が細長比 s と角度 θ との函数として表わされる。すなわち綾片または緩片の慣性モーメントが組合せ四角柱全体の慣性モーメントと対比せしめられるのであるから実際にはほとんどほどこしえないほど過重な慣性モーメントが要求されていることが解る。

これに対して骨組の平面内で挫屈する場合の条件式においては弦材の断面積に対する綾片または緩片の断面積が限定され，常識的な見当ともよく一致していると思われる。

四角柱の対角線の方向の挫屈に対して綾片または緩片の曲げ剛さで抵抗せんとすることはほとんど不可能といってよく，このためにはどうしても対角線の方向に繋材などのごとき手段を必要とするであろう。

〔3〕 組合せ三角柱に対する計算

組合せ四角柱は断面の対角線の方向に対して安定度が非常に低いことは前章（ii）において計算によって実際に示されたとおりである。これは四辺形の不静定性に起因するものであって，対角線の方向に繋材でも入れて静定的な断面とすれば十分な安定度を附与することができるであろう。

これに対して組合せ三角柱は三角形がそれ自身静定的であるために安定度に対しては非常に有利である。本章においては組合せ三角柱についてその挫屈を不安定ならしめざる条件を計算する。

三角柱としては正三角断面がもっとも効果的である。正三角形の重心を原点として，図—26のごとく座標軸をとれば，三角柱の挫屈に対しては一側面の方向に挫屈する場合，すなわち x 軸の方向に挫屈する場合と一側面に直角の方向に挫屈する場合，すなわち y 軸の方向に挫屈する場合との2つの特性的場合とが考えられる。

（i）　一側面の方向に挫屈する場合

この場合にはBCなる骨組面がその平面内で挫屈するのであって，その他の面はこの方向の挫屈に対してはほとんど作用していないと見なすことができる。したがって前章（i）の場合の計算がただちにこの場合に適用せられる。ただし四角柱の場合と三角柱の場合とでは骨組の幅が同じであっても柱の断面の回転半径は異なる。したがって細長比が異なってくる。四角柱における細長比は $2L/h$ であるのに対して三角柱においては $\sqrt{6}L/h$ である。すなわち，最後の条件式の右辺が形において前章（i）の場合の3/2倍となる。5種の骨組の三角柱に対して一側面の方向の挫屈を不安定ならしめざるための条件を列記すれば次のごとくである。

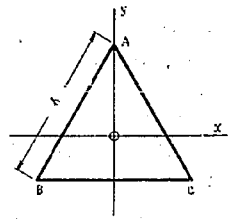


図 — 26

第1種骨組　$\dfrac{A_d}{A_f} \geqq \dfrac{36\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin^4\theta}$ ……(58)

第2種骨組　$\dfrac{A_h}{A_f} \geqq \dfrac{36\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin\theta}$ ……(59)

第3種骨組　$\dfrac{1}{A_f}(A_h + A_d \sin^3\theta) \geqq \dfrac{36\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin\theta}$ …(60)

第4種骨組　$\dfrac{1}{A_f}(A_h + 2A_d \sin^3\theta) \geqq \dfrac{36\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin\theta}$ …(61)

第5種骨組　$\dfrac{A_d}{A_f} \geqq \dfrac{18\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin^4\theta}$ ……(62)

（ii）　一側面に直角の方向に挫屈する場合

結論をさきにすればこの場合の安定条件は結局（i）の場合とまったく同一となる。すなわち，(58)～(62)の各式がそのまま適用されるのであるが，計算過程を示せば次のごとくである。

(a)　第1種骨組

第1種骨組における関係諸量は図—27に示されるごとくであるとし，柱が曲率 $1/R$ に曲げられている状態を考える。

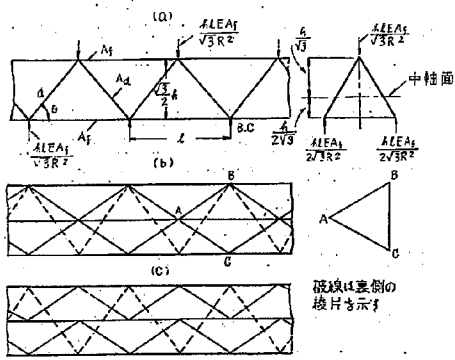


図 — 27

弦材 A のヒズミ度は $h/\sqrt{3}R$ となり，したがって弦材 A_f に作用する応力は $EA_f h/\sqrt{3}R$ となる。したがって各格点において弦材が中軸面の方向に押される力 P_A は次のごとく表わされる。

$$P = \frac{EA_f hl}{\sqrt{3}R^2}$$

同様に弦材 B, C が中軸面の方向に押される力は各格点において

$$P_B = P_C = \frac{EA_f hl}{2\sqrt{3}R^2} = \frac{P}{2}$$

である。これらの力を支えているものが綾片である。

綾片の間隔は l であって図—27(b)のごとくほどこされているとする。三角柱の各面において間隔が l でさえあれば，綾工の位相のずれは別に問題とはならない。したがってもっとも考えやすい場合をとったのである。実際の場合には図—27(c)のごとくほどこされる。

まずAB面，AC面における綾片の受ける圧縮力を計算する。A点に4本の綾片が集中しているとして，その一本にかかる応力を P_d とすれば

$$P_A = \frac{EA_f hl}{\sqrt{3}R^3} = 4P_d \sin\theta \sin\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \quad P_d = \frac{EA_f hl}{6R^2 \sin\theta} = \frac{EA_f h^2 \cos\theta}{3R^2 \sin^2\theta}$$

AB面，AC面の綾片は圧縮力をうけるがBC面の綾片は引張力をうける。BC面の各綾片のうける引張力を P_d' とすれば

$$2P_d' \sin\theta = 2P_d \sin\theta \cos\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \quad P_d' = \frac{1}{2}P_d = \frac{EA_f h^2 \cos\theta}{6R^2 \sin^2\theta}$$

実際の場合には各綾片には曲げモーメントが加えられるのであろうが，三角形の静定性から考えてその影響は省略してさしつかえないと考えられる。

つぎにAB面について（AC面についても同様）その綾片が P_d なる圧縮力を受ける結果，最初幅が h であったものが柱が曲率 $1/R$ に曲げられて後，いかほど減じたかを求める。綾片 d の弾性的縮み Δd は

$$\Delta d = \frac{P_d d}{EA_d} = \frac{A_f h^2 d \cos\theta}{3A_d \sin^2\theta} \cdot \frac{1}{R^2} = \frac{A_f h^3 \cos\theta}{3A_d \sin^3\theta} \cdot \frac{1}{R^2}$$

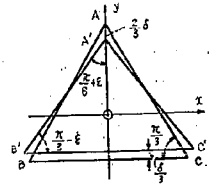
h の減少量を Δh とすれば

$$\Delta h = \Delta d \operatorname{cosec}\theta = \frac{A_f h^3 \cos\theta}{3A_d \sin^4\theta} \cdot \frac{1}{R^2}$$

BC面においては綾片が引張られているから，その幅は最初 h であったものが曲げられて後には h より $\Delta h'$ だけ大きくなる。

$$\Delta h' = \frac{A_f h^3 \cos\theta}{6A_d \sin^4\theta} \cdot \frac{1}{R^2}$$

したがって最初正三角形ABCであった断面が，柱が曲



図—28

げられたために図—28のごとく△A'B'C', に変形されたことになる。この角変化を ε とする。

$$2A'B'\cos\left(\frac{\pi}{3}-\varepsilon\right)=B'C'$$

$$\therefore\quad 2(h-\Delta h)\cos\left(\frac{\pi}{3}-\varepsilon\right)=h+\Delta h'$$

