

土 木 研 究 所 報 告

第 163 号

水循環モデルの実用的作成法とその応用……………今村瑞穂
大内忠臣

昭 和 59 年 3 月

建 設 省 土 木 研 究 所

Copyright © 1984 by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は土木研究所長の承認を得ずしてこれを行ってはならない。

水循環モデルの実用的作成法とその応用

今村 瑞穂*, 大内 忠臣**

A Practical Method for Constructing Hydrological Cycle Models in Watershed and Its Application

by Mizuho Imamura*, Tadaomi Ouchi**

要 旨 :

効果的な流水管理を行うに当たっては、任意時刻における流域の水循環状況を、比較的精度よくかつ容易に把握・推定できるような水循環モデルが重要な役割を果たす。本研究は、このような水循環モデルの簡単で実用性の高い作成方法とその適用例を提示したものである。

本方法論は、水循環モデルを構成する種々のサブ・モデルを、対象とする現象の物理的機構を考慮して一連の非線形微分方程式系として定式化する。その未知パラメータ群を「準線形化と非線形最適化手法を組合せた方法」により、対象期間の水文観測資料から機械的かつ合理的に決定しようとするものである。適用例として、長期流出モデル、洪水流出モデルの作成を試みた。さらには、洪水流出モデルの逐次的な同定結果を利用した洪水時の貯水地操作方法についても検討した。以上の方法論の有用性は、実際の流域及びダムにおける分析結果から立証された。

キーワード：水循環モデル，長期流出，洪水流出，流水管理，洪水調節，貯水池操作，適応制御，準線形化，非線形最適化手法

Synopsis :

This paper presents a simple, practical and systematic approach to describe, identify and use watershed hydrological cycle models which play important roles in the effective control of water resources. It consists of following two main procedure :

(i) Model description of hydrological phenomena under consideration as a series of nonlinear differential equations.

(ii) Automatical determination of model's unknown parameters based upon observed hydrological data using a method composed of "quasilinearization" and "nonlinear optimization technique with constraints".

The applicability and availability of this approach are verified through several case studies concerning runoff models (long-range runoff and flood runoff) and a reservoir operation method during floods which makes use of information obtained by the sequential identifications of flood runoff model.

Key Words : Hydrological Cycle Model, Long-range Runoff, Flood Runoff, Stream-flow Control, Flood Control, Reservoir Operations, Adaptive Control, Quasilinearization, Nonlinear Optimization Technique.

* 建設省土木研究所水資源開発研究所室長（現 建設省関東地方建設局八ッ場ダム工事事務所長）

** 土木研究所水資源開発研究室研究員（現 近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所広域水管理課長）

目 次

1. まえがき	(3)	[3] 準線形化と非線形最適化手法を組合せた モデル同定手法の実流域への適用	(44)
2. 水循環モデルとパラメータ決定法	(3)	(1) 検討ケース	(44)
[1] 水循環モデルの具備すべき条件	(3)	(2) 結果の分析	(45)
[2] 水循環モデルの作成方法	(4)	(3) モデル同定手法の評価	(45)
[3] 本研究の目的	(5)	[4] まとめ	(45)
3. 準線形化手法を援用した水循環 モデルの同定手法	(6)	5. 洪水流出モデルへの適用	(49)
[1] 準線形化手法による水循環モデルの同定	(6)	[1] 洪水流出モデルの定式化	(49)
[2] 準線形化手法	(7)	(1) モデルの基本構造	(49)
(1) Newton Raphson 法	(7)	(2) 洪水流出モデルの定式化	(51)
(2) 準線形化	(7)	[2] 洪水流出モデルの同定手法	(51)
[3] 準線形化手法によるモデル・ パラメータの決定法	(9)	(1) 同定プロセス	(51)
(1) 準線形化と最小自乗法の組合せ によるモデル同定手法	(9)	(2) 洪水流出モデルの展開	(52)
(2) 本モデル同定手法の問題点とその改良 —準線形化と制約条件付非線形最適化 手法を組合せたモデル同定手法—	(11)	[3] 実流域への適用結果とその考察	(54)
4. 長期流出モデルへの適用	(13)	(1) 対象流域及び対象洪水	(54)
[1] 長期流出モデルの定式化	(14)	(2) モデル同定結果の考察	(55)
(1) 降雨流出モデルの基本構造	(14)	(3) 洪水流出モデルの構造に関する検討	(64)
(2) 長期流出モデルの定式化	(16)	[4] まとめ	(67)
[2] 実流域への適用とその結果 —準線形化と最小自乗法の 組合せ法(QL法)による—	(21)	6. 流水管理への応用可能性—洪水時の 貯水池操作への適用例—	(68)
(1) 対象流域の概要	(21)	[1] 水循環モデル作成手法の応用方向	(68)
(2) モデル同定の計算ケース	(21)	[2] 洪水時の貯水池操作への適用例 (ケース・スタディ)	(68)
(3) 結果の分析-1 モデル同定手法の 適用性	(24)	(1) 洪水時の貯水池操作の基本プロセス	(68)
(4) 結果の分析-2 長期流出モデルの 適用性	(37)	(2) 流域貯留を考慮した事前放流量 決定モデル	(70)
(5) 結果と問題点の整理	(40)	(3) モデル・ダムにおけるケース・ スタディ	(71)
		[3] まとめ	(74)
		7. 結 論	(83)
		謝 辞	(85)
		参考文献	(85)

1. まえがき

我々が通常観測している河川流量は、図-1・1に示すように、上流域における各分割流域からの表面流出、中間流出、地下水流出あるいは農業用水、都市用水の取水さらにはその河川還元など、さまざまな水循環の過程と時間遅れを経て当該地点に到達したものである。もし、河川流量等の水文観測量を、種々の過程を経てきた成分による構成状態にまで立ち入って知ることができれば、流域の水資源管理において極めて有効な情報となるであろう。例えば、利水基準地点の河川流量に占める農業用水や都市用水等の河川への還元量が推定できれば、水資源計画における取水排水機構の変更や用水の転用が流域の水利用体系にもたらす効果や影響を、かなり正確に把握することが可能となろう。一方、たとえ短期間であっても、近い将来における各水循環成分量の確実度の高い予測が可能であれば、日々の低水管理や時々刻々の高水管理において極めて有益であろう。多目的ダムの管理を例にとれば、精度の高い洪水流出量や基底流出量の推定は、効果的な洪水調節や用水補給を遂行するに当たって必要となる。

流域の水循環過程の一部分あるいは全体を表現し、水資源管理上必要な水循環成分量を把握・推定できるような水循環モデルは、上述のような要求を満たす一つの有力な手段である。このとき、利用目的に応じて、複雑・多様な水循環機構をモデル化し、その未知パラメータ群を合理的に決定する方法の確立が重要な課題となる。

本研究は、以上のような観点から、水循環モデルを既往の水文学的知見を踏まえてある一定の形式で定式化した上で、モデルを構成する未知パラメータ群を、実測水文データを用いて半ば機械的に決定する数学的手法の開発とその適用を試みたものである。

2. 水循環モデルとパラメータ決定法

〔1〕 水循環モデルの具備すべき条件

本研究では、「水循環モデル」とは治水・利水といった利用目的を問わず、洪水・低水を含めて流域内のすべての水（水量及び水質）の動き全体、あるいは一部を表現しようとするモデルを総称するものとして定義する。広範かつ多様化していく土地利用・水利用形態の中で、流域を洪水から防御し、水資源の適正な管理を効率的に行うためには、流域水循環機構を的確に表

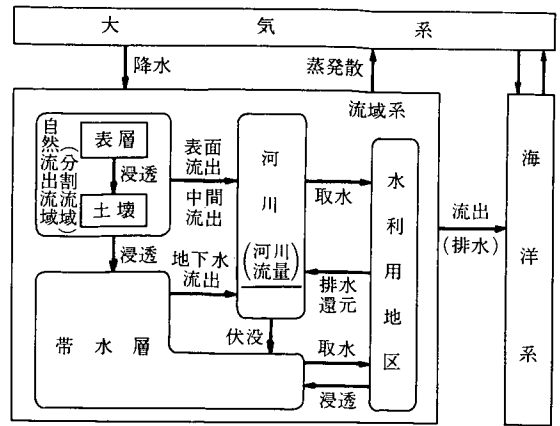


図-1・1 流域の水循環概念図

現する水循環モデルが必要となることが少なくない。このような水循環モデルの使用レベルとしては、次の3段階に大別できよう³⁾。

- ① 任意時点における流域の水循環状況をよりの確に把握しようとするもの。
- ② その上で流域の水循環と流域制御あるいは水利用・土地利用の相互影響をシミュレートしようとするもの。
- ③ さらに、ある評価基準のもとで適切な水循環、水利用等のコントロール方法を探ろうとするもの。

水循環モデルがこれらの役目を果たすためには、例えその利用目的が利水であっても治水であっても、次のような機能を備えている必要がある。以下では、主として水利用から要求される機能について詳述した後、洪水防御面から必要となる機能について補足的に説明を加えることにする。

まず、水循環モデルの具備すべき第一の機能は、流域内の水の動きを面的かつ時系列的に表現できることである。降水として流域にもたらされた水は、洪水として地表及び土壌表層を経て河道に到達したり、あるいは流域に貯留されたりする。河川水は、その流下の途上においてダムなどにより調節あるいは貯留されたり、用水として取水利用される。なお、流域で利用された後の排水は再び河川に還元する場合もある。また、地表の水は地下へ浸透し地下水として滞留したり、蒸発散として大気中に失われる。地下水は、人為的に汲上げられ利用され、あるいは地下水流出となり、再び河川に湧出することもある。このように複雑かつ多様な流域内の水の動きを、必要とする空間的・時間的スケールで表現できることが、最も基本的な機能である。

上記の機能が得られたならば、次に要求される機能

は、水循環に人為的操作を加えた場合に、流域の水の動きの変化を面的かつ時系列的に表現できることである。すなわち、流域内の一地域（一地点）における水利用あるいは水制御が、河川水、地下水などの水循環に及ぼすインパクト、さらには、水循環機構を媒介として、他の地域（地点）の水利用等に及ぼす影響を定量的に表現できなければならない。ここで人為的操作については、水資源管理における二つの側面、すなわち、計画論的な観点からと流水管理上の観点とから考える必要がある。前者については、流況調整施設の増設や運用の変更、及び用水循環の合理化（取排水量の変更、取排水系統の整理・統合・分散）により流域内の水資源の効率的利用を計画する場合に、その計画を実行した場合に結果として生ずるであろう流況を予測、表現できることが要求される。後者については、洪水調節の場合はもとより渇水が予想される場合などにおいて、近い将来の河川流量等が予測可能であると共に、流況調整施設により流況を調整したり、渇水調整などにより利水形態に変化を加えたりした時に、その結果として起こるであろう流況を表現できることが必要となる。特に流水管理上の目的から見た場合、水循環モデルの利用の容易さと共に、当該期間の水循環状況ができる限り精度よく再現できることが強く要求される。

さらに可能であるならば、水利用に伴う便益、費用（被害を含む）など他の目的関数と連立されることにより、水循環のコントロール方法の最適化を図ることができることが現時点における最終的な目標と考えられる。

また今後の水資源管理に当たっては、水量、水質両面からの水循環の管理が重要な課題となる。そのため、水循環モデルにおいては、水質に関しても水量と同様に上述のような機能を有する必要がある。

以上は、水循環モデルに関して、主として水利用上の目的から要求される機能について言及した。もちろん、洪水調節など治水上の目的からも、ほとんど同様な機能が要求される。すなわち、ダムによる洪水調節などにおいては、現在の貯水池流入量の把握のほか、近い将来の変化状況の予測が必要となる。さらに、流域の土地利用等が洪水時の水循環機構に及ぼす影響を表現すると共に、適切な治水対策・洪水調節の評価が可能となるような機能が望まれる。

本研究においては、先述の3種の機能のうち、第1及び第2の機能に主眼を置いて水循環モデルの作成方法を検討していくことにする。

〔2〕 水循環モデルの作成方法

前節で概述したとおり、効果的な水資源管理を進める上で一つの有用な道具となる水循環モデルは、降雨流出、河道流下、用水還元、地下水流動さらには河川水質変動といった種々の現象（以下、水循環現象という）から構成される流域の水循環機構を、利用目的に応じて必要とする精度で表現可能でなければならない。しかも、水循環モデルの構造は、実用面から見てできる限り簡潔であることが望まれる。しかしながら、このような流域の水循環の全体を一つのモデルとして表現することは、個々の水循環現象自体及びその相互作用の複雑さのためにほとんど不可能である。たとえてきたとしても、利用上の簡便さが損なわれている虞がある。一方、各々の水循環現象についてモデルを作成する場合にも、個々のサブ・モデルは一般には多くの未知パラメータを含み、これらの的確な数値を決定するには、その取り扱っている現象の非線形性等のため、多大の労力を要することが少なくない。

一般的に見て、流域の水循環モデルの作成に当たっては、次のような手順をとるのが効果的であると考えられる。すなわち、

- ① まず対象とする水循環機構及び流域を、その特性を考慮していくつかの水循環現象及び小流域に分解する。
- ② 次に個々の現象について、その内部機構をできる限り考慮した形でサブ・モデルを定式化し、その未知パラメータを決定する。
- ③ その後、各サブ・モデルを有機的に結合させることによって全体的な水循環モデルを構築する。

表・2・1に示すような水循環モデルのサブ・モデルとして取り扱われる水循環現象を表現するため、現在までに多くのモデルが様々なアプローチにより作成されている。これらは、それぞれに異なった方法でモデルパラメータの決定（モデル同定）が試みられている。例えば、最も基本的な降雨流出モデル（洪水流出モデル及び長期流出モデル）を例にとると、以下のような指摘ができよう。

降雨流出モデルは、第4章に示すとおり人によって様々な分類が行われている。角屋⁵⁾は、その手法から①単位図法、②貯留法、③雨水流法に分けている。これらの降雨流出モデルをその同定方法の面から眺めると、次の指摘ができよう。すなわち、角屋の分類による単位図法に属するモデル（特にブラックボックス・モデル）は、そのパラメータ決定手法（代数的方法、変換

表-2・1 流域水循環モデルを構成するサブ・モデル (例)

利 用 目 的	水 循 環 サ ブ ・ モ デ ル の 例
高 水 管 理	洪水流出モデル, 融雪流出モデル, 洪水伝播モデル, 河床変動モデル, 洪水氾濫モデル………
低 水 管 理	長期流出モデル, 融雪流出モデル, 河道(低水) 流下モデル 用水取水還元モデル, 河道及び流域水収支モデル………
水 質 ・ 環 境 管 理	(河川, 貯水池) 水質汚濁モデル, 塩水遡上モデル, 河川生態系モデル, ………
地 下 水 管 理	地下水流動モデル, 地下水質汚濁モデル, 地盤沈下モデル, 地下水収支モデル, ………

法, 相関回帰法, GMDH などがある)により各々のモデルが特徴づけられる。一方, 貯留法に分類されるモデルとして, 菅原のタンクモデル, 木村の貯留関数法, Linsley らのスタンフォード・モデルなどが挙げられ, また, 雨水流法として Kinematic Wave 法がある。これらのモデルを構成するパラメータの決定は, その一部は流域条件や水文資料から機械的に求められるものの, ほとんどは試行錯誤によっており, そのため多くの時間と労力が必要となることが少なくない。

しかしながら, 最近では, 電子計算機を用いてモデルの自動同定あるいは最適同定が試みられ, その実用化が図られている。タンクモデルの同定については, 菅原⁷⁾らの独自の研究のほか, 小林⁸⁾, 永井⁹⁾及び Ronald¹⁰⁾が, Powell 法, DFP (Davidon-Fletcher-Powell) 法などの非線形最適化手法を用いて, 観測ハイドロ・グラフと実測ハイドロ・グラフとの間の適合度を最大にするようにモデル・パラメータを決定する方法を提案している。貯留関数法あるいはそれに類似した Prasad モデルに対しても, 準線形化と最小二乗法の組み合わせ法^{11), 12)}, 動的計画法¹³⁾あるいは非線形最適化手法^{12), 14)}などによる機械的なモデル同定が試みられている。さらに, 雨水流法についても, 永井¹²⁾, 高樺¹⁵⁾により非線形最適化手法を用いたモデル同定法が提案されている。

また, 地下水流動モデル及び水質モデルにおけるパラメータ推定も, 山口¹⁶⁾のいう水文学的なモデルについては, いまだ試行錯誤による方法が用いられることが少なくないが, 近年一部では, 最適同定の試みがなされている^{16), 17), 18)}。

〔3〕 本研究の目的

前節で概観したとおり, 水循環モデルに取り込むべき各種の水循環現象について, 現在までに, 多くのモデルがさまざまなアプローチにより作成され, また,

モデルごとに異なった方法で未知パラメータの決定(モデルの同定)が試みられている。しかし, 実用的な水循環モデルの構築においては, 各サブ・モデルの作成に当たり, できるだけ共通した現象へのアプローチと表現方法, モデルの同定方法さらにはシミュレーション手法が用いられることが不可欠である。特に, モデル同定の作業は, 可能な限り簡略化する必要があると考えられる。

ところで, 多くの水循環現象は, その連続性及び物理性を考慮することにより, 一般には非線形微分方程式系として近似表現できる場合が多い。このような非線形微分方程式系によって記述されたモデルの未知パラメータを数値的に求める方法の一つとして, 準線形化手法⁹⁾と最小自乗法を組み合わせた手法が提案されている。これは, 簡単な数値解析法の組み合わせにより構成されており, またその線形性のための計算も容易である。さらには, 適切な初期値の設定により良好な収束性を有するといった特徴をもっている。この手法は, 洪水流出モデル¹¹⁾, 地下水解析¹⁷⁾, 水質解析¹⁸⁾などにその適用が試みられており, 極めて汎用性のあるモデル同定手法であると言える。また, このような手法を用いることにより, モデルの未知パラメータを機械的に決定できるばかりでなく, その結果より, 水循環要素の内部構成を類推することが可能となる。

本研究の目的は, 流水管理への適用という観点から水循環モデルの作成に当たり, 複雑・多様な水循環機構をモデル化し, その未知パラメータ群を上述の準線形化手法を援用して合理的かつ半ば機械的に決定する一連の方法論を提案することである。このとき, まず従来より提案されている準線形化手法と最小自乗法の組み合わせによるモデルの機械的な同定手順を紹介し, その長期流出モデルへの適用例と共に, 当方法の有用性と限界を述べる。その後, このような方法論による水循環モデル同定の収束性及び実用性を高めるために

未知パラメータの値の取り得る範囲等の制約条件を考慮できるようにし、準線形化手法と制約条件付非線形最適化手法を組み合わせたモデル同定手法を提案する。本手法を水循環モデルの1つである降雨流出モデルの機械的同定に適用した例を紹介した上で、これらの降雨流出モデルと同定手法を、ダムによる洪水調節に応用した結果を紹介する。

3. 準線形化手法を援用した水循環モデルの同定手法

[1] 準線形化手法による水循環モデルの同定

水循環モデルが取り扱うべき流域の水循環現象は、その現象が有する特性を考慮して数学モデルとして記述しようとした場合、非線形微分方程式形で表現されることが少なくない。このような数学モデルは未知パラメータを多く含み、解析的に解くのが困難な場合が多く、そのため何らかの形でモデル・パラメータ値を設定し、数値計算により解くのが一般的であると言える。

このような数値計算法の1つとして、準線形化による非線形微分方程式系の解法が提案されている^{20),21),22)}。これは、非線形微分方程式系のパラメータ決定問題(境界値問題)を線形常微分方程式系の初期値問題に置き換え、原問題の境界条件あるいは現象の観測値を最もよく再現するようモデル・パラメータ(初期値)を設定しようとするものである。

準線形化手法(quasi linearization)は、代数方程式の根を求めるNewton-Raphson法(この身近な適用例として貯留関数法による流出計算²³⁾が挙げられる^(註1))を関数方程式へ一般化したものである。以下では、まず準線形化によるモデル同定手法の水循環モデルへの既往の適用例を簡単に紹介することにする。

Labadieら¹¹⁾は、準線形化手法と二乗誤差最小を組合せ、次式(3・1)のPrasadの洪水流出モデル²⁴⁾のパラメータ同定を試みている。

$$K_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + K_1 N Q^{N-1} \frac{dQ}{dt} + Q = R \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 1)$$

ここで R : 降雨強度, Q : 流出高, K_1, K_2, N : 未知パラメータである。
すなわち、本手法は、次の二乗誤差

$$E = \sum_t \{Q^{ob}(t) - Q^{cal}(t)\}^2 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 2)$$

$Q^{ob}(t), Q^{cal}(t)$ は各々時刻 t における流出高の観測値及び式(3・1)からの推定値

を最小とするような、未知パラメータ K_1, K_2 及び流出高 $Q, dQ/dt$ の初期値を求めようとするものである。一方、永井ら¹²⁾は、木村の貯留関数法、すなわち

$$S_t = KQ_t^P \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 3)$$

$$\frac{dS_t}{dt} = r_e - Q_t \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 4)$$

ここに、 r_e : 有効降雨強度, $Q_t(t) = Q(t + T_L)$: 遅れ時間 T_L を考慮した直接流出高, S_t : 見かけの流域貯留高, t : 時間, K, P : 定数

について、その未知パラメータ群のうち、 K を準線形化と最小自乗法の組合せ手法で、 T_L 及び P を黄金分割法により求める方法を提案している。

Yeh¹⁷⁾らは、地下水解析(滲水層定数の決定)に当たって準線形化手法の適用を試みている。すなわち、一樣等方滲水層における揚水量一定の井戸周辺の非定常流は、次式で表される。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 5)$$

$$\begin{cases} t = 0 \text{ のとき } h = h_0 & (r \geq 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 6)$$

$$\begin{cases} r = \infty \text{ のとき } h = h_0 & (t \geq 0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 7)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2 \pi T} \quad (t > 0) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 8)$$

ここで、 r : 揚水井戸からの放射方向距離, h, h_0 : 不透水層からの水位及び初期水位, S : 貯留係数, T : 透水量係数, t : 時刻, Q : 揚水量(一定)である。

Yehらは、式(3・5)を $\phi = r^2/4t$ により式(3・9)～(3・11)の常微分方程式系に変換した上で、準線形化手法と最小自乗法を用いて、観測地下水位分布を最もよく再現するように係数 S 及び T の値を決定している。

$$\left\{ \frac{d^2 h}{d\phi^2} + \left(\frac{S}{T} + \frac{1}{\phi} \right) \frac{dh}{d\phi} = 0 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 9) \right.$$

$$\left. \begin{cases} \phi = \infty \text{ のとき } h = h_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 10) \right.$$

$$\left. \lim_{\phi \rightarrow 0} \phi \frac{dh}{d\phi} = \frac{Q}{4 \pi r} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 11) \right.$$

さらに、Haimes¹⁸⁾は、準線形化手法による湖沼の富栄養化問題の解析例を紹介している。このとき基本モ

(注1) 貯留関数法による流出計算の1方法として、各時刻ごとの代数方程式の根として流出量を求めていく方法がある。

デルは次の放物型偏微分方程式（拡散方程式）で表現されている。

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = E \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} - mu(z, t) - g \quad (3 \cdot 12)$$

ここで、 $u(z, t)$ ：水深 z 、時刻 t におけるクロロフィル濃度、 E ：水深方向の混合度合を示す渦動拡散係数、 m ：死滅率、 g ：捕食係数である。論文では、式(3・12)をラプラス変換等により常微分方程式系に変換した後、準線形化手法を用いて未知パラメータ E 、 m 、 g を決定している。

流域における水量及び水質の循環機構は、その物理性・連続性等を考慮することにより、未知パラメータを含んだ非線形微分方程式系で記述されることが少なくない。準線形化手法は、上述の適用例でも理解されたとおり、未知のパラメータや初期条件・境界条件を有する常微分方程式を解くのに効果的な方法であると言える。

〔2〕 準線形化手法^{20),21),22),25),26)}

準線形化とは、非線形代数方程式の解法の1つである Newton-Raphson 法を非線形関数方程式へ一般化したものであると言うことができる。その手順は、非線形微分方程式を線形微分方程式で近似し、適当な初期近似解を与え、逐次解法により解列をもとの非線形微分方程式系の解に収束させる方法である。この方法の収束性は、ある条件のもとでは数学的に保証されており、そのため、技術的经验や知見を踏まえて適切な初期近似解を与えさえすれば、真の解に収束する関数列を得ることができる。本節では、準線形化の基本概念を簡単に紹介する。

(1) Newton-Raphson 法

ここで、次の非線形代数方程式の求根問題を考える。

$$y = f(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 13)$$

この種の問題の数値的解法として、次のような反復的方法がある（図-3・1 参照）。

- ① 式 (3・13) の実根 α の近似解を x_0 とする。
- ② $y=f(x)$ を $x=x_i$ で Taylor 展開し、二次以上の項を無視すると次式を得る。

$$f(x) \cong f(x_i) + f'(x_i)(x - x_i) \quad \dots\dots (3 \cdot 14)$$

- ③ α に対する次の近似解 x_{i+1} は、もし $f'(x_i) \neq 0$ ならば、式 (3・14) の右辺 = 0 として次のように与えられる。

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 15)$$

これが、Newton-Raphson 反復公式と呼ばれるものである。以上のプロセスを繰り返すことにより、式 (3・13) の解を数値的に求めることが可能である。なお、ある条件のもとでは、式 (3・15) により得られる解列は、“2 次の速さ^(注2)”で真値 α に収束することが証明される。

(2) 準線形化

式 (3・13) においては、 x は変数であったが、これを関数 $x(t)$ にまで拡張することを考える。すなわち、

$$y = f(x(t), t) = 0 \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 16)$$

式 (3・16) は関数方程式と呼ばれ、微分方程式は、その一例である。

準線形化とは、関数 $x(t)$ の近似曲線 $x^{(0)}(t)$ を仮定することにより、非線形関数^(注3) $f(x(t), t)$ を次式(3・17)で表される $x(t)$ に関する1次式（線形式）によって近似し、反復計算による関数 $x(t)$ を求めようとするものである。

$$f(x(t), t) \cong f(x^{(0)}(t), t) + J(x(t) - x^{(0)}(t))$$

ただし

$$J(x^{(0)}(t)) = \left. \frac{\partial f(x(t), t)}{\partial x} \right|_{x(t)=x^{(0)}(t)} \quad (3 \cdot 17)$$

式 (3・17) は、概念的には図-3・2 で表される。

さて、以下では、本論文において対象とする非線形

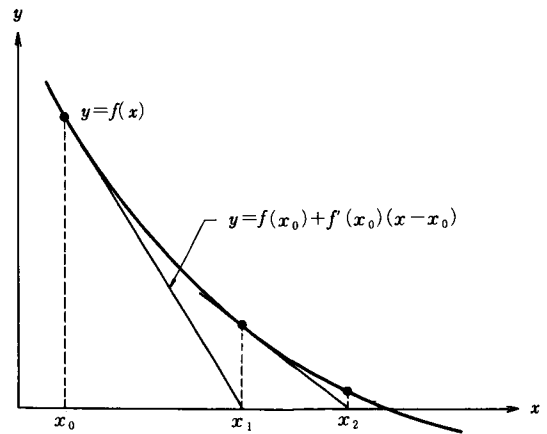


図-3・1 Newton Raphson 法による求解手順

(注2) $x_{i+1} = F(x_i)$ に対して $\lim_{i \rightarrow \infty} |x_{i+1} - \alpha| / |x_i - \alpha| = C \neq 0$

が成立するとき、 $x = F(x)$ は、 m 次の収束をするという。

(注3) 未知な関数を含む方程式を関数方程式と呼ぶ。また、関数 $x(t)$ の関数である $f(x(t), t)$ を汎関数という。

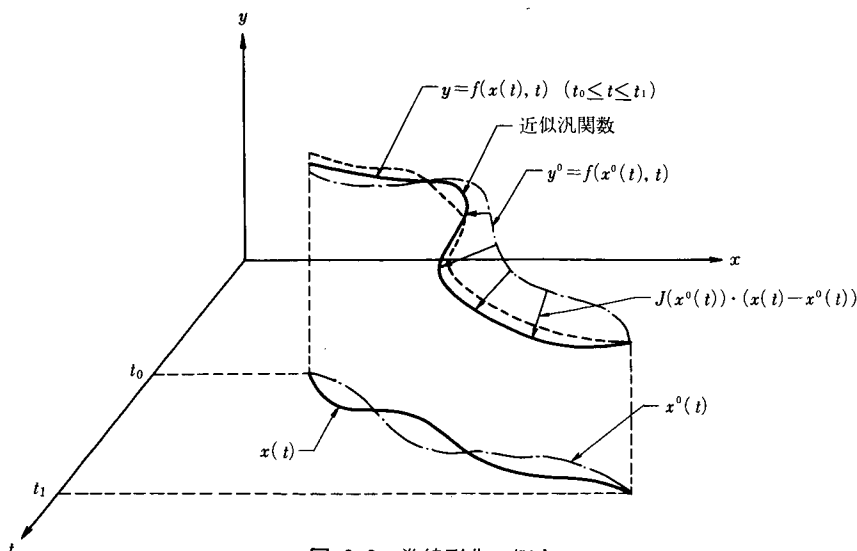


図-3・2 準線形化の概念

微分方程式系の準線形化による解法を述べる。まず、次の非線形常微分方程式系の境界値問題を考える。

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t), t), \dots \quad (3 \cdot 18)$$

$$0 \leq t \leq t_l$$

$$\left. \begin{aligned} x_j(t_l) &= x_j^f \\ j &= 1, 2, \dots, l \\ x_k(0) &= x_k^0 \\ k &= 1+1, 1+2, \dots, m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3 \cdot 19)$$

ここで、 x_j^f , x_k^0 の添字は、各々境界値、初期値であることを意味する。式(3・18)は、次式のベクトル形式でも表される。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) \dots \dots \dots (3 \cdot 20)$$

ここで $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$ が非線形であるので、 l 個の初期値 $x_{k(0)}$ が未知である場合、この問題に数値積分法は適用できない。また、解の存在及び一意性についても保証されない。一方、もし式(3・20)が連立線形常微分方程式系で近似された場合、数値積分により一般解が求められ、それより境界条件を満たす初期等の決定が可能となる。さて初期近似解 $\mathbf{x}^{(0)}(t)$ を仮定し、式(3・17)のように関数 $\mathbf{f}$ を $\mathbf{x}^{(0)}(t)$ の周りでテーラー展開し、高次の項を省略すると

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}(t), t) + J(\mathbf{x}^{(0)}(t)) \\ &\quad (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{(0)}(t)) \dots \dots \dots (3 \cdot 21) \end{aligned}$$

$$J(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{array}{cccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}, & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}, & \dots, & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}, & \frac{\partial f_m}{\partial x_2}, & \dots, & \frac{\partial f_m}{\partial x_m} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3 \cdot 22)$$

が得られる。 $J(\mathbf{x})$ はヤコビアンと呼ばれる。式(3・20)は、式(3・21)を代入することにより、次の線形微分方程式系に変換される。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}(t), t) + J(\mathbf{x}^{(0)}(t)) \\ &\quad \cdot (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{(0)}(t)) \dots \dots \dots (3 \cdot 23) \end{aligned}$$

この式(3・23)を境界条件式(3・19)のもとで解けば第1次近似が得られる。この操作を繰り返すことにより、次式を満たす近似解列 $\{\mathbf{x}^{(n)}(t)\}$ を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}^{(n+1)}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}, t) + J(\mathbf{x}^{(n)})(\mathbf{x}^{(n+1)} - \mathbf{x}^{(n)}) \\ &\dots \dots \dots (3 \cdot 24) \end{aligned}$$

この式は一般化されたNewton-Raphson法とも呼ばれる。

この近似解列 $\{\mathbf{x}^{(n)}(t)\}$ ($n = 0, 1, 2, \dots, n$)は

- ① t_l が十分に小さいとき。あるいは
- ② t_l が大きくと、関数 $\mathbf{x}(t)$ の初期近似をうまく解に近くとる。

ことにより、もとの非線形微分方程式系式(3・20)の解に2次収束することが数学的に証明される^{20), 21), 26)}。このことから、準線形化による微分方程式の求解におけ

る収束性の速さが理解されよう。また、実用的には近似解列が単調収束することが望まれるが、そのためには次の条件を満たすことが必要である。

(単調収束の条件)

「線形微分作用素 $[d/dt - J(x(t))]$ が正値性を有すること。」

ここで微分作用素 $[d/dt - A(t)]$ が正値であるとは以下のことをいう。すなわち、

$$\dot{x} \geq A(t) \cdot x \quad x(0) = c \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 25)$$

$$\dot{y} = A(t) \cdot y \quad y(0) = c \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 26)$$

を満たす任意の x, y について、

$$x(t) \geq y(t) \quad \dots\dots\dots (3 \cdot 27)$$

を成り立つことをいう。

本条件の証明については参考文献 26) 等を参照されたい。

以上の準線形化による非線形微分方程式系の求解手順を図-3・3²⁵⁾に示す。本解法の広範な適用例は文献^{20), 21), 22)}に詳述されている。

[3] 準線形化手法によるモデル・パラメータの決定法

準線形化手法は、未知パラメータや初期条件・境界

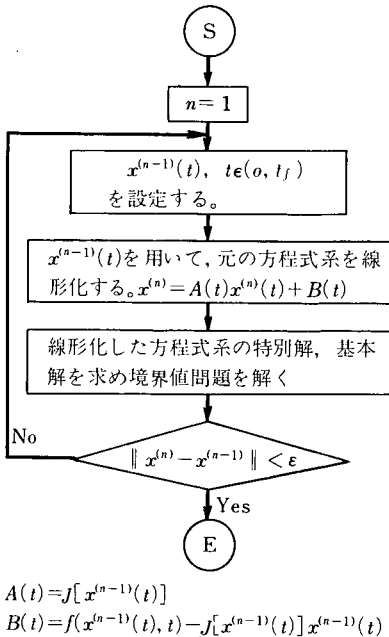


図-3・3 準線形化による非線形微分方程式系の境界値問題の解法フロー

条件を持つ常・偏微分方程式系の実用的な数値解法である。その適用範囲は次のように分類される。

- ① 非線形微分方程式の初期値・境界値問題を解く
- ② 初期条件が未知の非線形常微分方程式系のパラメータ決定
- ③ 特殊な部類の偏微分方程式系のパラメータ決定

本節では、②の方法について、その解法のプロセスを説明する。以下では、Labadie ら¹¹⁾によって提案された準線形化と最小自乗法を組合せた基本的なパラメータ決定(モデル同定)手法を紹介する。次いで、このモデル同定手法の特徴と問題点について言及した後、それら問題点を改良するために、筆者らが提案する準線形化と簡単な非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法について説明を加えることにする。

(1) 準線形化と最小自乗法の組合せによるモデル同定手法

本モデル同定手法の基本フローは図-3・4に示すとおり

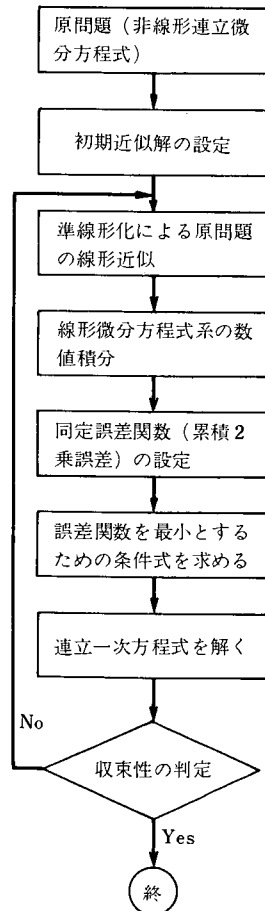


図-3・4 準線形化と最小自乗法の組み合わせによるモデル同定手法の基本フロー

りである。以下、各ステップについて概説する。

a) 原問題 (非線形連立微分方程式系) の定式化
パラメータ決定に当たっては、まず、対象とするモデルを次のような形式 (正規形式) で記述する。

$$\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt} = f_i(x(t), t) \quad \dots\dots\dots (3\cdot28)$$

$$i = 1, \dots, N$$

ここでは、モデルの未知パラメータも時間的に一定な変数と見なして、状態変数 (河川流出量など) と合わせて $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$ と表示している。また、 N : 変数の数, f_i : モデルの構造式, t : 時間である。

たとえ元のモデルが式 (3・28) のような構造をしていなくとも、その大部分は変数 (座標) 変換等によって正規形式で表現することが可能であることが多い。

b) 初期近似解の設定

初期近似解の設定方法としては種々の方法が考えられるが、ここでは以下の方法を用いることにする。

状態変数のうち河川流量など観測値の得られるものについては、観測値時系列を初期近似解 $x_i^{(0)}(t)$ として用いる。その他の変数については、技術的経験などに基づきその初期値 $x_j^{(0)}(0)$ を設定した上で、時間的に一定な初期近似解 $x_j^{(0)}(t)$ を与えるものとする。すなわち、

$$\begin{cases} x_i^{(0)}(t) = x_i^{ob}(t) & \dots\dots\dots (3\cdot29) \\ i = 1, 2, \dots, L \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_j^{(0)}(t) = x_j^{(0)} & \dots\dots\dots (3\cdot30) \\ j = L+1, \dots, N \end{cases}$$

ここで、 L : 観測値の得られる状態変数の数, $x_i^{(0)}(t)$: 変数 x_i の時刻 t に対応する初期近似値 (解), $x_i^{ob}(t)$: 変数 x_i の時刻 t における観測値である。

c) 準線形化による原問題の線形近似

元の非線形微分方程式形式 (3・28) を、前節で示した一般化された Newton-Raphson 法式 (3・24) により次式のように線形近似する。

$$\dot{x}_i^{(n+1)}(t) = f_i(x^{(n)}(t), t) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_i(x^{(n)}(t), t)}{\partial x_j} (x_j^{(n+1)}(t) - x_j^{(n)}(t)) \quad \dots\dots\dots (3\cdot31)$$

$$(i = 1, \dots, N)$$

ここで (n) , $(n+1)$ は近似計算の繰返し回数を表す。以上の操作により、モデルの未知パラメータ決定問題は線形微分方程式系の初期値決定問題へと変換されたことになる。

なお、以下の説明を簡略にするため、式 (3・31) を $x^{(n+1)}(t)$ について整理し、次のような形に記述できたものと仮定する。

$$\dot{x}^{(n+1)}(t) = A(t) \cdot x^{(n+1)}(t) + B(t) \quad \dots (3\cdot32)$$

ここで

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t), \dots, a_{1N}(t) \\ \vdots \\ a_{N1}(t), \dots, a_{NN}(t) \end{pmatrix},$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} b_1(t) \\ \vdots \\ b_N(t) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3\cdot33)$$

d) 数値積分による線形微分方程式系の求解

式 (3・31) あるいは式 (3・32) は変数 $x^{(n+1)}(t)$ に関して線形であるから、その特解 $x_p(t)$ と同次解 $x_{hi}(t)$ が求められれば、“重ね合わせの原理”により、一般解 $x^{(n+1)}(t)$ は次式で表される。

$$x^{(n+1)}(t) = x_p^{(n+1)}(t) + \sum_{j=1}^N x_j^{(n+1)}(0) \cdot x_{hj}^{(n+1)}(t) \quad \dots\dots\dots (3\cdot34)$$

ここに

$x_p^{(n+1)}(t)$: $x_i(0) = 0$ ($i = 1, \dots, N$) を初期条件とする式 (3・32) の解 (特解)

$x_{hj}^{(n+1)}(t)$: $x_i(0) = 1, x_i(0) = 0$ ($i \neq j$) を初期条件としたときの

$$\dot{x}^{(n+1)}(t) = A(t)x^{(n+1)}(t) \quad \dots\dots (3\cdot35)$$

の解 (同次解)。

$x_j^{(n+1)}(0)$ ($j = 1, \dots, N$): 式 (3・31) の初期条件 (未知数)

である。これらの解 $x_p^{(n+1)}(t)$, $x_{hi}^{(n+1)}(t)$ を求める常微分方程式の数値積分法としては、比較的精度も高くかつ計算時間も少なくすむとされている Hamming の予測子・修正子法を用いることにする。本手法の詳細は参考文献 (24), (26) 等を参照されたい。

e) 同定誤差関数の設定と新しい初期値の導出

本モデル同定手法においては、式 (3・34) における未知の初期条件 $x_j^{(n+1)}(0)$ ($i = 1, \dots, N$) を、何らかの評価基準の下で決定し、これをモデルの未知パラメータの $n+1$ 回目の近似解とする。新しい初期条件決定の評価基準としては、まず、観測可能な状態変数の観測値とモデルによる計算値との間の誤差を最小にすることが考えられる。この同定誤差関数としては、例えば、重みつき自乗誤差などが考えられる。すなわち

$$E = \sum_{k=1}^L \sum_{t=1}^T w_k(t) \cdot \{x_k^{at}(t) - x_k^{ob}(t)\}^2 \quad \dots\dots\dots (3\cdot36)$$

ここで、 $x_k^{al}(t)$ は、状態変数 $x_k(t)$ の時刻 t における計算値であり、式 (3・34) から求められる。また [1, T] は同定区間である。さらに、 $W_k(t)$ は重み関数でありその1例として、

$$W_k(t) = \frac{1}{\{x_k^{ob}(t)\}^2} \dots\dots\dots (3\cdot37)$$

などが挙げられる。

さて、式 (3・36) のような形の同定誤差関数 E を最小とするような初期条件 $x_i^{(n+1)}(0)$ は、次の連立一次方程式(正規方程式と呼ばれる)の解として得られる^(註4)。すなわち

$$\frac{\partial E}{\partial x_i^{(n+1)}(0)} = 0 \dots\dots\dots (3\cdot38)$$

($i=1, \dots, N$)

より、

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^L \sum_{t=1}^T W_k(t) \cdot x_{khi}^{(n+1)}(t) \cdot x_{khi}^{(n+1)}(t) \right\} \\ & \cdot x_{ij}^{(n+1)}(0) \\ & = \sum_{k=1}^L \sum_{t=1}^T W_k(t) \cdot x_{khi}^{(n+1)}(t) \cdot \\ & \left\{ x_k^{ob}(t) - x_{khi}^{(n+1)}(t) \right\} \dots\dots\dots (3\cdot39) \end{aligned}$$

($i=1, \dots, N$)

ここで、 $x_{khp}^{(n+1)}(t)$ 、 $x_{khi}^{(n+1)}(t)$ はそれぞれ式 (3・34) の $x_p^{(n+1)}(t)$ 及び $x_{hi}^{(n+1)}(t)$ の第 k 成分である。

この連立一次方程式の数値解法としては、本モデル同定において取り扱う未知数が通常は比較的少ないことなどを考慮し最も簡単な Gauss の消去法²⁵⁾を用いることにする。

f) 収束性の判定

先のステップ e)で、初期条件あるいはモデルの未知パラメータの新しい推定値 $x_i^{(n+1)}(0)$ が得られた。新しい推定値が収束条件を満足する場合には、これら $x_i^{(n+1)}(0)$ を、求めようとしている未知パラメータの最終推定値とし、モデルの同定を終了する。その他の場合には、式 (3・34) に新しく決定された $x_i^{(n+1)}(0)$ を代入して得られる $x^{(n+1)}(t)$ を次の近似解としてステップ c)に戻る。

収束条件として種々の基準が考えられる。Yeh¹⁷⁾らは、同定誤差関数がある小さな値 ε 以下となった時点でモデル同定を終了している。しかし、この収束条件では、モデルがその構造上の原因から対象とする現象の再現性が良好でない場合などには、誤差関数が十分に小さ

くならず、モデル同定が永久に終了しないケースが発生する恐れがある。また、取り扱うモデルは前述で述べたような単調収束性の必要条件を満足しない場合が少なくないので、「 $E^{(n+1)} > E^{(n)}$ ならば、モデル同定を終了する」といった収束条件も用いることはできない。以上の考察を踏まえ、本研究では、下記の収束条件を提案する。すなわち、連続した P 回の繰り返し段階において、すべての未知パラメータ (初期条件) $x_i(0)$ が次の条件を満足した場合をもって、解の探索が収束したと判断し、モデル同定を終了する。

$$\frac{|x_i^{(m)}(0) - x_i^{(m+1)}(0)|}{\max \{ |x_i^{(m)}(0)|, |x_i^{(m+1)}(0)| \}} \leq \delta \dots\dots\dots (3\cdot40)$$

($i=1, \dots, N$; $m=n-P+2, \dots, n, n+1$)

ここでは、計算精度及び労力、実用性を考えて $P=3$, $\delta=0.05$ とする。その妥当性については、次章以降で検討を加えることにする。

(2) 本モデル同定手法の問題点とその改良—準線形化と制約条件付非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法—

前節で紹介した準線形化と最小自乗法を組合せたモデル同定手法の特徴は、次のとおりである。

- ① 非線形の微分方程式系モデルが、数値計算による求解が極めて容易な線形微分方程式系に近似・変換される。
- ② 初期近似解が最適解の近傍^(註5)に設定された場合には、迅速な収束性を有している。

しかしながら、この手法は初期近似解が適切でない場合などには、収束解が得られない事態も生じるといった不安定性を有している。また、この手法は単に誤差関数を最小にするという評価基準によってモデルの未知パラメータを採択しようとするため、最終的に得られたパラメータ値が、その正負条件やパラメータ間の大小関係などにおいて現実の物理現象と矛盾するような結果を招き、モデルの物理性が保証されない場合も少なくない。このような問題点は、当手法を洪水のオンライン予測等流水管理における適応制御へ適用するに当たって重大な障害となる。本モデル同定手法の実用性を高めるには、上記問題の解決が不可欠である。モデルの物理性を確保し、かつ、モデル同定の収束性を高めるために、未知パラメータの取り得る値の範囲やパラメータ間の相互関係を制約条件として、最適パ

(註4) 当然のことながら、この一次方程式になるという条件は、一部の限られた形の誤差関数についてのみあてはまるものである。

(註5) この範囲は、対象とするモデルの構造によって変化する。

ラメータの探索過程に組み込む方法が考えられる。

以上の考察を踏まえ、筆者らは、準線形化手法と簡便な制約条件付非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法を提案する。本改良手法の基本フローは、図-3・5に示すとおりである。以下では、その基本フローに従って準線形化と最小自乗法の組合せ法からの改良部分について詳述する。

a) 原問題（非線形連立微分方程式系）の定式化

対象とするモデルの構造式 (3・28) のほか、モデルを構成するパラメータが取り得る値の範囲及びパラメータ間の相互関係などを勘案して、次のような形でモデルが記述されたと仮定する。

(モデル構造式)

$$\dot{x}_i = f_i(x(t), t) \quad \dots\dots\dots (3\cdot28)$$

$$i=1, \dots, N$$

(制約条件式)

$$l_i \leq x_i(0) \leq u_i \quad \dots\dots\dots (3\cdot41)$$

$$i=1, \dots, N$$

$$g_k(x(0)) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3\cdot42)$$

$$k=1, \dots, M$$

ここで、 g_k 及び M はモデル・パラメータ間の相互関係を規定する制約条件式とその数であり、また、 l_i 、 u_i は、それぞれ各変数の初期値（未知パラメータ）の下限値と上限値である。

b) 初期近似解の設定

初期近似解の設定は、[3]-(1)のb)に示した方法でも十分妥当である。ここでは、モデル同定に当たって、初期近似解を考察設定するというわずらわしさを削減するため、観測値の得られる状態変数以外の変数の初期近似解については、式 (3・41) の制約条件を利用して、一様乱数により機械的に与えるものとする。すなわち、

$$\begin{cases} x_i^{(0)}(t) = x_i^{ob}(t) \quad \dots\dots\dots (3\cdot29) \\ i=1, \dots, L \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_j^{(0)}(t) = l_j + r_j(u_j - l_j) \quad \dots\dots\dots (3\cdot43) \\ j = L+1, \dots, N \end{cases}$$

