土木研究所報告 第百十二号 昭和四十六年十一月

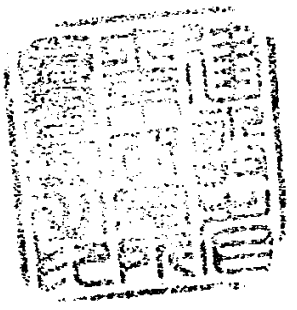
土木研究所報告

第142号

非定常浸透流の有限要素法による解析……飯田隆一，朝倉　肇…(1)

越流堤防の構造設計に関する研究……山村和也…(21)

海岸堤防に関する研究　(10)
—— 波　　圧 ——……富永正照，九津見生哲…(45)



昭和46年11月

建設省土木研究所

非定常浸透流の有限要素法による解析

(昭和46年4月)

飯田隆一*
朝倉肇**

Analysis of nonsteady flows by finite elements method

by Ryuichi Iida
Hagime Asakura

Synopsis:

Recently several studies on the analysis of seepage flows by finite elements method are presented and there have been achieved some progresses in the field of numerical analysis on seepage flows, but all these studies are restricted in steady flows.

This paper reports the analytical method for nonsteady seepage flows which becomes to be able to be treated by the application of the principle of variation to the equations of motion and the equations of continuity of seepage flows taking the equation of the phreatic line into considerations, and next reports the examples of numerical solutions.

Key words (Seepage flow, Principle of variation, Finite element method)

要　旨

最近有限要素法による浸透流の解析方法に関する研究がいくつか発表されるにおよび，浸透流の数値解析法も大きな進歩がみられるに至ったが，いずれも定常流の範囲にとどまっていた。

本報告は浸透流の運動方程式と連続の方程式に浸潤面上の条件式を加味して変分原理を適用することにより，浸潤面を有する場合を含めて非定常浸透流の解析を可能にし，計算例を示したものである。

キイワード（浸透流，変分原理，有限要素法）

目　次

1. 序　説……(2)
2. 浸透流の基礎方程式……(2)
〔1〕 流体の運動方程式と等方性体内の浸透流の運動方程式……(2)
〔2〕 非等方性体内の浸透流の運動方程式…(3)
〔3〕 連続の方程式……(4)
〔4〕 浸潤面における方程式……(5)
3. 変分方程式……(5)
〔1〕 変分原理……(5)
〔2〕 Darcyの法則に従う浸透流の変分方程式……(6)
〔3〕 Darcyの法則に従わない浸透流の変分方程式……(7)
〔4〕 非定常浸透流における変分方程式の各項の影響に対する考察……(8)
4. 有限要素法による解析……(8)
〔1〕 Darcyの法則に従う二次元浸透流……(8)
〔2〕 Darcyの法則に従わない二次元浸透流……(12)
〔3〕 Darcyの法則に従う軸対称浸透流……(12)
〔4〕 Darcyの法則に従わない軸対称浸透流……(13)
〔5〕 Darcyの法則に従う三次元浸透流……(13)
〔6〕 Darcyの法則に従わない三次元浸透流……(15)
5. 解　析　例……(15)

* ダム部ダム構造研究室長
** ダム部ダム構造研究室研究員

〔1〕 浸潤面がない場合の解析例……(15)
〔2〕 浸潤面がある場合の解析例……(15)

1. 序　　説

浸透流は土木構造物の解析においていろいろな形で問題となるが，一般にDarcyの法則が成り立つものとして調和関数による数値解析，電気相似法や粘性相似法等の模型実験などで検討されてきた。

ところが調和関数による数値解法は定常流に対してのみ適用可能であるが，さらに浸潤面を有する場合，部分的に透水係数が異なる場合については適用できない。また模型実験は多大な費用や日時を要し，技術的困難も伴う。近年電子計算機の発達により有効な解析手段として広く用いられるようになってきた有限要素法を浸透流の問題に適用する試みが多くの研究者によってなされるに至った。すなわちZienkiewicz[1]は浸潤面を有しない場合のDarcyの法則に従う流れについての解法を示しており，Volker[2]はDarcyの法則に従わない浸透流を含めて，浸潤面を有する場合の定常流浸透流の解析方法を示している。また川本[3]は有限要素法による浸潤面の追跡方法として興味ある方法を提案している。

これらの研究はいずれもZienkiewiczの汎関数法に基づいており，浸潤面を有する浸透流の非定常問題についてはいまだ解析方法は示されていない。この種の問題はフィルダムの水面急降下時の安定の問題および堤防の安定の問題においてはきわめて重要な問題となるので，その解析方法の確立が望まれている。

しかし汎関数法による解法は非定常問題にまで発展させることに困難を感じたので，浸透流の運動方程式と連続の方程式に立ち帰り，これに変分原理を適用することにより，Darcyの法則に従う浸透流と従わない浸透流とを含めて，定常問題，非定常問題の解析方法を述べ，その解析例を示すことにする。

2. 浸透流の基礎方程式

〔1〕 流体の運動方程式と等方性体内の浸透流の運動方程式

流体の運動方程式としては粘性流体内では

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho X\\
&\quad+\mu\nabla^2 u+\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\\
&\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho Y\\
&\quad+\mu\nabla^2 v+\mu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\\
&\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho Z\\
&\quad+\mu\nabla^2 w+\mu\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)
\end{aligned}\right\}\cdots(1)$$

6. 結　　語……(20)

が成立する。なお非圧縮性流体の場合には連続の方程式として

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

が成立するから，Navier Stokesの方程式

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\\
&\quad+X+\frac{\mu}{\rho}\nabla^2 u\\
&\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\\
&\quad+Y+\frac{\mu}{\rho}\nabla^2 v\\
&\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\\
&\quad+Z+\frac{\mu}{\rho}\nabla^2 w
\end{aligned}\right\}\cdots(2)$$

が成立する。

この（2）式は摩擦抵抗が速度こう配に比例する場合に成立し，流線方向の速度成分以外の速度成分を有しない，いわゆる層流において成立し，流線方向以外の速度成分を有し，乱れの生じているいわゆる乱流においては成立しない。

層流における流れは（2）式を解くことにより解が得られるので古くからいくつかの理論解が試みられてきたが，乱流における流体抵抗は理論的には取り扱いが困難であるので，いくつかの実験的研究が行なわれてきた。その代表的なものは円管内の流体抵抗に関するNikuradseの実験である。

この実験によると流速が小さい層流領域では水頭損失は平均流速に比例するが，流速が増し乱れが生じると，水頭損失は平均流速に比例しなくなり，いわゆる遷移領域が生じ，さらに流速が大きくなると，水頭損失は平均流速の2乗に比例するようになる。

一方，浸透流における Darcy の法則は流速が水頭こう配に比例するとしている。このことは Darcy の法則に従う浸透流は層流状態で流れていると見なすことができる。これをさらに拡張して考えるならば，流速が大きくなり，乱れが生じ， Darcy の法則に従わなくなった領域において，遷移領域を含めて流速の $\lambda+1$ 乗（λ は実数）に比例した摩擦力が働くとして，おのおのの領域における λ および摩擦係数を実験値に対応して与えることができれば，数学的な取り扱いは可能となる。

このように考えると，流線方向の流速を q とすれば，流線方向に働く摩擦力は q^{i+1} に比例することになる。したがって x, y, z 方向に働く摩擦力はそれぞれ $q^{i+1}\cos(n,x)=q^i u$, $q^{i+1}\cos(n,y)=q^i v$, $q^{i+1}\cos(n,z)=q^i w$に

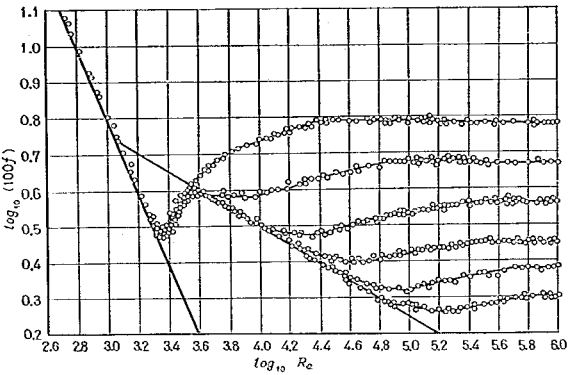


図-1　Nikuradse の 実 験

比例することになる。

さて（2）式は流体の個々の粒子の流速に着目した運動方程式である。しかし Nikuradse の実験あるいは浸透流における流速はある部分の平均流速である。この点に着目するならば，浸透流の運動方程式を考察するに当たってはある程度の簡略化が可能となる。

一般に非回転運動においては

$$\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial v}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}=0$$

なる関係が成立するから，速度ポテンシャルϕが存在し

$$u=-\frac{\partial\phi}{\partial x},\quad v=-\frac{\partial\phi}{\partial y},\quad w=-\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

として表わすことが可能となる。しかし摩擦抵抗が存在する場合には非回転運動は存在しないので，速度ポテンシャルは存在しないことになる。しかし個々の粒子に着目せずに，部分的な平均流速に着目するときは非回転運動と見なすことが可能となり，速度ポテンシャルの存在を仮定することが可能となる。この場合には

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial\phi}{\partial x}\ \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial\phi}{\partial y}\ \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}$$
$$+\frac{\partial\phi}{\partial z}\ \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}=\frac{1}{2}\ \frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\ \frac{\partial}{\partial x}\ (u^2+v^2+w^2)\ =\frac{1}{2}\ \frac{\partial}{\partial x}\ (q^2)$$

となる。

そこで体積空げき率をγ，面積空げき率をβとすると等方性体内の運動方程式は

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma\frac{\partial u}{\partial t}+\beta\ \frac{\partial}{\partial x}(q^2/2)+\beta g\frac{\partial h}{\partial x}+\gamma g|k\cdot u|q^1=0\\
&\gamma\frac{\partial v}{\partial t}+\beta\ \frac{\partial}{\partial y}(q^2/2)+\beta g\frac{\partial h}{\partial y}+\gamma g|k\cdot v|q^1=0\\
&\gamma\frac{\partial w}{\partial t}+\beta\ \frac{\partial}{\partial z}(q^2/2)+\beta g\frac{\partial h}{\partial z}+\gamma g|k\cdot w|q^1=0
\end{aligned}\right\}\cdots(3)$$

と表わすことが可能となる。

なお Darcy の法則に従う浸透流においては，$\lambda=0$とすればよく，浸透流速は一般にきわめて小さいので第2項は無視しうる項となり

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma\frac{\partial u}{\partial t}+\beta g\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\gamma g}{k}u=0\\
&\gamma\frac{\partial v}{\partial t}+\beta g\frac{\partial h}{\partial y}+\frac{\gamma g}{k}v=0\\
&\gamma\frac{\partial w}{\partial t}+\beta g\frac{\partial h}{\partial z}+\frac{\gamma g}{k}w=0
\end{aligned}\right\}\cdots(4)$$

が得られ，さらに定常流では第一項も消滅し，

$$u=-\frac{\beta}{\gamma}k\frac{\partial h}{\partial x},\ v=-\frac{\beta}{\gamma}k\frac{\partial h}{\partial y},\ w=-\frac{\beta}{\gamma}k\frac{\partial h}{\partial z}\cdots(5)$$

が得られ，$\frac{\beta}{\gamma}k$を透水係数におきかえれば，Darcy の法則が得られる。

〔2〕 非等方性体内の浸透流の運動方程式

単位時間当たり単位体積当たりに蓄積される摩擦エネルギーをFとし，単位体積当たりの摩擦力のx, y, z成分をf_x, f_y, f_zとすれば

$$dF=f_x du+f_y dv+f_z dw$$

にて表わされる。この場合にこの摩擦エネルギーの変化に際し，熱の外部からの受授がない場合には数学的には上式は完全微分形でなければならない。したがって

$$f_x=\frac{\partial F}{\partial u},\quad f_y=\frac{\partial F}{\partial v},\quad f_z=\frac{\partial F}{\partial w}$$

なる関係が成立しなければならない。

さて単位体積当たりの摩擦力を非等方性体内の浸透流では

$$\begin{bmatrix}f_x\\f_y\\f_z\end{bmatrix}=\gamma\rho g q^1\begin{bmatrix}1/k_{11}&1/k_{12}&1/k_{13}\\1/k_{21}&1/k_{22}&1/k_{23}\\1/k_{31}&1/k_{32}&1/k_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\v\\w\end{bmatrix}$$

の形で表わされたとする。しかるとき

$$\frac{\partial F}{\partial u}=\gamma\rho g q^2\ (u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})$$

$$\frac{\partial F}{\partial v}=\gamma\rho g q^2\ (u/k_{21}+v/k_{22}+w/k_{23})$$

$$\frac{\partial F}{\partial w}=\gamma\rho g q^2\ (u/k_{31}+v/k_{32}+w/k_{33})$$

となる。これから

$$\frac{\partial}{\partial v}\left[q^2\ (u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})\right]=\frac{\partial}{\partial u}\left[q^2\ (u/k_{21}+v/k_{22}+w/k_{23})\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial w}\left[q^2\ (u/k_{21}+v/k_{22}+w/k_{23})\right]=\frac{\partial}{\partial v}\left[q^2\ (u/k_{31}+v/k_{32}+w/k_{33})\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial u}\left[q^2\ (u/k_{31}+v/k_{32}+w/k_{33})\right]=\frac{\partial}{\partial w}\left[q^2\ (u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})\right]$$

が成立しなければならないことになる。

したがって $\lambda=0$ のとき，すなわち Darcy の法則に従う浸透流では

$$k_{12}=k_{21},\quad k_{23}=k_{32},\quad k_{31}=k_{13}$$

となり，（4）式は

$$\left.\begin{aligned}&\gamma\frac{\partial u}{\partial t}+\beta_x g\frac{\partial h}{\partial x}+\gamma g(u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})=0\\&\gamma\frac{\partial v}{\partial t}+\beta_y g\frac{\partial h}{\partial y}+\gamma g(u/k_{12}+v/k_{22}+w/k_{23})=0\\&\gamma\frac{\partial w}{\partial t}+\beta_z g\frac{\partial h}{\partial z}+\gamma g(u/k_{13}+v/k_{23}+w/k_{33})=0\end{aligned}\right\}\cdots(6)$$

と書き改められる。

また $\lambda\neq 0$ のとき，すなわち Darcy の法則に従わない流れでは

$$k_{11}=k_{22}=k_{33}=k$$

$$1/k_{12}=1/k_{21}=1/k_{23}=1/k_{32}=1/k_{31}=1/k_{13}=0$$

となり，（3）式は

$$\left.\begin{aligned}&\gamma\frac{\partial u}{\partial t}+\beta_x\frac{\partial}{\partial x}(q^2/2)+\beta_x g\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\gamma g}{k}q^1 u=0\\&\gamma\frac{\partial v}{\partial t}+\beta_y\frac{\partial}{\partial y}(q^2/2)+\beta_y g\frac{\partial h}{\partial y}+\frac{\gamma g}{k}q^1 v=0\\&\gamma\frac{\partial w}{\partial t}+\beta_z\frac{\partial}{\partial z}(q^2/2)+\beta_z g\frac{\partial h}{\partial z}+\frac{\gamma g}{k}q^1 w=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(7)$$

と書き改められる。

すなわち Darcy の法則に従う浸透流においては摩擦抵抗に方向性が現われるが，Darcy の法則に従わない浸透流においては透水層に方向性があっても摩擦抵抗には方向性が現われないことになる。

以上から単位時間当たり，単位体積当たりに蓄積される摩擦エネルギーは，Darcy の法則に従う流れのときは

$$F=\frac{1}{2}\gamma\rho g(u^2/k_{11}+v^2/k_{22}+w^2/k_{33}+2uv/k_{12}+2vw/k_{23}+2wu/k_{13})$$

となり，Darcy の法則に従わない浸透流のときは

$$F=\frac{\gamma\rho g}{2(1+\lambda)k}q^{1+1}$$

にて表わされることになる。

透水層が直交異方性を有し，x, y, z 軸が異方性主軸と一致するときは，u, v, w のいずれか1つの符号が変わっても摩擦エネルギーの値は変化しない。すなわち u, v, w について1次の形で含む項は0でなければならない。したがって Darcy の法則に従う浸透流では

$$1/k_{12}=1/k_{23}=1/k_{13}=0$$

となる。

〔3〕 連続の方程式

一般には $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$ として解かれているが透水体の圧縮性および浸透水の圧縮性をも加味することを考えた。

いま，辺長が δx, δy, δz なる微小六面体を考える。この微小六面体に単位時間当たりに流入する質量は

$$-\left\{\frac{\partial}{\partial x}(\rho\beta_x u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\beta_y v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho\beta_z w)\right\}\delta x\delta y\delta z$$

にて表わされる。一方この微小六面体内の単位時間当たりの質量の変化は

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\gamma\delta x\delta y\delta z)=\left\{\gamma\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial\gamma}{\partial t}+\frac{\rho\gamma}{\delta x}\frac{\partial}{\partial t}(\delta x)+\frac{\rho\gamma}{\delta y}\frac{\partial}{\partial t}(\delta y)+\frac{\rho\gamma}{\delta z}\frac{\partial}{\partial t}(\delta z)\right\}\times\delta x\delta y\delta z$$

にて表わされる。

ここで，透水層の圧縮率を ξ とすると

$$\frac{d(\delta x)}{\delta x}+\frac{d(\delta y)}{\delta y}+\frac{d(\delta z)}{\delta z}=\xi dp$$

$$\frac{1}{\delta x}\frac{\partial}{\partial t}(\delta x)+\frac{1}{\delta y}\frac{\partial}{\partial t}(\delta y)+\frac{1}{\delta z}\frac{\partial}{\partial t}(\delta z)=\xi\frac{\partial p}{\partial t}=\rho g\xi\frac{\partial h}{\partial t}$$

透水層の構成材料の圧縮性は，浸透水や透水層の圧縮率に比して無視されるから

$$(1-\gamma)\delta x\delta y\delta z=\text{Const}$$

$$d\left\{(1-\gamma)\delta x\delta y\delta z\right\}=\left\{(1-\gamma)\left\{\frac{d(\delta x)}{\delta x}+\frac{d(\delta y)}{\delta y}+\frac{d(\delta z)}{\delta z}\right\}-d\gamma\right\}d_x d_y d_z=0$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial t}=(1-\gamma)\left\{\frac{1}{\delta x}\frac{\partial}{\partial t}(\delta x)+\frac{1}{\delta y}\frac{\partial}{\partial t}(\delta y)+\frac{1}{\delta z}\frac{\partial}{\partial t}(\delta z)\right\}=(1-\gamma)\rho g\xi\frac{\partial h}{\partial t}$$

また浸透水の圧縮率を ζ とすると

$$\frac{d\rho}{\rho}=\zeta dp\qquad\therefore\frac{\partial\rho}{\partial t}=\zeta\rho\frac{\partial p}{\partial t}=\zeta\rho^2 g\frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\gamma\delta x\delta y\delta z)=\left\{\gamma\zeta\rho^2 g+(1-\gamma)^2\rho^2 g\xi+\rho^2 g\xi\gamma\right\}\times\frac{\partial h}{\partial t}\delta x\delta y\delta z=\rho^2 g(\gamma\zeta+\xi)\frac{\partial h}{\partial t}\delta x\delta y\delta z$$

これから連続の方程式として

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\beta_x u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\beta_y v)+\frac{\partial}{\partial z}(\rho\beta_z w)=-\rho g$$

$$\times(\gamma p+\xi)\frac{\partial h}{\partial t} \cdots\cdots (8)$$

が得られる。ここ ρ, β_x, β_y, β_z は場所により変化しないと考えると

$$\beta_x\frac{\partial u}{\partial x}+\beta_y\frac{\partial v}{\partial y}+\beta_z\frac{\partial w}{\partial z}=-\rho g(\gamma\zeta+\xi)\frac{\partial h}{\partial t} \cdots (9)$$

が得られる。

〔4〕 浸潤面における方程式

浸潤面を有する非定常問題を考える場合，浸潤面は時間的に変動する。そのために浸潤面上では別の方程式が必要になってくる。

いま，浸潤面が

$$f(x, y, z, t)=0 \cdots\cdots (10)$$

にて表わされたとする。しかるとき (x, y, z)；$(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z)$ が浸潤面上にあったとすると

$$\frac{\partial f}{\partial x}\delta x+\frac{\partial f}{\partial y}\delta y+\frac{\partial f}{\partial z}\delta z=0 \cdots\cdots (11)$$

が成立する。

さて図-2においてA点の座標が (x, y, z) B点の座標

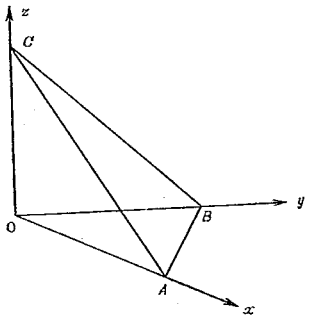


図-2

が $(x+\delta x; y+\delta y, z+\delta z)$ とすると

$$\delta x=-OA,\ \delta y=+OB,\ \delta z=O$$

であるから

$$\frac{\partial f}{\partial x}OA=\frac{\partial f}{\partial y}OB$$

同様に

$$\frac{\partial f}{\partial y}\cdot OB=\frac{\partial f}{\partial z}\cdot OC,\quad \frac{\partial f}{\partial z}\cdot OC=\frac{\partial f}{\partial x}\cdot OA$$

$$\therefore OA=\frac{\delta r}{\frac{\partial f}{\partial x}},\quad OB=\frac{\delta r}{\frac{\partial f}{\partial y}},\quad OC=\frac{\delta r}{\frac{\partial f}{\partial z}} \cdots (12)$$

となる。さて

$\triangle OBC$ より流入する流量は $\frac{1}{2}OB\cdot OC\cdot\beta_x u$

$\triangle OCA$ より 〃 $\frac{1}{2}OC\cdot OA\cdot\beta_y v$

$\triangle OAB$ より 〃 $\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\beta_z w$ にて表わされる。

また，浸潤面の変化による四面体 $OABC$ 内にある浸透水の変化は

$$\frac{1}{2}OA\cdot OB\gamma\frac{\partial h}{\partial t}$$

にて表わされる。したがって

$$\frac{1}{2}OB\cdot OC\cdot\beta_x u+\frac{1}{2}OC\cdot OA\,\beta_y v+\frac{1}{2}OA\times OB\beta_z w=\frac{1}{2}OA\cdot OB\gamma\frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{1}{OA}\beta_x u+\frac{1}{OB}\beta_y v+\frac{1}{OC}\beta_z w=\frac{1}{OC}\gamma\frac{\partial h}{\partial t}$$

OA, OB, OCに (12) の関係を代入すると

$$\beta_x u\frac{\partial f}{\partial x}+\beta_y v\frac{\partial f}{\partial y}+\beta_z w\frac{\partial f}{\partial z}=\gamma\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial h}{\partial t} \cdots (13)$$

なる関係が得られる。これが浸潤面における方程式である。

3. 変分方程式

〔1〕 変分原理

有限要素法においては，一般に変分原理を用いて静定化が行なわれる。Zienkiewicz が浸透流の解析に用いた汎関数法 (Functional) も熱伝導型の微分方程式における変分原理の1形態と考えられるが，あまりにも数学的な方法であるために，その物理的意味が明確でなく，さらに前節の（6）または（7）式の型の運動方程式に対応した変分方程式を考えようとした場合，あるいは (13) 式の浸潤面の条件式を加味することにより，非定常問題における浸潤面の特徴を数学的に表現しようとする場合に拡張困難な方法となる。そこで本来の変分原理に立ち返って，その方法論的な特徴を考察することにより，浸透流の問題における一般的な変分方程式を導くことにしよう。

変分原理は元来数学的な手法であるが，力学においてしばしば用いられる方法であって，その代表的なものをあげれば，質点系の動力学における Hamilton の原理，連続体の静力学における仮想仕事の原理，最小仕事の原理である。

これら力学に用いられる変分原理は「運動方程式または平衡方程式と拘束条件式の二種の方程式が存在し，これら二種の方程式を満足する解が存在し，唯一である場合に，真の解に対し微小量異なった解を考え，それがいずれか一方の方程式を満足するが，他方の方程式を満足していないとして，真の解の持つ特性を表現したものである」ということができる。

変分原理をこのように見なすと，従来力学に用いられてきた変分原理を数学的には

1）拘束条件を満足し，運動方程式を満足しない変分を与え，真の解の特性をとらえる方法

2）運動方程式を満足し，拘束条件を満足しない変分を与え，真の解の特性をとらえる方法

の2つに分けることができる。前者に属するものとして

はHamiltonの原理，仮想仕事の原理があり，後者に属するものとしては最小仕事の原理があげられる。

いずれにせよ変分原理としては数学的には両方の方法が可能であり，いずれの方法を用いるかは静定化するに当たって，いずれが簡便であるかによると考えられる。

弾性理論を有限要素法に適用する場合に，一般には変位，ひずみ，応力のいずれか一つの要素内の分布を仮定し，これに基づいて適合条件 Hooke の法則を用いて，他の量の要素内の分布を求め，最後に変分原理を用いて静定化を行ない，節点力と節点変位との関係を求めるという手順がとられる。このことは変分原理を用いる以前に適合条件式が用いられるので，変分は適合条件式を満足していなければならない。このため変分原理は1）に属する仮想仕事の原理が用いられる。

浸透流の問題では，運動方程式として（6）式または（7）式，拘束条件式として連続の方程式（9）式が与えられ，未知数として u, v, w, h がある。したがって浸透流の問題を有限要素法により解析するに当たって，流速 u, v, w か，水頭 h のいずれかの要素内の分布を仮定し，（6），（7）式あるいは（9）式により他の未知数の要素内の分布を求め，変分原理を適用して静定化するという手順が考えられる。

ここで注目すべきことは（6），（7）式の運動方程式は流速分布と水頭分布との関係を与えているが，（9）式の連続の方程式は流速分布と水頭の時間変化との関係を与えている。したがって流速分布または水頭分布のいずれかを要素内において仮定し，他の未知数の分布を求めるに当たっては運動方程式を用いるのが簡便であり，静定化するに際して適用する変分原理は前述した2）の方法に属するものを用いるのがよいと考えられる。

言いかえれば浸透流の解析に当たっては，運動方程式を満足し，連続の方程式を満足しない変分をとり，両者を満足する解の特性を明らかにする変分法を適用するのがよいことになる。

以上の考察に基づき，浸透流の問題における変分方程式を誘導してみよう。

〔2〕 **Darcy の法則に従う浸透流の変分方程式**

境界面で浸潤面でない部分を S，浸潤面を F とする。異方性透水層内の Darcy の法則に従う浸透流の運動方程式は（6）式で表わされる。いま u, v, w, h は（6）式と連続の方程式（9）式を満足し，浸潤面上では(13)式を満足している解であるとする。一方 $u+\delta u$, $v+\delta v$, $w+\delta w$, $h+\delta h$ は（6）式のみを満足し，（9）式と(13)式は満足していないとする。しかるとき

$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta u)+\beta_x g\frac{\partial}{\partial x}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{11}+\delta v/k_{12}+\delta w/k_{13})=0$$

$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta v)+\beta_y g\frac{\partial}{\partial y}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{12}+\delta v/k_{22}+\delta w/k_{23})=0$$

$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta w)+\beta_z g\frac{\partial}{\partial z}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{13}+\delta v/k_{23}+\delta w/k_{33})=0$$

が成立しなければならない。

さてここで Hamilton の原理の場合と同様に $t=t_0$, t_1 において

$$\delta u=\delta v=\delta w=\delta h=0$$

とする。しかるとき

$$\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\Big\{\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta u)+\beta_x g\frac{\partial}{\partial x}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{11}+\delta v/k_{12}+\delta w/k_{13})\Big\}u+\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta v)+\beta_y g\frac{\partial}{\partial y}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{12}+\delta v/k_{22}+\delta w/k_{23})\Big\}v+\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta w)+\beta_z g\times\frac{\partial}{\partial z}(\delta h)+\gamma g\,(\delta u/k_{13}+\delta v/k_{22}+\delta w/k_{33})\Big\}w\Big\}\times dx\,dy\,dz=0$$

が成立しなければならない。これを変形して

$$\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\Big\{\gamma\Big\{\frac{\partial}{\partial t}(u\delta u+v\delta v+w\delta w)-\Big(\frac{\partial u}{\partial t}\delta u+\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\Big)\Big\}+g\Big\{\beta_x\frac{\partial}{\partial x}(u\delta h)+\beta_y\frac{\partial}{\partial y}(v\delta h)+\beta_z\frac{\partial}{\partial z}(w\delta h)-\delta h\Big(\beta_x\frac{\partial u}{\partial x}+\beta_y\frac{\partial v}{\partial y}+\beta_z\frac{\partial w}{\partial z}\Big)\Big\}+\gamma g\Big\{(u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})\,\delta u+(u/k_{12}+v/k_{22}+w/k_{23})\,\delta v+(u/k_{13}+v/k_{23}+w/k_{33})\,\delta w\Big\}\Big\}\times dx\,dy\,dz=0$$

$$\Big|\gamma\iiint(u\delta u+v\delta v+w\delta w)\,dx\,dy\,dz\Big|_{t_0}^{t_1}-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\Big(\frac{\partial u}{\partial t}\delta u+\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\Big)\,dx\,dy\,dz+g\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_{S+F}\Big\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\Big\}\delta h\,dS-g\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\delta h\Big\{\beta_x\frac{\partial u}{\partial x}+\beta_y\frac{\partial v}{\partial y}+\beta_z\frac{\partial w}{\partial z}\Big\}dx\,dy\,dz+\gamma g\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\Big\{(u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})\delta u+(u/k_{12}+v/k_{22}+w/k_{23})\delta v+(u/k_{13}+v/k_{23}+w/k_{33})\delta w\Big\}dx\,dy\,dz=0$$

さて $t=t_0$, t_1 において $\delta u=\delta v=\delta w=\delta h=0$ としたから第一項は消滅し，（9）式が成立するから，第4項は変形される。また浸潤面上では（13）式が成立するとともに

$$\cos(n,x)=\frac{\pm\dfrac{\partial f}{\partial x}}{\sqrt{\Big(\dfrac{\partial f}{\partial x}\Big)^2+\Big(\dfrac{\partial f}{\partial y}\Big)^2+\Big(\dfrac{\partial f}{\partial z}\Big)^2}},$$

$$\cos(n,\ y)=\frac{\pm\dfrac{\partial f}{\partial y}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

$$\cos(n,\ z)=\frac{\pm\dfrac{\partial f}{\partial z}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

なる関係が成立するから，浸潤面上では

$$\left\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\right\}\delta h$$
$$=\frac{\pm\,\delta h}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}\left\{\beta_x u\frac{\partial f}{\partial x}+\beta_y v\frac{\partial f}{\partial y}+\beta_z w\frac{\partial f}{\partial z}\right\}$$
$$=\frac{\pm\gamma\delta h\cdot\dfrac{\partial f}{\partial z}\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

となり，これから

$$-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\left(\frac{\partial u}{\partial t}\delta u+\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\right)dx\,dy\,dz$$
$$+g\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_S\left\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\right\}\delta h\,ds$$
$$+g\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_F\frac{\pm\gamma\delta h\dfrac{\partial f}{\partial z}\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}ds$$
$$+\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\delta h\frac{\partial h}{\partial t}dx\,dy\,dz$$
$$+\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\gamma g\left\{(u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13})\delta u+(u/k_{12}+v/k_{22}+w/k_{23})\delta v+(u/k_{13}+v/k_{23}+w/k_{33})\delta w\right\}$$
$$\times dxdydz=0\cdots\cdots(14)$$

が成立することになる。これが浸潤面を有し Darcy の法則に従う浸透流に変分原理を適用したものになる。

〔3〕 **Darcy の法則に従わない浸透流の変分方程式**

この場合には運動方程式として（7）式が成立し，連続の方程式（9）と浸潤面における条件式（13）とが成立する。この場合にも u, v, w, h は（7），（9），(13) 式を満足し，$u+\delta u$, $v+\delta v$, $w+\delta w$, $h+\delta h$ は（7）式を満足し，（9），(13) 式は満足していないとする。さらに δu, δv, δw, δh は $t=t_0$, t_1 において 0 であるとする。しかるとき

$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta u)+\beta_x\frac{\partial}{\partial x}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)$$
$$+\gamma g/k\{q^1\delta u+\lambda q^{1-2}u(u\delta u+v\delta v+w\delta w)\}=0$$
$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta v)+\beta_y\frac{\partial}{\partial y}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)$$
$$+\gamma g/k\{q^1\delta v+\lambda q^{1-2}v(u\delta u+v\delta v+w\delta w)\}=0$$
$$\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta w)+\beta_z\frac{\partial}{\partial z}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)$$
$$+\gamma g/h\{q^1\delta w+\lambda q^{1-2}w(u\delta u+v\delta v+w\delta w)\}=0$$

が成立しなければならない。これから

$$\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\Big[\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta u)+\beta_x\frac{\partial}{\partial x}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)+\gamma g/k[q^1\delta u+\lambda q^{1-2}u(u\delta u+v\delta v+w\delta w)]\Big\}u$$
$$+\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta u)+\beta_y\frac{\partial}{\partial y}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)+\gamma g/k\,[q^1\delta t+\lambda q^{1-2}v(u\delta u+v\delta v+w\delta w)]\Big\}v$$
$$+\Big\{\gamma\frac{\partial}{\partial t}(\delta w)+\beta_z\frac{\partial}{\partial z}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)+\gamma g/k\,[q^1\delta w+\lambda q^{1-2}w(u\delta u+v\delta v+w\delta w)]\Big\}w\Big]$$
$$\times dxdydz=0$$

が得られる。これを変形して

$$\Big|\iiint\gamma(u\delta u+v\delta v+w\delta w)dx\,dy\,dz\Big|_{t_0}^{t_1}$$
$$-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\left(\frac{\partial u}{\partial t}\delta u+\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\right)dx\,dy\,dz$$
$$+\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_{S+F}(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\}ds$$
$$+\rho g(\zeta\gamma+\xi)\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)\times\frac{\partial h}{\partial t}dxdydz+\gamma g/k(1+\lambda)\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint q^1(u\delta u+v\delta v+w\delta w)dxdydz=0$$

さて $t=t_0$, t_1 において，$\delta u=\delta v=\delta w=\delta h=0$ で，浸潤面上において

$$\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)$$
$$=\frac{\pm\ \gamma\dfrac{\partial f}{\partial z}\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

なる関係が成立するから

$$-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint\left(\frac{\partial u}{\partial t}\delta u+\frac{\partial v}{\partial t}\delta v+\frac{\partial w}{\partial t}\delta w\right)dx\,dy\,dz$$
$$+\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_S(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\}ds$$
$$\pm\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iint_F\frac{(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)\dfrac{\partial f}{\partial z}\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}ds$$
$$+\rho g(\gamma\zeta+\xi)\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint(u\delta u+v\delta v+w\delta w+g\delta h)\frac{\partial h}{\partial t}dxdydz+\gamma g(1+\lambda)/k\int_{t_0}^{t_1}dt\iiint q^1(u\delta u+v\delta v+w\delta w)dx\,dy\,dz=0\cdots\cdots(15)$$

が成立することになる。これが浸潤面を有し Darcy の法則に従わない浸透流の変分方程式である。

〔4〕 非定常浸透流における変分方程式の各項の影響に対する考察

（6）および（7）の運動方程式と（9）の連続の方程式から出発して，(13) の浸潤面上の条件式を加味することにより，(14)および (15) の変分方程式を得た。

さて (14)，(15) 式を観察するに，速度および水頭を時間で偏微分した項を含んでいるのは第1項，第3項，第4項であって，非定常流の特徴はこれら3つの項により与えられる。このうち第1項は加速度項の影響を示し，第3項は浸潤面の変動の影響を示し，第4項は浸透水と透水層の体積変化の影響を示している。

Zienkiewicz は（6）式の加速度項を無視した運動方程式と連続の方程式（9）とを合成した

$$\beta_x^2\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\beta_y^2\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y\frac{\partial h}{\partial y}\right)+\beta_z^2\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z\frac{\partial h}{\partial z}\right)$$
$$=-\rho g\gamma(\gamma\zeta+\xi)\frac{\partial h}{\partial t}\cdots\cdots(16)$$

に汎関数方を適用して，浸透流の解法を導いている。したがって，(14) 式の特徴は第1項の加速度の影響と，第3項の浸潤面の変動の影響を加味した点にあり，(15) 式の特徴はさらに運動のエネルギー $q^2/2$ の影響とDarcy の法則に従わない流れについて取り扱った点にある。

言いかえれば，Zienkiewicz の方法は境界面が固定された場合の (16) 式で示されるような熱伝導型の偏微分方程式の解法を示したもので，加速度項の影響が無視し得ない場合および浸潤面が変動する場合には解析し得ない方法と言い得る。

次に各項の影響の度合について考察してみる。まず (14)式について検討を加えてみると，Darcy の法則に従う浸透流においては，流速 u, v, w は透水係数 k と同じオーダーの値を持つと考えて差しつかえない。また δu, δv, δw は（6）式を満足するように選んでいるから，これも透水係数と同じオーダーの比を持つ。また水の圧縮率は $4.5\times10^{-5}\mathrm{cm^2/kg}$ であるから，各項のオーダーの比は

第1項：第2項：第3項：第4項：第5項

$$\fallingdotseq\gamma k^2 : g\gamma k : \gamma g\frac{\partial h}{\partial t} : g^2\times4.5\times10^{-5}\times\frac{\partial h}{\partial t} : gk$$

となる。一般に k は 10^{-2}～10^{-6} のきわめて小さい値であるから，第1項の影響はきわめて小さいと言い得る。ここで注目すべきことは，定常流で主役を演ずる第2項と第5項はいずれも gk のオーダーを持っている点である。このことは非定常流において第3項と第4項の和が gk のオーダーを持っていなければならないことを意味する。第3項と第4項と比較するに，γ は 10^{-1} のオーダーであるから，第4項は第3項より 10^{-2} 程度小さく，浸潤面があるかぎり非定常流の主役は浸潤面の変動の影響を示す第3項が演じ，$-\frac{\partial h}{\partial t}$ は k のオーダーを持つことになる。また浸潤面がない場合は当然非定常流の主役は第4項が演じ，熱伝導の問題と同じになる。この場合に $-\frac{\partial h}{\partial t}$ は $\frac{k}{g\zeta}$ のオーダーになり $k<10^{-6}$ のときは $\frac{\partial h}{\partial t}$ は小さく，ゆっくりとした水頭変化を生じるが，$k>10^{-3}$ のときは $\frac{\partial h}{\partial t}$ の値は大きく，水頭変化は著しく，各時刻の境界条件に対応した定常流に近くなる。

Darcy の法則に従わない浸透流では，流速は大きくなるために，第1項は無視し得なくなり，さらに新たに $q^2/2$ の影響も加味する必要が生じてくる。このために第4項の影響は相対的に低下していく。

4. 有限要素法による解析

〔1〕 Darcy の法則に従う二次元浸透流

図-3 に示すような三角形要素 i, j, k を考え，i, j, k 点の座標をそれぞれ (x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_k, y_k) とする。

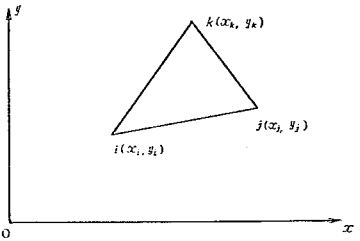


図-3

パターンに水頭をとると，三角形要素では i, j, k 点の3つの点の水頭が未知数であるから，自由度は3となる，したがって水頭 h を次のように表わす，

$$h=\ell x+my+n=\begin{bmatrix}x & y & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell\\ m\\ n\end{Bmatrix}\cdots\cdots(17)$$
$$=[B]\{\alpha\}$$

i, j, k 点の水頭 H_i, H_j, H_k は

$$\{H\}=\begin{Bmatrix}H_i\\ H_j\\ H_k\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}x_i & y_i & 1\\ x_j & y_j & 1\\ x_k & y_k & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell\\ m\\ n\end{Bmatrix}=[A]\{\alpha\}\cdots(18)$$

と表わされる。$[A]$ の逆マトリックスを求めると

$$[A^{-1}]=\frac{1}{2S}\begin{bmatrix}y_j-y_k & y_k-y_i & y_i-y_j\\ -x_j+x_k & -x_k+x_i & -x_i+x_j\\ x_jy_k-x_ky_j & x_ky_i-x_iy_k & x_iy_j-x_jy_i\end{bmatrix}\cdots(19)$$
$$S=\frac{1}{2}\{y_i(x_k-x_j)+y_j(x_i-x_k)+y_k(x_j-x_i)\}$$

となり

$$\{\alpha\}=[A^{-1}]\{H\},\qquad h=[B][A^{-1}]\{H\}$$

として表わすことができる。これら $\{\alpha\}$, h, $\{H\}$ は非

定常浸透流においてはいずれも時間の関数である。

さて，u, v, h および $u+\delta u$, $v+\delta v$, $h+\delta h$ は（6）式を満足するとしたから

$$u/k_{11}+v/k_{12}=-\frac{\beta_x}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\beta_x}{\gamma}\ell-\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$u/k_{12}+v/k_{22}=-\frac{\beta_y}{\gamma}\frac{\partial h}{\partial y}-\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\beta_y}{\gamma}m-\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

となり，これをマトリックスで表示すれば，

$$\begin{bmatrix}1/k_{11} & 1/k_{12}\\ 1/k_{12} & 1/k_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}=-\frac{1}{\gamma}\begin{bmatrix}\beta_x & 0 & 0\\ 0 & \beta_y & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ell\\ m\\ n\end{bmatrix}-\frac{1}{g}\begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial t}\\ \frac{\partial v}{\partial t}\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(20)$$

となる。いま

$$\left.\begin{bmatrix}1/k_{11} & 1/k_{12}\\ 1/k_{12} & 1/k_{22}\end{bmatrix}=[C]\quad\begin{bmatrix}\beta_x & 0 & 0\\ 0 & \beta_y & 0\end{bmatrix}=[D]\right\}$$

$$\frac{1}{(1/k_{11})(1/k_{22})-(1/k_{12})^2}\begin{bmatrix}1/k_{22} & -1/k_{12}\\ -1/k_{12} & 1/k_{11}\end{bmatrix}=[C^{-1}]\quad\cdots(21)$$

$$\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}=[u]\qquad\begin{bmatrix}\frac{\partial u}{\partial t}\\ \frac{\partial v}{\partial t}\end{bmatrix}=\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$$

とおくと

$$[u]=-\frac{1}{\gamma}[C^{-1}][D][\alpha]-\frac{1}{g}[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$$

$$=-\frac{1}{\gamma}[C^{-1}][D][A^{-1}][H]-\frac{1}{g}[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]\cdots(22)$$

となる。

いま浸透流は三角形要素 ijk の中を u, v なる流速をもって流れているが，これを静定化して i, j, k 点に集中した流入量 Q_i, Q_j, Q_k を考えると，これらの節点流量 Q_i, Q_j, Q_k は弾性問題における節点力と対応したものとなる。いま

$$[Q]=\begin{bmatrix}Q_i\\ Q_j\\ Q_k\end{bmatrix}$$

とおいて，（14）式を適用すると $[Q]$ を求めることができる。三角形要素 ijk は浸潤面に接していないとすると，（14）式の第3項は消滅する。他の項については

第1項$=-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iint[\bar{u}]^T\left[-\frac{\partial u}{\partial t}\right]dxdy$

$=-\gamma\int_{t_0}^{t_1}dt\iint\left\{-\frac{1}{\gamma}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]-\frac{1}{g}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}]\right\}\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dxdy$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt+S\frac{\gamma}{g}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt+\frac{\gamma}{g}S\left[[\bar{u}]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]\right]_{t_0}^{t_1}-\frac{\gamma}{g}S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt-\frac{\gamma}{g}S\int_{t_0}^{t_1}\left\{-\frac{1}{\gamma}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]-\frac{1}{g}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}]\right\}[C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt+\frac{S}{g}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T\left\{[C^{-1}]\right\}^2\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt+\frac{\gamma}{g^2}S\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T\left\{[C^{-1}]\right\}^2\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left\{\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+\frac{1}{g}[C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]\right\}dt-\frac{\gamma}{g^2}S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T\left\{[C^{-1}]\right\}^2\left[\frac{\partial^3 u}{\partial t^3}\right]dt$

$=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\times\left\{\sum_{r=0}^{n}\left(\frac{1}{g}[C^{-1}]\right)^r\left[\frac{\partial^{r+1}}{\partial t^{r+1}}u\right]\right\}dt+S\frac{\gamma}{g^{n+1}}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T\left([C^{-1}]\right)^n\left[\frac{\partial^{n+1}}{\partial t^{n+1}}u\right]dt$

第2項$=g\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[Q]\,dt$

第4項$=\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)\int_{t_0}^{t_1}dt\iint\bar{h}\frac{\partial h}{\partial t}dxdy$

$=\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)\int_{t_0}^{t_1}dt\iint[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[B]^T[B][A^{-2}]\times\frac{\partial}{\partial t}[H]\,dxdy$

$=\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T\iint[B]^T[B]dxdy[A^{-1}]\times\frac{\partial}{\partial t}[H]\,dt$

第5項$=\gamma g\int_{t_0}^{t_1}dt\iint[\bar{u}][c][u]\,dxdy$

$=\gamma gS\int_{t_0}^{t_1}\left\{-\frac{1}{\gamma}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]-\frac{1}{g}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}]\right\}[C]\times\left\{-\frac{1}{\gamma}[C^{-1}][D][A^{-1}][\bar{H}]-\frac{1}{g}[C^{-1}]\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]\right\}dt$

$=gS/\gamma\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}][H]dt+S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt+S\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}][D][A^{-1}][H]dt$

$$+\frac{\gamma S}{g}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt$$

$$=S\frac{g}{\gamma}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}][H]dt$$

$$-S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T[C^{-1}][D][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]dt$$

$$+S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt$$

$$-\frac{\gamma}{g}S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt$$

$$=S\frac{g}{\gamma}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left\{[D][A^{-1}][H]+[C^{-1}][D][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]\right\}dt$$

$$+S\frac{1}{g}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}][C^{-1}][D][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]dt$$

$$+S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left\{\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+\frac{1}{g}[C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]\right\}dt$$

$$+S\frac{\gamma}{g^2}\int_{t_0}^{t_1}\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}\right]^T[C^{-1}][C^{-1}]\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]dt$$

$$=S\frac{g}{\gamma}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\times\left\{\sum_{r=0}^{n}\left(\frac{1}{g}[C^{-1}]\right)^r[D][A^{-1}]\frac{\partial^r}{\partial t^r}[H]\right\}dt$$

$$-S\frac{1}{g^n}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T([C^{-1}])^{n+1}[D][A^{-1}]\frac{\partial^{n+1}}{\partial t^{n+1}}[H]dt$$

$$+S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\times\left\{\sum_{r=0}^{n}\left(\frac{1}{g}[C^{-1}]\right)^r\left[\frac{\partial^{r+1}u}{\partial t^{r+1}}\right]\right\}dt$$

$$-S\frac{\gamma}{g^n}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{u}]^T\{[C^{-1}]\}^{n+1}\left[\frac{\partial^{n+2}u}{\partial t^{n+2}}\right]dt$$

となる。

ところが，一般に $[C^{-1}]$ は小さい値をとるので $\frac{1}{g}[C^{-1}]$ の冪級数は収れんは早く，第2項以下は無視しうる。したがって

$$\text{第1項}=S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt$$

$$\text{第5項}=S\frac{g}{\gamma}\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}]\times[H]dt+S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]dt$$

となる。

また

$$\iint[B]^T[B]dxdy$$

$$=\iint\begin{bmatrix}x\\y\\1\end{bmatrix}[x\quad y\quad 1]dxdy=\iint\begin{bmatrix}x^2&xy&x\\xy&y^2&y\\x&y&1\end{bmatrix}dxdy$$

$$=S\begin{bmatrix}\frac{1}{6}(x_i^2+x_j^2+x_k^2+x_ix_j+x_jx_k+x_kx_i)&\frac{1}{12}\{(x_i+x_j+x_k)(y_i+y_j+y_k)+x_iy_i+x_jy_j+x_ky_k\}&\frac{1}{3}(x_i+x_j+x_k)\\\frac{1}{12}\{(x_i+x_j+x_k)(y_i+y_j+y_k)+x_iy_i+x_jy_j+x_ky_k\}&\frac{1}{6}(y_i^2+y_j^2+y_k^2+y_iy_j+y_jy_k+y_ky_i)&\frac{1}{3}(y_i+y_j+y_k)\\\frac{1}{3}(x_i+x_j+x_k)&\frac{1}{3}(y_i+y_j+y_k)&1\end{bmatrix}$$

$$=S[E]\cdots\cdots(22)$$

となる。これらを用いて (14) 式をマトリックスで表わすと

$$S[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+g[\bar{H}]^T[Q]$$

$$+\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)S[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]$$

$$+S\frac{g}{\gamma}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}][H]$$

$$+S[\bar{H}][A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]=0$$

これから

$$[Q]=-\frac{S}{\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}][H]-\frac{2S}{g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]-\rho g(\zeta\gamma+\xi)S[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]\cdots(23)$$