ε が小なるときは

$$\varepsilon=\frac{\Delta h+\Delta h'}{\sqrt{3}h}=\frac{A_f h^2\cos\theta}{2\sqrt{3}A_d\sin^4\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

△ABC, △A'B'C' を比較して曲げられる前後の高さの減少 δ を求むれば

$$\delta=h\sin\frac{\pi}{3}-(h-\Delta h)\sin\left(\frac{\pi}{3}-\varepsilon\right)$$

$$\fallingdotseq\frac{1}{2\sqrt{3}}(4\Delta h+\Delta h')$$

$$=\frac{\sqrt{3}A_f h^3\cos\theta}{4A_d\sin^4\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

最後に慣性モーメントが柱の曲げられる前後でどう変化するかを計算する。曲げられない前の慣性モーメント I_0 は

$$I_0=A_f\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2+2A_f\left(\frac{h}{2\sqrt{3}}\right)^2=\frac{A_f h^2}{2}$$

回転半径　$i=\dfrac{h}{\sqrt{6}}$

曲げられた後の慣性モーメント I は

$$I=A_f\left(\frac{h}{\sqrt{3}}-\frac{2}{3}\delta\right)^2+2A_f\left(\frac{h}{2\sqrt{3}}-\frac{1}{3}\delta\right)^2$$

$$\fallingdotseq I_0\left(1-\frac{4\delta}{\sqrt{3}h}\right)$$

したがって

$$\beta^2=\frac{4\delta}{\sqrt{3}h}R^2=\frac{A_f h^2\cos\theta}{A_d\sin^4\theta}$$

(41) の条件式より

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2A_f h^2\cos\theta}{A_d L^2\sin^4\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

あるいは

$$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$$

ただし s は細長比であって三角柱の場合には

$$\frac{1}{s^2}=\frac{h^2}{6L^2}$$

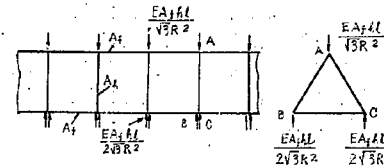
これは (58) 式とまったく同じである。

(b)　第2種骨組

AB 面あるいは AC 面について考えるのに綴片 h の受ける圧縮力 P_h は

$$2P_h\sin\frac{\pi}{3}=P_A$$

$$\therefore\quad P_h=\frac{P_A}{\sqrt{3}}=\frac{EA_f hl}{3R^2}$$



図—29

綴片 h の縮み Δh は

$$\Delta h=\frac{P_h h}{A_h E}=\frac{A_f h^3\cos\theta}{3A_h R^2\sin\theta}$$

次に BC 面について考えるのに綴片 h の受ける引張力 P'_h は

$$P'_h=\frac{1}{2}P_h=\frac{EA_f hl}{6R^2}$$

綴片 h の伸び $\Delta h'$ は

$$\Delta h'=\frac{A_f h^3\cos\theta}{6A_h R^2\sin\theta}$$

$$\therefore\quad \delta=\frac{1}{2\sqrt{3}}(4\Delta h+\Delta h')$$

$$=\frac{\sqrt{3}A_f h^3\cos\theta}{4A_h\sin\theta}\cdot\frac{1}{R^2}$$

したがって (a) の場合と同様に

$$\beta^2=\frac{4\delta}{\sqrt{3}h}R^2=\frac{A_f h^2\cos\theta}{A_h\sin\theta}$$

(41) の条件式より

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2A_f h^2\cos\theta}{A_h L^2\sin\theta}\leqq\frac{1}{6}$$

あるいは

$$\frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$$

これは (59) 式とまったく同じである。

三角柱における第1種骨組と第2種骨組との比較は四角柱における同じ比較とまったく同様である。

(c)　第3種骨組

第3種骨組に対しても同様に計算できる。結果においては (a) の場合と (b) の場合とを機械的に組合せたものと同じになる。(41) の条件式は次のごとくなる。

$$\frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$$

これは (60) 式とまったく同じである。

(d)　第4種骨組

安定条件の式は次のごとくなる。

$$\frac{1}{A_f}(A_h+2A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$$

これは (61) 式とまったく同じである。

（e）第5種骨組

安定条件の式は次のごとくなる。

$$\frac{A_d}{A_f} \geqq \frac{18\pi^2 \cos\theta}{s^2 \sin^4\theta}$$

これは（62）式とまったく同じである。

以上で5種の骨組型式の組合せ三角柱に対して，その綾片または綴片の断面を規定する条件式を求むることができた。その結果は骨組面の方向に挫屈する場合に対してもまた骨組面に直角の方向に挫屈する場合に対しても同一の条件式をえた。すなわち，三角柱の挫屈に対する安定度は方向に無関係であることがわかる。この点は四角柱と全然おもむきを異にしている。

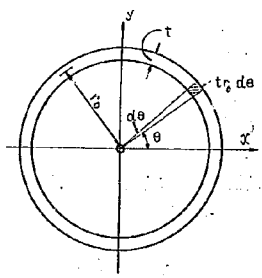
条件式の形としては四角柱の場合とよく類似している。

〔4〕 管柱に対する計算

本章においては管を柱として使用する場合，これが不安定なる挫屈を起さざるためには，換言すれば柱として安定であるためには，その内厚が管の半径に対していかほどでなければならないかを定める条件を求めようとする。組合せ圧縮材の場合と同じく，中空圧縮材に対する基礎方程式によってとり扱い得ることは2において示した。求める条件式は細長比あるいは長さと半径の比のみの函数として求められるはずである。

問題は結局 β^2 の値を求むることに帰するが，このためには組合せ圧縮材の場合にもそうであったごとく，管柱の曲げ剛性が曲げによっていかに変化するかを調べてみればよい。

長い管柱が半径 R の円弧状に曲げられたとすれば，その中軸面は伸び縮みがなく，中軸面より外側は引き伸ばされ内側は圧縮される。管の半径（肉厚の中心まで）を r_0，厚さを t，中軸面は図—30のごとく x 軸を通るとし極座標によってヒズミ度を出せば偏角 θ を有する点においては $r_0 \sin\theta / R$ である。



図—30

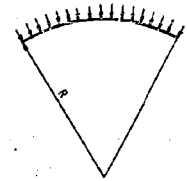
管の厚さ t は r_0 に比して小であるとする。したがってその点を中心とする微小部分 $tr_0 d\theta$ に作用する引張，ないし圧縮力は

$$E\frac{r_0 \sin\theta}{R} t\, r_0 d\theta = \frac{E r_0^2\, t \sin\theta\, d\theta}{R}$$

半径 R に曲げられて，その断面 $t r_0 d\theta$ に上記のごとき引張ないし圧縮力を働かせるためには，半径 R なる円に対して求心ないし遠心的に作用する静水圧のごとき力をこの円弧にかけなければならない（図—31）。その単位長さあたりにかかる静水圧を dq とすれば

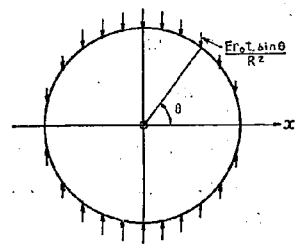
$$dq = \frac{E r_0^2\, t \sin\theta\, d\theta}{R^2} \quad \cdots\cdots (63)$$

すなわち，管の断面をとって考えれば，管が半径 R に曲げられた場合，管の表面 $r_0 d\theta$ あたりに図—32に示されるごとき圧力を受けていることになる。したがって管の断面は最初円形であっても曲げられて後は図—32に示されるごとき力を受けて弾性的に変形するはずであり，変形の仕方は変形がごく僅かであれば楕円的であろうとあらかじめ推定することができる。

