

昭和40年度道路事業調査費
橋梁の大型試験ならびに調査
上部構造に関する調査試験
調 査 資 料

土 木 研 究 所 資 料

第 89 号

曲 げ に お け る
プレートガーダーの強度

Strength of Plate Girder in Bending
by Konrad Basler & Bruno Thurlimann
Journal of St. Div. ASCE
August, 1961

訳 篠 原 洋 司

昭和40年8月



建 設 省 土 木 研 究 所

曲げにおけるプレートガーダーの強度

Strength of plate Girder in Bending

by Konrad Basler & Bruno Thürlimann

Journal of St. Div. ASCE

序

August, 1961

訳 後 原 洋 司 *

1957年より1960年まで溶接プレートガーダーの研究がLehigh大学で行われた。この研究の目的は補剛材により補剛されたプレートガーダーの静的な耐荷力を究明することであり研究は実験ならびに理論の両面から進められた。そして実験結果は、Welding Research Council Bulletinに発表された。

この研究の理論的考察は次の3つの論文に発表されている。第一は曲げ強度（本論文）、次はせん断強度（Journal of St. Div. October）そして最後が曲げとせん断の両方を考慮した場合の強度（同 October, 1961）である。

要 旨

曲げを受けるプレートガーダーの静的な耐荷力の解析は次のように分けて考えられる。

まず第1に“腹板の座屈”の現象が理論と実際とは一致しないことに対する解明であり、つぎがプレートガーダーの曲げ強度の解析、そして最後は、研究成果の設計への応用である。

* 橋梁研究室研究員

序 論

プレートガーダーの設計においては、材料をできるだけ外縁に集中させようとする傾向がある。

腹板の面積をできるだけ小さく保つことによって、内力のレバーアーム (lever arms) を最大にし、それと共に耐荷力を増大させようとする。過去において腹板の座屈は、材料の最適利用に対する限界として置かれていた。結果的には、腹板の座屈値を決めるために多くの努力が費やされた。

従来の板の座屈理論は、端部に応力を受ける平板が、その面外へたわむ荷重強度を予測するものである。

この問題に対する理論式は柱に対するものと全く同じである。したがって、「座屈」という語は柱における現象と全く同様に板における現象を述べるにも用いられている。そして計算した柱の座屈値は、柱の強度の目安となるものであるから、腹板の座屈値もその強度の目安として、同程度に重要であると考えられてきた。しかしこのような仮定は正しくない。というのは板の強度はその座屈限界を超えることができるからである。そして、この強度の追加分 (余裕分) は、座屈後の強度 (Post buckling Strength) と呼ばれている。

座屈後の強度の存在は座屈値が計算されるようになって以来、指摘されていた。そして結果的には、本来の柱の座屈に対して用いられていたものに比較してであるが、よりやや小さい安全度が、腹板の座屈に適用されていた。この安全度はいくらくすべきものであろうか？

この問題を解明するために、Lehigh 大学のプレートガーダーの研究は出発したのである。

実験(1)では腹板の座屈強度のある一定の比率として、ケタの座屈後の強度を表わす概念は適当でなく、全耐荷力について、フランジと垂直スチフナーの影響を考慮した強度推定が、より合理性のあることを示している。

曲げを受けるケタの強度が、この論文の主題である。

記号：この論文で用いた文字記号は、最初に現われた際に定義してある。そして付録Ⅲに参考のため、アルファベット順に配列してある。

腹 板 の 座 屈

座屈限界を超えてひずみを与えた際の板の挙動を説明するのがこの節の目的である。

腹板の座屈現象 — 縁圧縮力を受ける矩形板を、図-1(a)に示した。与えられた周縁変化に対して、ひずみ ϵa は、生じた変形を表わす。 Y は特別な位置における面外への板のタワミを示す無次元量である。一般に使われている材料の完全な弾性挙動を仮定した線型座屈理論の結果は、図-1(b)によって例示される。

板は生じたひずみ ϵa の正の値(引張り)の全てに対して平面を保つ。また、負のひずみ(圧縮)の限られた範囲に対しても同様である。しかしながら、ある一定の限界圧縮ひずみ ϵ_{cr} で $X-Y$ 図における曲線は、2つに分かれることを理論は示している。板はそのとき、その面から、はらみ出すことになる。この現象を板の座屈として考える。そしてそのときの荷重を、板の座屈荷重、または限界荷重と定義する。実際の挙動は、板の初期不完全性があるために、線型座屈理論によって推論されるものとは異なっている。

図-1(c)より、この矛盾は説明される。図-1(c)において生じたひずみ $X = \epsilon a / |\epsilon_{cr}|$ と、それによる板のタワミ Y との関係をふたたびプロットした。ここで、 $X = 0$ に対して小さな初期タワミ量 Y_i を板がもっていると仮定している。

最初に図-1(c)の上半分について考えると、完全に平面な板のひずみ-たわみ線のみ釣合いの分岐点を示す。また、板のタワミの急激な増加は、初期タワミの増加と共に消失してしまうことは明らかである。これらの初期不完全性は、座屈の挙動を全く不明にする程のものではない。

$Y_i = 1$ もしくは $Y_i = 0.5$ で示される型の、腹板-タワミ曲線を有する工場製作された溶接プレートガーダーについて、多くの試験が Fritz Engineering Laboratory で行われた。

リベットガーダーの腹板は(b)、一般に初期ひずみが小さい。そして、 $Y_i = 0.2$ に対する曲線により似た曲線に導かれる。アルミニウムガーダーにおいては、それと同等な銅ゲタと同じ限界応力を付与するためにはアルミニウムの弾性係

数が低いいためより剛な腹板を必要とすることから、相対的な初期不完全性の影響は小さくなる。それゆえ、腹板のタワミの著るしい増加率は、(7)で示されるように、 $Y_1=0.05$ に対する曲線で生じている、 $X_1=0$ の特別な場合に近い曲線は、実験室で注意深く行われた、単独のアルミニウムプレート(8)の試験においてのみ、得られうるように思われる。結論として一般に腹板の座屈荷重というものは、フルスケールの工場製作された銅プレートガードについては見られ得ない。というのは座屈前の領域から座屈後の領域内への移行に、タワミの急激な増加が伴わないからである。したがって、腹板の挙動に関してプレートガードが荷重を受けた場合に、計算上の腹板座屈ひずみを超えてはならないという理由は成立しない。

図-1(c)はまた次のことを示している。すなわち、座屈後ひずみ(Post buckling Strain)が許容される場合には、工場においてスレンダーな板の腹板を冷間矯正しようとすることは、最終タワミ量の大きさと初期タワミとはほとんど無関係であるがゆえに、有効でない。板に対する、Karmanの非線型微分方程式(9)を用いることによって、数人の研究者は、特殊な場合(0)、III、02

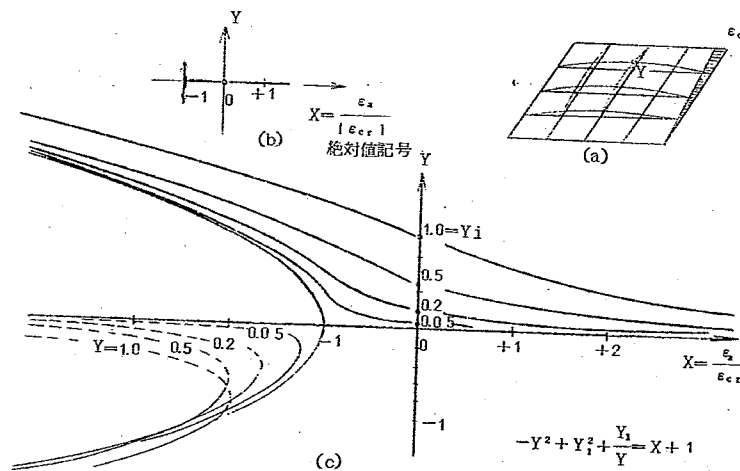


図-1 鉛直座屈
 VERTICAL BUCKLING

(1)に対して同様な板のタワミ曲線を導いた。しかしながら図-1(c)は、単に式(1)をプロットしたものである。

$$-Y^2 + Yi^2 + \frac{Yi}{Y} = X + 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $X = \epsilon_s / |\epsilon_{cr}|$ 生じたひずみ量
 $Yi :$ 板の初期タワミ
 $Y :$ 板のタワミ

板のタワミ Yi と Y は、板厚と、タワミの形状による常数とに関係する無次元数である。(1)式はタワミの形状がその形を変えることなしに、荷重を受けて大きくなるという仮定および、膜せん断力の影響を無視することによって導かれた(4)。

Y の負の値 (図-1(c)の下半分) において現われる枝は、また前述の仮定における、板の釣合いの位置であることをさらに指摘されるべきである。もし板が、不安定平衡である点線の枝の位置におかれうるならば、考えている面のどちら側へもはらみ出しうるものであり、そこで安定する。これがいわゆるカンニング効果 (Canning effect) である。

曲げにおける腹板の役割—座屈限界を超えるひずみを受けた板の、横方向ひずみを解析する際、ケタに与えられたモーメントの一部を、タワんだ腹板が如何に分担するかの説明をしよう。

腹板における全ての応力のうち、ケタの縦方向における膜応力のみ、ケタの中立軸のまわりの曲げモーメントを生じさせる。それゆえその材料のこれらの応力あるいはそれに相当するひずみにのみ考慮を加える。1例として、測定した腹板のタワミおよび膜応力は図-2に示してある。実験観測した試験桁(1)の断面と立面の外側にプロットした膜応力は、ウェブ両側の平均ひずみの測定によって得たものである。ひずみあるいは応力は一用いた縮尺によるが—3つの異なる曲げモーメントに対してプロットしたものである。