となる。そこで

$$\left.\begin{aligned}[K]&=-\frac{S}{\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}]\\[P]&=-\frac{2S}{g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\\[F]&=-\rho g(\zeta\gamma+\xi)S[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(24)$$

とおくと

$$[Q]=[K][H]+[P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+[F]\frac{\partial}{\partial t}[H]\cdots\cdots(25)$$

となる。

かくして，各要素の等価節点流量 $[Q]$ はその要素の節点水頭 $[H]$，加速度 $\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$ および水頭の時間的変化 $\frac{\partial}{\partial t}\times[H]$ により表わすことができる。

なお $[K]$，$[P]$ を示すと

$$[K]=\frac{-\beta_x^2\beta_y^2}{4\gamma S\{(1/k_{11})(1/k_{22})-(1/k_{12})^2\}}\times\begin{bmatrix}\frac{(x_j-x_k)^2}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{2(x_j-x_k)(y_j-y_k)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_j-y_k)^2}{k_{22}\beta_y^2}&\frac{(x_j-x_k)(x_k-x_i)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_j-x_k)(y_k-y_i)+(x_k-x_i)(y_j-y_k)}{k_{12}\beta_x\beta_y}&\cdots\\+\frac{(y_j-y_k)(y_k-y_i)}{k_{22}\beta_y^2}&&\end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{(x_j-x_k)(x_i-x_j)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_j-x_k)(y_i-y_j)+(x_i-x_j)(y_j-y_k)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_j-y_k)(y_i-y_j)}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_j-x_k)(x_k-x_i)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_j-x_i)(y_k-y_i)+(x_k-x_i)(y_j-y_k)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_j-y_k)(y_k-y_i)}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_k-x_i)^2}{k_{11}\beta x^2}+\frac{2(x_k-x_i)(y_k-y_i)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_k-y_i)^2}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_k-x_i)(x_i-x_j)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_k-x_i)(y_i-y_j)+(x_i-x_j)(y_k-y_i)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_k-y_i)(y_i-y_j)}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_i-x_j)(x_j-x_k)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_i-x_j)(y_j-y_k)+(x_j-x_k)(y_i-y_j)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_i-y_j)(y_j-y_k)}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_i-x_j)(x_k-x_i)}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{(x_i-x_j)(y_k-y_i)+(x_k-x_i)(y_i-y_j)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_k-y_i)(y_i-y_j)}{k_{22}\beta_y^2} \\ \frac{(x_i-x_j)^2}{k_{11}\beta_x^2}+\frac{2(x_i-x_j)(y_i-y_j)}{k_{12}\beta_x\beta_y}+\frac{(y_i-y_j)^2}{k_{22}\beta_y^2} \end{vmatrix}$$

$$[P]=\frac{-\beta_x\beta_y}{g\{(1/k_{11})(1/k_{22})-(1/k_{12})^2\}} \times \begin{pmatrix} \frac{x_j-x_k}{\beta_x k_{12}}+\frac{y_j-y_k}{\beta_y k_{22}} & -\frac{x_j-x_k}{\beta_x k_{11}}-\frac{y_j-y_k}{\beta_y k_{12}} \\ \frac{x_k-x_i}{\beta_x k_{12}}+\frac{y_k-y_i}{\beta_y k_{22}} & -\frac{x_k-x_i}{\beta_x k_{11}}-\frac{y_k-y_i}{\beta_y k_{12}} \\ \frac{x_i-x_j}{\beta_x k_{12}}+\frac{y_i-y_j}{\beta_y k_{22}} & -\frac{x_i-x_j}{\beta_x k_{11}}-\frac{y_i-y_j}{\beta_y k_{12}} \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots(26)$$

となる。

さてこれら $[K]$, $[P]$, $[F]$ なるマトリックスが各要素で求められたとする。次に (14) 式を透水層全体に適用してみる。いま各節点における外部からの流入量を節点番号順に配列したマトリックスを $[\bar{R}]$ とする。(14) 式から明らかなように，浸潤面上では他の境界面における法線方向の単位幅当たり，単位時間当たりの流入量 $\{\beta_x n\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)\}$ に相当するものは $\dfrac{\pm\gamma\dfrac{\partial f}{\partial y}-\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}$ となるから，浸潤面上では

$$R=\int\frac{\pm\gamma\dfrac{\partial f}{\partial y}-\dfrac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}ds \quad \cdots\cdots(27)$$

で表わされることになる。

$$ds=\pm\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\pm\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}\frac{dx}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

であるから

$$R=\int\gamma\frac{\partial h}{\partial t}dx \quad \cdots\cdots(28)$$

となる。また各節点の水頭を節点番号順に配列したマトリックスを $[h]$ とすると，(14) 式の各項は各要素のときと同様な誘導過程により

第1項+第5項

$$=\int_{t_0}^{t_1}\Sigma\left\{\frac{g}{\gamma}S[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left(\sum_{r=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{g}[C^{-1}]\right\}^r\times[D][A^{-1}]\frac{\partial^r}{\partial t^r}[H]\right)\right.$$

$$\left.+2S[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left(\sum_{r=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{g}[C^{-1}]\right\}^r\left(\frac{\partial^{r+1}}{\partial t^{r+1}}u\right)\right)\right\}dt$$

第2項+第3項 $=g\int_{t_0}^{t_1}[\bar{h}][R]dt$

第4項 $=\Sigma\rho g^2(\zeta\gamma+\xi)S\int_{t_0}^{t_1}[\bar{H}]^T[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\times\frac{\partial}{\partial t}[H]$

となる。ここで $\frac{1}{g}[C^{-1}]$ の2乗以上の項は十分小さく，無視しうるとして，(24) 式での $[K]$, $[P]$, $[F]$ を導入すると，

$$[\bar{h}][R]=\Sigma\left\{[\bar{H}][K][H]+[\bar{H}][P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+[\bar{H}][F]\frac{\partial}{\partial t}[H]\right\}$$

なる関係が成立することになる。この式の右辺を整理して，$[H]$ を節点番号順の配列し直し，$[h]$ で表わすようにし，その際 $[K]$ より作られる集積マトリックスを $[k]$，とし $[P]$, $[F]$ より作られる集積マトリックスをそれぞれ，$[p]$, $[f]$ とすると

$$[R]=[k][h]+[p]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+[f]\frac{\partial}{\partial t}[h]$$

となる，これから各節点における水頭は

$$[h]=[k^{-1}]\left\{[R]-[p]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]-[f]\frac{\partial}{\partial t}[h]\right\} \quad \cdots(29)$$

として求められることになる。

そこで初めに $\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$, $\frac{\partial}{\partial t}[h]$ を適当に仮定して $[h]$ を求め，これから $\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$, $\frac{\partial}{\partial t}[h]$ を計算して補正繰り返し計算を行なえば，非定常浸透流の解析が可能となる。

〔2〕 Darcy の法則に従わない二次元浸透流

Darcy の法則に従わない浸透流の場合には

1）運動のエネルギーが無視し得なくなること

2）摩擦抵抗が流速の一次式で表わし得ないこと

の2点が Darcy の法則に従う浸透流と異なってくる。

このように非線型の項がはいってくるために直接マトリックス解法に持ち込むことはできない。

そこでまず運動のエネルギーの線型化を考えると，$q^2/2$ は gh と同じように x, y, z 方向の運動方程式において x, y, z 偏微分される項に含まれているのみである。したがって

$$q^2/2+gh=gh' \cdots\cdots(30)$$

とおけば，この gh' は（6）式の gh と同様に扱える。すなわち（30）式の置き換えを行なうことにより，運動のエネルギーの項の線型化が可能となり，(17)～(19)式がそのまま用いられる。

摩擦抵抗の項に含まれる q については簡単に線型化する方法がないので，q の値を適当に仮定し，反復計算により値を修正していく方法が考えられる。

すなわち前節における（21）式を仮定した q を用いて

$$[C]=q^1/k\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\quad[C^{-1}]=k/q^1\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\cdots\cdots(31)$$

と置き換えれば（22）式はそのまま成立する。

次に（14）式と（15）式を比較すると，上記の置き換えを行なったのちにおいては，第5項に（$1+\lambda$）なる係数が乗ぜられているのみである。すなわち（23）式は

$$[Q]=-\frac{(1+\lambda)S}{\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][A^{-1}][H]$$
$$-\frac{(2+\lambda)S}{g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]$$
$$-\rho g(\zeta\gamma+\xi)S[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]\cdots(32)$$

と書き改められる。そこで（26）式において，

$$k_{11}=k_{22}=k/q^1,\quad k_{12}=0$$

とし，$[K]$ に（$1+\lambda$）を乗じ，$[P]$に$(1+\frac{\lambda}{2})$を乗じれば，（25）式が成立する。以下（29）式もそのまま成立し，これから u, v, h が求められる。

この計算結果から，q を求め，(30) 式の h'，(31) 式の $[C^{-1}]$ を修正し，反復計算すれば解が得られる。

〔3〕 Darcy の法則に従う軸対称浸透流

対称軸に z 軸をとり，これに垂直な平面内に r, o 座標をとる。いま，三角形要素 i, j, k は r, z 平面内にあり，さらに r, θ 面内では透水層は等方性を示し，r, z 面内では直交異方性を示すものとする。しかるときは

$$k_{11}=k_{22},\quad k_{12}=k_{23}=k_{13}=0$$

となる。いま，水頭は

$$h=\ell r+mz+n=[r\ z\ 1]\begin{pmatrix}\ell\\m\\n\end{pmatrix}=[B]\{\alpha\}\cdots\cdots(33)$$

とすると，i, j, k 点の水頭 H_i, H_j, H_k は（18）式において，x_i, x_j, x_k；y_i, y_j, y_k をそれぞれ r_i, r_j, r_k；z_i, z_j, z_k と置き換えたもので表わされ，$[A^{-1}]$, S は（19）式において同様の置き換えを行なったもので表わされる。

さて，軸対称問題であるから，摩擦力は

$$\begin{pmatrix}f_r\\f_\theta\\f_z\end{pmatrix}=\rho g\gamma\begin{pmatrix}1/k_{11}&0&0\\0&1/k_{11}&0\\0&0&1/k_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_r\\u_\theta\\w\end{pmatrix}$$

と表わされるが，$u_\theta=0$ であるから

$$u_r/k_{11}=-\beta_r/\gamma\cdot\ell-\frac{1}{g}\frac{\partial u_r}{\partial t}$$

$$w/k_{33}=-\beta_z/\gamma\cdot m-\frac{1}{g}\frac{\partial w}{\partial t}$$

となり，

$$\begin{bmatrix}1/k_{11}&0\\0&1/k_{33}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}u_r\\w\end{pmatrix}=-\frac{1}{\gamma}\begin{bmatrix}\beta_r&0&0\\0&\beta_z&0\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\ell\\m\\n\end{pmatrix}-\frac{1}{g}\begin{pmatrix}\frac{\partial u_r}{\partial t}\\\frac{\partial w}{\partial t}\end{pmatrix}$$

と書き表わされる。いま

$$\left.\begin{aligned}\begin{bmatrix}1/k_{11}&0\\0&1/k_{33}\end{bmatrix}&=[C]\ k_{11}k_{33}\begin{bmatrix}1/k_{33}&0\\0&1/k_{11}\end{bmatrix}=[C^{-1}]\\\begin{bmatrix}\beta_r&0&0\\0&\beta_z&0\end{bmatrix}&=[D]\end{aligned}\right\}\cdots(34)$$

とおき

$$\begin{pmatrix}u_r\\w\end{pmatrix}=\{u\},\quad\begin{pmatrix}\frac{\partial u_r}{\partial t}\\\frac{\partial w}{\partial t}\end{pmatrix}=\left\{\frac{\partial u}{\partial t}\right\}$$

とすれば（22）式が成立する。

さて

$$\iiint dx\,dy\,dz=\iint r\,dr\,dz\,d\theta$$

であるが，三角形要素 $i\,j\,k$ が軸に対し単位角度で見込むとすると，

$$\iiint dx\,dy\,dz=\iint r\,dr\,dz=\frac{1}{3}(r_i+r_j+r_k)S$$

$$\iint r\begin{pmatrix}r\\z\\1\end{pmatrix}[r\quad z\quad 1]\,dr\,dz=\iint\begin{bmatrix}r^3&r^2z&r^2\\r^2z&rz^2&rz\\r^2&rz&1\end{bmatrix}dr\,dz$$

$$=S\begin{pmatrix}E_{11}&E_{12}&E_{13}\\E_{12}&E_{22}&E_{23}\\E_{13}&E_{23}&E_{33}\end{pmatrix}=S[E]\cdots\cdots(35)$$

とすると

$$E_{11}=\frac{1}{10}\{(r_i+r_j+r_k)^3-2(r_ir_j+r_jr_k+r_kr_i)(r_i+r_j$$

$$+r_k)+r_ir_jr_k\Big\}$$

$$E_{12}=\frac{1}{30}\Big[\Big\{(r_i+r_j+r_k)^2-(r_ir_j+r_jr_k+r_kr_i)\Big\}(z_i+z_j+z_k)+(r_i+r_j+r_k)(r_iz_i+r_jz_j+r_kz_k)+(r_i^2z_i+r_j^2z_j+r_k^2z_k)\Big]$$

$$E_{13}=\frac{1}{6}\Big[(r_i+r_j+r_k)^2-(r_ir_j+r_jr_k+r_kr_i)\Big]$$

$$E_{22}=\frac{1}{30}\Big[\Big\{(z_i+z_j+z_k)^2-(z_iz_j+z_jz_k+z_kz_i)\Big\}(r_i+r_j+r_k)+(z_i+z_j+z_k)(r_iz_i+r_jz_j+r_kz_k)+r_iz_i^2+r_jz_j^2+r_kz_k^2)\Big]$$

$$E_{23}=\frac{1}{12}\Big[(r_i+r_j+r_k)(z_i+z_j+z_k)+(r_iz_i+r_jz_j+r_kz_k)\Big]$$

$$E_{33}=\frac{1}{3}(r_i+r_j+r_k)$$

とおき，(26) 式の〔K〕，〔P〕で

$k_{22}\to k_{33}$，　$1/k_{12}=0$

x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, $y_k\to r_i$, z_i, r_j, z_j, r_k, z_k としてさらに (24)，(26) 式の〔K〕に $(r_i+r_j+r_k)/3$ を乗じれば，(25) 式が成立し，(28) 式を

$$R=\int\gamma\frac{\partial h}{\partial t}\,dr \qquad \cdots\cdots(36)$$

とすれば，(29) 式はそのまま成立する。

〔4〕 **Darcy の法則に従わない軸対称浸透流**

この場合の変更の方法は二次元流の場合と全く同様で

$q^2/2+gh=gh'$

とおき，h' を (33) 式の h と同じに取り扱う。

また

$1/k_{11}=1/k_{33}=q'/k$

とし，〔K〕は前節で求めたものを $(1+\lambda)$ 倍し，〔P〕は $(1+\lambda/2)$ 倍し，以外は前節で用いた式をそのまま用いて反復計算を行なう。

〔5〕 **Darcy の法則に従う三次元浸透流**

i, j, k, ℓ 点を頂点とする四面体を考え，i, j, k, ℓ 点の座標をそれぞれ (x_i, y_i, z_i)，(x_j, y_j, z_j)，(x_k, y_k, z_k) とする。

水頭は

$$h=\ell x+my+nz+p=\begin{bmatrix}x & y & z & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell\\ m\\ n\\ p\end{Bmatrix} \qquad \cdots\cdots(37)$$

$$=[B]\{\alpha\}$$

$$[B]=\begin{bmatrix}x & y & z & 1\end{bmatrix}$$

とすると，i, j, k, ℓ 点の水頭は

$$[H]=\begin{bmatrix}x_i & y_i & z_i & 1\\ x_j & y_j & z_j & 1\\ x_k & y_k & z_k & 1\\ x_l & y_l & z_l & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell\\ m\\ n\\ p\end{Bmatrix}=[A]\{\alpha\}$$

ただし

$$[A]=\begin{bmatrix}x_i & y_i & z_i & 1\\ x_j & y_j & z_j & 1\\ x_k & y_k & z_k & 1\\ x_l & y_l & z_l & 1\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}x_i & y_i & z_i & 1\\ x_j & y_j & z_j & 1\\ x_k & y_k & z_k & 1\\ x_l & y_l & z_l & 1\end{vmatrix} \qquad \cdots\cdots(38)$$

とする。これから

$$\{\alpha\}=[A^{-1}][H],\quad h=[B][A^{-1}][H]$$

と表わされる。(6) 式から

$$u/k_{11}+v/k_{12}+w/k_{13}=-\beta_x/\gamma\,\ell-\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$u/k_{12}+v/k_{22}+w/k_{23}=-\beta_y/\gamma m-\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$u/k_{13}+v/k_{23}+w/k_{33}=-\beta_z/\gamma\,n-\frac{1}{g}\frac{\partial w}{\partial t}$$

となり，これをマトリックスで表示すると

$$\begin{bmatrix}1/k_{11} & 1/k_{12} & 1/k_{13}\\ 1/k_{12} & 1/k_{22} & 1/k_{23}\\ 1/k_{13} & 1/k_{23} & 1/k_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u\\ v\\ w\end{Bmatrix}=-\frac{1}{\gamma}\begin{bmatrix}\beta_x & 0 & 0 & 0\\ 0 & \beta_y & 0 & 0\\ 0 & 0 & \beta_z & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ell\\ m\\ n\\ p\end{Bmatrix}-\frac{1}{g}\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial t}\\ \frac{\partial v}{\partial t}\\ \frac{\partial w}{\partial t}\end{Bmatrix}$$

となる。そこで

$$[C]=\begin{bmatrix}1/k_{11} & 1/k_{12} & 1/k_{13}\\ 1/k_{12} & 1/k_{22} & 1/k_{23}\\ 1/k_{13} & 1/k_{23} & 1/k_{33}\end{bmatrix},\quad [D]=\begin{bmatrix}\beta_x & 0 & 0 & 0\\ 0 & \beta_y & 0 & 0\\ 0 & 0 & \beta_z & 0\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(39)$$

として

$$\begin{Bmatrix}u\\ v\\ w\end{Bmatrix}=u,\qquad \begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial t}\\ \frac{\partial v}{\partial t}\\ \frac{\partial w}{\partial t}\end{Bmatrix}=\left\{\frac{\partial u}{\partial t}\right\}$$

とおくと

$$\{u\}=-\frac{1}{\gamma}[C^{-1}][D][A^{-1}][H]-\frac{1}{g}[C^{-1}]\left\{\frac{\partial u}{\partial t}\right\}$$

となり，(22) 式と同型の式が成立する。いま，節点流量を

$$[Q]=\begin{pmatrix}Q_i\\Q_j\\Q_k\\Q_l\end{pmatrix}$$

として，四面体要素 $ijk\ell$ には浸潤面はないとして(14)式を適用する。ここで

$$\iiint dxdydz=-\frac{1}{6}\Delta$$

$$\iiint x\,dxdydz=-\frac{1}{24}\Delta(x_i+x_j+x_k+x_l)$$

$$\iiint y\,dxdydz=-\frac{1}{24}\Delta(y_i+y_j+y_k+y_k)$$

$$\iiint x^2dxdydz=-\frac{1}{60}\Delta(x_i^2+x_j^2+x_k^2+x_l^2+x_ix_j+x_jx_k+x_kx_l+x_lx_i+x_ix_k+x_jx_l)$$

$$\iiint y^2dxdydz=-\frac{1}{60}\Delta(y_i^2+y_j^2+y_k^2+y_l^2+y_iy_j+y_jy_k+y_ky_l+y_ly_i+y_iy_k+y_jy_l)$$

$$\iiint xydxdydz=-\frac{1}{120}\Delta\left\{(x_i+x_j+x_k+x_l)(y_i+y_j+y_k+y_l)+x_iy_i+x_jy_j+x_ky_k+x_ly_l\right\}$$

であるから

$$E_{11}=-\frac{6}{\Delta}\iiint x^2dxdydz$$

$$E_{12}=-\frac{6}{\Delta}\iiint xydxdydz$$

$$E_{13}=-\frac{6}{\Delta}\iiint xzdxdydz$$

$$E_{14}=-\frac{6}{\Delta}\iiint x\,dxdydz$$

$$E_{22}=-\frac{6}{\Delta}\iiint y^2dxdydz$$

$$E_{23}=-\frac{6}{\Delta}\iiint yzdxdydz$$

$$E_{24}=-\frac{6}{\Delta}\iiint y\,dxdydz$$

$$E_{33}=-\frac{6}{\Delta}\iiint z^2dxdydz$$

$$E_{34}=-\frac{6}{\Delta}\iiint z\,dxdydz$$

$$E_{44}=1$$

とすれば

$$\iiint[B]^T[B]dxdydz=\iiint\begin{pmatrix}x\\y\\z\\1\end{pmatrix}[x\ y\ z\ 1]\,dxdydz$$

$$=\iiint\begin{pmatrix}x^2&xy&xz&x\\xy&y^2&yz&y\\xz&yz&z^2&z\\x&y&z&1\end{pmatrix}dxdydz$$

$$=-\frac{\Delta}{6}\begin{pmatrix}E_{11}&E_{12}&E_{13}&E_{14}\\E_{12}&E_{22}&E_{23}&E_{24}\\E_{13}&E_{23}&E_{33}&E_{34}\\E_{14}&E_{24}&E_{34}&E_{44}\end{pmatrix}=-\frac{\Delta}{6}[E]$$

となり

$$[Q]=\frac{\Delta}{6}\left(\frac{1}{\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\times\left\{\sum_{r=0}^{\infty}\left(\frac{1}{g}[C^{-1}]\right)^r[D][A^{-1}]\frac{\partial^r}{\partial t^r}[H]\right\}+\frac{2}{g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\left\{\sum_{r=0}^{\infty}\left(\frac{1}{g}[C^{-1}]\right)^r\left[\frac{\partial^{r+1}u}{\partial t^{r+1}}\right]\right\}+\rho g(\zeta\gamma+\xi)[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\frac{\partial}{\partial t}[H]\right)\cdots(40)$$

に成立することになる。そこで $\frac{1}{g}[C^{-1}]$ は充分小さいから2次以上の項を無視し，

$$\left.\begin{aligned}[K]&=\frac{\Delta}{6\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}]\\[P]&=\frac{\Delta}{3g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\\[F]&=\rho g(\zeta\gamma+\xi)\frac{\Delta}{6}[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(41)$$

とすれば (25) 式と同型の

$$[Q]=[K][H]+[P]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]+[F]\frac{\partial}{\partial t}[H]\cdots\cdots(42)$$

が成立する。

また浸潤面上では他の境界面における法線方向の単位幅，単位時間当たりの流入量 $\{\beta_x u\cos(n,x)+\beta_y v\cos(n,y)+\beta_z w\cos(n,z)\}$ に相当するものは

$$\frac{\pm\gamma\frac{\partial f}{\partial z}-\frac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

となるから，浸潤面上では

$$R=\iint\frac{\pm\gamma\frac{\partial f}{\partial z}-\frac{\partial h}{\partial t}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}dS$$

で表わされることになる。ところで

$$\frac{\pm\frac{\partial f}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

は浸潤面の法線の z 方向の方向余弦に等しいから

$$\frac{\pm\frac{\partial f}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}dS=dxdy$$

となり

$$R=\iint\gamma\frac{\partial h}{\partial t}\,dx\,dy\cdots\cdots(43)$$

として，浸透層全体に (14) 式を適用すれば，(29) 式と同型の

$$[h]=[k^{-1}]\left\{[R]-[p]\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right]-[f]\frac{\partial}{\partial t}[h]\right\}\cdots(44)$$

が得られ，二次元の場合と同様に解析が可能となる。

〔6〕 Darcy の法則に従わない三次元浸透流

この場合の修正方法は二次元の場合と同様で，初めに q を適当に仮定し，

$$q^2/2+gh=gh' \quad\cdots\cdots(45)$$

とし，(45) 式に示す h' を水頭として取り扱い，

$1/k_{11}=1/k_{22}=1/k_{33}=q^2/k$，$1/k_{12}=1/k_{13}=1/k_{23}=0$

とし，(41) 式を

$$\left.\begin{aligned}[K]&=\frac{(1+\lambda)\Delta}{6\gamma}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}][D][A^{-1}]\\ [P]&=\frac{(2+\lambda)\Delta}{6g}[A^{-1}]^T[D]^T[C^{-1}]\\ [F]&=\rho g(\xi+\zeta\gamma)\frac{\Delta}{6}[A^{-1}]^T[E][A^{-1}]\end{aligned}\right\}\cdots(46)$$

とすれば，(42) ～(44) 式は成立し，h，u，v，w が求められる。これから q の値を修正し，反復計算すれば解が得られる。

5. 解析例

〔1〕 浸潤面がない場合の解析例

3〔4〕において，非定常浸透流の時間的な影響は主として浸潤面の変動により生じるが，浸潤面がない場合には浸透水および透水層の圧縮率が主役を演じるようになり，熱伝導と同型の問題となるが，透水層の圧縮率が著しくないかぎり，透水係数が10^{-3}以上では各時刻での定常流として取り扱っても大差ないことを示した。

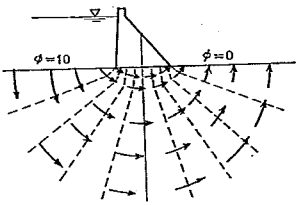


図-4

浸潤面のない定常流浸透流および熱伝導の問題については，従来も解析例は数多くあるので，ここでは理論解の存在する均質等方性体のダムの基礎の定常流浸透流を解析した例を示すことにより，(図-4)，浸透流の解析に有限要素法を適用した場合の精度を示すことにしよう。図-5は下流側のみのポテンシャルの計算結果を示しており，各節点の上段および下段に示された数値はそれぞれ理論解および有限要素法により求めたものである。この有限要素法の計算では，側面および下面は不透水と仮定して行なったが，側面ではむしろ圧力分布が静水圧分布に等しいと仮定した方が妥当のようであり，このために側面上では10～20%程度の相違がみられるが，側面のごく近傍以外は理論解との相違は1%以下であり，計算精度はかなり高いことを示している。

〔2〕 浸潤面がある場合の解析例

浸潤面を有する場合は，解析前には浸潤面の位置が確定していないので，境界面の位置が確定せず，理論的取り扱いが困難で，電気相似模型による場合もかなり複雑な手続きが必要とされた。特に非定常問題のときには，浸潤面そのものが移動するので，数値解析はほとんど行なわれておらず，粘性流模型，砂模型による浸潤面の追跡のみが行なわれていたにすぎない。

最近，有限要素法による浸透流の解析方法に関する研究が行なわれるようになり，この中には浸潤面を有する場合の解析方法についての研究がいくつか発表されるに至った。このうち川本[3]は節点を移動させながら浸潤面を正確に追跡する方法を提案している。しかし浸潤面を有する非定常問題の解析方法についてはいまだ研究は発表されていない。

そこで川本の節点の移動方法に多少修正を加え，前節に述べた方法に基づいた浸潤面を有する場合の解析プログラムを作製した。

前項でも述べたが，非定常浸透流の場合に

1) 浸潤面の変化
2) 加速度
3) 浸透水の圧縮性と透水層の体積変化率

が非定常項として作用する。このうち 2)，3) の影響は小さいので，プログラムとしてはこれらの影響をすべて加味するように作製されているが，特に浸潤面の追跡方法と浸潤面の変化の追跡方法について説明を加えることにする。

図-6および8に示すように要素分けを行ない，節点を移動させる部分と移動させない部分とに分ける。節点を移動させる部分は想定される浸潤面の変動する範囲よりある程度幅広くとる。この部分では節点は浸潤面に交わり，この領域内では互いに交わらない何本かの直線（図-6，8の例ではこれらの直線は平行にとっているが，平行である必要はなく，交わらなければよい）上に配列する。一つの直線上に配列される節点の数は任意であると浸潤面の追跡および浸潤面の変動を追跡するに際して節点を移動させるときはこの直線に沿って移動させるものとする。

定常流の浸潤面を追跡する場合には，初めに設定した節点の位置で，浸潤面での外部からの流入量 R を0として計算し，仮定した浸潤面上の節点の圧力を求める。圧力が正の値を示す節点は前述した直線に沿って上昇させ，圧力の負の節点では降下させる。この際，浸潤面が移動するにつれて，節点を移動させる部分の各節点は，

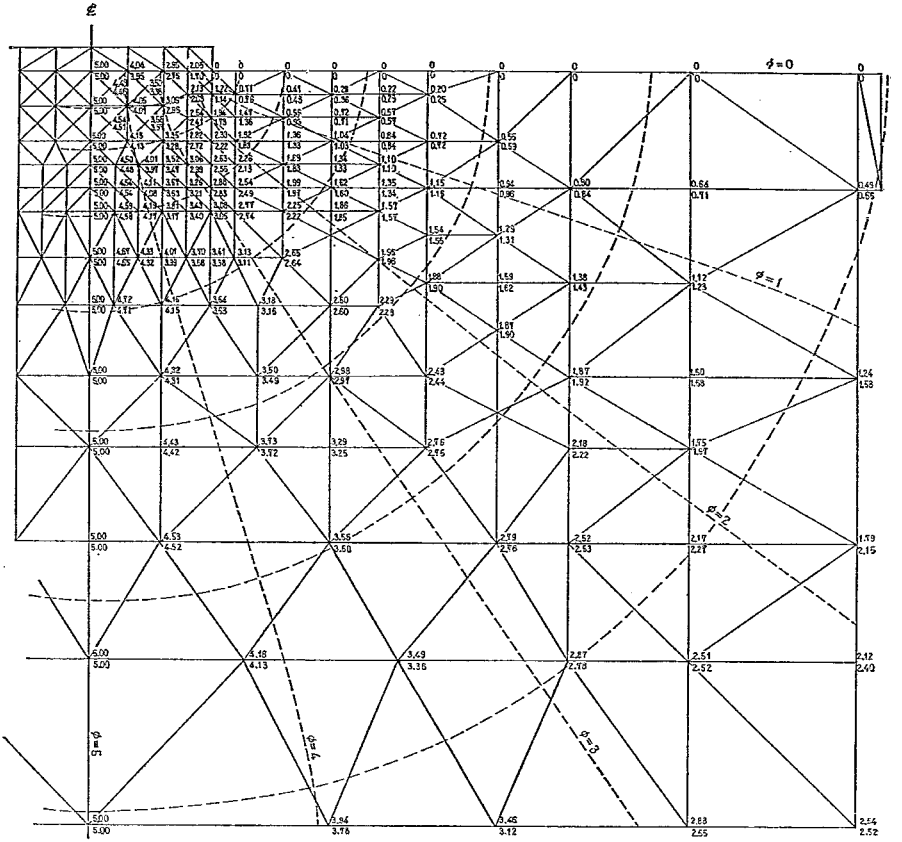


図-5 理論値と計算値との比較

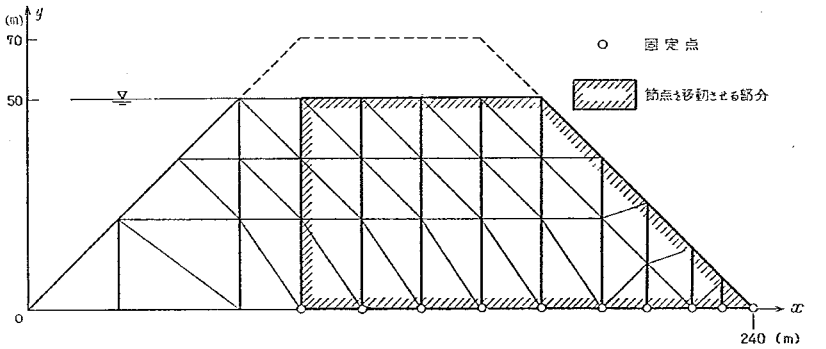


図-6 アースダムの定常浸透流計算例（均質材料の堤体の要素分割）

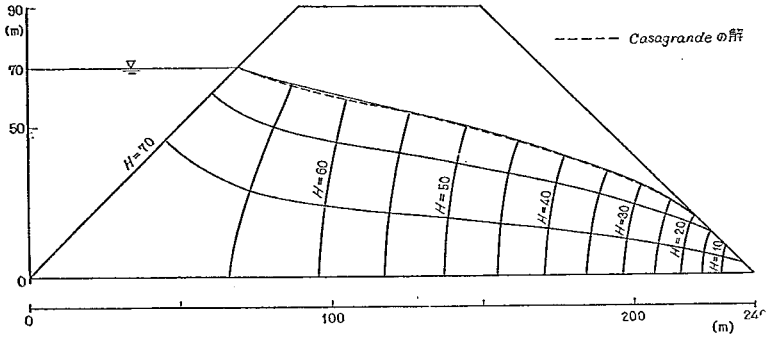


図-7　堤体定常浸透流（$k=1.0\times10^{-3}$ cm/sec, $Q=1.35\times10^{-4}$ m²/sec/m）

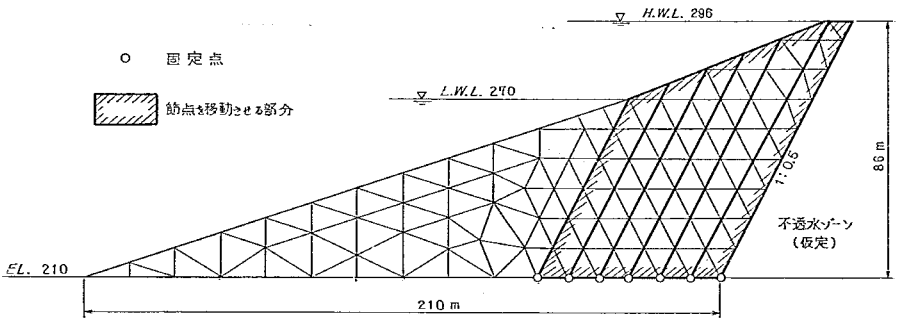


図-8　非定常浸透流計算例（喜撰山ロックフィルダム堤体の要素分割）

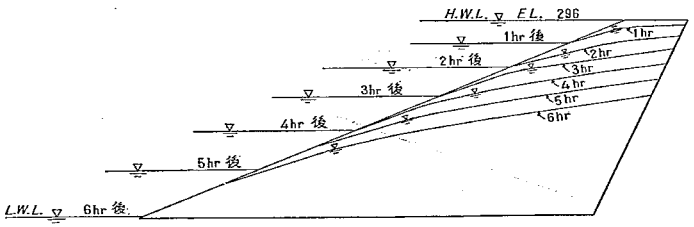


図-9　$k=1\times10^{-1}$ cm/sec の場合の浸潤面

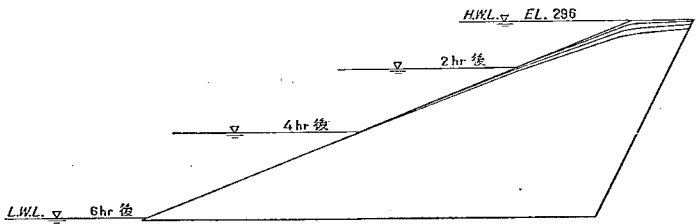
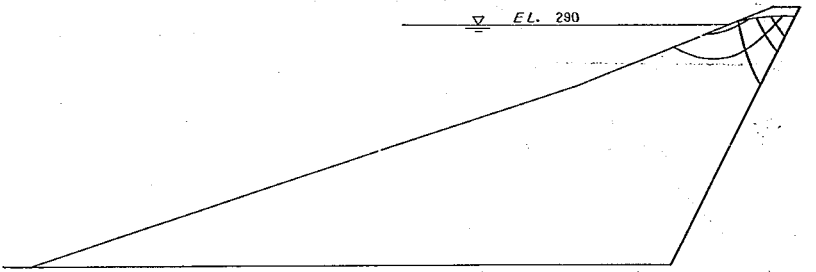
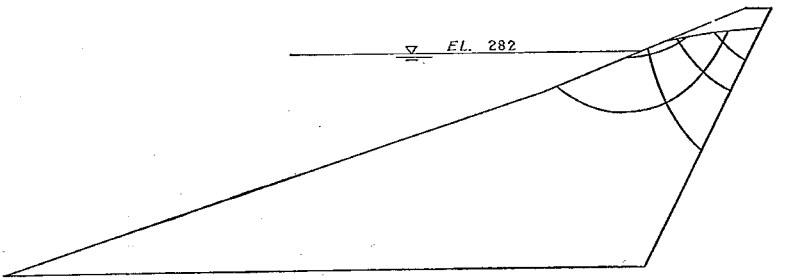


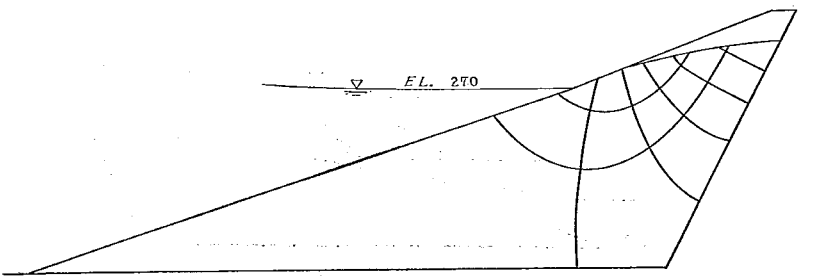
図-10　$k=1\times10^{-2}$ cm/sec の場合の浸潤面



（a）　$k=10^{-1}$ cm/sec，2時間経過後



（b）　$k=10^{-1}$ cm/sec，4時間 経過後



（c）　$k=10^{-1}$ cm/sec，6時間 経過後

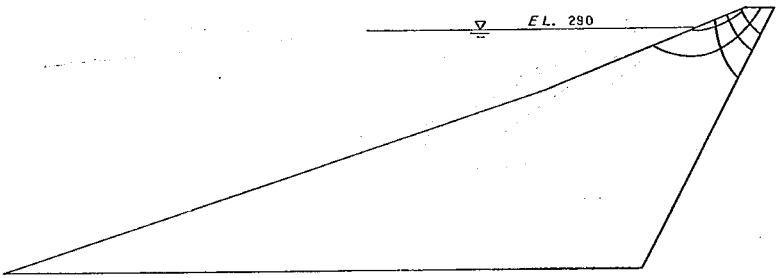
図-11　$k=1\times10^{-1}$ cm/sec の場合のフローネット

固定点の座標差に応じて移動させる。

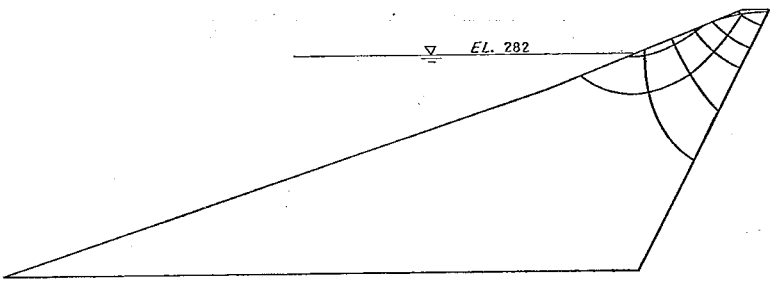
この操作を反復して，浸潤面上の節点の圧力が充分小さくなるまで計算する。

図-7は図-6に示すアースダムの浸潤面を上記の方法により求めたもので，Casagrande の方法により求めた浸潤面と比較してある。

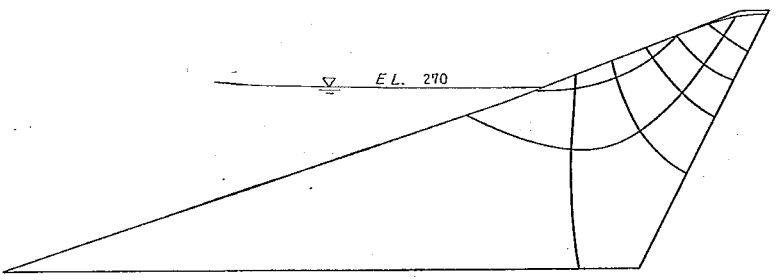
次に非定常流の浸潤面の追跡方法について述べると，まず初期条件に対応した浸潤面を定常流の場合と同様に求める。次にΔt時間後の浸潤面の位置およびポテンシャル分布，流速分布を求めるときは，境界条件はΔt時間後のものを用い，浸潤面は初期条件のときの位置を用い，浸潤面上での圧力を0とし，$R\neq0$として計算を行なうとポテンシャル分布および流速分布が求められる。なお(28)式よりこの際求められた浸潤面上のRから$\frac{R\Delta t}{\gamma}$を求めると，これは浸潤面の変動量に等しくなる。こうして浸潤面の位置も求められる。



(a)　$k=10^{-2}$ cm/sec, 2時間 経過後



(b)　$k=10^{-2}$ cm/sec, 4時間 経過後



(c)　$k=10^{-2}$ cm/sec, 6時間 経過後

図-12　$k=1\times10^{-2}$ cm/sec の場合のフローネット

この浸潤面の移動量に応じて，節点を移動させる部分での全節点を移動させる。次いで前と同じ方法を反復することにより，任意の時刻での浸潤面の位置，ポテンシャル分布，流速分布を求めることができる。

図-8は大鳥[4]の行なった喜撰山ダムの非定常浸透流模型実験の結果と対比すべく行なった計算の要素分けを示しており，図-9，10はそれぞれ透水係数を 1×10^{-1}cm/sec および 1×10^{-2}cm/sec としたときの，各時刻の浸潤面の位置を示しており，図-11，12はおのおのの場合のフローネットを示している。また図-13は大鳥の実験

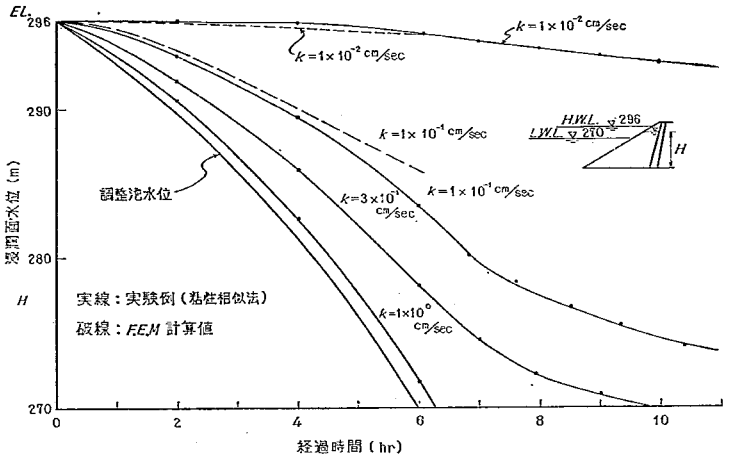


図-13 実験値と計算値の比較（喜撰山ダム）

結果と計算結果とを比較したものである。なおこの計算では時間間隔は20分として行なったが，実験結果とはかなりよく一致している。

6. 結 語

以上浸透流の変分原理より考察を進め，Darcyの法則に従う浸透流と従わない浸透流を含め，定常問題，非定常問題の解析方法を示し，その計算例を述べた。なおここに述べた計算例はいずれも Darcy の法則に従う浸透流のみで，Darcy の法則に従わない浸透流については述べなかった。これは Darcy の法則に従わない浸透流については理論的に考察したのみで，筆者らはその実際の特性についてはほとんど研究していなかったためである。

ここに仮定した Darcy の法則に従わない浸透流の運動方程式が妥当なものであるか，また妥当な場合に係数にどのような値を与えるべきかについては今後の研究課題であると考えられる。

最後にこの研究にダム構造研究室の原田譲二氏の御協力を得たことに感謝する次第である。

参 考 文 献

1. Zienkiewicz, O. C. and Y. K. Cheung; "Solution of anisotropic seepage problems by finite elements" Proc. A. S. C. E. 92, E. M. I, 1966.
2. Volker, R. E. "Nonlinear Flow in Porous Media by Finite Elements" Proc. A. S. C. E., H. Y. 6 1969.
3. 川本眺万，駒田広也「基礎および堤体内における浸透流の解析について」第6回岩盤力学シンポジウム，1969.
4. 門脇慶太郎，大長昭雄「喜撰山ロックフィルダムの設計にともなう特殊検討について」発電水力 No. 98 1969.

越流堤防の構造設計に関する研究

(昭和46年4月)

山　村　和　也*

Study on the Design of Overflow Dyke

(April 1971)

by Kazuya Yamamura

Synopsis:

In order to heighten the function of the Watarase Retarding Basin, construction of enclosing dykes between the river channel and the basin are now under way. Parts of enclosing dykes form overflow dykes; sand cored embankments with an asphalt facing. At a flood the river water flows into the basin over the overflow dykes. As the construction of a dyke on large scale of this kind is the first attempt in our country, many problems related to the design had to be solved in advance. Some subjects among them are brought into discussion from a standpoint of soil engineering in this paper. The excess water pressure developed below the facing during a flood is studied in an attempt at the determination of the thickness of the facing. Moreover, the non-steady seepage flow through the embankment, the function of drain and air vent inside the dyke, requirement for filter material are discussed on the basis of experiments and calculations.