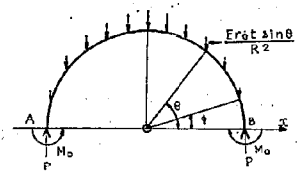


図—31

かかる荷重を受けて厚さ t を有する円環がいかに変形するかをつぎに求めてみよう。ただし，円環の軸方向の応力にもとづくヒズミ度による変形は小なるものと推定せられるからこれは省略して，もっぱら曲げモーメントによる円環の変形を求むれば問題は解決されるのである。



図—32



図—33

円環を中軸面で切ってその上半をとって考えればその切り口においては図—33に示すごとき反力 P と曲げモーメント M_0 を加えなければならない。P を求むれば

$$P = \int_0^{\pi/2} dq = \int_0^{\pi/2} \frac{E r_0^2 t \sin\theta}{R^2} d\theta = \frac{E r_0^2 t}{R^2} \cdots\cdots (64)$$

θ なる位置における曲げモーメント M を計算すれば

$$M = M_0 - P r_0 (1 - \cos\theta) + \int_0^{\theta} dq\, r_0 (\cos\phi - \cos\theta)$$

$$= M_0 - \frac{E r_0^2 t}{2R^2} \sin^2\theta \cdots\cdots (65)$$

円環の変形を決定する微分方程式は次のごとくである。

$$\frac{r^2 + 2r'^2 - r r''}{(r^2 + r'^2)^{3/2}} - \frac{1}{r_0} = \frac{M}{EI_t} \quad \cdots\cdots (66)$$

ただし　$r' = \frac{dr}{d\theta}$

$$r''=\frac{d^2r}{d\theta^2}$$

$$I_t=\frac{t^3}{12}\quad\text{（管柱の単位長をとって考える）}$$

左辺の第1項は極座標で表わした曲率の式である。第2項は曲げられる前の円環の曲率であってこれは常数である。変形のごくわずかな場合を論ずるのであるから第1項の r の値は r_0 の前後をわずかに変動するのみである。

上記の微分方程式を解いて切り口AあるいはBにおける切線が y 軸に平行であるという条件を入れれば M_0 が決定せられるはずである。しかしながら，微分方程式を上記のままで解くことは困難であるから最小仕事の原理により M_0 を決定する。

$$\frac{1}{4}W=\frac{1}{2EI_t}\int_0^{\pi/2}M^2ds$$

$$=\frac{1}{2EI_t}\int_0^{\pi/2}\left(M_0-\frac{Er_0^3t}{2R^2}\sin^2\theta\right)^2r_0d\theta$$

$$\frac{dW}{dM_0}=0\ \text{とおけば}\quad M_0=\frac{Er_0^3t}{4R^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(67)$$

(67) 式を (65) 式に代入すれば

$$M=\frac{Er_0^3t}{4R^2}(1-2\sin^2\theta)=\frac{Er_0^3t}{4R^2}\cos2\theta\quad\cdots\cdots(68)$$

(68) 式を (66) 式に代入して解けば円環の変形が求められる。変形がごくわずかなときには楕円となるであろうことが予想せられるから，逆に楕円を仮定して，その曲率を求めてみる。

楕円の方程式は極座標で表わせば

$$r^2\left(\frac{\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\sin^2\theta}{b^2}\right)=1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(69)$$

ただし a, b はそれぞれ楕円の長軸および短軸の長さの半分であって，円環の中心線の長さは不変であるとしているから

$$r_0^2=ab\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(70)$$

なる制約をうけている。

この楕円の曲率 $1/\rho$ を計算すれば

$$\frac{1}{\rho}=\frac{r^2+2r'^2-rr''}{(r^2+r'^2)^{3/2}}=\frac{\left(\frac{\cos^2\theta}{a^2}+\frac{\sin^2\theta}{b^2}\right)^{3/2}}{a^2b^2\left(\frac{\cos^2\theta}{a^4}+\frac{\sin^2\theta}{b^4}\right)^{3/2}}$$

$\frac{a^2-b^2}{a^2}=e^2$ とおけば，e^2 は非常に小であるゆえ

$$\left.\begin{aligned}&\frac{b^2}{a^2}=1-e^2\\&\left(\frac{b}{a}\right)^n=(1-e^2)^{n/2}\fallingdotseq1-\frac{n}{2}e^2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(71)$$

とおくことができる。これらの関係を用いて上式を近似的に簡易化すれば

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{r_0}(1-e^2)^{3/4}(1-e^2\cos^2\theta)^{3/2}$$
$$\times\{1-e^2(2-e^2)\cos^2\theta\}^{-3/2}$$

e^4 以下を省略すれば

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{r_0}\left(1+\frac{3}{4}e^2\cos2\theta\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(72)$$

この値を (66) 式に代入し (68) 式を考慮に入れれば

$$\frac{3e^2}{4r_0}\cos2\theta=\frac{M}{EI_t}=\frac{r_0^3t}{4I_tR^2}\cos2\theta$$

したがって　$I_t=\frac{t^3}{12}$　であるから

$$e^2=\frac{r_0^4t}{3I_tR^2}=\frac{4r_0^4}{t^2R^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(73)$$

すなわち微分方程式 (66) 式の解は (73) 式のごとき離心率を有する楕円となったわけである。管の場合においても組合せ圧縮材の場合と同様に，変形が $1/R^2$ に比例していることは注目に値する。このことは中空圧縮材を通じての特性であり，これによって中空圧縮材を定義することもできるであろう。

以上で R^2 と e^2 の関係が求められた。つぎに慣性モーメントの変化と e^2 の関係が求められれば，結局管柱が曲げられたために慣性モーメントがいかに減少するかが解り，したがって中空圧縮材の基礎方程式によって柱脚の安定，不安定が判定せられる。

柱が曲げられる前の慣性モーメントを I_0 とすれば

$$I_0=\frac{\pi}{4}\left\{\left(r_0+\frac{t}{2}\right)^4-\left(r_0-\frac{t}{2}\right)^4\right\}$$

柱が曲げられて後の慣性モーメントを I とすれば

$$I=\frac{\pi}{4}\left\{\left(a+\frac{t}{2}\right)\left(b+\frac{t}{2}\right)^3-\left(a-\frac{t}{2}\right)\left(b-\frac{t}{2}\right)^3\right\}$$

しかるに

$$\left.\begin{aligned}a&\fallingdotseq r_0\left(1+\frac{e^2}{4}\right)\\b&\fallingdotseq r_0\left(1-\frac{e^2}{4}\right)\end{aligned}\right\}$$

とおき得るゆえ

$$I=\frac{\pi}{4}\left\{\left(r_0+\frac{t}{2}+\frac{r_0e^2}{4}\right)\left(r_0+\frac{t}{2}-\frac{r_0e^2}{4}\right)^3\right.$$
$$\left.-\left(r_0-\frac{t}{2}+\frac{r_0e^2}{4}\right)\left(r_0-\frac{t}{2}-\frac{r_0e^2}{4}\right)^3\right\}$$
$$\fallingdotseq\frac{\pi}{4}\left[\left(r_0+\frac{t}{2}\right)^4-\left(r_0-\frac{t}{2}\right)^4\right.$$
$$\left.-\frac{r_0e^2}{2}\left\{\left(r_0+\frac{t}{2}\right)^3-\left(r_0-\frac{t}{2}\right)^3\right\}\right]$$
$$=I_0\left\{1-\frac{12r_0^2+t^2}{8(4r_0^2+t^2)}e^2\right\}$$