My は通常のケタ理論によって求められた降伏の初まるときのモーメントである。ここで与えられたモーメントに対する試験データは、直線で結んである。

このようにして、全ケタ高にわたっての応力分布は明確にすることができケタ理論の結果と比較できる。

それぞれのモーメントの値に対して、細線で、計算値をプロットしてある。

この断面における初期タワミ、および3つのモーメント値に対する腹板のタワミは、図-2の左側に示す。

応力が腹板のタワミとどのような関係にあるかは、パネル長さを超える腹板の縦方向帯を考えると明白になる。

軸方向の縮みは、ひずみだけでなく、腹板の横方向タワミをも包含している。

こうして、圧縮側のストリップ(図-2の上側の部分)は、図-2に明確に示したように、軸方向応力の全部を負担していない。

この修正された応力分布は、1式の誘導に基づく方法を用いて推定できる。しかしながらそれは、全くランダムな初期ひずみによるが故に、結果として生ずる応力分布に関する仮定は初期ひずみの形や大きさにより、むしろ形作られる。圧縮された腹板の部分の影響は、圧縮フランジに沿う有効ストリップを除いて無視される(図-3(c))。

このことは、現在ある示方書(4)、(5)に既に用いられている有効巾の概念を導く。板における有効圧縮ストリップ — 曲げを受けるケタの腹板の圧縮フランジとよく似ている端部変位を受ける板 — についても殆んど知られていない。

極限荷重において、有効ストリップ巾は一様な端縁圧縮を受ける薄板に対しても同じように期待しうる。すなわち軟鋼に対し30%程度期待しうると仮定するのは安全であると思われる。

極限曲げモーメント

腹板の座屈荷重への到達は、プレートガーダーの破壊を構成しないことは前述のことよりわかるが、それでは曲げを受けるプレートガーダーは、どのようなときに破壊するのであろうか。明らかに、ウェブパネルを囲む枠構成材の一つが破壊する前には起らない。なぜなら、そのような時変形した腹板は、その腹板のみで抵抗できない曲げモーメントを、枠構成材に負担

させることができないからである。

曲げを受ける対称断面プレートガーダーにおいては、静的な耐荷力は、変形 (brittle fracture) を抑制している圧縮フランジが、破壊するときに限界に到達する。それゆえ、曲げを受けるプレートガーダーの静的強度を解析する所のこの章では、圧縮フランジのブレースングと断面比の問題を取り扱う。種々の座屈形態を分類するために、圧縮フランジを分離して、1つの柱として考える。座屈に関してこのような柱は3つの自由度をもっている。すなわち、横方向に、傾れに、または鉛直方向に座屈しうる。これについて図-3(b)に示してある。ここで3つの矢は、それぞれ3つの運動方向を示している。図-3(a)における記号は後で用いるものを定義したものである。

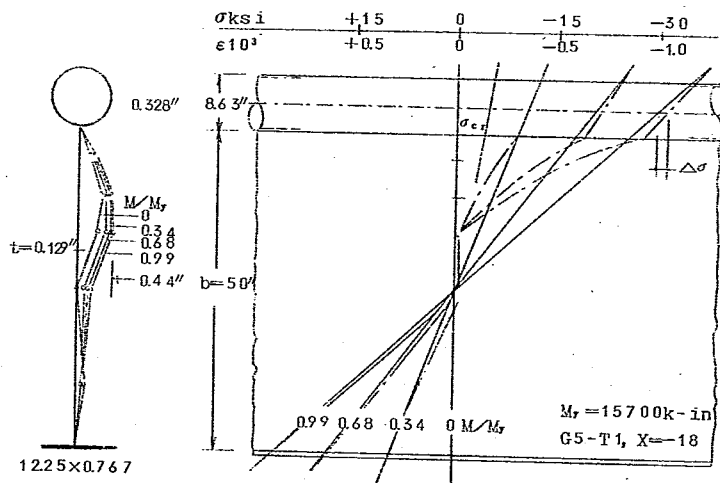


図-2 応力測定値と腹板のたわみ
MEASURED STRESSES AND WEB DEFLECTIONS

フ ラ ン ジ の 鉛 直 座 屈

圧縮フランジが全ての方向に剛性をもっているならば、それは圧縮力に対しそれ自身で耐荷力をもちうることになる。引張フランジと共に、これは曲げモーメントに対する抵抗力を供することになる。この考え方はトラスにおいて生かされている。I-断面プレートガーダーは、腹板が連続的に圧縮フランジを補剛することができれば、同じように作用（活働）できる。

腹板よりの補剛がなければ腹板方向に圧縮フランジは剛性を欠いてしまう。必要とする bracing stiffness が小さいから、鉛直方向における圧縮フランジ破壊の危険性は、腹板細長比が高い場合に限定される。

腹板細長比のパラメーター $\beta = b/t$ の上限を定めることによって、この種の破壊に影響されない設計概念に到達しうるのである。このような限界を設定することは、ここで論じようとしている多くの単純化した仮定が必要となる。

曲げの仮定において曲率は、腹板の上下縁に一律な圧縮応力 σ_c を生じさせるところの、フランジ方の直角方向成分を生じさせる。このことは図-4に示している。ここでフランジと平衡を保つに必要な応力 σ_c が示されている。

もし板がこの種の応力のみしか受けていないならば、腹板の破壊は応力を受けるオイラー柱のそれと類似している。

$$\sigma_c = \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{t^3}{b^3} \dots\dots\dots (2)$$

実際には板は図-2に示したように縦方向の力も受けている。縦方向における圧縮応力の好ましくない影響はこの方向における引張力により相殺される。また、高いフランジひずみにおける腹板への降伏の侵透の影響は、薄い腹板に対するフランジの拘束によって差引かれる。……………と仮定すれば、上に与えた値はフランジの鉛直方向座屈に対する腹板の抵抗度の算出として考えることができる。

長さ dx 間のフランジに働く力の直角方向成分は $A_f \cdot \sigma_f \cdot 2\epsilon_f / b \cdot dx$ となる。ここで σ_f はフランジの応力、 ϵ_f はフランジのひずみを示す。

鉛直方向の座屈を防ぐために、作用力は抵抗力より小さくなければならぬ。これは次式のようになる。

三
外

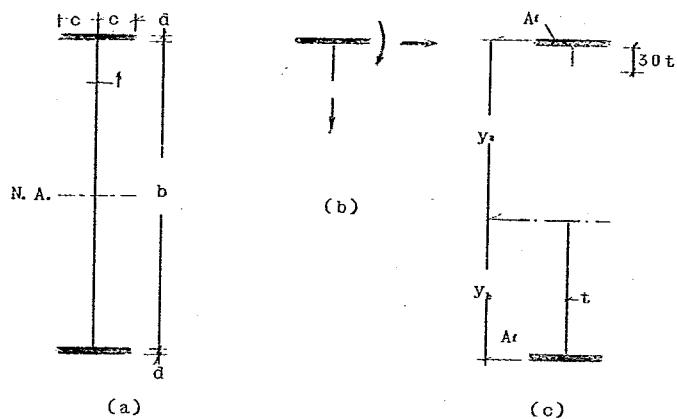


図-3 (a)記号、(b)圧縮フランジの座屈モード(c)ケタの有効断面
(a) NOTATION, (b) BUCKLING MODES OF THE COMPRESSION
FLANGE, AND (c) EFFECTIVE GIRDER CROSS
SECTION

$$\frac{b}{t} < \sqrt{\frac{\pi^2 E}{24(1-\nu^2)} \cdot \frac{A_w}{A_f} \cdot \frac{1}{\sigma_f \varepsilon_f}} \dots\dots\dots (3)$$

この細長比の限界は、フランジに対する腹板の面積比 $A_w/A_f = \rho$ にやや依存している。

一般にこの面積比は0.5以下にならない。実際の設計の領域内で適用可能な D/t の上限値を求めるために(3)式は、 A_w/A_f の最小値0.5を仮定して用いられる。

破壊する以前にフランジ縁の全てが、降伏応力に到達することがもし必要であるならば、フランジ力 $A_f \sigma_f$ が求められる。この条件を満たすためには、

フランジひずみは降伏ひずみ $\epsilon_y = \sigma_y / E$ よりもやや大きくならねばなら
ない。なぜなら残留応力 σ_r の除去は、図-4 にスケッチしたように $E\epsilon_r = (\sigma_y$
 $+\sigma_r)/E$ のひずみを必要とするからである。

これらの仮定のもとに既知の数値を代入することによって、(3)式は次のよう
に書くことができる。

$$\frac{b}{t} < \frac{0.48 E}{\sqrt{\sigma_y (\sigma_y + \sigma_r)}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

軟鋼に対しては、 $b/t < 360$ となる。

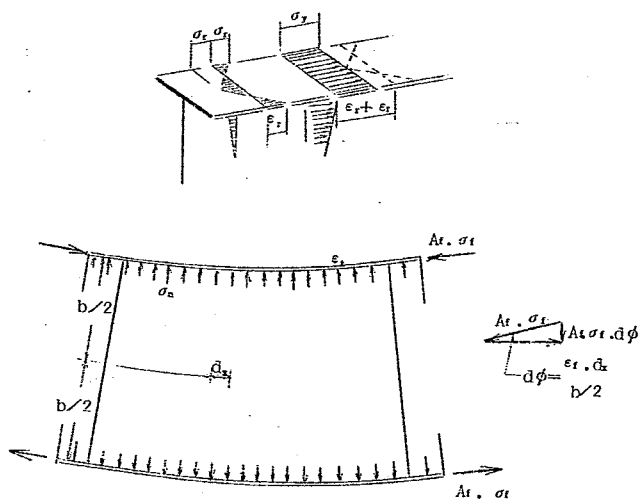


図-4 与えられた縁維ひずみ X と板のたわみ

PLATE DEFLECTION, Y, VERSUS APPLIED EDGE STRAIN, X

ここで $\sigma_y = 33 \text{ Ksi} (232 \text{ Kg/cm}^2)$ 、 $\sigma_r = 16.5 \text{ Ksi} (11.6 \text{ Kg/cm}^2)$ と仮定する。腹板の細長比の限界に対するこの由来はやや乱暴な感があるが、実験結果とかなりよく一致する。またパラメーターが含まれることを示しているし、それらの間の関係を成立させるものである。図-4は、高強度鋼で作られたケタは軟鋼で製作されたものより低い b/t 制限が必要となることを示している。これは、フランジ力と曲率は降伏応力の上昇に比例して増加することによる。このようにしてより大きな鉛直力成分を生ぜしめる。

最小降伏点 $50 \text{ Ksi} (35.2 \text{ Kg/cm}^2)$ の低合金高張力鋼のケタでは、 $\sigma_r = 16.5 \text{ Ksi} (11.6 \text{ Kg/cm}^2)$ と仮定すれば、腹板の細長比は250を超えてはならない。