ここで、 r_j は[0,1]の一様乱数である。

c) 準線形化による原問題の線形近似

d) 数値積分による線形微分方程式系の求解

e) 同定誤差関数の設定と新しい初期値の導出

[3]-(1)で示したとおり、新しい初期条件 $x_1^{(n+1)}(0)$

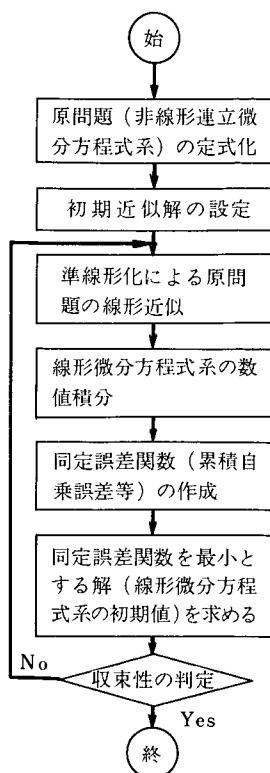


図-3・5 準線形化と非線形最適化手法の組み合わせによるモデル同定手法の基本フロー

($i=1, \dots, N$)の決定基準として同定誤差関数を定義する。いま、この誤差関数を $E=E(x(0))$ で表すと、これは一般に非線形関数であるから、初期条件決定問題は、 $x(0)$ を決定変数とする次のような制約条件付の非線形最適化問題として定式化される。

(評価関数)

$$E=E(x(0)) \rightarrow \text{minimize} \quad \dots\dots\dots (3\cdot44)$$

(制約条件)

$$l_i \leq x_i(0) \leq u_i \quad \dots\dots\dots (3\cdot41)$$

$$i=1, \dots, N$$

$$g_k(x(0)) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3\cdot42)$$

$$k=1, \dots, M$$

この種の問題の数値的解法として、各種の勾配法を中心とするさまざまな手法が提案されている。ここでは、取り扱い問題の特徴等を考慮して、準線形化手法のもつ簡便さを損なわないように「制約付シンプレックス法（コンプレックス法）」^{28), 29)}を解法として用いることにする。その事由は以下のとおりである。

① 評価関数である同定誤差関数が、例えば相対誤差などのように必ずしも微分可能な関数とは限らない。

また、たとえ評価関数が微分可能であっても勾配法のように各繰り返し段階で、1階あるいは2階の導関数を数値的に求めるのは、計算過程上煩雑であると考えられる。

② 一方、本最適化問題が、モデルの未知パラメータ決定問題における全体の近似繰り返し計算の一過程にすぎず、各繰り返し段階において必ずしも厳密な解が要求されないこと。

③ 各決定変数の取り得る上限値・下限値という特徴的な制約条件を簡単に取り扱うことができること。

制約付きシンプレックス法は、非線形最適手法のうち勾配を利用しない試行探索法の一つであり、シンプレックス（単体）と呼ばれる幾何学的図形を、評価関数及び制約条件の形状に応じて、「鏡映」、「伸長」、「収縮」、「縮小」などの変形動作を繰り返すことにより、効率的に最適点に漸近させていこうとする方法である。

本手法による解法のプロセスの概略フローを図-3・6に、また、その解の探索プロセスの概念図を図-3・7に示す。詳細は参考文献 25) を参照されたい。

f) 収束性（終了条件）の判定

以上述べた両モデル同定手法の妥当性については、次章で考察を加えることにする。なお、次章以降では両手法を区別するに当たっては、従来の「準線形化と最小自乗法を組合せた方法」を「QL 法 (Model Identification Technique using Quasi-linearization and Least-square Method)」, また、「準線形化と制約条件付非線形最適化手法（以下、単に、非線形最適化手法と呼ぶ）の組合せによる方法」を「改良されたモデル同定手法」あるいは「QN 法 (Model Identification Technique using Quasi-linearization and Nonlinear Optimization Technique with Constraints)」と呼ぶことにする。

4. 長期流出モデルへの適用

本章では、前章で紹介した準線形化手法を援用した水循環モデルの作成手法の長期流出モデルへの適用とその結果について述べる。第1節では、まず、既往の水文学的知見に基づいて簡明な構造をもつ長期流出モデルの定式化を行う。第2節では、準線形化と最小自

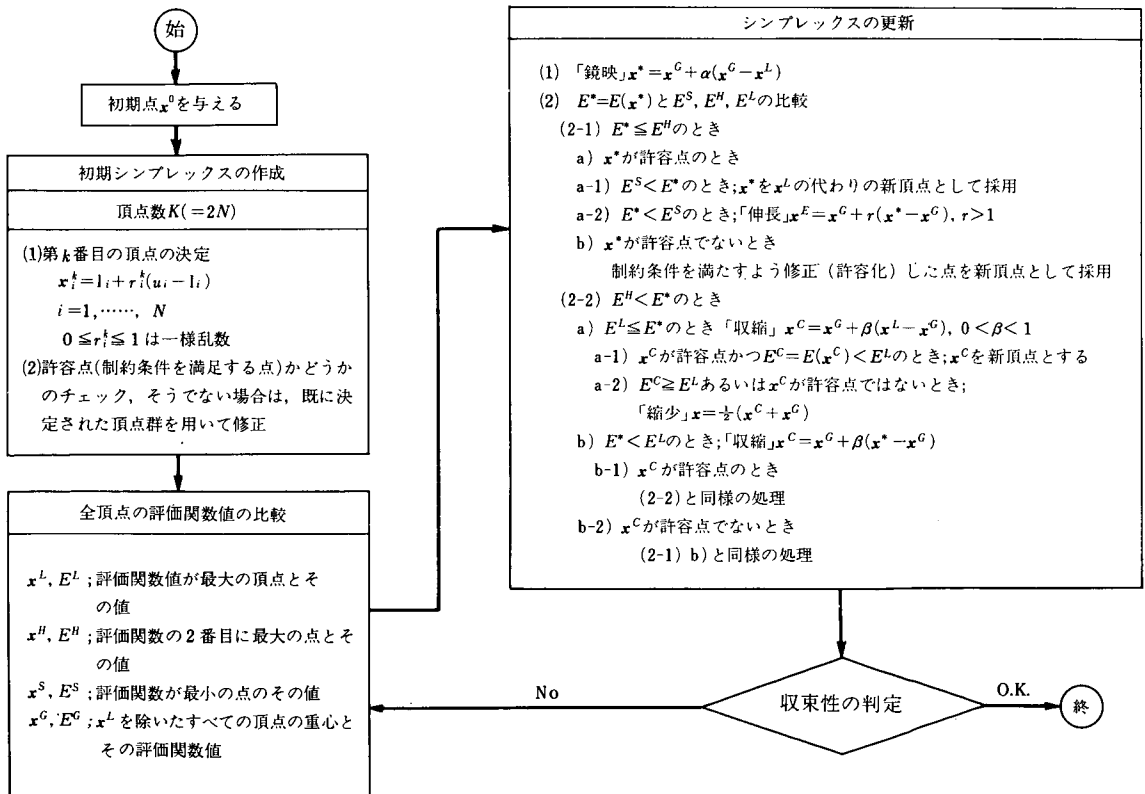
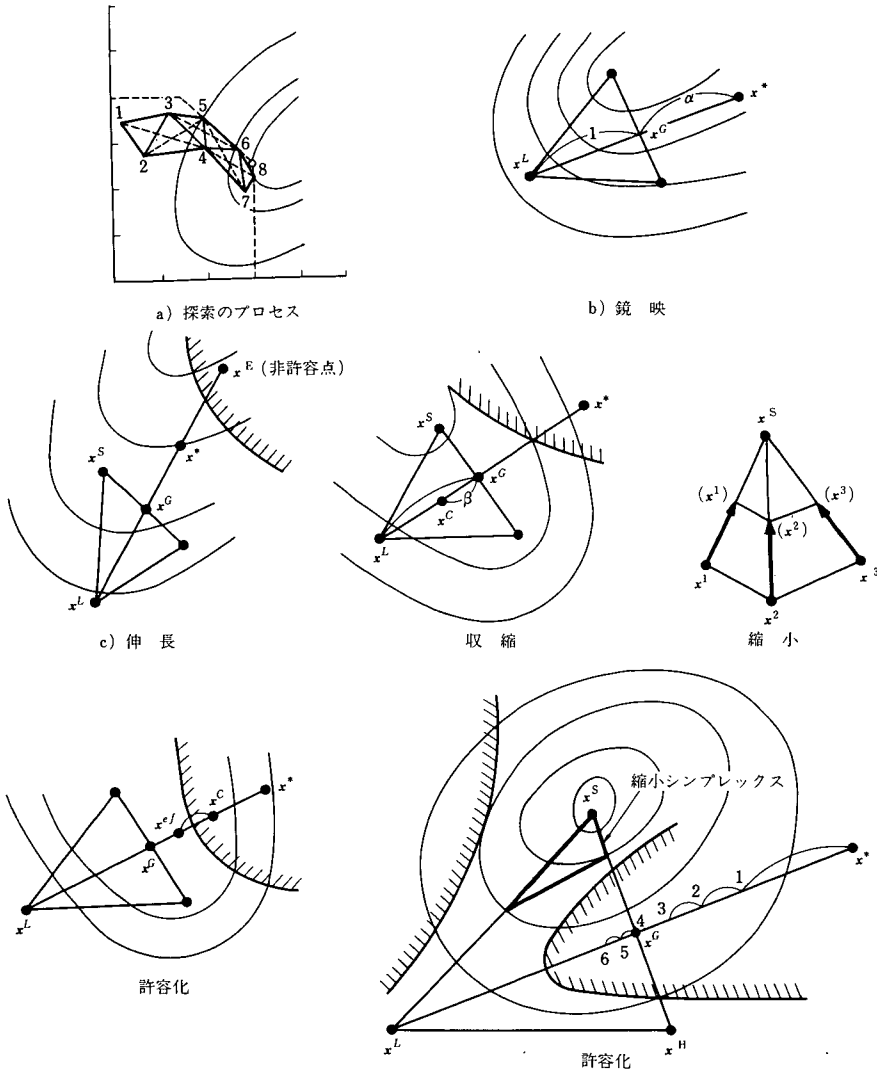


図-3・6 制約付きシンプレックス法の解法プロセス


 図-3-7 各操作の概念図^{28),29)}

乗法の組合せ法 (QL 法) によりモデル同定を試みる。その結果を基に長期流出モデルとその同定手法について種々の分析を加えた上で、QL 法の有用性と限界を示す。次に第 3 節において改良されたモデル同定手法 (QN 法) の適用を行い、その有効性を検証することにする。

〔1〕 長期流出モデルの定式化

(1) 降雨流出モデルの基本構造

流域の水循環モデルを構築する上で、最も基本的なサブモデルである「降雨流出モデル」については、現在までに数多くのモデルが提案されている。ここでは、長期流出モデルの定式化に先立って、降雨流出モデルに係わる基本事項について簡単に整理した上で、モデ

ル化の基本方針を明らかにする。

地上に到達した降水が河川の流量として観測されるまでの経過は様々であり、その流出の経過に応じて、流出成分は図-4・1 のように分類される^{5),6)}。降雨流出モデルはこのような流出機構を数式等により近似的に表現したものである。流出機構は、本来不確定な非線形分布パラメータ・システムであるが、これらすべてを忠実に表現することは現段階では不可能に近い。そのため、現在用いられている降雨流出モデルは、実用上の目的 (例えば、洪水流出問題ではピーク流量とその生起時刻など、また長期流出では対象期間内のハイドロ・グラフ全波形の予測) に重点が置かれ、モデル構成が行われている。

このような降雨流出モデルは、表-4・1のように分類される。本表からも理解されるように、モデル構造上の分類方法は人によって様々であると言える。一方、角屋は、これらの降雨流出モデルを、手法的に次のように分類している⁵⁾。

- ① 単位図法…Shermanの単位図、Zochの貯水池モデルなど。
- ② 貯留法……菅原のタンクモデル、スタンフォード・モデル、木村の貯留関数法など。
- ③ 雨水流出…キネマティック・モデル、ダイナミック・モデルなど。

本研究では、モデルの簡便さ及び降雨流出現象との対応づけの容易さを考慮して、“貯留法”に属するモデルについて検討を加えることにする。

さらに降雨流出モデルを検討するに当たっては、次の事項についても考察を加えておく必要がある⁶⁾。

(i) 対象とする流域単位とその形態

対象とする流域の規模によって、河道配列・地域的降雨分布などの各種要因が降雨流出現象に及ぼす影響度に変化する。

流域面積が広い場合、降雨流出現象の入力である降雨の空間的分布が問題となる。しかしながら、数百 km²程度の流域においても、場所的には降雨状況は異なるが、その空間的変動は流出過程の間に平滑化され、流域平均雨量が流域内に一様に降った場合と比較して、流出ハイドロ・グラフにはあまり影響を与えないこと

が確認されている³⁰⁾。また、高木ら³¹⁾は、地下流出のスケールが流域面積によって分類でき、個々のスケールの流出現象では、その低減特性は流域面積と連続的な関係にあることを示している。このことは、地下水流出から見ても、モデル化の適切な流域単位が存在することを示唆している。

一方、流域形態（山地流域や平地流域など）あるいは流域の土地利用によって流出特性は変化する。例えば平地流域では水田などによる貯留効果が大いなのに対し、山地流域では雨水流の山地斜面の流下及び浸透が支配的である。それらの特性を考慮した降雨流出モデルの構築が必要となる。

(ii) 対象とする流出成分とその分離法

河川流量は、図-4・1に示すとおり、種々の流出成分から成り立っている。これは、大局的に見て、直接流出分（早い中間流出を含む）と基底流出あるいは地下水流出分（遅い中間流出を含む）に分けられる。このうち、どの流出成分を主な対象とするかによって採用すべきモデルが異なる。ところで、これらの流出成分がハイドロ・グラフの中で占める時間的割合を調べることを、流出成分の分離という。河川における流出成分の構成状態は、対象とする流域の水文地質学的条件によってかなり変化する。比較的単純と思われる山地河川流域については、現在用いられている主な分離方法として下記のものが挙げられよう（図-4・2）。

① 水平分離法……ハイドロ・グラフの立上がり点

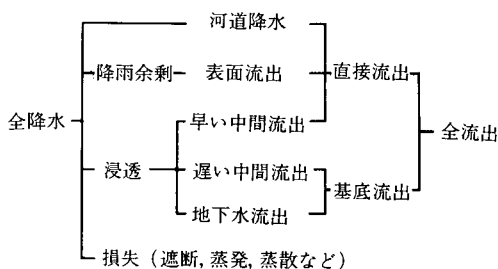


図-4・1 流出の過程と成分

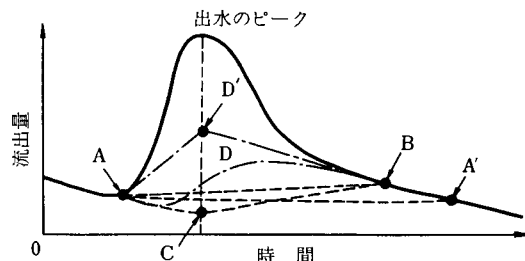


図-4・2 流出成分の分離⁶⁾

表-4・1 降雨流出モデルの分類

a) 角屋の分類 ⁵⁾		b) 石原の分類 ⁶⁾	
Group A	Group B		
(i) ブラックボックスモデル	概念モデル	応答モデル (解析的モデル)	周波数応答モデル
(ii) 応答モデル	プロセスモデル		インパルス応答モデル
(iii) 統計的モデル	パラメトリックモデル	物理モデル (パラメトリックモデル)	定数集中型モデル
(iv) 線形モデル	非線形モデル		定数分布型モデル
(v) 定数集中型モデル	定数分布型モデル		

(図中の点A)より図上で水平線A-A'を引き、その上側の部分を直接流出分とする方法

② 中間流出終了点を利用する方法……ハイドロ・グラフの立ち上がり点Aを低減部の変曲点Bを結ぶ線分ABあるいはACBの上側を直接流出とする方法

③ 地下水流出曲線を利用する方法……ハイドロ・グラフの地下水低減曲線を逆に延長した線分ADBあるいはAD'Bの上側を直接流出とする方法

他方、対象とする流出成分によって、それに寄与する降雨成分も変化する。対象とする流出成分に直接関係しない降雨成分を「損失降雨」と呼ぶ。例えば直接流出を対象とする場合には、樹木による降雨遮断・凹地貯留を含めた表面貯留・地下浸透及び直接流出分の流出期間中の蒸発散のために費やされた降雨成分が損失雨量となる。降雨流出解析における損失降雨の推定に当たっては、総量のみならずその時間的配分が重要な問題となる。

このように、各流出成分に寄与する降雨量とその時間的配分を推測するために、現在までに様々な降雨分離モデルが提案されている。例えば、各流出計算で用いられている方法として、次のようなものがある³²⁾。

- ① 初期一括損失差引き法(単位図法(立神法))
- ② 一定比損失差引き法(流出関数法(佐藤法)、特性曲線法(上田法の一例))
- ③ 一定量損失差引き法(特性曲線法(末石法の一例))
- ④ 損失曲線による方法(単位図法(中安法))
- ⑤ 浸透能曲線による方法(角屋の補給能モデル)
- ⑥ 以上の組み合わせによる方法(貯留関数法)
- ⑦ 流域貯留量に比例して差引く方法(タンク・モデル法)

各方法による損失雨量の推定例を図-4・3に示す。方法により、各時間の損失雨量の推定値にかなりの差があることが理解できよう。

以上概観してきたとおり、流出成分の分離方法及び損失雨量の推定方法については、いまだ確立された方法がないのが実情である。しかしながら、降雨流出モデルを流水管理などへ適用するといった実用的見地から眺めた場合、流出成分及び降雨の分離を独立した作業プロセスとして実行する煩雑さを避けるために、これらの機構を降雨流出モデルに内生的に組み込んでおく方が望ましいと考えられる。さらに、短期的な洪水流出を対象とする場合でも、あるいは長期的な降雨流出を対象とする場合にも、考える時間スケールの差(時

間単位かあるいは日単位か)こそあれ、降雨流出モデルの基本構造は、できる限り統一させておく方が適用性に優れていると言える。

これら(i)、(ii)の事項を勘案して、本研究で検討する降雨流出モデルの基本構造を以下のように設定する。

① まず、本研究では、主としてダム流域を初めとする山地中小流域における降雨流出を対象とする。そこで、対象流域全体を1単位とした上で、その降雨流出特性を踏まえたモデル化を試みることにする。

② 流出計算の時間間隔は、洪水流出では時間単位、長期流出においては日単位とする。

③ 単位流域における降雨流出モデルは、洪水流出及び長期流出を対象とする場合、図-4・4に示すような基本構造を考える。すなわち、本降雨流出モデル(洪水流出モデル、長期流出モデル)は、(i)降雨分離、(ii)直接流出及び(iii)地下水流出^(注6)を表現する3つのサブ・モデルから構成される。そのうち、直接流出モデル及び地下水流出モデルは、各々、概念的には線形あるいは非線形の貯水池として表現できるものと仮定する。また、降雨 r を直接流出に寄与する降雨 r_1 と地下水流出に寄与する降雨 r_2 とに分離する降雨分離モデルについては、その機構のもつ非線形性を考慮することにする。

④ なお、先の基本構造に加えて、洪水流出モデルでは流出の遅滞時間を、長期流出モデルでは流域からの蒸発散を考慮したモデル化を行う。

(2) 長期流出モデルの定式化^{1),2)}

前節に提示した前提条件に基づき、長期流出モデルは概念的には次のように表現される。

1) 降雨分離モデル

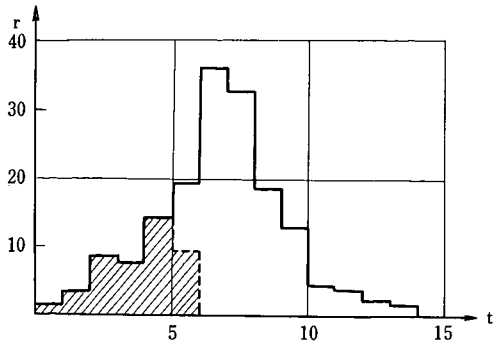
$$\begin{cases} r_1 = f(r) & \text{ただし } r_1 \leq r \quad \cdots \cdots (4.1) \\ r_2 = g(r) = r - f(r) \quad \cdots \cdots (4.2) \end{cases}$$

ここで、 r :総降雨量、 r_1 :直接流出に寄与する降雨量^(注7)、 r_2 :地下水流出に寄与する降雨量^(注7)(r, r_1, r_2 はmm/day単位)、 $f(r), g(r)$ は、降雨分離機構を表現する非線形関数である。

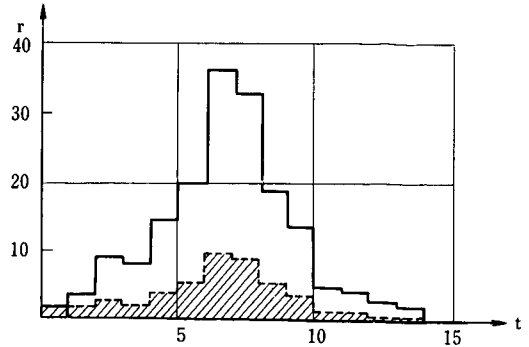
2) 直接流出モデル

(注6) ここでは、表面流出と早い中間流出を合わせて直接流出サブモデルで、その残余分の基底流出に相当する部分を地下水流出サブモデルで取り扱う。

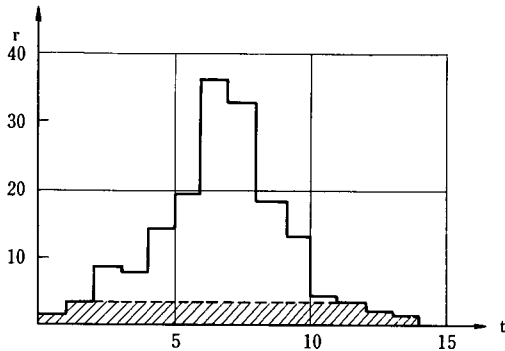
(注7) 以下では、単に直接流出分及び地下水流出分と略称することにする。



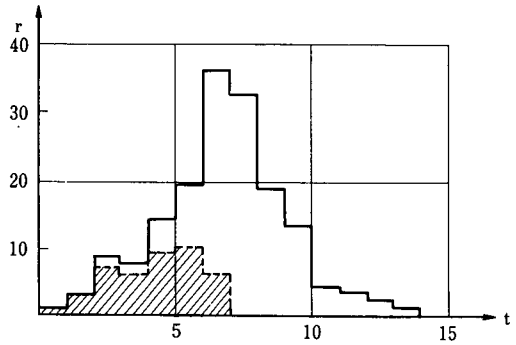
① 初期一括損失差引法
($R_L = 45.8\text{mm}$)



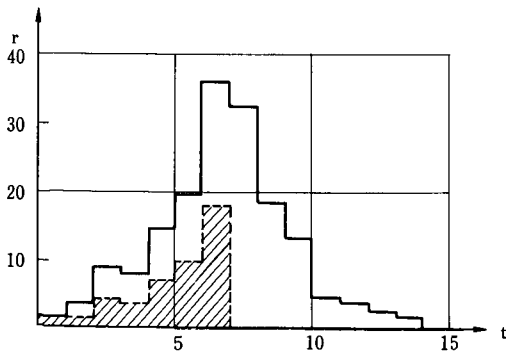
② 一定比損失差引法
($f=0.728$, $R_L=45.9\text{mm}$)



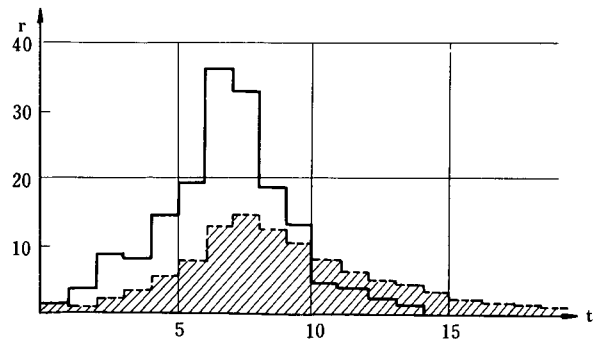
③ 一定量損失差引法
($r_L=3.64\text{mm/hr}$, $R_L=45.8\text{mm}$)



④ 損失量曲線による方法
(中安法方式, $R_L=45.8\text{mm}$)



⑥ ①と②の組合せによる方法
(貯留関数法方式, $R_L=45.8\text{mm}$)
($f_1=0.5$, $R_{so}=91.6\text{mm}$)



⑦ 流域貯留量に比例して差引く方法
(タンクモデル法方式)

図-4.3 降雨時の損失量推定例 32) ($R_{total}=168.5\text{mm}$)
(実線が毎時間降雨量, 斜線部分が推定損失量, mm/hr)
○数字は本文の番号に一致

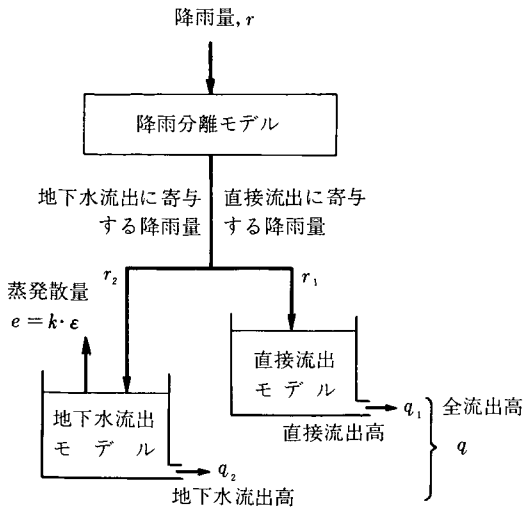


図-4・4 降雨流出モデルの基本構造

$$\frac{dS_1}{dt} = r_1 - q_1 \quad \dots\dots\dots (4\cdot3)$$

$$S_1 = S_1(q_1) \quad \dots\dots\dots (4\cdot4)$$

ここで、 q_1 ：直接流出高 (mm/day)、 S_1 ：直接流出に
関係する流域貯留高 (mm)

3) 地下水流出モデル

$$\frac{dS_2}{dt} = r_2 - q_2 - e \quad \dots\dots\dots (4\cdot5)$$

$$S_2 = S_2(q_2) \quad \dots\dots\dots (4\cdot6)$$

ここで、 q_2 ：地下水流出高 (mm/day)、 S_2 ：地下水
流出に關係する流域貯留高 (mm)、 e ：蒸発散である。

4) 全流出量

最後に、全流出高 q (mm/day) は次式で表される。

$$q = q_1 + q_2 \quad \dots\dots\dots (4\cdot7)$$

以下、既往の調査・研究成果を踏まえて、各サブ・
モデルの具体的な構造を考慮していくことにする。

a) 降雨分離モデル

最近、降雨流出系の非線形性は、降雨 r が直接流出
分 r_1 と地下水流出分 r_2 とに分離される機構の非線形性
にその大部分を依存するという研究成果が発表されて
いる³³⁾。このように、降雨の分離機構は降雨出現象を
モデル表現していく際に重要な意味をもっている。降雨
分離モデルについては、現在までに数多くの提案が
行われている。各方法論は、流域の湿潤状態あるいは
先行降雨の取り扱い方により、次の3つに大別できよ
う。

(イ) 先行降雨を無視し、降雨流出特性からマクロに
降雨の分離則を検討しようとする方法

(ロ) 流域の湿潤状態を表すため、浸透能の概念等
を用い分離機構の物理性を考慮した方法

(ハ) 先行降雨の影響を考慮するものの、降雨分離機
構をブラック・ボックスと見なして、地下水流出
量等との関数として表現しようとする方法

(イ)に属するものとして、ARMA モデルを用いた日野
らの研究²⁸⁾、標準低減曲線の概念による吉川らの研究³⁴⁾
がある。これらの方法によれば、大局的には現象との
良好な合致を見るものと思われるが、日単位で見たと
き、先行降雨の影響を無視していることから精度が落
ちることが予想される。また、図-4・3に示した方法の
多くはこの範ちゅうに属すると言えよう。(ロ)の研究と
しては、Hortonの浸透能式を基礎とした角屋³⁵⁾、石原
ら³⁶⁾の研究がある。この方法は、降雨分離の物理的機構
を配慮しているものの、モデル構造が複雑で、同定や
現地適用がかなり煩雑となる。次に、(ハ)に分類される
ものとしては、地下浸透量あるいは有効雨量と降雨前
の低水流量との関係を回帰的に関数表現した水越³⁷⁾、
厳³⁸⁾らの研究がある。これらは、取り扱い上かなり簡潔
ではあるが、モデル式の構造上、前日の低水流量が大
きいときには、地下水流出に寄与する降雨量が負の値
に推定される虞もある。

本研究では、上記、(ハ)の考え方に立つが、モデル同
定・運用において取り扱いが簡便であり実用性に富む
こと、現象的な理解が比較的可能であること、及び、
日単位での推定精度が良好であることなどを考慮して、
2種類の降雨分離モデルの定式化を試みることにする。

まず自然流域における降雨分離則は、概念図には図
-4・5のように表される。すなわち、降雨はある一定強
度 r_s 以下のときにはそのほとんどすべてが地下水流出
分 r_2 となり、 r_s を超える場合に地下水流出分と直接流出
分 r_1 とに分離される。この r_s は一種の浸透能と見なせ、
土壌の保水状態によって変化するものと考えられる。
つまり、流域の現在保水量が大きいときには r_s は小さ
くなり、その結果、比較的小さい降雨に対しても直接
流出分が分離されることになる。

1) 降雨分離モデル A

さて、ここでは降雨分離則として次のような仮定を
設けることにする。

① まず、上記の r_s は現時点までの先行降雨量 r_f に
より決定されると仮定する。角屋らの流域の補給能に
関する研究³⁵⁾によると、降雨終了後5日程度で土壌は上
限浸透能にまで回復する。そこで、先行降雨量 r_f とし

て当該日以前の5日間の降雨量の和を考慮することにする。

② 河角らが全国の第四紀層流域河川を対象として求めた損失雨量曲線³⁹⁾を基に、総降雨量と直接流出分との関係は図-4・6のように表される。この図より直接流

出に寄与する降雨量は総降雨量の二乗に比例するものとする。以上の仮定に基づき、降雨分離モデルは次のように表される。

$$r_1 = (a_1 + a_2 \cdot r_f) \cdot r^2 \quad \text{ただし } r_1 \leq r \quad (4.8)$$

$$r_2 = r - r_1 \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

ここで、 r_f ：先行降雨量(mm)、 a_1, a_2 ：定数である。

本降雨分離モデルAの妥当性は、実流域での適用結果に基づき後に示す。しかし、本サブ・モデルには次の問題点が内在している。すなわち、本サブ・モデルを用いて長期流出シミュレーションを行う場合、もし、総降雨量が著しく大きいときには、 $r_1 = (a_1 + a_2 r_f) r^2 > r$ となる事態が生じる可能性がある。このような場合には、 $r_1 = r$ とするという条件を設定する必要がある。以上の事項を踏まえて、次のような降雨分離モデルBを考える。

2) 降雨分離モデルB

貯留関数法では、図-4・7に示すような流出率の概念に基づく降雨分離モデルが用いられている。ここでは、これを長期流出モデルに拡張して、次のような近似モデルを設定する。

$$r_1 = (b_1 + b_2 r_s) r \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

$$r_2 = r - (b_1 + b_2 r_s) r \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

ここで、 b_1, b_2 は定数であり、 r_s は次式で定義される。

$$r_s = \min \{1, r_f / R_{sa}\} \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

ここに、 R_{sa} は流域の飽和雨量(mm)である。

本サブモデルでは、 $(b_1 + b_2 r_s)$ が流出率に相当する。流域が飽和状態に達するまでは、流出率は先行降雨量によって直線的に変化し、その最大値 $(b_1 + b_2)$ が飽和

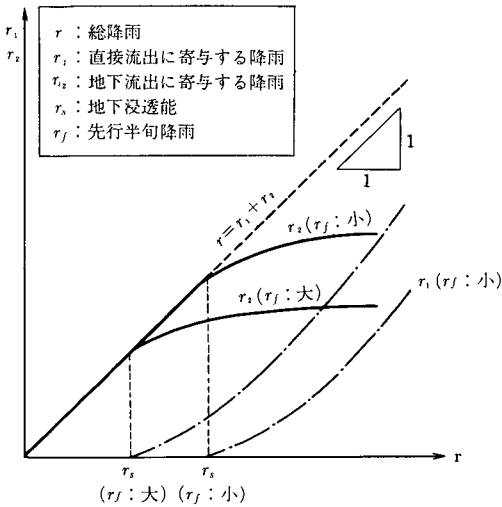


図-4・5 降雨分離モデルAの概念図

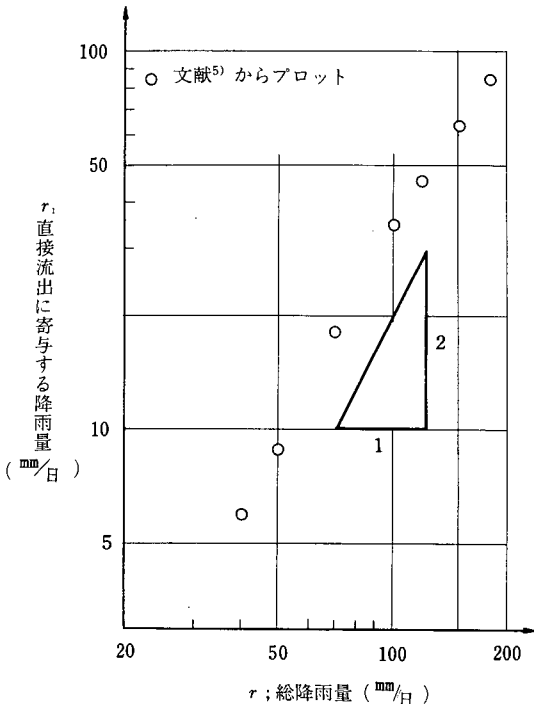


図-4・6 総降雨量と直接流出分との関係

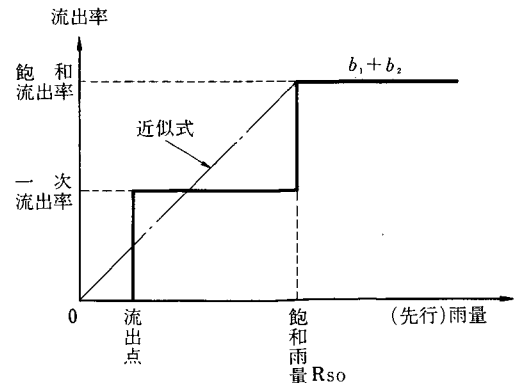


図-4・7 流出率の概念(降雨分離モデルB)

流出率となる。本降雨分離モデルは、 r_s が一定の場合、各流出成分に寄与する降雨量は総降雨に対して線形となっている点に留意する必要がある。

b) 直接流出モデル及び地下水流出モデル

本モデルのように中小流域の降雨流出現象を日単位で取り扱う場合には、降雨のピークから流出のピークまでの遅れ時間はほぼ無視できると考えられる。また、直接流出と地下水流出とに分離された降雨流出機構は、降雨分離機構に比較して線形系として取り扱うことが可能である。そこで、直接流出、地下水流出とも指数関数を応答関数とした一次遅れ系で表現できるものと仮定する。このとき、蒸発散量については、便宜上地下水流出部分において考慮し、その量は、当該日の流域近傍地点の計器蒸発量（あるいは Hamon 式などによって算出された流域の蒸発散能）に一定率を乗じた値であると仮定する。以上の前提条件により、各部分流出モデルは次式で表される。

1) 直接流出モデル

$$\dot{q}_1 = m(r_1 - q_1)^{(\pm 8)} \quad (4.13)$$

m : 直接流出成分の低減係数 (1/day)

2) 地下水流出モデル

$$\dot{q}_2 = \phi(r_2 - q_2 - \kappa \epsilon) \quad (4.14)$$

ϕ : 地下水流出成分の低減係数 (1/day)

ϵ : 計器蒸発散量あるいは蒸発散能 (mm/day)

κ : 定数

上記サブモデルは、式(4.4)、(4.6)の S_1 及び S_2 を：次式で定義したものである。

$$S_1 = \frac{1}{m} q_1 \quad (4.15)$$

$$S_2 = \frac{1}{\phi} q_2 \quad (4.16)$$

また、式(4.5)の蒸発散量 e は、 $e = \kappa \cdot \epsilon$ とモデル表現している。

c) 長期流出モデル

1) 長期流出モデル A

以上で定義したサブモデルのうち、降雨分離モデル A すなわち式(4.8)、(4.9)と流出サブ・モデル(4.13)、(4.14)及び式(4.7)を組合せることにより、全流出高及び地下水流出高に関して次のような方程式系を得る。

(注 8) $\dot{q}$ $\dot{q}_1$ の “ $\cdot$ ” は時間微分 dq/dt , dq_1/dt を示す。

$$\dot{q} + mq = \dot{q}_2 + m(a_1 + a_2 r_f) r^2 \quad (4.17)$$

$$\dot{q}_2 + \phi q_2 = \phi \{r - (a_1 + a_2 r_f) r_2\} - \phi \kappa \epsilon \quad (4.18)$$

これを、正規形に変換することにより、ここで提案する長期流出モデルは次のように数式表現される。

$$\begin{cases} \dot{q} = -mq + (m - \phi)q_2 + (m - \phi)(a_1 + a_2 r_f) r_2 \\ \quad + \phi r - \phi \kappa \epsilon \quad (4.19) \\ \dot{q}_2 = -\phi q_2 + \phi \{r - (a_1 + a_2 r_f) r_2\} - \phi \kappa \epsilon \quad (4.20) \end{cases}$$

以下本モデルを「長期流出モデル A」と呼ぶことにする。

ここで決定すべき未知パラメータは、 m , ϕ , a_1 , a_2 , κ 及び q , q_2 の初期条件の計 7 個である。これらの未知パラメータを第 3 章で提示したモデル同定手法で決定するためには、式(4.19)、(4.20)を式(3.31)に示すように Newton-Raphson 法により線形近似する必要がある。すなわち、未知パラメータを時間的に一定な変数と見なし、また、

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

$$= (q(t), q_2(t), m, \phi, a_1, a_2, \kappa)$$

$$\quad (4.21)$$

とおけば

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} = & -x_3^{(n)} x_1^{(n+1)} + (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) x_2^{(n+1)} \\ & + (-x_1^{(n)} + x_2^{(n)} + r^2 x_5^{(n)} + r^2 r_f x_6^{(n)}) x_3^{(n+1)} \\ & + (-x_2^{(n)} + r - r^2 x_5^{(n)} - r^2 r_f x_6^{(n)} - \epsilon x_7^{(n)}) \\ & \cdot x_4^{(n+1)} + r^2 (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) x_5^{(n+1)} \\ & + r^2 r_f (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) x_6^{(n+1)} + \epsilon x_4^{(n)} x_7^{(n+1)} \\ & + x_3^{(n)} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)}) - (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) (x_5^{(n)} \\ & + x_6^{(n)} r_f) r^2 + x_2^{(n)} x_4^{(n)} + x_4^{(n)} x_7^{(n)} \epsilon \quad (4.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2^{(n+1)} = & -x_4^{(n)} x_2^{(n+1)} + (-x_2^{(n)} + r - r^2 x_5^{(n)} - r^2 r_f \\ & \cdot x_6^{(n)} - \epsilon x_7^{(n)}) x_4^{(n+1)} - r^2 x_4^{(n)} x_5^{(n+1)} \\ & - r^2 r_f x_4^{(n)} x_6^{(n+1)} - \epsilon x_4^{(n)} x_7^{(n+1)} + x_4^{(n)} x_2^{(n)} \\ & + x_4^{(n)} (x_5^{(n)} + r_f x_6^{(n)}) r^2 + x_4^{(n)} x_7^{(n)} \epsilon \quad (4.23) \end{aligned}$$

$$\dot{x}_i^{(n+1)} = 0 \quad (4.24)$$

$$i = 3, \dots, 7$$

ここで、添字 (n) は近似計算の繰返し回数を表す。

2) 長期流出モデル B

一方、降雨分離モデル B (式(4.10)、(4.11))と流出サブモデルを組合わせることにより、次の長期流出モデルが得られる。

$$\dot{q} = -mq + (m - \phi)q_2 + (m - \phi)(b_1 + b_2 r_s) r + \phi r - \phi x \varepsilon \quad (4 \cdot 25)$$

$$\dot{q}_2 = -\phi q_2 + \phi \{r - (b_1 + b_2 r_s) r\} - \phi x \varepsilon \quad (4 \cdot 26)$$

ただし,

$$r_s = \min \{1, r_f / R_{sa}\} \quad (4 \cdot 12)$$

以下では, 本モデルを「長期流出モデルB」と呼び, 先の長期流出モデルAと区別することにする。

本モデルにおいて決定すべき未知パラメータは, m , ϕ , b_1 , b_2 , R_{sa} , x 及び $q(0)$, $q_2(0)$ の 8 個である。このうち, 飽和雨量は R_{sa} についてはあらかじめいくつかの値を決定した上で, 残りの 7 個のパラメータを第 3 章に示した方法で機械的に決定し, 長期流出モデルとして最も適合度が高いと思われる R_{sa} を採択するものとする。

ここで, 長期流出モデルAと同様に, 本モデル 式(4・25), (4・26)を Newton-Raphson 法により線形近似すれば, 以下のように表される。すなわち,

$$\begin{aligned} x &= (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) \\ &= (q(t), q_2(t), m, \phi, b_1, b_2, x) \end{aligned} \quad (4 \cdot 27)$$

として

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} &= -x_3^{(n)} x_1^{(n+1)} + (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) x_2^{(n+1)} \\ &\quad + \{-x_1^{(n)} + x_2^{(n)} + (x_5^{(n)} + x_6^{(n)} r_s) r\} x_3^{(n+1)} \\ &\quad + \{-x_2^{(n)} - (x_5^{(n)} + x_6^{(n)} r_s) r + r - x_7^{(n)} \varepsilon\} \\ &\quad \cdot x_4^{(n+1)} + (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) r x_5^{(n+1)} \\ &\quad + (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) r_s r x_6^{(n+1)} - x_4^{(n)} \varepsilon x_7^{(n+1)} \\ &\quad + x_1^{(n)} x_3^{(n)} - (x_3^{(n)} - x_4^{(n)}) \{x_2^{(n)} + (x_5^{(n)} \\ &\quad + x_6^{(n)} r_s) r\} + x_4^{(n)} x_7^{(n)} \varepsilon \quad (4 \cdot 28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2^{(n+1)} &= -x_4^{(n)} x_2^{(n+1)} + \{-x_2^{(n)} + r - (x_5^{(n)} + x_6^{(n)} r_s) \\ &\quad r - x_7^{(n)} \varepsilon\} x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)} r x_5^{(n+1)} \\ &\quad - x_4^{(n)} r r_s x_6^{(n+1)} - x_4^{(n)} \varepsilon x_7^{(n+1)} + x_2^{(n)} x_4^{(n)} \\ &\quad + x_4^{(n)} (x_5^{(n)} + x_6^{(n)} r_s) r + x_4^{(n)} x_7^{(n)} \varepsilon \quad (4 \cdot 29) \end{aligned}$$

$$\dot{x}_i^{(n+1)} = 0 \quad (i=3, \dots, 7) \quad (4 \cdot 30)$$

〔2〕実流域への適用とその結果—準線形化と最小自乗法の組合せ法 (QL法) による—

〔1〕で非線形連立微分方程式系として定式化された長期流出モデル及び第 3 章で紹介したモデル同定手法のうち QL 法を実流域に適用し, その有用性さらには

限界について検討を加えることにする。以下, 対象流域の概要と計算ケースについて述べた後, 適用結果とその分析を行う。

(1) 対象流域の概要

本研究では, 次の 2 流域を対象として, 長期流出モデル及びモデル同定手法の適用を試みた。

a) 利根川水系烏川流域 (流域面積 156 km²)⁴⁰⁾

烏川は, 利根川上流部右支川であり, 榛名山南麓を流れ神流川と合流後八斗島にて本川に注いでいる。流域の大部分が山地であり, 主として, 針葉樹で覆われている。また, 地質は火山噴出物及び安山岩から構成されており, 従って浸透性に富んでいると考えられる。流域の年平均雨量は 1,500 mm 程度であるが, 冬の雨量は少なく, 積雪も山地の割に少ないと言える。

解析に用いた資料は, 烏川流域上里見地点 (流域面積 156 km²) の日流量, 流域平均日雨量及び流域近傍の前橋地方気象台の計器蒸発量である。資料期間は昭和 39 年 1 月 1 日から昭和 40 年 12 月 31 日までの 2 年間である。

なお, 本流域においては, 既にタンク・モデル, 貯留関数法, 西原法といった長期流出モデルによる解析が行われているので, これらと本モデルとの検証結果の比較を試みることにする。

b) 裏筑波山地流出試験地 (流域面積 3.12 km²)^{41), 42)}

裏筑波山地流出試験地は, 利根川水系常陸利根川霞ヶ浦支川桜川左支川山口川の最上流部で, 茨城県筑波山北麓に位置している。流域の大部分は, 風化した花崗岩であり, 浸透性に非常に富んだ地質である。また, 流域内は, 町道を除く全域が森林で覆われている。

本試験地では, 建設省土木研究所水文研究室が, 昭和 44 年より今日まで精細な水文観測を実施している。

解析に用いる資料は, 昭和 46 年～52 年の日平均流出量 (山口川), 流域平均日雨量及び近傍地域から推定された月別の水面蒸発量である。

両対象流域の概略を図-4・8 に示す。また, 各流域の対象期間中における年間水収支を表-4・2 に示す。さらに, 図-4・9 は裏筑波山地流出試験地 (以下, 単に裏筑波流域と呼ぶ) の長期流出解析において使用した水面蒸発量パターンを表している。

(2) モデル同定の計算ケース

両流域を対象とし, 長期流出モデル A 及び B のパラメータ決定を試みた。烏川流域においては, 2 箇月から 1 年間程度の 21 期間を対象として, 長期流出モデル A の同定を行った。また, 裏筑波流域に対しては, 1 箇

