

本州四国連絡架橋調査
試験調査
耐震調査報告書Ⅱ1
昭和42年6月（再版）

土 木 研 究 所 資 料

（ 第 296 号 ）

地 震 荷 重 に 関 す る 調 査

吊橋の地震荷重（其の一）
（地震応答スペクトル）

1964年9月

建設省土木研究所

目 次

ま え が き

1 応答スペクトルを用いた耐震設計法	1
(1) M.A. Biot の耐震設計法	2
(2) G.W. Housner の耐震設計法	5
2 Housner の方法による応答解析の意味	12
3 日本で起った地震の応答スペクトル	18
(1) 構造物に対する震度の増幅率	18
(2) 得られた増幅率に対する考察	31
4 結 論	49
(1) 応答スペクトルについてのまとめ	49
(2) 基準設計震度の例	49
(3) この種の設計震度の応用上の問題点	52
あ と が き	53
参 考 文 献	54

ま え が き

本文ではまづ動的設計法を紹介し、それに必要な応答スペクトルを国内で起った地震の記録によって求め、その相互の特徴そして米国の地震の応答スペクトルとの比較を行なってみたい。

さらに国内の地震の応答スペクトルから、基準設計震度の一例を求めて、吊橋の耐震設計上の問題点を、応答スペクトルを中心として求めていきたい。

1 応答スペクトルを用いた耐震設計法

地震動の応答スペクトルを用いた耐震設計法は、1942年、M.A. Biot¹⁾ (米国) によって初めて提案され柔構造 (基本振動周期が非常に長い構造物) に対して合理的な耐震設計が行ない得るようになった。しかし Biot は構造物のダンピングの重要性を充分認識していたが、当時未だその知識が不十分であったために、ダンピングを設計に対して考慮していなかった。

その後、1952年に G.W. Housner, R.R. Martel, J.L. Alford²⁾ (米国) らの共同研究によって、ダンピングを考慮した応答スペクトルが米国で 1933~1949年の間の地震 (14コ) の 28 成分の地震加速度の記録に対して求められた。

1954年には R.W. Clough³⁾ (米国) によって、応答スペクトルを用いた耐震設計法では建築物の場合にはその高次振動の影響の重要性が提案され、Alexander Building への適用例が示された。

1956年、L. Zeevaert (メキシコ)、N.M. Newmark⁴⁾ (米国) らによって、メキシコの首府メキシコシティの Latino Americana Building (44階建、高さ140m) に対する応用例が報告された。このビルディングは 1957年7月28日にメルカリ震度8 (0.1~0.2g) の強震を蒙ったが、他の多くの倒壊した建物を尻目にガラス一枚割れないで残った。

1959年には G.W. Housner⁵⁾ によって米国における平均応答スペクトルが提案され、あわせて構造物の部材に降伏点附近の応力が地震によって生じた場合の設計原理が提案された。

一方国内では同年田治見宏⁶⁾ (生研研究員、日大) は、1953年の Housner らの応答スペクトル解析の統計的取扱いの不備を指摘し、地震動をランダムと仮定し地動の構造物への伝達率を統計的に求め、設計震度を導く方法を提案した。

1960年、G.N. Bycroft⁷⁾ によって、矢張り地震動を有限なランダム過程とする提案が行われ、この応答スペクトルが 1959年に Housner が提案したスペクトルによりよく近似することを示した。この有限ランダム波を非線型 (完全塑性) の振動系に加えた場合の性質をアナログ計算機で調べている。その結果標準地震は 3.0秒間続くものとし、そのスペクトル密度が $0.75 \text{ ft}^2/\text{sec}^4/\text{cps}$ ($675 \text{ cm}^4/\text{sec}^4/\text{cps}$) の $0 \sim 35 \text{ c/s}$ の有限帯域の任意波とすればよいとしている。

1960年以後 (第二回世界地震工学会議以後) は非線型解析の問題が数多く提起され⁸⁾、まだその用語の統一さえとれていない。したがって広く実用化することは未だ無理である。

なお我国では、Housner の提案の前に末広⁹⁾、佐野¹⁰⁾らによって、地震の地動の不規則性による自由振動の重要性が説かれ、猪瀬、高田¹¹⁾らによって、その自由振動の影響の定量的解析が正弦波を用いて行なわれている。

つぎに M. A. Biot と G. W. Housner の耐震設計法を紹介しよう。

(1) M. A. Biot の耐震設計法¹⁾

この方法は今では古典的な動的設計法であるが、その原理は次節で述べる Housner の方法にも生きているのでその概要を紹介してみよう。

Fig-1 のような質量 m 、バネ係数 k をもつ自由度の振動系に相対変位 u が生ずると、質量 m には F なる力が働いていることになる。すなわち

$$F = ku \quad (1)$$

またこの系の基礎に水平変位 v が与えられればこの系の力の均合いは Newton's law から

$$m \frac{d^2}{dt^2} (u + v) + ku = 0 \quad (2)$$

ここで v には、基礎の水平加速度 $a(t)$ との間につきの関係がある。

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = -a(t) \quad (3)$$

したがって(2)式は

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + ku = m a(t) \quad (4)$$

(4)式の相対変位 u は Duhamel 積分で、つぎのように表わされる。

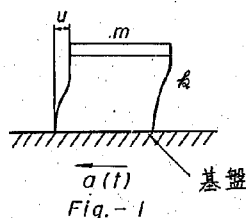
$$u = \frac{T}{2\pi} \int_0^t a(\theta) \sin \frac{2\pi}{T} (t - \theta) d\theta \quad (5)$$

ここで

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \theta \text{ は積分変数, } t \text{ は } u \text{ の生じた時刻}$$

(5)式を(1)式に代入すると m に作用する水平力 F は

$$F = ku = m \frac{2\pi}{T} \int_0^t a(\theta) \sin \frac{2\pi}{T} (t - \theta) d\theta \quad (6)$$



したがって

$$F_{\max} = k u_{\max} = m \left[\frac{2\pi}{T} \int_0^t a(\theta) \sin \frac{2\pi}{T} (t-\theta) d\theta \right]_{\max} \quad (7)$$

ここで

$$A = \left[\frac{2\pi}{T} \int_0^t a(\theta) \sin \frac{2\pi}{T} (t-\theta) d\theta \right]_{\max} \quad (8)$$

とすれば設計震度Kは

$$K = \frac{A}{g} \quad g: \text{重力の加速度}$$

Aは振動系の固有周期Tの関数となり、したがってKもTの関数になる。

Biot は機械式アナログ計算機を用いてつぎの三つの地震からKとTの関係を求めた。

(A) Helena, Mont, (Oct. 13, 1935) E-W accel (peak 0.16g)

(B) Ferndale, Calif (Feb. 6, 1936) N-e accel (peak 0.089g)

(C) Ferndale Calif (Sept. 11, 1938) N-e-S-e accel (peak 0.17g)

その結果 (A) と (C) の二資料をもとにして、つぎのような設計震度を提案した。

$0 < T < 0.2$ 秒では、

$$K = 0.2 + 4 \cdot T \quad (9)$$

$0.2 \text{ 秒} \leq T$ では

$$K = \frac{0.2}{T} \quad (10)$$

これらを図示すると Fig-2 のようになる。

多自由度の振動系、すなわち、一般の構造物に対しても、つぎのような方法によって、この設計震度Kを適用することができる。

地震によって生じた各振動モードの着目した点の最大せん断力 V_n 、最大曲げモーメント M_n はそれぞれつぎのように表わされる。

$$V_n = C_n V_g K(T_n) \quad n = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (11)$$

$$M_n = B_n M_g K(T_n) \quad n = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (12)$$