腹板細長比 $\beta = 388$ のケタの実験において、この圧縮フランジの鉛直破壊が観察された。このケタの腹板とフランジの面積比は $A_w/A_f = 0.68$ 、ケタのフランジひずみ ϵ_r は降伏ひずみ ϵ_y をわずかに超えていた。

実験は、図-2に示したような断面、すなわち管状の圧縮フランジを有するケタも含んでいる。

これは圧縮フランジの形状においてのみ先に述べたものと異なっている。与えられたひずみ量に関係なく、このケタはこのような破壊は起りえない。

この場合、フランジは鉛直方向座屈に関してはそれ自身で安定であるし、腹板の細長比パラメーターに対する前述の限界は、フランジアングルを有するリベットガーダーにおけるごとく、フランジが鉛直方向にある程度剛性をもっているものには、安全側であると結論することができる。

直角方向の補剛点のみでなく、中間点でも荷重が加わるケタでは、(4)式で規定したよりも、がっしりした腹板が必要となる。このことはまた、連続ケタの中間支点上にしばしば用いられるように、曲率のある圧縮フランジの場合にもいえる。

ケタの横方向座屈

ケタの横座屈は文献⁸、⁹で徹底的に解析されている。ここで再びとりあげるものは、とくにプレートガーダーに適用可能な設計概念を導き実証するためである。最も簡単な設計公式としては、K. de Vries の論文⁸が多分よく研究

されているだろう。略によって起された議論において1つでなく2つの公式が必要ならならぬ。1つが不必要な拘束となると他の1つが適用されるといように、G. Winter によりとくに指摘されている。

これらの最初の式は、de Vries によって提案されたもので、(支間長×ケタ高)÷(フランジ巾×フランジ厚)のパラメーターのみによるものである。この公式 $\sigma_{cr}(V)$ は、図-5の上左すみに示した。次に第2の式は横座屈応力 $\sigma_{cr}(W)$ が圧縮のフランジと腹板の1/6を有効断面とする柱の座屈応力に等しいことを示すもので、これを導くのがこの節の目的である。これについては図-5の右上すみに示した。St Venant ねじりとワーピングトーションとの関係 — Timoshenko (2) の論文が1900年の初めに出版されて以来、I ケタの横座屈に対する抵抗性は次の2つより成り立っていることが認められている。

すなわち、St Venant ねじりとワーピングトーションであり、これらはしばしば、純ねじりとフランジの曲げねじりとに対照されている。St Venant の部分は図-5左側の図に示したように、ねじれ角がせん断流を生じさせる所での各部の板のねじれによるものである。

この応力流によるトルクの合計は、既に得られているケタの横ねじれ座屈の解析において考慮された St Venant のねじれ抵抗である。

図-5の右側に示したワーピングの影響は、フランジ板の横方向曲げによるものであり、つぎにくわしく論ずるものである。

これら2つの部分を考えるために、限界曲げモーメントの式は、式(a)のように図-5の2つのスケッチの間にあるごとく書直される。

図-5の(b)式に変換した際に用いた仮定については付録Iに示してある。ここでは2つの近似式がこれら2つの項と等しいものとしてでている。

第一項は、St Venant ねじりのみしか考えていない。

第二項は、ワーピングのみである。

よって記号を $\sigma_{cr}(V)$ と $\sigma_{cr}(W)$ とそれぞれ決めた。

図-5の(c)式から、これら3つの応力の間の関係は丁度、右側の3角形の辺の間に存在するものと同じであることがわかる。

斜辺の長さは、正確に限界応力を与える。しかるに2辺は、各々の式のみに

よって定まることを示している。

それゆえ、横座屈応力の安全側の推定は、どちらか一方の近似式を用いれば得られる。

2つの値 $\sigma_{cr}(V)$ もしくは $\sigma_{cr}(W)$ のいずれかが支配的であるとき、斜辺の長さが長辺よりわずかに大きい(41%をこえることはない)ゆえに、他方を無視することができる。

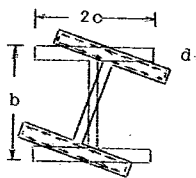
熱延ケタ断面に対し $\sigma_{cr}(V)$ が応用されるということは、図に詳しく説明されている。

しかしながら、プレートガーダーではワーピング換れは一般に支配的な要素であり、設計に前述の柱の概念にもとづいてなされるべきであろう。これは図-6よりわかる。

ここで、プレートガーダーの限界座屈応力を、圧縮フランジと腹板の1/6を有効とした断面の柱の細長比に対してプロットした。

v: St Venant Torsion

$$\sigma_{cr}(V) = \frac{0.65E}{1b/2cd}$$

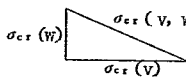


(a)

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_y G K}{l^2} + \frac{\pi^4 E^2 I_y I'}{l^4}}$$

$$\sigma_{cr}(V, W) = \sqrt{\left(\frac{0.65E}{1b/2cd}\right)^2 + \left(\frac{\pi^2 E}{(l/r)^2}\right)^2}$$

(c)



$$\sigma_{cr}(V, W) = \sqrt{(\sigma_{cr}(V))^2 + (\sigma_{cr}(W))^2}$$

w: Warping Torsion

$$\sigma_{cr}(W) = \frac{\pi^2 E}{(l/r)^2}$$

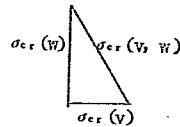
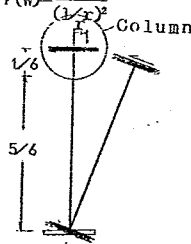


図-5 横方向座屈

LATERAL BUCKLING

フランジ厚が腹板厚に比例すると仮定することによって、 $\sigma_{cr}(V)$ の式と厳密な限界応力 $\sigma_{cr}(V, W)$ より与えられる応力は同じ座標系にプロットできる。

腹板厚に対するフランジ厚の比が3で、種々の腹板細長比に対してプロットした。これでわかるように、ワーピングと St. Venant との誤れを考慮した横撓れ座屈応力の厳密解 $\sigma_{cr}(V, W)$ は、腹板細長比 $\beta = 200$ に対して単純な柱として考えた値をわずかに超過するのみで、 β のより高い値に対しては小さくなっている。

“設計基準：実験結果との相関性”の表題のもとに、ここで論じられるべき実験結果からわかるように、実験計画は $\ell/r = 15 \sim 40$ すなわち $\lambda = 0.16 \sim 0.42$ というように柱の細長比の低い範囲に限定されてくる。

ワーピング撓れの物理的意味 — 横撓れ座屈の方程式から座屈モードを解析すると、St. Venant 撓れが無視できる所では、断面の回転は引張フランジのまわりに生じる。

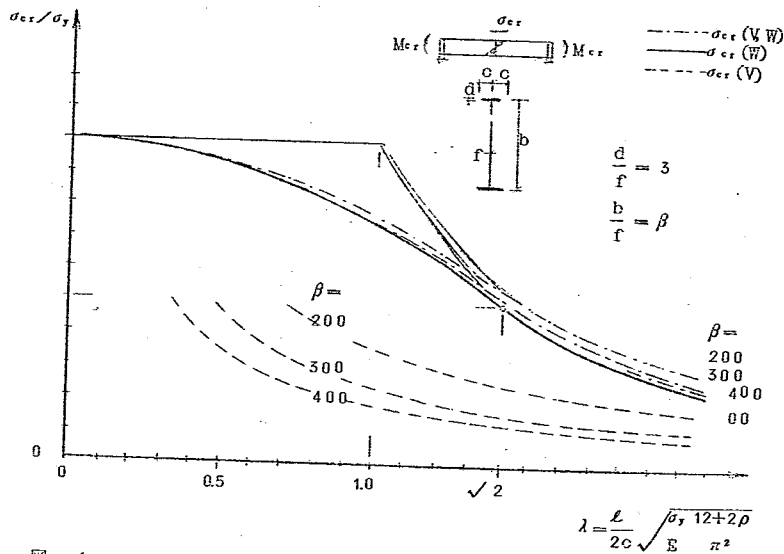


図-6 スレンダーな腹板を持つケタの横座屈応力 LATERAL BUCKLING STRESSES FOR GIRDERS WITH SLENDER WEBS

図-7(a)に定義した記号を用いると、単純支持され、純曲げを受けるケタの座屈モードは次のように表わされる。

$$W(X, Y) = W_0 \frac{2Y+b}{2b} \cos \frac{\pi X}{L} \quad (5)$$

ここで W_0 は、腹板の含む面に垂直で支間の中央線でのフランジ上縁の最大タワミである。

圧縮フランジの横方向成分は $\sigma_t A_t \frac{d^2 w_a}{dx^2}$ に等しい。この転倒力は、圧縮フランジの曲げ抵抗 $E I_t \frac{d^4 w_a}{dx^4}$ によって釣合いを保たれる。

このようにして、

$$E I_t \frac{d^4 w_a}{dx^4} + \sigma_t A_t \frac{d^2 w_a}{dx^2} = 0 \quad (6)$$

この微分方程式に $W(X, Y=b/2)$ を代入すると

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (7)$$

$r = \sqrt{I_t / A_t}$ である。

これは単に圧縮フランジの横座屈応力である。引張フランジは、横方向にたわまないから、安定作用も好ましく影響も受けない。条件の如く St. Venant 假れは無視している。

しかしながら、腹板における応力はまた次のような横方向力成分を生む。

$$q = \sigma_t \frac{d^2 W}{dx^2} \quad (8)$$

これは単位長あたりの大きさで、図-7に示すとおりである。横方向の剛性がないため、腹板は、 T_a 、 T_b を横方向合成力をもつ、2つのフランジを支える。

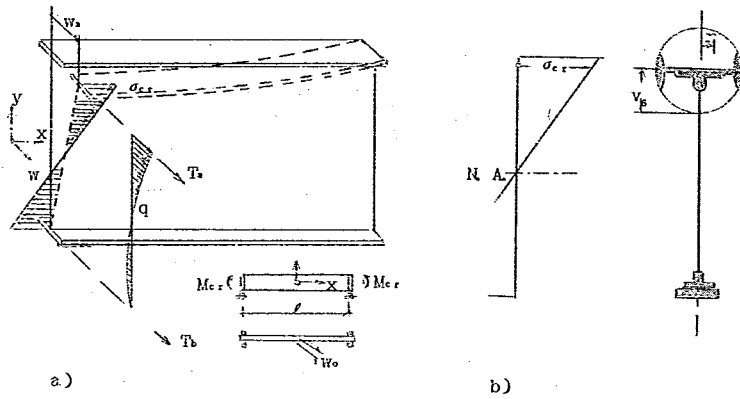


図-7 腹板の横方向力成分

LATERAL FORCE COMPONENTS OF WEB

$$T_s = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} q \left(y + \frac{b}{2} \right) dy = \frac{1}{6} A_w \sigma_{cr} \frac{d^2 W_s}{dx^2} \quad (9a)$$

