共同研究報告書

整理番号第279号

経済性を考慮した超長大橋の耐風設計法に関する共同研究報告書（その２）

平成14年3月

独立行政法人土木研究所構造物研究グループ　本州四国連絡橋公団
財団法人土木研究センター　石川島播磨重工業株式会社
川崎重工業株式会社　川田工業株式会社
清水建設株式会社　住友重機械工業株式会社
日本鋼管株式会社　日立造船株式会社
三井造船株式会社　三菱重工業株式会社

Copyright © (2002) by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Chief Executive of P.W.R.I.

この報告書は、独立行政法人土木研究所理事長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、独立行政法人土木研究所理事長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。

共同研究報告書
第279号2002年3月

経済性を考慮した超長大橋の耐風設計法に関する共同研究報告書（その２）

独立行政法人土木研究所　構造物研究グループ橋梁構造チーム　上席研究員　平原　伸幸
独立行政法人土木研究所　構造物研究グループ橋梁構造チーム　主任研究員　麓　興一郎
本州四国連絡橋公団　長大橋技術センター　技術調整課長　平野　茂
(財)土木研究センター　常務理事　佐伯　彰一
石川島播磨重工業㈱　技術開発本部大型機械システム開発部課長　松田　一俊
川崎重工業㈱　橋梁・水門総括部参与　小川　一志
川田工業㈱　技術開発本部　本部長　越後　滋
清水建設㈱　技術研究所和泉研究室　主任研究員　若原　敏裕
住友重機械工業㈱　鉄構機器事業本部　技術部長　宮崎　正男
日本鋼管㈱　都市工学研究部　主幹研究員　武田　勝昭
日立造船㈱　鉄構・建機技術研究センター長　植田　利夫
三井造船㈱　鉄構建設事業本部　技術部　部長　井上　浩男
三菱重工業㈱　広島製作所　鉄構技術部　橋梁設計課　課長　増田伊知郎

要　旨

本報告書は、経済性、耐風性に優れた超長大橋の上部構造に関する研究について平成10年度～平成14年度の五ヵ年間で実施している中間報告の位置付けである。研究は中央支間長2,500～3,000ｍの４車線断面を有する超長大橋を対象として、近年急速に発達している数値流体解析技術に着目し、新たな視点から耐風性に優れた桁断面を模索する研究について、その結果をとりまとめたものである。研究は基本桁断面に対し、各々解析手法を示し、その結果と風洞実験結果を比較検討した。結論的には、各々解析手法で大きな違いはない結果となっている。

今後は、数値流体解析手法を用いて、単純な桁断面の模型実験でその定性が大きく変わる場合の理由等が説明できないかという検討を加えていく予定である。

キーワード：超長大橋、風洞実験、数値流体

目　次

まえがき

1．研究体制 …… 1

2．解析手法 …… 3
2．1　ＩＨＩ …… 3
2．2　ＮＫＫ …… 4
2．3　川崎重工 …… 5
2．4　清水建設 …… 6
2．5　住友重機械 …… 7
2．6　日立造船 …… 8
2．7　三井造船 …… 9
2．8　三菱重工 …… 10

3．平板の解析とキャリブレーション 11
3．1　ＩＨＩ …… 11
3．1．1　解析条件 …… 11
3．1．2　三分力 …… 11
3．1．3　非定常空気力 …… 12
3．1．4　考察 …… 12
3．2　ＮＫＫ14
3．2．1　解析条件 …… 14
3．2．2　三分力の解析結果 …… 14
3．2．3　非定常空気力の解析結果 …… 15
3．2．4　考察 …… 15
3．3　川崎重工 …… 18
3．3．1　解析条件 …… 18
3．3．2　三分力の解析結果および考察 …… 18
3．3．3　非定常空気力の解析結果および考察 …… 18
3．4　清水建設 …… 21
3．4．1　解析条件 …… 21
3．4．2　三分力の解析結果 …… 22
3．4．3　非定常空気力の解析結果 …… 23
3．4．4　考察 …… 25

３．５　住友重機械 …… 26
３．５．１　解析条件 …… 26
３．５．２　三分力の解析結果 …… 27
３．５．３　非定常空気力の解析結果 …… 28
３．５．４　考察 …… 29
３．６　日立造船 …… 30
３．６．１　解析条件 …… 30
３．６．２　三分力の解析結果 …… 31
３．６．３　非定常空気力の解析結果 …… 32
３．６．４　考察 …… 33
３．７　三井造船 …… 34
３．７．１　解析条件 …… 34
３．７．２　三分力の解析結果 …… 35
３．７．３　非定常空気力の解析結果 …… 36
３．７．４　考察 …… 36
３．８　三菱重工 …… 39
３．８．１　解析条件 …… 39
３．８．２　三分力の解析結果 …… 39
３．８．３　非定常空気力の結果 …… 40
３．８．４　考察 …… 42

４．一箱桁の解析とキャリブレーション …… 43
４．１　ＩＨＩ …… 43
４．１．１　解析条件 …… 43
４．１．２　三分力 …… 43
４．１．３　非定常空気力 …… 44
４．１．４　考察 …… 44
４．２　ＮＫＫ …… 49
４．３　川崎重工 …… 50
４．３．１　解析条件 …… 50
４．３．２　三分力の解析結果 …… 50
４．３．３　非定常空気力の解析結果および考察 …… 50
４．４　清水建設 …… 54
４．４．１　解析条件 …… 54
４．４．２　三分力の解析結果 …… 55
４．４．３　非定常空気力の解析結果 …… 56

４．４．４　考察 …… 58
４．５　住友重機械 …… 59
４．５．１　解析条件 …… 59
４．５．２　三分力の解析結果 …… 61
４．５．３　非定常空気力の解析結果 …… 62
４．６　日立造船 …… 63
４．６．１　解析条件 …… 63
４．６．２　三分力の解析結果 …… 64
４．６．３　非定常空気力の解析結果 …… 65
４．６．４　考察 …… 66
４．７　三井造船 …… 68
４．７．１　解析条件 …… 68
４．７．２　三分力の解析結果 …… 70
４．７．３　非定常空気力の解析結果 …… 71
４．７．４　考察 …… 72
４．８　三菱重工 …… 77
４．８．１　解析条件 …… 77
４．８．２　三分力の解析結果 …… 77
４．８．３　非定常空気力の解析結果 …… 78
４．８．４　考察 …… 80

５．二箱桁の解析とキャリブレーション …… 81
５．１　ＩＨＩ …… 81
５．１．１　解析条件 …… 81
５．１．２　三分力 …… 81
５．１．３　非定常空気力 …… 82
５．１．４　考察 …… 82
５．２　ＮＫＫ …… 85
５．３　川崎重工 …… 86
５．３．１　解析条件 …… 86
５．３．２　三分力の解析結果 …… 86
５．３．３　非定常空気力の解析結果および考察 …… 86
５．４　清水建設 …… 90
５．４．１　解析条件 …… 90
５．４．２　三分力の解析結果 …… 92
５．４．３　非定常空気力の解析結果 …… 94

５．４．４　考察 …… 98
５．５　住友重機械 …… 100
５．５．１　解析条件 …… 100
５．５．２　三分力の解析結果 …… 101
５．５．３　非定常空気力の解析結果 …… 102
５．５．４　考察 …… 103
５．６　日立造船 …… 104
５．６．１　解析条件 …… 104
５．６．２　三分力の解析結果 …… 105
５．６．３　非定常空気力の解析結果 …… 106
５．６．４　考察 …… 107
５．７　三井造船 …… 109
５．８　三菱重工 …… 110
５．８．１　解析条件 …… 110
５．８．２　三分力の解析結果 …… 110
５．８．３　非定常空気力の解析結果 …… 111
５．８．４　考察 …… 113

６．まとめと今後の課題 …… 114
６．１　ＩＨＩ …… 114
６．１．１　解析のまとめ …… 114
６．１．２　ＣＦＤからの断面提案 …… 114
６．２　ＮＫＫ …… 115
６．３　川崎重工 …… 116
６．３．１　まとめ …… 116
６．３．２　今後の課題 …… 116
６．４　清水建設 …… 117
６．５　住友重機械 …… 119
６．６　日立造船 …… 120
６．７　三井造船 …… 121
６．８　三菱重工 …… 122

付録 …… 123
三次元全橋模型試験項目および工程 …… 170
あとがき

まえがき

新交通軸の一部を形成する超長大橋を経済的に建設するためには、従来の長大橋を超える新たな技術開発が必要である。とりわけ、超長大橋においては、耐風性の確保が重要であり、著しくコスト縮減を実現するうえで、耐風性に優れた超長大橋の上部構造の開発が不可欠である。

このような背景のもと、共同研究は経済性及び耐風性に優れた超長大橋の上部構造を開発することを目的として、土木研究所、本州四国連絡橋公団、(財) 土木研究センター、及び民間企業9社 (石川島播磨重工業(株)、川崎重工業(株)、川田工業(株)、清水建設(株)、住友重機械工業(株)、日本鋼管(株)、日立造船(株)、三井造船(株)、三菱重工業(株)) により平成10年度～平成14年度の5年間の予定で実施しており、大きく2つ「数値流体グループ」と「大型風洞実験グループ」とで構成している。

前者は近年急速に発達している数値流体解析技術に着目し、新たな視点から耐風性に優れた桁断面を模索する研究であり、後者は大型風洞で全橋模型実験を実施し、耐風安定性を確認する研究である。本報告書は、平成13年度までに得られた「数値流体グループ」の成果をとりまとめたもので中間成果の位置づけである。なお、「大型風洞実験グループ」については、平成13年に中間成果をとりまとめており本報告書にはその内容を含んでいない。

1. 研究体制

共同研究参加企業と研究担当者

表１に参加企業とそれぞれの研究担当者を示す。

表１　共同研究参加企業と研究担当者

氏　　名	所　　属	
平原　伸幸	独立行政法人土木研究所	構造物研究グループ橋梁構造チーム上席研究員
麓　　興一郎	〃	〃　　〃　　主任研究員
北川　信	本州四国連絡橋公団	長大橋技術センター長
平野　茂	〃	〃　　技術調整課長
真辺　保仁	〃	〃　　技術調整課長代理
楠原　栄樹	〃	〃　　技術調整課
大廻　聡	〃	〃　　技術調整課
成田　信之	財団法人土木研究センター	非常勤理事
佐伯　彰一	〃	常務理事
鷹取　勲	〃	研究開発四部長
三木　正久	〃	橋梁研究部　次長
横幕　清	〃	研究開発四部主任研究員
松田　一俊	石川島播磨重工業㈱	技術開発本部大型機械システム開発部課長
鈴木　政直	〃	橋梁事業部設計部詳細設計グループ課長（呉新宮工場）
黒田　眞一	〃	基盤技術研究所基礎技術研究部課長
上島　秀作	〃	技術開発本部大型機械システム開発部研究員
杉本　高志	〃	技術開発本部大型機械システム開発部研究員
小川　一志	川崎重工業㈱	橋梁・水門総括部参与
下土居　秀樹	〃	〃　　橋梁開発部参事
川本　英機	〃	明石技術研究所流体技術研究部主事
尾立　圭巳	〃	橋梁・水門総括部橋梁開発部
越後　滋	川田工業㈱	技術開発本部長
内海　靖	〃	〃　　技術研究室主幹研究員
宮地　真一	〃	〃　　技術研究室主幹研究員
枝元　勝哉	〃	〃　　技術研究室係長
大野　克紀	〃	〃　　技術研究室主任
畠中　真一	〃	〃　　技術研究室
若原　敏裕	清水建設㈱	技術研究所和泉研究室主任研究員
大野　浩	〃	土木本部設計部グループ長
嶋田　健司	〃	技術研究所建築研究開発部
野沢　剛二郎	〃	技術研究所和泉研究室

氏　名	所　属	
宮崎　正男	住友重機械工業㈱	鉄構機器事業本部技術部長
斎藤　善昭	〃	〃　技術部課長代理
荒居　祐基	〃	〃　技術部課長代理
青田　昇	〃	〃　技術部
大東　義志	〃	〃　技術部
市嶋　大路	〃	総合技術研究所応用数理グループ
武田　勝昭	日本鋼管㈱	都市工学研究部主幹
加藤　真志	〃	〃　耐風・構造チーム主任研究員
村上　琢哉	〃	〃　耐風・構造チーム主任研究員
高尾　道明	〃	〃　開発技術室係長
植田　利夫	日立造船㈱	鉄構・建機技術研究センター長
田中　洋	〃	鉄構・建機事業本部設計本部海洋土木設計部長
猪原　茂	〃	〃　橋梁設計部課長
三河　克己	〃	鉄構・建機技術研究センター主任研究員
白井　秀治	〃	〃　研究員
井上　浩男	三井造船㈱	鉄構建設事業本部技術部部長
佐野　健一	〃	〃　技術部課長補佐
酒井　正和	〃	〃　技術部課長補佐
山川　悦代	〃	〃　技術部主任
森島　弘吉	〃	〃　技術部
吉住　文太	〃	〃　技術部
羽田　大作	〃	〃　技術部
増田　伊知郎	三菱重工業㈱	広島製作所鉄構技術部橋梁設計課長
中島　行弘	〃	〃　〃　橋梁設計課主任
斉藤　通	〃	長崎研究所次長
平井　潤	〃	広島研究所鉄構土木研究室主任
本田　明弘	〃	長崎研究所流体研究室主席研究員
平井　滋登	〃	〃　流体研究室主任
所　伸介	〃	〃　流体研究室

2．解析手法

2．1　IHI

本解析は、RANS（Reynolds-Averaged Navier-Stokes）計算コードを用いて、振動する 2 次元橋梁断面の非定常空気力を推定することを目的とする。本解析に用いられたコードは、pitching 運動する翼型、平板、扁平六角断面等に適用され、十分な解析精度を得られることが検証済みである。本解析コードの概要を表－2.1.1 にまとめ、特徴を以下に示す。

・擬似圧縮性解法
・流出入境界の characteristics 法による陰的な取り扱い
・乱流モデルには、RANS では汎用性が高いとされる k-ω SST モデル
・物体運動は、一般座標系を用いた Sterger による手法

表－2.1.1

基礎方程式	1)連続の式 2)レイノルズ平均方程式
座標系	一般曲線座標系（General Coordinate System） 運動：一般座標による
乱流モデル	k-ω SST(Shear Stress Transport)モデル k：turbulence kinetci energy ω：specific turbulence kinetic energy dissipation rate （= ε /k）
解法	擬似圧縮性解法 2 次精度時間積分 対流項：5 次精度 Upwind-Biased Scheme
境界条件	流入：characteristics 法（流速ベクトル規定） 流出：characteristics 法（静圧規定） 壁面：速度：no slip，圧力：ノイマン条件（normal 方向の勾配 0）

２．２　ＮＫＫ

本解析は、一様流中あるいは乱流中において、強制的に調和振動する２次元断面に作用する非定常空気力の算出を行うものである。乱流解析手法には、RANS（Reynolds Averaged Navier Stokes）を用い、レイノルズ応力をアンサンブル平均によりモデル化している。このモデルにおいては、時間スケールの非常に短い瞬間的な変動とそれによって引き起こされる様な現象は予測できないものの、物体の振動と同様の周期性を有する非定常空気力の計算には充分な解が得られるものと考える。

解析概要を表－2.2.1にまとめて示す。なお、詳細については、付録Ｂを参照のこと。

表－2.2.1　解析概要

基礎方程式	1）連続の式 2）NS 方程式 3）乱流エネルギーｋの輸送方程式 4）乱流エネルギー逸散率εの輸送方程式
座標系	直交座標系
乱流モデル	レイノルズ平均モデル（RANS） 修正生産項ｋ－εモデル（Kato-Launder model）
解析法（離散化） 圧力修正法 差分スキーム	解析法：有限体積法 圧力修正法：SIMPLE 法 対流項　風速　：QUICK ｋ、ε：PLDS 時間進行：陰解法
境界条件	移動境界：物体の動きにあわせて格子を伸縮 物体境界：Launder&Spalding の壁関数 流出境界：Bulk Pressure Correction 流入境界：流速規定 上下境界：Slip Condition

２．３　川崎重工

本解析に用いる解析手法は、もともとガスタービン、超音速風洞等の流路の解析を目的として開発した手法を、橋梁等構造物まわりの流れ場に適用可能となるように修正したものであるため、流体の圧縮性を考慮したものとなっている。

解析に使用した基礎方程式、座標系、乱流モデル、流体解析法、境界条件を表－2.3.1 にまとめて示す。

表－2.3.1　解析概要（圧縮性 TVD スキーム）

基礎方程式	1)圧縮性 NS 方程式 2)乱流エネルギーq の輸送方程式 3)乱流エネルギーの渦度ωの輸送方程式
座標系	一般曲線座標系（BFC　: Boundary Fitted Coordinate）
乱流モデル	レイノルズ平均モデル（RANS） 1)q-ωモデル 2)Spalart-Allmaras モデル
流体解析法	解析法：有限体積法 解析スキーム：Roe’s Flux Difference Splitting + MUSCL 時間進行：Gauss-Seidel 緩和法＋Newton 反復法
境界条件	物体境界：物体の移動速度および運動量保存 遠方境界：解析領域の外側に一様流

解析手法の詳細は付録 C に示す。

２．４　清水建設

表－2.4.1　解析概要

解くべき方程式	1)運動量輸送方程式		
	2)乱流エネルギーkの輸送方程式		
	3)乱流エネルギーの散逸率εの輸送方程式		
	4)圧力の Poisson 方程式		
座標系	一般曲線座標系（格子型：O型格子）		
乱流モデル	Reynolds 平均モデル(RANS)		
	乱流エネルギーの生産項	修正型k-εモデル	
	物体近傍のkおよびε	Two-Layer モデル	
離散化手法	有限差分法（空間に関して２次精度の中心差分）		
	移流項（流速成分）	３次精度風上差分(Kawamura-Kuwahara)	
	移流項（kおよびε）	１次精度風上差分	
解法	MAC 法(Marker and Cell method)		
時間積分	１次精度 Euler 陰解法		
境界条件	流速	流入境界	Dirichlet 条件
		流出境界	自由流出条件
		物体（固体）境界	すべりなし条件
	kおよびε	流入境界	Dirichlet 条件
		流出境界	自由流出条件
		物体境界	k=0, ε は Two-Layer モデルで近傍の値を定める
	圧力	外部（遠方）境界	Dirichlet 条件
		物体（固体）境界	Neumann 条件（法線方向微分がゼロ）

２．５　住友重機械

本解析方法は、音波の式、運動量保存式、質量保存の式、状態方程式の４式から数値解を求めるものである。粒子法に従って４式から移流項を取り除くと、*Euler-phase* を決定する式が得られる。次に *CUP* 法に従って未来における *div·v* を消去する。これにより得られた圧力ポアソン式は陰解法で解き、その他の場の量は、圧力変化から陽的に決定する。数値解法においては，オイラー座標系、即ち固定メッシュを採用している。物体は、弾性体として、強制的に回転あるいは上下させる。対流項の離散化に粒子法を用いることで、物体の移動に際し、数値粘性の発生が極めて低くしている。

解析に使用した基礎方程式、座標系、境界条件を表－2.5.1 にまとめて示す。

表－2.5.1　解析概要

基礎方程式	1)音波の式 2)運動量保存式 3)質量保存の式 4)状態方程式
座標系	オイラー座標系
乱流モデル	なし
解析法	移流 Phase：粒子を用いた方法 断熱 Phase：断熱圧縮の効果の計算 拡散 Phase：熱伝導と粘弾性の効果の計算
境界条件	流入条件：流速一定 流出条件：自由流出 上下境界：フリースリップ 物体表面：無条件

２．６　日立造船（解析手法：有限体積法#）

本解析は、CFD(Compulational Fluid Dynamics)を用いて一様乱流中において強制的に周期振動(鉛直たわみ､ねじれ)する２次元断面に働く非定常空気力の算出を目的とする。対象とする流場は乱流(Re_B=0(10^5))となっており、乱流解析を必要とする。乱流解析手法には、RANS(Reynolds Averaged Navier Stokes)を用い、レイノルズ応力をアンサンブル平均によりモデル化する。アンサンブル平均の概念を図－2.6.1 に示す。求めるべき非定常空気力は、物体の振動と同様に周期性を有しており、本手法によっても十分な解が得られるものと考える。

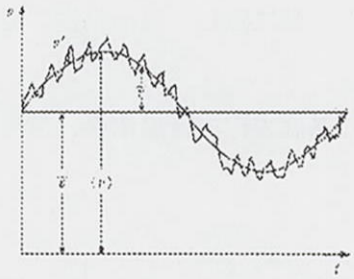
$U(t)=\overline{U}+\tilde{U}+U'$

$\overline{U}$　＝長時間平均

$\tilde{U}$　＝周期変動成分

U'　＝乱れ成分

$\langle U\rangle$＝アンサンブル平均＝$\overline{U}+\tilde{U}$



図－2.6.1 周期流れの平均速度と変動成分

解析に使用した基礎方程式、座標系、乱流モデル、時間・移流・圧力の取り扱い、境界条件を表－2.6.1 にまとめて示す。

表－2.6.1 解析概要

基礎方程式	1)連続の式 2)レイノルズ平均方程式 3)乱流エネルギーk の輸送方程式 4)乱流エネルギー散逸率 ε の輸送方程式
座標系	一般曲線座標系(BFC : Boundary Fitted Coordinate)
乱流モデル	レイノルズ平均モデル(RANS) 1)修正生成項 k-ε モデル(LK モデル) 2)非線形 k-ε モデル(Shih and Lumley)
解析法(離散化) 圧力修正(時間進行) 差分スキーム	解析法：有限体積法 圧力修正：SIMPLE アルゴリズム(陰解法) 差分スキーム： 速度移流項･･･MUSCL(3 次精度風上差分) その他の項･･･中心差分
境界条件	移動境界：ALE 壁面境界：壁関数 流入境界：流速規定 流出境界：自然流出 上下境界：すべり条件

解析手法の詳細は付録 F に示す。

２．７ 三井造船

本解析では、数値解析手法にLES（Large Eddy Simulation）による３次元数値流体解析を採用した。本数値解析での基礎方程式に、LESにおけるスマゴリンスキーSGS（Smagorinsky Sub-grid Scale）モデルによる空間的なfiltering操作を施した非圧縮粘性Navier-Stokes方程式を採用し、空間方向の離散化には有限要素法を適用した。

本報告書に記載する３次元流体解析の解析手法の概要を表－2.7.1に記す（解析手法であるIBTD+FSの詳細は付録参照）。

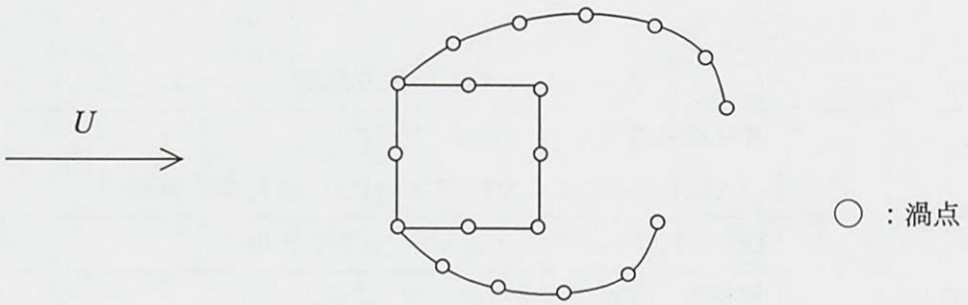
表－2.7.1　解析手法の概要

基礎方程式	非圧縮粘性Navier-Stokes方程式 （SGSモデルによる空間的なfiltering操作を実施）
乱流モデル	LESにおけるスマゴリンスキーSGSモデル
解析法（離散化） 時間進行 移流項 圧力項	解析法：有限要素法（改良型BTD法） Crank-Nicolson法 非線形項は既知流速により近似 分離型解法（FS法：圧力と流速を分離）→ 圧力Poisson方程式を導出
境界条件	物体表面　　：non-slip条件 領域の流入および上下端：流速を規定 領域の流出端　　：移流型境界 軸方向端部　　：周期境界

２．８　三菱重工

Bluff Body（鈍頭物体）を過ぎる高 Reynolds 数領域の流れは、図－2.8.1 に示すように、流れが角部で剥離し、剥離点から後流中に剥離せん断層が出る。このような流れでは、粘性の影響は物体表面の近傍および剥離せん断層内に限られ、その他の領域は粘性のない完全流体と見なすことが出来る。

以上のことから、物体表面および剥離せん断層を離散的な渦点に置き換え、各渦点の時々刻々の動きを捉えることで非定常流れ場を解析する渦点法を用い非定常空気力の算出を行った。



図－2.8.1　流れ場のモデル化

解析の概要を表－2.8.1 に示す。

表－2.8.1　解析手法

基礎方程式	ラプラス方程式
座標系	—
乱流モデル	（剥離せん断層内および物体表面に配置される渦点は渦粘性モデルを使用する）
解析法	境界要素法
時間進行	（剥離せん断層内の渦の移動量は速度ポテンシャルから算出する）
境界条件	物体表面の法線方向速度＝０ Kelvin の循環定理

3．平板の解析とキャリブレーション

3．1　IHI

3．1．1　解析条件

解析条件を表－3.1.1.1に示す。解析は無次元量でなされるため、B、D等は無次元となる。

表－3.1.1.1 解析条件（平板）

断面諸元	全幅	B	1
	厚さ	D	1/100
(1) 3分力計算　：　実施せず			
流入境界	流入速度	U_∞	—
	迎角	α (°)	—
	Re	$U_\infty B/\nu$	—
	乱流エネルギー	k_∞	—
	比散逸率	ω_∞	—
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	—
(2)非定常空気力計算　：　Re数一定で振動数を変化させる。			
	流入速度	U_∞	—
	迎角	α (°)	0
	Re	$U_\infty B/\nu$	1×10^6
	乱流エネルギー	k_∞	$\nu_{t\infty}\cdot\omega_\infty$
	比散逸率	ω_∞	U_∞/B
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	$10^{-3}\cdot\nu$
振動モード/振幅	たわみ1自由度	η/B	1/200
	ねじれ1自由度	$\triangle\theta$ (°)	0.5
加振振動数		f_a	—
換算振動数		f_aB/U_∞	0.0486, 0.0977, 0.1953
無次元時間刻み		$\triangle tU_\infty/B$	0.01
統計処理に用いた無次元時間		tU_∞/B	81.92
乱流モデル		2 eq.	k-ω SST
格子		総点数	16281(201×81)
		最小格子幅	$5\times10^{-5}B$

3．1．2　三分力

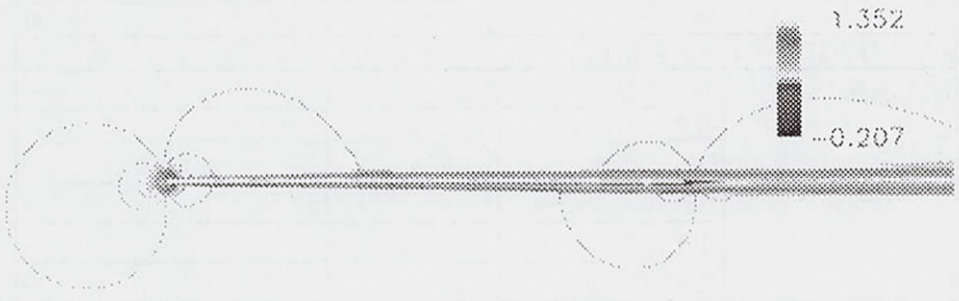
実施せず。

３．１．３　非定常空気力

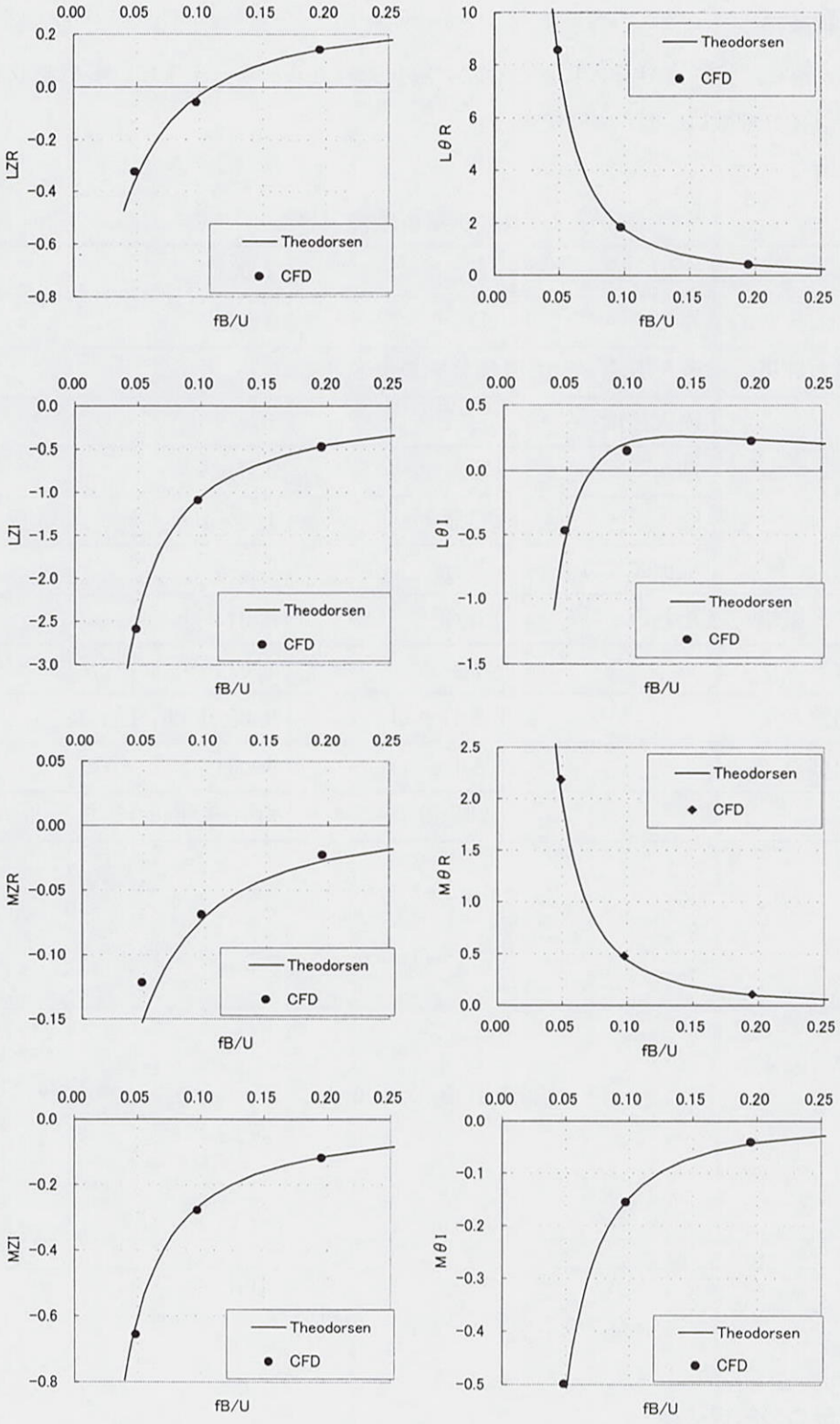
ねじれ加振時の主流方向成分の例を図－3.1.3.1 に示す。また非定常空気力の解析結果を図－3.1.3.2 に示す。

３．１．４　考察

非定常空気力については、Theodorsen によるポテンシャルの解析解と非常に良く一致した。従って、剥離の無視できるポテンシャル的な流れ場では、十分な精度を得られることが確認された。



図－3.1.3.1　流速（主流方向成分）（ねじれ振動：k=fB/U=0.098）



図－3.1.3.2　非定常空気力係数（平板 B/D=100）

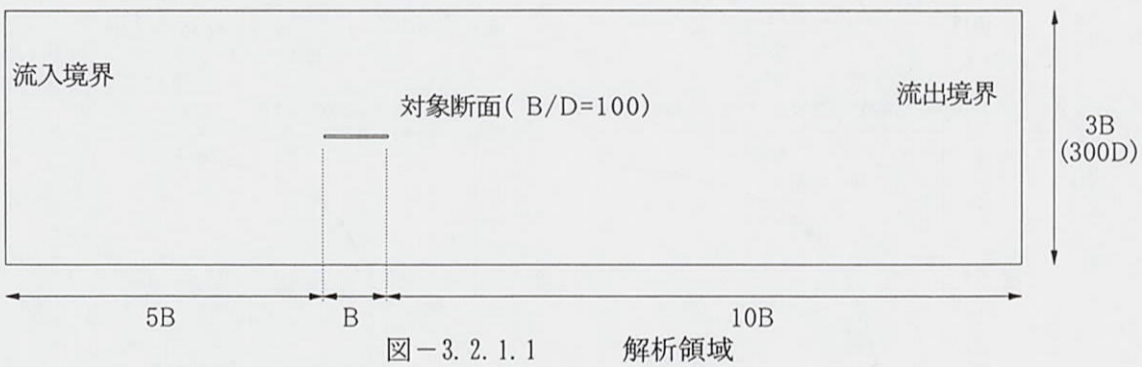
３．２　ＮＫＫ

３．２．１　解析条件

解析対象は、幅Ｂ／Ｄ＝１００の矩形とした。解析条件を表－3.2.1.1 に、解析領域を図－3.2.1.1 に示す。メッシュ分割数は、180×70 である。

表－3.2.1.1　　解析条件（平板）

断面緒元	全幅	B	2.0 m
	厚さ	D	0.02m
非定常空気力計算　：流入風速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	Uin	10m/s
	迎角	α	0 deg.
	Re	UB／ν	1.4×10^{6}
	乱流エネルギー	kin	0.5%
振動モード／振幅	たわみ	η/B	0.01
加振振動数		fa	1, 0.75, 0.5, 0.25 Hz
無次元振動数		fB／U	0.05, 0.067, 0.1, 0.2
無次元時間刻み		Δt	0.001
乱流モデル		2D__RANS	Kato-Launder　モデル



図－3.2.1.1　　解析領域

３．２．２　三分力の解析結果

未計算

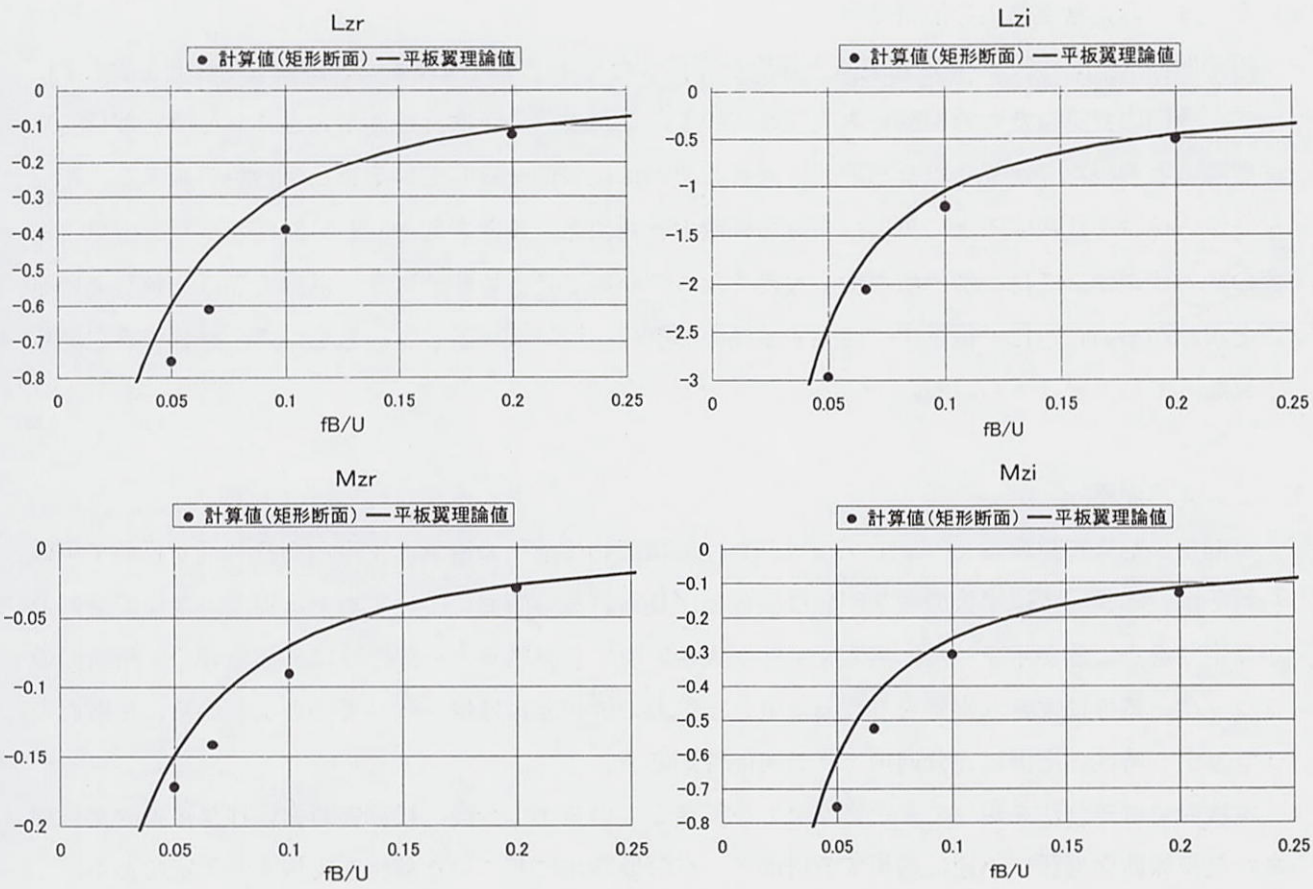
３．２．３　非定常空気力の解析結果

矩形断面（B/D=100）の非定常空気力係数を算定した結果を平板翼理論値と比較して図－3.2.3.1に示す。今回の計算はたわみ振動のみ実施している。これより、無次元風速が大きくなるほど解析結果は理論値との隔たりが見られるものの、両者の傾向は比較的一致していることがわかる。また、非定常空気力係数を比較する上で重要な空気力係数の絶対値と位相差を図－3.2.3.2 に示した。空気力係数の絶対値については、解析値はやや大きくなっていること、位相差は３° 以内でほぼ一致していることがわかる。これは、振動中に発生する渦のパターンはほぼ一致しているものの、渦の大きさが若干異なっていると考えられる。

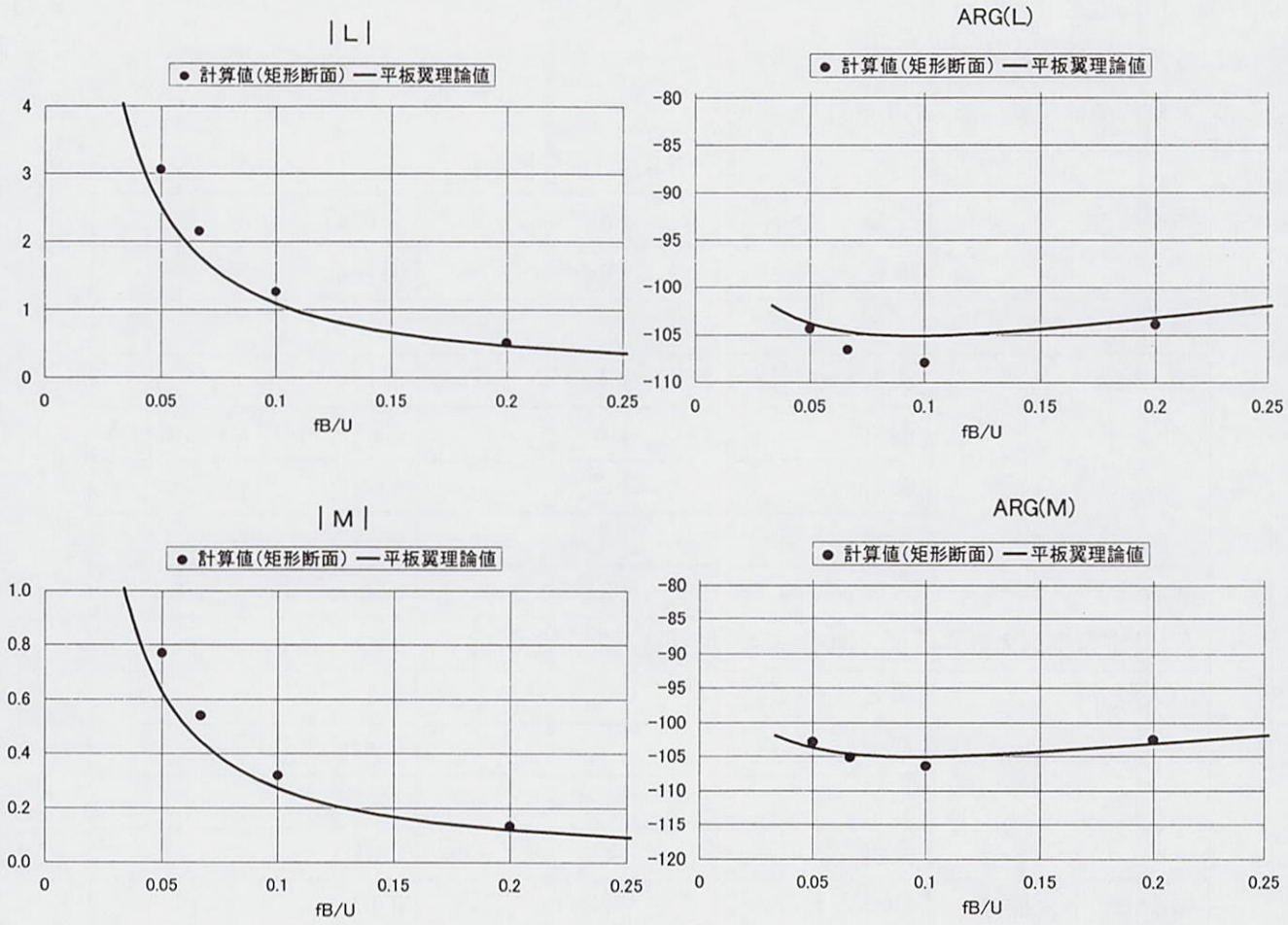
３．２．４　考察

今回用いた修正生産項ｋ－εモデルは、角柱の様な物体前面の過剰な生産項を打ち消す目的で用いられたが、本検討では平板の様な明確な渦放出が見られない断面についてもある程度の精度で空気力が算定できることが示された。無次元風速が大きい所で実験結果との隔たりはあるものの、桁断面のフラッター特性に大きな影響を与える変位と空気力の位相差はほぼ一致していることから、桁断面のフラッター特性の把握に充分適用できる可能性がある。

本検討では差分法を用いて非定常空気力を算定しているが、今後、橋梁実断面の様な添架物が付加された複雑断面形状に迅速に適用する目的で、有限要素法に基づいた解析を実施する予定である。



図－3.2.3.1　B/D=100 の矩形断面における非定常空気力係数の計算結果（たわみ振動）



（備考）　$|L| = \sqrt{(Lzr^2 + Lzi^2)}$、$|M| = \sqrt{(Mzr^2 + Mzi^2)}$ を示す。

Arg（L)、Arg(M)は揚力、モーメントの変位との位相差を示す。

図－3.2.3.2　非定常空気力係数の絶対値と位相差の比較（B/D=100 矩形）

3．3　川崎重工

3．3．1　解析条件

解析条件を表－3.3.1.1 に示す。

表－3.3.1.1　解析条件

断面緒元	全幅	B	100mm
	厚さ	D	0.1mm
(1)三分力計算			
流入境界	流入マッハ数	M_{in}	0.1
	迎角	α	+3, +5, +7, +10, +15(deg.)
	Re	UB/ν	4×10^5
	乱流エネルギー	q_{in}	0.1%
乱流モデル		RANS	q-ωモデル、S-A モデル
(2)非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入マッハ数	M_{in}	0.1
	迎角	α	0 deg.
	Re	UB/ν	1×10^4
	乱流エネルギー	q_{in}	0.1%
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.01
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1.0 deg.
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.0667, 0.1, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	0.01
乱流モデル		RANS	q-ωモデル

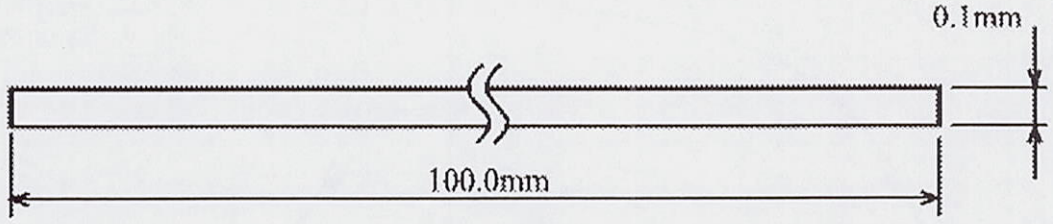
格子数は 156×63×2=19,656 点とし、図－3.3.1.1 に解析モデル、図－3.3.1.2 に解析格子を示す。

3．3．2　三分力の解析結果および考察

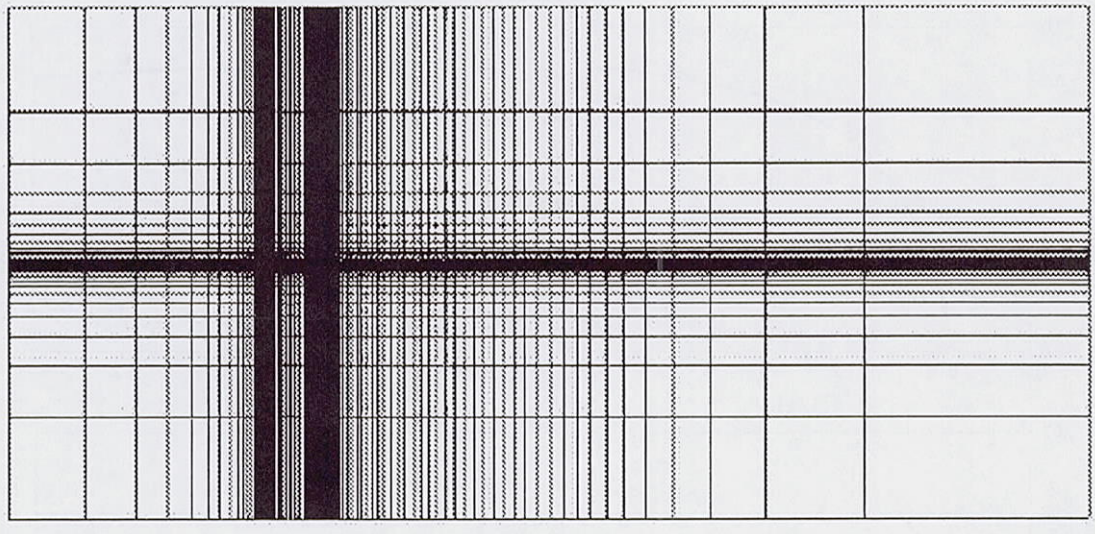
解析結果と実験値、理論値の比較を図－3.3.2.1 に示す。解析の結果、定性的には q-ωモデル、S-A モデル共に実験値と良く対応しているが、定量的には S-A モデルの方が実験値に近い。

3．3．3　非定常空気力の解析結果および考察

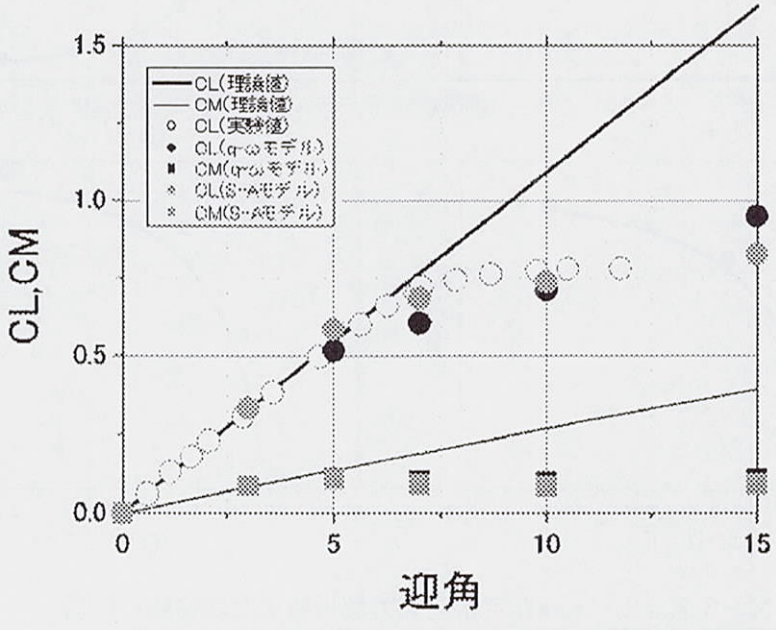
解析によって得られた非定常空気力を Theodorsen の平板理論値と比較した結果を図－3.3.3.1 に示す。なお、解析では無風時の空力減衰を含んでいるのに対し、理論値では無風時の空力減衰を差し引いているため、図－3.3.3.1 に示す解析結果は、解析によって得られた非定常空気力から平板理論値における無風時空力減衰を差し引いたものとしている。図より解析結果は理論値と良く対応しており、振動物体の非定常空気力に関する解析精度が確認できた。



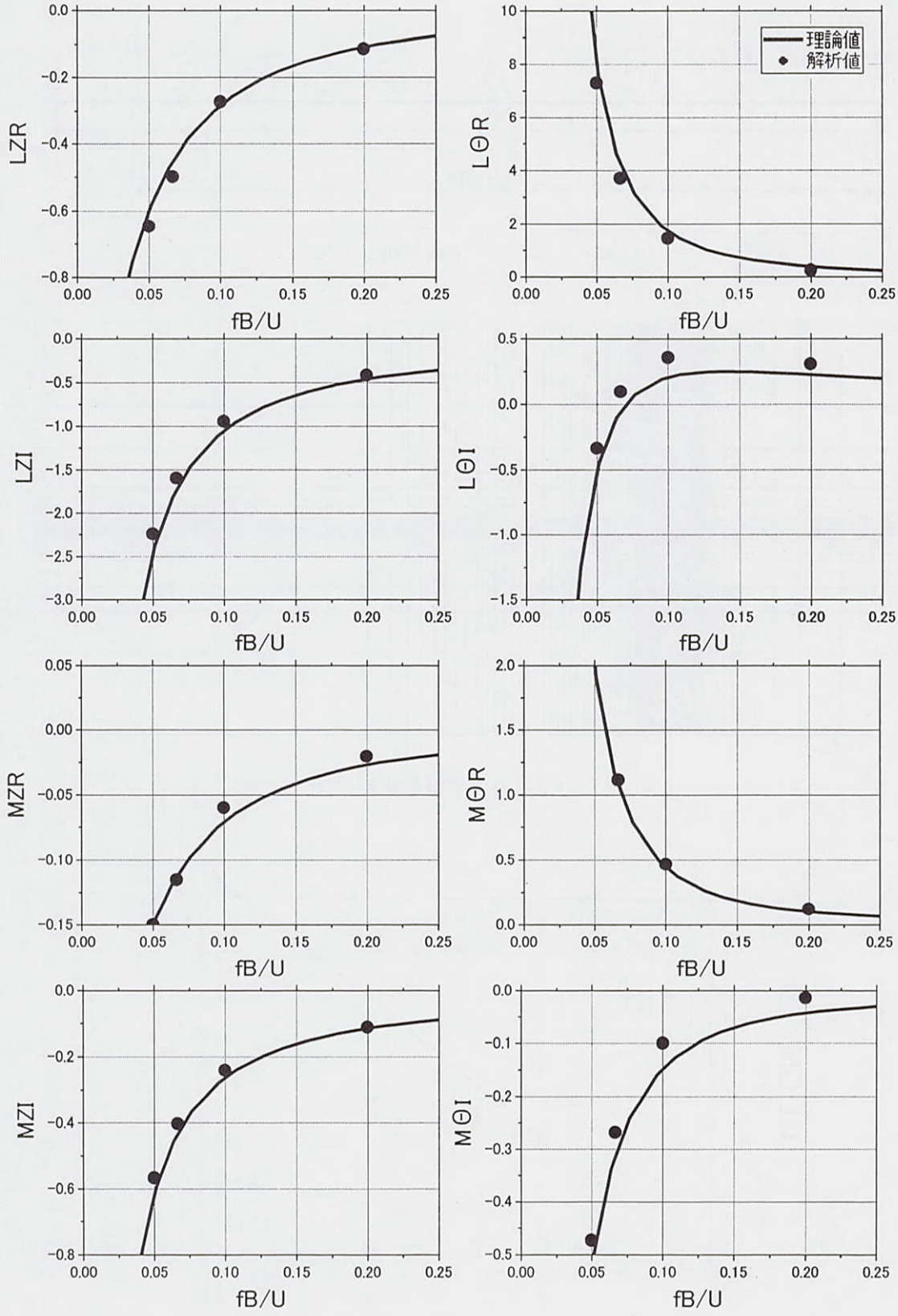
図－3.3.1.1　平板解析モデル



図－3.3.1.2　平板解析格子図



図－3.3.2.1　平板三分力解析結果と実験値，理論値の比較



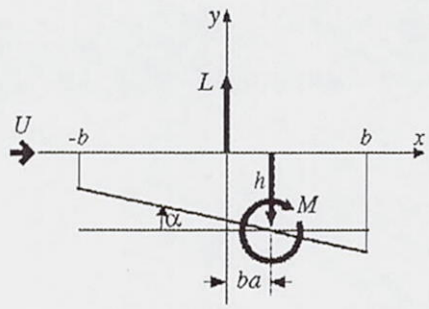
図－3.3.3.1　平板非定常空気力解析結果と理論値の比較

3．4　清水建設

3．4．1　解析条件

表－3.4.1.1　平板の座標および空気力の定義

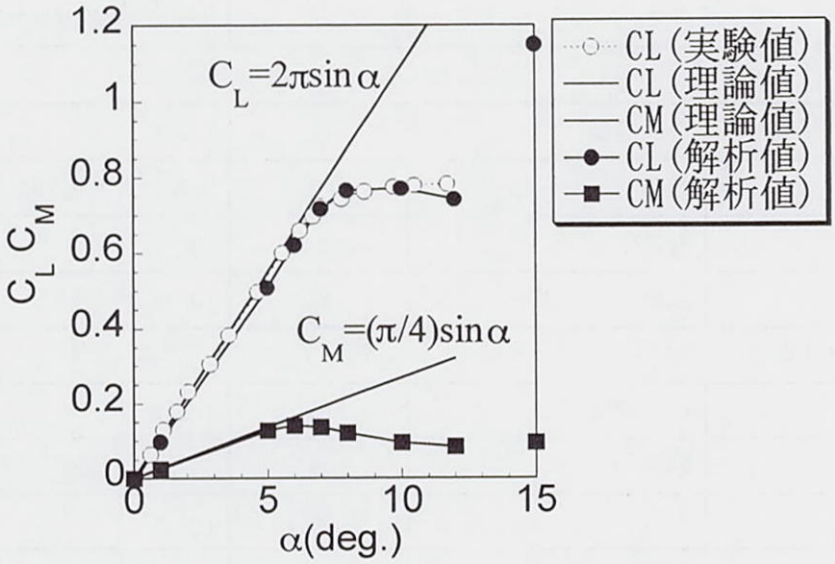
断面特性	全幅	B	1.2m
	厚さ	t	0.003m(=B/400=b/200)
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	1.25m
	迎角	α(°)	0, 1, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15
	R_e	$U_\infty B/\nu$	10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	$10^{-5}m^2/s^2$
(2)非定常空気力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	1.25m
	迎角	α	0
	R_e	$U_\infty B/\nu$	10^5
	乱流エネルギー	k_∞	$10^{-5}m^2/s^2$
振動モード／振幅	1DOF たわみ	h_0	片振幅：B/200
	1DOF ねじれ	θ_0	0.5°
加振振動数		f_a	0.208　0.052Hz（スイープ加振）
無次元風速		U/fB	5,　7.5,　10,　12.5,　15,　17.5,　20
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	3.125×10^{-4}
格子分割			320×200=64,000
乱流モデル		2D RANS	Kato-Launder モデル Two-Layer モデル