V_g, M_g は地震の作用方向に自重に等しい力が作用した場合に生ずる着目した点の最

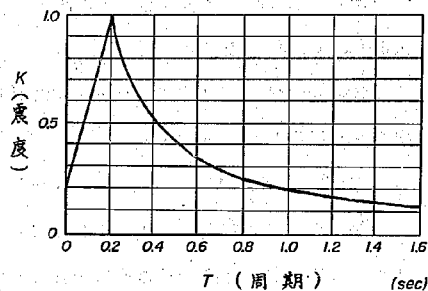


Fig. - 2

大せん断力と曲げモーメントである。 T_n はいま考えている振動モードの固有周期で C_n と B_n は構造物の振動モード, 断面の剛性, 境界条件などによって決る“有効係数 (efficiency factor)”である。その一例を Table - 1 に示す。

Table - 1 ケーブルと単純支持トラスの有効係数

次数	n = 1	n = 2	n = 3	摘 要
ケーブル C_n	0.816	0.0905	0.0326	
トラス C_n	0.816	0.010	0.0018	
トラス B_n	1.030	0.012	0.0016	

この Biot の方法による計算例は Biot 自身によって, San Francisco-Oakland Bay Bridge に対して行われた。

その結果をつぎに示そう。¹²⁾

(中央径間補剛トラスに対して)

実測による Bay Bridge の中央径間トラスの基本振動周期は 9.0 sec であるから設計震度 K は 00 式から 0.2/9 となる。有効係数は Table - 1 からそれぞれ $C_1 = 0.816$, $B_1 = 1.03$ が得られる。したがって最大せん断力, 曲げモーメントはそれぞれ 00, 02 式から得られる。

$$V_1 = C_1 V_g K (T_1) = 0.816 \times \frac{0.2}{9} \times V_g = 0.018 V_g$$

$$M_1 = B_1 M_g K (T_1) = 1.03 \times \frac{0.2}{9} \times M_g = 0.022 M_g$$

すなわち, 地震時の相等荷重はせん断力, 曲げモーメントに対してそれぞれ死荷重の 1.8%, 2.2% となる。

(側径間補剛トラスおよびケーブルに対して)

前記と同様にして, トラスでは

$$V_1 = 0.053 V_g \quad (T_1 = 3 \text{ sec})$$

$$M_1 = 0.067 M_g \quad (T_1 = 3 \text{ sec})$$

すなわち地震荷重は死荷重のそれぞれ 5.3%, 6.7% になる。

ケーブルでは

$$\text{中央径間} \quad V_1 = 0.027 V_g \quad (T_1 = 5.9 \text{ sec})$$

$$\text{側径間} \quad V_1 = 0.053 V_g \quad (T_1 = 3.1 \text{ sec})$$

すなわち地震荷重は死荷重のそれぞれ 2.7%, 5.3% となる。

(高次振動の影響)

高次振動モードの断面力は基本振動モードの断面力に較べて小さい。例えば側径間トラスの場合について考えてみると、対称二次の振動周期は約 0.8 sec になり Table - 1 の係数 $C_3 = 0.010$, $B_3 = 0.012$ を用いるとこのモードにおける最大せん断力と曲げモーメントに対する地震荷重はそれぞれ死荷重の 0.66%, 0.8% になる。これらの値は基本振動モードの場合に比較して無視しうる値である。同様の結論がケーブルについても云える。

なお参考までに Bay Bridge の設計震度が 0.1 であったことを附記しておく。

以上述べてきた Biot の設計法では第一にダンピングを省略しているために、短周期の応答が特に大きな値を示している。今一つ二次以上の高次振動を軽視しているために、場合によっては事実と可成り異なる震度が得られることになる⁸⁾。しかしながら、多少不備な点があるにしても、1942 年すなわち第二次大戦中に米国ではこのように耐震設計法が画期的な進歩を遂げていた。M. A. Biot の方法は後で輩出する応答スペクトルを用いた設計法に方法論的な方向づけをしたものと考えられる。

(2) G.W. Housner の耐震設計法

G.W. Housner は M. A. Biot の方法を振動系に通常のダンピングが存在する場合に拡張し、前記の 1938 年～1949 年の地震の加速度記録のうち 4 コの地震の 8 成分の加速度記録に基づいて、平均応答スペクトルを提案した。更に R.W. Clough の研究結果による“高次振動モードの構造物の振動応答に及ぼす重要性”⁹⁾に鑑み、設計法の普遍化を試みた。また以上のような弾性領域内の設計法の外に塑性領域をも考慮した構造物の耐震設計法を提案した。

(地震応答スペクトル⁸⁾)

先にも少し触れたが、ここで地震応答スペクトルを定義しておこう。今 Fig - 3 に示す減衰を伴う一自由度の振動系が地震による地動 z をうけた場合、質点 m に生ずる最大の相対変位 (変形量)、相対速度、絶対加速度 (設計震度) などは、後程 Fig - 4, Fig - 5 に示すように、その振動系の減衰常数をパラメーターにとれば、その振動系の固有周期の関数として表わすことができる。これらの関数の周期特性を地震応答スペクトルと定義している。

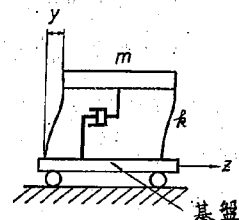
また三者それぞれに対しては、次のように呼んでいる。

地震による変位応答スペクトル

“ 速度 “ “

“ 加速度 “ “

では次に応答スペクトルを求めていこう。



今 Fig-3 に示すような一自由度の振動系に z なる変位が基盤から加った場合に、力の均
り合いは Newton's law から

$$m \frac{d^2}{dt^2} (y + z) = -ky - c \frac{dy}{dt}$$

すなわち

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{z} \quad (13)$$

この解は Duhamel 積分で表わされ

$$y = -\frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-n(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (14)$$

ここで

$$\omega = \sqrt{p^2 + n^2} \quad : \quad \text{円振動数}$$

$$p = \sqrt{k/m} \quad : \quad \text{非減衰円振動数}$$

$$t \quad : \quad y \text{ が生ずる時刻}$$

$$\ddot{z}(\tau) \quad : \quad \text{基盤の加速度}$$

$$n = c/2m \quad : \quad \text{減衰係数}$$

$$n/p \quad : \quad \text{減衰常数}$$

なお (14) 式で $\omega = 2\pi/T$, $\ddot{z}(\tau) = a(\theta)$, $\tau = \theta$ とおき, $n=0$ とすれば, (14) 式の y は,

(5) 式の u と全く一致する。すなわち (5) 式は, 減衰がない (14) 式の特殊な場合である。

更に Fig-3 の系の運動を明らかにするために, 次の補助関数を用いるものとすれば

$$\int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-n(t-\tau)} \cos \omega \tau d\tau = A$$

$$\int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-n(t-\tau)} \sin \omega \tau d\tau = B$$

$$\frac{1}{2} (A^2 + B^2) \left(1 + \frac{n^2}{\omega^2}\right) = E$$

この系の相対変位, 相対速度, 絶対加速度は次のように表わされる。

$$y = -\frac{T_0}{2\pi} \sqrt{2E} \sin(\omega t + \alpha) \quad (15)$$

$$\dot{y} = -\sqrt{2E} \cos(\omega t + \beta) \quad (16)$$

$$\ddot{y} + \ddot{z} = \frac{2\pi}{T_0} \sqrt{2E} \sin(\omega t + \gamma) \quad (17)$$