および

$$T_b = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} q \left(\frac{b}{2} - y \right) dy = 0 \quad (9b)$$

T_b が 0 であるということは、引張フランジのタワミがないことから結論づけられる。圧縮フランジの横方向力成分に対しては、腹板の影響が (Eq. 9a) つけ加えられるべきであり、釣合いの式は次のようになる。

$$E I_f \frac{d^4 W_s}{dx^4} + \sigma_{cr} \left(A_f + \frac{1}{6} A_w \right) \frac{d^2 W_s}{dx^2} = 0 \quad (10a)$$

結果として、

$$\sigma_{cr} (W) = \frac{\pi^2 E}{L_1^2} \cdot \frac{I_f}{A_f + \frac{1}{6} A_w} \quad (10b)$$

または、

$$\sigma_{xx}(W) = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \dots\dots\dots (10c)$$

ここで

$$r = \sqrt{\frac{I_t}{A_t + \frac{1}{6} A_w}} \dots\dots\dots (10d)$$

これは付録 I で導いた式である。

この限界応力は横方向剛性をもっている圧縮部中心の応力を表わすもので、繊維応力でないことを注意すべきである。前述の誘導から、ケタ高方向の応力分布が、仮定した直接分布と異なるとき、10式にどのような修正が必要となるかが明らかとなろう。たとえば完全な塑性モーメントを受ける分布と類似の応力分布では、腹板面積の1/6の代りに1/4を考えなければならなくなる。

図-2に、プロットした点によって示される応力分布に対して、 $A_w/6$ より小さい値が結果としてでてきた。

フランジに比べて腹板の横座屈に対する影響は小さいので、他の極端な場合に対しても、直線分布に相当する1/6の平均値を用いることが正当化される。

もし、ケタが2軸対称であるI-断面とやや異なるときは、中立軸は、腹板の中心からずれてしまう。

プレートガーダーにおいては、この影響は一般にある程度に限られる。そしてこの場合、腹板の等価部分の $bt/6 = A_w/6$ はより正確な値に変える必要はない。

図-7(b)に例を示したように、2軸対称でない断面のより重要な性質は、圧縮と引張フランジとの横方向剛性が異なることである。物理的な意味からこの場合 St. Venant 換りは無視しうることで、ただ圧縮フランジの横方向剛性のみ問題となる。それゆえ $\sigma_{xx}(W)$ は10b、10c式で与えられるように、垂直軸に対称な全てのプレートガーダーに十分応用できる。

これをチェックするために、(17)に集められている最近の単純化した横座屈の式をいろいろと検討し、参考とした。その論文の図-5から8までにおいて、非対称I断面に各種の近似式を応用することによって得られた横座屈応力

は厳密解と（同論文(1)式）比較されている。

この比較は、 $\sigma_{cr}(V)$ の式が、 $\ell = 300 \text{ in}(7620 \text{ mm})$ の場合の厳密解とよい近似性を示さないことがわかる。

すでに述べた $\sigma_{cr}(V)$ と $\bar{\sigma}_{cr}(W)$ との関係によれば、 $\sigma_{cr}(W)$ はより適切に応用されるはずであった。

これが付録 I に図-13として先に引用した論文(1)の図-7、図-8を再録したものとして示してある。

もし St Venant 仮れが無視されるならば、横座屈現象は、単に圧縮フランジの横座屈の一つと考えられる。ゆえに、非弾性域に用いた座屈曲線は広巾フランジ型柱の、弱い軸についての座屈曲線となるにちがいない。ケタが溶接かりベットかによって、非弾性域における限界応力は、かなり違ったものになることが、(9)に結論づけられている。その大差をなくすために、基本的な柱の曲線が用いられるべきであると、(9)は推しようしている。それは応力-細長比線図における末端の緩和曲線の平均を示すものでありこの問題に関し、さらに研究の余地が残されている。

この基本柱曲線は、ワービング仮れの概念で解析されたプレートガーダーの、横座屈に対して用いられることを示唆している。

$$0 < \lambda < \sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - \frac{\lambda^2}{4} \dots\dots\dots (11a)$$

$\lambda > \sqrt{2}$ に対して

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\lambda^2} \dots\dots\dots (11b)$$

ここで

$$\lambda = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2}} = \ell \sqrt{\frac{\sigma_y}{\pi^2} \frac{Af + \frac{1}{6} Aw}{I f}} \dots\dots\dots (12)$$

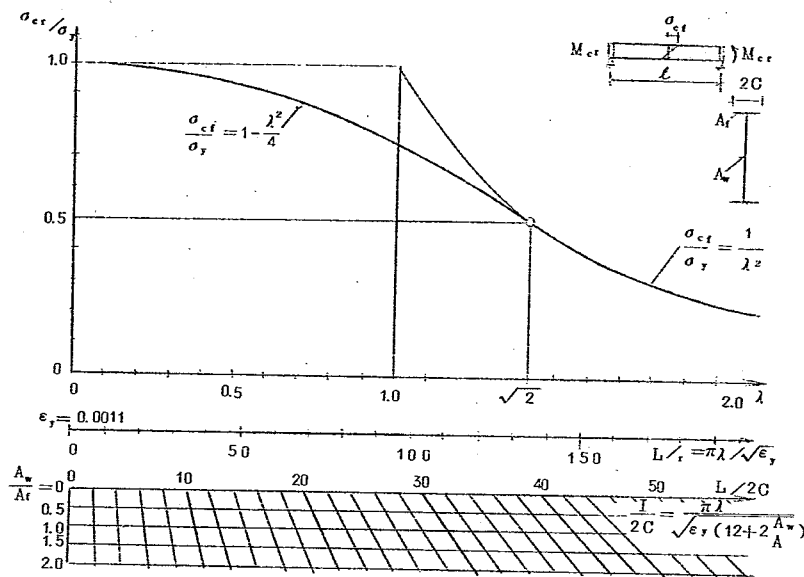


図-8 横方向座屈曲線 $\sigma_{cr}(w)$
LATERAL BUCKLING CURVE,

式(11)の曲線は、図-8にプロットしてある。まず標準細長比 λ —これは降伏応力に独立な点をなすが—を横軸にとる。つぎに、 $\epsilon_y = \sigma_y = \sigma_y / E = 35/30,000 = 0.011$ に対してのみ有効な、 L/r なるパラメーターの目盛をとる。最後に古くからであるパラメーター“フランジ巾に対する座屈長”を与える。この最下段の横軸は圧縮フランジの断面が矩形である場合にのみ適用できる。

断面の保持 — 一般の横座屈の式(付録Iの(23)式)の由来は、ケタ断面形状が座屈の瞬間まで保持されるという仮定に基いている。この仮定の成立は高い腹板細長比を有し、垂直補剛材が引張フランジにとりつけられていない

ような場合のプレートガーダーに対しては不確かである。しかしながらこの不確実性は、それが同じ捩れ角で力を与えられたと仮定した板よりなる未変形断面に依存するが故に、St. Venant 捩れ部にのみ関係する。

もし、たとえば、引張フランジと腹板との結合がピンならば、(23) 式の捩れ常数には剛結の約 $1/2$ の値に減少し (正確には $2bt^3/3$ における腹板の影響を無視すれば $1/2$ になる)、限界応力 $\sigma_{cr}(V)$ における減少は、約 30% という結果になる。

しかしながら (10 式) における $\sigma_{cr}(W)$ の誘導は、何の影響もない。プレートガーダーにおけるワーピング捩れは、横方向の安定に支配されるから、断面の変形は結果的な座屈応力に殆んど影響しないし、 $\sigma_{cr}(W)$ のみにもとづいてこの解析は、あらゆる場合に安全側である。引張フランジ側では、横方向にせん断力の伝達が必要でないこと ((9b) 式) を思い起し、引張フランジと腹板との間の直角度の確保が問題でないと示されれば、理論的検証が引張フランジ側で、ある限られた間隔で垂直補剛材を切って、短かくしてもよいという実験的検証をもって得られる。 (21)

フランジプレートの捩れ座屈 — 破壊の 3 つのモードの分析は、それぞれ異なる破壊モードが互いに関連するものでないと認めることにおいて単純化される。

鉛直座屈のみとり出して考えることも正しかった。なぜならそれが対称の方向に起るからである。しかしながら、圧縮フランジの捩れ座屈を横座屈と切り離して取扱おうとするときに、それは危険側の単純化のおそれがある。

もし、フランジの腹板からの全ての拘束を無視するならばその場合は、両端で純圧縮を受ける長いヒンジ端プレートの座屈を減少させるものである。

それゆえ、フランジプレートの座屈応力に関係するパラメーターのみが、突縁巾の板厚への比 c/d となる。図-9 において、限界フランジ応力は、このパラメーターと λ の関数としてプロットした。 λ の量は以下のように定義される無次元パラメーターである。

非弾性領域では、フランジプレートのひずみ硬化域を $\lambda = 0.45$ に、 $\sigma_y/2$ ($\lambda = \sqrt{2}$) の圧縮残留応力が存在するとし、また、これら 2 つの点で緩和曲線が接すると、仮定 (22) することによって曲線が得られる。

このとき、座屈の解析的な式は、

$$0.45 < \lambda < \sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = 1 - 0.53 (\lambda - 0.45)^{1.36} \dots\dots\dots (13a)$$

$$\lambda > \sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{1}{\lambda^2} \dots\dots\dots (13b)$$

ここで

$$\lambda = \frac{c}{d} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)Ey}{\pi^2 k}} \dots\dots\dots (14)$$