Key words (overflow dyke, asphalt facing, seepage flow, drain, filter material, excess water pressure)

要　旨

渡良瀬遊水池の洪水調節機能を向上させるために調節池化の計画が進んでいる。本報告ではこの計画のために作られた越流堤防について述べる。

この越流堤は基礎が軟弱なためアスファルト被覆という特殊な型式がとられたこと，規模が巨大なことなど過去に例を見ないものであり，設計に当たって地盤変形に対する安定性，出水時の水圧，浸透水に基づく揚圧力に対するフェイシングの安全性など多くの問題があった。

本報告は堤防の構造を設計するために行なった検討事項のうち，土質工学的な問題のみ述べたもので，特に洪水時に堤体内に生じる浸透流，フェイシングに働く揚圧力，堤体内の排水排気施設の機能などに重点をおいて，実験計算結果などを取りまとめたものである。

キイワード（越流堤，アスファルト被覆，浸透流，排水施設，フィルター材料，過剰水圧）

目　　次

1. まえがき……(2)
2. 特殊堤防における設計上の問題点……(2)
3. 対象にとり上げた越流堤防の型式……(3)
4. 堤防地盤ならびに堤体材料……(4)
5. のり覆工を施工した越流堤に生じる浸透流…(5)
6. のり覆工裏面に働く過剰水圧……(7)
7. 堤体内浸透流の検討……(8)
8. 堤体土の有効間げき率……(9)
9. 堤体内浸透流の数値計算……(10)
10. 砂模型による透水実験……(12)
11. 計算ならびに実験結果と考察……(12)
12. アスファルトフェイシングの施工例……(16)
13. 排水施設のフィルターの検討……(17)
〔1〕 フィルター材料の選定基準……(17)
〔2〕 田中，管生越流堤の設計に関連して行なわれた集水管の実験……(18)
〔3〕 渡良瀬越流堤の排水施設のために実施した実験……(20)
〔4〕 排水工に関するまとめ……(21)
14. 結語……(21)

* 機械施工部土質研究室長

1. まえがき

河川堤防には土または砂れきで作られた普通の堤防のほか，特殊堤防と称する堤防がある。一般には土砂堤と特殊堤という分類をしている。特殊堤は背割堤，導流堤，突堤，越流堤など，堤防に特別な機能を持たせるために，土砂のみで築造せず，コンクリート，石材，アスファルトなど他の材料もしくは土砂と併用して作られた堤防である。また特殊堤は河川流の洗掘，波浪による浸食などを防止するため堤体構造を特別に考慮した堤防であるとも言えるが，このほか，特殊堤防の中には，市街地において堤防用地を節約するために，コンクリート，石材などを用いて築造された堤防も多い。

特殊堤の構造に関しては従来ほとんど研究された例がなく，実際の設計に当たってはもちろん堤防築造地点の条件，堤体に加わる外力などを考慮に入れるが，過去の同種の堤防を参考にして経験的に断面形状が決定されているのが現状である。

本報告では特殊堤防のうち特に越流堤の構造につき，検討を加えるが，本研究は，渡良瀬川遊水池の越流堤の設計に関連して実施した調査検討の一部をまとめたもので[1),2)]，特殊堤の型式として，盛土の表面をアスファルトで被覆した特殊堤防をとり上げる。渡良瀬遊水池に築造される越流堤のように大規模な越流堤の築造は世界にも例がなく，堤体構造を決定するに当たって，多くの問題点が指摘され，検討が繰り返されたが，ここでは，河川水位の変動に基づく堤体内の浸透流によって生じる越流堤の被覆工背面の揚圧力とそれに対して安全な堤体構造の設計法に関する検討について述べる。現在越流堤はここで述べる検討の結果に基づいて施工が進められており，工事の完了する本年出水期より遊水池の洪水調節機能の大幅な向上が期待されている。なお，浸透流に関しては堤体内に多数の水圧計が埋設してあって，洪水時の観測によって設計法の妥当性を裏付ける資料をうる計画のあることを付記しておく。

2. 特殊堤防における設計上の問題点

土または砂れきで作られた普通の堤防を土砂堤と呼ぶことはすでに述べたが，この種の堤防は堤体材料を築堤現場近くの土取り場に求めることができ，一般に工費は低廉である。しかもかさあげ，腹付け，拡幅など，在来堤防を改築する際にも土砂堤であればきわめて容易に工事が可能であり，また美観上も芝など植物によって被覆された堤体の望ましいことは言うまでもない。

これに反し特殊堤防は土以外に材料としてコンクリート，石材，アスファルトなどを多量に用いるため工費はかさみ，また維持管理上からも，土砂堤では起こりえない問題が生じている。

河川改修の治水効果を向上させるため，背割堤，導流堤，越流堤などの施工例が多くなり，また都市周辺では築堤用地の取得難から，堤防ののり面を急にして，コンクリートその他の材料で補強し，さらに天端にパラペットウォールを立てた特殊堤，あるいは越流堤などによる堤防の裏のりの洗掘を防止するためのいわゆる三面張りの堤防など，最近ますます特殊堤防の築造工事が増加するすう勢にある。そこでまず本報告の主題である越流堤にとらわれず，特殊堤防に関係し，早急に検討を要すると思われる問題を摘出し，最後に渡良瀬越流堤での設計上の問題点について触れる。

土砂堤はその表面が植生によって保護されたといっても強度にはおのずから限度があり，コンクリートなどの材料で保護した方が，流水あるいは降雨による浸食洗掘抵抗のふえることは当然である。洪水時に多少の越流があったり，強風による波浪が越波し，裏のりをたたいても，堤防が裏側から破壊することは容易に起こりえないことが過去の洪水によって明らかにされている。

しかし，軟かい土砂と土以外の硬い材料で作られた堤防は両者のなじみが悪く，いろいろの面に欠点が現われている。まず堤防基礎地盤が軟弱で沈下が起こったり，堤体上の圧縮性が大きいと次第に堤体と剛性の高い材料でできた部分との間に食い違いが生じてくる。

剛性被覆を施した堤防であると，のり覆の裏面に次第に空洞が生じ，これが進んでいくとのり覆の破壊になる。できて間もない堤防でものり覆裏面に空洞のあることを調査によって確かめられた例もある[3)]。空洞は特に天端，小段の肩付近に著しいことが知られており，堤防の管理上，空洞の早期発見と補修の必要なことは言うまでもない。音波探知，RI 探知などの試みもあるが必ずしも良好な結果を得ず今後の問題である。

堤体に異常が生じるほど不等沈下が起こらなくても，地盤の沈下が進むと堤防高が計画高を下回り，堤防のかさ上げが必要になってくる。土砂堤のかさ上げはきわめて容易であるが，特殊堤の場合は簡単ではない。たとえばパラペットウォールの継ぎ足しも支持力あるいは安定性の面からむずかしく，前後面斜面および天端を被覆したいわゆる三面張りの堤体では，斜面をそのまま延長してかさ上げするのでは天端幅の不足をもたらすことになる。東京，大阪，新潟など地盤沈下の大きい地域の都市河川堤防では，将来のかさ上げを見越した堤体断面を考え，計画に取り入れていく必要があり，用地の不足という制約とともに，堤防の形状構造が近い将来，従来の常識を越えたものになる可能性も考えられる。

このほか特殊堤防だけの問題ではないが，護岸や根固め部背面の土砂の微粒子が外部へ洗い出され空洞が生じ

ることも，堤体の安定性をそこなう原因として指摘されている。この現象は護岸，根固めなどのすき間あるいはジョイントから，浸透流によって裏込めの土の微粒子が徐々に運び去られる現象であって，潮汐の影響を受ける箇所の堤防などでは特に著しい。長年月の間に内部の土が外部に移動し，大きな空洞が生じ，のり覆あるいは護岸を陥没，破壊せしめた例がしばしば報告されている。堤体内から外部へまた外部より内部へ繰り返し運動する浸透流自体は堤体の安定性に支障はないと思われるが，堤体の内部浸食（internal erosion）の原因であるから注意を要する問題である。内部浸食に関連し一言付け加えたいのは表のり覆工の基礎を兼ねて，表のり尻に打設される矢板についてである。堤防地盤が砂地盤の場合，浸透防止ならびにのり尻の洗掘防止の目的で打設されているが，浸透防止という意味は浸透流それ自体すなわち，水の出入りを止めるのではなくて，矢板は地盤の土粒子が浸透流によって洗い流されていくのを防止するのを目的にしていると理解すべきである。

さらに最近一般の注目を集めている問題として堤防の地盤の動的安定性の問題がある。これは特殊堤にかぎらず一般の土砂堤についても同様であるが，堤体が異質の材料を組み合わせてでき上がっている場合（たとえばコンクリートののり覆やパラペットウォールなどのある場合）には特に地震による被害が大きいようである[4]。新潟地震の例によると阿賀野川堤防で，付近の堤防にはほとんど被害がないのにもかかわらず高水護岸を施してある位置ののり面のみ大きな亀裂のはいった事例などはその代表と思われる。特殊堤にのみにかぎることではないが，防災構造物である河川構造物の耐震性の研究は今後に残された重要な課題と考えられる。

特殊堤に関係する問題点を一般的に述べてきたが，最後に本報告で取り扱う問題について触れる。越流堤の型式としてアスファルトフェイシングによる全面被覆の構造を採用した理由はあとに土質条件などを示し説明するが，水密性のフェイシングを施した堤防で特に問題になる点は，フェイシング裏面に働く過剰圧力である。

越流堤は高水敷上に築造されるため，平時は完全に陸上に置かれ，いわばかわいた状態にある。しかし，洪水時には河川の水がこの上を越流して貯水池内へ流入するため，完全に水没の状態になる。越流堤の表面は水密性のフェイシングで完全に被覆され，またのり尻部には止水矢板が打たれるため，堤体内への浸透流はかなり制限されていると考えてもよい。しかし水没している期間が長期間にわたると，基礎地盤や止水矢板のすき間を通して堤体内へ流入する浸透流量は無視しえず，まず堤体内の空気を上部へ追いやり，フェイシング裏面に揚圧力を作用させる。さらに洪水が終わったのち，河川水位および遊水池水位が降下すると，今度は逆に堤体内に浸透した水が水位低下に追従して排水しえず，過剰水圧としてフェイシングを上方に押し上げる作用をすることになる。

堤体の水没時の堤体内の空気圧，水位降下時の水圧が力のつり合いを破り，フェイシングを上方に持ち上げるようになると堤防は破壊を起こす。フェイシング裏面に働く揚圧力は越流堤だけの問題ではなく，アスファルト護岸のような水密性のフェイシングを施した堤防で潮汐の作用を受ける箇所では同様に起こると思われる問題で，ここで示す検討方法は，護岸の必要厚さを決定する方法として，一般の堤防にも適用しうると思われる。

3. 対象にとり上げた越流堤防の型式

対象にとり上げた越流堤の諸条件について述べる前に，渡良瀬川越流堤の構造がいかなる理由でアスファルトフェイシングを盛土全面に施した型式のものになったかについて述べてみる。

越流堤の構造として考えられる型式を二つに分類すると，ここで取り上げているタイプのような盛土の表面をのり覆工で被覆したものと，土砂を使用せずに石材またはコンクリートで築造したいわゆる固定ぜきと見なされるタイプのものであろう。後者の極端なものはコンクリートの壁で作られた越流ぜきになる。

わが国の河川では越流堤が実際に施工された例は少ないが，今まで施工された型式は利根川の下流部の田中，菅生両越流堤に代表されるように盛土の表面をのり覆工で保護したものも見受けられる。

盛土の表面を保護する方法としては剛性の大きい石張り，ブロック張り，コンクリート張り，たわみ性のものとしてアスファルトの被覆または特殊なものとして鋼板の被覆も考えられないことはない。それぞれの得失をあげて比較することは可能であるが，この場合築造地点の諸条件が支配的な要素になることは言うまでもなく，おのずからその特徴を生かす型式を選定することになってくる。

まずコンクリート，石材でできた越流ぜきの場合は構造が剛性に富むため基礎地盤が十分な支持力を有するか，あるいは，くいなどによって十分な基礎を作らなければならない。この点，土砂堤の表面にたわみ性のフェイシングを施した堤防は比較的地盤の変形に対して欠陥を現わしにくいタイプであって，特にフェイシングの材料としてアスファルトを使用すれば堤体に不等沈下が起こったとしてもフェイシングはそれに追従して変形し，フェイシング裏面に空洞が生じたり，亀裂の生じる恐れがないと判断される。ただし十分な基礎を持つ剛体構造に比較し，盛土を三面張りする型式は，堤防完成後，長

年月の間に堤体に多少の変形が起こり，天端の沈下の生じることが予想され，フェイシングの維持などに経費を要することが欠点としてあげられる。

本報告の対象としている渡良瀬遊水池の地盤は場所によって相違はあるが，いわゆる軟弱層が厚く分布し，剛性の高い重量構造物を築造するためには規模の大きい基礎を設ける必要性のあることは明らかで，結局工費の面からも盛土にフェイシングを施した形式が有利ということになった。フェイシングにも各種の種類のあることをすでに触れたが，基礎地盤の軟弱地盤を考えると，コンクリートフェイシングあるいはブロックフェイシングでは目地が弱点となりやすく，盛土の沈下にも順応しにくい。これに反してアスファルトフェイシングは水密性，たわみ性の点，また破壊するとしても局部的な損傷にとどまること，さらに維持管理，特に修理かさ上げのためのオーバーレイの容易なことなど，地盤のよくない箇所に作られる越流堤のフェイシングとして多くの利点があることがわかり，各種構造を比較検討した結果アスファルトフェイシングが採用されることに決まった。

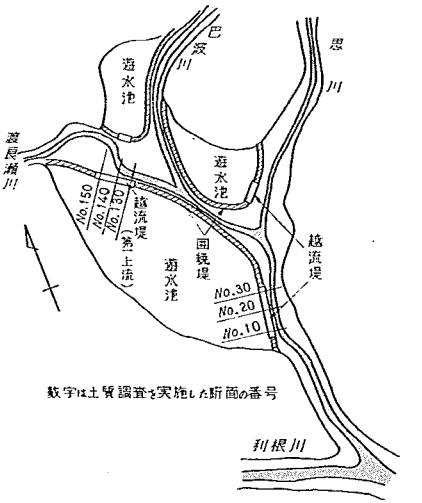


図-1　渡良瀬川越流堤築造箇所平面図

4. 堤防地盤ならびに堤体材料

渡良瀬川越流堤の築造箇所の平面図は図-1のとおり渡良瀬川，巴波川，思川の3川の合流点である。この付近一帯の基礎地盤は堆積土砂で形成されており，うすいレンズ状の砂層をはさんでいるが，15m前後の軟弱な粘性土層が表層として広がっている。軟弱層の下には洪積砂れき層が発達していて，この層は重量構造物の支持力となりうるので，越流ぜきをコンクリートなどの構造物とした場合，この層まで基礎を到達される必要がある。

越流堤の築造箇所の地層断面図の例を示すと図-2のとおりである。また図-3には代表的なボーリング柱状図を示し，実施した土質試験結果を図示した。また粒度分布，自然含水比，液性限界，塑性限界の値を示した。

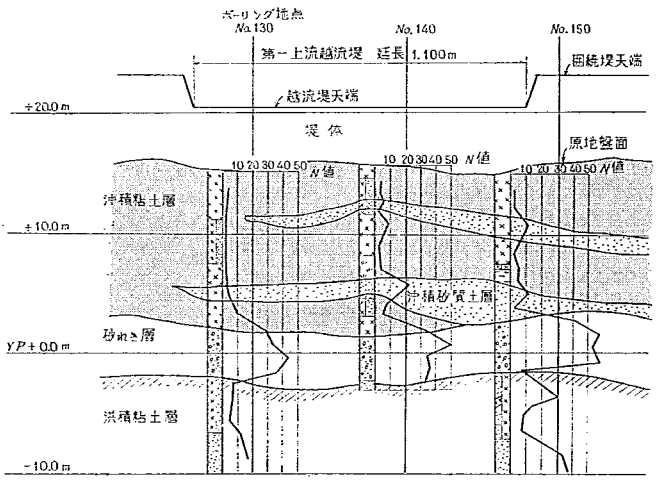


図-2　越流堤築造箇所の地層断面

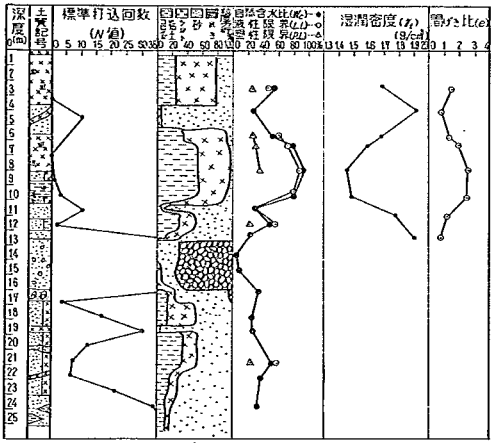


図-3　渡良瀬越流堤築造地点の代表的ボーリング調査結果

地盤上に越流堤を築造した場合の土質工学的な検討のため越流堤築造工事に先立ち，試験盛土によって検討を加えたのでその概要につき簡単に触れる[5]。

試験盛土は，築堤工事中および完成後の正確な沈下量を推定すること，盛土の締め固め方法，品質管理方式を定めることなどを目的として計画された。試験盛土の総延長は 220m で，このうち半分の地盤にはサンドドレーン工法を施工して，地盤に軟弱地盤対策工法を行なった場合の効果の確認を試みた。本報告では軟弱地盤対策に関する問題は取り扱わないので省略するが，越流堤築造計画が立案された当時は軟弱地盤の施工にかなりの困難を伴うものと予想していたのが，試験盛土や一連の土質調査によって当初考えられたほど悪い地盤でないことが明らかにされた。すなわち，盛土を急速に施工しても側方流動の起こる恐れはほとんどないこと，また，越流堤の計画高 6 m の盛土荷重によって総沈下量は1m～1.5m に達するが沈下速度は早く，圧密は短期間で完了することが明らかにされた。したがって，無処理区間とサンドドレーン区間の沈下速度の観測値に差がなく，軟弱地盤の対策工として効果が明確に現われてこないことが知られた。さきの図-2に越流堤築造位置の地層断面を示し，粘土層内の砂層を示しているが，この図に示されている砂層は，ボーリングによってその存在がはっきり確認されたもののみで，このほかにも薄い砂層が多数はさまれているものと考えられる。さらにはんらん原に土砂が堆積する過程において，堆積土砂は水平方向の成層状態を示すので，地盤の透水性は鉛直方向に比べ水平方向が相当高いと思われ，粘土層内に薄層の砂層の存在することとともに地盤の圧密が早期に進行していく理由と考えられる。このような現象は渡良瀬川の試験盛土のみならず，ほかで行なった試験盛土の工法比較の結果[6),7)]にもでており，軟弱地盤対策としての圧密促進工法の適用に当たっての問題点として指摘されている。

さて，ここまでは基礎地盤を越流堤の支持地盤として，盛土荷重の増分による沈下変形を述べたが，本報告で取り上げる主要問題は越流堤のフェイシングの裏面に生じる過剰圧力の大きさとそのコントロールであるため，地盤の透水性が重要な要素になる。この面からの説明をする。

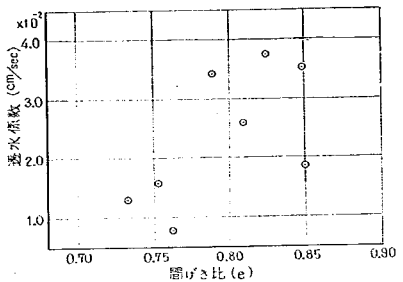
基礎地盤は先にも述べたように表層部の粘土層には透水性の大きい砂層を所々にはさんでいるが，砂層は必ずしも連続性を持っておらず，ほぼ不透水性地盤と考えてよい。参考のため基礎地盤の沈下解析のために実施した圧密試験から求めた透水係数を調べると場所によって多少の差はあるが，大体10^{-7}～10^{-8}cm/sec 程度であることが知られる。渡良瀬川の河床をしゅんせつした土砂で作られる越流堤の透水係数を 10^{-2}cm/sec のオーダーとすると，ほぼ不透水性と考えてもよい。

次に堤体盛土に使用される渡良瀬川の河床砂はしゅんせつ箇所によって粒度分布にかなりの差があるが，一部分を除き，ほぼ粒径のそろった砂と考えて差しつかえない。代表的な堤体材料について実施した粒度試験および透水試験結果を図-4 に示す。なお透水試験は直径 10cm のモールド内に約 11cm の厚さに試料を詰め定水位試験法を適用して実施した。

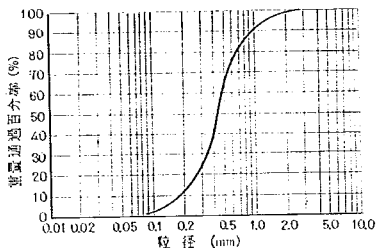
越流堤の盛土は，表面にアスファルトフェイシングを設けるため，堤体築造完了後の沈下がほとんどなくなるように工事は先行して行なわれた。フェイシングが施工される前は盛土表面の保護がなされていないので，堤体表面の砂の細粒分は風によって運び去られ粗粒分のみが残留した。また降雨が盛土表面から堤体内部に浸透し，さらに基礎地盤が不透水性であるため堤体内部が飽和し，盛土中央部に高く，のり尻に向かって低くなる自由水面を持つ地下水が形成され，のり面下部一帯から徐々に流出した。これは晴天が続いても消滅せず，のちにアスファルトをのり面に被覆する際，のり尻部およびそれに続く水たたき部一帯の砂が軟弱化しいわゆるうむ状態となり，転圧作業が十分できず，アスファルト舗装の品質を維持するうえに障害となった。

5. のり覆工を施工した越流堤に生じる浸透流

堤体地盤は先にも述べたようにほぼ不透水性と考えられる土質から成っている。堤体が透水性の高い砂で作られていても，その表面を完全に不透水性ののり覆工で被



(a) 室内試験による透水試験



(b) 粒度曲線

図-4　堤体材料の粒度ならびに透水係数

覆し，さらにのり尻部には被覆工の基礎を兼ね止水壁を粘性土中に打ち込んでおけば，のり尻部を回って浸透する水もしゃ断することができる。したがって，洪水時に河川水位が上昇し堤体に越流が起こったとしても堤体内に浸透する水は全く生じない。

洪水時，堤体が水没してのり面上に静水圧が加わり，堤体が外圧に見合うだけ圧縮変形を起こしたとしても，堤体内部の土の間げきは水によって飽和されておらず，圧縮性の空気によってかなりの部分が占められているため，間げき圧の上昇は少ない。すなわち，堤体の土の間げき圧は最初の圧力，大気圧とほぼ同様と考えてよさそうなので，裏面からの揚圧力は全く発生しないことになる。むしろ外側から水圧が作用してフェイシングが盛土に押し付けられることになり，堤体盛土内部の有効応力が増加するから，堤体の安定性はむしろ向上すると考えられる。

しかしながら，実際の施工において，堤体内部へ全く水が浸入しないように完全な止水が可能とは考えられない。

まず第一に堤体基礎地盤が粘性土の不透水性の材料から成り立っているといっても完全に不透水性でない。部分的，局部的にかなり透水性の高い地盤のあることは河川の堆積地層であることから当然である。また盛土の施工中に地盤内へ砂質土が混入したり，現地盤の低湿地には整地のため砂質土をまき出すこと，さらに越流堤の川側および裏側ののり尻に接して作られる床固めや，越流水による洗掘防止用の水たたきの基礎を強固にするため，現地盤の粘性土を砂での置換をすることなどで地盤内に透水性の高い部分ができあがる。これら透水性の高い部分を通って流れる浸透流ができると考えられる。そのほか，フェイシング自体の水密性も完全なものではないと思われる。また堤体の変形，地盤沈下などによってフェイシングに亀裂の発生することも考えられる。

このように堤体内には各種の原因で水が浸入する可能性があるので，河川および遊水池水位の上昇に伴ってかなりの浸透流があると仮定し，堤体の構造を検討した方が安全であると考えられる。

洪水時にどの程度の浸透流量があるかは明らかでないので，ある程度は安全側の仮定をして，浸透流に基づく揚圧力に対抗できるフェイシングの厚さを非定常浸透流を考え検討することにした。

一般に地層内の浸透流は透水性の大きい水の流れやすい水みちを通って多量に流れ，決して一様な流れではない。さらに上記のように地盤内に透水性の高い部分の存在することが予想され，またフェイシング自体に亀裂などの欠陥の生じることもあるので堤体内部への水の流入流出は明確でない。このように考えると越流堤内の浸透現象は場所によって異なり，複雑な状況を呈するものと考えられる。しかしここでは一般化した理想的な条件で考えないと取り扱いが困難なため図-5に示すような断面を仮定する。すなわち，越流堤のフェイシングはサンドアスファルト，修正トペカを重ねた構造で厚さ30～50cm（本検討の結果決まった厚さである。）に施工すれば，ほぼ漏水はないと考え，水密性と仮定する。したがって，堤体内に流入する水はすべて基礎地盤を通ってはいり込んでくるとする。すなわち図に示すように基礎地盤の地表部を透水層と仮定して，この上に堤防が築造されていると考え，水位上昇に伴って堤体内へ浸透する水はこの層を通って流入するとする。この層を通って堤体内へ流入する水量は層の厚さに左右されることになる。

フェイシングの検討に当たって，この層の厚さの選び方は実際の越流堤で浸透する透水量が流れるようにすることであって，浸透水の流入流出口として等価な透水層を想定するということである。この仮定には問題のあることは明らかであるが，フェイシングの設計に浸透流を一般的な形で取り扱うためには，浸透条件を単純化して考える必要があり，このような仮定を設けた。以下本報告で述べる検討は上記仮定を用いて行なう。

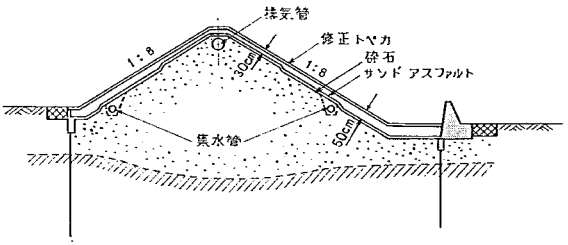


図-5　越流堤の構造

6.　のり覆工裏面に働く過剰水圧

河川水位および遊水池水位の変動によって，堤体内部と外部との間に水の出入りが起こる。内部に非定常浸透流が生じ圧力の変動が起こると外側の水位変動のいかんによってはのり覆工裏面に揚圧力が発生する。この現象は本越流堤に類似した海岸堤防，すなわち緩こう配の砂堤の表面を水密性のアスファルトのフェイシングで被覆したタイプの堤防でも同様に起こりうる[8]。水位の低下が急に行なわれると堤体内に存在する地下水面がこれに追従しえず，のり覆をはさんで内外の水圧のつり合いがくずれ，最終的には弱い箇所が持ちあげられ破壊を起こす。アスファルトフェイシングの場合はたわみ性に富むため，局部的に heaving を起こしふくらんでから，一部に亀裂が生じて水がふき出す。部分的に流出口ができると水の流れが集中して起こるので内部の土砂を洗い出し，次第に堤体の損傷が大きくなると言われている。

越流堤の場合の水位変動は海岸堤防の潮汐の影響による変動よりは大きく急速に起こるため，上記の形態ののり面のふくれ上がりや破壊の生じる可能性はきわめて大きいと言わなければならない。

さらに堤体内の間げきに存在する空気が，浸透による堤体内の自由水面の上昇によって圧縮されてくると，天端および斜面上部のフェイシング裏面に圧力を加え，同様な形態の破壊が起こると考えられる。

越流時の河川水位の上昇および洪水が過ぎ去ったあとの水位低下によって浸透流が生じ，フェイシングに揚圧力が作用するので，堤体の安全を維持するためには，揚圧力の大きさに打ち勝つ重量を持たすようフェイシング厚さを決定しなければならないことになる。

水密性のフェイシングの裏面に揚圧力が働くと，どのような状態に至って破壊につながるかについて少し考えてみる。

過剰水圧がフェイシング裏面に働くとフェイシングを上方に持ち上げる力が加わる。堤体表面に加わるフェイシングの自重による接地圧を土粒子間の有効応力と間げき圧に分ける。洪水時に揚圧力が働くということは間げき圧が上昇することになり，フェイシングの堤体土に与える有効接地圧が減じることになる。この結果，フェイシングと堤体土の間の摩擦抵抗が減って，傾斜方向にすべり落ちようとする。言い換えれば，フェイシングの自重の斜面の方向の分力が次第に大きくなり，フェイシングの断面応力を増加させていく。アフスァルトは粘性に富むため，長時間にわたって応力が加わると次第に変形していく恐れがある。さらに揚圧力が増加するとフェイシングが持ち上げられることになる。

いま，のり覆の微少部分を取り出し，力学的な平衡状態について眺めてみる。図-6に示すように厚さ b を持ったのり覆の微少部分を考える。

いま微少部分の両側面に外力が全く作用しないものと仮定する。斜面方向ならびに斜面に垂直な方向のつり合いは

$$W\sin\alpha=\sigma\tan\varphi \quad \cdots\cdots(1)$$

$$P_2-P_1+W\cos\alpha=\sigma \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに，W：微少部分の自重による応力

σ：フェイシングに作用する堤体土の有効応力

$\tan\varphi$：フェイシングと堤体土の摩擦係数

P_1：フェイシングの表面（外側）に作用する水圧

P_2：フェイシングの裏面（内側）に作用する水圧

また γ_a および γ_w をそれぞれフェイシングおよび水の

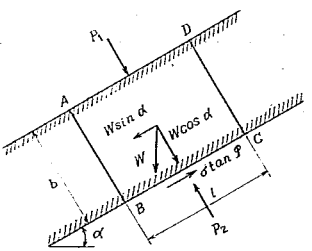


図-6　フェイシングの微少部分のつり合い

比重とする。

$W=bl\gamma_a$, $P_1=\gamma_w h_1 l$, $P_2=\gamma_w h_2 l$ であるから

$$P_1-P_2=\gamma_w l(h_1-h_2)=\gamma_w lh \quad \cdots\cdots(3)$$

ただし，h はフェイシングの表面と裏面の水頭差を表わしている。

フェイシングの微少部分を取り出し斜面上をすべり出す条件は，

$$W\sin\alpha>\sigma\tan\varphi \quad \cdots\cdots(4)$$

であるから(2)式および(3)式を上式に代入して整理すると

$$h>b\frac{\gamma_a}{\gamma_w}\cos\alpha\left(1-\frac{\tan\alpha}{\tan\varphi}\right) \quad \cdots\cdots(5)$$

またフェイシングに働く揚圧力がフェイシングの斜面に垂直方向の分力より大きくなる場合，すなわち揚圧力によって浮き上がるときは σ は0になる。したがって，この場合には

$$P_1-P_2>W\cos\alpha \quad \cdots\cdots(6)$$

(2)式を代入して整理すると

$$h>b\frac{\gamma_a}{\gamma_w}\cos\alpha \quad \cdots\cdots(7)$$

この場合，フェイシングの自重の斜面方向分力はすべて断面応力に変わるので，長時間この状態が続くと変形が起こってきて，堤体斜面ののり肩付近に引っ張り亀裂を起こさせる原因ともなる。

フェイシングの厚さを決定するには(5)式あるいは(7)式によって計算すればよいことになる。

さきにも述べたように，地盤内の浸透流は複雑で必ずしもここで仮定したような流れにならないこと，想定した計画洪水の襲来する確率はきわめて低いこと，フェイシング裏面に働く過剰水圧の発生している時間が比較的短いことなどを考えて，安全性を見込んで(7)式によって算出する。

浸透流が複雑で予測しがたい流れを呈することは安全率を大きく取らなければならない要素であるが，あとで述べるように浸透水が堤体内へ流れ込む出入り口を大きく仮定していること，過剰水圧を低下させるためドレーンを堤体内に配置していることや，上記の条件はいずれも安全率を小さくとりうる要素として働くので，フェイシングの必要厚さを決定するに当たって用いる安全率は小さく押えうると考えられる。

7. 堤体内浸透流の検討

堤体内に生じる浸透流の境界条件はすでに述べたので，ここではその仮定に基づき浸透流の計算をする方法について，簡単に述べる。

図-5のような浸透の境界条件を考えることは述べてきたが，浸透流の取り扱いを容易にするため，堤体および地盤を含めて，浸透流の等ポテンシャル線はすべて垂直であると仮定する。地盤の不透水層の面を基準にとり，浸透を考えると図-7のとおりである。斜面および天端の表面は不透水性のフェイシングが施工されているので浸透流の堤体内への出入りはすべて基礎地盤のみからである。さらに基礎地盤は粘性土からできており，一応不透水性と考え，結局，基礎地盤の表面にまき出した置き換え部の砂層を透水経路と仮定した。実際には，斜面のり尻部へ鋼矢板の止水壁を設けるため，浸透流の完全な開口部にはならないけれども，浸透流を単純化するため，このような浸透条件を想定したわけである。ただし，のり尻部の開口部の砂層の厚さは，止水矢板の施工，水たたきの施工などによって浸透を阻害する作用があるため，検討に当たっては多少薄く考えても差しつかえないものと判断される。

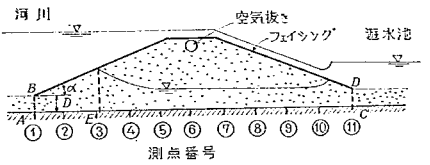


図-7　越流堤体内への浸透状態

さきにも述べたように，平時には，越流量は水面上にあり，堤体は不飽和の状態にある。すなわち，土の中の間げきのかなりの部分は空気によって占められている。したがって堤体表面が不透水性のフェイシングで完全におおわれていると，出水によって水位が上昇し，堤体が水没しても空気は逃げる所がなく，そのまま圧縮されて堤体内にとどまることになる。

しかし，堤体天端付近に空気抜きの設備を作って，完全に大気に通じさせておけば，たとえ出水時に浸透流によって堤体内の自由水面が上昇しても，内部に残っている空気が圧縮され，空げきの圧力を高めることはないはずである。ここで述べる検討でも，内部の空気は自由に逃げうるという仮定を設けることにした。さて，堤体地盤の地下水位はほぼ現地盤の地表面と一致しているので洪水によって河川水位および遊水池水位が変動する以前は自由水面の位置はACを結ぶ水平面と仮定して差しつかえない。

出水時に，河川水位の上昇に伴って自由水面の上昇も始まる。最初は堤体全幅にわたって自由水面が存在するが，水面の上昇に伴って自由水面のなくなる領域が増加していく。まず自由水面のないAE区間について考える。Eは自由水面のある領域とない領域の境界とするので，堤体内の自由水面が上昇するとEの位置は次第に堤

体中心部へ移動していき，水位降下時にはその逆になる。AE 区間では図-7のように浸透流が不透水性基礎と水密性のフェイシングではさまれた領域を流れるので，透水層内の圧力変化による層の弾性変形がないとすれば，任意位置での流量は Darcy の法則から近似的に次のように表わされる。

$$q=-kH\frac{dh}{dx}$$

ただし，H は任意位置の透水層の厚さであり，

$$H=D+\tan\alpha\cdot x$$

で与えられる。

両式から

$$q=-k(D+\tan\alpha\cdot x)\frac{dh}{dx} \quad \cdots\cdots(8)$$

AE 区間では不透水層が上下に存在するため，連続の条件は

$$q=\text{const}$$

したがって

$$dh=-\frac{q}{k(D+\tan\alpha\cdot x)}dx$$

これを積分すると

$$h=-\frac{q}{kb}l_n(D+\tan\alpha\cdot x)+C \quad \cdots\cdots(9)$$

境界条件として，$x=0$ における水頭 H は河川水位に等しく，水位曲線として与えられており，またEの位置も計算によって決まってくるので C および q を求めることができる。

次に EC 間の浸透であるが，この区間は堤体になお空気間げきの残留している区間であり，自由水面の変動によって非定常浸透流になる。この場合連続の方程式は

$$\lambda\left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial uh}{\partial x}\right)=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

また運動方程式は

$$\frac{1}{\lambda g}\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{u}{k} \quad \cdots\cdots(11)$$

ここに，λ：有効間げき率

u：浸透流の x 方向の流速

一般に地下水の非定常浸透流では左項が微少で省略できるので，

$$u=-k\frac{\partial h}{\partial x} \quad \cdots\cdots(12)$$

となり，Darcy の式と全く一致する。したがって，両式から

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{2\lambda}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad \cdots\cdots(13)$$

が得られる。自由水面の存在する区間はこの式に支配されるわけである。したがって，堤体内の浸透流は上記の(9)式および(13)式を用いて検討する。

8. 堤体土の有効間げき率

前節で堤体内の浸透流について述べたが，非定常浸透流の検討を行なう際に必要となる定数に，有効間げき率がある。不飽和の土では間げきは水と空気によって占められていて，普通間げき率は水と空気の占める体積の比率を示す。越流堤の堤体材料として用いているしゅんせつ土砂で作られた盛土について調査してみると0.4～0.5の値を示している。この中には空気間げきと水の占める空げきがあるわけである。不飽和の土の中で地下水面が変動すると，空気間げきの部分に水が新たに加わったり，また，水で飽和している間げきの一部が空気で置き換えられる。この部分の間げきを有効間げき率というのであって，水位の変動によって土中へはいりうる水量，あるいは出てくる水量とも言い換えることができる。これは Theis によって提唱された貯留係数と類似した性質を持つ係数であるが，貯留係数は被圧地下水層において水頭変化に対応して出入りする水量と定義されるので値はかなり異なる。有効間げき率は普通，貯留係数の100～1000倍程度の値を示すと言われている。

さて，土の間げき率は土のある状態を示す指数であって，ある土に着目した場合，その土の固有性として与えられる。しかし有効間げき率は，土の中にはいりうるあるいは出てくる水の量であるから，土の初期含水比，あるいは地下水面の上昇，降下の速度によっても異なってくるものと予想される。

このため，浸透流の検討の数値計算に用いる値を決めるため，実験室内で有効間げき率の測定を試みた。

有効間げき率を測定するために試作した実験装置の原理は図-8のとおりである。すなわち，直径 60cm，高さ 1.5mの円筒と，この円筒内へ水を供給するタンクならびにポンプから成っている。円筒の周壁に，円筒内の水面の変動を観測するためのスタンドパイプが取り付けられている。円筒底部はフィルター層となっていて，その部分にタンクからの送水用パイプが接続されている。

実験は，現地から堤体土であるしゅんせつ土砂を取り

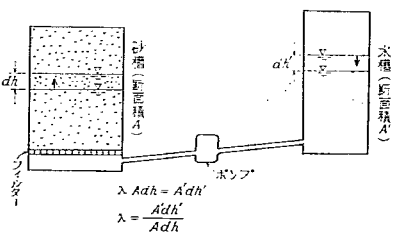


図-8　有効間げき率の測定装置の原理

寄せて実施した。まず，試料を円筒の中にタンパーを使って詰め込み，現地の土の密度にほぼ等しい密度，すなわち JIS A1210 の突き固め試験で求めた最大乾燥密度の90%を目標に締め固めた。

詰め込み作業が終了後，円筒底部から給水し，円筒内の水位を上昇させ，まず，水の供給量と水位の上昇の関係を求め，次いでタンク内へ再び水を回収し，回収した水量と水位の降下の関係を求め，有効間げき率を調べた。

実験での水位変動速度は，実際の堤防の内部で起こりうると思われる値を採用することが望ましいが，地盤の止水方法あるいは透水層の厚さなどによって異なり，予測しがたいため，10cm/hr～30cm/hr とした。さきにも述べたように土の初期含水比が有効間げき率に影響を持つので，初期含水比を変えて実験を試みた。初回の実験では試料がかなりかわいた状態であるが，一回水位を上下させると，試料は湿潤状態になるため，含水比のコントロールは前回の実験から次回の実験までの放置期間を変えることによって調節した。実験結果の1例を図-9に示したが，この実験では水位が1往復する過程で，有効間げき比の値がかなり変動することを表わしている。しかし，有効間げき比の平均的な値は，放置日数を1日～10日，水位の変動速度を 10～30cm/hr の範囲で変動させてもほぼ0.2を示し，一応，現場の堤体での値も0.2と考えてよいものと判断された。

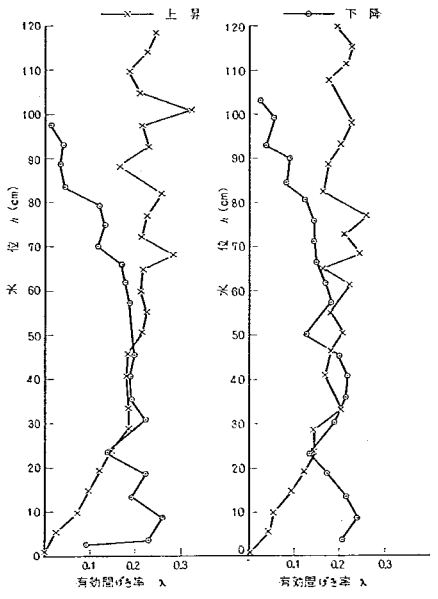


図-9　有効間げき率の測定結果

堤体内に生じる浸透流の挙動については，洪水による水位変動を洪水継続期間にわたって境界条件として与えて検討を加えるので，有効間げき比を全期間中一定値とすることは多少問題がある。木越流堤材料は比較的類似した砂であること，表面を不透水性フェイシングでおおわれているため，初期の湿潤状態の含水比の値に大きな変化がないと考えられること，および実験結果に示すように水位変動の速度が大きな影響を持たないことから，0.2の値を以降に示す検討に用いることを決定した。

9.　堤体内浸透流の数値計算

洪水継続期間中に堤体内に生じる浸透流の検討はさきに述べた(9)式および(13)式を用いて行なう。まず仮定として現地下水面は地表面と一致しており水平と考える。したがって，洪水が始まる前の状態として堤体全域にわたり，自由水面が存在し，上下を不透水性層で押えられたいわゆる被圧状態の領域は存在しない。

自由水面を有する領域での計算は(13)式を用いて行なうが，複雑な境界条件に対して解を求めることは困難であるため数値解法を適用する。

数値解法を適用するためにはまず(13)式を階差方程式に直す。つぎに x-t 平面を考え，距離間隔を Δx，時間間隔を Δt にとった格子状網目を作る。(13)式の微分係数を有限階差で置き換え，整理すると次の式が求められる。

$$H(t+\Delta t, x)=H(t, x)+\frac{k\Delta t}{2\lambda(\Delta x)^2}\times[H(t, x+\Delta x)+H^2(t, x-\Delta x)-2H^2(t, x)] \quad \cdots\cdots(14)$$

この式を用いると，$H(t+\Delta t, x)$ の値は $H(t, x)$，$H(t, x+\Delta x)$ および $H(t, x-\Delta x)$ の値から求めることができ，初期値と境界値が与えられれば次々と積分を進めていき，解を求めることができる。ただし，これに示した $H(t, x)$ は階差方程式で求めた水頭という意味である。ただし，階差方程式を用いて，このような前進型解法を試みる場合には x-t 平面における格子間隔 Δt および Δx を適当にとらないと誤差の累積する恐れがあるので，一応の検討を行なった結果，誤差の累積を防止するには次の式

$$\Delta t=\frac{\lambda(\Delta x)^2}{6k\bar{h}}$$

を用いて Δt および Δx を決定する[13]。

実際の計算では堤体幅 L を等分割し，Δx を適当に定め，上式によって Δt を求める。一方の堤体のり尻を x

$=0$ にすれば，他方ののり尻は $x=L$ となる。この位置が，フェイシングの末端に当たり，基礎地盤の砂層が地表に露出するので，この位置の砂層中の水頭は河道の水位および遊水池の水位に当たる。この水位は境界条件として，たとえば計画洪水に対する水位時間曲線として与えられる。

さきにも述べたように初期条件は自由水面を水平と仮定するので前進型の解法を試みる場合の必要な境界値はすべて整う。したがって，計算を逐次進めていけばよい。しかし，この方法で計算を進められるのは，自由水面の存在する領域のみで，外水位の上昇に伴って，堤体内の自由水面が上昇し，水面が不透水性のフェイシングの高さに一致するともはや自由水面は存在しなくなるため，取り扱いには変わってくる。自由水面がなくなることはいわゆる定常流に変化するので，この領域の流れは(9)式で表わされることになる。この式を用いれば，定常流の領域の上下端の水位のみ与えられれば，ただちに水頭分布を知ることができる。

ここで検討を加える渡良瀬遊水池の越流堤の断面は図-5に示すように斜面こう配1：8，天端幅4m，高さ6mである。なお堤防基礎地盤の透水性砂層の厚さは，1mを標準と仮定する。この地盤上層の透水層は，堤体内外への浸透流の通路であり，すでに述べたように，浸透流を単純化するため，基礎地盤内にはさまれている透水砂層の水みち，のり覆のジョイント，あるいはクラックなど，堤体内へ水を供給すると考えられる通路をすべてこの層に置き換えるとしたものである。この層厚の大小は堤体内への浸透流へ大きな影響を持つものと考えられ，フェイシングの裏面に働く圧力を検討し，フェイシング層厚を決めるためのモデルとしてどの程度の値をとるかは大いに問題のあるところであるが，ここでは安全側の値として，幾分大きな値を採用した方がよいと考えた。

実際の工事に当たっては置き換えた表層砂層を含めて，地盤を通しての堤体内への浸透を防止することは特に慎重に考え，フェイシングののり先には止水矢板を打設してあるので，実際の通水断面は上記の仮定よりもかなり小さいと考えてもよさそうである。この通水断面のとり方がフェイシング裏面に働く揚圧力にどのような影響を持つかについてものちほど述べる。

次に浸透流の境界条件として，解析に用いる河川ならびに遊水池の水位時間曲線は遊水池計画の水理的検討のために使用した計画洪水を利用する。水位曲線は図-10のとおりである。なおこの曲線は堤体地盤の透水層の下面を基準面にとって示してある。

洪水時に堤体内に水が浸透し，堤体内の自由水面を上昇させると，堤体表面が水密性のフェイシングで被覆されているため，土の間げきを占めている空気の逃げ場がなくフェイシングの内側にたまって圧縮される。このような条件ではフェイシング裏面に働く揚圧力はきわめて大きな値になると考えられるが，ここで行なう計算では，フェイシングの内側の空気は自由に堤体外へ排出され，常に土の間げきの空気圧は大気圧に等しいという仮定を設ける。また初期条件として自由水面の高さは堤体斜面のフェイシング下端部と等しく，かつ水平であると仮定した。

計算は上述のような初期条件および境界条件が与えられれば(9)式および(13)式を用い逐次計算を進めていくことができる。自由水面の存在する領域は(13)式を用いて計算を行ない，フェイシングの高さより，水頭が大きくなった領域については(9)式で計算するという操作を繰り返すことによって数値計算を進める。計算は堤体土の k/λ の値および基礎地盤の表面の透水性砂層の厚さの変化が揚圧力にどのような影響をもつかを調べるため，

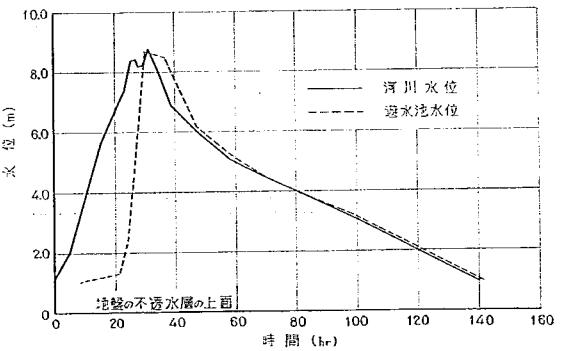


図-10　計画洪水の水位曲線

これらの値を変化させて計算を繰り返した。

10. 砂模型による透水実験

数値計算による検討と並行して砂模型による透水実験を行ない両者の結果を比較すると同時に，砂模型による透水実験では，フェイシングの内側にたまる空気を堤体外に排除するために設けられる堤体天端付近の空気抜き（排気バルブ）および堤体内へ残留する浸透流を排除するのり面の排水工の効果を検討するために実施した。

砂模型による実験は小規模ながらも，実際と同じ材料を用い浸透現象を再現でき，しかも各種浸透条件を変えた実験が簡単に繰り返し実施できるため，最も広く用いられている浸透実験の方法である。しかし，毛管帯の浸透の扱い方，非定常浸透流の相似縮尺の取り方などにいろいろ問題がある。

越流堤防の検討に関連して実施した砂模型実験は，長さ15m，高さ２m，幅１mの大型水槽を用いて実施した。

水槽は前面はガラス張りで，両端には水位を昇降させるためのタンクが継続している。また水槽の背面は板張りとなっていて，図-11に示すような位置に堤体内の浸透流の水頭あるいは空気圧を測定するためのマノメーター，圧力計が取り付けられている。堤体内に生じる浸透流は非定常流であって，自由水面が移動し，場合によってはフェイシング内側に閉じこめられた空気の圧力の測定が必要となるため，鉛直なスタンドパイプでは測定がむずかしく，マノメーター，ならびにストレインゲージを利用した圧力計を設置した。圧力計は最大測定圧0.1 kg/cm² の圧力変換器でオシログラフに測定値を自記できるようになっている。

砂模型に使用した材料は現地より運搬してきた砂である。模型の堤体ができるだけ均質にできるように10cmの層にまき出し，各層ごと水締めを実施した。模型は計画堤防断面に幾何学的に相似で，１：9.5の縮尺である。

模型堤防は実際の堤防と同じように表面を不透水性のフェイシングでおおい，図-12に示すように実験水槽の中央部に設置した。模型のフェイシングは，堤体の整形後，表面にモルタルを流して作ったが，特に水槽前面のガラス板および背面の板との接続部の水密性の確保には注意を払った。堤体の天端にはバルブの付いたパイプを取り付け，フェイシングの裏側にたまる空気を抜く通路を作っておき，堤体内の空気を排除する場合と，しない場合とのフェイシングに働く揚圧力の比較を行なった。また斜面には排水管を設置し，それが作動する場合としない場合も組み合わせて検討した。

11. 計算ならびに実験結果と考察

すでに前の節で，数値計算によってフェイシングに働く水頭を求め，また模型実験によっても検討を加えたので，これらの結果を示し考察を加える。

まず，堤体内に生じる自由水面の変化から述べる。計算結果から求めた堤体内の自由水面を一定の時間間隔ごとに示したのが図-13である。洪水時に，河川水位の上昇に伴って，堤体内に浸透水が流れ込み，自由水面は前側から上昇する。越流が始まると遊水池内の水位が急上昇するため，遊水池側からも水が浸透し，自由水面の形状は次第に左右対称の形に近づいていく。初めは中央が凹な形であるが次第に水平に変わり，外水位の降下に伴って上に凸な曲線を示す。自由水面の移動は当然 $P=k/\lambda$

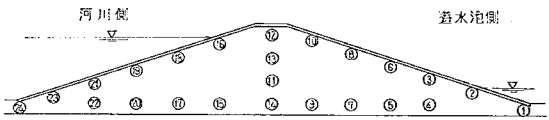


図-11　間げき圧測定装置設置箇所

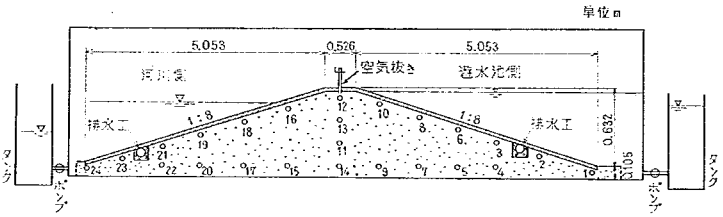


図-12　砂模型実験装置（単位m）

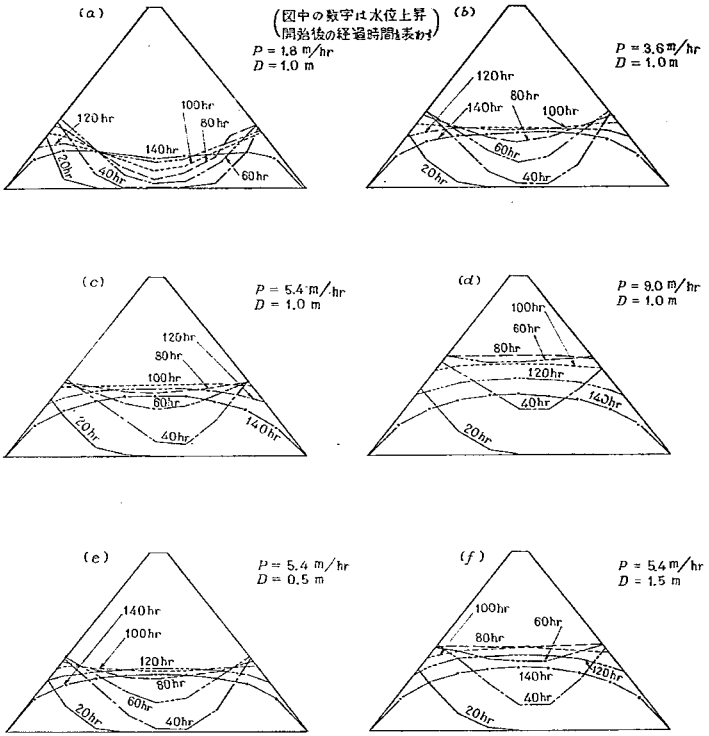


図-13　計算より求めた堤体内の自由水面の変化

が大きいほど，また砂層の厚さの大きいほど大であるが，Pの変化に比較し，砂層の厚さの大きさの変化は浸潤線の動きに大きな影響を持たないことが知られる。堤体の透水係数が小さくなり，Pが1.0程度にまで下がると，堤体への浸透がきわめて少なくなって，洪水が終わったあと，堤体内に残留する水も少ないので，浸透流による堤体の安定性への影響は少なくなる。また透水性が極端に大きくなると，堤体内へ浸透する水も多いので，残留水に基づく揚圧力の発生の少ないことが予想される。なお図-13には砂の層厚Dを一定としPを変化させたときと，Pを一定としてDを変化させたときの傾向を明らかにするため，それぞれの場合について記載した。

