土木研究所報告

第百十五号

昭和三十八年八月

# 土木研究所報告

第115号

河川急流部の粗度係数と河道計画との関連について ……細井正延…(1)

補剛トラスとケーブル間の風荷重分配に関する比較計算結果の考察 ……大橋昭光…(81)

アスファルトのレオロジー的性質（2）
——アスファルトの静的粘弾性—— ……阪上信次…(95)

コンクリート床板の両端においてプレストレスされた合成ゲタのズレ止めにおける
せん断力分布について ……中村正平，篠原洋司…(113)

神流川試験地観測報告（3）
——水文観測測器—— ……竹内俊雄，江川太朗，篠田勝一，鶴岡稔雄…(117)

射流時における流量公式の検討 ……須賀堯三…(133)

昭和 38 年 8 月

建設省土木研究所

# 河川急流部の粗度係数と河道計画との関連について

(昭和37年3月)

細井正延*

目次

緒言……(1)
1. 急流部の粗度係数に関する研究……(2)
〔1〕砂利，礫による粗度……(3)
(1) 砂床面の粗度……(3)
(2) 砂礫床面の粗度……(4)
(3) 結論……(10)
〔2〕形状抵抗による粗度……(10)
(1) 従来の研究……(11)
(2) 形状抵抗に関する実験的研究……(12)
(3) 実際河川への適用……(19)
(4) 結論……(21)
〔3〕急流部の粗度係数……(21)
(1) 従来の研究とその批判……(21)
(2) 固定床の粗度係数……(23)
(3) 移動床の粗度係数……(41)
(4) 結論……(45)
〔4〕結語……(46)
参考文献……(47)
2. 粗度と河道計画との関連について……(48)
〔1〕急流部の河道計画……(48)
〔2〕粗度係数と河積……(51)
(1) 粗度係数と河積との関係の実例……(51)
(2) 高水敷または側岸の粗度の影響……(55)
(3) 結論……(56)
〔3〕常水路の設定……(56)
(1) 流路の蛇行……(57)
(2) 流路の固定……(59)
1) 霞堤の実験……(60)
2) 合流点と流路……(66)
3) 霞堤，合流点，湾曲部などと流路との関係……(70)
(3) 結論……(76)
〔4〕結語……(77)
参考文献……(77)
結論……(78)

## 緒言

わが国は地勢が急峻で山地が海岸に迫っているので急流河川が多く，しかも水源山地が荒廃して上流からの土砂の流出が著しい。このような河川で洪水の襲来によって一度その堤防が破壊をすると，土石流の浸入によって耕地，宅地の被害は甚大で，しかもその土地を長い期間にわたって利用できない状態にしてしまうのである。このような災害を未然に防止するためには，合理的な改修計画を作製し，それによって改修工事を進めることが必要である。改修計画作製の順序として，計画高水流量がきまれば，つぎに河道計画をたてるのであるが，これを行なうにあたってまず最初に決定しなければならない事項は，与えられた計画高水流量を安全に流すことのできる河道の断面形である。この場合に，過去において計画高水流量またはこれに近い流量に関する実測値があれば，流速公式から計算される粗度係数の値を用いて，河幅および計画高水位を求めることができるが，実測値がない場合には，河状および水理量が類似している他の河川の粗度係数を適用する方法が従来から用いられている。緩流部ならば高水時の流量観測が比較的容易で，したがって観測資料が豊富であるから，そのような方法を用いることも可能である。しかし急流部で，しかも河道内で流路が乱流しているようなところでは，流量観測に困難を伴なうことが多いので資料がきわめて少なく，しかも河道内の州の形状，配置によって粗度係数の値がかなり大きな範囲で変化するので，類似河川の粗度係数を用いることはむずかしい。粗度係数の大きさを支配する要素は，主として河床砂礫の性質と，州による河床の凹凸の状態であるから，これらの間の定量的な関係が明らかであれば，砂礫の篩分けと河床の高低測量を行なうことにより直ちに粗度係数の値を求めることができる。現在ではまだ，その定量的な関係は明らかにされていないので，著者はまず，この問題について後に述べるような詳細な研究を行ない，その結果，粗度係数の値を合理的に推定する方法を見いだした。

上流からの砂礫の流出量が多い急流河川では，河道内

* 河川部 海岸研究室長 工学博士

の流路が乱流状態を呈して，流水は必ずしも堤防に並行に流れずに，堤防に向って斜めに，あるいは直角に近い角度で衝突し，しかも河床砂礫が移動するために堤防への水衝箇所がたびたび変化する。また砂礫が河道内に不均一に堆積して州を形成するので，その形状抵抗によって河床粗度が非常に大きくなる。したがって護岸の施工箇所はしだいにその数を増し，ついには両岸ともに連続して施工せねばならないような，きわめて不経済な状態になり，また河床粗度が増加するので，一定流量を流すのにも広い河幅を必要とし，また水位が高くなって堤防もそれだけ高いものが必要になり，ひいては，この河道に合流する支川の堤防高，内水排除用の樋門の断面，ポンプの揚程，その他付帯構造物の規模が大きくなって，工事費の増大を招くことになる。このように流路が乱流することは，護岸上からも，河床粗度の上からも大きな害があるから，乱流を防ぐ対策を講ずることが急流河川の河道計画をたてるにあたってきわめて大切なことである。急流河川の河床状態は一般に，流路が数多く分岐していわゆる乱流状態を呈しているか，または1本の流路が河道内を規則正しく蛇行しているかのどちらかであって，前者の場合には州の凹凸によって粗度は大きく，後者ではこの種類の粗度は比較的小さいと思われる。したがって乱流を防ぐということは，流路を規則正しく蛇行させ，しかも堤防への水衝箇所を固定させることにほかならない。流路を固定し，平水時の河水を常にその流路内に流すようにすること，すなわち常水路の設定の必要なことは古くから多くの河川技術者が提唱してきたのであるが，その方法が非常にむずかしいために，現在でも明確な対策はたてられていない。著者はこの問題を，主として現地観測といくつかの実験によって検討した結果，流路固定の方法に対する考え方を，従来よりもさらに一歩進めることができた。

## 1. 急流部の粗度係数に関する研究

河床の粗度係数を求めるのに現在行なわれている方法は，河状および水理量が類似している他の河川での既知の粗度係数の値を用いることである。しかし緩流部ならば流量観測が実施しやすいので資料は比較的豊富であるが，急流部では観測が困難なことが多いので資料の数も少なく，観測精度も低く，その上大きな州が河道内に堆積するので，粗度係数の値はかなり広い範囲に変化する。したがって類似河川の数値を用いる方法は困難な場合が多い。また粗度係数は，河床に存在する砂，砂利，礫による抵抗と，州などのための凹凸に起因する形状抵抗とを合成したものと考えることができ，この内形状抵抗は，H. Schlichting などの実験結果から推察すれば，河床の凹凸すなわち州の高さ，広さ，および間隔によって表わされると考えられる。しかし実際の河川では河道の短区間をとってみても，その中にある州の高さ，大きさ，および州の間隔は著しく不均一であるから，上記の実験結果をそのまま適用することはできない。以上のように，現在では急流河床の粗度係数を合理的に求める方法がないので，著者は緒論に述べたように，乱流河川の河床特性に基づいて，河道断面形の重心と流心との距離を河幅で除した値と，河幅とで表わすという間接的な表示方法を用いることにした。このような関係を実際河川で検討するために，急流部の流量観測の資料から粗度係数を計算し，これから H. A. Einstein の方法で砂礫抵抗を分離して形状抵抗による粗度係数の値を求めた。まず〔1〕において，砂，砂利，礫の混合物を平らに敷きつめた場合の砂礫抵抗による粗度係数について，実験および河川における実測に基づいて検討した。砂礫抵抗については，河床が砂だけで構成されている場合の研究は既に行なわれているが，砂利，礫のように粒度が大きい場合に関しては明らかにされていない。すなわち砂床面では，J. Nikuradse の相当粗度は砂の平均粒径だけに関係することが知られているが，砂利，礫の場合には相当粗度は平均粒径だけでなく，その混合状態にも関係することが著者の研究結果から明らかになった。〔2〕では，流路が乱流している場合と，1本の流路が規則正しく蛇行している場合の形状抵抗による粗度係数を比較検討するために，実験水路の底板に1本ないし数本の溝を種々の幅，深さ，ピッチで蛇行させて実験を行なった。実際の河川では乱流している流路は，その線形，幅，深さはかなり不規則に変化をしていて，上記の実験とは同じ状態ではないが，粗度係数と乱流状態とのおおよその関係を把握する目的で上記のような実験を行なったのである。この結果，流路(溝)が乱流している場合には粗度係数はかなり大きな値になりうること，および流路(溝)が1本だけ蛇行している場合には，流路の存在は粗度係数にほとんど影響を与えないことが明らかになった。〔3〕では，急流部の流量観測の資料から粗度係数を計算し，また観測所の河床から採集した砂礫の粒度曲線から，〔1〕に述べる方法によって砂礫抵抗による粗度係数を求め，これを H. A. Einstein の方法で分離して形状抵抗による粗度係数を算出した。そして，この値と観測所付近の河道横断図形の流心と重心との距離および河幅との関係を調べた結果，大部分の観測所では，これらの間には密接な関係があることが明らかになった。しかし，一部の観測所においては，このような関係は成り立たなかったが，その原因についてもほぼ明らかにすることができた。以上は河床砂礫が移動しない固定床の状態における粗度係数を取り扱ったのであるが，最後に移動床の場合について，これも河川の流量観測資料を解析して検討した。その結果，岩垣博士の研究結果と同様に，砂礫移動に伴なう粗度の増加の割合は，砂礫が移動する程度と Froude 数

に関係することがほぼ明らかになった。

〔1〕 砂利，礫による粗度

河川の緩流部もしくは中流部のように，河底が砂で形成されている場合の粗度については，多くの人によって実験的研究が行なわれてきたが，急流部のように河床材料が粒径の大きい砂利または礫を含む混合物でできている場合の粗度については，まだ明らかにされていない。まず（1）で，床面が砂で形成されている場合の固定床の粗度について，現在までに行なわれた研究の概要を述べ，（2）では，砂，砂利，礫の混合物もしくは砂利，礫を平らに敷いた場合の実験結果から，著者の考え方に基づいて，固定床の粗度と粒径，混合状態，掃流力との関係を検討した。

（1） 砂床面の粗度

粗面円管内の乱流の摩擦抵抗は，J. Nikuradse[1] により，

$$\frac{u_m}{v_*}=A_r+5.75\log\frac{R}{k_s} \quad \cdots\cdots(1)$$

で表わされている。ここに，$u_m$ は平均流速，$R$ は径深，$v_*$ は摩擦速度，$k_s$ は単一砂の粒径である。$A_r$ の値は壁面が十分に粗く，層流底層が完全に消滅したとき，一定値6.0となる。断面形の影響および水面，壁面の剪断力の不均一性の影響を無視すれば，上式はそのまま開水路の場合にも適用されるが，この場合には $A_r$ の値は一定値でないことが見いだされた。すなわち，岩垣博士[2]は，自由表面の影響によって混合距離が粗面円管内の乱流におけるものより増加または減少するという考え方から出発して，理論的に $A_r$ の性質を検討した結果，$A_r$ が Froude 数 $F_r$，$(v_*\cdot k_s)/\nu$ および $u_m/v_*$ の関数であることを確かめた。岩垣博士はさらに，平均粒径0.201mm～4.36mmの間の7種類の砂を水路底に密にニス付けして実験を行ない，$(v_*\cdot k_s)/\nu$ が大きくなると自由表面の効果は小さくなって，$A_r$ の値が6.0に近づく傾向を持ち，また Froude 数が大きくなるにつれて $A_r$ の値が減少することを知ったが，$A_r$ を $F_r$ のみの関数としてつぎのような実験式を提案している。

$$\left.\begin{aligned} &F_r\leqq 0.89;\quad A_r=10\\ &F_r\geqq 0.89;\quad A_r=9.7-5.75\log F_r\\ &\qquad\qquad +1.2(\log F_r)^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(2)$$

これによれば，Froude 数が約0.9より小さいときは，$A_r$ の値は一定であると考えてよい。

水路底に細粗混合砂を敷きつめ，固定床の状態で実験した場合の $k_s$（(1)式で $A_r=6.0$ とし，$u_m$，$v_*$，$R$ を既知として計算される $k_s$ で，相当粗度と呼ばれる）の値は，H. A. Einstein[3] によれば，混合砂の粒度累加曲線の65%のところに相当する粒径（これを $d_{65}$ で表わす）にほぼ等しいといわれる。これに対して椿東一郎博士[4]は，固定床の状態とはいっても混合砂のうちの小さな粒径のものがかなり移動しているような場合には，砂粒の配列が変わってくるから，$k_s$ は $d_{65}$ の値よりも大きくなるはずであるといっている。一般に固定床の定義は，掃流力が限界掃流力に等しいか，またはそれより小さいときの床面の状態であるが，混合砂の場合には掃流力が限界掃流力より小さくても，その掃流力の大きさに対応する粒径以下の砂粒が移動運搬されるので，砂粒の配列が変わるわけである。したがって混合砂床面の $k_s$ の値は，固定床の状態であっても掃流力の大きさによって変化するはずで，掃流力が大きくなるほど砂床面の空隙が大きくなって，$k_s$ の値は増大するものと思われる。以上の点を明かにするために，安芸，佐藤両博士[5]が行なった実験結果について著者はつぎのような検討を行なった。すなわち，両博士は，図-1に示すような混合砂を実験水

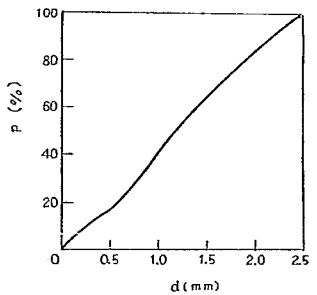



図-1　粒度累加曲線

路底に敷き，床面こう配を1/300，1/600，1/800，1/1000，1/2000の5種類に変え，水深を序々に増して固定床から移動床の状態に至るまでの Manning の粗度係数の変化を調べた。この実験結果を用いて，著者は Manning の粗度係数の代りに相当粗度 $k_s$ を計算し，$k_s$ と掃流力との関係を調べたが，それらの結果は表-1に示すとおりである。安芸，佐藤両博士の実験値の中には，$(v_*\cdot k_s)/\nu<50$ で完全粗面の領域に入っていないものがあるので，それらを除いて完全粗面の状態における実験値だけを表に記載した。表の中で，$d_m$ は平均粒径，$v_*$ は摩擦速度で，$\rho v_*^2$ が掃流力に等しい。$v_{*c}$ は $d_m$ に対する限界摩擦速度である。$v_*$ および $k_s$ の算定に用いた水深は，岩垣博士[6]の研究結果によって，砂床面（砂粒頂部）から水面までの深さに $d_{65}/4$ を加えたものとした。また岩垣博士[7]は限界掃流力を理論的および実験的に解析して，限界摩擦速度と平均粒径との関係を次式で表わしている。すなわち，砂粒の比重を $\sigma/\rho=216$，動粘性係数を $\nu=0.01\text{cm}^2/\text{sec}(20.3^\circ\text{C})$ とした場合に，

$$\left.\begin{aligned} &d\geqq 0.306\text{cm}:\ v_{*c}^2=78.4\cdot d_m\\ &0.119\leqq d\leqq 0.306\text{cm}:\\ &\qquad v_{*c}^2=127.5 d_m^{31/22} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(3)$$

(cm－sec　unit)

表-1

| $R$ (cm) | $J$ | $v_{*}$ (cm/sec) | $k_s$ (cm) | $k_s/d_{65}$ |
|---|---|---|---|---|
| 3.81 | 1/600 | 2.51 | 0.26 | 1.64 |
| 4.64 | 〃 | 2.76 | 0.21 | 1.32 |
| 5.27 | 〃 | 2.94 | 0.16 | 1.00 |
| 6.25 | 〃 | 3.20 | 0.25 | 1.63 |
| 5.78 | 1/800 | 2.67 | 0.190 | 1.19 |
| 6.55 | 〃 | 2.84 | 0.190 | 1.19 |
| 7.33 | 〃 | 3.01 | 0.191 | 1.19 |
| 8.05 | 〃 | 3.15 | 0.196 | 1.23 |
| 4.99 | 〃 | 2.48 | 0.18 | 1.16 |
| 7.06 | 1/1000 | 2.64 | 0.23 | 1.49 |
| 7.86 | 〃 | 2.79 | 0.25 | 1.56 |
| 8.66 | 〃 | 2.92 | 0.22 | 1.38 |
| 9.72 | 〃 | 3.09 | 0.195 | 1.22 |
| 10.55 | 〃 | 3.23 | 0.214 | 1.34 |

$$\begin{pmatrix} d_m=0.13\text{cm},\ v_{*c}=3.19\text{cm/sec} \\ d_{65}=0.16\text{cm} \end{pmatrix}$$

上式は単一粒径の砂に対する実験から得られたものであるが，岩垣博士[5]はさらに，細粗混合砂を用いて行なった Schaffernak, P. E. I., U. S. W. E. S., Kramer, Engels, 安芸・佐藤，石原博士等の実験結果について，限界掃流力と Kramer の混合係数 $M$ または境隆雄氏の粗粒率 $\beta$ との関係を調べた。その結果，混合効果は掃流限界の判定の仕方に支配され，現在ではまだ混合状態を表わす係数を公式に導入する意義が明らかでないとして，(3)式は混合砂に対してもそのまま適用してさしつかえないといっている。表-1に示す実験用砂の平均粒径 $d_m$ は 0.13cm であるから，(3)の第2式を用いて $v_{*c}$ を求めると 3.19cm/sec となる。表の中の $k_s$ と $v_{*}$ との間には一定の関係は存在しないようである。これは，床面を構成する物質が砂であるので平均粒径が小さく，したがって $v_{*}$ の値の変化の範囲が小さいことによるものと思われる。

急流河川の河床材料は砂，砂利，礫または玉石などの混合物でできていて，砂だけの場合に較べて平均粒径は著しく大きい。このように混合範囲が広い砂礫床面においては，砂床面の場合に較べて，相当粗度の値が掃流力の大きさによって変化する状態ががかなり明瞭に認められるものと予想される。その点について，著者はつぎに述べるような実験的考察を行なって検討した。

（2） 砂礫床面の粗度

（1）で述べたように，砂礫床面の粗度は，固定床の領域においても掃流力の関数であることが予想され，すなわち $v_{*}/v_{*c}$ の値が増加するにつれて $k_s/d_{65}$ の値も大きくなるものと思われる。さらに，図-2のように，平均粒

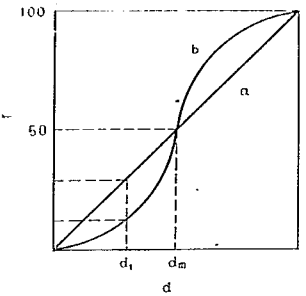



図-2　粒度累加曲線

径 $d_m$ が等しく混合状態の異なる $a$, $b$ 2種類の砂礫をそれぞれ水路床に敷いて，たとえば $v_{*}=v_{*1}$ の状態で通水した場合に，混合砂礫の内で $v_{*1}$ に相当する $d_1$ の粒径（(3)式から求められる）の砂礫が移動するものと仮定すると，$d_1/d_m$ の値は両者ともに等しいわけである。しかしながら，図-2の粒度累加曲線からわかるように，$d_1$ に対応する累加百分率の値は $a$ 種の方が $b$ 種よりも大きいから，通水中の砂礫床面における空隙は $a$ 種の方が大きく，したがって $k_s/d_{65}$ の値も $a$ 種が大きいものと思われる。すなわち，$v_{*}/v_{*c}$ が大きいほど，また境隆雄氏の混合係数 $\beta$[9]（図-3で，$\beta=\{B+(A+B)\}/\{A+(A+B)\}$ で表わされる）が大きいほど，$k_s/d_{65}$ の値

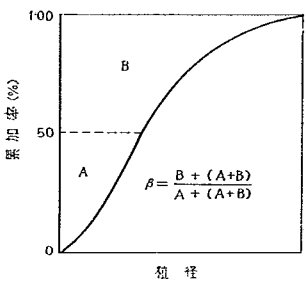



図-3　混合係数

は大きいことが推察される。このような関係を確かめるために，著者は富士川河床から採集した砂礫を水路床に敷いて実験を行なった。

1） 実験の装置および方法

実験水路は笛吹川支川の芦川の中州上に設けられたもので，図-4のように全長40m，有効長35m，底幅1.6mで，側壁はのりこう配5分のモルタル張りである。実験用水としては芦川の流水をそのまま用い，水路の上流端で流水を取り入れ，下流へ放流するようにしたから，ポ

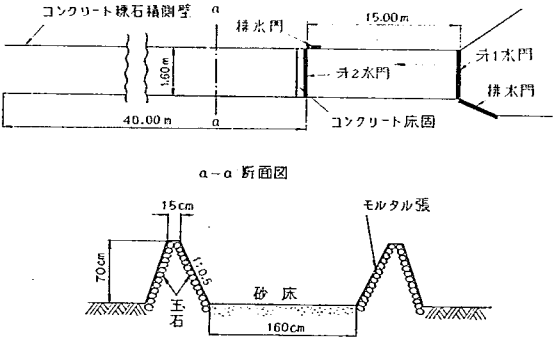



図-4 実験水路平面図

ンプは使用しなかった。流量の調節は，水路上流端の扉と有効長区間の入口に設けた扉および余水路への扉の3カ所で操作した。水路底には富士川河床から採集した砂礫を敷きならして適度に突き固め，こう配を 1/150～1/300 にした。使用した砂礫は9種類で，これらの内の3種類は釜無川河床から採集したそのままのもので，他の4種類は細かい粒径のものを篩で除去して混合状態と平均粒径との関係をいろいろに変えたもの，その他の2種類はそれぞれ細砂または粗粒の砂利，礫をかなり多量に混入したもので，これら砂礫の粒度累加曲線は図-5のとおりである。水深の測定は通水前と停水後に行ない，水路床の砂礫上に縦横 50cm×50cm，厚さ 0.5cm の鉄板を置き，ポイントゲーヂの先端を鉄板の上面に合わせ，つぎに鉄板を取り除いて通水しゲーヂをその水面に合わせてそれらの差を読み，これに0.5cmを加えた値をもって砂礫頂部から水面までの水深とした。水面こう配は，14m離れた2点において，水路の中央および中央から左右へそれぞれ 40cm 離れた3点の水位を測定して求めた(通水の前後に2回ずつ測定して平均した値である)。流速の測定には森式流速計を用い，水深が 15cm の場合には1点法，水深がそれより大きい場合には2点法を用いた。すなわち1点法では水深の中点で流速を測定し，この値に0.95を乗じて得た値をもって平均流速とした。また2点法では水面から全水深の2割と8割の点で流速を測定し，これら2つの値を平均して平均流速とした。森式流速計は写真-1に示すように，直径 2.0cmの円棹の一端に長さ 5cm の翼が2枚ついていて，これが水平軸のまわりに廻転し，その廻転数を測定して流速を求める。このような大きな翼と棒を15cm～30cm という小さな水深の流水中に入れるのであるから，このような器具を用いて測定した流速値が果して真の値であるかどうか，またこのような条件下においても1点法，2点法が十分な精度をもっているかどうかという，疑問が生じる。著者は以上の2点を検討するために，後に述べる実験④の場合について，ピトー管を用いて流速分布を測定し，これから求めた平均流速（これを真の値とする）と森式流速計による値とを比較した結果，0.48%の誤差があっただけであって，この事実から測定器具および方法の精度はきわめて良好であることが認められた。

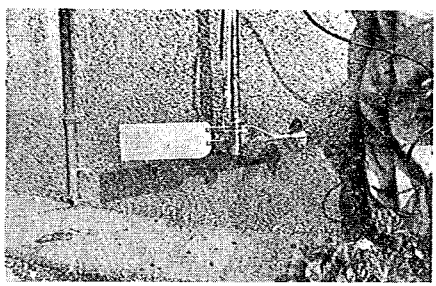


写真-1 森式流速計

2) 実験結果

前述の9種類の水路床砂礫について，平均流速，水深，水面こう配を測定し，(1)式から相当粗度 $k_s$ および $k_s/d_{65}$ を求めると表-2のようになる。表の中で，$h$ は砂礫の頂部から水面までの深さ，$h_1$ は $h$ に $d_{65}/4$ を加えたもの，$J$ は水面こう配である。実験④について，水路中央の鉛直線上の流速分布を測定した結果，岩垣博士の研究結果と同様に，水深の原点を砂礫頂部より $d_{65}/4$ だけ下方にとって，縦軸に $\bar{u}/v_*$（$\bar{u}$ は水深yの所の流速）を，横軸に原点からの深さ $\log_{10} y$ をとってプロットすると，つぎのような関係が成り立つことがわかった。

$$\bar{u}/v_*=2.15+5.75\log_{10} y \cdots\cdots(4)$$

したがって $k_s$ を計算するにあたっては，水深として $h_1$ を用いることにした。

実験⑤～⑨について，横軸に $v_*/v_{*c}$ を，縦軸に $k_s/d_{65}$ をとってプロットすると図-6のようである。⑤～⑨のいずれの実験値も，$v_*/v_{*c}$ が大きくなるにしたがっ

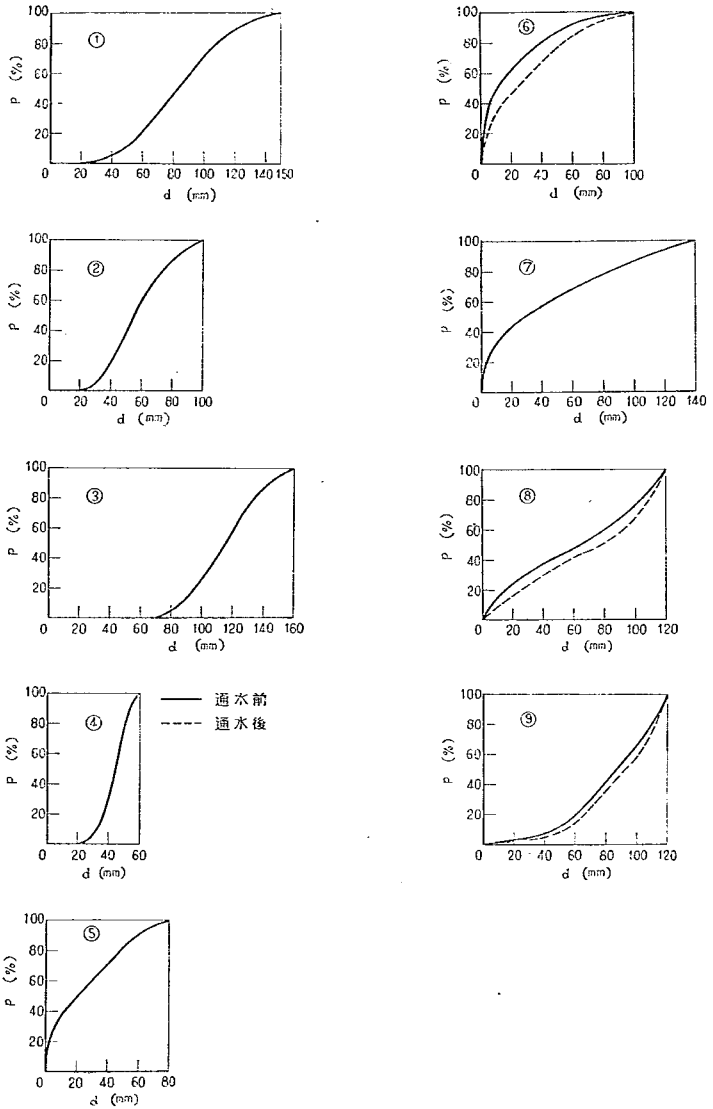



図-5 粒度累加曲線（実線：通水前，点線：通水後）

表-2

| | | 粒径範囲 (cm) | $d_m$ (cm) | $d_{65}$ (cm) | $\beta$ | $M$ | $h$ (cm) | $h_1$ | $J$ | $v_*$ (cm/sec) | $v_{*c}$ | $v_*/v_{*c}$ | $k_s$ (cm) | $k_s/d_{65}$ | $k_s/d_{65}$ の平均値 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | 1 | 2.0~15.0 | 8.7 | 9.6 | 1.20 | 0.571 | 25.3 | 27.7 | 1/211 | 11.4 | 26.1 | 0.44 | 19.7 | 2.05 | 1.93 |
| | 2 | | | | | | 30.1 | 32.5 | 1/222 | 12.0 | | 0.46 | 17.5 | 1.81 | |
| ② | 1 | 2.0~10.2 | 5.9 | 6.2 | 1.18 | 0.603 | 25.3 | 26.9 | 1/238 | 10.5 | 18.7 | 0.56 | 13.1 | 2.12 | 2.05 |
| | 2 | | | | | | 30.4 | 32.0 | 1/236 | 11.5 | | 0.62 | 12.3 | 1.98 | |
| ③ | 1 | 7.0~16.0 | 11.7 | 12.5 | 1.11 | 0.730 | 24.7 | 27.8 | 1/222 | 11.1 | 30.3 | 0.37 | 24.5 | 1.96 | 1.89 |
| | 2 | | | | | | 29.7 | 32.8 | 1/227 | 11.9 | | 0.39 | 22.6 | 1.81 | |
| ④ | 1 | 2.0~ 6.0 | 4.7 | 4.8 | 1.15 | 0.653 | 20.5 | 21.7 | 1/320 | 8.2 | 19.2 | 0.43 | 9.51 | 1.98 | 2.10 |
| | 2 | | | | | | 25.6 | 26.8 | 1/305 | 9.3 | | 0.48 | 10.1 | 2.10 | |
| | 3 | | | | | | 30.5 | 31.7 | 1/307 | 10.1 | | 0.52 | 10.7 | 2.23 | |
| ⑤ | 1 | 0~ 8.0 | 2.5 | 3.4 | 1.64 | 0.158 | 14.9 | 15.8 | 1/214 | 8.5 | 14.0 | 0.61 | 5.34 | 1.57 | |
| | 2 | | | | | | 19.5 | 20.4 | 1/220 | 9.5 | | 0.68 | 5.60 | 1.65 | |
| | 3 | | | | | | 30.2 | 31.1 | 1/210 | 12.3 | | 0.88 | 6.20 | 1.97 | |
| ⑥ | 1 | 0~10.0 | 2.1 | 2.3 | 1.79 | 0.085 | 19.5 | 20.1 | 1/237 | 9.1 | 12.8 | 0.71 | 4.48 | 1.95 | |
| | 2 | | | | | | 28.5 | 29.1 | 1/215 | 11.5 | | 0.90 | 6.14 | 2.67 | |
| ⑦ | 1 | 0~14.0 | 4.7 | 5.6 | 1.75 | 0.100 | 20.1 | 21.5 | 1/220 | 9.8 | 19.2 | 0.51 | 8.95 | 1.60 | |
| | 2 | | | | | | 25.4 | 26.8 | 1/216 | 11.0 | | 0.57 | 10.1 | 1.80 | |
| | 3 | | | | | | 29.7 | 31.1 | 1/207 | 12.2 | | 0.64 | 10.3 | 1.84 | |
| ⑧ | 1 | 0~12.0 | 6.2 | 8.6 | 1.42 | 0.315 | 14.6 | 16.8 | 1/160 | 10.1 | 22.1 | 0.46 | 10.1 | 1.17 | |
| | 2 | | | | | | 20.8 | 23.0 | 1/173 | 11.4 | | 0.52 | 10.7 | 1.24 | |
| | 3 | | | | | | 24.7 | 26.9 | 1/166 | 12.6 | | 0.57 | 11.1 | 1.29 | |
| | 4 | | | | | | 30.6 | 32.8 | 1/159 | 14.2 | | 0.64 | 12.4 | 1.44 | |
| ⑨ | 1 | 0~12.0 | 8.8 | 10.0 | 1.18 | 0.603 | 20.0 | 22.5 | 1/173 | 11.3 | 26.3 | 0.43 | 9.90 | 0.99 | |
| | 2 | | | | | | 29.2 | 31.7 | 1/183 | 13.1 | | 0.50 | 10.3 | 1.03 | |

て $k_s/d_{65}$ の値も大きくなっている。点はかなりばらついていて，同じ $v_*/v_{*c}$ の値に対しても $\beta$ が大きいほど $k_s/d_{65}$ が大きい。すなわち，実験⑥，⑦ では $\beta$ はそれぞれ 1.79，1.75 でほぼ等しく，$k_s/d_{65}$ の値は最も大きく，ついで⑤，⑧，⑨の順序になっている。そこで，$\beta$ をパラメーターとして $k_s/d_{65}$ と $v_*/v_{*c}$ との関係を示したのが図-6の中の曲線群である。$v_*/v_{*c}>0.7$ における実験値が3個しかないので，この領域の曲線は推定によって引いたものであって（点線で示されている），したがって $v_*/v_{*c}=1.0$ すなわち限界掃流時における $k_s/d_{65}$ の値は精確なものではない。$0.7>(v_*/v_{*c})>0.4$ では，精度はかなり良好である。$v_*/v_{*c}$ の値が小さくなるにしたがって，とくに $\beta$ の値が小さいほどすみやかに $k_s/d_{65}$ の値が1.0に近づくようであるが，このように砂礫の移動がほとんどないか，または全然ない場合に(非常に細かい砂でも粗粒子の蔭にかくれている状態では全然移動しないことがある) $k_s/d_{65}\cong 1.0$ であるということは，〔1〕で述べた H. A. Einstein のいうところとよく一致している。

実験⑥に用いた砂礫は，3~5mmより細かな砂，砂利

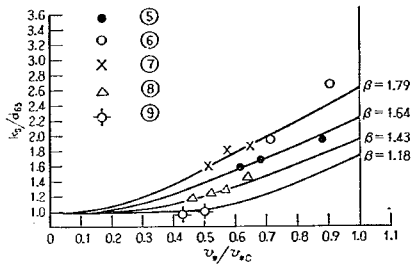



図-6　相当粗度と摩擦速度との関係

をかなり多量に混入した人工混合砂礫であって，図-5によって通水前後の粒度累加曲線を較べると，通水後は5mm以下の粒径のものが約15%減少している。写真-2の(a)~(d)は，通水前および10cm，19.5cm，28.5cmの水深で通水した後のそれぞれの砂礫の状態であって，通水前および水深10cmでは，砂が多量に砂利の間にてん充されているが，水深19.5cm，28.5cmで通水した後は砂がわずかしか残っておらず，特に後者ではその程度が著しい。つぎに実験⑧で，通水前後の砂礫の粒度累加曲線を比較すると，通水後は1cm以下の砂，砂利が約15%減少しており，実験⑨（粗粒の砂利，礫を多量に混入した人工的混合砂礫）では通水前後の累加曲線はほとんど同じである。

つぎに，図-6の曲線を用いて，$v_*/v_{*c}$ をパラメーターとして $k_s/d_{65}$ と $\beta$ との関係を画くと図-7のようになる。$v_*/v_{*c}=0.4$ および 0.7 の曲線において，$1.8<\beta<2.0$ の範囲は推定で引いたもので，これは点線で示されている。また，$v_*/v_{*c}=1.0$ の曲線も推定によるものであるから，信頼度は少ない。図-7の中には，①~④の実験値もプロットされている。それぞれの実験に用いた $v_*$ の値は，それぞれの砂礫の最小粒径値を(3)式に代入して求めた $v_*$ の値よりも小さいから，砂礫は全く移動していない状態であって，しかも $\beta$ の値は1.10~1.20で非常に小さいにもかかわらず，$k_s/d_{65}$ の値は1.89~2.10

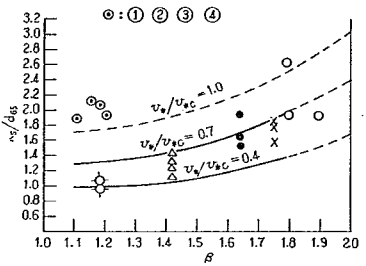



図-7　相当粗度と混合係数との関係

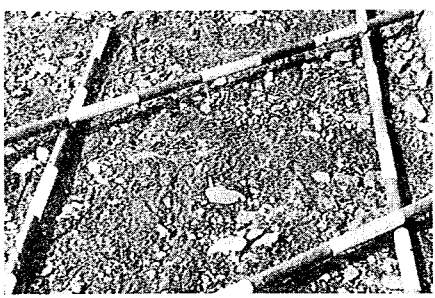


写真-2　(a)

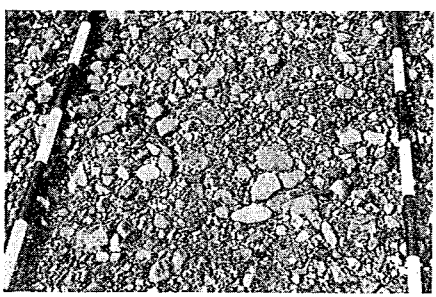


写真-2　(c)

写真-2　(b)

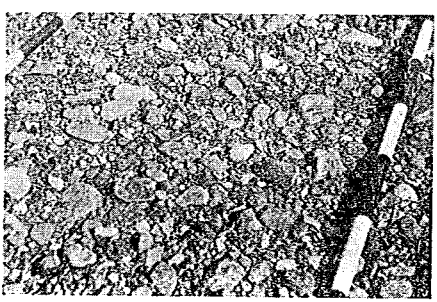


写真-2　(d)

写真-2　通水前後の水路床砂礫の状態

でかなり大きい。その原因は，使用した砂礫が細粒のものを取り除いた人工的混合砂礫であって，粗粒子間の空隙が大きいからであると思われる。①~④と⑨とを比較すると，$\beta$ がほぼ等しいにもかかわらず，$k_s/d_{65}$ の値は⑨の方が著しく小さいが，⑨で用いた砂礫には，細かな粒径のものが少し含まれていて，それらが粗粒子間の空隙を埋めているからであろう。このような人工的混合砂礫を除き，河床上にあるままの自然砂礫については，$k_s/d_{65}$ と $\beta$，$v_*/v_{*c}$ との間には図-6または図-7の曲線で示すような関係が成り立つことがわかった。掃流限界の状態で通水した場合，すなわち $v_*/v_{*c}=1.0$ の場合の粗度については，実験施設の関係上大きな流量の水を流すことができなかったので，測定されていないのであるが，〔3〕で述べるように自然河床における固定床の粗度を取り扱うにあたっては，主として $v_*/v_{*c}<0.7$ の範囲の資料に基づいて解析を行なったので，限界掃流時の $k_s/d_{65}$ と $\beta$ との関係が明らかでなくても，本論文の目的に対してはさしつかえない。

栗津博士[10]は，多摩川，富士川，笛吹川，鬼怒川，最上川の河床砂礫の粒度分析の結果から $d_m$ と $\beta$ との関係を求めたところ，図-8に示すような曲線を得，これを次式で表わした。

$$\left.\begin{aligned} 1/\beta&=0.647-0.303\log_{10}d_m,\quad 0.1<d_m<2\\ 1/\beta&=0.574-0.056\log_{10}d_m,\quad 2<d_m<13\\ 1/\beta&=0.299+0.193\log_{10}d_m,\quad 13<d_m<80 \end{aligned}\right\}\cdots(5)$$

($d_m$：mm—unit)

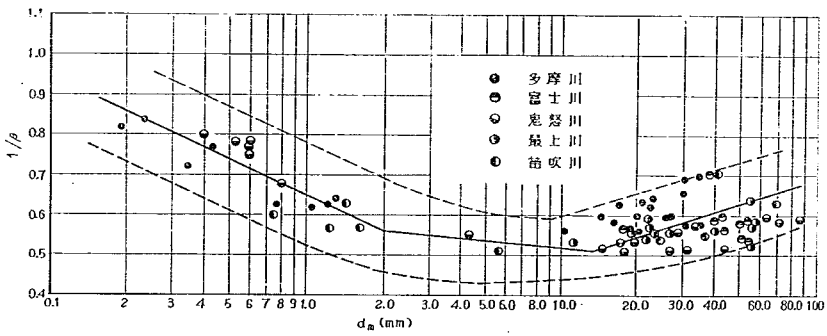



図-8　平均粒径と混合係数との関係

著者は釜無川，笛吹川，富士川および早川の河床の13カ所から砂礫を採集し，それらについて横軸に $d_m$ または $d_{65}$ を，縦軸に $\beta$ をとってプロットしたが，図-9 (a),(b)のようになった。なお，同図には，〔3〕の表-10に記載される16カ所の流量観測所で採集した砂礫についての $d_n$, $d_{65}$, $\beta$ のの関係をもプロットしたが，(a)図の曲線は(5)式の中の第3式を表わす。上記の13カ所の砂礫に対する点は曲線上に非常によくのっていて，前記の栗津博士が作製した図-8におけるよりも点の集まりは良好である。$d_n$ と $\beta$ との関係だけでなく，(b)図から明らかなように $d_{65}$ と $\beta$ との関係も良好で，$d_{65}$ の値が大きいほど $\beta$ の値は小さい。16カ所の流量観測所に対する点はかなり散らばっており，特に音無瀬橋（由良川），孤禅寺（北上川），具同（渡川），明碛橋（大分川）の諸点はその程度が甚だしい。一般に $\beta$ の値は，砂礫採集の位置もしくは方法によってかなり大幅に変化する。すなわち，高い州の上とか州の蔭になっている場所では，下層には粗粒のものが多いが，表層は細か

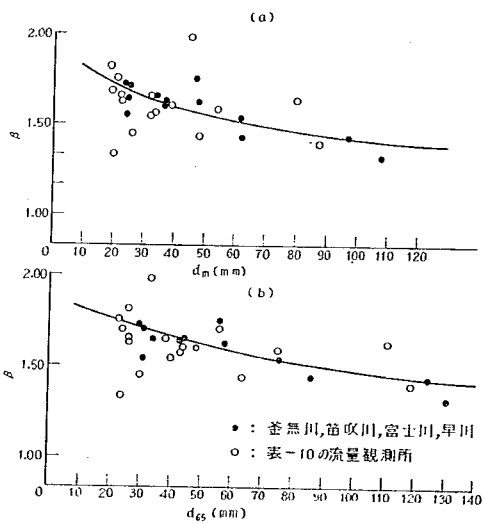



図-9

い砂，砂利でおおわれていることが多く，したがってこのような場所で採集した砂礫の $\beta$ の値は大きい。また水深が大きい水底から砂礫を採集する場合には，細かな粒子が流失しやすいので，こうして求められた $\beta$ の値は真の値よりも大きくなる。前記の13カ所の砂礫は，水中もしくは水際で採集したものであるが，採集にあたっては細粒子を流失しないように十分に注意をした。図-9において，それらに相当する点が曲線上にきれいにのっているのは，砂礫採集の場所だけでなく採集の方法も適切であったからであろう。また図の中で，16カ所の流量観測所における砂礫に対する点が散っているのは，採集の方法，位置が適切でなかったことにも原因の一端があるように考えられるので，〔3〕で16カ所の流量観測所の河床粗度を取り扱う場合には，採集した砂礫の粒度累加曲線から直接的に求めた $\beta$ を用いて $k_s/d_{65}$ の値を算定するとともに，粒度累加曲線の $d_{65}$ の値を図-9(b)の曲線に適用して $\beta$ を求め，これから $k_s/d_{65}$ の値を算定し，両者を比較検討することによって，不適当な砂礫採集によって生じる欠陥をできるだけなくすことにつとめた。

$d_{65}$ と $\beta$ との間に図-9(b)の曲線のような関係がある場合には，この曲線と図-7の（$k_s/d_{65}$～$\beta$）曲線とから，$k_s$ と $d_{65}$ の関係を求めることができる。$v_*/v_{*c}=0.7$ の場合に，上のようにして求めた $k_s$ と $d_{65}$ の値に対して横軸に $d_{65}$ を，縦軸に $k_s$ をとってプロットすると図-10の

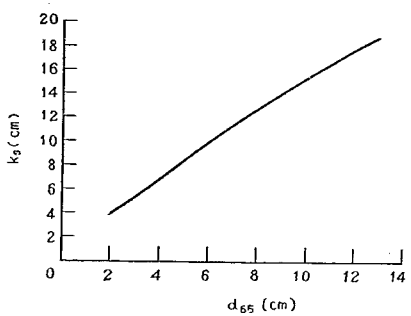



図-10　相当粗度と粒径との関係

とおりで，$d_{65}$ が大きくなるにしたがって $k_s$ の値は大きくなるが，$k_s$ の増加の割合は $d_{65}$ のそれよりも小さい。図の中の曲線は次式で表わされる。

$$k_s=2.04\cdot d_{65}^{0.56} \quad \cdots\cdots(6)$$

他の $v_*/v_{*c}$ の値に対しても，$d_{65}$ の指数は常に1.0よりも小さい。

### （3）結　論

1）砂礫が平らに敷かれた場合の固定床の状態における相当粗度 $k_s$ の大きさは，砂礫の粒径とその混合状態およびその時の掃流力（混合砂礫の中の細かな粒子が浮き上る程度）に左右される。この場合，粒径は粒度累加曲線の $d_{65}$ で表わし，混合状態は境隆雄氏の混合係数 $\beta$ で表わした。また掃流力としては，摩擦速度 $v_*$ と粒度累加曲線の $d_m$ の値を(3)式に代入して得られる $v_{*c}$ との比 $v_*/v_{*c}$ を用いた。このようにして，$k_s/d_{65}$ と $\beta$ との関係を $v_*/v_{*c}$ をパラメーターとして図-7に示すような曲線群で表わすことができた。緩流河床のように砂の場合には，$v_*$ の変化の範囲が狭いので上記のような関係が成立することを実証することはできなかった。

2）細粒の砂，砂利を除いた人工的混合砂礫（$\beta<1.2$）では，粗粒子間の空隙が大きいので $k_s/d_{65}$ の値は大きく，$k_s/d_{65}=1.89$～$2.10$であった。

3）急流河床にある自然状態の砂礫では，$d_{65}$ または $d_m$ と $\beta$ との間には大体一定の関係が存在する。まれにはこの関係が成り立たないものがあるが，その原因はそのような特殊な混合状態をもった砂礫が実際に存在するためか，あるいは砂礫の採集場所または方法が不良であるか，いずれかであるように思われる。したがって〔3〕で流量観測所の河床粗度を取り扱う場合には，採集砂礫の粒度累加曲線から求めた $\beta$ を用いるとともに，粒度累加曲線の $d_{65}$ の値を $d_{65}$～$\beta$ 曲線に適用して間接的に求めた $\beta$ を用いて，両方から検討することが必要である。

4）図-9 (b)の $d_{65}$～$\beta$ 曲線が成立するような砂礫に対しては，$d_{65}$～$\beta$ 曲線と図-7の $k_s/d_{65}$～$\beta$ 曲線の両者から，$k_s$ と $d_{65}$ との間には，ある $v_*/v_{*c}$ の値に対して，$k_s\propto d_{65}^n$ $(0<n<1)$ の関係が成立することがわかった。たとえば，$v_*/v_{*c}=0.7$ の場合には，$k_s=2.04\cdot d_{65}^{0.55}$ である。

### 〔2〕形状抵抗による粗度

急流部の河床には寄州が存在し，これが高低差の大きな凹凸を形成しているのを見ることが多いが，このような状態における河床粗度の中には，州の凹凸による影響が大きく含まれていると思われる。急流部であっても，流路が安定して規則正しく蛇行する場合には，河床は流路の存在によって生じる凹凸を除いては割合に平らであるので，砂礫抵抗によるものが粗度の大半を占めると思われるが，流路が乱流する場合には河床上至る所に大きな凹凸ができるので，砂礫抵抗とともに形状抵抗もかなり大きいことが予想される。形状抵抗についての実験的研究は，今までに多くの人によって行なわれてきたが，これらはすべて実験水路に直角方向に杭を敷き並べた場合であって，実際河床のように流路が河道を斜めに横ぎったり，また多数の流路が交錯し，州が散在する状態に相当する実験は，H. Schlichting が管路の壁に半球体を並べて行なったものがただ一つあるだけである。

まず（1）で，形状抵抗に関する従来の研究の概要を述べ，（2）において，直線水路の中に1本の溝を規則正しく蛇行させた場合と，乱流の形態を表わすものとし

て数本の溝を蛇行させた場合との粗度について，著者が行なった実験的研究を述べよう。

（1） 従来の研究

J. W. Johnson は[11]，図-11 に示すように，実験水路

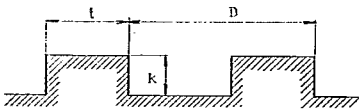



図-11　実験水路の底面縦断図

の底面に矩形断面を有する桟を流れの方向に直角に一定間隔に並べて実験を行ない，$k_s/k$ と $D/k$，$t/k$ との関係を調べて図-12 のような結果を得た。図からわかるように，$D/k$=10～15 で $k_s/k$ が最大となり，$t/k$=1 の場合には $D/k$≒10 で $k_s/k$ が最大である。また著者が[12]有効長 18m，幅員 40cm の木製水路で行なった実験では，水路底に円形断面の硝子棒（直径0.34cm，0.54 cm，0.74cm の3種類）を，流れの方向に直角に一定間隔に敷き並べて，$k_s/k$ と $D/k$ の関係を調べたが，その結果は表-3および図-13のとおりである。$D/k$=8.84

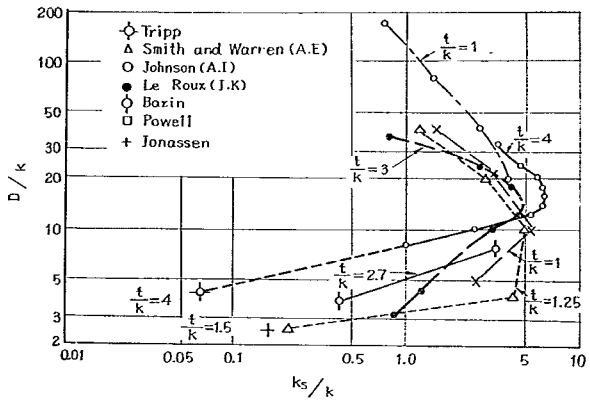



図-12　底　面　粗　度

表-3

| 実験番号 | 硝子棒の間隔，$D$ (cm) | 硝子棒の直径，$k$ (cm) | $D/k$ | $k_s$ (cm) | $k_s/k$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ① | 3.00 | 0.34 | 8.83 | 1.99 | 5.86 |
| ② | 4.77 | 0.54 | 8.83 | 2.83 | 5.24 |
| ③ | 6.55 | 0.74 | 8.85 | 3.97 | 5.37 |
| ④ | 9.54 | 0.54 | 17.65 | 2.35 | 4.35 |
| ⑤ | 7.15 | 0.54 | 13.25 | 2.40 | 4.45 |
| ⑥ | 2.39 | 0.54 | 4.43 | 2.35 | 4.35 |

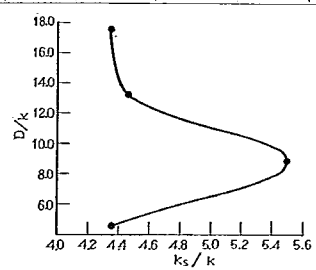



図-13　底面粗度（著者の実験による）

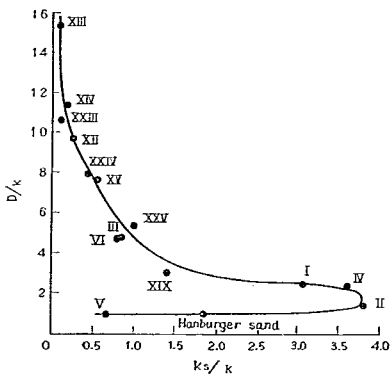
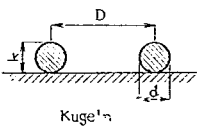
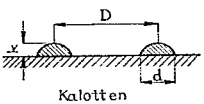
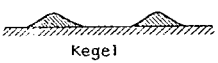



図-14　H. Schlichting の実験による粗度

で $k_s/k$=5.49 の最大値を示しているが，これは J. W Johnson の実験結果とほぼ一致している。以上は水路底の突起物が，流れの方向に直角に水路全幅にまたがって存在し，自然河床の凹凸の状態とは著しく趣きを異にしている。H. Schlichting は[13]管水路で，実際河床と比較的似ていると思われる状態で，すなわち種々の形状の半球体をいろいろの間隔に配置して実験を行ない，$k_s$ を

求めた。実験の種類とそれらの結果は表-4および図-14のようである。実験結果を見ると，Kalotten の場合は突起物が最も密に整きつめられた状態 (XIX) で $k/k$ が最大となって1.40であり，Kugel の場合は $D/k$=1.5～2.5 (II，IV) で $k_s/k$ が最大値となって，最大密度の場合よりもかえって大きい。なお，H. Schlichting の実験における $k_s/k$ の値は，前記の J. W. Johnson および著者の実験値よりも小さくなっている。川によって生じる河床の凹凸の形態では，一般に $D/k$，$l/k$ がかなり大きい値であるから，$k_s/k$ は H. Schlichting の実験値よりもさらに小さいものと思われる。

表-4

| 番号 | $D$ (cm) | $k$ (cm) | $d$ (cm) | $D/k$ | $k_s$ (cm) | $k_s/k$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 4 | 0.41 | 0.41 | 9.75 | 0.093 | 0.227 | |
| III | 2 | 0.41 | 0.41 | 4.88 | 0.344 | 0.838 | |
| I | 1 | 0.41 | 0.41 | 2.44 | 1.26 | 3.07 |  |
| II | 0.6 | 0.41 | 0.41 | 1.46 | 1.56 | 3.81 | |
| V | 0.41 | 0.41 | 0.41 | 1.00 | 0.257 | 0.626 | |
| VI | 1 | 0.21 | 0.21 | 4.86 | 0.172 | 0.819 | |
| IV | 0.5 | 0.21 | 0.21 | 2.43 | 0.759 | 3.61 | |
| XIII | 4 | 0.26 | 0.8 | 15.4 | 0.031 | 0.118 |  |
| XIV | 3 | 0.26 | 0.8 | 11.5 | 0.049 | 0.186 | |
| XV | 2 | 0.26 | 0.8 | 7.7 | 0.149 | 0.571 | |
| XIX | 0.8 | 0.26 | 0.8 | 3.08 | 0.365 | 1.40 | |
| XXIII | 4 | 0.375 | 0.8 | 10.70 | 0.059 | 0.159 |  |
| XXIV | 3 | 0.375 | 0.8 | 8.00 | 0.164 | 0.437 | |
| XXV | 2 | 0.375 | 0.8 | 5.35 | 0.374 | 0.996 | |
| IX | — | 0.135 | — | — | 0.222 | 1.64 | Hamburger Sand |

（2） 形状抵抗に関する実験的研究

1本の溝が規則正しく蛇行する場合と，流路の乱流状態を表わすものとして溝が数本に分かれている場合とについて実験を行なって，粗度の大きさを検討した。

1） 実験装置および方法

実験水路は，写真-3に示すような構造で，〔1〕に記

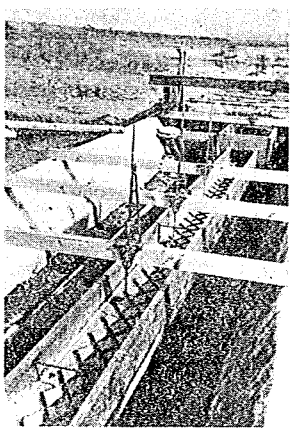


写真-3 (a)

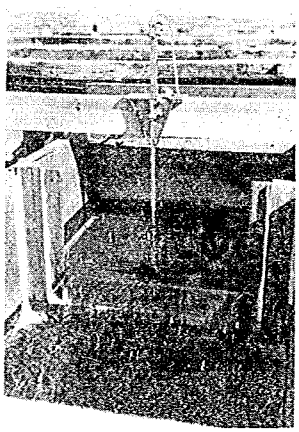


写真-3 (b)

写真-3 形状抵抗の実験水路

した底幅1.6mの水路の中にコンクリートの基礎を打ち，この上に鉋削形板製水路をのせた。第2水門のすぐ下流側に量水槽を置き，矩形薄縁堰を設けて流量測定を行なった。水路の長さは20m，内法幅員は 30cm で水路底の下側にくさびを挿入して水路こう配を変化させた。実験に用いた水路床こう配は 1/250 と 1/500 の2種類である。水深および水面こう配の測定には3つのポイント・ゲーヂを用いた。すなわち，両側のコンクリート側壁に3本の木梁を 1.5m 間隔にのせてその上にゲーヂを置き，水路の上下流端を閉め水をためて水面を水平にし，これにゲーヂの先端を合せて目盛を読み，つぎに通水して水面こう配を測定した。水深は3カ所で測定した値の平均値を用いた。水路の底には，種々の形の溝をほりこんだ木板を敷いたが，その種類は表-5および図-15のとおりである。

表-5

| 実験番号 | 溝の蛇行波長 $P$(cm) | 溝の幅 $b$(cm) | 溝の深さ $d$(cm) | 溝の数 $m$ | 間隔 $D$(cm) |
|---|---|---|---|---|---|
| ① | 溝がなく，底面滑らか | | | | |
| ② | 80 | 10.0 | 2.0 | 1 | 40 |
| ③ | 80 | 10.0 | 0.5 | 1 | 40 |
| ④ | 80 | 10.0 | 0.3 | 1 | 40 |
| ⑤ | 80 | 5.0 | 2.0 | 2 | 40 |
| ⑥ | 80 | 3.5 | 2.0 | 4 | 20 |
| ⑦ | 160 | 10.0 | 2.0 | 1 | 80 |
| ⑧ | 160 | 10.0 | 1.0 | 1 | 80 |
| ⑨ | 160 | 5.0 | 0.7 | 1 | 80 |
| ⑩ | 160 | 10.0 | 0.5 | 1 | 80 |
| ⑪ | 160 | 5.0 | 1.0 | 2 | 80 |
| ⑫ | 160 | 5.0 | 0.5 | 2 | 80 |
| ⑬ | 160 | 2.5 | 1.0 | 4 | 40 |
| ⑭ | 160 | 2.5 | 0.5 | 4 | 40 |
| ⑮ | 160 | 4.0 | 1.0 | 4 | 40 |

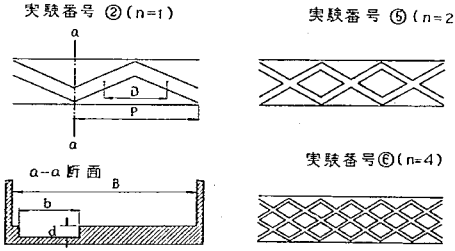



図-15 溝の状態

流路が1本にまとまって蛇行する場合の河川の横断形状は，砂礫の移動が著しく砂礫堆（2.参照）が明瞭に形成される場合には図-16-(a)のように，また移動砂礫量が少ない場合には図-16-(b)のようであるが，それらは図-15に示す実験水路の断面形状とは幾分異なっており，また

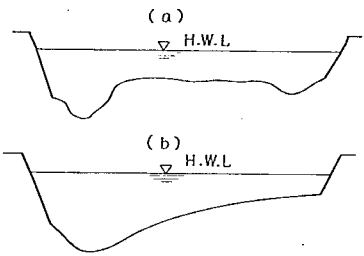



図-16 河川の横断形状

蛇行流路の線形も河川では種々の曲線の連続形であるが，本実験では折線とした。しかし，固形過マンガン酸加里を用いて底面付近の流線を調べた結果，その形状は 2. の図-57に示すように移動床水路における流線の形状と類似していたので，底板を加工する困難さを避けるために，上記のような平面および横断形状の模型を用いることにした。溝の蛇行長は 80cm と 160cm の2種類でその半波長と水路幅との比は，それぞれ 40/30=1.33，80/30=2.67 であって，実際河川のそれに較べると（実際河川ではおよそ 2.0～3.0である），前者は小さく，後者はほぼ同じくらいの値である。特殊な地形の個所，たとえば河道とか堤防法線が著しく湾曲しているところでは，流路の蛇行長が短いので，このような場合を考えて蛇行長 80cm の種類の実験をも行なったのである。つぎに溝の深さは，0.3cm～2.0cm の範囲で変化させたが，実際河川の流路の大きさと比較するために，模型をたとえば1000倍に拡大すると，模型で深さが 2.0cm の場合には，実際河川では河幅 300m，流路の深さ 20m となって，このように深い流路は存在しないのであるが，ここでは流路の深さによって粗度がどのように変わるかを調べるのが目的であるので，溝の深さが著しく大きい場合の実験をも行なったのである。溝の幅は溝が1本の場合には 10cm とし，2本および4本の場合にはそれぞれの溝幅を加えた値が 10cm になるように，すなわち1本の溝幅をそれぞれ 5cm，2.5cm とした。

2) 実験結果

実験①は溝がなく底面が滑らかな場合で，その結果は表-6のとおりであって，横軸に $\log(v_*R)/\nu$ を，縦軸に $u_m/v_*$ をとってプロットすると図-17のようになる。したがって滑面の摩擦抵抗式は次式で表わされる。

$$\frac{u_m}{v_*}=3.4+5.75\log\frac{v_*\cdot R}{\nu} \quad \cdots\cdots(7)$$

表-6 滑面の実験値

| 水路底こう配 | 水深 $h$ (cm) | 径深 $R$ (cm) | 水面こう配 $J$ | 断面平均流速 $u_m$ (cm/sec) | 摩擦速度 $v_*$ (cm/sec) | $\frac{u_m}{v_*}$ | $\frac{v_*\cdot R}{\nu}$ | $\log\frac{v_*\cdot R}{\nu}$ | 水温 ($t$°C) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/250 | 3.68 | 2.95 | 1/254 | 69.55 | 3.37 | 20.62 | 829 | 2.918 | 13° $\nu$=0.0120 |
| | 3.42 | 2.78 | 1/258 | 66.71 | 3.25 | 20.53 | 753 | 2.876 | |
| | 3.23 | 2.66 | 1/258 | 64.99 | 3.18 | 20.45 | 705 | 2.848 | |
| | 3.12 | 2.58 | 1/260 | 62.19 | 3.12 | 19.56 | 671 | 2.826 | |
| | 2.65 | 2.25 | 1/266 | 57.60 | 2.88 | 20.03 | 540 | 2.733 | |
| | 2.58 | 2.20 | 1/266 | 55.70 | 2.84 | 19.59 | 520 | 2.716 | |
| | 2.50 | 2.14 | 1/266 | 53.11 | 2.80 | 18.94 | 499 | 2.698 | |
| | 2.19 | 1.91 | 1/258 | 50.80 | 2.69 | 18.87 | 428 | 2.631 | |
| | 1.52 | 1.38 | 1/252 | 40.95 | 2.32 | 17.68 | 268.2 | 2.428 | |
| | 3.84 | 3.06 | 1/252 | 71.44 | 3.45 | 20.63 | 880 | 2.944 | |
| | 3.66 | 2.94 | 1/235 | 67.85 | 3.50 | 19.39 | 857 | 2.932 | |
| | 3.48 | 2.82 | 1/258 | 66.60 | 3.27 | 20.35 | 769 | 2.885 | |
| | 3.28 | 2.69 | 1/264 | 64.31 | 3.16 | 20.38 | 708 | 2.850 | |
| | 3.11 | 2.57 | 1/254 | 61.22 | 3.15 | 19.45 | 674 | 2.810 | |
| | 2.89 | 2.42 | 1/246 | 58.22 | 3.10 | 18.76 | 625.5 | 2.795 | |
| | 2.63 | 2.23 | 1/254 | 55.77 | 2.93 | 19.01 | 544.5 | 2.735 | |
| | 2.05 | 1.80 | 1/248 | 48.78 | 2.67 | 18.30 | 400.8 | 2.610 | |
| | 2.01 | 1.77 | 1/252 | 48.43 | 2.62 | 18.46 | 386.5 | 2.586 | |
| | 1.77 | 1.58 | 1/250 | 43.59 | 2.49 | 17.52 | 327.7 | 2.514 | |
| | 1.64 | 1.47 | 1/254 | 41.41 | 2.38 | 17.39 | 291.8 | 2.465 | |
| | 1.60 | 1.44 | 1/252 | 40.35 | 2.37 | 17.05 | 284.6 | 2.454 | |
| | 2.53 | 2.16 | 1/239 | 55.49 | 2.98 | 18.65 | 564.5 | 2.751 | |
| | 2.26 | 1.96 | 1/252 | 50.98 | 2.76 | 18.47 | 474.3 | 2.675 | |
| | 2.08 | 1.82 | 1/264 | 47.92 | 2.60 | 18.46 | 415.0 | 2.618 | |
| | 1.88 | 1.67 | 1/258 | 44.21 | 2.52 | 17.56 | 369 | 2.567 | |
| 1/500 | 2.49 | 2.13 | 1/543 | 36.04 | 1.96 | 18.38 | 366.3 | 2.563 | |
| | 2.38 | 2.05 | 1/561 | 34.22 | 1.89 | 18.10 | 348 | 2.541 | 17° $\nu$=0.0109 |
| | 2.15 | 1.88 | 1/595 | 32.49 | 1.76 | 18.44 | 307.3 | 2.487 | |
| | 1.77 | 1.58 | 1/606 | 28.06 | 1.60 | 17.54 | 232 | 2.365 | |
| | 1.68 | 1.51 | 1/606 | 26.80 | 1.59 | 16.81 | 220.2 | 2.342 | |
| | 5.79 | 4.17 | 1/465 | 59.30 | 2.97 | 19.98 | 1057 | 3.024 | 14° $\nu$=0.0117 |
| | 5.65 | 4.11 | 1/465 | 58.37 | 2.95 | 19.81 | 1036 | 3.015 | |
| | 5.23 | 3.88 | 1/492 | 54.70 | 2.78 | 19.69 | 922 | 2.964 | |
| | 5.07 | 3.79 | 1/510 | 53.42 | 2.70 | 19.76 | 875 | 2.942 | |
| | 4.08 | 3.21 | 1/526 | 47.31 | 2.45 | 19.33 | 672 | 2.827 | |
| | 3.87 | 3.08 | 1/552 | 44.83 | 2.34 | 19.17 | 616 | 2.789 | |
| | 3.67 | 2.95 | 1/552 | 44.39 | 2.29 | 19.40 | 578 | 2.761 | |
| | 3.44 | 2.80 | 1/561 | 43.03 | 2.21 | 19.47 | 528.5 | 2.722 | |
| | 3.23 | 2.66 | 1/543 | 41.62 | 2.19 | 19.00 | 498 | 2.697 | |
| | 3.03 | 2.52 | 1/526 | 40.54 | 2.17 | 18.69 | 467.5 | 2.669 | |
| | 2.87 | 2.41 | 1/595 | 38.99 | 2.00 | 18.54 | 412 | 2.614 | |
| | 2.70 | 2.29 | 1/561 | 36.54 | 2.00 | 18.28 | 391 | 2.592 | |

ここにνは動粘性係数である。岩垣博士の実験では上式中の常数3.4が3.0になっているので，著者の実験における摩擦抵抗値の方がやや小さい。つぎに実験②～⑮の結果について，横軸に $\log R$ を，縦軸に $u_m/v_*$ をとってプロットすると図-18のようである。それらのうちで，一例として③の実験値をとりまとめて示すと表-7のとおりである。ここに $h$ は高水敷上の水深で，$R$ の求め方はつぎに示すとおりである。水路の中心線に沿って底面の縦断面図を画くと図-19のとおりである。〔1〕で述べたように，岩垣博士および著者の研究によって，水深を測る基準点として，砂

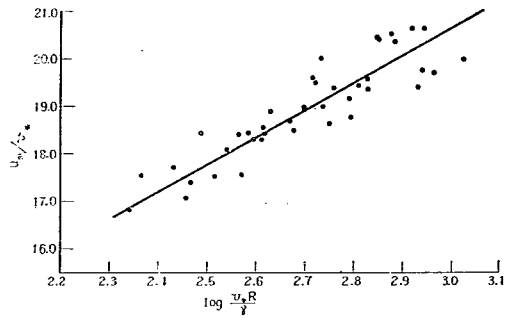



図-17　滑面の摩擦抵抗

表-7　実　験　③　の　結　果

| 水路底こう配 | 水深 $h$ (cm) | 径深 $R$ (cm) | 水面こう配 $I$ | 断面平均流速 $u_m$ (cm/sec) | 摩擦速度 $v_*$ (cm/sec) | $\frac{u_m}{v_*}$ | $\log R$ | 水温 ($t$°C) | 相当粗度 $k_c$ (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/250 | 4.49 | 3.47 | 1/233 | 65.72 | 3.82 | 17.21 | 0.540 | 30° $\nu$=0.00802 | $10^{-5}\times$ 4.78 |
| | 4.00 | 3.17 | 1/233 | 62.32 | 3.65 | 17.07 | 0.501 | | 3.12 |
| | 3.80 | 3.04 | 1/233 | 59.28 | 3.57 | 16.59 | 0.483 | | 8.44 |
| | 3.61 | 2.92 | 1/228 | 56.48 | 3.54 | 15.97 | 0.465 | | 16.95 |
| | 3.27 | 2.70 | 1/233 | 54.16 | 3.37 | 16.08 | 0.431 | | 12.57 |
| | 3.02 | 2.53 | 1/228 | 52.91 | 3.29 | 16.07 | 0.403 | | 9.80 |
| | 2.72 | 2.32 | 1/233 | 51.06 | 3.12 | 16.35 | 0.365 | | 3.08 |
| | 2.50 | 2.16 | 1/250 | 47.20 | 2.91 | 16.23 | 0.334 | | 1.80 |
| | 2.23 | 1.96 | 1/261 | 42.57 | 2.71 | 15.70 | 0.292 | | 3.74 |
| | 1.90 | 1.70 | 1/263 | 38.79 | 2.52 | 15.39 | 0.233 | | 2.63 |
| | 4.36 | 3.39 | 1/240 | 63.14 | 3.72 | 16.97 | 0.530 | | 5.33 |
| | 3.95 | 3.14 | 1/233 | 61.30 | 3.63 | 16.87 | 0.497 | | 4.90 |
| | 3.66 | 2.95 | 1/228 | 57.90 | 3.56 | 16.29 | 0.470 | | 12.85 |
| | 3.46 | 2.82 | 1/230 | 55.71 | 3.46 | 16.11 | 0.450 | | 14.90 |
| | 3.23 | 2.67 | 1/238 | 54.80 | 3.32 | 16.52 | 0.427 | | 3.68 |
| | 3.06 | 2.56 | 1/258 | 51.32 | 3.12 | 16.46 | 0.408 | | 3.21 |
| | 2.80 | 2.38 | 1/258 | 51.25 | 3.01 | 17.05 | 0.377 | | 0.257 |
| | 2.61 | 2.24 | 1/261 | 47.72 | 2.90 | 16.46 | 0.350 | | 1.18 |
| | 2.42 | 2.10 | 1/258 | 44.82 | 2.82 | 15.88 | 0.322 | | 3.62 |
| | 2.09 | 1.85 | 1/267 | 41.55 | 2.61 | 15.94 | 0.267 | | 1.18 |
| | 1.95 | 1.75 | 1/267 | 38.81 | 2.54 | 15.31 | 0.243 | | 5.20 |
| | 4.16 | 3.27 | 1/218 | 65.06 | 3.83 | 16.98 | 0.515 | | 5.35 |
| | 3.91 | 3.11 | 1/240 | 60.69 | 3.56 | 17.03 | 0.493 | | 2.82 |
| | 3.67 | 2.96 | 1/230 | 58.79 | 3.54 | 16.59 | 0.471 | | 7.79 |
| | 3.41 | 2.79 | 1/238 | 56.67 | 3.53 | 16.04 | 0.446 | | 2.82 |
| | 3.16 | 2.62 | 1/245 | 53.96 | 3.24 | 16.67 | 0.418 | | 0.012 |
| | 3.03 | 2.54 | 1/247 | 50.88 | 3.17 | 16.05 | 0.405 | | 7.15 |
| | 2.68 | 2.29 | 1/255 | 47.94 | 2.96 | 16.17 | 0.360 | | 3.43 |
| | 2.47 | 2.14 | 1/261 | 45.48 | 2.83 | 16.05 | 0.330 | | 2.78 |
| | 2.27 | 1.99 | 1/258 | 43.23 | 2.75 | 15.73 | 0.299 | | 0.038 |
| | 1.94 | 1.74 | 1/263 | 41.67 | 2.54 | 16.39 | 0.241 | | 0.614 |
| | 1.73 | 1.57 | 1/273 | 35.46 | 2.37 | 14.94 | 0.196 | | 5.17 |

表-7（つづき）

| 水路底こう配 | 水深 $h$ (cm) | 径深 $R$ (cm) | 水面こう配 $J$ | 断面平均流速 $u_m$ (cm/sec) | 摩擦速度 $v_*$ (cm/sec) | $\frac{u_m}{v_*}$ | log $R$ | 水温 ($t$°C) | 相当粗度 $k_c$ (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/500 | 4.76 | 3.62 | 1/326 | 58.01 | 3.30 | 17.61 | 0.559 | 30° $\nu$=0.00802 | 1.22 |
| | 4.47 | 3.45 | 1/333 | 56.00 | 3.18 | 17.59 | 0.538 | | 0.603 |
| | 4.29 | 3.35 | 1/323 | 54.84 | 3.19 | 17.21 | 0.525 | | 1.81 |
| | 4.14 | 3.26 | 1/333 | 52.91 | 3.10 | 17.10 | 0.513 | | 1.74 |
| | 3.81 | 3.05 | 1/348 | 48.80 | 2.93 | 16.65 | 0.484 | | 3.33 |
| | 3.50 | 2.85 | 1/369 | 45.98 | 2.76 | 16.69 | 0.455 | | 1.76 |
| | 3.25 | 2.69 | 1/369 | 43.33 | 2.68 | 16.19 | 0.430 | | 4.19 |
| | 2.88 | 2.43 | 1/369 | 40.44 | 2.60 | 15.55 | 0.386 | | 4.49 |
| | 2.73 | 2.33 | 1/377 | 39.34 | 2.46 | 15.98 | 0.367 | | 2.83 |
| | 2.46 | 2.13 | 1/390 | 36.95 | 2.31 | 15.98 | 0.328 | | 1.37 |
| | 2.15 | 1.90 | 1/381 | 33.46 | 2.21 | 15.14 | 0.279 | | 6.08 |
| | 1.90 | 1.71 | 1/377 | 32.54 | 2.11 | 15.43 | 0.233 | | 1.17 |
| | 5.32 | 3.94 | 1/414 | 51.30 | 3.05 | 16.80 | 0.595 | | 8.50 |
| | 4.93 | 3.72 | 1/414 | 50.94 | 2.97 | 17.17 | 0.571 | | 2.67 |
| | 4.48 | 3.46 | 1/408 | 48.47 | 2.89 | 16.79 | 0.539 | | 4.28 |
| | 4.23 | 3.31 | 1/421 | 46.70 | 2.77 | 16.83 | 0.520 | | 2.37 |
| | 3.97 | 3.15 | 1/436 | 44.11 | 2.66 | 16.59 | 0.498 | | 3.08 |
| | 3.75 | 3.01 | 1/429 | 43.55 | 2.62 | 16.61 | 0.479 | | 2.39 |
| | 3.38 | 2.77 | 1/429 | 41.00 | 2.52 | 16.24 | 0.442 | | 5.60 |
| | 3.31 | 2.73 | 1/454 | 39.06 | 2.43 | 16.08 | 0.436 | | 4.58 |
| | 3.06 | 2.56 | 1/471 | 36.23 | 2.31 | 15.70 | 0.408 | | 6.75 |
| | 2.76 | 2.35 | 1/490 | 33.95 | 2.17 | 15.67 | 0.371 | | 4.32 |
| | 2.47 | 2.14 | 1/502 | 31.28 | 2.05 | 15.28 | 0.330 | | 4.93 |
| | 1.96 | 1.75 | 1/534 | 28.04 | 1.79 | 15.65 | 0.243 | | 0.750 |
| | 1.63 | 1.49 | 1/534 | 25.45 | 1.65 | 15.39 | 0.173 | | 0.075 |
| | 4.83 | 3.66 | 1/414 | 50.57 | 2.94 | 17.18 | 0.563 | | 2.26 |
| | 4.75 | 3.62 | 1/436 | 47.82 | 2.85 | 16.78 | 0.559 | | 5.12 |
| | 4.28 | 3.34 | 1/401 | 47.07 | 2.86 | 16.46 | 0.524 | | 8.87 |
| | 4.06 | 3.21 | 1/401 | 45.92 | 2.80 | 16.38 | 0.507 | | 6.18 |
| | 3.94 | 3.13 | 1/436 | 43.63 | 2.65 | 16.46 | 0.496 | | 16.88 |
| | 3.68 | 2.97 | 1/454 | 42.19 | 2.53 | 16.65 | 0.473 | | 1.73 |
| | 3.16 | 2.62 | 1/454 | 37.83 | 2.38 | 15.89 | 0.418 | | 5.18 |
| | 2.66 | 2.28 | 1/480 | 36.09 | 2.16 | 16.73 | 0.358 | | 0.387 |
| | 2.24 | 1.97 | 1/480 | 31.93 | 2.00 | 15.93 | 0.294 | | 0.472 |
| | 1.98 | 1.77 | 1/502 | 30.09 | 1.86 | 16.17 | 0.248 | | 0.048 |
| | 4.66 | 3.56 | 1/326 | 59.21 | 3.27 | 18.12 | 0.551 | | 0.218 |
| | 4.37 | 3.39 | 1/333 | 57.23 | 3.16 | 18.13 | 0.530 | | 0.127 |
| | 4.19 | 3.29 | 1/323 | 56.10 | 3.16 | 17.77 | 0.517 | | 0.336 |
| | 4.04 | 3.19 | 1/333 | 54.17 | 3.06 | 17.69 | 0.503 | | 0.338 |
| | 3.71 | 2.99 | 1/348 | 50.06 | 2.90 | 17.25 | 0.476 | | 0.435 |
| | 3.40 | 2.79 | 1/369 | 47.26 | 2.73 | 17.34 | 0.446 | | 0.232 |
| | 3.15 | 2.62 | 1/369 | 44.64 | 2.64 | 16.90 | 0.418 | | 0.620 |
| | 2.00 | 1.78 | 1/377 | 31.03 | 2.15 | 14.42 | 0.250 | | 4.71 |

