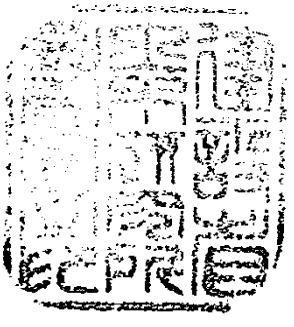
土木研究所報告

第146号

吊橋主塔の極限耐荷力に関する研究……国広哲男，藤原　稔，井刈治久…(1)

河川護岸近傍の水理に関する考察……馬場洋二…(25)

くい基礎の静的水平抵抗に関する実験研究……足立義雄…(51)



昭和49年11月

建設省土木研究所

吊橋主塔の極限耐荷力に関する研究

(昭和 48 年 11 月)

国広哲男*
藤原稔**
井刈治久***

Study on Ultimate Strength of Suspension Bridge Towers

(November 1973)

by Tetsuo Kunihiro
Minoru Fujiwara
Haruhisa Ikari

Synopsis:

The paper deals with the ultimate strength of long span suspension bridge towers subject to compressive axial force and bending moments. The necessity of the check for the ultimate strength of the towers is stressed in the discussion on the current tower design concept. Nature of external forces and displacements acting on the towers and analytical procedures to the elasto-plastic behavior of the towers are described with numerical examples. Calculation of the ultimate strengths of 7 suspension bridge towers in the Honshu-Shikoku Highway project is carried out and the calculation proved that they have sufficient safety against overall collapse. Finally some consideration is given to the design concept on the long span suspension bridge towers.

Key words (Suspension Bridge Tower, Ultimate Strength, Elasto-Plastic Analysis, Load Factor)

要　旨

本報文は長大吊橋主塔の極限耐荷力について述べたものである。はじめに現在の主塔設計法の考え方および極限耐荷力に対する照査の必要性を述べ，主塔に作用する外力と変位の性質および主塔の弾塑性挙動解析の手法を数値計算例とともに示した。つぎに本四架橋計画の中の７つの吊橋の主塔について極限耐荷力を計算し，それらはすべて破壊に対して十分な安全率を有していることを確認した。おわりに長大吊橋主塔の設計法について考察を行なった。

キイワード（吊橋主塔，極限耐荷力，弾塑性解析，荷重係数）

目　次

まえがき……(2)
1. 現行設計法の概要とその問題点……(2)
〔1〕 現行設計法の概要……(2)
〔2〕 現行設計法の問題点……(3)
2. 塔頂に作用する力と変位……(4)
3. 等断面柱の弾性挙動……(6)
4. 変断面主塔の弾性解析……(6)
〔1〕 解析法の誘導……(6)
〔2〕 数値計算とその考察……(8)
5. 変断面主塔の弾塑性解析……(10)
〔1〕 解析法の誘導……(10)
〔2〕 数値計算とその考察……(13)
6. 本四吊橋主塔（計画設計）の極限耐荷力…(15)
7. 主塔の設計法に関する一考察……(20)
あとがき……(22)

*構造橋梁部橋梁研究室長
**構造橋梁部橋梁研究室研究員
***構造橋梁部橋梁研究室

まえがき

橋梁研究室では昭和43年度以来長大吊橋主塔の設計法に関して調査研究を行なってきている[1)~4)]。吊橋上部工の工費のうちで主塔の工費の占める割合は中央径間が1,500m級の吊橋で3～4割にも達するので，いかにしてもっとも経済的でしかも適切な安全度を有する構造を採用するかは，吊橋の設計上重要な問題である。

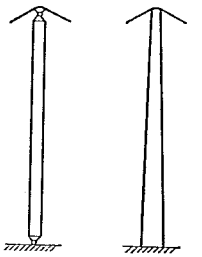
しかし，長大吊橋は外力に対して非線型な挙動を示す構造物であるので，通常の構造物に対して行なわれている許容応力度設計を長大吊橋の主塔に対して行なったのでは，設計で考慮した状態が破壊などの主塔の極限状態に対してどの程度の安全率を有するかが不明確となる。一般に構造物に作用する荷重とそれによって部材内に生じる応力との関係が線型の関係にないような構造物を許容応力度設計法によって設計する場合には，破壊などのその構造物の極限状態に対する安全性を照査する必要がある。たとえばわが国の道路橋の示方書[5),6)]では合成げた橋とプレストレストコンクリート橋の場合に降伏または破壊に対する安全性を照査することとなっている。しかし長大吊橋の場合には極限耐荷力の計算法の複雑さや破壊に対する安全率のとり方の問題もあってこのような極限状態に対する照査は従来行なわれておらず，とくに曲げモーメントと軸圧縮力が同時に作用する吊橋主塔はこの点が不明確であった。

この報文ではまず吊橋主塔の現行設計法の概要とそこに含まれる問題点について述べ，ついで主塔に作用する外力と変位の性質およびそれらに対する主塔の挙動について解析を行ない，さらに実際の設計例における主塔の極限耐荷力を計算し，最後に主塔の設計法に関して考察を加える。なおこの報文では吊橋の橋軸方向の静的挙動のみを取り扱い，また，主塔の局部的な板の座屈は生じないものと仮定している。

1. 現行設計法の概要とその問題点

〔1〕 現行設計法の概要

吊橋の主塔*)は風や地震等の荷重を塔柱自体に受けるばかりでなく，ケーブルおよび補剛トラスの自重やそれらに作用する自動車荷重，温度，風，地震等による鉛直力および水平変位をケーブルを介してその塔頂に受ける。中央径間が200～300m程度までの中小吊橋の主塔では，図-1.1(a)に示すように塔の下端に回転の自由なピンを入れたいわゆるロッキングタワーを用いて，塔頂に作用する鉛直力および水平変位によって軸圧縮力は生じるが曲げモーメントは生じないようにするのが普通である。しかし中央径間が300～400m以上の長大吊橋になると主塔の架設施工上ロッキングタワーを用いることが困難なので，図-1.1 (b) に示すような塔の下端を基礎に固定したいわゆるフレキシブルタワーを用いる。したがってこのような主塔では塔頂に作用する鉛直力および水平変位によって軸圧縮力と同時に曲げモーメントが生じる。



(a)ロッキングタワー (b)カンチレバータワー

図-1.1 吊橋の主塔の形式

わが国の長大吊橋上部構造の設計に関する基準としては土木学会本州四国連絡橋技術調査委員会が作成した「本州四国連絡橋上部構造設計指針(1967)」[8)]があるが，この指針では主塔の計算方法についてはなにも触れておらず，許容応力度については当時の「鋼道路橋設計示方書（昭和39年6月)[9)]」（日本道路協会）によることと規定しているだけであるので，従来の長大吊橋の設計は主として米国の吊橋の設計例を参考にして行なっていた。

現在，土木学会本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会では本州四国連絡橋公団からの委託にもとづき，「本州四国連絡橋鋼上部構造設計基準」の整備を進めている。吊橋主塔については同小委員会の座屈分科会の手によって「吊橋主塔設計要領(案)(昭和47年10月1日)[10)]」が作成されている。この設計要領（案）の内容については現在も検討中であるので，その内容については7節で一部触れることとし，以下には従来主として米国の吊橋設計例を参考にして行なわれていた長大吊橋主塔の橋軸方向の荷重および変形に対する計算[11)]の概要を順を追って述べることにする。

(i) 主塔の曲げ剛性を無視して図-1.2 (a) に示す吊橋の構造系を図-1.2(b) に示すように塔頂の位置に水平方向に自由に移動できるローラーを有する構造におきかえて，ケーブルから塔頂に伝達される鉛直力 V および水平変位 δ をいわゆるたわみ理論(deflection theory)[12)] によって求める。このように構造系をおきかえる理由は長大吊橋においてはケーブルの剛性が非常に大きいのに対して主塔の剛性はそれに比べて無視できるほど小さく，また主塔自体に作用する横荷重等による水平変位も無視できるものと

*) 全般的なことについては参考文献7)を参照されたい。

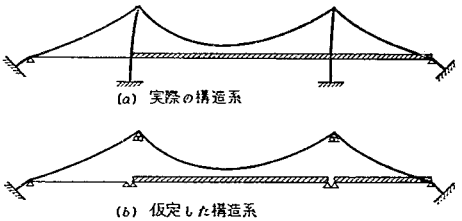


図-1.2　主塔の塔頂に作用する垂直力と水平変位を計算するときの吊構造系の仮定

考えられるためである。土木研究所の吊橋設計用プログラムSSV-2[13]はこの計算のために作成されたものである。

(ii)　主塔断面の仮定はつぎのようにして行なう。すなわち，まず等断面の主塔の塔頂に (i) で求めた鉛直力 V と水平変位 δ が作用している場合を考え（図-1.3），次式で表わされる塔頂の水平力 F がほぼ0で負にならないような曲げ剛性 EI をもつ断面を仮定し，この等断面主塔の曲げ剛性をもとにしてこれと等価な曲げ剛性を有する変断面主塔を仮定する。

$$F=\frac{\delta V\sqrt{\frac{V}{EI}}}{\tan\left(h\sqrt{\frac{V}{EI}}\right)-h\sqrt{\frac{V}{EI}}} \quad \cdots\cdots (1.1)$$

(iii) (ii)で断面を仮定した変断面主塔の塔頂に (i)で求めた鉛直力 V と水平変位 δ を作用させ，さらに主塔自体にも 図-1.4 のように鉛直集中荷重 V_i，水平集中荷重 H_i，水平分布荷重 p_i などを作用させた状態での力のつりあい条件から求めた微分方程式を差分法などによって解いて断面力および変形量を求める。土木研究所の吊橋設計用プログラム TOW-2[14]はこの計算のために作成されたものである。

(iv) (iii) で得られた断面力から応力度を求めて許容応力度に対して照査を行なう。曲げモーメントと軸力が同時に作用している場合にはオイラー座屈に対する許容応力度の低減は行なわない。

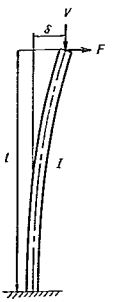


図-1.3　等断面主塔の塔頂に作用する外力と変位

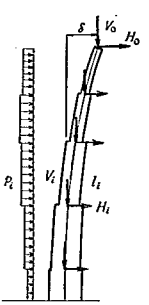


図-1.4　主塔に作用する外力と変位

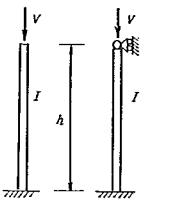


図-1.5　等断面柱の境界条件

上記 (ii) で述べた $F\geqq 0$ という条件を (1.1) 式に適用して変形すると次式が得られる。

$$V\leqq\frac{\pi^2EI}{(2h)^2} \quad \cdots\cdots (1.2)$$

これは上端自由下端固定の柱（図-1.5 (a)）の座屈荷重を表わす式である。ところが主塔の構造解析は (iii)で述べたように上端で変位が一定の値に拘束された下端固定の柱（図-1.5 (b)）について行なっており，この場合の座屈荷重はつぎのようになる。

$$V=\frac{\pi^2EI}{(0.7h)^2} \quad \cdots\cdots (1.3)$$

したがって主塔がつねに弾性挙動を示し曲げ剛性 EI が一定であるとすれば，(1.2) 式と (1.3) 式から設計荷重は座屈荷重に対して $2^2/0.7^2\fallingdotseq 8$ 倍の安全率をもつことになる。しかし材料の降伏や残留応力の影響その他製作施行の誤差など耐荷力を低下させるおそれのある種々の要因を考慮するとこの値はかなり低下するものと思われるので，この値を尺度として主塔の安全性を議論するのは適当ではない。

〔2〕　現行設計法の問題点

これまでに述べたように従来の吊橋主塔の設計法では安全性の照査の方法が漠然としており，どのような状態に対していくらの安全率をとるべきなのかあまり明確でない。主塔の構造計算は通常上述したように塔頂に水平変位 δ を与えた状態における力のつりあい条件をもとにして行なっているが，これはいわば1つの座屈波形を強制的に与えたことになり，主塔の耐荷力を低下させるおそれのある各種要素のうちの1つをすでに計算に考慮してあるといえる。このように構造物の変形後の力のつりあい状態を基準にしていわゆる有限変形理論で構造計算を行なう場合には，数学の固有値問題の解でしかありえない弾性座屈荷重に対する照査はあまり意味がない。ただし，上述のように塔頂の水平変位のみを考慮して有限

変形理論によって構造計算を行ない，オイラー座屈に対する低減をしない許容応力度で圧縮応力度の照査を行なう場合には，構造物の終局強度を低下させる大きな要素である残留応力や初期変形などに対する安全性が不明確となるので，それらの影響をも考慮した極限強度を計算または実験などによって把握しておく必要がある。なお普通の橋梁の構造計算は変形前の力のつりあい状態をもとにしたいわゆる微小変形理論によって行ない，許容応力度に対して照査しているが，この場合には変形後の力のつりあい状態を基準にしてはいないということおよび残留応力度や初期変形等の不確定要素に対する安全のためにいわゆる座屈に対する許容応力度の低減（たとえばSS41では$\sigma_{ca}=1400-8.4(l/\gamma-20)$[5]）が必要なのである。この場合残留応力や初期変形の影響は座屈強度の低減という形で考慮されているのが普通である。構造物の耐荷力を低下させる要因をすべて考慮して有限変形理論に基づく構造計算を行なうことによって，その構造物の極限耐荷力を求め，その値が設計荷重に対してある一定の安全率を有するように構造物を設計する方法を極限強度設計法といい，その構造物の安全性が確認できるので合理的であるが，不確定要素をすべて考慮して構造計算を行なうのは非常にむずかしい。われわれは，不確定要素をできるだけ考慮に入れた極限強度設計法の確立のための努力を続けているが，この報文では塔頂の水平変位を考慮した変断面主塔の弾塑性解析方法と数値計算結果を紹介することにする。

2. 塔頂に作用する力と変位

吊橋主塔の塔頂にはケーブルや補剛トラスに作用する荷重による鉛直力と水平変位がケーブルを介して作用し，長大吊橋ではこれらの値は主塔の剛性に関係なく吊橋全体系から定まるものであることは前節で述べたとおりである。それではこの塔頂に作用する鉛直力や水平変位は実際の吊橋ではどの程度の値でどのような傾向にあるかを知るためにつぎの要領で数値計算を行なった。

計算の対象とした吊橋は中央径間長が1,500mの3径間2ヒンジ補剛吊橋である。この吊橋の吊構造部の諸元を表-2.1に示すが，これらは本四概略設計（本州四国連絡道路橋三径間補剛吊橋概略設計設計計算書，建設省近畿地方建設局本州四国連絡道路調査事務所，1967年）のものと同一である。

この計算では主塔の橋軸方向の変形性状を知るために吊構造系（ケーブルおよび補剛トラス）に対して死荷重（D）と活荷重（L）のみを考慮した。吊橋の計算においては通常死荷重（D）のみが作用した状態を基準にしているが，この計算においても死荷重（D）のみの作用

表-2.1 本四1,500m吊橋．吊構造部諸元

	橋の等級	高速自動車国道3級
	橋の形式	3径間2ヒンジ補剛吊橋
	中央径間長	1,500m
	側径間長	750m
ケーブル諸元	中央径間サグ	150m
	側径間サグ	37.5m
	中央径間サグ比	1/10
	ケーブル中心間距離	36m
	主ケーブル本数（片側あたり）	2本
	ストランド本数（1ケーブルあたり）	37本
	素線直径	5mm
	素線数（1ケーブルあたり）	16,724本
	断面積（片側あたり）	0.6568m²
	主ケーブル直径（ラッピング後）	716mm
	主ケーブルに作用する死荷重	5.70t/m
補剛トラス諸元	補剛トラス高さ	12m
	補剛トラス幅	36m
	水平中立軸まわりの断面2次モーメント（片側ケーブルあたり）	3.349m⁴
	鉛直中立軸まわりの断面2次モーメント（1橋あたり）	60.280m⁴
	最大弦材断面（H.T.50/60）	489.6cm²
	補剛トラスに作用する死荷重	10.140t/m

表-2.2　計算ケースおよびそれらに対する等分布活荷重の大きさ

ケース	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
q/q_0	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.5	2.0	3	4	5	6	7	8	9	10	20

q_0：設計等分布活荷重(t/m)，($D+L+T$に対して2.0t/m)

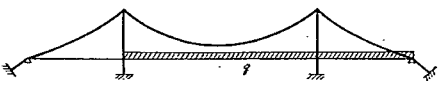


図-2.1　等分布活荷重qの載荷状態

下では主塔の水平変位はなく，補剛トラスにも応力が生じていないものとしている。実際の計算は主塔の水平変位が大きく出るように中央径間と片側の側径間に等分布活荷重q (t/m) を図-2.1のように載荷して表-2.2に示すそれぞれのケースの等分布活荷重に対して行なった。

主塔はケーブルの移動に対して抵抗しないものとして，土研吊橋用プログラムSSV-2によって，それぞれのケースについて塔頂に作用する鉛直力Vおよび塔頂水平変位δを求めた。なおここでは，等分布活荷重qが設計等分布活荷重q_0の数倍になった場合についても計算を行なっているが，そのような場合でも吊橋の各部材はつねに弾性体として挙動するものと仮定している。したがって，実際には$q=1.7q_0$程度で補剛トラスと主塔の一部が降伏しはじめ，それぞれの曲げ剛性が低下するものと思われるが，これらの吊橋各部材断面の塑性化による曲げ剛性の低下は計算に考慮していない。

計算にとりあげたような設計活荷重の数倍以上に達する大きな活荷重が作用するというようなケースは，いうまでもなく，実際にはあり得ないことである。このような実際には起こり得ないような大きな載荷状態にまで計算を拡張したのは，計算結果について一つの傾向をみようとしたためである。

この計算の結果得られた塔頂水平変位δ，塔頂鉛直反力Vおよびケーブル水平張力Hと等分布活荷重qの関係を図-2.2に，また塔頂鉛直反力Vと塔頂水平変位δの関係を図-2.3にそれぞれ示す。これらの図から次のようなことがいえる。

(i)　塔頂鉛直反力Vおよびケーブルの水平張力Hは等分布活荷重qの増加とともにほぼ直線的に増加する。

(ii)　塔頂水平変位δは等分布活荷重qの増加とともに増加するが，その増加率はしだいに小さくなる。

(iii)　塔頂鉛直反力Vおよび塔頂水平変位δとの関係は非線型であり，長大吊橋の場合は第4節にも述べるように主塔の剛性と関係なくそれぞれの荷重状態に対して塔頂鉛直反力Vと塔頂水平変位δが定まる。

なお図-2.2および図-2.3には本四概略設計における$D+L+T$の荷重状態に対する設計値ものせてある。この設計値が曲線からずれているのは，曲線は$D+L$の荷重状態について求めたのに対して設計値はそれにさらに温度変化の影響(T)を考慮して求めているためである。

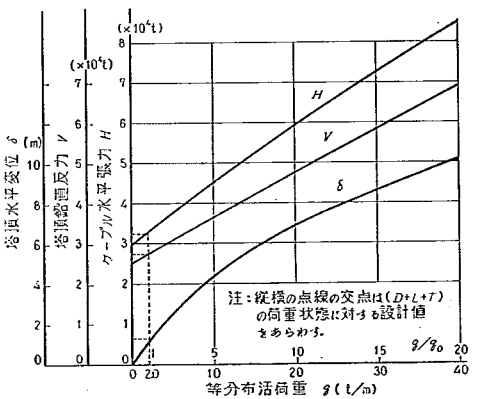


図-2.2　塔頂水平変位δ，塔頂鉛直反力V，ケーブル水平張力Hと等分布活荷重qの関係

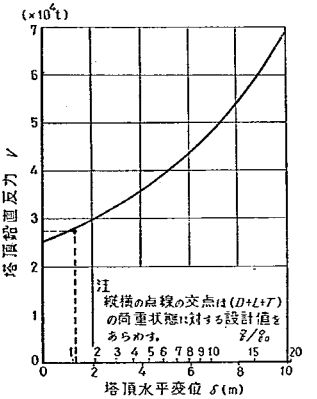


図-2.3　塔頂鉛直反力Vと塔頂水平変位δの関係

3. 等断面柱の弾性挙動*)

吊橋の主塔は変断面で構成されているのが普通であるが，その場合は解析的な取り扱いが複雑になる。主塔の耐荷力について概念的な考察を行なう場合には等断面の方がはるかに便利なので，ここではまず図-3.1に示すような塔高 h で曲げ剛性 EI を有する等断面主塔がその塔頂に鉛直力 V と水平変位 δ をうけている場合を考える。

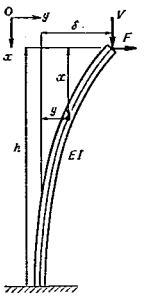


図-3.1 等断面主塔

主塔の任意の点 x における曲げモーメント $M(x)$ はつぎのように表わされる。

$$M(x) = V(\delta - y) + Fx \quad \cdots\cdots (3.1)$$

ここに，F は塔頂に鉛直力 V が作用しているときに，与えられた水平変位 δ を保持するために必要なケーブルの水平反力であり，ここでは水平変位 δ の方向を正にとっている。また曲げモーメントと曲率の関係から次式が成り立つ。

$$EId^2y/dx^2 = M(x) \quad \cdots\cdots (3.2)$$

(3.1) 式を (3.2) 式に代入して整理すると解析の基本となる微分方程式がつぎのように得られる。

$$EId^2y/dx^2 + Vy = V\delta + Fx \quad \cdots\cdots (3.3)$$

いま

$$n = \sqrt{\frac{V}{EI}} \quad \cdots\cdots (3.4)$$

とすると (3.3) 式はつぎのようになる。

$$d^2y/dx^2 + n^2y = n^2\delta + Fx/EI \quad \cdots\cdots (3.5)$$

上式の解は次式で与えられる。

$$y = c_1 \cos nx + c_2 \sin nx + \delta + Fx/V \quad \cdots\cdots (3.6)$$

ここに c_1, c_2 は積分定数であり，また F も未知数である。図-3.1の主塔の境界条件はつぎの3式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} y_{(x=0)} &= \delta \\ y_{(x=h)} &= 0 \\ y'_{(x=h)} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.7)$$

したがって (3.6) 式と (3.7) 式から c_1, c_2, F は，それぞれつぎのように得られる。

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= 0 \\ c_2 &= \frac{\delta}{nh\cos nh - \sin nh} \\ F &= \frac{nV\delta\cos nh}{\sin nh - nh\cos nh} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (3.8)$$

*) 吊橋主塔の弾性挙動については参考文献15)を参照されたい。

(3.8) 式を (3.1) 式および (3.6) 式に代入するとたわみおよび曲げモーメントがそれぞれ次式のように求められる。

$$y = \frac{\delta\{\sin nh - \sin nx - n(h-x)\cos nh\}}{\sin nh - nh\cos nh} \quad \cdots (3.9)$$

$$M = \frac{V\delta\sin nx}{\sin nh - nh\cos nh} \quad \cdots\cdots (3.10)$$

(3.8) 式の3番目の式を変形するとつぎのようになる。

$$F = \frac{\delta V\sqrt{\frac{V}{EI}}}{\tan\left(h\sqrt{\frac{V}{EI}}\right) - h\sqrt{\frac{V}{EI}}} \quad \cdots\cdots (3.11)$$

これは (1.1) 式そのものであり，同式は以上のようにして得られた式である。

主塔の耐荷力を考察する場合，塔頂においてケーブルの受け持つ水平反力 F のもつ意味を理解すると便利なことが多い。いま，(3.11) 式において δ がある一定の値をとり V が0から正の方向に変化する場合を想定すると F/δ の値は図-3.2に示すようになる。同図は本四 1,500 m吊橋主塔の平均曲げ剛性 $EI = 7.5188\times10^8\text{tm}^2$ および塔高 $h = 225.46$m を用いて求めたものである。曲線が横軸と交わっている点は $F=0$ すなわち分母の $\tan(h\sqrt{V/EI})$ が無限大となるところ ($h\sqrt{V/EI} = \pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2\cdots$) であり，これは上端自由下端固定の弾性柱の各次の座屈荷重を示す位置にほかならない。また曲線が正および負の方向に無限大となり不連続となる点は $F\to\pm\infty$ すなわち分母の $\tan(h\sqrt{V/EI}) - h\sqrt{V/EI}$ が0となるところ ($h\sqrt{V/EI} = 4.49,\ 7.73,\cdots\cdots$) であり，これは上端ピン下端固定の柱の各次の座屈荷重を示す位置にほかならない。これらの最低次の座屈荷重が1節に示した (1.2) 式および (1.3) 式である。図-3.2 には各座屈荷重に対応する座屈波形を与えておいた。しかし実際には $h\sqrt{V/EI} > 4.49$ の状態は起こりえないのであって，主塔の耐荷力を考えるときも $h\sqrt{V/EI} \leqq 4.49$ の範囲内をとり扱えばよい。すなわち理想的な弾性挙動を示す主塔があるとすれば，その極限耐荷力は (1.3) 式で与えられることになる。

4. 変断面主塔の弾性解析

(1) 解析法の誘導

変断面主塔の弾性計算を行なうために還元法(Reduktions Verfahren) を用いて主塔の断面力，変形量および座屈塔頂反力を求める電算プログラム (TOW-3)[11]を作成し，本四 1,500m 吊橋主塔を対象にして数値計算を行なった。

還元法による変断面主塔の弾性解析の概要を述べると以下のとおりである[11]。

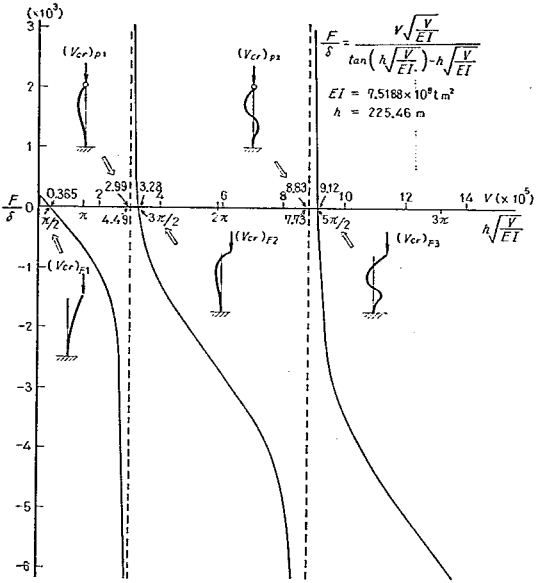


図-3.2　等断面弾性柱に作用する垂直力Vと水平反力Fの関係

図-4.1に示す塔頂が u_0 だけ水平変位した吊橋の主塔に荷重としてV_i, H_i, T_i, p_i が作用した場合，格点の断面力および変形量 Y_i にはつぎのような関係がある。

$$\left.\begin{aligned} Y_i(l_i) &= F_i\, Y_i(0) \\ Y_{i+1}(0) &= U_i Y_i(l_i) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (4.1)$$

ここに

$$Y_i = \{u_i,\ \phi_i,\ M_i,\ Q_i,\ 1\}^T \cdots\cdots (4.2)$$

u_i, ϕ_i, M_i, Q_i はそれぞれたわみ，たわみ角，曲げモーメント，せん断力である。

また，F_i は格間マトリックスで次式で与えられる(図-4.2)。

$$F_i = \begin{pmatrix} 1 & l_i & -\dfrac{l_i^2}{\mu_i^2}\cdot\dfrac{(1-\cos\mu_i)}{EI_i} & -\dfrac{l_i^3}{\mu_i^3}\cdot\dfrac{(\mu_i-\sin\mu_i)}{EI_i} & u_{oi} \\ 0 & 1 & -\dfrac{l_i}{\mu_i}\cdot\dfrac{\sin\mu_i}{EI_i} & \dfrac{l_i^3}{\mu_i^2}\cdot\dfrac{(1-\cos\mu_i)}{EI_i} & \phi_{oi} \\ 0 & 0 & \cos\mu_i & \dfrac{l_i}{\mu_i}\sin\mu_i & M_{oi} \\ 0 & 0 & -\dfrac{\mu_i}{l_i}\sin\mu_i & \cos\mu_i & Q_{oi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdots\cdots (4.3)$$

ここに

$$\mu_i^2 = \frac{N_i l_i^2}{EI_i} \cdots\cdots (4.4)$$

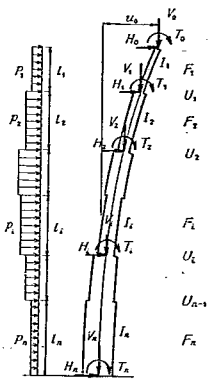


図-4.1　変断面主塔に作用する外力と変位

$$\left.\begin{aligned} u_{oi} &= \frac{1}{EI_i}\cdot\frac{l_i^4}{\mu_i^4}\left(\cos\mu_i - 1 + \frac{\mu_i^2}{2}\right)\cdot p_i \\ \phi_{oi} &= \frac{1}{EI_i}\cdot\frac{l_i^3}{\mu_i^3}(\mu_i - \sin\mu_i)\cdot p_i \\ M_{oi} &= -\frac{l_i^2}{\mu_i^2}(1-\cos\mu_i)\cdot p_i \\ Q_{oi} &= -\frac{l_i}{\mu_i}\sin\mu_i\cdot p_i \end{aligned}\right\} \cdots (4.5)$$

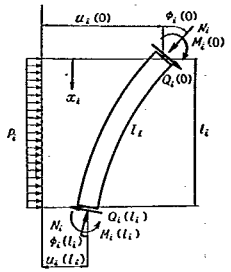


図-4.2 格間 i に作用する力

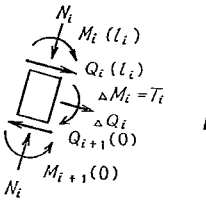


図-4.3 格点 i に作用する力

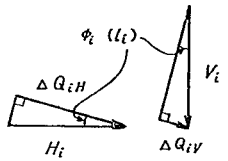


図-4.4 格点 i に作用する鉛直力および水平力と付加せん断力の関係

また，U_i は格点マトリックスで次式で与えられる(図-4.3, 4.4)。

$$U_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & T_i \\ 0 & V_i & 0 & 1 & H_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots (4.6)$$

ここに V_i, H_i, T_i はそれぞれ格点 i に作用する鉛直力，水平力および曲げモーメントである。

塔頂から塔基部まで (4.1) 式を適用していくと次式が成り立つ。

$$Y_n(l_n) = \prod_{i=1}^{n-1} F_i U_i \cdot F_n Y_1(0) \quad \cdots\cdots (4.7)$$

したがって塔基部の断面力および変形量 $Y_n(l_n)$ は塔頂の断面力および変形量 $Y_1(0)$ で表わされることになる。

しかるに塔頂部および塔基部の境界条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} u_1(0) &= u_0 \\ M_1(0) &= T_0 \\ u_n(l_n) &= 0 \\ \phi_n(l_n) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4.8)$$

したがって，(4.7) 式の未知数は $\phi_1(0)$, $Q_1(0)$, $M_n(l_n)$, $Q_n(l_n)$ の4つとなり，(4.7) 式に (4.8) 式を用いるとこれらはすべて求まる。さらに任意断面の断面力および変形量 Y_i も求まることになる。なお (4.3) 式で表わされる格間マトリックス F_i の中の軸力 N_i は，ϕ_i を微小とするとつぎのようになる。

$$N_i = \sum_{k=0}^{i-1} V_k \quad \cdots\cdots (4.9)$$

座屈塔頂反力 V_{cr} をとすると (4.9) 式より次式が得られる。

$$N_i = V_{cr} + \sum_{k=1}^{i-1} V_k \quad \cdots\cdots (4.10)$$

(4.10) 式を (4.4) 式に代入すると次式が得られる。

$$\mu_i^2 = \frac{V_{cr} l_i^2}{EI_i} + \frac{l_i^2 \sum_{k=1}^{i-1} V_k}{EI_i} \quad \cdots\cdots (4.11)$$

(4.11) 式を用いて V_{cr} を未知数として (4.7) 式を演算すると (4.8) 式の境界条件から $\phi_1(0)$ と $Q_1(0)$ に関する連立方程式がつぎのような形で求まる。

$$\left.\begin{aligned} A(V_{cr})\,\phi_1(0) + B(V_{cr})\,Q_1(0) &= C(V_{cr}) \\ D(V_{cr})\,\phi_1(0) + E(V_{cr})\,Q_1(0) &= F(V_{cr}) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4.12)$$

ここに A, B, C, D, E, F はそれぞれ V_{cr} の関数である。

力および変形が不定になるという条件から (4.12) 式の左辺の係数行列の行列式の値を0にすることによって次式から V_{cr} を求める。

$$\begin{vmatrix} A(V_{cr}) & B(V_{cr}) \\ D(V_{cr}) & E(V_{cr}) \end{vmatrix} = 0 \quad \cdots\cdots (4.13)$$

この V_{cr} が理想的な弾性挙動を示す変断面主塔の極限耐荷力である。

〔2〕 数値計算とその考察

つぎに数値計算の概要を示す。計算の対象とした主塔は第2節の数値計算に用いた本四1,500m吊橋の主塔であり，その断面諸元および一般図を表-4.1および図-4.5に示す。計算ケースも第2節の表-2.2と同一であり，吊構造部(ケーブルおよび補剛トラス) に対して死荷重(D)と活荷重 (L) のみを考えて等分布活荷重 q を大きくしていった場合の各ケースにおける塔頂水平反力 F，断面力，変形量および座屈塔頂反力 V_{cr} を求めた。それらの結果のうち，塔頂水平反力 F と等分布活荷重 q，塔頂水平変位 δ および塔頂鉛直力 V の関係をそれぞれ図-4.6, 4.7および4.8に示す。また弾性座屈塔頂鉛直力の値として V_{cr}=192570 t が得られた。

これらの結果からつぎのようなことがいえる。

(i) 等分布活荷重 q を中央径間と片側側径間に載荷してその値を設計値をこえて増してゆくと塔頂鉛直力 V および塔頂水平変位 δ の値も増加するが，それに伴って塔頂水平反力 F の値は急速に負の大きな値をとるようになる。

表-4.1　本四1,500m吊橋主塔の断面諸元（片側塔柱あたり）

格間番号 i	格間長 l_i (m)	断面積 A_i (m²)	断面2次モーメント I_i (m⁴)	中立軸から最外縁までの距離 y_i(m)	断面係数 W_i (m³)
1	4.860	1.974720	11.306615	3.530	3.172451
2	2.400	1.980000	11.456514	3.560	3.187678
3	15.250	2.013440	12.448907	3.750	3.289880
4	15.250	2.180576	14.863701	3.911	3.739291
5	15.250	2.214192	16.017313	4.132	3.844770
6	15.250	2.247632	17.246019	4.322	3.959141
7	15.250	2.327941	19.341349	4.513	4.253651
8	15.250	2.358864	20.747185	4.704	4.378891
9	15.250	2.436304	23.213674	4.894	4.710567
10	15.250	2.710248	28.932956	5.085	5.652072
11	15.250	2.833208	32.073236	5.275	6.041295
12	6.250	2.891120	33.958443	5.354	6.302606
13	9.000	2.910824	35.011712	5.466	6.365765
14	6.520	2.925256	35.804391	5.548	6.414259
15	1.000	2.927368	35.921934	5.560	6.421511
16	13.500	2.957112	37.619580	5.729	6.527777
17	13.500	3.030856	40.782073	5.898	6.874928
18	13.500	3.060424	42.630325	6.066	6.988578
19	13.500	3.090168	44.572798	6.235	7.110033
20	4.180	3.143496	46.826002	6.288	7.406834

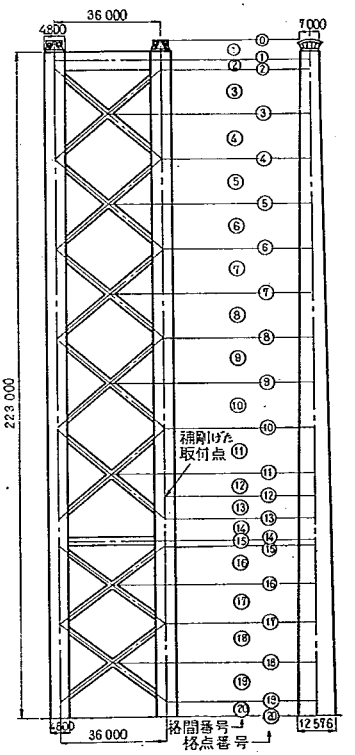


図-4.5　本四1,500m吊橋主塔の一般図

(ii)　$D+L+T$ の荷重状態に対する設計塔頂鉛直力 V_o と座屈塔頂鉛直力 V_{cr} の比は $V_{cr}/V_o=192570/27290=7.05$ である。

なお，図-4.6～図-4.8には数値計算に用いた本四1500m吊橋主塔の $D+L+T$ の荷重状態に対する設計値も示してある。

この数値計算の対象とした本四1,500m吊橋主塔においては $D+L+T$ の荷重状態に対する設計ケーブル水平張力は $H_o=32459$ t であるのに対し，設計塔頂水平反力は $F_o=20.69$ t であり，その比は $F_o/H_o=20.69/32459=0.00064$ と非常に小さい。したがって本計算例のように $F\geqq 0$ の条件から主塔断面を決めている吊橋においては，設計荷重もしくはそれ以下の荷重が作用している状態のもとでは主塔の曲げ剛性による塔頂の左右のケーブルの水平張力の不均衡はほとんど無視してよいといえる。またこのことは設計荷重以下の荷重状態では塔頂に作用する鉛直力 V および水平変位 δ を主塔の曲げ剛性を無視して吊橋全体系から求めてよいことの裏づけともなっている。しかし $F\geqq 0$ の条件を考慮しないで主塔を設計する場合には荷重状態のいかんによっては塔頂水平反力 F の値が負の大きな値となることも考えられる。このように塔頂水平反力 F の値がケーブルの水平張力 H の値に対して無視できないほど大きくなる場合には中央径間と側径間のケーブル張力のちがいや塔頂とサドルとの間のせん断などに対処しなければならなくなるので，主塔の設計時に水平反力 F の値が大きくなりすぎないように極限耐荷力に対してある安全率をもたせることも必要と思われる。ただしここでいう極限耐荷力とは前節で求め

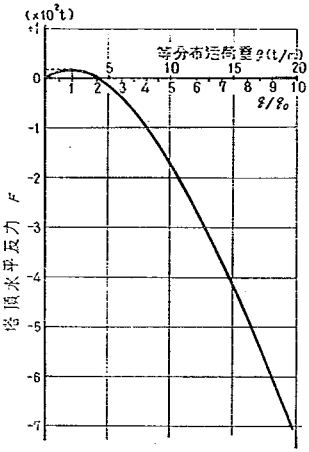


図-4.6 塔頂水平反力Fと等分布活荷重qの関係

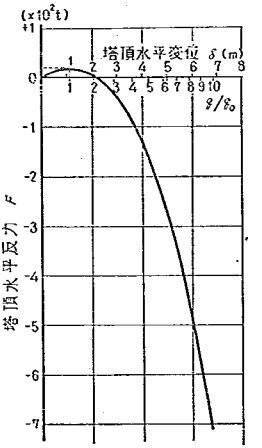


図-4.7 塔頂水平反力Fと塔頂水平変位δの関係

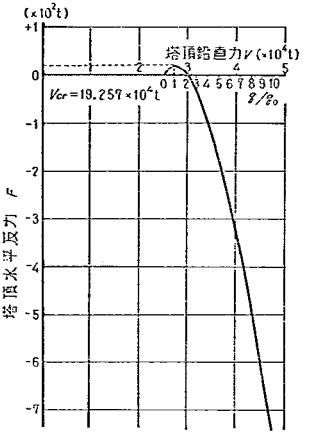


図-4.8 塔頂水平反力Fと塔頂鉛直力Vの関係

た弾性座屈塔頂鉛直力 V_{cr} をいうのではなく，第1節で述べたように主塔の耐荷力を低下させる種々の要因をすべて考慮して求めた極限耐荷力でなければならない。ここで求めた弾性座屈塔頂鉛直力 $V_{cr}=192570$ t は $D+L+T$ の荷重状態に対する設計鉛直力 $V_0=27290$ t の約7倍となるが，このことから主塔の安全率は約7であると判断してはならないことは第1節で述べたとおりである。

なお，この節では還元法による数値計算例として本四1,500m吊橋主塔の $D+L+T$ の荷重状態のみに対する計算について述べてきたが，この他に本四1,500m吊橋主塔については $D+L+T$ 以外の荷重状態，関門橋主塔については第1次設計で考慮したすべての荷重状態について還元法で計算して応力度を算出して，その値が従来主塔の設計に用いられてきた Blair Birdsall の計算法[16]による値とほぼ同じとなり，今回作成した還元法による電算プログラム（TOW-3）は主塔の橋軸方向の弾性計算に十分使用可能であることが確かめられている[1]。

5. 変断面主塔の弾塑性解析

〔1〕 解析法の誘導

前節で誘導した還元法による変断面主塔の弾性解析の方法を利用して材料の降伏の影響を考慮した変断面主塔の弾塑性解析の方法を誘導し，数値計算のための電算プログラムを作成し，前節と同様に本四1,500m吊橋主塔を対象にして数値計算を行なった。

まず材料の降伏の影響を考慮した変断面主塔の弾塑性解析の概要を以下に述べる。

主塔の各断面には断面力として曲げモーメントとせん断力のほかに軸力も作用するが，これらによって断面の一部が降伏するとその分だけ曲げ剛性が低下する。ある荷重状態における曲げ剛性は力のつりあい条件と変形の適合条件を同時に満足するようにして求めなければならないので，このためには繰返し計算が必要である。この繰返し計算において部材断面内の応力分布をもとにして逐次曲げ剛性を求めてゆくのは，実際の主塔のように複雑な断面を有する場合には非常に労力を要する。しかし，その部材の曲げモーメント，軸力および曲率の関係を示すいわゆる M-Φ-P 曲線があらかじめ与えられていれば，曲げ剛性は $dM/d\Phi$ で与えられるので計算上便利である（図-5.1参照）。後述するようにここで行なった本四1.500m吊橋主塔に対する数値計算においても，実際の断面内の応力分布をもとにして曲げ剛性を求めずに，W. F. Chen[17] が正方形箱形断面について求めた M-Φ-P 曲線を利用して近似的に曲げ剛性を求めた。この M-Φ-P 曲線は以下のようにして求めることができる。

まず次のような無次元量を導入する。

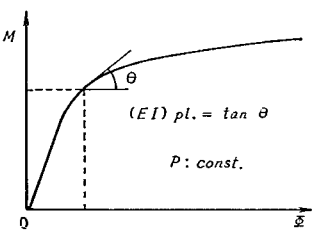


図-5.1 M-Φ-P 曲線を用いた曲げ剛性の求め方

$$\left.\begin{aligned} m &= M/M_y \\ p &= P/P_y \\ \phi &= \Phi/\Phi_y \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.1)$$

ここに　M：曲げモーメント

P：軸力

Φ：曲率

$$\left.\begin{aligned} M_y &= \sigma_y S \\ P_y &= \sigma_y A \\ \Phi_y &= 2\varepsilon_y/h \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.2)$$

ここに　S：断面係数

A：断面積

h：断面の高さ

σ_y：降伏点

ε_y：σ_yに対応するひずみ

m-ϕ-p曲線をつぎのようにおく（図-5.2および図-5.3参照）。

$$\left.\begin{aligned} m &= a\phi && 0 \leqq \phi \leqq \phi_1 \\ m &= b - \frac{c}{\phi^{1/2}} && \phi_1 \leqq \phi \leqq \phi_2 \\ m &= m_{pc} - \frac{f}{\phi^2} && \phi_2 \leqq \phi \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.3)$$

ここにa, b, c, f, は定数であり，(5.3) 式が点 (m_1, ϕ_1), (m_2, ϕ_2) を通るなどの境界条件からそれぞれつぎのように求まる。

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{m_1}{\phi_1} \\ b &= \frac{m_2 - m_1\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}\right)^{1/2}}{1-\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}\right)^{1/2}} \\ c &= \frac{m_2 - m_1}{\frac{1}{\phi_1^{1/2}} - \frac{1}{\phi_2^{1/2}}} \\ f &= (m_{pc} - m_2)\,\phi_2^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.4)$$

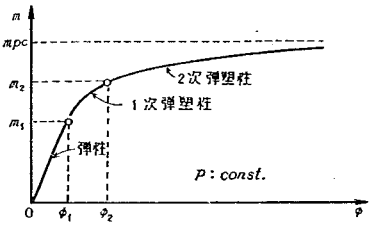


図-5.2　m-ϕ 曲線

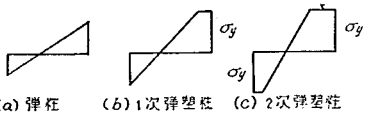


図-5.3　応力状態

つぎにある断面の弾性域内の曲げ剛性を $(EI)_{el}$, 弾塑性域における曲げ剛性を $(EI)_{pl}$ とおいて次式を導入する。

$$e = \frac{(EI)_{pl}}{(EI)_{el}} \quad \cdots\cdots (5.5)$$

(5.1), (5.3), (5.5) 式から材料の降伏による曲げ剛性の低下を示す次式が得られる。

$$e = dm/d\phi \quad \cdots\cdots (5.6)$$

したがって (5.3) 式と (5.6) 式から次式が求められる。

$$\left.\begin{aligned} e &= a && 0 \leqq \phi \leqq \phi_1 \\ e &= \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{\phi^{3/2}} && \phi_1 \leqq \phi \leqq \phi_2 \\ e &= 2f \cdot \frac{1}{\phi^3} && \phi_2 \leqq \phi \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (5.7)$$

なお m_1, ϕ_1, m_2, ϕ_2, m_{pc} は部材の断面形状などによって異なるが，W. F. Chen は残留応力のない正方形箱形断面部材に対してこれらを p の関数としてつぎのように与えている。

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= 1-p \\ \phi_1 &= 1-p \end{aligned}\right\} (0 \leqq p \leqq 1)$$

$$\left.\begin{aligned} m_2 &= 1+0.9p-3.25p^2 \\ \phi_2 &= \frac{1}{1-2.5p+4.17p^2} \\ m_{pc} &= 1.20-1.60p^2 \end{aligned}\right\} (0 \leqq p \leqq 0.467)$$

$$\left.\begin{aligned} m_2 &= 1.40(1-p) \\ \phi_2 &= 2.50(1-p) \\ m_{pc} &= 1.51-1.31p-0.2p^2 \end{aligned}\right\} (0.467 \leqq p \leqq 1)$$

$\cdots\cdots (5.8)$

図-5.4, 図-5.5にそれぞれm-ϕ-p 曲線および$dm/d\phi$-ϕ-p 曲線を示す。なお図-5.5の $dm/d\phi$-ϕ-p 曲線が不連続となっているのは図-5.4に示した m-ϕ-p 曲線が点 (m_1, ϕ_1) および (m_2, ϕ_2) における微係数の連続性を考慮せずに求めてあるためである。つぎに述べる変断面吊橋主塔の弾塑性解析においても近似的にこの曲線を用いることにする。

変断面主塔の弾塑性計算は前節で述べた還元法による手法を利用してつぎのような順序で行なうことができる。

まず与えられた鉛直力 V および水平変位 δ に対して主塔各部の曲げ剛性を仮定し，その仮定した曲げ剛性に対して還元法によって主塔の計算を行ない，水平反力F, 各断面力，変形量，応力度などを求める。これに対応する曲げ剛性を前に述べた M-Φ-P 曲線を用いて求め，その曲げ剛性とさきに仮定した曲げ剛性が一致していれば与えられた鉛直力Vと水平変位 δ に対する計算を終え，一致していなければ曲げ剛性を仮定しなおして一致するまで同じような計算を繰返す。この計算のフローチャー

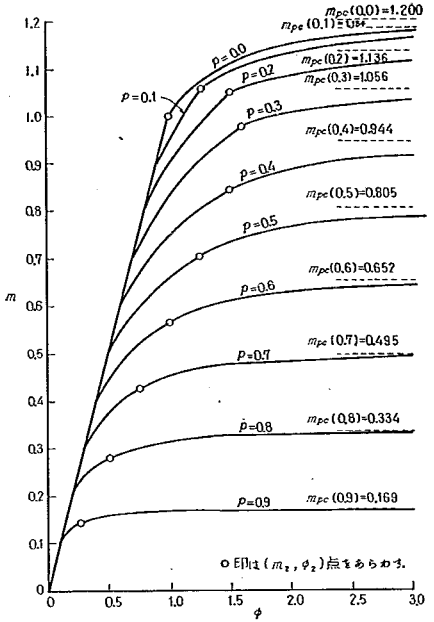


図-5.4　m-ϕ-p曲線

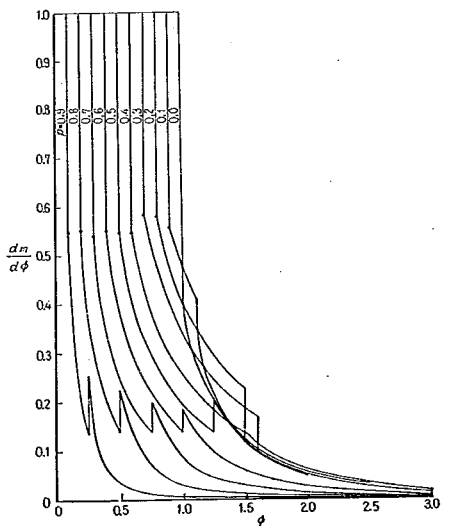


図-5.5　$dm/d\phi$-ϕ-p曲線

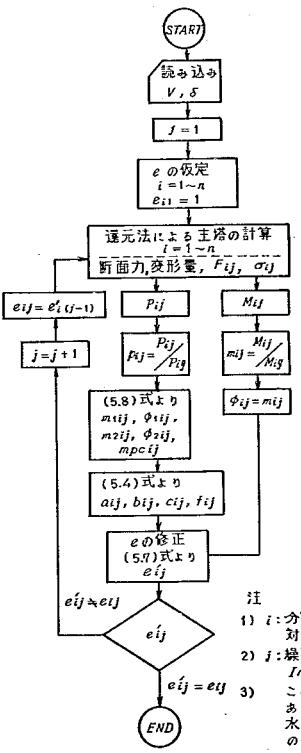
トを図-5.6に示す。

また極限耐荷力 V_{max} は前節で述べた弾性座屈鉛直力 V_{cr} を求める方法を利用して次のようにして求めることができる。すなわち前節で述べた弾性解析においては弾性座屈鉛直力 V_{cr} を剛性マトリックスの行列式の値が0となるという（4.13）式で表わされる条件から求めた。

しかし部材の降伏によって曲げ剛性 EI が低下すると，(4.13) 式の行列式の中の各要素 A, B, D, E もその影響をうけるので，主塔のある弾塑性状態における座屈耐荷力 V_{cr} を求めるにはそのときの曲げ剛性を用いる必要がある。すなわち部材の降伏を考慮して主塔の座屈耐荷力を求める場合には曲げ剛性 EI を変数として次式を用いなければならない。

$$\begin{vmatrix} A(V_{cr},\ EI) & B(V_{cr},\ EI) \\ D(V_{cr},\ EI) & E(V_{cr},\ EI) \end{vmatrix} = 0 \cdots\cdots (5.9)$$

ところが，ここにおける弾塑性解析では力のつりあい条件と変形の適合条件を同時に満足するように曲げ剛性 EI を求めているので，これらの2つの条件が同時に満



注
1) i：分割した主塔各部に対する Index.
2) j：繰返し計算のための Index.
3) このフローチャートはある1組の垂直力Vと水平変位δに対するものである。

図-5.6　主塔の弾塑性解析のフローチャート

足しえなくなったとき，いいかえれば主塔が破壊状態に至ったときの鉛直力すなわち極限耐荷力 V_{max} を (5.9) 式から求めることはできない。しかし鉛直力 V を死荷重のみの状態から順次増加させていって弾塑性解析を行なう場合には(5.9)式を用いてそれらの各段階における曲げ剛性に対応する座屈耐荷力 V_{cr} を求めることはできる。このようにして作用鉛直力 V とそれに対応する座屈耐荷力 V_{cr} の関係を曲げ剛性 EI の低下の程度の関数として図-5.7のように表わせば，作用鉛直力 V の曲線と座屈耐荷力 V_{cr} の曲線の交点が吊橋主塔の極限耐荷力 V_{max} であるということができる。

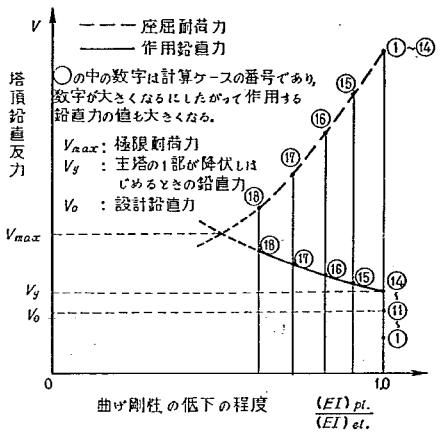


図-5.7　主塔の極限耐荷力の求め方

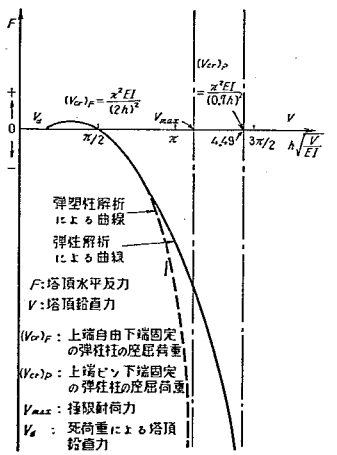


図-5.8　主塔の極限耐荷力のもつ意味

いま主塔の弾性解析および弾塑性解析によって得られる塔頂水平反力 F と塔頂鉛直力 V の関係を考えると概念的には図-5.8のようになる。図中の実線は弾性解析で得られる曲線であり，その極限値は弾性座屈塔頂反力 V_{cr} $(=\pi^2EI/(0.7h)^2)$ となる。また図中の破線は弾塑性解析で得られる曲線であり，その極限値が上で求めた極限耐荷力 V_{max} にほかならない。すなわち，弾塑性解析による極限耐荷力 V_{max} は弾性座屈塔頂反力 V_{cr} に比べて小さな値となる。実際の主塔ではこれらの値がどのようになるかを知るために行なった数値計算の概要をつぎに示す。

なお図-5.8において曲線が $F=0$ で V がある正の値 V_d の点から始まっているが，これは吊橋計算の基準点を死荷重のみが載荷した状態にとっているので，その時点ですでに死荷重による鉛直力 V_d が主塔に作用しているためである。

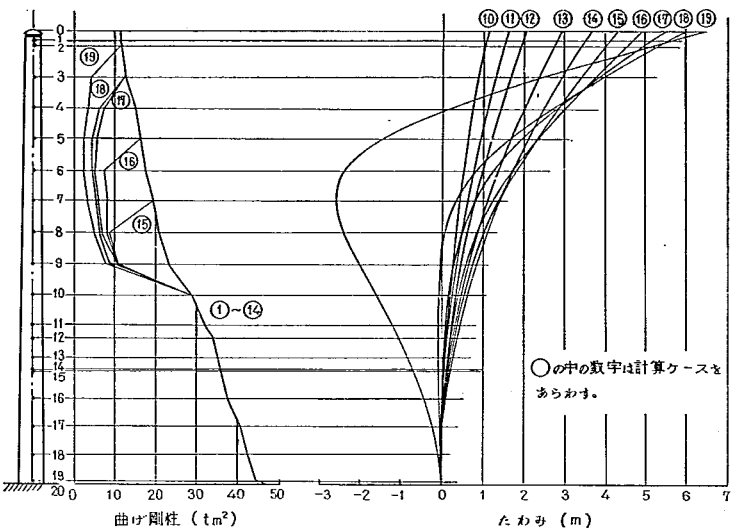
〔2〕　数値計算とその考察

上述した弾塑性計算の手順にしたがって行なった数値計算の結果を以下に示す。なおこの数値計算に用いた電算プログラム TOW-4[4] は力のつりあい条件と変形の適合条件を同時に満足するように外力および変形に対して主塔各断面の曲げ剛性の低下を計算し，主塔の各断面における断面力および変形量を求めるものであり，電算プログラム TOW-5[5] は TOW-4 によって得られた主塔各断面の曲げ剛性の低下を考慮して主塔の弾塑性座屈塔頂鉛直力を求めるものである。

数値計算の対象とした吊橋の主塔および計算ケースは，前節の数値計算例でとりあげたものと同じである。すなわち表-2.1，表-4.1および図-4.5に示した本四1,500 m 吊橋の主塔を対象として，図-2.1および表-2.2に示す載荷ケースについて数値計算を行なった。したがってこの場合の数値計算においては，塔頂に作用する鉛直力 V および水平変位 δ の値として，図-2.3に示すものを用いた。

この計算で得られた主塔の弾塑性変形性状（曲げ剛性の変化の状態，たわみの変化の状態）を図-5.9に，塔頂水平反力 F と等分布活荷重 q，塔頂水平変位 δ および塔頂鉛直力 V の関係を図-5.10，5.11および5.12にそれぞれ示す。

また主塔の極限耐荷力を前述した方法によって 図-5.13に示すようにして求めると $V_{max}=47000$ t という値が得られる。実際の数値計算は土木研究所千葉支所の FACOM 270/30 を用いて行なったが，計算ケース19 ($q/q_0=9$) になると繰返し計算の収束性が悪くなり，計算ケース 20 ($q/q_0=10$) は計算不能であった。



(a)曲げ剛性の変化の状態　　(b)たわみの変化の状態

図-5.9　主塔の弾塑性変形性状

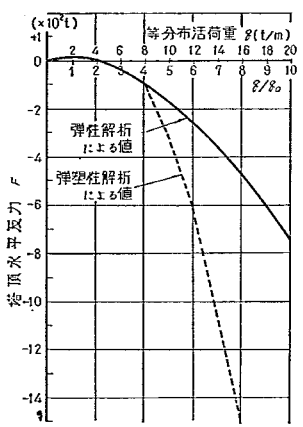


図-5.10　塔頂水平反力Fと等分布活荷重qの関係

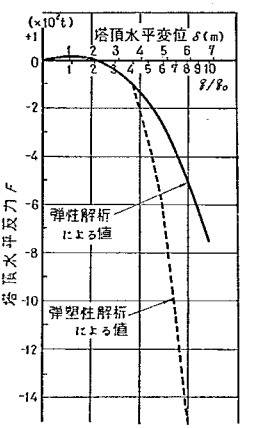


図-5.11　塔頂水平反力Fと塔頂水平変位δの関係

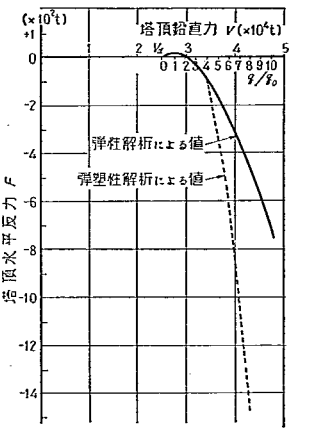


図-5.12　塔頂水平反力Fと塔頂鉛直力Vの関係

この数値計算の結果，図-5.13に示したように死荷重Dおよび活荷重Lのみを考慮して等分布活荷重qを増してゆく荷重状態においては設計鉛直力V_0=27300 tに対して断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力（V_y）はその1.25倍のV_y=34100 t，極限耐荷力（V_{max}）は同じく1.72倍のV_{max}≒47000 tという予想されるよりもかなり小さい値が得られた。ただしこの場合の等分布活荷重qの値は断面の一部が降伏しはじめるときで設計等分布活荷重q_0のおよそ4倍，極限状態で同じくおよそ10倍近いという実際にはあり得ないような値となっている。すなわちこのような等分布活荷重載荷によって水平変位δが大きくなり，この影響で付加曲げモーメントが

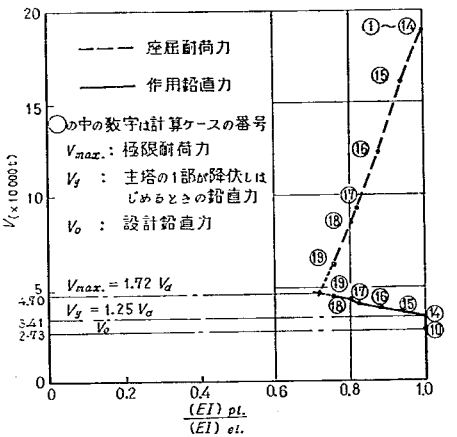


図-5.13　主塔の極限耐荷力

増大し，断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力や極限耐荷力が低下したものと思われる。数値計算に用いた主塔は許容応力度設計をしているのであるから水平変位 δ を一定として鉛直力 V を増したときは当然断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力は設計鉛直力の 1.7 倍程度になるはずである。

なお今回は考慮しなかったが部材の初期変形の影響は，有限変形理論を用いているので初期変形の値さえわかれば計算は可能であり，部材内の残留応力の影響も M-Φ-P 曲線に対して考慮すれば計算に入れることができる。しかし今回の数値計算では正方形箱形断面部材に対して W. F. Chen が提案した M-Φ-P 曲線を便宜上用いたが，この曲線はかならずしも吊橋主塔の計算に適当であるとはいえないので，今後計算を行なう場合にはできるだけ実際の主塔断面に即応した曲線を用いることが必要である。

6.　本四吊橋主塔（計画設計）の極限耐荷力

長大吊橋の主塔は外力に対して非線型の挙動をするので，極限状態に対する安全性を照査する必要があるということはまえがきでも述べたが，その場合どのような荷重状態についてその照査を行なうかは，その主塔の構造物としての性質および作用する荷重の性質を考慮して定めるべきものであり，現在の段階ではまだ定まった考え方はない。しかし，これに対して一種の荷重係数設計*）の手法を用いてたとえば吊橋に常時作用する死荷重（D）と活荷重（L）の組合せ，すなわち $\alpha D+\beta L$ の荷重状態に対して破壊するかしないかを照査する方法が考えられる。ここに α および β はそれぞれ死荷重（D）および活荷重（L）に対する荷重係数である。なお，この方法は現在わが国の道路橋示方書においても合成げた橋の降伏に対する安全度の照査[5]や，プレストレストコンクリート橋の破壊に対する安全度の照査[6]に採用されている。

荷重係数設計法における各荷重係数は本来荷重の変動幅，材料強度のばらつき，設計計算法の精度，構造物の重要度等を考慮して定められるべきであるが，長大吊橋主塔については，これらに関するデータがほとんどなく，荷重係数として具体的な数値を与えるのは非常にむずかしいのが現状である。したがってここでは荷重係数設計法の本来の行き方とは逆に，現行設計法で設計された長大吊橋主塔は極限状態および断面の一部が降伏するときに対していくらの荷重係数を有するのかを知るために，現行設計法で設計された吊橋7橋の主塔について以下に示す要領で数値計算を行なった。

表-6.1に計算の対象とした吊橋の諸元を示すが，これらはすべて本四連絡橋の計画設計段階での諸元である。それらの各断面は第1節で述べた $F\geqq 0$ の条件を設定せずに求めたものである。主塔の極限耐荷力の計算にあたっては吊構造部に死荷重（D）と活荷重（L）のみを考慮した $\alpha D+\beta L$ という荷重の組合せに対して，荷重係数 α および β を表-6.2に示す4つの載荷条件にしたがって変化させて前節までに示した計算法によって主塔の弾塑性解析を行なった。なお，α の値として表-6.2 に示すように，1.0, 1.2, 1.4, β の4つを用いた。$\alpha=1.0, 1.2$ および 1.4 を用いたのは，これまでの死荷重係数に関するいろいろな調査研究の結果から，長大吊橋の特殊性を考慮しても α の値として1.0～1.4の範囲を考えれば，おそらくほとんどの場合をカバーできるであろうと考えられたためである。また $\alpha=\beta$ の場合を加えたのは死荷重係数と活荷重係数を同一にして通常の許容応力度設計における安全率との比較を容易にするためである。

計算結果のうち，主塔の極限耐荷力（$V_{\max}$）および断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力（V_y）を表-6.3に，極限状態における塔頂水平変位（$\delta_{\max}$）および断面の一部が降伏しはじめるときの塔頂水平変位（δ_y）を表-6.4に，極限状態に対する活荷重係数（$\beta_{\max}$）および断面の一部が降伏しはじめるときに対する活荷重係数（β_y）を表-6.5に，$V_{\max}$および V_y の設計鉛直力（V_o）に対する比（$V_{\max}/V_o$）および（V_y/V_o）を表-6.6にそれぞれ示し，さらにこれらを用いて求めた極限状態に対する死荷重係数 $\alpha_{\max}$ と $V_{\max}/V_o$ の関係を図-6.1に，$\beta_{\max}$ と $V_{\max}/V_o$ の関係を図-6.2に，断面の一部が降伏しはじめるときに対する死荷重係数 α_y と V_y/V_o の関係

*）全般的なことについては参考文献18）を参照されたい。

表-6.1 計算の対象とした吊橋の主要諸元

番号		1	2	3	4	5	6	7	備考
項目	橋名	明石海峡大橋(A)	明石海峡大橋(B)	南備讃瀬戸大橋	下津井瀬戸大橋	多々羅大橋	大鳴門橋	来島第1大橋	
中央径間長(m)		1,860	1,515	1,100	920	882	870	851	補剛げた支間長
側径間長(m)		926	553	260	220.4	290.5	330	184	〃
ケーブル	中央径間サグ(m)	188	138	100	83.6	83.486	82	80.301	
	中央径間長(m)	1,880	1,515	1,100	920	890	870	860	ケーブル支間長
	中央径間サグ比	1/10	1/11	1/11	1/11	1/10.7	1/10.6	1/10.7	
	ケーブル断面積(m²)	1.265	0.945	0.7705	0.6184	0.2424	0.514	0.25435	片側あたり
補ゲ剛タ	断面2次モーメント(m⁴) 中央径間	20.2	8.33	10.48	8.64	3.00	5.95	2.696	〃
	断面2次モーメント(m⁴) 側径間	22.6	8.33	10.48	8.64	3.00	7.65	1.800	〃
死荷重(t/m)	中央径間	25.3	20.37	20.97	19.40	9.24	18.7	9.646	ケーブルを含む(片側あたり)
	側径間	25.56	20.53	21.57	20.03	9.24	19.1	9.625	
活荷重(t/m)	中央径間	2.577	2.812	3.265	3.582	1.526	3.697	1.542	片側あたり
	側径間	1.930	2.010	2.160	2.260	1.526	2.299	1.542	右側側径間
主塔	主塔の高さ(m)	269.225	214.631	184.270	137.600	141.500	128.825	153.570	
	塔基部の大きさ(m)	7.5×15	7.0×12.076	6.0×11.461	5.2×7.7	4.0×6.0	4.5×8.7	3.6×7.6	橋軸直角×橋軸
	塔頂部の大きさ(m)	7.5×12.237	7.0×9.635	6.0×6.780	3.286×6.424	4.0×4.0	4.5×5.2	3.6×3.8	〃
	塔基部の断面2次モーメント(m⁴)	91.470	34.8431	27.494	10.2820	3.107	12.296	5.438	
	塔頂部の断面2次モーメント(m⁴)	56.350	23.8966	8.973	4.7256	1.240	3.657	1.257	
	塔基部の断面積(m²)	4.597	2.8256	2.030	1.6799	0.811	1.475	0.869	
	塔頂部の断面積(m²)	4.133	2.6260	1.625	1.1672	0.637	1.091	0.646	
設計荷重作用時の塔頂水平反力(t)		2.4	−3.8	−0.43	4.98	−1.8	7.9	−7.81	
構造形式		2ヒンジ	連続	連続	連続	2ヒンジ	連続	2ヒンジ	

注) 上表ならびに以下の表に出てくる「片側あたり」または「片側主塔あたり」とは，吊橋の幅員の中央線で吊橋を垂直に橋軸方向に2等分した場合の片側の部分を意味する。

表-6.2 載荷条件

載荷条件	荷重係数の変化のさせ方
Ⅰ	$\alpha = 1.0$として，βを1.0から1.0ずつ増加させる
Ⅱ	$\alpha = 1.2$として，βを1.0から1.0ずつ増加させる
Ⅲ	$\alpha = 1.4$として，βを1.0から1.0ずつ増加させる
Ⅳ	$\alpha=\beta$として，これらを同時に0.1ずつ増加させる

注） α：死荷重（D）に対する荷重係数
β：活荷重（L）に対する荷重係数

表-6.4 極限状態における塔頂水平変位（δ_{max}）および断面の一部が降伏しはじめるときの塔頂水平変位（δ_y）

番号	橋名	死荷重および活荷重による設計時の水平変位 δ_0(m)	極限状態における塔頂水平変位 δ_{max} (m) 載荷条件 (Ⅰ) α=1.0	(Ⅱ) α=1.2	(Ⅲ) α=1.4	(Ⅳ) $\alpha=\beta$	主塔の断面の一部が降伏しはじめるときの塔頂水平変位 δ_y(m) 載荷条件 (Ⅰ) α=1.0	(Ⅱ) α=1.2	(Ⅲ) α=1.4	(Ⅳ) $\alpha=\beta$
1	明石海峡大橋(A)	1.12	9.50	8.08	6.80	1.35	5.35	4.65	4.00	1.33
2	明石海峡大橋(B)	0.49	3.85	3.55	3.17	0.65*	2.40	2.25	2.20	0.65
3	南備讃瀬戸大橋	0.15	1.10	0.95	0.83	0.27	0.95	0.81	0.63	0.25
4	下津井瀬戸大橋	0.14	1.09	0.99	0.86	0.30*	1.02	0.90	0.80	0.30
5	多々羅大橋	0.25	1.35*	1.20*	1.04*	0.40*	1.35	1.20	1.04	0.40
6	大鳴門橋	0.37	2.43	2.15	1.80	1.11	1.59	1.43	1.25	1.10
7	来島第1大橋	0.16	1.20	0.99*	0.81*	0.29*	1.10	0.99	0.81	0.29

注） *印のついている数値は，断面の一部が降伏しはじめるときの塔頂水平変位が極限状態における塔頂水平変位に等しいとして記入した値。

表-6.3 主塔の極限耐荷力（V_{max}）および断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力（V_y）