図－3.4.1.1　平板の座標および空気力の定義

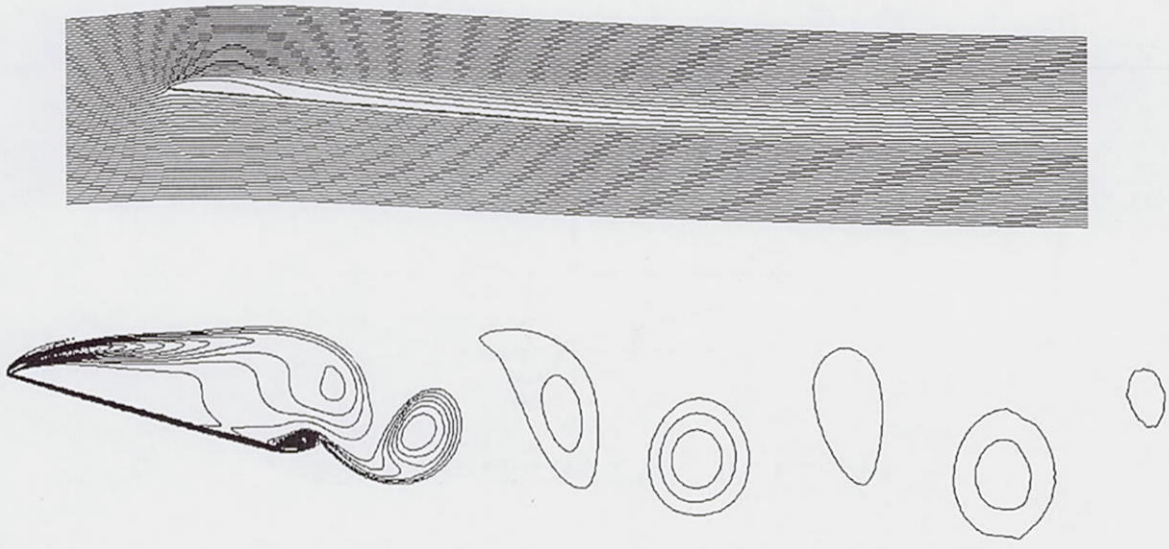
３．４．２　三分力の解析結果

図－3.4.2.1 に揚力係数およびモーメント係数の迎角による変化を示す。



図－3.4.2.1　揚力係数およびモーメント係数の迎角による変化

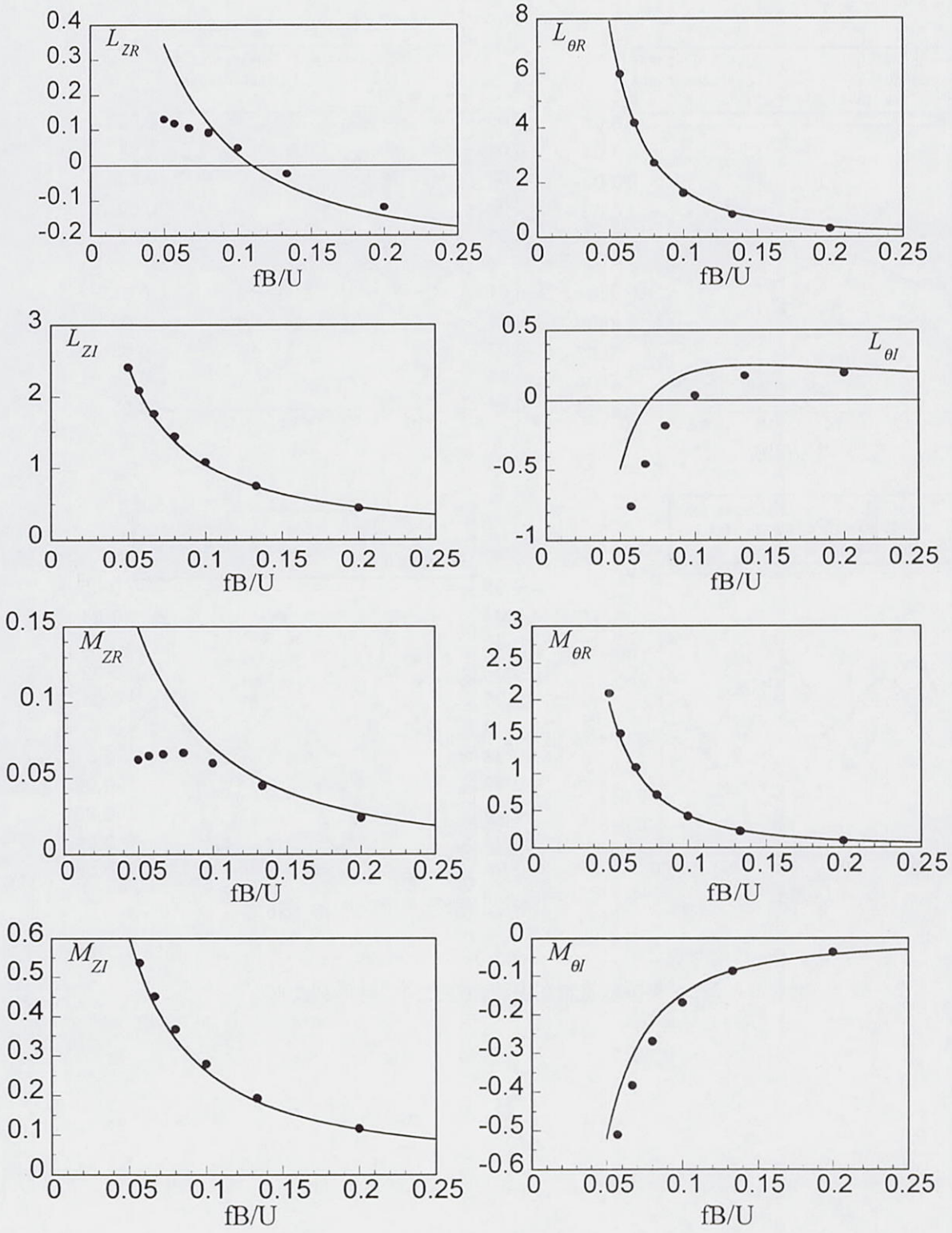
図－3.4.2.2には迎角 α=5° のときの瞬間流線と迎角 α=15° のときの瞬間渦度を示す。



図－3.4.2.2　平板まわりの流れ場（上段：瞬間流線 α=5°，下段：瞬間渦度 α=15°）

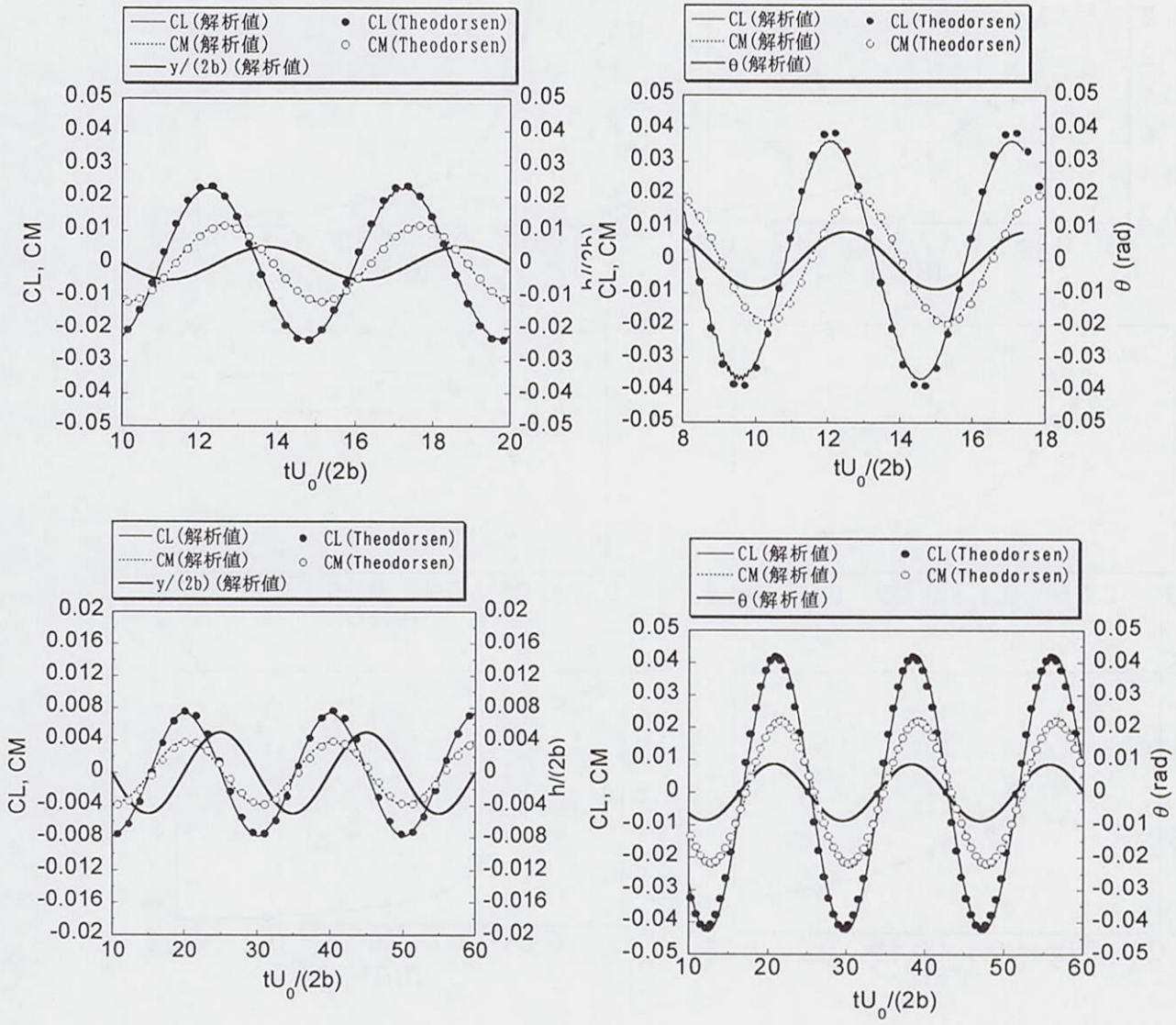
3．4．3　非定常空気力の解析結果

図－3.4.3.1には平板の非定常空気力係数を示す。図中、実線はTheodorsenの平板空気力を示す。



図－3.4.3.1　平板の非定常空気力係数（●：解析、実線：Theodorsenの平板空気力）

図－3.4.3.2には強制加振された平板の揚力とモーメントの時系列波形を示す。



図－3.4.3.2　平板の強制加振時の空気力の時系列波形

３．４．４　考察

図－3.4.2.1 に迎角による揚力係数およびモーメント係数の変化を示す。また、図－3.4.2.2 には α=5° のときの流線と、α=15° のときの瞬間渦度を示す。α=5° では前縁付近にはく離バブルの形成が認められるが、ほとんどの部分で流れは平板に沿って流れている。α=6° 付近から実験値および解析値は理論値から離れるが α＞6° でも解析結果は実験結果とよい一致を示し α=12° 付近まで一致している。一方、α=15° では揚力係数の解析値は大きくなっているが、このときの流れ場は周期的な渦放出が見られる。

図－3.4.3.1 には非定常空気力係数の Thedorsen の平板空気力の理論解と本数値解析結果の比較を示す。各係数とも数値解析結果は平板空気力の近似理論解とよく対応している。ただし、L_{Z_R}、M_{Z_R} および L_{θ_l} では無次元振動数が低くなるにしたがい近似理論解との開きが目立つようになる。図 3.4.3.2 には理論解と数値解析解の時系列での比較を示す。数値解析解は近似理論解に非常によく対応しているが、並進、ねじれとも無次元風速が高い場合に数値解析解と理論解とで若干の位相ずれが見られるようになる。

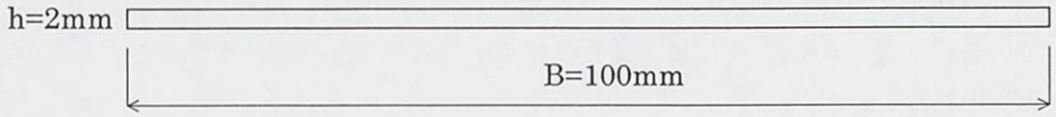
本数値解析手法は既往の研究結果[3][5][6][7][8]で、Karman 渦や前縁はく離渦等の明瞭な渦放出がある場合にはその有効性が認められたが、平板のような扁平な断面で特に明瞭な渦放出がない場合においても、その運動に伴う空気力を再現することが可能であることが確かめられた。

３．５　住友重機械

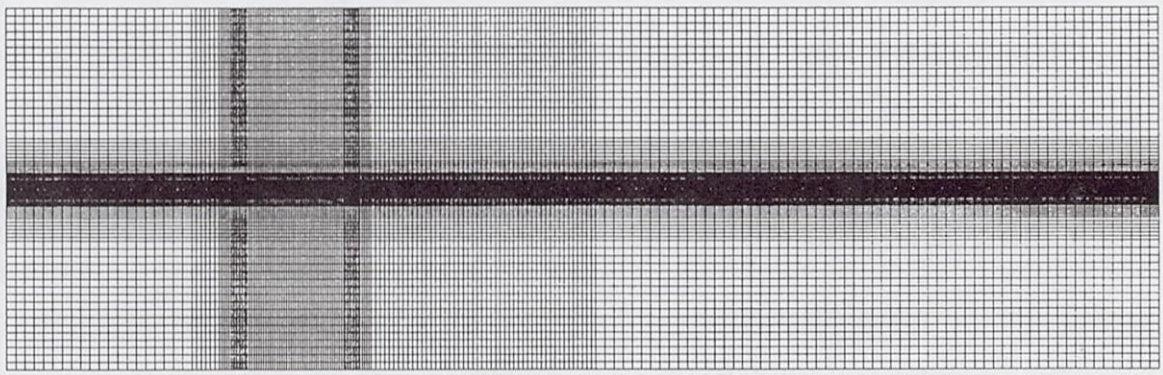
３．５．１　解析条件

(1) 解析モデル

図－3.5.1.1 に示す平板（B=100mm, h=2mm）について、数値流体解析を行った。



図－3.5.1.1　平板解析モデル



図－3.5.1.2　平板解析格子図（格子数 201×101）

(2) 解析条件

解析条件を表－3.5.1.1 に示す。

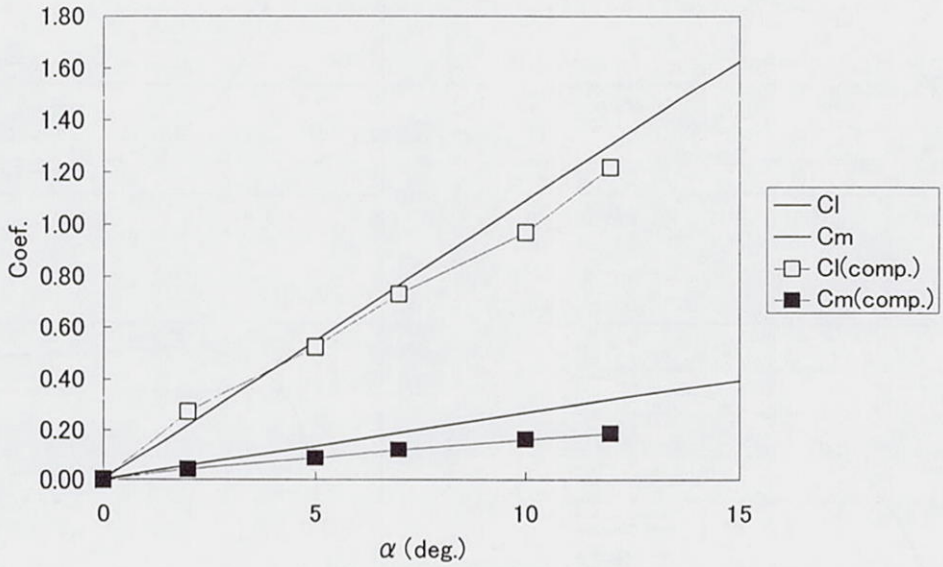
表－3.5.1.1　解析条件（平板）

断面諸元	全幅	B	0.100 m
	厚さ	D	0.002 m
(1)三分力計算			
流入条件	流入速度	U	0.1 m/s
	迎角	α	+2, +5, +7, +10, +12 deg
	Re	UB/ν	700
(2)非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる			
流入条件	流入速度	U	0.1 m/s
振幅	たわみ		±2 mm
	ねじれ		±0.5 deg
加振振動数		fa	0.05, 0.10, 0.15, 0.20 Hz

３．５．２　三分力の解析結果

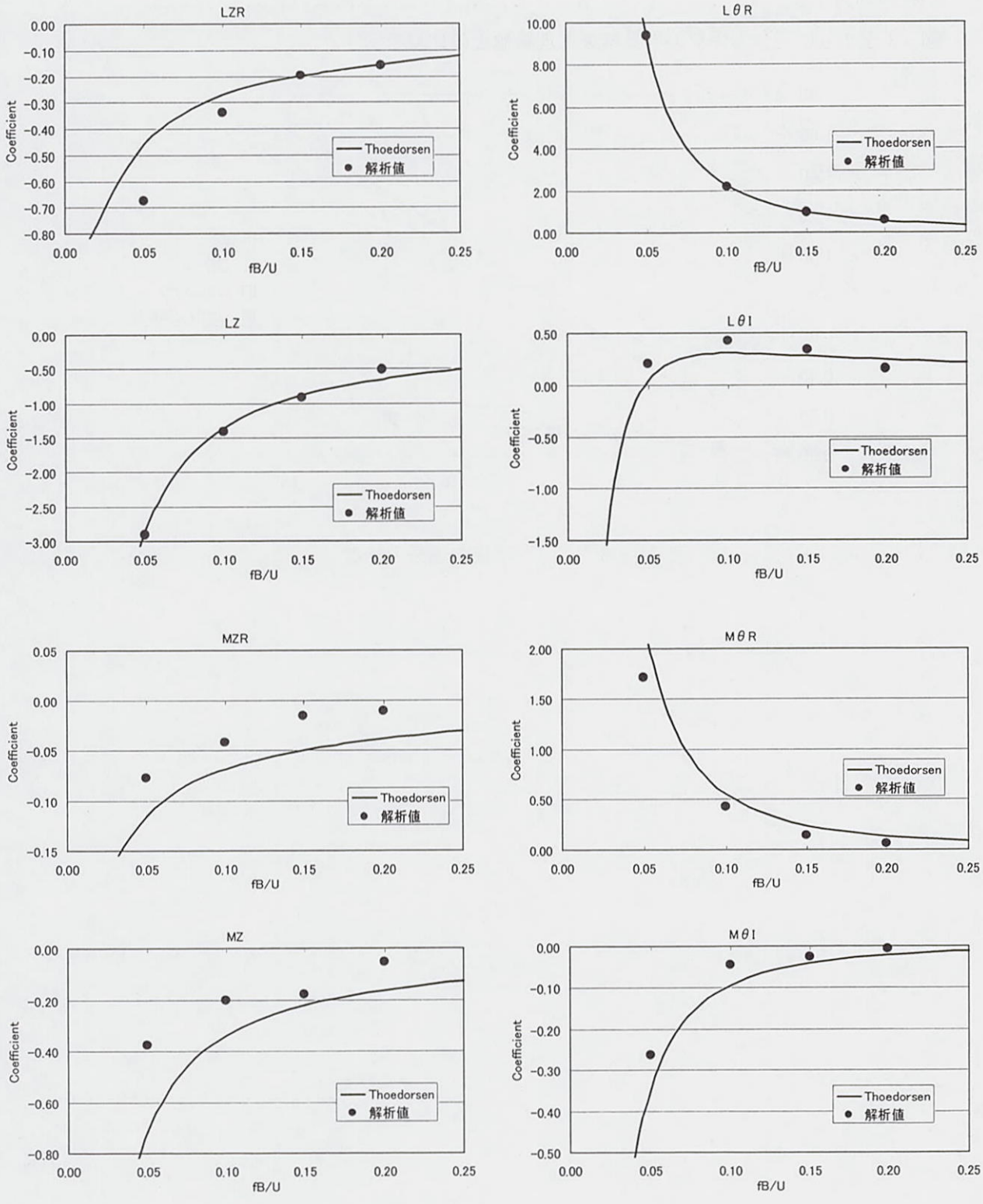
平板の迎角を２，５，７，１０，１２°とした場合の三分力係数の算出を行った。

図－3.5.2.1に三分力係数の計算結果と理論値との比較を示す。



図－3.5.2.1　平板の三分力係数

３．５．３　非定常空気力の解析結果



図－3.5.3.1　平板の非定常空気力係数

３．５．４　　考察

本解析手法の妥当性を検証するため、平板（h=2.0mm、B=100mm）回りの流れについて、三分力係数および非定常空気力係数を算出し、理論値(Theodorsen 理論)との比較を行った。

その結果、三分力係数、非定常空気力係数とも理論値と同じ傾向が得られており、精度についても十分に満足できる結果と考えられる。しかし、三分力係数、非定常空気力係数ともに理論値よりも小さい値となっている。これは、本解析手法が従来解析法のように物体表面を境界条件として扱うのではなく、弾性体として物体を扱っているため、格子点を物体表面にもうける必要がなく、採用格子も固定メッシュ上で物体（弾性体）を振動させている。このため、三分力係数を算出する際、物体表面の値ではなく、物体表面が存在する格子内の平均値を用いて算出しているためと考えられる。

３．６　日立造船

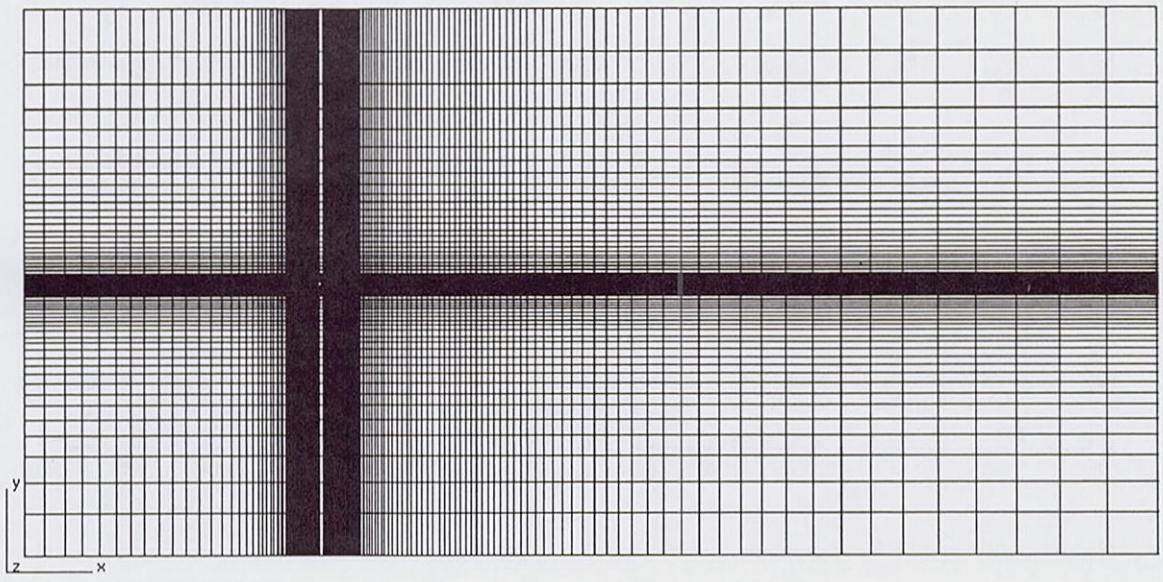
３．６．１　解析条件

解析条件を表－3.6.1.1 に示す。

表－3.6.1.1　解析条件(平板)

断面諸元	全幅	B	0.2 m
	厚さ	D	0.0 m
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	5 m/s (一様流)
	迎角	α	0, +2, +5, +7, +8, +10, +15 [deg]
	Re	UB/ν	1.3×10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	1%
(2)非定常空気力計算　：　振動数一定で流入流速を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	5, 10, 15, 20 m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	
	乱流エネルギー	k_{in}	1%
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.01
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1.0 deg
加振振動数		f_a	4.885 Hz
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.067, 0.1, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta t U_\infty/B$	0.01
乱流モデル		2D_RANS	LK モデル

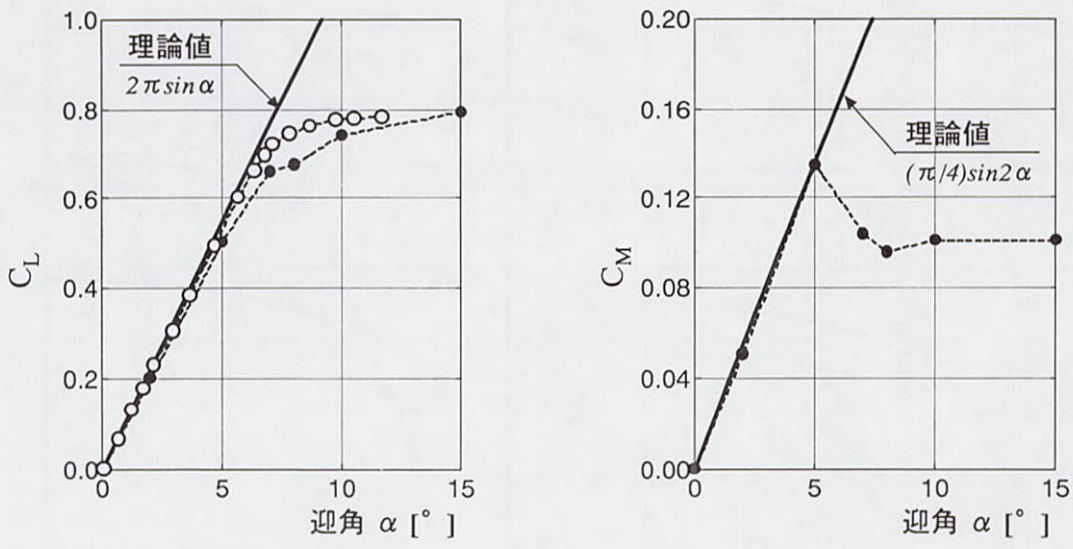
要素数は、180×90=16200 とし、解析格子分割全体図を図－3.6.1.1 に示す。



図－3.6.1.1 解析格子全体図（平板）

3．6．2　三分力の解析結果

図－3.6.2.1(a),(b)に三分力係数の計算結果と理論値及び実験値(揚力)との比較を示す。失速角にいたるまでの $\alpha \leqq 5$ では、理論式とほぼ一致した結果が得られた。また、Re に若干の違いがあるものの、迎角零勾配や失速角など、概ね実験結果を再現できている。なお、失速角は $\alpha=7°$ 近辺となっている。



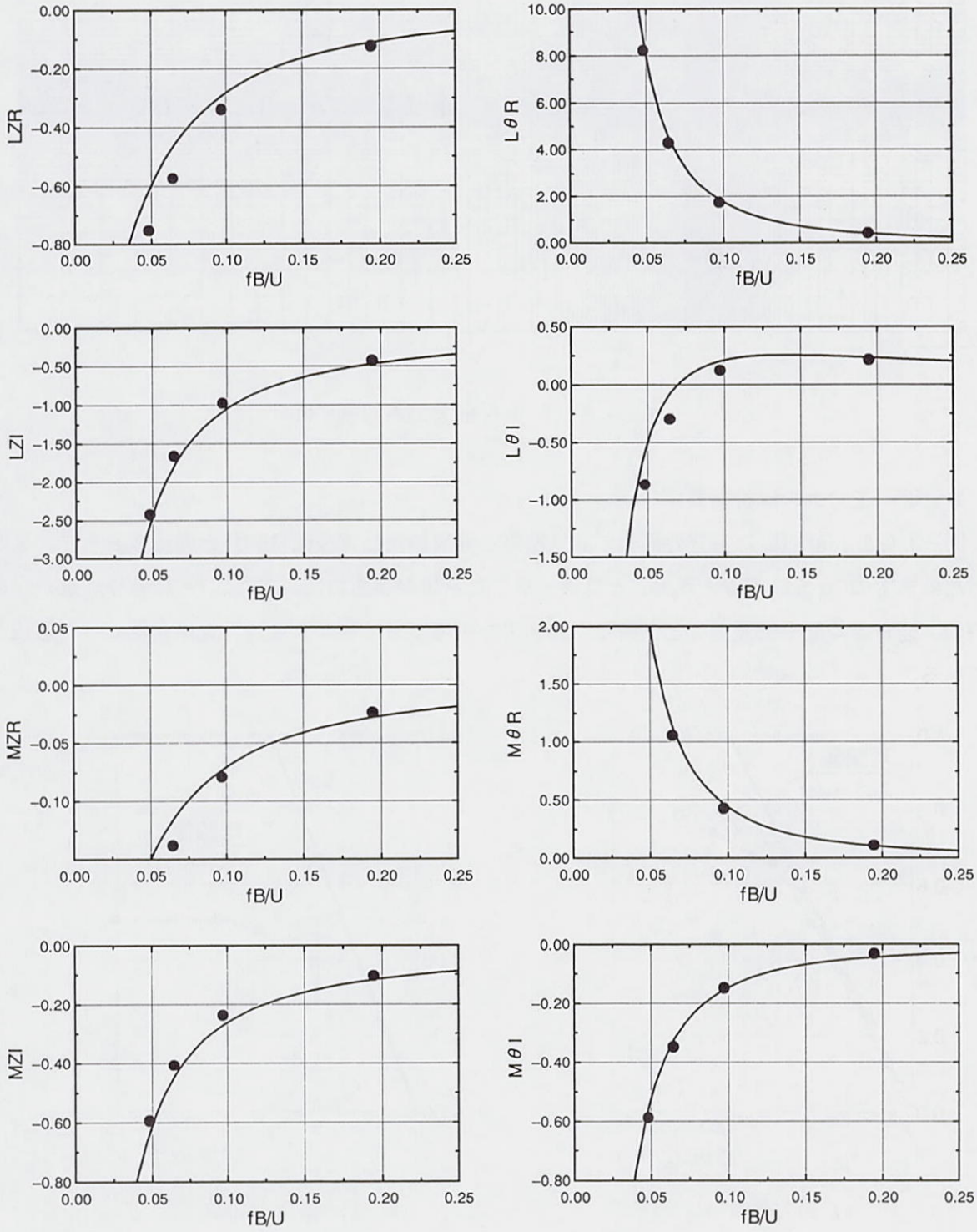
(a) 揚力係数　　(b) モーメント係数

図－3.6.2.1 平板の3分力係数

(——: 理論値、 ·····○·····: 実験値[1)][Re=4.0×10^5]、 ·····●····· : 解析値)

３．６．３　非定常空気力の解析結果

図－3.6.3.1 に非定常空気力係数の計算結果と線形理論(Theodorsen)との比較を示す。L_{ZR}, M_{ZR} の無次元振動数が小さい領域で、理論値よりも若干大きめの値を示すものの、概ね妥当な結果が得られている。



図－3.6.3.1 非定常空気力係数(平板翼)

(――: 理論値[Theodorsen]、●: 解析値)

３．６．４　考察

２次元平板を対象とした静的・強制振動計算において理論値との比較を行った結果、本解析手法によって３分力係数及び非定常空気力係数を良好に予測できることが確認できた。

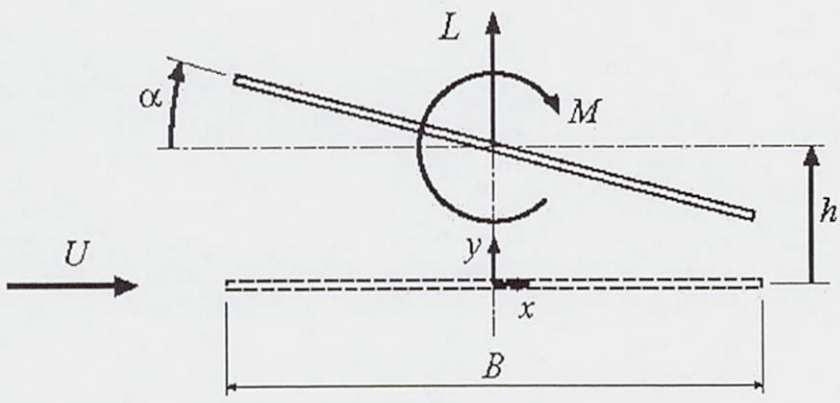
3．7　三井造船

3．7．1 解析条件

平板の解析条件を表－3.7.1.1 に示す。なお、図－3.7.1.1 によって、変位および空気力に関する座標系を定義する。

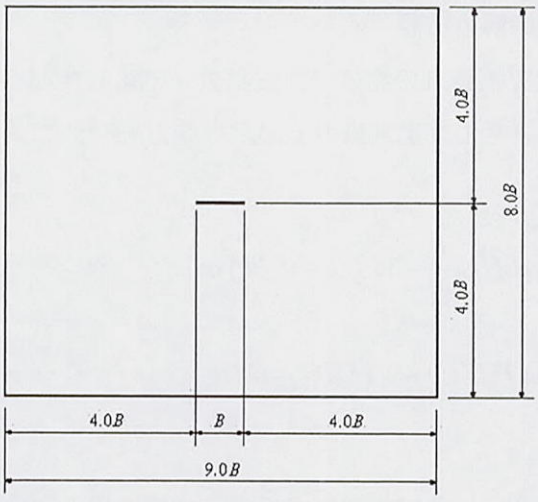
表－3.7.1.1　解析条件（平板）

断面諸元	全幅 / 厚さ	B / D	∞
	厚さ	D	0
（1）三分力計算			
流入境界	迎角	α	0.0, 0.5 [deg]
	Re	UB / ν	10^5
（2）非定常空気力解析：流入流速一定で振動数を変化させる。			
流入条件	迎角	α	0.0 [deg]
	Re	UB / ν	10^5
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0$	$0.01B$
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1.0 [deg]
無次元振動数		fB / U	0.05, 0.10, 0.20, 0.40
無次元時間刻み		$\Delta tU / B$	0.005
スマゴリンスキー定数		Cs	0.1



図－3.7.1.1　変位および空気力に関する座標系の定義

要素数は、230×112（h_{min} =4.375×10^{-4}B ）とし、解析領域を図－3.7.1.2 に示す。



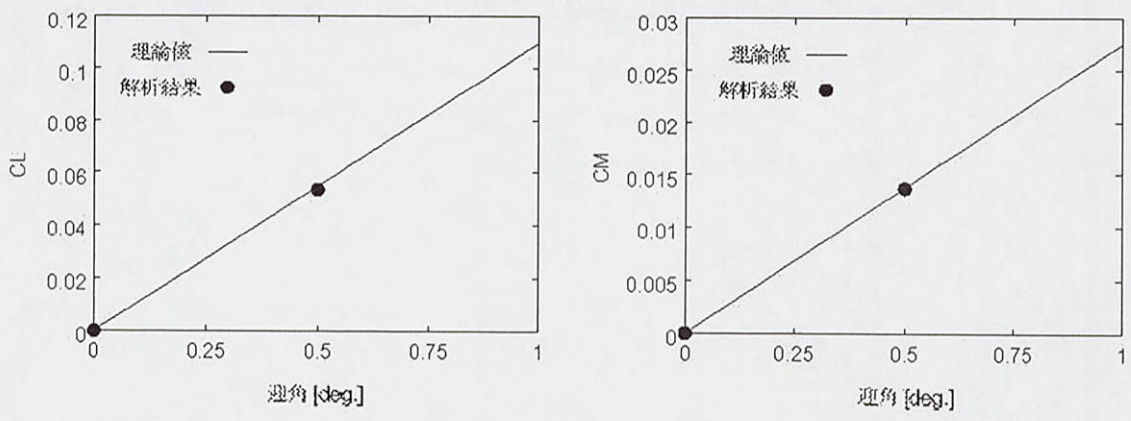
図－3.7.1.2　平板解析の解析領域図

３．７．２ 三分力の解析結果

平板の解析では、迎角が 0° および 0.5° の静的解析を行った。図－3.7.2.1 に静的空気力の解析結果と理論値の比較を示し、表－3.7.2.1 に揚力係数（CL）およびピッチングモーメント係数（CM）の 0° まわりの静的勾配を示す。なお、表－3.7.2.1 では、比較のため、平板翼の理論値も併記した。

表－3.7.2.1　静的空気力係数の勾配

静　的　勾　配	解　析　結　果	平板翼の理論値
$(dCL/d\alpha)$	6.15	6.28
$(dCM/d\alpha)$	1.57	1.57



図－3.7.2.1　平板 静的空気力の解析結果と理論値の比較

３．７．３　非定常空気力の解析結果

先ず、風速 U の気流中で弦長 B の物体が円振動数 ω で鉛直たわみ変位 h、ねじれ変位 α の 2 自由度調和連成振動をしているときの非定常揚力 L および空力モーメント M を次式で定義する。

$$L = \pi\rho B^3\omega^2\left((LHR + iLHI)\frac{h}{B} + (L\theta R + iL\theta I)\alpha\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$M = \pi\rho B^4\omega^2\left((MZR + iMZI)\frac{h}{B} + (M\theta R + iM\theta I)\alpha\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

図－3.7.3.1、図－3.7.3.2 に非定常空気力係数の解析結果と理論値の比較および変動振幅と位相差の解析結果と理論値の比較をそれぞれ示す。

３．７．４　考察

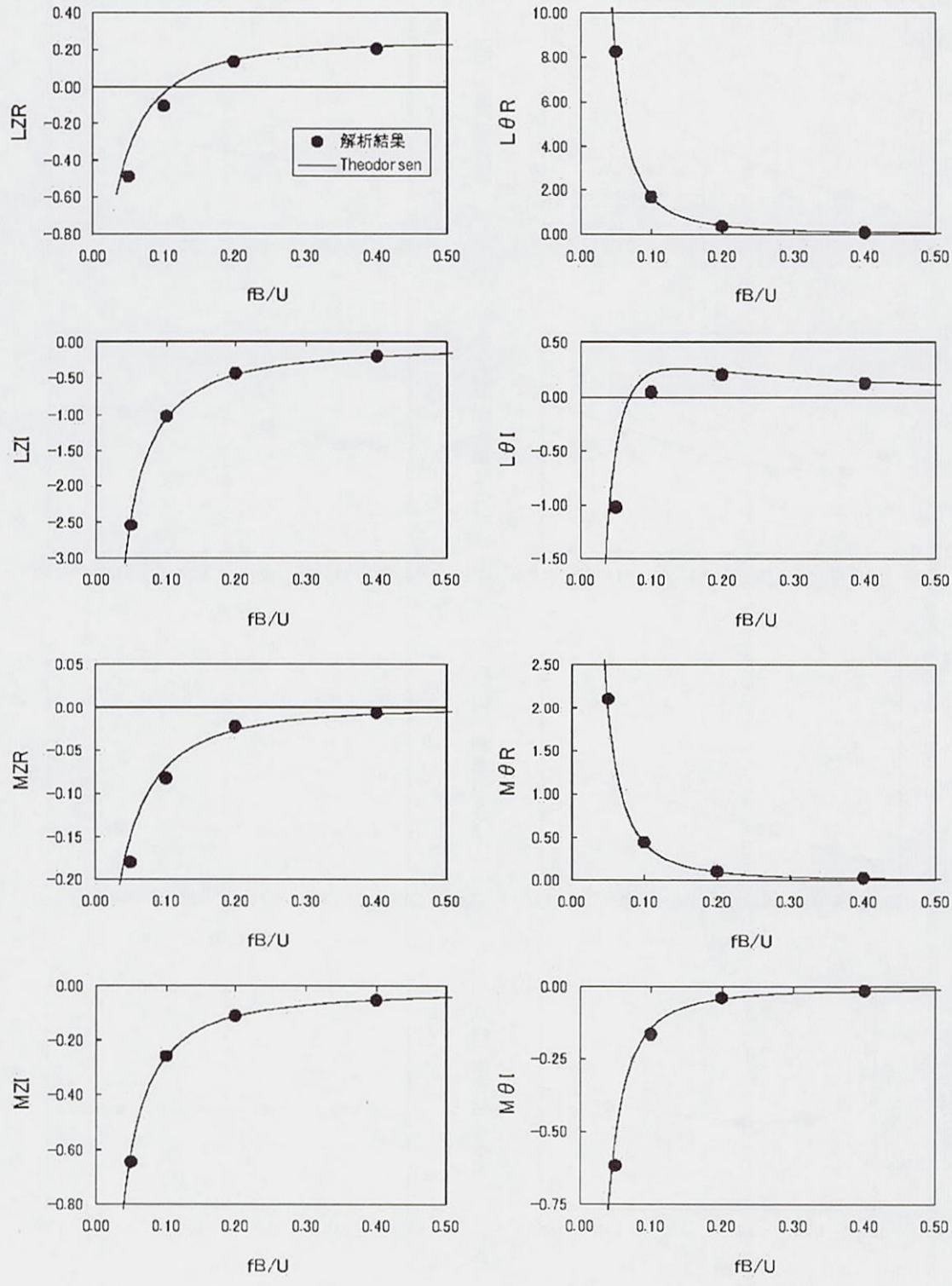
＜静的解析＞

表－3.7.2.1 に示した静的空気力係数の勾配より、解析結果を平板翼の理論値と比較すると、揚力勾配は若干小さめに評価されているものの、モーメントの勾配は平板翼の理論値と一致した結果が得られ、本解析手法の妥当性が分かる。

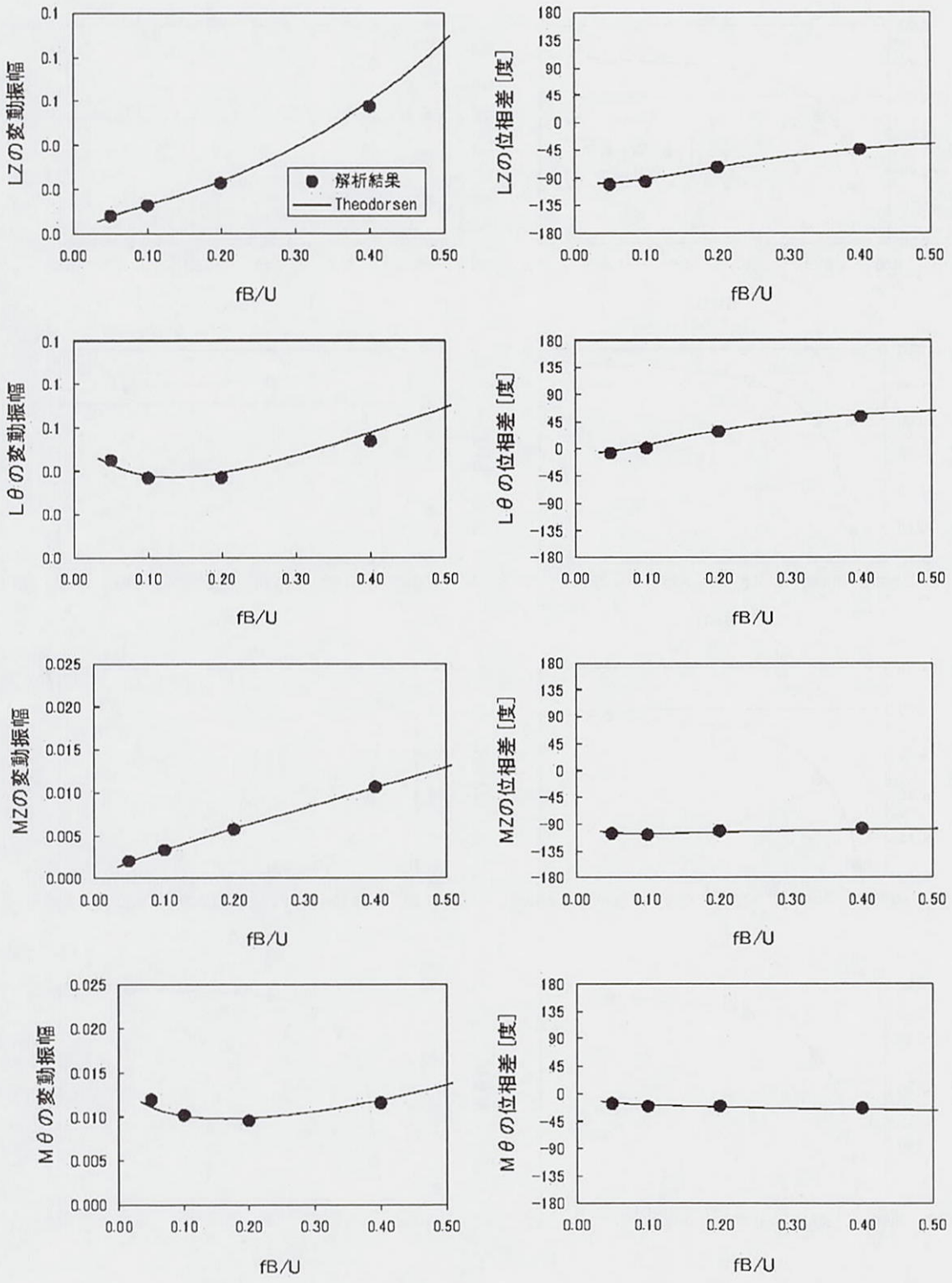
＜動的解析＞

図－3.7.3.1 より、無次元振動数（ fB / U ）が低い側において数値解析結果が理論値に比べ若干絶対値が大きめに評価されているものの、定性的には一致した傾向が得られている。

図－3.7.3.2 に示す変動振幅と位相差に関しては、非定常空気力が無次元振動数（ fB / U ）が低い側で絶対値が大きく評価されているため、それに伴い変動振幅も大きくなる傾向にある。また、位相差に関しては、定性的・定量的に数値解析結果と理論値は一致した結果が得られている。



図－3.7.3.1　平板 非定常空気力係数の解析結果と理論値・実験値の比較



図－3.7.3.2　平板 変動振幅と位相差の解析結果と理論値・実験値の比較

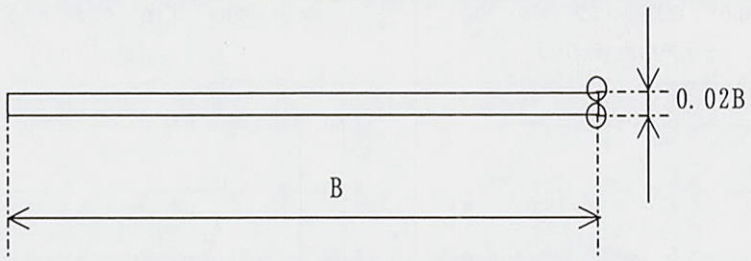
３．８　三菱重工

３．８．１　解析条件

表－3.8.1.1 に解析条件を、図－3.8.1.1 に解析対象断面を示す。

表－3.8.1.1　解析条件

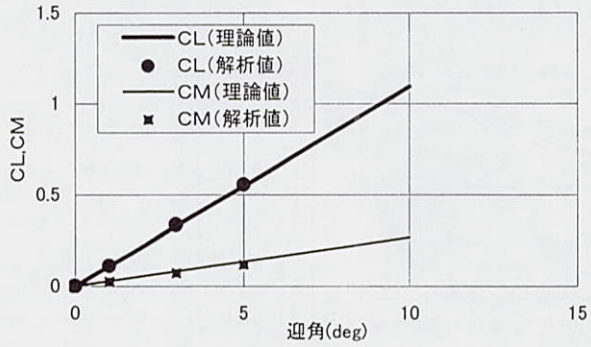
断面諸元	全幅	B	10 m
	厚さ	D	0.2 m
（1）三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	0, 1, 3, 5 deg
	Re	UB/ν	1×10^5
	乱流エネルギー		
（2）非定常空気力計算：風速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	1×10^5
	乱流エネルギー		
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.01
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1 deg
加振振動数		f_a	0.005, 0.008, 0.014, 0.019, 0.024
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.08, 0.14, 0.19, 0.24
無次元時間刻み		ΔtU_∞	0.036
乱流モデル			



図－3.8.1.1　解析対象断面（○：剥離渦の放出点）

３．８．２　三分力の解析結果

図－3.8.2.1 に静的三分力係数の解析結果と理論値の比較を示す。

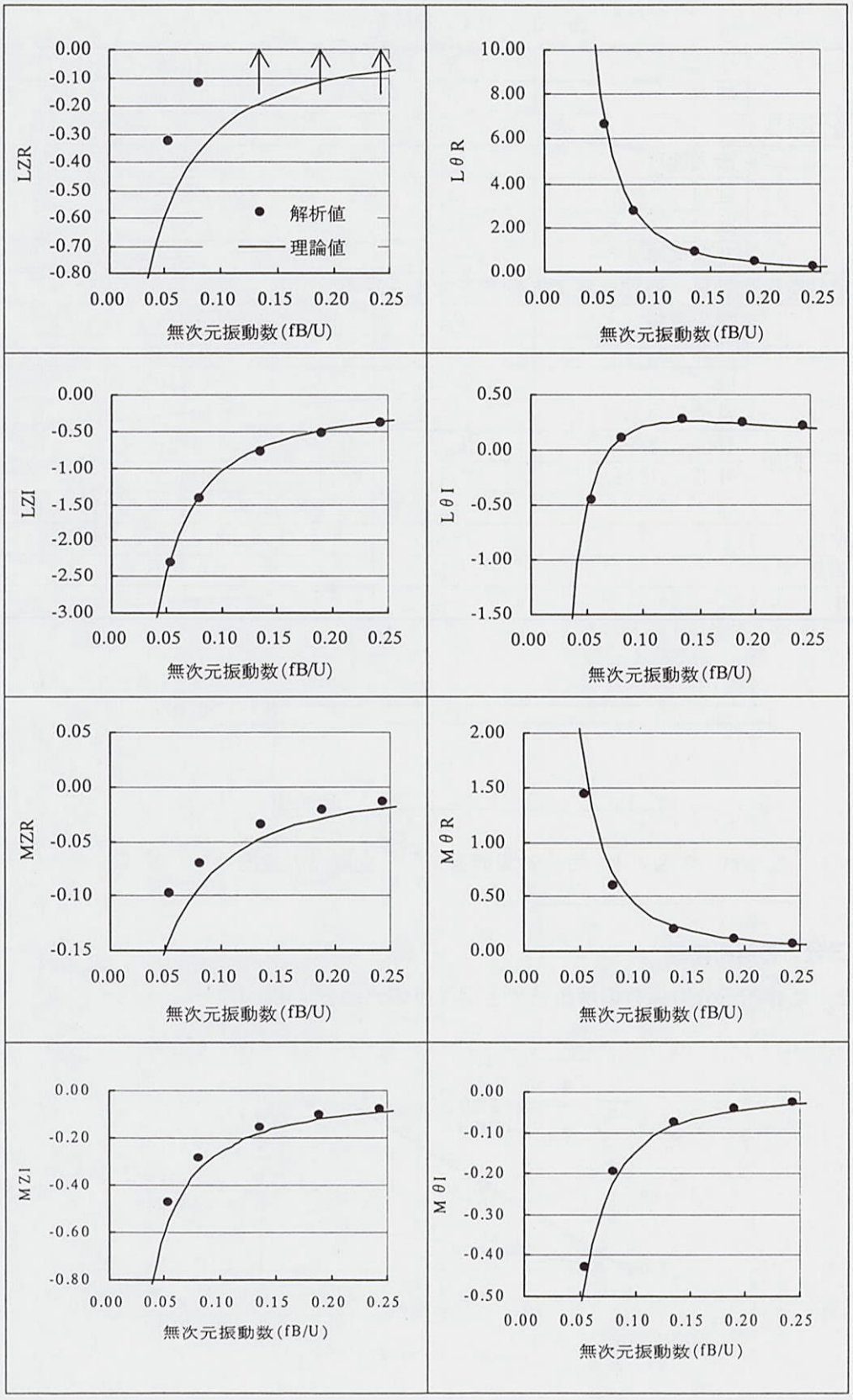


図－3.8.2.1　静的三分力係数（平板）

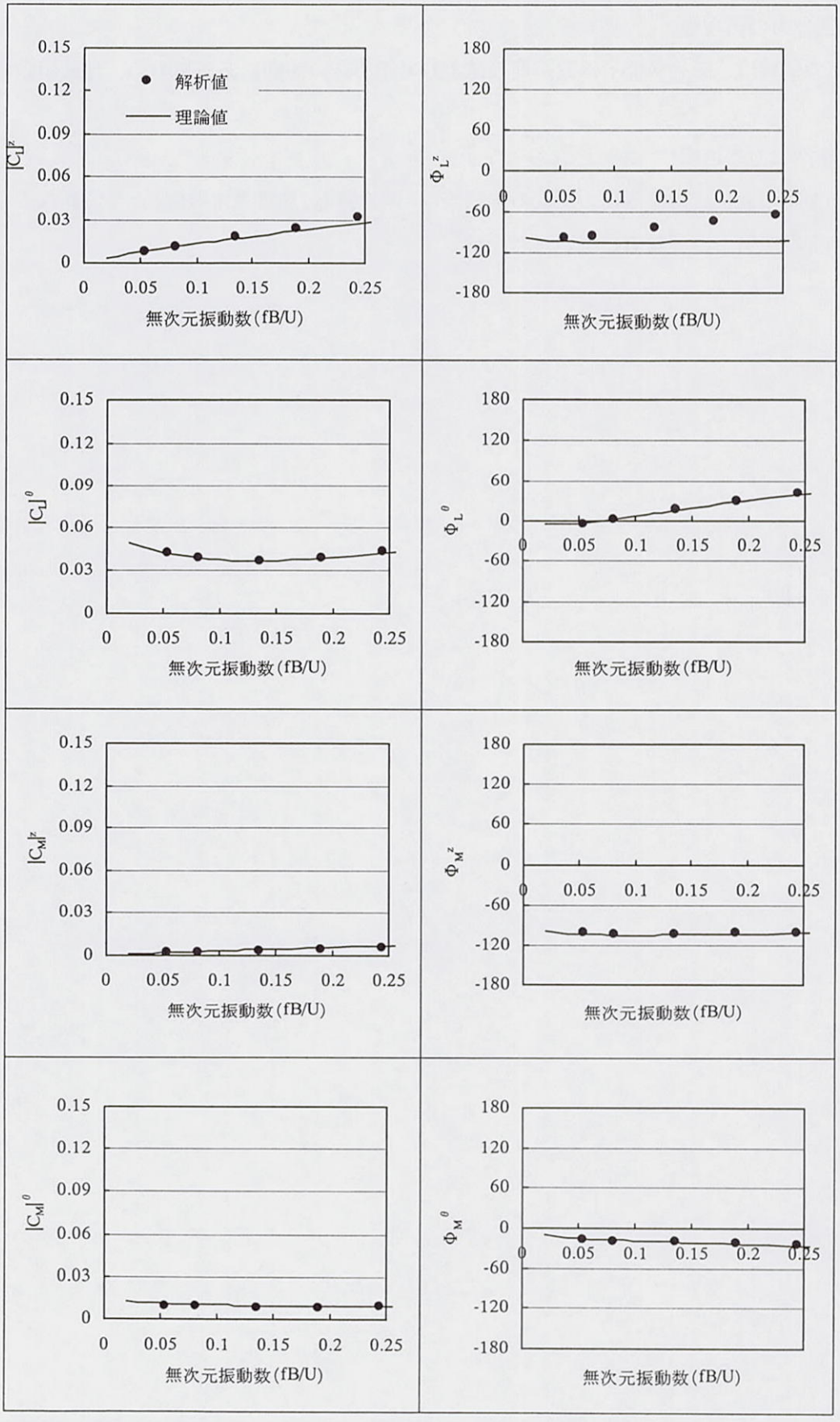
３．８．３　非定常空気力の結果

表－3.8.3.1 に非定常空気力係数を、表－3.8.3.2 に非定常空気力の振幅と変位に対する位相差を示す。

表－3.8.3.1　非定常空気力係数（平板）



表－3.8.3.2　非定常空気力の振幅と変位に対する位相差（平板）



３．８．４　考察

（１）静的三分力の再現性

平均空気力係数は、モーメント係数が理論値より若干小さい傾向にあるものの、理論値の値とほぼ一致する。

（２）非定常空気力の再現性

たわみ加振時の変位に対する揚力係数の位相差は、理論値（付加質量未考慮）とやや異なるものの、その他の非定常空気力は理論値とよい対応を示している。

4．一箱桁の解析とキャリブレーション

4．1　ＩＨＩ

4．1．1　解析条件

本解析に用いた形状は、ＩＨＩ独自形状である。図－4.1.1.1 に桁形状を示す。実験[*1)]は高欄・地覆を含むが、CFD では何れも含まない。本実験は非常に高 Re 数で実施された。解析条件を表－4.1.1.1 に示す。

表－4.1.1.1 解析条件（一箱桁）

断面諸元	全幅	B	1
	厚さ	D	1/10
(1) ３分力計算　：　実施せず			
流入境界	流入速度	U_∞	1
	迎角	α（°）	-5, -3, 0, 3, 5
	Re	$U_\infty B/\nu$	1.1×10^7
	乱流エネルギー	k_∞	$\nu_{t\infty}\cdot\omega_\infty$
	比散逸率	ω_∞	U_∞/B
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	$10^{-3}\cdot\nu$
(2)非定常空気力計算　：　Re 数一定で振動数を変化させる。			
	流入速度	U_∞	－
	迎角	α（°）	3
	Re	UB/ν	1.1×10^7
	乱流エネルギー	k_∞	$\nu_{t\infty}\cdot\omega_\infty$
	比散逸率	ω_∞	U_∞/B
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	$10^{-3}\cdot\nu$
振動モード/振幅	たわみ１自由度	η/B	1/100
	ねじれ１自由度	$\triangle\theta$（°）	1
加振振動数		f_a	－
換算振動数		f_aB/U_∞	0.049, 0.095, 0.14, 0.19, 0.24
無次元時間刻み		$\triangle tU_\infty/B$	0.01
統計処理に用いた無次元時間		tU_∞/B	81.92
乱流モデル		2 eq.	k-ω SST
格子		総点数	24341(241×101)
		最小格子幅	$5\times10^{-6}B$

4．1．2　三分力

三分力の解析結果を図－4.1.2.1 に示す。

４．１．３　非定常空気力

非定常空気力の解析結果を図－4.1.3.1 に示す。また、振幅・位相表記を図－4.1.3.2 に示す。また実験では慣性力と同時にキャンセルされてしまう付加質量を、CFD からもキャンセルするため、無風時の CFD を別途解析している。無風時（たわみ加振）の流線を図－4.1.3.3 に示す。

４．１．４　考察

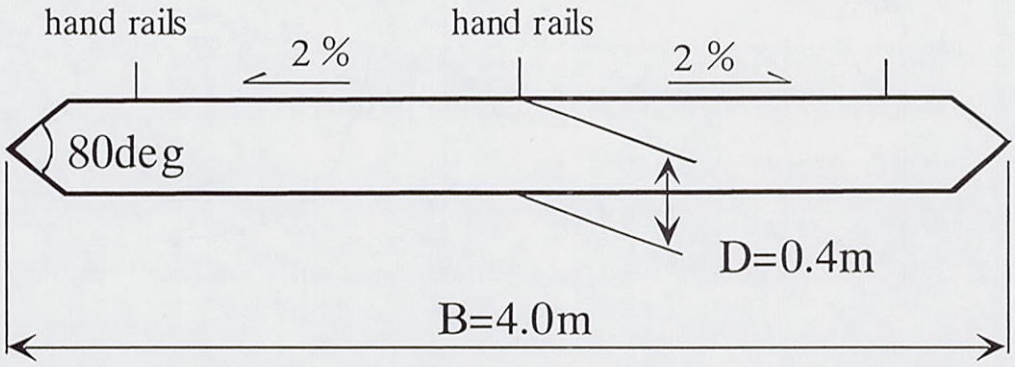
三分力のうち、揚力係数（CL）およびモーメント係数（CM）は実験結果と良く一致している。抗力係数（CD）は、解析値は実験値より小さい値を示しているが、抗力係数は D で無次元化されているため、抗力の解析値と実験値の差は、実際は揚力の場合と同程度かそれ以下である。これらの差の要因の一つとして、高欄・地覆の有無が挙げられるが、まだ明確ではない。

非定常空気力については、注意深い検討が必要である。まず実験についての全体的な傾向として、平板（Theodorsen）と 1 箱桁の差という観点から検討する。差という観点から、8 つの空気力係数は、2 つのグループに分類される。それは Theodorsen-実験が良く一致する係数（LθR、MθR、LZI、MZI）と、外れる係数（LθI、MθI、LZR、MZI）であるが、それは各々Real と Imag で対になっている。これは、振幅・位相表示にするとより明確になる。振幅は、全ての係数で平板（Theodorsen）と実験が一致している一方で、位相は全ての係数で平板（theodorsen）と実験とがすれている（ただし LZ については、Theodorsen が仮想質量を含むため注意が必要）。位相がずれる要因については、今後検討する必要がある。

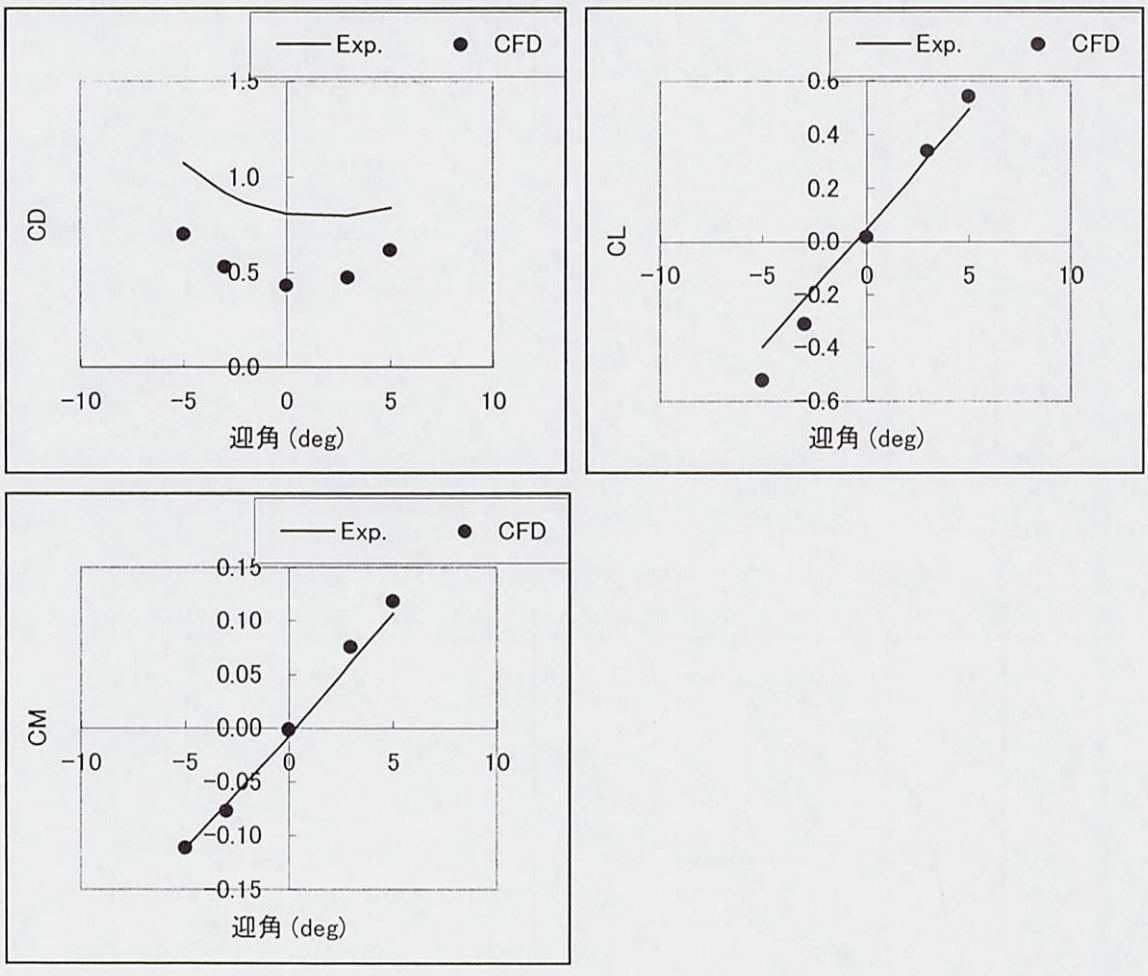
次に CFD についてであるが、上記の平板（Theodorsen）と 1 箱桁の定性的な傾向（グループ分け、位相のずれ、ずれの方向）は、首尾一貫して捉えられている。Real、Imag で表記した場合、低換算振動数（＝高換算風速）側で、実験と CFD のずれが非常に大きくなるように見えるが、実際には、Real（つまり cos）では位相が 90°、Imag（つまり sin)では位相が 0° に近づくために、誤差が拡大されて見えている。振幅・位相表記においては、実験と CFD の位相のずれは最大 5° 程度であり、良く一致していると考えられる。ただし、高風速側で、若干 CFD と実験のずれが大きくなる傾向は、位相表記においても見られる。これについては、実験の精度等も含め、今後検討していく。

参考文献

*1) Matsuda, K., Cooper, K. R., Tanaka, H., Tokushige, M. and Iwasaki, T. : “An investigation of Reynolds number effects on the steady and unsteady aerodynamic forces on a 1:10 scale bridge deck section model”, in Proc. 10th Int. Conf. on Wind Engineering, (Larsen, A. et al. ed.) Balkema, Rotterdam, pp. 971-978, June 1999.