ここで T_0 は非減衰自由振動周期, α, β, γ は A, B の関数として表わされる位相角である。

したがって, この系の位置のエネルギーは

$$PE = mE \sin^2 (\omega t + \alpha) \quad (8)$$

相対座標における運動のエネルギー $\frac{1}{2} m \dot{y}^2$ は

$$KE = mE \cos^2 (\omega t + \beta) \quad (9)$$

よってこの系に蓄積された全エネルギーは、

$$PE + KE = mE \{1 + \sin (\alpha - \beta) \sin (2\omega t - \alpha - \beta)\} \quad (10)$$

になる。

G.W.Housner¹³⁾ の研究および L.E.Goodman, E.Rosenbleuth, N.Newmark¹⁴⁾ らの共同研究などによれば、地震動の記録は random function の性質を示すものとされている。そのため E, α , β , τ は時刻によって次第に変わる関数であり、また y , $\dot{y}$, $\ddot{y}$ は非常に正弦波に近い形になる。よって普通の大きさの減衰をもっている系に対して、 $(\alpha - \beta)$ の値は零と見なすことができるので、最大の全エネルギーは、ほゞ次のようになる。

$$m\bar{E} = m \frac{1}{2} (A^2 + B^2)_{\max} \quad (11)$$

ここで $\bar{E}$ は地震時に構造物の単位質量に生ずる最大の全エネルギーである。

従ってこの系に生ずる最大の相対変位、相対速度、絶対加速度はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= \frac{T_0}{2\pi} \sqrt{2\bar{E}} = \frac{T_0}{2\pi} \dot{y}_{\max} = \frac{T_0}{2\pi} S_v \\ \dot{y}_{\max} &= \sqrt{2\bar{E}} = S_v \\ (\ddot{y} + \ddot{z})_{\max} &= \frac{2\pi}{T_0} S_v \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで S_v は $\dot{y}_{\max}$ のことである。

この時この系のバネに生ずる最大の復元力 $F_{\max}$ は

$$F_{\max} = k y_{\max} = k \frac{T_0}{2\pi} S_v = k \sqrt{\frac{m}{k}} S_v = \sqrt{km} S_v \quad (13)$$

また、この系の質点に作用する最大の慣性力は

$$m(\ddot{y} + \ddot{z})_{\max} = m \frac{2\pi}{T_0} S_v = m \sqrt{\frac{k}{m}} S_v = \sqrt{km} S_v$$

となり図式と一致する。

すなわち構造物の最大応答は、普通程度の減衰がある場合には、次に示す速度応答スペクトル S_v によって決められる。

$$S_v = \left(\int_0^t \ddot{z} e^{-n(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right)_{\max} \quad (14)$$

また変位応答スペクトル，加速度応答スペクトルはそれぞれ次のように表わされ

$$S_D = \frac{T_0}{2\pi} S_V \quad (20)$$

$$S_A = \frac{2\pi}{T_0} S_V \quad (21)$$

設計震度 K は S_A を用いて次のように表わされる。

$$K = S_A / g \quad (22)$$

ここで g は重力の加速度である。

Housner が，4つの強震記録 (El Centro 1934年，1940年，Olympia 1949年，Tehachapi 1952年) の8つの加速度成分から求めた平均速度スペクトル S_V ，平均加速度スペクトル S_A をそれぞれ Fig-4，Fig-5 に示す。

これらは平均値であるから，例えば El Centro，1940年3月18日の地震 (最大水平加速度 $0.38g$) の応答スペクトルの $1/2.7$ である。

以上は一自由度系に対する応答について述べてきたのであるが，次に多自由度系に対する応答について考えてみよう。

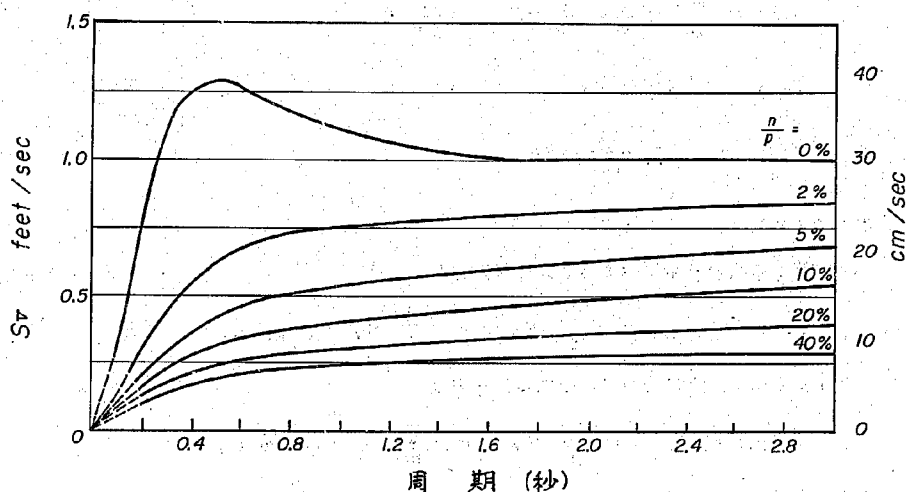


Fig. - 4 平均応答速度スペクトル曲線

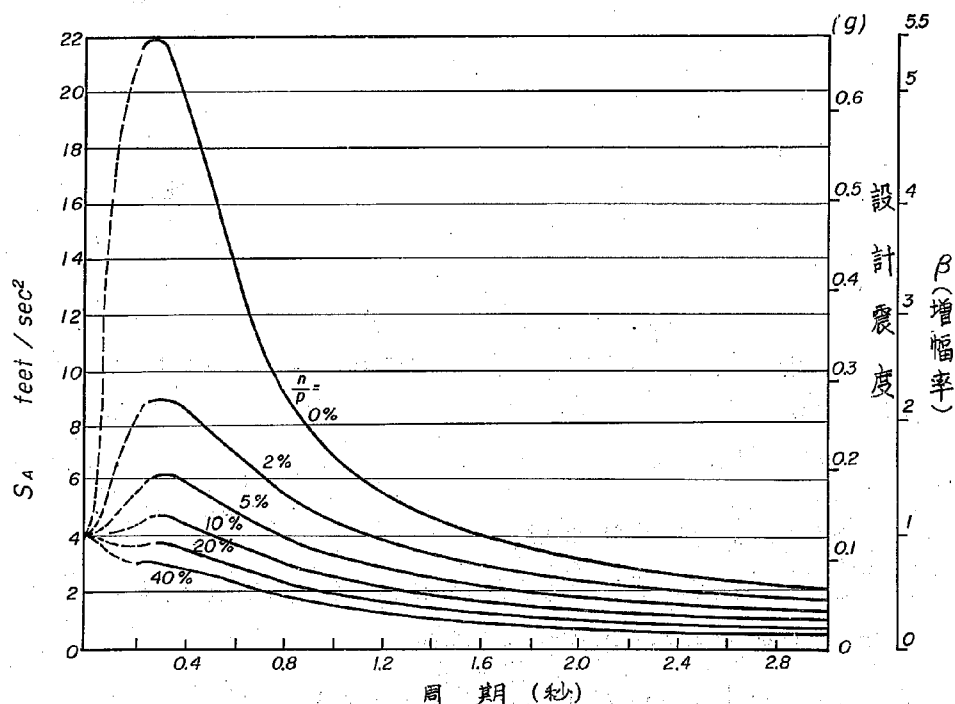


Fig. - 5 平均応答加速度スペクトル曲線

(多自由度系の地震時の振動応答) ⁵⁾

Fig-6 に示すような多自由度系の自由振動は次のように表わされる。

$$y = \sum_i C_i \phi_i(x) \sin p_i t$$

ここで

y : x 点の相対変位

$\phi_i(x)$: i 次の振動モード

p_i : " " の固有円振動数

C_i : " " の振幅

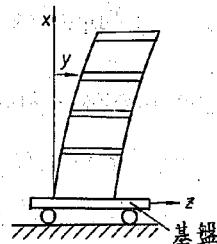


Fig. - 6

この構造物の基盤に z なる運動が起った場合、各質点には一自由度の場合と同様に $\ddot{z}$ の加速度が加わり、 $-m\ddot{z}$ の力が z 方向に作用することになる。したがって各質点では微小時間