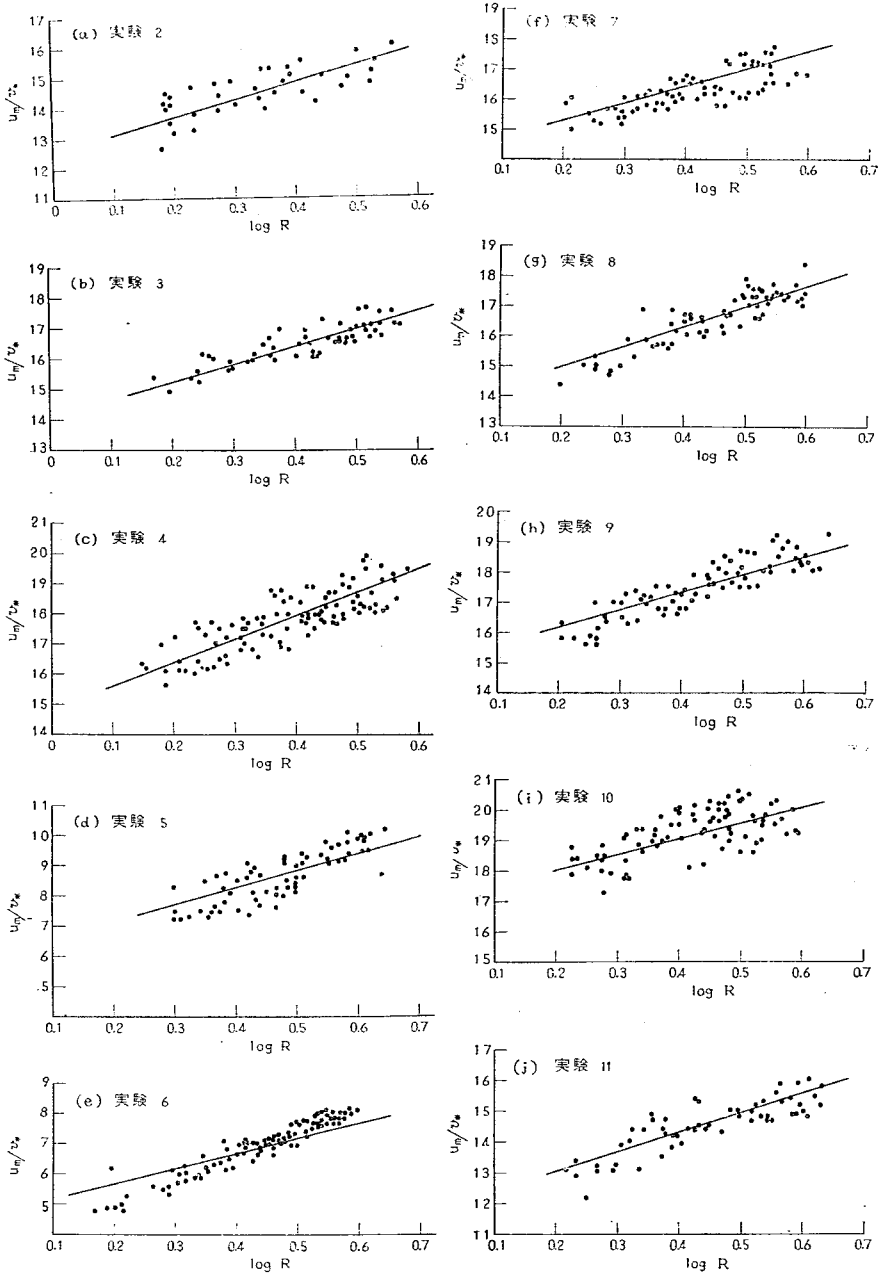
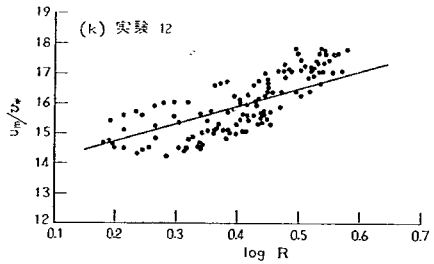
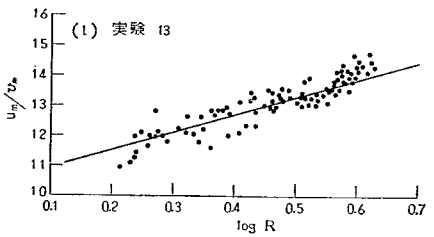
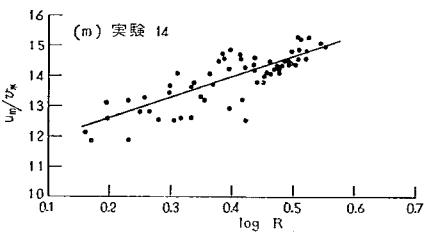



図-18 $\frac{u_m}{v_*}$ と $\log R$ との関係



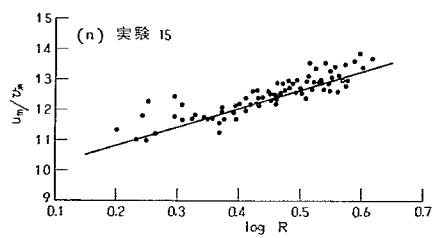




図-18　$\frac{u_m}{v_*}$ と $\log R$ との関係

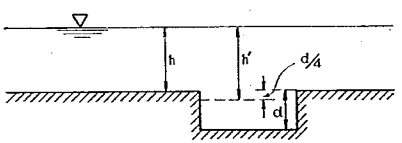
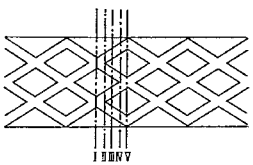



図-19　実験水路の縦断面図

礫粒の頂点から粒径の1/4の点をとるのが合理的であることが明らかになったので，本実験においても高水敷面より下側へ流路の深さの1/4の点を基準点として，ここから水面までの深さ $h'$ を用いて $R$, $v_*$ の値を求めた。また平均流速を算定するための式，$u_m=Q/A$，($Q$ は流量) における流積 $A$ は，溝の横断面積を含めた全断面積をとった。溝が1本の場合には，一定の水位に対してはどの場所の横断面をとっても $R$, $A$ の値は一定であるが，溝が2本または4本になると，横断面の場所によって $R$, $A$ の値は異なる。図-20 は実験⑥についての水路平面図と，$h$=1cm の場合の断面 I，II，III，IV，V における流積 $A$，潤辺 $P$，径深 $R$ の間の関係を表わすが，これから求められる $R$ の平均値1.23cm を $h$=1cm に対する径深値とし，同様の方法で種々の $h$ に対する $R$ の値を求めることにした。



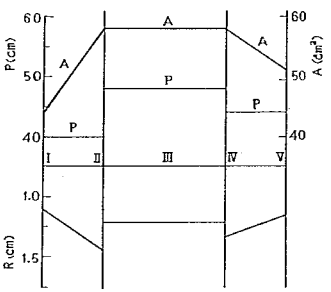




図-20　水 路 平 面 図

上述の実験②～⑮に対しては，溝が存在するために生じる相当粗度の大きさをつぎのようにして求めることができる。すなわち，H. A. Einstein の方法[14]を用いて，$R$ の値を滑面が支配する径深 $R_s$ と，溝が支配する径深 $R_c$ とに分割して，

$$R=R_c+R_s \quad \cdots\cdots(8)$$

とする。ところで溝が存在せず底面が滑らかな場合の摩擦抵抗は，(7)式の $R$, $v_*$ の代りに $R_s$, $v_{*s}$ と置いてつぎのように表わすことができる。

$$\frac{u_m}{v_{*s}}=3.4+5.75\log\frac{v_{*s}\cdot R_s}{\nu} \quad \cdots\cdots(9)$$

ここに，$v_{*s}=\sqrt{g R_s J}$ である。

そこで上記の $R$ に対応する実験値 $u_m$, $J$, $\nu$ を(8)式に

代入して $R_s$ を計算れすば，(8)式から $R_c$ が求められる。いま，溝の存在によって生じる摩擦抵抗を(1)式のようにNikuradse の表示方法を用いて

$$\frac{u_m}{v_{*c}}=6.0+5.75\log\frac{R_c}{k_c}，\text{ただし}$$

$$v_{*c}=\sqrt{g R_c J} \quad \cdots\cdots(10)$$

で表わすと，この式から溝の相当粗度 $k_c$ を求めることができる。このようにして実験③について $k_c$ の値を算定すると，前記の表-7に示すとおりで，それらの平均値は，$k_{cm}=10^{-5}\times 3.94$cm である。全く同様にしてその他の種類の実験について $k_{cm}$ を計算すると表-8のようである。横軸に $k_{cm}/d$ を，縦軸に $D/d$ をとってプロット

表-8

| 実験番号 | $P$ (cm) | $m$ | $D$ (cm) | $d$ (cm) | $D/d$ | $b$ (cm) | $k_{cm}$ (cm) | $k_{cm}/d$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ② | 80 | 1 | 40 | 2.0 | 20 | 10.0 | $10^{-5}\times 7.91$ | $10^{-5}\times 3.96$ |
| ③ | 80 | 1 | 40 | 0.5 | 80 | 10.0 | $10^{-5}\times 3.94$ | $10^{-5}\times 7.88$ |
| ④ | 80 | 1 | 40 | 0.3 | 133 | 10.0 | $10^{-5}\times 1.43$ | $10^{-5}\times 4.75$ |
| ⑤ | 80 | 2 | 40 | 2.0 | 20 | 5.0 | 0.30 | 0.15 |
| ⑥ | 80 | 4 | 20 | 2.0 | 10 | 3.5 | 0.88 | 0.44 |
| ⑦ | 160 | 1 | 80 | 2.0 | 40 | 10.0 | $10^{-5}\times 1.08$ | $10^{-5}\times 0.54$ |
| ⑧ | 160 | 1 | 80 | 1.0 | 80 | 10.0 | $10^{-6}\times 1.78$ | $10^{-6}\times 1.78$ |
| ⑨ | 160 | 1 | 80 | 0.7 | 114 | 5.0 | $10^{-7}\times 5.35$ | $10^{-7}\times 7.65$ |
| ⑩ | 160 | 1 | 80 | 0.5 | 160 | 10.0 | $10^{-10}\times 1.22$ | $10^{-10}\times 2.44$ |
| ⑪ | 160 | 2 | 80 | 1.0 | 80 | 5.0 | $10^{-4}\times 5.48$ | $10^{-4}\times 5.48$ |
| ⑫ | 160 | 2 | 80 | 0.5 | 160 | 5.0 | $10^{-5}\times 4.74$ | $10^{-5}\times 9.47$ |
| ⑬ | 160 | 4 | 40 | 1.0 | 40 | 2.5 | $10^{-3}\times 7.05$ | $10^{-3}\times 7.05$ |
| ⑭ | 160 | 4 | 40 | 0.5 | 80 | 2.5 | $10^{-3}\times 1.15$ | $10^{-3}\times 2.29$ |
| ⑮ | 160 | 4 | 40 | 1.0 | 40 | 4.0 | $10^{-3}\times 16.3$ | $10^{-3}\times 16.3$ |

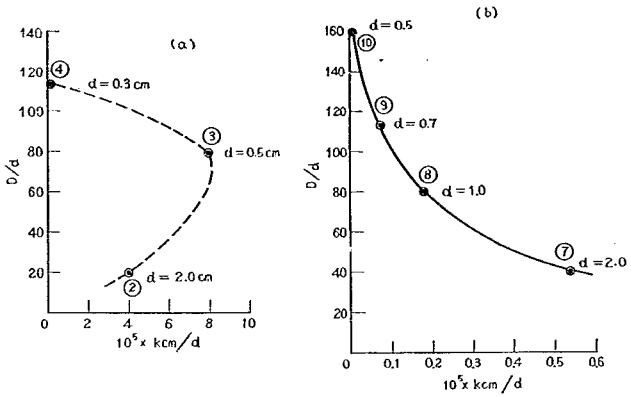
すると図-21のとおりで，(a)図は $P$=80cm，$m$=1，(b)図は $P$=160cm，$m$=1，(c)図は $P$=80cm，160cm，$m$=2，4 の場合である。(a)と(b)を比較すると，同じ $D/d$ の値に対して $k_{cm}/d$ の値は(a)の方が，すなわち蛇行波長 ($P$) が短い方が大きい。また溝の深さ ($d$) が同じである場合にも，$k_{cm}/d$ の値は $P$=80cm の方が大きい。つぎに(c)図において，$P$=160cm，80cm ともに，溝の深さ ($d$) が同じものでは，溝の数が増えると $k_{cm}/d$ は急激に大きくなる。すなわち，⑪と⑬を比較すると⑬の方が大きく，⑤と⑥を比較すると⑥の方が大きい。また $P$，$m$，$d$ の値が同じで溝の幅(b)が異なる⑬と⑮を較べると，溝幅の広い⑮の方が $k_{cm}/d$ の値はやや大きい。つぎに $P$，$m$，$b$ が同じで $d$ の値が異なる⑬と⑭を較べると，$d$ の値の大きい⑬の方が $k_{cm}/d$ は大きい。実験②～⑮の中で，$k_{cm}/d$の値は⑥と⑤が特に大きく，$D/d$=10～20に対して $k_{cm}/d$=0.15～0.44 であって，これを前述の H. Schlichting の実験結果（図-14）と比較すると，半球体がまばらに配置されている場合の小さな値の範囲に該当する。

### (3) 実際河川への適用

(2)で述べた実験結果を実際の河川に適用して，蛇行流路が存在するために生じる形状抵抗の影響を検討しよう。Manning の粗度係数 $n$ と相当粗度 $k_s$ との関係は次式で表わされ，これを図示すると図-22のとおりである。

$$n=\frac{\frac{k_s^{1/6}}{\sqrt{g}}\left(\frac{R}{k_s}\right)^{1/6}}{\left(6.0+5.75\log\frac{R}{k_s}\right)} \quad \cdots\cdots(11)$$

図からわかるように，$n$ は一つの $k_s$ の値に対しても径深 $R$ によって変化するが，$R$ の値が大きい場合にはほとんどその影響を受けないで，$k_s$ だけの関数と考えてよい。また〔3〕で述べるように，河床砂礫が移動しない固定床の状態では摩擦抵抗の対数法則が成立するとともに，$R$ が比較的大きい場合には $n$ の値は $R$ には，無関係であることが明らかになった。そこで Manning の流速公式を用い，前述の H. A. Einstein の方法によって，形状抵抗による粗度と砂礫抵抗による粗度を合成した。このような方法で，実験⑩，④，⑭の結果を，模型の1000倍の大きさの河川に拡大適用してつぎのような考察



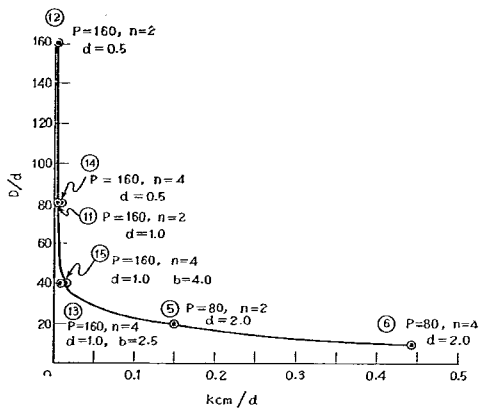




図-21 溝 に よ る 粗 度

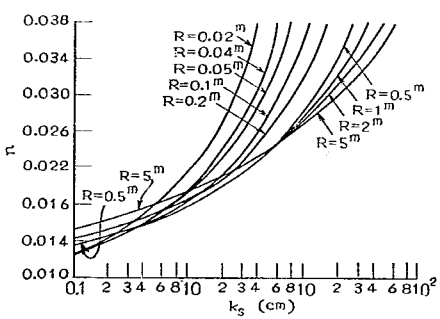



図-22 $n$ と $k_s$ との関係

を行なった。

1) 実験⑩について

実験⑩の諸元は，$P$=160cm，$B$=30cm，$b$=10cm，$d$=0.5cm，$m$=1，$k_{cm}/d=10^{-10}\times2.44$ である。模型の1000倍の大きさの河川を考えると，$B$=300m，$b$=100m，$d$=5.0m，$P$=1600mで，したがって $k_{cm}=10^{-10}\times2.44\times500=1.22\times10^{-7}$cm となる。河床に，$d_{65}$=3.0cm，$\beta$=1.71 のような砂礫が平らに敷かれ，かつ上記のような規模の流路が1本だけ規則正しく蛇行している場合を想定する。〔1〕(2) の図-7の曲線から砂礫による相当粗度を求めると，$k_s=1.81\times3.0=5.43$cm で，$R$=4m として Manning の粗度係数に換算すると，$n'$=0.0242 となる。また $k_{cm}=1.22\times10^{-7}$cm は $R$=4.0m として，$n''$=0.00663 で，これら二つの粗度係数$n'$,$n''$を H. A. Einstein の方法で合成すると $n$=0.0264 となって，$n'$の値と比較すると流路の影響はきわめて小さいことがわかる。

2) 実験④について

実験④は，$P$=80cm，$B$=30cm，$b$=10cm，$d$=0.3

cm，$m=1$，$k_{cm}/d=4.75\times10^{-3}$ である。模型の1000倍の大きさの河川を考えると，1.と同様にして，

$k_s=5.43$cm に対して，$n'=0.0240$ ($R=2.0$mとする)

$k_{cm}=1.43\times10^{-5}$cm に対して，$n''=0.00763$

($R=2.0$mとする)

$n'$ と $n''$ とを合成すると，$n=0.0261$ となって流路の影響はきわめて小さい。

3) 実験④について

流路が乱流する状態において，流路の存在が粗度係数にどのような影響を与えるかを調べるために，つぎのような計算を行なった。実験④では，模型を1000倍すると $d=5.0$m となって，流路が分派して乱流するような実際河川では，このように深い流路はほとんど存在しない。そこで流路の深さが 2m の場合，すなわち模型で $P=160$cm，$d=0.2$cm，$b=2.5$cm，$m=4$ の状態では，実験④の結果から推定して，$k_{cm}/d=2.0\times10^{-4}$ と仮定する。1000倍の大きさの河川を考えると，$k_{cm}=0.01$cm，したがって $R=4.0$m とすると $n''=0.0139$ となり，これと $n'=0.0242$ とを合成すると，$n=0.0308$ となって流路の影響はかなり大きい。$n''=0.0139$ という値は，〔3〕に述べるように由良川の音無瀬橋流量観測所における形状抵抗による粗度係数の値とほぼ同じである。

(4) 結　論

急流河川の河道内に存在する流路が，河床の粗度係数の大きさにどのような影響を与えるかを検討するために，木製の水路底に溝をつくって実験を行ない，つぎのような結果を得た。すなわち

1) 溝（河道内の流路に相当する）の深さ，幅，蛇行長および水路幅（河幅に相当する）の間の相互の比率が実際河川におけるそれらの値とほぼ同じ状態で，溝が1本だけ規則正しく蛇行している場合には，溝の存在が粗度係数に与える影響は非常に小さく，ほとんど無視できる程度のものである。

2) 溝が分派する場合，すなわち実際河川の流路の乱流状態に相当する場合には，溝（流路）によって生ずる形状抵抗のために，粗度係数はかなり大きな値になる。しかし河床の州の形状，配置から考えると，一般に州の間隔と高さとの比 $D/d$ の値は大きいから，相当粗度と州の高さとの比 $k_{cm}/d$ の最大値は H. Schlichting の実験値3.6よりはずっと小さいと思われる。

〔3〕 急流部の粗度係数

直轄河川の急流部にある16カ所の流量観測所について，低水時および高水時の流量観測の資料の中から，河床砂礫が移動しない固定床の状態に相当する資料を選び出し，それらについて Manning の粗度係数を計算した。また観測所の河床から採集した砂礫の粒度曲線から，〔1〕で述べた方法によって砂礫抵抗による粗度係数を求め，これを全体の粗度係数の値から分離して河床の形状抵抗による粗度係数を算出した。それらの値と急流部の河床特性との関係を調べた結果，両者の間にはほぼ一定の関係が存在することが認められた。また上記の計算値の中には形状抵抗の値が0のものがかなり多くの数にのぼったが，その原因についてもある程度明らかにすることができた。つぎに河床砂礫が移動する場合に対しては，急流部の高水観測が困難なために多くの資料が得られなかったので，十分ではないが四つの観測所および大型実験水路における粗度係数を解析した結果，岩垣博士および芦田博士の研究結果と同じように，砂礫の移動に伴なう粗度係数の増加の割合は，砂礫が移動する程度と Froude 数に関係することが認められた。

(1) 従来の研究とその批判

平均流速公式は古くから多数発表されているが，その大部分は実験水路における公式であって，実際の河川に適用できるものは少ない。それらの中で，固定床に対しては Ganguillet-Kutter 式および Manning 式が実際河川によく適合するものとして，しばしば用いられている。それらの公式中の粗度係数の値を，Kutter および Manning は諸河川の流量観測からの計算値に基づいて表-9のように表わした[15]。しかしながらこのような表示

表-9

| 河床の材料および凋辺の状態 | 粗度係数の範囲 |
|---|---|
| 線形，断面ともに規則正しく水深が大きいもの，ただし砂床 | 0.025～0.033 |
| 線形，断面ともに規則正しく礫床，草岸のもの | 0.030～0.040 |
| 蛇行線形，洲渚があるもの | 0.033～0.045 |
| 〃　〃，多少石礫および草があるもの | 0.035～0.050 |
| 〃　〃，水深が小さいもの | 0.040～0.055 |
| 〃　〃，石礫床，水深が小さいもの | 0.040～0.060 |
| 〃　〃，水草が多いもの | 0.050～0.080 |

の方法は，粗度係数の範囲にかなり大きな幅があり，かつ凋辺の状態を判断する際に主観がはいる可能性が十分にあるので，実際に使用することはなかなかむずかしい。このような欠点をなくしてさらに合理的に粗度係数の値を算定できるようにすることが必要であって，著者は後に詳しく述べるように，急流河川の特徴の一つである河道の断面形と河底の凹凸との関係を検討することによって，この問題をほぼ解決することができた。

つぎに河床の土砂が移動する場合の粗度については，椿博士および古屋朝治の両氏は[16]土砂が輸送されることによって生ずる摩擦抵抗の外に砂漣または底面に発生する凹凸による形状抵抗が加わると考えて，諸河川の実測結果を用いて次式を提案した。

$$\log_{10}\frac{k_t}{d_m}=3.48\left\{1-0.225\left(\frac{v_*^2}{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)g\,d_m}\right)^{-1/2}\right\}\cdots(12)$$

ここで $k_t$ は河床砂が移動する場合の相当粗度で，また $\sigma$，$\rho$ は砂および水の密度である。使用された実測資料は，こう配0.0001～0.0015，水深10～310cm，平均粒径0.270～1.24mmで緩流河川におけるものであって，したがって Froude 数は非常に小さくて0.3以下である。それらの実測値と(9)式との関係を示すと図-23のようである。図の曲線において，固定床の状態すなわち $v_*^2/\{(\sigma/\rho-1)g\,d_m\}\fallingdotseq 0.050$ では $k_t/d_m\fallingdotseq 1$ であって，これは $k_t$ の値が砂粒の平均径にほぼ等しいことを表わしている。しかし図中の実測値は，固定床でも $\log(k_t/d_m)\fallingdotseq 0\sim 1.4$ すなわち $k_t/d_m\fallingdotseq 1\sim 25$ の広い範囲に分散している。これは観測の誤差によるだけでなく，固定床であってもその粗度は河床の砂の平均粒径よりも著しく大きい場合があることを示すものであって，その原因は高水敷上の草木とか河床の不規則性にあると思われる。ことに急流部の河床は緩流部に較べて高い大きな凹凸が多数に存在するので，固定床の状態でも形状抵抗の影響をうけて，粗度は河床砂礫の平均粒径よりも著しく大きいことが予想される。つぎに岩垣博士は[17] 0.525 mmおよび1.14mmの砂を水路に敷いて実験を行なったが，その結果と N. H. Brooks[18] による実験値とを示すと図-24のようになる。実験値は，砂漣発生，砂漣不規則および砂漣不発生の3種類に分類されている。この図から，(9)式は砂漣が顕著に発生した場合の実験値とほぼ一致し，砂漣が不規則ないしは発生しない場合の $k_t/d_m$ は(9)式による値よりはるかに小さいことがわかる。Anderson の研究に[19]よれば，こう配が急になって Froude 数が1を越えるようになると砂漣の形は円く平坦になって，底面の抵抗にはあまり大きな影響を及ぼさなくなることが見いだされたが，この現象は岩垣博士の実験結果にも現われ，砂漣不発生の実験値はすべて Froude 数が0.8以上の場合のものであって，上述の事実をよく実証している。そこで岩垣博士は砂漣が発生しない場合の $k_t/d_m$ と $v_*$ との関係をつぎのように表わした。

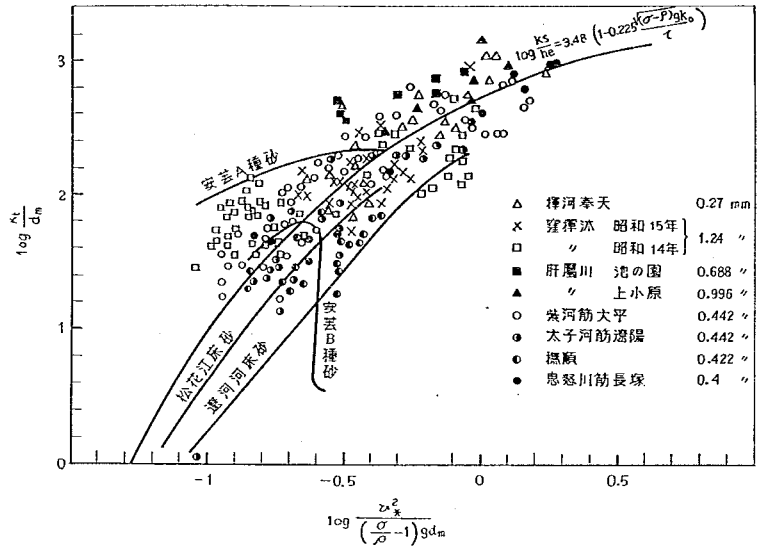



図-23　河川の粗度

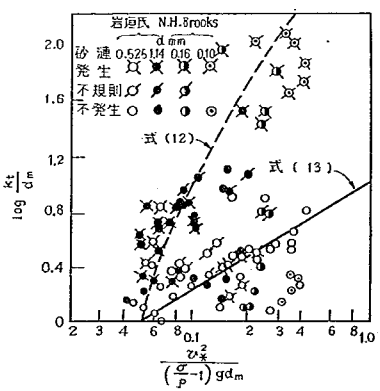



図-24　移動床の粗度

$$\log_{10}\frac{k_t}{d_m}=1+0.769\log_{10}\left\{\frac{v_*^2}{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)g\,d_m}\right\}\quad\cdots(13)$$

したがって砂漣の発生が顕著でない場合，あるいは砂漣が発生しても Froude 数がかなり大きいような場合には，$k_t/d_m$ の値は(13)式と(13)式によって表わされる二つの曲線の中間にあるわけである。

また芦田博士は[20]，Froude 数 $F_r$ の値が 0.2～1.5 の範囲にある Gilbert，安芸，永井博士，土木研究所等の実験資料について調べた結果，つぎのような関係式を導いた。

$$\frac{k_t}{d_m}=f\left(\frac{v_*^2}{g\,d_m}\right)\cdot F_r^{-2}\quad\cdots(14)$$

急流河川では Froude 数が大きいのが普通であるから，砂床河川に現われるようなとがった形状の砂漣は発生しないものと思われ，したがって $k_t/d_m$ の値は一般に(13)式で表わされるか，あるいは(12)，(13)式で表わされる二つの曲線の中間にあると考えられる。

（2） 固定床の粗度係数

直轄河川の流量観測所の中で，観測資料が比較的数多く整備されている16カ所を選んで，粗度係数と河床状態との関係を調べた。

1） 流量観測所付近の河状と観測結果

観測所付近の平面図および観測所の横断面図（第1断面，第2断面またはそれらの中間断面）は図-25，図-26のとおりである。横断面図には計画高水位と平均低水位（または平均水位）が記載されている。各観測所の河床で採集した砂礫の粒度累加曲線は図-27のとおりであるが，それらの曲線から累加量がそれぞれ50%，65%に対応する粒径 $d_{50}$，$d_{65}$ および平均粒径 $d_m$，粗粒率 $\beta$ を求めたが，それらの値と計画高水流量および計画高水こう配を示すと表-10のとおりである。それぞれの流量観測所を管理している建設省の地方建設局で行なった流量観測の結果から，全断面の平均流速 $u_m$，径深 $R$，水面こう配 $J$ を求め，$u_m/v_*$ を縦軸に，$\log R$ を横軸にとってプロットすると図-28および図-29のようになる。図中の点のそばに記載されている数字は水面こう配を表わし，たとえば 4 とあるのは1/400～1/500，40は1/4,000～1/5,000 の間にあることを意味している。

表-10

| 観測所名（河川名） | 白滝橋（大野川） | 明磧橋（大分川） | 孤禅寺（北上川） | 丸森（阿武隈川） | 鹿島（天竜川） | 斧渕（川内川） | 清水端（富士川） | 白石（球磨川） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{50}$ (cm) | 7.50 | 0.60 | 2.20 | 1.50 | 3.00 | 1.30 | 1.00 | 2.35 |
| $d_{65}$ (cm) | 11.10 | 3.30 | 3.00 | 2.65 | 4.30 | 2.30 | 2.60 | 3.80 |
| $d_m$ (cm) | 8.00 | 4.50 | 2.60 | 2.23 | 3.40 | 2.10 | 1.92 | 3.25 |
| $\beta$ | 1.63 | 1.98 | 1.44 | 1.65 | 1.57 | 1.76 | 1.82 | 1.6 |
| 計画高水流量 ($m^3$/sec) | 7,500 | 2,300 | 6,300 | 5,500 | 11,130 | 3,500 | 5,600 | 5,000 |
| 計画高水こう配 | 1/1,170 | 1/700 | 1/8,620 | 1/910 | 1/644 | 1/1,250 | 1/628 | |

| 観測所名（河川名） | 釜無川 19/12～19/16 | 具同（渡川） | 椛瀬下（千曲川） | 小市橋（岸川） | 馬下（阿賀野川） | 柳橋（球磨川） | 音無瀬橋（由良川） | 渡瀬（神流川） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{50}$ (cm) | 3.20 | 4.50 | 2.80 | 9.80 | 4.00 | 1.20 | 2.00 | 1.40 |
| $d_{65}$ (cm) | 4.39 | 6.35 | 4.00 | 11.90 | 7.50 | 2.60 | 2.34 | 2.40 |
| $d_m$ (cm) | 3.90 | 4.80 | 3.20 | 8.75 | 5.40 | 2.25 | 2.00 | 1.95 |
| $\beta$ | 1.60 | 1.43 | 1.54 | 1.40 | 1.58 | 1.63 | 1.33 | 1.69 |
| 計画高水流量 ($m^3$/sec) | 3,100 | 13,000 | 3,250 | 3,250 | 6,950 | 4,000 | 3,100 | 2,000 |
| 計画高水こう配 | 1/199 | 1/1,400 | 1/623 | 1/380 | 1/300 | 1/1,300 | 1/1,432 | |

(1) 白滝橋流量観測所（大野川）

流量の観測期間は昭和29年1月～8月で，流速および水面こう配の測定距離は 100m である。低水観測は流速計，高水観測は表面浮子および棹浮子を用いた。低水流路床は砂利，礫で流路は右岸側に偏し，右岸高水敷の一部には竹林があって指定水位まで護岸が施工されている。左岸高水敷は堆積砂利でできていて一部に雑草がある。ここから上流へ約 400m のところで低水流路および堤防が湾曲し，下流側は約1kmまではほ直線で，1.2km下流のところで低水流路は左岸側へ移行している。図-28の中の点はほぼ 5.75 の傾斜をもつ直線上にのっているとみてさしつかえない。$\log R\fallingdotseq 0.4$ のとき $h_{max}=4.7$ m で，$J=1/1,100$ とすると $d_c=5.35\text{cm}<d$ であるから，$\log R<0.4$ では固定床の状態である。

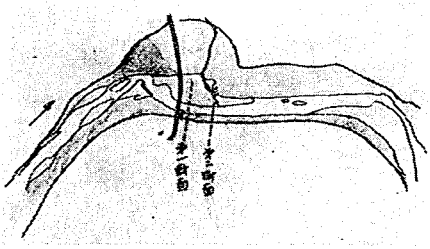



図-25 (1) 白　滝　橋（大野川）

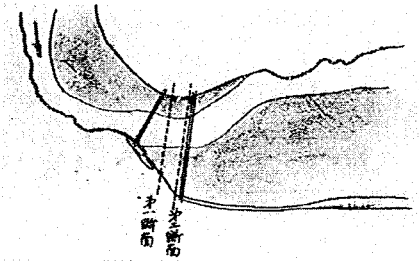



図-25 (5) 鹿　　島（天竜川）

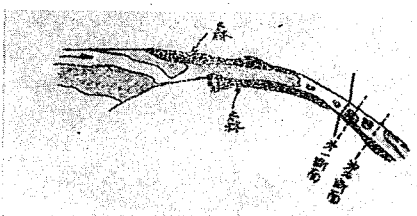



図-25 (2) 明　礬　橋（大分川）

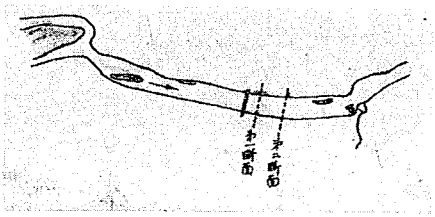



図-25 (6) 斧　　淵（川内川）

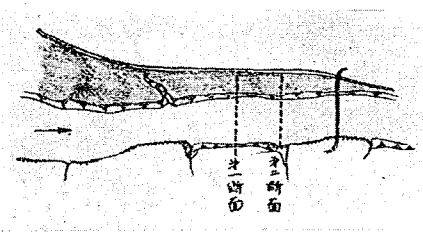



図-25 (3) 孤　禅　寺（北上川）

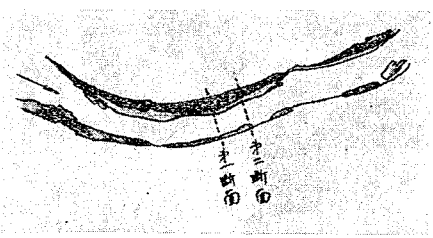



図-25 (7) 清　水　端（富士川）

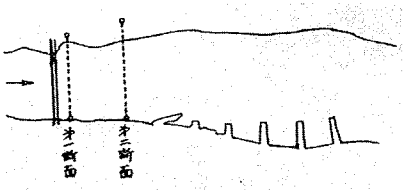



図-25 (4) 丸　　森（阿武隈川）

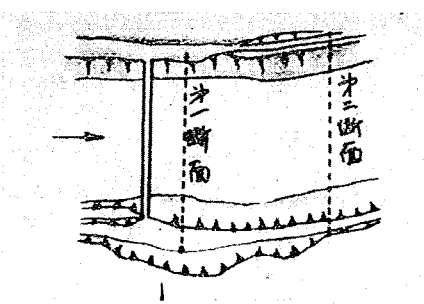



図-25 (8) 白　　石（球磨川）

図-25 (9)　釜無川（19/12～19/16）

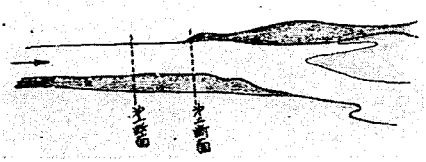



図-25 (8)　馬　　下（阿賀野川）

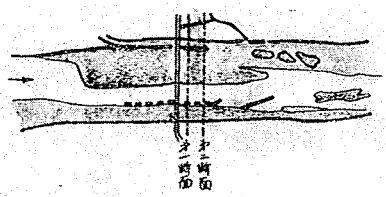



図-25 (10)　具　　同（渡　川）

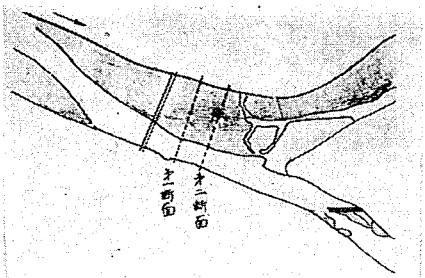



図-25 (4)　柳　　橋（球磨川）

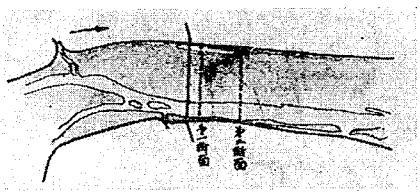



図-25 (11)　杭　瀬　下（千曲川）

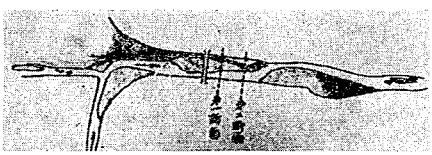



図-25 (5)　音無瀬橋（由良川）

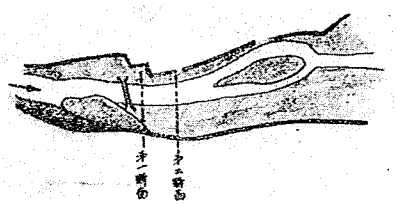



図-25 (2)　小　市　橋（耳　川）

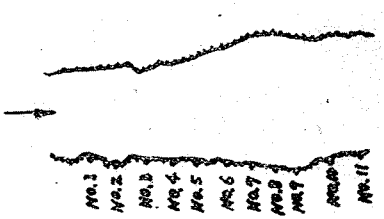



図-25 (1)　渡　　瀬（神流川）

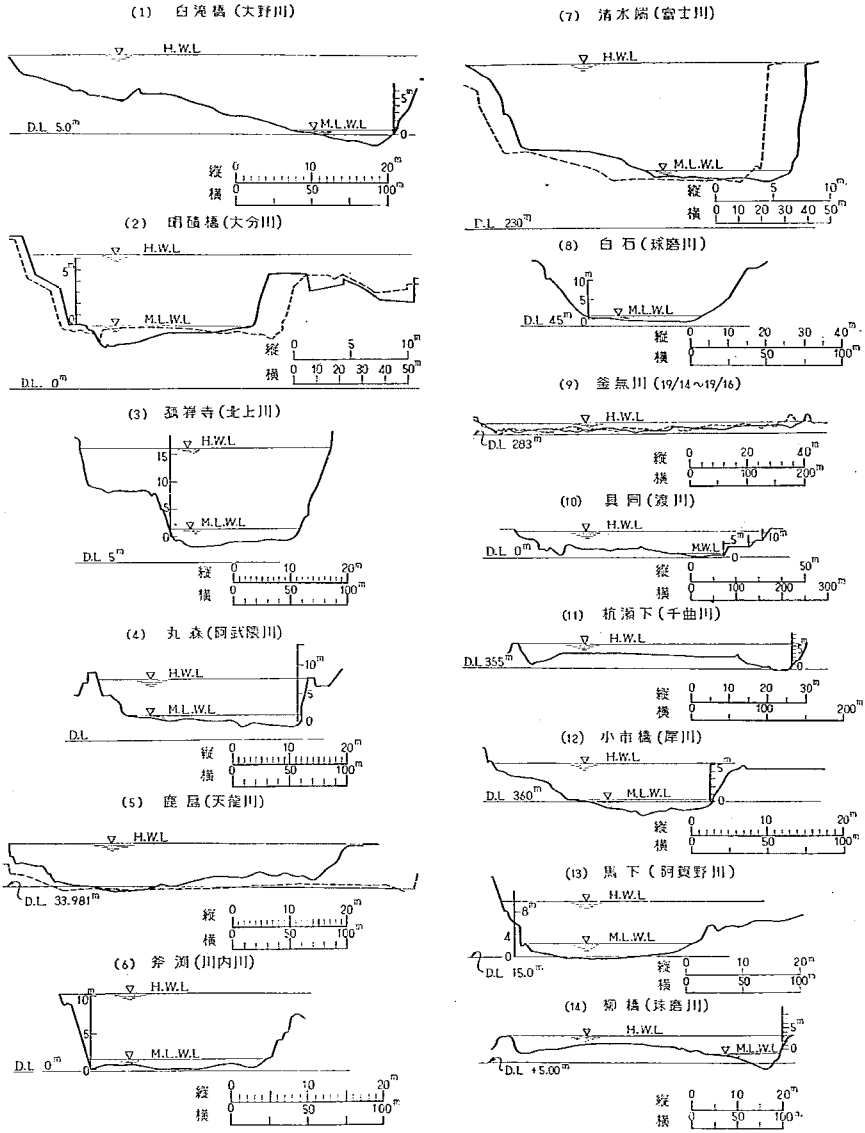



図-26 流量観測所の横断図

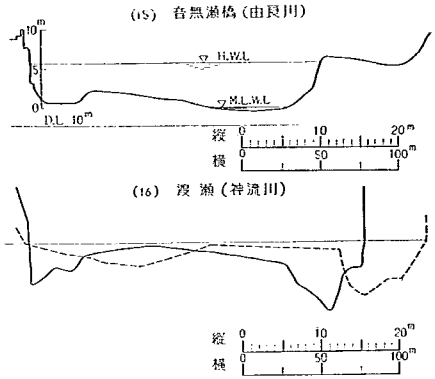



図-26　流量観測所の横断図

(2)　明碛橋流量観測所（大分川）

観測期間は昭和28～29年である。低水流量は流速計を，高水流量は表面浮子または桿浮子を用いて測定した。流速およびこう配の測定距離は100mである。河心は観測所より上下流側ともに非常に緩く湾曲するが，下流側の方ははとんど直線と考えてさしつかえない程度である。流心ははぼ中央部にあって，河床には州が散在してかなり多くの凹凸が存在する。左岸には堤防があり，右岸は無堤で河岸沿いに幅10mくらいの竹藪があって，量水標の水位が4mに達すると流水が堤内にはん濫する。河床砂礫の移動の状態はつぎのとおりである。すなわち

$\log R\fallingdotseq -0.15$，$J=1/5{,}000$；$d_c=0.18\text{cm}<d_{50}$

$\log R\fallingdotseq -0.05$，$J=1/1{,}200$；$d_c=0.93\text{cm}$，$d_{50}<d_c<d_m$

$\log R=0.3$，$J=1/1{,}000$；$d_c=2.50\text{cm}$，$d_{50}<d_c<d_m$

$\log R\fallingdotseq 0.55$，$J=1/500$；$d_c=8.88\text{cm}$，$d_m<d_c<d_{max}$

水位が量水標の零点（$\log R\fallingdotseq -0.05$）より高くなると第2断面にある中州が水中に没し，$u_m/v_*$ の値は急に小さくなる。これは州の存在によって生ずる形状抵抗のために粗度が増加するからであると考えられる。$0.37>\log R>-0.05$ ではほぼ固定床の状態とみなされるが，その範囲においても図-28の観測値からわかるように，$\log R$ が大きい場合の $u_m/v_*$ の値は5.75のこう配を有する直線（図-28に示される下側の実線）で示される値よりも小さくなっている。その原因はつぎに述べるようなものと考えられる。すなわち，〔1〕で述べたように，固定床の領域であっても粗度は掃流力の関数で，しかもこの観測所の河床砂礫の粒度分布は図-27に示したように $\beta$ が非常に大きく，一般には $d_m<d_{65}$ であるのに対してこの場合には $d_m>d_{65}$ である。したがって限界掃流力の状態の時の $k_s/d_{65}$ の値は，普通の粒度構成の砂礫の場合に較べて大きく，すなわち $u_m/v_*$ の値は小さいわけである。つぎに $\log R<-0.1$ の範囲では，流水は流路の中だけを流れるので粗度は小さい。

(3)　狭間寺流量観測所（北上川）

観測期間は昭和28年で，流速測定には森式流速計または竹浮子を用いた。流速測定距離は100mで，こう配測定距離は95mである。ここを中心として約5kmの間は河心はやや湾曲しているがほぼ直線とみなされ，低水流路の断面は台形で幅は約120mであって，高水敷は左岸側は桑畑で右岸側は杉林である，$\log R=0.4$ のとき $h_{max}=3.40\text{m}$ であって，$J=1/10{,}000$ とすると $d_c=0.42\text{cm}<d_m$ で固定床の状態である。また $\log R=0.75$ のとき $h_{max}=6.70\text{m}$ であって，$J=1/2{,}700$ とすると $d_c=3.10\text{cm}>d_m$ で，砂礫はわずかに移動していると思われる。したがって $\log R<0.4$ では固定床で，図-28の点は5.75の傾斜をもつ直線上によくのっている。また $\log R>0.7$ では移動床の状態であって，$u_m/v_*$ の値は固定床の場合よりやや小さい。

(4)　丸森流量観測所（阿武隈川）

観測期間は昭和24～28年である。流速測定は森式流速計または竹浮子を用い，流速およびこう配の測定距離は100mである。観測所より上流へ約400mおよび下流へ約600m以上の区間は河道，流路ともに直線である。観測所は上流の狭搾部から急に平地に移る場所にあって，左岸は堤防で右岸は石積護岸である。$\log R=0.05$ のとき $h_{max}=2.1\text{m}$ で，$J=1/2{,}500$ とすると $d_c=1.05\text{cm}<d_{50}$ であり，つぎに $\log R=0.38$ のとき $h_{max}=3.60\text{m}$ であって，$J=1/1{,}600$ とすると $d_c=2.81\text{cm}>d_m>d_{50}$ である。したがって $\log R<0.1$ ではすべて固定床で，$\log R\fallingdotseq -0.17$ の3点は州が水面上に現われている場合の観測値であり，また $0<\log R<0.05$ の点は流水がはぼ河幅一杯になっている状態である。$\log R>0.35$ の点はすべて砂礫が移動している場合の観測値である。

(5)　鹿島流量観測所（天竜川）

観測期間は昭和30年4月～31年2月である。低水時の流速測定はプライス電音式流速計を用いた。流速およびこう配の測定距離は100mである。山間の狭搾部から平地に出た場所で，河幅は急に広がって流路はかなり乱流している。中高水以上になると主流路が左岸よりに副流路が右岸よりに現われる。観測所の下流は長い距離にわたって河道ははぼ直線であるが，上流側はかなり小さな半径で湾曲している。河床は玉石交りの砂利で草は生えていない。砂礫の移動状態はつぎのとおりである。

すなわち，

$\log R=0.28$，$J=1/3{,}800$で，$d_c=0.63\text{cm}<d_{50}$

$\log R=0.30$，$J=1/800$　で，$d_c=3.13\text{cm}\fallingdotseq d_{50}$

$\log R=0.35$，$J=1/600$　で，$d_c=4.68\text{cm}\fallingdotseq d_{65}>d_m$

この計算結果から明らかなように，水面こう配の緩い

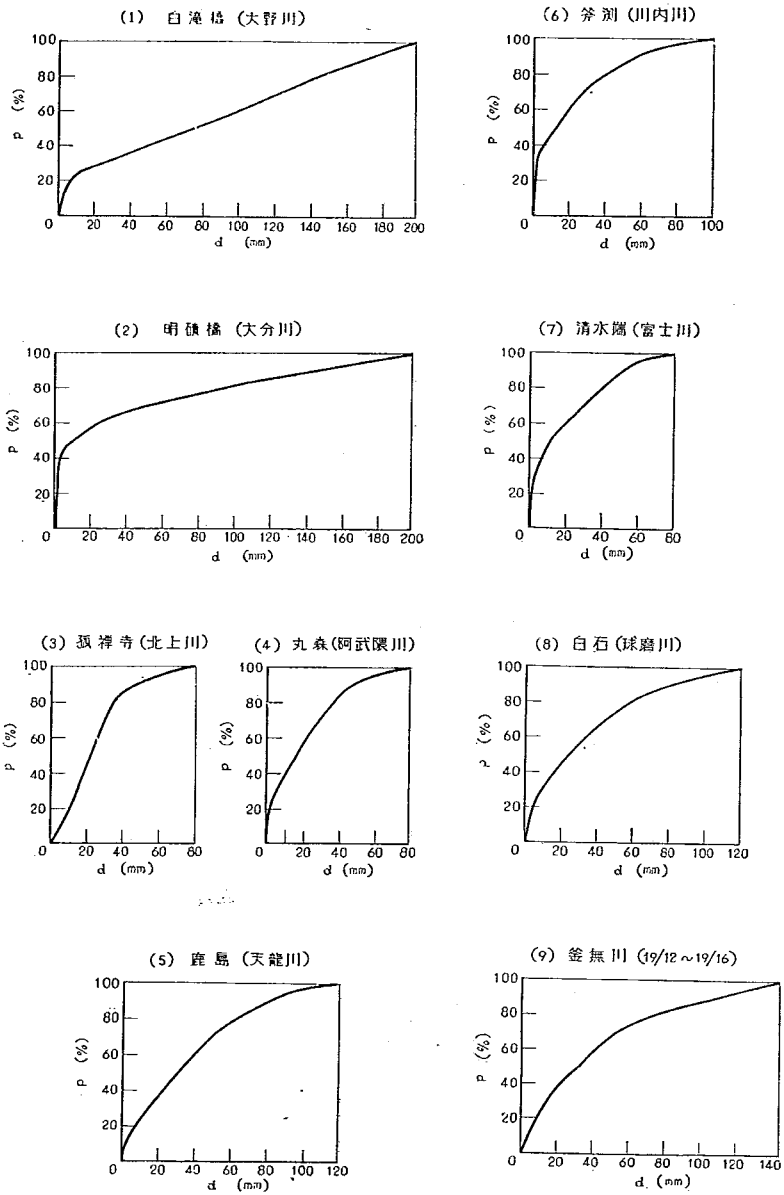



図-27 流量観測所付近の河床物質の粒度累加曲線

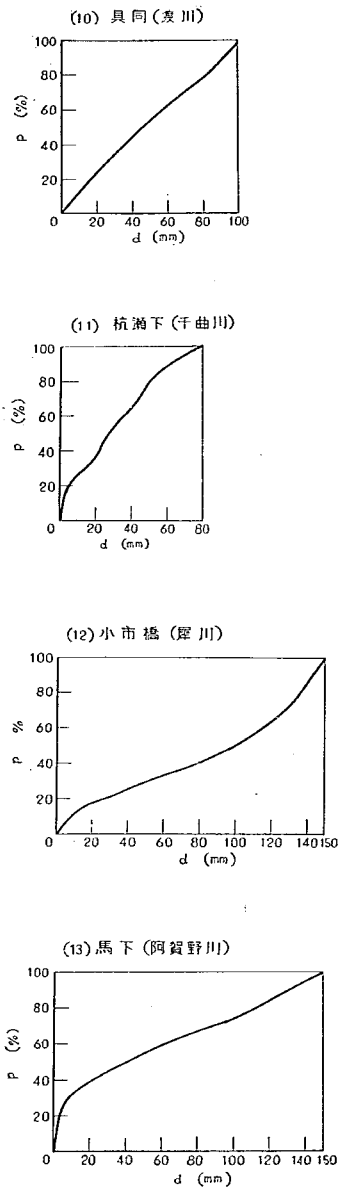



図-27　流量観測所付近の河床物質の粒度累加曲線

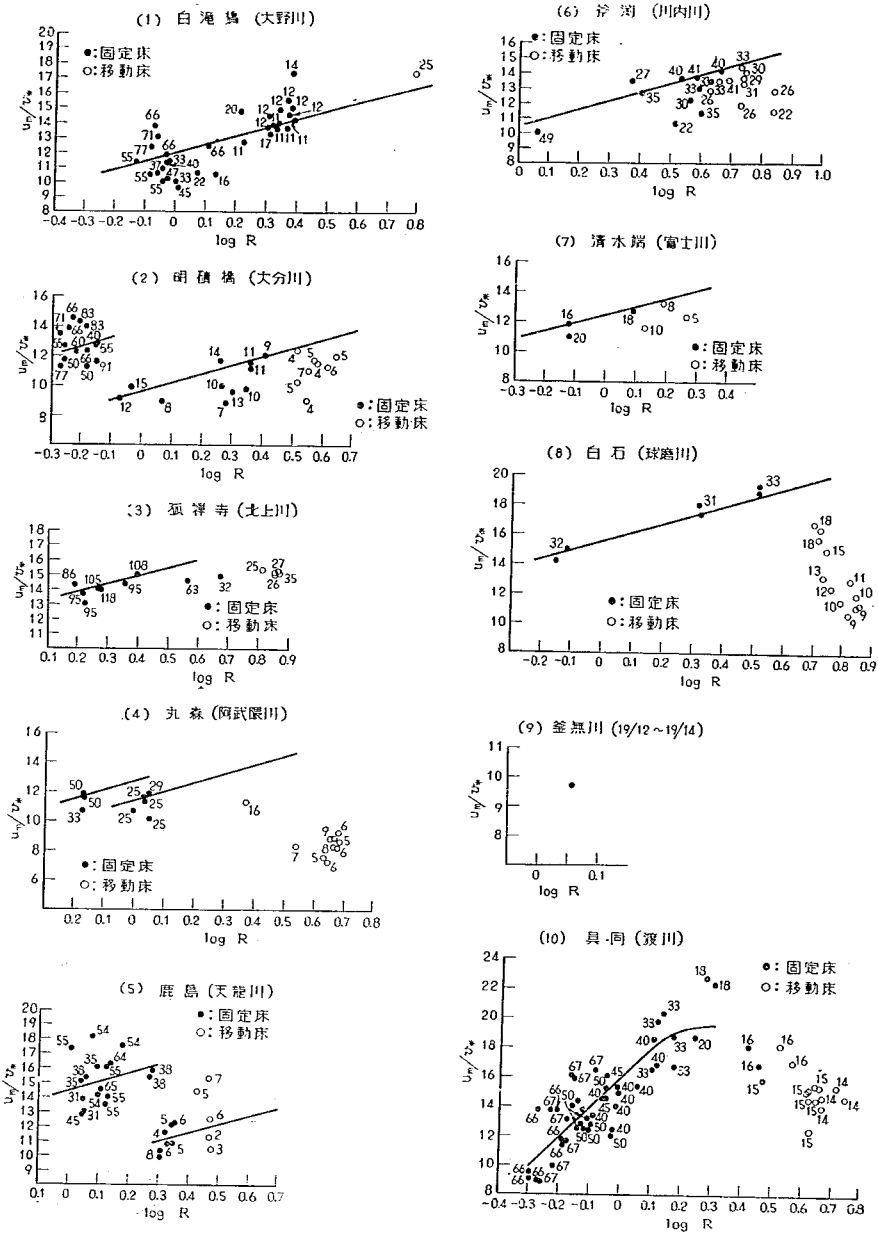
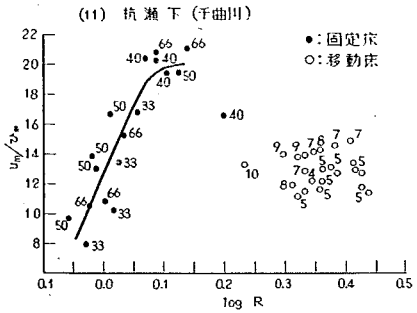
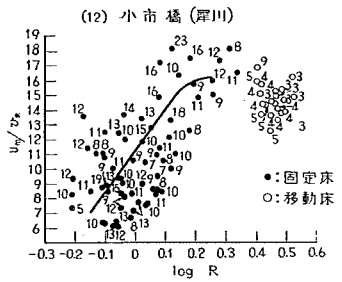
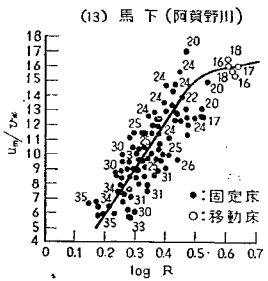



図-28 流量観測所における摩擦抵抗



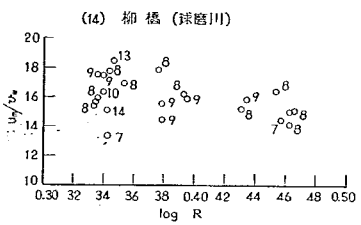
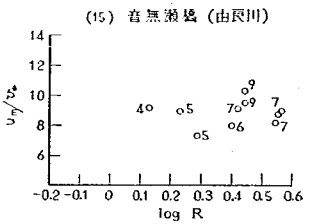




図-28　流量観測所における摩擦抵抗



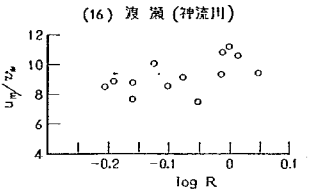




図-28　流量観測所における摩擦抵抗

1/3,100～1/6,500の点はすべて完全に固定床の領域内にあり，また $0.3<\log R<0.35$ で 1/400～1/800 の7点は固定床と移動床とのほぼ境界にある。こう配が急な場合は $u_m/v_*$ の値が急激に小さくなるが，これは水位が次第に高くなって $\log R>0.3$ では流水が高水敷上にのるので州の凹凸による形状抵抗の影響が現われたものと思われる。

(6)　斧渕流量観測所（川内川）

観測期間は昭和29年である。流速測定にはプライス流速計および棹浮子を用い，流速測定距離および水面こう配測定距離はそれぞれ 100m，200m である。河床は砂利交りの砂で，左岸側，中央部および右岸側に深さが1m程度の凹部があって，流心は低水時には右岸側に寄っている。左岸は河岸より高さ2～3mのところに竹林があり，右岸は練石張護岸である。観測所の上流部は 700m以上にわたって河道は直線で，下流は300m くらいのところから湾曲している。$\log R=0.60$ のとき $h_{max}=4.60$m で，$J=1/4{,}000$ とすると $d_c=1.44\text{cm}<d_m$ で，固定床の状態であるから，図-28 の実線が固定床における摩擦抵抗を表わすと考えてよい。$\log R>0.60$～0.65 では移動床の状態と考えられる。

(7)　清水端流量観測所（富士川）

観測期間は昭和30年である。流速測定にはプライス電音式流速計を用い，流速およびこう配の測定距離は 100mである。観測所は狭搾部にあって左岸は山で右岸は石積護岸で，河道は上下流がやや湾曲して流路は右岸に偏している。左岸側に砂利交りの砂の州があって草はほとんどない。$\log R=0.19$ のとき $h_{max}=2.20$m で，$J=$

1/833 では $d_c=3.30\text{cm}>d_m$，つぎに $\log R=0.13$ のとき $h_{max}=1.73\text{m}$ で，$J=1/1{,}052$ では $d_c=2.05\text{cm}\fallingdotseq d_m>d_{50}$，また $\log R=0.094$ のとき $h_{max}=1.35\text{cm}$ で，$J=1/1{,}818$ では $d_c=0.93\text{cm}\fallingdotseq d_{50}$ である。したがって $\log R<0.1$ の3点は固定床で，他の3点は移動床の状態であって，前者は5.75の傾斜をもつ直線上にほぼのっていると考えてさしつかえない。

(8) 白石流量観測所（球磨川）

観測期間は昭和29～30年で，流速測定にはプライス電音式流速計および桿浮子を用いた。流速と水面こう配の測定距離は100mである。上流側の見透線を中心として上流へ約100m，下流へ約150mの区間は直線で，周辺の状態は低水流路床から水位2.5mの高さの付近までは玉石交りの砂利で，2.5mより4.5mの間は雑草が繁茂し，4.5m以上のところは雑草または立木である。$\log R=0.52$ のとき $h_{max}=3.70\text{m}$ であって，$J=1/3{,}330$ では $d_c=1.39\text{cm}<d_m$，また $\log R=0.705$ のとき $h_{max}=5.80\text{m}$ であって，$J=1/1{,}820$ では $d_c=3.99\text{cm}\fallingdotseq d_{65}>d_m$ であるから，$\log R\leqq 0.52$ では固定床であり，$\log R\leqq 0.705$ では移動床の状態である。図-28で固定床の6点は，5.75の傾斜をもつ直線上によくのっている。

(9) 斧無川（19/12～19/16）

上下流へかなり長い区間にわたって河道はほぼ直線であるが，河幅は広く（300～500m），砂礫が河道に堆積して流路は著しく乱流しているので，河床の粗度係数は相当に大きいことが予想される。このような河状であるために高水時の観測が困難で，したがってここには流量観測所がなく，下流の流量観測所の実測流量に基づいて計算によってこの場所の流量を求めた。昭和31年9月27日の15号台風による小高水に対して，釜無川と笛吹川の合流点より下流の清水端および笛吹川の桃林橋における流量が観測されているから，それらから釜無川（19/12～19/16）地点の最大流量を計算し，水位と水面こう配は両岸の堤防に残された最高水位の痕跡から測定した。一般に流量観測所は，観測に便利のために河幅が狭く流路が整正な場所に設けられるのであって，このような観測所では資料の数は多いが，釜無川のような河床状態を有する河川では資料が乏しいので，粗度係数を調べるのに困難な場合が多い。上記のようにして求めた釜無川（19/12～19/16）の流量の精度はあまり良くないと思われるが，乱流河川の貴重な資料であるので，あえて採用したのである。

(10) 具同流量観測所（渡川）

流量の観測期間は昭和27～30年である。低水流量はプライス電音式流速計で測定し，高水流量は桿浮子で測定した。高水流速および水面こう配の測定距離は100mである。観測所上，下流へ各500mの区間はほぼ直線で，低水時には左岸は平らな河原で，右岸は水面が高水敷の石張に接している。高水になって水位が基準量水標ではぼ4mを超えると，水面は左岸堤から100mの地点に約60mの幅で茂っている竹，雑草に接するようになる。流路は著しく右岸側にかたよって，この状態が上流へは約700m，下流へは1km以上続いている。図-28-(10)で点はかなりちらばってはいるが，径深が大きくなるにしたがって $u_m/v_*$ の値は大きくなり，$\log R\fallingdotseq 0.3$ すなわち量水標水位がほぼ4m以上になると再び小さくなる傾向が見られる。これは高水敷上の竹，草および低水流路の砂礫移動の影響と思われる。$\log R\fallingdotseq -0.4\sim 0.3$ では直線のこう配は5.75よりはるかに大きいが，これについては後に詳しく述べる。つぎに砂礫の移動限界を調べるために(3)式を用いて掃流限界粒径を求めた。$\log R\fallingdotseq 0.3$，すなわち水位が基準量水標の4mに達したときの最深部の水深 $h_{max}=4.40\text{m}$ であって，$J=1/1{,}800$ とすると $d_c=2.78\text{cm}<d_m$ であるから，$\log R<0.3$ では観測値はすべて固定床の状態と考えてよい。また $\log R\fallingdotseq 0.7$ では $h_{max}=9.1\text{m}$ で，$J=1/1{,}400$ とすると $d_c=8.13\text{cm}>d_m$ であるから，河床の一部では砂礫が移動している。

(11) 杭瀬下流量観測所（千曲川）

観測期間は昭和30～31年で，流速測定には低水時はプライス電音式流速計を，高水時は表面浮子または桿浮子を用いた。流速およびこう配の測定距離は200mである。河道は上流へ約400mまで，また下流へはさらに長い距離にわたって直線であるが，低水流路は上流へ約800mのところでは左岸に沿い，400mくらいのところから右岸に移行し，観測所下流へ約2kmのところまでこの状態が続いている。河道断面は複断面形（低水流路幅100m，高水敷幅280m）で高水敷はほとんど畑に耕作され，3～5cmくらいの粒径の砂利が散在している。$\log R=0.3$，すなわち量水標の水位 $H\fallingdotseq 2\text{m}$ になると流水が高水敷上にのる。$\log R=0.15(H\fallingdotseq 0.50)$ のとき $h_{max}=1.90\text{m}$ で，$J=1/4{,}000$ とすると $d_c=0.59\text{cm}<d_m$ であるから，したがって $\log R<0.2$ では固定床の状態である。図-28の点は5.75よりもはるかに大きな傾斜をもつ直線上にあるが，これについては後に検討する。また $\log R=0.35(H\fallingdotseq 2.20\text{m})$ で，$d_c=d_m$ とおいて $h_c$ を求めると1.27mとなり，低水流路のほとんど全幅にわたり移動床であって，$\log R>0.3$ で $u_m/v_*$ の値が急激に小さくなるのは，砂礫移動の影響および流水が大きな粗度を有する高水敷上にのることによるものと思われる。

(12) 小市橋流量観測所（犀川）

観測期間は昭和28年～29年である。低水流量はプライス電音式流速計を，高水流量は桿浮子を用いて測定した。流速測定距離は100mまたは200mで，水面こう配の測定距離は207mである。河道は観測所より上下流側ともにかなり長い距離にわたり直線状であって，低水路は河道のほぼ中央にあるが，ここから200mくらい下流

で，流路が2本にわかれている。低水路床は砂利，玉石で構成されるが，直径が50cm以上もある転石も散在している。左岸側の高水敷は畑で，右岸側のそれは桑畑になっている。$\log R=0.28$，すなわち量水標の水位 $H\fallingdotseq1.35$m のとき $h_{max}\fallingdotseq3.0$m で，$J=1/1{,}300$ とすると $d_c=2.88\text{cm}<d_m$ である。つぎに $\log R=0.4(H\fallingdotseq2.2\text{m})$ のとき $h_{max}=4.0$m で，$J=1/600$ とすると $d_c=8.17\text{cm}\fallingdotseq d_m$ である。図-28-(13)において，$\log R$ が0.4をこえると $u_m/v_*$ の値が急に小さくなっていることは，砂礫移動の影響および流水が大きな粗度を有する左岸側高水敷上にのることによるものと思われる。

(13)　馬下流量観測所（阿賀野川）

観測期間は昭和26～30年である。流速およびこう配の測定距離は200mで，流速測定にはプライス電音式流速計と表面浮子または竹浮子を用いた。河心および低水流路は上下流へそれぞれ約600mの区間が直線で河床は整正である。低水流路の最深部はほぼ中央にあり，右岸寄りは浅瀬で左岸側には深部が多い。両岸ともに無堤で，左岸は水際より約5分のこう配で，平水位上約7mの高さまでがけになっている。右岸は低水流路床より約2m高くなっていて幅500mの草原，田畑，桑園を距てて山に接続している。$\log R=0.63$ のとき $h_{max}=5.00$m で，$J=1/1{,}600$ とすると $d_c=3.91\text{cm}<d_m$ となって，河床の状態は固定床である。したがって $\log R<0.6$ の範囲では固定床と考えてよく，図-28の中の点は29.3の傾斜をもつ直線上にのっているが，$\log R$ が0.6を越えると $u_m/v_*$ の値はこの直線よりやや小さくなっている。これは砂礫移動の影響によるものと思われる。

(14)　柳橋流量観測所（球磨川）

観測は昭和29年6～8月の高水に対して行なわれた。流速測定は棹浮子を用い測定距離は100mで，水面こう配の測定距離は258mである。流心は右岸に沿い河幅の約半分が州（島地）である。河床は砂利交りの砂であって，右岸は護岸で左岸の州には雑草がある。ここから上流側はかなり長い距離にわたって流心は直線であるが，低水流路は約800m上流では左岸に沿っている。量水標の水位 $H$ が1mを越えると州の上に流水がのる。(3)式から $d_c=d_m=2.25$cm として限界水深 $h_c$ を求めると（$J=1/800$ とする）1.44mとなって，$\log R\fallingdotseq0.33$ の点でも流路のほとんど全幅にわたって河床は移動している。したがって観測資料はすべて移動床の状態におけるもので，$R$ が大きくなるにしたがって $u_m/v_*$ の値は小さくなるが，これは砂礫が移動するためか，もしくは低水流路床よりも大きな粗度をもった高水敷の潤辺長が，水位の上昇にともなって増加するためか，いずれかの原因によるものと思われる。

(15)　音無瀬橋流量観測所（由良川）

観測期間は昭和29年で，流速およびこう配の測定距離は100mである。河道は上下流へそれぞれ500mの区間はほぼ直線で，主流路は右岸よりに，副流路は左岸よりにある。主流路は第2断面の約150m下流のところから左岸よりに移行して副流路と合流している。$\log R=0.13$ のとき $h_{max}=1.4$m で，$J=1/400$ とすると $d_c=4.38\text{cm}>d_m$，$\log R=0.44$ のとき $h_{max}=3.50$m で，$J=1/900$ とすると $d_c=4.87\text{cm}>d_m$ であるから，図-28の点はすべて移動床の状態におけるものである。

(16)　渡瀬流量観測所（神流川）

資料は昭和29年9月18日と昭和30年10月11日の出水時に流量観測を行なって得たものである。流速測定には建設省土木研究所の竹内俊雄氏が考案した流速計を用い，両岸にわたした索道に籠を吊り下げ，これに測定者が乗って精密に測定を行なったので，観測値の精度はきわめて良好であると思われる。水位の測定箇所は図-25にみられるように，50mおよび100m離れたNo.1，No.2，No.4の3個所で，平均流速を求めた断面はNo.1，No.2，No.3である。水面こう配は，No.1～No.2およびNo.2～No.4のそれぞれのこう配の平均値を用いた。河道は上下流へかなり長い区間にわたって直線で，河床は砂利，側岸は主として岩盤である。観測値はすべて移動床の状態におけるものである。

すでに〔1〕で述べたように，流況が河床材料の平均粒径 $d_m$ に対しては固定床の領域であっても，$k_s$ の値は一定でなく $v_*/v_{*c}$ の大きさに比例するのであるから，図-28の中の実線のこう配は5.75より小さくなければならないはずであるが，上記の諸観測所における流量観測値の精度は〔1〕で述べた実験の精度に較べてかなり劣るので，($u_m/v_*\sim\log R$)の実線の傾斜について厳密に論ずるわけにはいかない。

つぎに上記の各観測所における固定床の場合の流量値から，Manning式によって算定した粗度係数 $n$ の値を縦軸に，径深 $R$ を横軸にとってプロットすると図-29および図-30に示すとおりである。図中の実線は，図-28の実線に対する $k_s$ の値を(10)式に代入して得られた $n_s$ の値を結んだものである。$n_s$ の値はかなり散らばってはいるが，図-29の白滝橋，明積橋，狐禅寺，鹿島，斧渕，清水端，白石においては，$n_s$ の値は固定床の領域でかつ $R>2$m の範囲では $R$ の大きさにかかわらず，ほぼ一定値とみなしてさしつかえない。また図-30に示されるように，具同，杭瀬下，小市橋，馬下の各観測所では，$n_s$ の値が $R$ の大きさによって著しく変化しているのであるが，これについては後に詳しく検討する。図-29，30の実線を一つの図に纏めたものが図-31であって，固定床の状態では，具同，杭瀬下，小市橋，馬下を除けば，$n_s$ の値は0.020～0.0335の範囲にあることがわかる。

2）　観測値の精度

図-28で認められるように観測値が相当に散っている

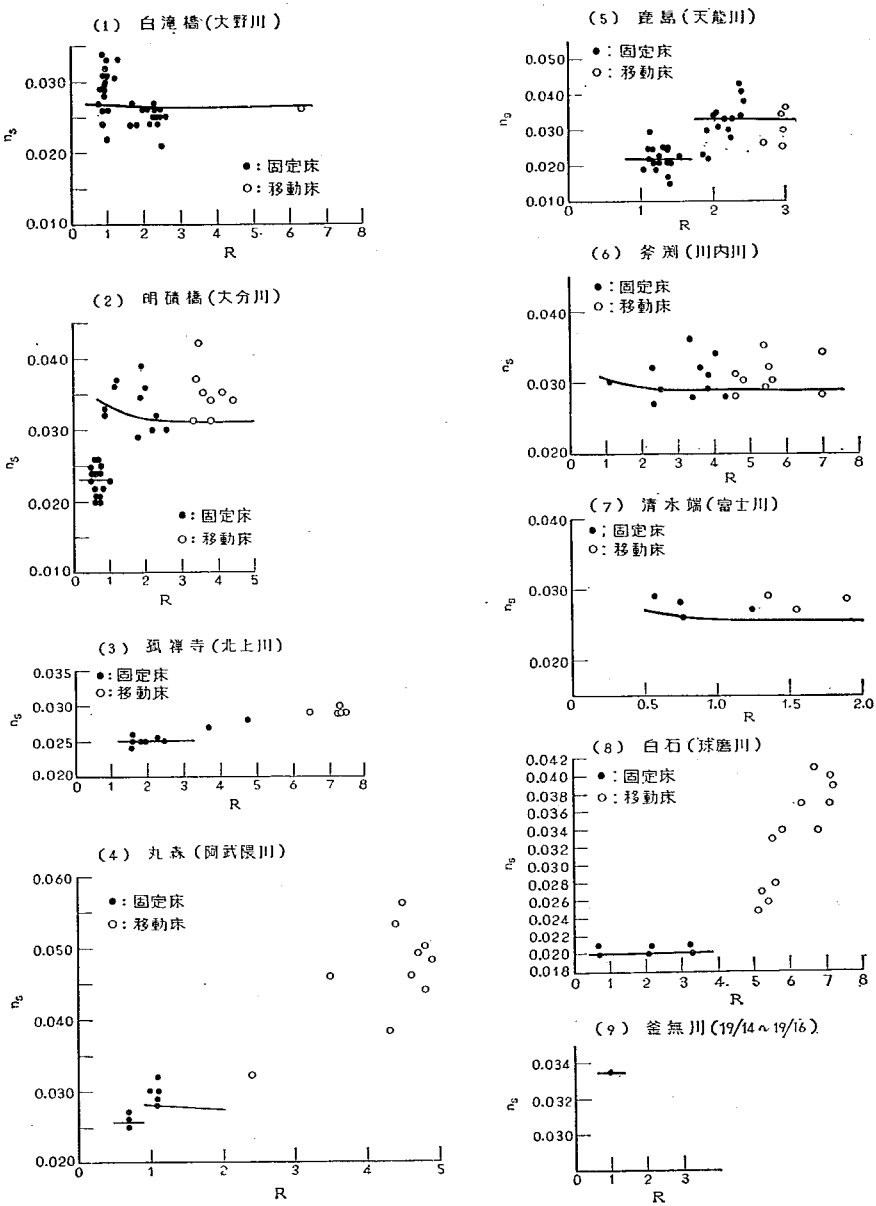

(1) 白滝橋(大野川)
(2) 明磧橋(大分川)
(3) 弧峰寺(北上川)
(4) 丸森(阿武隈川)
(5) 鹿島(天龍川)
(6) 斧渕(川内川)
(7) 清水端(富士川)
(8) 白石(球磨川)
(9) 釜無川(19/14～19/16)
●：固定床
○：移動床
R

図-29

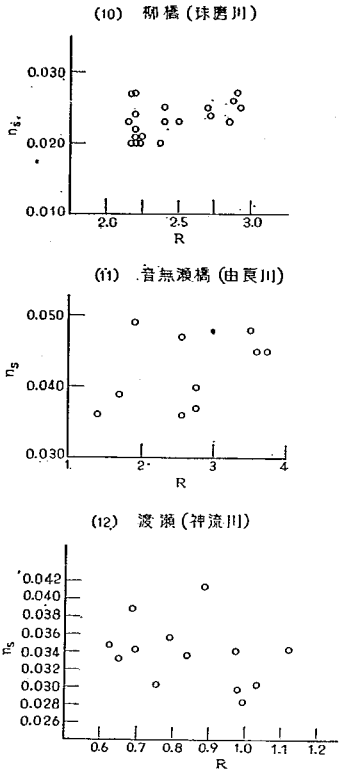



図-29

ので，それらの精度についてつぎのような検討を行なった。横断面形を矩形として(1)式の径深 $R$ の代りに水深 $h$ を用い，$u_m$ を側壁の影響のない水路の中央部付近の平均流速とすると，摩擦抵抗は次式で表わされる。

$$\frac{u_m}{v_*}=A_r+2.5\log_e\frac{h}{d_{65}} \quad \cdots\cdots(15)$$

単位幅当りの流量を $Q$ とすると，$u_m=Q/h$ であるから上式はつぎのようになる。

$$\frac{Q/h}{\sqrt{ghJ}}=A_r+2.5\log_e\frac{h}{d_{65}} \quad \cdots\cdots(15)'$$

$J$=一定として両辺をhで微分すると，

$$-\frac{3}{2}\frac{dh}{h}\left(\frac{Q/h}{\sqrt{ghJ}}+\frac{2.5}{1.5}\right)=dA_r$$

$$\therefore\quad -\frac{3}{2}\left(1+\frac{2.5}{A_r}\log_e\frac{h}{d_{65}}+\frac{1.67}{A_r}\right)\frac{dh}{h}=\frac{dA_r}{A_r}$$

たとえば，$d_{65}$=3.0cm，$h$=300cm とすると，上式は

$$-1.5\left(1+\frac{13.2}{A_r}\right)\frac{dh}{h}=\frac{dA_r}{A_r}$$

となる。急流河川で，ことに高水時においては水面が大きく動揺したり，量水標によって流水がせき上げられるなど，水面がかなり大きく変動する。かりに水位観測に±10cm の誤差があったとすると，$dh/h=\pm 1/30$ であ

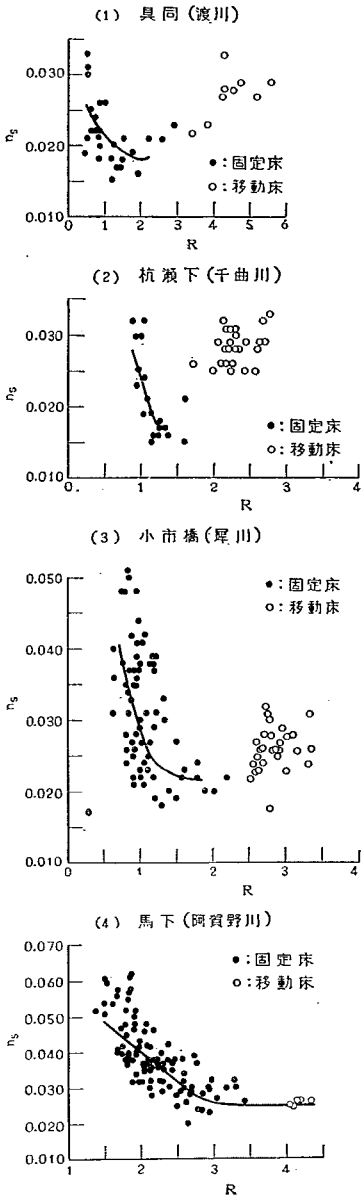



図-30

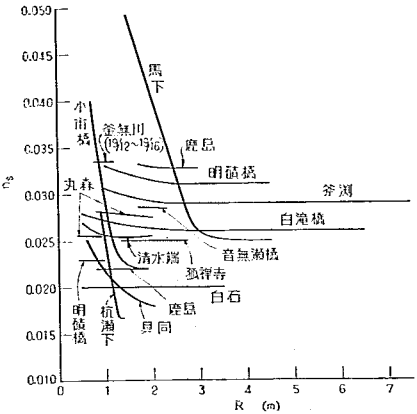



図-31　流量観測所における Manning の粗度係数（固定床）

るから，$A_r=6.0$ とすると $dA_r=\pm 0.96$ となる。したがって $h+dh=310$cm の時に $A_r=5.04$ で，$u_m/v_*=5.04+2.5\log e(310/3)=16.62$ となる。また $h-dh=290$cm の時に $A_r=6.96$ で，$u_m/v_*=6.96+2.5\log e(290/3)=18.36$となって，$u_m/v_*$ の値のそれぞれの差は1.74である。図-28 の中の点はこのように広い範囲に散らばりうるわけである。