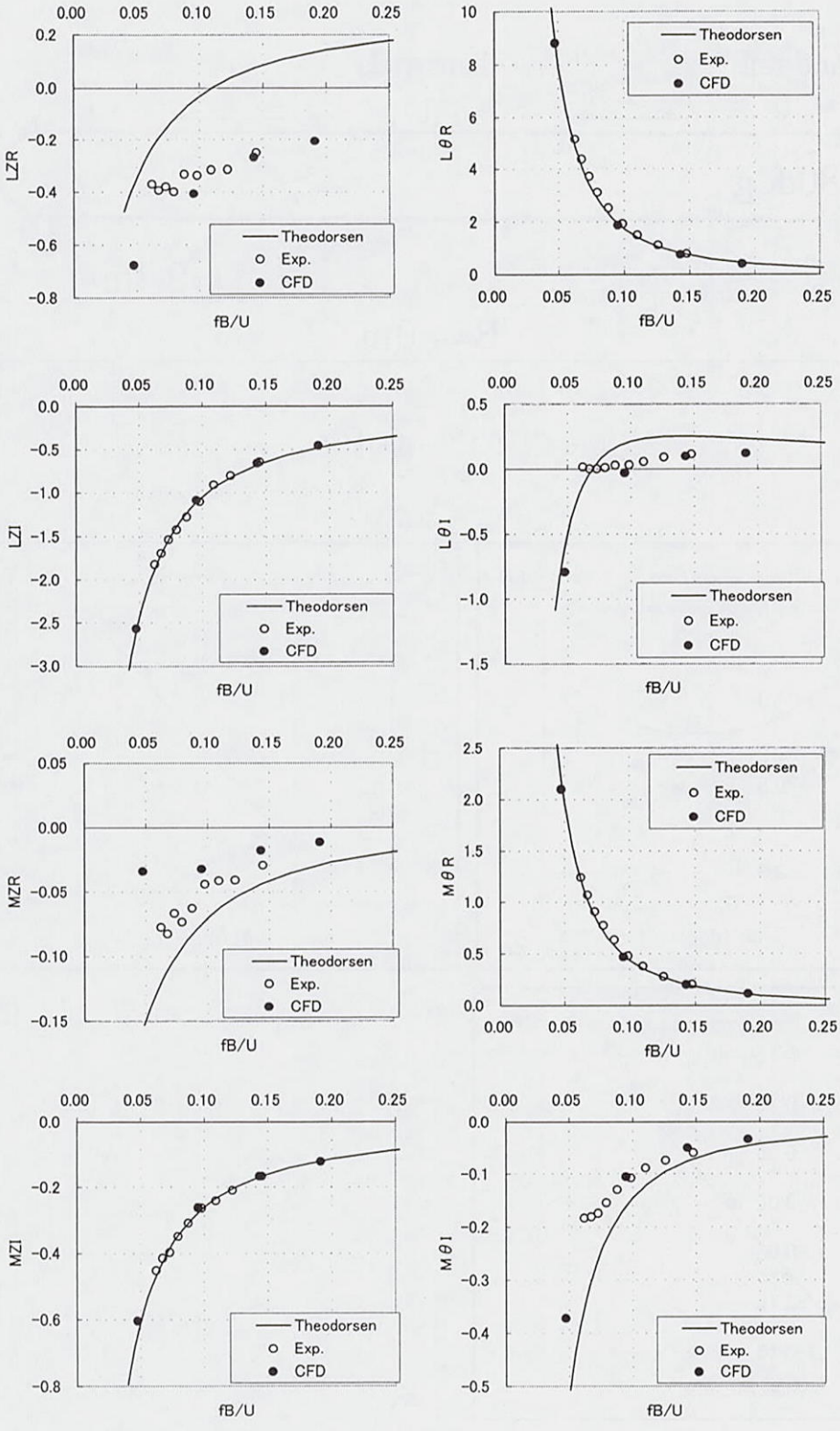


図－4.1.1.1　一箱桁形状



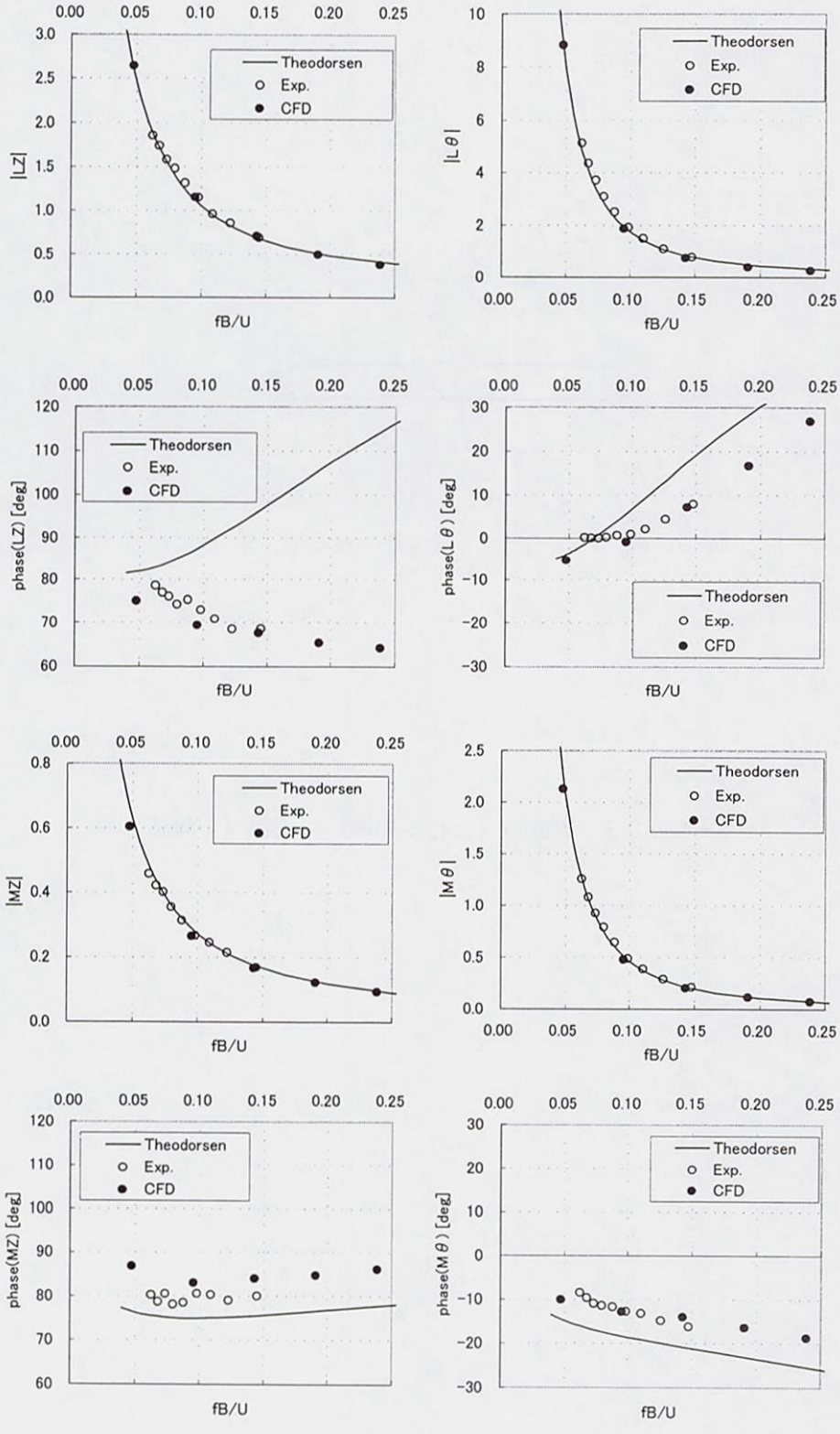
図－4.1.2.1　三分力（一箱桁）

無次元化は、CD は D、CL, CM は B



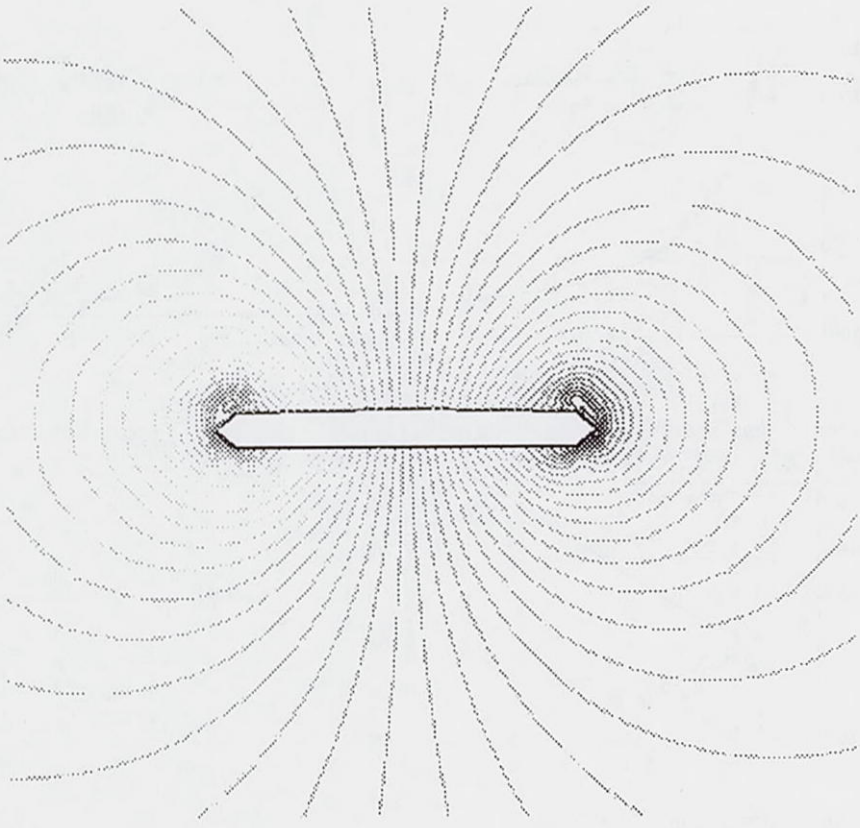
図－4.1.3.1　非定常空気力係数（一箱桁）

付加質量（Theodorsen：含む、実験,CFD：キャンセル）



図－4.1.3.2　非定常空気力係数－位相・振幅表示（一箱桁）

付加質量（Theodorsen：含む、実験, CFD：キャンセル）



図－4.1.3.3　無風時（たわみ加振）の流線（一箱桁）

4．2　ＮＫＫ

解析未実施

４．３　川崎重工

４．３．１　解析条件

解析条件を表-4.3.1.1 に示す。

表－4.3.1.1　解析条件

断面緒元	全幅	B	459.4mm
	厚さ	D	27.3mm
非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入マッハ数	M_{in}	0.1
	迎角	α	0 deg.
	Re	UB/ν	2.62×10^{6}
	乱流エネルギー	q_{in}	0.1%
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.013
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	3.0 deg.
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.1, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	0.01
乱流モデル		RANS	q-ωモデル

格子数は 31,720 点とし、格子図を図－4.3.1.2 に示す。

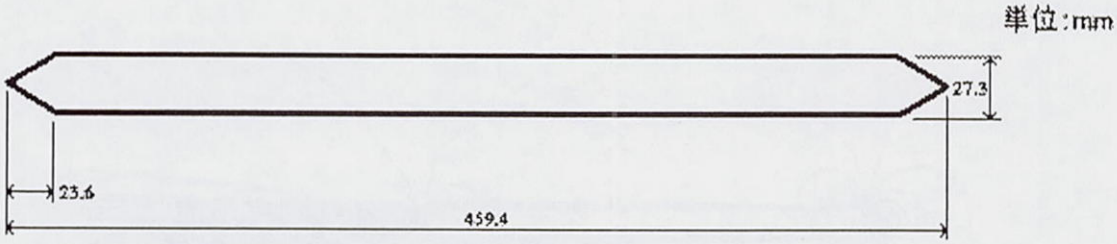
４．３．２　三分力の解析結果

一箱桁断面の三分力については、解析結果と比較できるような実験結果がないため、ここでは三分力の解析は実施していない。

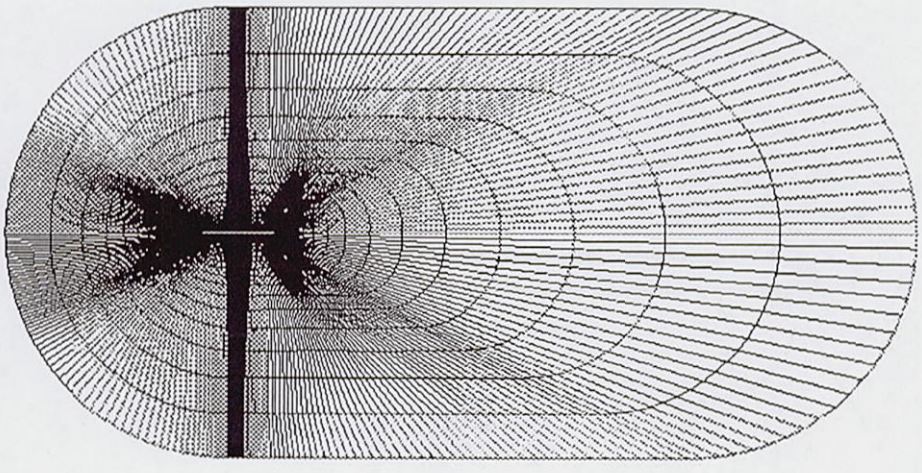
４．３．３　非定常空気力の解析結果および考察

解析結果の一例として、fB/U=0.05 のときのマッハ数分布図を図－4.3.3.1 に、空気力の時間変動を図－4.3.3.2 に示す。扁平な断面であること、および振動変位が小さいことから後流部以外は剥離等の発生しない流れ場となっている。そのため空気力の時間変動についても、箱桁断面の振動成分が卓越するような変動となっている。

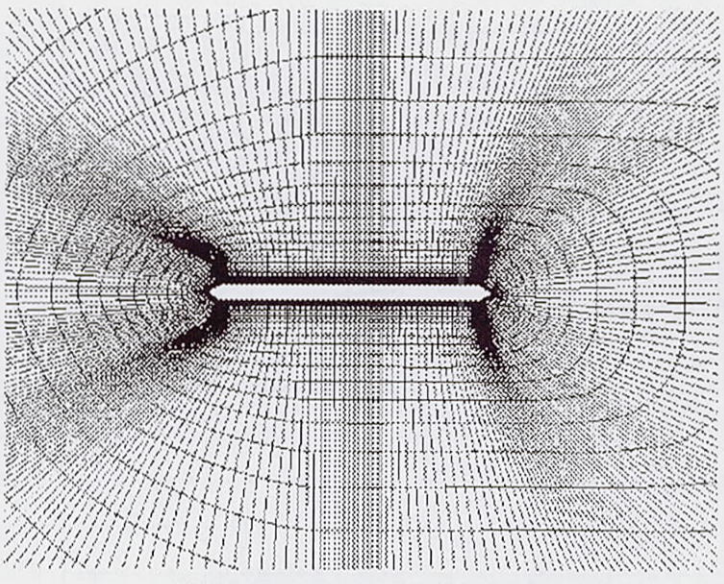
次に解析で得られた非定常空気力を、実験値および平板の理論値と比較した結果を図－4.3.3.3 に示す。なお、解析では無風時の空力減衰を含んでいるのに対し、理論値、実験値では無風時の空力減衰を差し引いているため、図－4.3.3.3 に示す解析結果は、解析によって得られた非定常空気力から平板理論値における無風時空力減衰を差し引いたものとしている。換算振動数の大きい条件、すなわち流れ場に及ぼす振動の影響が大きい条件では、今回実施した２次元解析と実験値は良く対応している。しかし、換算振動数の小さい条件、すなわち流れ場に及ぼす振動の影響が小さい条件では、解析結果は実験値よりも振動平板の理論値と近くなる。これは振動数の小さい条件では、実験において流れの３次元性の影響が大きくなり、その結果２次元解析との差が大きくなったのではないか、と考えられる。



図－4.3.1.1　1箱桁断面解析モデル

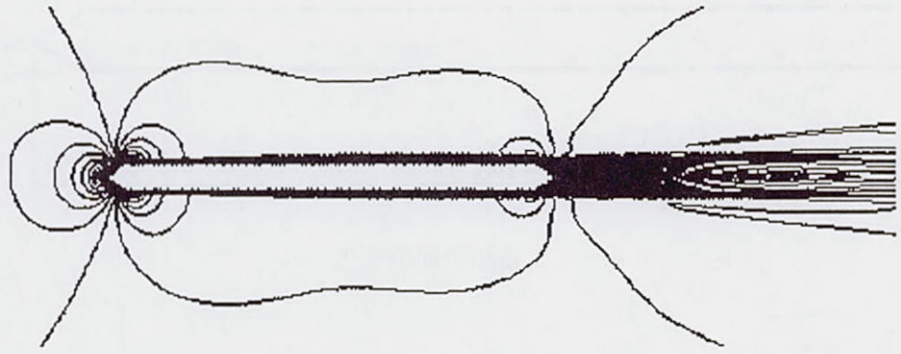


格子全体図

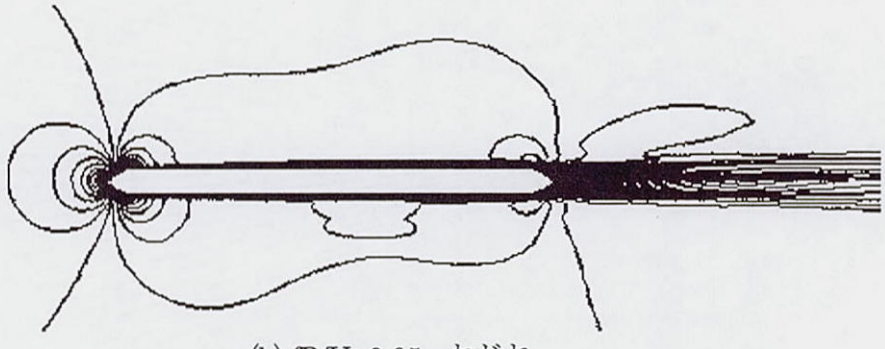


橋桁断面付近拡大図

図－4.3.1.2　1箱桁断面解析格子図

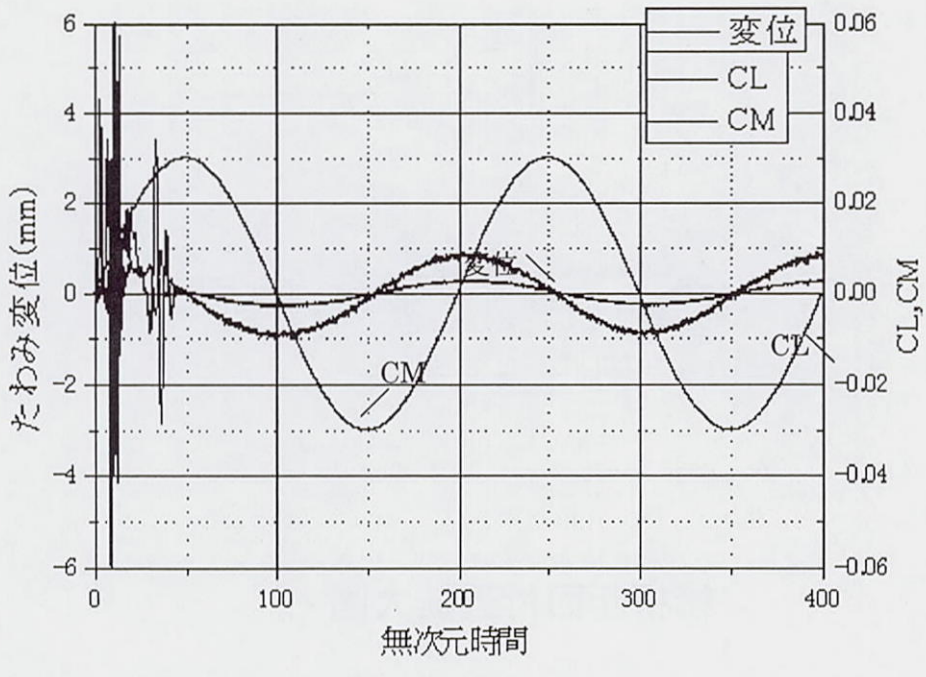


(a) fB/U=0.05，たわみ

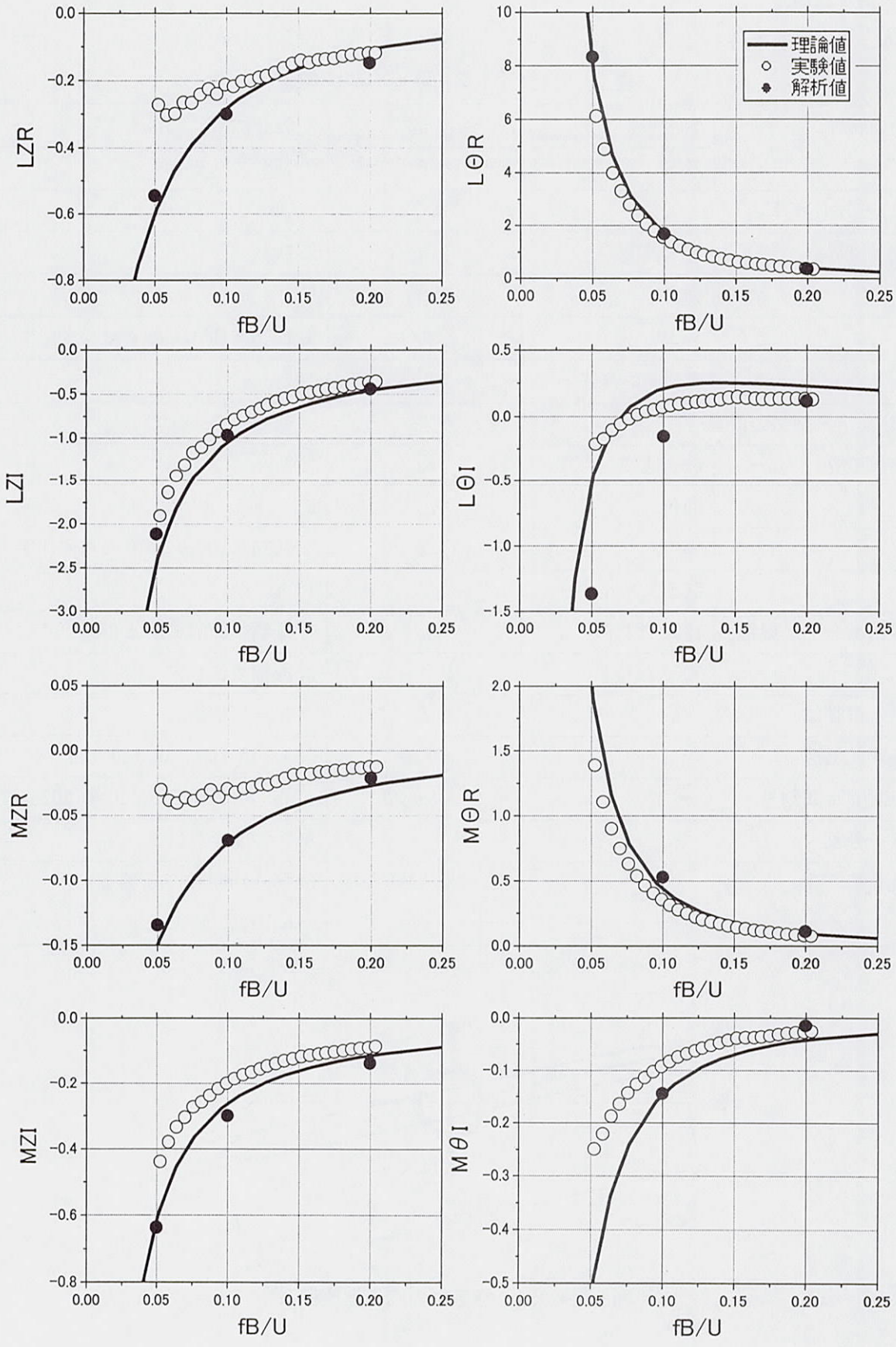


(b) fB/U=0.05，ねじれ

図－4.3.3.1　1箱桁断面解析結果（マッハ数分布図）



図－4.3.3.2　1箱桁断面解析結果（空気力の時間変動、fB/U=0.05,たわみ）



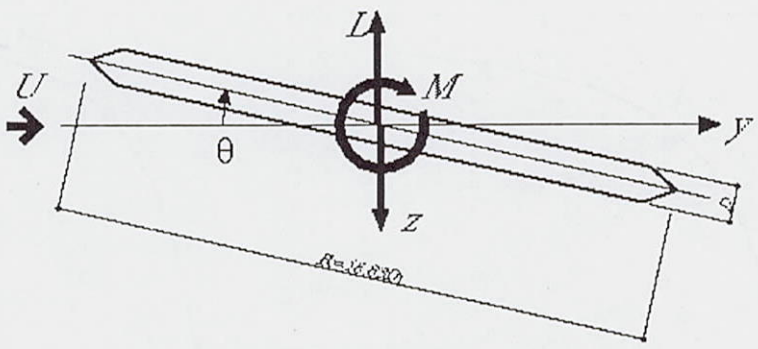
図－4.4.3.3　1箱桁断面非定常空気力解析結果と理論値、実験値の比較

4．4　清水建設

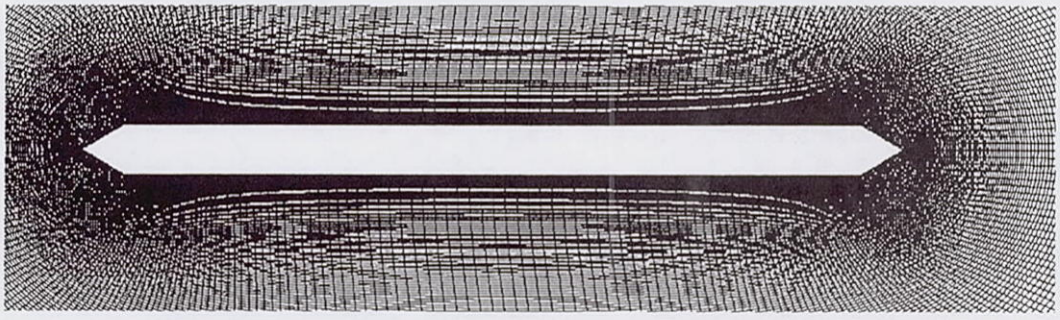
4．4．1　解析条件

表－4.4.1.1　1箱桁断面の解析条件

断面特性	全幅	B	2.5245m(=16.83D)
	厚さ	D	0.15m
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	2.2m/s
	迎角	α(°)	0, 2, 4, 6, 8
	R_e	$U_\infty B/\nu$	3.7026×10^5($U_\infty D/\nu=2.2\times10^4$)
	乱流エネルギー	k_∞	$10^{-5}m^2/s^2$
(2)非定常空気力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	2.2m/s
	迎角	α(°)	0
	R_e	$U_\infty B/\nu$	3.7026×10^5($U_\infty D/\nu=2.2\times10^4$)
	乱流エネルギー	k_∞	$10^{-5}m^2/s^2$
振動モード／振幅	1DOF たわみ	h_0	片振幅：0.0165m(±B/153)
	1DOF ねじれ	θ_0	片振幅：±1.5°
加振振動数		f_a	スイープ加振
無次元風速		U/fD	300, 250, 200, 150, 120, 100, 75
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	1.485×10^{-4}($\Delta tU_\infty/D=0.0025$)
格子分割			320×200=64,000
乱流モデル		2D RANS	Kato-Launder モデル Two-Layer モデル



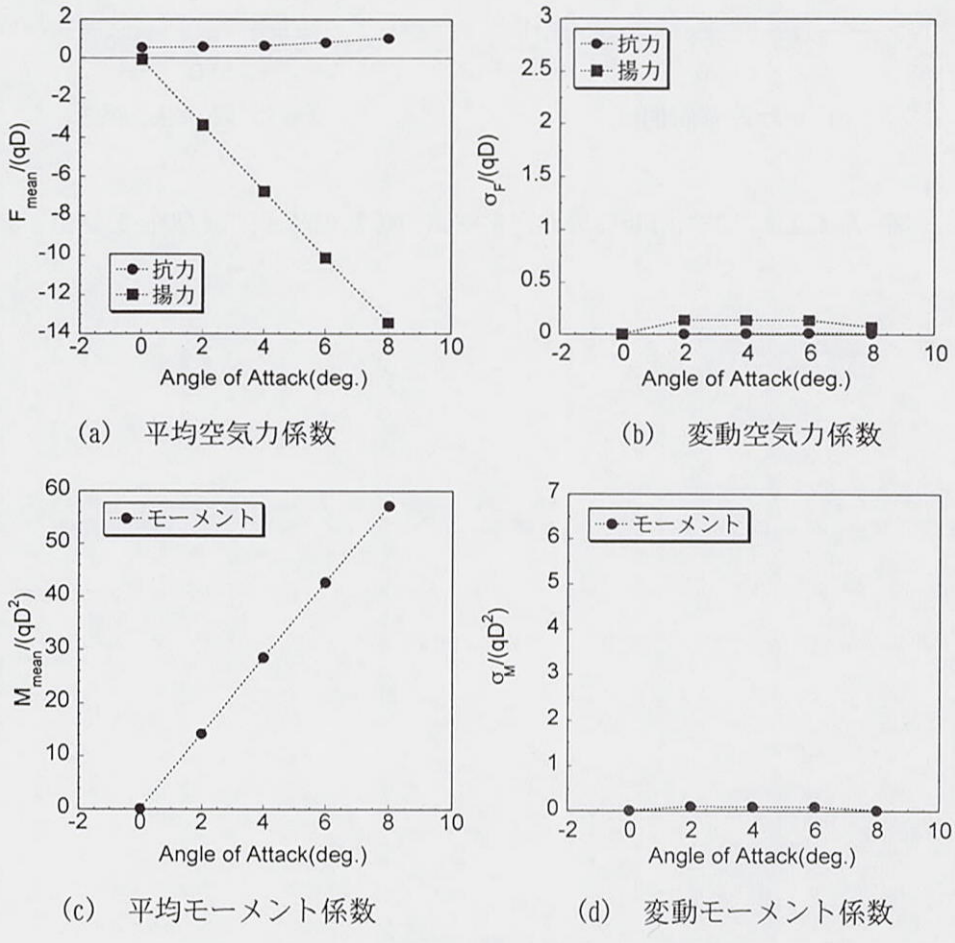
図－4.4.1.1　空気力の向きと座標系



図－4.4.1.2　1箱桁断面の解析格子

4．4．2　三分力の解析結果

静止状態における1箱桁断面の迎角による変化を図－4.4.2.1に示す。



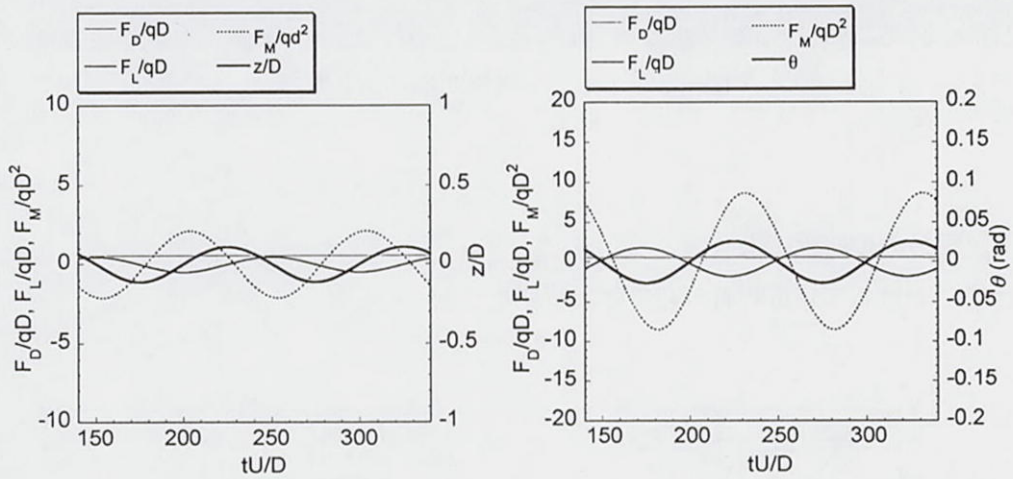
(a)　平均空気力係数　　(b)　変動空気力係数

(c)　平均モーメント係数　　(d)　変動モーメント係数

図－4.4.2.1　静的空気力の迎角による変化

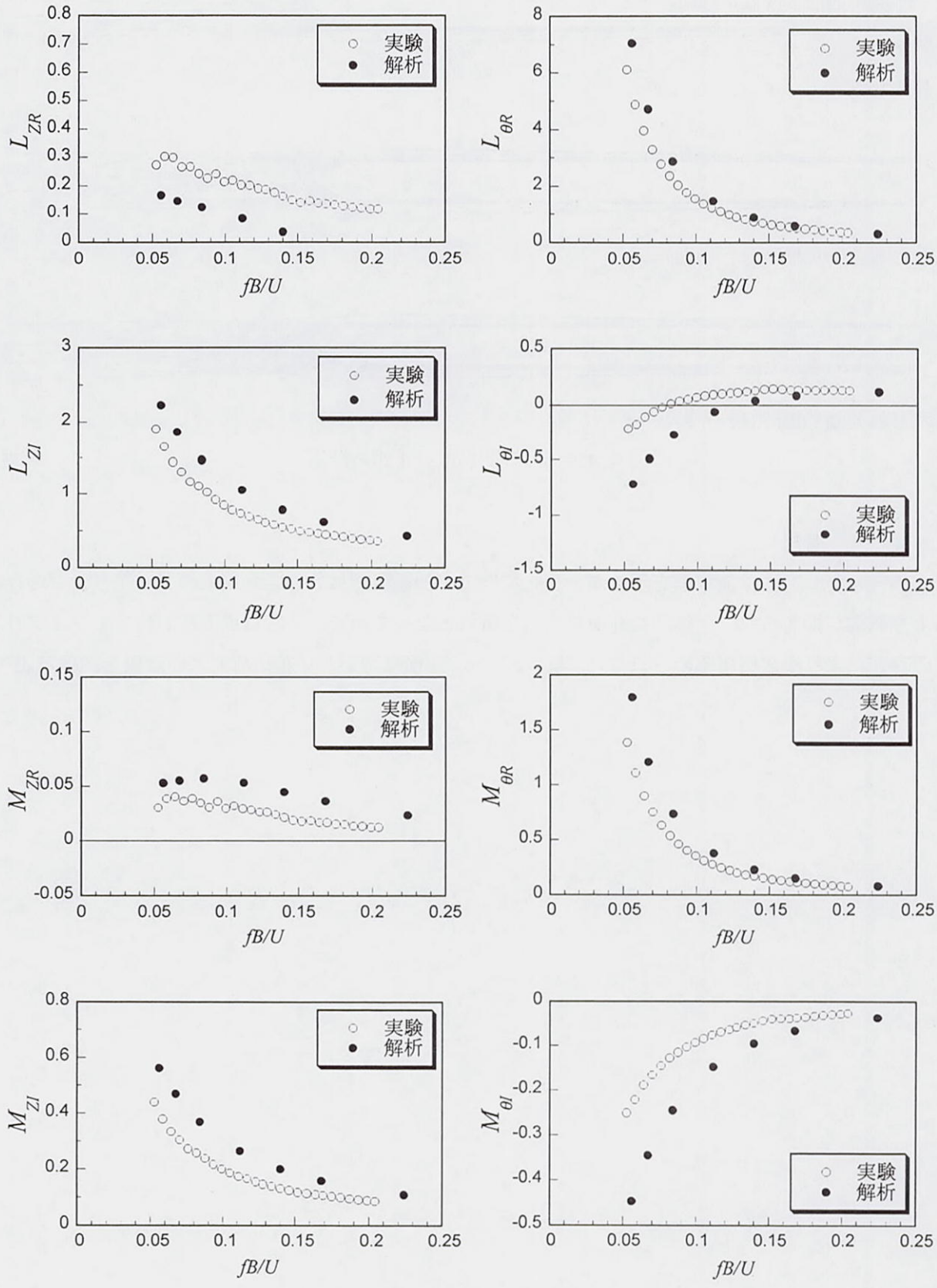
４．４．３　非定常空気力の解析結果

１箱桁断面の強制加振時の空気力の時系列を図－4.4.3.1 に、非定常空気力係数を図－4.4.3.2 に示す。また迎角による変化を図－4.4.3.3 に示す。



(c) たわみ強制加振　　(d)ねじれ強制加振

図－4.4.3.1　１箱桁断面の非定常空気力係数の時系列（fB/U=0.168）



図－4.4.3.2　非定常空気力係数（1箱桁断面）



(a) 静止状態



(b) たわみ強制加振時(Ur=5.94)



(c) ねじれ強制加振時(Ur=5.94)

図 4.4.3.3　瞬間渦度（１箱桁断面）

４．４．４　考察

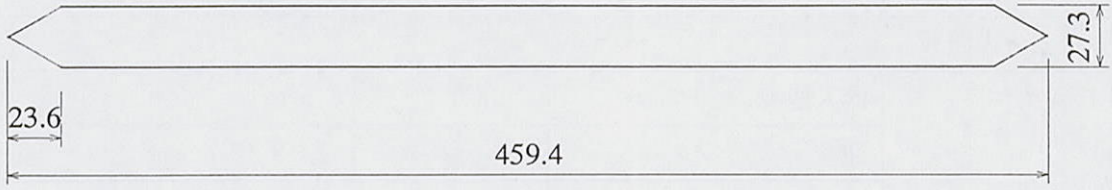
図－4.4.3.3 には流れ場を示すが、静止状態でも加振状態においても風上のフェアリングの存在により剥離が抑えられ、全体的に断面に沿った流れとなっている。さらに風下においてもフェアリングの存在により渦放出が認められない。なお、５．４．４節において２箱桁断面との比較を詳細に述べる。

４．５　住友重機械

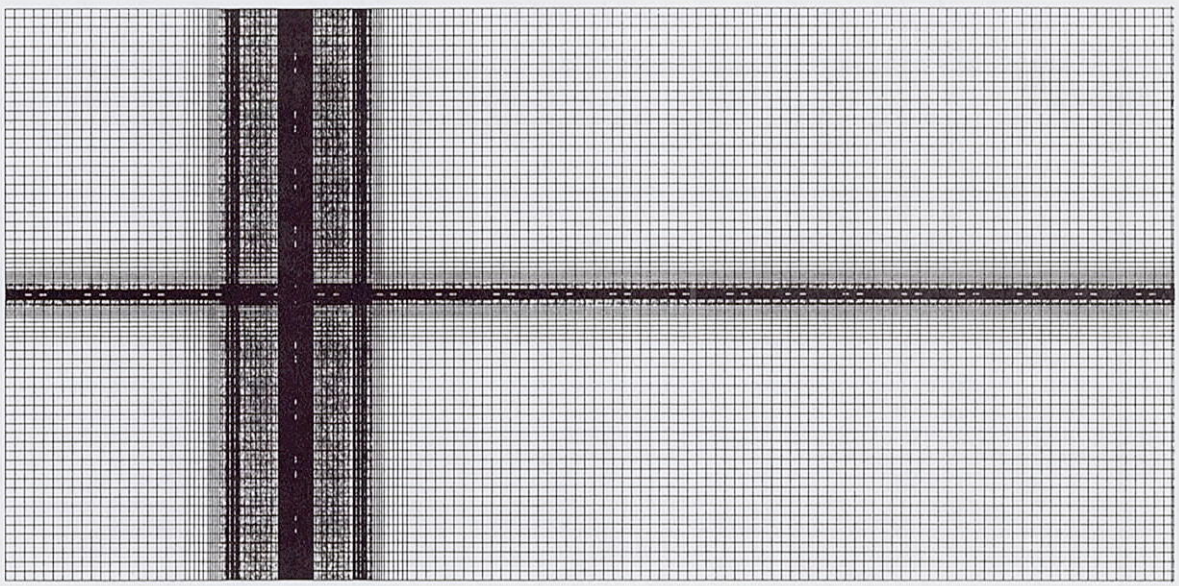
４．５．１　　解析条件

（１）解析モデル

図－4.5.1.1 に示す一箱桁断面について、数値流体解析を行った。



図－4.5.1.1　一箱桁断面解析モデル



図－4.5.1.2　一箱桁断面解析格子図

（2）解析条件

解析条件を表－4.5.1.1 に示す。

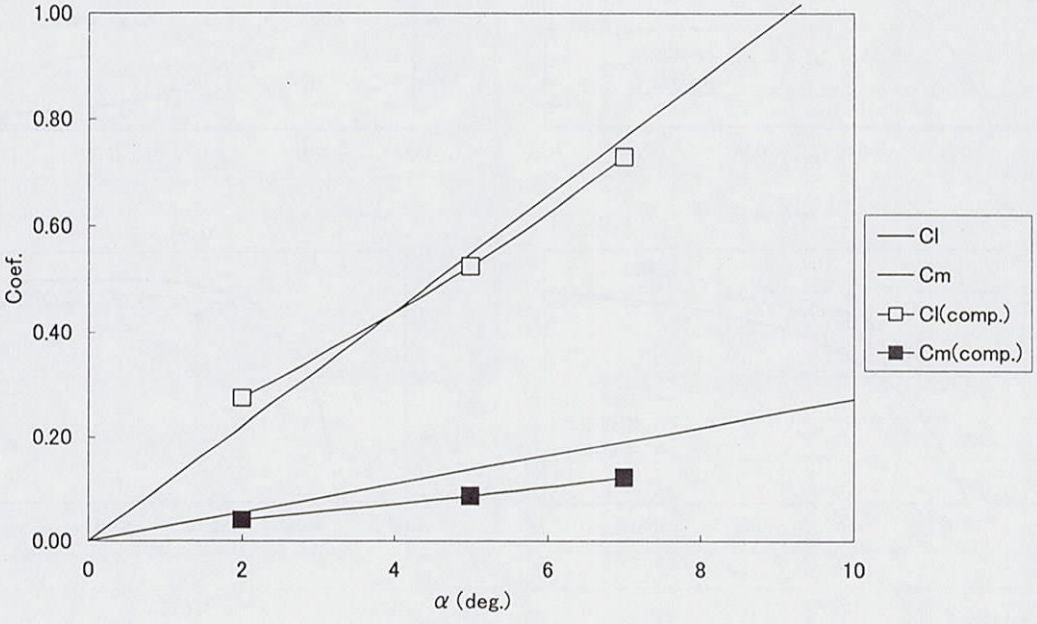
表－4.5.1.1　解析条件（平板）

断面諸元	全幅	B	459.4 mm
	厚さ	D	27.3 mm
(1)三分力計算			
流入条件	流入速度	U	6.5 m/s
	迎角	α	+2, +3, +5 deg
	Re	UB/ν	2.0×10^5
(2)非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる			
流入条件	流入速度	U	6.5 m/s
振幅	たわみ		±3 mm
	ねじれ		±1.5 deg
加振振動数		fa	0.8～3.5 Hz

４．５．２　三分力の解析結果

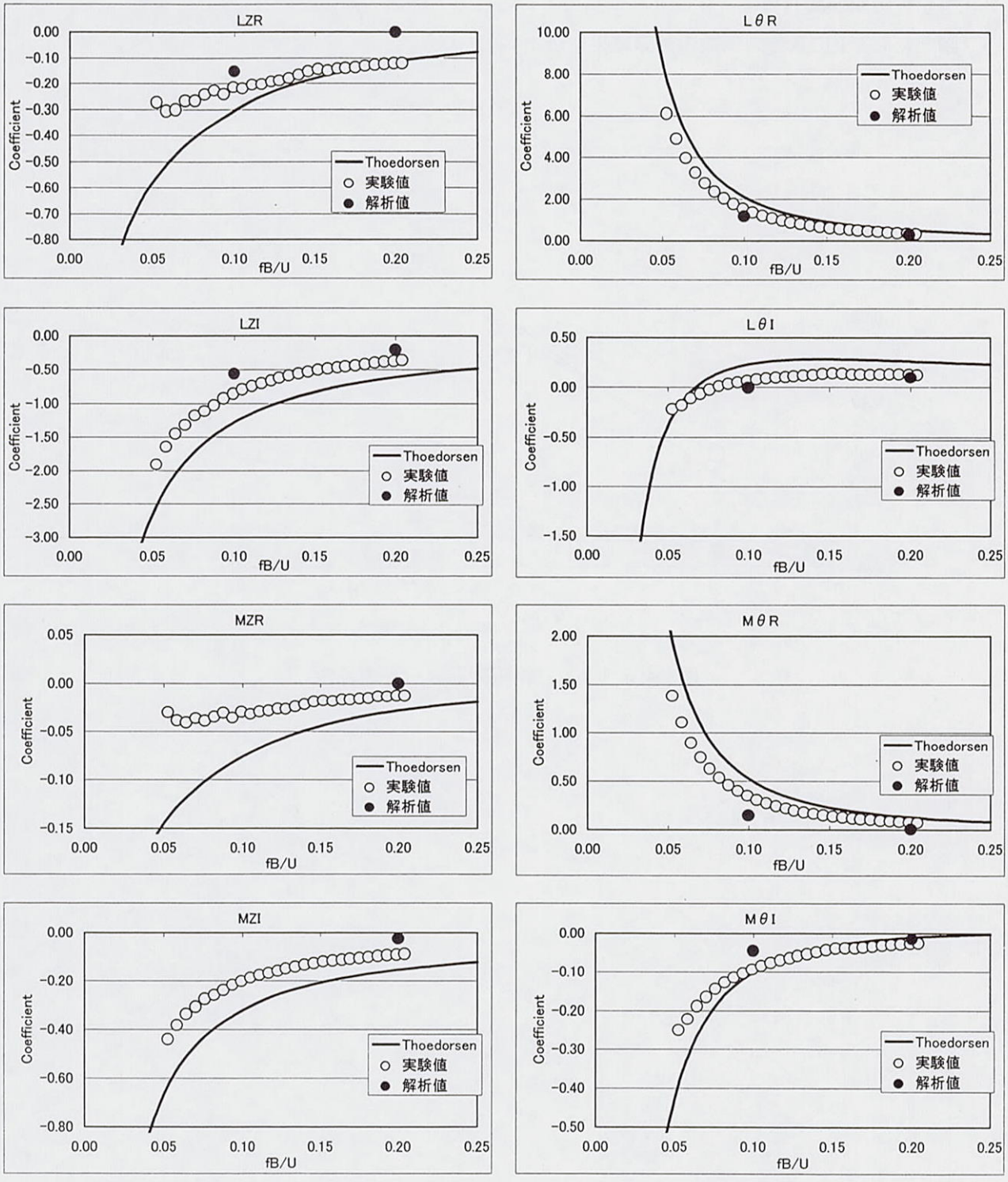
一箱桁断面の迎角を２，３，５°とした場合の三分力係数の算出を行った。

図－4.5.2.1 に三分力係数の計算結果を示す。



図－4.5.2.1　一箱桁断面の三分力係数

４．５．３　非定常空気力の解析結果

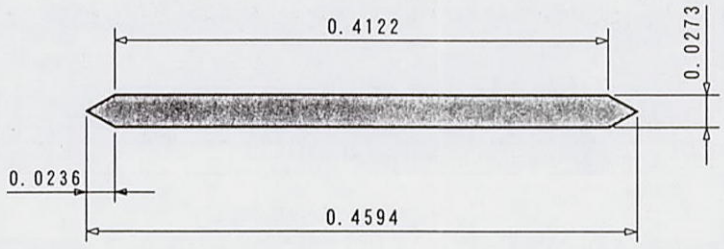


図－4.5.3.1　一箱桁断面の非定常空気力係数

４．６　日立造船

４．６．１　解析条件

解析対象断面を図－4.6.1.1 に示す。



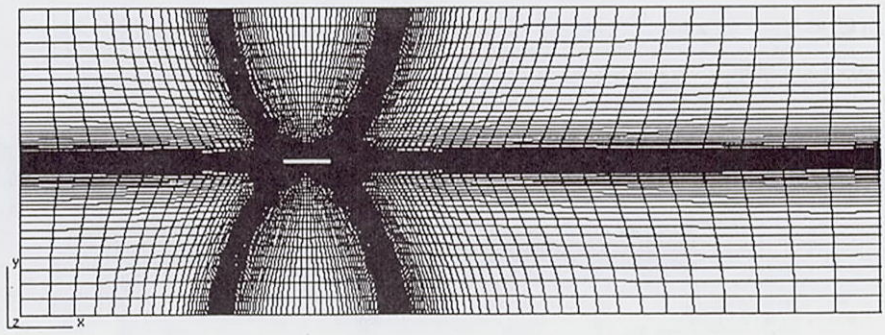
図－4.6.1.1　一箱桁断面 B/D=16.8

解析条件を表－4.6.1.1 に示す。

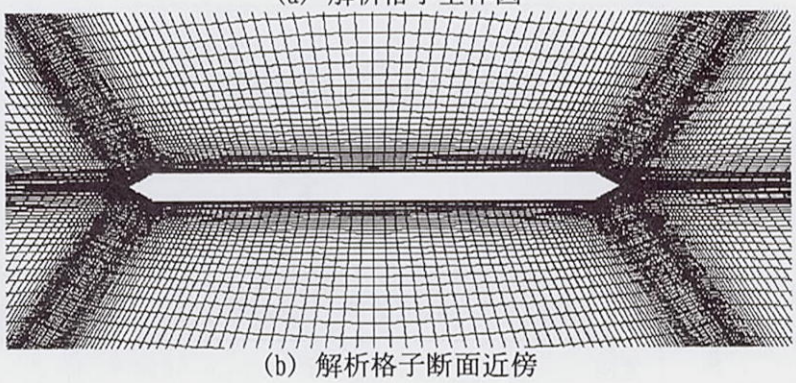
表－4.6.1.1　解析条件(一箱桁断面)

断面諸元	全幅	B	0.4594 m
	厚さ	D	0.0273 m
	辺長比	B/D	16.8
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	6.5 m/s (一様流)
	迎角	α	0, +2, +4, +8 [deg]
	Re	UB/ν	2.0×10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	1%
(2)非定常空気力計算　：　流入流速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	6.5 m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	2.0×10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	1%　(=2.1×10^{-3})
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.013 (h_0=0.003 m)
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1.5 deg
加振振動数		f_a	0.7, 1.4, 2.1, 2.8 Hz
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.1, 0.15, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta t U_\infty/B$	0.01
乱流モデル		2D_RANS	LK モデル

要素数は、[224×98] = 21,952 とし、解析格子分割全体図を図－4.6.1.2 に示す。



(a) 解析格子全体図

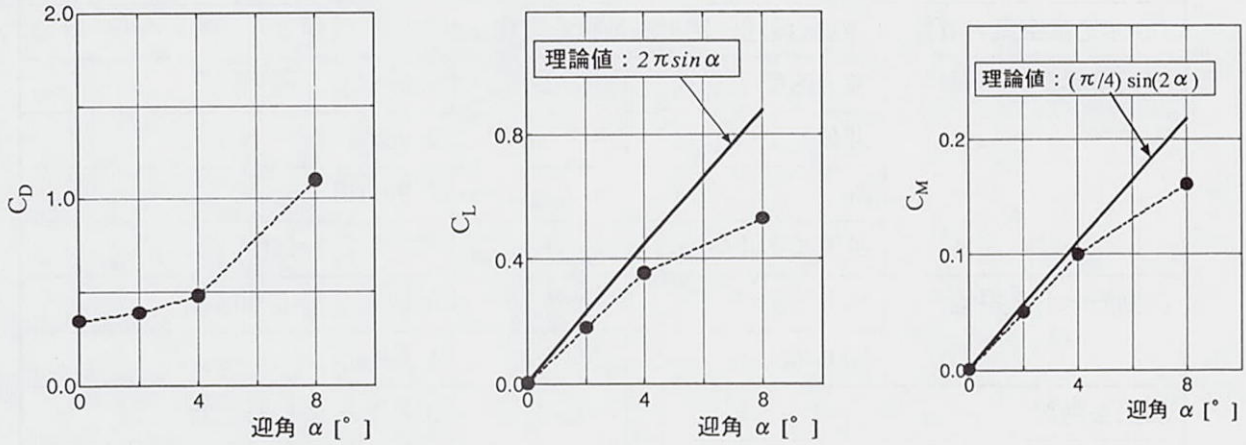


(b) 解析格子断面近傍

図－4.6.1.2 解析格子(一箱桁断面)