Δt が増加する間に速度が $\Delta v = -\ddot{z} \Delta t$ だけ増加する。よって Δt 時間における構造物の
 相対速度の増分 $\Delta \dot{y}$ は

$$\Delta \dot{y} = \sum_i \Delta C_i p_i \phi_i(x) \cos p_i t \quad (29)$$

ことで

$$-\ddot{z} \Delta t = \sum_i \Delta C_i p_i \phi_i(x) \quad (30)$$

また, $\phi_i(x)$ の直交性から

$$\Delta C_i = \frac{\int \phi_i \frac{dm}{p_i \int \phi_i^2 dm} (-\ddot{z} \Delta t) = \frac{D_i}{p_i} (-\ddot{z} \Delta t) \quad (31)$$

なお $\int \phi_i^2 dm$ は z 方向に変位する質量について, $\int \phi_i^2 dm$ は系のすべての質量についての定積分である。

結局自由振動の振幅の増分 Δy は

$$\Delta y = \sum_i \left\{ \frac{D_i}{p_i} \phi_i(x) \sin p_i t \right\} (-\ddot{z} \Delta t) \quad (32)$$

したがって, $0 \sim t$ 時間中連続する基盤の加速度 $\ddot{z}$ によるこの構造物の振動は, $\sum_i \Delta y \rightarrow \int_0^t dy, \Delta t \rightarrow d\tau$ とすれば, 一自由度の場合と同様に

$$y = -\sum_i \left\{ \frac{D_i}{p_i} \phi_i(x) \int_0^t \ddot{z}(\tau) \sin p_i(t-\tau) d\tau \right\}, \quad (33)$$

またこの系が減衰を伴う場合も, 矢張り一自由度の場合と同様に

$$y = -\sum_i \left\{ \frac{D_i}{p_i} \phi_i(x) \int_0^t z e^{-n(t-\tau)} \sin p_i(t-\tau) d\tau \right\} \quad (34)$$

そして34式は33式を用いて明らかに次のように書き替えることができる。

$$y = -\sum_i \left\{ D_i \phi_i(x) \frac{T_{0i}}{2\pi} \sqrt{2E_i} \sin p_i(t+d_i) \right\}$$

一自由度の場合の32式と同様な表現をすれば,

$$y_{\max} = \sum_i D_i |\phi_i(x)| \frac{T_{0i}}{2\pi} S_v \quad (35)$$

$$\dot{y}_{\max} = \sum_i \dot{y}_{i\max} = \sum_i D_i |\phi_i(x)| \frac{2\pi}{T_{0i}} S_v \quad (36)$$

36式の表現に対して, $\dot{y}_{\max}$ は次のように表わした方がより事実に近い場合があるとする説もある。^{15) 16)}

$$\dot{y}_{\max} (\text{r.m.s.}) = \sqrt{\sum_i \dot{y}_{i\max}^2} \quad (37)$$

最大応答は構造物の断面力に対しても63～67式のような表現ができる。

このようにして、多自由系の振動応答は、一自由度の応答スペクトルを用いて求めることができる。

(構造物の塑性変形を考慮した設計法)⁵⁾

地震時の構造物への入射エネルギーEには次の関係がある。

$$E = D + V \quad (38)$$

ここでE:入射エネルギー, D: non-linear overstress. によって生ずるエネルギー損失, V:構造物に蓄えられるポテンシャルエネルギー

今構造物に減衰が無いものと仮定して、地震時に入射可能なエネルギーを求めると、(38),

$$(38) \text{式および } \dot{y}_{\max} = \sum_i D_i |\phi_i(x)| S_v \text{ から}$$

$$\begin{aligned} E &= KE + PE = \left\{ \frac{1}{2} \int \dot{y}^2 dm - \frac{1}{2} \int y (\ddot{y} + \ddot{z}) dm \right\}_{\max} \\ &= \frac{1}{2} \sum_i (D_i^2 \int \phi_i^2 dm \cdot S_{vi}^2) \end{aligned} \quad (39)$$

しかるに $S_v(T) \approx \text{Const.}$ であるから $S_{vi}^2 = (S_{vi}^2)_{av} = \text{Const.}$ になる。したがって(39)式は更に次のように書き替えられる。

$$E = \frac{1}{2} (S_{vi}^2)_{av} \sum_i D_i^2 \int \phi_i^2 dm = \frac{1}{2} M (S_{vi}^2)_{av} \quad (40)$$

ここでMは構造物の全質量 ($\because$ 直交性から $\sum_i D_i^2 \int \phi_i^2 dm = M$)

この構造物に過応力が生じた場合でも(40)式のエネルギーEが等価的に入射するとすれば損失エネルギーは次のようになる。

$$D = \frac{1}{2} M (S_{vi}^2)_{av} - V \quad (41)$$

(41)式を応用して設計するためには、その構造物の可能な最大の弾性変形に対する塑性変形の割合いを定めなければならない。

2 Housner の方法による応答解析の意味

Housner の方法の理解を助けるため振動モデルを仮定して、別解を求めてみよう。

今 Fig-7 に示す二鉸ラーメンの固有振動のモードが Fig-8 に示されているように求めたものとする。

すなわち

一次：固有円振動数 $= \nu_I$, モード $= \phi_I(x) \& \phi_I(y)$ (Fig-8 (a))

二次： " $= \nu_{II}$, " $= \phi_{II}(x) \& \phi_{II}(y)$ (" (b))

三次： " $= \nu_{III}$, " $= \phi_{III}(x) \& \phi_{III}(y)$ (" (c))

このラーメンに、Fig-7 に示すように、 z_0 の水平地動が加わったとしよう。

そこで、先ず各モードを単一の質量、バネ系（一自由度系）にそれぞれ置換してみよう。置換するために必要な条件はこれらのモードが直交条件を満足していることであって、線型構造物では通常この条件を満足している。この系のモードが直交条件を満足しているとすれば、置換に必要な条件は、今着目したモードのエネルギー係数と外力が作用する方向の力の係数のそれぞれの総和が、置換された系のエネルギー係数、力の係数にそれぞれ等しくなると云うことである。（ここで用いているエネルギー係数、力の係数と云う言葉はモードを表わす ϕ が振幅ではなく振幅の係数であると考えているからである）