番号	橋名	死荷重による塔頂の鉛直力 V_D(t)	活荷重による塔頂の鉛直力 V_L(t)	死荷重および活荷重による設計鉛直力 $V_0=V_D+V_L$(t)	主塔の極限耐荷力 V_{max}(t) 載荷条件 (Ⅰ) α=1.0	(Ⅱ) α=1.2	(Ⅲ) α=1.4	(Ⅳ) $\alpha=\beta$	主塔の断面の一部が降伏しはじめるときの塔頂の鉛直力 V_y(t) 載荷条件 (Ⅰ) α=1.0	(Ⅱ) α=1.2	(Ⅲ) α=1.4	(Ⅳ) $\alpha=\beta$
1	明石海峡大橋(A)	48,533	3,535	52,068	99,000	102,000	105,000	131,000	70,500	78,800	86,900	124,000
2	明石海峡大橋(B)	32,725	3,544	36,269	76,500	77,300	78,500	79,500*	55,500	60,100	66,200	79,500
3	南備讃瀬戸大橋	26,571	3,623	30,194	55,000	57,000	59,000	64,000	51,800	53,400	54,700	58,400
4	下津井瀬戸大橋	21,011	3,408	24,419	51,000	52,000	52,800	53,000*	48,400	49,500	50,700	53,000
5	多々羅大橋	8,640	1,189	9,829	16,500*	17,300*	18,100*	21,300*	16,500	17,300	18,100	21,300
6	大鳴門橋	17,063	2,717	19,780	42,000	42,000	42,500	46,000	31,500	33,800	35,900	44,800
7	来島第1大橋	9,861	1,383	11,244	20,800	21,900*	22,600*	23,300*	19,900	21,900	22,600	23,300

注）*印のついている数値は，断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力が極限耐荷力に等しいとして記入した値。

表-6.5 極限状態に対する活荷重係数（β_{max}）および断面の一部が降伏しはじめるときに対する活荷重係数（β_y）

番号	項目／載荷条件／橋名	極限状態に対する活荷重係数 β_{max}				断面の一部が降伏しはじめるときに対する活荷重係数 β_y			
		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
		$\alpha=1.0$	$\alpha=1.2$	$\alpha=1.4$	$\alpha=\beta$	$\alpha=1.0$	$\alpha=1.2$	$\alpha=1.4$	$\alpha=\beta$
1	明石海峡大橋（A）	13	11	10	2.5	6	5	5	2.4
2	明石海峡大橋（B）	12	9	8	2.2	6	5	5	2.2
3	南備讃瀬戸大橋	8	7	6	2.1	7	6	4	2.0
4	下津井瀬戸大橋	9	8	7	2.1	8	7	6	2.1
5	多々羅大橋	6	6	5	2.1	6	6	5	2.1
6	大鳴門橋	9	8	7	2.3	5	5	4	2.2
7	来島第1大橋	8	7	5	2.0	7	7	5	2.0

注）極限状態になつたときまた断面の一部が降伏を開始したときの活荷重係数を厳密には求めることができないので，ここでは近似的にそれらの状態になる直前の載荷ケースで用いた活荷重をそれぞれの活荷重係数の値とみなしている。

表-6.6 極限耐荷力（V_{max}）の設計鉛直力（V_0）に対する比（V_{max}/V_0）および断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力（V_y）の設計鉛直力（V_0）に対する比（V_y/V_0）

番号	項目／載荷条件／橋名	V_{max}/V_0				V_y/V_0			
		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
		$\alpha=1.0$	$\alpha=1.2$	$\alpha=1.4$	$\alpha=\beta$	$\alpha=1.0$	$\alpha=1.2$	$\alpha=1.4$	$\alpha=\beta$
1	明石海峡大橋（A）	1.90	1.96	2.02	2.51	1.35	1.51	1.67	2.38
2	明石海峡大橋（B）	2.11	2.13	2.16	2.19	1.53	1.66	1.82	2.19
3	南備讃瀬戸大橋	1.82	1.89	1.95	2.12	1.72	1.77	1.81	1.93
4	下津井瀬戸大橋	2.09	2.13	2.16	2.17	1.98	2.03	2.08	2.17
5	多々羅大橋	1.68	1.76	1.84	2.17	1.68	1.76	1.84	2.17
6	大鳴門橋	2.12	2.12	2.15	2.32	1,59	1.71	1.81	2.26
7	来島第1大橋	1.86	1.95	2.01	2.07	1.77	1.95	2.01	2.07

表-6.7 断面の一部が降伏しはじめるときの鉛直力（V_y）に対する極限耐荷力（V_{max}/V_y）の比（V_{max}/V_y）

番号	橋名	中央径間長（m）	側径間長／中央径間長	構造形式	V_{max}/V_y 載荷条件			
					（Ⅰ）$\alpha=1.0$	（Ⅱ）$\alpha=1.2$	（Ⅲ）$\alpha=1.4$	（Ⅳ）$\alpha=\beta$
1	明石海峡大橋（A）	1,860	0.498	2ヒンジ	1.40	1.29	1.21	1.06
2	明石海峡大橋（B）	1,515	0.365	連続	1.38	1.29	1.19	1.00
3	南備讃瀬戸大橋	1,100	0.236	〃	1.06	1.07	1.08	1.10
4	下津井瀬戸大橋	920	0.240	〃	1.05	1.05	1.04	1.00
5	多々羅大橋	882	0.329	2ヒンジ	1.00	1.00	1.00	1.00
6	大鳴門橋	870	0.379	連続	1.33	1.24	1.18	1.03
7	来島第1大橋	851	0.216	2ヒンジ	1.05	1.00	1.00	1.00

を図-6.3に，β_yとV_y/V_oの関係を図-6.4に，またα_{max}とβ_{max}の関係を図-6.5にそれぞれ示す。吊橋の中央径間長，中央径間長に対する側径間長の比，構造形式，V_yに対するV_{max}の比(V_{max}/V_y)をそれぞれ表-6.7に示し，これから求めたV_{max}/V_yと（側径間長/中央径間長）の関係を図-6.6に示す。

以上の計算結果から次のようなことがいえる。

(i) 載荷条件Ⅰ($\alpha=1.0$)，Ⅱ($\alpha=1.2$)，Ⅲ($\alpha=1.4$)について

まず吊橋主塔が極限状態に達したときに注目する。図-6.1および図-6.2からわかるように，ここでとりあげた7つの吊橋主塔については，$\alpha=1.0\sim1.4$の範囲でβを1.0から増加させていった場合には，V_{max}/V_oの値は1.7～2.2の範囲の値となっている。また図-6.5からわかるように今回の計算結果ではα_{max}とβ_{max}の関係が橋によって少しずつ異なっているが，これは(V_{max}/V_o)の値が同一でなく橋によって1.7～2.2の範囲でばらついていることや，各吊橋の構造上の特性の差（径間長，側径間長と中央径間長の比，補剛トラスの連続性など）などのためと思われる。V_{max}/V_oの値がどうあるべきかは重大な問題ではあるが現在のところまだ納得のいく値は示されていない。α_{max}とβ_{max}の関係は設計死荷重と設計活荷重の比にもよるが，たがいに逆比例する関係にあることは図-6.5からも想像できる。なお，今回の計

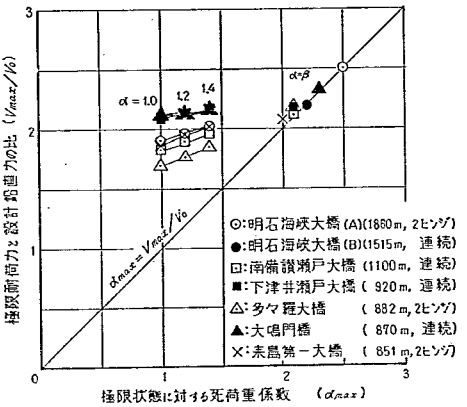


図-6.1　α_{max}とV_{max}/V_oの関係

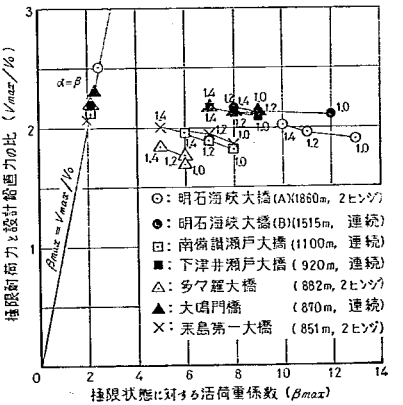


図-6.2　β_{max}とV_{max}/V_oの関係

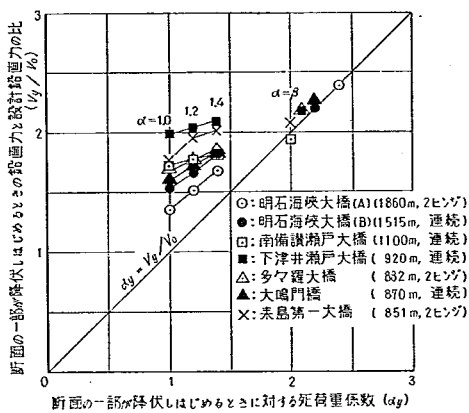


図-6.3　α_yとV_y/V_oの関係

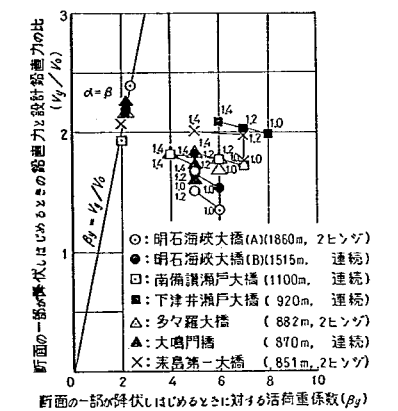


図-6.4　β_yとV_y/V_oの関係

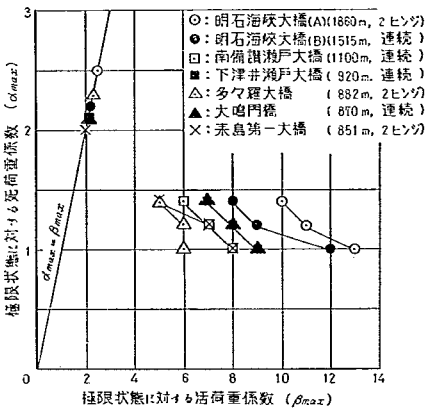


図-6.5　α_{max} と β_{max} の関係

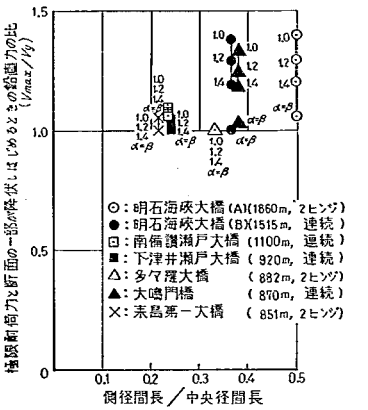


図-6.6　V_{max}/V_y と側径間長／中央径間長の関係

算では α が1.0～1.4の範囲では β_{max} は最低でも5であり，いずれも設計活荷重に対して十分な大きさを有していると思われる。

つぎに，吊橋主塔の断面の一部が降伏しはじめたときに注目する。前述したように V_{max}/V_0 は1.7～2.2の範囲にあったが，V_y/V_0 の値は図-6.3および図-6.4からわかるように1.3～2.1までばらついている。この原因は主として各吊橋の構造上の特性の差によるものと思われ，その中でも側径間長と中央径間長の比が大きく影響しているものと思われる。なお，図-6.6によると今回の計算例では，（側径間長／中央径間長）の値が0.25以下の吊橋の主塔は V_{max} と V_y が非常に接近していて V_{max}/V_0 が1.7～2.2の極限状態の近くまで断面が降伏せず，一度降伏するとすぐ極限に達してしまうのに対して，（側径間長／中央径間長）の値が0.35以上の吊橋主塔は比較的早く $V_y/V_0 \fallingdotseq 1.3$～1.8で断面の一部が降伏するがその後も耐荷力は増加してゆき，V_{max}/V_0 が1.7～2.2で極限状態になるといえる。これは耐荷力に関して前者では曲げモーメントよりも軸圧縮力の方がはるかに支配的であり，後者では曲げモーメントの影響がかなり大きいということのためである。

ii)　載荷条件Ⅳ（$\alpha=\beta$）について

長大吊橋の主塔では，活荷重に比べて死荷重の影響が圧倒的に大きいので，この載荷条件のように $\alpha=\beta$ としてこの値を増加させていくことは吊橋主塔にとって非常にきびしいものとなる。しかし，このような載荷条件ではどうなるかを知るために行なった今回の計算結果においても計算例にとりあげた主塔に関するかぎり $V_{max}/V_0=2.1$～2.5および $V_y/V_0=1.9$～2.4 となり通常橋に対して要求される安全率よりも大きな値を示している。

なお，この載荷条件のもとでは軸圧縮力の影響が顕著にあらわれ，（側径間長／中央径間長）の値にかかわらず，いずれの吊橋主塔も $V_{max} \fallingdotseq V_y$ で断面の降伏後すぐ極限状態に達してしまうことがわかった。

ここで行なった計算では残留応力を考慮していないので，それが極限耐荷力に与える影響は定量的には不明であるが，$V_{max}/V_0=1.7$～2.5という計算結果から判断すると，現行設計法によって設計されたこれらの主塔は，極限状態に対して十分な安全率をもっているものと考えられる。

実際に極限耐荷力に関する照査を行なう場合，ここに述べたような極限解析を行なうのは非常に煩雑であるので，設計の目的を果たすうえからは計算の対象とする荷重の組合わせとこの場合の各荷重に対する具体的な荷重係数をまず与えて，このような荷重状態の場合に極限状態に達するか否かを照査するという方法が実用的である。しかし，常時の荷重状態を代表する死荷重(D)＋活荷重(L)＋温度変化の影響(T)いう荷重の組合わせ一つを例にとっても，これらの荷重に対して具体的にどの程度の荷重係数の値を与えるべきかは，それらに関するデータが少ない現段階では非常にむずかしい問題である。なお，道路橋示方書によると合成げた橋の降伏に対する安全度の照査[5]は，1.3×死荷重＋2.0×活荷重（衝撃をふくむ）に対して行なうことになっている またプレストレストコンクリート道路橋の破壊に対する安全度の照査[6]はつぎの2つの場合に対して行なうことになっている。

(i)　1.3×死荷重＋2.5×活荷重（衝撃をふくむ）

(ii)　1.8×死荷重＋1.8×活荷重（衝撃をふくむ）

7.　主塔の設計法に関する一考察

長大吊橋主塔は曲げモーメントと軸圧縮力を同時に受け，しかも外力と部材内の応力とが比例しない非線型構造物であり，弾性計算によって許容応力度設計を行なったのでは極限状態に対する安全性が不明確なので，その照査が必要であるということから本報文では極限耐荷力の求め方を述べ，現行の設計法で設計された吊橋主塔数例について極限耐荷力を求めてそれらが十分安全であることを示した。この節では長大吊橋主塔の設計法の中の断面力計算法，応力度照査，安定照査，極限耐荷力照査について考察を加えることにする。

まず主塔の断面力計算については，従来から行なわれているように，作用する外力および変位を便宜上橋軸方向と橋軸直角方向に分けて，それぞれたがいに独立であるとして弾性計算を行なってよいと思われる。またそれらの計算においては，変形後の力のつりあいをもとにして軸圧縮力と変形による付加曲げモーメントを考慮したいわゆる有限変形理論を用いるべきと考えるが，電子計算機の記憶容量などの数値計算の現状を考えると従来行なってきたと同様に橋軸方向の計算には有限変形理論を用い，橋軸直角方向の計算には変形前の力のつりあいをもとにしたいわゆる微小変形理論を用いるのもやむをえないものと思われる。

つぎに応力度および安定の照査については，前に述べたように非線型構造物に対しては極限状態に対する安全性を明確にする意味で，許容応力度設計法よりも荷重係数設計法で設計を行なった方が望ましいと思われるが，現段階では吊橋主塔に対する荷重係数の値を定めるのが非常にむずかしいので，上述した主塔の計算法との関係からも許容応力度設計法に従うのもやむを得ないと思われる。ただしこの設計法を用いた場合，極限状態に対する安全性が不明確になるので，後述する極限耐荷力に対する照査が必要となる。

一般に曲げモーメントと軸圧縮力を同時にうける部材を変形と軸力による付加曲げモーメントの影響を無視していわゆる微小変形理論で弾性計算を行なって許容応力度設計を行なう場合には，応力度照査とともに安定照査を行なう必要がある。「道路橋示方書Ⅱ鋼橋編 3.3 軸方向力および曲げモーメントを受ける部材[5]」は，この場合について規定したものである。同規定の解説中にもあるとおり，応力度照査は軸方向力と曲げモーメントによって断面に生じる応力度が許容応力度をこえないことを部材のすべての断面について検算するものであり，安定照査は部材の不安定(座屈)が生じないことを検算するもので一組の作用力について一回行なえばよい。しかし変断面部材の安定照査が非常にむずかしいので，同規定では設計の便宜を考えて変断面部材の安定照査も各断面の応力度照査の形式をとっている。なお，同示方書の規定は設計計算が微小変形理論で行なわれることを念頭においているので，その計算過程では通常考慮されない変形と軸力による付加曲げモーメントの影響および座屈の影響が照査式を誘導する際に近似的に考慮されている。主塔は荷重の組合わせによっては軸圧縮力と2軸曲げモーメントを受ける場合があるが，一般に軸圧縮力と2軸等曲げモーメントを受ける部材を微小変形理論で計算する場合の安定照査と応力度照査の式はつぎのように近似的に表わすことができる*。

(i)　安定照査式

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}}+\frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bay}(1-\sigma_c/\sigma_{eay})}+\frac{\sigma_{bcz}}{\sigma_{bao}(1-\sigma_c/\sigma_{eaz})}\leqq 1 \cdots\cdots (7.1)$$

(ii)　応力度照査式

$$\sigma_c+\frac{\sigma_{bcy}}{1-\sigma_c/\sigma_{eay}}+\frac{\sigma_{bcz}}{1-\sigma_c/\sigma_{eaz}}\leqq\sigma_{cao}\cdots (7.2)$$

ここに，σ_c：軸方向圧縮力による圧縮応力度

σ_{bcy}：y 軸（強軸）まわりの曲げモーメントによる最大圧縮応力度

σ_{bcz}：z 軸（弱軸）まわりの曲げモーメントによる最大圧縮応力度

σ_{caz}：z 軸（弱軸）に関する許容軸方向圧縮応力度

σ_{bay}：y 軸（強軸）まわりの許容曲げ圧縮応力度

σ_{bao}：許容曲げ圧縮応力度の上限値

σ_{eay}：y 軸（強軸）に関するオイラー座屈に対する許容応力度，

$$\sigma_{eay}=\frac{\pi^2E}{\nu_c(l/\gamma_y)^2}$$

σ_{eaz}：z 軸（弱軸）に関するオイラー座屈に対する許容応力度，

$$\sigma_{eaz}=\frac{\pi^2E}{\nu_c(l/\gamma_z)^2}$$

σ_{cao}：許容軸方向圧縮応力度の上限値

ν_c：圧縮に対する安全率

(7.1) 式は軸圧縮力と2軸等曲げモーメントをうける部材の座屈強度の近似式を応力度表示したものであり，(7.2) 式は部材の初期たわみや偏心の影響を考慮して Secant 公式から求めたものである。

しかるに長大吊橋主塔においては，上述したように橋軸方向については有限変形理論で計算を行ない，変形と軸圧縮力による付加曲げモーメントの影響を考慮してお

*) 参考文献5)の「3.3 軸方向力および曲げモーメントを受ける部材」の解説および同文献巻末にある参考資料中の「Ⅱ座屈関連規定の資料」を参照されたい。

り，また橋軸直角方向については微小変形理論の計算を行なっているので，これらを勘案して上2式を整理するとつぎのようになる。

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}}+\frac{C_y\,\sigma_{bcy}}{\sigma_{bao}(1-\sigma_c/\sigma_{eay})}+\frac{\sigma_{bcz}}{\sigma_{bao}}\leqq 1 \cdots\cdots(7.3)$$

$$\sigma_c+\frac{\sigma_{bcy}}{1-\sigma_c/\sigma_{eay}}+\sigma_{bcz}\leqq\sigma_{cao} \cdots\cdots(7.4)$$

ここに，σ_c：軸方向圧縮力による圧縮応力度

σ_{bcy}：橋軸直角方向（y 軸まわり）の曲げによる曲げ圧縮応力度

σ_{bcz}：橋軸方向（z 軸まわり）の曲げによる曲げ圧縮応力度

σ_{caz}：z 軸に関する許容軸方向圧縮応力度

σ_{bao}：許容曲げ圧縮応力度の上限値

σ_{eay}：y 軸に関するオイラー座屈に対する許容応力度

σ_{cao}：許容軸方向圧縮応力度の上限値

C_y：橋軸直角方向の計算において，注目する部材の軸方向の曲げモーメント分布に関する補正係数

一方，本四の吊橋主塔設計要領（案）[10]においては，安定照査を橋軸方向と橋軸直角方向に分けて，橋軸方向の安定照査については応力度照査と同一の式を用いてつぎのように規定してる。*

i)　応力度の照査および橋軸方向の安定照査

$$\sigma_c+\sigma_{bcy}+\sigma_{bcz}\leqq\sigma_{cao} \cdots\cdots(7.5)$$

ii)　橋軸直角方向の安定照査

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}}+\frac{C_y\,\sigma_{bcy}}{\sigma_{bao}(1-\sigma_c/\sigma_{eay})}\leqq 1 \cdots\cdots(7.6)$$

これらの式中の記号は(7.3)式(7.4)式のものと同一である。本四の吊橋主塔設計要領（案）には主塔の設計に考慮すべき荷重の組合わせを表-7.1のように規定してあるが，これらの荷重の組合わせの各要素のうちで，吊橋主塔を橋軸に直角な平面内にある構造物として計算を行なうものは橋軸直角方向地震の影響 $EQ\,(TT)$，橋軸直角方向暴風時風荷重 $W_T\,(T)$ および橋軸直角方向列車走行時風荷重 $W_L\,(T)$ のみであり，他の要素はすべて吊橋主塔を橋軸に平行な平面内にある構造物として計算を行なうものである。したがってこの $EQ\,(TT)$，$W_T\,(T)$ および $W_L\,(T)$ の3つのうちいずれかを含む荷重の組合わせに対する計算（いわゆる橋軸直角方向を計算）においては主塔は断面力として軸圧縮力と橋軸方向および橋軸直角方向の曲げモーメントを受けることになるが，$EQ\,(T.T)$，$W_L\,(T)$，$W_L(T)$ のいずれをも含まない荷重の組合わせに対する計算（いわゆる橋軸方向の計算）においては主塔は断面力として軸圧縮力と橋軸方向の曲げモーメントを受け，橋軸直角方向の曲げモーメントは受けないことになる。しかし (7.5) および (7.6) 式に示した本四の吊橋主塔設計要領案の各照査式をみると，橋軸直角方向の安定照査式には橋軸方向の曲げモーメントによる応力度 σ_{bcz} がはいっておらず，逆に橋軸方向の安定照査式には橋軸直角方向の曲げモーメントによる応力度 σ_{bcy} がはいっている。前述したように設計で考慮すべき荷重の組合わせを考えた場合には橋軸方向の安定照査では橋軸直角方向の曲げモーメントによる応力度 σ_{bcy} は関係せず，橋軸直角方向の安定照査では橋軸方向の曲げモーメントによる応力度 σ_{bcz} が関係してくる。いずれにしても，安定照査は前記 (7.3) 式一つで行なうことができよう。また本四の吊橋主塔設計要領（案）の応力度照査式には，橋軸直角方向の計算を微小変形理論で行なうことによる初期たわみや偏心に対する安全を見込んでいないが，これも前記 (7.4) 式のように見込む必要があろう。

つぎに極限耐荷力の照査については，本節のはじめに述べた理由によってこれが必要であるということから，前節までに軸圧縮力と橋軸方向の曲げモーメントを受ける主塔に関してその求め方のみを述べたのであるが，この他に軸圧縮力と橋軸直角方向の曲げモーメントを受ける場合，さらにそれらを同時に考慮した軸圧縮力，橋軸方向の曲げモーメントおよび橋軸直角方向の曲げモーメントを受ける場合の極限耐荷力の求め方の確立が望まれる。いずれにしても実際の設計でいちいち極限耐荷力を求めるのは非常に煩雑であるので，前節で述べたように計算の対象とする荷重の組合わせの中の各荷重に対して具体的に荷重係数を定めて，その荷重状態の場合に極限状態に対して安全であるかどうかを照査するのが実用的と思われる。しかし，これらの荷重係数を具体的に定めのるは現段階では困難であり，本四の吊橋主塔設計要領（案）においても極限耐荷力に対して安全性を照査することと規定してはあるが具体的な方法は示されていない。したがって，荷重係数の具体的な値についての検討も早急に望まれるところである。

あ と が き

この報文では，現行の長大吊橋主塔の設計法の問題点を述べ，軸圧縮力と橋軸方向の曲げモーメントに対する変断面主塔の極限耐荷力の求め方および計算例を示し，最後に吊橋主塔の設計における応力度照査，安定照査および極限耐荷力の照査について考察を行なった。今後，吊橋主塔の極限耐荷力の照査の方法を確立するには，極限耐荷力に与える残留応力の影響の評価の方法，軸圧縮

*) ここでは，前に定義した座標軸のとり方にしたがって式を表わすが，本四の吊橋主塔設計要領(案)では，座標軸のとり方が本報文のと異なり橋軸とそれに直角な軸をそれぞれ x 軸および y 軸としている。

表-7.1　吊橋主塔の設計に考慮すべき荷重の組合わせ
（土木学会，吊橋主塔設計要領（案）（昭和47年10月）より）

荷重状態	荷　重　の　組　合　わ　せ	
1	$D+L+T$	(i) δ_+ が最大 (ii) δ_- が最大 (iii) V_C が最大
2	$D+EQ+L_{EQ}+T$	(i) $D+EQ(LV)+L_{EQ}+T$ (ii) $D+EQ(VV)+L_{EQ}+T$ (iii) $D+EQ(TT)+L_{EQ}+T$
3	$D+W_T+T$	(i) $D+W_T(L)+T$ (ii) $D+W_T(T)+T$
4	$D+W_L+L_W+T$	(i) $D+W_L(L)+L_W+T$ (ii) $D+W_L(T)+L_W+T$
5	E_R	

ここに　D　：死荷重
L　：活荷重
L_{EQ}：地震時活荷重（$=L^*_H/2+L_R$）
L_W　：風荷重載荷時活荷重（$=L_H/2+2L_R$）
L_H　：自動車荷重
L^*_H：全橋長に載荷した自動車荷重
L_R　：列車荷重（1軌道）
T　：温度変化の影響
EQ　：地震の影響
$EQ(LV)$：橋軸方向地震の影響
$EQ(VV)$：鉛直方向地震の影響
$EQ(TT)$：橋軸直角方向地震の影響
W_T：暴風時風荷重
W_L：列車走行時風荷重
$W_T(L)$：橋軸方向暴風時風荷重
$W_T(T)$：橋軸直角方向暴風時風荷重
$W_L(L)$：橋軸方向列車走行時風荷重
$W_L(T)$：橋軸直角方向列車走行時風荷重
E_R：架設時荷重
δ_+：活荷重による主径間側への塔頂変位
δ_-：活荷重による側径間側への塔頂変位
V_C：塔頂鉛直荷重

力と橋軸直角方向の曲げモーメントに対する極限耐荷力の求め方，さらに軸圧縮力と橋軸方向の曲げモーメントおよび橋軸直角方向の曲げモーメントに対する極限耐荷力の求め方を検討してゆくとともに，極限耐荷力の照査で考慮すべき荷重の組合わせにおける各荷重に対する荷重係数の値についても検討を加えてゆく必要がある。

なお，第6節の本四吊橋主塔の極限耐荷力の計算は橋梁研究室の武田亘弘君が担当した。最後にこの報文をまとめるにあたって，土木学会本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会座屈分科会の主査である名古屋大学福本助教授はじめ各委員の方から貴重な御意見をたまわったことを深く感謝いたします。

参考文献

1) 国広哲男，藤原稔，井刈治久「還元法による吊橋主塔の橋軸方向の計算」土木研究所資料第588号，建設省土木研究所，昭和45年4月
2) 国広哲男，藤原稔，井刈治久「吊橋主塔の弾性解析と設計上の問題点」土木技術資料14-4，土木研究会昭和47年4月
3) 国広哲男，藤原稔，井刈治久「吊橋主塔の極限耐荷力」土木技術資料14-5，土木研究会，昭和47年5月
4) 国広哲男，藤原稔，井刈治久，武田亘弘「吊橋主塔の極限耐荷力」土木研究所資料第802号，建設省土木研究所，昭和48年3月
5) 「道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編Ⅱ鋼橋編」日本道路協会，昭和48年2月
6) 「プレストレストコンクリート道路橋示方書解説」日本道路協会，昭和43年3月

7) 平井敦「鋼橋■」技報堂，昭和42年9月
8) 「本州四国連絡橋技術調査報告書」土木学会本州四国連絡橋技術調査委員会，昭和42年7月
9) 「鋼道路橋設計示方書解説」日本道路協会，昭和39年6月
10) 「吊橋主塔設計要領（案）」土木学会本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会座屈分科会，昭和47年10月1日
11) 「吊橋主塔の設計計算について」土木研究所資料第37号，建設省土木研究所，昭和40年5月
12) D. B. Steinman "A Generalized Deflection Theory for Suspension Bridges" Proceedings, ASCE, March, 1934
13) 「吊橋基本構造に関する電子計算機プログラム」本州四国連絡架橋調査材料構造調査，調査資料№25，建設省土木研究所，昭和39年6月
14) 「吊橋基本構造に関する電子計算機プログラム」（調査資料№25に続く）本州四国連絡架橋調査材料構造調査，調査資料№38，建設省土木研究所，昭和40年3月
15) K. Klöppel, M. Eßlinger und H. Kollmeier "Die Berechnung eingespannter und fest mit dem Kabel verbundener Hängebrückenpylonen bei Beanspruchung in Brückenlängsrichtung" Der Stahlbau, 12/1965, S. 358.
16) Blair Birdsall "The Suspension Bridge Tower Cantilever Problem" Proceedings, ASCE, Vol. 67, 1941, pp. 517-532.
17) W. F. Chen "Further Studies of Inelastic Beam-Column Problem" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST 2, Proc. Paper 7922, February, 1971, pp. 529-544.
18) 伊藤学「構造物の荷重係数設計」土木学会誌57-7，昭和47年6月

河川護岸近傍の水理に関する考察

(昭和 48 年 11 月)

馬　場　洋　二*

Considerations on Turbulent Flow around Wall Regions of River Revetment

(January 1973)

by Yoji Baba*

Synopsis:

This study assumes the structure of three-dimensional mixing length of turbulent shear flow near the wall region composed by sidewall and channel bed in rectangular open channels, on the basis of the experimental results measured by H. J. Tracy and obtains approximate solutions of boundary shear and velocity distribution. These solutions seem to correspond well with known facts and experimental results published before. The result applied to the case of a inclined sidewall is one of the remarkable indications of this paper and describes qualitatively the experimental result obtained by S. W. Ghosh and N. Roy. The phenomenon that the maximum flow velocity frequently appears below the water surface and secondary flows are not considered herein.

Key words (Turbulent boundary-shear distribution, isovels, sidewall effect, open channels)

要　旨

本文は実験水路の側壁や河川の護岸などの近傍の，側壁と河床とでつくられる境界領域の３次元的な等流の流れの場において，乱流の構造を主としてH. J. Tracyの乱れの実測結果をもとに考察し，流速分布や境界面のせん断力分布の理論解を求めたものである。これらの解の性状は，従来既知の事実や実験結果をかなりうまく説明できるようである。またこれらの解の性質を拡張して斜面側壁の場合に適用した結果は，本文の１つの特徴であって S. W. Ghosh らの得た実験結果を定性的に説明している。適用範囲は，水路幅の十分広い水路では護岸全面と，水路幅方向には護岸と河床とでつくる流速分布の境界線が水面を切る範囲であり，一方水路幅のせまい水路では近似的に全断面に適用できる。本文には，開水路において最大流速が水面以下に現われる現象や２次流については触れていない。

キイワード（乱流の境界せん断力分布，等流速線，側壁効果，開水路）

目　次

まえがき……(2)
1. 従来の研究……(2)
2. 流れの基礎方程式……(3)
〔1〕基礎方程式とその簡単化……(3)
〔2〕流れが層流の場合の解……(3)
3. 乱流の場合の流れの構造……(4)
〔1〕基礎式の誘導……(4)
〔2〕渦動粘性係数一定の場合の解……(6)
〔3〕三次元場の混合距離理論とレイノルズ応力の表現について……(6)
〔4〕三次元場の近似解とその性質……(10)
(1) 近似解の誘導とその検討……(10)
(2) 定数C_1に関する考察……(12)
1) 影響域について……(13)
2) C_1の決定……(14)

* 河川部河川研究室研究員

3) 定数C_1の性質……(14)
4) 径深および水路断面形の影響について……(14)
〔5〕実測値との比較……(18)
4. 応用的問題……(20)
〔1〕斜面護岸の場合……(20)
〔2〕護岸の改良が局所流速を増減させる効果について……(22)
5. 局所流の問題と今後の展望……(24)
6. まとめ……(24)

まえがき

流れの境界面に作用するせん断力の大きさを精度よく知ることはきわめて興味深いことであり，河川工学や水理学上の関連事項が多いものである。それは実験水路における河床の有効掃流力の問題であり，河川護岸ではとくに，移動床河床と関連した護岸の破壊，根固めの洗掘などの問題である。

こうした問題について筆者は以前，護岸のあらさがわん曲部護岸付近の洗掘を軽減する可能性があることを実験的に示した[1]。この原因は護岸の粗度の大きさが付近の流速分布を支配し，結果的に護岸付近の移動床河床上に発生する流速を減少させることにあると考えられている。こうした護岸の作用についてはまだ定量的に不明であるので，最近のコンクリートブロックによる護岸や根固めの計画では考慮されていない。護岸や根固めの安全性は，付近の河床が洗掘を受けるか否かが大きい要素であるから，護岸の流速低減効果についてさらに系統的な研究を行なって，護岸の洗掘抑制の現象を定量的に明らかにすることが望まれる。しかしまた流れの一方の境界である河床も当然流速分布の形成に寄与しているわけであり，流速分布とせん断力分布とは一体の関係にあるから，護岸と河床の相乗効果として現象をは握する必要がある。

ここではまずその一歩として，直線部河道において側壁，底面および自由水面とでつくられる比較的せまい領域を対象にして平均流の3次元流速分布と境界面上のせん断力分布についての考察を行ない，実測結果と比較検討することによって護岸の機能を明らかにした。ひきつづいてわん曲部外岸の護岸の機能のほか，あらい護岸の負担する大きい掃流力やあらい護岸が流れの蛇行にあたえる影響などマイナス効果をも含めて検討する必要があると考えている。

1. 従来の研究

水平な河床に側壁を置いたような三次元的な場における流れのメカニズムについては，そうした領域の流速分布，境界面のせん断力分布，乱れおよび二次流などの観点からかなり多くの研究がなされている。これらの研究は，水路断面全体の平均流速などを問題にする場合と，側壁の影響を受けた局所流の研究の場合とに大別されよう。ここでは主として後者について概述することにし，前者についてはいわゆる側壁効果についてのみにとどめる。

流れが層流の場合には，H. Rouse[2] がその著書に，種々の形状をした閉水路断面内の流速分布形状を求めてあり木村[3]，H. Wagner[4] はそれぞれ長方形断面開水路の流速分布，壁面に作用するせん断力の理論的研究を行なっている。Olsen[5] らは membrane analogy に基づく実験と数値計算を行なっており，その結果はその後長く使われてきている。

流れが乱流の場合については，流速分布に関する理論的展開がむずかしい。そのためH. J. Leuthesser[6]は長方形duct内の層流および乱流の流速分布を実測し，乱流の場合には，層流に比べて側壁と河床とでつくる角の部分（corner）で，等流速線がより深く陥入していることを指摘している。H. J. Tracy[7] は空気の流れを使ってなめらかな境界をもつ長方形断面パイプ内の流速分布，乱れの強さの分布，レイノルズ応力分布などをホットワイヤー型流速計を用いて詳細な実測を行なっているのが注目される。S. N. Ghosh ら[8] は三種の方法を用いて側壁および河床面のせん断力を詳しく実測し，V. C. Kartha[9] らは aspect ratio B/h (B：水路幅，h：水深) の異なる3種の開水路で同様に境界面のせん断力を実測し，層流解との比較を試みている。これらの実験的研究は，こうした領域の流れの物理的解釈の上で非常に有効と思われる。また岸ら[10]，および木村ら[11] [12] は理論面をある程度犠牲にしながらも，断面内の流速分布や境界面のせん断力について実用的な研究を行なっている。

いわゆる長方形断面水路における側壁効果は，現象的には，河床面に平行に形成された等流速線が，側壁近傍で側壁の方へ折り曲げられ側壁も流体抵抗の一部に寄与することにより河床面に作用する有効なせん断力が減少することをさすが，一般的には水路断面の全抵抗の一部を占める，側壁の抵抗の負担分で評価され，側壁と河床面とを合わせた境界全長に対する平均的せん断力で処理される場合が多い。こうした方向で G. H. Keulegan[13] R. W. Powell[14]，H. A. Einstein[15]，足立[16] および H. J. Leuthesser[17] らによって研究され，定量的にもかなり明瞭な結果となっている。そして一般の実験水路の

ように aspect ratio の比較的小さい水路では側壁効果を無視することができないとされている。

側壁近傍偶角部の2次流の存在は1880年代から知られているようである。最近ではホットワイヤーや，ホットフルム型流速計を用いて空気流や水流の2次流の精密な測定がなされてきているようであり，H. J. Tracy[18]，H. J. Perkins[19]，J. A. Ligget[20] らの研究がある。また Chiu ら[21]は，V. A. Vanoni が指摘した浮遊砂濃度分布形のひずみを，2次流と関連させて検討している。

前述の側壁効果の研究の多くは，側壁および河床面のそれぞれに平行な等流速線が，それぞれの支配する領域の境界で直交するような平均流の流速分布形が仮定されている[22]。また2次流効果の検討に際しては，特殊な関数形の流速分布が仮定されているが[23]流速分布に関するこうした仮定のいずれも理論的根拠はうすいようである。

2. 流れの基礎方程式

〔1〕 基礎方程式とその簡単化

乱流に対する水流の運動方程式は，一般に Reynolds equations として知られており，つぎのように表わされている。

$$\rho\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)$$
$$=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}-\rho\overline{u'u'}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}-\rho\overline{u'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}-\rho\overline{u'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{v}}{\partial z}\right)$$
$$=\rho Y-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}-\rho\overline{v'u'}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}-\rho\overline{v'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial\bar{v}}{\partial z}-\rho\overline{v'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-2)$$

$$\rho\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{w}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{w}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}\right)$$
$$=\rho Z-\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\bar{w}}{\partial x}-\rho\overline{w'u'}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{w}}{\partial y}-\rho\overline{w'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}-\rho\overline{w'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-3)$$

水流の連続の方程式は流体に非圧縮性を仮定するとつぎのように self-conserving type で

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}=0 \quad \cdots\cdots(2-1)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0 \quad \cdots\cdots(2-2)$$

ここに x，y，z は直交座標系で，x は流れの方向を正に，y は水平方向，z は x y 平面に垂直上向きに取ってある。t は時間である。ρ，μ および $\bar{p}$ はそれぞれ水の密度，水の粘性係数および時間平均の圧力である。$\bar{u}$，$\bar{v}$，および $\bar{w}$ はそれぞれ x，y および z 方向の流速成分で時間平均値を示す。また u'，v' および w' はそれぞれの方向の流速の変動成分を示す。X，Y および Z は質量力の各成分を表わす。

fig. 1 のような座標系においては質量力の成分は

$$X=+gi,\quad Y=0 \text{ および } Z\fallingdotseq-g \quad \cdots\cdots(3)$$

となる。g は重力加速度，i はこう配である。

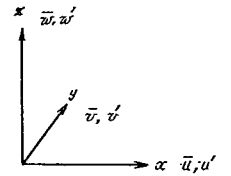


Fig. 1 (a) Co-ordinate syst. m

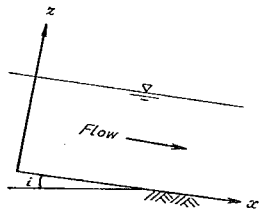


Fig. 1 (b)

ここでつぎのような仮定を行なう。

(イ) 流れは定常流 (steady)
(ロ) 一様流れ (uniform)
(ハ) $\bar{v}=\bar{w}=0$ $\quad\cdots\cdots(4)$

すると上の eq. 1 はつぎのように簡単になる。

$$0=+\rho gi+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}-\rho\overline{u'v'}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}-\rho\overline{u'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-1)'$$

$$0=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{v'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{v'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-2)'$$

$$0=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}-\rho g+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{w'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{w'w'}\right) \quad \cdots\cdots(1-3)'$$

なお上の(イ)～(ハ)の仮定は，今後の解析を大きく制限するものとはなっていない。

〔2〕 流れが層流の場合の解

層流に対する水路断面内の流速分布および壁面や河床

面の掃流力についてはすでに理論的に計算されていて，Rouse[24]は三角形や長方形断面の conduit の流速分布をあたえており，また木村[25]および H. Wagner[26] は長方形断面開水路の流速分布，境界のせん断力分布を理論的に計算している。後二者は同じ結果をあたえている。

層流の場合には，基本式において流速の変動項がなくレイノルズ応力が消えるが（4）の仮定はそのまま適用できて *eq.*(1-1)′に対応する式は

$$\rho g I_w + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

eg.(1-2)′ に対する式は無意味となり，*eq.*(1-3)′に対しては静水圧分布を表わすことになる。ここに I_w は水面こう配を表わし，ここでは河床こう配 i と等しい等流の場合に限られているが，一般には不等流の場合 *i. e.* $I_w = i - \partial h/\partial x$ に拡張しても構わない。

水深が h，水路幅が $B=2b$ である長方形断面開水路で (fig. 2)

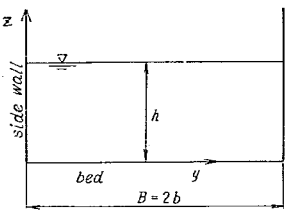


Fig. 2 Section profile

$$\left.\begin{array}{ll} \text{at } y=0 \text{ and } z=0, & u=0 \\ \text{at } y=B/2\ , & \partial u/\partial y=0 \\ \text{at } z=h\ , & \partial u/\partial z=0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

なる境界条件のもとで *eq.* 5 を解いた結果は木村によれば流速分布が

$$u=\frac{\rho g I_w}{\mu}\left[\left(zh-\frac{z^2}{2}\right)-\frac{16h^2}{\pi^3}\right.$$
$$\times\sum_{k=1,3,5\cdots\cdots}^{\infty}\frac{\cosh h\left\{\frac{k\pi B}{4h}\left(1-\frac{2y}{B}\right)\right\}}{k^3\cosh\left(\frac{k\pi B}{4h}\right)}$$
$$\left.\times\sin\frac{k\pi}{2h}z\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

河床面の掃流力 τ_b の分布は

$$\frac{\tau_b}{\rho g I_w h}=1-\frac{8}{\pi^2}$$
$$\times\sum_{k=1,3,5\cdots\cdots}^{\infty}\frac{\cosh\left\{\frac{k\pi B}{4h}\left(1-\frac{2y}{B}\right)\right\}}{k^2\cosh\left(\frac{k\pi B}{4h}\right)} \quad \cdots\cdots\cdots(8)$$

その最大値 $\tau_{b\max}$ は水路中央 $y=B/2$ で現われ

$$\frac{\tau_{b\max}}{\rho g I_w h}=1-\frac{8}{\pi^2}$$
$$\times\sum_{k=1,3,5\cdots\cdots}^{\infty}\frac{1}{k^2\cosh\frac{k\pi}{4}\frac{B}{h}} \quad \cdots\cdots\cdots(9)$$

側壁面の掃流力 τ_w の分布は

$$\frac{\tau_w}{\rho g I_w h}=\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=1,3,5\cdots\cdots}^{\infty}\left\{\tanh\left(\frac{k\pi B}{4h}\right)\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{k\pi}{2h}z\right\}/k^2 \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

その最大値 $\tau_{w\max}$ は水面 $z=h$ で現われ

$$\frac{\tau_{w\max}}{\rho g I_w h}=\frac{8}{\pi^2}\sum_{k=1,3,5\cdots\cdots}^{\infty}\left\{\tanh\left(\frac{k\pi B}{4h}\right)\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{k\pi}{2}\right\}/k^2 \quad \cdots\cdots\cdots(11)$$

3, 乱流の場合の流れの構造

(1) 基礎式の誘導

河川の流れのようにレイノルズ数(Reynolds number)が大きくなると，ここで議論しようとする流れも，流れの境界面ごく近傍の層流底層領域を除いて，乱流の場合を取り扱う必要がある。乱流の場合には粘性応力はそれほど支配的でなく，代わってレイノルズ応力の項が支配的となるといわれている。しかし壁面付近の三次元的なレイノルズ応力の分布およびその性状は平均流速と十分に関係づけられているわけではなく不明の点が多い。*eq.*(1-1)′～*eq.*(1-3)′の各式を解くことは数値的にさえ無理であり，そのため現象を大きくゆがめない範囲でさらに簡単化する必要がある。

eq.(1-1)′～*eq.*(1-3)′ の各式の中で，$-\rho\overline{v'v'}$ および $-\rho\overline{w'w'}$ は圧力項であるので，乱れによって圧力 $\overline{P}$ に付加項が加わることを意味している。しかしそれらの大きさは，特殊な場合を除いて，時間平均圧力 $\overline{P}$ に対して大きい補正を必要とするものとは考えられない。したがって $\overline{P}$ に対して，$-\rho\overline{v'v'}$ および $-\rho\overline{w'w'}$ の両項は無視できるであろう。

残りのレイノルズ応力項については，H. J. Tracy のホットフィルム流速計を用いた実測値[27]から評価してみる。側壁で囲まれた境界領域ではまず $\overline{u'v'}$ と $\overline{u'w'}$ とについては，y-z 平面上の点 $(y,\ z)$ の各位置でそれぞれの大きさが異なっているが，一般的には $\overline{u'v'}$ の値の大きいところでは $\overline{u'w'}$ の値が小さく，逆に $\overline{u'v'}$ の値の小さいところでは $\overline{u'w'}$ の値が大きい。これは考えている領域に

よっていずれかの成分を取捨できることを示しているが，本論文の場合は，$\overline{u'v'}$ が大で $\overline{u'w'}$ が小の領域およびその逆の領域を同時に含むような領域を考えているので，結局 $\overline{u'v'}$ と $\overline{u'w'}$ とは同じオーダーであるとしておく。つぎに $\overline{u'v'}$ あるいは $\overline{u'w'}$ と，$\overline{v'w'}$ の大きさとを評価すれば，ダクト内の流速の対称軸（開水路では自由水面および水路中央部に相当する）付近を除くほぼ全領域について，$\overline{u'v'}$ などは $\overline{v'w'}$ の数倍ないし1オーダー大きい。したがって $\overline{v'w'}$ の項は $\overline{u'v'}$ および $\overline{u'w'}$ などの項に対して無視することが許されよう。

したがって

$$\overline{u'v'}\approx\overline{u'w'}\gg\overline{v'w'} \quad \cdots\cdots(12)$$

これだけの仮定を用いると結局つぎのように簡単化される。

$$0=\rho gi+\frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{u'v'})+\frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{u'w'}) \quad \cdots(1-1)''$$

$$0=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y} \quad \cdots\cdots(1-2)''$$

$$0=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}-\rho g \quad \cdots\cdots(1-3)'$$

eq. (1—3)″より，水面 $z=h$ において $\bar{P}=0$ として積分すれば

$$\bar{P}=\rho g\,(h-z) \quad \cdots\cdots(13)$$

の静水圧分布が得られる。*eq.* (1−2)″は水平方向（y 方向）に水圧が一定であることを示す。したがって *eq.* (1−1)″のみ再記して

$$0=\rho gi+\frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{u'v'})+\frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{u'w'}) \quad \cdots\cdots(14)$$

eq. 14 は乱流の場合の流体中のせん断応力が満足すべき基礎式であって，層流の場合の *eq.* 5 に対応し形式的には分子粘性応力の項がレイノルズ応力に置き代わっただけとなっている。

H. J. Tracy の実測結果を用いて *eq.* 14 を検証してみよう。*eq.* 14 を少し変形して

$$\frac{\partial}{\partial(y/b)}\left(\frac{-\rho\overline{u'v'}}{\rho u_*^2}\right)+\frac{\partial}{\partial(z/b)}\left(\frac{-\rho\overline{u'w'}}{\rho u_*^2}\right)=-C\left(=-\frac{\rho gbi}{\rho u_*^2}=-1\right) \quad \cdots\cdots(15)$$

の左辺の値を計算して図示したのが figs 3 (*a*), (*b*) および fig. 4 である。ここに，b は水路半幅，$u_*^2=gbi$ であり，計算方法は第3，第4節で詳述するのでここでは省略する。fig. 3，4 は表示方法を変えた同じ計算結果である。両図によれば，$0\leq z/b\leq 1$ の範囲では，側壁に近い（y/bの小さい）領域では *eq.* 15の絶対値は1より大きくなり，側壁から離れた領域では逆に小さくなる。$z/b>1$のような領域ではほぼ一定値1を保つ。前者の領域（$0\leq z/b\leq 1$）でのこうした散らばりは，定常的な2次流の存在によるものと思われ，ここで用いた仮定の中では，$\overline{v}$，$\overline{w}$ を無視したことおよびそれに引きつづいて採用した仮定に主原因がある。本文では2次流現象を取り扱わないので，断面内の大部分の領域で *eq.* 14 が成り立つものとして以下の議論を進めることが許されよう。*eq.* 14 はこのままではまだ解くことができず，解くためにはレイノルズ応力を平均流と流れの境界形状とに関連づけて表現する必要がある。

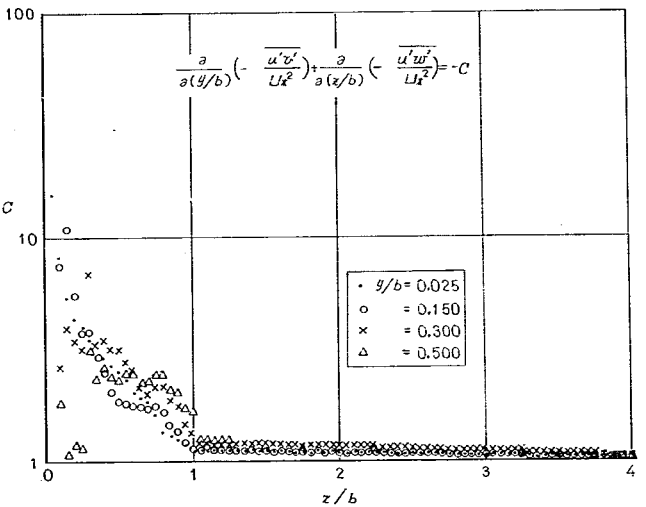


Fig. 3 (a) Verification of constant C

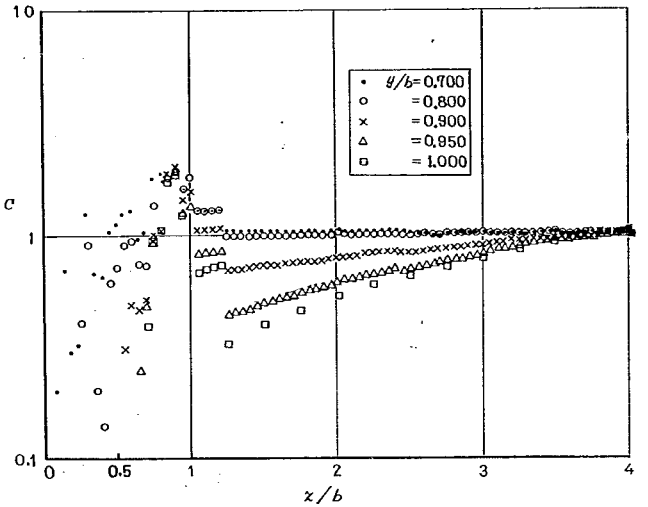


Fig. 3 (b) Verification of constant C

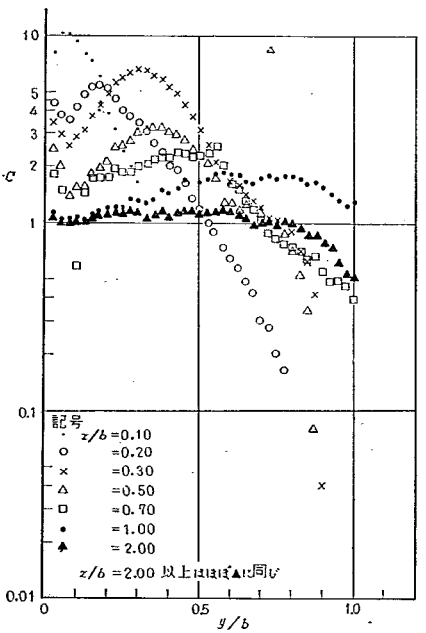


Fig. 4 Verification of constant C

〔2〕 渦動粘性係数一定の場合の解

Bousinesq が行なったように，渦動粘性係数を導入し，しかもそれが全領域で一定値 $\varepsilon=\kappa$ を持つと仮定できる場合には eq. 14 は結局

$$0=\rho gi+\rho\kappa\left(\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial z^2}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

となり，層流に対する eq. 4 と同形になる。したがって流速 $\overline{u}$ は eq. 7 において $\mu=\rho\kappa$, $I_w=i$ と置けば求まる。せん断力の表現は eq. 8～11と同じである。

しかし実際には ε の値は一定値ではなく y や z に関係していることが知られており，乱流現象をよりよく説明するため，周知のようにここから輸送理論（いわゆる混合距離理論）が生じている。

〔3〕 三次元場の混合距離理論とレイノルズ応力の表現について

eq. 14 において水理量に y 方向の変化を考えない場合（つまり側壁の影響のない）を二次元場と定義することにすれば eq. 14 はつぎのようになる[28]。

$$0=\rho gi+\frac{d}{dz}(-\rho\overline{u'w'}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

上式のレイノルズ応力 $-\rho\overline{u'w'}$ については fig. 5 に示すような混合距離理論のモデルから，水理学においては非常に重要な対数流速分布が導かれていることは周知のことである。

三次元の場合には，二次元の混合距離モデルのような明確なモデルが見当らないので，二次元の考えを拡張して三次元の混合距離モデルを組み立て，流速分布に関する基礎式を導くことにする。

fig. 6 に示すように三次元の場合には二次元の場合に

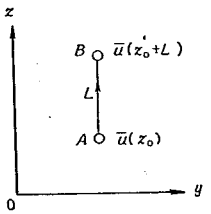


Fig. 5 (a)

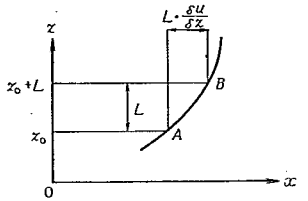


Fig. 5 (b) Mixing length of two-dimensional flow

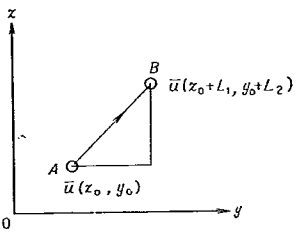


Fig. 6 Mixing length of three-dimensional flow

くらべて，A 点にあった流速 $\bar{u}(z_0, y_0)$ をもった流質の自由度が 1 ふえて，B点に達して流速 $\bar{u}(Z_0+L_1, y_0+L_2)$ をもった流質と混合することになる。はじめの流質は fig. 6 に示すように，Z 方向に距離 L_1，y 方向に L_2 だけ移動している。このとき流速 $\bar{u}$ の全変化量は，

$$\bar{u}(Z_0+L_1,\ y_0+L_2)-\bar{u}(z_0,\ y_0)$$
$$=L_1\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+L_2\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\frac{1}{2}\left(L_1^2\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial z^2}+L_2^2\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}\right)+\cdots$$

となる。しかるに，高さ Z_0 における x-y 平面上の単位面積を通して単位時間に輸送される運動量の平均値 M_z は（添字 0 を省いて）

$$M_z\fallingdotseq\overline{\rho w'\left(+L_1\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)}=+\rho\overline{w'L_1}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\quad\cdots\cdots(18)$$

であり，また，$y=y_0$ における x-z 平面上の単位面積を通じて単位時間に輸送される運動量の平均値 M_y は（添字 0 を省いて）

$$M_y=\overline{\rho v'\left(+L_2\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)}=+\rho\overline{v'L_2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\quad\cdots\cdots(19)$$

と分けて考えることができよう。これらの符号を逆にしたものが，この面に働らくせん断力となる[29]。M_z に対して，$\bar{u}'$ の成分 $L_2(\partial\bar{u}/\partial y)$ は効果がなく，同様に，M_y に対して $L_1(\partial\bar{u}/\partial z)$ は無効と考えることができよう。

eqs. 18, 19式における，それぞれの渦粘性係数 $\rho\overline{w'L_1}$ および $\rho\overline{v'L_2}$ については正確な情報がないが，二次元の場合と同様に考えて，w' と $L_1(\partial\bar{u}/\partial z)$，$v'$ と $L_2(\partial\bar{u}/\partial y)$ のそれぞれの間に完全相関を仮定して

$$\left.\begin{aligned}M_z&=\rho\ell_1^2\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right|\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\\M_y&=\rho\ell_2^2\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right|\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(20)$$

ここに ℓ_1^2 は比例定数 k_1 と L_1^2 との積であり，ℓ_2^2 も同様である。ところで，壁面の積粗および水理量によっては通常の場合，混合距離は変化せず，ただ壁面からの距離にのみ関係するから[30]

$$\left.\begin{aligned}\ell_1&=Kz\\\ell_2&=Ky\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(21)$$

とおくことができよう。K の値はカルマン定数と同程度と考えておく。

つぎに，これらの三次元領域の混合距離に関する仮定について，実測結果から検証することを試みる。

H. J. Tracy[31] は長方形断面管（幅 5 インチ，高さ32インチ）で，流体として空気を用い，最大風速 40ft/sec のとき，管内風速分布（外径0.035インチの stagnation tubeに，alcohol micromanometer を使用），レイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ と $\overline{u'w'}$（長さ0.056インチ，交角60° の cross hot wires 使用），$\sqrt{\overline{u'^2}}$（長さ 0.030 インチの hot wire使用）を精密に測定し，断面内の 2 次流について考察している。ここに各水理量の後の括弧の中は測定に使用した hot wire の種類を示す。この測定結果を用いて *eq.* 20 と *eq.* 21の表現について検証してみる。

まず fig. 7 に示すような水路断面を，無次元距離 y/b z/b（ここに bは水路半幅=2.5インチ）に直し，y/b については0.025，z/bについては 0.05 の格子点上で *eq.* 20の偏微分

$$\left.\begin{aligned}\ell_1^2&\sim(-\overline{u'w'}/u_*^2)\Big/\left\{\frac{\partial(\bar{u}/u_0)}{\partial(z/b)}\right\}^2\\&=\left(\frac{u_0}{bu_*}\right)^2\cdot(-\overline{u'w'})\Big/\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2\\\ell_2^2&\sim(-\overline{u'v'}/u_*^2)\Big/\left\{\frac{\partial(\bar{u}/u_0)}{\partial(y/b)}\right\}^2\\&=\left(\frac{u_0}{bu_*}\right)^2\cdot(-\overline{u'v'})\Big/\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(22)$$

を差分に直し，右辺に H. J. Tracyの実測値を使用して計算した。なお u_0は断面内最大流速であり，計算範囲は $0<y/b\leq1.0$，$0<z/b\leq4.0$である。計算結果は fig. 8 には $\ell_z^2=\ell_y^2$を縦軸に，y/bを横軸にとってある。同じ

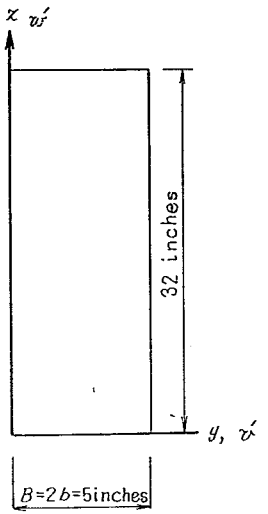


Fig. 7 Test Sectional Profile and Co-ordinate System of Tracy's Experiment

y/bの値上に多くのプロットがあるのは，z/bの値が異なる点の混合距離をプロットしてあるためである。fig. 9には$\ell_1^2=\ell_z^2$を同様にプロットしてある。図中の折れ線は，y/bの特殊な値についての変化を示したものである。

図中のプロットはかなりの散らばりがあるとはいえ，両図ともほぼ同じような大きさであり，かつそのこう配は壁面のごく近傍を除けば，fig. 8で約1.869，fig. 9で1.516であるから

$$\ell_y \sim y^{0.935},\quad \ell_z \sim z^{0.76} \qquad \cdots\cdots(23)$$

となり，各指数は大略1に近いといえるであろう。もし指数がともに1であれば，eq. 20およびeq. 21の表現が許される一例が検証されたわけである。ほかにもし$u'=-\{L_1(\partial\bar{u}/\partial z)+L_2(\partial\bar{u}/\partial y)\}$と定義し，$v'$，$w'$がともに$u'$に完全相関であるとすれば

$$-\rho\overline{u'v'} \sim -\rho\overline{u'w'}=\rho k\left(L_1\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+L_2\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2$$

となり，これより$(-\rho\overline{u'v'})/(-\rho\overline{u'w'})$＝一定と帰着される。しかしH. J. Tracyの実測値から$(-\rho\overline{u'v'})/(-\rho\overline{u'w'})$の値を計算してみるとfig. 10のようになり一定とはならない。したがって上のレイノルズ応力の表現は適当でなかろう。カルマンの力学的相似理論では，流速に関する二次微分がでてきて差分計算の精度が悪くなるのでここでは計算していない。

fig. 11は，二つのレイノルズ応力$-\rho\overline{u'v'}$と$-\rho\overline{u'w'}$を平均流の流速分布で表わしたモデル（eqs. 20, 21）を，

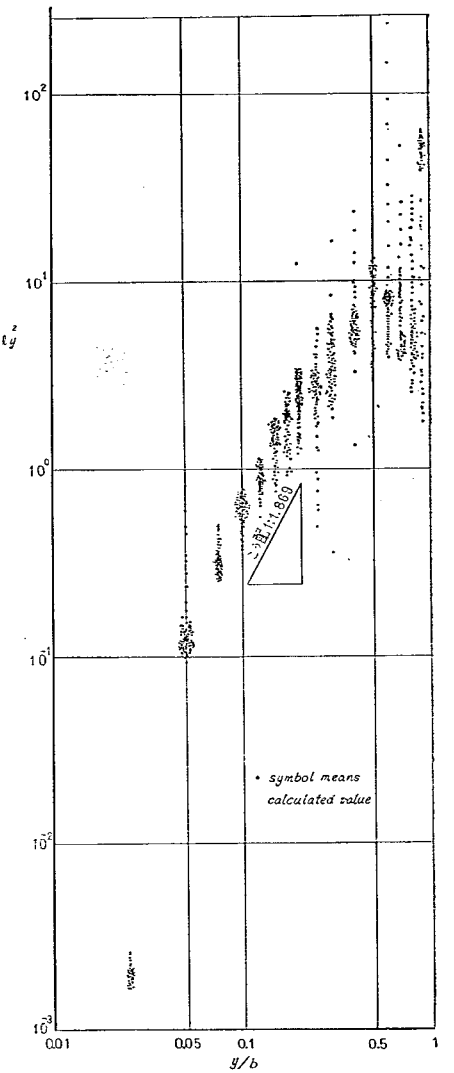


Fig. 8 Mixing Length l_y^2 Vs. y/b. Colculated from Tracy's experiment

Tracyの流速分布の実測値から計算してみたものである。fig. 11と10とを比較すると，側壁から離れた場所では傾向が一致していないが，とくに側壁近傍（y/bの値の小さいところ）では両者の傾向はよく一致している。fig. 10は実測のレイノルズ応力から計算されたものであるから，fig. 11とよく一致することは，ここで考えたレ

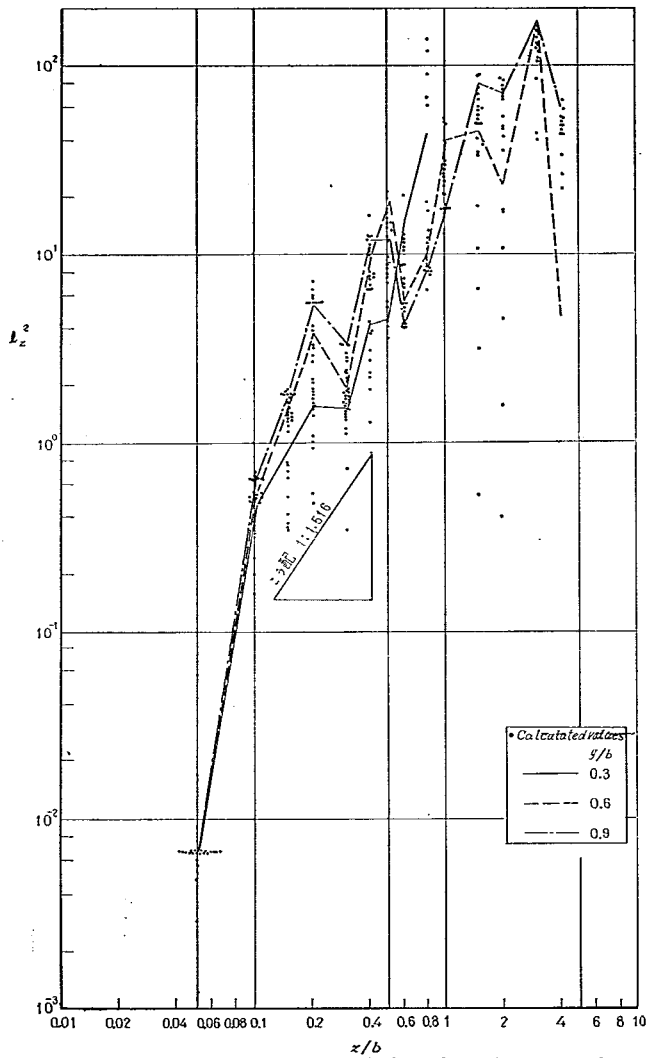


Fig. 9 Mixing length l_z^2 Vs. z/b. Calculeted from Tracy's experiment

イノルズ応力のモデルが，すくなくとも側壁近傍で流れの現象をよく近似していることを示すことになろう。

ここでさらに触れておく必要があるのは変動速度 v', w' とそれらの間の連続の関係 eq. (2-2) である。同式では $\partial u'/\partial x$ の項は一様流れの仮定で消失するが，v' と w' とは $\partial v'/\partial y+\partial w'/\partial z=0$ の関係でしばられていて勝手なモデルは考えることができない。この点について混合距離のモデルはつぎのようになっている。すなわち二次元のモデルでは，プラントルの混合距離で水中の局所応力 τ が $\tau=\tau_0(1-z/h)$ と変化する場合には連続の式は満足しておらず，$\tau=\tau_0$ の仮定（プラントル）では満足している。ここで考えた三次元のモデルでは，後述 eq. 24 は連続の式を満足していないが，eq. 34 は満足している。こうした連続の関係の議論を尽くすには流体力学的

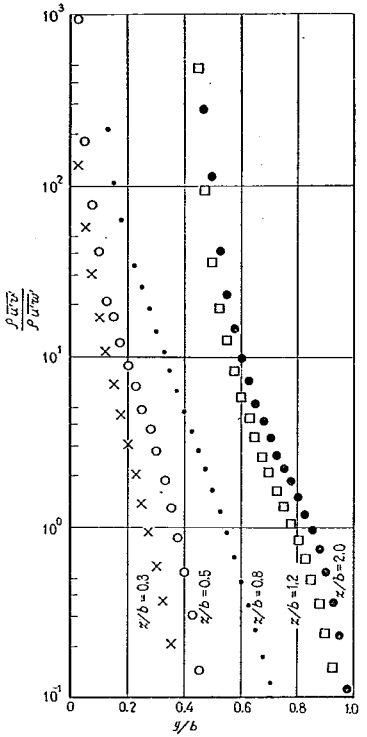


Fig. 10 $-\rho\overline{u'v'}/-\rho\overline{u'w'}$ Vs. y/b. Calculated from Tracy's experiment

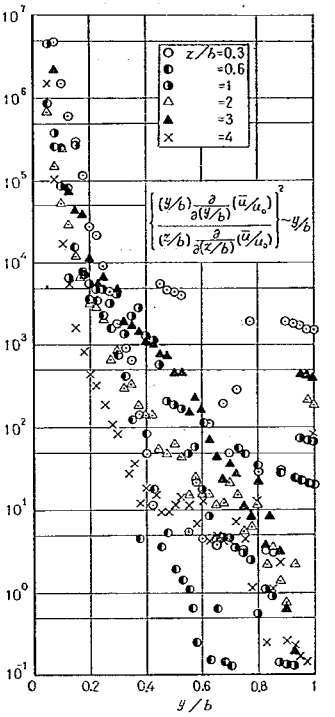


Fig. 11 Ratio of Reynolds stresses Calculated from the measured velocity distribution

検討が必要で，非常にむずかしくなるので本論文では議論しない，今後の解明を待ちたい。

層流の場合と比較するため参考までに，H. J. Tracy の実測した管内のレイノルズ応力の分布は，著者がデータをプロットし直すと figs. 12(a), (b) のようになっている。

〔4〕 三次元場の近似解とその性質

(1) 近似解の誘導とその検討

eqs. 20, 21を eq. 14 に代入して少し整理すると

$$\frac{\partial}{\partial y}\left\{y^2\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right|\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right\}+\frac{\partial}{\partial z}\left\{z^2\left|\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right|\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right\}=-\frac{gi}{K^2} \quad \cdots\cdots(24)$$

いま長方形断面水路の左半分（fig. 13 の斜線の部分）を考えることにし，この領域では，$\partial\bar{u}/\partial y$, $\partial\bar{u}/\partial z$ は常に正あるいは零と仮定して eq. 24を書き直すと

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(y\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2+\frac{\partial}{\partial z}\left(z\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2=-\frac{gi}{K^2} \quad \cdots\cdots(25)$$

まず eq. 25 は $Y=\ln y$, $Z=\ln z$（ln は自然対数）と変数変換すれば

$$e^{-Y}\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial Y}\right)^2+e^{-Z}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial Z}\right)^2=-\frac{gi}{K^2} \quad \cdots(26)$$