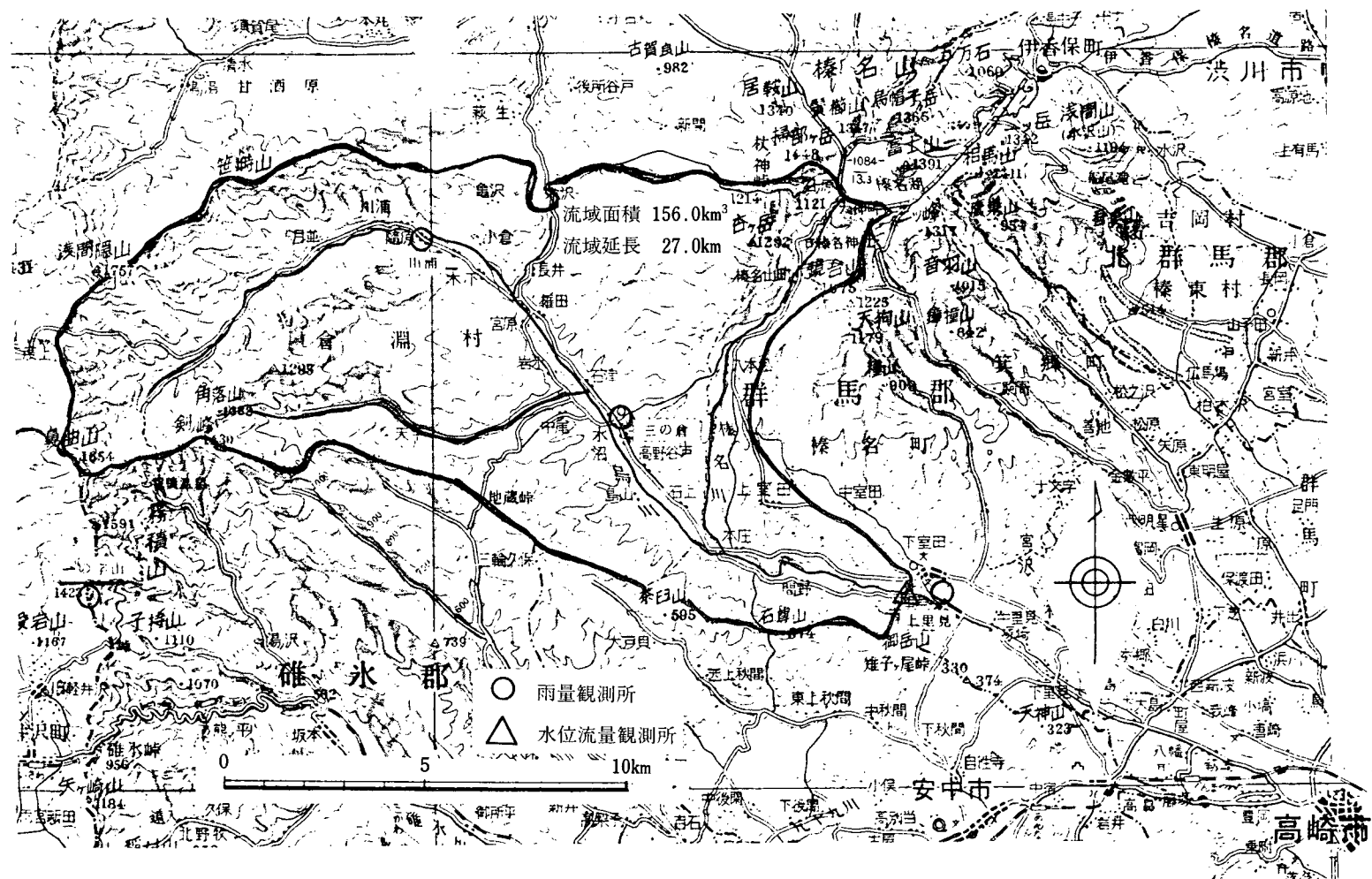


図-4.8 (a) 対象流域の概要 (利根川水系烏川流域)

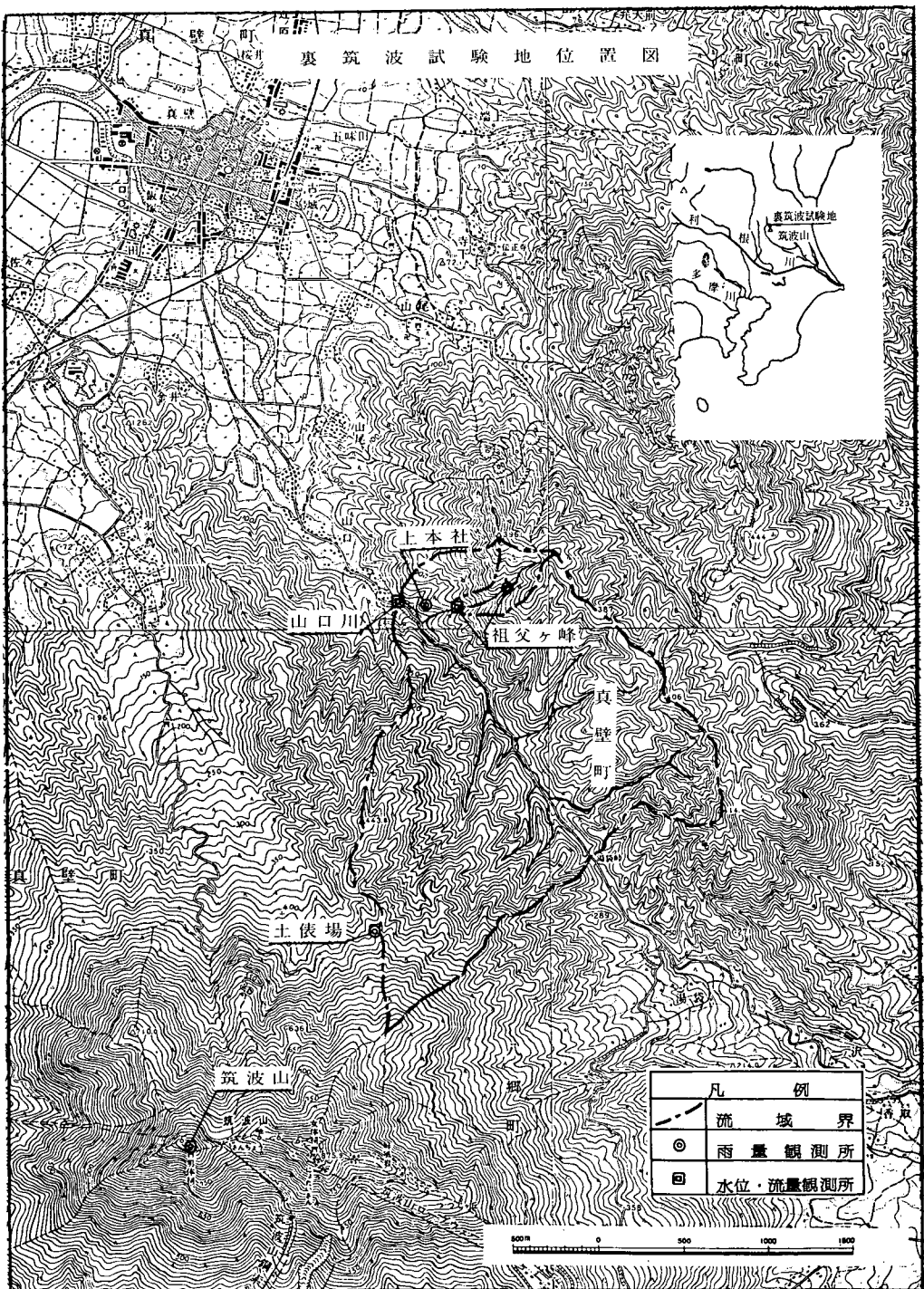


図-4・8 (b) 対象流域の概要 (裏筑波山地流出試験地)

表-4.2 対象流域の年間水収支

流域	昭和年	降水量(mm)	流出量(mm)	損失量(mm)	流出率	計器蒸発量(mm)
鳥川	39	1,526	1,046	480	0.685	1,280
	40	1,553	1,032	521	0.665	1,352
	平均	1,540	1,039	501	0.675	1,316
裏筑波	46	1,416	825	591	0.583	
	47	1,464	922	542	0.630	
	48	1,190	621	569	0.522	
	49	1,343	799	529	0.595	
	50	1,650	814	836	0.493	
	51	1,632	1,149	483	0.704	
	52	1,588	986	602	0.621	
	平均	1,469	874	595	0.595	

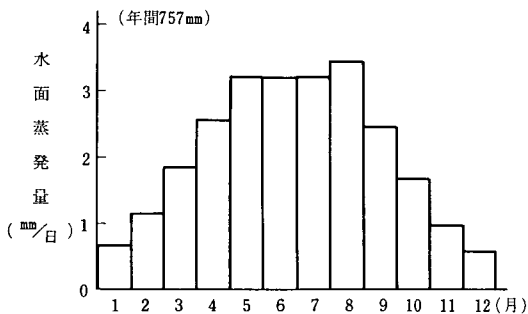


図-4.9 月別の水面蒸発量（裏筑波流域）

月から1年間程度の32期間について長期流出モデルA、Bの同定を試みた。モデル同定の対象とした期間（以下、同定区間という）と同定結果の一覧を表-4.3～4.5に示す。なお、以下の分析においては、鳥川流域を単にA流域、裏筑波流域をB流域と呼ぶことにする。

（3）結果の分析-1 モデル同定手法の適用性

a) 合成データによる収束性の分析

実流域におけるモデル同定結果を分析するに先立ち、人為的に作成した降雨流出資料によるモデル同定を行い、モデル同定手法（QL法）の収束性を検証した。その方法は、下記のとおりである。まず、長期流出モデルAにおいて、7個の未知パラメータ（ $q(0)$ 、 $q_2(0)$ 、 m 、 ϕ 、 a_1 、 a_2 、 κ ）の値をあらかじめ設定した上で（以下、この値を真値と呼ぶ）、観測降雨量、計器蒸発量を用い式（4.19）、（4.20）を数値積分し、流出量時系列を合成した。その上で、いくつかの同定区間を取り出し、モデル同定を行った。

本モデル同定において用いた同定誤差関数（モデル同定の評価関数）は次式の重みつき自乗誤差である。

表-4.3 モデル同定結果の一覧

(A流域、長期流出モデルA)

No	同定区間（昭和年月日）	区間長	収束回数	物理性	相対誤差
1	39. 1. 1～2.29	60日	×	—	—
2	39. 3. 1～4.30	61	7	×	0.083
3	39. 5. 1～6.30	61	7	○	0.092
4	39. 7. 1～8.31	62	11	○	0.111
5	39. 9. 1～10.31	61	7	○	0.067
6	39.11. 1～12.31	61	×	—	—
7	40. 1. 1～2.28	59	×	—	—
8	40. 3. 1～4.30	61	×	—	—
9	40. 5. 1～6.30	61	7	×	0.169
10	40. 7. 1～8.31	62	8	×	0.147
11	40. 9. 1～10.31	61	9	×	0.091
12	40.11. 1～12.31	61	8	×	0.056
13	39. 8.10～11.15	98	6	○	0.107
14	40. 8. 9～11.15	99	7	×	0.118
15	39. 1. 1～6.30	182	8	×	0.108
16	39. 5. 1～10.30	183	7	○	0.135
17	39. 7. 1～12.31	184	6	○	0.124
18	40. 1. 1～6.30	181	×	—	—
19	40. 7. 1～12.31	184	11	○	0.140
20	39. 1. 1～12.31	366	8	×	0.120
21	40. 1. 1～12.31	365	11	○	0.172

注1) 収束回数とは、解の収束までの計算繰返し回数である。×印は途中で発散したケースを示す。

注2) 物理性の欄の×印は、得られたパラメータ値の少なくとも1つが負の値をとったケース等をさす。

注3) 相対誤差は、同定区間中の、各日の流出量の | 観測値 - 計算値 | / | 観測値 | の平均値である

$$E = \sum_{t=1}^T \left\{ \frac{q_{cal}(t) - q_{ob}(t)}{q_{ob}(t)} \right\}^2 \rightarrow \min \quad (4.31)$$

ここで、 $q_{cal}(t)$ 、 $q_{ob}(t)$ は、それぞれ第 t 日の流出量の計算値及び観測値であり、 $[1, T]$ は同定区間である。また、パラメータ探索過程における収束の判定基準の妥当性をも合わせて検証するため、式（3.40）において $P=5$ 、 $\delta=0.005$ とした。

以上の検討に当たっては、A流域の昭和39年1年間の雨量蒸発量記録から合成した流量データを用いた。あらかじめ設定したパラメータ値及び同定区間・初期近似解、さらにはその結果等を表-4.6、図-4.10～4.13に示す。同定区間長が約40日から1年間までの4つの区間についてモデル同定を試みたが、各ケースとも高々10回の反復回数で、パラメータ探索は終了している。

表-4・4 モデル同定結果の一覧

(B流域, 長期流出モデルA)

No	同定区間 (昭和年月日)	区間長	収束回数	物理性	相対誤差
1	46. 9.1 ~ 9.30	30	11	○	0.106
2	47. 1.1 ~ 1.31	31	12	○	0.042
3	47. 9.1 ~ 9.30	30	12	○	0.091
4	48. 8.1 ~ 8.31	31	50	○	0.128
5	48.11.1~11.30	30	10	×	0.057
6	46. 4.1 ~ 5.31	60	×	—	—
7	46. 8.1 ~ 9.30	61	11	×	0.136
8	47. 1.1 ~ 2.29	60	9	×	0.086
9	47. 8.1 ~ 9.30	61	11	○	0.072
10	48. 7.1 ~ 8.31	62	15	○	0.085
11	48.10.1~11.30	61	50	○	0.087
12	46. 1.1 ~ 6.30	181	9	×	0.070
13	46. 7.1~12.31	184	13	×	0.110
14	47. 1.1 ~ 6.30	182	13	○	0.103
15	47. 7.1~12.31	184	15	○	0.070
16	48. 1.1 ~ 6.30	181	17	○	0.081
17	48. 7.1~12.31	148	10	○	0.100
18	49. 1.1 ~ 6.30	181	15	×	0.120
19	49. 7.1~12.31	184	×	—	—
20	50. 1.1 ~ 6.30	181	23	○	0.115
21	50. 7.1~12.31	184	12	×	0.1124
22	51. 1.1 ~ 6.30	182	12	○	0.100
23	51. 7.1~12.31	184	29	×	0.097
24	52. 1.1 ~ 6.30	181	9	×	0.096
25	52. 7.1~12.31	184	10	○	0.110
26	46. 1.1~12.31	365	11	×	0.114
27	47. 1.1~12.31	166	13	○	0.092
28	48. 1.1~12.31	365	10	○	0.108
29	49. 1.1~12.31	365	11	×	0.120
30	50. 1.1~12.31	365	11	×	0.134
31	51. 1.1~12.31	366	12	×	0.111
32	52. 1.1~12.31	165	12	○	0.111

注) 上記の同定で収束解が得られなかったNo. 6, 19について、初期近似解を変えることにより、次の収束解を得た。

6'	46. 4.1 ~ 5.31	60	6	×	0.083
19'	49. 7.1~12.31	184	8	×	0.079

注1) 収束回数とは、解の収束までの計算繰り返し回数である。×印は、途中で発散したケースを示す。

注2) 物理性の欄の×印は、得られたパラメータ値の少なくとも1つが負の値をとったケース等をさす。

注3) 相対誤差は、同定区間中の各日の流出量の | 観測値 - 計算値 | / | 観測値 | の平均値である。

表-4・5 モデル同定結果の一覧

(B流域, 長期流出モデルB)

No	同定区間 (昭和年月日)	区間長	収束回数	物理性	相対誤差
1	46. 9.1 ~ 9.30	30	50	○	0.094
2	47. 1.1 ~ 1.31	31	8	○	0.033
3	47. 9.1 ~ 9.30	30	50	×	0.082
4	48. 8.1 ~ 8.31	31	7	×	0.096
5	48.11.1~11.30	30	×	—	—
6	46. 4.1 ~ 5.31	61	7	○	0.080
7	46. 8.1 ~ 9.30	60	30	×	0.114
8	47. 1.1 ~ 2.29	60	21	×	0.075
9	47. 8.1 ~ 9.30	61	14	×	0.098
10	48. 7.1 ~ 8.31	62	6	×	0.070
11	48.10.1~11.31	61	×	—	—
12	46. 1.1 ~ 6.30	181	19	○	0.073
13	46. 7.1~12.31	184	6	○	0.114
14	47. 1.1 ~ 6.30	182	×	—	—
15	47. 7.1~12.31	184	14	○	0.073
16	48. 1.1 ~ 6.30	181	16	×	0.065
17	48. 7.1~12.31	184	50	○	0.073
18	49. 1.1 ~ 6.30	181	14	×	0.135
19	49. 7.1~12.31	184	17	×	0.080
20	50. 1.1 ~ 6.30	181	×	—	—
21	50. 7.1~12.31	184	13	○	0.109
22	51. 1.1 ~ 6.30	182	×	—	—
23	51. 7.1~12.31	184	×	—	—
24	52. 1.1 ~ 6.30	181	×	—	—
25	52. 7.1~12.31	184	7	○	0.111
26	46. 1.1~12.31	365	6	○	0.104
27	47. 1.1~12.31	366	×	—	—
28	48. 1.1~12.31	365	×	—	—
29	49. 1.1~12.31	365	8	×	0.129
30	50. 1.1~12.31	365	×	—	—
31	51. 1.1~12.31	366	10	○	0.118
32	52. 1.1~12.31	365	9	○	0.110

注1) 収束回数とは、解の収束までの計算繰り返し回数である。×印は途中で発散したケースを示す。

注2) 物理性の欄の×印は、得られたパラメータ値の少なくとも1つが負の値をとったケース等をさす。

注3) 相対誤差は、同定区間中の各日の流出量の | 観測値 - 計算値 | / | 観測値 | の平均値である。

表-4・6 合成資料による同定結果 a) パラメータ値

No	同定区間 (昭和 39 年月日)	区間長 (日)	収束回数	計 算 時 間 (秒)	パ ラ メ ー タ 値						
					$q(0)$	$q_2(0)$	m	ϕ	$a_1 \times 10^2$	$a_2 \times 10^4$	κ
	真 値				1.500	1.500	0.500	0.010	0.300	0.800	0.300
	初 期 値				2.000	1.000	1.000	0.020	1.000	0.100	1.000
1	1.1~12.31	366	10	26.6	1.5017	1.5005	0.5004	0.0100	0.2998	0.8007	0.2997
2	7.1~12.31	184	9	12.3	1.9922	1.8858	0.5004	0.0100	0.2998	0.8001	0.3002
3	8.1~10.30	91	9	6.4	2.6400	2.5746	0.5001	0.0100	0.3001	0.8000	0.3008
4	8.10~9.15	37	9	2.8	2.4509	2.4151	0.5005	0.0100	0.2998	0.7998	0.3068

注1) パラメータ $q(0)$, $q_2(0)$ の真値は、昭和39年1月1日に対する値である。

注2) 計算時間は、建設省土木研究所電子計算機HITAC M-180による。

表-4・6 合成資料による同定結果 b) 同定誤差

No	同 定 区 間	自 乗 誤 差	重みつき自乗誤差	相 対 誤 差
1	39. 1. 1~12.31	1.112×10^{-5}	3.056×10^{-6}	1.347×10^{-3}
2	7. 1~12.31	8.816×10^{-6}	7.905×10^{-7}	7.225×10^{-4}
3	8. 1~10.30	8.036×10^{-6}	5.029×10^{-7}	5.488×10^{-4}
4	8.10~ 9.15	7.125×10^{-6}	4.019×10^{-7}	4.824×10^{-4}

注) 自乗誤差 $= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \{q_{cal}(t) - q_{ob}(t)\}^2$ 相対誤差 $= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|q_{cal}(t) - q_{ob}(t)|}{q_{ob}(t)}$
 重みつき自乗誤差 $= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left\{ \frac{q_{cal}(t) - q_{ob}(t)}{q_{ob}(t)} \right\}^2$ ここで、 $q_{ob}(t)$: 第 t 日の観測流量、 $q_{cal}(t)$: 計算流量、
 N : 同定区間長

最終的な同定誤差は、同定区間中の平均値で見ると区間長によってもほとんど変化せず、例えば平均相対誤差(注9)では0.1%以下に収まっている。さらに、各パラメータの最終推定値の真値に対する相対誤差(=|真値-最終推定値|/真値)は図-4・10に示すように、パラメータ ϕ , κ の一部を除き0.1%以下である。このとき、同定区間が長いほど各パラメータの最終推定値の誤差のばらつきが小さく、換言すれば、安定したモデル同定結果が得られる傾向があるように見える。

図-4・11はパラメータ探索過程における同定誤差関数(評価関数)値の変化状況を示したものである。評価関数値は、最初の3~5回程度の繰り返し計算において急激に減少・改善された後、ほぼ一定値にとどまっている。このとき、評価関数値の変化が必ずしも単調減少とは限らないことが、特に注目される。一方、図-4・12は、パラメータの収束過程を、繰り返し計算の各段階(以下、“ステップ”と呼ぶ)のパラメータ推定値と真値との相対誤差の変化で表したものである。評価関数値の変化状況と同様、各パラメータ値も、最初の5

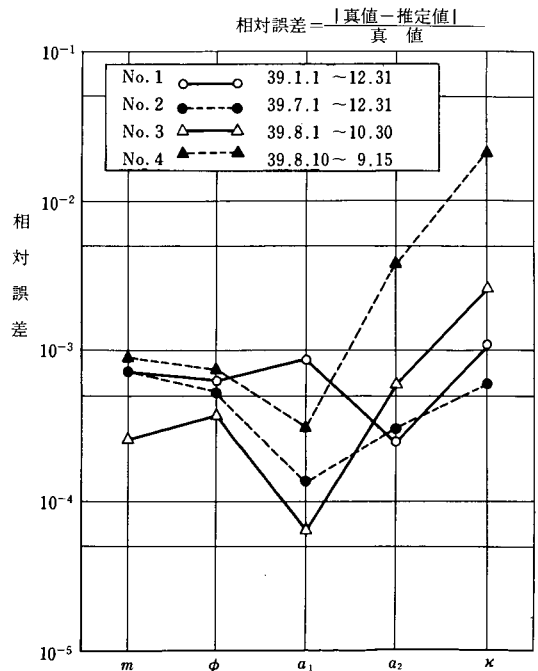


図-4・10 パラメータの最終推定値の相対誤差

(注9) 平均相対誤差 $= \sum_{t=1}^N |q_{cal}(t) - q_{ob}(t)| / q_{ob}(t)$

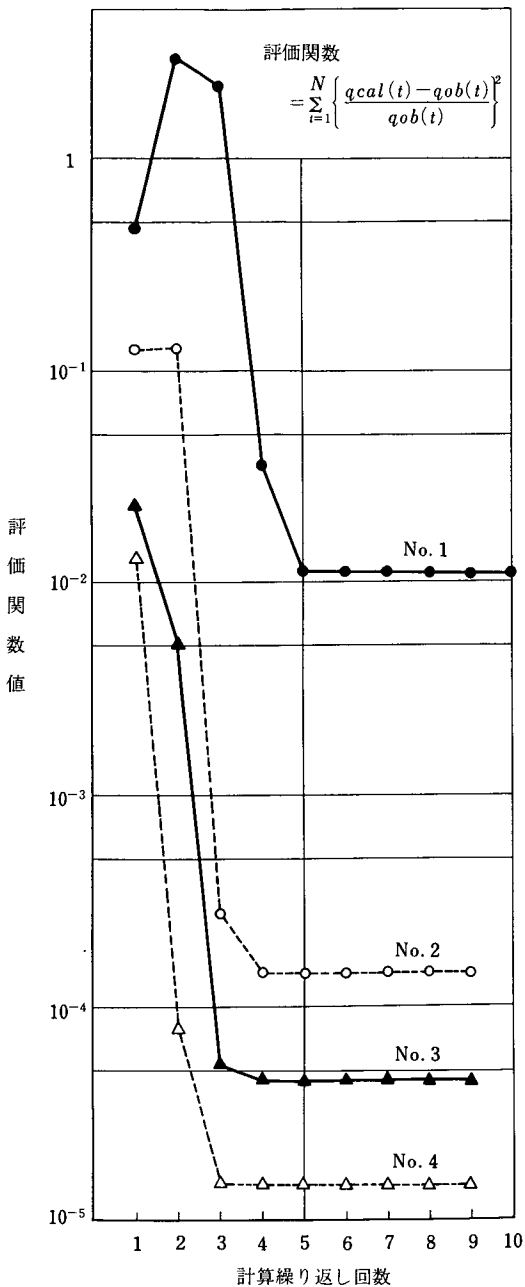


図-4-11 評価関数の変化過程

ステップ程度で真値の近傍にはほぼ収束し、それ以降の変動はほとんど認められない。

以上の結果は、当モデル同定手法 (QL 法) による未知パラメータ値の機械的推定の収束性の良好さを立証するものと言えよう。その際、繰り返し計算の終了すなわち収束の判定に当たっては、同定誤差関数値を採択することは、その値の収束変化特性から見て不適当

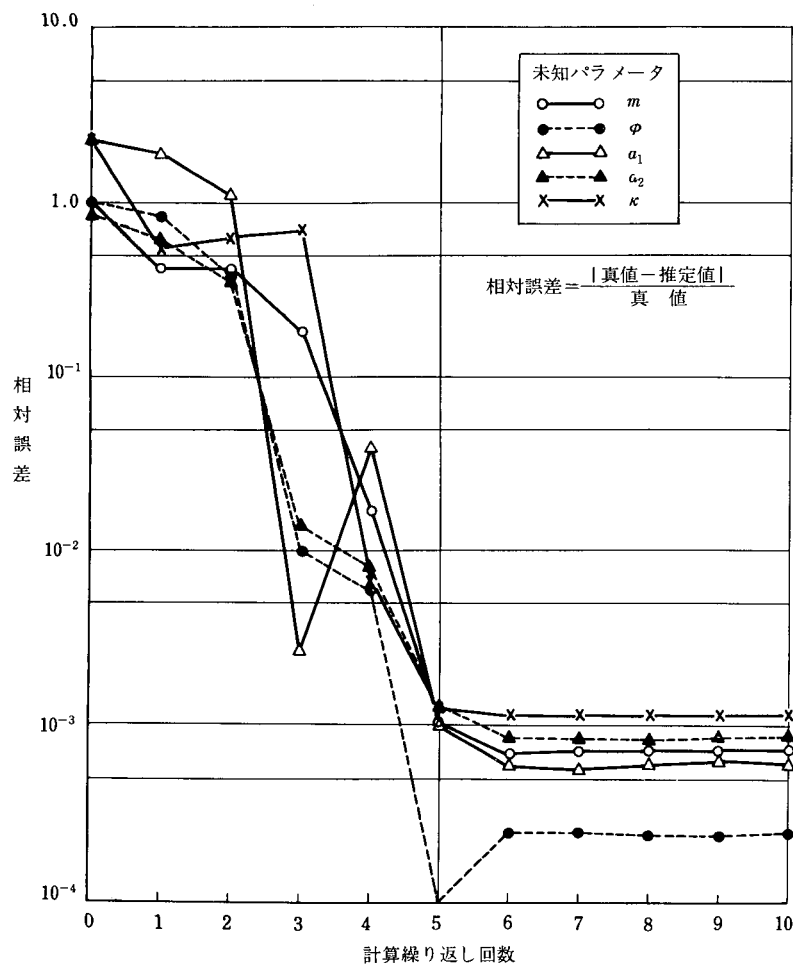
であり、本研究で提示したような、未知パラメータの変化状況に基づく収束判定方法を用いるのが適切である。ただし、このときあまりにも厳し過ぎる収束判定基準を設定することは、いたずらに計算の繰り返し回数を増加させるだけであり、収束性及び計算時間を考慮しても、実用上 $(P, \delta) = (3, 0.05)$ 程度の比較的大まかな基準で十分妥当であると思われる。これらの分析結果を踏まえ、実流域におけるモデル同定に当たっては、式 (4-31) の同定誤差関数及び収束性の判定基準として $(P, \delta) = (3, 0.05)$ を用いることにする。

最後に、モデル同定の結果得られたハイドロ・グラフの 1 例を図-4-13 に示す。ここでは、全流出量 q の推定値と合成値は、全同定区間にわたってほとんど一致しており、同一の折線で表現されている。

b) 実流域におけるモデルの収束性・物理性

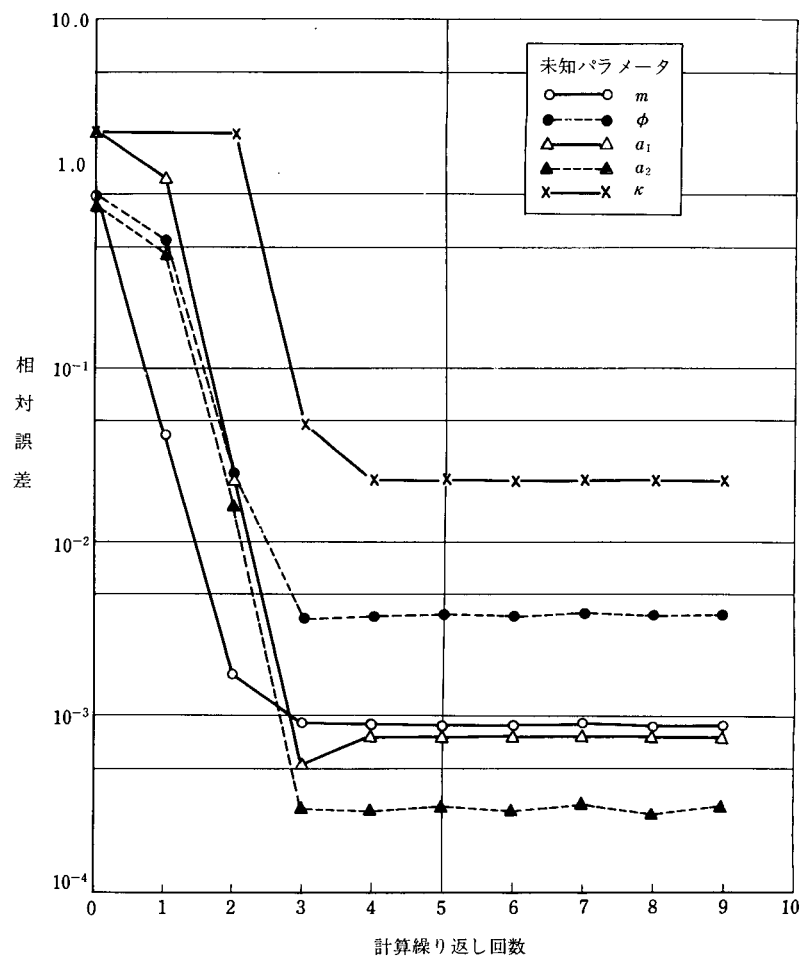
A, B 両流域における実測資料を用いたモデル同定結果は、表-4-3~4-5 に示したとおりである。なお、これらは各ケースにおいてはすべて同一の初期近似解を用いてパラメータ探索を行ったものである。また、長期流出モデル B の未知パラメータの 1 つである飽和雨量 R_{sa} については、ハイドロ・グラフの再現性などの比較結果から、とりあえず $R_{sa} = 10 \text{ mm}$ としている。モデル同定の収束性及び得られた結果の物理性は、対象流域及び長期流出モデルの構造によってかなり変化している (表-4-7 参照)。すなわち、長期流出モデル A の場合、A 流域においては、同定を試みた 21 ケース中約 8 割程度の 16 ケースにおいて 6~11 回の繰り返し計算によりモデル・パラメータの収束値^(注10)が得られた (このようなケースを収束ケースと呼ぶことにする)。これらの収束ケース中で、各パラメータの値がすべて正の値を取り、かつ、 $q(0) \geq q_2(0)$, $m > \phi$ という条件 (一種の物理性と言えよう) を満足したのは 8 ケースであった。一方、B 流域においては、32 の同定区間に対し収束解が得られなかったのはわずか 2 ケースである。しかも、試みにこの 2 同定区間に対して初期近似解を変えてモデル同定を行ったところ、両ケースとも収束解が得られた。しかしながら、物理性を満たすケースは全体の半分程度にすぎない。さらに、B 流域に長期流出モデル B を適用した結果、32 ケース中収束値が得られたのが 7 割弱、物理性を満たしたケースは全体の 4 割に達していない。物理性を満足しないケースでは、

(注10) 繰り返し計算は、その途中数値積分や連立一次方程式の求解において、変数や係数などの数値が $\pm 10^{20}$ を超えたとき発散と見なし、その時点で計算を打ち切っている。また、計算の繰り返し回数は最高 50 回としている。



a) No. 1 S39.1.1 ~ 12.31

図-4・12 (a) 未知パラメータの収束過程 (No.1 S39.1.1 ~ 12.31)



b) No. 4 S39.8.10 ~ 9.15

図-4・12 (b) 未知パラメータの収束過程 (No.4 S39.8.10 ~ 9.15)

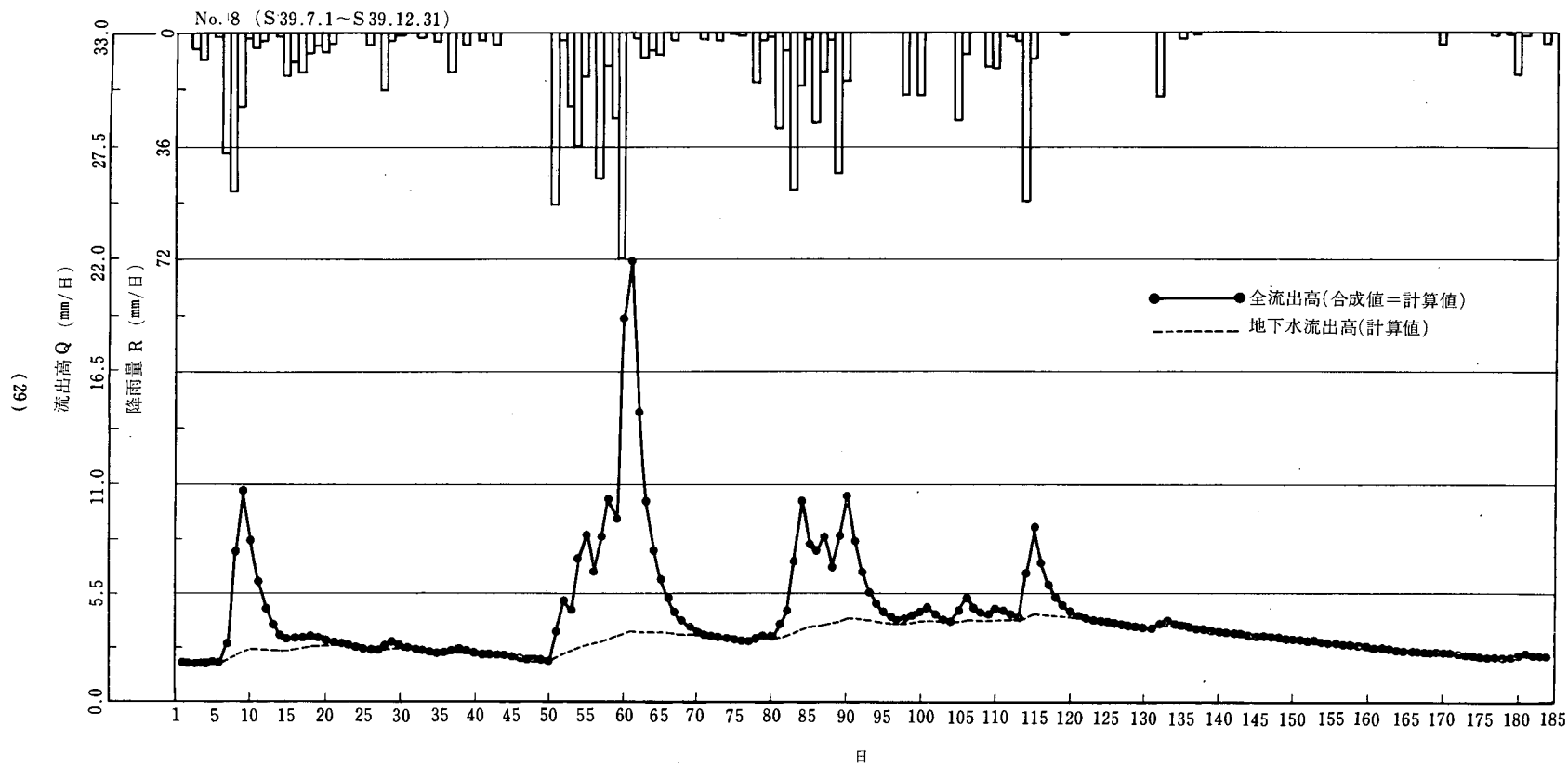


図-4.13 合成資料に対する同定ハイドロ・グラフ (No.2)

表-4.7 モデル同定の収束性と結果の物理性

対象流域	長期流出モデル	a) 同定ケース数	b) 収束ケース	c) 物理性を満たすケース	b/a	c/a	c/b
A, 烏川	モデルA	21	16	8	0.762	0.381	0.500
B, 裏筑波	モデルA	32	30	17	0.938	0.531	0.567
	モデルB	32	22	12	0.688	0.375	0.545

収束ケースとは、数値計算においてモデルパラメータが求められたケースをいう。

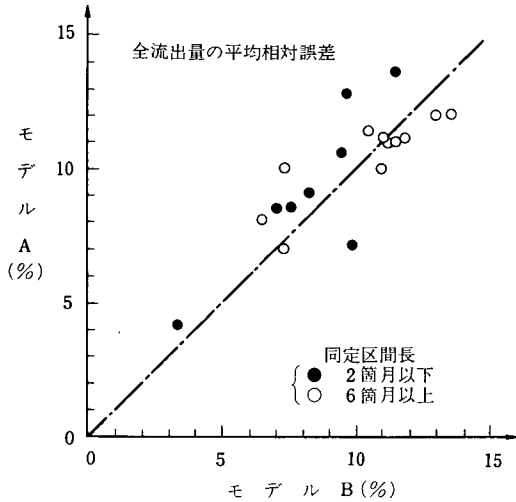


図-4.14 同定結果の相対誤差の比較 (B 流域)

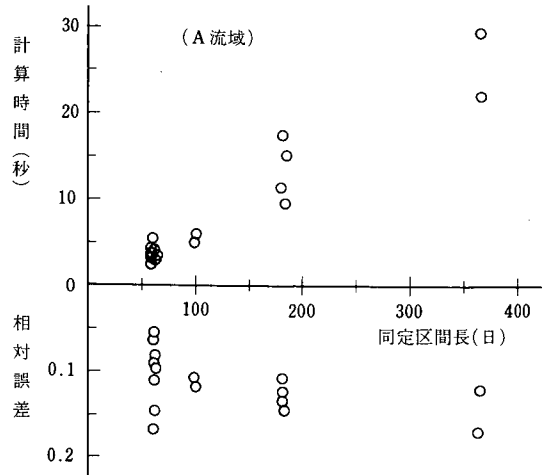


図-4.16 モデル同定における区間長の影響

モデル A では a_2 , モデル B では b_2 が負値を取ることが多く、また ϕ , a_1 (あるいは b_1), x も稀に負となる場合が見られる。このように、長期流出モデル A についてみれば、A 流域より B 流域の方が適合度が良好である。また、同じ B 流域であっても、長期流出モデル A よりもモデル B の方がモデル同定の収束性、物理性^(注11)が劣っているように思われる。その 1 つの理由として、長期流出モデル B における降雨分離モデルでは、分離される降雨量が総降雨量に対して線形関係となっており、そのため現実の降雨流出応答を十分に表現しきれない場合があることも考えられる。

1) 相対誤差

収束ケースにおける、全流出量の最終計算値と観測値との平均相対誤差は、例えば物理性が満たされていないケースであっても比較的小さな値に収まっている。これらの値は、全体的に見て、A 流域よりも B 流域の方が小さくなっており、収束ケースの単純平均値で A 流域、モデル A で 12.2%、B 流域では、モデル A に対

して 9.9%、モデル B に対しては 9.3% である。B 流域においては、長期流出モデル A、B が共に収束したケースについて比較したとき、モデル B の方が全般的に同定誤差が良好な値となっている。(図-4.14 参照)。また、同定区間が長くなっても、平均的相対誤差はほとんど増加しない。

なお、同定結果の例を図-4.15 に示す。

2) 計算時間^(注12)

一方、モデル同定に要する計算時間についてみれば、以下の指摘ができよう。すなわち、図-4.16 及び 4.17 に示すとおり、同定区間の長さがほぼ同じ場合には、同定に要する時間^(注12)は、収束に至るまでの計算の繰り返し回数にほぼ比例する。繰り返し計算 1 回当たりの所要時間も、たかだか同定区間長に比例する程度である。つまり、1 年間を対象とした場合でも、通常 30 秒以下でモデル・パラメータの最終的な推定値を得ることが可能である。

3) モデル・パラメータの分析

図-4.18～4.20 には、各ケースにおけるモデル同定の

(注11) 本モデル同定手法により、モデルパラメータの収束値が得られるか否か、さらには得られたパラメータが物理的条件を満たすかどうかといった特性を、ここでは「収束性」、「物理性」と呼ぶことにする。

(注12) 計算時間は、建設省土木研究所電子計算機 HITAC M-180 によるものである。

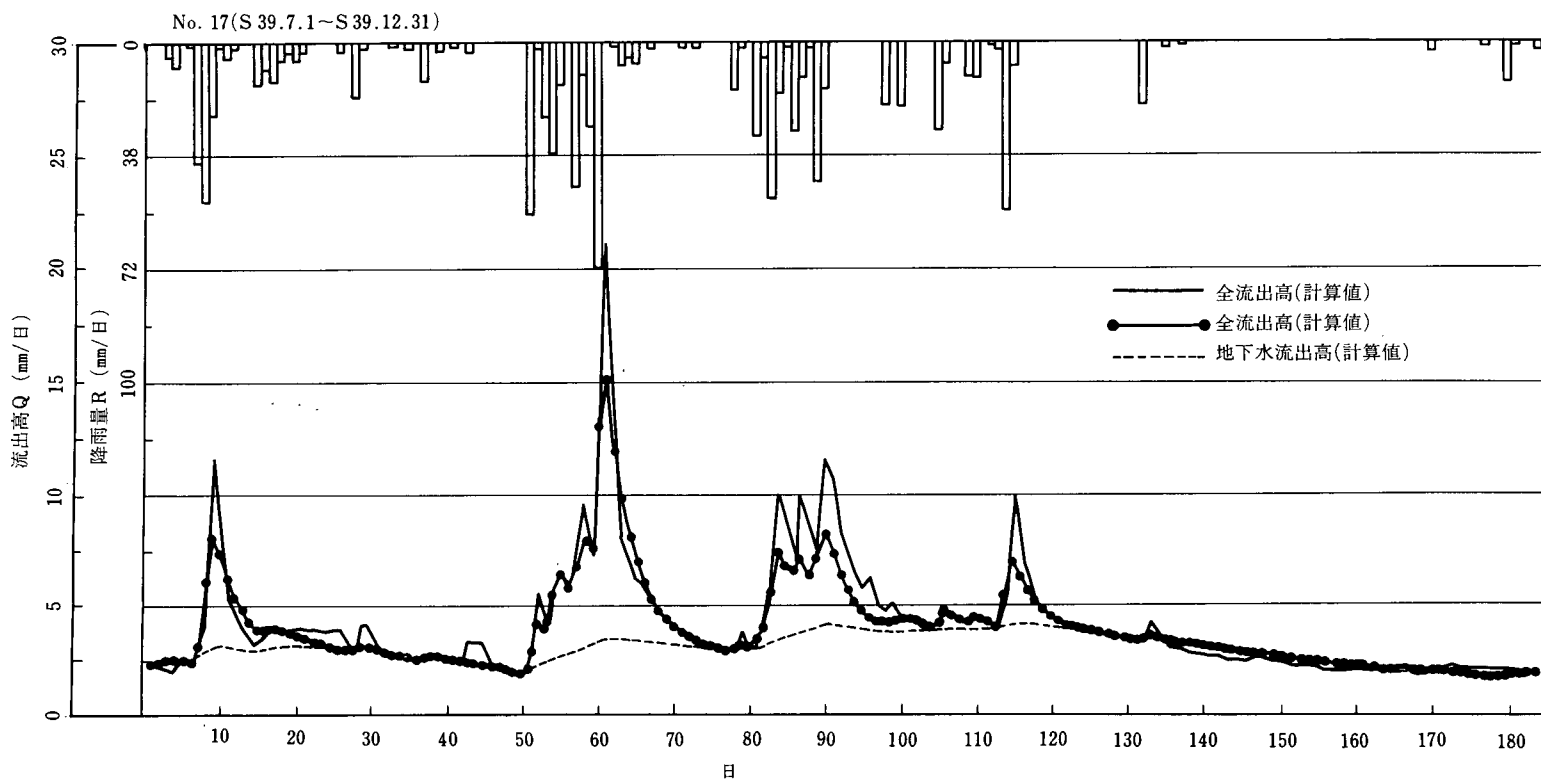


図-4・15 (a) モデル同定結果の例 (A 流域, 長期流出モデル A, S 39.7.1~12.31)

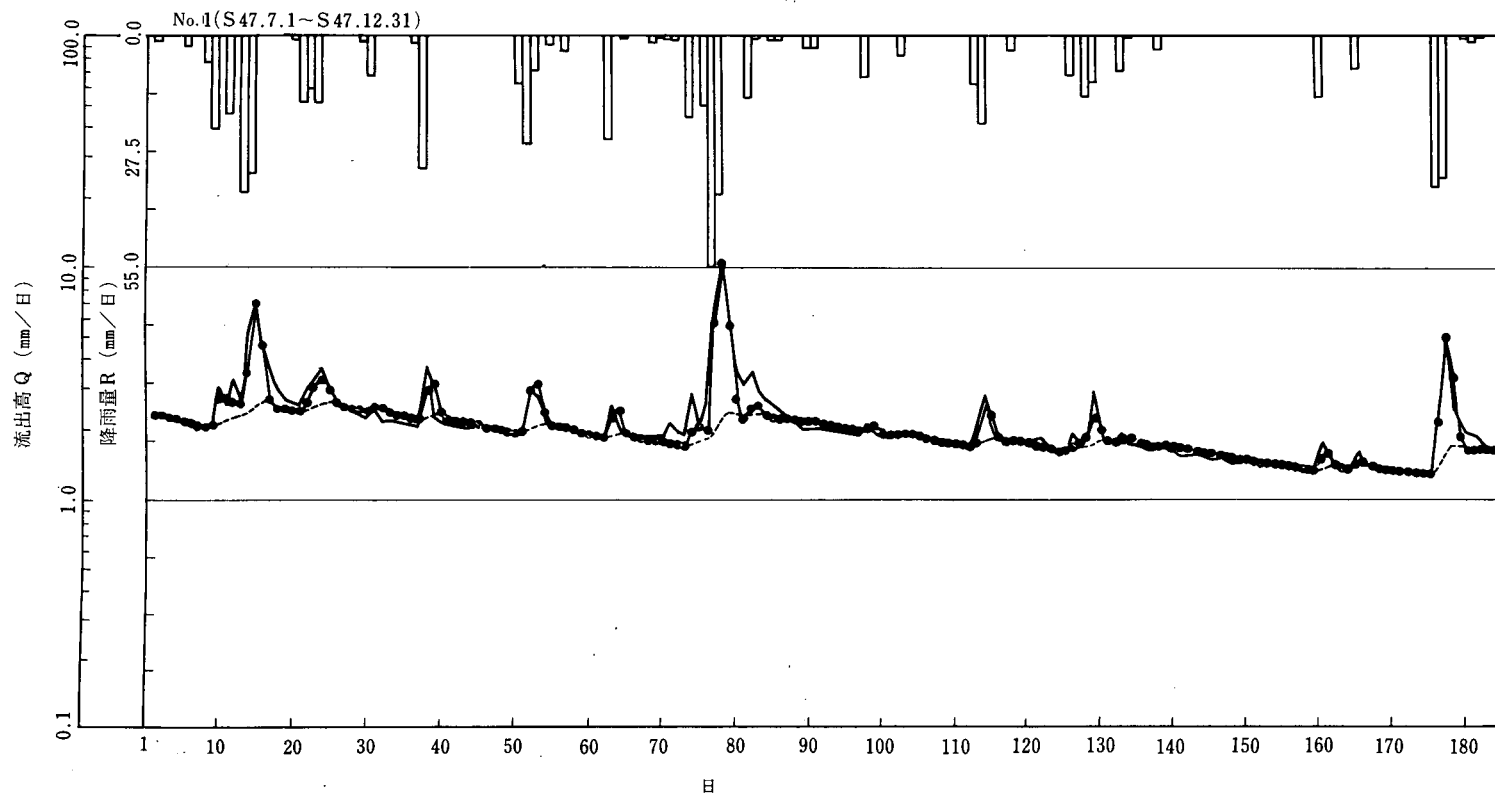


図-4.15 (b) モデル同定結果の例 (B 流域, 長期流出モデル A, S47.7.1~12.31)