となり、板の座屈係数(3)は $k = 0.425$ である。降伏ひずみ、 $\epsilon_y = 33/30,000 = 0.0011$ と仮定すると、限界応力は、図-9における第2横軸に示したように、板の細長比 c/d の式で表わされうる。

上述のように計算上の座屈限界としての、板の強度は一般に2つの部分より成る。

まず第一に、板に隣接する部分に共働する力の好ましい再配分 (favorable rearrangement) つきに板自身のもつポストバックリング強度 (座屈後の強度) である。第1の事項はうすい腹板を有するケタのフランジでは重要ではない。

第2の事項に対し、Winterはフランジ厚の30倍以上の突縁を有する場合についてのみ、ポストバックリング強度のサイズエフワットが期待されうると結論している。(28)

このような範囲では、極限応力は降伏応力の半分以下である。そうしてプレートガーダーの設計では、大して問題にならない。それゆえ (冷延軽量形鋼構造の設計で考えられているような) ポストバックリング強度は完全に無視されるべきである。(15)

既に述べたように(11)、試験ゲタは極端に広巾 ($c/d = 2.4$) で作られている。その極限荷重は計算によるフランジの限界座屈応力を約10%超えている。このような構造のフランジのひずみ (捩れ) は、極限荷重になる前に、使用に耐えない程の大きさに変形してしまう。

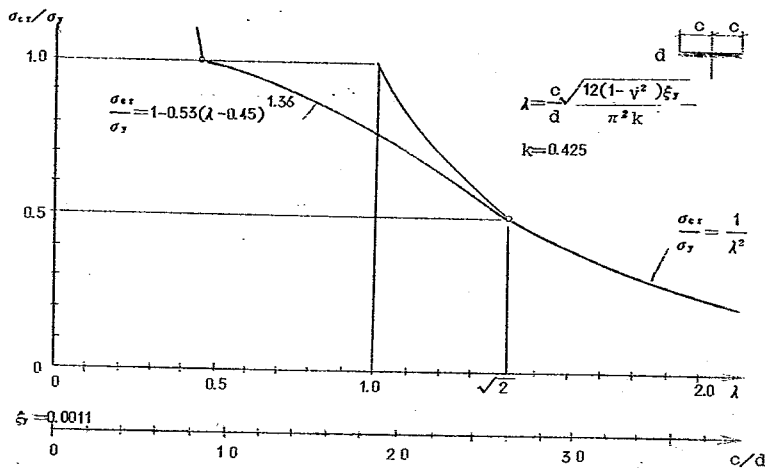


図-9 フランジ板のねじり座屈

TORSIONAL BUCKLING OF THE FLANGE PLATE

プレートガーダを設計する際、圧縮フランジは横方向剛性と横座屈強度を高めるために、できるだけ広くすべきである。

しかし、過度に広くすると、フランジ板のねじり座屈が、より低い極限応力で、横座屈にとって代るであろう。

1次破壊としての換れ座屈を防止するために、(13)式に与えた、フランジ板の限界応力が、(11)式に与えられる横座屈の限界応力を越えなくてはならない。

結果として、弾性域 $c/d > 2.6$ に対して

$$\frac{1}{G} > \frac{29}{\sqrt{1 + \frac{1}{6} \frac{A_w}{A_t}}} \cdot \frac{G}{d} \dots\dots\dots (15a)$$

非弾性域、 $c/d < 2.6$ に対して

$$\frac{1}{G} > \frac{80}{\sqrt{1 + \frac{1}{6} \frac{A_w}{A_t}}} (0.53 \frac{G}{d} - 0.45)^{0.68} \dots\dots\dots (15b)$$

c/d と $1/c$ との相関性は、図-10にプロットしてある。

図示のように、

$$\frac{2c}{d} \leq 12 + \frac{1}{2c} \dots\dots\dots (15c)$$

の条件において、

(すなわちフランジ巾と板厚との比が、フランジ巾に対する横座屈長の比に12を加えたものをこえないということ)一様曲げを受けるケタの1次破壊としての損れ座屈の可能性を取除くことができる。

フランジ巾と板厚との比のこの限界をこえることが望みうるならば、(15c)式は、図-8の基本柱曲線から得られる限界応力を有する等値柱長を見いだすことに、用いることができる。

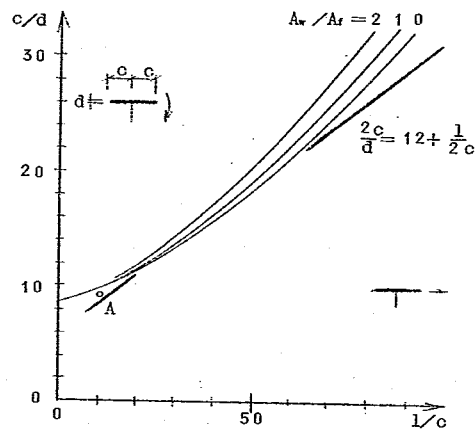


図-10 フランジの横方向座屈とねじり座屈の間の限界

BOUNDARY BETWEEN LATERAL
AND TORSIONAL BUCKLING OF
FLANGE

柱の細長比の関数として、板の細長比を規定することによって、板の座屈を防止する方法は、(16)で推奨されている。参考文献(16)の式(3.3b)に適当な値を代入することにより、弾性域に対して与えられた(15a)式が正確な結果を与える。非弾性領域に対する図-10の曲線は、緩和曲線の仮定に依存している。

既述のように、板ならびに柱に対する値は、ひずみ硬化開始($\sigma_y = 33 \text{ Ksi}$ (232 Kg/cm^2) に対して $L/r = 16.5$, $c/d = 8.5$) に対して確立されたものである。(22) これは図-10において点Aとしてプロットされている。用いた柱の曲線にひずみ硬化を考慮するならば、図-10の曲線—これは隅りならびに横方向座屈の間の境界を形作るものであるが—はこのA点を通る必要がある。

設計への適用

極限曲げ応力 圧縮フランジの座屈は3つの形になるから、これらのみ考慮すれば純曲げを受けるケタの強度は簡単に推定できるが、圧縮フランジの許容応力をいくらにするかを決めるには、なお若干の問題がある。それは結果に影響する4つの独立したパラメーターが存在するからである。すなわち、 L/r , c/d , A_w/A_f , b/t である。しかるに、最初の2つは本質的には圧縮フランジの、横ならびに隅れ座屈を左右するものであり、後の2つは、ある程度まで極限曲げモーメントに影響するものである。

スレンダーな腹板は、腹板自身が抵抗できない応力を、フランジに分担させて、それを支持している。

これは、普通の計算値をこえる圧縮フランジ応力の増加を導く。

フランジが横座屈ならびに隅れ座屈からの拘束を受けていると仮定すれば、極限曲げモーメント M_u は腹板の細長比パラメーター β の関数として、図-11のように示され、降伏モーメント M_y に関して無次元形で表わされる。

腹板細長比が非常に高い所では、フランジの鉛直座屈は、緑線応力が降伏応力に達しないうちに生じてしまう。曲線(a)、曲線(b)は圧縮フランジが降伏応力に達する場合の強度を示す。ただし、腹板の圧縮有効巾を $30t$ とした。

七
外

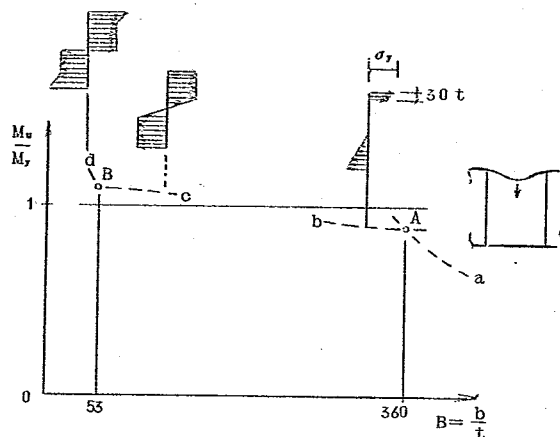


図-11 腹板の細長比と極限曲げモーメント
ULTIMATE BENDING MOMENT
VERSUS WEB SLENDERNESS

腹板細長比が曲線Cに沿って減少するにつれ、応力分布図は、ついには点Bに近づく。この点は全塑性モーメントに相当する。

図-8、(22)によれば、ひずみ硬化は $\beta < 53$ のとき生ずる。なぜなら、腹板は非弾性不安定が生ずることなしに、 $12 E_r$ 以上の線維ひずみに耐えうる。全塑性値に等しいモーメントは、 $E_r \leq 12 E_r$ のとき発揮しうる。ひずみ硬化は $E_r > 12 E_r$ のとき、 $M_u > M_p$ なるがゆえに開始する。したがって、極限モーメントは、 $\beta < 53$ のとき塑性モーメントを超えるか少くとも等しいのである。

ここで得られた図-11における交点AよりBへの転移を考案することは止めて、これを直線で結べば腹板、細長比 $0 < \beta < 360$ の範囲では十分正確に強度推定を可能ならしむと考えてよい。

図-12の直線は、 $\beta = 53$ で塑性モーメントに達し、 $\beta = 360$ でも、 $30 t$ の有効巾が適用しうると仮定して引いたものである。緩和曲線の最密な

形状より重要なのは、極限曲げモーメント M_u は、図-12 に証明されたように、“形状係数” $\rho = A_w/A_f$ — フランジ面積に対する腹板比 — に依存するという事実である。

一般に作られるプレートガーターの A_w/A_f の領域は、十字に斜線を引いた部分である。この数字に対する計算の詳細は付録 I に示してある。

図-12 をより解析的に表わすならば、便宜的に次のような形になる。

$$\frac{M_u}{M_y} = 1 - C (\beta - \beta_0) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで係数 C は図 12 における線の傾斜を示す。 β_0 は、 $M_u/M_y = 1$ との交点の座標である。

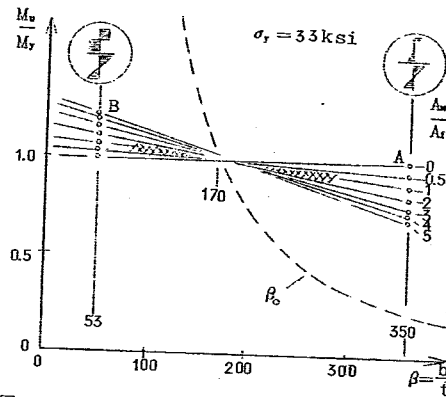


図-12 パラメータ b/t と A_w/A_f によって影響される極限曲げモーメント
 ULTIMATE BENDING MOMENT AS
 INFLUENCED BY THE PARAMETERS b/t AND A_w/A_f