となる。これはたとえば $\partial/\partial Y(\partial\bar{u}/\partial Y)^2$ と $\partial/\partial Z(\partial\bar{u}/\partial Z)^2$ をその対称性から同じオーダと考えれば，Y（側壁からの距離）が限りなく増加すれば，eq. 26 左辺第一項は，第二項に対して exponential 的に小さくなり，ついには第二項のみが残って二次元の分布

$$e^{-Z}\frac{d}{dZ}\left(\frac{d\bar{u}}{dZ}\right)^2=-\frac{gi}{K^2} \quad \cdots\cdots(27)$$

に漸近する。このような領域は水路中央部の側壁の影響のない場所，あるいは Z が Y にくらべて著しく小さい河床面付近に相当する。また e^{-Y} は元の変数に戻せば $1/y$ であるから，壁面の影響は距離に反比例して減少することになる。まったく同様に，河床面の影響が小さくなるのは $Z\gg Y$ の領域であり，ここでも二次元の流速分布が計算されることになる。

さて三次元の流速分布を近似する eq. 25 で，流れの境界条件を満足する解析解を求めることは容易でない。そのためつぎのように考えてさらに式を簡単化する。

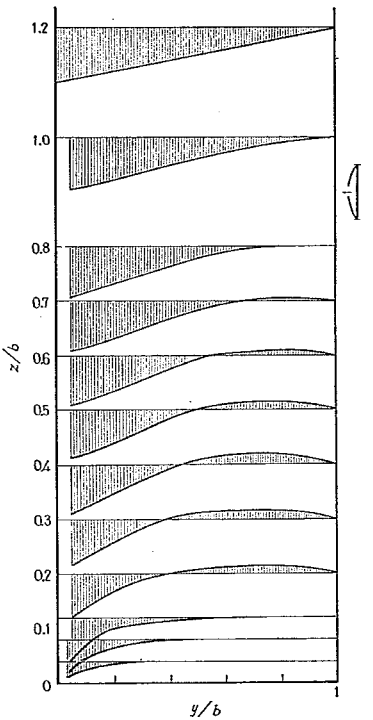


Fig. 12 (a)　$\overline{u'v'}/u_*^2$ distribution (Tracy)

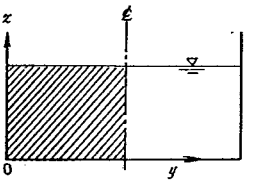


Fig. 13

さきにeq. 15の右辺の定数 C を検証したが，C の値は壁面から十分離れた場所では定数1になるが，壁面近傍では2次流の存在その他の原因で1にはならなかった。いま二次元の場合についての定数 C を検討してみる。二次元の場合 eq. 17 にプラントルのレイノルズ応力の表現を使えばつぎのように書き直される。

$$\frac{d}{dz}\left\{z\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)\right\}^2=-\frac{gi}{K^2} \quad \cdots\cdots (28)$$

上式を z について2回積分しその間，$z=h$ (h=水深) で $d\bar{u}/dz=0$，$z=h$ で $\bar{U}=\bar{U}_{\max}$ の2つの境界条件を使えば定数 $C=1$ に対応する解は

$$\frac{\bar{U}-\bar{U}_{\max}}{(U_*/K)}=2\sqrt{1-\frac{z}{h}}+\ln\frac{1-\sqrt{1-z/h}}{1+\sqrt{1-z/h}} \quad \cdots\cdots (29)$$

いわゆるプラントルの仮定 ($\tau=\tau_0$=一定) を用いると，それは eq. 28 の右辺＝0 に対応するが，この $C=0$ に相当する解は

$$\frac{\bar{U}-\bar{U}_{\max}}{(U_*/K)}=\ln\frac{z}{h} \quad \cdots\cdots (30)$$

である。上の二式で $U_*=\sqrt{ghi}$ である。eq. 29 および eq. 30 は関数形はだいぶ異なり，その数値も fig. 14 に示すように異なる。力学的にはこの差は，圧力差による

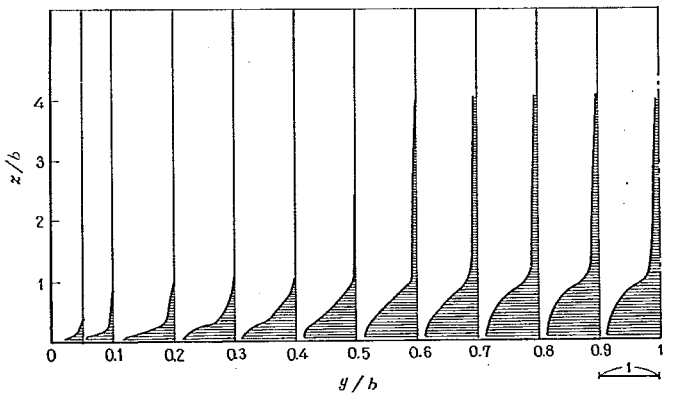


Fig. 12 (b)　$\overline{u'w'}/u_*^2$ distribution (Tracy)

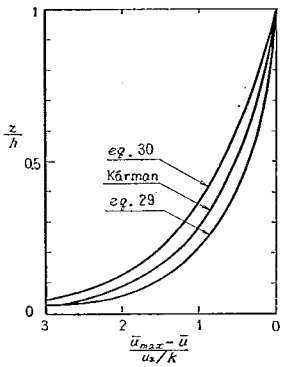


Fig. 14

流れの流速分布（$C=1$ の場合に相当）と，流れが単にそれより上方の流れにひきずられて起こる場合の流速分布（$C=0$ の場合に相当[32]）との差と説明される。カルマンの理論による流速分布は fig. 14において両者のちょうど中間に位置している。

しかしプラントルの流速分布 eq. 30 は従来圧力こう配を持つ種々の流れに良く合うことが検証されていること，およびここで考えた簡明なレイノルズ応力のモデルに対しては連続の関係上 $C=0$ が必要であることから以後 $C=0$ の場合のみを考えてゆくことにする（連続の式 eq.（2-2）および運動の式 eq. 14を同時に満足するレイノルズ応力のモデルを将来考えてゆく必要がある）。

eq. 25の右辺定数項を零とおいて

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(y\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2+\frac{\partial}{\partial z}\left(z\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2=0 \quad \cdots\cdots (31)$$

とできる。ところで流体中の局所せん断力 $\tau_y=\rho K^2y^2(\partial\bar{u}/\partial y)^2$ などは壁面から遠ざかるにつれて減少し，あるいは三次元の流速は壁面から離れるにつれて増大することが多いから

$$\left(y\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2\geqq 0,\quad \left(z\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2\geqq 0 \quad \cdots\cdots (32)$$

でしかも

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(y\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2\leqq 0,\quad \frac{\partial}{\partial z}\left(z\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2\leqq 0 \quad \cdots\cdots (33)$$

であるから，eq. 31を常に満足する $\bar{u}$ は

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(y\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2=\frac{\partial}{\partial z}\left(z\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)^2=0 \quad \cdots\cdots (34)$$

でなければならない。

eq. 34 を満足する $\bar{u}$ の関数形は変数分離法で一般解を求めると

$$\bar{u}=C_1\ln C_2y\ln C_3z+C_4 \quad \cdots\cdots (35)$$

となる，ここに C_1, C_2, C_3 および C_4 は積分定数である。

eq. 34の1つの特殊解（これは同時にeq. 25の特殊解でもあるが）

$$\bar{u}=C_1\ln C_2y+C_3\ln C_4Z+C_5 \quad \cdots\cdots (36)$$

は，たとえば側壁面のせん断力 τ_y，河床面のせん断力 τ_z としてそれぞれ

$$\tau_y=\left[\left(Ky\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2\right]_{y=0}=K^2C_1^2=\text{一定}$$

$$\tau_z=K^2C_3^2=\text{一定}$$

をあたえ，境界面のせん断力一定とする近似法の根拠をあたえている。しかし流速分布についてみると，二次元粗面の場合定数 C_2，C_4 がいわゆる相当粗度の大きさのみによって決められるが，eq. 36 ではその決め手がないなど境界条件を満足させる上で難点があるので，実用的にはすてるべきであろう。

つぎに eq. 35 の定数を決めるための境界条件を設定する。まず乱流で境界面が水理学的に粗な場合には，層流底層を無視して，二次元の対数法則の類似により

$$\left.\begin{aligned} y&=k_w/30.2\\ z&=k_b/30.2\end{aligned}\right\}\ \text{で}\ \bar{u}=0 \quad \cdots\cdots (37)$$

を設定する。ここに k_w は側壁の，k_b は河床のそれぞれの相当粗度である。岸・小川・池田らは，実験的にみて境界面のせん断力および相当粗度が深さによって変化することをもとに，それぞれの平均値からの深さによる変化のグラフを提案しているが，ここでは k_w を一定とし，壁面のせん断力は位置の関数となる境界条件 eq. 37 を使う。すると eq. 36 の定数として

$$\left.\begin{aligned} C_2&=30.2/k_w\\ C_3&=30.2/k_b\\ C_4&=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (38)$$

を得る，k_w，k_b の値が不明の場合には点（y，z）の実測流速を eq. 37 の代わりに用いて定数を決められよう。

いま eq. 38 を使った eq. 36 の性質を少し調べてみると水路中央および水面における流速こう配は

$$\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)_{y=b}=\frac{1}{b}(C_1\ln C_3z)$$

$$\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)_{z=h}=\frac{1}{h}(C_1\ln C_2y)$$

となり，それぞれ b および h が大きければ零に近くなるが一般には有限のこう配を持つ。このことは二次元の対数則 $\bar{u}/u_*=1/K\ln(30.2z/k_b)$ で $(\partial\bar{u}/\partial z)_{z=h}=u_*/Kh$ となることと同様である。

(2) 定数 C_1 に関する考察

定数 C_2，C_3 および C_4 は水理学的に粗な境界に対して決められたが，他の定数 C_1 については少し事情が異なって，aspect ratio や両境界面の精粗に関係することになる。

1) 影響域について

そのためまず影響域について考えてみる。側壁の影響域とはここで考えているような，側壁面と河床面とでつくる流速分布の場において，側壁の影響のおよぶ流れの領域と定義する。あるいは河床面と側壁とのそれぞれの影響が共存する場合には，それぞれの影響が等しい点を結ぶ曲線を境界として，側壁の影響が卓越する領域と広く解釈することもできよう。逆に，側壁の影響域と反対の領域は河床の影響域ということができる。

これらの領域を考える上での影響量としては，河床および側壁のそれぞれの粗度による抵抗量（たとえば H. A. Einstein の断面分割法[32]）や，流速の大きさなどが取られている。岸・小川・池田らは fig. 15 (a)，(b) に示すような流速分布，両境界面の平均のせん断力について考察ののち，実験によって，側壁のせん断力が深さによって異なる分布形を提案している。またそれぞれの境界から独立に発達する対数流速分布について，原理的には fig. 15 (a) のような二つの領域の境界線を考え，側壁のせん断力分布，相当粗度の分布に対しても境界線の計算法を示している。

ところが eq. 36 であたえられる fig. 16 (a) のような流速分布に対しては，1本の等流速線上のすべての点が，岸らの境界線の定義を満足することになるので，事実上境界線が不定となる。そこで新しい定義を導入する必要がある。

eq. 36 より

$$\left.\begin{aligned}\left[Ky\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right]_{y=0}&=\left[y\cdot\frac{1}{y}C_1K\ln C_3z\right]_{y=0}\\&=KC_1\ln C_3z=u_{*w}(z)\\\left[Kz\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right]_{z=0}&=\left[z\cdot\frac{1}{z}C_1K\ln C_2y\right]_{z=0}\\&=KC_1\ln C_2y=u_{*b}(y)\end{aligned}\right\}\cdots(39)$$

ここに $u_{*w}(z)$ は，側壁面上の摩擦速度で河床からの距離 z の関数となっている。また $u_{*b}(y)$ は河床面上の摩擦速度で側壁からの距離 y の関数となっている。そして $u_{*w}(z)=u_{*b}(y)$ として得られる次式

$$C_3z=C_2y,\quad z=\frac{C_2}{C_3}y,\quad z=\frac{k_b}{k_w}y\cdots\cdots\cdots(40)$$

の直線は同時に，簡単な視察により，fig. 17 (a) に表わされるような等流速線と原点 0 との最短距離の方向と一致していることが分かる。したがってここでは eq. 40 で表わされる直線を 2 つの影響域の境界線と定義することにする。この時 eq. 39 から分かるように流体中の局所摩擦速度および境界面上の摩擦速度の分布は fig. 16 (b) のようになっている。

eq. 39 はそれぞれ側壁および河床面の摩擦速度の大きさの分布を示すものであるが，側壁のそれは定数 C_3 つまり河床面の粗度に関係し，逆に河床面の摩擦速度の分布は側壁の粗度に関係することを示す。これはたとえば

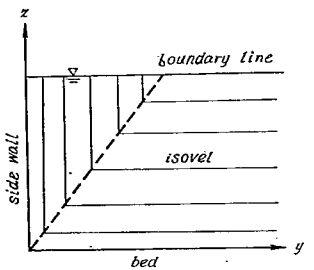


Fig. 15 (a)　Profile of isovels

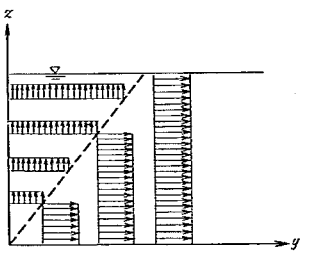


Fig. 15 (b)　Profile of shear stress

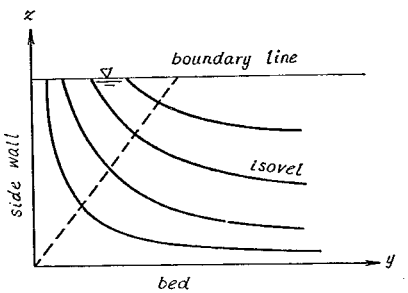


Fig. 16 (a)　Profile of isovels

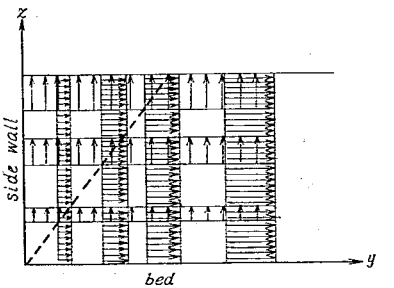


Fig. 16 (b)　Profile of shear stress

側壁の粗度が大きくなれば（C_2小），河床面の摩擦速度が小さくなるという側壁と河床との相互影響を示すものである。護岸の粗度（ここでは捨石，捨コンクリートブロックをも含めて護岸の粗度と考えてもよい）を大きく取れば，護岸付近の河床面の掃流力を小さくでき，したがって護岸に沿う洗掘を軽減できる根拠をあたえるものである。また各境界面のせん断力には，両境界面の精粗，aspect ratio に関係する C_1 が効いていることはもちろんである。しかし側壁の粗度が河床面に無限に影響をあたえることになっているのは不合理であり，側壁からある距離はなれた地点で $u_{*b}(y) \to \sqrt{ghi}$ に漸近すべきである。こうした意味において，ここでの解析は比較的水路幅のせまい場合，あるいは側壁に比較的近い河床面に適用範囲が限られる。

2) C_1の決定

流れが等流の場合，流れの全境界面に作用する摩擦力の和は，流れ全体に作用している流れ方向の重力成分に等しいことから，自由表面における空気との摩擦を無視して

$$\int_s \rho u_*^2 ds = 2(T_w + T_b) = \rho g \cdot 2b \cdot h \cdot i \cdots\cdots (41)$$

ここに s は側壁および河床面上の微少長さであり，積分はこれらの全境界に沿って行なわれることを意味する。T_w および T_b はそれぞれ側壁の摩擦力の和，および水路半幅の河床面の摩擦力の和（いずれも水路の左半分の断面について）である。eq. 39を用いると

$$T_w = \int_0^h \rho u_{*w}^2(z)\,dz = \rho \int_0^h (KC_1 \ln C_3 z)^2\,dz$$
$$\fallingdotseq \rho K^2 C_1^2 \int_{1/c_3}^h (\ln C_3 z)^2\,dz$$
$$= \rho K^2 C_1^2 h \left\{(\ln C_3 h)^2 - 2\ln C_3 h + 2 - \frac{2}{C_3 h}\right\} \cdots\cdots (42)$$

あるいは

$$T_w \fallingdotseq T_w' = \rho K^2 C_1^2 h \{(\ln C_3 h)^2 - 2\ln C_3 h + 2\} \cdots\cdots (42)'$$

また

$$T_b = \rho \int_0^b (KC_1 \ln C_2 y)^2\,dy$$
$$\fallingdotseq \rho K^2 C_1^2 \int_{1/c_2}^b (\ln C_2 y)^2\,dy$$
$$= \rho K^2 C_1^2 \cdot b\left\{(\ln C_2 b)^2 - 2\ln C_2 b + 2 - \frac{2}{C_2 b}\right\} \cdots\cdots (43)$$

あるいは

$$T_b \fallingdotseq T_b' = \rho K^2 C_1^2 b \{(\ln C_2 b)^2 - 2\ln C_2 b + 2\} \cdots\cdots (43)'$$

ただし，積分下限として零の代わりに，一般に非常に微少な$1/c_2$ないし$1/c_3$を用いた。またT_w', T_b'は微少値$2/c_3 h$, $2/c_2 b$を省略した近似値である。

したがって

$$C_1^2 \fallingdotseq \frac{gbhi}{T_w + T_b} = \frac{1}{K^2} \cdot \frac{g\,b\,h\,i}{h\left\{(\ln C_3 h)^2 - 2\ln C_3 h + 2 - \frac{2}{C_3 h}\right\} + b\left\{(\ln C_2 b)^2 - 2\ln C_2 b + 2 - \frac{2}{C_2 b}\right\}} \cdots (44)$$

を得る。あるいは

$$C_1^2 \fallingdotseq \frac{gbhi}{T_w' + T_b'} = \frac{1}{K^2} \cdot \frac{g\,b\,h\,i}{[h\{(\ln C_3 h)^2 - 2\ln C_3 h + 2\} + b\{(\ln C_2 b)^2 - 2\ln C_2 b + 2\}]} \cdots\cdots (44)'$$

流量が分かっている場合には後述 eq. 58 より係数 C_1 が定められる。

したがって粗な境界面に対して，流速分布 eq. 36 および境界面の摩擦速度 eq. 39 の必要な係数がすべて求まった。

3) 定数 C_1 の性質

eq. 44 および eq. 44′ で表わされる C_1 の値の性質について若干考察してみる。

k_b および k_w の大きさのオーダが同じ程度であれば eq. 44から明らかに

$$\left.\begin{aligned} &b \gg h \text{ ならば } C_1 \to \frac{1}{K}\sqrt{ghi} = \frac{1}{K} u_{*b\max} \\ &b \ll h \text{ ならば } C_1 \to \frac{1}{K}\sqrt{gbi} = \frac{1}{K} u_{*w\max} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (45)$$

が得られる。ここに→は漸近することを意味し，また $u_{*w\max}$ は側壁面に発生しうる最大摩擦速度を意味する。$u_{*b\max}$も同様である。H. J. Tracy の実験結果 figs. 12(a), (b) は，eq. 45下式に類似の，例であるが，一般河川では eq. 45 上式が現われるものと考えておいてよかろう。実験水路では aspect ratio が eq. 45の条件のように極端な場合は少なくまた相当粗度も大きいので，eq. 45の二式の中間の値のC_1つまり eq. 44 が現われるものと考えられる。これが前述の C_1とaspect ratio および相当粗度との関連である。またこの結果，水路断面形の効果や影響域について重要な問題が起こるので，つぎに詳しく述べる。

4) 径深および水路断面形の影響について

水深に比して水路幅が十分広くないような場合には，断面全体の流速分布が側壁の影響を受ける。平均流速は，同じ水深で水路幅無限の場合に比べて減少し，マニング式などに見られるように水深 hの代わりに径深 R を

用いる必要がある。同様に境界面の平均摩擦速度も$\sqrt{ghi}$から$\sqrt{gRi}$に減少する。こうした現象は古くから研究されているにもかかわらず，実際には水深を径深で単に置き換えるということのみ行なわれる場合が多い。ここでは上に述べた理論流速分布，摩擦速度分布からこれらの問題にアプローチしてみる。

通常の場合 eq. 39 で表わされるような摩擦速度の分布を考えることがなく，それらの平均値で処理されている。水路境界に作用する全せん断力は前に計算したように 2（T_w+T_b）である。

また水路全境界の長さは 2（$b+h$）であるから平均のせん断力は

$$\overline{u_*}^2=\frac{1}{\rho}\frac{2(T_w+T_b)}{2(b+h)}=\frac{1}{\rho}\frac{T_w+T_b}{b+h}$$
$$=\frac{K^2C_1^2}{b+h}\left[h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{C_3h}\right\}+b\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2\frac{2}{C_2b}\right\}\right]$$
$$=\frac{gbhi}{b+h}$$

$$=gRi=u_*^2$$

ただし $R=bh/(b+h)$ で普通の定義の径深である。当然ながら，本理論による全壁面の平均摩擦速度は$\sqrt{gRi}$と等しくなっている。つぎに$\overline{u_{*b}}$および$\overline{u_{*w}}$とu_*との差について若干考察してみる。

eq. 39 により

$$\overline{u_{*b}}=\sqrt{\overline{\tau_{0b}/\rho}}=\sqrt{\frac{1}{b}\int_{1/C_2}^{b}(u_{*b}(y))^2\,dy}$$
$$=KC_1\sqrt{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}}\quad\cdots\cdots(46)$$

あるいは近似的に

$$\overline{u_{*b}}\fallingdotseq KC_1\sqrt{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2}\quad\cdots\cdots(46')$$

同様に

$$\overline{u_{*w}}=KC_1\sqrt{\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2\}-\frac{2}{hC_3}}\quad\cdots\cdots(47)$$

あるいは

$$\overline{u_{*w}}\fallingdotseq KC_1\sqrt{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2}\quad\cdots\cdots(47)'$$

したがって上で得たC_1を代入すれば

$$\overline{u_{*b}}=\sqrt{gbhi}\cdot\sqrt{\frac{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{1}{bC_2}}{h\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2\}-\frac{2}{C_3}+b\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2\}-\frac{2}{C_2}}}$$
$$=\sqrt{ghi}\cdot\sqrt{\frac{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{1}{bC_2}}{\frac{h}{b}\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2\}-\frac{2}{bC_3}+\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2\}-\frac{2}{bC_2}}}$$
$$=\sqrt{gR_bi}\quad\cdots\cdots(48)$$

となるから，上式の右辺の 2 番目の根号は，側壁面および河床流のそれぞれの粗さと長さとによって，河床の平均摩擦速度が$\sqrt{ghi}$（側壁のない場合の摩擦速度）から減少する比率を示すことになる。ここにR_bは河床の径深である。いわゆる径深 R は

$$R=\frac{2bh}{2b+2h}=h\cdot\frac{1}{1+\frac{h}{b}}\quad\cdots\cdots(49)$$

で定義されるが，この R に対応するものがeq. 48では

$$R_b=h\cdot\frac{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{1}{bC_2}}{\frac{h}{b}\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2\}-\frac{2}{bC_3}+\{(\ln C_2b)^2+2\ln C_2b+2\}-\frac{2}{bC_2}}$$
$$=h\cdot\frac{1}{1+\frac{h}{b}\cdot\frac{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}}{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}}}\quad\cdots\cdots(50)$$

である。これはもし

$$\frac{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h_2+2-\frac{2}{hC_3}}{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}}\fallingdotseq\frac{T_w/h}{T_b/b}=1\quad\cdots\cdots(51)$$

のとき，つまり側壁面と河床面とのそれぞれの平均のせん断力あるいは平均の摩擦速度が等しいときにのみ，eq. 49の径深の表現と一致する。$k_w=k_b$は$R_b=R$が成り立つための要件ではないことは注意を要する。

ここに述べた理論によれば，通常の径深の定義は，eq. 51 が成り立つときのみ正しく，eq. 51 が成り立たない場合には若干の誤差をあたえることになると結論される。

同様に壁面の径深R_wは

$$T_w/h=\rho gR_wi\quad\cdots\cdots(52)$$

より

$$R_w=\frac{bh\left[(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}\right]}{\left[h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}\right\}+b\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}\right\}\right]}$$

$$=\frac{h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}\right\}}{\frac{h}{b}\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}\right\}+\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}\right\}}$$

$$=h\cdot\frac{1}{\frac{h}{b}+\frac{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{bC_2}}{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{hC_3}}} \quad \cdots\cdots(53)$$

となる。

eq. 36 の常数を決めるに当たっては，対数流速分布の外挿として壁面付近の流速の零点を決め— eq. 37 —また全壁面の摩擦力の和が，流体そのものに平均的に作用する質量力に等しいとおいた— eq. 44 —。したがって，figs. 17(a), (b) および (c)に示すように，境界線 eq. 40 が，aspect ratio や両壁面の粗度との関連により水路中央とどのような関係にあるかの場合には無関係に係数が決まっている。そこで両境界面の粗度（C_2 およびC_3）がfigs. 17(a), (b) および (c) の各場合とどう関係しているか若干検討してみる。

fig. 17 (a) は水路幅が十分大きいか，あるいは側壁の粗度が河床のそれにくらべて十分小さい場合であって，eq. 40 であたえられる境界線が，側壁と水路中央との間の水面を切る場合である。(c) 図は水路幅がせまいような場合で，境界線が水路中央でもなお水面下にある場合である。水路の右半分は，左半分と対称になっているものとすれば，境界線は図の破線と水路中央の線との折れ線となる。(b) 図は前者の中間の形態である。

境界線が水平面を切る点と側壁との距離 r (fig. 17(a)) は，eq. 40より $r=h\,(k_w/k_b)$であるから，これと b との大小よりfigs. 17(a), (b), (c) の状態が現われる。つまり

$$\left.\begin{array}{ll}\text{fig. 17(a)} & r=h\,(k_w/k_b)=h\left(\frac{C_3}{C_2}\right)<b\\ \text{〃 (b)} & r=h\,(k_w/k_b)=h\left(\frac{C_3}{C_2}\right)=b\\ \text{〃 (c)} & r=h\,(k_w/k_b)=h\,\frac{C_3}{C_2}>b\end{array}\right\}\cdots(54)$$

上式より明らかなように C_3h と C_2b の大小により決まることになる。一方これらの値は，eqs. 50, 53 の対数項にすでに表わされており，前述したように $2/c_2b=k_w/15.1\,b$ であり，$2/C_3h=k_b/15.1h$ であってそれぞれ通常無視できるほど小さいと考えられる また C_3h, C_2b は一般にともに 1 より十分大きいから，C_3h と C_2b との大小は，eqs. 54, 55 より

$$F(C_2,C_3,b,h)=\frac{T_w/h}{T_b/b}$$

$$=\frac{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{C_3h}}{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{C_2b}}\quad\cdots\cdots(55)$$

$$\fallingdotseq\frac{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2}{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2}\quad\cdots\cdots(55)'$$

において

$$\left.\begin{array}{ll}\text{fig. 17(a)} & F(C_2,C_3,b,h)<1\\ \text{〃 (b)} & F(C_2,C_3,b,h)=1\\ \text{〃 (c)} & F(C_2,C_3,b,h)>1\end{array}\right\}\cdots\cdots(56)$$

に対応することになる。

また eq. 39 から明らかなように，河床面の最大摩擦速度は $y=b$で，側壁面のそれは$z=h$で生じることになり，

$C_3h>C_2b$

のときに限って，側壁面に河床面よりも大きい摩擦速度が生じる。したがって，関数 $F(C_2,C_3,b,h)$ は側壁と河床面とのそれぞれの平均せん断力の比を示しているが，他方 figs. (a), (b), (c) のような各状態をも表わしていることになる。

さて，断面内の平均流速は，水路半分を流れる流量を Q とすれば

$$V=Q/bh\quad\cdots\cdots(57)$$

一方 eq. 36 を水路半分について積分すれば

$$Q=\int_0^b\int_0^h u\,dy\,dz\fallingdotseq\int_{1/c_2}^b\int_{1/c_3}^h C_1\ln C_2yC_3z\,dy\,dz$$

$$=C_1bh\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right)$$

$$=\frac{bh}{K^2C_1}\bar{u}_{*b}\times\bar{u}_{*w}\quad\cdots\cdots(58)$$

ただし

$$\bar{u}_{*b}=\frac{1}{b}\int_{1/c_2}^b u_{*b}\,(y)\,dy$$

$$=(u_{*b}(y)\text{の単純平均値})\quad\cdots\cdots(59)$$

$$\bar{u}_{*w}=\frac{1}{h}\int_{1/c_3}^h u_{*w}(z)\,dz$$

$$=(u_{*w}(z)\text{ の単純平均値})\quad\cdots\cdots(60)$$

したがって

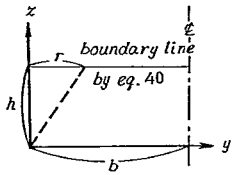


Fig. 17 (a)

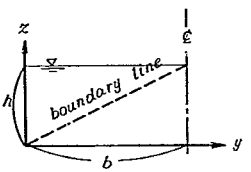


Fig. 17 (b)

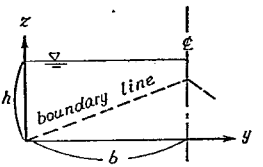


Fig. 17 (c)

$$V=Q/bh=\frac{1}{K^2C_1}\bar{u}_{*b}\cdot\bar{u}_{*w}$$

$$=C_1\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right) \quad \cdots\cdots(61)$$

断面平均の摩擦速度は前述のように $u_*=\sqrt{gRi}$，R =径深$=(2b)h/2b+2h=bh/(b+h)$ で良いから

$$\frac{V}{u_*}=C_1\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right)\Big/\sqrt{g\cdot\frac{bh}{b+h}\cdot i}$$

$$=\frac{1}{K}\cdot\sqrt{b+h}\cdot\sqrt{\frac{1}{h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{C_3h}\right\}+b\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{C_2b}\right\}}}$$

$$\times\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right)$$

$$=\frac{1}{K}\cdot\sqrt{\frac{b+h}{h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{C_3h}\right\}+b\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{C_2b}\right\}}}$$

$$\times\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right) \quad \cdots\cdots(62)$$

通常 $V/u_*=\frac{1}{K}\ln\frac{30.2R}{k}$，$k$ = 合成相当粗度と表わされるから

$$\ln\frac{30.2R}{k}=\sqrt{\frac{b+h}{h\left\{(\ln C_3h)^2-2\ln C_3h+2-\frac{2}{C_3h}\right\}+b\left\{(\ln C_2b)^2-2\ln C_2b+2-\frac{2}{C_2b}\right\}}}$$

$$\times\left(\ln C_3h-1+\frac{1}{C_3h}\right)\left(\ln C_2b-1+\frac{1}{C_2b}\right) \quad \cdots\cdots(63)$$

これより，側壁面と河床面の合成相当粗度kが計算される。

さて eq. 39 から分かるように，側壁面および河床面のそれぞれに沿う摩擦速度は非常に簡単な関数で変化するが，これらの量を領域の境界線 eq. 40 と関連させて，さらに簡明な表示を行なってみよう。figs. (a), (b), (c) の各場合に対して C_1 の値はそれぞれ変化するが，摩擦速度の関数形 eq. 39 そのものは無変化である。したがって境界線およびその延長線上に点 $(y_0,\ z_0)$ を考えると，figs. 18 (a), (b) に対して

$$u_{*w}\ (z=z_0)=KC_1\ln C_3z_0=KC_1\ln C_2y_0$$

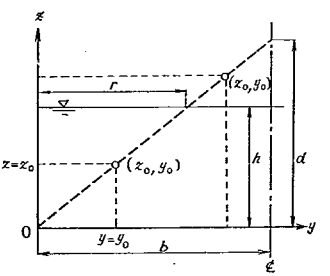
$$=KC_1\ln C_2r\cdot\frac{\ln C_2y_0}{\ln C_2r}$$

$$=u_{*wc}\cdot F_w\left(\frac{y_0}{r}\right) \quad \cdots\cdots(64)$$

$$u_{*b}\ (y=y_0)=KC_1\ln C_2y_0=KC_1\ln C_3z_0$$

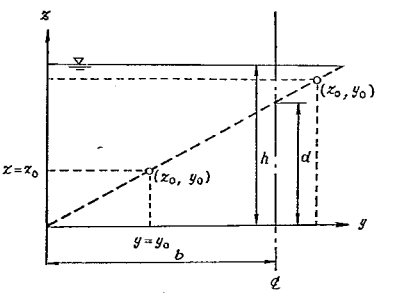
$$=KC_1\ln C_3d\cdot\frac{\ln C_3z_0}{\ln C_3d}$$

$$=u_{*bc}\cdot F_b\left(\frac{z_0}{d}\right) \quad \cdots\cdots(65)$$



(a)

Fig 18 (a)



(b)

Fig. 18 (b)

ここに

$$\left.\begin{aligned} u_{*wc} &= KC_1\ln C_2 r \\ u_{*bc} &= KC_1\ln C_3 d \\ F_w(y_0/r) &= \ln C_2 y_0/\ln C_2 r \\ F_b(z_0/d) &= \ln C_3 z_0/\ln C_3 d \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(66)$$

上式により，各境界面上の摩擦速度を，境界線 eq. 40 が水面および水路中心線を切る長さ（r, d）によって表わし得た，この考えは次章で傾斜護岸の場合に応用する。

以上は主として水路幅が小さい場合の解析であるが，fig. 18 (a) に示すように，水路幅が大きい場合（あるいは側壁の影響域が水路幅に対して小さい場合）には，側壁の影響は水路中央部まではおよばないと考えるのが妥当である。上の検討が局所的な場に限られることから考えて，こうした場合には，側壁から距離 $y=r=h\cdot(k_w/k_b)$ の領域だけが側壁の粗度の影響を受けるものとし取り扱えば実用的であると考えられる。こうした場合

$y=r=h\cdot(k_w/k_b)$ で　$u_{*b}(y=r)=\sqrt{ghi}$ …(67)

の条件を使うことによって eq. 39 より

$$u_{*b}(y=r=h\cdot(k_w/k_b))=\sqrt{ghi}=KC_1\ln C_2 r$$

したがって

$$C_1=\sqrt{ghi}/K\ln C_2 r=\sqrt{ghi}/K\ln\left(\frac{30.2h}{k_b}\right) \quad \cdots\cdots(68)$$

$\sqrt{ghi}=u_{*b\max}$ とおけば，$y\leqq r$ の範囲の流速分布は

$$\frac{\overline{u}}{u_{*b\max}}=\frac{1}{K\ln\left(\frac{30.2h}{k_b}\right)}\cdot\ln\frac{30.2y}{k_w}\cdot\ln\frac{30.2z}{k_b} \quad \cdots\cdots(69)$$

同じくせん断力分布は

$$\left.\begin{aligned} u_{*w}(z) &= u_{*b\max}\frac{\ln\frac{30.2z}{k_b}}{\ln\frac{30.2h}{k_b}} \\ u_{*b}(y) &= u_{*b\max}\frac{\ln\frac{30.2y}{k_w}}{\ln\frac{30.2h}{k_b}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(70)$$

$y\geqq r$ での流速分布は当然

$$\frac{\overline{u}}{u_{*b\max}}=\frac{1}{K}\ln\frac{30.2z}{k_b} \quad \cdots\cdots(71)$$

となっている。

以上の解析では境界面の精粗の尺度として相当粗度を用いてきた。相当粗度は流れの境界面の凹凸の程度を示す長さの次元を持つ量であるが，均一な砂粒をはりつめた固定境界面に対してはその概略値を推定しうるが，一方境界面の凹凸の整列の状態に影響を受けるので，均一な砂粒河床に砂れんが発生したような場合になるともはや相当粗度の値の推定精度は非常に悪くなってくる。また同じ形状の凹凸でも水理量によって変化するといわれているので理論的にその値を決められない欠点を有する。実際の河川の現場では相当粗度という概念は一般に取り付きにくい量であろうと思われるが，流れに関する実測資料がない限りその大きさを決められないという点ではマニングの粗度係数も同一の条件にあるといえよう。河川の側壁（法面護岸）などに使用される各種コンクリートブロックもその粗度を実験的に測定することもでき，近似的には Schlichting の実験結果[33] から推定できる。また移動河床の砂れんの相当粗度についても現在さかんに研究されているところであるから，今後それぞれの相当粗度の推定精度が良くなると思われ，したがってここで述べた相当粗度中心の解析も実用に供するのに困難ではなくなると思われる。

〔5〕 実測値との比較

最近 Ghosh らおよび Kartha らは相ついで，開水路の境界のせん断力の実測結果を発表した。それらの実測結果は前者はせん断力の直接測定（抗力測定装置使用），流速分布からの決定およびプレストン管による測定の三様の測定方法を使用して正確を期しており，後者はプレストン管による測定である。いずれも乱流状態の実測結果で，理論を埋めるための入念な実験となっている。fig. 19 は Kartha らの実測結果で aspect ratio が12.5，レイノルズ数 $=1.7\times10^5$ の場合である。また fig. 20 は Ghosh らのデータの一部で，いずれも直立護岸の場合である。両者の明瞭な差異は水面付近における側壁のせん断力分布であって，fig. 19 では水面付近で減少しているのに対し，fig. 20 では河床面から単調に増加している点である。この違いは開水路では最大流速が水面下に現

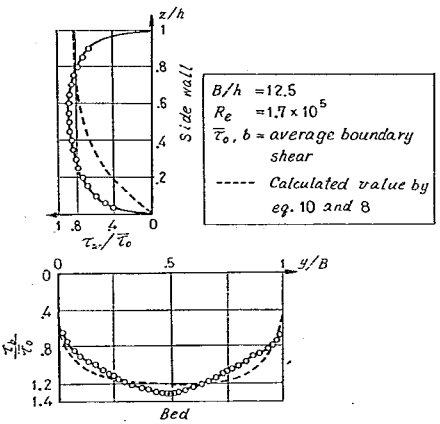


Fig. 19 Boundary shear distribution (Kartha et. al)

われやすいという事実[24]にもとづくものと考えられる。また Kartha らの図中には，破線で層流理論と比較してあるが，河床面付近で護岸のせん断力が層流理論によるそれを凌駕しているのは乱流の場合の特徴であって Leuthesser の指摘したところである。

本論文での理論展開は必ずしも普遍的なものではなく，前述のように，側壁および河床面の相互干渉の強い流れの領域に適用すべきである。したがって fig. 19のように aspect ratio 12.5 のように水路幅が水深に比して十分広いような場合，全河床面のせん断力を記述するの

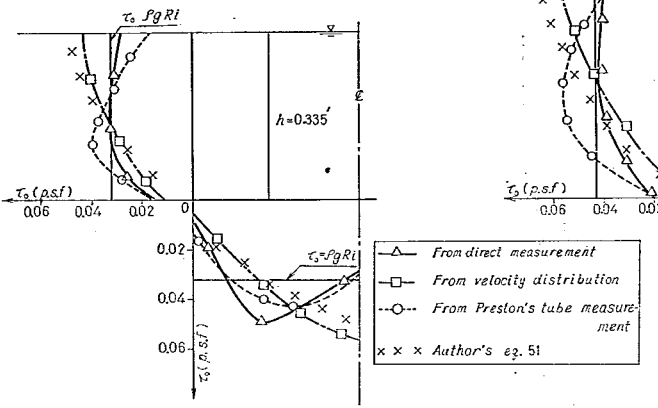


Fig. 20 (a)　Boundary shear distribution in rectangular open channels (Ghosh et al)
$KC_1=4.48\times10^{-2}$, $C_2=C_3=204\text{ft}^{-1}$

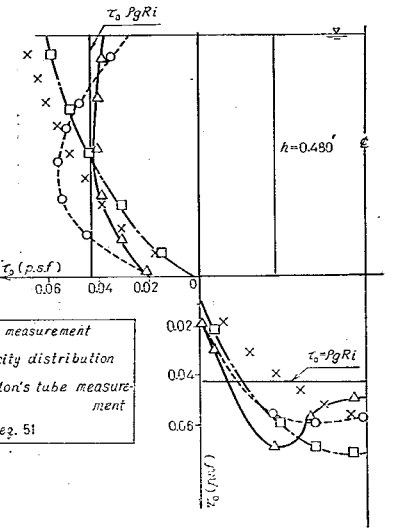


Fig. 20 (b)　$KC_1=4.80\times10^{-2}$, $C_2=C_3=204\text{ft}^{-1}$

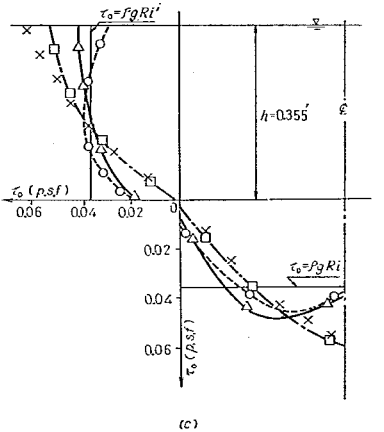


Fig. 20 (c)　$KC_1=5.76\times10^{-2}$, $C_2=C_3=102\text{ft}^{-1}$

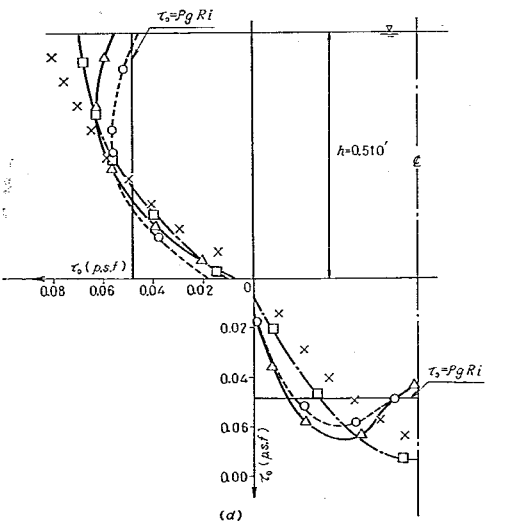


Fig. 20 (d)　$KC_1=6.18\times10^{-2}$, $C_2=C_3=102\text{ft}^{-1}$

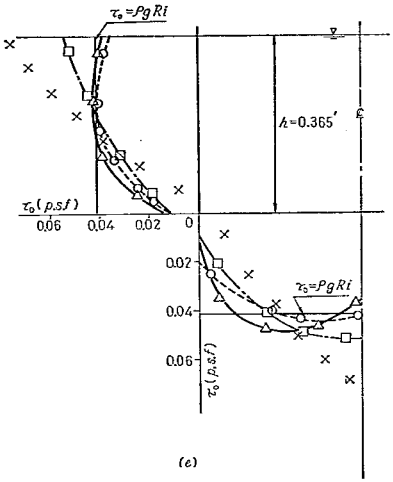


Fig. 20 (e) $KC_1=8.02\times10^{-2}$, $C_2=C_3=51\text{ft}^{-1}$

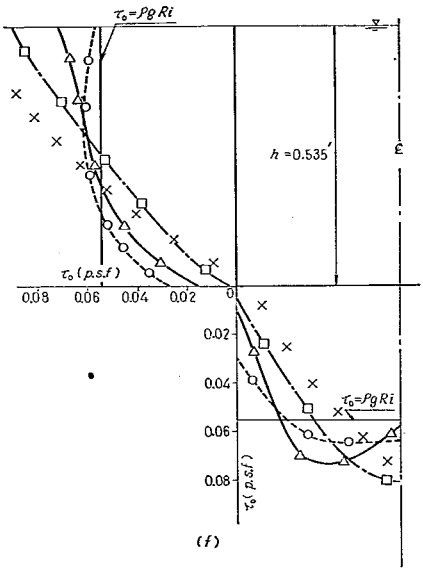


Fig. 20 (f) $KC_1=8.24\times10^{-2}$, $C_2=C_3=51\text{ft}^{-1}$

は好都合ではない（この場合常識的には水深を h とすると摩擦速度が $\sqrt{ghi}$ であたえられる河床面が多くなるだけである）。そこで水深に比べて水路幅が比較的せまい Ghosh らの実験結果に対して計算例として理論式 eq. 39 とを比較してみる。Ghosh らは smooth, isolated, medium および dense の 4 種類のイボ型粗度で実験を行なっているので，本理論を適用するためまずこのイボ型粗度の相当粗度の大きさを推定する必要がある。

Ghosh らの実験に使用したイボ型粗度上の流速分布は

$$\frac{U}{u_*}=5.75\log\left(\frac{R}{\lambda\delta}\right)=\frac{1}{K}\ln\left(\frac{R}{\lambda\delta}\right)\cdots\cdots(72)$$

であたえられておりしかも側壁と河床面とは同じ配列のイボ型粗度であるから eq. 38 より

$$C_2=C_3=30.2/k=1/\lambda\delta\cdots\cdots(73)$$

ここに R は径深，k は側壁と河床面とを代表する相当粗度，λ はイボ型粗度の配置によって決まる定数で λ ＝イボ型粗度要素の（水中突起高）×（幅）/（縦断間隔×横断間隔）および δ は水中突起高である。

したがって

figs. 20 (a), (b) (isolated)：

$k=30.2\lambda\delta=0.059$ inch

$\therefore C_2=C_3=1/0.059\fallingdotseq204\text{ft}^{-1}$

figs. 20 (c), (d) (medium)：

$k=0.118$ inch

$\therefore C_2=C_3=102\text{ft}^{-1}$

fig. 20 (e), (f) (dense)

$k=0.236$ inch

$\therefore C_2=C_3=51\text{ft}^{-1}$

水路幅 $2b=0.656$ft であるから $b=0.328$ft となり，$K=0.4$，水深は各図に記入してある。fig. 21 の実験の水理基本量を Table-1 に掲げる。これらの量を使って eq. 44 より C を計算すると eq. 39 より側壁および河床面の摩擦速度が計算され，結局せん断力は $\tau=\rho u_*^2$ で求まる。ただし計算にはすべてフィートポンド単位を使用した。これらの計算結果も Table-1 に掲げてあり，最後の欄のせん断力分布を fig. 20 上にプロットしたのが図中×印である。また単純に径深を使って $\tau_0=\rho g Ri$ の大きさを同図中に実線で示してある。本理論による計算値は，側壁の水面付近および河床面の中央付近で実測値とはずれてくるケースも見られるが，$\tau_0=\rho g Ri$ よりさらに明瞭に分布形状や隅の部分の分布についてはかなりよく実測値を説明していると考えることができよう。

4, 応用的問題

〔1〕 斜面護岸の場合

Ghosh らはまた台形，水路のせん断力分布を実測しており，その数例を fig. 23 に示すがつぎのような特長が見られる。(1)側壁が鉛直な場合水面に最大せん断力が生じ

Table - 1

Fig. No.	Depth h in ft.	Hydraulic radius R in ft.	Ave. velo. U in ft/s	Slope i $\times 10^{-3}$	$\frac{UR}{\nu} \times 10^{4}$	Artificial roughness	b in ft.	$C_2\ (=C_3)$ in ft.$^{-1}$	KC_1 eq. 44 $\times 10^{-2}$	$\tau = \rho u_*^2$ eq. 39
Fig. 21 (a)	0.335	0.166	2.12	3.15	3.27	isolated	0.328	204	3.85	$\tau_w = 0.00288(\ln 204z)^2$ $\tau_b = 0.00288(\ln 204y)^2$
〃 (b)	0.480	0.195	2.48	3.48	4.49		0.328	204	4.13	$\tau_w = 0.00332(\ln 204z)^2$ $\tau_b = 0.00332(\ln 204y)^2$
〃 (c)	0.355	0.171	1.97	3.35	3.13	medium	0.328	102	4.95	$\tau_w = 0.00476(\ln 102z)^2$ $\tau_b = 0.00476(\ln 102y)^2$
〃 (d)	0.510	0.200	2.34	3.85	4.35		0.328	102	5.31	$\tau_w = 0.00549(\ln 102z)^2$ $\tau_b = 0.00549(\ln 102y)^2$
〃 (e)	0.365	0.172	1.95	3.88	3.12	dense	0.328	51	6.92	$\tau_w = 0.00929(\ln 51z)^2$ $\tau_b = 0.00929(\ln 51y)^2$
〃 (f)	0.535	0.203	2.28	4.27	4.30		0.328	51	7.10	$\tau_w = 0.00978(\ln 51z)^2$ $\tau_b = 0.00978(\ln 51y)^2$

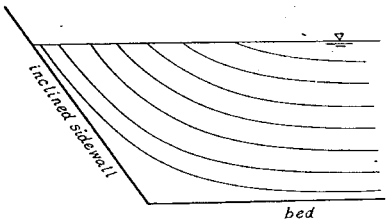


Fig. 21 Velocity distribution near inclined sidewall

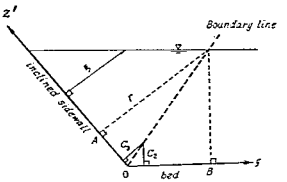


Fig. 22 Boundary line nrofile near inclined sidewall

るのに反し側壁が斜面の場合には必ず水面下に現われる。(2)また側壁の傾斜が変わると最大せん断力の発生水深が変わってくる。こうした性質は従来斜面上の水深の変化に比例するせん断力を考えることによって処理されていたようであるが，これは護岸の問題にとどまらず側方侵食の現象にも関係が深いので，今後理論的な考察が望まれるところと思われる。

斜面護岸上の等流速線はfig. 21のように，河床からある程度の距離はなれると，斜面護岸に平行な線で形成されることが重要な点である。このような領域における混合距離の仮定は，現在まだ屋上屋を重ねる類であると思われるので，ここでは簡単に前節の長方形断面に対して得られた性質を拡張応用して，境界面に作用するせん断力を定性的に類推してみる。

二つの領域の境界線eq. 40については，前述のように，側壁および河床面のそれぞれに平行な等流速線が形成されやすいことから考えると，側壁が斜面の場合にもそのまま適用されると思われる。したがってこの場合の境界線はfig. 22のように，側壁と河床面とでつくる角を C_2 と C_3 の比に内分する直線となる。また斜面護岸上の最大摩擦速度 u_{*wc} は点Aに現われ，斜面護岸（z' 軸とする）上の分布は，eq. 64の考えを応用して

$$u_{*w}(z') = u_{*wc} \cdot F_w'\left(\frac{\xi}{r}\right) \cdots\cdots (74)$$

で表わされると期待される。ここにFig. 22の記号を使って $u_{*wc}=KC_1\ln C_2 r$，$F_w'(\xi/r)=\ln\xi/\ln r$，ξ はfig. 22に示すように境界線あるいは水面から斜面に下した距離であり，ξ の最大値を r とする。定数 C_1，C_2 は前節と同じであるが，C_1 を求めるにあたっては若干の工夫が必要であろう。上式によれば斜面および河床面の相当粗度が変化しない場合，水深が増すほど u_{*wc} の発生位置が斜面の上方（河床から離れた）に来ることになる。また斜面の傾斜が緩くなるほど u_{*wc} は斜面の下方に生じることになる。Ghoshらの $\tau_0=\rho u_{*w}^2(z')$ および $\rho u_{*b}^2(y')$ の実測結果はfig. 23のようであった。ただし実験水路は側壁・河床とも同一規模のイボ型粗度が付してあり，水理的に粗な境界を形成している。eq. 74は理論的根拠の深いものではないが，実測の傾向を定性的に示しているといえる。いずれにしろ斜面護岸の場合には，直立護岸の場合と異なって，河床面付近に最大の τ が生じる点が注目される。

fig. 23のそれぞれの図では，河床面と斜面とに同じ配列のイボ型粗度（前章のdenseなイボ型粗度）が付されているので，eq. 40に相当する境界線は斜面と河床とでつくる角の二等分線となり，eq. 69によれば斜面上の最大摩擦速度が生じる位置は境界線と水面との交点から斜面に下した垂線の足の位置A点と予測される。fig. 23の6枚の図で見た限り(e)，(f)の図を除いて概略その予測は適用性がよいようである。なおfig. 23には，（水の単位重量）×（斜面上の鉛直水深）×（エネルギーこう配）であたえられる従来の推定法によるせん断力分布を実線で示してある。fig. 24より一般に，その推定法による値よりも大きいせん断力が斜面の中央部に生じ，また河床面付近では過大な推定値をあたえることになっている。

〔2〕 護岸の改良が局所流速を増減させる効果について

護岸近傍の流速分布は前述のようにeq. 35で表わされる。護岸を改良した場合には定数 C_2 の値のみが変化することになるから，改良後の値にダッシュ記号を付ければ

$$\overline{u} = C_1 \ln C_2 y \ln C_3 z \cdots\cdots (35)'$$

$$\overline{u'} = C_1 \ln C_2' y \ln C_3 z \cdots\cdots (35)''$$

C_1 の値は，水路のこう配が護岸の改良前後で不変であるとすれば，変化しないことになる。また C_2 の変化に応じて二次的に C_3 も変化をもたらすものと考えられるがここではそれを無視して上二式の比をとると

$$\frac{\overline{u'}}{\overline{u}} = \frac{\ln C_2' y}{\ln C_2 y} \cdots\cdots (75)$$

となり，たとえば従来より斜面の凹凸の小さい改修護岸では $C_2'>C_2$ となるから $\overline{u'}>\overline{u}$ となり流速の増加がもたらされると評価できる。あるいは上式を水深と同じ大きさ位の水路幅で積分してやれば，護岸付近の平均流速の

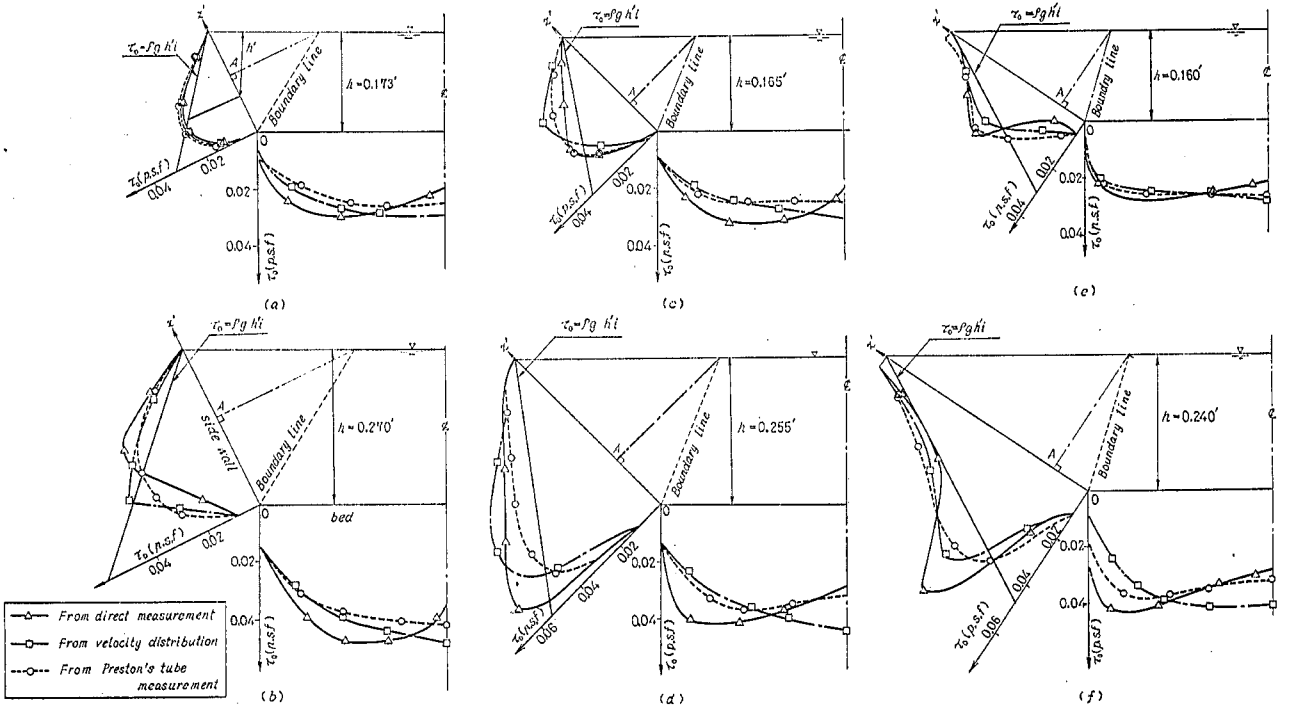


Fig. 23 Boundary shear distribution near inclined sidewall and bed (Ghosh et al)
h' : Vertical depth over inclined sidwall

増加量を評価できよう。

5. 局所流の問題と今後の展望

流速分布が歪曲している流れの中にはいわゆる二次流が発生するといわれているが，こうした意味においては河川の護岸付近はいわば二次流の"巣"である。二次流に関する研究がすすむにつれ，定常的な二次流の存在が知られており，たとえば護岸の根固め付近で生じる護岸から河道中心へ向かう二次流の存在は，根固め部分から土砂を奪う意味を持つもので，いかにすれば二次流を誘導コントロールできるかは興味ある問題と思われる。

局所流とならんで変動流の存在はきわめて重要な問題である。ここに取り上げた平均流の解析も大事であるが，平均流に共存する瞬間的なとくに大きい力の変動量—乱れ—の効果を研究する必要がある。こうした観点からはかなり大きな模型護岸による乱れの実測と検討とが行なわれなければならないであろう。

また実際河川の護岸でよく起こるように，護岸にある角度をもって流れが衝突するような場合において，護岸に作用する力，護岸の水はね効果，はねられた水の挙動などについて，とくに護岸付近の河床面にあたえる影響—根固めの洗掘—を研究する必要がある。こうした意味においては局所洗掘の発生しやすい河川わん曲部や蛇行部で局所洗掘を軽減する可能性のある護岸工法などを研究開発するのは意義が深い。

6. まとめ

本論文で主としてつぎのような点を論じまた明らかにした。

(1) 長方形断面水路内の流体中の応力状態に対して簡単な eq. 14 を導き Tracy の実測値によって検証した。

(2) 三次元の流れの場におけるレイノルズ応力の表現式を提案し，実測値によればそれがほぼ十分条件を満足していることを明らかにした。

(3) 水中の応力状態および流速分布に関する簡単化された eq. 35 を解き，定数を決定する方法を示した。

(4) 上により流速分布，側壁面および河床面上の摩擦速度分布に関する新しい推定法を示した。この推定法によれば，境界面上のせん断力分布を fig. 20 の程度に説明することができた。しかしこの方法の適用範囲は，両境界面のあらさによって異なるが，eq. 40 によってあたえられる影響線が水面を切る点と護岸との間である。

(5) 護岸の粗度を大きくとれば付近の河床（根固め付近）に生じる流速を減少させ，その減少量の評価方法を示した。

(6) 側壁と河床のそれぞれの影響域の境界として，$z = k_b y / k_w$ (eq. 40) を提案した。これは等流速線と水路偶角部を結ぶ最短距離の直線と一致している。

(7) 側壁面河床面それぞれの相当粗度があたえられた場合，断面平均の合成粗度の大きさの計算法を eq. 63 で示した。

(8) 斜面護岸近傍の混合距離について知見を得ることができなかったが，長方形断面の場合から拡張した考えにより，斜面上の最大せん断力の発生位置およびせん断力の分布状態に関して eq. 69 を得た。この推定精度は従来の方法によるより高いと信ずる。

(9) 護岸の改良・新設が局所流速を増減させる効果について本理論を適用して，その評価方法の1つを提案した。

謝辞

本研究をはじめるにあたっては鹿島試験所長（現河川研究室長）須賀堯三氏より多くの示唆を得，また鹿島試験所においてこの研究のための基礎的な実験を行なうに際しては現河川研究室島貫徹技官の大きな協力を得た。ここではそのデータを公表していないが，考えをまとめるに当たっては最大のデータとなったことを記しておきたい。三次元場の混合距離理論の構造については河川部長土屋昭彦氏および京大防災研究所土屋義人教授にともに適切なる批評をいただいたことを記して深謝いたします。Tracyの実験値を整理し電子計算機で計算し直す面倒な業務は，河川研究室本間久枝技官・佐々木重義両技官にお願いし，図面作成などにあたっては河川研究室の皆様の協力を得た。

また多くの貴重な精度の高いデータを公表してくれた H. J. Tracy 氏，S. N. Ghosh 氏および N. Roy 氏らに厚く感謝いたします。

参考文献

(1) 須賀堯三，馬場洋二「わん曲部護岸の水理機能に関する二，三の実験的考察」，土木学会第26回年次学術講演会講演集，昭和46年10月

(2) Rouse, H. "Advanced mechanics of fluids", John Wiley & Sons, Inc. 1965

(3) Kimura Kiyoji, "Characteristics of laminar flow through rectangular channel", Trans. of JSCE, No. 96, August 1963

(4) Wagner, H. "Laminar flow in open rectangular channels (a contribution to the flow problem of open channels)", with the discussion by K.

Kimura, 13th congress of IAHR Aug.-Sept. 1969 (Kyoto)

(5) Olsen, O. J. and Florey, Q. L., "Sedimentation studies in open channels : Boundary shear and velocity distribution by membrane analogy, analytical and finite-difference methods", Bureau of Reclamation, Laboratory Report, 1952

(6) Leutheusser, H. J., "Turbulent flow in rectangular ducts", proc. of ASCE, Vol. 89, No. HY3, May, 1963

(7) Tracy, H. J., "Turbulent flow in a three-dimensional channel", Proc. of ASCE, Vol. 91, No. HY6 (1965)

(8) Ghosh, S. N. and Roy N., "Boundary shear di-stribution in open channel flow", Proc. of ASCE, Vol. 96, No. HY4. April 1970

(9) Kartha, V. C. and Leutheusser, H. J., "Di-stribution of tractive force in open channels", Proc. of ASCE, Vol. 96, No. HY7, July 1970

(10) 岸力，小川芳昭，池田達哉「護岸の水理学的特性」，土木学会北海道支部技術資料17号

(11) 木村喜代治「長方形開水路の流れに関する一近似計算」，土木学会第26回年次学術講演会講演集，昭和46年10月，

(12) 木村喜代治，長林久夫「長方形水路の抵抗法則について（その2）」，土木学会第27回年次学術講演会講演集，昭和47年10月

(13) Keulegan, G. H., "Laws of turbulent flow in open channels", Jour. of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 21, Dec. 1938

(14) Powell, R. W., "Flow in a channel of definite roughness", Trans. of ASCE, Vol. 111, 1946

(15) Einstein, H. A., "Formulas for bed-load transportation", Trans. of ASCE, Vol. 107, 1942

(16) 足立昭平「長方形断面水路の側壁効果に関する研究」，土木学会論文集第81号，昭和37年5月

(17) 前出 6)

(18) 前出 7)

(19) Perkins, H. J., "The formation of streamwise vorticity in turbulent flow", J. Fluid Mech Vol. 44. part4, 1970

(20) Liggett, J. A., Chiu, Chao-Lin, and Miao, L. S., "Secondary currents in a corner", Proc. of ASCE, Vol. 91, No. HY6, Nov. 1965

(21) Chiu, Chao-Lin and McSparran, J. E., "Effect of secondary flow on sediment transport", Proc. of ASCE, Vol. 92, No. HY5, Sept. 1966

(22) たとえば前出 10)

(23) たとえば前出 20), 21)

(24) 前出 2)

(25) 前出 3)

(26) 前出 4)

(27) 前出 7)

(28) Willis, J. C., "A new mathematical model for the velocity distribution in turbulent shear flow" Jour. of Hydr. Res IAHR, Vol. 10, 1972, No. 2

(29) 小倉義光「大気乱流論」，気象学講座第14巻，地人書館，昭和34年，P. 19

(30) Schlichting, H., "Boundary layer theory", P. 489, Mc Ggrawhill

(31) 前出 7)

(32) 前出 15)

(33) 前出 30)

(34) たとえば「物部水理学」P. 111，本間，安芸皎，岩波書店，1962

くい基礎の静的水平抵抗に関する実験研究

(昭和49年3月)

足立義雄*

Experimental Studies on Statical Lateral Restraint of Pile Foundations

(March 1974)

by Yoshio Adachi

Synopsis:

The statical lateral restraint of pile foundations is an interesting problem on the mutual relationship between substructures and soil. However, the study of group piles was scarcely performed up to day, although there were many reports of lateral behavior on only single pile. And moreover the estimating method on the coefficient of soil reaction for pile foudations is different to that of caisson foundations.

This paper shows the calculating method of deformation of pile, under the condition of which fits to the results of soil survey and of which extends the method for caisson foundations. And the ratio of lateral force supported by each pile in group piles makes clear by the result of model tests. Furthermore, these methods are confirmed in the results of large scalled test or the observation in the field.

In sum, the main point of this paper is that the estimating method of horizontal behavior of pile foundations is proposed, and simultaneously that the new measuring device for deformation in the field is presented.

