

土 木 研 究 所 報 告

第 160 号

感潮河川の塩水くさびの水理

- I 河川の塩水くさびにおける内部渦……………須賀堯三(1)
 - II 内部抵抗係数と連行係数の実用式……………須賀堯三(37)
高橋 晃
 - III 一次元二層不定流の数値計算に関する二・三の考察…須賀堯三(67)
 - IV 海水浸入現象の実態と混合形態の変化……………須賀堯三(107)
-

昭 和 58 年 10 月

建 設 省 土 木 研 究 所

Copyright © 1983 by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複写は土木研究所長の承認を得ずしてこれを行ってはならない。

全体の概要

海水が河道内に侵入する現象の水理について考察を行った。このような河口密度流のうち、本論文において重点的に取扱った現象は、成層の度合が発達し、海水の侵入長が大きくなる状態で、通常塩水くさびと呼ばれる現象である。一方、日本の一級河川における調査資料を集計した結果、このような主要河川のうちの約80%の河川において、弱混合ないし緩混合の状態が出現していることが判明した。

河道内の海水遡上現象については、第一近似として一次元的な取扱いが可能である。一次元流の海水の侵入長が最大となる条件は、理想的な塩水くさびとなることである。河川においては、上・下層の濃度が縦断的かつ時間的に変化し、特に上層においては濃度の顕著な鉛直変化が存在し、下層から上層への海水塊の連行現象があり、中間層が発達しかつ各種の内部渦が存在する点などにおいて、その状態は理想的な塩水くさびと異なる。このような現象に関する従来の研究は不十分であったと考えられる。

さらに、河道内の二層一次元流は、潮流の二層二次元流と次の諸点において基本的に相違する。すなわち河川の場合には、(a)流路幅の変化の影響が大きく、特に内部境界面の縦断勾配を局部的に大きくする。(b)内部渦が発生し、発達、変形、減衰の現象を伴いつつ上・下流へ移動する。(c)主要内部渦、河道内部渦及び先端渦等の内部渦の存在は、中間層の発達に多大の影響を与え、混合現象及び混合状態の遷移の現象が顕著となる。(d)下層の濃度が縦断的かつ時間的に変化し、塩水くさびの運動に影響を与える。(e)上層水深が小さいので連行現象の影響を二層潮流の場合より鋭敏に受ける。(f)流速の場所的かつ時間的な変化が大きく、また内部境界面の縦断勾配も大きい。以上の条件によって、河道の中の塩水くさびの運動は潮流、二層流の場合より不安定である。さらに、河道の横断形、縦断形及び平面形は単純な形状でない場合も多く、また河道の中には大規模な砂州や、堰等の人工構造物も存在し、さらに合流や分流も存在するので、条件によっては現象は大変複雑となる。

河道の中のこのような塩水くさびの現象は、従来定常流として取扱った単純な塩水くさび理論では説明することがほとんど不可能であり、その運動の特性はよく知られていなかったと言ってよい。本論文においては、基礎的な考察を行うため、特殊な条件を無視する河道内の塩水くさびについて、海水の侵入長が大き

い弱混合から緩混合の状態までを取上げ、成層流としての運動を支配する主要な現象について研究を行った。それらは、(a)月齢及び潮汐による河川の塩水くさびの運動の水理的な特性の実態の把握、(b)内部抵抗及び連行の現象などの特性の把握、及び(c)各種の内部渦の存在を明らかにし、その影響するところを明確にすることである。これにより、従来は未知なところがあった河川の塩水くさびの運動の骨組を明らかにすることを目標とした。

研究の方法として特徴的なことは、従前には見られない大規模にして詳細な現地観測や実験を行ったことである。以前のものとしては、非定常流を取扱ったものの、長良川の定点観測値を用いた解析例があるが、大部分のものは準定常流の観測例であって、十分とは言えない。詳細な実測によって実際の現象を知ることには、問題の解決のための第一歩であり、不可欠のことであったと考える。まず、最上川及び長良川などにおいて現地観測を行い、又は観測に協力して資料を得、また全国的な規模で既存の観測資料を収集して、河川において生じている塩水くさびの運動を巨視的な形で知ることができた。特に、長良川における観測は、流量が低水流量程度の状態において、各段階の月齢に対応する合計17日にわたり、1日5回、3時間間隔で、縦断的に主流線沿いに1 km ピッチに1点ずつ、鉛直方向に50 cm 間隔で塩素イオン濃度(うち3日分については流速分布を同時に測定)を測定したものである。この観測を通じて、主要内部渦(内部ジャンプ渦)及び先端渦に関する詳細な知見を得、また河道内部渦の存在を初めて明確に推定できた点は注目されてよいと考える。観測の結果、明らかとなった主要な事項は、(a)流量がほぼ一定のときの混合形態、侵入長、及び一潮汐間における侵入長の変動幅などの海水遡上特性と月齢との関係、(b)主要内部渦、河道内部渦、及び先端渦の存在と、月齢変化や潮汐変化に応じて変化するこれらの内部渦の運動、及び(c)流量、潮位と月齢の各段階における主要内部渦の位置、内部境界面位置、上下層の塩素イオン濃度と流速、及び侵入長などである。

このような河川の海水遡上現象の内容を、物理的にいっそう深く理解するために、大型の実験と真日本側の疑似定常流が生じる最上川等において現地観測を行った。これは長良川における観測結果を補い、かつ同じ現象を別の視点より研究するためであった。

実験は十分な長さを有する水路を使用して行った。それは、下流端において内部ジャンプ渦を、また先端において先端渦を有する完結した塩水くさびを形成す

ることが必要であると判断したためである。内部ジャンプ渦の内部においては、間欠的にローラー状の渦が発生し流下する現象があるが、これが下流の条件を変えることもあって内部ジャンプ渦は不安定であり、その結果塩水くさび全体の安定を損うことになるので、内部ジャンプ渦の上流端において常に内部フルード数が1となるように、安定した内部ジャンプ渦を生起させるための十分なスペースを確保し、かつ下流より十分な塩水補給を行った。また、従来の大部分の実験結果において、側壁の影響を無視し得ないことがわかったので、側壁の影響を無視できる十分な幅を有する水路を使用して、実験の精度を高めた。その結果、内部ジャンプ渦、先端渦、及び中間層を有する安定した塩水くさびに関する資料を得ることができて、抵抗係数や連行係数に関する十分な考察を行うことができた。一方、実験水路内の塩水くさびの非定常運動について、現地の河川の資料と対比しうる資料が得られたことの意義は大きいと考える。

潮位変動量が小さい裏日本側に河口を有する最上川における現地観測の結果は、レイノルズ数の効果を検討するうえで重要な役割を果たした。また、河口流出流に関する流路幅の広がり、及び内部ジャンプ渦に関する調査結果は、実験や非定常状態の河川の資料では解明が困難な現象の把握を可能としたが、これは従来にない試みであったと思われる。

次に、河川の塩水くさびの運動の考察を深めるために、一次元の二層不定流モデルの改良を行って、数値計算を実施した。このシミュレーション・モデルの特徴は、二層流において、密度の大きい下層の水塊が上層へ混入し、上層において拡散する現象を考慮しており、上下層の縦断的な密度変化の影響を取入れていることである。数値計算は、実験水路及び長良川における塩水くさびの運動について実施し、現象の考察に役立てた。そして、実験並びに実測の資料、及びシミュレーション・モデルによる数値計算を通じて、相互に比較と検討を行った。研究結果の特徴は次のようである。

河川の塩水くさびの現象は複雑であるが、一次元二層不定流モデルの適用が可能であり、この場合に重要な内部抵抗係数と連行係数について、提案した実用公式を適用することにより、内部境界面や流速と濃度の分布変化を明らかにすることができた。また、実験及び実測を通じて主要内部渦、河道内部渦、及び先端渦の存在とその一般的な特性を明らかにしたが、これらの渦の役割についても若干定量的な評価を加えること

ができ、塩水くさびの運動の体系について、次の2点において従来の研究を発展させることができたと考ええる。すなわち、河川の塩水くさびの運動について、本質面として内部渦を付け加え、実用面として数値解析に含まれる問題に実用的な解決法を与えたことと言える。

本論文においては全体を4編に分割し、それぞれを独立させて記述した。

まず第I編においては、内部渦について考察を行った。従来、内部ジャンプ渦及び先端渦に関する検討例はあるが、実験水路内のものか単純なモデルについての考察であって、ほとんど未解決であったと言ってよい。例えば、間欠的なローラー状の渦が流下する内部渦の内部構造、定常的な河川の流末部に発生する内部ジャンプ渦とその流路幅の広がり方、及び非定常的な河川において発生する主要内部渦、河道内部渦、及び先端渦などに関する現象についての知見は乏しいものであった。本論文においてはこのような現象について考察を行った。まず、定常流の海部における広がり幅については、岸・板倉の実験結果に利根川及び最上川における観測結果を加えて適用性を拡張し、最上川及び洪水時の利根川河口における内部ジャンプ渦の存在を推定したのち、実験水路における内部ジャンプ渦の構造について観察を行った。同様の渦は非定常的な長良川においても観測されたが、これは安定したものではなく潮汐によって運動し、混合状態によって変化することがわかった。しかも、内部ジャンプ渦はもはや河口外においては安定を保ち得ず、河道の中に存在し、それは成層化と共に下流に流下する傾向が明らかになった。長良川において海水の侵入長が最大となる弱混合の状態の時には、主要内部渦の長さは3 km程度となり、河口より3 kmの間において安定することがわかった。このとき、主要内部渦先端の3 km地点の内部フルード数は順流時に1となる。長良川においては主要内部渦以外の河道内部渦の存在が推定され、その運動が混合状態に応じて潮汐変動に支配される関係にあることを明らかにした。なお、内部渦の安定条件が等流水深と限界水深の関係から得られるとする玉井・池田の考え方を、長良川の場合についてあてはめたと、ほぼその妥当性を確認することができた。このような内部渦は中間層の発達と密接な関係を有し、内部抵抗や連行の現象と係わりあって、河川における塩水くさびの運動を複雑なものとする。

次に内部渦の効果について、具体的に考察を行った。数値計算の結果によると、上層の濃度は実験水路や河

川における場合の方が、いずれの場合も計算結果より若干大きくなる。その原因についても内部渦や先端渦と関係づけて考察を行った。その結果、中間層を上層に含めていることのほか、先端渦による混合が主な原因であることをつきとめ、後者については、定常状態の混合はクーリガン数と内部フルード数によって推定できることを明らかにした。また、内部渦による上層濃度の上昇の現象に対する貢献の度合はほぼ連行量程度であることが判明した。

第II編では塩水くさびの運動を定量的に評価するうえで最も重要な係数について検討を行った。係数のなかでは内部抵抗係数及び、連行係数が重要である。これについては、従来不明確であった内部境界面の位置について、下層の平均濃度を有する水塊が上層に混入する現象を踏まえて合理的な定義づけを行ったのち、従来の資料と著者の実験及び河川における実測の資料を集約して再整理し、実用公式を作成した。内部抵抗係数としては、クーリガン数の関数として表示すると実験水路内の現象を説明することは可能であるが、河川における塩水くさびの運動を説明しえない。これは、クーリガン数の関数のみによって表される抵抗の項が、河川においては相対的に小さくなり、実験水路において無視することが可能であった連行による付加摩擦力を無視しえなくなるためである。内部フルード数が大きくなる範囲においてこの傾向が顕著となる。そこで、連行による付加摩擦力を加算することにしたが、こうすることによって実験水路及び河川における塩水くさびの抵抗の項を適正に評価することができた。連行係数については、同様にして資料に基づいて検討を行い、リチャードソン数あるいは内部フルード数の効果が卓越することを確かめ、内部フルード数の広い範囲 ($F_i = 0.05 \sim 0.9$) にわたって成り立つ関係を求めた。ただし、内部ジャンプ渦の範囲では連行量は小さくなる。最上川の河口流出流においては、計算値の約1/3程度に減少した。これは濃度分布及び流速分布が内部渦以外の範囲の状況と異なるためである。

第III編においては、弱混合から緩混合の状態までの海水遡上現象について統一的に考察を進めるため、シミュレーション・モデルについて考察を行い、計算例を示した。

モデルとして、一次元二層流を取上げて不定流として取扱い、従来のモデルの改善点やその他の基本的な事項を示したのち、基礎方程式としてのエネルギー式を示した。上層に混入した下層水を加速するために必要な運動量は境界面における抵抗の中に含めて考える

ことにしたので、抵抗力を適正に評価することによって、エネルギーの関係式を適用して成層流を表示する。従って、本論文においてはエネルギー式を基本として考察を進めることとした。なお、参考のため運動量式についても考察を行った。この場合に流速と濃度の分布係数を1とすればエネルギーと同様の関係式が得られることがわかった。上層の濃度分布の影響について考察を行うにはこの運動量式が便利である。上層の濃度分布は定常時を取上げて拡散方程式によって近似した。得られた解によって水面近傍を除く主要範囲の濃度分布を表現できることが判明した。ここで、後の議論のため、従来明確でなかった混合形態の定義づけを行った。

ついで、河川における海水侵入の現象をいっそう明確にし、実験水路と河川の現象を合わせて定量的な評価を行うために、実験水路及びに長良川における塩水くさびの非定常的な運動に関して同一のモデルによる数値計算を実施した。この種の数値計算法としては、過去のものは不完全なものであるので、新たに計算法を開発する必要があった。本論文においては、陰型式の差分法を適用した。これは陽型式の差分法によると、距離と時間間隔に関する計算安定上の制約があって、現象を説明しうる計算結果が得られないことが有り得ることがわかったためである。実際の現象が極めて不安定なこともあり、数値計算は容易ではなかったので、数値計算上の安定対策についても検討を行った。また、二層流では計算結果が差分間隔の取り方によって大幅に異なるので、現象を説明しうる計算結果が得られる適正な差分間隔を潮位曲線の波形勾配とレイノルズ数の関数として求めた。

このようにして、実験水路における6ケースの塩水くさびの運動と、弱混合から緩混合に至る状態の長良川における4日間の海水の遡上運動について、数値計算を実施した結果、(a)内部渦がない実験水路の塩水くさびの運動に適用するモデルが、内部渦の存在する長良川の場合にもそのまま適用可能であること、(b)定常状態の塩水くさびに基づいて得られた内部抵抗係数や連行係数が非定常状態の塩水くさびについても適用可能であること、(c)このシミュレーション・モデルによって、海水の侵入長、内部渦区間を除く範囲の内部境界面位置、上下層の流速、及び拡散係数を適正に選んだときの下層濃度などの水理量を計算しうること、及び(d)緩混合状態の末期(強混合状態になる直前)まで二層流の仮定を適用しうることなどが判明した。

第IV編においては、河川における塩水くさびの運動

について、実験や実測を通じて知りえた現象を示し、その実態を明らかにすることにした。このなかでは、二層流モデルによって説明することが困難な現象、海水の遡上距離が大きくなる条件、及び河川の塩水くさびの一次元性などの問題が含まれる。また、上層の密

度が上昇する原因と下層の密度が低下する原因について考察を行い、混合形態が遷移する一般的な特性を明確にした。

なお、本論文は参考文献 1) の主要な部分を再編し、その後の成果を加筆したものである。

感潮河川における塩水くさびの水理

I 河川の塩水くさびにおける内部渦

須賀 堯 三*

Saline-wedge in a River

I. Internal Vortices

by Dr. Kyoza Suga

Synopsis :

Field phenomena of internal vortices were almost unknown. This paper describes the new findings obtained from the results of field investigation and experimental study on the internal vortices, which are classified as internal main vortex, internal channel vortex and front vortex, and compose the key system of the motion of saline-wedge in a river.

Key Words : Salt-wedge, Two Layer Flow, Stratified Flow, Density Current, Estuary

要 旨 :

内部渦の実態は従来ほとんど未知と見なしている状態にある。特に、現地のスケールの現象やその非定常特性は未解決である。そこで、本論文においては長良川等における実測値を主体に、補足的に実験を行って内部渦の現象について考察を行った。その結果、定常状態と非定常状態の内部渦の運動の実態、及び混合の現象について新しい知見を得た。これにより、河川における塩水くさびの運動の体系の解明や糸口を与え、内部抵抗や混合の現象、及び境界条件や混合形態の遷移現象などについての理解を深め、今後の研究の方向に示唆を与えることができた。

キーワード：塩水くさび、二層流、成層流、密度流、感潮河川

目 次

はじめに	(2)
1. 内部渦に関する従来の研究	(2)
2. 3種類の内部渦	(3)
3. 定常流における内部ジャンプ渦の存在例とその特性	(5)
〔1〕 実験水路における内部ジャンプ渦の例	(5)
〔2〕 河川における内部ジャンプ渦の例	(6)
〔3〕 内部ジャンプ渦の長さとの広がり幅	(9)
〔4〕 内部ジャンプ渦区間の内部抵抗係数と連行量	(13)
〔5〕 ま と め	(15)
4. 非定常流における主要内部渦の存在例とその特性	(15)
〔1〕 実験水路における非定常状態の内部渦	(16)
〔2〕 長良川において内部渦が存在することの確認	(16)
〔3〕 内部渦が存在することによって、濃度分布及び流速分布に現れる特徴	(17)
〔4〕 長良川における内部渦の月齢変化の特性	(18)
〔5〕 内部渦の移動速度	(22)
〔6〕 内部渦に対する河道と海部の条件の相違	(22)
〔7〕 内部渦の成長	(23)
〔8〕 内部渦の安定条件	(24)
〔9〕 主要内部渦の頭部の水理条件	(26)
〔10〕 ま と め	(27)
5. 河道内部渦による混合	(28)
6. 先端渦による混合	(29)
7. 内部渦が影響を及ぼす主要な現象の種類	(32)
8. 結 論	(35)
お わ り に	(35)
参 考 文 献	(35)

はじめに

感潮河川における塩水くさびには、多くの場合内部渦が存在する。この内部渦は海水と淡水の混合を促進し、そのためのエネルギー消費の現象がある。これらは塩水くさびの運動にとって重要な役割を果す。内部渦は層流状態においても生じるが、このときには淡塩水の混合・拡散の現象を伴わない。乱流状態では混合・拡散の現象があり、流れの場が変化するので、内部渦の内部において間欠的に変化する現象が生じる。拡散の現象はレイノルズ数の影響を受け、スケールによって現象が異なるので、主として河川における実測に基づいて内部渦の現象の考察を行う必要がある。

内部渦の実態は従来ほとんど未知と見なしている状態にある。特に、現地のスケールの現象やその非定常特

性は未解決である。そこで、本論文においては長良川等における実測値を主体に、補足的に実験を行って内部渦の現象について考察を行った。その結果、定常状態と非定常状態の内部渦の運動の実態、及び混合の現象について新しい知見を得た。これにより、河川における塩水くさびの運動の体系の解明に糸口を与え、内部抵抗や混合の現象、及び境界条件や混合形態の遷移現象などについての理解を深め、今後の研究の方向に示唆を与えることができた。

1. 内部渦に関する従来の研究

密度差を伴う二層流の内部ジャンプ（内部跳水、Internal hydraulic jump）の問題は、1953年 Schijf and Schönfeld(1953)²⁾によって初めて研究され、Yih and

Guha(1955)³⁾によって一般的な運動量方程式が検討された。その後、浜田(1958)⁴⁾はSchijfらの結論とは反対に、エネルギー損失のある内部ジャンプをもって安定な内部跳水であるとしたが、椎貝(1962)⁵⁾によれば跳水による水面の変動量は微量であるなど、跳水に伴うエネルギー損失と安定な内部ジャンプ渦の存在の問題に議論があった。これに関して早川(1970)⁶⁾によるエネルギー式に基づく吟味などがある。もともと、内部ジャンプ渦では二層間に激しい混合があり、乱れと拡散、流速分布及び密度分布などが解明されなければならないが、このような内容の研究が行われるようになったのは最近のことである。1971年に岩崎と上原(1971)⁷⁾は内部跳水中の乱れ測定の結果を報告しているが、やがて渦の中の混合・拡散機構が明らかにされていけば、内部渦の発生、発達、減衰、性状及びその運動などの特性が解明されるであろう。このような混合を考慮したものとしては、Wood(1967)⁸⁾による下層流の内部ジャンプへの運動量式の適用例が初めてである。また、Wilkinson and Wood(1971)⁹⁾は自由表面をもたない上層流の観測結果を報告している。自由水面を有する上層流については、Stefan(1970)¹⁰⁾、Stefan and Hayakawa(1972)¹¹⁾及び早川とStefan(1973)¹²⁾などの研究がある。後二者は、下層に静水圧分布を仮定して運動量方程式の解を求め、実験結果により評価しようとしたものである。しかしながら、混合機構を定量的に示しうる特性式が必要であり、基礎式も微分による表示式にはなっていない。

塩水くさびの先端部では、上面と下部から周囲の密度の小さい流体を混入することがSimpson(1972)¹³⁾により紹介されている。先端部では不安定となり、内部に渦運動が生じることが多い。このような塩水くさ

びの先端部の形状についての定性的考察はIppen(1951)¹⁴⁾とKeulegan(1957)¹⁵⁾によって行われているが、その運動についての考察が行われ始めたのは最近のことで、福岡ら(1977)¹⁶⁾(1977)¹⁷⁾(1978)¹⁸⁾の研究がある。

以上のように、内部ジャンプ渦及び先端渦については主として実験的に特性を知り、現象を理論的に説明しようとした試みがあり、今後の発展が期待されている。しかし、このような渦は混合や拡散の現象を伴い、スケールによって現象の特性が異なると思われる。

現地スケールの現象に関する知見は非常に乏しい。また、渦の効果に関する研究はあまり行われていない。

2. 3種類の内部渦

感潮河川の流れには、多種多様の渦が含まれている。このうち、流れの密度効果に起因する渦を内部渦と呼称する。内部渦のスケールは、乱れや内部波などのスケールより大きい。このような規模の大きい内部渦は、直接的に塩水くさびの運動に基本的な境界条件を与えたり、中間層の発達や混合の現象に影響を与える。

本論文においては、河川に存在する内部渦を3つのグループに分類した。それらは、主要内部渦(内部ジャンプ渦)、河道内部渦、及び先端渦である。図-1・1の河川における塩水くさびの構造の模式図にこれらの3種類の内部渦を示した。

内部ジャンプ渦は、従来の概念によると、定常状態の実験水路や河川の流末部に生じる内部渦のことで、渦の上流端において限界状態となっていると考えられてきた。この渦は、非定常の状態では、もはや河口出口の海部に存在することは少なく、河道の中に入り込

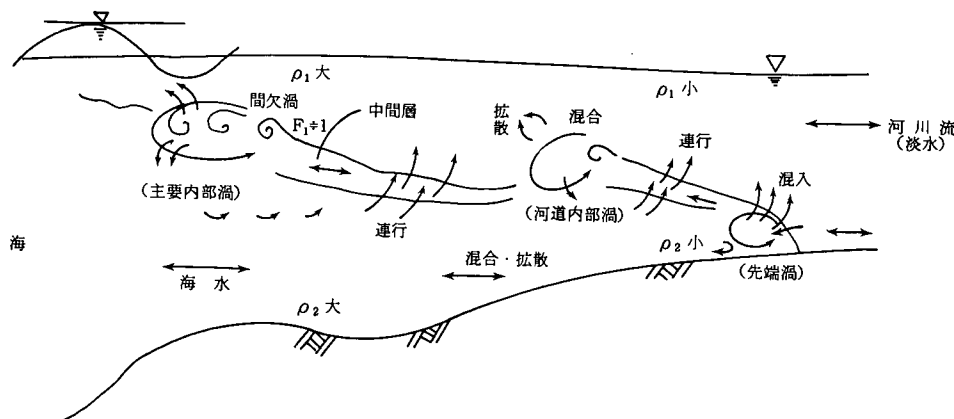


図-1-1 河川における塩水くさびの構造の概略のスケッチ

むこととなる。この場合、この内部渦は潮汐によって変形と強度変化を伴いながら移動し、また、河道の中に存在するために、渦の長さが非常に長くなる傾向を有し、従来の概念の内部ジャンプ渦とは若干異なるところがある。本論文においては、内部ジャンプ渦を含めて、主要内部渦と呼ぶことにした。すなわち、主要内部渦は成層流の中に存在する内部渦のうちの最下流にある内部渦のことであり、その渦の上流端において限界状態となることがある。

河道内部渦は、内部フルード数が1以下の範囲において生じる主要内部渦や先端渦以外の内部渦である。これは、主要内部渦と同様に、大きいスケールを有する界面付近の内部渦である。本論文においては、河道内部渦の存在を長良川における実測を通じて明らかにしたが、従来はよく知られていなかったと思われる。

先端渦は、塩水くさびの上流端に存在する渦のことであり、二層の境界面に位置する内部渦とは若干異なる。先端渦は、大略下層の全体において回転する流体の部分と、さらにその上流の先端部で、淡水を呼び込んで回転する部分から成る。先端渦の発達は、成層の度合に関係し、その発達と共に明瞭となる。そして、一般に塩水くさびの遡上時に発達し、流下時に減衰する。先端渦に関連する問題では、回転運動に伴う淡水の混合現象に注目する必要がある。

これらの渦には、単純な形状の直線的な実験水路の場合と、河川の場合とで明瞭な相違点があり、また定常流と非定常流の条件の差によってもその特性に違いが生じるので、表-1・1のような分類をしておくことが望ましい。このうち、主要内部渦と先端渦は、実験水路においても、また河川においても、容易にかつ同様に生じるが、河道内部渦の発生は単純な一様水路では困難であり、河川においても定常時には少ないものと考えられる。

各内部渦の相違点は、それぞれの現象に対する影響の及ぼし方の相違点としてとらえることが必要である。このような点に関しては、内部渦の発生と発達の

条件、渦の形状、渦の強度、移動の変形、内部渦のその内部の構造、及び内部渦の不安定性と減衰の特性などを考慮すべきであると考ええる。ここで実験、実測及び計算の結果を総合して内部渦について考察を進めるに当たり、実験水路と河川における条件の相違点をまとめておく必要がある。

その大きな相違点は、レイノルズ数、境界面勾配、塩水くさびの長さ、流路幅の変化、及び河床の大きいスケールの凹凸などである。レイノルズ数 Re は実験水路では 10^4 程度、河川では 10^5 以上であり、1 オーダー以上の違いがある。これは現地河川の方が水深、流速共に大きいためである。境界面の縦断的勾配は河川の方が1 オーダー小さく、内部フルード数 F_1 が大きい範囲で 5×10^{-4} 程度であるのに対し、実験水路では 5×10^{-3} 程度以上である。実際、下層濃度の縦断変化が小さい限り、塩水くさびの長さ L は河川の方が2桁ないし3桁長くなっているようである。

河川と実験水路とでは、以上のような相違点があるために、内部渦の特性にも相違点が生じる。例えば、内部渦の発生の条件は、後述のように限界水深、等流水深と上層水深及び変化率が問題となるが、上下層の流速差や濃度差が基本的には重要である。そして、河川においては塩水くさびの長さが大きいので、下層流量 $|Q_2|$ は小さくなく、河床の山の範囲では下層流速 $|u_2|$ は大きくなり、流路幅が狭くなるところでは上層流速 u_1 も大きくなるので上下層の相対流速は大きくなる。一方、上下層の密度差は小さい場合もあるので、実験水路に比して河川の方が内部渦が発生しやすいことがわかる。

以上は内部渦の発生条件についての相違点であるが、発生した内部渦についてもスケールによって大きな違いがある。すなわち、実験水路と河川における内部渦、例えば内部ジャンプ渦については幾何学的な相似の条件は得られない。内部ジャンプ渦の長さは、レイノルズ数が大きく、境界面勾配が小さく、上下層の密度差が大きいほど大きくなると考えられ、実験水路に比して、河川では後述のようにオーダー的に2桁から3桁ほど大きな内部渦が形成されると考えられる。

このような内部渦は定常状態と非定常状態によっても大きな相違点がある。定常的な内部渦といえども、その内部では非定常的な間欠渦の発生、移動、発達、変形、強度変化、及び減衰の現象があり、それにより流速分布と濃度分布の変化がある。この原因は roller 状渦の混合効果により下流の条件の変化があるため、

表-1・1 内部渦の種類

	実験水路		河川	
	定常流	非定常流	定常流	非定常流
主要内部渦	○	○	○	○
河道内部渦	—	—	—	○
先端渦	○	○	○	○

〔注〕 ○印 今回観測値が存在するもの
—印 今回観測値が存在しないもの

この渦が静止することができないことによる。このように、元来内部渦は安定したものではない。そして、内部渦は潮位の変化や流量の変化、及び濃度の変化などの影響を他の一般的な渦に比して鋭敏に受ける。このような非定常状態では、内部渦の移動があるために、全体として静止している内部渦とはかなり異なった内部渦となる。海部の河口出口に位置する定常状態の内部ジャンプ渦は、下流の塩分濃度が大きく、流路の広がり幅が大きいから短い(最上川の例では 800 m 程)、非定常の状態で河道の中に侵入した主要内部渦は、同様な理由によって逆に長くなり、長良川では 3000~4000 m にも達していた。

以上のように内部渦には、大別して 3 種類の渦があり、実験水路と河川、また定常流と非定常流とではその特性を異にすることがあるので留意することが必要である。

3. 定常流における内部ジャンプ渦の存在例とその特性

内部ジャンプが存在する例として、実験水路、準定常状態と考えられる最上川及び洪水時の利根川の例を示す。また、内部ジャンプ渦に関する 2~3 の特性について述べる。

[1] 実験水路における内部ジャンプ渦の例

定常状態の二層一次元流において、上流から下流に向かって上層水深 h_1 が減少していくと、それと共に内部フルード数 F_1 は増大する。そして F_1 が 1 に等しくなるとき、例えば、塩水くさびの方程式 (III) において詳述の $\partial h_1 / \partial x$ の式)の右辺項の分母が零となる。このような状態では、一次元二層流である限り、分子も零である。このことを現象面から見ると、内部フルード数が 1 となる点の付近において大規模な渦が発生している。この渦は濃度分布や流速分布の影響もあるが、激しい混合を伴いながら実際に流水が回転運動をし、全体としてひとつの渦を形づくる。この渦の範囲では厳密には一次元の仮定は崩れることとなる。

土木研究所の 100 m 二次元水路においては、水路の末端部付近で水路幅が 80 cm から 160 cm に急拡しているが、この水路における塩水くさびは、下流部からの塩水補給を十分な状態とすると、水路幅の急拡部付近において内部フルード数が 1 となり、その点より内部ジャンプ渦の発生が見られる。淡水流量 25 l/s、密度差比 $\varepsilon = 0.06$ ($\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$, ρ_1 , ρ_2 はそれぞれ上・

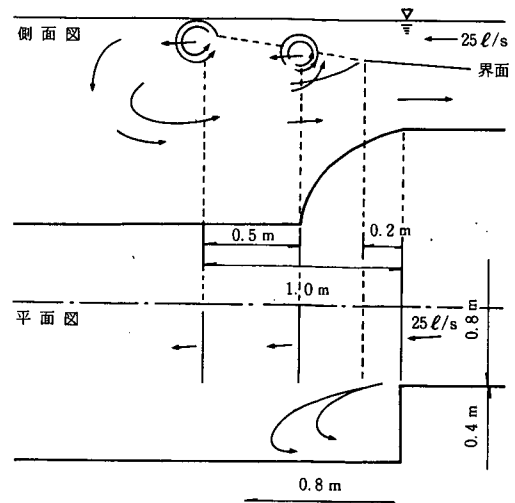


図-1.2 内部ジャンプ渦 (実験水路)

下層の密度)のときの内部ジャンプ渦の様子は図-1.2 のようである。実験では、水路急拡点より 20 cm 下流より水平軸を有する回転渦が間欠的に発生し、これはその流下に伴い渦径が増大する。回転渦による混合現象により下流の条件が時間的に変化するので間欠的な現象が生じるものと思われる。先行の渦と次の渦の間隔はほぼ 50 cm で 1 分間に 7.5 個の渦の発生が見られた。これにより渦の流下速度はほぼ上層の平均流速 u_1 に等しいことがわかる。現象的には小さな回転渦の間欠的発生と渦径の拡大を伴う流下現象が特徴的であるが、平均的には内部ジャンプ開始点下流に生じる大規模な循環流が顕著であると言える。水路幅拡大部の延長が 4 m のため大規模な内部ジャンプ渦の正確な長さはわからないが、乱れている範囲を渦の範囲に含めると相当の長さとなることが想像される。また、流路の拡大する両側の部分には水平軸渦と垂直軸渦が発生し、この領域では内部境界面が主流部より上昇する。すなわち、両サイドの壁の存在により界面の盛上がりの現象が見られ、厳密には内部のジャンプ渦の強度や大きさに影響を与えているものと思われる。以上は水路の末端部において、水平・鉛直の両方向に断面の急拡が存在する場合であるが、水平河床上に流路の急拡がある場合にも内部ジャンプ渦の発生が見られる。写真-1.1 及び写真-1.2 は幅 40 cm から長さ 2 m の区間で直線的に幅 80 cm まで広げた場合に発生した回転渦と全体の内部ジャンプ渦を示す。内部ジャンプ渦は、全体としての位置が固定している場合でも、その渦の内部では写真のように、内部フルード数が 1 に近づき

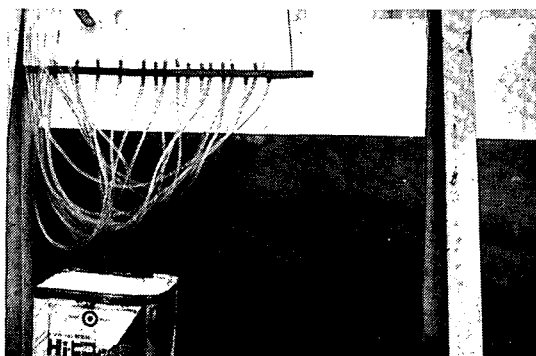


写真-1.1 実験水路のローラー状の渦



写真-1.2 実験水路のローラー状渦

界面が急上昇するのに伴って発生する非定常的に激しい運動をする回転渦が存在する。内部ジャンプ渦の内部の運動形態は、間欠的な回転成分が生じ、それが上層の流れに乗って発達しながら流下するが、十分に発達した状態では、下層にまで大きく食い込んで塩水を巻込み、淡塩水の混合をいっきに促進させたのち減衰するという複雑な状況を呈する。回転渦は、長さ及び高さ共に上層水深のオーダーであり、移動速度は上層流速に相当するスケールを有する。内部渦の大きさとしては、回転渦の発生からある距離移動し、やがて混合ののち減衰して、下方の戻り流れに対する影響がほとんど消失する範囲までを含めるものとする。

定常流の塩水くさびにおいて、下流端で内部ジャンプ渦が生じるための条件は、断面の拡大、水深の増大、及び海水の補給が十分に存在することである。従って、定常状態の塩水くさびの遡上状況を求める場合に、通常、河口において内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件が与えられる。これはひとつの安定条件である。ちなみに、実験では下流からの塩水供給量を相当増大させても、ジャンプ渦下流での混合量が大きく、ジャンプ渦を上流へ遡らせることは容易でないことがわかっている。

内部ジャンプの安定条件のひとつに、ジャンプ後、その下流でそれを受け入れるスペースが必要である。上流区間に局部的な狭窄部があって、そこで内部ジャンプが生ずる場合は別として、断面が一般的な河道では河口でジャンプを生じなければ、塩水はどんどん遡上することになる。塩水遡上に伴うエネルギー損失により逆流量の限界はあるが、淡水層への混入量より逆流量が多ければ塩水くさびは遡上する。日本の河川のように下流部が短い場合には、ジャンプを生ずるスペースが存在する河口部でジャンプを生じなければ塩水の遡上量と混入量が釣り合って塩水くさびが安定することにはならない。

〔2〕 河川における内部ジャンプ渦の例

準定常状態と考えられる最上川の場合には、縦断的な流速分布及び濃度分布の実測の結果、図-1.3 に示す位置において $F_1 \approx 1$ となっていることが推定された。内部フルード数はこの付近において急増し、それより下流における増加量は少ない。ジャンプ開始点決定の判断根拠は、内部フルード数の縦断変化、淡塩境界面位置の急変、表面流速の急増、下層の逆流流速の急増、流速分布、濃度分布及び表層流線の広がりなどであり、これらを総合的に評価した。内部ジャンプ渦は可視化によって確認されるまでには至っていないが、流速や濃度の分布から判断される渦の長さは 600~1000 m 程度となっているようである。図-1.3 にも示したように、河口の砂州の位置及び形状は年により大きく変動しているが、内部ジャンプ開始位置は最狭部断面付近であり、わずかに流量の増大と共に沖側となっているようである。

次に、利根川河口における航空写真は昭和 47 年 9 月の台風 20 号による洪水流のほぼピーク時付近に撮影され、カメロン効果に基づいて、表面流速分布の図化が行われた。航空写真を写真-1.3 に示す。撮影時の河口流量は、二次元実験により得られた平均流速と表面流速との比が 0.9 であるとの結果から、ほぼ 5000 m³/s 程度であると推定した。なお、この値は 5 km 程度上流の実測値を尊重して定めたもので、1~2 km 付近では 4100 m³/s ほどの値となっている。これは川幅の変化や河道の曲りの影響が入っているためと思われる。また、飛行基線からの流線のずれの補正を行っていない。利根川河口付近では河道が左に大きく湾曲しているので流速分布は様でない。二次流も顕著であり、湾曲部のらせん流による Boil が写真上鮮明である。河口流量が 2000 m³/s 余りの小出水時に影響された昭和

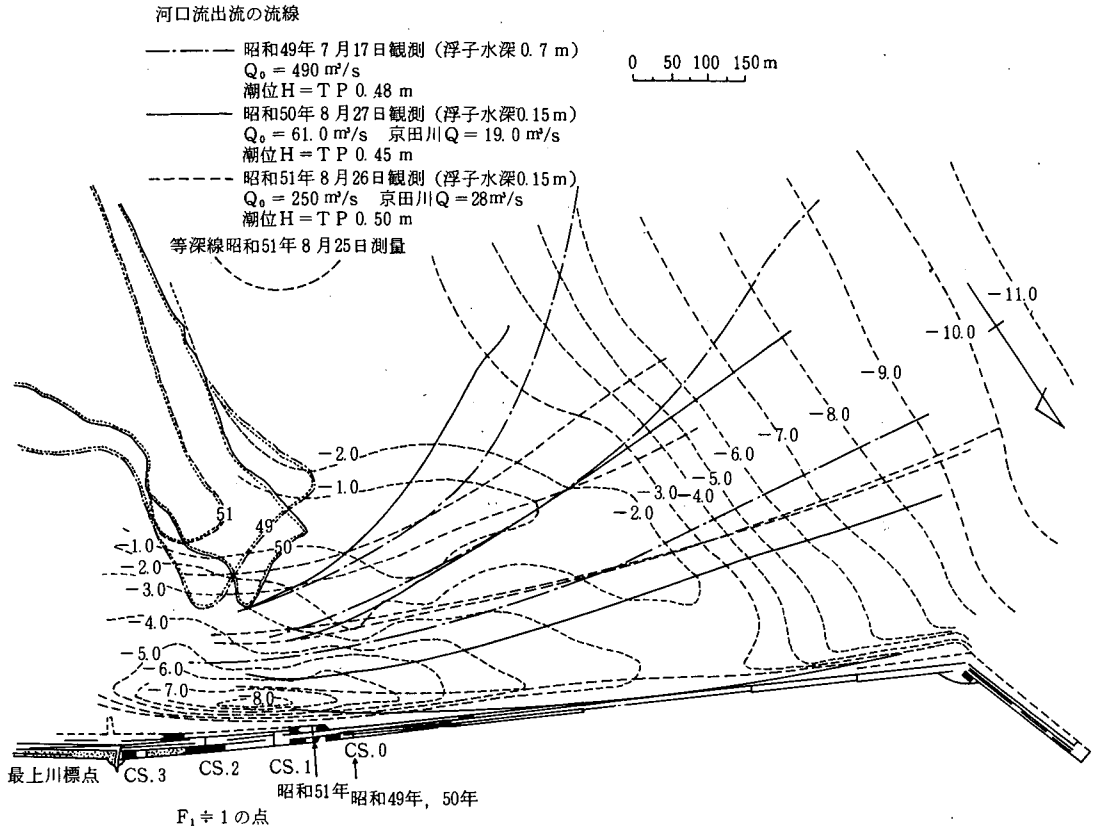


図-1.3 最上川の河口流出

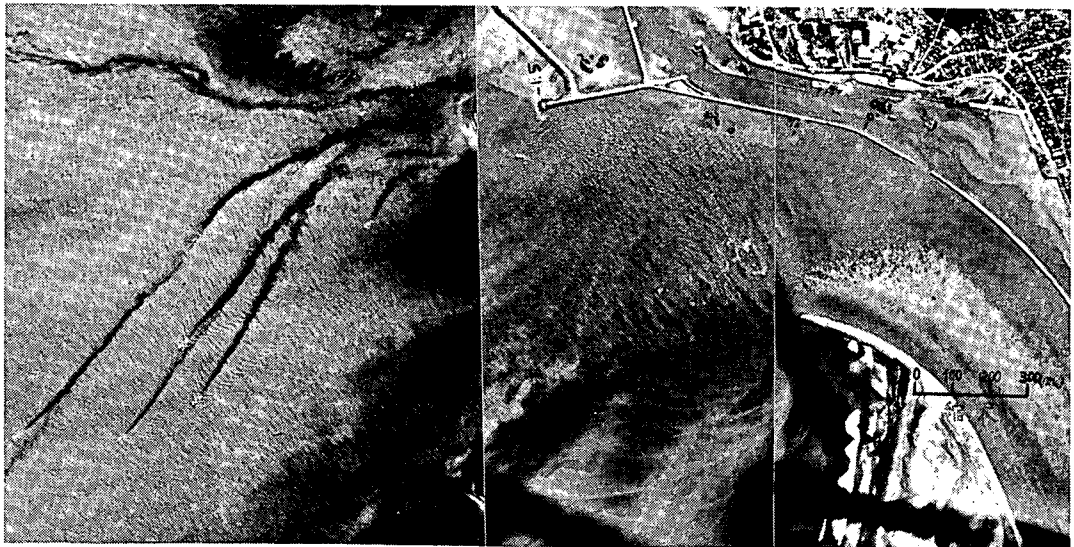


写真-1.3 利根川河口部における航空写真(昭和47年)
 (利根川下流工事事務所)



写真-1.4 利根川河口部における航空写真(昭和46年)
(利根川下流工事事務所)

46年9月の航空写真(写真-1.4)においても、同様ならせん流に基づく Boil が見られるが、この位置は流量の大きい昭和47年の場合よりやや上流に位置している。らせん流の始まる位置も上流にあり、その強度も昭和47年ほど大きくないので Boil も弱い。一般に下降流の生じる場合は水面が平滑であり、上昇流の発生する場合には水面が不規則に乱れる。写真-1.3を見ると、Boil の終わる-1.4 km 付近では表面の流跡が大きく左傾していることがわかり、らせん流の激しさを理解できる。河口からの流出流はこのようならせん流の影響を受けており、直線状に流出する場合と多少異なるものと思われるが、図-1.4に見られるように、表面流速の横断分布は-1.7 km あたりでは、かなり様になっている。右岸の防波堤先端からは intermittent vortex の発生が見られ、左岸導流堤下流の浅瀬あたりより流れは急に広がっている。-1.8~-2.0 km あたりは色調の急変部が見られ、それより下流では表層が薄くなり、河川水の濁りがほぼ一様に下流一帯に広がっている。そのあたりでは小型船舶の航行の跡が黒く鮮明に撮されているが、上層水深は5~6 m 程もあると考えられるので、これは海水ではなく、空気の泡であると思われる。-1~1.5 km 付近は水面の波立ちの状況が複雑で、表面流速分布の読取りが不可能であった。なお、利根川河口では、このとき左右岸における水位の測定が行われたが、濃度分布や鉛直方向の流速分布の実測は行われていない。

実測資料には、以上のように河道の平面形状、河口

砂州、河床横断形状、及び導流堤等の構造物の影響のほか、海底形状と波浪の変形、風、沿岸流や潮流などによっても多少左右される面もある。しかし、後述のように内部ジャンプ後の二層流については、かなり一般的な取扱いが可能である。

利根川の場合には、水深、表面流速分布、写真上の表面波及び色調の変化などから二層流の状況を判断した。図-1.5に水表面流速の最大値の縦断変化を示す。航空写真によると、流れは湾曲の影響により-0.5 km 付近から潜り始め、-1~1.5 km あたりで湧出していると思われる。この湧出部の水面の様子は通常の波とは考えにくい複雑な乱れ方を呈しており、-1.5 km 付近ではらせん流の影響で右岸から左岸方向へ向う斜めの線が見られる。このような湧出による水面の乱れと斜めの線は洪水流量の小さい昭和46年の航空写真においては規模が小さくなり、かつ-1.1 km 付近と少し上流の位置に発生していることがわかり、ほぼこのような考え方でよいと思われる。内部ジャンプ渦の発生地点では、以前より言われている流速の一時加速現象があり、ジャンプ渦の領域では表面流速の減少が見られる。図-1.5によれば、-1.8 km あたりより急減している。写真-1.3によると、色調の急変部分が-1.7~-1.8 km にわたり、やや左斜めに現れている。写真より表面流速の判断ができた-1.8 km から-2.4 km にかけては $u_s = 2.0 \text{ m/s}$ から 0.8 m/s までほぼ直線的に小さくなっており、おそらくこの付近においてジャンプ渦による第一次の潜り込みが行われたものと想像

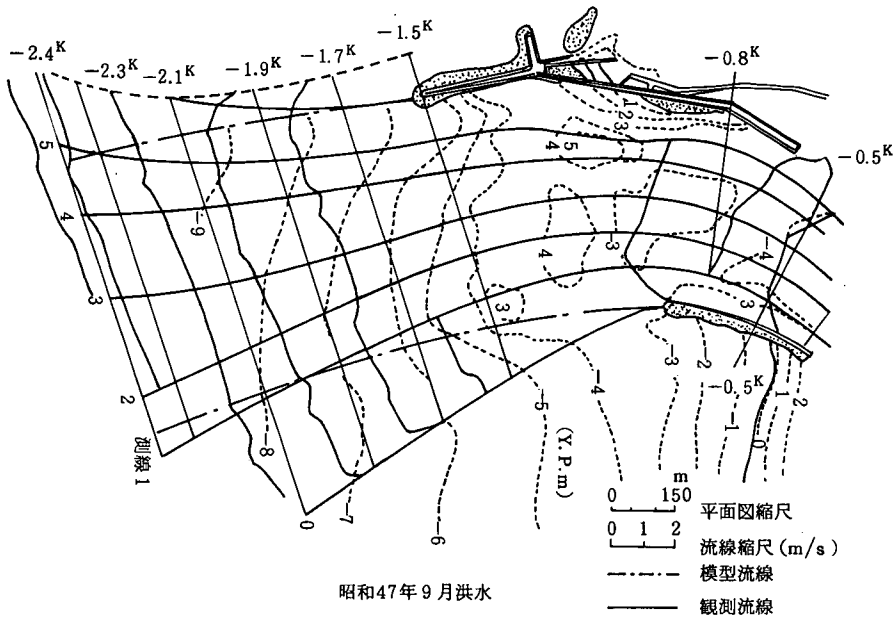


図-1.4 利根川河口流出流（表面流線，表面流速分布，河床高 昭和47年9月洪水）

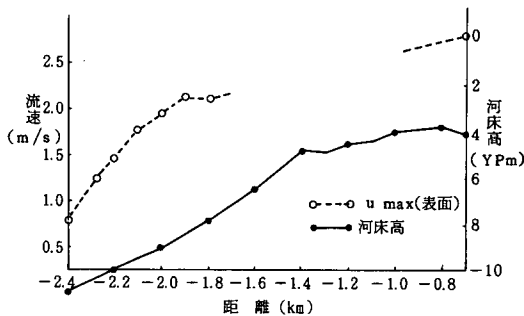


図-1.5 利根川河口流出流の表面流速（最大値）の縦断変化

される。それを裏付けるような横断方向の線を写真上において判読することができる。これは通常の海洋上の表面波あるいは流れによる波とは異なるものである。ジャンプ渦と考えられる特徴が見られる範囲は測定範囲の下流にまで至っており、相当大規模なものであると想像される。

利根川の昭和47年出水では、航空写真及び表面流速分布等から判断して -1.7 km 地点あたりで内部フルード数 $F_1 \approx 1$ になっていると考えてよさそうである。これより上流の可能性は水深が不足することもあり、実現しえないと思われる。利根川河口の -1.7 km は右岸導流堤を少し出たあたりであり、河道湾曲の影響により、利根川河口の場合には短い左岸導流堤の影

響はあまり効いていないようである。

このように、洪水時の流量が大きい場合で河口条件が潮位変動の影響をあまり受けないときにも定常流的な取扱いができることもある。

〔3〕 内部ジャンプ渦の長さ¹⁹⁾と広がり幅

準定常河口流出流においては、通常河口前面に内部ジャンプ渦が形成される。この内部ジャンプ渦は連行や混合の現象、及び流れ方に深い係わりを有しているが、現象はレイノルズ数の影響を受けるため、実験室の水路における現象に関する研究のみによっては十分な考察を行うことができない。そこで最上川河口部における現地観測結果に基づいて、河口外での水理諸量の縦断特性、流量と川幅及び地形条件が内部ジャンプや広がり幅などの現象に与える影響、及び内部抵抗係数と連行量などについて調査を行った。

定常流では河口において、従来から言われてきているように、内部フルード数が1となり、その位置を起点として内部ジャンプ渦が発生する。この内部ジャンプ渦は、境界面から間欠的に巻き波が発生し、原則としてそれが急激に回転渦に成長して流下する現象であり、そのエネルギーは混合に費やされ、やがて消滅する。内部ジャンプ渦の領域は、回転渦の発生から消滅までの全体の範囲、あるいは巻き波によって大きく乱れている範囲を指すものとし、その区間では急成長地点での流速の一時加速現象が見られ、減衰して消滅す

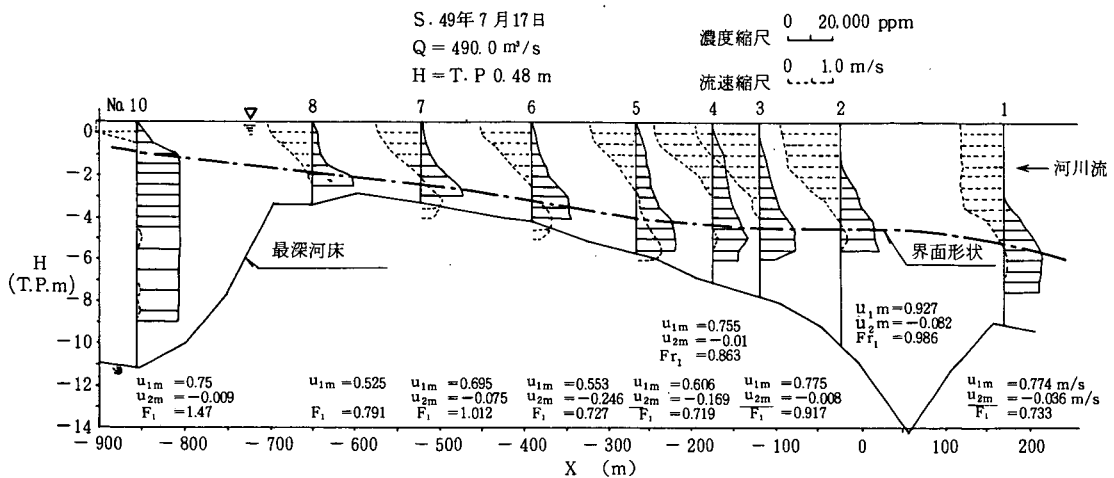


図-1・6 濃度・流速分布の縦断変化 (最上川)

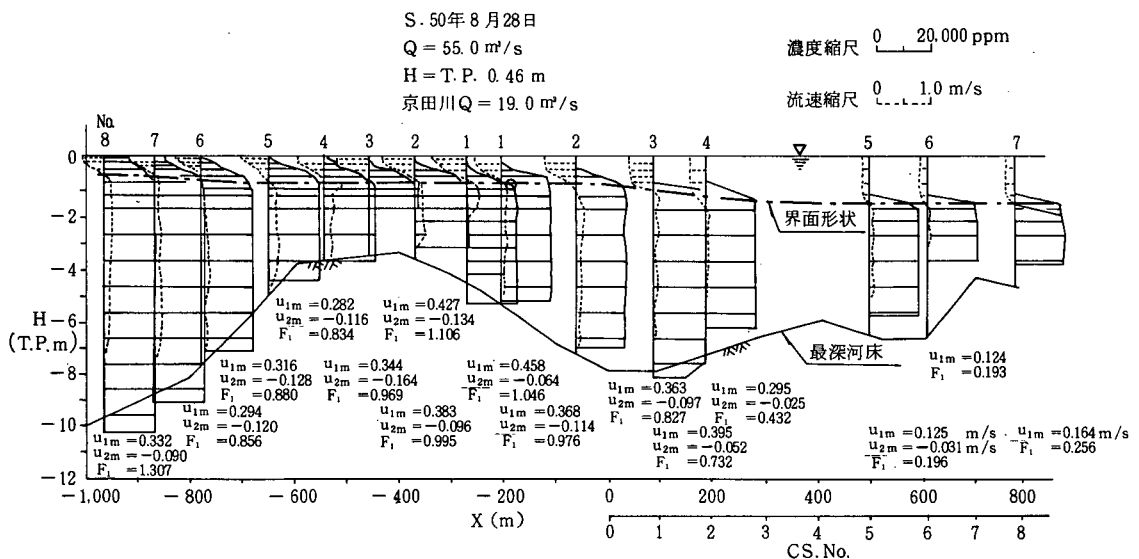


図-1・7 濃度・流速分布の縦断変化 (最上川)

る間での流速は減少する。図-1・6～図-1・8は、観測資料より河口沖合に向って流心部の濃度、流速分布を縦断的に示したものである。なお、各測点の内部フルード数 F_1 は、境界面位置の定義の仕方ではその値が若干異なる。通常は、濃度の鉛直勾配が最も急な位置をとっているものが多い。著者らは混合が促進している場合の取扱いを考慮して、以前に提案²⁰⁾した下層濃度の9割の濃度の地点 ($Z_c = 0.9C_2$) を境界面とした。従って、前者によって求めた内部フルード数より、5～10%小さな値となる。内部フルード数の縦断分布は、河口最狭部付近で急激に大きくなり、その後やや小さく

なって、再び沖に向って増加する。図-1・6～図-1・8の実測資料は、流量差による界面位置や流速値のほか、濃度や流速分布形状に微妙な違いを示している。特に昭和49年の実測資料は流量が大きく、通常の内部ジャンプ渦とは異なった混合状態となっている。この原因は、沖合の浅瀬部分で下層水深が特に小さく、圧力分布に変化をきたしたため、海水の補給が制約されることにあると思われる²¹⁾。すなわち、定常時の安定条件は河口において内部ジャンプの現象が生じることであり、この場合も同様に現象が生じたと考えられる。そして、その内部ジャンプ位置付近から、上層への連行

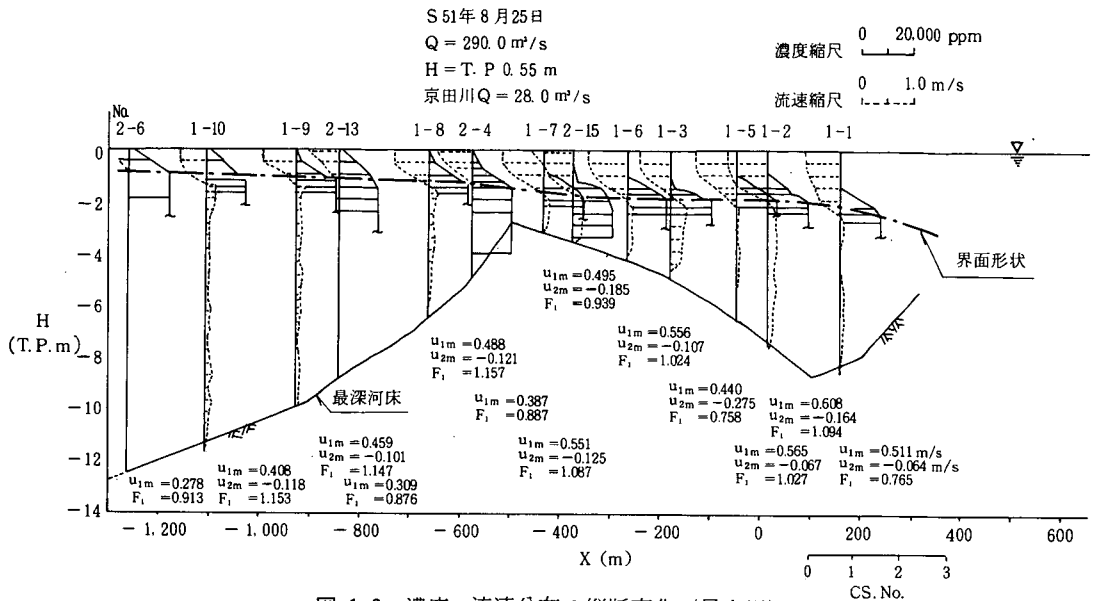


図-1・8 濃度・流速分布の縦断変化 (最上川)

と混合が急増するが、海水の補給が十分でないので、これを補うため、下流浅瀬の区間では内部ジャンプ渦が変形して下層へ巻き込む流れが発達する。この流体の密度は海水の密度より小さい。変形した内部ジャンプ渦の内部の運動は激しく、混合が活発である。内部フルード数は1より小さく、濃度勾配は緩やかである。この場合の内部ジャンプ渦の長さは、浅瀬地点までの約600 m程度に制限され、浅瀬下流で再度内部ジャンプが生じているようにも見受けられる。

昭和50年の実測時は、河水流量が少ないので、濃度分布の横断特性は図-1・9のように、左岸側で内部境界面位置が上昇する傾向が強い。またこの場合、河口最狭部地点から100 m下流間の左岸先端部で、石狩川²²⁾で得られている結果と同様、流速が早くなっている。河口流出流の広がり幅も石狩川²³⁾と同様、指数関数的な広がりを示すが、海水による浮力効果がきいて、大局的には折線となり、上流側の領域は短い。それより下流では流路の拡がり方が大きくなり、沖合も含めた広がり方は双曲線に近い傾向を示す²⁴⁾。この指数関数的な広がり領域、逆流速の縦断的な変化、及び分布形より判断すると、内部ジャンプ渦と考えられる領域の長さは約400 m程度となる。実際河川では、レイノルズ数が大きいから、内部境界面の勾配が実験水路に比して小さく、また水深に比してローラー状の間欠渦が小さいので、主流からのエネルギー補給と混合によって失うエネルギーとの差が小さく、全体として内部ジャンプ渦、又は大きく乱れた領域の長さが大きく

なるものと考えられる。ただし、水深に比して流路幅の程度が小さい場合には、内部ジャンプ渦の長さは短くなるものと考えられる。

一方、昭和51年の実測資料は、流量がある程度大きく、かつ地形の影響をあまり受けない場合で、内部フルード数が沖合に向って増加する傾向を示す。内部ジャンプ後の変化も顕著でないが、表面流速の横断方向での一様性、及び濃度、流速分布等より判断すると、内部ジャンプ渦と考えられる乱れた領域の長さは約1000 m程度と読取られる。なお、これら3ケースの河口流出流の広がり幅に関しては、河水が海水上を広がるため、海底地形の影響は内部ジャンプ渦などの特性に対するのと比して、この場合は少ないと言える。図-1・10に河水の広がり幅の調査結果を示す²⁴⁾。

図-1・10は、基準点の上層水深 h_{1c} ($F_1=1$) と基準点流路の半幅 b_o の幾何平均で無次元表示したものである。なお、図-1・10において、 h は水深、 H は水位、 Q は流量、 b は流路の半幅を示し、添字1は上層の水量、 o は基準点における水量を表す。最上川及び利根川共に右岸側に導流堤状の構造物があり、観測点もほぼ導流堤の範囲内に入っているため半幅をとるのが合理的である。これによれば、M. I. T²⁵⁾及び林・有田²⁶⁾の理論曲線とは異なるが、岸・板倉²⁷⁾の実験値とはほぼ一致し、aspect ratio h_{1c}/b_o の影響があまり顕著でないことがわかる。最上川と利根川の実測資料には、導流堤の影響のほか、波や沿岸流及び海底形状などの影響が含まれるが、これら要因の効果は小さく、実測

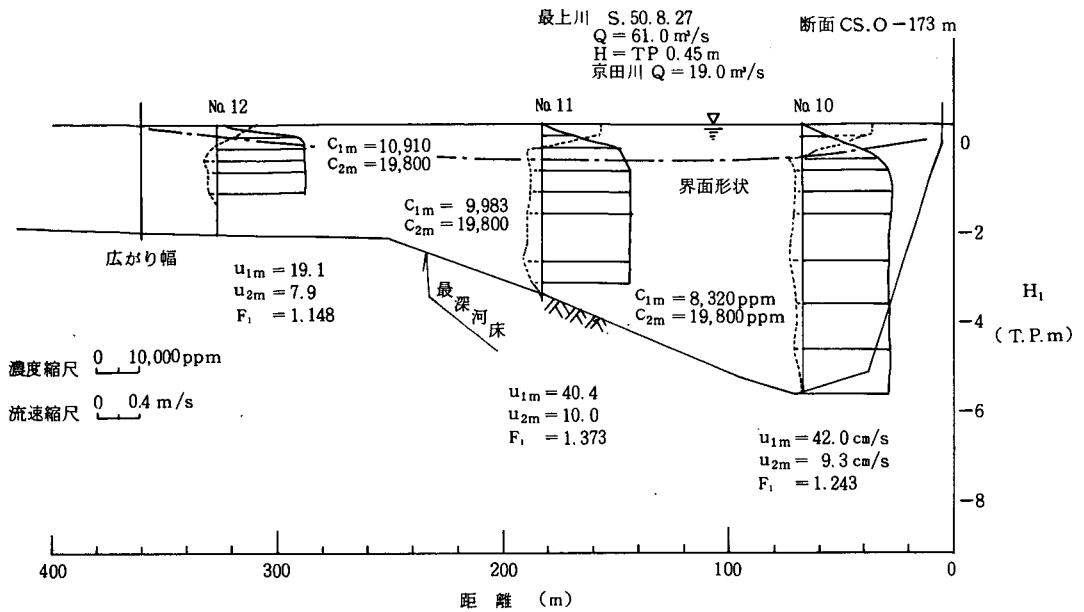


図-1・9 濃度・流速分布の横断変化

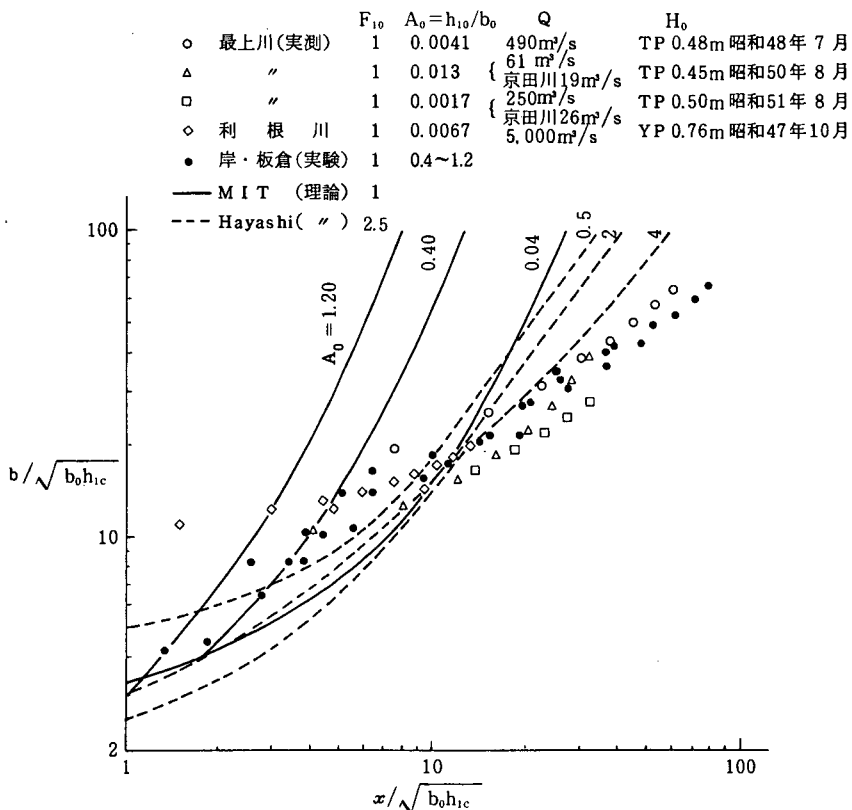


図-1・10 河口流出流の流線の広がり幅

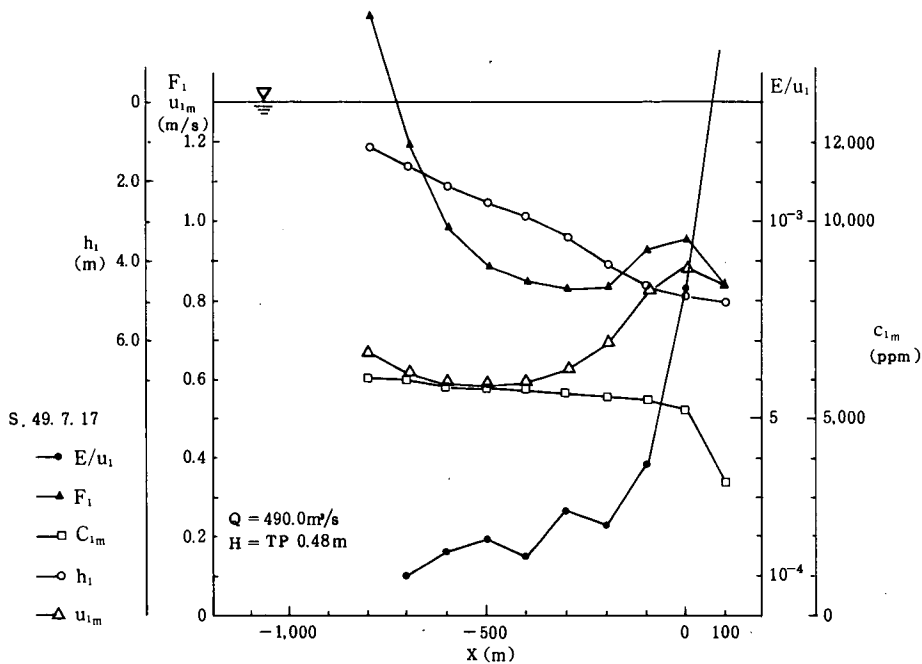


図-1-11 水理諸量縦断変化図 (最上川)

値が実験値と非常によく一致したという事実を尊重したいと思う。なお、導流堤先端より沖側の広がりや、浅瀬における碎波の影響については別途の考慮が必要である。

〔4〕 内部ジャンプ渦区間の内部抵抗係数と連行量

河口流出流の濃度分布、流速分布及び内部境界面形状の縦断変化と広がり幅から、内部ジャンプ後の内部抵抗係数及び連行係数の特性を検討した。流心に沿う水理諸量の縦断変化は、測定の不規則値を平均化して用いた。連行係数を柏村²⁸⁾と同様に、 $E/u_1 = |h_1/\epsilon \cdot de/dx|$ によって求め、その結果を他の水理諸量と共に縦断的に示したのが図-1-11～図-1-13である。ここに、 E/u_1 は連行係数、 u_1 は流速を表す。昭和49年の観測値は、内部ジャンプ後の混合状態が通常のものとは異なった変化を示すが、内部ジャンプによる上層濃度の急増に伴い、その縦断変化に対応して連行係数も変化する。また、沖合では内部フルード数の増加にもかかわらず、減少する傾向となっている。なお、著者らの提案している $E/u_1 = 2.0 \times 10^3 F_i^3$ の実用式²⁹⁾は、 $F_i > 1$ の範囲でも、内部ジャンプ渦が生じていない場合のものである。実測によると、内部ジャンプ渦の発

生する河口外では、図-1-14のように、実用式より小さく、約1/3以下となることが多い。

この原因は、内部ジャンプ後の濃度分布及び流速分布の相違によるものと思われる。すなわち、内部ジャンプ渦の領域では、表面流速が大きく、三角形分布に近づき、界面付近の流速は小さい。また、濃度勾配は緩やかとなるが、流速の勾配も小さいので、界面付近の局所リチャードソン数は層平均リチャードソン数が減少しても、あまり小さくならない。この場合、内部ジャンプ渦の中に含まれるローラー状渦のスケール、強度、減衰に伴う拡散及び間欠性に関する考察が必要であり、減少量も含めて厳密には今後の問題として残される。

内部抵抗係数 f_i の逆算は、柏村²⁸⁾が指摘したように、広がり幅がその値を大きく左右し、逆算精度に問題が残る。また、一次元性の問題もある。

昭和51年観測資料で、連行量及び内部境界面位置が実測値となるような内部抵抗係数は、 2×10^{-3} 付近であった。通常の内部抵抗係数は、クーリガン数 Ψ の増大と共に減少する。内部フルード数が大きい領域では、連行による付加摩擦力を考慮する必要があり、その項の寄与が支配的となる。著者らはこの場合の抵抗係数の実用式として、 $f_i = 0.35 \Psi^{-0.5} + 2E/u_1$ を提案³⁰⁾し

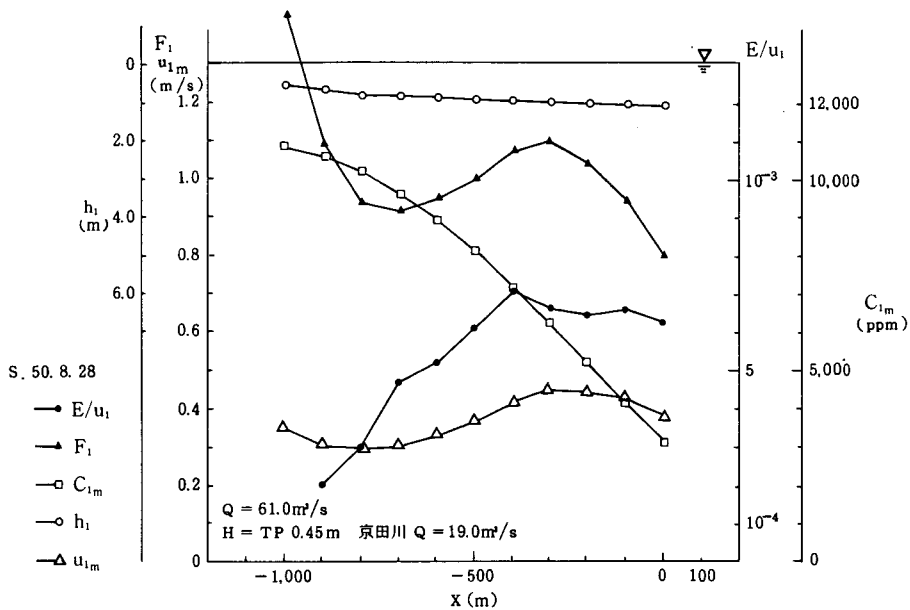


図-1・12 水理諸量縦断変化図 (最上川)

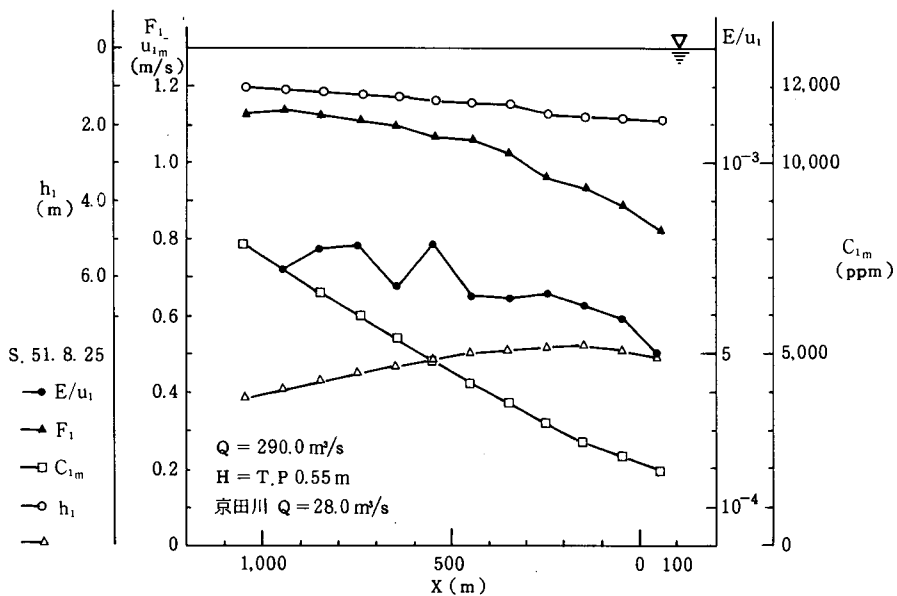
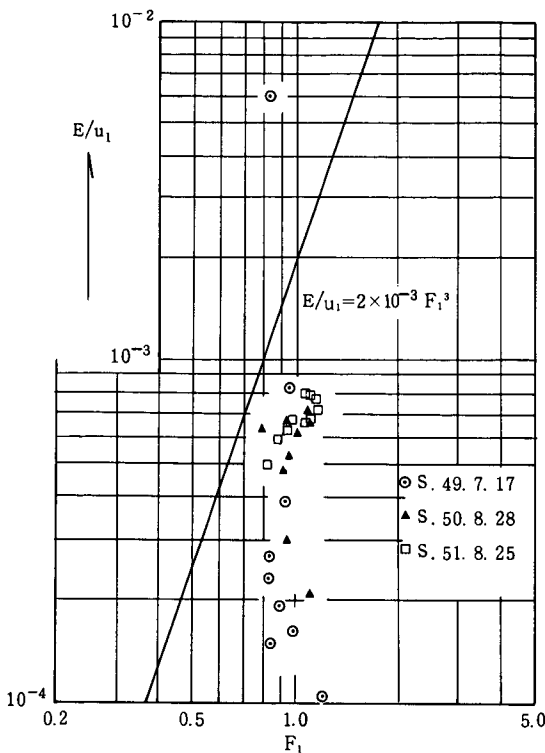


図-1・13 水理諸量縦断変化図 (最上川)

ている。連行による付加摩擦力を考慮せず、従来の式による混合を考慮した塩水くさび形状計算では、安定した計算ができないが、付加摩擦力を考慮することにより、満足すべき結果が得られている。内部ジャンプ渦の領域の連行係数は、図-1・14 のように実用式の約

1/3 以下であるので、実用式から得られる f_i は相当過大なものとなる。しかし連行係数の逆算値を付加摩擦力として考慮すると、ほぼ妥当な値となることが判明した。なお、クーリガン数がさらに増大する場合には、柏村²⁸⁾の指摘したように、 $f_i \approx 2E/u_1$ となることは

図-1・14 $E \sim F_1$ の関係

明らかである。

〔5〕 ま と め

定常流では河口位置において、内部フルード数がほぼ1となり、その点を起点として内部ジャンプ渦が発生する。これは非常に強い安定条件である。内部ジャンプ渦はスケールの大きい現象であり、渦全体としての長さ及びその影響範囲は相当下流にまで及ぶ。

厳密な下流端位置は、河口最狭部のわずかな下流を基点としてよいと思われる。長方形断面にして水深の十分大きい場合にはこの点において内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件を与えればよいが、水深があまり大きくない場合には下層流速を考慮して $F_1^2 + F_2^2 = 1$ の条件を与えることとなる。

以下に、河川における内部ジャンプについて知りえた主な知見について記す。

(a) 内部ジャンプ渦の形状は、実験水路の場合に比べてレイノルズ数が異なるので、界面の縦断勾配が小さく、従って渦の厚さは大きくならない。また、ローラー状の間欠渦が小さいので、主流からのエネルギー補給と混合によって失うエネルギーとの差は小さく、流路幅が小さくない場合には、全体として内部ジャ

ンプ渦の長さが大きくなる。最上川の場合には400～1000 m程度と考えられる。

(b) 河口沖合に浅い水域が存在すると、内部ジャンプ渦は変化することがある。すなわち、内部ジャンプ後の地点の付近に水深の小さい所があると、下層における逆流量が制限され、通常の内部ジャンプ渦と異なった混合状態を示す。このような場合で、浅瀬付近において内部フルード数が1以下となれば、その下流において再び内部ジャンプを発生する可能性が考えられる。

(c) 流量が少ない場合、海水による浮力効果が卓越し、横断特性は変化する傾向が強くなり、一次元性が崩れる。

(d) 河口流出流の広がり幅は、海床地形の変化には鈍感であり、内部ジャンプ渦の形態が若干異なっても、その影響をあまり受けない。なお、流量が小さい場合には広がり方が若干異なることとなる。

(e) 連行係数 E/u_1 は、内部ジャンプ渦以外の区間に適用する著者の提案による実用式よりは小さく、最上川の場合には約1/3以下となった。連行係数が減少する理由は、濃度分布及び流速分布の相違にあり、この場合局所リチャードソン数がある値より小さくならないことが見いだされたが、減少量を含めて厳密には今後の問題点として残される。このとき、内部ジャンプ渦の中に含まれるローラー状渦のスケール、強度、減衰に伴う拡散、及び間欠性に関する考察が必要である。

(f) 内部ジャンプ渦の領域において、内部抵抗係数は、クーリガン数の項の寄与は小さく、連行による付加摩擦項の寄与が支配的である。連行係数の実測値を用いることにより、以前著者が提案した内部抵抗係数の実用式 $f_i = 0.35 \Psi^{-0.5} + 2E/u_1$ の適用性が確認された。なお、この事項については第II編において詳論する。

4. 非定常流における主要内部渦の存在例とその特性

定常状態の河口条件は、実用上ほぼ解決されており、内部ジャンプ渦の現象面に未解決の問題が残されているに過ぎない。ところが、非定常時の河口条件の検討例はないといってもよく、それを考察するに当たっては、主要内部渦の挙動を調べなければならない。

内部渦は上層と下層の中間にあって、激しい連行と混合現象を伴い、流体は実際に大規模に回転してい

る。そして準定常状態では既述のように、内部ジャンプ渦は安定位置にほぼ静止するが、潮位変動や流量変化が大きくなると、強度と形状の変化を伴いつつ上下流方向へ移動する。いったん回転を始めた水流は条件が変化しても、ただちに消滅するわけではなく、また、内部渦先端における水理量は定常流の場合のように $F_1 \approx 1$ の状態が保持されるわけではない。現段階において、この渦の運動について理論的に解析を行うことは至って困難であるので、ここでは主として、不定流の実験結果及び長良川における昭和49年の実測結果に基づいて考察を行う。