(73) 式を代入すれば

$$I=I_0\left\{1-\frac{r_0^4(12r_0^2+t^2)}{2t^2(4r_0^2+t^2)}\cdot\frac{1}{R^2}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(74)$$

$$\therefore\quad\beta^2=\frac{r_0^4(12r_0^2+t^2)}{2t^2(4r_0^2+t^2)}$$

柱脚が不安定ならざるための条件は

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}=\frac{\pi^2r_0^4(12r_0^2+t^2)}{2L^2t^2(4r_0^2+t^2)}\leqq\frac{1}{6}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(75)$$

(75) 式を (t^2/r_0^2) について解けば

$$\frac{t^2}{r_0^2}\geqq\frac{1}{2}\left\{\sqrt{16+120\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2+9\pi^4\left(\frac{r_0}{L}\right)^4}\right.$$

$$-4+3\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(76)$$

r_0/Lが小なる場合は(76)式は近似的に次のごとく表わされる。

$$\frac{t}{r_0}\geqq\frac{3\pi r_0}{L}\left(1-\frac{3\pi^2 r_0^2}{4L^2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(77)$$

r_0に対してtが小なるときは断面の回転半径は近似的に$r_0/\sqrt{2}$である。したがって(76)式を細長比sで表わせば次式を得る。

$$\frac{t^2}{r_0^2}\geqq\frac{1}{2}\left\{\sqrt{16+\frac{240\pi^2}{s^2}+\frac{36\pi^4}{s^4}}-4+\frac{6\pi^2}{s^2}\right\}\cdots\cdots(78)$$

管柱に関して行なった以上の計算においては，最初にtをr_0に比較して小なりとし，曲げモーメントのみによる断面の変形について考えてきた。すなわち，(66)式の微分方程式をたてる前に，すでにtがr_0に比して小であるとして近似的にとり扱っている。以下(76)式まではe^2に関しては近似計算を行なっているが，tに関しては近似計算を行なっていない。(78)式は(76)式より近似的に求めたものであって，(76)式の方が正確である。管柱の場合には，ことさらに細長比の函数とする必要はなく，(76)式の方が便利であろう。r_0は管の厚さの中心までの長さであることはもちろんである。

(76)式に対する数表は表—5に示すごとくであり，これに対するグラフは図—13に示した。

管柱の安定不安定に関連して思い出されるのは竹の節の存在である。竹の節においては，外側にふくれ上っている部分はあたかも補剛材のごとき役割を果たし，内側には相当強い膜を有し，なおかつ節の附近においては材料が緻密となっている。かくのごとく三段構えに構えて曲げによる断面の変形に抵抗しようとしている。節の存在は植物生理学的にいかなる役割を果たしているものか判らないが，おそらく大した役割はもっていないであろう。もしそうであるとすれば節の存在は自己の力学的安定度を増大せんとする目的以外の何物でもない。節の間隔等も必要にして，充分な程度の安定度を得るように美しい調和を保って配置されているものと思われる。

従来の応用力学においては曲げによる断面の変形は重要視せられなかった。したがって，竹の節の力学的意義は認められなかった。しかしながら竹に節のない場合を考えれば非常に弱くなり，安定を保ち得ないであろうことは常識的にも予想される。竹の節は中空圧縮材においては限界荷重の他に安定不安定の問題が非常に重要であることを示すよき実例の1つとしてあげることができる。

〔5〕要　約

3においては2において導いた中空圧縮材の安定条件を諸種の組合せ圧縮材ならびに管柱に対して実際に適用した。

組合せ四角柱が一側面の方向に挫屈する場合の安定条件は，橋梁などに用いられる組合せ圧縮材にも適用せられる。

組合せ四角柱に綾片または綴片によって対角線の方向の挫屈に対して十分の安定度をもたせることは非常に困難である。

組合せ三角柱に対しては骨組面の方向と骨組面に直角の方向との2つの特性的方向が認められるが，いずれの方向に対しても安定度は同一である。この点は四角柱と大いにことなる点である。

管柱の安定も中空圧縮材に対する基礎方程式によって論ずることができる。その結果は(76)式ないし(78)式で表わされる。

3の結果は4の結果といっしょに総括することにする。

4. 組合せ圧縮材の挫屈に及ぼすセン断力の影響

〔1〕圧縮材の挫屈に及ぼすセン断力の影響に関する一般論

3までにおいては，圧縮材が挫屈した場合のタワミ曲線は曲げモーメントのみに支配されるとして式をたて，これによって挫屈現象を論じ，結論として中空圧縮材の限界荷重は常にEulerの限界荷重に等しいことおよび中空圧縮材が不安定なる挫屈を起さざるための条件を求めることができた。上記の所論においては，セン断力の影響を全然無視したのであった。

中空圧縮材とくに組合せ圧縮材においてはセン断力の影響は非常に大きく，これを無視することができないこ

表—5

$$\frac{t^2}{r_0^2}\geqq\frac{1}{2}\left\{\sqrt{16+120\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2+9\pi^4\left(\frac{r_0}{L}\right)^4}-4+3\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2\right\}$$

$$\frac{r_0}{L}\text{小なるとき}\ \frac{t}{r_0}\geqq\frac{3\pi r_0}{L}\left(1-\frac{3\pi^2 r_0^2}{4L^2}\right)\fallingdotseq\frac{3\pi r_0}{L}$$

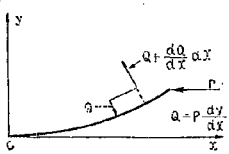
L/r_0	10	15	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
r_0/t	1.12	1.64	2.16	2.68	3.21	4.26	5.32	6.40	7.44	8.50	9.55	10.6	11.7	12.7	13.8	14.9

ただしL；管柱の長さ，r_0；管の半径，t；肉厚

とは後に実際に計算されるごとくである。しかしながら，都合のよいことにはセン断力の影響は結局限界荷重を低下せしめるだけであって，中空圧縮材が不安定なる挫屈を起さざるための条件に全然関係しない。したがって中空圧縮材の挫屈に及ぼすセン断力の影響は3までの所論にこれを積み重ねればよいのである。

限界荷重に対するセン断力の影響については Timoshenko 氏挫屈理論第2章第26節に記述されている。仲，溝川，久田，三氏共訳書より原文どおり引用すれば，次のごとくである。

"挫屈荷重に関する諸公式を前に導いた際には曲率が曲げモーメントに比例するものとして通常のタワミ曲線の微分方程式を用いた。次に挫屈荷重に対するセン断力の影響を図—34（原著図—85）に示すような簡単な場合について考えよう。セン断力の正の方向を図に示すようにとれば，この力の大きさは



図—34

$$Q=P\frac{dy}{dx}\cdots\cdots(79)$$

となる。この力によって起るタワミ曲線のタワミ角の変化は nQ/AG となる。ここに A は断面積，G はセン断弾性係数，n は断面の形状に関係する係数である。矩形断面の場合には $n=1.2$，円形断面の場合には $n=1.1$[1] となる。セン断力 Q にもとづくタワミ角の変化の割合はセン断によって生ずる附加的曲率を表わすもので次のようになる。

$$\frac{n}{AG}\cdot\frac{dQ}{dx}=\frac{nP}{AG}\frac{d^2y}{dx^2}$$

タワミ曲線の全曲率は曲げモーメントによる曲率にセン断力による曲率を加えたものである。したがって図—34の場合のタワミ曲線の微分方程式は次のようになる。

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{P(\delta-y)}{EI}+\frac{nP}{AG}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}$$

すなわち
$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{P}{EI\left(1-\frac{nP}{AG}\right)}(\delta-y)\cdots\cdots\cdots\cdots(80)$$

この方程式と次式（セン断力を考慮しない場合）

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=P(\delta-y)$$

とをくらべると右辺の分母に係数 $(1-nP/AG)$ をもつ点だけが異なっている。第12節におけると同様の方法を用いれば，荷重 P の挫屈値を定める次式を得る。

$$\frac{P}{EI\left(1-\frac{nP}{AG}\right)}=\frac{\pi^2}{4l^2}$$

これから

$$P_{cr}=\frac{P_e}{1+\frac{nP_e}{AG}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(81)$$