今一次の振動モードに対する置換系を求めるために、エネルギー係数、力の係数を求めてみると、

一次のモードのエネルギー係数 E_I は

$$E_I = \frac{1}{2} \nu_I^2 \int (\phi_I^2(y) + \phi_I^2(x)) dm \quad (42)$$

力の係数 F_I は (z_0 なる水平方向の地動のみを受けるものとする)

$$F_I = \nu_I^2 \int \phi_I(y) dm \quad (43)$$

対応する置換系のエネルギー係数 E_I' は

$$E_I' = \frac{1}{2} \nu_I^2 M_I \phi_I'^2 \quad (44)$$

力の係数 F_I' は

$$F_I' = k_I \phi_I' = \nu_I^2 M_I \phi_I' \quad (45)$$

ここで

$$dm = \frac{1}{g} dw, \quad g : \text{重力の加速度}$$

M_I : 置換された系の質量

ϕ_I' : " " の振幅の係数 (モード)

k_I : 置換された系のバネ係数

つぎに

$E_I = E_I'$, $F_I = F_I'$ とおき ϕ_I' を消去してやると, 置換された系の質量はつぎのようになる。

$$M_I = \frac{\left[\int \phi_I(y) dm \right]^2}{\int (\phi_I^2(y) + \phi_I^2(x)) dm} \quad (46)$$

すなわち

$$M_I = \frac{[\text{加力の方向の一次の振動モードの成分による力の係数の総和}]^2}{2 \times [\text{一次の振動モードによるエネルギー係数の総和}]}$$

M_I が求まり ν_I は既知であるから バネ係数は

$$k_I = \nu_I^2 M_I \quad (47)$$

となり, 一次の置換系は定まった。

同様にして, 二次, 三次に対しても, M , k が求められる。

$$M_{II} = \frac{\left[\int \phi_{II}(y) dm \right]^2}{\int (\phi_{II}^2(y) + \phi_{II}^2(x)) dm} \quad (48)$$

$$k_{II} = \nu_{II}^2 M_{II}$$

$$M_{III} = \frac{\left[\int \phi_{III}(y) dm \right]^2}{\int (\phi_{III}^2(y) + \phi_{III}^2(x)) dm} \quad (49)$$

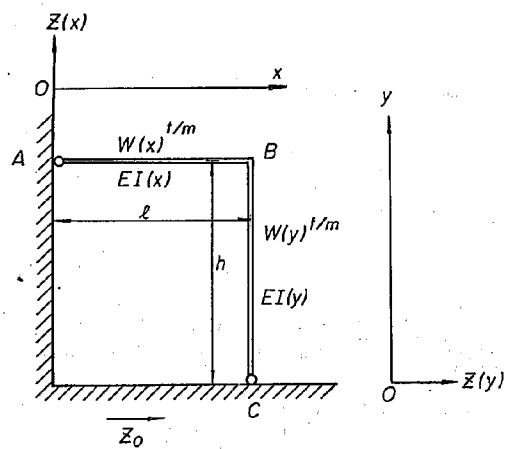
$$k_{III} = \nu_{III}^2 M_{III}$$

更に四次以上のモードについても, M , k が求められる。そして $\sum_i M_i$ は構造物の加力の方向に変形する部材の全質量に等しくなる。この例の場合には柱の部材の全質量に等しくなる。

$$M_I + M_{II} + M_{III} + \dots = \sum_i M_i = \frac{1}{g} \int_0^h dw(y) \quad (50)$$

置換された系はそれぞれ独立であるから, それぞれの系に対して一自由度の振動応答を求めて, それをモードに従って再配分すれば, 構造物のそのモードに対応する応答が求められる。例えば一次のモードについて考えてみれば,

一次のモードに対応する置換系に作用する地震動 z_0 による慣性力 F_I は, z_0 の加速度応答スペクトル SA (周期に対応する応答加速度) は Fig-9 のように得られているも



$$m(x) = \frac{W(x)}{g}$$

$$m(y) = \frac{W(y)}{g}$$

g : 重力の加速度

Fig. - 7

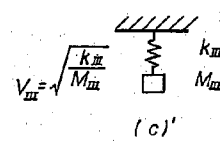
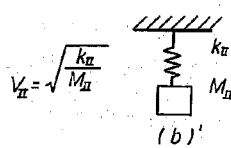
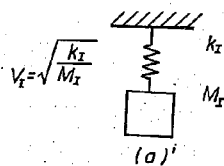
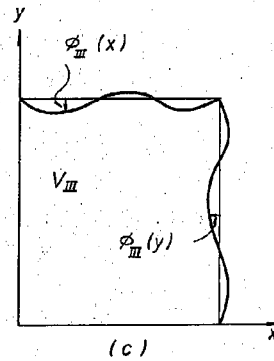
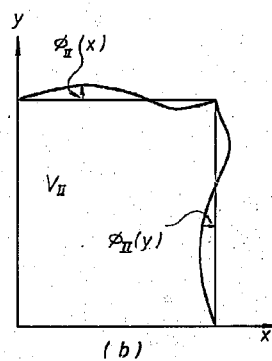
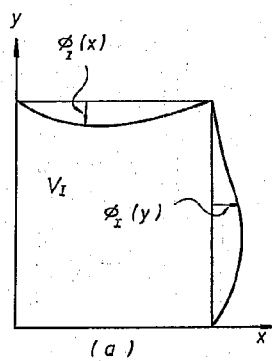


Fig. - 8

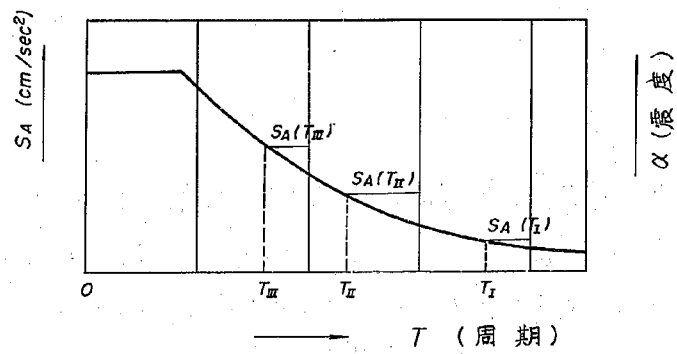


Fig. - 9

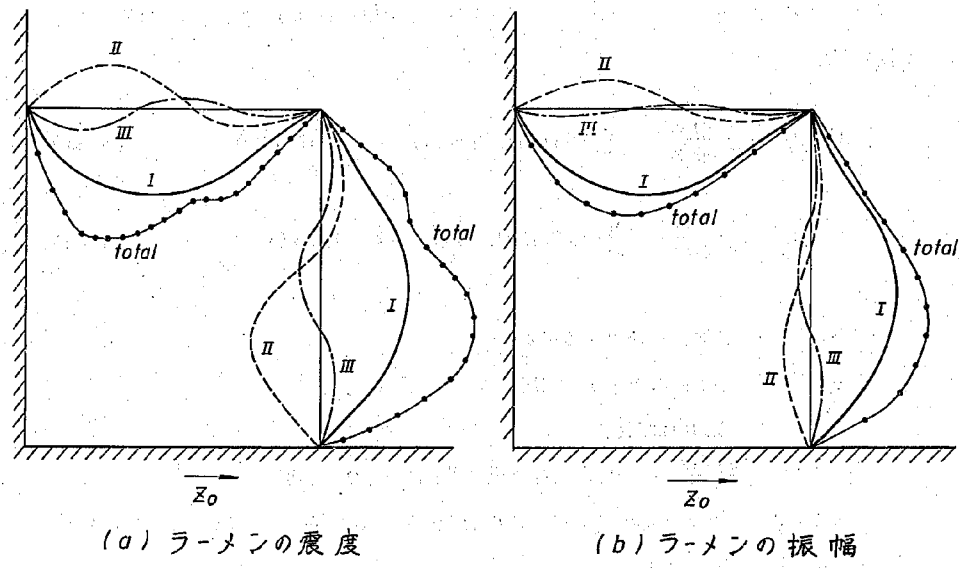


Fig. - 10

のとすれば

$$F_I = S_A(T_I) \cdot M_I = \frac{[\int \phi_I(y) dm]^2}{\int (\phi_I^2(y) + \phi_I^2(x)) dm} \quad S_A(T_I) = S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \int \phi_I(y) dm$$