PおよびDの種々の値に対して，堤体内の自由水面の変動を明らかにすることができたので，フェイシングの表面に働く外水による水頭と堤体内の浸透水によって生じる水頭との差を求め，図示してみる。フェイシングの表面および裏面に作用する水頭h_2およびh_1の差(h_2-h_1)はフェイシングに働く圧力で，負の場合は揚圧力と解されるので，縦軸に(h_2-h_1)を横軸には時間をとって表わす。同様にDを一定にしてPを変化させた場合，およびPを一定としてDを変えた場合について整理し図-14に示した。図中の数字は測点番号を示す。洪水の初期には河川水位の急激な上昇によって，フェイシングは表側から水圧を受ける。堤体内の空気圧は大気圧と等しいと仮定するので，堤体内の自由水面より高い位置におけるフェイシングは常に外側からのみ圧力を受ける。しかし，斜面の下部のフェイシングは外水位が低下し，外側からの圧力がなくなっても堤体内に残留した水が内側から圧力を加えるので，逆の圧力すなわち揚圧力になる。

外側からの圧力に対しては，フェイシングは堤体に押し付けられることになるので堤体によほどの欠陥がないかぎり破壊の原因にはならないが，負圧すなわち揚圧力に対しては十分慎重な配慮の必要なことはすでに述べたとおりである。

最大揚圧力とPとの関係をはっきりさせるため，Pを

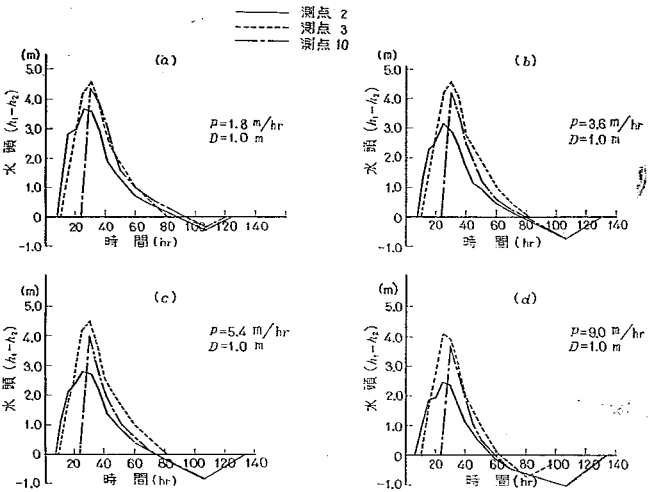


図-14　フェイシングに作用する水頭

変化させたときの各点の最大揚圧力を図-15に示した。揚圧力はPの増大に伴い増加し，測点2，10の位置ではP=9.0で極大になる。なお測点3，9の位置ではPがさらに大きくなったときに極大が現われ，Pが大きくなるほど，揚圧力の生じる範囲が斜面上方に拡大していく。

次に地盤表層の砂層の厚さと最大揚圧力の関係を整理して図-16に示した。砂層の厚さを0.5mから1.5mの範囲に変化させてみると，層厚の大きいほど，揚圧力の値の大きくなることが知られるが，砂層厚さをこの程度変化させたのでは揚圧力はわずかしか変わらないことが知られた。

計算結果はいずれも堤体内の空げきの空気圧は常に大気圧と等しいとして求めたものであるが，空気がフェイシングの内側に閉じ込められ圧縮された場合の検討を模型実験で実施したので，その結果を示す。さらに模型実験では堤体内に残留している浸透流をすみやかに排除し，フェイシング内側の水圧を緩和させる排水工の効果をあわせ検討しているので，排気孔および排水工の有無がフェイシングに加わる揚圧力にどのような影響を持つかについて実験結果を比較し判明した事項を記してみる。

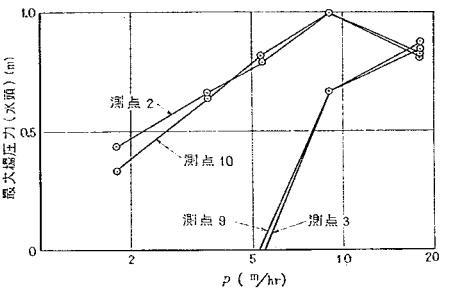


図-15　Pと最大揚圧力の関係

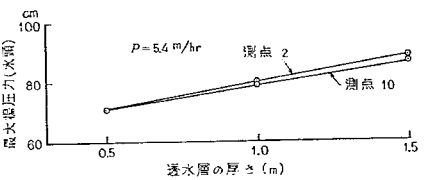


図-16　透水層の厚さと最大揚圧力の関係

模型製作に用いた砂は現地の砂であるから透水係数は3×10^{-2}cm/secと考えられ，P=5.4に対応する。堤体頂部に作られた排気孔を全開しておけば堤体内の空気は常に大気圧に等しいと見なすことができ，しかも斜面に作られた排水工が働かないようにしておけば，計算の条件とほぼ等しくなる。実験の資料を整理し，計算結果と同じ方法で縦軸に(h_2-h_1)，横軸に時間をとると図-17のようになる。模型では地盤表層の厚さが1mにしてあるので，この実験に等しい条件で行なった計算結果を示す図-14(c)と比較するとかなり類似した結果を与える

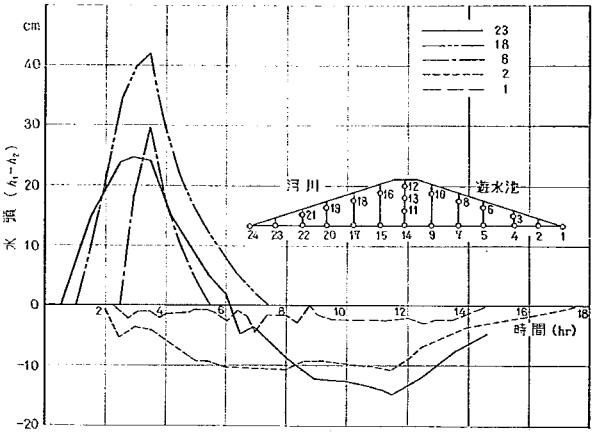


図-17　フェイシングに作用する水頭（砂模型の実験結果の1例）

ことがわかる。

模型実験の結果を各ケースについて，それぞれ示すのはやめ，代表的な箇所のフェイシングに働く圧力についてのみ相互に比較することにする。

実験を行なった条件には，まず最も条件の悪い例として，排気工および排水工が全くない場合，また条件の良い例として，排気工および排水工がある場合を例にとった。これに数値計算の仮定と同じ条件，すなわち，排気工があって排水工のない場合が比較のために実施されている。模型実験においても堤体内の自由水面は最大に上昇しても，全堤高の½程度であるから，天端付近のフェイシングの裏面には間げきの空気が接している。フェイシング裏面に大きな圧力が働く可能性のあるのは空げきの空気がフェイシングの内側に閉じこめられた場合で，排気工が完全に働けばフェイシング裏面には圧力は働きえない。図-18は天端のフェイシングに働く圧力を示したもので同様に縦軸に h_1-h_2 をとり横軸には時間をとってある。図からもわかるように排気が働けば天端のフェイシングには外側から正圧が働くのみであるが，排気工がなければ，内側の空気が圧縮され，フェイシングにはきわめて大きな負圧が働くことがわかる。

次に遊水池側ののり尻付近のフェイシングに働く圧力は図-19のとおりである。いずれの場合も洪水末期に堤体内へ浸透した残留水のために負圧が生じる。ただし排気工のない場合には洪水初期にも負圧が生じるが，これは河側から浸透した水が堤体内の自由水面を上昇させ，内部の空気を圧縮するために生じた揚圧力であって，遊水池水位が上昇するまでの間，負圧として働く。

さらに模型実験を実施した三つの条件ごとにフェイシ

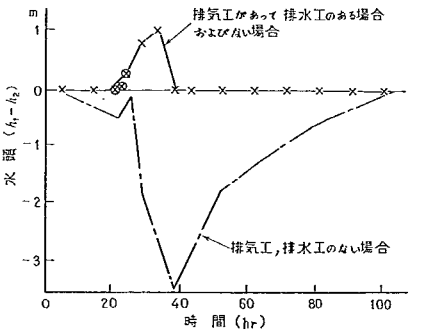


図-18　天端のフェイシングに作用する水頭

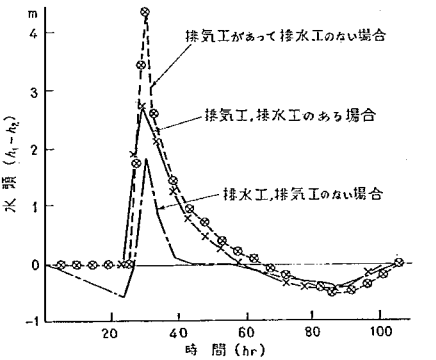


図-19　のり尻付近のフェイシングに作用する水頭

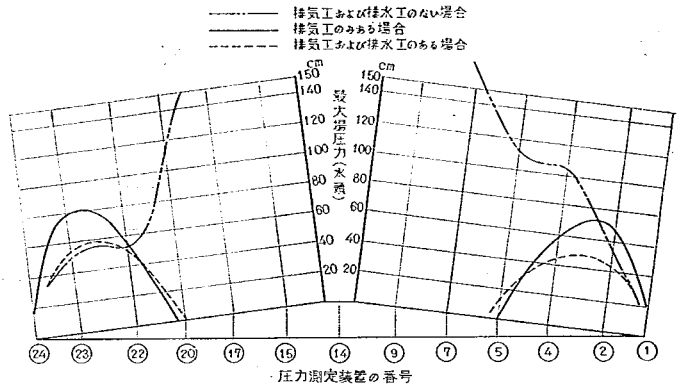


図-20　空気抜きおよび排水工の効果の比較

ング各点に働く最大負圧（揚圧力）をまとめて示すと，図-20のとおりである。排気工がないと斜面上部から天端のフェイシングにきわめて大きな圧力が作用することがわかり，また排水工を設けると，その付近で揚圧力の減少してくることが明らかである。

以上のような検討の結果から，フェイシングの安定性を確保するためには，まず天端付近に有効な排気工の必要なこと，さらに排気工が有効に働いたとしても，斜面下部には揚圧力が発生するため，最大負圧の生じる位置に排水工を埋設することが有効であることが結論として得られた。

揚圧力に耐えるフェイシングの必要な厚さはすでに(5)式および(7)式で示したが，設計に用いる最大揚圧力は排気および排水の条件によって変わってくるので，いかなる条件を考えるかが問題になる。計算および模型実験の結果から，結局排水工の効果は局部的であり，また流出口の逆流防止弁の構造あるいは長年月にわたる効果の持続性などに問題があるので，排水工のみが正常に働く条件で，フェイシングの厚さの設計を行なうことに決定した。また堤体内へ浸透する水の出入り口として砂層を想定しているが，砂層厚さの増減が，揚圧力の大きさに及ぼす影響の比較的小さいことから，やや安全側と判断されるが1.0mの厚さを設計条件として採用することに決めた。したがって，フェイシングに働く最大揚圧力は計算および実験結果より総合的に判断した結果として，水頭90cm程度が妥当な値と判定される。

フェイシングの斜面こう配が穏やかなこと，揚圧力の働く部分が斜面下に限られること，および揚圧力の発生する期間が短いことなどから，たとえフェイシングが斜面に沿ってすべり出そうとしてもフェイシングの断面応力によって十分対抗するものと考え，フェイシングが浮き上がらない条件を与える(7)式で必要厚さを求めることに決定した。アスファルトフェイシングの比重を2.0と考えれば，フェイシングの最大必要厚さは50cmになる。

12.　アスファルトフェイシングの施工例

越流に対し堤体を安全に保持するためアスファルトフェイシングの必要な厚さを決定する検討を述べてきたが，ダム，海岸堤防，護岸などの水理構造物に斜面の被覆工としてアスファルトフェイシングは広く用いられている例は多いので参考のため，施工例につき多少触れる。

アスファルトフェイシングを流水，波浪などの洗掘，浸食防止のために用いることはかなり古くから実施されている。石材の得られないオランダなどではサンドアスファルトを用いた堤防護岸が各所につくられている。また水路の護岸としても利用される例が多い。従来はアスファルトの安定性に対して疑問を持つ向きもあったが，設計法ならびに施工法に改良が加えられるにつれ，コンクリートによる構造物と同様な安定性を期待しうると考えられるようになってきている。最近はアスファルトによる斜面の保護のみでなく，その止水性を期待しての利用が増加しており，フィルタイプダムの前面止水壁として使用されている例も多い。アスファルトフェイシングの施工例を見ると安定性を向上させるために，アスファルトの配合を変えて多層による構成を試みる場合が多い。越流堤の設計にもフェイシングの構成，アスファルト配合などの問題があるが，その点について述べない。参考のためアスファルトフェイシングの厚さを過去の施工例から調べてみるにとどめる。

まず海岸堤防のフェイシングでは表斜面あるいは裏斜

面のみ施工している例もあるが天端を含め全面を被覆している例も少なくない。厚さは10～30cmのものが多い。河川，水路，運河などの護岸に用いられている例では，洗掘に対する強さは，海岸堤防より少なくてよいということから，7～20cm程度のものが多い。

また，フィルダムの表面止水壁，貯水池のライニングなどの施工例では10～30cmの範囲である。

本報告で取り扱っている越流堤では，フェイシング裏面に働く揚圧力の大きさから図-5のようにのり尻部50cm，のり中央部40cm，天端付近30cmを採用することに決定したが，他の水理構造物の施工例と比較して例のない厚さである。天端付近の30cmの厚さは揚圧力からは必要以上の厚さであるが，越流水深1mという条件では予想外の現象の起こる恐れがあり，また流水などによって局部的な荷重や衝撃を受けることも考えられるので，堤体表面が破壊されることのないよう考慮のうえ，決定した値である。

フェイシング裏面に働く揚圧力を減少させるために設ける排気工，および排水工の配置も図-5に記入してあるが，排気工に関しての過去の施工例は少ない。海岸堤防で天端に穴をあけ，空気を抜く構造にした例がある[10]。のり尻付近に設置する排水工は，ダムの表面止水のフェイシングの施工例などに多く見受けられ，たとえば図-21に示すように排水管を埋設したり監査路に水を導く[12]例が多い。

越流堤においても利根川下流部の田中越流堤が昭和34年の台風7号による出水によって破壊したが，その原因が浸透流による揚圧力と判断されたため，復旧に当たって斜面のフェイシングの下に排水用の孔あきパイプを埋設した例がある。この場合のフェイシングはアスファルトではなくコンクリートブロックを並べたものであり，水密性もアスファルトフェイシングほど高くないが，揚圧力を考慮に入れての排水施設であることは，ここで述べている渡良瀬越流堤と全く同じである。

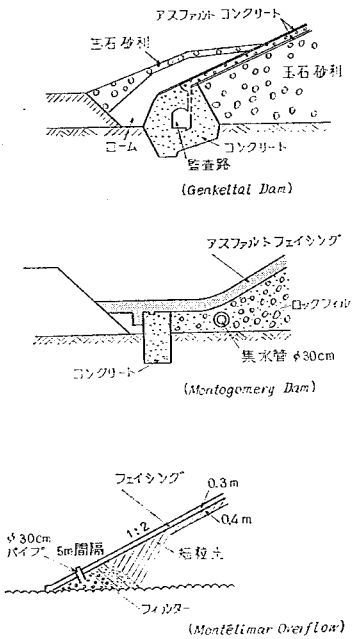


図-21　排水工の例

13.　排水施設のフィルターの検討

フェイシング裏面に設ける排水施設の構造は図-22に示すように孔あき管の周囲をフィルター材料で埋めもどしたものである。排水管の末端は越流堤取り付け部で堤体外に導かれる。その排出口は逆流防止弁が取り付けられ，洪水時に外水がこの管を通って堤体内へ流入しないように工夫されている。孔あき管の直径は排出流量に余裕を持たせ50cmの管を設置する。

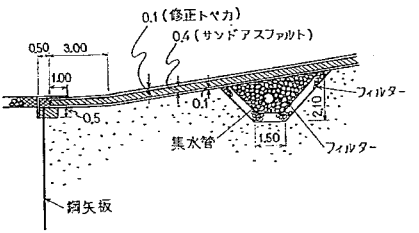


図-22　のり尻の排水施設の構造

この排水施設の設計に関連しての問題に埋設管の周囲を埋めもどすフィルター材料の選定がある。フィルターの選定基準に関しては従来より検討がかなりなされているので，これらに関する文献の取りまとめを行ない，補足に実施した埋設管内へ流入する土砂量の実験結果について述べる。

〔1〕　フィルター材料の選定基準

一般にフィルターには砂，砂利が用いられるが，布，紙，グラスファイバー，高分子材料の繊維でできた網などが使用されることもある。しかし，砂，砂利など自然の材料を用いるのが最も安定性が高いと考えられる。

フィルター材料に土砂を用いた場合に要求される条件を示すと　①パイピングに対する条件，すなわち保護する土の微粒子がフィルター内へ流入しないこと。②透水

性に対する条件，すなわち保護している土より透水性が十分大きいことの2点である。この二つの条件は互いに相反する性質のものであるため，場合によってはフィルターを2重または3重に設ける必要も生じる。

フィルター材料の選定基準について今まで行なわれた研究を簡単に述べる。

まず Bertram は1940年ハーバード大学での実験結果から次のような選定基準を明らかにした。

$$\frac{D_{15}(\text{フィルター})}{D_{85}(\text{土})}<4\sim5<\frac{D_{15}(\text{フィルター})}{D_{15}(\text{土})} \quad \cdots\cdots(15)$$

左側の条件は土の微粒子がフィルターの中へ流入しないためのものでパイピング比と名付けられている。右辺は透水性に対する条件である。Bertram の研究に引き続いて米国の Corps of Engineers (1941) や Bureau of Reclamation などで検討が行なわれた。その結果 Bertram の示した条件式の一部を変更したり，他の条件を追加することが試みられた。たとえば開拓局では filter の最大粒径を 7.6cm に制限したり[14]，Corps of Engineers では次のような条件を提案した。

$$\left.\begin{aligned}\frac{D_{15}(\text{フィルター})}{D_{85}(\text{土})}&\leqq5\\ \frac{D_{50}(\text{フィルター})}{D_{50}(\text{土})}&\leqq25\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(16)$$

砕石をフィルター材料に使用するときはパイピング比を5より小さくとるべきだとしている。しかしこれらは Bertram の示した基準と本質的に異なるものではない。このほか，フィルター材料の粒度曲線と保護する土の粒度曲線ができるだけ平行であることが望ましいとしている。

さらに Sherard[16] ら (1963) によると土の中に砂利が含まれている場合には，2.5cm 以上の粒径の砂利を除いた土についての粒度曲線を描き，これに基づいてフィルターを設計すべきだと述べている。フィルターで孔あき管やスロットの付いた管を保護する場合，あるいはパイプ継ぎ手をはなした構造にし，フィルターで保護する場合，集水管の孔あるいは継ぎ手などのすき間の大きさとフィルターの粒度の間には一定の関係が要求される。これは集水管内へフィルターが流入しないようにするためである。

Corps of Engineers[15] (1955) によると

$$\frac{D_{85}(\text{フィルター})}{\text{孔の直径}}>10 \quad \cdots\cdots(17)$$

またスロットの付いた管を用いるときは

$$\frac{D_{85}(\text{フィルター})}{\text{スロットの幅}}>1.2 \quad \cdots\cdots(18)$$

また Bureau of Reclamation の規準[17] (1965) によると

$$\frac{D_{85}(\text{フィルター})}{\text{管の最大のすき間}}>2 \quad \cdots\cdots(19)$$

わが国の規定はたとえば道路土工指針によると

$$\left.\begin{aligned}&\frac{D_{15}(\text{フィルター})}{D_{85}(\text{土})}<5\\ &\frac{D_{15}(\text{フィルター})}{D_{15}(\text{土})}>5\\ &\frac{D_{85}(\text{フィルター})}{D(\text{管の孔の管または管の継ぎ目の間隔})}>2\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(20)$$

ですでに示した規定とほぼ同じである。このような規定は粘着性のシルトや粘土質の土には安全側の条件であることも認められていて，粒度配合のよいフィルターを用いれば上の規準を多少緩和してもよいことも知られている。

〔2〕 田中，管生越流堤の設計に関連して行なわれた集水管の実験

田中越流堤の復旧工事の設計のために行なわれたフィルターの実験である。実験は予備実験と本実験とから成っている。予備実験では四角形の容器の底に所定の孔を等間隔にあけた板を置き，その上にフィルター材料を2

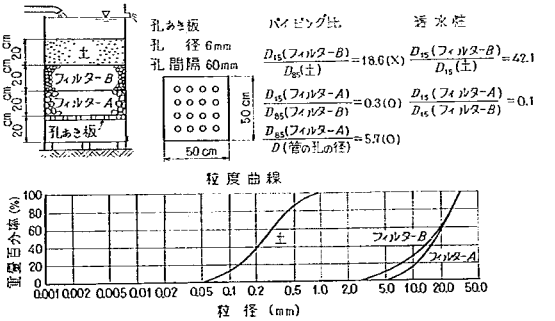


図-23　孔あき板を用いたフィルターの実験の1例

表-1 フィルターの実験結果

実験番号	スクリーン 孔径 (mm)	スクリーン ピッチ (mm)	パイピング比 D_{15}(フィルターB)/D_{85}(土)	パイピング比 D_{15}(フィルターA)/D_{85}(フィルターB)	パイピング比 D_{85}(フィルターA)/D(孔の径)	透水条件 D_{15}(フィルターB)/D_{15}(土)	透水条件 D_{15}(フィルターA)/D_{15}(フィルターB)
1	6	60	18.6×	0.3○	5.7○	42.1	0.1
2	6	60	10.0×	0.4○	4.9○	21.6	0.2
3	6	60	5.0○	0.4○	5.2○	11.4	4.1
4	9	90	4.9○	0.5○	3.3○	10.6	4.4
5	9	90	3.9○	0.4○	2.4○	8.4	3.9
6	9	90	4.1○	0.4○	3.6○	9.1	4.0
7	9	90	5.0○	0.3○	2.7○	11.9	3.1
8	12	120	5.9×	0.5○	2.8○	12.7	0.5
9	12	120	3.1○	0.4○	2.1○	6.8	4.9
10	18	150	6.5×	0.5○	1.3×	14.7	5.0
11	18	150	3.3○	0.4○	1.3×	7.4	4.5

表中の○×は (20) 式で示される基準の合否を示す

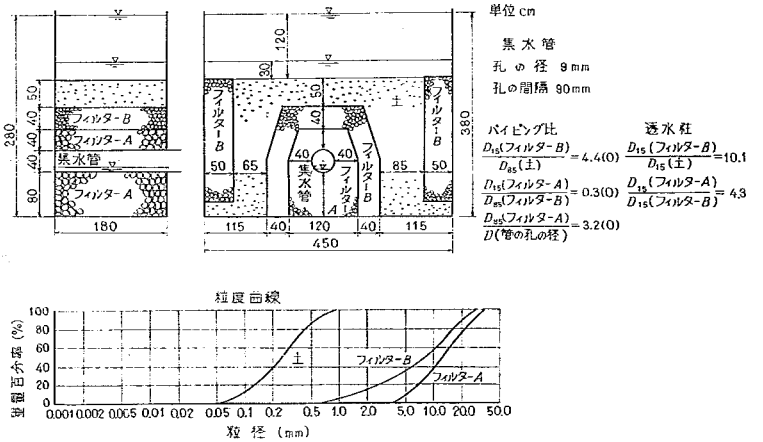


図-24 集水管の実験

層に詰め最上部に土を置いて上部から水を流した。そうして上の土が洗い流されないかどうか，パイピングが起こらないかどうかなどを観察し，一定時間水を流したあと，各層の粒度分析を行ない粒度の変化を調べると同時に孔あき板を通して流下した土砂量を測定した。実験を行なった容器ならびにフィルターの構成の1例を示したのが図-23で，堤体材料である土の粒度曲線をあわせて記入した。土は全実験に同一試料を用いたが，板にあける孔の大きさならびに間隔，フィルターの粒度を変化させて実験を繰り返した。実験の一覧表を表-1に示す。

次に本実験では長方形の容器の中に実物大の集水施設を作り，上部から注水し，流れの状況，砂の流出などを観測した。さらに孔あき管の孔のあける位置を集水管の上部のみとした場合と下半分のみとした場合との二通りについて相違を調べた。実験の条件を図-24に示す。

実験の結果について予備実験から述べると，浸透流を起こすことによって容器につめた土の沈下やパイピングなどの異常が生じ，容器の底に砂が流出したのは実験番号の1，2，8，10および11であり，他については全く異常がなかった。表-1からもわかるようにこれらはいずれもパイピング比が大きすぎ5以上の値を示しているか，孔あきパイプの孔の大きさとフィルターの粒度が適当でない場合である。

本実験では図-24に示すようにフィルターの粒度は基準にいずれも合格である。実験は3回実施したが，第1回の実験では孔を集水管の上部半分に設けて通水した。

土およびフィルターには何ら異常は起こらなかったが，管内へ流入する水は集水管の最上部にある孔からは流入せず，下部の2列のみが有効であった。第2回，第3回の実験では集水管の下半分に孔のあいている場合を調べたが，第1回と同様に全く異常はなかった。本実験では孔あき管の孔の位置をどこにするのが良いかを調べる目的があったが，孔の位置による差は生じず適正な粒度を持つ材料を用いれば，孔の位置はどこでもよいことが判明した。しかし適正な粒度を持たないフィルターでは当然の孔の位置の影響が現われると考えられる。したがって，この実験は孔の適正な配置を判定する資料をうるという目的にはそわなかった。Corps of Engineers でも類似な実験を行なっているので概要を示す[13]が，この実験も実物の集水管の周囲をフィルター材料で埋めもどして透水実験を行なっている。孔あき管に集中したときの土砂の管内への流入状態を調べた実験である。

孔あき集水管はタールでコーティングをしたコルゲートメタルパイプおよびコンクリートパイプであり，孔の径はともに 1cmであった。孔のあいている位置はコルゲートパイプで円周の⅓，またコンクリートパイプで円周の半分であった。フィルター材料とパイプの孔の径の関係は，$\frac{D_{85}(\text{フィルター})}{D(\text{管の孔の径})}=0.6$ であり材料としては不適なものである。実験ではパイプの位置を上部と下部にした場合の流入土砂量を比較しているが，この結果を表-2に示す。通水時間は20分足らずである。フィルター材料として不適なものを用いているため，多量の流入土砂が測定された。特に孔を管の上部に付けると量が増大する。またタールのコーティングおよびコルゲートパイプの波は砂の流入防止に役立つようである。集水管の孔の位置は下方に付けるべきであるという結果であって，従来わが国の道路の地下排水などで施工されている例とは全く逆になる。

田中，管生越流堤の設計のために行なった実験では適正なフィルターで周囲を埋めもどしたため，孔の位置を上下いずれにしても土砂の流入が起こらなかったが，フィルターが不良のときには孔の位置によって土砂の流入がかなり違うことが明らかである。

〔3〕 渡良瀬越流堤の排水施設のために実施した実験

渡良瀬越流堤はフェイシングが水密性であり提敷もきわめて広いため，透水条件によってはかなりの揚圧力の働くことが予想される。このため排水工を設け圧力の低減を計るが，集水管内への土砂の流入などによって排水機能が低下することのないように工事が行なわれなければならない。

Corps of Engineers の実験報告には孔あき集水管の中へ土砂の流入を防ぐため，孔の位置を下側につけるのがよいという提案を行なっているが，従来行なっている工事では上向きに付けている例が多いので，集水管の孔のあけ方について重ねて検討を加えることになった。

実験は前の実験と同様に，水槽の中に孔あき管を設置し，その周囲をフィルター材料で埋めもどし，通水したときに管内へ流入する土砂量の測定を行なった。

集水管には集水用の孔を円周の⅓に限ってあけておき，この位置を上下方向および側方に向けた場合の土砂の流入状態を調べた。

（i） 実験装置

集水管は外径 24cm，管厚 3 mm で孔の直径は 1 cm，孔の間隔は管の円周方向に 4 cm，管の延長方向に 3 cm であった。管は実験によって流入した土砂を採取できるように末端が開くようになっている。

実験を行なった水槽は図-25 に示すように長方形のコンクリート槽で，集水管を横から差し込む孔があけられている。フィルターは孔あき鉄板で区切られた部分に詰め，水をその両側にためる。浸透水は鉄板を通してフィルター内へ供給される。

さきの田中越流堤での実験で周囲につめるフィルター材料の粒度が適当であると集水管内へ流入する土砂がほとんどないことが判明しているので，土砂の管内への流入を防ぐ適切な孔の向きを選定する目的から，さきに示した基準に合わない不適なフィルター材料を用いること

表-2　集水管の実験結果（WES による）

集水管の種類	孔の位置	孔径 (cm)	孔の数 (延長 30cm 当たり数)	流入土砂量 (孔あき管 1 m当たりの土砂量 g)
孔あきコルゲートパイプ タールによるコーティング カラーによる継ぎ手 円周の⅓が孔あき	管の下部	1	40	45
	管の上部			302
孔あきコンクリートパイプ 差し込み継ぎ手 継ぎ手はシールしない 円周の½が孔あき	管の下部	1	24	1964
	管の上部			3475

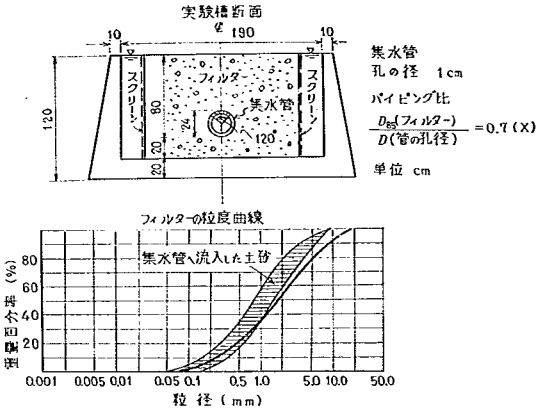


図-25　フィルターの実験

にした。実験に用いたフィルターの粒度曲線は図中に示すとおりである。基準で示されるフィルター材料よりはかなり粒度の細かいものを用いた。

（ii）　実験

まず孔あき管を水槽に取り付ける。このとき孔のあいた部分の位置を所定の方向に向ける。その後，管の周囲をフィルター材料で埋めもどす。埋めもどしは均一なフィルターが仕上がるように 30cm ごとの層に分けタンパーによって締め固める。水槽から外に出ている集水管の開端部を高くしておき，水槽に水を満たすとき水が流れ出ないようにしておく。フィルター内に気泡が残らないよう，きわめて徐々に水位を上昇させたのち，開端部を下げて水を流出させると周囲のフィルターを通し集水管へ向かう浸透流が起こる。所定の動水こう配で浸透が持続するよう調節し，浸透流量を測定する。浸透を 1 時間継続したのち，水槽の水を排除し，集水管の中に流れ込んだ土砂量を測定する。集水管の孔の方向を上向き，横向きおよび下向きにして，管の開端の出口の高さと水槽内の水面の水位差を10cm，20cm にしたときの浸透を観測したため合計 6 通りの実験を行なった。測定値にばらつきがあるので，同じ条件の実験をおのおの 2 回繰り返して実施した。なおフィルターは実験ごとに詰め換えた。

実験の結果求められた流量および流入土砂量は表-3のとおりである。なおこれは排水管 1 m当たりの土砂量に換算した値である。第 1 回目の実験に比較し，第 2 回目の実験で測定した流量が小さくなっているのは締め固めを十分にしたためでフィルターの乾燥密度 γ_d は第 1 回目で 1.2t/m³，第 2 回目で 1.3t/m³ であった。第 1 回目の実験で孔が下向きの場合，水位差が 20cm になっても

表-3　集水管 1 m当たりの流入土砂量

孔の位置	水位差 (cm)	第 1 回実験		第 2 回実験	
		流量 (l/min)	流入土砂量 (g/hr)	流量 (l/min)	流入土砂量 (g/hr)
上側	10	14.4	342	11.8	361.6
	20	35.9	314	22.2	415.4
側方	10	15.1	42	11.1	201.3
	20	36.5	153	20.0	480.8
下側	10	14.7	37	3.7	38.5
	20	16.6	40	6.7	42.3

流量が増加していないのは孔が多少詰まったためと考えられる。流入土砂量は表から見ても明らかなように上向きで多く，下向きでは少ない。横向きの場合は値が乱れていて，孔の近辺の砂粒子の詰まり具合によって大きく変化するように考えられる。なお集水管に流入した土砂の粒度分布を示すと図-25 のとおりである。

〔4〕　排水工に関するまとめ

田中越流堤および渡良瀬越流堤に関しての実験結果，文献調査の結果，フィルター材料の選定基準は(20)式に示す条件で十分である。

集水管のまわりを埋めもどすフィルター材料が適当であれば，孔は全円周にわたってあけてよいと考えられる。しかし良好なフィルター材料のみで施工されるとはかぎらないので，土砂の流入防止のため，孔をあける位置を管の下部半分にかぎるのがよいと考えられる。さらに安定したフィルターを作るためには粒度分布のよい材料を用いることが大切であることが結論として得られた。

14.　結語

一般の土砂堤防のほかに特殊堤防と称し，土砂以外の

石材，コンクリート，アスファルトなどの材料，または土砂とそれ以外の材料の混用によって作られた堤防がある。特殊堤防は特別な目的で作られる場合が多く，その目的，堤防の置かれている条件によって各種の構造がある。特殊堤防の構造に関しては従来ほとんど研究された例がなく，経験にたよって設計されるのが現状である。渡良瀬遊水池に作られる越流堤防はわが国はもちろん，世界的にも例のない大規模な特殊堤防である。この渡良瀬遊水池の越流堤防は地盤の条件，安定を考えて，堤防の形式がアスファルトフェイシングによる全面被覆型に決定されたが，従来，経験しない型の堤防であるため，設計に当たって多くの問題点を解決する必要に迫られた。本報告では主として堤体内の浸透流によって生じる揚圧力の大きさとそれに耐えうる堤体構造をどのようにするべきかに考慮を加えた。すなわち，必要とするフェイシングの厚さと排水施設に関し，実験ならびに計算によって重点的に検討を行なった。

先年，利根川田中越流堤が越水中に破壊を起こしたがその原因が，堤体内の浸透流による揚圧力と判断されたため，特に完全な水密性フェイシングで被覆される渡良瀬越流堤では必要とするフェイシングの厚さが問題となり，計画洪水を対称として数値計算ならびに模型実験によって揚圧力の検討を行なった。

検討には単純化した浸透モデルを考えたが，一応洪水によって生じる揚圧力を定量的に明らかにすることができた。揚圧力は堤体の透水係数と密接な関連を持ち，ある透水係数の値に対し，揚圧力の極大値の現われることが知られた。また，地盤の透水層の厚さの影響は少ないことが明らかになった。渡良瀬遊水池の場合，フェイシングの厚さはのり尻部で 50cm の厚さの必要なことが結論として得られた。

揚圧力を減少させるための排水施設に関しては集水管とフィルターについて実験的な検討を加えた。その結果，従来使われている規準に従えば，排水施設の機能低下，目づまり，土砂の流出などは起こりえないことが明らかになった。また集水管の孔の位置は従来，行なっているように上部へ付けるよりは，下部に付ける方が多少規準をはずれるフィルターを使った場合に安全であることが明らかになり，下部に孔をあけた集水管を用いることを提案した。

本報告での浸透流の計算は浸透流をきわめて単純化し，しかも毛管流を完全に無視したこと，間げきの空気圧は大気圧に等しいと仮定したことなど多小実際の現象を解明するのに問題となる点はあるが，一応，設計に用いることのできる基準値の結論が得られたと考えられる。現在，越流堤の工事は進行中であり，堤体内には浸透流の観測用計器が多数埋設されたため，将来観測資料入手によって，ここに示した検討結果の評価が可能になると考えられる。

本報告で示した検討方法は従来，経験のみによって決めていた同種の水理構造物の構造をより合理的に行なうという意味で意義があり，今後建設が増加すると思われる同種の構造物の設計の参考になりうると考えられる。

参考文献

1. Yamamura. K, and S. Takeshita "Excess Water Pressures under Impervious Facing of River Embankment", Proc. of 3rd Asian Regonal Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering 1967
2. 山村和也，坂本静夫「越流堤ののり裏面に作用する揚圧力について」土木技術資料，Vol. 9, No. 4, 1967
3. 志水茂明，安部良一「海岸堤防の空洞探知実験」第20回建設省技術研究会報告書，1966
4. 吉川秀夫，山村和也他「新潟地震報告　河川関係の被害」土木研究所報告，No. 125, 1965
5. 利根川上流工事事務所「渡良瀬遊水池築堤土質調査（試験堤）」1964
6. 土木研究所土質研究室「軟弱地盤対策に関する研究」第23回建設省技術研究会報告書　1969
7. 土木研究所土質研究室「軟弱地盤対策に関する研究」第22回建設省技術研究会報告書　1968
8. Bischoff van Heemskerck, W. C. "Investigation of Excess Water Pressure under the Asphalt Facing of Sand-Cored Dykes", IAHR, Belgrade, 1961
9. Theis, C. V., "The Relation between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a Well Using Groundwater Storage", Trans. Amer. Geophysical Union Vol. 16, 1935
10. Van Asbeck, W. F. "Bitumen in Hydraulic Engineering", Vol.2 Elsevier Publishing Company, 1964
11. Scheidenhelm, F. W., J. B. Snethlage and A. N. Vanderlips "Laboratory Investigation of Asphaltic Concrete, Montgomery Dam, Colorado, Ann. Meet. of the Assoc". Asphalt Paving Technologists, Montreal, February, 1958
12. Schmitz, P "Die Genkeltalsperre, Bitumen", 1953
13. V. S Army Corps of Engineers "Waterways Experiment Station Investigation of Filter Re-

quirements for Underdrains", Technical Memorandum No. 183, 1941

14. Karpoff, K. P. "The Use of Laboratory Tests to Develop Design Criteria for Protective Filters", Proc. A. S. T. M. Vol. 55 1955

15. U. S. Army Corps of Engineerings "Drainage and Erosion-Subsurface Drainage Facilities for Airfields", Part XIII, Chap. 2, Engineering Manual, Military Construction, Washington, D. C. 1955

16. Sherard, James L., Richard J, Woodward, Stanley F. Gizienski and W. A. Clevenger "Earth and Earth-Rock dams," John Wiley and Sons, New York 1963

17. U. S. Bureau of Relamation "Design of Small Dams", U. S. Government Printing Office, Washington, D. C.

18. 山村和也「河口貯水池堤防の塩水浸透防止工法に関する研究」土木研究所報告，129号，昭和41年10月

海岸堤防に関する研究 (10)

—— 波　圧 ——

(昭和46年6月)

富　永　正　照*
九津見　生　哲**

Studies on Wave pressures against coastal dike

by **Masateru Tominaga**
Takanori Kutsumi

Synopsis :

Wave pressures against coastal dike were studied experimentally. The general characteristics of shock pressures exerted by a breaking wave and wave pressures exerted by waves after breaking were clarified. As to wave pressures exerted by waves after breaking, general formula were obtained, and it became possible to calculate simply wave pressures under a given condition.

The formula of the deflection and moment in front covering layer due to wave action were obtained considering it as a beam on the elastic bed, and the safety of front covering layer was investigated by use of the formula.

Key words (coastal dike, wave pressure, shock pressure, front covering layer, beam on an elastic bed)

要　旨

海岸堤防に作用する波圧について広範な実験的研究を行ない，砕波衝撃圧および砕波圧の特性を明らかにするとともに，砕波圧については，実験公式を求めて，与えられた条件に対して容易に波圧が計算できるようにした。また，表のり被覆を弾性支持されたはりと考え，波圧による被覆工のたわみ，モーメントなどを推定する計算式導をいた。さらに，これらの諸式を用いて表のり被覆工の安全性を検討した。

キイワード（海岸堤防，波圧，砕波衝撃圧，砕波圧，表のり被覆，弾性支持ばり）

目　次

1. まえがき……(2)
2. 模型実験による波圧の測定……(2)
〔1〕実験装置および実験方法……(2)
〔2〕鉛直堤に作用する波圧……(6)
〔3〕傾斜堤の最大波圧と波圧分布……(9)
〔4〕海底こう配の影響……(15)
3. 砕波衝撃圧……(15)
〔1〕砕波衝撃圧の特性……(15)
〔2〕壁体が移動する場合の砕波衝撃圧の変化……(21)
〔3〕砕波衝撃圧の発生機構……(23)
〔4〕消波工による砕波衝撃圧の減殺効果…(25)
4. 砕波圧……(26)
〔1〕鉛直堤……(26)
〔2〕傾斜堤……(33)
5. 波圧により表のり被覆中に生じる応力の検討……(36)
〔1〕静荷重……(36)
〔2〕動荷重……(38)
6. 結　論……(41)
付　表……(44)

* 河川部海岸研究室長
** 河川部海岸研究室

1. まえがき

海岸堤防の構造設計を行なうためには，おもな外力である波圧について十分に知ることが必要である。過去の高潮災害においては，表のり被覆が空石張りか薄いコンクリート張りであったため，表のりが破壊される例がしばしばみられた。このような災害を防止するため，表のりをコンクリート，アスファルトなどで強固に被覆し，さらに，波圧の大きい場合は，消波工を設置するようになったので，波圧による直接的な災害はかなり減少したように考えられる。

しかし，このような設計も大部分は経験的なもので，波圧の大きさ，堤防の構造などをよく吟味してなされたものではない。したがって，必ずしも経済的設計でない場合もあろうし，また，危険な設計になっていることも考えられる。

海岸堤防は通常堤体を土砂でつくり，それをコンクリート，アスファルトなどで被覆した形式のものが多い。したがって，波圧を吸収する機構も単純なものではないと推定されるが，外力としての波圧について十分に調べるのみでなく，波圧に対し安全であり，かつ，経済的な構造設計法を確立することが重要である。

波圧は堤防の設置水深と波高との関係により，重複波圧と砕波圧とにわけて取り扱われる。重複波圧については，理論的にほぼ解明されており，その結果は実験値にもよく適合するのであまり問題はない。一方砕波圧は砕波現象を含むので，一般に理論的取り扱いは困難であり，これまでも主として実験的な研究がなされてきた。特に，砕波衝撃圧の問題は，港湾の防波堤の設計において非常に重要なので，かなり以前から多くの人々により研究が進められ，その機構も次第に明らかになりつつある。

海岸堤防は通常比較的水深の浅いところ，または，汀線より陸側につくられることが多いので，波は砕けてから堤防に衝突する。このような場合に作用する砕波圧については，これまでに若干の研究が行なわれ，算定公式が発表されているが，なお，適用条件が限られているように思われる。

海岸研究室では，堤防の構造設計に資するため，波圧について広範な実験的研究を行なってきた。特に，砕波衝撃圧と砕波圧については詳細な検討を行ない，衝撃圧の特性を明らかにするとともに，砕波圧については，実験公式を求めて，与えられた条件に対して容易に波圧が計算できるようにした。また，表のり被覆を簡単なモデルにおきかえ，波圧により被覆中に生じる応力についても検討した。以下にこれらの結果をまとめて報告し，一般の参考に供することにする。

2. 模型実験による波圧の測定

〔1〕 実験装置および実験方法

(1) 水　路

実験は，土木研究所赤羽支所内にある屋内中型造波水路と，屋外大型造波水路の二本の水路で行なわれた。これらの水路の概略を図-1に示す。また，その諸元は次の

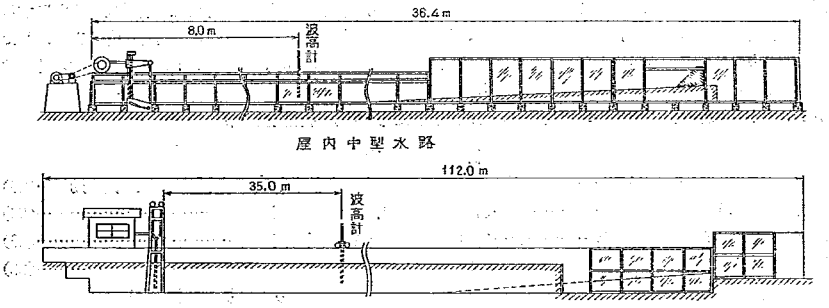


図-1　造　波　水　路

とおりである。

屋内中型造波水路

水　路：長さ 36.4m　幅 0.6m　深さ 1.5m（水深 0.6~0.8）の鋼鉄の水路で，観測部は両面ガラス張りである。

造波板：ユニバーサルタイプの造波板である。波高はこの造波板の振幅と振幅角度を変えることによって任意に得られる。

電動機：造波板に接続している電動機は，安川電機製可変速ＶＳモーターで，容量は3.7kw であ

る。この電動機は，出力主軸の回転数を変えることが可能で，周期はこの回転数を変えることによって連続的に得られる。

屋外大型造波水路

水 路：長さ 112m 幅 1.5m 深さ 2.5m (水深 1.4～1.7m) のコンクリート製の水路で，観測部は片面ガラス張りである。

造波板：ベンジュラム型の造波板である。波高はこの造波板の振幅を変えることによって任意に得られる。

電動機：屋内中型造波水路に用いられているものと同機種で，容量は 20kw である。

(2) 模 型

上記の水路の一端の観測部に模型を配し，他端の造波板で起波した波をあて，堤防のり面に作用する波圧，変位，加速度などを測定した。模型の材質は，水路の大きさや堤防ののり面こう配によって異なる。中型水路で用いた模型は海床・堤防とも木製である。大型水路で用いた模型は，海床と鉛直堤はモルタル製で，5分，1割，2割の堤防は木製である。

なお，中型水路では，堤防のり面に作用する波圧とともに，堤防が移動する場合の波圧を調べたが，これに用いた堤防には，固定堤と移動堤の二種類あるが，いずれもモルタル製である。

これら一連の模型の概略を示すと，図-2，3および写真-1のようになる。

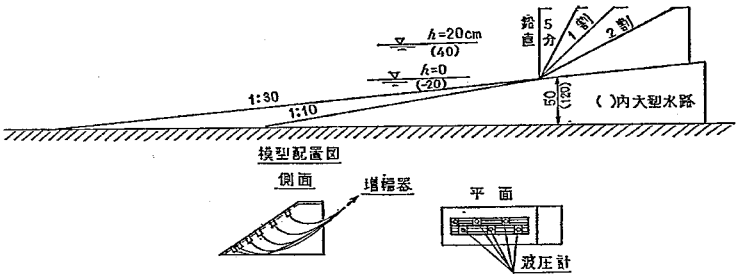


図-2 堤防のり面に作用する波圧の測定模型

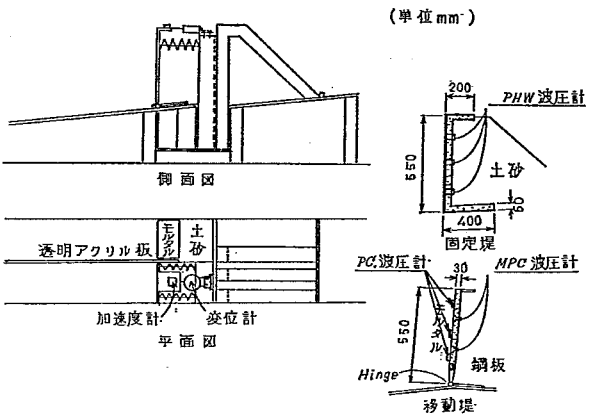
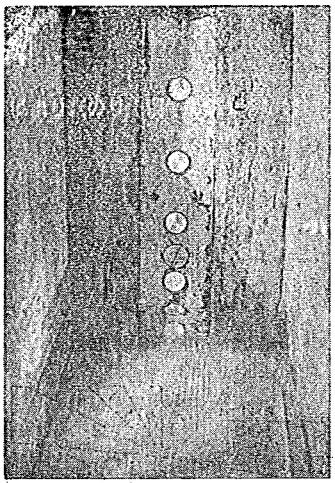