つぎに $h$ の値を一定として(9′式を $J$ で微分すると，

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{dJ}{J}\left(1+\frac{2.5}{A_r}\log e\frac{h}{k}\right)=\frac{dA_r}{A_r}$$

前と同様に $h/k=100$ とすると，

$$\frac{dA_r}{A_r}=-1.46\cdot\frac{dJ}{J}$$

$J=1/1,000$，$dJ=1/1,000-1/1,500=1/3,000$ とすると，$dA_r=-2.92$

となる。図-28 からわかるように，同じ値の水位に対して，観測時期が同じで，したがって河状が変化していない場合でも，かなり異なった値の水面こう配が測定されているが，これは観測の誤差によるものと考えられる。図-28 の中の点の位置が水面こう配の測定誤差によって著しく上下に変動することが上記の計算結果から推察される。人工水路における実験値でさえもかなり散らばるのが普通であるから，実際の河川でしかも急流部ではやむを得ないであろう。

3）　粗度係数についての一般的考察

〔1〕で述べたように，砂礫が平らに敷かれた床面の相当粗度は，砂礫の粒径とその混合状態および摩擦速度の関数として表わされることが明らかになった。この場合の相当粗度を $k_g$，砂礫の粒度累加曲線の65%のところの粒径を $d_{65}$，粗粒率を $\beta$，摩擦速度と掃流限界摩擦速度との比を $v_*/v_{*c}$ で表わすと，$k_g/d_{65}=f(\beta,v_*/v_{*c})$ が成立し，したがって $d_{65}$，$\beta$ および $v_*/v_{*c}$ の値を与えれば $k_g$ が求められる。前述のように，$\beta$ は砂礫の採集場所および採集方法によってかなり異なった値をとることがあるが，それらが妥当であれば，図-9 に示したように，河床に存在する自然状態の砂礫の $d_{65}$ と $\beta$ との間にはほぼ一定の関係が成り立つ場合が多い。したがって砂礫の粒度累加曲線から直接求めた $\beta$ と，図-9 の $d_{65}\sim\beta$ 曲線に $d_{65}$ の値を適用して求めた $\beta'$ との両方から相当粗度 $k_g$ および $k_g'$ を算定して，両者を比較検討した。また図-28で，固定床の状態に対応する点について相当粗度 $k_s$ を算定し，この $k_s$ の値から $k_g$ または $k_g'$ を分離した残りの相当粗度が河床の凹凸によって生ずる形状抵抗であると考えた。相当粗度の代りに Manning の粗度係数を用い，$k_s\rightarrow n_s$，$k_g\rightarrow n_g$，$k_g'\rightarrow n_g'$ として，前述の H. A. Einstein の方法によって $n_s$ から $n_f$ または $n_g'$ を分離して形状抵抗による粗度係数 $n_f$ または $n_f'$ を算出した。$k_g$ または $k_g'$ を求めるには，〔1〕の図-6または図-7の曲線群を用いてこれに $d_{65}$，$\beta$ および $v_*/v_{*c}$ の値を適用すればよいのであるが，$1.0>v_*/v_{*c}>0.7$ の範囲にある曲線部分は信頼度が少ないので，図-28 の諸点の中でこのような範囲内にある観測値はなるべく用いないようにした。また水が低水流路の中だけを固定床の状態で流れた場合の観測値があるもの（鹿島，明積橋，丸森）の中で丸森観測所については，$n_g$（または $n_g'$）の代りに，低水流路内で直接に観測された砂礫抵抗の値 $n_g''$ を用いて形状抵抗 $n_f''$ を算出した。ただし鹿島および明積橋観測所については低水流路内での観測値が非常にばらついていて精度が悪いので，$n_g$（または $n_g'$）を用いることにした。また明積橋観測所における砂礫は砂の含有量が多く，したがって $\beta$ の値が 1.98 のようにきわめて大きく特殊な粒度組成のものであって，この観測所の砂礫に対しては図-9に示すような（$d_{65}\sim\beta$）の関係は成り立たないので，$n_g'$ の値は求めなかった。具同（渡川），杭瀬下（千曲川），小市橋（犀川），馬下（阿賀野川）の観測所では高水敷が草地または耕作地になっていてこれらが粗度に影響を与えるので，低水流路内を流れる場合の粗度についてのみ考察することにした。図-28で上記の4観測所における $u_m/v_*\sim\log R$ の直線のこう配が5.75よりもはるかに大きく，すなわち $k_s$ は $R$ によって変化し，$R$ が大きくなるにつれて $k_s$ の値は小さくなっているが，その原因については後に詳しく検討する。それら4観測所における $k_s$ の求め方は，図-28の実線上で $k_s$ の値が最も小さいもの（いずれも低水流路内を満水して流れる場合に生じている）を用いた。つぎに柳橋（球磨川）の観測値はすべて移動床であるが，図-28で $\log R=0.35$ のとき $u_m/v_*=16.0$ として $k_s$ を計算すると 4.07cm となるから，固定床の場合の $k_s$ は4.07cm

よりも小さいはずである。つぎに釜無川の観測値は前述のように昭和31年9月27日の15号台風による小高水時のものである。本川および支川の配置は図-32のとおりである。流量観測を実施した場所は清水端と桃林橋だけ

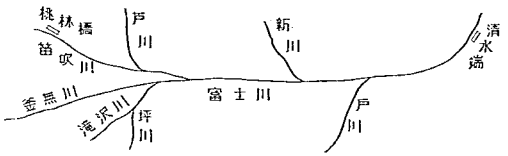



図-32　富士川の流域

で，他の支川の流量は降雨量から流出計算を行なって求めた。支川の中で最も大きなものは芦川(流域面積81.3km², 流路延長26.0km)であり，ついで戸川 (28.7km², 11.5km)，坪川(24.2km², 8.5km)，滝沢川(17.1km², 6.5km)，新川 (7.75km², 5.5km) の順序である。芦川，戸川については中安博士の方法[21]によってユニットグラフを作り，降雨量はそれぞれ芦川村および鰍沢町の観測所の時間雨量（ここは普通雨量計であるから甲府の実測時間雨量から推定した）を用いて流出量曲線を算定した。それによれば最大流量はそれぞれ 199 m³/sec, 66m³/sec であって，清水端で最大流量が流れた27日16時10分には芦川，戸川の最下流地点の流量はそれぞれ 120m³/sec, 20m³/sec である。また坪川，滝沢川，新川その他の小支川の流量を合計して，約40m³/sec と推定した。実測によれば清水端の最大流量は 1,990m³/sec で，このときの桃林橋の流量は 410m³/sec であるから，したがって釜無川 (19/12～19/16) 地点における最大流量は，1,990−(410+120+20+40)=1,400m³/sec と推定される。また水位および水面こう配は高水後に堤防のり面の痕跡を測量して求めたが，それから流積，径深，平均流速を算出するとつぎのようになる。すなわち $R$=1.13m, $A$=583m², $J$=0.00547, $u_m$=2.40m/sec で，これらの値から粗度を計算すると，$k_s$=24.6cm, $n_s$=0.0335($R$=1m として) となる。また砂礫移動の限界粒径を(3)式から計算すると，$d_c$=7.72cm となり $d_m < d_c < d_{max}$ であるから砂礫はわずかに移動しているが，近似的に固定床の状態と考えて $k_s$, $n_s$ を算出した。

以上のようにして求めた各観測所における各種の粗度の値を取り纏めて示すと表-11のようである。

つぎに表-11に示される形状抵抗による粗度 ($n_f$, $n_f'$) と河床状態との関係を検討する。一般に河底には種々様々の形をした凹凸があって，ことに急流部で河道が直線状でかつ砂礫を多量に流送するところでは，凹凸の程度が著しい。緩流部では堤防のほかに人工的に固定された高水敷がある場合が多いが，急流部では河底はその場所の水理量に対応した自然のままの形状をかたちづくっている。急流部では流路が規則正しく蛇行する場合と，主流路から多数の派流路が分岐して乱流している場合との二つの形態に分類され，前者では図-33-(a)のように大きな流路のくぼみは存在するが，一体に河底には突出部が少ない。これに反して後者では(b)図に見られるように，特に大きなくぼみはないが，多くの分派流路によって州が形成されるために多数の突出部が存在し，これらが流体抵抗に大きな影響を与えるものと思われる。このような河床の粗度係数の大きさは州，の

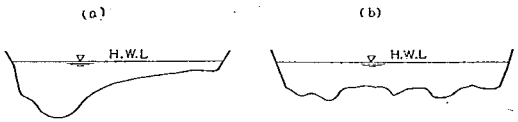



図-33　河川の横断形状

高さと間隔との比が大きいほど，また州の高さが高いほど大きいと推定されるから，州の大きさや配置が測定されれば粗度係数の値が求められることになる。しかしながら実際河川では州の高さ，面積，形状および州の間隔，配置は不均一，不規則なのが普通であるから，これらの要素を直接に用いて粗度係数の値を定めることは不可能である。そこで著者はつぎのような方法で粗度係数を推定し，良好な結果をうることができた。上述のように流路が規則的に蛇行する状態では，河道の横断図形を見るとその重心の位置は流路のある側に偏倚しており，乱流する場合には流心に近いところにある。そこで図-34-(a)

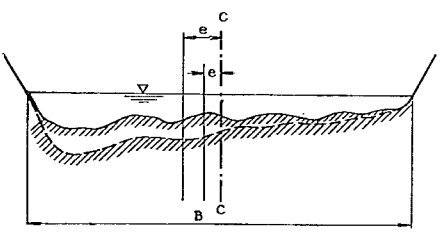



図-34 (a)　河川の横断形状

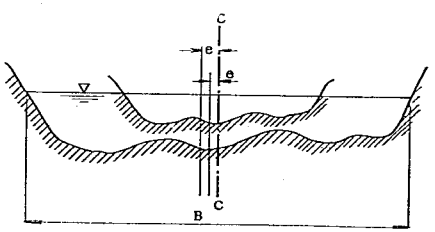



図-34 (b)　河川の横断形状

表-11

| 観測所名 | $k_s$ (cm) | $k_0$ (cm) | $k_0'$ (cm) | $k_0''$ (cm) | $n_s$ | $n_0$ | $n_0'$ | $n_0''$ | $n_f$ | $n_f'$ | $n_f''$ | $B$ (m) | $c/B$ | M.L.W.L.に対する最大水深 (m) | M.L.W.L.に対する水面幅と河幅との比 | 備考 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 白滝橋(大野川) | 9.42 | 16.20 | 14.4 | — | 0.0260 | 0.0292 | 0.0285 | — | — | — | — | 127 | 0.0840 | 2.0 | 80/127 | |
| 明磧橋(大分川) | 24.42 | 6.50 | — | 4.33 | 0.0327 | 0.0247 | — | 0.0230 | 0.0159 | — | — | 88 | 0.0623 | 1.0 | 88/88 | |
| 弧禅寺(北上川) | 6.92 | 3.12 | 3.45 | — | 0.0240 | 0.0213 | 0.0222 | — | 0.0071 | 0.0057 | — | 117 | 0.0602 | 2.8 | 117/117 | |
| 丸森(阿武隈川) | 13.99 | 3.55 | 3.55 | 7.73 | 0.0293 | 0.0220 | 0.0220 | 0.0258 | — | — | 0.0089 | 150 | 0.125 | 2.2 | 150/150 | |
| 鹿島(天竜川) | 27.6 | 9.03 | 9.55 | 3.47 | 0.0327 | 0.0252 | 0.0255 | 0.0222 | 0.0154 | 0.0150 | — | 304 | 0.055 | — | — | |
| 斧淵(川内川) | 16.43 | 4.21 | 4.21 | — | 0.0294 | 0.0225 | 0.0225 | — | 0.0138 | 0.0138 | — | 112 | 0.0267 | 1.5 | 112/112 | |
| 清水端(富士川) | 8.54 | 4.59 | 4.20 | — | 0.0266 | 0.0234 | 0.0226 | — | 0.0081 | 0.0095 | — | 117 | 0.135 | 1.1 | 70/117 | |
| 白石(球磨川) | 2.05 | 5.17 | 5.17 | — | 0.0202 | 0.0235 | 0.0235 | — | — | — | — | 75 | 0.0705 | 1.5 | 75/75 | |
| 釜無川 19/12～19/16 | 24.6 | 9.50 | 9.75 | — | 0.0335 | 0.0268 | 0.0270 | — | 0.0145 | 0.0142 | — | 500 | 0.0117 | — | — | |
| 呉同(渡川) | 0.89 | 7.62 | 8.38 | — | 0.0185 | 0.0255 | 0.0260 | — | — | — | — | 192 | 0.0998 | 2.1 | 130/190 | |
| 杭瀬川(千曲川) | 0.49 | 4.40 | 4.68 | — | 0.0162 | 0.0232 | 0.0233 | — | — | — | — | 85 | 0.0304 | 1.8 | 60/85 | |
| 小市橋(犀川) | 2.83 | 13.45 | 13.70 | — | 0.0215 | 0.0283 | 0.0284 | — | — | — | — | 135 | 0.0742 | 1.9 | 95/135 | |
| 馬下(阿賀野川) | 7.23 | 12.50 | 12.20 | — | 0.0255 | 0.0275 | 0.0274 | — | — | — | — | 170 | 0.0455 | 2.9 | 155/170 | |
| 柳橋(球磨川) | <4.07 | 5.72 | 6.30 | — | <0.0230 | 0.0240 | 0.0246 | — | — | — | — | 92 | 0.132 | 3.8 | 80/92 | |

のように，一定の河幅を有するいくつかの河道断面を比較した場合には，重心と流心の距離が小さい河道ほど流路が乱流しており，これらの多数の流路によって分割されてできた州の高さと間隔との比の値が大きいと考えられるので，このような河床状態のところでは粗度係数は大きいことになる。つぎに図-34-(b)のように河幅の異なったいくつかの相似形の断面を較べると，州の高さと間隔との比は等しいにもかかわらず，河幅の小さい断面の方が流心と重心の距離が小さいから，したがって粗度係数が大きいという結果になる。この不合理を除くために，重心と流心との距離を河幅で除した値を用いることにした。また前に述べたように粗度係数は州の高さと間隔との比の大きさだけでなく，州の高さ自体にも関係するが，河川の規模すなわち河幅，流量などの大きい河道ほど州の高さは高いのが通常で，しかも河幅は流量に比例すると考えてよいから，州の高さの代りに河幅を用いることにした。以上のような考察から，河床の粗度係数は，河道横断面の図形の重心と流心の距離（$e$）を河幅（$B$）で除した値と河幅（$B$）との関数として表わすことができると推測した。また〔2〕の実験結果から明らかなように，形状抵抗の大きさは流路の深さ，幅および蛇行の波長によってきまるのであるから，重心の位置に関係のある深さと幅のほかに流路の蛇行波長も考慮せねばならないが，〔2〕に述べた著者の実験結果によれば，波長と水路幅との比がかなり小さい場合でも形状抵抗値自体が小さいから，実際には波長の大小はほとんど影響を与えないと考えられる。以上の考察によって，粗度係数は $e/B$ および $B$ の関数であることが推定されたが，河道が著しく湾曲しているところでは強い螺旋流がおこって特殊な摩擦抵抗を生じるので，上記の関係は河道が直線であるかまたは直線にほぼ近いところでのみ成立するはずである。粗度係数と $e/B$，$B$ との関係を検討するために，各観測所にける横断面図から $e/B$ の値を求めたが，それらを表-11に記載した。河道の縦断方向に対して，重心を求める横断面の位置を選定するについては，厳密には観測断面における観測値に影響をおよぼす区間の中の全断面を考慮せねばならないのであるが，この範囲を正確に定めることができないのと，実際には観測所の第1，第2断面だけを考えた場合と，観測所の上下流へかなり長い区間にわたって多数の断面を考えた場合とで $e/B$ の値にはそれほど大きな差異がなかったので，原則的には第1，第2断面だけを考え，場合によって上下流の状態をも参考にした。柳橋（球磨川）は第1，第2断面ともに断面形状はほとんど同じであるから，平均断面だけについて $e/B$ を求めた。杭瀬下，小市橋，馬下，斧渕の各観測所では多くの断面の資料がなくて，1断面における $e/B$ の値しが示されていないが，平面河状から考えてて上下流の断面の状態に大きな差異はないように思われるし，また斧渕を除いた他の3観測所では後に述べる理由によって $e/B$ の値はそれほど重要でないので，一つの断面の資料でさしつかえない。表-11に記載した値に対して，横軸に $e/B$ を縦軸に $n_f$（または $n_f'$，$n_f''$）をとってプロットすると図-35のとおりで，$e/B$ が大きいほど $n_f$ の値は小さくなってい

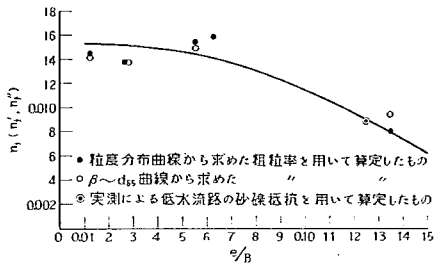



図-35　形状抵抗による粗度

る。前に述べたように $n_f$ は河幅 $B$ に比例するはずであるが，図-35においては明積橋では河幅が約88mで比較的狭いにもかかわらず $n_f$ の値は大きく，また反対に釜無川では河幅が約500mで非常に広いにもかかわらず $n_f$ の値は小さい。観測値の数が少ないので河幅の影響を明らかにすることができないので，$n_f$（または $n_f'$，$n_f''$）は $e/B$ だけの関数と考えて $n_f$ と $e/B$ との関係を図の実線で表わすことにした。白滝橋，柳橋，白石，馬下，具同，杭瀬下および小市橋の $n_s$ の値はいずれも砂礫抵抗による粗度係数 $n_r$ または $n_r'$ よりも小さく，とくに後者の3観測所でその差が甚だしい。その原因については明らかでないが，おそらく測定の誤差によるものと思われる。ただし具同，杭瀬下，小市橋では後に詳しく述べるように図-28における（$u_m/v_*$～log $R$）の関係を表わす直線のこう配が5.75よりも著しく大きいことと関連があるように思われる。少なくとも上記の7観測所における形状抵抗 $n_f$ の値は0であり，また孤禅寺の $n_f$ も非常に小さくてほとんど0とみてよいようである。それらの観測所ではいずれも河水が常時河幅一杯になって流れ，しかも水深（平均低水位を規準にした）がかなり大きく，かつ河幅が割合に狭いのであって，このような状況のもとでは流路があちこちに分派することができないので河底には凹凸が形成されにくく，したがって形状抵抗はきわめて小さいと考えられるからである。それぞれの観測所における平均低水位（$M.L.W.L$）およびそれに対応する水面幅（$L$）と河幅（$B$）との関係を示すと表-11のとおりである。つぎに鹿島，明積橋，丸森では，流量が少なくて流路内だけを水が流れる場合には形状抵抗の値はほぼ0であるが，これは流路底に砂礫粒のほかには凹凸がないことを物語っている。

つぎに表-11に記載される形状抵抗による粗度係数 $n_f$

の値を，〔2〕で述べた人工水路における実験値と比較検討してつぎのような結果を得た。

（a）清水端（富士川）

$n_f=0.0081$ であるが，これを表-8に記載される実験⑩の結果と比較する。実験⑩では，$k_{cm}/d=10^{-10}\times2.44$ であるが，清水端観測所における河幅は実験水路幅(30cm)の約400倍であるから，$k_{cm}=10^{-10}\times2.44\times200=10^{-8}\times4.88$cmとなる。$R=4$m とすると，$k_{cm}$ に対するManning の粗度係数は 0.00632 となって，上記の $n_f$ の値よりやや小さいがほぼ同じであると考えてよい。すなわち，2m の深さをもった1本の流路が 640m の波長で河道内を規則正しく蛇行する場合の形状抵抗に相当するわけで，これは観測所付近の河状にかなり似ている。

（b）鹿島（天竜川）

$n_f=0.0144$ であるが，これを表-8の実験⑫と比較する。$k_{cm}/d=10^{-5}\times9.47$ で，河幅と水路幅との比が約1,000であるから，$k_{cm}=10^{-3}\times47.35$cm である。$R=2$m とするとManning 粗度係数は0.0134となって，上記の $n_f$ の値とほぼ同じと考えてよい。実験⑪の結果を用いて粗度係数を計算すると 0.0173 となって，$n_f$ の値よりかなり大きい。

（c）斧淵（川内川）

$n_f=0.0130$ である。実験⑫の結果を用いると，$k_{cm}/d=10^{-5}\times9.47$ で，河幅と水路幅との比が約400であるから，$k_{cm}=10^{-3}\times18.94$cm となる。$R=4$m とすると，粗度係数は 0.0127 となって $n_f$ の値とほとんど同じである。

（d）釜無川（19/12～19/16）

$n_f=0.0142$ である。釜無川（19/12～19/16）の横断面形状をみると，河床流路はおおよそ4～5本に分流しているので，実験⑭か⑮に相当する。実験⑭の結果を用い，河幅と水路幅の比を1,000とすると，$k_{cm}=1.145$cm となる。$R=2$m として粗度係数を求めると0.0201となって，上記の $n_f$ に較べるとはるかに大きい値である。実験水路では流路の深さは 0.5cm であるが，これを1,000倍すると 5.0m となって，釜無川の流路の深さに較べてかなり大きい。

4）特別な場合の粗度係数について

具同，馬下，杭瀬下，小市橋観測所において，流水が流路内だけを流れかつ固定床の状態の場合に，相当粗度の値が一定でなく水深が大きくなるにしたがって小さくなる傾向がみられたが，その原因としてつぎのような事項が考えられる。

（a）等流の式を用いて粗度を求めたので，流れが不等流の場合には適当でない。

（b）水位が高くなるにしたがって洞辺を構成する砂礫の粒径が次第に小さくなる場合には，相当粗度は小さくなる。

（c）砂礫の粒径に比較して水深が小さい場合には，久宝博士の実験[22]によれば粗度は著しく大きい。

以上の3点について，つぎのような検討を行なった。

（a）不等流の式を用いた場合

杭瀬下および小市橋観測所は水深の大小にかかわらず水面こう配はほとんど同じであり，馬下観測所では 1/2,500～1/3,500の範囲で変わるがその変化は比較的小さい。具同観測所ではかなり大幅に変化するので不等流の式を用いて粗度を計算し，これが前述の等流の式から求めた粗度の値と較べてどの程度の差異があるかを調べた。不等流の式は次式で表わされる。

$$i\cdot\Delta x+h_1+\frac{u_1^2}{2g}=h_2+\frac{u_2^2}{2g}+\frac{n_s^2\cdot u_m^2}{R_m^{4/3}}\cdot\Delta x \quad\cdots⑩$$

ここに添字1，2は第1，第2断面を表わす。

$i$：河床こう配，$\Delta x$：第1，第2断面間の距離

$h$：水深，$u$：断面の平均流速

$u_m$：第1，第2断面の平均流速の平均値

$R_m$：第1，第2断面の径深の平均値

$n_s$：Manning の粗度係数

量水標の水位が2.08mの場合には，流量 $Q=274.7$m³/sec，水面こう配 $J=1/3,333$，流積 $A_1=252.0$m²，$A_2=231.0$m²，$\Delta x=100$m であった。したがって水位差は 0.03m，$u_1=1.09$m/sec，$u_2=1.19$m/sec，$u_m=1.14$m/sec，$R_m=1.65$m である。それらの値を⑩式に代入して $n_s$ を求め，さらに⑪式から $k_s$ を求めるとそれぞれ $n_s=0.0167$，$k_s=0.60$cm となる。つぎに等流の式によって $n_s$，$k_s$ を計算すると，それぞれ0.0212，3.0cmとなる。

つぎに量水標の水位が0.98mの場合には，$Q=41.2$m³/sec，$J=1/5,000$，水位差は0.02m，$A_1=105.2$m²，$A_2=90.3$m²，$u_1=0.391$m/sec，$u_2=0.456$m/sec，$u_m=0.424$m/sec，$R_m=0.832$m である。それらの値を用いて $n_s$，$k_s$ を計算すると，それぞれ 0.0273，10.3cm となる。等流の式によって $n_s$，$k_s$ を求めるとそれぞれ 0.0294，14.5cm となる。以上の計算からわかるように，不等流の式から求めた $k_s$ の値は，$Q=274.7$m³，41.2m³/sec の場合でなお著しく大きな差異があるから，等流式を用いたために直線のこう配が5.75より大きくなったとは考えられない。

（b）河床砂礫の配列について

具同観測所の河床砂礫の配列の状態は図-36のとおりで，水位が約0.50m($\log R\fallingdotseq-0.3$) のときの $k_s$ の値は 5.5cm であり，また水位が約2.1m ($\log R\fallingdotseq0.22$)のときは 0.6cm である。前者の $k_s$ の大きさは砂礫の分布状態からみてほぼ妥当と思われるが，水深が大きい場合の値はかなり小さすぎるようである。

小市橋観測所においては，$H=0.1$m ($\log R\fallingdotseq-0.1$)で $k_s=35.6$cm，$H=0.9$m($\log R\fallingdotseq0.2$)では $k_s=2.89$cm であって，かなり大きな玉石，転石（最大粒径約50cm）が

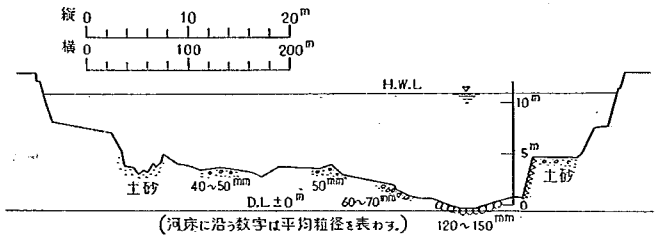



図-36　具同観測所の砂礫の分布状態

点在しているので，$k_s$=35.6cm という値も大きすぎるとは思われない。しかし水位が0.1mから0.9mに増加しても潤辺長の増大の割合はきわめてわずかであるから，たとえ両岸に近づくにしたがって砂礫の粒径が細かくなるとしても，それが $k_s$ の値を著しく減少させる原因にはならない。

杭瀬下観測所においては，$H$=0.1m($\log R \fallingdotseq 0.05$) のときに $k_s$=12.0cm，$H$=0.60m($\log R \fallingdotseq 0.15$) のときに $k_s$=0.63cm であって，図-37のように水位が 0.1m から

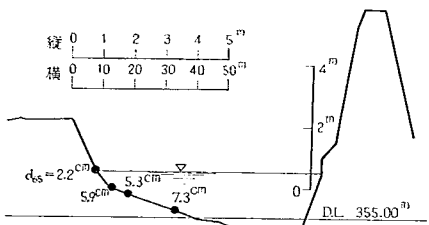



図-37　杭瀬下観測所の砂礫の分布状態

0.6m に増しても潤辺長の増加分は少ないので，横断方向の砂礫の平均粒径はかなり著しく変化しているにもかかわらず，$k_s$ の大きさに対する潤辺の影響は少ないと思われる。

馬下観測所における砂礫の大体の分布状態は 図-38 のとおりである。左右岸ともに大きな礫が多く，特に左岸

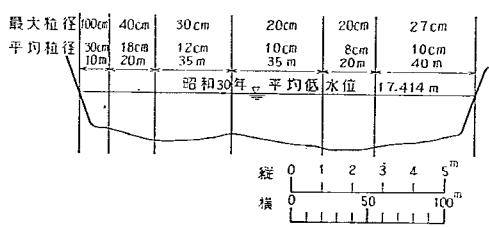



図-38　馬下観測所の砂礫の分布状態

寄りには直径 30~50cm の転石が無数にあるので，低水になるとそれらの石の上面をすれすれに水が流れる状態である。このような状態の場合には，Nikuradse の考え方は成り立たないと思われるが，かりに $k_s$ を計算するとつぎのようになる。$H$=17.20m($\log R \fallingdotseq 0.24$) で $k_s$=116.5cm，$H$=18.6m($\log R \fallingdotseq 0.50$) で $k_s$=9.7cmである。$H$=17.2m に対する $k_s$ の値は，砂礫の粒径から考えるとかなり大きすぎるようである。また $H$=18.6m に水位が増しても潤辺長の増加はわずかである。

(c)　河床砂礫の粒径が小さい場合には礫の間に砂，砂利が填充されて河床面は割合に平らであるが，30cm とか 50cm 以上の大きな玉石，転石があると，それらが河床面上に形を全部現わしていることが多いが，そのような状態の河床上を小さな水深で流れる場合には水面に大きな波が生じて，そのために摩擦抵抗値が異常に大きくなることが久宝博士の実験によって明らかにされている。著者は馬下および小市橋観測所において，水深が小さい場合の流れの状態を観察したが，上記のよな現象を明らかに認めることができた。

(1)~(3)に対して以上のような種々の考察を行なったが，$u_m/v_*$~$\log R$ の直線の傾斜が5.75よりも大きい原因は明確には判明しなかった。河床砂礫の配列の状態と，水深が小さい場合の流水の運動の状況などをさらに詳細に調査しなければならないが，馬下および小市橋観測所では，水深が小さいと水面の波立ちによって粗度が著しく大きくなることが最も大きな原因であるように推測された。

### (3)　移動床の粗度係数

流水の掃流力がその場所の河床砂礫に対する限界掃流力を超えた場合の摩擦抵抗については，(1)で述べたとおりであって，河床物質の粒径が小さい緩流の場合の相当粗度の値は，(13)式と(14)式で表わされる二つの曲線の中間にあることが明らかにされた。ここでは河床物質の粒径が砂利，礫のように大きな急流部においても，緩流部と同じような抵抗法則が成り立つかどうかについて，急流部の流量観測所の資料から検討した。それらの流量観測所は由良川の音無瀬橋，阿武隈川の丸森，球磨川の白石および神流川の渡瀬である。(1)では 図-23 お

よび図-24のように縦軸に $\log(k_t/d_m)$ をとったが，ここでは河床砂礫が移動している場合の流量観測値から求めた相当粗度 $k_t$ の値から，同じ場所の固定床の状態における相当粗度 $k_s$ の値を分離した値が砂礫の移動に伴う摩擦抵抗の増加分であるから，縦軸には $\log(k_t/k_s)$ をとることにした。各流量観測所について，$k_t$，$k_s$，$\log(k_t/k_s)$ および $v_*^2/[\{(\sigma/\rho)-1\}gd_m]=v_*^2/(15.68\times d_m)$ ($\sigma=2.6$, $\rho=1$, $g=9.8\mathrm{m/sec^2}$) の値を求めると表-12のようで，これを図示すると図-39のようである。表の中で，渡瀬（神流川）および音無瀬橋（由良川）の $k_s$ は実測値がないので計算によって求めた。すなわち渡瀬では表-10に示すように，砂礫の粒径および粗粒率は $d_{65}=2.40$ cm，$\beta=1.69$ であるから，図-7の $(v_*/v_{*c})=1$ に対応する曲線から砂礫による粗度は $k_g=5.57$cm となる。また観測された径深は $R=0.625\sim1.121$m であって，この範囲の径深値に対しては Manning の粗度係数 $n=0.0240$で一定値とみなしてさしつかえない。つぎに昭和29年9月18日の出水後に測量した横断図によると $e/B=0.1003$であるから，図-35から形状抵抗値は $n_f=0.0114$ である。したがって前述の H. A. Einstein の方法によって $n_J$ と $n_f$ を合成すると $n_s=0.0290$ となる。また径深 $R=0.625\sim1.121$m の範囲においては前記の Nikuradse の対数式が成立すると考えてよいから，$n_s=0.0290$ に対して $R=\{(0.625+1.121)/2\}=0.873$m とすると $k_s=13.0$cm となる。同様にして，昭和30年10月11日出水後では $e/B=0.1142$ で，したがって $n_f=0.0100$ であるから $n_s=0.0281$ となる。$k_s$ の値は $R=\{(1.034+0.647)/2\}=0.841$m に対して 11.1cm である。

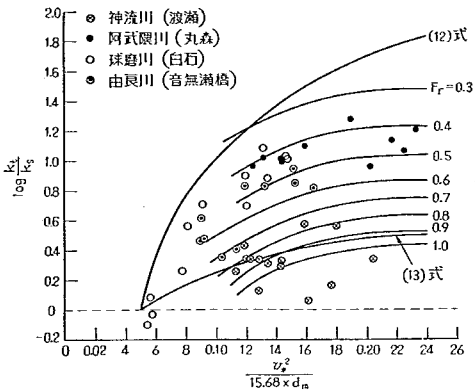



図-39　移動床の粗度

つぎに由良川では，粒径および粗粒率はそれぞれ $d_{65}=2.34$cm，$\beta=1.33$ であるから $k_g=4.37$ cm となる。この値に対して $R=1.37\sim3.72$m では $n_g=0.0230$ である。また $e/B=0.0795$ であるから $n_f=0.0131$ であって，この $n_f$ と $n_J$ とを合成すると $n_s=0.0292$ となる。さらに $R=\{(1.37+3.72)/2\}=2.55$m に対して $k_s=16.9$cm となる。

阿武隈川の丸森観測所の計算に用いた固定床の状態における合成粗度の値は，表-11の中に記載

表-12　　渡　　瀬（神流川）

| $u_m$ (m/sec) | $J$ | $R$ (m) | $k_t$ (cm) | $\log\frac{k_t}{k_s}$ | $n_t$ | $n_r$ | $\frac{v_*^2}{15.68\times d_m}$ | $F_r$ | 摘　要 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.35 | 1/177 | 1.121 | 28.3 | 0.338 | 0.0345 | 0.0129 | 0.203 | 0.708 | 昭和29年9月18日高水 |
| 1.94 | 1/217 | 0.970 | 26.1 | 0.303 | 0.0340 | 0.0120 | 0.143 | 0.630 | |
| 1.66 | 1/180 | 0.891 | 48.0 | 0.567 | 0.0415 | 0.0231 | 0.159 | 0.563 | $k_s=13.0$cm |
| 1.65 | 1/213 | 0.793 | 27.7 | 0.328 | 0.0357 | 0.0148 | 0.119 | 0.592 | $n_s=0.0290$ |
| 1.46 | 1/191 | 0.695 | 34.7 | 0.427 | 0.0390 | 0.0197 | 0.117 | 0.560 | |
| 1.57 | 1/179 | 0.625 | 23.0 | 0.248 | 0.0350 | 0.0137 | 0.112 | 0.635 | |
| 2.12 | 1/246 | 0.979 | 14.9 | 0.127 | 0.0297 | 0.0054 | 0.128 | 0.683 | 昭和30年高水 |
| 2.47 | 1/189 | 1.034 | 16.1 | 0.161 | 0.0302 | 0.0066 | 0.176 | 0.777 | |
| 2.49 | 1/199 | 1.000 | 12.5 | 0.053 | 0.0282 | 0 | 0.161 | 0.797 | |
| 1.92 | 1/190 | 0.840 | 23.0 | 0.316 | 0.0335 | 0.0126 | 0.142 | 0.668 | $k_s=11.1$cm |
| 2.04 | 1/181 | 0.755 | 14.8 | 0.124 | 0.0303 | 0.0068 | 0.134 | 0.750 | $n_s=0.0281$ |
| 1.74 | 1/174 | 0.697 | 23.0 | 0.316 | 0.0342 | 0.0137 | 0.128 | 0.667 | |
| 1.70 | 1/172 | 0.617 | 20.5 | 0.267 | 0.0333 | 0.0123 | 0.121 | 0.675 | |

表-12　　音無瀬橋（山　良　川）

| $u_m$ (m/sec) | | $R$ (m) | $k_t$ (cm) | $\log\frac{k_t}{k_s}$ | $n_t$ | $n_r$ | $\frac{v_*^2}{15.68\times d_m}$ | $F_r$ | 摘　要 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.66 | 1/415 | 1.37 | 37.6 | 0.348 | 0.0365 | 0.0153 | 0.103 | 0.452 | |
| 1.53 | 1/586 | 1.71 | 50.5 | 0.476 | 0.0388 | 0.0191 | 0.091 | 0.375 | |
| 1.41 | 1/515 | 1.94 | 113.5 | 0.827 | 0.0488 | 0.0322 | 0.118 | 0.323 | $k_s$=16.9cm |
| 2.05 | 1/710 | 3.72 | 109.8 | 0.812 | 0.0442 | 0.0264 | 0.164 | 0.339 | $n_s$=0.0292 |
| 1.77 | 1/740 | 3.53 | 147.1 | 0.940 | 0.0482 | 0.0315 | 0.151 | 0.302 | |
| 1.92 | 1/740 | 3.60 | 117.8 | 0.843 | 0.0452 | 0.0277 | 0.152 | 0.323 | |
| 1.62 | 1/610 | 2.55 | 114.5 | 0.831 | 0.0473 | 0.0302 | 0.131 | 0.324 | |
| 1.73 | 1/955 | 2.75 | 49.2 | 0.464 | 0.0368 | 0.0162 | 0.090 | 0.333 | |
| 1.59 | 1/955 | 2.75 | 68.5 | 0.609 | 0.0398 | 0.0206 | 0.090 | 0.305 | |
| 1.74 | 1/725 | 2.63 | 72.1 | 0.636 | 0.0410 | 0.0222 | 0.113 | 0.342 | |

丸　　森（阿武隈川）

| $u_m$ (m/sec) | $J$ | $R$ (m) | $k_t$ (cm) | $\log\frac{k_t}{k_s}$ | $n_t$ | $n_r$ | $\frac{v_*^2}{15.68\times d_m}$ | $F_r$ | 摘　要 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.89 | 1/667 | 4.50 | 262.0 | 1.273 | 0.0559 | 0.0408 | 0.189 | 0.285 | |
| 2.03 | 1/909 | 4.68 | 139.5 | 0.999 | 0.0460 | 0.0286 | 0.144 | 0.300 | |
| 1.98 | 1/833 | 4.68 | 176.8 | 1.101 | 0.0492 | 0.0327 | 0.158 | 0.293 | $k_s$=13.99cm |
| 1.91 | 1/1000 | 4.67 | 144.5 | 1.015 | 0.0465 | 0.0292 | 0.131 | 0.283 | $n_s$=0.0293 |
| 2.49 | 1/667 | 4.81 | 125.0 | 0.951 | 0.0445 | 0.0268 | 0.202 | 0.363 | |
| 2.46 | 1/588 | 4.85 | 160.0 | 1.059 | 0.0477 | 0.0308 | 0.225 | 0.357 | |
| 2.30 | 1/625 | 4.81 | 186.8 | 1.126 | 0.0497 | 0.0332 | 0.216 | 0.335 | |
| 2.00 | 1/907 | 4.64 | 143.3 | 1.013 | 0.0464 | 0.0291 | 0.143 | 0.296 | |
| 1.76 | 1/787 | 3.48 | 129.8 | 0.968 | 0.0465 | 0.0292 | 0.124 | 0.301 | |
| 2.19 | 1/526 | 4.37 | 223.0 | 1.203 | 0.0533 | 0.0375 | 0.232 | 0.335 | |

白　　石（球　磨　川）

| $u_m$ (m/sec) | $J$ | $R$ (m) | $k_t$ (cm) | $\log\frac{k_t}{k_s}$ | $n_t$ | $n_r$ | $\frac{v_*^2}{15.68\times d_m}$ | $F_r$ | 摘　要 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.83 | 1/1540 | 5.63 | 15.3 | 0.255 | 0.0287 | 0.0079 | 0.0707 | 0.381 | |
| 2.83 | 1/1820 | 5.42 | 8.02 | −0.026 | 0.0256 | 0 | 0.0576 | 0.389 | |
| 2.65 | 1/1820 | 5.21 | 10.3 | 0.083 | 0.0268 | 0.0039 | 0.0556 | 0.371 | $k_s$=8.50cm |
| 2.77 | 1/1820 | 5.07 | 6.68 | −0.105 | 0.0248 | 0 | 0.0536 | 0.393 | $n_s$=0.0258 |
| 3.20 | 1/1100 | 6.82 | 41.6 | 0.689 | 0.0338 | 0.0162 | 0.119 | 0.391 | |
| 3.13 | 1/1020 | 7.09 | 63.9 | 0.876 | 0.0370 | 0.0207 | 0.134 | 0.375 | |
| 3.08 | 1/940 | 7.19 | 86.0 | 1.006 | 0.0393 | 0.0236 | 0.147 | 0.367 | |
| 3.05 | 1/940 | 7.10 | 88.3 | 1.017 | 0.0395 | 0.0239 | 0.146 | 0.365 | |
| 2.77 | 1/980 | 6.67 | 101.5 | 1.077 | 0.0410 | 0.0258 | 0.131 | 0.343 | |
| 2.87 | 1/1020 | 6.34 | 67.2 | 0.898 | 0.0373 | 0.0200 | 0.119 | 0.364 | |
| 2.67 | 1/1250 | 5.84 | 43.3 | 0.708 | 0.0342 | 0.0168 | 0.0904 | 0.353 | |
| 2.66 | 1/1330 | 5.51 | 30.9 | 0.560 | 0.0322 | 0.0138 | 0.0805 | 0.0362 | |

されている $k_s$=13.99cm および $n_s$=0.0293 である。

表-12に記載されている球磨川白石観測所に対する $k_t$ および $n_t$ の値は，実際にはつぎに述べるような理由によってもう少し小さな値であるはずである。すなわち，観測所の横断図は図-40に示すとおりで，水深と河幅の

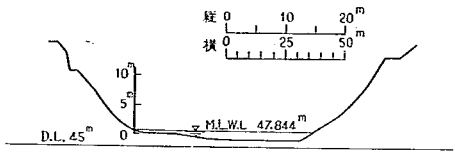



図-40　白石流量観測所横断図

比率が比較的大きく，しかも潤辺の状態は，河床より水位2.5mのところまでは玉石まじりの砂利で，2.5mより4.5mまでは雑草が繁茂し，4.5m以上になると左岸は石張護岸で右岸は立木まじりの雑草であるから，水位が高くなるにしたがって，河床と側岸を含めた潤辺の粗度に対して側岸の粗度の影響が次第に大きくなると思われる。そこで側岸の粗度の影響を取り除いて河床だけの粗度を求めるために，前述の H. A. Einstein の方法を用いて計算を行なった。すなわち，流積を $A$，水面こう配を $J$，断面の平均流速を $u_m$，側岸の Manning の粗度係数を $n_w$，径深の値の中で側岸が支配すると考える径深を $R_w$，側岸および河床の潤辺長をそれぞれ $p_w$，$p_t$ とすると，Manning 式より，

$$R_w^{2/3}=(u_m\cdot n_w/J^{1/2})$$

がえられる。$n_w$ の値を与えれば上式から $R_w$ が求まり，つぎに次式

$$A_w=R_w\times p_w$$

から $A_w$ が計算できる。したがって河床が支配する径深は，次式

$$R_t=\frac{A-A_w}{p_t}$$

から求まり，したがって河床の粗度係数 $n_t$ は

$$n_t=(R_t^{2/3}\cdot J^{1/2})/u_m$$

から計算される。そこで白石観測所では $n_w$ の値を0.030～0.050と仮定し，水位が増すにしたがって $n_w$ が大きくなるものとして，河床だけによる粗度 $n_t$ および $k_t$ を上記の方法で求め，それら $k_t$ の値を用いて $\log(k_t/k_s)$ を計算すると，いずれも表-12に記載される値よりもほぼ0.1くらい小さな値になった。すなわち図-39に示されている観測点の位置は，$\log(k_t/k_s)$ が0.1くらい下方へ下がるわけである。

図-39によれば，点はほとんど全部(13)式と(15)式で表わされる二つの曲線の中間に含まれている。ただし神流川の点はそれらの半数が(15)式の曲線より下方にある。各観測所のすべての点について Froude 数を求めると，白石観測所では0.343～0.393，丸森観測所では0.283～0.363，音無瀬橋観測所では0.302～0.452，渡瀬観測所では0.560～0.797であって，前三者の値はほぼ等しく，渡瀬の値はそれらよりもかなり大きい。図-39によれば，同一の $v_*^2/(15.68\times d_m)$ の値に対して $\log(k_t/k_s)$ の値は，Froude 数の大きな神流川渡瀬の場合が最も小さい。

つぎに(1)に記載した芦田和男氏の(14)式を用い，$d_m/R_J$ の代りに $v_*^2/(15.68\times d_m)$ を，$k_t/d_m$ の代りに $k_t/k_s$ をとって，$\log(k_t/k_s)$，$v_*^2/(15.68\times d_m)$ および Froude 数 $F_r$ の間の関係を求めて図示すると，図-39の曲線のとおりであって，Froude 数の大きな曲線ほど下方にある。前に述べたように(14)式は $v_*^2/(15.68\times d_m)$ の値が小さい領域では成立しないので，その値が比較的大きな範囲について検討を行なった。

図-39に示される曲線と，前記の各観測所について求めた $\log(k_t/k_s)$ の値とを比較すると，$F_r$≒0.5 に相当する曲線のまわりには $F_r$=0.29～0.37 の範囲の点が存在しており，また $F_r$=1.0 に相当する曲線の近傍には $F_r$≒0.7 の点が存在している。したがって $\log(k/k_s)$ の値は $v_*^2/(15.68\times d_m)$ および $F_r$ の同一値に対して，観測所の測定値の方が(14)式から算出された値よりも小さいわけである。これは，河床が砂利，礫で構成されている場合には，砂の場合よりも，同一の Froude 数に対して形成される河床の凹凸が丸味をおびやすいからではないかと思われる。また前記の岩垣博士および N. H. Brooks の実験結果を見ても，砂連が発生しない場合にはかなり多くの点が(13)式の曲線の下側にあるので，砂礫が $F_r$≒1.0 の状態で移動する場合の粗度を表わす式として，著者は(13)式の代りに次式

$$\log\frac{k_t}{k_s}=0.625+0.485\log_{10}\left\{\frac{v_*^2}{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd_m}\right\}\cdots(17)$$

を提案した。

また $F_r$=0.3 に対しては，阿武隈川における観測値に基づいて，図-41に示すような曲線を採用した。この曲線の位置は，図-39における $F_r$=0.3 に相当する曲線よりもやや下方にある。つぎに Froude 数が0.3と1.0の中間値に対する曲線は，(14)式で表わされる $k/k_s\propto F_r^{-2}$ になるように分割してきめたのであるが，それは図-41に示すとおりである。

上記の考察から，実際の急流河川においても緩流河川や実験水路におけると同様に，掃流力が増すにつれて砂礫の移動に伴う相当粗度が大きくなることが明らかになったが，$v_*^2/[\{(\sigma/\rho)-1\}gd_m]$ の値が 0.2～0.3 をこえると，それまでに存在していた河床の凹凸が次第に消滅して粗度はかえって減少することが篠原博士などの研究[23]によって知られている。図-39においては，$v_*^2/(15.68\times d_m)>0.24$ の観測値がないのでそのような領域で粗度がどのようになるかは明らかでない。観測値の中の最大流量と計画高水流量との比率は，由良川で1,425

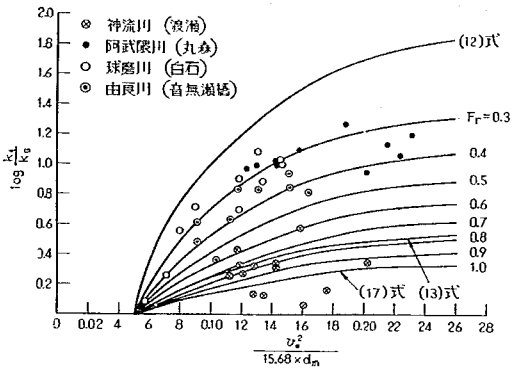



図-41 移動床の粗度

/3,100=0.46，阿武隈川で 2,100/5,500=0.38，球磨川（白石）で2,555/5,000=0.511，神流川で250/2,000=0.13であるから，さらに大きな高水について流量観測を行なって上記の点について検討しなければならない。しかし流下砂礫量が多く，流量に比較して河幅が広い沖積地河川では，水深が比較的小さく，しかも河床物質の粒径が大きいので，計画高水流量が流れた場合でも，$v_*^2/(15.68\times d_m)$ の値はそう大きくならないことが多い。したがってこのような場合には $v_*^2/(15.68\times d_m)$ の値が増加しても粗度は減少しないわけであって，たとえば釜無川，渡良瀬川，厚川などはすべてそのような状態にあると思われるが，それらについては2.〔1〕に述べることにする。

つぎに相当粗度の代りに Manning の粗度係数を用いた場合について検討を行なった。各観測値について Manning の粗度係数 $n_l$ を求めると，表-12に記載したとおりである。また H. A. Einstein の方法を用いて，$n_l$ の値から表-11に記載されている固定床の粗度係数 $n_s$ を分離した残りの粗度係数 $n_r$（砂礫移動によって生じる粗度係数の増加分）の値を求めると表-12に示すとおりである。そこで縦軸に $n$ を，横軸に前と同様に $v_*^2/(15.68\times d_m)$ をとってプロットすると，図-42に示すとおりである。神流川および阿武隈川の点はかなり散らばっているが，神流川の $n_r=0.0197, 0.0231$ の2点は他の点に較べてFroude数が小さい。阿武隈川の点はFroude数の大きさに関係なく散らばっている。また球磨川の点は前記と同様に側壁の影響を取り除けばやや下がるはずである。図からわかるように，$F_r\fallingdotseq 0.3$ では砂礫の移動による粗度係数の増加分は 0.040～0.045 まで大きくなり，また $F_r\fallingdotseq 1.0$ では最大値はほぼ0.010である。

### （4）結　論

以上実際河川の固定床および移動床に対する粗度について述べたのであるが，それらを総括するとつぎのとおりである。

（a）固定床の状態においてはほぼ摩擦抵抗の対数法則が成立する。しかし，掃流力が限界掃流力以下の状態でも粗度は掃流力の関数であるから対数法則は厳密には成り立たないのであるが，掃流力による粗度の変化の割合は小さくて観測誤差の範囲にはいるから，対数法則が近似的に成立すると考えてさしつかえない。

（b）常時水が河幅一杯に流れ，しかも水深がかなり大きい場合には，粗度はおおむね河床砂礫の性質によってきまり，形状抵抗の影響はほとんどない。したがって粗度の値は図-6または図-7の曲線から求められる。

（c）河道内に寄州が存在して，平水時には水は州の

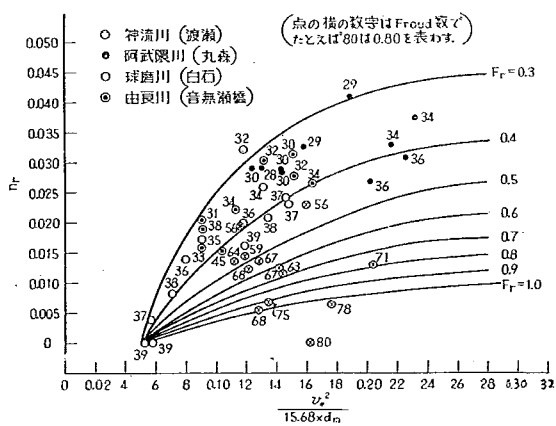



図-42 移動床の粗度係数

間の流路の中だけを流れるようなところでは，その流路床の粗度は(2)と同じようにほとんど流路床にある砂礫の性質だけによって定まる。

（d） 河道内に寄州が多くあって，しかも寄州上を冠水して流れる状態では，粗度は河床の凹凸による形状抵抗の影響が加わって相当に増大する。その大きさは河道の横断図形の重心の偏倚率 $e/B$ が大きいほど小さい。また粗度は河幅の広さによっても変化するはずであるが，観測の資料数が少ないので，この点を明らかにすることができなかった。しかし河幅が 80～500m の範囲では，河幅による影響はほとんど認められなかった。したがって形状抵抗による粗度の大きさは図-35 の曲線から求められ，その最大値はほぼ0.015である。

（e） 河床砂礫が移動している状態における粗度は固定床のそれよりも大きく，粗度の増大の割合は砂礫移動の程度が大きいほど大きく，また Froude の数の小さいほど大きい。H. A. Einstein の方法によって求めた砂礫移動に伴う Manning の粗度係数の増加量は図-42から算定されるが，$F_r \fallingdotseq 0.3$ ではその最大値がほぼ 0.045 であり，$F_r \fallingdotseq 1.0$ ではほぼ0.010である。また Nikuradse の相当粗度を用いて整理した結果，$\log(k_1/k_s)$ の上限値，下限値はそれぞれ(3)式および(7)式で表わされる。

（f） いくつかの観測所においては，水が低水流路の中だけを流れかつ固定床の状態であっても粗度は一定でなく，水深が大きくなるにつれて著しく小さくなる傾向が見られた。大きな玉石や転石が河床にその形の全部を現わしているようなところで，しかも水深が石の高さに較べて小さい場合には，水面に大きな波が現われ，その結果大きな抵抗が生ずるものと思われる。また水深，流積を測量する際に石の高さを考慮しないことが多いので，それらの値が過大に見積られる可能性がある。その割合は水深が小さいときほど大きいので，その結果求められた粗度の値は真の値より大きく算定されることになる。したがって横断測量を行ない，また水深や流積を計算する際には，河床上にある大きな石を考慮することが必要である。

上に述べた結果を河川に適用して粗度を求める場合に注意しなければならないことは，そこが急流部であることのほかに，河状がつぎのような条件を満足することである。すなわち

（a） 河幅がほぼ80m～500mの範囲であること。

（b） 河床砂礫の平均粒径がほぼ 2cm より大きいこと。

（c） 河床こう配があまり急であると，大きな転石が河床上にその形の全部を現わして存在していることが多いが，そのような状態でないこと。

（d） 人工的な高水敷その他大きな水制などの構造物がなくて，河床は水流に対応した自然のままの形状であること。

（e） 寄州上または高水敷上には高い草木が生えていないこと。

## 〔4〕 結　語

河道計画を立てる際に粗度係数の値を正確に定めることは非常に重要なことであるが，従来はそれに対する適切な方法がないために，実測値がある場合のほかは経験的感覚または類似河川の既知値からの推定に頼っている状態である。緩流河川においては比較的流量観測が容易であるから，実測資料が求められる場合が多いが，急流部で特に河幅が広く，しかも寄州のために河床の凹凸が著しいところでは，精度の高い観測は望みがたい。したがってそのようなところでは流量観測によらずに，河床状態を観測し測量することによって粗度係数をきめることができれば，まことに好都合である。一般に河床の州の大きさ，高さ，形状は種々様々であり，州の配置は不規則であるから，たとえ州の状態を精確に測量することができても，それと粗度との関係を明瞭にすることは不可能である。そこで著者は州の形状，配置を直接に測定する方法によらないで，急流河川としての河状特性をある方法で表示することによって，形状抵抗の影響を検討した。その結果，河幅が広く流出土砂量が多くて流路が非常に乱流しているような河川，たとえば釜無川，天竜川などでは，形状抵抗による粗度係数はほぼ 0.015 にまで達することがわかった。またこれと反対の河状，すなわち流路が河道の中を規則正しく蛇行しているところでは，形状抵抗の値は小さく，極端な場合には形状抵抗の影響が全くなくなって，粗度は河床砂礫の性質だけに左右されるようになる。流路の蛇行が粗度の大きさにどのような影響を与えるかについては，著者は実験的にも確かめることができた。つぎに河床砂礫が移動している場合の粗度の増大は，砂礫移動の程度と Froude 数に関係することが急流部の実測資料から明らかになったが，Froude 数が小さい場合には増加粗度係数の最大値は 0.045 であり，また河床こう配が急で Froude 数が 1 くらいになると，その値はほぼ 0.010 になった。ただし Froude 数が小さくて流量が大きくなってある限度をこえると，粗度はかえって減少するのであるが，Froude 数が 1 の場合にはそのような現象はおこらない。したがって沖積地河川のように砂礫を多量に流送し，しかも河床こう配が 1/100 とか 1/200 というような急なところで，Froude 数が 1.0 もしくはこれに近いような場合には，増加粗度係数の値はほぼ0.010と考えてよい。すなわち，そのような河状のところでは，形状抵抗による粗度係数が 0.015 で，砂礫の移動に伴うものが 0.010 というように，形状抵抗の占める割合が大きくなる。

乱流河川では大きな高水のときでも州の高さが水深に

較べてかなり大きく，しかも低水時には州は水面上に露出して草が生えたりして固結しやすいから，かなり大きな高水のときでも必ずしも州が掃流されて河床が平坦になるとは限らない。すなわち，固定床時の形状抵抗の影響は高水中にも依然として存在する場合が多いとも考えられる。緩流河川では河床の凹凸の状態は変わりやすく，低水時でも砂が移動して河床が変化していることがあり，まして高水中には河床形状が全く変わってしまうので，急流部におけると同じように，移動床時の粗度を固定床時の形状抵抗と砂礫移動による抵抗との二つに厳密に区分するわけにはいかない。

いま，乱流河川である釜無川（19/12～19/16）および天竜川（鹿島），比較的整正な河床をもつ阿武隈川（丸森）とについて，河床砂礫だけによる粗度係数，流水が州の上にあって形状抵抗の影響が加わった場合の粗度係数，さらに流量が増加して砂礫が移動する場合の粗度係数の値を前述の著者の研究結果を用いて求めたが，それらの結果を示すと表-13のとおりである。

表-13

| | 河床砂礫による粗度係数 ($n_g$) | 形状抵抗を含めた固定床の粗度係数 ($n_s$) | 移動床の粗度係数 ($n_t$) | Froude 数 |
|---|---|---|---|---|
| 天竜川（鹿島） | 0.0262 | 0.0330 | 0.0407 | 約0.70 |
| 釜無川(19/12～19/16) | 0.0265 | 0.0338 | 0.0410 | 約0.80 |
| 阿武隈川（丸森） | 0.0249 | 0.0284 | 0.0512 | 約0.35 |

天竜川および釜無川では，河床砂礫による粗度係数（$n_g$）と形状抵抗を含めた固定床の粗度係数（$n_s$）とは，ともに阿武隈川のそれよりも大きい。また天竜川，釜無川では形状抵抗の影響と砂礫移動による影響とがほぼ等しいが，阿武隈川では砂礫移動による影響の方が著しく大きい。これは天竜川，釜無川では Froude 数が 0.7～0.8でかなり大きいのに対して，阿武隈川では 0.35で非常に小さいためである。このように天竜川，釜無川のような乱流河川では，河床粗度に対して形状抵抗の影響がかなり大きいから，乱流を防止して粗度をできるだけ小さくして高水の疎通能力を良好にし，あわせて堤防の水衝箇所を固定して護岸，水制の工事費の節減を図ることが，砂礫を多量に流出し，しかもこう配が急な沖積地河川を合理的に処理する上にきわめて重要な問題であって，それらの点については 2. で詳細に検討する。

## 参考文献


(1) J. Nikuradse; "Strömungsgesetze in rauhen Rohren." Forschungsheft 361, Beilage zu "Forschung auf dem Gebiete des Ingeniurwesens," Ausgabe B, Band 4, Juli/August 1933.

(2) 岩垣雄一；"雨水流による地面浸蝕機構に関する基礎的研究"，昭和30年9月，1.22～1.37頁

(3) H.A.Einstein; "The bed load function for sediment transportation in open channel flaws", U. S. Department of Agriculture Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, September 1950.

(4) 椿東一郎；"砂連をともなう掃流作用について"，土木学会誌，第40巻第8号，昭和30年8月，19頁

(5) 安芸皎一；"河相論"，昭和19年7月，26～31頁

(6) 前掲(2)，1.28頁

(7) 前掲(2)，3.22頁

(8) 前掲(2)，3.31頁

(9) 境隆雄；"河床砂礫の性質と限界掃流力との関係について"，土木科学，第1巻第2号，1957年1月

(10) 栗津清蔵；"河床物質の2，3の性質とその応用"，土木学会論文集，第36号，昭和31年8月，30頁

(11) J. W. Johnson; "Rectangular artificial roughness in open channels", Trans. American Geophysical Union, 1944

(12) 細井正延；"開水路乱流の流速分布および摩擦抵抗について"，土木研究第一幅，昭和23年，79～132頁

(13) H. Schlichting; "Experimentelle Untersuchungen zum Rauhigkeitsproblem", Ingenieur Archiv, Heft I, 1936

(14) H. A. Einstein and R. B. Banks; "Fluid resistance of composite roughness", Trans. American Geophysical Union, August 1950

(15) 水理公式集，土木学会，昭和32年8月，11頁

(16) 椿東一郎，古屋朝治；"流砂ある河川における流速法則について"，九州大学流体工学研究所報告，第7巻第4号，昭和26年，8～24頁

(17) 岩垣雄一；"雨水流による地面浸蝕機構に関する基礎的研究"，昭和30年9月，3.93～3.96頁

(18) N.H.Brooks; "Mechanics of streams with movable beds of fine sand", Proc. A. S. C. E., Vol. 81, Separate No. 668, 1955

(19) A. G. Anderson; "The characteristics of sediment waves formed by flow in open channels", Proc. the 3rd Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1953

(20) 芦田和男；"河川の粗度について"，土木技術資料，第1巻第7号，昭和34年7月，8～10頁

(21) 中安米蔵；"雨量より洪水量の推定について"，建設

省直轄工事第4回技術研究報告，昭和26年3月，159頁
"本邦河川洪水のUnit Graphについて"，
建設省直轄工事第7回技術研究報告，昭和29年，333頁
(2) 久宝 保；"玉石上の浅い流れについて"，第14回土木学会年次学術講演会講演概要第III部 125頁
(3) 篠原謹爾，椿東一郎；"移動河床の粗度"，土木学会第2回水理研究会講演会講演集

## 2. 粗度と河道計画との関連について

1. では，河床砂礫の粒度分布，河道の横断面形状および砂礫移動の程度を知ることによって，急流部河床の粗度係数の値を推定する方法を述べた。また河道内で流路が乱流状態を呈しているところでは，粗度係数が大きく，そうでないところでは粗度係数が比較的小さいことが，実験と河川の実測によって明らかになった。

本編ではまず〔1〕で，急流部の河道計画について，特にそれらの中で粗度係数と流路固定の占める役割について一般的な考察を行なった。〔2〕では，三つの急流河川の粗度係数を 1. で述べた方法を用いて算定して得られた値と，三つの河川の改修全体計画を立案した際に用いられた粗度係数とを比較検討し，つぎに〔3〕で述べるような方法で流路を固定して常水路を設定した場合に，同一の計画高水流量を流すのに河積をどれだけ減少させうるかについて，1. の方法で数値計算を行なった結果，かなり大きな割合になることを知った。また乱流を防ぎ粗度を減らすためにせっかく流路を固定しても，高水敷上や河岸のり面の維持，管理を怠ると，草木や耕作物による粗度が次第に大きくなって，粗度減少の効果が著しく低下することを計算によって明らかにした。そこで河道の維持，管理を常に心掛けることが，良い計画を立てるのに劣らず大切であることを述べた。乱流河川の堤防の護岸箇所を限定し，あわせて河床粗度を減らすためには，乱流を防止することが必要であるが，〔3〕で実験と河川の調査とに基づいて乱流防止の方法を検討した。その結果，河道の湾曲，河幅のふくらみ，合流点，霞堤などの平面形状の変化点を適切な位置に設け，あるいは既設のそれらのものをできるだけ上手に利用するのが有効であることを見いだした。一般に急流河川では堤内地の排水を円滑にするために，従来から樋管，樋門の代りに霞堤を設けることが多いが，著者は実験水路に霞堤を配置して流路の固定に関する実験を行なった結果，霞堤が非常に有効であることが明らかになった。

〔1〕 急流部の河道計画

急流部の河道計画を立てる際に特に考慮しなければならない事項をあげると，つぎのとおりである。

すなわち，

1) 計画高水流量を所定の幅を有する河道内で計画高水位をもって安全に流下させうることが必要で，そのためには河床の粗度係数の値を正確に見積もらねばならない。計画高水位と河幅とは密接な関係をもっていて，つぎに述べる2)，3)，4) の事項を同時に満足するものでなければならない。

2) 上流から下流まですべての場所で，しかも長期間にわたって河床高が変化しないように，計画河床こう配，計画高水位，河幅をきめねばならない。

3) 流下砂礫量の多いところでは，流路が乱流して水衝箇所が変化し，かつ粗度係数の大きさが増加するので，流路を固定せねばならない。

4) 水衝箇所には破壊を防ぐために，護岸や水制を設けねばならないが，それぞれの河状に適応したものを設計しなければならない。

以下に上記の4項目について詳細な説明を加えよう。

1) 計画高水位と河幅

緩流部では高水時における河床の粗度係数はどの河川でもそう異なった値ではないから，粗度係数を適当に仮定してそれから計画高水位あるいは河幅をきめても大きな誤りはない。これに反して急流部では，流路が乱流して河道内に州が数多く堆積している場所とそうでない場所とでは粗度係数がかなり相違し，また河床砂礫の粒径の大きさによっても粗度係数が相当左右されるから，粗度係数のきめ方によって計画高水位や河幅が大きく変化する。したがってその河状に適合した粗度係数の値を用いることが，計画高水位または河幅を合理的に決定する上にきわめて大切なことである。

上流から砂礫が多量に流出する急流部では，砂礫が河道内に堆積した場合の河積の減少に備えて，あらかじめ河幅を広くとっておくのが従来の考え方であるが，河幅があまり広すぎると水深が小さくなって砂礫の流送力が減少し，かえって砂礫が堆積して河積が減少し，また流路が州の上を分派して流れ，いわゆる乱流状態を呈して護岸の施工延長を増すとともに，粗度係数が増大する。このような状態が生じないようにするためには，なるべく河幅を狭くして，流水があちこちへ変移しないようにすることが肝要である。しかし河幅があまり狭すぎると，河床が低下して用水の取入れに支障をきたしたり，また水深が大きくなって堤防に対する水あたりが強くなり，そこに施工されている護岸，水制が損傷を受けやす

く，それらの維持に困難をきたす。また未改修区域でこれから築堤工事を開始するところでは，水あたりの場所を工事前から明確に予想することはできないから，あまり河幅を狭くして水あたりを強くすると，最初から全延長にわたって護岸を施工しておかねばならないという不経済なことになる。実際には，まず築堤工事を行ない，その後の水あたりの状況を観察しながら逐次護岸，水制を施工するのが経済的であるから，河幅もある程度広くして水あたりをあまり強くしないようにしておかねばならない。要するに，河幅はあまり広すぎても狭すぎても不適当であって，将来の河床の安定，流路の乱流防止，護岸や水制の工法と維持などに対して，都合のよいような河幅でなくてはならない。急流河川における河幅と計画高水流量との関係の実例を示すと表-13のとおりで，多摩川を除いた他の河川はかなり多量の砂礫を流下し，それが河道内に堆積して乱流している。

表-14

| 河川名 | 黒部川 | 常願寺川 | 手取川 | 庄　川 | 天竜川 | 安部川 | 多摩川 | 千曲川 | 渡良瀬川 | 釜無川 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 計画高水流量($m^3$/sec) | 4,200 | 3,100 | 4,500 | 4,500 | 11,130 | 2,300 | 4,170 | 3,250 | 3,300 | 3,100 |
| 河幅（m） | 410～630 | 320～550 | 200～450 | 400～540 | 700～1900 | 400～600 | 400～600 | 400～500 | 250～400 | 350～500 |

2） 河床高の安定

安定な河道というのは，河道の各断面を流下する砂礫量が等しく洗掘も堆積も生じない場合であって，これには大きく分けて二つの考え方がある。その一つはRegime theory[1][2][3]と呼ばれるもので，安定な河道においてはたとえば流量と河幅あるいは水深などの間に一定の関係があるとしてこれを経験的に求めていこうとする方法である。実用上は便利な場合もあるが，理論的な裏付けが乏しく，一般的に用いることは困難である。他の一つは流砂の運動方程式，連続式，流水の運動方程式，連続式を用いて，河床変動のない安定河道を設計しようとする考え方であり，一般的に使用うる方法である。以下に佐藤博士などによる考え方の大要を示す。

安定な河道であるためには，

$$\frac{dQ_s}{dx}=0,\ \text{また}\ \frac{dQ_B}{dx}=0 \quad \cdots\cdots(18)$$

厳密には $Q_T=Q_s+Q_B$ を考えることが必要で，

$$\frac{dQ_T}{dx}=0 \quad \cdots\cdots(19)$$

ここに，$Q_s$ は浮流流砂量，$Q_B$ は掃流流砂量である。これらの流砂量については数多くの研究が行なわれており，それぞれの流砂量の算定公式が導かれている。たとえば吉川博士は[4]，幅の広い矩形断面の浮游流砂量を表わす式として，

$$Q_s=\eta BH^2I \quad \cdots\cdots(20)$$

を導いた。ここに，$B$ は河幅，$H$ は水深，$I$ は水面こう配，$\eta$ は粒径などによる地点の差を表わす係数である。また佐藤，吉川両博士および芦田和男氏[5]は矩形断面の掃流砂量が次式によって与えられることを見いだした。

$$Q_B=B\cdot\varphi\cdot\frac{\gamma_s}{\gamma_s-\gamma}\tau\cdot v_*\cdot F \quad \cdots\cdots(21)$$

$$\tau=w\cdot HI,\ v_*=\sqrt{gHI}$$

ここに，$\gamma_s$ は砂粒子の比重，$\gamma$ は水の比重，$w$ は水の単位重量である。$F$ の値は限界掃流力と掃流力との比 $\tau_c/\tau$ の関数で与えられ，また $\varphi$ の値は Manning の粗度係数 $n$ の大きさによって次のようにあらわされる。

$$\left.\begin{aligned}&\varphi=0.62 && n\geqq 0.025\\ &\varphi=0.62\left(\frac{1}{40n}\right)^{3.5} && n\leqq 0.025\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(22)$$

上記の公式のほかに，椿　博士[6]，岩垣博士[7]，Einstein[8] などの公式があるが，いずれの流砂量式が優れているかは今後数多くの現地観測により確かめなければならないが，とにかくそれらを用いて(19)式または(19)式を解くことができる。さらに水流についての運動方程式（不等速定流とする）と連続式は

$$i=\frac{dh}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{n^2\cdot v^2}{R^{4/3}}$$

$$\fallingdotseq\frac{d}{dx}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{n^2\cdot v^2}{h^{4/3}} \quad \cdots\cdots(23)$$

$$Q=A\cdot v\fallingdotseq B\cdot h\cdot v \quad \cdots\cdots(24)$$

である。河床高が安定であるようにするためには，(19)，(23)，(24)式を満足するように断面を定めればよいが，未知量は $B$, $h$, $v$, $i$ の四つであり，方程式は三つであるから，いずれか一つの未知量を仮定する必要がある。$i$ は地形その他の条件でほぼ定まったものとなるから，一般的には $i$ を与えるのがよい。しかし $B$ が与えられて $i$ を求めることもあるが，この場合の $i$ を動的平衡こう配という。増田氏と河村氏[9]は流砂量式として Brown 式を，摩擦抵抗式として

$$\frac{k_s}{d_m}=K\left\{\frac{v_*^2}{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd_m}\right\} \quad \cdots\cdots(25)$$

ただし，$k_s$：相当粗度，$d_m$：平均粒径，$K$, $m$：常数を用いて動的平衡こう配を解析的に求めている。また階差の形で求める方法をも示し，現地河川についての計算例を与えている。

上に述べたように，水流の運動方程式および流砂量式の中には，粗度係数が Manning または相当粗度の形ではいっている。河川の急流部では粗度係数の値は大きな

範囲で変化するから，適切な値を用いないと，(9)式および(10)式から求められた安定断面は不正確なものとなる。1. で述べた著者の方法を用いて，妥当な粗度係数の値を求めることが必要である。

以上で安定な河床高をもつ河道を設計する場合の原理，およびそれに対して河床の摩擦抵抗の占める役割について述べたが，これを実際河川に適用する場合には，なお解明しなければならない幾多の問題がある。たとえば，河道の長さの方向における砂礫粒径の流水による篩分けの現象，掃流砂礫の移動速度が高水の流速より小さいために，高水が終った後で掃流砂礫が河道内に局部的に堆積する現象，上流山地からの流出砂礫量の推定などである。特に急流河川においてはこれらの問題が非常に重要であるが，それらについての研究は十分でなく，今後の究明にまつところが多い。

3) 流路の固定

緩流部では河川の横断面形状を複断面にするのが普通であるが，急流部では高水敷の維持がむずかしく多額の費用がかかるので，従来から単断面方式が採用されている。しかし単断面にすれば河幅全体が低水敷になるから，砂礫が堆積しやすく，また流水が分派して乱流をおこしやすい。流路の乱流は護岸の施工箇所数を増し，また河床の粗度係数を大きくするので，乱流をできるだけ少なくすることが急流部の河道計画の中で重要な問題である。河床の粗度係数を減らすと，断面全体の平均流速がそれだけ増加するので，緩流部においては堤防のり先付近の河床の洗掘，水制基部の洗掘の程度が大きくなるおそれがある。しかし急流部では護岸や水制が損傷を受けるのは，高水の減水時に河道を斜めに横切って河岸に衝突する斜流によるものであるから，河身に平行な流れの平均流速が多少大きくなっても，護岸や水制の設計強度には影響しないものと思われる。乱流を防ぐには流路を固定して常水路を設定すればよいが，その方法は非常にむずかしく確実に効果があって，しかも他の面で支障をきたさないような方法はまだ考案されていない。前に述べたように，河幅を狭くすることも良い方法であるが，護岸上の問題があるし，また水制で水を刎ねて流水を蛇行させる方法は，緒論で述べたように水制がよほど長大なものでないと顕著な効果がない。しかし長大水制ではその維持が困難であり，また対岸に対する水衝作用が激烈であるので，あまり良い方法とは思われない。橋本博士[10]は常水路設定の目的のために，最近常願寺川や黒部川などにコンクリートブロック水制を築造してかなり効果があったといっている。しかし，これらの水制は施工後日が浅く，また河幅に較べてそう長大なものではないので，十分な効果を期待することは無理であろう。第2の方法は，河床掘削を行なって常水路をつくることであるが，一度掘削した流路を長期間にわたり流水の力で自然に維持することは困難であるし，ことに施工の速度がおそいと掘削するあとから流砂のために流路が埋まるので，掘削だけで常水路を設定することはほとんど不可能であって，他の方法の補助的手段として用いることが望ましい。第3の方法は，水衝箇所をさけて水裏に水制を設ける方法で，水制域に砂礫を沈澱，堆積させて州をつくり，もしくは既存の州を固定して移動させないようにしようとするものである。わが国の急流河川では，まだこのような水制は用いられていない。この構想に基づいて，木下良作氏は[11]模型実験を行なって，水裏に構造物を設けることが流路の固定に非常に役に立つことを確かめたのであるが，実際河川に使用するにあたっては，これが水刎的な水制にならないように適切な場所を選んで設けねばならないことや，十分な効果を発揮させるには非常に多額の経費を要することなど，まだ多くの問題点があるので慎重に検討をしなければならない。

急流河川で流路を固定して常水路を設定する方法としては，上に述べたように，(a)河幅を狭くする，(b)水刎用の水制を設ける，(c)河床掘削を行なう，(d)水裏に砂礫を固定させるための構造物を設けることなどが考えられるが，いずれも実際河川に適用する段階に至っていない。そこで著者はつぎに述べるように，河道の平面的形状の変化点を利用することを提案した。すなわち，急流河川では霞堤を設けることが多いが，これは流量の調節を行なうためよりもむしろ，内水を排除するとともに万一上流で破堤した場合に氾濫水を霞堤の控堤によって速やかに元の河道内に導流しようというものである。また蛇行流路の水衝部に霞堤を置くことによって，本堤が欠壊しても控堤によって氾濫を防禦するという，二重の堤防の考え方である。したがって，霞堤はもともと水衝部に設置されているものが多いわけであるが，一方には後に詳しく述べるように，河道断面が急激に拡大することにより霞堤付近に局部的に大きな州ができ，その結果流路が霞堤に沿うという状態が現われるのである。そこで霞堤を適当な位置に配置すれば，水衝部が定まって流路を固定するのに大きな効果があるわけである。また河道の湾曲部，ふくらみ，合流点などにおいても州が形成されて流路が固定されやすいから，このような地形をできるだけ利用することが望ましい。ただし，それらの変化点の配置が適切でないと，かえって流路を乱す原因になるので十分に注意しなければならない。著者は上記の状態を，数個の急流河川の空中写真の観察と，現地の測量，踏査によって調査をしたが，これについては[3]で詳しく述べる。

4) 護岸および水制

一般に護岸，水制の設置目的は，堤防と高水敷の保護，航路の維持，流路の固定などであるが，前にも述べたように急流部における流路の固定に対しては水制工法

は必ずしも良い方法ではなく，堤防の保護が最も重要な目的である。緩流部では，通常護岸または水制の施工箇所は比較的少なく，その構造が割合に簡単なものであっても上記の目的を達成できるので，急流部のそれに較べれば，計画，設計はかなり容易であり，また一般に全工事費の中で護岸，水制費の占める割合は少ない。これに反して急流部においては，低い水位のときでも流水，転石による大きな衝撃力，洗掘力を受けて破堤することが非常に多いので，護岸，水制の計画は河道計画の中できわめて重要な部分を占めるわけである。急流で河幅が広く砂礫の移動の著しいところでは，水流は必ずしも河岸に並行に流れるとは限らず，いわゆる斜流をおこしやすく，かつその流速が大きく，また移動砂礫が多いために護岸，水制の基礎部が洗掘，破壊を受けやすいなど，その配置，構造に関しては，困難な問題が数多く存在する。構造上の問題については，近年橋本博士[12]が常願寺川，黒部川，手取川などで現場実験を行なって大きな成果を治め，その他の急流河川でも種々研究が行なわれて[13]着々と成果をあげている。河岸に沿って砂礫を堆積させて水衝作用を緩和するためには水制をある間隔で配置するのがよいが，この場合の水制の長さ，間隔，方向など水制の配置については，現在なお不明の点が多い。特に急流部では斜流を生ずるので一層むずかしい。

以上を要するに，計画高水流量を流すのに必要な河積を算定し，安定な河道を設計するためには，粗度係数の値を正確にきめねばならないし，また護岸の施工箇所を限定し，あわせて河床の粗度係数を減少させるためには，急流河川の特徴であるところの乱流を防止して流路を固定することが必要であって，これらは急流部の河道計画を立てる場合に考慮せねばならない事項の内の重要な問題である。