〔1〕 実験水路における非定常状態の内部渦

実験に使用した水路は、長さ100 m、幅80 cmの直線水路の下流端より13 mから16 mの3 mの区間を幅40 cmと半分に縮め、狭窄部区間の上下流部では、それぞれ長さ2 mの区間を直線で結び、幅80 cmの元水路に接続させた改造水路である。この水路では、狭窄部又はその直下流において激しい回転渦を伴う内部渦が存在し、流れの非定常性に応じた形状と強度の変化、及び若干の移動を行う。実験条件は、 $\rho_1 = 0.9988 \text{ gr/cm}^3$, $\rho_2 = 1.0052 \text{ gr/cm}^3$, 淡水流量 $Q_f = 15 \text{ l/s}$ で一定とし、非定常要素としてはサイン・カーブ状に潮位変化を与えた。下流端からは十分の塩水の補給 (10 l/s) を行った。実験は、平均水深55 cm、潮位の半波高5.0 cmとし、潮位周期60分及び20分の2ケースを実施した。実験結果を図-1・15に示した。これによると、潮位曲線の各段階に応じて変化している渦の様子がわかる。回転渦が発生する位置は、内部フルード数 F_1 が1に近づく所で、小さな渦が流下しながら急激に大きくなる。図-1・15で、渦の位置とは回転渦の発生の地点から、見掛け上消える位置までの範囲である。内部渦の範囲は、回転渦の下層においても、戻り流があり、戻り流の起源までを考えるとすると、多少下流側に長くとる必要がある。それは、回転渦が見掛け上消えても大きな乱れが残存し、下層の戻り流はさらに下流より規模の大きいかたちで存在するからである。また、渦の幅、高さ及び発生から消滅までの時間とあるのは、回転渦の見掛け上のスケールを指しており、影響範囲を除くかなり明確な限定された現象を取扱っている。形状については、その最大値を示している。

回転渦は常に存在するわけではないが、おおよそ潮位の上昇時に上流に移動し、降下時に下流へ下がる傾向がある。しかし、潮位曲線とは多少の位相差があり、

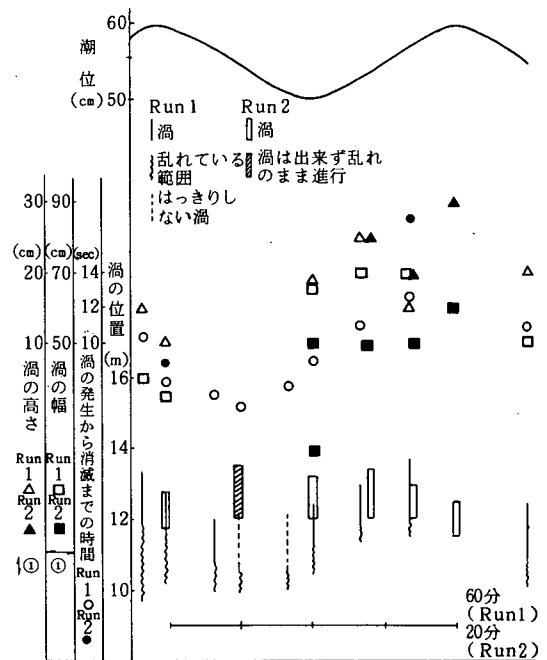


図-1・15 実験水路回転渦の特性

Run 1 では時間的に約 1/6 波長ほど潮位曲線に先行する。回転渦の発生から消滅までの距離はあまり変化はなく、1~1.5 m 程度である。渦の高さや幅については、さらに大きな位相差となっているように思われる。潮位曲線とこれらの現象の位相差は、塩水くさびの不定流特性によるものであり、当然 Run 1 と Run 2 とでは異なる。回転渦が大きく、かつ強く発達する条件は、 F_1 が1付近になること、及び上層と下層の相対流速が大きくなることである。反対に、上下層の相対流速が小さくなる時期は、一潮汐で2回存在する。例えば、潮位が下がり始め、下層流速 u_2 が正となり、相対速度が減少すると渦は消える。このとき、 F_1 の大きい範囲で乱れが大きくなるだけである。強度の大きい内部渦も短時間のうちに消失し、水理量がそのように変われば寿命は長くない。回転渦の中では、渦の大きさとその移動速度を有するスケールの大きい攪乱作用により、淡塩水の混合が行われる。その混合の程度が大きく、連行が激しく行われれば、それだけ塩水の戻りも大きくなるわけであるから、内部渦の長さが大きくなることとなる。

〔2〕 長良川において内部渦が存在することの確認

以上のように、内部渦は河道横断方向の水平軸を有

する回転渦であるが、長良川における内部渦の観測結果の一例を図-1・16に示した。なお、この節では主要内部渦と河道内部渦を合わせて内部渦と呼称している。この状態は月齢11日で潮位が最低になる時刻のもとで、上層の流速が急減しつつあり、やがて上下層とも逆転に転じるところであり、内部渦としてはあまり安定したものではない。しかし、これによると、-0.5 kmあたりより下流-4 kmあたり、4.5~2.5 kmまでにわたって、明瞭な形で回転した流水が存在している様子がわかる。河道内に存在する内部渦は、平均的にも相当早く回転している渦で、定常状態の内部ジャンプ渦に比し非常に長くなっていることが特徴となっている。主要内部渦が長くなる原因は周囲が海水でないためと、流路幅の拡大が抑制されるためであろう。流速値の測定精度には限度があるが、流向と無流位置に関する資料には信頼性があると考えられるので、内部渦の形の推定も可能である。実験結果をも参考として類推してみると、その形状は、頭部はタマゴ形で上流に向いて頭部を少し下げており、末端部にいくに従い水面近くにまで浮上しており上層は薄くなっていると考えられる。内部渦で回転運動の開始点の直下流側では、この回転渦により水深の深い所まで影響を受ける。図-1・17は先の〔1〕において例示した実験の流速及び濃度、並びに目視界面の縦断面図であり、ジャンプ渦は13 mから5 mあたりにわたって存在している。長良川の実測結果がこの実験結果とよく似ていることがわかる。図-1・16は、今回の長良川で観測されたうちでは最も明瞭な回転渦であるが、ほとんどすべての観測にお

いてほぼ同様な回転渦が見られた。しかも主要内部渦の規模は大変に大きく信じがたいほどであるが、いずれの実測結果においてもほぼ同様の規模である。

〔3〕 内部渦が存在することによって、濃度分布及び流速分布に現れる特徴

内部渦は、成層流の不安定性に起因し、特に内部フルード数が1に近づくと、大きな乱れが生じ回転渦の発生を見ることがあり、それに伴う連行現象と戻り流れが存在する全体として一つのまとまりを有する渦である。内部渦には、成層流の上流端付近に生じるもの、断面の変化と不定流の特性に応じて発生するもの、及び河口付近に生じるものなどがあるが、ここでは最も重要であり、かつ強度の大きい一番後者のものを主として扱うこととする。また、内部渦には内部の回転渦が大きな役割を演じるが、回転渦までに発達しない場合も存在することがある。

さて、長良川の資料から流水の回転を伴う内部渦を確認できたのは、流速分布の測定が行われた3日間の合計15回の測定の資料であるが、これらの資料を通じて共通する特性を抜出して整理し、他の濃度分布のみが観測されている70回(14回×5回/日)の資料の場合の内部渦を類推することとした。内部渦が存在することを判断する基準として、次のような事項を挙げる。すなわち、

- (a) 淡塩境界面位置の縦断曲線は、内部渦頭部のすぐ上流において急に上昇し、ジャンプ開始点を過ぎていったん低下したのち、再び下流に移るに従

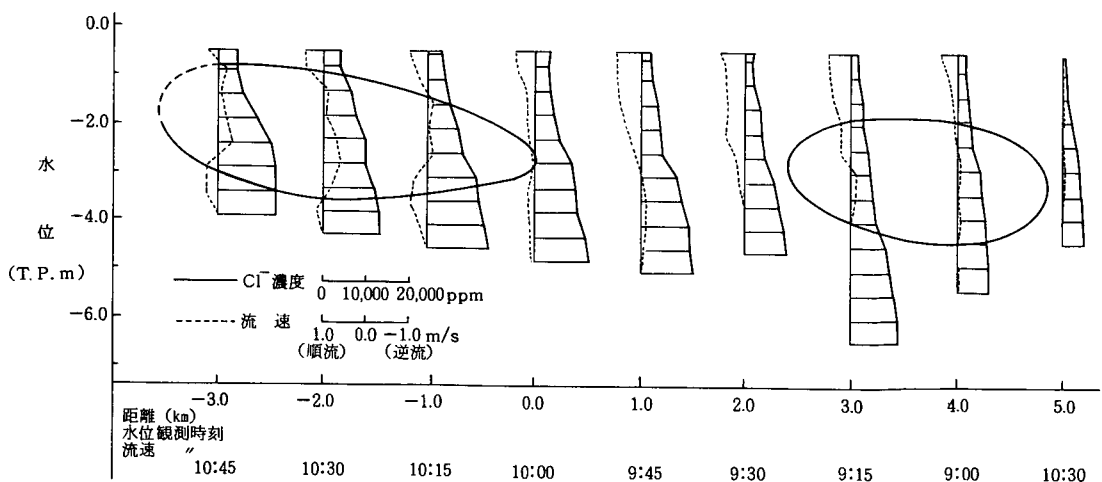


図-1・16 長良川の内部渦の範囲と形状

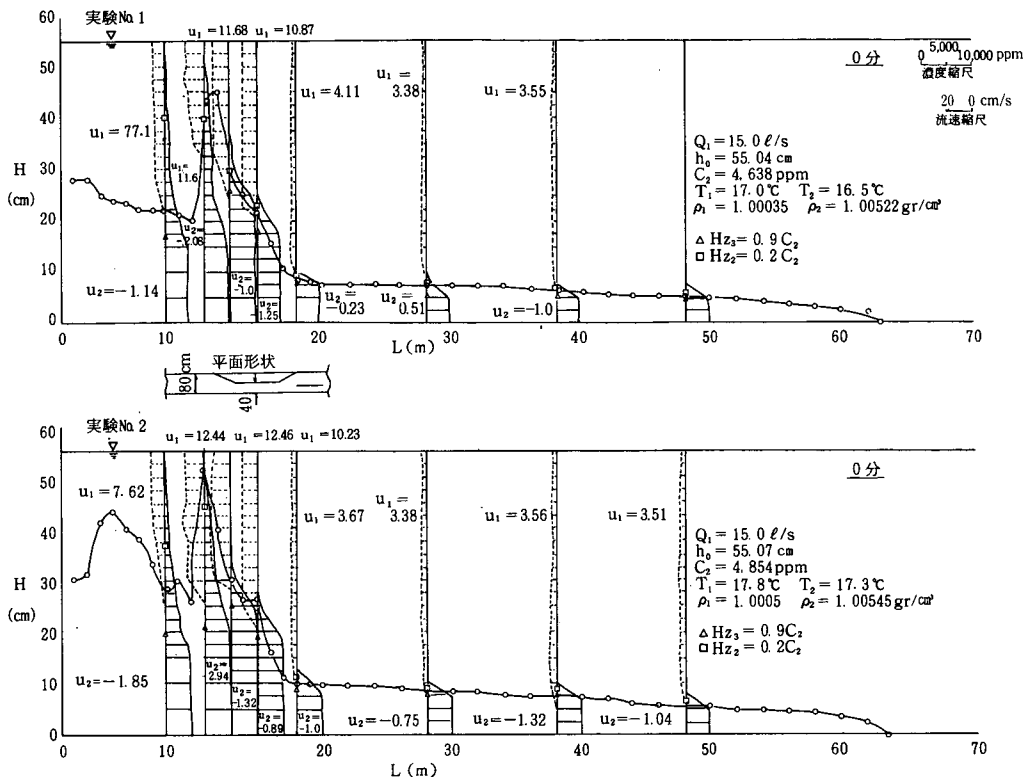


図-1-17 濃度・流速分布，塩水くさび形状図（実験水路）

- い緩やかに上昇する。
- (b) 流速分布の鉛直変化曲線の各縦断上の各点の関連より相対的な流れの成分を判断して，渦の存在を確認する。
- (c) 内部渦頭部付近において表面流速が急増する。
- (d) 流速分布の鉛直勾配は上層のうち境界面付近を除いてジャンプ渦より上流では小さい，すなわち一様分布に近いが，内部渦の範囲では大きくなる。これは上層における密度分布に対応し変化するものと思われる。
- (e) 上層における塩分濃度が急増する。特に内部渦の頭部付近において表面濃度が急増する。
- (f) 密度勾配は，境界面付近において内部渦より上流では大きい，渦の範囲では均一化の方向に変化する。そして渦の範囲ではかなり深い所まで影響を受ける。
- (g) 渦の末端付近において上層濃度は急変するが，特に上げ潮において渦の下流側で上層塩分濃度が急増する。
- (h) 順流時には，上層の内部フルード数 F_1 の縦断

変化曲線でジャンプ開始点付近で急増し，安定時には $F_1 \approx 1$ となる。

などの特性が見られる。もとより，内部渦の存在が実験水路以外で可視化等により直接的に確認されたことはない。従って著者は判断根拠が十分でないことを認識しているが，後に述べるように，この判断に基づいて得られた結果が現象のシステムをあまり矛盾のないかたちで説明しうるので，この基準に妥当性があると考え。そして，このような基準に照合して，流速分布の測定が行われていない資料についても，上記の(a) (e)(f)(g)の各項を基として，界面位置の縦断変化，濃度及び濃度分布の特性より内部渦の範囲について検討を行った。

潮位曲線による内部渦移動状況を考慮すると，内部渦の範囲を推定することが可能であった。

〔4〕 長良川における内部渦の月齢変化の特性

長良川における昭和49年の実測では，1日3時間ごとの観測が5回行われ，このような資料が17日分採られている。塩素イオン濃度の測定精度の評価は行って

いないが、疑問が感じられる観測結果はほとんどないので、定性的な現象に関する考察には役立つ。なお、内部渦の長さについては、測定間隔の関係もあって1 km未満の誤差は伴う。図-1・18^{31),32)}は内部ジャンプ渦の存在範囲を15日周期の月齢順に並べて示したものである。同図には、おのおの観測日ごとに、城南-0.6 km及び船頭平12 kmにおける同時水位曲線(ただし、海水の侵入長が短い場合は12 km地点の水位では適当でないが、詳しい資料によるとほぼ12 km水位と大差はない)、河床付近の塩素イオン濃度で200, 500, 1000, 5000, 10000, 及び15000 ppmを示す地点の距離の時間変化、及び内部渦の範囲を示している。なお、1日に5回行われている各回の測定に要する時間は最大1時間45分であるが、この間の変化は無視することとし、観測値の補正を行わず、各回の観測開始時に合わせて図に記入した。

図-1・18より判読される海水の遡上状況の一般的な特性について、内部渦との関連上必要と思われる現象の特性をも含めて列挙すれば以下になる。

(a) 月齢にして7日～11日及び22日～26日において弱混合状態となることが多い。このとき、水位はほぼ水平で二層流の傾向が強くなる。海水侵入長が最大となるのは月齢9～11日(24～26日)で、侵入長の時間変化が少なくなるのは月齢7～9日(22～24日)の頃である。塩水くさびが発達すると、下層濃度が高濃度になり縦断的な均一化が進む。月齢10～12日(25～27日)では、弱混合から緩混合へと変化をするようになるが、潮位変動量が大きくなっているため、短時間の間海水の侵入長が相当大きくなることもある。

(b) 月齢11～15日(26～30日)及び月齢4～6日(19～21日)は、それぞれ弱混合より緩混合及び強混合より緩混合へと変化し、ほぼ緩混合と考えられる期間である。なお、混合形態の定義は、続編において行うこととし、ここでは、通称概念によることとした。このような期間では水位はおおむね水平であるが、順流時の特に干潮時付近において水面勾配がつき、多少の位相差も存在する。なお、海水の侵入長が12 km以下のときには厳密な議論ができないが、その原因は順流時には流速が大きくなるから連行現象が激しくなり二層流の仮定が崩れてくるためであろう。緩混合状態では、下層濃度の縦断勾配は大きくなるが、弱混合から緩混合状態へ移る場合にも侵入長も大きいが発動幅も大きいのに対し、強混合から緩混合状態へ移る場合には、高濃度部の変動幅が小さくなっているのが特徴であると言える。

(c) 明確な定義に基づく議論は困難であるが、長良川の場合に月齢1～4日(16～19日)は強混合状態と考えられる。逆流時の水面勾配は小さい。順流時には、既に海水が存在しない上流の部分も含む12 kmまでの平均としてみると、だいたい水面勾配がついていてと考えてよく、多少の位相差も存在する。海水侵入長は潮位変化に伴い大きく変動し、侵入長は、あまり大きくならない。

(d) 内部渦は、流速分布の測定の行われた3日間の資料では3つ存在すると考えられることが多いようであったが、流速分布の測定の行われないうちの資料では、多くの場合にひとつの渦を想定できるとどまった。この渦は、渦の強度が大きいというわけではないが、安定して河道の中に移動しつつ存在するので主要のものと考えられる。この渦は大略海水部と河水部を分離する機能を有している。比較的明瞭であるので図-1・18では実線でその位置と範囲とを示した。他の2つの渦は塩水くさびの先端付近に発生するものと、河口付近で流路幅の急拡するに伴い発生する渦と思われ、図-1・18では、破線によって示した。

(e) 月齢1～4日(16～19日)の強混合と思われる期間では、海水侵入の先端からあまり離れていない所で、塩素イオン濃度が5000～10000 ppmの範囲の成層傾向の見られる場所に存在し、海水の移動と共に大きく上下流方向に移動し、その変動幅は大きい。渦の長さは、弱混合の場合に比して短く0.5 kmから長くても3 km程度であり2 km以下が多い。しかし、成層の度合は弱いから内部渦の存在そのものが顕著でない。その長さは上げ潮時に短くなり、上・下層の流速差が大きくなる引き潮時に発達し、長くなる。

(f) 月齢5～7日(20～22日)の緩混合と思われる期間では、遡上先端位置から内部渦までの距離が少し大きくなり、変動幅も減少する。しかし、渦の存在する位置は依然としてやや上流である。渦の長さはやや大きくなって1.5 km～4 km程度である。長良川の場合2.5 km程度が平均と言えるであろう。その長さが上げ潮時に短くなり、引き潮時に長くなる傾向は、強混合の場合と同様であるがその長さが変化する度合は小さくなる。

(g) 月齢7～11日(22～26日)の弱混合と思われる期間では、海水の侵入長が大きくなるが、主要な内部ジャンプ渦の存在する位置は逆に若干下流に下がり、その変動幅も小さく安定してくる。それは入退潮流量の減少の効果と考えられる。長良川の場合、渦の先端位置は3～4 km地点であり、その長さは3 kmほどに

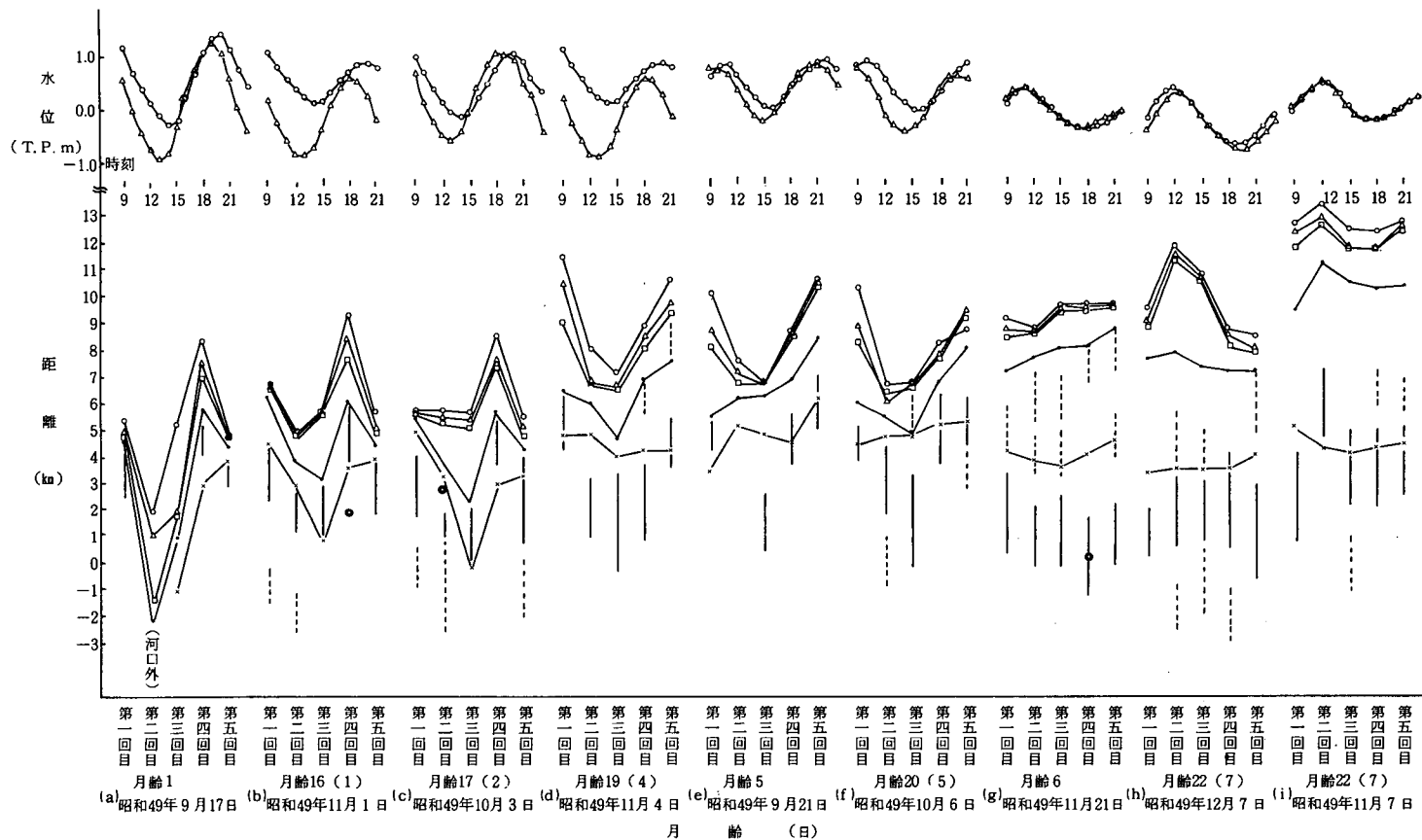


図-1・18(a) 内部渦の範囲とその移動状況、及び濃度分布と水位変化の関係(長良川)

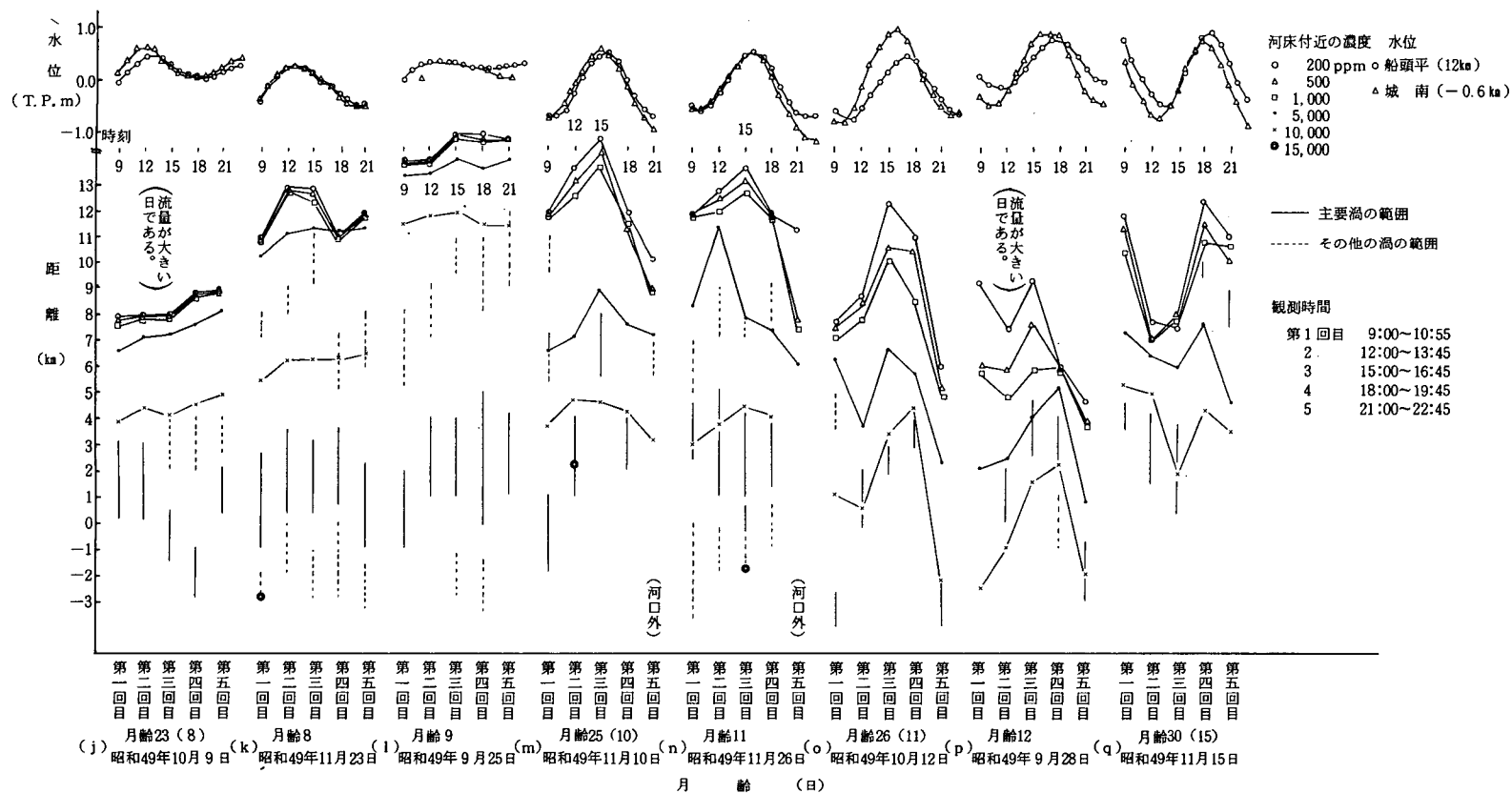


図-1・18(b) 内部渦の範囲とその移動状況、及び濃度分布と水位変化の関係 (長良川)

なるようである。3種類の渦,すなわち河道特性と非定常性によって発生する河道内部渦,塩水くさびの先端渦に原因する内部渦,及び河口流出に伴う渦などもよく発達していると思われる。

(h) 月齢 11~15 日 (16~30 日) の緩混合と思われる期間では,潮位変動量が大きくなることによって,渦位置の変動幅が大きくなり,そのため内部渦の先端位置はかなり上流にまで遡ることも有り得る。また,干潮時には河口外に出てしまうこともある。渦の長さは,その変動幅が大きくなると短くなり 2 km 程度となる。

以上のように,淡塩境界面付近に生じる内部渦が,月齢による潮位変化の仕方に応じた運動をする様子を,図-1・18 から判読することができたが,このような運動の特性は一般的に辻褄の合う現象のように思われる。この限りにおいて,濃度分布図のみから内部渦を推定する方法もほぼ正しいと判断した。

〔5〕 内部渦の移動速度

内部渦の安定条件は後に考察するが,資料により内部渦の運動状況を調べた。初めに,参考のため定常状態の内部ジャンプ渦について考察する。このとき,流れが存在するにもかかわらず,内部ジャンプ渦が移動しない原因は,定常時には流速があまり大きくないことのほかに,渦より上層の流速分布にあると思われる。すなわち,河口出口付近において内部ジャンプが生じるときには,内部フルード数が 1 に近づき,内部境界面が急上昇して表層流速も急激に大きくなる。そして,内部渦の先端付近では,もはや一次元というよりは二次元流であって,その流速分布は水面で大きく境界面付近で微少となる三角形の分布を呈する。この層内ではせん断流のエネルギーが激しく混合拡散に費やされ,渦の直上面における流速は大きくならない。渦周辺部における連行現象もあるが,上層の渦表面流速と下層流速とが均衡し,実際にはせん断力のバランスが保持されて停止するものと思われる。

このような内部渦は非定常になると移動する。移動方向は図-1・18 などからも明らかなように,潮位曲線から判断される平均的な流れの方向と一致する。非定常二層流では,内部渦付近の内部フルード数や濃度分布は定常流の場合と異なるため,内部渦上層の流速分布も若干異なり,その影響も多少存在するが,主要内部渦はおおよそ平均的な流れの方向に,上層流速から定常状態と考えた場合の自流量の上層流速の絶対値相当を差引いた流速程度の速さで移動する。この速度を

0.1 m/s とすると 3 時間で 1 km 程度移動することになる。12 月 7 日には最大の流速 1 m/s (2 km 地点, 15 時 15 分) が観測されたが,内部渦は強混合状態では 3 時間で最大 6 km 以上移動していることもあり,緩混合でも 3 km~5 km 程度の移動が観測されている。流速もほぼこれに相当する程度である。なお,逆流時には,ほぼ上層流速で遡上しているようである。渦の移動速度も逆流時の方が大きく,オーダー的にはだいたいこのような程度の値を示しており,実的にはこのような考え方でよいと思われる。

〔6〕 内部渦に対する河道と海部の条件の相違

非定常時の河道に存在する内部渦を定常時などに海部に存在する内部ジャンプ渦と比較する。

定常流の場合の渦の長さは,海上において流れと直角方向に密度の大きい海水が存在し,河口流出流では流路幅の大きな広がりがあり,また海水と河水との密度差が大きいため渦の減衰も大きいので,非定常状態のように河道の中に存在する内部渦の場合より短くなるものと考えられる。一方,非定常流に河道内に存在する内部渦は,定常流の内部ジャンプ渦と比較すると,渦の上下流の密度差が極端に大きくないこと,河道内では流路幅の自由な広がりが制限されること,上層下層の流速が同一方向となり得ること,及び渦上流端において必ずしも内部フルード数が 1 となり,かつ内部境界面線が急上昇するとは限らないことなどの点において相違する。

内部渦は内部境界面に沿って,あるいは中間層に沿って移動するが,濃度の小さいところで沈み,濃度の大きいところで浮かぶ。遡上時で下流側が高濃度のときは渦の長さは短くなり,渦の強度も弱まる。順流時には渦の長さは若干長くなるようである。しかし,例えば昭和 49 年 9 月 17 日のように,いったん河口の外に出てしまうと長さが非常に短い渦となってしまうから,順流時に相対的に長くなるとしても,長さの絶対値は小さい。このような例は他にも見られる。例えば,10 月 6 日には 2~3 km の渦があるが,月齢 8 日の 10 月 9 日第 4 回目測定時に -1 km 以下までいったん下がると,その次の測定時には長さ 1.5 km と短くなり,また月齢 11 日の 10 月 12 日においても,いったん -3 km 以下まで流下すると渦の長さは 1~2 km と短い。

このように渦は海上に出ると,流速も小さくなり,渦の上下流の密度差が大きくなるので,渦の長さは短くなり強度は弱まるものと思われる。特に外海に接続

する河口では流速の小さいときの減衰が大きいであろう。弱混合時において、内部渦が0 km から4 km 地点の間にあって、その長さが3 km 程度に維持されることは、それ以前の緩混合時期の順流時の長さ4 km 程度の渦が残り、河口から少し出ると短くなりつつ、3 km 程度の長さに短縮されて動きが少なくなって安定化するのであろうと思われる。弱混合時で潮位変動量が非常に小さくなれば、当然のことながら少しづつ河口に出てその長さを短くし、終局的には、定常状態の河口内部ジャンプ渦と同一の状態となるはずである。

〔7〕 内部渦の成長

内部渦は、強混合時においては、成層化が十分でないの下流の方に存在せず、海水侵入区間の上流端近くにあって、遡上先端位置の変動と共に大きく変動する。これは、その後緩混合となって成層化が少し促進され、塩分濃度が減少すると、変動位置がその先端から離れてやや下流部の範囲において大きく変動する。しかし、まだ河口の外にまで出ることはなく、この期間において渦は成長するようである。この時期では、先端部付近の大きい二次元流と河床の大規模な凹凸に基づく弱い渦の発生も見られ、河口出口の内部ジャンプ渦の発生が見られることもある。例えば、月齢20日(5日)の昭和49年11月4日の順流最盛時である第2

回目測定時には後者の渦が、また第3回目で成層化が最も促進されて塩水くさびの状態になったときには、前者の渦が出現している。11月4日にはこの前者の先端渦はその後の遡上時において観測された第4回目及び第5回目も残存しているが、河口部の内部ジャンプ渦はまだ強度が十分でなく、流水の静止時において消滅している。このように、河口部における内部ジャンプ渦は、成層化が進んだ状態の順流時に、また先端渦は十分に先端部が塩水くさびとなった状態において発生し、その強度が十分なときには存続し、弱いときにはすぐに消滅するようである。例えば、図-1・19は、月齢旧の9月7日における観測結果から、2000 ppmの塩素イオン濃度を示す等濃度曲線を第1回観測から第5回観測値までを重ねて示したものである。これによると、第1回目の観測は引き潮開始時で先端付近では成層化が進んでおり、そこにおおよそ楕円形の2000 ppmの等濃度曲線が描れている。これは、1 km 間隔の実測値から推定したものであるから、大略の傾向であるが、そこでは混合の促進が行われ、この付近に大規模な渦が存在していることを示す。渦の長さは1.5 km 程度と思われる。この日は大潮であるから海水侵入距離の変動が激しく、第2回目観測時には5 km ～ -1 km まで6 km も後退しており、渦は消滅している。第3回目及び第4回目は遡上時であり、このような渦の発生は

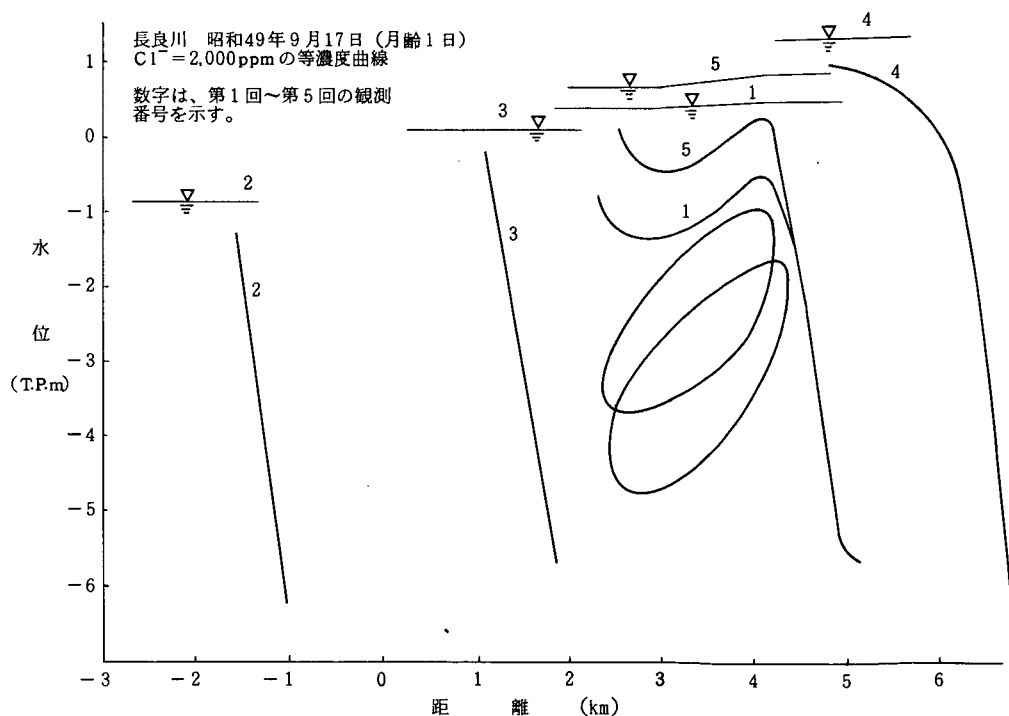


図-1・19 先端渦の発生と消滅(長良川・昭和49年9月17日)

見られないようである。あっても極く小規模の渦にすぎない。ところが、第1回目観測時と同じ引き潮の開始時である第5回目観測時には第1回目とほぼ同様な渦に成長している様子が見られる。この場合には、渦はこの渦のみであると思われるが、このような傾向は、他の測定の場合の先端渦にも相当するものであり、そのような渦の特性が端的に暗示されていると考えることができる。

次に潮位変動量が小さくなって弱混合の期間となると、成層度の増大と共に渦は安定度を増す。遡上距離よりも流下距離の方が大きいから、変動幅を減少させながら流下し、下流位置において安定するようになる。このような状態では先端部の成層化が促進され、流速の大きいときに発生した先端渦も成長し、徐々に流下してくるようである。しかし、この渦は流速の小さい弱混合時にはあまり安定ではなく、減衰、発生、統合等を繰り返し、様相は複雑であるが、渦の強度はあまり大きくなく、重視する必要はないものと思われる。なお、定常状態では先端渦は塩水くさびの先端部において安定する。月齢11~15日(26~30日)の弱混合の次に現れる緩混合の状態では、前期の緩混合の状態とは多少異なり、内部渦は変動幅も大きく河口の外に出ることもある。このようにして渦は徐々に弱まっていく。渦の長さが短くなって、強度が弱まり高濃度化が促進されると、渦は下流部には存在しえなくなると同時に海水の遡上距離が短くなり、やがて内部渦は海水侵入の先端付近にあって、その位置の変動と共に移動するようになり、強混合の状態へと移行する。強混合時の内部渦は、先端付近において新たに発生するものではないかと思われる。例えば、9月17日の第1回目のやや発達した渦は第2回目で河口の外に出てしまい、先端あたりで発生した渦が第3回目及び第4回目に上下し、第5回目では少し発達しかけているという様子がうかがえる。11月15日も第3回目の大きな渦は遡上時に消滅し、観測されていない。おそらく、この頃に先端付近で発生した渦が第4回目に現れ、第5回目の順流時に少し発達しかけているとみるべきであろう。このように内部渦は渦周辺の流れにのり、発達と減衰及び変形の現象を伴いながら上下流へ移動する。

〔8〕 内部渦の安定条件

非定常状態の内部渦の安定条件を求めることを目標とするが、シミュレーション・モデルの対象は海水の遡上距離が大きくなる成層状態であるから、弱混合時

を想定し、玉井・池田³¹⁾にならって定常的な取扱いとする。塩水くさびの上層の等流水深 h_0 、及び限界水深 h_c は塩水くさびの基礎式において、

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{-f_1(1+h_1/h_2)+(h_1/B)\partial B/\partial x+(1/F_1^2-1)E/u_1}{(1-F_1^2)/F_1^2} \\ = \frac{f(h_0)}{g(h_c)} \dots\dots\dots (1.1)$$

とおくとき、それぞれ $f(h_0) = 0$ 、及び $g(h_c) = 0$ の条件から求められる。ここに、 B は流路幅である。検討例としては、長良川における緩混合状態(月齢11日)の海水侵入運動を取上げた。簡略のため非定常項を無視して求めた結果は図-1・20のa)、b)のようである³⁴⁾。限界水深 h_c と h_1 の関係は容易に求められるが、等流水深は $\partial B/\partial x$ が正の大きい範囲内で、最大2つ存在するが、通常その範囲は限られる。 $\partial B/\partial x < 0$ ではほとんど存在し得ない。 h_0 が二つ存在する理由は $E(1F_1^2-1) = 2 \times 10^{-3} \cdot (F_1-F_1^3)$ より、 $f(h_0)$ の第3項は F_1 が0と1のとき零で $F_1 = 1/\sqrt{3}$ のときピーク値をとる上に凸となる曲線を描くからである。図-1・21では一例として長良川の6 kmと4 km地点の例を記している。 $F_1 = 1$ となる h_1 は下流ほど小さくなるが、二つの h_0 も共に小さくなりながら両者の差を縮め、 h_c に近づきつつ一致する。図-1・20のa)b)には閉じた曲線の等流水深、限界水深、界面形状のほか、以前判定した主要内部渦及びその他の内部渦の範囲を示している。等流水深は $\partial h_1/\partial x$ を零とする条件であるが、二例とも h_0 が一つになるあたりで h_c に近づき、かつ界面形もそのあたりで収束する傾向を有する。二つの h_0 が一つの h_0 になるあたりでは F_1 が0.5~0.6程度であり、これより下流の $\partial h_1/\partial x$ の分母は非常に小さくなる。一方、界面位置を示す縦断曲線と h_0 曲線との交点では分子が零になるわけであるから、界面位置は計算を真とすれば、水平に交わるのが真である。実際にはその上流に存在する内部渦や不定流の効果を考えなければならない。さて、図-1・20の場合には、7~9 kmにかけて弱い渦の存在が考えられるが、4 kmあたりでは h_0 が一つになって F_1 が大きくなり、界面位置も h_c に近づいて、その下流では内部ジャンプが見られる。主要内部渦の予測を確認する一つの根拠でもある。内部ジャンプ発生の条件は $\partial h_1/\partial x$ の右辺の分母が零となることであるが、この場合に分子までを零とすることは計算上大変なことであつた。すなわち、 $\partial B/\partial x$ がよほど大きくない限り、 h_c 曲線と h_0 曲線とは交わることはなく、 $\partial h_1/\partial x$ の右辺が0/0とはならない。図-1・20の場合の

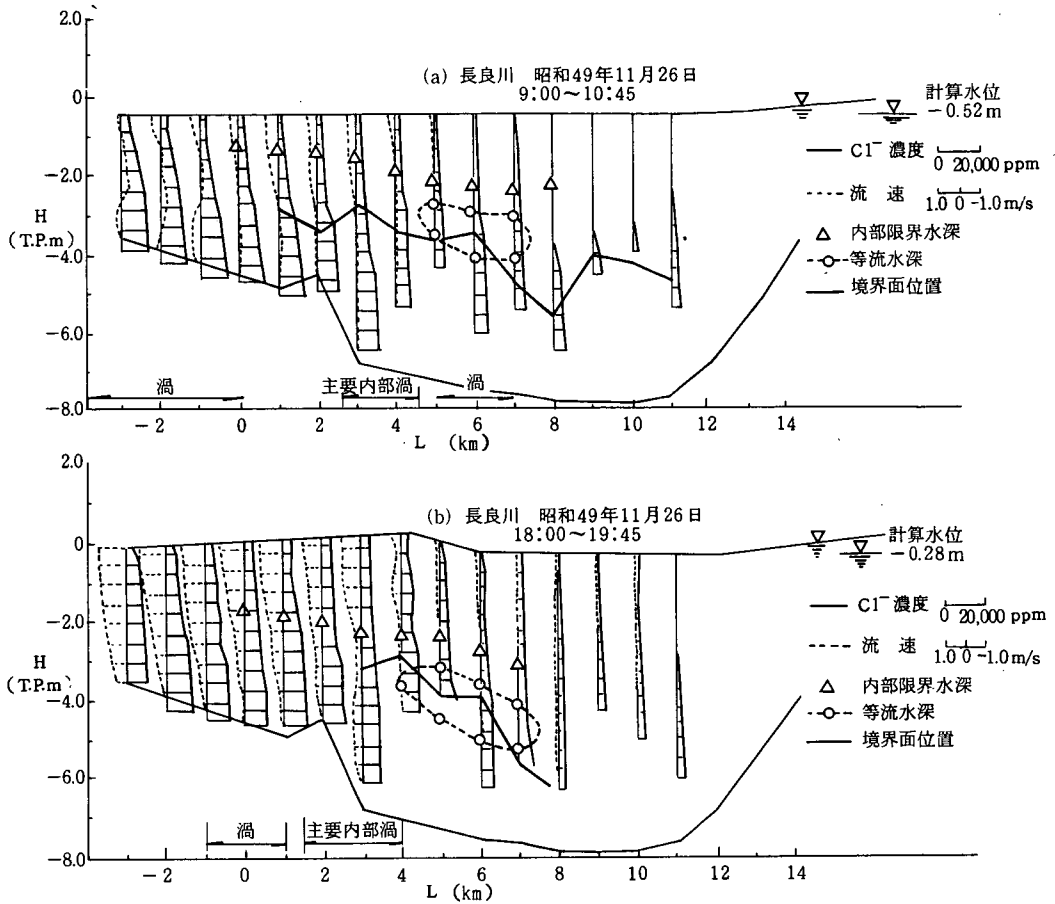


図-1・20 内部渦の位置と等流水深，限界水深及び界面形状などの関係

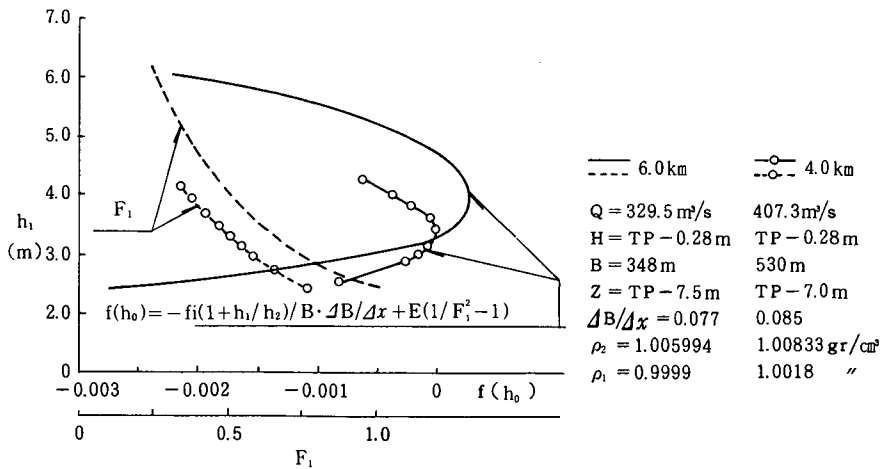


図-1・21 $f(h_0)$ と h_1 の関係

2.5~4.5 km の渦は主要内部渦に近い渦であり、0 km より下流に存在する渦がおそらく主要内部渦なのであろう。なお、以上の議論は流れを定常状態として取扱ひ、河道を簡略化した場合の計算結果に基づいており、実際の河道に存在する内部渦と厳密に合致させることは困難であるが、このような考え方の妥当性をほぼ認めることができるであろう。以上のことを要約すると次のようである。

(a) 上層水深は、常流の一層流とは逆に、下流に向けて小さい方の等流水深 h_0 に近づく。そして、 F_1 の増大と共に連行が激増し二つの h_0 が一つになる直下流で急速に限界水深 h_c に近づき内部ジャンプが発生する。

(b) 等流水深に対しては $\partial B/\partial x$ の影響が大きい。長良川で、成層時に主要内部渦が0~4 km に安定するのは流路幅の変化の効果も考える必要があるであろう。

(c) $\partial B/\partial x$ が負であると、界面形が下流に向って上昇し、 F_1 や E の増大となって不安定になる。

(d) 主要内部渦以外の渦は、直接モデル計算の障害とはならない。しかし、 h_1 を小さくして h_c に近づけるようであると不安定となる。

以上は、二層流を h_0 と h_c の点から考察したものである。この計算例では、非定常効果を除外して考察したが、この結果は近似的に非定常状態にも適用することができると考えてよいであろう。

〔9〕 主要内部渦の頭部の水理条件

主要内部渦は、密度効果に基づいて成層流の界面付近に発達する内部渦の一種である。主要内部渦の頭部

では、順流時に内部フルード数 $F_1 \approx 1$ となり、二層流の基礎方程式において不連続となる。従って、シミュレーション・モデルでは主要内部渦の頭部において境界条件を与えることができれば都合がよい。その他の渦としては、先端渦はその規模がさほど小さくなく、濃度分布を大きく変化させるほどの混合を生じていないと考えてよい。また、河口出口付近に生じる内部ジャンプ渦は十分成層化した状態で生じるようであり、感潮河川においては必ずしも発生するとは限らない。それは河道内において、既に見てきたように成層流の不定流特性に伴い、河道の内部において発達した渦が存在し、その下流においては混合が十分に行われてしまうからであると思われる。従って境界条件を与える位置としてはこの大規模に発達した主要内部渦に注目する必要がある。このような内部渦は、成層化に伴い、上・下層の流速差が大きくなると発達し、内部境界面に沿って移動する。順流時には、渦は発達する過程でその先端位置において内部フルード数がほぼ1となる。

表-1・2は流速測定が行われた3日間の内部渦先端付近の内部フルード数である。内部境界面位置、 ϵ 及び流速 u_1 の測定に誤差が若干あるので、必ずしも $F_1 = 1$ とはなっていないが、通常の定常状態の塩水くさびでは $F_1 = 0.2 \sim 0.4$ 程度の値を示す区間が長く、 $F_1 > 0.7$ の範囲は特別な河道条件を有する区間を除き、内部ジャンプ渦近傍に限られていることを考えると、順流時にはこの付近において $F_1 \approx 1$ となっていると判断してよい。順流の初期と末期には $F_1 < 1$ であるが、初期には割合早く $F_1 = 1$ に近づき上層水深 h_{10} は急激に

表-1・2 内部渦先端における内部フルード数 F_1

測定日	測定の 順番	位置 km	ρ_1 gr/cm ³	ρ^2 gr/cm ³	ϵ	h_1 m	u_1 m/s	F_1	
11月23日	第1回目	3	1.0055	1.0187	0.0130	1.7	-0.09	-0.193	
	2	4	1.0036	1.0154	0.0116	1.5	0	0	
	3	3	1.0047	1.0180	0.0131	1.5	0.29	0.661	順流初期
	4	3	1.0024	1.0151	0.0125	1.5	0.35	0.816	順流
	5	2	1.0017	1.0175	0.0155	1.6	0.08	0.162	
11月26日	1	4	1.0046	1.0081	0.0044	1.5	0.22	0.866	順流
	2	5	1.0033	1.0106	0.0073	1.7	-0.07	-0.576	
	3	4	1.0079	1.0137	0.0057	1.4	0.20	0.715	順流
	4	4	1.0067	1.0129	0.0051	2.7	0.33	0.898	順流
	5								
12月7日	1	2	1.0052	1.0159	0.0105	2.7	0.58	1.100	順流
	2	3	1.0096	1.0153	0.0056	1.1	-0.07	-0.285	
	3	3	1.0073	1.0178	0.0103	3.0	0.51	0.927	順流
	4	3	1.0043	1.0186	0.0142	2.7	0.27	0.440	順流末期
	5	3	1.0043	1.0186	0.0140	2.3	-0.04	-0.071	

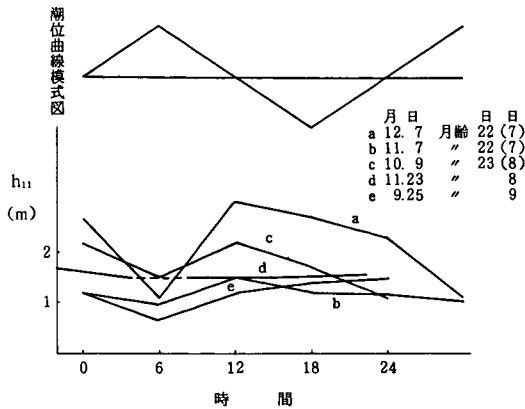


図-1-22 内部渦先端位置における上層水深の時間変化

大きくなる。順流末期には渦は浮上する傾向にあるが、それまでは比較的長く $F_1 = 1$ の状態が維持される。逆流時には渦はやや減衰過程にあり、渦の高さにはあまり大きな変化はなく、境界面に沿って流れと共に遡上するようであるが、上層水深 h_{10} は徐々に減少する。図-1-22 は極く簡単に読み取ったものであり、あまり正確ではないが、弱混合時の実測例を示す。また、一般に先端部の渦では順流時においても内部フルード数は小さく、河口流出渦では F_1 はかなり大きいようである。

[10] ま と め

河道の中の成層流における密度分布を見ると、縦断的な波動や急変部があって、それが時間的に変化している。それらの原因の主要なものは、三次元性、履歴効果、及び不定流効果などであり、互いに重なって作用する。この点で、単純な実験水路内の現象とは相違する。その結果は、中間層の発達（密度分布と流速分布の問題）、及び内部渦の発達となって現れる。

この論文のモデルは、中間層は上層中に含めて取扱うこととしたが、内部渦については二層流の不安定性とその影響について考察する必要があった。もっとも、ここでいう二層流の不安定とは内部波の発達や界面の安定問題ではなく、数値計算において不安定を起すような規模の大きい現象を指す。計算において物理現象上の不安定原因は、内部フルード数 $F_1 = 1$ となることと、他の原因による発散である。内部渦はこれらに関係する。

二層流には大別して三種の内部渦がある。先端渦、河道内部渦、及び主要内部渦である。ここでは、乱れ

のスケールと内部波のスケールの渦、及び河床の小規模なくぼみなどに基づく局所渦などを除外した。従って、これらの渦はいずれも密度効果に基づくものであり、成層度と上層下層の相対速度の増大と共に発達する。一層流では射流から常流に変化するときに跳水するが、二層流では通常、常流から射流に変わるときに主要内部渦が発生している。渦を挟んだ上・下層の流れは連続変化と見なしうが、基礎式ではこの付近で不連続となる。ただし、遡上時は上層流がほとんど零のとき、下層流の跳水現象が生じることがある。著者らの実験では、逆流時に、狭窄部の上流において二層流の跳水が見られた。このように主要内部渦は、モデル計算上に重要な条件を与えるが、二層流にはこれより弱い内部渦や先端渦が存在する。河道内部渦や先端渦の範囲では $F_1 < 1$ であるが、密度の鉛直分布や界面位置に変化を与える不安定要素となる。これらは、主要内部渦や先端渦が移動し残存したもの、あるいは河道形状と不定流効果の総合作用の結果生じたものと考えられ、単純断面で水路幅変化が緩慢な水路では見られないと思われる。先端渦は定常状態でも存在するが、特に遡上時に発達し、引き潮に減衰する。先端渦では淡水層に混入させる。その結果、中間層の発達に寄与し、塩水くさび先端部の一次元性の仮定を問題とし、別途の検討を要求する。

この節では、まず実験水路において内部渦を発生させ、内部渦の中の非定常運動と内部渦全体の運動の特性を調べた。ついで、長良川における実測結果で、流速分布と濃度分布の実測の行われた3日間の資料から、長良川における内部渦の存在を確認した。内部渦が存在することによる濃度分布や流速分布、及び界面形状等の特色ある特性は実験の場合とよく似ていた。そこで、この特性を利用して、長良川において濃度分布のみの実測が行われた他の14日間の資料から内部渦の存在を推定した。この結果に基づいて、月齢や潮位変化に応じて運動する内部渦の特性を明らかにした。これに関連して、内部渦の定常運動と非定常運動との相違、及び海部と河道内に存在する内部渦の相違点などについて考察した。また、月齢に応じて変化する海水の遡上状況と対比させて内部渦の成長と減衰の過程を明らかにしたが、このモデルが対象としている成層の度合いが大きくて海水の侵入長が大きくなる塩水くさびでは、内部渦の位置の変動は小さくなり、河道下流端に安定して落ち着くことが明らかとなった。また、この位置は等流水深と限界水深から、内部渦の最も安定する場所であることが判明した。長良川以外

の河川にもこの手法を適用できるものと考えられる。また、この位置に存在する主要内部渦の頭部では、順流時にはほぼ限界状態となることも明らかとなった。

5. 河道内部渦による混合

ここで考察する河道内部渦は、主要内部渦及び先端渦以外の内部渦である。このような河道内部渦は直線的な一様水路では、定常流においても、また非定常流においても発生しにくい。河川においても定常状態と考えられる場合には、ほとんど発生を見ないと考えてよい。従って、非定常的な河川においてのみ考慮する。

長良川の資料で見ると、3種の渦のうちで最も不安定であり、発生後容易に消滅するようである。発生の原因は、流体力学的な不安定性で、界面勾配が大きくなるためと考えられる。このことは資料にも現れており、河道内部渦上流の界面の勾配が大きくなっている。段波や内部波から発達した孤立波ではないと考えられる。

河道内部波が発生しやすい条件は、急激な潮位変動による流速の増加率の縦断的な不均衡、流路幅の変化等に基づく界面勾配の増大、上・下層の相対速度の増大、及び上・下層密度差の減少などであると考ええる。

内部渦の形状は多種多様であるが、大きい渦の長さは2~3 kmにも及ぶ。河道内部渦の鉛直線上の厚さは主要内部渦より大きくなることもあり、長良川の場合には2.5~3 mであった。ちなみに主要内部渦では2.5 m程度である。主要内部渦と異なる点は、内部フルード数が1より小さいと、安定性に欠けること、及び渦の厚さが大きいことであり、大きくゆっくりと回転する渦であって、比較的短い時間に混合・拡散によってそのエネルギーを失い、減衰するようである。河道内部渦には当然小さいものもある。また、中間層の内部のみで回転している渦もある。例えば、濃度分布の急変点が鉛直線上に2点存在し、2点間の濃度が下層と表層付近の濃度の中間であり、かつこの間で一様な場合である。しかし、このような渦も本質は同様と考える。

河道内部渦は主流からのエネルギーを受けやすい形と規模のものが残る。流速が小さいからある程度の長さは必要であり、河道内部渦の下流側の下面は等濃度曲線の影響を受けるはずである。河道内部渦の内部では流水が大きな回転運動をしていると想定する。ローラー状の渦の存在の可能性はあるが、主要内部渦とは本質的に異なると思われる。長良川の実測結果によれ

ば、河道内部渦の下流の上層濃度は河道内部渦が存在するために、主要内部渦の場合のように急減することはない。すなわち、主要内部渦の場合のような強度が大きいローラー状の渦が間欠的に発生するというような内部の構造となっていない、あるいはその程度が低く、この点で若干異なると思われる。河道内部渦の構造を以上のように考えると、河道内部渦は完全に閉じていないが、閉じる程度に応じて河道内部渦の内部に濃度が蓄積される。そして、濃度の蓄積が進み濃度分布と流速分布が変化すると、主流からのエネルギー伝播が不十分となり河道内部渦の発展が止まる。もともと主流からのエネルギー補給は多くはないから、これが減少するときには、大きな河道内部渦は混合により容易に減衰する。

河道内部渦の内部の濃度が上昇すると、界面位置は低下し、河道内部渦の移動に伴って変動する。河道内部渦の厚さはこのようにして厚くなる。その限界は主流からのエネルギー補給による。実際はこのエネルギー補給はわずかであり限界があるから、河道内部渦の中の濃度の増大量と界面位置の低下量にも限界がある。

次に、河道内部渦による濃度の上昇量を簡単なモデルを想定して推算してみる。渦を単純化して図-1・23のように考えると、内部渦の有するエネルギーは

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} g \frac{v^2}{2g} v \delta B \alpha_1$$

である。ここに、内部渦の中の流速 v は左右方向にそれぞれ一様とし、 α_1 は形状に対する補正係数である。このエネルギーは主流より与えられたエネルギーに等しい。さて、このエネルギーの一部が混合に費やされて内部渦の中の濃度が上昇するのであるが、いま仮りにこのエネルギーのすべてが混合にまわされると仮定して連行量に換算してみる。せん断力 $\tau = \rho_1 g h_1 i_{f1}$ とし、このエネルギーが $\tau u_i B l$ に等しいとすれば、

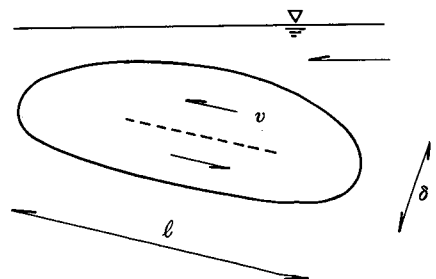


図-1・23 内部渦のモデル

$$i_{f1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{4\rho_1} a^3 \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{\delta}{l} \dots\dots\dots (1.2)$$

となる。ここに i_{f1} は内部摩擦勾配である。ただし、 v は au_1 に等しいと考え、かつ $\alpha_1 = 1$ とした。これがすべて連行に関係する量と仮定すると、

$$i_{f1} = \frac{u_1^2}{2gh_1} \frac{2E}{u_1} \dots\dots\dots (1.3)$$

とおくことができるから

$$\frac{E}{u_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{4\rho_1} a^3 \frac{\delta}{l} \dots\dots\dots (1.4)$$

となる。ここで、内部渦の中の流速を u_1 の半分程度 ($a = 0.5$) とし、内部渦の大きさを $\delta = 2\text{m}$ 、 $l = 3,000\text{m}$ 程度とすれば、 $F_1 = 0.3$ 程度と考えたときの連行量に相当すると考えることができる。すなわち、式 (1.4) に基づく値が $E/u_1 = 5 \times 10^{-5}$ であるのに対し、連行量は $E/u_1 = 2 \times 10^{-3} F_1^3$ によれば 5.4×10^{-5} である。

一方、内部渦が有する運動が内部渦の寿命時間 T ごとに混合に費やされると考えると、内部渦の平均の運動量は

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \frac{l}{T} \delta B \cdot v$$

であるから、同様の換算を行うと

$$\frac{E}{u_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2\rho_1} \frac{a\delta}{u_1 T} \dots\dots\dots (1.5)$$

となる。ここで、 $u_1 = 0.3\text{m/s}$ とし、仮りに内部の寿命時間 T を 10 時間程度とすると、 $E/u_1 = 9.1 \times 10^{-5}$ となる。運動量の場合には若干無理な仮定も含まれており、少し大きな値となっているが、大略同オーダーと見なすこともできよう。

以上の検討の結果、成層が発達した状態では、上層濃度の上昇に対して、河道内部渦の貢献はおおよそ連行量程度であることがわかった。従って、弱混合状態においては、混合効果に対してはその影響を重視する必要はない。ただし、潮位変化が大きくなり、渦の中の流速が大きくなって a の値が増大し、渦の厚さ δ が増大し、かつ渦の変動が激しくなって T の値が小さくなると、河道内部渦によって混合が急激に促進される。内部渦については、その存在により濃度分布が変化し、かつ内部境界面が影響を受けることに留意しておけばよい。このような現象を定量的に評価するためには、非定常状態の河川においてさらに詳しく調査する必要がある。

6. 先端渦による混合

先端渦に関する定義は明確ではないが、先端渦はフロントが存在する限り、ほとんどすべての場合に生じる。主要内部渦や河道内部渦は潮位が低下するときに発達するが、先端渦は潮位が上昇するときに発達する。先端渦は先端部における下層全体の渦で、この範囲では中間層は明瞭でない。先端渦が発達するとき、先端渦の中の上流部に小さい淡水の渦ができる。小さな間欠的な渦も存在するが、総体的に見ると先端渦は短い時間のスケールでは定常的であると考えてよい。

先端渦による混合には 3 種類の現象がある。第 1 は上層への塩水塊の巻き上げであり、第 2 は中間層への中間密度を有する流体の供給であり、第 3 は下層への供給である。それぞれの方向に供給される流体は、下流より下層を通して補給される塩水と先端部の小さな淡水渦などの効果も加わって、供給される淡水とが混合された流体である。ここでは第 1 と第 2 の混合現象を取上げ、上層濃度の上昇に対する寄与の問題について考察を行うこととした。

図-1.24 は 100 m 実験水路内の定常的な塩水くさびの下層の流量 Q_2 の縦断変化を示す。- $x/L = 0$ の点は内部ジャンプ渦の上流端の位置であり、- $x/L = 1.0$ は塩水くさびの上流端である。下層流量は上流ほど小さくなり、その減少量が連行により上層へ混入したと考えられる。従って、上流ほど内部フルード数は小さいから、連行量は減少し、曲線は緩やかとなっている。しかし、下層流量は塩水くさびの先端に近づいても零とならない。このことは先端渦による上層への混入現象が存在していることを示す。しかも、図-1.24 に見られるように、先端渦による上層への下層塩水の混合量は、連行量に比し無視しえぬほど大きい。

そこで、測定精度がまざっている上層濃度について、同様の関係として実験資料をまとめたのが図-1.25 である。いずれの場合についても、先端渦による下層水の混入によって先端付近において上層濃度が上昇していることがわかる。下流端における上層濃度に対して、塩水くさびの先端における上層の濃度は相当大きく、無視しえない効果を有していることが判明した。

先端渦による混合の現象は、先端渦の規模によるところが大きい。関係する水理量は、流速、水深及び密度差である。先端渦の形状はクーリガン数によって主として定められると考えてよいから、混合現象についてもクーリガン数が支配的な要素のひとつであると考えられる。また、第 2 の要因として界面現象に関係する水理量の影響が考えられる。このような効果を代表する要素としては先端部における内部フルー

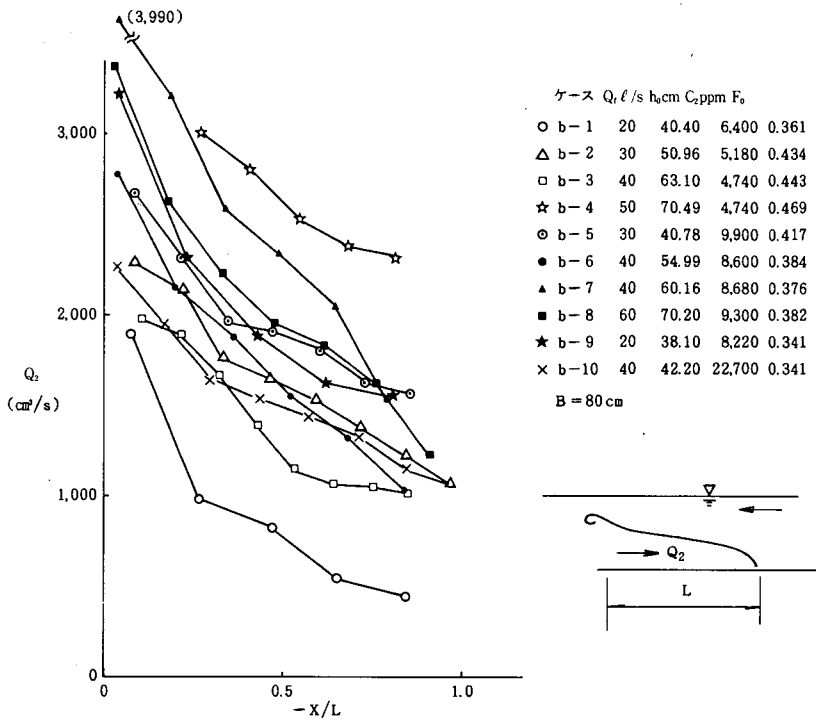


図-1-24 下層の塩水流量の縦断変化 (実験水路, 定常状態)

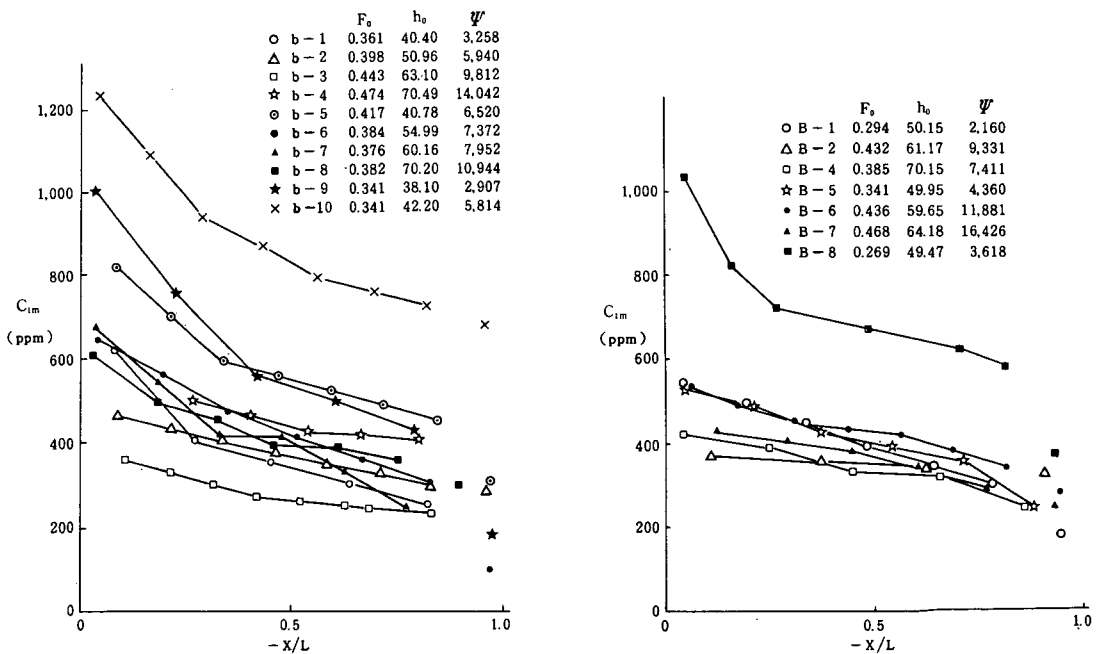


図-1-25(a) 層の塩素イオン濃度の縦断変化 (実験水路, 定常状態)

図-1-25(b) 上層の塩素イオン濃度の縦断変化 (実験水路, 定常状態)

ド数が重要である。

図-1・26 は図-1・25 の結果に基づいて、先端部における上層の濃度 C_{1r} とクーリガン数 ($\Psi = R_{e0}F_{10}^2$, $R_{e0} = u_0 h_0 / u_0$, $F_{10} = u_0 / \sqrt{egh_0}$)、及び内部フルード数 F_{10} の関係を求めたものである。クーリガン数が小さいときには内部抵抗係数は大きく、塩水くさびの先端部の形状がかまぼこ状となるから、先端渦の強度は大きくなることがあって、上層への塩水の混入量は増大し、上層濃度 C_{1r} は大きくなる。反対にクーリガン数が大きくなると C_{1r} は相対的に小さくなる。図-1・26 はこのような特性をよく説明していると思われる。なお、こ

こで C_{1r} は図-1・25 の曲線を延長して $-x/L = 1$ の点の値として求めたが、将来先端渦の長さが明らかにされた段階で修正される。

次に、 C_{1r}/C_2 の値を河川における実測値と対比させると、定常状態と考えられる河川の値に近い値を示している。例えば、最上川の場合には $C_{1r} = 1,000\text{ppm}$ であったから、 $C_{1r}/C_2 \approx 0.05$ 程度である。 $\Psi \approx 40 \times 10^3$ 程度なので図-1・26 から見ると C_{1r}/C_2 は若干大きめの値となっているが、他の河川の値は最上川より若干小さい C_{1r} の値となっており、図-1・26 の値に近づいている。河川における C_{1r} が若干大きいのは河床形状やその他の影響が加わったものと考えられるが、非定常状態では C_{1r} はさらに大きくなるものと考えられる。しかし、長良川の場合でも $1,000 \sim 2,000\text{ppm}$ であるから、図-1・26 の関係に近いと判断することができよう。(非定常状態の河川では、先端渦のほかに主要内部渦や河道内部渦の影響もある。)

河川では下層濃度が縦断的に変化するので、下層濃度 C_2 を考えるよりは、先端付近の水量で表現することが必要である。そこで、先端における流量比 Q_{2r}/Q_{1r} によって表したのが図-1・27 である。図-1・26 と同様であるが、フルード数 F_{10} が大きい方が C_{1r} あるいは Q_{2r} が大きくなる特性が見られる。このような問題については今後さらに詳しい研究が行われるであろう。

7. 内部渦が影響を及ぼす主要な現象の種類

内部渦の発生によって生じる大きな変化は、濃度分布、流速分布、及びその間欠性である。その結果、エ

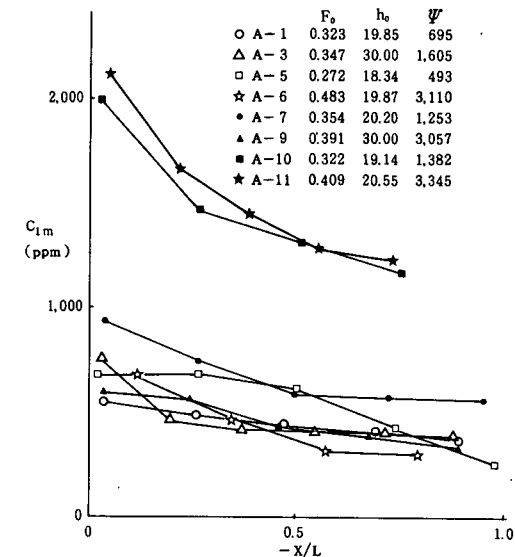


図-1・25(c) 上層の塩素イオン濃度の縦断変化 (実験水路、定常状態)

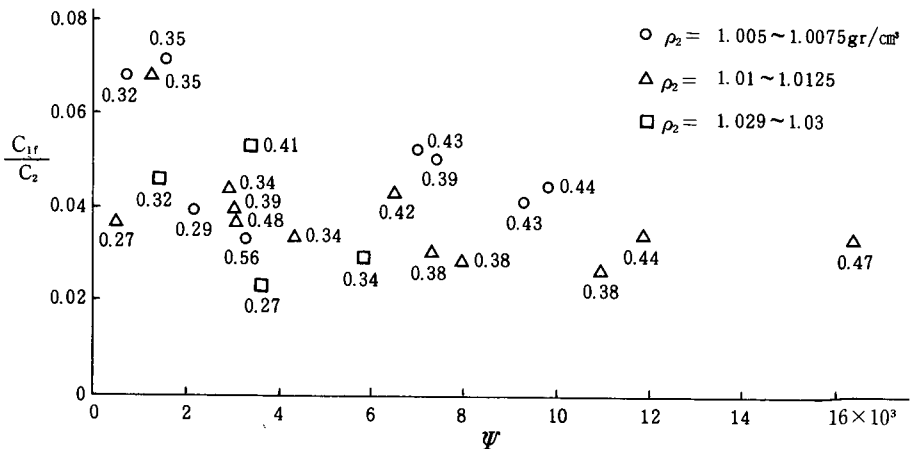


図-1・26 先端渦に基づく混入によって上昇した上層の濃度

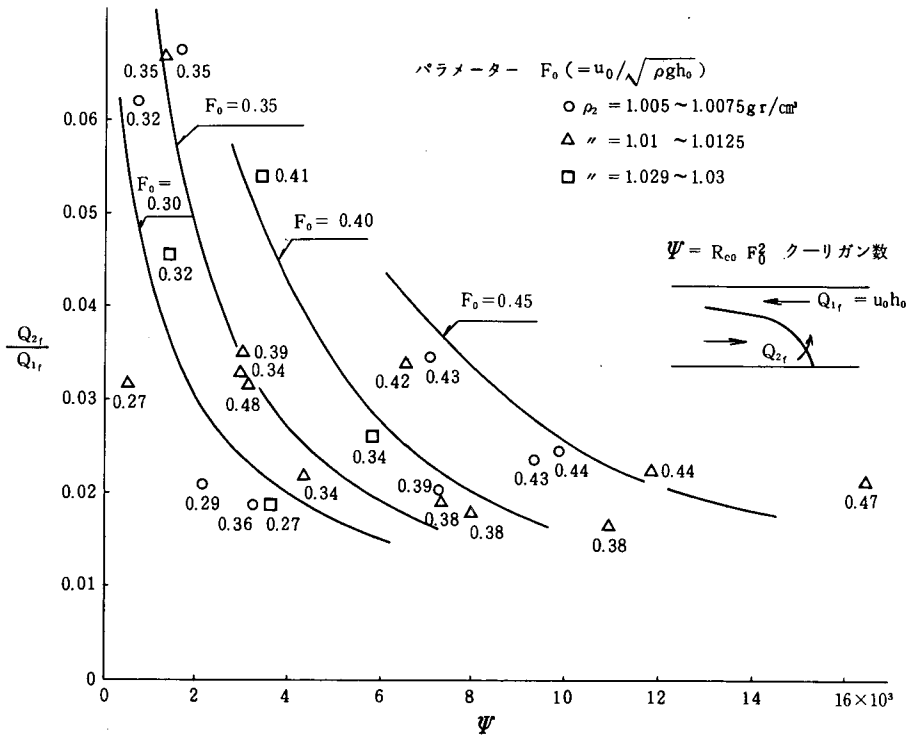


図-1-27 先端渦に基づく混入によって増加した上層の流量

エネルギー消費量の増大、淡塩水の混合の増大、中間層の発達とそれに基づく逆連行現象の発生、及び界面位置の不明瞭性と変動などの現象が生じる。

この場合、若干条件が異なる先端については別途取扱うことにし、主要内部渦及び河道内部渦を対象とした。また、主として、定常状態を想定して考察を進めることとした。

主要内部渦によるエネルギー消費の増大は、摩擦抵抗係数の中において取扱うことが可能であり、適正な連行量に基づいた付加摩擦力を考慮すればよいことは既に述べた。一方、長良川を例とした非定常計算によれば³⁵⁾、河道内部渦のない実験水路の場合に適用した手法をそのまま適用して、海水の侵入長についてはほぼ満足すべき結果を得た。このことは、河道内部渦が存在する場合にも抵抗係数に関する限り妥当であると考えるであろう。すなわち、河道内部渦によるエネルギー消費についても、主要内部渦と同様の取扱いが可能である。

次に、主要内部渦と河道内部渦による淡塩水の混合の増大は連行量とその他の混入量とに分けて考える必要がある。主要内部渦の場合に連行量が若干減少することを先に述べたが、これは流速分布と濃度分布の間

題であり今後の研究を必要とする。

中間層の厚さ δ は下層濃度の9割から2割の点の間の厚さ、すなわち、 $\delta = Z_{0.2c_2} - Z_{0.9c_2}$ と定義する。ここに、 Z は鉛直高を表す。従って、明確な中間層を考えるのは非常に混合が少ない塩水くさびに限られる。このような中間層は、主要内部渦や河道内部渦以外にも、先端渦、連行、内部波、及び塩水くさびの長さなどの影響を受ける。先端渦の影響については既に考察を行ったが、主要内部渦、河道内部渦及び先端渦などがない実験水路において内部フルード数が $F_1 = 0.1 \sim 0.2$ 程度の条件のもとでも中間層は発達し、砕波を伴う内部波の存在によっても中間層は発達する。また、中間層の厚さが塩水くさびの長さに関係を有することは当然である。

中間層と主要内部渦の関係は定常状態と非定常状態とに分けて考える。まず、定常状態では実験結果によると、中間層内の流向は順流である。従って、主要内部渦によって生産された上・下層の中間の密度を有する流体が、中間層を流路として上流に輸送されることはない。

しかし、非定常状態となると、主として潮位が上昇する過程でなおも主要内部渦が存在しているときに

は、逆流となる中間層を主たる流路として上・下層の中間の密度を有する流体が上流へ輸送され、先端渦の効果と相まって中間層の発達をみることになる。

中間層と内部渦の関係は主として非定常状態が問題となる。非定常状態では中間層の厚さの縦断変化が顕著である。定常状態では顕著な中間層厚の縦断変化は見られない。この原因は内部渦の発達と減衰の現象に密接な関係があると考えられる。内部渦が存在することによって、その下流部にわたって中間層厚が急激に増大する区間が出現する。これはこのあたりで大きな混合現象があったことを示す。