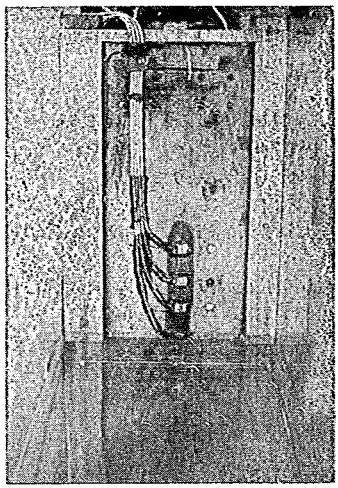
図-3 堤防が移動する場合の波圧変化の測定模型

波圧計は，これらの図や写真からも明らかなように，木製の堤防では100×100×10mmの鋼板に波圧計をねじ込み，この鋼板を堤防のり面と同一面になるように取り付けた。

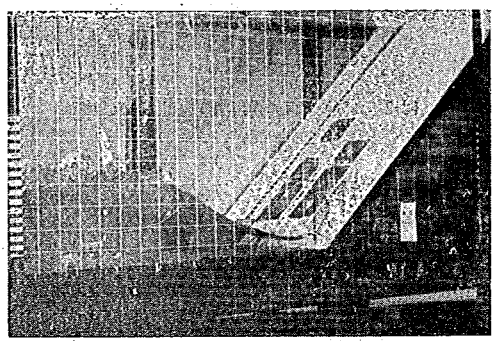
モルタル製の堤防では，波圧計を所定の位置にねじ込んだ大きな一枚の鋼板 (300×550×6) をモルタル中に



(a) 固定堤(鉛直)



(b) 移動堤



(c) 傾斜堤

写真-1 波圧計の取り付け状況

埋め込み波圧計の受圧面と堤防のり面とが同一になるようにした。

堤防の移動と波圧の関係を調べるために用いた固定堤は，図-3に示すように厚さ50mmのモルタルを底版，のり面，天端を三者一体としてうち，モルタル面の背後に土砂を盛り，ビニールシートなどでおおい，越波によって土砂が流出しないようにした。移動堤は，底版とのり面との接続点がヒンヂになっている。このため，のり面の回転はここで吸収される。移動堤の上端は，バネに支えられている場合には，このバネが後方の固定された柱に結合され，のり面の背後に土砂が盛られた場合には，自由端となり変位計に接している。なお，この場合には堤防のり面が前方に倒れないように，堤防のり面を約5厘のこう配で後方に傾むけてある。

(3) 測定

測定装置，および測定方法を測定諸量別に列挙すると次のようになる。

波高：ピックアップに抵抗線式波高計を使用し，ピックアップからの入力を市販の増幅器で増幅し，直視式電磁オシログラフに記録した。整

理の対象とした波は，波を起こし始めた波高の小さい数波を除き，しかも，堤防からの反射波のはいらない波高の一様な部分である。このうち5波ないし10波を読み取り，これを平均して入射波の波高および周期とした。

波　圧：波圧の測定に用いたピックアップは，ストレンゲージを利用したものと，半導体ゲージを利用したものの二種類があり，それぞれ次に示す特性を持っている。

ストレンゲージ型

型名	容量	精度	応答周波数	受圧面径
PW−1kg	1000gr/cm²	2%	900～1,200c/s	19mm
PHW−5g	500 〃	〃	600～ 800〃	〃
PW 1g	100 〃	〃	200～ 300〃	〃

半導体ゲージ型

MPC 1g	300gr/cm²	2%	1000c/s以上	5mm
P C 1kg	1000gr/cm²	〃	〃	〃

これらの波圧計を前述の方法によって堤防のり面に取り付け，この波圧計からの入力を波高計と同様の増幅器で増幅し，電磁オシログラフで記録した。波圧を測定した波は，波高を読みとった範囲内で6～7波で，そのうち5波を整理の対象とした。

なお，砕波衝撃圧は非常に周波数の高い現象なので，波圧計から記録計までの一連の測定装置が，どの程度の周波数まで応答できるかは重要な問題である。仕様によると増幅器の発振および増幅応答周波数は，1,000c/s以上だと言われている。砕波衝撃圧の測定に用いたPW1kg PHW 5gの応答周波数は，600c/s以上と思われるので，この一連の測定装置は，電磁オシログラフのガルバノメーターの応答周波数によって決まる。測定に用いたガルバメーターの固有振動数は，300c/s,. 500c/s，1,000c/sであるので，この応答周波数はそれぞれ200c/s, 300c/s 600c/sとなる。したがって，この範囲内の現象は十分追随することができる。

加速度：加速度は，ストレンゲージを利用した容量10g(98m/sec²)の加速度計を，移動堤天端にはりつけ堤体と一体に運動するようにして測定した。波圧と同一電磁オシログラフに同時記録した。

変　位：変位の測定には，鋼鉄のリングにストレンゲージをはりつけた変位計を用いた。したがって応答周波数は，このリングの固有振動数によって決まる。固有振動数は約90c/sであったので，追随可能なのは60c/s程度であろう。この変位計は，リングを利用していることから一方向の変位のみでなく，リング全体のひずみを測定することになる。そこで，できるだけ一方向の変位を取り出すようにリングにピンを取り付けこのピンの先端を堤防に接続した。

(4) 実験条件

実験条件は，堤防のり面に作用する波圧の実験と，堤防の移動と波圧の実験とでは，多少異なる。前者では，波高をほぼ一定に保ち，周期と堤防設置水深を変えて，のり面に作用する波圧を測定した。後者は前者の実験結果から，最も顕著な砕波衝撃圧を生じる条件で，しかも波形こう配0.03の波を選んで実験した。

なお，大型水路の実験に用いた堤防や水理条件は，長さの縮率で，中型水路の2倍である。これらの実験条件は表-1に示すとおりである。各実験条件のもとで同一実験を3回繰り返し測定を行なった。

表-1 実験諸元一覧表

実験名	堤防のり面に作用する波圧		堤防の移動と波圧
水路	屋内中型水路	屋外大型水路	屋内中型水路
海床こう配	1/10　1/30	1/10	1/10
堤防	鉛直堤 5分堤 1割堤 2割堤	鉛直堤 5分堤 1割堤 2割堤	鉛直堤（5厘）
		パラペット設置堤	固定堤および移動堤
	木製	一部モルタル製	モルタルないし鋼板製
水理量	1/10　H_0=15cm	H_0=30cm	H_0=15cm
波高	1/30　H_0=13cm		
周期	1/10 T=1.2, 1.4, 1.8, 2.2se	T=1.8, 2.25, 3.1 sec	T=1.8 sec
	1/30 T=1.1, 1.3, 1.45, 1.6		
堤防設置水深	h=0～20cm 3.0cm pitch	h=−20(陸上)～40cm 5.0cm pitch	h=12.5cm
H_0/L_0	0.02 0.03 0.04 0.06	0.02 0.04 0.06	0.03
h/L_0	0 ～ 0.07	−0.02 ～ 0.07	0.025
h/H_0	0 ～ 1.5	0 ～ 1.3	0.84

〔2〕 鉛直堤に作用する波圧

(1) 波の衝突状況と波圧の時間変化

堤防前面の波の形態により，のり面に作用する波圧は著しく変化する。図-4～6は波の衝突状況と波圧の時間変化を示したものである。

図-4は堤防の設置水深が浅く，波が砕けてから堤防に衝突する場合である。砕波後の波は，先端部に空気泡を巻き込んだ段波状の波となって斜面上をそ上し堤防に衝突する。鉛直面上6～7箇所において測定した波圧の時間変化を調べてみると，衝突初期に小さな振動を含みながら次第に大きくなりピークに達する。その大きさは沖波にあまり関係せず，設置水深によってほぼ規定される流速水頭のオーダーである。

t_1～t_4における各時刻の波圧の鉛直分布を図-4(c)に示す。衝突初期の段階では，波圧は下部に集中し，矩形状をなすが，衝突水脈の上昇とともに上部にも波圧が作

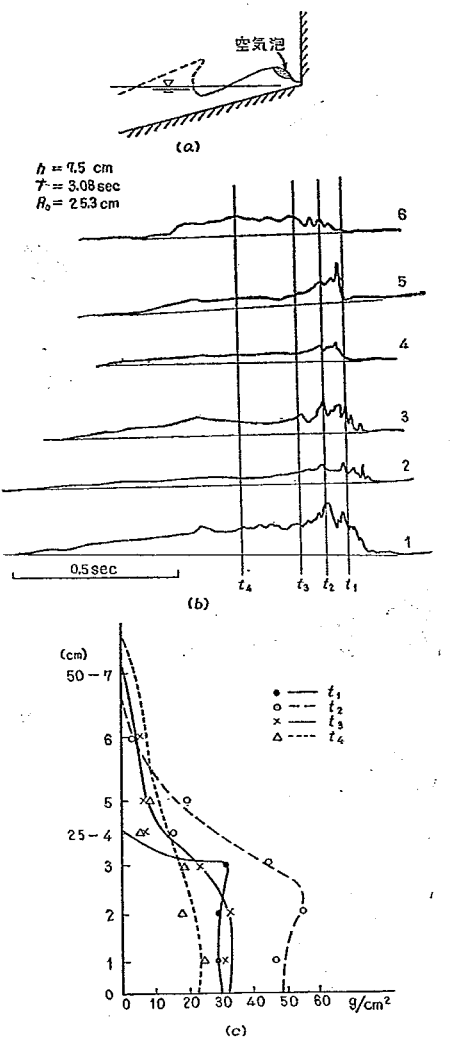


図-4 砕波圧領域における波の衝突状況と波圧の時間変化

用するようになり,全体としては台形状になる。t_1～t_3の間では，波圧変動はかなり大きいが，t_3以後ではその変化はゆるやかとなる。波が衝突してから波圧がピークに達するまでの時間は，条件によって多少異なるが，この例では0.1 secである。波の周期が3.08 secなので，周期との比をとると，0.032でかなり小さな値となっている。

図-5は巻き波形に砕波した波が，波の前面に空気を巻

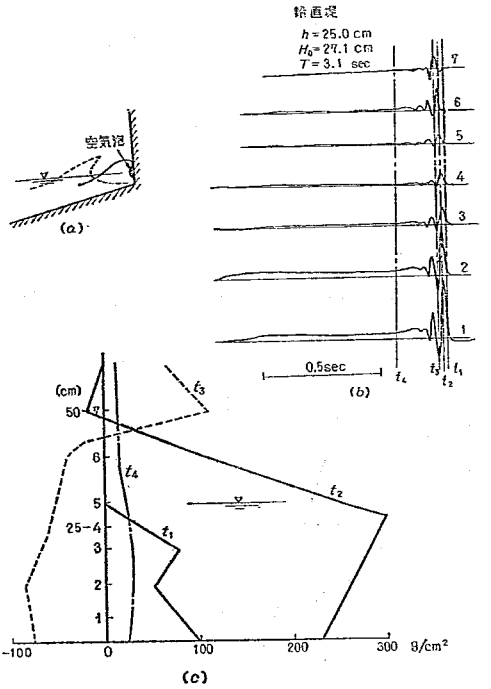


図-5　砕波衝撃圧領域における波の衝突状況と波圧の時間変化

き込むようにしながら提防に衝突する場合である。衝突初期に作用時間の短い非常に大きな圧力を生じ，高周波の減衰振動をへて一様な圧力となる。この衝突初期にあらわれる圧力を衝撃波圧と呼び，引き続きあらわれる一様に近い圧力を腰掛部波圧と呼ぶ。この衝撃波圧は非常に大きく，波高の数10倍にも達するのが特徴である。またほぼ同一条件で圧力を測定しても，測定値のばらつきは著しく大きい。時間的な変化をみても，この例のように，高周波の減衰振動を生じる場合もあるし，ほとんど振動せずに，腰掛部波圧まで減少する場合もみられる。

各波圧計において得られたピーク値の発生時刻は，No.6とNo.7を除いては一致しているので，かなり広範囲に大きな圧力が作用する。しかも，非常に短時間でこの圧力は急激に減少し,時刻t_3では,堤体の大部分に陸側からの圧力がかかり，堤体を海側に押し出そうとする。t_4の場合は腰掛部圧力なので，その値も小さく，また，堤体全体にわたってほぼ一様である。

このような衝撃圧を発生する機構は明らかでないが，衝突する水塊の弾性圧縮力に起因するようである。この点についてはあとでやや詳細に述べることにする。

図-6は提防の設置水深が大きく，重複波が生じる場合である。前2者に比較すると，波圧変化はなめらかであり，記録上にも小さな変動はほとんどあらわれていない。鉛直分布も静水面付近がややふくらんでいるが，全般的に一様分布に近い。

この場合にも，波形こう配と相対水深とにより，山が一つの単峯形と，山が二つの双峯形に分かれる。一般に波高が小さく，水深が深い場合は前者の形をとり，波高が大きく，水深の浅い場合は後者の形になる。双峯形の場合は，水位が最大のときに波圧がピークにならない。

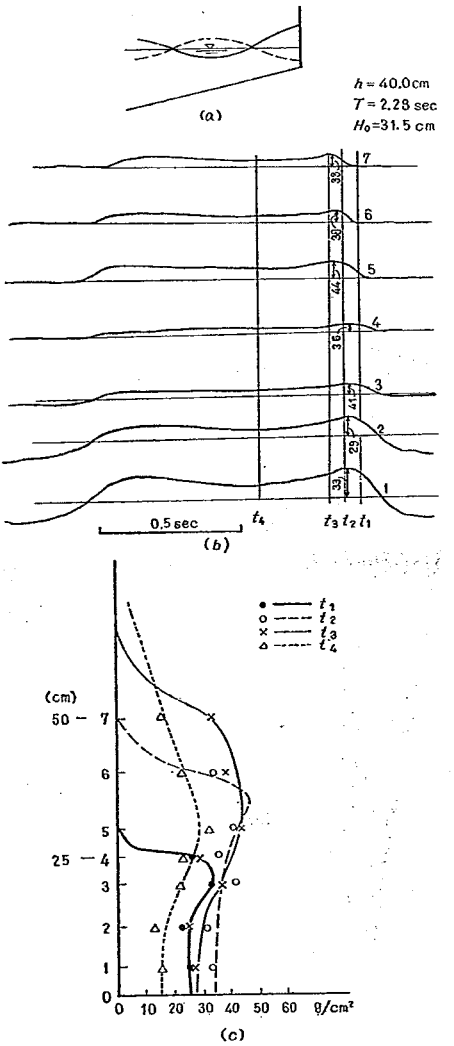


図-6 重複波圧領域における波の衝突状況と波圧の時間変化

その原因は明らかでないが，波形を調和分解して調べると，水深が浅い場合の高周波成分の影響が大きくなり，その位相が基本周波数成分のものと約180°ずれることに起因するようである[1]。

(2) 最大波圧

図-7は堤防ののり面上7箇所で測定した波圧のうち，最大値と設置水深との関係を波形こう配をパラメーターとして示したものである。完全な重複波領域は除いて，砕波に近い部分重複波領域から，堤防が陸上にある場合までの範囲がとられている。

この図によると，h/H_0 が1.2～1.4程度までは，波圧は重複波圧より多少大きい程度であるが，h/H_0 が1.1～0.6の範囲では衝撃圧が生じ，その最大値は沖波波高の数10倍に達する。h/H_0 が0.5以下になると，波圧は

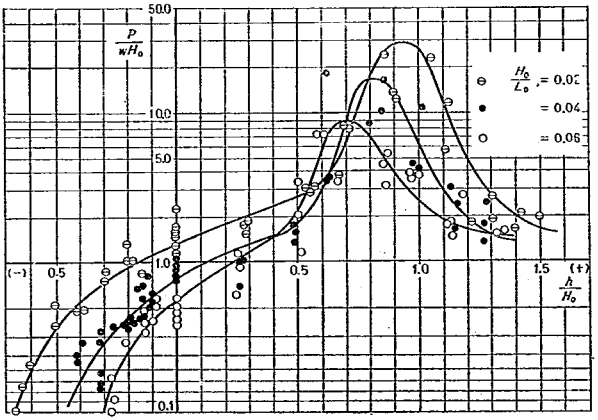


図-7 鉛直堤に作用する波圧

急激に小さくなり，水深が浅くなるにつれて指数関数的に減少する。

一般に，波形こう配が大きいと波圧は小さい。特に，その影響は衝撃圧の部分と，堤防が汀線より陸側にある場合に大きいようである。また，衝撃圧がピークになる水深は波形こう配により変化し，波形こう配が小さい方が大きい。

波形こう配の小さい波は砕波点付近で波高が急激に増大し，巻波となって砕波する。波形こう配の大きい波は波高の増加が小さく，くずれ波型に近い状況となって砕ける。砕波波高と砕波水深との関係は波形こう配にはあまり関係しないので，砕波水深は波形こう配の小さい方が大きい。

波圧のピーク値の大小は，砕波の形態に大きく左右される。巻波型の場合には大きな衝撃圧が作用し，くずれ波に近くなると圧力は小さくなる。波形こう配が0.06の場合も巻波型であるが，その程度が波形こう配0.02の場合に比較してはるかに弱い。

(3) 鉛直分布

鉛直分布は図-4～6に示したように，一周期間に種々変化する。実用的な見地からは，壁面に沿うて積分した波圧が最大値をとる時刻の分布を対象とすればよいと思われる。しかし，同時波圧の最大値を正確に求めることは簡単でなく，また，設計に用いるには過小になることも考えられる。そこで，ここでは，各測点の最大値の分布と同時波圧分布と両者について調べてみる。

図-8は波形こう配0.02の場合について，種々の相対水深に対する波圧分布を調べたものである。h/H_0 が1.45～1.30の場合は重複波圧型で，静水面付近はややふくらんでいるが，全般的になめらかに変化している。最大波圧分布と同時波圧分布との差はほとんどない。

h/H_0 が1.10～0.70の場合は，いわゆる衝撃圧が発生する。この場合は，よく知られているように，静水面付近の波圧が特に大きく，その上下ではかなり急激に小さくなる三角形分布をなす。最大同時波圧分布と最大波圧分布とを比較すると，水底から静水面付近まではほぼ等しいが，最大同時波圧は静水面より上では急激に小さくなり，最大波圧とかなりの差を生じる。

h/H_0 が0.56～0.3の場合は，波は完全に砕けてから堤防に衝突する。図-8(c)からわかるように，静水面付近の波圧と，水面下の波圧の差は比較的小さく，ほぼ一様とみなされる。静水面より上部では波圧は直線的に減少する。したがつて，全般的には台形状の分布をなす。

最大同時波圧は最大波圧より全般的にやや小さい。特に，水底部における差が大きいようである。

堤防が汀線より陸側にある場合は，のり先部の波圧が最大となる三角形分布をなす。最大同時波圧はその作用範囲が，最大波圧に比較すると 2/3 程度となっている。

表-2～3は最大波圧と最大同時波圧を比較したものである。汀線より海側にある鉛直堤の場合，平均的に最大波圧は最大同時波圧より5割程度大きいことがわかる。一方，汀線より陸側にある場合は，両者の差は小さく，平均的に10%程度最大波圧が大きくなっているのみである。この表の中で両者の比が1以下になるケースがみられるが，これは，最大波圧の方は何回かの実験の平均値であり，最大同時波圧はその実験のうちの最大のものをとっているからである。

〔3〕 傾斜堤の最大波圧と波圧分布

(1) 最大波圧

図-9は5分，1割，2割ののり面に作用する最大波圧

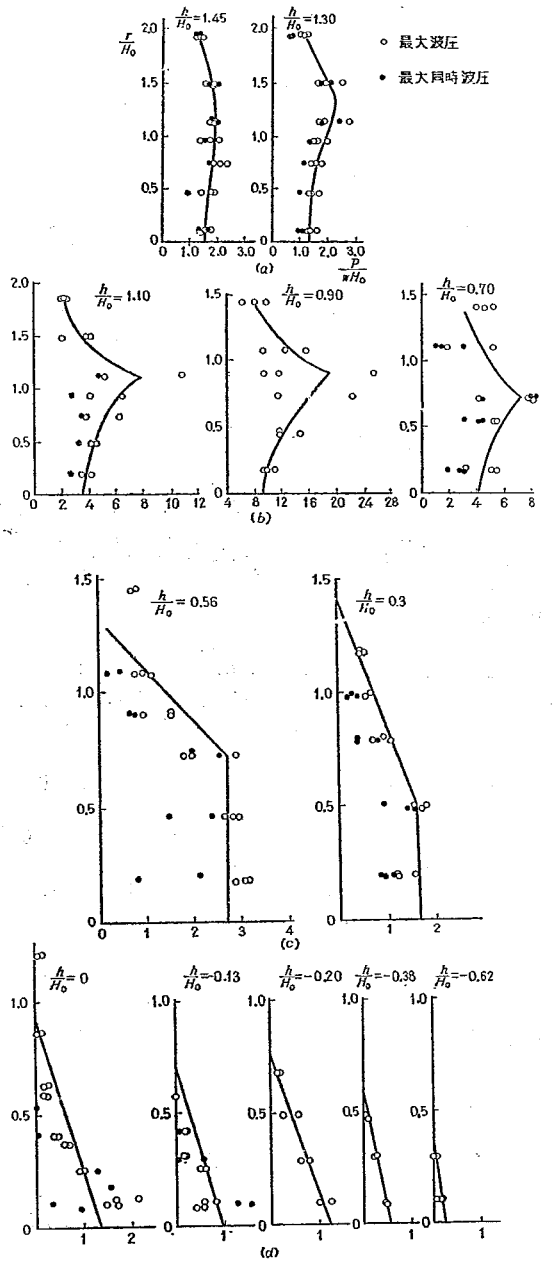


図-8 波 圧 の 鉛 直 分 布

表-2 汀線より海側に設置した堤防に作用する最大波圧と同時波圧の比較（全波圧）

(a) 鉛 直 堤

h	h/H_0	$H_0/L_0=0.06$			$H_0/L_0=0.04$			$H_0/L_0=0.02$		
		最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧
cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm	
7.5	0.25	601	492	1.22	854	555	1.54	1185	648	1.83
		455	383	1.19	576	378	1.52	1071	754	1.42
		560	395	1.42	445	344	1.29	1078	658	1.64
		2264	1530	1.48	1226	922	1.33	2508		
15.0	0.50	1958	1400	1.40	1119	928	1.21	2193	1766	1.24
					1135	810	1.40	2033	1131	1.80
		5652			3832	2595	1.48	6853	3724	1.84
20.0	0.60	6981	5290	1.32	8529	3495	2.44	6044	2225	2.72
		2991	2314	1.29	5044	3283	1.54	4025	2453	1.64
平	均			1.33			1.53			1.77

(b) 5 分 堤

h	h/H_0	$H_0/L_0=0.06$			$H_0/L_0=0.04$			$H_0/L_0=0.02$		
		最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧
cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm	
7.5	0.25	629	544	1.16	492	785	0.63	904	578	1.56
		442	430	1.03	609	594	1.03	784	697	1.12
					492	668	0.74	1026	677	1.52
		658	682	0.96	1626	826	1.97	1684	815	2.07
15.0	0.50	773	727	1.06	1389	899	1.55	2082	908	2.29
		630	548	1.15	1161	755	1.54	1969	1091	1.80
		1673	980	1.71	2410	1534	1.57	2946	2276	1.29
20.0	0.65	1845	927	1.99	3592	2907	1.24	5029	4670	.08
		1605	1236	1.30	3831	2448	1.56	4114	2726	1.51
		3471	3643	0.95	4332			6600		
25.0	0.85	1857	1523	1.22	3590	1729	2.08	5920	3624	1.63
		2698	2638	1.02	4431	4216	1.05	5971	2506	2.38
		2013	1362	1.48	3195	2288	1.4	3537	2085	1.70
30.0	1.00	1602	876	1.83	3219	2287	1.41	3206	2239	1.43
		1709	1162	1.47	4413	2440	1.81	3379	2533	1.33
平	均			1.31			1.40			1.62
		991			2196	1814	1.21			
35.0	1.15	1148	1147	1.00	2210	1101	2.01			
		990	1047	0.95	2054	1451	1.42			
		1343	823	1.63	2419	2442	0.99			
40.0	1.35	1389	1220	1.14	4216	2610	1.62			
		1671	1065	1.57	1859	2660	0.70			

(c) 1　割　堤

h	h/H_0	$H_0/L_0=0.06$			$H_0/L_0=0.04$			$H_0/L_0=0.02$		
		最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧
cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm		g/cm	g/cm	
7.5	0.25	580	390	1.49	713	511	1.40	701	420	1.67
		518	368	1.41	624	492	1.27	686	618	1.11
		509	354	1.44	622	503	1.24	981	522	1.88
15.0	0.50	771	619	1.25	2056	1165	1.76	2773	2283	1.21
		680	584	1.16	1570	714	2.20	2681		
		1054	1112	0.95	1691	687	2.46	2353	1319	1.78
20.0	0.65	1973	1066	1.85	2831	1718	1.65	3830	1420	2.70
		1911	1202	1.59	3009	2209	1.36	2843	1797	1.58
		2008	1211	1.66	3035	752	4.04	2813	1783	1.58
25.0	0.80	2193	1448	1.51	2956	1928	1.53	3639	2072	1.90
		1959	1089	1.80	2855	2349	1.22	3895	2404	1.62
		2753	1790	1.54	3009	2192	1.37	4176	2823	1.48
30.0	1.10	1800	966	1.86	2872	1782	1.61	3384	2189	1.55
		2114	1415	1.49	2028	1649	1.23	3476	2362	1.47
		2007	1362	1.47	2434	1537	1.58	2920	1840	1.59
平	均			1.50			1.73			1.65
35.0	1.15	1351	890	1.52	1838	1233	1.49	2090	1377	1.52
		1363	973	1.40	1844	1269	1.45	2397	2178	1.10
		1437	916	1.57	1892	1377	1.37	2299	1995	1.15
40.0	1.35	1465	738	1.99	1649	1372	1.20		1376	
		1192	571	2.09	1732	1626	1.07		1434	
					1631	1424	1.15			

を示したものである。表示方法は鉛直堤の場合と同じであるが，h/H_0 は0.2より大きな範囲である。

全般的な傾向は鉛直堤の場合とほぼ同じであるが，のりこう配がゆるくなるにつれて，波圧は次第に小さくなる。衝撃的な作用は1割こう配まではなお認められるが，2割こう配になるとほとんど発生しない。

最大波圧がピークとなる水深は，1割こう配までは小さくなるが，2割こう配になると逆に大きくなる。しかし，いずれの場合も，波形こう配が大きいほど波圧がピークとなる水深は大きく，この点では鉛直堤の場合と同傾向にある。

(2) 波圧分布

図-10は波形こう配0.04の場合について，のり面に沿う波圧分布を示したものである。h/H_0 を変化させて，最大同時波圧分布と最大波圧分布を示した。一般的な傾向は鉛直堤の場合に似ており，設置水深の浅い方から，台形，衝撃圧型，重複波圧型となっている。ただ，鉛直堤の場合には，$h/H_0=0.3$ では台形分布であるが，傾斜堤の場合には波圧が広く分布するので，$h/H_0=0.24$～0.25でも台形分布と三角形分布の中間的な分布をなしている。

5分と1割の傾斜堤では，衝撃圧型の分布が認められるが，2割の場合はほとんど認められない。

最大波圧分布と最大同時波圧分布との比較も2割こう配の場合を除いて行なっている。(表-2参照) これによると，三角形分布に近い場合は両者の差は小さい。しかし，台形の場合は底部で，衝撃圧型の場合は，底部と上部でかなり差がみられる。表-2において，5分と1割の場合について両者の合力を比較したが，平均して50%以上最大波圧の方が大きい。

図-11は2割堤に作用する波圧の時間変化を示したものである。これをみると，時刻 t_8 においては，上部では正圧が作用しているが，下部では，初期の静水圧以下の波圧となっている。のり面の前後では静水圧はバランスしていると考えられるので，この場合は揚圧力が作用することになる。

表-3 汀線より陸側の鉛直堤防に作用する最大波圧と同時波圧の比較(全波圧)

No.	a	H_0	最大波圧	同時波圧	最大波圧/同時波圧
$H_0/L_0=0.01$	cm	cm	g/cm	g/cm	
39—1	0	13.7	227.1	188.5	1.20
22—2	34	18.1	106.7	105.3	1.01
24—2	34	11.8	57.5	68.0	0.85
$H_0/L_0=0.02$					
14—1	0	30.4	570.5	405.5	1.41
36—3	0	14.2	142.3	112.5	1.26
37—1	0	24.5	86.3	76.0	1.14
38—2	0	19.5	381.2	325.2	1.17
16—2	34	29.4	430.5	371.1	1.16
23—1	34	24.0	100.3	198.3	0.51
25—2	34	15.1	28.6	27.2	1.05
42—3	68	22.6	119.8	125.2	0.96
43—1	68	13.6	45.8	39.5	1.16
$H_0/L_0=0.03$					
12—1	0	33.4	449.1	299.7	1.5
13—1	0	37.7	470.6	397.0	1.19
35—2	0	19.1	283.3	327.5	0.87
15—2	34	34.9	307.4	371.1	0.83
17—3	34	39.9	514.5	550.0	0.93
18—1	34	44.4	516.1	412.0	1.25
19—1	34	50.9	419.6	445.3	0.94
21—2	34	48.2	540.5	507.3	1.07
20—1	34	46.0	639.9	604.3	1.06
5—1	68	31.0	190.6	249.9	0.76
6—1	68	34.6	222.9	149.0	1.5
7—1	68	37.7	226.8	262.1	0.87
$H_0/L_0=0.04$					
8—1	0	43.3	732.9	1,144.9	0.64
9—2	0	45.2	2,177.3	2,387.7	0.91
11—1	0	51.0	791.1	397.0	1.99
31—1	0	24.1	194.9	200.4	0.97
32—1	0	27.0	344.6	194.0	1.78
26—3	34	28.0	171.5	159.8	1.07
30—2	34	23.3	137.7	176.9	0.78
1—3	68	49.1	185.6	139.4	1.33
2—1	68	51.0	120.3	85.6	1.41
3—3	68	43.5	195.6	179.7	1.09
4—1	68	47.0	232.6	196.8	1.18
45—2	68	26.8	243.5	44.2	5.51
48—3	68	21.6	50.8	52.9	0.96
$H_0/L_0=0.05$					
33—2	0	32.3	141.7	125.4	1.13
27—2	34	34.1	136.6	167.6	0.82
28—3	34	37.3	159.6	186.6	0.86
$H_0/L_0=0.06$					
46—1	68	33.9	121.0	124.4	0.97
47—1	68	36.6	211.4	197.1	1.07

a：汀線から堤防までの距離 (cm)

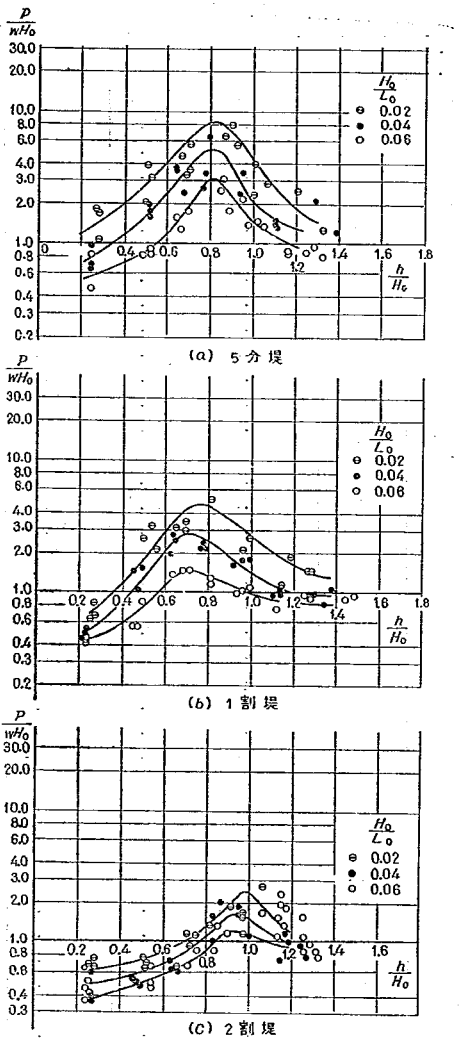


図-9 傾斜堤に作用する波圧

このような場合の同時波圧分布を海底こう配1/10と1/30の場合について示したものが図-12である。このような波圧分布の場合，のり面に回転モーメントが作用し，下にずり落ちやすくなるので十分に注意しなければならない。1/10こう配と1/30こう配との場合を比較すると，1/30こう配の方が小さいのり先水深でこのような現象のおきていることがわかる。各ケースにおける揚圧力の合力とその作用範囲を表-4に示す。揚圧力が0となる位置は当然のことではあるがほぼ静水面と一致している。静水面とのり面との交点を頂点とする仮想的な三角形揚圧力分布を考え，そのときのり先における仮想揚圧力をP_0とすると，P_0はほぼ1/3whに等しい。のり面と水平面とのなす角をθとすると，$r=h\sec\theta$であるから，全揚圧力は$1/6wh^2\sec\theta$で与えられることになる。

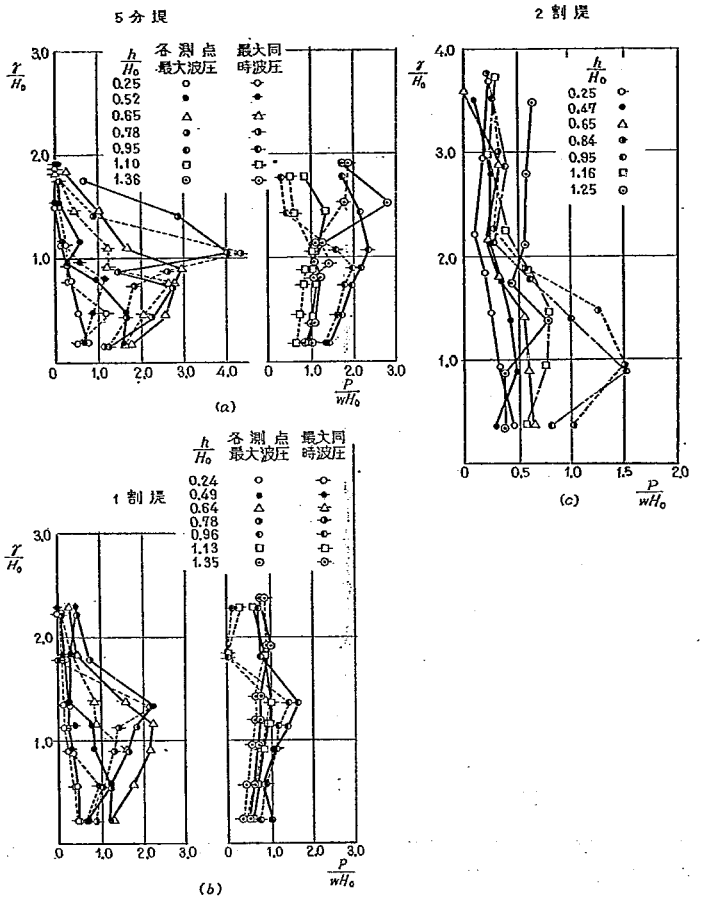


図-10 傾斜堤の波圧分布（波形こう配0.04）

なお，一般に設置水深が深い場合は揚圧力が作用するが，2割こう配の場合は，上部に水脈が残っていて，のり面に正圧をかけていながら，下部では揚圧力が作用する。これは，実験の範囲内では2割こう配の場合にのみ認められた。傾斜がゆるくなると，このような波圧分布状況は一般に発生するものと思われる。

〔4〕 海底こう配の影響

海底こう配がゆるくなると，のり面に作用する波圧は一般に小さくなる。図-13はこの点を示したもので，海底こう配1/10と1/30との場合について波圧を比較したものである。両者とも中型造波水路で実験した結果なので縮尺の影響のためか絶対値は一般に過小である。これは1/10の場合について，図-7の結果と比較すれば明らかである。したがって，これらの図は1/10と1/30の場合の相対的な差異を示す点においてのみ意味をもっている。

海底こう配の影響が特に顕著なのは，砕波圧および衝撃圧を生じる場合で，重複波圧の場合はあまり著しくないようである。

3. 砕波衝撃圧

〔1〕 砕波衝撃圧の特性

砕波衝撃圧は，砕波直後の波が空気を巻き込むような形で堤防に衝突する領域から砕波波頂が水面に落下するまでの領域に堤防が置かれた場合に生じる。その値の変

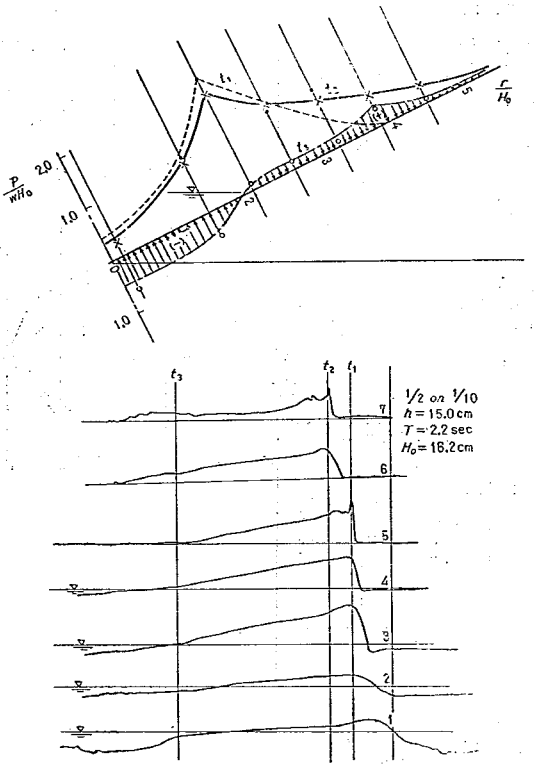


図-11 2割堤に作用する揚圧力

動は非常に大きく，砕波状況，衝突状況，空気の巻き込みの形態などが多少変化してもその値は著しく変わる。

もつとも大きな衝撃圧を生じる設置水深は波形こう配により変化する。図-14は本間・堀川・長谷[2]の調べた結果に，この実験結果を加えたものである。全般的な傾向は一致しているが，Rundgrenの1/10こう配の値よりやや大きくなっている。

図-15は衝撃圧を生じる場合の衝突状況を示したものである。これは16mmのシネカメラにより高速度撮影したフィルムからスケッチしたものである。

波形こう配が0.02の場合は，砕波波頂が前方に飛び出し，空気を大きく巻き込んで落下しながら堤防に衝突する。最も大きな衝撃圧を記録したのは，堤防の設置水深が30cm前後なので，②あるいは，その少し前の波形で衝突する場合と推定される。④の波形ではくずれすぎており，極端に大きな衝撃圧は記録されなかつた。

波形こう配が大きくなると，巻波形ではあるが，空気の巻き込みは小さく，下方からの水面上昇が早いため，空気泡は上方に押し上げられ，全体として偏平な形状となる。

衝撃圧の波形には，単発型，減衰振動型などのあることが指摘されている[3]。前者は図-16(a)のように，衝撃圧がピークに達したあと，振動なしに腰掛部波圧まで減少するが，後者は数10サイクルの減衰振動を伴いながら腰掛部波圧に移行する。

波形こう配が0.02の場合，減衰振動形が多くみられたが，設置水深が図-15の場合よりやや深くなって，30cm程度のときには単発形もみられるようになった。この水深の場合は圧力が非常に大きく，沖波波高の50倍程度に達した。

波形こう配が0.05の場合は，減衰振動形より単発形の方が多くみられる。光易[4]および合田[5]は，空気の巻き込みが多いときに減衰振動型が発生し，空気の巻き込みが小さいか，または，不十分なときに，単発型の発生し

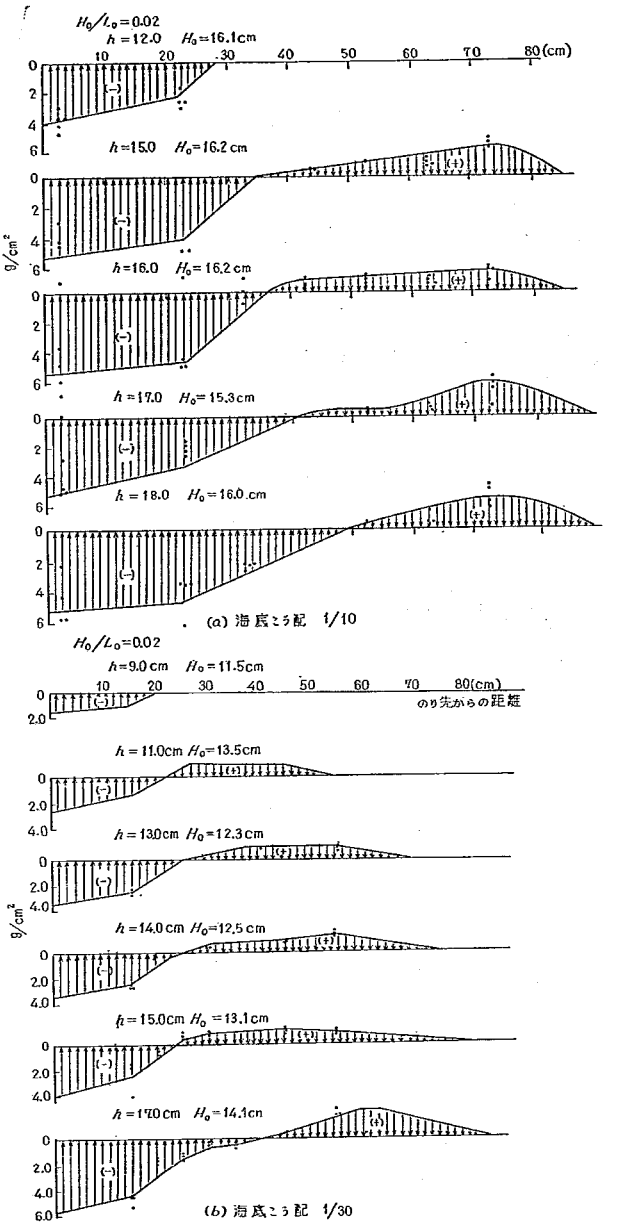


図-12 最大揚圧力を生じるときの波圧分布

表-4 2 潜堤に作用する揚圧力

(a) 海底こう配 1/10

水深 h	$H_0/L_0=0.02$ ($T=2.2$ sec)				$H_0/L_0=0.03$ ($T=1.8$ sec)				$H_0/L_0=0.04$ ($T=1.4$ sec)				$H_0/L_0=0.06$ ($T=1.2$ sec)			
	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$
cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm
9													15.5	17.0	3.0	25.5
12	16.1	27.0	5.4	72.5	16.0	27.0	4.4	60.0	15.2	22.5	3.0	34.0	15.4	27.5	3.7	51.0
13									15.9	27.5	2.9	40.5	15.4	27.5	5.1	69.6
14					15.9	31.0	5.8	90.0						30.0	6.7	99.2
15	16.2	33.0	7.1	117.5					16.4	34.0	6.2	106.0	15.1	31.0	5.8	90.4
16	16.2	37.0	7.8	145.0					15.6	34.0	5.8	98.0				
17	15.3	39.0	6.3	122.2	14.8	37.0	6.5	119.7								
18	16.0	48.0	5.2	173.3									14.9	42.0	7.1	148.4

$$P_0=\frac{2\int_0^r p}{r}$$

(b) 海底こう配 1/30

水深 h	$H_0/L_0=0.02$ ($T=1.7$ sec)				$H_0/L_0=0.03$ ($T=1.5$ sec)				$H_0/L_0=0.04$ ($T=1.35$ sec)				$H_0/L_0=0.06$ ($T=1.05$ sec)			
	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$	H_0	r	p_0	$\int_0^r p$
cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm	cm	cm	gr/cm²	gr/cm
9	11.5	20.0	3.1	30.6	10.7	20.0	3.0	29.5								
11	13.5	22.5	3.1	34.9					12.7	19.0	2.7	25.6	10.5	18.0	2.6	23.8
12					12.5	22.0	3.3	35.7	12.8	20.0	3.6	35.7	10.8	20.0	3.6	35.7
13	12.3	25.0	4.7	58.7	12.7	22.0	4.1	44.6	12.6	24.0	4.0	48.2	10.9	20.0	3.8	38.4
14	12.5	25.0	6.5	80.9	12.5	23.0	6.6	75.7	12.5	25.0	5.6	70.5	10.7	23.0	5.2	60.2
15	13.1	30.0	5.7	85.0	13.0	30.0	5.1	75.9	14.0	29.0	5.7	82.4	11.0	23.0	5.1	59.1
17	14.1	38.5		109.7	14.0	40.0	5.7	114.2	13.8	36.0	4.7	84.6	12.0	30.0	3.8	57.0
20					14.8	43.0	6.6	142.9	14.1	45.0	5.0	116.5				

$$P_0=\frac{2\int_0^r p}{r}$$

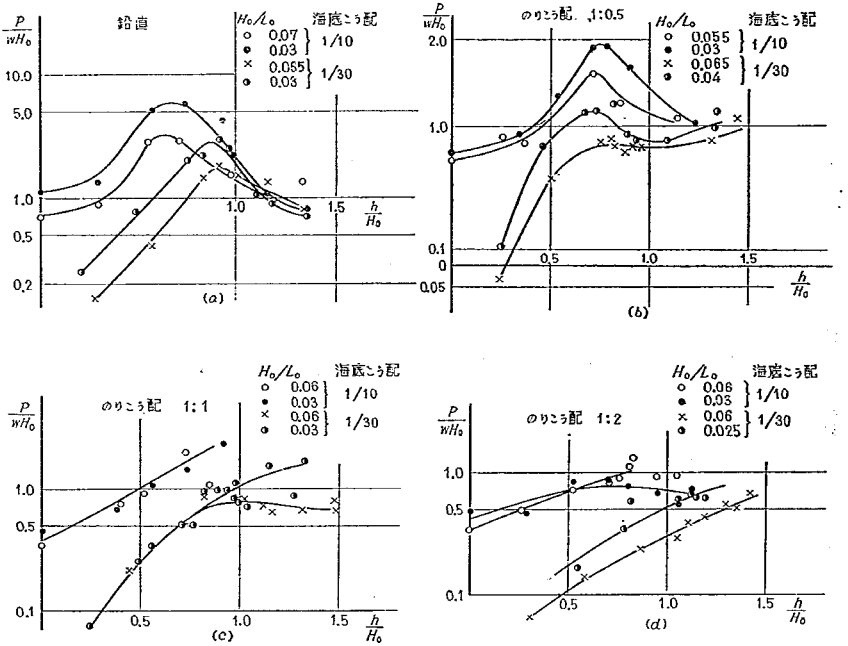


図-13 波圧に対する海底こう配の影響

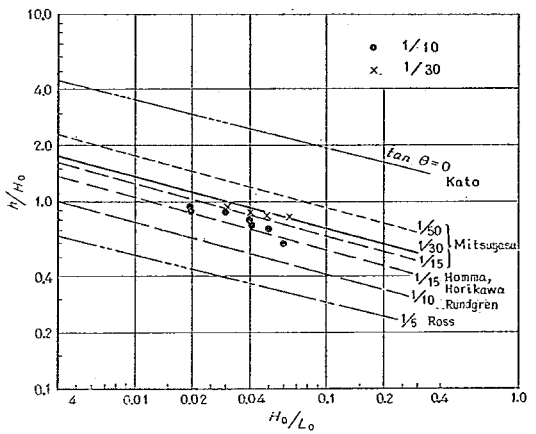


図-14 最大衝撃圧が発生する設置水深

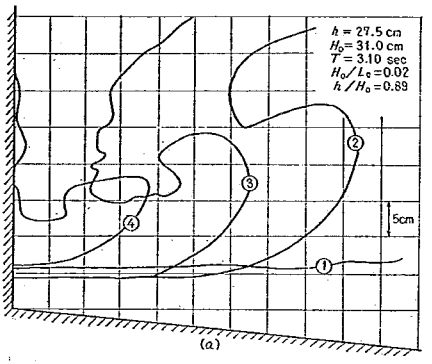


図-15　砕波衝撃圧発生時の波の衝突状況

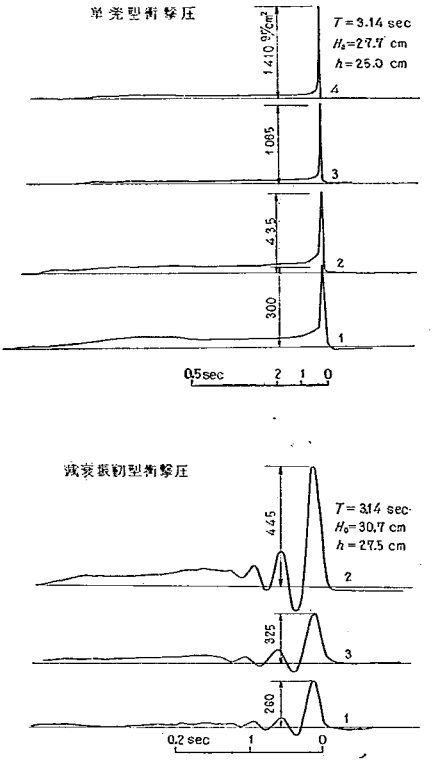


図-16　砕波衝撃圧の波形

やすいことを指摘しているが，この実験結果からも同様なことが認められた。

異常に大きな衝撃圧が静水面付近に発生することはよく知られている。図-17は波圧の鉛直分布を示したものであるが，やはり，静水面付近に大きな圧力が生じている。さらに，静水面より上部では波圧は急激に小さくなるが，水底部付近にはかなり大きな圧力が作用している。その大きさは，波形こう配が0.02の場合，P/WH_0で10程度であり，しかも，その値は実験ごとのばらつきが比較的小さい。したがって，異常に大きい衝撃圧は静水面付近に限られるが，10～20程度の波圧は相当に広範囲にわたって作用していることがわかる。