常数 C は (17a) 式に示すようなものである。しかし大抵のプレートガードは、 $A_w/A_f < 2$ の領域にあるから、より簡単な (17b) 式を用いてよい。

$$C = \frac{1}{300 + 1200 \frac{A_f}{A_w}} \dots\dots\dots (17a)$$

および

$$C = 0.005 \frac{A_w}{A_f} \dots\dots\dots (17b)$$

応力計算が通常の断面係数概念でなされるならば、公称極限曲げ応力 σ_u は M_u/S に等しい。

ここで、 S は断面係数である。

$$M_y/S = \sigma_y, \text{ ゆえに、 } M_u/M_y = \sigma_u/\sigma_y,$$

こうして (16) 式はまた以下のように書ける。

$$\sigma_u = \sigma_y \left[1 - 0.0005 (\beta - \beta_0) \frac{A_w}{A_f} \right] \dots\dots\dots (18a)$$

ここに用いた式は、圧縮フランジの不安定性は耐荷力に影響しないと仮定している。

簡単に σ_y をそれぞれの限界応力 σ_{cy} で置き代えることにより、横座屈もしくは捩れ座屈の影響を加えてしまうことは便利である。

$$\sigma_u = \sigma_{cy} \left[1 - 0.0005 \frac{A_w}{A_f} (\beta - \beta_0) \right] \dots\dots\dots (18b)$$

しかし、塑性域の場合と異なり、弾性不安定が生じたとき、公称の極限曲げ応力の増加はありえない。なぜなら、塑性モーメントに対する分布と類似の応力分布は起りえない。概念を簡単にしておくために、 $\beta < \beta_0$ の領域すなわち Navier-Bernouilli による直線応力分布の仮定が成立しない。ポストバックリング領域における腹板-細長比の領域に対してのみ、(18b) 式が用い

られるべきであると提案される。公称計算曲げ応力 σ が、限界腹板応力 (13) より大きい所を、ポストバックリング領域と定義すれば、 b/t (β_0) の値の極限値は以下のよう表わされる。

フランジ拘束がない場合

$$\sigma = \sigma_{cr} = 23.9 \frac{\pi^2 E}{12(1-r^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{b}{t} = 4.6 \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \quad (19a)$$

フランジ拘束が完全な場合、

$$\sigma = \sigma_{cr} = 39.6 \frac{\pi^2 E}{12(1-r^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{b}{t} = 6.0 \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \quad (19b)$$

現在の U. S. 示方書に準拠させれば、中間値が提案される。

$$\beta_0 = 5.7 \sqrt{\frac{E}{\sigma}} \quad (20)$$

ここで、図-12 の $\sigma = \sigma_y = 33 \text{ Ksi } (23.2 \text{ Kg/cm}^2)$ のとき $\beta_0 = 170$ 、降伏応力が $50 \text{ Ksi } (35.2 \text{ Kg/cm}^2)$ と等しいとき $\beta_0 = 140$ を与える。このようにして、2つのパラメーター A_w/A_f と b/t の影響は、通常のプレートガーダーの設計では許容圧縮フランジ応力のてい減が指摘されるところの高い腹板細長比の領域に、限定されるであろう。

公称計算フランジ応力 σ のてい減は—100分率での—つぎに与えられる (21a) 式として一般に表わされる。

その極限値は、(4)式と(20)式から得られる。

A7 鋼に対して (21b) 式は、最も高いてい減率を与えるが、一方、低合金高強度構造用鋼—降伏点 $50 \text{ Ksi } (35.2 \text{ Kg/cm}^2)$ —に対して、(21c) 式が適用される。

公線曲げ応力 曲げ応力低減率 適用範囲
 Ksi (Kg/cm²) (%)

$$\sigma = 0.05 \frac{A_w}{A_f} (\beta - 5.7 \sqrt{\frac{E}{\sigma}}) \quad 5.7 \frac{E}{\sigma} < \beta < \frac{0.48 E}{\sqrt{\sigma_y (\sigma_y + \sigma_t)}}$$

..... (21a)

$$33 (23.2) \quad 0.05 \frac{A_w}{A_f} (\beta - 170) \quad 170 < \beta < 360 \quad \text{..... (21b)}$$

$$50 (35.2) \quad 0.05 \frac{A_w}{A_f} (\beta - 140) \quad 140 < \beta < 250 \quad \text{..... (21c)}$$

実験結果との相関性

極限荷重の計算のために提案された式は、5種のプレートガーダを用いて実施した9つの試験結果により証明されうる。

ケタならびに試験については、(1)に述べられている。表-1にケタの性質の一部を抄録した。

断面の下に、断面係数が、中立軸から圧縮フランジ最外縁までの距離 e_s と、断面2次モーメント I との比として与えてある。

有効横座屈長 L_x は試験 T1 では 100 in (2540 mm) 試験 T2 では 50 in (1270 mm) を選んだ。実際のブレースング間隔はそれぞれ 75 in (1905 mm) および $37\frac{1}{2}$ in (953 mm) であったけれども.....

これらの値の決め方は、参考1の2.5節に説明しており、破壊モードもそこに述べてある。

回転半径は $V = \sqrt{I/A}$ として計算した。ここで A は圧縮フランジと腹板面積の $1/6$ との和であり、 I は対称な鉛直軸に関するこの面積の断面2次モーメントである。

表-1におけるそれぞれの断面の右側にあげた圧縮フランジの降伏応力は図8、図9における座標軸を定めるのに用いられた 33 ksi (23.2 Kg/cm²) の値よりも、やや大きかった。にもかかわらず細長比に対しては、これらの数字を用いることにおいて含まれた誤差は、プロットしたように無視しうるのである。

ケタ G1 - 圧縮フランジの細長比が19と低く、フランジの板厚に

表-1 溶接プレートガーターによる曲げ試験の概要

GIRDER		G 1		G 2		G 3		G 4		G 5	
2c= 20.56		12.19		12.19		12.19		12.16		12.16	
d= 0.427		0.769		0.769		0.770		0.774		0.774	
(dimensions b= 50.00		50.00		50.00		50.00		50.00		50.00	
in inches, t= 0.270		0.270		0.270		0.270		0.129		0.129	
yield stress 2c= 12.25		12.19		12.19		12.19		12.19		12.25	
in kips/in ²) d= 0.760		0.774		0.774		0.770		0.765		0.767	
I (in ⁴) = 14.380		14.940		16.220		13.420		14.710		14.710	
e _a = 25.9		25.9		28.9		25.7		28.9		28.9	
TEST		T1		T1 T2		T1 T2		T1 T2		T1 T2	
Parameters	L _k = 100	100 50		100 50		100 50		100 50		100 50	
	L _r = 19	32 16		39 19		30 15		36 18		36 18	
	2c/d = 48	16		-		16		-		-	
	b/t = 185	185		185		388		388		388	
	A _w /A _f = 1.5	1.4		1.6		0.7		0.8		0.8	
Ult Loads	P _u th = 73	141 145		126 130		118 121		106 109		106 109	
	P _u ^{ex} = 81	135 144		130 136		118 125		110 124		110 124	
	P _u ^{ex} /P _u th = 1.11	0.96 0.99		1.03 1.05		1.00 1.03		1.04 1.14		1.04 1.14	

対する板巾の比が4.8と高いと、捩れ座屈が支配的な破壊の要因となる。

$C/d = 24$ のとき、図9を参照すると、 $\sigma_{cr} = 0.56\sigma_y = 0.56 \times 35.4 = 19.8 \text{ Ksi}$ (13.9 Kg/cm^2) この応力は(21a)式と一致させるのに、更に低減させる必要はない。というのは、この式が $\beta_0 = 5.7 \sqrt{E/\sigma} = 5.7 \times \sqrt{30,000/19.8} = 222$ を超えた腹板細長比 $\beta = b/t$ にのみ適用するからである。この故に $\sigma_s = \sigma_{cr}$, $M_s = \sigma_s I/ea = 19.8 \times 14,380/25.9 = 11,000 \text{ Kip-in}$ (127 t.m) 150 in ($3,810 \text{ mm}$) のモーメントアームに対して $P_s^{th} = M_s/150 \text{ in} = 73 \text{ Kips}$ (33 ton)、表に示したように $P_s^{ex} = 81 \text{ Kips}$ (36.7 ton) となり極限荷重と実験値の比1.11を与える。ケタG2、試験T1-c, d ならびに L の値を代入すると、(15c)式が成立つことがわかる。かくして捩れ破壊はフランジの座屈モードには成り得ない。 $A_w/A_f = 1.4$ で、 $L/r = 32$ もしくは $L/2c = 8$ のとき、図-8に入れると、 $\sigma_{cr} = 0.97\sigma_y = 0.97 \times 38.6 = 37.5 \text{ Ksi}$ (26.4 Kg/cm^2) となる。

$\beta_0 = 5.7 \sqrt{E/\sigma} = 5.7 \sqrt{30,000/37.5} = 161$ で、(21a)式に一致する低減は、 $0.05 \times 1.4 (185 - 161) = 2\%$ となる。このゆえに $M_s = 0.98 \times 37.5 \times 14,940/25.9 = 21,200 \text{ Kip-in}$ (244 t.m) そして $P_s^{th} = 21,200/150 \text{ in} = 141 \text{ Kips}$ (64 ton) これは観察された極限荷重135 Kips (61.2 ton) と比較されるであろう。

ケタG2、試験T2-(15c)式は破壊モードが横座屈ならびに捩れ座屈のどちらにもなりうることを示している。捩れ座屈と同様に横座屈に対する曲線(図8、図9)も、 $\sigma_{cr} = \sigma_y$ を与える。