逆連行現象という、従来は内部波が発達し砕波が発生した状態において生じるものと考えられており、内部フルード数が大きくない範囲ではほとんど無視されてきたと思われる。本論文において、ここで取上げた逆連行現象は主要内部渦及び先端渦に基づくもので、次の2通りの現象がある。ひとつは、上・下層の中間の密度を有する流体が中間層の中を流れるときに下層の流体を乱し、極くわずかではあるが、下層の中へ侵入し、その一部を中間層に取込む現象である。他のひとつは、主要内部渦及び先端渦（先端渦も上・下層の中間の密度を有する流体を生産する）によって生産された上・下層の中間の密度を有する水塊が下層流の中に不連続的に侵入し、それぞれ上・下流への移動に伴って、浮上し、下層の上面に集まる現象である。これは厳密には連行と呼ぶべき現象ではないが、便宜上この範ちゅうに入れておいた。このような下層からの浮上水塊の付着が多くなると、下層濃度の9割の濃度を示す界面位置が下方にシフトし、結果として中間層が発達することがある。なお、河道内部渦は強度が大きくなったときに、主要内部渦と同様な動きをするものと推察される。

もっとも、このような主要内部渦及び先端渦によって生産された上・下層の中間の密度を有する塊が、すべて下層の上面に浮上するわけではない。このような水塊の一部は下層の中でさらに混合され、下層の密度を低下させる効果を有することを付け加えておく。さらに厳密な議論をするためには、このような渦によって生産される水塊の密度と量を定量的に評価し、下層の中における拡散現象を考慮しなければならない。ちなみに、実験によると主要内部渦の直上流2m地点と塩水くさびの中央部の塩素イオン濃度の両者の比の減少率は2%から5%程度であった。主要内部渦の強度と下層流を考慮した検討はここでは行わない。また、先端渦の効果もあり、フルード数 F_0 が大きくて塩水くさ

びの長さが短い場合には、下層密度の縦断変化が非常に大きくなる実験結果も得られている。

内部渦が影響を及ぼす現象の最後に取上げたものに、内部境界面位置の不明瞭性と変動の現象がある。このような現象は、中間層の発達の状況や内部波などの効果として既にその一部の現象についてはみてきたとおりである。定義によれば、中間層は上層に含めているので、中間層が明瞭でないところが問題とも言える。それは内部渦の区間及び先端渦の範囲であり、特に前者において問題となるので、4・[3]において若干の考察を行った。また、このような区間においては渦の間欠性に基づく変動と内部渦の消長に基づく変動とがあり、留意することが必要である。

次に、上層密度が連行現象に基づくもの以外に上昇する原因について述べる。上層濃度あるいは上層密度は連行現象に基づいて定められると考えられてきた。この仮定のなかでは、風浪による混合、河道の平面形、縦・横断形及び河床波などの影響は無視した。しかし、連行現象のみを考慮した数値計算結果と実験及び実測の結果を比較すると、後者の塩素イオン濃度は前者のそれに対して、最上川（昭和50年8月28日）の場合に1,000 ppm、信濃川、阿賀野川及び九頭竜川では300~1,000 ppm 程度高い。これらの河川のほぼ定常状態と考えてよい河川である。定常状態の実験水路の場合も塩水くさびの先端より3~4mの位置において200~500 ppm 程度高くなっている。非定常状態の長良川の数値計算例では、1,000~2,000 ppm 程度を加算すれば現地の測定値に合うことがわかっている。これは、おおよそ下層濃度の5~10%程度に相当する。

このように、上層の濃度は連行に基づいた計算値以上に上昇するのが通例である。これに対して種々の原因が考えられる。それらは、風浪など既に除外した原因のほか、先端渦、河道内部渦、主要内部渦、及び界面位置の取り方などである。以上の諸原因のうち、最大の原因と考えられる先端渦については既に述べた。また河道内部渦はおおよそ連行量程度の効果を有していることを述べた。その他の項目について以下に若干説明を加えておく。

主要内部渦は、既に見てきたように、中間層の発達、中間層の発達に伴う逆連行、下層に混入した中間密度を有する水塊の浮上による界面下方からの仮想逆連行、及び主要内部渦の移動などの現象を通じて上層の濃度を上昇させる。ただし、逆連行は通常下層の濃度を低下させる概念であるが、ここでは内部境界面を下方にシフトさせることによって、見かけ上上層の濃度

を上昇させるという意味で述べた。最後の現象は主要内部渦の移動に伴い、渦より下流側の上層の濃度が大幅に上昇することを指したものであり、計算結果との比較はできない。他の3つの現象は逆流時に顕著となるものであり、初めの2つの現象は、順流時には主要内部渦より上流の上層の濃度を高める効果をほとんど有していない。主要内部渦が発達するのは順流時であって、逆流時には多くの場合減衰するので、主要内部渦より上流の上層濃度を大きくする効果は、通常の場合で上記のような条件にあてはめることができるときには、あまり大きくないと考えてよいと思われる。なお、河道内部渦が発達したときには、これは主要内部渦と同様の効果を発揮する。

次に、上層の濃度を算出するときに内部境界面位置の取り方が問題となる。特に、内部渦の存在により界面の縦断曲線が急変し、また内部渦の間欠現象の影響により、界面位置が変動する現象があつて平均位置を把握することが容易でない。資料にはこれによる誤差が含まれている。例えば、上層の濃度 C_1 が、境界面位置が下方に β だけシフトすることによって $C_1 + \alpha C_2$ になったとすると、定数 α を未知量として

$$h_1 C_1 + \beta C_2 = (C_1 + \alpha C_2)(h_1 + \beta) \quad \cdots (1.6)$$

が成り立つ。ただし、流速 u_1 は上層に取り入れた仮想

の下層の厚さ β を含めて一様と仮定した。従つて、式(1.6)より

$$\beta = \frac{C_2}{C_2 - C_1 - \alpha C_2} \alpha h_1 \quad \cdots (1.7)$$

となる。資料によると $\alpha = 0.05$ 程度であり、 C_1 も C_2 の5%程度とすると β は $1.1\alpha h_1$ 程度の値となる。すなわち、もし内部境界面位置のみの誤差と考えると、 $1.1\alpha h_1$ に相当する下層を上層に含めたことに相当する。仮りに $h_1 = 2\text{m}$ の場合は $\alpha = 0.05$ とすると、11cmの下層厚に相当する。長良川の場合の鉛直線上の測定点の間隔は50cmとしているので、内部渦の区間等において局所的に急変している場合には、正確な把握という点において若干の問題はある。

このほかに、非定常特性の影響のひとつとして、繰り返し潮汐変化があるために、河道内の塩水くさび上層に塩分が蓄積されるという現象も考えられる。長良川の場合には、上層濃度と月齢との対応関係があるところから、大きな効果を発揮するところまでには至っていないと判断できる。しかし、潮位変動の周期が短くなると、この蓄積効果が現れ、上層濃度が上昇し、ある段階から急激に元に戻るという周期的な現象となるものと思われる。実験の例を図-1.28に示した。実験1の場合は時間0、すなわち定常時の安定した状態とほぼ同様の上層濃度となっているが、実験1の場合に対

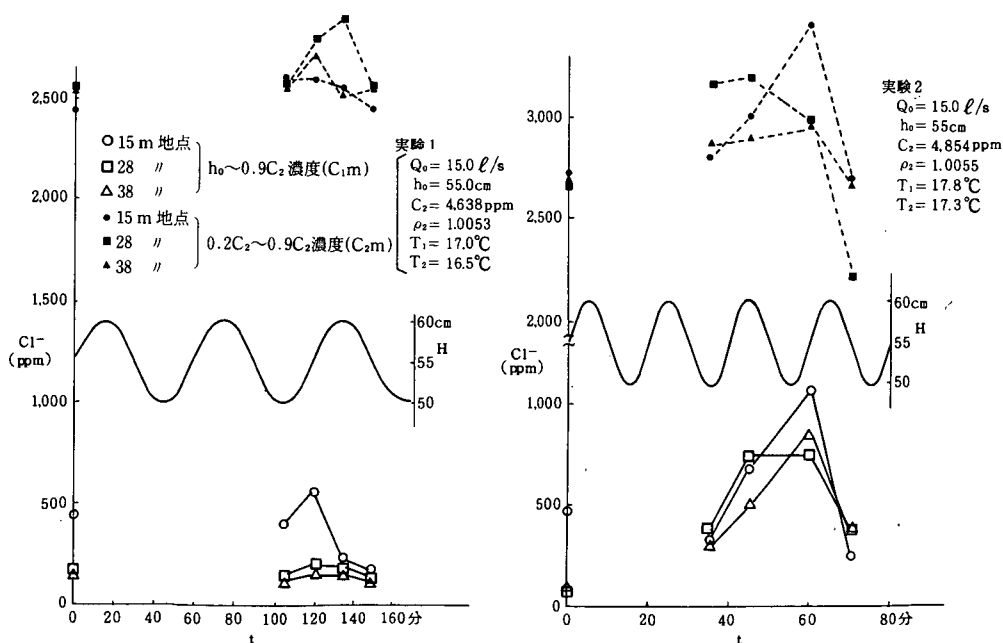


図-1.28 上層濃度の時間変化図

し周期が半分の実験2の場合には、上層濃度は初期値よりも大きくなり、かつ蓄積効果が現れ、上層の濃度がある段階に達したのち、再び下がる現象が見られる。このような現象に関する定量評価は今後の問題であるが、河川の塩水くさびの場合で、侵入長が14~15 km程度であればほとんど無視してよいと考える。

8. 結 論

河川の塩水くさびは、理論的な塩水くさびや二層潮流とその特性を基本的に異にする。その最大の原因は内部渦が存在し、河川の塩水くさびの運動に重要な役割を演じるからである。従来は、実験水路における内部ジャンプ渦についての研究は行われてきたが、河川における内部渦に関する知見は乏しい状況にあった。そこで、本論文においては、定常状態及び非定常状態にあると考えられる河川における実測を通じて、内部渦の実態を明らかにしていくことにした。また、必要に応じて実験を行い、水量の範囲を広げ、かつスケールの相違の観点から現象の考察に役立てた。

本論文において明らかにした主要な事項は次のようである。

(a) 河川における塩水くさびには、現象を支配する内部渦として、主要内部渦（内部ジャンプ渦を含む）、河道内部渦、及び先端渦の3種類の内部渦が存在する。

(b) 定常状態の内部ジャンプ渦は、図-1・10に示す河口流出流の流線の広がり幅の中に存在し、渦の長さは最上川の場合で400~1,000 m程度である。非定常性の河川においても、洪水時には利根川の場合内部ジャンプが生じていると考えられる。なお、流量が小さい場合と、沖に浅瀬が存在する場合は内部ジャンプ渦がその影響を受ける。

(c) 内部ジャンプ渦は河口の出口に安定し、その上流端において内部フルード数が1となる。内部ジャンプ渦の範囲では連行量は、 $F_1 < 1$ の範囲の提案式による値より小さく、最上川の場合には1/3以下であった。これは、流速分布と濃度分布の変化に基づくもので、その詳細は将来の問題として残される。また、抵抗係数は連行量による付加摩擦による効果が大きく、ほぼ提案式に近い値を示した。

(d) 主要内部渦及び河道内部渦の存在を、非定常的な長良川の河道において明らかにした。これは成層の度合に応じて、その位置、強度及び長さを変化させて移動する。弱混合状態では、主要内部渦の長さは3 km程度となり下流部において安定する。また、主要内部

渦の上流端においては、順流時に内部フルード数がほぼ1となる。

(e) 河道内部渦は主として河幅の変化と非定常効果に基づいて発達し、主要内部渦と同様の長さのものが安定する。成層の度合いが大きい場合には、河道内部渦による混合はおおよそ連行量に基づくものの程度である。しかし、弱混合から緩混合に変化する過程においては混合現象に重要な役割を演じる。

(f) 先端渦による混入量は、連行量に比して無視できない。図-1・27に先端渦に基づく混入量も、レイノルズ数と内部フルード数の関係として示した。

(g) 内部渦と中間層の発達及びその他の混合の現象について定性的な考察を行った。その結果、河川の塩水くさびの運動に現象面からの体系化を試みる事ができた。

以上、河川では、主要内部渦、河道内部渦及び先端渦等の内部渦が存在し、塩水くさびの形状及び混合に無視できない効果を有することが明らかとなった。そして、連行現象では十分説明できない現象がこのような内部渦を考えることによって評価しうる事となった。また、内部渦に関連する多くの現象が未知のままになっており、そのような多くの研究課題が存在することを示すことができた。将来の進歩・発展を期待しうるものと考えられる。

おわりに

本論文をまとめるに当たり、東京大学堀川教授、同玉井助教授、及び早稲田大学吉川教授の指導を受けた。河川の現場からは貴重な資料の提供、あるいは現地観測の協力があつた。また、実験及び資料整理では土木研究所高橋研究員、数値計算では同本間研究員の協力があつた。ここに厚く謝意を表す次第である。

参 考 文 献

- 1) 須賀堯三「感潮河川における塩水くさびの水利に関する基礎的研究」東京大学学位論文、1980。
- 2) Schijf, J. B. and Schönfeld, J. C. 「Theoretical consideration on the motion of salt and fresh water」Minnesota Int. Hyd. Convention, IAHR, p.321~333, 1953.
- 3) Yih, C. S. and Guha, C. R. 「Hydraulic jump in a fluid system of two layers」Tellus, Vol. 7, No. 3, p. 358~366, 1955.

- 4) 浜田徳一「内部ジャンプについて」土木学会海講 p. 7~11, 1958.
- 5) Shi-igai, H. 「Some aspects and experiments on the density current」 Trans. JSCE, No. 83, p. 33~40, 1962.
- 6) Hayakawa, N. 「Internal hydraulic jump in co-current stratified flow」 Jour. Eng. Mech., Proc. of ASCE, Vol. 96, No. EM-5, p. 797~800, 1970.
- 7) 岩崎敏夫・上原忠保「インターナルジャンプの変動スペクトルに関する研究」土木学会海講, p. 299~304, 1971.
- 8) Wood, I. R. 「Horizontal two-dimensional density current」 ASCE, Hy. 2, p. 35~42, 1967.
- 9) Wilkinson, D. L. and Wood, I. R. 「A rapidly varied flow phenomenon in a two-layer flow」 Jour. of Fluid Mech., Vol. 47, p. 241~256, 1971.
- 10) Stefan, H. 「Stratification of flow from channel into deep lake」 ASCE, Hy. 7, p. 1417~1434, 1970.
- 11) Stefan, H. and Hayakawa, N. 「Mixing induced by an internal hydraulic jump」 Water Resources Bulletin, Vol. 8, No. 3, p. 531~545, 1972.
- 12) 早川典生・Stefan, H. 「混合を伴う内部ジャンプについて」土木学会水講, p. 44~49, 1973.
- 13) Simpson, J. E. 「Effects of the lower boundary on the head of a gravity current」 Jour. of Fluid Mech., Vol. 53, part 4, p. 759~768 (722写真を含む), 1972.
- 14) Ippen, A. T. and Harleman, D. R. F. 「Steady state characteristics of subsurface flow」 National Bureau of Standards, Vol. 521, p. 79~93, 1951.
- 15) Keulegan, G. H. 「From characteristics of arrested saline wedge」 National Bureau of Standards, Report 5482, 1957.
- 16) 福岡捷二・木村和正・加納敏行「泥水密度流先端部の流動特性」土木学会水講, p. 63~68, 1977.
- 17) 加納敏行・木村和正・福岡捷二「濁水密度流先端部の形成と流動機構」土木学会年講, II部, p. 360~361, 1977.
- 18) 福岡捷二・福島祐介・村田和夫・荒井 健「成層化した貯水池に進入する density front の運動」土木学会水講, p. 101~106, 1978.
- 19) 須賀堯三・高橋 晃「準定常河口流出流と内部ジャンプ渦」土木学会海講, p. 540~544, 1981.
- 20) 須賀堯三・高橋 晃「弱混合河川における内部抵抗係数」土木学会年講, II部, p. 470~471, 1975.
- 21) 須賀堯三「河道特性によって生じる二・三の特異な海水遡上現象」土木学会年講, II部, p. 255~256, 1979.
- 22) 柏村正和・梶井 浩「河口の内部フルード数の持つ意味とその分布」土木学会海講, p. 563~566, 1979.
- 23) 柏村正和・吉田静男「河口を出る淡水の流れ」土木学会海講, p. 268~271, 1966.
- 24) 須賀堯三・高橋 晃「河口流出流に関する実測に基づく考察」土木学会海講, p. 539~543, 1977.
- 25) Stolzenbach, K. D. and Harleman D. R. F. 「An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water」 M. I. T. Ralph M. Parsons Lab. Rep. No. 156, Sep. 1972.
- 26) 林 泰造・有田正光「海面上に放出された温排水の拡がりについての数値解第2報」土木学会水講, p. 173~182, 1975.
- 27) 岸力・板倉忠興「河口における河水の拡がり」土木学会年講, II部, p. 463~465, 1975.
- 28) 柏村正和「河口密度流における連行と二層間抵抗」土木学会年講, II部, p. 429~430, 1974.
- 29) 須賀堯三・高橋晃「淡塩二層流の連行係数」土木学会年講, II部, p. 383~384, 1976.
- 30) 須賀堯三・高橋晃「内部抵抗係数に関する再考」土木学会海講, p. 572~576, 1979.
- 31) 須賀堯三「河川における塩水くさびと内部渦の特性」土木学会水講, p. 369~374, 1979.
- 32) Suga, K. 「Field phenomena of salt-wedge and features of internal vortex」 IAHR, 1979.
- 33) 玉井信行・池田清宏「河道における二層流れの河口条件について」土木学会年講, II部, p. 429~430, 1978.
- 34) 須賀堯三・高橋晃「河道における二層流の不安定性と内部渦」土木学会年講, II部, p. 257~258, 1979.
- 35) 須賀堯三「一次元二層不定流の数値計算(その3)」土木学会海講, p. 567~571, 1979.

(昭和56年9月14日原稿受理)

感潮河川における塩水くさびの水理

II 内部抵抗係数と連行係数の実用式

須賀 堯 三* 高 橋 晃**

Saline-wedge in a River

II. Empirical Formulae of Internal Friction and Entrainment

by Dr. Kyoze Suga, Akira Takahashi

Synopsis :

Empirical formulae of internal friction and entrainment are proposed as Eqs. (17) and (22), respectively, based on field and experimental studies of wide range of hydraulic quantity. Current internal friction formula has been reviewed by these data, and additional friction due to entrainment has been supplemented. These formulae are considered to be applicable to saline-wedges both in an experimental channel and in an estuary, which have well developed internal layer with various kinds of internal vortices.

Key Words : Salt-wedge, Two Layer Flow, Stratified Flow, Density Current, Estuary, Internal Friction, Entrainment

要 旨 :

二層流の計算では、内部抵抗係数や連行係数の評価が重要である。これらの係数によって、計算上の塩水くさびの侵入長や形状は支配されるとも言える。本論文においては、これらの係数の実用算定式について検討を行った。本研究が従来の研究と異なる点は次のようである。

(a) 実用上に支障とならないように、実験及び実測の水理量の範囲は常流の範囲をすべてカバーするものとした。

(b) 従来の内部抵抗式は、内部フルード数が1付近の大きい値を取るとき、及びレイノルズ数が河川の場合のように大きな範囲となるときに、実際との差異が大きくなる。そこで、付加摩擦力を考慮することによって、適正化を図った。

(c) 内部境界面位置について合理的な定義を与え、従来の不明確さを排除した。

(d) 誤差評価、及び実際との差異の程度について検討を行い、それらが測定誤差などの範囲におさまることを確かめた。

このようにして、広い範囲の実測と実験の資料について検討を行い実用算定式を提案した。これらは、実験水路の中のような規模の小さい現象から河川の中の塩水くさびの現象にまで適用することが可能となるように配慮されている。

キーワード：塩水くさび、二層流、成層流、密度流、感潮河川、内部抵抗、連行

目 次

1. 従来の研究	(2)
〔1〕 内部抵抗係数に関する研究の発展の過程	(2)
〔2〕 連行係数に関する研究の発展の過程	(3)
2. 係数に関する問題点と研究方法	(4)
〔1〕 内部抵抗係数と連行係数の問題点	(4)
〔2〕 内部境界面の定義	(4)
〔3〕 界面位置と流速及び濃度分布の縦断変化	(6)
〔4〕 塩水くさびの特殊性 (実験水路の場合)	(7)
〔5〕 実験及び実測の内容	(7)
3. 内部抵抗係数の実用式	(8)
〔1〕 内部抵抗係数についての問題点	(9)
〔2〕 逆 算 式	(10)
〔3〕 従来の実用公式	(10)
〔4〕 側壁の影響	(14)
〔5〕 河床摩擦の影響	(15)
〔6〕 連行量の影響	(15)
〔7〕 付加摩擦力	(15)
〔8〕 ま と め	(17)
4. 連行係数の実用式	(17)
5. 考 察	(23)
〔1〕 内部抵抗係数及び連行係数に関する流速分布及び濃度分布の影響	(23)
〔2〕 式 (2.8) と金子式との相違	(27)
6. 結 論	(27)
参 考 文 献	(28)

1. 従来の研究

〔1〕 内部抵抗係数に関する研究の発展の過程

この研究の発展の歴史を見ていく立場として、本論文においては実用面を重視するが、物理的な立場からの論文についても必要に応じて若干触れておく。

内部抵抗係数についての理論的な取扱い方としては、内部境界面の内部波が保持される条件から、そのエネルギー逸散と抵抗との関係を求めていく方法、及び表面抵抗、あるいは連行現象に伴う運動量の変化を基本とする考え方などがある。前者は Keulegan (1949)¹⁾によって提唱され、Shi-igai (1965)²⁾及び浜田 (1966)³⁾などによって理論的検討が加えられた。椎貝の理論は、非粘性の速度ポテンシャルによって表される流れの場に、界面付近のエネルギー逸散に対してのみ粘性の効果を考慮するもので、内部抵抗係数が

クーリガン数 ($\Psi = Re \cdot F_1^2$) に反比例するとの結果を得た。浜田は Rayleigh-Taylor 型の不安定理論を粘性流体の二層流に適用し、内部微小振幅波のエネルギー逸散を求めた。最終結論は抵抗係数がクーリガン数の $1/2$ 乗に比例することであるが、理論は二層の各主流に速度差がないとの仮定に基づいているので、現実への適用に問題が残されている。また、玉井 (1974)⁴⁾、玉井・浅枝 (1978)⁵⁾は境界面付近での流れの場を、非粘性の主流と、界面波成分及び粘性成分の両者から成る摂動流との和で表し、粘性境界層内でのエネルギー逸散より界面抵抗を求めている。玉井らの結果では、抵抗係数はクーリガン数の関数ではなく、 ReF_1^5 の $1/2$ 乗に比例している。

理論的取扱いの第2の方法は、流速分布や連行現象から抵抗を算出していくものである。層流抵抗は流れが存在する層のレイノルズ数の逆数 (Re^{-1}) に比例することが、例えば嶋・椎貝・玉井 (1964)⁶⁾によって導か

れているが、Valembos(1963)⁷⁾は界面におけるせん断抵抗を層流抵抗と乱流抵抗の和と考え、乱流抵抗は界面における混入速度に関係するとした。このような付加摩擦力については、Keulegan(1949)¹⁾が最初に言及し、ついでEllisonとTurner(1959)⁸⁾により、付加摩擦力に相当する抵抗係数は連行係数の2倍に等しいことが示された。このことは、その後Pedersen(1972)⁹⁾により、エネルギー式を基本として、連行に伴う運動量の変化を中心に詳しく論じられた。

さて、実用的立場からの検討としては、まずSchijfとSchönfeld(1953)¹⁰⁾の研究をあげることになる。これは、密度の漸変する安定な中間層とKeuleganの安定限界を考慮して検討し、中間層が層流と乱流の場合とに分けて実用公式に定めたものである。しかし、提案式には不明確な定数が多く含まれていることが欠点である。この頃の研究としては、Keulegan(1949)¹⁾の上層流における内部波の粘性損失に着目した実験、IppenとHarleman(1951)¹¹⁾による下層流動(上層静止)の場合についての層流の研究結果を取入れた検討、及び大坪・福島(1959)¹²⁾による石狩川河口における実測に基づく研究などがある。

内部抵抗係数 f_i の実用公式は、クーリガン数($\Psi = ReF_1^2$)の関数として、 $f_i = a\Psi^{-n}$ 、(a, n =定数)と表されるのが今日の説(土木学会水理委員会密度流研究小委員会, 1975)¹³⁾となっているが、これについては岩崎ら(1962)¹⁴⁾の提案が最初である。以降、この二つの定数について、岩崎ら(1963)¹⁵⁾、椎貝(1965)²⁾、(1966)¹⁶⁾、金子(1966)¹⁷⁾、中村・稲松(1966)¹⁸⁾、中村(1970)¹⁹⁾、須賀・高橋(1971)²⁰⁾、(1975)²¹⁾、(1979)²²⁾などの研究があり、金子の $a=0.2$ 、 $n=0.5$ 、又は著者らの $a=0.35$ 、 $n=0.5$ が認容されているように思われる。

[2] 連行係数に関する研究の発展の過程

シミュレーション・モデルに連行現象が考慮されるようになってきたのは最近のことである。そして、内部抵抗係数と並んで、連行係数の重要性が認識されてきた。

成層流の連行現象に直接関連する事項は、内部境界面における内部波と混合の特性であるが、これらは界面の変位と界面付近の乱れなど、タイム・スケールの短い現象に依存する。こうした観点から玉井・西村(1973)²³⁾は、関連する理論構成を、界面の安定論、内部波(波高分布、変位スペクトル)、及び混合特性(乱れ速度のスペクトル、混入速度)の3項目に分類した。

界面の安定理論として最も単純なものは、非粘性の

2流体が不連続界面をなして独立して運動するとき、その界面の安定性は非回転運動のもとで解析され、LiangとSeidel(1969)²⁴⁾によるKelvin-Helmholtzの安定理論を適用した一般的な解析結果がある。粘性流体の流れの安定の条件、すなわち層流から乱流への遷移の現象については多くの研究があり、例えばLin(1955)²⁵⁾やDrazinとHoward(1966)²⁶⁾などの成書によってうかがい知ることができる。FooteとLin(1950)²⁷⁾は攪乱のエネルギーについての考察結果より一波長当たりの平均のレイノルズ応力を、境界領域において求め、Reyleighの安定条件を示している。このような流体力学的な安定理論は、その後乱れを考察する過程において成層流の界面付近の密度や流速の変化を取入れた安定理論へと発展していく。Taylor(1931)²⁸⁾は密度と流速の分布形を仮定して安定性の指標であるRichardson数を求め、Howard(1961)²⁹⁾はRayleighの安定条件の一般化を試みた。このHowardの結果は、Synge(1933)³⁰⁾やMiles(1961)³¹⁾などの研究により理論的な吟味が行われたが、実験による吟味は容易でない。その理由は、理論と同一の現象モデルの作成、及び界面付近の微小攪乱の初期増幅の確認が困難なためである。多くの実験は内部波の安定性と界面の混合開始条件を取扱っている。このような研究には、IppenとHarleman(1951)¹¹⁾、嶋・椎貝(1961)³²⁾、和田・片野(1961)³³⁾、日野・谷(1969)³⁴⁾、Thorpe(1969)³⁵⁾、岩崎ら(1971)³⁶⁾、岸ら(1967)³⁷⁾などの成果がある。界面の安定性に関する理論的考察によると、関係する水理量は、内部フルード数、水深比、攪乱波の波数、密度差、及び表面張力などであるが、以上の実験的な考察結果では、界面の不安定限界は主として内部フルード数により表されるとしている。理論とその実証の問題については、なお高度の発展が期待されるところである。

境界面の安定の問題に続いて注目を集めたのは、内部波変位と乱れの現象であろう。乱れのエネルギー輸送機構を考察するに当たって、流速及び密度変動のスペクトルが、Bolgiano(1959)³⁸⁾、Lumley(1965)³⁹⁾、岩崎・阿部(1969)⁴⁰⁾などによって取扱われてきた。内部波の変位スペクトルに関しては、Phillips(1966)⁴¹⁾、椿ら(1969)⁴²⁾、岩崎・阿部(1970)⁴³⁾、和田・片野(1970)⁴⁴⁾、井上(1967)⁴⁵⁾、及び日野・谷(1969)³⁴⁾など多数の研究がある。また、内部波の波高分布について、岩佐ら(1968)⁴⁶⁾はRayleigh分布にあまり良く適合しないという実験結果($F_1=0.63$)を得たが、玉井・西村(1973)²³⁾によると、西村(1972)は $F_1=0.895$ と 0.708 の実験におい

てかなり良い適合度を得たと報告している。このことから、内部波の挙動把握を十分に行うことが必要と言える。界面近傍を可視化し、内部波のレジームによる碎波形態の差異を明らかにした室田・平田(1978)⁴⁷⁾の研究などは興味深い。

さて、連行係数については Keulegan(1949)¹¹⁾の研究、及びそれぞれ石狩川と神通川における実測値によって吟味した大坪・福島(1959)¹²⁾と中村・稲松(1966)¹⁸⁾の関連研究、並びに岸・加藤(1967)⁴⁸⁾の類似研究がある。これらは Keulegan の混入開始速度という概念を適用したものであるが、クーリガン数及びリチャードソン数によって小さくなることが実験の結果明らかになった。その後、連行係数はリチャードソン数又は内部フルード数のみによって表現されるとして、実験値と実測値によって実用公式が作られた。このような研究としては、Ellison と Turner(1959)⁸⁾、Lofquist(1960)⁴⁹⁾、Moore と Long(1971)⁵⁰⁾、Kato と Phillips(1969)⁵¹⁾、須賀・高橋(1972)⁵²⁾、(1976)⁵³⁾、椿・小松(1971)⁵⁴⁾、(1972)⁵⁵⁾、芦田・江頭(1975)⁵⁶⁾、及び浅枝・玉井(1979)⁵⁷⁾などの成果がある。多くは連行係数が内部フルード数の 2 乗に比例することになっているが、著者らは 100 m 水路における実験資料と若干の河川における実測結果、及び以上の研究の資料を用いて広範囲の内部フルード数に対して、3 乗に比例する実用公式を提案した。

2. 係数に関する問題点と研究方法

[1] 内部抵抗係数と連行係数の問題点

これらの係数を検討する立場として、実用的な立場と基礎的に現象論的な考察を行う物理的な立場とがある。ここでは前者の立場にたち、実際の物理現象の内容を十分に考慮し、巨視的立場から合理的にしてかつ実用上十分な精度を有する公式を求めるように努めた。

流体内のせん断抵抗は、局所的に粘性抵抗又はレイノルズ応力としてエネルギーを消散させる。従って、平均流速によって表現される開水路一次元定常流を仮定する場合でも、土木学会水理委員会密度流研究小委員会(1975)¹³⁾が述べているように、本来ならば、せん断抵抗 τ_i は、このときの内部抵抗係数を f_i' として、

$$\tau_i = f_i' \frac{\rho_1}{2} (u_1 - u_i) |u_1 - u_i| \cdots \cdots (2.1)$$

としなければならない。ここに、 u_i は境界面における

流速、 ρ_1 は上層の密度、 u_1 は上層の流速である。内部抵抗係数 f_i と式 (2.1) で定義した f_i' との関係は下層の平均流速 u_2 と u_i の関係を知ることにより得られる。下層における流速分布には、 τ_i と河床におけるせん断力 τ_0 が関係するので、 u_i の解を得るには内部境界面における境界条件が必要である。すなわち、 f_i は二層の流体の性質が層流とか乱流であるための影響を受けるばかりでなく、境界面の性質にも依存することとなる。境界面の性質としては、

- (a) 層流 (安定な層流, 規則波を伴う層流)
- (b) 非碎波の界面波を伴う流れ
- (c) 乱流 (碎波による拡散を伴う流れ)

のように大別される。(a)の状態から(c)の状態へ移るに従い、境界面の定義は次第に困難になり、界面流速 u_i の意味も曖昧さを加えている。それと共に、境界面近傍におけるエネルギー損失は、造波抵抗による損失、拡散損失及びレイノルズ応力による乱れ損失などが加わり複雑となる。

本論文においては実用面に主眼を置き、主に(c)の碎波や混合拡散の存在する乱流を取扱う。この領域では完璧な理論的取扱いが困難である。資料に基づく考察を行う場合に、

- (a) 境界面の合理的な定義づけ
- (b) 大型水路による実験資料及び実測値に基づく検討
- (c) 影響する水理量の実用上十分な広い範囲の資料に基づく検討

などが必要である。以下にこれらの内容について記述する。

[2] 内部境界面の定義

内部抵抗係数は、実験等によって逆算する場合に境界面の位置の取り方によって変化する。自然界にはモデルのような理想的な塩水くさびは存在しない。界面付近には中間層や内部波が存在するために、境界面位置の定義を合理的に決定することは容易ではない。特に、非定常流の場合には、下層の流速の影響も大きく、また中間層の変化も著しいので、その定義づけを非常に困難にする。従来の研究結果では、二層流の境界面位置の定義は必ずしも明確ではなかったと思われる。従来採用されてきた界面位置の主なものとは、

- (a) 下層塩水を着色して目視により判別するもの
- (b) 密度分布 (濃度分布, 温度分布) の変曲点
- (c) 下層濃度の $\frac{1}{2}$ の点 ($Z_{c_{1/2}}$)
- (d) 下層流速の平均が零となる点

- (e) 比重が2層の中間となる物質の停止線
- (f) 一樣の下層密度が急に減少し始める点で、下層濃度より α だけ濃度が低下する位置($Z_{C_2-\alpha}$)
- (g) 定常流の場合に、下層の流速分布から判断して下層流量の連続条件が成り立つ点

など非常に多くの方法がある。これまでは(a)の着色による目視やあるいは(c)の中間点的なものが多く採用されてきたと思われるが、曖昧さは否めない。図-2・1に示すように(a)の着色による目視法は着色材の投入量により異なり、また非常に濃度の小さい点を取り、上方になりがちである。(b)と(c)はほぼ似たような点の位置となるが、緩混合流の場合に誤差が大きくなる。ただし、理想的な二層流に近い場合にはこのような方法も適用可能であろう。(d)は連行現象が存在する場合には矛盾し、(g)は不定流の場合に明確でなく、(e)は混入する物質の比重及び大きさにより位置が変わるという問題点がある。二層流における混合現象が常に下層から上層への一方通行であれば、(f)の方法には合理性が見られる。事実、混合があまり強くない弱混合から緩混合の状態では、境界面において ρ_2 の塩水塊は下層から上層へ混入するものが大部分と考えてよいであろう。しかし、河川における塩分分布の実測値によれば $\partial c / \partial x$ が不連続となる点はなく、下層の平均濃度に近い値を示す高さの点において、濃度分布曲線は下に凸の曲線とならない。このことは、極くわずかではあるがそしてその範囲も極く限られた深さまでであるが、上層から下層への混入も存在することを示す。そこで、(f)の定義では濃度が $c_2 - \alpha$ となる点 ($Z_{c_2 - \alpha}$) とした。実測の濃度分布曲線によると、この部分のかどがとれている。図-2・2は長良川における実測の塩素イオン濃度の分布曲線である。混合の度合いが相当進んでいる場合でも、下層においては密度はほぼ一様分布と考えることができる。そして、このモデルの主張するところは、下層の平均濃度を有する水塊が上層に混入し拡散するとしている。従って、境界面のすぐ下の水塊が連行されるとすれば、界面における濃度は下層の平均濃度に近い値でなければならない。図-2・2に示すような実測の濃度分布形を多く参照して、本論文においては、(f)の方法で定義することとし、 α として $\alpha = 0.1c_2$ とすることにした。これは実用上の仮定であって、濃度分布形と乱れの度合いに応じて $0.1c_2$ を多少変化させることは差しつかえなく、また実用上の障害ともならない。また、密度を取らずに塩素イオン濃度としたことも、この曖昧さが残るゆえに実用上の便を考慮して決めたことである。以上の定義に従うと、この内部境界

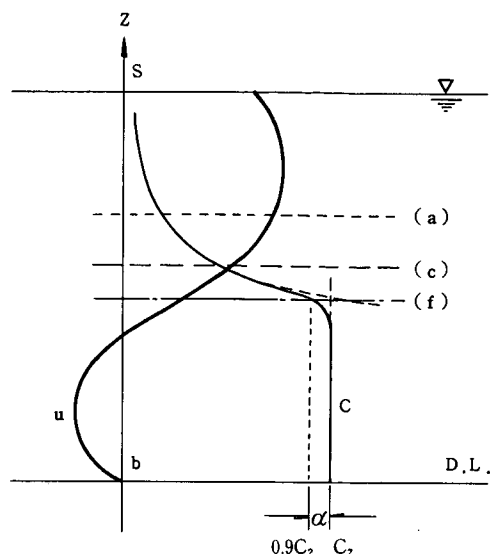


図-2.1 内部境界面位置の定義

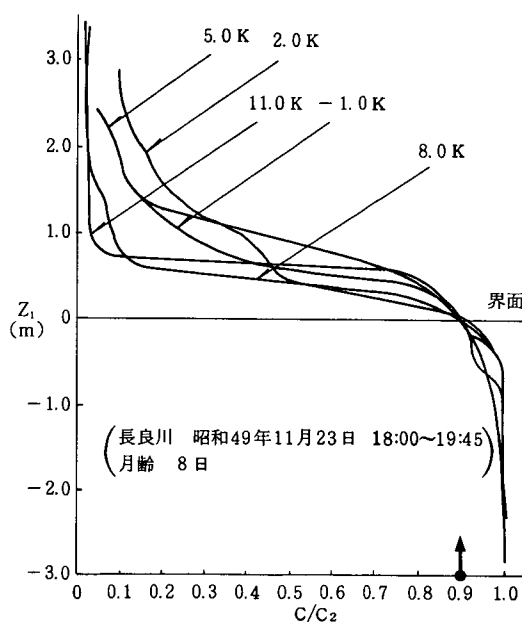


図-2・2 $Z = Z_{c=0.9c_2}$ を界面としたときの濃度分布曲線

面の位置は次のようにして求めた点ともほぼ一致することがわかる。すなわち、ほぼ均一な下層の濃度分布直線と上層の曲線との延長上の交点としてもよい。なお、この際流速分布は考慮されるべきであり、境界面位置において、 $\partial u / \partial z$ の値は大きくなっているはずである。また、中間層は上層に含めて考えることとなる。

実験 (b-8)

ρ_2 (gr/cm ³)	Q_f (L/s)	Q_s (L/s)	H (cm)	L (m)
1.0115	60	36	70.20	68.40

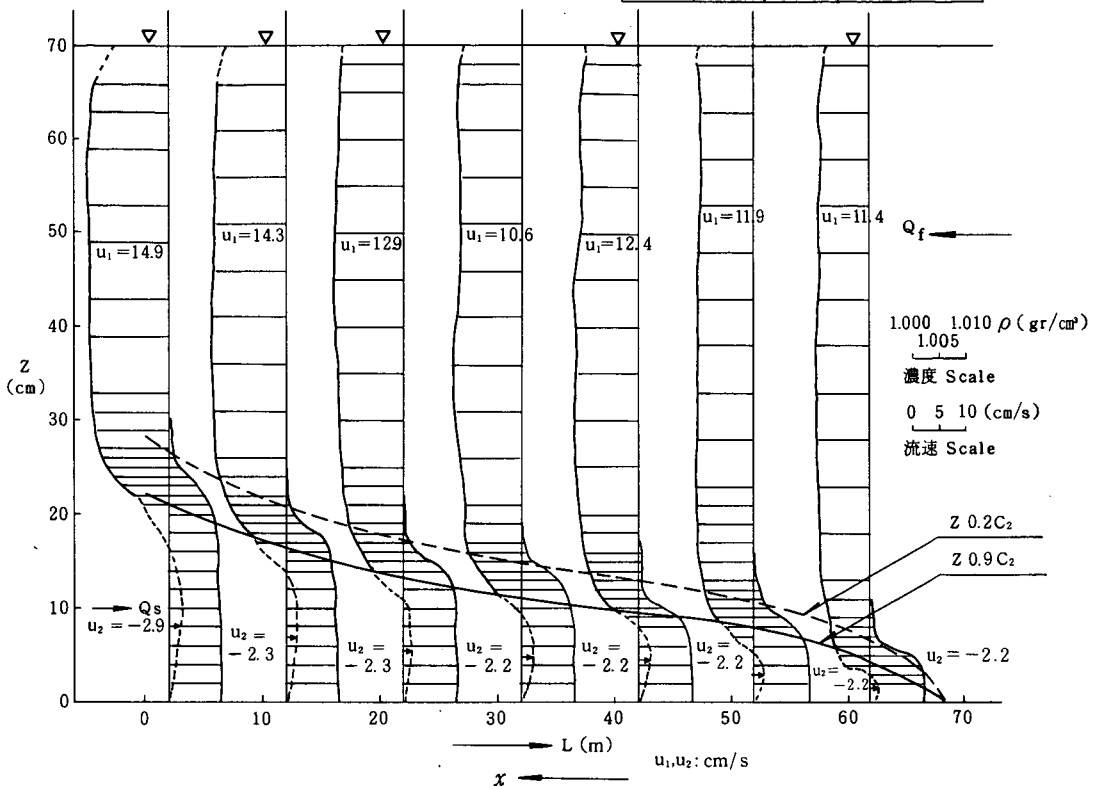


図-2・3 100m水路における塩水くさび

〔3〕 界面位置と流速及び濃度分布の縦断変化

次に、塩水くさびの現象の概略の様子を把握するために、塩水くさびの実験結果の一例を示す。図-2・3は、長さ 100 m の大型水路において、68 m 余の塩水くさびが出現したときの密度分布及び流速分布である。塩水くさびの先端付近においては、下層水深 h_2 が小さくなるので、上層水深の勾配 $\partial h_1 / \partial x$ は大きな値となり境界面形状が大きな変化を示す。上層流には、この付近で上昇流が生じ、一次元流の仮定が崩れ、乱れが激しくなる。上層内部フルード数 F_1 は上流より順次大きくなり、水路末端においてほぼ限界値（水面形の方程式からは一次元流の場合で、 $F_1^2 + F_2^2 = 1$ であるが、短い水路における定常流で u_2 が小さい場合には $F_1 = 1$ と考えてよい。）となる。なお、実際に $F_1 = 1$ となる点は図-2・3 の 0 m 地点よりやや下流である。この末端部では、 F_1 が 1 に近づくとき $\partial h_1 / \partial x$ は急激に大きくなり界面形状も急変するので、内部フルード数の増

大と流れの急変により、境界面は不安定になり、下層からの塩水の混入が急激に促進される。上層の密度 ρ_1 は上流より下流に向って増大するが、連行量は内部フルード数の増大と共に下層からの塩水混入が増大するので、末端部付近において急増する。下層塩水が上層に混入すると、定常流ではそれに見合った下層流量 Q_2 が存在し、上流より下流に向って負の値で増大する。この下層流量は意外に大きいものである。従って、場合によっては下層流速 u_2 の影響を無視することは困難で、その場合には水路底面の粗度も効果を有する。一般に、塩水くさびにはこのような混合現象が存在するので、上層の流速分布及び密度分布はその影響を受け複雑となり、特に境界面付近において急激な変化を生じる。上層の濃度分布から見て、上流端から下流に向けて $Z_{0.2C_2} - Z_{0.9C_2}$ の厚さは増大し、それと共に流速分布の変化も顕著である。以上のような傾向は図-2・3 からもうかがうことができる。このような縦断的な変化の特性は、抵抗係数や連行係数にも影響を与える。

特に、塩水くさびの先端部と末端部は注目すべき場所であり、中間部は比較的安定しており、縦断変化が少ない場所と言える。

〔4〕 塩水くさびの特殊性(実験水路の場合)

次に、実験や実測値にはかなりのばらつきが存在することが指摘されている。これは係数に関する関数形の不完全さや測定誤差、及び内部境界面の定義、混合の取扱いや、水路の三次元特性などの差異、また他の外力の影響などのほかに、実験の場合には装置とその水路内の現象に原因するものも含まれるのであろう。水路内の現象としては、次の項目に留意すべきである。

(a) 側壁の影響により、その存在も関与して界面波は三次元的であり、また、底面付近では内側に向う流れを生じ循環流が生じやすい。土木研究所の100 m水路では、水路底における側壁付近の流線は $10^{\circ}\sim 20^{\circ}$ ほど水路中央に向っていた。また、側壁付近では塩水くさびが伸びる傾向にある。従って、水深に比し水路幅の小さい水路及び側壁粗度の大きい水路は適当でない。

(b) 振動現象がある。通水後、塩水くさびが安定するまでには相当の時間を要する。100 m水路での、下流端における下層水深20~30 cm、塩水くさび長40~60 mの実験において、ほぼ安定したと思われる約3時間後においてすら、くさびの先端位置は周期1~2時間で2~3 m程度の変動が観測されている。また、水路長が有限なので、表面波や界面長波の伝播及び反射があり、これも誤差の原因となる。

(c) 塩水くさびの先端及び末端部では、 $\partial h_1/\partial x$ は大きな値となる。この流れの急変部では混合の程度も大きく、係数のばらつきも大きくなる。水路長が短いと安定領域が現れにくく、実験がかなり困難である。また、このときに水路中の整流装置や塩水補給方法の影響を受ける。

(d) その他連行係数の算定には、内部フルード数の小さいときには特に水路の漏水や採水量などの影響もある。

そのため、実験や実測の結果により求められる係数の値には、かなり大きな誤差が生じる可能性がある。特に、内部波が発生して乱流拡散が生じる場合においては、流下する淡水層の有する乱れの程度や流速分布が境界面の安定度に大きな影響を与える。誤差を小さくするためにも、大型の実験水路を使用することが望ましい。最後にこれらの係数は、層流など限定された特別な条件の場合を除き、ことに乱流の場合では理論

的に求めることが不可能である以上、実験及び実測にたよることが不可欠であり、そのためには資料の水量の範囲が実用上の適用範囲を十分包含するものでなければならない。この限りにおいても、今回の検討の必要性が認められた。本論文における検討内容の特徴は、側壁や下層流速の影響を評価し、それによって生じる影響に耐えられる大型の水路実験を行ったこと、水量として内部フルード数やクーリガン数の範囲を広げた検討を行ったこと、及び合理的な界面の定義に基づいて検討を行ったことなどであり、現段階で最も信頼しうる実用公式を提案することを目指とした。

〔5〕 実験及び実測の内容

内部境界面における抵抗係数及び連行係数は界面付近の性状の影響を受けるので、その実用に供する係数の検討に際しては、実測値によることが望ましい。しかし、実測は経費や時間的制約のほか、広範囲の水利条件及び単純な水路条件を得にくい欠点もあるので、内部ジャンプ渦と先端渦を有する完結した塩水くさびが形成される大型水路による実験的検討が便利である。従来は小型水路の現象に基づくものが多数を占めていたので、これらの実験を大型水路を用いて、かつ水利条件の広い範囲で実施し、検討を行った。また、裏日本側の河川で、ほぼ定常的に明確な塩水くさびが出現している最上川などや、表日本側の利根川などにおける実測資料を用いて併せて検討を行った。

実験に使用した水路は2本であり、それぞれの水路の長さは30 m及び100 mである。2本の水路の諸元を表-2・1に示す。これらの水路には、付属設備として、攪拌機を備えた攪拌水槽及び貯塩水槽等の塩水製造装置があり、さらにポンプ、高水槽、流量計を経て、これと接続した水槽が水路下流端にある。この水路では約50 cm程度(100 m水路の場合)の水位調節が可能である。また上流端には淡水供給装置がある。水路床の勾配は水平である。

実験は上流から淡水流量 Q_f を与え、下流端水槽へ塩水流量 Q_s を与えて行った。水路下流端においては、断面が側方にも下方にも急に拡大しているので、塩水流量 Q_s を十分大きくしておくと、この断面の直下流において内部ジャンプが発生し、内部フルード数 F_1

表-2・1 密度流水路諸元

直線長方形断面、底勾配 $i_0=0$

水路名	長さ	幅	深さ	側壁
30 m 水路	30m	0.3m	0.5m	両面ガラス張り
100 m 水路	100m	0.8m	1.0m	片面ガラス張り

表-2・2 実験水理量諸元

水 路 名	塩水の比重 gr/cm ³	淡水流量 ℓ/s	水深(h_1+h_2)cm	下流端条件	備 考
30 m 水路	1.004~1.03	2.0~6.0	20~30	$F_1 \approx 1$	$Q_s < 1 \ell/s$
100 m 水路	1.004~1.03	20~60	35~80	$F_1 \approx 1$	$Q_s < 5 \ell/s$

がほぼ1に保持されて、安定した塩水くさびが出現する。塩水流量を減少させると、水路下流端における内部フルード数は1より小さい値となるが、塩水流量を多少増加させても内部フルード数 F_1 が1より大きくなることはない。ほとんどすべての実験は、このように下流端においてほしい $F_1 = 1$ の条件を満足している。

実験の水理条件の諸元を表-2・2に示す。なお、塩水にはフルオレセイン水溶液($C_{20}H_{20}O_3 + NaOH$)によって緑色に着色し、目視及び写真撮影の便を図った。主要測定項目は濃度分布(塩素イオン濃度と水温)、流速分布、塩水くさび形状、水位、淡水流量及び塩水流量等である。流速分布の測定は、淡水層中では小型プロペラ式流速計の使用が可能であったが、塩水層中では流速が微弱なため、水素気泡式流線観測器、あるいは四塩化炭素粒、又は色素等の移動距離により測定した。ただし、水素気泡式では塩水中の微小な気泡の存在により撮影光線の散乱があり、かなりの困難が伴ったので、この方法によって流速のゼロとなる点を求めるにとどめることが多かった。塩素イオン濃度の測定は径1 mm 程度の真ちゅうの細管により、ほぼ流速と同じ速度で採水して、電気伝導度計及び一部滴定により行った。

以上の実験によって得た資料は、内部抵抗係数及び連行係数の検討に供した。なお、連行係数については、例えば湖の淡水化の検討などに適用するとき、内部フルード数あるいはクーリガン数($\Psi = Re \cdot F_1^2$)の非常に小さい範囲までが問題となるので、別途の実験を行った。この場合、下層から上層への混入量が非常に少量であるので、上下流の条件をほぼ一定に保ちつつ、下層塩水の補給をやめて、境界面位置の低下量を測定することにより連行係数を求めた。実験は10~20日間程度連続して行った。この間、水路からのわずかな漏水や濃度測定のための採水量も問題となり、風や水温変化の影響もあるので、実験は非常に注意深く行う必要があった。これは大型水路でなければできない実験であるので、100 m 水路を使用した。

以上のような実験のほか、モデル検証のため不定流の実験も行った。この実験では下流水位のみを時間的

に変化させた。

実測は最上川下流部、及び小川原湖で行った。その他、多くの場合、著者も参画し建設省の工事事務所が実施した利根川、長良川、信濃川などの実測資料を検討に用いた。

3. 内部抵抗係数の実用式

二層流の内部境界面に作用する内部抵抗係数については多くの研究があり、評価はほぼかたまりつつあるように見られていた。しかし、実用面から見て、次の3点については未解決であり、検討が必要である。すなわち、

(a) 実験値や実測値(河川における実測例は十分とは言えない)の評価が十分でなく、資料のばらつきも多い。従って、実用公式の実用上の誤差範囲も不明確であり、信頼性に問題がある。

(b) 著者らが提案してきた実用公式(1975)²¹⁾は、内部抵抗係数 f_i が比較的大きな値となる実験水路ではほとんど問題はなく、また f_i の小さい値を示す実際の河川では、内部フルード数 F_1 の小さい範囲において十分な適合度を有している。しかし、河川において F_1 の大きい範囲(例えば $1 > F_1 > 0.6$)では実際の現象を説明することが困難となり、定常流の塩水くさびにおいても、多くの場合、河口付近の内部境界面形状を正確に計算しえない。

(c) 塩水くさびの混合状態や一次元性が、実験水路に現れるような理論の仮定に近い理想状態から離れ、遠ざかるに従って複雑になり、二次元性をおびるようになる。そして濃度分布や流速分布に変化をきたし、それにより内部抵抗係数が変化する(1978)⁵⁸⁾。特に、主要内部渦及び河道内部渦より下流の範囲や一部非定常効果の生じる場合などにおいて問題となる。

本論文においては、上記の(a)及び(b)の問題を主として取上げて、実験値についての誤差の評価を行い、実用上に支障の生じない、かつ十分な精度を有する実用公式の提案を行った。

この章における記述の内容は、[1] 内部抵抗係数についての問題点、[2] 逆算式、[3] 従来の実用公式、

〔4〕側壁の影響，〔5〕河床摩擦の影響，〔6〕連行量の影響，〔7〕付加摩擦力と新実用公式の提案，〔8〕まとめ，とした。

〔1〕 内部抵抗係数についての問題点

ここでの取扱いは、内部抵抗係数に関する理論解析上の問題ではなく、実用公式の問題点とした。それらを大別すると、(a)内部境界面現象のレジームの抵抗関数形への反映、(b)実験及び測定誤差、(c)逆算式、及び(d)実在する塩水くさびの理想塩水くさびからのずれに対する補正問題などである。

内部抵抗係数の関数形では、抵抗の発生源となる現象として、(a)層流的粘性摩擦抵抗、(b)乱流混合によるレイノルズ応力、(c)波長の短い内部波の造波抵抗、及び(d)連行現象による付加摩擦力などを考慮する必要がある。このうち、河川では(a)の影響は無視しうるが、(d)の効果が重要であり検討する必要がある。内部波の性状については、最近のものでは、例えば室田・中辻・橋本(1979)⁵⁹⁾などの研究があり、平田ら(1977)⁶⁰⁾によって内部波のレジームによる影響が存在することが指摘されたが、実験値及び実測値で見ると、(c)については内部波のレジームの違いによる影響を明確に定量表示するまでに至っていない。

実験・実測誤差には各種のものが含まれる。測定量には、密度（濃度 c 、及び水温 T ）、流速、及び水位などがあり、条件設定量には流量 Q や潮位などがある。その他、測定点の位置の誤差や内部境界面位置の決定上の誤差などが含まれる。自然河道は、大きい波長を有する内部波や内部渦が河口以外の河道に存在する場合が少なくなく、内部境界面の勾配を正確に読み取ることが容易でないこともある。また、たとえ実験水路でも、完全な定常状態を作り出すことは困難である。幅 80 cm の 100 m 直線水路において、長さ 40~60 m の塩水くさび（平均下層水深 $h_2 = 20 \sim 30$ cm）の実験では、くさび先端で周期 1~2 時間、長さ 2~3 m 程度の変動があるのが普通であった。このとき、Schijf・Schönfeld の単純水路の場合の塩水くさび長さの式によれば、平均の抵抗係数 $\bar{f}_i$ に対して $1.5/60 = 2.5\%$ の誤差となる。

側壁粗度の効果は、金子らの評価によれば 10~20% 程度とあるが、著者らの実験では少し小さい。これは後に考察する。実験及び実測値には以上のように種々の誤差が含まれるが、著者らの 861 個の資料について、著者の以前の提案式からのずれの標準偏差 $Sz\{S_z^2 = \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2 / (n-1)\}$ を求めたところ、 $\log_{10} Sz = 0.134$

であった。後に示す図-2・4において両外側の直線に挟まれる範囲に約68%の資料が入ることになる。ここに、 Z は両対数紙上において実用式からの直角方向に取った距離である。

次に、係数の逆算式についても再考の要がある。定常状態を考えることとすれば、連行量と先端渦などによる混入量に見合った流量 Q_{20} が河口から遡上しているが、 h_2 が大きく、かつ塩水くさびの長さ L が短ければ u_2 は小さく、 F_2^2 は 1 に対して無視しうる。ここで、 α を 10^{-1} 以下のオーダーの定数として $u_2 = \alpha u_1$ とするならば、定常流の摩擦項 ($i_{r1} - i_{r2}$) は、

$$i_{f_1} - i_{f_2} = f_i \frac{\epsilon}{2} (1 - \alpha^2) F_1^2 (1 + \frac{h_1}{h_2})$$

$$+ f_b \epsilon \alpha^2 F_1^2 \frac{h_1}{h_2} \dots \dots \dots (2 \cdot 2)$$

となる。ここで、右辺第一項では1に対して ε を無視している。連行係数 $E/u_1=2 \times 10^{-3} F_1^3$ とすると(後述)、内部抵抗係数は式(2.2)において $f_i \gg a^2 f_0$ と見なしうるので、右辺第2項を省略し、定常流の塩水くさびの基礎方程式(第三編 式(3.24))を用いると、

$$f_i(1 + \frac{h_1}{h_2}) = -\frac{2(1 - F_1^2)}{F_1^2} \frac{\partial h_1}{\partial x} + 2 \frac{h_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + 4 \times 10^{-3} (F_1 - F_1^3) \dots \dots (2.3)$$

となる。一方、内部抵抗係数として一般に認容されている関数形は、クーリガン数（あるいは岩崎数） $\Psi = Re \cdot F_1^2$ 、（ここに $Re = u_1 \cdot h_1 / \nu$ で、上層のレイノルズ数）により、

$$f_i = a\Psi^{-n} \quad (a, n \text{ は定数}) \quad \dots\dots\dots (2\cdot4)$$

であり¹³⁾、著者らが提案してきた実用公式(1975)²¹⁾では、 $a = 0.35$ 、 $n = 0.5$ である(後述の図-2・4)。この式は、実験水路内の塩水くさびはもとより、河川における塩水くさびに対しても、河口付近を除き、十分な適用性を有している。定常状態の塩水くさびでは、河口において内部ジャンプの発生が見られ、その渦の上流端では $F_1 \approx 1$ である。しかし、ここで直線水路($\partial B/\partial x = 0$)のときには、式(2・3)から明らかなように $F_1 = 1$ で $f_i = 0$ になってしまうという矛盾がある。式(2・3)で $\partial B/\partial x$ の項以外を考えると、小さい水路では右辺で第3項は無視しうるほどであるが、河川の場合には $\partial h_i/\partial x$ も小さいので相対的に第3項の連行の影響が現れてくる。ところが、第3項は $F_1 = 0$ 及び1のとき零であり、かつ $F_1 = 1/\sqrt{3} \approx 0.58$ を頂点として上に凸の曲線であって、 F_1 が1に近づく

と小さくなる性質を有している。これは、クーリガン数 Ψ とは無関係に、ほぼフルード数 F_1 のみに関係する事項である。実験水路の資料では $\partial h_1 / \partial x$ が大きく、式 (2・3) の右辺第 1 項に対して第 3 項は無視しうる程度であるから、 f_i は Ψ によって表示しうるが、河川の資料を用いる場合に第 3 項を無視するとすれば、粗雑になり過ぎることになる。実際には、これに関する資料は少ないので、別途の方法で式 (2・3) が修正されなければならないと思われる。

河川に存在する塩水くさびが理想のものとかけ離れていることに対する影響の程度については、第 III 編において論じるが、なお問題は残されているものの、ほとんど緩混合状態で、境界面の判断に苦しむ程度のもので適用可能であることを指摘することができた。また、この検討例を通じて、付加摩擦力を考慮しないとよい結果が得られないこと、及び非定常流の場合にも、定常流として求めた抵抗係数が適用可能であることが明らかとなった。

以上のように、内部抵抗係数についてはなお検討を要する問題が多く残されていた。なかでも、内部抵抗係数 f_i がクーリガン数だけでは表現しきれず、付加摩擦力を加えると改善されること、及び散乱している実験実測値の上下限までを考慮せずにすませるために、誤差についての検討を加えておくことは重要な問題であると言える。

〔2〕 逆 算 式

実験水路の場合の内部抵抗係数の逆算式は、混合の影響が少ないものとして連行係数や上層濃度の縦断変化の影響を考慮しない基礎方程式より求めるのが通例であった。いま、水路幅を $B = \text{const.}$ とすると、内部抵抗係数 f_i の逆算式は

$$f_i = - \frac{2 \left(1 - \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} \right) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{u_2^2}{\varepsilon g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} - f_o \frac{u_2 u_1}{\varepsilon g h_2}}{\left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{h_1}{h_2} \right) \frac{(u_1 - u_2)(u_1 + u_2)}{\varepsilon g h_1}} \dots \dots \dots (2.5)$$

である。浜田、堀口 (1960)⁶¹⁾ は式 (2.5) において $u_2 = 0$, $\rho_1 \doteq \rho_2$ 及び $h_1 + h_2 = H_0$ (一定) として、

$$f_i = - \frac{2 \left(1 - \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} \right)}{\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} \cdot \frac{H_0}{H_0 - h_1}} \cdot \frac{dh_1}{dx} \dots \dots (2.6)$$

を適用した。これは混合がわずかであって、その影響

を無視し得、定常流であって下層流速 u_2 が非常に小さい場合にのみ適用可能である。岩崎ら (1961)⁶²⁾ によれば日本における内部抵抗係数の計算はほとんどこのいずれかの式によっている。一方、混合の影響を考慮する場合には、 $u_2 \doteq 0$ として既に挙げた式 (2・3) を適用することになる。

本論文においては、実験資料では試算の結果下層流速の影響を無視しうる事が判明した (後述) ので、式 (2・6) により内部抵抗係数を算出した。河川の場合には、式 (2・3) を適用すべきであるが、流速の測定値がなく F_1 を正確に算定できないので、参考値として式 (2・6) による逆算値を用いることにした。 f_i はこの場合若干大きく算出されるが、大差はなく、 F_1 の小さい範囲の値には信頼性があると考えられる。

また、塩水くさびの全長にわたる平均の内部抵抗係数 $\bar{f}_i$ は、Schijf・Schönfeld (1953)¹⁰⁾ により、

$$\bar{f}_i = \frac{H_0}{2L} \left(\frac{1}{5F_{10}^2} - 2 + 3F_{10}^2 - \frac{6}{5} F_{10}^4 \right) \dots (2.7)$$

と与えられている。ここに、 L はくさびの長さ、 H_0 はくさび先端における全水深、及び $F_{10} = u_0 / \sqrt{\varepsilon g H_0}$ である。これは、一定水路幅の水平河床 ($i_0 = 0$) 長方形断面水路において、混合及び下層の流速を無視し、河口において限界水深を保つとして、定常時の運動方程式と連続方程式とを解いたものである。

〔3〕 従来の実用公式

内部抵抗係数の関数形については、岩崎ら (1962)¹⁴⁾ によりクーリガン数との関係が提案されてから、ほぼ式 (2.4) の関係が一般に是認されてきた。

また、塩水くさび全長の平均の係数 $\bar{f}_i$ も同じ形とされた。その後、玉井ら (1978)⁵⁾ の提案などもあるが、実用上は式 (2.4) と大きく異なるものとならない。式 (2.4) の係数及びべき数については、研究者によって相違し、さらに実験値及び実測値の散乱が著しいことが報告され、十分な検討が要望されている。参考のため、過去の研究結果を示すと表-2.3 のようである。これらの実用算定式に要求されることは、精度のバランスであり、他の水理量の精度に比し、この抵抗係数が算出結果の足かせにならなければ当面の緊急課題とならない。しかし、公式間の差は少なくなく、また実験値や実測値のばらつきもあって、実用上の判断に迷うのが実情である。

著者らは、各公式に差が生じる原因としては、実験の水理量の範囲、実験水路の規模、界面位置の定義の不統一、及び中間層の発達状況の差異などが支配的

表-2・3 界面抵抗係数に関する既往の研究例

著 者	発表年次	a	n	流 況	記 事
岩 崎	1962 ⁽¹⁴⁾ 1963 ⁽¹⁵⁾	7.880	0.8356	ジェット 幅 15cm	実 験
椎 貝	1965 ⁽²⁾	12.0	1.0	塩水くさび $10^2 < \Psi < 10^3$	実験; Valemboisも利用
金 子	1966 ⁽¹⁷⁾	0.2	0.5	塩水くさび $10^2 < \Psi < 10^3$	実験実測 伏木港
中村・稲松	1966 ⁽¹⁸⁾	4.228	0.7117	塩水くさび $10^4 < \Psi < 10^6$	実 測 神通川
中 村	1970 ⁽¹⁹⁾	0.136	0.434	塩水くさび $10^4 < \Psi < 10^6$	実 測 九頭竜川
須賀・高橋	1975 ⁽²¹⁾	0.35	0.5	塩水くさび $10^2 < \Psi < 10^3$	実 験
	1971 ⁽²⁰⁾	1.29	$\frac{2}{3}$	塩水くさび $3 \times 10^4 < \Psi$	実 測 利根川
	//	0.13	0.415	塩水くさび $10^2 < \Psi < 10^4$	塩水くさび長より算出

な原因であると考えた。そこで、境界面位置を $Z_{0.9c_2}$ とし、土木研究所の 100 m 及び 30 m 水路に基づく広範囲の実験、及びかなり明瞭な塩水くさびの現れている裏日本側の河川における実測などに基づいて考察を行った(1975)⁽²¹⁾。なお、得られた資料はクーリガン数のかなり広い範囲 ($10^2 < \Psi < 5 \times 10^5$) をカバーしているので、実用式の検討に十分である。他の研究機関の小型水路の実験資料及び境界位置の明確でない実験や実測の資料はここでは使用しないこととした。

これまでの研究は混合の少ない場合のものであった。実際には混合の効果の入っていない式で、そのわずかな混合現象は係数のなかで処理されていたものと思われる。著者らの初めの式(1971)⁽²⁰⁾は境界面位置を $Z_{c_2/2}$ とし、くさびの縦断変化を摩擦項のみで計算する場合(川幅変化を別途考慮)に適用する公式であった。これは塩水くさびが短くて混合が少ない場合にはよいが、利根川の場合のように塩水の遡上距離が大きく、緩混合に近い場合には、適用に困難が感じられた。そして、両方に適用させようとしたところに若干の無理があった。そこで今回は、算出根拠を明確にするため、境界面位置を下層平均濃度の 9 割となる点の位置とし、混合の影響を無視しうる実験及び実測値から、混合を考慮していない式(2・6)を適用して f_i を定めることにした(そのための誤差については後述)。なお、実験及び実測値から f_i を逆算する場合、クーリガン数があまり変わらない範囲で塩水くさびを縦断的に2~4分割して平均化した。実験値も混合の大きいケースを除外し、測定精度及び各種の誤差の可能性を考慮して、精度が勝ると考えられる著者らの 100 m 水路及び 30 m 水路の資料のみを使用した。河川の資料も、流速分布や濃度分布など測定内容と精度のよいもののみを採

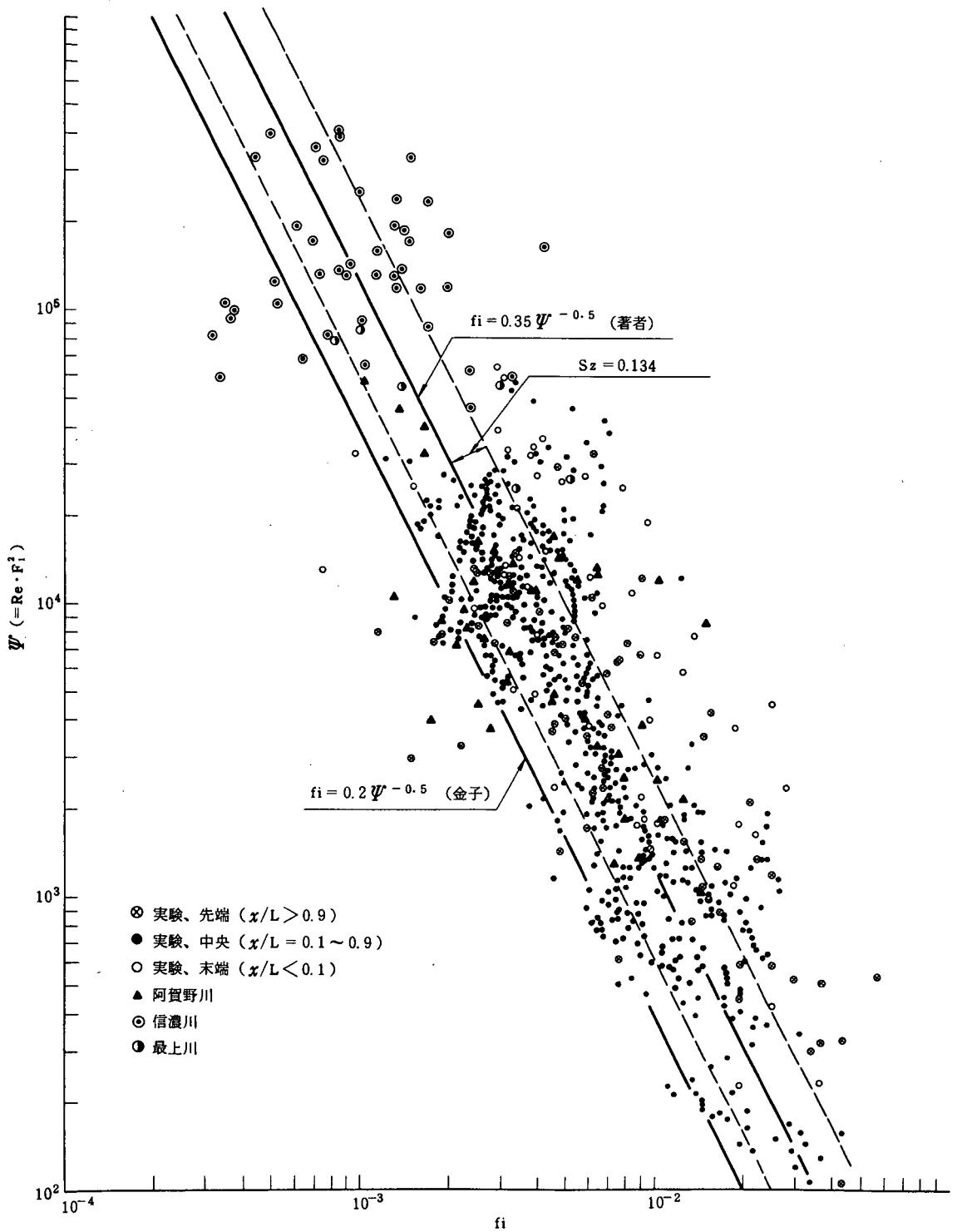
用した。なお、幅が非常に狭い水路の資料や主要内部渦と先端渦がない塩水くさびの資料、及び境界位置が明確でない実験や実測の資料はここでは使用しないこととした。

図-2・4 はこのようにして求めた実験及び実測値の内部抵抗係数 f_i をクーリガン数に対してプロットしたものである。塩水くさびの先端部及び末端部の値は、河川における実測値では履歴及び混合の影響が大きいので除外したが、実験値では考慮してみた。この場合は、 $\Delta h_1/\Delta x$ の値が大きいため Δx の取り方によって点はばらつくが、塩水くさびの中央部と根本的な相違はないようである。塩水くさびの末端部では混合がかなりあるが、このことは、実験水路の規模の場合には混合が多少あっても f_i の値のよい適用性を示すものと考えることができる。図-2・4 から、内部抵抗係数 f_i として

$$f_i = 0.35 \Psi^{-0.5}, (10^2 < \Psi < 5 \times 10^5) \quad \cdots (2 \cdot 8)$$

$$\left(\Psi = \frac{h_1 |u_1|}{\nu} \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} = \frac{|u_1|^3}{\nu \varepsilon g} \right)$$

を得た。この公式は厳密には混合のある場合への適用は不能である。それは境界面付近の性状が変化し、流速分布及び濃度分布共に異なったものとなるからであり、運動量の関係について解析する必要がある。しかし、式(2・8)は実験水路の長い塩水くさびにおいて、末端部付近の内部フルード数が1に近い範囲の領域で、界面が乱れて相当激しい混合が存在する場合にも適用可能であることから推して、実験水路では緩混合に近い濃度分布となっているような状態でも、近似的には適用可能と考えてよい。図-2・5は緩混合の状態が出現している利根川(1966)⁽³⁰⁾に式(2・8)を適用した場

図-2・4 内部抵抗係数 $f_i \sim \Psi$ の関係図

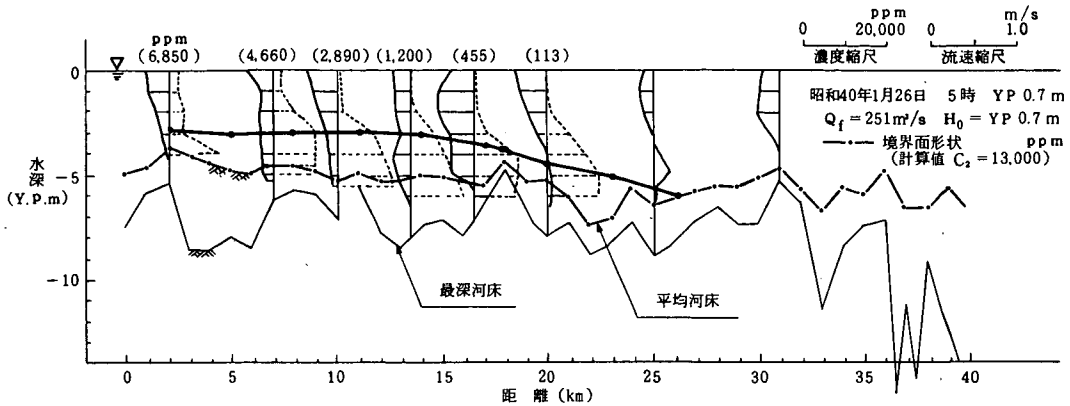


図-2.5 緩混状態への適用 (利根川)

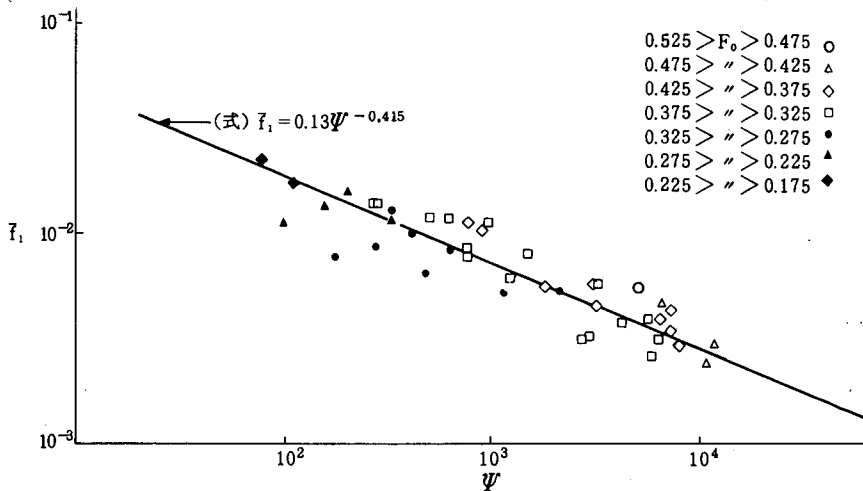


図-2.6 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim \Psi$ の関係図

合 (内部フルード数が大きい範囲を除く) の一例である。利根川では非定常効果がかなりあって、流速分布や濃度分布が必ずしも明確ではないが、20 km 以上にもわたる非常に長い区間にわたる海水遡上の大略の形状を説明しようように思われる。なお、この実測値は1965年当時のものであって、河口堰建設以前のものである。計算式は混合を考慮した定常流の基礎式を適用し、連行係数としては以前に報告した (1972)⁵²⁾ $E/u_1 = 6 \times 10^{-3} F_1^{1/3}$ の公式を用いた。この式は、その後修正しているが (後述)、計算範囲における数値そのものの差は極くわずかであって計算結果に大差はない。図-2.5には流速分布や濃度分布の実測値も示してあるが、実測値が非定常のものであることを考慮すれば、計算値とのずれも極端ではなく、このような考え方の妥当性をみることもできよう。このように、内部フルー

ド数の小さい範囲 ($F_1 < 0.4$) であれば、河川における適用性も十分に認められる。

なお、これまでの諸公式で、椎貝, Valembois, Lofquist, 金子, 浜田及び大坪らの実験及び実測値をよく表すとされる金子の式を図-2.4に示しておいた。今回提案した式 (2.8) との差は、定数 a について 0.2 と 0.35 の違いがある。このことについては後に詳しく触れる。

次に参考のため、一定水路幅で水平河床の長方形断面水路における全長の塩水くさび平均の内部抵抗係数 $\bar{f}_i$ を求めたところ図-2.6のようであり、これより

$$\bar{f}_i = 0.13 \Psi^{-0.415} \quad \dots \dots \dots (2.9)$$

を得た (1971)²⁰⁾。

局所的な内部抵抗係数 f_i と塩水くさび平均の抵抗

係数 f_i とはおのずから性質の異なるものであるが、後者の場合にはベキ数は $n < 2/3$ であることがわかる。簡単のため、 f_i についても式 (2.4) の関係が成り立つとし、式 (2.7) より $H_0 = \text{const.}$ としてくさびの長さ L を求めると、

$$\frac{L}{H_0} = \frac{1}{2a} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon g H_0^{3/2}}}{\nu} \right)^n F_0^{3n} \left\{ \frac{1}{5F_0^2} - 2 + 3F_0^{2/3} - \frac{6}{5} F_0^{4/3} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

と表されるから、くさび先端における内部フルード数 F_0 によって微分すれば

$$\frac{\partial}{\partial F_0} \left(\frac{L}{H_0} \right) = \frac{1}{2a} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon g H_0^{3/2}}}{\nu} \right)^n \left\{ \frac{3n-2}{5} F_0^{3n-3} + 3 \left(3n + \frac{2}{3} \right) F_0^{3n-\frac{1}{3}} - \frac{6}{5} \left(3n + \frac{4}{3} \right) F_0^{4n+\frac{1}{3}} \right\} \dots\dots\dots (2.11)$$

が得られる。ここで F_0 は 1 より小さい値を取るので、右辺の第一項に着目すべきである。 F_0 が十分小さいときには、ほぼ $3n-2=0$ のときくさびの長さ L は最小となり、 $n < 2/3$ では L は内部フルード数の増大と共に減少し理にかなっているが、 $n > 2/3$ では内部フルード数の増大と共にくさびの長さが増大する結果となり現実と矛盾する。このことは、局所的内部抵抗係数についても言えることであり、数値計算を行えば同様の結果が得られるはずである。

以上のようにして、実用公式としての式 (2.8) は、従来のものに比し、明確な定義に基づいたものであって、実験や実測の精度面からの判断によっても当面満足すべきものであり、適用範囲も広範にわたるものと考えてよい。

なお、内部抵抗は粗度係数と比較すると

$$n \approx \left(\frac{f_i h_1^{1/3}}{2g} \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (2.12)$$