となる。この式の $P_e=\pi^2EI/4l^2$ はこの場合の Euler の挫屈荷重である。したがって挫屈荷重はセン断力のために

$$\frac{1}{1+\frac{nP_e}{AG}}$$

なる割合で減少する。単一柱の場合には，この比がほとんど1となりセン断力の影響を無視することができる。しかし，組立柱に対する影響は実用上重要な問題であって考慮しなければならない。"

以上の式において用いられている G は材料固有の G であるが，中空圧縮材においてこれを一本の中実な柱と見なした場合にはその見かけのセン断弾性係数はより小さくなるであろう。中空圧縮材においてはこの見かけの G を計算すれば n/AG に相当する数値が求められて，したがって（81）式によって限界荷重の低下が求められるはずである。中空圧縮材の挫屈に対する基礎方程式は曲げられるにしたがって曲げ剛性が減ずるという点を加味すれば誘導される。すなわち（80）式における I を

$$I=I_0\left(1-\frac{\beta^2}{R^2}\right)\doteqdot I_0\left\{1-\beta^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2\right\}$$

ただし I_0；曲げられない前の慣性モーメントと置き換えれば，セン断力の影響をも考慮した中空圧縮材のタワミ曲線に対する微分方程式がえられる。ここで

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{P}{EI_0\left(1-\frac{nP}{AG}\right)}$$

とおけば，セン断力を考慮しない場合の中空圧縮材に対する基礎方程式と形において全然同一となる。（著者の座標のとり方では（80）式において $\delta=0$ となる）ただし $1/\alpha^2$ の内容において nP/AG なる項が含まれたところが異なるのみである。

不安定なる挫屈を起さざるための条件は

$$\frac{\beta^2}{\alpha^2}\leqq\frac{1}{6}$$

である。α としては限界荷重 P_{cr} における値を用いるべきであるが，そのときは

$$\frac{1}{\alpha^2}\doteqdot\frac{P_{cr}}{EI_0\left(1-\frac{nP_{cr}}{AG}\right)}=\frac{P_e}{EI_0}$$

ただし P_e；オイレルの限界荷重

であるから，両端鉸支持の中空圧縮材の場合には結局

$$\frac{1}{\alpha^2}=\frac{\pi^2}{L^2}$$

とおかれることになる。この関係もまたセン断力を無視した場合と全然同一である。

したがって中空圧縮材の挫屈に関してセン断力を考慮するということはより正確な限界荷重を求むることであって，挫屈の安定，不安定の判断には全然無関係であることがわかる。したがって3において求められた諸結果はセン断力を考慮する場合においてもそのまま適用せら

れるものである。

中空圧縮材においてはセン断力による曲げ剛性の減少も考えられるが，曲げモーメントによる減少に比較すれば無視し得る。

4においてはセン断力の影響を考慮に入れて3において取り扱った諸種の組合せ圧縮材の限界荷重を計算する。

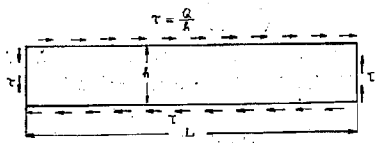
〔2〕 セン断力の影響を考慮した場合の組合せ四角柱の限界荷重

骨組の種類は 図—16 に掲げた5種とし，一側面の方向に挫屈する場合と対角線の方向に挫屈する場合とを計算する。結論をさきにいえばいずれの方向の挫屈に対しても限界荷重は同じである。

（i） 一側面の方向に挫屈する場合

組合せ圧縮材のセン断抵抗をこれと大きさの同じである中実単体の圧縮材におき換えて考え，そのセン断弾性係数を求めんとするのであるが，これは，もとの組合せ圧縮材から見れば，見かけのセン断弾性係数とも呼ばれるべきものであろう。これを求めるためには純粋にセン断力のみをかけてみて，これに対する抵抗を吟味すればよい。

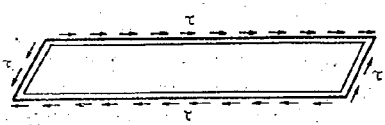
まず，置換した中実単体の圧縮材（紙面に垂直の方向には単位長さとする）を考え，これに純粋にセン断力のみを作用せしめてみる。図—35 におけるごとくに長さ



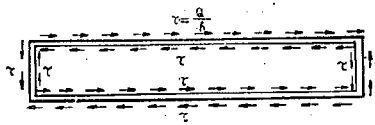
図—35

L，幅 h なる圧縮材に外部から強度 τ なるセン断力のみをかけたとする。これは圧縮材のある断面に $Q=\tau h$ なるセン断力をかけた場合に相当する。しかるときは，この圧縮材の内部はいずれの点においてもセン断応力は τ であって引張応力，圧縮応力は全然生じない。すなわち，純粋にセン断力だけを考えるときは材の繊維においても引張あるいは圧縮力を生じない。したがって材の繊維が伸びたり縮んだりはしない。このことは以後の考え方において重要なことであると思われる。

つぎに骨組の枠だけを考え，図—35のごときセン断力をかければ明らかに図—36のごとく容易に変形するであろう。かくのごとき変形を起させないためには，図—37



図—36



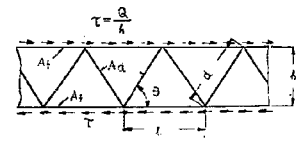
図—37

におけるごとくこの枠の内側に逆向きのセン断応力 τ（外側のセン断応力と同じ大きさ）を与えなければならない。かくすれば，枠における応力度分布は図—35の場合と同様である。

組合せ圧縮材における綾工はこの内側におけるセン断力に対応すべきものである。ここにセン断力に対する綾工の抵抗が認められる。

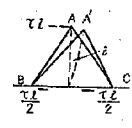
（a） 第1種骨組

ワレン型の第1種骨組について上述の見地からセン断



図—38

力に対する綾片 d の抵抗を吟味してみよう。弦材に対して全体としては引張力も圧縮力も作用していないと見なすことができる。格点の附近局部的には作用しているが，これは無視しうる。すなわち，弦材には長さの変化はない。したがって綾工の1格間長 l をとって，その変形を考えるには，図—39のごとく綾片に力をかけてみればよい。頂点Aにおいては格間長 l に作用する全セン断応力の合計 τl が集中してかかる。底点BおよびCにおいてはおのおの隣りの綾片にかかるべき力を除けばそれぞれ $\tau l/2$ ずつが $\overrightarrow{CB}$ の方向にかかることとなる。かかる力系においてA，B，Cともに移動するのであるが，弦材に伸縮がないゆえ辺BCを固定して考えAのみA′に変位したと考えることができる。しかるときは，この組合せ圧縮材はセン断力 $Q=\tau h$ を受けて ε なるセン断ヒズミ度を受けたのである。次に ε を求めてみよう。



図—39

綾片ABにかかる引張力は，$\frac{\tau l}{2}\cdot\sec\theta$ である。したがってABの伸びは

$$A'B-AB=\frac{\tau l d}{2EA_d\cos\theta}=\frac{\tau h^2}{EA_d\sin^2\theta}$$

ACの縮みも同量である。

$$\therefore\quad AA'\fallingdotseq\frac{\tau h^2}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

$$\therefore\quad \varepsilon\fallingdotseq\frac{AA'}{h}=\frac{\tau h}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

しかるに $\tau h=Q=P\dfrac{dy}{dx}$

$$\therefore\quad \varepsilon=\frac{Q}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{P}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{dy}{dx}$$