〔2〕 粗度係数と河積

計画高水流量が与えられて計画高水位または河幅を計算によって求めるためには，適切な粗度係数の値をきめなければならないが，著者は 1. で述べた方法を用いて渡良瀬川，釜無川，梓川の粗度係数を算定し，それらの値と各河川の河道改修の全体計画樹立の際に用いられた粗度係数とを比較検討した。つぎに〔3〕で述べるような方法によって流路を固定することができた場合に，上記3河川の現状と比較してどのくらい河積を減少させることができるかについて検討した。また河川管理が不十分で側岸あるいは高水敷の粗度が非常に大きい場合に，このような大きな粗度が河積にどのような影響を与えるかを論じ，改修計画におとらず河川管理の重要なことを強調した。

（1） 粗度係数と河積との関係の実例

ここで採り上げた渡良瀬川，釜無川，梓川はいずれも上流山地部で国直轄の砂防工事を行なっており，流下砂礫量の多い沖積地河川であって，河床こう配は急で，ここで対象とした区間の河床物質は砂利，礫もしくは玉石である。したがって流路は相当に乱流していて河床の凹凸が著しく，粗度係数は大きいものと推定される。粗度係数を計算する区間はなるべく河幅，河床こう配が一様なところを選び，また流速の計算には Manning 公式を用いた。

1） 渡良瀬川：計算に用いた区間は距離標で 47.4 km～49.0km で，この間の計画高水流量は 3,500m³/sec，計画高水こう配は 1/126～1/141 で，その平面図は図-43に示すとおりである。河床砂礫の粒度分布曲線は図-44のようで，$d_{65}$=6.3cm，$d_m$=5.44cm，$\beta$=1.69 で

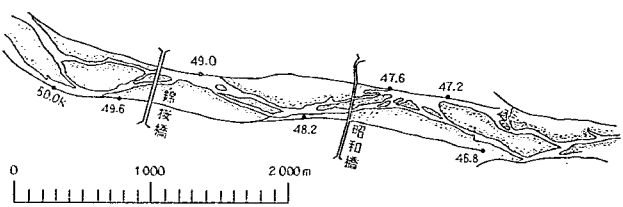



図-43 渡良瀬川平面図

ある。図-43および図-45の横断図に示すように主流路は割合に規則正しく蛇行していてその蛇行長（半波長）は600m～800mで，派流路の数は大して多くはなく，河床は比較的平坦である。平均河幅は 250m で横断面の重心の偏倚率 $e/B$ はつぎに示すとおりである。すなわち主流路は 47.4K～47.6K で左岸側，48.0K～48.2K で右岸側，ふたたび 48.8K～49.0K で左岸側に接しているので，それぞれの場所における $e/B$ の値を求めて平均した。47.4K と47.6K の平均値は0.0896，48.0K と48.2K では0.1026，48.8K と49.0K では0.0942であって，それら三つの値の平均は0.0955である。つぎに $d_{65}$=6.30cm，$\beta$=1.69 であるから，図-7 の $k_s/d_{65}$～$\beta$ 曲線から $k_s$=6.30×2.31=14.55cm となり，$R$≒3m とすると砂礫による Manning の粗度係数 $n_s$ は 0.0285 となる。また図-35 の $n_f$～$e/B$ 曲線から，$e/B$=0.0955 に対する形状抵抗による粗度係数を求めると $n_f$=0.0119 となる。

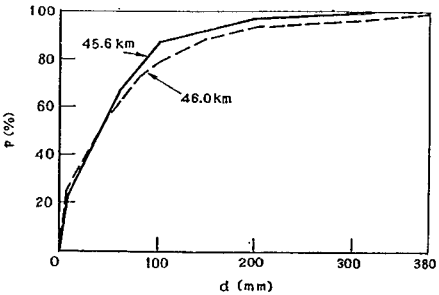



図-44　粒度分布曲線（渡良瀬川）

$n_g$ と $n_f$ とを H. A. Einstein の方法を用いて合成すると固定床の状態における粗度係数は $n_s=0.0334$ となる。つぎに図-42で $F_r=0.86$, $v_*^2/(15.68\times d_m)=0.26$ に対して，砂礫移動による粗度係数の増加分は $n_r=0.0135$ であるから，この $n_r$ と $n_s$ とを合成すると移動床の状態における粗度係数は $n=0.0388$ となる。$F_r$ および $v_*^2/15.68\times d_m$ の仮定が正しいかどうかを調べると，単位河幅当りの流量 $q=(3500/250)=14\mathrm{m}^3/\mathrm{sec}$ であるから，いま平均水深と径深が等しいとすれば，

$$14=\frac{1}{0.0388}(R)^{5/3}\left(\frac{1}{134}\right)^{1/2}$$

が成り立つ。これから $R=3.016\mathrm{m}$, $u_m=4.65\mathrm{m/sec}$ となる。したがって $F_r=0.856$, $v_*^2/(15.68\times d_m)=0.258$ で，仮定の値がほぼ正しいことがわかる。

河道改修の全体計画で採用されている粗度係数の値は，46.0K～51.2Kの区間で0.050～0.053，平均0.0515であって，上記の0.0388に較べると非常に大きい。

2）　笠無川：計算に用いた区間は距離標の19里12丁と19里16丁の間で計画高水流量は 3,100m³/sec，計画高水こう配は1/154，平均河幅は450mである。河床物質は砂利，礫であって，その粒度分布曲線は 1. 図-27-(9)のようである。流路は数本に分れて州が散在し凹凸が著しく，したがって $e/B$ の値はきわめて小さくて 0.0117 である。これに対する $n_f$ の値は0.0152である。河床砂礫の粒径と粗粒率はそれぞれ $d_{65}=4.39\mathrm{cm}$, $d_m=3.90\mathrm{cm}$, $\beta=1.60$ であるから，図-7より $k_s=9.53\mathrm{cm}$で，$R=2\mathrm{m}$ とすると $n_g=0.0265$ である。この $n_g$ と上記の $n_f$ とを合成すると $n_s=0.0338$ となる。いま $F_r=0.71$, $v_*^2/(15.68\times d_m)=0.22$ と仮定すると，$n_r=0.0160$ であるから $n_r$ と $n_s$ とを合成すると，$n_t=0.0407$ となる。したがって $R=2.11\mathrm{m}$, $v=3.27\mathrm{m/sec}$, $F_r=0.718$, $v_*^2/(15.68\times d_m)=0.219$ となって，上記の仮定値とほぼ一致している。

全体計画に用いられている粗度係数の値は 0.042～0.045，平均0.0435であるから，上記の計算値よりも幾分大きい。

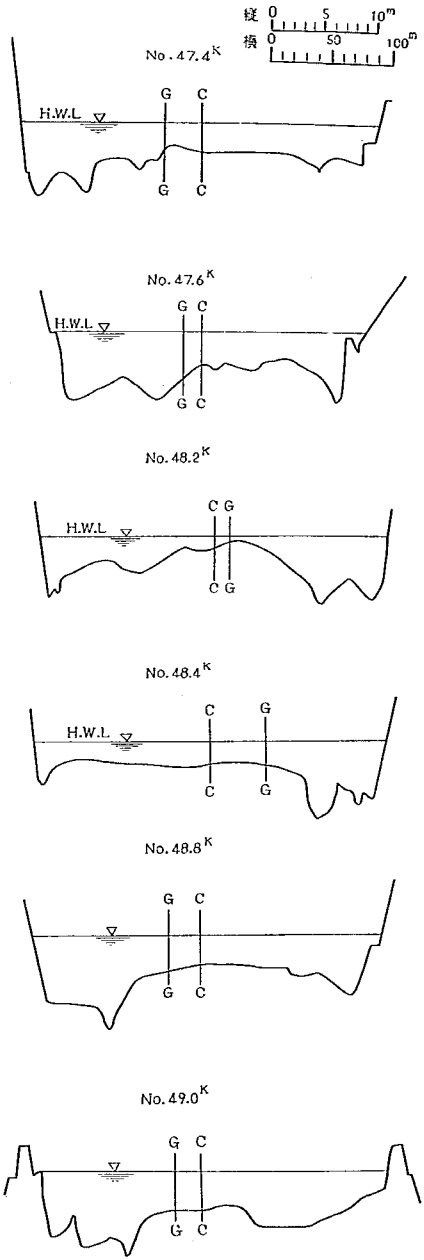



図-45　渡良瀬川横断面図

3） 梓川：計算に用いた区間は73.5K～75.5Kで，河道はほぼ直線で河幅は平均250m である。計画高水流量は 1,800m³/sec,計画高水こう配は 69.8K～79.0K の間で1/123である。河床物質は砂利，礫であって，73.0 Kと76.5Kの２カ所でそれぞれ流路の中，州の上および州の最も高いところの３カ所で採集したが，それらの粒度分布曲線は 図-46 のとおりである。それから粒径および粗粒率の平均値を求めると，$d_{65}$=6.22cm，$d_m$=4.81 cm，$\beta$=1.58 である。73.5K～76.5K の区間の平面図および横断面図を図-47，図-48に示すが，主流路は74.5 Kの付近を除けばほぼ規則正しく蛇行しているが，派流もかなり多数存在するので河床の凹凸は著しい各横断面の偏倚率はつぎのとおりである。

73.5K：$e/B$=15.5/260=0.0597（流路は左岸寄り）
74.0K：$e/B$=16.5/250=0.0661（〃 右岸 〃）
74.5K：$e/B$= 9.0/250=0.0360（〃 右岸 〃）
75.0K：$e/B$=14.0/273=0.0513（〃 右岸 〃）
75.5K：$e/B$=13.4/217=0.0618（〃 左岸 〃）
76.0K：$e/B$=21.0/210=0.100（〃 右岸 〃）
76.5K：$e/B$=16.5/222=0.0744（〃 左岸 〃）

73.5K～76.5Kの内，河道が直線である73.5K～75.5 Kの区間の $e/B$ の平均値は 0.0550 である。したがって $n_f$=0.0144 で，また $n_g$=0.0282（$k_g$=13.17cm，$R$=2m）であるから，$n_s$=0.0347 となる。つぎに $F_r$=0.81，$v_*^2/(15.68\times d_m)$=0.22 と仮定すると $n_r$=0.0135 であるから，$n$=0.0401となる。したがって$R$=2.00m，$F_r$=0.815，$v_*^2/(15.68\times d_m)$=0.212 で，仮定とほぼ一致するから，計画高水流量が流れた場合の粗度係数は 0.0401である。

全体計画で用いられている粗度係数は0.050～0.060，平均0.055であって，0.0401に較べると約37%も大きい。

以上で 1. に述べた著者の方法を用いて渡良瀬川(47.4 K～49.0K)，釜無川（19/12～19/16），梓川（73.5K～75.5K）の計画高水時の粗度係数を求め，それらと全体計画に用いられている値とを比較した。その結果，釜無川では両者の値はほぼ同じで，渡良瀬川，梓川では著者が計算した値の方がそれぞれ約 33% および 37% も小さい。また視察によれば釜無川，梓川は渡良瀬川に較べて乱流の程度が甚だしいように思われるが，著者が計算した粗度係数の値も前者２河川の方が大きい。

そこでこのような乱流河川を，つぎの〔3〕で述べるように流路を固定することができた場合に粗度係数がどのくらい減少するかについて検討しよう。山梨県笛吹川支川の日川は図-49および図-50に示すように流路が河道内を規則正しく蛇行しており，$e/B$ の値はつぎに示すとおりである。すなわち

No. 3（流路左岸寄り）$e/B$=7.2m/76.5m=0.094
No. 5（〃 右岸 〃）$e/B$= 8.9/80.0 =0.111
No. 6（〃 右岸 〃）$e/B$= 9.6/67.5 =0.142
No. 9（〃 左岸 〃）$e/B$= 10.6/96.5 =0.110

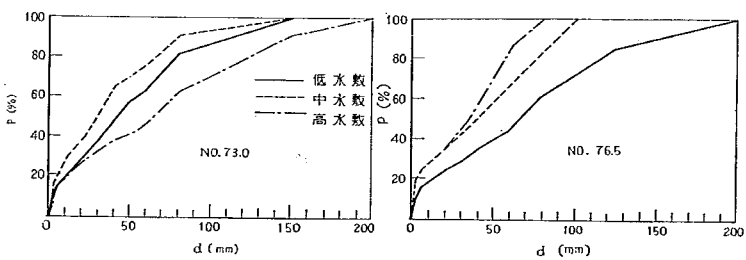



図-46 粒度分布曲線（梓川）

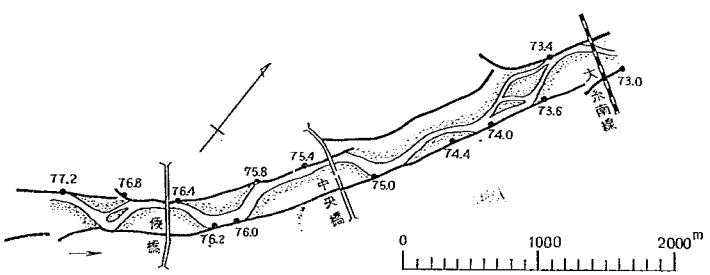



図-47 梓 川 平 面 図

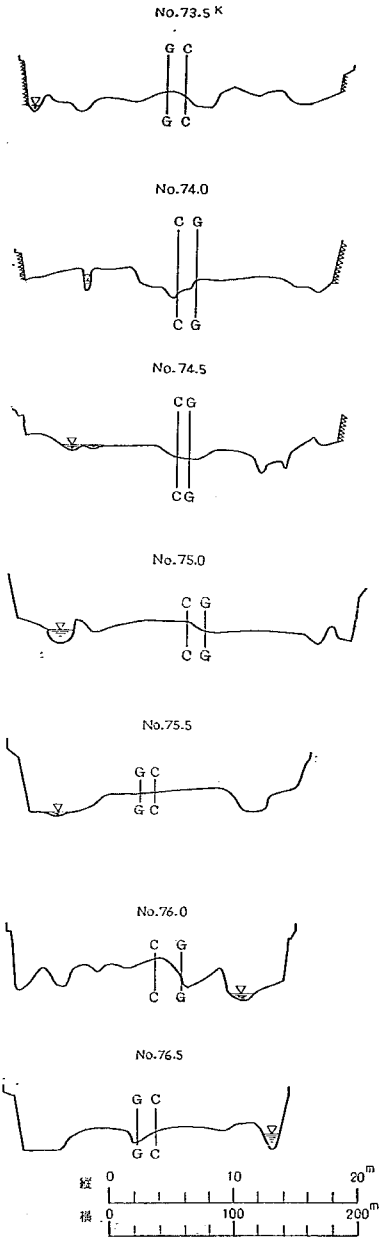



図-48　梓川横断面図

これらの平均値は0.114で，これに対して $n_f=0.0101$ である。前記の釜無川（19/12～19/16），梓川（73.5K～75.5K）の乱流の程度を少なくして $e/B$ の値を日川と同じく0.114にした場合には，$n_f$ の値はともに0.0101となる。そこでそれぞれの $n_t$ の値を算定するとつぎのようである。

1）釜無川：$n_f=0.0101$，$n_g=0.0265$ であるから $n_s=0.0305$ となる。つぎに $n_r=0.0130$ と仮定して $n_t$ を求めると 0.0360 となり，したがって $R=1.963$m，$v=3.51$m/sec，$F_r=0.80$，$v_*^2/(15.68\times d_m)=0.204$で，図-42においてそれらの $F_r$，$v_*^2/(15.68\times d_m)$ に対する $n_r$ の値を求めると 0.0130 であって，仮定した値と全く一致する。したがって流路を規則正しく蛇行させることによって計画高水時の粗度係数は $\{(0.0407-0.0360)/0.0407\}\times 100\%=11.55\%$ だけ減少することになる。

2）梓川：$n_f=0.0101$，$n_g=0.0282$ であるから $n_s=0.0321$ となる。$n_r=0.0110$ と仮定すると，$n_t=0.0363$，$R=1.886$m，$v=3.82$m/sec，$F_r=0.888$，$v_*^2/(15.68\times d_m)=0.199$ となって，上記の仮定は正しい。したがって計画高水時の粗度係数は0.0363であって，前記の 0.0401 に較べると 9.48% だけ小さくなるわけである。

そこで上記のような粗度係数の減少によって，計画高水流量に対する河積をどのくらい小さくすることができるかについてつぎのような検討を行なった。まず釜無川については，3,100m³/sce の計画高水流量に対して粗度係数が 0.0407 から 0.0360 に減ったのであるから，計画高水位を変えないとすれば，河幅は $450\text{m}\times(0.0360/0.0407)=398\text{m}$ となって，52m だけ河幅を狭くすることができる。また梓川については，1,800m³/sec の計画高水流量に対して粗度係数が0.0401から0.0363に減ったのであるから，河幅は $250\text{m}\times(0.0363/0.0401)=227\text{m}$ となって23mだけ狭くなる。

つぎに河幅を変えないで計画高水位を調整するとすれば，堤防高をどのくらい低くすることができるかというと，釜無川では $\Delta H=2.109-1.963=0.146$m，梓川では $\Delta H=2.00-1.886=0.114$m である。すなわち粗度係数を約1割減らしても堤防高は10～15cm しか低くならないから，堤防延長 1m当りの工事費を比較すると，わずか3～4％くらいしか節減できないであろう。しかしながら，堤防築造の直接費用のほかに間接的には支派川の堤防高，橋梁，取付道路などの付帯施設，排水ポンプの容量などに影響するから，それらの費用を含めると，たとえ 10cm～15cm くらいの高さの違いでも相当大きな金額の差になるであろう。以上に述べたように，粗度係数をわずかに小さくすることによって相当の工事費が節約できるのであるから，急流河川特に乱流河川ではできるだけ流路を安定させて河床の粗度係数を小さく

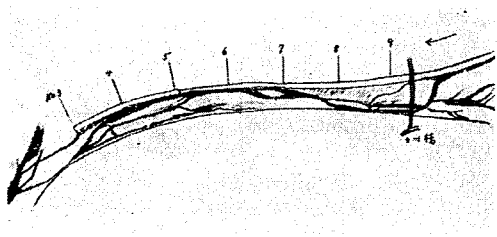


図-49　日川平面図

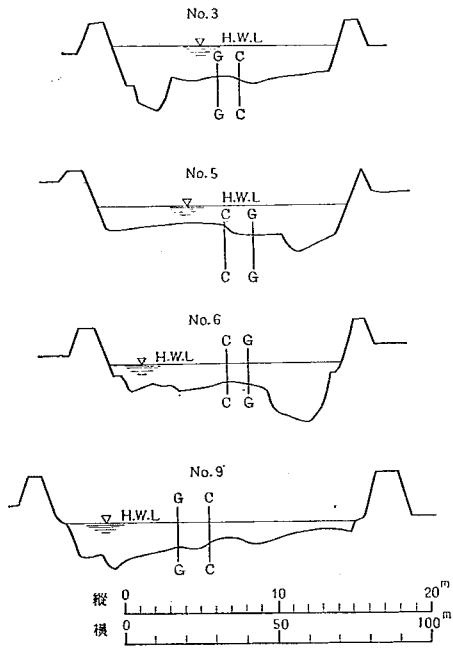



図-50　日川横断面図

するような改修計画を立てることが必要である。

（2）　高水敷または側岸の粗度の影響

流路が乱流，網流する河道では河床の粗度係数は大きく，反対に流路が1本にまとまっている場合には粗度係数が小さいことは，1. で述べたように実際河川の資料および実験結果から立証されたのであるが，実際には後者のような場所であっても粗度係数が相当に大きいことがある。このようなところの高水敷上には田畑が耕作されていたり，もしくは竹や潅木が生えていることがあるが，高水敷の維持管理を十分に行なって耕作や樹木の成育を防ぐならば，粗度係数をかなり減らすことができる。せっかく流路を固定しても高水敷の管理を怠るならばその効果を十分に現わすことができないで，かえって悪い結果を生むこともあるので注意しなければならない。

つぎに1例をあげて高水敷の粗度の影響を検討しよう。このために図-51に示すような横断面形

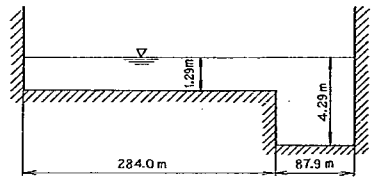



図-51　横断面図

状を有する河道について流量計算を行なった。河床砂礫の粒径および粗粒率を，$d_{65}=4.00$cm，$d_m=3.20$cm，$\beta=1.54$ とすれば，図-7の $k_s/d_{65}\sim\beta$ 曲線より $k_s/d_{65}=2.08$ であるから $k_s=8.32$cm で，$R=4$m とすると $n_0=0.0258$ となる。また1.〔3〕で述べたように，図-51のような横断形状を有する河道では，低水流路床の形状抵抗値は0と考えてよいから，$n_s=n_2=0.0258$ である。いま水位が量水標で4.0mの場合を考えると，径深，水面幅，断面積はそれぞれつぎのとおりである。すなわち

| | 径深 | 水面幅 | 断面積 |
|---|---|---|---|
| 低水流路内 | 4.29m | 87.9m | 377.3m² |
| 高水敷上 | 1.29m | 284.0m | 366.5m² |

等流で水面こう配を1/500とすると，低水流路内では $v_{*}^2/(15.68\times d_m)=0.167$ であるから，完全に移動床の状態である。いま $n_r=0.0197$ と仮定し，この $n_r$ と上記の $n_s$ とを合成すると $n=0.0363$ となる。したがって $u_m=3.25$m/sec，$F_r=0.502$，$v_{*}^2/(15.68\times d_m)=0.168$ で，前記の $n_r$ の仮定値は正しい。したがって低水流路内を流れる流量は，$Q_1=A\cdot u_m=377.3\times3.25=1226$m³/sec である。

1）　高水敷の維持，管理が不良で粗度係数が大きく，0.040 であるような場合には，高水敷上を流れる流量は　$Q_2=366.5\times(1/0.040)\times(1.29)^{2/3}\times(1/500)^{1/2}=486$m³/sec となるから，全断面を流れる流量は $Q=Q_1+Q_2=1712$m³/sec である。高水敷の維持を良好にして高水敷の粗度係数をかりに0.030に保ったとした場合には，$Q_2'=366.5\times(1/0.030)\times(1.29)^{2/3}\times(1/500)^{1/2}=648$m³/sec であるから，全断面の流量は $Q'=Q_1+Q_2'=1874$m³/sec　である。したがって　$\{(Q'-Q)/Q\}\times100\%=9.47\%$ となる。

2）　つぎに高水敷の粗度係数が0.050であるとすれば，$Q_2=389$m³/sec　となり　$Q=1615$m³/sec　である。したがって(1)と同様に粗度係数を0.030に減少させたと

すれば，増加流量は $\{(Q'-Q)/Q\}\times100\%=16.0\%$ となる。

上記の計算結果からわかるように，高水敷の粗度係数を，たとえば0.040または0.050を0.030に減らすことによって同じ断面積で約10～15%だけ多くの流量を流すことができるのであるから，高水敷の維持，管理を十分に行なって粗度係数をできるだけ小さくするように心掛けねばならない。そおしないと，せっかく乱流を防ぎ得たとしても，その効果を十分に発揮させることができないことになる。

つぎに河幅の割合に水深が大きくしかも側岸に樹木等があるようなところでは，側岸の大きな粗度の影響が河心にまでおよんで，したがって平均流速がかなり減少することになるので，側岸の維持，管理にも注意しなければならない。図-52に示すような断面を有する河道について側岸の粗度の影響を計算しよう。河床幅は82mであって，左岸側は石積堤防で割合に粗度は小さいと思われるが，右岸側は樹木があって相当大きな粗度であると考えられる。計画高水時の水深はほぼ11mであって，河幅に較べて水深が大きい。河床砂礫の粒径は，$d_{65}=3.80$ cm，$d_m=3.25$cm である。前述の H. A. Einstein の方法を用いて，右岸側の樹木の影響を除いた場合には粗度係数がどのくらい減少するかをつぎのように検討した。

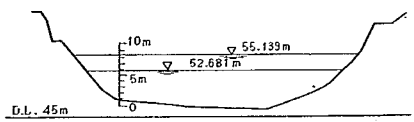



図-52　河道横断面図

1）量水標の水位が 52.681m のとき（図-52）の実測値から，$A=557\text{m}^2$，$R=5.21$m，$J=1/1820$，$u_m=2.65$m/sec が求められた。それらの値から Manning の粗度係数を求めると，$n=0.0266$ となる。たとえば右岸の粗度係数を $n_w=0.050$ とすると，$2.65=(1/0.050)\cdot R_w^{2/3}\cdot J^{1/2}$ の関係から $R_w=18.28$m となる。したがって $A_w=18.28\times8.13=149\text{m}^2$，$R_b=(557-149)/100.5=4.06$m で，河床の粗度係数は $n_b=0.0225$ となって，粗度係数の値は15.4%だけ減少することになる。すなわち右岸に樹木がなく河床と同じ程度の粗度であるならば，水位が52.681mのときには，現在よりも約15%だけ多くの流量を流すことができるわけである。

2）量水標の水位が 55.139m の場合には，$A=830\text{m}^2$，$R=7.19$m，$J=1/940$，$u_m=3.08$m/sec であったから，それに対する粗度係数は $n=0.0394$ となる。右岸の粗度係数 $n_w=0.060$ とすると，$R_w=13.34$m，$R_b=6.05$m で，$n_b=0.0351$ となって粗度係数は 10.9% だけ減少する。

以上は片側の河岸だけに樹木がある場合であるが，樹木が両岸にあればその影響はさらに大きくなる。したがって側岸の維持，管理を十分に行なって粗度をできるだけ小さくするように留意することが肝要である。

（3）結　論

以上で河床粗度と河積との関係，高水敷または側岸の粗度が流量におよぼす影響について述べたのであるが，それらの結果を要約するとつぎのとおりである。

1）渡良瀬川（47.4K～49.0K），釜無川（19/12～19/16），梓川（73.5K～75.5K）に対して，1．で述べた著者の方法を用いて計画高水時の Manning の粗度係数を算定した結果，渡良瀬川では 0.0388，釜無川では 0.0407，梓川では0.0401であった。それらの値を改修工事の全体計画書で用いている 0.0515，0.0435，0.050 に較べると，釜無川の値はそれほど大きな差はないが，他の2河川については全体計画書の方が渡良瀬川は32.7%，梓川は37%も大きい。

しかしながら，全体計画の中で渡良瀬川，梓川の河道計画を立てるについては，過去に実際におこった高水位をそのまま計画高水位にとり，粗度係数を仮定して計算によってその時の流量すなわち計画高水流量をきめているので，粗度係数は計画水位および河幅のの決定に対しては直接には関係がない。著者が求めた粗度係数の値と全体計画書の中で採用されている値とを比較することは，このような意味からは適当ではないと思われる。

2）釜無川，梓川に対して，この〔3〕に述べるように流路を固定して河床の凹凸による形状抵抗を小さくした場合に粗度係数がどれだけ減少するかを計算した結果，それぞれ0.0360，0.0363であった。上記の0.0407，0.0401に較べると約10%減っており，したがって河幅または堤防高，堤防断面をそれだけ縮少できるわけであって，多額の工事費が節減できる。

3）高水敷の大きな粗度が流量に及ぼす影響について1例をあげて計算した結果，高水敷の粗度を減少させることによってかなり多くの流量を余分に流すことができることがわかった。また側岸の粗度の影響について一例について計算した結果，側岸の粗度を河床粗度と同じ大きさにすることによって現在よりも10～15%だけ多くの流量を流すことができることがわかった。したがって高水敷と河岸の維持，管理を十分に行なってそれらの粗度をできるだけ小さくすることが肝要であつて，維持，管理が不十分であるとせっかく流路を固定して粗度の減少を図っても，その効果を十分に果すことができないことになる。

〔3〕常水路の設定

急流部の河道計画において常水路設定の必要なことは，〔1〕で述べたとおりであるが，ここでは著者が研究した流路固定の方法について述べる。流路固定に対する著者の考え方は，砂礫堆の形成によって生じる流路の蛇

行に基づくものであるから，まず（1）で砂礫堆に関する木下良作氏の研究結果を紹介し，つぎに（2）で著者が行なった霞堤による流路固定の実験について述べ，最後に（3）で実際河川の河状，特に霞堤，河道の湾曲部とふくらみ，合流点などと流路の蛇行との関係について，現地調査の結果と空中写真の観察とによって考察を行なった。

**（1） 流路の蛇行**

1) 木下良作氏の研究：木下氏は河道内における流路の蛇行の形態を砂礫堆形成の面から検討したが，その方法として東日本における30個の河川の観察と水路実験との両者によった。

（a） 河川における砂礫堆の形成[14]：砂床河川に発達する砂漣または砂堆は，その峰線が概して流向に直角方向に現われ，河幅が広い場合には峰線が屈曲したり断滅したりして複雑な様相を呈する。また大きい規模の砂堆の形態の中には，上記のものとは異なって舌状の砂堆がうろこ状に群生する場合がある。礫がまじる急流部の河床では，砂堆の形態は砂だけの場合に比較して種類が少なく，かなり単純である。多くの砂礫床河川では一方の河岸に低水流が集中し，それが次第に水面幅を広げて対岸に向かい，これが河道を斜めに横切って発達する砂堆の下流側の急斜面を流下して対岸に衝突し，そこにふたたび水深の大きな水面こう配の緩い流れを形成する。この流れは同じ形態の流れ方を繰り返し，その結果洗掘部分が左右岸交互に生じて水流は蛇行するのである。これはちょうど図-53に示すように，河川の湾曲部に現われる蛇行の形態とほぼ同じであって，太線で示される部分は，上流側河床が浸食されて運ばれた砂礫が下流側の急斜面に堆積されて形成された一つの “dune” の形態をなすものであって，木下氏はこれを砂礫堆と称した。この砂礫堆は高水時に形成されるものと思われるが，低水時の流れ方は砂礫堆の形態に大きな影響を受ける。砂礫床河川で，さらに河床こう配が急になると，高水の減水時または小さな出水で，流水が河道を斜めに横切って対岸に向かって落ちこみ，その結果何本かの派流路が開削されて，河床はいわゆる網流状態を呈するのである。しかしながら網流河川であっても，大局的には普通の砂礫床河川におけるものと同じ形態の左右交互の砂礫堆が形成される場合が多いのであるが，大高水の生起間隔が長い場合には，その間の小流量の水によって砂礫堆は大きく変形されるので，大高水時に形成された砂礫堆の形状が認めがたくなることがある。木下氏は空中写真と実地調査とによって，蛇尾川およびその支川の熊川，信濃川，和賀川，大井川，天竜川，鬼怒川，黒部川，手取川，常願寺川（いずれも流下砂礫量が相当に多い荒廃河川である）を調べた結果，二次的または三次的な小さな砂礫堆があったり，あるいは長期間大洪水がなかった河川では変形された砂礫堆が認められたにすぎなかったが，しかし砂礫が多量に堆積する区域には一次の砂礫堆が顕著に形成されて，流水が明瞭に蛇行しているのを認めることができたといっている。

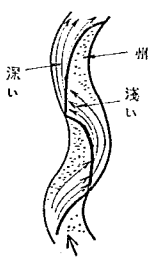


図-53　湾曲部の蛇行

（b） 実験水路における砂礫堆[15]：実験水路は有効長 6m，幅13.2cm の小さな木製のもので，水路底こう配を1/500～1/7.5の範囲の20種類とし，また水路底に敷いた砂の平均粒径は 0.38～2.75mm の間の 6 種類である。流況に応じて砂床面に種々の形態の凹凸が現われたが，木下氏はそれらを分類して砂礫堆，準砂礫堆，線状砂漣，帯状砂漣，砂漣という名称をつけた。

通水を開始してから時長がたつにつれて砂礫堆は発達して安定した状態になり，水流の蛇行も規則的な状態を呈してくる。すなわち，砂礫堆上を流れる水の表面流線と底部流線を調べた結果，両者ともにかなり規則正しく蛇行をしており，底部流線の状況は前述の実際河川の流路の蛇行の形状と類似している。砂礫堆は，通水を停止して水が引く途中に幾分変形し，ことに水路こう配が急な場合には，減水時に流量がかなり少なくなってもなお限界掃流力を越えているために，砂礫堆面が網の目のように開削されて，ちょうど急流荒廃河川の平水時と同じような乱流状態を呈するのであるが，それでも実際河川の場合と同じように，網流の中にも砂礫堆の原形が明瞭に認められるのである。砂礫堆の長さと水理量との関係については，こう配が大きくなるほど長く，また流量が多くなるにしたがって短くなっている。また水路幅に較べて水深が大きい場合には，砂礫堆の峰線はほぼ直線で，波長が短く高さも低くて，木下氏はこれを準砂礫堆と呼んで砂礫堆と区別しているが，その発生機構は両者とも同じであると思われる。

つぎに砂礫堆の発生範囲を検討するために，4種類の砂を用い，前記の流量およびこう配で実験を行なって，砂床面の状態とこう配 $J$，Reynolds 数 $Re$，Froude 数 Fr，水深 $H$，掃流力 $\tau$，砂の粒径 $d$，水路幅 $B$ との関係を調べた。たとえば砂礫堆の発生領域と，水路幅 $B$ と水深 $H$ との比 $(B/H)$ および摩擦速度 $v_*$ との関係を調べると図-54に示すとおりで，また砂の粗さおよび $B/H$

と発生限界との関係は図-55に見られるとおりであって，粒径が大きいものの方が砂礫堆の形成限界の $B/H$ の値が小さい傾向を認めることができる。以上の結果から，砂礫堆は常流でも射流でも形成され，また $B/H$，$B/d$，$v_*d/\nu$，$J$などの値のある一定の範囲内でだけ形成されることが木下氏によって明らかにされた。

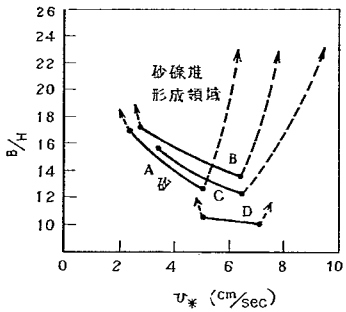



図-54　砂礫堆の形成領域

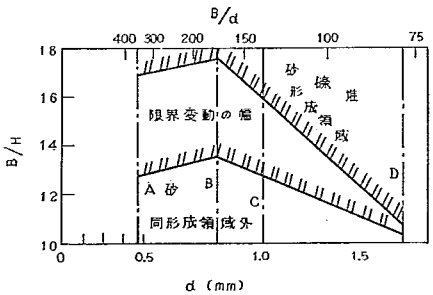



図-55　砂礫堆の形成領域

2）著者の実験：1）で述べたように，木下氏は実験水路でも実際河川の砂礫堆とよく似た砂礫堆が形成されることを確かめ，きわめて多種類の実験を行なって砂礫堆の性質を調べたのであるが，著者は木下氏が使用した水路（水路幅 13.2cm）よりも幅の広い水路を用いて実験を行ない，大きな水路でも砂礫堆が形成されるかどうかを確かめるとともに，流路固定のための雲堤の実験に対する予備実験にした。

（a）実験の設備および方法：実験水路は 1.〔1〕で述べたものと同じで，水路の底幅1.6m，有効長35m である。水路底に敷いた砂は釜無川産のａ種およびｂ種の二種類で，それらの粒度分布曲線は図-56に示すとおりである。実験通水中は水路の上流端で，一回の通水時間である５分間について 0.25m³ の砂（水路底の砂と同種類のもの）を，水路全幅にわたり均等に補給した。流速測定には，紙片を水面に浮かせて表面流速を測り，木下氏が実験で求めた表面流速と平均流速との関係[16]から平均流速の値を求めた。水深の測定は，水門のすぐ下流にあるコンクリートの水叩上で行ない，また通水の前後に水路床面の横断形状を測量し，それと通水中の水位とから平均水深を求めた。

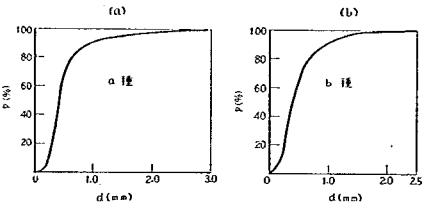



図-56　粒度分布曲線

（b）実験結果：ａ種の砂を水路底に敷きならし，その砂床面の縦断こう配を 1/200 にした。水叩上の水深を 4cm にして 20分間通水し，停水後の床面の状態を調べたところ，図-57 に示すような形の非常に明瞭な砂礫堆が認められた。減水時に流水が側壁に向かって斜めに落ちこむために，砂礫堆の峰線が次第に弧形状に張りだし，また峰線に直角に幾筋もの溝が刻みこまれる。峰線の高さはかなり高く，流量が少ないときには流線は図-57の点線のように蛇行し，これが側壁にぶつかる場所の砂床は相当に深く掘られている。このような状態は，木下氏の実験で現われた砂礫堆の場合と全く同じである。この場合の水流と砂礫堆の諸元はつぎのとおりである。すなわち，平均粒径 $d_m$=0.40mm，水深 $H$=4cm，砂床面こう配 $J$=1/185，摩擦速度 $v_*$=4.60cm/sec，水路幅 $B$=160cm，砂礫堆の平均長 $l$≒500cm である。平均粒径の大きさは，木下氏の実験で使用されたＡ種砂とほぼ同じであるが，本実験砂は 0.6mm 以上の粒径のものが全量の約20％も含まれ，かつ最大粒径が３mmという大きなものであるなどの点がＡ種砂と異なっている。砂礫堆の平均長と水路幅との比は $l/B$≒3 であつて，これは木下氏の実験で得られた $l/B$=4～6 に較べて小さく，その最小長とほぼ同じである。本実験では $v_*$=4.60cm/sec，$B/H$=40 であるから，前記の図-54 および55により砂礫堆が形成されうる領域にはいっていることがわかる。

つぎにｂ種砂を用いて行なった実験結果について考察

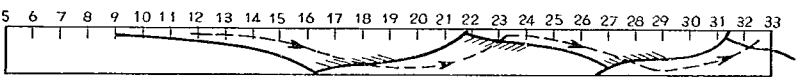



図-57　砂礫堆の形状

する。これまでに使用していたａ種砂を全部使い果したので，ふたたび砂を釜無川河床から採集した。しかしａ種砂を採集した後の昭和29年10月の14号台風の出水によって，上流山地から砂鉄が流下して河床砂礫と混合したので，砂鉄の含有率は非常に小さく１％以下であるが，この砂を水路底に敷いて通水すると，砂鉄がきわめて微粒でしかも比重が大きいために，ちょうど砂鉄が砂床面上に黒色をなしてべったりとはりついたように見える。したがって，こう配1/200，水深 4cm の水流では，使用砂の粒度分布曲線はａ種砂とほとんど同じであるにもかかわらず，ａ種砂の実験の場合に較べて床面の砂の移動が著しく少ない。このように水深 4cm では砂が動きにくくて砂礫堆が形成されなかったので，水深を次第に大きくし，約６cm のときに砂礫堆が最も明瞭に現われ，水深８cm では砂礫堆は消滅して縦状砂漣が現われた。水路床こう配1/200，水深 6cm の場合に現われた砂礫堆の平面図を描くと図-58 のとおりである。図は５分間通水した後の水路床の状態であるが，砂礫堆の峰線はａ種

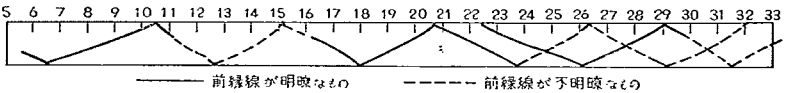



図-58　砂　礫　堆　の　形　状

砂の場合に較べると直線的であり，峰線の高さも低く，また砂礫堆の波長も短い。通水を止めて減水するにつれて流水が蛇行状態を呈することはａ種砂と同様で写真-4は停水後水路床に水がたまっている状態であって，これから蛇行の状況を推察することができる。この場合の水流および砂礫堆の諸元はつぎのとおりである。すなわち $d_m$=0.43mm（通水前に No. 8 と No. 28のところから採集した砂についての平均値），$H$=6.0cm，$J$=1/180，$v_{※}$=5.72cm/sec，$B$=160cm，$l$≒300cm である。したがって $l/B$≒1.9 であって，この値は木下氏の実験結果はもちろんのこと，ａ種砂の場合よりも小さい。しかし $B/H$=26.7，$d_m$=0.43mm であるから，図-54 および図-55 により本実験の諸元は木下氏の実験における砂礫堆形成の領域内にあることがわかる。ｂ種砂で形成された砂礫堆は，その形状が木下氏のいうところの準砂礫堆に該当するようであるが，その原因は砂の中に砂鉄が混入して細砂が移動しにくくなったためであると思われる。砂礫堆を明瞭に生ぜしめるためには，砂鉄を含有しない砂を使用しなければならないが，29年10月以降においては釜無川，笛吹川水系の河床のどこから採集しても砂鉄を混入しない砂が得られなかったので，そのまま釜無川の砂を用いてつぎに述べる霞堤の実験を行なった。

写真-4

ａ種およびｂ種の実験に現われた砂礫堆の波長が，木下氏の実験におけるものよりも短く，$l/B$ の値がそれぞれ約3.0および1.9であったことは前述のとおりであるが，それらの値は実際河川で形成されている普通の砂礫堆における値とほぼ同じくらいである。

### （２）　流路の固定

河道が直線的で，かつ堤防のり線に霞堤，ふくらみ，合流点などの大きな変化点が存在しないような急流河川では，（１）および後に述べる霞堤の実験結果から明らかなように，砂礫堆は出水のたびごとに下流へ向かって移動するはずである。しかし実際には霞堤があったり，支川が合流していたりすので，砂礫堆はむやみには移動しないのが普通である。後に詳しく述べるように，このような特異点は砂礫堆の固定にしたがって流路の固定にきわめて有効であるが，それらが左右岸に交互に配列されないで，一方の河岸にしかない場合とか，間隔が長すぎたり短かすぎたりする場合には，それらの特異点から発生する砂礫堆の峰線が交錯して複雑な形状の砂礫堆が現われ，その結果流路が乱流するようになる。しかも流下砂礫量の多い急流河川では，たとえ砂礫堆が交互に規則正しくできても，高水の減水期に派流が生じて網流状態を呈しやすいのであるから，まして上述のように砂礫堆が不規則に形成されると網流がなお一層はげしくなって，河床上至るところに凹凸が現われることになる。したがって霞堤，支川の合流点，堤防のり線のふくらみ，河道の湾曲部などを，直線水路に形成されるところの固有の砂礫堆の波長と同じ間隔で左右岸に交互に配置するならば，河床の凹凸をかなり軽減させることができるはずである。さらにそれらの特異点における河幅の変化の

割合を大きくすればするほど，高水時に大きな流路が形成され，したがって平水時には流量の全部もしくは大部分がこの流路の中を流れるので，流路の深さ，幅がますます増大して，その結果乱流をおこしにくくなる。

本節では，まず霞堤付近にどのようにして砂礫堆が形成されるかを実験によって調べ，また実際河川の霞堤個所の砂礫堆の形状と比較した結果，両者は非常に類似していることがわかった。つぎに霞堤を種々の間隔で左右岸に交互に配置した場合に，霞堤によって形成される砂礫堆と，霞堤の存在とは無関係に形成される固有の砂礫堆との関係を調べ，このようにして流路の固定に対する霞堤の効果を検討した。つぎに河川の合流点に形成される砂礫堆と流路の状態とを，高低測量図と空中写真の観察によって調べた結果，合流点付近では，合流河川の性質によって，大きな流路が河岸に沿って固定される場合と，同じ程度の大きさの2～3本の流路が現われて乱流する場合とがあることがわかった。最後にいくつかの急流河川における霞堤，合流点，河道の湾曲部，堤防のり線のふくらみが，流路の蛇行に対してどのような影響を与えているかを調べ，それらの河道の変化点が流路の固定，すなわち常水路の設定にきわめて有効であることが明らかになった。

1）霞堤の実験

（a）実験の設備および方法：（1）の砂礫堆の実験に用いた水路をそのまま使用し，水路の側壁に霞堤を設け，その控堤の曲率を図-59に示すように3種類に変えて実験を行なった。控堤は円弧で側壁の直線部に接し，曲率半径は㋑が最も小さく，㋺，㋩の順序に大きくなる。また（1）に記したa，bの2種類の砂をそれぞれ水路床に1/200のこう配で平らに敷きならし，通水中は同じ種類の砂を水路の上流端から補給した。まず霞堤部における砂礫堆形成の機構を調べるために，水路の側壁に霞堤を1カ所だけ設け，a種，b種の各砂を敷いて実験した。つぎに，前節で述べたように霞堤がない直線水路に現われる固有の砂礫堆の長さは，b種砂ではほぼ3mであったから，霞堤を左右岸に1カ所ずつ3mの間隔に置き，ひきつづいて霞堤を3カ所，4カ所に置いて実験を行なった。さらに霞堤の間隔を7mとした場合に，それから発生する砂礫堆の峰線と固有の砂礫堆のそれとが交錯して乱流を生ずるかどうかを調べ，最後に霞堤の曲率を㋺，㋩にした場合に砂礫堆の長さがどのように変化するかを調べた。それらの実験の種類をまとめると表-15のとおりである。

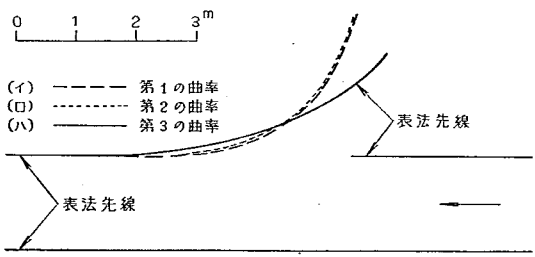



図-59　霞堤の曲率

表-15

| 実験番号 | 霞堤の曲率 | 霞堤の数 | 霞堤の間隔 (m) | 砂の種類 |
|---|---|---|---|---|
| ① | ㋑ | 1 | — | a |
| ② | 〃 | 1 | — | b |
| ③ | 〃 | 2 | 3 | 〃 |
| ④ | 〃 | 3 | 3 | 〃 |
| ⑤ | 〃 | 4 | 3 | 〃 |
| ⑥ | 〃 | 2 | 7 | 〃 |
| ⑦ | 〃 | 3 | 7 | 〃 |
| ⑧ | ㋺ | 2 | 7 | 〃 |
| ⑨ | ㋩ | 2 | 7 | 〃 |

（b）実験結果とその考察：水深 6cm で5分間通水した後に水を止めて水路床の凹凸の状態を測定し，つぎに床面をならさないでひき続いて5分間通水して同じことを繰り返し，このようにして5分，10分，15分，20分，25分，35分，45分後のそれぞれの砂床面の状態を観察した。

実験①：まず水深 5cm で通水して5分，15分，25分，35分，45分後の砂床面の状態を調べ，最後に水深を 13cm にして7分後の状態を調べた。各砂礫堆の形態を示すと図-60 (a)～(f) のとおりである。図において，砂礫堆の峰線が明瞭に現われた場合にはこれを実線で現わし，あまり明瞭でないものは点線で表わした。(a)では，まだ全般には礫砂堆は形成されていないが，霞堤部には明瞭な峰線が現われた。(b)では霞堤部から発生した砂礫堆のほかに固有の砂礫堆が現われ，ついで(c)では固有の砂礫堆が前進して霞堤部のそれと一致し，その結果きわめて顕著な波長の長い砂礫堆になった。(d)では，(c)で左岸側壁の測点18.5で交わっていた峰線が，砂礫堆の移動によって 21.2 で交わるようになり（以下この状態を 18.5→21.2 の記号で表わす），また30→31に前進し，右岸側15.5より上流へ向かって峰線が発達し控堤に沿う峰線と交わっている。(e)では砂礫堆が(d)よりも約 2m 下流へ移動している。つぎに (f) は，水深を 13cm にして7分間通水した後の状態であるが，霞堤部にはかなり明瞭な峰線が現われるが，その他の場所に

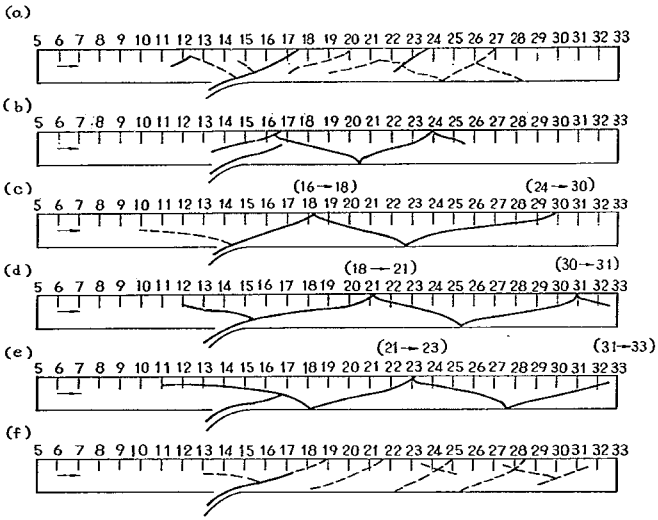



図-60　霞堤の実験

は現われない。

以上の結果から，水深の大きさにかかわらず，砂が移動する状態では霞堤部には常に砂漣堆が明瞭に現われるが，これが水路固有の砂漣堆の峰線と交わって乱流を生じやすい状態となり，またある時期にはこの両者が重なって規則正しい蛇行の状態を呈するが，それから時間をへるにしたがって，霞堤部から発生している峰線が次第に下流へ延びて，ついには峰線が切断されてふたたび乱流状態を呈するようになる。したがって霞堤が1カ所にしか設置されていない場合には，霞堤は乱流を防止する効果を持たないことになる。

つぎに砂漣堆が霞堤部にどのようにして形成されるかを調べるために，通水中の床面の砂の移動，流水の状況を観察し，また停水後の砂床面の高さを細かく測定した。通水中の状態は，図-61に示すように流線が矢印の方向に向かい，床面の砂もそれにしたがって控堤の前面に堆積する。流水はこの堆積州を越えて控堤に衝突し渦をまきながら控堤に沿って流れ，それから河道を斜めに横切って対岸に向かう。その際に控堤と堆積州との間は渦のために著しく洗掘される。図中の等高線は停水後に砂床面高を測定して作ったもので，通水前の床面高に較べると，堆積高は最大20mm，洗掘深は15mmにおよんでいる。つぎに13cmの水深で通水すると，図-62に示すように堆積高は80mm，洗掘深は70mmに達した。州の高さと面積は流速，水深，霞堤部で水路幅が変化する割合および控堤の線形などに関係するが，州の形状はいずれの場合でもほぼ同じである。このような州が形成されたあとで，水路幅一杯にはならない程度の少ない流量で通水すると，流路は図-62の矢印の位置に生ずる。実際河川の霞堤部における州と流路の状態を調べた結果，上記の実験で現われたものと非常によく似

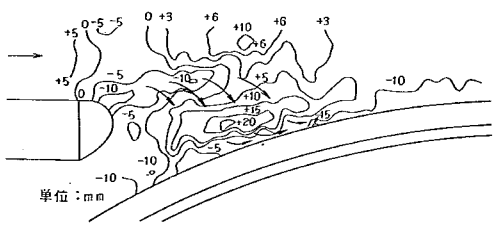



図-61　霞堤付近等高線図（水深 5cm，通水時間 5 分）

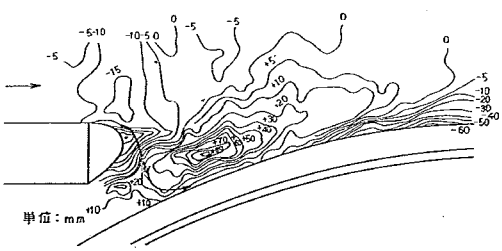



図-62　霞堤付近等高線図（水深 13cm，通水時間 5 分）

ていることが認められたが，それについては後に詳しく述べることにする。

実験②：各通水時間後の砂礫堆の状態は図-63に示すとおりである。(a)では置堤部に明瞭な砂礫堆が現われ，これが水路のほぼ下流端まで続いている。水路の下流端と上流端付近には別の砂礫堆が見られる。(b)では18→19.2，16→17，23→26で，外に置堤のところから明瞭ではないが18に伸びる砂礫堆が現われ，それの続きとして上流側に明瞭な砂礫堆が生じた。(c)では，(b)における左岸側11の点が13に，17→19.3，19.3→21.7，26.2→28.2のように砂礫堆が前進し，置堤部には別のあまり明瞭でない峰線が現われた。つぎに(d)では10→12，13→15，19.3→22，28.2→30となり，(c)における19.3—22と21.7—24.7の二つの峰線が接近して一本の峰線22—26.3になった。またこの場合にも置堤部には明瞭な峰線が現われた。

以上の結果から，b種砂を用いた場合にも，実験①と同様に置堤の存在によってかならず砂礫堆が発生し，また同時に固有の砂礫堆も現われるために，それらが交錯して乱流を生ずることが認められた。

実験③：(1)の実験結果から，側壁に置堤を設けない直線水路に形成される砂礫堆の長さは約3mであることがわかったので，置堤を両岸に1カ所ずつ3mの間隔で設けた。以下は，上流側置堤を第1の置堤，下流側のものを第2の置堤と称することにする。図-64 (a)では，水路床全体にはまだ完全な砂礫堆が形成されるに至っていない。置堤部には2カ所ともに控堤に沿って峰線が現われ，第2置堤部には2本の峰線が並行しているが，第1と第2の置堤の間には外の砂礫堆は全く現われていない。つぎに(b)では砂礫堆が完成され，(a)における20が21.3に，21→23，23→25.8，26，28.5→29となり，第2置堤の下流部で二つの砂礫堆が交わっている。(c)では19→21.4，21.3→24，25.8→28.5で，(b)の砂礫堆がそのままの形状を保って下流へ移動しただけである。また21.4—24の峰線の連続形として21.4—18.5の峰線ができて，これが第2置堤による峰線と交わっている。(d)では21.4→24，24→26.8，28.5→31で，(c)における24付近から28に向かう2本の並行した峰線が前進しながら1本にまとまり，したがって26.8—31の線長がかなり長くなっている。

以上のように(a)～(d)を通じて，第2置堤の下流においては固有の砂礫堆と置堤による砂礫堆とが共存して乱流しやすい状態であったが，第1と第2の置堤の中間には固有の砂礫堆は生じなかった。水路の上流部では砂礫堆が形成されにくいので（前に述べたように，砂礫堆は河床が堆積傾向にあるところに顕著に現われるから），置堤間に砂礫堆が現われなかった原因がその点にあることも考えられるので，これを検討するために，第2置堤より下流へ3mおよび6mの場所にさらに第3，第4の置堤を設けて実験を行ない，つぎに述べるような結果を得た。

実験④：図-65 (a)では，第3置堤の下流側に二つの舌状の砂礫堆が現われている。(b)では，(a)の24の点が25に移動し，二つの舌状の峰線が重なって25につながる明瞭な砂礫堆になった。(c)では25→26，28→29，29.2→3になったが，第3置堤のすぐ下流側では峰線が非常に錯綜している。(d)では，21→24.5，24→27，26，28→29であって，(a)とほぼ同じ状態である。(e)では24.5→25，27→28となり，25—28の連続形として22.5—25の峰線が現われて，第3置堤による峰線に並行している。以上の結果により，置堤より下流では，置堤による峰線と固有砂

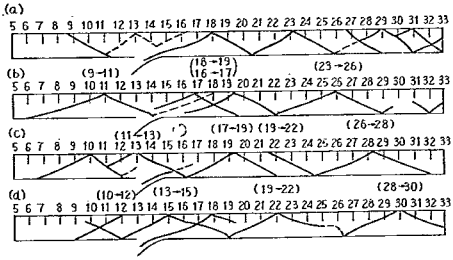



図-63　実　験　②

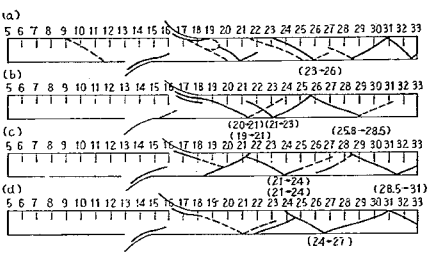



図-64　実　験　③

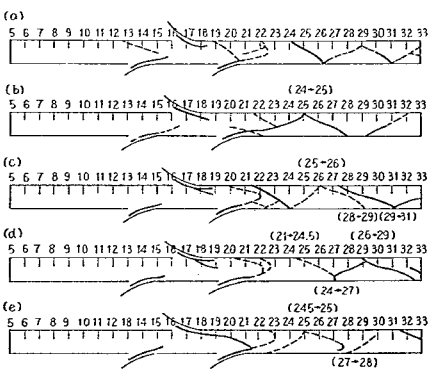



図-65　実　験　④

礫堆のそれとが同時に現われるので，水路床は流路が交錯して複雑な形状になるが，これに反して置堤間には固有の砂礫堆はほとんど発生しない。

実験⑤：第3置堤の下流3mのところにさらに第4の置堤を設けた。図-66 (a) では，第3置堤の下流に舌状の砂礫堆が見られるが，置堤間は概して良好な状態である。(b)では，26→28で，第2と第3の置堤の中間には不明瞭ではあるが峰線が現われているが，これは(a)における舌状の砂礫堆が発達したものと思われる。つぎに(c)では，28→30.3であって良好な状態である。(d)では，26→27.7，28→30.8となり，この砂礫堆が固有の波長を保つために，その連続形として上流側に22—25の峰線が現われたようである。(a)～(d)の状態からわかるように，置堤間には砂礫堆が控堤に沿って明瞭に現われたが，その他の場所にはほとんど形成されなかった。ただし最下流にある第4置堤の付近では，それより下流側の砂礫堆の影響を受けて複雑な形の峰線が現われることがある。

上記の実験①～⑤の結果から判明した事項は，3mの間隔で置堤を左右岸に交互に配置すると，それらの中間では砂礫堆が固定されて流路が規則正しく蛇行し，乱流をおこしにくいということである。

つぎに置堤の間隔の大小によって砂礫堆の状態がどのように変化するかを調べる目的で，置堤の間隔を非常に長く7mとして実験を行ない，つぎのような結果を得た。

実験⑥：第1の置堤は前記の実験の場合と同じ位置におき，第2置堤をそれより7m下流に設けた。図-67 (a) では，控堤に沿って明瞭な峰線が現われたが，第1置堤のところから発生した14—18の反射形として18—22，22—25の峰線が形成され，これが第2置堤による峰線と並行し，交錯している。(b)では，峰線の配置が非常に複雑で，それらの形成過程は明らかでない。(c)は，23.5，24→26，25.7，28→29で，また置堤間には21—26の連続形として18—21の峰線が現われている。(d)では，29→30.5，18→19.5（右岸側）となっている。以上の結果から考察すると，置堤間には控堤に沿う峰線の外に別の峰線が発生しているが，これは置堤の間隔が長すぎるためであると考えられる。

実験⑦：第2置堤の下流7mのところに第3の置堤を設けた。図-68 (a) では峰線の配置が複雑である。(b) では第1置堤部の14—19の反射が右岸23の点に向かい，また第2置堤による峰線の反射として26—28.5が現われているようである。(c)では，(b)における14—19，19—23の砂礫堆が前進して第2置堤によるものと重なった状態である。(d)では，(c)における第2置堤の砂礫堆がさらに前進したために，20.5—23.5の峰線の連続形として16.2—20の線が現われ，第1置堤によるものと交錯している。(e)では，20.5→22.8，23.5→26となり，19—22の明瞭な峰線が生じている。以上の結果から，実験⑦も⑥と同様に置堤間隔が長すぎるために，置堤の間には峰線が不規則に発生する。

実験⑧：置堤の配置は実験⑥と同じであるが，控堤の曲率半径を⑥よりも大きくすることによって，置堤間に現われる砂礫堆の長さを長くし，このようにして，実験⑥，⑦のように峰線が不規則に発生するのを防ぐことができるかどうかを調べた。図-69 (a) では，14—18.5の反射が18.5—22になって現われ，その影響が下流におよ

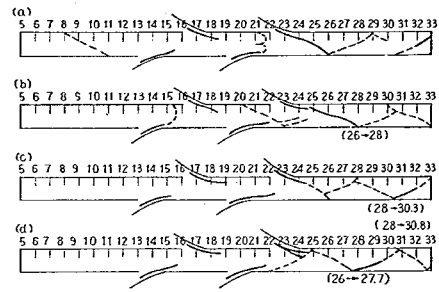



図-66　実　験　⑤

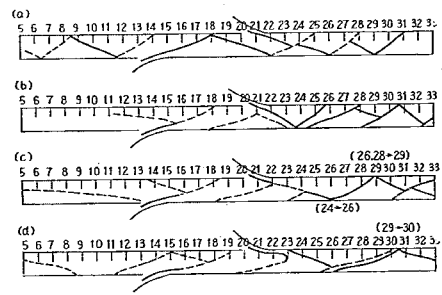



図-67　実　験　⑥

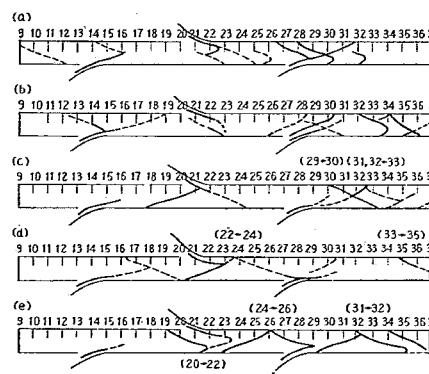



図-68　実　験　⑦

び，第2雫堤によるものと交錯している。(b)では，第2雫堤による峰線が下流まで連続して現われ，第1雫堤による19—23の影響は下流におよんでいないが，雫堤間にはなお2本の峰線が並行して存在する。すなわち，24.2→27，26.3→29に移動したために，第2雫堤による砂礫堆の先端25と27とが容易に連結したわけである。(c)では，(b)の19—23の線が前進して第2雫堤の峰線に吸収され，第1雫堤による峰線の先端がふたたび18の点に生じた。なお25→26，27→29，29→32になった。(d)では，26が29に前進したために，25.5—29の連続形として22.5—25.5の峰線が現われた。

実験⑨：控堤の曲率を⑧の場合よりもさらに大きくして，実験を行なった。図-70(a)では，14—18の反射が18—20，20—22.5に現われている。(b)では，21—25の連続形として18—21が生じた。(c)では，(b)における25が26.7に移動し23.5—26.7のような峰線が発生したために，その上流側に続いて19.7—23.5が現われ，第2雫堤による峰線と交錯している。以上の結果から考えて，控堤の曲率を大きくしても雫堤による砂礫堆の先端の位置は変らず，すなわち峰線の長さは変らないで，雫堤間には多数の峰線が不規則に発生した。

以上の雫堤の実験から得た結論として，側壁に雫堤を設けない直線水路に形成される砂礫堆の長さとほぼ同じ間隔で左右岸に交互に雫堤を配置した場合には，砂礫堆の峰線は雫堤に沿うものだけが現われ，これは下流へ移動しないので，流路は固定されて規則正しく蛇行し乱流を生じにくい。雫堤の間隔が非常に長くなると，雫堤の中間に雫堤によって生ずるものとは別の峰線が発生して，控堤に沿う峰線と交錯して乱流を生ずる。また控堤の曲率の大きさを多少変えても，砂礫堆の形状，位置には影響しない。直線水路に形成される砂礫堆の形状は，（1）に述べたように床面砂礫の大きさ，流量，水深，こう配などによって異なるが，雫堤がある場合には河幅の広がりの割合が大きな影響を与える。雫堤の規模，すなわち河幅の広がりの割合が小さいと，控堤に沿う渦流は弱いので，そこに形成される砂礫堆は高さが低く，したがって河道内には別の砂礫堆が発生しやすく雫堤の効果が少ない。本実験では，水路幅の広がりの割合は，$b/B=100\text{cm}/160\text{cm}=0.625$ であって（図-71参照），これを実際河川にあてはめると，たとえば $B=300\text{m}$ に対して $b=187.5\text{m}$ であって，これは著しく大規模な雫堤に相当する。雫堤の効果を大きくするためには，広がりの割合の大きな雫堤を設けねばならないが，河幅が広くなるほどあまり大規模な雫堤を造ることは用地費の点から実施に困難を伴なうので，そのような場合には雫堤だけにたよらないで他の方法を併用することが望ましい。

つぎに著者は実際河川の雫堤部における州と流路の状態を調査したのであるが，それらと前記の実験①とを比較した結果，両者における州と流路の形状が非常によく似ていることがわかった。また特別な場合を除いて，すべて雫堤部には流路が接近しているが，これについては後の（3）に詳しく述べる。釜無川でも方々に雫堤が配置され，ほとんどすべて主流路が雫堤に接しているが，それらの雫堤の中で丁杭19里2丁付近にある開国橋の上流右岸側の雫堤部における州と流路の状態を詳細に測量したが，その結果はつぎのとおりである。昭和29年10月の14号台風による出水の前後で，州と流路の状態は異なっているが，出水前後の平面図および横断図を示すと図-72(a)，(b)および図-73(a)，(b)のとおりである。この付近の計画高水こう配は1/220で，最低河床のこう配は約1/100である。昭和25年の出水以来29年の出水までは大きな高水がなく，したがって29年の出水直前の州の状態は，小さな高水によってかなり変形されたものと思われ，図-73に示されるような出水直後の状態と異なる

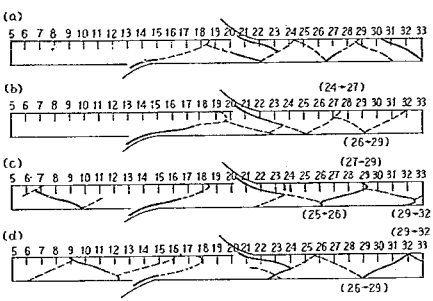



図-69　実　験　⑧

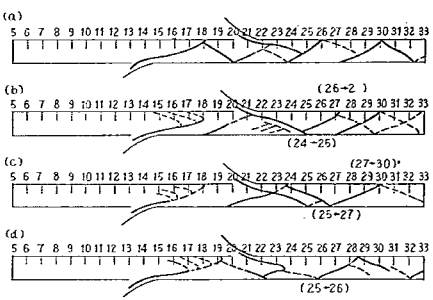



図-70　実　験　⑨

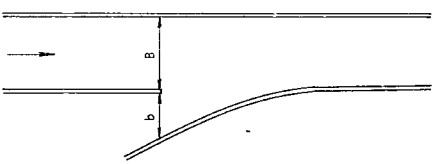



図-71

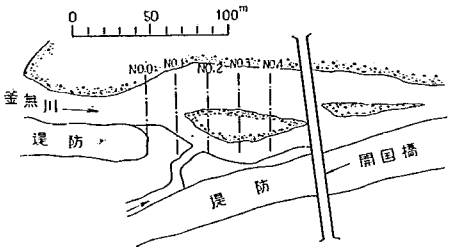



図-72 (a)　開国橋霞堤平面図（出水前）

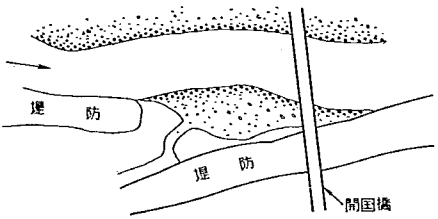



図-73 (a)　開国橋霞堤平面図（出水後）

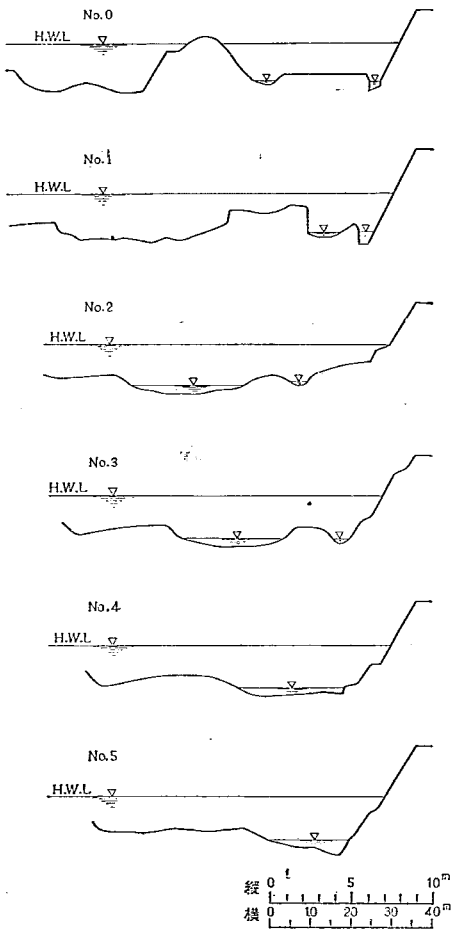



図-72 (b)　開国橋霞堤部横断図（出水前）

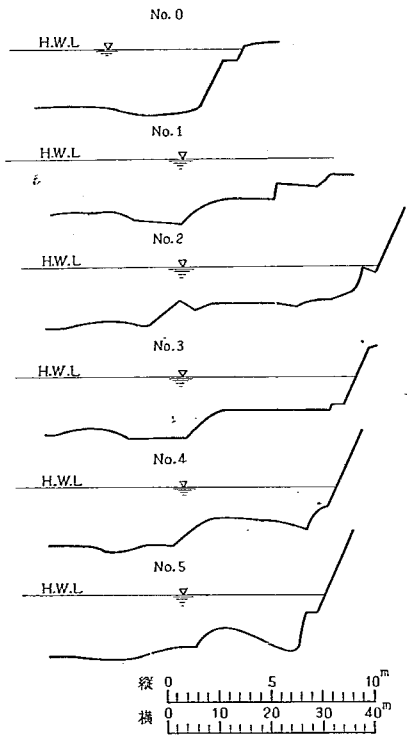



図-73 (b)　開国橋霞堤部横断図（14号出水直後）

のは当然であろう。出水前は流路が2本に分れているが，出水後は1本になっている。さきに述べた実験においても，これと全く同じ状態が認められた。

2）合流点と流路

支川が合流するところでは，支川が本川流路の蛇行の形態に大きな影響を与えているのを，われわれはしばしば見うける。合流点における州と流路の形状および位置は，合流するそれぞれの河川の流速，流量，流下砂礫量合流角度などに左右されるが，主流路が合流点下流の河岸に沿って固定している場合と，流路が数本に分派して乱流する場合との二つの状態に大別される。前者は乱流防止の点からは良好な状態であるから，主流路の水衝箇所の護岸に適切な方法がある限りにおいては，できるだけそのままの状態にしておくことが好ましい。後者は，乱流することによって水衝部の護岸の施工箇所が増加し，また合流点から下流へかなり長い区域にわたって乱流状態をひきおこす原因になるので，合流点に導流堤，背割堤などを設けて合流点の位置を変え，流路の数を減めるような処置を講ずることが必要である。合流の形態は上に述べたとおりであるが，つぎにそれらについて詳細に検討する。

（a）急流河川と緩流河川が合流する場合：流下砂礫量の多い急流河川が緩流河川に直角または直角に近い角度で合流するような場合には，合流点に図-74に示されるような形状の州が形成され，高水の最盛時においては支川の流路は下流に向かっているが，減水時には次第に上流側に廻り，その結果流路が通常2本に分かれ，流下砂礫量，合流角度などの条件にしたがって，どちらかの流路が主流路になる。合流角度が図-75に示すように非常に小さい場合でも，合流点では河幅が急激に拡大するために，前記の堰堤部の場合とほぼ同じ機構で州が形成される。すなわち急拡部に高い大きな州が堆積して高水の疎通を阻害したり，また主流路が緩流河川側へ落ちこんで河岸を破壊することがある。

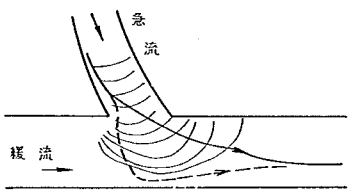


図-74

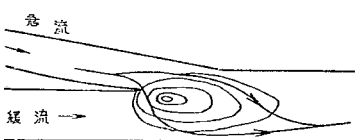


図-75

（b）急流河川と急流河川が合流する場合：流量，流速，流下砂礫量が同じくらいか，あるいはそう違わない急流河川が合流する場合に，両河川の出水時間に大きな違いがあつたり，合流点より上流側の流路の蛇行状態と合流点の位置との関係が不良であると，図-76に示すように合流後も両者の流路が1本に集まらないで別々に存在し，これが合流点より下流の河道に乱流をひきおこす原因になる。また高水時において両河川の流量が著しく異なるような場合には，主流路が左岸側によったり右岸側によったりして，そのために乱流をおこしやすくなる。

図-76

以上述べたように，（a）の状態の場合には合流点の下流で流路が著しく緩流河川側に偏倚するから，そこから下流においては規則正しい蛇行を生じやすくなり，したがって水衝箇所を固定する上からは非常に好ましい状態である。したがって合流点の水衝箇所の護岸の維持が可能な限りにおいては，上記の状態を変化させるような方法を用いない方が良い。また合流点の位置が合流点より上流の流路の蛇行の状態に対して適当でない場合には，合流点の位置を調整することが必要である。つぎに（b）のような状態は明らかに乱流の原因になるので，できるだけ流路を緩めて乱流，網流を生ぜしめないような対策を講ずべきである。つぎに（a）または（b）の状態に属する合流点の実例，とくに著者が昭和27年から31年までの間に改修工事に従事した富士川流域の合流点について説明する。富士川流域の中で，山梨県の甲府盆地を流れる河道の状況およびその計画高水流量を示すと図-77のとおりである。その大部分が直轄改修区域になっていて，釜無川の改修区域の上流端における河床こう配は約1/90で，笛吹川のそれは約1/60であって，また改修区域の下流端では約1/400である。流域の水源山地から多量の砂礫が流送されて河道内に堆積するので河床が上昇し，かつ流路が乱流して，急流荒廃河川の様相を呈している。また釜無川，笛吹川には，急流の支川が多数合流しており，多量の砂礫がそこに堆積するために，高水の疎通が妨げられたり，護岸の維持に困難をきたすことが多い。このような河状であるから，富士川における改修工事としては，必要な河積を確保するための河床掘削および堤防の嵩上，堤防を防護するための護岸，水制の築造，合流点の処理（合流点の付替，導流水制の築造等）などが古

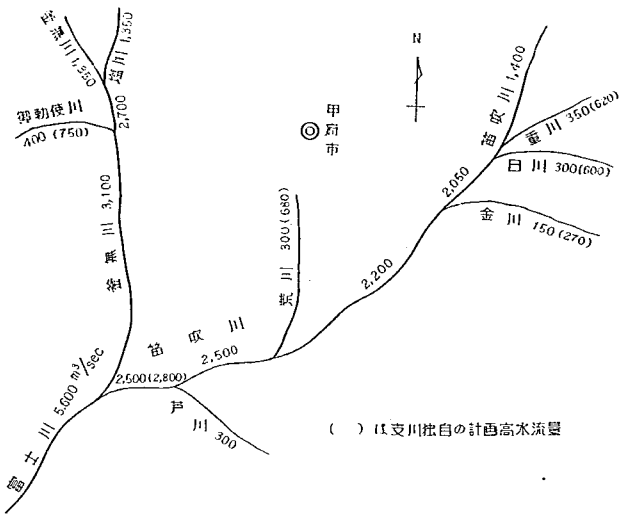



図-77　富士川流量配分図

くから施工されてきた。それらの中で合流点の処理についての代表的なものは，武田信玄が釜無川と御勅使川との合流点をそれまでの位置よりも上流側へ付け替えて，御勅使川の激流を釜無川左岸の竜王台地に衝突させるようにして，釜無川左岸堤防の欠壊を防いだことは有名な話しである。また昭和の初期には，釜無川，笛吹川，芦川の3川合流点の処理が行なわれた。すなわち比較的緩流の笛吹川が，砂礫を多量に流出する釜無川と芦川とにはさまれて，高水の疎通が十分でなかったために，まず笛吹川と芦川とを合流させ，背割堤を設けることによって釜無川との合流位置を約 3km だけ下流へ移した。現在もなお釜無川と御勅使川の合流点，釜無川と塩川の合流点，釜無川と笛吹川の合流点，笛吹川，重川，日川の3川合流点の処理の工事を実施し，あるいは計画している。

A　(a)の状態に属するもの

(イ)　釜無川と笛吹川の合流点：計画高水流量はそれぞれ 3100m³/sec，2800m³/sec で流量はほぼ等しいが，河床こう配は釜無川が約 1/700 であるのに対して笛吹川は1/1500という比較的緩流の河川で，しかも釜無川は河床砂礫が著しく移動する乱流河川である。したがって釜無川の掃流砂礫は，河幅が急激に拡大する合流点付近に堆積して高い州がつくられ，流路は図-78 に示すように2本にわかれている。この高い州は昭和25年から昭和27年にかけて約100,000m³ の土量の掘削を行なって除去したので，現在ではかなり低くなっているが，流路の位置はそれ以前とほとんど変わっていない。州と導流堤先端

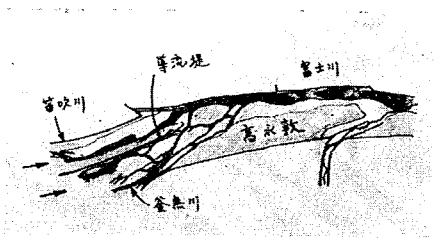



図-78　釜無川と笛吹川の合流点

との間は河床が低くなっているので，平水時には釜無川の水はここを流れて笛吹川へ落ちこんでおり，合流後の流路は州のために左岸沿いに圧迫されて非常に深くなり，したがって護岸の被害が著しい。ここから下流にかけては河幅は次第に狭くなり，しかも右岸側には高くて幅の広い高水敷が続いているので，流路はそのまま左岸に沿って流下し，やがて山間部にはいる。したがって合流点付近で流路の位置をどのように変えようとも，合流点より下流においては流路が乱流するおそれはない。

一般に急流で流送砂礫の多い河川と緩流河川とが合流する場合には，両川が非常に小さな角度か，あるいは全く並行な状態で合流していても，河道断面の急変のために霞堤付近とほぼ同じ状態が現われる。すなわち，局部的に高い州ができて，主流がその州の上流側または下流側を通って緩流河川側へ大きな水面こう配をなして落ちこむ。このような高い州は，単位幅あたりの砂礫運搬のエネルギーが河幅の拡大にともなって急激に減少するため

に砂礫が堆積して形成されるのであるから，下流へ向かってそのエネルギーを少しずつ分散させるような処置を講ずることが必要である。すなわち，流水そのものを処理するという考え方よりも，むしろ州の形状を調整するという考え方に立つことが望ましい。著者等は，釜無川と笛吹川との合流点で導流堤の方向，高さ，透過度を序々に変化させて，広い面積に砂礫を分散させ扁平な低い州をつくるという考え方に基づいて，合流点処理の計画を立てた。