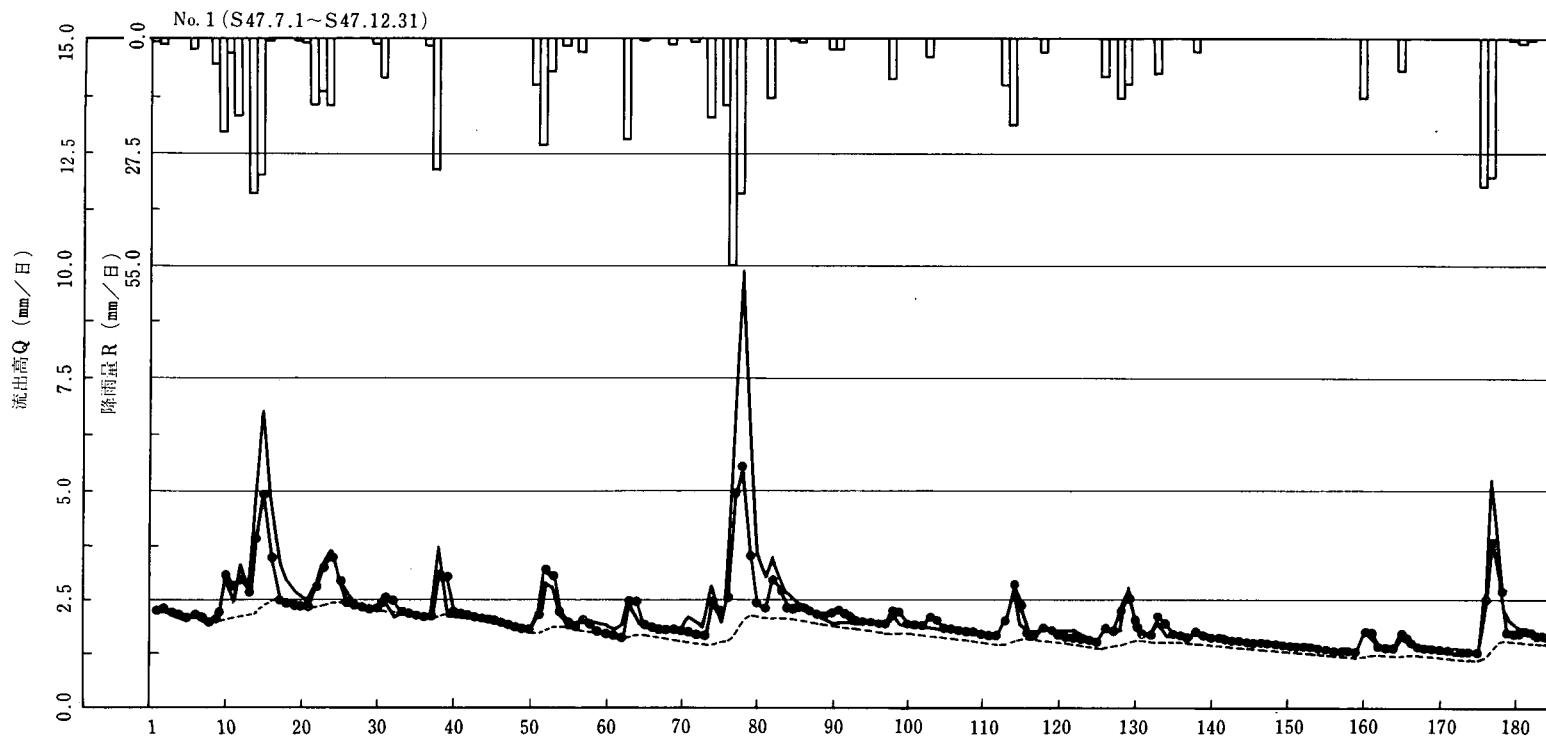


図-4・15 (c) モデル同定結果の例 (B 流域, 長期流出モデル B, S47.7.1~12.31)

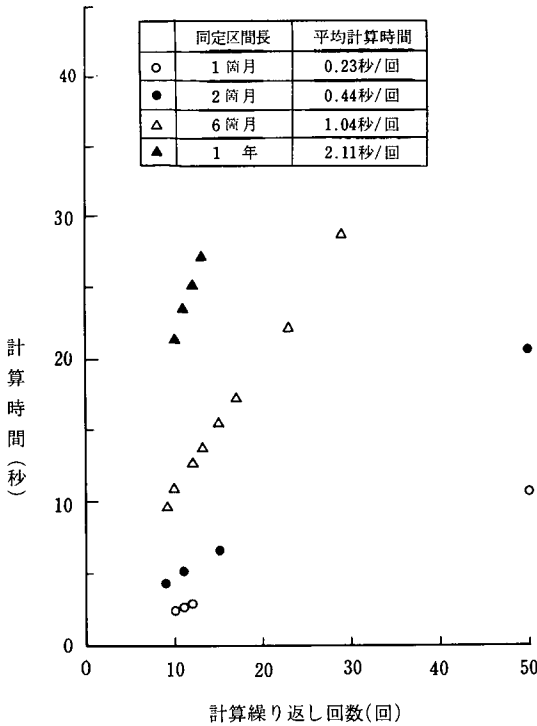


図-4・17 (a) モデル同定に要する計算時間
(B 流域, 長期流出モデル A)

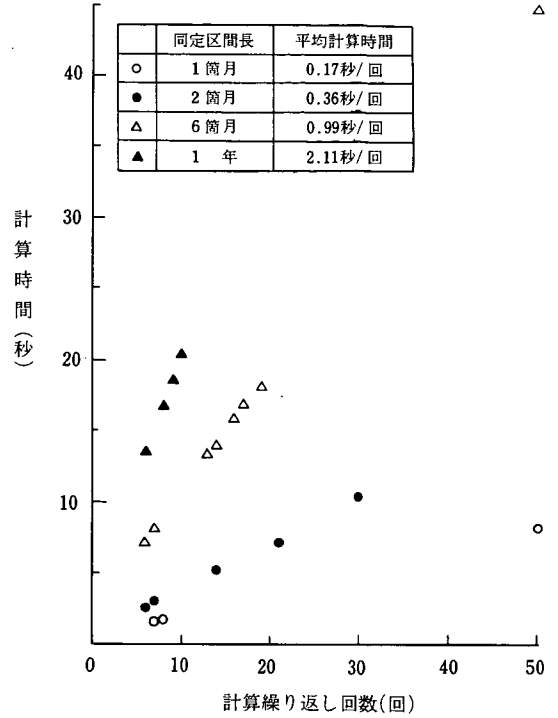


図-4・17 (b) モデル同定に要する計算時間
(B 流域, 長期流出モデル B)

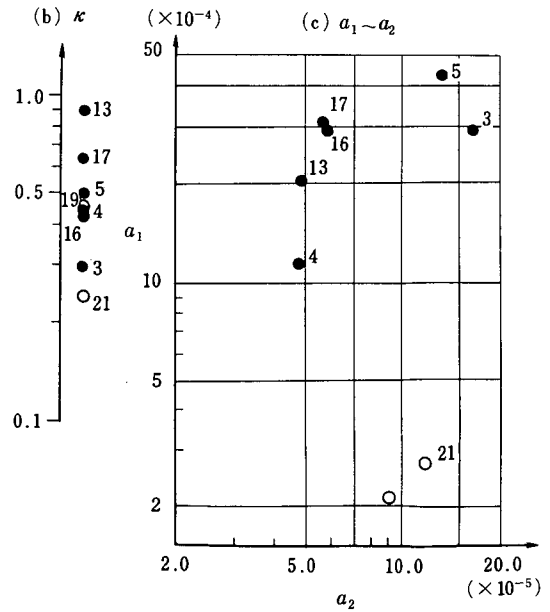
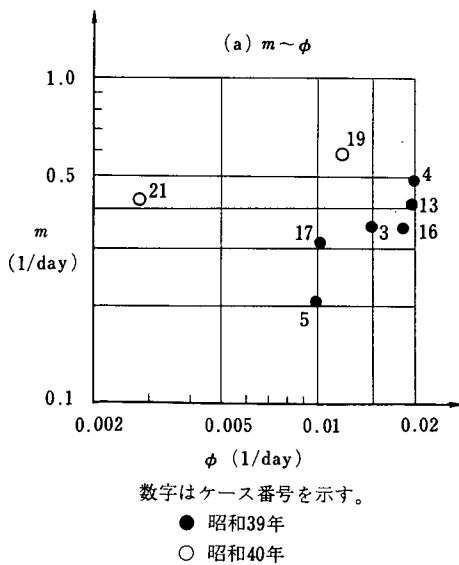


図-4・18 モデル・パラメータの推定値の分布 (A 流域, 長期流出モデル A)

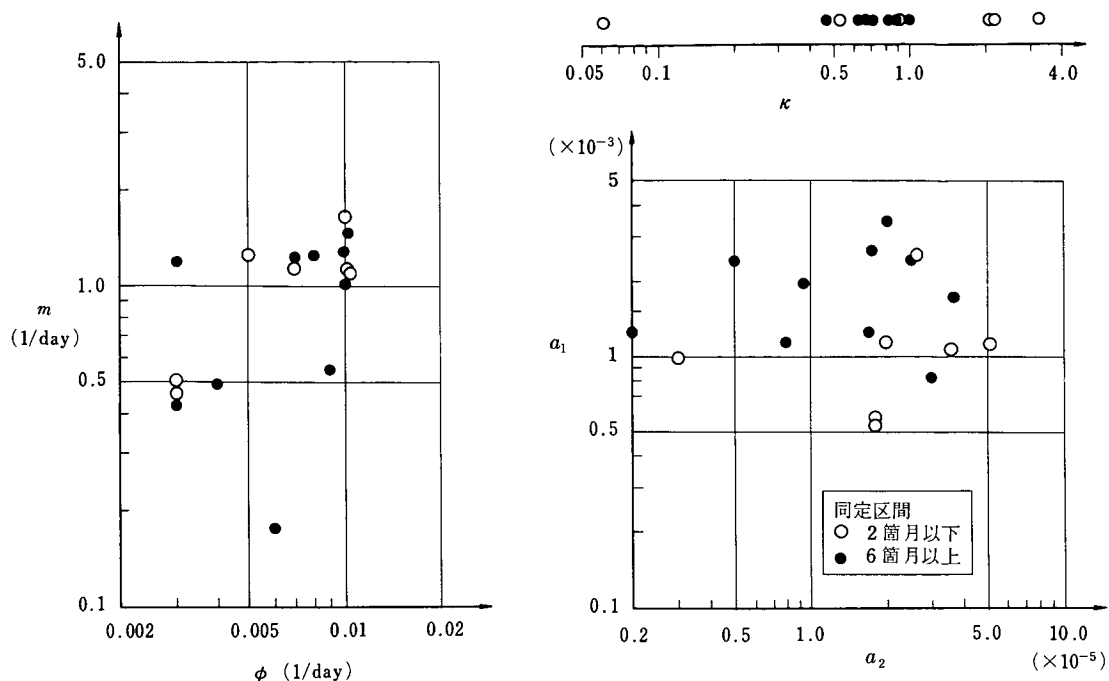


図-4-19 モデル・パラメータの推定値の分布 (B 流域, 長期流出モデル A)

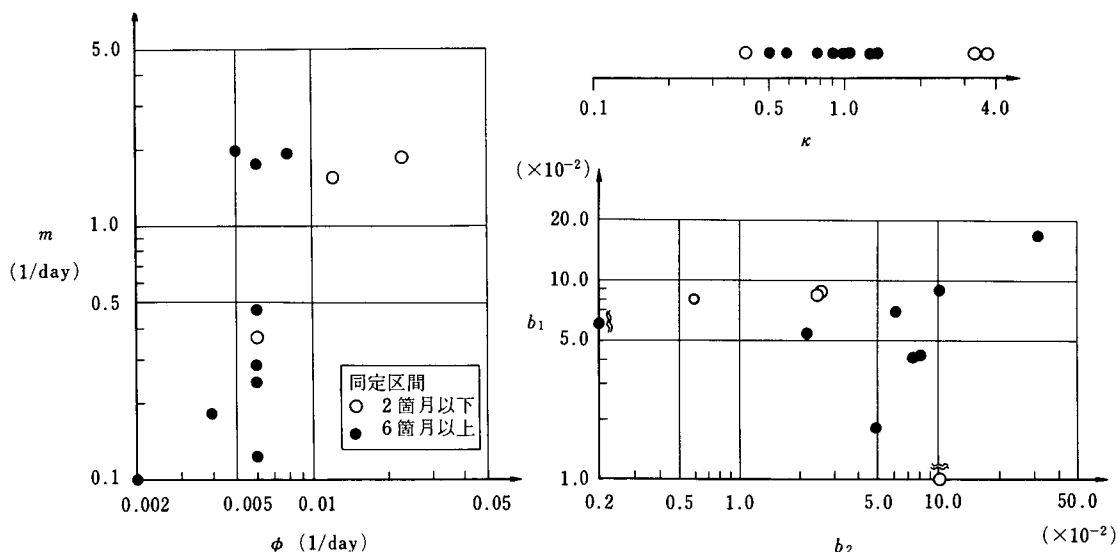


図-4-20 モデル・パラメータの推定値の分布 (B 流域, 長期流出モデル B)

結果得られたパラメータの分布状況を示す。各モデル・パラメータの推定値は、同一流域であっても、同定区間によってかなりばらついている。この原因としては次の3つが考えられる。

- ① 各同定区間による、降雨～流出の応答関係の変化
- ② 作成した長期流出モデルの構造上の限界
- ③ モデル同定手法の問題

これらのうち、③としては、同定誤差を最小にするという観点から見て、このモデル同定手法 (QL 法) は全域的な最適解ではなく、局所的な最適パラメータを探索している可能性がないかどうか挙げられる。このような疑問に対して図-4-21～4-22 は A 流域における2つの同定ケース (No.14, No.17) を対象として、初期近似解を変えて数回のモデル同定を試みた結果を

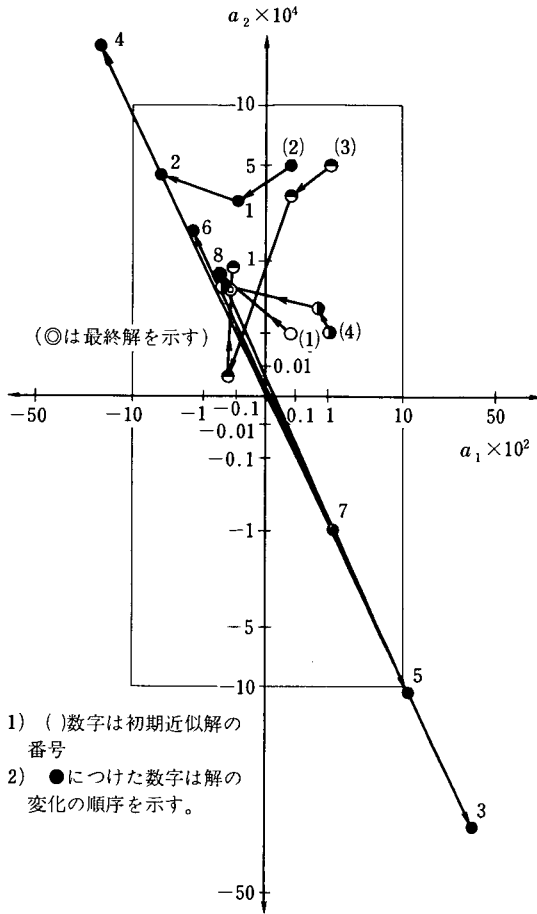


図-4-21 (a) パラメータ値の収束過程(A 流域, S 40.8.9 ~ 11.15 ($a_1 \sim a_2$))

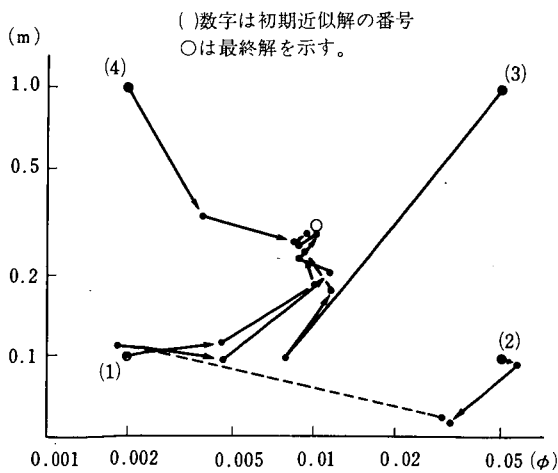


図-4-21 (b) パラメータ値の収束過程(A 流域, S 39.7.1 ~ 12.31 ($m \sim \phi$))

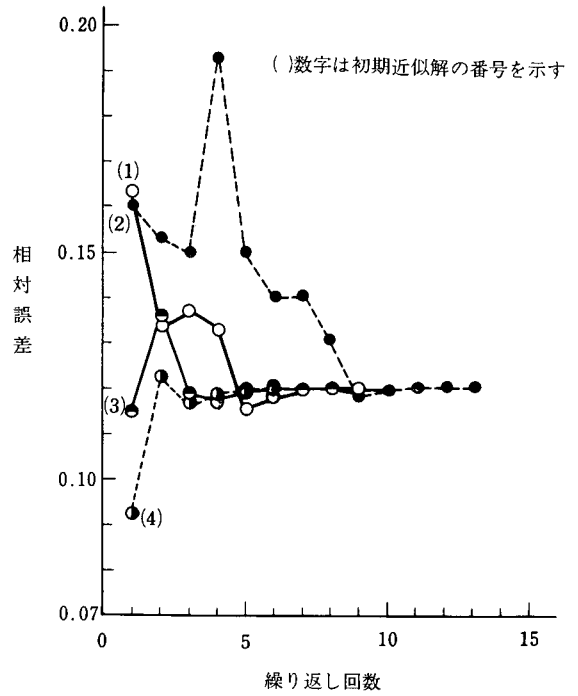


図-4-22 (a) 同定誤差の変化過程(A 流域, S 41.8.9 ~ 11.15)

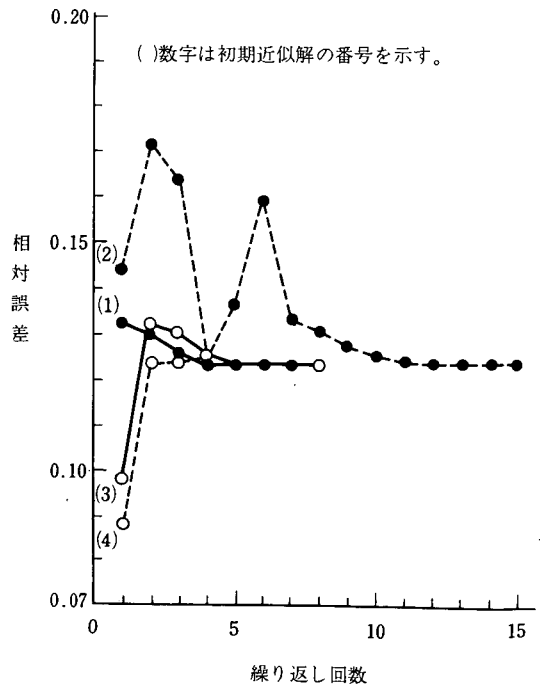


図-4-22 (b) 同定誤差の変化過程(A 流域, S 39.7.1 ~ 12.31)

示したものである。これらの同定過程におけるパラメータ及び同定誤差(図-4・22では平均相対誤差で表している)の変化状況は、初期近似解によって多少変わるものの、すべて同一の最終解に収束している。すなわち、初期近似解の選択によってパラメータ探索が収束するか否か、あるいはその探索プロセスは変化するが得られたパラメータの物理性は変化しないものと思われる。なお、各パラメータは単調には収束せず、振動しながら最終値に近づいている。さらに、同定誤差の変化も単調減少ではない。これらの傾向は、長期流出モデルの構造式の数学的性質に起因するものと考えられる。このような傾向から、本モデル同定手法の収束性が立証されると共に、モデル・パラメータ値の推定結果のばらつきは、③に述べた本モデル同定手法に原因するものでないことが明らかになったと思われる。

推定されたモデル・パラメータの同定区間によるばらつきは、空間的にも時間的にも複雑な応答特性をもつ流域の降雨流出現象を、単純な数理モデルで表現しようとする限り、回避できない問題であると思われる。このようなばらつきをいかに少なくするかが重要な課題であることを考え合わせると、極めて簡潔な構造をもつ本長期流出モデルの適用上の限界をある程度暗示しているものと受けとれよう。しかし、本モデルの構造上及び同定上の簡便さ、並びに日々の流水管理における水循環要素の推定及び短期的予測という本モデルの適用目的と、それに応じた精度の良好さを考慮したとき、本長期流出モデルの有効性と実用性は十分に首肯できるものであろう。

4) モデル同定の収束性・物理性について

A流域を対象とした長期流出モデルの同定において、パラメータの収束値が得られなかった5ケースは、その同定区間が11～4月の降雨現象の比較的少ない期間を対象としている。このような期間においてはモデル同定に必要な降雨・流出応答に関する情報が少ないと推定される。また、収束ケースであっても、推定されたモデル・パラメータが物理性を満たさないケースが存在するのは、その主な原因として、モデルの構造上の問題とあいまって、このモデル同定手法による未知パラメータ値の探索が同定に伴う全流出高の誤差を最小にするという観点からのみ行われていることが挙げられる。しかし、同定区間中の降雨・流出応答の特徴及び水文資料の性格も、モデル・パラメータの物理性に何らかの影響を及ぼしているものと思われる。

そこで、B流域における長期流出モデルA、Bの同定結果を用い、それらの収束性・物理性が、同定区間

の降雨・流出応答特性に関するどのような因子に影響されているか、簡単な検討を加えた。ここで取り上げた同定区間の特徴を表す(特に水文の指標)は、表-4・8に示す21項目である。表-4・8には、合わせてB流域における32ケースの同定区間から求めた各特性値の平均値を示す。これらの同定区間特性値資料に対して、主成分分析及び判別分析を行った。その結果は以下のように要約されよう。

① モデル同定の収束性・物理性とも、少数の特性値による顕著な判別性^(注13)は認められない。そのような中であえて言えば、次のような関係が類推できる。

② まず、収束性についていえば、長期流出モデルAでは、ほとんどの同定ケースでパラメータの収束が期待できる。長期流出モデルBにおいては、同定区間中の流出量の変動係数(C_Q)及び遅れ時間1日の自己相関係数($QQ(1)$)が大きいほど、収束解が得られる可能性が高いような傾向が見られる(図-4・23参照)。

③ モデル同定結果の物理性は、区間長が2箇月以下か半年以上かで、その影響因子が異なるように思われる。特に、半年以上の同定区間について見た場合、長期流出モデルAに関しては、図-4・24に示すとおり、降雨日数比(r_R)及び平均降雨間隔(L_R)が共に小さい同定区間において、物理性を満たすモデル・パラメータが求められている。一方、長期流出モデルBの同定においては、平均降雨間隔(L_R)と流出高の変動係数(C_Q)の大きい同定区間において、結果の物理性が保たれる傾向にある(図-4・25)。

(4) 結果の分析-2 長期流出モデルの適用性

a) モデル構造に関する考察

B流域に対しては、長期流出モデルA、Bの両者を用いてモデル同定を試みた。両モデルとも物理性を有する結果が得られた同定区間について、降雨分離モデルの差異が同定結果に及ぼす影響を分析した。

図-4・26は、両モデルに共通する未知パラメータ m 、 ϕ 及び x の数値比較を行ったものである。地下水流出に関係するパラメータ ϕ 及び x の値は比較的類似しているのに対し、直接流出の低減係数 m の差が著しくなっている。このことから、本研究で提案するような構造をもつ長期流出モデルにおいては、降雨分離モデルの差異は低水部分よりも高水部に大きな影響を及ぼすと考えられる。同流域に対しては、石崎ら⁽²⁾が長期流出の

(注13) ここで、“判別性”とは、同定区間特性値の相互関係により、モデル同定の収束ケース、物理性のあるケースとそうでないケースに分類できることを意味する。

表-4・8 同定区間の特性指標

同定区間の特性		記号	定義	平均値
1	区間長 (日)	L		176
2	降雨日数比	r_R	(同定区間内の降雨日数)/(区間長)	0.36
3	平均降雨(開始)間隔 (日)	L_R	(区間長)/(一連降雨の生起回数)	5.71
4	平均降雨量 (mm/日)	M_R	$\Sigma(\text{降雨量 } R(t))/(\text{区間長})$	4.47
5	平均流出量 (mm/日)	M_Q	$\Sigma(\text{流出高 } Q(t))/(\text{区間長})$	2.49
6	降雨量の分散	V_R	$\Sigma(R(t)-M_R)^2/(L-1)$	176.60
7	流出高の分散	V_Q	$\Sigma(Q(t)-M_Q)^2/(L-1)$	2.68
8	降雨量の変動係数	C_R	V_R/M_R	37.89
9	流出高の変動係数	C_Q	V_Q/M_Q	1.01
10	流出高の平均上方零交叉間隔	L_Q	(区間長)/(流出高時系列の平均値上方への交叉回数)	18.77
11	降雨量～流出高の相互相関係数	$\tau=0$	$RQ(0)$	0.721
12		$\tau=1$	$RQ(1)$	0.468
13		$\tau=2$	$RQ(2)$	0.024
14		$\tau=3$	$RQ(3)$	0.133
15		$\tau=4$	$RQ(4)$	0.148
16		$\tau=5$	$RQ(5)$	0.114
17	流出高の自己相関係数	$\tau=1$	$QQ(1)$	0.535
18		$\tau=2$	$QQ(2)$	0.343
19		$\tau=3$	$QQ(3)$	0.267
20		$\tau=4$	$QQ(4)$	0.243
21		$\tau=5$	$QQ(5)$	0.192

注) 平均値はB流域における32モデル同定区間の平均を示す。

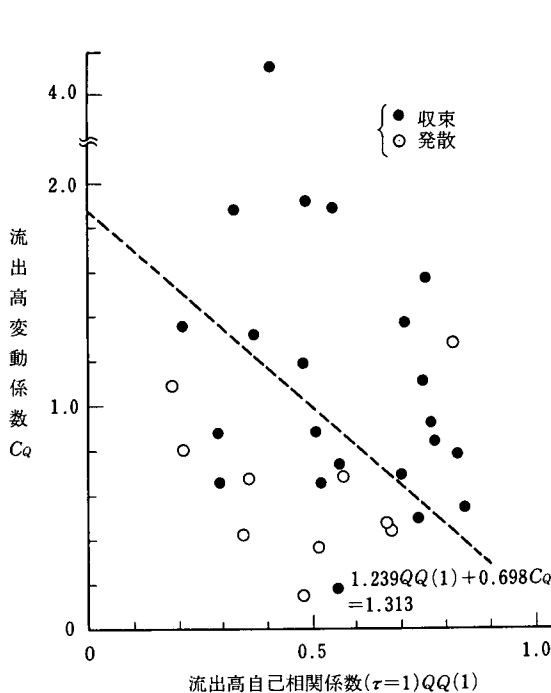


図-4・23 長期流出モデル B の収束性の判別

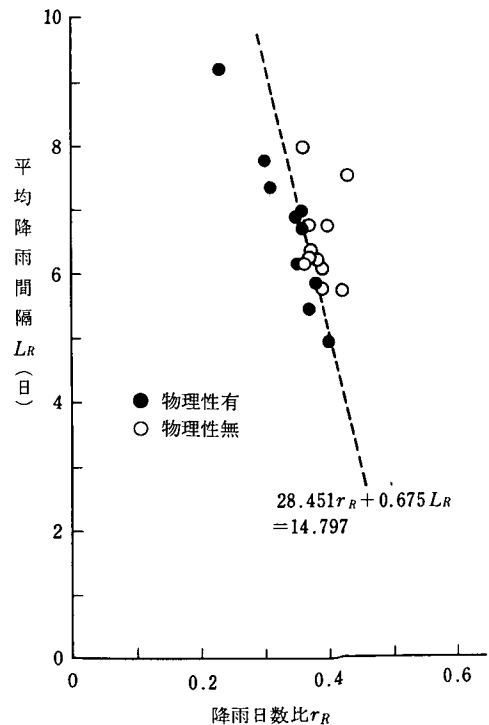


図-4・24 長期流出モデル A の物理性の判別

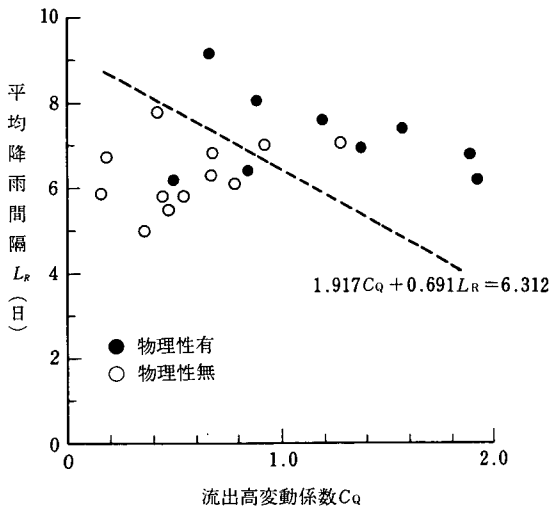


図-4-25 長期流出モデル B の物理性の判別

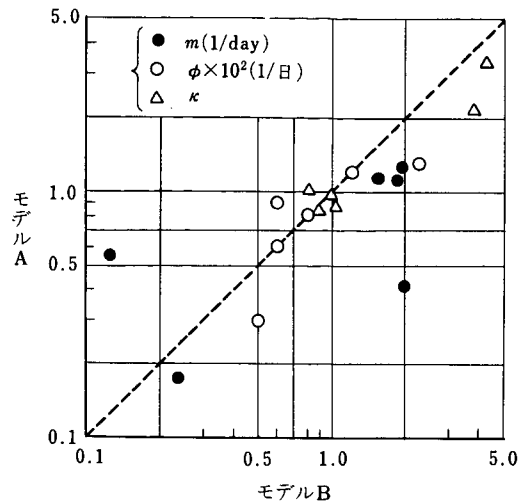


図-4-26 同一同定区間におけるモデル・パラメータ値の対比

表-4-9 長期流出モデルによる水収支

同定区間	モデル	雨量	全流出高	地下水流出高	損失雨量	流出率	地下水流出高 全流出高
47.1.1 ～ 1.31	観測値	139.5mm	89.5mm	—	50.0 mm	0.642	—
	モデルA	—	88.4	75.5	51.1	0.634	0.854
	モデルB	—	88.9	74.2	50.6	0.637	0.835
47.7.1 ～12.31	観測値	639.7	395.7	—	244.0	0.619	—
	モデルA	—	376.8	346.6	262.9	0.589	0.920
	モデルB	—	378.6	312.3	261.1	0.591	0.824

低減曲線^(注14)を求めている。低減曲線は3本の曲線で代表されるが、各低減係数は対象とした7期間においてかなりの変動が認められている。これらの平均値は、第1曲線0.438、第2曲線0.054、第3曲線0.008となっている。図-4-26と比較すれば、第3曲線の低減係数はほぼ同じ値となっているものの、本長期流出モデルにおける直接流出の低減係数は、石崎らの求めた第1曲線の値よりもかなり大きな値である。

次に、両モデルとも比較的良好な適合性を示した下記の2同定区間について、その同定結果を比較分析する。

- ① 昭和47年1月1日～1月31日
- ② 昭和47年7月1日～12月31日

これらの区間において、長期流出モデルA、Bの地下水流出の低減係数 ϕ の値は一致している。モデル同定

より推定された両区間の水収支関係を表-4-9に示す。全流出量に占める推定地下水流出量の割合は、同定区間①では両モデルともほとんど等しいが、同定区間②では長期流出モデルBの方が若干小さい値となっている。この原因としては、(i)降雨分離モデルの差異、(ii)蒸発散係数 κ の相違などが考えられる。図-4-27は、両区間において得られた降雨分離モデルによる降雨分離状況を図示したものである。両モデルによる各同定区間の同定ハイドロ・グラフを図-4-28、4-15に示す。

b) シミュレーションによる再現性の検証

両対象流域における同定結果を踏まえ、モデル・パラメータの代表的な組合せを選び、長期流出シミュレーションを行い、長期流出モデルA、Bの再現性を検証した。本モデルによるシミュレーションは、モデル構造式(4-19)、(4-20)あるいは(4-25)、(4-26)を直接数値積分することにより行うことができる。その解法としては、第3章で述べたHammingの予測子・修正子法を用いることにする。

(注14) 低減曲線を指数関数 $q(t) = q_0 e^{-\alpha t}$ としたときの α を低減係数と呼ぶ。この値の大きいものから順に、第1曲線、第2曲線、第3曲線と呼ぶことにする。

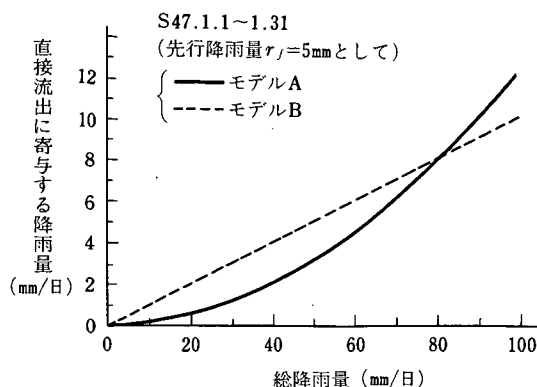


図-4-27 降雨分離モデルの比較

1) 長期流出モデル A

A 流域を対象として表-4-3の結果を基に、次に示す2組のモデル・パラメータ群を設定し、昭和39, 40年を通してシミュレーションを試みた。

- (イ) Case a $m=0.352$, $\phi=1.55 \times 10^{-2}$, $a_1=2.73 \times 10^{-3}$, $a_2=8.40 \times 10^{-5}$, $\chi=0.535$
- (ロ) Case b $m=0.500$, $\phi=7.40 \times 10^{-3}$, $a_1=2.40 \times 10^{-4}$, $a_2=1.06 \times 10^{-4}$, $\chi=0.346$

Case a, Case b は各々表-4-3のCase 3, 4, 5, 13, 16, 17(共に昭和39年)及びCase 19, 21(昭和40年)におけるモデル同定の結果得られた値を単純平均したものである。

シミュレーション結果の一部を図-4-29に示す。また、本流域において過去に検討されたタンク・モデル、貯留関数法、西原法といった長期流出モデルと本モデルによる再現性を表-4-10に比較した。これよりCase a, bとも、他の長期流出モデルと同程度の相関係数及び推定誤差を有しており、ハイドロ・グラフの再現性もかなり良好である。

2) 長期流出モデル B

B 流域について、長期流出モデルBの再現性を検証した。表-4-5に示す同定結果から、7ケースのモデル・パラメータの組合せを設定し、昭和46, 47年の2年間を対象としてシミュレーションを行った。設定したパラメータとその結果は表-4-11のとおりである。適合性の極めて悪いCase aを除き、各ケースとも同程度の再現性が認められる。しかし、全般的にA流域における長期流出モデルAによるシミュレーション結果に比較し、流出高の計算値と観測値の相関係数が低くなっている。Case a, bを除いて、計算した流出高の平均値は、実測値を若干下回るものの、比較的それに近い値となっている。一方、分散は実測値をかなり下回っ

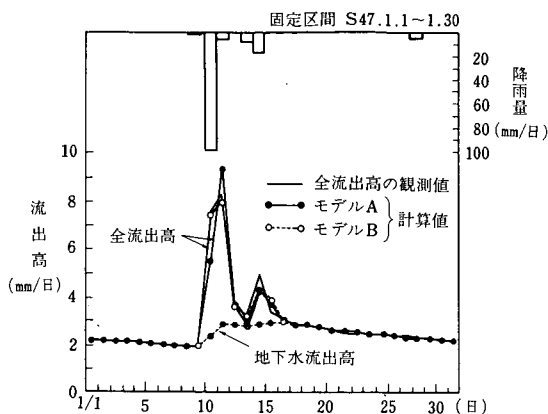


図-4-28 同定ハイドログラフの比較

ている。このことは、本長期流出モデルBでは、高水部分での適合性が悪く、低水部分の降雨・流出応答を中心的に表現していると考えられる。さらにCase f, gについては、昭和46年~51年までの6年間を通して再現計算を行った。その結果の一部を図-4-30に示すが、計算年によって、ハイドロ・グラフの再現性に差異が見られる。

以上より、本長期流出モデルA, Bにより、既往モデルと同程度の流況の再現性が期待できる。しかし、設定するモデル・パラメータの相違によって、ハイドロ・グラフの推定誤差等に差が見られる。そのため、パラメータの代表性やその取り扱い方法については、さらに検討を加える必要がある。

(5) 結果と問題点の整理

本節では、降雨分離モデル、直接流出モデル、地下水流出モデルという簡単な構造をもつ3つのサブ・モデルから構成される長期流出モデルを定式化し、前章で紹介したモデル同定手法(QL法)を用いて機械的なモデル同定を試みた。極めて限定された適用を行ったにすぎないが、ここで検討した長期流出モデル及びモデル同定手法の特質と問題点は、下記のように整理されよう。

a) 長期流出モデル

① ここでは、長期流出モデルを降雨分離・直接流出及び地下水流出という簡単な3つのサブ・モデルから構築した。降雨分離モデルの構造によって同定結果に変化が見られる。降雨分離モデルの非線形性が強い長期流出モデルAの方が、任意の同定区間に対してモデル・パラメータの推定値が得られる可能性が高い傾向がある。しかしながら、ハイドロ・グラフの平均的な同定精度は、ここで検討した2種類の長期流出モデルに関する限りほとんど差異が認められないほど共に

(41)

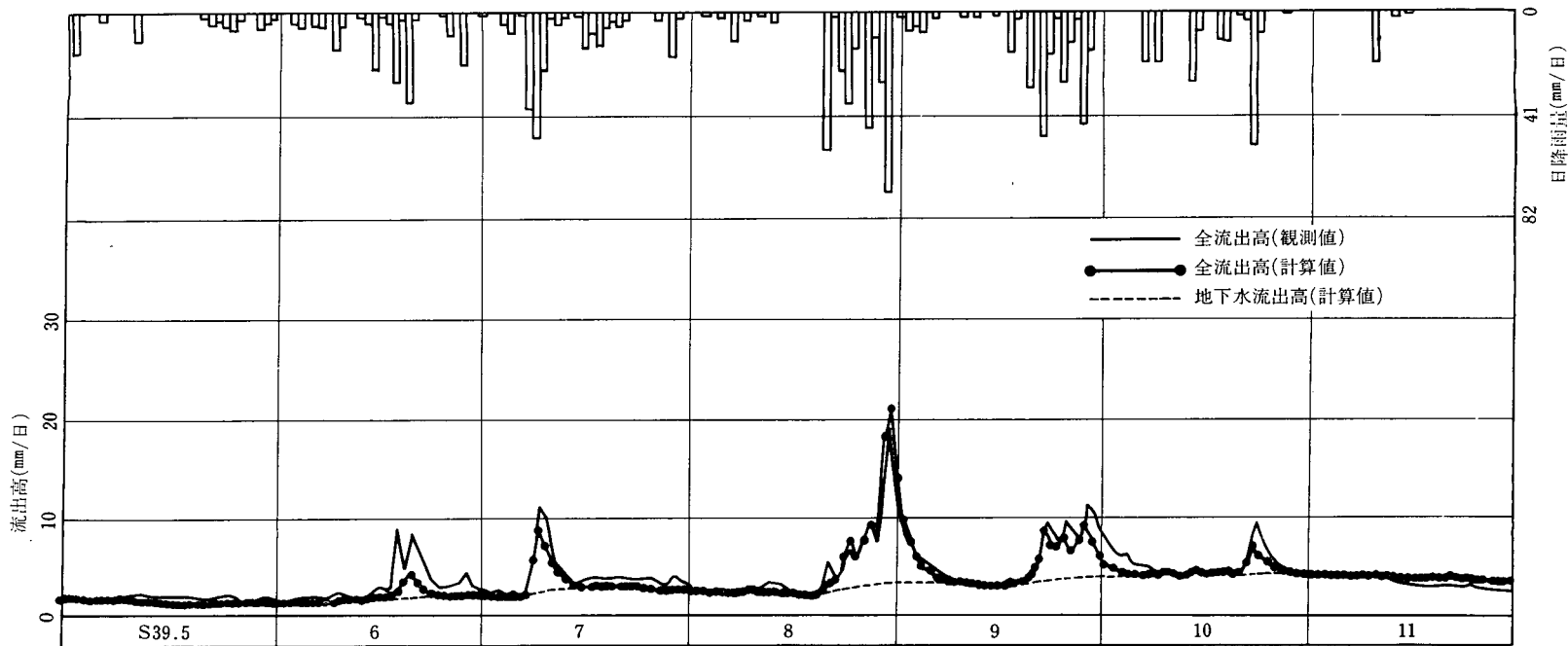


図-4・29 長期流出モデル A によるシミュレーション結果 (A 流域, Case b)

表-4・10 モデルの再現性の比較 (長期流出モデル A, A 流域, S 39.1.1~40.12.31)

		平均値(mm/日)	分 散	相関係数	自乗誤差 1	自乗誤差 2
観 測 値		3.051	8.303	—	—	—
長期流出モデル A	case a	2.439	7.404	0.880	2.881	0.251
	case b	2.754	5.224	0.881	2.012	0.082
タンク・モデル		2.846	8.020	0.879	1.183	0.057
貯 留 関 数 法		2.819	14.028	0.860	2.753	0.169
西 原 法		2.826	3.392	0.815	2.595	0.041

$$\text{注) 自乗誤差 1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{q_{cal}(i) - q_{ob}(i)\}^2 \quad \text{自乗誤差 2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{q_{cal}(i) - q_{ob}(i)}{q_{ob}(i)} \right\}^2$$

ただし $q_{ob}(i)$, $q_{cal}(i)$ は各々第 i 日目の全流出高の観測値と計算値

表-4.11 長期流出モデルBによるシミュレーション結果の比較 (B流域, S47.1.1~46.12.31)

Case	摘 要	設 定 パ ラ メ ー タ					平 均	分 散	相 関 係 数	自 乗 誤 差 1	自 乗 誤 差 2
		m	ϕ	b_1	b_2	κ					
	観 測 値						2.455	2.644	—	—	—
a	表-4.5No.12の同定値	0.460	0.006	0.079	0.006	0.290	3.289	1.251	0.635	2.219	0.330
b	No.13の同定値	0.290	0.006	0.042	0.082	0.780	2.288	0.789	0.685	1.442	0.036
c	No.21の同定値	1.800	0.006	0.018	0.049	1.350	6.686	119.7	0.097	133.17	24.69
d	No.32の同定値	0.240	0.006	0.041	0.075	0.980	1.952	0.630	0.773	1.772	0.059
e	No.12~25の平均値	0.930	0.006	0.056	0.044	0.860	2.142	0.888	0.807	1.126	0.040
f	No.26~32の平均値	0.150	0.004	0.092	0.152	0.950	2.104	0.914	0.664	1.571	0.051
g	No.12~32の平均値	0.630	0.005	0.070	0.090	0.890	2.124	1.180	0.804	1.063	0.048

良好である。

② モデル同定の対象とした期間によって、ハイドロ・グラフの同定誤差を最小とするパラメータの値には、かなりの変動がある。これらの同定結果を踏まえて適切なモデル・パラメータ値を組合せ、数年間のシミュレーションを行った場合、本長期流出モデルによる流況の再現性は、タンク・モデルや貯留関数法などの既往のモデルに比べて遜色がないものと思われる。

③ 本長期流出モデルの適用性をさらに高めるために、今後は、降雨分離モデルなどの各サブ・モデルの構造について、より精細な吟味を行うと共に、モデル同定区間あるいは機械的に決定されたパラメータ値の取り扱い方法についても、綿密な分析を加える必要がある。

b) 準線形化と最小自乗法を組合せたモデル同定手法

① まず、合成資料により、本研究で提案したような長期流出モデルに対してもモデル同定手法 (QL 法) の迅速な収束性と、モデル・パラメータの推定精度の高さが立証された。すなわち、わずか数回の繰り返し計算によりモデル・パラメータの良好な推定値を得ることが可能である。

② 実際の降雨・流出量資料を用いてモデル同定を行う場合には、対象とする同定区間によってはモデル・パラメータの収束解が得られないことがある。収束解の得られる同定ケースにおいては、流出量時系列の観測値と計算値の平均相対誤差は、大部分のケースで 10 数%以下であり、同定精度はかなり良好である。パラメータの探索に要する計算の繰り返し回数も比較的小なくてすむことが多い。

③ 収束解が得られた同定ケースにおいても、モデル同定の結果推定されたパラメータ値が物理性を満たさない場合が少なからず認められる。すなわち、いく

つかのケースにおいては、あるパラメータが負値であったり、あるいは $q(0) < q_2(0)$ のように非現実的な値が得られている。

④ さらに、推定されたパラメータが物理性を満たす場合であっても、それらの値は、対象とする同定区間によってかなりの変動が認められる。

⑤ 収束解の得られる同じ同定区間に対して種々の初期近似解を設定しモデル同定を試みても、それらの初期近似解がある領域 (一種の収束領域と言える) 内にある限り、同一の最終解に収束する。

⑥ モデル同定の収束性及び結果の物理性は、決して顕著とは言えないが、降雨日数や降雨間隔あるいは流出量の変動係数や自己相関係数などの同定区間内の降雨・流出特性にある程度の影響を受けているものと思われる。例えば、長期流出モデル B の同定においては、同定区間の流出量の変動係数及び自己相関係数が大きい場合に、収束解を得る可能性が高い傾向がある。また、同定結果が物理性を満たさないケースが少なくないのは、上記の同定区間における降雨流出応答特性の影響の外、この QL 法による未知パラメータの探索が同定に伴う誤差を最小にするという観点からのみ行われていることによるものと推察される。

⑦ 準線形化手法によるモデル同定は、従来の洪水流出解析など比較的短い期間を対象とし、かつ、未知パラメータの少ない (たかだか 3 個程度) モデルに適用されてきた。これは、同定区間長が短い場合には当手法の収束性が理論的に保障されていることなどによる。しかし、少なくともここで検討したモデルについては、1 年間というかなり長期間を対象とした同定も可能であることが確認された。同定に要する計算時間は、収束に至るまでの計算の繰り返し回数に支配されるが、繰り返し計算 1 回当たりの必要時間は、たかだか同定区間長に比例する程度である。例えば、1 年間

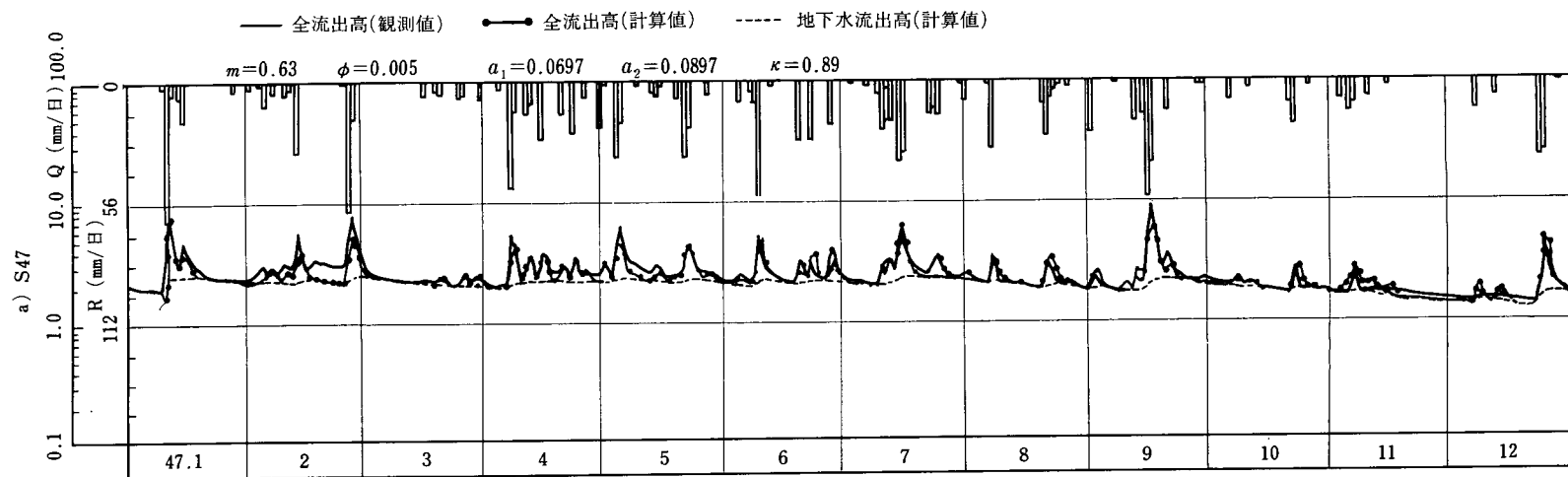


図-4・30 (a) 長期流出モデル B によるシミュレーション結果 (B 流域, Case g, S47)