4．6．2　三分力の解析結果

図－4.6.2.1 に三分力係数の計算結果を示す。図には、比較のために理論値も併せて示す。揚力係数とモーメント係数では、α=0～4° まで平板理論式に近い値を示し、迎角零勾配も理論値とほぼ一致する。α=4° 近辺が失速角とみられ、理論値よりも小さくなり始める。



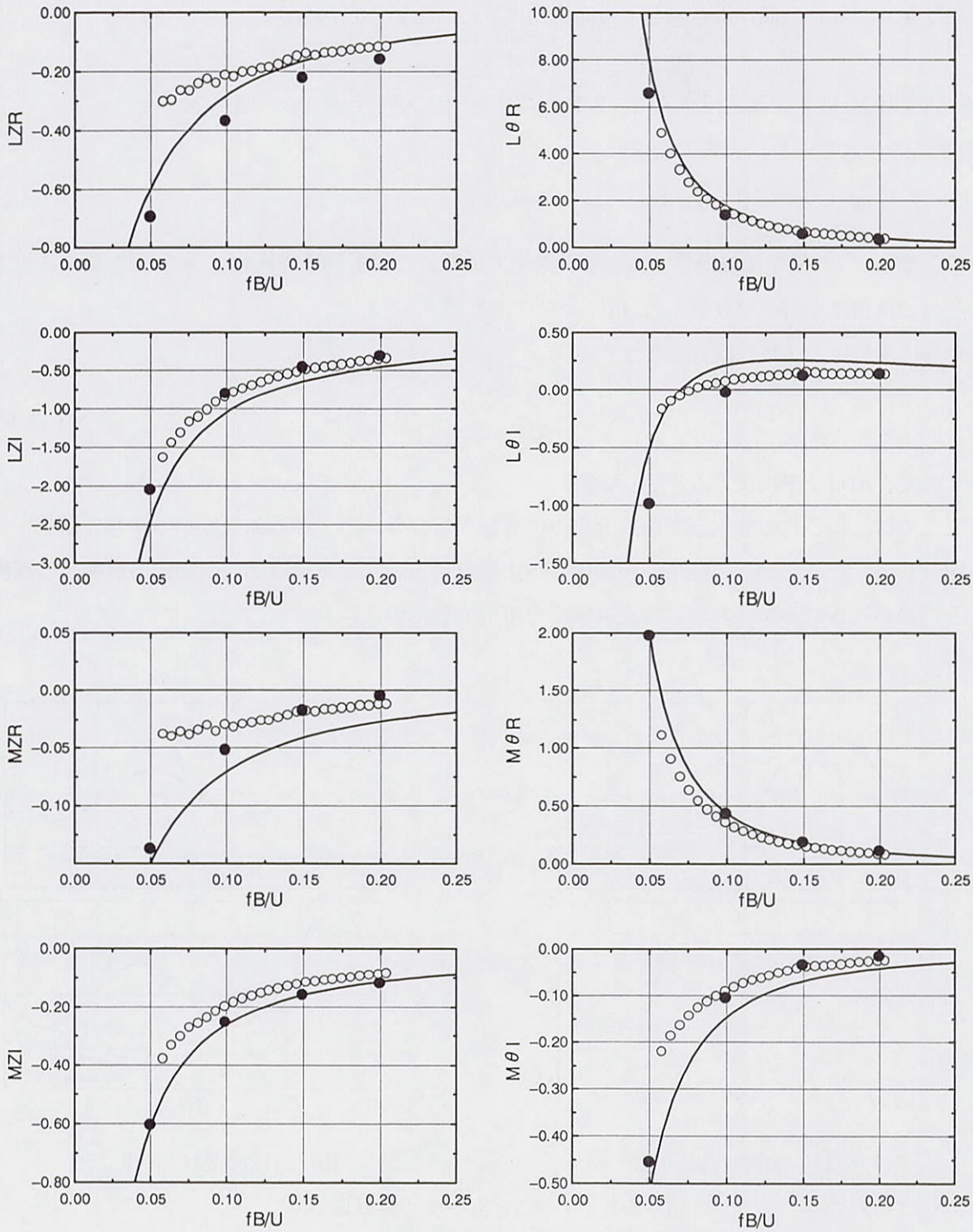
(a)抗力係数　　(b)揚力係数　　(c)モーメント係数

図－4.6.2.1　3 分力係数計算結果

(——：理論値、·····●·····：解析値)

４．６．３　非定常空気力の解析結果

図－4.6.3.1 に非定常空気力係数の計算結果と実験値(土研データ)との比較を示す。図には、Theodorsen 理論値も併せて示す。計算値は、定性的に実験値の傾向を再現出来ている。また定量的には、無次元振動数が小さくなるに連れて実験値との差異が大きくなる傾向が見られる。



図－4.6.3.1 非定常空気力係数計算結果(一箱桁断面)
(――――:理論解[Theodorsen]、○：実験値、●：解析値)

４．６．４　考察

一箱桁断面を対象とした静的・強制振動２次元計算において実験値との比較を行った結果、本解析手法によって非定常空気力係数を比較的良好に予測できることが分かった。

図－4.6.4.1 に示した非定常空気力係数 C'_L,C'_M の時系列から、非定常空気力は、加振振動数で規則的に変動しており、渦により励起される振動は見られないことが分かる。

さらに詳細な精度評価を行う為に、桁表面の非定常圧力特性について調べた。

振動時の非定常圧力は次式で表される。

$$C_p(x,t)=\overline{C}_p(x)+\int\left|\tilde{C}_p(x,f)\right|\exp i\left(2\pi f t+\psi(x,f)\right)df \qquad \cdots(4.6.4.1)$$

ここで、 $\overline{C}_p$ ：平均圧力係数； $\left|\tilde{C}_p\right|$ ：変動圧力係数または変動圧力振幅； ψ ：振動変位に対する変動圧力の位相差； f：周波数；x：桁中央からの距離

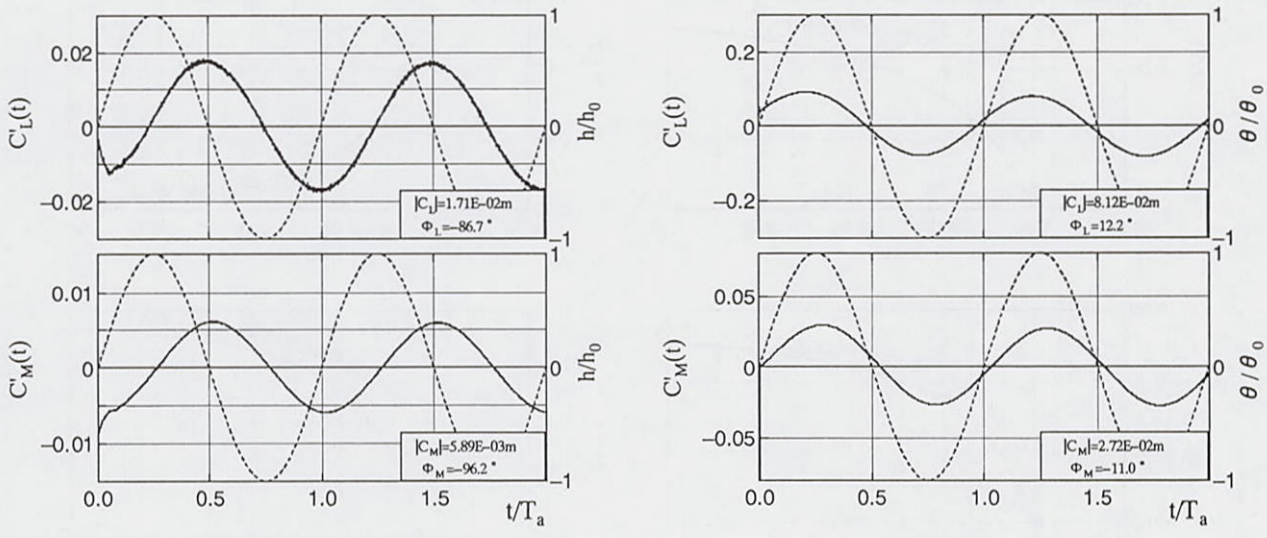
また、平均圧力係数は次式で表される。

$$\overline{C}_p(x)=\frac{p(x)}{\rho/2U^2} \qquad \cdots(4.6.4.2)$$

ここで、$p(x)$：平均圧力；U：流入速度

ここでは、ねじれの加振振動数成分のみに着目して行う。添え字は加振振動の種類を示す

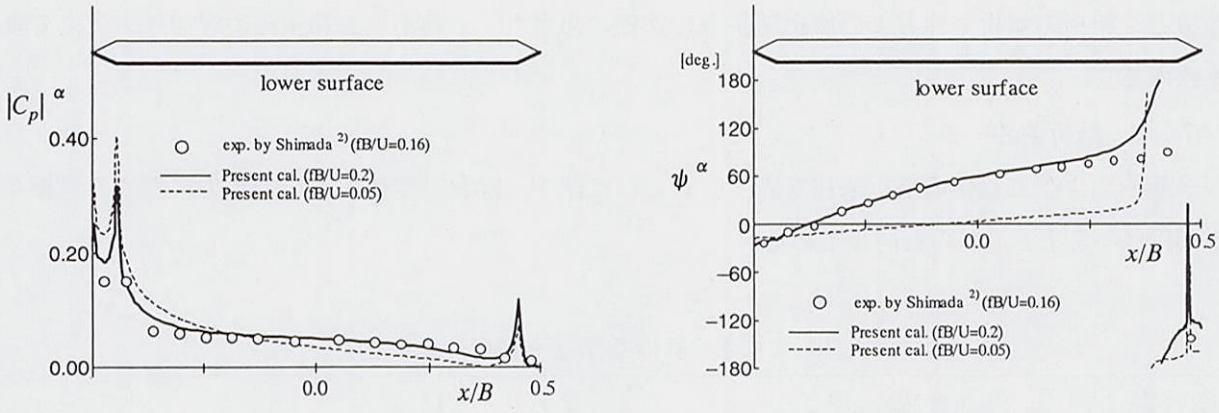
図－4.6.4.2 に変動圧力特性の実験値との比較結果を示す。下流端部の変動圧力位相差に実験との若干の差が見られるが、おおむね実験結果を再現できている。



(a) たわみ加振(f/UB=0.15)　　(b) ねじ加振(f/UB=0.15)

図－4.6.4.1　非定常空気力係数時系列

(……：加振変位、――：空気力、Ta：加振周期)



(a)変動圧力振幅　　(b)変動圧力位相差

図－4.6.4.2　非定常圧力特性

(○：実験値、――：解析値)

４．７　三井造船

一箱桁と二箱桁の解析条件および解析結果等の比較の都合上、一箱桁と二箱桁の内容を４．７にてまとめて報告する。

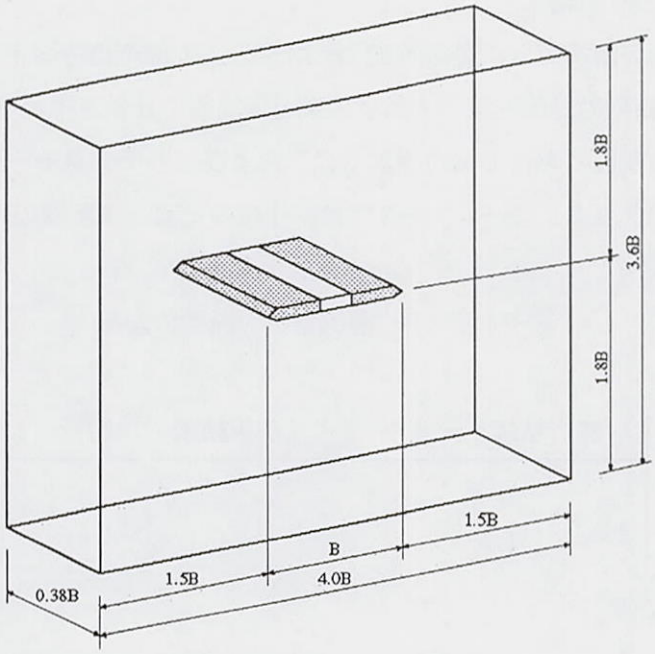
４．７．１ 解析条件

一箱桁および二箱桁の解析条件を表－4.7.1.1 に記す。なお、変位および空気力に関する座標系の定義は図－3.7.1.1 ものと同じである。

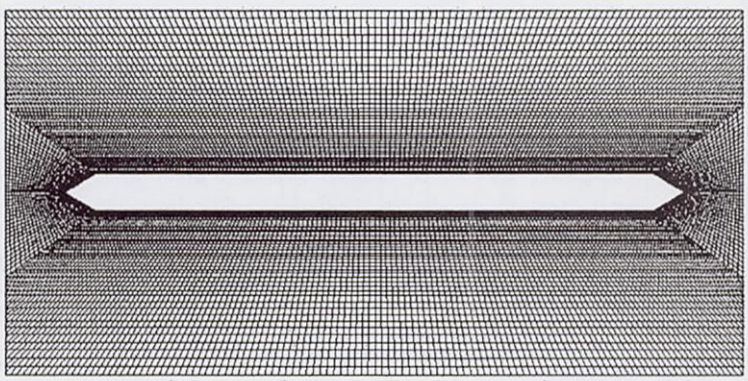
表－4.7.1.1　解析条件（一箱桁，二箱桁）

断面諸元	全幅 / 厚さ	B / D	16.8
	軸方向長さ	Z	0.38B
	軸方向分割幅	ΔZ	0.1D（64 層一定分割）
（1）三分力計算			
流入境界	迎角	α	0.0, 1.5 [deg]
	Re	UB / ν	1.68×10^{5}（$Re_D=10^{4}$）
（2）非定常空気力解析：流入流速一定で振動数を変化させる。			
流入条件	迎角	α	0.0 [deg]
	Re	UB / ν	1.68×10^{5}（$Re_D=10^{4}$）
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0$	$1.3\times10^{-2}B$
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	3.0 [deg]
無次元振動数		fB /U	0.05, 0.10, 0.20
無次元時間刻み		ΔtU / B	0.003
スマゴリンスキー定数		Cs	0.13

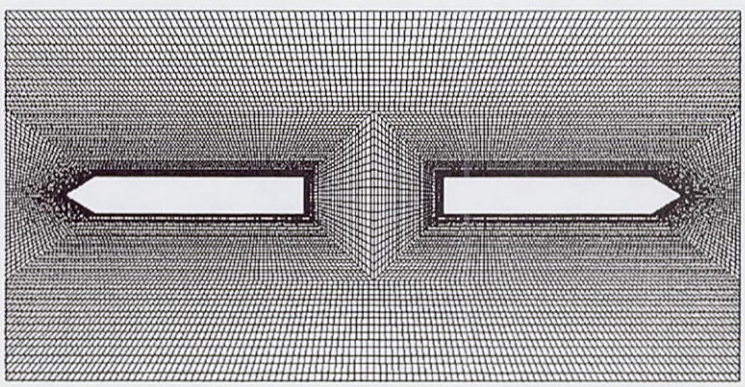
一箱桁および二箱桁における解析領域を図－4.7.1.1 に示す。要素数は、一箱桁 30976×64（$h_{min}=3.441\times10^{-4}B$ ）、二箱桁 32336×64（$h_{min}=3.441\times10^{-4}B$ ）とし有限要素分割図（物体周りを拡大）を図－4.7.1.2 に示す。



図－4.7.1.1　二箱桁の解析領域



（A）一箱桁断面



（B）二箱桁断面

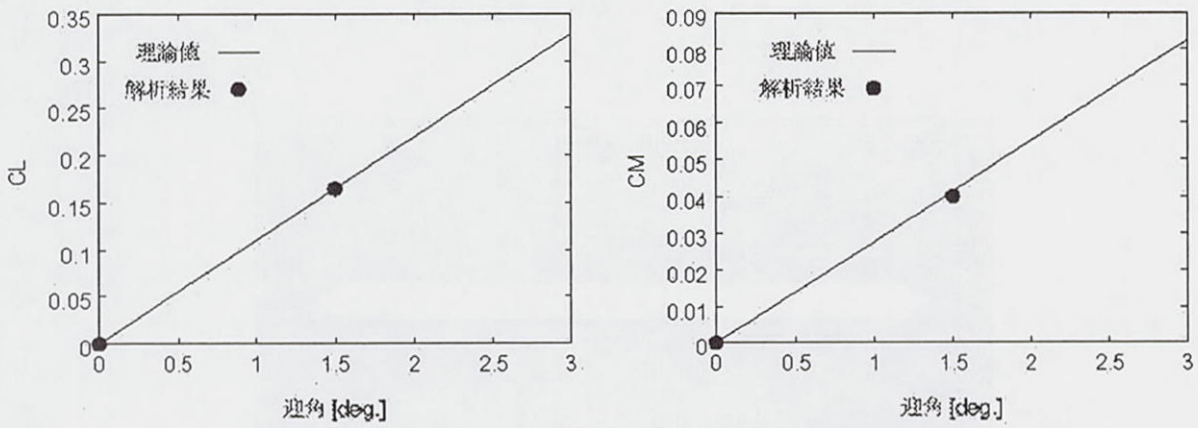
図－4.7.1.2　有限要素分割図（物体周り拡大表示）

４．７．２　三分力の解析結果

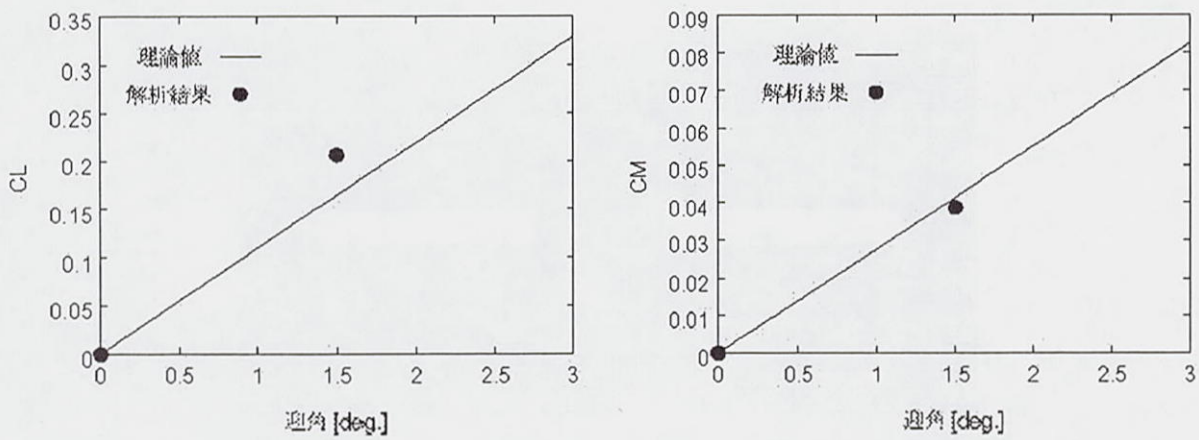
一箱桁および二箱桁の解析では、迎角が0°および1.5°の静的解析を行った。図－4.7.2.1に一箱桁、図－4.7.2.1に二箱桁の静的空気力の解析結果と理論値の比較をそれぞれ示し、表－4.7.1.2に、一箱桁および二箱桁の断面における揚力係数（CL）およびピッチングモーメント係数（CM）の0°まわりの静的勾配を示す。なお、表－4.7.1.2では、比較のため、平板翼の理論値も併記した。

表－4.7.2.1　静的空気力係数の勾配

静　的　勾　配	解析結果　一箱桁	解析結果　二箱桁	平板翼の理論値
$(dC_L/d\alpha)$	6.32	7.87	6.28
$(dC_M/d\alpha)$	1.53	1.48	1.57



図－4.7.2.1　一箱桁　静的空気力の解析結果と理論値の比較



図－4.7.2.2　二箱桁　静的空気力の解析結果と理論値の比較

４．７．３ 非定常空気力の解析結果

図－4.7.3.1、図－4.7.3.2 に一箱桁における非定常空気力係数の解析結果と理論値の比較、変動振幅と位相差の解析結果と理論値の比較、図－4.7.3.3、図－4.7.3.4 に二箱桁における非定常空気力係数の解析結果と理論値の比較、変動振幅と位相差の解析結果と理論値の比較をそれぞれ示す。なお、二箱桁における解析結果と理論値の比較に関しては、前流側と後流側でのセオドルセンの理論値を加算した値を理論値（２平板）として比較に用いた。

４．７．４ 考察

＜静的解析＞

表－4.7.1.2 に示した静的空気力係数の勾配より、一箱桁および二箱桁の解析結果を平板翼の理論値と比較する。その傾向より、一箱桁の解析結果は、揚力勾配およびモーメント勾配が平板翼の理論値と近いことから、0° まわりの静的勾配の特性は平板翼に近い特性を持つと思われる。

一方、二箱桁に関しては、平板翼の理論値と比べ、揚力の勾配は約 25％大きくなる傾向を示し、モーメントの勾配は逆に約 6％に小さくなる結果が得られた。二箱桁のように中抜き部が存在することによって、平板翼ならびに一箱桁の静的な空気力特性と違いが生じることが分かる。

＜動的解析＞

図－4.7.3.1 より、一箱桁の結果は、静的空気力の勾配と同様に平板翼の理論値に近い結果が得られた。よって、理論値と風洞試験の差異が見られる係数（$L\theta I$、$M\theta I$ 等）における無次元振動数が低い解析結果では、解析値の絶対値が大きめに評価されている傾向にある。

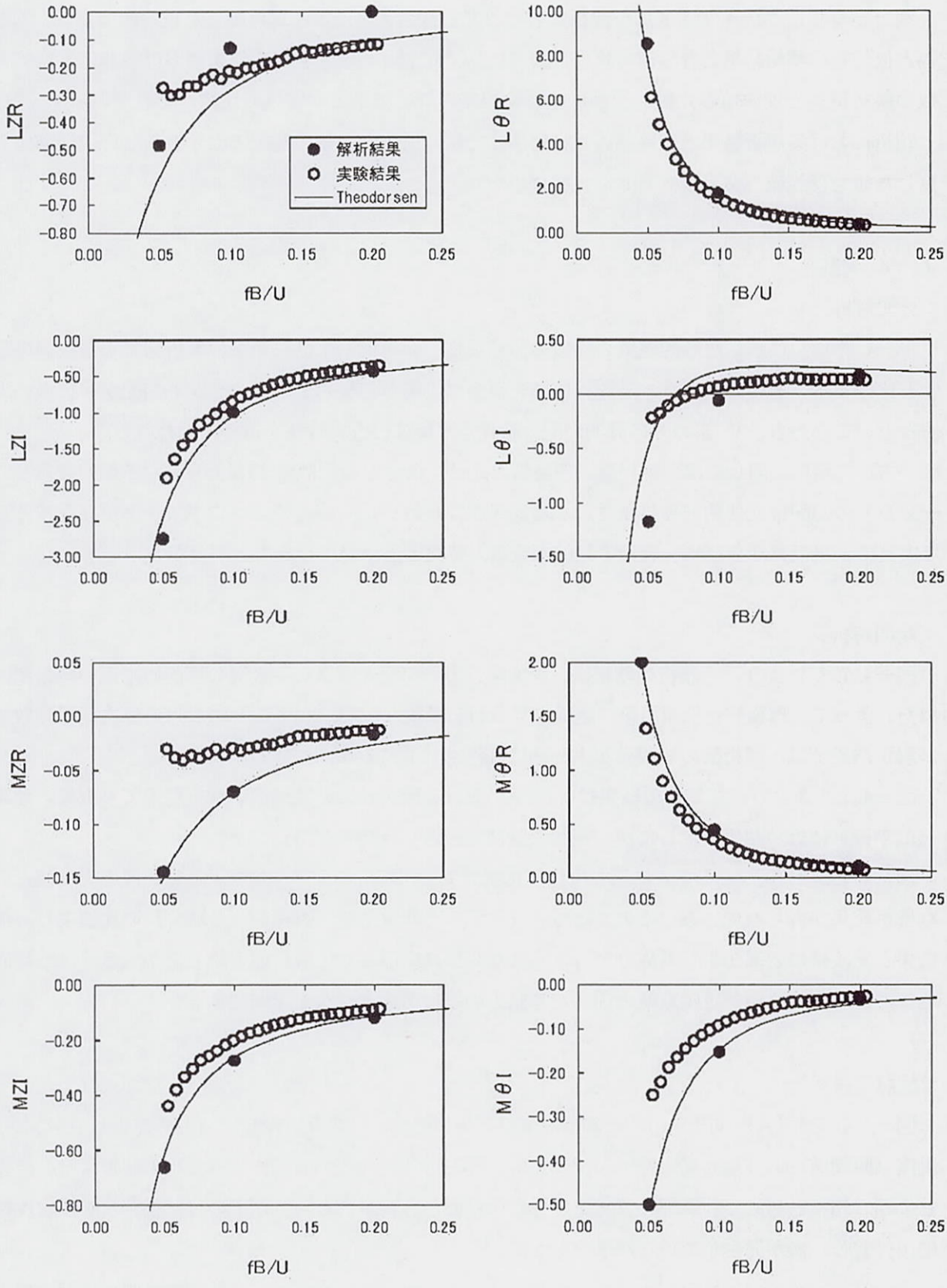
図－4.7.3.3 より、二箱桁の結果は、$L\theta I$ における無次元振動数が低い解析結果で平板翼の理論値（二平板）に近い結果を示したが、概ね実験値と一致した結果が得られた。

図－4.7.3.2、図－4.7.3.4 に示す位相差に関して、一箱桁および二箱桁ともに、ほぼ実験値と同等な解析結果が得られている。このことは、先に示した非定常空気力係数（８成分）の比較より、解析結果と実験値に差異が生じる成分では、実部ならびに虚部ともに解析値の絶対値が大きくなる傾向にあることから、位相差は実験値と同等で空気力の振幅が大きくなる傾向にある。

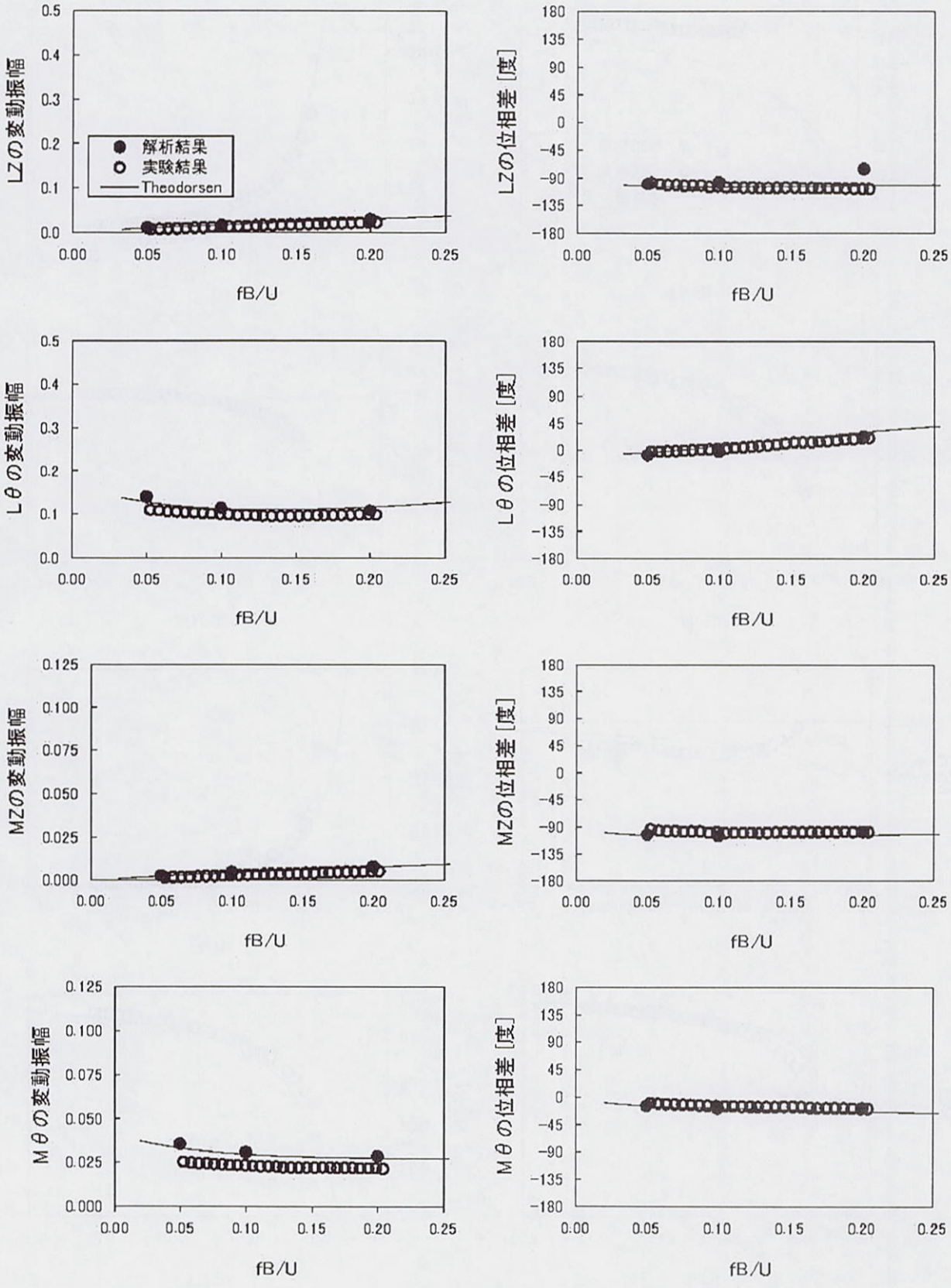
＜流れの様相＞

図－4.7.3.5（A）、（B）に、一箱桁および二箱桁それぞれの静的解析時（迎角：1.5° ）における渦度（瞬間値）の等値面鳥瞰図（ω_z=±1.0）を示す。図－4.7.3.5（A）、（B）の比較より、一箱桁および二箱桁ともに、前縁部のフェアリング付け根から剥がれた流れがその付け根から１D 程度後方に再付着し、渦が発生している様子が分かる。

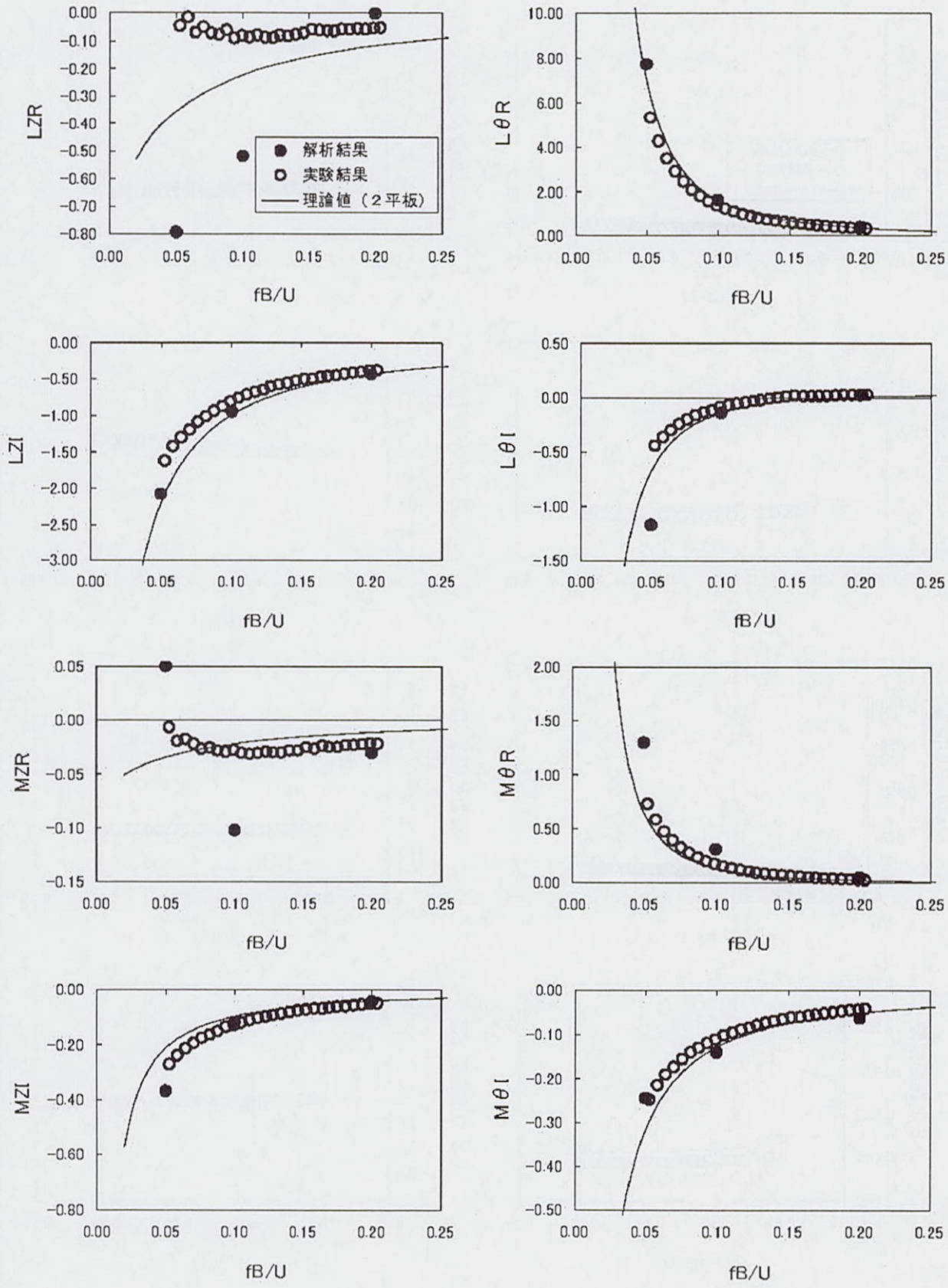
その後、一箱桁では後縁部のみで比較的小規模な剥離が生じる一方、二箱桁では中抜き部の風上側断面後縁から剥離した流れが風下側断面前縁で大規模な剥離・再付着を生じ、３次元性が強い複雑な流れ場を形成している様相が分かる。



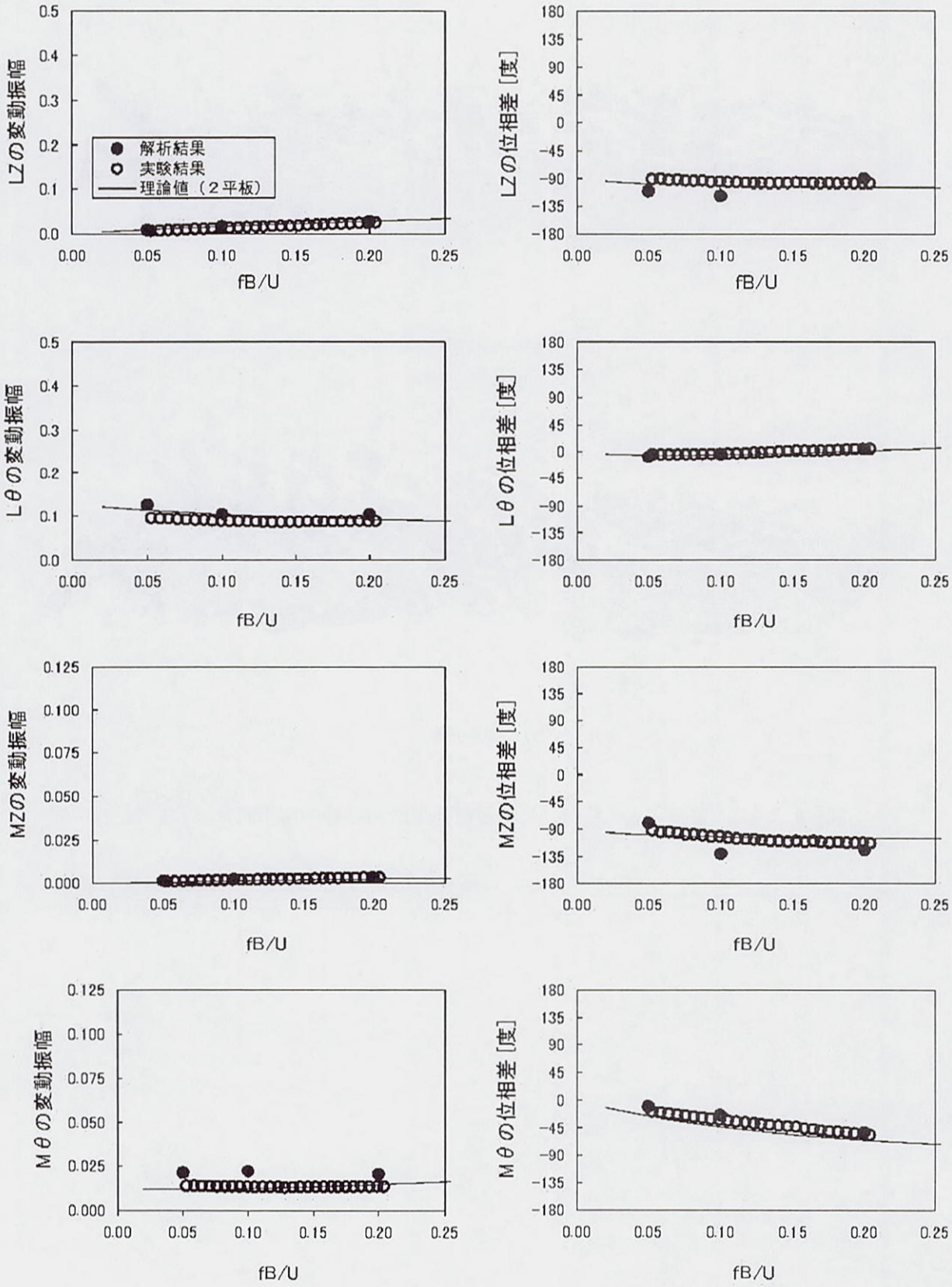
図－4.7.3.1　一箱桁　非定常空気力係数の解析結果と理論値・実験値の比較



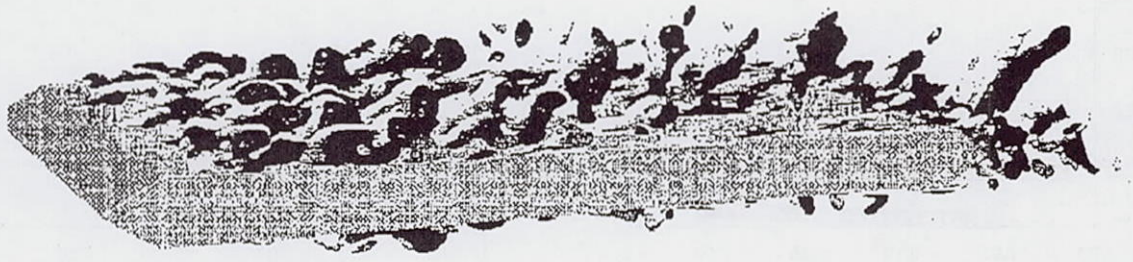
図－4.7.3.2　一箱桁　変動振幅と位相差の解析結果と理論値・実験値の比較



図－4.7.3.3　二箱桁　非定常空気力係数の解析結果と理論値・実験値の比較



図－4.7.3.4　二箱桁　非定常空気力係数の解析結果と理論値・実験値の比較



（A）一箱桁断面



（B）二箱桁断面

図－4.7.3.5　渦度（$\omega z = \pm 1.0$）の等値面鳥瞰図（静的解析時：$\alpha = 1.5$deg.）

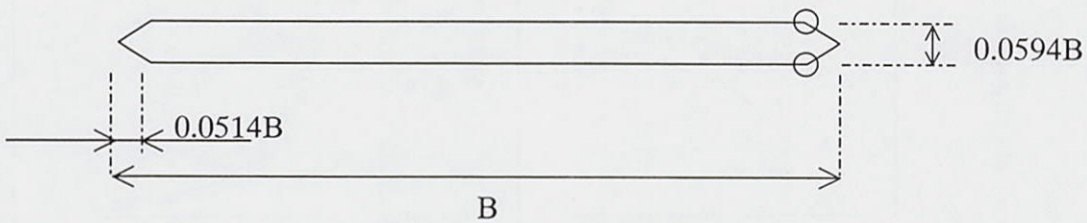
４．８　三菱重工

４．８．１　解析条件

表－4.8.1.1 に解析条件を、図－4.8.1.1 に解析対象断面を示す。

表－4.8.1.1　解析条件

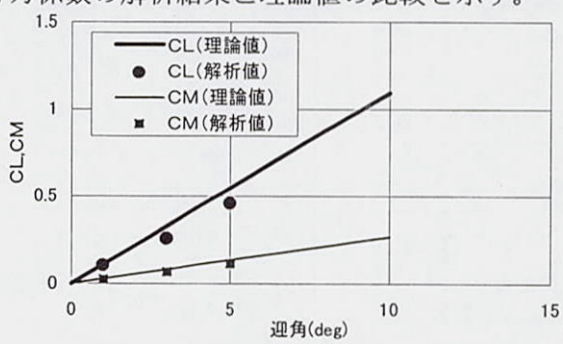
断面諸元	全幅	B	5 m
	厚さ	D	0.297 m
（1）三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	1, 3, 5 deg
	Re	UB/ν	5×10^3
	乱流エネルギー		
（2）非定常空気力計算：風速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	5×10^3
	乱流エネルギー		
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	2/153
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	3 deg
加振振動数		f_a	0.011, 0.018, 0.029, 0.040
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.09, 0.14, 0.20
無次元時間刻み		ΔtU_∞	0.054
乱流モデル			



図－4.8.1.1　解析対象断面（○：剥離渦の放出点）

４．８．２　三分力の解析結果

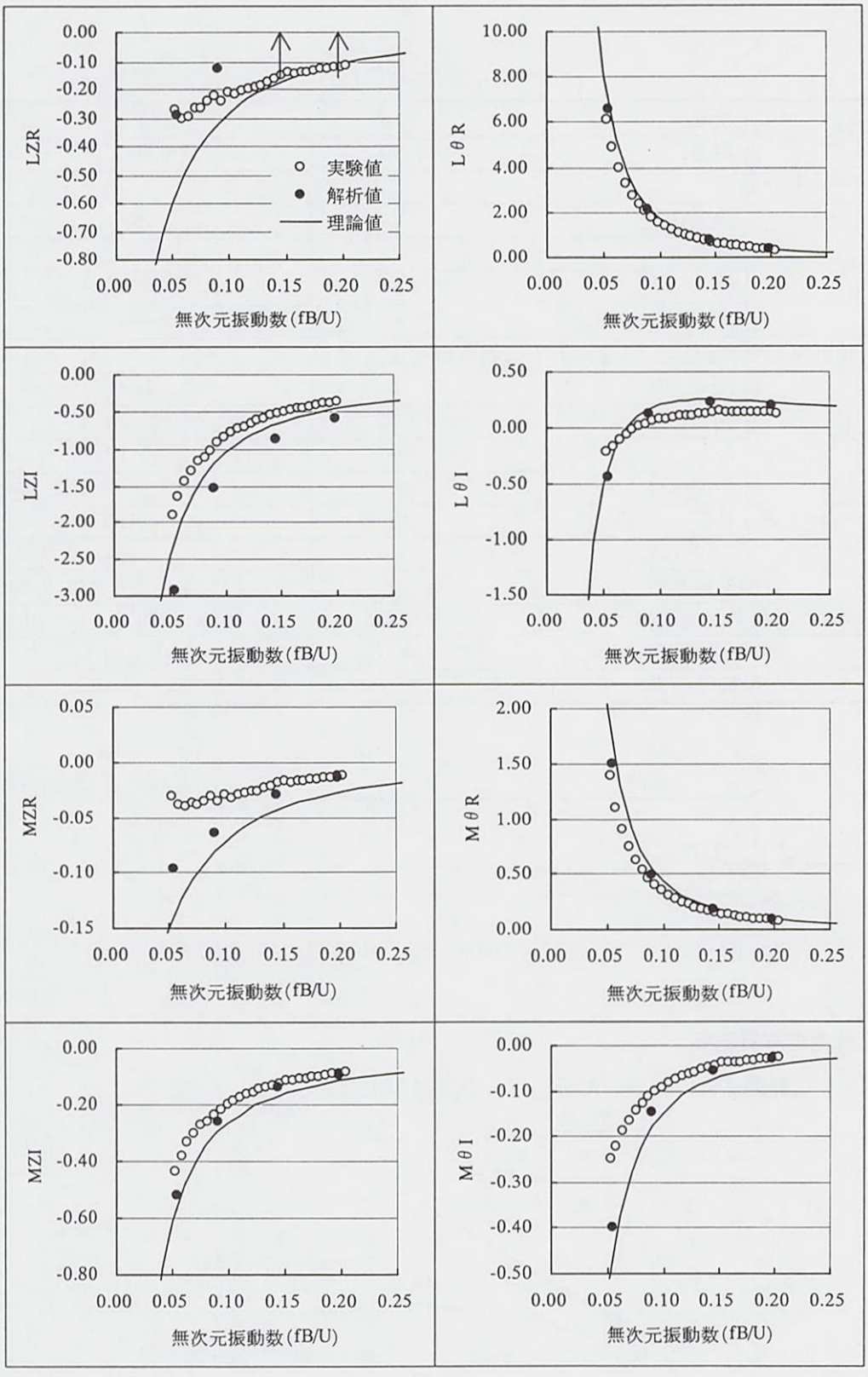
図－4.8.2.1 に静的三分力係数の解析結果と理論値の比較を示す。



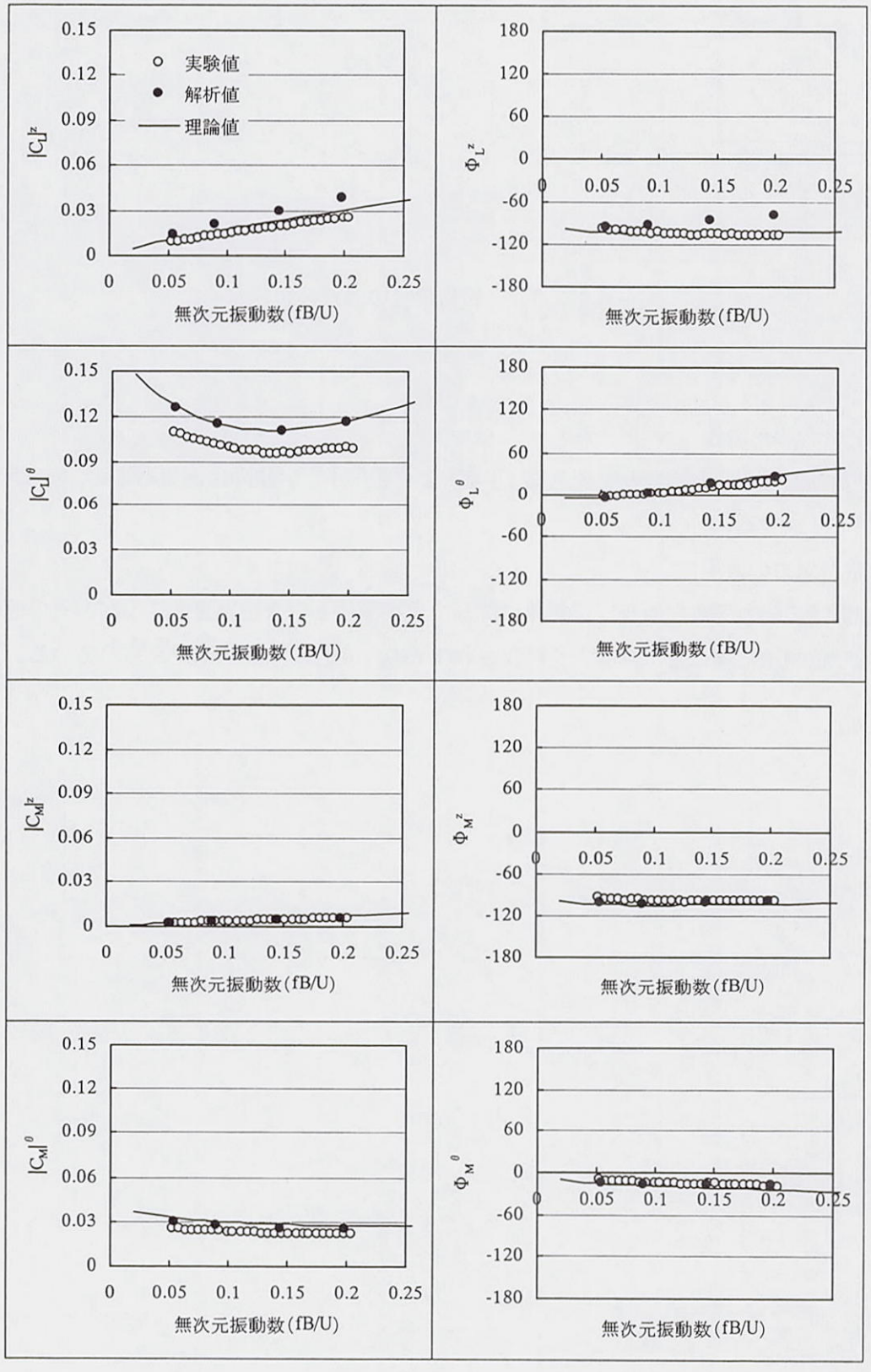
図－4.8.2.1　静的三分力係数（一箱桁）

４．８．３　非定常空気力の解析結果

図－4.8.3.1 に非定常空気力係数を、図－4.8.3.2 に非定常空気力の振幅と変位に対する位相差を示す。

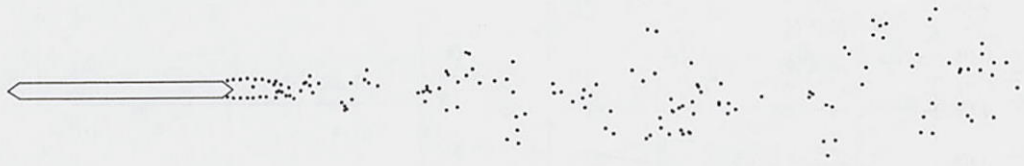


図－4.8.3.1　非定常空気力係数（一箱桁）



図－4.8.3.2　非定常空気力振幅と変位に対する位相差（一箱桁）

図－4.8.3.3に一箱桁周りの渦点分布を示す。後縁からの明確な渦放出は確認されない。



図－4.8.3.3　一箱桁周りの渦点分布

4．8．4　考察

（1）静的三分力の再現性

揚力係数及びモーメント係数とも理論値（平板）より若干小さい傾向にあるものの，ほぼ理論値（平板）の性状に一致する。

（2）非定常空気力の再現性

たわみ加振時の揚力係数振幅及び位相差に関しては実験値とやや差異を生じるが，その他の空気力係数振幅及び位相差に関しては精度よく再現されており，定性的な性状は捉えられている。

5．二箱桁の解析とキャリブレーション

5．1　IHI

5．1．1　解析条件

本解析に用いた実験は、土木研究所殿提供データである。解析条件を表－5.1.1.1 に示す。

表－5.1.1.1　解析条件（二箱桁）

断面諸元	全幅	B	1
	厚さ	D	1/16.8
(1) 3分力計算　：　実施せず			
流入境界	流入速度	U_∞	－
	迎角	α （°）	－
	Re	$U_\infty B/\nu$	－
	乱流エネルギー	k_∞	－
	比散逸率	ω_∞	－
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	－
(2)非定常空気力計算　：　Re 数一定で振動数を変化させる。(実験は逆)			
	流入速度	U_∞	－
	迎角	α （°）	0
	Re	UB/ν	2.045×10^{5}
	乱流エネルギー	k_∞	$\nu_{t\infty}\cdot\omega_\infty$
	比散逸率	ω_∞	U_∞/B
	乱流粘性	$\nu_{t\infty}$	$10^{-3}\cdot\nu$
振動モード/振幅	たわみ1自由度	η/B	6.53×10^{-3}
	ねじれ1自由度	$\triangle\theta$ （°）	1.5
加振振動数		f_a	－
換算振動数		f_aB/U_∞	0.0486, 0.0977, 0.1953
無次元時間刻み		$\triangle tU_\infty/B$	0.01
統計処理に用いた無次元時間		tU_∞/B	81.92
乱流モデル		2 eq.	k-ω SST
格子		総点数	24341 (241×101)
		最小格子幅	$5\times10^{-6}B$

5．1．2　三分力

三分力の解析は実施せず。

５．１．３　非定常空気力

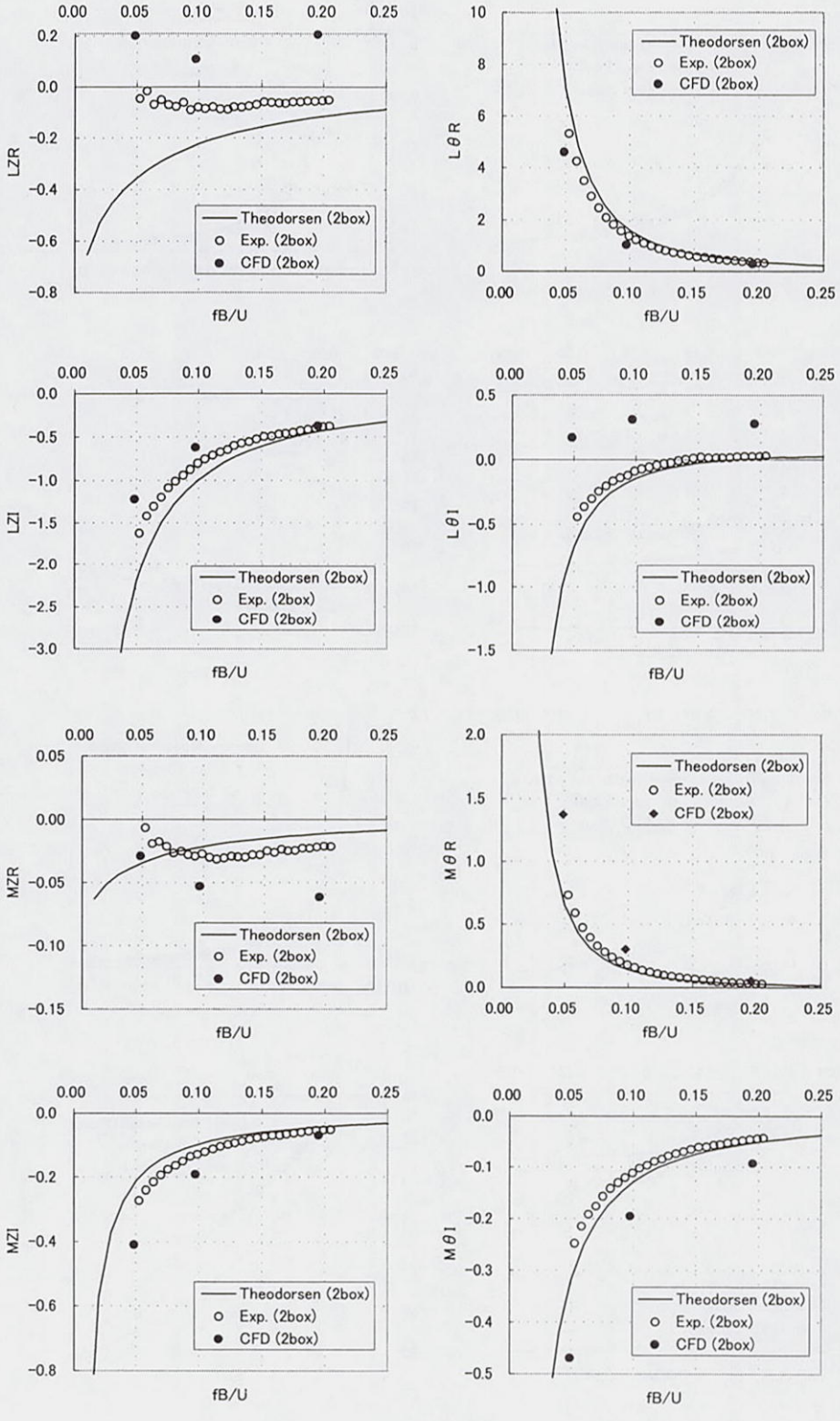
非定常空気力の解析結果を図－5.1.3.1 に示す。また、振幅・位相表記を図－5.1.3.2 に示す。本解析における付加質量は、無風時の解析からではなく、二箱の Theodorsen 関数から求めた値によってキャンセルしている。

５．１．４　考察

二箱桁については、平板(Theodorsen)の線形重ね合わせ（Theodorsen-2box と表記）を用いて、実験（二箱桁）の１平板（Theodorsen）からのずれを、ある程度は定性的に説明することはできる。しかし、その適用範囲は不十分であり、干渉効果等、まだ明確でない部分が多い。