（ロ）　千曲川と犀川の合流点：計画高水流量はそれぞれ3,250m³/sec で，河床こう配は千曲川は 1/1200 で比較的緩流であるのに対して，犀川は1/400～1/450の急流で流下砂礫がかなり多い。河幅は前者が約 500m，後者が約600mである。図-79は昭和22年11月に撮影した空中写真を模写したもので，犀川からの流下砂礫が合流点に堆積して州をつくり，流路が２本に分かれて右岸側へ落ちこんでいるが，この場合には前記の釜無川の場合と異なって，州の上流側の流路の方が下流側のものよりも規模が小さい。それらの二つの流れが右岸側の護岸に衝突して護岸がしばしば災害を受けるので，建設省はこれを防止するために背割堤および導流堤を施工することを計画した。図-80は昭和28年に撮影した空中写真で，背割堤工事だけを終った直後の状態であって，背割堤の先端に州が形成され流路はやはり２本に分れている。図中の点線は施工予定の導流堤（天端高は計画高水位より低い）の法線である。合流点から下流は河幅は非常に広いが，両岸に高くて幅の広い高水敷があるので，流路の幅が狭く河床はかなり安定している。したがって上記のような合流点の処理を行なっても，水衝部の位置が多少移動することは予想されるが，現在より以上に乱流の状態を生ずることはないであろう。

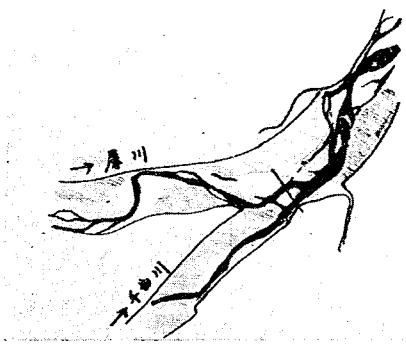


図-79　千曲川と犀川の合流点

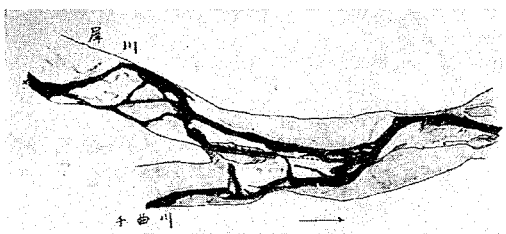


図-80　千曲川，犀川の合流点

B　（b）の状態に属するもの

（イ）　釜無川と御勅使川の合流点：計画高水流量はそれぞれ 1300m³/sec，400m³/sec であって，釜無川の方がはるかに大きいが，河床こう配はそれぞれ約 1/100，1/50で，御勅使川の方が急である。御勅使川は砂礫の移動が甚だしく，釜無川との合流点に大きな扇状州を形成して，高水の際には御勅使川の流水が釜無川の左岸堤防に衝突して堤防を破壊するとともに，合流点より下流の流路を乱す原因になっている。御勅使川の流量が多い場合には，砂州が著しく発達して釜無川の流水を左岸側に圧迫し，反対に御勅使川が少なくて釜無川が多い場合には州が浸蝕されて，主流はむしろ右岸側に寄る。すなわち昭和10年９月の大出水後は，後者の状況を呈した。図-81は昭和23年に撮影した空中写真を模写したものであるが，釜無川の流路は合流点のところで２本に分かれ，１本は左岸堤防に沿って流下し堤防の末端のところから右岸側に落ちこみ，他

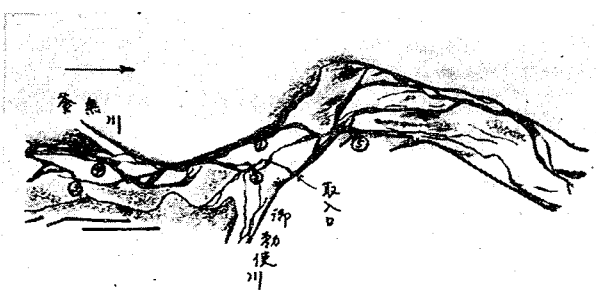


図-81　釜無川と御勅使川の合流点

の1本は合流点のすぐ上流のところから左岸堤を離れて御勅使川の方へ寄り，直ちに前記の流路と合している。なお右岸の用水取入口へ向かってさらに流路が分かれているが，この流路は取入口へ導水するために設けられた締切用工作物によってつくられたものであるから，工作物がなければこの流路は存在しないわけである。2本の流路は合流してふたたび3本に分かれ，左岸沿いのものが主流路であるが，時には右岸沿いにもかなり多くの流量が流れるのであって，合流点における2本の流路がそれより下流の流路に影響を与えて乱流を生ずる原因になっている。御勅使川の砂礫は流路②のところまで押しだされて堆積しているが，このことは御勅使川の砂礫の色が釜無川に較べて黒味を帯びているので，空中写真からも明瞭に知ることができる。また左岸堤が終っている場所のすぐ下流部で河幅が急にひろがっていることと，左岸堤が河道の中央に向かって突きでていることのために，ここに砂礫が堆積して高い州ができて，これが万年州になっているのである。合流点より下流の左岸はがけであるから，全部の流路を纏めてこのがけに沿わせることができれば，下流の乱流を防止することができるであろう。そのためには，前記の合流点における2本の流路①，②を1本に集めることが必要で，さらにこのためには，それより上流の流路③，④を1本に纏めなければならない。合流点から上流では河幅が著しく不同で高い州があちこちに横たわって乱流をしているので，河床整理を行なって流路を調整すると同時に，合流点の対岸の左岸堤の方向を変えてその法線を延長し，また上記の万年州を掘削，整理しなければならない。あるいは⑤の付近に巨大な水制を設けて流水を左岸側へ刎ねることも考えられるが，この場合には水制の維持がきわめて困難であると思われる。右岸堤の用水取入口は現在では撤去されている。

（ロ）笛吹川，日川および重川の合流点：計画高水流量は笛吹川で1,400m³/sec，日川で600m³/sec，重川で620m³/secであって，笛吹川が他の2河川の約2倍である。河床こう配は合流点付近で3河川ともに約1/100で，流下砂礫量は日川，重川は比較的少なく，笛吹川が最も多い。図-82は3川合流点付近の流路の状態を示すが，笛吹川は合流点のすぐ上流の左岸側で掘削工事施工のために流水の大部分を右岸沿いに廻しているので，流路の位置は自然の状態とやや異なっている。合流後の流路は河道のほぼ中央に集まり（合流直後の右岸側に高い大きな州があるが，これは笛吹川の流下砂礫が河幅の急激なひろがりのためにここに堆積してできたものと思われる），それから2本に分かれて左右岸に衝突し，その大部分はすぐ下流でふたたび合流して右岸に沿って流れ，残りは左岸沿いに流下している。上述の左岸側の水衝箇所は昭和22年のキャスリン台風による高水の際に破堤

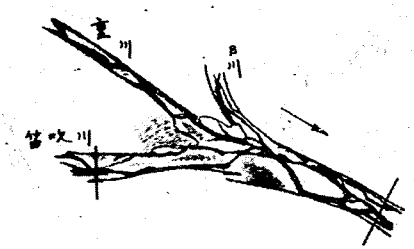



図-82　笛吹川，日川，重川の合流点

し，また右岸側は明治43年の高水で破堤した場所である。このように，合流点から下流にかけては流路が左右に分れて乱流しているので，護岸上からもまた粗度の上からも流路を1本に纏めて固定させることが望ましい。そのために背割堤，導流堤，導流水制を施工して，流路を2本ずつ合流させるような計画が作られている。

（ハ）利根川と烏川の合流点：図-83は昭和22年9月のキャスリン台風直後の10月に撮影した空中写真を模写したものである。ここの台風による出水時の合流点における両川の流量の状況は表-16のとおりである。最大流量は利根川本川が9,220m³/sec，烏川が8,080m³/secで，本川の方がわずかに大きいが，ほぼ等しいとみなしてよく，また時間的には烏川の最大流量が本川よりも約1時間半だけ早く現われているが，これもほぼ同時刻とみなしてよい。またこの付近の河床こう配は両川ともに約1/600である。図-83からわかるように，合流後は流路が2本に分かれているが，これは上記のように2つの河川の水理条件がほぼ同じであるのに加えて，合流後の河道法線に対して両川がほぼ同じ角度で合流していること

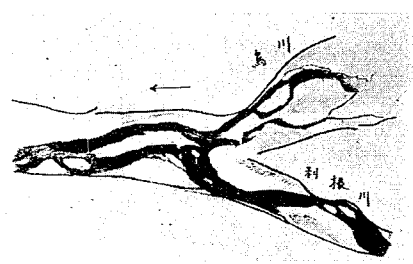



図-83　利根川，烏川の合流点

表-16

| 時　刻 | 本川流量 | 烏川流量 | 合流量 |
|---|---|---|---|
| 9月15日 18時32分 | 8,680m³/sec | 8,080(最大) | 16,760 |
| 〃 19時56分 | 9,220（最大） | 7,150 | 16,370 |

によるものと思われる。ただし本川の流量の方がやや大きかったためか，本川上流からの流水の一部分が右岸寄りの流路に落ちこんで島川の流水と一緒になり，残りの流水は左岸寄りの流路の中を流下している。このように流路が2本に分岐することの影響は，下流へ約 8km の地点にまでおよび，乱流状態を生じさせている。しかしこの付近の河床こう配は約 1/700 で比較的緩く，かつ砂礫の移動量もそれほど大きくないので，著しい乱流状態は生じていない。したがって流路を1本に纏めることによって堤防への水衝作用を集中するという処理の方法をとるか，あるいは今のままの状態にしておくかは十分に検討を要する問題である。

（ニ） 安部川と藁科川の合流点：計画高水流量はそれぞれ 2,300m³/sec，1,200m³/sec であって，本川の 2,300m³/sec に対する藁科川の合流量は 900m³/sec である。また計画高水こう配は本川が 1/178，藁科川が 1/195ではほぼ等しいが，流量の大きさは前者が後者の約2倍である。合流点における流路の状態は図-94 に示すとおりで，合流点においては本川の流路はその上流の蛇行の形状から考えると右岸側に偏よるはずであるのに，実際には左岸沿いに流れている。この原因は明らかでないが，合流点のすぐ下流の河道の真中に島があるためではないかと思われる。また藁科川の流路は合流点で右岸沿いに流れていて，合流点から下流は網流状態を呈している。したがって合流点で両川の流路を1本に纏めることができれば，下流ではかなり規則正しい蛇行の状態を呈するようになるものと思われる。

以上述べたところを要約するとつぎのとおりである。

a） 流量，流速，流下砂礫量が著しく異なる急流河川が合流する場合とか，急流河川と緩流河川とが合流する場合には，合流後の緩流河川側の堤防に沿って大きな流路が形成されるので，堤防に対する水衝作用は大きいが，合流点より下流の河道には乱流はおこりにくい。したがって合流点の処理を行なうことによって下流区域に乱流状態をひきおこすようなことは避けねばならない。ただし強大な水衝に耐えうるような護岸の工法がない場合，乱流が生じてもその方が護岸の費用が安い場合，あるいは下流の河道の条件が合流点の処理を行なっても乱流をおこさないような場合には，合流点の処理を行なうことが必要である。

b） 合流する2つの急流河川の流量，流速，流下砂礫量などが同じくらいか，またはそお大きく違わない場合には，流路が著しく乱流しやすいので，合流点より上流のそれぞれの河道の中の流路の蛇行の状態を考慮して合流点の位置を変えるとか，場合によっては水刎用の水制を設けるなどして，合流後の流路を纏めて乱流を防止することが必要である。

3） 霞堤，合流点，湾曲部などと流路との関係

霞堤や合流点のように河幅の急激なひろがりが流路に与える影響については，前記の1）と2）で詳細に検討したのであるが，ここでは13個の急流河川（黒部川，常願寺川，神通川，庄川，手取川，天竜川，大井川，安部川，多摩川，千曲川，渡良瀬川，釜無川，御勅使川）について，霞堤，合流点，湾曲部，河道のふくらみなどと流路との関係を，空中写真の観察および現地調査によって総合的に検討を行なった。

（a） 釜無川（図-84：昭和23年撮影）

前節で述べたように計画高水流量は 3,100m³/sec，河床こう配は1/200～1/500の急流河川で，河幅は350m～500mである。本川の上流山地部で直轄砂防工事を施行中であり，また支川の御勅使川でも昭和初期に直轄砂防工事が行なわれた。その外に2,3の支川で山梨県が砂防工事を施工中であるが，現在でもなお本，支川の上流からは多量の砂礫が流出していて，河床の高さは堤内地よりもかなり高い状況である。乱流，網流の状態は前記の常願寺川，黒部川，大井川はどは著しくなく，一部の区域を除いて主流路は比較的規則正しく蛇行している。図-84 で①から⑤までは河道はほぼ直線状であるが，所々に霞堤があって流路は大体これに沿っており，ことに②，④，⑤の霞堤部ではそうである。⑥は湾曲部の凹岸にあたり，しかも霞堤があるために，この付近の流路は整然としている。つぎに⑦と⑧の間では霞堤はなく，その外河道の平面形状に特別な変化がないので，流路は相当に乱流している。図-85は昭和28年に撮影した空中写真であるが，

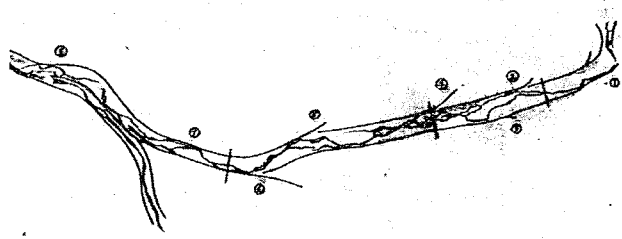


図-84 釜　無　川

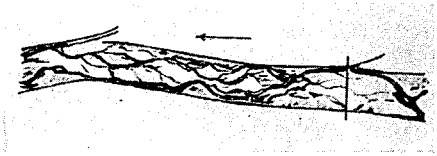


図-85 釜無川の乱流

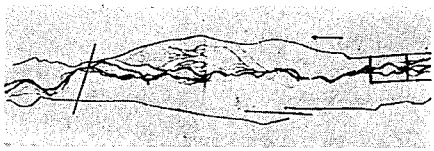


図-86 御勅使川

これを見るとわかるように，④と⑤の中間は著しく網流している。このような状態であるので，昭和初期から現在に至るまで左右岸には連続して護岸，水制が施工されている。もしも④と⑤との中間の左岸に大きな雲堤が設置されていたならば，おそらく乱流の程度は現在よりもかなり減少していたであろう。

釜無川は全川にわたって流路が非常に乱流したので，直轄改修工事着手以来，多くの水制工事を施工しているが，その大部分が並行工であって，水刎用の横工水制でないために，流路の固定にはほとんど役に立っていない。

（b） 御勅使川（図-86：昭和28年撮影）

釜無川の支川で典型的な扇状地河川である。その上流山地には崩壊地が多く，古く明治年間に砂防工事が着手され，昭和の初期には直轄砂防工事が大規模に行なわれた。山間部からでて釜無川に合流するまでの流路延長は約6km であって，河床こう配は約1/40で著しい天井川を形成し，河幅は変化が著しく，上流部では 800mに及ぶ広さを持っており，以前には河道は著しく乱流していた。そこで山県梨では上流から逐次流路工を施工して河幅を約100m に狭め，現在では直轄改修区域の上流端から約2km のところまで施工されている。図-86 は流路工の末端から下流へかけての河道の状態であって，濃い太線は水が流れている流路で，薄い線は過去に水が流れた痕跡である。流路工から下流へしばらくの区間は流路は1本であるが，そこから橋までの間は両岸へほとんど同じ割合に河幅がひろがっていて著しく乱流している。橋のすぐ下流の左岸は無堤でここに排水路が流入しているので，ちようど雲堤と同じ状態で流路が左岸側に沿っている。

（c） 黒部川（図-87：昭和27年11月撮影）

愛本から河口までの間を上流，中流，下流に分ける

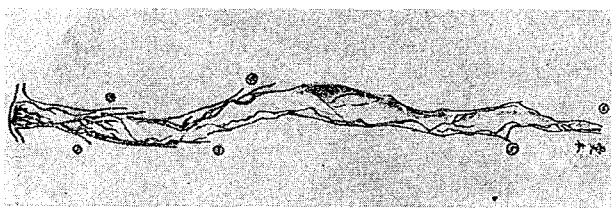


図-87 黒　部　川

と，下流地域の乱流，網流が最もはげしい。計画高水流量 4,200m³/sec に対して河幅は410～630m でかなり広く，かつ上流山地からの流下砂礫量が多く，いわゆる荒廃河川を形成している。河幅の変化が大きく，また雲堤がいたるところに不規則な配置で存在しているためか，流路の分派が甚だしい。狭窄部の⑥をでたところから河幅が急に広くなり，⑥と④の間では河幅の変化が著しく，ことに⑤には雲堤があるので，ここでは流路が急に左岸側に落ちこんでいる。もしもこのような地形変化がなければ，流路は1本になって⑤の上流側で右岸へ向かうものと思われる。④から下流区域はかなりはげしく乱流，網流しているが，流路の方向から推定すると砂礫堆の大体の位置がわかる。①，②の雲堤の間隔が短く，また②，③，④はそれぞれ雲堤が2カ所に連続して存在することなどのために，流路が不規則になっている。黒部川のような荒廃河川では乱流や網流を完全になくすことは不可能であるが，地形が変化する場所を適切に配置すれば，流路の状態は現在よりも良くなるであろう。

（d） 常願寺川（図-88：昭和26年3月撮影）

図-88は常願寺川の 6.0km～13.0km の区間を示すもので，計画高水流量は 3,100m³/sec，計画高水こう配は 1/68～1/142，河幅は 320m～550m である。常願寺川は非常に乱流しているが，その原因の一つは雲堤が左岸側にだけ連続して配置されていることと，河幅の変化が著しいことによるものと思われる。主流路はほぼ①→②→③→④→⑤の位置にあると考えられるが，②の雲堤によって流路が大きく2本に分れてこれが下流へ影響し，また④の雲堤および堤防の屈曲によってこの付近でも流路が2本に分かれている。⑤のところでは流路はほとんど全部右岸に集まっているが，それでも上流側の流路の方向の影響と，⑥における堤防の屈曲および⑦の雲堤によって派流路が左岸側にも存在している。河幅はこの付近

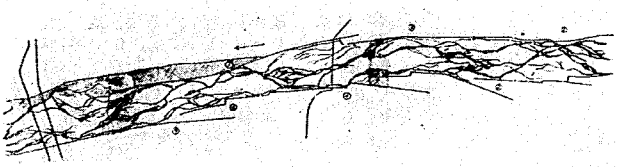


図-88 常願寺川

が最も狭く，ここから下流へは河幅が急にひろがっているので，流路は幾本にも分かれて著しく乱流状態を呈している。

（e） 手取川（図-89：昭和27年11月撮影）

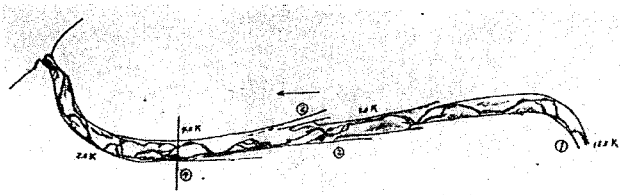


図-89 手取川

図-89は手取川の河口から 16.0km までの区域を示す。計画高水流量は 4,500m³/sec，計画高水こう配は 1/135～1/435，河幅は200m～450mである。4.0km～15.0km の間は流路は比較的安定し，ことに 8.0km より上流は大きな流路が規則正しく蛇行し州が固定している。その原因は，昭和9年の大高水の際に水源の白山山系の大崩壊による流出砂礫がこの区域に堆積したが，このときに 15.0km の湾曲部を原点として形成された大規模な砂礫堆が，昭和9年以後はそれを上廻るような大高水がおこらなかったために，ほとんど移動しなかったことによるものと思われる。8.0km～4.0km の区間も比較的流路は安定しているが，②，③，④の砂堤の相互の間隔があまり適当でないために幾分乱流をしている。4.0km の付近で流路が2本に分かれており，これが下流へ影響して 4.0km～2.0km の間はかなり乱流している。

（f） 神通川（図-90：昭和26年3月撮影）

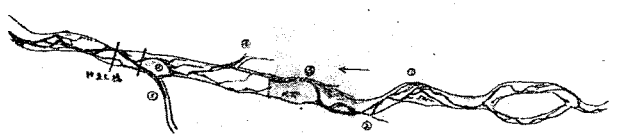


図-90 神通川

図-90は神通川が山間部より平地にでたところから富山市神通大橋付近までの区間を示すもので，河床こう配は約 1/200～1/800 である。神通川は一部の区間を除けば，流路はほぼ規則正しい蛇行をしている。上流部では河道が2つに分かれ，ふたたび合流しているが，この合流点においては右岸側の河道の流量が左岸側のそれよりも大きいことと，合流点から下流の河道の湾曲の状態が原因となって，流路は左岸に接している。流路は①では右岸に，②では左岸に接しているが，①の付近では流路はかなり網流している。これは，①の付近で河幅が広くふくらんでいるためであると考えられる。②は砂堤部で，しかも凹岸部にあたるので，流路はまとまっている。つぎに，本来ならば主流は③から左岸へ向かうべきであるが（派流は左岸へ向っているが），④で支川が合流しているために，流路は③から右岸に沿っている。⑤でふたたび井田川が合流しており，ここには④のような高い州があるが，これは支川からの砂礫の堆積物ではなく，改修前に堤内地であったところが改修後も一部がそのまま堤外地として残ったものであるようである。このような州があるために，合流点付近の流路は特殊な形態

を呈しているが，ここから下流へかけては河幅が狭くなっていて流路は比較的規則正しい蛇行をしている。③の霞堤部の控堤には流路が沿っていないが，これは上流の右岸側本堤の方向が下流へ向かって少しずつ開いているためであろう。上流部は河道が適切に湾曲しているので，流路も規則正しく蛇行しているが，中流部では河幅の変化が比較的大きいために霞堤が得効に作用していないことと，支川の合流の位置がよくないために，流路が割合に乱れている。

（g）庄川（図-91：昭和26年3月撮影）

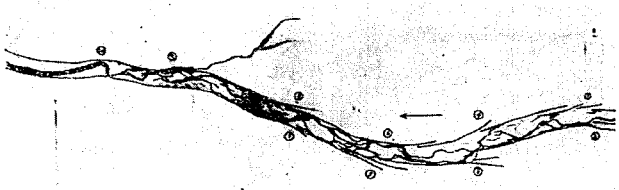


図-91　庄　　川

計画高水流量は 4,500m³/sec で，河幅は 400m～540m である。計画高水こう配は改修区域上流端で 1/150（図-91の最上流部では約1/160），河口で1/1,045である。この河川にはかなり規模の大きな霞堤が方々に存在し，しかもそれらの間隔は著しく不規則で両岸に相対しているところもあって，流路は著しく乱流，網流している。①，②の霞堤はほぼ相対して位置しており，主流路は②の側に接しているが，①の方にも流路が存在している。つぎに③，④の霞堤も相対しているが，③の霞堤の規模が非常に大きく河幅が著しくひろがっているために，主流路は左岸側に偏倚している。⑤では霞堤が左岸に連続して存在し，本来ならば⑧から⑥に向かう主流路が⑤と⑦の中間に衝突し，⑧の霞堤よりやや上流側に向かうはずであるのに，⑤の位置がやや上流にありすぎるために，この付近が乱流している。また⑧に霞堤があるために⑧と⑨の区間も網流状態である。⑨で支川が合流しているが，この合流点の位置と本川の流路の水衝部の位置とがややずれているので，この付近が幾分乱流している。しかし，ここから下流にかけては河床こう配が急に緩やかになっているので，図にみられるように流路が1本になって流下している。上述のように庄川の乱流の原因は，主として霞堤の位置が不規則なことにあると思われるので，支川の合流点および湾曲部の位置を考慮して霞堤の配置を適切に行なえば，乱流の程度をかなり少なくすることができると思われる。

（h）天竜川（図-92：昭和26年5月撮影）

図-92は河口から約25kmの区間の平面図である。計画高水流量は非常に大きく 11,130m³/secで，河幅も広く700～1,900 mである。計画高水こう配は1/423～1/999であって，そお急なこう配ではないが，上流からの流下砂礫量が非常に多いために河底が高く，乱流や網流が甚だしい。しかし砂礫堆の状態を流路の方向から判断すると，主流路は河幅のほぼ3倍の波長で蛇行しているようである。上流端では右岸に霞堤があるにもかかわらず，主流路が左岸に偏しているのは，さらにその上流側に曲率の大きな湾曲部があるからである。②，④の霞堤には流路が寄っていて良好な状態であるが，③，④の霞堤がほぼ相対しているので両岸沿いに流路が分れているように見える。鉄道橋⑤の下流部では河幅が著しく大きくなり，その下流でふたたび狭くなって海に至っている。⑤から下流では，海に至るまで主流路はほぼ右岸沿いにあるが，もしも河幅のふくらみがなかったならば，おそらく主流路は⑤の付近から左岸側へ向かい，⑦付近でふたたび図のように右岸側へ移るようになるものと推定される。しかし河道にふくらみがあるために，この場所に⑥のような大きな高い州が形成され，したがって流路は州と右岸堤の間のものと，州の河側の法線に沿うものとの2本に分かれたのであろう。

以上は昭和26年に撮影した空中写真を観察した結果であるが，その後昭和31年に佐久間ダムが完成したので，下流への流送砂礫量が著しく減少し，したがって今後は下流の流路がかなり安定してくるものと思われる。

（i）大井川（図-93：昭和26年7月撮影）

計画高水流量は 6,000m³/sec，河床こう配はほぼ 1/260～1/280の急流河川で，しかも上流山地から多量の砂

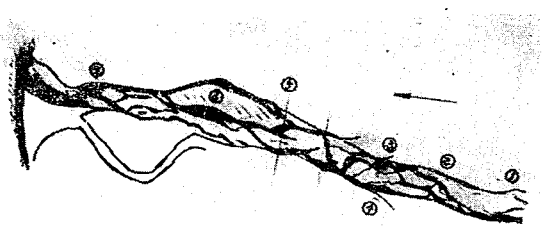


図-92　天　竜　川

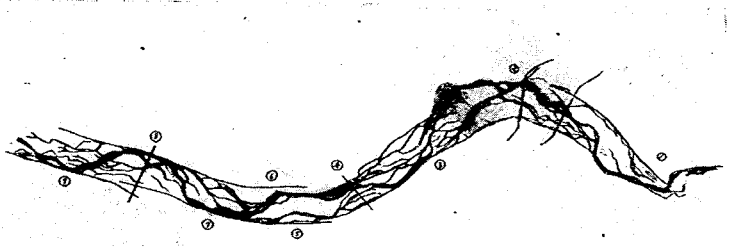


図-93 大　井　川

礫を流出するので，砂礫が河道に堆積して河床は著しく上昇し，流路が甚だしく乱流，網流している代表的な荒廃河川の1つである。河幅はきわめて広く800m～1,000mである。図-93に示される河道の上流端は，河道が山地部から平地部にでた場所であって，①，③の間では河道が大きく湾曲しているために，流路もこれにしたがって湾曲し，網流の程度はそれほど著しくない。②，③の間で，流路がほぼ同じ大きさの2本に分かれているが，その原因はここで河幅がひろがり右岸側の堤防法線の方向が下流へ向かって開いているからであろう。すなわち，上流の流路の状態から判断すると，②から③へ1本の流路が向かうはずであるのに，河道が大きく湾曲する上に河幅がかなり広くなっているのでここに州が形成され，そのために②からそのまま右岸に沿って別の流路ができたのであろう。つぎに④では河道は左岸側に凹形の湾曲をしているから，普通ならば左岸側に主流路があるはずであるのに，実際には右岸側にあるのであるが，その原因は②と④の間で河道の湾曲の間隔と流路の蛇行の波長とが一致していないからであると思われる。また流路は④から⑤（左岸）に向かうはずであるが，実際には④から右岸に沿って走っており，⑥の霞堤のところで対岸の⑦に向かっている。これも④における河道の湾曲の影響であると考えられる。⑦より下流では主流路の水衝部は⑧，⑨にあって，網流はしているが，主流路の位置は明瞭である。

（j） 安部川（図-94：昭和26年7月撮影）

支川藁科川との合流点より上流の本川では計画高水流量は2,300m³/secで，河幅は400m～600mで流量の大きさの割合に非常に広く，あちこちに万年州が形成されている。しかし，その割合に網流をしておらず，河道は幾分湾曲していて流路の蛇行の波長は河幅の約3倍である。流路の法線形状はなめらかな曲線ではなくて，無数に細かく屈折している。これは長い間大きな高水がおこっていないか，または流量に対して河幅が広すぎるために，高水のときでも掃流力が小さくて州を全体的に動かすことができなくて，二次的あるいは三次的な砂礫堆を生じたためであろうと思われる。しかしながら現在では②，③の霞堤は主流路が沿っており，ことに②は規模の大きな霞堤で主流路は控堤の方へ落ちこんでいる。藁科川との合流点における流路の状態については前記の2）で述べたとおりであって，合流点で両川の流路を1本に纏めることができれば，合流点の下流ではかなり規則正しい蛇行状態を呈するようになると思われる。①から河口までの間は流路はほぼ左岸に沿っているが，この付近の海岸では漂砂のために河口が東側へ偏することが多い。

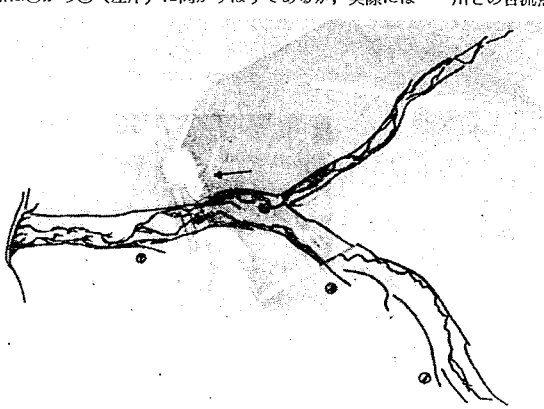


図-94 安　部　川

（k） 多摩川（図-95：昭和22年4月撮影）

改修区域の計画高水流量は4,170m³/sec，河幅は約400m～600mで，計画高水こう配は1/280～1/600の急流河川である。流路は比較的落まって規則正しく蛇行しており，蛇行の波長は河幅の1～2倍で，普通より小さいように思われる。図-95において，①は支川が合流するた

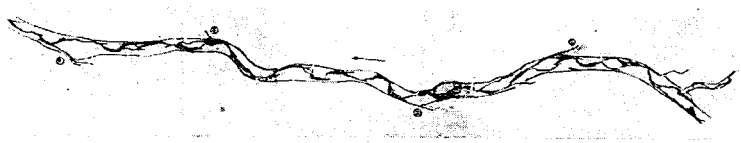


図-95 多　摩　川

めに霊堤になっており，流路は対岸に向かうものと控堤に沿うものとの2本に分かれ，その影響が下流へおよんでいるようである。これは合流点の位置が本川流路の水衝個所より幾分下流にあるためと思われる。④も霊堤になっているが，左岸堤防法線が著しく湾曲して河道がふくらんでいるので，左岸側に大きな州が形成されていて，一般の霊堤部におけるように左岸堤に沿う流路は現われていない。③では右岸堤防が屈折していて，ここでも流路が2本に分かれ，下流へかけてやや乱流している。

（1） 千曲川（図-96：昭和22年11月撮影）

図-96は上田市の下流約10kmにある坂城町地先から，犀川との合流点より約5km上流までの間の千曲川の河道である。この区間の計画高水流量は3,250 m³/secで，河幅は約400m～500mである計画高水こう配は1/260～1/1,190であって，④の付近か河床こう配は急に緩やかになっている。④から下流の河道は整正な複断面であって，流路は固定して規則正しく蛇行している。④から上流はこう配が急であるが，比較的乱流が少なく，流路はほぼ規則的な蛇行をしている。これは水源からの流出砂礫量が少なく，また河幅が急激に変化していないためであろう。図-96にはでていないが，ここから上流は河幅の変化がはげしいためにかなり乱流している。河道には方々に霊堤があるが，流路は必ずしも霊堤に接していない。この場合にはすべて霊堤部の前面に草が生えるかまたは耕作された高い高水敷が存在している。すなわち，霊堤が造られた後に砂礫が堆積して高水敷ができたのではなく，もともと大きな高水のときでも移動しないほどの高い地盤の上に霊堤を築造したので，したがって霊堤に沿う流路が形成されえないわけである。②の付近は左岸側に幅の広い高水敷があって，低水敷の幅が非常に狭く，流水は低水敷の中をその幅に応じた非常に短い波長で蛇行している。また③では主流路は長い距離にわたり左岸に沿っていて特殊な形状をなしているが，これはすぐ下流側の左岸に大きな突出部があって，高水時にはこれが流水を刎ねて水制のような役目をしているので，その影響が上流へ及んで上記のような流路の状態が現われたものと思われる。したがってこの付近は，高水時には少なからず乱流するものと思われる。

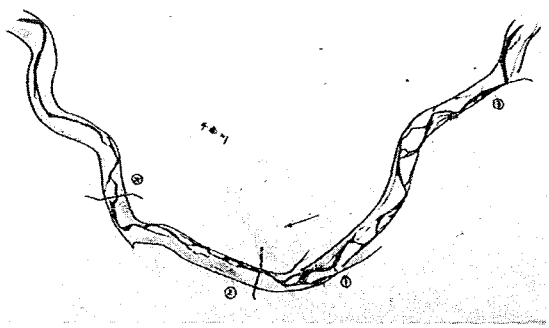


図-96 千　曲　川

（m） 渡良瀬川（図-97：昭和23年4月撮影）

図-97は足利市地先から桐生市地先の間の渡良瀬川の河道を示す。計画高水流量は桐生川との合流点より上流

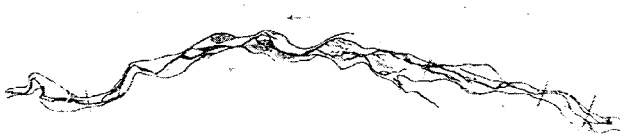


図-97 渡 良 瀬 川

で 3,300m³/sec，下流では 4,000m³/sec である。計画高水こう配は1/126～1/605で，上流からの流下砂礫量が多く，河幅は場所によって広狭の差が著しい。それにもかかわらず図-97の下流区域では流路は概まって比較的規則正しい蛇行をしているが，これは河道が適当に湾曲しているからであると思われる。しかしながら上流区域の河道は直線状で，加えて桐生川の合流の影響を受けて流路は相当に乱流している。図-98は昭和30年に撮影した空中写真を模写したもので，桐生川との合流点付近を示す。合流点の下流で右岸堤防が外側に湾曲して河幅がひろがっているために，ここに砂礫が堆積して高い州ができている。主流路は左岸側に寄っているが（上流側の流路の蛇行の状態からみて，そうなることが推測されるが），高水時にはもう1本の大きな流路が右岸に向かって落ちこみ，同時に小さな派流路が無数に現われてそれらが右岸堤に対して斜めに衝突する。左岸側に沿う主流路は河道の幅のふくらみがほぼ終った付近で右岸側へ向かっている。つぎに図-99に示す河道は図-98のすぐ下流にあたる場所で，州と流路の状態は上記の場合とほとんど同じである。すなわち，河道に大きなふくらみがある場合には，この部分では網流を生ずるが，大きな流路が形成され，これはふくらみが終る付近で対岸に向かい，ここから下流部における流路はかなりよく安定する。

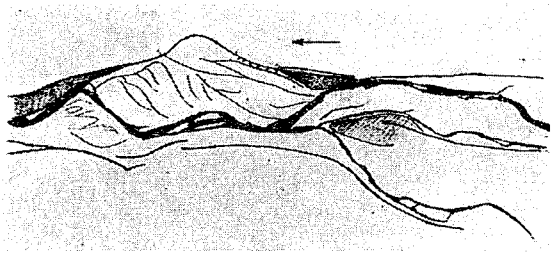


図-98　渡良瀬川

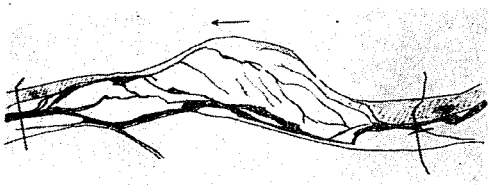


図-99　渡良瀬川

以上で13河川の流路の状態について説明したのであるが，それらを要約するとつぎのとおりである。

（a）流下砂礫量が多く，しかも流量の割合に河幅の大きい河川では乱流，網流をしやすいが，砂礫量が比較的少なく河幅の狭いところでは流路は割合に安定しやすい。

（b）砂堤の間隔が不規則であったり，また左右岸に相対して存在するようなところでは，流路が互いに交錯して乱流状態をおこしやすい。その代り砂堤が左右岸に交互に適当な間隔で配置されているようなところでは，流路が規則正しく蛇行している。ただし河幅が非常に広いところでは，普通の規模の砂堤では十分な効果をあげることはできない。

（c）合流点の位置と本川の主流路の水衝個所とが一致していないような場合には，合流点から下流では乱流しやすい。

（d）河道の湾曲は流路の蛇行に非常に大きな効果を与える。ただしこの場合にも他の地形の変化点との位置の関係が不良であると，かえって乱流をおこす原因になる。

（e）河幅が急激に広くなっているところでは網流をおこすが，そこから下流部ではかえって規則的な蛇行をしやすい。ただし河幅のひろがりが両岸に対称であると乱流をおこしやすい。

（f）したがって流路ができるだけ規則正しく蛇行し，乱流や網流が生じないようにするためには，堤防の法線（河幅の変化，河道の湾曲），合流点および砂堤の位置を適切に定めることが急流河川の河道計画を立てる上にきわめて重要な事項である。

## （3）結　論

乱流を防止するための流路の固定の方法を砂礫堆形成の面から検討を行なった結果，河道の平面形状の変化点すなわち河道の湾曲部やふくらみ，砂堤，合流点などを利用することが有効なことを知った。それらの中で砂堤については，現地観測のほかに実験を行なってその効果を確かめ，また合流点については富士川はじめ数河川の例について詳細な検討を行なった結果，合流河川の性状と流路の乱流との関係を知ることができた。また上記の河道の変化点の組合せについては，13個の実際河川の踏査と空中写真の観察とによってその効果を検討した。以上の結果を要約するとつぎのとおりである。

1）砂堤が左右岸に交互に適当な間隔で配置されているところでは，流路が規則正しく蛇行していて乱流を生じにくい。このことは砂堤の実験からも認められたが，砂堤の間隔が長すぎたり短かすぎる場合には，床面に多数の峯線が交錯してかえって乱流をおこしやすい状態になる。したがって砂堤の配置については十分に注意する必要がある。

2）急流河川と緩流河川とが合流する場合には，合流後の緩流河川側の堤防に沿って大きな流路が形成されるので，合流点より下流の河道には乱流はおこりにく

い。これに反して，合流する2つの急流河川の流量，流速，流下砂礫量などが同じくらいの場合には，流路が著しく乱流しやすい。後者の場合には，あるいは前者の場合でも合流点の位置と急流河川の主流路の水衝個所とが一致していない場合には，合流点から下流では乱流しやすいから，合流点の位置をかえるとか，水刎用の水制を設けるなどの方法によって合流後の流路を緩めて乱流を防ぐことが必要である。

3）河幅が急激に広くなっているところでは網流をおこすが，そこから下流部ではかえって規則的な蛇行をしやすい。ただし河幅のひろがりが両岸に対称であると，そこから下流部で乱流をおこしやすい。また河道の湾曲は流路の蛇行に非常に大きな効果を与える。

4）したがって霞堤，合流点，河幅のふくらみ，河道の湾曲部などは流路の固定に対してきわめて有効であるが，それらの配置が不良であるとかえって乱流を誘発する原因になるので，十分に注意しなければならない。

## 〔4〕結　語

計画高水流量をきめる方法には，対称高水時の流量観測による実測資料に基づく方法，流域雨量から流出量計算による方法，水位記録と仮定した粗度係数とによって流速公式から計算する方法などがある。つぎに計画高水流量から，計画高水位および河幅をきめるためには，粗度係数の値を正しく見積もることが必要であるが，第3の方法によって計画流量を算定したような場合には，ただ計算に用いられた粗度係数の値の妥当性を議論することは無意味である。第1，第2の方法を用いる場合には，粗度係数が重要な要素になるから，粗度係数の値を正確にきめることが必要である。著者は〔2〕に述べたように釜無川，渡良瀬川，梓川の3河川の粗度係数を1.0の方法を用いて検討した結果，渡良瀬川および梓川については，改修全体計画書で採用されている粗度係数（第3の方法できめた値である）が著者の方法によって算定した値よりもかなり大きな値であることがわかった。

流下砂礫量の多い急流河川では流路が河道の中を乱流して，そのために護岸の施工個所が増え，また河床の凹凸による粗度係数の値が大きくなるので，流路を固定して乱流を防止することが急流部の河道計画の中の重要な課題である。流路を固定する方法は非常にむずかしく，確実に効果があって，しかも他の面すなわち将来の河床高の安定，護岸または水制工の工法，維持などに対して支障をきたさないような方法を見いだすことはなかなか困難である。著者は〔3〕で述べたように，築堤工事を行なう場合に適当な規模の霞堤を適当な間隔をおいて左右岸に交互に配置すること，場合によっては河道に湾曲やふくらみの個所を設けること，合流点の位置を変えることが流路の固定に非常に効果があることを確かめた。ただしこれらの変化点が不規則に配置されていると，かえって乱流を助長するから注意しなければならない。改修計画を立てる際に堤防法線をむやみに直線状にするのは適当でないのであって，高水の疎通が非常に悪いとかその外特別な事情がある場合を除いては，できるだけ上記のような変化点をそのままに残して，それらを流路の固定に利用するのがよい。河幅が著しく広い河川では大規模な変化点が必要であるが，たとえば霞堤にしても用地費や工事費の関係でむやみに大きなものは造れないから，このような場合には水刎用の水制とか流路掘削とか他の方法を併用することが必要である。また合流点で流路の合流の状態が悪いところでは，合流点より下流で乱流をおこしやすいので，なるべく流路を1本に纏めるような方法を講ずることが望ましい。上に述べたように地形の変化点を利用するには，それらの設置位置の間隔を適切なものにすることが大切であつて，著者の霞堤の実験によれば，霞堤の間隔は霞堤がない場合にその河道に形成される砂礫堆の長さに等しくすればよい。砂礫堆の長さと流量，河床こう配，河幅，河床砂礫の性質などとの関係については，木下良作氏の研究があるが，現在まだ十分な結論は下されていない。砂礫堆は上流から下流まで全く同じ水理条件をもつ実験水路の中でもいろいろの長さのものが形成され，それらの平均長に対してかなり広い幅で分散しているのであるが，実際河川では（河道が直線で水制その他大きな構造物がないところでは）普通砂礫堆の長さと河幅との比率は2.0～3.0の場合が多い。河道の地形や水理条件が類似している他の河川の蛇行長の状況から推定するより仕方がない。

乱流を防ぎ流路を固定した場合に，河床粗度がどのくらい減少するかを知るために，1例として釜無川，梓川について粗度係数を算定した結果，約1割小さくなることがわかった。したがって河幅または計画高水位をそれに応じて小さくすることができるわけで，工事費がかなり節減されることになる。しかしながらせっかく流路を固定して粗度を減少させても，河道の維持，管理が悪いと，その効果を十分に発揮することができないわけで，たとえば高水敷に障害物があったり，工事用の仮締切工作物や掘削砂礫の堆積物が工事終了後も残存していたり，あるいは砂利採集後の残滓を放置したりすると，これらが流路の乱流，粗度の増加をひきおこす原因になるので，このようなことがないように適当な処置を講じなければならない。

## 参考文献

(1) G. Lacey; "A general theory of flaw in alluvial", Jaurnal Inst. of Civil Engineering, London, 1946
(2) J. Blench; "Regime theory for self-formed sediment-bearing channels", Trans. A. S. C. E., Vol.117, 1952

(3) N. Chien; "A concept of Lacey's regime theory", Proc. A. S. C. E., Vol. 81, 1955
(4) 吉川秀夫，曽根義治；"沖積地河川の河道設計法—要伊川改修計画樹立のための基本問題についての調査報告"，土木研究所報告，第85号，昭和28年
(5) 佐藤清一；"河道の設計について—流砂量の観点からみた—"，土木学会誌，第42巻第4号，昭和32年，5～6頁
(6) 椿東一郎；"水路床砂礫の掃流量について"，九大流体力学研究所報告，第7巻第4号，昭和26年，25～38頁
(7) 岩垣雄一；"雨水流による地面浸蝕機構に関する基礎的研究"，昭和30年9月，3.79～3.93頁
(8) H. A. Einstein; "The bed load function for sediment transportation in open channel flaws", U. S. Department of Agriculture Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No. 1026, September 1950
(9) 増田重臣，河村三郎；"流砂ある河川の動的平衡こう配について"，第15回土木学会年次学術講演会講演概要第V部，89頁
(10) 橋本規明；"下流有堤部における河川の処理"，新河川工法，昭和31年，238～255頁
(11) 木下良作；"砂礫堆と掃流うねりに関する実験（第2報)"，昭和29年度栃木県砂防委託調査報告書，100～110頁
(12) 橋木規明；新河川工法，昭和31年，5～179頁
(13) 鷲尾鼓龍；河の荒さと護岸水制，昭和30年，1～52頁
(14) 木下良作；"河床における砂礫堆の形成について"，土木学会論文集，第42号，昭和32年2月
(15) 木下良作；"砂礫堆に関する実験(第3報)"，昭和30年度栃木県砂防委託調査報告書
(16) 木下良作；"砂礫堆と掃流うねりに関する実験(第2報)"，昭和29年度栃木県砂防委託調査報告書，128～129頁

## 結　論

1. で急流部の粗度係数の算定方法を述べ，2. で粗度係数が急流部の河道計画の中でどのような役割を占めるかについて述べ，ついで乱流を防止するための流路固定の方法を検討した。河床の粗度係数を砂礫粒によるもの，州の凹凸による形状抵抗によるものおよび砂礫移動に伴なう床面の凹凸の変化によるものの3つの要素に分解して取り扱った。その結果，砂礫粒による粗度は砂礫の粒径や粒度分布だけできまるものでなく，たとえ平均粒径に対しては限界掃流力以下の流況であっても，平均粒径より小さな粒子が移動するので，掃流力の大きさにも関係することが実験によってわかった。緩流部の河床物質のように粒径の混合範囲が狭い場合には，粗度と掃流力との間に一定の関係が見いだされないが，急流部のように混合範囲が広い場合には，上記の関係をかなり判然と見いだすことができた。また流路が整正であったり，流路が比較的規則正しく蛇行しているような場合には形状抵抗は非常に小さいが，流路が乱流しているところでは形状抵抗が大きく，全体の粗度に対して大きな影響を与えることが実験と河川における実測とによって明らかになった。すなわち人工水路底に河道の流路に相当するように矩形断面の溝をつくって実験を行なった結果，溝が1本の場合には，溝の存在によって生じる形状抵抗の値は非常に小さいが，溝が2本，3本に増えるにしたがって形状抵抗がかなり大きくなることがわかった。また形状抵抗の大きさは溝の蛇行波長，溝の深さ，幅などに関係することが明らかになった。さらに実際河床の形状抵抗による粗度係数を算定するために，乱流河川の河床特性から考察を行なって，河道の横断面の重心と河道の中心との距離（$e$）を河幅（$B$）で除した値の大きさによる方法を提案したのであるが，著しく乱流している河床面には無数の凹凸が存在していて $e/B$ の値が小さく，反対に1本の流路が規則正しく蛇行しているような場合に，流路が河岸に接している場所では $e/B$ の値が非常に大きい。そこで実際河川の粗度の資料を解析した結果，河床の凹凸による形状抵抗の大きさは，$e/B$ の値が小さくなるにしたがって大きくなるという一定の関係を見いだすことができた。つぎに河床砂礫が移動する場合に，それによって生じる粗度の増加の割合は，掃流力と限界掃流力との比率が大きいほど，また Froude 数が小さいほど粗度が大きくなることが，河川の実測資料から明らかになった。ただし緩流河川の観測結果からは，掃流力と限界掃流力との比が非常に大きくなると，河床に形成された凹凸の程度がかえって少なくなって粗度が減少することが確かめられているが，急流河川においては資料が不足のためにこの点を確かめることができなかった。しかし急流河川，とくに流量に較べて河幅が広い沖積地河川では，掃流力と限界掃流力との比の値が比較的小さいので，著者の方法を用いて急流河川の移動床の状態における粗度を計算することができる。以上によって，固定床の状態における粗度係数は河床砂礫の

性質と河道の横断面形状がわかれば計算で求めることができ，移動床の場合にはさらにそのときの水深，水面こう配がわかれば求まるわけである。

つぎに粗度係数が急流部の河道計画を立てる場合に非常に大切な要素であることを強調した。すなわち，計画高水流量を所定の幅を有する河道内で計画高水位をもって安全に流下させることが必要であり，また河床高が上流から下流まですべての場所で，しかも長期間にわたって変化しないように，安定な河道を設計することが必要であって，それらのためには河床の粗度係数の値を正確に見積もらねばならない。また流路を固定して乱流を防止し，それによって護岸の施工個所を限定し，あわせて河床粗度を小さくすることが，急流部の河道計画の中で重要な課題であるので，流路固定の方法を検討した。その結果，河道の湾曲部，河幅のふくらみ，雲堤，合流点などを適当な位置に設けると非常に効果があることが，実験または河川の調査によって明らかになった。ことに雲堤は堤内地の排水のためにも必要なものであるから，雲堤を適切な間隔で，すなわちその河道に形成される固有の砂礫堆の長さに等しい間隔で，左右岸に交互に配置することが有効であることが実験によって明らかになった。また合流点の位置が不良の場合には，背割堤，導流堤などを設けて，その位置を変えることが望ましい。上記のような河道における種々の変化点を設ける位置が適切でない場合には，かえって乱流を助長する原因になるので，それらの位置については十分に注意しなければならない。つぎに流路を固定して乱流を防止した場合に，河床粗度がどのくらい小さくなるかを2つの河川について計算した結果，Manning の粗度係数が約1割減少し，したがって河幅の縮小または計画高水位の低下によってかなりの工事費が節減されることを知った。またせっかく流路を固定して粗度係数を減らしても，河道の維持，管理を怠ると，そのために粗度係数が非常に大きくなるから，維持，管理を十分に行なうことが立派な改修計画を立てるのと同様に大切であることを明らかにすることができた。

謝　辞

本文を綴めるにあたっては，京都大学の石原藤次郎教授，岩垣雄一教授，岩佐義郎助教授に終始御指導をいただき，また資料のしゅう集に際しては各地方建設局工事事務所の方々に御協力をいただき，深く感謝いたします。また実験の実施についてお手数をわずらわした北陸地方建設局の小島忠幸技官（元富士川工事事務所勤務）に対して，厚くお礼申しあげます。

# 補剛トラスとケーブル間の風荷重分配に関する比較計算結果の考察

大　橋　昭　光*

（昭和 37 年 6 月）

目　次

1. まえがき……（1）
2. 本文に用いる一般的な記号……（1）
3. モイセイフの方法……（2）
4. エリスの方法……（3）
5. エルツェンの方法……（3）
6. 計算例に用いた諸数値……（5）
7. 計算例Ⅰ……（5）
8. 計算例Ⅱ……（9）
9. 比較計算結果の考察……（11）
10. むすび……（14）

## 1. まえがき

風荷重によって生ずる補剛トラスの応力を求めることは，吊橋の設計における重要な計算の一つであり，風圧によるケーブルおよび補剛トラスが塔へ及ぼす反力は塔の計算における重要な外力にもなる。

一般に，補剛トラスに作用した風荷重の一部はハンガーを伝わってケーブルに伝えられるが，その伝えられる力の大きさはケーブルの張力，補剛トラスの水平方向断面2次モーメント，吊橋の支間長およびケーブルと補剛トラスに作用する風荷重の割合などによって異なってくる。

ケーブルと補剛トラス間の風荷重の分配については，1932 年にモイセイフがケーブルと補剛トラスの変位の平衡から考えた弾性分配法を発表して以来，この弾性分配法から 2，3 の近似解法が考え出されている。

本文はこれらの諸解法のうちモイセイフ，エリス，エルツェンの方法を例題に適用し，その数値計算結果に考察を行なったものである。

## 2. 本文に用いる一般的な記号

$l$＝支間長（m）
$h_x$＝ハンガーの長さ（m）
$\delta_{cx}$＝ケーブルの水平変位（m）
$\delta_{tx}$＝補剛トラスの水平変位（m）
$\Delta\delta_x$＝ケーブルと補剛トラスとの水平変位の差（m）
$\delta_0$＝補剛トラスの中心線に対する塔頂の変位（m）
$W_c$＝ケーブルにかかる風荷重（t/m）
$W_t$＝補剛トラスにかかる風荷重（活荷重にかかる風荷重も含む）（t/m）
$W=W_c+W_t$
$P_{cx}$＝ケーブルのうけもつ風荷重（t/m）
$P_{tx}$＝補剛トラスのうけもつ風荷重（t/m）
$z_x$＝補剛トラスからケーブルに移行する風荷重（t/m）
$H$＝ケーブルの水平張力（t）
$I$＝補剛トラスの水平断面2次モーメント（m⁴）
$E$＝鋼の弾性係数 $21\times10^6$（t/m²）
$P_{sx}$＝補剛トラスの荷重（活荷重も含む）（t/m）
$P_x$＝補剛トラスおよびケーブルの荷重（t/m）

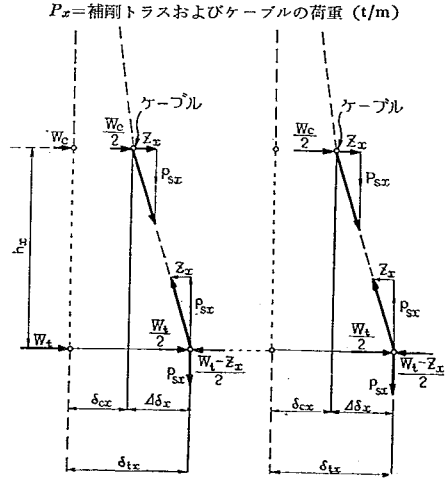



図-1

* 道路部　橋梁研究室　主任研究員

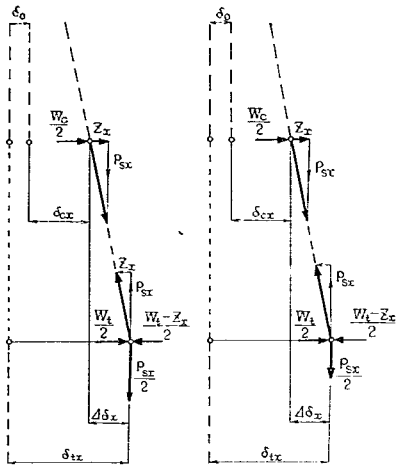


図-2

## 3. モイセイフの方法[1]

〔1〕 補剛トラスの水平変位

補剛トラスの曲げモーメントを $M_x$ とすれば，その水平変位 $\delta_{tx}$ はつぎの弾性方程式から得られる。

$$EI\frac{d^2\delta_{tx}}{dx^2}=M_x \quad \cdots\cdots(1)$$

中央支間にかかる全風荷重は図-3 (d) に $W_c$ と $W_t$ の和として描いてある。この $W_c$ および $W_t$ は塔におけるケーブルと補剛トラスとの間の風荷重の分配を示すもので，補剛トラスからケーブルに移行する風荷重 $z_x$ を仮定することにより，風荷重の分配は支間に沿ってどのようにも仮定することができる。

図-3 (a) はこのように仮定した風荷重のうち補剛トラスのうけもつ部分で，図-3 (a) の風荷重による曲げモーメントが図-3 (b) に，図-3 (b) の $M_x$ を荷重とした曲げモーメント図-3 (c) の縦距は最初に仮定した任意の分配にしたがった補剛トラスの水平変位を表わすことになる。

〔2〕 ケーブルの水平変位

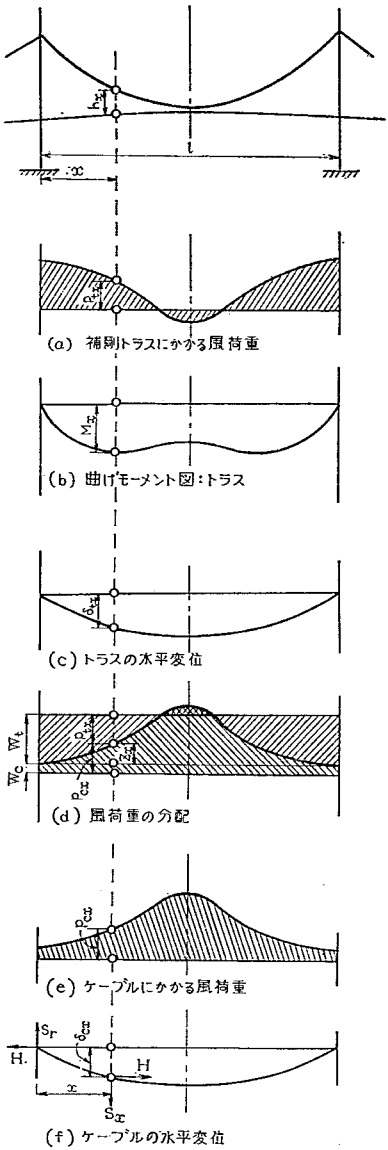
一方，補剛トラスがうけもたないと仮定した全風荷重の残り分はケーブルがうけもつことになる。このケーブルのうけもつ風荷重は図-3 (e) のようになる。いま，図-3 (f) の支点から $x$ の断面におけるケーブルの釣合から

$$H\cdot\delta_{cx}=S_r\cdot x-\int_0^x P_{cx}\cdot x\cdot dx \quad \cdots\cdots(2)$$

式(2)の右辺は支間 $l$ で，荷重 $P_{cx}$ による単純ゲタの曲げモーメント $M_{0x}$ と同じになる。これからケーブルの水平変位はつぎのように表わされる。

$$\delta_{cx}=M_{0x}/H \quad \cdots\cdots(3)$$

〔3〕 補剛トラスとケーブルとの水平変位における関係



(a) 補剛トラスにかかる風荷重
(b) 曲げモーメント図：トラス
(c) トラスの水平変位
(d) 風荷重の分配
(e) ケーブルにかかる風荷重
(f) ケーブルの水平変位

図-3

補剛トラスとケーブルの水平変位の関係を 図-2 のように仮定すると，ケーブル中心に関する釣合から

$$h_x\left\{\frac{W_t}{2}-\frac{1}{2}(W_t-z_x)\right\}=\Delta\delta_x\cdot\frac{P_{sx}}{2} \quad \cdots\cdots(4)$$

したがって

$$\Delta\delta_x=\frac{h_x}{P_{sx}}\cdot z_x \cdots\cdots(5)$$

〔4〕 $z_x$ の検算

図-2 (a) のように風荷重による塔頂の変位 $\delta_0$ を無視する場合には，補剛トラスとケーブルの水平変位の差 $\Delta\delta_x$ は

$$\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx} \cdots\cdots(6)$$

また，図-2 (b) のように塔頂の変位 $\delta_0$ を仮定した場合には

$$\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx}-\delta_0 \cdots\cdots(7)$$

となる。

この移行風荷重 $z_x$ は式(5)と式(6)あるいは式(7)とを同時に満足するように繰返し算により機械的に行なうことができ，その機械的作表法は表-1 に示すとおりである。

## 4. エリスの方法[2]

補剛トラスを 図-4 のように $2n$ 等分し，その分割長を $\lambda$，各分割点の補剛トラスのうけもつ風荷重を

$X_1,\ X_2,\ X_3,\ \cdots\cdots,\ X_{n-1},\ 2X_n,\ X_{n-1},\ \cdots\cdots,$
$X_3,\ X_2,\ X_1$

とする。

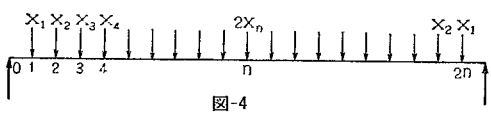



図-4

吊橋全体に作用する風荷重を $W$ とすると，ケーブルのうけもつ風荷重は各分割点において，

$W-X_1,\ W-X_2,\ \cdots\cdots,\ W-X_{n-1},\ W-2X_n,$
$W-X_{n-1},\ \cdots\cdots,\ X_2,\ X_1$

で表わされる。

また，補剛トラスからケーブルに移行する風荷重 $z_x$ は

$W_t-X_1,\ W_t-X_2,\ \cdots\cdots,\ W_t-X_{n-1},$
$W_t-2X_n,\ W_t-X_{n-1},\ \cdots\cdots,\ W_t-X_2,\ W_t-X_1$

で表わされる。

いまこれらの未知数を含む風荷重を用いると式(5)は

$$\Delta\delta_x=\frac{h_x}{P_{sx}}(W_t-X) \cdots\cdots(8)$$

となる。さらに $X$ による支間 $l$ の単純梁の曲げモーメント $M_x$ の曲げモーメント $M_{mx}$ から $\delta_{tx}$ より $\delta_{cx}$ が求まり，式(6)または式(7)と式(8)の $\Delta\delta_x$ を等しいとおけば $n$ 個の未知数を含む多項式が得られ，この関係が $n$ 個の点で同様に成立するから，$X_1,\ X_2,\ X_3,\ \cdots\cdots,\ X_n$ の $n$ 元連立方程式をとくことにより，補剛トラスのうけもつ風荷重を求めることができる。

$X$ が求まると $W-X$ が容易に求まり，表-1 と同様な手法で補剛トラスの反力，せん断力，曲げモーメント，水平変位およびケーブルの反力，水平変位がわかる。

## 5. エルツェンの方法[3]

補剛トラスの曲げに関する微分方程式から

$$EI\frac{d^4\delta_{tx}}{dx^4}+z_x-W_t=0 \cdots\cdots(9)$$

さらに水平変位と曲げモーメントとの関係から

$$EI\frac{d^2\delta_{tx}}{dx^2}=-M_x \cdots\cdots(10)$$

また，全風荷重 $W$ による曲げモーメントを $m_x$ とし，$W_t$ による補剛トラスの曲げモーメントを $M_x$ とすると，ケーブルの $W-W_t$ による曲げモーメントは $m_x-M_x$ となり，したがってケーブルの水平変位 $\delta_{cx}$ は

$$\delta_{cx}=\frac{1}{H}(m_x-M_x) \cdots\cdots(11)$$

$z_x$ は式(5)より

$$z_x=\frac{P_x}{h_x}(\delta_{tx}-\delta_{cx}) \cdots\cdots(12)$$

式(10)を式(9)に代入し，式(11)，式(12)に得られた $\delta_{cx}$ と $z_x$ を代入すると，式(9)はつぎのようになる。

$$-\frac{d^2M_x}{dx^2}+\frac{P_x}{H}\cdot\frac{M_x}{h_x}+\frac{P_x\cdot\delta_{tx}}{h_x}=\frac{P_xm_x}{H\cdot h_x}+W_t \cdots\cdots(13)$$

式(13)において $P_x$ が一定値 $P$ をとるとすると，式(10)と式(13)とは $n$ 点についてつぎのような階差方程式に書きかえられる。

$$M_n=-\frac{EI}{\lambda^2}\Delta^2\delta_{t,n}$$

また，

$$-\Delta^2M_n+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}M_n+\frac{P\lambda^2}{h_n}\delta_{t,n}=\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}m_n+W_t\lambda^2$$

ここで，$\lambda$ は階差方程式が満足される2連続点 $n$，$n+1$ 間の一定間隔である。第2次階差については $\Delta^2M_n$ と $\Delta^2\delta_{t,n}$ を代入すると上記の方程式はつぎのように書きかえられる。

$$M_n=-\frac{EI}{\lambda^2}(\delta_{t,n+1}-2\delta_{t,n}+\delta_{t,n-1}) \cdots\cdots(14)$$

$$-M_{n+1}+2M_n-M_{n-1}+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}M_n+\frac{P\lambda^2}{h_n}\delta_{t,n}=\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}m_n+W_t\lambda^2 \cdots\cdots(15)$$

これらの式は $n$ 個の式がもたらす $n$ 個の点で満足される階差方程式で，この式の連立解は $n$ 個の独立な点の変位を表わす。$\delta_{tx}$ がわかるとケーブルの水平変位と補剛トラスの曲げモーメントが式(11)と式(14)とから求められる。補剛トラスの実際にうけもつ風荷重 $P_{tx}$ は，

$$P_{tx}=W_t-z_x$$

であるから，この $P_{tx}$ を用いれば補剛トラスのせん断力が容易に求めうる。$z_x$ は $\delta_{tx}$ および $\delta_{cx}$ がわかっているから式(12)から求まる。

表-1　モイセイフによる作表法

| $x$ (m) | $P_{tx}$ (t/m) | $S_x'$ (t) | $M_x'$ (t-m) | $S_{mx}$ (t-m²) | $M_{mx}$ (t-m³) | $\delta_{tx}$ (m) | $P_{cx}$ (t/m) | $S_{0x}$ (t) | $M_{0x}$ (t-m) | $\delta_{cx}$ (m) | $h_x$ (m) | $h_x/P_{sx}$ | $z_x$ (t/m) | $\Delta\delta_x=\frac{h_x}{P_{sx}}\cdot z_n$ (m) | $\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx}$ (m) | $S_x$ (t) | $M_x$ (t-m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) | (17) | (18) |
| 0.05 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.10 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.15 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.20 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.25 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.30 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.35 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.40 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.45 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0.50 $l$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |

注　(1)欄＝中央支間端からの距離 $x$ (m)

(2)欄＝補剛トラスのうけもつ風荷重 $P_{tx}$ (t/m)

(3)欄＝$P_{tx}$ 荷重による補剛トラスのせん断力 $S_x'$ (t)：$1/\lambda$

(4)欄＝$P_{tx}$ 荷重による補剛トラスの曲げモーメント $M_x'$ (t-m)：$1/\lambda^2$

(5)欄＝$M_x'$ 荷重によるせん断力 $S_{mx}$ (t-m²)：$1/\lambda^3$

(6)欄＝$M_x'$ 荷重による曲げモーメント $M_{mx}$ (t-m³)：$1/\lambda^4$

(7)欄＝補剛トラスの水平変位 $\delta_{tx}$ (m)＝(6)欄$\times(\lambda^4/EI)$

(8)欄＝ケーブルのうけもつ風荷重 $P_{cx}$ (t/m)

(9)欄＝$P_{cx}$ 荷重によるケーブルのせん断力 $S_{0x}$ (t)：$1/\lambda$

(10)欄＝$P_{cx}$ 荷重によるケーブルの曲げモーメント $M_{0x}$ (t-m)：$1/\lambda^2$

(11)欄＝ケーブルの水平変位 $\delta_{cx}$ (m)＝(10)欄$\times(\lambda^2/H)$

(12)欄＝ハンガーの長さ $h_x$ (m)

(13)欄＝$h_x/P_{sx}$ (m²/t)

(14)欄＝補剛トラスからケーブルに移行する風荷重 $z_x$ (t/m)

(15)欄＝補剛トラスとケーブルの水平変位差 $\Delta\delta_x=\frac{hx}{P_{sx}}\cdot z_x$ (m)

(16)欄＝　〃　$\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx}$ (m)

(17)欄＝補剛トラスのせん断力 $S_x$ (t)$=S_x'\times\lambda$

(18)欄＝補剛トラスの曲げモーメント $M_x$ (t-m)$=M_x'\times\lambda^2$

式(14)を式(15)に代入すれば分割点の両端を除くすべての点で満足するつぎの方程式がえられる。

$$\delta_{t,\,n-2}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}\right)\delta_{t,\,n-1}+\left(6+\frac{P\lambda^2}{h_n}\left(\frac{2}{H}+\frac{\lambda^2}{EI}\right)\right)\delta_{t,\,n}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}\right)\delta_{t,\,n+1}+\delta_{t,\,n+2}=-\frac{P\lambda^6}{EI\cdot H\cdot h_n}\cdot\frac{m_n}{\lambda^2}+\frac{W_t\cdot\lambda^4}{EI}\quad\cdots\cdots(16)$$

さらに，塔頂の変位 $\delta_0$ を考えると方程式(15)，(16)はつぎのようになる。

$$-M_{n+1}+2M_n-M_{n-1}+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}M_n+\frac{P\lambda^2}{h_n}\delta_{t,\,n}=\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}m_n+W_t\lambda^2+\frac{P\lambda^2}{h_n}\delta_0\quad\cdots\cdots(17)$$

$$\delta_{t,\,n-2}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}\right)\delta_{t,\,n-1}+\left(6+\frac{P\lambda^2}{h_n}\left(\frac{2}{H}+\frac{\lambda^2}{EI}\right)\right)\delta_{t,\,n}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_n}\right)\delta_{t,\,n-1}+\delta_{t,\,n-2}=-\frac{P\lambda^6}{EI\cdot H\cdot h_n}\cdot\frac{m_n}{\lambda^2}+\frac{W_t\lambda^4}{EI}+\frac{P\lambda^4}{EI\cdot h_n}\delta_0\quad\cdots\cdots(18)$$

## 6. 計算例に用いた諸数値

本計算例にはつぎのような仮定を行なっている。

(1) 補剛トラスの断面2次モーメント $I$ は一定とする。

(2) 補剛トラスは無載荷状態を考える。したがって $P_{sx}$ は補剛トラスの死荷重のみとなり，かつ全径間にわたって一定とする。

(3) 補剛トラスの中心線に対する塔頂の水平変位 $\delta_0$ は，$\delta_0=0$ の場合と $\delta_0=0.25$ m の場合とを考え，前者は計算例Ⅰで，後者は計算例Ⅱであつかうことにする。

(4) 吊橋にかかる風荷重の強度は全径間にわたり一定とする。

計算例に用いた諸数値はつぎのとおり。

$l=800$m

$h_x$=図-5 に示す

$\delta_0$ (計算例Ⅰ)$=0$，$\delta_0$ (計算例Ⅱ)$=0.25$m

$W_t=2.40$ t/m

$W_c=0.73$ t/m

$W=2.40+0.73=3.13$ t/m

$H=24,000$ t

$I=26.5$ m$^4$

$E=21\times10^6$ t/m$^2$

$P_{sx}=15.1$ t/m

$P_x=21.0$ t/m

いま，径間 $l$ を 20 等分すると分割長 $\lambda$ は 40 m となる。

したがって

$$\frac{\lambda^4}{EI}=0.00460$$

$$\frac{\lambda^2}{H}=0.06667$$

## 7. 計算例Ⅰ($\delta_0=0$)

〔1〕 **モイセイフの方法の適用**

$z_x$ の最終仮定としてつぎに掲げる値を用いる。

$z_1=0.058$，　$z_6=0.905$

$z_2=0.143$，　$z_7=1.300$

$z_3=0.262$，　$z_8=1.919$

$z_4=0.421$，　$z_9=3.051$

$z_5=0.627$，　$z_{10}=4.125$

表-1 に示した作表法によって計算を進めた結果，表-2 に示すように(15)欄と(16)欄の $\Delta\delta_x$ が実用的に等しくなるので，求める $\delta_{cx}$，$\delta_{tx}$，$\delta_x$，$M_x$ はそれぞれ表-2 の(11)欄，(7)欄，(17)欄，(18)欄の値になる。

ケーブルおよび補剛トラスの反力をそれぞれ $R_c$ および $R_t$ とするとつぎのようになる。

$R_c=0.73\times20+17.684\times40$

$=14.6+70.736=85.4$ t

$R_t=2.40\times20+482.04=580.1$ t

〔2〕 **エリスの方法の適用**

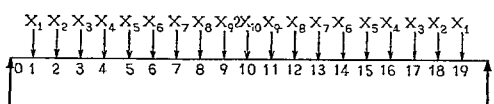



図-6

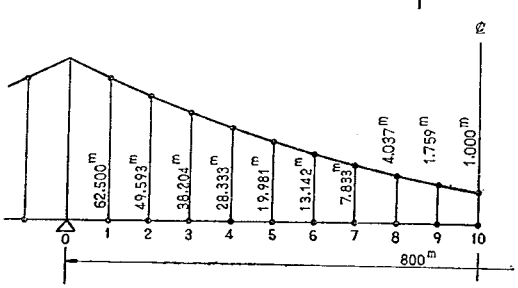



図-5

補剛トラスのうけもつ風荷重を未知数 $X$ としたまま，図-6 にもとづいて変位に関する関係式を作成する。

補剛トラスの変位に関する式として $S_x$ と $M_x$ は表-3，$S_{mx}$ と $M_{mx}$ は表-4 に示すように求められる。

ケーブルのうけもつ風荷重は $3.13-X$ であるから，ケーブルの変位に関する式として $S_{ox}$ と $M_{ox}$ は表-5 に示すように求められる。

一方，補剛トラスからケーブルに移行する風

表-2 モイセイフによる計算例 I

| $x$ (m) | $P_{tx}$ (t/m) | $S_x'$ (t) | $M_x'$ (t-m) | $S_{mx}$ (t-m²) | $M_{mx}$ (t-m³) | $\delta_{tx}$ (m) | $P_{cx}$ (t/m) | $S_{ox}$ (t) | $M_{ox}$ (t-m) | $\delta_{cx}$ (m) | $h_x$ (m) | $h_x/P_{sx}$ | $z_x$ (t/m) | $\Delta\delta_x=\frac{h_x}{P_{sx}}\cdot z_x$ (m) | $\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx}$ (m) | $S_x$ (t) | $M_x$ (t-m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) | (17) | (18) |
| | | 12.051 | | 307.763 | | | | 17.684 | | | | | | | | 482.04 | |
| $\lambda$ | 2.342 | | 12.051 | | 307.763 | 1.416 | 0.788 | | 17.684 | 1.179 | 62.500 | 4.139 | 0.058 | 0.240 | 0.237 | | 19282 |
| | | 9.707 | | 295.712 | | | | 16.896 | | | | | | | | 388.36 | |
| $2\lambda$ | 2.257 | | 21.760 | | 603.475 | 2.776 | 0.873 | | 34.580 | 2.306 | 49.593 | 3.284 | 0.143 | 0.470 | 0.471 | | 34816 |
| | | 7.452 | | 273.952 | | | | 16.023 | | | | | | | | 298.08 | |
| $3\lambda$ | 2.138 | | 29.212 | | 877.427 | 4.036 | 0.992 | | 50.603 | 3.374 | 38.204 | 2.530 | 0.262 | 0.663 | 0.662 | | 46739 |
| | | 5.314 | | 244.740 | | | | 15.031 | | | | | | | | 212.56 | |
| $4\lambda$ | 1.979 | | 34.526 | | 1122.167 | 5.162 | 1.151 | | 65.634 | 4.376 | 28.333 | 1.876 | 0.421 | 0.790 | 0.786 | | 55242 |
| | | 3.335 | | 210.214 | | | | 13.880 | | | | | | | | 133.40 | |
| $5\lambda$ | 1.773 | | 37.861 | | 1332.381 | 6.129 | 1.357 | | 79.514 | 5.301 | 19.981 | 1.323 | 0.627 | 0.830 | 0.828 | | 60578 |
| | | 1.562 | | 172.353 | | | | 12.523 | | | | | | | | 62.48 | |
| $6\lambda$ | 1.495 | | 39.423 | | 1504.734 | 6.922 | 1.635 | | 92.037 | 6.136 | 13.142 | 0.870 | 0.905 | 0.787 | 0.786 | | 63077 |
| | | 0.067 | | 132.930 | | | | 10.888 | | | | | | | | 2.68 | |
| $7\lambda$ | 1.100 | | 39.490 | | 1637.664 | 7.533 | 2.030 | | 102.925 | 6.862 | 7.833 | 0.519 | 1.300 | 0.675 | 0.671 | | 63184 |
| | | −1.033 | | 93.440 | | | | 8.858 | | | | | | | | −41.32 | |
| $8\lambda$ | 0.481 | | 38.457 | | 1731.104 | 7.963 | 2.649 | | 111.783 | 7.453 | 4.037 | 0.267 | 1.919 | 0.512 | 0.510 | | 61531 |
| | | −1.514 | | 54.983 | | | | 6.209 | | | | | | | | −60.56 | |
| $9\lambda$ | −0.651 | | 36.943 | | 1786.104 | 8.216 | 3.781 | | 117.992 | 7.866 | 1.759 | 0.116 | 3.051 | 0.354 | 0.350 | | 59109 |
| | | −0.863 | | 18.040 | | | | 2.428 | | | | | | | | −34.52 | |
| $10\lambda$ | −1.725 | | 36.080 | | 1804.127 | 8.299 | 4.855 | | 120.420 | 8.028 | 1.000 | 0.066 | 4.125 | 0.272 | 0.271 | | 57728 |

注: $z_x$ の最終仮定としてエリスの方法から求めた $W_t-P_{tx}$ を用いた。

表-3　トラスのタワミに関する式 (1)

| 分割点 | $P_{tx}$ | $S_x'$ (3) | | | | | | | | | | $M_x'$ (4) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ |
| 1 | $X_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | $X_2$ | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | $X_3$ | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | $X_4$ | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | $X_5$ | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | $X_6$ | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | $X_7$ | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | $X_8$ | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | $X_9$ | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 9 |
| 10 | $2X_{10}$ | | | | | | | | | | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