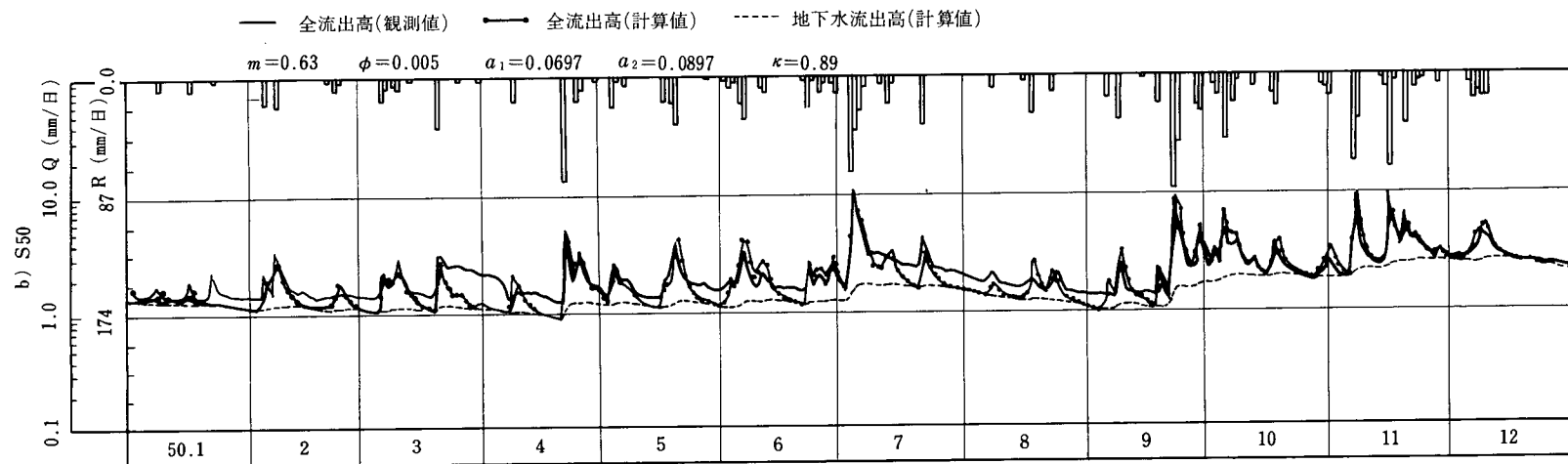


図-4・30 (b) 長期流出モデル B によるシミュレーション結果 (B 流域, Case g, S50)

を対象とした場合でも、通常 30 秒以下で未知パラメータの収束解を得ることができる。すなわち、QL 法は、計算に要する労力・時間の面から見て、実用性のある方法であると言える。

⑧ 準線形化手法を用いたモデル同定手法の汎用性は高く、実際の水資源管理における適応制御などに十分適用可能であると思われる。そのためには、QL 法の計算労力上の利点を損うことなく、現実には生起する様々な水文状況の下でも、モデル同定の収束性と結果の物理性ができる限り保証されるよう改良を加える必要があると考えられる。

〔3〕 準線形化と非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法の実流域への適用

前節では、準線形化と最小自乗法の組合せによるモデル同定手法 (QL 法) を用い、実流域における長期流出モデル A 及び B のパラメータ決定を行った。その長期流出モデル及びモデル同定手法の妥当性・有用性のある程度検証できたと考える。しかしながら、QL 法では、取り扱い水循環モデルの構造あるいは対象とする同定区間によっては、モデルを構成する未知パラメータの収束解が数値計算上得ることができない場合が存在する。さらに、例えばパラメータの推定値が求められても、ある同定区間においてはそれらの値が物理現象的に見て不適当な組合せであると思われるケースが少なくない。モデル同定手法 QL 法に関してこのような事態が生じるのは、下記のような理由によるものと推測される。

① 当手法は、モデルの未知パラメータが現実的に取り得る制約範囲、さらには、パラメータ探索におい

て収束解が求まる可能性の高い領域（もしそのような収束領域が存在するならば）を考慮せず、モデル同定に伴う流出量等の状態変数の観測値と計算値との間の誤差、つまり同定誤差を最小にするという観点のみから、モデル・パラメータの探索を行っている。

② そのため、例えば初期近似解が収束領域の中に設定されたとしても、解の探索プロセスの途中においてこの領域を飛び出し、パラメータの最終推定値が数値計算上求めることができなくなる虞がある。

③ また、制約範囲を外れた現実的に許容しがたいようなモデル・パラメータの組合せが得られる可能性がある。

上記のような事態をできる限り回避するための一つの改善策として、モデル同定において、パラメータ値の取るべき制約範囲さらにはもし可能であれば収束領域をあらかじめ設定して、その範囲内で解の探索を行う方法が考えられる。

以上の観点から、〔3〕-(2)において準線形化と非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法 (QN 法) を提案した。本節では、本手法を実流域を対象とした長期流出モデル A、B のパラメータ決定に適用し、その有用性を検証することにする。

(1) 検討ケース

前節で取り上げた 2 流域のうち裏筑波流域 (B 流域) を対象として、表-4・12 に示す 3 ケースについて、QN 法によりモデル同定を試みた。本表には、比較のため QL 法による同定結果も併記している。また、QN 法を適用するに当たって設定した制約条件は、表-4・13 に示す各パラメータ m 、 ϕ 、 a_1 、 a_2 (あるいは b_1 、 b_2) 及び x の下限値、上限値のほか、下記の大小関係である。

表-4・12 2つのモデル同定手法による同定結果 (B流域)

a) 長期流出モデル A									
同定区間	同定手法	収束回数	計算時間 (秒)	平均 相対誤差	最終パラメータ				
					m	ϕ	$a_1 \times 10^2$	$a_2 \times 10^4$	x
47.7.1~12.31	QL法	8	8.6	0.079	0.080	0.003	1.232	-0.722	1.547
	QN法	10	17.9	0.103	0.933	0.014	0.440	0.366	0.509
50.7.1~12.31	QL法	12	12.1	0.124	1.111	0.006	0.412	-0.191	1.273
	QN法	6	17.8	0.138	0.969	0.005	0.088	0.220	1.019
b) 長期流出モデル B									
同定区間	同定手法	収束回数	計算時間	平均 相対誤差	最終パラメータ				
					m	ϕ	b_1	b_2	x
48.11.1~11.30	QL法	×							
	QN法	21	14.5 秒	0.054	1.008	0.008	0.057	0.0	1.998

注) 収束回数の欄の×印は収束解が得られなかったケースを示す。

表-4・13 モデル同定における制約範囲

長期流出モデルA			長期流出モデルB		
パラメータ	下限値	上限値	パラメータ	下限値	上限値
m	0.1	2.00	m	0.01	2.00
ϕ	0.001	0.05	ϕ	0.0	0.05
a_1	1.0×10^{-4}	0.01	b_1	0.0	1.00
a_2	1.0×10^{-6}	1.0×10^{-4}	b_2	0.0	1.00
κ	0.0	2.0	κ	0.0	2.00

$$q(0) \geq q_2(0), m \geq \phi \dots\dots\dots (4\cdot32)$$

(2) 結果の分析

制約範囲を考慮したモデル同定手法(QN法)の適用により、QL法では収束解が得られず、長期流出モデルの未知パラメータが推定できなかった同定区間においても、パラメータの推定値が得られている。さらに、当然のことながら、QN法において得られたモデル同定結果はすべて物理性を満たしている。

QL法では物理的条件を満足しない結果が得られた同定区間について、同定誤差を比較すると、物理性を満足するQN法による同定結果の方が、多少平均相対誤差が大きくなっている。これはパラメータ探索において制約領域を導入したことによる当然の帰結と言えよう。しかし、同定ハイドロ・グラフを見ると、図-4・31(a)からも理解されるとおり、必ずしも相対誤差の大小がハイドロ・グラフの適合度を反映しているとは限らない。つまり、QL法(図-4・31(a-1))に比べてQN法(同(a-2))による同定ハイドロ・グラフの方が、同定誤差は若干劣るものの降雨・流出の応答関係をより良好に表現しているように見受けられる。また、図-4・31(b)は、QN法の有効性を端的に示唆するものと言えよう。

図-4・32, 4・33は、両モデル同定手法によるパラメータ探索におけるパラメータ値及び同定誤差の変化状況を例示したものである。これらの図から同定区間により多少の差は見られるものの、QL法によって収束解が得られるケースにおいても、QN法はQL法と同程度以上の収束性を有していると判断できる。

今回検討したケースで見る限りQN法を用いてモデル・パラメータの最終推定値を得るに要する計算時間は、QL法による場合の1.5～2倍程度と長くなっている。しかし、今までの分析結果から類推する限り、QN法による長期流出モデルA, Bのパラメータ決定は、例えば同定区間が1年間にわたる場合においても、実用上十分短い所要時間で実行可能であると思われる。

(3) モデル同定手法の評価

以上の結果は、限定された分析ケースに基づくものであるが、次のように要約できよう。

① QN法を用いた場合、QL法では収束解が得られない同定区間においても、ハイドロ・グラフへの適合度からみて比較的良好な収束解を得ることが可能となる。もちろん、同定結果の物理性は確実に保証される。

② 制約範囲を考慮する関係上、QN法による同定誤差は、QL法の場合よりわずかではあるが大きくなる虞がある。しかし、取り扱う物理現象面から見ると、同定ハイドロ・グラフの適合度・再現性は、QN法による結果の方がむしろ良好であるとも言えよう。

③ ただ、QN法によりモデル・パラメータの決定に要する計算時間は、QL法に比べ多少長くなるが、実用上ほとんど支障とはならない程度であるとも言えよう。

以上の分析において、簡単な非線形最適化手法である制約付シンプレックス法と準線形化を組合せたモデル同定手法は、本章で定式化したような数学的構造をもつ水循環モデルの未知パラメータの推定に当たっては、かなり有効で実用的な方法であることが明示された。本モデル同定手法の適用に当たっては、モデルのパラメータが取り得る値の範囲を設定することが1つの課題となる。しかし一般には、降雨流出モデル等の水循環モデルにおいては、このような制約範囲は、既往の調査研究成果等を踏まえてある程度の見当をつけることが比較的容易である。また、事前にQL法を用いてモデル同定を行い、それらの結果を踏まえ制約範囲を設定した上で、実際の水循環モデルの運用に当たってはQN法を適用するのも可能であろう。

なお、QL法も、上記の適用方法のほか、方法論の簡潔さと計算時間上の利点などから見て、十分に実用的で破棄しがたいモデル同定手法であると言える。

[4] まとめ

本章の分析により、本研究で提案した長期流出モデルの妥当性と合わせて、準線形化を用いたモデル同定手法(QL法及びQN法)の有効性が、かなり実証できたものと考えられる。

すなわち長期流出は、簡単な非線形を有する降雨分離モデルと、各々指数型応答関数による1次遅れ系、すなわち線形貯水池として表現された直接流出モデル及び地下水流出モデルを組合せた簡潔な微分方程式系モデルにより、実用上十分な精度で表現可能である。また、準線形化を用いたモデル同定手法を適用することにより、このような長期流出モデルの未知パラメー

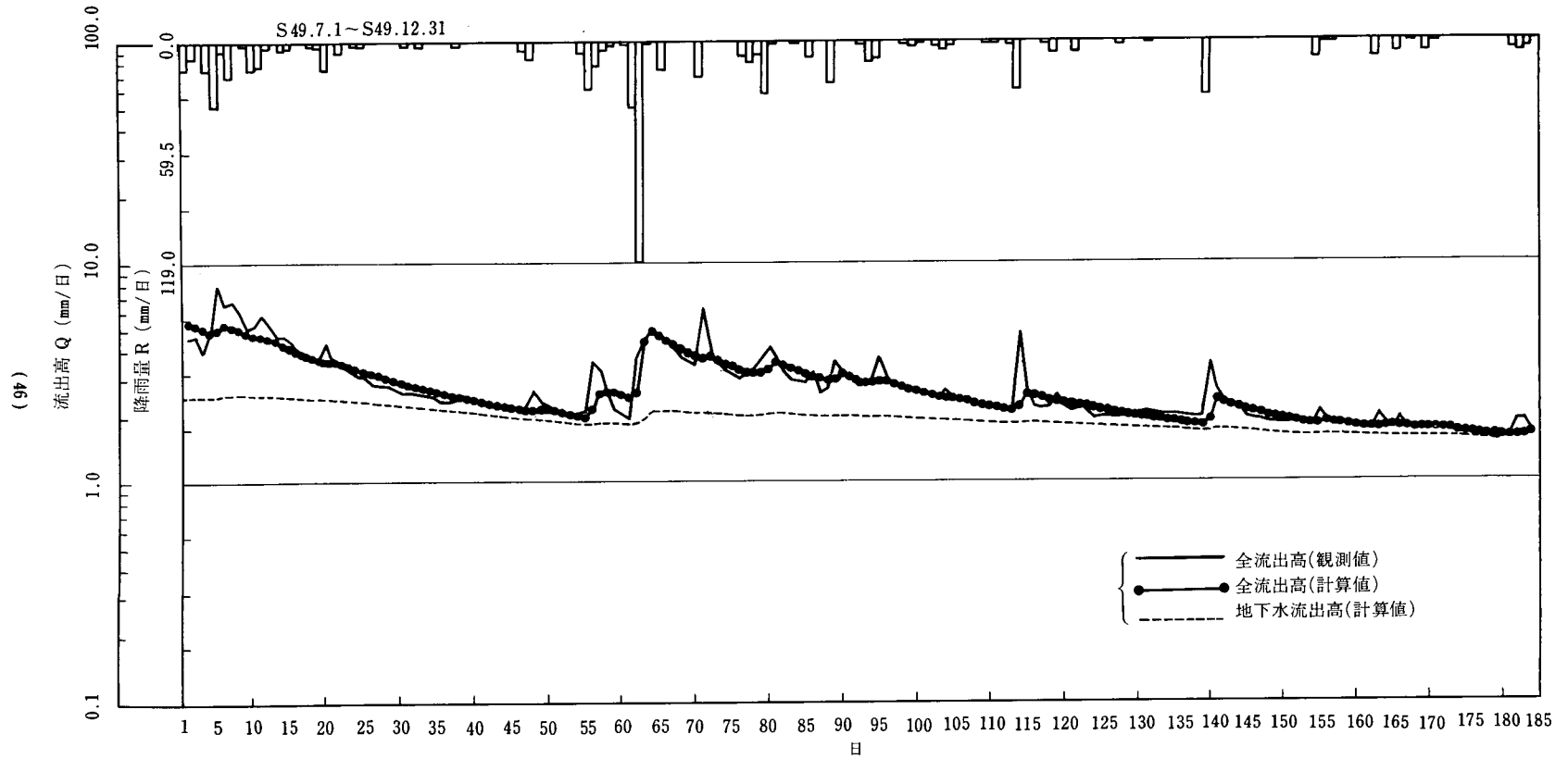


図-4・31 (a-1)-同定ハイドロ・グラフの比較 (QL 法)

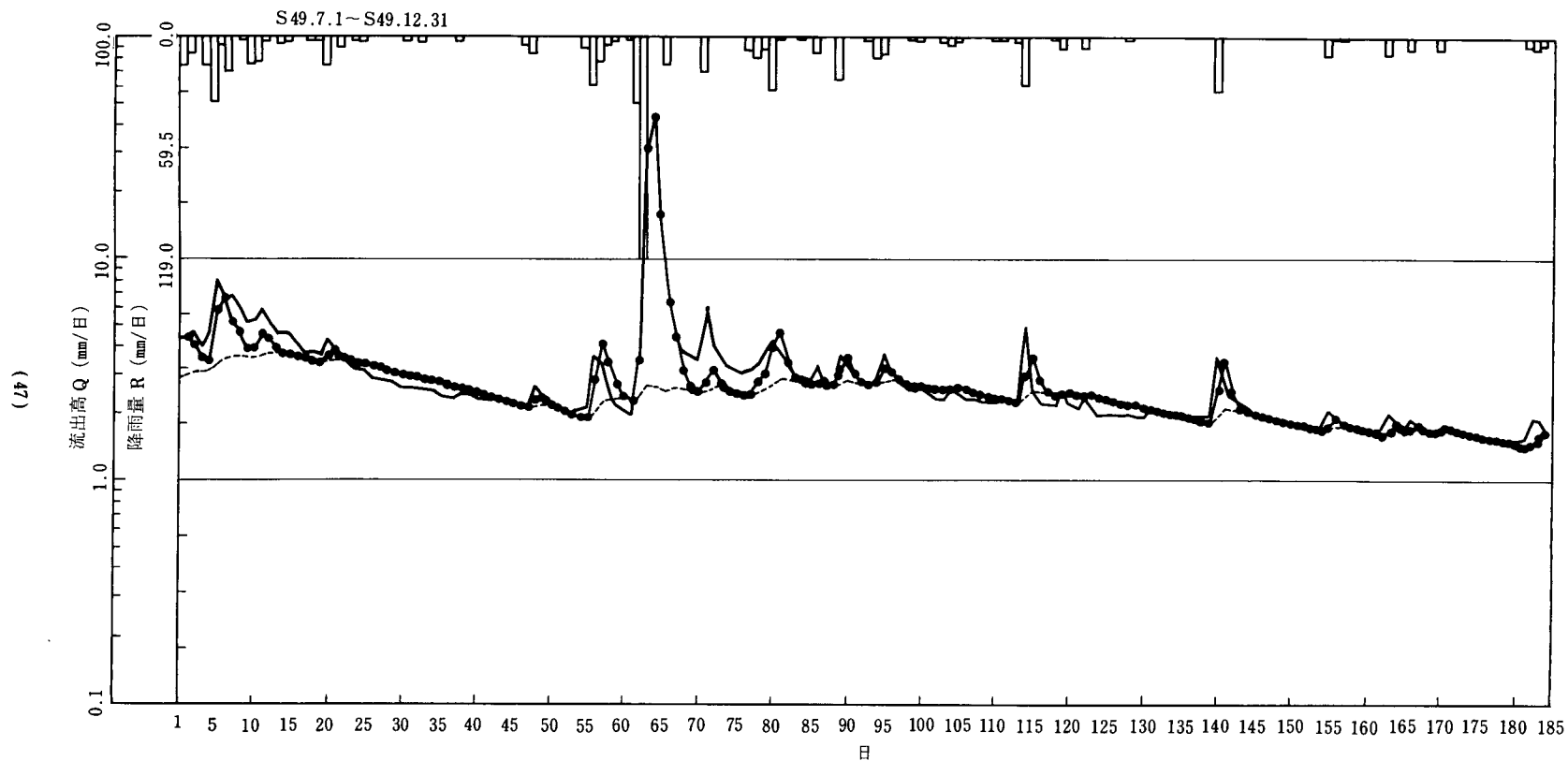


図-4.31 (a-2) 同定ハイドロ・グラフの比較 (QN 法)

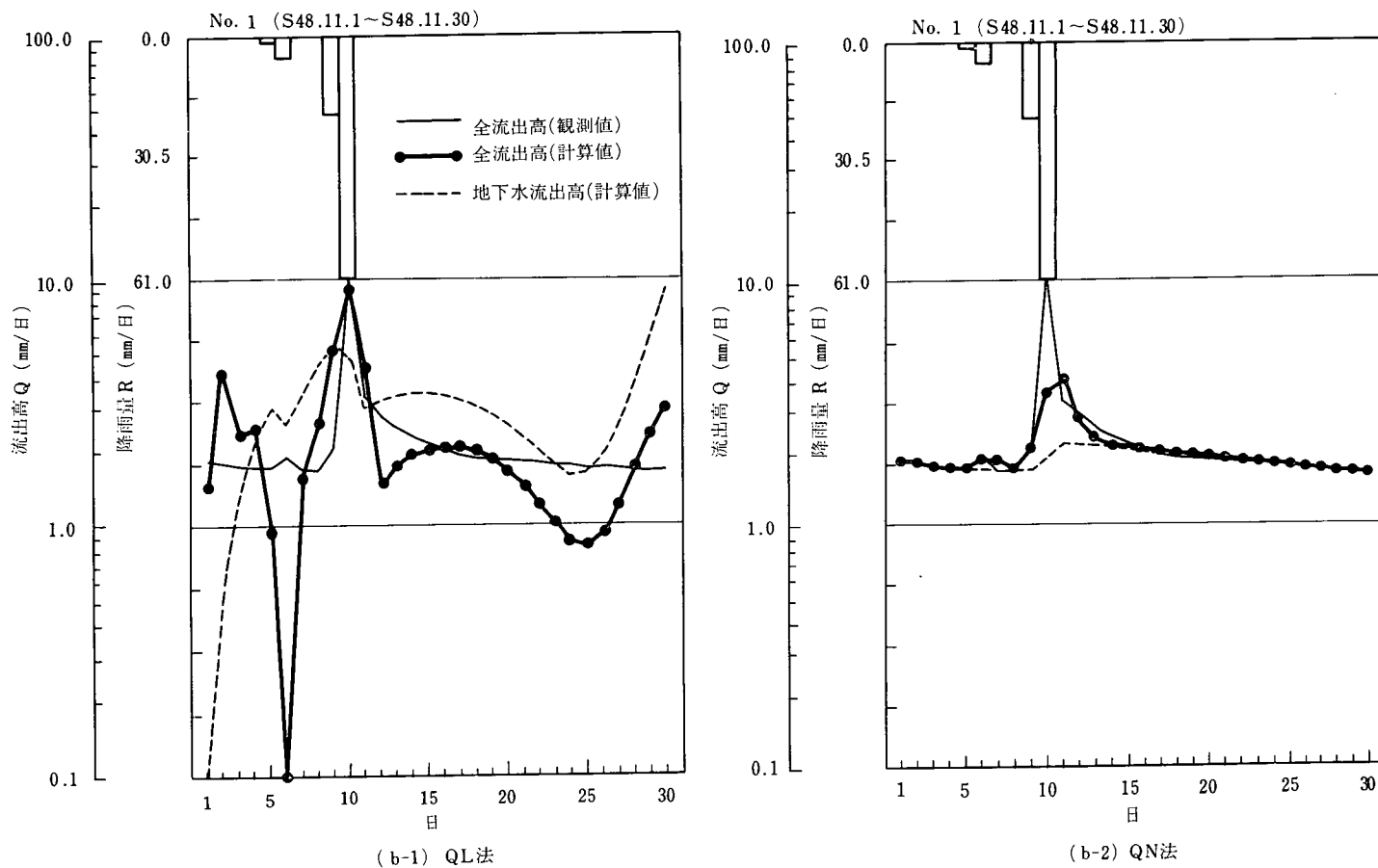


図-4-31 同定ハイドログラフの比較

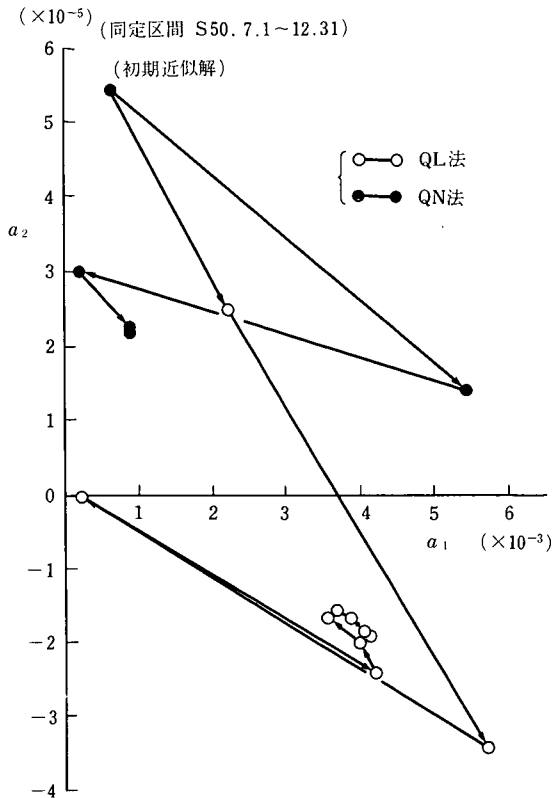


図-4-32 パラメータの探索過程の比較

タを、わずかな時間と労力により確実に求めることができる。このようなモデルとその機械的同定により、任意時刻において、河川流量に占める地下水流出量の割合やそれらの短期的な挙動等がある程度類推することが可能になるものと思われる。

5. 洪水流出モデルへの適用

前章まで、流域水循環モデルを構成するサブ・モデルを作成するための一連の方法を提案し、長期流出モデルを対象として、その実用性を例示した。

本章では、流域水循環モデルを構成するに当たって長期流出モデルと共に重要なサブ・モデルの1つである洪水流出モデルの作成において、本方法（特に、準線形化と非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法）の適用を試みることにする⁴³⁾。

〔1〕 洪水流出モデルの定式化

（1）モデルの基本構造

現実の流水管理における流域水循環モデルの適用方法を考えた場合、少なくとも洪水流出モデルと長期流

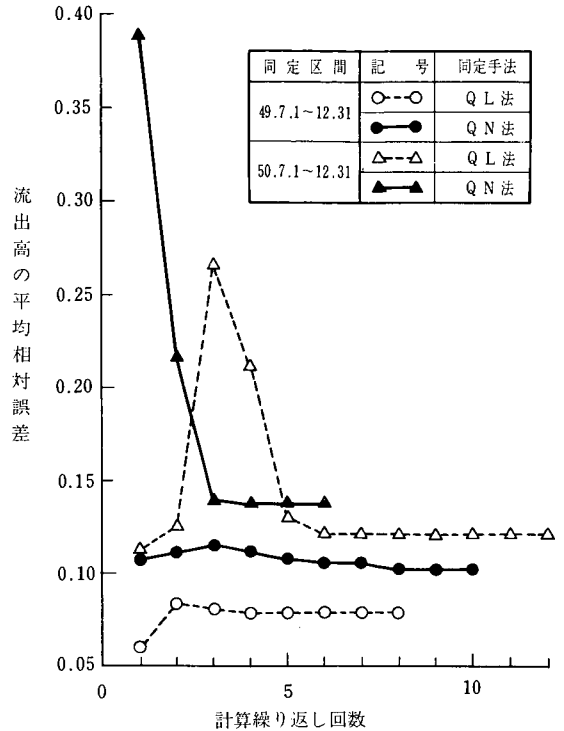


図-4-33 同定誤差の変化状況

出モデルは、できる限り同一のモデル構造を有している方が望ましい。そこで、本章では、4-〔1〕の基本考察を踏まえ、洪水流出モデルの定式化を試みることにする。

まず、山地流域河川における洪水流出機構を眺めた場合、次のような指摘ができよう⁶⁾。

① 損失降雨すなわち地下水流出に寄与する雨量の時間的配分はそれを生起させる現象の性状からも推定できるように、降雨の初期において大きく、降雨の継続と共に小となり、やがては最終浸透能で規定される一定値に近づくはずである。

② 洪水終了後の地下水流出成分は、ある物理的機構に従って低減し、それは1つの曲線（地下水低減曲線）によって近似できると考えられる。このような機構を洪水流出モデルに内在させることにより、比較的合理的と思われる流出成分の推定が可能となる。

以上の条件を勘考して、また第4章で定式化した長期流出モデルの基本構造を踏まえ、本研究では下記のような洪水流出モデルを考えることにする。

① 本洪水流出モデルは、図-5・1に示すように降雨分離、直接流出及び地下水流出の3つのサブ・モデルから構成されるものとする。本モデルは洪水流出を対

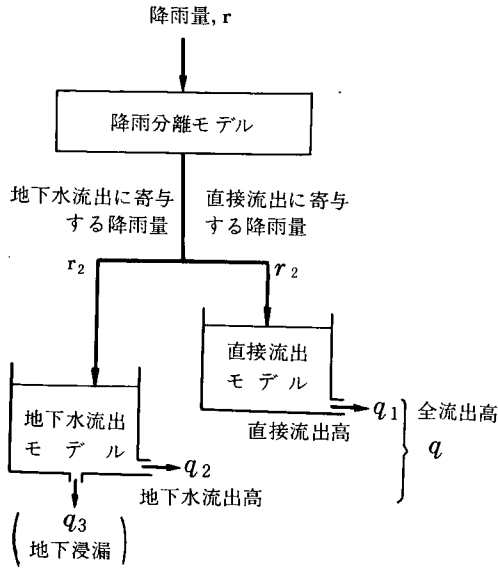


図-5・1 洪水流出モデルの概念図

象とするものであるが、地下水流出をもモデル内に組み込むことにより、モデル同定に先立って流出成分の分離を行う必要がなく、基底流量分離の際に生じる煩雑さをある程度回避できると思われる。

② 降雨分離則としては、全降雨量のうち直接流出に寄与する降雨量の占める割合すなわち流出率の概念を用いることにする。洪水流出解析における流出率の概念は、通常、図-5・2のように表現される。つまり、流出率は降雨開始初期の凹地貯留等による損失が終了した後は、先行降雨量の多寡によって一次流出率から飽和流出率まで階段状に変化するものととらえている。森野ら⁽⁴⁾は、流出率のこのような性状を次式で近似表現している。

$$f(t) = r - \frac{1}{1 + ar_f(t)} \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

ここで、 $f(t)$ ：流出率、 $r_f(t)$ ：対象とする一連降雨の開始時から当該時刻 t までの先行降雨量 ($r_f(t) = \sum_{\tau=1}^{t-1} r(\tau)$, $r(t)$ ：降雨量)、 a ：定数である。式(5.1)は、基本的には時間的に連続的に変化する流出率を表したものであり、定数 a により流出率の変化度合が規定される。森野らは、式(5.1)を貯留関数法に組み込み洪水流出解析を行い、良好な結果を得ている。

本研究では、上記の研究成果を踏まえ、図-5・2の破線及び次式で表現される曲線によって、流出率を近似することにする。

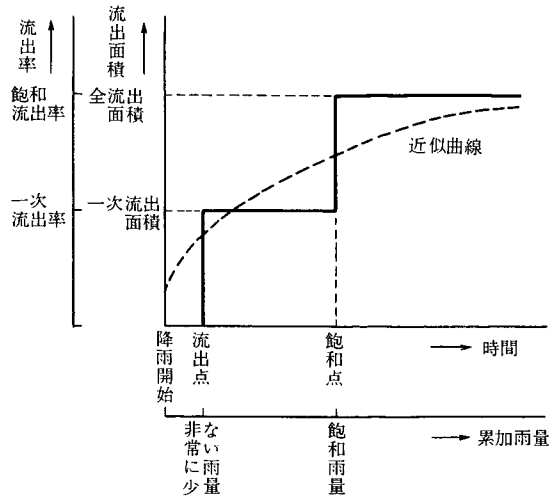


図-5・2 流出率の概念図

$$f(t) = a_3 \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r f(t)} \right) \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

ここに、 a_1 , a_2 , a_3 は定数である。式(5.2)においては、 a_3 は飽和流出率を意味することになる。ところで多くの流域では飽和流出率 $a_3 = 1$ と見なされるので、このようなケースについても検討を行うことにする。

③ 地下水流出サブ・モデルは、長期流出モデルと同様に線形貯水池系であると仮定する。直接流出サブ・モデルについては、貯留関数モデルを採用することにする。すなわち

$$\frac{dS_1}{dt} = r_1 - q_1, \quad S_1 = K q_1^p = \frac{1}{m} q_1^m \quad \dots (5.3)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = r_2 - q_2, \quad S_2 = \frac{1}{\phi} q_2 \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

ここで、 S_1 , S_2 はそれぞれ直接流出及び地下水流出に関する流域貯留量(mm), q_1 ：直接流出高(mm/hr), q_2 ：地下水流出高(mm/hr), $K(=1/m)$, p , ϕ は定数である。式(5.3), (5.4)においては、降雨量のうち直接流出に寄与する成分を除く残りのすべての水量を地下水流出成分として取り扱っている。すなわち、ここでは取りあえず地下への浸漏など最終的に流出に寄与しない成分の存在は、特に考えないものとする。しかしながら、洪水流出においても、このような流出に寄与しない成分の存在が水収支上無視できない場合が考えられる。そこで、この種の成分を組込んだモデルについても別途簡単な検討を加えることにする。このとき、流出に寄与しない成分を地下浸漏 q_3 (mm/hr)と見なし、次式で表現できるものと仮定する。

$$\frac{dS_2}{dt} = r_2 - q_2 - q_3, \quad q_3 = \kappa S_2 \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

ここで、 κ は定数である。

④ 最後に、我々が観測する流出高 $Q(t)$ (mm/hr) は次式で表されるものとする。

$$Q(t) = q(t - T_L) \quad \dots\dots\dots (5.6)$$

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

ここで、 T_L : 対象流域における降雨流出の遅れを表す遅滞時間(hour), $q(t)$ は遅滞時間を考慮した全流出高 (mm/hr) である。

⑤ 洪水流出モデルによる計算の時間単位は、通常の流水管理における雨量・流量情報の入手時間間隔を考慮して1時間とする。

(2) 洪水流出モデルの定式化

以上の基本構造を踏まえ、3種類の洪水流出モデルの定式化を行うことにする。

a) 洪水流出モデル A

まず、式(5.1)の降雨分離式において $a_3 = 1$ と仮定したモデルを考える。この降雨分離式と直接流出及び地下水流出に関するサブ・モデル式(5.3)、(5.4)及び式(5.7)を組合せて全流出高と地下水流出高に関する次の常微分方程式系を得る。

$$\begin{aligned} \dot{q} = & \frac{m}{p} \left\{ (q - q_2)^{1-p} \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - (q - q_2)^{2-p} \right\} \\ & + \phi \left\{ r - \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - q_2 \right\} \quad \dots\dots\dots (5.8) \end{aligned}$$

$$\dot{q}_2 = \phi \left\{ r - \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - q_2 \right\} \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

以下では、これをモデル A と呼び、本章で検討を加える洪水流出モデルの基本形として取り扱う。

b) 洪水流出モデル B

本モデルは、モデル A の降雨分離則において飽和流出率 $a_3 (\neq 1)$ を考慮したものである。すなわち式(5.2)、(5.3)、(5.4)、(5.7)より次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{q} = & \frac{m}{p} \left\{ (q - q_2)^{1-p} a_3 \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - (q - q_2)^{2-p} \right\} \\ & + \phi \left\{ r - a_3 \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - q_2 \right\} \quad \dots\dots\dots (5.10) \end{aligned}$$

$$\dot{q}_2 = \phi \left\{ r - a_3 \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - q_2 \right\} \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

以下、本モデルをモデル B と呼ぶことにする。

c) 洪水流出モデル C

上記モデル A, B においては、最終的に流出に寄与しないような成分は考慮されていない。そこで、地下浸漏という形でこのような損失分を組み込んだ洪水流出モデル C を考えることにする。すなわち、モデル A において式(5.4)と(5.5)を置換えることにより、モデル C は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \dot{q} = & \frac{m}{p} \left\{ (q - q_2)^{1-p} \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - (q - q_2)^{2-p} \right\} \\ & + \phi \left\{ r - \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - \frac{\phi + \kappa}{\phi} q_2 \right\} \quad (5.12) \end{aligned}$$

$$\dot{q}_2 = \phi \left\{ r - \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f} \right) r - \frac{\phi + \kappa}{\phi} q_2 \right\} \quad \dots (5.13)$$

なお各洪水流出モデルにおいて、上記微分方程式系のほか、式(5.6)が付け加わる。

[2] 洪水流出モデルの同定方法

(1) 同定プロセス

前節で定式化された洪水流出モデル A, B, C を用いて、任意の洪水を再現するに当たっては、全流出高及び地下水流出高の初期条件 $q(0)$, $q_2(0)$ のほか、各々、次の未知パラメータの値を決定する必要がある。

- ① モデル A $\dots\dots m, p, \phi, a_1, a_2$ 及び T_L
- ② モデル B $\dots\dots m, p, \phi, a_1, a_2, a_3$ 及び T_L
- ③ モデル C $\dots\dots m, p, \phi, a_1, a_2, \kappa$ 及び T_L

これらの未知パラメータ群を、第3章で提示した「準線形化と非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法」を援用して半ば機械的に決定することを試みる。そのとき、本洪水流出モデル及びモデル同定手法の構造上の特性等を踏まえて、直接流出モデルの指数 p 及び遅滞時間 T_L については以下のように取り扱うことにする。

a) 指数 p の取り扱い

直接流出を表現する貯留関数モデル式(5.3)のパラメータ $m (=1/K)$ 及び p は、もし流域を図-5.3のように仮定した場合 Kinematic Wave 理論により次のように表示される^{45),46)}。

$$K = \frac{k'}{1 + p'} \left(\frac{A}{2L} \right)^p \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

$$p = p' \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

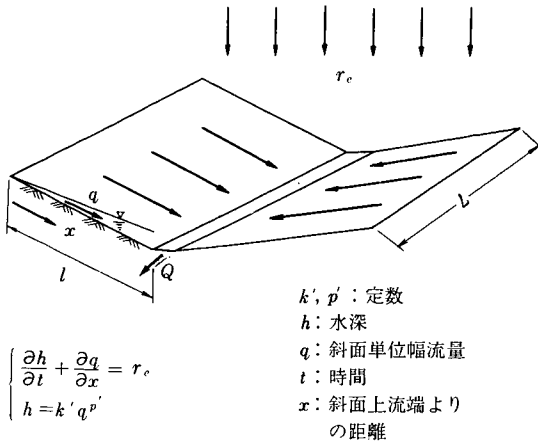


図-5・3 流域モデルと雨水流

ただし、 A :流域面積、 L :河道長であり、また k' 、 p' は Kinematic Wave モデルの定数である。 k' 、 p' は用いる平均流速公式、すなわち流れの形態によって次のような関係式が与えられる。

- ① Darcy 則 $p' = 1.0$ $k' = 1/ki$ (5・16)
- ② Manning 則 $p' = 0.6$ $k' = n/\sqrt{i}$... (5・17)
- ③ 層流 $p' = 1/3$ $k' = (3\nu/gi)^{1/3}$ (5・18)

ここで、 i : 斜面勾配、 k : 透水係数、 n : Manning の粗度係数、 ν : 水の動粘性係数、 g : 重力加速度である。

式 (5・14) より、貯留関数モデルのパラメータ K 、 p は流域面積、斜面長、地表状態等の流域因子を含めて 1 つの関数関係にあることがわかる。すなわち、2 つのパラメータの変化は、洪水ハイドロ・グラフの形状変化に同様な影響を及ぼすことが推測され、かつ、数値的にも確認されている⁴⁴⁾。これらの知見は、モデル同定において一方を固定し他方のみを未知パラメータとして取り扱える可能性をある程度示唆するものであると言えよう。ここで、定数 p は、直接流出の形態をどのようにとらえるかなどにより、水理学的に式 (5・16) ~ (5・18) のように仮定できる。さらに、木村は全国の山地河川流域を対象とした洪水流出解析結果から、経験的に $p = 0.5$ (総合貯留関数法) という値を提案している³²⁾。

以上の考察を踏まえ、本洪水流出モデルのモデル同定に当たっては、あらかじめ指数 p の値を固定しておくことにする。

b) 遅滞時間 T_l の取り扱い

遅滞時間 T_l は、式 (5・8) ~ (5・13) で記述されたモ

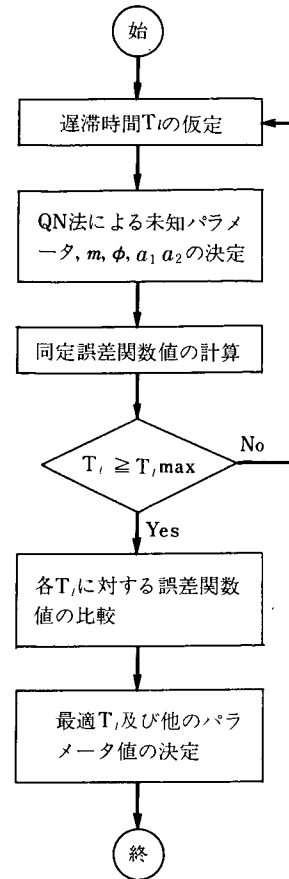


図-5・4 洪水流出モデルの同定フロー

デル式の中に直接現れず、また、他の未知パラメータとは異なった性格を有している。そこで、この遅滞時間 T_l については、他の未知パラメータとは別に取り扱うことにする。すなわち、 $T_l = 0, 1, \dots, T_l \max(\text{hr})$ としていくつかの値を仮定し、各々について他の未知パラメータ m 、 ϕ 、 a_1 、 a_2 、 (a_3, χ) 及び初期値 $q(0)$ 、 $q_2(0)$ の値を同定誤差を最小とするように、第 3 章に示したモデル同定手法 (QN 法) により機械的に決定する。しかる後に、仮定した各 T_l 値についての最終的な同定誤差関数値を比較し、それらの最小値を与える T_l を採用するものとする。

以上の洪水流出モデルの同定フローを図-5・4 に示す。

(2) 洪水流出モデルの展開

各洪水流出モデル A、B、C の残された未知パラメータを QN 法を用いて決定するために、これらの未知パラメータ m 、 ϕ 、 a_1 、 $a_2(a_3, \chi)$ も変数と見なし、各モデル式を Newton-Raphson 法により線形近似とすれば、下記のとおり表される。

a) 洪水流出モデル A

式 (5・8), (5・9) において,

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (q(t), q_2(t), m, \phi, a_1, a_2)$$

とおけば

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} = & \frac{x_3^{(n)}}{p} \left\{ (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. - (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} \\ & + x_4^{(n)} \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} \right\} \\ & + (x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}) \left\{ x_3^{(n)} \frac{1-p}{p} \right. \\ & \cdot (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \\ & \left. - x_3^{(n)} \frac{2-p}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right\} \\ & + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \left\{ -x_3^{(n)} \frac{1-p}{p} (x_1^{(n)} \right. \\ & \left. - x_2^{(n)})^{-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. + x_3^{(n)} \frac{2-p}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} - x_4^{(n)} \right\} \\ & + (x_3^{(n+1)} - x_3^{(n)}) \left\{ \frac{1}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right. \\ & \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r - \frac{1}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} \\ & + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. - x_2^{(n)} \right\} + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right. \\ & \cdot \left(-\frac{1}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r + x_4^{(n)} \left(\frac{1}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \\ & + (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \left\{ \frac{x_3}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right. \\ & \cdot \frac{x_5^{(n)}}{(1 + x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r - x_4^{(n)} x_5^{(n)} r \\ & \left. \cdot \frac{r_f}{(1 + x_6^{(n)} r_f)^2} \right\} \dots\dots\dots (5 \cdot 19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2^{(n+1)} = & x_4^{(n)} \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} \right\} \\ & + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \left\{ -x_4^{(n)} \right\} + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \\ & \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} \right\} \\ & + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \left\{ x_4^{(n)} \left(\frac{1}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \end{aligned}$$

$$+ (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \left\{ -\frac{x_4^{(n)} x_5^{(n)}}{(1 + x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r \right\} \dots\dots\dots (5 \cdot 20)$$

$$\dot{x}_i^{(n+1)} = 0 \dots\dots\dots (5 \cdot 21)$$

(i = 3, \dots\dots, 6)

ここで (n), (n+1) は近似計算の繰返し回数, “\cdot” は時間微分を表している。

b) 洪水流出モデル B

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

$$= (q(t), q_2(t), m, \phi, a_1, a_2, a_3)$$

とおけば, 式 (5・10), (5・11) は次のように近似表現される。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^{(n+1)} = & \frac{x_3^{(n)}}{p} \left\{ (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} x_7^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. - (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} + x_4^{(n)} \left\{ r - x_7^{(n)} \right. \\ & \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} \right\} \\ & + (x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}) \left\{ \frac{1-p}{p} x_3^{(n)} x_7^{(n)} \right. \\ & \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{-p} \\ & \left. - \frac{2-p}{p} x_3^{(n)} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right\} \\ & + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \left\{ -\frac{1-p}{p} x_3^{(n)} x_7^{(n)} \right. \\ & \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{-p} \\ & \left. + \frac{2-p}{p} x_3^{(n)} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} - x_4^{(n)} \right\} \\ & + (x_3^{(n+1)} - x_3^{(n)}) \left\{ \frac{1}{p} x_7^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) \right. \\ & \cdot r (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} - \frac{1}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} \\ & + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \left\{ r - x_7^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. - x_2^{(n)} \right\} + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \\ & \cdot \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} x_7^{(n)} \left(-\frac{1}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ & \left. - x_4^{(n)} x_7^{(n)} \left(-\frac{1}{1 + x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} + (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \\ & \cdot \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} - \frac{x_5^{(n)} x_7^{(n)}}{(1 + x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r \right\} \end{aligned}$$

$$-x_4^{(n)} \frac{x_5^{(n)} x_7^{(n)}}{(1+x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r \} + (x_7^{(n+1)} - x_7^{(n)}) \\ \cdot \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ \left. - x_4^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \dots\dots\dots (5.22)$$

$$\dot{x}_2^{(n+1)} = x_4^{(n)} \left\{ r - x_7^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) - x_2^{(n)} \right\} \\ + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \{ -x_4^{(n)} + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \\ \cdot \left\{ r - x_7^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} \right\} \\ + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \\ \cdot \left\{ -x_4^{(n)} x_7^{(n)} \left(-\frac{1}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \\ + (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \left\{ -x_4^{(n)} \frac{x_5^{(n)} x_7^{(n)}}{(1+x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r \right\} \\ + (x_7^{(n+1)} - x_7^{(n)}) \left\{ -x_4^{(n)} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \\ \dots\dots\dots (5.23)$$

$$\dot{x}_i^{(n+1)} = 0 \dots\dots\dots (5.24) \\ (i=3, \dots, 7)$$

c) 洪水流出モデル C

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

$$= (q(t), q_2(t), m, \phi, a_1, a_2, (\phi + \kappa)/\phi)$$

とおけば、モデル C すなわち式 (5.12), (5.13) 以下のように表される。

$$\dot{x}_1^{(n+1)} = \frac{x_3^{(n)}}{p} \left\{ (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ \left. - (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} + x_4^{(n)} \\ \cdot \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} x_7^{(n)} \right\} \\ + (x_1^{(n+1)} - x_1^{(n)}) \left\{ \frac{1-p}{p} x_3^{(n)} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{-p} \right. \\ \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r - \frac{2-p}{p} x_3^{(n)} \\ \cdot (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \left. \right\} + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \\ \cdot \left\{ -\frac{1-p}{p} x_3^{(n)} \cdot (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{-p} \right. \\ \cdot \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r + \frac{2-p}{p} x_3^{(n)} \\ \left. (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} - x_4^{(n)} x_7^{(n)} \right\}$$

$$+ (x_3^{(n+1)} - x_3^{(n)}) \\ \cdot \left\{ \frac{1}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ \left. - \frac{1}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{2-p} \right\} + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \\ \cdot \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} x_7^{(n)} \right\} \\ + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right. \\ \cdot \left(-\frac{1}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r + x_4^{(n)} \frac{1}{1+x_6^{(n)} r_f} r \left. \right\} \\ + (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \left\{ \frac{x_3^{(n)}}{p} (x_1^{(n)} - x_2^{(n)})^{1-p} \right. \\ \left. - x_4^{(n)} \right\} \frac{x_5^{(n)} r_f \cdot r}{(1+x_6^{(n)} r_f)^2} + (x_7^{(n+1)} - x_7^{(n)}) \\ \cdot \left\{ -x_2^{(n)} x_4^{(n)} \right\} \dots\dots\dots (5.25)$$

$$\dot{x}_2^{(n+1)} = x_4^{(n)} \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r - x_2^{(n)} x_7^{(n)} \right\} \\ + (x_2^{(n+1)} - x_2^{(n)}) \{ -x_4^{(n)} x_7^{(n)} \} \\ + (x_4^{(n+1)} - x_4^{(n)}) \left\{ r - \left(1 - \frac{x_5^{(n)}}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right. \\ \left. - x_2^{(n)} x_7^{(n)} \right\} \\ + (x_5^{(n+1)} - x_5^{(n)}) \left\{ x_4^{(n)} \left(-\frac{1}{1+x_6^{(n)} r_f} \right) r \right\} \\ + (x_6^{(n+1)} - x_6^{(n)}) \left\{ -\frac{x_4^{(n)} x_5^{(n)}}{(1+x_6^{(n)} r_f)^2} r_f \cdot r \right\} \\ + (x_7^{(n+1)} - x_7^{(n)}) \{ -x_2^{(n)} x_4^{(n)} \} \dots (5.26)$$

$$\dot{x}_i^{(n+1)} = 0 \dots\dots\dots (5.27) \\ (i=3, \dots, 7)$$

〔3〕 実流域への適用結果とその考察

(1) 対象流域及び対象洪水

前節で定式化した洪水流出モデルを、次の 2 流域へ適用を試みることにする。

a) A 流域……北陸地方の急流河川の上流部に位置し、流域面積約 250 km²の山地河川流域である。本流域は有数の豪雪地帯で平均年間降水量は 3,200 mm にも達している。

b) B 流域(裏筑波山地流出試験地)……第 4 章で紹介したとおり、本流域は茨城県筑波山北麓に位置する流域面積 3.12 km²の山地小流域である。

洪水流出モデルの同定に用いた資料は、表-5・1に示す11洪水の時間流量及び(流域平均)時間雨量である。これら11洪水について、まず洪水流出モデルAを用いて(i)同定誤差関数の形、(ii)直接流出モデルの指数 p 、(iii)未知パラメータ値の制約範囲等を種々変化したケースについてモデル同定を行い、洪水ハイドロ・グラフの再現性等を比較した。その後、洪水流出モデルB、Cを用いていくつかのケースにおけるモデル同定を行い、洪水流出モデルの構造について簡単な検討を試みた。以下、それらの結果と考察を順を追って記述していくことにする。