ここで

$$T_I = \frac{2\pi}{\nu_I} \quad : \text{固有振動周期}$$

$$D_I = \frac{\int \phi_I(y) dm}{\int (\phi_I^2(y) + \phi_I^2(x)) dm}, \text{一般に } D_I = \frac{\int \phi_I(y) dm}{\int (\phi_I^2(y) + \phi_I^2(x)) dm} \quad (51)$$

61式の F_I を { (振動モード) × (分布質量) } に比例して、ラーメンに分配すれば、
ラーメンの柱の区間 (B ~ C) では、単位長さ当りの慣性力 $f_I(y)$ は、

$$f_I(y) = \ddot{z}_I(y) \cdot m(y) = F_I \cdot \frac{\phi_I(y) \cdot m(y)}{\int \phi_I(y) dm} = m(y) \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(y), \quad (53-1)$$

またラーメンの梁の区間 (A ~ B) では、単位長さ当りの慣性力 $f_I(x)$ は、

$$f_I(x) = \ddot{z}_I(x) \cdot m(x) = F_I \cdot \frac{\phi_I(x) \cdot m(x)}{\int \phi_I(y) dm} = m(x) \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(x) \quad (53-2)$$

このラーメンの一次のモードに対応する震度分布は (53-1, 2) 式より、柱区間、梁区間に対してそれぞれ

$$K_I(y) = \frac{1}{g} \cdot \frac{f_I(y)}{m(y)} = \frac{1}{g} \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(y) = \alpha_I \cdot D_I \cdot \phi_I(y) \quad (54-1)$$

$$K_I(x) = \frac{1}{g} \cdot \frac{f_I(x)}{m(x)} = \frac{1}{g} \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(x) = \alpha_I \cdot D_I \cdot \phi_I(x) \quad (54-2)$$

ここで

$K_I(y)$: 柱区間に作用する震度

$K_I(x)$: 梁区間に作用する震度

g : 重力の加速度

$\alpha_I = \frac{S_A(T_I)}{g}$: 一自由度系の周期 T_I に対応する震度

したがって、このラーメンの一次のモードに対応する振幅は (54-1, 2) 式から、柱区間、梁区間に対してそれぞれ、

$$z_I(y) = \frac{1}{\nu_I^2} \cdot K_I(y) \cdot g = \frac{1}{\nu_I^2} \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(y) \quad (55-1)$$

$$z_I(x) = \frac{1}{\nu_I^2} \cdot K_I(x) \cdot g = \frac{1}{\nu_I^2} \cdot S_A(T_I) \cdot D_I \cdot \phi_I(x) \quad (55-2)$$

同様にして二次、三次又はそれより高次のモードに対応する z_0 の地動による震度分布・振幅等が求められる。

二次のモードに対応する震度

$$\text{柱 : } K_{II}(y) = \alpha_{II} \cdot D_{II} \cdot \phi_{II}(y) \quad (56-1)$$

$$\text{梁 : } K_{II}(x) = \alpha_{II} \cdot D_{II} \cdot \phi_{II}(x) \quad (56-2)$$

振 幅

$$\text{柱 : } z_{II}(y) = \frac{1}{\nu_{II}^2} \cdot S_A(T_{II}) \cdot D_{II} \cdot \phi_{II}(y) \quad (57-1)$$

$$\text{梁 : } z_{II}(x) = \frac{1}{\nu_{II}^2} \cdot S_A(T_{II}) \cdot D_{II} \cdot \phi_{II}(x) \quad (57-2)$$

三次のモードに対応する震度

$$\text{柱 : } K_{III}(y) = \alpha_{III} \cdot D_{III} \cdot \phi_{III}(y) \quad (58-1)$$

$$\text{梁 : } K_{III}(x) = \alpha_{III} \cdot D_{III} \cdot \phi_{III}(x) \quad (58-2)$$

振 幅

$$\text{柱 : } z_{III}(y) = \frac{1}{\nu_{III}^2} \cdot S_A(T_{III}) \cdot D_{III} \cdot \phi_{III}(y) \quad (59-1)$$

$$\text{梁 : } z_{III}(x) = \frac{1}{\nu_{III}^2} \cdot S_A(T_{III}) \cdot D_{III} \cdot \phi_{III}(x) \quad (59-2)$$

最後に震度および振幅の各次数の絶対値の和を求めるとつぎようになる。

震 度

$$\text{柱 : } K(y) = \sum_i |K_i(y)| = \sum_i \alpha_i \cdot D_i \cdot |\phi_i(y)|, \quad i = I, II, III, \dots \quad (60-1)$$

$$\text{梁 : } K(x) = \sum_i |K_i(x)| = \sum_i \alpha_i \cdot D_i \cdot |\phi_i(x)| \quad (60-2)$$

振 幅

$$\text{柱 : } z(y) = \sum_i |z_i(y)| = \sum_i \frac{1}{\nu_i^2} \cdot S_{Ai} \cdot D_i \cdot |\phi_i(y)|, \quad i = I, II, III, \dots \quad (61-1)$$

$$\text{梁 : } z(x) = \sum_i |z_i(x)| = \sum_i \frac{1}{\nu_i^2} \cdot S_{Ai} \cdot D_i \cdot |\phi_i(x)| \quad (61-2)$$

通常³⁾、式(60)の $\sum$ は $i = III$ までの和で充分の精度が得られる。

各モードに対応する震度と振幅およびその絶対値の和を図示したのが Fig-10 である。

上述してきたと同様の方法で、M-図、S-図を求めることができる。

尚、式(60)の両辺に重力の加速度 g を乗ずれば、前出した Housner の式(60)の $\dot{y}_{max}$ とまた式(61)は Housner の式と全く内容は一致する。

3 日本で起った地震の応答スペクトル

吊橋の耐震設計にHousnerの方法を適用する場合、一体日本で起った地震の応答スペクトルは、どうなっているかと云う疑問が生じてくる。

そこでTable - 2に示す1959年～1964年の間に、日本で起った地震6コの28成分の記録に対して応答スペクトルを求めてみた。28成分の記録の内訳は次の通りである。

$$28 \text{ 成分} \left\{ \begin{array}{l} \text{水平動成分 : 20 成分} \\ \quad (\text{II グループ}) \\ \text{上下動成分 : 8 成分} \\ \quad (\text{IV グループ}) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{最大加速度 50 gal 以上の成分 11 成分} \\ \quad (\text{II グループ}) \\ \text{最大加速度 50 gal 以下の成分 9 成分} \\ \quad (\text{I グループ}) \end{array} \right.$$