Key words (Pile, Group pile, Soil survey, Coefficient of soil reaction, Deep foundation, Deformation)

要　旨

単ぐいの水平方向挙動の研究は数多く行なわれているが，くい基礎の静的水平抵抗はほとんど取扱われていない。しかも，ケーソンのような剛体基礎における地盤反力係数の推定法と全く独立した方法で地盤条件が求められ，設計の体系化がなされていなかった。

本論文では，ケーソン基礎に適用される地盤反力係数の推定方法を拡張することにより，くいに適用できる方法を見い出し，地盤条件を忠実に反映して地盤反力係数を計算する方法を提案した。

別に室内試験より，群ぐい効果を定量的に求め，大型模型や実橋脚の基礎において実測を行ない，その妥当性を確かめた。

要するに，ケーソンとくいの設計体系化を考えて，くい基礎の水平挙動について新しい推定法を提案したものである。

また，現場載荷試験において，特別な測定方法を利用したので紹介する。

キイワード（くい，群ぐい，現地調査，地盤反力係数，深い基礎，変形）

目　次

1. 序　論……(2)
2. 研究の意義と目的……(3)
〔1〕 群ぐい効果の研究の経緯……(3)
〔2〕 群ぐいの効果を考える意義と問題点…(5)
〔3〕 研究の目的と方法……(6)
3. 単ぐいの水平方向地盤反力係数……(6)
〔1〕 序……(6)
〔2〕 設計上の取扱い……(6)
〔3〕 剛体基礎に対する水平方向地盤反力係数……(7)

*構造橋梁部基礎研究室主任研究員

〔4〕 載荷面の補正に対する試験……(8)
〔5〕 地表面の影響の加味……(17)
〔6〕 載荷試験結果から推定する単ぐいの水平方向地盤反力係数……(19)
〔7〕 くいの水平方向地盤反力係数の推定…(32)
〔8〕 既応の推定値との比較……(33)
4. 群ぐいの荷重分担割合に関する室内模型試験……(35)
〔1〕 試験の概要……(35)
〔2〕 群ぐい効果の検証……(37)
〔3〕 試験方法……(39)
〔4〕 試験結果ならびにその考察……(41)
5. 荷重分担割合のモデル計算による裏付け…(55)
〔1〕 目 的……(55)
〔2〕 F.E.M. の適用……(55)
〔3〕 計算条件……(57)
〔4〕 計算による荷重分担割合とその考察…(59)
6. 大型模型試験ならびに現場試験……(63)
〔1〕 試験の目的……(63)
〔2〕 土木研究所構内における群ぐい模型試験……(63)
〔3〕 青柳橋橋脚における試験……(80)
〔4〕 依田橋高架橋における試験……(88)
7. くい基礎の設計への結びつき……(92)
〔1〕 序……(92)
〔2〕 推定の手順……(92)
〔3〕 群ぐい効果の適用……(93)
8. 遠隔変位測定装置の応用……(94)
〔1〕 目 的……(94)
〔2〕 装置の概要……(94)
〔3〕 適用測定事例……(94)
〔4〕 変位計の適用性……(97)
9. 結 論……(97)
10. あとがき……(98)

1. 序 論

建物を支えたり，橋を架けるためにくいが用いられた歴史は至って古いが，その起源は定かでない。ローマの Caeser がくいを打って橋を架け，敵国に進攻したことが De Bello Gallico に記してあると，コンクリートパイルハンドブック[1]に説明してある。これから考えると，紀元前からくいが用いられていたとみなすことができる。

もちろん材質は木材であろうが，最も初歩的な工法であるので古代から用いられていたのであろう。Chellis の著書 PILE FOUNDATIONS[2] の中に，その初期の段階には，手槌 (A hand ram)，ウインチ式のラム (Ratchet-winch ram)，手動式機械槌 (A hand-operated machine maul) などを用いて打込んだ様子が図に示してある。

その後，くいの材質，打込み方法に改良が加えられ，変化したが，現在に至るまで構造物の基礎としてくい基礎は多用されている。

我が国でも，静岡県の登呂遺跡に残っているように，やはり古代からくいを用いていたことが知られている。その後，桁橋を渡す際には木ぐいを打込んで水中にくいを並べ，橋脚をも兼ねて，その上に桁を架設した記録が古書に見受けられる[3]。いずれにしても，昭和の初めまではくいとしては木ぐいが専ら用いられていた。それに対して，昭和初期に鉄筋コンクリート工法が普及するとともに，現場製作のコンクリートぐいも作られるようになった。

遠心力を利用してくいを製造する方法は1920年頃，オーストラリアの W. R. Hume によって考案され，アメリカを経て我が国に技術導入された。昭和9年には，静岡県沼津市に大同コンクリート工業株式会社が設立されて，遠心力鉄筋コンクリートぐいの製造を開始しており，昭和12年の日華事変以来，軍事目的のためにくいの需要も増加し，その当時としては画期的な長いくいが製造されていた。

終戦とともに日本経済が壊滅の状態となり，コンクリートぐいの製造も停滞した。しかし，昭和27，28年頃より日本経済も再び胎動を始め，橋梁についても永久橋への架け換えが始められ，くいの需要も増大してきた。その当時，運輸省第二港湾建設局が塩釜港に桟橋を建設するに際して，鋼ぐいを用い，これを契機として鋼ぐいが大いに普及するようになった。

昭和34年6月に首都高速道路公団が創立され，プレストレストコンクリートぐいの使用を始め，さらに都市部での工事において騒音・振動を避ける目的から場所打ち鉄筋コンクリートぐいが採用され，くい基礎の黄金時代が築かれたと言える。

このように現代までの2,000年の間にわたって，くいが構造物の基礎として利用され，非常に長い歴史を有していると言える。これらのくい基礎は，その当時の経験に基づいて計画・設計がなされ，また施工能力にしても自ら限界があったと考えられるが，最も簡単な工法として使用され続けてきたものとみなしうる。

これに対して，設計面からながめてみると，ごく最近まで工事担当者ないしは設計技術者にまかされ，それに

携わる技術者の経験に一任されていたと言える。鉄筋コンクリートぐいが製造され始めた頃では，許容耐力が20 t に警視庁によって制限されていた事実からも，設計を行なう以前の問題であったと考えられる。

しかし，ここ10年間に飛躍的にくいの需要が増大し，くいの種類も多くなり，また経済性を追求する意味からも，設計方法の確立が取り上げられ，各方面で資料の蓄積に努力が払われている。

昭和30年には，遠心力鉄筋コンクリートぐいに関するJIS規格が初めて定められ，昭和36年には，一般構造用炭素鋼鋼管のJIS規格の中に鋼管ぐいが含まれたほか，建築基礎構造設計規準[4]や道路橋下部構造設計指針[5]などがあいついで世に出て，設計者のよりどころとなっている。

しかし，これらの指針・規準にも未解決な重要な問題点が残されている。例えば，道路橋下部構造設計指針・くい基礎の設計編には，審議の際に問題となったが解決できなかった点を14項目も列挙してあり，まだ多くの点に問題を残してはいるが，実務を担当する技術者の手引き書になればとの意図から発刊に踏み切ったと言われている。

その後，それらの問題点について研究が進められているが，本報告では，現在までも未解決のまま残っている問題点の中から，そのひとつとしてくい基礎の水平方向挙動の問題をとりあげて試験・研究を行ない，群ぐい効果という面から説明したものである。

群ぐいの水平抵抗は単ぐいの水平抵抗の本数倍に等しくならないということが，以前から指摘されてはいるが，その割合については明確となっていない。また，単ぐいの挙動と，群ぐいにおける個々のくいの挙動との間の結びつきについては全く不明である。

そこで，本研究は1本のくいの水平方向挙動の説明から出発して，くい群における個々のくいの動きを荷重分担割合という角度から観察し，くい基礎の水平方向の設計に結びつくような形でとりまとめたものである。

2. 研究の意義と目的

〔1〕 群ぐい効果の研究の経緯

(1) 単ぐいの水平抵抗に関する研究の経緯

鉛直な単ぐいの水平抵抗に関する研究は，それがくい基礎の基本的な構成要素のひとつであるために重要視されて，数多く行なわれており，種々な方法でのアプローチが試みられ，現在に至るまで解析が続けられている。これらの研究のほとんどは，地中にあるくいに水平力が作用したとき，くいを弾性床上に置かれたはりと考えており，はりのたわみ曲線が満足しなければならない微分方程式を，次式で表わしている。

$$EI\frac{d^4y}{dx^4}+pD=0 \quad \cdots\cdots(2.1)$$

ここに，EI：くいの曲げ剛性

x：くいの根入れ長さ方向の位置

y：くいの変位量

p：深さ x の点の地盤反力度

D：くい径

この式がいずれの研究にも共通している，水平力に対するくいの挙動を示す基本式であり，単ぐいの水平抵抗に関する研究は(2.1)式において地盤の性質を表わす p に種々な要素を考慮に入れてくいの挙動を解析しているとも言える。換言すれば，鉛直な単ぐいの水平挙動に関する研究は，地盤の抵抗をどのように考えるかの研究であると考えても過言ではない。

地盤の水平抵抗に関与する要因は，くいの寸法，くいの曲げ剛性，土の力学的性質，荷重の大きさ，載荷後の経過時間などであるが，これらのパラメーターをすべて満足するように関数形で表現して解くことは非常に複雑となるので，一般には単純化されて次のように表現されている。

$$pD=kDx^my^n \quad \cdots\cdots(2.2)$$

ここに，k：地盤の性質によって定まる定数

したがって，(2.2)式においては，くいの寸法，土の力学的性質，荷重の大きさが考慮に入れられていると言うことができ，m，n の指数のとり方によって変わってくる。

y の指数 n を $n=1$ とすると，地盤反力は変位量に比例して増大し，地盤を弾性材料として取扱っていることになり，$n\neq1$ とすると，地盤は非線形な挙動を示すと考えていることになる。

一般に，くいの設計に最もよく使用されているのは，$m=0$，$n=1$ とする Chang の式[6]と呼ばれているものである。この式によると，$pD=kDy$ となり，地盤反力は地盤の性質を表わす定数と変位量に比例し，解が容易に得られる。

港湾構造物の設計では，$n=0.5$ とし，地盤条件により $m=1$ とする方法[7]と $m=0$ とする方法[8]がある。その他に，各種の考え方があるが，ここでは省略する。

また，古典的な計算法として，くいの水平抵抗を放物線分布と考えて土の極限状態における地盤反力と外力とのつり合いから求める方法もあるが，これは主としてケーソン基礎に用いられているので，ここでは触れないことにする。

(2) 群ぐいの効果の研究の経緯

(a) 諸外国の事情

単ぐいの性状に関する研究は，2.〔1〕(1)にも述べたように，Chang の式を始めとして数多く行なわれてい

る。また，任意の地盤条件が考慮に入れられ，くいの諸量を無次元化して取扱えるようにし，水平方向の挙動に関する一般的な解を得ている Matlock と Reese[9] の研究も有名である。

しかし，群ぐい効果についての研究は進められておらないと言いきれる。すなわち，我が国とは事情が異なっていて，耐震設計が大きな比重を占めておらず，水平荷重としては送電用鉄塔に作用する風荷重や海岸構造物に作用する波浪，潮流であり，比較的小さい。そのため，あまり問題にならなかったと言える。

その反面，海上作業台のような柱本数の少ない構造物では，計算仮定を少なくして厳密な方法を適用することが近年行なわれ始めている[10]。それによると，捩りを含む任意の荷重が作用したとき，荷重と変形の関係はすべて異なった係数で表わされているので，各くいの挙動を任意に定めることができる。また，その係数の設定には，地盤の非線形性が考慮に入れられるようになっている。これを応用すると，群ぐい効果を考慮に入れて，くい基礎の設計を行なうことはできる。しかし，係数のとり方については何も触れられていない。

(b)　我が国の事情

我が国においては，諸外国と違って，地震時の設計によってくい基礎の寸法が決められている。したがって，以前から群ぐい効果については着目されていたが，くいの本数，くい間隔，くいの配置，地盤性状などの要素が複雑に影響し合うために，未解決のまま残されている。ここでは，現在までに提案されている次の二つの方法について説明する。

1)　道路橋下部構造設計指針・くい基礎の設計編に提案されている方法[5]

くい基礎の設計編　第3. 4. 6条に「軸直角方向力に対する群ぐいの考慮」として，くい間隔を密に打ったくい基礎では，打込まれたくいが相互に干渉して，その効率が落ちるために，単ぐいの許容支持力にくい本数を乗じたものを群ぐいの許容支持力とすることができず，効率の低下を考慮に入れる必要があると規定されている。低減を行なう範囲は，地盤の種類によっても異なるが，くい間隔がくい径の5倍以下の場合とされている。

しかし，群ぐいによる効率低下の算定方法は種々考えられる上，実験による裏付けが行なわれていないので，以下に示す計算式は，参考までに上げたもので，推奨できる方法は決められていないと説明され，適用に当たっては十分に検討を加えることが必要だとされている。したがって，実務に際しては，群ぐい効果に対する警告条項程度に理解されて，ほとんど適用されていない。

計算式は図-2.1に示すように荷重が分布すると考え，

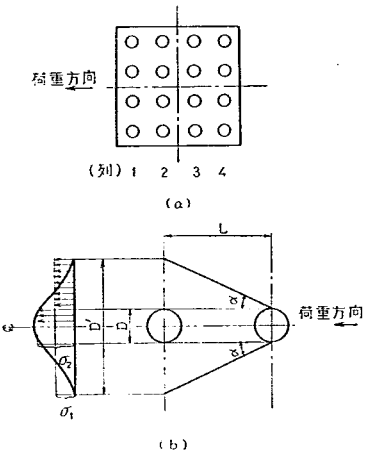


図-2.1　荷重分布状態（くい基礎の設計編による）

次のように表わされている。

$$e = \frac{D' - \rho D}{D'} = 1 - \frac{\rho D}{2L\tan\alpha + D} \quad \cdots\cdots(2.3)$$

ここに，e：2列目以下のくい支持力に乗ずる効率

D：くい径（m）

L：くいの荷重方向間隔（m）

α：くい軸直角方向の地盤反力分布角

D'：くいによる地盤反力の一列前のくいにおける分布幅（m）

ρ：地盤反力の集中度（σ_2/σ_1）

σ_1：D'区間の平均地盤反力度（t/m²）

σ_2：D区間の平均地盤反力度（t/m²）

この計算式では，α と ρ がわかれば効率 e を求めることができる。しかし，現在のところ，α と ρ を知ることがむずかしい。指針には目安の値として，α を土の内部摩擦角より多少小さめな値に，ρをくい間隔が2.5～3Dの範囲では2にとればよいとしている。しかし，D=50 cm，tan α=1/2，l=150cm，ρ=2とすると，e=1/2にもなることと，上にも述べたように，実験資料に乏しいこと，2本のくいの影響のみしかわからないことを考え合わせて，適用にまでは至っていない。

2)　玉野・大内により提案されている方法[11]

この方法は水平荷重を受けた群ぐいの支持力低減率を求めるひとつの考え方を示したもので，次のような大きな仮定を設けているが，将来へのアプローチとして提案している。

（1）　前のくいの水平変位によって後のくいは影響を受けない。

（2）　後のくいの水平変位によって前のくいは地盤と

同様に変位する。

（3） くいの後部と地盤との間にはすき間は生じない

（4） 地盤応力の分散角度は一定である。

（5） くい側面の反力分布状態を矩形分布に換算する。

（6） くいに作用する荷重Pとくいの水平変位量yの間には次の関係がある。

$$P = Ky^{0.5} \quad \cdots\cdots(2.4)$$

ここに，P：くいに作用する水平荷重

y：くいの水平変位量

K：比例定数

この関係はChangの式とは異なっている。

（7） 仮定(5)，(6)を考慮に入れて，くいに作用する水平荷重による地盤内のひずみを集計して，くいの水平変位量を求めれば，次の式が得られる。

$$\delta_x = \frac{FDl}{E} \cdot \frac{-1}{(D-2l)^2 \tan^2\alpha} \times \left[\frac{4x\tan^2\alpha + (D+2l)\tan\alpha}{(l+x\tan\alpha)(D+x\tan\alpha)} - \frac{(D+2l)\tan\alpha}{lD} + \frac{4\tan\alpha}{(2l-D)} \left\{ \log\frac{D+2x\tan\alpha}{2l+2x\tan\alpha} - \log\frac{D}{2l} \right\} \right] \quad \cdots\cdots(2.5)$$

ここに，δ_x：くいからxなる点までのの地盤のひずみによるくい頭の水平変位量

D：くい径

l：くいの換算長

E：地盤のヤング係数

α：くい側面の反力の分散角度

以上の関係のもとに，1列に並んだくいについて，くいの水平変位が等しくなるように，各くいの分担荷重を求め，その合計と単ぐいの荷重にくい本数を乗じたものの比より低減率を求め，図-2.2に示す結果にまとめている。

これについても，将来実験により確かめられることが必要であると強調され，適用例は少ない。

以上述べた方法の他に，最近発表された玉置他の論文もあり，模型実験によりくいの支持力の減少という面から群ぐいの効果を取り上げており，実験式を提案している。

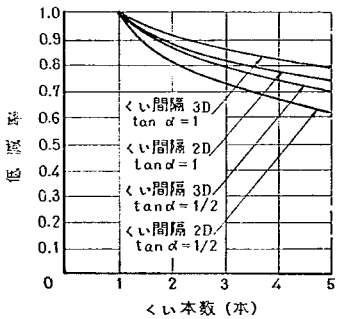


図-2.2 水平荷重の方向に1列に並んだ群ぐいの低減率（玉野、大内による）

〔2〕 群ぐいの効果を考える意義と問題点

2.〔1〕に述べた群ぐい効果に関する研究の経緯より，次の点が指摘できる。

（1） 群ぐい効果についての研究は数少ない。単ぐいの挙動に関する研究は内外を問わず積極的に進められているが，群ぐい効果という角度からの研究は諸外国では，例が見られず，我が国でも上に述べた程度のことしか研究が進んでいない。

（2） しかも，我が国で行なわれた群ぐい効果に関する研究は，実験による裏付けがほとんどなされておらず，それぞれの研究実施者もその必要性については言及している。

以上の点より，群ぐい効果について，実験を行なって確認する必要があり，設計と結びつくように一般性を有することが肝要である。

そこで，群ぐい効果について研究を行なう上で，次の問題点があるとみなされる。

（1） 群ぐい効果が実際にどの程度あるのかについて確認する必要がある。

（2） 単ぐいの挙動と群ぐいの挙動との結びつきを説明できうるようにする必要がある。

（3） 群ぐい中のそれぞれのくいに作用する荷重を明確にし，群ぐいにおける各くいの挙動を把握する必要がある。

（4） 群ぐいの挙動に地盤調査結果が忠実に反映されるようにする必要がある。

以上の点に関して，筆者は次のように考える。

（1） 単ぐいの水平抵抗にくい本数を乗じたものより小さいと，従来から言われている群ぐいの水平抵抗については，室内模型実験によって具体的な性状を把握し，野外実験ならびに実測結果とも照合して確かめることとした。計算による検討としては，有限要素法を用いて行ない，各くいの荷重分担について調査することができる。

（2） 単ぐいの挙動については従来から研究が行なわれていたが，本報告では載荷試験例に基づいて推定することとした。これについては，載荷試験結果がくいの挙動を最も忠実に表現していると考えられるからである。さらに，その結果を群ぐいの関係式に用いて単ぐいの挙動と群ぐいの挙動の結びつきをはかった。

（3） 群ぐい効果は玉野・大内の提案によると，群ぐ

いの抵抗荷重に対する，単ぐいの抵抗荷重にくい本数を乗じたものの比として表わされている。しかし，本報告では，群ぐい中の各くいに作用する荷重の相違として把握することにした。これは，各くいの分担荷重の差異によって，くい基礎の挙動が支配されるためであり，設計上変形の検討が重要となってくるからである。

（4） 群ぐいの挙動を推定する場合に最も重要となるのは，地盤調査結果をどのように反映させるかという点である。従来，ともすれば一義的に決めていた地盤定数を地盤調査結果を導入しつつ，簡易な方法で決定するために，ケーソン基礎に適用した方法[13]をここでも採用することとした。

〔3〕 研究の目的と方法

（1） 研究の目的

本研究の目的は，くい基礎に静的な水平力が作用したとき，各くいに作用する荷重を算定し，くい基礎の水平変位量を推定することである。その場合に，地盤調査結果が忠実に反映されうるように，在来から行なわれている地盤のばねとしての評価を検討するものである。

要するに，土質調査，土質試験結果から，くい基礎に水平力が作用したときの水平変位量を推定し，それに各くいの分担荷重が反映できるように，新しい提案を行なうものである。

（2） 研究の方法

研究は次の手順に従って進める。

1) 鉛直な単ぐいの水平方向の挙動については各種の成果が報告されているが，ケーソン基礎，直接基礎との関連を考慮に入れて，地盤をばねとして評価する。

2) くい基礎の静的水平抵抗を明らかにするために，各くいの分担荷重の割合を砂質土と粘性土における試験結果から明らかにする。

3) 2) で求められた各くいの分担荷重について有限要素法の手法を導入して計算面から検討する。

4) 2), 3)の関係について実構造物ないしは大型模型による試験結果と対比を行ない，荷重分担割合を考慮に入れて変位が推定できることを確認する。

5) 以上の関係をまとめて，くい基礎の静的水平抵抗についての推定方法を提案し，設計との結びつきをはかる。

6) 付として，実構造物ないしは大型模型の試験において，水平変位の測定方法について，特別な試みを行なったので，一つの提案を行なう。

3. 単ぐいの水平方向地盤反力係数

〔1〕 序

水平方向地盤反力係数は基礎構造物から地盤に作用する荷重強度と地盤の変形量を結びつける基本的な定数であり，くいの場合には水平力を受けるくいの挙動を推定する重要な役割を有している。水平方向地盤反力係数は地盤の種類のみで決まるものではなく，載荷幅，くいの変位量およびくいの根入れ長さ方向に異なった値を示す。さらに，最近ではくい材料の種類に応じて水平方向地盤反力係数が異なってくるとも言われている。

載荷幅によって水平方向地盤反力係数が異なることは，反力球根の大きさによって地盤内の応力分布が変わってくることから明らかである[14][15]。くいの変位量によって異なってくることについて，地盤の非線形性より理解することができる。また，くいの深さ方向の関数となることに関しては，地盤材料の力学的性質が自重の影響を受けることから理解できる。したがって，水平方向地盤反力係数 K は明らかに，

$$K=F\ (x,\ y,\ D) \cdots\cdots (3.1)$$

の形で表わされ，地盤の水平抵抗がこれから得られる。この場合に，(2.2) 式と一見矛盾しているように見えるが，それについては3.〔2〕で述べることとする。

水平方向地盤反力係数のひとつの推定方法については，すでにケーソン基礎を対象として求められており[13][16]，それは直径 30cm の剛体円板による平板載荷試験より求まる場合を基準として，種々な試験方法間の関係を実験により確かめたものであり，剛体基礎を設計する場合に用いられている。

くいの水平方向地盤反力係数の場合にも，また一部には同様の関係が成り立たなければならない。すなわち，地盤調査方法の違いによる補正については，剛体基礎に適用されているものと全く同じであり，載荷幅による補正も成り立つ。剛体基礎の場合とくいの場合に異なってくる点は，載荷面の形状が異なっていることとくいの可撓性の影響が加味されなければならないことである。

そこで，本章では，くいに適用できうるように，剛体基礎に用いられている水平方向地盤反力係数を修正し，単ぐいの水平方向地盤反力係数が推定できうるようにする。すなわち，剛体基礎との関連性を考慮に入れて，既応の研究成果を発展させて，地盤調査結果が反映できうる単ぐいの水平方向地盤反力係数の推定方法を決定するものである。

〔2〕 設計上の取扱い

くい基礎の設計という観点から，Changの式を用いることを前提として出発する。2. で説明したように，Changの式は $m=0$，$n=1$ の場合に相当し，

$$EI\frac{d^4y}{dx^4}+kDy=0 \cdots\cdots (3.2)$$

で表わされる。したがって，明らかに地盤を弾性材料として取扱っている。しかし，実地盤は弾性挙動を示さな

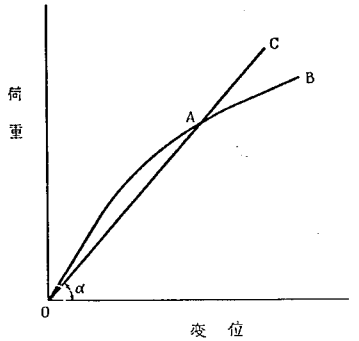


図-3.1　荷重と変位の関係

い。

これに対しては，次のような取扱いをして補うこととする。変位については吉田の提案に基ずいて処理する[14][15]。図-3.1に示したように，くいの荷重と変位の関係は曲線OABで表わされる。これに対して，設計上必要な点としては A のみが要求される。したがって，A 点のみに着目すれば，こう配 α をもつ直線 OAC で代用しても等価である。この考え方から，水平方向地盤反力係数は変位を定めると，その変位に対して一定であるとみなされる。変位が変わると，こう配 α を変化させるとよい。ここでもこの考え方によることとした。この提案を今井が利用して[17]，基準値 k_0 を用いて表わし，変位の (1/2～2/3) 乗に逆比例するとして説明している。

次に，くいの変形に対してどれくらいの深さまでの地盤の影響が大きいかについては明らかでない。一般的に考えて，表層部数m の区間が大きく関与することはくいの変形状態からみて判断できうる。また，地表面における変位が設計上のポイントとなることから考えて，表層数mということも納得できうる。久保によると大局的にながめて N 値の漸増する地盤については地表面下 1 mの位置の値を採用している。また，林・宮島は地表面下 2～3 m の区間の平均値を採用しており，港湾技術研究所で Chang の式を使用するときには，$\beta^{-1}(m)$ の区間の平均値を用いるとしている[18]。これらの考え方を総合すると，表層の部分のみが対象となっていると考えてよい。したがって，ここでも地表面近くの地層を対象として考えることとする。Changの式を用いた場合には，くい周面地盤は一様であると仮定する必要があるので，地表面近くの地層から求まる係数を用いて(3.2)式による。

載荷幅の補正については，ケーソン基礎を対象として算出した方法を用いるものとする。

以上のように考えて水平方向地盤反力係数を定めると，(3.1) 式の形で求まることとなり，その値を (3.2) 式の k に用いてくいの挙動を計算することとなる。すなわち，この方法は水平方向地盤反力係数をあらかじめ補正し，地盤を見かけ上弾性材料と扱って処理するものである。

これに対し，(2.2) 式で求める方法は k を地盤材料固有の値として考え，くいの挙動を示す方程式を非線形方程式として取扱っており，明らかに異なった方法である。

ここで前者を採用した根拠は，

（1） 地盤の性質を表わす地盤反力係数のディメンジョンが〔kg/cm³〕で表わされ，一般のばねの概念と一致する。

（2） くいの変位，曲げモーメントなどの算出が極めて簡単で，設計計算上取扱いやすい。

（3） 後者の方法によっても，m，n を固定して考えねばならず，あらゆる条件の地盤を包含することができない。

（4） 地盤は単一な層から構成されている場合は少ないので，後者では互層の取扱いが困難となる。

（5） k の値を変位，深さなどに関係なく，地盤のみから一義的に定めることは非常にむずかしい。

のためである。

〔3〕 剛体基礎に対する水平方向地盤反力係数

ケーソン基礎のような剛体基礎に適用できうる水平方向地盤反力係数の推定方法は「ケーソン基礎の静的水平抵抗に関する実験研究」と題して土木研究所報告にすでに報告されているが，ここでは以下の論議を進めるに当たって基本的な考えに結びつく部分をまとめて説明する。

（1） 地盤調査結果の反映

ケーソン基礎を設計するに当って，周辺地盤の構成とその工学的性質を把握するために，室内試験，現位置試験を行なう。これらの試験からばね評価に必要な変形特性を算出するが，試験方法の相違による補正をする必要がある。剛体基礎の場合には，応力環境から考えて，平

表-3.1　変形係数測定法および等値換算係数

	下記の試験方法による変形係数 E_0 (kg/cm²)	等値換算係数 α
1	直径 30cm の剛体円板の平板載荷試験から求めた変形係数	1
2	ボーリング孔内載荷試験法から求めた変形係数	4
3	供試体の一軸または三軸圧縮試験から求めた変形係数	4
4	標準貫入試験の N 値から $28N$ として推定した変形係数	1

板載荷試験を基準として，表-3.1の換算係数を用いる。

（2） 剛体基礎に対する水平方向地盤反力係数

剛体基礎に対する水平方向地盤反力係数は次式によって求める。

$$K_H = K_{H0}\left(\frac{B_H}{30}\right)^{-3/4} = 12.8K_{H0}B_H^{-3/4} \quad \cdots\cdots(3.3)$$

ここに，　K_H：水平方向地盤反力係数（kg/cm³）

K_{H0}：直径 30cm の剛体平板による平板載荷試験から求めた水平方向地盤反力係数に相当し，ケーソン基礎の場合には側面の分担分を考慮に入れて次式で表わされる。

$$K_{H0} = \frac{1.2}{30}\alpha E_0 = 0.04\alpha E_0 \quad \cdots\cdots(3.4)$$

E_0：表-3.1から求まる変形係数(kg/cm²)

α：等価換算係数

B_H：基礎の換算載荷幅（cm）で次式で求める。

$$B_H = \sqrt{A_H} = \sqrt{B \cdot L} \quad \cdots\cdots(3.5)$$

A_H：地盤反力係数を考える載荷面の断面積（cm²）

B：載荷面の水平方向の幅（cm）

L：載荷面の深さ方向の長さ（cm）

以上の推定方法には，地盤反力係数に相当するばねは

$$K = \frac{p}{S} \quad \cdots\cdots(3.6)$$

ここに，　K：地盤反力係数（kg/cm³）

p：荷重強度（kg/cm²）

S：沈下量，変形量（cm）

で表わされ，変形係数との間には次の関係があると定義されている。

$$E = KB' = \frac{p}{S}B' \quad \cdots\cdots(3.7)$$

ここに，　E：変形係数

B'：載荷幅

この考え方は変形係数を一定の載荷板の大きさのもとでは，その応力範囲に対してのみ地盤に固有なものとみなしていて，弾性地盤に対する恒等式とは異なった意味を持つことを示している。

〔4〕 載荷面の補正に対する試験

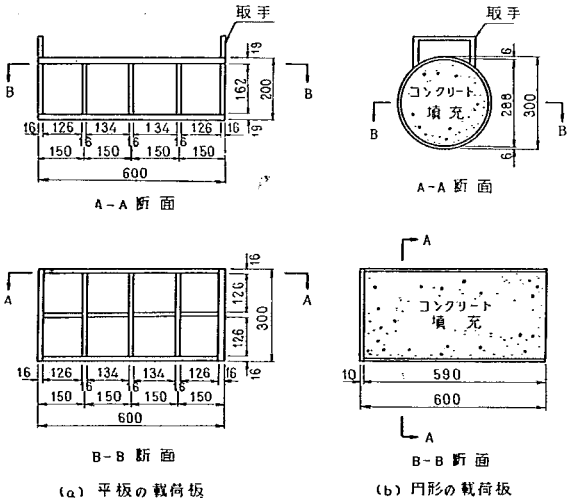
（1） 試験の概要

剛体基礎に適用する水平方向地盤反力係数の載荷面としては，基礎の形状寸法から考えて，投影面が用いれると言うことができよう。それに対して，くいの場合には曲率の影響が大きいことも首肯できる。

そこで，載荷面の形状効果を把握することが必要となり，平板の載荷板と円筒形の載荷板による地盤の載荷試験を実施して，両者を対比してみることとした。試験は寸法の異なる4種類の載荷板を用いて，基礎研究室の施設であるケーソン実験槽に人工的に転圧した砂地盤と，土木研究所千葉支所構内の自然地盤である関東ロームで実施し，砂質土と粘性土に対する効果を調査した。

（2） 試験方法

1） 載荷板の形状と種類



（a） 平板の載荷板　　（b） 円形の載荷板

図-3.2　載荷板の形状（600×300mm）

表-3.2 載荷板の形状と種類

地盤の種類	載荷板の形状	載荷板の寸法	記号	地盤の種類	載荷板の形状	載荷板の寸法	記号
砂地盤	矩形	300×300mm	S-1	関東ローム	矩形	300×300mm	R-1
		450×300	S-2			450×300	R-2
		600×300	S-3			600×300	R-3
		900×300	S-4			900×300	R-4
	円形	300×300	S-5		円形	300×300	R-5
		450×300	S-6			450×300	R-6
		600×300	S-7			600×300	R-7
		900×300	S-8			900×300	R-8

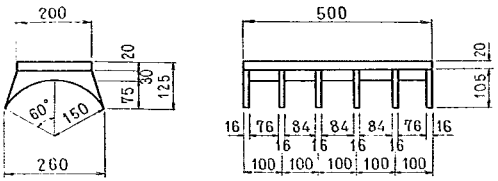


図-3.3 当て板（600×300，900×300用）

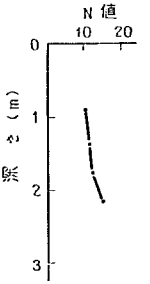


図-3.4 標準貫入試験結果

載荷板の形状は図-3.2に示すように，地盤と接する面が平板と円筒形の2種類のものを作製した。平板のものは鋼板を溶接することによって製作し，直接ジャッキを当てて載荷し，円筒形のものは鋼管を切断して中にコンクリートを詰めて製作して，図-3.3に示す当て板を介して載荷した。載荷板の大きさは表-3.2に示す4種類で，幅を一定として長さを変えたものである。この載荷板を用いて，砂地盤と関東ロームについて試験を行なった。それぞれの載荷に対して，表-3.2のように記号をつける。

2) 地盤条件

a) 砂地盤

砂地盤は基礎研究室の実験室にある長さ8m，幅5m，深さ4mのケーソン実験槽に締固めて人工的に作成した。用いた砂は利根川産の川砂で，比重2.73，礫分1%，砂分98%，シルト分1%，粘土分0%，60%径0.31mm 10%径0.13mm，均等係数2.4のものである。ケーソン実験槽にはあらかじめ砂地盤が作成してあったので，砂地盤の上層部2mを一度掘削排土して，30cm厚に再度搬入の上，湿潤密度が1.6t/m³以上になるように締固めて，均一な砂地盤を作製した。各層の密度の測定結果を表-3.3に示す。

実験後，地盤の強さを判定する目的から標準貫入試験を実施したが，その結果を図-3.4に示す。これから，N値が10～15のほぼ一様な地盤となっていることが判断できる。

表-3.3 密度測定結果（締固め時）

層	深さ	湿潤密度 A側	湿潤密度 B側	平均
	m	t/m³	t/m³	t/m³
1	0	1.60	1.63	1.62
2	30	1.69	1.60	1.65
3	60	1.67	1.66	1.67
4	90	1.63	1.70	1.67
5	120	1.62	1.64	1.63
6	150	1.69	1.66	1.68
7	180	1.63	1.69	1.66
8	200	1.60	1.63	1.62

＊ 実験槽の長さ方向の中心より2等分して，入口側をA，反対側をBとする。

(b) 関東ローム

粘性土を対象とした関東ロームでの実験は，土木研究所千葉支所構内における乱されたことのない自然地盤で行なった。約1m程度の表土を取り除き，関東ローム層を1.5m程度掘削して，長さ6m，幅1.2m，深さ2.6mのテストピットを作成した。載荷は両側に平板と円筒形の載荷板をあてて水平方向に行なった。

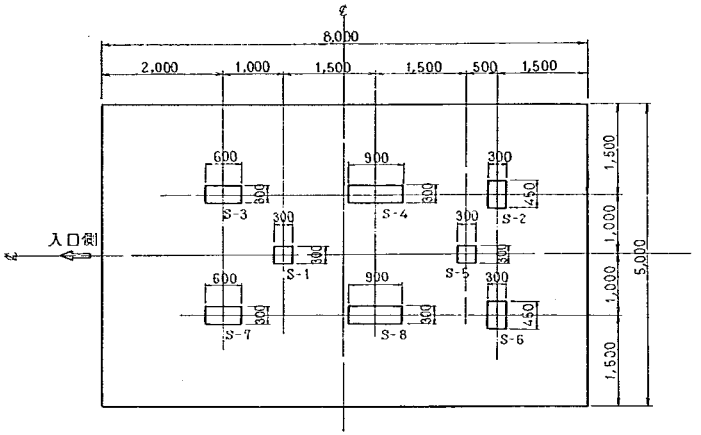
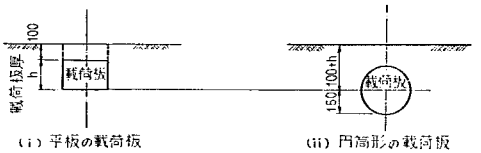
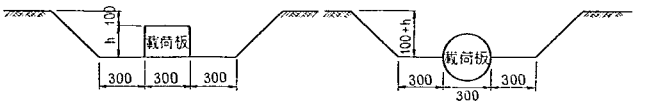


図-3.5 砂地盤における載荷板の配置



(i) 平板の載荷板　(ii) 円筒形の載荷板

(a) 載荷板設置状況 (h=150または200mm)



(i) 平板の載荷板　(ii) 円筒形の載荷板

(b) 試験時の状況

図-3.6 載荷板の設置状況

関東ロームは非排水三軸圧縮試験によると，$c=0.34$ kg/cm², $\phi=12°$を示し，湿潤密度が1.30t/m³, 自然含水比が110～135%のものである。

3) 載荷板の配置と試験状態

a) 砂地盤に対する試験

砂地盤に対する試験はケーソン実験槽に図-3.5のように載荷板を配置して，鉛直載荷とした。この試験では，平板における荷重と変位量の関係と円筒形におけるそれとを比較する目的から，試験条件を同一にする必要があるので，それぞれの相対応する載荷板を同一条件になるように，ケーソン実験槽の対称の位置に載荷板を配置した。また，比較の目的からは，載荷方向はいずれでもよいので，試験の便宜を考えて，ここでは鉛直載荷とした。

載荷板の設置に際しては，平板と円筒形の載荷板が同一条件になるように次のように処置した。図-3.6 (a) に示す位置まで，一度締固めた地盤を掘削の上，接地面を平滑に仕上げて載荷板を設置した。その後，その上側を砂でおおい，載荷板を埋め込んだまま所定の湿潤密度まで転圧した。さらに，実験水槽内に水を満たしてから備え付けのポンプで水を吸引し，水締めを行なって一週間放置しておいた。

砂地盤は試験直前に図-3.6 (b) に示す状態に掘削して，所定の試験状態になるように設定した。

試験は，実験槽に取り付けられてある載荷装置を利用して行ない，所要の精度を有するプルービングリングで荷重を測定し，変位量の測定は支持ビームに取り付けら

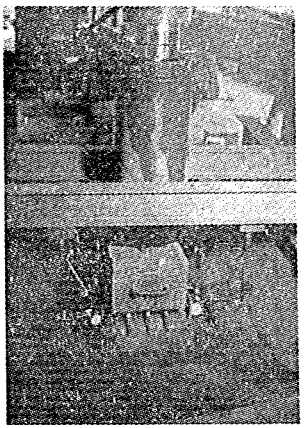


写真-3.1　砂地盤における試験状況

れた4個のダイヤルゲージで行なった。試験状況を写真-3.1に示す。

(b)　関東ロームに対する試験

関東ロームに対する試験は図-3.7に示すようなテストピットを掘削し，その中に載荷板を水平に設置した。この場合には，載荷の便利さを考えて水平方向の載荷とした。水平載荷試験の場合には，載荷板の幅（本試験の場合には30cm）の5倍程度とすれば，一様な連続体とみなして，地表面の影響がなくなると報告されているので[19]，ここでもその条件が満たされるような大きさのテストピットとしている。

試験は，砂地盤における場合と同様に試験条件が同一になるよう，相対応する載荷板を組にして行なった。

平板の載荷板の設置はテストピットの表面を平滑に仕上げ，載荷板が地盤に密着するようにした。円筒形の載荷板の場合には，テストピット表面を半円筒形状に切り込んで，載荷板表面に沿うように平滑に仕上げた後，載荷板をはめ込んで設置した。

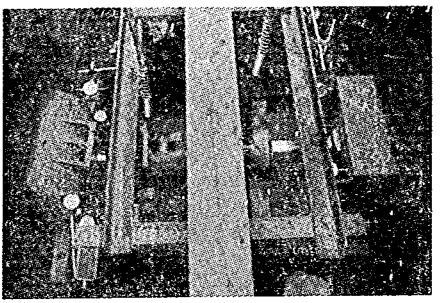


写真-3.2　関東ロームにおける試験状況

試験は，分離式オイルジャッキを二つの載荷板の間に水平に置いて載荷することにより行なった。荷重の測定は砂地盤の場合と同様に，ブルービングリングで行ない，変位量の測定は4個のダイアルゲージを利用して行なった。試験の状況を写真-3.2に示す。

（3）　試験結果

試験後には地盤が部分的に乱れることを考慮に入れて，試験は載荷板の小さい方から大きい方へと順次行なっていった。同寸法の載荷板の場合には，平板の載荷板から試験をすることとした。

載荷板にはあらかじめ0.1kg/cm²程度の荷重を予備的に作用させて載荷板と地盤とをなじませた。この予備載荷荷重は予想される降伏荷重の約1/15程度に相当している。荷重の載荷方法は緩速載荷とし，各荷重段階で1，2，4，8，12，16分と以下4分毎に変位量を測定しており，各測定時間での変位量が2/100mm以下かあるいはその荷重による変位量の1/100以下になったとき，次の荷重載荷に進むものとしている。

各載荷板による荷重強度と変位量の関係を示すと，図-3.8～3.23に示すようである。

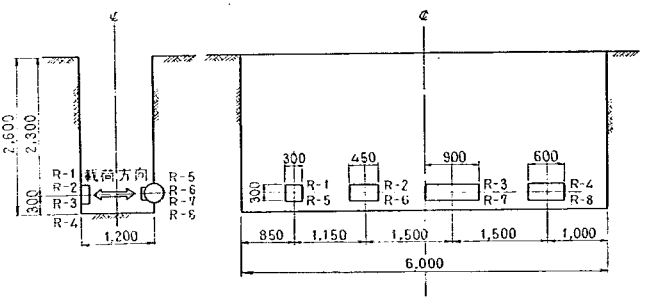


図-3.7　関東ロームにおける載荷板の配置

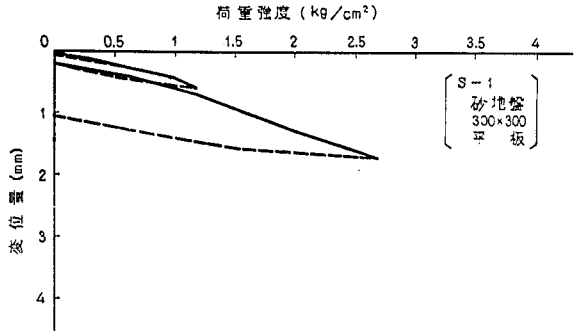


図-3.8 荷 重 ― 変 位 曲 線（1）

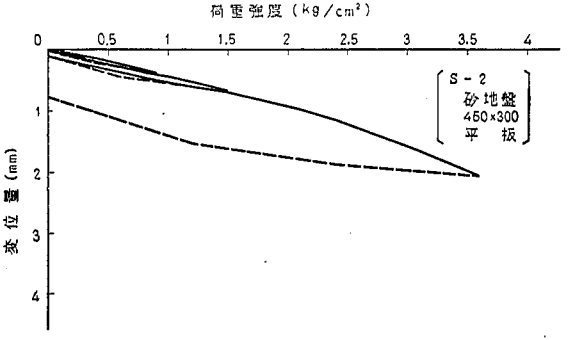


図-3.9 荷 重 ― 変 位 曲 線（2）

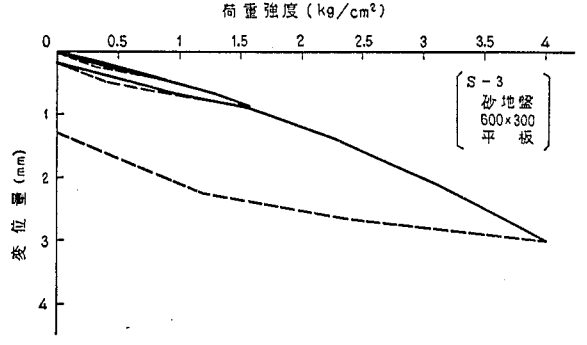


図-3.10 荷 重 ― 変 位 曲 線（3）

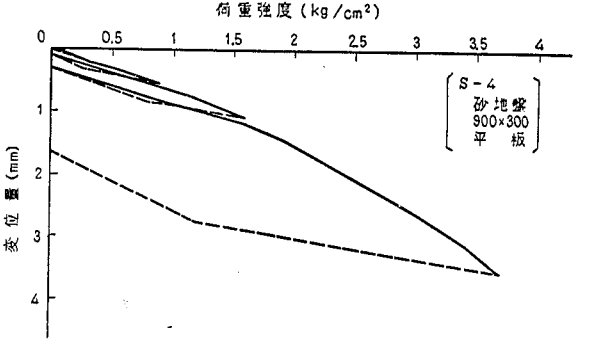


図-3.11 荷 重 ― 変 位 曲 線（4）

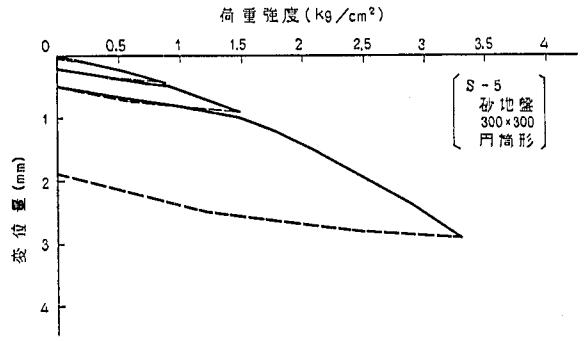


図-3.12 荷重－変位曲線(5)

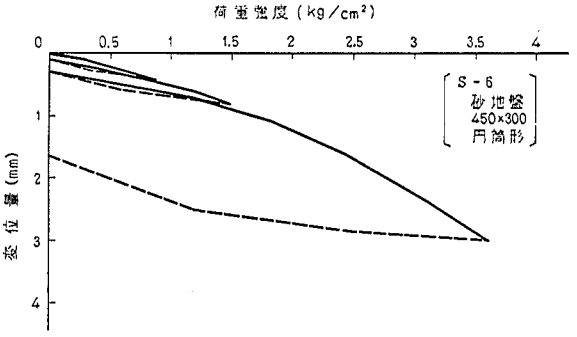


図-3.13 荷重－変位曲線(6)

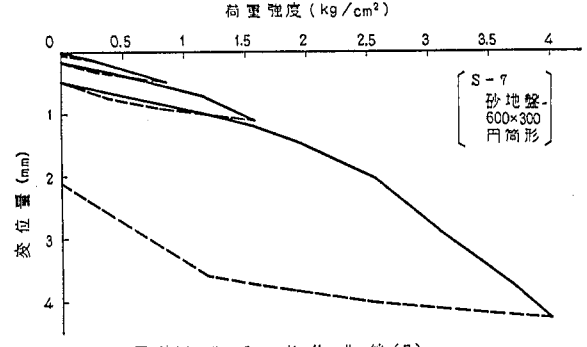


図-3.14 荷重－変位曲線(7)

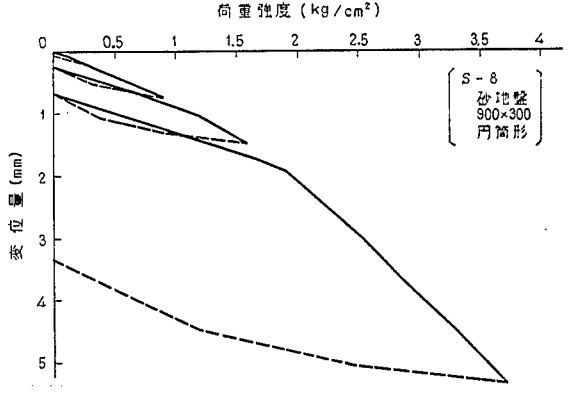


図-3.15 荷重－変位曲線(8)

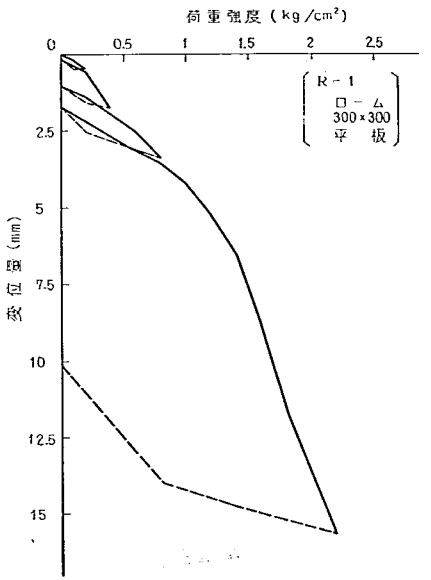


図-3.16 荷重－変位曲線(9)

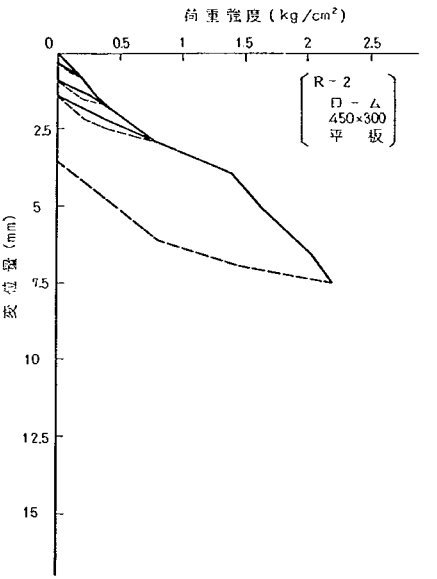


図-3.17 荷重－変位曲線(10)

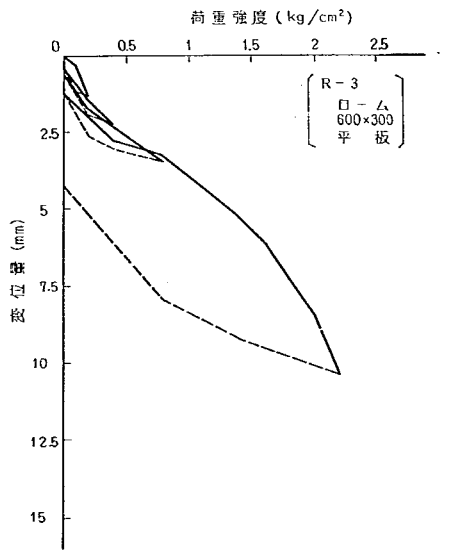


図-3.18 荷重－変位曲線(11)

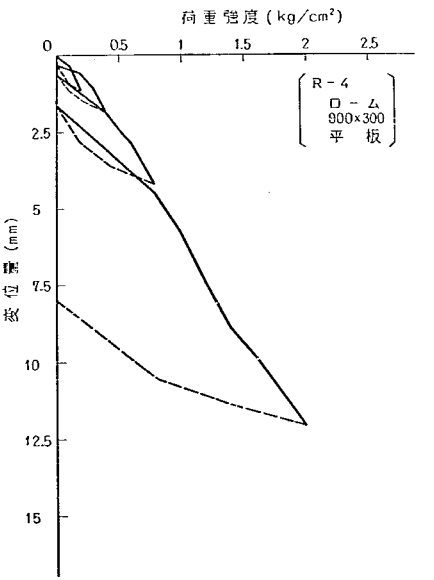


図-3.19 荷重－変位曲線(12)

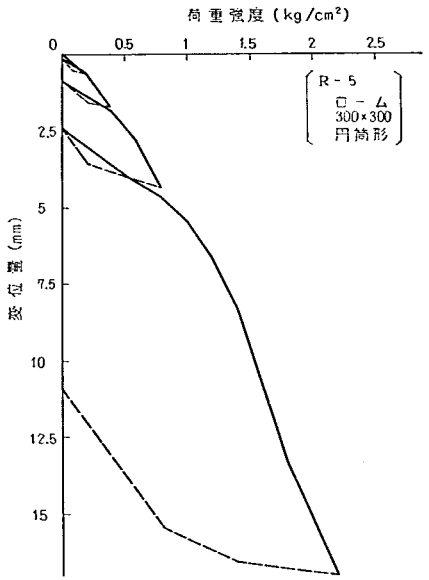


図-3.20　荷重－変位曲線(13)

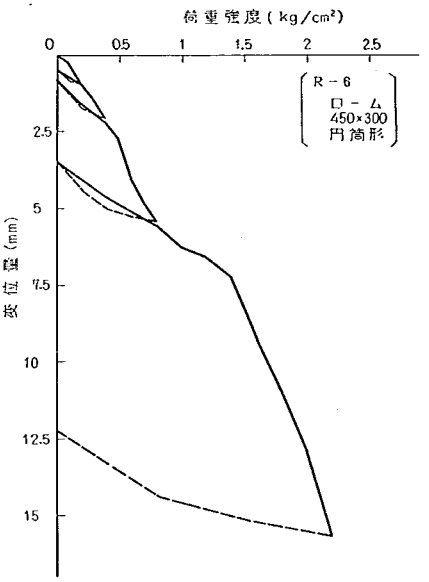


図-3.21　荷重－変位曲線(14)

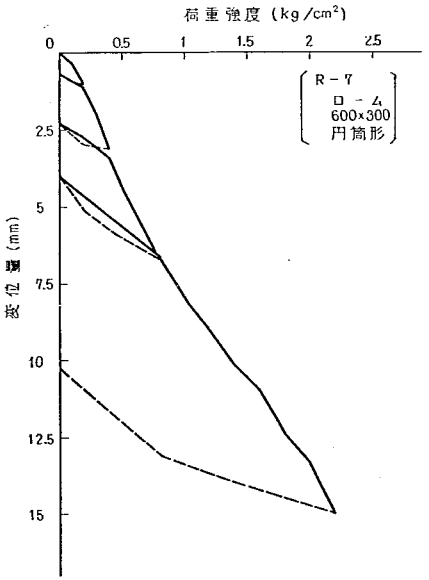


図-3.22　荷重－変位曲線(15)

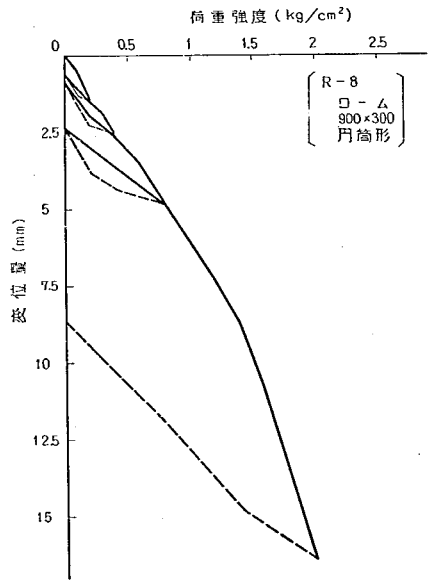


図-3.23　荷重－変位曲線(16)

表-3.4　地盤反力係数値（砂地盤の場合）

載荷板の寸法(mm)		300×300	450×300	600×300	900×300
平板	地盤反力係数(kg/cm³)	24.2	21.3	18.3	14.3
	比	1	0.88	0.76	0.59
円筒形	地盤反力係数(kg/cm³)	19.7	17.5	15.2	11.0
	比	1	0.89	0.77	0.56
円筒形の地盤反力係数 / 平板の地盤反力係数		0.81	0.82	0.83	0.77

表-3.5　地盤反力係数値（関東ロームの場合）

載荷板の寸法(mm)		300×300	450×300	600×300	900×300
平板	地盤反力係数(kg/cm³)	2.18	1.90	1.56	1.53
	比	1	0.87	0.71	0.70
円筒形	地盤反力係数(kg/cm³)	1.65	1.65	1.08	1.41
	比	1	1	0.66	0.85
円筒形の地盤反力係数 / 平板の地盤反力係数		0.76	0.87	0.69	0.92

（4）考察

以上の一連の試験結果から地盤反力係数を求めると，表-3.4，3.5のようになる。この表から，砂地盤の試験結果に比べて，関東ロームの試験結果にはかなりばらつきがあることがわかる。特に，円筒形の試験結果がばらついている。これは，水平方向載荷試験の場合には載荷板のすえ付けがかなりむずかしく，特に円筒形の場合には地盤を切り込んで載荷板をセットするために，地盤が局部的に乱されてしまうことに原因がある。

表-3.4，3.5の結果を載荷幅との関係で図示すると，図-3.24のようになる。図-3.24の横軸には載荷面積の平方根である換算載荷幅をとり，たて軸には300×300mmを基準とした比率が目盛ってある。これから，関東ロームの円筒形に対する試験を除くと，以前に報告されている，地盤反力係数は換算載荷幅の3/4乗に逆比例して減少する関係を満足していると考えてよい[13][20]。したがって，地盤反力係数と載荷幅の関係が再度確認されたことになる。

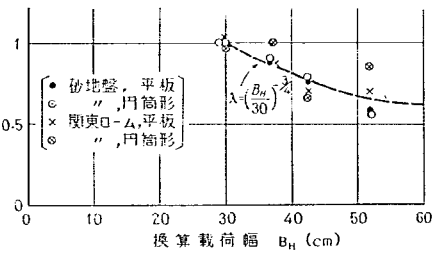


図-3.24　載荷幅に対する関係

この関係を載荷板の相異による割合で図示すると，図-3.25のようになる。図-3.25の横軸には載荷幅を，たて軸には円筒形の載荷板による地盤反力係数と平板の載荷板による地盤反力係数との比が示してある。関東ロームの試験結果には上に述べた地盤の乱れが影響していると考えられるが，近似的に，載荷幅に無関係に，

$$\mu_1=\frac{K_C}{K_F}\fallingdotseq 0.8 \cdots\cdots (3.8)$$

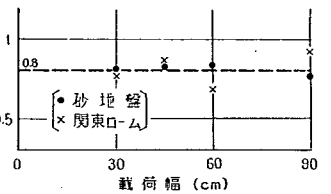


図-3.25　載荷板の相異による割合

ここに，　μ_1：円筒形載荷板による地盤反力係数と平板載荷板による地盤反力係数との比

K_C：円筒形載荷板による地盤反力係数 (kg/cm³)

K_F：平板載荷板による地盤反力係数 (kg/cm³)

とみなしてよい。

〔5〕 地表面の影響の加味

（1） 概　要

くいの変形を支配するのは地表面に近い位置の地盤であることについては，すでに3.〔2〕で述べたが，その意味から考えて地表面の影響を考慮しなければならないことは明らかである。

そこで，その影響を把握するために，ここでは半無限地盤における地盤反力係数と端面を有する地盤における地盤反力係数とを比較することとした。比較の方法としては，前節で示した載荷試験に基づく方法が望ましいが，端面を有する地盤に対する載荷試験は，地盤が粘性土で粘着力が非常に大きくないと掘削面が自立せず，試験地盤の作成，試験の実施に困難な点があるので，この場合には有限要素法（以下，F.E.M. と略す）を利用して補正することとした。すなわち，F.E.M. を用いて両者の条件で計算を行ない，対比したものである。なお，F.E.M. については5. で説明するので，ここでは省略する。

（2） 弾性理論に基づく検討

地盤を等方等質の弾性体と考えて，図-3.26に示すようにモデル化する。図-3.26(a)に示した載荷試験を (b) 図のように考えて，BB′ 方向を半無限とし，AA′ を載荷幅 D' の n 倍として与え，$n=0$ の場合が端面を有する

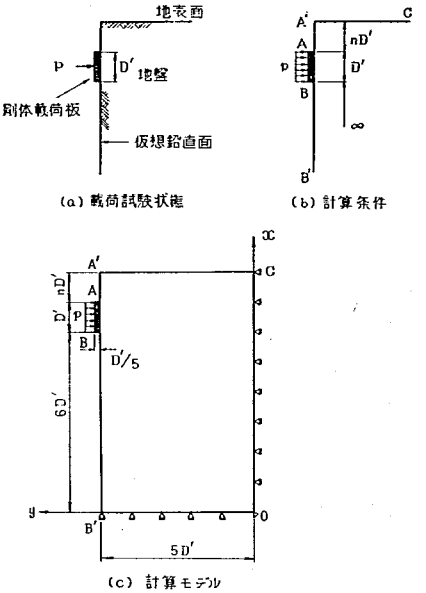


図-3.26 計算のモデル化

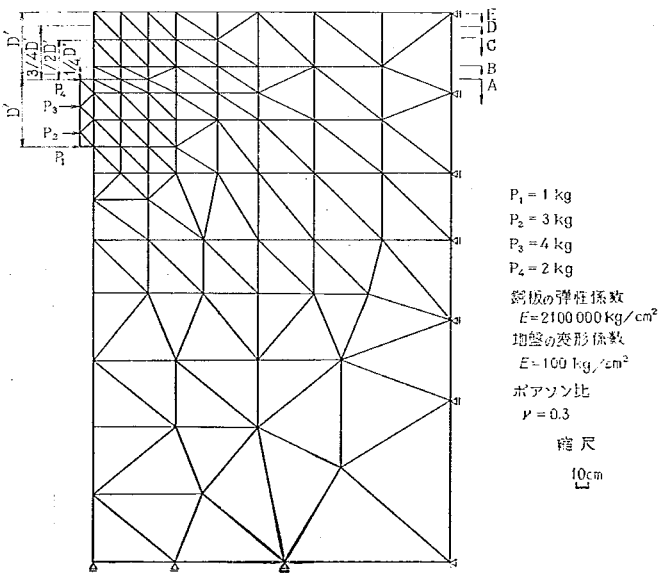


図-3.27 要素の分割と計算条件

地盤に対する載荷試験とみなした。計算モデルは（c）図に示すようにとった。必要な計算精度を考慮に入れて，BB′方向には載荷幅の6倍をとり，A′C方向には5倍をとると，十分であるとみなすことができた。

計算を簡単にする目的から，二次元平面ひずみ状態を想定して計算することとし，奥行きは単位長さとしている。載荷板は地盤に比べて十分に剛であるので，計算上は鋼板とみなして地盤に比して非常に大きな弾性係数を与えた。荷重は剛板に等分布荷重として与えている。

さらに，地盤の自重については，すでに自重が作用している状態で載荷荷重を作用させるために，計算上はこれを考慮しないこととした。

計算モデルの境界条件としては，0点のみが x，y 方向に固定で，B′O，COはそれぞれ x，y 方向に固定，それに直角方向に可動とし，A′B′，A′Cは自由面となっている。

要素の分割は図-3.27に示すように行なった。この計算の場合には，土木研究所千葉支所に設置されている電子計算機 TOSBAC 3400を用いたので，容量の関係から要素数が150程度に制限され，それを考慮に入れて載荷板付近は細分割し，順次分割を大きくしていった。

n としては，0，1/4，1/2，3/4，1，∞を考え，いずれの場合にも図-3.27のA断面より下方は共通の要素分割となるように配慮されている。このことは $n=0$ の場合にはA断面より下方の要素のみを，$n=1/4$，1/2，3/4，1の場合にはそれぞれB，C，D，E断面より下方の要素によって計算を行なったことを示している。半無限地盤の場合には載荷板を中心として対称であるので，計算精度を上げる目的から載荷板中心より下側のみについて計算を行なった。

以上の計算モデルに基づいて計算を行なった結果，載荷面の変位を図-3.28に示す。たて軸には載荷板に対する比として載荷面の位置を示し，横軸には変位量を pD'/E（p：荷重強度，kg/cm²；D'：載荷幅，cm；E：地盤の変形係数，kg/cm²）で除して無次元化した量をとった。

載荷板位置における平均変位量 δ_m を求め，地盤反力係数に換算し，$n=\infty$ の場合の地盤反力係数との比を示したのが図-3.29である。たて軸に示した δ_m，K の値はいずれも無次元化されている。

（3）考察

図-3.29より，$n=0$ の場合には $K_{n=0}/K_{n=\infty}=0.42$，$n=1$ の場合には $K_{n=1}/K_{n=\infty}=0.68$ となり，$n\to\infty$ になるにしたがって1に漸近していくことがわかる。したがって，載荷板が端面に接するときには，半無限地盤

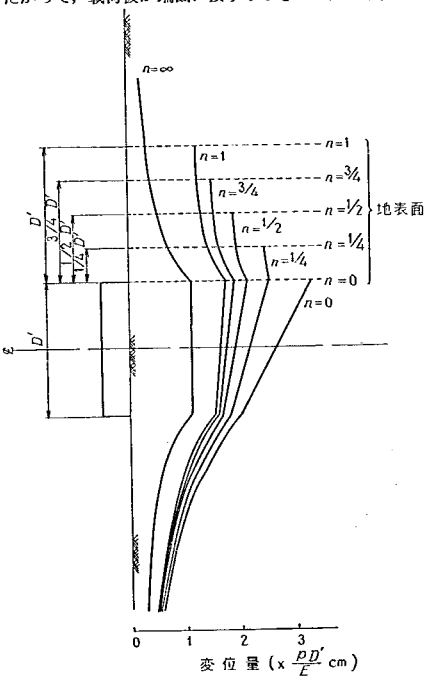


図-3.28　載荷面の変位分布

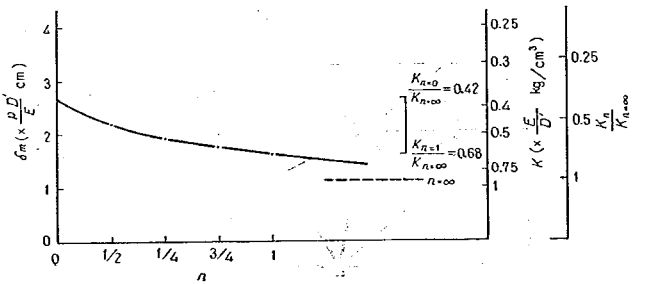


図-3.29　n と $K_n/K_{n=\infty}$ との関係

に対する地盤反力係数の0.42倍程度にまで減少すると考えられる。

しかし，くいは載荷試験における載荷板幅に比して根入れ深さ方向への長さがくいの変形に関与する範囲を考えてもかなり大きいとみなしうるため，地表面に接する場合の状態ほどにまで減少することは考えられない。すなわち，多少減少の割合が緩和されるであろう。

図-3.28における変位の分布状態と，載荷幅中心より載荷板径の5倍（$n=4.5$）だけ離れると地表面の影響がなくなることを考え合わせると，地表面の影響が大きいのは$n=0\sim1$の範囲と想定することができる。したがって，近似的に，

$$\mu_2=\frac{K_{FB}}{K_F}\fallingdotseq 0.42\sim0.68 \quad \cdots\cdots(3.9)$$

ここに，　μ_2：地表面の影響を加味することによる地盤反力係数の補正係数

K_{FB}：地表面に接した状態による地盤反力係数（kg/cm³）

K_F：平板載荷板による地盤反力係数（kg/cm³）

と考えることができる。

以上の3.〔4〕，〔5〕より，単ぐいの挙動を表わすのに適用する水平方向地盤反力係数Kは，

$$K=\mu_1\mu_2K_H \quad \cdots\cdots(3.10)$$

となり，剛体基礎に対する水平方向地盤反力係数の35～55%程度であると言うことができる。ここではこの補正係数をこれ以上つめることは困難であるので，次節以下で既応のくいの載荷試験例を収集して，対比することにより確かめるものとする。

〔6〕 載荷試験結果から推定する単ぐいの水平方向地盤反力係数[21)22)]

（1） 載荷試験結果の収集と統計的処理の意味

くいの水平方向載荷試験は現在までに数多く行なわれている。最近では，組ぐい，群ぐい，斜ぐいに関するデータも豊富になってきた。

前節まで，くいの水平方向挙動の説明に適用できうるように，剛体基礎に用いる水平方向地盤反力係数を修正してきたが，その修正は最終的に，くいの載荷試験結果を収集して，それに基づいて検討することが最も望ましいと考えられ，その結果によれば前節までで検討した載荷面の形状の相違による影響と地表面の影響も包含することができうる。

したがって，ここでは単ぐいで直ぐいに関する一方向からの水平方向載荷試験のデータを収集し，地盤調査結果から求まる剛体基礎に適用する地盤反力係数と，載荷試験結果から換算したものとを比較してみたものである。

載荷試験結果の収集は関係官庁，公団などに依頼し，それらの協力のもとに行なった。各団体とも最近ではデータをまとめて整理しており，表-3.6に示すように，合計227例の載荷試験結果が集まった。

これらの載荷試験結果から統計的処理を行なって，水平方向地盤反力係数を決定する場合に，つぎのような問題点が生ずる。

（1） くいの載荷試験方法が試験の実施者によって異なっており，統一した方法で試験が行なわれていないので，各載荷試験結果の精度が違っている。

（2） 地盤調査は種々の方法で行なわれているが，各実施者によって精度に差がある。

（3） 載荷試験は必ずしも試験のみを目的として行なわれるものではなく，施工管理の目的から簡単に行なわれているものもある。

（4） くい打ちによる地盤の乱れや場所打ちぐいの削孔による地盤の乱れなどの施工条件の差が載荷試験に影響を与えている。

（5） 施工時点から載荷試験までの日数に差があり，施工による地盤の乱れの回復に差がある。

したがって，表-3.6に示すデータをまとめて，水平方向地盤反力係数の相関性を求めると，当然ばらつきを生ずる。

しかし，これらのデータを統計的に処理して，定量的に地盤反力係数を決めることは，設計を行なうという実用上の目的からは十分である。特に，数多くのデータより，中間的な値を得ることは，設計に使用できうる平均値を推定することに相当しよう。

そのような意味から，載荷試験結果を地盤条件との関係の上でまとめることにより，地盤反力係数が推定できうる。

227例の載荷試験結果のうち，載荷荷重が小さく，変位が0.5mmを越えていないもの，明らかに地盤調査結果が誤っていると考えられるもの，載荷点・変位測定点が全く不明なものなど，データとして使用することができないものを除いて，135例の載荷試験結果を統計的に

表-3.6 載荷試験結果の収集数

建設省	都道府県	日本道路公団	首都高速道路公団	水資源開発公団	民間企業	その他	計
71	11	54	42	5	42	2	227

まとめてみた。また，H型鋼ぐいは，他の鋼管ぐい，プレストレストコンクリートぐい（PCぐい），場所打ち鉄筋コンクリートぐいとは，くいの形状が異なっているので，除くこととした。

（2）　載荷試験結果の分類

135例の載荷試験結果をまとめて，表-3.7に一覧表として示す。表-3.7には，くいの種類，くいの寸法，荷重作用点，変位の測定点，地表面変位5，10，15mmに相当する作用荷重，くいの根入れ長さの1/3の深さまでの地盤種別と平均N値を示した。変位の取扱い，平均N値については，3.〔6〕（4）にて説明する。

この載荷試験結果を分類すると，図-3.30～図-3.33に示すようになる。図-3.30はくい径によって分類したもの，図-3.31はくいの根入れ長さで分類したもの，図-3.32は地盤条件で分類したもの，図-3.33はくいの種類によって分類したものである。

地盤調査結果としては，いずれの載荷試験の場合にも行なわれている標準貫入試験結果によるN値を利用した。標準貫入試験の調査精度は現在のところ，必ずしも

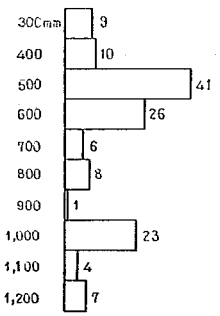


図-3.30　くい径による分類

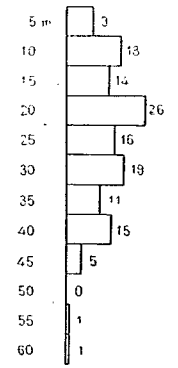


図-3.31　くいの根入れ長さによる分類

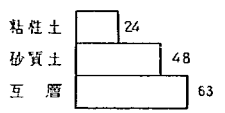


図-3.32　地盤条件による分類

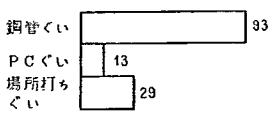


図-3.33　くいの種類による分類

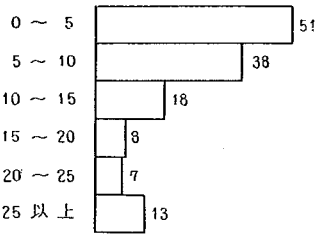


図-3.34　N値による分類

一様であると言い難いが，ここでは実用上N値を採用した。N値による135例の分類を図-3.34に示す。

（3）　載荷試験結果の整理

1）　載荷試験結果からの逆算

載荷試験結果からの水平方向地盤反力係数の算出はChangの式に基づいて行なった。図-3.35に示すように，くい頭部が地表面より上にあり，かつくい頭が自由な場合の変位を算出する式は，

$$y=\frac{H}{6EI\beta^3}\{\beta^3H^3+3\beta^3hx^2-3\beta(1+2\beta h)x+3(1+\beta h)\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.11)$$

ここに，

y：地表面よりxなる点の変位（cm）

x：地表面より変位測定点までの距離(cm)

H：載荷荷重（kg）

h：地表面より載荷点までの距離（cm）

E：くいの弾性係数（kg/cm²）

I：くいの断面2次モーメント（cm⁴）

β：$\sqrt[4]{KD/4EI}$（cm⁻¹）

D：くい径（cm）

K：水平方向地盤反力係数（kg/cm³）

この式を用いて，荷重—変位曲線から読み取った表-3.7に示す載荷荷重と変位を代入すると，βの値が得られ，これから水平方向地盤反力係数は次式により求まる。

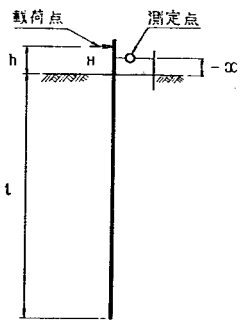


図-3.35　くいの変位

表-3.7 載荷試験結果一覧表

番号	くいの種類	くいの寸法	作用荷重(t) 変位5mm	変位10mm	変位15mm	荷重作用点(cm)	測定点(cm)	地盤種別	平均N値	備考
1	鋼管ぐい	φ500mm×9mm×39m	4.8	7.3	9.6	75	75	粘土層	1.7	
2	PCぐい	φ500mm×24m	6.8	8.5	10.6	30	30	互層	2.2	
3	鋼管ぐい	φ500mm×9mm×29m	6.0	10.5	12.0	75	75	〃	5.4	
4	〃	φ500mm×9mm×22m	6.0	10.5	16.0	20	25	〃	9.8	
5	〃	〃	8.0	13.3	17.3	40	40	〃	9.4	
6	〃	φ457.2mm×9.5mm×12m	9.0	16.0	22.0	60	60	砂礫層	32.4	
7	〃	〃	7.0	13.0	18.5	〃	〃	〃	32.4	
8	〃	〃	10.0	17.2	24.6	〃	〃	〃	32.4	
9	〃	φ609.6mm×16mm×18m	6.5	9.9	14.8	〃	40	ローム層	10.1	
10	〃	φ609.6mm×16mm×20m	6.8	12.0	16.8	20	20	〃	10.9	
11	〃	〃	6.5	12.0	17.9	〃	〃	〃	10.9	
12	〃	φ609.6mm×12mm×30m	11.5	18.0	22.8	40	40	互層	5.2	
13	〃	φ508mm×9mm×11m	21.5	42.5	60.0	60	60	砂層	56.8	
14	〃	φ508mm×9mm×33m	8.0	13.0	18.0	50	50	〃	11.7	
15	〃	〃	11.0	16.0	19.0	〃	〃	〃	11.7	
16	〃	φ609.6mm×12.7mm×32m	5.0	6.9	8.0	30	30	互層	4.7	
17	PCぐい	φ350mm×12m	2.0	2.8	3.2	17.5	17.5	砂層	7.5	
18	〃	〃	2.5	3.4	4.0	〃	〃	〃	6.5	
19	〃	〃	2.5	4.0	4.5	〃	〃	〃	6.5	
20	〃	〃	2.1	3.3	4.1	〃	〃	〃	6.5	
21	〃	φ400mm×70mm×12m	3.1	4.0	4.9	60	60	互層	3.0	
22	〃	〃	2.7	3.6	4.2	〃	〃	〃	3.0	
23	〃	φ300mm×60mm×7m	1.4	1.8	2.3	〃	〃	〃	3.0	
24	〃	〃	0.9	1.5	1.8	〃	〃	〃	3.0	
25	〃	φ300mm×60mm×12m	1.8	2.5	3.1	73	73	〃	3.0	
26	〃	〃	1.5	2.3	3.0	68	68	〃	3.0	
27	〃	φ400mm×70mm×8m	2.5	3.4	3.8	58	58	〃	3.0	
28	〃	〃	2.2	3.1	3.6	〃	〃	〃	3.0	
29	鋼管ぐい	φ609.6mm×9.5mm×24m	7.7	12.5	18.0	50	50	〃	3.4	
30	場所打ちぐい	φ1,000mm×9m	15.7	24.0	—	15	40	粘土層	11.8	
31	〃	〃	17.5	25.0	—	〃	10	〃	11.8	
32	〃	φ1,000mm×15m	25.0	38.0	49.0	40	40	〃	14.7	
33	〃	φ1,000mm×11m	26.0	33.0	38.0	100	100	互層	16.9	
34	鋼管ぐい	φ609.6mm×12.7mm×28.6m	2.5	6.0	7.5	50	50	〃	2.9	
35	〃	〃	3.5	5.0	7.0	〃	〃	〃	2.9	
36	〃	φ508mm×9.5mm×25.5m	3.0	4.5	6.0	30	30	〃	4.5	
37	〃	φ508mm×9.5mm×22m	6.0	8.0	9.5	50	50	粘土層	2.0	
38	〃	φ609.6mm×12.7mm×29m	8.0	11.5	15.0	20	20	互層	2.3	
39	〃	φ508mm×9.5mm×32m	3.3	6.6	10.0	50	50	〃	5.6	
40	〃	φ508mm×12.7mm×30m	13.0	22.0	30.0	15	15	〃	10.8	
41	〃	φ508mm×12.7mm×18m	4.0	9.0	12.0	20	20	ローム層	8.6	
42	〃	φ609.6mm×12.7mm×30.5m	8.3	11.0	14.0	50	50	互層	3.4	
43	〃	φ609.6mm×12.7mm×35m	5.5	8.0	11.0	〃	〃	〃	3.4	
44	〃	φ508mm×12.7mm×18m	9.0	17.5	22.0	70	70	砂礫層	25.0	
45	〃	〃	7.3	10.0	15.5	〃	〃	〃	25.0	