(2) モデル同定結果の考察

a) 同定誤差関数の形式がモデル同定の収束性に及ぼす影響

洪水流出モデルの未知パラメータを、その計算結果が観測ハイドロ・グラフを最も良く再現するように決定しようとする場合、何を基準としてその適合度を判断するかが重要な課題となる。このような評価基準(同定誤差関数)として種々の形式が考えられるが、主なものとして次の3つの関数形が挙げられる⁵⁾。

① 二乗基準

$$E_1 = \sum_t (Q_{cal}(t) - Q_{ob}(t))^2 \dots\dots\dots (5\cdot28)$$

② 相対二乗基準

$$E_2 = \sum_t \frac{(Q_{cal}(t) - Q_{ob}(t))^2}{Q_{ob}(t)^2} \dots\dots\dots (5\cdot29)$$

③ χ^2 -基準

$$E_3 = \sum_t \frac{(Q_{cal}(t) - Q_{ob}(t))^2}{Q_{ob}(t)} \dots\dots\dots (5\cdot30)$$

ここで、 $Q_{cal}(t)$ 、 $Q_{ob}(t)$ は、それぞれ時刻 t における流出量の計算値、観測値であり、また $\sum_t$ は対象期間

中の合計を示す。3者のうち、どれが最も好ましいかは一概には判断できない。流出解析においては、どちらかといえば式(5・28)は高水部が、式(5・29)では低水部が重視された形となっている。式(5・30)は、ハイドロ・グラフ全体の適合度を重要視したものとされている。

ここでは、表-5・1から2洪水(No.1及びNo.6)を取り上げ、上記3種の評価基準を用いて、洪水流出モデルAの同定を試み、QN法によるモデル同定における評価基準の特性の検討を行った。

検討ケースと結果の概略を表-5・2、図-5・5に示す。これより以下の指摘ができればよい。

① モデル同定に用いる評価基準によって、収束解を得るに要する時間及び同定ハイドロ・グラフの誤差等に多少の変化が見られる。また、同定ハイドロ・グラフの誤差を比較したとき、当該誤差に対応する評価基準を用いた結果が必ずしも最も小さな誤差を与えるとは限らない。全体的に見て、相対2乗基準よりも他の2乗基準、 χ^2 -基準を用いたケースの方が、必要とする計算繰り返し回数も少なく、また、誤差も比較的小さくて済む傾向があるように見受けられる。

② 一方、同定ハイドロ・グラフから眺めても、相対2乗基準に比べて、2乗基準、 χ^2 -基準を用いた方が、ハイドロ・グラフの再現性が良好なように思われる。さらに、後者の2つの基準について比較した場合には、高水部の再現性はほとんど同程度でわずかに2乗基準の方が良好であるが、低水部分については χ^2 -基準を用いた方が良好な適合度を示している。このような両基準の適合度の相違は、同定ハイドロ・グラフの相対誤差に顕著に現れていると考えられる。

③ ここで検討した2洪水以外についても、2乗基

表-5・1 対象洪水一覧

No	対象流域	洪水発生年月	総雨量 (mm)	最大時間雨量(mm/hr)	降雨継続時間(hr)	ピーク流出高(mm/hr)
1	A流域 (A=250 km ²)	昭和39.9	151.2	29.6	30	14.52
2		40.5	125.3	11.1	34	5.75
3		40.7	154.9	15.7	36	7.31
4		40.7	149.7	10.5	35	7.86
5		42.7	175.9	15.9	23	11.56
6		43.8	133.5	24.0	60	9.01
7		44.7	82.0	21.5	19	8.42
8		56.7	319.0	35.0	61	20.31
9	B流域 (A=3 km ²)	46.8	211.0	32.5	35	3.52
10		48.8	105.0	90.5	5	2.69
11		50.11	97.0	24.0	24	1.71

表-5.2 評価基準による同定結果の比較 (p=0.5)

ケース	対象洪水	評価基準	計算繰返し回数	遅滞時間	平均絶対誤差 ¹⁾	平均相対誤差 ²⁾	平均 χ^2 -誤差 ³⁾	相関係数
1	No. 1	二乗基準	9	1	0.302	0.365	—	0.994
2		相対二乗基準	9	1	0.615	0.204	0.382	0.990
3		χ^2 -基準	9	1	0.302	0.252	0.263	0.994
4	No. 6	二乗基準	11	1	0.483	1.288	0.647	0.960
5		相対二乗基準	21	0	0.754	0.357	0.596	0.853
6		χ^2 -基準	8	1	0.437	0.294	0.365	0.948

注1) 平均絶対誤差 $=\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |Qcal(t) - Qob(t)|$ 注3) 平均 χ^2 -誤差 $=\frac{1}{T} \sum |Qcal(t) - Qob(t)| / \sqrt{Qob(t)}$

注2) 平均相対誤差 $=\frac{1}{T} \sum |Qcal(t) - Qob(t)| / Qob(t)$

準と χ^2 -基準を用いて同定ハイドロ・グラフの比較を行った。その結果も②に示す傾向を肯定するものである。

④ 以上は極めて限定された検討結果ではあるが、洪水流出モデルの同定における χ^2 -基準の有効性がある程度示すものと言えよう。そこで、本章における以下の分析においては、角屋らの推奨する χ^2 -基準を用いることにする。

次に、 $p=0.5$ とし χ^2 -基準を用いたパラメータ探索過程における誤差関数及びパラメータ値の変化状況の一例を図-5.6に示す。本図より長期流出モデルと同様な以下のような傾向が認められる。

① 誤差関数値の変化は必ずしも単調減少ではない。しかも、図に示す3種の誤差関数が、常に同様な変化傾向を示すとは限らない。ある計算繰返し段階において、1つの誤差関数値が減少しているにもかかわらず、残りの誤差関数の値が増加するような事態も生じている。

② 各パラメータ値の変化過程も決して単調ではない。あるパラメータの推定値が大きく変動しているにもかかわらず、各誤差関数の値にはそれほど急激な変化が認められない場合もある。

③ 以上より、本モデル同定手法(QN法)によるパラメータ探索の収束の判定基準として、同定誤差関数の値よりも、各未知パラメータの推定値の変化度合を用いた方が合理的であることが理解されよう。

b) 指数 p がモデル同定に及ぼす影響

直接流出サブ・モデルの指数 p は、モデル同定上の労力及び同定ハイドロ・グラフの適合性に何らかの影響を及ぼすものと推測される。そこで、各洪水につい

て p の値を1.0, 0.6, 0.5と変化させてモデル同定を試みた。その結果の概要を表-5.3に示す。

モデル・パラメータの最終的な推定値を得るのには要した計算の繰返し回数は、 p 値及び対象洪水によって変化する。全体としては10回前後が最も多くなっている。ただし、 $p=0.5, 0.6$ とした場合、後に示すように制約領域の設定の仕方によっては、解が求まらない事態が生じる虞がある。

次に、洪水ハイドロ・グラフの観測値と計算値との間の相対誤差の指数 p の値による差異を図-5.7, 5.8に示す。(i)各時刻における観測流量と計算流量の相対誤差の同定期間中の平均値(以下、ハイドロ・グラフの平均相対誤差と呼ぶ)、(ii)ピーク流量の相対誤差は、対象洪水によってかなり変化する。これら相対誤差と p 値との関係については次のような指摘ができればよい。

① 直接流出機構を線形系と仮定した $p=1.0$ の場合は、その他のケース($p=0.5, 0.6$)に比べて、ほとんどの洪水において、上記3種の相対誤差とも大きくなっている。特にピーク流量の相対誤差の差異が著しい。

② また、 $p=0.5$ のケースと、 $p=0.6$ のケースとを比較した場合、ハイドロ・グラフの平均相対誤差は両者はほぼ同程度と見られるものの、ピーク流量の相対誤差は前者($p=0.5$)の方が若干小さい傾向が認められる。

③ 以上より、洪水流出モデルの再現性すなわちハイドロ・グラフの適合度から判断したときには、直接流出機構の非線形性を考慮するのが($p=0.6$ あるいは $p=0.5$)妥当である。しかし、直接流出を簡単な線形貯水池モデルと仮定表現しても実用上許容できると思われる精度で大部分の洪水を再現できることから、指数 p は、本洪水流出モデルの適用目的等に応じて適切

(57)

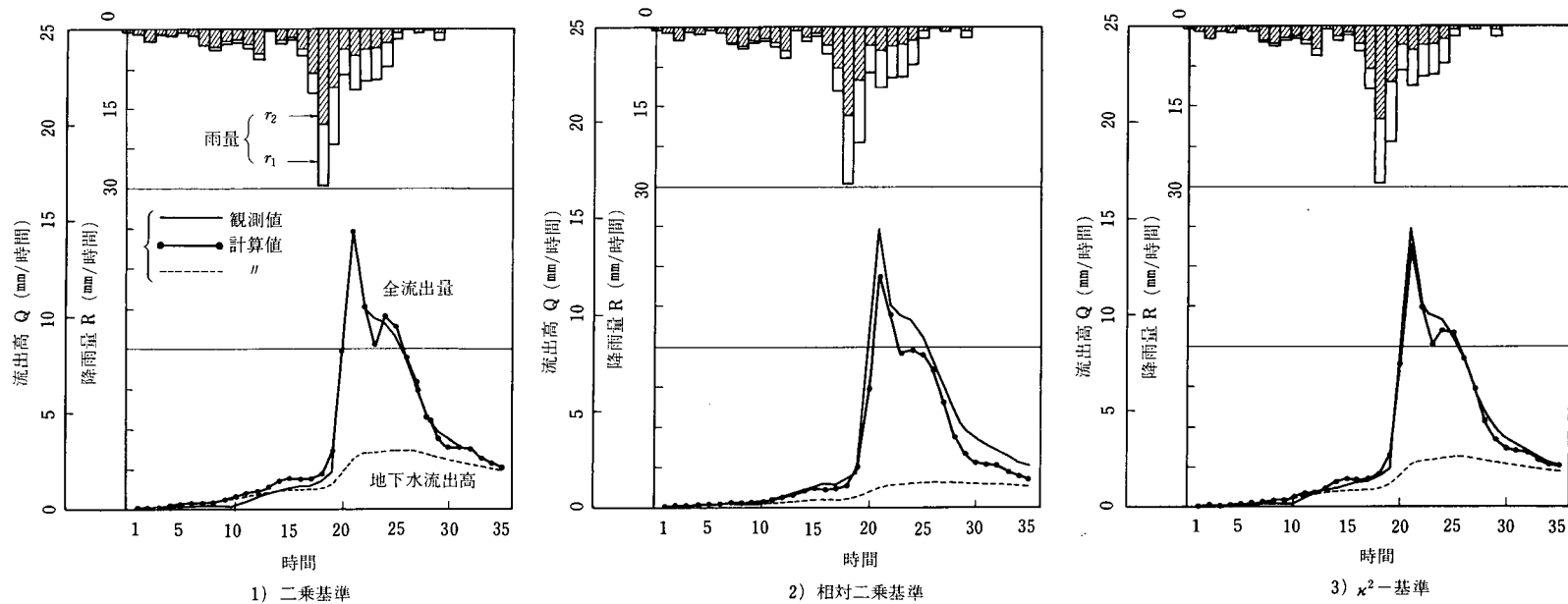


図-5.5 (a) 評価基準による同定ハイドログラフの変化例 (洪水 No.1)

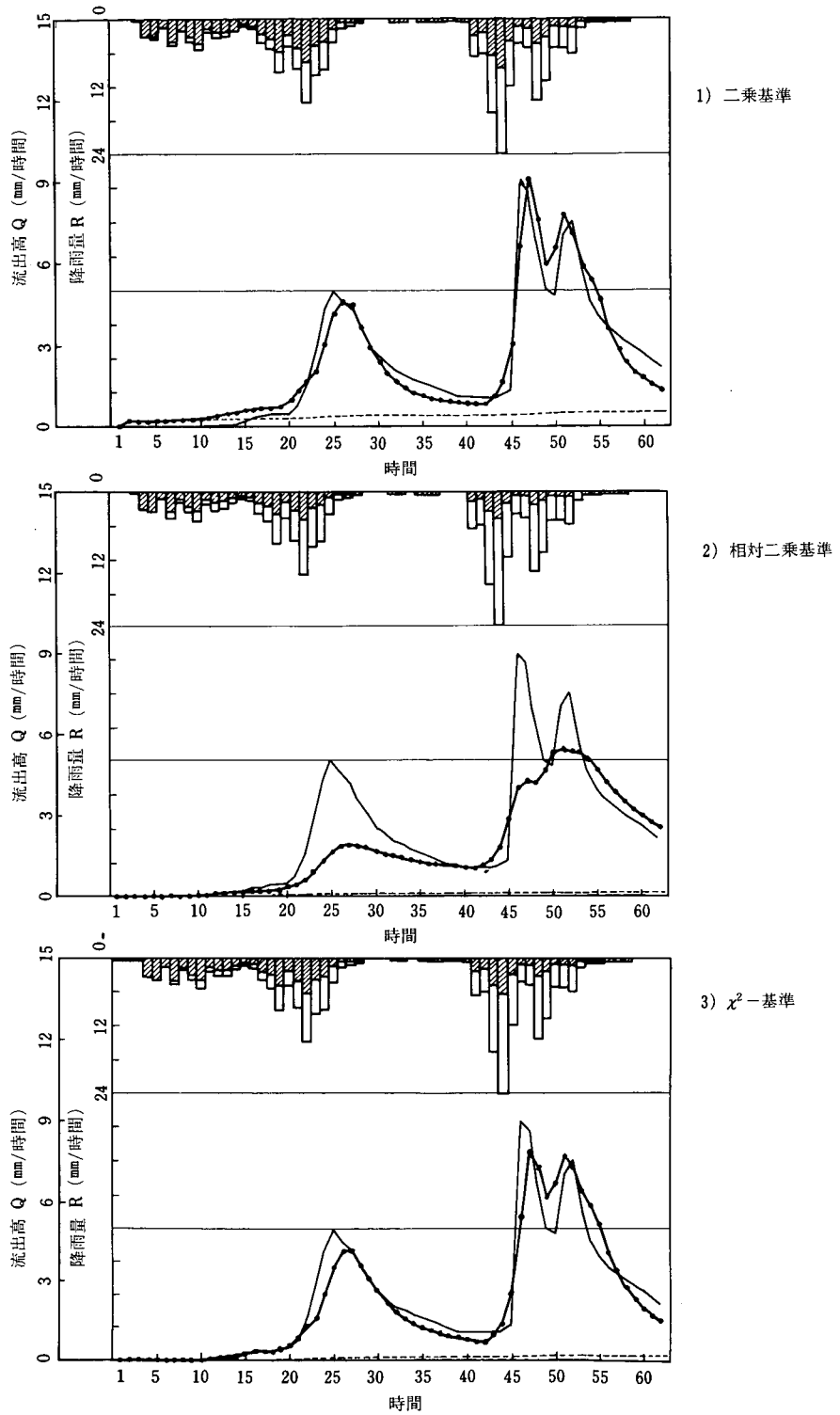


図-5.5 (b) 評価基準による同定ハイドログラフの変化例 (洪水 No.8)

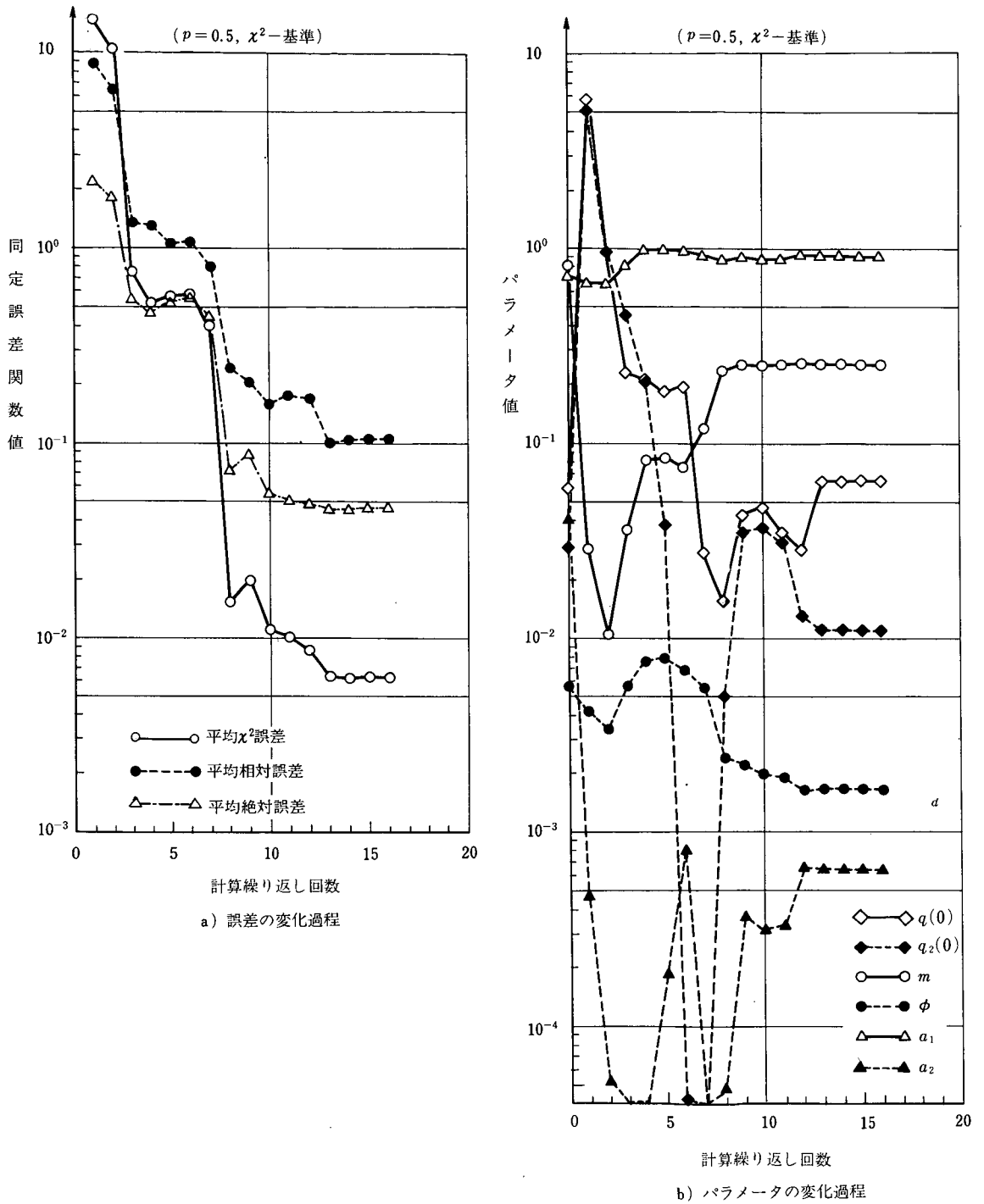


図-5.6 パラメータの探索過程（洪水 No.9）

表-5.3 指数 p による同定結果の比較 (χ^2 -基準)

洪水 No.	$P=1.0$			$P=0.6$			$P=0.5$		
	収束回数	平均相対誤差	平均絶対誤差	収束回数	平均相対誤差	平均絶対誤差	収束回数	平均相対誤差	平均絶対誤差
1	12	0.225	0.580	10	0.214	0.400	9	0.252	0.302
2	21	0.104	0.209	9	0.079	0.158	11	0.076	0.164
3	7	0.094	0.249	16	0.092	0.225	9	0.096	0.246
4	21	0.095	0.368	21	0.072	0.286	7	0.082	0.325
5	9	0.180	0.626	9	0.139	0.578	22	0.162	0.737
6	8	0.646	0.597	25	0.397	0.512	8	0.294	0.437
7	10	0.166	0.538	10	0.129	0.408	22	0.135	0.427
8	10	0.180	0.595	17	0.136	0.482	6	0.125	0.433
9	27	0.189	0.089	27	0.141	0.062	16	0.105	0.047
10	40	0.207	0.045	26	0.132	0.068	43	0.117	0.045
11	36	0.103	0.050	45	0.095	0.050	37	0.103	0.050

注) 収束回数は、未知パラータの推定に要した計算繰返し回数を示す。

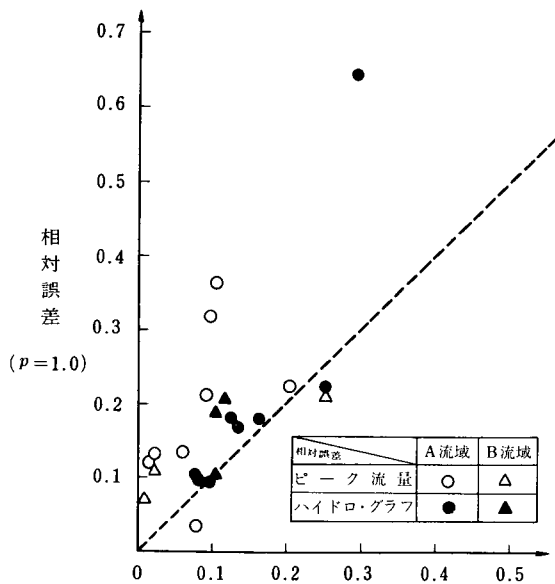


図-5.7 (a) p 値による相対誤差の比較
($p=0.5 \sim p=1.0$)

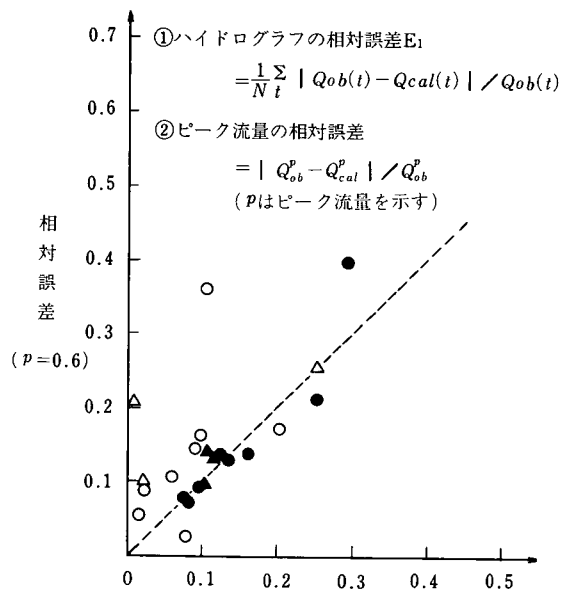


図-5.7 (b) p 値による相対誤差の比較
($p=0.5 \sim p=0.6$)

な値を設定することが可能であると思われる。

c) 遅滞時間 T_L の影響

本洪水流出モデルの同定に当たっては、流域面積の小さい B 流域の洪水に対しては $T_L = 0$ (hr) と仮定した。一方、A 流域の洪水については、遅滞時間 T_L を $T_L = 0, 1, 2, 3$ と変化させて他の未知パラメータの推定を試みた。

A 流域においては、ハイドログラフの χ^2 誤差 (注15) を最小とする遅滞時間は、1 洪水 (No.8) が $T_L = 0$ (hr) 以外はすべて $T_L = 1$ (hr) であった。洪水 No.1 と洪水 No.8 について、設定された各遅滞時間に対するパラメータ探索過程の最終的な平均 χ^2 誤差と、そのときのハイ

$$(\text{注15}) \chi^2 \text{誤差} = \frac{1}{L} \sum_t \frac{(Q_{ob}(t) - Q_{cal}(t))^2}{Q_{ob}(t)}$$

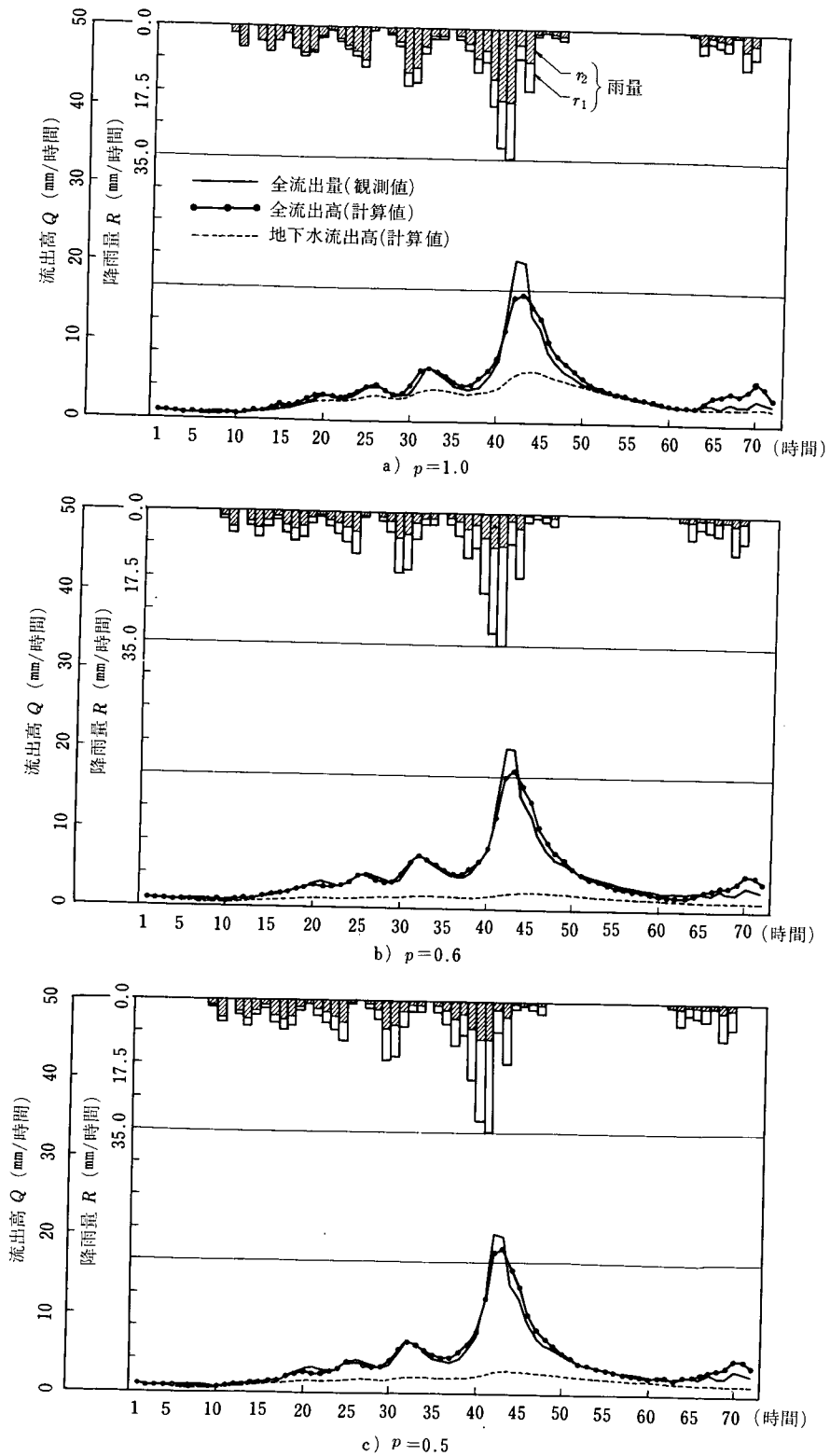


図-5・8 指数 p による同定ハイドログラフの適合度の比較 (洪水 No. 8 χ^2 -基準)

ドロ・グラフの平均相対誤差及び観測流量と計算流量間の相関係数を図-5・9に示す。本図より、設定した遅滞時間によって χ^2 誤差が比較的顕著に変化することがわかる。また、 χ^2 誤差のこのような変動に対応して、相対誤差及び相関係数も若干変化しており、最も小さな χ^2 誤差を与える遅滞時間 T_L において、相対誤差も最小に、相関係数は最大となる傾向が認められる。

以上より、本洪水流出モデルの同定における遅滞時間設定の重要性が再確認された。また、式(5・30)に示す χ^2 -基準に基づくモデル同定は、ハイドロ・グラフの平均相対誤差等の面からも、おおむね良好な結果を与えるものと言える。

他方、ここでは遅滞時間の設定間隔を1時間としている。今後は、このような粗い時間単位で妥当であるかどうかを検討する余地があろう。さらには、他の未知パラメータとは別に試行錯誤的に決定している遅滞時間 T_L についても、何らかの形で合理的にかつ機械的に推定できるようにモデル同定手法の改良を図る必要があると考える。

d) モデル・パラメータの分布について

図-5・10には、モデル同定によって得られた未知パラ

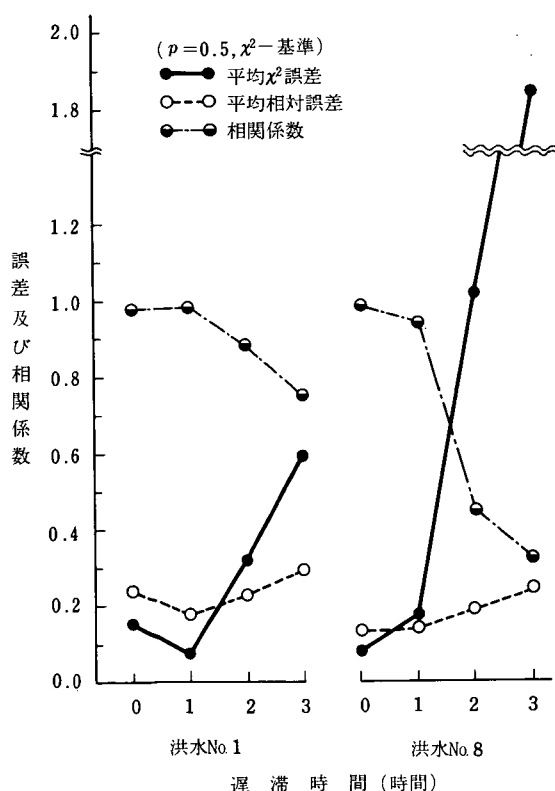


図-5・9 設定遅滞時間による同定誤差等の変化

メータ m , ϕ , a_1 , a_2 の分布を示したものである。例え同一流域であっても、対象洪水によって各パラメータ値にはかなりのばらつきが認められる。また、同一洪水であっても、直接流出サブ・モデルの指数 p 値を変えることによって、それに直接関係すると考えられる定数 K は、当然のことながら他のパラメータ ϕ , a_1 , a_2 もかなり変化する。これらは、本章で想定した洪水流出モデルの構造に改善の余地があることを示唆するものと思われる。また、ある意味では、流域の複雑な水循環機構を単純化し近似表現した洪水流出モデルにおいて、固定された1組のパラメータの組合せで、流域のあらゆる洪水流出現象を精度よく再現するには限度があることを暗示するものと受け取れよう。

なお、今後は対象ケースを増やし、対象流域及び対象洪水の諸特性と各未知パラメータの推定値との相互関係について分析しておく必要があると考える。

e) 制約領域がモデル同定に及ぼす影響

本モデル同定手法においては、パラメータ探索の収束性を高め、かつ、推定しようとするパラメータ値の非負条件やパラメータ間の大小関係などモデルが有すべき物理性を確保するため、次のような方法を用いている。すなわち、未知パラメータの取りうる値の範囲(下限値及び上限値)や相互関係の制約を設定し、そのような制約領域^(注16)の中で、制約付シンプレックス法を用いて、ハイドロ・グラフの適合度を最大とするようなモデル・パラメータ値の組合せを求めている。ここでは、このような制約領域の設定方法がモデル同定に及ぼす影響を簡単に分析することにする。

表-5・4、図-5・11は、各種制約条件のうち、 $m(=1/K)$ 及び ϕ に関する上・下限値の制約を変化させ、モデル同定を試みた結果を示したものである。これらの結果より以下の指摘ができればよい。

① 最も適合度の良いハイドロ・グラフを与える未知パラメータ群の組合せ(以下、最良近似解と呼ぶことにする)が、制約領域内に存在しないと考えられるケースにおいては、パラメータ群は制約領域の境界上に収束する。このときの結果は、当該制約領域内では最善(χ^2 誤差最小)かあるいはそれに近いものである。しかし、図-5・11に示すとおり制約領域が最良近似解から離れた所にあるほど、同定されたモデルが与えるハイドロ・グラフは観測ハイドロ・グラフとは異なったものとなる。

(注16) ここでは、各未知パラメータ $q(0)$, $q_2(0)$, m , ϕ , a_1 , a_2 の上・下限値のほか、 $q(0) \geq q_2(0)$, $m \geq \phi$ という制約を設けている。

② 制約領域に最良近似解が含まれる場合には、制約領域の大きさは実用上それほど問題とはならないと思われる。ただ、制約領域の変化によって、未知パラメータの最終推定値に若干の相違が認められる。ただし制約領域が広すぎる場合(例えば、ここでは m の上限値が大きすぎるとき)には、パラメータ探索の途中段階で非常に大きな数値が発生し、数値計算の継続が

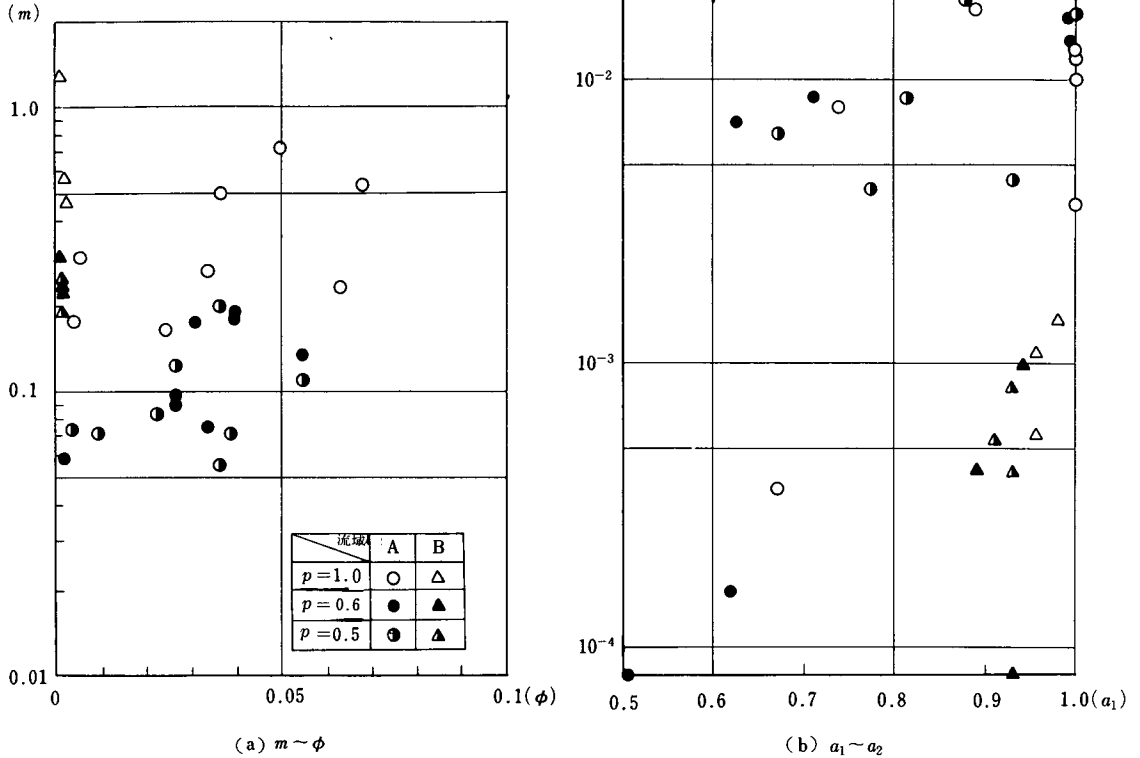


図-5・10 各洪水に対するパラメータの分布状況

表-5・4 制約領域によるモデル同定結果の変化 ($p=0.5$, χ^2 -基準)

計算 ケース	対象 洪水	制 約 領 域				最 終 結 果					
		$m(=1/K)$		ϕ		収束 回数	パラメータ値		平均 χ^2 誤差	平均相 対誤差	平均絶 対誤差
		下限値	上限値	下限値	上限値		m	ϕ			
1	No. 1 (A流域)	0.05	0.1	0.01	0.05	39	* 0.100	0.0234	0.081	0.166	0.439
2		0.01	0.2	0.002	0.1	20	0.122	0.0265	0.073	0.176	0.398
3		0.01	0.3	0.002	0.1	51	0.127	0.0313	0.075	0.210	0.371
4		0.0	1.0	0.0	0.5	発 散					
5	No. 9 (B流域)	0.05	0.3	0.01	0.05	51	* 0.300	* 0.010	1.301	1.491	0.689
6		0.05	0.3	0.005	0.05	40	* 0.300	* 0.005	0.246	0.699	0.278
7		0.01	0.3	0.001	0.10	16	0.254	0.0017	0.006	0.105	0.047
8		0.05	0.5	0.001	0.05	発 散					
9		0.005	0.5	0.0	0.2	発 散					

注 1) a_1, a_2 の制約領域は、A 流域 $0.5 \leq a_1 \leq 1.0, 0.0 \leq a_2 \leq 0.05$ 注 2) * は最終パラメータ値が境界上にあることを示す。
B 流域 $0.5 \leq a_1 \leq 0.1, 0.0 \leq a_2 \leq 0.1$

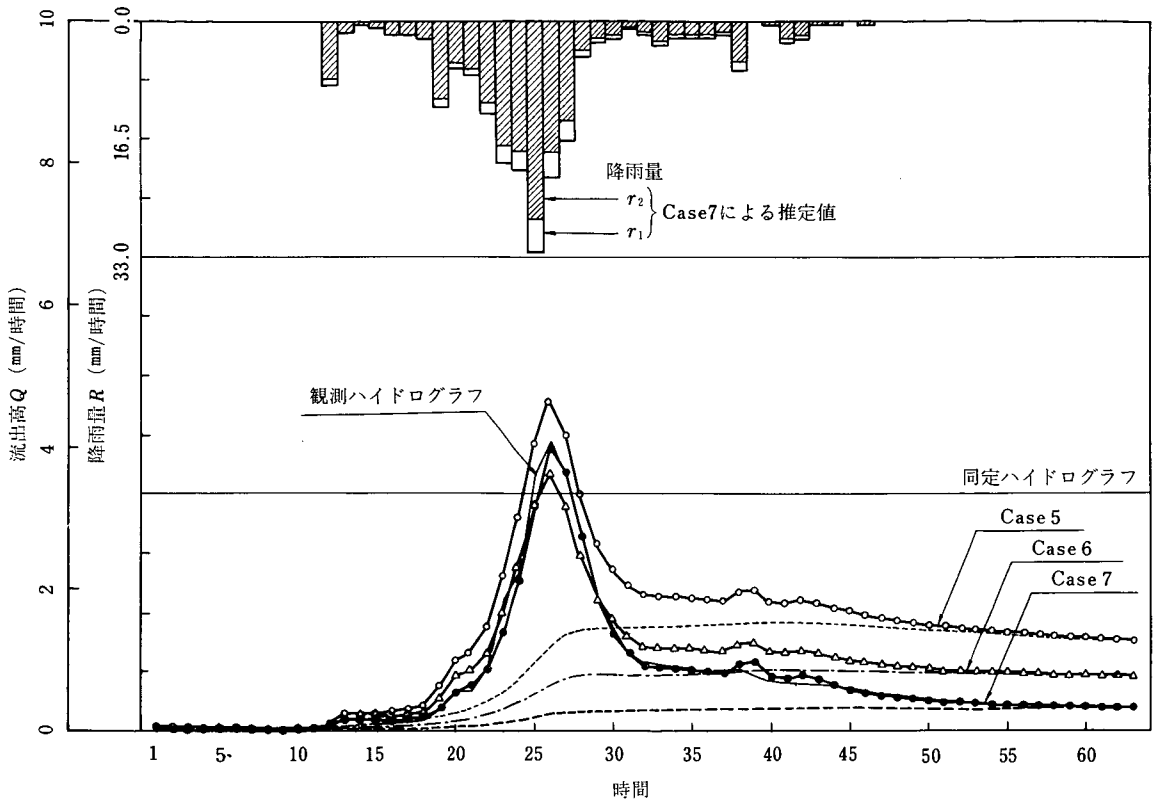


図-5-11 制約領域が同定ハイドログラフに及ぼす影響
(B 流域, 洪水 No. 9, $p=0.5$)

不可能となることがある。

③ 以上のことから、本モデル同定手法を適用するに当たっては、パラメータ探索が保証されるような適度な広がりを持つ、かつ水文学的に見て妥当と思われるような制約領域を設定することが、実用上望ましいと言えよう。

(3) 洪水流出モデルの構造に関する検討

a) 降雨分離モデルの相違とモデル同定結果

まず、洪水流出モデル A, B について同定結果の差異の比較を試みた。その結果の一部を表-5・5、図-5・12 に示す。モデル A 及びモデル B の相違は、降雨分離サブ・モデルの構造にある。本モデルでは降雨量のうち直接流出に寄与する成分が占める割合、つまり流出率が時間の経過（累加雨量の増加）と共に上昇していくプロセスを定式化している。この最終的な流出率（飽和流出率）を、モデル A では 1.0 と固定しているのに対し、モデル B においては a_3 ($0 \leq a_3 \leq 1.0$) なる未知パラメータとして取り扱っている。

表-5・5, a) に示すとおり、洪水流出モデル B において推定された飽和流出率は両流域とも 1.0 ではなく、

特に B 流域の飽和流出率がかなり小さくなっている。しかし降雨分離サブ・モデルの上述のような相違により、最も良好な適合度を有する直接流出・地下水流出サブ・モデルの構造（未知パラメータの値）には、それほど顕著な差異は見られないと言えよう。また同定ハイドロ・グラフ及び水収支の上から見ても、降雨分離サブ・モデルによる差はほとんど認められない。次に、図-5・12 は、各洪水に対して同定された 2 種類の降雨分離サブ・モデルに基づく累加雨量と流出率の関係を示したものである。本図を見ても、両降雨分離サブ・モデルには実質的な差異はないと判断できよう。そこで、モデル同定における未知パラメータを少なくするという実用上の観点から見れば、飽和流出率を 1.0 と仮定した洪水流出モデル A で十分妥当なハイドロ・グラフの再現が可能であると思われる。

b) 損失成分を考慮した洪水流出モデルの同定結果

洪水流出モデル A においては、流域にもたらされた降雨のすべてが流出に寄与するという前提に基づいて、モデルの定式化を行っている、それに起因するか否か

表-5・5 降雨分離モデルによる同定結果の比較

対象流域	対象洪水	降雨分離モデル	総雨量 (mm)	総流出高 (mm)	直接流出量 (mm)	ピーク流量 (mm/hr)	総流出高 総雨量	直接流出高 総流出高	平均 相対誤差	平均 絶対誤差
A 流域	No. 1	観測値	1.512	114.3	—	14.52	0.756	—	—	—
		モデルA	—	110.8	87.5	13.13	0.733	0.790	0.176	0.398
		モデルB	—	109.2	89.4	11.70	0.722	0.819	0.207	0.382
	No. 8	観測値	319.2	258.3	—	20.3	0.894	—	—	—
		モデルA	—	305.2	188.4	18.16	0.957	0.619	0.125	0.433
		モデルB	—	285.9	184.0	16.94	0.896	0.644	0.113	0.388
B 流域	No. 9	観測値	211.0	43.4	—	4.07	0.205	—	—	—
		モデルA	—	42.9	30.2	3.98	0.203	0.704	0.105	0.047
		モデルB	—	43.0	30.0	4.13	0.204	0.697	0.082	0.036
	No. 11	観測値	97.0	16.9	—	1.98	0.174	—	—	—
		モデルA	—	16.2	9.8	1.48	0.167	0.607	0.103	0.050
		モデルB	—	16.6	9.9	1.55	0.171	0.593	0.115	0.046