波形こう配0.02と0.04の場合について，鉛直壁の各部に作用する波圧のひん度分布を示すと図-18のようになる。波圧計の位置が水底から高くなるにつれて，次第に高い圧力がでるようになる。

以上の図からもわかるように，波形こう配が小さいほど衝撃圧が大きくなる傾向にある。表-5はこの実験により得られた波圧の最大値，平均値，最小値を各波形こう配ごとに示した。また，力積と沖波の運動量との比の平均値，水粒子の衝突速度，巻き込みの空気厚の概略値などを示してある。

波圧の平均値は波形こう配によりあまり差はないが，最大値には相当な差が認められる。水粒子の速度をみると，若干のばらつきはあるが，やはり，波形こう配の小さい方が大きい傾向にあり，衝突時に有する運動量の大小が波圧の最大値に影響しているように思われる。

砕波衝撃圧はそのピーク値が大きい場合は作用時間が短く，ピーク値が小さい場合は作用時間が長いので，その力積は一定値に近いことが指摘されている[6]。図-19に示すようにして各測点ごとに実験値から力積を求め，沖波の運動量との比をとってみると図-20のようになる。波形こう配による差はほとんど認められず，また，静水面より下方の値も，静水面付近の値もほとんど等しい。

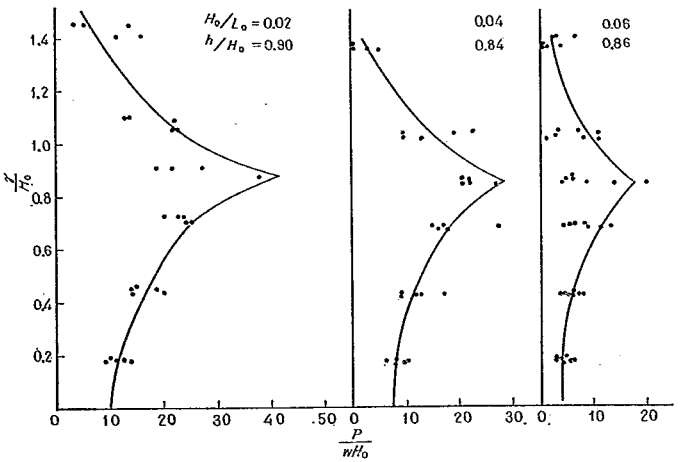


図-17 砕波衝撃圧の鉛直分布

表-5 砕波衝撃圧の諸量

$\frac{h}{H_0}$		0.9	0.87	0.75	0.70
$\frac{H_0}{L_0}$		0.02	0.03	0.04	0.05
$\frac{P}{WH_0}$	Max	49.5	32.4	27.2	32.5
	Mean	13.0	14.3	9.2	7.8
	Min	3.8	7.6	2.4	3.4
$\frac{t}{T}$		0.013	0.008	0.014	0.015
$\frac{\int_{t_1}^{t_2} p\,dt}{\rho U H_0}$ (静水面)		0.38	0.29	0.32	0.33
水粒子の衝突速度					
	(小 型)	1.85 m/sec	1.97		1.81
	(大 型)	3.29	2.69	2.93	2.06
巻き込み空気厚		15 cm	10	8	6

各波形こう配に対する平均値（静水面付近）は表-5に示してあるが，全平均値は0,33で林[7]らが示した結果と一致している。

〔2〕 壁体が移動する場合の砕波衝撃圧の変化[8]

以上の実験結果では，測定値はほぼ固定壁に作用する波圧とみなし得る。海岸堤防の場合は，防波堤と異なり被覆壁が波圧により変形することが考えられる。このような条件では，極端に高い衝撃圧が作用しにくくなることが予想されるので，以下にこの点について調べた結果を述べる。実験装置などについては第2章を参照されたい。3.〔1〕の結果は30cm 程度の波高を用いて得られたものであるが，この実験では15cm 程度の波高を使っているので，その規模は約 1/2 となっている。

図-21は各種の移動堤に作用する波圧，変位，加速度などを示したものである。変位と加速度は堤体の上端で測定されたので，最も大きな力が作用する静水面付近の

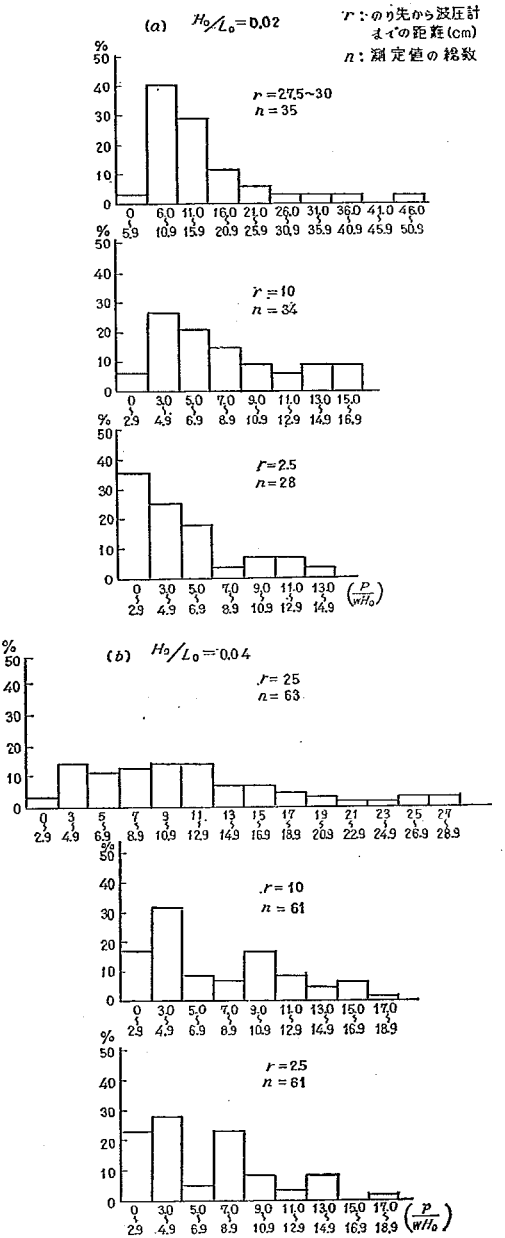


図-18　最大衝撃圧のひん度分布

状態を直接表わすものではないが，ある程度の指標とはなりうるものと思われる。

バネで支持された鋼板堤とモルタル堤とはほぼ似たような変形をする。波圧が作用すると堤体全体が陸側に移動し，波圧のピークよりやや遅れて変形もピークに達する。ピーク後はほぼ一定周期の減衰振動をしながら最初の位置にもどる。振動周期は，鋼板堤で約0.025sec，モルタル堤で約0.035secとなっている。固定堤に作用する波圧の波形は針のように鋭くとがっているが，バネで支持された場合には，先が二山になるケースがしばしばみられた。

鉄板またはモルタル板が砂で支持された場合は，変形状態が異なり，初期に波圧の作用しない上部は，一たん海側に変位し，波圧が上部に作用し始めるとともに陸側に押される。鉄板の場合にはかなりの振動がみられるが，高周波成分の影響で波形は相当に不規則となっている。モルタル堤の場合はほとんど振動せず，腰掛部波圧の作用がなくなると初期の位置にかえる。

表-6～7は各ケースごとに，固定堤と移動堤との波圧（3～4測点中の最大波圧）の比較，変化，波圧のピーク値と変位のピークとの位相差などを示したものである。波圧および変位は各実験から50個の資料を取り出し整理したものであり，一方，位相差は15個の資料の平均値である。また，変位はピーク値を示すものであるが，かっこ内の数値は海側に変位した場合のピーク値で15個の資料の平均値である。

固定堤の波圧はかなりのばらつきはあるが平均値では各ケースの差は比較的少ない。最大値は669g/cm²であるが，沖波波高が約15cmなので，P/WH_0にすると46で著しく大きな衝撃圧である。

移動堤の波圧は，バネ支持の鋼板堤が最小で，ついでバネ支持のモルタル堤，砂支持のモルタル堤，砂支持の鉄板堤の順序で大きくなっている。一方，変位をみると必ずしもこの逆の順序になっていない。位相差はケース1と3は小さく，ケース2と4は大きい。図-21からもわかるように，バネ支持の場合は波圧の作用によりただちに堤全体が陸側に変形するため，波圧のピーク値と堤の上端の変形のピーク値との位相差も小さく，上端の変形量に

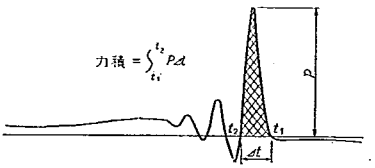


図-19 力積の計算説明

より最大の波圧が作用する部分の変形を代表させることができよう。一方，砂支持の場合は，波圧の作用により堤の上部は一たん海側に変位してから，陸側に変形しピークに達する。したがって，波圧の最大値が発生する時刻との位相差は，前2者より相当に大きく，鋼板堤の場合はバネ支持の約6倍，モルタル堤の場合は約3倍である。したがって，バネ支持における変位との比較の意味では，砂支持の変位を鋼板の場合には1/6，モルタルの場合には1/3位にみるのが妥当であろう。

以上のようにみてくると，変形が起こりやすく，応答の早い系は波圧の減少が大きくなり，常識的な結果が得られていることになる。

波圧の最大値が作用する部分の変形量はよくわからないが，バネ支持の場合は1mm前後であろう。また，砂支持の場合は，0.1～0.5mm程度と推定される。表-6の結果から，バネ支持程度に動きやすい構造であっても，波圧は1/2～1/3に減少するのみである。確かに，極端に大きい圧力の発生は避けられるが，それでも，沖波波高の16～20倍の圧力が発生する。また，砂支持の場合，波圧の作用時における変形が小さいため，波圧の減少度も小さく，モルタル堤でも5割程度の減少をみたにすぎない。現実の堤防では，砂支持の場合に近いと思われるので，堤体の変形による波圧の減少はあまり期待できないと考えてよいであろう。

〔3〕 砕波衝撃圧の発生機構

衝撃圧の発生機構としては，Bagnoldの空気の断熱圧縮説[9]が最も有名である。合田[10]は堤体の直前に電気接点をおき，砕波の波頂部が堤体に達する以前に波圧の

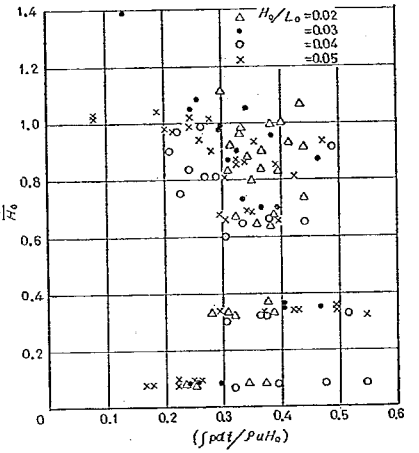


図-20 砕波衝撃圧の力積

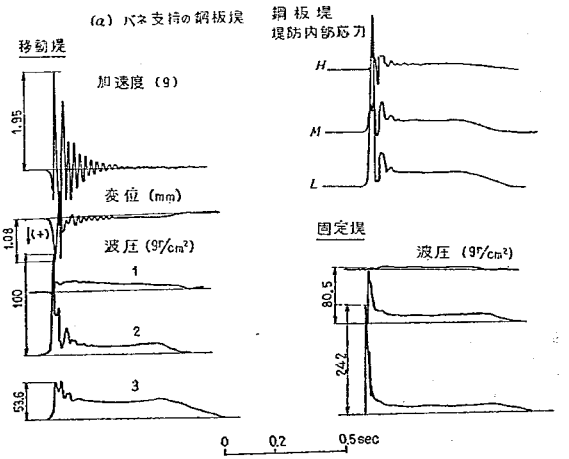


図-21(a) 堤防に作用する波圧，および変位，加速度，応力の時間変化

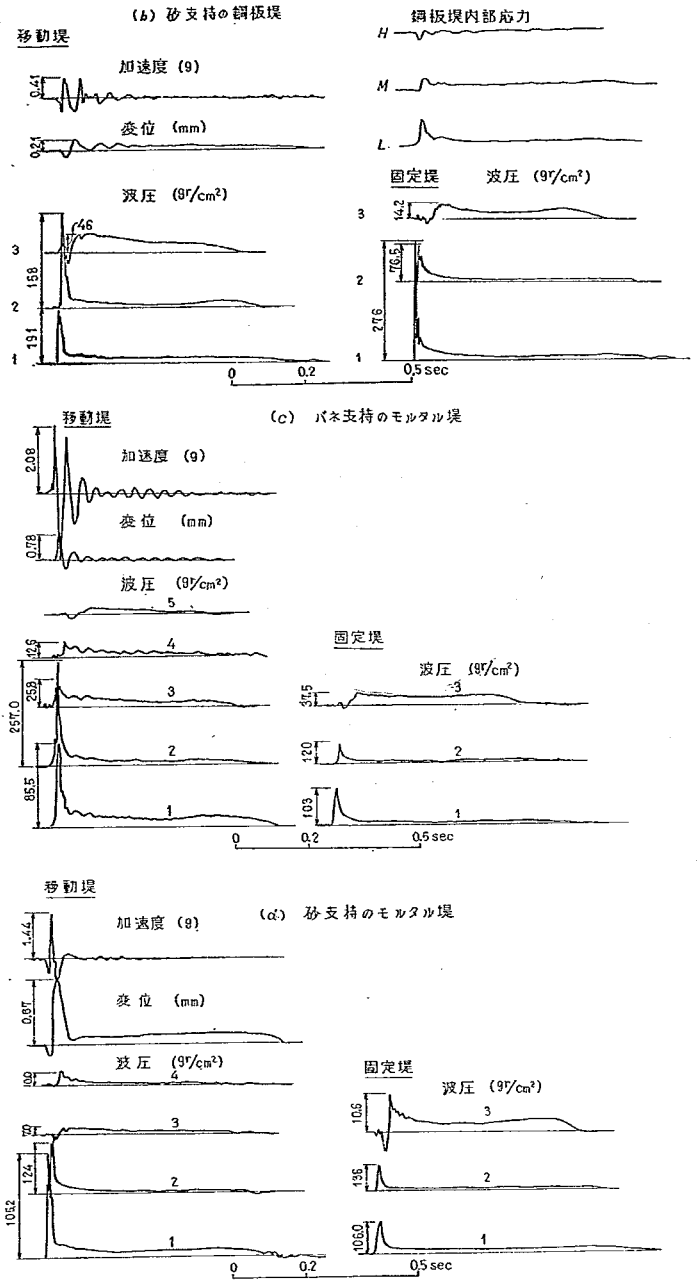


図-21 (b), (c), (d), 堤防に作用する波圧, および変位, 加速度, 応力の時間変化

表-6 堤防の種類と波圧変動

堤防の種類	固定堤波圧 max	mean	min	標偏準差	移動堤波圧 max	mean	min	標準偏差
バネ—鋼板	667g/cm²	246	33	182	241	88	43	29
砂—鋼板	596	245	79	109	473	202	91	86
バネ—モルタル	669	261	46	144	303	128	32	50
砂—モルタル	532	265	48	115	355	173	22	77

表-7 堤防の変形と波圧変化

堤防の種類	固定堤波圧/移動堤波圧	変位	位相差	固有振動周期
バネ—鋼板	2.8	0.89mm	0.006sec	0.025sec
砂—鋼板	1.2	0.36 (0.26)	0.035 (0.012)	0.048
バネ—モルタル	2.0	0.86	0.0057	0.036
砂—モルタル	1.5	1.2 (0.26)	0.018	0.039

ピークが起こるか，または，波頂部が堤体に衝突してから波圧のピークが起こるかを検証した。その結果，最も大きな衝撃圧を生じる場合については，この点を十分に確かめるに至らなかったが，空気の巻き込みの大きい振動型波形を生じる場合は，波頂が壁体に達する以前に波圧のピークが起こることを明らかにした。この結果から衝撃圧を発生する場合には，壁体と衝突水塊の間に空気のはさみ込みがあり，その厚さの大小により圧力の大きさが異なることを指摘した。すなわち，衝撃圧の原動力は水の弾性圧縮であるが，それが air cushion により緩和され，その緩和の程度が空気層の厚さにより決定されることになる。

一方，Rundgren[11] は Bagnold の compression shock とともに，Hammer shock という考え方を示している。この考え方では，水の弾性圧縮力が波頂部に含まれる空気泡により弱められる。したがって，波頂部の乱れが大きければ衝撃圧も小さくなる。

減衰振動型の波形を生じる場合は，空気のはさみ込みが考えられるが，単発型の場合は Hammer shock の方が考えやすい。したがって，衝撃圧の発生機構としては，上述の二機構が最も有力であると考えられるが，この点についてはさらに十分な検討が必要である。

〔4〕 消波工による砕波衝撃圧の減殺効果

実際の海の場合，波は非常に乱れているので，大きな衝撃圧が起こる可能性は少ないと考えられている。[12] しかし，それが皆無であるとは言えない。衝撃圧は非常に大きいので，その値が仮に明確にされたとしても，それを用いて築堤式堤防を設計することは非常に困難であろう。したがって，衝撃圧を生じるような比較的深い位置に堤防を設置する場合は，鉛直堤を避けるか，消波工などにより波圧を小さくする必要がある。

衝撃圧の発生には，波頂部の乱れと空気の巻き込みが関係するので，消波ブロックを設置することにより，衝撃圧を相当に小さくできるものと考えられる。そこで，図-22のような消波工を設置してその効果を調べてみた。

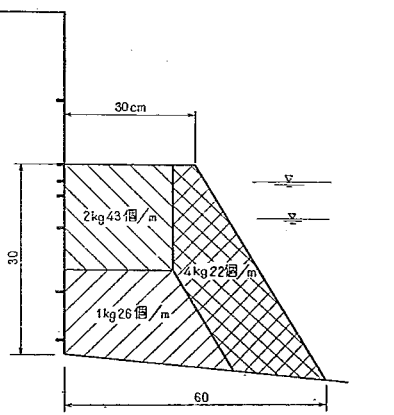


図-22 消波工の形状

ブロックは 1kg，2kg，4kg のテトラポッドで，それぞれ 1m 当たり26個，43個，22個使用した。積み方は乱積みで，各重量のものを図-22のように設置した。

図-23はこの消波工を設置して，最も大きな衝撃圧を生じる条件で波圧を測定した結果である。測定値はそれぞれの水理条件で，10～30波の平均値である。これによると，のり面に作用する波圧は，波高と同じ程度の値で，消波工のない場合に比較して著しく小さくなること

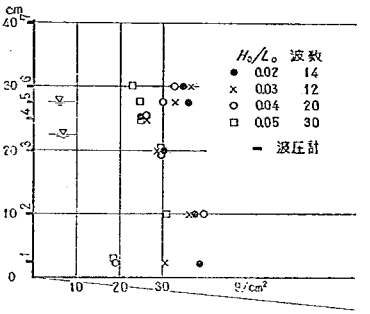


図-23　消波工の波圧減殺効果

がわかる。ブロックのある場合は，砕波波頂が直接壁面に衝突することがなく，また，ブロックの存在により乱れが著しく大きくなるので，砕波後の波圧と同程度の波圧に減少すると考えられる。

4. 砕 波 圧

〔1〕 鉛 直 堤

図-7をみると，h/H_0 が0.5付近において波圧の屈曲点がある。この点は砕波衝撃圧の発生領域と，波が完全に砕けてから衝突する。いわゆる，砕波圧の発生領域との境界点に当たる。堤防の設置水深がこれより浅くなると，波は段波状となって壁面に当たり，その圧力は流速水頭のオーダーと考えられている。したがって，堤防前面の流速が求められれば，壁面上の波圧の最大値を推定することができよう。

砕波領域では，波頂部付近の流速はほぼ波速に等しく波速は水底から波頂までの高さによって与えられる。そこで，まず，砕波領域および汀線より陸側において，水底から波頂までの高さを調べてみる。

砕波帯中における波頂高は水深の1.6倍程度と見積もられているが，水深が小さくなると，wave set-up の影響がでてくるので，その補正をする必要がある。wave set-up の定量的な推定はある程度可能であるが[13]，1.6倍という数字が近似的なもので，ここでは，汀線における波頂高を実験的に求め，これを考慮して，砕波帯における波頂高を次式のようにおくことにする。

$$\eta=\eta_0+1.6h \quad \cdots\cdots(1)$$

ここに，η：砕波帯における水底からの波頂高

η_0：汀線における水底からの波頂高

汀線における波頂高は，海底こう配が一定の場合は，沖波の波形こう配の関数で，1/10，1/30こう配の場合の実験結果を整理すると図-24のようになる。

表-8は(1)式の精度を検討したもので，汀線における

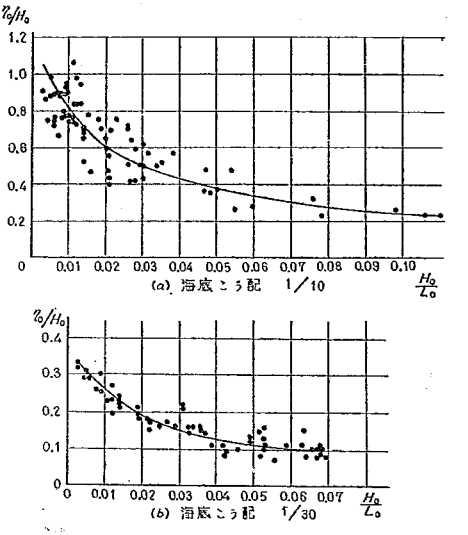


図-24　汀線における波頂高

波頂高（実験値）から，(1)式を用いてη_1を計算し，実験値と比較したものである。また，この表には，砕波点における波頂高を求め，汀線における波頂高まで直線的に変化するものとして各位置における波頂高(η_2)を求めた結果も入れてある。なお，砕波点における波頂高はHyperbolic wave の理論[14]を用いて計算した。

この表によると，η_2の方が実験値に近い。特に海底こう配1/10の場合はほぼ一致している。一方，η_1は全般的に実験値より大きく，1/10こう配の場合は約5～15%，1/30こう配の場合は15～25%高い。しかし，2箇所の波頂高を求めて比例配分することは手間もかかるし，またη_1と実験値との差はあまり大きくないので，以下の計算では(1)式を用いることにする。

次に，汀線より陸側のそ上水脈の厚さを調べてみると図-25のとおりである。水面曲線は上に凹の形で，汀

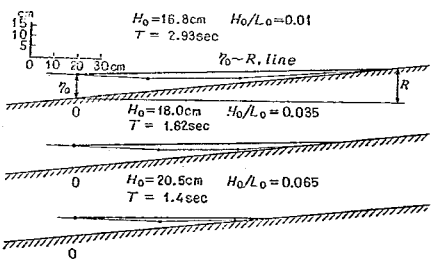


図-25　汀線より陸側におけるそ上水面形

表-8 波 頂 高 の 実 験 値 と 計 算 値 と の 比 較

海底こう配 1/10

H_0=19.2cm, T=3.4 sec H_0/L_0=0.0106

$\frac{h}{H_0}$	実験値 η	計算値 η_1	計算値 η_2	$\frac{\eta}{\eta_1}$	$\frac{\eta}{\eta_2}$
	cm	cm	cm		
0	12.2	12.2	12.2		
0.26	18.4	20.2	18.9	0.91	0.97
0.52	28.6	28.2	25.6	1.01	1.12
0.78	31.9	36.2	32.3	0.88	0.99
1.04	39.3	44.2	39.0	0.89	1.01
1.30	48.9	52.2	45.7	0.94	1.07
平 均				0.926	1.03

H_0=24.4cm, T=2.54 sec H_0/L_0=0.024

$\frac{h}{H_0}$	実験値 η	計算値 η_1	計算値 η_2	$\frac{\eta}{\eta_1}$	$\frac{\eta}{\eta_2}$
	cm	cm	cm		
0	10.8	10.8	10.8		
0.21	17.8	18.8	17.6	0.95	1.01
0.41	23.5	26.8	24.4	0.88	0.96
0.62	35.0	34.8	31.2	1.01	1.12
0.82	38.8	42.8	38.0	0.91	1.02
1.02	51.5	50.8	44.9	1.01	1.14
平 均				0.952	1.05

海底こう配 1/30

H_0=11.0cm, T=2.08 sec H_0/L_0=0.016

$\frac{h}{H_0}$	実験値 η	計算値 η_1	計算値 η_2	$\frac{\eta}{\eta_1}$	$\frac{\eta}{\eta_2}$
	cm	cm	cm		
0	2.66	2.66	2.66		
0.18	5.30	5.86	5.70	0.90	0.93
0.36	7.54	9.06	8.90	0.83	0.85
0.55	10.4	12.3	12.0	0.85	0.87
0.73	13.7	15.5	15.2	0.88	0.90
0.91	16.1	18.7	18.3	0.86	0.88
平 均				0.864	0.89

H_0=20.8cm, T=2.85 sec H_0/L_0=0.016

0	12.0	12.0	12.0		
0.24	16.0	20.0	18.7	0.80	0.86
0.48	25.3	28.0	25.5	0.90	0.99
0.72	31.3	36.0	32.2	0.87	0.97
0.96	39.5	44.0	39.0	0.90	1.01
1.20	49.5	52.0	45.7	0.95	1.08
平 均				0.884	0.982

H_0=33.8cm, T=2.82 sec H_0/L_0=0.027

0	14.2	14.2	14.2		
0.15	19.3	22.2	21.0	0.82	0.92
0.30	25.3	30.2	27.7	0.84	0.91
0.44	33.8	38.2	34.5	0.89	0.98
0.59	33.4	46.2	41.3	0.72	0.81
0.74	48.7	54.2	45.1	0.90	1.08
平 均				0.846	0.940

H_0=12.5cm, T=1.1 sec H_0/L_0=0.063

0	2.9	2.9	2.9		
0.16	5.34	6.1	5.5	0.88	0.97
0.32	7.54	9.3	8.1	0.81	0.93
0.48	9.56	12.5	10.7	0.77	0.89
0.64	10.4	15.7	13.8	0.66	0.78
0.80	13.8	18.9	16.0	0.73	0.86
平 均				0.77	0.89

$\eta_1=\eta_0+1.6h$

$\eta_2=\eta_0+\frac{x}{\ell}(\eta_b-\eta_0)$, ℓ：汀線と砕波点との距離　x：汀線と計算点との距離

線における波頂高とそ上高を結んだ線よりやや下にあるが，ここでは近似的に上記の直線で代表させることにする。

汀線における波頂高および波のそ上高は，波形こう配と海底こう配の関数になると思われる。Hunt[15]は波のそ上高を次のように表わした。

$$\frac{R}{H_0}=C_p \tan\beta\,(H_0/L_0)^{-\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに，R：静水面上のそ上高

H_0：沖波の波高

C_p：海浜の透過性による係数

β：海底が水平面となす角

L_0：沖波の波長

汀線における波頂高および波のそ上高の実験値をこの形で整理してみると，図-26，27のようになる。これらの図をみると，異なった海底こう配の実験値がほぼ一本の線にまとまり，(2)式のような表示がそ上高のみでなく，波頂高についても適切であることがわかる。

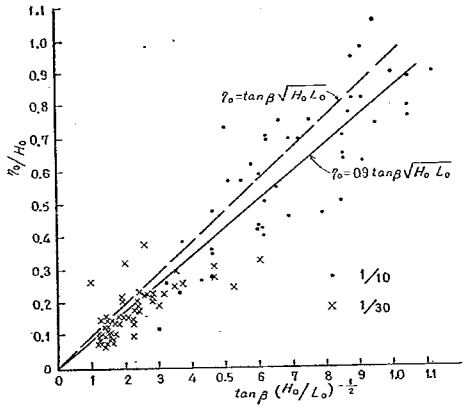


図-26　汀線における波頂高と波形こう配および海底こう配との関係

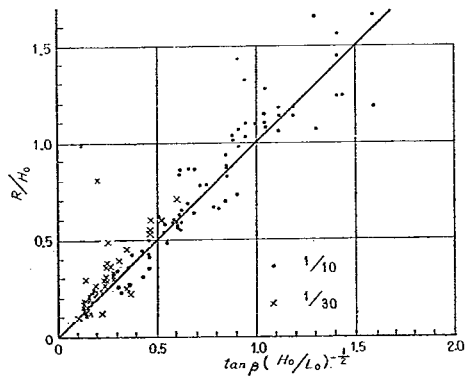


図-27　自然海浜における波のうちあげ高

汀線における波頂高については，実験値にかなりのばらつきはあるが，平均的に引いた線の式を求めると次のようになる。

$$\frac{\eta_0}{H_0}=0.9\tan\beta\,(H_0/L_0)^{-\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots(3)$$

波のそ上高については，(2)式において$C_p=1$とした場合に実験値とよく一致することがわかる。実験は固定床であり，実際の海浜は砂れきからなっているので，C_pは少し小さくなることも考えられるが，ここでは，$C_p=1$をとることにする。

砕波圧の最大値を

$$\frac{P}{W}=\alpha\frac{u^2}{2g} \quad \cdots\cdots(4)$$

ここに，α：係数（実験から決める）

とおけるとすれば，以上の資料から堤防の設置位置における波頂高が計算されるので，波速が波頂高の平方根に比例し，さらに，流速は波速に比例すると仮定すれば，砕波圧が推定される。

汀線より海側においては，cを波速とし，$c=\sqrt{g(\eta_0+1.6h)}$で与えられるものとすると，

$$\frac{P}{W}=\alpha\cdot\frac{\eta_0+1.6h}{2} \quad \cdots\cdots(5)$$

これに(3)式を代入すると，最大波圧は次式で与えられる。

$$\frac{P}{W}=\alpha\cdot\{0.45(H_0/L_0)^{\frac{1}{2}}\tan\beta\,H_0L_0+0.8h\} \quad \cdots\cdots(6)$$

また汀線より陸側においては，

汀線より水平距離xの位置における波頂高は次式で与えられる。

$$\eta=0.9\tan\beta\{(H_0/L_0)^{\frac{1}{2}}H_0L_0-x\} \quad \cdots\cdots(7)$$

波速を$\sqrt{g\eta}$と仮定すると，(4)式は次のようになる。

$$\frac{P}{W}=\alpha\cdot0.45\tan\beta\{(H_0/L_0)^{\frac{1}{2}}H_0L_0-x\} \quad \cdots(8)$$

図-28は1/10こう配の場合について，P/WH_0の実験値と汀線より海側では，$0.45\tan\beta(H_0/L_0)^{-\frac{1}{2}}+0.8h/H_0$

汀線より陸側では，$0.45\tan\beta\{(H_0/L_0)^{-\frac{1}{2}}-x/H_0\}$の値を比較したものである。汀線より陸側では$\alpha=4$程度の値であるが，海側ではこの値は過大である。

福井・中村・白石・佐々木[16]によると，段波の波速は次式で与えられる。

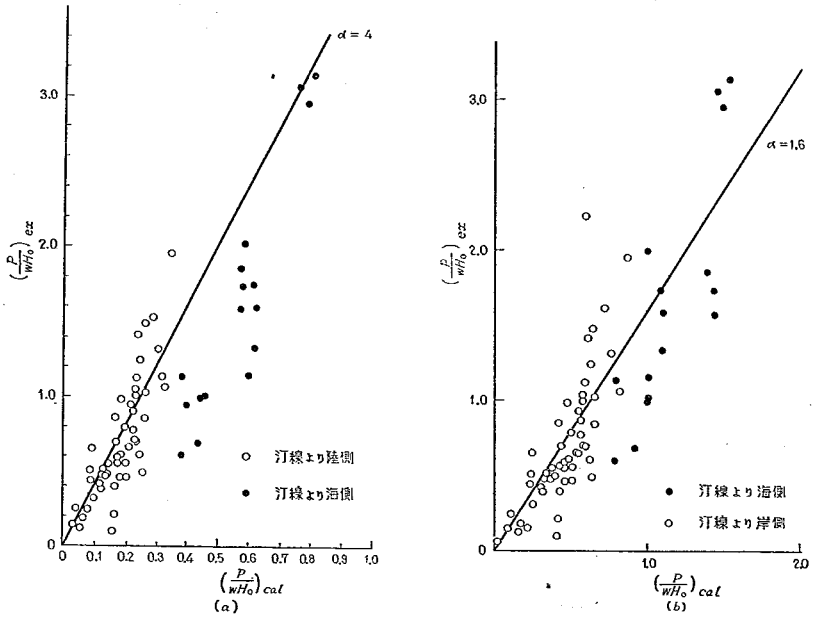


図-28 砕波圧の実験値と計算値との比較

$$c=\sqrt{\frac{g\eta(\eta+h)}{2\{\eta-f(\eta-h)\}}} \quad \cdots\cdots(9)$$

ここに，f：流速分布と底面摩擦により決まる係数

実験によると，fの値は，h/ηが0.3より大きい領域ではほぼ1に近く，h/ηが0.3より小さくなると次第に減少し，$h/\eta=0$でfはほぼ0.8となる。

汀線より海側の領域では大部分$f\fallingdotseq 1$となるので，

$$c=\sqrt{\frac{g\eta}{2h}(\eta+h)} \quad \cdots\cdots(10)$$

(10)式において　$\eta=1.6h$と仮定すると，$c=\sqrt{1.3\,g\eta}$となる。

一方，汀線より陸側では，$f\fallingdotseq 0.8$とすると，

$$c=\sqrt{2.5\,g\eta} \quad \cdots\cdots(11)$$

となる。

したがって，段波の波速は$\sqrt{g\eta}$に比例するが，その比例常数は一定でなく，水深が大きい場合はほぼ$\sqrt{1.3}$水深が浅くなると次第に大きくなり，水深が0になると約$\sqrt{2.5}$となる。

そこで，汀線より海側の場合は，波速を(10)式で，汀線より陸側の場合は，波速が(11)式で表わされるものとして，前と同様に波圧を計算し，実験値と比較すると，図-28(b)のようになる。

図-28(a)と(b)とを比較すると，(b)の方がまとまりがよく，波速としては(10)，(11)式を用いるのが妥当のようである。図-28(b)からα'を求めると，1.6となる。汀線より陸側の場合は，結果的には$\alpha=2.5\times1.6=4$で(8)式と一致する。しかし，汀線より海側の場合は，先に求めた(6)式に比較すると，計算波圧は20～30%小さい。

したがって，h/ηの値によりαを変えることが必要になるが，実用的にはαの値を変えることは不便であり，また，ある程度水深のある場合は，条件の多少の変動により波圧が相当に変化するので，ここでは，$h/H_0<0.5$の全領域について，$\alpha=4$をとることにする。

通常の海岸では，汀線付近を境にして，海浜こう配が変わることが多い。このような場合には，汀線における波頂高はそれらのこう配の中間的なこう配に相当する値をとることが予想される。

表-9は汀線より海側のこう配が1/10，陸側のこう配が1/17.4の場合について，汀線における波頂高およびそ上高を調べたものである。波頂高については，1/10こう配と1/17.4こう配の波頂高の平均値に近いので，(3)式を用いてこの値を計算し，実験値と比較すると図-29(a)のようになる。計算値より実験値の方が10%程度大きいが，こう配が変わる場合の波頂高は両こう配の平均波頂

表-9　汀線でこう配が変化する場合の波頂高とそ上高

No	H_0	L_0	$(\eta_0)_{ex}$	R	$(\eta_0)_m$
	cm	cm	cm	cm	cm
1—3	14	489	6.06	5.98	5.87
4	14	500	6.14	6.09	5.87
2—1	13	619	6.39	6.44	6.34
2	13	587	6.60	6.78	6.19
3	13	611	6.51	6.72	6.32
3—1	13	748	6.56	6.67	6.98
3	13	714	6.73	7.06	6.82
4	13	662	7.09	7.36	6.57
4—1	14	446	5.83	6.10	5.60
2	13	425	5.76	6.03	5.28
3	13	456	5.67	6.21	5.46
4	13	456	5.58	6.32	5.46
5—1	12	409	5.47	5.80	4.97
2	11	420	5.74	5.92	4.81
3	12	415	5.46	5.86	5.00
6—1	12	378	5.47	5.75	4.78
2	13	360	5.67	5.63	4.85
3	14	337	5.58	5.75	4.86
7—1	17	280	5.72	5.63	4.89
2	15	297	5.78	5.81	4.66
3	18	264	5.89	5.46	4.89
8—1	12	324	5.06	5.23	4.43
2	12	324	4.80	5.40	4.43
3	12	333	4.84	5.40	4.48
9—1	13	268	4.80	5.06	4.18
2	12	284	4.95	5.12	4.14
3	12	293	4.88	5.06	4.21
10—1	13	260	4.85	4.88	4.13
2	13	256	4.43	4.72	4.08
3	11	284	4.75	5.00	3.96
11—1	13	248	4.56	4.42	4.02
2	13	248	4.70	4.48	4.03
3	12	256	4.52	4.66	3.93
12—1	13	232	4.27	4.48	3.90
2	13	228	4.13	4.42	3.86
3	12	232	4.25	4.42	3.73
13—1	12	214	4.08	4.14	3.59
2	12	214	4.19	4.31	3.59
3	13	199	4.11	4.03	3.60
14—1	12	179	3.76	3.68	3.29
2	12	179	3.86	3.85	3.29
3	12	175	3.76	3.79	3.25
15—1	9	162	3.23	3.22	2.71
2	10	169	3.38	3.33	2.92
3	10	166	3.39	3.51	2.89

高で代用してもよいと思われる。

次に，汀線における波頂高とそ上高との関係を調べて

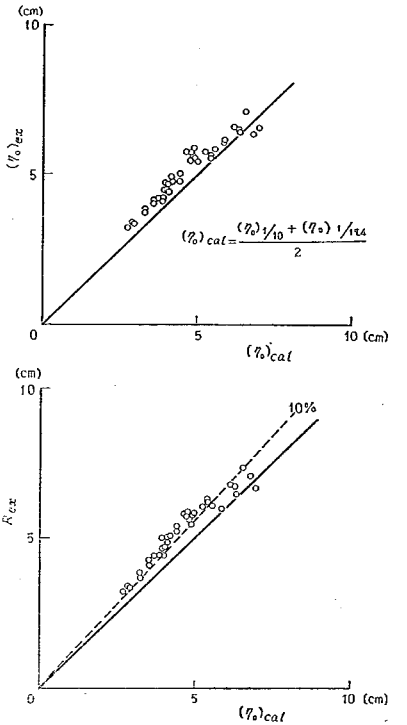


図-29　汀線においてこう配の変わる場合の波頂高とそ上高

みる。実験値をそのまま比較すると，表-9からわかるように両者の値はほぼ等しい。しかし，上に求めた平均波頂高をとってそ上高と比較すると，図-29(b)のようにそ上高の方が10%程度大きく，一様こう配の場合に得られた結果と一致する。

砕波圧の推算法としては，本間・堀川・長谷の方法およびアメリカのBEBの方法[17]がある。

本間・堀川・長谷公式はある程度前面水深のある場合に使用されるもので，最大波圧は次式で与えられる。

$$P=2.8Wh \cdots\cdots(12)$$

ここに，P：最大波圧（静水面において作用する。）

h：堤防の設置水深

W：海水の単位体積重量

また，BEB公式は主として汀線より陸側に堤防がある場合に用いられる。最大波圧は次式で与えられる。

$$P=0.5Wh_b\left(1-\frac{X_1}{X_2}\right)^2+0.7WH_b\left(1-\frac{X_1}{X_2}\right) \cdots(13)$$

ここに，h_b：砕波水深

H_b：砕波波高
X_1：汀線から堤防までの距離
X_2：$2H_b\cos\beta$，汀線から仮想うちあげ限界までの水平距離
β：海底が水平面となす角

図-30は1/10こう配の場合の実験値と（6）式および

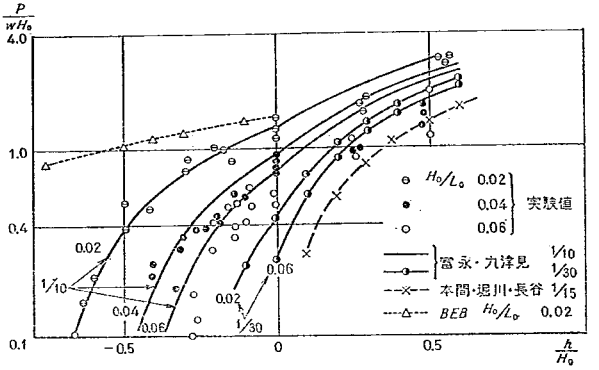


図-30 既存公式との比較

（8）式による計算値，本間・堀川・長谷公式，BEB公式による計算値などを比較したものである。

これによると，BEB公式は過大な値を与えることがわかる。一方，本間・堀川・長谷公式による計算値は実験値より小さい。この公式は海底こう配1/15の実験値をもとにつくられているので，1/10こう配の実験値より小さいのは当然であるが，全般的にやや過小のようである。この場合，波圧は設置水深により決まるので，汀線付近になると実験値との差が著しくなる。

先にのべたように（6）式の計算値は若干過大であるが（8）式の計算値は全般的にみてほぼ満足すべきものと考えられる。

砕波圧の波圧分布は，図-8に示したように，堤防が陸上部にある場合は，のり先で最大となる三角形分布，汀線より海側にある場合は，のり先からある高さまでは一様分布でそれより上は直線的に減少する台形分布となる。

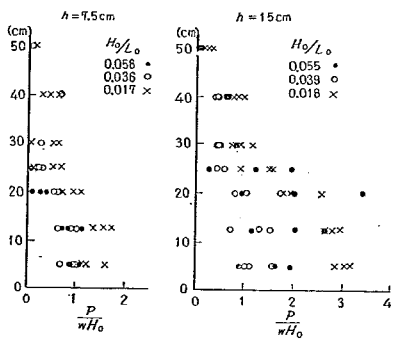


図-31 砕波圧の鉛直分布

台形分布については一様部の高さが問題である。図-31によれば，一様部の高さは設置水深より大きく，1.3～1.5h程度であるが，ここでは便宜的に，一様部の高さ（r）を次式で与えることにする。

$$r = 1.4h \quad \cdots\cdots(14)$$

波圧が0となる位置は，波がうちあがる高さになると思われる。豊島・富永・橋本[18]によると，砕波領域における鉛直壁のうちあげ高は近似的に次式で与えられる。

$$R = 2.5h \quad \cdots\cdots(15)$$

ここに，R：砕波領域に設置された鉛直堤のうちあげ高
h：のり先水深（水深が浅い場合は wave sec-up を考慮する。）

ここでも，この方式を準用するが，波頂部付近は水脈もうすく，波圧としてあまり有効に作用しないと思われるので，ここでは係数として2.0を用いることにする。

堤防が汀線より海側の場合は

$$R_0 = 3.0\{h + 0.56(H_0L_0)^{\frac{1}{2}}\tan\beta\} \quad \cdots\cdots(16)$$

とし，汀線より陸側の場合は，

$$R_0 = 1.7\tan\beta\{(H_0L_0)^{\frac{1}{2}} - x\} \quad \cdots\cdots(17)$$

ここに，R_0：堤防ののり先からはかったうちあげ高
により求めることにする。

汀線より陸側の場合，静水面の位置が明瞭でないので実際は，うちあげ高と波頂高との比で考えるのが適当であろう。表-10は，うちあげ高の実験値[19]と波頂高との

表-10 うちあげ高と波頂高との比

(a) 堤防を汀線においた場合

海底こう配	H_0/L_0	η_0/H_0	R/H_0	R/η_0
1/5*	0.01	1.80	2.7	1.5
	2	1.27	2.3	1.8
	3	1.04	2.05	1.97
	4	0.90	1.8	2.0
	5	0.80	1.5	1.87
				平均 1.82
1/10**	0.01	0.90	1.45	1.60
	2	0.64	1.15	1.82
	3	0.52	0.95	1.82
	4	0.45	0.80	1.78
				平均 1.75
1/20	0.01	0.45	0.80	1.78
	2	0.32	0.53	1.66
	3	0.26	0.42	1.62
	4	0.23	0.35	1.55
	5	0.21	0.31	1.51
				平均 1.62

* 細井・三井のうちあげ高の実験値による。(堤防のりこう配1:1.5)

** 堤防ののりこう配 1:0.5

10-(b) 堤防を汀線より陸側においた場合

No	H_0	L_0	a	η_{ex}	R	η_{cal}	η_{ex}/η_{cal}	R/η_{cal}
3	11.8cm	206cm	10cm	2.85cm	5.63cm	3.54cm	0.81	1.59
4	12.1	199		2.75	5.71	3.52	0.78	1.62
7	10.1	276		2.94	6.96	3.87	0.76	1.80
8	10.8	256		3.03	6.60	3.83	0.79	1.72
11	8.4	365		3.21	7.15	4.08	0.79	1.75
12	10.7	319		3.28	8.03	4.46	0.74	1.80
15	10.2	365		3.48	7.50	4.60	0.76	1.63
16	11.2	333		3.98	7.86	4.60	0.87	1.71
19	12.4	399		3.95	9.46	5.43	0.73	1.74
20	12.1	399		3.85	10.9	5.35	0.72	2.02
						平均	0.78	1.74
5	11.8	206	20	2.17	4.82	2.69	0.81	1.79
6	11.9	199		1.84	3.56	2.67	0.69	1.33
9	9.40	280		1.93	3.56	2.82	0.69	1.26
10	9.80	280		2.01	4.82	2.92	0.69	1.65
13	8.60	365		2.39	4.82	3.24	0.74	1.48
14	8.10	365		2.16	5.27	3.10	0.70	1.70
17	12.4	328		3.0	6.34	3.94	0.76	1.61
18	11.9	333		2.93	6.70	3.87	0.76	1.73
21	11.2	401		2.96	5.90	4.28	0.69	1.38
						平均	0.72	1.55
23	11.7	404	30	2.25	6.43	3.48	0.65	1.82
24	11.9	399		2.34	5.81	3.51	0.67	1.65
						平均	0.66	1.73

a: 汀線から堤防までの距離

比を調べたものである。

これによると，波頂高を(7)式から求めるかぎり，両者の比は1.5～1.8の範囲にある。一方(17)式ではこの値は1.89にとられているので，(17)式はやや大きいうちあげ高を与えることになる。

以上のようにして求めた波圧分布と実験により得られた波圧分布とを比較した結果を図-32に示す。当然予想

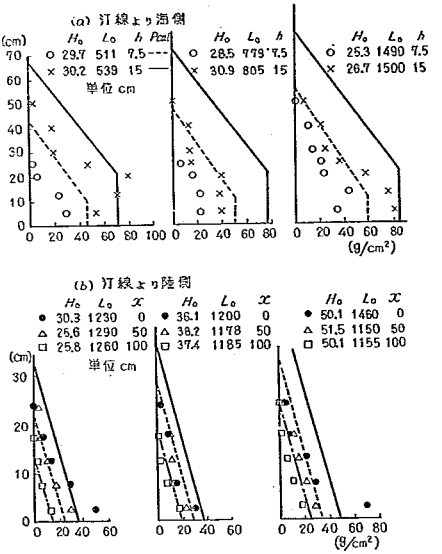


図-32 波圧分布の実験値と計算値との比較

されるように，一般に計算値の方が大きいが，設計として用いるにはほぼ満足すべきものであると考えられる。

〔2〕 傾 斜 堤

のりこう配がゆるくなると波圧は一般に小さくなる。通常，傾斜堤に作用する砕波圧の最大値は，鉛直堤の最大波圧に $\sin^2\theta$ (θはのり面と水平面とのなす角) をかけて求められる。この計算値と実験値とを比較したものを図-33に示す。これによるとのりこう配が5分と1割の場合は，計算値と実験値はほぼ一致するが，2割こう配の場合は，計算値が過小となるので $\sin^2\theta$ の代わりに0.35程度の係数をとるのが適当である。

波圧分布については，実験結果によると鉛直堤とほぼ同じなので，汀線より海側については台形分布，岸側については三角形分布とする。一様部の高さ，うちあげ高とも，1割こう配まではほぼ鉛直堤の場合に等しいと考えて差しつかえない。2割こう配の場合，うちあげ高は鉛直堤より若干小さくなるので，汀線より岸側の場合はSaville の複合断面法[20] などを用いて決める必要があ