表-4　トラスのタワミに関する式 (2)

| 分割点 | $S_{mx}$ (5) | | | | | | | | | | $M_{mx}$ (6) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ |
| 1 | 9.5 | 18 | 25.5 | 32 | 37.5 | 42 | 45.5 | 48 | 49.5 | 50 | 9.5 | 18 | 25.5 | 32 | 37.5 | 42 | 45.5 | 48 | 49.5 | 50 |
| 2 | 8.5 | 17 | 24.5 | 31 | 36.5 | 41 | 44.5 | 47 | 48.5 | 49 | 18 | 35 | 50 | 63 | 74 | 83 | 90 | 95 | 98 | 99 |
| 3 | 7.5 | 15 | 22.5 | 29 | 34.5 | 39 | 42.5 | 45 | 46.5 | 47 | 22.5 | 50 | 92.5 | 92 | 108.5 | 122 | 132.5 | 140 | 144.5 | 146 |
| 4 | 6.5 | 13 | 19.5 | 26 | 31.5 | 36 | 39.5 | 42 | 43.5 | 44 | 32 | 63 | 92 | 118 | 140 | 158 | 172 | 182 | 188 | 190 |
| 5 | 5.5 | 11 | 16.5 | 22 | 27.5 | 32 | 35.5 | 38 | 39.5 | 40 | 37.5 | 74 | 108.5 | 140 | 167.5 | 190 | 207.5 | 220 | 227.5 | 230 |
| 6 | 4.5 | 9 | 13.5 | 18 | 22.5 | 27 | 30.5 | 33 | 34.5 | 35 | 42 | 83 | 122 | 158 | 190 | 217 | 238 | 253 | 262 | 265 |
| 7 | 3.5 | 7 | 10.5 | 14 | 17.5 | 21 | 24.5 | 27 | 28.5 | 29 | 45.5 | 90 | 132.5 | 172 | 207.5 | 238 | 262.5 | 280 | 290.5 | 294 |
| 8 | 2.5 | 5 | 7.5 | 10 | 12.5 | 15 | 17.5 | 20 | 21.5 | 22 | 48 | 95 | 140 | 182 | 220 | 253 | 280 | 300 | 312 | 316 |
| 9 | 1.5 | 3 | 4.5 | 6 | 7.5 | 9 | 10.5 | 12 | 13.5 | 14 | 49.5 | 98 | 144.5 | 188 | 227.5 | 262 | 290.5 | 312 | 325.5 | 330 |
| 10 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 50 | 99 | 146 | 190 | 230 | 265 | 294 | 316 | 330 | 335 |

表-5 ケーブルのタワミに関する式

| 分割点 (1) | $P_{cx}$ (8) | $S_{0x}$ (9) 常数項 | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ | $M_{0x}$ (10) 常数項 | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.13−$X_1$ | 29.735 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 29.735 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 |
| 2 | 3.13−$X_2$ | 26.605 | | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 56.340 | −1 | −2 | −2 | −2 | −2 | −2 | −2 | −2 | −2 | −2 |
| 3 | 3.13−$X_3$ | 23.475 | | | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 79.815 | −1 | −2 | −3 | −3 | −3 | −3 | −3 | −3 | −3 | −3 |
| 4 | 3.13−$X_4$ | 20.345 | | | | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 100.160 | −1 | −2 | −3 | −4 | −4 | −4 | −4 | −4 | −4 | −4 |
| 5 | 3.13−$X_5$ | 17.215 | | | | | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 117.375 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −5 | −5 | −5 | −5 | −5 |
| 6 | 3.13−$X_6$ | 14.085 | | | | | | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 131.460 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −6 | −6 | −6 | −6 | −6 |
| 7 | 3.13−$X_7$ | 10.955 | | | | | | | −1 | −1 | −1 | −1 | 142.415 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −6 | −7 | −7 | −7 | −7 |
| 8 | 3.13−$X_8$ | 7.825 | | | | | | | | −1 | −1 | −1 | 150.240 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −6 | −7 | −8 | −8 | −8 |
| 9 | 3.13−$X_9$ | 4.695 | | | | | | | | | −1 | −1 | 154.935 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −6 | −7 | −8 | −9 | −9 |
| 10 | 3.13−$X_{10}$ | 1.565 | | | | | | | | | | −1 | 155.500 | −1 | −2 | −3 | −4 | −5 | −6 | −7 | −8 | −9 | −10 |

表-6 吊材のタワミに関する式

| 分割点 (1) | $h_x$ (12) | $h_x/P_{sx}$ (13) | $z_x$ (14) | $\Delta\delta_x=\frac{h_x}{P_{sx}}\cdot z_x$ (15) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 62.500 | 4.139 | 2.40−$X_1$ | 9.934−4.139$X_1$ |
| 2 | 49.593 | 3.284 | 2.40−$X_2$ | 7.882−3.284$X_2$ |
| 3 | 38.204 | 2.530 | 2.40−$X_3$ | 6.072−2.530$X_3$ |
| 4 | 28.333 | 1.876 | 2.40−$X_4$ | 4.502−1.876$X_4$ |
| 5 | 19.981 | 1.323 | 2.40−$X_5$ | 3.175−1.323$X_5$ |
| 6 | 13.142 | 0.870 | 2.40−$X_6$ | 2.088−0.870$X_6$ |
| 7 | 7.833 | 0.519 | 2.40−$X_7$ | 1.246−0.519$X_7$ |
| 8 | 4.037 | 0.267 | 2.40−$X_8$ | 0.641−0.267$X_8$ |
| 9 | 1.759 | 0.116 | 2.40−$X_9$ | 0.278−0.116$X_9$ |
| 10 | 1.000 | 0.066 | 2.40−2$X_{10}$ | 0.158−0.132$X_{10}$ |

表-7 連立方程式

| | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ | $X_9$ | $X_{10}$ | 右辺常数項 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4.250 | 0.150 | 0.184 | 0.214 | 0.240 | 0.260 | 0.276 | 0.288 | 0.295 | 0.297 | 11.916 |
| 2 | 0.150 | 3.578 | 0.363 | 0.423 | 0.473 | 0.515 | 0.547 | 0.570 | 0.584 | 0.588 | 11.638 |
| 3 | 0.184 | 0.363 | 3.064 | 0.623 | 0.699 | 0.761 | 0.810 | 0.844 | 0.865 | 0.872 | 11.393 |
| 4 | 0.214 | 0.423 | 0.623 | 2.686 | 0.911 | 0.994 | 1.058 | 1.104 | 1.132 | 1.141 | 11.179 |
| 5 | 0.240 | 0.473 | 0.699 | 0.911 | 2.427 | 1.207 | 1.288 | 1.345 | 1.380 | 1.391 | 11.000 |
| 6 | 0.260 | 0.515 | 0.761 | 0.994 | 1.207 | 2.268 | 1.495 | 1.564 | 1.605 | 1.619 | 10.852 |
| 7 | 0.276 | 0.547 | 0.810 | 1.058 | 1.288 | 1.495 | 2.194 | 1.755 | 1.803 | 1.819 | 10.740 |
| 8 | 0.288 | 0.570 | 0.844 | 1.104 | 1.345 | 1.564 | 1.755 | 2.180 | 1.968 | 1.987 | 10.657 |
| 9 | 0.295 | 0.584 | 0.865 | 1.132 | 1.380 | 1.605 | 1.803 | 1.968 | 2.213 | 2.118 | 10.607 |
| 10 | 0.297 | 0.588 | 0.872 | 1.141 | 1.391 | 1.619 | 1.819 | 1.987 | 2.118 | 2.340 | 10.591 |

荷重は，$2.4-X$ であるから，吊材の変位に関する式として表-6 が得られる。

式(6)の関係式を用いると

$$\frac{\lambda^4}{EI}M_{nx}-\frac{\lambda^2}{H}M_{0x}=\Delta\delta_x \quad \cdots\cdots(19)$$

より，

$$0.00460M_{mx}-0.06667M_{0x}=\Delta\delta_x \quad \cdots\cdots(20)$$

この関係式に表-4, 5, 6 の $M_{mx}$, $M_{0x}$ および $\Delta\delta_x$ の値を代入すると 表-7 に示す連立方程式が得られ，これを解くと $X$ はつぎのような値となる。

$X_1=2.342$　　$X_6=1.495$

$X_2=2.257$　　$X_7=1.100$

$X_3=2.138$　　$X_8=0.481$

$X_4=1.979$　　$X_9=-0.651$

$X_5=1.773$　　$X_{10}=-1.725$

これら $X$ の値を表-3, 4, 5 における $S_x$, $M_x$, $M_{mx}$, $S_{0x}$, $M_{0x}$ に代入すれば各分割点について表-2 で求めたと同様の結果が得られる。

〔3〕 **エルツェンの方法の適用**

この場合は 図-7 に示すように各分割点に $W$ を考え，分割点 1 については式(14)と式(15)から

$$\left(5+2\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_1}+\frac{P\lambda^4}{EI\cdot h_1}\right)\delta_{t,1}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_1}\right)\delta_{t,2}+\delta_{t,3}=\frac{P\lambda^6}{EI\cdot h_1}\cdot\frac{m_1}{\lambda^2}+\frac{W_t\lambda^4}{EI} \quad \cdots\cdots(21)$$

を用いる。

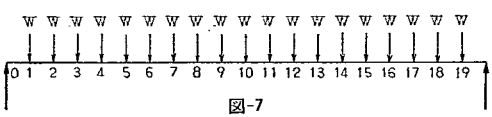



図-7

分割点 2～10 については式(16)を用い，これらの式から $\delta_t$ に関する連立方程式をつくると 表-8 のようになり，これを解くと $\delta_t$ はつぎのような値となる。

$\delta_{t,1}=1.395$　　$\delta_{t,6}=6.827$

$\delta_{t,2}=2.735$　　$\delta_{t,7}=7.433$

$\delta_{t,3}=3.977$　　$\delta_{t,8}=7.861$

$\delta_{t,4}=5.087$　　$\delta_{t,9}=8.114$

$\delta_{t,5}=6.042$　　$\delta_{t,10}=8.198$

これらの $\delta_t$ の値を用いると表-9 に示すように，表-2 に対応する諸量が求められる。

ケーブルおよび補剛トラスの反力はつぎのようになる。

$R_c=0.73\times20+18.021\times40=86.7$ t

$R_t=2.4\times20+468.6=516.6$ t

## 8. 計算例 II ($\delta_0=0.25$ m)

〔1〕 **モイセイフの方法の適用**

表-8 $\delta_{tx}$ に関する連立方程式

| 分割点 | $\delta_{t1}$ | $\delta_{t2}$ | $\delta_{t3}$ | $\delta_{t4}$ | $\delta_{t5}$ | $\delta_{t6}$ | $\delta_{t7}$ | $\delta_{t8}$ | $\delta_{t9}$ | $\delta_{t0}$ | $\delta_{t10}$ | 右辺常数項 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.046345 | −4.02240 | 1.00000 | | | | | | | | | 0.0141044 |
| 2 | −4.02823 | 6.05841 | −4.02823 | 1.00000 | | | | | | | | 0.0183569 |
| 3 | 1.00000 | −4.03665 | 6.07582 | −4.03665 | 1.00000 | | | | | | | 0.0244952 |
| 4 | | 1.00000 | −4.04941 | 6.10223 | −4.04941 | 1.00000 | | | | | | 0.0338074 |
| 5 | | | 1.00000 | −4.07007 | 6.14497 | −4.07007 | 1.00000 | | | | | 0.0488726 |
| 6 | | | | 1.00000 | −4.10653 | 6.22041 | −4.10653 | 1.00000 | | | | 0.0754625 |
| 7 | | | | | 1.00000 | −4.17873 | 6.36980 | −4.17873 | 1.00000 | | | 0.1281333 |
| 8 | | | | | | 1.00000 | −4.34679 | 6.71751 | −4.34679 | 1.00000 | | 0.2507198 |
| 9 | | | | | | | 1.00000 | −4.79591 | 8.64673 | −4.79591 | 1.00000 | 0.5783055 |
| 10 | | | | | | | | 2.00000 | −10.80000 | 8.89660 | −4.79591 | 1.0189396 |

註：$\delta_0$ を考える場合には，表-8 の右辺常数項だけを変えるだけで，方程式の係数はこのまま用いることができる。

表-9　エルツエンによる計算例 I

| $x$ (m) | $W$ (t/m) | $v$ (t) | $m'$ (t-m) | $m$ (t-m) | $\delta_{tx}$ (m) | $M_x$ (t-m) | $m-M_x$ (t-m) | $\delta_{ex}$ (m) | $\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{ex}$ (m) | $P_x/h_x$ | $z_x$ (t/m) | $P_{tx}$ (t/m) | $P_{ex}$ (t/m) | $S_{0x}$ (t) | $S_x'$ (t) | $S_x$ (t) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⑩ | ⑪ | ⑫ | ⑬ | ⑭ | ⑮ | ⑯ | ⑰ |
| | | 29.735 | | | | | | | | | | | | 18.021 | 11.714 | 468.6 |
| $\lambda$ | 3.130 | | 29.735 | 47.576 | 1.395 | 19.130 | 28.446 | 1.185 | 0.210 | 0.336 | 0.071 | 2.329 | 0.801 | | | |
| | | 26.605 | | | | | | | | | | | | 17.220 | 9.385 | 375.4 |
| $2\lambda$ | 3.130 | | 56.340 | 90.144 | 2.735 | 34.781 | 55.363 | 2.307 | 0.428 | 0.423 | 0.181 | 2.219 | 0.911 | | | |
| | | 23.475 | | | | | | | | | | | | 16.309 | 7.166 | 286.6 |
| $3\lambda$ | 3.130 | | 79.815 | 127.704 | 3.977 | 46.607 | 81.097 | 2.379 | 0.598 | 0.550 | 0.329 | 2.071 | 1.059 | | | |
| | | 20.345 | | | | | | | | | | | | 15.250 | 5.095 | 203.8 |
| $4\lambda$ | 3.130 | | 100.160 | 160.256 | 5.087 | 53.911 | 106.345 | 4.431 | 0.656 | 0.741 | 0.486 | 1.914 | 1.216 | | | |
| | | 17.215 | | | | | | | | | | | | 14.034 | 3.181 | 127.2 |
| $5\lambda$ | 3.130 | | 117.375 | 187.800 | 6.042 | 59.128 | 128.678 | 5.362 | 0.680 | 1.051 | 0.715 | 1.685 | 1.445 | | | |
| | | 14.085 | | | | | | | | | | | | 12.589 | 1.491 | 59.8 |
| $6\lambda$ | 3.130 | | 131.460 | 210.336 | 6.827 | 62.258 | 148.078 | 6.170 | 0.657 | 1.598 | 1.050 | 1.350 | 1.780 | | | |
| | | 10.955 | | | | | | | | | | | | 10.809 | 0.146 | 5.8 |
| $7\lambda$ | 3.130 | | 142.415 | 227.864 | 7.433 | 61.911 | 165.953 | 6.915 | 0.518 | 2.681 | 1.389 | 1.011 | 2.119 | | | |
| | | 7.825 | | | | | | | | | | | | 8.690 | −0.865 | −34.6 |
| $8\lambda$ | 3.130 | | 150.240 | 240.384 | 7.861 | 60.867 | 179.517 | 7.480 | 0.381 | 5.202 | 1.982 | 0.418 | 2.712 | | | |
| | | 4.695 | | | | | | | | | | | | 5.978 | −1.283 | −51.3 |
| $9\lambda$ | 3.130 | | 154.935 | 247.896 | 8.114 | 58.780 | 189.116 | 7.880 | 0.234 | 11.939 | 2.794 | −0.394 | 3.524 | | | |
| | | 1.565 | | | | | | | | | | | | 2.454 | −0.889 | −35.6 |
| $10\lambda$ | 3.130 | | 156.500 | 250.400 | 8.198 | 58.433 | 191.967 | 7.999 | 0.199 | 21.000 | 4.179 | −1.779 | 4.909 | | | |

注　①欄＝中央支間端からの距離 $x$ (m)

②欄＝全風荷重 $W$ (t/m)

③欄＝$W$ 荷重によるせん断力 $v$ (t)：$1/\lambda$

④欄＝$W$ 荷重による曲げモーメント $m'$ (t-m)：$1/\lambda^2$

⑤欄＝$W$ 荷重による曲げモーメント $m$ (t-m)

⑥欄＝連立方程式より求めた $\delta_{tx}$ (m)

⑦欄＝式(14)より求めた補剛トラスの曲げモーメント $M_x$ (t-m)

⑧欄＝ケーブルの曲げモーメント $m-M_x$ (t-m)

⑨欄＝ケーブルの水平変位 $\delta_{ex}$ (m)

⑩欄＝補剛トラスとケーブルの水平変位差 $\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{ex}$ (m)

⑪欄＝$P_x/h_x$

⑫欄＝補剛トラスからケーブルに移行する風荷重 $z_x$ (t/m)

⑬欄＝補剛トラスのうけもつ風荷重 $P_{tx}$ (t/m)

⑭欄＝ケーブルのうけもつ風荷重 $P_{ex}$ (t/m)

⑮欄＝ケーブルの $P_{ex}$ 荷重によるせん断力 $S_{0x}$ (t)：$1/\lambda$

⑯欄＝補トラスの $P_{tx}$ 荷重によるせん断力 $S_x'$ (t)：$1/\lambda$

⑰欄＝補剛トラスのせん断力 $S_x$ (t)

$z_x$ の最終仮定としてつぎに掲げる値を用いる。

$z_1=0.009$　　$z_6=0.873$

$z_2=0.097$　　$z_7=1.273$

$z_3=0.218$　　$z_8=1.908$

$z_4=0.379$　　$z_9=3.049$

$z_5=0.589$　　$z_{10}=4.135$

式(7)の関係からわかるように

$$\delta_{tx}-\delta_{cx}=\Delta\delta_x+\delta_0 \quad \cdots\cdots(22)$$

であるから，表-2 における(15)欄を $\Delta\delta_x+\delta_0$ とおきかえて(16)欄との比較を行なえば，表-2 で行なったとまったく同様の操作で表-2 に求めた諸量は表-10 のようになる。

$R_c$ および $R_t$ は

$R_c=0.73\times20+17.417\times40$

$=14.6+69.668=84.3\,t$

$R_t=2.40\times20+492.7=540.7\,t$

〔2〕 エリスの方法の適用

式(24)の関係から，表-6 の(15)欄を $\Delta\delta_x+\delta_0=\Delta\delta_x+0.25$ とつぎのようにおきかえればよい。

$\Delta\delta_1+\delta_0=10.184-4.139X_1$

$\Delta\delta_2+\delta_0=8.132-3.284X_2$

$\Delta\delta_3+\delta_0=6.322-2.530X_3$

$\Delta\delta_4+\delta_0=4.752-1.876X_4$

$\Delta\delta_5+\delta_0=3.425-1.323X_5$

$\Delta\delta_6+\delta_0=2.338-0.870X_6$

$\Delta\delta_7+\delta_0=1.496-0.519X_7$

$\Delta\delta_8+\delta_0=0.891-0.267X_8$

$\Delta\delta_9+\delta_0=0.528-0.116X_9$

$\Delta_{10}+\delta_0=0.408-0.132X_{10}$

このようにすると式(20)は式(23)となり

$$0.00460M_{mx}-0.06667M_{ox}=\Delta\delta_x+0.25 \cdots(23)$$

この関係を用いると，$X$ に関する連立方程式は右辺常数項を表-7 の値に 0.25 を加えるだけでそのまま用いることができる。

これを解くと $X$ はつぎの値となり，表-10 と同様な結果が得られる。

$X_1=2.391$　　$X_6=1.527$

$X_2=2.303$　　$X_7=1.127$

$X_3=2.182$　　$X_8=0.492$

$X_4=2.021$　　$X_9=-0.649$

$X_5=1.811$　　$X_{10}=-1.775$

〔3〕 エルツェンの方法の適用

この場合式(20)は式(24)のように右辺常項が変化する。

$$\left(5+2\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_1}+\frac{P\lambda^4}{EI\cdot h_1}\right)\delta_{t,1}-\left(4+\frac{P\lambda^2}{H\cdot h_1}\right)\delta_{t,2}+\delta_{t,3}=-\frac{P\lambda^6}{EI\cdot H\cdot h_1}\cdot\frac{m_1}{\lambda^2}+\frac{W_t\lambda^4}{EI}+\frac{P\lambda^4}{EI\cdot h_1}\delta_0$$

$\cdots\cdots(24)$

式(18)と式(24)を用いると $\delta_t$ に関する連立方程式は表-8 の右辺常数項の値をつぎのように変えるだけでそのまま用いることができる。

右辺常数項

0.0144908

0.0188439

0.0251274

0.0346598

0.0501596

0.0773002

0.1312165

0.2567022

0.5920354

1.0430905

この連立方程式から $\delta_t$ の値を求めるとつぎのとおり

$\delta_{t,1}=1.429$　　$\delta_{t,6}=6.992$

$\delta_{t,2}=2.802$　　$\delta_{t,7}=7.613$

$\Delta\delta_{t,3}=4.074$　　$\delta_{t,8}=8.051$

$\Delta\delta_{t,4}=5.211$　　$\delta_{t,9}=8.310$

$\Delta\delta_{t,5}=6.189$　　$\delta_{t,10}=8.395$

これらの $\delta_t$ の値を用い，表-9 に求めたと同様な諸量を求めると表-11 のようになる。

$R_c=0.73\times20+17.608\times40=718.920\,t$

$R_t=2.40\times20+485.0=533.0\,t$

## 8. 比較計算結果の考察

〔1〕 モイセイフの方法

モイセイフの方法による計算例は表-2，表-10 に添書きしたように，エリスの方法によって求めた $z_x$ を繰返しの $z_x$ の最終値として表-1 の作表法にしたがって計算を行なったものである。しかし，(15)欄と(16)欄の比較から容易にわかるように，エリスの方法で求めた補剛トラスとケーブルとの水平変位差 $\delta_{tx}-\delta_{cx}$ と吊材の変位から求めた $\Delta\delta_x$ または $\Delta\delta_x+\delta_0$ が実用上一致していると考えられるから，エリスの方法はモイセイフの方法と同じ精度を有していることがわかる。

しかしながら，モイセイフの方法は $z_x$ の値を仮定する必要がある。まえがきにも述べたように $z_x$ の値が種々の要素に敏感に左右されるため，表-1 の作表計算は計算尺で行なえるほど簡単であっても，最終的な $z_x$ の仮定までには多くの繰返しを要することが明らかであり，エリスの方法にみられるように簡単に $z_x$ を求めうるわけにはいかない。

〔2〕 エリスの方法

モイセイフの方法は 1932 年 5 月に発表されているが，エリスの方法はモイセイフの弾性分配法における繰返し算の労力をはぶくため，モイセイフの理論に数学的手法

表-10　モイセイフによる計算例Ⅱ

| $x$ (m) | $P_{tx}$ (t/m) | $S_x'$ (t) | $M_x'$ (t-m) | $S_{mx}$ (t-m²) | $M_{mx}$ (t-m³) | $\delta_{tx}$ (m) | $P_{cx}$ (t/m) | $S_{0x}$ (t) | $M_{0x}$ (t-m) | $\delta_{cx}$ (m) | $h_x$ (m) | $h_x/P_{sx}$ | $z_x$ (t/m) | $\Delta\delta_x+\delta_0=\frac{h_x}{P_{sx}}z_x+\delta_0$ (m) | $\Delta\delta_x+\delta_0=\delta_{tx}-\delta_{cx}$ (m) | $S_x$ (t) | $M_x$ (t-m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) | (17) | (18) |
| | | 12.318 | | 314.921 | | | | 17.417 | | | | | | | | 492.7 | |
| $\lambda$ | 2.391 | | 12.318 | | 314.921 | 1.449 | 0.739 | | 17.417 | 1.161 | 62.500 | 4.139 | 0.009 | 0.287 | 0.288 | | 19709 |
| | | 9.927 | | 302.603 | | | | 16.678 | | | | | | | | 397.1 | |
| $2\lambda$ | 2.303 | | 22.245 | | 617.524 | 2.841 | 0.827 | | 34.095 | 2.273 | 49.593 | 3.284 | 0.097 | 0.568 | 0.568 | | 35592 |
| | | 7.623 | | 280.358 | | | | 15.851 | | | | | | | | 304.9 | |
| $3\lambda$ | 2.182 | | 29.869 | | 897.882 | 4.130 | 0.948 | | 49.947 | 3.330 | 38.204 | 2.530 | 0.218 | 0.802 | 0.800 | | 47790 |
| | | 5.441 | | 250.489 | | | | 14.904 | | | | | | | | 217.6 | |
| $4\lambda$ | 2.021 | | 35.310 | | 1148.372 | 5.283 | 1.109 | | 64.850 | 4.323 | 28.333 | 1.876 | 0.379 | 0.961 | 0.960 | | 56496 |
| | | 3.420 | | 215.179 | | | | 13.795 | | | | | | | | 136.8 | |
| $5\lambda$ | 1.811 | | 38.729 | | 1363.550 | 6.273 | 1.319 | | 78.646 | 5.243 | 19.981 | 1.323 | 0.589 | 1.029 | 1.030 | | 61966 |
| | | 1.609 | | 176.450 | | | | 12.476 | | | | | | | | 64.4 | |
| $6\lambda$ | 1.527 | | 40.339 | | 1540.000 | 7.084 | 1.603 | | 91.121 | 6.075 | 13.142 | 0.870 | 0.873 | 1.009 | 9.009 | | 64542 |
| | | 0.822 | | 136.111 | | | | 10.873 | | | | | | | | 32.9 | |
| $7\lambda$ | 1.127 | | 40.420 | | 1676.111 | 7.710 | 2.003 | | 101.994 | 6.800 | 7.833 | 0.519 | 1.273 | 0.911 | 0.910 | | 64672 |
| | | −1.045 | | 95.691 | | | | 8.870 | | | | | | | | −41.8 | |
| $8\lambda$ | 0.492 | | 39.376 | | 1771.802 | 8.151 | 2.638 | | 110.864 | 7.391 | 4.037 | 0.267 | 1.908 | 0.759 | 0.760 | | 63002 |
| | | −1.537 | | 56.315 | | | | 6.232 | | | | | | | | −61.5 | |
| $9\lambda$ | −0.649 | | 37.839 | | 1828.117 | 8.410 | 3.779 | | 117.096 | 7.806 | 1.759 | 0.116 | 3.049 | 0.604 | 0.604 | | 60542 |
| | | −0.863 | | 18.476 | | | | 2.452 | | | | | | | | −35.5 | |
| $10\lambda$ | −1.775 | | 36.952 | | 1846.593 | 8.495 | 4.905 | | 119.548 | 7.970 | 1.000 | 0.066 | 4.135 | 0.523 | 0.525 | | 59123 |

注：$z_x$ の最終仮定としてニリスの方法から求めた $W_t-P_{tx}$ を用いた

表-11　エルツェンによる計算例Ⅱ

| $x$ (m) | $W$ (t/m) | $v$ (t) | $m'$ (t-m) | $m$ (t-m) | $\delta_{tx}$ (m) | $M_x$ (t-m) | $m-M_x$ (t-m) | $\delta_{cx}$ (m) | $\Delta\delta_x=\delta_{tx}-\delta_{cx}-\delta_0$ (m) | $P_x/h_x$ | $z_x$ (t/m) | $P_{tx}$ (t/m) | $P_{cx}$ (t/m) | $S_{0x}$ (t) | $S_x'$ (t) | $S_x$ (t) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⑩ | ⑪ | ⑫ | ⑬ | ⑭ | ⑮ | ⑯ | ⑰ |
| | | 29.735 | | | | | | | | | | | | 17.608 | 12.124 | 485.0 |
| $\lambda$ | 3.130 | | 29.735 | 47.576 | 1.429 | 19.478 | 28.098 | 1.171 | 0.008 | 0.336 | 0.003 | 2.397 | 0.733 | | | |
| | | 26.605 | | | | | | | | | | | | 16.875 | 9.727 | 389.1 |
| $2\lambda$ | 3.130 | | 56.340 | 90.144 | 2.802 | 35.129 | 55.015 | 2.292 | 0.260 | 0.423 | 0.110 | 2.290 | 0.840 | | | |
| | | 23.475 | | | | | | | | | | | | 16.035 | 7.437 | 297.5 |
| $3\lambda$ | 3.130 | | 79.815 | 127.704 | 4.074 | 46.955 | 80.749 | 3.365 | 0.459 | 0.550 | 0.252 | 2.148 | 0.982 | | | |
| | | 20.345 | | | | | | | | | | | | 15.053 | 5.289 | 211.6 |
| $4\lambda$ | 3.130 | | 100.160 | 160.256 | 5.211 | 55.302 | 104.954 | 4.373 | 0.588 | 0.741 | 0.436 | 1.964 | 1.166 | | | |
| | | 17.215 | | | | | | | | | | | | 13.887 | 3.325 | 133.0 |
| $5\lambda$ | 3.130 | | 117.375 | 187.800 | 6.189 | 60.867 | 126.933 | 5.289 | 0.650 | 1.051 | 0.683 | 1.717 | 1.413 | | | |
| | | 14.085 | | | | | | | | | | | | 12.475 | 1.608 | 64.3 |
| $6\lambda$ | 3.130 | | 131.460 | 210.336 | 6.992 | 63.302 | 147.034 | 6.127 | 0.615 | 1.598 | 0.983 | 1.417 | 1.713 | | | |
| | | 10.955 | | | | | | | | | | | | 10.761 | 0.194 | 7.4 |
| $7\lambda$ | 3.130 | | 142.415 | 227.864 | 7.613 | 63.650 | 164.214 | 6.843 | 0.520 | 2.681 | 1.394 | 1.006 | 2.124 | | | |
| | | 7.825 | | | | | | | | | | | | 8.637 | −0.812 | −32.5 |
| $8\lambda$ | 3.130 | | 150.240 | 240.384 | 8.051 | 62.258 | 178.126 | 7.423 | 0.378 | 5.202 | 1.966 | 0.434 | 2.696 | | | |
| | | 4.695 | | | | | | | | | | | | 5.941 | −1.246 | −49.8 |
| $9\lambda$ | 3.130 | | 154.935 | 247.896 | 8.310 | 60.519 | 187.377 | 7.808 | 0.252 | 11.939 | 3.009 | −0.609 | 3.739 | | | |
| | | 1.565 | | | | | | | | | | | | 2.202 | −0.637 | −25.5 |
| $10\lambda$ | 3.130 | | 156.500 | 250.400 | 8.395 | 59.125 | 191.272 | 7.970 | 0.175 | 21.000 | 3.675 | −1.275 | 4.405 | | | |

表-12 補剛トラスの曲げモーメントの比較 (t-m)

| 分割点 | 計算例 I | | | 計算例 I | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | モイセイフ・エリス | エルツエン | % | モイセイフ・エリス | エルツエン | % |
| 1 | 19.282 | 19.130 | 99.2 | 19.709 | 19.478 | 98.8 |
| 2 | 34.816 | 34.781 | 99.9 | 35.592 | 35.129 | 98.7 |
| 3 | 46.739 | 46.607 | 99.7 | 47.790 | 46.955 | 98.3 |
| 4 | 55.242 | 53.911 | 97.6 | 56.496 | 55.302 | 97.9 |
| 5 | 60.578 | 59.128 | 97.6 | 61.966 | 60.867 | 98.2 |
| 6 | 63.077 | 62.258 | 98.7 | 64.542 | 63.302 | 98.1 |
| 7 | 63.184 | 61.911 | 98.0 | 64.672 | 63.650 | 98.4 |
| 8 | 61.531 | 60.867 | 98.9 | 63.002 | 62.258 | 98.8 |
| 9 | 59.109 | 58.780 | 99.4 | 60.542 | 60.519 | 100.0 |
| 10 | 57.728 | 58.433 | 101.2 | 59.123 | 59.128 | 100.0 |

を用いたもので，弾性分配法に対する討議として同じく1932年4月に発表されたものである。

エリスの方法における $P_{tx}$ を未知数 $X$ とおくことは，モイセイフの方法において $z_x$ を仮定し $W_t - z_x$ を未知数 $X$ とおくこととまったく同じことであり，エリスの方法とモイセイフの方法が実用上はほとんど一致する結果を生ずることは当然のことであって，エリスの方法はモイセイフの方法を実用化したもので，この両方法は同一に扱いうる。

ただし，表-8 の作表計算は計算尺で容易に行なえるが，表-17 の連立方程式は計算機を用いなければならない。

〔3〕 エルツェンの方法

エルツェンの方法は1955年発表されたものであって，連続2点間の曲げモーメントと変位 $\delta_t$ を未知数とした連立方程式を解く点が前者と異なっているが，求める計算の内容そのものは〔1〕，〔2〕とほとんど変りがなく，ケーブルと補剛トラスの変位の平衡から考えられている点はモイセイフの方法から出発している。

モイセイフ・エリスの方法とエルツェンの方法によって求めた補剛トラスの曲げモーメントを比較すると表-12 のとおりで，かなり近い値がえられている。

また，対称風荷重と逆対称風荷重とを同時に考えることによって，任意の載荷風荷重に対する分配を行なうことができるばかりでなく，径間を10等分すれば表-8 の連立方程式は非常に簡単になり，簡単に手廻しの計算機で解くことができ，試算あるいは概略計算には極めて有効な方法といえる。

〔4〕 塔頂の変位の影響

表-2 および表-10 よりわかるように，$\delta_0$ があると補剛トラスとケーブルとの水平変位差 $\Delta\delta_x$ が減少し，風荷重の分配が減少する。当然のことながら，$\delta_0$ がある場合には $\delta_0$ がないと仮定した場合より補剛トラスのせん断力および曲げモーメントが増大することになる。

## むすび

(1) 補剛トラスとケーブル間の風荷重分配についてモイセイフ，エリス，エルツェンらの方法を解説し，実際の計算方法を明らかにした。

(2) これらの計算方法に塔頂変位 $\delta_0$ の項を入れ，$\delta_0$ のない場合と $\delta_0$ を考えた場合について，それぞれの方法を応用してみた。

(3) その結果，$\delta_0$ を考えた場合には $\delta_0$ のない場合に比して分配が減じ，補剛トラスのせん断力および曲げモーメントが増加することがわかった。

(4) モイセイフとエリスの方法は極めてよく一致する。エルツェンの方法はこれらの値に対し，補剛トラスの曲げモーメントで98%程度になり，実用的十分な近似値を与える。

(5) エルツェンの方法は，分割点を10等分することによって容易に連立方程式を解きうるため，試算あるいは概略計算の段階では他の方法に比べてその能率のよい点で有効な手段と考えられる。

## 参考文献

1) Leon S. Moisseiff and Frederick Lienhard: SUSPENSION BRIDGES UNDER THE ACTION OF LATERAL FORCES, A.S.C.E., March, 1932

2) P. L. Pratley and Charles A. Ellis: Discussion of 1), A.S.C.E., May, 1932

3) Cevdet Z. Erzen: LATERAL BENDING OF SUSPENSION BRIDGES, A.S.C.E., 1955

# アスファルトのレオロジー的性質（2）

## ——アスファルトの静的粘弾性——

（昭和37年6月）

阪　上　信　次*

目　　次

1. まえがき……（1）
2. 静的粘弾性……（1）
3. 実　　験……（2）
〔1〕試　　料……（2）
〔2〕静的粘弾性の測定方法……（3）
4. 実験結果とその考察……（3）
〔1〕実験結果……（3）
〔2〕力学的模型による考察……（4）
（a）クリープ曲線と力学的模型……（4）
（b）3要素力学模型の粘性率 $\eta_1$, $\eta_2$ および弾性率 $E_2$ の温度依存性……（7）
（c）結晶性パラフィン添加の影響……（8）
（d）力学的模型のあらわす意味……（8）
（e）針入度・伸度と力学的模型であらわした粘弾性諸係数との関係……（8）
〔3〕クリープコンプライアンスと時間-温度換算法則の適用性……（9）
〔4〕移動因子 $a_T$ の温度依存性とWLFの式……（13）
〔5〕遅延スペクトル……（14）
〔6〕ステイッフネス……（15）
5. 結　　び……（16）
6. 謝　　辞……（17）
参考文献……（17）

## 1. まえがき

前報[1]において，ストレートアスファルトの20～90°Cにおける動的粘弾性について報告した。本報においては比較的低温である0～15°Cの温度範囲での静的粘弾性を調べた結果を報告する。なお，ストレートアスファルトの静的粘弾性の一般的特性のほかに，前報同様固形パラフィンの影響を調べるために，結晶性パラフィンを添加したストレートアスファルト，および比較のためにブローンアスファルトなどの静的粘弾性もあわせて測定した。

## 2. 静的粘弾性[2][3][4][5]

前報においては，アスファルトの動的粘弾性を振動式二重円筒レオメーターを用いて測定し，その結果を複素粘弾性 $G^*$ などの諸量であらわして検討した。本研究においては，アスファルトの静的粘弾性を後述するように一定応力下での変形の時間的変化，すなわちクリープの測定を行なうことによって調べた。したがってまず，クリープ測定の結果から求められる粘弾性諸量についてのべておく。

粘弾性体の場合，一定応力 $\sigma_0$ のもとで，それに応答する変形（ひずみ）は時間とともに変化する。これがクリープ現象であるが，その時の変形変位 $\varepsilon(t)$ は一般的に

$$\varepsilon(t)=J(t)\sigma_0=\left\{\frac{1}{G_0}+\frac{t}{\eta}+\Psi(t)\right\}\sigma_0 \quad \cdots\cdots(1)$$

であらわされる。ここで，$t$ は時間，$\eta$ は定常粘性率 $G_0$ は時間 $t=0$（力をかけた瞬間）における変形に関する弾性係数で，瞬間弾性率またはガラス弾性率とよばれるものである。上式で $t/\eta$ の項は変形が時間に比例して増大する定常粘性流動をあらわし，$\Psi(t)$ の項は瞬間弾性および定常粘性流動による変形以外の変形をあらわすもので，一般的には時間の複雑な関数となり，クリープ関数とよばれる。また $J(t)$ は変形と応力との比 $\varepsilon(t)/\sigma_0$ であって，フックの弾性法則における弾性係数の逆数に相当し，クリープコンプライアンスとよばれる。フックの弾性係数は時間に無関係であるが，クリープコンプライアンス $J(t)$ は一般に時間の関数である。これらの諸量の関係を図示すれば図-1のようになる。このように，クリープの測定を行なった場合，静的粘弾性は定常粘性

* 地質化学部　化学研究室長

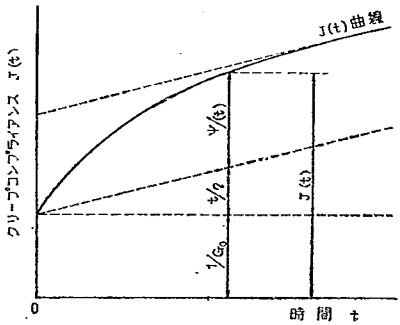



図-1　クリープコンプライアンス$J(t)$（単位応力を与えたときの変位）とその他の粘弾性諸量との関係

率 $\eta$，瞬間弾性率 $G_0$，およびクリープ関数 $\Psi(t)$，またはそれらを総括的に表現するクリープコンプライアンス $J(t)$などの諸量をもってあらわされる。

最も単純な場合として，図-2に示すような粘性と弾性が直列に組み合さった Maxwell 型のモデルを考えると，一定応力$\sigma_0$に対する応答としての変形は

$$\varepsilon(t)=J(t)\sigma_0$$
$$=\frac{\sigma_0}{G_m}+\sigma_0\cdot\frac{t}{\eta_m}$$

となり，変形と時間との関係は図-3のようになる。この場合はクリープ関数$\Psi(t)=0$，であり，瞬間弾性率 $G_0=G_m$，定常粘性率 $\eta=\eta_m$ であり，クリープコンプライアンスは

$$J(t)=\frac{1}{G_m}+\frac{t}{\eta_m}\cdots\cdots(2)$$

である。

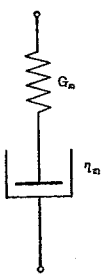



図-2　Maxwell 模型

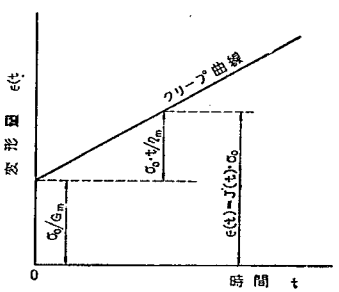



図-3　Maxwell 模型のクリープ曲線（変形の時間による変化）

また，図-4に示すように粘性と弾性が並列に組み合さった Voigt 型のモデルを考えると，一定応力$\sigma_0$に対する応答としての変形は

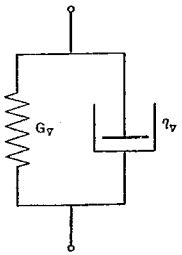



図-4　Voigt 模型

$$\varepsilon(t)=J(t)\sigma_0=\frac{\sigma_0}{G_V}(1-e^{-t/\tau_V})$$

となる。$\tau_V=\eta_V/G_V$で遅延時間（retardation time）とよばれる。この場合，変形と時間との関係は図-5のようになり，クリープ関数 $\Psi(t)=1/G_V\cdot(1-e^{-t/\tau_V})$ で，瞬間弾性および定常粘性流動の項はなく，クリープコンプライアンスはクリープ関数そのものとなり，

$$J(t)=\frac{1}{G_V}(1-e^{-t/\tau_V})\cdots\cdots(3)$$

である。

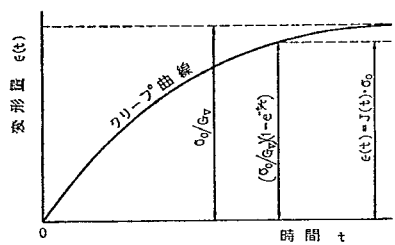



図-5　Voigt 模型のクリープ曲線（変形の時間による変化）

一般の粘弾性体は，この Maxwell 型や Voigt型のような簡単なモデルで正確に表現されることは少なく，したがってそのクリープコンプライアンスおよびクリープ関数は，上式のように簡単な時間の関数ではあらわされず，複雑な時間の関数となるのがふつうである。

ここでは次項にのべる各種のアスファルト試料についてクリープの測定を行ない，その結果をまず力学的模型を利用して考察し，ついで試料について得られたクリープコンプライアンスやクリープ関数から種々のレオロジー的性質を考察した。

## 3. 実　　験

### 〔1〕 試　　料

試料としては各種原油の真空蒸留残留物としてえられたストレートアスファルト9種，ストレートアスファルト C-7 に結晶性パラフィン5％（重量）を添加したも

表-1　試料アスファルトの諸性状

| 試料記号(原油名) | 針入度 | 軟化点 (°C) | 伸度 (cm) 25°C | 10°C | 5°C |
|---|---|---|---|---|---|
| C-14（八橋） | 46 | 47.9 | 100+ | 0 | 0 |
| C-11（院内） | 45 | 48.3 | 100+ | 0 | 0 |
| C-7（コーリンガ） | 56 | 47.5 | 100+ | 100+ | 0 |
| C-9（クエイト） | 57 | 50.0 | 100+ | 40 | 0 |
| C-18（イラン） | 78 | 52.5 | 100+ | 85 | 2 |
| C-2（院内） | 67 | 46.5 | 100+ | 100+ | 0 |
| C-4（ヴェネゼラ） | 78 | 49.3 | 100+ | 100+ | 12 |
| C-13（院内） | 117 | 40.7 | 100+ | 100+ | 100+ |
| C-3（アラビヤ） | 76 | 53.5 | 100+ | 9 | 5 |
| C-7＋5%結晶性パラフィン | 26 | — | 79 | 7 | 0 |
| ブローンアスファルト | 20 | — | 4 | 2 | 2 |

の，およびブローンアスファルト1種の合計11種類を用いた。各試料についての原油名およびJIS規格に基づく諸試験結果を表-1に示す。なお，C-7に添加した結晶性パラフィンは第1報の実験に用いたものと同じで，融点 55～60°C の結晶性のよい市販パラフィンである。

〔2〕 静的粘弾性の測定方法

試料をハリに成形し一定荷重のもとでのたわみ量の時間的変化を観察し，得られたクリープ曲線から静的粘弾性諸係数を求めた。[8][9]

成形したハリの寸法は 2.5cm×2.5cm×15.0cm で，これを 13cm 間隔の2点でささえ，中央部のたわみ量を「よみとり顕微鏡」で観測した。荷重はストレートアスファルトの場合は自重による分布荷重，ストレートアスファルトに結晶性パラフィンを添加したもの，およびブローンアスファルトの場合は中央部に 528.5g の線荷重をかけた。

測定の温度は各試料とも 15°C，12°C，10°C，8°C 5°C およびで 0°C である。

いま自重でたわませた場合を考えると，変形と応力の比であらわされるクリープコンプライアンス $J(t)$ は

$$J(t)=\frac{384I\cdot d(t)}{5wl^4g} \quad \cdots\cdots(4)$$

となる。ここで $d(t)$ はたわみ量，$l$ は支点間の距離，$w$ は単位長あたりの重量，$g$ は重力の加速度，$I$ は供試体の中心軸のまわりの慣性能率である。ここで用いた供試体のように角形ハリの場合，その幅を $a$，厚みを $b$ とすると慣性能率 $I$ は

$$I=\frac{1}{12}ab^3 \quad \cdots\cdots(5)$$

であるから，(4)式は

$$J(t)=\frac{32ab^3\cdot d(t)}{5wl^4g} \quad \cdots\cdots(6)$$

となり，クリープ曲線 $d(t)$ をえてこれからクリープコンプライアンス $J(t)$ を求めることができる。

また，ハリの中央部に荷重 $W$ をかけ，同時に自重による分布荷重をも考えた場合には，クリープコンプライアンスは

$$J(t)=\frac{384d(t)}{(5wl^4+8Wl^3)g} \quad \cdots\cdots(7)$$

となる。(5)式の $I$ の値を入れると

$$J(t)=\frac{32ab^3\cdot d(t)}{(5wl^4+8Wl^3)g} \quad \cdots\cdots(8)$$

となり，これによってクリープコンプライアンス $J(t)$ を求めることができる。

クリープコンプライアンスを粘性要素，弾性要素などにわけて考えること，また模型におきかえて考察することなどについては，実験結果を考察する際に個々にのべることにする。

## 4. 実験結果とその考察

〔1〕 実験結果

実験によって得られた各試料のクリープ曲線の一例を図-6，図-7a，b，および図-8に示す。図-6は温度 5°Cにおける9種のストレートアスファルトについてのクリープ曲線を示し，図-7a，およびbは試料C-7（製造原油；コーリンガ）およびC-3（アラビヤ，セミブローン）について15°C，12°C，10°C，8°C，5°C，および 0°C で得られたクリープ曲線である。したがって，図-7a，bはクリープ曲線が温度によってどのように変化するかを示すものである。他の試料についてのこれと同様の図は略すが，クリープ曲線の形の温度による変化は，C-7の場合と類似したものである。

図-8はストレートアスファルトC-7に5%の結晶性パラフィンを添加したもの，およびブローンアスファルトのクリープ曲線を示す。なおパラフィン添加の影響を示すために，結晶性パラフィンを添加しないC-7の

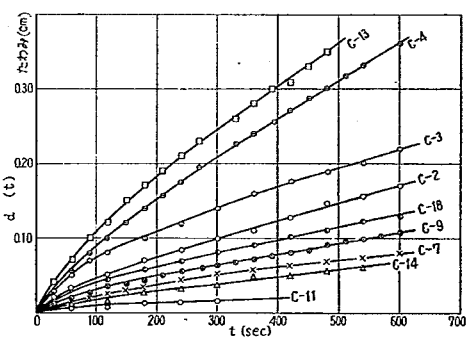



図-6　各種ストレートアスファルトのクリープ曲線（自重による）　温度5°C

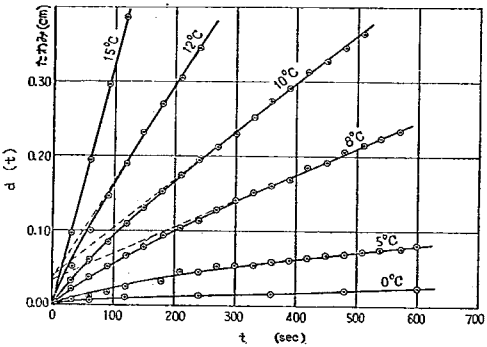



図-7.a ストレートアスファルトC-7（コーリンガ）のクリープ曲線（自重による）

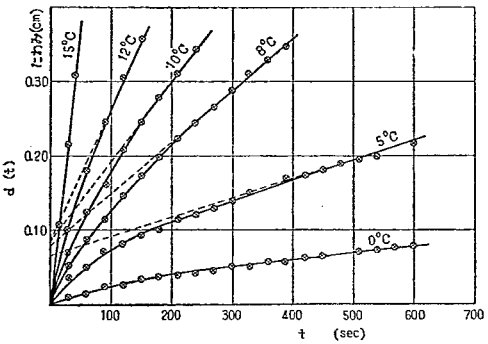



図-7.b ストレートアスファルトC-3（アラビヤ）のクリープ曲線（自重による）

0°C のクリープ曲線を鎖線（$S$）で記入してある。これらはすべて供試体ハリ中央部に 528.5 g の線荷重をかけて測定したクリープ曲線である。

〔2〕 力学的模型による考察

（a） クリープ曲線と力学的模型[5) 9)]

実験でえられたクリープ曲線（図-6～図-8）の形は Maxwell 型の粘弾性模型のクリープ曲線（図-3）とも Voigt 型模型の粘弾性模型のクリープ曲線（図-5）とも相違している。しかし，Maxwell 要素あるいは Voigt 要素をさらに多数組合せた粘弾性模型を考えれば，実験でえられたクリープ曲線と類似のクリープ曲線が得られるであろう。

まず，Maxwell 要素と Voigt 要素が直列に組合さった図-9に示すような4要素模型を考えてみる。本実験のようにハリのたわみを測定する場合は，伸張応力に対する伸張変形を測定することになるから，これと対応させるために図-9の粘性要素の粘性率としては伸び粘性率 $\lambda$ を，弾性要素の弾性率としてはヤング率 $E$ を考える。この模型によるクリープ曲線の形を図-10に示すがこれには瞬間弾性による変形（$\sigma_0/E_1$）が存在する点で

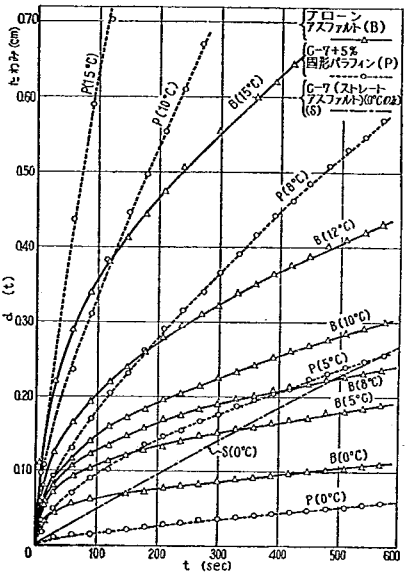



図-8 ブローンアスファルトおよび固形パラフィン添加ストレートアスファルトのクリープ曲線（中央部に 528.5 の荷重）

実測クリープ曲線と異なる。そこで，瞬間弾性の存在しない図-11に示すような3要素模型を考えてみる。この模型のクリープ曲線は図-12のような形となり，この場合のクリープコンプライアンスは

$$J(t)=\frac{t}{\lambda_1}+\frac{1}{E_2}(1-e^{-t/\tau_2}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

であらわされる。ただし $\tau_2=\lambda_2/E_2$ で遅延時間をあらわ

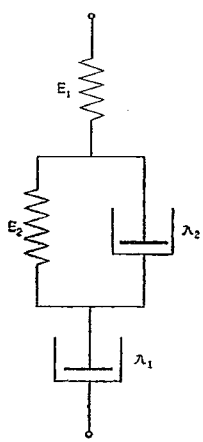



図-9 4要素粘弾性模型

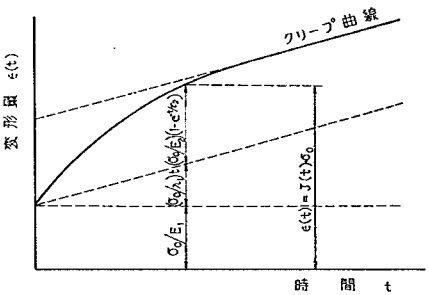



図-10　4要素粘弾性模型のクリープ曲線
（変形の時間による変化）

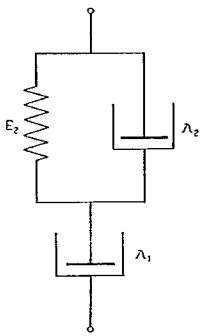



図-11　3要素粘弾性模型

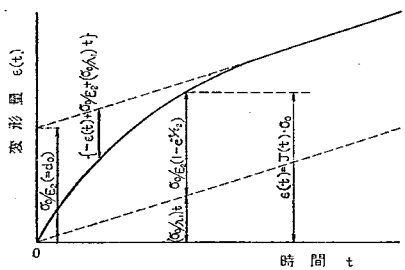



図-12　3要素粘弾性模型のクリープ曲線
（変形の時間による変化）

す。いま(6)式あるいは(8)式においてそれぞれ

$$A=\frac{32ab^3}{5wl^4g}$$

あるいは

$$A=\frac{32ab^3}{(5wl^4+8Wl^3)g}$$

とおけば $J(t)=Ad(t)$ となり，(9)式は

$$d(t)=\frac{1}{A}\left\{\frac{t}{\lambda_1}+\frac{1}{E_2}(1-e^{-t/\tau_2})\right\} \quad \cdots\cdots(10)$$

となる。時間の充分長いところでのクリープ曲線を $d_{t\to\infty}(t)$ とすれば

$$d_{t\to\infty}(t)=\frac{1}{A}\left(\frac{t}{\lambda_1}+\frac{1}{E_2}\right) \quad \cdots\cdots(11)$$

となり，3要素模型のクリープ曲線は時間の充分長いところではこう配 $1/A\lambda_1$ なる直線となる。すなわちクリープ曲線の直線部のこう配を $\tan\theta$ とすれば 伸び 粘性率は

$$\lambda_1=\frac{1}{A\tan\theta} \quad \cdots\cdots(12)$$

によって示される。また(11)式において $t=0$ とおけば

$$d_{t\to\infty}(0)=\frac{1}{AE_2}$$

となり，遅延弾性率は

$$E_2=\frac{1}{Ad_{t\to\infty}(0)} \quad \cdots\cdots(13)$$

によって示される。なお，$d_{t\to\infty}(0)$ はクリープ曲線の直線部が $t=0$ 軸を切りとる切線である。実測クリープ曲線（図-6～図-8）も時間の長いところは直線とみなされ，クリープ曲線から(12)式および(13)式によって3要素模型の定常粘性率 $\lambda_1$ および遅延弾性率 $E_2$ に相当するものを求めることができる。しかし試料の粘弾性が3要素模型で表現されうるためには，試料のクリープ関数が3要素模型のクリープ関数 $(1-e^{-t/\tau_2})/E_2$ と一致しなければならない。つぎにこの点の検討を行なってみる。(10)式を変形して両辺の常用対数をとると

$$\log_{10}\left\{-d(t)+\frac{t}{A\lambda_1}+\frac{1}{AE_2}\right\}=\log_{10}\frac{1}{AE_2}-\frac{\log_{10}e}{\tau_2}t$$

(11)式および(13)式の関係を用いれば

$$\log_{10}\{-d(t)+d_{t\to\infty}(t)\}=\log_{10}d_{t\to\infty}(0)-\frac{\log_{10}e}{\tau_2}t \quad \cdots(14)$$

となる。すなわち3要素模型で表現されうるためには(14)式左辺 $\log_{10}\{-d(t)+d_{t\to\infty}(0)\}$ なる量を $t$ に対してプ

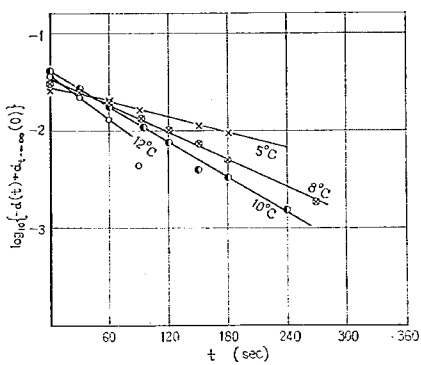



図-13　C-7のクリープ曲線の $\log_{10}\{-d(t)+d_{t\to\infty}(0)\}$ と時間 $t$ との関係

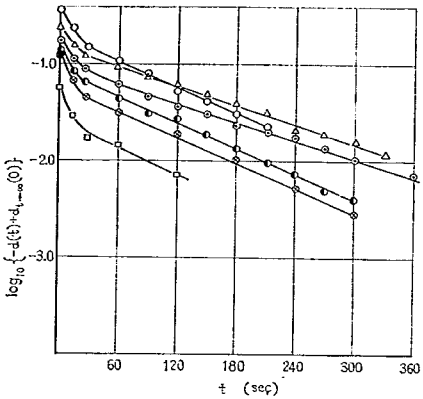



図-14　ブローンアスファルトのクリープ曲線の $\log_{10}\{-d(t)+d_{t\to\infty}(0)\}$ と時間 $t$ との関係

ロットしたとき直線がえられるべきである。実験結果を用いてこの関係をプロットした一例を図-13および図-14に示す。図-13はC-7，図-14はブローンアスファルトについてのものである。ストレートアスファルトおよびストレートアスファルトに結晶性パラフィンを添加した試料については，いずれも図-13と同様直線関係が認められ，これらの粘弾性は図-11に示した3要素力学的模型で表現されうることが明らかとなった。しかし，ブローンアスファルトについては，図-14にみられるように時間の短いところでは直線とならず，正確には3要素模型で表現することはできない。

いま試料の粘弾性が3要素模型で表現され図-13に示すような直線関係がえられる場合，この直線のこう配を $\tan\delta$ とすると(14)式によって

$$\tan\delta=-\frac{\log_{10}e}{\tau_2}$$

したがって

$$\tau_2=-\frac{\log_{10}e}{\tan\delta}$$

表-2

| 試料記号＼温度・粘性・弾性 | 15°C $\eta_1$ poise | 15°C $\eta_2$ poise | 15°C $E_2$ dyn/cm² | 12°C $\eta_1$ poise | 12°C $\eta_2$ poise | 12°C $E_2$ dyn/cm² | 10°C $\eta_1$ poise | 10°C $\eta_2$ poise | 10°C $E_2$ dyn/cm² |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C-14 | $9.0\times10^{7}$ | —— | —— | $2.3\times10^{8}$ | $4.2\times10^{8}$ | $2.5\times10^{7}$ | $4.8\times10^{8}$ | $5.6\times10^{8}$ | $3.0\times10^{7}$ |
| C-11 | $7.9\times10^{7}$ | —— | —— | $2.1\times10^{8}$ | $4.8\times10^{8}$ | $2.6\times10^{7}$ | $3.9\times10^{8}$ | $5.4\times10^{8}$ | $2.8\times10^{7}$ |
| C-7 | $6.4\times10^{7}$ | —— | —— | $1.7\times10^{8}$ | $3.5\times10^{8}$ | $1.8\times10^{7}$ | $3.5\times10^{8}$ | $4.4\times10^{8}$ | $1.8\times10^{7}$ |
| C-9 | $6.0\times10^{7}$ | —— | —— | $1.6\times10^{8}$ | $2.4\times10^{8}$ | $2.0\times10^{7}$ | $2.6\times10^{8}$ | $5.7\times10^{8}$ | $2.1\times10^{7}$ |
| C-18 | $5.6\times10^{7}$ | —— | —— | $1.2\times10^{8}$ | $1.9\times10^{8}$ | $1.5\times10^{7}$ | $2.7\times10^{8}$ | $3.7\times10^{8}$ | $1.9\times10^{7}$ |
| C-2 | $3.7\times10^{7}$ | —— | —— | $9.2\times10^{7}$ | $3.9\times10^{8}$ | $4.4\times10^{7}$ | $1.6\times10^{8}$ | $3.5\times10^{8}$ | $2.4\times10^{7}$ |
| C-4 | —— | —— | —— | $4.6\times10^{7}$ | $7.1\times10^{7}$ | $9.1\times10^{6}$ | $8.4\times10^{7}$ | $8.9\times10^{7}$ | $7.8\times10^{6}$ |
| C-13 | —— | —— | —— | $2.2\times10^{7}$ | —— | —— | $4.2\times10^{7}$ | —— | —— |
| C-3 | $6.8\times10^{7}$ | $3.4\times10^{7}$ | $4.9\times10^{6}$ | $1.4\times10^{8}$ | $8.8\times10^{7}$ | $7.3\times10^{6}$ | $2.4\times10^{8}$ | $1.4\times10^{8}$ | $7.3\times10^{6}$ |
| C-7＋5％結晶性パラフィン | $5.3\times10^{8}$ | —— | $6.4\times10^{7}$ | —— | —— | —— | $1.4\times10^{9}$ | $1.1\times10^{9}$ | $5.0\times10^{7}$ |
| ブローンアスファルト | $3.7\times10^{9}$ | $7.1\times10^{8}$ | $2.2\times10^{7}$ | $7.5\times10^{9}$ | $1.4\times10^{9}$ | $3.3\times10^{7}$ | $1.1\times10^{10}$ | $2.2\times10^{9}$ | $4.7\times10^{7}$ |

| 試料記号＼温度・粘度・弾性 | 8°C $\eta_1$ poise | 8°C $\eta_2$ poise | 8°C $E_2$ dyn/cm² | 5°C $\eta_1$ poise | 5°C $\eta_2$ poise | 5°C $E_2$ dyn/cm² | 0°C $\eta_1$ poise | 0°C $\eta_2$ poise | 0°C $E_2$ dyn/cm² |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C-14 | $1.0\times10^{9}$ | $7.6\times10^{8}$ | $2.6\times10^{7}$ | $2.3\times10^{9}$ | —— | $8.7\times10^{7}$ | $5.4\times10^{9}$ | —— | —— |
| C-11 | $7.2\times10^{8}$ | $6.7\times10^{8}$ | $2.4\times10^{7}$ | $1.8\times10^{9}$ | $1.3\times10^{9}$ | $2.3\times10^{7}$ | $5.1\times10^{9}$ | —— | $(9.4\times10^{7})$ |
| C-7 | $6.3\times10^{8}$ | $7.2\times10^{8}$ | $2.2\times10^{7}$ | $2.5\times10^{9}$ | $1.7\times10^{9}$ | $2.9\times10^{7}$ | $9.5\times10^{9}$ | —— | $(4.9\times10^{7})$ |
| C-9 | $5.4\times10^{8}$ | $3.8\times10^{8}$ | $1.7\times10^{7}$ | $1.6\times10^{9}$ | $7.0\times10^{8}$ | $4.8\times10^{7}$ | $2.9\times10^{9}$ | —— | $(9.3\times10^{7})$ |
| C-18 | $5.0\times10^{8}$ | $4.0\times10^{8}$ | $1.6\times10^{7}$ | $1.4\times10^{9}$ | $9.6\times10^{8}$ | $1.7\times10^{7}$ | $4.5\times10^{9}$ | —— | $(6.7\times10^{7})$ |
| C-2 | $3.0\times10^{8}$ | $4.8\times10^{8}$ | $2.2\times10^{7}$ | $9.8\times10^{8}$ | $6.7\times10^{8}$ | $3.0\times10^{7}$ | $4.1\times10^{9}$ | —— | $(8.2\times10^{7})$ |
| C-4 | $1.7\times10^{8}$ | $1.6\times10^{8}$ | $6.6\times10^{6}$ | $4.0\times10^{8}$ | $3.2\times10^{8}$ | $1.1\times10^{7}$ | $2.1\times10^{9}$ | —— | $(1.4\times10^{7})$ |
| C-13 | $6.7\times10^{7}$ | —— | —— | $3.4\times10^{8}$ | $4.0\times10^{8}$ | $1.4\times10^{7}$ | $6.9\times10^{8}$ | —— | $(3.1\times10^{7})$ |
| C-3 | $3.5\times10^{8}$ | $2.2\times10^{8}$ | $7.8\times10^{6}$ | $8.9\times10^{8}$ | $3.3\times10^{8}$ | $9.5\times10^{6}$ | $2.4\times10^{9}$ | —— | $(4.1\times10^{7})$ |
| C-7＋5％結晶性パラフィン | $4.2\times10^{9}$ | $2.3\times10^{9}$ | $4.6\times10^{7}$ | $8.7\times10^{9}$ | $2.5\times10^{9}$ | $8.3\times10^{7}$ | $3.6\times10^{10}$ | —— | $(9.1\times10^{7})$ |
| ブローンアスファルト | $1.4\times10^{10}$ | $1.8\times10^{9}$ | $5.5\times10^{7}$ | $1.9\times10^{10}$ | $2.1\times10^{9}$ | $6.5\times10^{7}$ | $2.8\times10^{10}$ | $4.3\times10^{9}$ | $(1.3\times10^{7})$ |

しかるに $\tau_2=\lambda_2/E_2$ であるから(3)式の関係を用い

$$\lambda_2=-\frac{E_2\log_{10}e}{\tan\delta}=-\frac{\log_{10}e}{A\cdot d_{t-\infty}(0)\cdot\tan\delta}\quad\cdots\cdots(15)$$

によって $\lambda_2$ を求めることができる。なお(2)式の $\lambda_1$ および(3)式の $\lambda_2$ はそれぞれ伸び粘性率であるが，アスファルトの場合は非圧縮性と考えてよく，したがっていわゆる3倍則

$$\eta_1=\frac{1}{3}\lambda_1\quad\text{あるいは}\quad\eta_2=\frac{1}{3}\lambda_2$$

の関係を用いればせん断粘性率 $\eta_1$ および $\eta_2$ を求めることができる。以上の方法によって各試料について，3要素模型（図-11）の諸係数 $\eta_1$，$E_2$ および $\eta_2$ の値を求めた結果をまとめて表-2に示す。

なお，前記したようにブローンアスファルトは3要素力学的模型で正確に表現することはできない。しかし，ここでは他の試料の粘弾特性とおよその比較を行なうためにブローンアスファルトについても図-14の直線部分のこう配を用いて $\lambda_2$ あるいは $\eta_2$ の値を求めてみた。これらの値も表-2に並記してある。

（b）　3要素力学模型の粘性率 $\eta_1$，$\eta_2$ および弾性率 $E_2$ の温度依存性

力学模型の粘性要素中，定常せん断粘性率をあらわす $\eta_1$ の温度依存性を図-15に示す。この図は $\log_{10}\eta_1$ を絶対温度の逆数 $1/T$（°K$^{-1}$）に対してプロットしたものである。0～15°Cのせまい温度範囲ではあるが，ストレートアスファルトおよびストレートアスファルトに結晶性パラフィンを添加した試料 C-7＋5％パラフィンについてはこの関係が直線となり，したがってアンドレードの粘度式

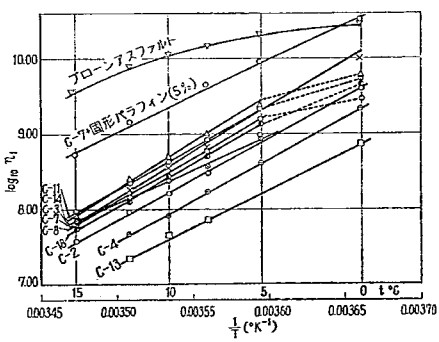



図-15　$\eta_1$ の温度による変化

$$\eta=A\cdot e^{B/T}=A\cdot e^{\Delta H_a/RT}$$

あるいは両辺の対数をとった

$$\log\eta=\log A+\frac{B}{T}\cdot\log_{10}e$$

が成立つ。ただし，$A$，$B$ は常数，$R$ は気体恒数，$\Delta H_a$ は流動のみかけの活性化エネルギーである。各試料について得られた上式の常数 $\log A$，$B$ およびこれから算出される流動のみかけの活性化エネルギー $\Delta H_a$ の値を表-3に示す。常数 $B$ は図-15に示される直線のこう配をあらわし，温度依存性を示す。ストレートアスファルトにおいては種類による $B$ の値の差異は大きいものではない。C-7＋5％結晶性パラフィンも $\log_{10}\eta_1$ と $1/T$ の関係は直線となるが，そのこう配は C-7 よりもわずか小さい。ブローンアスファルトは $\log_{10}\eta_1$ と $1/T$ の関係は直線とならず，これはこの温度範囲で内部構造上に変化が生ずることによると推定される。C-3 は製造過程でわずか空気吹込み（blowing）処理をほどこしたものであるが，$\eta_1$ の温度依存性は他のストレートアスファルトに比べてやや小さい。

表-3　アンドレードの式の常数値と流動のみかけの活性化エネルギー（$\Delta H_a$）（$\eta_1$ について）

| 試料名 | $-\log A$ | $B\times10^{-3}$ | $\Delta H_a$ Kcal/mol |
|---|---|---|---|
| C-7 | 32.5 | 26.7 | 53 |
| C-14 | 34.4 | 28.1 | 56 |
| C-11 | 28.5 | 24.5 | 48 |
| C-9 | 31.5 | 26.1 | 52 |
| C-18 | 31.8 | 26.2 | 52 |
| C-2 | 31.3 | 25.8 | 51 |
| C-3 | 23.0 | 20.4 | 41 |
| C-4 | 30.2 | 24.8 | 49 |
| C-13 | 26.5 | 22.2 | 44 |
| C-7＋5％パラフィン | 24.3 | 21.9 | 43 |

つぎに $\eta_2$ の温度依存性を図-16に示す。この図も縦軸に $\log_{10}\eta_2$ を，横軸に $1/T$ をとったものである。$\eta_2$ の精度は $\eta_1$ にくらべてよくないが，その温度依存性は $\eta_1$ に比べて小さいことだけはいえる。

つぎに，$E_2$ の温度依存性を図-17に示す。この図も縦軸に $\log_{10}E_2$ を，横軸に $1/T$ をとったものである。5～12°Cの温度範囲では $E_2$ は温度によってあまり変化しない。

なお，本実験のように，$10\sim10^2$sec の時間尺度の測定

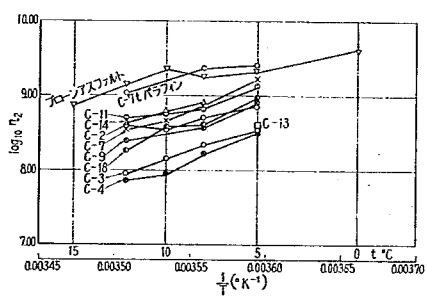



図-16　$\eta_2$ の温度による変化

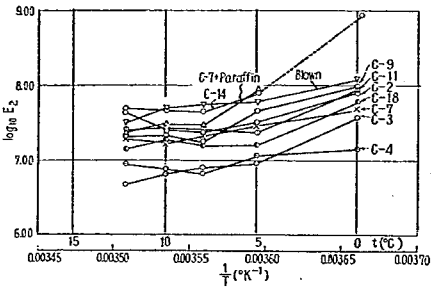



図-17　$E_2$の温度による変化

を行なった場合，ストレートアスファルトに遅延弾性（弾性率$E_2$）のあらわれるのは12°C以下の温度になってからである。

（c）結晶性パラフィン添加の影響

ストレートアスファルトC-7に結晶性パラフィン5%（重量）を添加すると，$\eta_1$，$\eta_2$の値はいずれも増加しまた温度依存性はさきに述べたようにいくらか小さくなる。

（d）力学的模型のあらわす意味

本実験は0～15°Cの範囲で行なったものであるが，Van der Poel[10][11][12]らがこれよりずっと低温，また短い時間尺度の測定を行なった結果では，アスファルトのスティッフネス（ヤング率に相当する）は$2\times10^{10}$～$3\times10^{10}$dyn/cm²になるという。この事実を考慮すれば，アスファルトの粘弾性は図-9の4要素模型で考えた方が，より低温，あるいはより短い時間尺度での測定の場合の特性をもふくめてあらわすことができる。そこで，図-11の3要素模型に瞬間弾性をあらわす弾性要素（弾性率$E_1$）を直列に結合した4要素模型（図-9）を考えその$E_1$の値が$2\times10^{10}$～$3\times10^{10}$dyn/cm²であるとして考察することにする。この場合の伸張変形は次式であらわされる。

$$\varepsilon(t)=J(t)\sigma_0=\frac{\sigma_0}{E_1}+\frac{\sigma_0}{\lambda_1}t+\frac{\sigma_0}{E_2}(1-e^{-t/\tau_2}) \quad \cdots\cdots(16)$$

いま，$E_1$は温度によって変化せず，$\eta_1$および$\eta_2$の値およびその温度依存性は本実験の結果にしたがうものとしてアスファルトの力学的性質を考察してみる。なお測定の時間尺度としては10～$10^2$秒の範囲を考える。まず温度が変化する場合を考えると，

（i）15°C以上の場合；$\eta_1$の値が小さく全体の変形は(16)式の右辺第2項$(\sigma_0/\lambda_1)\cdot t$によって支配される。すなわち，この温度条件では粘性率$\eta_1$なる粘性流体としての挙動をとる。

（ii）15～0°C；この範囲では，$E_2$と$\lambda_2(=3\eta_2)$または$\lambda_1(=3\eta_1)$との値は同程度のオーダーをもち，(16)式右辺の$\sigma_0/E_1$を除く各項が変形に寄与し，したがって粘性流動と遅延弾性が同時に存在する。$E_1$の値のオーダーは$\lambda_1$や$\lambda_2$にくらべはるかに大きいから，この温度範囲では$E_1$による変形は無視しうるほど小さい。

（iii）0°C以下；0°C以下では，$\eta_1$，$\eta_2$とも大きい値をもち$\tau_1=\lambda_1/E_1(=3\eta_1/E_1)$のオーダーは測定の時間尺度10～$10^2$秒と同程度になり，$E_1$も変形に関与する。いま$E_1$の値を$10^{10}$dyn/cm²でいどとし，$\tau_1$が10～$10^2$秒になる$\lambda_1(=3\eta_1)$を求め，その粘度の値に達する温度を実験で得られた$\lambda_1(=3\eta_1)$の温度依存関係（図-15）を外そうして求めると0～−5°Cとなる。さらに温度が低下し，$\lambda_1(=3\eta_1)$および$\lambda_2(=3\eta_2)$の値が$E_1$にくらべてはるかに大きくなり，$\tau_1=\lambda_1/E_1$の値のオーダーが測定の時間尺度10～$10^2$秒にくらべてはるかに大きくなると，(16)式の右辺第1項のみが変形に関与することとなり他の項による変形は無視しうるほど小さなものとなる。すなわち，この条件では瞬間弾性率$E_1$による変形が支配的で，ヤング率$2\times10^{10}$～$3\times10^{10}$dyn/cm²なる弾性体として挙動することになる。

以上は測定の時間尺度を10～$10^2$秒とした場合であるが，舗装路面を車が走行するときの荷重のかかる時間尺度を考え，たとえば$10^{-2}$秒のオーダーの時間尺度を考えれば，遅延弾性は50°C前後まで存在し，50°C以上になって完全な粘性流体として挙動することになる。

（e）針入度，伸度と力学的模型であらわした粘弾性諸係数との関係

針入度$P$と上述の定常せん断粘性率$\eta_1$の値との関係を示したのが図-18である。この図は縦軸に$\log\eta_1$をとり横軸に$\log P$をとったもので，○印は15°Cの針入度と12°Cの$\eta_1$の値，×印は5°Cの針入度と5°Cの$\eta_1$の値をプロットしたものである。これらの点はいずれも直線上にのり，

$$\log\eta_1=A-b\log P$$

すなわち

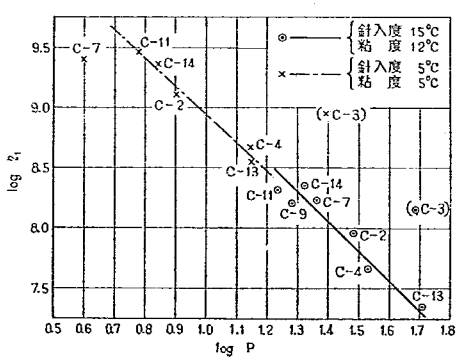



図-18　針入度と粘度との関係

$$\eta_1=\frac{a}{P^b}$$

なる関係が成立する。最小自乗法を用いて，$a$，$b$ の常数をきめると次のようになった。

$$\eta_{1(12°C)}=\frac{3.68\times10^{11}}{P_{(15°C)}{}^{2.51}}$$

$$\eta_{1(5°C)}=\frac{2.39\times10^{11}}{P_{(5°C)}{}^{2.47}}$$

これによって，ストレートアスファルトは遅延弾性の存在する温度領域でも針入度と粘性率$\eta_1$とは一義的な関係にあり，針入度は定常粘性率の一つの表現値であることがわかる。しかし多少ブローイングを施したC-3については，上式の示す関係からはずれ，針入度値には定常粘性率 $\eta_1$ 以外の要因が影響していることを示している。

つぎに伸度について考えると，伸度は伸張破壊が行なわれるまでの伸張変形を測るのであるが，この場合延性破壊がおこる場合もあり，脆性破壊がおこる場合もある。図-9の4要素模型によって破壊現象を考えると，粘性機構（$\eta_1$）に関して破壊がおこったときは延性破壊となり，瞬間弾性機構（弾性率$E_1$）に関して破壊が起こったときは脆性破壊となり，Voigt 要素（粘性率 $\eta_2$および弾性率$E_2$）に関して破壊がおこったときは両者の中間的な様相を呈するものと考えられる。ここでは脆性破壊がおこる場合についてのみ考えてみる。この種の破壊は瞬間弾性機構（弾性率$E_1$）が変形に寄与するような温度，あるいは時間尺度の測定条件でこの機構に弾性限界以上の応力が生じた場合におこる。すなわち，遅延時間 $\tau_1=\lambda_1/E_1$ の値が測定の時間尺度と同程度のオーダーとなり $E_1$ による変形が支配的となるような条件で変形をつづけると，この機構に生ずる応力は増大し，ついに弾性限界にまで達し破壊にみちびかれる。いま実際の試料について伸度試験を行ない，脆性破壊の称相を呈する温度での $\lambda_1$の値を用いて $\tau_1=\lambda_1/E_1$ の値を算出してみると，$\tau_1$ が $10^{-1}$ 秒以下のものはない（表-4）。ただし，この場合 $E_1$ は温度によって変化せず $2\times10^{10}\sim3\times10^{10}$dyn/cm² とした。すなわち，伸張速度 5 cm/min なる標準伸度試験において，試料の $\tau_1$ が$10^{-1}$秒以上のものは脆性破壊がおこることになる。

表-4　$\lambda_3/E_1$の値と伸度

C-7

| 温　度 | 伸　度 | $\lambda_1/E_1(=3\eta_1/E_1)$ |
|---|---|---|
| 10°C | 100 | $3.5\times10^{-2}$ |
| 5 °C | 2 | $2.5\times10^{-1}$ |

C-7＋5％固形パラフィン

| 温　度 | 伸　度 | $\lambda_1/E_1(=3\eta_1/E_1)$ |
|---|---|---|
| 10°C | 7 | $2.2\times10^{-1}$ |
| 5 °C | 0 | $8.7\times10^{-1}$ |

ブローンアスファルト

| 温　度 | 伸　度 | $\lambda_1/E_1(=3\eta_1/E_1)$ |
|---|---|---|
| 10°C | 2 | $1.1\times10^{9}$ |
| 5 °C | 2 | $1.9\times10^{9}$ |