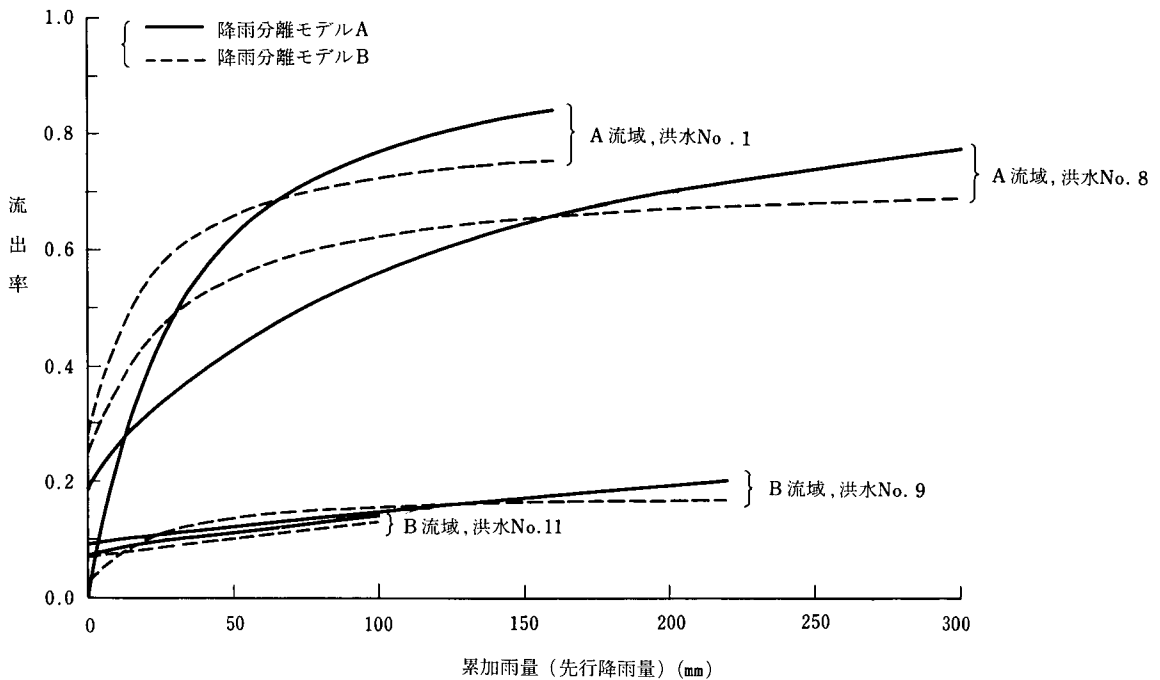


図-5・12 降雨分離モデルの比較

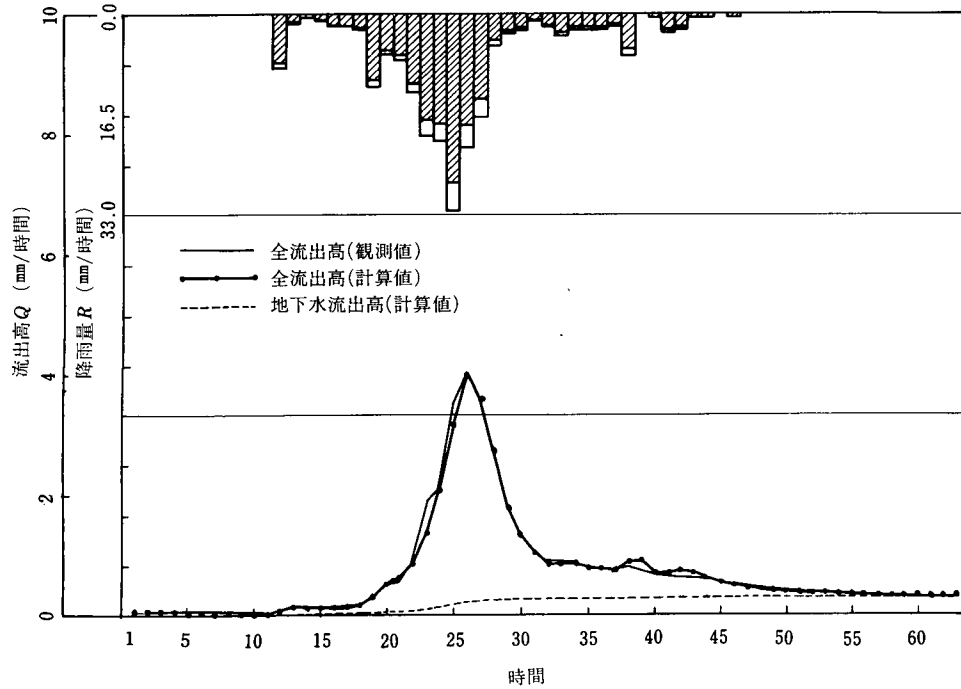
は今一つ不明瞭であるが、特に B 流域に対するモデル A の同定結果を見ると、地下水流出の低減係数 ϕ がかなり小さい値となっている。すなわち、ハイドロ・グラフ全体の適合度を向上させるため、降雨の大部分を地下水流出成分と見なし、その上で、流域の地下水貯留高が例えば大きくなっても、地下水流出量が大きくならないよう小さな ϕ の値を選択しようとする傾向が見られる。これに対して流出に寄与しない成分(損失分)

を考慮したのが洪水流出モデル C である。洪水 No. 9 に対して、両洪水流出モデル A, C の同定結果を表-5・6, 図-5・13 に示す。モデル C のように地下浸漏等による損失成分を考慮しても、K を除くモデル・パラメータの推定値は、モデル A の値とほとんど差が見られない。また、同定ハイドロ・グラフもほとんど変わらない結果が得られている。すなわち、ハイドロ・グラフの再現性のみを考慮するならば、洪水流出モデル A, C に

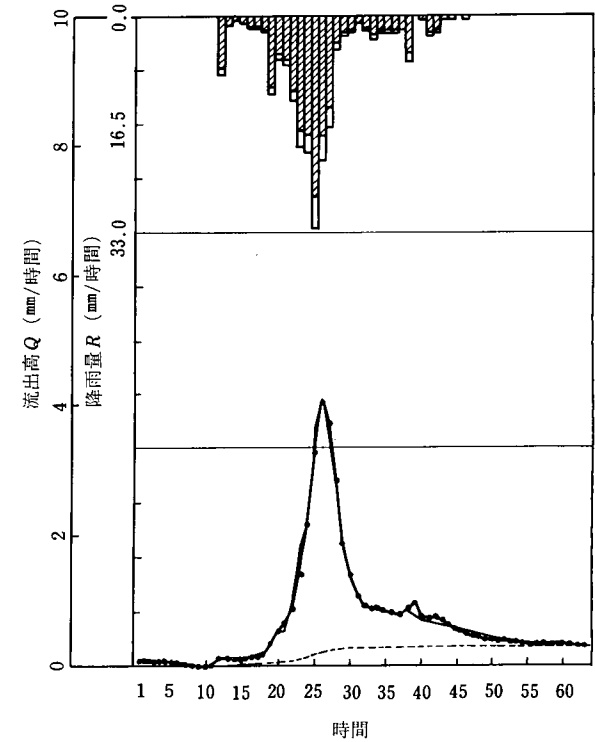
表-5・6 モデルA, Cによる同定結果の比較

対象洪水	モデル	収束回数	最終パラメータ値					平均 相対誤差	平均 絶対誤差	ピーク流量 の相対誤差
			m	ϕ	κ	a_1	a_2			
No. 9	モデルA	16	0.254	0.0017		0.909	0.0006	0.105	0.047	0.022
	モデルC	28	0.241	0.0017	0.0013	0.901	0.0006	0.108	0.044	0.0005
No. 11	モデルA	37	0.192	0.0014		0.929	0.0008	0.103	0.050	0.253
	モデルC	15	0.166	0.0020	0.0004	0.917	0.0006	0.145	0.057	0.294

(99)



(a) 洪水流出モデルA



(b) 洪水流出モデルC

図-5・13 モデルA, Cによる同定ハイドログラフの比較

それほどの差異はないものと言えよう。しかしながら、表-5・6に示すモデル同定においては、 ϕ の値が取り得る範囲をかなり広く(0.001~0.1)取っている。ここで、当該流域における既往洪水に対する低減曲線の分析結果等から ϕ 値の範囲が限定されれば、両洪水流出モデルによる同定結果は、幾分異ったものになることが予想される。

〔4〕 まとめ

本章では、簡潔な構造を有する洪水流出モデルを定式化した上で、実流域を対象としてこれらの未知パラメータ群を準線形化と非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法により機械的に決定することを試みた。極めて限定された条件設定及び計算ケースからの類推にすぎないが、これらの適用結果は以下のように要約できよう。

① 洪水流出モデルを、降雨分離、直接流出、地下水流出の3つのサブ・モデルから構成することは、洪水流出解析に先立って別途に基底流量の分離、有効雨量の算出を行う必要がなく、また、モデル構造の簡潔さを保ちつつハイドロ・グラフの再現性を向上させる上で、1つの有効な方法であると考えられる。

② 直接流出サブ・モデルとして貯留関数法を取り上げると共に、その指数 p の値をいくつか変化させてハイドロ・グラフの再現性等を比較した。 p の値による歴然たる差異は認められないものの、ここで検討した $p=1.0, 0.6$ 及び 0.5 の中では、あえて選択すれば $p=0.5$ 程度が妥当であるように思われる。

③ このような洪水流出モデルを、流域特性及び水文特性のかなり異なる2流域へ適用を試みたところ、実用的に見て十分に良好な結果が得られたと言えよう。

④ 降雨分離サブ・モデルとして、降雨量に占める直接流出成分の割合すなわち流出率が、累加雨量の増大に伴って変化する機構を表現した簡単なモデルでも十分妥当であると思われる。そのとき、飽和流出率を未知パラメータとして扱うか、あるいは1.0と固定するかなどの方法が考えられる。しかし、ハイドロ・グラフの再現性など実用面から見て、両者に顕著な差は認められない。

⑤ また、洪水流出における水収支を考慮して、地下浸漏など最終的に流出に寄与しない成分を組み入れたモデルについても検討を行った。ハイドロ・グラフの再現性だけから判断するならば、本章で検討したケースにおいては、このような損失成分の考慮はモデル同定にほとんど影響を及ぼさないという結果が得られた。

しかしながら、洪水ハイドロ・グラフの低減部分に対して水文学的な考察を加えようとするれば、上記の損失成分はモデル同定に当たっても無視できない役割を帯びてくるものと思われる。

そのため、ここで1事例として提示した洪水流出モデルの構造についても、水文学的知見等に基づいてさらに精細な検討を加えていく必要がある。

⑥ さらに、本章で適用したモデル同定手法(QN法)についても以下のような整理ができよう。

洪水流出モデルの適合度の判定基準として、(i)二乗基準、(ii)相対二乗基準及び(iii) χ^2 -基準の3種を取り上げ比較検討を試みた。これらの基準のうち、特に二乗基準はハイドロ・グラフの高水部が、また、相対二乗基準は低水部の適合度が比較的良好である。 χ^2 -基準は前2者の双方の特徴を兼備していると言える。どちらかといえば、相対二乗基準に比べ、他の2つの基準の方が、同定ハイドロ・グラフ全体の平均相対誤差、絶対誤差と共に小さく、かつ、未知パラメータの最終的な推定(収束)に要する計算繰返し回数も少なくすむ傾向が認められた。さらに、視覚的要素も含めハイドロ・グラフ全体の適合度という観点から見れば、 χ^2 -基準が洪水流出モデル同定の評価基準として望ましいと考えられる。

⑦ モデル同定において制約領域を変化させた場合、結果として得られるモデル・パラメータの推定値に多少の変動が認められる。制約領域が広すぎる場合には、パラメータ探索過程における数値積分等の際に非常に大きな数値が発生し、それ以上の解の探索が困難となる。逆に、制約領域が狭すぎる場合には、パラメータ値が制約条件上にあつて解の探索が終了することがある。このことから、本モデル同定手法の適用に当たっては、制約領域の設定が重要な意味をもっていることがわかる。制約領域を既往の水文学的知見等を踏まえて適切な範囲に設定することにより、現象面から見ても妥当なパラメータ値を効率的に推定することが可能となる。

⑧ なお、本モデル同定手法において、制約条件付非線形最適化手法として採用した制約付シンプレックス法の数学的な収束性についても、さらに検証を加えておく必要があると考えられる。

⑨ さらには、本章では洪水流出モデルを構成する未知パラメータ群のうち、指数 p 及び遅滞時間 T_L を除くパラメータについて機械的な決定を試みた。今後は、 p, T_L を含めたすべての未知パラメータ群を同時に決定できるようモデル同定手法の拡張を図る必要があると

考える。

6. 流水管理への応用可能性——洪水時の貯水池操作への適用例——

〔1〕 水循環モデル作成手法の応用方向

先の第4、5章における洪水流出モデル、長期流出モデルへの適用例から立証されたとおり、本水循環モデル作成手法を用いた場合、任意時刻においてかなり限られた労力で、水循環(サブ)モデルの未知パラメータを当該期間の水文特性を最も良く反映するように機械的に決定できる。さらには、その結果を踏まえて、当該水循環モデルの定式化に当たって設けた前提条件が成立する範囲内に限られるが、各時刻における河川流量の構成要素(直接流出、地下水流出など)の分離推定がある程度可能であると言えよう。また、検討した長期流出モデル及び洪水流出モデルは、極めて簡潔な構造を有しているにもかかわらず、ハイドロ・グラフの再現性なども良好である。

本水循環モデル作成法は、上記の特徴を活用することにより、日々の流水管理や洪水時のダム管理に応用することが可能である。その一例として、例えば、雨量予測の問題はさておき、渇水時における将来の短期的な河川流量を予測しようとする場合や、洪水時の貯水池操作において近い将来の直接流出量を推定しようとする場合が挙げられる。このような目的から見たとき、通常の固定されたパラメータをもつ単純な水循環(サブ)モデルでは、対象とする水文現象のすべてを、ある一定の精度をもって再現することは不可能に近い。しかし、ここで検討したような長期流出モデルや洪水流出モデルとその同定手法を用いることにより、当該期間の流域の水文的特性を最も良好に再現するようなパラメータを設定した上で、必要とする水流量を比較的精度よく推定することができよう。

そのための1手順例を以下に示す。

① 水循環(サブ)モデルの定式化……流水管理に当たって要求される水流量を主眼とする水循環(サブ)モデルを、対象とする水文現象の特性を考慮し、かつ、既往の調査研究結果に基づく水文学的知見を踏まえて定式化する。

② 既往データによるモデル同定……水循環モデルを構成する未知パラメータ群の制約領域を比較的広く設定した上で、当該流域における既往水文現象(例えば洪水など)を対象にしてモデル同定を試みる。

③ 制約領域の設定……これらの同定結果を分析し、別途実施された水文学的な解析結果等と合わせて、各モデル・パラメータの当該流域において取り得る値の範囲を検討し限定する。このとき、あらかじめ固定できるパラメータについては、ある1つの値を設定しておくことも可能である。

④ モデルの逐次同定……現在時点の水文現象に対して水循環モデルを逐次的に同定し、その結果得られたモデルを用いて必要とする水流量を推定する。

⑤ 流水管理への利用……④で得られた水流量を流水管理上の意志決定における1基本情報として利用する。

本章では、上記の適用可能例として、洪水時の貯水池操作の初期段階における放流量決定問題を取り上げ、これに前章で検討した洪水流出モデルとその機械的同定手法を適用した結果を紹介することにする。

〔2〕 洪水時の貯水池操作への適用例(ケース・スタディ)

(1) 洪水時の貯水池操作の基本プロセス

多目的ダムによる洪水調節は、通常図-6・1に示すとおり、事前操作→洪水調節操作→(異常洪水操作)→事後(水位低下)操作という一連のプロセスに従って遂行される。すなわち、洪水^(注17)が到来したとき、まず事前操作によってダムからの放流を開始・増加させ次第に洪水調節開始流量まで近づけていく。また、予備放流を行うダムにあっては、本操作により貯水位を必要水位まで低下させ、洪水調節に備える必要がある。その後規定のルールに従って洪水調節操作を実施し、洪水の一部を貯留し、洪水流量の低減を図る。流量のピークが過ぎ、流入量と放流量が再び等しくなった時点以降は、事後操作によりダム水位をある水準まで安全かつ速やかに低下させ、洪水時の貯水池操作を終了する。なお、到来した洪水の規模が大きく、洪水調節操作時においてダム水位が規定水位を上回り、通常の洪水調節ルールによればサーチャージ水位を超えることが予測されるときには、「ただし書操作」と呼ばれる異常洪水に対する操作が実行される。

このような洪水時の貯水池操作プロセスにおいて、「操作規則」等により明確に規定されている部分を除き、例えば、以下に示す操作の各時点において、その時の各種状況に応じた適切な意志決定が必要とされる。

(注17) ここで言う洪水とは、各ダムの操作規則等に規定された洪水調節の対象とするものに限らず、もっと広義に降雨により流量が通常よりも比較的增加した現象を指すことにする。

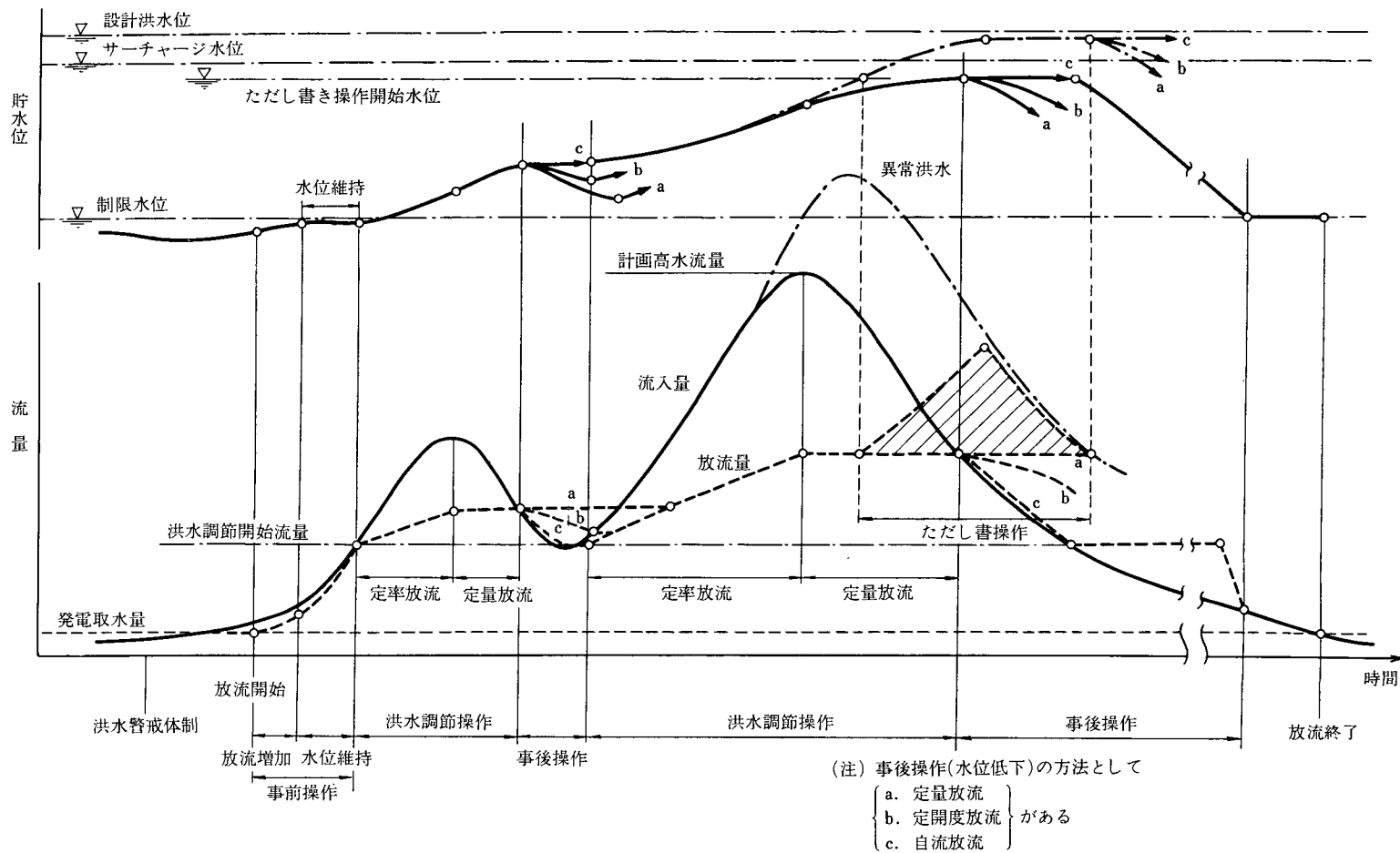


図-6.1 多目的ダムにおける洪水調節の基本プロセス

① 洪水調節のための放流開始時期と、放流量増加の方法

② 洪水調節操作から異常洪水操作への移行の是非と移行時点

③ 事後操作におけるダム貯水位の低下方法など
このうち、①、②においては、関係機関への連絡・通知やダム下流への警報措置のため、実際の貯水池操作上の行動開始より一定時間以上早めに意志決定を行うことが要求されている。これら意志決定とそれに基づいて取るべき行動の基本的パターンは、予想される種々の条件を勘案してあらかじめ設定されている部分もあるが、最終的には現実の各時点において、ダム流域及びダム下流部の水文気象状況並びに流域状態等を踏まえて最も望ましいと考えられる意志決定と行動をせざるを得ない。

ここでは、上掲の項目例のうち、①の放流開始時期と事前操作における放流量（以下、事前放流量と呼ぶことにする）の決定に当たって、前章の洪水流出モデルとその機械的同定手法から得られる情報の利用を試みることにする。

（２）流域貯留を考慮した事前放流量決定モデル

事前操作は、効果的な洪水調節を遂行するための準備的段階として、ダムからの放流量を洪水調節開始流量まで滑らかに増加させ、ダムの操作規則に基づく洪水調節操作へと円滑に移行するための重要なプロセスである。

多目的ダムの洪水調節計画は、一般に以下の前提条件に基づいて立案されている。すなわち、洪水到来時にはダム貯水位は制限水位（当該時期の治水容量の最低水位）にあり、ダム放流量は流入量に等しく合わせて増加させる。流入量が洪水調節流量に達した時点から洪水調節操作を開始するものと設定されている。しかし、現実のダム管理においては、通常は発電や用水補給という利水目的のため貯留水が使われており、洪水到来時には貯水位は制限水位より低い所にあることが少なくない。このような場合、制限水位以下の空容量も治水容量と合わせて最大限に利用することにより、最も効果的な洪水調節が可能になると考えられる。その反面、洪水規模が当初予想されたよりも小さいときには、貯水位は制限水位（利水容量の最高水位）までも回復せず、場合によっては洪水終了以降の利水目的に若干の影響を及ぼすことも危惧される。それとは逆に、利水貯留量の確保を図ろうとして、放流量を抑え貯水位を上昇させていった場合、流入量の増加により放流量との隔たりが大きくなっていく。そのとき、

たとえ洪水調節のための放流量を増大させようとしても、放流量増加方法に関する制約^(注18)により、急激な増加は行えない。そのため貯水池操作は、規定のルールに基づく操作から次第に遅れていく虞もある。

上述のような事態を回避する一手段として、ここでは以下のような事前操作方法を考える。すなわち、ダム流域に現在時点までに降った雨のうち洪水（直接流出）として短期的に流出してくると考えられる水量（表面貯留量）を時々刻々推定し、それを1つの情報として利用し、各時刻の事前放流量を逐次決定していこうとするものである。このとき、前章で検討した洪水流出モデルとその同定手法を適用するものとする。

このような流域貯留量あるいは有効雨量などを洪水時の貯水池操作に利用しようとする研究は既にいくつか試みられている。例えば、木村⁴⁷⁾、水越⁴⁸⁾、佐藤⁵⁰⁾は、ダム流域の有効雨量等に基づいて予備放流量を決定する方法を提案している。また、水越⁴⁸⁾、青木⁴⁹⁾は、ダム流域及び残流域からの予測流出量を考慮して洪水調節量を決定する方法を検討している。これらの研究においては、有効雨量や流域貯留量を推定するための（洪水流出）モデルとして、既往洪水解析結果に基づいた固定的なものをを用いている。また、このようなモデルによる予測水文学量をそのまま洪水調節操作にも適用しようとしているものもある。そのため、現実の貯水池操作時における個々の洪水に対する各水文学量の推定精度に多少疑問が残されると共に、操作の確実性・安全性についても検討の余地があると思われる。

これに対し、本章で検討しようとする貯水池操作方法の基本的考え方は次のとおりである。つまり、洪水時の貯水池操作の確実性・安全性を確保するために、事前操作の段階に限り、近い将来確実にある水準まで利水目的のための貯水位回復が可能であるという保証（ここでは流域の表面貯留量を用いる）が得られ、かつその他各種の制約を満たす範囲内で、ダムからの放流量をできる限り早く増加させ流入量に近づけようとするものである。このとき、流域貯留量の推定精度を高めるため、当該流域の既往の洪水流出特性を踏まえて、最新の降雨・流出応答関係を最も良く表現するような洪水流出モデルを用いることにする。つまりこの洪水流出モデルの未知パラメータは、降雨・流量情報の入手状況に応じて、逐次的に更新されていくものとする。

さて、以上の考え方に基づく事前放流量の決定モデ

(注18) 例えば、現在ではダム下流の河川水位の上昇が30分間に30～50cm以下に抑えるなどの制約がある。

ルとしては様々のものが挙げられる。ここでは、実際のダムにおいて用いられている洪水調節方式(例えば、一定率一定量方式など)に対する事前操作方法として、容易に組合せられるよう、次式のようなモデルを考えることにする。

$$Qop(t) = \min \left\{ Q_{01}(t), Q_{02}(t), Q_{03}(t), Q_{04}(t) \right\} \quad \dots\dots\dots (6\cdot1)$$

ここで、 $Qop(t)$ ：時刻 t における事前放流量、 $Q_{01}(t)$ ：現在時点の流域表面貯留量と貯水池貯留量から決まる放流量、 $Q_{02}(t)$ ：ゲートの放流能力によって決まる現在貯水位での可能最大放流量、 $Q_{03}(t)$ ：ダム下流の水位上昇速度の制約を考慮した放流量、及び $Q_{04}(t)$ は流入量に等しい放流量である。

$Q_{01}(t)$ は次式で計算するものと仮定する。

$$Q_{01}(t) = \max \left\{ \alpha(t) \times Q_i(t), Qop(t - \Delta t) \right\} \quad \dots\dots\dots (6\cdot2)$$

ただし、

$$\alpha(t) = \begin{cases} \frac{S_1(t) - \{V_s - V(t)\}}{S_1(t)} & (S_1(t) > V_s - V(t) \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \dots\dots (6\cdot3) \end{cases}$$

ここで、 $Q_i(t)$ 、 $S_1(t)$ 、 $V(t)$ は、それぞれ時刻 t におけるダム流入量、流域の表面貯留量及び貯水池貯留量である。また、 V_s は事前操作において回復の目標とする貯水池貯留量であり、ここでは取りあえず制限水位に対応する貯留量と仮定する。さらに $\Delta t (=10 \text{ 分})$ は貯水池操作における放流量決定の時間間隔である。

式 (6・2) の右辺第 1 項の意味するところは次のとおりである。当該時刻において推定された流域の表面貯留量の中で、貯水池の目標回復水位までの空容量を上回る水量が占める割合に応じて流入量のうちの放流可能分を決定しようとするものである。たとえ当該時点で降雨が終了しても、上記放流パターンの継続により、ある余裕をもって目標とする貯水位の回復が可能である。また、右辺第 2 項は、洪水流出モデルの逐次同定によるパラメータのばらつきが放流量 Q_{01} に急激な変動をもたらすのを避けるために便宜上設定したものである。

式 (6・3) に用いる流域の表面貯留量は、第 5 章で示した洪水流出モデルとその機械的同定手法を用いて推定することにする。すなわち、1 時間ごとに当該時刻までに得られた「雨量」、「流入量」データ (たとえ、

欠測があってもよい) から、例えば式 (6・4) から (6・10) に示すような洪水流出モデルの未知パラメータ m 、 ϕ 、 a_1 、 a_2 、 T_l を逐次的に決定した上で、式 (6・7) によって当該時刻の表面貯留量を推定する。

[洪水流出モデル]^(注19)

① 降雨分離モデル

$$r_1(t) = \left(1 - \frac{a_1}{1 + a_2 r_f(t)}\right) \cdot r(t) \quad \dots\dots (6\cdot4)$$

$$r_2(t) = r(t) - r_1(t) \quad \dots\dots\dots (6\cdot5)$$

② 直接流出モデル

$$\frac{dS_1(t)}{dt} = r_1(t) - q_1(t) \quad \dots\dots\dots (6\cdot6)$$

$$S_1(t) = \frac{1}{m} q_1(t)^p \quad \dots\dots\dots (6\cdot7)$$

③ 地下水流出モデル

$$\frac{dS_2(t)}{dt} = r_2(t) - q_2(t) \quad \dots\dots\dots (6\cdot8)$$

$$S_2(t) = \frac{1}{\phi} q_2(t) \quad \dots\dots\dots (6\cdot9)$$

④ ダム流入量

$$Q_i(t) = q_1(t - T_l) + q_2(t - T_l) \quad \dots\dots (6\cdot10)$$

ここで、 t ：時間、 $r(t)$ ：降雨量、 $r_1(t)$ ：直接流出に寄与する降雨量、 $r_2(t)$ ：地下水流出に寄与する降雨量、 $r_f(t)$ ：累加雨量 ($r_f(t) = \sum_{\tau=1}^{t-1} r(\tau)$)、 $q_1(t)$ ：直接流出高、 $q_2(t)$ ：地下水流出高、 $S_1(t)$ ：流域の表面貯留量、 $S_2(t)$ ：地下水貯留量、 T_l ：遅滞時間、 m 、 p 、 ϕ 、 a_1 、 a_2 ：定数 (ただし $p=0.5$ と仮定する) である。

なお、以上の流域貯留を考慮した事前放流量決定モデルは、次のいずれかの時点までのみ適用することにする。

- ① 放流量が流入量に等しくなる時点、あるいは
- ② 流入量が洪水調節開始流量を超える時点

(3) モデル・ダムにおけるケース・スタディ

前節で提案した事前放流量決定モデルのモデル・ダムへの適用を試みることにする。検討対象とするモデル・ダムは、350 万 m^3 の洪水調節容量を有している。本ダムの洪水調節に関連する諸元は、表-6・1 のとおりである。また、洪水調節方式は式 (6・11) に示す「一定率一定量方式」とであると仮定する。

(注19) 本洪水流出モデルは、第 5 章に示す洪水流出モデル A に他ならない。

表-6・1 対象ダム貯水池の洪水調節諸元

1	計画高水流量	1,300 m ³ /s
2	洪水調節開始流量	500 m ³ /s
3	計画最大放流量	1,000 m ³ /s
4	有効貯水容量	1,270×10 ⁴ m ³
5	洪水調節容量	350×10 ⁴ m ³
6	洪水期制限水位に対応した貯留量	1,250×10 ⁴ m ³
7	サーチャージ水位に対応した貯留量	1,600×10 ⁴ m ³

$$Q_0(t) = \begin{cases} 0.75(Q_i(t) - 500) + 500 (\text{m}^3/\text{s}) & (Q_i(t) \geq 500 \text{ かつ } Q_i(t) \text{ が } Q_{\max} \text{ に達するまで}) \\ 0.75(Q_{\max} - 500) + 500 (\text{m}^3/\text{s}) & (Q_i(t) \text{ が } Q_{\max} \text{ に達した後 } Q_i(t) = Q_0(t) \text{ となるまで}) \\ \dots\dots\dots (6\cdot11) \end{cases}$$

ここに、 $Q_0(t)$ ：放流量、 $Q_i(t)$ ：流入量、 $Q_{\max}$ ：最大流入量である。対象洪水としては、図-6・2に示す2洪水を取り上げる。なお、これらの洪水資料は必ずしも対象ダム流域のものではなく、ダムの集水面積を変化させることにより、当該ダムの洪水としている。計算は、対象洪水及び流域表面貯留量の考慮の有無のほか、貯水池の初期貯留量（以下、初期貯水位と表現する）や放流開始時期（流域貯留を考慮しないケースのみ）を変化させた種々のケースについて行った（表-6・2参照）。

以下、主な計算結果について分析を加えることにする。

a) 洪水流出モデルの逐次同定結果

図-6・3、6・4には、洪水期間中の各正時ごとに行った洪水流出モデルの逐次同定結果の1例を示す。各図は、対象洪水Aについて、当該時刻以前の雨量・流入量データを用いて決定されたモデル・パラメータ値及びそれに対応する同定誤差の変化を示したものである。これから以下の指摘ができよう。

① 各時刻における当該時刻までのハイドロ・グラフの平均相対誤差はおおむね10%程度とほとんど変化が見られない。平均絶対誤差は時間と共に増加する傾向にあるものの、最終的にも0.4 mm/hrとかなり小さい値である。一方、パラメータ値には比較的可変動が認められる。特に洪水ピーク時前後までの変動が著しい傾向がある。モデル・パラメータの中では、 m 、 a_1 に比べ ϕ 、 a_2 の動きが顕著であるように思われる。しかし、これらパラメータの推定値も、洪水ピーク時以降かな

り安定したものとなっている。

② これらの傾向は、対象としたモデル・ダム流域の洪水流出特性が十分明かでないため、モデル同定における各パラメータ値の制約領域を比較的緩め（大きめ）に取っていることにも一因している。さらに、地下水流出に係わるパラメータ ϕ は、本質的には洪水末期の流量低減部分から類推可能なものである。これを洪水前半部の雨量・流入量データから推定しようとするところに、多少の無理があるとも言えよう。そのため、対象ダム流域における既往洪水の調査解析結果やその他の水文学的知見を踏まえ、モデル同定における制約領域の限定が重要な課題となる。場合によっては、パラメータ ϕ などをあらかじめ固定しておくことも考えられよう。

③ ここでは、対象洪水の全期間にわたって、各正時ごとにモデル同定を繰り返している。現実には、洪水前期に限られた時期だけモデル同定を試みた上で、当該洪水に対する適切なパラメータを推定し、これらの値をそれ以降の洪水期間にも利用するのが実用的であろう。

④ 図-6・5には、各時刻における表面貯留量の推定値の変化状況を示したものである。両洪水とも、その推定値にはモデル同定結果のばらつきに起因すると思われる細かな変動が見られる。このようにして推定された表面貯留量について、残念ながら定量的な検証は困難であるが、その変化傾向はおおむね是認できるものと思われる。

b) 事前放流量決定モデルに関する分析

次に、事前放流量決定モデル、すなわち事前操作方式の相違による洪水調節計算結果を比較し、分析を加えることにする。

① 事前操作において流域貯留すなわち式(6・2) $Q_{01}(t)$ を考慮しないケースにおいては、放流開始時期及び初期貯水位により、洪水調節中の貯水池貯留量の最大値（以下、最高貯水位と表現する）及び洪水の調節率^(注20)にかなりの変化が見られる。すなわち、図-6・6～6・8に示すとおり、放流開始時期を早く（放流開始流量^(注21)を小さく）した場合、あるいは、初期貯水位が低いときには、概して調節率は高くなる。また、最高貯水位も低くなる傾向があるものの、場合によっては回復目標とする貯水位に達しないケースが生じる。他方、放流開始時期を遅らせた場合には、あるケースに

(注20) 調節率=(最大流入量-最大放流量)/最大流入量

(注21) 流入量がこの放流開始流量に達した時点で、ダムからの放流を開始し、事前操作を行うものとする。

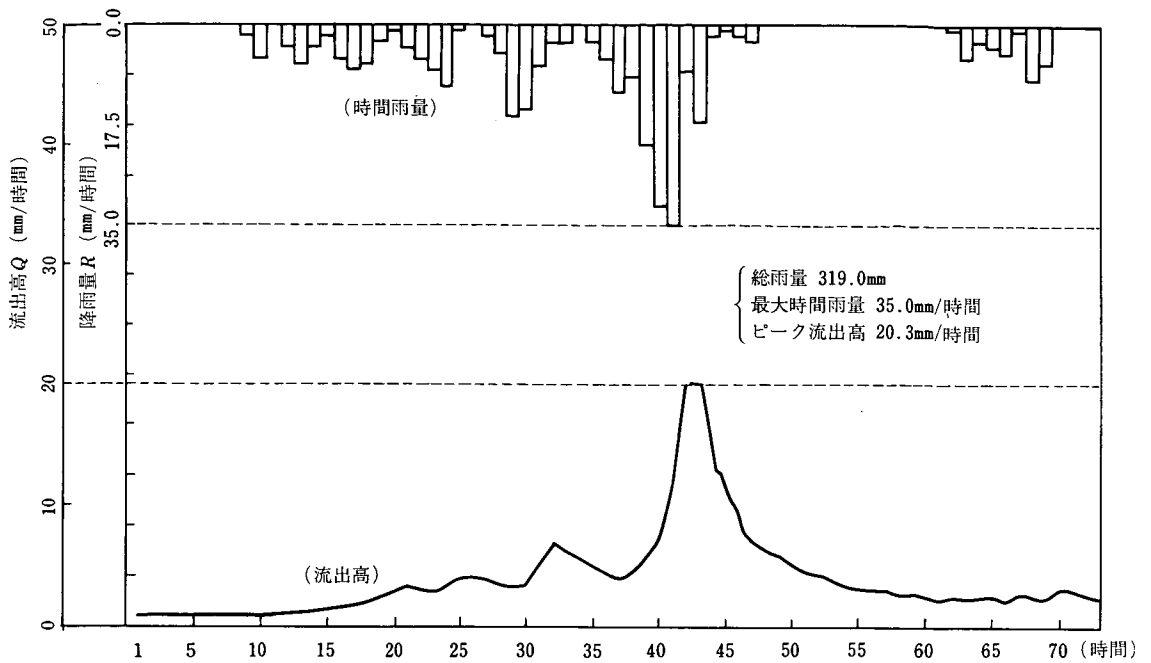


図-6・2 (a) 対象洪水ハイドログラフ (洪水 1, 流域面積 167 km²)

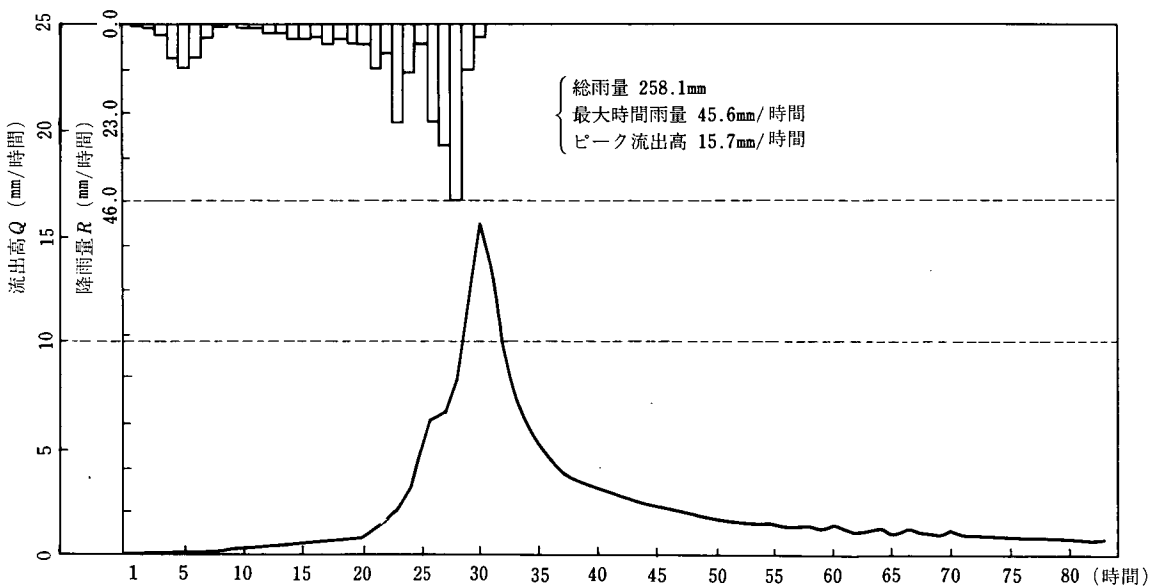


図-6・2 (b) 対象洪水ハイドログラフ (洪水 2, 流域面積 272 km²)

表-6・2 計算ケースとその結果

計算ケース		計算結果		洪水 1		洪水 2	
No	Case	初期貯留量 (10^4m^3)	放流開始流量 (m^3/s)	最大放流量 (m^3/s)	最大貯留量 (10^4m^3)	最大放流量 (m^3/s)	最大貯留量 (10^4m^3)
1	CaseA 流域貯留を 考慮しないケース	400	50	783	1,025	973	1,119
2		700	50	822	1,041	973	1,126
3			100	830	1,059	1,012	1,269
4			150	834	1,351	1,083	1,616
5		1,000	50	834	1,157	1,012	1,236
6	CaseB	400	—	834	1,282	1,012	1,152
7	流域貯留を	700	—	834	1,274	1,012	1,210
8	考慮したケース	1,000	—	834	1,322	1,012	1,296

注) { Case A $Qop(t) = \min \{Qo_2(t), Qo_3(t), Qo_4(t)\}$ (定義は本文による)
Case B $Qop(t) = \min \{Qo_1(t), Qo_2(t), Qo_3(t), Qo_4(t)\}$

おいては、放流量増加方法の制約を受けて効果的な洪水調節が行えず、最高貯水位がサーチャージ水位を上回るような事態が生じる恐れもある。

② ここで、洪水調節方式が一定率一定量方式でありながら、初期貯水位によって調節率が変化するのは、以下の事由に起因するものである。すなわち、貯水位が低い場合、ゲート放流能力が小さく、そのため放流量が洪水調節ルールに基づく目標放流量より小さく抑えられ、ルールどおりの洪水調節が実施できないことがある(図-6・9参照)。

③ 流域貯留すなわち $Qo_1(t)$ を考慮して事前放流量を決定するケースにおいては、図-6・8、6・10に示すとおり、初期貯水位がどのような状態にあっても調節率はほとんど変わらない。最高貯水位もほとんど同じレベルとなり、多くの場合、貯水位の目標水準までの回復の達成が期待できる。

④ ただし、本事前放流量決定モデルでは、流域の表面貯留量を考慮するのは、あくまでも事前操作の段階のみであるとしている。流入量が洪水調節開始流量を超えたときには、直ちに通常の洪水調節操作に移行するように設定している。そのため、初期貯水位が低い状態で、立ち上がりの急激な洪水(例えば洪水B)が到来した場合、結果的には貯水位が目標水位まで回復しない事態も生じると思われる(図-6・10参照)。

また、事前操作の途中で放流量が流入量に等しくなった以後も、流域貯留の考慮を打ち切るよう設定しているため、事前操作の終了時点で、貯水位が必ずしも目標水位まで回復しているとは限らない。

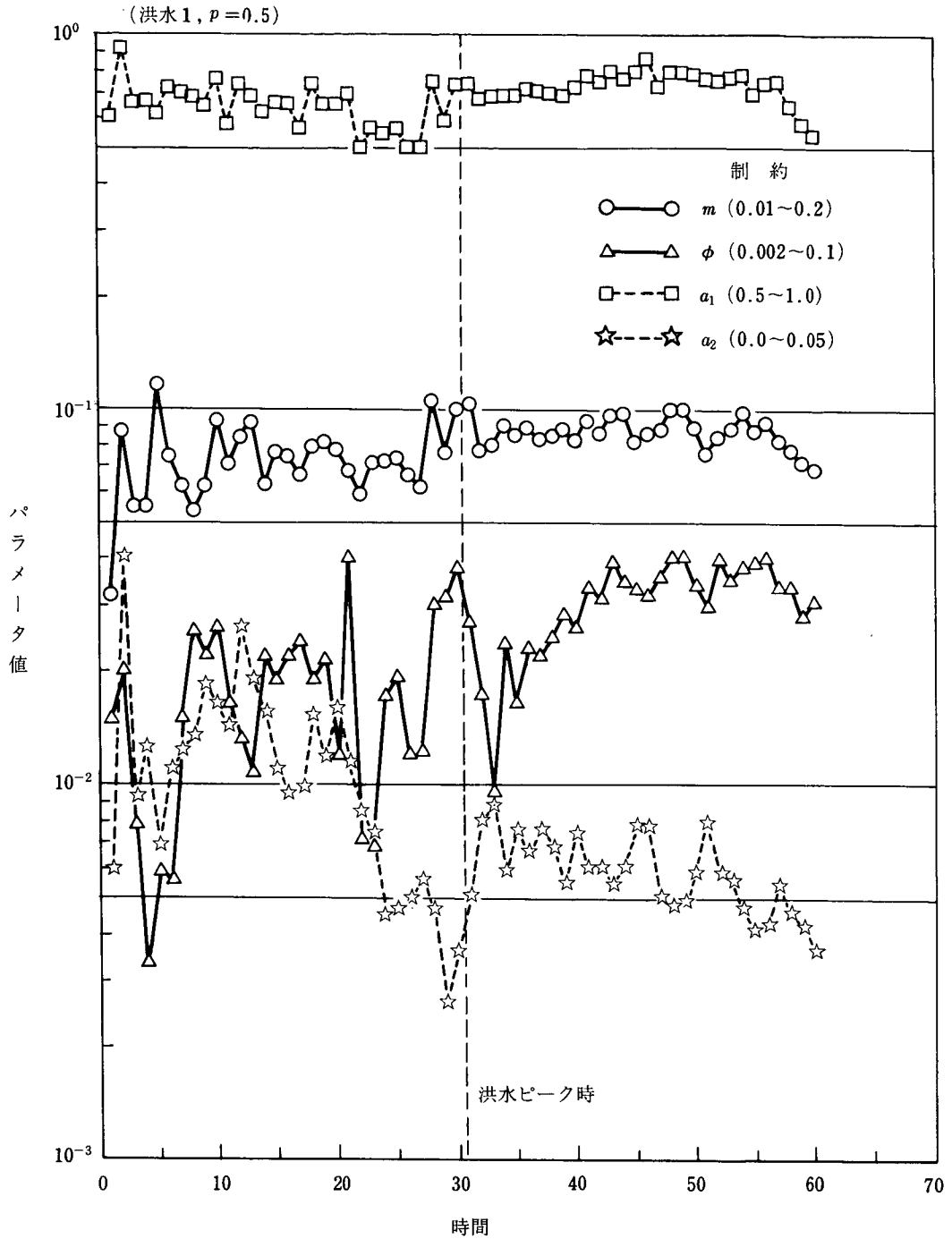
これら2つの前提条件は、あくまでもダムがもつ洪水調節に対する役割を重視して設定したものである。もし、ダムの利水機能を重視し、貯水位回復を最優先するならば、それに応じた条件設定を行うことも可能である。

⑤ 図-6・11は、事前操作時の各時刻における事前放流量の決定根拠と、式(6・2)の係数 $\alpha(t)$ の変化の1例を図示したものである。式(6・1)に定義された事前放流量決定モデルを用いた場合、放流開始時とそれに続く事前操作の初期段階においては、事前放流量はほとんど流域の表面貯留量によって決定される。その後は、他の放流条件が利いてくる傾向が認められる。すなわち、流域貯留量は、洪水調節のための放流開始当初の貯水池操作において、1つの有効な情報となり得るものと言えよう。

〔3〕 まとめ

本章では、水循環モデルの機械的同定手法の特徴を活かした適用可能例の1つとして、洪水時の貯水池操作を取り上げた。

本章で取り上げた事前操作方式は、決して貯水池操作に予測を導入しようとするものでない。本方式の意図するところは、貯水池操作の安全性を保ちつつ洪水調節の確実性を高めるために、貯水池操作の初期段階という限られた部分で、当該時点において入手・推定可能な流域の水文情報をできる限り有効に利用しようとすることである。本検討事例は多くの前提条件に基づき、極めて限られたダム及び洪水を対象としたもの



(注 洪水流出モデルの逐次同定を開始した時刻からの時間)