ε が一定であれば，圧縮材のタワミにはならない。すなわち，図—36のごとくひずむだけである。ε に変化があるときこれがタワミとなる。曲げモーメントによるタワミに附け加えらるべきセン断力によるタワミは

$$\frac{d\varepsilon}{dx}=\frac{P}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}$$

で表わされる。d^2y/dx^2 の係数である

$$\frac{P}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

は (81) 式における

$$\frac{nP}{AG}$$

に相当する項である。したがって限界荷重は次のようになる。

$$P_{cr}=\frac{P_e}{1+\dfrac{P_e}{EA_d\sin^2\theta\cos\theta}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(82)$$

P_e は Euler の限界荷重であって両端鉸支持の場合

$$P_e=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}$$

である。したがって，その場合には

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2\ I_0}{A_dL^2\sin^2\theta\cos\theta}}\quad\cdots\cdots(83')$$

ここに，$I_0=2A_f(h/2)^2$ であり，細長比を $s=2L/h$ で表わせば

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\dfrac{A_f}{A_d}}\quad\cdots\cdots(83)$$

この組合せ圧縮材が骨組の平面において不安定な挫屈を起さないための条件は

$$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

であった。この関係を(83)式に代入すれば次式を得る。

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{1}{12}\tan^2\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(84)$$

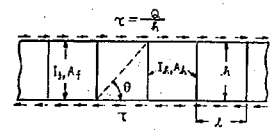
(84) 式によってみても限界荷重は綾片の角度いかんによって Euler の限界荷重と 0 の間を変化する。$\theta\to0$ なるときは限界荷重は Euler の限界荷重に近づくがしかしながら (47) 式によれば $A_d/A_f\to\infty$ となり実現不可能であり，また $\theta\to\pi/2$ ならしむれば (47) 式に対しては有利であるが，(84) 式においては $P_{cr}\to0$ となり，また実際的でない。

(47)式，(84) 式を同時に考慮すれば結局 $\theta=45°\sim60°$ 程度がもっとも適当なところであろう。

(83′) 式は Timoshenko 氏著，挫屈理論 27 節 (94) 式と同じものであって，角度の取り方が $\phi=\pi/2-\theta$ になっている点がことなるのみである。著者は不安定なる挫屈を起さざるための条件をこれに加えて考察を一歩進めようとするのである。

(b)　第2種骨組

第2種骨組についても同様の考えの下にセン断力の影響を加味して限界荷重を求むることができる。すなわち



図—40

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2EI_0}{L^2}\left\{\dfrac{h^2\cos\theta}{12EI_h\sin\theta}+\dfrac{h^2\cos^2\theta}{24EI_f\sin^2\theta}\right\}}\cdots\cdots\cdots\cdots(85')^*$$

この場合には綾片 h の慣性モーメント I_h のみならず弦材の慣性モーメント I_f が入ってくる。この種の構造が不静定なるためである。

第2種骨組の四角柱がその骨組の平面で不安定なる挫屈を起さないための条件は

$$\frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

であった。この条件と関連して考えるに都合のよいように (85′) 式を変形すれば

$$P_{cr}\frac{\pi\ EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2s_h^2\cos\theta}{6s^2\sin\theta}\cdot\dfrac{A_f}{A_h}+\dfrac{\pi^2s_f^2}{12s^2}}\cdots\cdots(85)$$

ただし

s：組合せ圧縮材全体に関する細長比

s_h：綾片 h に関する細長比

s_f：格間長 l に関する弦材の細長比

である。ここにおいて (48) 式の条件を入れれば

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{s_h^2}{144}+\dfrac{\pi^2s_f^2}{12s^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(86)$$

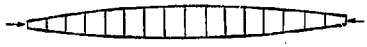
$s_h^2/144$，$\pi^2s_f^2/12s^2$ は通常の場合，かなりに大きい数値を示すであろうから，第2種骨組においては不安定なる挫屈を起さざるための条件を満足する程度に強力な綾片をほどこしても，その限界荷重 P_{cr} は Euler の限界荷重 P_e よりはなはだしく低いであろう。

曲げモーメントのみを考えるときは第2種骨組は有利なるごとくみえたが，セン断力の影響を考えるときはその骨組の不静定性にもとづく弱点が暴露され限界荷重のいちじるしき低下が見られる。

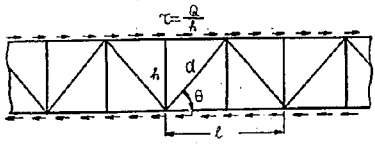
この種の骨組で 図—41 のごとき変断面組合せ圧縮材を集成すれば，セン断力の影響による限界荷重の低下を覆い得て有利であろう。このことはフィーレンディール

* Timoshenko 氏挫屈理論 27 節 (95) 式と同じものである

橋の場合についても類似点を見いだす。



図—41



図—42

（c）第3種骨組

この場合には綾片 d に比較して綴片 h はセン断力に対してほとんど抵抗を及ぼさない。したがってセン断力に対しては第1種骨組とまったく同様にとり扱われる。すなわち，限界荷重に対しては (83) 式がそのまま適用される。

第3種骨組の組合せ圧縮材がその骨組の面内で不安定なる挫屈を起さないための条件は

$$\frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

であった。

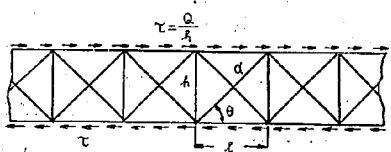
この条件式を (83) 式に代入すれば

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{12}\tan^2\theta+\frac{A_h}{12A_d\sin\theta\cos^2\theta}}\cdots\cdots(87)$$

これによってみれば，綴片を併用するよりは綾片のみの方が有利のように見える。しかしながら (49) の条件式は綴片を取りやめれば取りやめた材料よりはるかに多くの材料を綾片に附加しなければならぬことを示している。経済的な柱を組立てるには2，3の場合について試算を行なわなければならない。

（d）第4種骨組

この場合においても綴片はセン断力になんらの抵抗をも及ぼさない。したがって第5種骨組（複ワーレン型）と同様にとり扱われる。複ワーレン型と同様であれば限界荷重に対する式は (83) 式において A_d を $2A_d$ とおけばよい。すなわち



図—43

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2I_0}{2A_dL^2\sin^2\theta\cos\theta}}$$

$$=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{A_f}{A_d}\cdot\frac{\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}}\cdots\cdots(88)$$

これに対して不安定なる挫屈を起さないための条件は

$$\frac{1}{A_f}(A_h+2A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots(50)$$

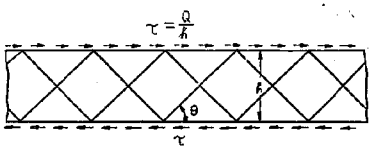
であった。(50) 式を (88) 式に代入すれば

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{12}\tan^2\theta+\frac{A_h}{24A_d\sin\theta\cos^2\theta}}\cdots(89)$$

となる。

（e）第5種骨組

この種の骨組の限界荷重に対する式は (88) 式とまったく同じである。不安定なる挫屈を起さないための条件は (50) 式において $A_h=0$ とおけば得られる。この条



図—44

件を考慮した限界荷重の式は (89) 式において同様に $A_h=0$ とおけばよい。これは (84) 式とまったく同じである。

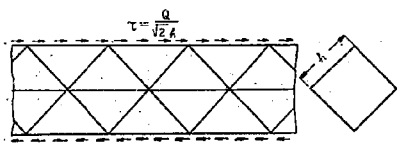
以上は四角柱の一側面をとって考えたのであるから，四角柱全体を考えるときは限界荷重は本節における P_{cr} の2倍となる。あるいはまた，I_0 として柱全体の慣性モーメントをとれば (83) 式，(85) 式，(88) 式はそのまま四角柱の限界荷重を与える式となる。