(1) 構造物に対する震度の増幅率

地震時に構造物に生ずる最大の加速度と地動の最大の加速度との比を震度の増幅率(加速度の増幅率と云ってもよい)と名づけた。ここでは特に一自由度の場合の増幅率を β で表わすことにした。すなわち

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{S_A}{\ddot{z}_{\max}} = \frac{1}{\ddot{z}_{\max}} \cdot \frac{2\pi}{T} \left[\int_0^t \ddot{z} e^{-n(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right]_{\max} \quad (62) \\ &= \frac{P}{\ddot{z}_{\max}} \left[\int_0^t \ddot{z} e^{-n(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right]_{\max} \end{aligned}$$

ここで S_A はすでに図に示されているもので、 $\ddot{z}$ は T で表わしている。 T は非減衰自由振動周期である。 $\ddot{z}_{\max}$ は地動の最大加速度である。

62式の計算には電子計算機を用いた。基礎資料としては次のものが与えられた。

$\ddot{z}$: 地動加速度

地震の継続時間中(この場合3.8秒以下)、加速度の値を0.1～1秒間隔で与えた。(計算機内部では更にこれを補間して $\frac{1}{100}$ 秒又は $\frac{1}{200}$ 秒刻みにした。)

$\frac{n}{P}$: 減衰常数(臨界減衰に対する割合)

つぎの6種類とした。

$$\frac{n}{P} = 0, 0.02, 0.05, 0.10, 0.20, 0.40$$

T : 系の非減衰自由振動周期

T は0.1秒～10秒の区間で減衰常数に応じて、つぎの個数だけ与えた。

Table - 1

観 測 号	資 料 番 号	地 震 発 生 年 月 日	観 測 地 点	最大加速度 gal	成分方向	機器・型式	備 考	グ ル ー プ
1	1	61. 8. 19	豊 橋 (吉田大橋)	1900	Trans.	電 磁 式	北 美 濃 地 震	I Ⅱ
2	2	"	" "	1576	Long.	加 速 度 計		I Ⅱ
3	3	63. 3. 27	大 阪 (安治川橋)	2138	Long. (NW 28°)	S M A C B - 2	越 前 岬 沖 地 震	I Ⅱ
4	6	63. 8. 4	千 葉 (土 研)	7675	N - S	S M A C		Ⅱ Ⅲ
5	7	"	" "	3463	U - D	B - 2		Ⅳ
6	8	"	" "	7462	E - W			Ⅱ Ⅲ
7	9	63. 3. 27	尼 崎 (高 架 橋)	2795	Long.	S M A C	越 前 岬 沖 地 震	I Ⅱ
8	10	"	" "	1350	U - D	B - 2		Ⅳ
9	11	"	" "	3758	Trans.			I Ⅱ
10	12	"	塩 谷	2688	N - S	S M A C	"	I Ⅱ
11	13	"	"	833	U - D	B - 2		Ⅳ
12	14	"	"	2425	E - W			I Ⅱ
13	15	"	岩 谷	2238	N - S	S M A C	"	I Ⅲ
14	16	"	"	1150	U - D	B - 2		Ⅳ
15	17	"	明 石	7988	N - S	S M A C	"	Ⅱ Ⅲ
16	18	"	"	2766	U - D	B - 2		Ⅳ
17	19	"	"	3993	E - W			I Ⅱ
18	21	62. 4. 28	釧 路	24888	N - S	S M A C		Ⅱ Ⅲ
19	22	"	"	22075	U - D			Ⅳ
20	23	"	"	37275	E - W			Ⅱ Ⅲ
21	24	56. 2. 14	東 京 (東 大)	7025	N - S	S M A C		Ⅱ Ⅲ
22	25	"	" "	8013	U - D			Ⅳ
23	26	"	" "	5600	E - W			Ⅱ Ⅲ
24	27	"	" "	6668	N - S	D C		Ⅱ Ⅲ
25	28	"	" "	5013	E - W			Ⅱ Ⅲ
26	29	64. 6. 16	新 潟 (県 営 ア ー ト)	13713	N - S	S M A C	地 下 一 階	Ⅱ Ⅲ
27	30	"	" "	4238	U - D		"	Ⅳ
28	31	"	" "	15688	E - W		"	Ⅱ Ⅲ
29	20	40. 3. 18	El Centro	31306	N - S	米 国 製 強 震 計		

註) グループⅡ: すべての水平成分 (20成分) 最大加速度の平均値

" Ⅲ: 最大加速度 50 gal 以上の水平成分 (11成分) グループⅠ 262 gal

" Ⅳ: すべての上下成分 (8成分) " Ⅱ 125.8 "

" Ⅰ: 最大加速度 50 gal 以下の水平成分 (9成分) " Ⅲ 81.0 "

" " Ⅳ 48.6 "

$\frac{n}{p} = 0$ に対して	83コ
0.02	58コ
0.05	58コ
0.10	33コ
0.20	33コ
0.40	33コ

又 $p = \frac{2\pi}{T}$, $\omega = \sqrt{p^2 + n^2}$ なる関係があるから、これらは、いずれも T と $\frac{n}{p}$ から求められる。積分の上限は S_A の生ずる時刻であるから、計算機内部の値である。

このようにして行なった計算結果によって、各地震の記録から得られた β_{max} の値とそれに対応する周期 T_m を Table - 8 に示してある。

更に II, III, IV グループごとのそれらの平均値, Housner の平均スペクトルから得た値, El Centro, 釧路, 新潟, 塩谷, 明石の値を β_{max} , T_m ごとに、それぞれまとめたのせてあるのが Table - 4, Table - 5 である。

応答スペクトル曲線は各成分に対して、系の減衰常数ごとに得られる。Fig-11 に示す凹凸のはげしい実線は実際のスペクトルに相当するもので、それを囲む破線は包絡線である。