の関係が認められるので、例えば通常よく見られる値として $f_i = 5 \times 10^{-3}$ をとり、 $h_1 = 1 \text{ m}$ とするならば粗度係数としては $n = 0.016$ 、また $h_1 = 2.5 \text{ m}$ とするならば $n = 0.018$ となり、予想外に大きい値となっていることに認識を新たにする。

〔4〕 側壁の影響

実験水路では流路幅の水深に対する比が小さいため、粗度及び表面張力の効果により、流速分布は一樣とならず、かつ側壁付近で水位の盛り上がりがある。図-2.7に水路幅 80 cm、全水深 $H = h_1 + h_2 = 55.1 \text{ cm}$ で、 $Q_1 = 15 \text{ l/s}$ 、 $\varepsilon = 6.018 \times 10^{-3}$ の場合の実験例を示す。このような傾向は、側壁の粗度や ε などによって異なるが、ガラス面とし、実験水理量の範囲を考えると、おおそ普遍性があるとしてよいであろう。

内部抵抗係数の逆算に際し、平均流速を $u_1 = Q_1 / (Bh_1)$ としているが、実際の水理量に ' 印を付すと、 $u_1' = Q_1 / A' = Q_1 / (h_1 B')$ である。図-2.7より、界面

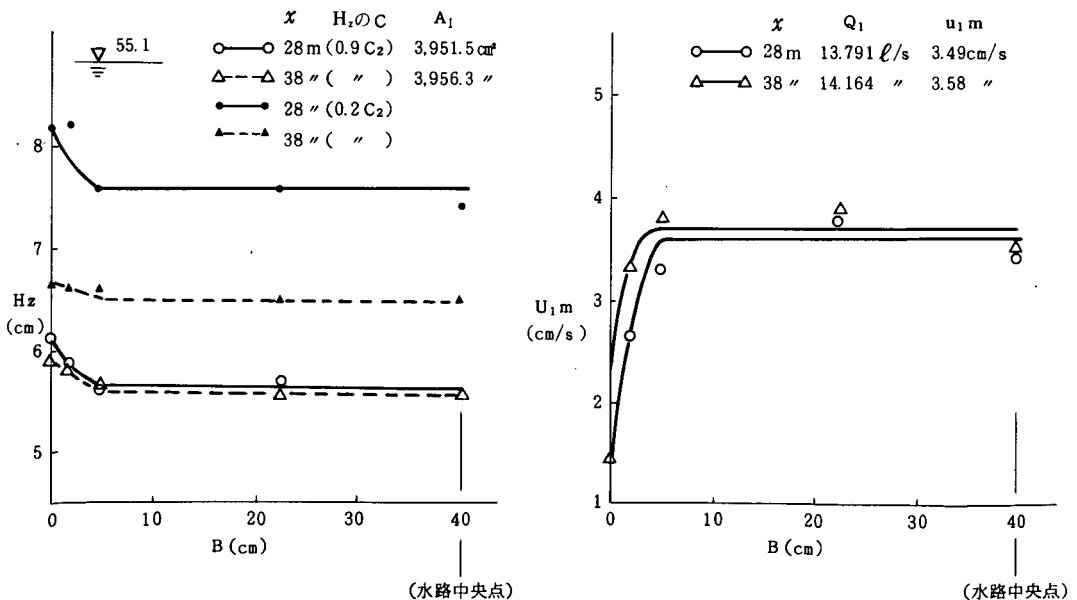


図-2.7 水位と流速の横断分布 (実験水路)

表-2.4 側壁による抵抗係数 f_i の差異率

(F ₁ = 0.5 のときの例, -Δf _i /f _i : %)					
h_1 (cm) \ B(cm)	5	10	20	40	80
10	10.6	5.3	2.7	1.3	0.7
20	5.3	2.7	1.3	0.7	0.3
30	3.6	1.8	0.9	0.4	0.2

の側壁における上昇量を 0.4 cm, 影響範囲を 5 cm として近似的に三角形を仮定すると, $A' = h_1 B' = h_1 B - 2$ (cm 単位), 従って, $\Delta B = B' - B = -2/h_1$ である。いま簡単のため式 (2.3) の右辺第 1 項のみを考えると, B のみによる違いを比で表すと

$$\frac{\Delta f_i}{f_i} = 2 \frac{\varepsilon g h_1^3 B}{Q_i^2} \Delta B / \left(\frac{\varepsilon g h_1^3 B_2}{Q_i^2} - 1 \right) \\ = \frac{-1}{1 - F_1^2} \frac{4}{h_1 B} \text{ (cm 単位)} \dots\dots\dots (2.13)$$

となる。この結果によると, F_1 が 1 に近づくと非常に大きくなるが, 塩水くさびの大部分の範囲で $F_1 = 0.25 \sim 0.75$ であるから, 例えば $F_1 = 0.5$ のとき, 差異率 ($\Delta f_i/f_i$) は表-2.4 のようになる。小さい水路では 10 % 程度の差異となるが, 土本研究所の $B = 80$ cm の水路では 0.2~0.6 % 程度の差異であると判断される。

[5] 河床摩擦の影響

成層流の界面にせん断力が作用しており, たとえ u_2 が無視しようとしても流れは存在し, 河床摩擦の影響はある。内部抵抗係数の逆算式である式 (2.3) の省略のない (ただし, 1 に対して εF_2^2 を省略) もとの式に対して,

$$-(1 - F_1^2 - F_2^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{h_1}{B} F_1^2 \frac{\partial B}{\partial x} \\ + (1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2) \frac{E}{u_1} - \frac{1 - \alpha^2}{2} \left\{ 1 + (1 - \varepsilon) \frac{h_1}{h_2} \right\} F_1^2 f_i - \alpha^2 \frac{h_1}{h_2} F_1^2 f_b = 0 \dots\dots\dots (2.14)$$

の関係が成り立つ。ここに, $\alpha = u_2/u_1$ である。通常は第 5 項目の河床摩擦の効果を無視して f_i を逆算しているので, その影響について見当をつけておくことが必要である。定常流では α は 10^{-1} 以下のオーダーである。簡単のため, 微少項を省略することにすれば, 第 4 項と第 5 項の比 β は

$$\beta = \alpha^2 f_b/f_i \dots\dots\dots (2.15)$$

である。通常の適用範囲として, $f_i \approx 5 \times 10^{-3}$, $f_b = 10^{-2}$, $\alpha = 10^{-1}$ とすれば $\beta = 0.02$ で, f_i に対し 2 % 程

度の寄与率となる。 α がさらに小さいときはほとんど無視しようということになる。

[6] 連行量の影響

小型水路の場合は連行量の効果を無視して f_i が逆算されることが多い。式 (2.14) において第 3 項と第 4 項の比を γ とし, 微少項を省略すれば,

$$\gamma = 2 \times 10^{-3} (1 - F_1^2) F_1/f_i \dots\dots\dots (2.16)$$

である。大河川のように Re が増大すると, f_i が小さくなるから γ は増大するが, f_i が大きいときには γ は非常に小さくなることがわかる。ちなみに, $f_i = 5 \times 10^{-3}$ のとき, $F_1 = 0.1$ では 4 %, $F_1 = 0.3$ では 9 % と F_1 の増大と共に差異は増大するが, その後減少し, 例えば $F_1 = 0.9$ では 7 % と減少する。しかし, 連行量の効果は意外に大きく, 河川の資料を用いる場合には, この項を無視して逆算すると 10 % 程度の差異が含まれると考えなければならない。

[7] 付加摩擦係数

既に見てきたように, 内部抵抗係数はクーリガン数のみによつては表現しえない。この程度はレイノルズ数が大きいほど顕著となる。ところが, 河川の実測値が十分でないので, 逆算の f_i の値から実用公式を求めることは困難である。そこで, 現象から判断して実際の現象を説明しうる抵抗係数を求めることとした。現在の実用公式の基礎となる資料では, 内部フルード数が大きく, 従って連行量の大きい範囲の資料が十分でなく, 付加摩擦係数を考慮していないと言える。河川の資料においても, 河口付近で f_i が小さ過ぎて困るという事情もあり, F_1 の大きい範囲にのみ影響のある付加摩擦係数を加味させることは理にかなっている。このことは, 内部フルード数が大きい範囲においても, 内部波のレジームの変化に基づく効果が顕著でないとし, 線型性の仮定が成り立つとするものである。実際は非線型であり, 内部波も変化するが, 図-2.4 の中にある実験値 (末端部付近の $x/L < 0.1$ の点) では他の実験値とほぼ同様の傾向を有するところからも, 上記の仮定は実用上認容しようとしてよい。

付加摩擦係数は, 成層流の流速分布, 及び密度分布によつて異なるが, 理想的な塩水くさびでは $2E/(u_1 - u_2)$ であるから, 既に提案済みの実用公式に加えることとすれば, (ただし, 付加摩擦係数については後に触れる)

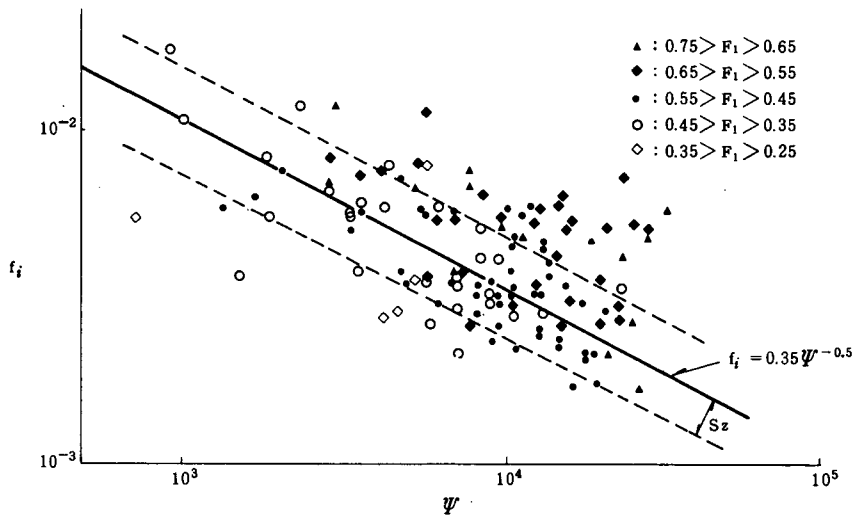
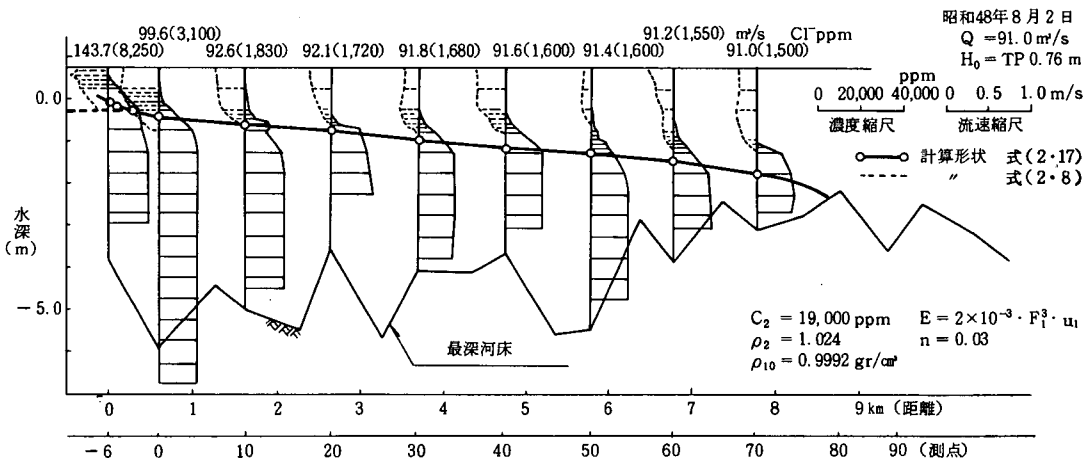
図-2・8 f_i に及ぼす F_1 の効果

図-2・9 付加摩擦力を考慮した式としない式を適用した場合の界面形状の比較 (阿賀野川の場合)

$$f_i = 0.35\Psi^{-0.5} + 2E/u_1 \dots\dots\dots (2.17)$$

である。式 (2.17) のように付加摩擦力を加えたことによって、以前の実用公式式 (2.8) からのずれを図-2・4 と同様な図に表示すると、図-2・8 が得られる。この図では、連行量を実験値から直接求めることとしたため、流速と濃度の測定値のある約 150 の資料を用いたので点の数は少なくなっている。図-2・8 を見ると、 f_i の値は図-2・4 の f_i の値より $2E/u_1$ だけ大きくなっているのであるが、内部フルード数が大きいほど、またクーリガン数が大きいほど、その傾向が顕著であることがわかる。すなわち、付加摩擦力の効果は、内部フ

ルード数が小さい範囲ではほとんど無視しうる程であるが、内部フルード数が大きくなると急激に大きな影響を持つようになる。そして、またこの傾向はクーリガン数が小さい範囲ではほとんど無視しうるほどであるが、クーリガン数が大きくなるほど、すなわち内部抵抗係数 f_i が小さくなるほど、相対的に顕著となる。

以前の実用公式式 (2.8) によると、河川の塩水くさびの河口部付近の形状が安定して計算できないことがあるが、式 (2.17) によると、ほぼ正確に計算することができる。図-2・9 は阿賀野川、図-2・10 は最上川の計画断面の場合の計算例である。前者では、式 (2.8) によると河口付近で界面が低下するのに対し、式 (2.

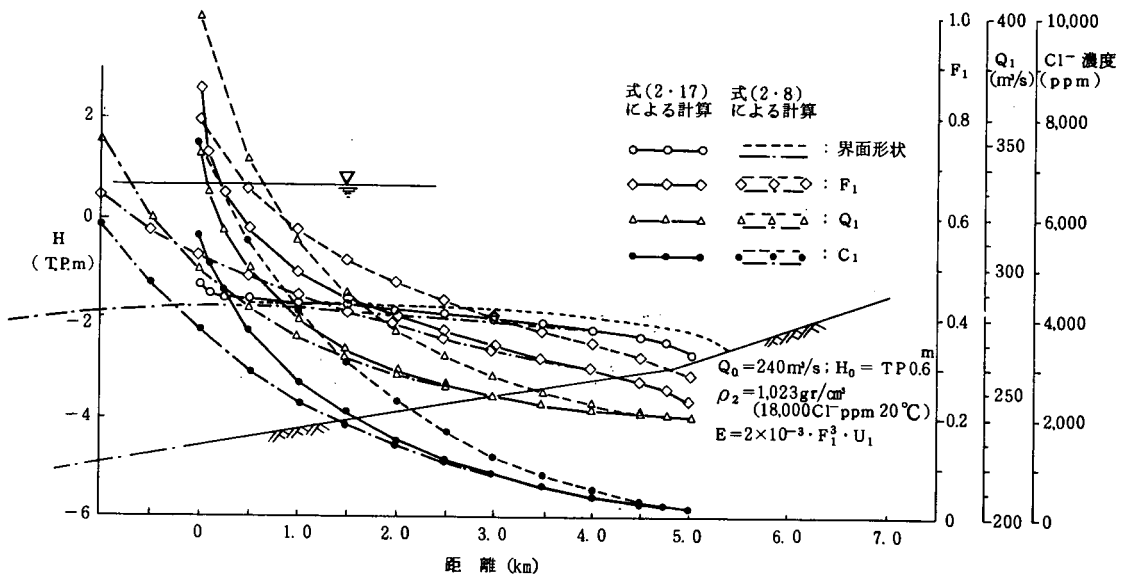


図-2・10 式(2・8)による計算結果の不安定化(0km付近の界面位置の若干の違いによる二例の計算結果のずれと付加摩擦力を考慮することによる安定化(最上川計画断面河道における塩水くさび形状)

17)を適用すれば、 F_1 の小さい上流部では同一の形状が得られるが、河口においても界面が上昇し、この付近において限界状態となり、実測値とほぼ一致することを示す。また、後者では同様の内容を示したものであるが、同時にそのときの F_1 、 Q_1 、及び C_1 を表示した。式(2・8)によると、2つの計算例が示すように、侵入長の大きい場合の方が C_1 や Q_1 が早くから大きくなって、そのために河口においては界面が逆に低下し、実際には生じない現象を計算したり、また上流端位置を少し変化させることによって計算結果が大きく左右され、計算不安定を発生させることがある。すなわち、河口付近で F_1 が大きくなると、連行量の増大により Q_1 が増加し、 f_i が小さいため、界面位置が実測値ほど上昇しない。ところが、式(2・17)によると、若干 f_i の値が河口付近において大きくなるため、以上のような不都合な点は解消され、良い結果が得られる。また、長良川の二層不定流計算においても、付加摩擦力を考慮することにより、満足すべき結果が得られた(第三編参照)。式(2・8)を使用したときには良い結果が得られなかった。

[8] ま と め

二層流の内部抵抗係数を $f_i = 0.35(Re \cdot F_1^2)^{-0.5} + 2E/u_1$ とし、理想的な塩水くさびの場合の付加摩擦力 $2E/u_1$ を加えることにすると、実際の河川に矛盾なく

適用でき、かつ実験水路の場合にも影響が現れないことが判明した。この結果、内部抵抗係数はクーリガン数のほか、内部フルード数の関数ということになる。これは現象面からも裏づけられることである。

一方、資料のばらつきの原因は、現象の不安定性に基づくもの、界面位置判定の誤差、 Δx や逆算式に基づくもの、及び実験誤差などであるが今回、特に河床摩擦や水路側壁の影響などについての差異率の検討とその評価を行った。そして、幅の広い水路を用いた著者らの実験結果の精度は十分期待しうることを示した。

4. 連行係数の実用式

内部境界面を通じて、下層塩水が上層淡水層に混入する現象については、成層せん断乱流の渦動粘性及び渦動拡散など、内部境界面付近の微細構造にまで立ち入った議論が要求されるが、ここでは実用面に主眼を置き、主として実験及び実測値に基づいて検討を行った。

連行係数に関する研究としては、Keulegan(1949)¹⁾(1966)⁶⁴⁾、岸・加藤(1967)⁴⁸⁾、Ellison・Turner(1959)⁸⁾、和田・片野(1968)⁶⁵⁾及び南・福島(1968)⁶⁶⁾、Kato・Phillips(1969)⁵¹⁾によるものなどがある。

Keuleganによる実験公式は、

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = K \left(1 - \frac{1.15 U_c}{|u_1 - u_2|} \right) \dots (2.18)$$

である。ここに、 $U_c = (\epsilon g \nu_2)^{1/3} / \theta$ は混入開始速度、 ν_2 は塩水の動粘性係数、 $\theta = 0.178$ 、(ただし、 $Re = U_c h_1 / \nu_2 > 450$)、及び $K = 3.5 \times 10^{-4} \sim 2.14 \times 10^{-4}$ である。 K の値は大坪・福島 (1959)¹²⁾によれば河川流量や河口からの距離によって異なることが示され、中村と稲松 (1966)¹⁸⁾によればクーリガン数 Ψ によって小さくなることが指摘されている。著者ら (1972)⁵²⁾の 100 m 水路による実験結果では、図-2・11 に示すように式 (2・18) とは異なっている。実験によると、混入開始限界流速 U_c より小さい流速で混入が開始しているようであり、また内部フルード数によりかなりよく説明できることを示唆している。一方、クーリガン数では実験値のばらつきが大きく、内部抵抗とは異なった機構が存在することが暗示された。岸・加藤の式は

$$E = 3.5 \times 10^{-3} R_i^{-1} (u_i - u_{ic}) \dots (2.19)$$

である。ここに、 u_i は界面付近の流速、 u_{ic} は限界流速及び R_i はオーバーオールのリチャードソン数で二層流の平均的な値としては $R_i = F_1^{-2}$ と近似できる。南らは乱子運動の存在を仮定して、

$$E = \frac{u_1 \int_0^z c_{x'} dz}{C_2} \\ = \frac{u_1}{C_2} \sum_{n=0}^{\infty} f_n \phi_n \left(\frac{-\beta_{nz}}{W_n} \right) \left(e^{-\frac{W_n h_1}{\beta_{nz}}} - 1 \right) \dots (2.20)$$

を提案した。ここに、 β_{nz} は x 方向渦拡散係数、 $c_{x'}$ は躍層面から z' の高さの点の塩分濃度、 f_n は均一密度乱流中で n 乱子の存在する割合、 ϕ_n は n 乱子に対し底層乱流中と均一密度の乱流中との振幅を与える定数

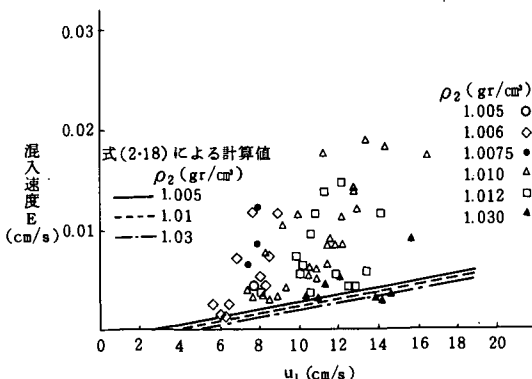


図-2・11 混入速度 E と上層の流速 u_1 の関係

及び W_n は n 乱子静水中沈降速度である。式 (2・20) については f_n や ϕ_n など今後研究すべき多くのものを含んでいる。これに関連する研究として、界面現象に関し、乱れの問題から理論的にアプローチしたものに玉井・浅枝 (1978)⁵⁾の研究などがある。なお、Ellison・Turner の実験は塩水成層流の場合で、 $F_1 > 1$ の範囲に対するものである。

以上のように、過去において数多くの研究が行われてきた。しかし混入速度は非常に小さい値であって精度向上のために大型水路による実験、河川における実測値による検討及び内部フルード数の広い範囲にわたる統一的な表示などが問題点として残された。そこで、ここでは 100 m 水路により、内部フルード数 F_1 の広範囲 ($0.05 < F_1 < 1.0$) の定常状態の実験を行い、二層の境界面位置を $Z_{0.9c_2}$ として実験資料を整理した。二成層流の下層から上層への混入速度 E あるいは連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ を算出する方法としては

- (a) 上層における流量の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (b) 上層における濃度の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (c) 下層における流量の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (d) 下層における塩水補強を停止したとき、境界面の低下量より求める方法

などがある。ここでは、内部フルード数が大きいときには(a)及び(b)の方法により、また内部フルード数が小さいときには(d)の方法により求めた。なお、流速測定より濃度測定の方が精度がよいので主として(b)の方法に基づいている。

大型水路による実験結果では、混入速度 $E = 10^{-3} \sim 10^{-1}$ cm/s (連行係数 $5 \times 10^{-5} \sim 10^{-3}$) の内部フルード数の大きい範囲では内部波の碎波が見られ、Keulegan の実験式に近い値を示す。このとき、上下層の密度差による影響が相当存在することが Keulegan の結果と異なっている。塩水混入速度が 10^{-3} cm/s 以下の範囲は内部フルード数が小さく、内部波は顕著ではない。これは Keulegan の混入開始限界流速より小さい場合である。生の実験値で見限り、混入速度 E は上層の内部フルード数 F_1 の 4.5 乗に比例し、 E (cm/s) = $10^{-3} F_1^{4.5}$ の関係が見られた (1972)⁵²⁾。

図-2・12 及び図-2・13 は、連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ をそれぞれ内部フルード数 F_1 及びリチャードソン数 R_i によって表示したものである。土木研究所における実験値を主体にして、かつ他の研究者による実験値を合

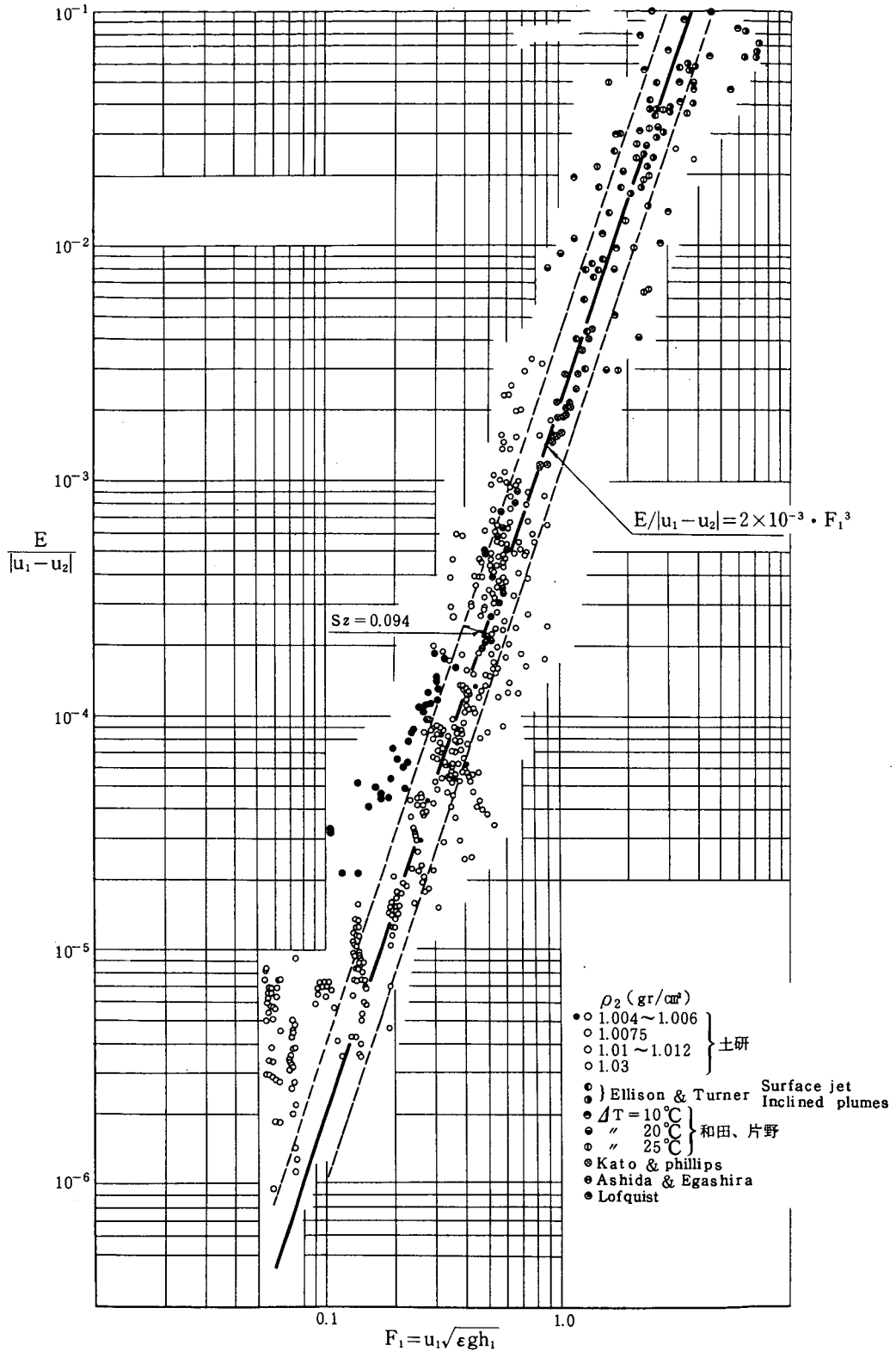
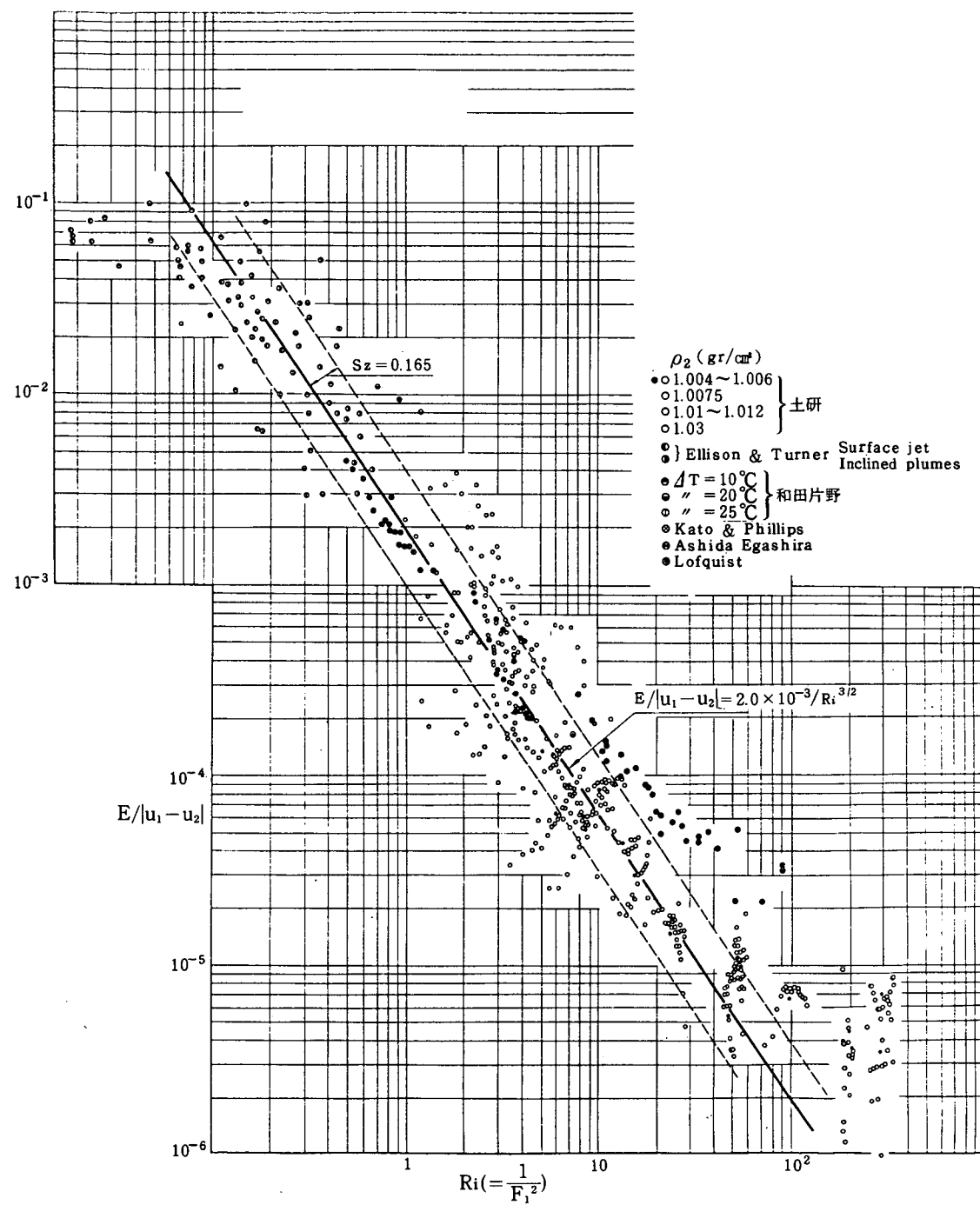


図-2.12 $E \sim F_1$ の関係図

図-2.13 $E \sim Ri$ の関係図

わせて、広い範囲の水理量に対して統一的に整理した。広範囲にわたる著者らの資料は散乱の状況も小さく、その標準偏差 S_z ($S_z^2 = \sum_{j=1}^n (z_j - \bar{z})^2 / (n-1)$) は、それぞれ $S_z = 0.094$ 、及び $S_z = 0.165$ であり、図中に示す通りである。なお、他の研究者の実験資料としては、Ellison・Turner (1959)⁸⁾、和田・片野 (1968)⁶⁵⁾、Kato・Phillips (1969)⁵¹⁾、芦田・江頭 (1975)⁵⁶⁾、及び Lofquist (1960)⁴⁹⁾ などの実験値を用いた。この他にも、Moore・Long (1971)⁵⁰⁾ や今酒・椿・小松 (1978)⁶⁷⁾ などの多数の研究があるが、資料の内容の詳細が十分にわからないので省略した。

Kato・Phillips の研究は、自由表面に Shear plate を用いて Shear を働かせ、主流層の低下量より連行量を求めたものであり、 E は摩擦速度によって表示されている。摩擦速度と F_1 あるいは R_i との関係は、芦田・江頭が Shear plate の速度が一定値に近づく 180 秒のときの plate 速度を用いて算定しなおしたものである。Moore・Long の実験は、上下の淡塩水を逆方向に流動させ界面を通じて輸送される塩分について調べたものであり、 $R_i = 0.7 \sim 70$ の範囲に対し、おおよそリチャードソン数に逆比例する関係を得ている。他の実験における R_i と E の算定方法にも多少の違いがある。すなわち、Ellison・Turner は連行層厚とこの層内の平均流速を、Lofquist は下層に流れを発生させた実験において水路底面から密度勾配の最大となる点の間の厚さとこの層における平均流速を、芦田・江頭は自由表面から密度勾配の最大値点間の厚さとこの層における平均流速を、及び和田・片野は自由表面から流速分布の不連続部分までの深さ（上層に染料を混入し写真判定）とこの層における平均流速をそれぞれ用いている。Kato・Phillips の主流層の取り方は、Lofquist や芦田・江頭の取扱いとほぼ同様であると考えられる。このような界面位置の取り方によって F_1 の値が若干異なることには留意しておく必要がある。

これまでの研究によると、連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ はほぼ F_1 あるいは R_i のみによって規定され、Lofquist、Kato・Phillips と芦田・江頭の実験値は $Re > 10^3$ 、 $0.5 < R_i < 40$ に対して

$$E/|u_1 - u_2| = 1.5 \times 10^{-3} / R_i \cdots \cdots (2.21)$$

である。一方、Ellison・Turner 及び和田・片野の実験値は $0.08 < R_i < 0.5$ に対して式 (2.26) の3倍ほどの値となる。芦田・江頭はこの違いの原因として、層流境界層が発達している領域までを主流層と判定している可能性があること、使用した水路が小規模であり、

定常状態での実験が非常に難しいことなどを挙げている。

しかしながら、図-2.13 から明確に判断されるように、Lofquist、芦田・江頭、Kato・Phillips の実験範囲はそれぞれ重複することなく、異なったところに分布しており、Lofquist の実験値を除くと著者らの実験値の分布の傾向と一致する。もっとも、Lofquist の論文を見ると、上層静止で流動する下層のフルード数を取っているが、本論文でいう F_2^2 を F と定義しているようである。そこで、Lofquist の F をフルード数の2乗と解釈して実験値を整理しなおすと、著者らの実験結果とほぼ一致する。Lofquist はかなり注意深く実験を行っており、これにより流れが下層に存在する場合にも、連行の現象は上層に流れが存在する場合とほぼ同様であると見なすことが可能となった。

著者らの実験の範囲は、これらのすべての実験値のリチャードソン数の範囲を包含しており、 R_i に対する連続変化の様子を広範囲にわたって評価することができる。また、 R_i の小さい範囲の実験を行った Ellison・Turner 及び和田・片野の結果とも円滑に接続した。また、温水と塩水の密度流による相違は認められない。なお、図-2.12 及び図-2.13 において●印は塩水くさび全体の平均値である。また、土木研究所の実験資料で連行係数が 5×10^{-5} 以下の範囲は、内部フルード数が非常に小さく ($F_1 < 0.15$)、Keulegan の混入開始流速より小さい流速の場合である。この範囲では実験が微妙で、上流端における拡散など、他の原因に基づく拡散の影響が全くなかったと断言できぬものがあり、連行係数が F_1 の大きい範囲の傾向より大きくなっているが、この範囲は参考値と考えればよいであろう。

図-2.14 は著者らが最上川において実測して得た結果を、同様の関係として整理したものである。最上川河口では、風や波の影響、若干の非定常流効果、及び3次元効果が加わり、資料は散乱しているが、全体的には図-2.12 とほぼ一致する。従って、連行係数がリチャードソン数に逆比例するとの説は、Lofquist の資料にとらわれた結果であって、若干の修正を要することが明らかとなった。

なお、図-2.12 によると、内部フルード数が大きくなると連行量が飛躍的に増大する。例えば、 $F_1 = 4$ のときには上層流速の約1割にも達する大きな混入速度で下層の塩水が上層に混入することとなる。これは現象的には非常に大きな影響を与えることとなる。土木研究所では F_1 の大きな範囲の資料を得ていないので、著者は図-2.12 から $F_1 \leq 1$ までの適用範囲を設ける

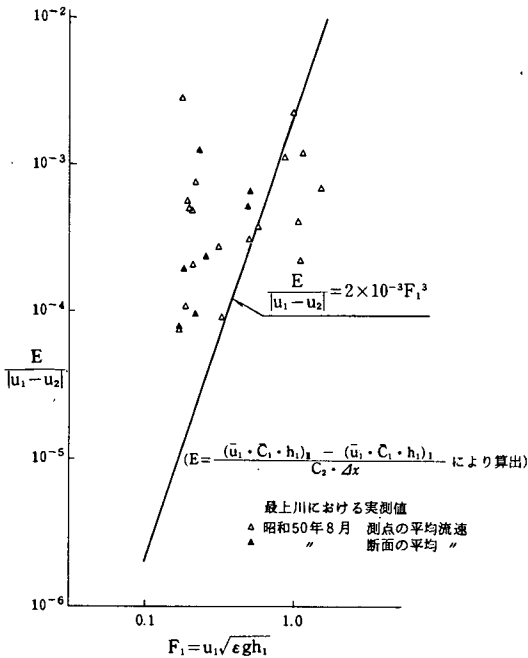


図-2・14 最上川における連行係数

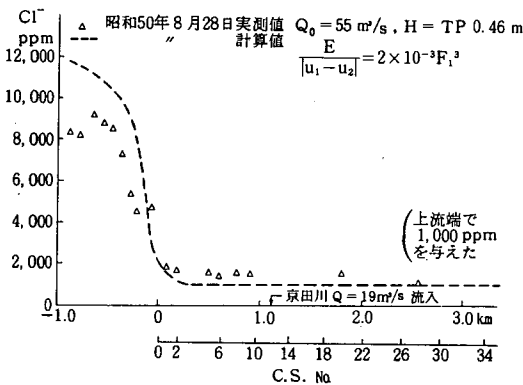


図-2・15 上層の塩素イオン濃度(最上川における実測値と計算値)

こととした。内部フルード数が非常に大きい範囲では、レジームの変化の影響が卓越することとなり、別の法則に従うはずである。

以上の結果、連行係数の実用公式として

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = 2 \times 10^{-3} F_1^3 = \frac{2 \times 10^{-3}}{R_1^{1.5}} \quad \dots (2.22)$$

$$(0.15 < F_1 < 1.0)$$

を提案する。適用範囲としては上記の範囲を若干超えることは差しつかえないと思われる。次に、式(2.22)

の適用性を示す例として、最上川における上層濃度の計算値が観測結果とよく一致したことを述べておく。図-2・15は観測結果に基づく内部境界面を設定して、上層における平均の塩素イオン濃度について、計算値と実測値(昭和50年8月28日)を比較したものである。ただし、塩水くさび先端における内部渦、中間層の発達、非定常効果、及び三次元流効果などにより、連行現象によらない混合が存在しているが、なかでも中間層を上層に含めている関係で実測値では上層濃度が大きくなる。最上川の例では、塩水くさびの全長にわたって、この分に相当する量として1,000 ppmを加算すると、計算結果のよい適合性が得られた。図-2・16は、同じ実測例に対する境界面形状と上層流量の計算結果を示している。上層流量の実測値は、主流部における点の流速測定値を平均流速としたため、大きく算出されているが、概略の傾向は理解できる。なお、距離標番号CS 28の断面における $Q_1 = 30.3 \text{ m}^3/\text{s}$ は流速 $u_1 = 2.7 \text{ cm/s}$ より算出したものであり、微流速のための実測誤差と考えるべきである。以上の結果、連行係数に関する式(2.22)の妥当性を確認できた。

連行現象と摩擦抵抗との関係は、Ellison・Turner (1959)⁸⁾、Pedersen (1972)⁶⁸⁾、及び柏村 (1974)⁶⁹⁾らによって、

$$f_{ia} = \frac{2E}{|u_1 - u_2|} \quad \dots (2.23)$$

と表されている。ここに f_{ia} は内部境界面上の内部波が碎波して混合拡散を生じている場合の付加摩擦係数 τ_a を Keulegan が

$$\tau_a = \rho E |u_1 - u_2| = \frac{1}{2} f_{ia} \rho_1 (u_1 - u_2)^2 \quad \dots (2.24)$$

とおいたときの係数である。これは式(2.17)において考慮した付加摩擦係数である。ここで付加摩擦係数についての説明を追加する。まず、上層に混入した下層水を加速するために必要な運動量 $-\rho_2 u_i B E$ に基づくものとする、

$$\rho_2 u_i B E = \tau = \rho_1 g h_1 i_{f1} B \quad \dots (2.25)$$

とおくことができるから $i_{f1} = f_i u_i^2 / (2gh_1)$ より、

$$f_i = 2 \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{u_i E}{u_i^2} \quad \dots (2.26)$$

となる。ここで、 $\rho_1 = \rho_2$ 、 $u_i = u_1$ とおけば、クーリガンらが求めた結果(ただし、 $u_2 = 0$)と一致する。 $u_i = u_1$ はよいとすると、 $\rho_2/\rho_1 = 1/(1 - \varepsilon)$ の効果と

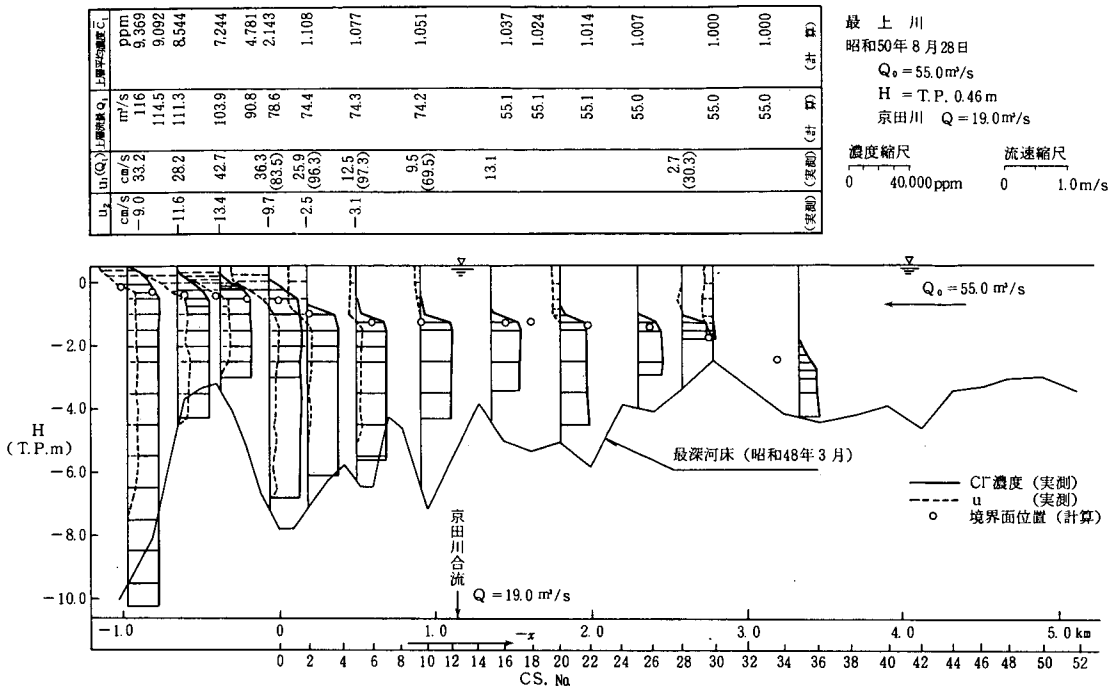


図-2・16 最上川の塩水くさびの縦断面図

して ϵ が大きいときに差が大きくなる。いま、 $\epsilon = 0.01$ とすると 1%， $\epsilon = 0.02$ とすると 2% 程度の差異である。

混入速度 E ，あるいは連行係数については，以上のように上層の内部フルード数によって，広範囲の資料を統一的に説明することができ，式 (2・22) を実用公式として実際に適用できるとしてよい。流れが不定流の場合についても，当面 式 (2・22) をそのまま適用することとなるが，実用上の問題はあまりないものと推定される。なお，下層において密度分布がついており，平均の ρ_2 と連行される水塊の密度との差がある場合には，上層の密度を推定するときに多少の誤差が生じる可能性があるので注意を要する。また，式 (2・22) のような表示方法については，内部抵抗係数の場合と同様の問題点がある。例えば上層が静止して下層のみが動いている場合にも，上層の内部フルード数で統一的に表示されることとなるが，このような問題を検討するためには界面付近の流速と平均流速との関係などについて十分な考察が必要である。

5. 考 察

シミュレーション・モデルにより計算を実施する場合に重要な係数として，内部抵抗係数と連行係数を取上げ，従来の研究の評価を行い，新たに広範囲の水量にわたる精度のよい実験資料と実測資料を加えて，十分な適用性を有する実用公式を提案した。この章では，以上の内容の補足事項として，流速分布と濃度分布の影響，及び金子式との相違点について若干の考察を行った。

内部抵抗係数と連行係数については非定常でも流速と濃度の分布形が極端に変わらない限り，利根川の例 (図-2.5) に見られるように，十分妥当性があるものと思われる。

〔1〕 内部抵抗係数及び連行係数に関する流速分布及び濃度分布の影響

内部抵抗係数と連行係数については非定常でも流速と濃度の分布形が極端に変わらない限り，利根川の例 (図-2.5) に見られるように，十分妥当性があるものと思われる。

しかしながら，流速分布や濃度分布が，これらの資料のよりどころとなった内部フルード数が $F_1 < 1$ の範囲の状況と著しく異なった場合，及び下層の流速が極端に大きくなるような条件のもとでの適用には問題があるものとする。前者は内部渦の区間において生じ，後者も河床に山が存在するときなど，局所的に問題となることが考えられる。ここでは，前者の場合について資料に基づいて考察を行った。図-2・17は，準定常状態と考えられる最上川の河口流出に関する実測

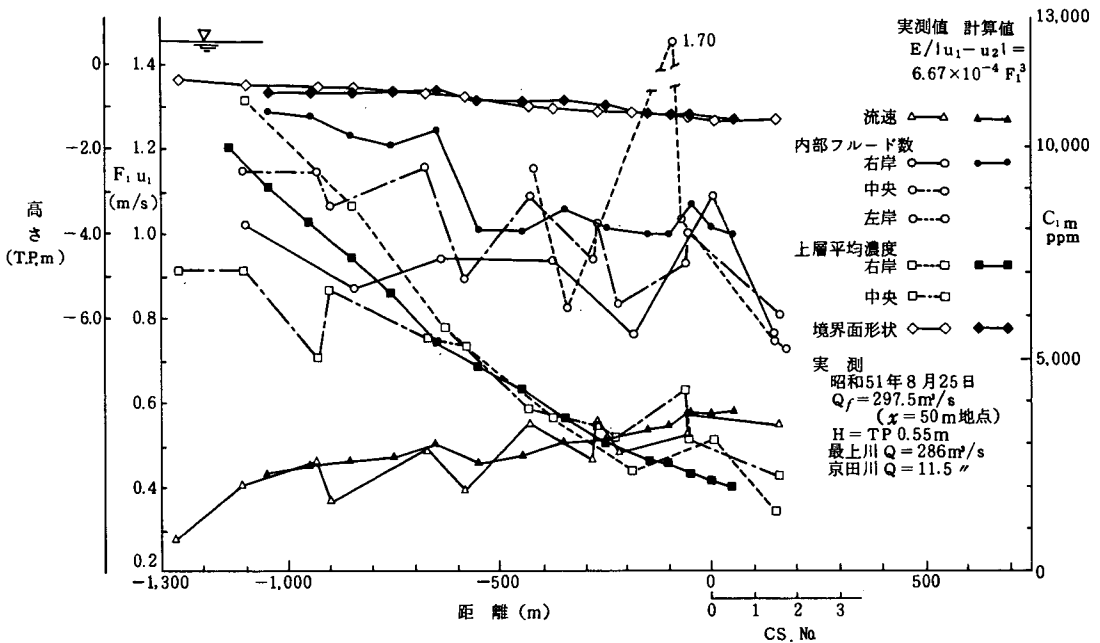


図-2-17 河口外水理量縦断変化図（最上川）

の諸水理量の縦断変化の状況を示す。

河口より沖の濃度分布、流速分布及び界面位置の縦断変化の様子から、おおよそ河口付近の50m地点において内部ジャンプが発生し、それにより相当下流まで安定した渦が存在すると判断できた。渦の上流端において、上層平均的塩素イオン濃度2,000ppmとし、流路幅 $B_0 = 304$ mとすると、内部境界面位置を図のように取る限り上層流量 $Q_1 = 297.5 \text{ m}^3/\text{s}$ となる。そこで、これを出発条件として、内部境界面位置及び流路の広がり幅を実測による推定値で与え、二層一次元流と考えた場合の水理量の縦断変化を計算してみた。このとき、運動に関する条件式は不要で内部抵抗係数には無関係であり、連続条件のみによって定まるので連行係数の妥当性を調べることができる。 E として式(2-22)を適用した場合には、上層塩素イオン濃度、上層流速及び内部フルード数が実測値より非常に大きくなる。おおよそ、この式の値の $1/3 \sim 1/2.5$ 程度が適当であることが、図-2-15より理解される。さらに、 $1/3$ とすれば

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = 6.67 \times 10^{-4} F_1^3 \quad \dots\dots\dots (2-27)$$

であり、 $1/2.5$ とすれば、式(2-27)の定数6.67が8と変わる。こうすれば、図-2-17より、上層流速、上層濃度、及び内部フルード数のすべてがだいたい実測値

と合っていることがわかる。 $-1,000$ mより沖では、やや適合度が落ちてくるが、このあたりで $C_1 = 8,000$ ppm程度となっており、 $C_1 > C_2/2$ の範囲であって、二層流の仮定に無理の生じる領域である。

次に、連行係数を式(2-27)とし、内部境界面位置が実測値となるような内部抵抗係数を逆算してみた。その結果、実際は付加摩擦力によるエネルギー損失が存在し、この項が卓越していることがわかった。表-2-5はこの最上川(昭和51年8月25日)について付加摩擦力による抵抗係数の増加量を算出したものである。表-2-5のb)欄は図-2-17の計算に使用した条件の抵抗係数の値であって、この程度の値となっていれば、実際の現象を説明しうる。これに対してa)欄に示す式(2-8)に基づく計算結果は非常に小さい。c)欄は連行係数として式(2-22)を考えたときの付加摩擦力による内部抵抗係数である。既に、この値はb)欄に記した実際の内部抵抗係数より大きいので、本来の算出式である式(2-17)に基づいたd)欄の値は過大である。e)欄の値は、連行係数を $1/3$ として、式(2-27)を適用して、求めた内部抵抗係数の値である。若干の相違はあるが、このときの実際の内部抵抗係数であるb)欄の値と非常に近い数値となっていると見なすことができよう。この検討によって、連行係数の減少が真実である限り、本論文において提案した内部抵抗係数の実

表-2・5 付加摩擦力による抵抗係数の増加 (最上川 昭和51年8月25日)

距 離	a) $f_i = 0.35 \Psi^{-0.5}$	b) 計算に用いた f_i $f_i = 2.5 \Psi^{-0.5}$ (-250 ^m まで) $f_i = 1.75 \Psi^{-0.5}$ (-250 ^m より下流)	c) $2E/u_1 = 4 \times 10^{-3} F_1^3$	d) $0.35 \Psi^{-0.5} + 2E/u_1$	e) $0.35 \Psi^{-0.5} + \frac{2}{3} E/u_1$
50 ^m	3.42×10^{-4}	2.44×10^{-3}	3.98×10^{-3}	4.32×10^{-3}	1.67×10^{-3}
0	3.45×10^{-4}	2.46×10^{-3}	4.19×10^{-3}	4.54×10^{-3}	1.72×10^{-3}
- 50	3.35×10^{-4}	2.40×10^{-3}	4.88×10^{-3}	5.22×10^{-3}	1.96×10^{-3}
-100	3.67×10^{-4}	2.62×10^{-3}	4.01×10^{-3}	4.38×10^{-3}	1.70×10^{-3}
-150	3.77×10^{-4}	2.70×10^{-3}	3.96×10^{-3}	4.34×10^{-3}	1.70×10^{-3}
-250	3.90×10^{-4}	2.79×10^{-3}	4.15×10^{-3}	4.54×10^{-3}	1.77×10^{-3}
-350	3.90×10^{-4}	1.95×10^{-3}	4.47×10^{-3}	4.86×10^{-3}	1.88×10^{-3}
-450	4.24×10^{-4}	2.12×10^{-3}	4.11×10^{-3}	4.53×10^{-3}	1.79×10^{-3}
-550	4.39×10^{-4}	2.20×10^{-3}	4.80×10^{-3}	4.52×10^{-3}	1.80×10^{-3}
-650	4.21×10^{-4}	1.85×10^{-3}	7.74×10^{-3}	8.17×10^{-3}	3.00×10^{-3}
-750	3.82×10^{-4}	1.91×10^{-3}	7.04×10^{-3}	7.43×10^{-3}	2.73×10^{-3}
-850	3.78×10^{-4}	1.89×10^{-3}	7.56×10^{-3}	7.93×10^{-3}	2.89×10^{-3}
-950	3.70×10^{-4}	1.85×10^{-3}	8.32×10^{-3}	8.69×10^{-3}	3.14×10^{-3}
-1050	3.67×10^{-4}	1.84×10^{-3}	8.61×10^{-3}	8.98×10^{-3}	3.24×10^{-3}

用式の式 (2・17) が内部ジャンプ渦の区間においても適用可能であることが判明した。

次に解決しなければならないのは、このような内部ジャンプ渦の区間において連行係数が減少し、最上川の場合はおおよそ 1/3 程度であったという事実である。なお、これと同様の資料が図-2・14 にも現れている。これは昭和 50 年 8 月に測定した最上川における資料であり、内部フルード数 $F_1 > 1$ の範囲において 5 点が記入されている。そのうち、1 点は式 (2・22) とほぼ一致しているが、他の 4 点はそれ以下であって 1/2 から 1/8 の間に分布している。

内部ジャンプ渦の区間の連行現象は、現在の段階では不明確である。それは界面位置の変動、ローラー状渦の流下及び内部ジャンプ渦の厚さなどがよく知られていないからである。河川の内部ジャンプ渦は室内実験水路において生じる渦より相対的に厚みがなく長いので、実験のみによって類推することは困難であり、河川における実測資料の蓄積が必要である。しかし、内部ジャンプ渦の区間の連行現象がそれ以外の区間の連行現象と異なることは、ローラー状渦の流下、間欠性、及び混合の結果生じる流速分布と濃度分布の特性等から判断して明らかと言える。

連行係数が式 (2・22) の関係と異なる原因は、最上川における図-2・14 及び図-2・18 から判断すると、内部ジャンプ渦の区間において濃度分布が急激に ($F_1 < 1$

の区間に対して) 変化し、それと共に流速が三角形分布に近づくため、 E が減少する方向であると考えられる。すなわち、内部境界面に作用する流速 u_1 が小さくなるから、連行量が式 (2・22) の関係より小さくなると判断した。このことは、ひとつの川について内部フルード数が 1 より大きい区間と小さい区間とに分けて両者を比較する場合には納得できそうであるが、川と実験水路の場合を比較すると、 $\partial u / \partial z$ と $\partial c / \partial z$ については両者の間でオーダーの異なる数値が得られるので問題である。また、現象に重大な影響を有すると考えられる小規模な渦のスケールに結びつく議論に発展しない。そこで、拡散の渦の現象は今後の問題として、このことについて別の観点から見る試みのひとつとして、局所リチャードソン数

$$R_{ii} = -g \frac{\partial \rho}{\partial z} / \rho \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \dots\dots\dots (2 \cdot 28)$$

を取上げてみた。図-2・19 は定常状態の実験水路の実験結果 (実験番号 b-8) と川の例として最上川の昭和 51 年 8 月 25 日の資料を取上げ、局所リチャードソン数 R_{ii} の鉛直分布について比較したものである。内部フルード数が $F_1 < 1$ の範囲では、実験水路と川の場合で、界面付近の値がほぼ同じ程度で傾向が似ている。 $F_1 > 1$ の範囲の実験値はないが、川の場合には $F_1 < 1$ の範囲と $F_1 > 1$ の範囲では傾向が異なっており、 $F_1 > 1$ の範囲では不安定となる領域が大きい。しかし、不安

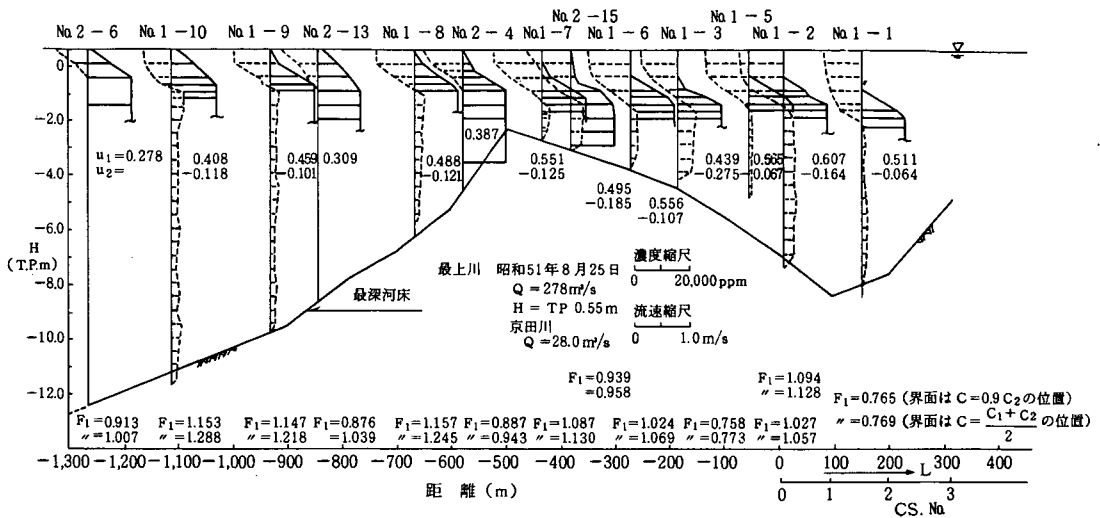


図-2-18 濃度，流速分布図（最上川，昭和51年8月25日）

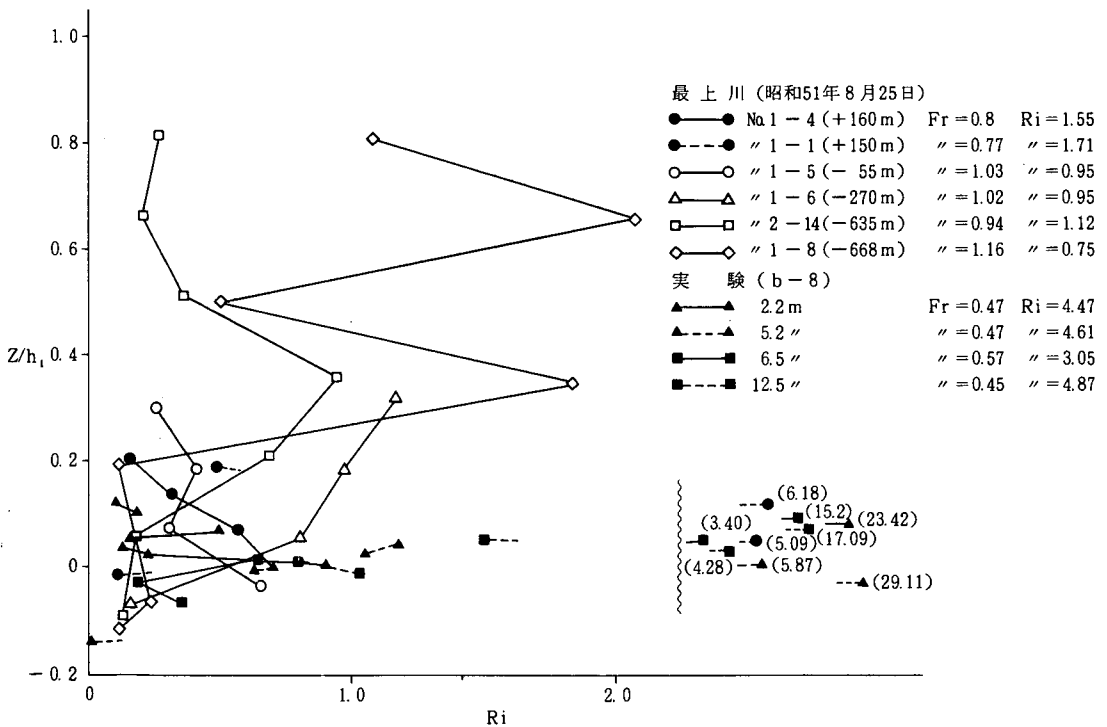


図-2-19 局所リチャードソン数の鉛直分布

定領域における R_{i*} の値には $F_1 > 1$ と $F_1 < 1$ の範囲においてほとんど差がない。

これまでは連行係数はオーバーオールのリチャードソン数 R_i によって関係づけてきた。現段階において R_i と R_{i*} の間の関係を議論することはできなく将来の問題としなければならないが、連行量が界面付近の

安定性のみに関係するとすれば、最上川における $F_1 > 1$ の範囲と $F_1 < 1$ の範囲の資料の点では同じ連行量となり、内部フルード数がそれぞれ 1.13 と 0.7 程度であり、 $(0.7/1.13)^3 \approx 1/3$ であるから、 $F_1 > 1$ の範囲では連行量が $1/3$ になると結論される。しかし、内部ジャンプ渦区間において連行量が式 (2-22) による計算値

より減少することはよいとして、減少量についてはさらに詳細な検討を必要とする。なお、最近の動向では流速分布や濃度分布に着目した研究も始められており、例えば江頭・芦田 (1977)⁷⁰⁾及び日野 (1979)⁷¹⁾などがある。今後、界面現象に関連した混合・拡散問題と連行及び抵抗則がひとつのシステムの中で考察されるものと期待される。

最後に、温度密度流と塩水密度流との違いに触れておく。この両者の差は、通常現象の範囲では密度差 ε の相違である。そのため、乱流構造や運動する水塊の大きさが異なり、内部波のレジームも関係するが、図-2・12に示す連行係数に関する実験資料によると、 $F_1 > 1$ の範囲における Ellison・Turner と和田・片野の資料の間には明確な差を認めたい。両者とも内部ジャンプ渦の発生を抑えた実験に基づくもので、前者は塩水、後者は温水によっている。このことから塩水と温水の差にあまりこだわる必要のないことが推定できる。問題はやはり、濃度分布とそれに関連を有する流速分布であると思われる。

〔2〕 式 (2・8) と金子式との相違

内部抵抗係数として、本論文において提案した実用公式は式 (2・17) であるが、付加摩擦力を除くと式 (2・8) であり、対象とする現象が同じレベルの金子式と比較すると、式 (2・8) と金子式とは、式 (2・4) の定数 a が前者において $a = 0.35$ 、後者において $a = 0.2$ という差がある。

このことについて実験及び実測資料から言えることは次のようである。

(a) 著者以外の研究者による実験値は、層流と考えられる岩崎の実験値を除いて、おおむね小さいものが多く金子式に近い。

(b) 金子式が重視される大きな理由は、伏木港における実測値が金子式にのっており、従来の実験の傾向と合うためと思われる。しかし、実測値で金子式に近い傾向を示すのは、金子の伏木港における資料と大坪・福島による石狩川における資料である。その他の資料、例えば著者らによる最上川、信濃川及び阿賀野川、中村・阿部による神通川及び九頭竜川などにおける実測資料などにおいては、金子式から大きくはずれている。

実測資料で見る限り、石狩川、及び伏木港の資料は、おおむね資料のばらつきの範囲内と考えることができるので、著者の式と矛盾するものではない。従って問題は実測資料にあると考える。

他の研究者の実験資料の内容は十分に把握していないが、著者の実験資料との相違点は、多くの場合

④ 内部境界面位置の取り方

⑤ 実験水路の規模

⑥ 著者の実験では内部ジャンプ渦及び先端渦を有する完結した塩水くさびが出現しており、中間層が十分発達していることであると思われる。

このうち④の界面位置については F_1 の値と Re の値が若干異なるのみで大きな影響を与えない。⑤の水路規模の影響については 3.〔3〕及び 3.〔4〕において検討を行ったが、著者が使用した大型水路と小型水路との差が f_i に与える影響はたかだか数パーセントである。

こうしてみると、 a の値として 0.2 と 0.35 の差は内部ジャンプ渦と先端渦による中間層の発達の度合いによる影響が大きいと推論される。

中間層の発達に関しては、定常状態では内部ジャンプ渦及び先端渦の影響が大きい。発達した中間層においては混合が比較的大きいから、定性的にはそのためのエネルギー損失が加わって内部抵抗係数が増大する。なお、第 I 編の検討結果によれば、先端渦による混合効果は第 1 近似としてクーリガン数によって表されるので、内部抵抗係数の表示式としては、式 (2・4) が中間層の効果をも考慮したものと解釈して矛盾はない。著者の提案式は、このような中間層の発達した状態に適用するものと考えることができる。なお、先端渦と中間層の関係及び中間層と f_i の関係に関する定量評価は今後の問題である。

6. 結 論

この研究によって明らかにした主要事項は次のようである。

(a) 成層流における内部抵抗係数は実用的観点からすると、二層流モデルの中でオーダー的に見て最も重要な係数である。内部境界面の位置 (高さ) を第 2 章〔2〕の(f)のように明確に定義することにより (本論文の場合、下層濃度の 9 割を示す点)、かつ広い範囲の物理量にわたる実験値及び実測値に基づいて検討した結果、従来の実用公式を修正して式 (2・17) を提案した。

なお、従来の公式は河川に適用する場合に、特に内部フルード数が大きくなって 1 に近い範囲になると適用性が悪いことを見出し、連行による付加摩擦力を考慮することにより、適用性を改善したことがひとつの特徴である。こうすることによって、内部ジャンプ

渦の区間にまで適用範囲を拡張できたことは興味のあることである。

また、付加摩擦力を無視しうる範囲において適用する式(2・8)が従来の金子式と異なる点は、著者の場合に中間層内における混合によるエネルギー損失を十分考慮したことによって説明できると考えた。すなわち式(2・8)は主要内部渦及び先端渦があつて、中間層が十分発達している状態に対して適用する公式である。

実験値の誤差については、水路側壁の影響、河床摩擦の影響及び連行量の影響の点から検討した結果、たかだか数パーセント程度の誤差であることが判明した。

非定常流の場合には、流速分布や濃度分布が定常流の場合と同程度であつて、中間層についても大差ないことが条件であるが、長良川の例による検討結果(第III編参照)では十分な適用性が認められた。

(b) 連行係数は、内部境界面位置を図-2・1の(f)に示すように明確に定義することにより、かつ広い範囲の水理量にわたる実験及び実測値に基づいて検討した結果、従来の実用公式を修正して式(2・22)を提案した。これには、内部フルード数が1以下であつて上層の流速分布が極端な三角形分布をしていない限り十分な妥当性が認められた。なお、内部フルード数が1以上であっても、温度密度流のように流速分布が淡塩水の場合の $F_1 < 1$ のときのような分布形の場合には、他研究者の資料の傾向と一致しているので、十分に適用することが可能であると言える。また、非定常流の場合であっても、流速分布が定常流の場合と極端に相違ないので適用することが可能であると判断した。

なお、定常状態と近似しうる最上川の河口流出における内部ジャンプ渦の区間において、連行量が式(2・22)に基づく値の1/3程度になることを確認した。減少の原因は濃度分布及び流速分布の相違であることを、局所リチャードソン数を介して実験及び実測の結果から推定した。

参 考 文 献

- 1) Keulegan, G. H. 「Interfacial instability and mixing in stratified flow」 Jour. of Research of the National Bureau of Standards. p. 487~500, 1949.
- 2) Shi-igai, H. 「On the resistance coefficient at the interface between salt and fresh water」 土木学会論文報告集, No. 123, P. 27~31, 1965.
- 3) 浜田徳一「密度流の問題(1)土木学会海講, p. 259~262, 1966.
- 4) 玉井信行「二層流境界面の抵抗係数に関する一考察」土木学会海講, p. 449~452, 1974.
- 5) 玉井信行・浅枝隆「淡塩二層流境界面における抵抗係数について」土木学会論文報告集, 第 271 号, p. 67~81, 1978.
- 6) 嶋祐之・椎貝博美・玉井信行「河床勾配のある場合の塩水楔について」土木学会年講, II部, p. 71.1~71.2, 1964.
- 7) Valembois, J. 「Courants de densité: tension tangentielle à l'interface, Essai d'interprétation des résultats de Lofquist」 Bulletin du Centre de Recherches et d'Essais de Chatou, No. 5, 1963.
- 8) Ellison, T. H. and Turner, J. S. 「Turbulent entrainment in stratified flows」 Jour. Fluid Mech., Vol. 6, P. 423~448, 1959.
- 9) Pedersen, F. B. 「Gradually varying two-layer stratified flow」 Hy. 1, ASCE, p. 257~268, 1972.
- 10) Schijf, J. B. and Schönfeld, J. C. 「Theoretical consideration on the motion of salt and fresh water」 Minnesota Int. Hyd. Convention, IAHR, p. 321~333, 1953.
- 11) Ippen, A. T. and Harleman, D. R. F. 「Steady state characteristics of subsurface flow」 National Bureau of Standards, Vol. 521, p. 79~93, 1951.
- 12) Otsubo, K. and Fukushima, H. 「Density currents in a river mouth with a small tidal range」 8th congress, IAHR, Vol. 3, p. 1~25, 1959.
- 13) 土木学会水理委員会密度流研究小委員会「成層密度流の界面現象(1)および(2)」土木学会論文集 242号, および 243号, 1975.
- 14) 岩崎敏夫・岸田州生・富岡亮一「二成層流における密度混合について」土木学会年講, II部, p. 5~6, 1962.
- 15) 岩崎敏夫・斉藤晃「二成層流における密度混合について」土木学会年講, II部, p. 23~24, 1963.
- 16) 椎貝博美「塩水楔に関する研究」東工大土木科研究報告, No. 1, p. 19~62, 1966.
- 17) 金子安雄「二層流境界面抵抗係数の一例」土木学会海講, p. 263~267, 1966.
- 18) 中村宏・稻松敏夫「神通川河口の塩水くさびについて」土木学会海講, p. 295~301, 1966.

- 19) 中村宏「河口密度流に関する二・三の問題」土木学会海講, p. 361~367, 1970.
- 20) 須賀堯三・高橋晃「塩水くさびに関する大型水路実験による二・三の考察」土木学会年講, II部, p. 137~140, 1971.
- 21) 須賀堯三・高橋晃「弱混合河川における内部抵抗係数」土木学会年講, II部, p. 470~471, 1975.
- 22) 須賀堯三・高橋晃「内部抵抗係数に関する再考」土木学会海講, p. 572~576, 1979.
- 23) 玉井信行・西村司「成層流境界面における内部波及び混合の特性に関する一考察」土木学会水講, p. 32~37, 1973.
- 24) Liang, S. S. and Seidel, B. S. 「Kelvin-Helmholtz instability of a bounded two-phase flow」 Developments in mechanics, Proc. 11th Mid-western Mech. Conf., Vol. 5, The Iowa State Univ. Press, p. 135~152, 1969.
- 25) Lin, C. C. 「Hydrodynamic Stability, Cambridge」 New York, 1955.
- 26) Drazin, P. G. and Howard, L. N. 「Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid」 Advances in Applied Mech., Vol. 9, Academic Press, New York, p. 1~89, 1966.
- 27) Foote, J. R. and Lin, C. C. 「Some recent investigations in the theory of hydrodynamic stability」 Quart. Appl. Math. Vol. 8, p. 265~280, 1950.
- 28) Taylor, G. I. 「Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid」 Proc. Roy. Soc. London, A. 132, p. 499~523, 1931.
- 29) Howard, L. N. 「Note on a paper of John W. Miles」 Jour. Fluid Mech., Vol. 10, Part 4, p. 509~512, 1961.
- 30) Synge, J. L. 「The stability of heterogeneous liquid」 Trans. Roy. Soc. Canada, Vol. 27, No. 1, p. 1~18, 1933.
- 31) Miles, J. W. 「On the stability of heterogeneous shear flow」 Jour. Fluid Mech., Vol. 10, p. 496~508, 1961.
- 32) 嶋祐之・椎貝博美「躍層の安定に関する研究」土木学会年講, II部, p. 21~22, 1961.
- 33) 和田明・片野尚明「冷却水の表層放出に伴う下層水加入現象」土木学会年講, II部, p. 275~278, 1968.
- 34) 日野幹雄・谷順一「二層密度流に関する一実験」土木学会年講, II部, p. 183~184, 1969.
- 35) Thorpe, S. A. 「Experiments on the stability of stratified shear flows immiscible fluids」 Jour. Fluid Mech., Vol. 39, Part 1, p. 25~48, 1969.
- 36) 岩崎敏夫・日下理「淡塩二層流界面における内部波の発達に関する研究」土木学会年講, II部, p. 129~132, 1971.
- 37) 岸力・加藤正進・小野正二「吹送流の乱流速度分布と二層流の混合に関する研究」土木学会年講, II部, p. 187.1~187.4, 1967.
- 38) Bolgiano, R. Jr. 「Turbulence spectra in a stably stratified atmosphere」 Jour. Geophysical Res., Vol. 64, p. 2226~2229, 1959.
- 39) Lumley, J. L. 「Theoretical aspects of research on turbulence in stratified flows」 Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation, p. 105~111, 1965.
- 40) 岩崎敏夫・阿部至雄「淡塩境界面付近の乱れ測定」土木学会海講, p. 163~169, 1969.
- 41) Phillips, O. M. 「The dynamics of upper ocean」 Camb. Univ. Press, 1966.
- 42) Tsubaki, T., Hamamura, M. and Hashimoto, M. 「On the statistical properties of internal waves formed at the interface of arrested saline wedges」 IAHR, C-17, p. 157~164, 1969.
- 43) 岩崎敏夫・阿部至雄「淡塩二層流における乱れ拡散に関する研究(1)」土木学会海講, p. 343~347, 1970.
- 44) 和田明・片野尚明「風波に対する密度成層の安定性(2)」土木学会年講, II部, p. 115~116, 1970.
- 45) 井上和也「二層流における混合に関する実験的研究」土木学会年講, II部, p. 188.1~188.2, 1967.
- 46) 岩佐義明・井上和也・竹林征三「成層密度流における内部波の特性について」土木学会年講, II部, p. 267~268, 1968.
- 47) 室田明・平田健正「成層密度流における内部波特性と混合機構について」土木学会水講, p. 107~112, 1978.
- 48) 岸力・加藤正進「二層流の風による混合に関する研究」土木学会海講, p. 240~245, 1967.
- 49) Lofquist, K. 「Flow and stress near an interface between stratified liquids」 The Physics of Fluids, Vol. 3, No. 2, p. 158~175, 1960.
- 50) Moore, M. T. and Long, R. R. 「An experi-

- mental investigation of turbulent stratified shearing flow」*Jour. Fluid Mech.*, Vol. 49, part 4, p. 635~655, 1971.
- 51) Kato, H. and Phillips, O. M. 「On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid」*Jour. Fluid Mech.*, Vol. 37, part 4, p. 643~655, 1969.
- 52) 須賀堯三・高橋晃「淡塩境界面からの塩水の混入速度」土木学会年講, II部, p. 135~138, 1972.
- 53) 須賀堯三・高橋晃「淡塩二層流の連行係数」土木学会年講, II部, p. 383~384, 1976.
- 54) 椿東一郎・小松利光「密度差を伴う水平噴流について」土木学会年講, II部, p. 235~236, 1971.
- 55) 椿東一郎・小松利光「密度噴流における連行作用について」土木学会年講, II部, p. 107~110, 1972.
- 56) 芦田和男・江頭進治「密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(1)」京大防災研年報, 18-B, p. 1~18, 1975.
- 57) 浅枝隆・玉井信行「成層流界面における混合の特性について」土木学会水講, p. 381~386, 1979.
- 58) 須賀堯三・高橋晃「河口流出流に関する実測に基づく考察」土木学会海講, p. 539~543, 1977.
- 59) 室田明・中辻啓二・橋本長幸「表層密度流の界面における乱れ構造について」土木学会水講, p. 399~404, 1979.
- 60) 平田健正・室田明・沢田隆「成層密度流における界面連行に関する実験的研究(第1報)」土木学会年講, II部, p. 381~382, 1976.
- 61) 浜田徳一・堀口孝男「塩水くさびの性質について」土木学会海講, p. 163~171, 1960.
- 62) 岩崎敏夫・片岡隆四・柴田信重「二成層密度流における流速分布について」土木学会年講, II部, p. 25~26, 1961.
- 63) 建設省関東地方建設局「利根川河口堰調査報告書(1)」1966.
- 64) Ippen, A. T. 「Estuary and Coastline Hydrodynamics」McGraw-Hill, New York, 1966.
- 65) 和田明・片野尚明「工業用水の取放水問題」土木学会海講, p. 297~306, 1968.
- 66) 南勲・福島順「淡水湖における淡水層中への塩分鉛直拡散」土木学会海講, p. 313~316, 1968.
- 67) 今酒誠・椿東一郎・小松利光「二層流境界面における内部波特性と連行現象」土木学会年講, II部, p. 435~436, 1978.
- 68) Pedersen, F. B. 「Gradually varying two-layer stratified flow」*ASCE, Hy. 1*, p. 257~268, 1972.
- 69) 柏村正和「河口流出における密度流効果」土木学会水講, p. 221~226, 1974.
- 70) 江頭進治・芦田和男「表層流れにおける流速分布と水温分布」土木学会年講, II部, p. 350~351, 1977.
- 71) 日野幹雄「密度流の流速分布および界面抵抗について」土木学会水講, p. 347~353, 1979.

(昭和56年12月15日原稿受理)

感潮河川における塩水くさびの水利

Ⅲ 一次元二層不定流の数値計算に関する二、三の考察

須賀 堯 三*

Saline-wedge in a River,

Ⅲ. Some Notes on Numerical Calculation of Two Layer Unsteady One-dimensional Flow

by Dr. Kyozo Suga

Synopsis :

Numerical calculation method of one dimensional stratified unsteady flow was discussed. Entrainment and longitudinal changes of densities in the upper and the lower layer have been taken into account in the simulation model. Implicit differential method has been applied in the computation. Since the notable difference appeared in the result of calculation due to the difference intervals Δx and Δt , numerical experiment was carried out, proposing the suitable relation between the intervals due to steepness of tidal wave and Reynolds number. Agreeable computed result was obtained in the saline intrusion phenomena during four days from the weak mixture to the end of moderate mixing state in Nagara river, according to this method.