(21a)式にしたがって、2%の低減を考えれば、

$M_s = 0.98 \times 38.6 \times 14,940/25.9 = 21,800 \text{ Kip-in}$ (251 t.m)、

$P_s^{th} = 21,800/150 \text{ in} = 145 \text{ Kips}$ (67 ton)、

ケタG3、試験T1- $L/r = 39$ で図8は $\sigma_{cr} = 0.96\sigma_y = 0.96 \times 35.5 = 34.1 \text{ Ksi}$ (24 Kg/cm^2) を与える。(21a)により、1%低減すると、 $\sigma_s = 33.7 \text{ Ksi}$ (23.7 Kg/cm^2) である。

「極限曲げモーメント：横座屈」の表題の下に指摘したように、応力は横剛性を与える圧縮部中心に対して計算されるべきである。

最外縁までの距離 e_s がフランジ中心までの距離とほとんど交らない所では、すなわち、前述の場合にはこのようにすることができなかった。しかしケタ G 3、G 5 に対して、 e_s は中立軸から管型圧縮フランジの中心までの距離をとる。 $M_u = 3.37 \times 16.200 / 2.89 = 18.900 \text{ Kip-in} (218 \text{ t} \cdot \text{m})$
 $P_u^{th} = 18.900 / 150 \text{ in} = 126 \text{ Kips} (5.7 \text{ ton})$ もろろん管型フランジは非常に重要な捩れ剛性を有している。しかし、降伏応力の 96% に等しい横座屈応力で、捩れ剛度を考慮することは、最大でも極限モーメントを 4% しか増加させないであろう。

ケタ G 3、試験 T 2 — $\sigma_{cr} = 0.99 \sigma_y = 0.99 \times 3.55 = 3.51 \text{ Ksi} (24.7 \text{ Kg/cm}^2)$ 1% の低減率で $\sigma_u = 3.48 \text{ Ksi} (24.5 \text{ Kg/cm}^2)$ 、 $M_u = 3.48 \times 16.220 / 2.89 = 19.500 \text{ Kip-in} (225 \text{ t} \cdot \text{m})$ 、 $P_u^{th} = 19.500 / 150 \text{ in} = 130 \text{ Kips} (59 \text{ ton})$ 、

ケタ G 4、試験 T 1 — ケタは横座屈により破壊した。図-8 によれば、 $\sigma_{cr} = 0.98 \sigma_y = 0.98 \times 3.76 = 3.68 \text{ Ksi} (25.9 \text{ Kg/cm}^2)$ $\beta_0 = 1.63$ 、
 低減率: $0.05 \times 0.70 (3.88 - 1.63) = 8\%$ 、ゆえに、 $\sigma_u = 0.92 \times 3.68 = 3.38 \text{ Ksi} (23.8 \text{ Kg/cm}^2)$ 、 $M_u = 3.38 \times 13.420 / 2.57 = 17.700 \text{ Kip-in} (204 \text{ t} \cdot \text{m})$ 、 $P_u^{th} = 17.700 / 150 \text{ in} = 118 \text{ Kips} (54 \text{ ton})$

ケタ G 4、試験 T 2 — $M_u = 0.92 \sigma_y I / e_s = 0.92 \times 3.76 \times 13.420 / 2.57 = 18.100 \text{ Kip-in} (209 \text{ t} \cdot \text{m})$ $P_u^{th} = 18.100 / 150 \text{ in} = 121 \text{ Kips} (55 \text{ ton})$ 、

ケタ G 5 — 計算はケタ G 3 に与えたのと同じである。

試験 T 1: $M_u = 0.97 \sigma_y (1 - 0.09) I / e_s = 3.44 \times 0.91 \times 14.710 / 2.89 = 15.900 \text{ Kip-in} (183 \text{ t} \cdot \text{m})$ 、 $P_u^{th} = 15.900 / 150 \text{ in} = 106 \text{ Kips} (48 \text{ ton})$

試験 T 2: $M_u = 0.99 \sigma_y (1 - 0.09) I / e_s = 3.51 \times 0.91 \times 14.710 / 2.89 = 16.300 \text{ Kip-in} (188 \text{ t} \cdot \text{m})$ 、

$P_u^{th} = 16.300 / 150 \text{ in} = 109 \text{ Kips} (49 \text{ ton})$ 、

最後の試験結果、G 5 - T 2 は予想よりかなり大きなものとなった。というのは実際の L/r の比がフランジのひずみ硬化が生じうる程、小さいからである。

これはまた、参考1 図2.9に示した荷重 — 中心線のタワミ曲線図でも証明しうる。もし解析ひずみ硬化を考慮に入れた柱曲線に基いたものであれば(参考2.0、図2.7)、この差は減少するであろう。

これらの設計上の考察の全ては、圧縮フランジの極限曲げモーメントは計算される。脆性破壊の可能性のあるものは除き、圧縮フランジの鉛直、捩れまたは横座屈は対称断面プレートガーダーが静荷重を受ける場合の破壊の原因となろう。2つの事実がこれにつけ加えられる。まず第1に、圧縮フランジに隣接した腹板の部分は膜応力としては不十分な作用であるが、圧縮フランジの超過応力を引き起させうるものである。次にもし2つの等しい部材が大きさ等しく方向反対の軸力を受けるならば、圧縮部材がその不安定性のゆえに最初に破壊する。

圧縮フランジより小さい引張フランジ面積を有するケタの場合には、ここで論ぜられた圧縮フランジ破壊の3つの異なる形式のうち1つもしくは2つ以上により推論された極限モーメントに達し得ないことであろう。

このような場合、極限モーメントは次式がとられるべきであろう。

$$M_u = \sigma_y \frac{I}{e_b}$$

謝 辞

この研究は、William J. Eney を主任として、Pennsylvania 州 Bethlehem の Lehigh 大学 Fritz 工学研究所で実施されたものである。

研究所長は Lynn S. Beedle である。AISC, 商務省—道路局, ペンシルバニア州道路局, WRC, の後援の下に、リーハイ大学で本研究計画以下の委員より成る。溶接プレートガーダー委員会により指導されたものである。

委員の方々の建設的な批判に厚く御礼申し上げる。とくに本論文の校閲をお願いした AISC の T. R. Higgins, W. A. Milok 氏ならびにリーハイ大学の L. S. Beedle, B. T. Yen 氏に深甚なる謝意を表するものである。

付 録 I

$\sigma_{cr}(V)$ と $\sigma_{cr}(W)$ の誘導 — 以下の誘導に対して、次のような仮定がなされている。フランジ中心間のレバーアームと最外縁間距離は腹板高 b に等しいとおくことができる。

記号は、ともに図-3(a)と付録Ⅲとに定義してある単純支持された支間 ℓ のケタの限界モーメントの式は(3)である。

$$M_{cr} = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{EI_r GK} \cdot \sqrt{1 + \pi^2 EI' / \ell^2 GK} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、

$$I_r = \text{ケタの最小断面 2 次モーメント} = \frac{2}{3} A_f C^2$$

$$K = \text{捩り定数} = \frac{1}{3} (2cd^3 + b.t^3 + 2cd^3) = \frac{1}{3} A_f (2d^2 + \frac{A_w}{A_f} t^2)$$

$$I' = \text{ワーピング定数} = \frac{1}{4} I_r b^2 = \frac{1}{6} A_f b^2 c^2$$

$$G = \text{せん断弾性係数} = \frac{E}{2(1+r)}$$

$$S = \text{断面係数} = 6 A_f (1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{A_w}{A_f})$$

および、

$$\sigma_{cr} = \frac{M_{cr}}{S} = \sqrt{\underbrace{\frac{\pi^2 E^2}{18(1+r)}}_A \cdot \underbrace{\frac{1 + \frac{t^2}{2d^2} \cdot \frac{A_w}{A_f}}{(1 + \frac{1}{6} \frac{A_w}{A_f})^2}}_B + \underbrace{\frac{\pi^4 E^2}{\ell^4}}_C \cdot \underbrace{\frac{C^4}{(3 + \frac{1}{2} \frac{A_w}{A_f})^2}}_D} \dots\dots\dots (24)$$

24式における分数Bは1に等しいとおくことができる。これは、フランジ厚 d が腹板厚 t の約2倍である場合であり、腹板面積がフランジ面積に比較して無視しうる場合、すなわち、 $A_w/A_f \sim 0$ である全ての場合に成立する。

このとき、第1項の剰余Aは、 $\sigma_{cr}(V)$ の2乗になる。(Fig 5)、なぜなら分子はポアソン比 $\nu = 0.3$ を用いると、 $(0.65E)^2$ に等しくなる。

圧縮フランジと腹板の1/6より成る等価換算柱の回転半径 r は、 $r = 2I/A$ として定義される。

ここで、

$$I = \frac{d(2c)^3}{12} \dots\dots\dots (25)$$

および、

$$A = A_f + \frac{1}{6} A_w = 2cd \left(1 + \frac{1}{6} \frac{A_w}{A_f}\right) \dots\dots\dots (26)$$

ゆえに、

$$r^2 = \frac{G^2}{\left(3 + \frac{1}{2} \frac{A_w}{A_f}\right)} \dots\dots\dots (27)$$

24式の表式Dはこうして r^2 と考えることができる。

そして、分数GとDとの積は単に、図-5で導かれた $\sigma_{cr}(W)$ の2乗となる。

M_x/M_y の比 — 図-3に定義した省略形 $A_w = bt$, $\rho = A_w/A_f$, $\eta_x = y_b/b$, $\eta_b = y_b/b$ を用い、フランジ厚が無限に小さいと仮定すれば、計算は以下のようなになる。

点A, $b/t = 360$ —

$$\text{中立軸: } A_f y_b + t y_b \frac{y_b}{2} = A_f (b - y_b) + \frac{b}{12} t \left(\frac{23}{24} b - y_b\right) \dots\dots\dots (28)$$

$$\eta_b = \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{7}{39} + \frac{4}{\rho^2} - \left(\frac{1}{12} + \frac{2}{\rho}\right)} \dots\dots\dots (29)$$

断面 2 次モーメント

$$I = A_t y_b^3 + \frac{1}{3} y_b^3 t + A_t (b - y_b)^2 + \frac{b}{12} t \left(\frac{23}{24} b - y_b \right) \dots\dots\dots (30)$$

断面係数

$$S_x = \frac{I}{y_x} = \frac{A_t b}{1 - \eta_b} \left[\eta_b^2 + \frac{\rho}{3} \eta_b^3 + (1 - \eta_b)^2 + \frac{\rho}{12} \left(\frac{23}{24} - \eta_b^2 \right) \right] \dots\dots\dots (31)$$