表-3.7 つづき

番号	くいの種類	くいの寸法	作用荷重(t) 変位5mm	変位10mm	変位15mm	荷重作用点(cm)	測定点(cm)	地盤種別	平均N値	備考
46	鋼管ぐい	φ508mm×12.7mm×22.5m	8.0	12.0	17.0	50	50	砂礫層	25.0	
47	〃	φ508mm×9.5mm×15m	8.5	14.0	20.0	〃	〃	〃	25.0	
48	〃	φ609.6mm×12.7mm×27.7m	7.5	14.0	17.5	20	20	砂層	3.2	
49	〃	φ508mm×9.5mm×8m	4.0	10.0	14.0	45	45	砂礫層	14.6	
50	〃	φ812.8mm×16mm×36.5m	8.0	12.0	16.0	40	40	ローム層	1.9	
51	〃	〃	10.0	12.0	16.5	〃	〃	〃	1.9	
52	〃	φ609.6mm×9.5mm×15m	8.0	14.0	18.0	〃	〃	砂層	5.3	
53	〃	φ609.6mm×9.5mm×11.8m	10.0	17.0	23.0	〃	〃	〃	3.1	
54	〃	φ1,016mm×12.7mm×16m	20.0	33.0	48.0	30	30	〃	25.3	
55	場所打ちぐい	φ1,000mm×16.5m	20.0	25.0	29.0	50	50	互層	5.3	
56	〃	φ1,000mm×7.8m	38.0	60.0	—	20	20	〃	11.5	
57	〃	φ1,000mm×8.0m	17.5	21.5	25.5	0	0	〃	5.7	
58	〃	φ1,000mm×12.0m	27.5	37.0	—	22	22	〃	30.0	
59	鋼管ぐい	φ800mm×12mm×29m	12.0	17.5	22.0	30	30	ローム層	2.6	
60	〃	φ800mm×12mm×28m	10.0	17.0	23.5	〃	〃	互層	3.7	
61	〃	φ324mm×7mm×17.55m	1.3	1.8	3.5	90	90	砂層	2.4	
62	場所打ちぐい	φ500mm×80mm×16m	6.0	10.0	12.8	17	17	〃	3.6	
63	鋼管ぐい	φ609.6mm×12.7mm×21m	6.5	12.0	15.0	〃	〃	〃	3.6	
64	〃	φ508mm×12.7mm×26m	10.0	20.0	30.0	15	15	砂礫層	9.2	
65	〃	φ609.6mm×12.7mm×20.5m	11.0	20.0	30.0	〃	〃	〃	7.3	
66	〃	φ711.2mm×12.7mm×20.5m	12.0	20.5	30.0	〃	〃	〃	6.5	
67	〃	φ821.8mm×12.7mm×20.5m	17.0	28.0	36.0	〃	〃	〃	6.0	
68	〃	φ508mm×9.5mm×23m	7.6	12.2	14.8	35	35	砂層	5.9	
69	〃	φ508mm×12.7mm×44.56m	2.6	6.2	10.0	25	50	〃	3.7	
70	〃	φ812.8mm×12.7mm×60m	2.0	4.7	5.5	50	50	シルト層	1.0	
71	〃	φ914.4mm×12.7mm×30.5m	19.0	25.5	32.5	70	70	互層	4.6	
72	〃	φ609.6mm×12.7mm×45m	9.6	14.0	—	〃	〃	〃	1.7	
73	〃	φ508mm×12.7mm×45m	7.7	12.1	14.8	〃	〃	〃	1.7	
74	〃	φ508mm×12.7mm×22.5m	8.3	12.5	16.8	50	50	砂礫層	28.1	
75	〃	〃	8.5	12.5	17.1	〃	〃	〃	28.1	
76	〃	φ609.6mm×9.5mm×22.5m	5.6	8.2	10.0	40	40	シルト層	6.4	
77	〃	〃	6.0	8.5	10.5	〃	〃	〃	6.4	
78	〃	〃	4.0	6.2	8.5	〃	〃	〃	6.4	
79	場所打ちぐい	φ1,000mm×14.5m	19.0	25.0	30.0	50	50	互層	4.2	
80	〃	φ1,000mm×41.5m	30.0	39.0	45.0	25	25	〃	14.5	
81	〃	〃	42.0	—	—	〃	〃	〃	14.5	
82	〃	φ1,000mm×30.4m	25.0	33.0	37.5	20	20	〃	13.4	
83	〃	φ1,000mm×30.24m	27.0	34.0	37.5	〃	〃	〃	13.4	
84	〃	φ1,000mm×44.22m	36.0	48.0	—	〃	〃	〃	7.9	
85	〃	φ1,000mm×43.92m	35.0	47.0	—	〃	〃	〃	7.9	
86	〃	φ1,270mm×31.22m	36.0	45.0	—	22	22	砂層	8.1	
87	〃	φ1,270mm×30.90m	43.0	—	—	〃	〃	〃	8.1	
88	〃	φ1,270mm×32.6m	53.0	67.0	—	20	20	互層	11.3	
89	〃	φ1,270mm×32.82m	60.5	—	—	27	27	〃	11.3	
90	〃	φ1,100mm×38.81m	25.0	31.0	—	18	18	〃	4.4	

表-3.7 つづき

番号	くいの種類	くいの寸法	作用荷重(t) 変位5mm	変位10mm	変位15mm	荷重作用点(cm)	測定点(cm)	地盤種別	平均N値	備考
91	場所打ちぐい	φ1,100mm×39.32m	23.0	29.0	—	18	39.5	互層	4.4	
92	〃	φ1,100mm×35.2m	39.0	47.0	—	30	30	〃	6.4	
93	〃	〃	31.0	42.0	48.0	〃	〃	〃	6.4	
94	鋼管ぐい	φ711.2mm×16mm×48.96m	12.0	19.0	24.8	20	18.5	〃	4.1	
95	〃	φ711.2mm×16mm×48.845m	11.0	17.0	21.8	〃	33	〃	4.1	
96	〃	φ711.2mm×16mm×48.995m	—	16.5	21.0	18	18	〃	0.5	
97	〃	φ800mm×14mm×28m	24.5	40.0	—	40	40	砂礫層	24.5	
98	〃	φ508mm×9.5mm×31.2m	9.0	15.0	20.0	0	3	砂層	8.1	
99	〃	φ508mm×9.5mm×28.3m	8.8	12.0	15.0	0	3	〃	7.8	
100	〃	φ1,016mm×10.3mm×28m	15.0	20.0	23.0	50	50	粘土層	3.0	
101	〃	〃	15.0	18.0	22.0	〃	〃	〃	3.0	
102	〃	φ508mm×9.5mm×24m	3.6	6.8	9.6	〃	〃	砂層	16.6	
103	〃	〃	4.2	8.0	11.0	〃	〃	〃	15.2	
104	〃	φ508mm×12.7mm×42m	4.0	8.0	11.0	〃	〃	〃	24.7	
105	〃	φ650mm×10mm×40m	10.8	14.0	—	65	65	〃	6.5	
106	〃	φ485mm×9mm×40m	5.0	9.0	12.0	〃	〃	〃	6.5	
107	〃	φ508mm×12.7mm×40m	1.4	2.2	4.0	135	135	互層	12.4	
108	〃	〃	3.2	3.8	4.6	〃	〃	〃	12.4	
109	〃	φ508mm×9.5mm×36m	13.0	20.0	25.5	0	10	〃	20.7	
110	〃	φ609.6mm×9.5mm×36m	14.6	27.0	—	〃	〃	〃	20.7	
111	〃	φ508mm×9.5mm×42m	8.0	12.2	15.0	20	20	〃	4.9	
112	〃	〃	3.0	7.0	10.0	〃	〃	〃	4.7	
113	〃	φ508mm×9.5mm×40.9m	4.4	8.2	11.4	〃	〃	〃	3.3	
114	〃	φ508mm×12.7mm×21m	1.8	2.8	4.0	〃	〃	シルト層	1.0	
115	〃	φ508mm×12.7mm×36m	4.0	6.0	8.8	85	85	〃	4.0	
116	〃	φ609.6mm×9.5mm×30m	5.5	10.0	13.0	50	50	粘土層	3.8	
117	〃	φ609.6mm×9.5mm×12m	10.0	17.0	25.0	〃	〃	互層	8.1	
118	〃	φ508mm×14mm×28m	10.0	12.5	15.5	60	60	砂層	5.2	
119	〃	φ400mm×9mm×40m	6.5	8.0	12.5	30	30	砂礫層	18.4	
120	〃	φ400mm×6mm×30m	4.5	6.6	8.8	40	〃	砂層	16.6	
121	〃	φ500mm×15mm×42.5m	11.0	18.0	24.0	55	55	シルト層	3.8	
122	〃	φ1,200mm×12.7mm×23m	30.0	43.0	56.0	50	50	互層	25.1	
123	〃	〃	29.0	43.0	—	〃	〃	〃	24.1	
124	〃	〃	29.0	43.5	56.5	〃	〃	〃	24.1	
125	〃	φ711.2mm×12.7mm×18m	11.0	19.0	30.0	〃	〃	〃	19.7	
126	〃	φ609.6mm×9.5mm×55.4m	12.8	18.0	20.0	35	35	〃	20.9	
127	〃	φ508mm×12.7mm×26m	12.0	19.0	28.0	15	15	砂礫層	9.6	
128	〃	φ609.6mm×12.7mm×26m	12.0	21.0	31.0	〃	〃	〃	7.5	
129	〃	φ711.2mm×12.7mm×20.5m	11.0	22.0	28.0	〃	〃	〃	6.6	
130	〃	φ812.8mm×12.7mm×20.5m	20.0	27.0	40.0	〃	〃	〃	6.1	
131	場所打ちぐい	φ1,000mm×19.5m	12.0	19.0	24.0	25	25	互層	4.1	
132	〃	φ1,061mm×33.5m	6.5	12.4	14.7	150	150	粘土層	2.3	
133	〃	φ1,061mm×34m	5.5	10.0	12.8	〃	〃	〃	2.3	
134	〃	φ1,000mm×16.50m	20.0	25.0	30.0	50	50	砂層	5.0	
135	〃	φ1,000mm×10m	18.7	—	—	80	100	互層	18.0	

$$K=\frac{4EI\beta^4}{D}\cdots\cdots(3.12)$$

ここで求まる載荷試験結果から逆算した水平方向地盤反力係数をK_{hl}と記号づける。

2)　地盤調査結果からの算出

地盤調査結果からの水平方向地盤反力係数の算出には，3.〔3〕に述べた剛体基礎に適用される方法を使用した。上に述べたような，曲がりやすさの影響と載荷面の形状が相違する影響を加味するためである。

3.〔6〕（2）で述べたように，地盤調査結果としては，いずれの載荷試験時にも測定が行なわれている標準貫入試験のN値に基づくこととした。

すると，

$$E_0=28N\cdots\cdots(3.13)$$

$$K_{H0}=\frac{1}{30}\alpha E_0=0.93N\cdots\cdots(3.14)$$

くい径はケーソン基礎の幅と比較して小さいとみなしうるため，側面の分担分は考慮に入れないこととした。したがって，

$$K_H=K_{H0}\left(\frac{B_H}{30}\right)^{-3/4}=11.9B_H^{-3/4}N\cdots\cdots(3.15)$$

記号は3.〔3〕に示すものと同じである。

ここで求まる地盤調査結果からの水平方向地盤反力係数をK_{hs}と記号づける。

以上のK_{hl}とK_{hs}を用いて両者の関係を求めるものである。

（4）　変位とN値の取扱い

3.〔6〕（3）で示した整理を行なう場合に，基準と考える変位をいくらに取るかが問題となる。いま，くい基礎を設計する場合に対象としている許容変位量を中心に考えることとする。

くいの水平許容変位量は各機関で値を定めているが，各機関によって異なっているので，建設省，公団，主要都道府県を対象として，設計に使用している許容変位量の調査を行なった。その結果を図-3.36に示す。

この結果から考えると，くいの許容変位量としては，10mmと15mmが多用されていることがわかる。そこで15mm以下の変位を対象として，0.5，1，1.5cmとする。また，2cm以上も変位が生ずるような載荷試験結果は非常に少ない。

実設計におけるくいの許容変位量は厳密な適用を受けるものではない。例えば，1.5cmの許容変位量に対して，0.1cmでも変位が越えると，そのくいの安全性が著しく損われることはありえない。それに対して，1.5cmの変位にとらわれると，くいを1列分だけ増加しなければならず，経済性の面から逆にマイナスになることがある。このような考え方から，許容変位量とは一種の基準

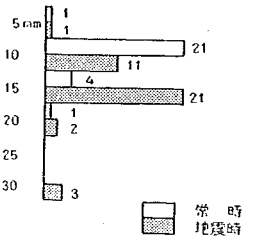


図-3.36　許容変位量の調査結果

値であるとみなす方がよい。1.5cmの許容変位量に対して，3cmや4cmも変位が計算されると，再度設計をやり直す必要が生ずるが，0.1cm程度超過したぐらいでは十分な剛性を有していると考えてよい。したがって，ここに述べた点から考えると，許容変位量より，むしろ基準変位量と言うべきかも知れない。この点に関しては，従来ともすると誤解して考えられていたが，基準変位量を対象とすることから，変位の関数として考えるよりも，0.5，1，1.5cmに固定して，結果を整理する方が望ましいと考えられる。また，これにより，実設計の上でくり返し計算をする必要がなく，実務の複雑化がさけられる。

つぎに問題となるのは，換算載荷幅をくいのように長いものではどのように考えるか，それに対応するN値はどうするかの点である。

まず始めの点については，3.〔2〕で説明したように，くいの挙動に大きな影響を及ぼす深さは地表面に近い位置であるから，その範囲の深さを考えればよい。しかし，ここでは換算載荷幅B_Hとしては，くい径を用いることとした。その理由としては，

（1）　くいの設計に用いる計算式には，くい径が用いられている。

（2）　3.〔4〕，〔5〕における補正より考えると，くい径を用いるのが妥当である。

（3）　載荷試験結果を用いて，地盤調査結果から求まる水平方向地盤反力係数を補正することから考えると，換算載荷幅にくい径を用いることを含めて，補正することも考えられる。

N値のとり方については，次の深さまでを考えて試算することとした。

（1）モーメントが最大となる位置

（2）くいの第1不動点の位置

（3）たわみ角が0となる位置

（4）くいの根入れ長さの1/3の位置

（5）くいの根入れ長さの1/2の位置

この深さに対応するN値より，平均的な値を求めた。そ

の場合には深さを重みと考えて，次式により平均化した（図-3.37）。

$$\overline{N}=\frac{\Sigma Nd}{\Sigma d} \quad \cdots\cdots (3.16)$$

ここに，　N：実測N値
　　d：実測N値の代表する区間
　　$\overline{N}$：平均N値

（5）水平方向地盤反力係数の相関

3.(6)(3)で算出されるK_{h1}とK_{h2}を，たて軸にK_{h1}を目盛り，横軸にK_{h2}を目盛って図示すると，図-3.38～3.52のようになる。図-3.38～3.42は基準変位量が0.5cmに相当する場合，図-3.43～3.47は基準変位量が1cmに相当する場合，図-3.48～3.52は基準変位量が1.5cmに相当する場合である。ここで基準変位量としては，地表面の位置における変位量を採用している。

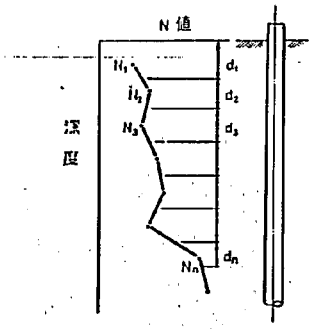


図-3.37　N値の取扱い

各変位量における図示の順序は，くいの挙動に影響を与えられると考えられる深さを3.(6)(4)で説明した順

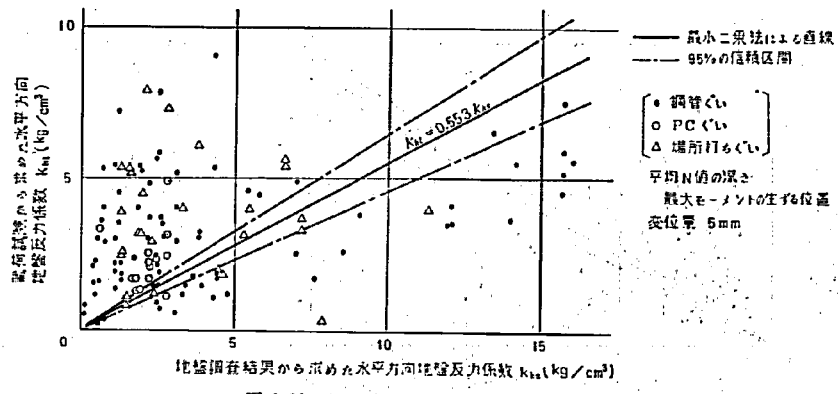


図-3.38　水平方向地盤反力係数の関係(1)

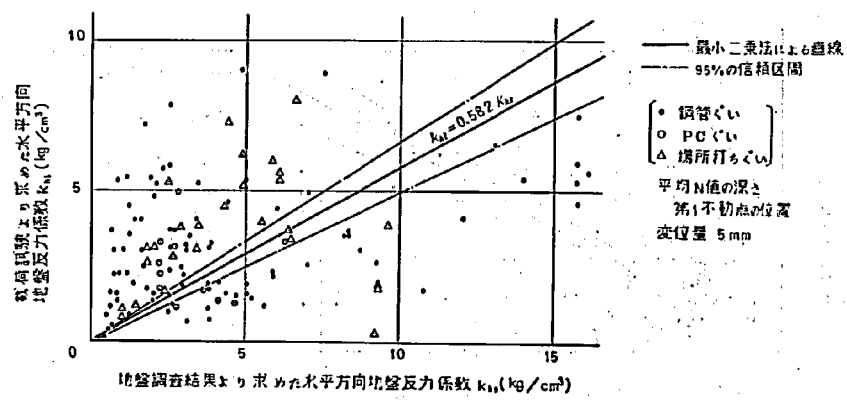


図-3.39　水平方向地盤反力係数の関係(2)

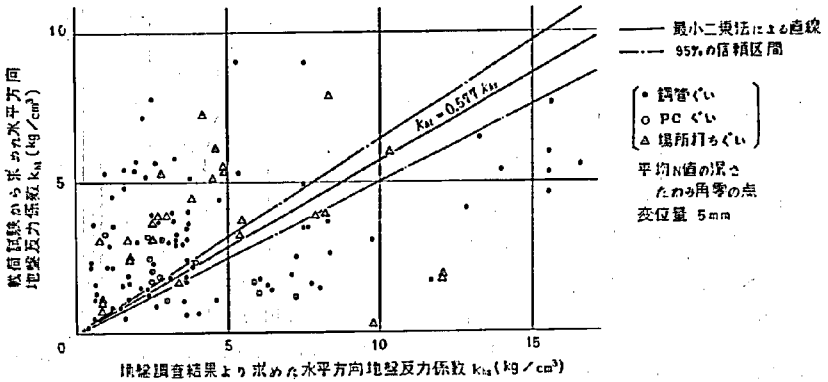


図-3.40　水平方向地盤反力係数の関係(3)

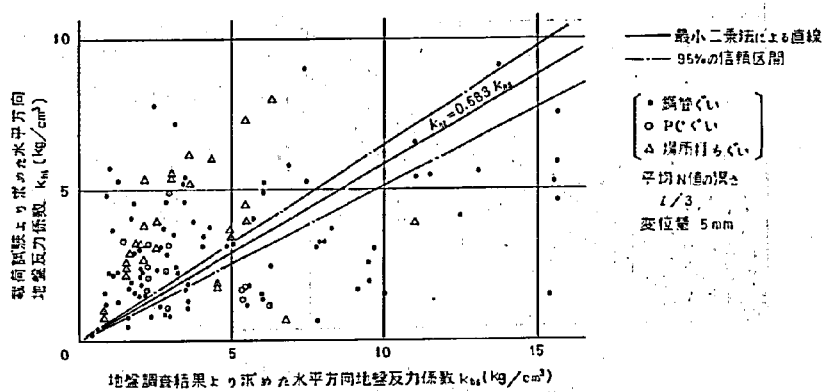


図-3.41　水平方向地盤反力係数の関係(4)

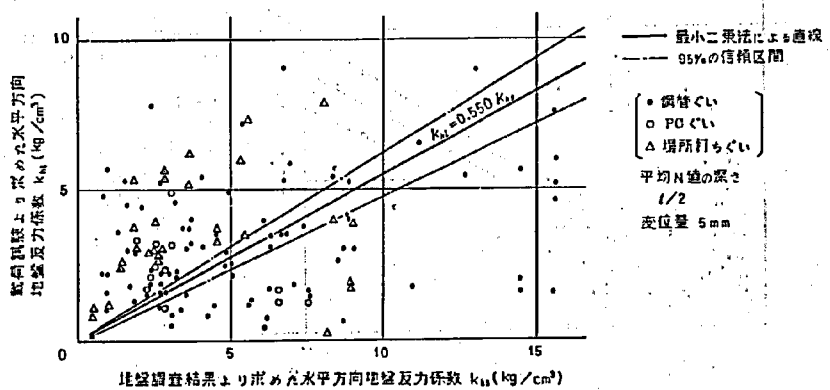


図-3.42　水平方向地盤反力係数の関係(5)

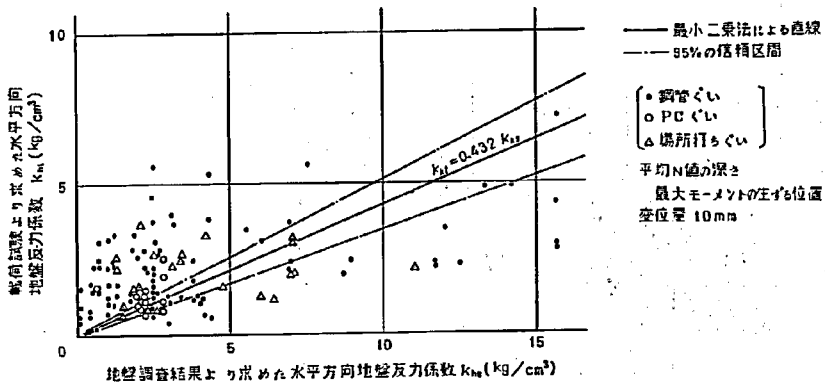


図-3.43 水平方向地盤反力係数の関係(6)

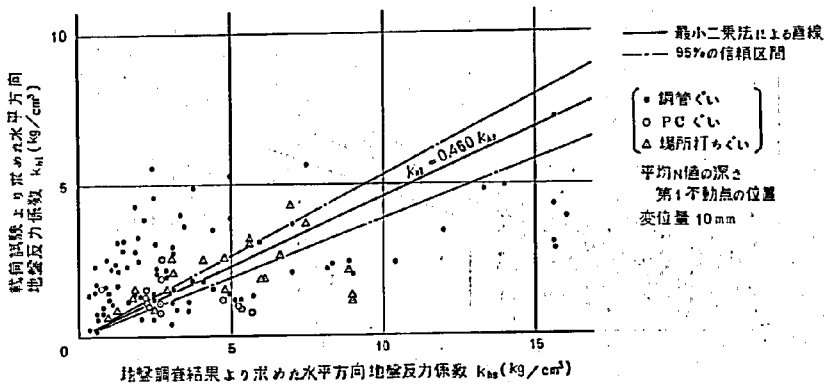


図-3.44 水平方向地盤反力係数の関係(7)

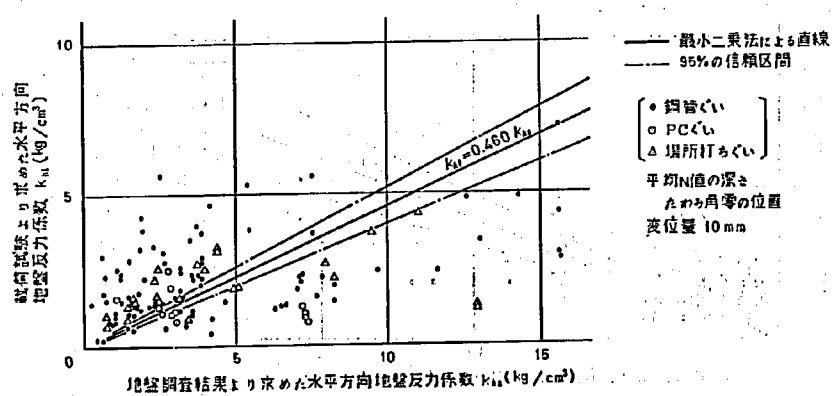


図-3.45 水平方向地盤反力係数の関係(8)

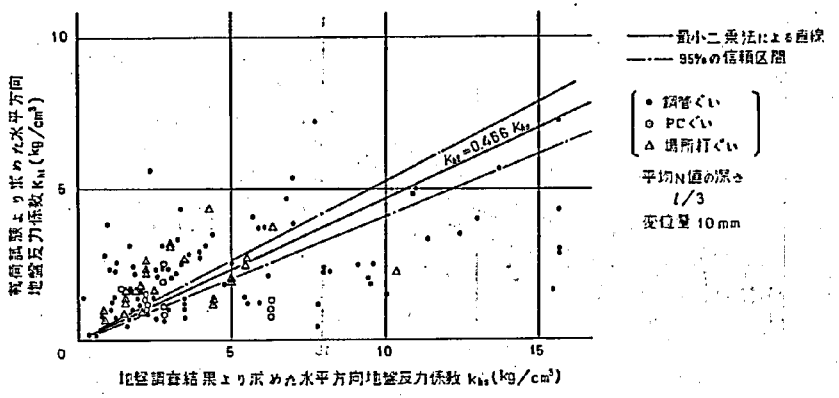


図-3.46 水平方向地盤反力係数の関係(9)

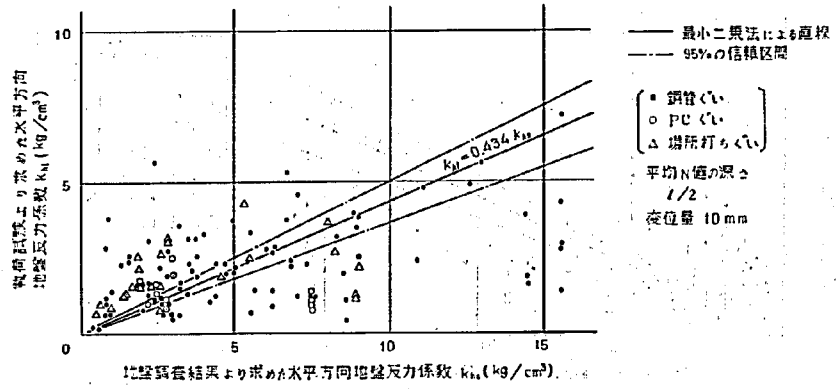


図-3.47 水平方向地盤反力係数の関係(10)

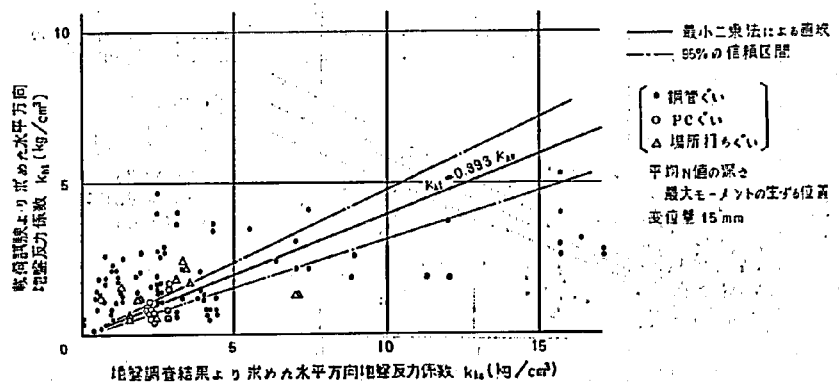


図-3.48 水平方向地盤反力係数の関係(11)

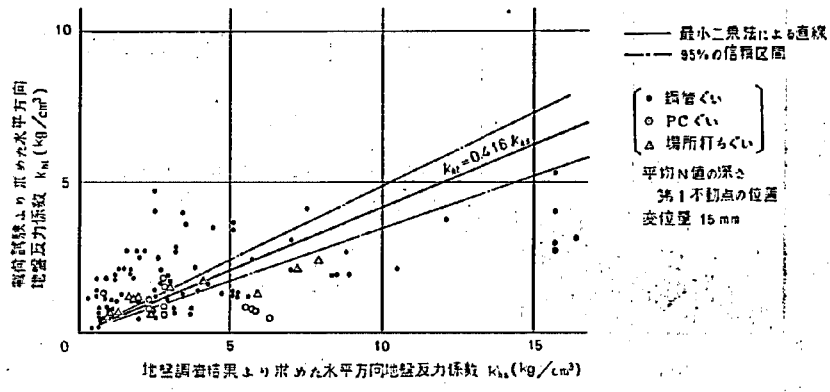


図-3.49 水平方向地盤反力係数の関係(12)

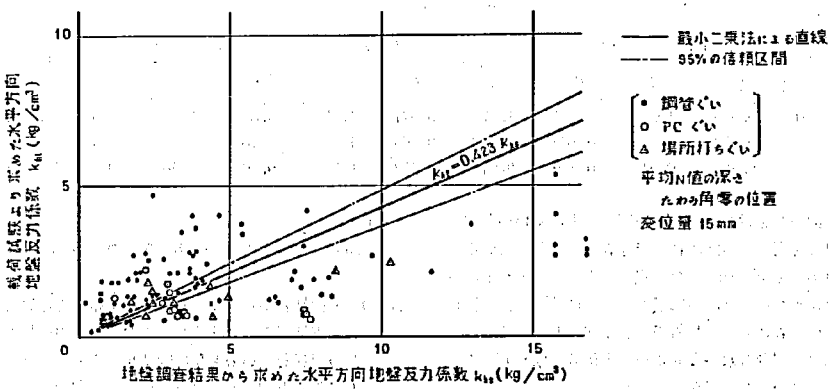


図-3.50 水平方向地盤反力係数の関係(13)

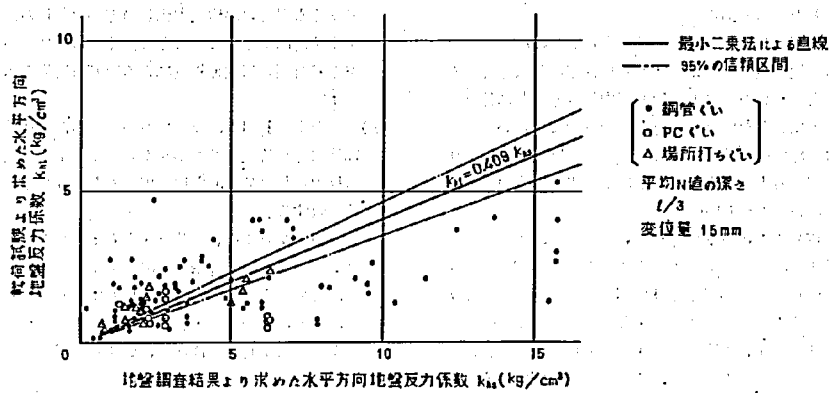


図-3.51 水平方向地盤反力係数の関係(14)

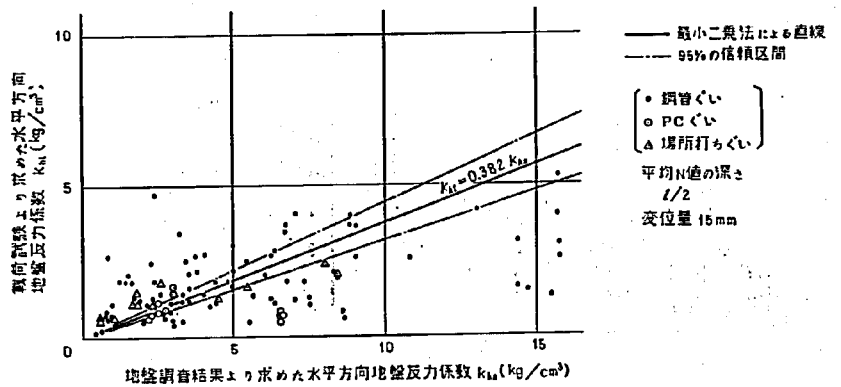


図-3.52 水平方向地盤反力係数の関係(15)

表-3.8 α の値

変位量	(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
	α	比	α	比	α	比	α	比	α	比
5 mm	0.553	1.28	0.582	1.27	0.577	1.25	0.583	1.25	0.550	1.27
10	0.432	1	0.460	1	0.460	1	0.466	1	0.434	1
15	0.393	0.91	0.416	0.91	0.423	0.92	0.409	0.88	0.382	0.88

序で図面番号を付してある。各図面とも，くいの種類ごとに記号を変えて明確に判別できるようになっている。

この K_{h1} と K_{h2} の関係を原点を通る直線で表わし，最確値を求めてみると，図に示したようになる。すなわち，剛体基礎に適用される方法を基準として，それよりくいに適用できる水平方向地盤反力係数が求められるように，両者の相関関係を

$$K_{h1}=\alpha K_{h2} \quad \cdots\cdots(3.17)$$

と表わしたものである。

ここで両者の関係を直線関係で表わしたのは，

(1) 地盤調査結果より求まる地盤定数が大きくなると，くいの水平方向地盤反力係数もそれに比例して増大しないと，地盤をばね評価できない。

(2) 地盤調査結果から求めた水平地盤反力係数が0であるとすると，載荷試験から求まるものも0でないとおかしい。

(3.17) 式の α の値をそれぞれのケースについてまとめて示すと，表-3.8に示すようになる。表-3.8には，変位量1cmの場合を1とした比率も示してある。図-3.38～3.52をみると，データにはかなりばらつきがあるが，3.〔6〕(1)で述べた意味から実用上は十分適用できうると判断できる。また，その意味から (3.17) 式に対応する信頼区間を求め，推定値の95%信頼区間も図示してある。

図-3.38～3.52および表-3.8から次の点が指摘できる。

(1) 載荷試験から求まる水平方向地盤反力係数と地盤調査結果から求まる水平方向地盤反力係数との間の関係をくいの載荷試験結果によってプロットしてみると，かなりばらつきがある。しかし，これを最確値に着目して考えると，地盤調査結果から求まる水平方向地盤反力係数の方が大き目の値を示す傾向にある。このことは，くいの可撓性の影響と載荷面の形状の相違による影響の結果と考えてよい。

(2) しかも，3.〔4〕，〔5〕において述べた剛体基礎に適用される地盤調査結果から求まる水平方向地盤反力係数の35～55%程度であるという結果とよく一致する。

(3) くいの挙動に影響を及ぼすと考えられる深さを変えても α の値にあまり相違がない。このことは，載荷幅としてくい径を採用しているためであり，その影響の方が大きいとみられる。また，深さを変えても規則性はなく，いずれの深さを採用しても大差ない。

(4) 変位量による増減の割合も影響をおよぼす深さ

にはほとんど関係なく，変位量10mmを基準とすると，5mmの場合には25%増，15mmの場合には10%減とみなしうる。

（5） くいの剛性が異なると水平方向地盤反力係数も異なることが考えられるし，載荷面の形状もくいの種類別に異なっている。したがって，くいの種類別に水平方向地盤反力係数が推定できうるようにすべきであるが，鋼管ぐい以外のくいについてはデータ数がきわめて少ないので，くいの種類別に係数を決めることはできない。また，簡単な係数で補正している関係上，くいの種類別に係数を定める必要性もないと判断できる。

（6） Demingの方法による最確値の検討

3.〔6〕(5)において最小二乗法を用いて最確値を求めたが，その場合には横座標，すなわち地盤調査結果から求まる水平方向地盤反力係数には，誤差がないものという仮定に基づいて算出されている。しかし，地盤調査結果にも，くいの載荷試験結果に考えられると同じような問題点があり，それから算出される水平方向地盤反力係数にも当然誤差が含まれる。したがって，それにも誤差が含まれている場合について，最確値を検討する必要がある。

最確値を求める測定点のたて座標，横座標ともに誤差を有する場合にはDemingの方法を利用して計算することができる。いま，この方法を用いて測定値をあてはめ，係数aを求めることができるが，未知数がひとつであるので計算式が簡単になる。

あてはめる方程式を，

$$y = ax \quad \cdots\cdots(3.18)$$

と表わし，最確値aが近似値a'と補正量ε_aにより，

$$a = a' - \varepsilon_a \quad \cdots\cdots(3.19)$$

であるとする。この場合に補正量ε_aは次のような式で計算できる。

$$\varepsilon_a = \frac{[p_o f_a f_o]}{[p_o f_a f_a]} \quad \cdots\cdots(3.20)$$

この式中のp_o, f_a, f_oは各測定値の重みを同じとすると，

$$\left.\begin{aligned} f_o &= y - a'x \\ f_a &= -x \\ p_o &= \frac{1}{f_x^2 + f_y^2} \\ f_x &= -a' \\ f_y &= 1 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(3.21)$$

であることから，(3.20)式は次のようになる。

$$\varepsilon_a = \frac{[p_o f_a f_o]}{[p_o f_a f_a]} = \frac{\left[\dfrac{-x(y-a'x)}{a'^2+1}\right]}{\left[\dfrac{x^2}{a'^2+1}\right]} = -\frac{[xy]-a'[x^2]}{[x^2]}$$

$$= a' - \frac{[xy]}{[x^2]} \quad \cdots\cdots(3.22)$$

したがって，

$$a = \frac{[xy]}{[x^2]} \quad \cdots\cdots(3.23)$$

この式は横座標に誤差がないと仮定して最確値を求めた場合の式と同一であるので，原点を通る直線のときには，横座標の誤差には無関係となる。

（7） 条件の相違による水平方向地盤反力係数の比較

3.〔6〕(5)において，変位量とくいの挙動におよぼす深さを変化させて，くいの水平方向地盤反力係数が算出できる関係式を求めたが，ここでは深さを変化させたときにどの程度の値が計算されるか，一例を示して比較してみることとした。

昭和38年より39年にかけて，土木研究所構内にて，径の異なる5種類の鋼管ぐいを打込み，試験を行なった結果を利用して比較することとした。

地盤条件は図-3.53に示すように，地表面から4.5m程度まではいわゆる関東ローム層であり，その下に6mより下方に続く砂層への漸移層と考えられる粘土質細砂層がある。その下の砂層は成田層といわれ，深さとともに密度が増加している。

この地層に打込まれたくいの載荷試験より地表面変位1cmに対応する水平方向地盤反力係数を求め，プロットすると，図-3.54に示すようになる。この図-3.54に平均する深さを変えて水平方向地盤反力係数を示すと図に示された線のようになる。この場合に，関東ロームの変形係数は平板載荷試験結果および標準貫入試験結果を合わせ考えて，100kg/cm²としている。

この結果より次の点が指摘できる。

（1） 深さ方向への標準貫入試験値を平均する位置を変えても，算出される水平方向地盤反力係数にはほとんど差がない。しかし，地盤条件が著しく複雑になると，差は多少大きくなると推定されるが，実用上は十分な精度を有しているとみてよい。

（2） 試験値にもばらつきがあって傾向は明確ではないが，計算値との対応はよいと考えられる。

（3） また，逆に水平方向地盤反力係数の精度は有効数字で1桁ないしは2桁程度と考えておいた方がよい。

（4） 以上の考察より(1)，(2)，(3)，(4)，(5)のいずれもが設計上使用されるが，それぞれに一長一短がある。(1)，(2)，(3)に基づいて推定しようとすると，平均する深さをくり返し計算によって決めなければならず，計算が繁雑となる。したがって，(4)，(5)がよいと考えられる。このいずれがよりよいかについては決定要因

調査地点　　建設省土木研究所千葉支所
ボーリング方法　　ロータリー式ウオッシュボーリング
サンプリング方法　　標準貫入試験

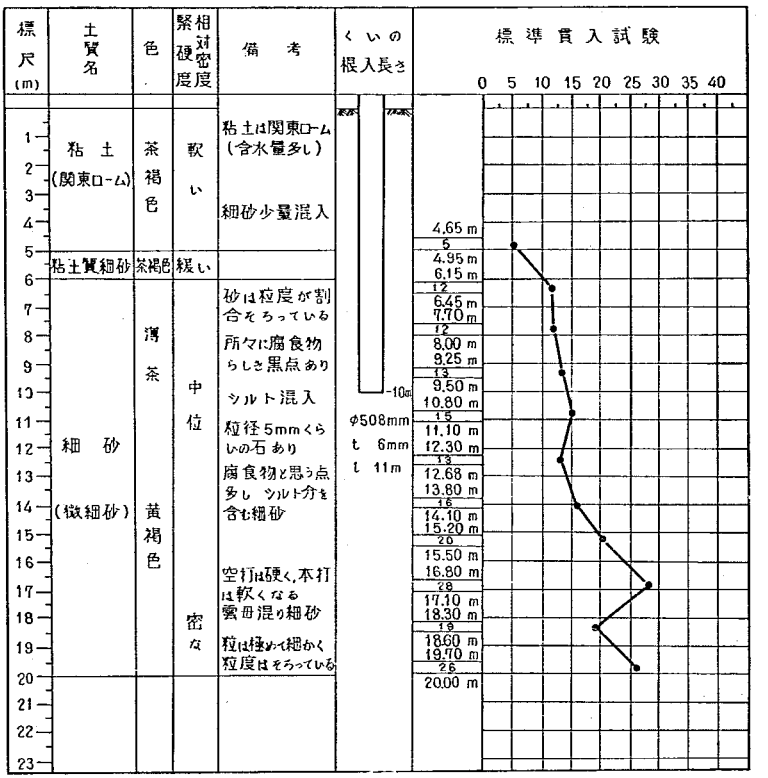


図-3.53　土質柱状図

がないので，以下の報告では一応（4）に基づくものとして進めたい。

（5）　くい長さの1/3の位置まで平均することは，（1）（2），（3）より深い位置と考えてよいので，調査点数よりみても少しでも精度は高くなる傾向にむかうと判断できる。

〔7〕 くいの水平方向地盤反力係数の推定

3.〔3〕～〔6〕において，1本のくいに適用できうる水平方向地盤反力係数の推定値について詳細な検討を行なった。これから，剛体基礎に適用される水平方向地盤反力係数を基準として，それを補正することによってくいの水平方向地盤反力係数とすることができることが判明した。

以下に前節までの結果をまとめて，くいの水平方向地盤反力係数の推定方法を提案し，設計への結びつきをはかる。

（1）　現地盤のモデル化

地盤調査結果より各測定点の変形係数 E_0 を図-3.55のように求める。ある試験法により変形係数を求める方法は，剛体基礎に適用されるものと全く同一である。例えば，標準貫入試験の N 値からは，

$$E_0=28N \quad \cdots\cdots(3.24)$$

となる。

各測定点の関与するとみなされる深さを考慮に入れて，くいの根入れ長さの $l/3$ の深さまで，E_0 値を平均する。

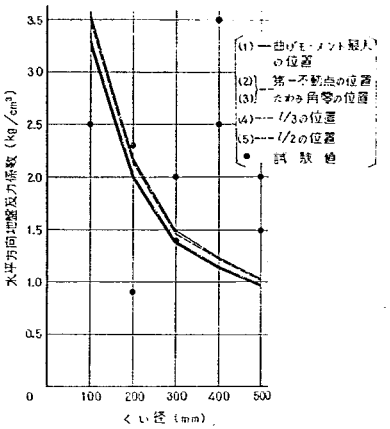


図-3.54　水平方向地盤反力係数の計算結果

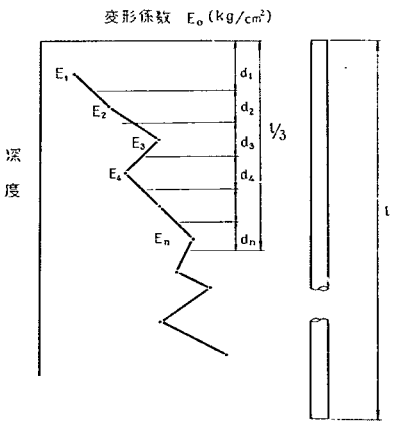


図-3.55　地盤のモデル化

$$\overline{E_o}=\frac{3\Sigma E_i d}{l} \quad \cdots\cdots (3.25)$$

この変形係数の一様な地盤と考える。

（2）　水平方向地盤反力係数の推定

基準とする直径30cmの剛体円板による平板載荷試験の値に相当する水平方向地盤反力係数を求める。

$$K_o=\frac{1}{30}\alpha\,\overline{E_o} \quad \cdots\cdots (3.26)$$

ここにαは変形係数の測定方法の相違に対する補正係数で，表-3.1である。

これから，1本のくいの水平方向地盤反力係数は次のようになる。

$$K=aK_o\left(\frac{D}{30}\right)^{-3/4} \quad \cdots\cdots (3.27)$$

aの値としては，表-3.9の値を用いる。

表-3.9　くいの水平方向地盤反力係数に対するaの値

変位量　5mm	$0.58=\frac{1}{1.7}$
変位量　10mm	$0.47=\frac{1}{2.1}$
変位量　15mm	$0.41=\frac{1}{2.4}$

〔8〕　既応の推定値との比較

くいの水平方向地盤反力係数の推定は種々な方法で従来からも試みられており，土質試験，原位置試験結果と対比して，その相関性を得ることに基づいて行なわれている。例えば，砂の相対密度，粘土のコンシステンシー，標準貫入試験によるN値，ボーリング孔内での載荷試験による変形係数などがファクターとして用いられている。以下に，3.〔7〕にまとめた結果と既応の推定値との比較を行なってみた。

（1）　標準貫入試験値との相関による比較

くいの水平方向地盤反力係数は標準貫入試験との相関で表わされることが多いので，標準貫入試験値でもって比較してみた。

標準貫入試験値との相関性に基づいているもののうち，最もよく知られているものは福岡一宇都の研究である[23]。この方法はボーリング孔内における土研式ゴムチューブ法による値と標準貫入試験値と対比して図示されており，簡単に推定できることから，現行のくい基礎の設計編に採用されて多用されている。

さらに，最近用いられているものに吉中の関係式がある[20]。これはくいの載荷試験例を25例集め，くい頭変位が1cmに相当する場合の水平方向地盤反力係数を載荷試験結果より換算したものである。また，赤井も載荷試験例を収集して，同様な方法で標準貫入試験値との相関関係を求めている[21]。

ここでは，基準変位量が1cmに相当する場合の結果をプロットし，福岡一宇都，吉中，赤井の推定値を図示してみると，図-3.56を得る。

本報告で推定した値は，吉中の推定値を少し下回っているが，これは地盤調査結果から求められる水平方向地盤反力係数の推定方法の相違と，載荷試験結果の収集数の相違と考えられる。

福岡一宇都，赤井の推定値とは，かなりの相違をみせているが，図-3.56よりここに示した推定値の方が妥当であるとみなしうる。

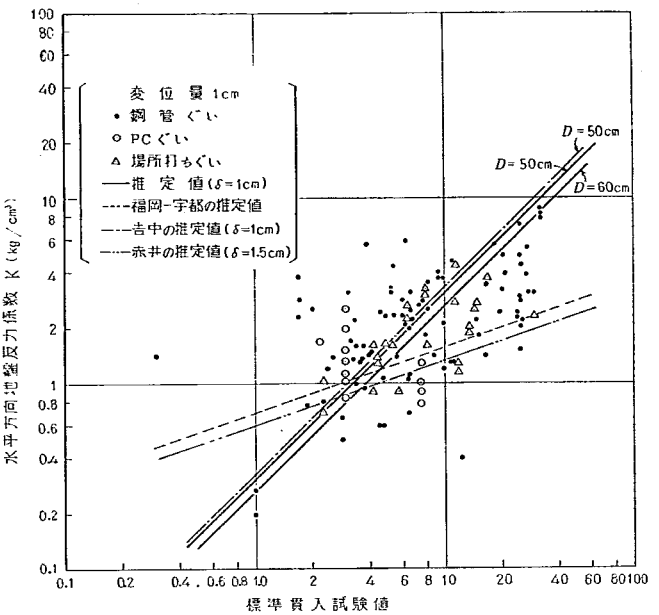


図-3.56　標準貫入試験値との比較

（2）　くい径による比較

くい径との相関の比較結果を図-3.57に示す。図-3.57は横軸にくい径，たて軸に$\eta N/K$の値をとってプロットしたもので，変位量は1cmに対するものである。この図のたて軸はメナールがくい径との相関で図示したものと同一である[25]。

図-3.57より，メナールの砂質土と粘性土に対する推定値の中間の値を示していることがわかる。

（3）　根入れ長さ方向の影響

ここで示した推定方法では根入れ長さ方向の影響を平均N値を算出する際に考慮し，ほとんど影響を与えないことを示した。しかし，既応の推定値で根入れ長さ方向の要素を加味したものはなく，ここでは比較の対象とならない。

（4）　変位による比較

変位量を考慮に入れて水平方向地盤反力係数を求めているものに，久保の方法と今井の方法がある。これによると，$y=1$cmに相当するときの値K_0を基準値とすると，

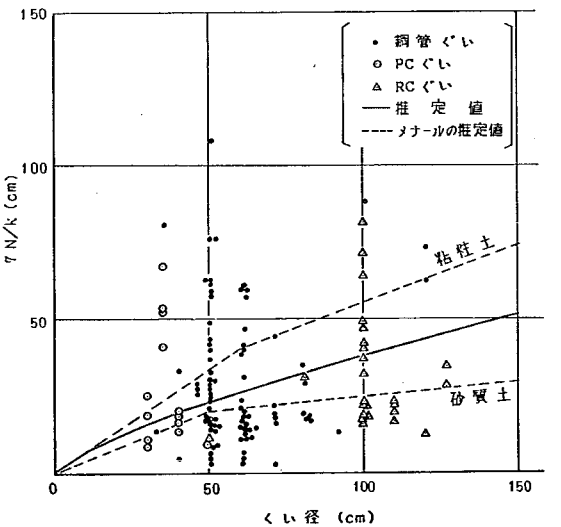


図-3.57　くい径との相関

一般に，

表-3.10 変位による比較

変位量	推定値	久保による推定値	今井による推定値
0.5cm	1.25	1.41	1.41～1.58
1	1	1	1
1.5	0.90	0.82	0.76～0.82

$$K_y = K_0 y^{n-1} \quad \cdots\cdots(3.28)$$

で与えられ，n の値を決めている。

いま，0.5，1.5cmに対する比を示すと，表-3.10のようになる。

これからわかるように，ここに示した推定方法では，従来のものより変化割合が小さい。これは，従来の推定方法では，1本のくいについての変位を変化させて，その変化状態を追求しているが，ここでは各載荷曲線から相当する変化に対する荷重を求めて，それから相関性を求めているので，若干の相違が生じたと考えられる。すなわち，ここに示した方法では荷重一変位曲線の平均値を求めていることに相当するとみなしてよい。

（5） 非線型性を考えた場合との比較

3.〔2〕で説明したように，非線型性を直接考慮に入れた場合には，ここに示した地盤反力係数とディメンジョンが異なっている。したがって，簡単に比較することはできない。

いま，特別な場合として，深さ1cmの位置で，地表面変位量を1cmとすると，そのときの値が KD に相当し，本報告で取扱っている地盤反力係数にくい径を乗じたものに相当する。この仮定のもとで，S型地盤とC型地盤の場合とを図示すると，図-3.58のようになる。

これによると，S型地盤，C型地盤いずれの値よりも大きな値を示しており，一般の複雑な地盤の場合に簡単にモデル化した地盤で考えることのむずかしさを表わしている。このことからも，地盤の非線型性を考慮に入れて直接計算することは非常にむずかしいことがわかる。

4. 群ぐいの荷重分担割合に関する室内模型試験

〔1〕 試験の概要

群ぐいの水平抵抗がどのような特性を有するかについて，模型試験により確かめようとするものである。試験は土木研究所構内の実験槽の中に人工的に転圧して作成した砂地盤と，千葉支所構内の乱されていない個所の関東ローム地盤で行なって，砂質土と粘性土を代表する試験とした。

くい基礎は，図-4.1のような縦横に並んだ単ぐいより構成されているので，図-4.1の場合について各くいの荷重分担割合を調べる必要がある。しかし，図-4.1の場合には縦横のくいの影響が重なり合って相互に干渉し，その性状が複雑となるので，基本的な単位として図-4.2に

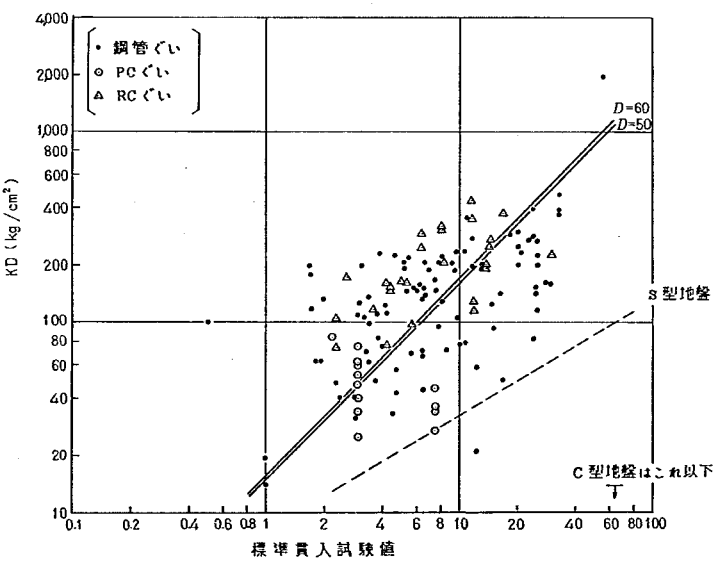


図-3.58 非線型性理論との比較

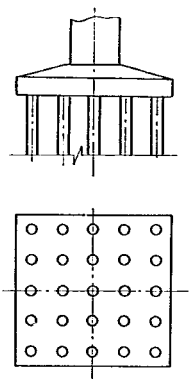
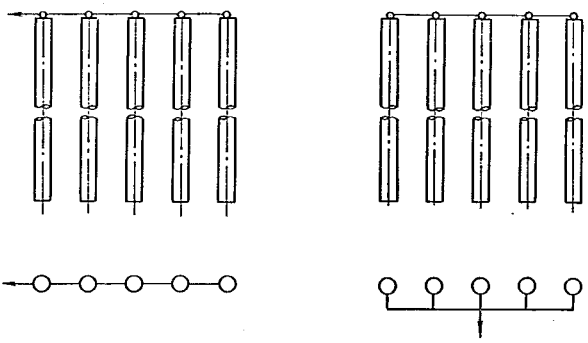


図-4.1 くい基礎



(a) 列構成　　(b) 行構成

図-4.2 くい群の分解

示す行構成のくいと列構成のくいに分解して，それぞれの挙動より，別々に荷重分担割合を求め，それらを重ね合わせてくい基礎の荷重分担割合を算定することとした。

くい頭部の結合状態としては，固定結合とヒンジ結合が一般の設計に採用されている。両者の結合方法にはそれぞれ長所短所があり，その特徴を把握した上でいずれで設計するか判断しているのが現状である。

しかし，設計上の固定結合とヒンジ結合は実際に施工された構造とは明らかに異なっている。従来までの試験結果をまとめてみると，完全な剛結構造を確保することは著しく困難であるし，完全なヒンジ構造もくい頭部に限定すると考えられない[26]。いずれの場合でも，剛結とヒンジ結合の中間的な状態になっており，それを設計上固定あるいはヒンジ結合と判断しているにすぎない。したがって，固定度がどの程度であるかを判断することは現状ではむずかしい。

ここで取り上げている水平抵抗に関する問題では，水平力に対する挙動のみを単独に取り出して追求しているので，くい頭部の固定度が変化すると，取扱いが著しく複雑となる。したがって，模型試験では頭部を完全なヒンジ結合とし，固定端モーメントの入らない構造としている。このことによって，水平力の影響のみを考慮に入れることができる。

モーメントに対する挙動は，水平荷重の作用位置を考慮に入れることによって，変換することができると考えられる。また，くい頭部の挙動については，現在試験を実施しているので，いずれ報告する機会があると思われる。

群ぐい効果の表わし方としては，いろいろな方法が考えられる。例えば，2.(1)(2)で述べた道路橋下部構造設計指針・くい基礎の設計編に提案されている方法では，1本のくいの支持力に着目しているし，玉野・大内により提案されている方法でも各くいに分担される荷重としてまとめている。また，玉置他の論文では，全くいの合計支持力として取扱っている。

それに対して，ここでは変形という概念に注目して，ばねとして扱うことにした。すなわち，各くいの水平方向地盤反力係数の相違として算定し，その値と変位量とから換算することにより，必然的に各くいの分担荷重が求められるように考えた。このように，地盤反力係数で表わすことは，くいの水平抵抗を扱う際の設計上の概念と一致し，かつ各くいの作用荷重としても考えることができ，従来からの概念を一歩前進させたものとみなせる。すなわち，各くいの干渉により地盤条件から推定される係数が変化するとして考えた。

具体的には，図-4.3 (a) に示す1本のくいがP_1の荷重によってδの変位を生じたとき，くいの軸直角方向ばね定数K_{H1}によって，

$$P_1 = K_{H1}\delta \quad \cdots\cdots (4.1)$$

と表わされる。同じ条件で，例えば2本のくいが群ぐいとなる場合を考えてみる。P_2なる水平荷重で，図-4.3 (a) と同じδなる変位を生じ，このとき，前方のくいがP_{21}，後方のくいがP_{22}なる荷重を分担したとする。それぞれのくい軸直角方向はね定数をK_{H21}，K_{H22}とすると，

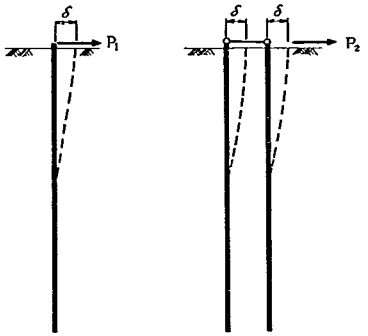
$$P_{21} + P_{22} = P_2 \quad \cdots\cdots (4.2)$$

$$K_{H21}\delta + K_{H22}\delta = P_2 \quad \cdots\cdots (4.3)$$

以上より，1本のくいの場合を基準とすると，前方のくいの分担荷重は，

$$\frac{P_{21}}{P_1} = \frac{K_{H21}}{K_{H1}} \quad \cdots\cdots (4.4)$$

後方のくいの分担荷重は，



(a) 1本のくいの挙動　(b) 2本のくいの挙動

図-4.3 群ぐい効果の表示

$$\frac{P_{22}}{P_1}=\frac{K_{H22}}{K_{H1}} \quad \cdots\cdots (4.5)$$

となり，全体として群ぐい効果によりP_2の荷重が担えることになる。くい軸直角方向ばね定数K_Hと水平方向地盤反力係数Kとの間には，

$$K \propto K_H^{4/3} \quad \cdots\cdots (4.6)$$

の関係が成り立つので，水平方向地盤反力係数の比は，

$$\left.\begin{aligned}\frac{K_{21}}{K_1}&=\left(\frac{P_{21}}{P_1}\right)^{4/3}\\ \frac{K_{22}}{K_1}&=\left(\frac{P_{22}}{P_1}\right)^{4/3}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (4.7)$$

となる。ここに，K_1は1本のくいに関する水平方向地盤反力係数，K_{21}，K_{22}はそれぞれ前方および後方のくいに関する水平方向地盤反力係数を表わす。したがって，P_2の荷重は$K_{21}/K_1 : K_{22}/K_1$の比で分担され，前方のくいを1とすると，後方くいは$K_{22}/K_{21}=(P_{22}/P_{21})^{4/3}$となる。

〔2〕 群ぐい効果の検証

群ぐい効果の性状を証明するために簡単な試験を行なう[21]。この試験は二次元枠モデルを利用して，二次元の塩化ビニール棒によりモデル地盤を作成し，板を鉛直に建て込んで水平方向に載荷して行なったものである。

(1) 二次元枠モデル試験装置とモデル地盤

この装置は写真-4.1に示すように，幅120cm，奥行15cm，深さ70cmの部分に，直径1.3mm～2.0mm，長さ15cmの塩化ビニール棒を積み重ねて，試験地盤を作成することができるようにしたものである（図-4.4）。装置の右端には，位置を自由に変えることができ，任意の高さにおいて荷重を作用させることができる特殊な滑車を具備している。

ビニール棒を一様に敷き並べてモデル地盤を作成し，

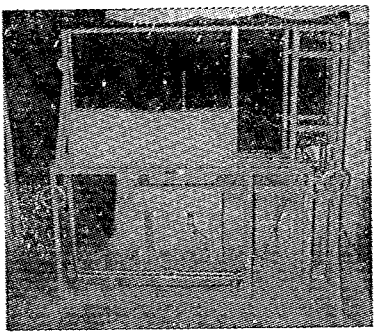


写真-4.1 二次元枠モデル試験装置

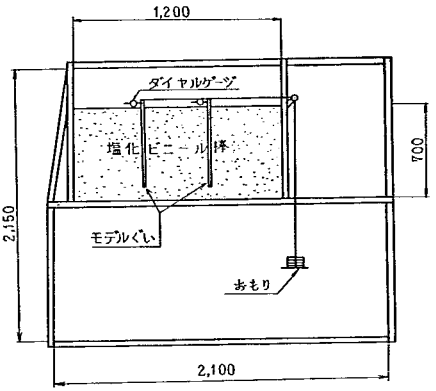


図-4.4 二次元枠モデル試験装置一般図

試験地盤の性状を把握するために，表面位置における鉛直載荷と深さ25cmおよび50cmの位置における水平載荷を行なった。その結果試験地盤の変形係数は25kg/cm²程度と推定された。また，一面せん断試験によると，$C=0.05$kg/cm²，$\phi=24°$であった。

(2) 試験に用いたくい

模型ぐいは長さ50cm，幅15cm，板厚0.2，0.25，0.3cmのもので，Changの式を用いて計算した結果，π/βが30～40cmとなり，十分に無限長のくいと考えられるように選定した。

この模型ぐいを行構成の群ぐいが成り立つように並べて建て込み，主としてくい間隔を変化させて，各くいの分担荷重を求めた。

一般のくいでは，くい間隔はくい径との比で与えられるが，ここで用いた二次元の試験ぐいでは，くい径に相当するものがないので，くいの幅15cmを基準として，このくい幅の0.5，1，1.5，2，2.5，3倍をくい間隔とし

て採用した。また，くい本数は2本を1列に並べ，くい相互間の干渉の度合を調べた。さらに3本を1列に並べた試験をも実施した。

（3） 測定方法

載荷は，0.1kg，0.25kg，1kgの3種類の重錘を用意し，適宜組み合わせて滑車を通して行ない，くい頭への静的な荷重として作用させた。この場合に，滑車軸受およびロープと滑車との間に摩擦抵抗が働くが，実測の結果では十分に小さく，無視できる大きさであった。

変位の測定は，ダイアルゲージをモデル地盤表面より3cm上の位置に取り付けて行ない，各荷重段階において，1分経過ごとに読み取った。

同一種類の試験は少なくとも5回はくり返して実施した。

（4） 試験結果

基本となる単ぐいの載荷試験結果を図-4.5に示す。くい頭部の変位がかなり大きく生ずるまで行なったが，図-4.5に示した範囲ではモデル地盤は降伏を生じていない。いま，荷重—変位関係を $\delta = aP^n$（P：荷重，δ：変位，a，n：定数）で表わすと，

板厚 t =2mmの場合　$\delta = 77.61P^{1.53}$
板厚 t =2.5mmの場合　$\delta = 58.35P^{1.39}$
板厚 t =3mmの場合　$\delta = 44.90P^{1.43}$ ……(4.8)

の関係が得られた。

次に，板を2枚並べて相互の間隔を板厚 d の0.5倍よ

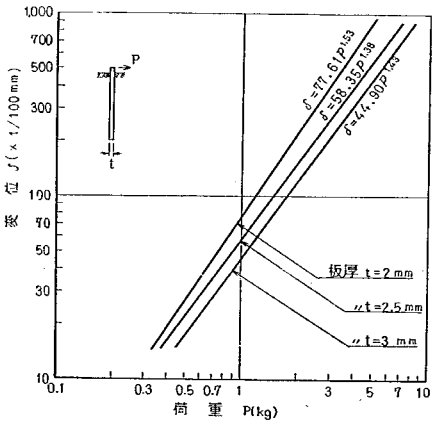


図-4.5　単ぐいの水平載荷試験結果

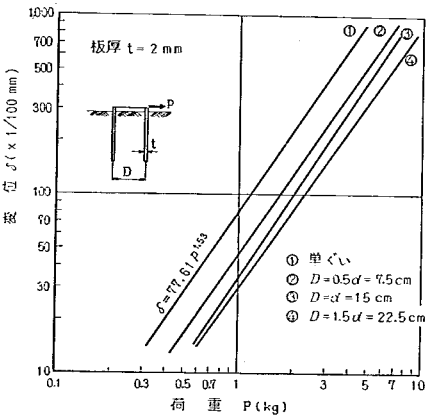


図-4.6　2列ぐいの荷重—変位曲線（1）

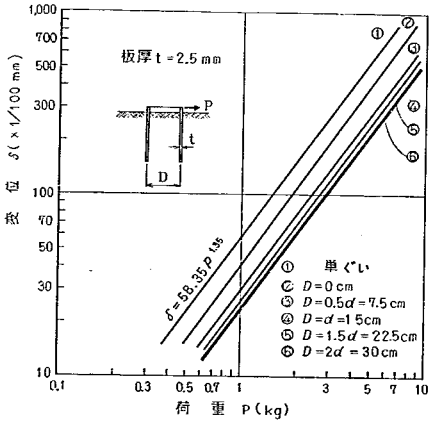


図-4.7　2列ぐいの荷重—変位曲線（2）

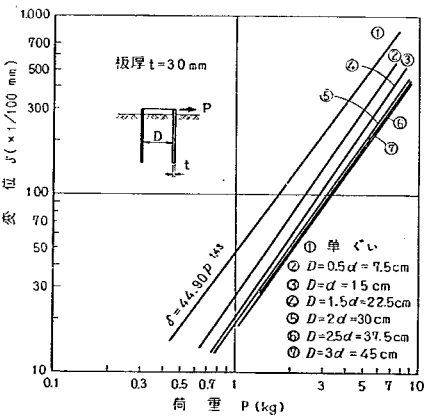


図-4.8　2列ぐいの荷重—変位曲線（3）

り3倍まで順次変化させて載荷を行なった。図-4.6に板厚2mmの結果を，図-4.7に板厚2.5mmの結果を，図-4.8に板厚3mmの結果を示す。図-4.6～4.8においては，単ぐいの荷重—変位曲線にほぼ平行な荷重—変位曲線が得られたので，いずれも地盤には降伏が生じておらず，$\delta=aP^n$ の式における a の値のみが変化することになると考えてよい。

したがって，(4.8) 式を用いると，任意の変位量に関して荷重分担割合は一定となり，くい間隔に応じて図-4.9のようになる。

3本のくいを1列に並べる試験は板厚2.5mmのものを用いて行ない，図-4.10 に示す荷重—変位曲線が得られた。2本の場合と同様に計算を行ない，その傾向を図-4.9に合わせて示しておく。

また，3本のそれぞれのくいが分担している荷重は，最前列のくいを基準とすると，図-4.11のようになる。

(5) 考　察

ここで説明した二次元枠モデルを用いた試験は群ぐいの挙動に関する傾向を簡単に説明するために行なったもので，これから結論を導くことはできないが，この試験の範囲で次の点が指摘できよう。

1) モデル地盤は塩化ビニール棒で作成されているので，載荷にともなって配列が異なってくる。したがって，d =15cm程度の間隔で群ぐいの影響のない範囲となっているが，それより小さい間隔では，群ぐい効果により支持できうる荷重が減少している。

2) 特に，くいを2本重ねて使用する場合には，かなり効果が減殺される。

3) しかし，同一のくい群の中で，各くいの分担している荷重の割合は異なっている。このことから考えると，全支持荷重にはあまり変化がなくても，個々のくいへの作用荷重は同一でないので，4.〔1〕で説明したように，個々のくいの水平方向地盤反力係数の相違としてとらえることの妥当性を示していると言えよう。また，全支持荷重に差が少ないことは各くいの荷重分担を平均すると，1本のくいのそれに近い値となることと考えられる。