Key Words : Stratified Flow, Two Layer Flow, Numerical Calculation, Implicit Method

要 旨 :

成層流の数値計算法について考察を行った。モデルの特徴は、二層一次元流で下層から上層への連行現象を考慮し、上層及び下層の密度の縦断的・時間的变化を取扱っていることである。差分方法としては、陰型式差分を適用した。この場合、差分間隔の取り方の影響が顕著に現れるので、数値実験的な考察の結果に基づいて、適切な差分計算法の検討を行った。長良川における弱混合から緩混合の末期の状態に至る4日間の海水遡上の現象は、この数値計算法によって、ほぼ満足すべき程度にシミュレートされた。シミュレーション・モデルは従来の研究の延長上のものと言えようが、不安定な一次元二層流の河川における現象を対象とした数値計算法の開発を行ったことが、本論文のひとつの特徴と考える。

キーワード：成層流，二層流，数値計算，陰型式差分法

目 次

1. 従来の研究	(2)
2. モデルに関する基本的な考え方	(3)
〔1〕 成層流の特徴	(3)
〔2〕 モデルで取扱う現象	(3)
〔3〕 モデルの条件	(4)
3. 二層一次元不定流のエネルギー式	(6)
〔1〕 基 礎 式	(6)
〔2〕 エネルギー式の変形	(7)
4. 数値計算法	(8)
〔1〕 差 分 式	(8)
〔2〕 境界条件	(15)
〔3〕 数値計算上の問題点と安定対策	(16)
5. 現象を説明しうる差分間隔	(17)
〔1〕 論理的な参考事項	(18)
〔2〕 現象を説明しうる差分間隔の取り方	(21)
6. 計 算 例	(28)
〔1〕 検討目的	(28)
〔2〕 計算条件	(29)
〔3〕 計算結果	(30)
〔4〕 不定流特性に及ぼす主要素の影響と計算結果の妥当性	(38)
〔5〕 ま と め	(38)
7. 結 論	(39)
参 考 文 献	(39)

1. 従来の研究

塩水くさびの運動に関するシミュレーション・モデルでは、古くは Pettersson (1923)¹⁾ までさかのぼると言われ、ついで Schijf と Schönfeld (1953)²⁾, Farmer と Morgan (1952)³⁾, Pritchard (1954)⁴⁾, (1956)⁵⁾, Ratnayake・Hansen (1962)⁶⁾ などによる近似解がある。ただし、その過程で鉛直方向の密度勾配は十分小さいとして、その高次項を省略しているので適用範囲は限られる。その後、実測などにより現象の内容がもっとも明確にされるなど、研究の背景が進歩するに伴い、従前の単純なモデルの見なおしが行われるようになった。

Abbott らは二層流として数学的取扱い (1961)⁷⁾ を示したのち、一般的に多層流を対象に特性曲線法を適用して考察 (1963)⁸⁾ を行い、その後も多くの理論的な検討を行っている。しかし、二層間の連行現象を考察し、現実の水理環境に近い状況で、最初にモデルを考

えて計算を行ったのは和田 (1969)⁹⁾, (1970)¹⁰⁾ であると思われる。これは、湾及び無限海域における温排水問題を対象とし、連行と水平方向の密度変化を考慮した二次元の平面モデルである。水路内の一次元流を対象としたものには堀口ら (1972)¹¹⁾ の研究がある。ただし、和田のモデルは下層密度を一定としており、堀口らのモデルではさらに連行現象をも無視している。その後、Mehrotra (1973)¹²⁾, Dazzi と Tomasino (1974)¹³⁾, Hyden (1974)¹⁴⁾, Wang と Connor (1974)¹⁵⁾ などの研究が発表された。これらの研究は数学的手法に力点がおかれており、上・下層の密度を一定とし、かつ連行現象を考察しないものである。Mehrotra は断面の局所変化の取扱いを考察し、Dazzi らは簡単に内部抵抗係数 f_i も一定として陰型式と陽型式の組み合わせによる数値計算法に主眼をおき、Hyden はこの問題に初めて特性曲線法の適用を検討し、Wang らは初めて有限要素法の適用について考察した。一方、成層せん断乱流場において混合が始まっているものとして、

塩水くさびに関し巨視的な取扱いを提唱したものに、南 (1973)¹⁶⁾、柏村 (1974)¹⁷⁾ 及び須賀・高橋 (1974)¹⁸⁾ などがある。以上の段階までにおいては、連行現象を考慮したものは和田及び須賀・高橋のみであり、いずれも下層密度を一定と仮定したものであった。この点を改良し、下層においても密度が変わり得るとして理論を発展させたものに橋本・宇多の研究 (1975)¹⁹⁾ がある。これは海域の潮流を対象とし、二次元的に取扱ったもので、差分方式としては陰型式と陽型式とを組合わせて行って数値計算を実行した。そして、実測による検証は十分ではないが、差分の格子間隔の取り方により計算結果に差が生じることを指摘した。潮流計算に関しては同様の研究が Abbott ら (1975)²⁰⁾ によっても行われている。これに関し計算結果は Bertelsen ら (1977)²¹⁾ によって発表されたが、まだ実測との対比や計算法の確立といった点では問題が残されている。このほか、森平ら (1977)²²⁾ による FEM の適用例があり、信濃川の実測結果との適合度はよいが、Wang らの研究と同様に、単純な条件のもとでの検討である。

また、成層流モデルや成層流の解析に参考となる研究には、例えば玉井 (1975)²³⁾、Herrling (1976)²⁴⁾ など多数存在するが、なお現地の複雑な現象を説明するにたる決定的な段階にまでは至っていない。著者の研究 (1977)²⁵⁾、(1978)²⁶⁾、(1979)²⁷⁾、(1979)²⁸⁾ 及び (1979)²⁹⁾ は長良川などにおける詳細な観測結果に基づき、従来のシミュレーション・モデル、及び数値計算法に改良を加えて、より高度な現実に近いモデルを対象とした理論として予測手法を発展させ、それにより海水遡上の水理現象に関する巨視的な運動についての理解を深めさせた。

以上の従来の研究の特徴を比較すると表-3・1 のようである。二次元の潮流計算と一次元の塩水くさびの運動の計算の間の大きな違いは、後者において内部境界面の勾配が大きいこと、及び連行量の影響が大きいことによる後者における計算上の不安定性である。すなわち、一次元流と見なしうる河道の中の二層流において、流路幅の縦断変化は上層水深 h_1 の勾配 $\partial h_1 / \partial x$ に直接的な効果を有し、また、上層水深や上層流量も

表-3・1 各種の成層流モデル

発表年	研究者	対象とする現象	モデル		モデルで考えている現象			差分方法				備考
			一次元	二次元	連行	ρ_2 の縦断変化	ρ_1 の縦断変化	陰型式	陽型式	特性曲線	FEM	
1963	Abbott, Torbe	潮流	○		無	(一定)	(一定)			○		モデルの数学的取扱いが中心
1969	和田	温排水		○	○	(一定)	○		◎			湾内
1970	和田	温排水		○	○	(一定)	○		○			無限海域
1972	堀口・平出・川上	温排水	○		無	(一定)	○		○			熱放散考慮、検討計算なし
1973	Mehrotra	淡塩水	○		無	(一定)	(一定)					局所断面変化の取扱い方法のみ
1974	須賀・高橋	川の塩水くさび	○		○	(一定)	○					モデル提示のみ
1974	Dazzi, Tomasino	淡塩水と温排水	○		無	(一定)	(一定)	(陰組合せ)	陽)			$f_i = \text{const}$
1974	Hyden	淡塩水	○		無	(一定)	(一定)			◎		風考慮、実験検証
1974	Wang, Connor	潮流		○	無	(一定)	(一定)				◎	潮汐と風考慮、二次元水路で検証
1975	橋本・宇多	潮流		○	○	○	○	(陰組合せ)	陽)			検証値なし $\epsilon = 10^{-3}$
1975	Abbott, Bertelsen, Kej. Warren	潮流		○	○	○	○	○				計算は1977
1975	玉井	潮流		○	○	(一定)	○					運動量式
1977	森平・片岡・安井・川原・長谷川	淡塩水		○	無	(一定)	(一定)				○	信濃川資料による検証計算
1977~1979	須賀	川の塩水くさび	○		○	○	○	◎				長良川資料による検証計算

大きくないので、下層から上層に混入する海水が上層において、密度及び流量に与える影響が重要である。河道の横断形状や縦断形状は、特に下層において、密度 ρ_2 の縦断変化を与える主要原因となり、小さい下層水深 h_2 が生じる区間では大きな下層流速となるなど、現象上の不安定性も加味される。潮流と河川流とは、このように後者における川幅変化と小さな上層水深によって、両者の違いが特徴づけられるが、このほかに同じ内部フルード数 F_1 としてもその内容の違いがある。それは、潮流が温度あるいは塩分密度流を問わず、無次元密度差 $\varepsilon(=(\rho_2-\rho_1)/\rho_2)$ が小さいことである。その結果、潮流では同様の上層流速 u_1 のときでも、上層水深 h_1 が大きく、連行現象の影響は小さいということになる。

こうしてみると、二次元モデルにおいても数値計算上の問題が残されているが、現象がさらに複雑となる一次元モデルでは、連行現象及び上・下層密度の縦断変化を考慮した研究は、基本的に大差があるとは言えないが、著者(1977)³⁰⁾、(1979)²⁹⁾のものが最初であると思われる。

2. モデルに関する基本的な考え方

〔1〕 成層流の特徴

海水が河口より河道内へ遡上する現象のうち、弱混合ないし緩混合で成層していると考えられる状態の運動を考えると、一般に、二層流では内部境界面に内部波が存在し、それが広範囲の水理量に対して安定であることが一層流と異なる大きな特徴であると言える。従って、二層流は重力波、内部波及び拡散という時間スケールの異なる現象が非線型に混在する流れであると見なすことができる。

二層流モデルでは、特徴的な界面付近の現象の表現方法が問題となる。内部波には規則波と不規則波があり、その発生・発達と混合拡散の現象には上・下層の平均流からのエネルギーの流れが関与する。内部境界面付近には、スリップによる渦動流の発生が見られ、平均的に見て下層から上層への卓越した海水の混入現象が存在する。そして、上層に混入した塩水は上層における乱れによって拡散する。この乱れは、通常の一層流とは異なったスペクトル特性を有するものと思われる。それは、運動量の交換、エネルギーの流れ、及び境界層の発達に密度流の特性が加味されるからである。

このような密度流の内部機構の詳細を究明することは本論文の目的とするところではないが、シミュレーション・モデルを高度化し、実際面からの要請にこたえ得るものとするために、その基礎としての重要な意義が存在する。

〔2〕 モデルで取扱う現象

次に、資料によって河道内の海水遡上現象を見ると、非常に複雑で、影響する要素が大変多いことがわかる。しかし、その要素をすべて考慮したモデルを作ることには、容易でないうえにたゞにモデルを複雑にするばかりであるから、工学上の意義の小さい項目は省略しておくことが賢明である。

河道内における海水遡上現象に関係する水理量は、月齢・潮位変動曲線、河川流量、海水密度、風及び河道形状などであり、その内容は次のようである。

- (a) 河道形状 — 河床縦断(特に最深河床高)、横断形状と川幅の変化、湾曲等の平面形状及びその他河床の凹凸や死水域
- (b) 河川構造物 — 河口堰、床固など
- (c) 流量 — 自流量、入退潮流量(感潮水面積、潮位変動量、摩擦係数)
- (d) 潮位変動 — 月齢(大潮、中潮、小潮)、潮位変動曲線の振幅と周期
- (e) 河口条件 — 河口における密度分布(塩水濃度と水温)と流速分布
- (f) 河川水質 — 塩分濃度、SS濃度、及び水温
- (g) 河床の摩擦係数 — 上層が接している河床と下層が接している河床の摩擦係数
- (h) 平均海面高(気圧低下時などの異常高潮時には重要)
- (i) 風浪 — 風によるせん断力と波浪による混合(風向・風速と河口からの波浪の侵入)
- (j) 河口砂州の消長
- (k) 沿岸潮流、湾及び海部平面形状及び水深などの海水密度に及ぼす影響
- (l) その他、底泥からの塩分の混入、水温変化、河床からの湧水(浸透流入)、支川合流、分流、中州、人工的取・排水、流砂、河床変動、履歴作用、及び広いエスチュアリーにおける地球自転の影響など枚挙にいとまがない。しかし、シミュレーション・モデルではこれらの水理量等の影響要素に関係する現象のうち、主要なもののみを考慮することとした。そして、流路幅はおおよそ1 km以下で急変はなく、ほぼ直線的であると見なし得る場合で、一次元としての

仮定が成立つ範囲とし、河道湾曲、河川構造物、波及び風などによる効果は、資料によりその影響の度合を見るにとどめることとした。

本論文において考える現象は、安定した界面が存在する弱混合ないし緩混合状態の海水遡上形態で、流量や潮位の変動に伴って上・下層の流れと海水の侵入距離が変化する場合とし、下層においては密度が縦断勾配を有し、下層から上層への卓越した塩水混入があり、従って上層においても密度の縦断勾配が存在する流れである。このような現象について巨視的な立場において、数十分から1時間程度のタイムスケールで見ることとした。

〔3〕 モデルの条件

河川の下流部の密度流で、緩混合型と弱混合型との現象上の境界は明確ではなく、現象的に見て根本的な差異は認められないので、成層流としての取扱いが可能な緩混合型の現象解析もこの範ちゅうに含めることができる。現象解析の基本的な立場は次のようである。

- (a) 一次元流（上下層の水量は平均値で代表させる）
- (b) 二層流（中間層は上層に含める）
- (c) 下層から上層への塩水混入現象を考慮
- (d) 下層塩水密度変化を考慮
- (e) 上層に混入した水塊（下層における平均密度を有する水塊）は、上層において拡散するが、平均密度によって代表させ得るものとし、その平均密度は縦断変化する。

以上の仮説は、安定した成層流である限り十分認容されるものである。時間スケールの短い現象は大きい時間スケールでは消滅する。成層流の上層においては、均質化の促進が行われるので、河川構造物の影響の僅少な、蛇行の激しくない下流部の安定河道においては、一次元流の仮定によっても十分な精度が期待し得る。また、潮流の二層流などとは異なり河道における海水の侵入現象は、上層水深が小さいために下層海水の混入量の影響が少なく、また河道形状の縦断変化や潮位の急激な時間変化などによっても、安定性がそこなわれる。しかし、このモデルのスケールによれば、ほどよく、このような現象にも対処しうる。すなわち、河道内においては内部渦が所々に存在し、発生、発達、減衰、移動、変形等を行って、ときには中間層に影響を与え、連行現象や界面形状にまで作用を及ぼすが、このシミュレーション・モデルでは、平均的取扱いにより、そのような現象の効果を超越させることとして

いる。潮流などにはない、一次元流に特有な以上のような現象の影響は、現地の観測資料や検証計算によって吟味される。

このシミュレーション・モデルでは、上下層における流速 u や密度 ρ の分布形についても、厳密さを要求しないこととし、平均値によって近似する。上層及び下層の平均流速 u_1 及び u_2 と平均密度 ρ_1 及び ρ_2 は、それぞれ

$$u_1 = \frac{1}{s-h} \int_h^s u \, dz = \frac{1}{h_1} \int_h^s u \, dz \quad \cdots (3.1)$$

$$u_2 = \frac{1}{h-b} \int_b^h u \, dz = \frac{1}{h_2} \int_b^h u \, dz \quad \cdots (3.2)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{s-h} \int_h^s \rho \, dz = \frac{1}{h_1} \int_h^s \rho \, dz \quad \cdots (3.3)$$

$$\rho_2 = \frac{1}{h-b} \int_b^h \rho \, dz = \frac{1}{h_2} \int_b^h \rho \, dz \quad \cdots (3.4)$$

である。それぞれの水量の分布係数はほぼ1と考えても実用上の支障はほとんどないであろう。ここに、 s 、 h 、及び b は、それぞれ水面、内部境界面及び水路底の高さを示す。また、添字1は上層量、添字2は下層量を表す。 x 軸は河川の上流から下流向きを正、また z 軸は鉛直上方を正とする。河川の流路断面には大きな形状損失を生じするような縦断的な急変はないものとし、一様な流速分布を仮定した。水路の横断面形状としては、複断面水路の場合も同様な取扱いができるが、基本としては長方形断面近似を考える。このとき、上下層の流量 Q_1 及び Q_2 はそれぞれ

$$Q_1 = u_1 h_1 B \quad \cdots (3.5)$$

$$Q_2 = u_2 h_2 B \quad \cdots (3.6)$$

と表され、上下層において簡略のため川幅を同一とした。

次に、本論文の基礎条件として、成層流の仮定をしているが、現実には理想的な塩水くさびは存在しない。例えば緩混合状態では、理想状態から遠ざかっているが、鉛直面内における流速分布や密度分布の急変する層が現れるのが普通である。その層を境として、それぞれ上層及び下層における水量には縦断的な連続性が卓越し、二層流としての取扱いが可能となる現象が認められる。上層・下層における水量の正確な分布関数形を決めることは容易でないが、それは分布係数の問題であって、平均値に基づく表現によっても一般性を失わない。

この二層流モデルは下層から上層への塩水の混入を

考慮している。逆の場合も存在するが、現象的に見て下層から上層への混入が卓越するとしてよいであろう。

このようにして、上層の塩分濃度が増大し、かつ下層縦断密度勾配が変化して、流れの混合形態は弱混合から緩混合へ、緩混合から強混合へと移行する。このとき、主として潮汐変動のエネルギーの一部が流れのエネルギーに変換し、その流れのエネルギーが現象変遷の主因となる。強混合から緩混合へ、緩混合から弱混合への変移は、潮汐エネルギーの減少に伴う下層縦断的密度勾配の減少と、河川の流れによる上層高濃度成分のフラッシュ量の相対的な増大に基づくものと解釈される。このモデルでは、下層と上層の質量交換は一方方向の convection $\rho_2 E$ で代表できるものとし、拡散型の寄与は無視する。従って、この限りにおいて $(\partial \rho / \partial z)_{z=h}$ の係数は零である。

下層の密度 ρ_2 は定常状態に近い塩水くさびでは一定としてよいが、一般には縦断的に変化をする。実測資料によると、縦断的な変化は、塩水遡上の上流部付近において特に大きく、河口付近ではあまり大きくない。塩水遡上の上流部分では河床との摩擦、不定流効果、あるいはくさみ等に滞流していた高濃度成分や河床中の塩分の流出などの履歴現象に基づく効果などによって、密度の縦断的な勾配が生じるものであるが、実用的には、区間毎に一定値を仮定するなどの取扱いも可能である。下層においては鉛直変化はわずかであって、 $\partial \rho / \partial z = 0$ の仮定はほぼ妥当である。

その他の仮定としては次のようなものがあるが、いずれも無理のないものであり、実用上の拘束条件となるものではない。

(f) 静水圧分布

(g) 大気との質量交換は微少。従って、塩水塊の沈降速度を無視するならば $(\partial \rho / \partial z)_{z=s} = 0$ である。

(h) 水温による密度効果を無視（熱の放散を無視）

(i) 風による摩擦力を無視 $(\partial u / \partial z)_{z=s} = 0$

(j) 連続式及び運動式において二次微分以上の微少項を無視

従って拡散項の影響も無視することになるが、実用上の問題はほとんどないと思われる。なお、河床との塩分の交替の現象については不明な点も多く、淡水化現象では問題とされなければならないが、本論文で取扱う現象の場合にはオーダー的にみて連行量に対し無視し得る。

3. 二層一次元不定流のエネルギー式

〔1〕基礎式

混合の影響を考慮した一次元二層不定流は、基本的には次の6つの基礎式により表現される。ここに、未知量は流速 u_1, u_2 (又は流量 Q_1, Q_2)、水深 h_1, h_2 及び密度 ρ_1, ρ_2 の6つであり、添字1は上層量、及び添字2は下層量を表す。

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = E \quad \cdots \cdots (3.7)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = -E \quad \cdots \cdots (3.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 h_1) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 Q_1) = \rho_2 E \quad \cdots \cdots (3.9)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} \quad \cdots \cdots (3.10)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial x} + i_{f1} - i_0 = 0 \quad \cdots \cdots (3.11)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (1 - \epsilon) h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i_{f2} - i_0 = 0 \quad \cdots \cdots (3.12)$$

以上の基礎方程式で、式 (3.7) 及び式 (3.8) はそれぞれ上層及び下層の体積の保存則、式 (3.9) は上層における質量の保存則を表す。下層の密度 ρ_2 を支配する方程式は、本来ならば淡水が下層へ混入する機構を明らかにしなければならないが、上層から下層への逆連行現象は無視し得、その他の現象については現時点では量の解明が遅れているので、ここでは便宜的に拡散式を適用することとした。ただし、式 (3.10) において下層から上層へ持ち去られる密度を無視したのは、下層中の密度分布に与える影響が小さいことのほか、現時点において式を複雑にすることが得策でないと考えたからである。式 (3.10) は以上のほか、その他のすべての微少項を省略した結果である。この解析では上層流に主眼をおいているので、上層流に大きな影響を与えない現象は簡便に取扱うことにした。また、実用面を重視することから式の簡略化を図り、縦拡散係数 D_x を式の上で縦断的に一定と考えて

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \right) \doteq D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2}$$

としたが、差分計算上区間毎に D_x を変化させること

は差しつかえない。なお、式 (3・10) は下層流に関する今後の研究結果を待って修正される性質のものである。式 (3・10) 及び式 (3・12) ではそれぞれ上層及び下層の流れをエネルギーで表現した運動の式である。上層における平均密度 ρ_1 の縦断変化を考慮しているので式 (3・12) の第 2 項はこれまでの取扱いと異なる。ここに i_{f_1} 及び i_{f_2} はそれぞれ上層及び下層の摩擦勾配、 i_0 は河床勾配、また ε は密度差の無次元量で $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ と定義される。

〔2〕 エネルギー式の変形

以上の 6 つの基礎式に基づいて計算をすればよいのであるが、現象考察の便を図るため式の変形を行う。質量の連続条件 式 (3・9) は体積連続条件 式 (3・7) を用いれば、

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_1}{\partial x} &= \frac{\rho_2 \varepsilon B}{Q_1} E - \frac{h_1 B}{Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &= \frac{\varepsilon \rho_2}{h_1} \frac{E}{u_1} - \frac{1}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \dots \dots \dots (3 \cdot 13)\end{aligned}$$

と書き替えられる。式 (3・12) の第 2 項は式 (3・13) を代入して、

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} (1 - \varepsilon) h_1 &= (1 - \varepsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{h_1}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \\ &\quad - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &= (1 - \varepsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \varepsilon \frac{E}{u_1} \\ &\quad - \frac{h_1}{\rho_2 u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &\quad - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \dots \dots \dots (3 \cdot 14)\end{aligned}$$

となる。流速 u_1 及び u_2 を流量 Q_1 及び Q_2 に変換し、式 (3・14) 及び体積連続条件 式 (3・7) と式 (3・8) を考慮すれば、運動の方程式、式 (3・11) 及び式 (3・12) は、内部フルード数 $F_1 = u_1 / \sqrt{\varepsilon g h_1}$ 及び $F_2 = u_2 / \sqrt{\varepsilon g h_1}$ の記号を用いることにより、それぞれ

$$\begin{aligned}(1 - \varepsilon F_1^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} &- \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ &+ \frac{1}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{u_1}{g h_1} E + i_{f_1} - i_0 \\ &- \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (3 \cdot 15)\end{aligned}$$

$$(1 - \varepsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + (1 - \varepsilon F_2^2) \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}&+ \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &- \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \varepsilon \frac{E}{u_1} - \frac{u_2}{g h_2} E + i_{f_2} - i_0 \\ &- \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (3 \cdot 16)\end{aligned}$$

となる。従って、上層・下層の水深 h_1 及び h_2 の勾配はそれぞれ、

$$\begin{aligned}\frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\Phi} \left[-(1 - \varepsilon F_2^2) i_{f_1} + i_{f_2} - \varepsilon F_2^2 i_0 \right. \\ &\quad + \left(1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 + \varepsilon F_1^2 F_2^2 \right) \varepsilon \frac{E}{u_1} \\ &\quad + \left\{ (1 - \varepsilon F_2^2) \frac{u_1^2}{g B} - \frac{u_2^2}{g B} \right\} \frac{\partial B}{\partial x} \\ &\quad - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &\quad + \frac{2(1 - \varepsilon F_2^2) u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ &\quad \left. - \frac{1 - \varepsilon F_2^2}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \\ &\dots \dots \dots (3 \cdot 17)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\Phi} \left[(1 - \varepsilon) i_{f_1} - (1 - \varepsilon F_1^2) i_{f_2} \right. \\ &\quad + \varepsilon (1 - F_1^2) i_0 \\ &\quad - \left(1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 + \frac{u_1}{u_2} \varepsilon F_1^2 F_2^2 \right) \varepsilon \frac{E}{u_1} \\ &\quad - \left\{ (1 - \varepsilon) \frac{u_1^2}{g B} - (1 - \varepsilon F_1^2) \frac{u_2^2}{g B} \right\} \frac{\partial B}{\partial x} \\ &\quad + (1 - \varepsilon F_1^2) \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &\quad + (1 - \varepsilon F_1^2) \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &\quad - \frac{2(1 - \varepsilon) u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ &\quad + (1 - \varepsilon F_1^2) \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ &\quad \left. + \frac{1 - \varepsilon}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1 - \varepsilon F_1^2}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \\ &\dots \dots \dots (3 \cdot 18)\end{aligned}$$

$$\Phi = \varepsilon (1 - F_1^2 - F_2^2 + \varepsilon F_1^2 F_2^2) \dots \dots \dots (3 \cdot 19)$$

である。水面勾配 $\partial s / \partial x = \partial h_1 / \partial x + \partial h_2 / \partial x - i_0$ は式 (3・17) ～式 (3・19) より、

$$\begin{aligned}\frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{\Phi} \left[-\varepsilon (1 - F_2^2) i_{f_1} + \varepsilon F_1^2 i_{f_2} \right. \\ &\quad - \varepsilon^2 F_1^2 F_2^2 i_0 - \left(\frac{u_1}{u_2} - 1 \right) \varepsilon^2 F_1^2 F_2^2 \frac{E}{u_1} \\ &\quad \left. + \left\{ h_1 F_1^2 - (h_1 + h_2) F_1^2 F_2^2 \right\} \frac{\varepsilon^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\varepsilon F_1^2 \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \varepsilon F_1^2 \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
& + \varepsilon (1 - F_1^2) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\
& - \varepsilon F_1^2 \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{\varepsilon (1 - F_1^2)}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& + \frac{\varepsilon F_1^2}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big] \dots\dots\dots (3 \cdot 20)
\end{aligned}$$

となり、非常に小さい量であることがわかる。

次に、 ε は海水の遡上現象を考える限り 10^{-2} のオーダーかそれより小さいので、1 に対して ε 、 εF_1^2 及び εF_2^2 の微小項を省略すれば、式 (3・17) ～式 (3・19) はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} \Big[& -i_{f_1} + i_{f_2} - \varepsilon F_2^2 i_0 \\
& + \varepsilon \left(1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 \right) \frac{E}{u_1} \\
& + \frac{u_1^2 - u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\
& - \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big] \dots\dots\dots (3 \cdot 21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} \Big[& +i_{f_1} - i_{f_2} + \varepsilon (1 - F_1^2) i_0 \\
& - \varepsilon \left(1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 \right) \frac{E}{u_1} \\
& - \frac{u_1^2 - u_2^2}{gB} + \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} - \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\
& + \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& - \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big] \dots\dots\dots (3 \cdot 22)
\end{aligned}$$

$$\Phi = \varepsilon (1 - F_1^2 - F_2^2) \dots\dots\dots (3 \cdot 23)$$

となる。このとき、水面勾配 $\partial s / \partial x = 0$ となり、水面は常に水平運動をすることがわかる。

定常状態で下層の流速 u_2 が非常に小さいときには $\partial \rho_2 / \partial x = 0$ と考えられるので、式 (3・21) 及び式 (3・23) より

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon (1 - F_1^2)} \Big\{ & -(i_{f_1} - i_{f_2}) \\
& + \varepsilon (1 - F_1^2) \frac{E}{u_1} + \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \Big\} \dots\dots\dots (3 \cdot 24)
\end{aligned}$$

となり、定常流の塩水くさびの形状を与える式と一致する。なお、通常は右辺第 2 項を無視して計算が行われてきた。

水面が水平と考えられる場合には、連続の条件式 (3・7)、式 (3・8) 及び式 (3・10) と、運動条件としては、例えば式 (3・21) のみによって計算を行うことができる。下層水深 h_2 は水位と h_1 及び河床高より算出される。ここに摩擦勾配の関数形は、

$$i_{f_1} = \frac{\tau_1}{\rho_1 g h_1} = \frac{f_i}{2g h_1} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \dots\dots\dots (3 \cdot 25)$$

$$\begin{aligned}
i_{f_2} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2 g h_2} = \frac{f_b}{g h_2} u_2 |u_2| \\
- \frac{f_i}{2g h_2} (1 - \varepsilon) (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \dots\dots\dots (3 \cdot 26)
\end{aligned}$$

である。 τ_1 及び τ_2 は境界面及び河床に作用するせん断応力であり、 f_i 及び f_b は内部抵抗係数及び河床摩擦係数である。係数としては、このほか連行係数と縦拡散係数などがあり、第 II 編において一部論じた。

4. 数値計算法

一次元二層不定流のシミュレーション・モデルに基づいて数値計算を実施する場合に、大別して 3 通りの計算法がある。それらは有限要素法、特性曲線法、並びに通常の陽及び陰型式差分などである。

通常の差分方式には陽型式と陰型式とがあり、多くの場合前者の計算法によっているようである。著者も当初陽型式の差分方式によって計算を試みた。しかし、 $\Delta x / \Delta t$ の安定領域内では現象を説明し得る計算結果が得られないこともあり、このような場合には陽形式の差分方式の適用が困難であることが判明した。すなわち、現象を支配する適当な $\Delta x / \Delta t$ の値が、安定領域の外に出てしまうわけである。従って、この場合安定条件がなく、数学上安定した計算結果が得られるとされる陰型式の差分方式に基づいて計算を行うことが望ましいと考えた。ただし、差分化の方式や間隔の取り方によって安定した計算が行われないことがあるのは当然のことである。

〔1〕 差 分 式

ここに、一例として微小項を省略したエネルギー式の場合の計算式を示す。このとき、 $\partial s / \partial x = 0$ であるから水面は水平運動をするので、境界条件として水位を

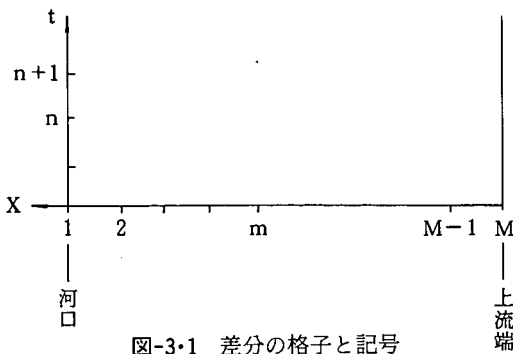


図-3・1 差分の格子と記号

与えるとき $\partial h_1 / \partial x$ 又は $\partial h_2 / \partial x$ のいずれか一方を考えておけばよい。従って未知量は h_1 , $Q_1(u_1)$, $Q_2(u_2)$, ρ_1 及び ρ_2 の5つである。そこで基礎方程式としては、式 (3・7) 及び式 (3・8) の体積の連続条件、式 (3・9) 及び式 (3・10) の密度の連続条件、並びに運動方程式として、式 (3・21) を取上げ、差分式を作る。係数としては、内部抵抗係数、連行係数、河床摩擦係数、及び縦拡散係数を適用するものとする。差分の格子点を図-3・1のように定め、例えば、

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} (h_{1m}^{n+1} - h_{1m}^n + h_{1m-1}^{n+1} - h_{1m-1}^n) \quad \dots\dots\dots (3\cdot27)$$

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = \frac{2}{B_m + B_{m-1}} \frac{1}{(\Delta x)_{m-1}} \cdot (Q_{1m-1}^{n+1} - Q_{1m}^{n+1}) \quad \dots\dots\dots (3\cdot28)$$

$$D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} = D_x \frac{\rho_{2m-2}^n - 2\rho_{2m-1}^n + \rho_{2m}^n}{(\Delta x)_{m-1} \cdot (\Delta x)_{m-1}} \quad \dots\dots\dots (3\cdot29)$$

のような差分をとることとする。このとき、式 (3・7)、式 (3・8)、式 (3・13)、式 (3・10) 及び式 (3・21) に対する差分式はそれぞれ

$$\begin{aligned} & \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{2}{B_m + B_{m-1}} (Q_{1m-1}^{n+1} - Q_{1m}^{n+1}) \\ & = (\Delta x)_{m-1} E_m^n + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \quad \dots\dots\dots (3\cdot30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{2m}^{n+1} + h_{2m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{2}{B_m + B_{m-1}} (Q_{2m-1}^{n+1} - Q_{2m}^{n+1}) \\ & = -(\Delta x)_{m-1} E_m^n + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{2m}^n + h_{2m-1}^n) \quad \dots\dots\dots (3\cdot31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2} \right) \rho_{1m}^{n+1} \\ & + \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2} \right) \rho_{1m-1}^{n+1} \\ & = \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{2E_m^n (\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} \right) \rho_{1m}^n \\ & + \frac{2E_m^n (\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} \rho_{2m}^n + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} \rho_{1m-1}^n \quad \dots\dots\dots (3\cdot32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2} \right) \rho_{2m}^{n+1} \\ & + \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2} \right) \rho_{2m-1}^{n+1} \\ & = \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{D_x}{\Delta x_{m-1}} \right) \rho_{2m}^n + \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} \right. \\ & \quad \left. - \frac{2D_x}{\Delta x_{m-1}} \right) \rho_{2m-1}^n + \frac{D_x}{\Delta x_{m-1}} \rho_{2m-2}^n \quad \dots\dots\dots (3\cdot33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{\epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x_{m-1}} \right. \\ & \quad \left. + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} \right] h_{1m}^{n+1} \\ & + \left[\frac{\epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x_{m-1}} \right. \\ & \quad \left. - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} \right] h_{1m-1}^{n+1} \\ & + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} (h_{2m}^{n+1} + h_{2m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{1}{gh_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{1m}^{n+1} + Q_{1m-1}^{n+1}) \\ & - \frac{1}{gh_{2m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{2m}^{n+1} + Q_{2m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^{n+1} + \rho_{1m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{\rho_{1m-1}^n (h_{1m-1}^n + h_{1m}^n)}{2(\rho_{2m-1}^n)^2 \Delta x_{m-1}} (\rho_{2m-1}^{n+1} - \rho_{2m}^{n+1}) \\ & + i_{f1m-1}^n - i_{f2m-1}^n \\ & + \epsilon_{m-1}^n (F_{2m-1}^n)^2 \frac{i_{0m-1} + i_{0m}}{2} \\ & - \epsilon_{m-1}^n \left\{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 - \frac{u_{1m-1}^n}{u_{2m-1}^n} (F_{2m-1}^n)^2 \right\} \frac{E_{m-1}^n}{u_{1m-1}^n} \\ & - \frac{2\{(u_{1m-1}^n)^2 - (u_{2m-1}^n)^2\}}{g(B_m + B_{m-1}) \Delta x_{m-1}} (B_{m-1} - B_m) \\ & - \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^n + \rho_{1m-1}^n) \\ & + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \\ & - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} (h_{2m}^n + h_{2m-1}^n) \\ & - \frac{1}{gh_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{gh_{2m-1}^n(B_m + B_{m-1})\Delta t}(Q_{2m}^n + Q_{2m-1}^n) = 0$$

$$\dots\dots\dots(3\cdot34)$$

となる。これらの関係式 (3・30) ～式 (3・34) の5式を、次の換算式

$$s^{n+1} = h_{1m}^{n+1} + h_{2m}^{n+1} + z_m \dots\dots\dots(3\cdot35)$$

$$\begin{cases} h_{2m}^{n+1} = -h_{1m}^{n+1} + s^{n+1} - z_m \dots\dots\dots(3\cdot36) \\ h_{2m-1}^{n+1} = -h_{1m-1}^{n+1} + s^{n+1} - z_{m-1} \dots\dots\dots(3\cdot37) \end{cases}$$

を用いて整理すれば、

$$K_{m-1}^1(h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^2(Q_{1m}^{n+1} - Q_{1m-1}^{n+1}) = K_{m-1}^3 \dots\dots(3\cdot38)$$

$$-K_{m-1}^1(h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^2(Q_{2m}^{n+1} - Q_{2m-1}^{n+1}) = K_{m-1}^4 \dots\dots(3\cdot39)$$

$$K_{m-1}^5\rho_{1m}^{n+1} + K_{m-1}^6\rho_{1m-1}^{n+1} = K_{m-1}^7$$

$$\dots\dots\dots(3\cdot40)$$

$$K_{m-1}^8\rho_{2m}^{n+1} + K_{m-1}^9\rho_{2m-1}^{n+1} = K_{m-1}^{10}$$

$$\dots\dots\dots(3\cdot41)$$

$$K_{m-1}^{11}h_{1m}^{n+1} + K_{m-1}^{12}h_{1m-1}^{n+1} + K_{m-1}^{13}(Q_{1m}^{n+1} + Q_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^{14}(Q_{2m}^{n+1} + Q_{2m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^{15}(\rho_{1m}^{n+1} + \rho_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^{16}(\rho_{2m}^{n+1} - \rho_{2m-1}^{n+1}) = K_{m-1}^{17} \dots\dots(3\cdot42)$$

となる。ここに係数 $K_{m-1}^1 \sim K_{m-1}^{17}$ は

$$K_{m-1}^1 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t}$$

$$K_{m-1}^2 = \frac{2}{B_m + B_{m-1}}$$

$$K_{m-1}^3 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t}(h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) + (\Delta x)_{m-1}E_m^n$$

$$K_{m-1}^4 = -\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t}(2s^{n+1} - 2s^n + h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) - (\Delta x)_{m-1}E_m^n$$

$$K_{m-1}^5 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^6 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^7 = \left\{ \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{2(\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} E_m^n \right\} \rho_{1m}^n + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} \rho_{1m-1}^n + \frac{2(\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} E_m^n \rho_{2m}^n$$

$$K_{m-1}^8 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^9 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^{10} = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \rho_{2m}^n + \left\{ \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{2D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \right\} \rho_{2m-1}^n + \frac{D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \rho_{2m-1}^n$$

$$K_{m-1}^{11} = -\left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} + \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{(\Delta x)_{m-1}} \right]$$

$$K_{m-1}^{12} = -\left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} - \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{(\Delta x)_{m-1}} \right]$$

$$K_{m-1}^{13} = \frac{1}{gh_{1m-1}^n(B_m + B_{m-1})\Delta t}$$

$$K_{m-1}^{14} = -\frac{1}{gh_{2m-1}^n(B_m + B_{m-1})\Delta t}$$

$$K_{m-1}^{15} = \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n)\rho_{2m-1}^n \Delta t}$$

$$K_{m-1}^{16} = \frac{\rho_{1m-1}^n(h_{1m-1}^n + h_{1m}^n)}{2(\rho_{2m-1}^n)^2(\Delta x)_{m-1}}$$

$$K_{m-1}^{17} = -i_{f_{1m-1}}^n + i_{f_{2m-1}}^n - \varepsilon_{m-1}^n(F_{2m-1}^n)^2 \frac{i_{0m-1} + i_{0m}}{2} + \varepsilon_{m-1}^n \left\{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 - \frac{u_{1m-1}^n}{u_{2m-1}^n} (F_{2m-1}^n)^2 \right\} \frac{E_{m-1}^n}{u_{1m-1}^n} + \frac{2\{(u_{1m-1}^n)^2 - (u_{2m-1}^n)^2\}}{g(B_m + B_{m-1})(\Delta x)_{m-1}} (B_{m-1} - B_m) + \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n)\rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^n + \rho_{1m-1}^n) - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} (2s^{n+1} - 2s^n + h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) + \frac{1}{gh_{1m-1}^n(B_m + B_{m-1})\Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n)$$

$$-\frac{1}{gh_{2m-1}(B_m+B_{m-1})\Delta t}(Q_{2m}^n+Q_{2m-1}^n) \\ m=2, 3, \dots \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

$$P_2^{17}=K_1^7$$

$$P_2^{18}=K_1^9$$

$$P_2^{19}=K_1^8$$

$$P_2^{20}=K_1^{10} \dots\dots (3.49)$$

である。式 (3.38) ～式 (3.42) より陰型式の差分式の一般式を求めるに当たり、まず $m=2$ の場合の式を求めておく。その結果は次のようである。

$$P_2^1 h_{12} + P_2^2 Q_{12} + P_2^3 Q_{22} \\ + P_2^4 \rho_{12} + P_2^5 \rho_{22} = P_2^6 \dots\dots\dots (3.44)$$

$$P_2^7 Q_{11} + P_2^8 Q_{12} + P_2^9 h_{12} = P_2^{10} \dots\dots (3.45)$$

$$P_2^{11} Q_{21} + P_2^{12} Q_{22} + P_2^{13} h_{12} = P_2^{14} \dots\dots (3.46)$$

$$P_2^{15} \rho_{11} + P_2^{16} \rho_{12} = P_2^{17} \dots\dots\dots (3.47)$$

$$P_2^{18} \rho_{21} + P_2^{19} \rho_{22} = P_2^{20} \dots\dots\dots (3.48)$$

ここに、

$$P_2^1 = K_1^{11} + \frac{K_1^1}{K_1^2} (K_1^{14} - K_1^{13})$$

$$P_2^2 = 2K_1^{13}$$

$$P_2^3 = 2K_1^{14}$$

$$P_2^4 = K_1^{15} \left(1 - \frac{K_1^5}{K_1^6} \right)$$

$$P_2^5 = -K_1^{16} \left(1 + \frac{K_1^8}{K_1^9} \right)$$

$$P_2^6 = \left(\frac{K_1^1}{K_1^2} K_1^{13} - \frac{K_1^1}{K_1^2} K_1^{14} - K_1^{12} \right) h_{11} \\ - \frac{K_1^3}{K_1^2} K_1^{13} - \frac{K_1^4}{K_1^2} K_1^{14} - \frac{K_1^7}{K_1^6} K_1^{15} \\ - \frac{K_1^{10}}{K_1^9} K_1^{16} + K_1^{17}$$

$$P_2^7 = K_1^2$$

$$P_2^8 = -K_1^2$$

$$P_2^9 = K_1^1$$

$$P_2^{10} = K_1^3 - K_1^1 h_{11}$$

$$P_2^{11} = K_1^2$$

$$P_2^{12} = -K_1^2$$

$$P_2^{13} = -K_1^1$$

$$P_2^{14} = K_1^4 + K_1^1 h_{11}$$

$$P_2^{15} = K_1^6$$

$$P_2^{16} = K_1^5$$

そこで、この結果を利用して、一般の区間で表すための dummy 式

$$P_1^1 h_{11} + P_1^2 Q_{11} + P_1^3 Q_{21} + P_1^4 \rho_{11} + P_1^5 \rho_{21} = P_1^6 \\ \left(P_1^2 = 0, P_1^3 = 0, P_1^4 = 0, P_1^5 = 0, \frac{P_1^6}{P_1^1} = h_{11} \right) \\ \dots\dots\dots (3.50)$$

を考え、式 (3.38) ～式 (3.42) に当てはめて整理し、一般形について最終的にまとめると、

$$P_m^1 (h_1)_m^{n+1} + P_m^2 (Q_1)_m^{n+1} \\ + P_m^3 (Q_2)_m^{n+1} + P_m^4 (\rho_1)_m^{n+1} \\ + P_m^5 (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^6 \dots\dots\dots (3.51)$$

$$P_m^7 (Q_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^8 (Q_1)_m^{n+1} \\ + P_m^9 (h_1)_m^{n+1} + P_m^{10} (\rho_1)_m^{n+1} \\ + P_m^{11} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{12} \dots\dots\dots (3.52)$$

$$P_m^{13} (Q_2)_{m-1}^{n+1} + P_m^{14} (Q_2)_m^{n+1} \\ + P_m^{15} (h_1)_m^{n+1} + P_m^{16} (\rho_1)_m^{n+1} \\ + P_m^{17} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{18} \dots\dots\dots (3.53)$$

$$P_m^{19} (\rho_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^{20} (\rho_1)_m^{n+1} = P_m^{21} \\ \dots\dots\dots (3.54)$$

$$P_m^{22} (\rho_2)_{m-1}^{n+1} + P_m^{23} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{24} \\ \dots\dots\dots (3.55)$$

ここに、

$$P_m^1 = K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{11} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{11} - K_{m-1}^{12}) P_{m-1}^1 (P_{m-1}^3 \\ - P_{m-1}^2)$$

$$P_m^2 = 2K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{13} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^{14}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ + 2K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{13} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$P_m^3 = 2K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\ - 2K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^{14}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^3 \\ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$P_m^4 = \frac{1}{K_{m-1}^6} \{ K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^6 - K_{m-1}^5) \\ \cdot K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 \\ \cdot (K_{m-1}^5 - K_{m-1}^6) K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^6 - K_{m-1}^5) \\ \cdot K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 \\ \cdot (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^4 \\ + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^4 \}$$

$$P_m^5 = \frac{1}{K_{m-1}^9} \{ -K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^8 - K_{m-1}^9) \\ \cdot K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 \\ \cdot (K_{m-1}^8 + K_{m-1}^9) K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^8 - K_{m-1}^9) \\ \cdot K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 \\ \cdot (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^5 \\ + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^5 \}$$

$$P_m^6 = - \left(K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{14} \right. \\ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} \\ + \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6} \\ + \left. \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\ - \left(K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} - K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{14} \right. \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{12} \\ - \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6} \\ - \left. \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\ - \left(-K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{13} \right. \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{13} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{12} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6} \\ + \left. \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^3 \\ - \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{13} - K_{m-1}^{12} - K_{m-1}^{14})}{K_{m-1}^4} P_{m-1}^1 P_{m-1}^4 \\ - \frac{1}{K_{m-1}^9} (K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{13} \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{14} \\ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{12}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^5$$

$$- (K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) \\ + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^6$$

$$P_m^7 = K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3$$

$$P_m^8 = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_{m-1}^2}{P_m^3} \\ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3$$

$$P_m^9 = K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_{m-1}^1}{P_m^3}$$

$$P_m^{10} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_{m-1}^4}{P_m^3} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6}$$

$$P_m^{11} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_{m-1}^5}{P_m^3} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9}$$

$$P_m^{12} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_{m-1}^6}{P_m^3} + K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 P_{m-1}^1 \\ + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 P_{m-1}^3 \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^6$$

$$P_m^{13} = -K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\ - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3$$

$$P_m^{14} = K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_{m-1}^3}{P_m^2}$$

$$P_m^{15} = K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_{m-1}^1}{P_m^2}$$

$$P_m^{16} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_{m-1}^4}{P_m^2}$$

$$P_m^{17} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\ + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_{m-1}^5}{P_m^2}$$

$$P_m^{18} = \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_{m-1}^6}{P_m^2} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 P_{m-1}^1$$

$$\begin{aligned}
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 P_{m-1}^2 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 P_{m-1}^2 \\
& + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} \\
& + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^6
\end{aligned}$$

$$P_m^{19} = K_{m-1}^6$$

$$P_m^{20} = K_{m-1}^5$$

$$P_m^{21} = K_{m-1}^7$$

$$P_m^{22} = K_{m-1}^9$$

$$P_m^{23} = K_{m-1}^8$$

$$P_m^{24} = K_{m-1}^{10}$$

$$m = 2, 3, \dots$$

$$P_1^2 = 0, P_1^3 = 0, P_1^4 = 0, P_1^5 = 0$$

$$\frac{P_1^6}{P_1^1} = (h_1)^{n+1} \dots \dots \dots (3.56)$$

となる。実際に計算する段階では、 $P^1 \sim P^6$ については例えば $K^2 K^2 P^1 P^1$ でもって、また残りの $P^7 \sim P^{18}$ については $K^2 K^2 P^1$ でくくっておくと便利である。

境界条件は塩水くさびの先端において Q_1^{n+1} , ρ_1^{n+1} 及び $Q_2^{n+1} = 0$, 下流部において h_1^{n+1} 及び ρ_2^{n+1} , また水位 S^{n+1} を与える必要がある。初期値として、 $t = 0$ のときの縦断水量を与えると、式 (3.49) 及び式 (3.56) の定数項はすべて既知量である。下層密度 ρ_2 は式 (3.55) により下流端から上流に向かって求められ(ただし $\rho_2 > \rho_1$ であって ρ_2 は常に ρ_1 より大きく、等しくないことに留意)、上層密度 ρ_1 は逆に上流側から下流側に向かって算出される。次に式 (3.51) により h_1 が求められ、式 (3.52) 及び式 (3.53) よりそれぞれひとつ下流側の Q_1 , Q_2 が与えられる。以下式 (3.51) ~ 式 (3.53) によりこのサイクルで計算してゆけばよい。

次に、特別の場合として直線的な長方形一様水平河床水路の場合の計算式を示す。これは、一般性を失わない範囲で最も単純な現象に適用するものである。この水路において生じる現象は、かなり理想的な塩水くさびであって、長さ 100 m の実験水路では顕著な成層状態となり、水位は常にほぼ水平に保たれ、下層の塩水濃度の縦断変化は無視しうることが明らかとなつ

た。なお、この条件により、シミュレーション・モデルの検証計算の一部を行っており、また実験資料の解析の基礎としたので、以下に最終的な式の形のみを記す。

運動を表す基礎式は、微小項を省略した場合の式 (3.21) において、単位幅 ($B = 1 \text{ m} = \text{const.}$) の状態を取扱うものとするれば、

$$\begin{aligned}
& \epsilon(1 - F_1^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + \frac{1}{gh_1} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_2} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\
& + f_1 \frac{u_1^2}{2g} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) = 0 \dots \dots \dots (3.57)
\end{aligned}$$

である。この場合の陰型式の差分式はかなり簡略化される。運動式として式 (3.57), 並びに連続式として式 (3.7) 及び式 (3.8) (ただし、 $B = 1 \text{ m}$) を適用すると、

$$(h_1)_{m+1}^{n+1} + P_m^1(Q_1)_{m+1}^{n+1} + P_m^2(Q_2)_{m+1}^{n+1} = P_m^3 \dots \dots \dots (3.58)$$

$$(Q_1)_{m+1}^{n+1} + P_m^4(h_1)_{m+1}^{n+1} + P_m^5(Q_1)_{m+1}^{n+1} = P_m^6 \dots \dots \dots (3.59)$$

$$(Q_2)_{m+1}^{n+1} + P_m^7(h_1)_{m+1}^{n+1} + P_m^8(Q_2)_{m+1}^{n+1} = P_m^9 \dots \dots \dots (3.60)$$

を得る。

ここに、

$$\begin{aligned}
J_{m-1} = & K_{m-1}^1 + (K_{m-1}^3 - K_{m-1}^4) K_{m-1}^6 \\
& + (K_{m-1}^1 + K_{m-1}^2) K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_m^1 = & \frac{1}{J_{m-1}} \{ 2K_{m-1}^3 + (K_{m-1}^2 \\
& + K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6) P_{m-1}^1 \\
& - 2K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_m^2 = & \frac{1}{J_{m-1}} \{ 2K_{m-1}^4 + 2K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 \\
& + (K_{m-1}^2 - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 \\
& - K_{m-1}^4 K_{m-1}^6) P_{m-1}^2 \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_m^3 = & \frac{1}{J_{m-1}} \{ K_{m-1}^5 + K_{m-1}^3 K_{m-1}^7 \\
& + K_{m-1}^4 K_{m-1}^8 + (K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 \\
& + K_{m-1}^5 K_{m-1}^6 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 K_{m-1}^7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^1 \\
& + (K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 - K_{m-1}^5 K_{m-1}^6) \\
& - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 P_{m-1}^2 \\
& - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^2 \\
& + (K_{m-1}^2 - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6) \\
& + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 \} \\
P_m^4 = & \frac{-K_{m-1}^6 (P_{m-1}^2 + P_m^2)}{\{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^2} \\
P_m^5 = & \frac{(K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 - 1) P_m^2 - K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 P_m^1}{\{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^2} \\
P_m^6 = & [(K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 P_{m-1}^2 + K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^2 \\
& + K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 - K_{m-1}^7 P_m^2 - K_{m-1}^8 P_{m-1}^2 P_m^3) / \\
& \{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^2] \\
P_m^7 = & \frac{K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 + P_m^1)}{\{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^1} \\
P_m^8 = & \frac{-(1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1) P_m^1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 P_m^2}{\{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^1} \\
P_m^9 = & [-(K_{m-1}^8 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 P_{m-1}^1 \\
& + K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^1) P_m^1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 P_m^3) / \\
& \{1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)\} P_m^1]
\end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
P_m^1 = 0, P_m^2 = 0, P_m^3 = (h_1)^{n+1} \\
m = 2, 3, \dots \dots M
\end{aligned}
\quad \dots \dots \dots (3.61)$$

となる。また、式 (3.61) 中の K の値は

$$\begin{aligned}
K_{m-1}^1 = & \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1})^2\}}{\Delta x} \\
& + \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(s^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} \\
K_{m-1}^2 = & \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1})^2\}}{\Delta x} \\
& - \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(s^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} \\
K_{m-1}^3 = & - \frac{1}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} \\
K_{m-1}^4 = & \frac{1}{2g(s^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} \\
K_{m-1}^5 = & \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(s^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} \\
& \cdot \{2(s^{n+1} - s^n) + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n) \\
& + \frac{1}{2g(s^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} (Q_{2m}^n + Q_{2m-1}^n) \\
& + \frac{4.375 \times 10^{-5}}{\sqrt{g}} (\sqrt{\varepsilon_m^n} + \sqrt{\varepsilon_{m-1}^n}) \\
& \cdot (\sqrt{u_{1m}^n} + \sqrt{u_{1m-1}^n}) \left(\frac{1}{h_{1m-1}^n} + \frac{1}{s^n - h_{1m-1}^n} \right) \\
& (\text{ただし, } \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ とした})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{m-1}^6 = & - \frac{\Delta x}{2\Delta t} \\
K_{m-1}^7 = & - E_m^n \Delta x - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \\
K_{m-1}^8 = & E_m^n \Delta x + \frac{\Delta x}{2\Delta t} \{2(s^{n+1} - s^n) \\
& + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)\} \dots \dots \dots (3.62)
\end{aligned}$$

である。なお、以上の計算式では先に述べた条件のほかに、 $u_1 \gg u_2$, $F_1 \gg F_2$ とし、かつ $\partial \rho_i / \partial t$ を無視しているが、実験の結果からこれらの影響がほとんどないことが判明している。また、式 (3.62) の K_{m-1}^8 において、内部抵抗係数 f_i については付加摩擦力の項を省略したものを記しているが、実験水路の現象ではその影響を無視することができるので、実用上の差しつかえはない。内部抵抗係数式のすべての項を考慮する場合には、この式を修正すればよいが、検証計算では実験の場合に限り上記の計算式をそのまま使用した。

最後に、定常流の計算では、式 (3.24) に基づいて下流端の河口において、内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件を与えて差分計算をすればよい。下流より上流に向けて差分計算を行う場合には、連行による上層流量の増加と ε の変化があるので、流量に対して繰り返し計算となり複雑である。場合によっては、上流位置を仮定して上流より下流に向かって計算を行い、河口において $F_1 = 1$ となるまで計算を繰り返す方が容易なこともある。河口付近では $\partial h_1 / \partial x$ は急変するので Δx を小さくとる必要がある。この計算の問題は、河口において $F_1 = 1$ の数値を入れることが不可能なことにある。この点に関しては、 Δx 離れた 2 断面間のベルヌーイの関係より算出する中村・阿部 (1967)³¹⁾ の方法によれば、切り抜けることはできる。これは、定常流のエネルギーによって表示された運動の基礎式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u_1^2}{2g} + (i_{f1} - i_0) = 0 \\
\dots \dots \dots (3.63)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(1-\varepsilon)h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u_2^2}{2g} + (i_{f_2} - i_0) = 0$$

..... (3.64)

から、 $u_2=0$ のときには $\partial h_2/\partial x$ を消去して得られた式をそのまま差分して

$$\Delta(\varepsilon h_1) + \Delta\left(\frac{u_1^2}{2g}\right) + (i_{f_1} - i_{f_2})\Delta x = 0$$

..... (3.65)

を得、ただちに数値計算等に供するものである。解が二つ得られるが、 F_1 の 1 よりの大・小により、それぞれ h_1 の小・大の値を取ればよい。ただし、中村らの式は連行を考慮していないので、これを考慮した形とすると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}h_{11} + \frac{Q_{11}^2}{2gA_{11}^3} \left\{ 1 - \frac{f_{11}}{2} \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{21}} \right) \Delta x \right\} \\ = \varepsilon_{11}h_{11} + \frac{Q_{11}^2}{2gA_{11}^3} \cdot \left\{ 1 + \frac{f_{11}}{2} \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{21}} \right) \Delta x \right\} \end{aligned}$$

..... (3.66)

となる。ここに、添字 I 及び II はそれぞれ下流側断面及び上流側断面の水量であることを示す。 x 軸は下流向きとしているので、下流から上流に計算するときには Δx を負とする。また、 A は断面積、 R は径深を表す。連行については近似的に連続条件のみが寄与するとして、別途計算により、 Q_1 及び ε に反映させるものとした。しかし、この方法で河口より上流に向い計算する場合には、差分の方法を変えて、片押し方式とし、河口の水量で Δx 上流の水量を推定し、順次上流へ波及させるというように改める必要がある。この場合には、河口付近で Δx を小さく取らなければならない。事実、この Δx の選定により、異なった計算結果が得られることがある。

〔2〕 境界条件

二層一次元不定流モデルでは、上下層の流れを一次元と考え、この間の摩擦によるエネルギー損失及び下層から上層への連行現象をとらえて解析を行っている。従って、内部渦による混合などは、このモデルによって考慮することができないので、大きい影響を有する渦が存在する場合には縦断的な取扱い範囲が定まってくる。また、境界条件を考察するに当たって、このモデルにおける未知量は 6 つ存在するので、それぞれの水量についてその値とその値を与えるべき場

所とを定める必要がある。

上流端においては、上下層の流量 Q_1 、 Q_2 (又は流速) 及び上層密度 ρ_1 を与える。 Q_1 には河川の自流量のほか入退潮に伴う流量が加わるので、海水が存在する上流端よりさらに、上流の河道において一層流の不定流計算などにより推定するか、又は水面勾配を仮定して連続式のみで近似計算を行って求めることもできる。上層密度は水温の影響を受けるので、実測等により確かめておく必要がある。通常この上流端より上流では塩素イオン濃度は、非常に小さく、SS 成分による密度変化の影響は無視しう程度である。下層流量は上流端において $Q_2=0$ とすればよい。

上流端の定義については議論の多いところでもある。このあたりでは下層密度 ρ_2 が小さくなって、 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ は零に近づき、内部フルード数 $F_1 = u_1/\sqrt{\varepsilon gh_1}$ は無限大に近づくことになる。また、内部波等の物理量が伝播されてきて、この点において不連続あるいは反射点になるなど物理的には興味を持たれる。実験により現象を見ると、この先端部で渦の発生が見られたりするが、境界面形状は先端部で大きく変化し、実際上巨視的には縦断的位置を決めることはさほど困難なことではない。簡単に先端位置を、例えば下層塩素イオン濃度で 20 ppm とか、あるいは 200ppm を示す点などとしても差しつかえない。特に、モデルの適用条件である成層化が進んでいる状態では先端付近の下層濃度の縦断勾配は大きく、短い距離で濃度が低下し、これと計算メッシュの Δx は数十メートル程度が最小単位であることを考慮すると、このような定義によるとしても実用上の問題は生じないものと思われる。しかし、先端において、例えば $C_2 = 200$ ppm を与えたとき、内部フルード数は非常に大きな値となるので、実用上は $F_1 < 1$ などの条件を与えて計算しなければならないであろう。計算ではこのようにして定めた塩水くさびの先端位置を計算上の上流端とする。非定常流では先端位置の移動に伴う各点において Q_1 、 $Q_2 = 0$ 、及び ρ_1 の値を境界条件として与える。

なお、第 I 編で論じたように先端渦による混入を考慮するとよい結果が得られるが、この場合には、例えば 4000 ppm を示すあたりで、 ρ_2 が急変する点を塩水くさびの先端と考えるとよい。先端位置に関する不確かさは先端渦に関する研究によって解消されるであろうが、先に述べたように実用上はあまり問題にならない (本論文における計算例では先端渦による混入を考慮していない)。

下流端においては、潮位 (又は下層水深 h_2)、上層水

深 h_1 、及び下層密度 ρ_2 を与える。潮位は推算可能である。下層密度 ρ_2 には塩素イオン濃度及び水温の影響が支配的であり、長期及び短期的な変動がある。

下流端位置については、定常流の場合には、河口位置でよいが、非定常流の場合には主要内部渦の上流端としなければならない。これは本来ならば無限遠において $u_1 = 0$, $h_1 = 0$ などの条件を考慮し、主要内部渦を含めた検討を行わなければならないところであるが、河口流出流の解析は十分に進んでいないので、実用上このようにしたわけである。

境界条件は計算結果を左右する重要な条件であって、なお、個々の河川においてその特性を把握して後に解析することが大切である。非定常流の場合には、非常に複雑にして、かつ計算結果を左右しかねない重要な意義を有するものである。例えば、上層水深を小さくすれば海水の遡上距離が増大し、大きくすれば減少することとなる。その効果はある水理条件の範囲では緩慢であるがそれを超えると急激に大きな影響を有することとなり、微妙であると言える。また、上層水深の時間変化量が問題となる。これは $\partial h_1 / \partial t$ が正のとき、海水先端位置は上流への移動量が増大し、負のとき、下流への移動量が増大するという特性があり、上層水深のみの特性と逆の性質が存在するので、現象を一層複雑にする。

以上は下流端の上層水深 h_{10} のみに関する定性的な論議であるが、他の境界条件も計算結果に重要な影響を有しており、慎重に検討を行うことが肝要である。

[3] 数値計算上の問題点と安定対策

数値計算実施上の問題点として、以下のことに留意すべきである。

(a) 塩水くさびの先端部における境界条件 $Q_1 = Q_f$ は、感潮区域全体の現象をモデルに取入れるか、あるいは別途の一層流の不定流計算結果を与えるべきであるが、あらかじめ潮位変動による Q_f の時間変化の概算曲線を作っておいて近似することも可能である。その際、円滑な曲線としておくこととよい。

(b) 塩水くさび先端位置の検出は、下層水深 h_2 が存在するか否かで決定すればよいが、それには下層濃度も関係するので、厳密な議論では塩水くさびの先端位置の定義を問題としなければならない。椎貝(1966)³²⁾によれば、定常的な塩水くさびの解析から先端付近の h_2 の小さいところでは内部波が不安定となり、特異点の一つ存在するとしている。しかし、ここではこのような内部機構に立ち入ることなく、単純に、例えば塩

素イオン濃度が、 $\text{Cl}^- = 50 \text{ ppm}$ とか 200 ppm を示す位置を先端と考えることにした。二層流では、実際上 Cl^- がこのように小さくなると、 $\partial h_1 / \partial x$ が負の大きな値を取り、内部境界面の曲線が大きく曲って、結局先端位置としては大差ない結果が得られるので、先端位置の定義をそれほど重視しなくてもよいことになる。

(c) 塩水くさびの先端位置付近では上層流は二次元的となって、一次元流の仮定が崩れる。また、伝播速度 $C = dx/dt$ は、その平均値として計算に使用している $\Delta x / \Delta t$ の値と、局所的には異なることも考えられる。また、下層水深 h_2 は小さいので、逆にその変化率 $\partial h_2 / \partial x$ は大きくなる。従って、 $\partial Q_2 / \partial x$ も大きくなり、計算上の不安定要因となる。差分間隔 Δx は縦断的に一定値として計算を実施することが便利であるから、計算安定対策として、変化の度合いが大きい塩水くさびの先端から下流側の数断面において、 Q_2 の変化に制約を与え、例えば $Q_2 = 0$ などの仮定をしても実用上は差しつかえない。今回は、5断面において $u_2 = 0$ ($F_2 = 0$) とおいた。

(d) 下層水深 h_2 が小さくなると、摩擦項は大きくなる。極端な場合として $h_2 = 0$ とすれば、この項は無量大であり、計算が不能となる。 h_2 が小さい範囲においてのみ Δx を小さく取ることも不便であるから、上層順流時 ($u_1 - u_2 > 0$) には、例えば、 δ を定数として、下層水深の全水深に対する比が δ 以下のとき、すなわち $\delta \geq h_2 / (h_1 + h_2) \geq 0$ のときには $h_2 / (h_1 + h_2) = \delta$ としてよい。 δ としては河床の凹凸の度合いによるが、 $\delta = 0.05$ 程度の数値が試算の結果適当と認められた。しかしながら、逆流の場合にもこのようにしておく、摩擦項の符号が逆転するため、内部境界面位置が上流に向って上昇し、実際の現象から離れて、計算結果として塩水くさびが異常に上流にまで遡上することになる。これは、先端部の遡上時の現象がシミュレーション・モデルにおいて適切に評価されていないためであり、先端渦や内部摩擦及び河床との摩擦が問題とされなければならない。後述の長良川の計算では $\delta = 0.25$ 程度が適当と認められたが、これは先端渦の規模に関係し、その発達過程で変化させなければならないのであろう。長良川の計算では、順流時 $h_2 \leq 0.1 \text{ m}$ のとき $h_2 = 0.1 \text{ m}$ 、逆流時 $h_2 \leq 0.5 \text{ m}$ のとき $h_2 = 0.5 \text{ m}$ として満足すべき結果を得た。

(e) 下層密度 ρ_2 については、淡水が下層へ混入する機構を考慮せずに、拡散式によって表示することにした。現象としては、入退潮流に伴う高水敷を上下する横断方向の流れと先端渦の効果が卓越すると考えられ

るが、混入の現象を正確に反映させていない。理論では D_x を一定値として扱っているが、これを区間毎に変化させることは可能である。しかし、計算の煩雑さを考えて、境界面の形状等に大きな影響を及ぼさない限り、概略の適合度で当面満足しておいてもよいと思われる。なお、プログラムの中に、 ρ_2 は下流ほど大きく、かつ $\rho_1 < \rho_2$ の制約を入れておくとよい。長良川の計算では、さらに最小値についても制限を設け $\rho_2 \geq 1.005 \text{ gr/cm}^3$ とした。なお、 $\rho_2 = 1.005 \text{ gr/cm}^3$ は水温 15°C で約 4000 ppm の塩素イオン濃度であるから、実測値の考察には大きな支障とならないと考えられる。

(f) 分母の水理量が計算上、非常に小さい値となることがあり、その影響で、現象とは無関係な特性が算出されたり、あるいはエラーとなって計算が停止することがある。例えば、摩擦項で h_2 が小さくなるとこの項が非常に大きくなり過ぎたり、あるいは F_2 が実質的に無視しうるほど小さい値なのに、 u_2 がその項の分母にあって計算上不合理な結果を生じたりすることがある。このような場合には、プログラムに何らかの制約条件を入れておくことは実用上差つかえない。

(g) F_1 は一般に下流部ほど大きな値を示すので、河口付近の境界条件を与える位置においてはほぼ 1 を超えないように留意する必要がある。また、河床に山が存在するようになると、 F_2 についても大きくなることがあるので同様の取扱いを必要とする。長良川の計算では $F_2 \leq 0.2$ とした。これは、下層断面形の仮定や内部渦を無視したことに対する措置のひとつである。

(h) 初期値は計算不安定を起こしたり、安定するまでの時間をむやみに必要とすることがあるので、実測値や適当な計算値を与えることが望ましい。

(i) 水路幅 B については、実質的な流路幅を取ることとし、できるだけ一次元流と見なしうる条件で計算をする必要がある。例えば、流速分布が一樣と見なしうる流路幅を取り、その幅で平均水深を求めることなども一法である。なお、 B や Z の縦断変化については、あらかじめ滑らかな曲線とするなど、何らかの修正を加えておくとよい。

(j) 先端付近では ρ_2 が小さく (ε が小さい)、 F_1 が非常に大きな値となることがあるので、実用上は順流のとき $\partial F_1 / \partial x \geq 0$ とか、あるいは $|F_1| > 1$ となるときには、例えば $|F_1| = 0.8$ とするとかの便宜上の対策を講じておく必要がある。このとき、 Δx を大きく取ると誤差が増大するので注意が必要である。

(k) 合流、分流及び堰等が存在する場合には、影響の度合に応じて判断し、その都度処理することとする。

(l) 河川の一次元流では、上層水深 h_1 が小さく、連行現象の影響で Q_1 や ε が激しく変化し、そのために二層潮流などと比較すると現象が著しく不安定であることが、ひとつの特徴となっている。計算上も h_1 には誤差の累積等により不安定となることがあるので、下流端水深 h_{10} より小さくならない条件 $h_1 \geq h_{10}$ などを入れておくとよい。ただし、河道の条件が縦断的に急変する場合には、この条件は不適当であることに留意しなければならない。このとき連続条件を別途考慮するとよい。

(m) 上層の密度 ρ_1 は、順流時には安定して算出できる。逆流時には、必ず上層の流れの方向に計算を行うことが必要である。ある時点において上下流の両方向に流れる場合には、 Δt 時間前の ρ_1 を不変として、その値を使用してよい。

(n) 河床高は、流量の連続条件からすると平均河床高を採るべきであるが、河川では濇が発達し、その流れが主体をなしているの、最深河床高が現象的には意味を持つ。計算上にも、 h_2 の小さいときの極端な下層流速 u_2 の変化を避けるため、大きな下層水深としておいた方が安定する。従って、平均河床より深い河床高とした場合には、流速を合わせることはできるが、流量は長方形断面とする限り大きくなる。また、流速分布や界面幅と水面幅の相違による連行量の誤差も生じる。今回の検討計算では、これによる連行量の誤差を無視し、下層流量 Q_2 は仮想流量と考えたが、これは断面積の特性量を考慮することにより容易に修正する。

(o) $\Delta x / \Delta t$ の値については、次章を参照するほか試算によりその現象に適した値を採用しなければならない。

なお、計算が安定して行われない場合には、基礎式の各項や重要な水理量についてプリントさせてみると問題点が明確になる場合が多い。

(p) 計算上は有効数字を考慮し、電子計算機の中での加減算において数字の最後の桁の意味を確認しておく必要がある。そのために、各水理量のオーダーを揃えるように差分式を書き替えると、いっそう計算が容易となる。例えば、密度についてはあらかじめ 1 を差し引いた量に置替えた計算式にするとよい。

5. 現象を説明しうる差分間隔

二層流についての数値計算では、差分の格子間隔の取り方の影響が大きいので、[1]においてその論理的な

背景を述べ、(2)において実際の現象を説明しうる差分間隔に関する検討の結果をまとめた。

〔1〕 論理的な参考事項

基礎方程式とその差分式は同値でないので、物理量の伝播に関する考察や安定計算対策が必要である。

差分計算においては、数学的考察のほか、物理現象を忠実に考慮することが大切である。この限りにおいては一般に特性曲線法がすぐれていると考えられる。特性曲線法では計算が煩雑となるので、本論文においては取扱わないが、特性曲線の性質から物理量の伝播則を知ったうえで、数値計算上の $\Delta x/\Delta t$ の値を定めるのが適当と考える。そこで特性曲線について以下に若干の取りまとめを行う。

特性曲線は、二層流の場合には4本存在する (C_1 , C_2 , C_3 , C_4)³³⁾。この特性曲線のうち C_4 はほぼ C_3 に重なるので、実質的には3本と考えてよい。

一層流の場合には特性曲線が2本存在する。特性曲線は双曲型偏微分方程式において重要な意味を有するものであり、一層不定流の場合には不定流の進行波と後退波の速度を表す。Chow, V. T. (1959)³⁵⁾によると、不定流波は無限小サージが数多く合成されたものと仮定してよいから、その伝播はサージの伝播として

取扱うことができる。こうしたサージは不定流のために生じた擾乱の結果として形成されるが、個々のサージは不連続な水面形を持っている。この不連続点で水面形が碎けて、勾配 $\partial(h_1 + h_2)/\partial x$ は2つの値を持ち、この2つの勾配の間には、互いに定まった関係を持たないから $\partial(h_1 + h_2)/\partial x$ の値は不定となり、数学的には $\partial(h_1 + h_2)/\partial x = 0/0$ でなければならないとされる。

二層不定流の場合には、基本的には一層流の場合と同様であるが、上・下層において擾乱の結果生じるサージは干渉し合い、結果として特性曲線に関する図上において2本ずつの進行波と後退波に集約される（一本は他とほぼ重なる）。図-3・2はこれらの3本の特性曲線を、 $F' = (u_1 + u_2)/\sqrt{g(h_1 + h_2)}$ をパラメーターとして無次元表示したものである。数値計算上の安定条件としては擾乱の及ばない範囲としてそれぞれの曲線の下の範囲とされているから、ある Δx に対し、下流より上流に向かって計算をする場合に Δt をあまり大きく取ることができないようである。これらの Δx と Δt の関係は全体の水深 ($h_1 + h_2$) 及び流速 ($u_1 + u_2$) によるが、図-3・2からも明らかなように水深が卓越要素である。

しかし、 Δt は小さければ小さいほどよいということ

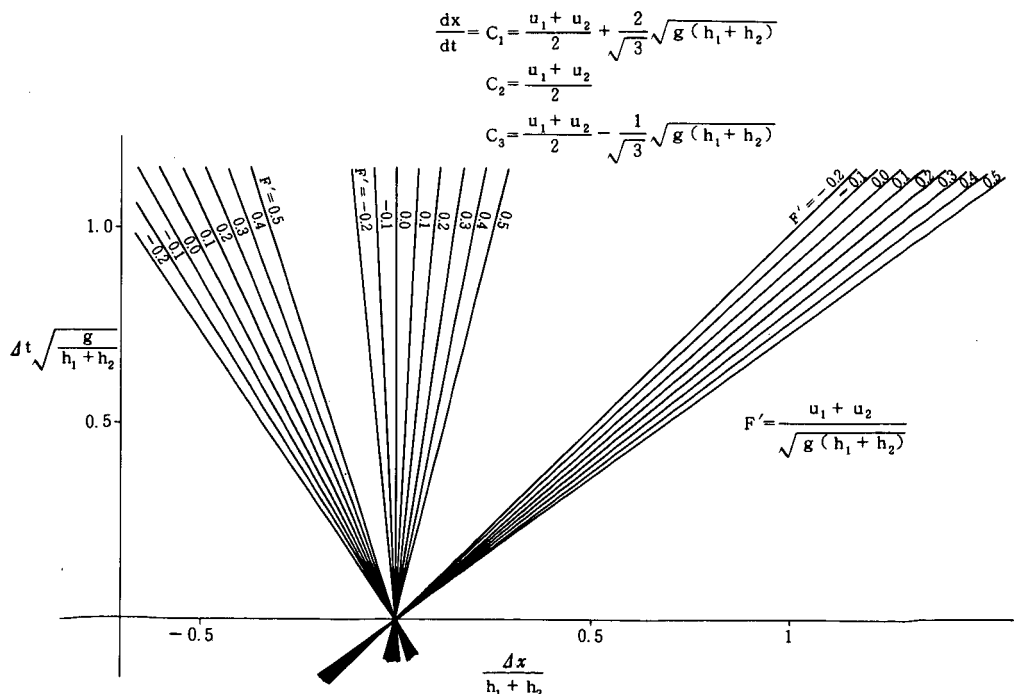


図-3・2 特性曲線の勾配

ではないであろう。確かに連続式において非圧縮性を仮定しているの、光のエネルギー、音、圧力等の物理量は瞬間に伝播されることになり、相対的に大きな Δx を取っても何らかの物理量は考慮されていることになるが、タイム・スケールの大きな現象に必要な物理量が伝播されない先の地点において、その地点の物理量を計算することになっては好ましくない。特性曲線法は、特性曲線上において成立する常微分方程式の解を求めるものである。この場合には伝播速度 c は本来特性曲線を定める常微分方程式の解として与えられるが、この結果得られる伝播速度 $c = dx/dt$ の内容について考察する必要がある。

エネルギーに基づく4つの基礎方程式（この場合、簡単のため $\rho_2 = \text{const.}$ と仮定）、及び上下層の水深と流量に関する4つの全微分方程式を連立させると、伝播速度によって表示された $\partial h_1 / \partial x$ の関係式を、例えばマトリックスによって求めることができる。この場合に、伝播速度のベキ別に並べられているものを摩擦とか混入速度とかの物理量別に並べかえてみる。その結果³³⁾は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\Phi_f} & \left[(gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c \right. \\ & - g^2 h_1 h_2 + gh_1 u_2^2) i_{f_1} \\ & - g^2 h_1 h_2 i_{f_2} - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c \\ & - 2g^2 h_1 h_2 + gh_1 u_2^2) i_0 \\ & - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c \\ & - g^2 h_1 h_2 + gh_1 u_2^2) \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \\ & - g^2 h_1 h_2 \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + \left\{ -c^3 + (u_1 + 2u_2)c^2 \right. \\ & + g(h_1 + h_2)c + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \\ & \left. - (gh_1 u_2 + gh_2 u_1) \right\} E \\ & - \frac{g^2 h_1^2 h^2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left\{ c^3 - 2(u_1 + u_2)c^2 \right. \\ & - gh_2 c + 2gh_2 u_1 \left. \right\} \frac{dh_1}{dt} \\ & + (gh_1 c - 2gh_1 u_2) \frac{dh^2}{dt} \\ & + (c^2 - 2u_2 c - gh_2) \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\ & \left. + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \right] \dots \dots \dots (3.67) \end{aligned}$$

となり、この式の形からわかるように、安定領域内において c として大きな値を取って計算した場合と、小

きな値を取って計算した場合とは、効いてくる項が異なる結果となる。当然のことながら計算結果も異なってくるであろう。 $\partial h_1 / \partial x$ は c の関数でもあり、安定するからといって極端に小さな Δt を取ることは c^1 や c^0 のオーダーの項を無視することであり、物理的な意義が薄れてくることを意味するものである。

無数の特性曲線群の中から意味のある伝播速度を選んで計算することが、物理的内容を忠実に追隨していることになるのであろう。伝播速度は塩水くさびの各位置によって異なる。しかしながら、特性曲線法による差分計算は格子上の定点における水理量を求めるのに便利でなく、微妙な性質を利用しているだけに不適切な近似を用いると誤差の伝播上の問題を生じる。また、差分計算そのものもかなり煩雑である。そこで、本論文においては通常の差分方式を採用することにしたが、 $\Delta x / \Delta t$ の値については c を支配する方程式の研究が遅れているので実験値及び実測値に基づいて平均の伝播速度を推定することとした。