図-6.3 パラメータ推定値の逐次的変化

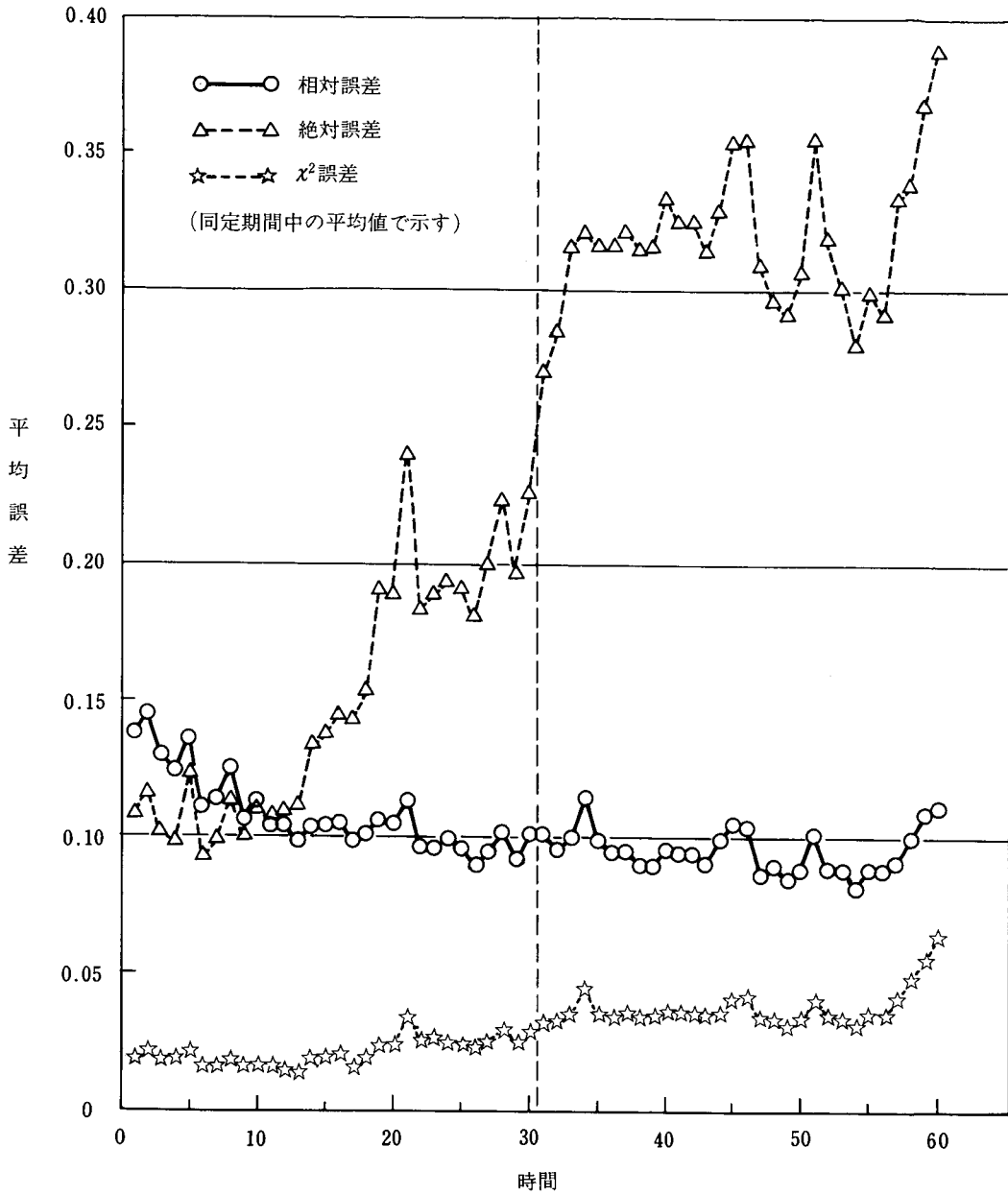


図-6・4 同定誤差の逐次的変化

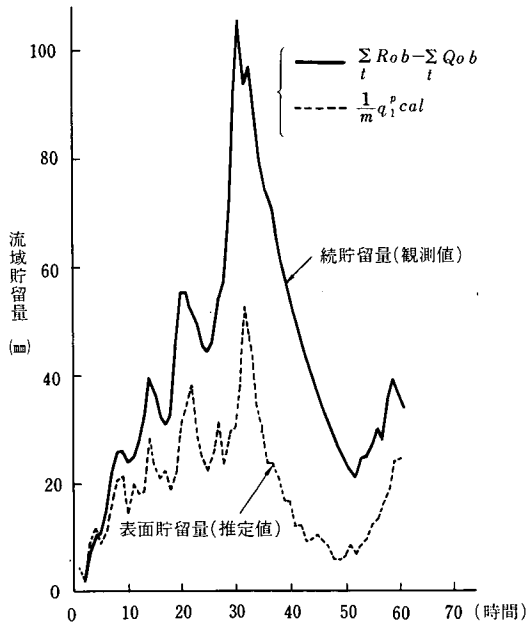


図-6・5 (a) 表面貯留量推定値の逐次的変化(洪水 1)

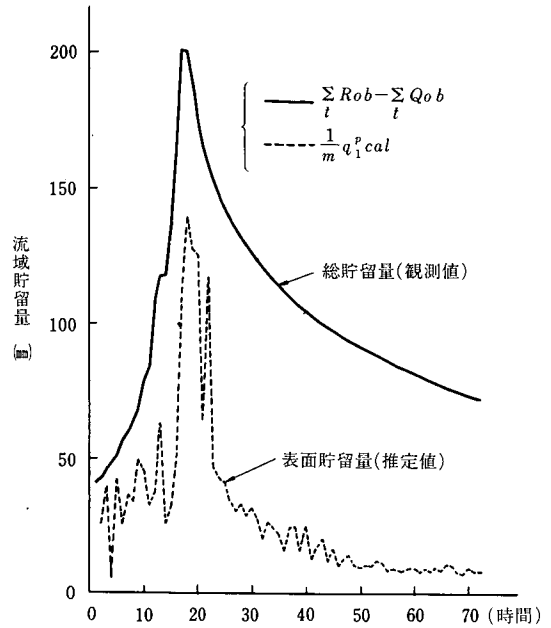


図-6・5 (b) 表面貯留量推定値の逐次的変化(洪水 2)

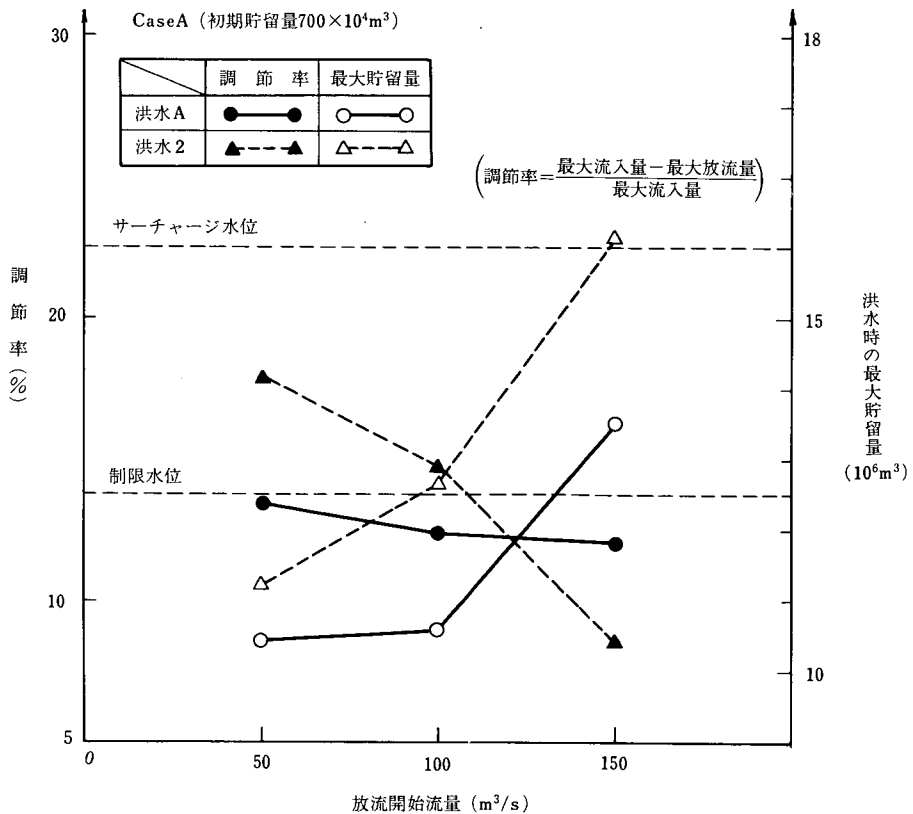


図-6・6 放流開始時期による洪水調節効果の比較

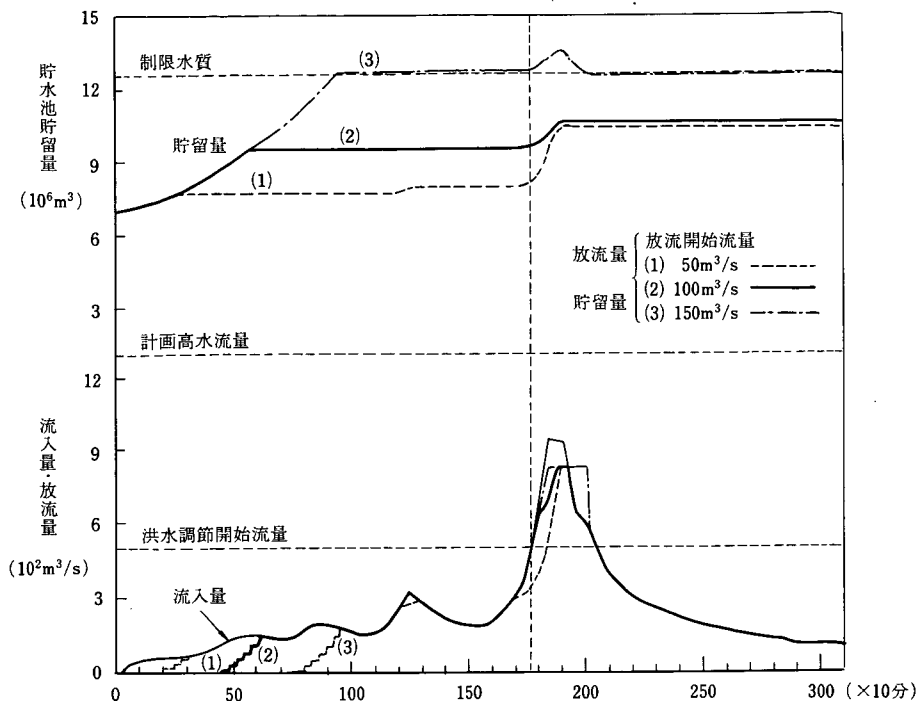


図-6・7 (a) 放流開始時期による洪水調節状況の変化 (Case A, 洪水 1, 初期貯留量 $700 \times 10^6 \text{m}^3/\text{s}$)

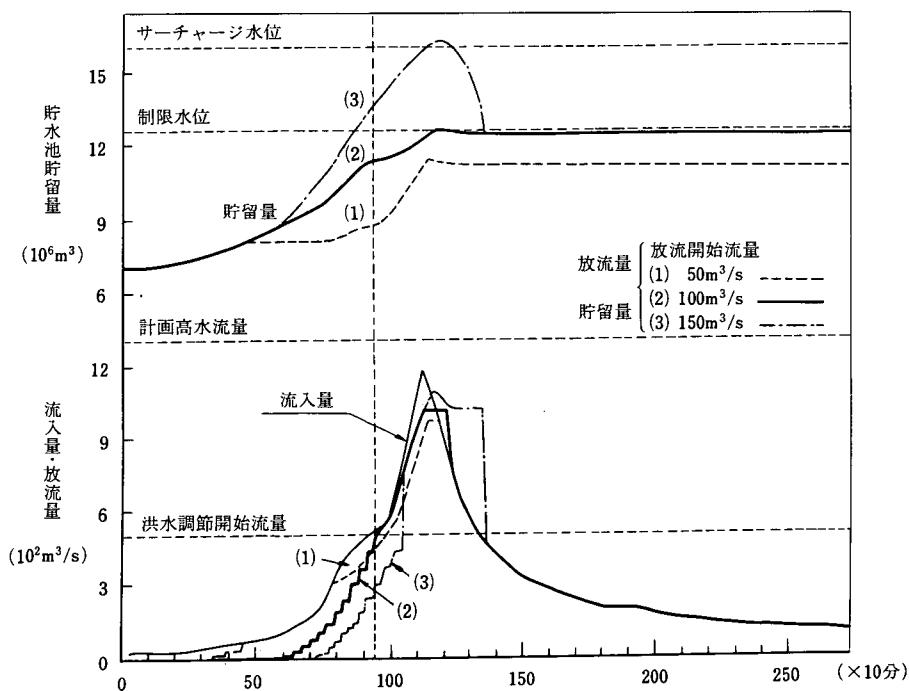


図-6・7 (b) 放流開始時期による洪水調節状況の変化 (Case A, 洪水 2, 初期貯留量 $700 \times 10^6 \text{m}^3$)

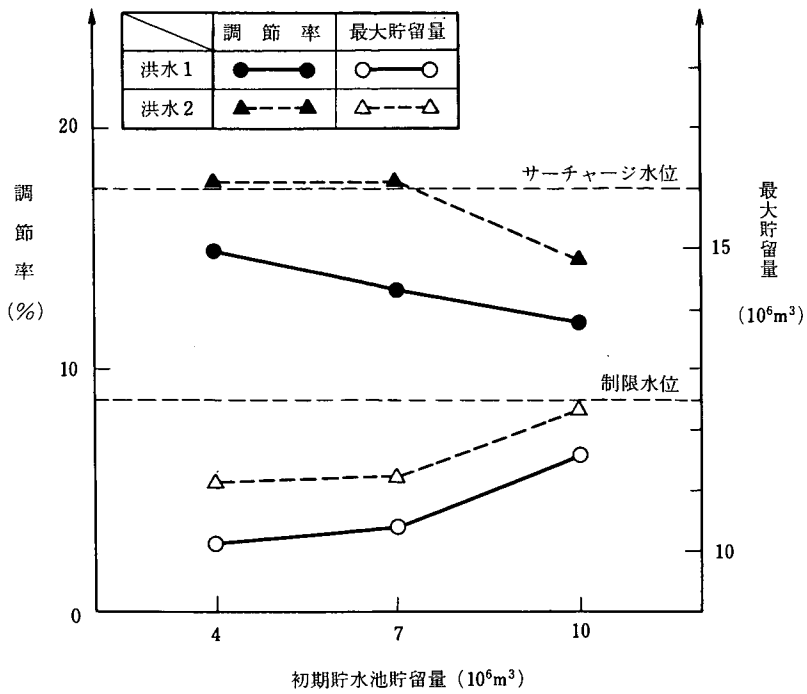


図-6・8 (a) 事前操作方式の効果比較 (Case A, 放流開始流量 $50 \text{ m}^3/\text{s}$)

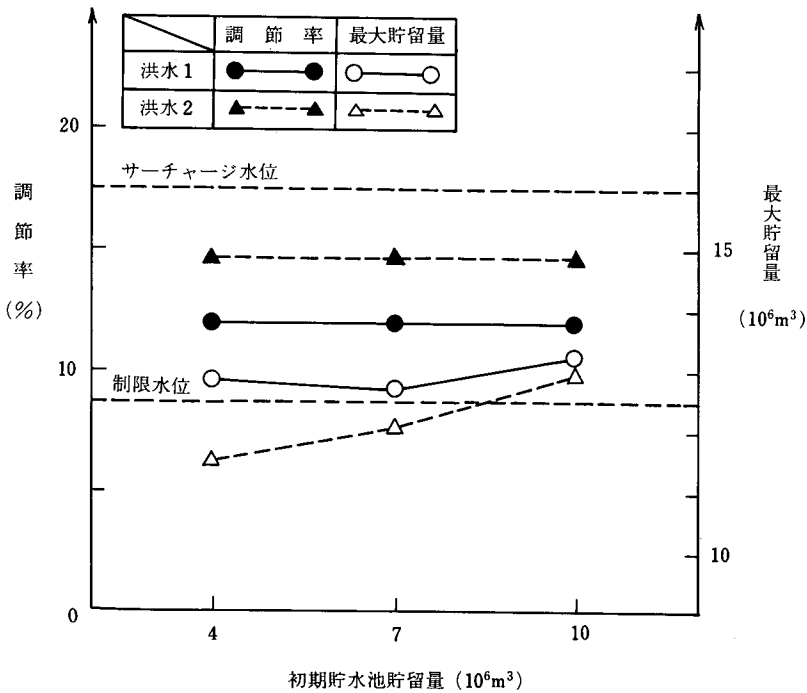


図-6・8 (b) 事前操作方式の効果比較 (Case B)

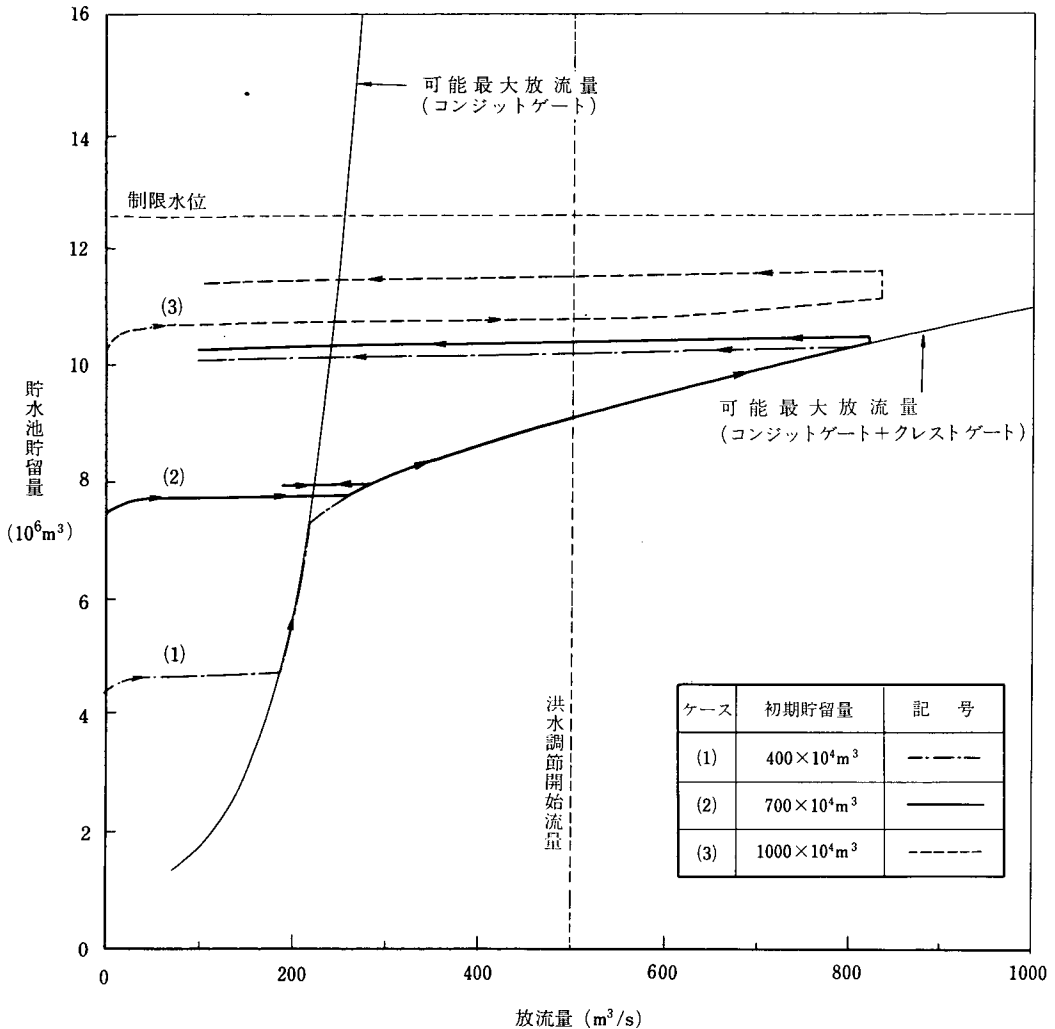


図-6・9 貯水池貯留量と放流量の関係例 (Case A, 洪水 1)

にすぎない。現実のダム管理への適用などに当たっては、以下の事項について検討を加えていく必要がある。

① まず、対象とするダム流域の水文学的特性に応じて洪水流出モデルの構造の改善を図る。その上で、モデル・パラメータの制約範囲や決定方法について、当該流域の既往洪水に対する解析結果等を踏まえ、十二分に検討を行うことが望ましい。

② 対象ダムが置かれている状況を考慮して事前操作の目的を明確にすると共に、採用されている洪水調節方式に応じた事前操作方式を考察していく必要がある。

③ 本ケース・スタディでは、事前操作の段階について流域貯留量を考慮する方法を分析した。しかし、

流域貯留量は、異常洪水操作への移行の判断や洪水終了後の貯水位回復（低下）方法の検討に当たっても、1つの重要な情報になるものと思われる。今後は、これらの方法についても調査を進めていく考えである。

流水管理においては、流域の水循環現象の的確な把握が重要な課題となる。しかし、たとえ洪水流出のような部分的な水文現象を対象とした場合でも、その機構は極めて複雑である。これをパラメータの決まった固定的な洪水流出モデルを用いて、対象流域におけるすべての洪水現象を流水管理上必要とする精度でもって再現することは不可能であろう。そこで1つの対応策として、水循環モデルの構造の簡潔さは保ちつつ、モデルを構成する未知パラメータを、現在時点におけ

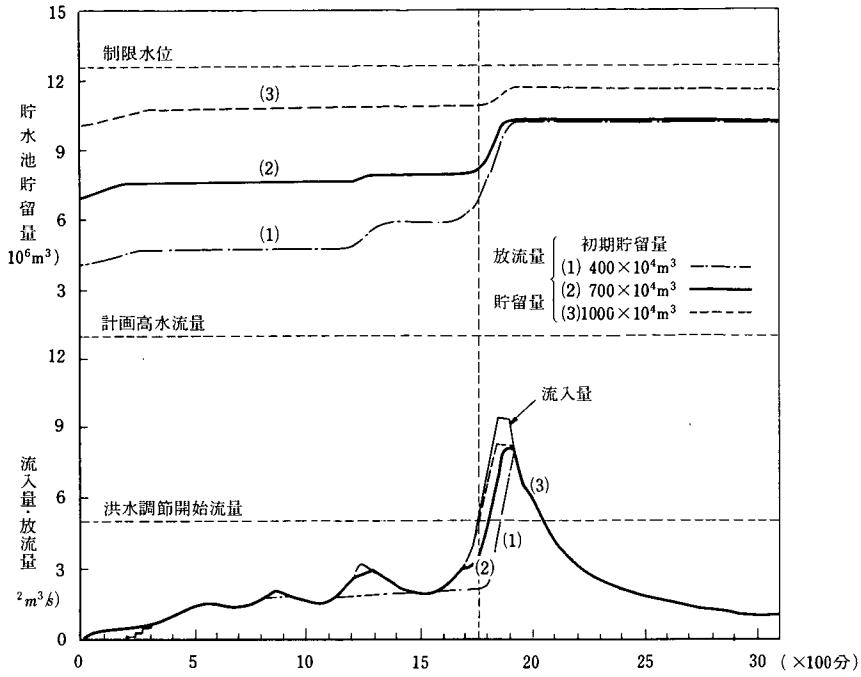


図-6・10 (a) 初期貯水位による洪水調節状況の変化 (Case A, 洪水 1, 放流開始流量 $50 \text{ m}^3/\text{s}$)

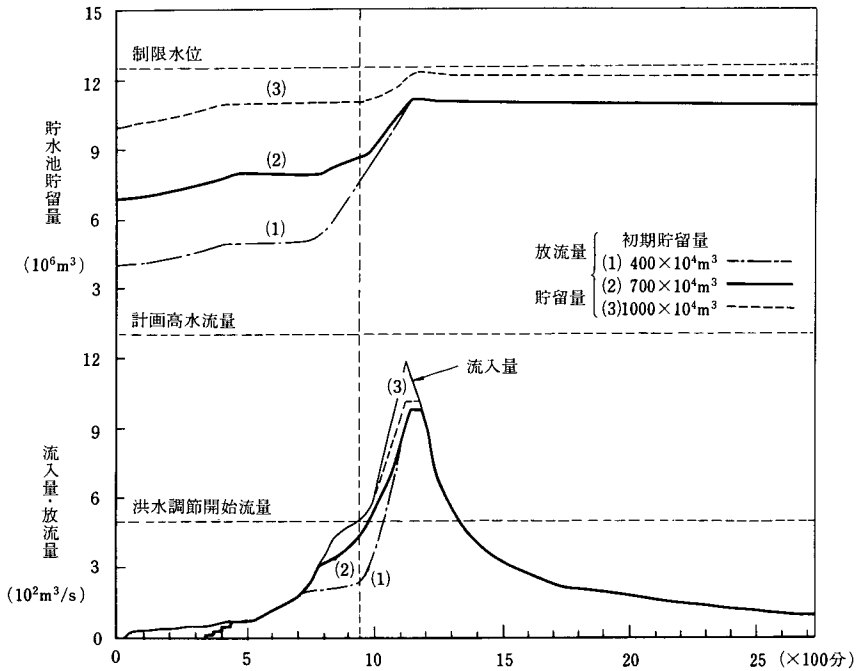


図-6・10 (b) 初期貯水位による洪水調節状況の変化 (Case A, 洪水 2, 放流開始流量 $50 \text{ m}^3/\text{s}$)

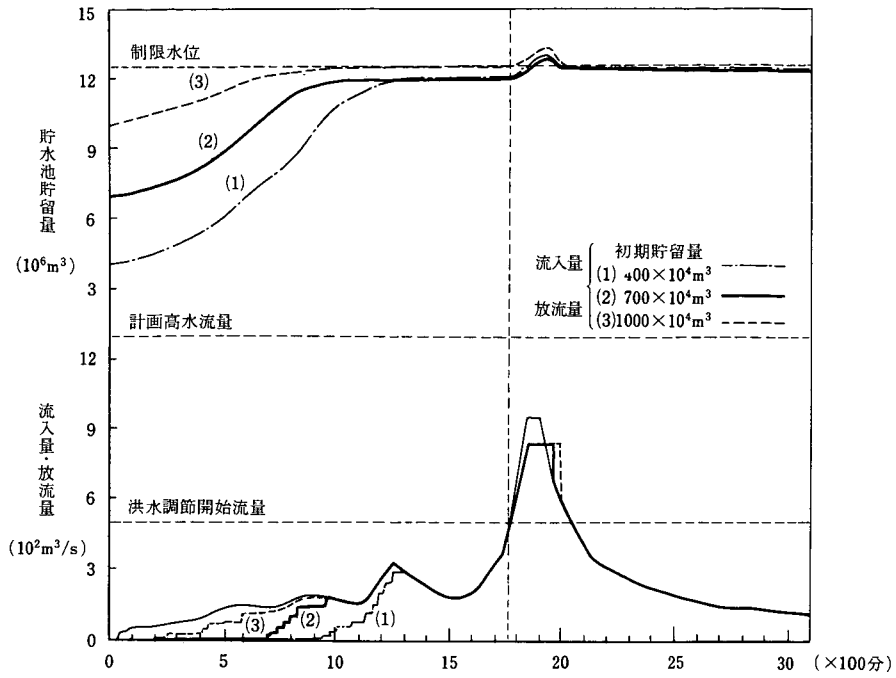


図-6・10 (c) 初期貯水位による洪水調節状況の変化 (Case B, 洪水 1)

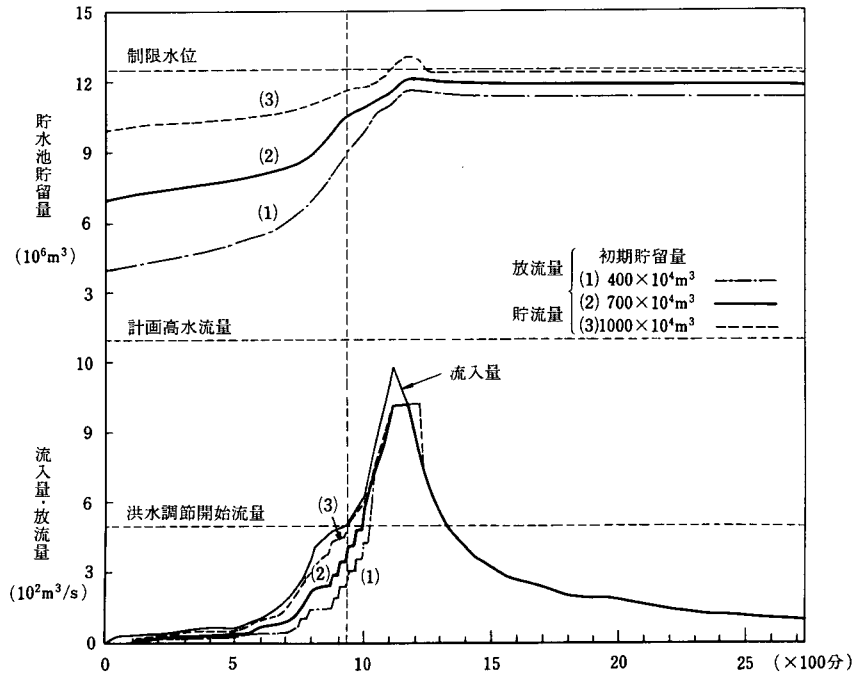


図-6・10 (d) 初期貯水位による洪水調節状況の変化 (Case B, 洪水 2)

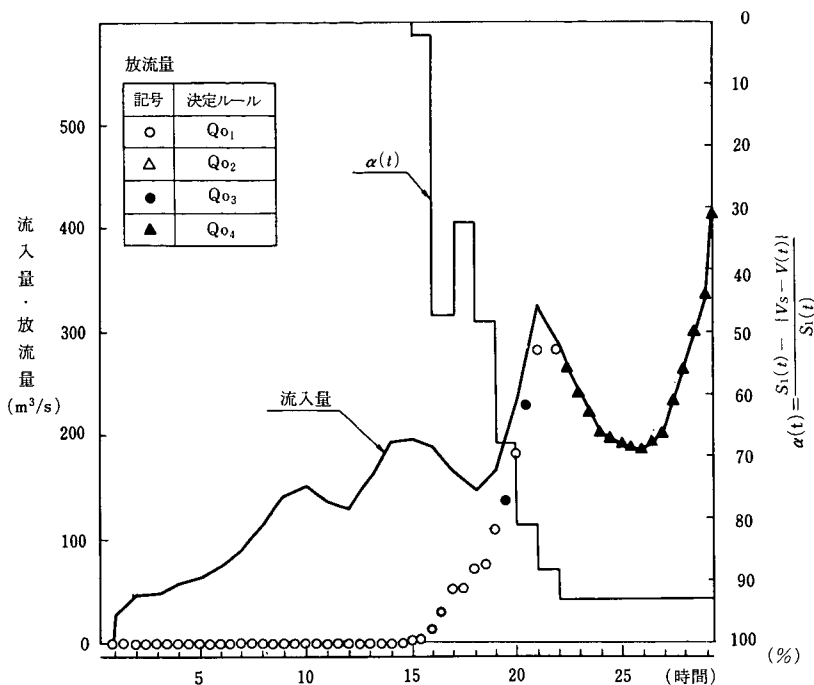


図-6-11 事前放流量の決定ルールの時間的変化例 (Case A, 洪水 A, 初期貯留量 $400 \times 10^4 \text{m}^3$)

る流域の水文特性を最も良く表現するように、逐次修正していくことが考えられる。このような考え方の有効性は、本ケース・スタディを通じて、ある程度立証されたと思われる。

今後は、上記の考え方に基づいた適用例を増やし、その有用性と限界を明確にしていきたい。

7. 結 論

本研究の目的は、効果的な水資源管理を行うに当たって不可欠となる流域の水循環状況を比較的精度よく、かつ容易に把握できるような実用性の高い方法を確立することである。

水資源管理においては、流域の水循環状況の把握が不可欠である。このための1つの道具として水循環モデルが重要な役割を果たすことが少なくない。水循環モデルは、通常、降雨流出や地下水流動、用水の取水還元あるいは水質変化などを表現する各種のサブ・モデルから構築される。

本報では、対象とする水循環現象をその物理的機構を踏まえて微分方程式系としてモデル表現した上で、未知パラメータ群を「準線形化手法」を援用して半ば機械的に決定する方法を提案した。さらには、本水循

環モデルの作成方法の適用例をいくつか提示した。すなわち、第3章では水循環モデルを構成するサブ・モデルの多くは、非線形の連立微分方程式系で表現できるという認識を踏まえ、「準線形化手法」を援用した水循環モデルの機械的な同定手法とその改良法を提案した。本モデル作成手法の適用例として、第4、5章ではそれぞれ長期流出モデル及び洪水流出モデルを取り上げ、本方法論の有用性等について種々の分析を加えた。続く第6章では、このようにして作成される水循環モデルの流水管理における応用可能を示すために、洪水流出モデルの逐次的な同定から得られる情報を、洪水初期の貯水池操作に利用するというケース・スタディを試みた。

本研究から得られた主な知見は以下のように整理されよう。

① 「準線形化と最小自乗法を組合せたモデル同定手法 (QL 法)」は、従来の適用例に比べて (i) 決定しようとするモデル・パラメータの数が多く、また、(ii) 同定の対象とする期間が長い場合にも十分実用的である。例えば、7個の未知パラメータを有する長期流出モデルの同定において、日単位で1年間を同定区間としたときでも、おおむね数～10回程度の繰り返し計算により、わずかの所要時間で最終的な収束解を得るこ

とが可能である。同定精度（観測ハイドロ・グラフと計算ハイドロ・グラフとの適合度）も極めて良好である。

② しかしながら、QL法を用いた場合、対象とする同定区間によっては数値計算上モデル・パラメータの推定値が得られないケースや、たとえ求められたとしても、そのパラメータ値が物理現象面から見て不適切と言えるケースも少なくない。

③ 上記問題点を解決する一手段として、モデル・パラメータの取り得る値の範囲や相互条件を考慮することにし、「準線形化と制約条件付非線形最適化手法を組合せたモデル同定手法（QN法）」を提案した。非線形最適化手法としては、「制約付シンプレックス法」を用いた。

QN法を用いれば、制約領域を適切に設定することにより、どのような同定区間に対してもほぼ確実にパラメータ値を推定することが可能である。モデル同定に必要となる計算労力も、QL法のもつ簡素さをほとんど損なわない。

④ 流水管理への利用を考慮したとき、長期流出モデル及び洪水流出モデルは、基本的にはどちらも降雨分離、直接流出及び地下流出を表現する各々が簡単な構造をもつ3つの部分モデルの組合せで構成することができる。このような簡明なモデルによっても、実用上十分と思われる精度で対象期間のハイドロ・グラフの再現が可能である。

各モデルを構成する未知パラメータは、QL法あるいはQN法に用いて、わずかな時間と労力で半ば機械的に決定できる。

⑤ これらのモデルとその同定手法を、異なった特性をもつ複数流域に適用したところ、共に良好な結果が得られた。このときモデルの適合度を評価する基準によって、同定区間に対し適当と判断されるパラメータ値は多少変化する。また、同定区間によっても、その区間中の流域水文特性を反映して、当該区間の降雨流出応答関係を最もうまく表現するパラメータ値には、ばらつきが認められる。

⑥ 長期流出モデルにおいては、降雨分離機構の非線形性を考慮すると共に、直接流出及び地下水流出を各々線形貯水池モデルで仮定した。また、蒸発散は地下水流出モデルにおいて考慮しモデル化を行った。いくつかの同定結果を踏まえて代表的なパラメータ値の組合せを選定した上で、シュミレーションによる本長期流出モデルの検証も行った。その結果、本長期流出モデルは、その構造の簡潔さにもかかわらず、タンク

モデルなど既存の長期流出モデルに比べても遜色のない再現性を有していることが立証された。

⑦ 洪水流出モデルを構成する3つの部分モデルのうち、降雨分離は流出率の概念を用いてモデル化すると共に、直接流出を貯留関数法で、地下水流出を線形貯水池モデルとしてとらえ、モデルの定式化を行った。数多くの実績洪水に対して、本洪水流出モデルの適用を試みた。各洪水を最も良く再現するようなモデル・パラメータの組合せにはかなりのばらつきが見られるものの、相対誤差等で示されるハイドロ・グラフの再現精度は、ほとんどの洪水に対し極めて良好である。

⑧ このような長期流出モデルあるいは洪水流出モデルと機械的なパラメータの決定手法により、モデル構成上の前提条件が成立する範囲内に限られるが、任意時刻において、河川流量に占める直接流出量や地下水流出量の割合やそれらの短期的な将来の挙動等をある程度類推することが可能となる。

上記特徴を踏まえて、水循環モデル作成手法を流水管理に応用する方向を示唆した。1つの可能性として多目的ダムによる洪水調節の初期段階である事前操作時において、洪水流出モデルの逐次的な同定結果から時々刻々の流域の表面貯留量を推定し、それを1つの基本情報として事前放流量の決定を行う方法を例示した。この方法により、洪水調節のためのダムからの放流開始時期の的確な決定が容易になると共に、利水目的のために貯水位の回復を図りつつ、かつ、安全確実に洪水調節が遂行できるよう放流量を漸次流入量に近づけていくことが可能となる。このような事前操作方式さらには水循環モデルの機械的同定手法の適用方向の妥当性は、モデル・ダムを対象としたケース・スタディによりある程度示すことができたと考える。

以上の分析を通じて、ここで提案した水循環モデルの作成手法の実用性と汎用性をかなり明らかにできたと言えよう。今後は、本方法論をさらに有用なものとするために、次のような検討を加えていきたいと考える。

① 水循環モデルの機械的な同定手法として提案した「準線形化と制約条件付非線形最適化手法を組合せた方法」は、パラメータ探索の収束性や計算労力の面から見て極めて実用的な方法であると言える。しかし、洪水流出モデルへの適用結果からも理解されたとおり、本手法によって取り扱えるモデル・パラメータの性格が限られている。このような問題点も配慮して、パラメータ探索の汎用性と効率性を高めるため、本モデル同定手法の改良を図っていきたい。

② 本水循環モデルの作成手法の適用例として、流域水循環モデルの1サブ・モデルである長期流出モデルと洪水流出モデルを取り上げた。本手法の適用範囲は広く、現在、河川水質モデルや用水還元モデルについても検討を加えている。今後は、流域水循環モデルを構成する他のサブ・モデルについても本方法論を適用・拡張すると共に、さらには流域水循環モデル全体の構築を試み、本方法論の適用性とその限界を明らかにしていきたい。

③ また、本水循環モデル作成手法の流水管理等への応用方法についても、種々の観点から検討を進めていきたいと考える。

謝 辞

本研究に当たっては、建設省土木研究所水資源開発研究室の松下越夫技官に多大なる御協力を得た。氏を初め、本研究に際し御指導・御協力頂いた方々並びに貴重なデータを快く提供して頂いた土木研究所水文研究室、地方建設局工事事務所及びダム管理所の皆様に深く感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 大内忠臣「水循環モデルの実用的作成法」土木技術資料 Vol. 23, No.1, 1981
- 2) 大内忠臣, 松下越夫「水循環モデルの実用的作成法(その2)」土木技術資料 Vol. 24, No.3, 1982
- 3) 建設省河川局河川計画課, 土木研究所「水循環と水利用に関する研究」第34回建設省技術研究会報告, 1981.9
- 4) 建設省河川局河川計画課, 土木研究所「河川の流水管理システムに関する研究」第30回建設省技術研究会報告, 1976
- 5) 角屋睦, 他「流出解析法(その1~その15)」農業土木学会誌, Vol. 47, No. 10 (1979)~Vol. 49, No. 6 (1981)
- 6) 石原藤次郎編「水工水理学」1972. 丸善
- 7) 菅原正巳「タンクモデルの自動化(I~III)」水利科学, No. 115~No. 117, 1977
- 8) 小林慎太郎, 丸山利輔「Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索」農業土木学会論文集, No. 65, pp. 42~47, 1976
- 9) 永井明博, 角屋睦「タンクモデルの最適同定法に関する基礎的検討」京都大学防災研究所年報 No. 23, B-2, pp. 239~247, 1980
- 10) Ronald E. Manley "Calibration of Hydrological Model Using Optimization Technique", Pro. of A. S. C. E. Vol. 104, No. HY2 pp. 189~202, 1978
- 11) Labadie, J. W. and J. A. Dracup "Optimal Identification of Lumped Watershed Models" Water Resources Research, Vol. 5 No. 3 pp. 583~596, 1969. 6
- 12) 永井明博, 角屋睦「流出モデル定数の最適化手法」京大防災研究所年報第22号 B-2, pp. 209~224, 1979. 4
- 13) 日野幹雄「洪水流出における同定問題と適応制御について」第15回水理講演会講演集, pp. 67~72, 1971
- 14) 吉川秀夫, 砂田憲吾, 鈴木顕「流量低減部の特性を考慮した流出モデル」第22回水理講演会論文集, pp. 175~180, 1980
- 15) 高埴琢馬, 椎葉充晴「Kinematic Wave 法に基づく流出計算法の総合化について」京大防災研究所年報, 第22号 B-2, pp. 225~236, 1979.4
- 16) William W-G. Yeh, and Young S. Yoon "Aquifer Parameter Identification with Optimum Dimension in Parameterization" Water Resources Research Vol. 17, No. 3, pp. 664~672, June 1981
- 17) William W-G. Yeh, and G. W. Tauxe "Quasilinearization of Aquifer Parameters" Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, pp. 375~381, April 1971
- 18) Yacov Y. Haimes "Hierarchical Analysis of Water Resources Systems—Modeling and Optimization of Large-Scale Systems—" McGraw Hill, pp. 122~154, 1977
- 19) 山口高志, 吉川勝秀「河川の水質汚濁負荷量に関する研究(III)」土木研究所報告, 第154号, 1980
- 20) Bellman, R. and R. Kalaba "Quasilinearization and Nonlinear Boundary-Value Problems" American Elsevier, New York, 1965 (邦訳, 小田中敏男, 中山隆「準線形化とその応用」東京図書, 1972)
- 21) Lee E. S. "Quasilinearization and invariant Imbedding" Academic press. 1968
- 22) 小田中敏男, 中山隆, 相良信子「動的計画法と非線形解析」槇書店, 1972.7

- 23) 建設省河川局監修「多目的ダムの建設」Vol. 1, pp. 267~269, 1977
- 24) Prasad R. "A Nonlinear Hydrologic System Response Model" J. of Hydraulics Div., Pro. of A. S. C. E, Vol. 93, No. HY4, pp. 201~221, July 1967
- 25) 磯田和男, 大野豊「FORTRAN による数値計算ハンドブック」オーム社, 1971
- 26) 萩原良己, 水田哲夫, 高橋邦夫, 太田健一「準線形化と水質システム解析」NSC 研究年報, Vol. 7 No. 1, 1979
- 27) Southworth, R. W. and S. L. Deleeuw "Digital Computation and Numerical Method" McGraw Hill, 1965
- 28) 高松武一郎編「システム工学講座 3, プロセスシステム」日刊工業新聞社, 1972
- 29) 志水清孝「システム最適化理論」コロナ社, 1976
- 30) 石原藤次郎, 田中要三, 金丸昭治「わが国における単位図の特性について」土木学会誌, No.41-3 (1956)
- 31) 高木不折, Fritz G. Rohde「地下水流出の流域における特性変化と場所的スケール」土木学会論文報告集, No. 270, pp. 99~108, 1978. 2
- 32) 建設省水文研究会編「流出計算例題集 2」全日本建設技術協会, 1975
- 33) 日野幹雄, 長谷部正彦「流量時系列のみによる流出解析について」土木学会論文報告集, No. 300, pp. 43~56, 1980. 8
- 34) 吉川秀夫, 砂田憲吾, グェン・ソン・フン「洪水流量低減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究」土木学会論文報告集, No. 283, pp. 23~32, 1979. 3
- 35) 角屋睦「山地小流域河川の低水解析(1)」京大防災研年報, No. 9, pp. 593~599, 1966 及び, 角屋睦, 豊国永次, 丈達俊夫「山地小流域河川の低水解析(2)」京大防災研年報, No. 10B, pp. 147~154, 1967. 3
- 36) 石原藤次郎, 高棹琢馬, 池淵周一「長期間流出解析法に関する 2, 3 の考察」土木学会論文報告集, No. 196, pp. 45~55, 1971
- 37) 水越三郎, 野口正「貯留関数を応用した低水流出量の計算」土木技術資料 Vol. 8, No.6, pp. 5~13, 1966
- 38) 飯柄鉦, 小林慎太郎, 丸山利輔「降雨前の低水量を指標とした有効雨量分離」農業土木学会論文集, No. 91, pp. 26~33, 1981. 2
- 39) 河角鶴夫, 伊達克己, 森本茂雄「雨量から基底流量を推定する方法について」建設省直轄工事第 16 回技術研究報告, pp. 201~205, 1962. 11
- 40) 建設省関東地建利根川ダム統合管理事務所「利根川上流部低水流出解析報告書」1967. 7
- 41) 建設省土木研究所水文研究室「裏筑波試験地水文観測資料(昭和 44 年~52 年)」土木研究所資料 No. 1429, 1978. 10
- 42) 石崎勝義, 佐合純造, 山内博, 古畑広樹「山地小流域の流出特性に関する研究ー裏筑波流出試験地における解析例ー」土木技術資料 Vol. 24, No. 3, 1982. 3
- 43) 大内忠臣, 松下越夫「水循環モデルの実用的作成法ー洪水流出モデルの機械的同定とそのダム管理への応用ー」土木技術資料 Vol. 25, No.5, 1983. 5
- 44) 森野彰夫, 中川芳一, 蔵重俊夫「流域の土地利用形態を考慮した洪水流出解析(1)」第 25 回水理講演会論文集, pp. 243~248, 1981. 2
- 45) 栗林宗人, 定道成美「水系の流出解析法とその特性(主として特性曲線法と貯留関数法について)」第 22 回建設省技術研究会報告, 1968
- 46) 平野宗夫「山地小流域河川における流出過程について」土木学会論文報告集 No. 308, 1981. 4
- 47) 木村俊晃「流域貯留を考慮したダムの洪水調節方式」建設省直轄工事第 15 回技術研究報告, pp. 389~396, 1961
- 48) 水越三郎「ダムによる洪水処理方式に対する 2, 3 の試案ー流域貯留を考慮した利水ダムの洪水処理および不定量方式による洪水調節ー」土木技術資料 Vol. 7, No. 4, pp. 1~10, 1965
- 49) 青木佑久「ダム群による洪水調節の試算ー残流域流出を合わせた洪水追跡ー」土木技術資料 Vol. 11, No. 8, pp. 25~31, 1969
- 50) 佐藤政良「降雨確認後の予備放流ー多目的ダムにおける予備放流(II)ー」農業土木学会論文集第 81 号, pp. 35~44, 1979
- 51) 建設省土木研究所水資源開発研究室「準線形化手法を用いた水循環モデルの機械的同定法」土木研究所資料 No. 1911, 1983

(昭和 58 年 3 月 3 日 原稿受理)

要 旨

効果的な流水管理を行うに当たっては、任意時刻における流域の水循環状況を、比較的精度よくかつ容易に把握・推定できるような水循環モデルが重要な役割を果たす。本研究は、このような水循環モデルの簡単で実用性の高い作成方法とその適用例を提示したものである。

本方法論は、水循環モデルを構成する種々のサブ・モデルを、対象とする現象の物理的機構を考慮して一連の非線形微分方程式系として定式化する。その未知パラメータ群を「準線形化と非線形最適化手法を組合せた方法」により、対象期間の水文観測資料から機械的かつ合理的に決定しようとするものである。適用例として、長期流出モデル、洪水流出モデルの作成を試みた。さらには、洪水流出モデルの逐次的な同定結果を利用した洪水時の貯水地操作方法についても検討した。以上の方法論の有用性は、実際の流域及びダムにおける分析結果から立証された。

キーワード：水循環モデル，長期流出，洪水流出，流水管理，洪水調節，貯水池操作，適応制御，準線形化，非線形最適化手法

Report of PWRI Vol. 163 March 1984

**A Practical Method for Constructing Hydrological Cycle Models
in Watershed and Its Application**

by Mizuho Imamura, Tadaomi Ouchi

Synopsis :

This paper presents a simple, practical and systematic approach to describe, identify and use watershed hydrological cycle models which play important roles in the effective control of water resources. It consists of following two main procedure :

- (i) Model description of hydrological phenomena under consideration as a series of nonlinear differential equations.
- (ii) Automatical determination of model's unknown parameters based upon observed hydrological data using a method composed of "quasilinearization" and "nonlinear optimization technique with constraints".

The applicability and availability of this approach are verified through several case studies concerning runoff models (long-range runoff and flood runoff) and a reservoir operation method during floods which makes use of information obtained by the sequential identifications of flood runoff model.

Key Words : Hydrological Cycle Model, Long-range Runoff, Flood Runoff, Streamflow Control, Flood Control, Reservoir Operations, Adaptive Control, Quasilinearization, Nonlinear Optimization Technique.

土木研究所報告第163号

昭和59年3月28日発行

発行 建設省土木研究所
〒305 茨城県筑波郡豊里町大字旭1番地
電話 0298 (64) 2211

印刷 日青工業株式会社
東京都港区西新橋2丁目5番地10号
電話 (03) 501-5151

本研究報告より転載又は複製する場合は、前もって
建設省土木研究所情報資料課に連絡のうえ、許可を
得てください。

Report
of
Public Works Research Institute
Ministry of Construction

Vol. 163 March 1984

CONTENTS

A Practical Method for Constructing Hydrological Cycle Models
in Watershed and Its Application
by Mizuho Imamura, Tadaomi Ouchi