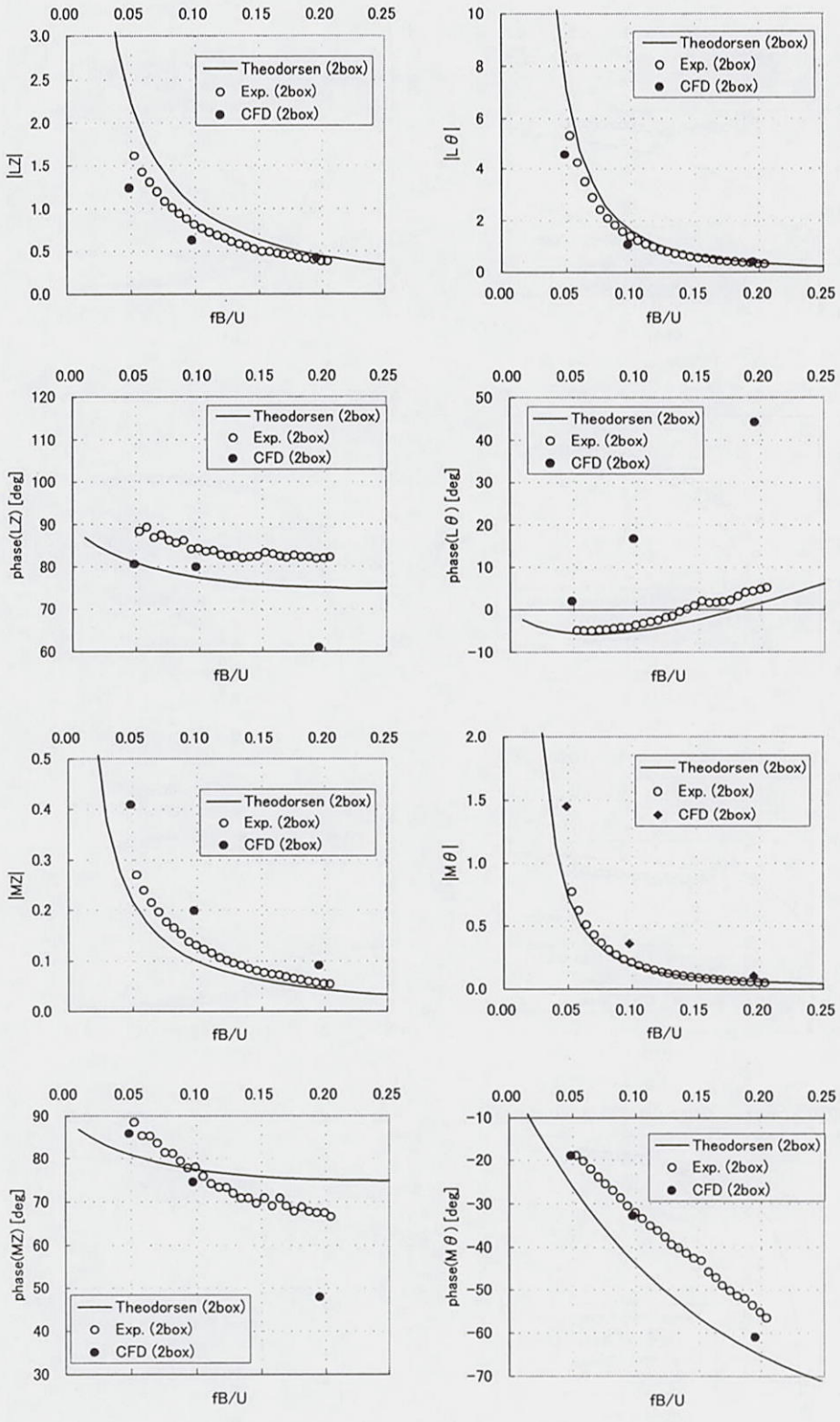
一箱桁の場合は、実験と CFD では振幅は非常に良く一致し、両者のいずれは最大でも 5° 程度という結果であったが、二箱については必ずしもそのようにはなっていない。また一箱桁では、低換算振動数側（＝高換算風速側）の方が CFD と実験で位相のずれが相対的にやや大きいという傾向が見られたが、二箱桁では、むしろ高換算振動数側でずれる傾向が散見される。

以上から、二箱桁については今後データを蓄積していくべき段階であると考える。



図－5.1.3.1　非定常空気力係数（二箱桁）

付加質量（Theodorsen、実験, CFD：全てキャンセル）



図－5.1.3.2　非定常空気力係数－位相・振幅表示（二箱桁）

付加質量（Theodorsen、実験, CFD：全てキャンセル）

5．2　ＮＫＫ

解析未実施

5．3　川崎重工

5．3．1　解析条件

解析条件を表－5.3.1.1 に示す。

断面緒元	全幅	B	459.4mm
	厚さ	D	27.3mm
非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入マッハ数	M_{in}	0.1
	迎角	α	0 deg.
	Re	UB/ν	2.62×10^{6}
	乱流エネルギー	q_{in}	0.1%
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.013
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	3.0 deg.
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.1, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	0.01
乱流モデル		RANS	q-ωモデル

格子数は 88,346 点とし、格子図を図－5.3.1.2 に示す。

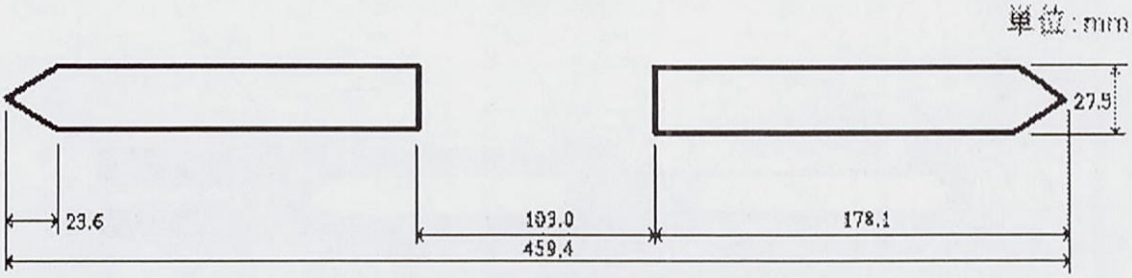
5．3．2　三分力の解析結果

二箱桁断面の三分力については、解析結果と比較できるような実験結果がないため、ここでは三分力の解析は実施していない。

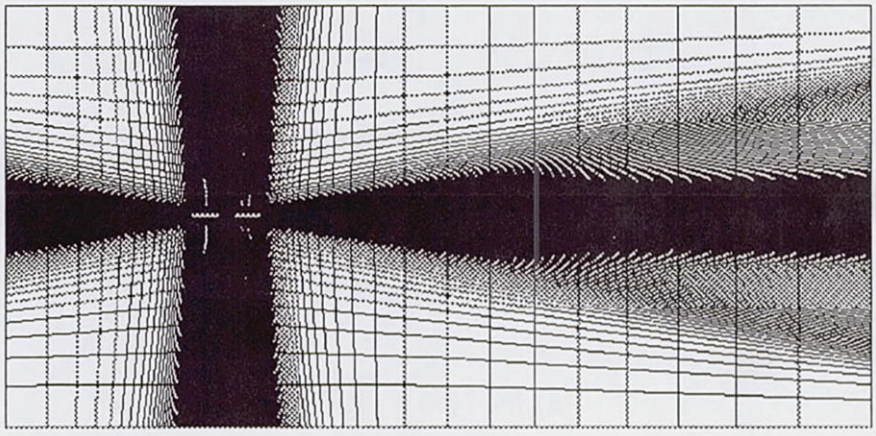
5．3．3　非定常空気力の解析結果および考察

解析結果の一例として、fB/U=0.2 のときのマッハ数分布図を図－5.3.3.1 に、空気力の時間変動を図－5.3.3.2 に示す。上流側の桁からカルマン渦が発生し、下流側の桁に衝突するため、下流側の桁は剥離域に入っている。その結果、CL、CM の時間変動には、橋桁の振動成分にカルマン渦の変動成分が加わったような変動になっている。

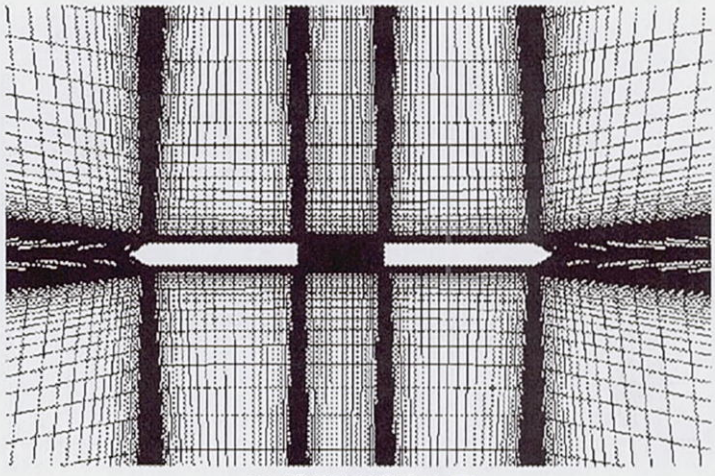
次に解析で得られた非定常空気力を、実験値および 2 平板の理論値と比較した結果を図－5.3.3.3 に示す。なお、解析では無風時の空力減衰を含んでいるのに対し、理論値、実験値では無風時の空力減衰を差し引いているため、図－5.3.3.3 に示す解析結果は、解析によって得られた非定常空気力から平板理論値における無風時空力減衰を差し引いたものとしている。定量的には解析結果と実験値の差がある点もあるが、定性的には解析結果と実験値は良く対応している。特に MZR のように理論値と実験値の傾向が異なるような場合についても、解析結果は実験値を良く再現している。



図－5.3.1.1　２箱桁断面解析モデル

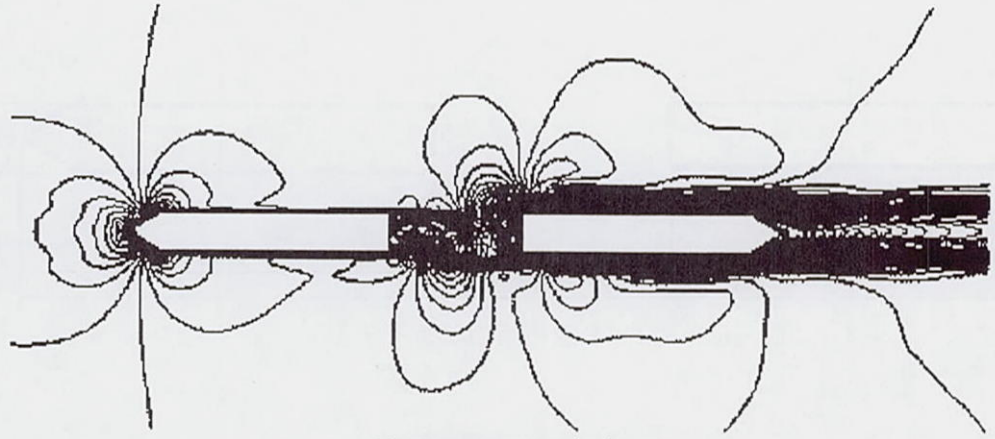


(a) 格子全体図

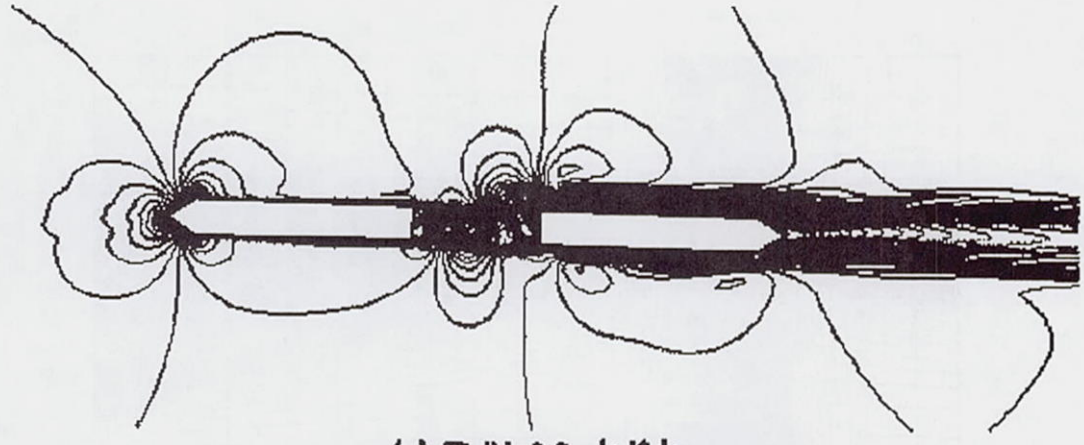


(b) 橋桁付近拡大図

図－5.3.1.2　２箱桁断面解析格子図

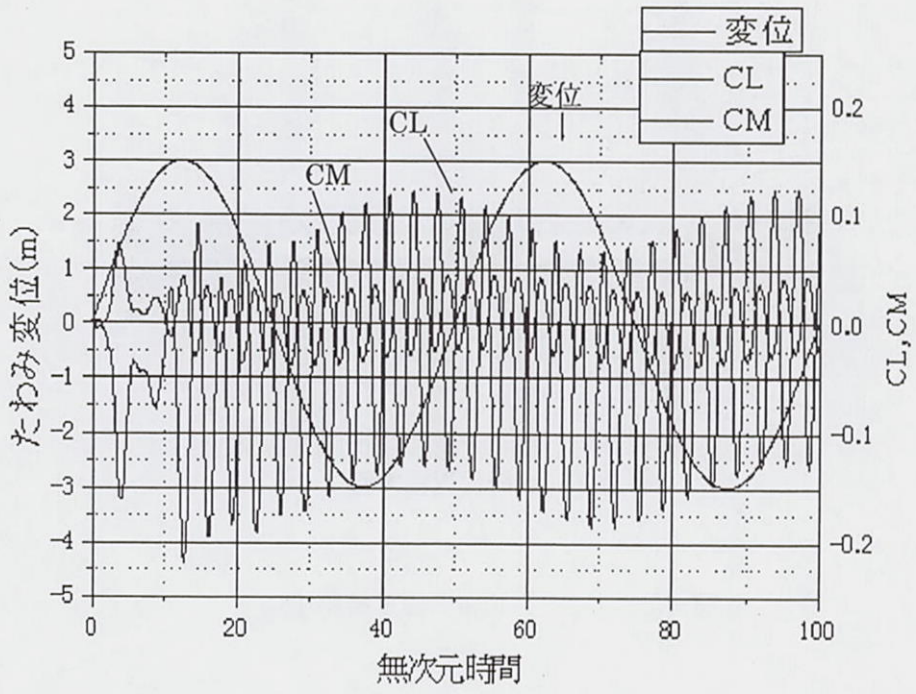


(a) fB/U=0.2 たわみ

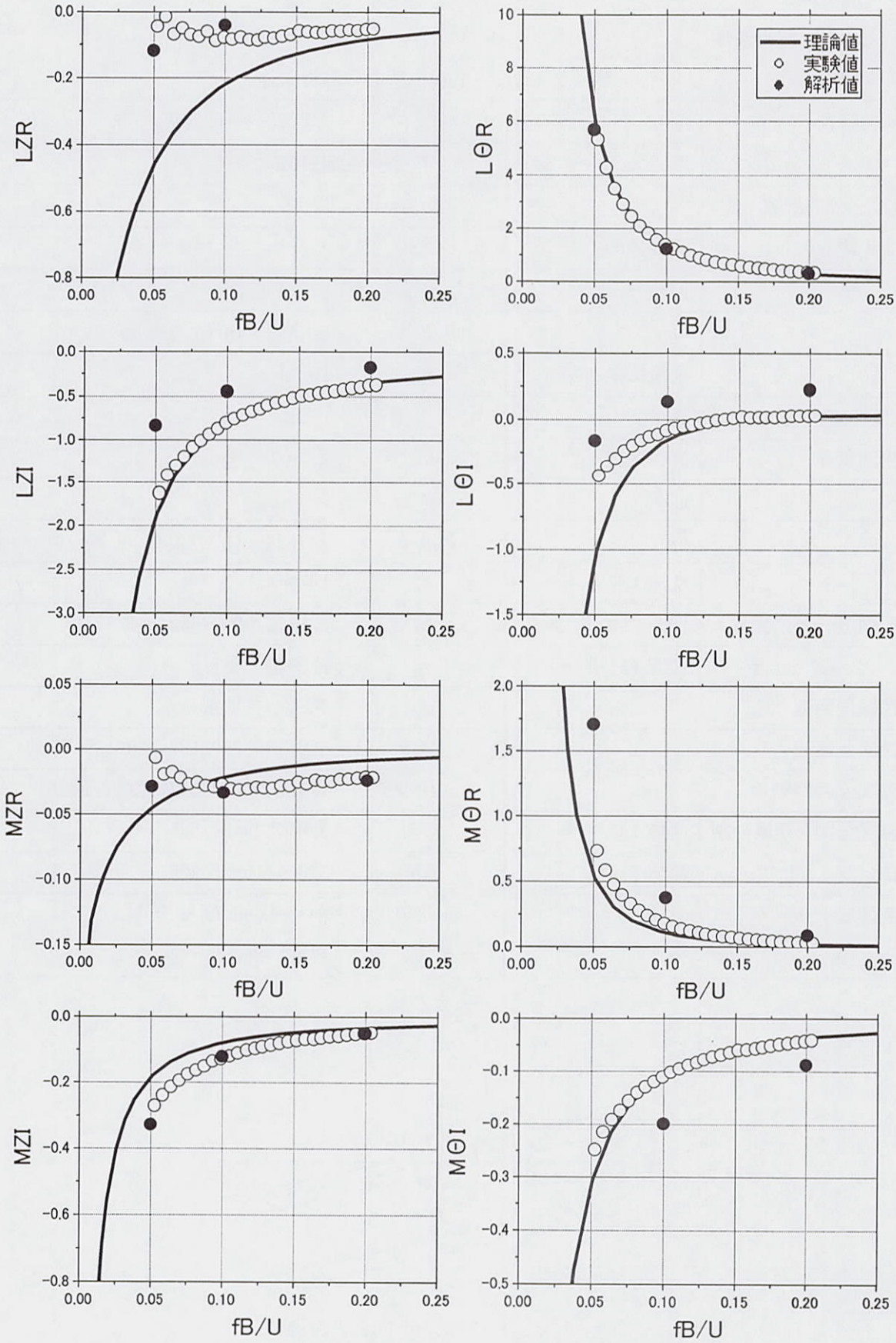


(a) fB/U=0.2 ねじれ

図－5.3.3.1　２箱桁断面解析結果（マッハ数分布図）



図－5.3.3.2　２箱桁断面解析結果（空気力の時間変動、fB/U=0.2,たわみ）



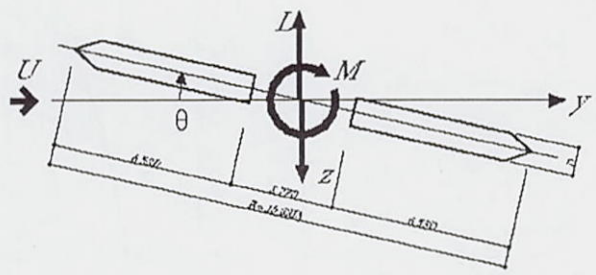
図－5.3.3.3　2箱桁断面非定常空気力解析結果と理論値、実験値の比較

5．4　清水建設

5．4．1　解析条件

表－5.4.1.1　2箱桁断面の解析条件

断面特性	全幅	B	2.5245m(=16.83D)
	厚さ	D	0.15m
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	2.2m/s
	迎角	$\alpha(°)$	0, 2, 4, 6, 8
	R_e	$U_\infty B/\nu$	3.7026×10^5 ($U_\infty D/\nu$ =2.2×10^4)
	乱流エネルギー	k_∞	$10^{-5}m^2/s^2$
(2)非定常空気力計算			
流入境界	流入速度	U_∞	2.2m/s
	迎角	$\alpha(°)$	0
	R_e	$U_\infty B/\nu$	3.7026×10^5 ($U_\infty D/\nu$ =2.2×10^4)
	乱流エネルギー	k_∞	$10^{-5}m^2/s^2$
振動モード／振幅	1DOF たわみ	h_0	片振幅：0.0165m(±B/153)
	1DOF ねじれ	θ_0	片振幅：±1.5°
加振振動数		f_a	スイープ加振
無次元風速		U/fD	300, 250, 200, 150, 120, 100, 75
無次元時間刻み		$\Delta tU_\infty/B$	1.485×10^{-4} ($\Delta tU_\infty/D$ =0.0025)
格子分割（領域分割法）	領域1	風上	320×200=64,000
	領域2	風下	320×110=35,200
乱流モデル		2D RANS	Kato-Launder モデル Two-Layer モデル



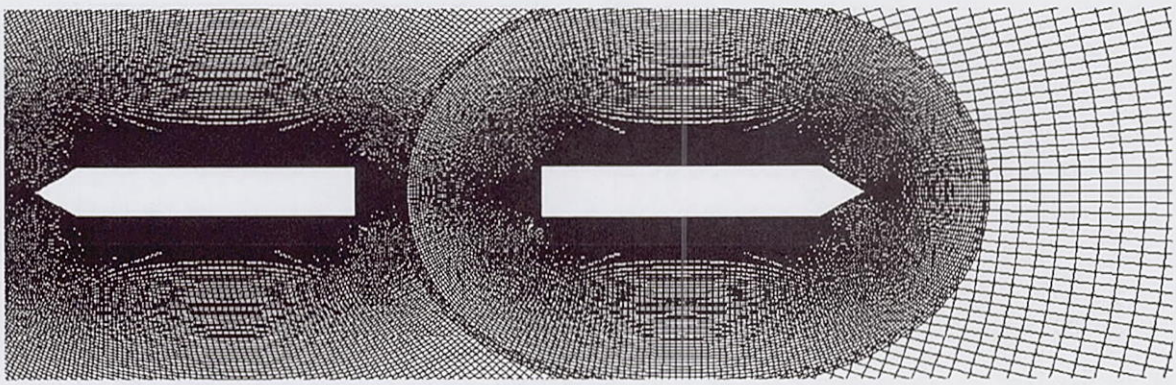
図－5.4.1.1　空気力の向きと座標系

２箱桁断面の解析では領域分割法[12]を用いた。解析に用いた重合格子を図 5.4.1.2に示す。この場合、例えば領域1の上に領域2が重なっている場合は以下のようにして下になっている領域1の格子点上の値を更新する。

$$p_1^{n+1(k)} = \mu \times \left(p_1^n + \omega \times \delta p_1^{(k)} \right) + (1-\mu) \times \phi_2^{n+1(k)} \tag{1}$$

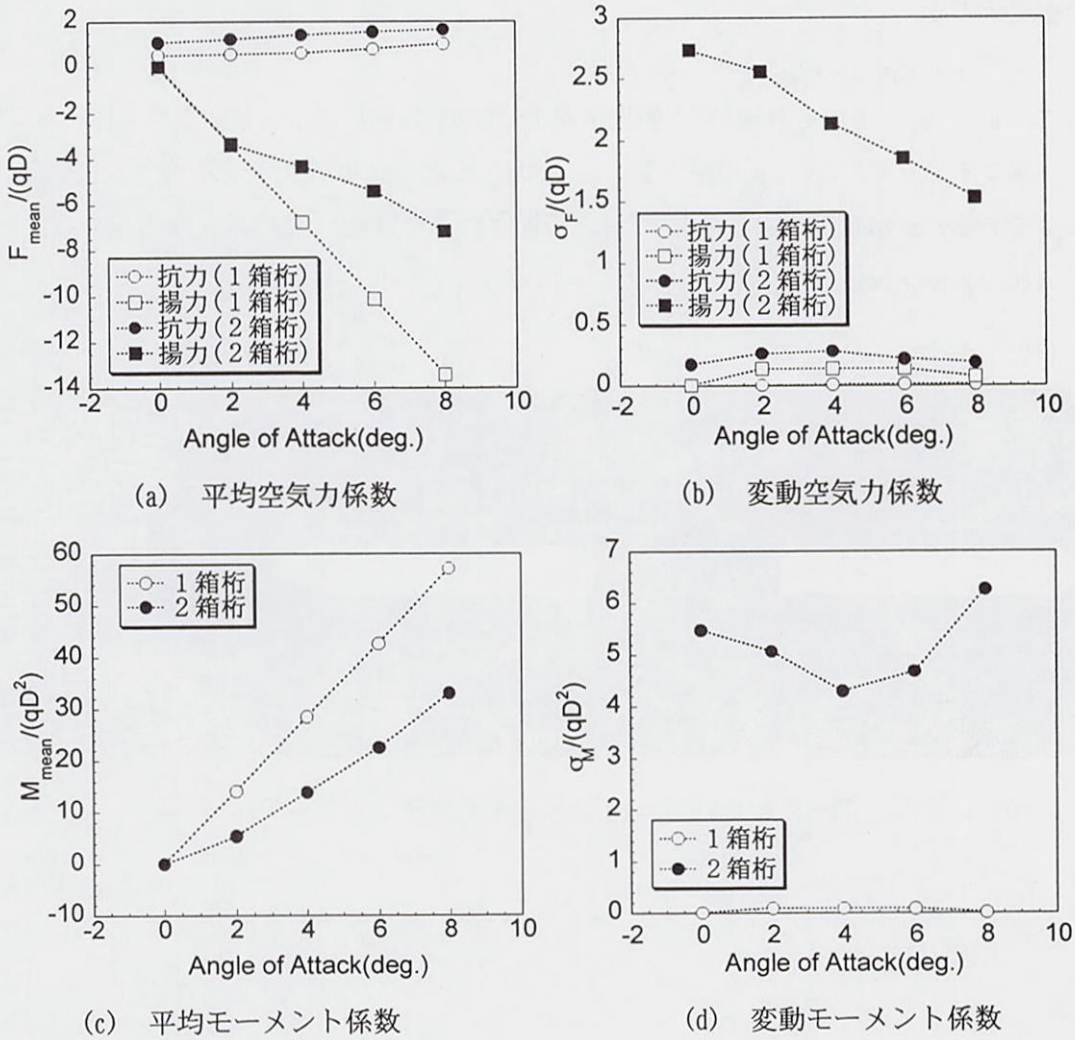
ここに、p_1 、ϕ_2 ：それぞれ領域1の物理量および領域2の物理量から補間される値、μ ：オーバーラップに関するフラグ、δp_1 ： p_1の修正量、ω ：SOR法の加速緩和パラメータ、k：反復回数、n：時間ステップである。ϕ_2は以下のようなBi-linearの補間により領域2の物理量p_2から求める。

$$\phi_2^{n+1(k)} = (1-\xi) \times (1-\eta) \times p_{2_{i,j}}^{n+1(k)} + \xi \times (1-\eta) \times p_{2_{i+1,j}}^{n+1\ (k)} + \xi \times \eta \times p_{2_{i+1,j+1}}^{n+1\ \ (k)} + (1-\xi) \times \eta \times p_{2_{i,j+1}}^{n+1\ (k)} \tag{2}$$

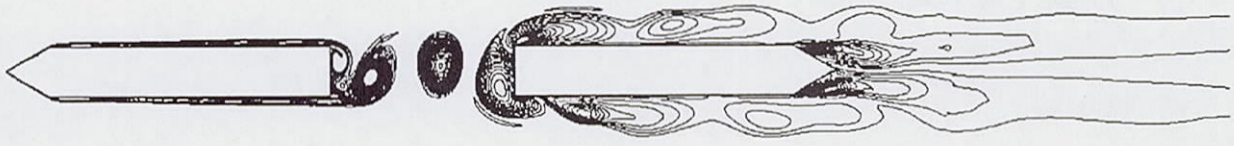


図－5.4.1.2　２箱桁断面の解析格子（重合格子）

５．４．２　三分力の解析結果



図－5.4.2.1　静的空気力の迎角による変化（１箱桁，２箱桁断面の比較）



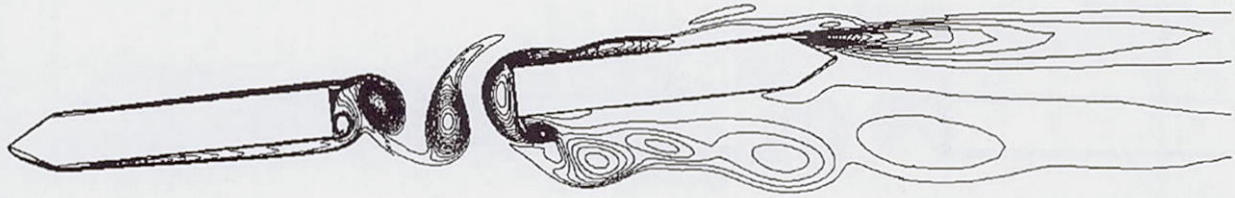
(a) θ =0°



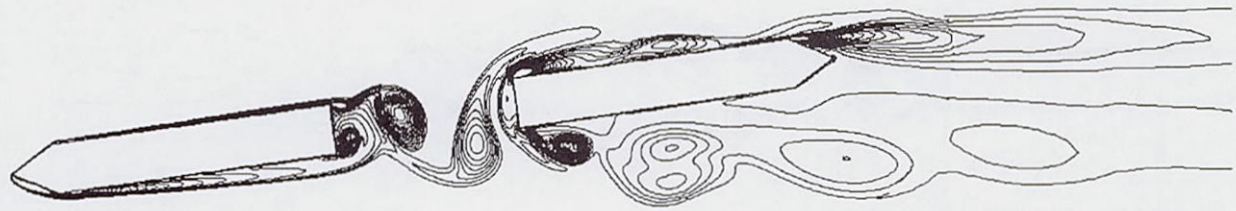
(b) θ =2°



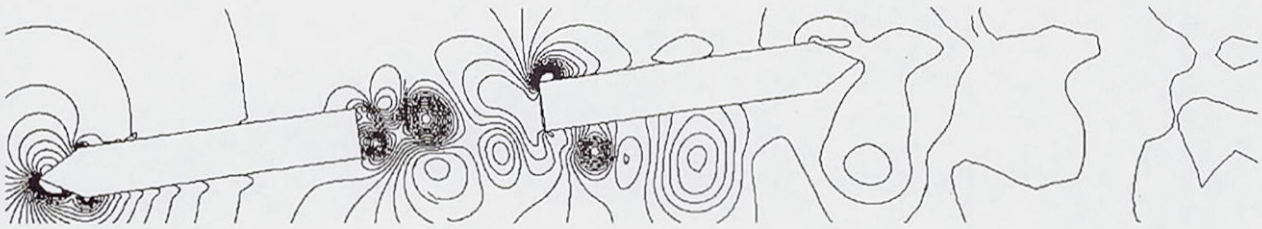
(c) θ =4°



(d) θ =6°



(e) θ =8°

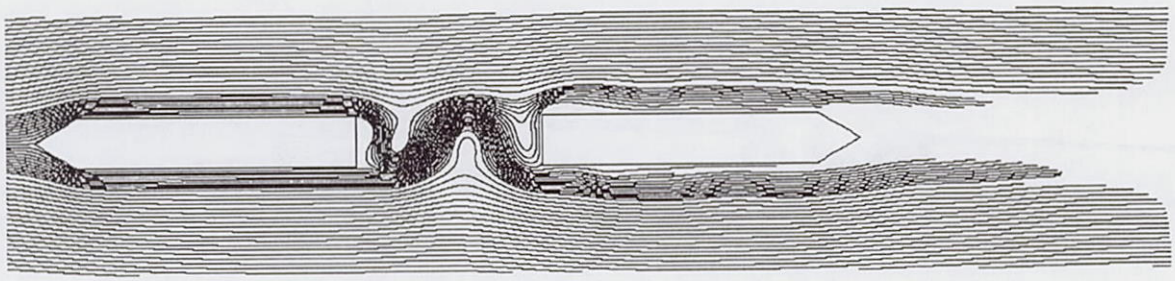


(f) θ =8° （圧力）

図－5.4.2.2　迎角による流れ場の変化

５．４．３　非定常空気力の解析結果

（１）流れ場の状況



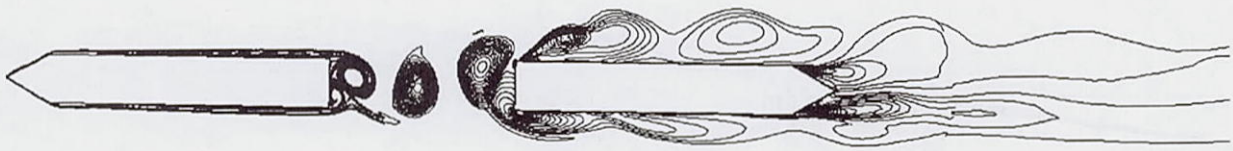
(a) 静止状態（瞬間流線）



(b) 静止状態



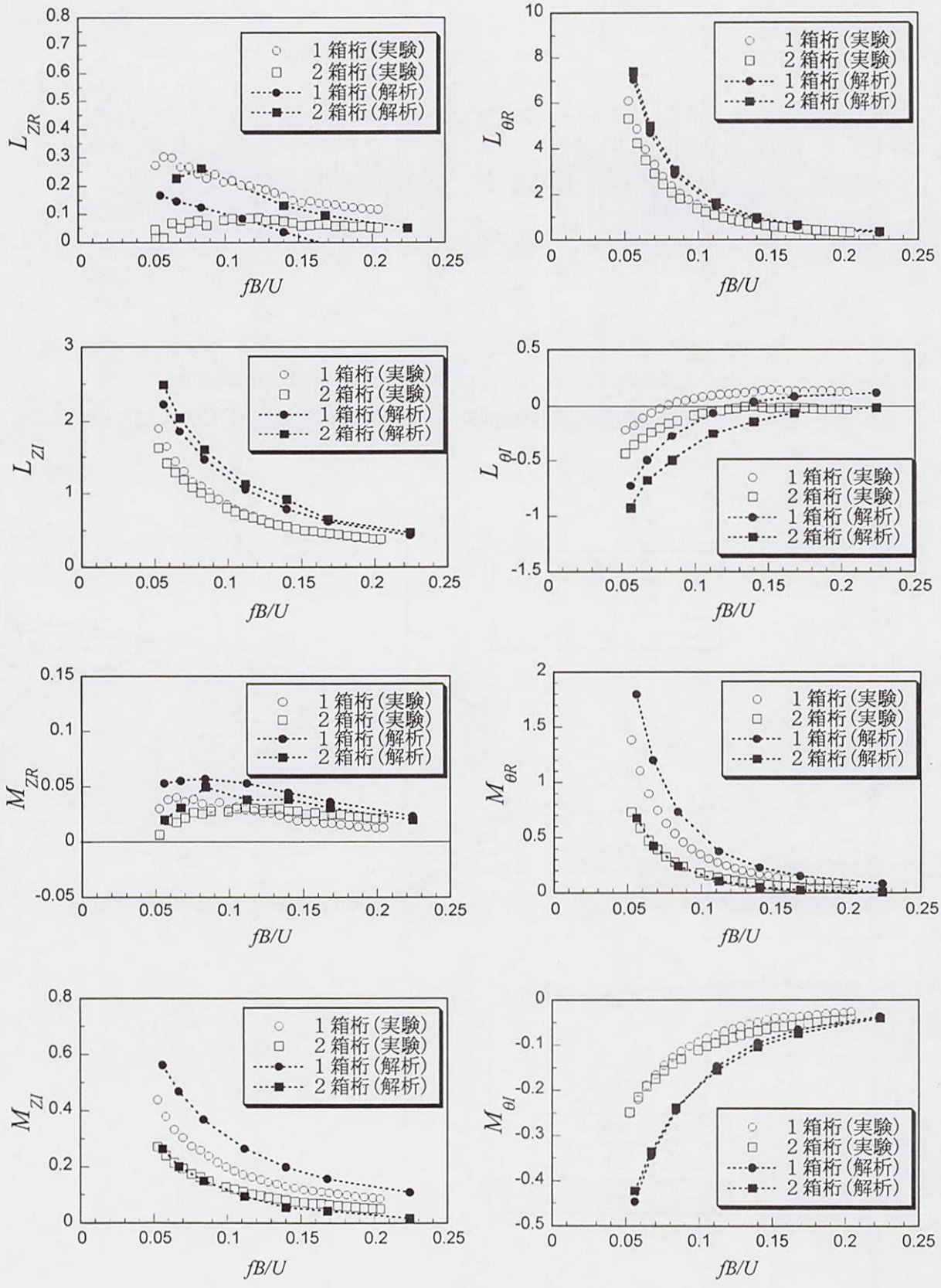
(c) たわみ強制加振時(Ur=5.94)



(d) ねじれ強制加振時(Ur=5.94)

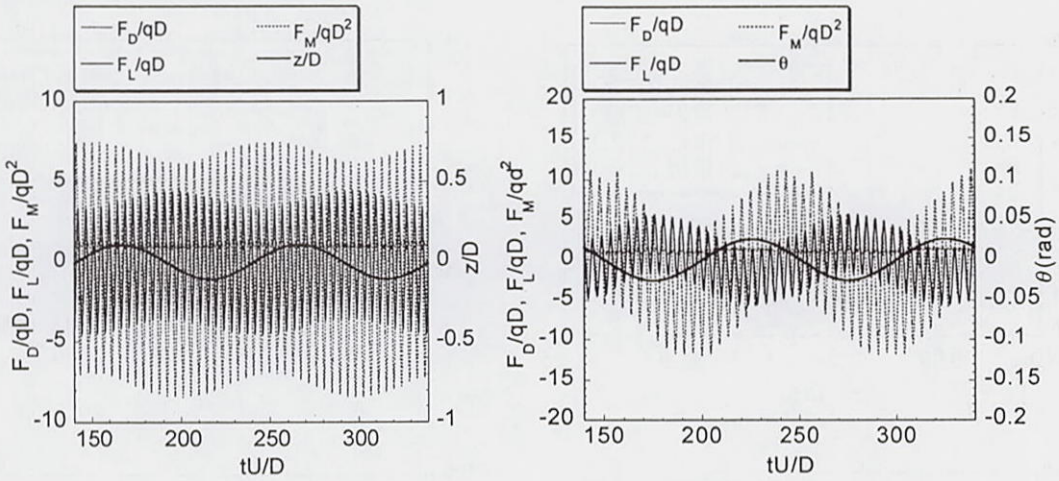
図－5.4.3.1　強制加振時の流れ場

（2）非定常空気力係数



図－5.4.3.2　非定常空気力係数（1箱桁断面、2箱桁断面の比較）

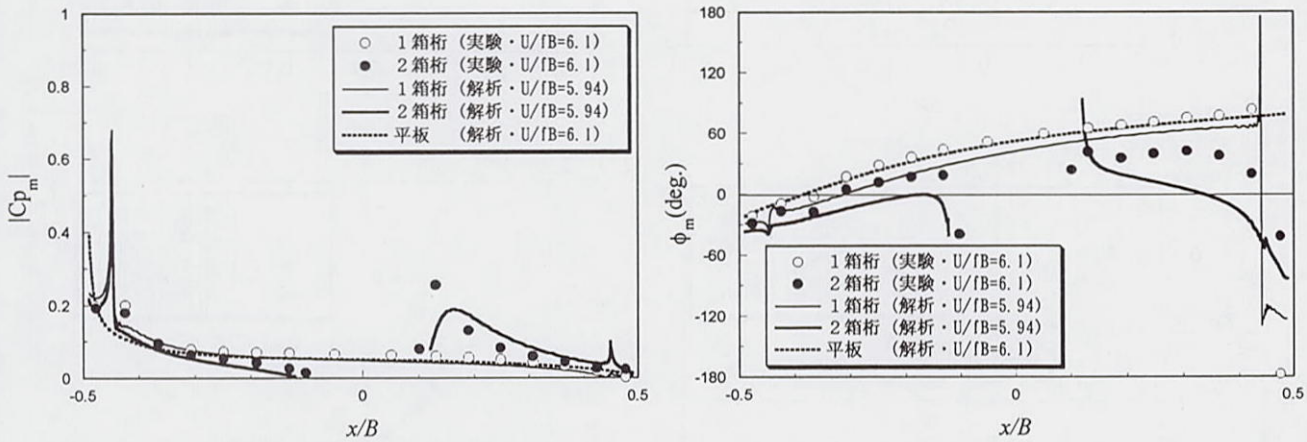
（3）強制加振時の空気力の時系列波形



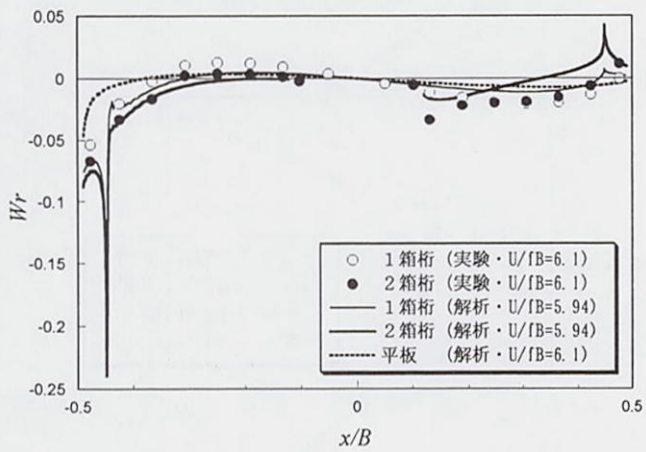
(a)たわみ強制加振　　(b)ねじれ強制加振

図－5.4.3.3　２箱桁断面の強制加振時の空気力係数の時系列（fb/U=0.168）

（4）非定常風圧分布

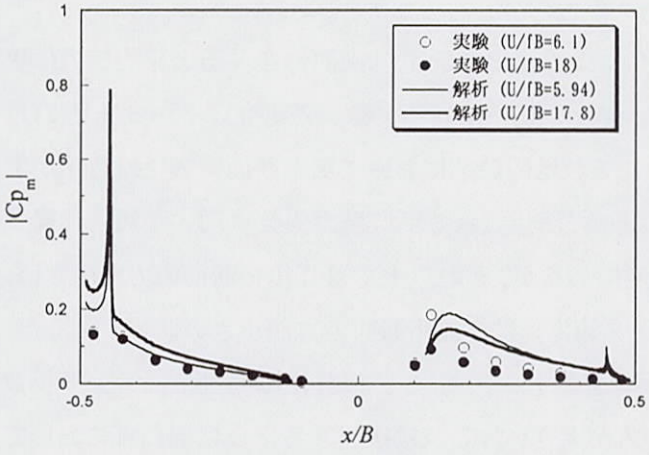


(a)加振振動数成分の振幅$|Cp_m|$　　(b)加振振動数成分の位相差ϕ_m

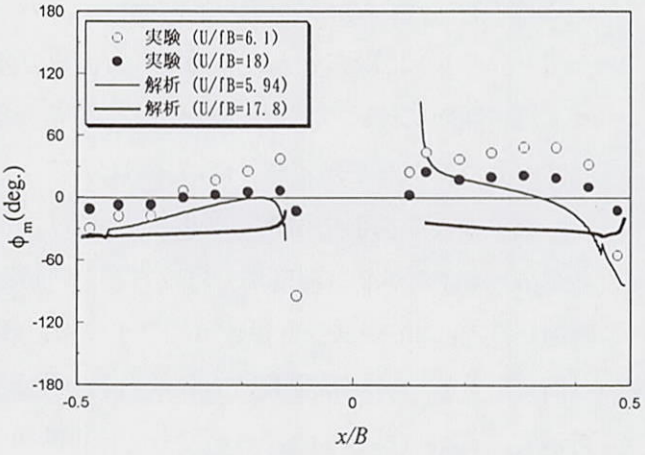


(c)無次元仕事Wr

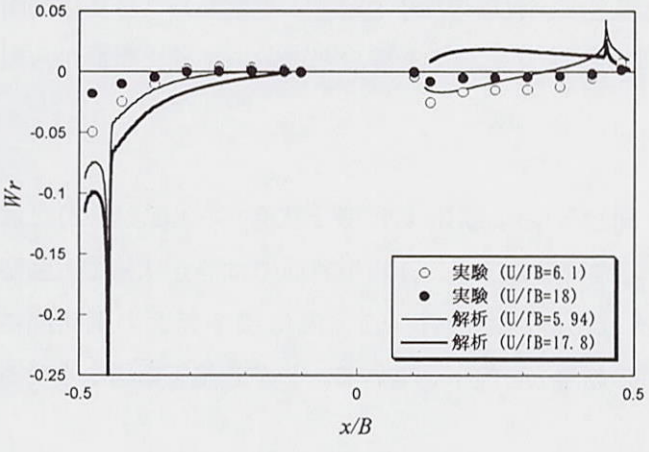
図－5.4.3.4　非定常風圧分布（ねじれ強制加振・１箱桁断面と２箱桁断面の比較）



(a)加振振動数成分の振幅$|Cp_m|$



(b)加振振動数成分の位相差ϕ_m



(c)無次元仕事Wr

図－5.4.3.5　非定常風圧分布（ねじれ強制加振・無次元風速による比較）

５．４．４　考察

（１）静的三分力係数の迎角による変化

図－5.4.2.1 には三分力の静的空気力係数の迎角による変化を示す。同図(a)を見ると平均抗力係数は１箱桁断面に比べて２箱桁断面の方が２倍程度大きい（○：１箱桁、●：２箱桁）。図－5.4.2.2(f)には圧力コンターを示すが、図からもわかるようにこれは開口部において風上断面背後には負圧が生じ、風下断面の前面には正圧が生じているためである。同図(a)で平均揚力係数（□：１箱桁、■：２箱桁）は迎角が２°程度までは双方とも同じ程度であるが、それ以上では２箱桁断面の方が小さい。同図(c)で平均モーメント係数（○：１箱桁、●：２箱桁）は２箱桁断面の方が小さい。

図－5.4.2.1(b)には変動抗力係数および変動揚力係数を、図 5.4.2.1(d)には変動モーメント係数を示す。これらはいずれにおいても２箱桁断面の方が大きい。これは後述するように開口部において風上断面から放出される規則的な渦による影響であると考えられる。

図－5.4.2.2 には静止状態で迎角を変化させた場合の流れ場の様子を示す。同図(a)～(e)には瞬間渦度場を、同図(f)には瞬間圧力場を示す。いずれの迎角においても開口部において風上断面から規則的な渦放出が認められる。

（２）非定常空気力

図－5.4.3.1 には強制加振時の流れ場を示す。同図(a)および(b)には静止状態，(c)および(d)にはたわみおよびねじれの強制加振時（U/fB=5.94）の流れ場を示す。２箱桁断面では静止状態でも強制加振状態でも風上断面の風下端から周期的な渦放出が認められ、この渦は風下断面の隅角部にimpinging している。そしてその渦は風下側断面の側面上を流下している。しかし風下断面から後流部への明瞭な渦放出は認められない。

図－5.4.3.2 には２箱桁断面の非定常空気力係数を１箱桁断面との比較とともに示す。実験値を見ると１箱桁断面と２箱桁断面のちがいは主にM_{θ_R}とM_{Z_I}に現れているが、この両断面の特性の違いは解析においてもはっきりと認められる。ただしM_{Z_I}やM_{θ_R}で２箱桁断面の解析結果は実験値と非常によい一致を示しているが、解析結果は１箱桁断面も２箱桁断面も全体的に実験値に比べて大きい。

図－5.4.3.3 には２箱桁断面の強制加振時の空気力係数の時系列を示す。既に述べたように２箱桁断面ではたわみ１自由度加振でもねじれ１自由度加振でも風上断面からの周期的な渦放出と放出渦の風下断面への impinging が認められる。このことにより全体風力として見た場合、図－4.4.3.1 に示した１箱桁断面の場合と比較して高い周波数成分の存在がはっきりと認められる。この点は低風速での渦励振の発生の可能性を示すものと考えられる。

（３）非定常風圧分布

図－5.4.3.4には無次元風速U/fB=6の場合の非定常風圧分布を示す。同図(a)に示す加振振動数成分の振幅は、２箱桁断面の実験結果（●印）は１箱桁断面の場合に比べて風下断面のleading edgeに近い部分で値が大きい。解析結果（太線）も同様であり風上断面から放出される規則的な渦のimpingingの影響を表しているものと考えられる。

図 5.4.3.4(b)には位相を示す。１箱桁断面の実験値（○印）では単調に進んでいるのに対し、２箱

桁断面の実験値（●印）では風下断面で回復する傾向がある。解析結果いずれの断面においてもそのような傾向をよく表しているが、２箱桁断面（太線）では風下断面における位相の回復度合いは実験値に比べて大きい。

図－5.4.3.4(c)には次式で定義される無次元仕事を示す。

$$W_r = -\pi \frac{x}{D} \sin\theta \cdot |Cp_m| \sin\phi_m \qquad (3)$$

１箱桁断面の実験値（○印）は風上断面の一部分を除いて全体的に負となっていおり、解析結果（細線）は概ね実験の傾向を表している。２箱桁断面の場合、実験（●印）では風下断面全体に負（フェアリング部分を除いて）であるのに対して解析（太線）では正に転じている部分があり食い違いが見られる。

図－5.4.3.4には平板の解析結果（点線）も示すが、１箱桁断面の実験結果をよく表しており、１箱桁断面は平板によって近似的に表しうることがわかる。

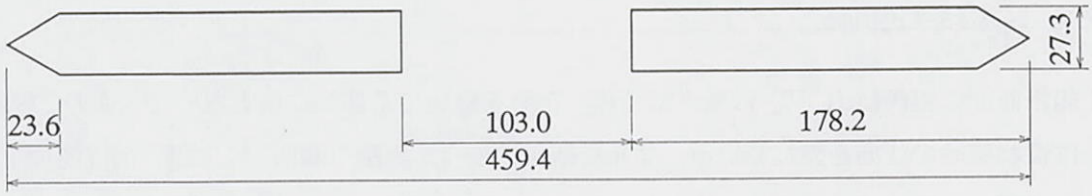
図－5.4.3.5には２箱桁断面の場合について非定常風圧分布の無次元風速によるちがいを示す。図には無次元風速としてU/fB=6.1とU/fB=17.9の比較を示す。U/fB=6.1では解析結果（細線）は比較的よく実験結果（○印）をよく表しているが、U/fB=17.9では特に位相（同図(b)）で風下断面において実験値（●印）とかなりのちがいが見られる。前述の非定常空気力係数でも無次元振動数が小さくなるにつれてM_{z_I}が実験結果との開きが大きくなる傾向が見られた。非定常風圧分布からも位相特性が無次元風速が増すにしたがい実験値との対応がよくなくなってきている様子が見られる。

５．５　住友重機械

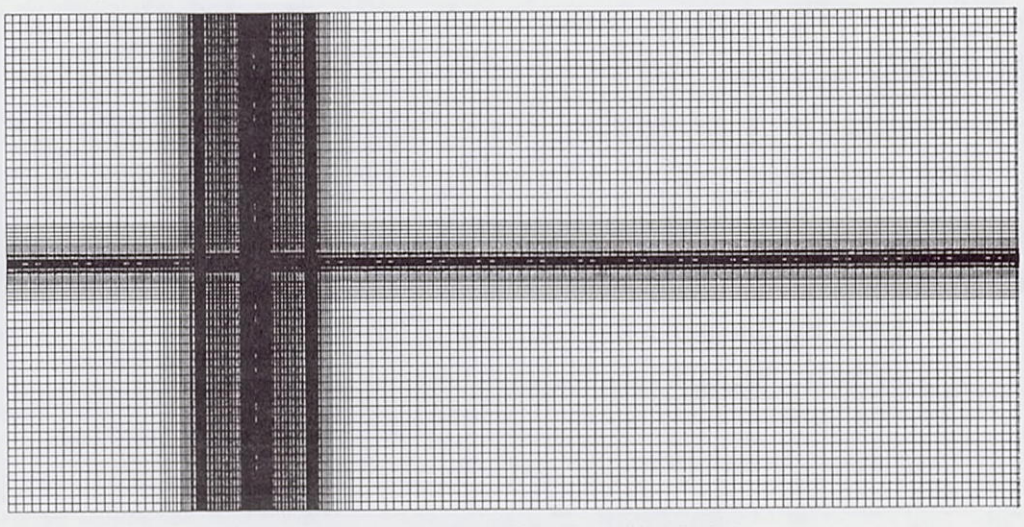
５．５．１　解析条件

（１）　解析モデル

図－5.5.1.1 に示す二箱桁断面について、数値流体解析を行った。



図－5.5.1.1　二箱桁断面解析モデル



図－5.5.1.2　二箱桁断面解析格子図

（２）解析条件

解析条件を表－5.5.1.1 に示す。

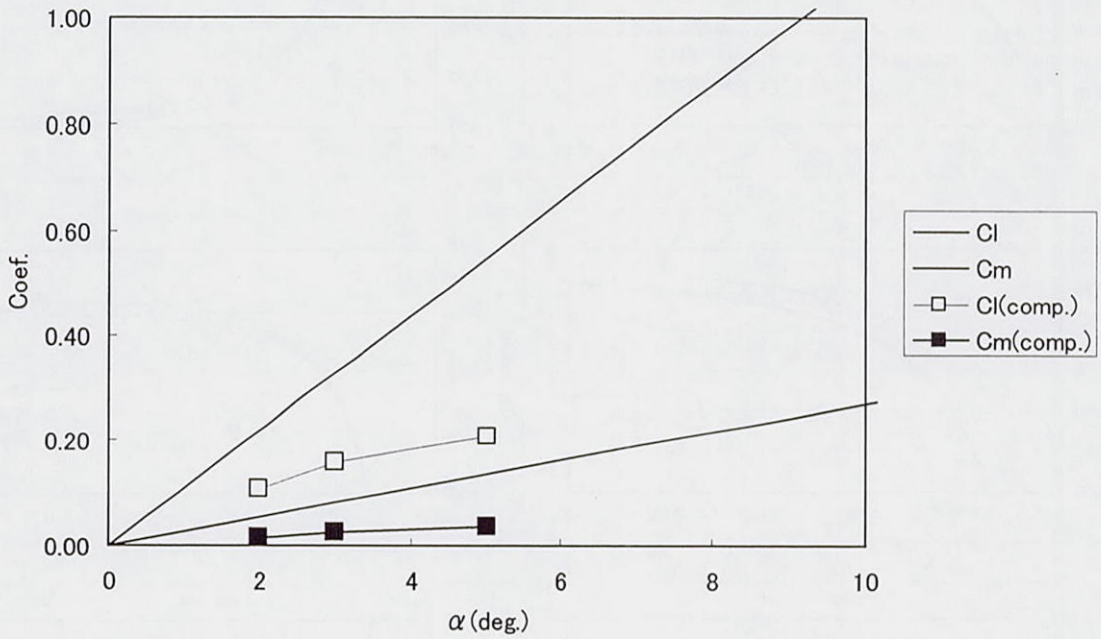
表－5.5.1.1　解析条件（平板）

断面諸元	全幅	B	459.4 mm
	厚さ	D	27.3 mm
(1)三分力計算			
流入条件	流入速度	U	6.5 m/s
	迎角	α	+2, +3, +5 deg
	Re	UB/ν	2.0×10^5
(2)非定常空気力計算：流入速度一定で振動数を変化させる			
流入条件	流入速度	U	6.5 m/s
振幅	たわみ		±3 mm
	ねじれ		±1.5 deg
加振振動数		fa	0.8～3.5 Hz

５．５．２　三分力の解析結果

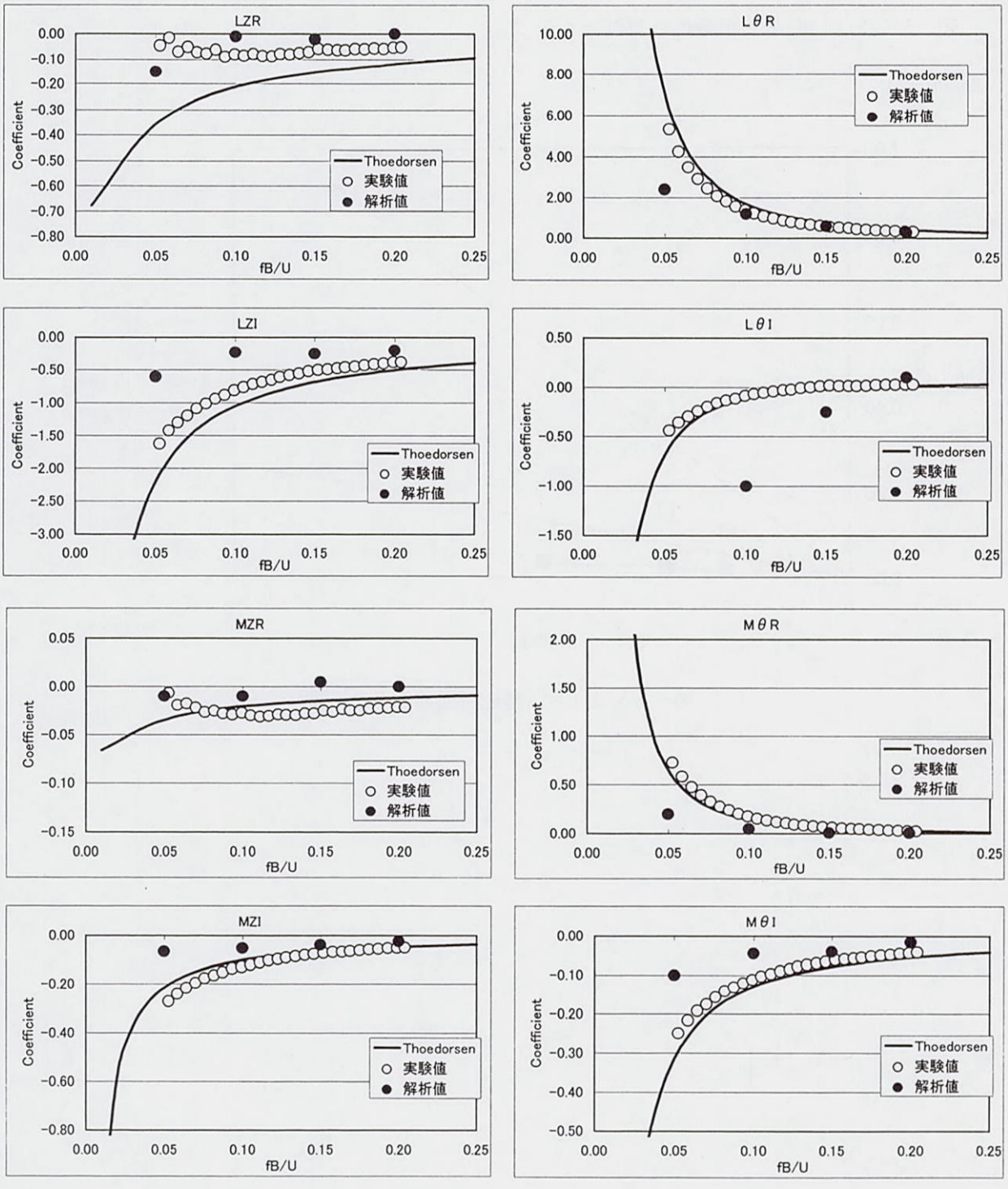
二箱桁断面の迎角を２，３，５°とした場合の三分力係数の算出を行った。

図－5.5.2.1 に三分力係数の計算結果を示す。



図－5.5.2.1　二箱桁断面の三分力係数

５．５．３　非定常空気力の解析結果



図－5.5.3.1　二箱桁断面の非定常空気力係数

５．５．４　考察

本解析手法の妥当性を検証するため、二箱桁断面回りの流れについて、三分力係数および非定常空気力係数を算出し、理論値(Theodorsen 理論)および実験値との比較を行った。その結果、実験結果および理論値との比較し、非定常空気力係数について傾向は捕らえられている結果と考えられる。