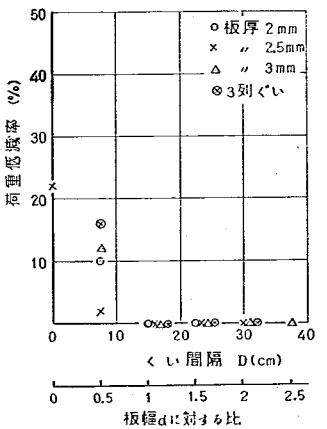


図-4.9　2列ぐいの荷重分担割合

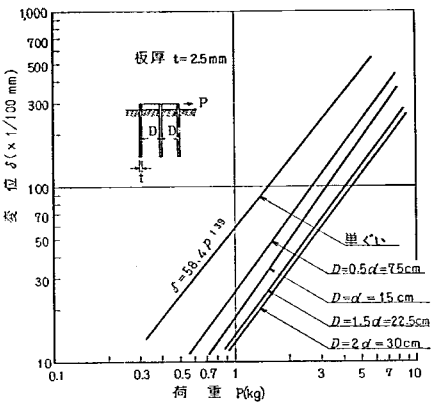


図-4.10　3列ぐいの荷重—変位曲線

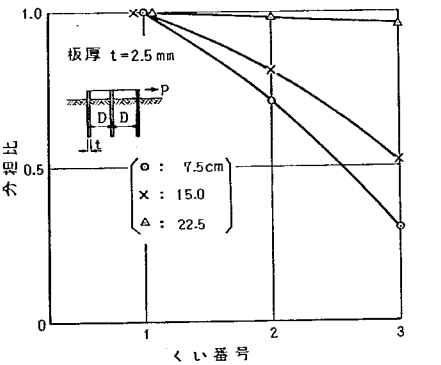


図-4.11　各くいの分担荷重

〔3〕 試験方法

(1) 試験に用いた装置

試験装置を図-4.12に示す。直径5cm，肉厚2mm，長さ200cmのアルミニュームパイプを，地表面に10cm突き出させて建て込み，頭部をピン構造として燐青銅線で結びつけ，ジャッキを挿入する装置をくい径の10倍以上離して備え付けて荷重を作用させた。くいの建て込みには，上下2個所で規制できうるようにしたガイドを作成

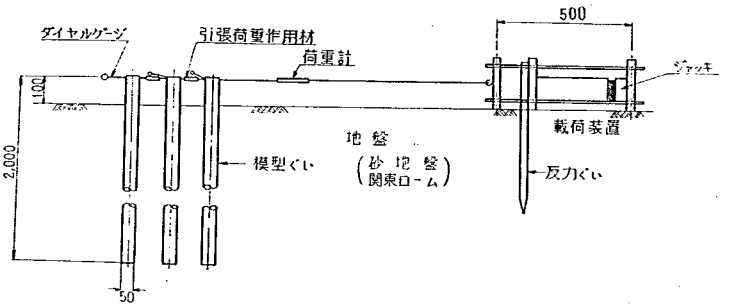


図-4.12　試　験　装　置

して，それを介して所定の位置にくいがくるようにしてある。

ピン結合部は，特別に製作した円形のバンドを用いた構造となっており，荷重作用方向に自由に回転するようになっている。試験の状況を写真-4.2に示す。

測定は作用荷重，くい1本への分担荷重，くい体の応力度およびくい頭部の変位について行なった。

全作用荷重は，載荷装置と群くいの間に，厚さ 0.5～0.8mm の薄板の両面にワイヤーストレーンゲージをはりつけて製作した荷重計を介して行ない，荷重計はすべてについて個々に検定をあらかじめ行なって使用した。各くいへの分担荷重についても，同じような薄板で製作した引張荷重作用材を用いて行なっている。

くい体の応力度は，くいの地表面近くの位置に隣接させてワイヤーストレーンゲージをはりつけて，静的な曲げひずみを測定し，その結果に基づいてせん断力を算定した。この結果は，くい頭部における引張荷重作用材による結果と対比されて，試験の精度を高めている。

くい頭部の変位については，くいすべてについて測定し，それぞれの結果にほとんど差を生じないことを確かめて，平均して用いた。

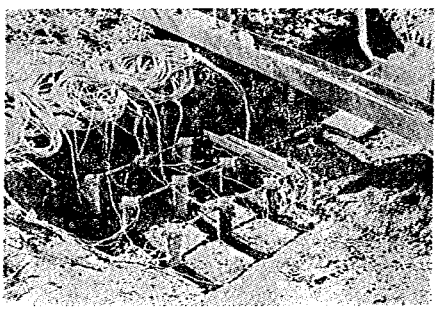


写真-4.2　試験状況（関東ローム）

くいの長さは，Changの式を用いて，4.(3)(2)における地盤条件に基づいて計算を行ない，たわみ角が0となる深さの2.5倍以上とし，砂地盤では160cm，関東ロームでは177cmを得たので，地上への突出長をも考慮に入れて作製のしやすいように2mとしたものである。

くいの建て込みは，くい径より小さい径を有するハンドオーガーに類する削孔用鋼管を製作し，くい径より小さい径の孔をあけて，くいを打撃しながら埋設することにより行なった。

（2）　試験に用いた地盤条件

試験は砂質土と粘性土について行ない，両者の差異が明らかになることを期待した。

砂質土としては，利根川の川砂を用いて，深さ4m，幅5m，奥行8mのケーソン実験槽に人工地盤を作成して，飽和させて使用した。

粘性土は，土木研究所構内の関東ローム層を用いて現位置で行なった。土木研究所構内には，4～6m程度の厚さに関東ローム層が堆積している。

地盤材料の性質を表-4.1に示す。

砂地盤は乾燥を防ぐように散水したので，ほぼ飽和しているとみなされる。この地盤の強度を調べるために，標準貫入試験を行なったが結果を図-4.13に示す。

また，粘性土は3.(4)における試験において用いた関東ローム地盤と全く同じ性質を有するものである。

（3）　試験要領

試験は次のくい構成の場合について行なった。

砂地盤

列構成……5本1列
行構成……3本1行，4本1行，5本1行
行列構成……2行2列，3行3列

関東ローム地盤

列構成……2本1列，3本1列，5本1列
行構成……3本1行，4本1行，5本1行
行列構成……2行2列，3行3列

表-4.1 地盤材料の性質

	比重	れき分(%)	砂分(%)	シルト分(%)	粘土分(%)	D_{60}(mm)	D_{10}(mm)	c(kg/cm²)	ϕ(°)	γt(g/cm³)	含水比(%)
砂質土	2.70	0	95	5	0	0.45	0.22		42°50′	1.54～1.75	10.8
粘性土	2.83	0	42	46	12	0.083	0.0036	0.34	12°	1.30	110～135

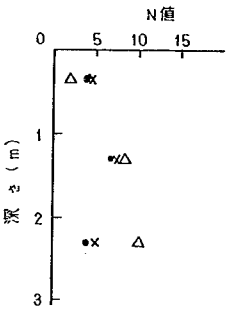


図-4.13 N値の結果

その他に単ぐいの試験を行なって，基本的な挙動を把握している。

くい間隔はくい径の3倍，4倍，5倍とし，くい径をdで表示すると，それぞれ$3d$，$4d$，$5d$となる。

載荷は，荷重計で値を読みながら加え，最初に予備荷重を作用させた後，順次段階的に増やしていった。すなわち，

0 ⟶10⟶20⟶30⟶40⟶ ……

130⟶140⟶150kg ……

試験はおもにこの荷重段階を用いて，くいの挙動が弾性的と考えられる範囲で行ない，各荷重では変位が停止したときにくいのひずみと引張材のひずみを読み取った。

〔4〕 試験結果ならびにその考察

（1） 載荷試験結果

（a） 砂地盤における荷重—変位曲線の代表的なものを図-4.15～4.20に示す。図-4.15は単ぐいの試験を，図-4.16～4.20はそれぞれ，間隔$3d$の場合の5本1列，3本1行，4本1行，5本1行，3行3列の試験結果を図示したものである。

（b） 関東ローム地盤における荷重—変位曲線の代表的なものを図-4.21～4.26に示す。図は砂地盤の場合と同じ条件のものを示した。

（2） 列構成ぐいの荷重分担割合

荷重分担割合は引張荷重作用材を用いた測定結果と，くい体の応力度の測定結果に基づいて算定した。

(a) 引張荷重作用材による荷重分担割合の計算

図-4.27に示す3列ぐいを例にとって荷重分担割合の計算を説明する。全作用荷重をF，第1列，第2列，第3列のくいの分担荷重をF_1，F_2，F_3とすると，

$$F_1+F_2+F_3=F \quad \cdots\cdots (4.9)$$

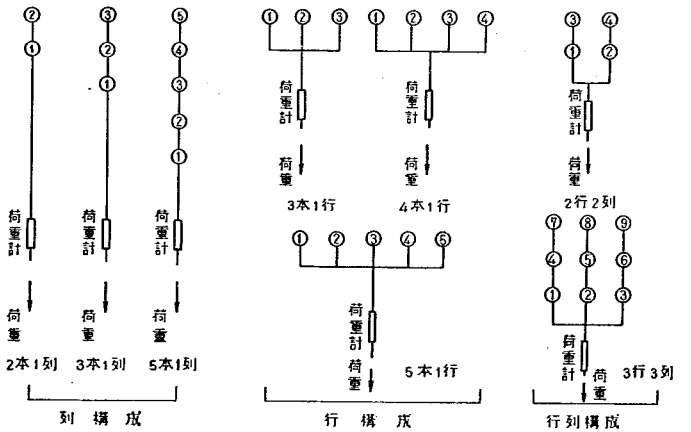


図-4.14 試験のくい構成

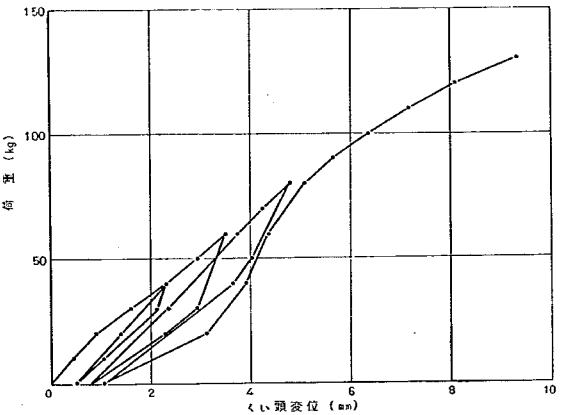


図4.15 載荷試験結果（単ぐい，砂地盤）

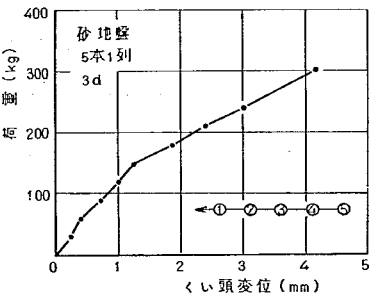


図-4.16 載荷試験結果（5本1列，3d，砂地盤）

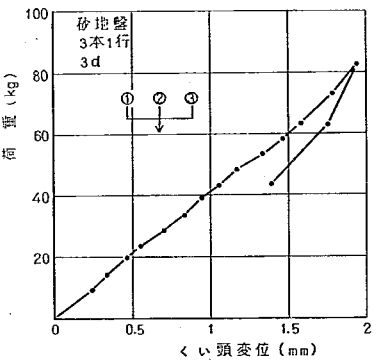


図-4.17 載荷試験結果（3本1行，3d，砂地盤）

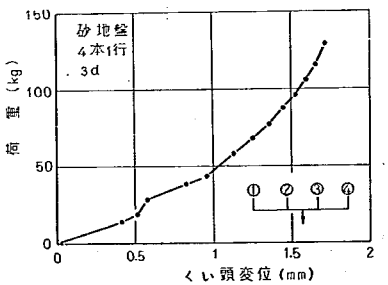


図-4.18 載荷試験結果（4本1行，3d，砂地盤）

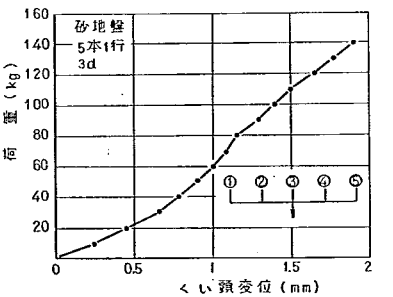


図-4.19 載荷試験結果（5本1行，3d，砂地盤）

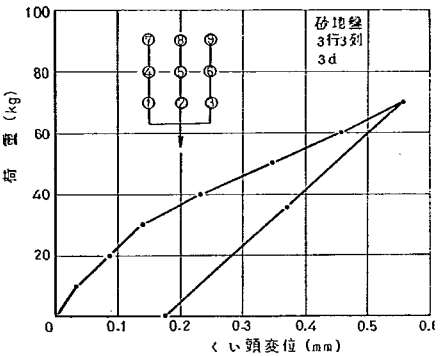


図-4.20　載荷試験結果（3行3列, 3d, 砂地盤）

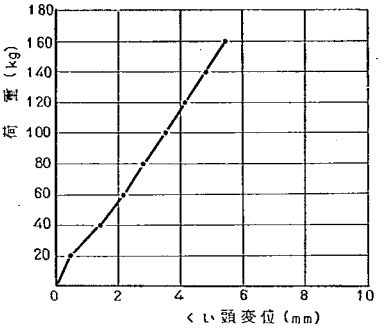


図-4.21　載荷試験結果（単ぐい, 関東ローム）

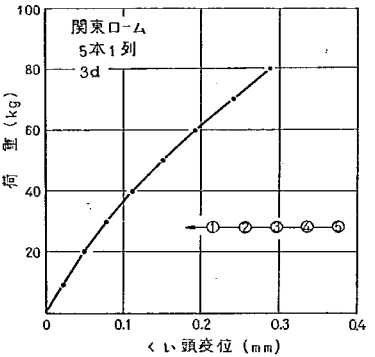


図-4.22　載荷試験結果（5本1列, 3d, 関東ローム）

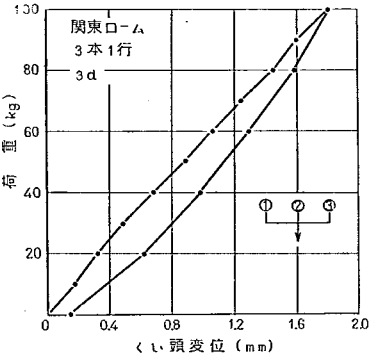


図-4.23　載荷試験結果（3本1行, 3d, 関東ローム）

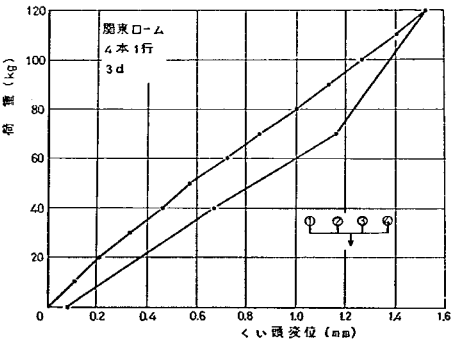


図-4.24　載荷試験結果（4本1行, 3d, 関東ローム）

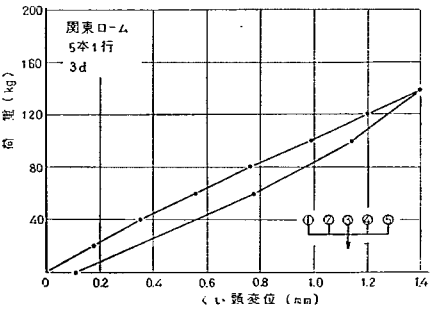


図-4.25　載荷試験結果（5本1行, 3d, 関東ローム）

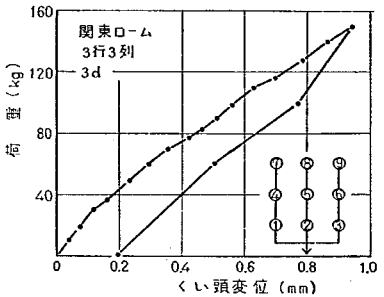
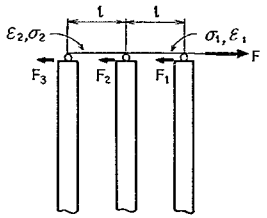


図-4.26　載荷試験結果（3行3列，3d，関東ローム）



第3列　第2列　第1列

図-4.27　引張荷重作用材による荷重分担

第2列のくいと第3列のくいの間の引張荷重作用材の応力度をσ_2とすると，

$$\delta_2=\frac{F_3 l}{A_2 E}=\frac{\sigma_2 l}{E} \quad \cdots\cdots(4.10)$$

ここに，　δ_2：第2列のくいと第3列のくい間の引張荷重作用材の伸び
l：引張荷重作用材の長さ
A_2：第2列と第3列のくい間の引張荷重作用材の断面積
E：引張荷重作用材の弾性係数

したがって，

$$F_3=\sigma_2 A_2=\varepsilon_2 E A_2 \quad \cdots\cdots(4.11)$$

ここに，　ε_2：第2列のくいと第3列のくい間の引張荷重作用材のひずみ

第1列と第2列のくいの間にも同様にして，

$$F_2+F_3=\sigma_1 A_1=\varepsilon_1 E A_1 \quad \cdots\cdots(4.12)$$

ここに，σ_1，ε_1は第1列のくいと第2列のくい間の引張荷重作用材の応力度とひずみを示し，A_1はその間の引張荷重作用材の断面積を表わす。

いま，全作用荷重Fに相当する，荷重計のひずみεとε_1，ε_2が測定され，さらに荷重計の断面積AとA_1，A_2があらかじめわかっているので，上記の関係より，

$$\left.\begin{aligned} F_3&=\varepsilon_2 E A_2 \\ F_2&=\varepsilon_1 E A_1-F_3=(\varepsilon_1 A_1-\varepsilon_2 A_2)E \\ F_1&=F-F_2-F_3=(\varepsilon A-\varepsilon_1 A_1)E \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4.13)$$

が求められる。第1列のくいを仮りに基準として考えると，F_1，F_2，F_3の比は，

$$1:\frac{\varepsilon_1 A_1-\varepsilon_2 A_2}{\varepsilon A-\varepsilon_1 A_1}:\frac{\varepsilon_2 A_2}{\varepsilon A-\varepsilon_1 A_1} \quad \cdots\cdots(4.14)$$

となる。$A=A_1=A_2$のときには，

$$1:\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon-\varepsilon_1}:\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon-\varepsilon_1} \quad \cdots\cdots(4.15)$$

となる。

(b)　くい体の応力度による荷重分担割合の計算

地表面近くの位置でくいにはり付けたワイヤーストレーンゲージを用いて，くいの曲げひずみを測定し，くい体のせん断応力度を求めることにより，荷重分担割合を計算した。

せん断応力度の算出は近似的に，

$$S=\frac{M_2-M_1}{\Delta x}=EW\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\Delta x} \quad \cdots\cdots(4.16)$$

ここに，　S：せん断応力度に
Δx：ワイヤーストレーンゲージの間隔
ε_1，ε_2：測定されたひずみ
M_1，M_2：ひずみε_1，ε_2に相当する曲げモーメント
E：くいの弾性係数
W：くいの断面係数

くいは同一材質，同一寸法のものが用いられているので，弾性係数および断面係数は各くいで等しい。また，ストレーンゲージのはり付け位置も同一であるので，せん断応力度の比は測定ひずみの比となる。

したがって，測定ひずみの比を求めることにより，各くいの荷重分担割合を求めることができる。

以上の(a)および(b)の方法を用いて荷重分担割合を求めるのであるが，引張荷重作用材による結果とくい体応力度による結果との間にどれくらい差があるかを図

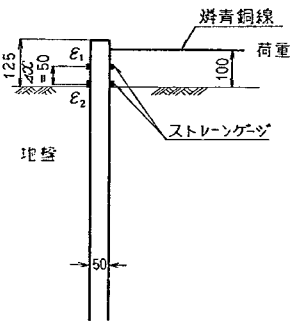
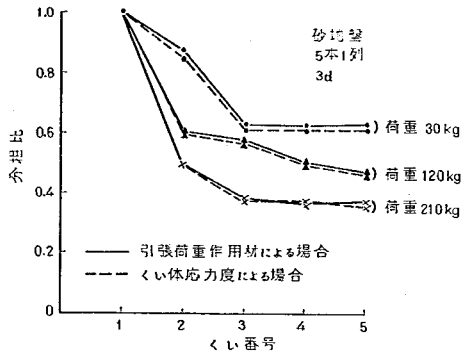
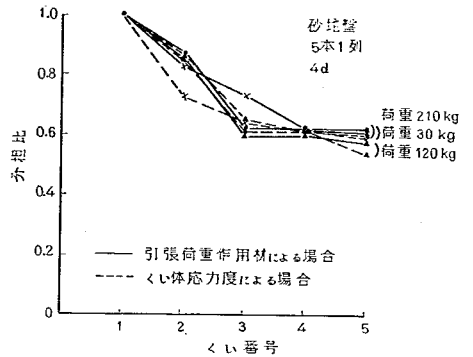


図-4.28　くい体の応力度の測定



(a)　3 d の 場 合



(b)　4 d の 場 合

図-4.29　測定法の相違による比較一例
(砂地盤,5本1列)

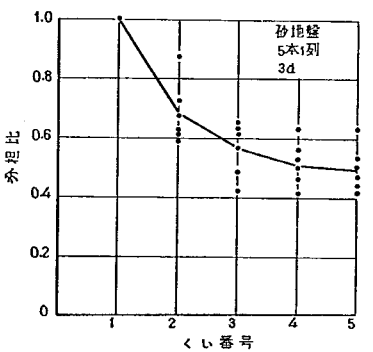


図-4.30　列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤,5本1列,3d)

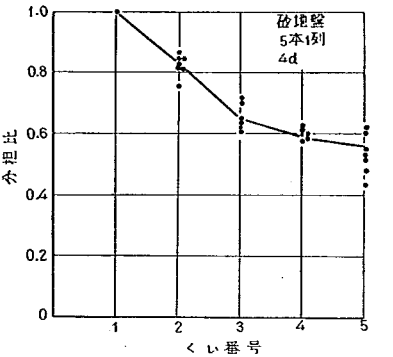


図-4.31　列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤,5本1列,4d)

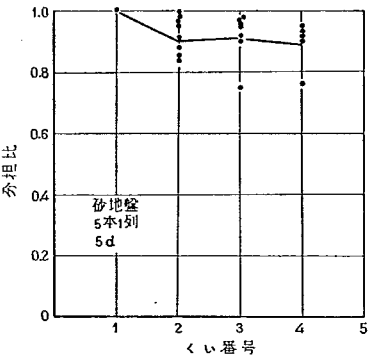


図-4.32　列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤,5本1列,5d)

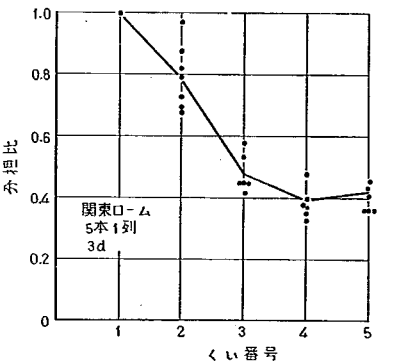


図-4.33　列構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,5本1列,3d)

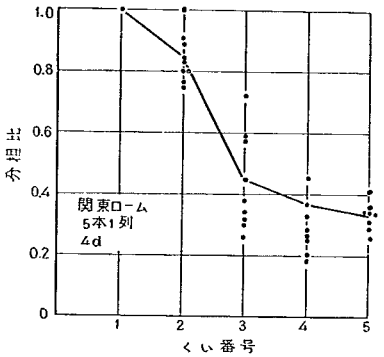


図-4.34　列構成ぐいの荷重分担割合
（関東ローム，5本1列，4d）

-4.29に一例として示す。これによるとほとんど差のないことがわかる。したがって，以下の図では両者を平均して図示することとした。その場合に，列ぐいでは一番前列のくいが仮りに基準になるとみなして，横軸には前方からのくいの番号をとって示した。

(a)　砂地盤における荷重分担割合を図-4.30～4.32に示す。結果には多少ばらつきがあるが，図中に平均値を直線で結んである。

(b)　関東ロームにおける荷重分担割合については，5本のくいを列構成に並べたものについて，代表として図-4.33～4.34に示す。

得られた結果は必ずしもまとまってはいないが，平均値として図-4.30～4.34の結果を，その他の結果とともに整理して示すと，傾向が把握できる。砂地盤についてを図-4.35に，関東ロームについてを図-4.36～4.38に示す。関東ロームの試験で間隔5 d の場合には載荷荷重の大きさと地盤の強さから判断して，試験が不完全であったので，整理から除いてある。

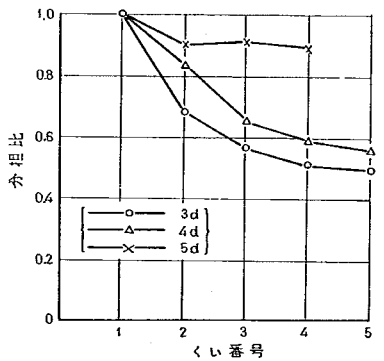


図-4.35　列ぐいの荷重分担割合（砂地盤）

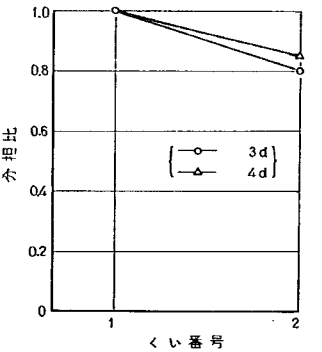


図-4.36　列ぐいの荷重分担割合（関東ローム）

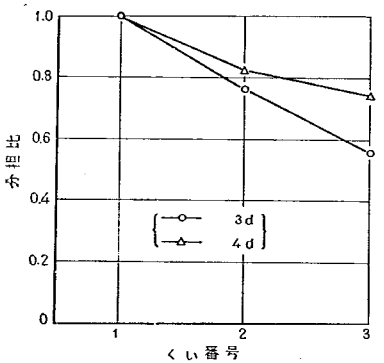


図-4.37　列ぐいの荷重分担割合（関東ローム）

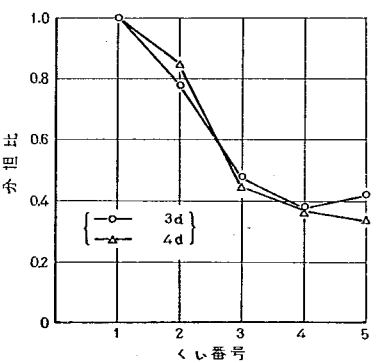


図-4.38　列構成ぐいの荷重分担割合（関東ローム）

（3） 行構成ぐいの荷重分担割合

行構成ぐいの荷重分担割合も引張荷重作用材とくい体の応力度の両者の測定結果を用いて求めた。いずれの方法も列構成ぐいの場合と同様の計算式で求まる。しかし，行構成ぐいのときには，中心軸に対して左右対称であるので，対称な位置にあるくいでは同じ荷重を分担しなければならない。実際の測定結果ではばらつきがあり，全く同じ割合にはならないので，平均して取扱うこととした。

(a) 砂地盤における行構成ぐいの荷重分担割合を図-

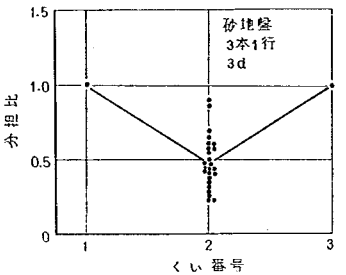


図-4.39 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，3本1行，3d）

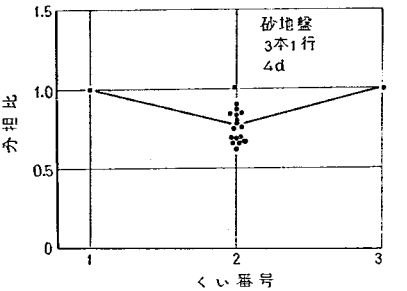


図-4.40 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，3本1行，4d）

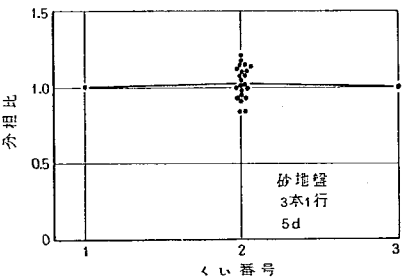


図-4.41 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，3本1行，5d）

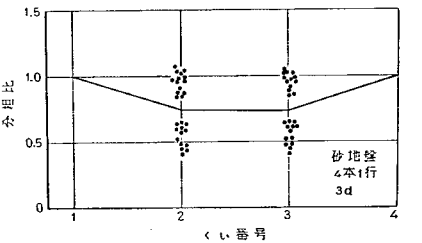


図-4.42 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，4本1行，3d）

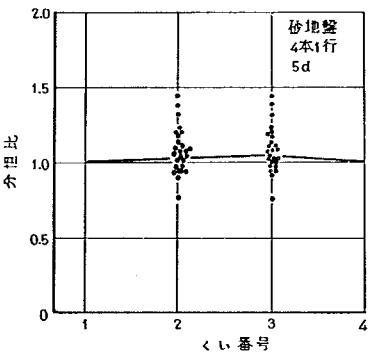


図-4.43 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，4本1行，5d）

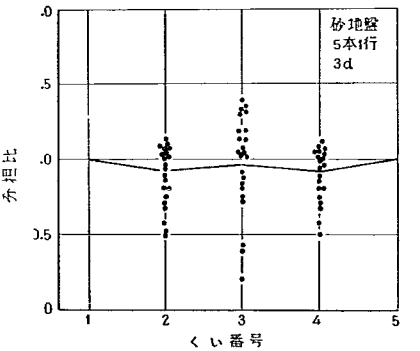


図-4.44 行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，5本1行，3d）

4.39～4.44に示す。試験の一部はデータがまとまらず，それらについては結果の整理より除いている。

(b) 関東ロームにおける行構成ぐいの荷重分担割合を図-4.45～4.52に示す。

列構成ぐいの場合と同様に平均値を採用し，まとめて図示すると図-4.53～4.58のようになる。

(4) 行列構成ぐいの荷重分担割合

列構成ぐいや行構成ぐいの場合と同様に測定結果を示すと，図-4.59～4.70のようになる。

(5) 試験結果に対する考察

以上の試験から次の点が指摘できる。

1) くいが群ぐい構成をなしているときに，各くいに

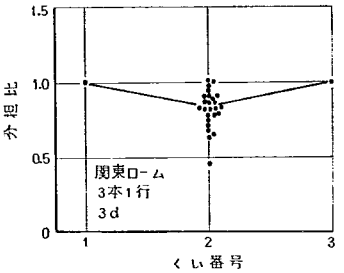


図-4.45　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,3本1行,3d)

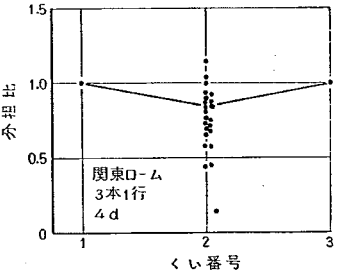


図-4.46　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,3本1行,4d)

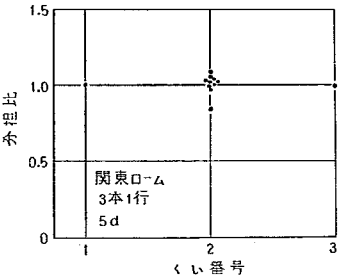


図-4.47　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,3本1行,5d)

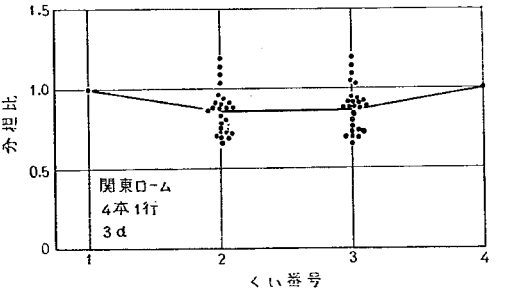


図-4.48　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,4本1行,3d)

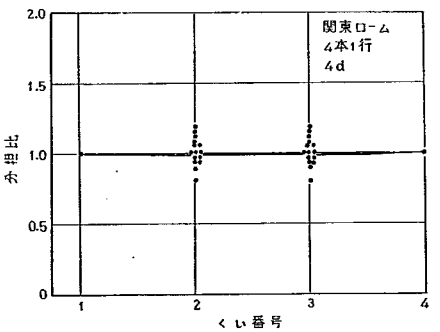


図-4.49　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,4本1行,4d)

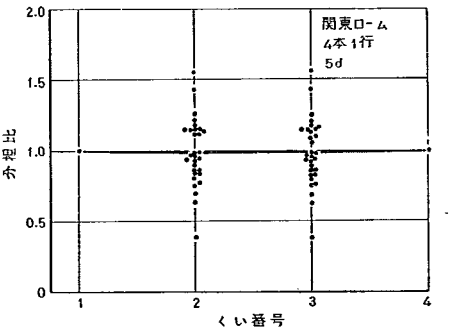


図-4.50　行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム,4本1行,5d)

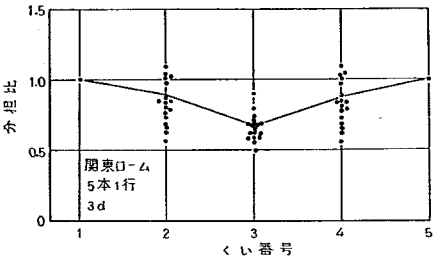


図-4.51　行構成ぐいの荷重分担割合
（関東ローム，5本1行，3d）

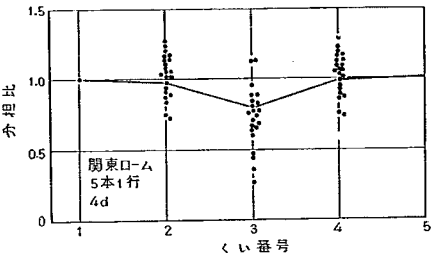


図-4.52　行構成ぐいの荷重分担割合
（関東ローム，5本1行，4d）

作用する荷重は均等でないことが実験的に確かめられたと言える。すなわち，くいの挙動が線形を示す領域における荷重分担割合の傾向が裏付けられたと考えてよい。

2) 試験結果を具体的に数字でまとめると，表-4.2のようになるが，これより各くいの荷重分担割合を一義的に示すことにはやや難がある。しかし，列構成ぐいでは前列のくいが多く荷重を分担し，行構成ぐいでは端部のくいがより多くの荷重を分担していることがわかる。これは地盤を通じての各くいの干渉という面から我々の有する知識とよく一致し，納得することができる。

3) したがっ，列構成ぐいでは第2列目のくいは第1列目のくいの70～90%の荷重を分担し，第3列目以降のくいについてはさらに分担荷重が減少している。行構成ぐいの場合も同様である。いずれの場合も，くい間隔によって分担割合は変化し，くい間隔

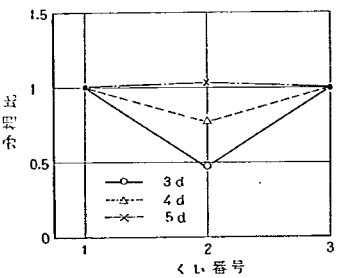


図-4.53　行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，3本1行）

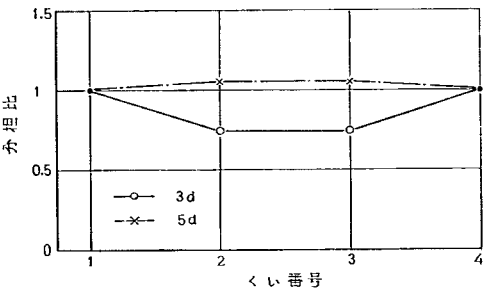


図-4.54　行構成ぐいの荷重分担割合
（砂地盤，4本1行）

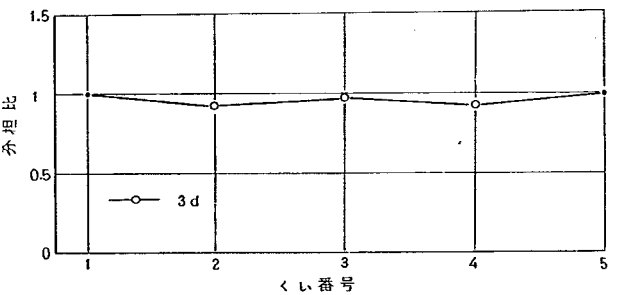


図-4.55　行構成ぐいの荷重分担割合（砂地盤，5本1行）

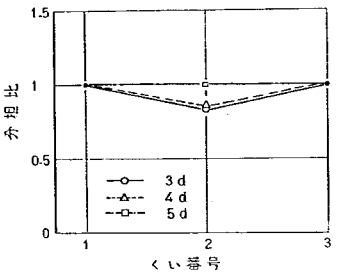


図-4.56 行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム，3本1行)

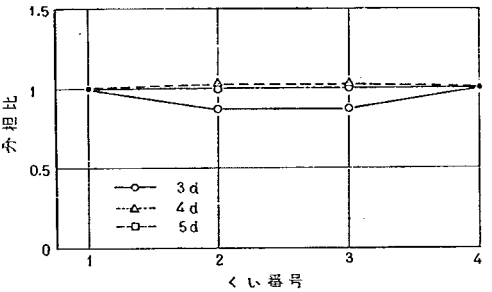


図-4.57 行構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム，4本1行)

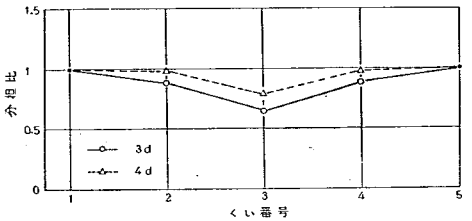


図-4.58 行構成ぐいの荷重分担割合 (関東ローム，5本1行)

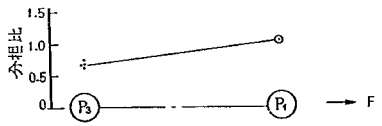


図-4.59 行列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤，2行2列，3d)

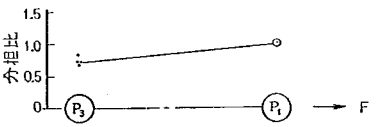


図-4.60 行列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤，2行2列，4d)

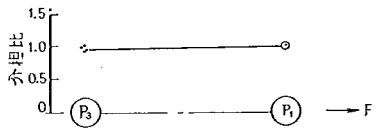


図-4.61 行列構成ぐいの荷重分担割合
(砂地盤，2行2列，5d)

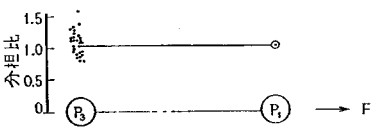


図-4.62 行列構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム，2行2列，3d)

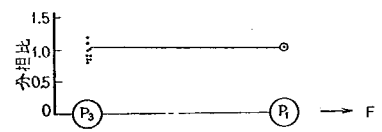


図-4.63 行列構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム，2行2列，4d)

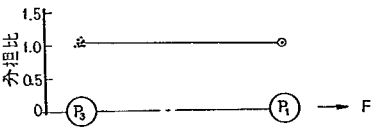


図-4.64 行列構成ぐいの荷重分担割合
(関東ローム，2行2列，5d)

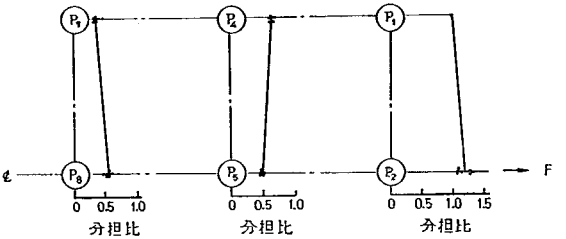


図-4.65 行列構成ぐいの荷重分担割合（砂地盤，3行3列，3d）

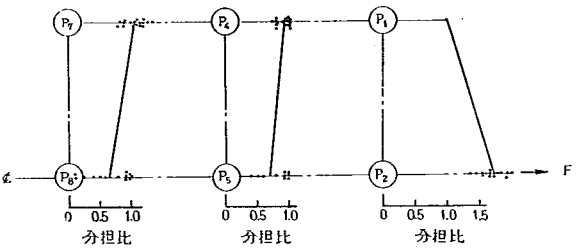


図-4.66 行列構成ぐいの荷重分担割合（砂地盤，3行3列，4d）

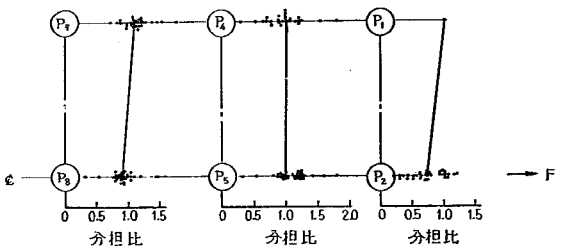


図-4.67 行列構成ぐいの荷重分担割合（砂地盤，3行3列，5d）

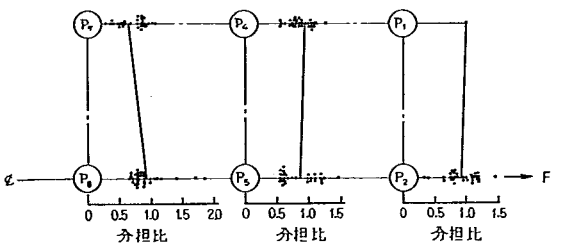


図-4.68 行列構成ぐいの荷重分担割合（関東ローム，3行3列，3d）

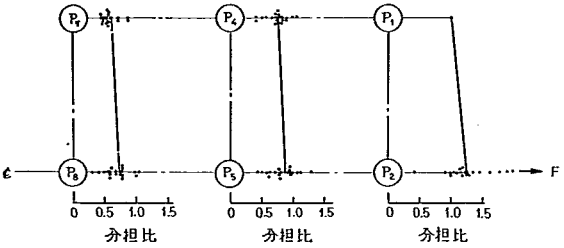


図-4.69 行列構成ぐいの荷重分担割合（関東ローム，3行3列，4d）

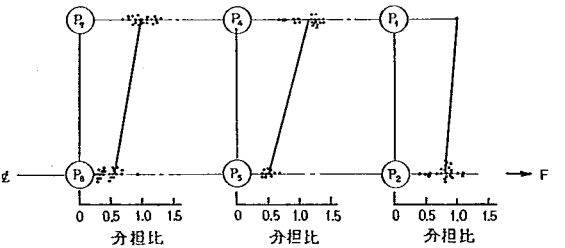


図-4.70 行列構成ぐいの荷重分担割合（関東ローム，3行3列，5d）

表-4.2 荷重分担割合一覧表

(a) 列構成ぐいの荷重分担割合

くい番号		1	2	3	4	5
砂地盤	3d	1	0.68	0.56	0.51	0.50
	4d	1	0.83	0.65	0.59	0.56
	5d	1	0.90	0.91	0.89	—
関東ローム	3d	1	0.79			
		1	0.76	0.56		
		1	0.79	0.48	0.39	0.42
	4d	1	0.85			
		1	0.83	0.74		
		1	0.84	0.45	0.37	0.33

(b) 行構成ぐいの荷重分担割合

くい番号			1	2	3	4	5
砂地盤	3本1行	3d	1	0.47	1		
		4d	1	0.77	1		
		5d	1	1.03	1		
	4本1行	3d	1	0.74	0.74	1	
		5d	1	1.05	1.05	1	
	5本1行	3d	1	0.91	0.96	0.91	1
関東ローム	3本1行	3d	1	0.83	1		
		4d	1	0.85	1		
		5d	1	1.01	1		
	4本1行	3d	1	0.87	0.87	1	
		4d	1	1.02	1.02	1	
		5d	1	0.99	0.99	1	
	5本1行	3d	1	0.88	0.66	0.88	1
		4d	1	0.98	0.79	0.98	1

がくい径の5倍になると，ほとんど影響がなくなる。

4) 砂地盤と関東ロームで代表される粘土地盤では多少分担割合が異なっている。砂地盤の方が減少割合が少し著しい傾向を示すが，これは粘着力の大きさによるとみられ，粘着力の小さい砂地盤の方が，荷重の分散が広くなり，干渉の割合が大きくなるとみなしうる。

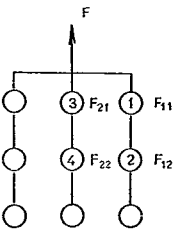
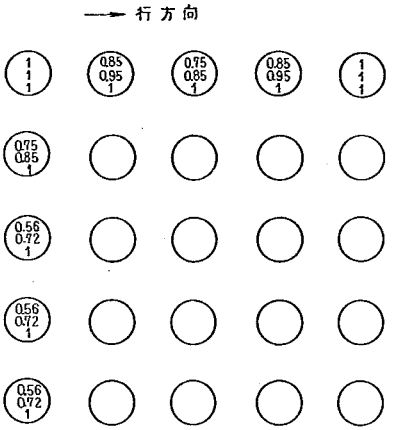


図-4.71　行列構成ぐいの重ね合わせ

5) 4.〔1〕に述べたように，列構成ぐいと行構成ぐいの結果を重ね合わせて行列構成ぐいの荷重分担割合を求めてみる。この重ね合わせの有効性については次のように考えられる。いま，図-4.71に示された9本のくいの中央のくい4に着目する。Fなる全荷重が作用したとき，くい1，2，3，4の分担する荷重をF_{11}，F_{12}，F_{21}，F_{22}とする。列構成ぐいから考えると，くい2はくい1に対してF_{12}/F_{11}となりF_{22}/F_{21}に等しくなる。行構成ぐいについてはくい1に対するくい3，くい2に対するくい4の比は等しく，$F_{21}/F_{11}=F_{22}/F_{12}$となる。したがって，くい4はくい1に対して

$$\frac{F_{22}}{F_{11}}=\frac{F_{12}}{F_{11}}\cdot\frac{F_{22}}{F_{12}}=\frac{F_{12}}{F_{11}}\cdot\frac{F_{21}}{F_{11}} \quad \cdots\cdots(4.17)$$

直接的に測定されている関東ロームの場合について試験結果と対比してみると，表-4.3のようになり，列，行の欄にはそれぞれ列構成ぐい，行構成ぐいの荷重分担割合を示し，その重ね合わせた結果を上段に，試験結果を下段に記してある。行列構成のくいになると，列構成，行構成のくいより推定した結果に比べて荷重分担割合に差が少なくなっている。これは互いのくいが拘束し，荷重が均等に分散していることによると判断される。



上段より 3d, 4d 5d の順序

図-4.72　くいの荷重分担割合

表-4.3　行列構成ぐいの荷重分担（関東ローム）

(a) 2行2列，3d

列＼行	1	1
1	1 1	1 1
0.79	0.79 1.01	0.79 1.01

(b) 2行2列，4d

列＼行	1	1
1	1 1	1 1
0.85	0.85 1.01	0.85 1.01

(c) 3行3列，3d

列＼行	1	0.83	1
1	1 1	0.83 0.87	1 1
0.76	0.76 0.95	0.63 0.83	0.76 0.95
0.56	0.56 0.63	0.46 0.93	0.56 0.63

(d) 3行3列，4d

列＼行	1	0.85	1
1	1 1	0.85 1.21	1 1
0.83	0.83 0.75	0.70 0.85	0.83 0.75
0.74	0.74 0.60	0.63 0.70	0.74 0.60

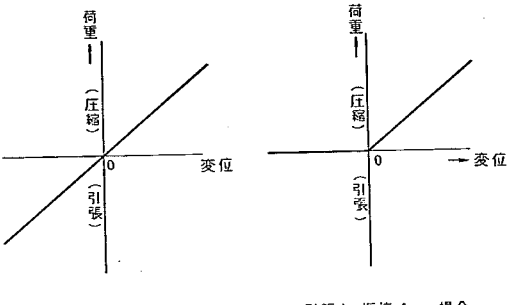
表-4.4 単ぐいとの比較

地盤種別	くい構成	くい本数	くい間隔	変位量0.5mmの場合		変位量1mmの場合	
				荷重(kg)	単ぐいの荷重との比	荷重(kg)	単ぐいの荷重との比
砂地盤	単ぐい			12		21	
	列構成	5本1列	3d	70	5.8	120	5.7
			4d	53	4.4	108	5.1
			5d	73	6.1	120	5.7
	行構成	3本1行	3d	22	1.8	41	1.9
			4d	21	1.7	47	2.2
			5d	25	2.1	43	2.0
		4本1行	3d	20	1.7	48	2.3
			5d	13	1.1	31	1.5
		5本1行	3d	23	1.9	60	2.8
	行列構成	2行2列	3d	31	2.6	54	2.6
			4d	55	4.6	83	4.0
			5d	50	4.2	86	4.1
		3行3列	3d	65	5.2	—	—
			4d	70	5.8	130	6.2
			5d	70	5.8	130	6.2
関東ローム	単ぐい			20		36	
	列構成	2本1列	3d	28	1.4	47	1.3
			4d	27	1.4	43	1.2
		3本1列	3d	38	1.9	70	1.9
			4d	43	2.2	75	2.1
		5本1列	3d	(120)	(6)	—	—
			4d	87	4.4	—	—
	行構成	3本1行	3d	32	1.6	57	1.6
			4d	42	2.1	80	2.2
			5d	44	2.2	80	2.2
		4本1行	3d	45	2.3	80	2.2
			4d	60	3.0	104	2.9
			5d	52	2.6	106	2.9
		5本1行	3d	55	2.8	102	2.8
			4d	80	4.0	146	4.1
	行列構成	2行2列	3d	50	2.5	83	2.3
			4d	50	2.5	87	2.4
			5d	33	1.6	62	1.7
		3行3列	3d	90	4.5	—	—
			4d	95	4.8	—	—
			5d	95	4.8	—	—

6) 以上の点より，群ぐいの荷重分担割合を断定的に決めることは多少危険であるが，試験結果を総合的に判断すると，少なくとも図-4.72に示す程度の分担割合があるものと判断される。

7) 荷重分担割合を水平方向地盤反力係数に変換するには，(4.7)式により図-4.72の値を4/3割すれば求まる。

8) 基準となるくいを判断するために，1本のくいとの関係を考えてみる。変位量0.5mmおよび1mmにおける単ぐいの荷重と比較すると表-4.4のようになる。その比率がくい本数より小さいものは全荷重が単ぐいより減少しているものであり，増大しているものは分担割合は変化しても全荷重は減少していないものと言える。これから荷重分担割合については試験結果より判断できるが，基準ぐいについてはくいの建て込み時の影響や地盤の局部的なばらつきによって変わり，ここに示した模型試験結果では判定することができないことがわかる。これについては，6.の野外試験によって実物を用いた観測結果より確かめるものとする。



(a) 弾性体の場合　(b) 引張力に抵抗できない場合

図-5.1 地盤の荷重－変位関係

5. 荷重分担割合のモデル計算による裏付け

〔1〕 目　的

前節で試験により求められた結果を裏付けるためのひとつの試みとして，くいおよびその周面の地盤をモデル化することにより，荷重分担割合を計算し，確かめてみることとする。各くいで異なる荷重分担割合は地盤内の応力伝達に基づく干渉という形で表わされると判断できるので，ここでは応力と変形の関係が簡単に計算できるF.E.M.を利用して，くいとその周面を取巻く地盤を取扱うことにする。

地盤内の応力伝達は計算仮定によって異なる結果を与えるので，条件の設定を変えてくいの荷重分担比を算出したものである。

〔2〕 F.E.M.の適用

地盤は弾性体と考えて取扱えるものではなく，また非線形の影響を加味しても簡単な荷重－変位の関係ではとうてい表わすことができず，地盤をモデル化することはむずかしい。したがって，一義的に地盤を表現することはさけて，条件を変えて荷重分担割合を検討する必要があろう。ここでは次の3つのケースを考えてみた。すなわち，地盤を完全弾性体とみなす場合，くいと地盤の接面で一部に付着力が働かないとみなす場合および地盤が引張力に抵抗できないとみなす場合の3条件である。

地盤を完全弾性体とみなす場合は最も簡単に取扱える場合で，図-5.1(a)に示すように圧縮力，引張力いずれに対しても同じ挙動を呈するケースである。この場合には地盤は引張力に完全に抵抗し，圧縮側と同一の荷重と変位の関係を有している。

くいと地盤の接面で一部に付着力が働かない場合はくい背面の土がくいの変形に追従しないケースで，一種の引張力を無視していることに相当するが，地盤は図-5.1(a)と同じ性状である。F.E.M.で取扱うときには，図-5.2のように同一座標に2個の節点を設け，ひとつは地盤側を，ひとつはくい側を代表させ，両方ともその境界面は自由端と考えている。したがって，相互に圧縮力のみが及ぼし合うものである。

地盤が引張力に抵抗できない場合は地盤の性状を図-5.1(b)のようにみなして，引張抵抗が存在しないケースである。

この場合に計算条件によって当然結果は異なってく

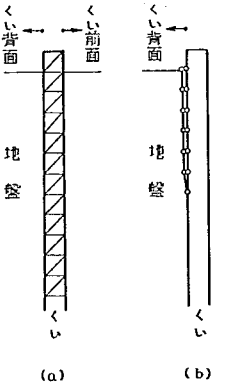


図-5.2 節点の取扱い

る。このような条件の設定はF.E.M.を利用すると割合容易に行なうことができるうえ，その他の条件は全く同一に仮定できうる長所を有していると考えられる。

また，各くいの分担荷重の値そのものについては，条件により異なる数値を与えて比較の対象とはなりえない。したがって，分担荷重の比率に着目して，比較できうる条件に整える必要がある。そのために，ここでは分担率に限定して取扱うこととしたい。

くい基礎をF.E.M.の手段によって計算する場合に，くい基礎そのものは当然3次元の広がりを有する。しかし，3次元F.E.M.を利用して計算するには経費の点で大きな隘路にぶつかるので，前節で試験を行なった図-4.2と合わせて，行構成ぐいと列構成ぐいに分けて計算することとした。したがって，2次元的な応力分布によって荷重分担割合を考えていることに相当する。ただし，くいの剛性は換算することにより，2次元計算に対する補正を行なっている。

くいを含む土構造系を2次元F.E.M.で計算する場合に構造モデルは図-5.3における二つが考えられる。図-5.3(a)はくいを深さ方向に展開したもので，列構成ぐいの挙動を調べることができる。これに対して，図-5.3(b)はくいを断面方向で切断したもので，列構成ぐいと行構成ぐいのいずれにも適用できる。したがって，図-5.3(a)(b)の両者に共通している列構成ぐいを用いて，両者の差異を確かめた上で，荷重分担割合を算出してみることとする。

F.E.M.は連続体を個々の独立した要素に分割し，それらの要素はそれぞれ節点のみで結合されていると考えて解く方法である。これらの要素の変形は節点における条件を満足するように一義的に決められ，各節点における力と変形の関係に基づいて解くものである。F.E.M.についてはZienkiewicz[28]，Clough[29]などによって詳しく説明されているので，ここではその細部についてはそれらの文献によることとして以下に簡単に説明する[30]。

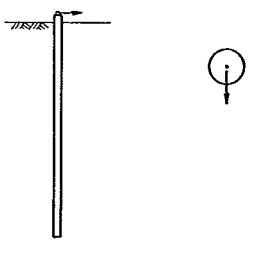


図-5.3　構造モデルの考え方

個々の要素内の変位を

$$\{f\}=\{N\}\{\delta\}=\{N_i, N_j, N_m, \cdots\}\begin{Bmatrix}\delta_i\\ \delta_j\\ \delta_m\\ \vdots\end{Bmatrix} \cdots(5.1)$$

と定義する。(5.1)式において，$\{N\}$は要素の位置を表わし，$\{\delta\}$は節点の変位を示している。平面ひずみ，平面応力状態の2次元F.E.M.は要素内のひずみが一定値になるように一次関数で表わされている。ひずみ分布は変位により簡単に表わされ，マトリクスの記号を用いると，

$$\{\varepsilon\}=\{B\}\{\delta\} \cdots(5.2)$$

次に，個々の要素の応力とひずみの関係は初期応力を無視して考えると，

$$\{\sigma\}=\{D\}\{\varepsilon\} \cdots(5.3)$$

平面応力状態では，

$$\{D\}=\frac{E}{1-\nu^2}\begin{pmatrix}1 & \nu & 0\\ \nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & (1-\nu)/2\end{pmatrix} \cdots(5.4)$$

平面ひずみ状態では，

$$\{D\}=\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\times\begin{pmatrix}1 & \nu/(1-\nu) & 0\\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0\\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu)\end{pmatrix} \cdots(5.5)$$

で表わされる。この式において，Eは材料の弾性係数を，νは材料のポアソン比を意味している。節点に働く力と変位の関係は，

$$\{S\}=\{K\}\{\delta\} \cdots(5.6)$$

となり，$\{K\}$を剛性マトリクスと呼んでいる。

以上の関係を構造物全体にわたってつり合わせてゆくと，構造物の力と変形の関係が明らかとなる。各節点の絶対変位$\{r\}$と各節点の変位$\{\delta\}$との間は変位変換マトリクス$\{A\}$で結びつけられ，

$$\{\delta\}=\{A\}\{r\} \cdots(5.7)$$

となる。次に，構造物全体の平衡関係に仮想仕事の原理を適用することにより，$\{R\}$を各節点に作用する外力を表わすマトリクスとすると，

$$\{R\}=\{A\}^T\{S\} \cdots(5.8)$$

の関係が得られる。

したがって，

$$\{R\}=\{A\}^T\{K\}\{\delta\}=\{A\}^T\{K\}\{A\}\{r\} \cdots(5.9)$$

いま，

$$\{R\}=\{F\}\{r\} \cdots(5.10)$$

とおくと，

$$\{r\}=\{F\}^{-1}\{R\} \cdots(5.11)$$

となり，

$$[F]^{-1}=[[A]^T[K][A]]^{-1} \cdots\cdots\cdots\cdots (5.12)$$

を求めることにより，構造物全体のつり合いがすべて解けることになる。すなわち，(5.12) 式を電子計算機を用いて計算することにより，(5.1) 式～ (5.7) 式のすべてが明白となる方法である。

上に述べた計算を行なう場合に，くい頭部は一様な変位を与えられなければならない。その方法には次のようなものが考えられる。

図-5.3(a) に示される構造モデルではくい頭部を剛性の大きな連結棒で結ぶことが考えられる（図-5.4）。連結棒の変形を小さくすることにより，列方向に並んだくいには実質上等変位が与えられる。したがって，列構成ぐいではくいの分担荷重を計算することは比較的容易である。

図-5.3(b) に示される構造モデルには，二つの手法が考えられる。ひとつはあらかじめくいの分担荷重を違えてF.E.M.で計算を行ない，変位の差が0となるように最小二乗法により内挿する方法である。この方法はくい本数が少ない場合には割合に簡単である。例えば，図-5.5のように3本のくいが行方向に並んでいる場合には，両端のくいに中央のくいの α 倍の荷重が作用するとして，任意の値 α に対してくいの変形を計算し，端部のくいと中央のくいとの間の変位量の差が0となるように，α と変位量の差との関係を1次式として求めるものである。この方法は地盤を非線形として取扱う図-5.1(b) の場合には，地盤内の応力分布が変化してくるので適用できないと判断される。したがって，背面の一部には付着力が働かない場合に適用することとした。

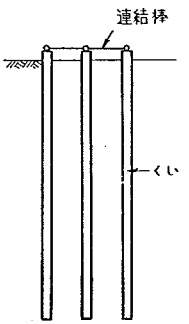


図-5.4　連結棒による結合

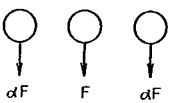


図-5.5　3本1行の計算例

それに対して，地盤が引張力に抵抗しない場合については，くい頭部に単位の変位を強制的に作用させる方法を適用した。この方法はF.E.M.の計算において数学的手法を用いることにより簡単に解決できうる。すなわち，(5.10) 式において，単位変位を与えようと考えている対応する節点の項に大きな数値を乗ずることによって与えられる。例えば，$[R]=[F][r]$ における任意の行において，

$$a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots\cdots+a_{ii}x_i+\cdots\cdots+a_{in}x_n=a_{ii}\alpha \cdots\cdots (5.13)$$

が平衡方程式とすると，$a_{ii}x_i$ および $a_{ii}\alpha$ に大きな数値 B を乗ずることにより，

$$a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots\cdots+Ba_{ii}x_i+\cdots\cdots+a_{in}x_n=Ba_{ii}\alpha \cdots\cdots (5.14)$$

となり，近似的に，

$$x_i \fallingdotseq \alpha \cdots\cdots (5.15)$$

が得られる。その他の x_1，x_2，……x_n の値はほとんど無視しうる値となるはずである。

この二つの方法は弾性地盤においては当然同じ値を示すであろう。

また，この分担荷重の計算は平面ひずみ状態で行なわれる性質のものである。

〔3〕 計算条件

（1） 計算モデルの設定

くいの計算モデルとしては図-5.6に示す6種類を考えた。一般にF.E.M.の計算は多大の費用を要する。計算費用は計算機の能力や (5.12) 式の逆マトリクスの解法により左右されるが，例えばCloughはIBM 7090の計算機を使用して，

$$t=0.002mn \cdots\cdots (5.16)$$

ここに，　t：使用時間（sec）
　　m：反復回数
　　n：節定数

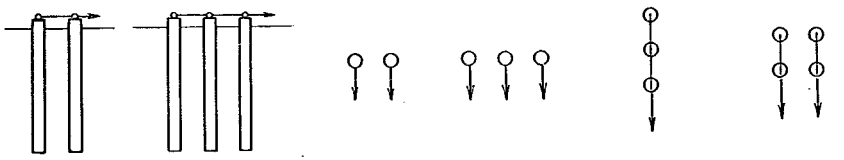
で目安の時間が得られるとしているし，名古屋大学の川本教授はHITAC 5020 Eを用いて[31]，

$$t=0.001mn \cdots\cdots (5.17)$$

で与えている。また，土木研究所では，

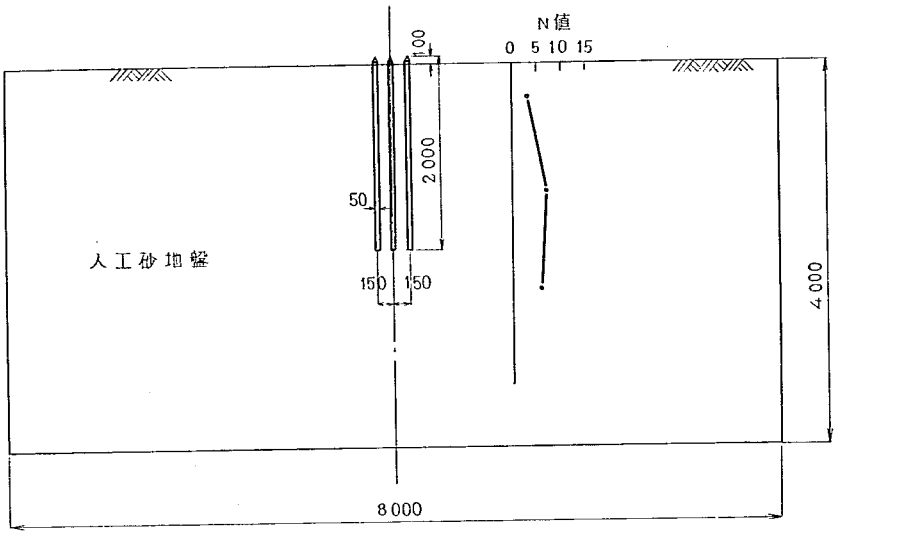
$$t=a+bn+cmn^2 \cdots\cdots (5.18)$$

の形で考えるのがより望ましいとしている。いずれにしても，節点数が増えると，比例あるいは2乗に比例して計算時間が増すことになる。そこで，できる限り計算モデルを限定して節点数が少なくなるようにする必要があり，ここではくい本数が2本と3本の場合について検討することとした。



(a) 2本1列構成　(b) 3本1列構成　(c) 2本1行構成　(d) 3本1行構成　(e) 3本1列構成　(f) 2行2列構成

図-5.6 くいの計算モデル



単位 mm

図-5.7 対象とする計算モデル

図-5.6 (a), (b) は1列構成の場合，(c), (d) は1行構成の場合，(f) は行列構成の場合であり，行列構成の場合については2行2列で検討することとした。

図-5.6 (c) は2次元構造モデルの取り方の相違を調べるためのものである。

(2) 計算モデルの諸元

計算に用いた諸数値は模型試験の結果を検討するためのものであるので，試験に使用された値に合致するようにした（図-5.7）。

1) くいの寸法

直径5cm，肉厚2mm，長さ200cmのアルミニュームパイプで，地盤面より10cm突出させたものとする。くい間隔はくい径の3倍とする。2次元F. E. M. では，奥行きを単位長さに考えるので，くいを幅5cm，厚さ1cmの長方形断面に曲げ剛性を等価として換算すると，

くいの弾性係数　$E = 720000 \mathrm{kg/cm^2}$

くいの断面二次モーメント　$I = 8.7 \mathrm{cm^4}$

より，長方形断面の等価弾性係数E'は，

$$\frac{EI}{D} = E' \cdot \frac{D^3}{12} \quad \cdots\cdots (5.19)$$

ここに，Dはくい径

したがって，

$E' = 120000 \mathrm{kg/cm^2}$

2) 地盤の性状

前節で試験を行なった地盤は砂質土として人工砂地盤を，粘性土として関東ロームを取上げているが，ここでは前者の人工砂地盤の場合に着目して計算を行なうこととする。

図-4.13よりN値の結果を示すと，図-5.7のようになる。F. E. M. の場合には，地盤を弾性体として取扱うので，変形係数に対する形状寸法の効果をあらかじめ補正

して代入しなければならない[32]。

いま，くいの計算に用いる地盤の変形係数をE_1とし，くい径をDとすると，(3.7) 式の定義に従って，

$$K_1=\frac{E_1}{D} \quad \cdots\cdots(5.20)$$

一方，地盤の性状より寸法効果を加味して推定する地盤反力係数は (3.27) 式より

$$K=a\frac{\overline{E}_0}{30}\left(\frac{D}{30}\right)^{-3/4} \quad \cdots\cdots(5.21)$$

(5.20) 式と (5.21) 式を等しいとして，

$$\overline{E}_1=a\,\overline{E}_0\left(\frac{D}{30}\right)^{1/4} \quad \cdots\cdots(5.22)$$

図-5.7より砂地盤のN値を$N=5\sim6$とする，表-3.1より，$\overline{E}_0=28N=140\sim168\text{kg/cm}^2$となり，

$E_1=37\sim63\text{kg/cm}^2$

したがって，ここでは変形係数として50kg/cm²を用いることとする。

また，F.E.M. の計算における地盤の寸法としては，幅をくい径の80～100倍，深さを実験槽と同じ大きさの4mに考えているので，十分な大きさを有しているとみなしてよい。

3) 連結棒の剛性

各くいに等変位を与えるためのくい頭の連結棒は，くいに比べて十分に剛なものにする必要があるが，任意に過大な数値を与えると，F.E.M. の計算過程において桁落ちを生じ，計算精度が逆に劣ることになる。

ここでは，5.〔3〕(2) 4) に示したくい背面にて付着力が働かないと考える深さより上方を片持ばりとみなして，その上端に水平力が加わったときの片持ばりの水平変位の1/75が連結棒の延びとなるように，連結棒の弾性係数を選んで，目安としての値を得ることとした。連結棒の弾性係数と断面積をE_2，A_2とすると，連結棒の長さは15cmであるから，単位水平力に対して

$$\frac{15}{E_2A_2}=\frac{1}{75}\cdot\frac{50^3}{3E'\dfrac{D^3}{12}} \quad \cdots\cdots(5.23)$$

$A_2=1\text{cm}^2$とすると，

$E_2=33750\text{kg/cm}^2$

したがって，ここでは30000kg/cm²を用いることとする。

4) 背面に付着力が働かない場合の深さ

地盤の取扱いとして，くいと地盤の接面でくい背面の一部に付着力が働かない場合を想定しているが，付着が働かないと考える深さはくいの第1不動点に着目して決定することとした。すなわち，(5.20) 式により，

$K_1=10\text{kg/cm}^3$

したがって，

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{KD}{4EI}}=\sqrt[4]{\frac{10\times5}{4\times720000\times8.7}}=0.0375\text{cm}^{-1}$$

よって，第1不動点までの深さは，

$$l=\frac{\pi}{2\beta}=\frac{\pi}{2\times0.0375}=42\text{cm}$$

これより，50cmの深さまで付着力が働かないと想定する。

(3) 要素の分割

要素への分割は計算機の能力を考えて約500節点となるように行なった。境界条件としては，境界面上の各節点において境界面に平行な方向にのみ可動であるとしている。くいの部分を細かく分割し，外周に近づくに従って大きな要素をとるようにしており，一例として3本のくいよりなる列構成ぐいの場合と行構成ぐいの場合を図-5.8，5.9に示す。その他の場合についても，図-5.8，5.9と類似の分割を行なっている。行構成ぐいの場合には，くい中心に対して対称になっているので，計算精度を高める目的から，半分だけを対象として計算を行なっている。

地盤およびくいには自重が作用しているが，ここでは水平力に対する影響を明確にする目的から，自重の影響を考慮に入れていない。

〔4〕 計算による荷重分担割合とその考察

F.E.M. による計算結果より，荷重分担割合をまとめて示すと，表-5.1のようになる。この結果を中心として考察を加える。

(1) ここに示したモデル計算は5.〔2〕に記したように，くいと地盤とを鉛直面で切断し，その面内でくいの挙動を考える場合（図-5.3 (a)）と，くいと地盤とを水平面で切断し，その面内でくいの挙動を考える場合（図-5.3 (b)）の2つの構造モデルで行なっている。

前者は無限の奥行きを有する地盤に，無限の奥行きを有する板がはさまっていることに相当しており，後者はくいと地盤との関係が深さ方向にわたって無限に等しい場合の一断面を表わしていることになる。この後者の関係は厳密に考えるならば成り立たないが，図-5.10に示すくいの変形状態から考えると，3本のくいの変位がほぼ等しいことから，くいと地盤との関係は深さ方向に一定とみなしてさしつかえないと判断できる。