アスファルトに結晶性パラフィンを添加すると，同一温度ではもとのアスファルトに比べ，$\lambda_1$ および $\lambda_2$（$\eta_1$および $\eta_2$）が大きくなる。Van der Poel の実験結果では，低温でのステイッフネスはアスファルトの種類によらず $10^{10}$dyn/cm² のオーダーとなるから，この場合もパラフィン添加による$E_1$の変化は，$\lambda_1$，$\lambda_2$より小さいと考えてよいだろう。したがって結晶性パラフィンを添加したアスファルトの $\tau_1=\lambda_1/E_1$は未添加のものより高い温度で $10^{-1}$秒より大きくなる。このことは結晶性パラフィンを添加したアスファルトは未添加のものより高い温度で脆性破壊がおこり，脆い性質をもつことを意味する。

### 〔3〕 クリープ コンプライアンスと 時間-温度換算法則の適用性[6)7)]

代表的な試料として C-7，C-14，C-18，C-3，C-7＋5％結晶性パラフィンおよびブローンアスファルトの6種を選びそのクリープコンプライアンスを(6)式および(7)式を用いて求めた*。その結果を図-19，図-20，図-21，図-22，図-23および図-24に示す。これらの図は縦軸にクリープコンプライアンス$J(t)$をとり，横軸に時間の対数 $\log_{10}t$ をとったものである。各曲線は各温度についてのクリープコンプライアンスと時間との関係を示す。

前報においては動的粘弾性の結果を用いてアスファルトに 時間-温度の換算法則が適用され得ることを 明らかにしたが，ここでは，上述のようにして求めたクリープコンプライアンスを 用いて時間-温度換算法則が 成立つか否かを再検討してみた。ここでは基準温度 $T_0$に10°C を選び，図-19～図-24において$J(t)$の値を$\log t$軸に沿って左右に平行移動させた。その結果は図-25，図-26，図-27，図-28，図-29，図-30に示されるように，いずれの試料においても一本の曲線上にならび，クリープコンプライアンスのマスターカーブが得られる。このように，これら静的測定 の結果からも アスファルトに時間-温度換算法則が適用され得ることが確認された。

各試料のクリープコンプライアンスのマスターカーブを比較のために一つの図にまとめたのが 図-31 である。これを見るとストレートアスファルトC-7，C-14，C-18 のマスターカーブは，時間軸に平行にわずかにずれ

＊ この式を用いて得られるクリープコンプライアンスはいずれも，伸びに関するもの。したがってせん断に関するものは，ここに示した値の3倍となる。

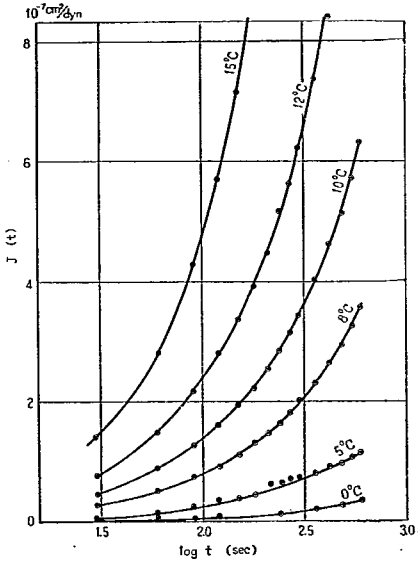



図-19 C-7のクリープコンプライアンス曲線

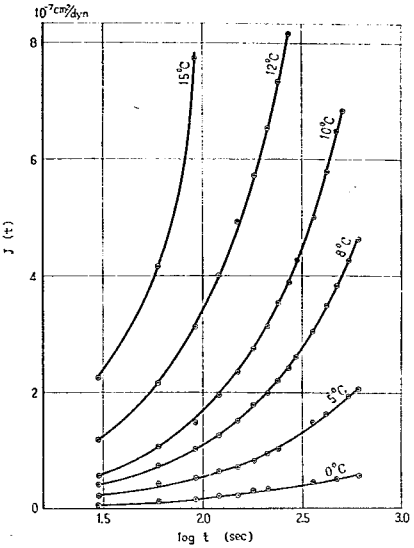



図-21 C-18のクリープコンプライアンス曲線

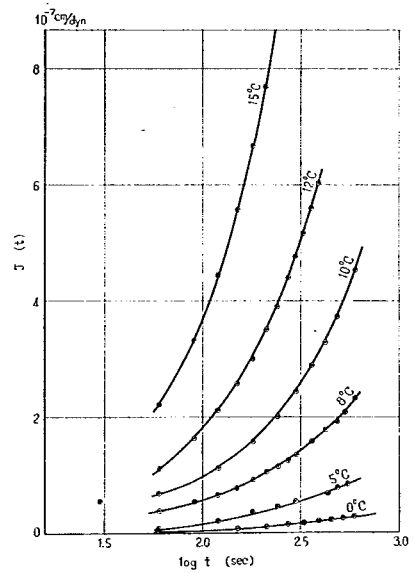



図-20 C-14のクリープコンプライアンス曲線

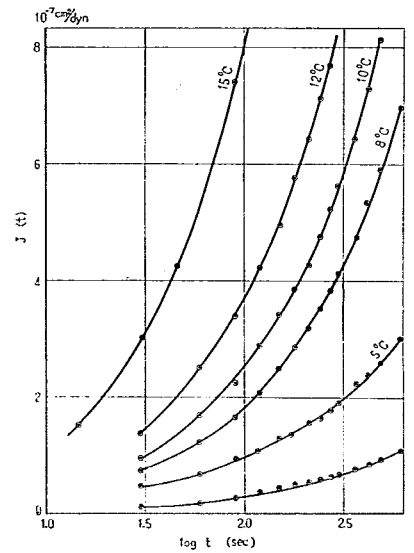



図-22 C-3のクリープコンプライアンス曲線

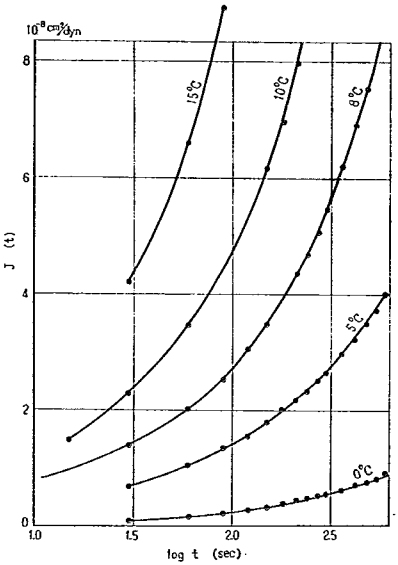



図-23　C-7＋5％結晶性パラフィンのクリープコンプライアンス曲線

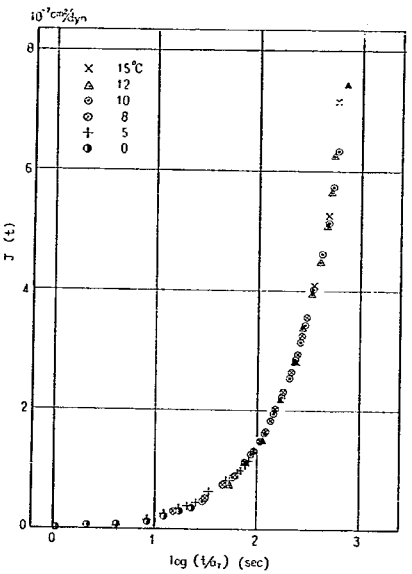



図-25　C-7のクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

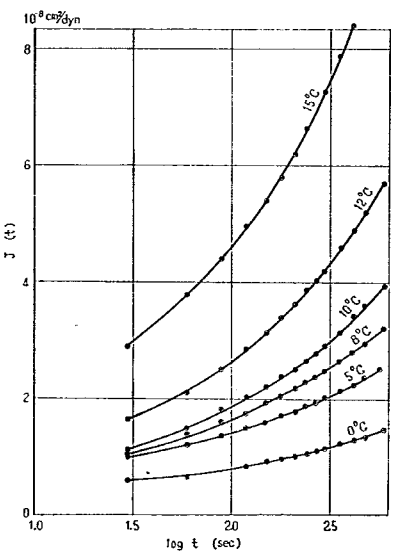



図-24　ブローンアスファルトのクリープコンプライアンス曲線

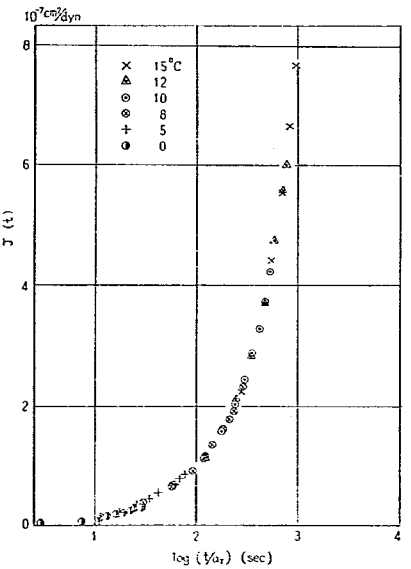



図-26　C-14のクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

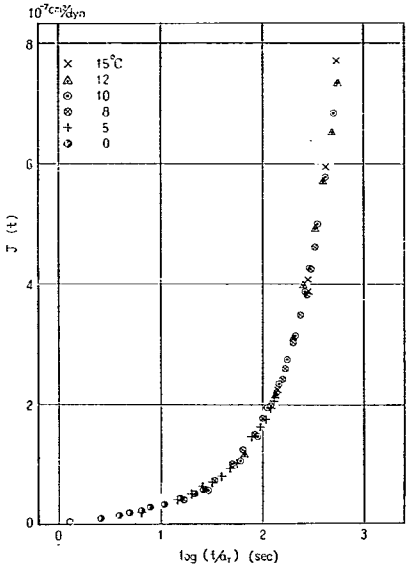



図-27 C-18のクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

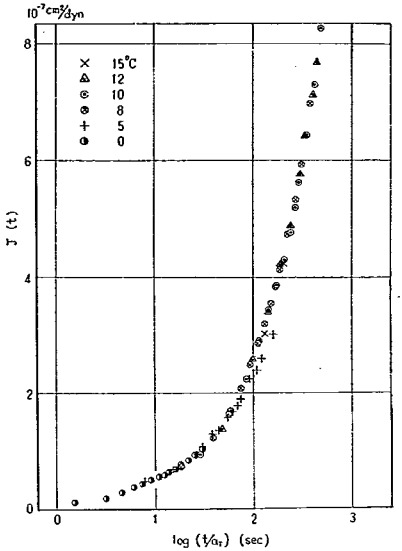



図-28 C-3のクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

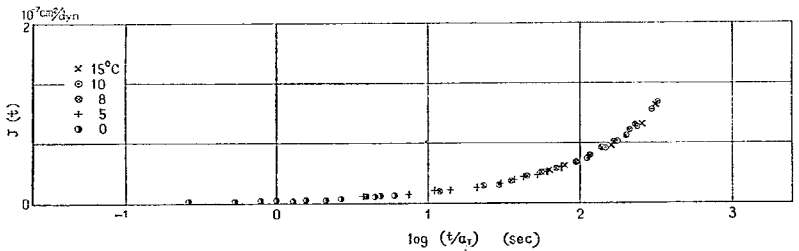



図-29 C-7＋5％結晶性パラフィンのクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

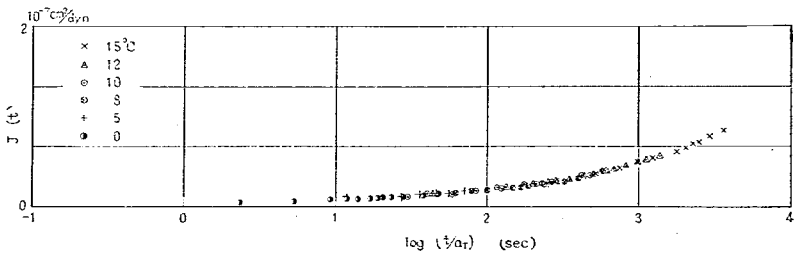



図-30 ブローンアスファルトのクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

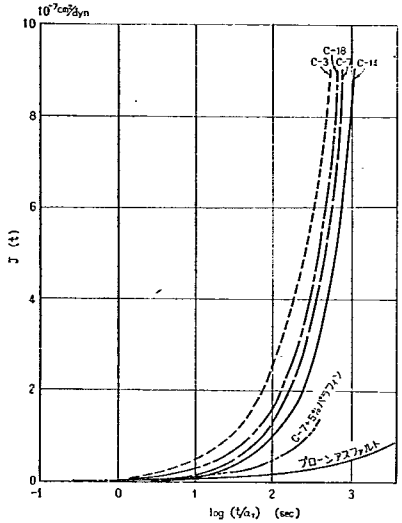



図-31　各試料のクリープコンプライアンスのマスターカーブ（$T_0$=10°C）

ているだけで形はほとんど一致している。C-3 のマスターカーブもこれらと大差はないが，曲線の曲率がやや小さい。C-7＋5％結晶性パラフィンのマスターカーブはC-7のそれと比べるとクリープコンプライアンスの値は小さくなっており，結晶性パラフィン添加の影響が認められる。ブローンアスファルトのマスターカーブもストレートアスファルトとは異なり，クリープコンプライアンスの値は全体的に小さい。なお C-18には本来固形パラフィンが含まれているが，そのマスターカーブは固形パラフィンを含まぬ C-7 などと比べて区別をつけがたく，人工的に結晶性パラフィンを添加したものとは異なっていることが明らかである。C-3 は本来パラフィンを含むストレートアスファルトを製造過程で少しブローイングしたものであるが，このマスターカーブの曲率が他のストレートアスファルトに比べ小さいことは，ブローイングの効果によるものであろう。クリープコンプライアンスは静的粘弾性を総括的にあらわすものであるが，これから(1)式中のクリープ関数 $\Psi(t)$ のみを分離して求めてみる。(1)式から

$$\Psi(t)=J(t)-\frac{1}{G_0}-\frac{t}{\eta} \quad \cdots\cdots(17)$$

となる。本実験の結果ではクリープ曲線の形から瞬間弾性による変形はなく $1/G_0$ の項は無視することができ，またここではまげクリープであるから，$\eta$ のかわりにのび粘性率 $\lambda$ をとると，(17)式を参照にして伸びに関するクリープ関数は

$$\Psi(t)=J(t)-\frac{t}{\lambda} \quad \cdots\cdots(18)$$

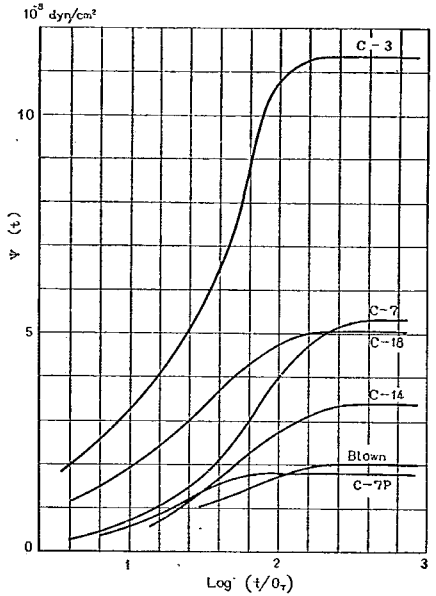



図-32　各試料のクリープ関数（基準温度10°C）

となる。各試料のクリープコンプライアンスのマスターカーブを用いて，これから定常粘性流動をあらわす $t/\lambda$ を差引いてクリープ関数 $\Psi(t)$ を求めたのが図-32 である。これは基準温度を 10°C にとったものである。なお $\lambda(=3\eta)$ はさきに模型的考察の際に求めた $\lambda_1(=3\eta_1)$ の値と同一のものであり，その値は表-2 に示した通りである。（ただし表では $\eta_1$ の値で示す）また，$\Psi(t)$ は模型的考察で用いた3要素模型でいうと，$\lambda_2$ と $E_2$ の並列結合部分に関するものであり，一般的にはこのようなVoigt要素の挙動とは一致しないものであるが，ストレートアスファルトの場合は Voigt 要素であらわされることは先にのべた通りである。(18)式において $t\to\infty$ のときのクリープ関数 $\Psi(\infty)$ を平衡エラスチックコンプライアンスとよび，この値は3要素模型の遅延弾性率 $E_2$ の逆数に相当するものである。基準温度 10°C における平衡エラスチックコンプライアンスの値は $10^{-7}$～$10^{-8}$cm²/dyn である。なお，$J(t)$，$\Psi(t)$，$\Psi(\infty)$，$t/\lambda$（または $t/\eta$）など相互の関係は図-1 に示したとおりである。

### 〔4〕 移動因子 $a_T$ の温度依存性と WLF の式

クリープコンプライアンスのマスターカーブを求めるに際して得られる 時間-温度 換算の際の移動因子 $a_T$ の温度依存性を図-33 に示す。これらの各曲線を縦軸と横軸に平行移動して重ね合せるときに，横軸（温度軸）に平行に移動した値が WLF 式

$$\log_{10} a_T=-\frac{8.86(T-T_s)}{101.6+(T-T_s)}$$

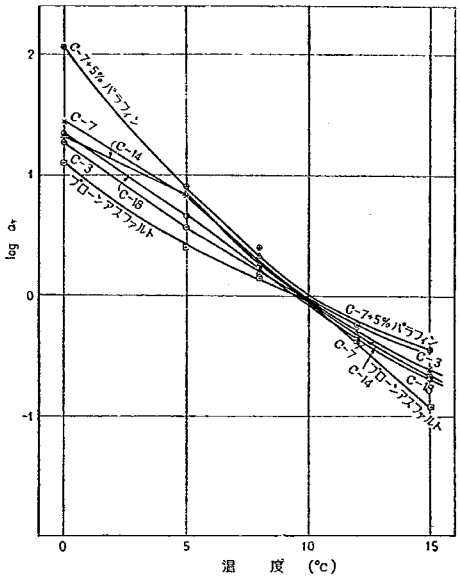



図-33　時間-温度換算の移動因子$a_T$の温度依存性

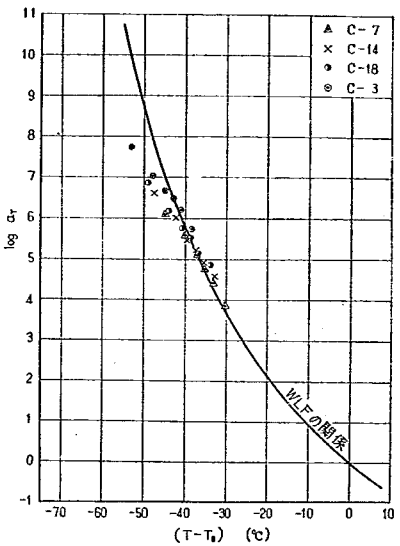



図-34　移動因子$a_T$と$(T-T_s)$との関係
実線はWLFの式 $\log a_T=-8.86(T-T_s)/\{101.6+(T-T_s)\}$をあらわす曲線

中の$T_s$を与えることについては前報に述べた。しかし本実験の温度範囲は 0～15°C で極めてせまく，各曲線を重ね合せる操作は正確を期しがたく，したがって，$T_s$を求めても正確を期しがたい。したがって，ここでは逆に前報で動的粘弾性の結果から求められた$T_s$の値を用いて，$\log a_T$を温度軸にそって平行移動してみた。なお，各試料の$T_s$の値は表-5 に示す。ただし，C-3 は動的粘弾性の測定を行なっていないので「ストレートアスファルトにおいては環球法軟化点が$T_s$に近い」という前報で明らかにした結果を利用し，$T_s$のかわりに軟化点温度を用いて$\log a_T$を温度軸に平行に移動した。このようにして，$\log a_T$の値を$(T-T_s)$に対しプロットしたものが図-34である。この図の中にはWLF式の関係をあらわす曲線を実線で記入してある。実測値によってプロットした$\log a_T$を示す点は各試料とも 0°C から低温になると WLF 式の関係から少しづつはずれている。一般に，ガラス転移点$T_g$より低温になると WLF 式の関係からはずれるとされているが，これらの試料について実測した$T_g$の値は前報に報告したように－4～－10°C（転移の開始温度）の範囲であり，ここに得られた結果では，$\log a_T$が WLF の関係からはずれる温度はこれらのガラス転移温度よりやや高くなっている。

表-5　標準温度と軟化点

| 試 料 名 | 標準温度 $T_s$(°C) | 軟化点 R&B(°C) |
|---|---|---|
| C-7 | 48.0 | 47.5 |
| C-14 | 45.5 | 47.9 |
| C-18 | 49.0 | 52.4 |
| C-3 | —— | 53.5 |

〔5〕 遅延スペクトル

動的測定の結果からは緩和スペクトルを求めたが，これと同様の考えに基づきクリープ測定の結果から遅延スペクトルを求めることができる。

この場合には，遅延時間が連続的に分布しているような遅延機構として考える。これを表現するのが遅延スペクトルである。

図-4 に示した Voigt 型の粘弾性モデルの場合に，クリープコンプライアンスは (3) 式に示したように

$$J(t)=J_V(1-e^{-t/\tau})$$

となる。ただし，$J_V=1/G_V$ である。

図-35 のように遅延時間 $\tau_i$ の Voigt 要素が直列に多数結合したモデルにおいては，クリープコンプライアンスは

$$J(t)=J_{V_0}+\frac{t}{\eta_{V_0}}+\sum_i J_{Vi}(1-e^{-t/\tau_i}) \quad \cdots\cdots (19)$$

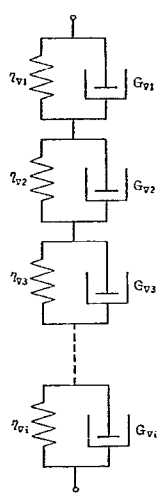



図-35　Voigt要素の直列結合

であらわされる。ただし，$J_{V_0}$ は Voigt 要素で粘性要素の欠けたものの弾性率の逆数で，$J_{V_0}=1/G_{V_0}$，$\eta_{V_0}$ は弾性要素の欠けたものの粘性率，$J_{Vi}$ は $i$ 番目の Voigt 要素の弾性率の逆数で $J_{Vi}=1/G_{Vi}$ である。

さらに，遅延時間が連続的に分布している遅延機構を考える場合には，遅延時間が $\log\tau$ と $\log\tau+d\log\tau$ の間にあるような遅延機構のコンプライアンスを $L(\tau)d\log\tau$ とすれば，(19)式を参照して，

$$J(t)=J_{V_0}+\frac{t}{\eta_{V_0}}+\int_{-\infty}^{+\infty}(1-e^{-t/\tau})L(\tau)d\log\tau$$

$$\therefore\ J(t)-J_{V_0}-\frac{t}{\eta_{V_0}}=\Psi(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}(1-e^{-t/\tau})L(\tau)d\log\tau \quad \cdots\cdots(20)$$

となる。

上式における $L(\tau)$ を遅延スペクトル（retardation spectrum）または遅延時間の分布関数（distribution function of retardation time）とよぶ。(20)式に与えられるように，クリープ関数 $\Psi(t)$ は $L(\tau)$ の積分形となるが，実験的に求められる $\Psi(t)$ は限られた時間 $t$ に対するもので，あらゆる時間についてのものではない。したがって，実験的に得られた $\Psi(t)$ を使って遅延スペクトルを求めるには近似によらなければならない。その近似法は従来いろいろ提案されているが，ここではAlfleyの行なった方法を用いることにした。Alfreyの近似法を用いれば，遅延スペクトルとクリープ関数の関係は

$$L(\tau)\cong[t\Psi'(t)]_{t=\tau}$$

なる式で与えられる。$\Psi'(t)$ は $\Psi(t)$ の $t$ に関する一次微分である。時間として $\ln t$ をとれば

$$L(\ln\tau)\cong\left[\frac{d\Psi(t)}{d\ln t}\right]_{t=\tau}$$

あるいは常用対数にすれば

$$L(\log_{10}\tau)=0.434\left[\frac{d\Psi(t)}{d\log_{10}t}\right]_{t=\tau}$$

となる。したがって，クリープ関数 $\Psi(t)$ をあらわす図-32の曲線の各点における切線のこう配を $[\log_{10}t]_{t=\tau}$ に対してプロットすれば，遅延スペクトル $L(\log_{10}\tau)$ が得られる。このような方法で，試料C-7，C-14，C-18，C-3，C-7＋5%結晶性パラフィンおよびブローンアスファルトの遅延スペクトルを求め，その結果を示したのが図-36である。

いずれのスペクトルも $L(\log_{10}\tau)$ が $\log_{10}\tau$ に対し直線的に増加し，ある値において最大となり，それより $\log_{10}\tau$ が大になると $L(\log_{10}\tau)$ は急激に減少する。このような形のスペクトルは一般の無定形鎖状高分子のガラス転

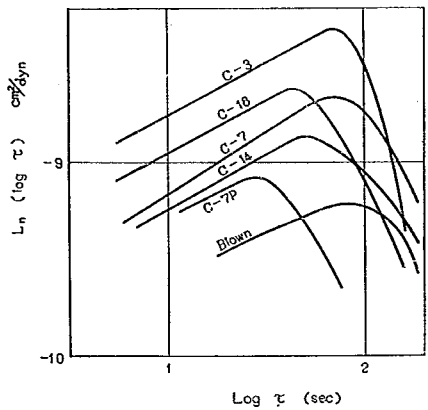



図-36　各試料の遅延スペクトル（基準温度10°C）

移点以上の温度で得られる遅延スペクトルと同様で，これは分子の流動に関するものである。$L(\log_{10}\tau)$ が最大となるところの値が，平衡エラスチックコンプライアンス $\Psi(\infty)$ に対応する。

〔6〕 ステイッフネス

粘弾性体の変形に対する抵抗をあらわすために，Van der Poel[10][11][12][13] らは "ステイッフネス (Stiffness)" なる粘弾性係数を用いることを提唱していることは前報でものべた。ステイッフネスは弾性体のヤング率に相当するもので，静的測定において，伸張応力を $\sigma$，伸張ひずみを $\varepsilon$ とすると静的ステイッフネスは

$$(S)_s=\frac{\sigma}{\varepsilon}$$

で定義される。一般に，粘弾性体の力学特性は，与えられた温度について，このステイッフネスと時間との関係をあらわす曲線の形から知ることができる。たとえば図-2に示したMaxwell型のモデルに一定の伸張応力 $\sigma_0$ を与えた場合，全体の伸張ひずみは

$$\varepsilon=\frac{\sigma_0}{E}+\frac{\sigma_0 t}{\lambda}$$

であらわされるから，ステイッフネスと時間 $t$ との関係は

$$(S)_s=\frac{\sigma_0}{\varepsilon}=\frac{E}{1+\frac{E}{\lambda}\cdot t}$$

となり，遅延時間 $\tau=\lambda/E$ とすると

$$(S)_s=\frac{E}{1+\frac{t}{\tau}}$$

両辺の対数をとると

$$\log(S)_s=\log E-\log\left(1+\frac{t}{\tau}\right)$$

となる。この関係を図示すると 図-37 のような曲線とな

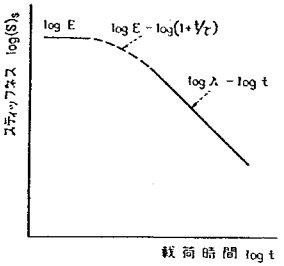



図-37 Maxwell 模型の静的スティッフネスの載荷時間による変化

る。載荷時間が非常に短く，$t \ll \tau$ の場合は

$$\log(S)_s \simeq \log E$$

となり，$(S)_s$ は時間に無関係に弾性のみをあらわし，$(S)_s$ はヤング率に一致する。曲線は図-37にみられるようにこの部分で平らになる。載荷時間が長く，$t \gg \tau$ の場合 $1 \ll t/\tau$ となり，

$$\log(S)_s \simeq \log E - \log\frac{t}{\tau} = \log(E\cdot\tau) - \log t \ ,$$

となる。この場合 $\log(S)_s \sim \log t$ 関係はこう配 $-1$ の直線となり粘性のみによって定まる。

本実験のように，一定応力を与えてクリープを測定した場合，スティッフネスは2に説明したクリープコンプライアンスの逆数にほかならない。すなわち，(1)式において，

$$\varepsilon(t) = J(t)\sigma_0$$

なる関係があるから，スティッフネスは

$$(S)_s = \frac{\sigma_0}{\varepsilon(t)} = \frac{1}{J(t)}$$

となる。このようにクリープコンプライアンスもスティッフネスも粘弾性のあらわし方としては本質的は変わらない。

ここではクリープコンプライアンスのマスターカーブ（図-31）からステイッフネスを求めてみた。その結果を図-38に示す。結晶性パラフィンを添加したアスファルトおよびブローンアスファルトを除けば，他の各試料の $\log(S)_s \sim \log t$ 曲線は直線に近く，図-37の直線部に相当し，ほとんど粘性的性質が支配的であることがわかる。ただしそのこう配は $-1$ よりやや大きい。ブローンアスファルトおよび，C-7＋5％パラフィンは直線のこう配がゆるやかで，しかも曲線となっており弾性も加わっていることを示している。

なお，ここに示したステイッフネスはいずれも基準温度10°Cのものである。4〔3〕でのべたように，アスファルトには時間-温度の換算法則が適用されるから，任意の温度のステイッフネスは，ここに求めた曲線を $\log t$ 軸にそって平行に，10°Cより高温のものは左側へ10°Cより低温のものは右側へ移動させれば得られる。

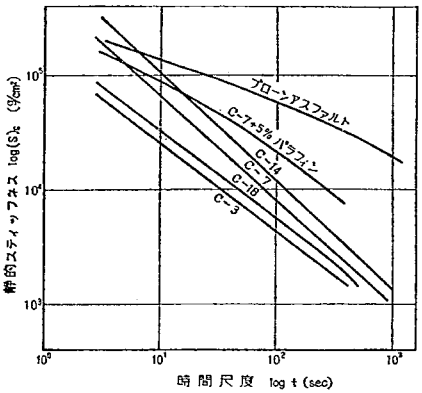



図-38 各試料の静的スティッフネス（基準温度10°C）

その移動量はシフトファクター $\log a_T$ できまり，動的測定で明らかにしたようにWLFの式が成立つ場合には $T_s$ が知れていれば，WLF式

$$\log a_T = \frac{-8.86(T-T_s)}{101.6+(T-T_s)}$$

によって得ることができるし，また $a_T$ は定常粘性率の比

$$a_T = \frac{\eta_T}{\eta_{T_0}}$$

であるから，$\eta_T$ および $\eta_{T_0}$ の実測値から $a_T$ を求めることも可能である。

このようにアスファルトには時間-温度換算法則が適用でき，また前報に明らかにしたようにある温度範囲ではWLF式が成立つとみなされるから，非常に限られた測定条件（温度領域あるいは測定の時間尺度領域）のもとに得られた結果から，より広範囲の温度あるいは時間尺度の領域にわたっての粘弾性的性質を知ることができる。アスファルトを道路舗装材料に用いた場合，かなり広い範囲の温度変化をうけ，また種々の時間尺度で荷重がかかるが，これらすべての条件を再現させて材料試験を行なうことは不可能に近い。しかし，時間-温度換算法則を適用すれば，限られた条件での試験の結果から，より広範な条件下でのアスファルトの粘弾性的性質を知ることができるわけである。

## 5. むすび

以上，アスファルトの静的粘弾性の測定結果とその考察について述べたが，それらをまとめるとつぎのようである。

(1) ストレートアスファルトの粘弾性は4要素力学模型で近似的に表現して，その力学特性を考察することができる。

(2) 測定の時間尺度が $10 \sim 10^2$ 秒の場合，15°C以下において遅延弾性が存在する。

(3) ストレートアスファルトには上記条件で遅延弾性が存在するが，支配的なのは粘性流動であり，針入度はその一表現値である。

(4) ストレートアスファルト，ブローンアスファルトとも静的測定の結果からも，時間-温度 換算法則が適用されることが確認された。

(5) 結晶性パラフィンをストレートアスファルトに加えると，粘性，弾性とも増大する。すなわち，クリープコンプライアンスは，全体的に減少し，ステイッフネスでいえば全体的に増大する。

しかし，本来パラフィンを含有するストレートアスファルトの静的粘弾性が，それを含まないストレートアスファルトと比べて，本質的に相異する点は何ら見出されず，このことは動的粘弾性の結果とも一致する。

## 6. 謝　辞

本研究を行なうにあたって御援助をたまわった有泉昌地質化学部長，御指導・御助言をいただいた北海道大学中川鶴太郎教授，荻野一善助教授ならびに東京大学和田八三久教授に深く感謝する次第である。

### 参 考 文 献

1) 阪上信次，建設省土木研究所報告，第113号（昭37）P67
2) Alfrey, T. Mechanical Behavior of High Polymers, (1948) New York
3) 小野木重治，レオロジー要論，(1957) 東京
4) 斎藤信彦，高分子物理学，(1958) 東京
5) 中川鶴太郎，神戸博太郎，レオロジー (1959) 東京
6) Wada, Y., J. Phys. Soc. Japan. Vol. 15, 1885 (1960)
7) Brodnyan, J. G., Jr., Trans. Soc. Rheology Ⅳ 279 (1960)
8) Reiner, M., Deformation and Flow 216 (1949) London
9) 園田晋，荻野一善，日本化学雑誌 78 83 (1957)
10) Van der Poel, C., Proc. 2nd Intern. Rheol. Congr. 331 (1953) Oxford; J. Appl. Chem. 4 221 (1954)
11) Saal, R. N., Proc, 2nd. Intern. Rheol. Congr. 28 (1953) Oxford
12) Eirich, F. R., ed, Rheology, Ⅱ 363 (1958) New York
13) Reiner, M., ed., The Rheology of Building and Road Making Materials. 372 (1950) Amsterdam

# コンクリート床版の両端において プレストレスされた合成ゲタのズレ止め におけるせん断力分布について

（昭和 37 年 1 月）

中　村　正　平*
篠　原　洋　司**

**要　旨**

本報告はコンクリート床版の両端に加えられたプレストレスによりコンクリート床版と鋼ゲタとの間に生ずるせん断力の分布を計算したものである。ここで，合成ゲタはズレ止めがせん断力によって変形を受ける不完全合成ゲタとして取扱っている。

不完全合成ゲタを取扱う精密解法については，すでに文献[1),2)]において論ぜられているが，ここではより簡単な方法[3)]によって，合成ゲタの鋼ゲタとコンクリート床版の間に働くせん断力の分布を求めた。

**目　次**

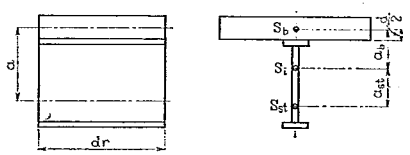
1. 記号および合成断面に関する基本式……（1）
2. 不完全合成ゲタの基本方程式……（2）
3. コンクリート床版の両端において，プレストレスされた合成ゲタへの基本方程式の適用……（2）
4. 数値計算例……（3）
文　献……（4）

## 1. 記号および合成断面に関する基本式

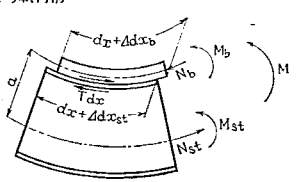
本報告に用いる記号は次のとおりとする：

$E_b$：コンクリートの弾性係数
$E_{st}$：鋼ゲタの弾性係数
$n$：コンクリートと鋼ゲタとの弾性係数比
$n=E_{st}/E_b$
$F_b$：コンクリート床版の断面積
$F_{st}$：鋼ゲタの床版の断面積
$F_i$：合成ゲタの鋼換算断面積
$I_b$：コンクリート床版のその重心軸に関する断面二次モーメント
$I_{st}$：鋼ゲタのその重心軸に関する断面二次モーメント
$I_i$：合成ゲタの合成断面重心に関する断面二次モーメント
$M$：合成断面に働く曲げモーメント
$M_b$：コンクリート床版断面に働く曲げモーメント
$M_{st}$：鋼ゲタ断面に働く曲げモーメント
$N_b$：コンクリート床版断面に働く軸力
$N_{st}$：鋼ゲタ断面に働く軸力
$\sigma_{st}$：鋼ゲタに働く応力度
$\sigma_b$：コンクリート床版に働く応力度

図-1 (a) の合成ゲタ断面については次の式が成り立つ。




(a)載荷前




(b)載荷後

図-1

$$F_i=F_{st}+\frac{1}{n}F_b \quad \cdots\cdots(1)$$

$$a_b=\frac{F_{st}}{F_i}a,\quad a_{st}=\frac{F_b}{n\cdot F_i}a \quad \cdots\cdots(2),\ (3)$$

$$I_i=I_{st}+F_{st}\cdot a_{st}^2+\frac{1}{n}(I_b+F_b\cdot a_b^2)$$

* 橋梁研究室主任研究員
** 〃　研究員

$$=I_{st}+\frac{1}{n}I_b+F_i\cdot a_b\cdot a_{st} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\left.\begin{aligned} M&=N_{ba}+M_b+M_{st}\\ N_b&=-N_{st}-N=\frac{a_b\cdot I_b}{n\cdot I_i}M\\ M_b&=\frac{I_b}{n\cdot I_i}M,\quad M_{st}=\frac{I_{st}}{I_i}M \end{aligned}\right\}$$

$\cdots\cdots(5),\ (6),\ (7)$

## 2. 不完全合成ゲタの基本方程式

不完全合成ゲタにおいては，鋼ゲタとコンクリート床版の間に働くせん断力 $T(x)$ とズレ $\delta(x)$ 間に次の関係がある：

$$\delta(x)=\frac{T(x)}{c} \quad \cdots\cdots(8)$$

ただし，$c$ はズレ止めのズレ常数である。

ここで，不完全合成ゲタの微小部分を考えてみると，これに働く力は図-1 のようになる。

(1) から

$$(dx+\Delta dx_{st})-(dx+\Delta dx_b)=d\delta=\frac{dT}{c}$$

すなわち

$$\frac{\Delta dx_{st}}{dx}-\frac{\Delta dx_b}{dx}=\frac{1}{c}\cdot\frac{dT}{dx} \quad \cdots\cdots(9)$$

床版と鋼ゲタとの接触面におけるそれぞれのヒズミは

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_b&=\frac{\Delta dx_b}{dx}=-\frac{N}{E_b\cdot F_b}+\frac{M_b}{E_b\cdot I_b}\cdot\frac{d}{2}\\ \varepsilon_{st}&=\frac{\Delta dx_{st}}{dx}=\frac{N}{E_{st}\cdot F_{st}}-\frac{M_{st}}{E_{st}\cdot I_{st}}\left(a-\frac{d}{2}\right) \end{aligned}\right\}$$

$\cdots\cdots(10),\ (11)$

床版と鋼ゲタとの間が離れることがないとすれば，合成ゲタに関する弾性方程式から，次の関係がなければならない。

$$\frac{M_b}{E_b\cdot I_b}=\frac{M_{st}}{E_{st}\cdot I_{st}} \quad \cdots\cdots(12)$$

さらに，せん断力 $T$ と仮想軸力 $N$ との間には次の関係：

$$T=\frac{dN}{dx} \quad \text{または} \quad \frac{dT}{dx}=\frac{d^2N}{dx^2} \quad \cdots\cdots(13)$$

があるから，(5)，(6) と (3)，(4) から

$$N\left(\frac{1}{E_b\cdot F_b}+\frac{1}{E_{st}\cdot F_{st}}\right)-\frac{M_{st}}{E_{st}\cdot I_{st}}\cdot a$$

$$=\frac{1}{c}\frac{d^2N}{dx^2} \quad \cdots\cdots(14)$$

(5) と (12) から

$$\left.\begin{aligned} M_b&=\frac{E_b\cdot I_b}{E_b\cdot I_b+E_{st}\cdot I_{st}}(M-Na)\\ M_{st}&=\frac{E_{st}\cdot I_{st}}{E_b\cdot I_b+E_{st}\cdot I_{st}}(M-Na) \end{aligned}\right\}$$

$\cdots\cdots(15),\ (16)$

ここで，

$$\omega^2=\frac{a_n\cdot I_i}{a_b\cdot E_b\cdot F_b(I_b+n\cdot I_{st})}\cdot c, \quad \cdots\cdots(17)$$

$$\gamma=\frac{a}{E_b(I_b+n\cdot I_{st})}\cdot c \quad \cdots\cdots(18)$$

とすると，

(15)，(16) と (14) から

$$\frac{d^2N}{dx^2}-\omega^2N=-\gamma M \quad \cdots\cdots(19)$$

を得る。これが不完全合成ゲタの基本方程式である。

## 3. コンクリート床版の両端において，プレストレスされた合成ゲタへの基本方程式の適用

### 〔1〕 プレストレスを受ける完全合成ゲタ

プレストレスは図-2 のようにコンクリート床版重心に加えられるものとする。

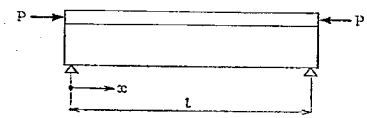



図-2

ケタ端にかかるプレストレスを図-3 のように置き換えて考えると，プレストレスにより合成ゲタに加わる仮想曲げモーメントは：

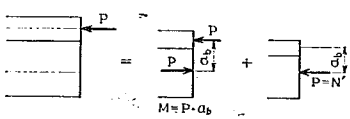



図-3

$$M=P\cdot a_b \quad \cdots\cdots(20)$$

合成断面重心に働く仮想軸方向圧縮力は：

$$N'=P \quad \cdots\cdots(21)$$

合成断面重心に働く軸力 (21) によって合成断面に生ずる応力度については次の関係がなければならない。

$$\frac{\sigma_b'}{E_b}=\frac{\sigma_{st}'}{E_{st}} \text{ あるいは } \sigma_{st}=n\cdot\sigma_b \quad \cdots\cdots(22)$$

さらに各応力度の和は $P$ に等しくなければならないから，

$$F_{st}\cdot\sigma_{st}'+F_b\cdot\sigma_b'=P \quad \cdots\cdots(23)$$

(22) と (23) の関係から

$$\sigma_{st}'=P\cdot\frac{n}{n\cdot F_{st}+F_b}$$

したがって，合成断面に働く軸力は：

$$N_{st}'=P\frac{n\cdot F_{st}}{n\cdot F_{st}+F_b} \quad \cdots\cdots(24)$$

また，合成断面に働く (20) の曲げモーメントによって 鋼ゲタに生ずる軸力は (5) から直ちに，

$$N=N_{st}''=-\frac{a_b^2\cdot F_b}{n\cdot I_i}\cdot P \quad \cdots\cdots(25)$$

したがって，コンクリート床版両端の重心に働くプレストレスによって鋼ゲタに生ずる軸力は

$$N_{st}=N_{st}'+N_{st}''$$

$$=P\left\{\frac{n\cdot F_{st}}{n\cdot F_{st}+F_b}-\frac{a_b^2\cdot F_b}{n\cdot I_i}\right\} \quad \cdots\cdots(26)$$

（1），（2），（3），（4）の関係から：

$$N_{st}=\frac{a_b}{a}\cdot\frac{\left(I_{st}+\frac{I_b}{n}\right)}{I_i}\cdot P \quad \cdots\cdots(27)$$

を得る。これがプレストレスを受ける完全合成ゲタの鋼ゲタに生ずる軸力を与える式である。ここで便宜上，

$$N_{st}=N_{sto} \quad \cdots\cdots(28)$$

とおく。

〔2〕 **基本方程式の解法**

プレストレスのある場合には，合成ゲタの任意の断面について軸方向力の平衡条件から次の関係が成立たねばならない：

$$\left.\begin{aligned} &N_{st}=\frac{F_{st}}{F_i}P-N \\ &\text{または} \\ &N_b=-\left(\frac{F_b}{n\cdot F_i}P+N\right) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(29)$$

(20) と (29) とを (19) に代入すると，プレストレスのあるときの次の基本方程式を得る：

$$\frac{d^2N_{st}}{dx^2}-\omega^2\cdot N_{st}=\left(\gamma\cdot a_b-\frac{F_{st}}{F_i}\omega^2\right)P \quad \cdots\cdots(30)$$

(30) の右辺を次のように：

$$\left(\gamma\cdot a_b-\omega^2\frac{F_{st}}{F_i}\right)P=\left(\gamma\cdot a_b-\omega^2\frac{a_b}{a}\right)P \quad \cdots\cdots(31)$$

とおくと，(30) の一般解として次式を得る：

$$N_{st}=-\frac{K}{\omega^2}+A\cosh\omega x+B\sinh\omega x \quad \cdots\cdots(32)$$

境界条件としては，ケタ端で鋼ゲタに軸力は働かないこと，支間中央においてせん断力が 0 であることを用いて：

$$\left.\begin{aligned} &x=0, \quad N_{st}=0 \\ &x=\frac{l}{2}, \quad T=-\frac{dN_b}{dx}=0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(33),\ (34)$$

(32)，(33) から

$$A=-\frac{K}{\omega^2} \quad \cdots\cdots(35)$$

(32) と (34) から

$$B=\frac{K}{\omega^2}\cdot\frac{\sinh\frac{l}{2}\omega}{\cosh\frac{l}{2}\omega} \quad \cdots\cdots(36)$$

したがって，(34)，(35)，(31) から

$$N_{st}=\frac{K}{\omega^2}\left\{1-\frac{\cosh\omega\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cosh\omega\frac{l}{2}}\right\} \quad \cdots\cdots(37)$$

ここで，

$$\frac{K}{\omega^2}=\left(\frac{\gamma}{\omega^2}-\frac{1}{a}\right)P\,a_b \quad \cdots\cdots(38)$$

に（2），（3），（4），(17)，(18) の関係を入れて整理すると，

$$\frac{K}{\omega^2}=-\frac{a_b}{a}\cdot\frac{\left(I_{st}+\frac{I_b}{n}\right)}{I_i}\cdot P \quad \cdots\cdots(39)$$

が得られ，(27)，(28) と比較して

$$\frac{K}{\omega^2}=-N_{st} \quad \cdots\cdots(40)$$

であることがわかる。したがって，プレストレスを受ける合成ゲタの鋼ゲタに働く軸力の大きさは次のようになる：

$$N_{st}=-N_{st,0}\left\{1-\frac{\cosh\omega\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cosh\omega\frac{l}{2}}\right\} \quad \cdots\cdots(41)$$

したがってせん断力は，(13)，(41) から

$$T=-\frac{dN_b}{dx}=-N_{st,0}\left\{\frac{\omega\sinh\omega\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cosh\omega\frac{l}{2}}\right\} \quad \cdots\cdots(42)$$

となる。

## 4. 数値計算例

土木研究所において作成中の合成ゲタ標準設計の中の，支間 40 m の合成ゲタに，図-2 のようにプレストレスが加えられたときのせん断力分布を求めてみる。

標準設計集[4] より，

$l=40$ m, $n=7$, $I_i=8,289,183$ cm$^4$,

$F_b=4,410$ cm$^2$, $I_b=119,070$ cm$^4$,

$E_{st}=2,100,000$ kg/cm$^2$.

また，文献[5] より，ブロックジベルとスタッドジベルについて，それぞれ，

$c=5\times10^5$, または $5\times10^4$ .

としてよいから，この二つの硬軟両方のズレ止めを用いた合成ゲタに，100 トンのプレストレスが与えられた時のせん断力の分布を求めてみると，図-4 のとおりになる。

これから，プレストレスによるせん断力は極めて短い距離において 0 になることがわかる。すなわち，プレストレスの定着は，ケタ端から $l/20\sim l/40$ の距離で完了しなければならないことがわかるから，合成ゲタの示方書に対しては，次のような提案が適当であると考えられる。

「床版コンクリート端部においてプレストレスが導入される場合に生ずるせん断力は，端部から主ゲタ間隔または支間 $l$ の 1/20～1/40 のいずれか小さい方の区間に配置されたズレ止めによって負担させなければならない

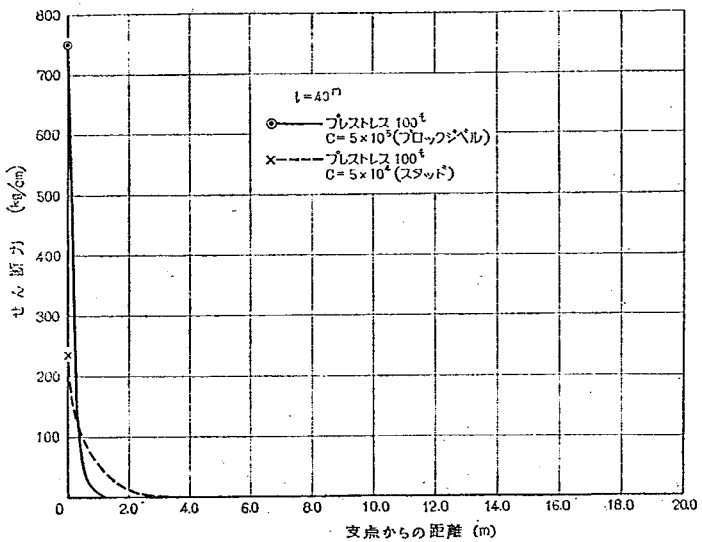



図-4

(図-5)。

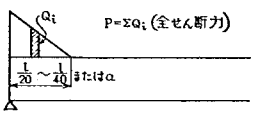



図-5

## 文 献

1) N. Newmark, C. Sies and I. Viest :
Test and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction. Proc. of Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 9, No. 1.

2) 山本稔，中村正平：
不完全合成桁の曲げ理論とズレ止めのズレ常数，土木技術資料，3巻5号

3) A. Hawranek, O. Steinhardt :
Theorie und Berechnung der Stahlbrücken. 1958· Springer Verlag.

4) 建設省土木研究所：道路橋設計図集2(活荷重合成ゲタ橋標準設計)，日本道路協会，昭和 38 年

5) 多田，中村，篠原：
活荷重合成ゲタ橋の大型模型実験，土木研究所報告，第116号 昭和 38 年

# 神流川試験地観測報告 (3)

## —水文観測測器—

(昭和37年6月)

竹内俊雄* 江川太朗**
篠田勝一*** 鶴岡稔雄****

**要旨**

神流川試験地で雨量，水位，流量の観測に使用した測器につき，これらを実際に使った経験を基にしてその特性を述べた。また試作した測器についてもその研究経過を説明した。

**目次**

1. 総説……(1)
2. 雨量計……(2)
3. 水位計……(7)
4. 流速計……(9)

## 1. 総説

観測という仕事は，人間が計器を使って測定することである。人間の方がその取扱いになれていなければならないことはもちろんであるが，計器の方も途中で故障などおこさないで十分に機能を発揮できるものでなければならない。

神流川試験地の設置目的はここで雨量，水位，流量の正しい観測値をとることであった。昭和23年より同35年まで13年間われわれは観測業務に従事したが，この間多種多様な水文計器を取扱った。一般市販品はもちろんのこと，自分らの試作した測器も数多く取扱った。実際に手にしてわれわれはいろんなことを体得したので，これら器械についての特性と，改良すべき点についての意見を記すことにした。試作を行なったものについては，製品化するところまでいかなかったものもあるが，考え方として批評していただきたいと思い，その経過を記すことにした。

われわれが観測を行なった過去を振返ってみて，良い製品を作るには時代もよくなければならないとしみじみ感ずる次第である。昭和26年までは戦後の困乱期であったので，産業は計測器工業まで手がのびていなかった。今にして思うと材料で苦労をしたが，その苦労はあとまで残って役に立つという種類のものではなかった。日本経済も昭和30年以降上昇期にはいったが，世の中がよくなるとともにわれわれが苦労していたことが霧散したかのようになった。測器の改善ということも国の一般的な技術レベルで大きく支配されるものだということをしみじみ感じた。例をこういった自記計器の心臓部に当る自記時計にとって説明しよう。戦後の製品で時計天府はほとんど町工場製品であった。時計の生命は天府といっても過言ではないが，町工場製品に精密な天府を期待することは無理であった。時計の故障が多く，その原因を解決することは至難のことであった。昭和30年以降大資本よりの天府が一般に得られるようになって，これまでの問題は一期に解決し，時計のとまる故障数が激減するに至った。

一般水文測器の試作，改良の困難であることの原因を考えてみると次のようになる。

(イ) マーケットが狭い

一般の商品に比べると測定計器のマーケットは極めて狭い。こういった狭いマーケットに優秀な技術陣容をそろえた大メーカーは進出してこようという気はおこさないであろう。よって限られた中小メーカーに頼らざるを得ない。中小メーカーの数は割に多いので一社当りの利潤が少なくなる。

計器はまた消耗品と違い買うと何年ももつので永久品的な感覚で取扱いを受けている。やはり時代の進むにつれて近代的な新しいものと取替えていかねばならない。

(ロ) 信頼度に対する要求が酷である

一般の器械では一年の中で364日完全に働けば優秀と見なされるが，たとえば雨量計ではあとの1日が台風のような非常時に当りその日の記録がとれていないということになると落第の刻印がおされることになる。世の中にこういった要求の酷なものはそうないのでメーカーにこの点を諒解して貰うのは非常にむずかしい。

* 河川部長 工博
** *** **** 前河川部 水文研究室

(ハ) 使用条件が異常である場合その条件のおさえ方が不十分である

台風のような非常時に機能を十分に発揮してもらわなければならないと言いながら，そんな時にどんな異常状況，たとえば湿度が異常に高いというならどれ位になるかという条件調査が行なわれていない。雨量計の時計の心臓部に水滴がたまったために時計がとまったといっても，その条件が正しくおさえられ，その条件を再現して耐えられるような設計がなされない限り再び同じ故障を繰返すわけである。

(ニ) 器械の良否の判定がむずかしい

器械の良否は最終結果である記録をみて総合的に判断されるわけである。この記録は一日後，おそいものでは3カ月後にしか得られないので，一般商品のようにみためで直ぐよしあしがわかるというのと違う。欠測の無い正しい記録がとられていればその器械は良好であったことにまちがいはないが，反対に記録がよくない場合は全部が全部器械のせいにするわけにはいかない。取扱いの不良に起因することだってありうるわけで，器械か取扱いかをあとになって区別するのがむずかしいことがある

(ホ) 水位，流量観測を専管する官庁がない

雨量観測については気象庁が試作，研究に主体性を持っており，行政指導がよかったので至難と考えられていた長期巻雨量計について満足すべき製品が市販されるまでになった。水位計，流速計についてはここ数10年全然進歩改良がみられないといっても過言ではあるまい。建設省としてはこの種の観測に多大な責任は感じているが，専管という立場にないせいかこの試作研究をおしすすめていこうという意欲が足りないようにもみえる。

経済的に引合う器械の場合には官庁は顔を出さなくても自然によいものができていくものである。水文計器のように経済ベースに乗らないものに対してこそ官庁はもっと積極的に指導をすべきだと考える。

## 2. 雨計量

### 〔1〕 日巻雨量計

自記雨量計といえばこの雨量計（写真-1）を指すほど一般的だと考えられているようではあるが，実際に使用しての感じではこの計器はデリケートすぎるということである。気象庁の測候所で専門職員が観測するために作られたものを，他にないからといって専門外の一般の人が使っているといった状況のように思える。殊に委託観測員に渡すのならもっと安定したものを新らたに作るというのが順当のようである。

#### (i) 故　障

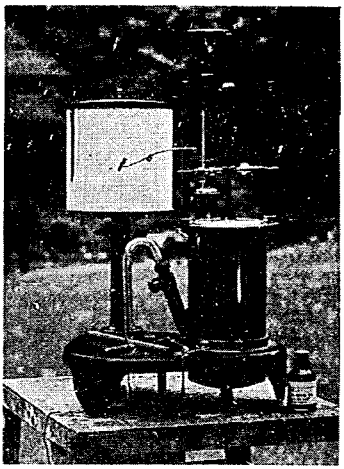


写真-1　日巻雨量計（曲管サイフォン式）

故障を生じる個所は大体きまっているが，その主なものをあげると次の通りである。

(イ) 時　計
(ロ) サイフォン
(ハ) インキ

(イ) 時　計

時計が途中で停止することを予知する方法は今のところ無い。神流川試験地では基地の渡瀬観測所に予備の自記時計をたくさん用意し，試運転してみて途中でとまるおそれがあるかどうかを予め調べ良否を区別し，また遅れ，進みもできるだけ調節しておいた。試験地内の観測所より故障の通知を受けたらすみやかに予備時計を持ってかけつけ不良品と交換し，欠測期間をできるだけ短くするという方針をとった。時計は互換性を保つように同種のものを揃えたが，互換性の無いところでは時計を支柱ごとそっくり交換するという方式にした。

(ロ) サイフォン

貯水槽よりの排水はガラス製曲管サイフォン（図-1）が主として用いられているが，ガラス製品は手細工なため不良品が入り混っており，これを選別することがむずかしい。試験地では，ガラス製曲管式を金属製帽子型サイフォン（図-2）でとりかえたところ，このための故障が減少した。ガラス製では破損はするし，こんな計器にこういうものを使うだけでも前時代的である。

(ハ) インキ

自記記録用インキはマーケットが狭いため研究らしい研究はなされていない。名人芸的なところがあってその製法すら公開されていない。これも昭和30年頃より世の中がよくなるとともによくなってきて現在では大した問題はないところまできた。

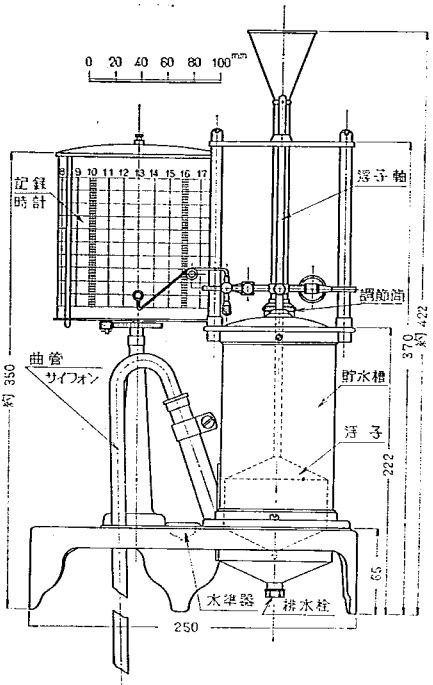



図-1　日巻雨量計（曲管サイフォン）

（ii）ＪＩＳ

自記雨量計のＪＩＳは昭和 26.12.27 に制定され，当時筆者もこれに参画した。使用者を代表するものの意見として，自記時計の互換性を主張し，山奥で雨量計の時計が故障した場合ＪＩＳ製品ならどこの会社の予備時計とでも交換できることを目標とした。

（iii）自記記録

この雨量計によって得られた記録を自記記録用紙から読取る作業はなかなか注意のいるものであり，時間のかかるものである。前述のようにわれわれ応用部門では時雨量を 0.1mm の単位まで読取ることは必要ないと考えられる。この意味ではあとに述べる転倒桝式雨量計による 1 mm 単位の殴書きの記録でわれわれの目的に十分かなうのである。

〔2〕長期巻雨量計

気象庁型が出る前に数社で試作はしていた。そのうちあるものは時計が電池でゼンマイを巻き戻す方式のものもあったが，故障が多くとても使いものにならなかった。製作台数が少なくては安定した製品までいきつくことはなかなかむずかしい。

気象庁型（写真-2）は昭和28年度以来製作されている。気象庁の業者の育成方針がよかったためか現在では

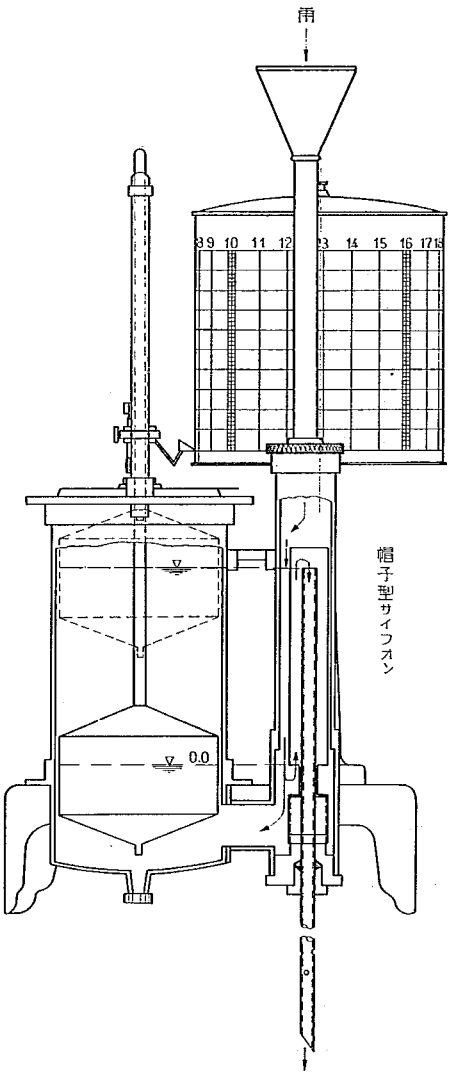



図-2　日巻自記雨量計（帽子型サイフォン）

非常に安定した製品が得られるようになった。製作者が２社しかないため，製作者が故障のケースを数多く早く体験してしまったためだと思われる。

この雨量計の時計は通称３カ月と称しており，最後まで使えば 100 日以上持つがやむを得ない場合の外 100 日までで見廻わるとよい。

長期巻計器は信頼できるものであれば非常に便利であるが，もし故障のおこりやすいものに当ると見廻わりの手間ばかりふえて１年かかってほとんど資料がとれない

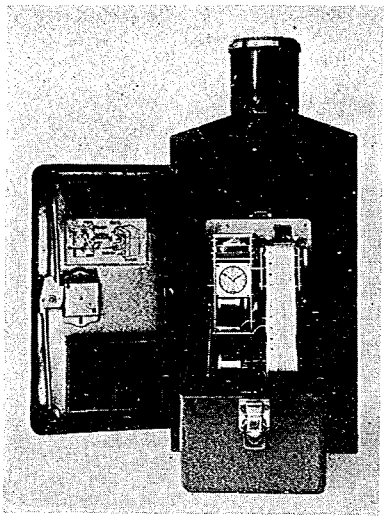


写真-2 長期巻自記雨量計

ということになる。観測結果は非常に期待されている計器であるので，現在の信頼度80%よりさらに向上されることを望むものである。

〔3〕 10日巻雨量計

日巻きといい長期巻といい，時計が何日持続するかを言う場合にはまず記録紙上で1時間何mmのスピードで廻転するかをきめねばならない。極端な言いかたをすれば，日巻きの計器の廻転速度を歯車でおとせばそれはそのまま長期巻きになるかということである。雨量は最小単位としては時雨量までほしいので，この記録が目で判読できる最小長さとして前述の長期巻自記雨量計では6 mm/hr をとっている。

神流川試験地の幾つかの代表支川に置いた雨量観測所は非常にへんぴなところにあって，いちばん近い人家まで4kmも離れている場所もあった。観測体系からいって2週間おき位なら見廻わりができるということがわかった。現在なら長期巻を使うところであるが，昭和23年当時日巻自記雨量計といえば日巻雨量計にかぎられていた。週巻雨量計というものもあったが，これは日巻雨量計を歯車で回転速度をおとしたものにすぎなかった。われわれはゼンマイを強くして2週間まきのものに改造した。(写真-3) 日巻きのゼンマイを2個使用して時計の持続日数を17日位まで上げることができた。この場合の廻転速度は 2.5mm/hr とした。雨量計の自記時計はそれ自体も廻転するが，廻転させたいのは記録用紙だけなのであるから，時計の荷重を軽減するためこの両者を分離し，記録用紙を巻いた円筒だけ廻るようにした。またこの円筒は軽合金製とした。(写真-4)

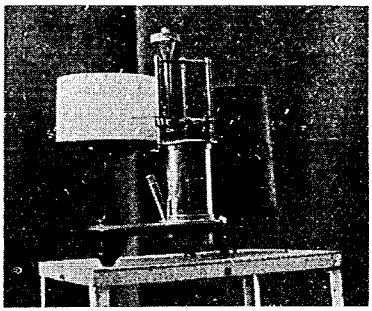


写真-3 10日巻雨量計

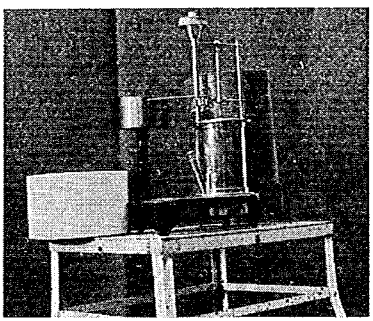


写真-4 10日巻雨量計

記録は白紙に書かせたが，これを読取るのに手間がかかった。ペンはサイフォンペンを使用したが，インキの流動はよすぎる場合が多かった。

この器械は注意深く取扱い昭和35年まで10年間も使用しつづけた。

〔4〕 菅谷式雨量計

人家より 8km も離れた流域周辺の山頂で雨量観測を行なうのに現在なら長期雨量計を用いるところであるが，試験地で観測を開始した頃には前にも述べたように長期巻時計が無かったので，当時唯一の長期雨量計と考えられていたこの雨量計（写真-5，図-3）を多数採用することにした。

これは一雨ごとの雨量が記録される簡易な雨量計である。原理は，稀硫酸の中に亜鉛鉄板製の記録棒をたてておくとその接触面にマークがはいり，雨量が加わり稀硫酸の水面が上昇すると記録棒の接触面に新らたなマークがつき，これら2つのマークの高さの差をよめば一雨雨量が推定されるということである(写真-6)。液中に没した旧マークは以後も消えないというのが特徴なのである。

取扱い方としては，最初濃硫酸 15c.c. と水 2,000c.c. とを容器の中に入れ記録棒の最初のマーク高を揃えておき，容器の一ぱいになった頃をみはからって見廻わりに行き記録棒を持帰ればよい。

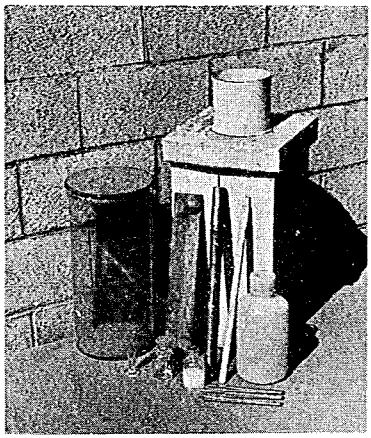


写真-5 菅谷式雨量計

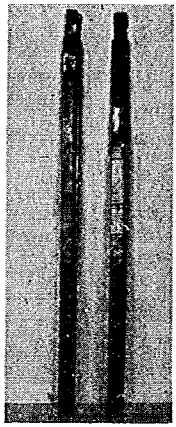


写真-6 菅谷式雨量計記録

記録棒上の記録はある間隔にすじがついているだけで観測日時は記されていない。したがってこの雨量計は日時の観測はできないため独立して使用すること はできず，近くの自記雨量計の補助として使用するのを原則とする。資料整理に際しては，菅谷式雨量計と自記雨量計とでそれぞれ一雨雨量表を作り，対応を求め，菅谷式の記録の降雨日時を自記雨量計記録より推定していくものである。この作業にはかなりの習熟が要求された。夕立のような小流域の降雨があると対応がはっきりしないことがある。

菅谷式雨量計は，排水方式のない貯溜式の雨量計である。見廻わりによって排水してやらねばならない。見廻わり手間から言えば永くもたせたい。雨量計の口径を小さくすれば永持ちにはよいが，これをあまり小さくする

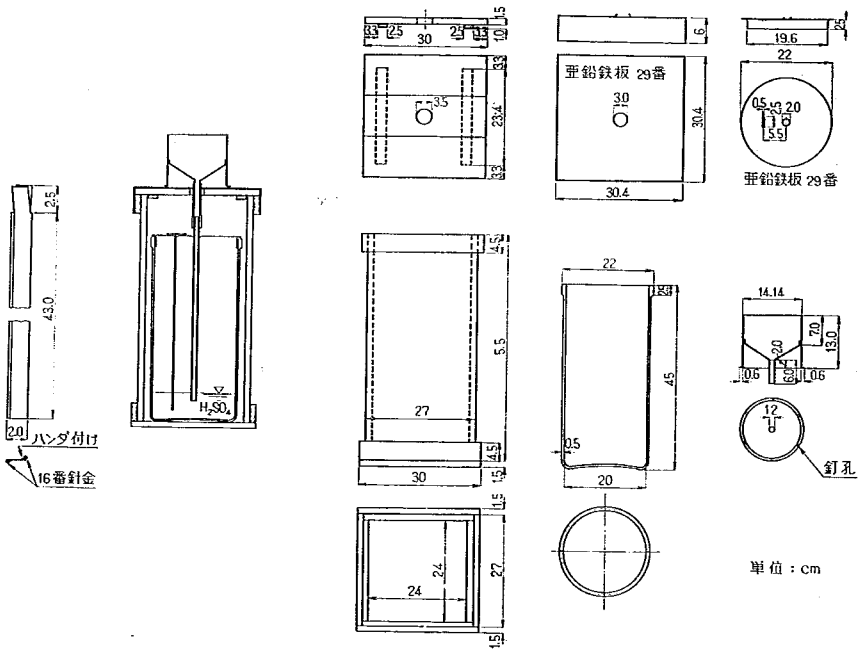



図-3 菅谷式雨量計

と雨量の代表性が悪くなるので限度があり，ここでは直径を 14.14 cm に決めた。次に硫酸濃度がうすまって記録のつく稀釈限度を 0.1%と考えた。台風の一雨雨量としては 400mm 位を考えればよいが，前ぶれの雨として梅雨期には 300 mm も考えねばならない。約2カ月毎に見廻わり，台風期には9月初旬見廻わるという想定のもとに雨量計の容器の大きさは 800 mm にきめた。実際には，近くの自記雨量計のある観測所で累加雨量を計算しておき，これを眺めながら見廻わり計画をたてた。

この雨量計でいちばん問題なのは記録棒の品質である。この性質の如何によっては記録が全然出ないこともある。その原理はわかっていないので実験によりたしかめるより方法はない。何種類もの亜鉛鉄板を買求め，これより記録棒を作り，たえず試験をして良い材料を探し求めておらねばならなかった。

山地の設置した雨量計は風による影響を受けやすいので受水部のまわりに写真－7 に示すような気象庁型風よけを付した。

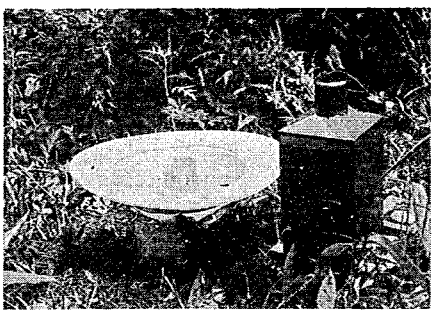


写真-7 風よけ（左側）右側は長期雨量計

〔5〕 転倒桝式雨量計

雨量の測りかたとして，貯溜してその水面上昇で測るのと，カップで測定回数を測るのとの2通りがある。後者も考え方としては古くからあったのであるが，転倒桝にある量だけ残溜するというので精密な測定には従来採用されてこなかったが，戦後長期巻雨量計の記録方式として便利であるという理由で広く用いられるようになった。雨量はバケツの排水回数を電気的に数えるしくみになっており(写真-8)，この部分は故障の原因となることが考えられるが実例はあまり多く無いようである。先にも述べたように，この方式は資料整理が非常に楽であるので，今後応用方面の雨量計としては広く用いられると思う。

この雨量計の転倒桝の部分は長期巻雨量計のそれと同じものが用いられている。表題のようなよび名でいう時には記録部（自記電接計数器 写真-9）が日巻きあるいは週巻き時計で駆動されるものを言っている。日巻きの場

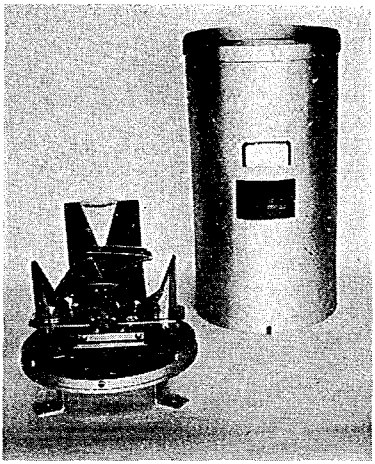


写真-8 転倒桝式雨量計

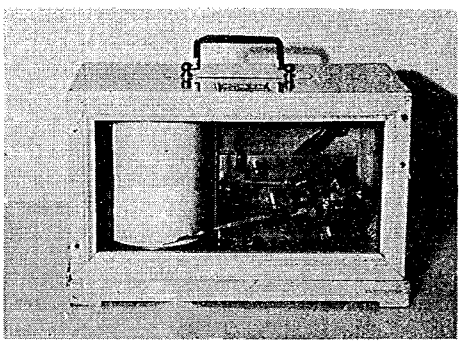


写真-9 自記電接計数器

合の記録部の廻転速度は 12mm/hr，雨量は 0.5mm が記録紙上で 1mm の段書きで記される。

この計器の取扱いで注意すべきことは，転倒桝の排水回数を記録するための電気回路用の電池が消耗しているかどうかに気をつけることである。普通は 3V で2カ月もつが雨期には1.5カ月位で電池を取替えたほうがよい。

〔6〕 光学的雨量計（写真-10，11）

これは昭和25年安部克郎氏によって考案されたもので，時計を使用しない長期雨量計ではあるが，観測日時が記録されないので資料整理に際しては近くの自記雨量計の記録と対象しなければならない。この原理は次のようである。写真機のレンズで太陽の像を示温塗料紙上にむすばせたもので，太陽熱で変色するようになっている。すなわち太陽がでていると日照計によるのと同じような線が記録紙上に描かれる。一方，この線を，雨量貯水タンクの水面上昇に伴い連動する遮光板で切らせるような装置がしてある。したがって降雨が終り晴れれば日

写真-10 光学的雨量計①

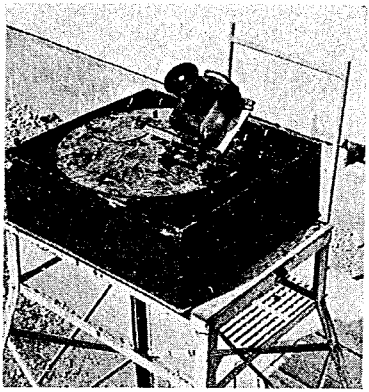


写真-11 光学的雨量計②

照線は新らたに始まることになっている。

問題は日照線の密度である。写真レンズの分解能との関係にもなるが，6，12 月は非常に接近してしまう。梅雨期の降雨がとれにくい。また梅雨期に途中日照を期待するのはむずかしい。夏至の日に必ず見廻わって記録用紙を取替えねばならない。

これを要するに，着想としては非常におもしろいのであるが，安定した時計仕掛けの長期巻雨量計の発達した今日，その特徴を生かして使うことはむずかしくなった。

## 3. 水位計

### 〔1〕 日巻水位計

現在日巻自記水位計という名前で広く用いられているロール式（スクリュー式）水位計（写真-12）は元来検潮儀とよばれたものであって，主として潮汐観測を対象として作られ，変化のはげしい河川の水位変動を記録するようにはできていない。この測器を13年に亘り使用してみて次のような諸点を改良すべきだと考えた。

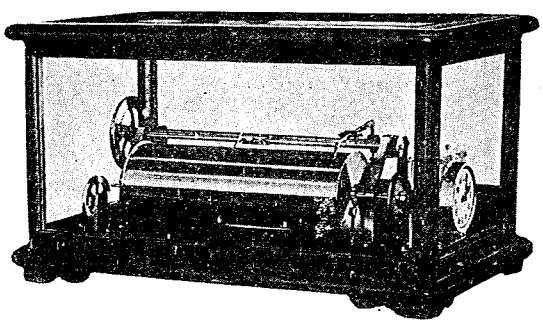


写真-12 ロール式日巻水位計

(イ) ポイント・ゲージ

記録上の水位の読みと水位標の読みとはチェックしているが，これまで観測井内の水位は測定されていないので，導水管のつまりはたしかめられてないことになる。観測井の水位をチェックするためのポイントゲージを水位計の付属品として取付ける。

(ロ) ワイヤーのすべり止め

洪水のような水位変動の激しい場合には滑車に対しワイヤーがすべることがある。これを防ぐには導水管の直径を小さくするのも一方法であるが，ワイヤーにビーズをつけて滑車との間のすべりをとめるという方法も考えられる。

(ハ) インキつぼ

従来の水位計で三角ペンのインキだけで出水時の記録をもたせることは無理であった。インキつぼを他に用意しサイフォンによりインキを補給するという方法を考える。

(ニ) シャフト折返し

水位の変動は実物の何分の一にか縮小されて記録されるが，洪水時に全変動がはいるように縮小率をきめれば低水時の記録の読みはこまかすぎて読めなくなる。このために考えられるのは折返し方式で，水位が上昇して記録が用紙の縁まできてはみ出しそうになると瞬間的に記録が折返されるという方式（写真-13）がすでに考えられているが，これを採用したい。こうすれば無理のない一定の縮小率を採用することができる。

(ホ) 記録用紙目盛り

従来の用紙では時間，水位ともに縮小率がラウンドナンバーになっていないが，用紙の目盛りの精度をチェックする目的から

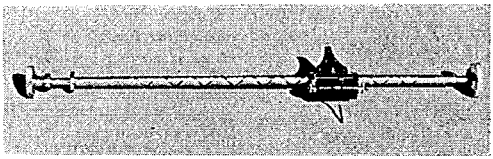


写真-13 折返しシャフト

もラウンドナンバーを採用したい。

(ハ) 時　計

水位計の故障の大部分は時計である。欠測を最小限度にくいとめるためには予備時計に互換性を与えなければならない。時計と記録部とのかみ合せ歯車，時計を床板にとめるねじの位置およびその大きさ等を規定する必要がある。

(ト) ケース

従来のケースはガラス張り木製で，遠隔地に車で運搬するのに不便であった。破壊しない透明板を用い，軽い軽合金を使用したものにかえたい。

昭和35年度に日巻水位計試作委員会を作ったが，この委員会の原案作成に当っては神流川で得られた経験を盛り込み，現在(写真-14)に示すような新製品が得られるまでになった。

〔2〕 長期巻水位計

日巻水位計の規格ができたので，昭和36年度には引続き長期巻水位計の規格を検討し，写真-15に示すような試作品が出るようになった。

この場合時計，記録部以外についてはできるだけ日巻水位計で得られた結果を採用する方針とした。時計としては長期巻雨量計用のものが完成し安定した性状を示しているのでこれを借用することにした。この場合荷重が変わってくるのでどれだけ違うか，安全率はどうか等について実験を行ない安全性を確認した。

人間管理のめんどうな日巻自記水位計は次第に敬遠され，長期水位計が好んで用いられるというのはこの分野の今後のすうせいかと考える。そういった時代の要求に応ぜられるように今から安定した製品を作ることを用意していなければならない。