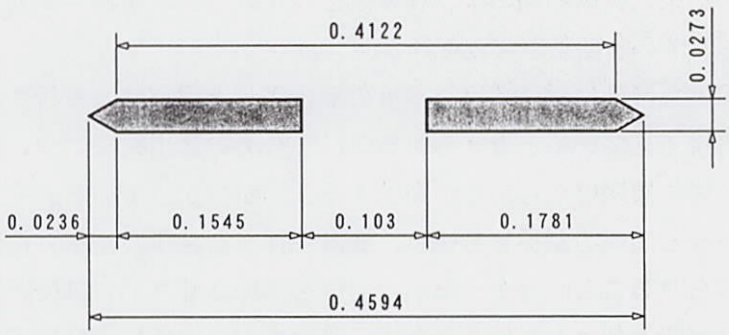
しかし定量的な評価については、平板の解析結果と同様に本解析では流れ場については十分に再現できていると考えられるが、三分力の算出結果について格子点と桁断面（弾性体）の位置関係から誤差が発生することが分かっている。そこで桁断面の振幅と固定メッシュ間隔の関係を考慮し、検討を行った結果、空気力係数については良好な結果が得られることが分かったが、物体を加振させた場合は桁断面位置とメッシュの位置関係が時々刻々と変化するため、非定常空気力係数の結果にはばらつきがあると考えられる。

以上の結果から、本解析手法において流れ場の再現については十分に精度が確保できていると考えられるが、空気力の算出における精度を高めていく必要があると考えられる。

５．６　日立造船

５．６．１　解析条件

解析対象断面を図－5.6.1.1 に示す。



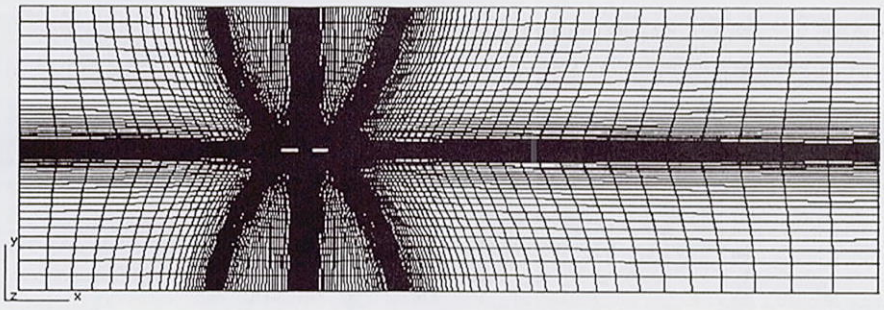
図－5.6.1.1 二箱桁断面 B/D=16.8

解析条件を表－5.6.1.1 に示す。

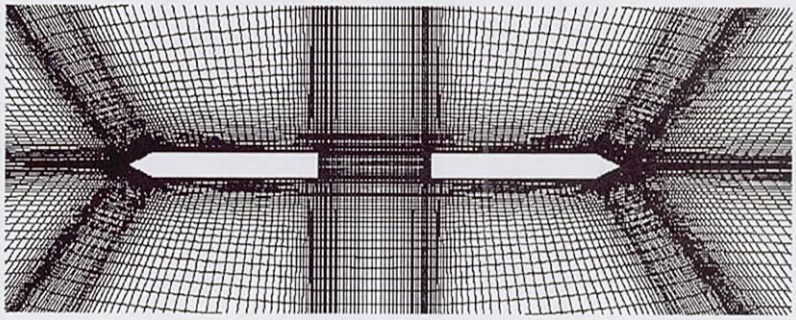
表－5.6.1.1　解析条件(二箱桁断面)

断面諸元	全幅	B	0.4594 m
	厚さ	D	0.0273 m
	辺長比	B/D	16.8
(1)三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	6.5 m/s (一様流)
	迎角	α	0, +2, +4, +6, +8 [deg]
	Re	UB/ν	2.0×10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	1%
(2)非定常空気力計算 ： 流入流速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	6.5 m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	2.0×10^5
	乱流エネルギー	k_{in}	1% (=2.1×10^{-3})
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	0.013 (h_0=0.003 m)
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	1.5 deg
加振振動数		f_a	0.7, 1.4, 2.1, 2.8 Hz
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.1, 0.15, 0.2
無次元時間刻み		$\Delta t U_\infty/B$	0.01
乱流モデル		2D_RANS	非線形 k-ε モデル

要素数は、[263×98]+[39×19] = 26,515 とし、解析格子分割全体図を図－5.6.1.2 に示す。



(a) 解析格子全体図

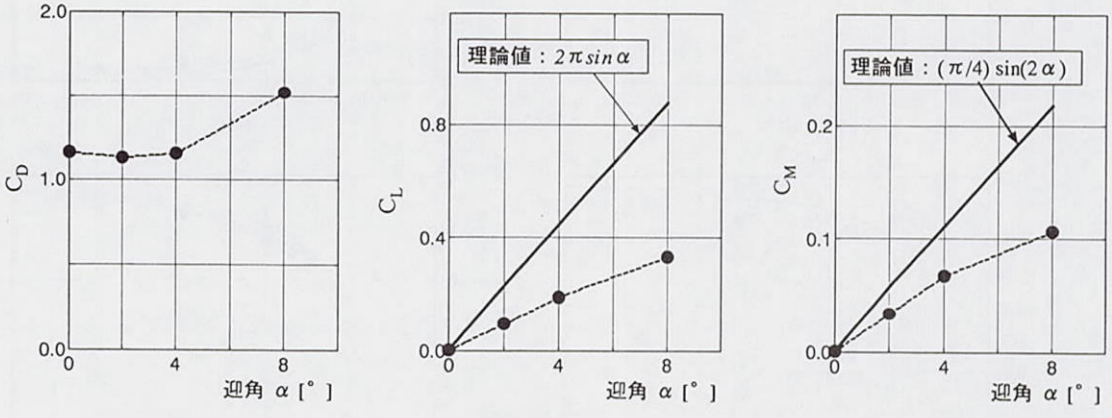


(b) 解析格子断面近傍

図－5.6.1.2 解析格子(二箱桁断面)

5．6．2　三分力の解析結果

図－5.6.2.1 に三分力係数の計算結果を示す。図には、比較のために理論値も併せて示す。開口部の影響により、揚力係数とモーメント係数の迎角零勾配は理論値よりも小さくなる。揚力係数で約 1/2、モーメント係数で約 2/3 となっている。



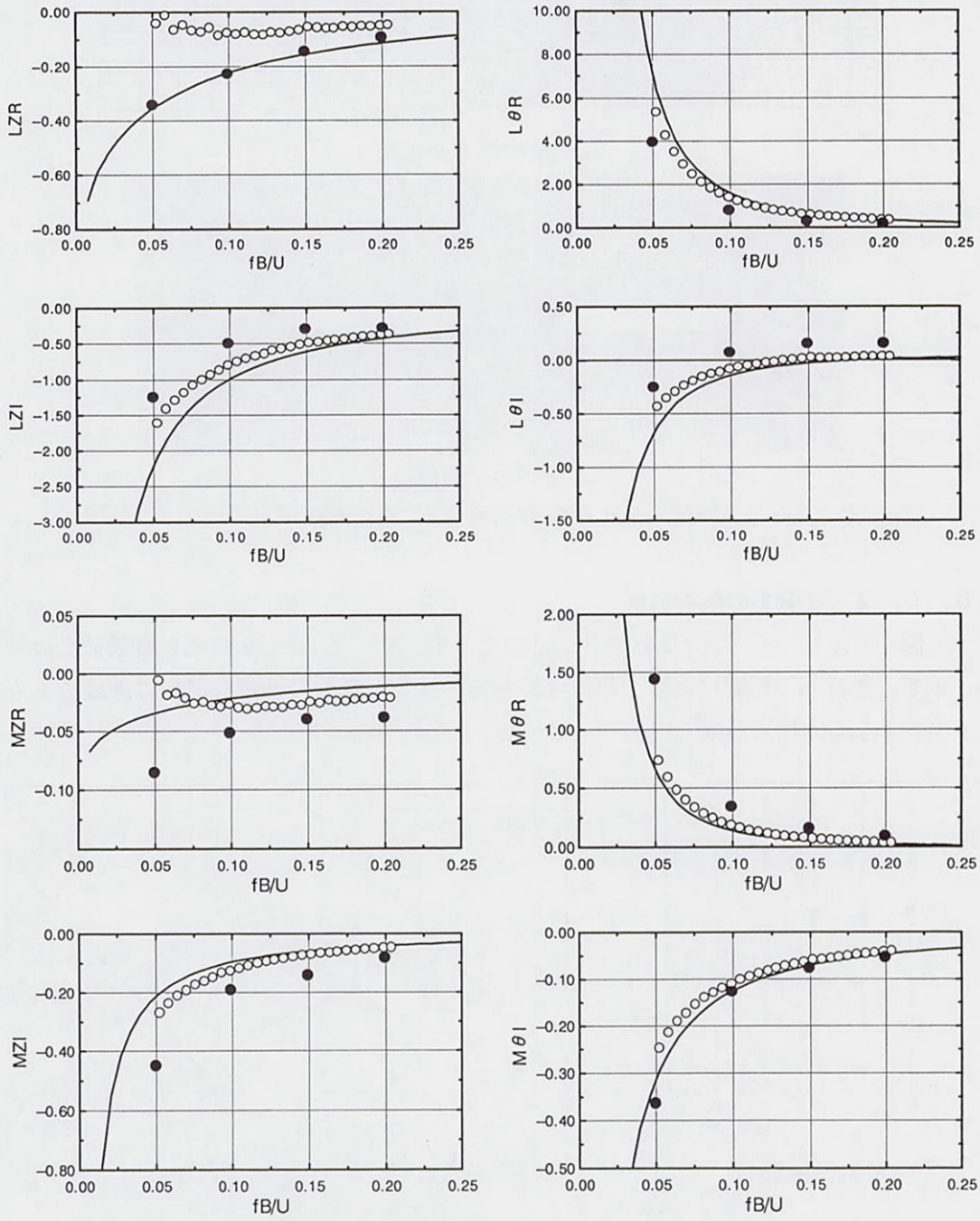
(a)抗力係数　　(b)揚力係数　　(c)モーメント係数

図－5.6.2.1　3 分力係数計算結果

(——：理論値、……●……：解析値)

５．６．３　非定常空気力の解析結果

図－5.6.3.1 に非定常空気力係数の計算結果と実験値(土研データ)との比較を示す。図には、並列平板翼での Theodorsen 理論値も併せて示す。定性的に、計算値は実験値の傾向はほぼ再現出来ていると言える。また定量的には、無次元振動数が小さくなるに連れて実験値との差異が大きくなる傾向が見られる。



図－5.6.3.1 非定常空気力係数計算結果(二箱桁断面)
(――― :理論解[Theodorsen 2-Box]、○：実験値、●：解析値)

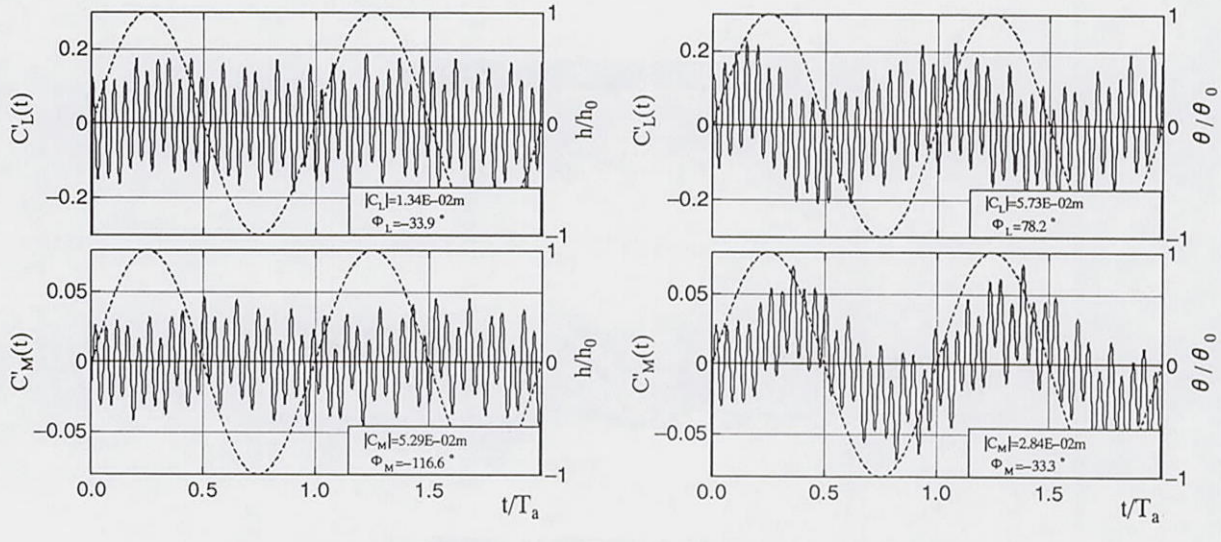
５．６．４　考察

二箱桁断面を対象とした静的・強制振動２次元計算において実験値との比較を行った結果、本解析手法によって非定常空気力係数を比較的良好に予測できることが分かった。

図－5.6.4.1 に示した非定常空気力係数 C'_L,C'_M の時系列結果から、非定常空気力が、加振振動数成分と開口部で発生する渦による振動数成分が合成された複雑な変動をしていることが分かる。

一箱桁の時と同様に、桁表面の非定常圧力特性と流況について調べた。図－5.6.4.2 に変動圧力特性の計算結果と実験値との比較を示す。変動圧力振幅についてはほぼ実験値と一致しているが、変動圧力位相差については、一箱桁の時よりもさらに推定精度が低下している。ただし、振幅が大きい領域では実験値と良く一致しているため、非定常空気力係数の予測精度を大きく低下させることはなかった。

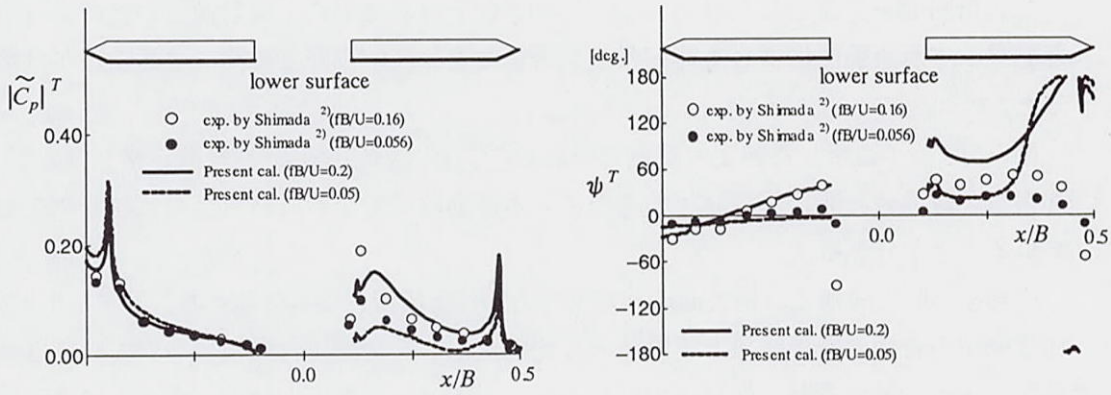
図－5.6.4.3 に示した流れの可視化結果(瞬間渦度及び瞬間乱れエネルギーの等高線)からは、下流桁周りは上流桁端部から放出される渦と下流桁前縁からの剥離せん断層が相互干渉して非常に複雑な流れとなっていることが分かる。この様な領域での推定精度の向上が解析手法に対する今後の課題と考える。



(a) たわみ加振(f/UB=0.15)　　(b) ねじ加振(f/UB=0.15)

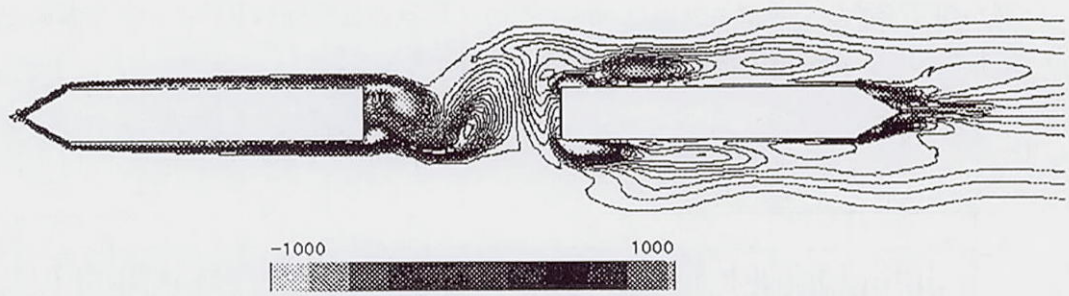
図－5.6.4.1　非定常空気力係数時系列

(……：加振変位、――：空気力、Ta：加振周期)

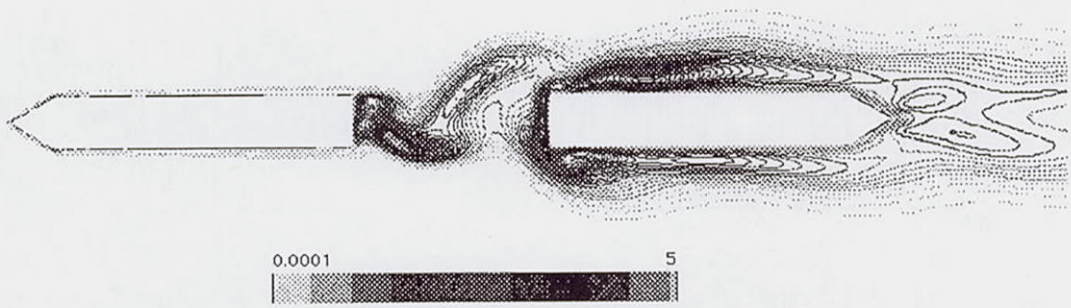


(a) 変動圧力振幅　　(b) 変動圧力位相差

図－5.6.4.2　非定常圧力特性



(a) 瞬間渦度分布



(b) 瞬間乱れエネルギー分布

図－5.6.4.3　流況

(1DOF ねじれ加振時 fB/U=0.2 ねじれ速度鉛直上向き最大)

５．７ 三井造船

一箱桁と二箱桁の解析条件および解析結果等の比較の都合上、一箱桁と二箱桁の内容を４．７にてまとめて報告した（４．７参照)。

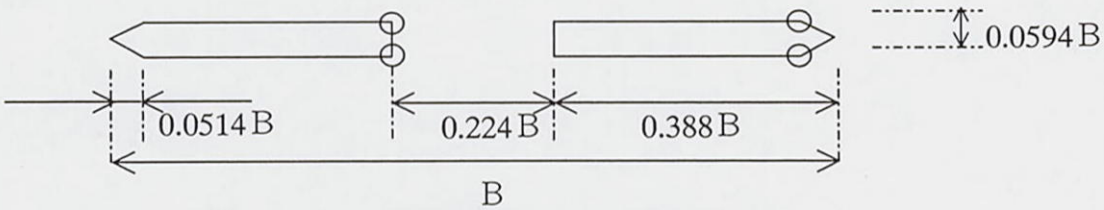
５．８　三菱重工

５．８．１　解析条件

表－5.8.1.1 に解析条件を、図－5.8.1.1 に解析対象断面を示す。

表－5.8.1.1　解析条件

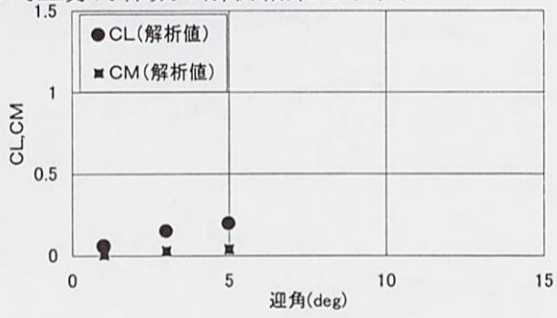
断面諸元	全幅	B	5 m
	厚さ	D	0.297 m
（1）三分力計算			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	1, 3, 5 deg
	Re	UB/ν	1×10^3
	乱流エネルギー		
（2）非定常空気力計算：風速一定で振動数を変化させる。			
流入境界	流入速度	U_{in}	1m/s
	迎角	α	0 deg
	Re	UB/ν	1×10^3
	乱流エネルギー		
振動モード／振幅	1DOF たわみ	$2h_0/B$	2/153
	1DOF ねじれ	$2\theta_0$	3 deg
加振振動数		f_a	0.009, 0.018, 0.027, 0.037, 0.046
無次元振動数		fB/U	0.05, 0.09, 0.14, 0.18, 0.23
無次元時間刻み		ΔtU_∞	0.0107
乱流モデル			



図－5.8.1.1　解析対象断面（○：剥離渦の放出点）

５．８．２　三分力の解析結果

図－5.8.2.1 に静的三分力係数の解析結果を示す。

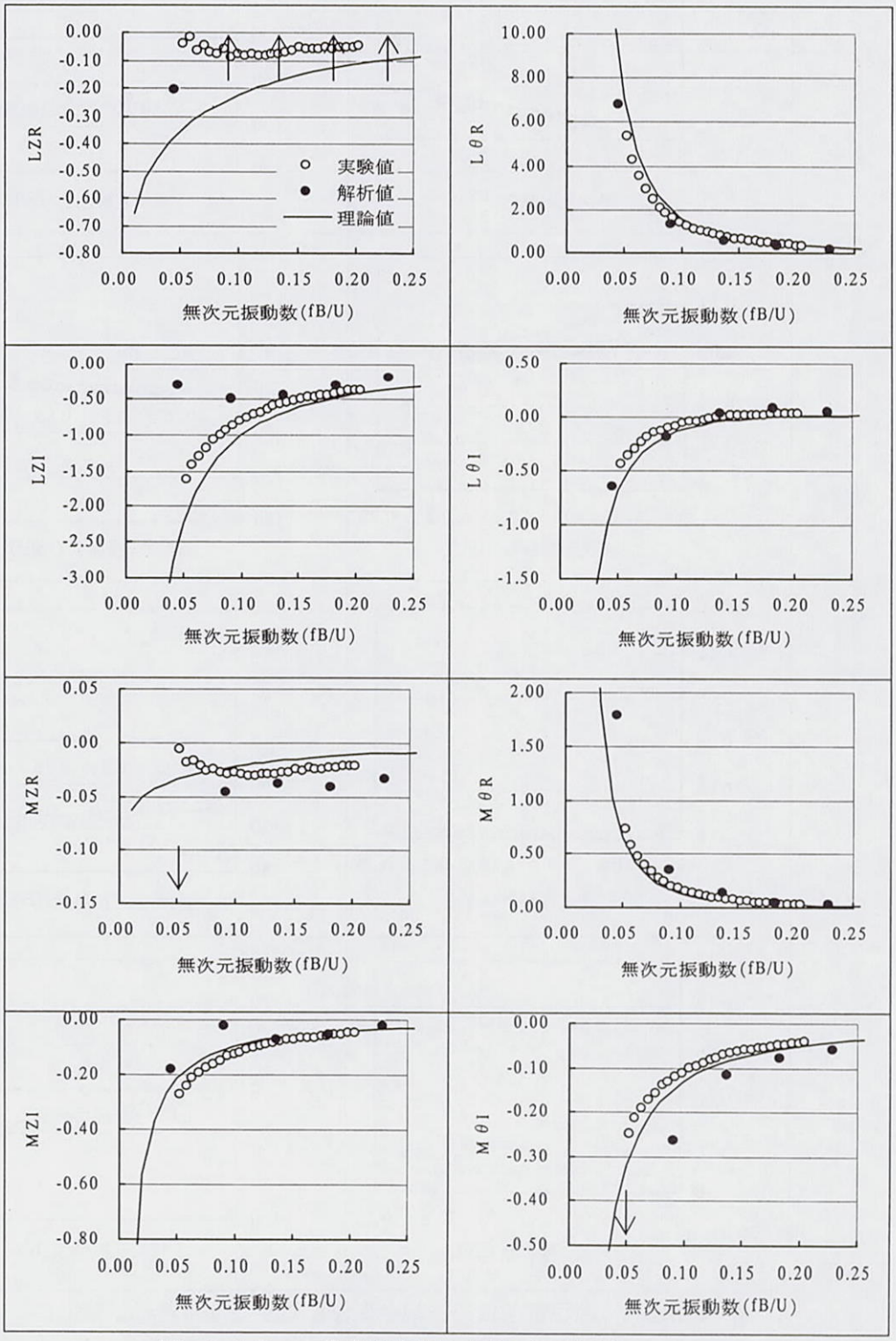


図－5.8.2.1　静的三分力係数（二箱桁）

５．８．３　非定常空気力の解析結果

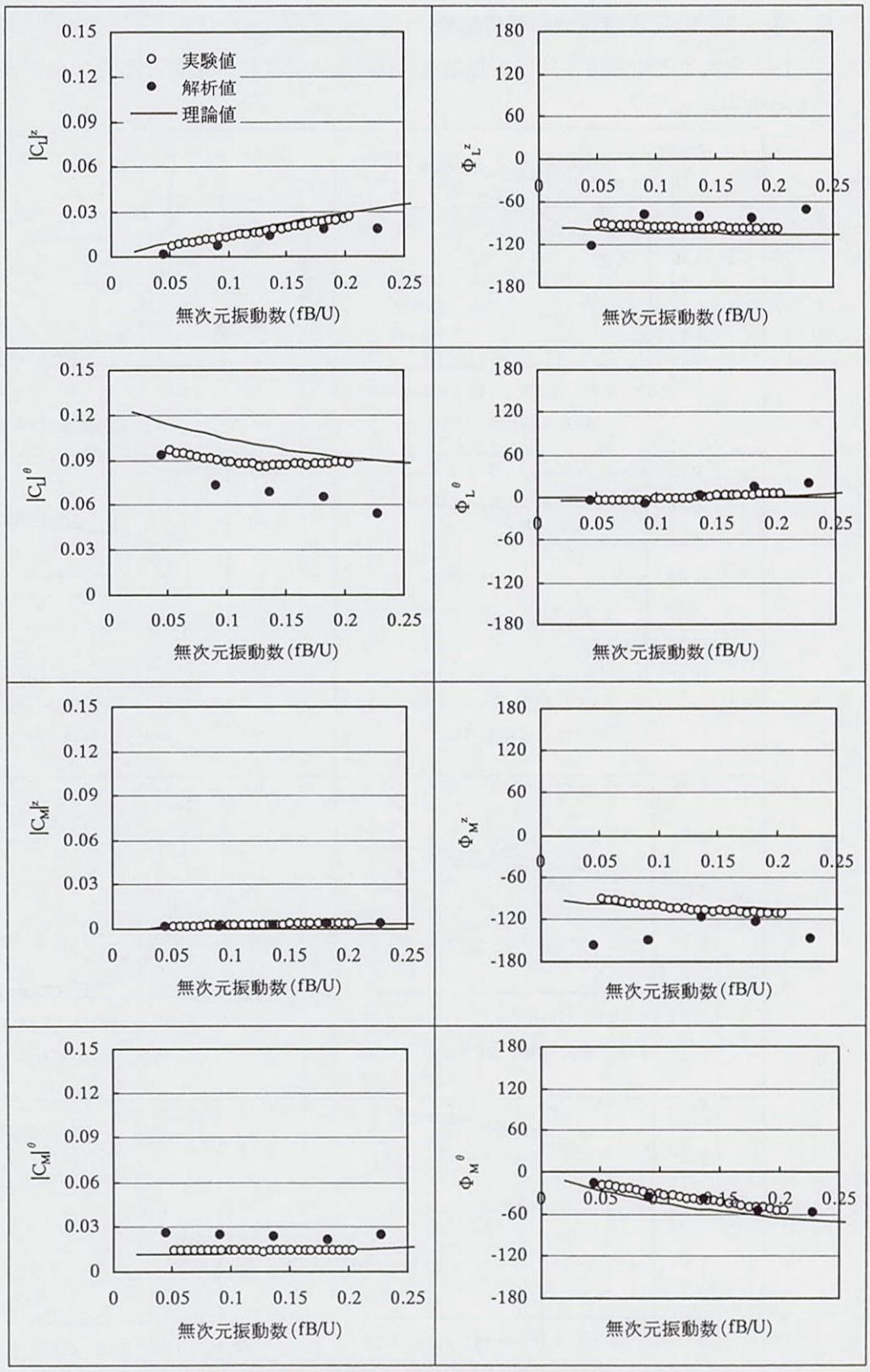
５．８．３　非定常空気力の解析結果

図－5.8.3.1 に非定常空気力係数を、図－5.8.3.2 に非定常空気力の振幅と変位に対する位相差を示す。



図－5.8.3.1　非定常空気力係数（二箱桁）

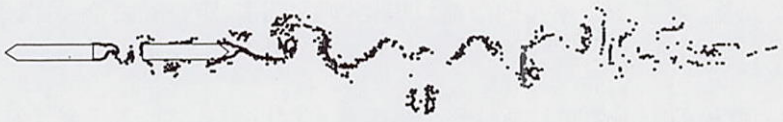
※　理論値は上流側と下流側での理論値（平板）を加算した値である。



図－5.8.3.2　非定常空気力振幅と変位に対する位相差（二箱桁）

※　理論値は上流側と下流側での理論値（平板）を加算し求めた値である。

図－5.8.3.3 に二箱桁周りの渦点分布を示す。上流桁の端部で形成された渦が下流桁表面上を流下する性状が見られる。



図－5.8.3.3　二箱桁周りの渦点分布

５．８．４　考察

（１）非定常空気力の再現性

たわみ加振時の変位に対する空気力係数の位相差は実験結果に対し差異を生じ、特に低無次元振動数でその差が大きいが、ねじれ加振時では、実験結果と比較的よい対応を示している。

（２）適用限界について

既往の研究成果より、断面辺長比が比較的小さい形状における渦励振現象に関しては，本解析手法によって精度の高い推定が可能であることが知られているが、今回の検討では，平板のような扁平な断面の非定常空気力に関しても比較的精度の高い推定が可能であることが判った。

一方で、本解析手法を用いた２箱桁に対する解析では、定性的な傾向は捉えられているものの、平板、1 箱桁に比べて解析精度が劣るとの結果が得られており、流下する渦が物体に衝突するような構造（例えば２箱桁のような分離構造）の場合には未だ検討の余地があると考えられる。

6．まとめと今後の課題

6．1　IHI

6．1．1　解析のまとめ

平板における検証により、ポテンシャル的な流れ場については、定量的に全く問題のない精度で解析できることを示した。

一箱桁については、位相の若干のずれを除き、精度良く解析できていると考えられる。ただし、この位相のずれの要因（実験とCFD、実験とTheodorsen)、高欄の影響など、今後、実験、CFDおよび理論解析の各々のアプローチから検討すべき課題も残されている。

二箱桁については、定性的な傾向はある程度捉えられているものの、一箱桁に比較しても、解析精度はまだまだである。また実験データの蓄積も少なく、いろいろな検証はこれからであると考える。

6．1．2　ＣＦＤからの断面提案

CFDからの断面提案は非常に魅力的であると考えるが、それはCFDにおいて、解析精度を含む経験が十分に蓄積されたという前提が必要である。現在、そうした蓄積を進めている段階であり、もうしばらくの時間が必要と考える。

６．２　ＮＫＫ

今回用いた修正生産項ｋ－εモデルは、角柱の様な物体前面の過剰な生産項を打ち消す目的で用いられたが、本検討では、平板の様な明確な渦放出が見られない断面についてもある程度の精度で空気力が算定できることが示された。

今後は、高欄を設置した場合の実橋梁一箱桁断面を対象として、センターバリアの高さの影響、導流板の設置、防風柵の設置による非定常空気力の変化を計算し、本解析の実橋梁断面での適用性および種々の耐風安定化対策の安定化メカニズムについて検討する予定である。さらに、風洞実験で良好な結果が得られている下部開口型防風柵付開口一箱桁断面について、下部開口型防風柵の効果について数値解析側からメカニズム的な考察を加え、下部開口防風柵の設置と同等以上の性能を持つ耐風安定化対策を提案していきたい。

なお、実橋梁断面に迅速に対応するためには、差分法では限界があるため、今後、有限要素法に基づいた解析を実施する予定である。

6．3　川崎重工

6．3．1　まとめ

今回実施した解析において、付加物のない比較的扁平な断面については、CFD 解析によって定量的に十分な精度で非定常空気力を推定できることが確認できた。

付加物のない２箱桁断面については、CFD 解析によって定性的に非定常空気力を推定できることが確認できたため、断面毎の相対比較については十分 CFD で対応できると思われる。しかし定量的な精度については十分実験値を再現するまでには至らなかった。この原因は主に上流側桁から放出されるカルマン渦が下流側桁に衝突する際の渦挙動の再現性にあると思われる。このような渦挙動には乱流モデルが大きく影響することから、橋梁断面の非定常空気力解析に適した乱流モデルについて検討することが重要と思われる。

6．3．2　今後の課題

今回の研究において、付加物のない断面に関しては、CFD による非定常空気力の推定がある程度可能であることが確認できたが、実際の橋桁断面についてはほとんどが付加物のある断面である．そのため付加物のある断面に対しての CFD の適用性を検討するべきである。さらに今後の橋梁断面では、桁にグレーチングを採用する可能性が高くなってきている。そのため CFD においてもグレーチングをどのようにモデル化するかが非常に重要になってくる。グレーチングのモデル化については、1）グレーチング部を通過する流体に対して圧力損失を与える方法、2）グレーチングの形状をある程度格子で再現する方法、等が考えられるが、特に橋梁の非定常空気力解析の場合はグレーチング部を渦が通過するような流れ場となるため、その扱いは非常に困難であると思われる。

また今回の解析は、計算時間の短縮を優先して、すべて２次元解析を実施したが、実際の現象は３次元であるので、CFD についても３次元解析を実施するべきであると思われる。３次元の直接解析あるいは LES が日常的に利用できるような状況になれば、６．３．１で述べたような乱流モデルの問題も検討する必要が少なくなる。

さらに今回は主に非定常空気力を対象に議論を進めてきたが、橋桁断面に限らず橋梁全体の耐風安定性を検討する場合には、主塔、ケーブルも含めた検討が必要となる。その場合 CFD においては流体力によって構造物が振動・変形するような現象を解析できる技術、すなわち流体構造練成解析技術が重要となる。そのため流体構造練成解析技術についても発展させることが望まれる。

６．４　清水建設

Kato-Launderによる修正型k- モデルとTwo-Layerモデルを組合せ、一般座標系に拡張した手法による２次元解析により、調和振動時の平板空気力、フェアリング付き１箱桁断面および２箱桁断面の解析を行った。その結果以下のような結論を得た。

（１）平板の揚力およびモーメントの迎角による変化は本解析によってよく再現された。

（２）平板の非定常空気力係数をTheodorsenの平板空気力と比較した結果、本解析は概ねよくこれを再現したものの、M_{Z_R} とL_{θ_I} 関しては一致の度合いが他の係数ほどにはよくない。

（３）フェアリング付き２箱桁断面では風上フェアリングの存在によって剥離が抑えられ、断面に沿った流れが形成される。また風下フェアリングの存在により、渦放出が抑えられ、全体としては流線型に近い流れ場となる。一方、開口部において、風上断面からの周期的な渦放出が明瞭に認められた。これは静止時、強制加振時（たわみ、ねじれ）いずれの場合にも認められた。

（４）フェアリング付き１箱桁断面と２箱桁断面の静的三分力係数の解析結果を比較したところ、平均抗力係数は２箱桁断面が、揚力とモーメント係数に関しては１箱桁断面の方が大きかった。変動抗力、変動揚力および変動モーメント係数に関してはいずれも２箱桁断面の方が大きかった。これは上記の風上断面からの周期的な渦放出による影響と考えられる。またこのことは低風速域における渦励振の発生の可能性を示唆しているものと考えられる。

（５）フェアリング付き１箱桁断面および２箱桁断面の非定常空気力の差異は、実験値を見ると主として係数M_{Z_I} とM_{θ_R} に表れている。解析でも同様にこの点をはっきりと再現することができた。しかし解析結果は実験値と比較すると全体的に大きめな値を与えた。

（６）１箱桁断面の非定常風圧分布は解析によってよく再現された。２箱桁断面では概ね再現は可能なものの、風下断面における位相が実験と異なる傾向を与えた。

本解析に用いている乱流モデルはアンサンブル平均型のモデルであるが、従来このような特性を有するモデルを用いた数値流体解析手法で、本研究で対象としたような非定常な流れ場を伴う空気力の再現性に関して論じられたことはなかった。既往の研究ではKarman渦や前縁剥離渦等の強い擾乱が認められる場合にはk- モデルは有効であることが示されていたが、本研究により扁平な断面で特に明瞭な渦放出が存在しなくても、断面の運動に伴う非定常空気力の定性的な傾向をとらえることが可能であることが示された。また特に２次元解析であることの高速性により現実的な時間内で効率よく断面の空力特性が得られることが示された。

以上の結果をもとに今後、本解析手法をより耐風性に優れた断面の創出に利用していくために以下のような課題が挙げられる。

（１）非定常風圧分布に見られた位相特性を改善するために、格子分割や乱流モデルの取り扱い等に関する解析手法の再検討が必要である。

（２）実験は一様流中のものではあるが、接近流中の小さな乱れの影響が空気力に及ぼす影響を解析上でも確認しておく必要があるものと思われる。

（3）Reynolds数の影響をどの程度まで再現可能かという点に関して検討が不可欠なものと考えられる。

（4）解析によって得られた非定常空気力をもとにフラッター解析を行い、フラッター限界風速の観点から本解析手法の適用性を検討する必要があるものと考えられる。

（5）解析結果からは本解析対象の断面では渦励振の可能性も示唆されたため、この点に関する詳細な検討を行っておく必要があるものと思われる。

６．５　住友重機械

本解析手法の妥当性を検証するため、平板、一箱桁断面および二箱桁断面回りの流れについて、三分力係数および非定常空気力係数を算出し、理論値(Theodorsen 理論)および実験値との比較を行った。その結果、実験結果および理論値と比較し、非定常空気力係数について傾向は捕らえられていると考えられる。

しかし定量的な評価については、平板の解析結果と同様に本解析では流れ場については十分に再現できていると考えられるが、三分力の算出結果について格子点と桁断面（弾性体）の位置関係から誤差が発生することが分かっている。そこで桁断面の振幅と固定メッシュ間隔の関係を考慮し、検討を行った結果、空気力係数については良好な結果が得られることが分かったが、物体を加振させた場合は桁断面位置とメッシュの位置関係が時々刻々と変化するため、非定常空気力係数の結果にはばらつきがあると考えられる。

以上の結果から、本解析手法において流れ場の再現については十分に精度が確保できていると考えられるが、空気力の算出における精度を高めていく必要があると考えられる。

また、今後は、付加物等のある断面への対応について、物体表面に境界条件を与えずに解く解法であるため、最適な断面提案ができるよう、精度を高めていく予定である。

６．６　日立造船

ここでは、平板、一箱桁、二箱桁断面に対して実施した精度検証結果から、2 次元 RANS を用いた本解析法の適用性と課題について述べる。

平板及び一箱桁断面の様な辺長比の極端に大きな断面形状では、流れがポテンシャルに近く、粘性の影響が壁面ごく近傍に限られているため、十分な精度で解析可能である。また、一箱桁における非定常圧力特性の結果から、変動圧力振幅や変動圧力の位相差においても実験値を精度良く再現していることが確認された。

一方、二箱桁断面では、上流桁端部から放出される渦と下流桁前縁からの剥離せん断層が相互干渉して非常に複雑な流れになっている。この様な渦の相互干渉が強い領域では非定常圧力の予測精度が低下する。しかしながら、変動圧力位相差の予測精度が低下する下流桁後縁部は、変動圧力振幅自身が小さいため、非定常空気力への影響も小さく、非定常空気力係数は比較的良好に再現できた。ただし、二箱桁断面の空気力特性は開口距離や断面辺長比に強く依存することが報告されており、渦の相互干渉がさらに強くなる開口幅・辺長比の場合には、解析結果の評価には注意が必要と考える。

以上の結果から、現状の数値解析技術で断面概略形状の一次評価が可能であると考える。今後、風洞実験グループから提案されている断面の基本諸元値(辺長比、開口幅、フェアリング先端角度など)をフローパターンや圧力分布などから数値解析的に耐風性能と関係付けることで、最適化な断面の提案ができるものと期待する。また、数値解析を詳細検討へ利用していくために、付加物(高欄、グレーチング、防護策)のモデル化法の確立やレイノルズ数影響の解明などが今後の研究課題として考えられる。

６．７　三井造船

平板の解析において、静的空気力係数の勾配および非定常空気力の解析結果と理論値の比較により、解析結果は理論値とほぼ一致した結果が得られ、本解析方法の適用の妥当性を確認した。

一箱桁および二箱桁の解析において、非定常空気力の解析結果と実験値との比較より、定量的には差異が生じる係数もあるが、定性的には実験値に対応した解析結果が得られている。さらに、一箱桁および二箱桁の解析結果の比較では、中抜き部の有無による空気力特性の違いを再現していることから、数値解析により断面形状の変化に伴う空気力特性の変化を定性的に照査できるものと考えられる。

中間報告までの成果では、付加物等がない基本断面で行った解析結果のみで数値解析の妥当性を議論したことから、今後の研究においても用いる断面は基本断面であることが前提であると思われる。基本断面に関しては断面形状の変化に伴う空気力特性の変化を定性的に再現していることから、今後の研究の焦点としては、開口比やフェアリング形状に着目し、それらをパラメータとした空気力特性の照査を数値解析で行い、最終的には実験模型に反映させる内容が研究テーマの一つになり得ると考えられる。

6．8　三菱重工

（1）キャリブレーションの成果

本解析手法では、平板のような扁平な断面の非定常空気力に関しても比較的精度の高い推定が可能であることが判った。

一方で、２箱桁に対する解析では、定性的な傾向は捉えられているものの、平板、1 箱桁に比べて解析精度が劣るとの結果が得られており、流下する渦が物体に衝突するような構造（例えば２箱桁のような分離構造）の場合には未だ検討の余地があると考えられる。

（2）断面提案

プレートや遮音壁を用いた空力的な制振対策では、過去の実験結果に基づいてその大きさや設置位置を決定しているが、最適な制振対策を求めるためにパラメータスタディーが必要となる。

付加物（プレート、遮音壁）による制振対策であれば、比較的模型の変更が容易であるが、フェアリングのような断面形状による制振対策の場合、模型変更に費用と時間が生じる可能性がある。

以上のことから、断面形状の変更による耐風安定性の定性的な変化を CFD により検討する事を提案する。

（例）

・フェアリング形状のパラメータスタディー

・開口幅（二箱桁）に対するパラメータスタディー

付録

付録A　IHI（解析手法）

A.1　基礎方程式

非圧縮性の２次元 Reynolds-Averaged Navier-Stokes 方程式を基礎方程式とした。

（１）質量保存の式（連続の式）

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{U}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{V}{J}\right)=0 \qquad \cdots (1)$$

（２）運動量保存の式

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\hat{e}-\hat{e}_v\right)-\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\hat{f}-\hat{f}_v\right) \qquad \cdots (2)$$

$$\hat{u}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix} \qquad \cdots (3)$$

$$\hat{e}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\xi_x p+uU+\xi_t u\\ \xi_y p+vU+\xi_t v\end{bmatrix} \qquad \cdots (4)$$

$$\hat{f}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\eta_x p+uV+\eta_t u\\ \eta_y p+vV+\eta_t v\end{bmatrix} \qquad \cdots (5)$$

$$\hat{e}_v=\frac{\nu}{J}\begin{bmatrix}\left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2\right)u_\xi+\left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)u_\eta+\xi_x\left(\xi_x u_\xi+\xi_y v_\xi\right)+\eta_x\left(\xi_x u_\eta+\xi_y v_\eta\right)\\ \left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2\right)v_\xi+\left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)v_\eta+\xi_y\left(\xi_x u_\xi+\xi_y v_\xi\right)+\eta_y\left(\xi_x u_\eta+\xi_y v_\eta\right)\end{bmatrix} \qquad \cdots (6)$$

$$\hat{f}_v=\frac{\nu}{J}\begin{bmatrix}\left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)u_\xi+\left(\eta_x{}^2+\eta_y{}^2\right)u_\eta+\xi_x\left(\eta_x u_\xi+\eta_y v_\xi\right)+\eta_x\left(\eta_x u_\eta+\eta_y v_\eta\right)\\ \left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)v_\xi+\left(\eta_x{}^2+\eta_y{}^2\right)v_\eta+\xi_y\left(\eta_x u_\xi+\eta_y v_\xi\right)+\eta_y\left(\eta_x u_\eta+\eta_y v_\eta\right)\end{bmatrix} \qquad \cdots (7)$$

A.2　乱流モデル

乱流モデルには Menter の k-ω SST[1] モデルを用いた[9), 10)]。k-ω SST モデルでは乱流量の輸送方程式は次式で与えられる.

$$\frac{Dk}{Dt}=P_k-\beta^{*}\omega k+\nabla\cdot\left[\left(\nu+\sigma_k\nu_t\right)\nabla k\right] \qquad \cdots (8)$$

$$\frac{D\omega}{Dt}=\gamma P_\omega-\beta\omega^2+2\left(1-F_1\right)\sigma_{\omega 2}\frac{\nu_t}{k}\nabla k\cdot\nabla\omega+\nabla\cdot\left[\left(\nu+\sigma_\omega\nu_t\right)\nabla\omega\right] \qquad \cdots (9)$$

本論では文献[2)]中の推奨に従い生成項を以下のように修正して用いた。

$$P_k=\nu_t\Omega^2 \qquad \cdots (10)$$

$$P_\omega=\Omega^2 \qquad \cdots (11)$$

ここで、Ωは渦度の絶対値を表す。これはKatoら[3]の修正と類似のものである。式(1)、(2)中のモデル定数は、そのひとつをφとしたとき、定数ϕ_1, ϕ_2から次式により計算される。

$$\phi = F_1\phi_1 + (1-F_1)\phi_2 \qquad \cdots (12)$$

ここで、定数ϕ_1はWilcox k-ω モデル[4]の定数であり、

$$\beta_1 = 0.075, \quad \beta^* = 0.09$$

$$\sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5$$

$$\kappa = 0.41, \quad \gamma_1 = \beta_1/\beta^* - \sigma_{\omega 1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} \qquad \cdots (13)$$

但し、σ_{k1}だけはSSTモデル用にチューニングされた値となっている(Wilcox k-ωモデルでは$\sigma_{k1}=0.5$)。定数ϕ_2はJones-Launder k-εモデル[5]の定数であり、

$$\sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

$$\beta_1 = 0.075, \quad \beta^* = 0.09$$

$$\kappa = 0.41, \quad \gamma_2 = \beta_2/\beta^* - \sigma_{\omega 2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*} \qquad \cdots (14)$$

両定数を混合する関数F_1は次式で定義される。

$$F_1 = \tanh\left(arg_1^4\right) \qquad \cdots (15)$$

$$arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right) \qquad \cdots (16)$$

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\nabla k\cdot\nabla\omega, 1\times 10^{-20}\right) \qquad \cdots (17)$$

ここで y は壁までの距離を表し、$CD_{k\omega}$ は式(9)中の cross-diffusion 項の正の成分である。

渦粘性は次式で定義される。

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, \Omega F_2)} \qquad \cdots (18)$$

ここで、α_1=0.31 で、F_2は次のように与えられる。

$$F_2 = \tanh\left(arg_2^2\right) \qquad \cdots (19)$$

$$arg_2 = \max\left(2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right) \qquad \cdots (20)$$

モデル方程式の離散化手法は平均流に用いたもの（次項 2.1.3）と同様のものを用いた。

A.3　時間進行・移流項、圧力の取り扱い

平均流の計算は文献[6]等で報告した手法を用いた。具体的には Rogers らの擬似圧縮性解法[2]に基づき、対流項の評価に３次あるいは５次精度の風上差分[7),8)]、粘性項に２次精度中心差分、時間積分には２次精度の陰解法を用いた。時間方向の陰的離散化から生ずる代数方程式の解法には unfactored line-relaxation 法[8)]を用いた。

擬似圧縮性解法における代数方程式についてまとめる。運動量方程式(2)の両辺を n+1 ステップで評価し、時間微分項を２次精度の片側差分で評価すれば、

$$\frac{1.5\hat{u}^{n+1} - 2\hat{u}^{2} + 0.5\hat{u}^{n-1}}{\Delta t} = -\hat{r}^{n+1} \qquad \cdots (21)$$

となる。ここで、 n は $t = n\Delta t$ となる時間ステップを表し、$-\hat{r}$ は式(2)の右辺である。$n+1$ ステップにおいて連続の式(1)を満たしつつ式(21)を解くために擬似時間ステップを導入し、それを指標 m で表示する。$\hat{u}^{n+1,m+1}$ の発散が零に近づくにつれて $\hat{u}^{n+1,m+1}$ が $n+1$ ステップの速度ベクトル $\hat{u}^{n+1}$ に近づくように繰り返し計算を行う。ここで速度ベクトルの発散を零に誘導するために、次のような擬似圧縮性の関係式を導入する。

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = -\beta \nabla \cdot \hat{u}^{u+1,m+1} \qquad \cdots (22)$$

τ は擬似時間を表し、β は擬似圧縮性のパラメータである。式(22)に陰的 Euler 法を適用し、式(8)を擬似時間の指標を用いて書き直せば、

$$\frac{\hat{p}^{n+1,m+1} - \hat{p}^{n+1,m}}{\Delta \tau} = -\beta \left[\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{U}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{V}{J}\right) \right]^{n+1,m+1}$$

$$\frac{1.5\hat{u}^{n+1,m+1} - 1.5\hat{u}^{n+1,m}}{\Delta t} = -\hat{r}^{n+1,m+1} - \frac{1.5\hat{u}^{n+1,m} - 2\ddot{u}^{n} + 0.5\hat{u}^{n-1}}{\Delta t} \qquad \cdots (23)$$

となる。ここで、$\hat{p} = p / J$ とした。これらの２つの方程式をまとめて一つのシステムの方程式とし、増分形式で表示すれば、

$$I_{tr}\left(\hat{D}^{n+1,m+1} - \hat{D}^{n+1,m}\right) = -\hat{R}^{n+1,m+1} - \frac{I_m}{\Delta t}\left(1.5\hat{D}^{n+1,m} - 2\hat{D}^{n} + 0.5\hat{D}^{n-1}\right) \qquad \cdots (24)$$

$$\hat{D} = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}$$

$$\hat{R} = \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\hat{E} - \hat{E}_v\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\hat{F} - \hat{F}_v\right)$$

$$\hat{E} = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_t u \\ \xi_y p + vU + \xi_t v \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_t u \\ \eta_y p + vV + \eta_t v \end{bmatrix}$$

$$\hat{E}_v = \frac{\nu}{J}\begin{bmatrix} 0 \\ \hat{e}_v \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_v = \frac{\nu}{J}\begin{bmatrix} 0 \\ \hat{f}_v \end{bmatrix}$$

ここで、I_{tr} と I_m は次のような対角行列である。

$$I_{tr} = \text{diag}\left[\frac{1}{\Delta\tau}, \frac{1.5}{\Delta t}, \frac{1.5}{\Delta t}\right]$$

$$I_m = \text{diag}\left[0,1,1\right]$$

$m+1$ 擬似時間ステップの残差の項を時間方向に線形化すれば、結局、次のような増分型の代数方程式が得られる。

$$\left[\frac{I_{tr}}{J^{n+1}} + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial D}\right)^{n+1,m}\right]\left(\hat{D}^{n+1,m+1} - \hat{D}^{n+1,m}\right)$$

$$= -\hat{R}^{n+1,m+1} - \frac{I_m}{\Delta t}\left(1.5\hat{D}^{n+1,m} - 2\hat{D}^{n} + 0.5\hat{D}^{n-1}\right) \qquad \cdots (25)$$

A.4　境界条件

境界条件は全て陰的に取り扱った。物体境界では、流速については non-slip とし、圧力については圧力勾配の物体に垂直な成分がゼロとなる条件を課した。

流入・流出条件は Rogers らの characteristics 法によった。以下に文献[7]に倣って characteristics 法による流出入条件について述べる。 ここでは ξ=const. での境界条件について説明する。上記のシステム方程式の ξ 方向の対流は、

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} = -\frac{\partial E}{\partial \xi} = -\frac{\partial \hat{E}}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial \xi} = -\hat{A}\frac{\partial D}{\partial \xi} = -X\Lambda X^{-1}\frac{\partial D}{\partial \xi} \qquad \cdots (26)$$

ここで、Λ は *Jacobian* 行列 $\hat{A}$ の固有値 λ_i を要素とする対角行列であり、X はその右固有ベクトルからなる行列である。

$$\hat{A} = X\Lambda X^{-1}$$

$$\Lambda = \text{diag}\left[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\right]$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{J}\left(U + \xi_t\right) \quad \lambda_2 = \frac{1}{J}\left(U + \frac{1}{2}\xi_t\right) + C \qquad \lambda_3 = \frac{1}{J}\left(U + \frac{1}{2}\xi_t\right) - C$$

$$C = \frac{1}{J}\sqrt{\left(U + \frac{1}{2}\xi_t\right)^2 + \beta\left(\xi_x{}^2 + \xi_y{}^2\right)}$$

Cは常に$(U+1/2\xi)/J$よりも大きいから、λ_2は常に正であり、 λ_3は常に負である。

(26)式に左からX^{-1}を掛けて、

$$X^{-1}\frac{\partial D}{\partial \tau}=-\Lambda X^{-1}\frac{\partial D}{\partial \xi} \qquad \cdots(27)$$

式(27)で、もしX^{-1}行列を時間および空間微分の中に移すことができれば、(2.2.33)式はスカラの波動方程式とみなすことができる。波の進行方向は行列Λ中のそれぞれの固有値の符号によって決まるから、計算流域の内部から境界へ情報を伝播する波の数も正あるいは負の固有値の数によって決まる。このcharacteristics を用いて情報を領域内部から境界に伝える。残りの情報は計算領域の外から中に入ってくるので自由に条件を規定できる。

正の固有値、負の固有値ともに少なくとも一つは必ずあるので、領域内部から境界へ伝わる波は常に一つあるいは二つ存在する。式(27)で内部から境界へ伝わる波を選択するために式(27)に選択行列Lを掛ける。 Lは対角行列で、選択しようとする固有値の位置に１があり、それ以外では０である。

$$LX^{-1}\frac{\partial \hat{D}}{\partial \tau}=-L\Lambda X^{-1}\frac{\partial D}{\partial \xi} \qquad \cdots(28)$$

時間微分を陰的Eulerの時間ステップで置き換えれば、

$$\left(\frac{LX^{-1}}{J\Delta\tau}+L\Lambda X^{-1}\frac{\partial}{\partial \xi}\right)\left(D^{n+1}-D^{n}\right)=-L\Lambda X^{-1}\frac{\partial D^{n}}{\partial \xi} \qquad \cdots(29)$$

式(29)は行列L中の非零要素の数により、実質的には一つないし二つの関係式を示している。方程式を閉じるためには二つないし一つの変数を規定する必要がある。ここで規定する変数のベクトルをΩとする（ Lの非零要素に対応するΩの要素は零)。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau}=0\rightarrow\frac{\partial \Omega}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial \tau}=0\rightarrow\frac{\partial \Omega}{\partial D}\left(D^{n+1}-D^{n}\right)=0 \qquad \cdots(30)$$

式(29)と式(30)を合わせれば、

$$\left(\frac{LX^{-1}}{J\Delta\tau}+L\Lambda X^{-1}\frac{\partial}{\partial \xi}+\frac{\partial \Omega}{\partial D}\right)\left(D^{n+1}-D^{n}\right)=-L\Lambda X^{-1}\frac{\partial D^{n}}{\partial \xi} \qquad \cdots(31)$$

LとΩを適切に選択すれば、式(31)を用いて流出入境界の変数の値を陰的に更新することができる。

流入境界では流速が計算領域の方向を向いているので、領域から外へ出て行く波は一つだけである。流入境界において、流速がξの正の方向を向いているとすれば、

$\lambda_1>0$， $\lambda_2>0$， $\lambda_3<0$

３番目の固有値が領域の外に伝播する波に対応しており、選択行列Lはそれに対応する対角要素のみ１とする。一方、流入境界において規定する変数としては流速ベクトルを用いた。

$$\Omega=\begin{bmatrix}0\\ u\\ v\end{bmatrix},\quad \frac{\partial \Omega}{\partial D}=\begin{bmatrix}0&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1\end{bmatrix}$$

流出境界では、計算領域から出て行く波は二つある。流入境界において、流速がξの正の方向を向いているとすれば、

$\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$, $\lambda_3 < 0$

そこで、最初の二つの固有値を選択する。流出境界において規定する変数としては静圧を用いた。

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

参考文献

1) Menter, F.R. : "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, Vol. 32, No.8, pp. 1598-1605, 1994.

2) Menter, F.R. : "Improved Two-Equation k-w Turbulence Models for Aerodynamic Flows", NASA Technical Memorandum 103975, 1992.

3) Kato, M. and Launder, B.E. : "The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders", 9th Symp. on Turbulent Shear Flows, 1993.

4) Wilcox, D.C. : "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advance Turbulence Models", AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, pp. 1299-1310, 1988.

5) Jones, W.P. and Launder, B.E. : "The Calculation of Low-Reynolds-Number-Phenomena with a Two-Equation Model of Turbulence", Int. J. Heat Mass Transf., Vol. 16, pp.1119-1130, 1973.