したがって，後者の構造モデルはかなり現象を正確に示しているということができ，表-5.1における両者の荷重分担割合には本質的な差はないとみてよい。

(2) しかし，いずれにしても2次元F.E.M. ではくいが奥行き方向に連続していないので，2次元

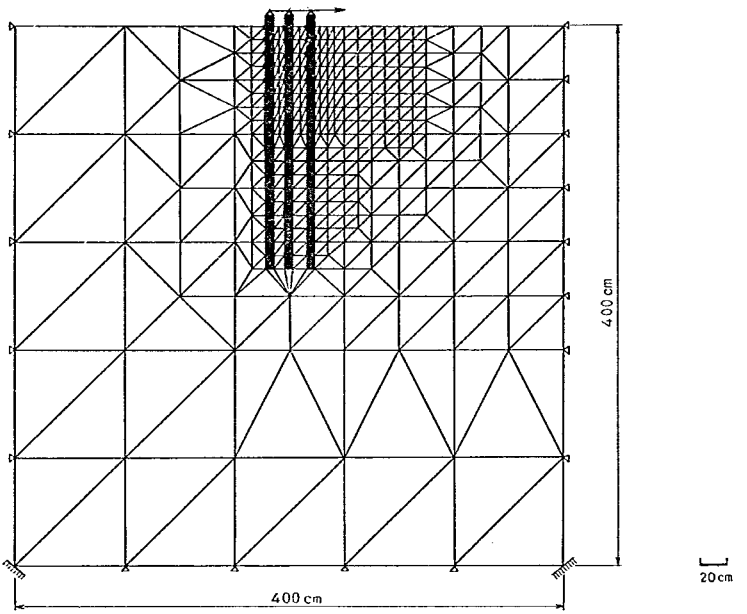


図-5.8 3本1列構成の要素分割

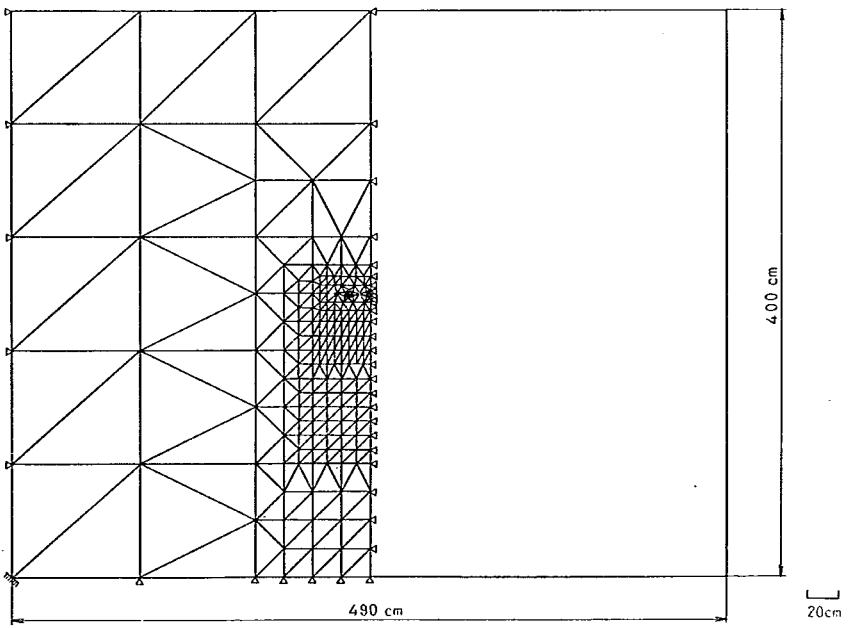
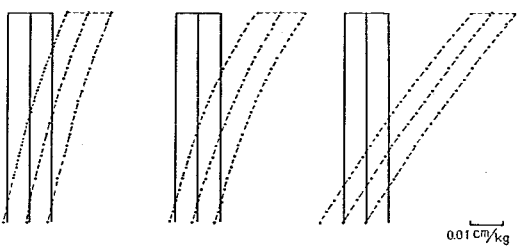


図-5.9 3本1行構成の要素分割

表-5.1 計算による荷重分担割合

くいの構成	くい本数	地盤条件	荷重分担割合	摘要
列構成ぐい	2本1列	弾性地盤	1：0.97	
		背面付着力一部無視	1：0.59	
		引張無視	1：0.41	
	3本1列	弾性地盤	1：0.64：1.03	
		背面付着力一部無視	1：0.41：0.56	
		引張無視	1：0.45：0.58	
	3本1列	弾性地盤	1：0.54：0.76	
		背面付着力一部無視	1：0.59：0.97	
		引張無視	1：0.54：0.62	
行構成ぐい	2本1列	弾性地盤	1：1.00	
		背面付着力一部無視	1：1.00	
		引張無視	1：1.00	
	3本1列	弾性地盤	1：0.62：1	
		背面付着力一部無視	1：0.65：1	
		引張無視	1：0.64：1	
行列構成ぐい	2行2列	弾性地盤	1：1.00	
		背面付着力一部無視	1：1.01	
		引張無視	1‥0.74	



(a)弾性地盤の場合　(b)背面付着力一部無視の場合　(c)引張無視の場合

図-5.10 くいの変形状態（3本1列構成）

F.E.M. に適用できうるように計算条件で補正を行なっても，第2列目以降のくいあるいは中間に位置するくいが分担する荷重はかなり小さい値を示す結果となっている。したがって，端的に言って前節で求まった試験値（図-4.72）に比してかなり低減の割合が大きくなっている。

（3） 地盤条件を異ならせて，地盤のモデル化の手法を相違させても，やはり本質的な差は見受けられない。くいの背面の一部に付着力が有効でない場合には，図-5.11に示す主応力図からくい間にはさまれている地盤はほとんど横抵抗に寄与していないことがわかる。このことは一種の地盤の引張抵抗を無視していることに相当しよう。したがって，背面付着力の一部を無視する場合と引張抵抗を無視する場合との間にはほとんど差がないと判断できる。しかし，2重節点を設けることは，くいと地盤との間に引張力が働く場合には切れ目が開くこととなり，2重節点を設けた目的と合致するが，圧縮力が働く場合には2重節点間に力が伝達しないという大きな欠点を有していることになる（図-5.12）。

（4） 引張抵抗が期待されない場合についての一連の応力図を図-5.13に示す。これより，引張応力の消去は少なくとも10回程度のくり返し計算を行なう必要があることがわかる。

（5） 地盤を弾性体とみなすとくいの荷重分担割合を説明できないことが多い。

（6） 行列構成ぐいの荷重分担割合も，F.E.M. 計算によっては説明できない。

（7） 以上の考察より，ここに示したF.E.M.による計算は，荷重分担が各くいで異なるという裏付けの意味を有するデータにはなるが，試験結果を忠実に再現するまでには至らなかった。地盤のモデル化を変えることによってこれ以上計算を続けることが必

図-5.11 主応力図

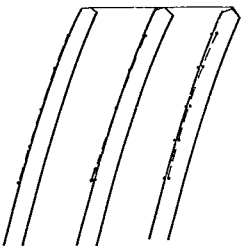


図-5.12　2重節点のずれ

ずしも有用とは見受けられず，むしろ前節における試験結果に基づく方がより合理的であると判断できよう。

6. 大型模型試験ならびに現場試験

〔1〕 試験の目的

室内模型試験を含めた一連の研究によって，地盤調査結果を反映して単ぐいの水平方向地盤反力係数を推定し，各くいでの荷重分担割合を考慮に入れて，くい基礎の水平荷重に対する変形挙動を追求する手法を追跡してきたが，この手法を実橋ないしは実橋に近い規模の基礎において実施した試験結果の解析に適用し，実橋基礎の設計に用いるときの問題点，あるいはこの手法の工学的な価値を判断しようとするものである。

試験は，土木研究所構内に製作された直径 50cm のくい9本により構成される群ぐい模型，岐阜県下の飛騨川において今渡ダムに架かる青柳橋，静岡県下の依田橋高架橋の3個所で行なった。土木研究所構内の地盤は関東ロームおよび成田砂層より構成されており，一般的な地盤に対する試験であり，青柳橋は玉石まじり砂礫層および泥岩より成り立つ堅固な地盤における試験，依田橋高架橋は富士山麓下の軟弱な地盤における試験である。以下にその内容を報告する。

〔2〕 土木研究所構内における群ぐい模型試験[33]

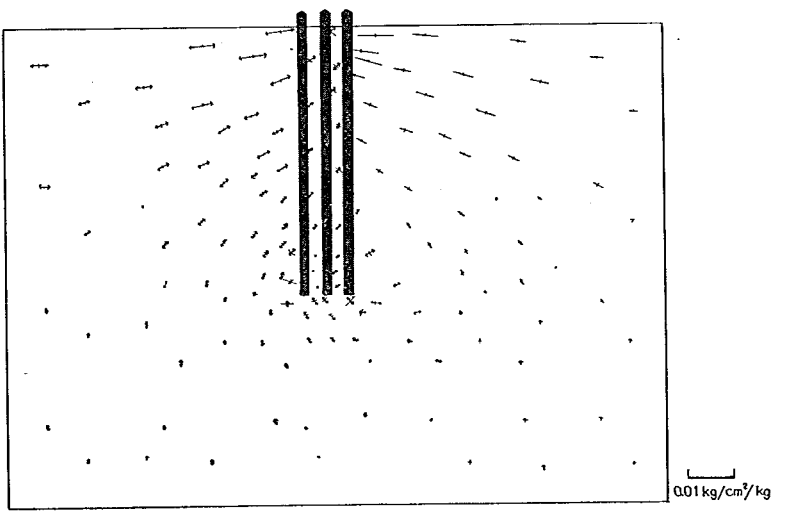
(1) 試験概要

1) 試験場所および地盤構成

この試験は大規模特殊事業計画調査の一環として，本州四国連絡橋の基礎形式のひとつとして取りあげられ，比較設計の対象となっている多柱基礎形式の模型によって行なったものである。多柱基礎は大口径の柱群を所定の支持層まで根入れさせて，頂版を施工する形式のもので，地上に突出長を有する群ぐい基礎のひとつとみなされる。

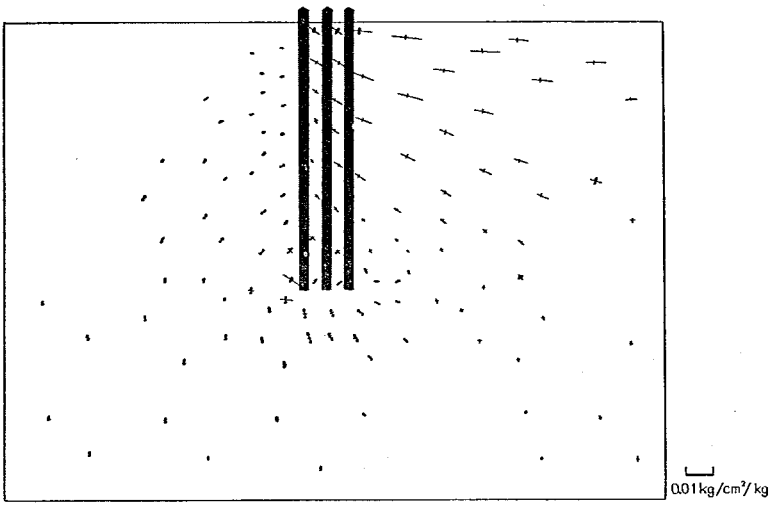
試験は土木研究所千葉支所構内に，直径 50cm，根入れ長さ 14.85m，地表面への突出長が 2.7mおよび 2.2m の模型2基を製作して，相互に引張ることにより水平載荷試験を行なった。

試験場所の地盤は図-3.53 に示すとおりであるが，標準貫入試験値を平均化してまとめると図-6.1のようになる。

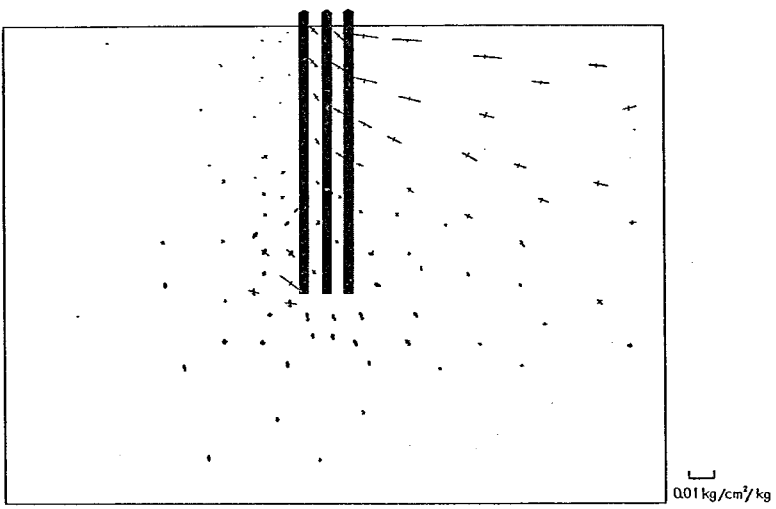


(a) STEP 1 (弾性地盤の場合)

図-5.13　主応力図（引張抵抗を無視した場合）

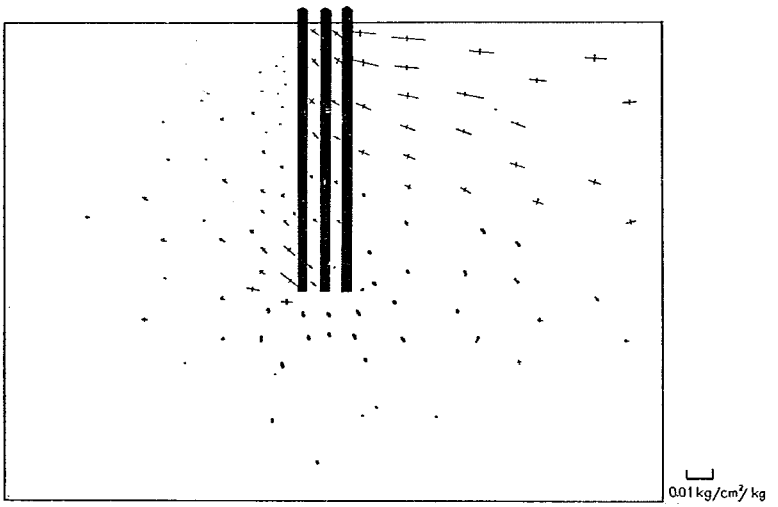


(b) STEP 2

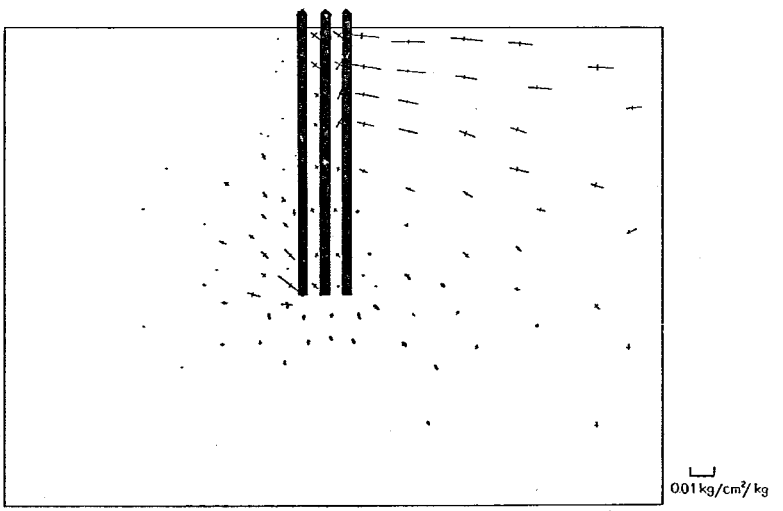


(c) STEP 3

図-5.13 つづき

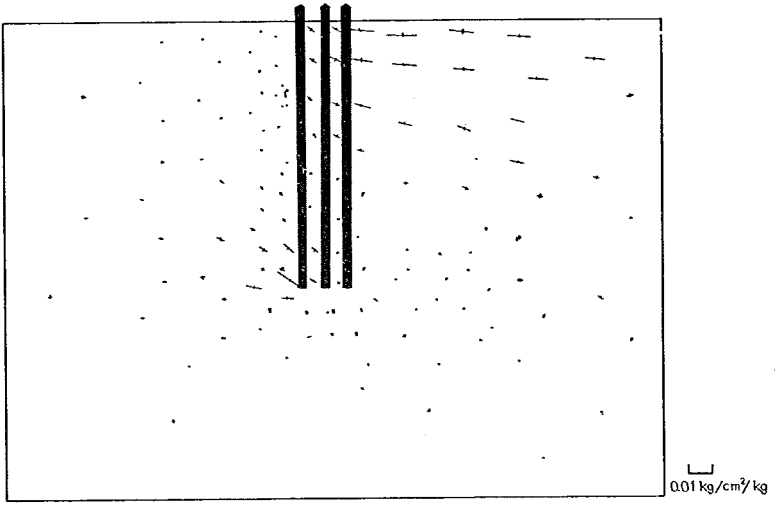


(d) S T E P 4

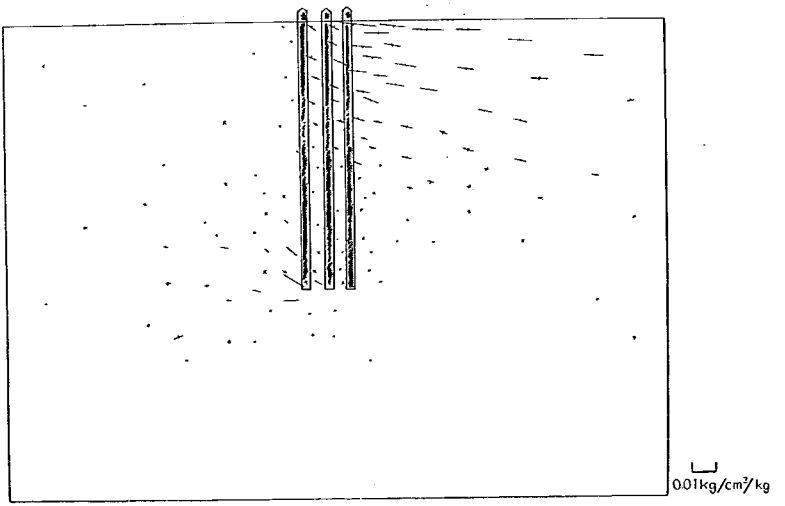


(e) S T E P 6

図-5.13 つ づ き



(f) S T E P 8



(g) STEP 10 (引張抵抗を無視した場合)

図-5.13 つ づ き

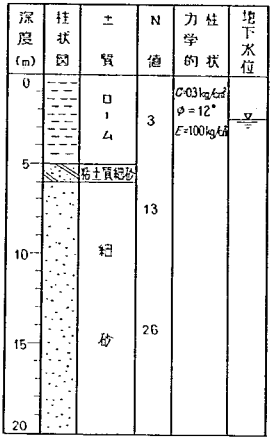


図-6.1　地盤柱状図

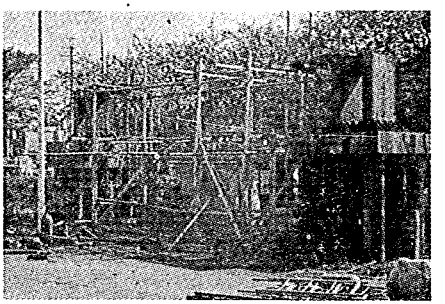


写真-6.1　試験状況

2)　試験模型の形状寸法

試験模型の形状寸法を図-6.2に示す。2つの模型は頂版の厚さが異なっており，模型P_1は1mの厚さを，模型P_2は0.5mの厚さを有し，柱と頂版の剛比は柱を1と

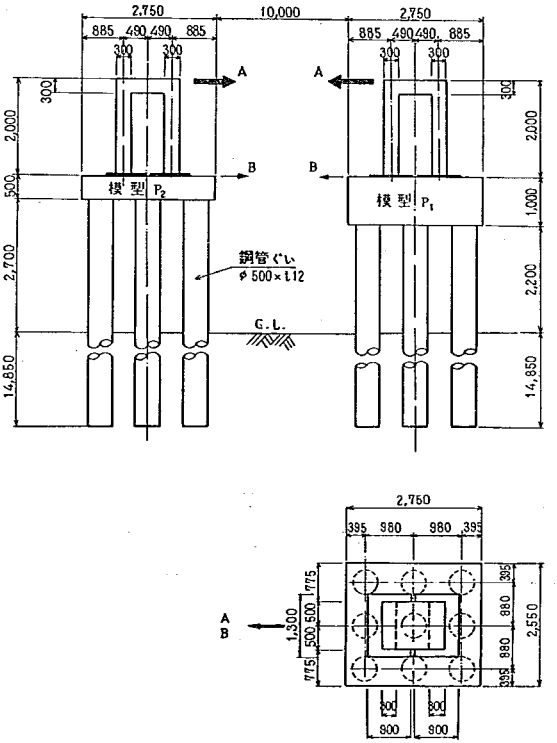


図-6.2　試験模型の形状寸法

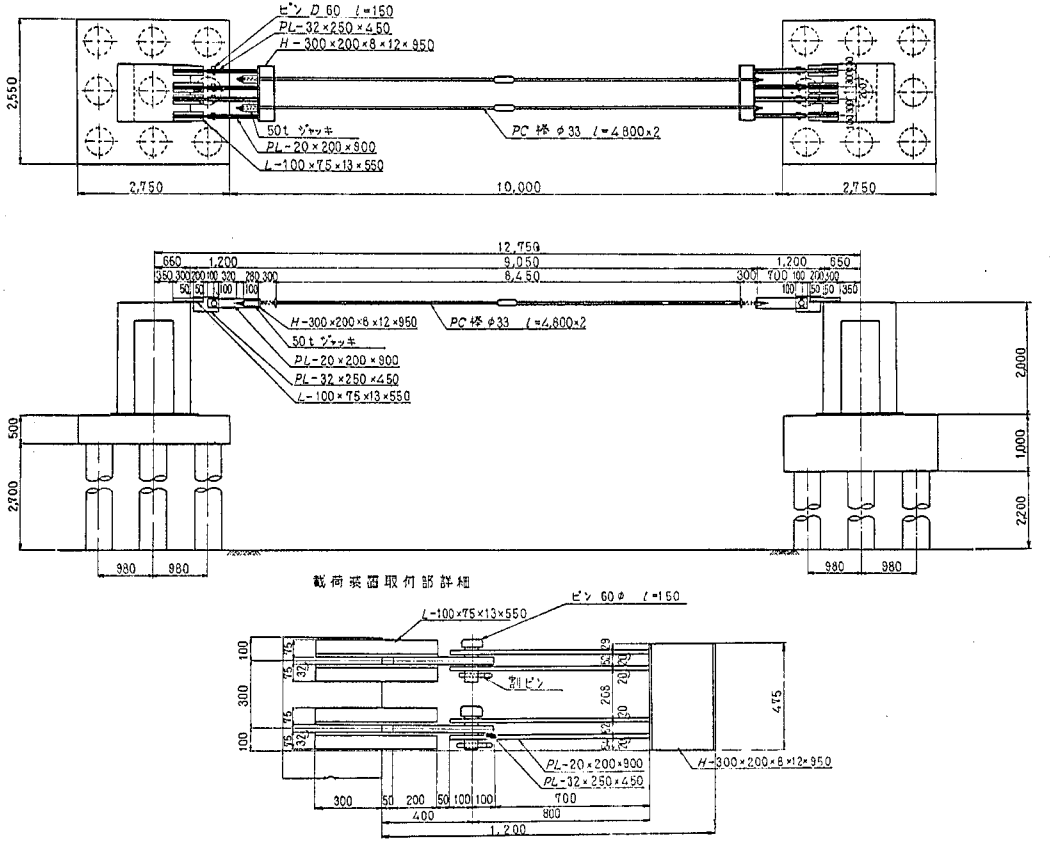


図-6.3 橋脚相当部載荷試験装置

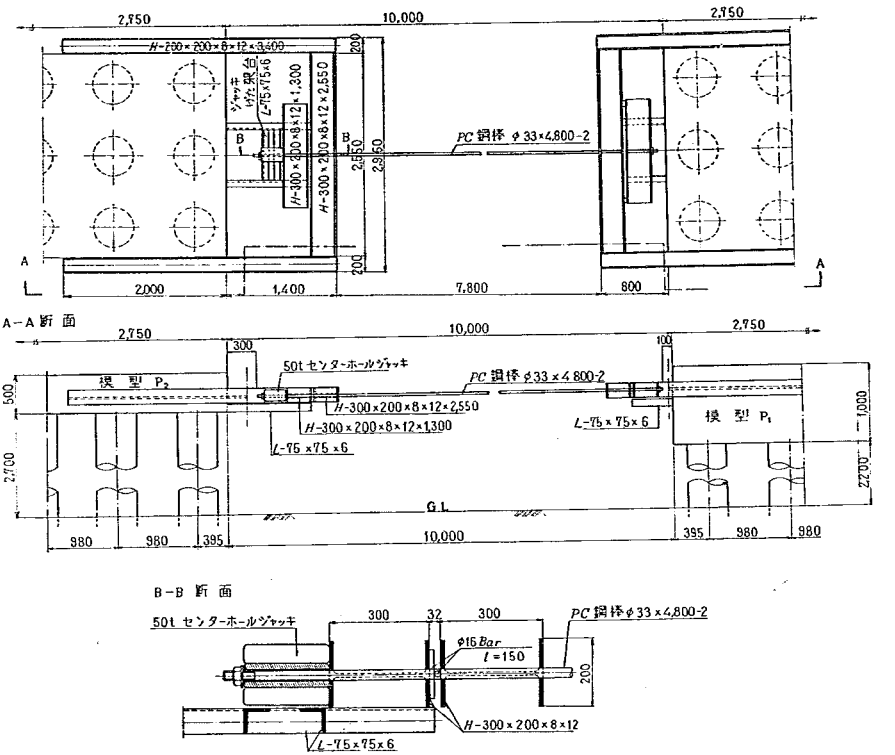


図-6.4　フーチング部載荷試験装置

すると，模型 P_1 の頂版で52，模型 P_2 の頂版で7となっている。

（2）　試験方法

1）　試験載荷装置

載荷は2基の試験模型を PC 鋼棒でつなぎ，ジャッキで互いに引張り合う方法で与えている。試験は図-6.2のAおよびBの2個所で行なっている。Aにおける載荷はフーチングの上に鋼製の橋脚に相当する部分を設けて荷重を与えたものであり，図-6.3に示す載荷装置を橋脚相当部に溶接にて取付けている。載荷装置はピン構造として，橋脚相当部天端に拘束モーメントを与えないとともに，変形に対して追従するように配慮したものである。Bにおける載荷はフーチング部において荷重を与えるもので，図-6.4に示す載荷装置を，フーチング周面を取巻く鋼製枠に溶接にて取付けている。フーチング部載荷は載荷重が小さいので，ジャッキ側の反力桁に直径16mm，長さ15cmの丸鋼を挿入することにより，ピン構造とした。

2）　測定方法

加圧力は，あらかじめ2台のジャッキを連動して検定を行なった圧力計によって読み取った。

模型の変形挙動はダイアルゲージ，光学的方法で変位を測定する装置（8で説明する遠隔変位測定装置），撓度計および水管式傾斜計で測定し，模型内の応力伝達についてはストレーンゲージ，モールドゲージを用いて測定を行なった。

ダイアルゲージは地表面近くの変位を測定するものに利用し，高さ30cm，幅10cm，長さ40mのハニカムビームを用いて不動点を確保して写真-6.2のように腕木を出してダイアルゲージを取付けた。

遠隔変位測定装置および撓度計は地表面より高い位置における変位を測定するので用いたもので，撓度計はあらかじめ同一長さ，同一張力で燐青銅線を張り，検定を行なっている（図-6.5）。遠隔変位測定装置の精度については8.で詳しく述べるので，ここでは省略する。

水管式傾斜計は気泡を用いたねじ式のもので，最小目

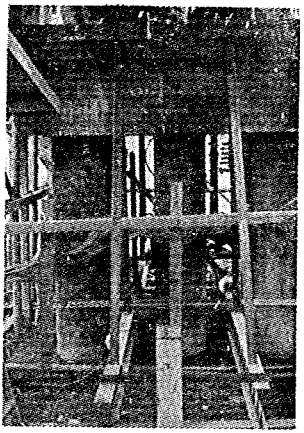


写真-6.2　ダイアルゲージの取付け装置

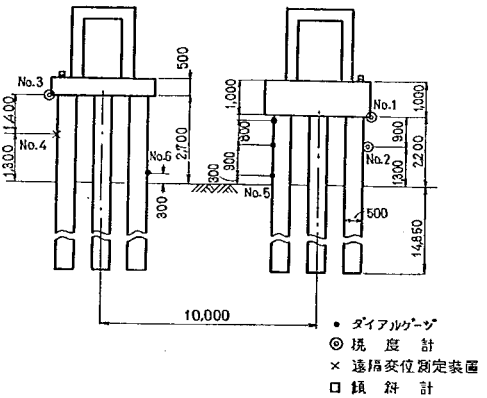


図-6.6　変位の測定位置

盛は1.2秒となり，精度1％である。

取付け位置を図-6.6に示す。

3)　載荷荷重

試験は緩速載荷で実施し，1段階の荷重を作用させた後，1分—2分—4分—8分—12分以下4分ごとに測定を継続し，ダイアルゲージの動きが2/100mm 以下かあるいはその荷重段階における変位量の2％以下におさまってから次の段階に載荷荷重を移すこととした。載荷は全部で5サイクルの繰り返し載荷とし，橋脚相当部の載荷試験においては次の荷重段階によった。

1サイクル　0—5—10—15—20—10—0t

2サイクル　0—10—20—25—30—35—40—30—20—10—0t

3サイクル　0—20—40—45—50—55—60—40—20—0t

4サイクル　0—30—60—65—70—75—60—40—20—0t

5サイクル　0—40—75—80—85—90—95—100—80—60—40—20—0t

また，フーチング部のBの位置における試験では，3サイクルの繰り返し載荷とし，

1サイクル　0—5—10—5—0t

2サイクル　0—10—15—20—10—0t

3サイクル　0—10—20—25—30—20—10—0t

の荷重段階によった。

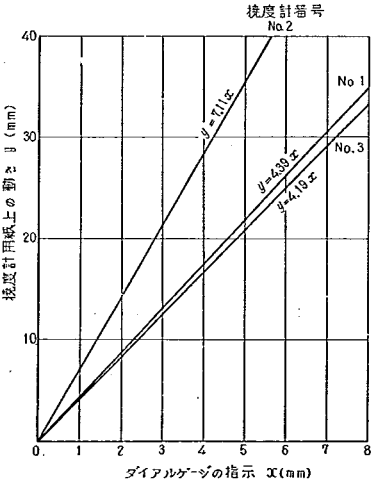


図-6.5　撓度計較正結果

(3)　試験結果

1)　単ぐいの試験結果

単ぐいの荷重—変位曲線を図-6.7に示す。単ぐいの試験はくい径50.8cm，肉厚6.4mmのくいを用いて図-6.8に示すような状態で行なったものであり，図-6.7の点線が上側のダイアルゲージの読みを示し，実線が下側のダイアルゲージの読みを示す。

2)　群ぐいの試験結果

群ぐいの試験結果として，水平載荷試験の荷重—変位曲線を図-6.9～6.20に示す。図-6.9～6.14は図-6.2のAの位置における載荷試験の結果であり，図-6.15～6.20はBの位置における載荷試験の結果である。図示した荷

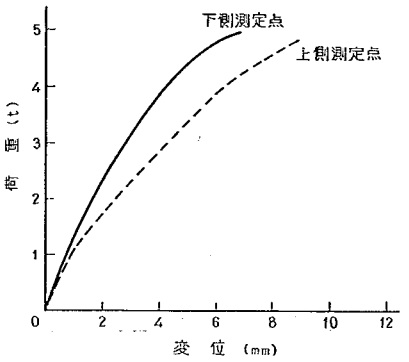


図-6.7　単ぐいの荷重－変位曲線

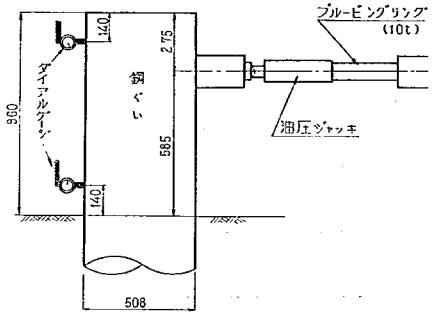


図-6.8　単ぐいの試験状況

重－変位曲線はそれぞれ模型P_1，P_2および測定位置を違えたものである。

また，模型のフーチング天端位置で測定した傾斜角を図-6.21～6.24に示す。図-6.21，6.22はAの位置における載荷試験で，図-6.23，6.24はBの位置における載荷試験の結果を示している。Bの位置における試験では，橋脚相当部をフーチング上に載せていないので，2個所で傾斜角を測定しているが，模型P_2では頂版上で回転角が異なり，頂版が若干変形していることも考えられる。

（4）　結果の解析

1）　解析の方針

単ぐいの載荷試験より単ぐいの水平方向地盤反力係数を算出し，地盤調査結果に基づいて3.〔7〕より推定できうる水平方向地盤反力係数と対比することにより，地盤調査結果との結びつきを確認する。

その水平方向地盤反力係数を用いて，群ぐいの荷重分担を考慮に入れた群ぐいの計算を行ない，地盤調査結果より得られる挙動と，載荷試験結果とを比較することにより実用性を検討する。その場合に基準となるくいを明確にし，平均的な取扱いによる等価な値に換算する近似計算の可否も検討の対象とする。

2）　くい周辺の地盤反力係数の推定

図-6.7の結果より単ぐいの水平方向地盤反力係数を換算する。計算は（3.11），（3.12）式を用いて行なうことができ，各荷重段階の変位量に応じて図-6.25のような結果が得られる。

3.〔7〕の手法に基づいて地盤調査結果より水平方向地盤反力係数を推定する。

図-6.1よりくいの根入れ長さの1/3までの深さは地表面より5mの深さに至るローム層に相当するので，変形係数は$\overline{E}_0 = 100\text{kg/cm}^2$とみなされる。$\alpha = 1$より，$K_0 = 3.3\text{kg/cm}^3$であるので，

変位量5mmに対して　　$K = 1.3\text{kg/cm}^3$

変位量10mmに対して　　$K = 1.1\text{kg/cm}^3$

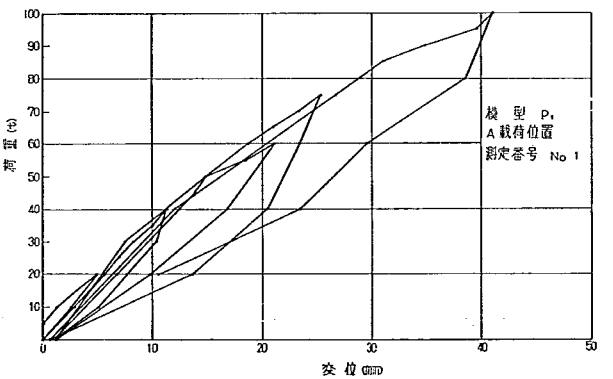


図-6.9　荷重－変位曲線（模型P_1，A載荷位置，測定番号No. 1）

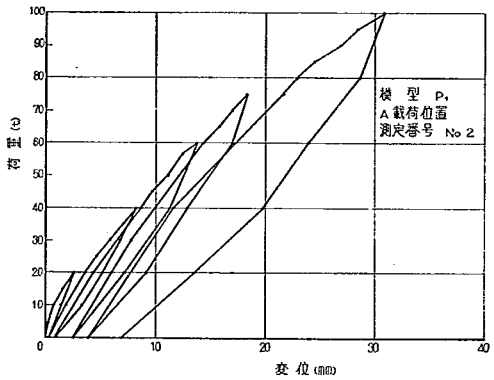


図-6.10 荷重—変位曲線（模型P_1，A載荷位置，測定番号No. 2）

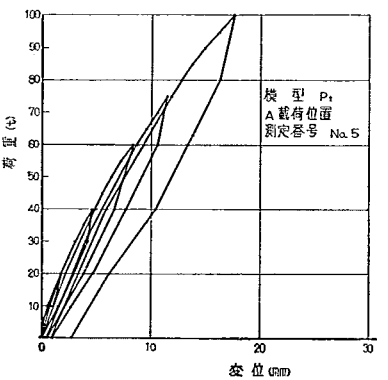


図-6.11 荷重—変位曲線（模型P_1，A載荷位置，測定番号No. 5）

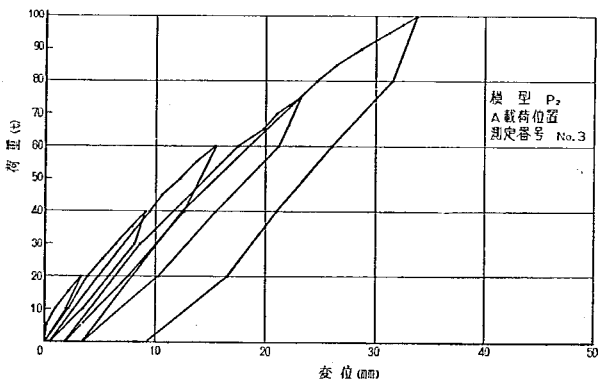


図-6.12 荷重—変位曲線（模型P_2，A載荷位置，測定番号No. 3）

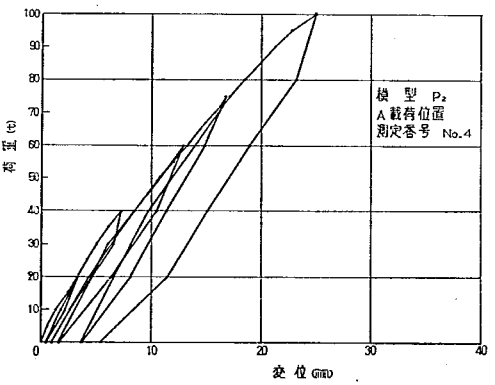


図-6.13 荷重—変位曲線（模型P_2，A載荷位置，測定番号No. 4）

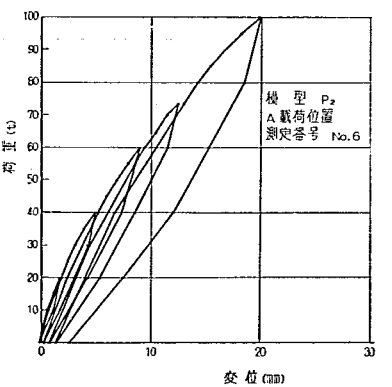


図-6.14 荷重—変位曲線（模型P_2，A載荷位置，測定番号No. 6）

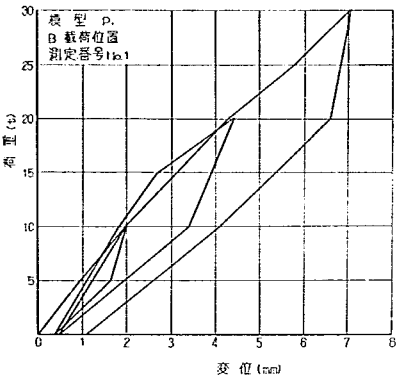


図-6.15　荷重—変位曲線（模型P_1，B載荷位置，測定番号No. 1）

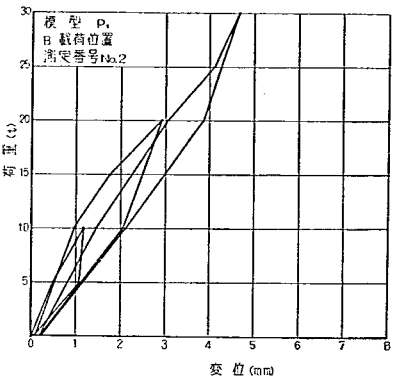


図-6.16　荷重—変位曲線（模型P_1，B載荷位置，測定番号No. 2）

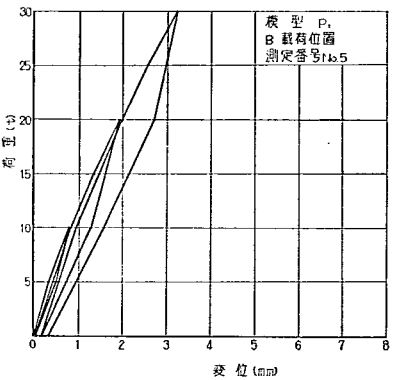


図-6.17　荷重—変位曲線（模型P_1，B載荷位置，測定番号No. 5）

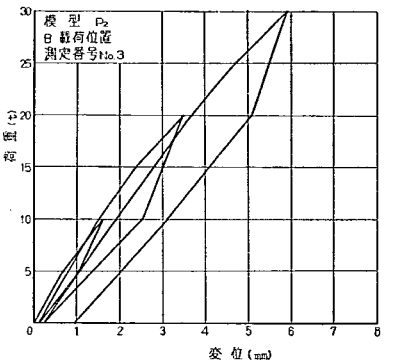


図-6.18　荷重—変位曲線（模型P_2，B載荷位置，測定番号No. 3）

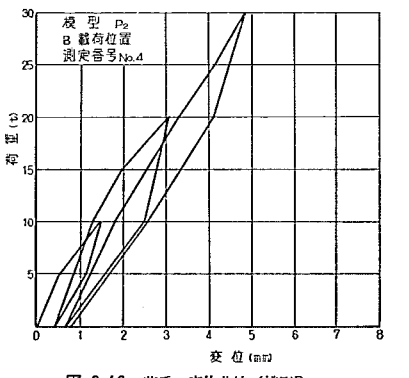


図-6.19　荷重—変位曲線（模型P_2，B載荷位置，測定番号No. 4）

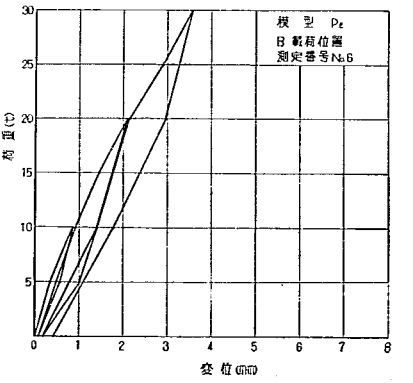


図-6.20　荷重—変位曲線（模型P_2，B載荷位置，測定番号No. 6）

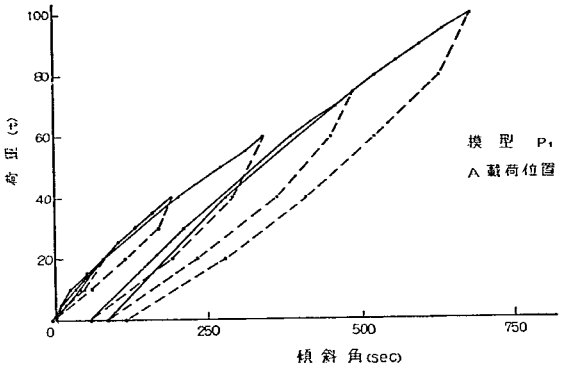


図6.21 荷重一傾斜角曲線（模型P_1，A載荷位置）

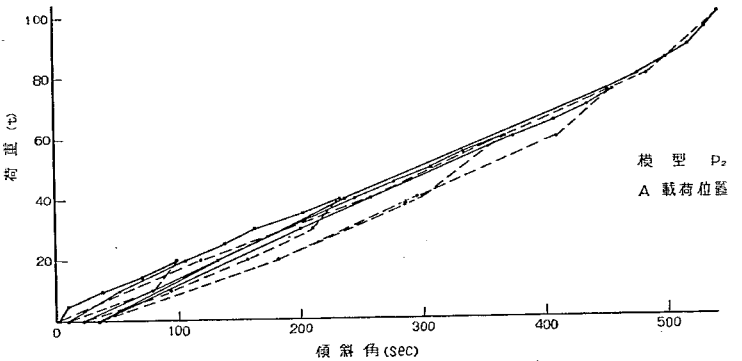


図-6.22 荷重一傾斜角曲線（模型P_2，A載荷位置）

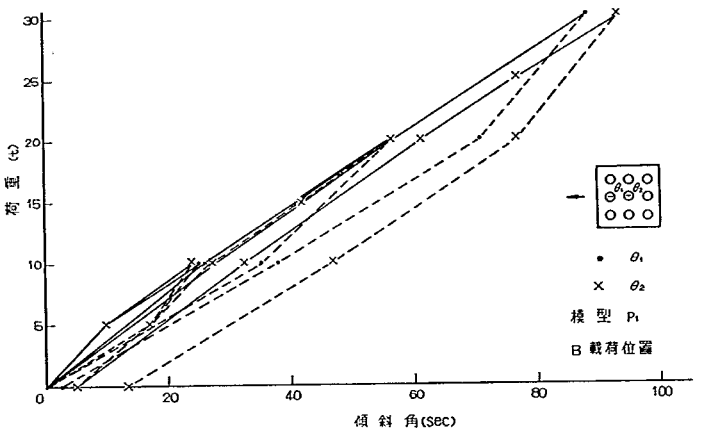


図-6.23 荷重一傾斜角曲線（模型P_1，B載荷位置）

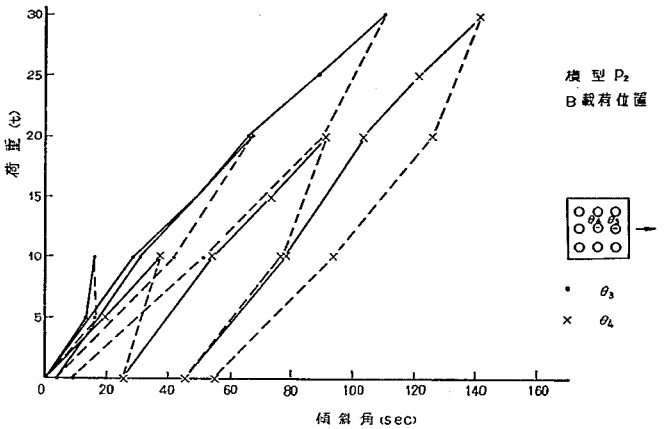


図-6.24　荷重—傾斜角曲線（模型P_2，B載荷位置）

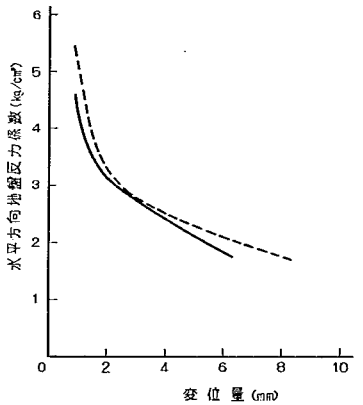


図-6.25　単ぐいの水平方向地盤反力係数

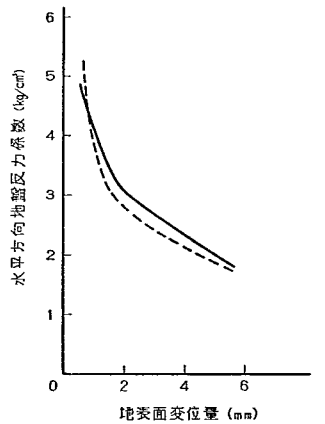


図-6.26　地変面変位量との関係

変位量15mmに対して　$K=0.9\mathrm{kg/cm^3}$

変位量5 mmにおける水平方向地盤反力係数は載荷試験の値とかなり相違している。しかし，変位量が10mmに近づくにつれて，試験は変位量10mmまで行なわれていないが，地盤調査結果より求まる値に近づいてゆくことが推定できる。図-6.25における変位量は各測定点における値であるので，地表面変位量を類推して水平方向地盤反力係数との関係を示しても同様な傾向になる（図-6.26）。

このことは，3.〔6〕(5)における多数の載荷試験例をとりまとめた結果と同一の傾向とみることができる。変位量が5 mmにおける値には，変位量10mmにおける値よりもばらつきの度合が大きいと考えられる。このことは，変位量が小さい領域では，地盤とくいとのなじみ，くい打設後の経過日数などの影響を大きく受けがちであるという一般的傾向にあるといえよう。しかし，通常設計に用いられている変位量1～1.5cmという範囲では地盤調査結果から得られる値と大差ないとみなしうるであろう。

3)　群ぐい模型の変位の計算

6.〔2〕(4) 2)で求まった水平方向地盤反力係数を用いて，図-4.72の荷重分担割合を考慮に入れ，群ぐい模型の水平変位を計算する。群ぐいの挙動は，

1)　フーチングは剛体と考える。

2)　くいの挙動は弾性的であるとし，同一の荷重と変位の関係を有する。

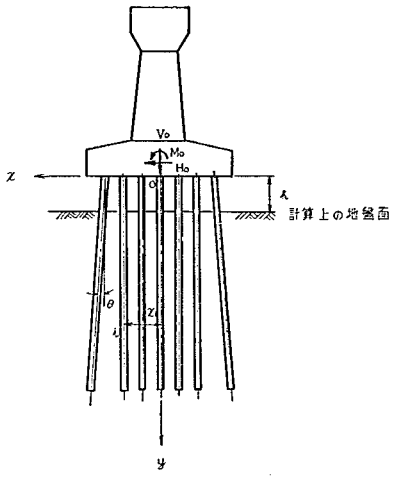


図-6.27　群ぐいの計算

という仮定のもとで，図-6.27のような基礎では，一般に次のようなつり合い式が導かれる[31]。

$$\left.\begin{aligned} A_{xx}\delta_x+A_{xy}\delta_y+A_{x\alpha}\alpha&=H_o\\ A_{yx}\delta_x+A_{yy}\delta_y+A_{y\alpha}\alpha&=V_o\\ A_{\alpha x}\delta_x+A_{\alpha y}\delta_y+A_{\alpha\alpha}\alpha&=M_o \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6.1)$$

ここに，　H_o：フーチングより作用する水平荷重(kg)
　　V_o：フーチングより作用する鉛直荷重(kg)
　　M_o：O点のまわりのモーメント(kg・cm)
　　δ_x：O点の水平変位 (cm)
　　δ_y：O点の鉛直変位(cm)
　　α：O点の回転角(rad.)

A_{xx}, A_{xy}, $A_{x\alpha}$, A_{yx}, A_{yy}, $A_{y\alpha}$, $A_{\alpha x}$, $A_{\alpha y}$, $A_{\alpha\alpha}$ はつり合い式より導かれる行列式の係数であり，フーチング下面が水平であり，くいが鉛直で対称な配置に存する場合には，次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} A_{xx}&=\sum_i K_1\\ A_{x\alpha}&=A_{\alpha x}=-\sum_i K_2\\ A_{yy}&=\sum_i K_V\\ A_{\alpha\alpha}&=\sum_i (K_V x_i^2+K_4)\\ A_{xy}&=A_{yx}=A_{y\alpha}=A_{\alpha y}=0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6.2)$$

ここに，x_iはi番目のくいのx座標 (cm) を示し，K_1, K_2, K_4, K_Vは以下に説明するようなばね定数を表わしている。

いま，水平変位と回転角を計算するのであるから，(6.2) 式を (6.1) 式に代入して，δ_x, αを求めると次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} \delta_x&=\frac{H_o+\dfrac{\sum_i K_2}{\sum_i (K_V x_i^2+K_4)}M_o}{\sum_i K_1-\dfrac{\left(\sum_i K_2\right)^2}{\sum_i (K_V x_i^2+K_4)}}\\ \alpha&=\frac{M_o+\dfrac{\sum_i K_2}{\sum_i K_1}H_o}{\sum_i (K_V x_i^2+K_4)-\dfrac{\left(\sum_i K_2\right)^2}{\sum_i K_1}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6.3)$$

K_1, K_2, K_4 の値はくいの状態によって異なる値で，ここにおける群ぐい模型では次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} K_1&=\frac{12EI\beta^3}{(1+\beta h)^3+2}\\ K_2&=K_1\cdot\frac{1}{2}\left(h+\frac{1}{\beta}\right)\\ K_4&=\frac{4EI\beta}{1+\beta h}\cdot\frac{(1+\beta h)^3+\dfrac{1}{2}}{(1+\beta h)^3+2} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6.4)$$

ここに，　E：くいの弾性係数 (kg/cm²)
　　I：くいの断面2次モーメント (cm⁴)
　　h：図-6.27に示す自由長 (cm)
　　β：くいの特性値 (cm⁻¹)

これに対して，K_V の値はくい軸方向ばね定数といわれ，くいの鉛直方向の挙動を表わすものである。この値は鉛直方向の載荷試験によって推定するのが最も望ましいが，くいの周面摩擦を考えた場合には近似的に

$$K_V=\frac{AE}{l} \cdots\cdots (6.5)$$

ここに，　l：くいの長さ (cm)
　　A：くいの断面積 (cm²)

となる。

一般にくいの挙動を考えた場合には，鉛直方向の抵抗は水平方向の抵抗よりもかなり大きく，K_V の値はK_1, K_2, K_4 に比して大きな値を示すことが多い。これはくいを良質な支持層に十分に貫入させることによると考えられる。いま，その間の事情を簡単に説明すると，(6.3) 式の δ_x は次のように変形され，

$$\begin{aligned} \delta_x=&\frac{H_o\sum_i K_4+M_o\sum_i K_2}{\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2}\\ &+\frac{\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1}{\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1+\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2}\\ &\times\left\{\frac{H_o}{\sum_i K_1}-\frac{H_o\sum_i K_4+M_o\sum_i K_2}{\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2}\right\} \end{aligned} \cdots (6.6)$$

表-6.1　変位の計算結果（A載荷位置）

模型の種別	荷重 (t)	測定番号	くいの水平方向地盤反力係数 (kg/cm³)	$\sum_i K_1$ (t/m)	$\sum_i K_2$ (t)	$\sum_i K_4$ (tm)	$\sum_i K_V x_i^2$	計算値 (cm)	実測値 (cm)	計算値/実測値
模型 P_1	40	No.1	1.3	4840	13510	56160	149820	1.14	1.13	1.01
		No.2						0.97	0.83	1.17
		No.5						0.81	0.47	1.72
	65	No.1	1.1	4490	12800	54470	〃	1.98	2.10	0.94
		No.2						1.82	1.59	1.14
		No.5						1.41	0.96	1.47
	90	No.1	0.9	3930	11650	51660	〃	3.08	3.48	0.89
		No.2						2.73	2.69	1.02
		No.5						2.23	1.49	1.50
模型 P_2	40	No.3	1.3	4010	12220	54150	〃	1.19	0.91	1.31
		No.4						0.85	0.73	1.16
		No.6						0.62	0.49	1.26
	65	No.3	1.1	3750	11620	52650	〃	2.35	1.98	1.18
		No.4						1.67	1.44	1.16
		No.6						1.25	1.04	1.20
	85	No.3	0.9	3300	10590	50080	〃	3.43	2.65	1.29
		No.4						2.47	2.00	1.24
		No.6						1.95	1.54	1.26

$H_0/\sum_i K_1$は（6.3）式でK_Vが無限に大きく，鉛直方向の変位がない場合の水平変位δ_xに相当し，$\{H_0\sum_i K_4+M_0\cdot\sum_i K_2\}/\left\{\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2\right\}$は（6.3）式で$K_V=0$の状態における$\delta_x$を表わしている。したがって，$\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1/\left\{\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1+\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2\right\}$が$K_V=\infty$の場合と$K_V=0$の場合の両者を内挿し，任意の$K_V$に対して$\delta_x$を算出するパラメーターに相当すると考えることができ，この値が1に近いとK_Vが無限に大きい場合に近づき，0に近いと$K_V=0$のケースに近づく。この値は上の説明より考えると，一般には1に近い値を示すことになる。

この模型では，模型P_1，P_2ともほぼ同じ値となり，$\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1/\left\{\sum_i K_V x_i^2\cdot\sum_i K_1+\sum_i K_1\cdot\sum_i K_4-\left(\sum_i K_2\right)^2\right\}=0.9$となる。したがって，近似的に$K_V=\infty$の場合に近いということができよう。

以上の計算式に従って，変位測定点の変位を計算し，実測値と比較する。試験結果よりくいの地表面変位が5，10，15mmに近い荷重を対象として，地表面変位がそれらの値に達しているA載荷位置における試験について検討してみる。結果を表-6.1に示す。

表-6.2　傾斜角の計算結果（A載荷位置）

模型の種別	荷重 (t)	計算値 (sec)	実測値 (sec)	計算値/実測値
模型 P_1	40	235	191	1.23
	65	388	420	0.92
	90	553	597	0.93
模型 P_2	40	250	233	1.07
	65	411	407	1.01
	85	551	499	1.10

同様にフーチングの回転角を示すと，表-6.2のようになる。

（5）考　察

1）群ぐい挙動の計算法

くい周辺地盤の水平方向地盤反力係数を地盤調査結果より推定して群ぐい模型の変位を計算したところ，表-6.1のような結果が得られた。地盤調査としては，平板載

荷試験，ボーリング孔内載荷試験および標準貫入試験が行なわれており，それを総合して変形係数を決めているが，単ぐいの水平方向地盤反力係数の結果より判断して妥当な値を与えているとみることができる。

その結果に基づいて推定した群ぐいの水平変位を実測値と比較してみると，測定結果とはよい対応を示していると言えよう。地表面近くの測定点では計算値が実測値より少し大きく，このことは基準となるくいを調整するとよりよく一致することを示しているが，いずれにしても実測値とはよい対応を示し，十分に群ぐいの変位量を検討できうる範囲にあると言えよう。したがって，(6.1)式以下の諸式は群ぐいの変位量推定に適用できうると言える。

また，図-6.9～6.14によると，実測の荷重—変位曲線は線型の関係にはなく，明らかに非線型の性状を示しているが，3.〔2〕で述べたように，該当する変位量に着目して見掛け上の線型関係をあてはめる計算手法が群ぐいの計算にも拡張できることが確かめられている。

2) 群ぐい効果に対する基準ぐい

地表面近くの測定点で計算値が実測値より大きいことは，群ぐい効果を表わすときに基準となるくいが相違していることと考えられ，調整すると実測値とよりよい対応を示すことを表わしているとみなしうる。表-6.1の計算では最前列で端部のくいを基準としているが，実測結果によるとそれ以外のくいを基準とすることにより，より実測値に近づくこととなる。そこで，表-6.1のうち，地表面より30cmの位置で測定しているNo. 5，No. 6の測定点に着目して基準ぐいを判定してみると，次のようになる。

模型P_1

荷重40 t：(計算値)／(実測値)＝1.72 であるから，

$1.72\times(0.65)^{1/3}=0.96$

したがって，第2列端部のくいが基準となっている。

荷重65 t：(計算値)／(実測値)＝1.47 であるから，

$1.47\times(0.75)^{1/3}=1.00$

したがって，第1列中央部のくいが基準となっている。

荷重90 t：(計算値)／(実測値)＝1.50 であるから，

$1.50\times(0.75)^{1/3}=1.02$

したがって，第1列中央部のくいが基準となっている。

同様にして模型P_2について計算すると，(計算値)／(実測値)が1.20または1.26であるから，第1列端部と中央部のくいの中間に基準ぐいが位置していることになる。

これらの結果より，基準ぐいは必ずしも第1列端部のくいとは限らないことがわかる。

群ぐい効果という点から考えると，応力の干渉により最前列で端部のくいが最も効率がよく，他のくいはそれより効率の落ちることは明らかであり，最前列端部のくいが基準となるはずである。しかし上に述べたように実際の群ぐいでは最前列で端部に近いくいが基準となっている。この理由として考えられるのは，地中にあるくいはくい間に地盤が完全に充足されており，くいと地盤が一体となって抵抗しているので，くい周面の地盤の一部がくいの剛性に付加されることによると推測される。したがって，1本のくいが群ぐいとして用いられると群ぐい効果が存するが，その逆に剛性に付与する効果もあり，基準ぐいが最前列端部のくいとはならないのであろう。

この剛性の付加は上に述べた考察からもわかるように，定量的には把握できず，最前列端部の横のくいが基準ぐいとなる程度の大きさとみなされるであろう。この量は施工の状態やそれにともなうくい周面地盤の締固まりの度合，くいの種類，荷重の大きさなどによって異なるものであろう。

3) 各くいへの作用の平均化

2) で述べたように，群ぐい効果の基準ぐいがくい周面地盤の影響によって最前列端部のくいでなくなると，基準ぐいより効率のよいくいと効率の劣るくいが存在することになる。そこで，平均的な取扱いを行なうとどの程度差を生ずるかについて検討し，その可否を調べてみる。いま，表-6.1の各計算を，単ぐいの水平方向地盤反力係数をそのまま平均値として採用し，計算を行なってみると，表-6.3のような結果が得られる。

自由長の部分で測定した結果では，群ぐい効果の影響が大きいので，当然変位量は小さく計算される。しかし，No. 5またはNo. 6の測定点ではほぼ実測値に近い計算値を与えており，平均的な取扱いが有効なことを示している。

さらに，もう一歩進めて設計という観点から全体的に考えてみると，変位測定の精度をもかね合わせて表-6.3の計算値と実測値とは平均的取扱いを行なっても大きな誤りを生ずることはないと言い切ってもよいのではないだろうか。

したがって，群ぐいの変位量は単ぐいの水平方向地盤反力係数をそのまま用いて，群ぐい効果を考慮しないとして計算したものを用いて推定しても等価であるとみなされ，平均的な取扱いが可能であると言えよう。

ただし，最前列端部のくいには水平力が若干大きくな

表-6.3　平均的取扱いによる群ぐいの計算

模型の種別	荷重(t)	測定番号	変位			傾斜角		
			計算値(cm)	実測値(cm)	計算値/実測値	計算値(sec)	実測値(sec)	計算値/実測値
模型 P_1	40	No.1	0.88	1.13	0.78	221	191	1.16
		No.2	0.77	0.83	0.93			
		No.5	0.59	0.47	1.26			
	65	No.1	1.51	2.10	0.72	364	420	0.87
		No.2	1.28	1.59	0.81			
		No.5	0.99	0.96	1.03			
	90	No.1	2.33	3.48	0.67	520	597	0.87
		No.2	2.02	2.69	0.75			
		No.5	1.59	1.49	1.07			
模型 P_2	40	No.3	1.07	0.91	1.18	236	233	1.01
		No.4	0.67	0.73	0.92			
		No.6	0.53	0.49	1.08			
	65	No.3	1.81	1.98	0.91	389	407	0.96
		No.4	1.11	1.44	0.77			
		No.6	0.89	1.04	0.86			
	85	No.3	2.63	2.65	0.99	520	499	1.04
		No.4	1.75	2.00	0.88			
		No.6	1.41	1.54	0.92			

っているので，その点には注意する必要がある。

4)　くい頭モーメントの扱い

以上の検討を行なった群ぐい模型ではくい頭部が剛結されており，くい頭部に拘束モーメントが作用する。モーメントは水平力の作用位置を変化させることによって水平力のみに見掛け上変換することができるので，4.で群ぐい効果を確かめた室内模型試験と条件が異なっているが，その結果に従っても上に示したように問題ないと判断できる。

群ぐい模型のひずみ測定からくい頭に作用する水平力を換算し，最前列端部のくいに作用している水平力を基準として図示すると，図-6.28～6.29のようになる。図-6.28は模型 P_1 に対する割合を，図-6.29は模型 P_2 に対する割合を表わしている。

これより，中央列のくいは最前列のくいの60～70%，側方のくいと中央のくいでは75～90%程度の割合になっているとみることができ，4.の結果と大差ないとみてよい。

5)　フーチング傾斜角の検討

傾斜角の計算値と実測値の比較は表-6.2に示されている。傾斜角はフーチング部で測定しているので，地表面への突出長の影響が大きく，表-6.1の結果と同様にかなりよく一致している。

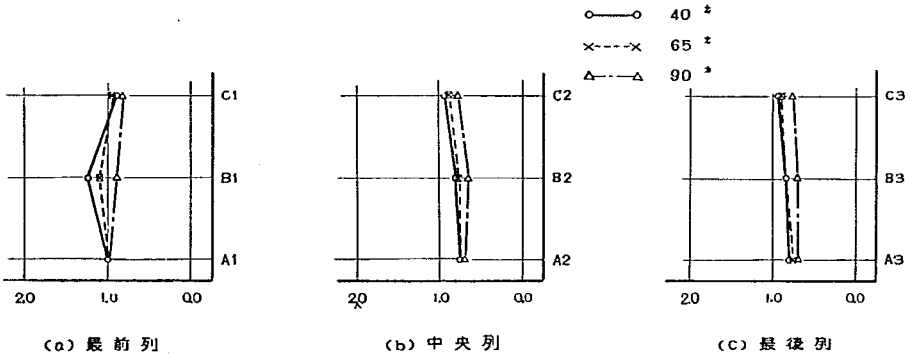
したがって，平均的な取扱いをすると，計算値が少し小さめの値を示すが，実質上ほとんど差がないと判断できる。

6)　B載荷位置の試験結果

フーチングに水平荷重のみを作用させたB載荷位置の試験では，地表面に近いNo.5，No.6の測定点の変位が3mm強で，5mmに達していないので，表-6.1と同じように地盤調査結果に基づく検討はできない。そこで，ここでは単ぐいの水平方向地盤反力係数を基本として，実測値を用いて群ぐいの変位を計算上，検討してみる。

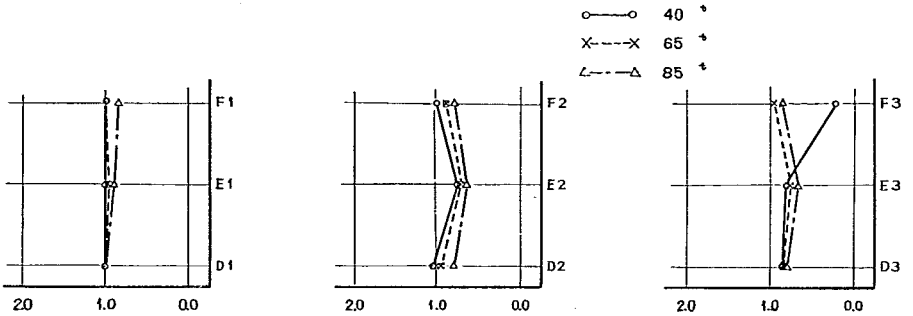
水平荷重30tの場合について，結果を表-6.4に示す。

この結果より，変位量5mm付近では計算値よりも大きな水平方向地盤反力係数を与えているので，計算値と実測値には大差ない結果になっていることがわかる。そこで，単ぐいの水平方向地盤反力係数が適切な方法で推定される必要があり，それから求まる群ぐいの変位量は測定値とよい対比を示すことになる。したがって，3.においてまとめたような単ぐいの水平方向地盤反力係数は，すべて載荷試験結果によるため，実務作業に十分に反映できうるものと見通すことができよう。



(a) 最前列　(b) 中央列　(c) 最後列

図-6.28 水平力の分担割合(模型P_1)



(a) 最前列　(b) 中央列　(c) 最後列

図-6.29 水平力の分担割合(模型P_2)

表-6.4 B載荷位置の場合の結果

模型の種別	測定番号	変位		傾斜角	
		計算値(cm)	実測値(cm)	計算値(sec)	実測値(sec)
模型P_1	No.1	0.52	0.71	91	88
	No.2	0.47	0.47		
	No.5	0.35	0.32		
模型P_2	No.3	0.65	0.59	101	110
	No.4	0.43	0.46		
	No.6	0.29	0.35		

〔3〕 青柳橋橋脚における試験[35][36]

(1) 試験概要

1) 試験場所および橋梁諸元

青柳橋は岐阜県が管轄する一般県道野上—古井線で，美濃加茂市内を流れる木曽川の支流飛騨川に架設した橋梁であり，今渡ダム堰堤より上流約2kmの地点で，水深約10mの今渡ダム貯水池内を横断し，完成後は国道41号線と連結されている。

橋梁の諸元は，

橋長：185.75m　幅員：車道8.0m，歩道2.7m

橋格：1等橋

上部構造形式：3径間連続非合成プレートガーダー
1連（3@54.5m）
単純活荷重合成プレートガーダー
1連（20.6m）

下部構造形式：くい基礎　2基
直接基礎　3基

2) 地盤構成

地盤条件を調査するために，くい基礎が施工されるP_2，P_3橋脚で，それぞれボーリングが行なわれている。この地点は主として泥岩により構成されているので，メタルクラウンを使用して試錐しており，上層部の砂礫層は85mmのコアチューブにて掘進し，それをケーシング

試錐位置　美濃加茂市下米田－古井
試錐年月日　昭和45年1月13日～45年1月15日
試錐目的　地質調査
試錐機種類　高速回転油圧式

深度 (m)	層厚 (m)	標高 (m)	土質	名称	硬軟	コアー採取率
		+62.10		玉石混り砂れき層	硬	
1.30	1.30	+60.80				53%
1.60	0.30	+60.50		軟質泥岩	軟	50%
2.20	0.60	+59.90		角れき混り泥岩	やや軟	16%
3.20	1.00	+58.90		〃	〃	30%
3.60	0.40	+58.50		〃	〃	25%
3.90	0.30	+58.20		〃	〃	17%
4.10	0.20	+58.00		〃	硬	100%
4.60	0.50	+57.50		〃	〃	80%
5.00	0.40	+57.10		〃	〃	50%

図-6.30　P_2橋脚ボーリング記録

試錐位置　美濃加茂市下米田--古井
試錐年月日　昭和45年3月14日～45年3月15日
試錐目的　地質調査
試錐機種類　高速回転油圧式

深度 (m)	層厚 (m)	標高 (m)	土質	名称	硬軟	コアー採取率
		+59.68		砂れき		
1.60	1.60	+58.08				
3.11	1.51	+56.57		角れき混り砂質泥岩	硬	100%
3.61	0.50	+56.07		砂質泥岩	〃	〃
5.00	1.39	+54.68		〃	〃	100%

図-6.31　P_3橋脚ボーリング記録

表-6.5　泥岩の性質

橋脚	No.	深度 (m)	単位体積重量 (g/cm³)	一軸圧縮強度 (kg/cm²)	変形係数 (kg/cm²)
P_2	1		2.06	58	1.52×10^4
	2		2.10	55	0.81
	3		2.09	65	1.99
	4		2.04	83	1.39
	5		2.03	160	3.05
	6		2.13	35	0.70
	7		2.13	60	0.45
P_3	1	2.00～2.15	2.14	95	1.79
	2	2.28～2.38	2.02	103	1.68
	3	3.58～3.68	2.13	141	2.25
	4	3.85～4.00	2.14	95	1.41
	5	4.45～4.57	2.23	137	3.50