以上の物理的な考察のほか、数値計算上の陰型式 (Implicit) 差分法において、二層流についての問題がある。例えば式 (3.56) を見ると $P_m^5 \sim P_m^{18}$ は Δt 前の量や同時刻の異なる位置の値などで複雑に関係づけられている。そして、一例として P_{m-1}^5 が大きな値を取るとき、場合によっては $P_m^5, P_m^6, P_m^{11}, P_m^{12}, P_m^{17}$ 及び P_m^{18} などが異常に過大の値となり、その影響が際限なく上流の格子点にまで及ぶことがある。この例の場合に、 P_m^5 が大きな値とならない条件のひとつは

$$\begin{aligned} & K_{m-1}^4 (K_{m-1}^4 - K_{m-1}^{13}) + K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} \\ & = - \frac{\Delta x}{2\Delta t \Delta t} \frac{1}{g(B_m + B_{m-1})} \\ & \cdot \left(\frac{1}{h_{1m-1}^n} + \frac{1}{h_{2m-1}^n} \right) - \frac{2}{B_m + B_{m-1}} \\ & \left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x} \right] \\ & \div - \frac{1}{B_m \Delta x} \left[\frac{\Delta x \Delta x}{4\Delta t \Delta t} \cdot \left(\frac{1}{gh_{1m-1}^n} + \frac{1}{gh_{2m-1}^n} \right) \right. \\ & \left. + \frac{u_{1m}^n}{gh_{1m-1}^n} \frac{\Delta x}{\Delta t} - \varepsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2\} \right] \end{aligned}$$

があまり大きな値とならないということである。従って、 $\Delta x / \Delta t$ はあまり勝手な値とすることができないわけで、内部フルード数や流速などの関数となることが理解される。しかしながら、このような差分法に関する理論的考察はここでは行わない。ただし、 Δx と Δt

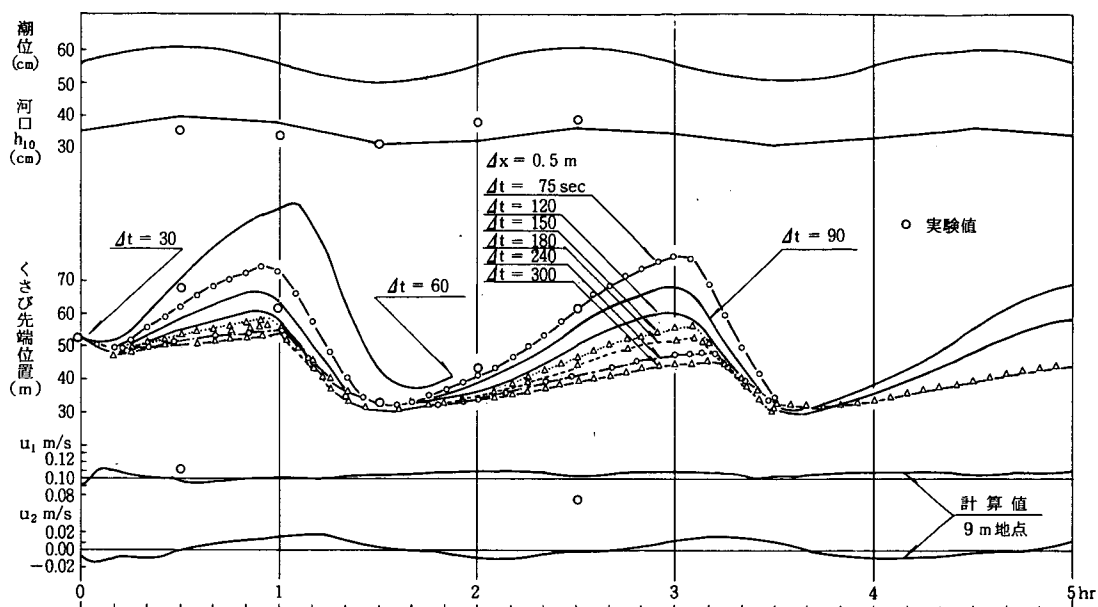


図-3・3 塩水くさびの先端位置の変動 (Run 1)

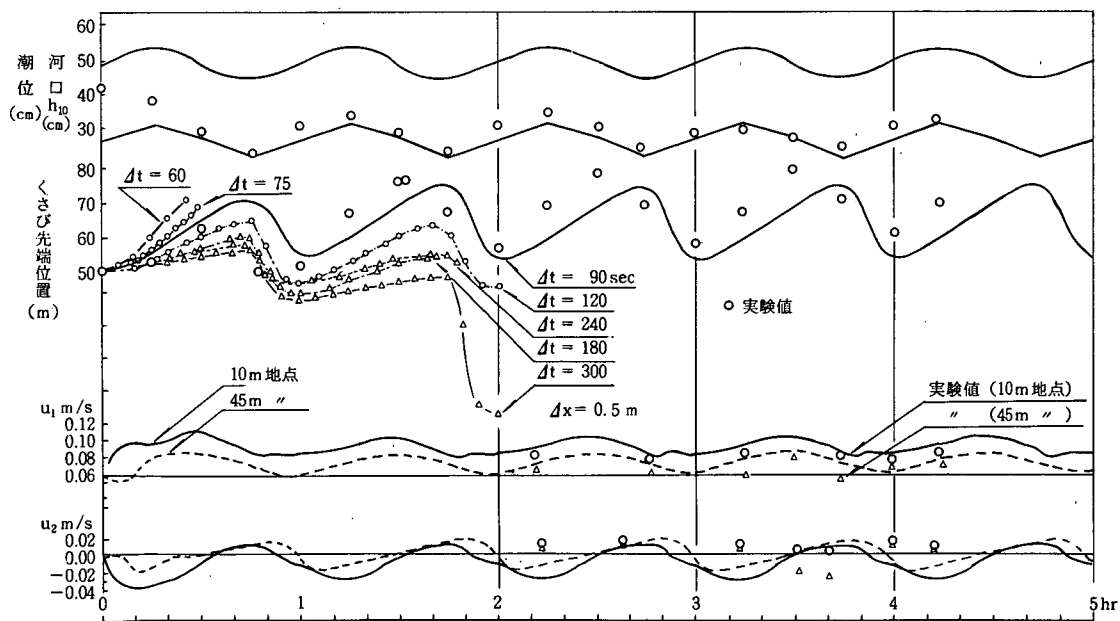


図-3・4 塩水くさびの先端位置の変動 (Run 2)

の取り方については物理量の伝播や差分理論上の条件が存在し、水理量によって異なった値となることは明らかである。水理量により異なると、例えば塩水くさびの先端付近と河口付近とは当然異なるし、それが時間的にも変化することとなる。ところが実際の計算

では、全過程を通じて一定の Δx と Δt を使用するのが便利であるから、そのような値についての考察を必要とする第2の理由がここに存在する。そこで、ここでは実証によって実際の現象を説明しうる Δx と Δt の関係を求めることとした。なお、計算結果が差分間

隔の取り方により異なる例として、図-3・3及び図-3・4に実験水路の塩水くさびの場合の計算例を示す。一層流の場合に比し、二層流の場合にはかなり明瞭な差を示すようである。

〔2〕 現象を説明しうる差分間隔の取り方

数値計算に必要なことは、対象とする現象を説明しうる結果を得ることである。そこで、数値計算に用いる差分の格子間隔の取り方の問題について検討を行った。既に考察を行ってきたように、 Δx と Δt の値は差分計算上の安定条件や誤差の伝播の問題のほか、物理現象としての特性量から定める必要がある。従って $\Delta x/\Delta t$ は、例えば潮位曲線(周期と振幅)や内部フルード数及び水深 h_1 などの関数であるから、理論的には、縦断的、及び時間的に一定の Δx と Δt を採用した数値計算によって、現象を完全に説明することは不可能である。それは、内部フルード数や水深が場所的に変化し、また時間的に変化する潮位曲線の影響が存在するからである。しかし実用上は一定の Δx 、 Δt の値を取ることが便利であるから、厳密性を多少犠牲にしても、実際面において支障の少ない計算精度が得られる一定の Δx 、 Δt の関係を求めることが必要である。

Δx と Δt の関数形としては、無次元表示することが望ましいが、第一段階として次元を有する形で $\Delta x/\Delta t$ として調べてみた。数値実験は表-3・2に示す7ケースで、うち6ケースについては実験資料が存在する。

(1) 同一の $\Delta x/\Delta t$ で、 Δx 、 Δt のスケールの異なることによる影響

数値実験例で図-3・5は $\Delta x/\Delta t$ として5ケース選んでおり、それぞれのケースは $\Delta x/\Delta t$ とをそれぞれ同じ

比率で3回変化させたが、他の条件はすべて同一にして計算を行った場合に、そのスケールの倍率によって計算結果が相違する程度を調べたものの一例である。これを見ると、それぞれ $\Delta x/\Delta t$ の5ケースのすべてについて、記号で丸と三角の両ケースは非常によく一致しており、 Δx と Δt のスケールの倍率の影響はないものと解釈してよさそうである。ところが、四角のケースでは初期条件も多少異なっているが、やや塩水くさびの侵入長が大きくなって同様な振幅運動する結果となっている。このことをさらに詳しく別途に表示すると図-3・6のようである。ここでは $\Delta t/\Delta x = 90 \text{ sec/m}$ の場合のみとし、スケールの倍率を5ケース変化させている。これを見ると山及び谷に関する位相差及び山の位置はほぼ同一と見なしうるが、谷の高さがスケールの倍率を小さくするほど低く、そしてスケールの倍率を大きくするほど高くなっている。 $t=0$ における初期値の誤差はあるが、潮位曲線の3~4波でもこのような特性は同じであるので、スケールの倍率の影響は存在するものと考えなければならない。この問題に関連して誤差論からの評価も必要であろう。確かに、 Δt が大き過ぎれば潮位波形を忠実に表現することが不可能となるし、 Δt が小さ過ぎてもわずかの誤差を極端に表現することになり不安定の原因となる。しかし、ここでは同じ $\Delta x/\Delta t$ の値を取ってもその Δx 、 Δt のスケール倍率によってある範囲では異なった結果が得られることを指摘するにとどめ、スケールの倍率による変化がほとんどない範囲内で計算を進めることとした。

(2) $\Delta x/\Delta t$ の値と計算結果

そこで、表-3・2に示す7ケースと長良川の検証結果

表-3・2 塩水くさび不定流実験及び数値実験諸元

実験番号	淡水 流量 Q m^3/s	単位幅 流量 q_1 m^2/s	密 度		潮 位 変 化				差 分 間 隔			備 考
			ρ_1 gr/cm^3	ρ_2 gr/cm^3	周 期 T時間	波 高 η m	平均潮位 (水深)m	η/T cm/hr	Δx m	Δt sec	$\Delta t/\Delta x$ sec/m	
Run 1	0.030	0.0375	0.9980	1.00419	2	0.10	0.55	5	0.5	75	150	検証計算に使用
" 2	0.025	0.0313	0.9980	1.00369	1	0.10	0.55	10	0.5	90	180	検証計算に使用
" 3	0.025	0.0313	0.9968	1.00077	1	0.05	0.55	5	0.5	45	90	
" 4	0.025	0.0313	0.9973	1.00165	1	0.025	0.55	2.5	1.0	30	30	検証計算に使用
" 5	0.025	0.0313	0.9976	1.0033	0.5	0.10	0.55	20	0.5	60	120	実験中に手違いがあり一部除いている。
" 6	0.025	0.0313	0.9973	1.0037	4	0.025	0.55	0.625	4	15	3.75	
数 値 実 験		0.28	1.0002	1.012	12	0.6	3.4	5	500	1500	3	長良川河道を模式化して単純にしている。

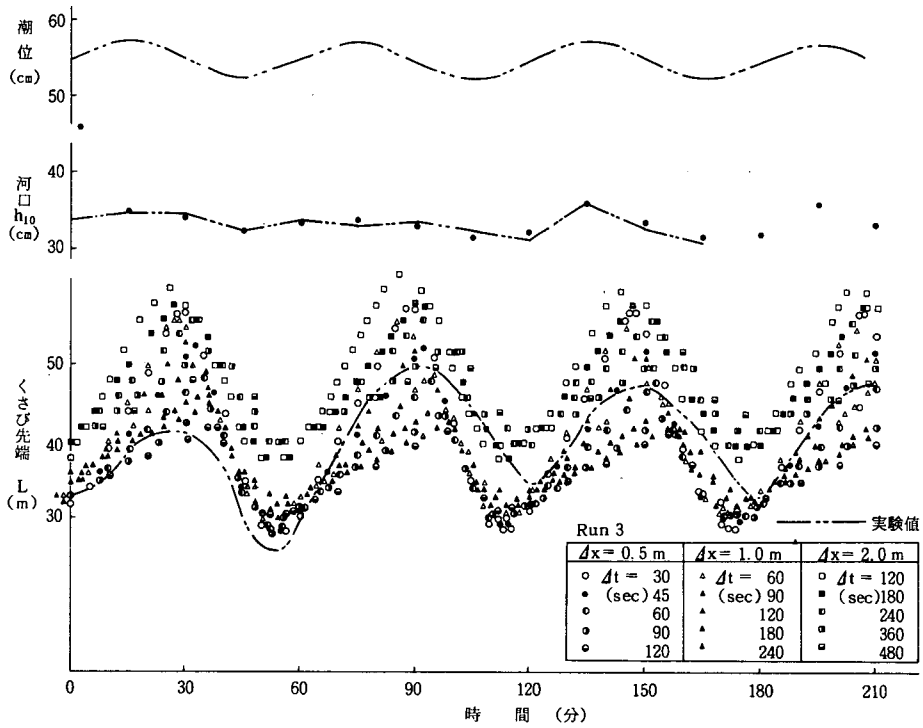


図-3-5 $\Delta x/\Delta t$ を一定としたときの $\Delta x, \Delta t$ の影響 (数値実験その 1)

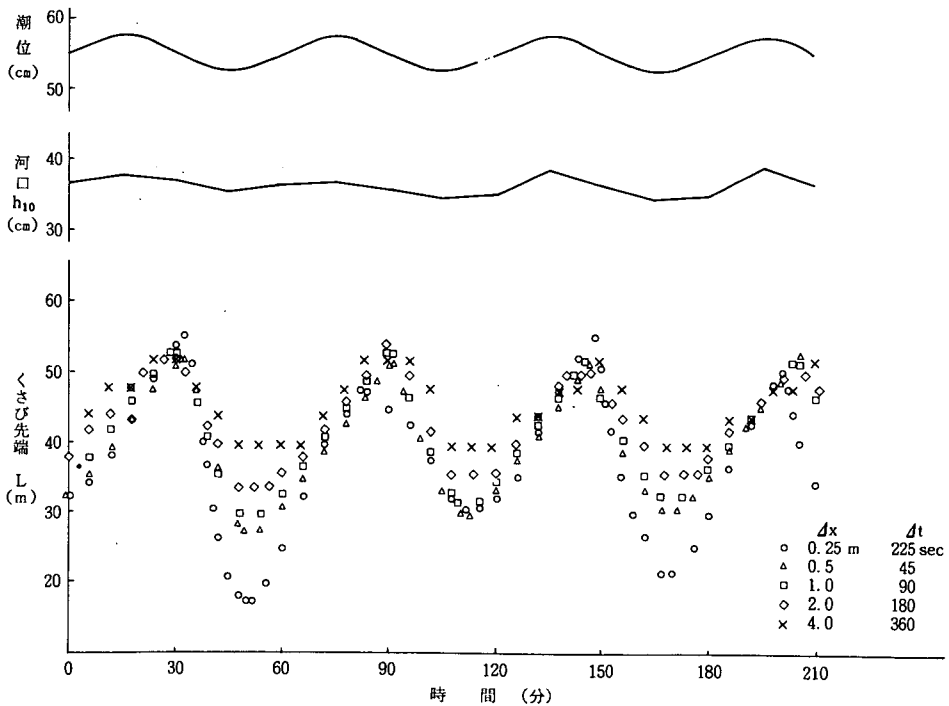


図-3-6 $\Delta x/\Delta t$ を一定としたときの $\Delta x, \Delta t$ の影響 (数値実験その 2)

に基づいて検討することにした。いずれの場合にも、縦断的及び時間的に一定の $\Delta x/\Delta t$ の値を使用して計算を行った。ただし、同じ $\Delta x/\Delta t$ の値でも Δx と Δt の倍率を倍程度変化させて再度計算を行い、両者の相違がほとんどないことを確かめた。塩水くさびの場所的な変化量に対しては、平均量として把握し、現象の時間変化の特性を把握することに主眼をおく場合には、 $\Delta x/\Delta t$ に対する影響要素は、次元解析的考察によると、潮位曲線及び Re 数の影響が卓越するはずである。ただし、縦断的に変化する水理量、例えば F_1 については $1 > F_1 > 0$ の範囲で、これまでの検討結果よりその影響を無視できるものとした。

潮位曲線形の影響としては、それを代表する水理量として周期と波高を取上げて検討することにした。潮位波形はおおよそ、この二つの量により表示し得るであろう。

それぞれ6回の実験の条件について $\Delta x/\Delta t$ を種々変化させて計算を行った結果を、塩水くさび先端位置の移動状況に関する実験結果と対比させて、それぞれ図-3・7～図-3・11 (Run 4 については2つの図) に示した。なお、これらの図はそれぞれ Run 3～Run 6 の実験に対応し、Run 1 及び Run 2 の実験の場合については、

既にそれぞれ図-3・3 及び図-3・4 に示した。同図には、上方より潮位曲線、境界条件としての下流端における上層水深 h_{10} 及び塩水くさび先端位置の時間変化について記しており、それぞれ実験値と計算値とを対比させている。既に見てきたように、潮位曲線の第1波では実験と計算の双方に初期値の影響があり、実験でも第2波以降と異なることが多いが、計算結果とはあまりよく合っていないのが普通である。また、 ε や h_{10} などの誤差のため、塩水くさび先端位置の振幅の中央値がずれていたり、その結果位相差が多少ついたりすることがある。あるいは、塩水くさびが流下する過程で先端付近の h_2 が非常に小さいときの h_2 の効果や摩擦の程度を、モデルにおいて必ずしも忠実にシミュレートしていないことなどにより、この過程で実験値と計算値との相違が目立つことがある。この影響は周期が小さくなって動きが早くなるほど顕著に現れるように思われる。また、 Q_f を一定にして計算したことによる影響もある。実験上の問題として、さらに中間層の発達の影響の存在についても述べておく必要があると思われる。中間層は前述のように水路下流端に発生する内部渦に関係するので、下流からの塩水補給量の大小により影響の度合いが異なってくる。すなわち、塩水

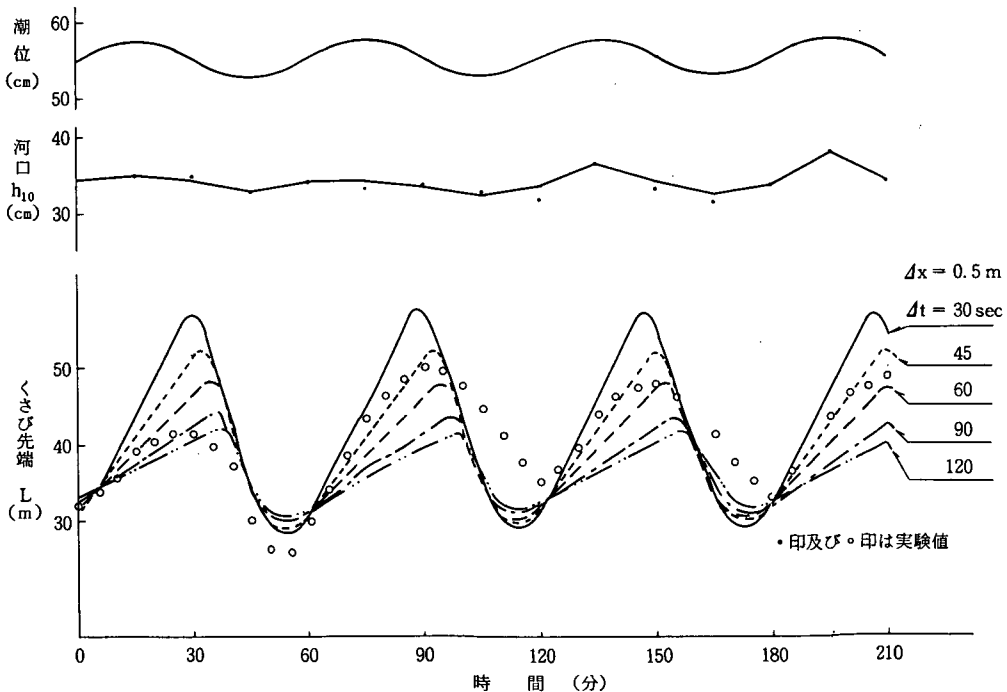


図-3・7 塩水くさび先端位置の変動 (Run 3)

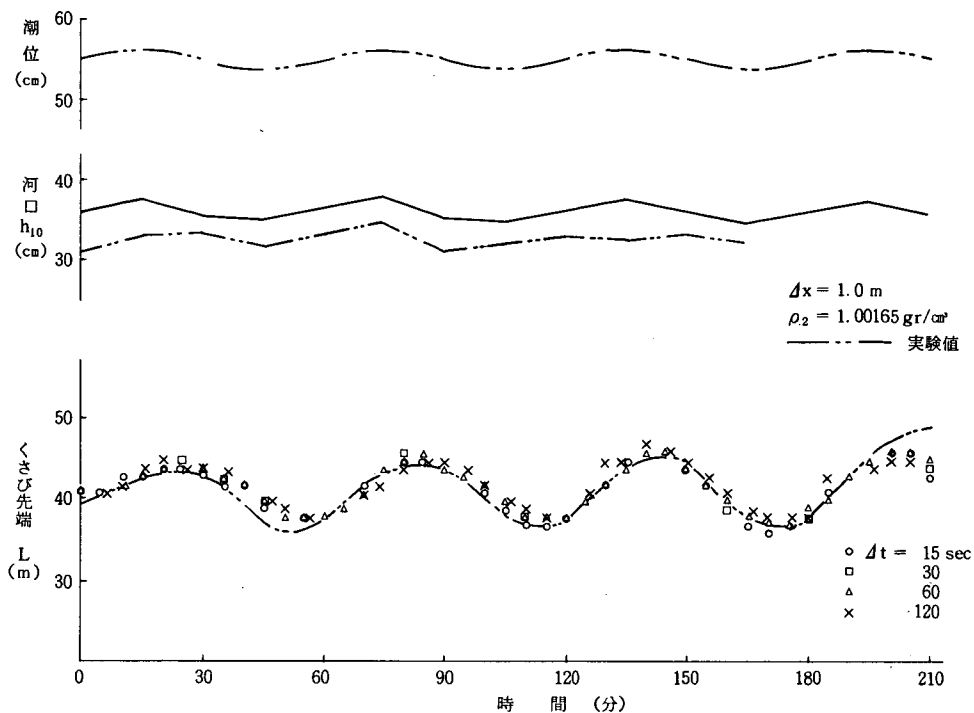


図-3・8 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その1)

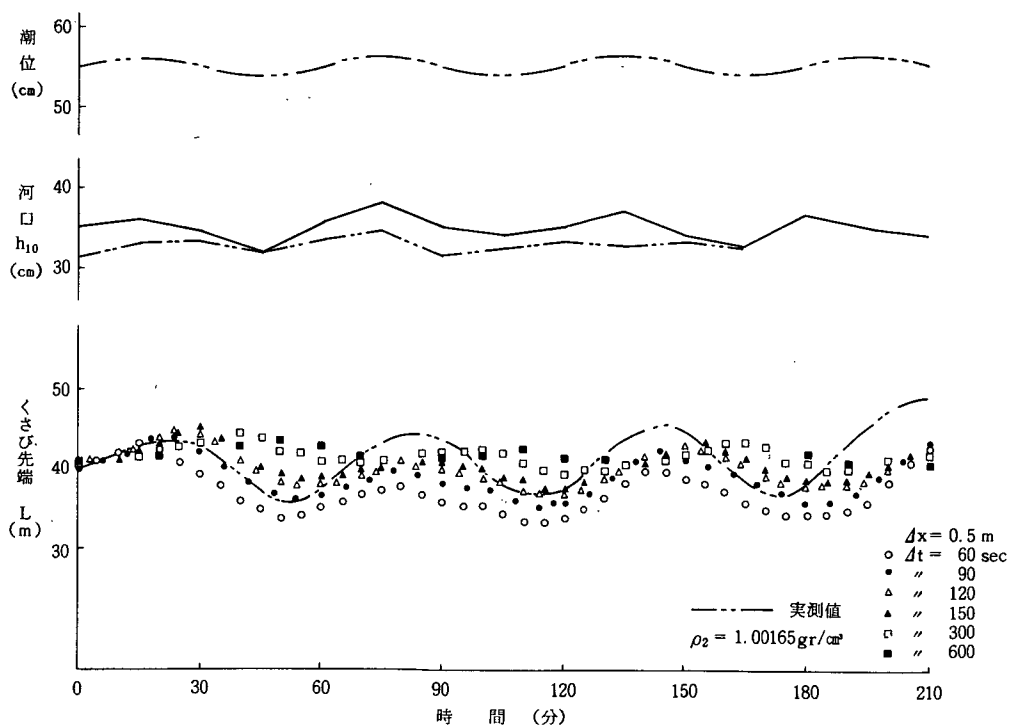


図-3・9 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その2)

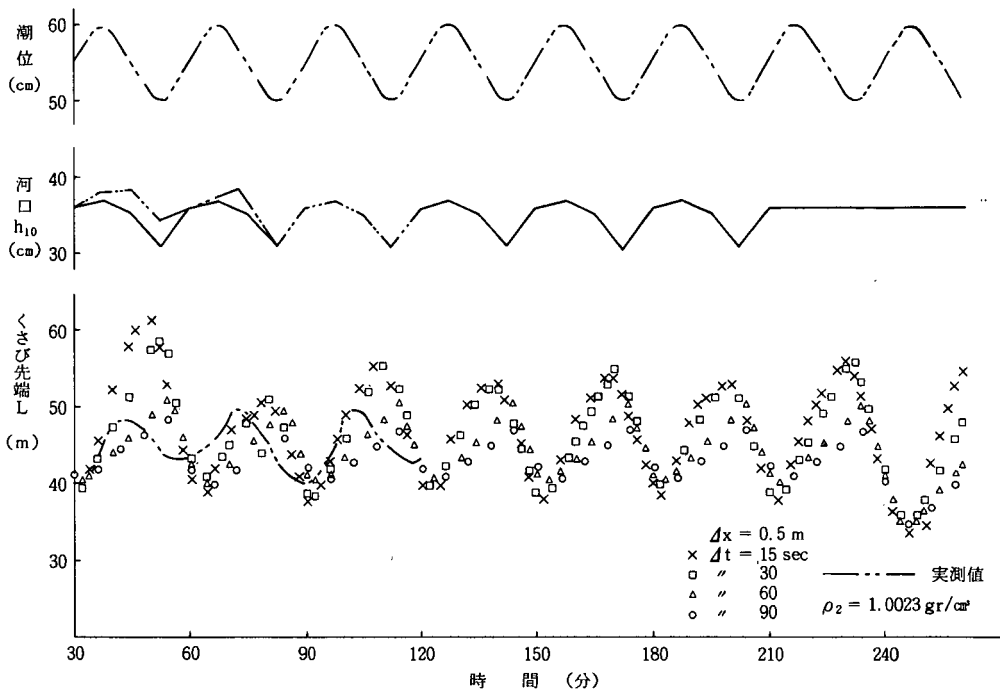


図-3-10 塩水くさび先端位置の変化 (Run 5)

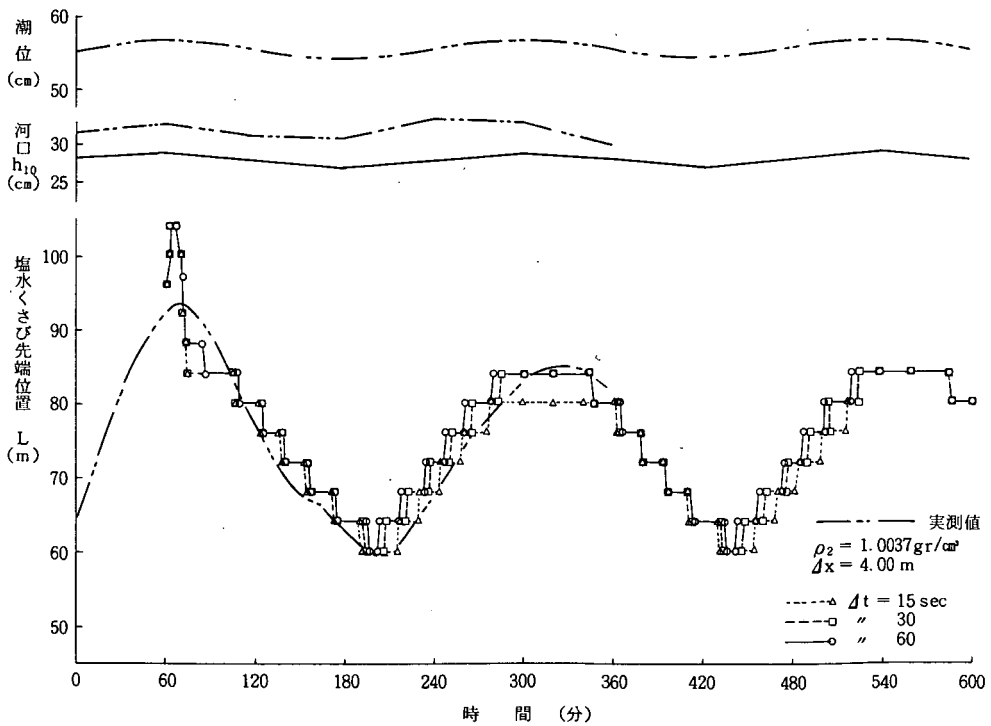


図-3-11 塩水くさび先端位置の変化 (Run 6)

の補給が十分存在するときには、順流時に下流端において発達する内部渦により遡上時に中間層の発達が顕著である。そして順流時には中間層が薄くなる。塩水の補給が小さいときには中間層の発達は弱くなる。このような中間層の発達の程度による塩水くさび先端位置の変動特性の変化は実験結果に含まれているはずである。また、中間層に関しては先端渦の影響もある。このように、種々の問題点があるうえ、塩水くさびの先端位置の移動という大変微妙な現象を対象としているので、計算結果を実験値に基づいて評価する場合に、あまり細かく見ることは適当でなく、大局的に判断することが望ましいと思われる。

さて、計算結果に及ぼす $\Delta x/\Delta t$ に関して、実験の Run 1 から Run 5 までについては、おおよそ次のような特性があった。

(イ) $\Delta x/\Delta t$ を大きくすると、すなわち Δt を小さくすると、塩水くさび先端位置の変動幅が増大する。その仕方は、遡上距離が大きく伸び、最低位置は極くわずかの減少にとどまる。 $\Delta x/\Delta t$ を小さくする場合はその逆である。

(ロ) $\Delta x/\Delta t$ を大きくすると、谷の位置はあまり変わらないが、山が左に寄り、塩水くさび先端位置の遡上速度が増大する。流下速度については減少のみであるが、あまり大きな変化はないと見なしてよい。しかし、このような特性が Run 6 のケースでは $\Delta x/\Delta t$ について逆の結果が現れていることは興味深い。また、 $\Delta x/\Delta t$ の値によって計算結果が大きく変化する場合と、さ

ほどの変化を示さず、感度が鈍くて $\Delta x/\Delta t$ について適当な値としても似たような計算結果が得られる場合とがある。

Run 1, Run 2 及び Run 3 は前者に属し、Run 4, Run 5 及び Run 6 は後者に属すとしてことができよう。これは、潮位波形の振幅と周期の比 η/T が大きい場合と小さい場合が後者に対応し、中間の値の場合が前者に対応すると見なすことができるように思われる。

(3) $\Delta x/\Delta t$ の関数形

以上の考察結果を踏まえて、実際の現象を説明する計算結果を得るための $\Delta x/\Delta t$ の関係を求めることが肝要である。本来ならば、基礎式に戻って無次元表示し、 $\Delta x/\Delta t$ について無次元の物理量によって表示することが望まれるが、ここでは簡単に $\Delta x/\Delta t$ の主変量を潮位曲線から η/T によって代表させようものとし、まず表-3・2 に示す Run 1～Run 6 の6ケースの検討結果から求めることとした。そのため、それぞれ図-3・3、図-3・4 及び図-3・7～図-3・11 より最も適当と思われる $\Delta x/\Delta t$ の値を定めると、おおよそ表-3・2 に示す程度の値である。なお、Run 5 の実験は Q_f の与え方の影響を強く受けるケースであるが、それに加えて、実験開始後まもなく潮位曲線を途中で誤るという不手際があり、その部分を切取って図示してあるが、その影響が残存して、実験結果においても変動が見られる。従って、計算結果との適合度についても必ずしも満足できるものではなく問題があるが、おおよその見当として

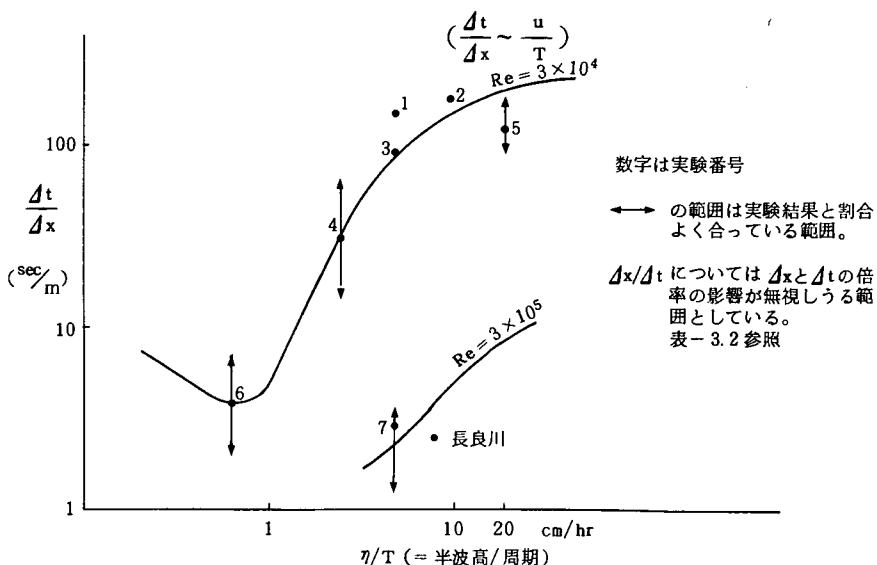


図-3・12 差分計算における格子間隔の取り方

はこの程度のものと考えてよいであろう。さてこの節の最も重要な結論として、 $\Delta x/\Delta t$ の関係を図-3・12 に示す。周期 T が無限大と無限小の場合は定常状態と等しい状況であるから、このとき $\Delta x/\Delta t = 0$ である。図においては左側及び右側において上向きの曲線となり、その中間において単数又は複数個の極小値を取るはずである。これまでの検討結果では極小値は1個であり、おそらく Run 4 と Run 6 の実験条件の中間の η/T において極小となるものと思われる。 $\Delta x/\Delta t$ による塩水くさび先端位置の変動特性が、実験 Run 6 とそれ以外とで逆の関係にあることと関連づけてみて興味深いところである。なお、図-3・12 のこの実験に関する曲線は $Re = q_f/\nu \div 3 \times 10^4$ 程度 (q_f は単位幅当たりの上流流量で Q_f/B) の場合に相当するものであって、かつ概略の傾向を示すにとどまり、極小点の位置とか η/T が実験点より大きい場合と小さい場合の勾配等については、これだけの実験結果からでは明確に定めるものではない。

陰型式差分式による計算格子点間隔に関する水利条件の影響としては、内部フルード数の影響については平均的に取扱うこととしてしているので、残る変量としてはレイノルズ数の影響が考えられる。そこで、実際の現象に近い場合で最も単純な条件を想定して数値実験を行うこととした。幸いなことに、長良川では塩水く

さびで下層密度が縦断的にほとんど一定と考えられる観測資料が得られている。資料によれば、最も成層するときには、14 km あたりまでの遡上があって、潮位曲線と塩水くさび先端位置の遡上曲線との位相差が最大2~3時間程度であることが示されている。一方、計算条件としては表-3・2 に示すとおりであるが、単位幅、水平河床の長方形断面とし、下層密度を一定と仮定し、かつ上流からは長良川の低水流量を考慮して計算を行った。実験の場合と同じく $\Delta x/\Delta t$ を種々変化させて計算を行った結果は図-3・13 に示すようである。長良川と計算の場合の河床縦断は図-3・14 のようであり、下流部では計算条件の場合の方が下層水深は小さいが、この影響はあまり顕著ではないと考えられる。また、長良川の3 km あたりが、計算の場合の河口位置と考えられ、長良川で14 kmの海水遡上は計算で11 km程度の遡上に相当する。しかしながら、この場合についても塩水くさびの先端位置において河川の自流量 q_f を一定として計算を行っているの、計算結果の方が位相差は大きくなる。図-3・13 では、 $\Delta x/\Delta t$ を種々変化させ、かつ河口条件として h_{10} を仮定して計算を行った結果について図示した。これによると、 $\Delta t/\Delta x = 12 \text{ sec/m}$ では大き過ぎ、 $\Delta t/\Delta x = 1.2 \sim 3.5 \text{ sec/m}$ 程度であれば、ほぼ長良川の現象に近いのではないかと考えられた。この結果を図-3・12 に図示すると、レイノ

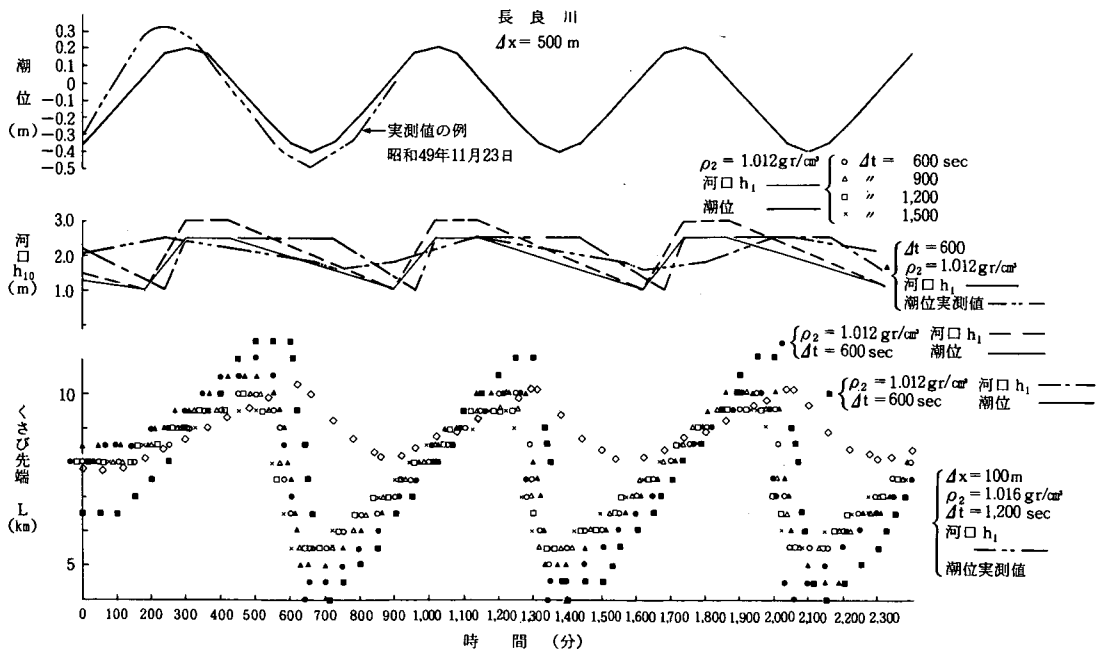


図-3・13 長良川河道を模擬した条件のもとでの数値実験

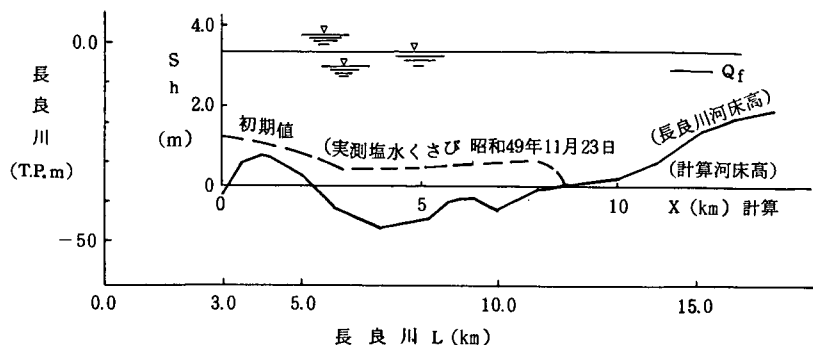


図-3-14 計算水路及び長良川河道の縦断面図

ルズ数により非常に大きな影響を受けることがわかる。次節で述べる長良川の不定流計算では $\Delta t/\Delta x = 2.4 \text{ sec/m}$ であった。なお、実河道では内部渦や河道の不整、及びその他の影響があるが、現段階では無視しう程度であると仮定した。また、数値計算に特有な無次元量、例えば $u\Delta t/\Delta x$ などが関係することもあるが、本論文においては明瞭な特性が見られなかった。差分間隔に関する一般的な取扱いについては今後の研究が必要である。

以上により、実際にこのモデルを適用して数値計算を実施する場合に、差分格子点間隔の取り方として概略の見当をつけることができると思われる。しかしながら、このほかにも差分理論上にはなお多くの問題が残存している。例えば、 $\Delta x/\Delta t$ の一定の場合でも Δt を小さくすると計算不能のケースが生じたり、 $\Delta x/\Delta t$ の値によって非常に敏感な場合と比較的鈍感な場合などが生じる原因、あるいは Δx と Δt の基準値に対する倍率による変化など、今後解明していかなければならない課題は少なくない。また、本論文においては同一の Δx と Δt の値により計算を実施することになっているので、内部フルード数などによる影響を無視しうものとしたが、このような問題についてもなお考察が必要であらう。

6. 計 算 例

河川における塩水くさびの運動は複雑である。理想状態に近い実験水路内の現象とも異なる可能性がある。そこで、河川における実際の現象に対して数値計算を行った。計算は長良川の場合について4日間にわたる運動を追跡し、実測値と対比させた。

(1) 検討目的

二層流モデルによる数値計算で問題となることは、大別して現象上の問題と数値計算上の問題があり、それらを列挙すれば次のようである。

(a) 河川ではレイノルズ数が大きい。

(b) 水路の断面形状が複雑であるから、その一次元の仮定の成立条件に問題がある。すなわち、河川流の二次元性と三次元性の影響が、通常の河道であれば、無視しう程度のものであることの実例を提示する必要がある。

(c) 理想的な塩水くさびの存在はなく、その混合形態も変化するが、内部境界面が若干明瞭でなくなる緩混合状態の、二層流としての取扱いの可能性を検討する。

(d) 計算結果を大局的に見るかぎり、河道内部渦や中間層の存在が決定的な障害とならないことを確認する。

(e) 下流端位置の固定と条件の取扱いが是認されることを確認する。

以上は、河川の状態が実験水路の場合と異なり、そのために検討を必要とする事項と考えられる。なお、これらの事項に関するモデルの適用限界は、実際の現象と計算結果とのずれを表現する尺度に基づいて定義されなければならない。従って、適用限界を検証するためには、まず多数の事例検討が必要である。そのための多数の実測を得るには多額の費用と時間とを要するので、この問題の最終結論は将来得られる。適用限界については、ここでは定性的な確認を得ることを目標とした。そのため、弱混合の末期から緩混合に移行し、さらに強混合状態が始まるまでの4日間にわたる実際の河川の現象をシミュレートすることとした。このように成層流の前提が完全には満足されない状況に対しても良好な結果が得られれば、本論文において開発されたモデルは現実の河川の通例の状態に対して適

用できると認定することができよう。また、数値計算上の問題として、

(f) 陰型式による差分計算とはいえ、塩水くさびの非定常運動はあまり安定していないこともあり、安定した数値計算を実行するために特別の工夫を必要とする。

以上のような目的で、以下に考察を加えることとした。

〔2〕 計算条件

シミュレーション・モデルによる数値計算の時間的な範囲は、長良川における昭和49年11月23日から26日までの4日間とした。この間、11月23日と26日に実測資料があり、それぞれの月齢は8日及び11日である。

次に、主要な計算条件を列挙し、それぞれの事項に関して若干の解説を加える。

(a) 水面は水平とした。すなわち $\partial s / \partial x = 0$ である。長良川における同時水位記録によると、強混合状態においても4~6 kmあたりまでは水面は水平に近い。弱混合時には6 kmあたりまでは非常に厳密な意味で水平と考えられ、12 km地点でもほぼ水平に近いと見なしてよい。強混合時においても遡上距離が短いことを考慮すると、かなり水平に近いと考えてよいようである。

(b) 断面形は単断面と仮定した。水路幅は航空写真より判断した有効幅を採用したが、実際の河道は渾の存在する断面であり、その水深を用いれば過大な断面を与えていることになる。従って、流量や流速には多少の差異が生じる。また、河床高は平均河床高とすると、海水の遡上距離を忠実に表現しえないのでほぼ最深河床高に近い値とした。また、 h_2 が小さいときの極端な u_2 の変化を避けるため、円滑な曲線形とした。こうすることによって、下層の流積に関しては特に過大となっている。そのため、下層流速はほぼ正しいが、下層流量は仮想のものである。なお、内部境界面位置が下がる上流部においては、複断面河道としての計算を行う必要があるが、単断面としての近似計算を行った。そのため、内部境界面位置の下層流路幅は過大となっており、連行量は過大に見積っていることになるし、高水敷上の摩擦抵抗係数についても厳密性を欠く。この結果として遡上距離が過大となる。

(c) 3 km 地点を下流の基準点とした。長良川では3 km 付近において揖斐川が合流するので、こうすることによって、その影響を除くことにした。また、下流

部の主要内部渦の上流端はこの期間にはほぼこの付近に固定され、その移動はわずかであるので、このような近似的取扱いが是認される。そのための影響は境界条件のなかで取扱われるものであって、基本的には問題はない。

(d) 途中に存在する内部渦や中間層の影響は、このシミュレーション・モデルでは取扱うことができないので無視した。これに関連して内部抵抗係数や連行係数についても、ことさら補正を加えることなく、本論文の提案式(第II編)をそのまま採用することにした。内部渦や中間層の存在により流速分布や濃度分布が定常流のそれと大きく異なる場合には、このようにして計算すると過小の抵抗係数を与えていることになり、海水の遡上距離が実際より長めに算出されることになる。しかし、計算結果を見ると、それほど心配しなくてもよさそうである。なお、下層の濃度の鉛直分布が一様でないと、下層の平均濃度 ρ_2 と混入する水塊の密度の差だけ、連行水の密度の仮定が不適当となるが、資料によって判断すると実際にはその影響は無視しうると考えてよい。

(e) Δx は500 mとした。本来ならばこれは多少過大であると言える。そのため、先端部付近、末端部付近及び無次元密度差 ϵ の急変部では、計算水理量が大きく変化し、計算不安定の原因となることもあった。

(f) 差分間隔比は、この4日間の潮位曲線の平均的なところを考慮して一定値を採用することとした。Run 7の計算結果の経験からは、 $\Delta t / \Delta x$ は3前後の値と推定された。そこで、 $\Delta x = 500$ mとしているので $\Delta t = 1200$ secとした。これは、現象に近い計算結果が得られるばかりでなく、試算の結果によれば $\Delta t = 300, 600$, 及び1800 secでは計算不安を起こす可能性があり、 $\Delta t = 1200$ secあたりが最もよいことが判明した。

(g) 内部抵抗係数 f_i には、付加摩擦力を考慮した。現地河川の場合には付加摩擦力を考慮しないとよい結果が得られないことがわかったからである。河床における抵抗係数は $f_b = 0.01$ 及び動粘性係数は $\nu = 10^{-6}$ (cm²/sec) で一定としたが、この項の影響はあまり大きくないので実用上はこの程度の厳密さで値を決めておけば問題はない。

(h) 下層濃度 ρ_2 の縦断変化を定める拡散係数 D_x の係数 α は、単にオーダー比較のため、Elder 式との比を表すものであるが、不定流特性や河道の横断形、及び河床上のスケールの大きい凹凸などの影響を受け、広い範囲に変化するようである。長良川の場合に、試算によると $\alpha = 10$ では過大、 $\alpha = 0.1$ では過小であ

ることが明らかにされたので、ここでは $\alpha = 0.5$ とした。

以上が計算を実施するうえでの基本条件と安定した計算を行うための対策である。次に初期値及び境界条件について述べる。初期値は大きくはずれると計算不安定を起こすので、11月23日9時の実測に近い値が得られるように1時の値を推定した。境界条件としては6個の水理量を与える必要があり、基本的には次のような近似を行った。

(a) 潮位曲線は城南 (-0.4 km) における実測水位を与えた。

(b) 上流端上層流量 Q_f は、一層流の陰型式差分法による不定流計算により与えた。この際、 Q_f は簡略のため塩水くさび先端位置関係に13 km 地点の流量とした。そして、この地点の水位は潮位曲線と同一運動をずらした。上流端条件としては墨俣 (39 km) における自流量を23日1時には $86.3 \text{ m}^3/\text{s}$ 、26日24時には $65.3 \text{ m}^3/\text{s}$ とし、この間を直線変化させた。なお、計算結果は差分の取り方により異なるので、種々条件を変えて計算を行った結果、流量の連続条件の収支が最もよい $\Delta t = 200 \text{ m}$ 、 $\Delta t = 900 \text{ sec}$ のときの計算値を採用し、計算曲線について若干の円滑化を行った。

(c) 上流端下層流量 $Q_{2,M} = 0$ とした。

(d) 上流端上層流の密度 $\rho_{1,M} = 0.999 \text{ gr/cm}^3$ とした。これは水温の実測値からその平均として求めたもので一定値を与えることとした。先端渦による混入を考慮していないので、上層濃度は小さめに算出されるはずである。

(e) 下流端における下層密度 ρ_2 は、3 km 地点においては11月23日と26日の実測値では時間的にも多少変化している。実測の行われた第1日目と第4日目には実測値を与え、第2日目と第3日目は類推値として、この間の直線変化値を与えた。

(f) 下流端における上層水深 h_{10} は、実測では主要内部渦の上流端位置が多少変動している。実測値のない第2日目と第3日目には類推値として、 h_{10} を試算により、ほどよい水理量を得られるように定めた。

[3] 計算結果

計算結果は時間変化量を図-3・15に、また第1日目と第4日目の距離的な縦断変化量をそれぞれ実測時間ごとに図-3・16(a)~(e)及び図-3・17(a)~(e)に示した。

図-3・15には、縦軸上で上方より順に、潮位、境界条件として与えた3 km 地点における上層水深 h_{10} 、塩水くさびの先端位置において与えた淡水流量 (実際は

13 km 地点の別途の一層不定流の計算値) と一例として5 km 地点の上層流量 Q_1 及び下層流量 Q_2 、塩水くさびの先端位置、以下一例として5 km 地点の水理量として、上下層の密度 ρ_1 と ρ_2 、及び上・下層の流速 u_1 と u_2 とを示した。横軸には時間を取って、これらの諸量の時間変化の特性を計算値と実測値とで比較した。なお、塩水くさび先端位置の距離 L として、実測値では $\text{Cl}^- = 1,000 \text{ ppm}$ 程度と推定される地点を、また計算値では下層水深の存在する最上流端位置 (ただし、 $\rho_2 \text{ min} = 1.005 \text{ gr/cm}^3$ としているので、 $\text{Cl}^- = 4000 \text{ ppm}$ 程度以下の濃度である) をとった。実測における L の推定値には、主流線上の測点が必ずしも最深点と一致しないこと、及び測点間隔が1 km であることの二点で問題はある。ここでは、別途の資料によって、縦断的な濃度変化を推定し、横断的には最深部濃度との合致性がかなり良いものと考えた。ただし、河床高は実測と計算とでは、計算の場合の方が低くしてあることが多いので、塩水くさび侵入長は計算値の方が大きくなる傾向にある。また、5 km 地点の実測の水理量は、その測点における実測値の平均であって、断面平均量ではない。計算値を実測値と照合する場合にも以上のような問題はありますが、概略の比較検討は可能である。

図-3・16(a)~(e)及び図-3・17(a)~(e)には、それぞれ11月23日及び11月26日の、各1日5回の実測時間帯ごとに、水理量の縦断変化特性を示した。水理量としては、内部境界面位置及び上下層の流速と密度などを記し、この時間帯の中央に近い時間の計算水理量とを対比させた。また、それぞれの図には、計算に使用した有効流路幅と最深河床高、及び参考のため平均河床高を記した。このほか、各測点における塩素イオン濃度分布、流速分布及び水温分布を示したが、これらは実測値や計算値の評価に重要である。

さて、11月23日から26日にかけての外力の変化をみると、潮位変動の幅は23日と24日では1 m 弱であるが、26日後半には2 m にも達するようになっていく。3 km 地点の下層密度で見ると、23日には $\rho_2 = 1.014 \text{ gr/cm}^3$ 程度のものが26日には $\rho_2 = 1.008 \text{ gr/cm}^3$ 程度と大きく低下している。流量は別途の資料によれば、この期間は小流量で安定していたとみてよい。この4日間では、第1日は比較的成層度のよい塩水くさびがあり、第2日目及び第3日目となるに従い徐々に混合を増していき、第4日目に至って急に大きく乱れるというふうに変化した期間と考えてよい。

3 km 地点における上層水深 h_{10} は、潮位変化に伴

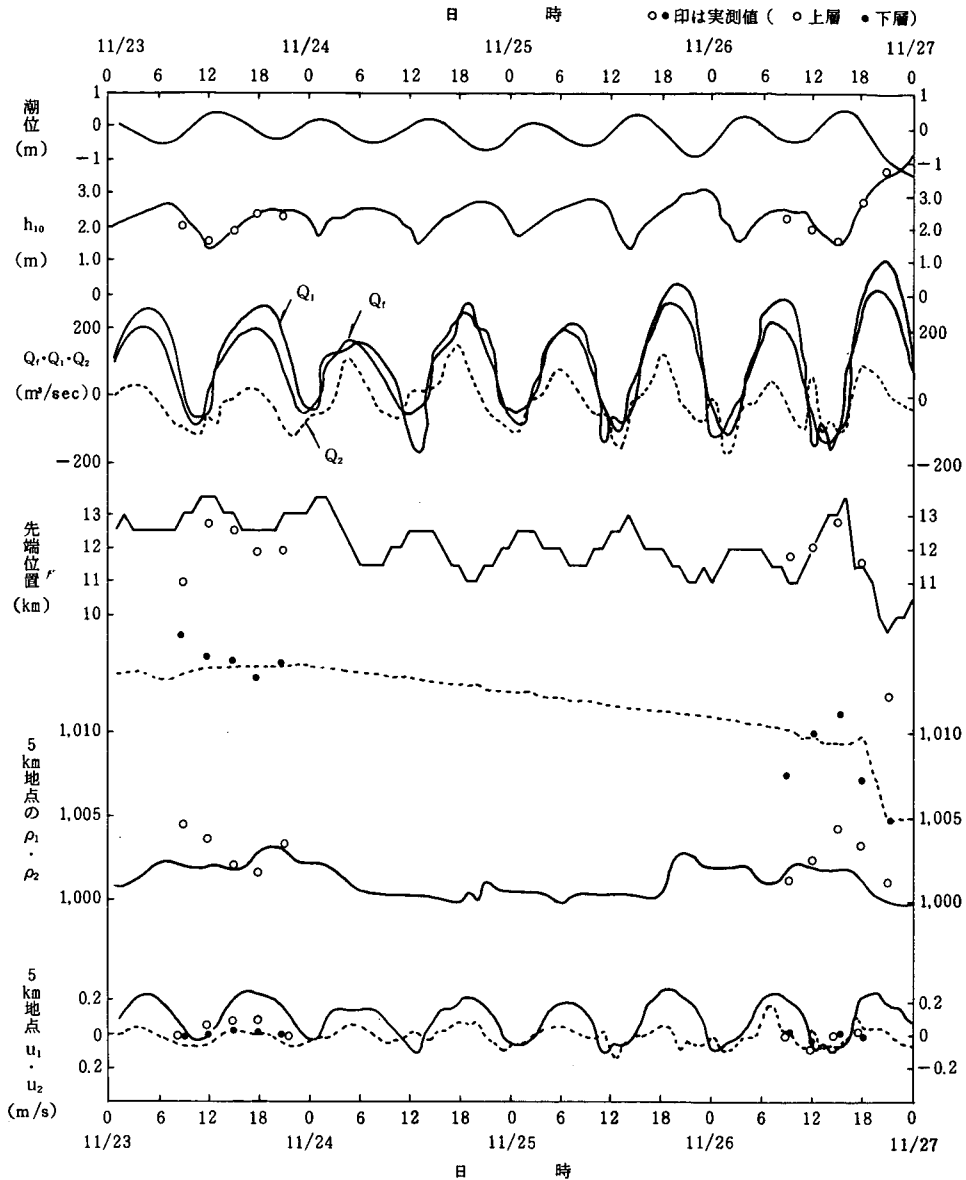


図-3・15 長良川成層流の数値計算結果 (時間変化量)

う入退潮流と密接な関係があり、結果として潮位曲線に依存する。すなわち、潮位下降時には緩やかに増大し、上昇時には比較的早く減少するが、その結果 h_{10} の曲線は潮位曲線の谷では遅れ、山に対しては早まる傾向となる。現象的に見ると、 h_{10} は順流量の増大と共に増大し、逆流量の増大と共に減少する。従って、上記の特性は潮位曲線の勾配の影響を受けるが、河川の河床高や貯留量などの効果と考えられ、 h_{10} の曲線は

河川ごとに異なることとなる。図-3・15に見られるように、今回の計算では境界条件としての h_{10} はほぼ実測の状態に近い値を与えることができたと思なう。

計算結果を見ると、まず海水の侵入長 L はおおよそ 13 km から徐々に下がり、24 日及び 25 日では最低 11 km あたりとなるが、26 日には大きく 8~9 km まで後退する一方、満潮時付近には 13.5 km まで遡上する。

(a) 11月23日 実測 9:00~10:45 — CF濃度 $0 \sim 10^4 \text{ ppm}$
 計算 10:00 - - - 流速 $0 \sim 1 \text{ m/s}$
 - - - 温度 $0 \sim 10^\circ\text{C}$
 ◀ - - - 内部渦の範囲

	上層量	下層量
計算値	—●—	-x-
実測値	○	●

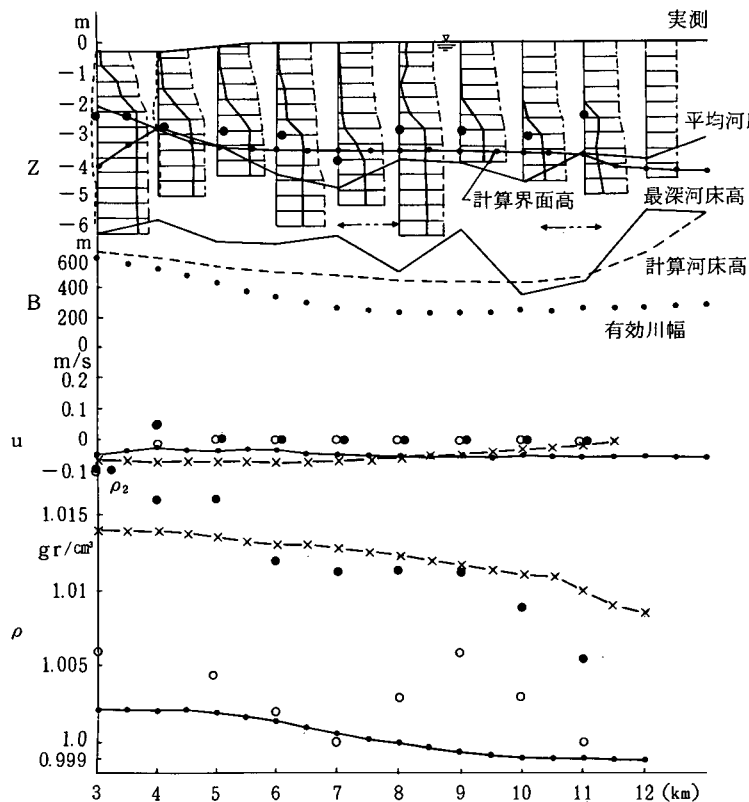


図 3-16 (a) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月23日)

(b) 11月23日 実測 12:00~13:45 — CF濃度 $0 \sim 10^4 \text{ ppm}$
 計算 13:00 - - - 流速 $0 \sim 1 \text{ m/s}$
 - - - 温度 $0 \sim 10^\circ\text{C}$
 ◀ - - - 内部渦の範囲

	上層量	上層量
計算値	—●—	-x-
実測値	○	●

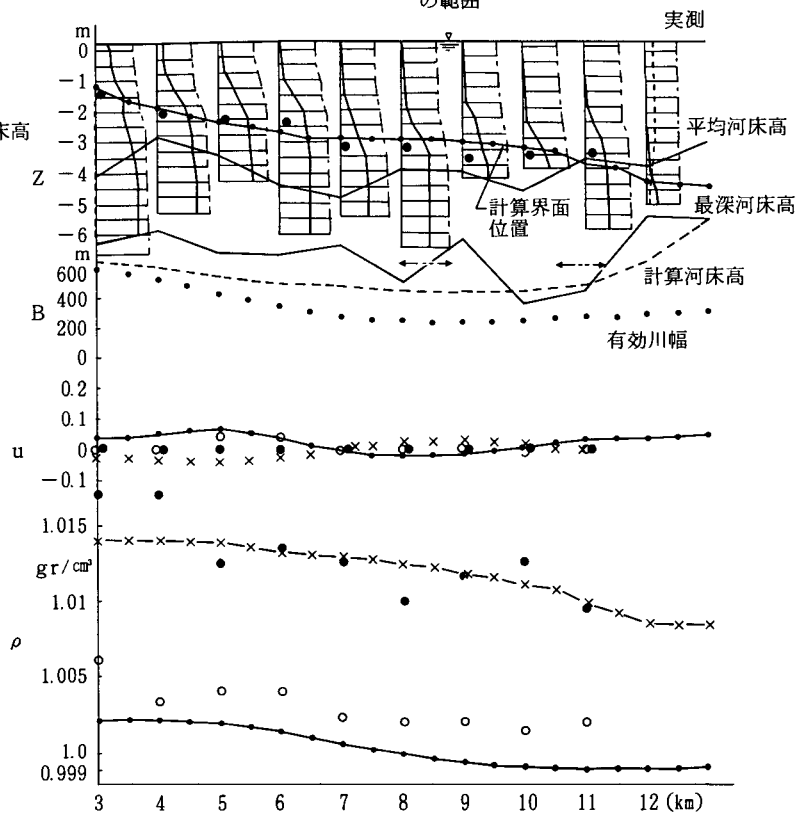


図-3-16 (b) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月23日)

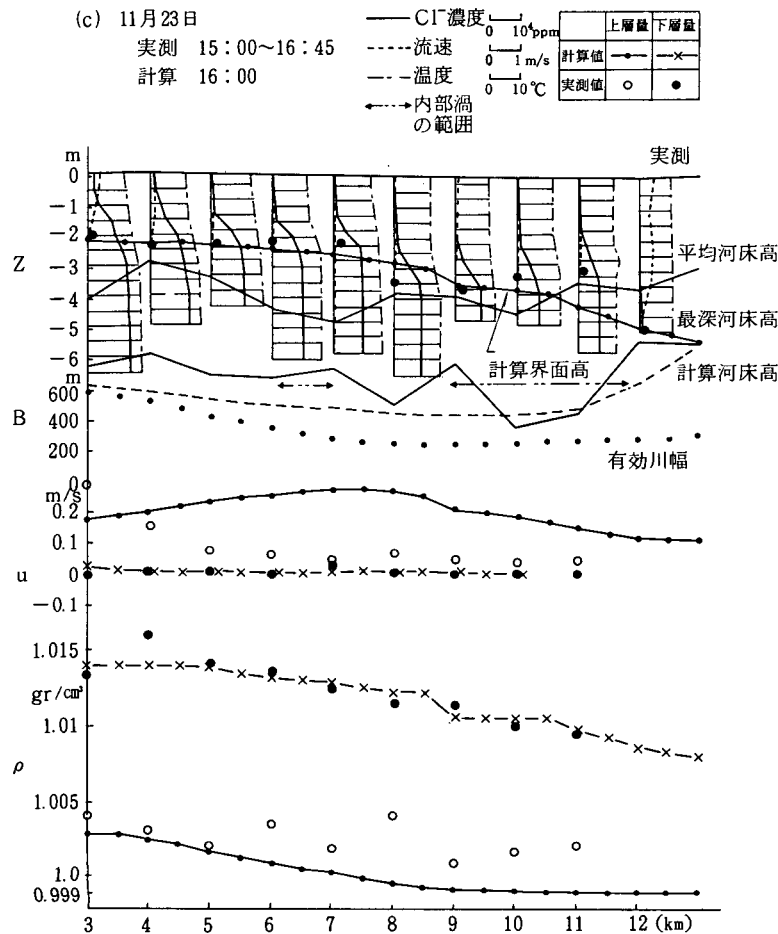


図-3-16(c) 長良川の成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月23日)

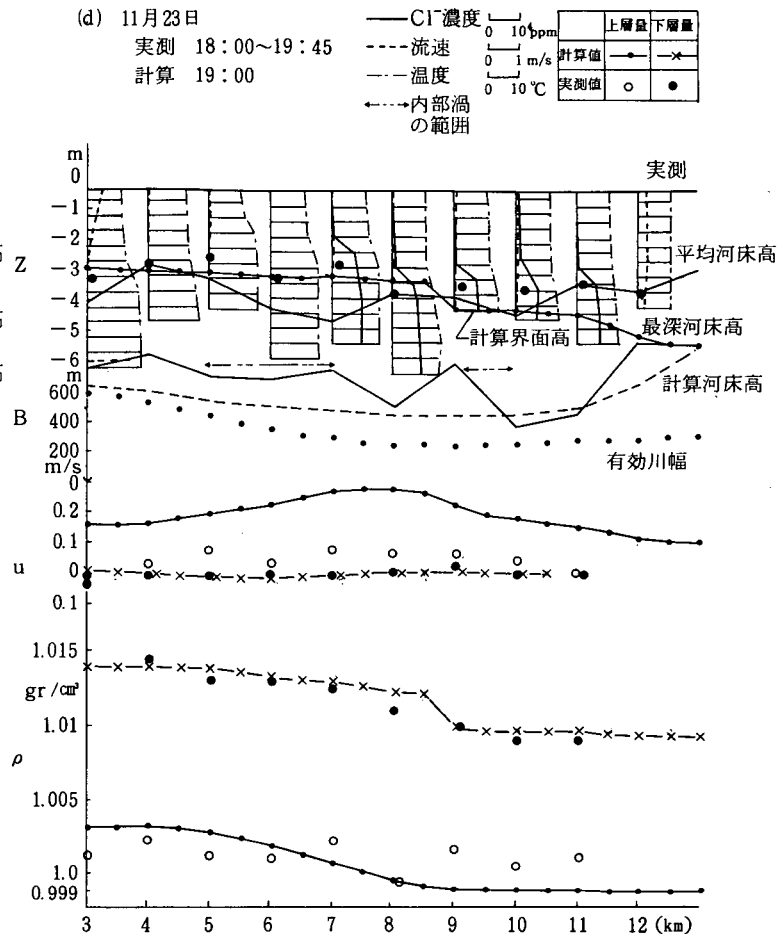


図-3-16(d) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月23日)

(34)

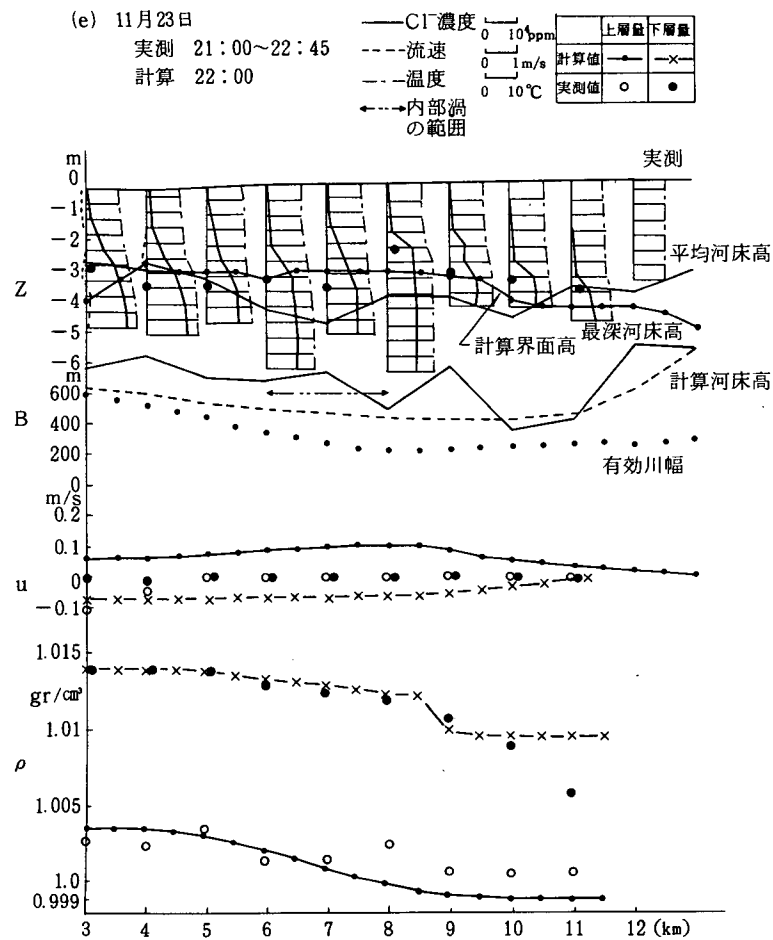


図-3-16(e) 長良川成層流の数値計算結果
(縦断変化量, 11月23日)

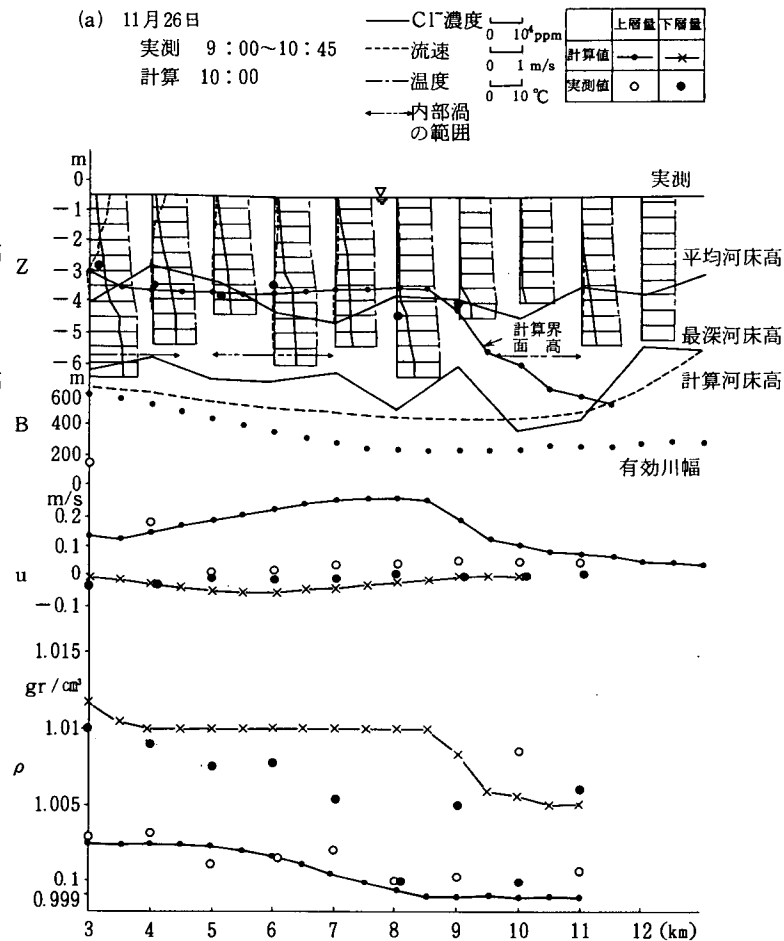


図-3-17(a) 長良川成層流の数値計算結果
(縦断変化量, 11月26日)

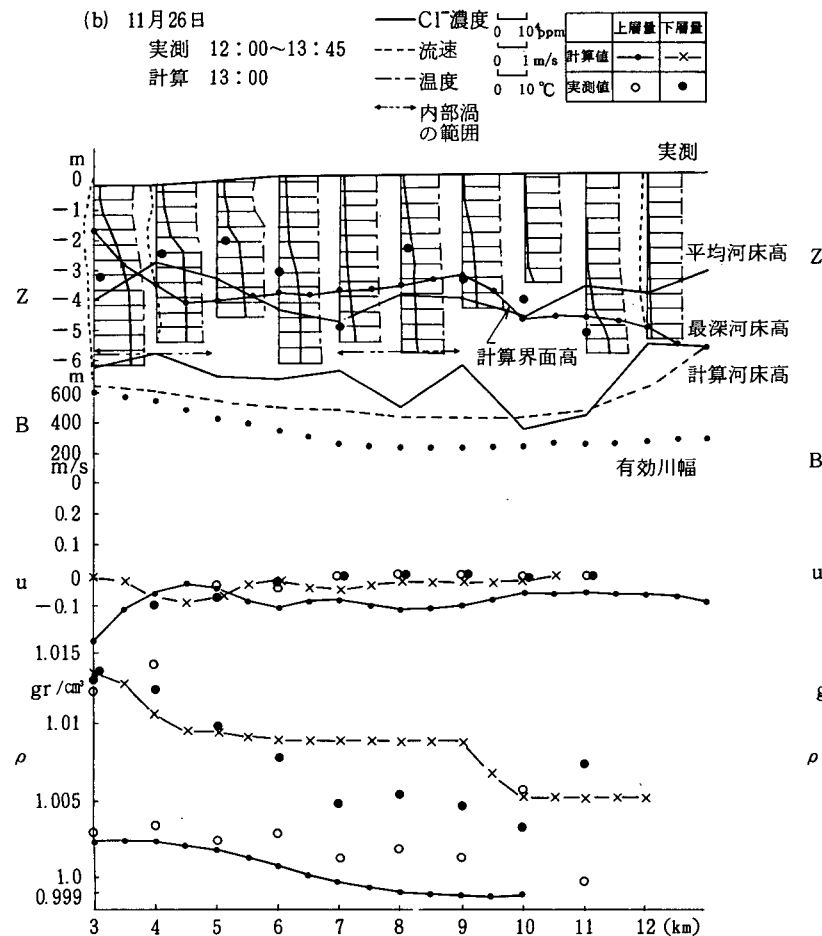


図-3・17(b) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月26日)

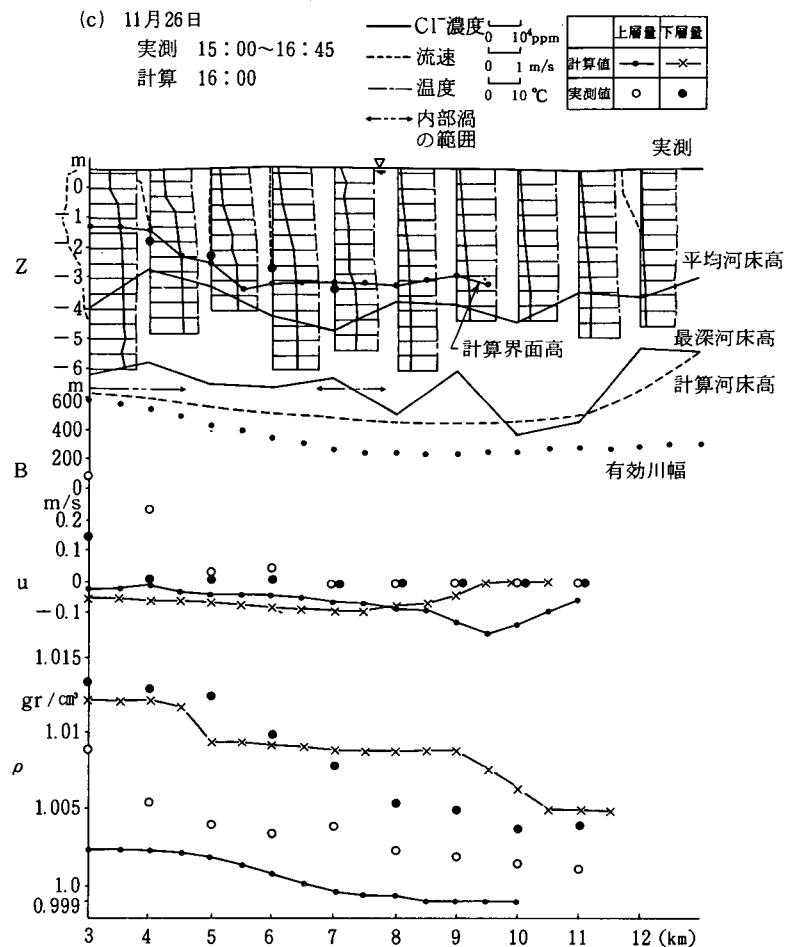


図-3・17(c) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月26日)

(36)

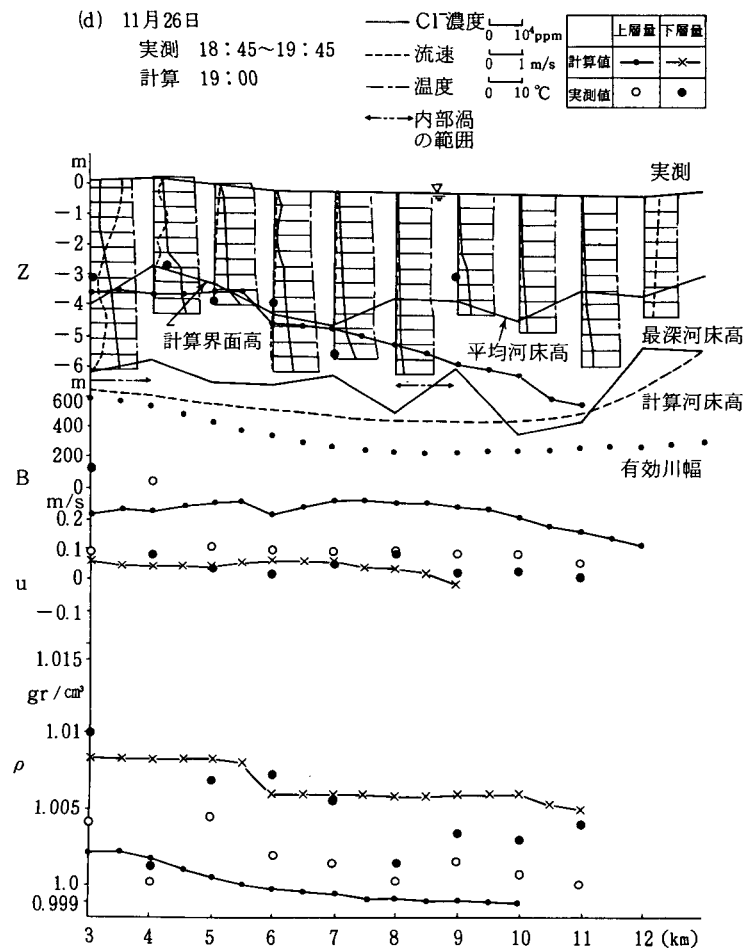


図-3・17(d) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量) 11月26日)