6) Kuroda,S.: "An application of Navier-Stokes simulation in bridge aerodynamics", in Proc. Int. Symp. on Advances in Bridge Aerodynamics, (Larsen, A. & Esdahl,S. ed.) Balkema, Rotterdam, pp.337-347, 1998.

7) Rogers, S.E. and Kwak, D. : "Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol. 28, No. 2, pp.253-262, 1990.

8) Rai, M.M. : "Navier-Stokes Simulations of Blade-Vortex Interaction Using High-Order Accurate Upwind Schemes", AIAA 87-0543, 1987.

9) 黒田眞一:「２方程式乱流モデルを用いた長大橋非定常空気力の数値計算」, 土木学会論文集, Ｎｏ.654/Ｉ-52, pp.377-387, 2000. 7.

10) Kuroda, S.: "Numerical Computations of Unsteady Flows for Airfoils and Non-airfoil Structures," AIAA-Paper 2001-2714, June 2001

付録Ｂ（ＮＫＫ）

風洞内で強制振動する２次元断面に作用する空気力（非定常空気力）を数値流体解析を用いて算定した。解析手法は、Reynolds 平均型のｋ－εモデルを用いた２次元解析である。

B. 1　基礎方程式

基礎方程式を以下に示す。基礎方程式は、連続の式と非圧縮ＮＳ方程式であるが、レイノルズ応力項を乱流渦粘性ν_tを用いて近似している。

(1)連続の式

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=0 \tag{1}$$

(2)Navier-Stokes 方程式（非圧縮）

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\nu+\nu_t)\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{2}$$

B. 2　乱流モデル

乱流モデルにはｋ－εモデルを用いた。

ｋ方程式、ε方程式をそれぞれ式（３）式、（４）式に示す。

(3) k の輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t}+U_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}+\nu\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+P_k-\varepsilon \tag{3}$$

(4) ε の輸送方程式

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+U_j\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}+\nu\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{\varepsilon 1}\frac{P_k}{k}\varepsilon-C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{4}$$

ここで、νｔは乱流渦粘性であり、$\nu_t=c_\mu\dfrac{k^2}{\varepsilon}$　と表される。

また、経験定数は以下の通り。

ｋ－εモデルの経験定数

c_μ	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
0. 09	1. 44	1. 92	1. 0	1. 3

生産項 P_k は厳密には　$-\overline{u_iu_j}\,\partial U_i/\partial x_j$　と表されるが、パラメータ S、Ωを

$$S=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2}\qquad \Omega=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2} \tag{5}$$

と定義すると、

標準ｋ－ε：　$P_k=c_\mu\varepsilon S^2$ (6)

修正生産項ｋ－ε：　$P_k=c_\mu\varepsilon S\Omega$ (7)

となる。なお、Ｓは無次元せん断ひずみ、Ωは無次元渦度である。淀み点付近ではＳが非常に高くなり、これが過剰な生産項をもたらすことから、淀み点における流れの特性からΩ≒０であることを利用したものが修正生産項ｋ－εである[1]。修正生産項を用いた場合、せん断流が卓越する角柱側面近傍では標準ｋ－εと変わらない生産を与え、淀み点では標準の欠陥を修正する効果が得られる。今回の計算では、修正生産項ｋ－εモデルを用いた。

B.3　時間進行・移流項、圧力の扱い

本節では、支配方程式を数値的に解くための手法について解説する。なお、本検討で用いた解析プログラムは、定常流れ解析プログラム TEAM (Turbulent Elliptic Algorithm Manchester) をベースに、機能を拡張させたものである。

(1)基礎方程式の一般化

アンサンブル平均化された風速成分Ｕｉ、およびｋ、εの輸送方程式は、パラメータこそ異なっているが、基本的にはその移流、拡散項は同一形である。そこで、輸送の対象となる変数をφ、移流、拡散項以外をS_ϕ　とすると、全ての輸送方程式は以下の様に表す事ができる。

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t}+\frac{\partial \rho U_j\phi}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right)+S_\phi \tag{8}$$

各輸送方程式の一般表記法における各項の詳細

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Ui	$\mu+\mu_t$	$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right]$
k	$\mu+\mu_t/\sigma_k$	$P_k-\rho\varepsilon$
ε	$\mu+\mu_t/\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P_k-\rho C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k}$

(2)離散化と移流項の扱いについて

簡単のため、最初に時間依存項を無視した定常移流拡散方程式の数値解析法について解説し、その後に非定常の解析法について解説する。

まず、コントロールボリュームの中心に格子点を配置して、図－B.１の様に圧力Ｐ、乱流エネルギーｋ、粘性散逸エネルギーεのスカラー点をコントロールボリュームの中央点にし、風速の格子点はスカラーコントロール・ボリュームの界面上に、風速のコントロール・ボリュームの界面は、スカラー定義点を通る様に配置した。

任意の変数φに関する輸送方程式を、等温、非圧縮の２次元定常流れ場に適用すると以下の様になる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho V\phi)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)+S_\phi \tag{9}$$

図－B.2 を参考にして、コントロールボリューム（Δｘ Δｙ）に関して積分する。拡散項については、中心差分に相当する線形補間を実施した。また、対流項の差分については、風速の場合は QUICK(Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics)、ｋ、εの場合は PLDS(Power-Law Differential Scheme)、を用いた。

S_ϕをコントロールボリューム内での代表値とし、

S_ϕの中で負となる項をϕ_Pで括って分離すると、

$$\iint_{xy} S_\phi dxdy = S_P^\phi \phi_P + S_U^P \qquad (10)$$

とすることができる。

これより、コントロールボリュームの積分方程式は、PLDS の場合には、

$$a_P^\phi \phi_P = \sum_{i=E,W,N,S} a_i^\phi \phi_i + S_U^\varphi \qquad (11)$$

$$a_P^\phi = \sum_{i=E,W,N,S} a_i - S_P^\varphi \qquad (12)$$

QUICK を用いた場合には、

$$a_P^\phi \phi_P = \sum_{i=E,W,N,S} a_i^\phi \phi_i + \left(S_U^\phi + \sum_{j=EE,WW,NN,SS} a_j^\phi \phi_j \right) \qquad (13)$$

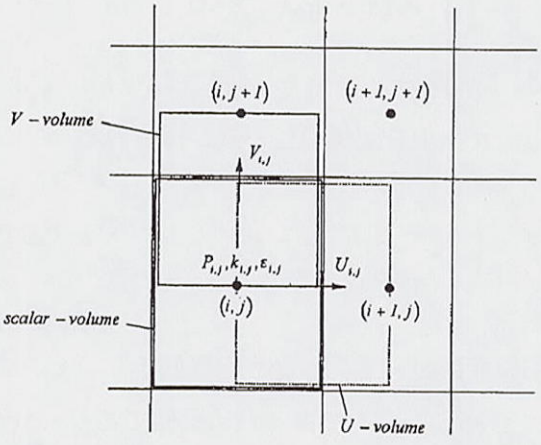
と表される。

ここで、係数a_i^ϕは、(9)式を離散化した時の係数項であり、添字は図－B.2 に示した位置を表している。また、(13)式の EE～SS は、さらに遠方の点を表している。

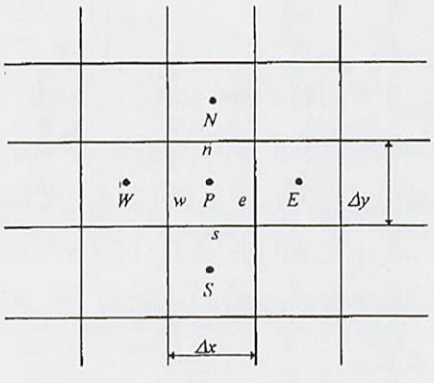
以上、定常の問題の離散化について解説した。

(3)時間進行と圧力修正法の取扱い

非定常問題の場合にも同様に、２次元問題にして、時間、体積で積分すると、以下の様になる。



図－B.1　スタッガード格子を用いた場合のコントロールボリューム



図－B.2　着目する P 点近傍のコントロールボリューム

$$\iint_{xy}\int_{t}^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} dtdxdy + \int_{t}^{t+\Delta t} \iint_{xy} \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho V\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dxdydt = \int_{t}^{t+\Delta t} \iint_{xy} S_\phi dxdydt \qquad (14)$$

左辺第１項において、φの値が格子点の値で代表され、それがコントロールボリューム内で一定とすると、

$$\iint_{xy}\int_{t}^{t+\Delta t} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} dtdxdy = \rho(\phi_P^{n+1} - \phi_P^n)\Delta x \Delta y \qquad (15)$$

となる。なお、以降、時刻ｔにおける値をｎ、時刻ｔ＋Δｔにおける値をｎ＋１を付けて表すこととする。

左辺第２項と右辺第１項の空間に対する被積分項については、定常状態から、時刻ｔからｔ＋Δｔに至る過程の変化を仮定する。時間積分項を次式の様に一般化する。

$$\int_{t}^{t+\Delta t} Xdt = \left[\alpha X^{n+1} + (1-\alpha)X^{n}\right] \Delta t \tag{16}$$

αは、時間ステップｎと、n+1 を結び付ける重み関数である。この積分式を適用すると、次式の様な step ｎと、ｎ＋１を関係付ける式が得られる。

$$\left(\alpha a_P^{\phi n+1} + \rho\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}\right)\phi_P^{n+1} = \alpha \sum_{i=E,W,N,S} a_i^{n+1}\phi^{n+1} + \left(\alpha S_U^{\phi n+1} + S_{U\ fixed}^{\phi n+1}\right) \tag{17}$$

時間領域において、stepｎを既知とし、それを基に stepｎ＋１を解くとすれば、右辺第３項の[]の中は全て stepｎのものであるため既知であり、stepｎ＋１を解く際には固有値となる。そこでこれを$S_{U\ fixed}^{\phi n}$とおくと、

$$\begin{aligned}\left(\alpha a_P^{\phi n+1} + \rho\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}\right)\phi_P^{n+1} = \alpha \sum_{i=E,W,N,S} a_i^{n+1}\phi^{n+1} + \alpha S_U^{\phi n+1} \\ + \left[\left\{\rho\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t} - (1-\alpha)a_P^{\phi n}\right\}\phi_P^{n} + (1-\alpha)\sum_{i=E,W,N,S} a_i^{\phi n} + (1-\alpha)S_U^{\phi n}\right]\end{aligned} \tag{18}$$

となり、定常問題を解く場合と、見かけ上は差異のない問題となる。なお、step n+1 の収束解を得るための繰り返し計算中は$a_P^{\phi n+1}$、$a_i^{\phi n+1}$、$S_{U\ fixed}^{\phi n}$　は常に更新される。

時間差分スキームはこのαによって陰解法と陽解法に区別されるが、本計算では、時間増分を充分に小さくした上で Fully-Implicit（α=1）を用いている。これは、角柱の計算でα=0.5 の Crank-Nicolson と比べて揚力変動の差が１％前後と大きな差が見られないものの、計算時間が 1/2～1/3 程度に収まった理由による。

また、圧力の修正法は、SIMPLE 法（Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations）を用いた。連立方程式の解法はＴＤＭＡ[2]（Tri-Diagonal Matrix Algorithm）を用いて近似解を得る手法を用いている。振動方法については、上下（鉛直たわみ）方向の振動は、上下境界を固定し、角柱の動きに合わせて格子を伸縮させている。流速は、全体座標ではなく、各コントロールボリュームに対する相対流速と定義し、これを解いた。従って、各コントロールボリュームそれぞれが非慣性座標系になるため、座標移動に関する慣性力を差し引いている。

(4)計算手順と緩和係数

計算手順は以下の通り。

①　Ｕ、Ｖ、Ｐ、ｋ、εの初期値、境界値の設定

②　Ｕ方程式の係数作成　→　Ｕ方程式の解

③　Ｖ方程式の係数作成　→　Ｖ方程式の解

④　SIMPLE 法　→　Ｕ、Ｖ、Ｐの修正

⑤　k方程式の係数作成　→　k方程式の解

⑥　ε方程式の係数作成　→　ε方程式の解

通常は収束解が得られるまで、②～⑥の作業は繰り返されることになる。それぞれの過程において、繰り返し計算がｎ＋１回目の場合、方程式の係数はｎ回目の値を用いる。この係数を用いてｎ＋１回目の値を計算する事により、非線形方程式を線形化して解く事が可能となる。

ただし、上記のアルゴリズムで線形化された方程式群を解く場合に、ある一つの変数を急激に真の値を近づけようとすると、方程式群の全体のバランスが崩れ、他の変数が発散してしまう可能性がある。この様な目的で、繰り返し計算中の変数を、反復法で解かれた値に直接更新するのではなく、緩和係数（under relaxation factor）によって、更新する度合いを和らげる手法が用いられる事が多い。すなわち、緩和係数αによって、次式の様な更新作業の緩和を行う。

本研究においても、例えば角柱周りの定常解を得る場合には、U、V、P、k、ε、Pk、μt 各変数において、何ケースかの試行を行った結果、α=0.2～0.5の緩和係数を用いている。

$$\phi_{updated} = \alpha\phi_{new} + (1-\alpha)\phi_{old} \tag{19}$$

B.4　境界条件

(1)上下境界

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 0, \quad V = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0$$

(2)流入境界

入口の乱流エネルギー強度Ikを、Ik=0.005（0.5%）（$\sqrt{k_{in}}/U_{in}$）とし、εinの計算で必要な乱れの長さスケールl_{in}（$\varepsilon_{in}=k_{in}/l_{in}$）を0.05mとした。

$$U = U_{in} = 10m/s, \quad V = 0, \quad k = k_{in}, \quad \varepsilon = \varepsilon_{in}$$

(3)流出境界

流出境界で過度に減衰を与えない事を目的で用いられたDimitriadis[3]のBulk Pressure Correctionによる境界条件を用いた。流出境界で風速勾配に拘束を与えないこと、圧力が流出面で一定値でないことに利点を有している。

(4)物体境界

Launder＆Spalding[4]に従った壁関数を適用した。壁関数は壁面近くの細かいメッシュ分割により粘性低層を解く代わりに、流速の対数則を仮定して境界条件処理を行う方法である。

参考文献

1) 加藤真志：「修正生産項ｋ－εを用いた静止・振動角柱周りの２次元流れ解析」、土木学会論文集 No. 577／Ⅰ-41、pp. 217-230、1997 年 10 月

2) 水谷幸夫、香月正司共訳、Patanker, S. V. 著：「コンピュータによる熱移動と流れの数値解析」、森北出版、1983 年

3) Dimitriadis. K. P. : “Computation of three-dimensional turbulent flow in non-orthogonal duct junctions”, Ph. D. Thesis, University of Manchester, 1986.

4) Launder, B. E., Spalding, D. B. : “The numerical computation of turbulent flows, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering”, 3, pp. 269-289, 1974

付録 C　川崎重工

C.1　基礎方程式

橋梁等の構造物まわりの流れ解析においては、比較的低速な流れを扱うことから非圧縮性 Navier-Stokes 方程式（以下 NS 方程式）を採用することが多いが、本研究では我々が開発してきた解析手法[1),2)]を有効に利用するために、圧縮性 NS 方程式を採用する。時間方向も含めて一般曲座標系変換した基礎方程式をベクトル形式で表現すると以下のようになる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial\left(E-E_V\right)}{\partial \xi}+\frac{\partial\left(F-F_V\right)}{\partial \eta}+\frac{\partial\left(G-G_V\right)}{\partial \varsigma}=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで Q は未知変数、E, F, G は ξ, η, ζ 方向の対流項、Ev, Fv, Gv は粘性項である。

$$Q=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ e\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$E=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho U\\ \rho uU+\xi_x p\\ \rho vU+\xi_y p\\ \rho wU+\xi_z p\\ (e+p)U-\xi_t p\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$F=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho V\\ \rho uV+\eta_x p\\ \rho vV+\eta_y p\\ \rho wV+\eta_z p\\ (e+p)V-\eta_t p\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$G=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho W\\ \rho uW+\zeta_x p\\ \rho vW+\zeta_y p\\ \rho wW+\zeta_z p\\ (e+p)W-\zeta_t p\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$E_V=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}0\\ \xi_x\tau_{xx}+\xi_y\tau_{xy}+\xi_z\tau_{xz}\\ \xi_x\tau_{yx}+\xi_y\tau_{yy}+\xi_z\tau_{yz}\\ \xi_x\tau_{zx}+\xi_y\tau_{zy}+\xi_z\tau_{zz}\\ \xi_x\beta_x+\xi_y\beta_y\xi_z\beta_z\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$F_V = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x\tau_{xx} + \eta_y\tau_{xy} + \eta_z\tau_{xz} \\ \eta_x\tau_{yx} + \eta_y\tau_{yy} + \eta_z\tau_{yz} \\ \eta_x\tau_{zx} + \eta_y\tau_{zy} + \eta_z\tau_{zz} \\ \eta_x\beta_x + \eta_y\beta_y + \eta_z\beta_z \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (7)$$

$$G_V = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x\tau_{xx} + \zeta_y\tau_{xy} + \zeta_z\tau_{xz} \\ \zeta_x\tau_{yx} + \zeta_y\tau_{yy} + \zeta_z\tau_{yz} \\ \zeta_x\tau_{zx} + \zeta_y\tau_{zy} + \zeta_z\tau_{zz} \\ \zeta_x\beta_x + \zeta_y\beta_y + \zeta_z\beta_z \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$U = \xi_x + \xi_y + \xi_z + \xi_t \quad \cdots\cdots (9)$$

$$V = \eta_x + \eta_y + \eta_z + \eta_t \quad \cdots\cdots (10)$$

$$W = \zeta_x + \zeta_y + \zeta_z + \zeta_t \quad \cdots\cdots (11)$$

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu\left(2u_x - v_y - w_z\right) \quad \cdots\cdots (12)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu\left(2v_y - w_z - u_x\right) \quad \cdots\cdots (13)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu\left(2w_z - u_x - v_y\right) \quad \cdots\cdots (14)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(u_y + v_x\right) \quad \cdots\cdots (15)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(v_z + w_y\right) \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu\left(w_x + u_z\right) \quad \cdots\cdots (17)$$

$$\beta_x = \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w + \kappa T_x \quad \cdots\cdots (18)$$

$$\beta_y = \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w + \kappa T_y \quad \cdots\cdots (19)$$

$$\beta_z = \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w + \kappa T_z \quad \cdots\cdots (20)$$

ここに、x, y, z：座標、ρ：密度、u, v, w：速度の x, y, z 成分、p：圧力、e：内部エネルギー、T：温度、μ：粘性係数、κ：熱伝導率、U, V, W：反変速度成分、J：ヤコビアン、$\xi, \eta, \zeta,$：変換のメトリックス、τ：粘性応力テンソル、である。なお、(12)～(17)における u_x, v_y等は ∂u/∂x , ∂v/∂y 等を表す。

圧縮性 NS 方程式を用いて非定常流を解く場合に有利な点として、圧縮性 NS 式では方程式が放物型のため、すべての変数が時間発展形式で求まるということが挙げられる。このためプログラムの構造を非常にシンプルにすることができる。

C.2　乱流モデル

当社の解析コードではレイノルズ平均に基づくRANS乱流モデル、および空間平均に基づくLES乱流モデルを使用できるが、ここではRANS乱流モデルについて示す。(1)式にレイノルズ平均（アンサンブル平均）を施した結果導出されるレイノルズ応力項を、RANS乱流モデルを用いてモデル化し、結果的に渦粘性係数μ_tを求める必要がある。RANS乱流モデルには0方程式モデル、1方程式モデル、2方程式モデルなど数多くのモデルが提案されているが、ここでは1方程式モデルとしてSpalart-Allmarasモデル[8]（以下S-Aモデル）、2方程式モデルとしてq-ωモデル[9]を採用した。

1）S-Aモデル

S-Aモデルでは渦粘性係数μ_tを以下の式で求める。

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu} f_{v1} \quad \cdots\cdots (21)$$

$$f_{v1} = \chi^3 / \left(\chi^3 + C_{v1}{}^3\right) \quad \cdots\cdots (22)$$

$$\chi = \tilde{\nu} / \nu \quad \cdots\cdots (23)$$

ここでνは分子動粘性係数である。$\tilde{\nu}$は渦粘性に類似した作業変数で、以下の輸送方程式を満足する。

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = C_{b1}\left[1 - f_{t2}\right]\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}\left[\nabla\cdot\left(\nu + \tilde{\nu}\right)\nabla\tilde{\nu} + C_{b2}\left(\nabla\tilde{\nu}\right)^2\right] - \left[C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}\right]\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \quad \cdots\cdots (24)$$

ここで右辺第1項は生成項、第2項は拡散項、第3項は崩壊項である。生成項$\tilde{S}$は、

$$\tilde{S} \equiv S + \left(\tilde{\nu} / \kappa^2 d^2\right) f_{v2} \quad \cdots\cdots (25)$$

$$f_{v2} = 1 - \chi / \left(1 + \chi f_{v1}\right) \quad \cdots\cdots (26)$$

となる。Sは渦度、dは計算点からもっとも近い壁までの距離で、κはカルマン定数である。破壊関数f_wは次式で定義される。

$$f_w = g\left[\left(1 + C_{w3}{}^6\right) / \left(g^6 + C_{w3}{}^6\right)\right]^{1/6} \quad \cdots\cdots (27)$$

$$g = \gamma + C_{w2}\left(\gamma^6 - \gamma\right) \quad \cdots\cdots (28)$$

$$\gamma = \tilde{\nu} / \tilde{S}\kappa^2 d^2 \quad \cdots\cdots (29)$$

次にf_{t2}は次式で定義される。

$$f_{t2} = C_{t3} \exp\left(-C_{t4}\chi^2\right) \quad \cdots\cdots (30)$$

以上の式で使用される定数は、

C_{b1}＝0.1355，　σ＝2/3，　C_{b2}＝0.622，　κ＝0.41，　$C_{w1} = C_{b1}/\kappa^2 + (1+C_{b2})/\sigma$，　C_{w2}＝0.3，　C_{w3}＝2，　C_{v1}＝7.1，　C_{t1}＝1，　C_{t2}=2，　C_{t3}＝1.1，　C_{t4}＝2

である。なお壁面での境界条件は、$\tilde{\nu} = 0$である。S-Aモデルは近年航空関係のCFDにおいてもっとも評価の高いモデルであるが、航空以外の分野にはまだほとんど適用されていない。また筆者らの経験によれば、S-Aモデルは計算安定性に多少問題のあるモデルで、その適用にはある程度のノウハウを必要とする。

2）q-ωモデル

ここでは乱流エネルギーqおよび乱流の渦度ωに関する次の運動方程式を解いて、乱流粘性係数μ_tを求める。

$$\frac{\partial Q_t}{\partial t}+\frac{\partial\left(E_t-E_{Vt}\right)}{\partial \xi}+\frac{\partial\left(F_t-F_{Vt}\right)}{\partial \eta}+\frac{\partial\left(G_t-G_{Vt}\right)}{\partial \zeta}=S_t \quad \cdots\cdots (31)$$

$$Q_t=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho q\\ \rho\omega\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (32)$$

$$E_t=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho qU\\ \rho\omega U\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (33)$$

$$F_t=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho qV\\ \rho\omega V\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (34)$$

$$G_t=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\rho qW\\ \rho\omega W\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (35)$$

$$E_{Vt}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2+\xi_z{}^2\right)q_\xi\\ \left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\left(\xi_x{}^2+\xi_y{}^2+\xi_z{}^2\right)\omega_\xi\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (36)$$

$$F_{Vt}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\left(\eta_x{}^2+\eta_y{}^2+\eta_z{}^2\right)q_\eta\\ \left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\left(\eta_x{}^2+\eta_y{}^2+\eta_z{}^2\right)\omega_\eta\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (37)$$

$$G_{Vt}=\frac{1}{J}\begin{bmatrix}\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\left(\zeta_x{}^2+\zeta_y{}^2+\zeta_z{}^2\right)q_\zeta\\ \left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\left(\zeta_x{}^2+\zeta_y{}^2+\zeta_z{}^2\right)\omega_\zeta\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (38)$$

$$S_t=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\left(C_\mu f_\mu\frac{P}{\omega^2}-1\right)\rho q\omega\\ \left(C_1C_\mu\frac{P}{\omega^2}-C_2\right)\rho\omega^2\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (39)$$

$$P=\mu_t\left[2\left(u_x{}^2+v_y{}^2+w_z{}^2\right)+\left(u_y+v_x\right)^2+\left(u_z+w_x\right)^2+\left(v_z+w_y\right)^2-\frac{2}{3}\left(u_x+v_y+w_z\right)\right] \quad \cdots (40)$$

$$\mu_t=C_\mu\frac{\rho q^2}{\omega}f_\mu \quad \cdots\cdots (41)$$

$$f_\mu=1.0-\exp\left(-0.0065R_t\right) \quad \cdots\cdots (42)$$

$$R_t=\frac{\rho qy}{\mu} \quad \cdots\cdots (43)$$

ここで、μは分子粘性係数、y は計算点からもっとも近い壁面までの距離である。以上の式で使用される定数は、

C_μ=0.09, C_1=0.405f_μ+0.045, C_2=0.92, σ_k=1.0, σ_ε=1.3

である。なお壁面での境界条件は、q=0, $\frac{\partial \omega}{\partial y}=0$である。q-ωはk-εモデルを基礎として、圧縮性の影響を考慮して開発されたモデルである。他のRANS乱流モデルに比べて非常に計算安定性に優れており、工学的に有用なモデルである。

C.3　流体解析法

ここでは簡単のために、1次元非粘性式について示す。有限体積法を採用し、セル番号jの中心における時間ステップnでの物理量をQ_j^nとし、左側のセル境界を通過する流束を$\tilde{E}_{j+1/2}$、右側のセル境界を通過する流束を$\tilde{E}_{j-1/2}$とすると、次の時間ステップの物理量Q_j^{n+1}は次式で表せる。

$$Q_j^{n+1} = Q_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta \xi}\left[\tilde{E}_{j+1/2} - \tilde{E}_{j-1/2}\right] \quad \cdots\cdots (44)$$

ここでΔtは時間刻み幅、$\Delta \xi$は計算格子幅である。解析スキームとして、圧縮性のCFD解析では標準的な手法となっている、RoeのFlux Difference Splitting[3]を使用すると、流束$\tilde{E}_{j+1/2}$は次式で表せる。

$$\tilde{E}_{j+1/2} = \frac{1}{2}\left[E(Q_R) + E(Q_L) - |A|_{j+1/2}(Q_R - Q_L)\right] \quad \cdots\cdots (45)$$

$$|A|_{j+1/2} = R_{j+1/2}|\Lambda|_{j+1/2}R_{j+1/2}^{-1} \quad \cdots\cdots (46)$$

ここでQ_L, Q_Rはセル境界j+1/2の左右の状態である。Λは$A=\partial E/\partial Q$の固有値を成分とする対角行列で、Rは固有値に対する右固有ベクトルを列とする行列である。さらに空間高次精度となるようにMUSCL内挿[4]によってQ_L, Q_Rを評価する。

$$(Q_L)_{j+1/2} = Q_J + \frac{s}{4}\left[(1+s)\Delta_- + (1-s)\Delta_+\right] \quad \cdots\cdots (47)$$

$$(Q_R)_{j+1/2} = Q_{j+1} - \frac{s}{4}\left[(1+s)\Delta_- + (1-s)\Delta_+\right] \quad \cdots\cdots (48)$$

ここでsはVan Albadaの制限関数[5]を用いて次式のように表す。

$$s = \frac{2\Delta_+\Delta_- + \varepsilon}{(\Delta_+)^2 + (\Delta_-)^2 + \varepsilon} \quad \cdots\cdots (49)$$

ここに、$\Delta_+ = Q_{j+1} - Q_j$および$\Delta_- = Q_j - Q_{j-1}$で、εは0でない小さな数である。以上によって空間2次精度TVD (Total Variation Diminishing) スキームとなる。TVDは本来、超音速流の解析において衝撃波を安定に捕獲する目的で発達した手法であるため、本研究で扱う低マッハ数流体の解析においては、あえてTVDスキームを適用する必要はないと考えられるが、ここでは格子の歪み、乱流モデル等の何らかの原因で数値計算の不安定が生じたときに、それを抑えて計算を安定に進行させる役割を期待している。

次に時間積分について示す。(44)式に陰的スキームを適用し、Beam-Warming の線形化[6]を施すと、次式のようになる。

$$\left[\frac{I}{\Delta t}+\frac{\partial}{\partial \xi}A\right]\Delta Q_j{}^n=-\frac{1}{\Delta \xi}\left[\tilde{E}_{j+1/2}-\tilde{E}_{j-1/2}\right]=-\delta_\xi \tilde{E}_j{}^n \quad \cdots\cdots (50)$$

(50)式に Newton 反復法と Crank-Nicolson 法を適用すると、m を反復のインデックスとして、次式のようになる。

$$\left[\frac{I}{\Delta t}+\frac{\partial}{\partial \xi}A\right]\Delta Q_j=-\left[\frac{Q_j{}^{n+1(m)}-Q_j{}^n}{\Delta t}+\frac{1}{2}\delta_\xi \tilde{E}_j{}^{n+1(m)}+\frac{1}{2}\delta_\xi \tilde{E}_j{}^n\right] \quad \cdots\cdots (51)$$

$$Q_j{}^{n+1(m+1)}=Q_j{}^{n+1(m)}+\Delta Q_j,\ \ m=0,1,2,\cdots,M \quad \cdots\cdots (52)$$

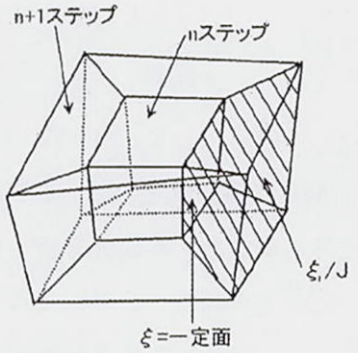
$$Q_j{}^{n+1}=Q_j{}^{n+1(M)} \quad \cdots\cdots (53)$$

(51)を Gauss-Seidel 緩和法で解くことによって ΔQ_j を求め、収束（$\Delta Q_j \rightarrow 0$）するまで内部反復を実施する。もし完全に収束したならば時間２次精度となる。

本研究では移動・変形する物体まわりの流れを解析するために移動・変形格子を採用した。基礎方程式(1)では時間方向も含めて一般座標変換しているため、具体的にはメトリックス、ヤコビアンに時間項を加えることで格子の移動・変形を考慮できる。移動・変形する格子において時間方向の保存則を満たすためには、一般に Geometric Conservation Law（GCL）と呼ばれる次式を満足するようにメトリックス、ヤコビアンを評価する必要がある。

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{\xi_t}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\eta_t}{J}\right)+\frac{\partial}{\partial \zeta}\left(\frac{\zeta_t}{J}\right)=0 \quad \cdots\cdots (54)$$

ここでは田村らの手法[7]を用いてメトリックス、ヤコビアンを評価した。図－C.１において、n ステップで小さな六面体であったセルが、n+1 ステップで大きな六面体になった場合を考えると、時間方向の保存則を満たすためには、n ステップのセル体積と、それを囲む６つの面が n から n+1 ステップの間にスイープする体積の和が n+1 ステップの体積に一致する必要がある。すなわち、ξ_t/J, η_t/J, ζ_t/J をそれぞれ ξ 面、η 面、ζ 面、が n から n+1 ステップの間にスイープした体積と一致するように評価すればよいことになる。



図－C.１　移動・変形格子におけるメトリックス時間項

C.4　境界条件

移動する物体表面の境界条件としては、速度については物体の移動速度を与え、圧力については物体に垂直方向の運動量保存則から、

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho a_B \quad \cdots\cdots (55)$$

のように与えた。ここで n は物体表面に垂直な方向、a_B は物体の移動加速度の物体表面に垂直な方向の成分である。

外部境界については、解析領域の外側に仮想的なセルを考え、領域の外側のセルに一様流条件を与える。

参考文献

1) 吉田秀則，河嶋敬，坂川佳司：「圧縮機直線翼列流路の三次元粘性流れ解析」，日本機械学会論文集(B編)，Vol.59，No.561，pp.96-103，1993.

2) 河嶋敬，吉田秀則，清瀬弘晃，川本英樹：「極超音速風洞の流路全体流れの数値解析」，日本機械学会論文集(B編)，Vol.60，No.580，pp.104-110，1994.

3) Roe, P.L. :"Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes", *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372, 1981.

4) Yee, H. :"Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes", NASA Technical Memorandum 89464, 1987.

5) Anderson, W.K., Thomas, J.L. and van Leer, B. :"Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations", *AIAA Journal*, Vol.24, pp.1453-1460, 1986.

6) Beam, R.M. and Warming, R.F. :"An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations", *AIAA Journal*, Vol.16, pp.393-402, 1976.

7) 田村善昭，藤井孝蔵：「格子が移動・変形する場合の保存則について」，第6回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp.519-522，1992.

8) Spalart, P.R., Allmaras, S.R. :"A One-Equation Turbulence Model for Separated Turbulence Flows", AIAA paper 92-0439, 1992

9) Coakley, T.J. :"Turbulence Modeling Method for the Compressible Navier-Stokes Equations", AIAA paper 83-1693, 1983

付録D　清水建設

解析手法D：修正型k-εモデル（Kato-Launder モデル、Two-Layer モデル）

D.1　基礎方程式

Reynolds平均された非圧縮性Navier-Stokes方程式は以下のように表される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(P + \frac{2}{3}k\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \nu_t\right)\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{1}$$

ここにν_tは渦粘性係数で、$\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$と表わせる。平均化を施す際、スパン方向に関して、すなわちスパン方向に均質、かつU_3=0であるとすると（1）式は2次元となる。乱流エネルギーkと乱流エネルギーの散逸率eは以下の輸送方程式から求められる。

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \varepsilon \tag{2}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + \left(C_{\varepsilon_1}P_k - C_{\varepsilon_2}\varepsilon\right)\frac{\varepsilon}{k} \tag{3}$$

各モデルパラメータは、C_μ=0.09、C_{ε_1}=1.44、C_{ε_2}=1.92、σ_k=1.0、σ_ε=1.3で標準k-eモデルのものと同じである。標準k-eモデルではこれらの定数は実験の時間平均値から同定されているが、アンサンブル平均に基づいた場合、厳密にはこれらの適用の妥当性に関しては疑問のあるところである。既往の解析結果[3]から判断するとモデル定数に起因すると思われる大きな不合理は特に見られなかった。

D.2　乱流モデル

P_kは乱流エネルギーkの生産項である。標準k-eモデルではこれは以下のように表わされる。

$$P_k = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2 \tag{4}$$

しかしこのままでは風上隅角部近傍において過剰な乱流エネルギーの生産があることが知られている。ここでは流れのirrotationalityに着目して生産項を以下のように修正したKato & Launder[4]による生産項修正型モデルを用いた。

$$P_k = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2} \tag{5}$$

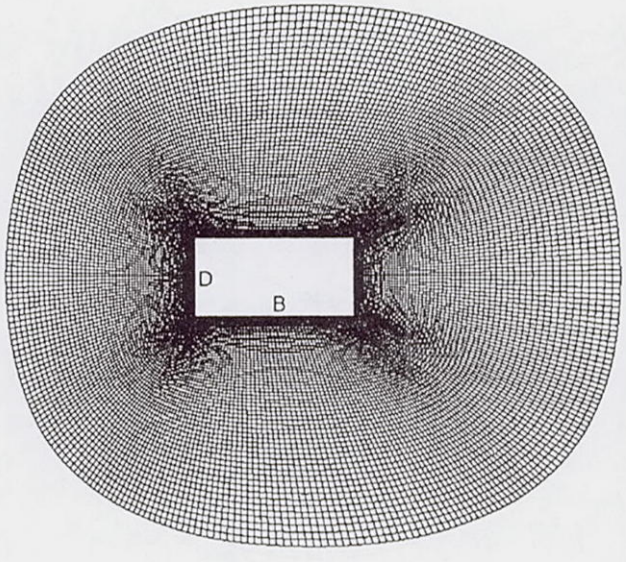
剥離や再付着が伴う物体境界近傍の取扱いは矩形断面まわりの流れ場の再現には重要である。従来のk-eモデルでは経済性の観点から物体境界近傍には多くの格子点をとらずに一般化対数則を仮定する方法がとられている。しかし矩形断面柱まわりの流れ場のように剥離や再付着が生じる場合、一般化対数則の精度は高くない。また対数則を用いることによってReynolds数効果を正確に表現できなくなる。そこで本解析では以下に示す低Reynolds数型1方程式モデル（以下、two-layerモデルとよぶ）を用いた。すなわち、k方程式については物体表面上でk=0として解き、壁近傍のeはe方程式を解く代わりに乱流エネルギーkと長さスケールにより定める。εはε方程式を解かない位置での渦粘性は、εと同様に乱流エネルギーkと長さスケールにより計算する。

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}, \qquad \nu_t = C_\mu k^{1/2} l_\mu \tag{6}$$

長さスケール、l_μは乱流渦スケール$l(=\kappa y)$に比例し、次式により求める。

$$l_\mu = C_l y\left[1-\exp\left(-\frac{R_{e_y}}{A_\mu}\frac{25}{A^+}\right)\right], \qquad l_\varepsilon = \frac{C_l y}{1+5.3/R_{e_y}} \tag{7}$$

ここでその中に含まれる定数はそれぞれ、A_μ=50.5、A^+=25 である。Two-layer モデルの特徴とは乱流 Reynolds 数 $Re_y(=k^{1/2}y/\nu)$の関数になっているため、流れの Reynolds 数効果を表現できる点である。Reynolds 数効果は円柱のような曲面を有する場合の空気力特性を表わすには重要であり、two-layer モデルを用いた嶋田・孟(1997)[8]の解析では円柱の平均抗力係数の Reynolds 数変化が再現されている。本解析では two-layer モデルの適用領域は物体近傍の３メッシュ程度を目安にした。また、剥離せん断層をできるだけ忠実に解像するために、境界適合格子を用いることで物体境界近傍に可能なかぎり格子を集中させた（図—D.1）。



図—D.1　物体近傍の計算格子

D.3　時間進行・移流項・圧力の取扱い

以上の方程式系を一般座標系により定式化し差分法により解いた。解法はMAC法に準じた。流速成分の輸送方程式の移流項には３次精度風上差分を、kとεの輸送方程式の移流項には１次精度風上差分をそれぞれ用いた。時間に関してはEulerの陰解法を用いた。この際、移流項に関しては線形化して扱った。一般に流れ場の乱流統計量を得ることを目的とする場合、移流項についてはexplicitに取り扱われる。しかし本解析のように物体近傍に非常に細かな格子を設けた場合、時間刻みに関してはCFL条件により著しく制限され、解析には多大な時間が必要となる。とくに振動問題への拡張を視野に入れた場合、振動応答の確率統計量が一定になるまでに無次元時間で数百からもの時間進行を行なう必要があり、explicitに解析を行なうことは極めて多くの時間を必要とし得策ではない。これらのことを考慮した上で、本解析では乱流統計量の再現に関する厳密性は多少犠牲にしても、Karman渦スケールの大きな渦放出現象を再現することを重視

し、計算を安定にすすめることを優先した。

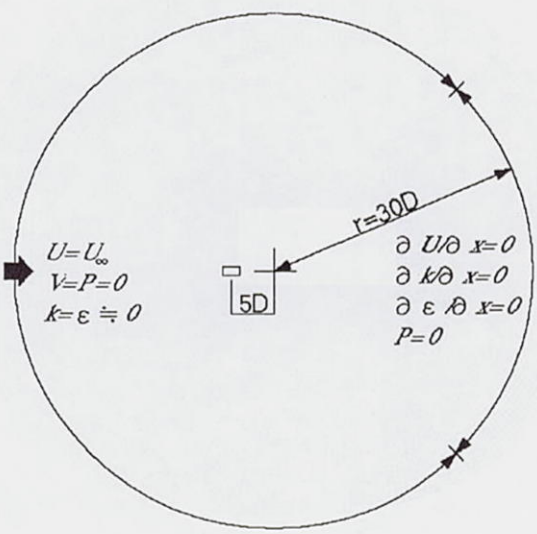
圧力は運動量方程式の発散をとることにより次式のように得られる Poisson 方程式を解くことにより求める。

$$\nabla^2 P = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}\left[\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\nabla_i U_i^n}{\Delta t} \tag{8}$$

ここで、（8）式中、右辺第２項はReynolds応力項により派生した項で、その定義から明らかなように移流項から派生したものであるのでこれもソース項に含める。

D.4　境界条件

解析領域は半径30*D*の円でありその中心から5*D*風上に物体を配置した。流入条件はの一様流入とした。乱流エネルギーおよびその散逸率はk=10^{-5}(m^2/s^2)、　=10^{-5}(m^2/s^3)とした。流出境界では自由流出とした。圧力に関してはすべての外部境界でゼロ、物体壁面上で法線方向勾配をゼロとした（図—D.2)。



図—D.2　境界条件

D.5　非定常空気力係数の定義と同定方法

（4）平板、１箱桁および２箱桁断面の非定常空気力係数

空気力はたわみとねじれの２自由度の場合、文献[2]にしたがうと、

$$L=\pi\rho B^2\left(L_{z_R}\omega^2 z+L_{z_I}\omega\dot{z}\right)+\pi\rho B^3\left(L_{\theta_R}\omega^2\theta+L_{\theta_I}\omega\dot{\theta}\right) \tag{9}$$

$$M=\pi\rho B^3\left(M_{z_R}\omega^2 z+M_{z_I}\omega\dot{z}\right)+\pi\rho B^4\left(M_{\theta_R}\omega^2\theta+M_{\theta_I}\omega\dot{\theta}\right) \tag{10}$$

いま、揚力とモーメントを

$$C_L(t)=L(t)/\left(\frac{1}{2}\rho U^2 B\right) \tag{11}$$

$$C_M(t)=M(t)/\left(\frac{1}{2}\rho U^2 B^2\right) \tag{12}$$

とすると式(9)および式(10)は式(13)のように表される。

$$\begin{Bmatrix}C_L(t)\\C_M(t)\end{Bmatrix}=2\pi K\begin{bmatrix}L_{Z_I} & L_{\theta_I}\\ M_{Z_I} & M_{\theta_I}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{\dot{z}}{U}\\ \frac{B\dot{\theta}}{U}\end{Bmatrix}+2\pi K^2\begin{bmatrix}L_{Z_R} & L_{\theta_R}\\ M_{Z_R} & M_{\theta_R}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{z}{B}\\ \theta\end{Bmatrix} \tag{13}$$

ここに$K=\frac{\omega B}{U}$である。非定常空気力係数の同定は，空気力の重ね合わせが成り立つと仮定すれば、たわみ１自由度加振とねじれ１自由度加振より近似的に決定される。たわみ１自由度加振の場合、

$$\begin{Bmatrix}C_L(t)\\C_M(t)\end{Bmatrix}=2\pi K\begin{Bmatrix}L_{Z_I}\\M_{Z_I}\end{Bmatrix}\frac{\dot{z}}{U}+2\pi K^2\begin{Bmatrix}L_{Z_R}\\M_{Z_R}\end{Bmatrix}\frac{z}{B} \tag{14}$$

強制加振動状態を再現するため$z=z_0 e^{i\omega t}$とすると、

$$\begin{Bmatrix}C_L(t)\\C_M(t)\end{Bmatrix}=2\pi K^2\left[i\begin{Bmatrix}L_{Z_I}\\M_{Z_I}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}L_{Z_R}\\M_{Z_R}\end{Bmatrix}\right]\frac{z_0}{B}e^{i\omega t} \tag{15}$$

いま、$z=z_0\sin\omega t$とすると式(14)右辺の虚部をとって、

$$\begin{Bmatrix}A_{L_Z}\\A_{M_Z}\end{Bmatrix}\cos\omega t+\begin{Bmatrix}B_{L_Z}\\B_{M_Z}\end{Bmatrix}\sin\omega t=2\pi K^2\left[\begin{Bmatrix}L_{Z_I}\\M_{Z_I}\end{Bmatrix}\cos\omega t+\begin{Bmatrix}L_{Z_R}\\M_{Z_R}\end{Bmatrix}\sin\omega t\right]\frac{z_0}{B} \tag{16}$$

したがって非定常空気力係数は揚力およびモーメントのFourier係数から求められ、

$$\begin{bmatrix}L_{Z_I} & L_{Z_R}\\ M_{Z_I} & M_{Z_R}\end{bmatrix}=\frac{1}{2\pi K^2\frac{z_0}{B}}\begin{bmatrix}A_{L_Z} & B_{L_Z}\\ A_{M_Z} & B_{M_Z}\end{bmatrix} \tag{17}$$

となる。同様にねじれ加振から

$$\begin{bmatrix}L_{\theta_I} & L_{\theta_R}\\ M_{\theta_I} & M_{\theta_R}\end{bmatrix}=\frac{1}{2\pi K^2\theta_0}\begin{bmatrix}A_{L_\theta} & B_{L_\theta}\\ A_{M_\theta} & B_{M_\theta}\end{bmatrix} \tag{18}$$

（2）振動翼理論による調和振動時の平板の非定常空気力係数

調和振動を行う平板の揚力LおよびモーメントMは以下のように求められる[11]。

$$L=-\pi\rho b^2\left(\ddot{h}+U\dot{\alpha}-ba\ddot{\alpha}\right)-2\pi\rho UbC(k)\left\{\dot{h}+U\alpha+b\left(\frac{1}{2}-a\right)\dot{\alpha}\right\} \tag{15}$$

$$M=\pi\rho b^3\left\{a\ddot{h}-U\left(\frac{1}{2}-a\right)\dot{\alpha}-b\left(\frac{1}{8}+a^2\right)\ddot{\alpha}\right\}+2\pi\rho Ub^2C(k)\left\{\dot{h}+U\alpha+b\left(\frac{1}{2}-a\right)\dot{\alpha}\right\} \tag{16}$$

これらより調和振動を行う平板の非定常空気力係数は以下のように表される。

$$L_{Z_I}=-\frac{\pi F(k)}{2k} \tag{17}$$

$$L_{\theta_I}=-\frac{1}{8k}\left\{1+F(k)+\frac{2G(k)}{k}\right\} \tag{18}$$

$$L_{\theta_R}=-\frac{1}{8k}\left\{\frac{2F(k)}{k}-G(k)\right\} \tag{19}$$

$$L_{Z_R}=\frac{1}{4}\left\{1+\frac{2G(k)}{k}\right\} \tag{20}$$

$$M_{Z_I}=\frac{F(k)}{8k} \tag{21}$$

$$M_{\theta_I}=\frac{1}{32k^2}\left\{-k+kF(k)+2G(k)\right\} \tag{22}$$

$$M_{\theta_R}=\frac{1}{32k^2}\left\{\frac{k^2}{4}+2F(k)-kG(k)\right\} \tag{23}$$

$$M_{Z_R}=-\frac{G(k)}{8k} \tag{24}$$

ここに$F(k)$、$G(k)$はそれぞれTheodorsen関数の実部と虚部を表し、$C(k)=F(k)+\mathrm{i}G(k)$である。kは無次元振動数で$=B\omega/(2U)$である。

D. 6　非定常風圧測定実験

数値解析結果を非定常風圧特性の面からもその妥当性を検証するために強制加振状態で非定常風圧の計測の風洞実験を行った。風洞実験は清水建設（株）技術研究所の風洞で行った。風洞の断面は幅×高さ=900(mm)×1100(mm)である。模型は d=20(mm)、B=336.1(mm)、スパン方向長さ 300(mm)のアクリル性で測定点は全 32 点である。なお模型には 2 次元性確保のためアルミ製の端板をつけた。気流は一様流で風速は U_0=8.4m/s で一定とした。Reynolds 数は $Re=UB/\nu$=1.88×105 である。実験はねじれ加振についてのみ行い、加振振幅は±1.5°とした。加振方法は振動数スイープで、1.1Hz～5.4Hz まで変化させた（表－D. 1）。

表－D. 1　実験諸元

		独立行政法人土木研究所	清水建設（株）技術研究所
実験項目		非定常風力	非定常風圧
B×D（開口部）mm		459.4×27.3(103)	336×20(75.5)
センサー		ロードセル	風圧計(32ch 同時)
実験風速(m/s)		6.5	8.4
加振振幅	ねじれ加振	±1.5°	
	たわみ加振	±3mm	---
加振振動数(Hz)		0.707～2.83	1.1～5.4
Reynolds 数(UD/)		1.18×104	1.12×104

付録Ｅ　住友重機械

E.1　　基礎方程式

圧力 P、温度 T、速度ベクトル υ^{μ} は、以下の方程式を満足する。

$$\frac{DP}{Dt} = -\left(\rho Cs^2 g^{\mu\nu} - \Gamma\sigma^{\mu\nu}\right)\tilde{o}_{\mu;\nu} + \Gamma\left(\kappa g^{\mu\nu} T_{;\nu;\mu} + Q\right) \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\rho C_{\upsilon} \frac{DT}{Dt} = -\left(P_T g^{\mu\nu} - \sigma^{\mu\nu}\right)\upsilon_{\mu;\nu} + \kappa g^{\mu\nu} T_{;\nu;\mu} + Q \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\rho \frac{D\upsilon^{\mu}}{Dt} = -g^{\mu\nu} P_{;\nu} + \sigma^{\mu\nu}{}_{;\nu} + f^{\mu} \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで、ρ は密度、C_s は音速、C_{υ} は媒質の定積比熱、κ は媒質の熱伝導度、Q は熱元である。$\sigma^{\mu\nu}$は、粘弾性記述する応力テンソルである。f^{μ} は、重力などの外力を含むものとする。また $g^{\mu\nu}$ は、計測テンソル、セミコロン；は、共変微分[1]をあらわす。

従来の圧縮性流体の解法では、密度ρと温度 T（あるいはエネルギー）を計算し、状態方程式から圧力 P を求める。本解法では、状態方程式から求めるものは密度ρである。別の言い方をすると、密度を線形化したと言える。密度に対しても、保存式を加えて連立すれば、密度場も非線形となる。

$$\left(\frac{D\rho}{Dt}\right) = \frac{1}{C_s{}^2}\left(\frac{DP}{Dt}\right) \quad \cdots\cdots(4)$$

$$P_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{\rho} T \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\Gamma = \frac{1}{\rho C_{\upsilon}}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{\rho} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$C_s{}^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S} \quad \cdots\cdots(7)$$

状態方程式から与えられると、密度ρ、運動圧力 P_T、Γそして音速 Cs は以下の補助方程式から求まる。特に、理想気体の場合は、Pt は圧力 P、$\Gamma = \gamma - 1$ （γ は、比熱比）、$Cs^2 = \gamma RT$ （R は、気体状態定数）となる。

E.2　乱流モデル

本解析手法は直接法のため、乱流モデルは無し。

E.3　時間進行・移流項、圧力の取り扱い

時間積分は、時間分割法を用いて以下の三段に分ける。（１）移流－Phase　（２）断熱－Phase　（３）拡散－Phase さらに、（４）粒子と場の結合の段を加える。

（１）は、Lagrange－微分、即ち、双曲型方程式の数値積分であり、最も数値粘性が発生する段である。高次風上差分[14]や、近年の CIP 法[15]など様々な手法が存在する。本論では、粒子を用いた方法を提案する。

（２）は、粘性や熱伝導などのエネルギー散逸を引き起こす寄与を除いた項のみを評価する。即ち、断熱圧縮の効果を計算する。（３）は、熱伝導と粘弾性の効果を計算する。（４）は、断熱－Phase と拡散－Phase

で起きた場の変化分を粒子に記憶させる段である。

以下、空間微分は、通常の差分法に拠るので、差分式は書かない。

(1) 移流－Phase

移流項を離散的に記述する粒子を使った数値積分[10][11]について述べる。移流－Phase の方程式系は、Lagrange 微分そのものであり、

$$\frac{D}{Dt}\Psi=\left(\frac{\partial}{\partial t}+v^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\right)\Psi=0 \qquad \cdots\cdots(8)$$

の形をしている。ここでは、スカラー場を代表して　と書いた。

移流される場の量が、二階のテンソルならば、以下の Jauman 微分になる。

$$\frac{D}{Dt}S^{\mu\nu}=\frac{D}{Dt}S^{\mu\nu}+\frac{1}{2}\left(\Omega^{\mu}_{\sigma}S^{\sigma\nu}-\Omega^{\nu}_{\sigma}S^{\mu\sigma}\right) \qquad \cdots\cdots(9)$$

$$\Omega_{\mu\nu}=v_{\mu;\nu}-v_{\nu;\mu} \qquad \cdots\cdots(10)$$

右辺第二項が、テンソルの回転を顕す。

今、微小な時間 t を考えると、Lagrange 微分は、以下の様に書ける。

$$\Psi(t+\Delta t)\cong\hat{O}\Psi(t) \qquad \cdots\cdots(11)$$

ここで、演算子：

$$\hat{O}\equiv\exp^{-\Delta t v^{\mu}\vartheta_{\mu}} \qquad \cdots\cdots(12)$$

は、空間を距離 $\Delta t v^{\mu}$ だけ移動させる、空間推進の母関数である。従って、移流－Phase の数値積分は、場の量Ψをベクトルv^{μ}の方向に、距離 $\Delta t v^{\mu}$ だけ平行移動することと同値であり、それは、特性法そのものである。つまり、特性曲線上を、粒子を移動させることで、移流－Phase の時間微分を実行できる。補間関数を用いないため、エントロピーの変化が無い。故に、数値拡散が発生しない。因みに、Godonov 法は、一時補完であり、Lax-Wendroff 法は、二次補間である。このことは、$\hat{O}$ を、テーラー展開すれば解る。

初期値 $\Psi(t=0)$ に逐次、演算子 $\hat{O}$ を作用させると、次のようにして、任意の時刻における厳密解が得られる。

$$\begin{aligned}\Psi(t)&\cong\prod_{n=1}\exp^{-\Delta t v^{\mu}(t_n)\vartheta_{\mu}}\Psi(t=0)\\&=\exp^{\sum_{n=1}\Delta t v^{\mu}(t_n)\vartheta_{\mu}}\Psi(t=0)\\&=\exp^{-\int_{t=0}dt v^{\mu}(t)\vartheta_{\mu}}\Psi(t=0)\end{aligned} \qquad \cdots\cdots(13)$$

最後の行では、$\Delta t\rightarrow 0$ の極限を取った。

(2) 断熱－Phase

以下の圧力ポアソン式を陰解法で解き、$P(t_*)$を求める。

$$\frac{1}{\rho {C_s}^2}\frac{P(t_*)-P(t_n)}{\Delta t}=-v(t_n)^{\mu}{}_{;\mu}+\frac{1}{\rho}g^{\mu\nu}P(t_*)_{,\nu;\mu}\delta t \quad \cdots\cdots(14)$$

$P(t_*)$を用いて、順次、$v^{\mu}(t_*)$、$T(t_*)$を求める。

$$\frac{v^{\mu}(t_*)-v^{\mu}(t_n)}{\Delta t}=-g^{\mu\nu}P(t_*)_{,\nu} \quad \cdots\cdots(15)$$

$$\rho C_v\frac{T(t_*)-T(t_n)}{\Delta t}=-P_T v(t_*)^{\mu}{}_{;\mu} \quad \cdots\cdots(16)$$

(3) 拡散－Phase

以下の熱伝導方程式を陰解法で解き、$T(t_{**})$を求める。

$$\rho C_v\frac{T(t_{**})-T(t_*)}{\Delta t}=\sigma(v_*)^{\mu\nu}v_{\mu}(t_*)_{,\nu}+\kappa g^{\mu\nu}T(t_{**})_{,\nu;\mu}+\dot{Q} \quad \cdots\cdots(17)$$

$T(t_{**})$から、$P(t_{**})$を求める。

$$\frac{P(t_{**})-P(t_*)}{\Delta t}=\Gamma\left(\sigma(v_*)^{\mu\nu}v_{\mu}(t_*)_{,\nu}+\kappa g^{\mu\nu}T(t_{**})_{,\nu;\mu}+\dot{Q}\right) \quad \cdots\cdots(18)$$

次に、構成方程式とナビエ・ストークスから、以下の連立方程式を得る。

$$\rho\frac{v^{\mu}(t_{**})-v^{\mu}(t_*)}{\Delta t}=S^{\mu\nu}(t_{**})_{,\nu}+\eta\left(g^{\mu\sigma}v^{\nu}(t_{**})_{;\sigma}+g^{\sigma\nu}v^{\mu}(t_{**})_{;\sigma}-\frac{2}{3}g^{\mu\nu}v^{\sigma}(t_{**})_{;\sigma}\right)_{,\nu} \quad \cdots\cdots(19)$$

$$\frac{S^{\mu\nu}(t_{**})-S^{\mu\nu}(t_n)}{\partial t}=G\left(g^{\mu\sigma}v^{\nu}(t_{**})_{;\sigma}+g^{\sigma\nu}v^{\mu}(t_{**})_{;\sigma}-\frac{2}{3}g^{\mu\nu}v^{\sigma}(t_{**})_{;\sigma}\right) \quad \cdots\cdots(20)$$

上の二式から、$S^{\mu\nu}(t_{**})$を消去すると、

$$\rho\frac{v^{\mu}(t_{**})-v^{\mu}(t_*)}{\Delta t}=S^{\mu\nu}(t_n)_{,\nu}+(G\Delta t+\eta)\left(g^{\mu\sigma}v^{\nu}(t_{**})_{;\sigma}+g^{\sigma\nu}v^{\mu}(t_{**})_{;\sigma}-\frac{2}{3}g^{\mu\nu}v^{\sigma}(t_{**})_{;\sigma}\right)_{,\nu} \quad \cdots\cdots(21)$$

を得る。これを解いて、$v^{\mu}(t_{**})$を求め、順次$S^{\mu\nu}(t_{**})$を求める。v^{μ}を陰解法で解くから、無条件安定である。剛性 G は、スティフネスに成らない。最も簡単な Voigt 模型を用いた結果、歪速度の係数が、$G\Delta t+\eta$となる。高分子系などへ適用する場合、一般化マクスウェル模型[17]が用いられる。

(4) 粒子と場の結合

粒子を移動させる前に、前処理が必要である。断熱と拡散－Phase で得られた時間変化分を、粒子に記憶させなければならない。この処理は、以下のように行う。以後、粒子の持つ値をΨ_pと書き、格子点が持つ値を、Ψ_Lと書く。

新しい時刻での粒子の持つ値$\Psi_p(t+\Delta t)$は、

$$\Psi_p(t+\Delta t)=\Psi_p(t)+\delta\Psi_L \quad \cdots\cdots(22)$$

により決められる。ここで$\delta\Psi_L$は粒子が存在する単位胞（格子点）の時間変化分である。粒子が過去の値$(\Psi_p(t))$を記憶しており、未来の値$(\Psi_p(t+\Delta t))$は、変化分を粒子の持つ過去の値に加算することで算出される。これが、本解法の要諦であり、数値粘性が極めて低い理由がここにある。PIC 法[10]は、粒子が記憶する場の量は、質量のみである。その他の粒子の未来値の算出には、格子点間の補間値を使うので、

極めて大きな数値粘性が発生する。本解法では、全ての場の量を粒子に記憶させ、質量は記憶しない[16]。

(5) 人工粘性

現在の計算機能力では、衝撃波面を解像することは出来ない。また、物理量の空間勾配の大きな衝撃波面を、平均か操作で得られた微分方程式[18]で記述できるか疑問である。そこで、通常は、衝撃波面を弱解として得るために、人工粘性項を付与して、保存則を満足するようにする。人工粘性は、von Neumann and Richtmyer(1950)[19]によって導入された概念を、多次元に拡張した方法[20]を使う。

(6) 安定条件

媒質内では、音波は、音速を超えて伝わることは出来ない。実験質系から見て、媒質が移流速度 u をもつと、さらに、音速に移流速度を加えたものが、安定性の目安になる。即ち、

$$\Delta t < \alpha h/(C_s + |u|) 0 < \alpha < 1 \quad \cdots\cdots(23)$$

である。ここで、a はクーラン数であり、h は要素のサイズである。圧縮性と非圧縮性が共存する問題を解く場合、この条件では、極めて計算効率が悪い。ところが、本解法では、音速と関係する圧力伝播については、圧力ポアソン式が陰解法で解かれるから、音波については無条件安定化される。したがって、安定条件を縛るものは、移流速度のみであり、

$$\Delta t < \alpha h/|u|, 0 < \alpha < 1 \quad \cdots\cdots(24)$$

となる。O.C.Zienkiewicz(1990)[12]らが、同様の原理で効率化を図っている。また、CUP 法も同様である。

E.4 境界条件

流入条件：流速一定

流出条件：自由流出

上下境界：フリースリップ

物体表面：無条件（流れ場については流体、物体については弾性体と考えて流力弾性問題として解いているため）

参考文献

[1] S.Weinberg： “GRAVITATION AND COSMOLOGY”, John Wiley, pp.91-149, 1972.