(ii) 対角線の方向に挫屈する場合

断面が正四辺形をなし，部材の配置がまったく対称的である四角柱の対角線の方向の挫屈を考える。この場合は四角柱全体を考えるのであるから，この点前節と区別しなければならない。

(a) 第1種骨組

組合せ圧縮材がセン断力 Q のみを受けている状態は部分的に置換すれば 図—45 におけるごとく縁維弦材にな

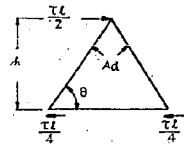


図—45

$$\tau=\frac{Q}{\sqrt{2}h}$$

るセン断力が作用しているものと考えることができる。このセン断力は2つの骨組側面で支持されるのであるから，骨組の一側面をとって考えれば図—46のごとく力が

かかるものと見なすことができる。これは図—39の場合と相似であるから骨組の面のセン断ヒズミ度 ε' は次のごとく表わされる。



図—46

$$\varepsilon'=\frac{\tau h}{2EA_d\sin^2\theta\cos\theta}=\frac{Q}{2\sqrt{2}EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

$$=\frac{P}{2\sqrt{2}EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{dy}{dx}$$

圧縮材全体としてのセン断ヒズミ度を ε とすれば

$$\varepsilon=\frac{\varepsilon'}{\cos\frac{\pi}{4}}=\sqrt{2}\varepsilon'$$

でなければならない。

ゆえに　$\varepsilon=\dfrac{P}{2EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\dfrac{dy}{dx}$

したがってセン断力の影響を考慮に入れた場合の限界荷重は

$$P_{cr}=\frac{P_e}{1+\dfrac{P_e}{2EA_d\sin^2\theta\cos\theta}}$$

となる。両端鉸支持の場合には Euler の限界荷重は

$$P_e=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}$$

であるから

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2I_0}{2A_dL^2\sin^2\theta\cos\theta}}$$

$$=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\dfrac{A_f}{A_d}}\cdots\cdots(90)$$

となる。ただし

$$I_0=4A_f\left(\frac{h}{2}\right)^2,\qquad \frac{2L}{h}=s$$

である。(90) 式を骨組の平面内で挫屈する場合の(83)式に比較すれば，四角柱においては骨組の平面内で挫屈する場合も対角線の方向に挫屈する場合も限界荷重には変りがないことがわかる。

第1種骨組を有する組合せ四角柱が対角線の方向に不安定な挫屈を起さないための条件は

$$\frac{I_d}{I_0}\geqq\frac{2\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

であった。これを断面積に対する式に書き改めれば

$$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{2\pi^2s_d^2\cos\theta}{s^2\sin^2\theta}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(53')$$

となる。ただし，s_d は綾片の細長比である。この条件は式より明らかなるごとく，いちじるしく強大な綾片を要求するものであって，実際の場合満足されそうにない。これはまた一方より考えれば，四角柱が対角線の方向の挫屈に対して非常に弱いことを示すものである。

(53′) 式の条件を (90) 式に代入すれば

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{1}{s_d^2\cos^2\theta}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(91)$$

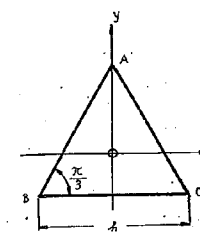
をうる。これは骨組の平面内で挫屈する場合の (84) 式に相当する式である。

対角線の方向に挫屈する場合の第2～5種骨組の四角柱の限界荷重も第1種骨組におけると同様，骨組面の方向に挫屈する場合の限界荷重と相等しい。すなわち，第2種骨組に対する限界荷重に対しては(85)式を，第3種骨組に対しては (83) 式を，第4種および第5種骨組に対しては (88) 式をそのまま使用することができる。

対角線の方向に不安定なる挫屈を起さざるための条件は第2種以下の骨組の場合においてもすでに求められた。これらの条件を限界荷重の式に入れればそれぞれの骨組に応ずる (91) 式のごとき型の式が得られるであろう。

〔3〕 セン断力の影響を考慮した場合の組合せ三角柱の限界荷重

三角柱の挫屈にも2つの特性的方向が考えられる。図—47をその断面（正三角形）と考えれば x 軸の方向に挫屈する場合（一側面の方向に挫屈する場合）と y 軸の方向に挫屈する場合(一側面に直角の方向に挫屈する場合)とである。



図—47

(i) 一側面の方向に挫屈する場合

三角柱が図—47における BC の方向に挫屈する場合のセン断力の影響についてまず計算する。この場合綾維弦材は BとC の位置にあり，その間のセン断力の伝達には BC，BAC の2つの径路がある。この2つの径路を通って伝達されるセン断応力度をそれぞれ τ_1，τ_2 とする。ただし τ_1,τ_2は次の関係式を満足しなければならない。

$$\tau=\tau_1+\tau_2\cdot\qquad Q=\tau h\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(92)$$

ただし Q は圧縮材のある点におけるセン断力であって (79) 式により軸荷重と結びつけられている。まず τ_1 と τ_2 がいかなる割合になっているかを求めなければならない。まず第1種骨組について計算すれば次のごとくである。

第1種骨組において BC の骨組面を考えれば図—39における τ を τ_1 に置き換えればよい。BC 面におけるセン断ヒズミ度を ε とすればこれは BC の方向に挫屈する場合の三角柱のセン断ヒズミ度であって，

$$\varepsilon=\frac{\tau_1 h}{EA_d \sin^2\theta\cos\theta}$$

となる。つぎに BA 面（AC 面についても同様）を考えその骨組面のセン断ヒズミ度を ε' とすれば同様に

$$\varepsilon'=\frac{\tau_2 h}{EA_d \sin^2\theta\cos\theta}$$

をうる。

ε と ε' の間にはつぎの関係が存在する。

$$\varepsilon'=\varepsilon\cos\frac{\pi}{3}=\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\therefore\quad \frac{\tau_1}{2}=\tau_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (93)$$

(92)，(93) 両式より

$$\tau_1=\frac{2Q}{3h},\quad \tau_2=\frac{Q}{3h}$$

したがって三角柱のセン断ヒズミ度は次のごとく表わされる。

$$\varepsilon=\frac{2Q}{3EA_d\sin^2\theta\cos\theta}=\frac{2P}{3EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{dy}{dx}$$

以上よりセン断力の影響を考慮に入れた場合の限界荷重は次のごとくなる。

$$P_{cr}=\frac{P_e}{1+\dfrac{2P_e}{3EA_d\sin^2\theta\cos\theta}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (94)$$

両端鉸支持の場合

$$P_e=\frac{\pi^2EI_0}{L^2},\qquad I_0=\frac{A_f h^2}{2}$$

である。これらの関係式を (94) 式に代入すれば

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\dfrac{A_f}{A_d}} \cdots\cdots (95)$$

を得る。ただし細長比 s は $s=\sqrt{6}L/h$ である。(95) 式は形において (83) 式あるいは (90) 式と全然同一である。第2種以下の骨組に対しても四角柱の場合と全然同形であることが予想されるので，第2種以下の骨組に対する計算は省略する。第1種骨組の三角柱が不安定なる挫屈を起さざるための条件は

$$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^3\theta} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (58)$$

であった。この条件式を (95) 式に代入すれば次式を得る。

$$P_{cr}\geqq\frac{\pi^2EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{1}{18}\tan^2\theta} \cdots\cdots\cdots\cdots (96)$$

(96) 式を (84) 式と比較すれば，不安定なる挫屈を起さざるための条件は三角柱の方が四角柱（骨組の面内で挫屈する場合）より過重なだけ限界荷重の低下率は三角柱の方が小さい。