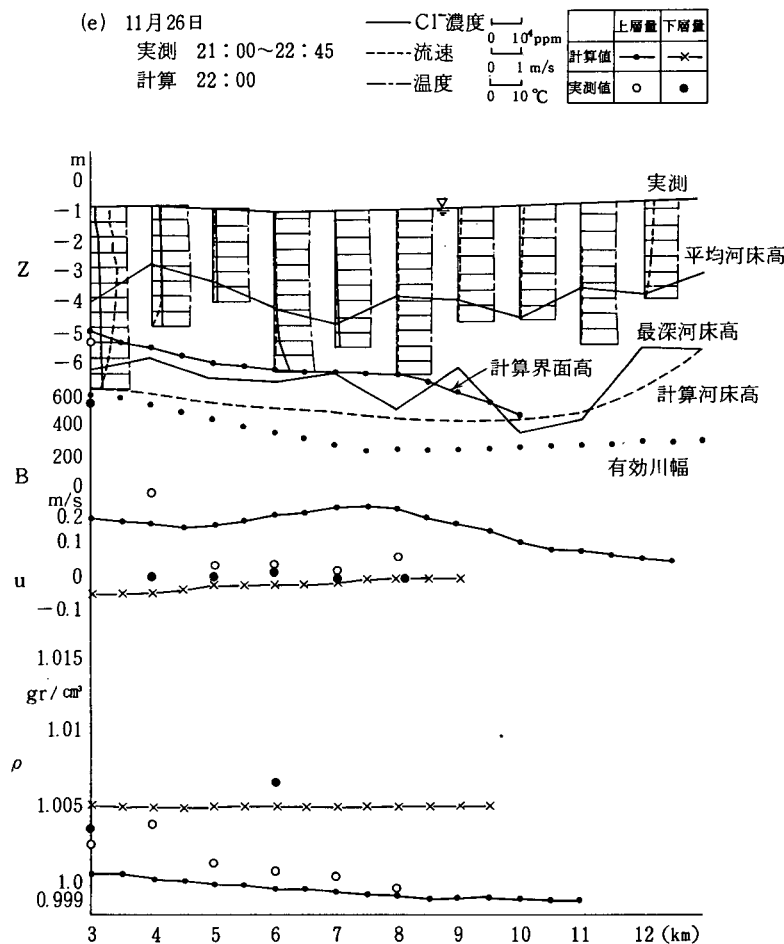


図-3・17(e) 長良川成層流の数値計算結果
 (縦断変化量, 11月26日)

そして、潮位上昇時に前進、潮位下降時に後退の傾向があり、その変動幅は26日を除いて1~2 kmと極くわずかであり、位相差はたかだか1~2時間程度である。一方、計算精度は11月23日では、助走計算を省略しており、初期値の影響が残っているが、第1日目の観測値を除き遡上距離0.5 km程度の差である。計算の河床高が若干低い影響もあり、また塩素イオン濃度の低いところまでを考えるとすれば、計算結果の精度を評価しうると思われる。また、計算値においてその変動が遅いのは、単断面の仮定の影響が出ているとも判断できる。すなわち、現地では多少滞が発達しているので、連続条件からも推定されるように、塩水くさび先端部の移動は、計算条件の場合よりも容易である。このことを考慮するといっそう計算結果が納得されるであろう。第4日目の11月26日では、第5日目の観測値を除き、かなり良く合っていると判断できる。第5日目のケースは侵入していた海水が非常に大きく後退した緩混合状態の末期の場合であるが、計算結果はその定性的な傾向をよく説明している。計算結果で、塩水くさびの後退が実測値ほどでないのは、おそらく与えた条件の問題もある。以上の結果は、この時期の一般的な実測値から判断された特性から見ても、現象をよく説明していると見なし得る。塩水くさび先端位置の変動は、そのときの混合の状況、流量及び潮位曲線などによるのであるが、計算結果には潮位曲線の勾配、上潮下潮のそれぞれの継続時間、及び平均水位の標高などの効果が反映されており、潮位曲線の効果が計算結果に詳細に現れていると判断できる。

計算水理量については、図-3・15において代表例として5 km地点の値で実測結果と対比させた。密度については、現実の河道では複雑である。河道では小規模な内部渦や、横断方向の流れも存在し、なかには、非常に特異な資料も見られ、実測値のばらつきも少なくないが、計算値は平均的な傾向をよく表現していると思ふことができよう。流速の実測値は主流部の値としては小さい。流速の測定値が小さくなる原因として考えられることは、(a)プライス流速計では流速が10 cm/s以下で、測定値が大幅に小さくなる。(b)短時間に測定内容が多く、また移動もあるので観測用の固定が不十分になりがちである。また(c)測点が多いので測定時間が短過ぎる可能性があることなどである。従って、小さな値を示す実測値は相対的な傾向を把握するためには利用しうるが、精度上の疑問は残る。これに対して、計算値にはやや信頼性がある。例えば、5 km地点の流量換算値は上流端流量に比し若干大きい程度

で、下層からの連行量を考慮すると、十分納得しうる数値である。流速については計算値を尊重すべきであると考えられる。

図-3・16及び図-3・17では、内部境界面位置の縦断変化の様子を、濃度分布、流速分布及び温度分布の実測結果と対比させつつ、実測の界面形状と比較した。また、同図では上下層の密度 ρ_1 、 ρ_2 及び流速 u_1 、 u_2 についても、その縦断変化量を実測値と比較した。このほか、平均・最深及び計算の河床高と測点位置の河床高、及び有効流路幅とを図中に記入した。

界面形状の実測値には、内部渦、段波及び不定流効果などの影響があつて、界面曲線は縦断的に単調な曲線を描かないのが一般的である。また、測定は同時に行われているわけではなく、最大1時間55分のずれがあるので、変化が大きい場合には多少のずれが生じる。この実測値に見られる界面が波状となる現象は、順流時にも逆流時にも存在するようで、波の位置は上下流に移動している。しかし、計算値はおおむね平均的なところにあつて、ほぼ満足しうるものである。満足度は11月23日の方が優るが、26日の順流時で流速が大きく、変化が大きいときでも、かなり良く合っていると見なしうる。界面位置に関する計算値と実測値とのずれは、内部渦が存在したと考えられる場合、及び先端付近などの二、三の特異な場合を除き、およそ50 cm以内であると見なしうる。なお、内部渦の範囲を図-3・16、及び図-3・17に参考のため示した。

流速については、実測値が小さくなっていることが多いが、定性的にはほぼよいと見なすことができる。ただし、場合によって下流端で大きく異なることがあるのは、3 km地点に主要内部渦が存在すると仮定したにもかかわらず、実際に内部渦が少し上流へ移動したような場合である。また、下流端位置における界面位置が計算と実測とで異なると、流速が大きいときは、流速の絶対値としては差が大きくなる。

密度分布については、下層密度 ρ_2 は11月26日10時の場合を除き、おおむね満足すべき値となっている。特に11月23日の場合には、初期値の与え方が適当でなかった11月23日10時の上流付近を除いて、実測値と計算値との合致性はよい。これに対して、11月26日の場合には7~9 km、あるいは8~10 kmあたりの計算の ρ_2 の値が若干大きい。これは α を23日、26日とも一定で0.5としたが、26日ではこれより大きくなっている可能性もある。なお、11月26日10時は実測値の散乱の度合も大きいですが、若干計算値は大き過ぎる。現地の水象変化に計算がついていけなかったケースで

ある。しかし、それ以降の時間の計算値は、徐々に実測値の傾向に近づいている。

一方、上層濃度 ρ_1 については定性的にはほぼ満足すべきものであるが、定量的には計算値が実測値より若干小さい。計算値に 1000~2000 ppm の塩素イオン濃度相当分を上乗せすると、ほぼ実測値と合致する。これはほぼ、先端渦による混入量に相当する。

ここで、図-3・17(d)に関する説明を付け加えておく。これは一例として取上げたものであるが、成層の度合が今回最も悪くなっている 11 月 26 日の第 4 回目の観測結果と計算による水理量の縦断変化の状況を比較したものである。この状態は、弱混合状態より濃度が上昇して緩混合の末期の状態となっており、内部境界面は明確に判別しにくい状態であって、シミュレーション・モデルの適用限界に近い状態であると考えられる。しかし、図-3・17(d)からも判断されるように、上下層の密度差は非常に小さくなっているが、定義に従って下層濃度が急変する点を界面とすると、この縦断変化は計算値とかなりよく一致している。この計算について、一応の妥当性を認めてもよいであろう。

〔4〕 不定流特性に及ぼす主要素の影響と計算結果の妥当性

計算結果には現象が反映される。海水遡上運動を計算する場合に、外力としての潮位変動を不動の条件として与えると、上流端における河川の自流量、及び下流端における上層水深などを、計算安定上若干操作する必要があった。そこで、これらの要素による現象上の影響について述べ、計算の妥当性を示す。なお、主要内部渦をモデルに組み入れていないので、安定した計算結果が得られることを第一の目標とし、順次近似度を上げていかなければならない。

まず、河川の自流量が有する効果は、例えば Q_f が大きくなるとフルード数 F_1 が大きくなり、それにより F_1 の 3 乗に比例して連行量が増大し、その結果この効果による上層流量 Q_1 の増大と上層密度 ρ_1 の増大に伴う ϵ の減少により再びフルード数 F_1 が増大するという相乗効果に発展するということである。一方、連行現象により下層流量 Q_2 も影響を受け、これがまた下層密度をも変化させるという結果となる。 Q_1 の増大に伴い、多くの場合 Q_2 は負の値として大きくなるようである。実際の現象もこのように変化の激しい不安定な現象であると言える。

次に、下層密度 ρ_2 は海水の遡上現象にとって支配的とも言える効果を有する要素のひとつであるが、計

算によると下層流速が正で順流のときに減少し、逆流のときに増大していることがわかる。そして順流のときには比較的容易に大きく ρ_2 が減少するが、逆流時の ρ_2 の増大は緩慢のようであり、実際の現象をよく反映していると思なし得る。計算及び基礎式によると、 u_2 の効果が定量的にみて相当大きく、 u_2 の変化率の大きい塩水くさびの先端付近において ρ_2 が急激に変わり、 u_2 の絶対値としては大きい縦断的な変化率としてはあまり大きくない下流部では ρ_2 の変化が緩慢となる。このことも、河川の実情をよく説明していると言える。問題は塩水くさびの先端付近で滞りが発達している場合が多く、下層流速 u_2 を適正に評価し、算出することがかなり困難であるということである。そのため、順流時に塩水くさびの上流端部付近において ρ_2 の値が急激に低下し、下流部の ρ_2 との連続性が極端に悪くなることがある。この結果は内部境界面の縦断形状の急激な変化をもたらす、計算不安定の原因となりうる。基礎方程式及び計算手法上のひとつの問題であると思われる。

境界条件として下流端上層水深の効果は、 h_{10} が小さくなると Q_1 は増大し、 h_{10} が大きくなると Q_1 は減少又は負で大きな値を取るよう働く。長良川の実測では、主要内部渦の上流端の上層水深は、海水の遡上時には内部渦が浮上するため小さくなり、順流時にはここで限界水深となるように h_1 が増大するようである。従って、 h_{10} を制御することにより、ある程度上流端の上層流量 Q_{10} を規制することが可能である。しかし、上の法則は潮位曲線の位置によって効き方が異なり、潮位の上昇末期にはこの法則が逆転することになるなど、至って曖昧な法則である。ところが、計算はやや不安定であって、実測値から得た特性と無関係に適切な値をおいた場合には計算不能となる場合が多く、妥当性ある形で計算された結果を見ると、 h_{10} は図-3・15に見られるように実測値と大変良く一致した数値を与えていたことになる。このことは現象のシステムが敏感なことを物語り、ひいては計算の妥当性を示唆すると見ることもできよう。

〔5〕 ま と め

二層流モデルの適用性の検討を兼ねて、弱混合から完全な緩混合状態へと変化する過程の、長良川における 4 日間にわたる塩水くさびの非定常運動について、検討した結果、次のことがわかった。

(a) 弱混合状態から内部境界面位置もあまり明確でない強度の緩混合状態に至るまでの広範な領域におい

て、おおむね、この手法の妥当性を認めることができた。

(b) このモデルに基づいて数値計算を行うことにより、塩水くさびの先端位置、内部境界面の位置、上・下層の平均流速と流量、及び上・下層の塩分濃度（密度）などの水理量について、その縦断変化及び時間変化を知ることができる。

(c) 先端渦に混入を境界条件として考慮することにより、上層濃度に対してさらによい適合性が得られるであろう。

(d) 安定して計算を行うための種々の規制の影響は、ここで取上げた範囲では無視しうる程度である。ちなみに塩水くさび全体の流量収支を調べたところ、最大で10%であったが、このなかには $\Delta x/\Delta t$ を一定として計算を行っていることの影響も含まれる。

(e) 現象が不安定であり、計算も容易でないが、特に境界条件としての h_{10} の、計算安定上及び計算結果に与える影響は小さくない。そこで、下流端に存在する主要内部渦の位置や性質に関する研究が必要である。しかし、当面は実測により河川の特性を把握した後、ディスプレイなどを利用して対話方式で計算を実施すれば、大きな困難もなく、モデルの実用性は一層高まってくるであろう。

7. 結 論

この研究によって得られた主要な事項は次のようである。

(a) 弱混合ないし緩混合の状態の海水遡上の現象に対し適用可能である一次元の二層不定流モデルを改良した。

このシミュレーション・モデルにおいては、現象を巨視的に取扱い、塩水が下層から上層へ混入する現象、及び上下層の密度の縦断変化を考慮しており、これにより予測精度が向上した。

(b) 基礎式の差分方式としては、通常陽型式が適用されるが、これによつては計算が非常に困難であり、陰型式による差分法によつて安定した計算結果が得られることが判明した。また、基礎式においても Δx と Δt の取り方によつて計算結果が異なることを示唆したが、事実 $\Delta x/\Delta t$ によつて計算結果が異なることが判明した。現象を説明しうる $\Delta x/\Delta t$ の関数形は、6種の不定流実験、4日間にわたる長良川における海水侵入現象及び実物大を想定した数値実験の結果とを照合することにより検討した結果、主として潮位曲線の波

形勾配とレイノルズ数によつて表されることがわかり、図-3・12の結果を得た。

(c) シミュレーション・モデルを長良川の場合に適用し、その妥当性を確認した。なお、個々の河川における特性量を実測等によつて把握しておき、計算の結果と照合して総合評価をすると、予測精度をいっそう向上され得ることを期待できる。モデルに基づく計算によつて、内部境界面、遡上先端位置、上・下層の流速分布、及び上・下層の密度分布等の水理量の時間変化量が定量的に算出される。特に、定常状態では高精度の予測が可能である。これらの水理量は、河川の感潮部河道における河道計画の策定上に有益な資料となりうると考える。例えば、最大侵入長及び内部境界面形状を知つて取水位置を決定すると、塩害問題の検討、河道しゅんせつ、砂利採取、河口部砂州の除去、河川流量の減少の影響等の考察、ヘドロ堆積の特性とヘドロしゅんせつの方法、上下層の流速変化による魚類等の生息条件の変化、洪水時の海水のフラッシュ、DOの予測及び現地観測内容の縮小などの点において何らかのメリットが期待される。また、河道を単断面とすること、河道の湾曲を是正すること及び河口砂州を除去することなど、河道計算の諸問題について、海水遡上の点からのデメリットの評価が可能となる。予測の問題としては、異常渇水や異常潮位に基づく海水遡上距離の増大などを知り、あらかじめ対策を講じることとも可能となるであろう。

なお、横断形状の効果や下流境界条件などには重大な課題も残されており、モデルの改良を必要とする問題も生じるが、今後はかかる制約を取りはずす研究を必要とする。

参 考 文 献

- 1) Pettersson, H. 「Göte älvmynningsens hydrografi」 Göteborgs Litografiska Aktiebolag, Göteborg, Sweden, 1923.
- 2) Schijf, J. B. and Schönfeld, J. C. 「Theoretical consideration on the motion of salt and fresh water」Minnesota Int. Hyd. Convention, IAHR, p. 321~333, 1953.
- 3) Furmer, H. G. and Morgan, G. W. 「The salt wedge」Proc. of 3rd conf. on Coastal Eng., 1952.
- 4) Pritchard, D. W. 「A study of the salt balance in a coastal plain estuary」Jour. Mar. Res.,

- Vol. 13, 1954.
- 5) Pritchard, D. W. 「The dynamic structure of a coastal plain estuary」 Jour. Mar. Res., Vol. 15, 1956.
 - 6) Rattray, M. Jr. and Hansen, D. W. 「A similarity solution for circulation in an estuary」 Jour. Mar. Res., Vol. 20, p. 121~133, 1962.
 - 7) Abbott, M. B. 「On the spreading of one fluid over another」 Houille Blanche, 16-6, p. 827~846, 1961.
 - 8) Abbott, M. B. and Torbe, I. 「On flows and fronts in a stratified fluid」 Proc. Royal Soc. London, Series A, Vol. 273, p. 12~40, 1963.
 - 9) 和田明「二成層潮汐モデルによる工業用水取排水問題の展開」土木学会海講, p. 203~208, 1969.
 - 10) 和田明「沿岸海域における工業用水取排水問題のシミュレーション」土木学会海講, p. 373~378, 1970.
 - 11) 堀口孝男・平出友信・川上善久「温度密度流による拡散の数値解法」土木学会海講, p. 259~263, 1972.
 - 12) Mehrotra, S. C. 「Boundary contractions as controls in two layer flows」 Hy. 11, ASCE, p. 2003~2012, 1973.
 - 13) Dazzi, R. and Tomasino, M. 「Mathematical model of salinity intrusion in the delta of the Po river」 Coastal Eng., chapter 134, p. 2302~2321, 1974.
 - 14) Hyden, H. 「Water exchange in two layer stratified waters」 Hy. 3, ASCE, p. 345~361, 1974.
 - 15) Wang, J. D. and Connor, J. J. 「Finite element model of two layer coastal circulation」 coastal Eng., chapter 141, p. 2401~2420, 1974.
 - 16) 南勲「塩分拡散を伴う内部境界面の形状」土木学会水講, p. 67~72, 1973.
 - 17) 柏村正和「河口流出における密度流効果」土木学会水講, p. 221~226, 1974.
 - 18) 須賀堯三・高橋晃「混合を考慮した河口からの塩水くさびの遡上」土木学会水講, p. 215~220, 1974.
 - 19) 橋本宏・宇多高明「二層潮流の計算法」土木学会海講, p. 155~160, 1975.
 - 20) Abbott, M. B., Bertelsen, J. Aa., Kej, A. and Warren, I. R. 「The mathematical model of the Danish Belt」 IAHR, C-19, p. 158~165, 1975.
 - 21) Bertelsen, J. Aa. and Warren, I. R. 「Two layer modelling of the Danish Belts: Collection and processing of data and calibration of the models」 IAHR, A-48, p. 379~386, 1977.
 - 22) 森平倫生・片岡真二・安井誠人・川原睦人・長谷川賢一「有限要素法による淡水海水二層流域の潮流と水質の解析」土木学会海講, p. 452~456, 1977.
 - 23) 玉井信行「水域における混合問題への水理学的アプローチ (I)~(IV)」水利科学, No. 106, 19-5, p. 1~61, 1975, No. 107, 19-6, p. 38~55, 1975, No. 108, 20-1, p. 60~87, 1976, No. 109, 20-2, p. 31~50, 1976.
 - 24) Herrling, B. 「Finite element model for estuaries with inter-tidal flats」 Coastal eng., chapter 195, p. 3396~3415, 1976.
 - 25) 須賀堯三・高橋晃「河口流出に関する実測に基づく考察 (その2)」土木学会年講, II 部, p. 415~416, 1978.
 - 26) 須賀堯三「河川における塩水くさびと内部渦の特性」土木学会水講, p. 369~374, 1979.
 - 27) Suga, K. 「Field phenomena of salt-wedge and features of internal vortex」 IAHR, 1979.
 - 28) 須賀堯三「河道特性によって生じる二・三の特異な海水遡上現象」土木学会年講, II 部, p. 255~256, 1979.
 - 29) 須賀堯三・高橋晃「河道における二層流の不安定性と内部渦」土木学会年講, II 部, p. 257~258, 1979.
 - 30) 須賀堯三「一次元二層不定流の数値計算 (その3)」土木学会海講, p. 567~571, 1979.
 - 31) 須賀堯三「一次元二層不定流の数値計算」土木学会海講, p. 544~548, 1977.
 - 32) 中村宏・阿部宣行「河口二層流の研究, 電研所報 66074, p. 1~23, 1967.
 - 33) 椎貝博美「塩水楔に関する研究」東工大土木科研究報告, No. 1, p. 19~62, 1966.
 - 34) 須賀堯三「感潮河川における塩水くさびの水理に関する基礎的研究」土木研究所資料 1537, p. 1~255, 1979.
 - 35) Chow, V. T. 「Open Channel Hydraulics」 McGraw-Hill, 1959.

(昭和 56 年 12 月 16 日原稿受理)

感潮河川における塩水くさびの水理

IV 海水侵入現象の実態と混合形態の変化

須賀 堯 三*

Saline-wedge in a River, IV. Field Condition of Saline-wedge and the Shift of Mixing State

by Dr. Kyoze Suga

Synopsis :

Field phenomena of saline intrusion in an estuary are complex and the cause of complexity has been investigated in this paper, clarifying some parts of dynamic motion in actual saline phenomena. Main items which control the change of mixing condition has been discussed through the 90 river data, after giving a definition of three stages of mixing conditions.

Unsteady characteristics of saline water in Nagara river have been studied in the light of these main items, clarifying the general character of the shifting phenomena in the mixing conditions. Rough estimation method has also been proposed as for the shift of mixing conditions in an estuary.

Key Words : Saline-wedge, Estuary, Mixing Condition

要 旨 :

川の中の海水侵入の現象は複雑であるので、河川の資料に基づいて複雑となる原因、及びその特性について考察を行い、その変動する実態の一部を明らかにした。ついで、混合形態に関する定義を定め、全国の資料によって混合形態を支配する主要な条件を求め、その条件によって、河川における非定常現象の変化を長良川の例を通じて明らかにした。これらの結果に基づいて混合形態が遷移する原因について考察を行い、その一般的な特性を明らかにしたのち、概略の推定法を示した。

キーワード：塩水くさび、感潮河川、混合形態

* 土木研究所河川部河川研究室長（現 宇都宮大学教授）工博

目 次

1. はじめに	(2)
2. 上層における密度分布と混合形態の定義	(3)
〔1〕 上層濃度分布に関する理論的考察	(3)
〔2〕 モデルの問題点	(4)
〔3〕 実験及び実測に基づく検討	(5)
〔4〕 適用性に関する考察	(6)
〔5〕 鉛直拡散係数 D_z	(10)
〔6〕 混合形態の定義	(10)
3. 混合形態と海水侵入の現象の特徴	(10)
〔1〕 混合形態と運動の特性	(11)
〔2〕 混合形態を支配する河道と外力の条件	(11)
4. 河川における塩水くさびの非定常特性	(14)
〔1〕 実験水路における塩水くさびの非定常現象	(14)
〔2〕 河川における海水侵入長とその変動の特性	(15)
〔3〕 河川における弱混合流の界面変動	(19)
〔4〕 内部渦及び中間層の発達と変動	(19)
5. 混合形態の遷移	(21)
〔1〕 混合形態の変化の原因	(21)
〔2〕 下層密度の縦断変化とその変動	(22)
〔3〕 長良川における混合形態とそれに関連する現象の月齢による変化の特性	(25)
〔4〕 混合形態の変化の一般的な特性	(26)
〔5〕 混合形態の概略的な定性的推定法	(27)
6. 結 論	(28)
付録 河川の塩水くさびに関する今後の問題点	(29)
〔1〕 現象の解明に関する問題点	(29)
〔2〕 外力に関する問題点	(30)
〔3〕 河道条件等に関する問題点	(30)
〔4〕 数値計算上の問題点	(30)

1. はじめに

河道内の海水遡上現象については、第一近似として一次元的な取扱いが可能である。一次元流の海水の侵入長が最大となる条件は理想的な塩水くさびとなることである。河川においては、上下層の濃度が縦断的、かつ時間的に変化し、特に上層においては濃度の顕著な鉛直変化が存在し、下層から上層への海水塊の連行現象があり、中間層が発達し、かつ各種の内部渦が存在する点などにおいて、その状態は理想的な塩水くさびと異なるので、その条件を拡張しなければならない。このような現象に関する従来の研究は不十分であったと考えられる。

さらに、河道内の三層一次元流は、潮流の二層一次元流と次の諸点において基本的に相違する。すなわち、河川の場合には、(a)流路幅の変化の影響が大きく、特に内部境界面の縦断勾配を局部的に大きくする。(b)内部渦が発生し、発達、変形、減衰の現象を伴いつつ上下流へ移動する。(c)主要内部渦、河道内部渦及び先端渦等の存在は、中間層の発達に多大の影響を与え、混合状態の遷移の現象が顕著となる。(d)下層の濃度が縦断的かつ時間的に変化し、塩水くさびの運動に影響を与える。(e)上層水深が小さいので連行現象の影響を鋭敏に受ける。(f)流速の場所的かつ時間的変化が大きく、また内部境界面の縦断勾配も大きい。以上の条件によって、河道の中の塩水くさびの運動は極めて不安定

であると言える。さらに、河道の横断形、縦断形及び平面形は単純な形状でない場合も多く、また河道の中には大規模な砂州や、堰等の人工構造物も存在し、さらに合流や分流も存在するので、条件によって現象は大変複雑となる。

従って、川の中の現象は実測の資料に基づいて、その実態を明らかにしておくことが必要である。本論文においては、川の中の現象が複雑となる原因、及びその特性について内部渦やモデルによる計算例などの研究結果を参考として、総括的な考察を行い、潮位変動や月齢によって海水の遡上現象の変動する実態の一部を明らかにした。ついで、理論的な考察に基づき従来の概念を尊重する立場から、混合形態に関する定義を定め、混合形態を支配する主要な条件を、全国の90の主要河川の資料によって求め、その条件によって、河川における非定常的な現象の内容について、長良川を例として考察を行った。これらの結果に基づいて、混合形態が遷移する原因を上層と下層のそれぞれに分けて考察を行い、その一般的な特性を明らかにした。また、混合形態とその変化に関する概略の推定法を示した。

2. 上層における密度分布と混合形態の定義

弱混合から緩混合状態へと移行し、下層から上層への塩水混入が存在する状態では、上層流によって連行された下層塩水塊は、上層における乱流拡散によって、鉛直面においてある密度分布を有し、さらに縦断勾配を有する分布形を形成する。このような現象は境界面付近の流速分布、密度分布及び界面の状態（内部波の規則性と不規則性、安定、不安定及び碎波の存否など）と密接な関係を有する。

ここでは、上層における濃度分布の第1次近似解を求めてみた。

(1) 上層濃度分布に関する理論的考察

一般に濃度 c の連続条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) + \frac{\partial}{\partial y}(cv) + \frac{\partial}{\partial z}(cw) \\ = \frac{\partial}{\partial x}D_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}D_y \frac{\partial c}{\partial y} \\ + \frac{\partial}{\partial z}D_z \frac{\partial c}{\partial z} + W_o \frac{\partial c}{\partial z} \dots\dots\dots (4.1) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここに、 u, v, w はそれぞれ $x,$

y, z 方向の流速、 D は拡散係数、 W_o は塩水塊の沈降速度、及び添字 x, y, z はそれぞれ x, y, z 方向の成分であることを示す。拡散方程式をそのまま数値積分することは不可能ではないので、式(4.1)によりかなり一般的な計算を実施することもできるであろう。しかし、ここでは一般特性の考察を行うことが目的であるから、現象を単純化して解析的な検討を行うこととした。まず、平均量を用いて上層の密度分布を考察するに当たり、次のような仮定をおいた。

(a) 速度の縦断的な変化は濃度変化に比し小さいので $u \partial c / \partial x$ に対して $c \partial u / \partial x$ を省略する。

(b) 流れ及び濃度の横断分布を一様とする。また、 $v = w = 0$ とする。

(c) 鉛直拡散係数 D_z を一定とする。また、鉛直拡散のみを考慮することとして、横拡散と縦拡散の項を無視する。

(d) 塩水塊の沈降速度を無視する。

(e) 式のうえでは定常状態として取扱う。

(f) 下層における密度分布は縦断及び鉛直面において一定とする。

このようにすると、式(4.1)の多くの項は省略されて、

$$u_1 \frac{\partial c}{\partial x} = D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \dots\dots\dots (4.2)$$

となる。 W_o は塩水塊の大きさに依存し一様ではないが、境界面の近傍を除けばその影響は大きくないと考えてよい。拡散係数としては縦拡散も小さくはないが $\partial^2 c / \partial z^2 \gg \partial^2 c / \partial x^2$ の範囲を取扱うものとすれば、鉛直拡散に対して縦拡散を省略することができる。従って、塩水くさびとすればその先端部付近及び末端部付近では顕著な相違が生じる可能性も考えられる。また、水面付近で濃度が小さくその変化がほとんどない場合にも、同様にして差違が入ることを覚悟しておかなければならない。下層濃度を一定としていることも、特に不定流の場合などでは差違の原因となりうる。しかし、ここでは解析解により大略の特性を知り、モデルの妥当性を見当をつけることに主眼をおいており、またそのまま数値計算を行えば、これらの影響をすべて考慮することもできるので、とりあえずこのような簡略式によって計算を行ってみた。

式(4.2)を無次元表示とするために、変量を改めて

$$N \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \dots\dots\dots (4.3)$$

とする。ここに、

$$N = \frac{u_1 h_1}{D_z}, \quad C = \frac{c}{c_2}, \quad X = \frac{x}{h_1}, \quad Z = \frac{z}{h_1}, \quad T = \frac{X}{N} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

である。境界条件として

$$Z = 0 (z = 0: \text{境界面}) \text{ において } C = 1 (c = c_2)$$

$$Z = 1 (z = h_1: \text{水面}) \text{ において } \partial c / \partial Z = 0$$

$$X = 0 (x = 0: \text{上流端}) \text{ において } c = f(Z)$$

とすれば、式 (4.3) の解は

$$C = 1 - \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 X}{4N}} \sin \frac{2s+1}{2} \pi Z \cdot \left(\frac{4}{(2s+1)\pi} - 2 \int_0^1 f(Z) \sin \frac{(2s+1)\pi Z}{2} dZ \right) \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

であり、 $f(Z) = 0$ のときには

$$C = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{2s+1} e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 T}{4}} \sin \frac{(2s+1)\pi Z}{2} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

となる。ここに、 $T = X/N$ である。

拡散係数 D_z は Lane-Kalinske 分布及び Rouse 分布とすれば、それぞれ

$$D_z = \frac{h_1 u_*}{K} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

$$D_z = u_* x z \left\{ 1 - \left(\frac{z}{h_1} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

である。ただし、 K 、及び x は定数である。 D_z の鉛直変化を考えないので、ここでは近似的に Lane-Kalinske 型の式 (4.7) を適用する。同式においてはカルマン定数 $x = 0.4$ とすれば $K = 15$ である。式 (4.7) において、 u_* を消去するのに Manning 式、及び Chezy 式を適用すれば、それぞれ

$$D_z = \frac{n\sqrt{g}}{K} h_1^{5/6} u_1 \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

$$D_z = \frac{\sqrt{g}}{KC_h} h_1 u_1 \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

となる。ここに、 n 及び C_h はそれぞれ Manning 式及 Chezy 式の定数である。界面せん断力は下層流速 u_2 が十分小さく無視しうるとすれば、

$$\tau_i = \rho_1 u_*^2 \doteq f_i \frac{\rho_1}{2} u_1^2 \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

であるから、 f_i として簡略のため付加摩擦力を考慮しない式を適用するとき、式 (4.7) は

$$f_i = 0.35 (Re F_i^2)^{-0.5} \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

$$D_z = \frac{\sqrt{0.175}}{K} (\varepsilon g \nu)^{1/4} h_1 u_1^{1/4} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

となる。従って、式 (4.13) において式 (4.4) を用いて D_z を消去すれば、

$$N = \frac{K}{\sqrt{0.175}} \frac{u_1^{3/4}}{(\varepsilon g \nu)^{1/4}} \quad (\text{又は } N = \frac{\sqrt{2}K}{\sqrt{f_i}}) \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

の関係が得られる。

〔2〕 モデルの問題点

上層の濃度分布を推定する場合に、以上のようなモデルを仮定するに際して以下のような問題点があり、検討の必要がある。

(a) 拡散係数 D_z は一定とし、その絶対値については Kalinske 型分布の仮定から求めることとしたが、これは近似的取扱いであり、流速分布や乱れの特性の影響をかなり受け、特に境界面付近では異なった傾向となることも考えられる。一般に、流速分布のわずかな変化により D_z の値は数倍程度は容易に変化すると言われており、ここでは $\partial u_1 / \partial z = 0$ としたが、流速分布のほか、濃度勾配 ($\partial c / \partial z$) やレイノルズ数及び局部的なりチャードソン数などの効果などについても検討することが必要である。

(b) 下層から上層へ混入した塩水塊は、上層において乱流現象により徐々に拡散するが、それまでは塩水塊としての独自の運動をする。塩水塊の径は内部波の影響を受け、その内部機構は複雑であり、不明な点が多い。ここでは、その影響を無視し、水面での条件を $\partial c / \partial z = 0$ としたが、高度の精度が求められる場合には、水塊としての運動が残るかぎり $\partial c / \partial z + W_{oc} / D_z = 0$ としなければならないであろう。

(c) このモデルでは水理量の縦断変化を無視した。すなわち、 $\partial u_1 / \partial z = 0$ 、 $h_1 = \text{const.}$ 、 $c_2 = \text{const.}$ とおき、 Δx ごとに分布形の相似性を仮定した。従って、水深変化の大きい先端部や末端部付近では差違の増大が考えられ、また濃度分布を定量的に評価する場合には連続条件による補正が必要である。

(d) このモデルでは二次元的取扱いで、 D_y は無視している。実際の河川では、湾曲河道の横断形、河床の凹凸などのほか、不定流特性や風の影響などが加わり、極めて複雑な現象となる。塩水の混入方向は下層から上層ばかりでなく、量的にはわずかであるが、逆の方向も存在し、境界面位置や界面における濃度 c_2 も不明瞭となる。特に、非定常時には下層流速分布の影響も考慮しなければならず、境界面付近の細部構造の研究が必要となる。このような境界面付近の特性は $\partial c / \partial z$ を小さくすると思われる。

〔3〕 実験及び実測に基づく検討

モデルの適用性について実験及び実測値に基づいて検討を行った。図-4・1は式(4・6)に基づく鉛直濃度分布を示す。濃度分布は上流端における $f(Z)=0$ のとき、 $T=X/N$ によって一義的に定められる。 T の値によって相当変化する様子が同図からわかる。図-4・2は鉛直濃度分布の形状から代表的濃度として下層の濃度の $1/10$ 及び $1/2$ となる点の位置 $Z_{0.1c_2}$ 及び $Z_{0.5c_2}$ を示すものである。建設省信濃川下流工事事務所が実施した信濃川下流における昭和48年8月22日の塩水くさびの実測の分布形状は図-4・3に示すとおりである。参考のため平面図を図-4・4に示した。河口Na0'点は流れの真の河口ではなく、またNa10'点付近に新潟

港の出口が存在することに留意すべきである。測点は朝8時(ほぼ満潮時)に河口より始めて、順次上流にさかのぼり、14時(ほぼ干潮時)に終了している模様である。この間、潮位は約20cm低下しており、必ずしも定常状態とは判断できないが、ここではその影響を無視した。下層濃度は縦断的にはほぼ一定であり二層流の解析が可能である。同図より、それぞれの測定点における上層水深 h_1 、 $Z_{0.1c_2}$ 及び $Z_{0.5c_2}$ を求め、くさび上流端を10km地点(Na30)として X を計算した。この際、それぞれの区間においてそれぞれ平均の h_1 を用いた。従って、 h_1 は縦断的には変化している。このようにして得られた点を図-4・2にプロットすると、 $N=2.5 \times 10^4$ のとき計算曲線と最もよく合致した。この場合、 $Z_{0.1c_2}$ の点は $Z_{0.5c_2}$ の点よりばらつきは少

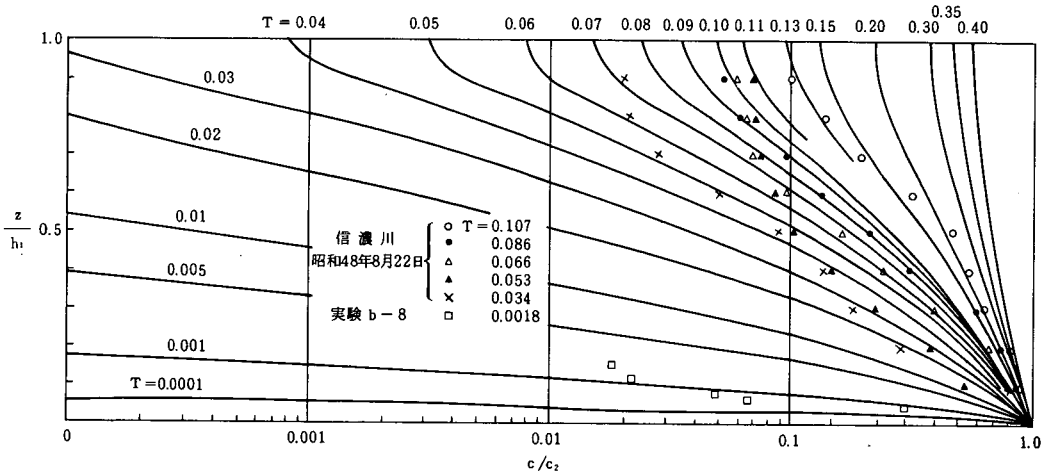


図-4・1 上層の濃度分布のあてはめ

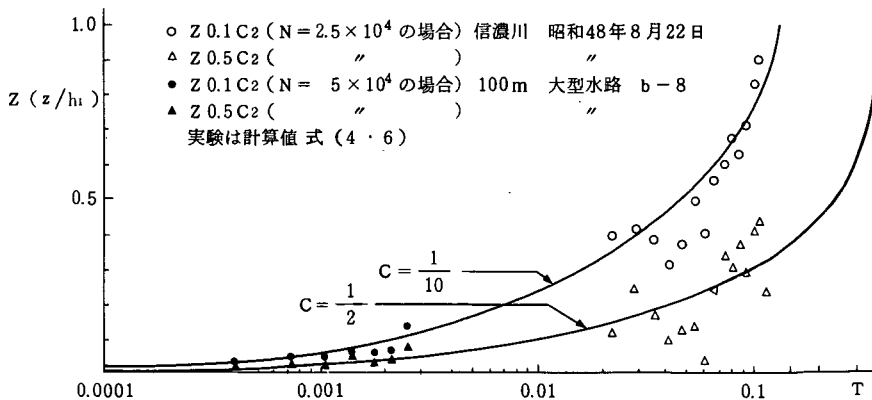


図-4・2 上層濃度分布の実測値と計算曲線の比較

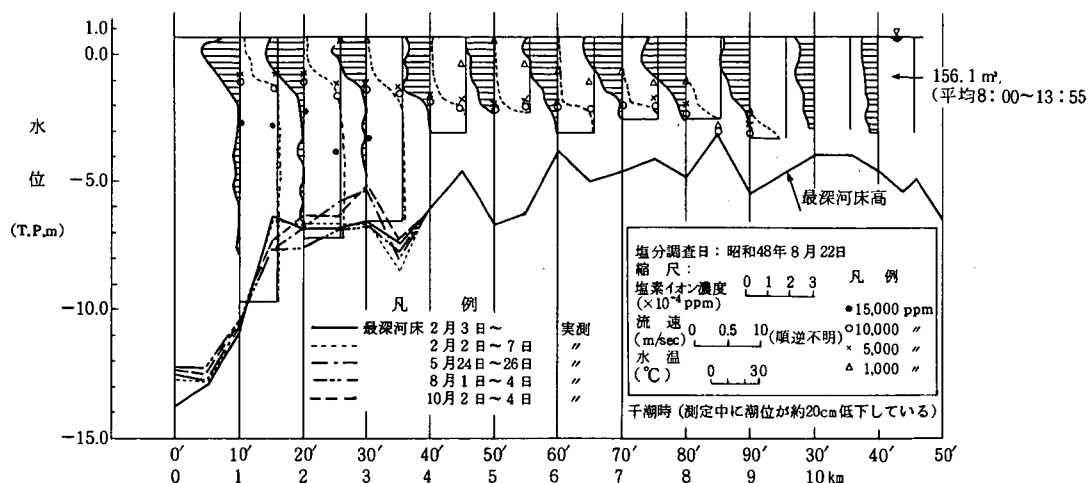


図-4.3 信濃川下流における塩水くさび

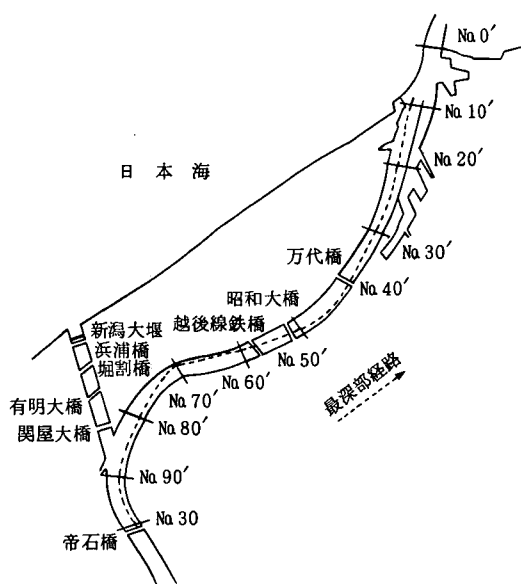


図-4.4 信濃川下流平面図

なく、塩水くさびの中央より下流部にかけての点はかなりよく計算曲線と一致した。また、同図には 100 m 実験水路における塩水くさびの実験値(実験 b-8)を同時に示した。このときには $Z_{0.5c_2}$ を重視すると $N = 5 \times 10^4$ のときに最もよく計算曲線と一致した。 N の値が定まると濃度の鉛直分布が得られるので、その結果を図-4.1 にプロットした。信濃川の場合は、水面近くの塩素イオン濃度が計算値より大きくなっているが、 $Z_{0.1}$ から $Z_{0.5}$ の範囲ではおおそ理論曲線と一致していると思なすことができるであろう。多少のばらつ

きと全体として濃度分布が少し立っている傾向は、現地における風浪や潮位変動などの影響の現れであると思われる。一方、実験値の方は図-4.1 に見られるように、実測値と比較するとよく一致していると思なすことができる。

〔4〕適用性に関する考察

以上の結果から、このようなモデルの考え方には多くの問題点が存在するにもかかわらず、実験値及び実測値から見る限り、かなりよくその妥当性を認めることができた。このことから基礎式、式(4.1)の適用性には十分の信頼性をおくことができると考えられ、高度の精度が要求される実際の適用に際しては数値計算を行えばよいが、このような簡単なモデルによる適用性の程度を知っておくことも必要と考える。

不定流の塩水くさびの例として長良川の場合を考える。図-4.5 及び図-4.6(a)～(e)は長良川下流部における昭和49年11月23日(月齢8日)の実測値を計算曲線と比較したものである。この日は緩混合から塩水くさびになりつつある状態で、明確な塩水くさびとは見ないが、信濃川下流部の場合と同様に、1 km 毎の区間で定常流的な等流と仮定し平均的な内部境界面を想定して上層の濃度分布について整理してみた。 N は5回の観測で有意の差は認めがたく、いずれの潮位段階においてもほぼ $N = 2.5 \times 10^4$ であって、信濃川の場合と同様であった。長良川の場合には、非定常性の影響を相当程度受けており、実験や信濃川の場合よりばらつきは多少大きい。また、水面付近の濃度は一般に計算値より大きい。これは河道の三次元性及び風など

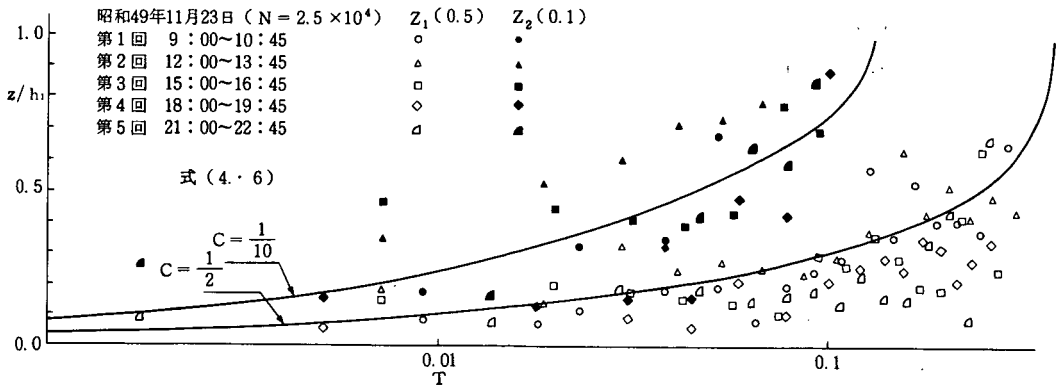
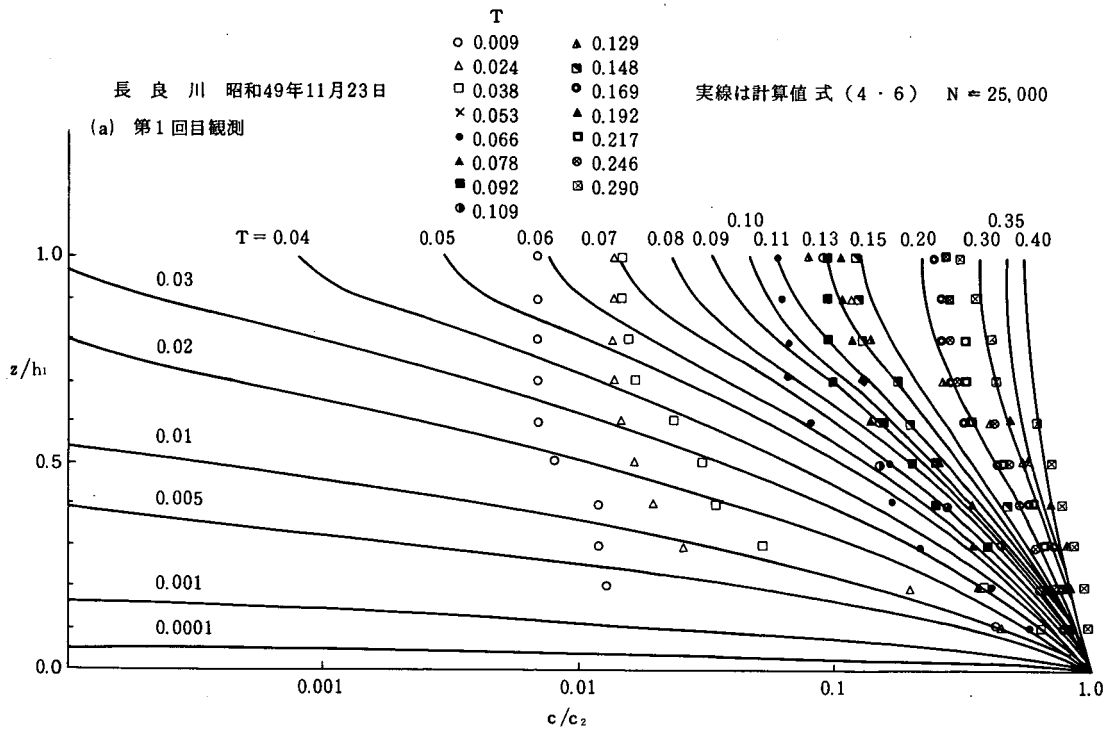

 図-4・5 長良川における上層濃度分布（濃度が $0.1 C_2$ 及び $0.5 C_2$ となる曲線）


図-4・6(a) 上層濃度分布のあてはめ（長良川 昭和49年11月23日）

の影響のほか、不定流効果や履歴現象が加わったことも大きいと思われる。従って、図-4・6(a)～(e)では $Z_{c=0.1} \sim Z_{c=0.5}$ の間に注視すべきである。なお、実験及び実測値では内部境界面を決めた上、適当に区間割を行い、その間での平均の h_1 をとって整理しているので、 $h_1 = \text{const}$ の仮定からすると多少の問題はある。

また、 h_1 の縦断変化のほかに、 ρ_2 の縦断変化の影響（特に長良川資料）や塩水遡上の先端位置の把握が必ずしも明確であるとは言えず、実測資料ではこういった誤差も含まれている。

しかしながら、このようなモデルが非定常状態にまで適用可能であることが判明した。

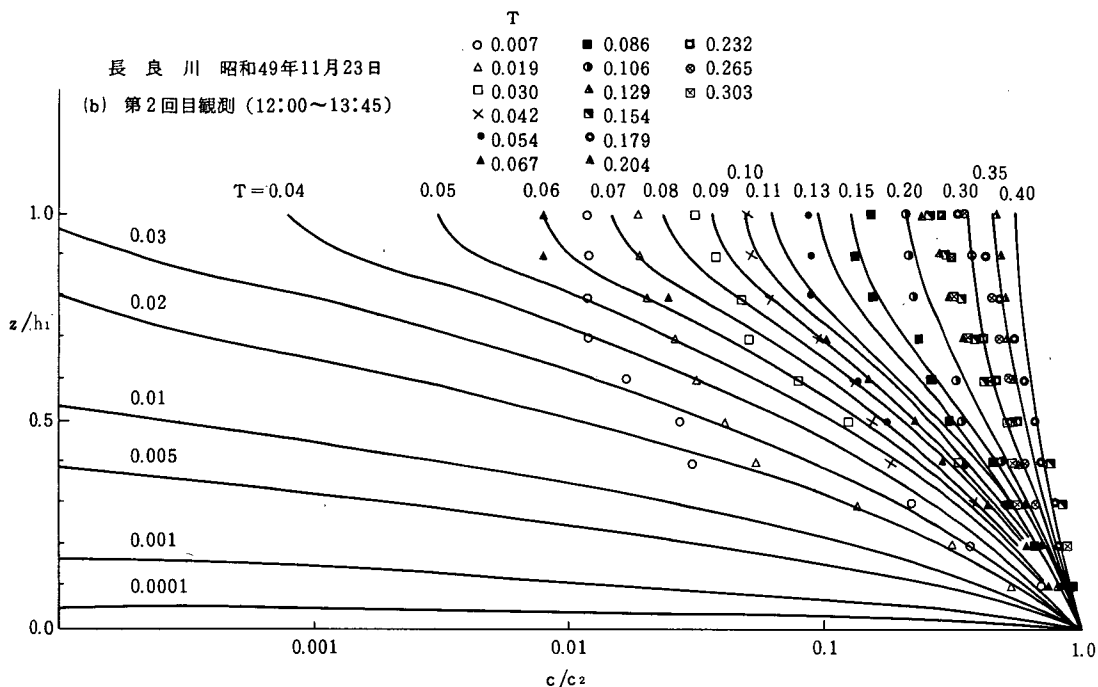


図-4・6(b) 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)

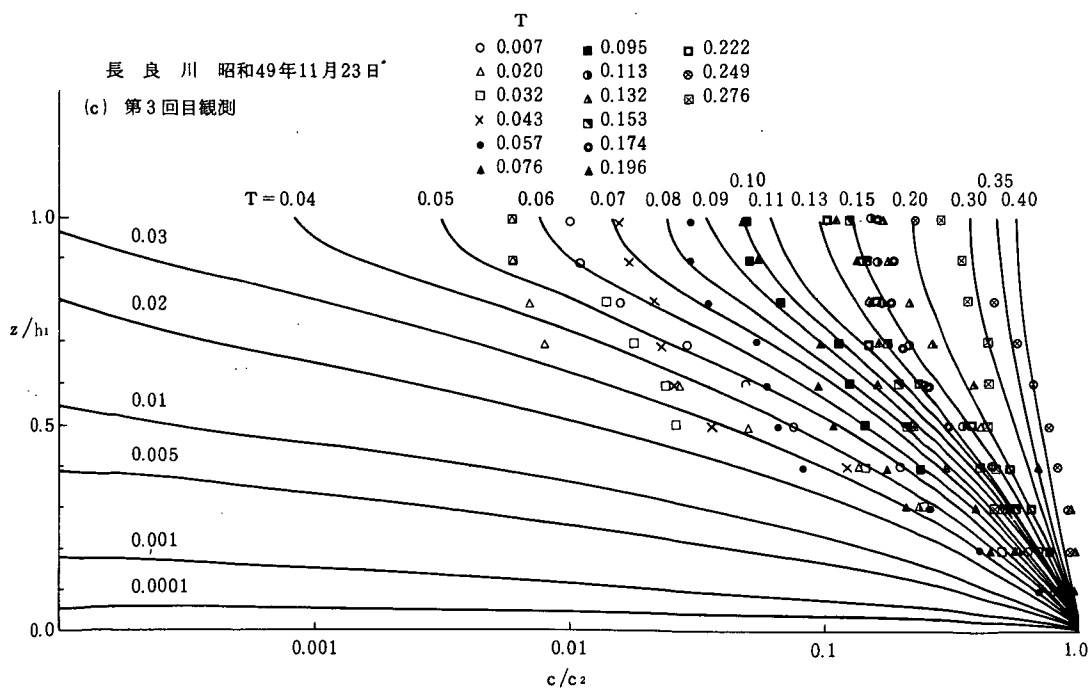


図-4・6(c) 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)

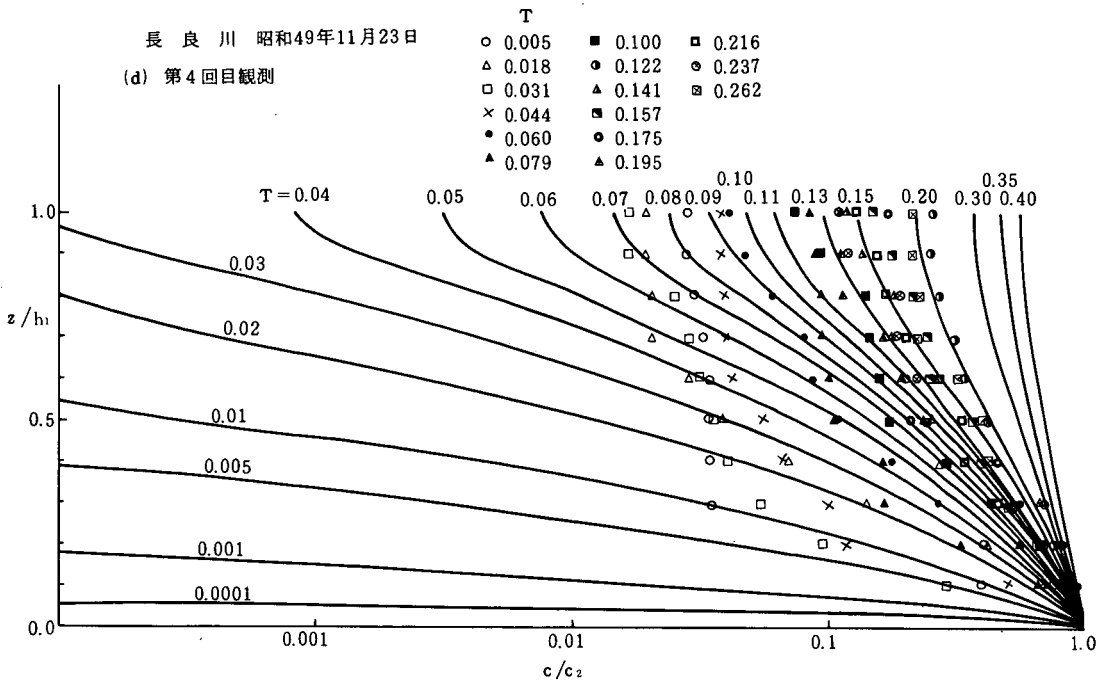


図-4・6(d) 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)

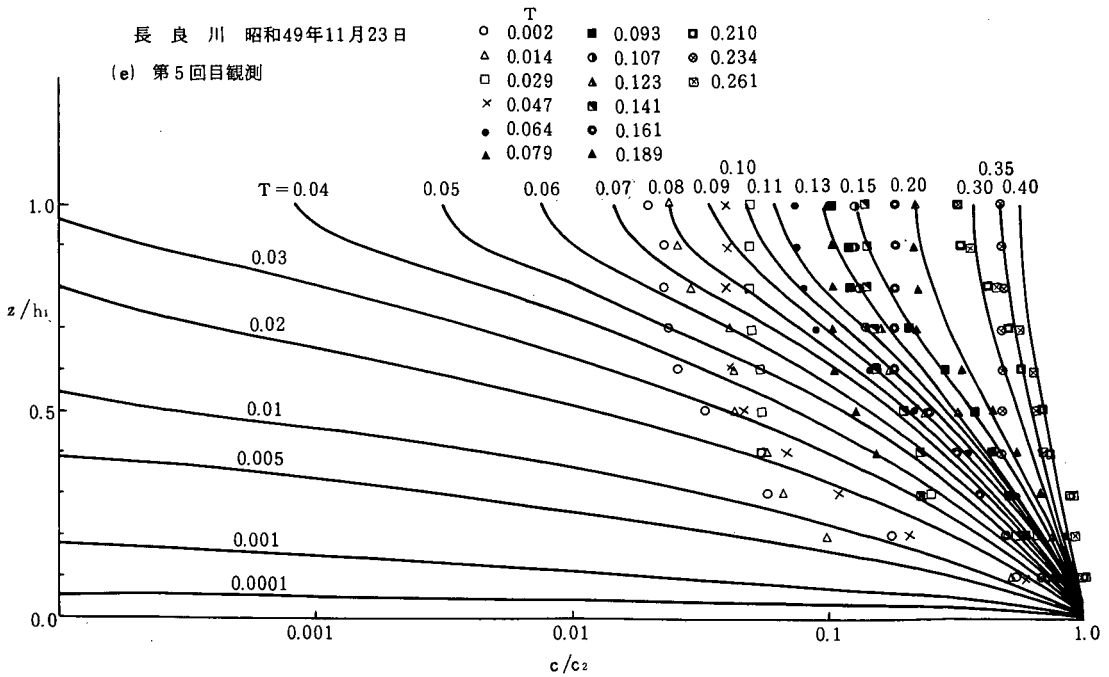


図-4・6(e) 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)

表-4.1 K の値

	ε	F_1	$Re F_1^2$	f_i	N	K
100 m大型水路(b-8)	0.011	0.49	1.81×10^4	2.7×10^{-3}	5×10^4	1.84×10^3
信濃川 S48. 8.23	0.011	0.39	7.39×10^4	1.3×10^{-3}	2.5×10^4	7.88×10^2
長良川 S49. 11.23	0.019~0.012	(時間と場所により変化)				—

〔5〕 鉛直拡散係数 D_z

このような拡散現象を考えると、 D_z は内部抵抗係数 f_i や連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ とある関係を有することを示される。式(4.14)に基づく K の計算値は表-4.1のようであり、実験と実測では K の値は2倍程度の相違となっている。これは境界面における内部波高と水深の関係なども原因していると思われる。そしてLane-Kalinskeの値 $K=15$ ($k=0.4$)より格段と大きい。 D_z にするとかなり小さな値である。この現象は、密度差を有する水塊の拡散であるから、その沈降速度も関係し、成層流の界面現象とそれに伴う乱れの影響があつて、 $1/K$ が小さくなったものと思われる。 D_z の鉛直分布の問題もあるが、平均値で議論しているので、一層流の場合よりさらに精度は落ちる。従つて、ここでは数値そのものについてあまり立ち入った検討を行う意味は薄い。

また、例えば層流の場合には混合現象が存在しなくてもせん断力は生じているので、抵抗係数のみから K の値を定める方法は厳密ではないなどといった問題点もある。

しかし、このような非常に大胆な仮定にもかかわらず、 K として大略1,000程度の値を与えることにより、濃度の鉛直分布と縦断分布の推定が可能であることが明らかとなった。運動量の運動方程式を用いて塩水くさびの計算をするとき、求められる上層の濃度分布には信頼度がかかなりあると見なすことができるであろう。さらに精度を上げるには、式(4.1)を適用して数値計算をすればよい。

〔6〕 混合形態の定義

混合形態としては、従来より弱混合、緩混合及び強混合に分類されてきたが、これに関する明確な定義を知らない。また、混合状況は現象的には連続変化であり、このように分類する物理的根拠はあまりない。二層流モデルでは適用範囲の考察において関連を有するのみである。

従つて、従来のように、この用語は学術用語と考えずに用いるべきであるかも知れないし、本論文におい

ても通常広く一般に用いられる内容を、そのまま踏襲したつもりである。

しかし、混合形態の内容をあえて定義づけるとするならば、この節の記述内容より、次のようにすることができる。すなわち、水面の塩素イオン濃度が底付近の濃度の1/10以下の場合を弱混合、1/10から1/2の間を緩混合、及び1/2以上の場合を強混合状態と呼称することを提案する。密度や密度差 ε を用いなかったのは、この用語は使いやすしいものとする配慮が必要と考えたからである。このようにすれば、その内容は従来からの一般に言われている各形態の範囲とかけ離れたものではなく、簡単にして明確であり、かつ二層流モデルの適用上の便にもなり、いわば現状追認の内容であるとなることができよう。問題はこのようにすると、混合形態は時間的・場所的に変化し、厳密すぎるくらいがあることであろう。本論文において、混合形態の議論はこの定義を基礎として行われている。

3. 混合形態と海水侵入の現象の特徴

河川における海水の遡上状況は、流量、潮位変動量及び河道の長さや水深などによって異なり、弱混合、緩混合あるいは強混合状態と分類され、それぞれの特性を異にする。一般に、潮位変動量の小さい日本海側に河口を有する河川においては弱混合状態が出現し、潮汐変化がやや大きい太平洋側では緩混合、及び有明海など潮位変動量が相当大きい海岸に河口を有する河川では強混合状態の現れる傾向が顕著である。しかしながら、日本海側でも、信濃川や阿賀野川など海水の遡上距離が長く感潮水面積の大きい河川では、緩混合状態となることもある。反面、太平洋側でも弱混合河川は存在し、長良川などのように月齢によって強、緩、弱のそれぞれの混合状態が出現する河川もある。また、有明海に流出するすべての河川が常に強混合状態にあるわけでないことも自明である。このように、海水と河水との混合状態は一義的ではなく、個々の河川においてそれぞれの特性に従って絶えず変動しているので、単純な枠に当てはめるべきではない。しかし、個々の河川の代表的な混合状態を取扱うこととし、便

宜的に大局的な立場にたつて現象を分類するならば、その意義も生じる。ここでは、大局的分類に従った河川の混合形態とその現象の特徴について述べる。

〔1〕 混合形態と運動の特性

弱混合状態では、明瞭な二層流的傾向が著しい。上下層に分けた場合に、定常性の顕著な河川ほど下層の密度はくさびの先端までほとんど海水のそれと等しく、また上層の密度は下流ほど大きい、淡水の密度に近い。塩水くさびは、流量などによって、大きい時間尺度では変化するが、小さい時間尺度では定常流的性質がある。緩混合状態では、なお二層流的性格を保持するが、上層の塩分濃度はやや大きく、かつ縦断的勾配を有している。そして、非定常流的性格が現れる。また、下層の塩分濃度は、縦断的、かつ時間的に変化する、先端付近ではかなり減少していることが多い。強混合状態では二層流的性質が消滅する。塩分濃度の鉛直分布は一様状態に近づき、それが縦断的に変化する。

河川では河道の三次元効果や風浪の影響も加わり、河川流量が非常に小さいときには定常状態でも強混合状態となりうるが、一般には強混合状態は潮汐運動のエネルギーの一部が混合に費やされた結果、出現するものである。

海水の遡上距離は、混合の度合いが小さい弱混合状態に近くなるほど増大し、強混合状態に近くなるほど減少するのが一般である。従って、潮位変動量の大きい大潮時付近において、最小の海水遡上距離となり、潮位変動量の小さい小潮時付近において、緩混合から弱混合状態へと移行し、遡上距離が増大することが多い。しかしながら、潮位変動量の小さい海岸に流出する弱混合河川においては、満潮時付近からややタイムラグをもって遡上距離が伸びることとなるが、海水面高の大きい大又は中潮時には最大遡上の状態が出現することもある。

図-4・7は長良川における昭和49年の実測結果である。海水の遡上距離に及ぼす流量の影響は存在するが、低水程度以下の流量では、潮位変動の影響が大きい。潮位変動量は月齢によって変化するが、図-4・7にはそれによって遡上距離と混合形態が変動する様子を示した。同図によると、上下弦を中心に多少のずれをもって弱混合の状態が出現し、このとき下層の塩素イオン濃度及び海水遡上距離が増大する。一方、潮位変動量が大きい大潮時(朔望)には、多少の日数のずれをもって強混合に近い状態が現れ、海水の遡上距離は減少する。長良川では、上下弦と朔望の中間に緩混合の状態

が現れ、このとき海水の遡上距離は両者の中間となる。図-4・7で実測の点が多少ばらついているのは流量や履歴効果の影響と思われる。

次に潮位変動量が非常に大きい例として、有明海では見事な強混合の状態が現れる。図-4・8は筑後川における昭和33年の実測結果(筑後川工事事務所, 1968)である。鉛直面内においては塩素イオン濃度がほぼ一様であり、それが縦断的に変化している。このような塩素イオン濃度の分布形は潮位変化に伴って時間的に急速な変化を示す。この場合には、もはや二層流的取扱いは不可能である。図-4・9は塩素イオン濃度の最高値の縦断変化を現す一例で、河口からの縦断距離に伴って減少していく様子がわかる。

これらの混合状態の間には明確な境界が存在するわけではなく、現象としては連続していると解釈した方が正しい。このように分類して考察する理由は、それぞれの混合状態の特徴には判然とした相違点があり、河川の事情を考察する場合に、このような分類に従って検討することが望ましいと考えたからである。

〔2〕 混合形態を支配する河道と外力の条件

全国の主要河川における河道内への海水の侵入状況を見ると、個々の河川においてそれぞれ絶えず変動しており、かつ全体としてその特性は河川ごとに異なっている。混合状態は時間的、かつ場所的に絶えず変化するが、卓越する代表的な形態を取上げ、河道と外力

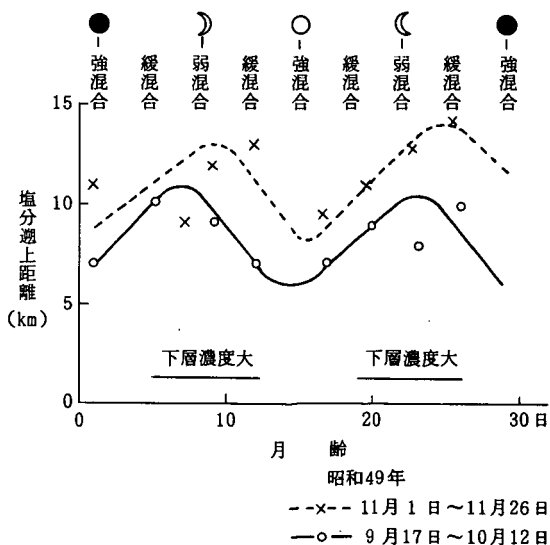


図-4・7 長良川における塩水遡上距離と月齢の関係(昭和49年)

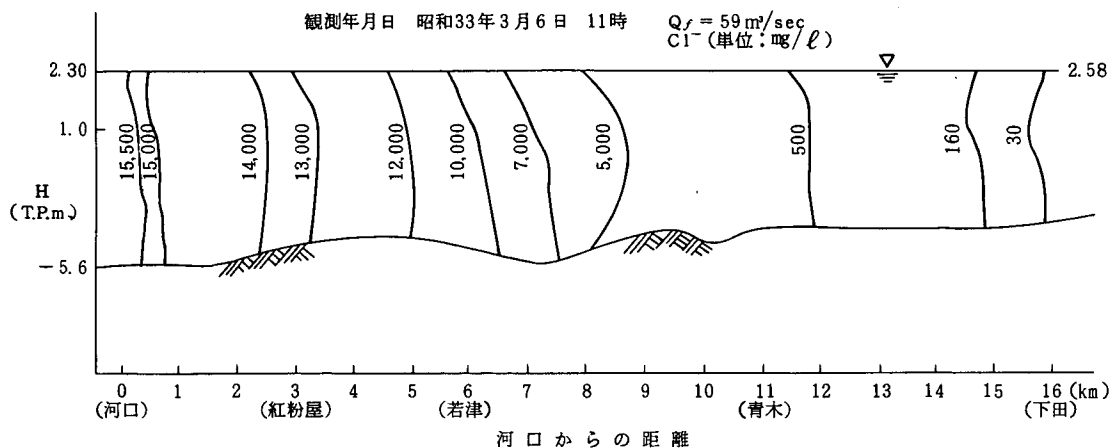


図-4-8 筑後川における塩水の侵入状況（昭和33年3月6日）

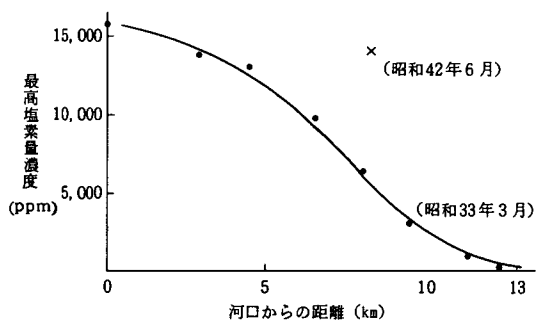


図-4-9 筑後川における塩素イオン濃度の最高値の縦断変化

の条件の支配的な要素について考察を行った。

さて、海部に河口を有する一級河川（派川を含む）のうちの約3/4に相当する90河川の調査結果をまとめてみた。表-4・2は感潮区間長と大潮時の潮位変動量をパラメータとして、これらの一級河川を分類したものである。表の見方は次のようである。例えば、A-aは潮位変動量が0.5m以下で感潮域の長さが5km以下の河川が14%であり、混合形態としては平均的に見て、Iのかなり明瞭な弱混合の領域に属するということである。既述のように、個々の河川においても混合形態は変化し、また同じ緩混合状態でも程度の差はあるが、ここでは極く大略のそれぞれの河川の代表的形態を記した。また、縦・横の数字の合計は四捨五入した数字であるので、必ずしも合計値とは合っていない。潮位変動量が1m以下の河川は、ほとんど裏日本側に河口を有する河川であり、感潮区間の長さが短い場合には、低水以下の流量時においてかなり明瞭な塩水くさびが出現する。感潮区間の長さが大きい場合

には、ほぼ定常状態で弱混合の状態に近いが、河口付近の上層の塩分濃度はかなり大きくなり緩混合の状態と目される。ただし、関屋分水路や千代川のように、河口に近い所に水門や潮止堰が存在する場合には、波や貯留の影響で強混合や緩混合の状態となっている場合があるので、このような例を除外した。潮位変動量が1m～2.5mの場合の河川は、ほとんど大平洋側に流出する河川で、基本的には緩混合の状態にある。ただし、小潮時には潮位変動量が小さくなることもあり、このような場合には弱混合の状態が出現する。また、感潮区間長が長い河川では、大潮時に強混合に近い状態となることもある。この領域においても、河口付近に海水の遡上を阻止する構造物が存在する河川では、混合の度合いが非常に大きいので除外した。潮位変動量が3m以上になる河川は有明海と瀬戸内海の一部に河口を有する河川であり、混合の度合いは大きい。表-4・2にも示したように、全国的に見ると、90河川のうち、安定した弱混合河川は約20%、範囲は広いが緩混合状態と考えられる河川は70%余り、及び強混合的性格が強い河川は10%以下と考えられる。表-4・2と同様な関係として、大潮時の潮位変動量を代表値として大略の混合形態の領域区分を行えば、図-4・10のようになる。ただし、黒部川、安部川、大井川のように河口における河床高が海面より高く、海水の遡上が見られない河川を除いてある。また、この図では単位幅流量 q_r の影響を無視していることに留意すべきである。この流量が大きいと感潮区間長や塩水遡上距離は短くなるが、混合の度合いは促進される。資料では、鳴瀬川、旧信濃川、石狩川及び天塩川などを除いて、ほとんど $q_r = 0.2 \sim 0.4 \text{ m}^2/\text{s}$ 以下である。海水の遡上距離は絶え

表-4.2 全国一級河川の感潮区間長と混合形態

感潮域長 km	a	b	c	d	e	合計	備 考
大潮時 潮位変動量(m)	0～5	～10	～15	～20	20km 以上		
A 0～0.5	14 % I	6 I	1 II	5 II	4 II	30 %	A-aにおいて関屋分水, 千代川を除く
B ～1.0	4 II	5 II	0 II	0 II	0 II	9	
C ～1.5	8 II	3 II	1 II	1 II	1 III	14	C-aにおいて阿部川, 大井川, 天竜川を除く
D ～2.0	8 II	10 II	5 II	3 III	1 III	27	D-aにおいて旧吉野川を除く D-bにおいて豊川放水路, 吉井川, 旭川を除く
E ～2.5	0 II	0 II	1 II	0 III	4 III	5	
F ～3.0	1 II	1 II	0 II	1 III	0 IV	4	F-aにおいて高梁川を除く F-bにおいて芦田川を除く
G 3 m以上	1 III	5 III	3 III	0 IV	3 IV	11	
合 計	36 %	30	11	10	13	100 %	

I かなり明瞭な弱混合…………… 19%
 II 緩混合…………… 61
 III かなり強度の緩混合 (ただし, 小潮時には弱混合も現れる)…………… 14
 IV 強混合…………… 6
 計 100%

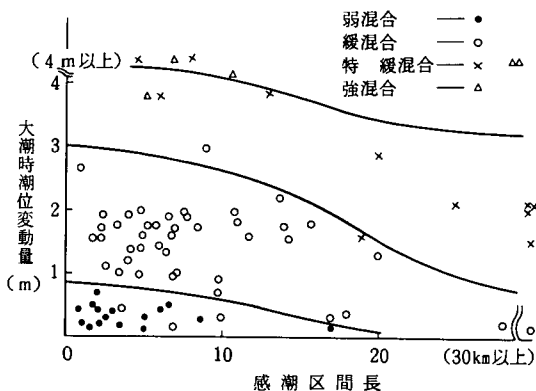


図-4.10 全国河川資料による混合形態の区分

ず変動し, 条件によって相当変化する。また調査が十分行われていない河川の数も少なくなく, 十分な把握がなされているとは言えない。一般に, 弱混合河川で

は感潮域の長さより, さらに上流まで海水がさかのぼることもあるが, 緩混合及び強混合状態と混合の度合が進むにつれて, 感潮区間の内におさまリ, 短くなる傾向にある。このとき, 水深の大きい場合に遡上距離が伸びることは真実であるが, 途中に河床の高い場所があると, その地点より上流の海水遡上が阻止される傾向が強い。潮止堰や河道に浅瀬がない場合には, 小流量時の弱混合ないし緩混合の状態のときに, 海水は最大ほぼ最深河床高が平均海面の高さとなるあたりまで遡上するが, 平均的には河床高がそれよりやや低いあたりまでにとどまっている河川が多いようである。海水が遡上する先端位置を, 低水路平均河床高から判断することは困難である。滞筋が発達するなど部分的に河床高の低い所が縦断的につながっている場合には, 深いところを通過してかなり上流にまで遡上するからである。

現実の河川の資料を見ると、古くから開発の進んだ流域を有する河川では、何らかの海水遡上防止工を設けているところが多い。もぐり堰の場合には、堰の高さに応じた遡上距離短縮の効果がある。それは塩水遡上を直接阻止するばかりでなく、もぐり堰上流の河床上昇を期待することができ、その結果、2重の効果が生じるからである。ただし、堰の上流側にも水深の大きい場所が存在すると、いったん上流にまで遡上した海水が容易に排除されない事態の可能性もある。完全潮止堰の場合には、堰下流部において混合の度合が進むことが多い。この場合、堰の建設に伴い入退潮流量は減少し、一次元的な流れに基づく混合は減少する。しかし、たとえ河川自流量の減少や河床低下などが無い場合でも、流れの片寄り、反射波による重複波の発達及びフラッシュの減少などにより塩分濃度の増大をきたすからである。

混合の度合は、砂州発達部や、合流点下流などにおいても促進される傾向が見られる。特に合流点において深掘れがあり、砂州が発達している場合には、大きな入退潮流により激しい混合がなされ、特異な混合状態となることもある。

なお、タイダルプリズム P と1潮汐の間の淡水流量 $\int Q_f dt$ との比 $P/\int Q_f dt$ によって混合形態を区分する考え方もある。これは、単位幅流量が異なれば著者の考え方と相違するが、全資料を通じてこれが大差ないとすれば、内容的には同じものと言える。この方法によれば、低水や渇水時の流量測定精度に問題がない場合にはさらに合理的な議論が可能となる。

4. 河川における塩水くさびの非定常特性

(1) 実験水路における塩水くさびの非定常現象

ここでは、実験観察による塩水くさび先端付近の渦並びに先端位置に関する考察、界面の縦断曲線の時間変動、及び中間層の厚さと混入現象などについて述べる。

100 m 水路における実験で象徴的なことは、塩水くさび先端部の運動であった。この先端部では、明確な先端渦が現れることがあった。生成の範囲は、潮位上昇時で内部境界面が上昇し、塩水くさび先端付近の勾配が大きくなった状態から、潮位降下に転じたのち下層水深が十分小さく先端付近の勾配が小さくなるまでの間である。このとき、先端付近の上層流速は或る程度大きく、上下層の流速差がはっきりしていることが