[2] 村上謙吉：「レオロジー基礎論」,産業図書,pp.75-114,1991.

[3] J.D.Ferry： “Viscoelastic Properties of Polymers”, John Wiley, Chapter 1, 1980.

[4] Anatoly I.Burshtein： “Introduction to Thermodynamics and Kinetic Theory of Matter”,John Wiley ,New York ,1996.

[5]R.Latter： “Temperature Behavior of the Thomas-Fermi Statistical Model for Atoms” ,Phys.Rev.,vol.99,No.6, p.1854,1955.

[6] A.R.Bell： “New Equation of State for MEDUSA”,Rutherford Laboratory Report,RL-80-091,1981.

[7] J.F.Barnes： “Statical Atom Theory and the Equation of State of Solids”,Phys.Rev.153,p.269,1967.

[8] A.J.Chorin： “A Numerical Method for Solving Incom-pressible Viscous Flow Problems”, J. Comput. Phys,2pp.12-26, 1967 .

[9] C.W.Hirt and B.D.Nichols: “Adding Limited Compressibility to Incompressible Hydrocodes”, J. Comput. Phys., 34, pp.390-400, 1980.

[10] M.W.Evans and F.H.Harlow： “The Particle-in-Cell Method for Hydrodynamic calculations”, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-2139 ,1957.

[11] A.A.Amsden： “The Particle-in-Cell Method for the Calculation of the Dynamics of Compressible Fluids”, Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3466, 1986.

[12] O.C.Zienkiewicz,J.Szmelter and J.Peraire： “Compressible and Incompressible Flow;An Algorizthm for All Seasons”,Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 78,pp.105-12,1990.

[13] T.Yabe and P.Wang: “Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompresible Fluid”, Journal of The Physical Society of Japan,Vol.60, No.7, pp.2105-2108,1991.

[14] Andrei I.Tolstykh： “High Accuracy Non-Centered Compact Difference Schemes For Fluid Dynamics Applications.”,World Scientific,1994.

[15] H.Takewaki,A.Nishiguchi,and T.Yabe：J.Comput.Phys.61,p261,1985.

[16] S.Kawata,M.Shiromoto and T.Teramoto： “Density-Carrying Particle Method for Fluid”, National Institute for Fusion Science Research Report NIFS-120,1991.

[17] 伊藤　朋之、Gerald　A.Domoto：「流体から固体を含む粘弾性体の数値計算」,日本機械学会第 9 回計算力学講演会講演論文集, pp.295-296,1996.

[18] C.A.Bird, “Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows”,Oxford New Tork,1998.

[19] J.von Neumann and R.D.Richtmyer,J.Appl.Phys.21,p.232,1950.

[20] Mark L.Wilkins, “Use of Artificial Viscosity in Multidimensional Fluid Dynamic Calculations”,J.Comput.Phys.36,p.281,1980.

[21] 市嶋大路・平田 徹： “水面衝撃の粒子法による計算”,日本機械学会第 9 回計算力学講演会講演論文集, pp.291-292, 1996.

付録F　日立造船

F.1　基礎方程式

RANS[3]における物体振動影響をALE法[4]により考慮した支配方程式は、非圧縮性流れの連続式、レイノルズ平均方程式で式(f.1.1),(f.1.2)で表される。

$$\frac{\partial \rho \langle U_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \qquad \cdots (\text{f.1.1})$$

$$\frac{\partial \rho \langle U_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \rho \left(\langle U_j \rangle - \hat{U}_j \right) \langle U_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} - \langle U_i' U_j' \rangle \right) \qquad \cdots (\text{f.1.2})$$

ここで、x_i：物理空間座標（i=1,2)[x,y]；ρ；密度；$\langle U_i \rangle$：アンサンブル平均速度成分（i=1,2)[U, V]；$\hat{U}_i$：格子移動速度成分(i=1,2)[$\hat{U}$,$\hat{V}$]；P：アンサンブル平均圧力；μ：分子粘性係数；μ_t：渦粘性係数；t：時刻；U'_i変動速度成分(i=1,2)[U', V']

解析では、曲面等の複雑な形状を有する断面を適切に扱う為に、一般曲線座標系(BFC(Boundary Fitted Coordinate))を用いており、式(f.1.1)、(f.1.2)と乱流量の輸送方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial \xi_i} = 0 \qquad \cdots (\text{f.1.3})$$

$$\frac{\partial (J \rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \left\{ \left(U_j - \hat{U}_j \right) \rho u_i + 2J \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k} \left(\mu S_{ik} - \rho < u_i' u_k' > \right) \right\} = -J \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} \frac{\partial P}{\partial \xi_j} \qquad \cdots (\text{f.1.4})$$

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left\{ \left(U_i - \hat{U}_i \right) \rho k + |J| g_{ij} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial \xi_j} \right\} = P_k - \rho \varepsilon \qquad \cdots (\text{f.1.5})$$

$$\frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left\{ \left(U_i - \hat{U}_i \right) \rho \varepsilon + |J| g_{ij} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j} \right\} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \qquad \cdots (\text{f.1.6})$$

ここで、ξ_i:一般曲線座標（i=1,2)[ξ, η]；J：ヤアコビアン（$= x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$）；$U_i$：アンサンブル平均速度成分（i=1,2)[$U$, V]；$\hat{U}_i$：格子移動速度成分(i=1,2)[$\hat{U}$,$\hat{V}$]；P：アンサンブル平均圧力；k：乱流エネルギー；ε：乱流散逸率；μ：分子粘性係数；μ_t：渦粘性係数；u_i'：変動速度成分(i=1,2)[u',v']

また、式中の変数、渦粘性係数μ_t、g_{ij}、平均歪み率S_{ij}、平均回転率Ω_{ij}、S、Ωは以下の通りである。

$$\mu_t = \rho \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \qquad \cdots (\text{f.1.7})$$

$$g_{ij} = \nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_j \qquad \cdots (\text{f.1.8})$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} + \frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_l} \right), \quad S = \left(2 S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2} \qquad \cdots (\text{f.1.9})$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_l} - \frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_l} \right), \quad \Omega = \left(2 \Omega_{ij} \Omega_{ij} \right)^{1/2} \qquad \cdots (\text{f.1.10})$$

式(f.1.5)、(f.1.6)中の生成項 P_k は、LK モデル [5]では、式(f.1.11)で表し、非線形 k-ε モデル(Shih-Lumley[6])では、式(f.1.12)の様に表現する。

$$P_k = \nu_t S \ \Omega \qquad \cdots (f.1.11)$$

$$P_k = \rho < u_i' u_j' > \frac{\partial \xi_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_l} \qquad \cdots (f.1.12)$$

式(f.1.5)と式(f.1.6)のレイノルズ応力は、LK モデル [3]では、式(f.1.13)の様に、非線形 k-ε モデル [6]では、式(f.1.14)で表現する。

$$\rho < u_i' u_j' > = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2\mu_t S_{ij} \qquad \cdots (f.1.13)$$

$$\begin{aligned} \rho < u_i' u_j' > = & \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2\mu_t S_{ij} + \rho \alpha_1 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{lk} \delta_{ij} \right) \\ & + \rho \alpha_2 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(S_{ik} \Omega_{kj} + S_{jk} \Omega_{ki} \right) \\ & + \rho \alpha_3 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(\Omega_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} \Omega_{kl} \Omega_{lk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \qquad \cdots (f.1.14)$$

ここで、

$$C_\mu = \frac{2/3}{A_1 + \eta + \alpha \xi} \qquad \cdots (f.1.15)$$

$$\alpha_1 = \frac{C_1}{A_2 + \eta^3} \ 、 \quad \alpha_2 = \frac{C_2}{A_2 + \eta^3} \ 、 \quad \alpha_3 = \frac{C_3}{A_2 + \eta^3} \qquad \cdots (f.1.16)$$

$$\eta = k S / \varepsilon \ 、 \quad \xi = k \Omega / \varepsilon \qquad \cdots (f.1.17)$$

乱流モデル定数 C_μ、$C_{\varepsilon 1}$、$C_{\varepsilon 2}$、σ_k、σ_ε は、Launder-Spalding[7] の格子乱流・局所平衡剪断流の実験データを元に決められた標準値を用いる。それらを以下に示す。

C_μ=0.09　$C_{\varepsilon 1}$ = 1.44　$C_{\varepsilon 2}$ = 1.92　σ_k = 1　σ_ε= 1.3

付加的な係数も以下に示した Shih-Lumley[4]による標準値を用いる。

A_1 = 1.25　A_2 = 1000　α=0.9　C_1 = 7　C_2 = -23　C_3 = -15

F. 2　離散化

一般曲線座標系で記述した基礎式を有限体積法により離散化する。式(f. 1. 3)～(f. 1. 6)の基礎式は、すべて一階の保存形式偏微分方程式の形に変形でき、2 次元の場合は、従属変数φに関して式(f. 2. 1)のように表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{\partial E_{\phi}}{\partial \xi}+\frac{\partial F_{\phi}}{\partial \eta}=0 \qquad \cdots \text{(f. 2. 1)}$$

式(f. 2. 1)を検査体積で面積積分した式(f. 2. 2)にグリーンの定理を適用して、検査面周囲の線積分に変換する。

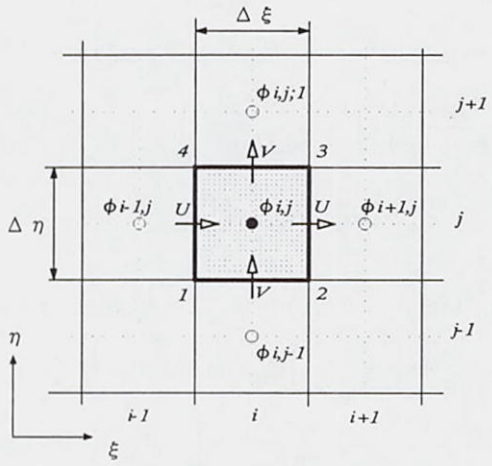
$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{D_m}\phi\, d\xi\, d\eta+\int_{D_m}\left(\frac{\partial E}{\partial \xi}+\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)d\xi\, d\eta=0 \qquad \cdots \text{(f. 2. 2)}$$

図－F. 1 に示す計算空間(デカルト座標系)の検査体積では、式(f. 2. 3)と近似出来る。

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\phi)+\sum_{12341}\left(E\, d\eta-F\, d\xi\right) \qquad \cdots \text{(f. 2. 3)}$$

検査面の各辺上の値を、辺中心点とすると、最終的な近似式として式(f. 2. 4)が得られる。

$$\Delta\xi\Delta\eta\frac{d\,\phi_{i,j}}{d\,t}+\Delta\eta\left(E_{i+1/2,j}-E_{i-1/2,j}\right)+\Delta\xi\left(F_{i,j+1/2}-F_{i,j-1/2}\right)=0 \qquad \cdots \text{(f. 2. 4)}$$



図－F. 1 計算空間での検査面

さらに、関数 E, F の離散化は、対流項に関して 3 次精度風上差分(MUSCL:Monotone Upwind Scheme for Conservative Laws)[8)9)]、拡散項と圧力項について 2 精度中心差分により行う。離散結果を式(f. 2. 5), (f. 2. 6), (f. 2. 9), (f. 2. 10)に示す。

$$E_{i+1/2,j} = \left(\rho U_{i+1/2,j}\,\phi_{i+1/2,j}\right) + \left\{\left(\mu J\,(\xi_x{}^2 + \xi_y{}^2)\phi_\xi\right)_{i+1/2,j} + \left(\mu J\,(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\phi_\eta\right)_{i+1/2,j}\right\} - \left(\xi_{x_\phi} P\right)_{i+1/2,j}$$
$$= \left\{\rho U_{i+1/2,j}\left(\phi^+_{i+1/2,j} - \phi^-_{i+1/2,j}\right) - \left|\rho U_{1+1/2,j}\right|\left(\phi^+_{1+1/2,j} - \phi^-_{i+1/2,j}\right)\right\}$$
$$+ \left[d_{i+1/2,j}\left(\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}\right) + b_{d\eta i+1/2,j}\left\{\left(\frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j-1}}{2\Delta\eta}\right) + \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta\eta}\right)\right\}\right]$$
$$+ \xi_{x_\phi}\left(P_{i+1,j} - P_{i,j}\right)$$

・・・(f. 2. 5)

$$E_{i-1/2,j} = \left(\rho U_{i-1/2,j}\,\phi_{i-1/2,j}\right) + \left\{\left(\mu J\,(\xi_x{}^2 + \xi_y{}^2)\phi_\xi\right)_{i-1/2,j} + \left(\mu J\,(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\phi_\eta\right)_{i-1/2,j}\right\} - \left(\xi_{x_\phi} P\right)_{i-1/2,j}$$
$$= \left\{\rho U_{i-1/2,j}\left(\phi^+_{i-1/2,j} - \phi^-_{i-1/2,j}\right) - \left|\rho U_{i-1/2,j}\right|\left(\phi^+_{i-1/2,j} - \phi^-_{i-1/2,j}\right)\right\}$$
$$+ \left[d_{i-1/2,j}\left(\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}\right) + b_{d\eta i-1/2,j}\left\{\left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta\eta}\right) + \left(\frac{\phi_{i-1,j+1} - \phi_{i-1,j-1}}{2\Delta\eta}\right)\right\}\right]$$
$$+ \xi_{x_\phi}\left(P_{i,j} - P_{i-1,j}\right)$$

・・・(f. 2. 6)

ここで、

$$d_{i+1/2,j} = \left(\frac{\mu J}{\Delta\xi}\left(\xi_x{}^2 + \xi_y{}^2\right)\right)_{i+1/2,j} \quad 、 \quad b_{d\eta i+1/2,j} = \frac{1}{2}\left(\mu J\left(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y\right)\right)_{i+1/2,j}$$

・・・(f. 2. 7)

$$d_{i-1/2,j} = \left(\frac{\mu J}{\Delta\xi}\left(\xi_x{}^2 + \xi_y{}^2\right)\right)_{i-1/2,j} \quad , \quad b_{d\eta i-1/2,j} = \frac{1}{2}\left(\mu J\left(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y\right)\right)_{i-1/2,j}$$

・・・(f. 2. 8)

$$F_{i,j+1/2} = \left(\rho V_{i,j+1/2}\,\phi_{,j+1/2}\right) + \left\{\left(\mu J\,(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\phi_\xi\right)_{i,j+1/2} + \left(\mu J\,(\eta_x{}^2 + \eta_y{}^2)\phi_\eta\right)_{i,j+1/2}\right\} - \left(\eta_{x_\phi} P\right)_{i,j+1/2}$$
$$= \left\{\rho V_{i,j+1/2}\left(\phi^+_{i,j+1/2} - \phi^-_{,j+1/2}\right) - \left|\rho V_{i,j+1/2}\right|\left(\phi^+_{i,j+1/2} - \phi^-_{,j+1/2}\right)\right\}$$
$$+ \left[b_{d\xi i,j+1/2}\left\{\left(\frac{\phi_{i+1,j+1} - \phi_{i-1,j+1}}{2\Delta\xi}\right) + \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta\xi}\right)\right\} + d_{i,j+1/2}\left(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}\right)\right]$$
$$+ \eta_{x_\phi}\left(P_{i,j+1} - P_{i,j}\right)$$

・・・(f. 2. 9)

$$F_{i,j-1/2} = \left(\rho V_{i,j-1/2}\,\phi_{,j-1/2}\right) + \left\{\left(\mu J\,(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)\phi_\xi\right)_{i,j-1/2} + \left(\mu J\,(\eta_x{}^2 + \eta_y{}^2)\phi_\eta\right)_{i,j-1/2}\right\} - \left(\eta_{x_\phi} P\right)_{i,j-1/2}$$
$$= \left\{\rho V_{i,j-1/2}\left(\phi^+_{i,j-1/2} - \phi^-_{,j-1/2}\right) - \left|\rho V_{i,j-1/2}\right|\left(\phi^+_{i,j-1/2} - \phi^-_{,j-1/2}\right)\right\}$$
$$+ \left[b_{d\xi i,j-1/2}\left\{\left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2\Delta\xi}\right) + \left(\frac{\phi_{i+1,j-1} - \phi_{i,j-1}}{2\Delta\xi}\right)\right\} + d_{i,j-1/2}\left(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}\right)\right]$$
$$+ \eta_{x_\phi}\left(P_{i,j} - P_{i,j-1}\right)$$

・・・(f. 2. 10)

ここで、

$$d_{i,j+1/2} = \left(\frac{\mu J}{\Delta\eta}\left(\eta_x{}^2 + \eta_y{}^2\right)\right)_{i,j+1/2} \quad , \quad b_{d\xi,j+1/2} = \frac{1}{2}\left(\mu J\left(\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y\right)\right)_{i,j+1/2}$$

・・・(f. 2. 11)

$$d_{i,j-1/2}=\left(\frac{\mu J}{\Delta\eta}\left(\eta_x{}^2+\eta_y{}^2\right)\right)_{i,j-1/2},\quad b_{d\eta i,j-1/2}=\frac{1}{2}\left(\mu J\left(\xi_x\eta_x+\xi_y\eta_y\right)\right)_{i,j-1/2} \qquad \cdots (\text{f. 2. 12})$$

MUSCL[8)9)]による境界面での従属変数φの内挿は次式で行う。

$$\phi^{+}_{i+1/2,j}=\phi_{i+1,j}-\left(\frac{1}{4}\right)\left[(1+\beta)\Delta\phi_{i,j}+(1-\beta)\Delta\phi_{i+1,j}\right] \qquad \cdots (\text{f. 2. 13})$$

$$\phi^{-}_{i+1/2,j}=\phi_{i,j}+\left(\frac{1}{4}\right)\left[(1+\beta)\Delta\phi_{i,j}+(1-\beta)\Delta\phi_{i-1,j}\right] \qquad \cdots (\text{f. 2. 14})$$

$$\Delta\phi_{i-1,j}=\phi_{i,j}-\phi_{i-1,j}\qquad \Delta\phi_{i,j}=\phi_{i+1,j}-\phi_{i,j}\qquad \Delta\phi_{i+1,j}=\phi_{i+2,j}-\phi_{i+1,j} \qquad \cdots (\text{f. 2. 15})$$

$$\beta=\begin{cases}-1 & : \text{2次精度風上差分}\\ 1/3 & : \text{3次精度風上差分}\\ 1 & : \text{2次精度中心差分}\end{cases} \qquad \cdots (\text{f. 2. 16})$$

以上、式(f. 2. 4)～(f. 2. 16)をまとめると、従属変数φに関する離散化した輸送方程式は次式となる。

$$\left(\rho\frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t}+a^{\phi}_{i,j}\right)\phi_{i,j}=\sum_{nb}a^{\phi}_{nb}\phi_{nb}+b^{\phi}+S^{\phi}(\xi,\eta) \qquad \cdots (\text{f. 2. 17})$$

$\sum a^{\phi}_{nb}\phi_{nb}=a^{\phi}_{i+1,j}\phi_{i+1,j}+a^{\phi}_{i-1,j}\phi_{i-1,j}+a^{\phi}_{i,j+1}\phi_{i,j+1}+a^{\phi}_{i,j-1}\phi_{i,j-1}$ (隣接点の影響項)

$S^{\phi}(\xi,\eta)=J\Delta\eta\left\{\xi_{\phi x}\left(p_{i+1,j}-p_{i-1,j}\right)+\eta_{\phi}\left(p_{i,j+1}-p_{i,j-1}\right)\right\}$ (圧力項)

b^{ϕ} (定数項)

*ただし、スカラー方程式(圧力補正式、k方程式、ε方程式)は圧力項を含まない。

F.3　計算アルゴリズム

時間進行と速度－圧力のカップリングに関しては、SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)[10)11)12)]アルゴリズムに従う。ただし、圧力の予測値 p^* は1ステップ前の圧力 p^n を採用するため、HSMAC法とほぼ同等のアルゴリズムとなっている。

以下に、計算のステップを示す。

ステップ 1: 式(f.3.1), (f.3.2)を、反復法(SOR法など)で解き速度の近似値 u^*, v^* を求める。

$$\left(\rho\frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t}+a^u_{i,j}\right)u^*_{i,j}=\sum_{nb}a_{nb}u^*_{nb}+b^u+J\Delta\eta\left\{\xi_x\left(p^n_{i+1,j}-p^n_{i-1,j}\right)+\eta_x\left(p^n_{i,j+1}-p^n_{i,j-1}\right)\right\} \quad \cdots \text{(f.3.1)}$$

$$\left(\rho\frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t}+a^u_{i,j}\right)v^*_{i,j}=\sum_{nb}a_{nb}v^*_{nb}+b^v+J\Delta\xi\left\{\xi_y\left(p^n_{i+1,j}-p^n_{i-1,j}\right)+\eta_y\left(p^n_{i,j+1}-p^n_{i,j-1}\right)\right\} \quad \cdots \text{(f.3.2)}$$

ステップ 2: 圧力補正量 δp の代数方程式(f.3.3)を、反復法(SOR法など)で解く。

(式(f.3.3)はHSMAC法のポアソン方程式と定性的に同等の意味を有する。)

$$a^p_{i,j}\,\delta p_{i,j}=\sum_{nb}a^p_{nb}\delta p_{nb}-D^* \quad \cdots \text{(f.3.3)}$$

$$D^*=\nabla\cdot v=\left(u^*_{i+1,j}-u^*_{i,j}\right)\Delta\eta+\left(v^*_{i,j+1}-v^*_{i,j}\right)\Delta\xi \quad \cdots \text{(f.3.4)}$$

ステップ 3: 得られた δp を式(f.3.5), (f.3.6), (f.3.9)に代入し、対応する速度と圧力の補正を行う。

$$u^{n+1}_{i,j}=u^*_{i,j}+u^c_{i,j} \quad \cdots \text{(f.3.5)}$$

$$v^{n+1}_{i,j}=v^*_{i,j}+v^c_{i,j} \quad \cdots \text{(f.3.6)}$$

速度補正量 u^c、v^c は以下の式で表される。

$$u^c_{i,j}=G^u_{i,j}\left\{\xi_x\left(\delta p_{i+1,j}-\delta p_{i-1,j}\right)+\eta_x\left(\delta p_{i,j+1}-\delta p_{i,j-1}\right)\right\}$$

$$、\ G^u_{i,j}=\left(J\Delta\eta\Big/\frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t}+a^u_{i,j}\right) \quad \cdots \text{(f.3.7)}$$

$$v^c_{i,j}=G^v_{i,j}\left\{\xi_y\left(\delta p_{i+1,j}-\delta p_{i-1,j}\right)+\eta_y\left(\delta p_{i,j+1}-\delta p_{i,j-1}\right)\right\}$$

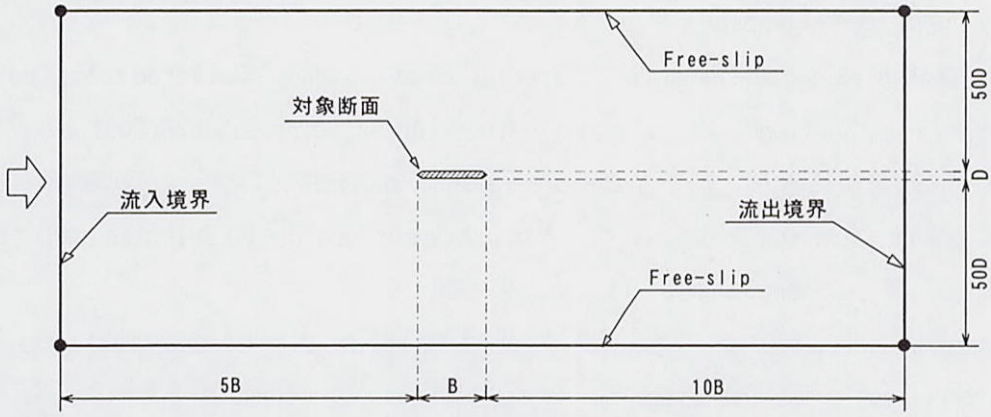
$$、\ G^v_{i,j}=\left(J\Delta\xi\Big/\frac{J\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta t}+a^v_{i,j}\right) \quad \cdots \text{(f.3.8)}$$

$$p^{n+1}_{i,j}=p^n_{i,j}+\delta p_{i,j} \quad \cdots \text{(f.3.9)}$$

ステップ 4：新しい時刻 n+1 の速度 v^{n+1}、圧力 p^{n+1} が得られたので新しい時間ステップの計算へと進む。

F.4　境界条件

解析領域の概略を図－F.2 に示す。解析領域は、16B×101D(桁幅：B、桁高：D)の長方形とした。



図－F.2 解析領域概略

境界条件は、以下の様に与える。

速度に関しては、

流入条件：流速規定(一様流速 $u=U_0$、$v=0$)

流出境界：$\partial u/\partial n = 0$

上下境界：Free-Slip $u=U_0$、$v=0$

物体表面：壁関数で与える。(静止時)

$$\text{壁関数}\quad \frac{u}{u^*}=\frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{u^* y}{\nu}\right)+A \qquad (\text{カルマン定数}\ \kappa=0.4 \quad \text{定数}\ A=5.5)$$

物体移動速度に対する相対速度が壁関数となるように与える。(振動時)

圧力に関して、

流入境界で、$p=p_0$(大気圧)、その他の境界で$\partial p/\partial n = 0$

乱流エネルギーに関して、

流入口：$\sqrt{k}/U = 0.01$　(1%乱れ)

出　口：$\partial k/\partial n = 0$　$\partial \varepsilon/\partial n = 0$

壁面　$k=\dfrac{u^{*2}}{\sqrt{C_k}}$　$\varepsilon=\dfrac{u^{*3}}{k\,y}$

参考文献

1)大橋秀雄：「流体力学(1)」，コロナ社，p.136

2) Shimada,K.,Wakahara,T., and Satoh,T., "Prediction of Unsteady Wind Force acting on the Separated Box Girder Cross-Section" , J. of Wind Engineering,No.89,pp.625-628,2001.10.

3) 棚橋隆彦：「CFD 数値流体力学」，アイピーシー，pp.651-700,1992.

4) Hirt,C.W.Amsden, A.A. and Cook, J.L. : "An arbitrary Lagrangian Eulerian computing method for all flow speed" , J. Comp. Phys, 14, pp.227-253,1972.

5) Kato, M. and Launder, B.E. : "The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders" , The 9th Symp. on Turbulent Shear Flows,pp.10-4-1～10-4-6, Kyoto,1993.

6) Shih, T.H. and Lumley, J.L. : "A realizable Reynolds stress algebraic equation model" , NASA TM 105993,1992.

7) Launder,B.E. and Spalding,D.B.: "The numerical computation of turbulent flows" ,*Comput. Methods in Appl. Mech. and Engng.* , 3(2), 269,1974.

8) Van Lee, B.: "Toward the Ultimate the Conservative Difference Scheme.4, A New Approach to Numerical Convection" , J. Comp. Phys.23,pp.276-299,1977.

9) 棚橋隆彦：「CFD 数値流体力学」，アイピーシー，pp.262,1992

10) Patanker, S.V. and Spalding, D.B.: "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows" , Int. J. Heat Mass Transfer, 15,pp.1787-1806,1972.

11) 棚橋隆彦：「CFD 数値流体力学」，アイピーシー，pp.440,1992.

12) 荒川忠一：「数値流体工学」，東京大学出版会，pp.158,1994.

付録 G　三井造船

非定常空気力の算出を目的とした数値流体解析手法

数値解析での基礎方程式に、LES（Large Eddy Simulation）における SGS（Smagorinsky Sub-grid Scale）モデルによる空間的な filtering 操作を施した非圧縮粘性 Navier-Stokes 方程式を採用し、解析手法に IBTD/FS 有限要素法[1]を用いた。

振動する物体まわりの流れを扱うための動的解析手法に、有限要素メッシュを変形させず、領域全体を剛体的に振動させる方法を適用する。これらにより、非定常空気力を算出する解析手法[2]を用いる。

1.　基礎方程式

1.1　基礎方程式

流れ場は、非圧縮性粘性流れとする。また、乱流モデルには、 LES における Smagorinsky SGS モデルを適用する。

(1)　非圧縮性 Navier–Stokes 方程式

非圧縮性粘性流れの基礎方程式は、解析領域をΩとすると、以下の非圧縮性 Navier–Stokes 方程式によって表される。

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\cdot\nabla u-f\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(p,u)=0 \quad on\ \ \Omega \quad (1) \qquad\qquad \nabla\cdot u=0 \quad on\ \ \Omega \quad (2)$$

ここで、u は流速、p は圧力、fは外力、ρは密度、また、$\boldsymbol{\sigma}$は応力テンソルであり、次のように定義される。

$$\boldsymbol{\sigma}(p,u)=-pI+2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(u), \qquad \boldsymbol{\varepsilon}(u)=\frac{1}{2}\left(\nabla u+(\nabla u)^T\right) \quad (3)$$

ここで、μは粘性係数、また、I は単位テンソルである。

境界条件は、以下のように与えられる。

$$u=g \quad on\ \ \Gamma_g \quad (4) \qquad\qquad n\cdot\boldsymbol{\sigma}=h \quad on\ \ \Gamma_h \quad (5)$$

ここで、n は境界Γにおける外向き単位法線ベクトル、また、Γ_gおよびΓ_hは、それぞれ、ディレクレおよびノイマン型境界条件に対応する境界である。

(2)　Smagorinsky SGS モデル

乱流モデルに Smagorinsky SGS モデルを導入した場合、基礎方程式は LES の考えに基づき filtering 操作の施された非圧縮性 Navier-Stokes 方程式に置き換えられ、各変数は filtering による格子平均となる。また、粘性に次式で示される SGS 成分の渦動粘性係数が付加される。

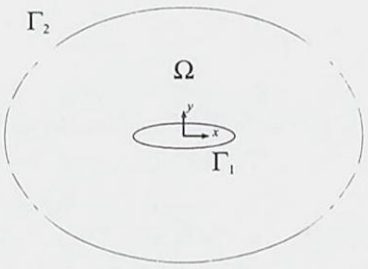
$$\nu_t=(C_s h)^2\left(2\varepsilon_{ij}^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

ここで、C_sは Smagorinsky 定数、また、h は filter 幅であり、壁面付近では h に Van Driest の壁面減衰関数 $(1-\exp(-y^+/25))$ を乗じている。

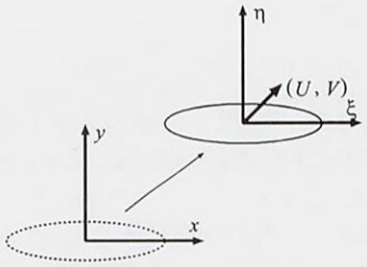
数値流体解析手法に有限要素法の解析手法である IBTD/FS 法[1]を適用する。本手法において、運動方程式 (1) は IBTD 法、連続式 (2) は FS 法により離散化される。本手法では、流速と圧力は分離して求まり、それぞれ、陰的に解くことになるが、代数方程式の行列が対称となる特徴を持つため、対称行列用の代数方程式の解法のみで解析することが可能である。本手法では、代数方程式の解法に SCG 法を用いる。

1.2　動的解析手法

振動する物体まわりの流れを扱うための動的解析手法に、有限要素メッシュを変形させず、領域全体を物体の運動に合わせて剛体的に並進および回転移動させる方法を適用する。本手法では、初期のメッシュさえあればよ



付図–1　解析領域



付図–2　並進運動

く、通常の ALE 法[4),5),6)] と異なり、時間更新ごとのメッシュ変形を必要とせず、計算時間が削減される。**付図–1** に示す解析領域Ωの 2 次元物体を例として説明する。ここで、Γ_1は物体まわりの境界、Γ_2は物体から十分に離れた境界である。また、座標系の原点を物体の図心に置く。静的状態では、境界条件は以下のようになる。

$$u = 0 \quad on \ \ \Gamma_1 \tag{7}$$

$$u = u_0 \quad on \ \ \Gamma_2 \tag{8}$$

ここで、Γ_1ではノンスリップ条件、Γ_2では一様流 u_0 を与える。

なお、静的三分力の算出する場合のような迎角の変化が必要な問題においても、式 (8) に相対的な方向を与えることによって、メッシュを変形させず、剛体的に扱うことも可能である。

物体の運動は、2 自由度並進移動および 1 自由度回転移動の 3 自由度となる。非定常空気力の算出には、たわみおよびねじれ 1 自由度強制振動解析が必要になる。たわみおよびねじれ振動は、それぞれ、鉛直方向のみの並進移動および回転移動に対応する。

(1)　並進移動

並進移動には、坂本らによる物体の並進移動による慣性項を逆符号の外力項として運動方程式に加える方法[3)] を適用する。**付図–2** に示すような並進移動を考える。x を固定座標、Uを物体の移動速度とすると、物体と同様に並進移動する移動座標は以下のように表される。

$$\boldsymbol{\xi} = x - \int_0^t U dt \tag{9}$$

$$\tau = t \tag{10}$$

また、境界条件は、Γ_1で物体の移動速度Uが与えられ、以下のようになる。

$$u = U \quad on \ \ \Gamma_1 \tag{11}$$

$$u = u_0 \quad on \ \ \Gamma_2 \tag{12}$$

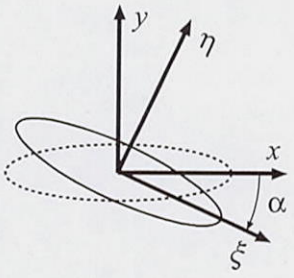
式 (9)(10) から以下の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial t} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -U \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \tau} \\ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} \tag{13}$$

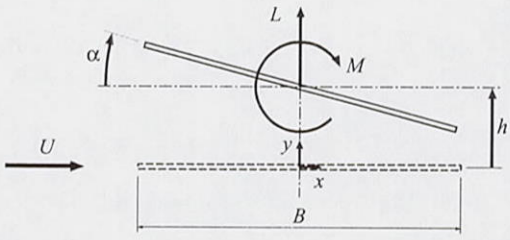
また、物体の移動速度 Uに対する相対速度は次式のようになる。

$$v = u - U \quad \rightarrow \quad u = v + U \tag{14}$$

式 (13)(14) を基礎方程式 (1)(2) および境界条件 (11)(12) に代入すると、並進移動における基礎方程式と境界条件が以下のように得られる。



付図–3　回転運動



付図–4　変位および空気力に関する座標系の定義

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial \tau}+\frac{\partial U}{\partial \tau}+v\cdot\nabla' v-f\right)-\nabla'\cdot\boldsymbol{\sigma}'(p,v)=0 \quad (15)$$

$$\nabla'\cdot v=0 \quad (16)$$

$$v=0 \qquad on\ \ \Gamma_1 \quad (17)$$

$$v=u_0-U \qquad on\ \ \Gamma_2 \quad (18)$$

ここで、$\nabla'=\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}}$である。

本手法では、物体の移動速度Uに対する相対速度vが未知数となる。並進移動は、物体の並進移動による慣性項$\rho\frac{\partial U}{\partial \tau}$と逆符号の外力項を領域全体に一定値として加えることによって表現している。なお、流速uを未知数とした場合には、ALE 法[4),5),6)] と一致する。

(2)　回転移動

回転移動には、差分法でよく用いられる時間を含めた一般座標変換による方法[7)]を適用する。ただし、有限要素法では一般座標に変換する必要がないため、座標変換は初期の有限要素メッシュの回転移動のみとする。**付図–3**に示すような回転移動を考える。xを固定座標、αを回転角度とすると、物体と同様に回転移動する移動座標は以下のように表される。

$$\boldsymbol{\xi}=Rx \quad (19)$$

$$\tau=t \quad (20)$$

ここで、Rは回転行列であり、以下のように表される。

$$R=\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix} \quad (21)$$

また、境界条件は、Γ_1で物体の移動速度Uが与えられ、以下のようになる。

$$u=U \qquad on\ \ \Gamma_1 \quad (22)$$

$$u=u_0 \qquad on\ \ \Gamma_2 \quad (23)$$

ここで、$U=(\dot{\alpha}y,-\dot{\alpha}x)$である。

式(19)(20)から以下の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial f}{\partial t}\\ \frac{\partial f}{\partial x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -U\\ 0 & R^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{\partial f}{\partial \tau}\\ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}}\end{bmatrix} \quad (24)$$

また、流速uの回転を以下のように定義する。

$$u'=Ru \ \rightarrow\ u=R^{-1}u' \quad (25)$$

式(24)(25)を基礎方程式(1)(2)および境界条件(22)(23)に代入し、さらに、運動方程式に左側から回転行列Rを乗じ、回転させると、回転移動における基礎方程式と境界条件が以下のように得られる。

$$\rho\left(\frac{\partial u'}{\partial \tau}+(u'-U')\cdot\nabla' u'-f\right)-\nabla'\cdot\boldsymbol{\sigma}'(p,u')=0 \qquad (26)$$

$$\nabla'\cdot u'=0 \qquad (27)$$

$$u'=U' \quad on\ \ \Gamma_1 \qquad (28)$$

$$u'=Ru_0 \quad on\ \ \Gamma_2 \qquad (29)$$

ここで、U'は移動座標$\boldsymbol{\xi}$によって表された移動速度であり、$U'=(\dot{\alpha}\eta,-\dot{\alpha}\xi)$ となる。

本手法は、通常の ALE 法[4),5),6)]に対して流速と運動方程式に回転移動を与えたものと一致する。なお、並進移動の場合と同じように、物体の回転移動 U'に対する相対速度 $v'=u'-U'$を未知数とすることも可能であるが、その場合、並進移動のときと異なり、物体の回転移動による慣性項および境界Γ_2で与える境界条件が一定値とならない。

1.3 非定常空気力係数の算出

(1) 非定常空気力係数

風速 U の気流中で弦長 B の物体が円振動数ωで鉛直たわみ変位 h、ねじれ変位αの 2 自由度調和連成振動をしているときの非定常揚力 L および空力モーメント M は次式で表せる。

$$L=\pi\rho B^3\omega^2\left((C_{LHR}+iC_{LHI})\frac{h}{B}+(C_{LAR}+iC_{LAI})\alpha\right) \qquad (30)$$

$$M=\pi\rho B^4\omega^2\left((C_{MHR}+iC_{MHI})\frac{h}{B}+(C_{MAR}+iC_{MAI})\alpha\right) \qquad (31)$$

ここで、C_{LH}、C_{LA}、C_{MH}、C_{MA}は、非定常空気力係数であり、複素数で示される。また、**付図–4** によって、変位および空気力に関する座標系を定義する。

参考文献

1) 丸岡 晃, 太田 真二, 平野 廣和, 川原 睦人: 同次補間を用いた陰的有限要素法による非圧縮粘性流れの解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.383-394, 1997.
2) 丸岡 晃, 平野 廣和: 数値流体解析による非定常空気力の算出について, 応用力学論文集, Vol.3A, pp.707-712, 2000.
3) 坂本 成弘, 持田 灯, 村上 周三: 振動する 2 次元角柱に作用する変動風圧力に関する LES と実験の比較, 建築学会構造系論文集, 第 470 号, pp.35–42, 1995.
4) Hirt, C.W., Amsden, A.A. and Cook, J.L.: An arbitray Lagrangian Eulerian computing method for all flow speeds, *Journal of Computational Physics*, Vol.14, pp.227–253, 1974.
5) Hughes, T.J.R., Liu, W.K. and Zimmermann, T.K.: Lagrangian–Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows, *Comuter Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.29, pp.329–349, 1981.
6) 野村 卓史: ALE 法に基づく粘性流体と構造との相関問題の有限要素解析手法, 土木学会論文集, Vol.416, pp.285–294, 1990.
7) Sterger, J.L.: Implicit finite-difference simulation of flow about arbitray two-dimensional geometries, *AIAA Journal*, Vol.16, No.7, pp.679–685, 1978.

付録H　三菱重工

渦点法の解析手法

H.1　剥離流のモデル化

風の中にある構造物まわりの流れのような高 Reynolds 数領域の流れでは、流れが角部で剥離し、剥離点から後流中に剥離せん断層が出る。このような流れでは、粘性の影響は物体表面近傍および剥離せん断層内に限られ、その他の領域は粘性のない完全液体とみなすことができる。渦点法では、物体まわりのポテンシャル流れと剥離せん断層(＝渦層)とを重ね合わせることにより、剥離を伴う非定常流れを表す。

H.2　渦放出モデルと特異点法による定式化

2次元非圧縮非粘性流体の渦無し流れの基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{p}{\rho}=f(t)-\frac{1}{2}(u^2+v^2)-\frac{\partial \Phi}{\partial t} \qquad (2)$$

ここで、Φ, p, ρ, u, v は、それぞれ速度ポテンシャル、圧力、密度、流速の x および y 方向成分であり、$f(t)$ は時間 t の任意の関数である。また、u, v は Φ より、

$$u=\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad , \quad v=\frac{\partial \Phi}{\partial y} \qquad (3)$$

の関係から求められる。

Laplace 方程式(1)の境界条件は、物体表面上で

$$(\frac{\partial \Phi}{\partial x}-u_B)n_x+(\frac{\partial \Phi}{\partial y}-v_B)n_y=0 \qquad (4)$$

である。ここに、(n_x, n_y) は物体表面の外向き法線ベクトルの成分、(u_B, v_B) は物体表面速度の成分である。

従来の渦点法の多くは、Laplace 方程式(1)を解いて物体まわりのポテンシャル流れを求めるのに、等角写像を用いて対象物体を円柱に写像して取り扱っている。しかし、この方法では写像関数を見出す必要があるために適用範囲が限られる。そこで、ここでは任意翼型まわりのポテンシャル流れの計算法として古くから知られている特異点法を用いて(1)式を解く方法を紹介する。

特異点法では、Laplace 方程式(1)の特解を物体表面に分布させて物体まわりのポテンシャル流れを表す。物体表面に分布させる特解としては、わき出し、二重わき出し、渦などが考えられるが、ここでは、渦を用いることにする。

図－H. 1 に示すように物体表面に渦を分布させ、速度ポテンシャル Φ を一様流の速度ポテンシャル Φ_u、物体表面に分布させた渦の速度ポテンシャル Φ_B、および剥離せん断層の速度ポテンシャル Φ_s と重ね合わせて次のように表す。

$$\Phi = \Phi_U + \oint_B \Phi_B(s)ds + \sum_{m=1}^{Ns} \oint_{Cm} \Phi_{sm}(s)ds \qquad (5)$$

ここに、N_s は剥離点の個数である。また、B は物体表面に沿う積分路、C_m 剥離せん断層に沿う積分路を示す。(5)式を具体的に書くと次のようになる。

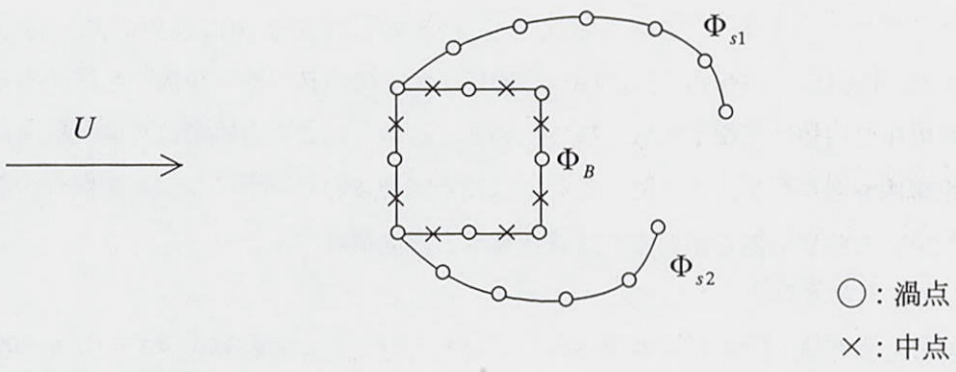
$$\Phi = (U\cos\alpha)x + (U\sin\alpha)y - \frac{1}{2\pi}\oint_B \tau(\xi,\eta)\tan^{-1}\frac{y-\eta}{x-\xi}ds - \frac{1}{2\pi}\sum_{m-1}^{Ns}\oint_{Cm}\tau_{sm}(\xi_m',\eta_m')\tan^{-1}\frac{y-\eta_m'}{x-\xi_m'}ds \qquad (6)$$

ここに、U は一様流、α は迎角、$\tau(\xi,\eta)$ は物体表面の点 (ξ,η) における単位長さ当たりの渦の強さ(時計回りを正とする)、$\tau_{sm}(\xi_m',\eta_m')$ は剥離せん断層の点 (ξ_m',η_m') にある単位長さ当たりの渦の強さを示す。

なお、物体表面上の渦分布および流れ場にある渦分布は、次に示す Kelvin の循環定理を満たす必要がある。

$$\oint_B \tau(\xi,\eta)ds + \sum_{m=1}^{Ns}\oint_{Cm}\tau_{sm}(\xi_m',\eta_m')ds = 0 \qquad (7)$$

(7)式は渦度の保存側を表しており、物体から遠く離れた流体部分が完全流体であれば成り立つ定理である。



図－H. 1　流れのモデル化の概念図

H.3　離散化

まず、物体表面上の渦分布を離散化する方法としては、以下の手法を用いる。

- 物体表面を多数の線要素に分割し、要素の節点に集中する渦点を分布させる。

次に、剥離せん断層は渦点の配列によって近似する。剥離せん断層は物体表面上の境界層が剥離点から剥がれたものであることから、微小時間 Δt の間に剥離点から発生させる渦点の強さ $\Delta\Gamma_s$ は、物体表面の渦分布の離散化に伴い次のように決める。

- 物体表面上の渦点は境界層を表していると考え、剥離点にある渦点 Γ_{js} がその場所の誘導速度でそのまま後流に流されるとする。すなわち

$$\Delta\Gamma_s = \Gamma_{js} \qquad (8)$$

以上の離散化により、剥離せん断層を近似する渦点の強さは、(8)式を用いて剥離点の状態で決まる既知量となることから、(6)、(7)式の中の未知量は物体表面の渦分布の強さだけとなる。

H.4　物体表面の渦分布を決定する連立方程式

境界条件(4)式を要素の中点(Control point)に適用し、Kelvin の循環定理(7)式を考慮すると、物体表面の渦分布を決定する連立方程式が得られる。

$$\sum_{j=1}^{M} a_{ij} G_j = b_i \qquad (i = 1 \sim M+1) \qquad (9)$$

ここに、M は物体表面の分割数、a_{ij} は影響係数、G_j は未知量である物体表面の渦分布の強さ $(G_j = \Gamma_j \ \ or \ \ \tau_j)$、$b_i$ は既知ベクトルの成分である。

H.5　放出された渦点の時間移動

剥離点から流れ場に放出した第k番目の渦点の時間移動は、次に示す1次差分式で計算する。

$$\begin{cases} x_k(t+\delta t) = x_k(t) + u_k(t)\delta t \\ y_k(t+\delta t) = y_k(t) + v_k(t)\delta t \end{cases} \qquad (10)$$

ここに (x_k, y_k) は流れ場にある渦点の位置、(u_k, v_k) は、その位置に誘導される速度、δt は微小時間間隔である。

H.6　粘性渦モデル

渦点は旋回速度の大きさが中心からの距離に反比例するポテンシャル渦であるため、流れ場にある渦点が互いに接近したり、物体表面に接近すると非現実的な速度が誘起されることになる。そこで、この不都合を回避するために、流体の粘性による渦の拡散の効果を考慮して、次に示す旋回速度$v\theta$を誘起する粘性渦モデルを導入する。

$$v\theta = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi r}\Gamma & (r \geqq \sigma) \\ \dfrac{r}{2\pi\sigma^2}\Gamma & (r < \sigma) \end{cases} \qquad (11)$$

ここに、Γは渦点の循環、rは渦点の中心から半径、σは粘性渦のコアを表す。コアσは動粘性係数ν、流れ場に渦点が放出されてからの経過時間t^*の関数として、$\sigma = 2.24\sqrt{\nu t^*}$とする。

H.7　数値計算の手順

渦点法では、制止流体中にある物体が時刻$t = 0$で急に一定速度Uで動き始めた時の物体を過ぎる非定常流れを計算する。

数値計算の手順は次のようになる。

①まず$t = 0$で(9)式を解いて物体表面上の渦分布を決定し、初期ポテンシャル流れを求める。

②続いて(8)式より剥離点での発生渦の強さを決める。

③流れ場にある渦点すべてについて、その位置での誘起速度を求め、(10)に従って微小時間間隔δtだけ移動させる。この手続きを次の時間ステップまで繰り返す。

④時間ステップを進め$t = t + \Delta t(\Delta t = K\Delta t \quad K;$自然数$)$にすると、前の時刻で満たされなくなる。そこで再び(9)式を解いて物体表面上の渦分布G_jを決定する。

⑤②－④の手順を繰り返す。

なお、手順③において流れ場にある渦点の移動計算時間間隔δtを流れ場に渦点を放出する時間間隔Δtより小さくするのは、流れ場にある渦点の移動計算精度を上げるためである。

H.8　物体に作用する流体力

物体に作用する流体力は非定常流に拡張されたBlasiusの公式を用いて計算することもできるが、以下の公式を用いるとより簡単に流体力を求めることができる。

$$(X-iY)_{Mean}=\frac{1}{\Delta t}\left\{\frac{1}{2}i\rho\int_t^{t+\Delta t}\left[\oint_C(\frac{df}{dz})^2dz\right]dt-i\rho\overline{\oint_C z\frac{df}{dz}dz}\Big|_t^{t+\Delta t}+\rho\oint_B(x-iy)d\Psi\Big|_t^{t+\Delta t}\right\}\qquad(12)$$

ここに、$(X-iY)_{Mean}$は時間間隔Δtの間に平均的に物体に作用する流体力、fは複素速度ポテンシャル、zは複素数、Cは物体および流れ場にあるすべての渦点を含み流体とともに移動する閉曲線、Bは物体表面に沿う積分路、Ψは流れ関数である。

なお、一様流中にただ1個だけ物体が存在する場合には(12)式の右辺第1項＝0となり、(12)式はもう少し簡単になる。

$$(X-iY)_{Mean}=\frac{1}{\Delta t}\left\{-i\rho\overline{\oint_C z\frac{df}{dz}dz}\Big|_t^{t+\Delta t}+\rho\oint_B(x-iy)d\Psi\Big|_t^{t+\Delta t}\right\}\qquad(13)$$

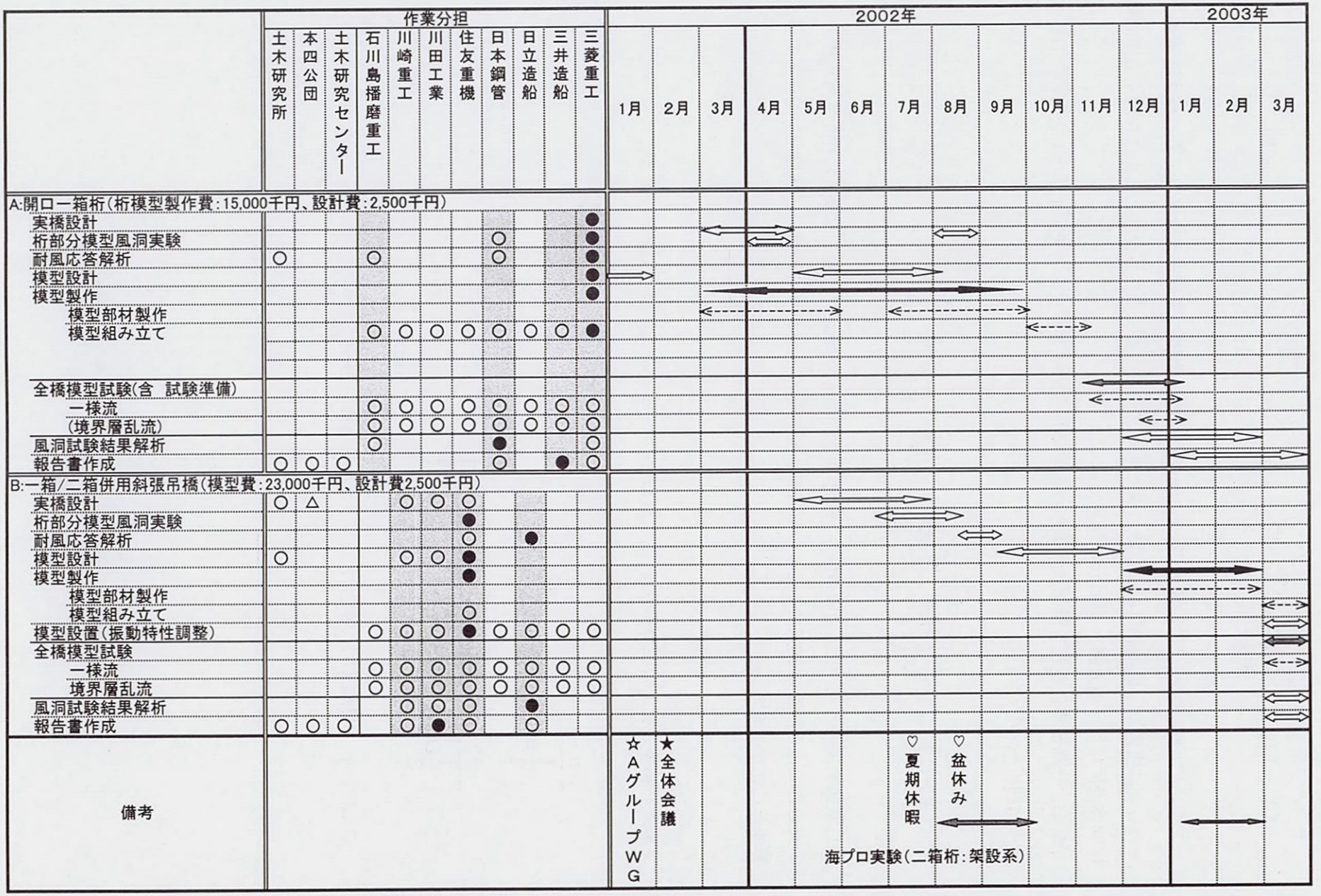
(13)式を用いると、単一物体の場合、任意の時間間隔Δtの間に平均的に物体に作用する流体力は、Δtの大きさおよび途中の経過によらず、時間間隔Δtの始めと終わりの流れ場の状態だけを使って厳密に計算することができる。

また、物体表面上の圧力係数C_pは、(2)式を用いると次式によって計算できる。

$$\begin{aligned}C_p&=\frac{p-p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U^2}\\&=\frac{1}{\frac{1}{2}U^2}\left\{-\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\frac{1}{2}(u^2+v^2)+\frac{1}{2}U^2\right\}\end{aligned}\qquad(14)$$

ここに、p_∞は無限遠方の圧力、u，vは物体表面上の流速である。

三次元全橋模型試験項目および工程



あとがき

本報告書は、近年急速に発達している数値流体解析技術に着目し、新たな視点から耐風性に優れた桁断面を模索する研究について、超長大橋（４車線）の二箱桁を有する桁断面に着目して結果をとりまとめたものである。

研究は基本断面に対し、各々解析手法を示し、その結果と実験結果を比較検討した。結論的には、各々解析手法で大きな違いはない結果となっている。

今後は、数値流体解析手法を用いて、単純桁断面について模型実験でその定性が大きく変わる場合の理由等が説明できないか検討を加えていく必要があると考えている。