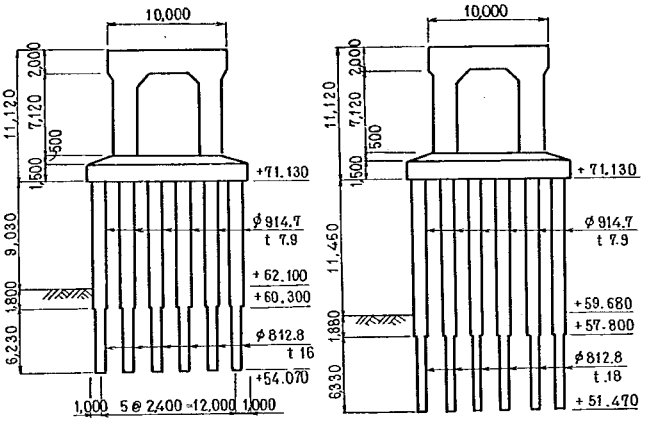
にして65mmのコアチューブにて砂礫層を採取し，泥岩部は66mmのコアチューブを用いてボーリングを行なった。

結果を図-6.30，6.31に示す。

これより，上層部約2mは玉石混り砂礫層で，それ以深は泥岩より成立っている。泥岩の表層部の単位体積重量，一軸圧縮強度，変形係数は表-6.5に示すような値である。

3)　試験橋脚

試験はくい基礎で施工されている，P_2，P_3橋脚で行なっており，試験を行なった橋脚の一般図を示すと図-6.32のようである。



P_2 橋脚　　P_3 橋脚

図-6.32 橋脚一般図

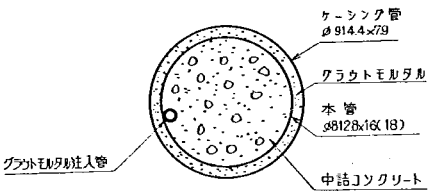


図-6.33 基礎くい断面図

くいは直径812.8mm，肉厚16mmまたは18mmの鋼管を本管とし，泥岩部より上部には直径914.4mm，肉厚7.9mmの鋼管をケーシングとして用い，本管と泥岩の間隙および本管とケーシング管との間にはモルタルをグラウトし，本管内部にはコンクリートを中詰した構造となっている（図-6.33）。モルタルのフロー値は20秒，91日圧縮強度は280kg/cm²であり，コンクリートはスランプ12cm，28日圧縮強度240kg/cm²のものである。

4) 試験の概要

試験は P_2，P_3 橋脚を相互に引張ることにより実施した。P_2，P_3 橋脚間は中心間隔で54.5m離れており，しかも水深10mの水上で試験を行なわなければならないために，荷役機械の設備などに制約を受け，大規模な装置を準備することができなかった。

そこで，最大作用荷重を50tと定めて，図-6.34に示すような装置を用いて行なった。

（2） 試験方法

1) 載荷試験装置

図-6.34に示すように，橋脚躯体部に250×250×9×14mmのH型鋼2本を反力桁として設置し，外径26.8mm，37本撚のPCストランド2本を橋脚 P_2～P_3 間に張りわたし，センターホールジャッキによって，緊張し載荷した。試験の状況を写真-6.3に示す。

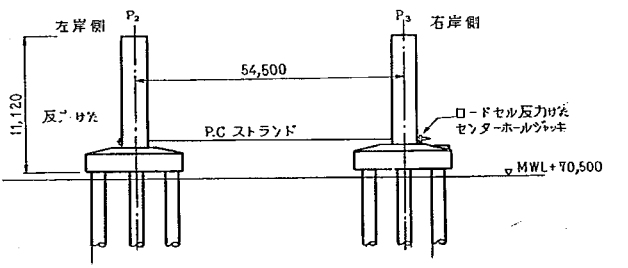


図-6.34 載荷方法

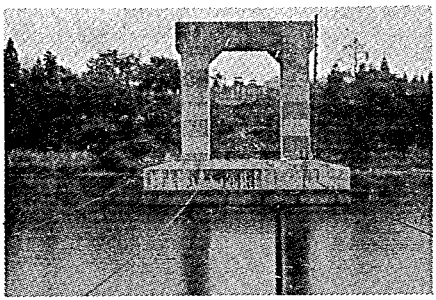


写真-6.3 青柳橋試験状況

荷重は50tの圧縮型ロードセルにて検出している。

2) 変位測定装置

青柳橋のように，水上にて変位を測定することはかなりむずかしい。固定点を設けてダイアルゲージを取付けることは水上では基準点が取れないので，採用することはできない。

8.で述べる遠隔変位測定装置をも使用したが，視野の影響により安定した測定ができなかった。

そこでここでは，図-6.35に示すように，一端を他の橋脚に固定した0.7mm径のピアノ線を張りわたして橋脚のフーチング上に測定点を設け，測定を行なうことと

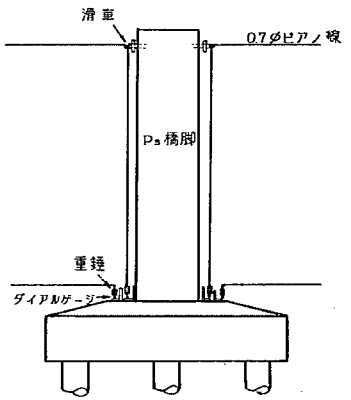


図-6.36 測定装置

した。固定端より引かれたピアノ線は滑車により方向転換を行ない，重錘をつり下げて一定の緊張力を与え，重錘の底面にガラス板を接着して，1/100mm目盛のダイアルゲージをあてて測定した（図-6.36）。すなわち，水平変位を鉛直変位に変換するように工夫している。この変位測定方法はピアノ線の温度変化の影響を除く必要があることから，精度0.5°Cの温度計を取りつけて，試験期間中の温度を自記記録している。

また，フーチング中央に精度0.6secの水管式傾斜計を取りつけて，回転角を測定している。

3) 荷重段階

変位測定用のピアノ線が非常に長いので，その精度を考慮に入れて急速載荷とし，荷重を増減してからピアノ線に変位が十分に伝達されるように，当初の読みの他に2分経過してから測定を行ない，予備載荷を3回実施後に，最大荷重50tまで載荷を行なった。試験は3回実施し，次の荷重段階によっている。

0t—10t—20t—30t—35t—40t—45t—50t—40t—30t—20t—10t—0t

（3） 試験結果

1) 単ぐいの試験結果

くいが施工された後の，フーチングの施工を始める以前の期間に単ぐいの載荷試験を行なっている。泥岩中にグラウトをしたくいであるので，施工にばらつきを生ずる可能性も考えられ，P_2，P_3橋脚合わせて15本のくいについて載荷試験を行なった。

載荷方法としては，当初5分間の変位が1/100mmになるまで荷重を持続する緩速載荷を行なったが，クリープ変位量が極めて少なく，ほとんど弾性変形のみが卓越しているので，急速載荷試験として，ほぼ10秒程度の停止しか行なっていない。

載荷装置としては250×250mmのH型鋼をくい頭に溶接し，30tジャッキとロードセルを載せて行ない，+70.85mの位置で荷重がかかるように設備している。一例として，P_2橋脚，P_3橋脚の荷重—変位曲線を図-6.37，6.38に示す。

載荷試験を行なったすべてのくいについて，変位測定点のばね定数を弾性範囲内で求めると，表-6.6，6.7のようになる。これより，施工によるばらつきはほとんどないとみてよいだろう。なお，変位の測定は載荷位置で

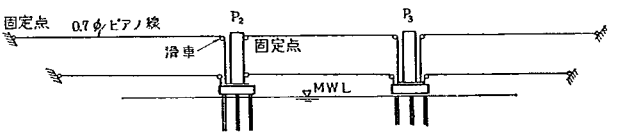


図-6.35 変位測定方法

表-6.6 P_2 基礎くいのばね定数

くい番号	1	2	4	8	9	11	12	15	18	平均値
ばね定数 (t/cm)	5.56	4.90	5.26	5.81	5.88	6.02	5.00	5.49	4.35	5.36

表-6.7 P_3 基礎くいのばね定数

くい番号	2	8	13	15	16	18	平均値
ばね定数 (t/cm)	2.97	3.07	2.56	2.76	2.49	2.90	2.79

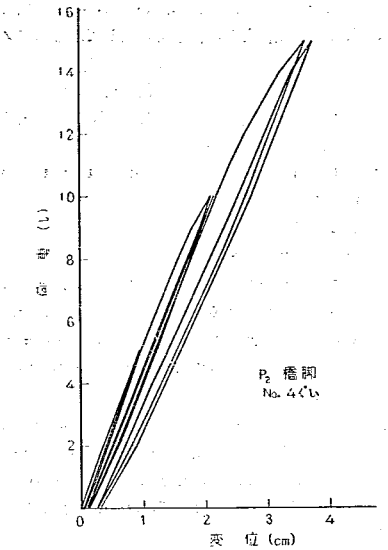


図-6.37　単ぐいの水平載荷試験 (P_2橋脚)

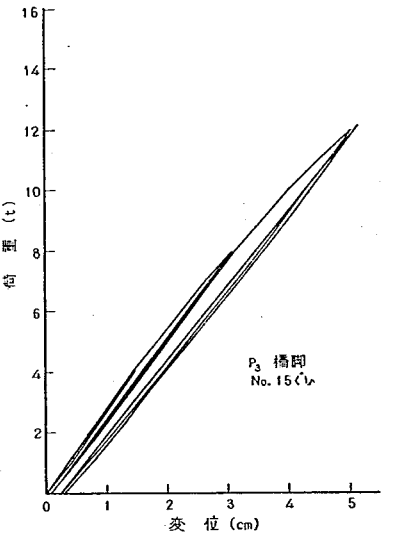


図-6.38　単ぐいの水平載荷試験 (P_3橋脚)

行なっている。

2)　群ぐいの試験結果

本試験の試験結果を図示すると，図-6.39～6.44のようになる。図-6.39～6.41はP_2橋脚，図-6.42～6.44はP_3橋脚における荷重—変位曲線である。

また，フーチング天端中央で測定を行なった傾斜角は最大荷重50 t のときにP_2橋脚で7.1sec，P_3橋脚で4.8secというようなわずかな値であることから，水管式傾斜計の精度と合わせて考えると，相当精度が劣っているとみてよい。参考までに，図-6.45，6.46に結果を示すが，測定値は相当ばらついていることがわかる。

(4)　結果の解析

1)　解析の方針

くい基礎の水平載荷試験は54.5m離れた位置で相互に引張り合ったものであるだけに，変位測定装置の関係上，当然ばらつきが見受けられる。したがって，測定値の信頼性の問題より個々の値について対比することは不適切であろうと想像される。

そこで，3回の試験結果をまとめて，荷重と変位の関係が直線関係にあるとして解析を進めることとする。ここで，荷重と変位の関係を直線関係であると考えたのは，最大荷重50tよりくい1本当りの荷重は平均で3t弱となるので，図-6.37，6.38における単ぐいの水平載荷試験より，十分に弾性領域にあると判断したことによる。

この考えのもとに，土木研究所構内での試験の場合と同じように解析を進める。

この場合に，地盤調査結果よりの水平方向地盤反力係

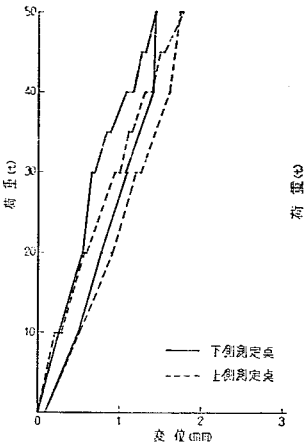


図-6.39 荷重—変位曲線（P_2橋脚）

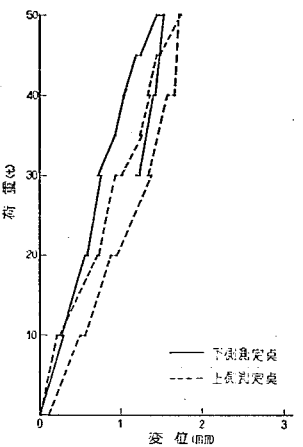


図-6.40 荷重—変位曲線（P_2橋脚）

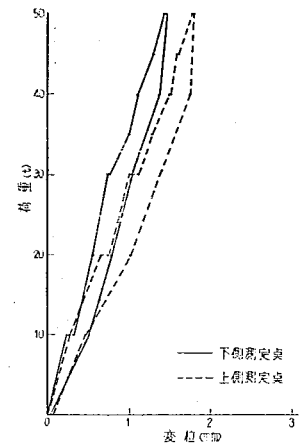


図-6.41 荷重—変位曲線（P_2橋脚）

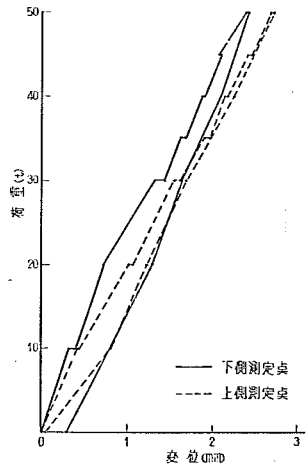


図-6.42 荷重—変位曲線（P_3橋脚）

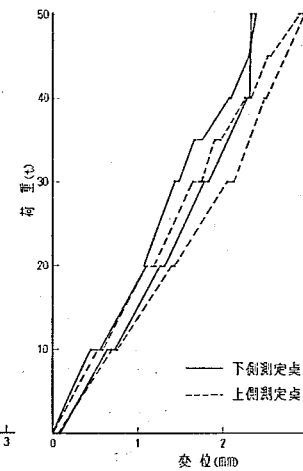


図-6.43 荷重—変位曲線（P_3橋脚）

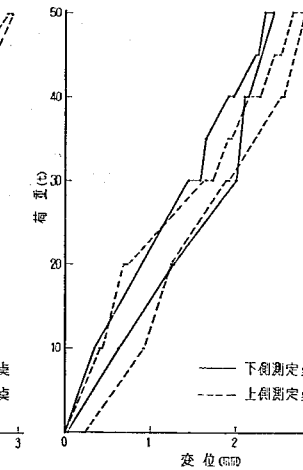


図-6.44 荷重—変位曲線（P_3橋脚）

数の推定は，湖底における岩盤線での変位量が非常に小さいと考えられるので，5 mm に対応するものを用いることとする。

図-6.39～6.44より直線関係を推定すると，図-6.47～6.50のようになり，50 t の作用荷重に対して，表-6.8の結果が得られる。

2) くい周辺地盤の地盤反力係数の推定

表-6.6，6.7結果より，水平方向地盤反力係数を推定し，地表面変位5 mm に対応する式により変形係数を求めると表-6.9に示すようになる。

この計算において，湖底より 1.8m 程度の深さまでは図-6.33に示すように2重管となっているので，くいの剛性はケーシング管，中詰コンクリート，グラウトモルタルを期待した断面性能を考えている。また，コンクリートとモルタルの弾性係数は設計基準強度より判断して270000kg/cm² を用いている。

3) くい基礎の変位の計算結果

単ぐいの載荷試験より求まる水平方向地盤反力係数を用いて，(6.3) 式によりくい基礎の変位を計算すると，荷重50 t に対して表-6.10のようになる。

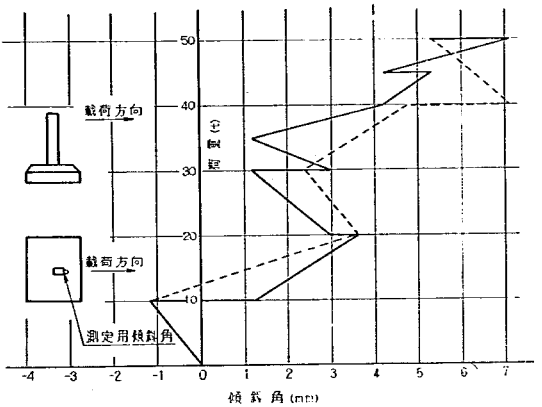


図-6.45 荷重—傾斜角曲線（P_2橋脚）

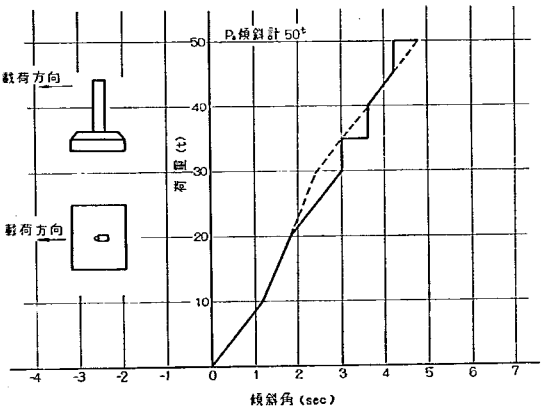


図-6.46 荷重—傾斜角曲線（P_3橋脚）

表-6.8 実測値より得たばね定数

橋脚	測定位置	50t 作用時の変位 (cm)	ばね定数 (t/cm)
P_2	橋脚天端	0.175	286
	フーチング天端	0.140	357
P_3	橋脚天端	0.285	175
	フーチング天端	0.245	204

表-6.9 単くいの結果よりの換算

橋脚	ばね定数 (t/cm)	くいの剛性 ($kg \cdot cm^2$)	β (m^{-1})	水平方向地盤反力係数 (kg/cm^3)	変形係数 (kg/cm^2)	地表面での推定変位 (cm)
P_2	5.36	1.93×10^{12}	0.67	170	5080	0.018
P_3	2.79	2.00×10^{12}	0.58	99	2960	0.029

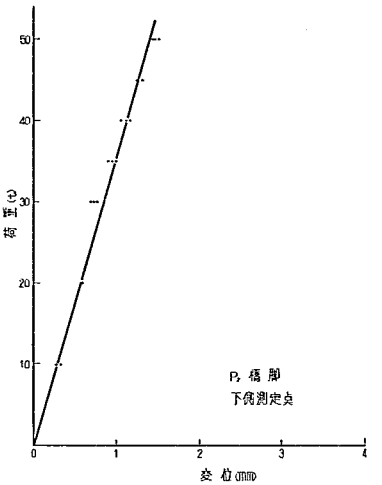


図-6.47　直線関係の推定（1）

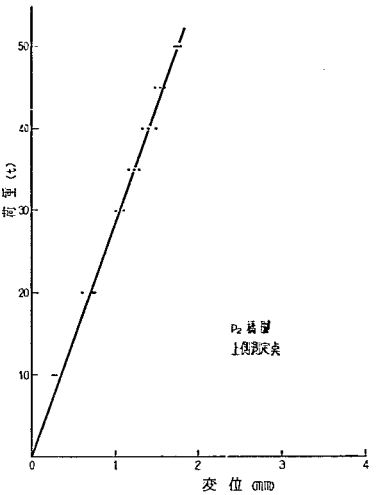


図-6.48　直線関係の推定（2）

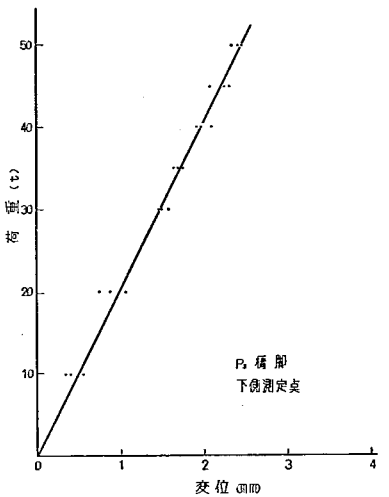


図-6.49　直線関係の推定（3）

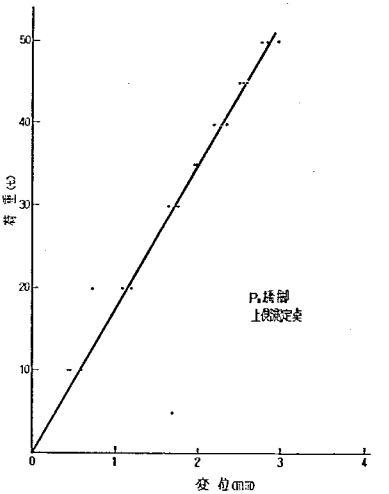


図-6.50　直線関係の推定（4）

表-6.10　くい基礎の変位計算

橋脚	各くいで異なるとした場合			平均的取扱いをした場合		
	変位 (cm)		傾斜角 (sec)	変位 (cm)		傾斜角 (sec)
	下側	上側		下側	上側	
P_2	0.144	0.151	1.49	0.134	0.141	1.45
P_3	0.275	0.286	2.31	0.258	0.268	2.27

この計算において，くいの軸方向ばね定数はくいの自由長の部分の弾性変形のみを対象とし，岩盤内のくいは変位しないと考えている。

（5） 考 察

単ぐいの水平方向載荷試験より変形係数を換算した結果の表-6.9によると，地盤の変形係数は3000～5000kg/cm²程度と判断される。この値は表-6.5の泥岩の変形係数よりもかなり小さい値であるが，くいの地表面位置における変位量より判断すると，表層の玉石混りの砂礫層の変形係数が載荷試験より求まっていると判断される。

河床に堆積している玉石混りの砂礫層や砂層についての変形係数の測定はサンプリングが不可能なこと，現位置試験ではボーリング孔壁の乱れのような局部的な影響を受けやすいことから現在のところほとんど行なわれておらず，また研究対象としても取上げられていない。設計面からも河床の変動より無視されていることが多い。大型三軸圧縮試験機を用いて玉石層，砂礫層の試験が現在行なわれ始めているが，今後河床材料の試験にまで発展し，このような地盤の変形係数を忠実に表わす因子がみつけられるように，今後の調査にまつところが多い。

しかし，経験的に判断して変形係数がかなり大きいとみなしうる。これは，ケーシング管下端よりグラウトモルタルが多量に流出し，砂礫層内部で固結していることによると予想され，かなり大きな値になったものと判断される。

くい基礎の変位計算の結果が表-6.10に示されているが，表-6.8と比較すると非常によい精度で対応していると言えよる。

近似計算として，群ぐい効果を考慮しない場合にも，mmのオーダーで一致しており，十分に実務に適応させられると言うことができよう。ただ，水平方向地盤反力係数に少し大きな値を用いているので，小さ目の変位を与えているとみなされる。

回転角は非常に小さく，実測値のばらつきから考えても，誤差の範囲で測定していたことが理解できる。

したがって，これらの考察より，本試験結果は計算値と実測値がmmのオーダーで一致しているひとつの例として受けとれる内容のものであり，近似計算も十分に有用であると考えられる。

〔4〕 依田橋高架橋における試験[37)38)]

（1） 試験概要

1） 試験場所と橋梁の概要

この試験は場所打ちぐいの変形と水平耐力の関係を追求するために，極限近くまで載荷荷重を作用させて，大きな変形を与え，地盤反力とくい耐力の関係を把握することを目的としたものである。したがって，単ぐいの水平載荷試験に重点がある。

しかし，反力を施工中のくい基礎にになわせ，簡単にフーチングの変位を測定したので，その結果をまとめてみる。

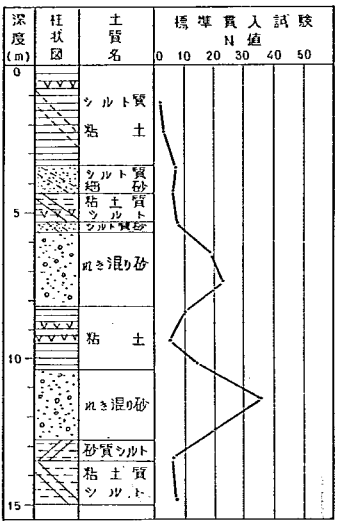


図-6.51　土質柱状図（No.323+9.0m）

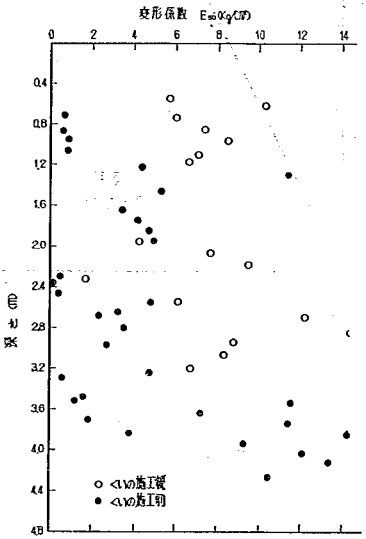


図-6.52　くい施工前後の土質性状の変化

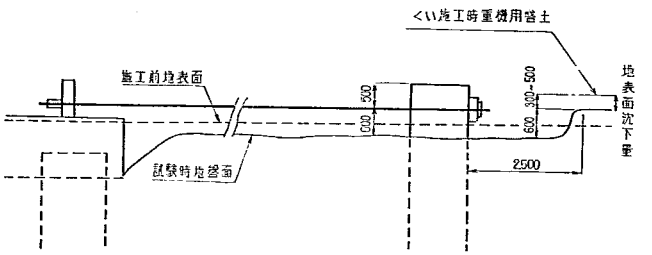


図-6.53 試 験 状 況

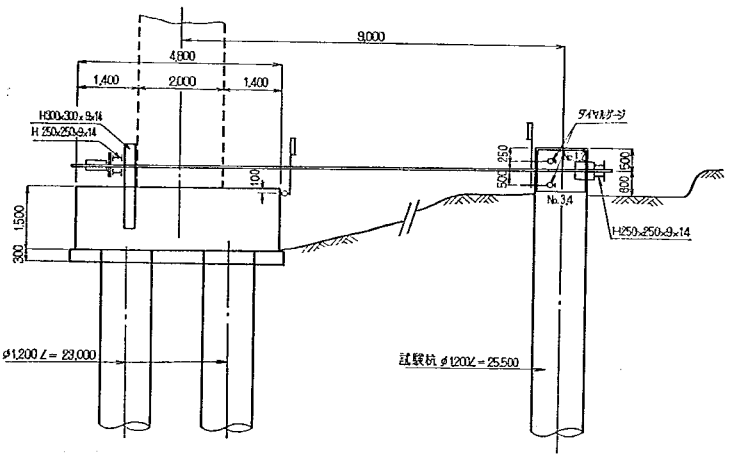


図-6.54 載 荷 装 置 側 面 図

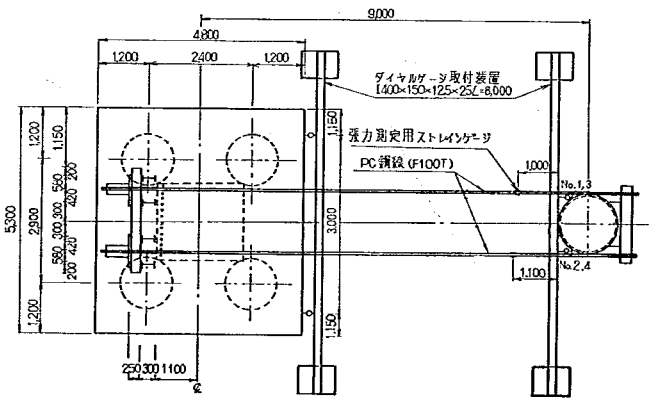


図-6.55 載 荷 装 置 平 面 図

試験実施場所は，国鉄吉原駅付近で新幹線と平行した位置の，静岡国道工事事務所が施工している富士一由比バイパスにおける依田橋高架橋工事現場内である。基礎ぐい施工と平行して，P_{54}，P_{55} 橋脚のほぼ中央に単ぐいを施工し，P_{54} 橋脚との間に引張試験を行なったものである。

依田橋地区の高架橋は，主として支間9mの3径間連続中空床版桁よりなっており，基礎は砂礫層に支持された長さ約25mのベノトぐいである。一橋脚中のくい本数は固定支承部で5本，可動支承部で4本である。

2) 地盤構成

この地域は非常に軟弱な層が続く浮島が原の西端に位置し，その地質は表層部10～15mは泥炭層ないしは有機質シルト，粘土などの粘性土が広がり，その下部に砂礫層および海成砂層とシルト層の互層，ついで海底砂層が厚く堆積している。基盤は，愛鷹山山麓をつくる凝灰角礫岩で，その上部に富士基底溶岩がのっている。

くいの横方向の抵抗に関係すると考えられる15m程度の深さまでの土質とN値を調べるために，試験位置付近で新たに行なったボーリングによる土質柱状図を図-6.51に示す。

また，高架橋基礎ぐいを施工するために，厚さ60cmの盛土を行ない，その上に施工用重機が載るが，その影響により表層の性質がボーリング時と試験時とで異なってくる。そこで，くい施工前後の土質性状の変化を調べる目的でもって，サンプリングを行ない，一軸圧縮試験を実施した。くいの変形性状に最も関係深い変形係数で結果を示すと，一軸圧縮強度の1/2の強度を対象として，施工前後で図-6.52のような相違が得られている。

これより，施工時の載荷重により表層部約2mが圧密され，せん断強度が増加していることがわかる。

3) 試験の概要

試験橋脚は図-6.54，6.55に載荷装置とともに示すように，4本ぐいから構成される P_{54} 橋脚である。橋脚が施工される以前に反力用のH型鋼を取付け，単ぐいとの間で引張試験したものである。

試験時には，くい周辺の盛土は取り除き，図-6.53に示すように，原地盤を露出させ，それより60cm上で単ぐいの試験を行なえるようにしている。フーチングの前面はほぼ底面が出る位置まで掘り越して，フーチング前面の地盤の抵抗がないように配慮した。

（2） 試験方法

試験は図-6.54，6.55に示すように，フーチングに300×300×9×14mmのH型鋼4本を埋め込み，250×250×9×14mmのH型鋼を利用して載荷している。載荷はセンターホールジャッキ2台（1台50t，2台にて100tの容量，連動式）とPC鋼より線2本（断面積5.193 cm^2，弾性係数$1.98\times10^6 kg/cm^2$）にて行なった。

測定はくい基礎についてはダイアルゲージ2個にて変形量のみを測定している。

載荷荷重はあらかじめ更正を行なったマノメーターの読みによって制御し，PC鋼線にストレーンゲージを貼付してチェックを行なっている。荷重段階は最大80tまでの5サイクルとし，荷重を保持する時間はくい変位が4分間に2/100mm以下の値になるまでの時間で，最大1時間継続している。荷重段階は次のとおりである。

1サイクル　0→5→10→15→20→10→0t
2サイクル　0→10→20→25→30→15→0t
3サイクル　0→15→30→35→40→20→0t
4サイクル　0→20→30→40→30→20→0t

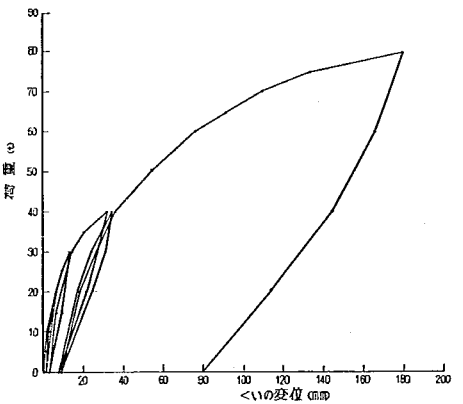


図-6.56 荷重一変位曲線（No.1，No.3の平均値）

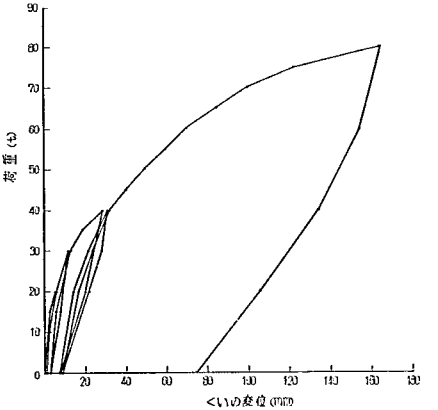


図-6.57 荷重一変位曲線（No.2，No.4の平均値）

表-6.11 計算結果との対比

くい基礎としての地盤調査結果よりの変位の推定値　(75 t 時)	くい基礎としての地盤調査結果よりの回転角の推定値　(75 t 時)	変位の実測値	群ぐい効果を考慮しないで計算したときの変位　(75 t 時)	75 t / 4 本で平均したときの単ぐいの該当する変位量
0.39cm	62sec	0.49cm	0.32cm	5.54mm, 5.05mm

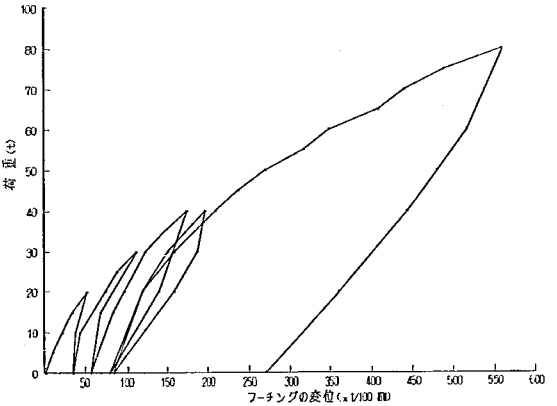


図-6.58 群ぐいの荷重—変位曲線

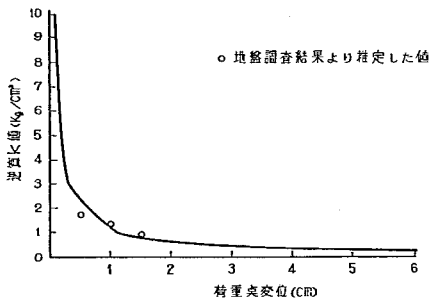


図-6.59 単ぐいの水平方向地盤反力係数の換算

5 サイクル　0→20→30→40→45→50→55→60→65→70→75→80→60→40→20→0 t

(3) 測定結果とその解析

1) 単ぐいの試験結果

単ぐいの載荷点（地表面上 60cm ）における変位として，上下2点に取付けられているダイアルゲージの読みを平均して荷重との関係を図-6.56，6.57にそれぞれ示す。図-6.56は No. 1 および No. 3 のダイアルゲージの平均値，図-6.57は No. 2 および No. 4 のダイアルゲージの平均値である。

2) 群ぐいの試験結果

$P_{5\sharp}$ 橋脚のフーチングの変位を図-6.58に示す。これは左右2点の読みを平均したものである。

3) 結果の解析

図-6.56，6.57より単ぐいの水平方向地盤反力係数を換算すると，図-6.59のようになる。

これと対比するために，地盤調査結果より水平方向地盤反力係数を推定すると，

変位5 mmに対して　$K=1.7\text{kg/cm}^2$

変位10mmに対して　$K=1.3\text{kg/cm}^2$

変位15mmに対して　$K=1.1\text{kg/cm}^2$

となる。この値を図-6.59にプロットしてみると，実測値との一致はよいと考えられる。変位量5 mm の場合にはこれまでの例と同じようにばらつきがみられる。

地盤調査結果に基づいて，群ぐい効果を考慮に入れ，くい基礎としての変位を計算すると，5 mm の変位に相当する75 t を対象として表-6.11のようになる。

若干計算値の方が小さい値を示しているが，地盤と構造物の相互作用を取扱っている場合には，十分に対応した値であるといえよう。ここでかなり地盤調査結果より推定する値が小さいのは，75 t を4本のくいで平均して，その荷重に相当する単ぐいの変位量と，くい基礎としての変位とを比べると，よく一致しているから，くい頭の回転の影響が大きく，剛結が保たれていないことによると想像される。

以上の結果から，変位の地盤調査結果からの推定値も実測値に比して至当な数値を与えていると考えてさしつかえないとみてよいであろう。

7. くい基礎の設計への結びつき

〔1〕 序

以上の一連の検討により，地盤調査結果を中心としてくい基礎の変位量を算出する手法を追跡してきたが，ここではその結果をまとめて，くい基礎の設計との結びつきをはかる。

追求の過程においてかなりの飛躍が見受けられ，必ずしも論程をたどらないで結論を割り切ったところもあるが，現在までに行なわれているくい基礎に関する変位推定の精度から考えると，実務的には裏づけが得られたと考えている。

くい基礎の水平方向挙動の推定は，くい基礎の耐力を判定する上から基本的なものであり，設計の根本を結びついたといえよう。

表-7.1　変形係数測定法とその換算係数

	下記の試験方法による変形係数 E_0 (kg/cm²)	換算係数 α
1	直径 30cm の剛体円板の平板載荷試験から求めた変形係数	1
2	ボーリング孔内載荷試験法から求めた変形係数	4
3	供試体の一軸または三軸圧縮試験から求めた変形係数	4
4	標準貫入試験の N 値から $28N$ として推定した変形係数	1

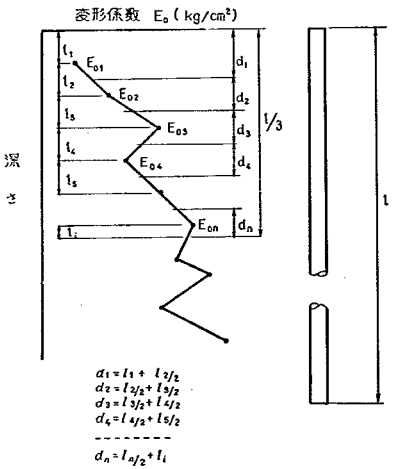


図-7.1　地盤のモデル化

〔2〕 推定の手順

（1） 地盤調査結果の均一化

地盤調査は基礎を設計する上でまず第一に行なわなければならないもので，最も基本となるものである。したがって周辺地盤の構成とその力学的性質を明らかにする目的で，種々な方法で測定が行なわれる。

しかし，それから求まる値には，それぞれの測定方法の特性が影響し，同一のレベルでは取扱えない。そこで，測定値を単一化するために，基準となる測定方法を定めて，等価な値に換算する必要があり，ここでは剛体基礎に適用できうる手法をそのまま採用し，表-7.1の値を用いる。

（2） 現地盤のモデル化

地盤構成はボーリング柱状図によって判明するが，くいに適用できうるように平均化する。平均する深さは，地盤調査点ができる限り多くなるように，くいの根入れ長さの 1/3 の深さまでとする。図-7.1より，平均変形係数は，

$$\bar{E}_0 = \frac{\sum_i E_{0i} d_i}{l/3} \quad \cdots\cdots (7.1)$$

ここに，　$\bar{E}_0$：平均変形係数 (kg/cm²)

E_{0i}：各深さでの測定変形係数 (kg/cm²)

d_i：各変形係数が支配する区間 (m)

l：くいの根入れ長さ (m)

地盤はこの $\bar{E}_0$ を有する一様な地盤とみなす。

（3） 水平方向地盤反力係数の推定

$\bar{E}_0$ の値を用いて，次式により推定する。

$$K_0 = \frac{1}{30} \alpha \bar{E}_0 \quad \cdots\cdots (7.2)$$

$$K = a K_0 \left(\frac{D}{30}\right)^{-3/4} \quad \cdots\cdots (7.3)$$

ここに，　K：水平方向地盤反力係数 (kg/cm³)

K_0：基準となる水平方向地盤反力係数 (kg/cm³)

$\bar{E}_0$：平均変形係数

D：くい径 (cm)

a：補正係数で，表-7.2の値とする。

表-7.2　a の値

地表面あるいはくい頭の対象変位量	a
5	1/1.7
10	1/2.1
15	1/2.4

（4） くい群における水平方向地盤反力係数の分布

群ぐい効果を考えた各くいの水平方向地盤反力係数は

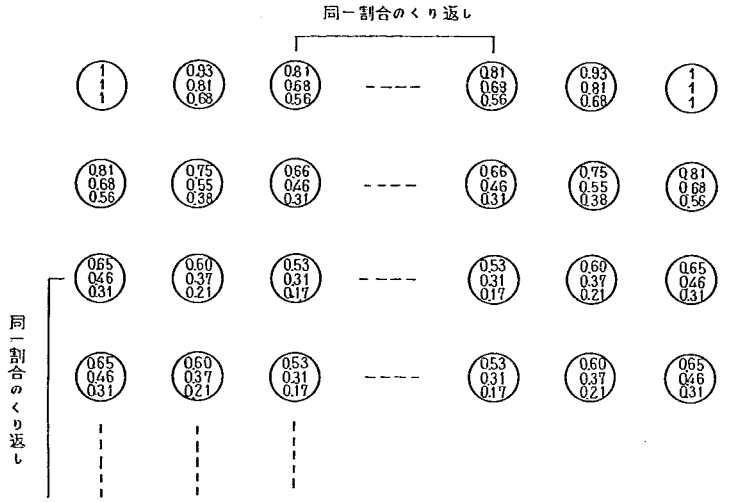


図-7.2　群ぐいの水平方向地盤反力係数の割合

最前列で端部のくいを基準とした場合に，図-7.2のようになる。

図-7.2において，くい間隔がくい径の5倍以上になると，すべてのくいは同一の水平方向地盤反力係数を有している。

この推定において，くい間隔が2dの場合には，室内模型試験が欠除しているが，3d，4dの場合より外挿して，大型模型により確かめた結果，実用上許容できうる範囲にあるので，図-7.2の値に割り切ることとした。

（5）水平変位と回転角の推定

くい基礎が鉛直で対称な配置にある場合には次式により水平変位と回転角が推定できる。

$$\delta_x = \frac{H_0 + \dfrac{\sum_i K_2}{\sum_i (K_V x_i^2 + K_4)} M_0}{\sum_i K_1 - \dfrac{\left(\sum_i K_2\right)^2}{\sum_i (K_V x_i^2 + K_4)}} \quad \cdots\cdots (7.4)$$

$$\alpha = \frac{M_0 + \dfrac{\sum_i K_2}{\sum_i K_1} H_0}{\sum_i (K_V x_i^2 + K_4) - \dfrac{\left(\sum_i K_2\right)^2}{\sum_i K_1}} \quad \cdots\cdots (7.5)$$

ここに，　δ_x：フーチングの水平変位（cm）

α：フーチングの回転角（rad.）

H_0：作用水平力（kg）

M_0：作用モーメント（kg•cm）

K_1：くい頭に回転がない場合の，くい頭に単位のくい軸直角方向変位を生じさせるくい軸直角方向力（kg/cm）

K_2：くい頭に変位がない場合の，くい頭に単位の回転角を生じさせるくい軸直角方向力（kg/rad）

K_4：くい頭に変位がない場合の，くい頭に単位の回転角を生じさせるモーメント（kg/rad）

K_V：くい軸方向ばね定数（kg/cm）

x_i：i番目のくいのx座標（cm）

K_1, K_2, K_4, K_V の算出は6.に示した式により求められる。

〔3〕群ぐい効果の適用

くい基礎の変位と回転角を推定する一連の計算作業において，6.の考察によると，平均化して群ぐい効果を考慮に入れても十分に実用上有用な範囲にあるとみなしえた。このことは前にも説明したように，くい周面地盤がくいとともに抵抗し，くいの剛性が増加するような効果が逆に付加されてくることによると考えられる。特に，くい本数が多いくい基礎ではくい間の地盤の効率がまさり，従来からの経験よりも平均化して取扱いやすくなると予測される。

もちろん，群ぐい効果を考えて水平変位と回転角を計

算すると，実測値とよく一致しており，より妥当な結果が得られてくる。

8, 遠隔変位測定装置の応用[35]

〔1〕 目 的

くい基礎を含めた基礎構造物の載荷試験において，変位を測定する方法としては，ダイアルゲージを取付けて直接読みとる方法や，計測器を直接構造物に接触させて，計測器の内部変換方式を利用して測定する方法が一般に採用されている。その場合に，基礎構造物に作用した荷重が構造物周面を通して地盤に伝達し，地盤自身が変位するので，その影響を当然考えなければならない。

したがって，実際に測定するときには，周辺地盤の変位を除外した方法で測定が行なわなければならない。そのためには，通常基礎構造物から遠方に不動点を設けて，ダイアルゲージや計測器を設置している。

建設省土木研究所案[39]には，ダイアルゲージを取付ける支持装置はくい径の3倍以上のところに支持させると規定されている。これは地盤変位が載荷幅の3倍離れた位置では3～5％に低減するという事実に基づいている。したがって，構造物が大きくなるとそれだけ不動的を遠くに置かなければならず，支持装置が大きくなり，剛性のかなり強いものを必要とし，かつ温度変化などで変形しないように処置する必要がある。

もうひとつの測定方法として，燐青銅線やピアノ線を利用して行なう方法があるが，温度変化や風の影響を受けやすく，さらに線長が長くなると精度が落ち，十分な検定を要する。

ここでは，基礎構造物から遠方に不動点を設ける必要もなく，また燐青銅線などを張ることもなしに，光学的方法で変位を測定する装置を，これまでの試験の一部に適用しているので，その適用性と問題点についてまとめてみるものである。

この装置は従来から，船舶，自動車エンジン，電子計算機などの精度を要する製品管理部門に利用されていたもので，それを利用して，現場あるいは野外での試験に使用してみたものである。以下この装置を遠隔変位測定装置と呼称する。

〔2〕 装置の概要

遠隔変位測定装置はカメラ部と変換部および記録装置から成りたち，カメラ部と変換部は写真-8.1に示すようなものである。

測定対象物をカメラによって照準すると，内蔵されている標準短形波と実測短形波がバランスのとれている状態では同位相となって表われる。そこで対象物が変位して移動すると，標準短形波と実測短形波の間に位相差が生じこの位相差を電圧に変換して取り出すようになっている。

この装置は対象物にはりつけた明暗差のはっきりしたターゲットなるものが必要で，一定の明るさとする必要がある。

遠隔変位測定装置の機能を簡単にまとめると，次のようである。

（1）	測定範囲	0.01～100mm
（2）	応答振動数	20KCまで
（3）	測定距離	5，15，30，200m
（4）	最小読取精度	0.01mm
（5）	カメラ重量	3.5kg
（6）	測定方向	鉛直方向あるいは水平方向
（7）	出力電圧	±5V/50mm

〔3〕 適用測定事例

（1） 室内における検定

まず始めに室内において遠隔変位測定装置の検定を行なった。

図-8.1に示すような，幅120cm，奥行15cm，深さ70cm

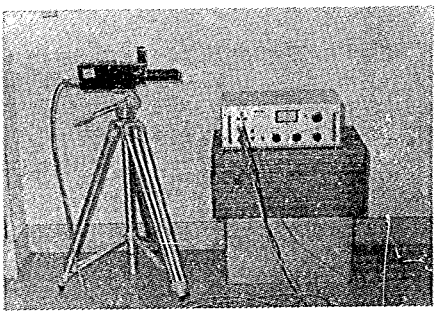


写真-8.1 遠隔変位測定装置

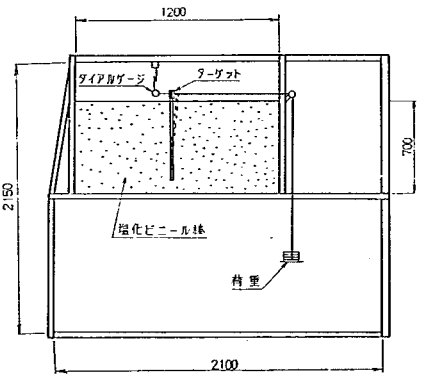


図-8.1 遠隔変位測定装置の検定方法

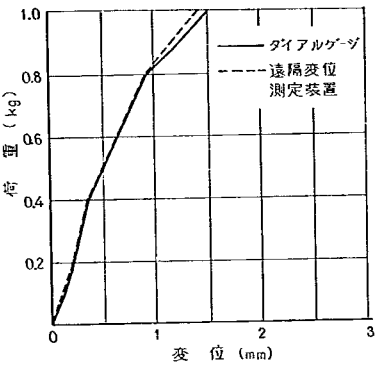


図-8.2　室内における検定結果

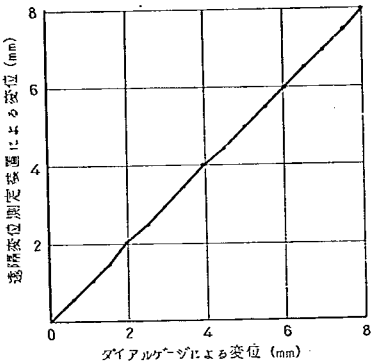


図-8.3　野外での測定結果の比較

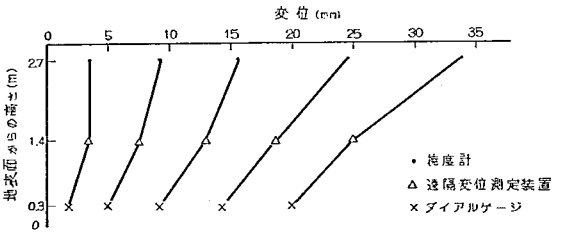


図-8.4　変形状況での比較

の長方形の台に塩化ビニール製の棒を積み上げ，荷重を載荷するために滑車が設備されている装置を用いて行なっている。この装置に，長さ50cm，幅15cm，板厚３mmの鋼板を図-8.1のように建て込み，引張荷重と変位を測定できうるようにしている。

変位の測定はダイアルゲージと遠隔変位装置によって行ない，遠隔変位測定装置では５mの測定距離のレンズを用いている。

測定に際して，変位計が照準する対象物となるターゲットには，一定の照度をもつライトで照らし，周辺の環境が変化しない状態で測定できるようにしている。したがって，変位計を用いる環境としては最もよい状態である。

この結果による両者の変位量曲線を作用荷重とともに図示すると，図-8.2のようになる。

これによると，ダイアルゲージと遠隔変位測定装置による測定値は一致しており，環境条件がよい場合には十分な精度で測定できることがわかる。

（２）　現場における適用例（１）――１本のくいの水平載荷試験への適用

鋼管ぐいを用いて，載荷試験を行ない，変位の測定をダイアルゲージと遠隔変位測定装置により行なった。

試験に用いたくいは根入れ長さ８m，くい径318.5mmのもので，測定は15m離れた位置から行なった。測定環境としては，快晴の日を選んで，一定の条件のもとで行ない，室内での検定の場合とほぼ同じように十分な環境が保持されている場合である。

測定された両者の関係を図示すると図-8.3のようになる。これより，室内における検定と同様に野外でも測定環境が保持されると十分な精度で測定の行なえることがわかる。

また，30mの距離の位置からも同様の精度で測定結果が得られた。

（３）　現場における適用例（２）――土木研究所構内での群ぐい模型への適用

6.〔2〕において説明した土木研究所構内における群ぐい模型の水平載荷試験に遠隔変位測定装置を用いている。測定距離としては15m離れた位置より行なっている。

この場合には，（１），（２）で検定した結果，十分な測定ができたので，他の変位測定方法とともに単独で使用している。

測定結果は図-6.13，6.19に荷重—変位曲線としてまとめられているが，図-6.12～6.14の荷重—変位曲線より撓度計，ダイアルゲージとともに変形状態を図示すると，図-8.4のようになり，撓度計やダイアルゲージの測定結果とよく対応して，合わせて使用しても精度上劣らないことが理解できる。

（4）　現場における適用例（3）——プレキャストウェルの載荷試験への適用

建設省相武国道工事事務所が管轄する高倉跨線橋の下部構造にプレキャストウェルが用いられているが，それを利用して水平載荷試験を行なった。

変位の測定は，鉄道線路を横切った反対側から行ない測定距離は約15mであった。

試験結果よりダイアルゲージによる測定と対比すると，図-8.5のようになり，この結果からも十分な精度を有していることが理解できる。したがって，列車走行による障害は全く問題がない。

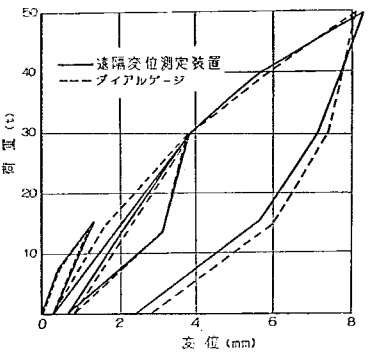


図-8.5　プレキャストウエルの試験での対比

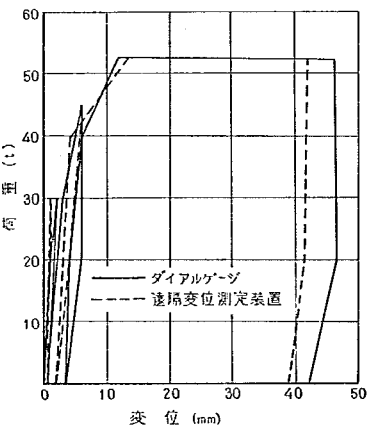


図-8.6　鉛直変位測定による比較

（5）　現場における適用例（4）——長距離の位置からの測定

6.〔3〕で説明した岐阜県の青柳橋において行なわれた橋脚の引張試験で，遠隔変位測定装置をも用いて測定してみた。この橋はダムの貯水池に架設されたもので，足場が設けられないので，貯水池の中央部にある島から測定を行ない，測定距離としては約220mあった。

測定結果は表-8.1に示すように，精度が非常に劣っている。

図-6.39～6.44によりピアノ線による測定も必ずしも精度が非常によいとは言えないが，その結果に対して遠隔変位測定装置の測定精度がオーダーで劣っていると判断できる。

この理由としては，220m という離れた位置からの測定であるので，この遠隔変位測定装置の最も重要な条件である明暗の差がとれず，視野が広いために周辺の景色が著しく影響し，安定した測定ができなかったものであると考えられる。

これから，長距離の位置からの測定はむずかしいことがわかる。

表-8.1　長距離からの測定値の比較

荷　　重　(t)	20	30	40	50
ピアノ線方式 (mm)	0.54	0.76	1.11	1.46
遠隔変位測定装置 (mm)	1.93	4.20	7.35	12.2

（6）　現場における測定例（5）——鉛直方向の変位の測定例

埼玉県の寿橋において行なわれた鋼管ぐいの鉛直載荷試験に用いた。（1）～（5）の測定例では水平変位だけを測定していたが，この試験で鉛直変位の測定を試みた。

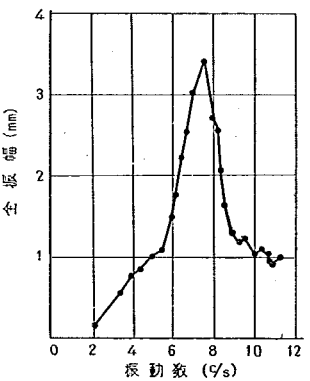


図-8.7　振動測定例

測定距離は15mの位置からで，測定結果を図-8.6に示す。これより，鉛直変位に対しても水平変位と同様の精度で測定できうることが判明した。

（7） 現場における測定例（6）——振動測定への適用

6.〔2〕で説明した群ぐい模型で水平載荷試験と同時に振動試験を行なっている。測定距離は15mである。

測定の一例として，共振曲線を図-8.7に示すが，模型に取り付けられた加速度計より，共振振動数7.5c/s，最大変位は3.4mmであったことから考えて，十分な対応を示していると考えられる。

なお，この装置による測定の方が，測定結果の整理とも非常に簡単であった。

〔4〕 変位計の適用性

従来から室内で製品精度の管理に利用していた装置を，環境条件が著しく劣る野外の土木計測に使用し，測定例を積み上げた結果，測定距離が30m以内においては，十分な精度で測定できうることが確認できた。したがって，従来より使用されている測定方法と同じ立場で使用することができ，その上で測定の準備作業を考慮に入れると，非常に簡便化がはかられたと言える。

測定時には明暗差のはっきりしたターゲットを用いる必要があり，照明で明るさが一定となるように配慮することが肝要である。しかし青柳橋の場合には，明るい照明を内蔵したターゲットを用いたにもかかわらず，測定がまともにいかず，照明により明暗差を確保することはなかなかむずかしい場合も存在する。

特に長距離からの測定では，現在のところ適用できうる目途は立っていない。

以上の考察より，測定距離に限界はあるが，遠隔変位測定装置が基礎構造物の載荷試験に十分に適用できうるといえる。

9. 結　論

くいのような可撓性を有する基礎とケーソンのような剛体基礎は全く別の考え方に従って設計されている。特に，両者の挙動を説明するために用いられる水平方向地盤反力係数には異なる過程を経て推定されているのが現状である。

しかし，単ぐいの径が太くなり剛性が増大すると剛体基礎に近づくし，くいを密に配置するとやはり剛体基礎の挙動を呈するようになる。したがって，両者に適用する水平方向地盤反力係数にも結びつきが計られねばならない。

本研究はこの点を加味して，剛体基礎に用いられる水平方向地盤反力係数から出発して，くい基礎に適用できる方法を提案したものである。以下に結論を順次個条書きにして説明する。

（1） 剛体基礎に適用される水平方向地盤反力係数では，平板載荷試験による場合が基準となっており，それをくいに適用するには，載荷面の形状が異なっている点とくいの可撓性の影響が加味される必要がある点を補正すればよいことが判明した。

（2） 載荷面の形状が相違することによる補正は，砂質土および粘性土を対象として，円筒形載荷板と平板載荷板で試験した結果より導かれ，載荷幅には無関係に，

$$\mu_1=0.8$$

ここに，μ_1：円筒形載荷板による地盤反力係数と平板載荷板による地盤反力係数との比

の関係がある。

（3） 自由面を有することに対する補正は，F.E.M.を利用して傾向が把握され，

$$\mu_2=0.42\sim0.68$$

ここに，μ_2：地表面の影響を加味することによる地盤反力係数の補正係数

とみなしうる。

（4） （2），（3）における補正係数を合わせて考えると，くいに適用される水平方向地盤反力係数は，剛体基礎に適用できる水平方向地盤反力係数の0.35～0.55倍程度になる。

（5） この結果は既応のくいの水平方向載荷試験結果を収集して整理した場合とよく一致し，変位量に応じて次式で表わされることがわかった。

$$K_0=\frac{1}{30}\alpha E_0$$

$$K=a K_0\left(\frac{D}{30}\right)^{-3/4}$$

ここに，K：水平方向地盤反力係数 (kg/cm³)

K_0：基準となる水平方向地盤反力係数 (kg/cm³)

E_0：変形係数 (kg/cm²)

α：換算係数

D：くい径 (cm)

a：変位量に応じて変化する補正係数

（6） 群ぐいの荷重分担割合は砂質土および粘性土の2種類の地盤において試験を行ない，行構成ぐいと列構成ぐいの結果を重ね合わせて，総合的に各くいの荷重分担割合を決定することができた。この結果より，くいの水平方向地盤反力係数の比でもって群ぐいの効果を導くことができた。

(7) 群ぐいの荷重分担割合の裏づけは，F.E.M. を利用して検討し，群ぐいの荷重分担が各くいで異なる点が明確となったが，定量的には把握できなかった。

(8) これらの結果を，3個所で行なった大型模型試験および現場試験に適用し，くいの水平方向地盤反力係数の推定方法および群ぐい効果が妥当であることを験証した。

(9) 変位の計算においては，荷重分担割合をならして考え，実務的には，平均的な取扱いが可能なことを示した。

(10) 設計上の取扱いとしては，くい基礎の挙動の非線形性を見かけ上線形にみなして取り扱えることを群ぐいに対しても延長できることを確認した。

(11) 試験に際して，変位測定方法のひとつとして遠隔変位測定装置を応用し，十分なる精度で測定できうることを確かめた。

10. あとがき

本論文においては，くいの鉛直方向挙動については全くふれておらない。くいの鉛直方向に関する荷重と変位の関係も大変複雑なもので，簡単に結論を導き出すことができない。当然，支持特性と変形特性とに分けて考え，それぞれの点を追求する必要があろう。今後の研究成果に期待をかける点が多いと言えよう。

また，本論文では動的挙動についても全く扱っていない。群ぐいの試験では振動試験をも行なっているが，負荷質量，動的挙動における変形量の相違，減衰定数などむずかしい問題が残り，将来に残された課題であろう。

本研究を進めるに当って，地盤を代表する地盤定数の一般的な推定方法を決定するのがいかにむずかしいかを痛感した。試験方法や測定方法がむずかしいのは言うに及ばず，理論計算で裏付けするに際しては全く無知であることがわかり，汗顔のいたりである。

今後，これらの点についてより一層基礎構造物に関する研究が進むことを期待して，あとがきとする。

謝辞

本研究は昭和44年度より昭和46年度の3年間にわたって，主として「群ぐいの支持力に関する研究」という課題のもとで進め，「特殊大規模事業計画調査」の一部をも利用して試験したものである。

研究は元基礎研究室長吉田巌氏（現本州四国連絡橋公団設計第三課長）の手により端緒を開かれ，前基礎研究室長浅間達雄氏（現建設省道路局専門官）のもとで継続し，ここにまとめを完了したものである。

試験，結果の整理，図面作成，計算などの実務作業に当っては基礎研究室所属の職員に負うところが多大であり，特に山川朝生研究員，和泉孝位氏，亀甲勝信氏，松岡啓治氏には御協力願った。

土木研究所構内の群ぐい模型試験は前本州四国連絡橋公団の多田浩彦氏（現建設省中部地方建設局）に御援助いただき，青柳橋，依田橋の試験については岐阜県土木部および建設省静岡国道工事事務所の方々に御協力をいただいた。また，くいの載荷試験結果の収集に当っては建設省を始めとして数多くの方々に御手数を煩わした。

本研究がこれらの多数の方々の御援助，御協力のもとで，ここにまとめられたことに対して，これらの方々に心からの感謝の意を表する次第である。

参考文献

1) 青木楠男，竹山謙三郎監修「コンクリートパイルハンドブック」コンクリートポールパイル協会，昭和44年8月

2) R.D. Chellis "Pile Foundations" McGraw-hill, 1951

3) 土木学会「明治以前日本土木史」昭和11年

4) 日本建築学会「建築基礎構造設計規準・同解説」昭和35年

5) 日本道路協会「道路橋下部構造設計指針・くい基礎の設計篇」昭和39年3月

6) Y.L. Chang "Discussion on Lateral Pile Loading Tests by Feagin" Trans. A.S.C.E., 1937

7) 久保浩一「杭の横抵抗の新しい計算法，港湾技術研究所報告」第2巻第3号，1954年

8) 運輸省港湾技術研究所・八幡製鉄株式会社「Hパイルの水平抵抗に関する研究」1963年3月

9) H. Matloch, L.C. Reese "Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles" A.S.C.E., SM. 5, Oct. 1960

10) L.C. Reese, M.W. O'Neill, R.E. Smith "Generalized Analysis of Pile Foundations" A.S.C.E., SM. 1, Jan. 1970

11) 玉野治光，大内雅博「群杭の水平抵抗についての一考察」第8回日本道路会議論文集，昭和40年

12) 玉置修，三橋晃司，今井常雄「水平抵抗における群杭効果の研究」土木学会論文報告集，第192号，昭和46年8月

13) 吉田巌，足立義雄「ケーソン基礎の静的水平抵抗に関する実験研究」土木研究所報告第139号，昭和45年3月

14) 吉田巌「くいの設計に用いる横方向地盤係数K値について(I)」土木技術資料5-11，昭和38年5月

15) 吉田巌「くいの設計に用いる横方向地盤係数K値

について(Ⅱ)」土木技術資料6-11，昭和39年5月
16) 日本道路協会「道路橋下部構造設計指針・ケーソン基礎の設計篇」昭和45年3月
17) 今井常雄「地盤の横方向K値の研究(3)——設計に用いるK値」土と基礎，17-11，昭和44年11月
18) 土質工学会「鋼ぐい——鋼ぐい研究委員会報告」昭和44年9月
19) 吉中竜之進「土と岩の中間的性質をもつ地域の調査方法および調査結果の適用に関する研究」昭和45年3月13日
20) 吉中竜之進「地盤反力係数とその載荷幅による補正」土木研究所資料第299号，昭和42年7月
21) 浅間達雄，足立義雄，永田哲郎「くいの水平方向地盤反力係数について」土木研究所資料第674号，昭和46年3月
22) 浅間達雄，足立義雄，永田哲郎「くいの水平方向地盤反力係数について」第6回土質工学研究発表会，土質工学会，昭和46年6月
23) 福岡正己，宇都一馬「ボーリング孔を利用したクイの横方向地盤係数K値について」第5回日本道路会議論文集，昭和34年
24) 赤井公昭，高橋道生「くい基礎に関する調査試験結果の収集と解析について」昭和44年度試験所報告，日本道路公団試験所，昭和45年10月
25) L. Ménara "Regles pour lecalcul de la force portante et du tassement des fonction des résultants pressiométriques" Proc. of 6th Int. Conf. of S. M. F. E.
26) 浅間達雄，足立義雄「くい頭部とフーチングの結合部の設計——道路局企画課長通達の解説——」道路，昭和47年7月
27) 建設省土木研究所「昭和41年度土木研究所費報告書」昭和42年6月
28) O. C. Zienkiewicz "The Finite Element Method in Engineering Science" The second edition, McGraw-Hill, 1971
29) R. W. Clough "The Finite Element Method in Stractural Mechanics" chapter 7 of Stress Analysis, 1965.
30) 吉田巌，足立義雄「関門橋設計施工調査報告書—下部構造に関する調査」土木研究所資料第471号，昭和43年3月
31) 藤田益夫，川本眺万「有限要素解析法 (Finite Element Method) の二次元問題への応用」土木学会誌，Vol 52, No. 8，昭和42年8月
32) 足立義雄，山川朝生「平戸大橋における基礎地盤内の応力分布について」土木研究所資料第798号，昭和48年3月
33) 浅間達雄，足立義雄，山川朝生，宮島信雄，山田通一郎，俵賀俊成「多柱基礎の性状について」第6回土質工学研究発表会，昭和46年6月
34) 日本道路協会「道路橋下部構造設計指針・くい基礎の設計篇改訂（第一次案）」昭和47年6月
35) 浅間達雄，足立義雄，和泉孝位「不動点を設けない変位の一測定法について」第6回土質工学研究発表会，昭和46年6月
36) 岐阜県土木部「岐阜県青柳橋下部工載荷振動試験工事報告書」昭和45年12月
37) 駒田敬一，足立義雄，山川朝生「大きな変形を受ける場所打ちコンクリートぐいの挙動について」土木研究所資料第849号，昭和48年3月
38) 浅間達雄，足立義雄，山川朝生「場所打ちコンクリートぐいの耐力と変形」第11回日本道路会議，昭和48年10月
39) 建設省「建設省土木試験基準（案）」1970年12月

土木研究所報告 146-1
昭. 49.11 (1974)

吊橋主塔の極限耐荷力に関する研究

国広哲男，藤原　稔，井刈治久

要　旨

本報文は長大吊橋主塔の極限耐荷力について述べたものである。はじめに現在の主塔設計法の考え方および極限耐荷力に対する照査の必要性を述べ，主塔に作用する外力と変位の性質および主塔の弾塑性挙動解析の手法を数値計算例とともに示した。つぎに本四架橋計画の中の7つの吊橋の主塔について極限耐荷力を計算し，それらはすべて破壊に対して十分な安全率を有していることを確認した。おわりに長大吊橋主塔の設計法について考察を行なった。

キイワード（吊橋主塔，極限耐荷力，弾塑性解析，荷重係数）

土木研究所報告 146-2
昭. 49.11 (1974)

河川護岸近傍の水理に関する考察

馬場洋二

要　旨

本文は実験水路の側壁や河川の護岸などの近傍の，側壁と河床とでつくられる境界領域の3次元的な等流の流れの場において，乱流の構造を主として H. J. Tracyの乱れの実測結果をもとに考察し，流速分布や境界面のせん断力分布の理論解を求めたものである。これらの解の性状は，従来既知の事実や実験結果をかなりうまく説明できるようである。またこれらの解の性質を拡張して斜面側壁の場合に適用した結果は，本文の1つの特徴であって S. W. Ghosh らの得た実験結果を定性的に説明している。適用範囲は，水路幅の十分広い水路では護岸全面と，水路幅方向には護岸と河床とでつくる流速分布の境界線が水面を切る範囲であり，一方水路幅のせまい水路では近似的に全断面に適用できる。本文には，開水路において最大流速が水面以下に現われる現象や2次流については触れていない。

キイワード（乱流の境界せん断力分布，等流速線，側壁効果，開水路）

土木研究所報告 146-3
昭. 49.11 (1974)

くい基礎の静的水平抵抗に関する実験研究

足立義雄

要　旨

本論文では，ケーソン基礎に適用される地盤反力係数の推定方法を拡張することにより，くいに適用できる方法を見い出し，地盤条件を忠実に反映して地盤反力係数を計算する方法を提案した。

別に室内試験より，群ぐい効果を定量的に求め，大型模型や実橋脚の基礎において実測を行ない，その妥当性を確めた。

キイワード（くい，群ぐい，現地調査，地盤反力係数，深い基礎，変形）

Report of The Public Works Research Institute Ministry of Construction Vol. 146, November 1974

Study on Ultimate Strength of Suspension Bridge Towers

Tetsuo Kunihiro
Minoru Fujiwara
Haruhisa Ikari

Synopsis:

The paper deals with the ultimate strength of long span suspension bridge towers subject to compressive axial force and bending moments. The necessity of the check for the ultimate strength of the towers is stressed in the discussion on the current tower design concept. Nature of external forces and displacements acting on the towers and analytical procedures to the elasto-plastic behavior of the towers are described with numerical examples. Calculation of the ultimate strengths of 7 suspension bridge towers in the Honshu-Shikoku Highway project is carried out and the calculation proved that they have sufficient safety against overall collapse. Finally some consideration is given to the design concept on the long span suspension bridge towers.

Key words (Suspension Bridge Tower, Ultimate Strength, Elasto-Plastic Analysis, Load Factor)

Report of The Public Works Research Institute Ministry of Construction Vol. 146, November 1974

Considerations on Turbulent Flow around Wall Regions of River Revetment

Yoji Baba

Synopsis:

This study assumes the structure of three-dimensional mixing length of turbulent shear flow near the wall region composed by sidewall and channel bed in rectangular open channels, on the basis of the experimental results measured by H. J. Tracy and obtains approximate solutions of boundary shear and velocity distribution. These solutions seem to correspond well with known facts and experimental results published before. The result applied to the case of a inclined sidewall is one of the remarkable indications of this paper and describes qualitatively the experimental result obtained by S. W. Ghosh and N. Roy. The phenomenon that the maximum flow velocity frequently appears below the water surface and secondary flows are not considered herein.

Key words (Turbulent boundary-shear distribution, isovels, sidewall effect, open channels)

Report of The Public Works Research Institute Ministry of Construction Vol. 146, November 1974

Experimental Studies on Statical Lateral Restraint of Pile Foundations

Yoshio Adachi

Synopsis:

This paper shows the calculating method of deformation of pile foundations under the condition of which fits to the results of soil survey and of which extends the method for caisson foundations.

Key words (Pile, Group pile, Soil survey, Coefficient of soil reaction, Deep foundation, Deformation)

Report
of
The Public Works Research Institute
Ministry of Construction

Vol. 146, November 1974

CONTENTS

1. Tetsuo Kunihiro, Minoru Fujiwara and Haruhisa Ikari

Study on Ultimate Strength of Suspension Bridge Towers ····· (1)

2. Yoji Baba

Considerations on Turbulent Flow around Wall Regions of River Revetment ····· (25)

3. Yoshio Adachi

Experimental Studies on Statical Lateral Restraint of Pile Foundations ····· (51)