極限モーメント

$$M_u = \sigma_f S_x \dots\dots\dots (32)$$

降伏モーメント

$$M_f = \sigma_f b A_t \left(1 + \frac{\rho}{6} \right) \dots\dots\dots (33)$$

ゆえに、

$$M_u / M_f = \frac{\eta_b^2 + \frac{\rho}{3} \eta_b^3 + (1 - \eta_b)^2 + \frac{\rho}{12} \left(\frac{23}{24} - \eta_b^2 \right)}{(1 - \eta_b) \left(1 + \frac{\rho}{6} \right)} \dots\dots\dots (34)$$

点 B $b/t = 5.3$

$$\text{塑性モーメント} \quad M_p = \sigma_f A_t b \left(1 + \frac{\rho}{4} \right) \dots\dots\dots (35)$$

$M_u = M_p$ から、

$$M_u / M_f = M_p / M_f = \frac{1 + \frac{\rho}{4}}{1 + \frac{\rho}{6}} (= f = \text{形状係数}) \dots\dots\dots (36)$$

結果的に、	$\beta = 3.60$	$\beta = 5.3$	
ρ の値	η_b	M_w / M_r	M_w / M_r
0	0.500	1.00	1.00
1/2	0.481	0.94	1.04
1	0.466	0.89	1.07
2	0.444	0.82	1.12
3	0.430	0.77	1.17
4	0.417	0.74	1.20
5	0.413	0.70	1.23

フランジ厚を無限小とする単純な仮定は結果の M_w / M_r にほんのわずかし
か影響を与えない。

分子・分母ともに同じように影響されるから、かなりの大きさになる誤差を
相殺してしまうのである。

同様のことが、2 軸対称の I 断面とやや異なる断面に適用できる。さらに前
述の比 M_w / M_r は、高い腹板細長比 β の領域においてはほとんど変化しない。
それゆえに β の値が 3.60 ということは、この限界値 3.60 が $A_w / A_t = 0.5$
のみに対し導かれたものであっても、 A_w / A_t の他の比に対しても適当な値で
あることがわかる。

非対称 I 断面ゲタの横座屈 — 1 本の柱として圧縮フランジ ($2c \times d$)
と腹板の $1/6 (bt/6)$ を考えた回転半径は、

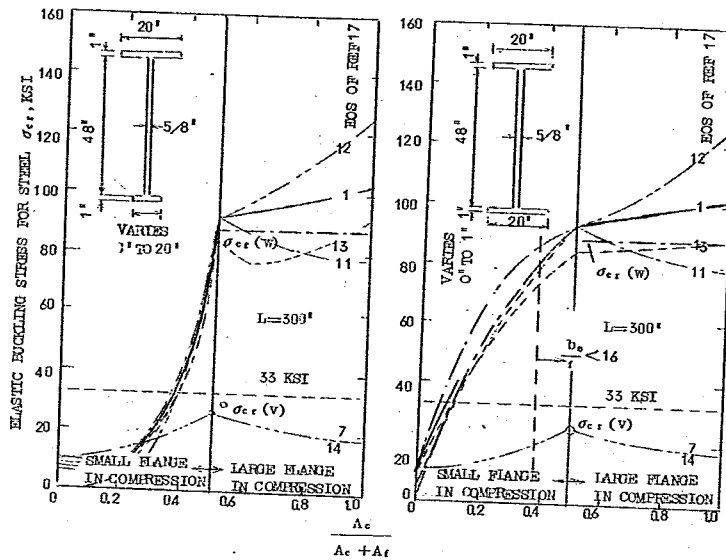
$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{2c^3 d}{3(2cd + bt/6)} \quad (37)$$

図-13 に概説した例に対して、

$$\sigma_{cr} (W) = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} = \frac{286 \times 30,000}{300 \times 300} \quad r^2 = 2.2 \frac{C^3 d}{2cd + 5} \quad [Ksi] \quad (38)$$

省略形 $K = \frac{A_c}{A_c A_t}$ を用いれば、すなわち、

$$A_c = \frac{K}{1-K} A_t \quad \text{または} \quad cd = \frac{10K}{1-K} \quad [in^2]$$



NOTES A_c = A OF COMPRESSION FLANGE A_t = A OF TENSION FLANGE

図-13 参考文献17の式と対照した横方向座屈応力: $\sigma_{cr}(w)$

LATERAL BUCKLING STRESS $\sigma_{cr}(w)$ COMPARED WITH EXPRESSIONS OF REF.17

$$d = 1 \text{ in の場合, } C = \frac{10}{1-k} \text{ [in]}$$

$$\sigma_{cr}(W) = \frac{440k^3}{(1-k)^2(1+3k)} \text{ [Ksi]} \quad (39)$$

$$c = 10 \text{ in の場合, } d = \frac{k}{1-k} \text{ [in]}$$

$$\sigma_{cr}(W) = \frac{440k}{1+3k} \text{ [Ksi]} \quad (40)$$

これらの限界応力は、 $0 < k < 1/2$ に対して適用される。一方、 $1/2 < k < 1$ に対して、 ρ_{cr} は、図-13にプロットしたように、 $k = 1/2$ に対する値と等しくなる。

付 録 II 参 考 文 献

1. "Web Buckling Tests on Welded Plate Girders," by K. Basler, R. T. Yen, J. A. Mueller, and B. Thürlimann, Bulletin No. 64, Welding Research Council, New York, 1960.
2. "Theory of Elastic Stability," by S. Timoshenko, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1936.
3. "Buckling Strength of Metal Structures," by F. Bleich, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1952.
4. "Ausbeulen," by G. F. Kollbrunner, und M. Meister, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen und Heidelberg.
5. "Post-Buckling Strength of Plates in Steel Design," by G. Winter, I. A. R. S. E., F. Rep., 1952, p. 268.
6. "Test of a Riveted Plate Girder with a Thin Web," by D. D. Vasarhelyi, J. G. Taylor, N. G. Vasisht, and C. Y. Yuan, Proceedings, ASCE, Vol. 86, No. ST10, October, 1960.
7. "Observations on the Behavior of Aluminum Alloy Test Girders," by R. L. Moore, Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947, pp. 901-920.
8. "Versuchsbericht über das Ausbeulen der auf einseitigen gleichmässig und ungleichmässig verteilten Druck beanspruchten Platten," by F. Stüssi, G. F. Kollbrunner, and M. Walt, Inst. f. Baust. u. d. E. T. H., Mitt. Nr. 25, Verlag Leemann, Zurich, 1951.
9. "Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften," by T. von Kármán, Vol. IV, 1910, p. 349.

10. "Effect of Small Deviations from Flatness on the Effective Width and Buckling of Plates in Compression," by P. C. Hu, E. E. Lundquist, and S. B. Batdorf, N. A. C. A., T. N. 1124, 1946.
11. "Behavior of Buckled Rectangular Plates under the Action of Shearing Forces," by St. Bergmann, Institution of Structural Engrg. and Bridge Bldg., Rep., Stockholm, 1948.
12. "Le voilement des plaques planes sollicitées dans leur plan," by G. Massonnet, A. I. P. C., Rap. f., 3e Congrès, Liège, Belgique, septembre, 1948, pp. 291-300.
13. "Compressive Buckling of Stiffened Plates," by B. H. Falconer and J. G. Chapman, Engineer, Vol. 195, 1953, pp. 789, 882.
14. "Strength of Plate Girders," by K. Basler, Ph. D. Dissertation, Mic. 59-6958, University Microfilms, Inc., Ann Arbor Mich., October, 1959.
15. "Specification for the Design of Light Gage Steel Structural Members," Light Gage Cold-Formed Steel Design Manual, American Iron and Steel Inst., New York, 1956.
16. "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members," Column Research Council, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Mich., 1960.
17. "Lateral Buckling of Beams," by J. W. Clark, and H. N. Hill, Proceedings, ASCE, Vol. 86, No. ST7, July, 1960.
18. "Strength of Beams as Determined by Lateral Buckling," by K. de Vries, Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947, pp. 1245-1271.
19. Discussion by G. Winter, R. B. Hall, T. R. Higgins, N. Van Eenam, H. N. Hill, H. D. Hussey, H. G. Brameld, E. H. Gaylord, O. G. Julian, and K. de Vries, of "Strength of Beams as Determined by Lateral Buckling," by K. de Vries, Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947, pp. 1272-1320.

20. "Basic Column Strength," by L. S. Beedle and L. Tall, Proceedings, ASCE, Vol. 86, No. ST7, July, 1960.
21. "Plate Girder Research," by K. Basler and R. Thürlimann, Proceedings, AISC Natl. Engrg. Conf., 1959.
22. "On Inelastic Buckling in Steel," by G. Hzaier and R. Thürlimann, Proceedings, ASCE, Vol. 84, No. EM2, April, 1958.
23. "Strength of Thin Steel Compression Flanges," by G. Winter, Transactions, ASCE, Vol. 112, 1947, p. 527

付 録 Ⅲ 記 号

A = area;
 b = depth of girder;
 c = half of flange width;
 d = thickness of flange;
 E = modulus of elasticity(30,000 kis);
 e = distance from neutral axis to extreme fiber;
 f = shape factor M_p/M_y ;
 I = moment of inertia corresponding to r;
 k = buckling coefficient;
 l = buckling length of a column;
 M = bending moment;
 P = load on test girders(defined in Fig. 11 of Ref. 1);
 r = radius of gyration(in lateral direction, by considering compression flange and one sixth of the web as column cross section);
 S = section modulus;
 t = thickness of web;

W = deflection perpendicular to the plane of the web;

X = ratio of applied strain to critical strain;

Y = nondimensionalized plate deflection;

β = ratio of web depth to web thickness = b/t ;

ϵ = strain;

λ = normalized slenderness ratio;

ν = Poisson's ratio (= 0.3);

ρ = ratio between web and flange area = A_w/A_f ;

σ = normal stress;

Subscripts or Superscripts:

a = above;

b = below;

cr = critical;

ex = experimental;

f = compression flange;

i = initial;

r = residual;

th = theoretical;

u = ultimate;

w = web; and

y = yielding.