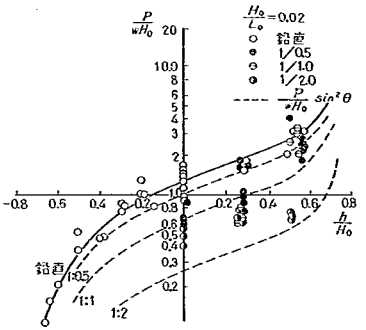


図-33 のりこう配による最大波圧の変化

る。しかし，鉛直堤の値を用いても誤差はあまり大きくないと思われる。鉛直堤の場合と同様に，実験波圧分布と計算波圧分布とを比較すると図-34のようになる。図-32と同様に計算値の方がかなり大きい。

傾斜堤の場合は一般に波返しが設けられる。波返し部に作用する波圧は，三角形分布として計算したものより大きくなる場合がある。しかし，実験の結果では，堤防高がうちあげ高に比較して極端に低くない限りその差は小さい。

波返しをもった海岸堤防に作用する波圧の一例として蒲原海岸堤防の模型実験の結果を述べる。[21]蒲原海岸は昭和41年9月の台風26号により災害を受けたので，堤防高をTP10mからTP15mにかさ上げすることになった。堤防と汀線との距離は約70mであるが，計画波浪が大きいので，堤体にかなりの波圧が作用することが推定され模型実験により波圧の測定を行なった。

模型は1/50で，海底こう配および堤防の断面は図-35のとおりである。いくつかの実験例につき，実験値と上述の方法による推定値とを比較した結果を図-36に示す。

のり先の最大波圧を鉛直堤の最大波圧に $\sin^2\theta$ をかけて求めると，先にも指摘したように，2割こう配の場合なので，実験値より相当に小さくなる。表-11は蒲原海岸堤防ののり面に作用する最大波圧の実験値と鉛直堤とした場合の計算値とを比較したものである。両者の比をとり平均すると0.64となる。この値は先に指摘した0.35に比較するとかなり大きい。蒲原海岸堤防の場合は，そ上波が堤防ののり先に衝突した瞬間の波圧より，その後ののり先水脈の厚さの増大による波圧の方が大きく，上記の実験値はこの値をとっているからである。このような現象は波返しが大きく，のり面上のそ上水脈を，早くしかも効果的にうち返すためと考えられる。

このように，比較的こう配のゆるい堤防の最大波圧はのり面形状の影響を受けやすいので，その推定には十分

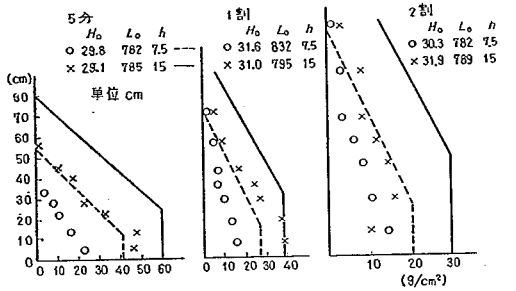


図-34　傾斜堤における砕波圧分布の実験値と計算値との比較

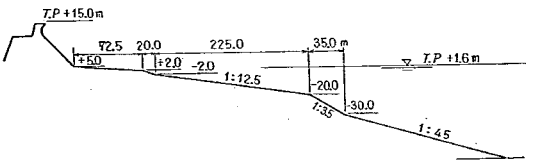


図-35　蒲原海岸の海底こう配および堤防断面

注意しなければならない。

図-36から波圧分布は三角形分布でほぼ表わせるようである。波返し部でもうちあげ高が堤防高以下であれば三角形分布として計算してもあまり問題はないようである。うちあげ高が堤防高より高くなる場合は，波返し部の圧力が三角形分布として計算した値より大きくなることも考えられるので，この点について検討してみる。

表-12は実験の中から，うちあげ高が堤防高より大きくなる場合を選んで，波返し部の波圧，(P_4～P_7)の実験値と，図-36のように，三角形分布として計算した波圧とを比較したものである。これによると，かなりのばらつきはあるが，平均的にみると，P_4は両者ほぼ等しく，P_5～P_7は実験値の方が小さい。P_6とP_7の実験値が計算値より大きくなったのはわずかに2例にすぎない。この結果から，

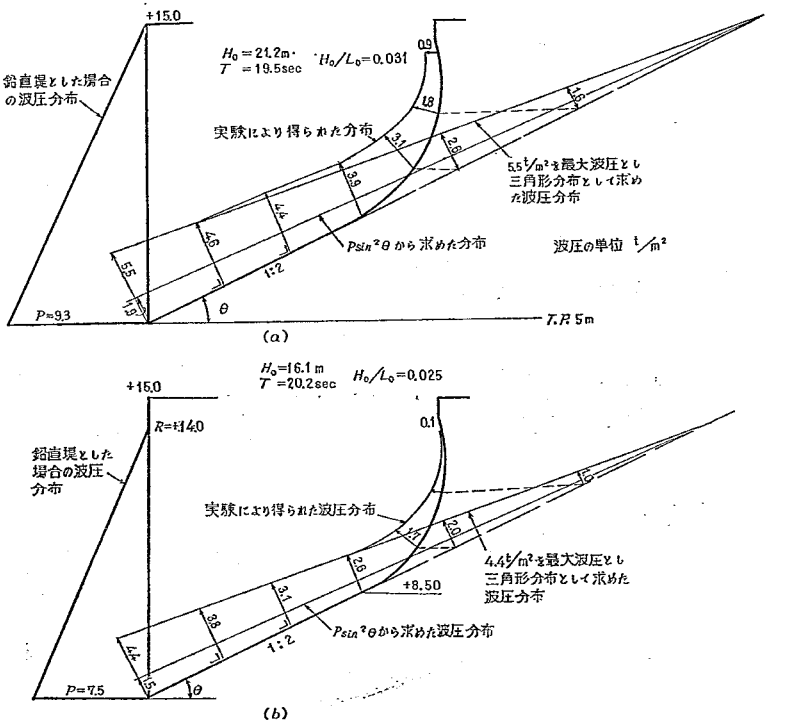


図-36　蒲原海岸の波圧実験値と計算値との比較例

表-11 鉛直堤と2割堤の最大波圧の比

No	H_0	L_0	x	P_{ex}	P_{cal}	$\frac{P_{ex}}{P_{cal}}$
	m	m	m	t/m²	t/m²	
5	15.5	588	74.5	4.04	6.20	0.65
6	19.4	594		4.72	7.92	0.60
7	23.8	603		6.72	9.64	0.70
8	20.4	577		5.27	8.06	0.66
12	15.4	434		2.94	4.56	0.65
13	19.6	488		4.14	6.76	0.61
14	23.3	424		4.23	6.42	0.57
21	21.4	334		2.51	5.06	0.50
26	16.1	634	72.5	4.43	7.48	0.59
27	19.5	572		5.52	8.10	0.68
28	21.2	647		5.88	9.90	0.59
29	24.2	594		7.19	9.90	0.73
33	14.8	634	77.5	4.28	6.06	0.71
34	18.0	598		5.45	7.00	0.78
35	21.9	672		5.68	9.34	0.61
36	24.2	735		5.89	10.98	0.54
平均						0.64

P_{ex}：2割堤の実験値，　P_{cal}：鉛直堤の計算値

x ：汀線から堤防までの距離

表-12 波返し部の波圧

No	H_0	H_0/L_0	R	実験値				三角形分布から求めた計算値				実験値／計算値			
				P_4	P_5	P_6	P_7	P_4	P_5	P_6	P_7	4	5	6	7
	m		TP [m]	t/m²											
5	15.5	0.026	16.5	2.78	1.85	0.58	0.095	2.8	2.3	1.6	1.0	0.99	0.80	0.35	0.095
6	19.4	33	17.9	3.28	2.32	1.61	0.58	3.4	2.8	2.2	1.4	0.97	0.83	0.73	0.41
7	23.8	39	20.2	5.40	4.60	3.81	2.56	5.2	4.4	3.7	2.8	1.04	1.05	1.30	0.91
8	20.4	35	18.1	3.80	2.72	1.68	0.81	3.8	3.1	2.4	1.6	1.00	0.88	0.70	0.51
13	19.6	40	16.8	2.60	1.80	0.38	0.22	2.5	2.2	1.6	0.8	1.04	0.82	0.24	0.28
14	23.3	55	16.7	2.53	1.74	0.41	0.28	2.9	2.4	1.7	1.0	0.87	0.73	0.24	0.28
15	23.8	53	17.7	4.02	3.56	2.11	1.45	3.7	3.0	2.4	1.6	1.08	1.18	0.88	0.91
21	21.4	64	16.0	0.61	0.18	0.02	0	1.6	1.4	0.98	0.46	0.38	0.13	0.02	0
26	16.1	25	16.9	2.56	1.72	0.6	0.14	3.1	2.6	1.8	1.1	0.83	0.66	0.33	0.13
28	21.2	32	19.2	4.55	3.20	2.18	0.85	4.4	3.8	3.0	2.2	1.03	0.84	0.73	0.39
29	24.2	41	20.5	7.30	6.29	4.04	4.07	5.5	4.8	4.0	3.0	1.32	1.31	1.01	1.36
33	14.8	23	16.2	2.51	1.69	0.72	0.13	3.0	2.4	1.6	0.86	0.83	0.70	0.45	0.15
34	18.0	30	16.7	3.53	2.93	1.74	0.85	3.8	3.1	2.4	1.5	0.93	0.95	0.73	0.57
36	24.2	33	21.6	6.46	3.85	2.51	1.43	4.4	3.8	3.1	2.5	1.47	1.01	0.81	0.57
平均												0.98	0.85	0.61	0.51

堤脚部の波圧を正しく推定すれば，うちあげ波頂高で波圧が0となる三角形分布により，のり面に作用する波圧を推定しても差しつかえないと思われる。

5. 波圧により表のり被覆中に生じる応力の検討

堤防の表のり被覆に，以上述べたような波圧が作用した場合，被覆層中にどの程度の圧力が生じるか，また実際の堤防の安全性はどの程度のものであるかなどについて検討してみる。

通常の堤防は，堤体を土砂でつくり，その上をコンクリートなどで被覆する。表のり被覆は，基礎工，堤体，天端工などで支持されており，力の伝達機構は単純なものではないと思われるが，ここでは，表のり被覆を一端ヒンジ，他端自由の弾性支持されたはりと考えて計算を進めることにする。

〔1〕 静 荷 重

まず，図-37に示すように，台形分布の波圧が，弾性支持ばりに作用する場合について考える。このような計算では次のような方法を用いる。[22](図-38参照)

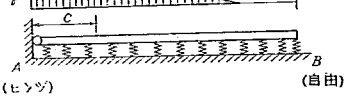


図-37　表のり被覆の計算モデル

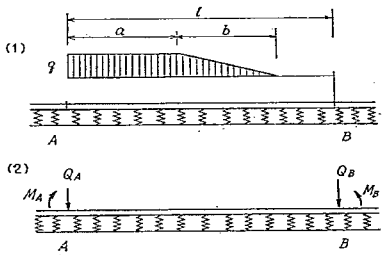


図-38 計 算 法 の 説 明 図

(1) 無限に長いはりを考えて，与えられた波圧に対してA点とB点とにおけるたわみとモーメントを求める。

(2) (1)の状態において，A点とB点とに適当なモーメントとせん断力を作用させ，A点におけるたわみとモーメントを0とし，B点におけるモーメントとせん断力を0にする。

(3) 与えられた波圧と，A点とB点とにおけるモーメントおよびせん断力から各点におけるたわみとモーメントを計算する。

(1)の状態におけるA点のたわみ（y_A'）とモーメント（M_A'），および，B点のモーメントと（M_B'）せん断力（Q_B'）は次式で与えられる。

$$y_A'=\frac{q}{2k}+\frac{q}{4b\beta k}[\psi\{\beta(a+b)\}-\psi(\beta a)] \cdots(18)$$

$$M_A'=\frac{q}{8b\beta^3}[\varphi(\beta a)-\varphi\{\beta(a+b)\}] \cdots(19)$$

$$M_B'=\frac{q}{4\beta^2}\zeta(\beta\ell)+\frac{q}{4b\beta^3}[\varphi\{\beta(\ell-a)\}-\varphi\{\beta(\ell-a-b)\}] \cdots(20)$$

$$Q_B'=\frac{q}{4\beta}\psi(\beta\ell)+\frac{q}{4b\beta^2}[\zeta\{\beta(\ell-a-b)\}-\zeta\{\beta(\ell-a)\}] \cdots(21)$$

ここに，k：堤体の地盤係数 (t/m³)

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}},\quad \begin{cases} E：コンクリートの弾性係数 \\ I：断面2次モーメント \end{cases} \cdots(22)$$

$$\varphi(\beta x)=e^{-\beta x}(\cos\beta x+\sin\beta x) \cdots(23)$$

$$\psi(\beta x)=-e^{-\beta x}(\sin\beta x-\cos\beta x) \cdots(24)$$

$$\zeta(\beta x)=e^{-\beta x}\sin\beta x \cdots(25)$$

次に，無限に長いはりにおいて，図-38に示すようにA点とB点に，M_A，Q_A，M_B，Q_Bが作用したとき，A点におけるたわみ(y_A'')とモーメント（M_A''），およびB点におけるモーメント(M_B'')とせん断力(Q_B'')は次式で表わされる。

$$y_A''=\frac{Q_A\beta}{2k}+\frac{M_B\beta^2}{k}\zeta(\beta\ell)+\frac{Q_B\beta}{2k}\varphi(\beta\ell) \cdots(26)$$

$$M_A''=\frac{M_A}{2}+\frac{Q_A}{4\beta}+\frac{M_B}{2}\theta(\beta\ell)+\frac{Q_B}{4\beta}\psi(\beta\ell) \cdots(27)$$

$$M_B''=-\frac{M_A\beta}{2}+\frac{Q_A}{4\beta}+\frac{M_B}{2}\theta(\beta\ell)+\frac{Q_B}{4\beta}\psi(\beta\ell) \cdots(28)$$

$$Q_B''=-\frac{M_A\beta}{2}\varphi(\beta\ell)-\frac{Q_A}{2}\theta(\beta\ell)+\frac{M_B\beta}{2}+\frac{Q_A}{2} \cdots(29)$$

ここに，$\theta(\beta\ell)=e^{-\beta\ell}\cos\beta\ell$ ……(30)

$$y_A'+y_A''=0 \cdots(31)$$

$$M_A'+M_A''=0 \cdots(32)$$

$$M_B'+M_B''=0 \cdots(33)$$

$$Q_B'+Q_B''=0 \cdots(34)$$

とおくと，M_A，M_B，Q_A，Q_Bに関する4元1次連立方程式が得られるので，これをとけば，M_A，M_B，Q_A，Q_Bの値が計算される。

これらの値が得られれば，次式によりはりの任意点（c）におけるたわみ（y_c）とモーメント（M_c）が計算され

る。

(1) $0 \leqq c \leqq a$

$$y_c=\frac{Q_A\beta}{2k}\zeta(\beta c)+\frac{M_A\beta^2}{k}\zeta(\beta c)+\frac{Q_B\beta}{2k}\varphi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{M_B\beta^2}{k}\zeta\{\beta(\ell-c)\}+\frac{q}{2k}[2-\theta(\beta c)]\cdots\cdots(35)$$

$$M_c=\frac{M_A}{2}\theta(\beta c)+\frac{M_B}{2}\theta\{\beta(\ell-c)\}+\frac{Q_A}{4\beta}\psi(\beta c)+\frac{Q_B}{4\beta}\psi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{q}{4\beta^2}\zeta(\beta c)+\frac{q}{8b\beta^3}[\varphi\{\beta(a-c)\}-\varphi\{\beta(a+b-c)\}]\cdots\cdots(36)$$

(2) $a \leqq c \leqq a+b$

$$y_c=-\frac{Q_A\beta}{2k}\varphi(\beta c)+\frac{M_A\beta^2}{k}\zeta(\beta c)+\frac{Q_B}{2k}\varphi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{M_B\beta^2}{k}\zeta\{(\beta\ell-c)\}-\frac{q}{2k}\theta(\beta c)+\frac{q}{k}\cdot\frac{a+b-c}{b}+\frac{q}{4b\beta k}[\psi\{\beta(a+b-c)\}-\psi\{\beta(c-a)\}]\cdots(37)$$

$$M_c=\frac{M_A}{2}\theta(\beta c)+\frac{M_B}{2}\theta\{\beta(\ell-c)\}+\frac{Q_A}{4\beta}\psi(\beta c)+\frac{Q_B}{4\beta}\psi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{q}{4\beta^2}\zeta(\beta c)+\frac{q}{8b\beta^3}[\varphi\{\beta(c-a)\}-\varphi\{\beta(a+b-c)\}]\cdots\cdots(38)$$

(3) $a+b \leqq c \leqq \ell$

$$y_c=\frac{Q_A\beta}{2k}\varphi(\beta c)+\frac{M_A\beta^2}{k}\zeta(\beta c)+\frac{Q_B\beta}{2k}\varphi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{M_B\beta^2}{k}\zeta\{\beta(\ell-c)\}-\frac{q}{2k}\theta(\beta c)-\frac{q}{4b\beta k}[\psi\{\beta(c-a)\}-\psi\{\beta(c-a-b)\}]\cdots(39)$$

$$M_c=\frac{M_A}{2}\theta(\beta c)+\frac{M_B}{2}\theta\{\beta(\ell-c)\}+\frac{Q_A}{4\beta}\psi(\beta c)+\frac{Q_B}{4\beta}\psi\{\beta(\ell-c)\}+\frac{q}{4\beta^2}\zeta(\beta c)+\frac{q}{8b\beta^3}[\varphi\{\beta(c-a)\}-\varphi\{\beta(c-a-b)\}]\cdots\cdots(40)$$

以上の諸式を用いて，一様部の波圧強度，被覆厚，堤体の地盤係数を種々変えて，たわみと曲げモーメントを計算し，さらに，曲げモーメントから被覆中に生じる応力を求めた。計算条件は表-13のとおりで，計算結果を表-14に示す。

この結果によると，地盤係数により応力はかなり異なる。コンクリートの許容曲げ引っ張り応力を10kg/cm²とすると，k=1,000t/m³では1～2 t/m²の波圧に耐えうるのみである。k=5,000t/m³とすると，許容波圧は4～5t/m²，k=10,000t/m³とすると7～8t/m²の波圧に耐えうることになる。kの値は明瞭でないが，一般の海岸堤防の場合，1m²当たり数トン程度の波圧は作用していると推定され，しかもその程度の波圧では破壊していないようなので，kの値は5,000t/m³程度は期待できるのであろう。

被覆厚を厚くすると当然応力は小さくなるが，これはkの値が10³t/m³の場合で，この値が大きくなると，この計算ほど厚さの効果は表われてこない。

また，ケース1，7，8を比較すると，応力はほぼ荷重の減少に比例して小さくなっていることがわかる。

表-13 計 算 条 件

No.	ℓ (m)	a (m)	b (m)	q (t/m²)	k (t/m³)	E (t/m²)	I (m⁴)	d (m)
1	10	4.0	3.0	10	10^3	2.1×10^6	10^{-2}	0.5
2	〃	〃	〃	〃	5×10^3	〃	〃	〃
3	〃	〃	〃	〃	10^4	〃	〃	〃
4	〃	〃	〃	〃	10^3	〃	3.5×10^{-2}	0.75
5	〃	〃	〃	〃	〃	〃	8.3×10^{-2}	1.0
6	〃	〃	〃	〃	〃	〃	2.8×10^{-1}	1.5
7	〃	〃	〃	5	〃	〃	10^{-2}	0.5
8	〃	〃	〃	2.5	〃	〃	〃	〃

表-14 計 算 結 果

No.	y_m (mm)	M_m (t－m)	σ (kg/cm²)
1	6.5	21.2	53.0
2	1.8	8.24	20.6
3	0.99	5.31	13.3
4	4.5	35.4	37.9
5	3.5	43.6	26.2
6	4.0	49.9	13.4
7	3.3	10.4	26.0
8	1.6	5.2	13.0

被覆中にどの程度の応力が発生したら危険なのかよくわからないので，この程度の計算では不十分であるが，地盤係数，端部の条件，被覆工の長さ，波圧分布などを種々変えて計算すれば，設計上相当参考になる資料が得られるであろう。

〔2〕 動 荷 重

以上の取り扱いでは，波圧が静的に作用すると考えて応力を計算したが，波圧は時間的変化が早いので，砕波圧の場合でも静荷重としての取り扱いでは不十分であることが考えられる。砕波衝撃圧が作用する場合は，傾斜堤として衝撃圧の緩和をはかることも一方法である。この場合，5分～1割堤としても，相当な波圧が作用することになるので，波圧の作用時間を考慮して，比較的急こう配の傾斜堤の設計の可能性を検討してみる必要がある。

図-39のように，最大値が P_m で，時間的に三角形型

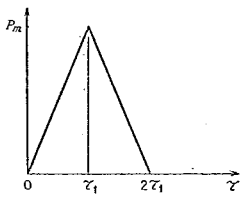


図-39　波圧の時間変化モデル

に変化する波圧を想定する。この場合，波圧分布は，砕波圧の場合は図-37と同じものをとる。一方，砕波衝撃圧が作用する場合は，図-40のように，一様分布波圧と三角形分布波圧とが同時に作用するものとする。

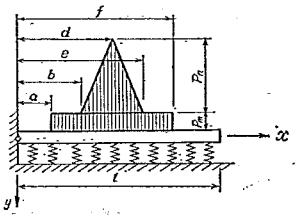


図-40　砕波衝撃圧分布モデル

必要な計算式は次のようにして導かれる。

(1) 弾性支持されたはりの自由振動[23]

図-40のようにはりの自由振動は次式で表わされる。

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+ky=-\frac{A\gamma}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad \cdots\cdots(41)$$

$$y=\Sigma X_i(A_i\cos p_i t+B_i\sin p_i t) \quad \cdots\cdots(42)$$

とおいて，(41)式に代入すると，

$$\frac{d^4X_i}{dx^4}=\alpha_i^4 X_i \quad \cdots\cdots(43)$$

ここに，

$$\alpha_i^4=\frac{p_i^2}{a^2}-\frac{k}{EI}, \qquad a^2=\frac{gEI}{\gamma A} \quad \cdots\cdots(44)$$

上式の一般解は，

$$X_i=c_1(\cos\alpha_i x+\cosh\alpha_i x)+c_2(\cos\alpha_i x-\cosh\alpha_i x)+c_3(\sin\alpha_i x+\sinh\alpha_i x)+c_4(\sin\alpha_i x-\sinh\alpha_i x) \quad \cdots\cdots(45)$$

常数 c_1～c_4 は境界条件から決められる。一端ヒンジ，一端自由の場合は，

$$x=0, \qquad X_i=0, \qquad \frac{d^2X_i}{dx^2}=0 \quad \cdots\cdots(46)$$

$$x=\ell, \qquad \frac{d^2X_i}{dx^2}=0, \qquad \frac{d^3X_i}{dx^3}=0 \quad \cdots\cdots(47)$$

以上の境界条件から常数を定めると，

$$X_i=c\{\sin\alpha_i x-\sinh\alpha_i x+\frac{\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}(\sin\alpha_i x+\sinh\alpha_i x)\} \quad \cdots\cdots(48)$$

ここに，c は任意の常数であるが，一般に $\int_0^\ell X_i^2\alpha x=\ell$ となるように定められる。このようにして c を決定すると，X_i は次式のようになる。

$$X_i=\frac{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{2\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}\{\sin\alpha_i x-\sinh\alpha_i x+\frac{\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}(\sin\alpha_i x-\sinh\alpha_i x)\} \quad \cdots\cdots(49)$$

また，α_i は次式から決められる。

$$\tan\alpha_i\ell=\tanh\alpha_i\ell \quad \cdots\cdots(50)$$

上式をとくと，

$\alpha_1\ell=3.927$，$\alpha_2\ell=7.069$，$\alpha_3\ell=10,210$，$\alpha_4\ell=13,352$

などが得られる。

(2) 強制振動[24]

図-41のように，$x=c$ の点に集中荷重 $f(t)$ が作用す

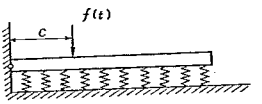


図-41　集中荷重による強制振動

る場合について考える。

この場合には，たわみを次式のように仮定する。

$$y=\Sigma\varphi_i X_i \quad \cdots\cdots(51)$$

ここに，φ_i は t のみの関数であり，X_i は先に求めた正規関数で，x のみの関数である。

慣性力による仮設仕事，弾性力による仮設仕事，外力による仮設仕事を求め，その総和を0とすると，φ に関する微分方程式を求めることができる。

$$\ddot{\varphi}_i + p_i^2 \varphi_i = \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i \gamma A \ell} \cdot f(t) \cdots\cdots(52)$$

これを解くと，

$$\varphi_i = A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t + \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i \gamma A \ell} \int_0^t f(t_1) \sin p_i (t - t_1) dt \cdots\cdots(53)$$

ここに，A_i，B_iは初期条件により決められる。

$f(t)$を図-39のように三角形型とすると，

$$0 \leqq \tau \leqq \tau_1 \quad f(t) = \frac{P_m}{\tau_1} t \cdots\cdots(54)$$

$$\tau_1 \leqq \tau \leqq 2\tau_1 \quad f(t) = \frac{P_m}{\tau_1} (\tau_1 - t) \cdots\cdots(55)$$

$$\tau \geqq 2\tau_1 \quad f(t) = 0 \cdots\cdots(56)$$

ここにtは常に0とτ_1の間の値をとる。初期条件として，

$$t = 0, \quad y = 0 \quad \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \cdots\cdots(57)$$

とすると，任意の点のたわみは次式のようになる。

(i) $0 \leqq \tau \leqq \tau_1$

$$y = \Sigma X_i \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \left(t - \frac{\sin p_i \tau}{p_i} \right) \cdots\cdots(58)$$

(ii) $\tau_1 \leqq \tau \leqq 2\tau_1$

$$y = \Sigma X_i \left[A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t + \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \times \left\{ \tau_1 (1 - \cos p_i t) - \left(t - \frac{\sin p_i t}{p_i} \right) \right\} \right] \cdots\cdots(59)$$

ここに，

$$A_i = \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \left(\tau_1 - \frac{\sin p_i \tau_1}{p_i} \right) \cdots\cdots(60)$$

$$B_i = \frac{(X_i)_{x=c} g}{p_i^3 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} (1 - \cos p_i \tau_1) \cdots\cdots(61)$$

(iii) $\tau \geqq 2\tau_1$

$$y = \Sigma X_i \left[C_i \cos p_i t + D_i \sin p_i t \right] \cdots\cdots(62)$$

ここに，

$$C_i = A_i \cos p_i \tau_1 + B_i \sin p_i \tau_1 + \frac{(X_i)_{x=c} \cdot g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \times \left\{ \tau_1 (1 - \cos p_i \tau_1) - \left(\tau_1 - \frac{\sin p_i \tau_1}{p_i} \right) \right\} \cdots\cdots(63)$$

$$D_i = -A_i \sin p_i \tau_1 + B_i \cos P_i \tau_1 + \frac{(X_i)_{x=c} \cdot g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{p_m}{\tau_1} \times \left\{ \tau_1 \sin p_i \tau_1 - \frac{1 - \cos p_i \tau_1}{p_i} \right\} \cdots\cdots(64)$$

さらに，任意の点のモーメントMは

$$M = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdots\cdots(65)$$

で与えられるので，それぞれのたわみに対して，

(i) $0 \leqq \tau \leqq \tau_1$

$$M = -EI \Sigma \ddot{X}_i \frac{(X_i)_{x=c} \cdot g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \left(t - \frac{\sin p_i t}{p_i} \right) \cdots(66)$$

ここに，

$$\ddot{X}_i = -\alpha_i^2 \frac{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{2 \sin \alpha_i \ell \cdot \sinh \alpha_i \ell} \{ \sin \alpha_i x + \sinh \alpha_i x + \frac{\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell} (\sin \alpha_i x - \sinh \alpha_i x) \} \cdots\cdots(67)$$

(ii) $\tau_1 \leqq \tau \leqq 2\tau_1$

$$M = -EI \Sigma \ddot{X}_i \left[A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t + \frac{(X_i)_{x=c} \cdot g}{p_i^2 \gamma A \ell} \cdot \frac{P_m}{\tau_1} \times \{ \tau_1 (1 - \cos p_i t) - (t - \frac{\sin p_i t}{p_i}) \} \right] \cdots\cdots(68)$$

(iii) $\tau \geqq 2\tau_1$

$$M = -EI \Sigma \ddot{X}_i \left(C_i \cos p_i t + D_i \sin p_i t \right) \cdots\cdots(69)$$

以上で集中荷重の場合のたわみとモーメントが求められたので，重ね合わせの原理が成り立つとすると，はりに沿うて波圧が分布している場合も，集中荷重の式を積分することにより求められる。

波圧分布として図-40のような形を考えると，xにおけるたわみとモーメントは次式で与えられる。

$0 \leqq \tau \leqq \tau_1$, $0 \leqq t \leqq \tau_1$

$$y = \Sigma X_i \frac{g}{p_i^2 \gamma A \ell \tau_1} \left(t - \frac{\sin p_i t}{p_i} \right) \{ P_m (X_i)_{af} + \frac{P_n (CX)_{bde}}{d - b} \} \cdots\cdots(70)$$

$$M = -EI \Sigma \ddot{X}_i \frac{g}{p_i^2 \gamma A \ell \tau_1} \left(t - \frac{\sin p_i t}{p_i} \right) \{ P_m (X_i)_{af} + \frac{P_n (CX)_{bde}}{d - b} \} \cdots\cdots(71)$$

ここに，

$$(X_i)_{af} = \frac{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{2 \alpha_i \sin \alpha_i \ell \sinh \alpha_i \ell} \{ -\cos \alpha_i f - \cosh \alpha_i f + \cos \alpha_i a + \cosh \alpha_i a + \frac{\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell} (-\cos \alpha_i f + \cosh \alpha_i f + \cos \alpha_i a - \cosh \alpha_i a) \} \cdots(72)$$

$$(CX)_{bde} = -\frac{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{2 \alpha_i^2 (d - b) \sin \alpha_i \ell \sinh \alpha_i \ell} \{ -2 \sin \alpha_i d - 2 \sinh \alpha_i d + \sinh \alpha_i b + \sinh \alpha_i b + \sin \alpha_i e + \sinh \alpha_i e + \frac{\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell}{-\sin \alpha_i \ell + \sinh \alpha_i \ell} \times (-2 \sin \alpha_i d + 2 \sinh \alpha_i d + \sin \alpha_i b - \sinh \alpha_i b + \sin \alpha_i e - \sinh \alpha_i e) \} \cdots\cdots(73)$$

これらの式を集中荷重の場合と比較すると，$P_m (X_i)_{x=c}$の項が，$P_m (X_i)_{af} + P_n (CX)_{bde} / d - b$に変わっているのみである。したがって，$\tau_1 \leqq \tau \leqq 2\tau_1$，$\tau \geqq 2\tau_1$，の場合も，それぞれ，(59)，(62)，(68)，(69)において，$P_m (X_i)_{x=c}$の項を上述のように変えれば求める式が得られる。

次に，波圧分布が図-42のような場合について考える。

$0 \leqq \tau \leqq \tau_1$ $0 \leqq t \leqq \tau_1$

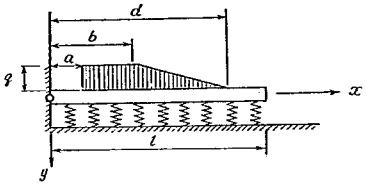


図-42　砕波圧分布モデル

$$y=\Sigma X_i\frac{g}{P_i^2\gamma A\ell\tau_1}\left(t-\frac{\sin P_it}{P_i}\right)\{P_m(X_i)_{abd}\}\cdots\cdots(74)$$

$$M=-EI\Sigma\ddot{X}_i\frac{g}{P_i^2\gamma A\ell\tau_1}\left(t-\frac{\sin P_it}{pi}\right)\{P_m(X_i)_{abd}\}\cdots\cdots(75)$$

ここに，

$$(X_i)_{abd}=\frac{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{2\alpha_i\sin\alpha_i\ell\sinh\alpha_i\ell}\{\cos\alpha_ia+\cosh\alpha_ia+\frac{\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}(\cos\alpha_ia-\cosh\alpha_ia)\}+\frac{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{2\alpha_i^2(d-b)\sin\alpha_i\ell\sinh\alpha_i\ell}\{-\sin\alpha_id-\sinh\alpha_id+\sin\alpha_ib+\sinh\alpha_ib+\frac{\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}{-\sin\alpha_i\ell+\sinh\alpha_i\ell}(-\sin\alpha_id+\sinh\alpha_id+\sin\alpha_ib-\sinh\alpha_ib)\}\cdots\cdots(76)$$

集中荷重の式と比較すると，$P_m(X_i)_{x=c}$ が $P_m(X_i)_{abd}$ に変化しているのみである。したがって，$\tau_1\leqq\tau\leqq2\tau_1$，$\tau\geqq2\tau_1$ の場合も容易に求められる。

図-40のような砕波衝撃圧が作用した場合について，被覆中に生じる応力を計算してみる。計算に必要な常数および計算ケースは表-15(a)，(b)のとおりである。

表-15　衝撃圧が作用した場合の被覆内の応力

(a) 計　算　常　数

E	2.1×10^6 t/m²
γ	2.2 t/m³
a	1 m
b	2.5 〃
d	4 〃
e	5.5 〃
f	7 〃
ℓ	10 〃
P_m	5 t/m²
P_n	20 〃

(b) 計　算　ケ　ー　ス

ケースNo	A (m²)	I (m⁴)	k (t/m³)	τ_1 (sec)	τ (sec)	$\Delta\tau$ (sec)
1	0.5	10^{-2}	5×10^3	0.01	0～0.04	0.002
2	〃	〃	10^4	〃	〃	〃
3	〃	〃	10^3	〃	〃	〃
4	1.0	8.3×10^{-2}	5×10^3	〃	〃	〃
5	0.5	10^{-2}	〃	0.02	0～0.08	0.004
6	〃	〃	〃	0.04	0～0.16	0,008
7	〃	〃	〃	0.08	0～0.32	0.016

(c) 計　算　結　果

ケースNo	y_m (mm)	M_m (t−m)	σ (kg/cm²)
1	2.6	12.7	31.7
2	1.5	9.4	23.7
3	6.2	24.1	60.3
4	1.4	44.8	26.4
5	2.4	13.4	33.5
6	2.0	11.3	28.2
7	2.0	12.0	30.0

この条件は波高3 m程度の波が5分堤に衝撃圧を及ぼすような場合を想定している。図-43は5分堤に作用する波圧と作用時間の関係を示したものであ

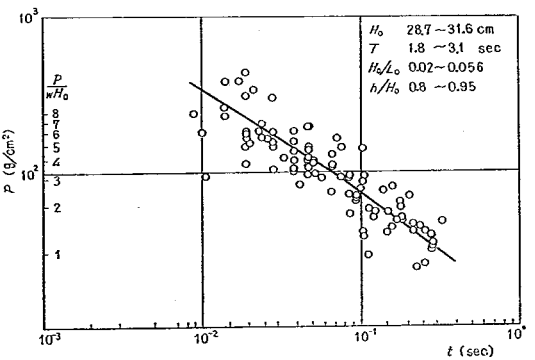


図-43　波圧強度と作用時間（5分堤）

る。これによると，P/WH_0が8程度の大きな圧力の作用時間は1/50～1/100sec程度である。この実験に用いた波高は約30cmなので，スケールを1/10と考えると，原型の作用時間は1/15～1/30sec程度と推定される。

ここでは，作用時間の影響を調べるため，作用時間を0.02sec～0.16secの範囲で変化させた。また，地盤係数は10^3～10^4t/m³とし，ケース4では被覆厚を1mにした場合を計算した。

計算結果を表-15(c)に示す。ケース1および5～7を比較すると，応力はいずれも30kg/cm²前後で大きな差異はなく，この程度の作用時間では，波圧の継続時間による差はあまりないことがわかる。これはこの振動系の基本振動数が約220c/sなので，応答が非常に早いためである。

地盤係数の影響は10^3と5×10^3t/m³の場合とでは相当に認められるが，それ以上大きくなってもその差は比較的小さい。また，被覆厚を倍にしても応力としては15%程度減少するにすぎない。

この結果を総合すると，作用時間が短いことによる応力の減少は期待できず，また，被覆厚の増加のみで応力を小さくすることも困難のようである。しかし，この程度の衝撃圧なら，引っ張り応力もあまり大きくないので鉄筋により補強すれば十分設計可能であろう。また，のりこう配をさらにゆるくして1割こう配とすれば，同条件でP_nが10t/m²程度になるので，設計はさらに容易になるであろう。

次に，図-37のような波圧分布で，これが動的に作用する場合について計算する。計算常数および計算ケースを表-16(a)および(b)に示す。$P_m(q)$が5t/m²となっている以外は静的な場合と同じである。作用時間の影響をみるため，4種の作用時間で計算を行なった。

計算結果は表-16(c)のとおりで，波圧の継続時間の最も短いケースのみがやや応力が大きいが，その他の場合は，静的な計算値と同じである。静的な場合はP_mを10t/m²としているので，表-14のケースと表-16(c)のケース2～4と比較すると，応力がちょうど半分になっており，作用時間が0.1secより長くなると，静的な場合と一致することがわかる。砕波圧の場合には，作用時間は0.1secより長いと推定されるので，動的な取り扱いをする必要はないことになる。

表-16 砕波圧(動荷重)が作用した場合の被覆内の応力

(a) 計 算 常 数

E	2.1×10^5 t/m²
I	10^{-2} m⁴
γ	2.2 t/m³
A	0.5 m²
k	5 $\times10^3$ t/m³
a	0 m
b	4 〃
d	7 〃
ℓ	10 〃
P_m	5 t/m²

(b) 計 算 ケ ー ス

ケース No.	τ_1 (sec)	τ (sec)	$\Delta\tau$ (sec)
1	0.02	0～0.08	0.004
2	0.04	0～0.16	0.008
3	0.20	0～0.8	0.04
4	0.50	0～2.0	0.1

(c) 計 算 結 果

ケース No.	y_m (mm)	M_m (t−m)	σ (kg/cm²)
1	0.96	4.6	11.5
2	0.81	4.0	10.0
3	0.76	4.1	10.2
4	0.77	4.1	10.2

6. 結 論

海岸堤防に作用する波圧，堤防の波圧の吸収機構などは非常に複雑なので，これらを十分に解明することは困難である。しかし，以上の研究により，これらの諸現象がかなり明らかにされたと思われる。研究のおもな成果を要約すると次のとおりである。

(1) 砕波衝撃圧は，堤防がh/H_0にして1.1～0.6の範囲に設置される場合に発生し，その最大値は沖波波高の数10倍に達する。この実験では，P/WH_0の最大値は49.5であった。しかし，のりこう配がゆるくなるにつれて，最大値は小さくなり，2割堤ではほとんど衝撃圧の発生は認められない。

(2) 衝撃圧のピーク値が大きいほど作用時間は短く，すでに明らかにされているように，力積はほぼ一定である。

(3) 最も大きな衝撃圧が作用するのは静水面付近に限られるが，P/WH_0にして10～20程度の波圧は静水面から水底まで相当広範囲に作用する。

(4) 堤体の移動により，極端に大きな衝撃圧は緩和されるが，砂支持の場合，波圧作用時の変形は小さく，波圧は5割程度の減少をみたにすぎない。したがって，実際の堤防でも，堤体の変形による衝撃圧の減少はあまり期待できないと考えられる。

(5) 消波工を設置することにより，衝撃圧は砕波圧と同程度まで減少する。

(6) 堤防の設置水深が h/H_0 にして0.5以下の場合は砕波圧が作用する。砕波圧は，堤防が汀線より海側にある場合は(6)式，汀線より陸側にある場合は(8)式で与えられる。

(7) 砕波圧の鉛直分布は，汀線より海側では台形分布，汀線より陸側では三角形分布をなす。台形分布の一様部の高さは $1.4h$ とする。また，波圧が0となる高さは，台形分布の場合は(10)式，三角形分布の場合は(11)式で与えられる。

(8) 5分～1割の傾斜堤の最大砕波圧は，鉛直堤の最大波圧に $\sin^2\theta$ をかけて求められるが，2割こう配の場合は，0.35程度の係数をとるのが適当である。

(9) 波返しに作用する波圧を蒲原海岸堤防の模型実験結果により検討したところ，三角形分布から計算される波圧により表わしうることが見出された。

(10) 2割堤の場合には，上部に正圧が作用していても，下部に揚圧力が作用する場合のあることが認められた。揚圧力の合力の大きさは $1/6wh^2\sec\theta$ 程度であるがこのような状態では表のりが破壊しやすいので注意する必要がある。

(11) 表のり被覆を弾性支持されたはり（一端ヒンジ，一端自由）と仮定して，砕波圧が静的に作用する場合について被覆中に生じる応力を検討した。その結果，被覆中の応力は，地盤係数により異なるが，地盤係数を $5{,}000t/m^3$ と仮定すると，被覆圧50cmの場合，許容圧力は $4\sim5t/m^2$ 程度である。

(12) 砕波圧の作用時間は0.1sec以上と推定されるので，波圧の時間変化を考慮して計算しても，その結果は静的な計算結果と一致する。

(13) 5分堤を想定して，砕波衝撃圧が作用した場合の設計の可能性を検討したところ，沖波が3mの場合は一応設計可能と考えられる応力が得られる。

(14) この場合，振動系の基本振動数が200c/s以上なので，傾斜堤の衝撃圧の場合は，波圧を一定とすると，作用時間の長短による応力差はほとんど認められなかった。

今後の問題点としては，不規則波による波圧を検討する必要がある。この点については，新設の不規則波造波水路を用いて46年度中に実験的に調べる予定である。

また，どのような条件で堤防が破壊するかを調べなければならない。この点の現地観測などが必要であるが実際上は困難なので，機会があれば大型造波水路による模型実験で検討してみたいと考えている。

最後に，模型実験における波圧の測定資料整理においては，海岸研究室の末吉一成技官，高松幹夫技官の助力を得たこと，および，応力計算のプログラミング，計算については，坂本忠彦研究員，小林貞夫技官の手をわずらわせたことを付記して，深く感謝の意を表する。

参考文献

1. 合田良実，柿崎秀作「重複波における双峯型波圧の出現について」第12回海岸工学講演会講演集，1965
2. 本間仁，堀川清司，長谷直樹「護岸に働く波力について」第9回海岸工学講演会講演集，1962
3. 合田良実・原中祐人「衝撃砕波圧に関する一実験」港湾技研資料 No.32，1967
4. Mitsuyasu, H "shock pressure of breaking wave", Proc 10th conf. coastal Eng., 1966
5. 前出 3.
6. 林泰造，服部昌太郎，林憲吉「砕波の波圧と力積」第5回海岸工学講演会講演集，1958
7. 前出 6.
8. 富永正照，伊藤生哲「海岸堤防に作用する波圧」土木研究所資料 No. 305，1967
9. Bagnold, R. A. "Interim report on wave pressure research," Jour. Inst. Civil Eng. 1939. vol.12
10. 前出 3.
11. Lundgren, H. "Wave shock forces: An analgsis of deformations and forces in the wave and in the foundation," Proc. syposium Research on wave action, 1969
12. Denny, D. F. "Further experiments on wave pressures", Jour. Inst. Civil Eng. 1951
13. Bowen, A. J., Inman D. L., and Simmons, V.P. "Wave set-down and set-up," Jour. Geoph. Res. Vol. 73. No. 8. 1968
14. 岩垣雄一，酒井哲郎「有限振幅波の shoaling について」第14回海岸工学講演会講演集，1967
15. Hunt, I. A. "Design of seawalls and breakwaters", U. S. Corps Eng., Lake Surv. Detroit, 1959
16. 福井芳朗，中村充，白石英彦，佐々木泰雄「堤防の津波対策に関する水理学的研究」農業土木試験場報告第1号，昭和38年2月
17. Beach Erosion Board "shore protection planning and design", Tech. Report No.4, 1961
18. 豊島修，富永正照，橋本宏「海岸堤防に関する研究(8)，波のうちあげ高」建設省土木研究所報告 No.131 1967
19. 細井正延，三井宏「砕波点より陸側にある堤防への波のうちあげ高」第9回海岸工学講演会講演集 昭和37年10月
20. Saville, T. Jr. "Wave run-up on composite slopes", Proc. 6th Conf. Coastal Eng., 1958
21. 富永正照，伊藤生哲「蒲原海岸模型実験報告書」土木研究所資料，No. 441. 1969
22. Timoshenko. S（北畠頴正，片山健次訳「材料力学下巻」P.1
23. Timoshenko. S（谷下市松，渡辺茂訳）「工業振動学」P.297
24. 前出 21. P.333

付　　表

付表-1 波圧実験値（堤防を汀線より海側に設置した場合）

(a) 鉛直堤 $H_0/L_0=0.06$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
	cm	cm	m							
4—1	7.5	29.8	5.17	32.0	33.7	11.0				
				26.1	30.2	4.8	1.5	0		
2		29.0	5.11	27.1	25.0	2.9	2.6			
				24.5	20.4	1.2	1.7	0		
3		30.4	5.11	26.8	21.3	8.6	2.5			
				24.8	18.4	5.0	1.8	0		
3—1	15.0	30.1	5.51	58.0	80.2	102.5	37.3	15.2	19.0	2.4
				29.2	56.3	92.4	19.8	15.5	6.0	
2		29.6	5.63	26.8	34.1	27.7	7.5			
				11.8	13.6	33.0	3.9			
3		30.3	5.28	49.2	61.4	60.2	59.0	24.1	20.7	0.8
				26.0	46.9	83.8	13.8	18.0	9.3	
9—4	20.0	33.5	5.17	126.1	165.6	241.3	156.5	90.5	26.1	7.7
2		34.8	5.34	153.0	212.4	246.2	171.8	117.6	28.3	5.7
				151.0	212.4	257.4	87.4	42.9	0.9	
3		29.3	5.40	67.0	95.2	107.6	68.8	60.1	20.1	2.3
				56.8	86.0	107.6	54.6	29.5	0.6	
10—1	25.0	29.4	5.17	61.0	91.7	119.4	131.1	88.3	55.8	19.8
				65.0	94.4	122.7	66.2	57.7	54.8	7.6
2		28.8	5.34	91.4	121.0	150.9	134.3	159.7	88.3	19.4
				73.1	106.2	170.6	136.6	21.8		
3		29.2	5.46	51.0	73.8	71.0	54.8	92.1	74.8	20.0
				48.0	72.6	77.7	53.1	38.1	19.2	5.9
18—1	30.0	31.2	5.40	57.1	61.4	78.5	89.4	70.2	124.1	38.8
				38.8	37.4	44.7	25.2	81.8	80.3	
2		30.9	5.51	56.1	63.1	87.3	82.5	112.5	69.3	29.7
3		30.0	5.63	64.7	74.2	117.9	128.1	123.3	103.1	32.9
				53.8	60.6	81.2	89.3	116.2	32.0	0
17—1	35.0	31.3	5.40	40.6	46.3	52.0	44.7	54.7	52.9	37.1
				30.0	38.7	37.4	38.9	47.5	44.7	42.9
2		29.7	5.51	39.1	41.7	52.7	40.1	83.3	52.9	37.1
				26.8	27.9	32.5	30.9	49.9	32.9	33.7
3		30.9	5.34	42.9	44.8	52.0	45.8	57.2	62.1	50.1
				33.4	26.9	45.8	34.4	7.4	42.9	37.9
12—1	40.0	32.4	5.17	22.0	25.8	27.8	34.4	48.1	46.5	49.5
				14.6	20.4	21.8	30.2	47.4	46.5	50.3
2		29.7	5.05	30.0	34.7	40.7	40.1	48.1	47.5	49.5
				29.0	32.6	39.8	38.9	46.7	46.6	49.5
3		29.8	5.11	25.6	22.9	23.7	30.1	42.4	44.7	34.8
				19.4	15.5	15.6	25.2	51.6	52.0	43.7

波圧の単位：g/cm²，　上段　最大波圧

下段　最大同時波圧

(b) 鉛直堤 $H_0/L_0=0.04$

Rnu	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
5—1	7.5	28.1	7.83	27.9	25.1	16.7	7.9	7.1	17.3	5.2
				13.0	16.2	17.8	7.5	4.2	10.7	3.3
		27.6	7.83	26.3	27.5	16.2	7.8			
				16.0	15.7	16.9	3.1			
		29.3	7.76	19.8	18.7	16.0	6.3			
				15.5	18.4	15.5	9.8			

(b) 鉛 直 堤 (つづき)