〔3〕 管谷式水位計(写真-16)

考えかたとしては独創的な圧力式水位計である。水位観測所の設備のうち施設に多額の費用を要するのでこれを省くためにかような方式を考えた。水中の受圧部で受けた圧力を陸上の記録部まで持ってくるのに液体を用いたところがこの方式の特徴である。この測器は当初温度補正が不十分なため，実際使用している人から記録と直接測定値とが合わないではないかと指摘された。以後研究して欠陥が取除かれた。

この計器を使用した場合の難点は，記録部の用紙幅が12 cm しかないので広範囲の水位変動のあるような場所では縮小率が大きくなり，したがって低水時の記録はこまかくて読取れない。この計器にも折返し方式を採用す

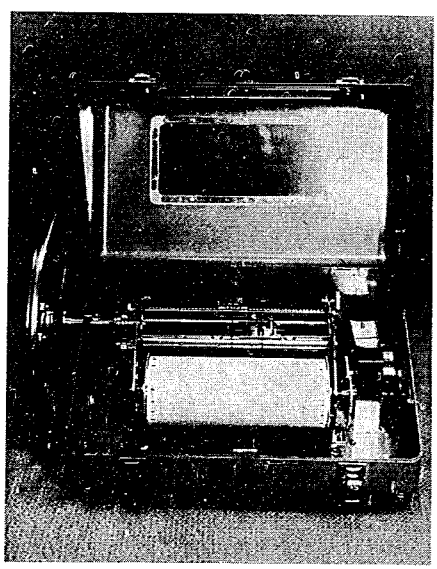


写真-14 水研式日巻水位計

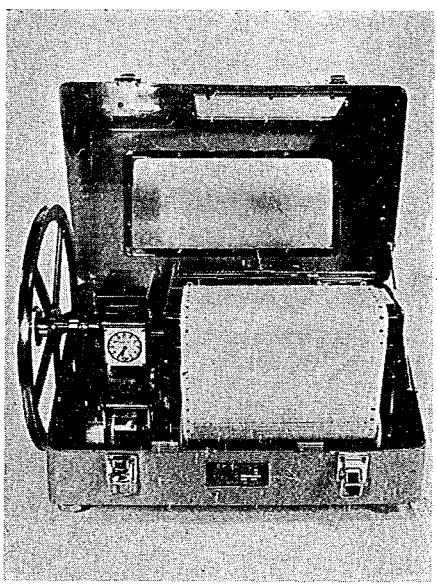


写真-15 水研式長期巻水位計

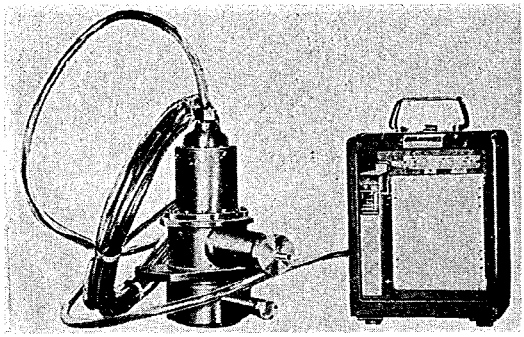


写真-16 菅谷式水位計

べきである。

## 4. 流速計

### 〔1〕 神流川洪水流速計

神流川観測所で流量観測をする場合問題なのは洪水時であった。現在のプライス流速計では洪水時抵抗が大きくなって沈まなくなり，また（写真-17）のようにごみがまきつき使用できないからである。洪水流量を正しくおさえるということが観測所の最大目標であった。洪水時流速と水深とが測れる洪水流速計の試作のために所員は大部分の時間をついやしたといっても過言ではない。以下その研究経過を示す。

（i） I型水深流速計（写真-18，図-4）

これからの流速計というものは流速が測れると同時に器深も測れるものでなければ

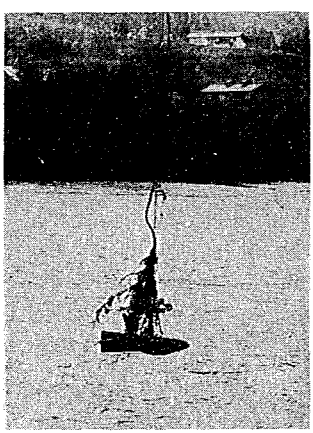


写真-17 ごみの巻きついたプライス流速計

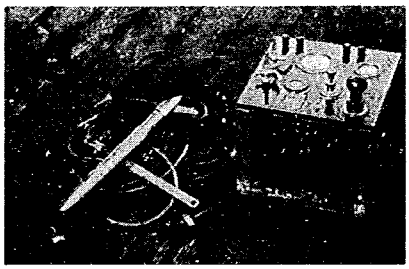


写真-18 I型水深流速計

ならないという観点にまずたった。器深の測り方として，流速計にピトー管の静圧管をくっつけ，この管に陸上より圧縮空気を送り，気泡がちょうど出るように圧縮装置を調節し，その圧力を読めば水深が求まることになる。送気用のゴム管が水中でかなり大きい抵抗を示すことがわかったので，この方式をさらに開発することはやめた。

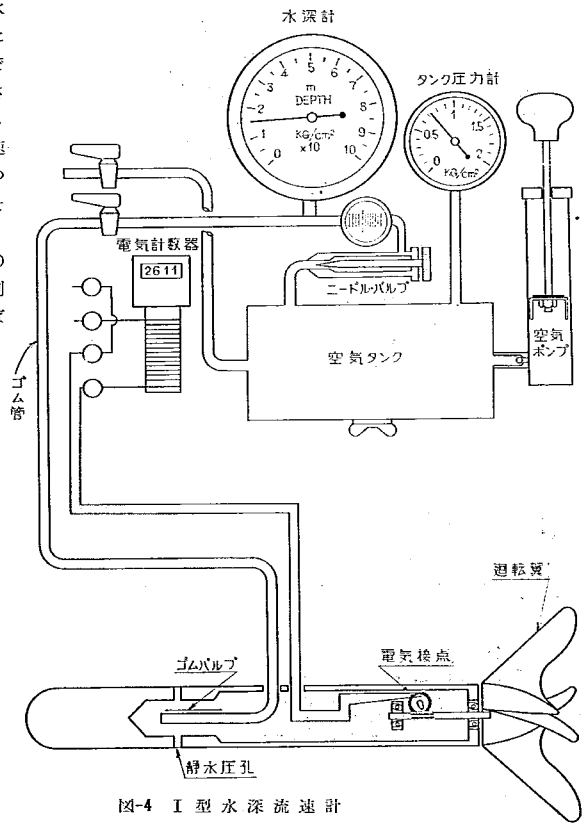



図-4 I型水深流速計

近年アメリカで発売しているバブル水位計は同じ考え方を採用しているのは興味深い。

なを流速はプロペラーの廻転で測定した。

（ii）　II型水深流速計

この流速計を河の水面から川底まで沈めると，流速計の内部の記録板にその流速測線上の流速分布が自動的に描かれるという流速計である。考えかたは独創的でおもしろいが，13年間試験に試験を重ねたが問題点があまりにも多く現在未だ完成の域に達していないのは何といっても残念である。

この流速計の構造を示すと，写真-19，20，図-5のようになる。流速計頭部より全圧を受け，ベローズの変形はペンの移動となって表わされる。器深に対応する静水圧が側壁の穴より後部室に伝わり，この静水圧はピストンで前方の空気室を押す。空気室の圧力は静水圧と釣合ってピストンの移動はとまる。前方のベローズには裏側より静水圧が加わるので結局ペンは動水圧しか動かないことになる。ピストンに記録板を連結しておくと，ペンの位置は垂直方向に流速の値を示し，水平方向に水深の値を示す。したがって

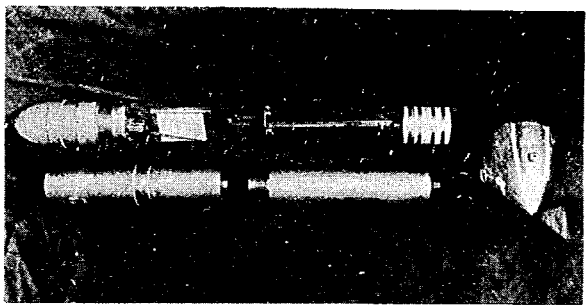


写真-19　II 型 水 深 流 速 計 ①

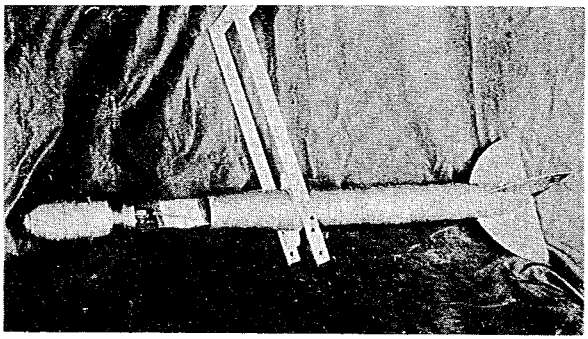


写真-20　II 型 水 深 流 速 計 ②

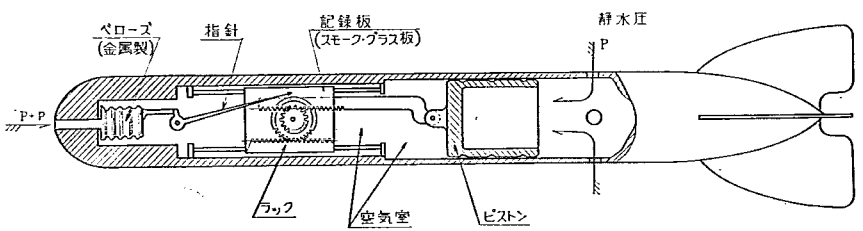



図-5　II 型 水 深 流 速 計

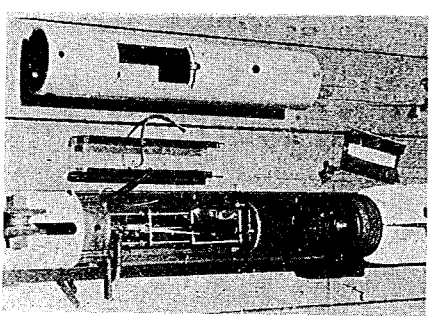


写真-21　III 型 水 深 流 速 計 ①

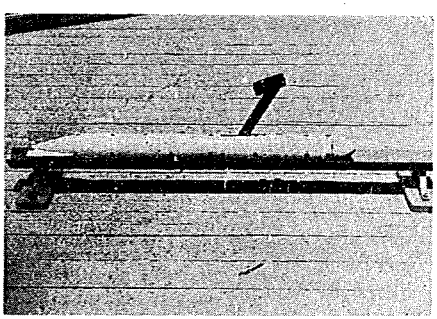


写真-22　III 型 水 深 流 速 計 ②

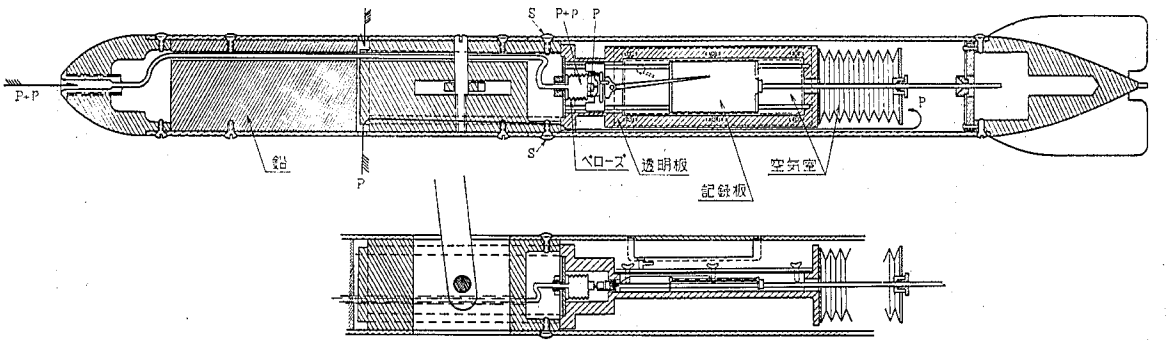



図-6　Ⅲ型水深流速計

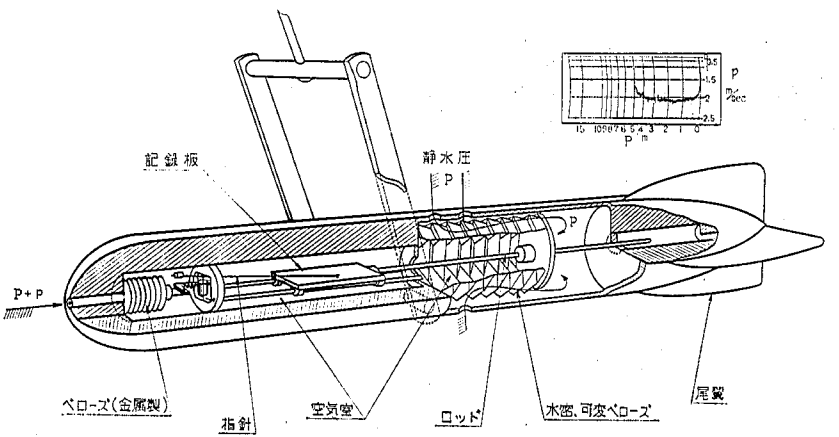



図-7　Ⅲ型水深流速計

流速計を水面より川底まで沈めると記録板に流速分布が描かれることになる。記録はガラス板にスモークをつけこれをペンでひっかく方式を採用した。これだと抵抗は非常に小さいし，記録がすぐ焼付けられるのに便利だからである。

この測器はうまく働いてくれなかった。記録がちゃんととれたりとれなかったりして非常に不安定であった。うまくいかない原因は工作上の問題もあったが，ピストンに作用する力が足りないためだという結論になった。

**(iii)　Ⅲ型水深流速計**（写真-21，22，図-6，7）

(ii)では流速計の直径は5cm であったのを，本計器では10cm に拡大した。これは上述のように静水圧のする仕事量を増加するためであった。またピストンでは抵抗力が大きいのでこれを減小するためちょうちん式のじゃばらに変更した。記録部は同じスモークグラスを用いた。

この改良に大きな期待をかけたのであるが，以後の数多くの現場実験において記録がやはりよく出たり出なかったり不安定な結果を続けている。問題は安定させるためにはどれ位の力が必要なのか，機械的方式ではある限度以上出ないものかということである。この点について誰も解答を出してくれないので思いなやんでいる。

**(iv)　Ⅳ型水深流速計**（写真-23，図-8）

洪水流速計の試作に着手した時に，洪水時に停電はつきものであるから，その時に働いてもらわなければならない流速計は電気式を用いないという原則を守りつづけてきた。しかし10年たってもその方式で未だ完成できないということと，洪水時停電するといっても観測所では自家発電の設備も用意したので一応電気式にふみきったわけである。

電気式といっても従来と同じく流速と器深との2系統を記録するという方式には変わりない。受圧部で受けた水圧は差動変圧器により電圧に変えられ，この記録よりそれぞれの値を判読するわけである。記録は電子管自動平衡記録計によって連続的にとられる。

いくどかの野外観測および検定によって計器として用いられることが実証はされたが，これを洪水流速計に用いるとなると未だ問題点は残っている。流速計と陸上記録部とを結ぶコードは6芯であるため現在用いているものは直径 2cm 位あるが，これでは流体抵抗が大きく，洪水に抗して川底まで深く沈めることができるかどうかを心配しているわけである。

**〔2〕　プライス流速計**（写真-24）

現在の流速計としては最も安定したものであって，それでこそ50年の歴史があるといえよう。

その特徴をあげると，長所として

(イ)　カップが少し変形しても係数は変わらない

(ロ)　油がきれても，分解掃除しても係数にはほとんど影響しない

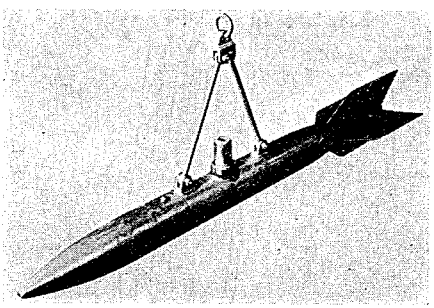


写真-23　Ⅳ型水深流速型　①

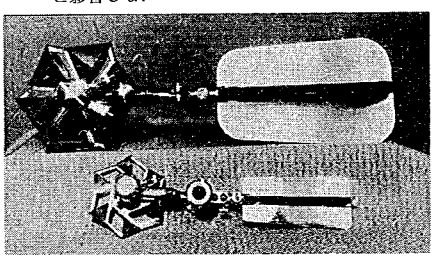


写真-24　プライス流速計，小型プライス流速計

また短所として

(イ)　洪水時に使用すると廻転軸にごみが巻きつく

(ロ)　洪水時の流体抵抗は大きい

(ハ)　浅い所では断面が大きすぎる

プライス流速計の取扱いかたについての説明書が無かったので，われわれの経験を基にした分解掃除の解説書を作った。また流速計の回数を数として伝えるための電気接点は従来3つであったが，製作上これらが等間隔にできないおそれがあるので1つにしたほうがよいという結論を出したので最近の製品はみなそのように変えた。

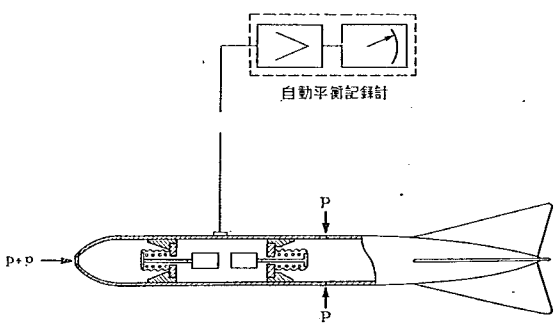



図-8　Ⅳ型水深流速計②

この流速計の操作を円滑ならしめるための付属品の研究もずいぶん行なってきた。

（i） 流速計用重し（写真-25）

流速計を流れの中に入れると流速計および流速計をつり下げているコードが流れの抵抗を受けるため下流におし流され所定の水深より浮び上る。これを防ぐには，上記のものの抵抗を小さくするか，流速計に重しをつけなければならない。洪水となると流速が大きくなるので現在の 5kg の重しでは問題にならず，観測所では写真-25 に示すような 10，15，25，50，100 kg の重しを用意した。流速＝5m/sec，水深＝4m 以上では 100kg でも重量不足である。

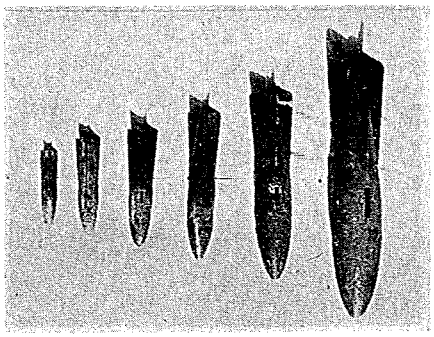


写真-25 流速計用重し

（ii） 流速計重し用ウインチ

人力で上下できる重しの限界は約 25kg であって，このためには写真-26 に示すようなウィンチを使用した。プライス流速計は電気式であるから，流速計を下げるコードは有芯のものを用い，しかもこれは荷重1,000kg に耐えるものを試作した。このコードはウィンチに巻取られるのであるが，ウィンチのドラムの芯からターミナルをとるようにした。なおウィンチには巻取り長があらわれる目盛りをつけた。

流速計用の重しが 100 kg にもなると，とても人力では操作できなくなり，特殊なウィンチが必要になる。この場合の有芯コードは初めは外国から輸入したが，あとではわが国でも製作できるようになった。この場合のコードのあみかたは使用中ねじりが出ないように特殊な工夫が加えられている。

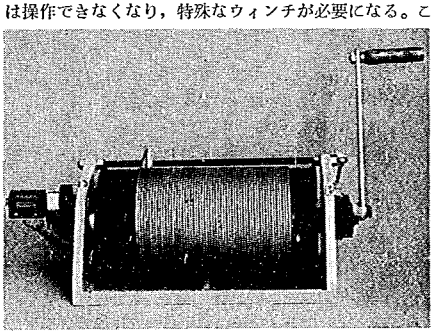


写真-26 流速計重し用ウィンチ

（iii） 記録計

流速計よりのシグナルはレシーバーで聞くものとばかり考えているようであるが，洪水観測のようにあわただしい時，あるいは流れのいきを測る時には記録を自記計でとりたいことがある。このため写真-27 に示すような記録計を試作した。これではペンは２本にしてある。

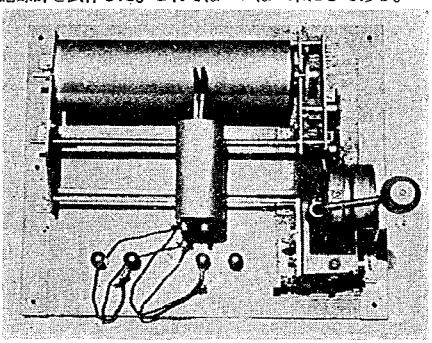


写真-27 流速計用記録計

（iv） 流速計遠隔操作用ウインチ（写真-28，29）

小河川で流量観測を行なう場合，舟にも吊かごにもよ

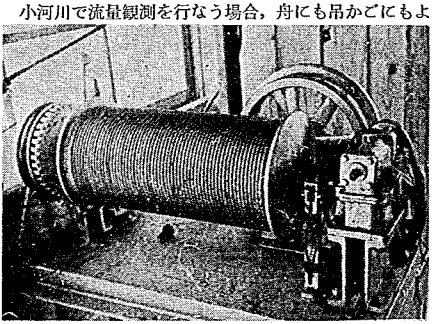


写真-28 流速計遠隔操作用ウィンチ①

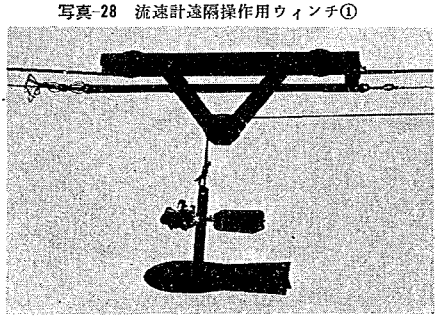


写真-29 流速計遠隔操作用ウィンチ②

らないとすれば，流速計を岸辺から操作する装置が必要になる。この原理は川の横断方向にケーブルを張り，これを用いて流速計を遠くに送り出す部分と，流速計を上下する部分との組合わせとからできている。一応の試作はしたがあまり使用はしなかった。(写真-28，29)

〔3〕 小型プライス流速計 (写真-30，図-9)

渓流のような断面の小さい所で流量観測をするのに，これまでのプライス流速計では大きすぎるので，この2/5のサイズの流速計を試作した。(写真-30)形状を幾何学的にちじめただけでは内部の接点抵抗が小さくならなかったので，ここに改良を加え，廻転力を増加するため流体抵抗を受けるカップを外側へ広げてモーメントがふえるように工夫し，係数は 0.64 位になるようにした。

これができてから従来不可能であった水深 5cm，流速 5cm/sec 位までの範囲が可能になった。

〔4〕 ダイナモ流速計

流れで翼を廻転させ電流を起こし，この値を測りこれより流速の値を間接に求めようというのがダイナモ流速計の原理である。われわれは今より10年も前に写真-31，図-10 に示すような流速計を試作したが，電気の知識が不十分なためメーターの針を安定させることができないまま放置した。

昭和 30 年頃よりT社がこの方式の流速計を市販し始めた。これを見ると電気的な部分は専門メーカーだけあって申し分ないが，プロペラーの廻転部は写真-32 に見るようにきゃしゃで洪水観測に耐えられるかどうか疑問である。

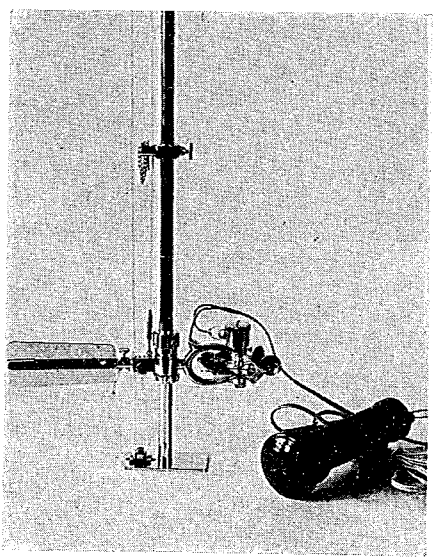


写真-30 小型プライス流速計

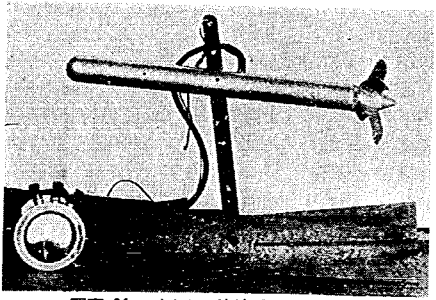


写真-31 ダイナモ流速計（土研）

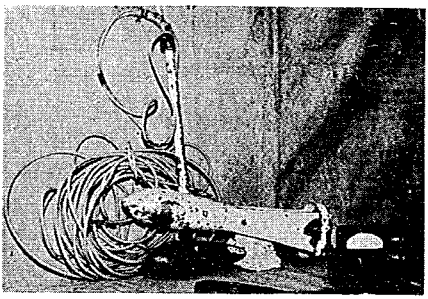


写真-32 ダイナモ流速計（T社）

われわれがしても，電気メーカーが作ってもなかなかうまくゆかぬものだということがわかった。ただし，これは単なる流速計であって，前述のような器深測定装置は何もない。

〔5〕 電磁流量計

流量は流速測定と断面測定とから計算により間接に求められる量である。従来は断面上の点流速から計算により平均流速を求めていたが，平均流速そのものを測りたいというのは流量観測に従事するものの夢であった。ファラデーは 1846 年有名な彼の法則を発見すると，その翌年理論実証の目的でテムズ河の流速観測を行なっている。地球上の天然磁場を横切って河の水が流れれば，河の両岸には電位差を生じているわけであるから，両岸に電極を持つコードで電位差を求むれば，これより流速が計算できるというのが彼の考えであったが，当時は測定法が発達していなかったので実証はできなかった。1940 年頃よりこの原理を用いた流量計の研究がすすみ，数年前よりわが国でも管路については製品化する段階まで至った。(写真-33，34)

筆者はこの原理が河川の流量観測で適用できるかどうかについて研究を行なっている。神流川観測所は，近くに工場があるのと，河川流量が少ないのでここを避けて，利根川河口銚子と東京湾とで実験を行なっている。現在のところ，流速と測定電位差との間にはっきりした相関をつかむ段階まで至っていない。

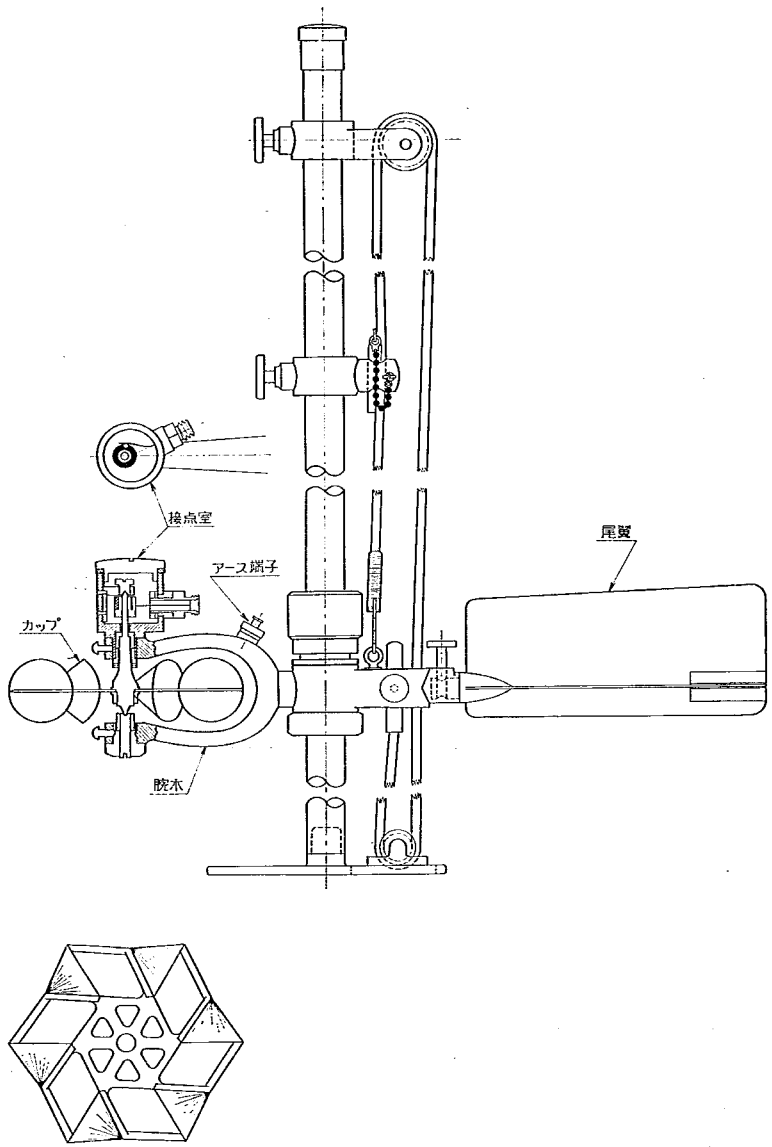



図-9 小型プライス流速計

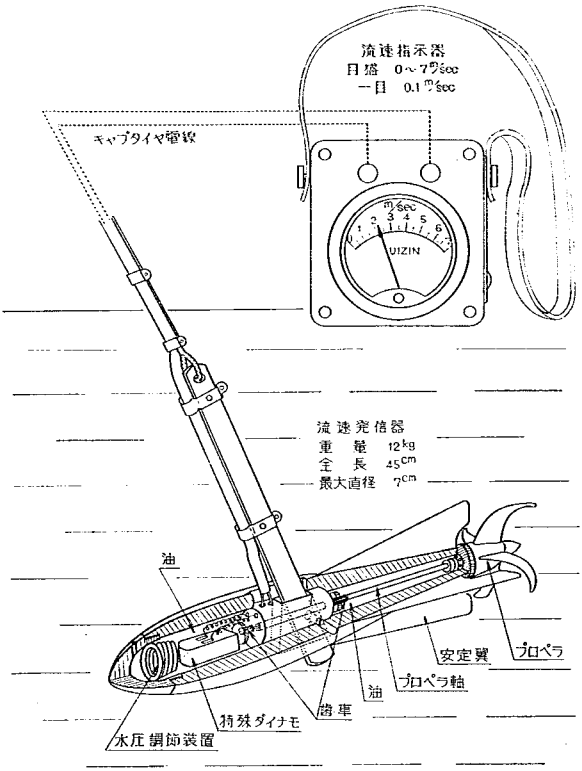



図-10 ダ イ ナ モ 流 速 型（土研）

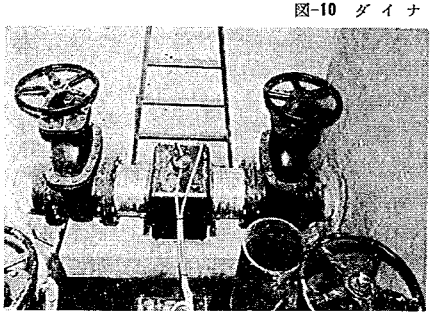


写真-33 電 磁 流 量 計 ①

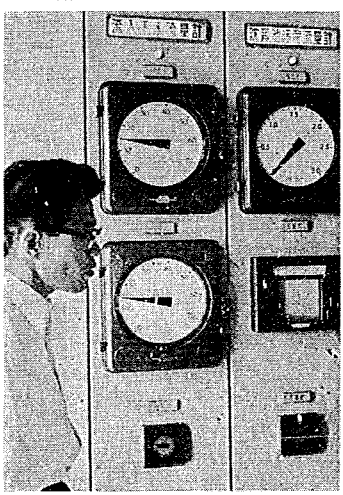


写真-34 電 磁 流 量 計 ②

# 射流時における流量公式の検討

(昭和37年11月)

須賀堯三*

## A note on the defect law of a supercritical flow

(November 1962)

K. Suga

**Synopsis :**

The formula of energy loss in a supercritical flow is not primarily different from that in a supercritical flow. But as the Froude number increases above the limit of stability (about $F_r=1.6$), there occure several complexible waves at the free surface. And therefore, the coefficient of resistance $A_r$ of semi-theoretical formula of open channel resistance, increases systematically with the Froude number and with tendency of complexible waves to begin their development, as Fig. 6 shows.

**要　旨**

射流時におけるエネルギーの消費形態について実験的検討を行ない，本質的にはそれが射流時においても常流時と異ならないことを示した。ただし，フルード数が大きくなると，殊に $F_r>1.6$ で頻繁に水表面に複雑な波が発生し，それによるエネルギー消費が加わる。したがつて，いわゆる半理論公式における普遍定数 $A_r$ はフルード数の増大と共に減少の傾向を有する。その様子は図-6に示すようである。

目　次

1. 緒　言……(1)
2. 定数 $A_r$ の特性……(2)
3. 実験による検討……(3)
4. 結　言……(8)
5. 付録　粗度係数の水深による変化……(9)
参考文献……(10)

## 1. 緒　言

いろいろな開水路流れのうち，ここでは最も単純な二次元の定常的な等流状態を考察する。この流れは，乱れが十分に発達した流れであつて，Froude 数は1～5の範囲を取り扱かうが，気泡は混入していないものとする。

このような流れの抵抗法則としては，よく知られているように，Prandtl および Karman によって導かれた半理論式が成立する。それは，流速分布を表示するものとして，

滑面水路：$$\frac{u}{u_*}=A_s+\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{u_*z}{\nu} \quad \cdots\cdots(1)$$

粗面水路：$$\frac{u}{u_*}=A_r+\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{z}{k} \quad \cdots\cdots(2)$$

また，これを積分すれば平均流速公式が得られ，

滑面水路：$$\frac{u_m}{u_*}=A_s-\frac{1}{\kappa}+\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{u_*z}{\nu} \quad \cdots\cdots(3)$$

粗面水路：$$\frac{u_m}{u_*}=A_r-\frac{1}{\kappa}+\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{z}{k} \quad \cdots\cdots(4)$$

となる。ここに

$u$：$x$ 方向の流速
$u_m$：平均流速
$u_*$：まさつ速度 $=\sqrt{\tau_0/\rho}=\sqrt{gRI}$
$\tau_0$：潤辺におけるせん断力
$\rho$：水の密度
$R$：径深
$I$：エネルギーこう配
$z$：底面から測った水深
$k$：潤辺の粗さの平均の高さ
$\nu$：動粘性係数
$\kappa$：Karman の定数（純水の場合 $\kappa=0.4$）
$A_s$：実験定数（通常 $A_s=5.5$）
$A_r$：実験定数（通常 $A_r=8.5$）

である。これら(1)～(4)式は，せん断力が水深方向に直線変化（$\tau/\tau_0=1-z/h$）しているとし，またレイノルズ応力に運動量輸送理論を適用〔$\tau=-\rho\overline{u'v'}=\rho l^2(du/dz)^2$〕し，さらに混合距離 $l$ としては，Prandtl の仮定（$l=\kappa z$），あるいは Karman の仮定〔$l=\kappa(du/dz)/(d^2u/dz^2)$〕を用いて解いたものである。ただし，$z=h$ で $u=u_{max}$ を満足させることは容易であるが，$z=0$ で $u=0$ とするためには細工を要する。この場合は，$z\ll z_1$ の点で

* 河川部 河川研究室研究員

$u=\text{const}\ u_*$，かつ $z=\text{const}\cdot\nu/u_*$ とおいたのである。その正誤については論じないが，いずれにしても全体量に対する影響はわずかなものであって，そのためにこの半理論式の真価が云々されることはない。

これらの公式は，はじめ管水路において，のちに開水路においても成り立つことが実験的に確かめられ，さらに自然河川においても，たとえば利根川などの洪水観測によればその正しいことが確認された。[1]

しかしながら，射流時においては，これらの公式が包含する実験定数 $A_s$，あるいは $A_r$ が必ずしも水理量に無関係とはならない。たとえば，Powell[2]，本間氏[3]，石原・岩垣・合田の諸氏[4] 等は開水路乱流ではフルード数の増大とともに $A_s$ や $A_r$ は減少し，射流になるとそれが特に著しいようだと述べている。

これに対する解釈として，のちに岩垣氏[5] は開水路が管水路と異なる原因は前者が自由表面を有することであって，そのために混合距離は自由表面近くでは Prandtl の仮定からはずれてくるはずであるとして，乱れの混合距離に新らたな仮定を設け，上述の半理論式にフルード数を導入した。ところが，この考え方は仮想上の長さ $l$ の取り扱かいにしてはかなり大胆な仮定であって疑問な点もあり，現象を完全に説明し得るものとは考えられない。

ここでは，このような半理論式における実験定数 $A_r$ あるいは $A_r$ の変化について，実験を行ない二，三の考察を試みた。

## 2 定数 $A_r$ の特性

ここで取り扱かう流れは等流状態の流れであるが，この場合は，水路こう配と等しい水面こう配になるように，主としてレイノルズ応力によってエネルギーが消費されている。いま水理量として，流量 $Q$，水路こう配 $I$ および水路特性が与えられるならば，現象としてはある水深 $H$ が定まる。この水深を解析的に求めるには，単位距離ついて消費さるべきエネルギー $\rho qHI$ と，レイノルズ応力を介して乱れによって失われるエネルギー $\int_0^H \frac{\tau}{u}\frac{du}{dz}dz$ とを等しいとおけばよい。ただし，流量 $Q$ およびこう配 $I$ の関係式は導入することができるが，現在のところ水路特性を的確に表現する方程式がないので，上述の関係から水深 $H$ を求めるには方程式の数が一つ不足する。それでいまは，この方程式の代用として，いわゆる輸送理論がもっぱら適用されているわけである。上述の関係に輸送理論を適用して方程式を解き，壁の近傍を適当に修正するならば，半理論公式(1)～(4)はこのようにしても導くことができる。

すなわち，半理論式は，本来水路特性の影響がじかに入るべきところを，その方程式の代用として，たまたま輸送理論によって水路特性とは直接関係のない速度分布形を与え，省略された水路特性の影響としては実験値をもって補足したものである。半理論式といわれるゆえんはそこにある。

しかしながら，そのゆえにこの半理論式が劣っていることにはならない。たまたまではあるが，たとえば粗面水路の場合に，定数を二つに分けて粗面の平均の高さを $k$，それ以外の普遍的な値として $A_r$ を用いるとき，通常の場合に実験値や実測値と不思議なほどによく合うという事実はこの式に対する信頼感を深める。それは自然現象の解明の一つの輝やかしき勝利ともいえる。

それにも拘らず，この式に対してなお議論しなければならないのは，水路特性の代りに輸送理論を適用したのは現状では致し方ないとしても，その結果必要となった $A_r$ が常に一定であるという根拠が明確でないことも一つの理由であろう。

$A_r$ の特性について考察するためには，根本的には，ふたたび水路特性の水の流れに及ぼす影響についての検討に戻らなければならない。そしてこれは非等方乱流の根底に横たわる基本問題に通ずる。現在では，壁からの距離による乱れの渦の大きさや乱れのエネルギーのスペクトルの変化などについて，その極く定性的なことが判っているに過ぎず，この問題を解析的に取り扱うためには将来の研究にまたなければならない。

そこでいまは，潤辺の粗さの平均の高さ $k$ が完全に水路特性を表現することができて，$A_r$ は普遍的な定数であるかどうかを確かめるため，次のような簡単な試算を行なってみよう。

すなわち，発生する乱れのエネルギーと逸散するエネルギーの平衡式をたてる。この場合，乱れへのエネルギーの移動は壁のまさつによって発生する。いま，それが壁の極く近傍において行なわれ，そこでのせん断力が一定 ($\tau=\text{const}=\tau_0$) であるとする。そして，底より $\alpha k$ の位置の流速 $u_{\alpha k}$ を用いて，単位時間，単位巾あたりの発生する乱れのエネルギーを $\tau_0 u_{\alpha k}$ と表わすことができるとすれば，この値は，概算のため半理論式によれば，

$$E=\tau_0 u_{\alpha k}=\tau_0 u_*(A_r+C) \quad \cdots\cdots(5)$$

$$C=\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\alpha$$

となる。ここに，$\alpha$ は1に近い定数である。一方，乱れの運動エネルギー $(3/2)\rho\overline{u'^2}$ は時間 $l/\sqrt{\overline{u'^2}}$ の間に失われることになり，単位時間に失われるエネルギーは $\rho(\sqrt{\overline{u'^2}})^3/l$ に比例する。したがって，単位時間，単位巾あたりの乱れの逸散は，比例定数を $\beta$ として，

$$E=\beta\rho\int_0^H\frac{(\sqrt{\overline{u'^2}})^3}{l}dz \quad \cdots\cdots(6)$$

と考えられる。(6)式に $l=\kappa z$，$\sqrt{\overline{u'^2}}/u_*=f(z/H)$ を代入して，発生のエネルギーと等しいとおけば，

$$A_r=\frac{\beta}{\kappa}\int_0^1\frac{\{f(z/H)\}^3}{z/H}d(z/H)-\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\alpha \quad \cdots\cdots(7)$$

となる。(7)式において，$\alpha$ および $\beta$ 等を一定とすれば，$A_r$ は水理量に依らない定数である。

以上の試算は，極く概略的なものであるが，その上に $\alpha$ などは潤辺の粗さの並び方などによる関数であって，この場合にはあるいは，$\alpha$ を一定と考え，$k$ の代りにいわゆる相当粗度 $k_s$ を用いるのが適当であるかも知れないが，いずれにせよ，$A_r$ がフルード数に関係するような結果はでてこない。そして，この限りにおいては，H. Rouse[6]もいうように，等流定常流ではフルード数は本質的に何らの役割をも果さないと考えてよさそうである。

それでは，数多くの実験において，フルード数が大きくなったときの $A_r$ の減少する傾向をどう考えたらよいであろうか。H. Rouse は，フルード数が大きくなると殊に $F_r>1.6$ で顕著に roll wave（転波）の発生によるエネルギー消費が加わるからであると述べている。

はっきりと roll wave がエネルギーを余分に消費するとしないまでも，高速流の水面は乱れて複雑な波によって覆われていることはよく観察される事実であり，その結果エネルギーが余分に消費されるであろうことは容易に想像されるところである。

この他，水流の運動量が空気粘性によって，空気中へ運ばれるために生じる損失は極く小さい。

では，このような複雑な波はどのような原因で発生するものであり，かつどのような条件のもとで発達するものであろうか。相対的な空気流や水路側壁から発生する shock wave（衝撃波）などもその原因の一つではあろうが，主因は壁面近くで発生した強力なエネルギーを有する渦粒子が，その移動する途々において，エネルギーを失い，やや波数の大きい渦粒子に移行しつつも，なお表面張力に匹敵する力を有しながら水表面付近に近ずいたときに複雑な波を発生させるのではなかろうか。

現段階においては，残念ながらこれらを量的に論じることは困難である。あるいはこのような複雑な波が消費するエネルギーを計算することは一層困難である。これらは実験的研究による以外にない。

## 3. 実験による検討

木製水路（巾50cm，長さ20m）および図-1のようなゴムラバーを張った水路（巾 49cm，長さ 5 m）において，流量 $Q=25\sim130l/sec$，こう配 $I=1/500\sim1/12.5$ に変化させて，ポイントゲージおよびピトー管により水深と流速分布とを測定した。

ただし，この場合に次のような誤差の入り込む余地が存分に存在し，測定値が大きくばらつくのもやむを得ぬ

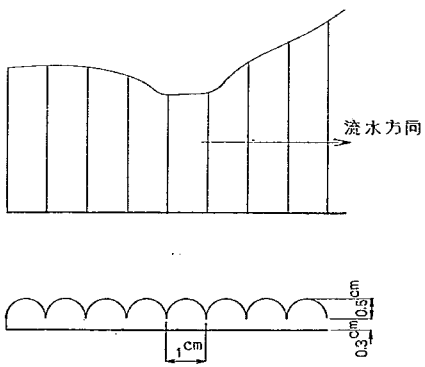
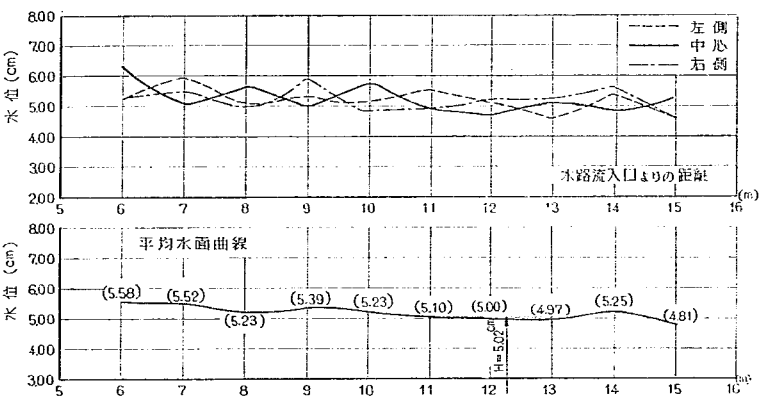



図-1　ゴムラバー




(註)　水深 H=0.0502m は測点 11,12,13 を用いて決定した．平均水面曲線は測点に於ける横断方向の3点の水位の平均す(　)内の数字はこれを示す．

図-2　水面曲線の例（木製水路，$Q=0.0748m^3/s$，$I=1/16.6°=0.06$）

事情であった。

（1） 殊に射流では乱れが激しく，それが表面張力と同程度となると水面の動揺が著しい。

（2） 水路流入口が円滑性に欠け，その影響が相当下流にまで及ぶ。

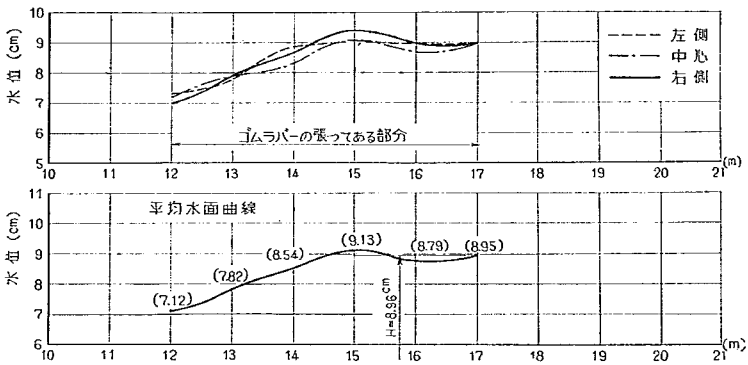
（3） 低水槽に藻の発生がはなはだしく，水の純度が著しく阻害されていた。

水面曲線の測定例を示せば，図-2および図-3のごとくであり，等流水深としては3 mにわたる9測点の水深の平均をとった。それらをまとめて表-1および表-2に示す。

つぎに，水路側壁の影響は，一般に潤辺粗度均一な水路に対しては，実際問題として水深の代りに径深を特性長にとることによって十分除外することができると考えられている。ただし，$B/H$ が間接的に側壁の影響を表わすものとすれば，$B/H$ と $n/R^{1/6}$（$n$=Manning の粗度係数）との関係は図-4のようである。同図によれば，$B/H>5$ の範囲の実験資料は側壁の影響を受けていないとみなすことができるから，以後の資料整理に際しては，$B/H$ が5以下の資料をすて，特性長としては径深 $R$ を用いることにした。ちなみに，松尾氏[7]の実験によれば，断面内における流速最大の点は $B/H>10$ の範囲では表面になっている。なお，粗度係数は半理論式(4)を用いて変形すれば，

$$\frac{n}{R^{1/6}}=\frac{1}{\sqrt{g}}\cdot\frac{1}{A_r-2.5+5.75\log_{10}(R/k)}\cdots(8)$$

と表わされる。木製水路の場合のように $R/k$ が相当大




（註） 水深H=0.0896[m]は測点15,16,17を用いて決定した．平均水面曲線は測点に於ける横断方向の3点の水位の平均で（　）内の数字はこれを示す．

図-3　水面曲線の例（ゴムラバー張り水路，$Q$=0.1188m³/scc，$I$=1/12.5）

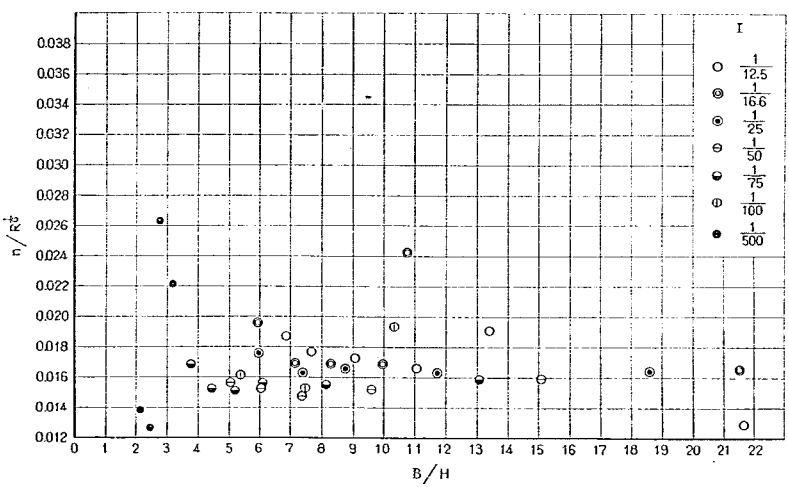



図-4　粗度係数におよぼす側壁の影響（木製水路）

表-1　測　定　値（木製水路）

| $I$ | $Q$ (m³/s) | $H$ (m) | $R$ (m) | $u_m$ (m/s) | $u_*$ (m/s) | $F_r$ | $R_e$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{12.5}$ (=0.080) | 0.0251 | 0.0231 | 0.02115 | 2.1732 | 0.1321 | 4.5674 | $4.35\times10^4$ | 0.00995 |
| | 0.0501 | 0.0374 | 0.03253 | 2.6791 | 0.1595 | 4.4253 | $8.69\times10^4$ | 0.01076 |
| | 0.0748 | 0.0451 | 0.03821 | 3.3171 | 0.1729 | 4.9895 | $1.29\times10^5$ | 0.00967 |
| | 0.0963 | 0.0551 | 0.04515 | 3.4955 | 0.1881 | 4.7568 | $1.67\times10^5$ | 0.01026 |
| | 0.1188 | 0.0651 | 0.05165 | 3.6498 | 0.2120 | 4.5694 | $2.06\times10^5$ | 0.01075 |
| | 0.1322 | 0.0734 | 0.05674 | 3.6022 | 0.2114 | 4.2472 | $2.30\times10^5$ | 0.01159 |
| $\frac{1}{16.6}$ (=0.060) | 0.0251 | 0.0233 | 0.02131 | 2.1545 | 0.1119 | 4.5088 | $4.36\times10^4$ | 0.00874 |
| | 0.0501 | 0.0462 | 0.03899 | 2.1688 | 0.1514 | 3.2232 | $8.70\times10^4$ | 0.01299 |
| | 0.0748 | 0.0502 | 0.04181 | 2.6108 | 0.1567 | 3.4841 | $1.30\times10^5$ | 0.00992 |
| | 0.0963 | 0.0604 | 0.04865 | 3.1887 | 0.1691 | 4.1446 | $1.67\times10^5$ | 0.01024 |
| | 0.1188 | 0.0703 | 0.05487 | 3.3798 | 0.1795 | 4.0719 | $2.06\times10^5$ | 0.01047 |
| | 0.1322 | 0.0843 | 0.06304 | 3.1364 | 0.1924 | 3.4507 | $2.30\times10^5$ | 0.01237 |
| $\frac{1}{25}$ (=0.040) | 0.0251 | 0.0268 | 0.0242 | 1.8731 | 0.0974 | 3.6550 | $4.36\times10^4$ | 0.00893 |
| | 0.0501 | 0.0428 | 0.03654 | 2.3411 | 0.1197 | 3.6148 | $8.70\times10^4$ | 0.00941 |
| | 0.0748 | 0.0573 | 0.04662 | 2.6108 | 0.1350 | 3.4841 | $1.30\times10^5$ | 0.00992 |
| | 0.0963 | 0.0678 | 0.05333 | 2.8407 | 0.1445 | 3.4850 | $1.67\times10^5$ | 0.00998 |
| | 0.1188 | 0.0836 | 0.06265 | 2.8421 | 0.1565 | 3.1400 | $2.06\times10^5$ | 0.01110 |
| | 0.1322 | | | | | | | |
| $\frac{1}{50}$ (=0.020) | 0.0251 | 0.0332 | 0.02931 | 1.5120 | 0.0758 | 2.6508 | $4.36\times10^4$ | 0.00889 |
| | 0.0501 | 0.0519 | 0.04298 | 1.9306 | 0.0917 | 2.7071 | $8.70\times10^4$ | 0.00899 |
| | 0.0748 | 0.0679 | 0.05340 | 2.2032 | 0.1022 | 2.7009 | $1.30\times10^5$ | 0.00910 |
| | 0.0963 | 0.0832 | 0.06243 | 2.3149 | 0.1106 | 2.5637 | $1.67\times10^5$ | 0.00961 |
| | 0.1188 | 0.0988 | 0.07081 | 2.4049 | 0.1177 | 2.4440 | $2.06\times10^5$ | 0.01007 |
| | 0.1322 | | | | | | | |
| $\frac{1}{75}$ (=0.0133) | 0.0251 | 0.0383 | 0.0332 | 1.3107 | 0.0658 | 2.1394 | $4.36\times10^4$ | 0.00899 |
| | 0.0501 | 0.0613 | 0.0492 | 1.6346 | 0.0801 | 2.1089 | $8.70\times10^4$ | 0.00937 |
| | 0.0748 | 0.0821 | 0.0618 | 1.8222 | 0.0899 | 2.0314 | $1.30\times10^5$ | 0.00978 |
| | 0.0963 | 0.0963 | 0.0696 | 1.9959 | 0.0954 | 2.0524 | $1.67\times10^5$ | 0.00967 |
| | 0.1188 | 0.1133 | 0.0780 | 2.0971 | 0.1008 | 1.9902 | $2.06\times10^5$ | 0.00992 |
| | 0.1322 | 0.1328 | 0.0867 | 1.9910 | 0.1065 | 1.7452 | $2.30\times10^5$ | 0.0112 |
| $\frac{1}{100}$ (=0.010) | 0.0251 | 0.0483 | 0.0405 | 1.0393 | 0.0630 | 1.5107 | $4.36\times10^4$ | 0.0113 |
| | 0.0501 | 0.0668 | 0.0527 | 1.5000 | 0.0718 | 1.8539 | $8.70\times10^4$ | 0.00937 |
| | 0.0748 | 0.0928 | 0.0677 | 1.6121 | 0.0812 | 1.6904 | $1.30\times10^5$ | 0.01030 |
| | 0.0963 | | | | | | | |
| | 0.1188 | | | | | | | |
| | 0.1322 | | | | | | | |
| $\frac{1}{500}$ (=0.002) | 0.0251 | | | | | | | |
| | 0.0501 | 0.1589 | 0.0972 | 0.6306 | 0.0441 | 0.5053 | $8.70\times10^4$ | 0.01499 |
| | 0.0748 | 0.1827 | 0.1056 | 0.8188 | 0.0455 | 0.6119 | $1.30\times10^5$ | 0.01220 |
| | 0.0963 | | | | | | | |
| | 0.1188 | 0.2012 | 0.1115 | 1.1809 | 0.0467 | 0.8410 | $2.06\times10^5$ | 0.00877 |
| | 0.1322 | 0.2344 | 0.1210 | 1.1280 | 0.0487 | 0.7442 | $2.30\times10^5$ | 0.00970 |

備　考　$u_m = Q/B\cdot H$,　$u_* = \sqrt{gRI}$,　$F_r = u_m/\sqrt{gH}$,　$R_e = u_m H/\nu$,

$\nu \fallingdotseq 0.01152 \times 10^{-4}$ ($m^2/s$)　($t = 15°C$)　　空欄は測定していないケース

表-2 測 定 値（ゴムラバー張り水路）

| $I$ | $Q$ ($m^3/s$) | $H$ (m) | $R$ (m) | $u_a$ (m/s) | $u_*$ (m/s) | $F_r$ | $R_e$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{12.5}$ (=0.080) | 0.0251 | 0.0368 | 0.0320 | 1.3920 | 0.1584 | 2.3179 | $4.44\times10^4$ | 0.02048 |
| | 0.0501 | 0.0529 | 0.0435 | 1.9328 | 0.1846 | 2.6844 | $8.87\times10^4$ | 0.01810 |
| | 0.0748 | 0.0673 | 0.0528 | 2.2683 | 0.2032 | 2.7930 | $1.33\times10^5$ | 0.01755 |
| | 0.0963 | 0.0777 | 0.0590 | 2.5294 | 0.2151 | 2.8986 | $1.71\times10^5$ | 0.01695 |
| | 0.1188 | 0.0896 | 0.0656 | 2.7059 | 0.2268 | 2.8877 | $2.10\times10^5$ | 0.01700 |
| | 0.1322 | 0.1730 | 0.1014 | 1.5595 | 0.2820 | 1.1977 | $2.34\times10^5$ | 0.03944 |
| $\frac{1}{16.6}$ (=0.060) | 0.0251 | 0.0388 | 0.0335 | 1.3202 | 0.1403 | 2.1410 | $4.45\times10^4$ | 0.01928 |
| | 0.0501 | 0.0562 | 0.0457 | 1.8193 | 0.1639 | 2.4515 | $8.88\times10^4$ | 0.01721 |
| | 0.0748 | 0.0700 | 0.0544 | 2.1808 | 0.1789 | 2.6330 | $1.33\times10^5$ | 0.01613 |
| | 0.0963 | 0.0783 | 0.0593 | 2.5100 | 0.1868 | 2.8653 | $1.71\times10^5$ | 0.01485 |
| | 0.1188 | 0.0937 | 0.0678 | 2.5875 | 0.1998 | 2.7002 | $2.10\times10^5$ | 0.01574 |
| | 0.1322 | 0.1019 | 0.0720 | 2.6477 | 0.2059 | 2.6495 | $2.34\times10^5$ | 0.01601 |
| $\frac{1}{25}$ (=0.040) | 0.0251 | 0.0426 | 0.0434 | 0.9720 | 0.1305 | 1.3525 | $4.45\times10^4$ | 0.01796 |
| | 0.0501 | 0.0624 | 0.0497 | 1.6385 | 0.1395 | 2.0953 | $8.88\times10^4$ | 0.01651 |
| | 0.0748 | 0.0783 | 0.0593 | 1.9496 | 0.1526 | 2.2256 | $1.33\times10^5$ | 0.01560 |
| | 0.0963 | 0.0905 | 0.0661 | 2.1716 | 0.1610 | 2.3059 | $1.71\times10^5$ | 0.01505 |
| | 0.1188 | 0.1049 | 0.0735 | 2.3112 | 0.1696 | 2.2795 | $2.10\times10^5$ | 0.01518 |
| | 0.1322 | 0.1126 | 0.0772 | 2.3961 | 0.1740 | 2.2810 | $2.34\times10^5$ | 0.01513 |
| $\frac{1}{50}$ (=0.020) | 0.0251 | 0.0527 | 0.0434 | 0.9720 | 0.0922 | 1.3525 | $4.45\times10^4$ | 0.01796 |
| | 0.0501 | 0.0754 | 0.0577 | 1.3560 | 0.1065 | 1.5775 | $8.88\times10^4$ | 0.01557 |
| | 0.0748 | 0.0960 | 0.0690 | 1.5901 | 0.1164 | 1.6394 | $1.33\times10^5$ | 0.01496 |
| | 0.0963 | 0.1076 | 0.0748 | 1.8265 | 0.1221 | 1.7787 | $1.71\times10^5$ | 0.01370 |
| | 0.1188 | 0.1278 | 0.0840 | 1.8971 | 0.1283 | 1.6952 | $2.10\times10^5$ | 0.01430 |
| | 0.1322 | 0.1358 | 0.0874 | 1.9867 | 0.1307 | 1.7222 | $2.34\times10^5$ | 0.01402 |
| $\frac{1}{75}$ (=0.0133) | 0.0251 | 0.0589 | 0.0475 | 0.8697 | 0.0788 | 1.1447 | $4.45\times10^4$ | 0.01719 |
| | 0.0501 | 0.0886 | 0.0651 | 1.1540 | 0.0922 | 1.2385 | $8.88\times10^4$ | 0.01598 |
| | 0.0748 | 0.1116 | 0.0767 | 1.3679 | 0.1001 | 1.3080 | $1.33\times10^5$ | 0.01501 |
| | 0.0963 | 0.1322 | 0.0859 | 1.4866 | 0.1055 | 1.3061 | $1.71\times10^5$ | 0.01493 |
| | 0.1188 | 0.1479 | 0.0922 | 1.6393 | 0.1098 | 1.3616 | $2.10\times10^5$ | 0.01420 |
| | 0.1322 | 0.1596 | 0.0966 | 1.6950 | 0.1124 | 1.3517 | $2.34\times10^5$ | 0.01420 |
| $\frac{1}{144}$ (=0.006944) | 0.0251 | 0.0745 | 0.0571 | 0.6876 | 0.0623 | 0.8047 | $4.45\times10^4$ | 0.01798 |
| | 0.0501 | 0.1021 | 0.0721 | 1.0014 | 0.0701 | 1.0011 | $8.88\times10^4$ | 0.01441 |
| | 0.0748 | 0.1337 | 0.0865 | 1.1418 | 0.0769 | 0.9975 | $1.33\times10^5$ | 0.01428 |
| | 0.0963 | 0.1633 | 0.0980 | 1.2035 | 0.0818 | 0.9513 | $1.71\times10^5$ | 0.01472 |
| | 0,1188 | 0.1796 | 0.1036 | 1.3499 | 0.0840 | 1.0175 | $2.10\times10^5$ | 0.01362 |
| | 0.1322 | | | | | | | |

きい数値のときは，図-4のごとく $n/R^{1/6}$ はほとんど一定となるが，ゴムラバー張り水路の場合のように $R/k$ が小さい数値であるときは，$\log R/k$ の変化率を無視することができなく，$n/R^{1/6}$ は一定とはならずに水深によって変化することになる。(Manning の粗度係数の水深による変化については，付録として図-9に示す。)

さて，Karman の定数 $\kappa$ は純水の場合は $\kappa=0.4$ とされているが，射流時においても，この条件はほぼ満足されているとみなすことができる。一例として，半対数紙の縦軸に $u/u_*$，横軸に $z/k$ をとってプロットすれば図-5のようであり，(2)式の係数 $2.3/\kappa$ はほぼ 5.75 であって，このような射流に対しても対数分布法則が成り

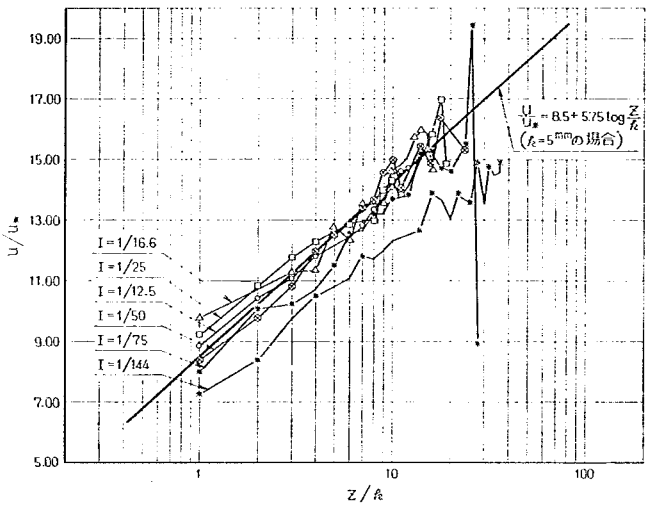



図-5　流速分布の例（ゴムラバー張り水路，$Q=0.1188\mathrm{m^3/s}$，水路中央）

立つことが認められる。

ここで，滑面水路に対する(1)式の中の定数 $A_s$ が流量や水深と系統的な関係を持つようだという説があるが，これは次のように解釈すればよい。すなわち，(1)式を変形すれば，

$$\frac{u}{u_*}=A_s+\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{z}{k}+\frac{2.3}{\kappa}\log\frac{u_*k}{\nu}\cdots(9)$$

であり，これを(2)式と比較すれば，

$$A_r=A_s+\frac{2.3}{\kappa}\log\frac{u_*k}{\nu}\cdots\cdots(10)$$

を得る。もしも，水理学的に粗面水路であるのに，滑面水路に対する公式を適用すれば，(10)式により $A_s$ は $u_*$ によって変化することとなる。一般に滑面水路は $u_*k_s/\nu<5$，粗面水路は $u_*k_s/\nu>70$ といわれている。ここで使用した木製水路は水理学的には粗面水路であった。

このように，木製水路およびゴムラバー張り水路ともに粗面水路であるから，便利のため，粗面水路に対する(4)式を書き替え，

$$\frac{u_m}{\sqrt{gRI}}=\frac{2.3}{\kappa}\log_{10}\frac{R}{k_a}\cdots\cdots(11)$$

とすれば，$k_a$ (あるいは $\Delta$ とも記される。) は $k$ と $A_r$ と $\kappa$ の関数であって，

$$k_a=ke^{1-\kappa A_r}\cdots\cdots(12)$$

と表わされ，$A_r$ によって相当変化する量である。たとえば，$\kappa=0.4$ のとき，$A_r=8.5$ とすれば，$e^{1-\kappa A_r}=0.09041$，$A_r=15$ のとき，$e^{1-\kappa A_r}=0.00917$，$A_r=0$ のとき，$e^{1-\kappa A_r}=2.718$ となる。図-6には，$\kappa=0.4$ と仮定して実験値から $k_a$ を計算し，フルード数との関係をプロットした。ただし，これには $B/H<5$ の範囲の資料を含んでいない。また，図-6でモルタル製水路のデーターは，吉川・三井両氏の射流実験の資料である。これよりみると，$k_a$ はフルード数の増加と共にわずかに増加の傾向がみられる。

なお，尾崎晃氏[9][10]は，射流の実験値が必ずしも等速流になっている状態の測定値でない場合が存在することを警告している。すなわち，室内実験で普通使用される10～20mの小型水路においては，比較的小流量の場合 ($B/H>10$) に，水路の中央より下流部にかろうじて，水面付近を除く水深の全部に，境界層と類似な状態になった領域が現われるに過ぎない。射流の場合には，一層この条件が厳しくなる。

壁の影響は境界層の内部に限られるわけであるから，もしも境界層の発達が不十分であるとか，あるいは低下背水の影響で流れが完全な等速流になっていない場合には，水深 $H$ や径深 $R$ の中にまさつ損失 $\tau_0$ には無関係

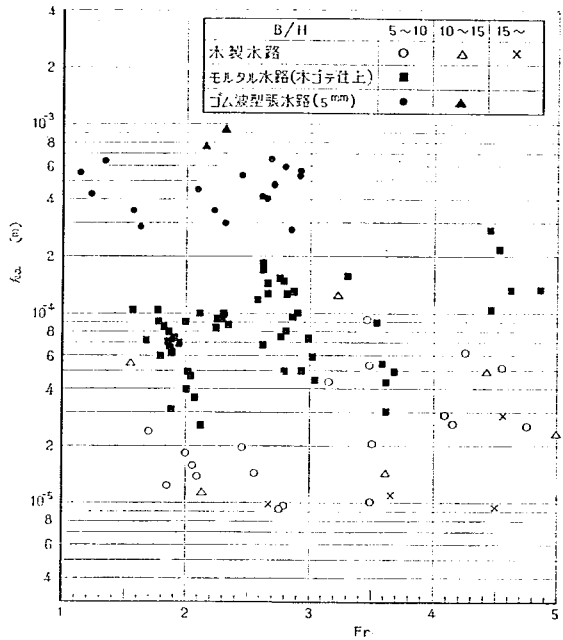



図-6　フルード数による $k_a$ の変化

な Potential core の部分を含み，したがって，粘性が関係するようになってレイノルズ数が大きな影響をもつ。ちなみに，境界層の発達は $(u_H \cdot x/\nu)^{-1/2}$ に比例することが知られている。

このような観点からレイノルズ数による影響をみるとき，その影響の現われている資料は尾崎氏の指摘するような完全な等速流になっていない状態のものであり，反対にその影響のなくなっているものは，たとえばレイノルズ数の十分大きい範囲では抵抗係数はレイノルズ数の影響を受けないという Nikuradse などの実験によって実証されているごとく，完全な等速流のものとみなすことができる。図-7は木製水路における レイノルズ数と $k_a$の関係，図-8はゴムラバー張り水路における同じ関係を示すものである。前者においてはほとんど系統的なものはないが，後者においては木製水路の下流部にゴムラバーが長さ5mにわたって張ってあるだけであるから，境界層が完全に発達していないことは十分考えられ，やはりわずかレイノルズ数による傾向がうかがえる。しかしそれは顕著ではない。

ここで再び $A_r$ に及ぼす水理量について考察するならば，等流・定常流ではフルード数やレイノルズ数は本質的には何らの役割をも果たさない。ただ，フルード数が大きくなると，水面に複雑な波が生じ，その波によるエネルギー消費が加わると考えるのが妥当のようである。そしてその量的なことについては，この実験では正確な値を示すことができなかったが，おおよその見当としては図-6によって差しつかえないと考えられる。

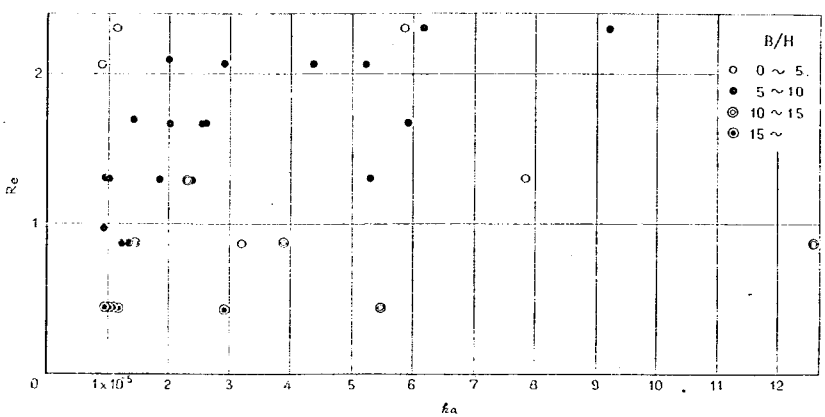



図-7　$k_a$ に対するレイノルズ数の影響（木製水路）

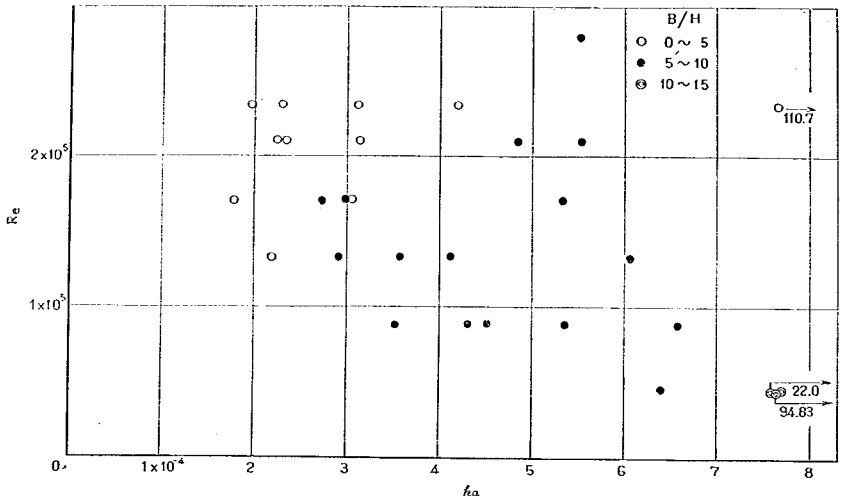



図-8　$k_s$ に対するレイノルズ数の影響（ゴムラバー張り水路）

## 4. 結　言

射流時における流量公式を検討するため，実験を行ない，次のような諸点を確認することができた。

（1） 射流時におけるエネルギーの消費形態は，本質的には，常流時のそれと異なるところはない。すなわち，いわゆる対数分布法則を認めることができる。

（2） 射流時における対数分布法則は，潤辺の平均の粗さが相当大きいときでも成り立つ。ちなみに，実験における $H/k$ の最小値は 7.8，$R/k$ の最小値は 6.7 であった。

（3） いわゆる半理論公式における諸定数は，本質的には射流時においても常流時と異ならない。ただしフルード数が大きくなると，定数 $A_r$ は減少する。その様子は図-6に示すとおりである。

（4） フルード数の増大と共に $A_r$ が減少する原因は，水表面に発生する複雑な波によるエネルギー消費であると考えられる。

（5） 複雑な波が発生する主要な条件は，壁付近より発生する強力なエネルギーを有する渦粒子が，水表面付近に伝播されたときにおいても，なおかつ表面張力に匹敵する勢力を有することであろうと考えられる。

（6） 殊に射流実験を行なう場合は，等速状態が起る条件が厳しいことに留意する必要がある。

## 5. 付録　粗度係数の水深による変化

Manning の粗度係数 $n$ は水理量によってあまり変化しない係数であって，実用上至極便利である。しかし，一層の精度が要求されるときは，$n$ の値そのものの他に，水理量によってどのように変化する性質のものであるかということを知っておく必要がある。ここでは，前述の半理論公式を広い範囲にわたって正しいものと仮定して検討してみる。

半理論公式においてフルード数や側壁を考えずに $k_s$ が径深 $R$ に無関係なものとすれば，$n$ の定性的な傾向は図-9のようである。同図で $n/k_s^{1/6}$ の最小値は $R/k_s=10^{2.609}$ すなわち，ほぼ $R=40k$ のときに生じ，また $R/k_s=10^{3.0}$ のときに変曲点が生じて，$R/k_s$ がそれ以上の範囲では曲線は上に凸で単調に増大する。なお，水深が小さくて粘性の影響の効く場合や層流の場合を除く。

図-9によれば，粗度係数 $n$ が水理量によって変化しない範囲が大きく，Manning の抵抗法則がいかにすぐれているかがよくわかる。そして，任意の水路を等流状態とみなすことができるとき，同図によって粗度係数が水深によって変化しない範囲において成り立つ公式として，

$$\frac{n}{k_s^{1/6}}=0.06 \cdots\cdots (13)$$

を認めることができる。ただし，成立範囲は

$$50<R/k_s<5{,}000 \cdots\cdots (14)$$

である。

粗度係数のおおよその見当をつけるため，(13)式において相当粗度 $k_s$ を用い，$k_s$ と平均粒径 $d_m$ との関係を

$$k_s=\alpha\cdot d_m \cdots\cdots (15)$$

のように仮定すれば，図-10を得る。砂れんや砂堆の発達していない河川では $\alpha=0.4\sim4.0$ である。

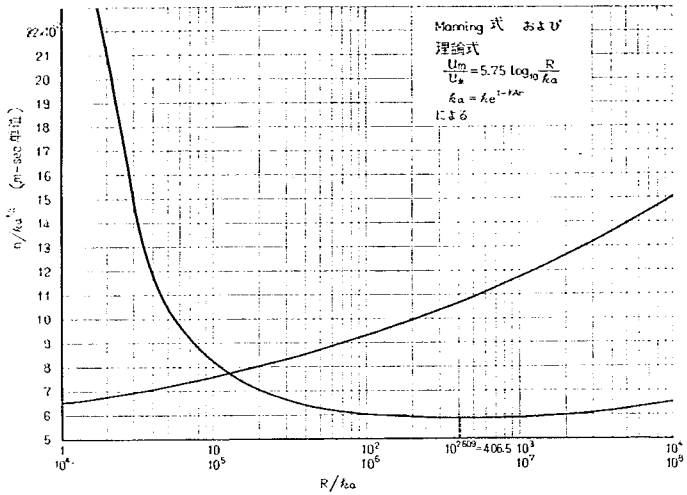



図-9　粗度係数 ($n$) の変化

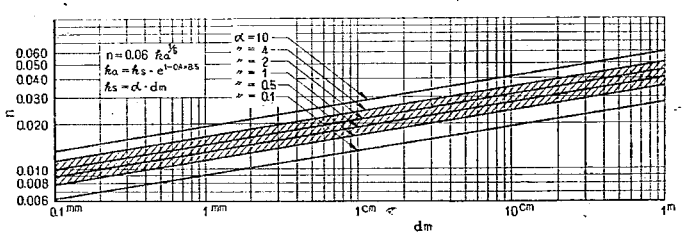



図-10　平均粒径による粗度係数の値

## 参 考 文 献


1) 佐藤・吉川・芦田
河川の流送土砂に関する研究　土木研究所報告 101 号 1959

2) R. W. Powell
Resistance to flow in smooth (rough) channels. Trans. A. G. U. Vol. 29,1948, (Vol. 31, 1950)

3) 本間 仁
射流現象特に射流の流体抵抗について　土木学会誌28巻5, 30巻1

4) 石原・岩垣・合田
薄層流に関する研究（第一報）　土木学会論文集第6号

5) 岩垣雄一
滑面水路における乱流の抵抗法則について　土木学会論文集 16号 S-28

6) H. Rouse The role of the Froude number in open channel resistance I. A. H. R. 1961

7) 松尾春雄
小型水路における流速公式の実験的研究　土木試験所報告48号 S-14

8) 吉川・三井
澗井川星山放水路の水理試験報告　土木研究所報告 103 号 S-34

9) 尾崎 晃
射流の水面測定法について　土木学会第3回水理研究会前刷

10) 尾崎 晃
急勾配水路のまさつ抵抗係数について　土木学会第16回講演会概要 S-37

# Report
# of
# The Public Works Research Institute
# Ministry of Construction

Vol. 115, August 1963

---

CONTENTS

1. M. Hosoi
Design of Torrential River depending upon Roughness Coefficient of Bed ····· ( 1 )

2. A. Ohashi
Comparison of the Distribution Methods of the Wind Loads acting on the Suspension Bridge ····· ( 81 )

3. S. Sakanoue
Rheological Properties of Asphalt ( 2 )
——Creep Properties of Asphalt—— ····· ( 95 )

4. S. Nakamura and Y. Shinohara
On the Distribution of Shearing Stress in the Shear Connector of Prestressed Composite Girder ····· (113)

5. T. Takenouchi, T. Egawa, K. Shinoda and T. Tsuruoka
Report on Observation in the Kanna River Experimental Basin ( 3 )
——Hydrological Instrument—— ····· (117)

6. K. Suga
A Note on the Defect Law of a Supercritical Flow ····· (133)