必要である。発達するときには、この位置から混入現象が活発である。下層流に色素を入れておくと、あたかも蒸気機関車がいっぱい煙を吐きながら、向い風の状態で非常にゆっくりと走っているのに似ている。先端位置は明確に識別することもでき、流れは先端付近において上昇流となるので、この区間では局部的に一次元流の仮定からのずれが増加する。

潮位曲線のピークを過ぎて潮位の低下に転じた後も、先端付近においては層厚を減じつつなおも遡上を続けるが、やがて停止し、継続して層厚が減少する。このような状態においても下層流向は負で、なおも遡上を続ける。層厚は境界面付近の塩水が連行現象により削り取られるようにして下層において減少していく。すなわち、順流時には下層流速も減少するが、層厚も減少するので下層流量としては大幅に減少し、逆に連行量は大きい。しかし、下層塩水量のバランスから、先端位置は執拗に粘り、下層層厚が十分薄くなるまであまり下がらない。その後しばらくして、やがて下層流向も正に転じた後は、先端位置の流下速度は大きくなる。先端位置の流下時には下層が非常に薄くなるので、実験でも先端位置の識別が困難なほどであった。

塩水くさびの流下が止まってから再び遡上し始めるまでの転換は早い。そして、内部境界面位置の上昇と共に先端位置もゆっくりと遡上し始める。

一般に、実験において塩水くさびでは、先端位置の移動もさることながら、内部境界面位置の上下運動も活発である。下流部での境界面位置の変化は下流端の境界条件に大きく左右される。また、塩水くさびの先端部では定常状態の内部境界面形状とは非常に異なった形状となりうる。図-4・11 は内部境界面形状に関する定常流計算曲線(第III編 式3・24)と非定常流の実験値とを比較したものである。ただし、定常流の計算曲線は下流端において $F_1 = 1$ としているが、実験では必ずしもそのようになっていない。また、実験値は目視による内部境界面であるから、理論上の境界面は下流部ほどこれより下に位置する。それは遡上時ほど中間層が発達するのでその差が存在し、下がりが大きくなる。下流端条件が必ずしも同一でないので単純な比較はできないが、おおよそのところ、定常状態の方が最大侵入距離 L_{max} は大きく、最小侵入距離 L_{min} にはあまり差がない。また、内部境界面の形状にも差が存在するが、非定常状態では上流部において変化が大きいことがひとつの特徴のように思われる。

内部境界面における内部波は、内部フルード数の大

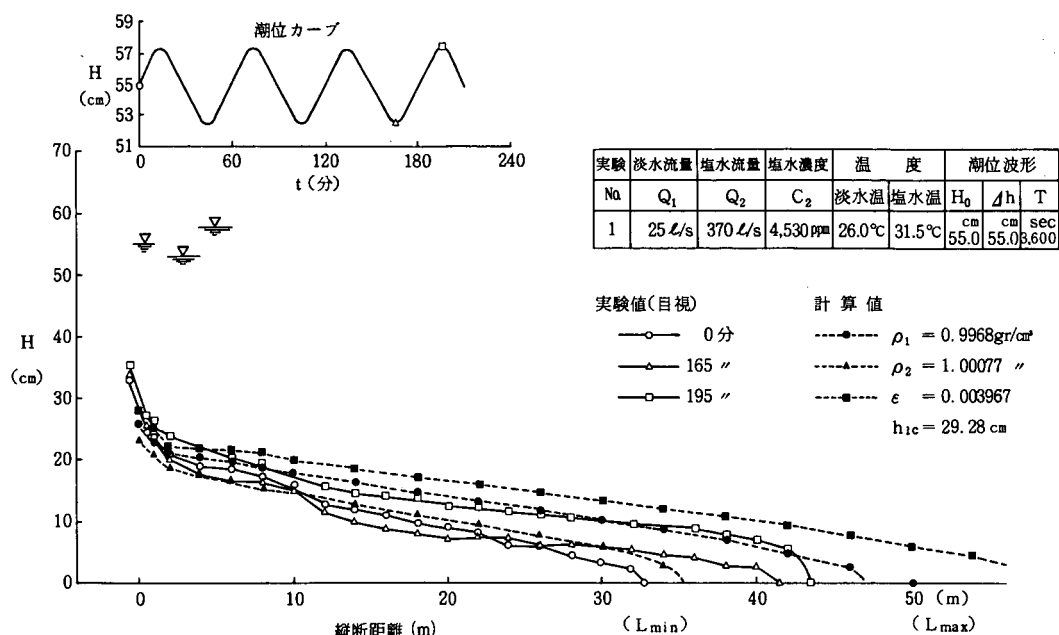


図-4-11 塩水くさび形状の時間変化図 (Run3)

きい末端部及び遡上時の先端部において大きく発達する。内部波は中間層内の全体に生じている。波長は下から上方へ向かって大きくなっている。中間層から下層への連行現象はほとんど見い出せない。

中間層は遡上時に発達し、流下時には非常に薄くなる。中間層は河口付近において最も厚くなり、この実験では最大 10 cm 程度であった。そして、下流端における内部ジャンプとも関係があり、中間層内の濃度分布はこれと相互の関係を有する流速分布により規定されるはずである。中間層は遡上時に発達し、流下時にはこの中間層がまず削り取られているかたちで層厚を減じたのち、塩水くさびの流下速度が大きくなる。

〔2〕河川における海水侵入長とその変動の特性

河道内における海水侵入に関する要素としては、潮汐変動、平均海面高、河川流量、河道形状（縦断形、横断形、平面形）、海水及び河川水の密度、気象要素（風向、風速、気圧など）、波浪、沿岸潮流及び人工要素（取排水、船舶航行）などがある。タイムスケールを時間ないし日程度とし、かつ波浪や沿岸潮流などの影響を無視すると、主として潮汐変動、平均海面高、及び河川流量の要素を考慮すればよいことになる。

河川流量の影響については、入退潮流量の影響と対比して考える。長良川の場合に、河川の自流量 Q_f が

100 m³/s より大きくなると海水の遡上距離が大幅に小さくなるが、 Q_f が 100 m³/s 以下ではその影響がほとんどなくなる。長良川では、伊勢大橋 (5.9 km 地点) において昭和 33 年の 1 年間にわたる毎日の実測が行われている。この地点の塩素イオン濃度と墨俣 (40 km 地点) の河川流量との関係を見ると、塩素イオン濃度は入退潮流量に大きく左右され、これが月齢変化するので点のばらつきはあるが、墨俣流量がほぼ 100 m³/s のあたりで特性が 2 分され、100 m³/s 以上では伊勢大橋地点の塩素イオン濃度は主として墨俣流量によって変化するが、100 m³/s 以下では流量の影響がほとんどなくなって、他の要素が卓越していることが示された。

このように、感潮河川では河川の自流量が或る程度の値より小さくなると、入退潮流量の影響が勝り、河川流量の影響を無視できるようになる。そこで次に、潮位変動と月齢変化の要素について考察する。

初めに月齢変化の影響について長良川における実測資料に基づいて調査を行った。表-4・3 は昭和 49 年の 17 回の観測諸元を示す。流量は河川の自流量と考えられる墨俣における流量であり、9 月 28 日及び 10 月 9 日以外はその影響をほとんど無視してもよい。なお、墨俣流量が欠測の場合には参考値として長良成戸流量 (24 km) を別途示した。潮位は城南 (-0.6 km) における実測水位である。塩水くさび先端部の測点及び

表-4.3 長良川塩水調査諸元 (昭和49年)

〔注〕流量で()内は長良成戸流量
水位は城南(-0.6km)における実測値

観測記号	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q
観測番号	1	9	5	10	2	6	14	17	11	7	15	3	12	16	8	4	13
観測月日	9月17日	11.1	10.3	11.4	9.21	10.6	11.21	12.7	11.7	10.9	11.23	9.25	11.10	11.26	10.12	9.28	11.15
月齢	1日	16(1)	17(2)	19(4)	5	20(5)	6	22(7)	22(7)	23(8)	8	9	25(10)	11	26(11)	12	30(15)
墨俣流量	95.6m ³ /s	64.0	89.4	52.9	65.3	67.9	100.4	62.7		182.1	86.3	95.6	41.8	(74.0)	(93.0)	230.7	36.7
最高水位 T. P. m.	1.39	0.73	1.18	0.65	0.96	0.79	0.50	0.48	0.59	0.64	0.31	0.63	0.63	0.57	0.97	0.99	0.77
最低水位 "	-0.85	-0.76	-0.48	-0.45	-0.08	-0.31	-0.23	-0.59	-0.12	0.10	-0.45	0.09	-0.94	-1.10	-0.61	-0.42	-0.70
偏差 m	2.24	1.49	1.66	1.10	1.04	1.10	0.73	1.07	0.71	0.54	0.76	0.54	1.57	1.67	1.58	1.41	1.47
遡上上流端 km	7	10	8	10	11	10	10	12	13	9	13	15	14	13	13	7	12
遡上下流端 km	-1	5	4	7	7	7	9	8	12	8	11	14	9	8	6	4	7
移動距離 km	8	5	4	3	4	3	1	4	1	1	2	1	5	5	7	3	5
先2km り流	底濃度	9.841	76	4.452	2.056	3.771	1.553	2.670	2.720	4.094	5.462	7.336	8.627	2.226	7.437	60	5.601
	水面濃度	304	76	1.720	1.298	137	350	1.128	1.128	860	50	68	96	1.175	158	14	429
	濃度比	0.031	0.000	0.386	0.631	0.036	0.225	0.024	0.415	0.210	0.009	0.009	0.011	0.528	0.021	0.233	0.077
先4km り流	底濃度	57	8.217	7.881	6.863	8.628	5.438	7.614	5.101	7.062	8.936	8.944	11.400	3.435	4.191	1.779	9.175
	水面濃度	51	89	4.156	2.080	620	1.032	838	2.373	1.135	126	255	491	1.664	488	1.351	883
	濃度比	0.090	0.011	0.527	0.303	0.072	0.190	0.110	0.465	0.161	0.014	0.030	0.043	0.484	0.116	0.795	0.096
先6km り流	底濃度	601	12.279	9.759	12.257	9.193	11.522	11.795	7.336	8.409	11.665	9.179	12.583	6.269	5.391	4.629	11.002
	水面濃度	308	2.986	4.323	9.800	1.210	5.554	2.049	2.072	2.525	446	698	582	3.997	1.172	2.738	2.160
	濃度比	0.512	0.243	0.443	0.800	0.132	0.482	0.174	0.282	0.300	0.038	0.076	0.046	0.638	0.217	0.591	0.196
10km地点 塩素イオン濃度	底濃度	70	65	51	669	1,552	213	13	2,720	5,365	53	8,141	11,898	3,435	3,687	1,147	92
	水面濃度	75	64	40	375	197	129	13	1,128	1,175	23	140	567	1,664	835	415	43
	濃度比	1.071	0.985	0.784	0.561	0.129	0.606	0.000	0.415	0.219	0.434	0.017	0.048	0.484	0.226	0.362	0.467
5km "	底濃度	9,841	9,372	7,040	9,965	9,193	9,450	7,200	8,475	8,468	8,936	11,272	12,375	9,416	8,610	7,199	3,333
	水面濃度	304	411	2,520	2,628	1,210	1,863	1,088	3,680	3,615	126	1,170	1,762	5,846	3,011	3,687	1,024
	濃度比	0.031	0.044	0.358	0.264	0.132	0.197	0.151	0.434	0.427	0.014	0.104	0.142	0.621	0.350	0.512	0.307
0.0km "	底濃度	10,412	12,830	13,004	14,004	12,731	14,069	12,109	14,348	13,980	12,060	13,615	12,616	15,001	13,841	13,399	11,216
	水面濃度	9,794	7,755	12,065	13,712	4,818	13,493	3,676	7,799	11,524	3,687	2,780	5,826	12,150	6,979	12,261	5,046
	濃度比	0.941	0.605	0.928	0.979	0.378	0.959	0.304	0.544	0.824	0.282	0.204	0.462	0.810	0.504	0.915	0.450
-3.0km "	底濃度	11,587	11,134	12,761	14,421	12,820	13,830	14,308	14,039	14,499	13,356	14,808	13,093	15,110	15,090	13,971	10,487
	水面濃度	9,197	11,134	11,814	14,097	9,899	13,187	10,724	14,039	13,288	5,312	3,708	7,542	15,144	11,843	10,599	9,518
	濃度比	0.794	0.000	0.926	0.978	0.772	0.954	0.750	0.000	0.916	0.398	0.250	0.576	1.002	0.785	0.759	0.908
底低濃度 -3.0km	最大小比	11,587	15,736	13,065	14,421	14,005	14,069	14,308	15,204	14,696	13,448	15,178	13,667	15,110	15,090	13,971	12,109
	最大小比	3,217	9,317	11,586	13,173	12,398	13,734	13,159	10,769	13,534	12,939	13,350	13,093	11,252	5,888	11,131	11,699
	濃度比	0.278	0.592	0.888	0.913	0.885	0.976	0.920	0.708	0.921	0.962	0.880	0.958	0.745	0.390	0.797	0.966
-1.0km "	最大小比	10,202	15,557	13,035	14,181	14,069	13,662	14,049	15,510	14,369	13,028	14,374	12,967	15,077	14,397	13,670	11,404
	最大小比	1,281	7,478	8,425	12,411	12,398	12,988	12,444	13,928	13,179	12,402	13,587	12,548	10,907	7,445	9,256	6,655
	濃度比	0.126	0.481	0.646	0.875	0.881	0.951	0.886	0.898	0.917	0.952	0.945	0.968	0.723	0.517	0.677	0.584
1.0km "	最大小比	10,091	16,387	12,868	14,041	13,734	14,237	13,159	14,718	14,099	12,430	14,278	12,935	15,245	12,914	12,820	11,002
	最大小比	601	4,629	5,223	11,657	12,121	12,711	11,602	10,992	11,927	10,599	13,700	12,139	8,109	4,758	6,514	4,171
	濃度比	0.060	0.282	0.406	0.830	0.883	0.893	0.882	0.747	0.846	0.853	0.960	0.938	0.532	0.368	0.508	0.379
3.0km "	最大小比	10,521	13,797	15,581	13,295	12,820	13,248	12,661	13,774	12,883	12,088	13,567	12,457	14,517	11,866	11,559	9,175
	最大小比	57	6,348	2,564	10,975	12,065	11,258	11,261	11,812	10,829	11,429	13,133	12,139	11,719	3,332	2,827	1,743
	濃度比	0.005	0.460	0.165	0.825	0.941	0.850	0.889	0.858	0.841	0.945	0.968	0.974	0.807	0.281	0.245	0.190
5.0km "	最大小比	9,841	9,372	12,060	9,965	12,065	10,987	9,621	8,475	10,170	10,041	11,272	14,947	9,416	8,610	7,199	5,601
	最大小比	56	165	728	4,464	9,193	9,450	7,200	6,915	8,029	8,104	10,660	12,375	3,311	1,594	608	118
	濃度比	0.006	0.018	0.060	0.448	0.762	0.860	0.748	0.816	0.789	0.807	0.946	0.828	0.352	0.185	0.084	0.021

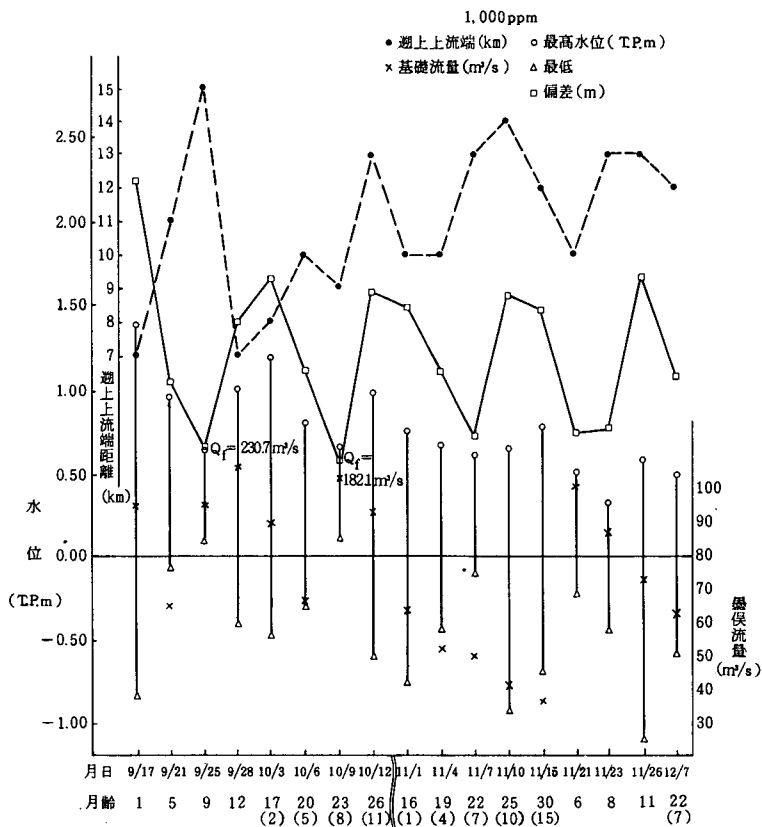


図-4.12 遡上距離の変化 (長良川)

先端より 2 km, 4 km 及び 6 km 下流地点の測定の塩素イオン濃度 (ppm) はそれぞれ満潮時付近の測定値である。なお、ここでいう先端部測点とは下層濃度がほぼ 1000 ppm 程度と考えられる地点付近の測点を指す。また、10 km, 5 km, 0 km, 及び -3 km 地点の底及び水面の塩素イオン濃度も満潮時付近の実測値であるが、その下の底濃度の最大及び最小値とは 5 回の測定のうちの、それぞれ時間的変化値の最大及び最小値のことである。

海水の遡上距離に関して表-4.3 の数値に基づいて整理したものが図-4.12 及び図-4.13 である。前者は海水の日最大遡上距離を観測日順に並べ、潮位変動量及び流量の影響について調べたものである。これによると遡上距離は小潮時の上下弦からやや遅れて最大となり、遡上距離が小さくなる傾向にある。ここでも、前述のように流量が $100 \text{ m}^3/\text{s}$ 以上となる 9 月 28 日及び 10 月 9 日以外ではあまり流量の影響が大きくないと見なすことができる。このことをさらに明確に示した

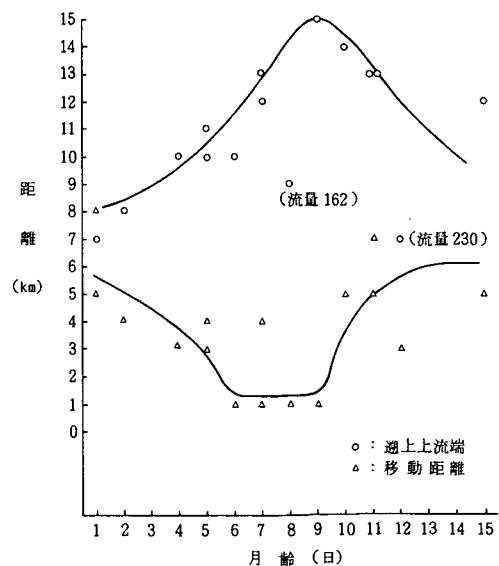


図-4.13 最長遡上距離と変動距離の月齢変化 (長良川)

ものが図-4・13である。同図は最大遡上距離及び一潮汐変動による先端位置の移動距離（時間的に連続観測を行ったものではなく、3時間ごとの定時観測による各定測点における数値から直接求めたもので、1 km 以内の誤差が含まれる概算値である）について15日周期の月齢と対応させて図示したものである。これによると、海水遡上距離の月齢変化は、上下弦後にピークを有する曲線で、朔望時間より緩やかに上昇し、最大値を示した後もしばらく持続の傾向を有するが、その後急激に遡上距離が減少する非対称な傾向となる。一方、一潮汐による先端位置の変動幅は朔望で大きく上下弦で小さくなるが、朔望から上下弦に移る過程で比較的早く小さくなり、上下弦より朔望へ移る過程では逆に比較的早く大きくなる傾向を有する。すなわち、遡上距離及び変動幅共に、朔望から上下弦への変化の過程と上下弦から朔望への過程の現象とは異なっていると見るべきである。

月齢による以上のような遡上距離変化の特性は、濃度分布や成層化の特性と密接な関係にある。図-4・14及び図-4・15は、一例としてそれぞれ満潮時付近の水路底及び水面における塩素イオン濃度について、前者では海水遡上先端付近の測点より2 km, 4 km及び6 km下流の測点における濃度比について、また後者では縦断的な変化を知る目的で10 km, 5 km, 0 km及び-3 km地点の水面と底の濃度を、それぞれ月齢と対応させて記したものである。図-4・14によると、混合形態が月齢と対応していることがわかる。すなわち、月齢にして4日から10日ないし11日の、全体の約半分ほどの期間が弱混合の状態と見なしうる期間である。そして、成層化が最も進行するのは上下弦の少し後であり、海水遡上距離が最も大きくなる時期とほぼ一致する。しかしながら、成層化が最も進んだ状態から混合が促進され、緩混合の状態へと移行するに要する日数は比較的わずかである。朔望時期を挟んで4～5日間は強混合の状態であり、残る緩混合状態の期間は比較的短いことが判断できた。このような特性は流量が小さいときはかなり規則的に変化するようであるが、流量がやや大きくなると上層のフラッシュが促進されて、強混合及び緩混合の時期でも成層化の傾向が見られる。また、弱混合、緩混合及び強混合という混合形態は概念的なものと理解されてきたが、図-4・14及び図-4・15によると質的内容は縦断的にかなり変化していることがわかる。これを見ると、-3 km及び0 km地点の水路底付近の塩素イオン濃度は月齢に関係なく、ほぼ一定値(10,000～15,000 ppm)をとるが、上

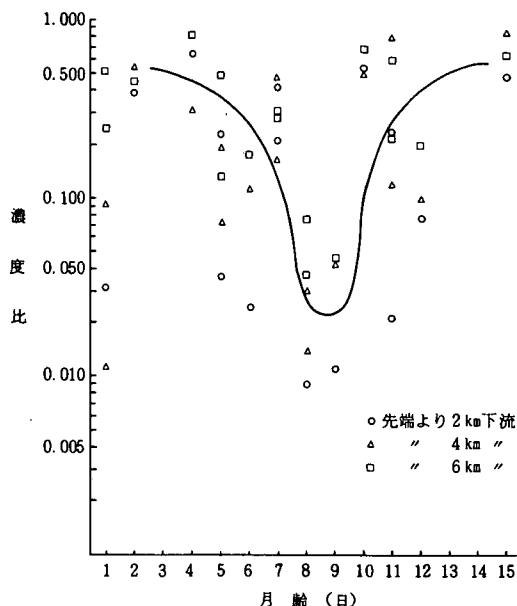


図-4・14 水面と河床の濃度比
(満潮時付近, 長良川)

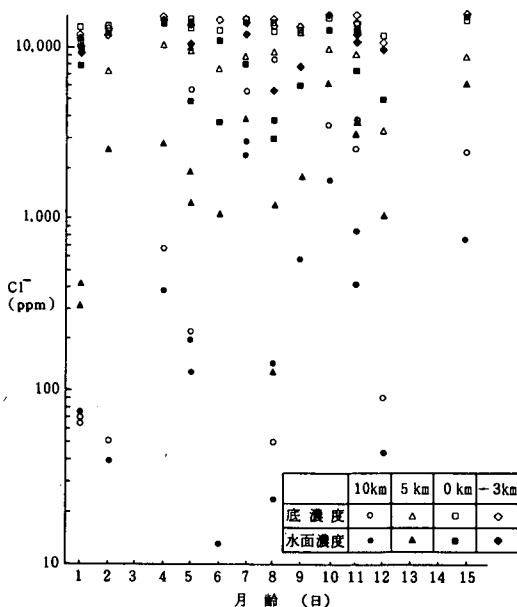


図-4・15 満潮時における水面濃度と底濃度
(長良川)

流ほど塩水くさびの生成に比例して塩素イオン濃度が高くなる。水面付近の塩素イオン濃度は成層化と共に小さくなるが、その度合は上流ほど顕著である。従って、上流端付近で弱混合でありながら、中流及び下流で緩混合又は強混合ということも有り得るわけであ

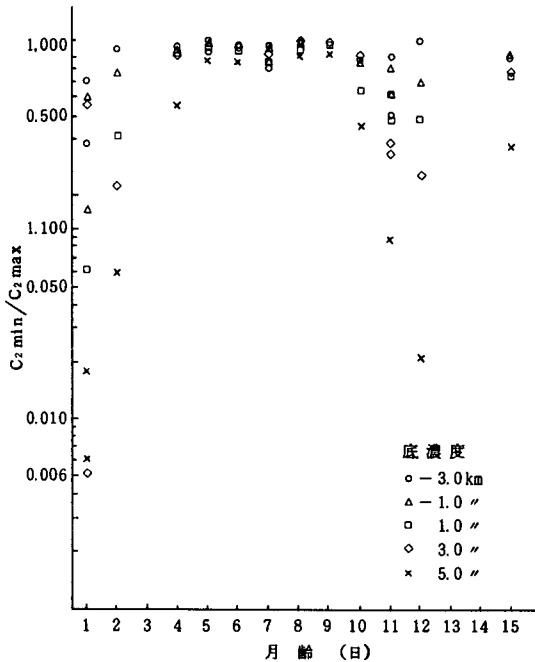


図-4-16 一潮汐における底濃度の変動
(長良川)

る。

次に、タイムスケールを少し短くして、海水遡上現象の時間的変化について考察する。一潮汐の海水遡上距離の変化は図-4-13 のようである。この変動幅は弱混合時には 1 km 程度であるが、朔望前後の強混合時には 4 km～6 km になる。図-4-16 は一潮汐にわたる 5 回の観測値のうち、河床付近の塩素イオン濃度の最大値と最小値との比について、-3 km, -1 km, 1 km, 3 km 及び 5 km 地点の月齢変化を調べたものである。これによると、河口における下層塩分濃度の時間変化は弱混合時にはほとんどないが、緩混合から強混合へ移行するに従って大きくなる。そして、その変動は上流部より順次下流に伝わっていき、そこには距離によって時差（日差）が存在する。すなわち、変動が大きいののは海水遡上の先端部であるが、強混合へと移行するにつれて遡上距離が短くなり、それと共に下流部まで影響域に入っていく。このような傾向は干潮時に助長され、河口部といえども相当大きな変動が見られるようになる。このように、一潮汐間の変化も月齢による相違がある。

〔3〕 河川における弱混合流の界面変動

シミュレーション・モデルによれば、界面や上・下

層の水理量の場合的及び時間的変化が算出できる。そこで、〔2〕の海水侵入長の特性に引続き、そのほかの水理量に変化する特性について、同じく長良川の資料に基づいて考察を行った。使用した資料は、流速分布の測定と濃度分布の測定が同時に行われた昭和 49 年 12 月 7 日（月齢 7 日）、11 月 23 日（月齢 8 日）、及び 11 月 26 日（月齢 11 日）の 3 資料である。

モデルでは、主要内部渦に基づいて下流域境界条件を与えるが、その他の先端渦などの影響については考慮することができない。そのため、図-4-17 では各測点の濃度分布を縦断的に見て、あまり局所的な分布形にとらわれず平均的な内部境界面を定め、その時間変化を求めた。

11 月 23 日では 2 回目と 3 回目の間で満潮であり、4 回目と 5 回目の間に干潮が現れている。月齢は 8 日であり、塩水くさびの発達はほぼ完了している。先端位置の変動は少ないが、先端から 5 km 程度の範囲で内部境界面位置の変動が激しい。11 月 26 日は月齢 11 日で弱混合の状態が急速に崩れ、緩混合となっている状態である。1 回目と 5 回目が干潮で 3 回目が満潮に近い。1 回目、2 回目、3 回目と下流より内部境界面が上がっていることがわかり、かなり移動量が多いが、弱混合の塩水くさびに近い運動をしている。ただし、引潮時の下がり方がかなり極端になっており、1 回目と 5 回目とにはかなりの相違点がある。これは混合形態の変化が激しい時期であることを示す。12 月 7 日は月齢 7 日であり、これより塩水くさびが発達し、遡上距離が伸びる段階にある。2 回目が満潮であり、4 回目が干潮である。遡上はまだ十分ではないが、引きがわずかなになってきている。図-4-17 はこのような変化の様子を示しているが、大筋においてこれまでに見てきた塩水くさびの時間変化の特性と矛盾するものではない。

以上の 3 例は弱混合ないし緩混合で、濃度分布を見ると、必ずしも塩水くさびとは単純に割り切りたいものも含まれているが、それぞれかなり成層流としての特徴ある運動をしていることがわかった。シミュレーション・モデルにより妥当性ある結果が得られたことも、この事実によるものである。

〔4〕 内部渦及び中間層の発達と変動

一次元流では、潮流などの平面的な二次元流と異なって、河道の中に多くの内部渦が存在する可能性がある。内部渦は乱れや局所渦と異なり、規模の大きいものである。内部渦には、主要内部渦や河道内部渦及び先端渦を含める。

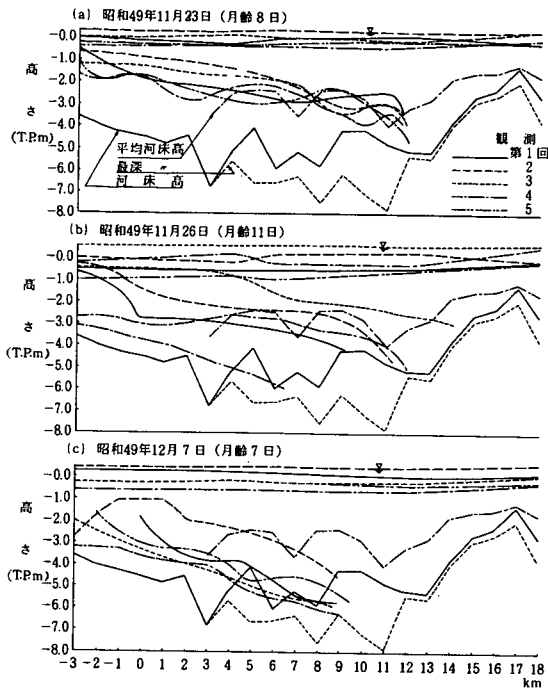


図-4・17 内部境界面形状の時間変化 (長良川)

河道においては、複数個の内部渦の発生が見られることがある。内部渦が存在することにより、界面位置や上層濃度に縦断変動が生じる。しかし、河道内部渦は主要内部渦とは異なり、不安定であるうえ渦区間の内部フルード数は大きくないので、縦断的に平均してみれば、界面形状についてはその存在を無視することができる。上層濃度については、若干の加算濃度を見込む必要がある。これらの傾向は潮位変動が大きくなると、急激に変化し、その影響が大きな効果を生じるようになる (後述)。

中間層の発達に対する主要内部渦と先端渦の貢献が存在し、中間層の発達とその変化については、さらに考察を行う必要がある。

まず、河川における中間層の例を示す。図-4・18(a)～(d)は長良川において成層状態の度合いがよいと考えられた昭和49年9月25日、10月9日、11月4日及び11月23日の満潮及び干潮に近い観測時の中間層を描いたものである。図中の実線は濃度分布より判断した濃度の急変点を連ねた線、及び点線は第II編に示した下層濃度の9割の濃度を示す点を界面とする定義に基づく内部境界面位置の縦断形状である。仮にこの両線の

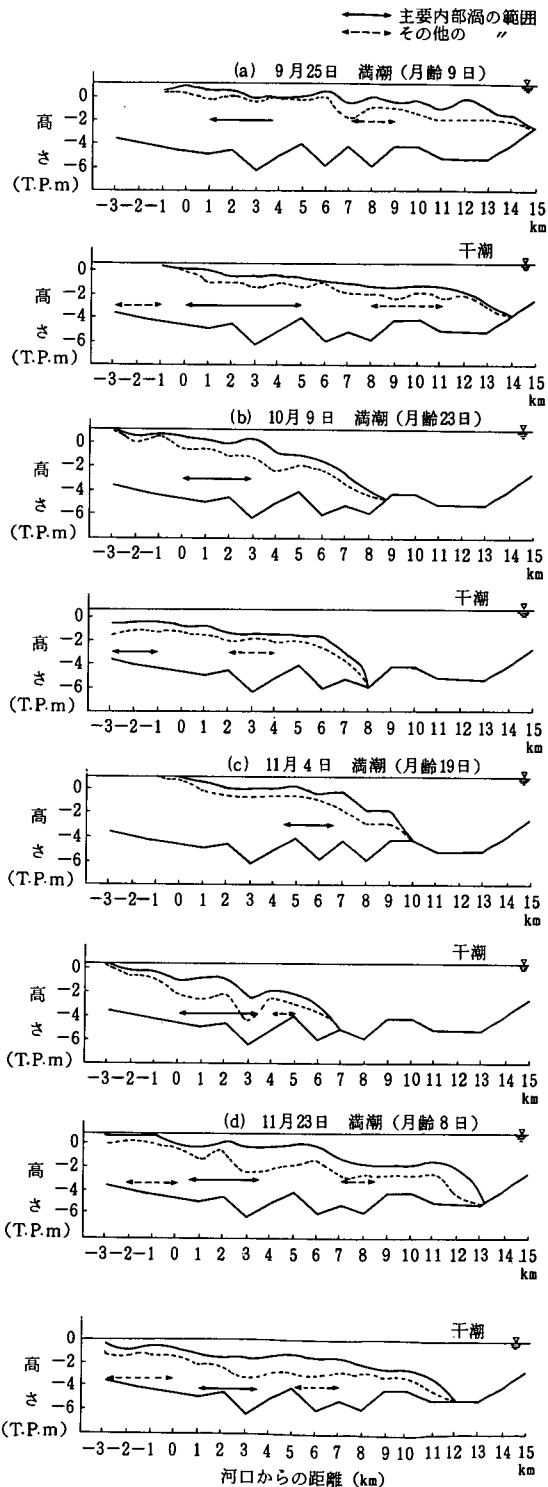


図-4・18 中間層厚の変化 (長良川) (a)～(d)

間を中間層に相当する層と考えると、中間層厚は満潮時の方が干潮時より大きい。逆流時に濃度が大きくなるのは中間層が発達するためで、連行現象による効果は大きくない。また、満潮時から干潮時にかけての変化は、実線部の変化が支配的で、内部境界面の変化より大きい。これは実験の場合の傾向と一致する。このことは、順流時には中間層のフラッシュ現象が存在することを示す。

以上のように、連行現象以外の原因により、中間層が発達及び減衰する現象が見られる。潮位変動に伴う現象を考える場合には、このような中間層の消長を加味しなければならない。

界面位置の縦断的波動現象は、例を図-4・18に示すように長良川において存在するが、河川では一般に存在し、ある条件のもとでは実験水路においても発生する。

まず、図-4・18より、塩水くさび先端位置の変動量の大きい(c)の11月4日を除くと、界面の縦断的な波動現象は満潮時に大きく、干潮時に小さくなっていることがわかる。この縦断的に境界面が波うつ現象は遡上時の方が大きい、その原因は河道の縦断的形状や横断形状の影響のほか、主因のひとつとして、混合現象に起因するものがあり、内部渦の影響を考慮することができる。図-4・18には第1編図-1・18に基づき内部渦の範囲^(注)を記入したが、ほぼ主要内部渦の前面で境界面の勾配が大きいようであり、特に点線の変化が激しくなっているが、このような渦は遡上時には浮力による運動もあるので、縦断的に波うつこともあると思われる。また、その他の内部渦も界面をいったん下げる効果を有している。9月25日には記入していない先端渦があつて、その影響があるものと思われる。しかしながら、順流時にはフラッシュ作用により、出ている山は特に激しく削られ、また順流末期には先端渦の新たな発達はなく、それまでに存在した渦の影響は下流に下がるので、全体として縦断線の円滑化が行われるものと思われる。

5. 混合形態の遷移

この章では〔1〕混合形態の変化の原因、〔2〕下層密度の縦断変化とその変動、〔3〕長良川における混合状態の変化などについて資料に基づいて検討し、一般的に〔4〕

混合形態の変化の主因となる要素をあげて現象の考察を行い、最後に〔5〕実測値がない場合の混合形態の推定法を述べる。

〔1〕 混合形態の変化の原因

混合形態は、河川の自流量がほぼ低水量以下で一定のとき、主として月齢によって連続的に変化する。それは、ひとつの塩水くさびの中で距離的にも時間的にも変化する。場合によっては、横断的にも同じではない。

このように、取扱い上煩雑な問題が生じるので、横断的には主流部と考えられる場所で代表させ、縦断的には海水侵入の総延長の中央部分を考え、その点の混合状態によって全体の状態を代表させることにした。このようにすれば、河口で強混合、中流部で緩混合及び上流部で弱混合などとする必要はなく、例えば、主要内部渦より上流において全体を通して緩混合的特性が支配的であるとすれば、その状態を緩混合としてもよいであろう。

密度流において、流速分布は濃度分布と密接な関係にあるので、成層の度合を重視し、濃度分布より混合の形態を判断する。この場合混合形態の変化の原因は上下層の相対密度を考慮し、(a)連行現象による上層の密度 ρ_1 の増大、(b)内部渦による ρ_1 の増大、(c)中間層の発達、(d)河道の三次元性と不定流効果による ρ_1 の増大、及び(e)下層密度の減少などである。以下(e)を除くこれらの原因について若干の考察を行う。

上層と下層における混合過程は、流れとその中の乱れ及び渦により影響を受ける。月齢と潮位変動量とは定まった関係にあり、また水面勾配は成層状態により変化するが、これを無視して潮位変動量とタイダルブリズムとを関係づけるとすれば、近似的には入退潮流量と月齢との間に位相差を考える必要はない。月齢によって、それに応じた実質的な流水の運動が生じるわけであるから、成層問題を考察するに当たって、この流れによる混合過程を検討することが必要である。分子拡散は無視する。混合現象としては、境界面における上下層の流速差や内部波に基づく連行現象、内部渦による混合現象と中間層の発達、及び不定流効果と河道の三次元性に基づく混合などがある。下層濃度変化の原因については〔2〕において述べる。混合の定量評価は今後の問題であり、定性的記述にとどまってい

(注) 内部渦は流速分布に基づいて定めている。流速分布の実測値がないものについては、前者に現れた濃度分布上の特性から判断している。濃度分布を決めるものは主として流速分布

であると考えれば、流速分布から判断した内部渦をもとに、混合状態についての議論を行うことは妥当と見なすことができる。

るが、成層化問題は上下層濃度の相対性の問題であるから、縦断的に変化する下層濃度に対する上層濃度分布という考え方が必要である。

上層の濃度分布は、河道内部渦が存在する可能性のある非定常流とそれ以外の流れとでは大きな相違がある。定常流では、その塩水くさびの先端付近において1,000 ppm程度の上層濃度が存在することは、第I編の考察により主として先端渦によるものであることが明らかにされた。非定常流では、先端渦による混合や連行現象のほか、流れによる内部渦の移動とそれによる混合現象に注目する必要がある。

〔2〕 下層密度の縦断変化とその変動

本論文における二層流モデルでは、下層の密度分布は鉛直の断面内において均一と仮定した。このことは、実測値によると、弱混合及び緩混合状態では、定常流及び非定常流を問わず、ほぼ満足していることが明らかである。従って、下層密度としてはその平均値 ρ_2 の縦断変化が問題となる。下層密度変化は海水侵入長や混合形態の変化などの現象にとって重要である。そこで、定流と不定流に分けて実測に基づいて考察を行った。

初めに、実例をあげる。図-4・19は建設省の各河川担当工事事務所の測定例であり、下層塩素イオン濃度の縦断変化を示す。それぞれ弱混合ないし緩混合の状態である。雄物川と最上川は日本海側、芦田川は瀬戸内海及び五ヶ瀬川は太平洋側に河口を有し、混合状況は

それぞれ河道条件や潮位変動特性に支配される。下層密度 ρ_2 は、この例では、河口より侵入長の6割くらいまで、ほぼ一定値をとり、先端部付近で急に低下する場合が多いが、最上川のように、塩水くさびの先端付近まで高濃度が持続する場合もある。図-4・20(a)と(b)は阿賀野川における下層塩素イオン濃度の縦断曲線である。図-4・20の(a)は昭和47年の観測結果であり、流量 $Q_f = 150 \text{ m}^3/\text{s}$ 程度、くさびの侵入長 $L = 2 \sim 5 \text{ km}$ 程度の場合である。流量が同じでも海水の遡上距離が大きく異なるのは、潮位変動などの不定流の影響のほか、河口砂州の変化の影響も含まれていると思われる。また、蛇行の影響も加わって下層濃度は縦断的にかなり変化している。図-4・20の(b)も同じ阿賀野川の実測値である。これは昭和48年のものであって、流量は $Q_f = 67 \sim 244 \text{ m}^3/\text{s}$ と変化しているが、9月26日測定のケースを除き、下層塩素イオン濃度は塩水くさび先端までかなり一定であると言える。9月のデータのみが非常に不規則な変動をしており、 ρ_2 の縦断変化も激しい。これはむしろ(a)の資料の傾向と似ている。この両者の相違はおそらく8月の資料と9月以降の資料にあると思われる。すなわち、8月には海が静かであるのに対し9月以降は荒天となることが多い。海上において波浪が発達し、沿岸流があつて河水と海水の混合が促進されると河口における ρ_2 が変化する。河口における遡上海水密度が時間的に変化するようであれば、河道内における ρ_2 の縦断変化が波うつことも説明できる。この阿賀野川の例のように同じ河道であつ

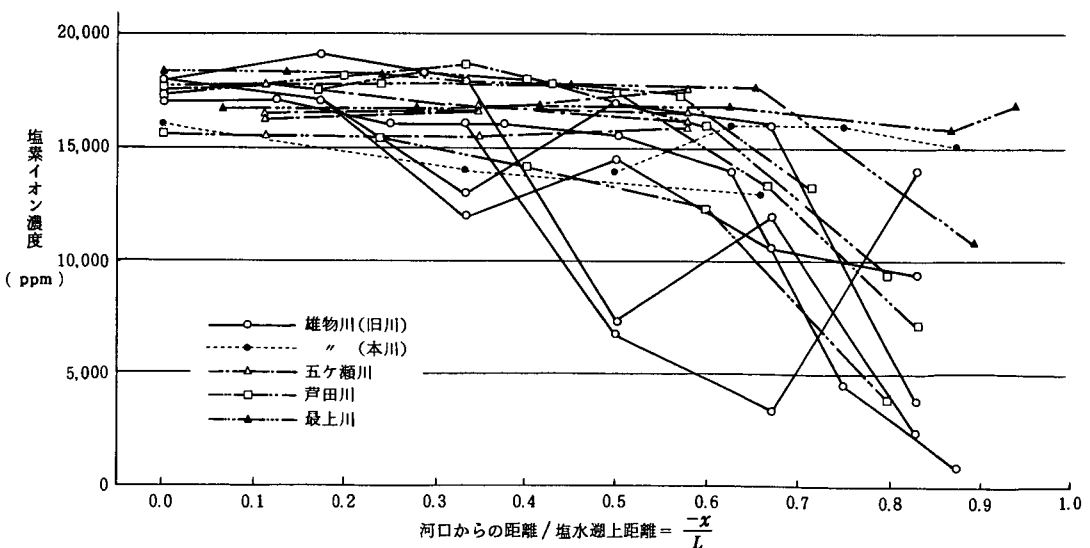


図-4・19 下層塩素イオン濃度の縦断変化

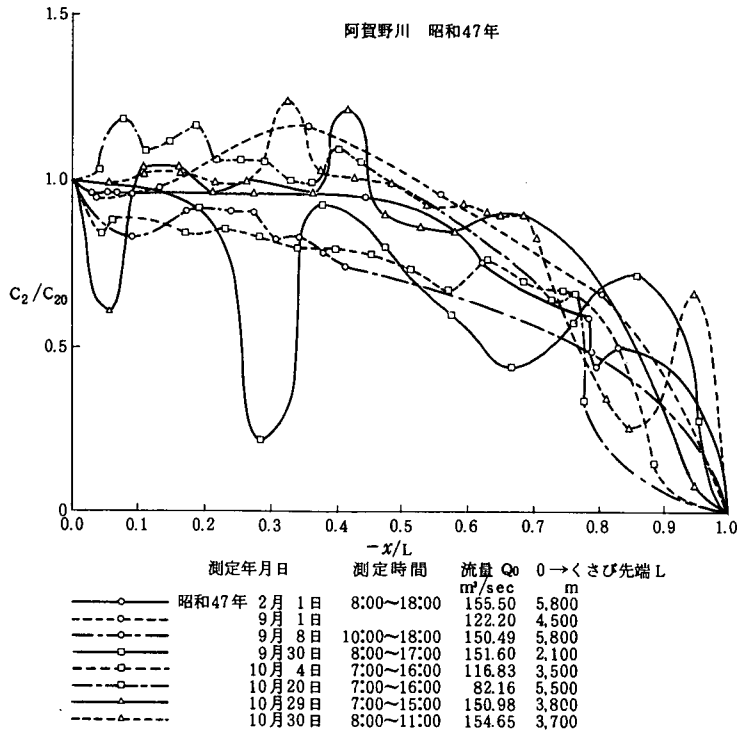


図-4・20 (a) 下層塩素イオン濃度の縦断変化 (阿賀野川)

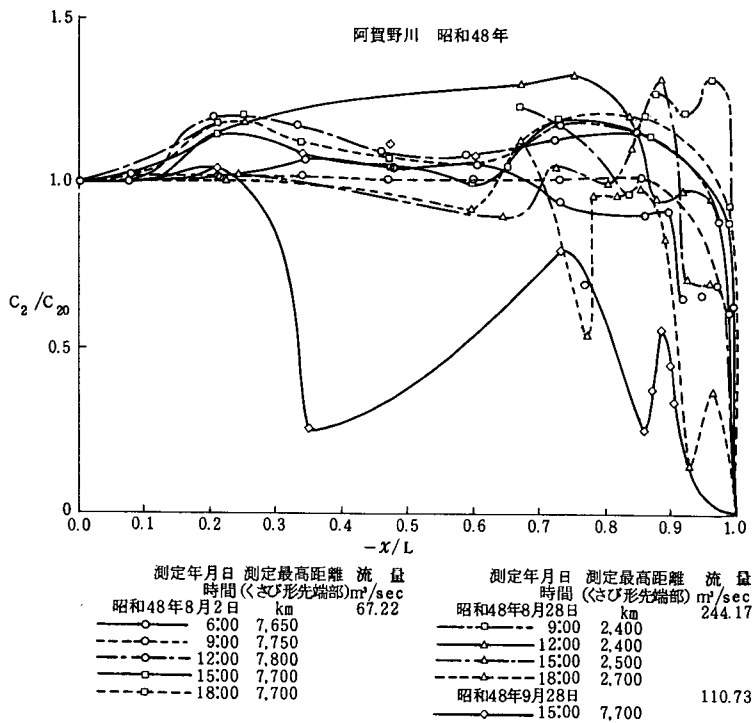


図-4・20 (b) 下層塩素イオン濃度の縦断変化 (阿賀野川)

ても ρ_2 の縦断変化は必ずしも同様な形態を取らないことがある。

一般に、定常状態で潮位変化、海水密度及び流量の変化がないときには、淡水は上層を流路として上流より下流へ、また海水は下層を流路として連行量及び混合量に相当する流量が下流より上流へ流れるから、下層密度は河口から塩水くさびの先端まで海水と同じ密度になる。しかし、現実にはこれに種々の要素が加わり、 ρ_2 が縦断的に一定にならない。そこで、定常流と非定常流とを問わず、下層密度が縦断変化する原因を次に列挙する。

- (a) 塩水くさびの先端部に発生する渦により、淡水が下層へ混入する。
- (b) 塩水くさびの範囲内における周辺からの湧水により淡水が供給される。
- (c) 合流の一部及び排水が下層に混入する。
- (d) 上層から下層への淡水の混入（逆連行現象）もわずかではあるが存在する。
- (e) 風による波浪のため内部波の安定が崩れて下層へ淡水が侵入する。
- (f) 砂州、河床のくぼみや突起、湾曲部及び構造物周辺などの渦により下層へ淡水が侵入する。
- (g) 塩水くさびの往復運動に伴い、その先端付近において、河床摩擦や凹凸により下層へ淡水が侵入する。
- (h) 塩水くさびの往復運動に伴い、低水路部と高水数部あるいは死水域部の流水の時差に基づき、下層へ淡水が侵入する。
- (i) 内部渦及びその移動に伴い混合の影響が逆連行のようなかたちで下層へ及ぶ。
- (j) 成層の度合いが大きいとき、主要内部渦によって生産された密度の小さい水塊の一部が下層流によって上流へ輸送される。
- (k) 河口における海水密度変化の影響がある。これには、波による混合、沿岸流及び河川流の影響が含まれる。
- (l) その他、船の航行等人工要素による混合がある。

以上のように、下層密度 ρ_2 が縦断勾配を持つ原因はいろいろあつて、大変複雑である。直線的な長方形断面水路では、潮位変化を与えても下層濃度の縦断変化は先端部を除いてほとんどないから(d)の上層から下層への淡水混入はわずかであり無視しようと思われる。塩水くさびと考えられる準定常状態の河川の資料によれば、 ρ_2 が勾配を有するのは滞筋が発達している区間であることが多い。滞筋が交互砂州に基づくもの

であるときは、滞筋の河床縦断形は大きく波うっている。このような場合には、わずかの非定常性でもその影響が顕著に現れる。非定常状態で ρ_2 が大きく変化する主要原因は内部渦と河床の横断形であると思われる。内部渦は非常にスケールの大きい現象であり、十分下層濃度への影響力を有する。また、河道形状として平常時にも水面下となる高水数がある場合、ないしは滞を有する場合には、主流部とそれ以外の部分とでは流れに時差が生じる。順流時には主流部のあとから高水数あるいは死水域等より、横断方向の流れが生じて主流部へ流れ落ちる傾向があり、逆流時には反対に主流部からそれに遅れてそれ以外の部分へ流れ込むようになり、その結果下層濃度に縦断勾配を生じる。

河川に実在する二層流の下層密度縦断変化の原因は以上のように種々のものがあり、定性的評価は可能でもそれを定量評価することは容易でない。

次に下層濃度 ρ_2 の縦断変化は、潮位変動が大きいと不定流の効果による影響が卓越し、主として月齢に支配されることを示す。

長良川の17日にわたる観測資料について、下層密度の変化を月齢と対応させてみると、興味深い特性を理解することができる。すなわち、月齢の小さい1~4日あたりでは、海水の遡上距離が短かく、変動速度及び変動幅が大きいことは既に述べたとおりであるが、塩素イオン濃度も大きくなく、遡上時には河口付近の海水が急激に上流まで遡上する関係で、密度のランダムな縦断変化が見られる。月齢が5日から8日にかけては緩混合から弱混合状態へと変化する過程であり、海水の遡上距離はやや上流へと進むが、それと同時に、潮位変動による変動幅が小さくなっていく。 ρ_2 曲線は滑らかな曲線となり、河口付近の塩素イオン濃度が高くなり、その時間的及び縦断的変動も小さくなって、ある距離にわたって維持されるようになる。しかし、海水遡上の先端付近における塩素イオン濃度の縦断勾配 $\partial \rho_2 / \partial x$ はまだ大きくはなく、緩やかな曲線を描く。それが月齢7~10日の弱混合状態の期間になるとこのような傾向は一層顕著になり海水遡上距離は非常に大きくなると共に、先端位置の変動幅はほとんどなくなる。塩素イオン濃度も海水と同じ濃度となり、それはほとんど塩水くさびの先端まで一定となる。これは定常時塩水くさびとほとんど変わらないと見なしてよい。その後、月齢の増大と共に海水の遡上距離が短かくなり、その変動幅が増大し、 ρ_2 の縦断勾配が小さく、緩やかな曲線となると同時に、縦断曲線の滑らかさが失われ変動が大きくなる。塩素イオン濃度も河口

部を除いて小さくなり、このような傾向は、緩混合から強混合へと進むにつれて助長されるようになる。

以上は長良川の場合について見たわけであるが、このような特性は一般的に言えることと思われる。そして、最も海水の侵入長が増大する弱混合の場合には ρ_2 の縦断変化が定常時の塩水くさびの場合のそれとほとんど同じになる。

〔3〕 長良川における混合形態とそれに関連する現象の月齢による変化の特性

これまでに、月齢変化に伴う海水の侵入長、変動幅、成層状況、上層濃度分布、下層濃度縦断分布などが月齢によって特徴ある変化を示すことを示した。まず、成層過程においては、流量が小さくて変動が少ないとき、朔望から上下弦への移行で潮位変動量が減少するにつれて、海水の侵入長が増大し、変動幅が減少し、水面勾配が水平となり、主要内部渦は下流へ下がつて河口付近に安定し、その変動幅と移動速度は小さくなり、成層化が促進され、上層濃度が小さくなると共に下層濃度は大きくなり、かつ縦断変化が少なくなる。それと共に内部境界面位置は高くなって、侵入した全塩分量は最大値に近づく。このような状態へ移行する現象を、塩水くさびのウォーミングアップと呼ぶことにした。これは遡上エネルギーが蓄積された状態である。このような状態への移行速度は流量や潮位曲線、あるいは河口における境界条件などの影響を受ける。図-4・21は、図-4・12などを補足するものであるが、この場合は下層塩素イオン濃度が500 ppmとなる位置の最高と最低、先端付近の下層濃度の縦断的な勾配、

及び境界条件としての河口における下層塩素イオン濃度の最高値と最低値などを示した。17回の観測のうちで、最も遡上距離が大きいのは9月25日であり、ついで11月10日である。前者は月齢9日、後者は月齢10日である。前者においては、月齢5日の9月21日頃から河口における下層塩素イオン濃度の変動が小さく、先端付近においても海水が遡上しつつ、その変動幅が、減少する過程にあったが、まだ先端付近の下層塩素イオン濃度の縦断勾配は小さく、いわばウォーミングアップの過程と言える。それが、2～3日のうちに下層濃度が大きくなり、かつ均一化が促進されてウォーミングアップが完了し、潮位変動量が非常に小さくなった9月25日に遡上距離が大きく伸びたと思われる。11月10日の場合は、前日あるいは前々日に大きく伸びている可能性もあるが、河口における塩分濃度の変動幅及び先端部における塩分の縦断勾配等から判断して、十分にウォーミングアップが完了しないうちに潮位変動量が大きくなってしまったということも考えられる。10月9日は流量の大きい影響が顕著に現れており、11月23日も同様であろう。以上は海水が最も遡上する付近の現象についてウォーミングアップの程度の差による影響の度合を考えた。そして、混合状態が質的に変化していく過程において、このように各種の要因が総合して働き、結果としていろいろな混合状態が生じる現象を理解することができた。これまで言われてきた履歴現象のうちで、短い時間スケールの現象には以上のような現象が含まれているものと推察することができる。

一方、上下弦から朔望への移行過程は塩水くさびが

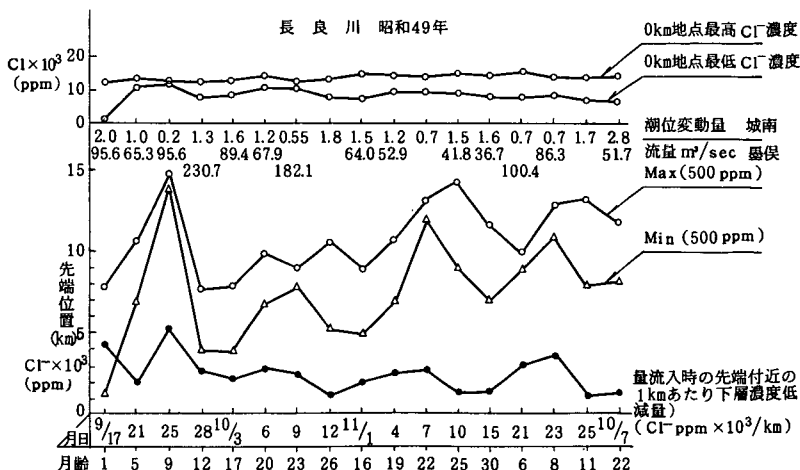


図-4・21 海水遡上状況の変化 (長良川)

破壊されていく過程であり、上述のものと多少異なる。図-4・13にそれを端的に表した。すなわち、潮位変動量の増大に伴って、先端位置の潮汐変化が急増するが、下層濃度まで急激に減少することはないので、遡上距離の最大値がただちに減少することはなく、遡上距離そのものは逆に大きくなることもあり得る。しかし、やがて全体として遡上距離は徐々に小さくなっていく。図-4・21によると、先端位置の変動幅は上下弦後急に大きくなってから朔望後まであまり大きく変わらない。場合によっては、むしろ上下弦直後の方が朔望より大きく変動することがある。先端付近の下層濃度の縦断勾配は、上下弦後相当小さくなった後も、なお朔望にかけて緩やかに減少しつつ、朔望を過ぎてから徐々に大きくなる。河口付近の下層濃度の変動はタイダルブリズムに関係し、上下弦後朔望に向かって増大する。この様子は、湾に流出する河川と外洋に流出する河川とは定量的に異なる。

月齢によって混合形態が変化の様子は、河川の特性的によっても異なる。河川によっては強混合の状態が生じなかったり、弱混合の状態が発生しないということもありうる。長良川の場合には、例えば図-4・14により判断することができる。それを決めることは本論文の目的とするところではないが、極く雑ばくに平均的な線を引くと図-4・14の実線のごとくであり、非常に大きなばらつきはあるが、弱混合は月齢7～10日、緩混合は3～6日及び11～13日、強混合は1～2日及び14～15日程度のようなものである。このように混合形態の遷移には月齢との位相差がある。このことは一般的に言えるようである。すなわち、弱混合となるまでに時間を要し、上下弦を過ぎても2～3日は弱混合状態が持続するが、この状態を過ぎると弱混合状態は生成過程とは逆に、比較的容易に緩混合状態へと移行する。この際に、ほかの特性量として、例えば海水の侵入長や水面勾配などにも、このような位相差が現れる。しかし、海水侵入長の変動幅や下層濃度縦断分布、あるいは内部渦の変動幅などの特性量は、これと若干異なった変化を示す。以上の現象は長良川を例として考察を行ったが、ここではこれらの現象が定性論としては物理的に説明しうることを示したつもりである。この限りにおいて、長良川における現象を一般性ある現象と考えてよい。

〔4〕 混合形態の変化の一般的な特性

長良川では、詳細な実測を行ったので混合形態変化の特性を知ることができた。混合形態変化の主要原因

は〔1〕において述べたが、内部渦や中間層、及び下層濃度変化など、非常に複雑な現象が主体であるから、この現象をシミュレートすることは容易ではない。従って、一般の場合の混合形態の変化の予測法はないから、当面個々の河川において実測を行って推定しなければならない。

しかし、これまでの知見により定性的な予測は可能である。ここでは、〔1〕で述べた原因についての現象の考察を行ったのち、混合形態の変化を予測するのに必要な定性的な取りまとめを試みた。

内部渦による混合効果を定量的に評価することは現段階では困難であるが、内部渦の動きに着目して混合現象を考えてみると、混合形態の変化のしくみが定性的にはある程度理解できる。すなわち、主要内部渦が遡上するとき、この渦より下流では上層において混合が活発であり、水面付近まで濃度が上昇する。また、この渦より上流においても渦の混合によって生じる中間層が影響を受け、中間層内の流速は非常に小さいが徐々に上流にまで及び、中間層状の濃度分布を有する混合形態を取るようになる。一方、海水の遡上が進行し内部境界面が膨らみを有するようになると先端渦も発達し、その影響も加わって、上流部における上層濃度も若干上昇する。この両者の渦の影響の度合は、前者の方が大きいので逆に成層化が進んで、主要内部渦の移動が小さい場合の方が、河道内における上層濃度の変化は小さい。これは、主要内部渦の強度も大きくなく、流速も小さいので中間層の発達が抑えられるためであり、先端渦や連行現象の効果が主要内部渦の効果より小さいことを示す。

次に、河道内部渦は潮位変動量が增大する時期に発達し混合を促進する。特に、流路幅の変化が大きい河道の場合は、河道内部渦が発達しやすいので混合が急激に進行する。潮位が下降状態にあるときには、流向は順流方向が支配的であるから主要内部渦に基づく上流部における中間層の発達はなく、また連行現象はあるが先端渦の影響は次第に小さくなって、上層における塩分濃度は減少していく。ちょうど、中間層が削り取られて薄くなるに従って、結果として上層濃度が小さくなるということである。すなわち、上層の濃度分布は図-4・22のように特徴ある形状となり、順流時には二層流化が促進されると考えてよい。

内部渦と中間層の発達と減衰、及び連行現象の効果は以上のようなものである。潮位変動量が増えて、タイダルブリズムが増大し、流速が大きくなると、連行量が増大し、内部渦が発達して上層濃度が増大する。これに

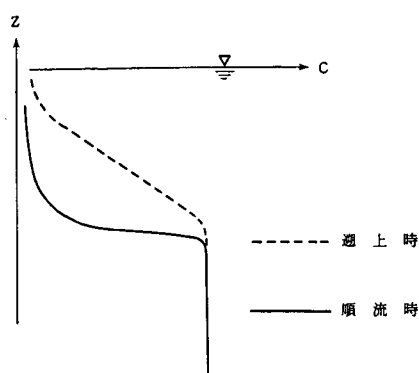


図-4-22 濃度分布形状のパターン

下層濃度の変化が加わって、混合形態が変わっていく。

下層濃度は一般に退上時に上昇し、かつ均一化の方向に進む。これは海水が下層を流路として退上するからであり、上層との相対流速はあまり大きくないので混合による濃度の減少が少ないためである。順流時には下層水深が増大している過程では下層濃度の高濃度化が進むが、下層水深が十分小さくなると下層における流向も正となり、濃度が減少していく。これは先端位置の後退と共に大きくなる。このように、動きが大きくなると下層濃度も減少し、混合度が大きくなる。混合状態の遷移現象に関して、定性的な基本事項は以上のようなものである。

次に、緩混合状態から弱混合状態への遷移過程とその逆の過程では、現れる現象の特性が異なるので、この考え方をもとに、成層過程と混合過程とに分けて考察する。

成層過程では、潮位変動量が小さくなると共に入退潮流量が減少し、流速が小さくなる。重力により海水が下層から退上するが、下層内部における混合は減少し、濃度の上昇と先端までの縦断濃度の均一化が促進される。主要内部渦の変動は小さくなり、これは下流部の安定する場所に落ちつく。この位置が、河口位置であって、おおよそ主要内部渦の先端は渦の長さだけ上流ということになる。先端渦は退上時に成層化が進んでいる内部境界面が急勾配な先端部に発生するが、順流後半にはその強度は減少し、渦が残る場合には先端から離れる。主要内部渦は河口付近に定着するので、それより下流の混合は海水の退上に影響を持たない。主要内部渦の先端より発生する中間濃度の海水は、中間層を形成して潮位上昇時に上流へ運ばれるが、主要内部渦の強度も以前ほど大きくはなく、また流速も減少過程にあるので、上層濃度は減少していく。潮位変

動量がさらに減少すると、下層濃度の増大と上層濃度の減少の現象が助長され、それと共に遡上距離の振幅を減少させながら遡上距離が増大する。主要内部渦の上流端では順流時に $F_1=1$ となる。このとき ε は大きく、 Q は小さいので h_{1c} はかなり小さい。また、内部境界面の位置も高くなるが、不定流効果が加わって、定常状態の塩水くさびの形状とはやや異なった曲線形で時間変化する。成層過程ではこのようにして成層化が進む。

混合過程では、このような状態を初期条件として、潮位変動量の増大に伴って、流速が増大し、順流時のフラッシュが大きくなり、塩水くさび先端付近の下層水深が小さくなり、後退量が非常に大きくなる。下層では流向が正となると下層内の混合が激しく促進されるので、下層濃度の減少と先端部を除く区間における縦断勾配の増大、及び先端付近の縦断勾配の減少がもたらされる。下層濃度が十分小さくないうちは大きな遡上距離となることもあるが、やがて変動幅の増大と共に遡上距離が減少する。一方、主要内部渦と河道内部渦は相対速度の増大により発達し、かつ移動運動も活発となる。主要内部渦の下流では濃度の均一化が進み、相対速度が小さくなるので、渦は存在しなくなり、上流部に残るようになる。そして、潮位変化に伴って上流部において大きく上下運動をする。これらの内部渦の発達と共に中間層が発達し、上層濃度は増大する。それと共に ε の増大、 h_1 の増大及び F_1 の増大などにより、連行量も増大し、上下層の混合が大いに促進される。また、主要内部渦の下流では上層濃度が非常に大きくなるので、結局内部渦の上下流への大きな運動は、またたくまに河道全体の上下層における高濃度をもたらす結果となる。高濃度化は下流の方から促進されるから、主要内部渦は上流へ押しやられ、このようにして緩混合から強混合へと連続的に移行する。混合過程では、内部渦の移動、中間層の発達及び下層濃度の変化など困難な問題があるが、実測値等による部分的な現象を知って合体を推定することが大切である。

〔5〕 混合形態の概略的な定性的推定法

最後に、実測によらない場合の一般の河川における混合形態変化の概略の推定法について述べる。おおよその傾向は、3.〔2〕表-4.2において全国主要河川の混合状況を明らかにしたので、これにより推定することができる。まず、大潮時の潮位変動量が70 cm以下で、滞の河床高が平均海面高となる位置が河口より10

km 以内であれば、常時弱混合状態と考えてよいが、潮位変動量が小さくても、河床高が長い区間にわたって低い場合には、大潮を中心とした数日間緩混合となることがある。大潮時の潮位変動量が $0.7\sim 3\text{ m}$ では、感潮区間長が非常に短い場合を除いて緩混合状態である。ただし、小潮時を中心として数日間は弱混合状態である。また、感潮区間が 10 km 以上になる場合には大潮時を中心として数日間強混合の状態となることがある。潮位変動量が 3 m 以上の場合には、感潮区間長が短い場合を除いて強混合状態である。ただし、小潮時を中心として数日間緩混合又は弱混合状態となることがある。以上の特性は河川の単位幅あたりの自流量 q_f がおよそ $0.4\text{ m}^2/\text{s}$ 以下の場合であって、これ以上になると混合が増大する。

混合形態の変化で、潮位変化や河川の自流量を考えたのは、流速の大小を問題とするからである。従って、河道条件として、上流に大きな貯留面積を有する河道や池があって、塩水くさびの上流端における入退潮流がある場合には、連行現象により混合が促進される。また、流路幅が変化に富む場合には、内部渦の発達容易であり、中間層が成長するので混合度が増大する。限界水深や等流水深の縦断形を計算すれば内部渦の安定する場所が推定でき、そういう場所の多い河道の方が内部渦も多く混合も活発であると考えられる。次に、下層における混合度は、滞の蛇行、滞の河床高の縦断変化及び水面下に没する高水敷を有する河道の場合に増大する。従って、このような河道特性の傾向が顕著なほど混合が促進されることになる。

また、河口部が急縮されている場合には、逆流時に急縮部の上流側において内部渦が発達することがある。これは淡塩水を混合させ、その結果混合の度合いが大きくなるがあるので留意することが必要である。

以上を総合すれば、実測資料のない場合でも、月齢に応じた混合形態を予測することが可能であり、予測しえない場合でも、簡単な実測資料を補足することにより、大略の特性を予測しえるようになる。

6. 結 論

海水の侵入長が問題となるのは、河道のしゅんせつや河床低下、潮止堰の老朽化、ダムの建設や取水量の増大に伴う河川流量の減少、河口閉塞の程度の減少、及び潮位が異常に高くなる場合などであり、特に夏季の渇水時には問題が表面化することがある。このよう

な場合に、現象を正しく理解した上で調査を行い、対策を立てることが肝要である。

川の中の海水侵入の現象は、単純な水路の場合と異なり、複雑であるので、本論文においては、その現象の実態の一部を実測資料を通じて明らかにした。主要な事項は次のようである。

(a) 河川の成層流では、内部境界面の勾配が大きく、これが場所的、時間的に大きく変動し、上層水深も小さいので連行や混合の現象の影響を大きく受ける。また、主要内部渦(内部ジャンプ渦)、河道内部渦及び先端渦などが存在し、これらが全体の運動に対して大きな効果を有しているの、大変に複雑で、かつ安定性も良くない。このような現象に関する従来の研究は不十分であった。

(b) 現象を適切に把握するためには、各河川において適切な取扱いがなされなければならない。本論文においては長良川等の場合について、各種の特性量を把握した。その主要な事項は次のようである。すなわち、内部渦に関連する事項のほか、月齢及び潮位変化による混合状況、下層密度の縦断勾配、遡上距離とその変動幅、水面勾配、及び成層流の現れる範囲等の特性を明らかにした。

(c) 上層における鉛直の濃度分布を、拡散式に基づいて理論的に求めた。理論値が実験や実測の値とよく合わないのは、理論上も若干無理な仮定が含まれる水面付近であるが、主要な部分についてはほぼ理論の適用性が認められた。

(d) 混合形態は3分割されているが、明確な定義はない。そこで通常言われている平均的な内容を尊重し、かつ上層における理論解を参考にして、表面における濃度が底の濃度の1割以下の場合を弱混合、5割以上の場合を強混合、及びその中間の状態を緩混合と定義づけることとした。

(e) 混合形態は連続変化するが、各混合形態の代表的な海水遡上の状況について、資料を通じて考察を行い、それぞれの特性を明らかにした。

(f) 全国の90の主要な河川の資料を整理した結果、各河川の代表的な混合形態は、単位幅流量が $0.2\sim 0.4\text{ m}^2/\text{s}$ 程度であって、潮止堰が存在するとか、あるいは河床が高い特別な河川を除くとき、図-4・10に示すように、感潮区間長と大潮時の潮位変動量によって表すことができる。

(g) 河川における非定常現象と実験水路の中の非定常現象を比較し、類似点と相違点を明らかにした。これにより河川における現象理解を深めることができ

た。

(h) 月齢及び潮位変化に伴う運動と現象の変化について、主として長良川における実測資料に基づいて考察を行い、混合形態の変化にとって直接的な意味合いを有する中間層の発達とその変動の仕組みを明らかにした。

(i) 混合形態の遷移の原因を上層における高濃度化と下層における低濃度化の2つの現象に分けて、それぞれについて考察を行い、混合状態の変化の一般的な特性、及びその概略的な定性的推定法を示した。

付 録

河川の塩水くさびに関する今後の問題点

個々の河川に、それぞれの河相が存在するように、海水の遡上特性についても河川ごとにそれぞれ特性が異なる。その主な原因は、河川の縦横断平面形状、河口から海域にかけての状況、及び河口砂州の変動特性などを含めた河道条件、並びに潮位曲線、流量及び風などの外力条件などがあり、構造物や取水などの人工要素もある。また、海水と河水の密度（塩素イオン濃度と水温）なども無視することはできなく、場合によっては河床の粗度などの影響もある。従って、今後できるだけ多くの河川において現地観測を行い、また数値計算等を行って、一般的な特性について系統的な分類に基づく考察を行う必要がある。

〔1〕 現象の解明に関する問題点

非常に多くの問題があるが本論文の研究の延長上にある問題点を次にあげる。

(a) 内部抵抗係数と中間層の関係を明らかにし、中間層内における混合によるエネルギー消費形態を明確にする。

(b) 内部ジャンプ渦の区間において、連行量がそれ以外の区間における値より減少する理由を理論的に明確にし、連行量を算定する。

(c) 内部渦の現象に関する研究を行うことが必要である。それには、渦の内部及び周辺部における流速分布並びに密度分布などを明らかにしなければならない。大変複雑な問題となるが、当面は実測等による裏付けのもとに近似的な仮定を行って運動量の関係を求めることになろう。なお、内部渦の観測等を行うことにより、渦の形状、強度及び渦の移動と変形に関する特性を明らかにしておく必要がある。そして、下流端

境界条件（位置と上層水深）を渦の特性により与えなければならない。

(d) 主要内部渦のスケール及び安定条件についてさらに詳細な検討を必要とする。

(e) 主要内部渦の中のローラー状渦の間欠性と混合現象の関連については、大きいスケールの長さの次元を有する水理量が関係していると思われる。また、混合によって生産される流体の密度及びその量に関する研究が必要である。

(f) 先端渦によって生産される流体の密度及びその量に関する研究が必要である。

(g) 内部渦の発生機構、内部渦による混合、及び渦の上下流の接続関係を明らかにする必要がある。

(h) 中間層の発達と減衰の現象について、3種類の内部渦と関係づけて考察することによって三層流モデルに発展させることができる。

(i) 下層密度 ρ_2 の縦断変化については、縦拡散係数 D_x の関数形を決めるか、又は別の合理的な ρ_2 の関数形を考察することが望まれる。

(j) 河道諸元が縦断的に著しく変化する場合には、潮位や流量などの外力の変化に応じて、多くの内部渦が発生したり、内部波の発生を見ることがある。また、内部渦が発達する場合には、内部渦のポンプ作用により、圧力を静水圧とは見なしがたい場合もある。

このような問題についても河川調査を行うことが望まれる。

(k) 複断面河道の場合の横断方向への濃度拡散を考慮する必要がある。

(l) 底泥に含有する塩分とその溶出と拡散を調査する必要がある。

(m) 履歴現象と呼ばれるものの内容について現象面から明らかにすることが望まれる。多くは、海水密度の季節変化や波による混合に基づく短期的な海水の密度変化、及び河口部断面の変化などと考えられる。濃度の蓄積も興味ある問題であり、研究の必要がある。

(n) 二層流を三層流として取扱うのと同じ次元で、各層における流速分布や濃度分布を考慮して一次元から二次元問題へと発展させることにも重要な意義が感じられる。この場合には運動量による解析が効力を発揮することとなる。このようにすることにより、例えば一次元解析では $u_2 = 0$ なのにせん断力は働いているという類の矛盾は解消される。

(o) 例えば、成層が発達している段階などで見られることがあるが、塩水くさびの先端付近で ρ_2 が小さいため成層が不十分であり、中間部では成層が進行し

ているような状態がある。また、強混合の場合のように、先端部のみが成層していることもある。このような、混合状態が縦断的にも変化する場合で、かつすべての混合状態に適用できるシミュレーション・モデルを開発することが望まれる。

(p) 断面が複雑な場合の抵抗項の表示法及び下層流の分布特性に関する研究を必要とする。

〔2〕 外力に関する問題点

(a) 風による混合現象の検討が必要であり、解決が急がれている。風に関しては、風浪、吹送流及び、せん断力などの外力に分けられ、水面におけるせん断力、密度分布、流速分布及び内部境界面の安定性などに関する現象の考察を行うことが必要である。

(b) 外力としての上流の一層流を、二層流モデルに連動させることが望まれる。

〔3〕 河道条件等に関する問題点

(a) もぐり堰が存在する場合の海水侵入現象への影響を調べる必要がある。

(b) 水門操作に伴う海水侵入特性の変化など局所的な流れの研究を行うことが必要である。

(c) 堰下流部の海水フラッシュ現象の検討を行うことが必要である。

(d) 合流及び分流が存在する場合の局所的な現象の把握と影響を受ける範囲の考察を行うことが望まれる。

(e) 魚道や閘門を通る海水の挙動及びその影響を調査することが必要である。

(f) 水門越波及び反射波の影響を調査することが必要である。

〔4〕 数値計算上の問題点

(a) 差分格子点間隔 ($\Delta x, \Delta t$) の取り方については、実験水路と長良川における現象を検証値として検討したが、もう少し広範囲の条件のもとでの追加実験を行うことが望まれる。そして、潮位曲線 η/T 以外の水理量の影響など、現象面からの考察を行うことが必要である。また、基礎方程式の無次元表示による運動条件からの理論的考察と、差分計算上の安定問題や誤差の伝播などに関する理論的検討が望まれる。

数値計算上の誤差の累積については、おおむね問題はないと思われるが、なお詳細な検討を必要とする。

(昭和 56 年 12 月 16 日原稿受理)

感潮河川における塩水くさびの水理

土木研究所報告
第160号 1983年10月

須賀 堯 三

感潮河川における塩水くさびの運動について、室内実験及び河川における実測に基づいて考察を行った。その結果、塩水くさびの変動にとって、物理的に基本的な効果を有する内部渦に関して新たな知見を得た。すなわち、内部渦を主要内部渦、河道内部渦及び先端渦に分類し、それぞれの特徴と役割を明らかにした。また、実用的見地から、内部抵抗係数及び連行係数について従来の研究結果を整理し、内部界面の定義を行うなど、合理的な手法に基づいて再検討を行い、かつ、新たに広範囲の資料を追加して実用公式を作成した。

一方、一次元二層不定流モデルを改良して、陰型式差分法により数値計算を実施した。この計算法は河川における複雑な場合にも適合性を有し、弱混合から緩混合の状態（水面の塩分濃度が底における塩分濃度の1/2以上）まで適用可能であることが明らかとなった。

キーワード：塩水くさび，二層流，成層流，感潮河川，混合形態

Report of the Public Works Research Institute, Ministry of Construction

Vol. 160, October 1983

Saline-wedge in a River

Dr. Kyoza Suga

The hydraulic aspects of saline-wedge intrusion into river channels were investigated, through field survey and experimental observation. The major concluding remarks are set forth in the following.

- (a) The presence of large scale internal vortices, such as main, channel, and front vortex, have been confirmed, and the characteristics of their movement have been clarified.
- (b) Practical formulas for the coefficients of internal friction and entrainment have been proposed, which are composed of the Keulegan number, an additional friction term by entrainment, and the internal Froude number, respectively. These are applicable to a wide range of conditions.
- (c) A one dimensional, two-layer, unsteady flow model considering entrainment and longitudinal density gradient in both layers has been developed, which is applicable to conditions of weak and moderate mixing where the extent of saline water intrusion is large.

Key Words : Salt-wedge, Two Layer Flow, Stratified Flow, Estuary, Mixing Condition

土木研究所報告第160号

昭和58年10月31日発行

発行 建設省土木研究所
〒305 茨城県筑波郡豊里町大字旭1番地
電話 0298 (64) 2211

印刷 前田印刷株式会社
金沢市金市町ホ34番地1
電話 (0762) 57-3391

本研究報告より転載又は複写する場合は、前もって
建設省土木研究所情報資料課に連絡のうえ、許可を
得てください。

Report
of
The Public Works Research Institute
Ministry of Construction

Vol. 160 October 1983

CONTENTS

Saline-wedge in a River

1. Kyoza Suga
Internal Vortices (1)
 2. Kyoza Suga, Akira Takahashi
Empirical Formulae of Internal Friction and
Entrainment (37)
 3. Kyoza Suga
* Some Notes on Numerical Calculation of Two
Layer Unsteady One-dimensional Flow (67)
 4. Kyoza Suga
Field Condition of Saline-wedge and the Shift
of Mixing State (107)
-