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1—1	15.0	30.8	8.11	49.1 33.0	47.1 31.3	25.1 36.3	13.5 9.3	13.7 4.8	11.6 9.0	0 0
2		30.8	7.97	34.3 26.7	40.9 29.9	32.0 36.7	13.1 5.3	15.1 8.3	13.4 15.2	0 0
3		31.2	8.11	32.5 22.9	23.2 21.2	54.3 45.4	17.7 5.5	14.6 10.9	14.0 5.8	0 0
8—1	20.0	32.3	7.83	58.1 42.9	87.3 68.6	95.9 104.4	111.8 70.9	110.9 93.2	54.7	13.2
2		32.3	8.04	77.4 69.0	102.3 81.3	152.7 181.8	161.2 130.6	586.5 55.2	79.4 7.9	13.2
3		31.9	8.04	113.3 66.0	132.7 91.5	177.0 170.6	92.7 82.8	111.0 47.6	57.8 18.2	7.8
11—1	25.0	29.6	7.83	154.7 103.4	191.8 144.6	276.9 216.6	205.4 195.9	296.0	135.7	34.2
2		29.1	8.11	220.7 211.8	306.8 283.2	469.8 449.5	440.2 340.8	275.4 151.8	147.3 54.5	33.2 8.7
3		31.1	8.18	154.0 111.0	253.7 156.4	262.7 262.7	231.8 109.8	239.0 116.3	140.6 59.4	51.8 0.2
19—1	30.0	29.9	7.76	76.1	89.3	123.8	129.4	117.4	73.3	
3		29.5	7.76	91.9	103.6	121.2	132.8	311.3	69.1	25.5
4		30.6	7.62	82.4 74.1	97.3 84.4	126.5 90.4	141.6 98.7	132.0 329.9	76.6 23.6	28.8 0
16—1	35.0	30.2	8.32	46.0 42.9	47.1 43.0	55.4 47.9	54.7 48.0	58.1 56.7	72.1 63.9	37.1 0.4
2		31.1	7.97	50.9 46.7	57.4 50.6	77.3 65.4	59.1 51.3	76.1 61.0	97.7 98.6	39.5 9.1
3		30.4	8.09	36.2 34.1	39.1 37.0	49.0 46.9	33.4 31.2	40.8 39.4	38.3 39.3	27.2 17.6
13—1	40.0	31.5	8.32	39.9 36.4	38.0 26.8	32.5 28.4	35.5 33.2	55.2 51.6	54.7 52.0	44.6 44.6
2		31.4	8.35	30.7 28.1	25.9 24.2	17.0 18.1	28.2 29.4	41.6 40.9	25.5 34.7	27.5 27.5
3		31.3	8.11	38.0 28.1	38.7 36.1	45.7 41.6	29.8 26.1	54.5 50.2	78.4 48.5	39.3 42.1

(c) 鉛 直 堤 $H_0/L_0=0.02$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
	cm	cm	m							
6—1	7.5	25.6	15.0	40.9 23.0	44.3 38.2	28.4 9.8	13.8 5.7	12.1 7.3	15.8 1.6	0
4		25.6	15.0	31.1 25.2	40.4 41.4	19.3 20.1	30.3 10.6	14.3 3.5	11.7 1.9	0
7		25.4	14.4	29.1 29.9	47.2 24.1	24.1 10.0	17.4 8.0	16.1 9.3	7.7 1.8	3.4 2.6
2—2	15.0	27.7	14.6	84.9	81.6	70.5	41.7	31.9	20.67	5.9
3		25.7	15.2	80.8 54.1	68.0 61.6	50.8 74.4	39.9 20.1	23.6 12.1	20.8 7.5	7.4 1.0
4		26.8	15.2	76.1 28.0	74.2 39.1	47.5 51.8	24.4 20.0	20.3 5.8	19.8 12.1	4.2 0.5
7—1	20.0	27.9	14.0	145.8 83.7	154.0 120.8	219.1 229.8	220.0 89.5	148.5 10.0	68.4 11.0	15.6 2.6
2		28.6	14.1	151.7 83.7	172.1 120.8	231.0 231.3	146.0 32.8	133.3 30.3	80.2	18.1
3		29.9	14.1	86.7 58.1	49.7 90.6	114.9 118.7	54.6 43.7	114.7 24.8	91.3 11.9	13.0

(c) 鉛直堤（つづき）

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
21—1	25.0	27.1	15.2	266.3	330.9	319.8	262.7	262.4	176.3	63.3
2		28.6	15.4	304.7	407.5	621.3	705.3	431.4	270.6	63.1
3		27.6	15.4	268.5	332.1	377.4	322.3	344.0	225.0	46.7
20—3	30.0	26.8	15.2	93.9	112.6	119.5	108.9	137.6	164.2	57.0
4		26.5	15.4	108.7	120.9	171.6	197.7	295.6	313.1	67.4
6		28.3	14.8	195.3 70.2	564.3 87.6	652.3 96.9	462.2 76.2	489.8 130.7	307.9 167.2	68.7 0
5—1	35.0	28.5	15.0	39.3	43.2	51.3	44.8	47.8	47.3	29.6
2		26.6	14.8	40.3 24.4	45.5 38.3	54.8 42.6	51.5 40.1	72.4 59.6	66.0 66.9	36.3 16.5
3		26.5	15.4	40.15 28.7	40.2 28.3	46.7 28.8	39.2 22.9	47.9 47.3	52.0 49.3	29.3 17.3
14—1	40.0	28.3	15.0	37.6	40.9	48.7	40.0	48.1	45.6	35.7
2		27.7	14.9	46.8 37.0	50.4 40.9	63.4 46.7	55.3 39.9	51.6 49.5	50.2 46.6	40.4 34.9
3		26.5	15.0	41.7 42.3	45.1 25.7	53.2 110.2	44.7 171.6	50.4 52.4	49.3 53.0	36.8 31.8

(d) 5分堤 $H_0/L_0=0.06$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
3—1	7.5	29.64	5.22	30.0 25.0	16.0	9.0	8.0	8.0	5.0	0
2		30.10	5.22	30.6 14.0	11.4 12.0	7.1 8.0	7.8 8.0	2.9 8.0	1.3 2.0	0 0
3		30.40	5.22	25.0	6.4	7.4	6.3	2.9	0.7	0
4—1	15.0	30.7	5.05	25.0 30.8	18.0 15.3	13.0 10.7	12.0 12.0	6.0 6.6	3.0 3.0	0 0
2		28.9	5.28	26.0 25.8	23.0 18.0	18.0 16.7	12.0 15.3	9.0 8.0	3.0 2.8	0 0
3		29.0	5.28	15.0 19.8	25.0 15.0	16.0 10.3	9.0 8.0	7.0 7.4	3.0 2.9	0 0
9—1	20.0	29.9	5.34	26.0 22.9	38.0 31.3	30.0 22.5	21.0 17.1	38.0 14.9	31.0 7.6	5.0 0
2		30.9	5.28	37.0 14.4	48.0 33.9	44.0 23.2	27.0 18.1	22.0 13.9	30.0 8.3	4.0 0
3		28.7	5.34	44.0 22.4	49.0 36.4	53.0 27.5	21.0 27.9	47.0 23.4	33.0 7.3	12.0 4.2
10—1	25.0	28.8	5.22	54.0 46.0	68.0 67.9	88.0 76.0	33.0 90.9	104.0 147.2	30.0 14.9	23.0 6.3
2		28.2	5.17	23.0 25.9	35.0 31.9	24.0 34.3	36.0 24.9	50.0 48.4	32.0 13.7	17.0 1.5
3		29.2	5.11	31.0 33.8	49.0 51.3	65.0 57.7	63.0 63.9	73.0 94.7	29.0 19.8	14.0 1.7
15—1	30.0	29.4	5.22	25.0 23.2	26.0 23.2	30.0 26.3	42.0 39.4	27.0 22.1	40.0 10.8	33.0 16.8
2		28.6	5.11	14.0 12.9	18.0 16.0	32.0 21.6	39.0 28.8	38.0 27.0	34.0 3.5	11.0 1.0
3		30.6	5.34	18.0 16.7	22.0 20.9	25.0 24.6	30.0 30.3	43.0 37.0	32.0 8.6	21.0 3.1

(d) 5 分 堤 (つづき)

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
16—1	35.0	28.0	5.17	17.0	19.0	20.0	24.0	23.0		15.0
				20.0	22.0	22.0	24.0	25.0		21.0
2		30.0	5.22	17.5	18.5	18.3	24.8	20.3	9.2	21.9
				18.0	19.0	20.0	29.0	21.0		14.0
3		30.1	5.17	16.7	17.7	17.6	24.2	22.4	6.8	15.9
20—1	40.0	30.1	5.28	18.0	18.0	19.0	24.0	23.0	28.0	18.0
				17.3	14.8	17.9	24.2	21.5	3.3	2.3
2		30.1	5.40	20.0	22.0	17.0	21.0	39.0	19.0	17.0
				19.1	21.8	18.3	16.7	52.7	13.3	0
3		31.1	5.40	20.0	37.0	28.0	27.0	30.0	21.0	25.0
				18.5	19.5	21.1	21.9	34.0	9.5	2.3

(e) 5 分 堤 $H_0/L_0=0.04$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
2—1	7.5	30.0	7.83	20.0	15.0	11.0	8.0	4.0	0	0
				9.5	65.5	10.0	6.9	1.1	0	
2		29.6	7.76	29.0	18.0	11.0	8.0	4.0	0	0
				22.9	12.9	10.3	9.2	10.5	2.9	0
3		29.9	7.83	19.0	16.0	10.0	8.0	5.0	0	0
				17.3	29.7	9.7	9.0	9.6	2.7	0
5—1	15.0	29.1	7.8	51.0	48.0	38.0	11.0	20.0	3.0	2.0
				19.6	19.8	38.8	24.0	4.4	0	0
2		28.5	8.25	42.0	55.0	37.0	8.0	16.0	3.3	0
				22.1	34.7	31.1	15.9	6.9	0	0
3		29.9	7.48	47.0	39.0	21.0	4.0	16.0	3.1	0
				21.3	24.2	30.1	10.0	6.4	0	0
8—1	20.0	29.5	8.11	30.0	71.0	72.0	48.0	35.0	31.0	3.0
				34.9	43.0	51.9	30.6	22.4	5.6	0
2		31.2	7.97	55.0	72.0	103.0	111.0	67.0	29.0	10.0
				58.8	70.8	91.7	98.2	47.5	5.3	0
3		31.3	7.97	80.0	94.0	80.0	115.0	52.0	35.0	10.0
				56.4	77.3	102.5	148.4	42.8	7.1	1.5
11—1	25.0	32.1	8.25	55.0	75.0	96.0	46.0	108.0	86.0	21.0
				51.0	59.0	68.0	26.0	85.0	84.0	19.0
2		32.3	8.11	31.4	37.0	38.5	45.2	84.7	44.4	0
				6.0	82.0	100.0	72.0	192.0	104.0	27.0
3		31.3	8.25	47.0	67.7	75.1	120.3	190.1	15.7	8.0
14—1	30.0	31.5	8.25	46.0	54.0	65.0	69.0	68.0	44.6	26.0
				43.2	52.9	62.0	63.0	52.4	6.2	5.1
2		31.8	7.97	42.0	51.0	55.0	63.0	72.0	49.0	35.0
				39.5	48.4	51.7	54.3	47.6	18.9	13.3
3		31.5	8.18	46.0	55.0	67.0	75.0	82.0	110.0	50.0
				41.8	51.5	58.7	70.9	51.8	15.0	10.2
17—1	35.0	31.5	8.18	26.0	33.0	36.0	42.0	35.0	43.0	30.0
				23.6	29.7	34.2	40.5	35.9	17.9	27.8
2		31.7	8.04	33.0	34.0	37.0	33.0	34.0	44.0	28.0
				16.0	16.5	17.7	14.7	30.5	20.3	7.4
3		31.8	8.11	28.0	32.0	34.0	24.0	39.0	44.0	23.0
				20.6	24.5	26.5	25.8	35.1	19.6	13.9
19—1	40.0	31.0	7.97	27.0	29.0	42.0	36.0	36.0	29.0	64.0
				29.7	30.0	33.3	60.0	34.6	30.1	56.2
2		28.6	7.97	24.0	34.0	36.0	33.0	41.0	187.0	62.0
				31.9	30.4	32.8	30.6	33.8	52.7	61.6
3		8.7	7.83	25.0	29.0	30.0	27.0	35.0	29.0	30.0
				29.5	29.6	28.5	38.1	31.1	74.0	48.3

(f) 5 分 堤 $H_0/L_0=0.02$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1—1	7.5	26.0	14.5	44.3	21.1	14.2	10.8	8.2	3.3	0
				25.2	8.5	14.1	10.7	10.0	0	0
2		25.8	14.8	27.5	22.2	14.5	15.5	9.4	3.3	0
				24.5	17.4	15.0	13.8	8.5	3.3	0
3		26.8	14.7	49.1	21.3	16.7	15.0	11.4	3.5	0
				26.4	14.6	14.5	12.9	7.8	3.3	0
6—1	15.0	30.3	14.2	61.0	56.0	28.0	21.0	14.0	10.0	2.0
				14.0	32.2	27.8	8.0	7.8	7.0	0
2		29.5	14.9	116.0	40.0	37.0	18.0	1.0	10.0	6.0
				18.6	27.0	30.0	11.1	11.8	9.1	0
3		28.2	14.6	88.0	47.0	35.0	24.0	14.0	10.0	4.0
				28.0	37.4	31.4	14.8	7.8	9.1	0
7—1	20.0	29.2	14.9	94.0	69.0	60.0	63.0	23.0	29.0	6.0
				59.7	64.4	84.0	64.6	9.7	4.6	0
2		28.2	14.8	99.0	120.0	165.0	171.0	42.0	29.0	10.0
				194.0	96.0	120.0	50.4	63.7	15.0	0
3		29.8	14.5	85.0	140.0	113.0	90.0	34.0	28.0	8.0
				56.8	110.9	89.3	57.0	19.5	4.4	0
12—1	25.0	27.5	14.6	93.0	96.0	220.0	119.0	182.0	66.0	19.0
				88.0	119.0	150.0	67.0	186.0	59.0	21.0
2		26.8	14.8	86.4	108.2	142.8	49.7	39.1	8.9	4.9
				71.0	79.0	188.0	141.0	148.0	76.0	21.0
3		28.7	14.8	71.4	78.6	111.6	41.4	7.1	0	0
13—1	30.0	28.0	14.2	39.0	50.0	59.0	72.0	72.0	83.0	25.0
				33.8	49.2	56.4	67.5	31.8	12.0	9.4
2		30.0	14.2	37.0	49.0	57.0	63.0	70.0	70.0	19.0
				35.3	44.3	51.7	56.0	42.2	29.7	8.2
3		29.5	14.6	44.0	54.0	66.0	84.0	98.0	41.0	16.0
				41.0	52.9	69.1	97.8	36.7	12.6	11.7
18—1	35.0	29.7	14.4							
2		29.8	15.0							
3		28.9	14.8	42.0	48.0	60.0	36.0	58.0	74.0	36.0

(g) 1 割 堤 $H_0/L_0=0.06$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
2—1	7.5	31.3	5.05	14.0	11.0	6.0	6.0	5.0	6.0	4.0
				9.2	12.1	4.1	4.5	1.0	1.7	3.2
2		31.1	5.17	12.0	13.0	7.0	4.0	4.0	7.0	0
				9.7	12.9	5.4	1.9	1.9	2.1	0
3		31.2	5.22	13.0	11.0	7.0	4.0	4.0	7.0	0
				10.7	10.7	6.2	3.5	2.6	2.6	0
6—1	15.0	32.4	5.17	15.0	18.0	13.0	9.0	7.0	7.0	3.0
				14.6	16.7	10.9	8.4	5.5	3.4	0
2		31.2	5.28	13.0	17.0	12.0	9.0	8.0	5.0	1.0
				14.7	15.1	10.9	6.4	5.4	3.0	0
3		30.2	5.51	15.0	25.0	31.0	12.0	7.0	7.0	5.0
				12.6	23.2	19.7	7.8	29.7	4.0	7.7
7—1	20.0	31.0	5.63	30.0	43.0	26.0	28.0	21.0	28.0	7.0
				18.2	25.8	31.6	13.2	12.0	4.8	0
2		29.1	5.51	25.0	43.0	38.0	23.0	21.0	24.0	6.0
				15.4	29.1	38.8	19.5	16.3	3.5	0
3		27.6	5.57	27.0	41.0	51.0	37.0	27.0	14.0	3.0
				22.6	18.0	38.0	20.9	8.8	8.8	2.7

(g) 1 割 堤 (つづき)

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
12—1	25.0	30.5	5.22	33.0	33.0	22.0	39.0	39.0	28.0	11.0
				30.6	28.4	19.6	25.1	39.4	0	0
2		30.8	5.57	29.0	26.0	31.0	34.0	31.0	27.0	7.0
				19.6	18.4	15.3	20.3	31.7	0	3.1
3		30.4	5.93	49.0	34.0	154.0	33.0	33.0	29.0	5.0
				18.1	25.5	78.3	20.8	43.1	0	0
13—1	30.0	31.1	5.57	16.0	27.0	12.0	22.0	22.0	32.0	26.0
				19.8	19.8	15.2	21.8	20.9	0	0
2		30.1	5.63	27.0	26.0	29.0	35.0	33.0	34.0	12.0
				22.4	23.9	24.2	26.4	36.2	0	7.1
3		31.4	5.63	27.0	27.0	24.0	26.0	32.0	32.0	14.0
				26.7	25.7	21.9	24.7	32.6	0	3.2
18—3	35.0	30.8	5.11	14.0	14.0	18.0	19.0	24.0	24.0	10.0
				11.6	11.1	16.4	17.4	20.5	0	10.1
4		27.1	5.05	15.0	16.0	20.0	18.0	13.0	25.0	15.0
				12.8	14.1	18.8	17.3	14.9	0	15.4
5		27.8	5.17	15.0	17.0	18.0	19.0	20.0	27.0	13.0
				11.1	12.0	14.5	16.3	19.6	0	14.2
19—1	40.0	27.5	5.15	25.0	24.0	24.0	14.0	13.0	18.0	14.0
				6.1	6.2	2.0	16.3	16.8	16.7	20.2
2		26.9	4.94	17.0	15.0	15.0	26.0	9.0	16.0	13.0
				5.8	7.4	2.5	13.3	12.4	17.0	12.3
3		29.0	5.00							

(h) 1 割 堤 $H_0/L_0=0.04$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1—1	7.5	31.4	8.54	14.0	13.0	9.0	6.0	9.0	7.0	6.0
				13.3	11.9	7.6	4.7	4.0	5.4	0
2		32.6	8.11	16.0	15.0	9.0	8.0	7.0	4.0	0
				15.0	12.9	7.0	5.6	2.2	3.2	0
3		31.0	8.32	16.0	13.0	12.0	7.0	7.0	4.0	0
				17.0	11.6	9.7	4.1	2.3	2.2	0
5—2	15.0	29.7	7.90	35.0	45.0	36.0	36.0	26.0	9.0	12.0
				25.8	35.0	16.1	22.4	10.6	3.6	0.8
3		31.0	7.83	32.0	31.0	18.0	22.0	14.0	9.0	8.0
				16.0	29.1	8.8	5.7	4.8	2.7	0
4		32.2	8.04	47.0	36.0	26.0	14.0	11.0	8.0	12.0
				17.9	23.2	7.8	6.1	4.9	3.9	0
8—1	20.0	31.6	7.90	30.0	62.0	59.0	61.0	49.0	14.0	8.0
				21.6	37.2	59.1	34.0	23.0	2.5	0
2		30.4	7.83	50.0	44.0	74.0	61.0	51.0	14.0	7.0
				29.7	39.6	73.3	46.8	38.5	2.4	0
3		31.1	7.83	34.0	58.0	65.0	82.0	49.0	13.0	10.0
				11.5	13.7	16.0	14.6	16.0	3.6	0
11—1	25.0	32.2	7.97	27.0	41.0	47.0	51.0	69.0	29.0	19.0
				22.8	27.3	35.8	43.5	67.0	0	1.5
2		31.8	8.25	30.0	35.0	51.0	55.0	76.0	26.0	17.0
				28.3	34.7	42.8	48.8	79.0	0	4.9
4		31.6	8.40	34.0	42.0	56.0	67.0	64.0	27.0	8.0
				31.4	36.0	44.9	40.3	66.3	0	2.6
14—1	30.0	30.0	8.25	54.0	29.0	37.0	49.0	46.0	29.0	23.0
				26.7	27.6	39.6	36.9	38.3	0	10.0
2		31.2	8.11	18.0	20.0	33.0	37.0	54.0	18.0	15.0
				22.7	26.2	30.8	35.5	53.5	0	0
3		32.5	8.18	23.0	27.0	30.0	45.0	54.0	26.0	24.0
				22.1	25.9	32.1	35.5	42.8	0	0

(h) 1 割 堤 (つづき)

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
17—1	35.0	31.7	7.83	17.0	21.0	25.0	29.0	37.0	27.0	19.0
				16.0	17.2	23.0	26.8	33.1	0	7.7
2		30.5	7.69	19.0	20.0	24.0	26.0	33.0	26.0	20.0
				16.5	18.3	23.5	26.1	34.4	0	8.0
3		30.9	7.69	17.0	22.0	27.0	32.0	30.0	28.0	19.0
				15.3	19.6	26.7	31.0	36.2	0	10.0
20—3	40.0	30.5	8.11	15.0	16.0	20.0	20.0	24.0	29.0	22.0
				9.7	9.7	13.7	16.5	19.0	26.0	24.2
4		28.9	8.40	14.0	18.0	22.0	23.0	26.0	32.0	20.0
				10.9	13.6	20.0	20.2	23.7	31.6	22.9
5		29.7	8.40	15.0	19.0	21.0	24.0	17.0	25.0	25.0
				10.6	13.0	16.8	19.7	14.1	23.7	27.0

(i) 1 割 堤 $H_0/L_0=0.02$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧						
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
3—2	7.5	28.5	15.58	12.0	18.0	11.0	8.0	5.0	7.0	4.0
				12.5	11.1	5.7	3.7	2.5	3.1	0
3		27.2	15.38	18.0	15.0	8.0	6.0	6.0	5.0	4.0
				17.2	13.8	6.9	4.9	3.9	6.0	2.6
4		28.0	15.97	23.0	18.0	16.0	17.0	7.0	6.0	6.0
				22.8	8.8	6.2	3.2	3.3	2.4	0
4—1	15.0	29.6	14.90	80.0	68.0	49.0	36.0	18.2	7.0	6.0
				74.2	65.4	56.7	15.7	2.4	2.3	0
2		27.7	15.78	88.0	68.0	37.0	22.0	18.0	7.0	7.0
3		26.4	15.87	55.0	42.0	26.0	56.0	30.0	11.0	9.0
				47.8	31.5	16.6	9.0	4.7	4.5	4.9
9—1	20.0	30.7	14.80	83.0	93.0	93.0	65.0	25.0	13.0	6.0
				17.4	31.9	38.0	30.2	20.6	6.9	0
2		28.3	15.68	52.0	46.0	82.0	63.0	19.0	15.0	9.0
				29.1	29.0	75.4	41.1	10.3	4.5	0
4		28.5	15.47	61.0	97.0	40.0	27.0	19.0	15.0	5.0
				5.2	36.9	37.9	20.7	16.1	6.8	0
10—2	25.0	29.9	14.99	62.0	65.0	100.0	74.0	60.0	22.0	9.0
				29.1	30.9	40.3	51.5	47.3	4.2	7.2
3		27.7	15.78	59.0	63.0	90.0	82.0	67.0	22.0	7.0
				35.3	35.1	34.1	63.2	82.7	3.8	0
4		29.5	14.90	58.0	59.0	96.0	99.0	77.0	24.0	9.0
				44.5	49.3	66.0	51.2	69.8	4.5	0
15—1	30.0	30.8	14.80	52.0	48.0	54.0	60.0	64.0	32.0	14.0
				36.4	37.6	39.3	45.6	63.2	0	0
2		29.8	14.80	49.0	46.0	57.0	62.0	77.0	29.0	15.0
				40.6	43.4	45.9	45.9	63.0	0	0
4		26.8	14.99	46.0	46.0	46.0	45.0	50.0	29.0	14.0
				24.0	38.8	40.0	37.0	48.6	0	0
16—1	35.0	30.7	14.70	28.0	31.0	34.0	32.0	33.0	20.0	18.0
				26.9	29.9	32.8	29.5	21.6	0	0
2		27.1	14.51	32.0	37.0	40.0	37.0	31.0	28.0	19.0
				32.5	36.3	38.5	35.4	30.2	0	33.9
3		27.6	14.42	31.0	36.0	40.0	36.0	34.0	19.0	21.0
				31.3	34.7	37.9	35.0	47.5	0	10.9
21—1	40.0	24.3	15.78	21.1	23.7	24.9	23.3	27.0	34.3	13.6
2		22.8	14.04	19.5	22.8	24.8	24.3	27.1	34.0	19.3
3										

(j) 2 割 堤 $H_0/L_0=0.06$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
2—1	7.5	30.7	5.40	10.9	6.80	4.65	0.55	0.18	1.54	0
2		29.6	5.57	19.4	7.92	5.03	3.95	0.94	0.32	0
3		30.1	5.51	12.6	6.98	6.62	3.58	1.22	3.02	0
6—2	15.0	27.8	5.11	14.0	14.0	10.0	5.0	0	10.3	0
3		28.2	4.89	12.0	18.0	9.0	7.0	3.0	9.3	5.0
4		28.5	4.83	10.0	14.0	5.0	6.0	0	6.3	0
7—1	20.0	26.6	4.83	23.0	11.0	12.0	9.0	7.0	10.3	5.0
2		28.2	4.94	19.0	18.0	14.0	10.0	8.0	9.0	0
3		26.8	5.00	30.0	19.0	24.0	11.0	8.0	10.0	0
12—3	25.0	29.6	5.11	26.0	39.0	32.0	23.0	5.0	10.7	6.0
4		29.8	5.05	26.0	24.0	23.0	11.0	16.0	10.7	5.0
7		27.7	4.94	21.0	33.0	14.0	9.0	5.0	8.6	5.0
13—1	30.0	26.5	4.94	19.0	27.0	18.0	35.0	7.0	6.0	12.0
2		25.9	4.89	21.0	29.0	36.8	37.0	6.0	6.0	11.0
3		26.2	4.78	22.0	29.0	50.0	32.0	6.0	7.0	9.0
17—1	35.0	27.4	5.00	23.6	26.0	48.0	50.0	10.0	6.7	8.0
2		27.9	4.88	19.3	24.0	44.0	44.0	10.0	3.0	6.0
3		28.0	4.88	19.9	20.0	30.0	22.0	8.0	3.0	8.0
18—1	40.0	30.2	4.89	10.0	20.0	16.0	24.0	10.0	20.0	16.0
2		30.5	5.05	18.0	22.0	26.0	26.0	10.0	20.0	12.0
3		29.8	5.22							

(k) 2 割 堤 $H_0/L_0=0.04$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1—1	7.5	31.0	7.90	11.3	10.5	8.7	8.2	4.6	6.9	0
2		29.9	7.90	18.0	10.6	8.7	5.3	4.1	5.2	2.3
3		30.1	7.62	11.5	8.9	6.3	4.5	1.2	4.3	0
5—2	15.0	32.5	7.86	11.0	17.0	14.0	13.0	10.0	8.3	3.0
3		31.8	7.90	9.0	15.0	16.0	10.0	7.0	8.7	1.0
4		31.2	7.83	8.0	15.0	12.0	11.0	8.0	8.7	15.0
8—1	20.0	31.4	6.88	20.0	20.0	16.0	8.0	2.0	11.0	0
2		31.9	7.76	23.0	19.0	19.0	11.0	10.0	9.7	0
3		30.0	7.90	17.0	18.0	17.0	12.0	10.0	10.9	0
11—1	25.0	28.8	7.48	37.0	57.0	49.0	17.0	9.0	9.7	6.0
2		30.3	7.83	46.0	47.0	43.0	19.0	8.0	11.3	7.0
3		30.1	7.83	24.0	29.0	20.0	16.0	8.0	9.3	7.0
14—1	30.0	31.8	7.69	27.0	51.0	42.0	23.0	10.0	11.0	7.0
3		31.6	8.11	24.0	59.0	28.0	18.0	9.0	17.0	10.0
4		30.9	8.62	25.0	34.0	24.0	18.0	8.0	9.0	8.0
16—1	35.0	29.7	8.18	23.0	30.0	18.0	19.0	12.0	9.0	8.0
2		30.0	8.25	15.0	18.0	33.0	19.0	13.0	6.3	9.0
3		30.6	8.18	15.0	22.0	20.0	18.0	11.0	6.7	10.0
19—1	40.0	31.8	7.97	12.0	12.0	25.0	14.0	18.0	17.0	20.0
2		32.2	8.18	12.0	12.0	30.0	15.0	15.0	20.5	12.0
3				10.0	11.0	24.0	10.0	13.0	19.0	14.0

(1) 2 割 堤 $H_0/L_0=0.02$

Run	h	H_0	L_0	最大波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
3—1	7.5	28.8	14.90	19.3	13.95	11.5	6.62	4.85	4.07	4.7
2		26.5	14.42	19.9	14.8	12.7	8.56	6.14	3.93	4.2
3		26.8	14.70	17.5	13.0	14.6	7.00	7.06	5.23	6.9
4—1	15.0	29.6	14.90	21.0	22.0	18.0	9.0	9.0	10.0	9.0
2		29.2	14.70	19.0	20.0	14.0	10.0	15.7	15.0	8.0
3		29.0	14.90	17.0	19.0	19.0	12.0	11.0	8.7	6.0
9—2	20.0	28.4	15.68	33.0	32.0	19.0	12.0	10.0	9.0	9.0
3		29.9	15.58	16.0	19.0	19.0	14.0	10.0	19.0	11.0
4		27.3	15.97	15.0	26.0	21.0	13.0	9.0	19.0	13.0
10—4	25.0	27.6	15.78	22.0	31.0	52.0	41.0	19.0	11.0	
5		25.7	15.88	33.0	40.0	32.0	30.0	24.0	12.0	17.0
6		30.3	15.59	14.0	35.0	40.0	21.0	11.0	13.0	9.0
15—1	30.0	31.1	15.38	14.0	37.0	52.0	47.0	27.0	29.0	15.0
3		28.3	15.97	22.0	45.0	74.0	42.0	27.0	37.0	15.0
4		30.5	14.61	17.0	36.0	35.0	35.0	33.0		14.0

付表-2 波圧実験値（堤防を汀線より陸側に設置した場合）

(a) $H_0/L_0<0.02$

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
	cm	cm	m					
39—1	0	13.7	14.40	27.7 37.0	8.5 0	3.6		
2		13.0	14.40	30.9	7.5	3.3		
3		13.5	14.40					
22—1	34	17.9	13.90	19.0	5.0			
2		18.1	11.70	15.9 7.8	4.0 3.4			
3		16.4	13.30					
24—1	34	10.4	12.60					
2		11.8	13.35	9.0 13.6	1.1			
3		11.0	11.55					
40—1	68	12.2	11.50	波圧の作用なし				
41—1	68	19.2	14.30					
2		18.7	11.90	8.8	5.0			
3		18.2	13.50	7.6	2.3			

a：汀線から堤防までの距離　　上段 最大波圧
下段 最大同時波圧 (g/cm²)

(b) $H_0/L_0=0.02$

14—1	0	30.4	12.60	45.6 29.0	28.3 38.7	11.2	4.6	0.8
2		30.1	12.05	51.8	30.0	14.6	6.8	0.7
3		31.7	11.90					

(b) (つづき)

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
36—1	0	13.7	6.35	15.8	4.0	1.2	0.1	
2		13.1	6.50					
3		14.2	6.60	20.9 22.5	4.7	0.7	0.1	
37—1	0	24.5	11.90	24.0 8.4	3.1 5.1	1.1	1.6	0.1
2		24.3	11.90	31.2	3.8	2.6	1.6	0.5
3		24.7	11.40					
38—1	0	20.5	11.35	33.3	10.8	3.5	0.9	1.5
2		19.5	12.25	44.4 65.1	13.3	3.9	1.6	1.6
3		17.3	13.65					
2—1	0	23.9	12.45	26.7 26.1	18.4 6.4	11.0 10.6	4.9 6.4	1.1 6.2
2		23.5	12.20	26.8 27.3	16.2 3.9	8.1 5.9	3.7 0	1.6 0
3		23.2	12.15	21.1 25.0	12.8 3.2	6.8 0	4.6 0	1.3 0
16—1	34	29.3	14.25					
2		29.4	13.85	17.3 45.4	15.9 19.5	7.3 1.4		
3		30.5	13.50	12.6	16.6	6.6	0.8	0.7
23—1	34	24.0	12.05	13.7 39.7	4.7			
2		24.0	12.25	19.7	4.2	1.6		
3		24.1	12.25					
25—1	34	12.2	6.10					
2		15.1	6.50	4.6 5.6	0.9			
3		15.2	7.30	2.9				
8—2	50	26.1	12.65	28.3 24.4	21.7 2.7	15.8 0	5.3 0	2.4 0
3		25.5	13.10	33.3 32.0	16.9 4.8	7.9 5	5.7 1.7	2.7 0
4		25.3	13.05	26.1 29.9	14.3 4.5	7.9 2.3	5.0 1.1	2.5 0
42—1	68	23.7	12.65					
2		23.6	13.65	19.5	4.5			
3		22.6	12.50	17.0 25.0	3.9	1.4		
43—1	68	13.6	6.50	6.9 7.7	1.3 0.1	0.3		
2		13.6	6.50	5.0	1.6	0.6		
3		14.2	6.50					

(b) (つづき)

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
13—2	100	26.3	12.40	12.6	6.0	2.5	0.7	0
				9.0	2.6	1.3	0	0
3		25.6	12.65	11.9	5.2	2.7	0.7	0
				14.7	1.7	0	0	0
4		25.6	12.75	12.2	4.7	1.4	0.2	0
				17.1	1.5	0	0	0
18—1	150	24.0	11.70	3.6	0			
				2.2	0	0	0	0
2		25.0	11.45	5.4	2.3	0		
				2.4	1.3	0		
3		23.3	12.14	2.4	1.1	0		
				2.5	0	0	0	0

波圧の単位：g/cm²　　上段　最大波圧
下段　最大同時波圧

(c) $H_0/L_0=0.03$

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
12—1	0	33.4	11.90	31.8	21.1	9.5	5.2	1.3
				24.8	13.2	8.0	1.7	
2		32.2	12.60					
3		34.4	11.90	37.7	23.9	10.9	4.8	1.9
13—1	0	37.7	11.90	31.0	20.8	12.0	5.5	1.4
				30.7	15.6	15.6	0.2	
2		38.6	11.70					
3		38.4	11.90	64.3	35.0	10.3	5.4	2.0
35—1	0	18.7	6.75					
2		19.1	6.25	33.1	8.2	4.8	2.2	
				65.5				
3		19.4	6.25	23.9	6.1	4.8	0.8	0.8
1—1	0	34.6	12.25	23.2	11.4	10.6	6.5	3.3
				27.4	9.5	5.3	4.1	2.8
		37.0	11.85	29.2	18.6	10.4	8.1	2.3
				29.1	18.9	3.8	0	0
		36.7	11.95	39.3	15.7	10.2	8.9	4.2
				34.6	5.8	0	0	0
15—1	34	37.1	12.40					
2		34.9	13.10	29.4	18.3	4.2	6.1	2.1
				45.4	19.5	1.4		
3		34.3	13.30	36.0	16.5	3.0	5.1	1.0
17—1	34	39.2	13.85					
2		40.3	13.30	32.9	18.8	23.0	5.3	2.2
3		39.9	13.30	36.4	15.1	35.3	11.6	2.3
				27.0	42.4	37.0	0.3	

(c) (つづき)

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧 P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
18—1	34	44.4	13.50	32.2 33.2	39.8 59.3	21.8	7.6	0.6
2		47.4	14.60					
3		45.2	13.30	28.4	33.3	20.9	1.7	0
19—1	34	50.9	14.80	34.6 36.0	21.8 39.3	7.6	2.2	0.9
2		49.8	14.80	30.5	13.8	8.6	3.8	0
3		48.7	14.15					
21—1	34	46.8	14.05					
2		48.2	14.25	42.3 49.8	24.2 38.3	10.5 5.0	5.5	1.8
3		48.2	13.50					
20—1	34	46.0	14.15	61.9 68.0	22.0 39.1	11.5	6.3	1.8
2		45.7	13.85	46.2	22.4	12.1	5.3	2.2
3		44.0	14.15					
9—3	50	38.8	11.70	17.9 20.9	12.7 4.1	9.3 5.2	6.1 2.2	1.2 1.1
4		37.6	11.85	28.7 32.1	12.9 6.8	13.4 5.3	12.6 3.8	5.6 1.1
5		38.1	11.95	33.6	12.7	4.5	0.9	0.3
5—1	68	31.6	11.90					
		29.6	13.85	15.1	7.9	2.3	2.3	0
		31.0	13.50	18.2 13.3	11.1 34.8	2.8 11.9	0 1.1	0
6—1	68	35.2	11.90	15.1	8.8	3.1	0.2	0
		34.6	12.75	25.8 12.3	7.5 8.1	2.8 2.5	0.9 1.1	0.8
		31.6	13.85					
7—1	68	37.1	13.30	15.2	7.7	2.3	2.8	0
		37.7	14.15	26.4 48.7	10.8 2.8	4.4	3.3	0
		40.1	12.25					
12—2	100	37.7	11.60	19.4 15.2	8.1 6.4	3.4 1.1	2.9 0	0.2 0
3		37.9	11.35	16.5 13.7	6.4 3.3	3.3 2.9	1.4 0	0 0
4		36.6	11.60	17.8 17.8	8.8 3.9	4.2 1.9	1.2 0	0 0
19—1	150	34.8	11.60	6.5 6.1	2.7 0.6	0.1 0	0 0	0
3		34.5	11.95	6.9 4.9	2.4 2.2	0.1 0	0	0
4		36.0	11.60	6.0 4.7	1.0 0.6	0.1 0	0	0

波圧の単位：g/cm²　　上段　最大波圧　　下段　最大同時波圧

(d) $H_0/L_0=0.04$

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
8—1	0	43.3	11.70	46.2	33.6	14.8	9.7	4.3
				171.6	42.5			
2		44.0	11.95	15.1	11.3	5.1	8.2	3.6
3		42.9	12.05					
9—1	0	46.6	12.25	47.9	24.4	15.6	1.8	0
2		45.2	12.95	151.4	115.4	59.8	9.2	2.1
				253.2	166.9			
3		46.2	12.76					
10—1	0	48.0	12.95	33.4	29.7	14.6	7.4	2.5
2		48.3	12.95	132.0	35.2			
3		48.3	12.75	66.2	37.0	22.4	10.7	2.9
11—1	0	51.0	14.40	64.4	27.7	16.2	7.5	5.5
				30.7	15.6	15.6	0.2	
2		47.1	15.95					
3		49.2	14.80	76.6	31.6	24.8	8.9	3.2
31—1	0	24.1	6.25	25.6	6.7	2.5		
				40.7				
2		24.2	6.50	22.8	7.9	1.9		
3		23.9	6.50					
32—1	0	27.0	6.75	30.8	14.6	4.9	5.3	
				38.8				
2		26.9	6.90	10.6	4.7	1.9	4.5	
3		26.8	6.75					
26—1	34	28.3	6.81					
2		28.1	6.75	22.8	3.4	0.7		
3		28.0	6.81	25.1	5.2	1.3		
				32.0				
30—1	34	24.3	6.50	17.0	6.0	1.1		
2		23.3	6.75	16.1	6.4	1.6		
				22.9	9.2			
3		24.2	6.50					
6—2	50	26.8	5.95	9.5	4.3	1.6		
				8.0	2.1	2.2	0	0
3		25.2	6.35	10.7	4.1	1.7	0.6	
				11.3	0.7	0	0	0
4		26.0	6.40	19.7	3.3	0		
				6.1	0	0	0	0
16—1	50	52.3	11.35	32.0	21.2	16.6	10.0	4.5
				27.7	5.9	19.9	5.5	1.7
3		50.1	11.70	26.0	20.4	14.2	13.3	4.6
				24.7	6.3	11.3	1.2	0.7
4		51.9	11.55	28.2	18.7	13.1	6.4	3.3
				25.3	10.7	4	1.6	0
1—1	68	47.5	12.75	8.4	4.2	5.7	1.1	0.7
2		46.4	14.15					
3		49.1	12.25	11.4	5.3	7.8	2.6	0
				5.2	3.9	8.6	1.2	0

(d) (つづき)

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
2—1	68	51.5	11.55	4.5 5.1	3.6 3.4	5.4 4.3	1.1 0	1.3
2		39.5	18.05					
3		49.1	13.10	5.9	4.4	3.9	1.5	0
3—1	68	44.6	11.70	18.8	9.1	3.2	0.9	0
2		45.0	11.70					
3		43.5	13.10	16.5 20.5	9.3 6.9	4.0 3.5	1.7	0
4—1	68	47.0	11.40	27.7 38.3	10.0 0.8	1.1	1.1	0.5
2		47.1	11.25	19.7	11.8	5.4	1.8	0
3		43.2	13.85					
45—1	68	26.3	6.25	9.6	1.9			
2		26.8	6.60	40.8 8.8	7.0	0.9		
3		26.0	6.50					
48—1	68	21.3	6.0	6.2	1.2			
2		20.8	6.25					
3		21.6	6.35	7.5 10.6	2.0			
11—1	100	50.8	11.60	20.3 18.4	9.1 6.0	4.6 4.0	2.7 0	0.4 0
2		50.7	11.35	19.6 13.1	11.4 3.8	5.0 2.3	2.8 1.0	1.3 0
3		48.8	11.75	18.2 18.2	11.3 4.7	7.0 4.1	3.0 2.3	1.0 1.5
15—1	100	25.5	5.95	7.3 5.6	1.9 0	0.2 0	0 0	0
2		24.5	6.30	5.3 3.8	0.6 0.2	0 0	0	0
3		24.4	6.55	5.8 4.6	0.9 0	0 0	0	0
20—2	150	48.7	11.75	6.6 4.1	1.9 0.4	0 0	0	0
3		48.2	12.55	7.2 6.6	2.3 0.8	0.5 2.2	0	0
4		48.6	11.45	8.9 11.1	2.1 6.2	0 0.2	0	0

波圧の単位：g/cm²　　上段　最大波圧
下段　最大同時波圧

(e) $H_0/L_0=0.05$

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
33—1	0	31.2	5.85	14.6	5.8	3.4	0.9	0.6
2		32.3	6.75	14.7 25.1	5.9	2.5	0.8	0
3		31.4	6.90					

(e) (つづき)

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
27—1	34	31.5	6.90					
2		34.1	6.25	19.2 33.5	4.3	1.4		
3		33.6	6.25	13.7	4.3	0.9		
28—1	34	36.6	6.90					
2		37.5	6.25	19.3	4.7	1.8		
3		37.3	6.90	22.4 37.3	5.2	3.3	0.9	

波圧の単位：g/cm²　　上段　最大波圧
下段　最大同時波圧

(f) $H_0/L_0=0.06$

Run	a	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
34—1	0	38.6	6.90	38.8	21.3	8.5	3.4	
2		39.4	6.75	37.4	18.3	10.7	4.5	2.5
3		35.9	6.90					
4—1	0	37.8	6.15	14.1 16.5	7.7 2.5	3.3 0.5	0 0	 0
2		38.6	6.10	17.2 18.3	8.8 2.0	4.2 0.5	0.6 0	0 0
3		37.1	6.35	20.8 14.9	10.3 3.8	5.8 0.5	3.7 0	1.4 0
7—1	50	39.8	6.05	13.7	4.6	1.6	0	
2		39.7	6.10	15.9 17.6	9.9 1.2	3.6 0	2.2 0	0 0
3		37.5	6.30	19.5 19.6	5.7 0.3	3.4 0	0.0 0	0 0
46—1	68	33.9	5.50	17.2 13.1	5.2 8.8			
2		32.5	6.30					
3		35.4	6.25	9.8	3.7			
47—1	68	36.6	6.25	29.8 39.4	8.3	0.7		
2		36.0	5.40					
3		35.8	6.40	17.2	4.2			
14—3	100	37.7	6.15	4.7 4.1	0.6 0.3	0 0	 0	 0
		36.5	5.85	6.1 5.1	1.1 0	0 0	 0	 0
		37.4	5.85	3.9 3.5	0.3 1.1	0 0	 0	 0

(f) (つづき)

Run	*a*	H_0	L_0	最大波圧と最大同時波圧				
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
16—4	150	37.0	6.25	2.1 2	0 0	0	0	0
		36.7	6.35	2.2 2.2	0 0	0	0	0
		36.5	6.10	1.9 1.2	0 0	0	0	0

波圧の単位：g/cm²　　上段　最大波圧
下段　最大同時波圧

土木研究所報告 142-1
昭. 46.11 (1971)

非定常浸透流の有限要素法による解析

飯田隆一，朝倉 肇

要 旨

最近有限要素法による浸透流の解析方法に関する研究がいくつか発表されるにおよび，浸透流の数値解析法も大きな進歩がみられるに至ったが，いずれも定常流の範囲にとどまっていた。

本報告は浸透流の運動方程式と連続の方程式に浸潤面上の条件式を加味して変分原理を適用することにより，浸潤面を有する場合を含めて非定常浸透流の解析を可能にし，計算例を示したものである。

キイワード（浸透流，変分原理，有限要素法）

土木研究所報告 142-2
昭. 46.11 (1971)

越流堤防の構造設計に関する研究

山村和也

要 旨

渡良瀬遊水池の洪水調節機能を向上させるために調節池化の計画が進んでいる。本報告ではこの計画のために作られた越流堤防について述べる。

この越流堤は基礎が軟弱なためアスファルト被覆という特殊な型式がとられたこと，規模が巨大なことなど過去に例を見ないものであり，設計に当たって地盤変形に対する安定性，出水時の水圧，浸透水に基づく揚圧力に対するフェイシングの安全性など多くの問題があった。

本報告は堤防の構造を設計するために行なった検討事項のうち，土質工学的な問題のみ述べたもので，特に洪水時に堤体内に生じる浸透流，フェイシングに働く揚圧力，堤体内の排水排気施設の機能などに重点をおいて，実験計算結果などを取りまとめたものである。

キイワード（越流堤，アスファルト被覆，浸透流，排水施設，フィルター材料，過剰水圧）

土木研究所報告 142-3
昭. 46.11 (1971)

海岸堤防に関する研究 (10)

―― 波　　圧 ――

富永正照，九津見生哲

要 旨

海岸堤防に作用する波圧について広範な実験的研究を行ない，砕波衝撃圧および砕波圧の特性を明らかにするとともに，砕波圧については，実験公式を求めて，与えられた条件に対して容易に波圧が計算できるようにした。また，表のり被覆を弾性支持されたはりと考え，波圧による被覆工のたわみ，モーメントなどを推定する計算式を導いた。さらに，これらの諸式を用いて表のり被覆工の安全性を検討した。

キイワード（海岸堤防，波圧，砕波衝撃圧，砕波圧，表のり被覆，弾性支持ばり）

Report of The Public Works Research Institute Ministry
of Construction Vol. 142, November 1971

Analysis of nonsteady flows by finite elements method

Ryuichi Iida
Hagime Asakura

Synopsis:

Recently several studies on the analysis of seepage flows by finite elements method are presented and there have been achieved some progresses in the field of numerical analysis on seepage flows, but all these studies are restricted in steady flows.

This paper reports the analytical method for nonsteady seepage flows which becomes to be able to be treated by the application of the principle of variation to the equations of motion and the equations of continuity of seepage flows taking the equation of the phreatic line into considerations, and next reports the examples of numerical solutions.

Key words (Seepage flow, Principle of variation, Finite element method)

Report of The Public Works Research Institute Ministry
of Construction Vol. 142, November 1971

Study on the Design of Overflow Dyke

Kazuya Yamamura

Synopsis:

For the purpose of controling floods the construction of overflow dykes on large scale along the Watarase River are now under way. The type of the dyke is a sand cored embankment with an asphalt facing.

As the construction of the dyke of this kind is the first attempt in our country, intensive studies have been carried out in advance. In this paper some subjects are reported: the excess water pressure developed below the facing during a flood is studied in an attempt at the determination of the thickness of the facing. Moreover, the non-steady seepage flow through the embankment, the function of drain and air vent inside the dyke and requirement for filter material are also discussed.

Key words (overflow dyke, asphalt facing, seepage flow, drain, filter material, excess water pressure)

Report of The Public Works Research Institute Ministry
of Construction Vol. 142, November 1971

Studies on Wave pressures against coastal dike

Masateru Tominaga
Takanori Kutsumi

Synopsis:

Wave pressures against coastal dike were studied experimentally. The general characteristics of shock pressures exerted by a breaking wave and wave pressures exerted by waves after breaking were clarified. As to wave pressures exerted by waves after breaking, general formula were obtained, and it became possible to calculate simply wave pressures under a given condition.

The formula of the deflection and moment in front covering layer due to wave action were obtained considering it as a beam on the elastic bed, and the safety of front covering layer was investigated by use of the formula.

Key words (coastal dike, wave pressure, shock pressure, front covering layer, beam on an elastic bed)

Report
of
The Public Works Research Institute
Ministry of Construction
Vol. 142, November 1971

CONTENTS

1. Ryuichi Iida and Hagime Asakura
Analysis of nonsteady flows by finite elements method……(1)

2. Kazuya Yamamura
Study on the Design of Overflow Dyke……(21)

3. Masateru Tominaga and Takanori Kutsumi
Studies on Wave pressures against coastal dike……(45)