第2種以下の骨組の組合せ三角柱に対しても同様にセン断力の影響を考慮に入れて x 軸の方向の挫屈に対する限界荷重を求めることができる。これらは形においてすでに求めた四角柱の限界荷重の式と同一である。すなわち，第2種骨組に対しては (85) 式を，第3種骨組に対しては (83) 式あるいは (95) 式を，第4種，第5種骨組に対しては (88) 式をそのまま使用することができる。四角柱と三角柱の場合における細長比の相異はすでに式中において考慮されている。

第2～5種骨組の三角柱が不完全なる挫屈を起さざるための条件はそれぞれ3 (59)，(60)，(61)，(62) の各式で表わされた。これらの条件式をその対応する限界荷重の式に代入すれば各骨組に対して (96) 式と同様な式が導かれる。

(ii)　一側面に直角の方向に挫屈する場合

図—47において y 軸の方向に挫屈する場合のセン断力の影響について計算する。この場合縁維弦材は A および B，C であって，その間のセン断力の伝達は AB，AC の2つの骨組面によって同様に伝えられる。

第1種骨組について AB 面（AC 面についても同じ）をとって考えれば図—39において τ を $\tau/2$ におき換えればよい。ただし，この場合の τ は次式によって与えられる。

$$\tau=\frac{2Q}{\sqrt{3}\,h}$$

Q は (79) 式によって軸荷重と結びつけられる。骨組面のセン断ヒズミ度を ε' とすれば ε' は次式で表わされる。

$$\varepsilon'=\frac{Q}{\sqrt{3}EA_d\sin^2\theta\cos\theta}$$

これを y 軸の方向のセン断ヒズミ度 ε に換算すれば

$$\varepsilon=\frac{\varepsilon'}{\cos\dfrac{\pi}{6}}=\frac{2Q}{3EA_d\sin^2\theta\cos\theta}=\frac{2P}{3EA_d\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{dy}{dx}$$

となる。この式は x 軸の方向に挫屈する場合と全然同じである。したがって限界荷重も x 軸の方向に挫屈する場合の (94) 式あるいは (95) 式と全然同じとなる。

y 軸の方向の挫屈に対して，挫屈を不安定ならしめざる条件は x 軸の方向の挫屈の場合と同様である。第1種骨組に対しては (58) の条件式が成立する。この条件式を限界荷重の式に入れれば同様に (96) 式を得る。

三角柱の場合においては x 軸の方向の挫屈においても y 軸の方向の挫屈においても限界荷重，安定条件ともに同一であることがわかる。第2種以下の骨組について一々計算する必要はないであろう。

〔4〕 要　約

4においてはセン断力の影響を考慮に入れて組合せ圧縮材の挫屈現象を解析した。その結果はつぎの2項目に要約される。

(1) 組合せ圧縮材の限界荷重はいわゆる Euler の限界荷重より低下する。

中実圧縮材においてはこの低下はほとんど問題にならぬ程度であるが，組合せ圧縮材においては弦材の断面積に比較して綾片の断面積が非常に小であるために，両弦材間のセン断力の伝達において中実圧縮材におけるよりははるかに大なるセン断ヒズミ度を示し，このために限界荷重は非常に大なる影響をうけ，曲げモーメントのみに着目した場合の限界荷重すなわち Euler の限界荷重よりいちじるしく低下する。セン断力の影響を考慮した場合の限界荷重が正しい限界荷重を与えるであろう。

(2) 中空圧縮材としての安定の問題に対してはセン断力の影響を考慮すると否とはなんらの関連をも有しない。すなわち，限界荷重と安定度の問題とは全然別個の問題である。

〔5〕 3および4の総括

組合せ四角柱と組合せ三角柱の限界荷重と安定条件とを総括すれば表 (p.36) に示すごとくである。

限界荷重は四角柱においても，同じ形の式で与えられかつ，各2つの特性的方向に対しても変りはない。

安定条件は三角柱においては2つの特性的方向に対して相異はないが，四角柱においてはいちじるしい相異がある。

四角柱の限界荷重はいずれの方向に対しても理論的には同一であるにもかかわらず，実際には対角線の方向にいちじるしく弱いという事実は，中空圧縮材の問題は限界荷重だけでは解決できず，安定度ということが重大な問題となってくることを実証しているものとみることができる。

以上著者のとり扱った組合せ圧縮材は部材を対称的に配置した等断面四角柱，三角柱であって通常電柱などに多く見られるようなものを対象とした。橋梁等の構造物における圧縮材の場合には薄型の強力な弦材を綾片または綴片で結合するのが通常であるが，この場合に対しては四角柱が "一側面の方向に挫屈する場合" の式を適用すればよい。

セン断力の影響を考慮した場合の管柱の限界荷重は中実圧縮材の場合に準じて

$$P_{cr}=\frac{P_e}{1+\dfrac{nP_e}{2\pi r_0 tG}}$$

としてよいであろう。管柱の場合には組合せ圧縮材と異なってセン断力の伝達に対して充分な材料を有しているのでセン断力の影響を考慮に入れても限界荷重はいわゆる Euler の限界荷重よりたいして低下しないであろうことが常識的にも予期される。

これに対して管柱が不安定なる挫屈を起さざるための条件は

$$\frac{t^2}{r_0^2}\geqq\frac{1}{2}\left\{\sqrt{16+120\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2+9\pi^4\left(\frac{r_0}{L}\right)^4}-4+3\pi^2\left(\frac{r_0}{L}\right)^2\right\}$$

$\frac{r_0}{L}$ が小なるときは

$$\frac{t}{r_0}\geqq\frac{3\pi r_0}{L}\left(1-\frac{3\pi^2 r_0^2}{4L^2}\right)$$

である．

セン断力の影響は結局組合せ圧縮材について重要視せらるべきものであって中空圧縮材全般に関する問題ではないということができる。

組合せ四角柱

	限界荷重	不安定なる挫屈を起さざるための条件	
		骨組の平面内で挫屈する場合	対角線の方向に挫屈する場合
第1種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{2\pi^2 s_d^2\cos\theta}{s^2\sin^2\theta}$
第2種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2 s_h^2\cos\theta}{6s^2\sin\theta}\cdot\frac{A_f}{A_h}+\frac{\pi^2 s_f^2}{12s^2}}$	$\frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$	$\frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{2\pi^2 s_h^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第3種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$	$\frac{A_d}{A_f}\left(\frac{A_h}{A_d s_h^2}+\frac{\sin\theta}{s_d^2}\right)\geqq\frac{2\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第4種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{1}{A_f}(A_h+2A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{24\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$	$\frac{A_d}{A_f}\left(\frac{A_h}{A_d s_h^2}+\frac{2\sin\theta}{s_d^2}\right)\geqq\frac{2\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第5種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{12\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{\pi^2 s_d^2\cos\theta}{s^2\sin^2\theta}$

組合せ三角柱

	限界荷重	不安定なる挫屈を起さざるための条件
第1種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{2\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$
第2種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2 s_h^2\cos\theta}{6s^2\sin\theta}\cdot\frac{A_f}{A_h}+\frac{\pi^2 s_f^2}{12s^2}}$	$\frac{A_h}{A_f}\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第3種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{2\pi^2}{s_h^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{1}{A_f}(A_h+A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第4種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{1}{A_f}(A_h+2A_d\sin^3\theta)\geqq\frac{36\pi^2\cos\theta}{s^2\sin\theta}$
第5種骨組	$\frac{\pi^2 EI_0}{L^2}\quad\frac{1}{1+\frac{\pi^2}{s^2\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A_f}{A_d}}$	$\frac{A_d}{A_f}\geqq\frac{18\pi^2\cos\theta}{s^2\sin^4\theta}$