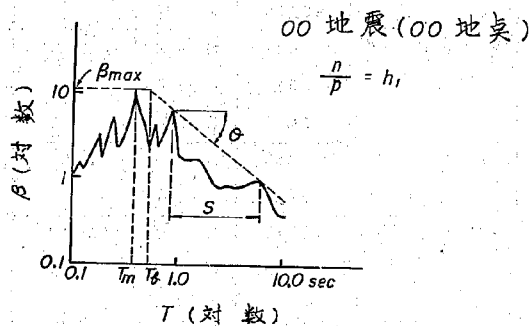


Fig. - 11

Table - 3. β_{max} , T

Data No	0		0.02		0.05		0.1		0.2		0.4		摘要
	β_{max}	T_m (sec)	β_{max}	T_m (sec)	β_{max}	T_m (sec)	β_{max}	T_m (sec)	β_{max}	T_m (sec)	β_{max}	T_m (sec)	
1	700	0.46	450	0.34	380	0.34	240	0.35	180	0.40	107	0.30	I, III
2	1433	0.8	716	0.30	422	0.30	236	0.35	137	0.35	124	0.15	I, III
3	2322	0.55	678	0.40	430	0.60	305	0.50	200	0.60	123	0.50	I, III
6	1105	0.17	544	0.18	412	0.18	294	0.16	199	0.15	130	0.15	II, III
7	662	0.16	330	0.14	241	0.14	156	0.15	142	0.10	118	0.10	IV,
8	584	0.19	294	0.18	197	0.18	168	0.50	144	0.50	117	0.45	II, III
9	1522	0.30	584	0.48	414	0.48	265	0.50	174	0.30	118	0.30	II, III
10	1620	0.46	643	0.46	339	0.40	249	0.40	171	0.25	120	0.15	IV,
11	938	0.46	411	0.46	258	0.50	221	0.50	171	0.50	124	0.35	I, III
12	758	0.55	412	0.30	300	0.50	233	0.50	133	0.50	129	0.45	I, III
13	912	0.65	463	0.60	342	0.70	240	0.60	154	0.45	103	0.15	IV,
14	1007	0.29	452	0.28	311	0.28	232	0.30	177	0.30	122	0.25	I, III
15	1205	0.50	710	0.50	467	0.50	312	0.50	214	0.40	143	0.40	I, III
16	608	0.55	337	0.28	314	0.46	235	0.45	152	0.45	113	0.20	IV,
17	791	0.55	413	0.50	310	0.50	222	0.50	157	0.50	110	0.45	II, III
18	886	0.48	473	0.50	322	0.50	216	0.60	144	0.50	111	0.25	IV,
19	1120	0.50	612	0.55	415	0.50	270	0.50	170	0.50	119	0.50	I, III
20	928	0.17	427	0.20	327	0.50	255	0.50	180	0.45	121	0.25	El Centro
21	2145	0.28	463	0.28	315	0.28	207	0.25	143	0.25	100	0.00	II, III
22	2170	0.17	563	0.18	340	0.18	225	0.30	157	0.15	121	0.15	IV,
23	1617	0.36	329	0.34	521	0.34	309	0.35	185	0.35	119	0.10	II, III
24	592	0.23	362	0.20	238	0.20	217	0.20	153	0.20	114	0.20	II, III
25	809	0.21	605	0.20	469	0.20	333	0.20	216	0.20	131	0.15	IV,
26	534	0.75	235	0.22	235	0.30	192	0.20	147	0.20	105	0.20	II, III
27	622	0.23	347	0.22	266	0.22	185	0.25	147	0.20	115	0.15	II, III
28	570	0.25	336	0.26	276	0.70	206	0.30	154	0.30	111	0.20	II, III
29	763	0.16	350	0.48	243	0.48	176	0.50	132	0.45	105	0.30	II, III
30	977	0.36	443	0.36	346	0.36	263	0.35	185	0.30	124	0.20	IV,
31	725	0.23	355	0.44	264	0.46	190	0.45	125	0.45	105	0.25	II, III
IIIの平均	1051	0.37	430	0.37	334	0.42	237	0.41	167	0.40	117	0.23	
IIの平均	913	0.31	416	0.30	302	0.40	215	0.39	153	0.37	121	0.22	
IVの平均	1081	0.33	439	0.34	339	0.37	241	0.33	165	0.31	113	0.17	

Table - 4

 $\beta_{\max}$ の値

減衰常数 (n/p)	0	0.02	0.05	0.10	0.20	0.40	摘 要
Group III (N-S E-W)	1.05	4.8	3.3	2.4	1.7	1.2	
" II (N-S E-W)	9.1	4.2	3.0	2.2	1.5	1.2	最大の地震加速度 50 gal 以上
" IV (U-D)	1.08	4.9	3.4	2.4	1.7	1.2	
Housner の 平均スペクトル	5.5	2.8	1.6	1.2	1.0	1.0	
Data No.20 (El Centro)	(166)※ 9.3	(44)※ 4.8	3.3	2.6	(208)※ 1.8	(13)※ 1.2	N-S, 31606 gal
(El Centro)	(187)※ —	(44)※ —	—	—	(20)※ —	(14)※ —	E-W, 023 g
Data No.21 (釧路)	2.15	4.6	3.2	2.1	1.4	1.0	N-S, 24388 gal
" No.22 (")	2.17	5.7	3.4	2.3	1.6	1.2	U-D, 22075 gal
" No.23 (")	1.62	3.3	5.2	3.1	1.9	1.2	E-W, 37275 "
" No.29 (新潟)	7.6	3.5	2.4	1.8	1.3	1.1	N-S, 13713 "
" No.30 (")	9.8	4.4	3.5	2.7	1.9	1.2	U-D, 4238 "
" No.31 (")	7.3	3.6	2.7	1.9	1.25	1.05	E-W, 15688 "
" No.12 (塩谷)	7.6	4.1	3.0	2.4	1.3	1.3	N-S, 2688 "
" No.13 (")	9.1	4.6	3.4	2.4	1.5	1.1	U-D, 833 "
" No.14 (")	10.1	4.5	3.1	2.3	1.3	1.2	E-W, 2425 "
" No.17 (明石)	7.9	4.1	3.1	2.2	1.6	1.1	N-S, 7988 "
" No.18 (")	8.9	4.7	3.2	2.2	1.4	1.1	U-D, 2766 "
" No.19 (")	1.12	6.1	4.2	2.7	1.7	1.2	E-W, 3993 "

註： () ※ の値は文献 2) による。

Table - 5

(sec)
T_m の値 ($\beta_{\max}$ に対応する)

減衰常数 (n/p)	0	0.02	0.05	0.1	0.2	0.4	摘 要
Group III (N-S E-W)	0.37	0.37	0.42	0.41	0.40	0.28	
" II (N-S E-W)	0.31	0.30	0.40	0.39	0.37	0.22	最大の地震加速度 50 gal 以上
" IV (U-D)	0.38	0.34	0.37	0.38	0.31	0.17	
Housner の 平均スペクトル	0.250	0.300	0.300	0.300	0.00	0.00	
Data No.20 (El Centro)	(0.25)※ 0.17	(0.20)※ 0.20	0.50	0.50	(0.45)※ 0.45	(0.45)※ 0.25	N-S, 31606 gal
(El Centro)	(0.16)※ —	(0.53)※ —	—	—	(0.50)※ —	(0.50)※ —	E-W, 023g
Data No.21(釧路)	0.28	0.28	0.28	0.25	0.25	0.00	N-S, 24388 gal
" No.22 (")	0.17	0.18	0.18	0.30	0.15	0.15	U-D, 22075 "
" No.23 (")	0.36	0.34	0.34	0.35	0.35	0.10	E-W, 37275 "
" No.23(新潟)	0.16	0.48	0.48	0.50	0.45	0.30	N-S, 13713 "
" No.30 (")	0.36	0.36	0.36	0.35	0.30	0.20	U-D, 4238 "
" No.31 (")	0.28	0.44	0.46	0.45	0.45	0.25	E-W, 15688 "
" No.12(塩谷)	0.55	0.90	0.50	0.50	0.50	0.45	N-S, 2688 "
" No.13 (")	0.65	0.60	0.70	0.60	0.45	0.15	U-D, 833 "
" No.14 (")	0.29	0.28	0.30	0.30	0.30	0.25	E-W, 2425 "
" No.17(明石)	0.55	0.50	0.50	0.50	0.50	0.45	N-S, 7988 "
" No.18 (")	0.48	0.50	0.50	0.60	0.60	0.25	U-D, 2766 "
" No.19 (")	0.50	0.55	0.50	0.50	0.50	0.50	E-W, 3993 "

註: ()※の値は文献2)による。

この包絡線は両対数グラフ上の座標 β_{max}, T_b から水平に左方に伸張し、 $T = 0.1$ に達する線と右下に θ なる傾きをもって伸張して、 $T = 10 \text{ sec}$ に達する直線とからなっているものとした。

今 $\theta = 45^\circ$ とすれば、変位応答スペクトル、速度応答スペクトルが Fig-12 のようになり、 $T > T_m$ では速度応答スペクトルが一定になる。

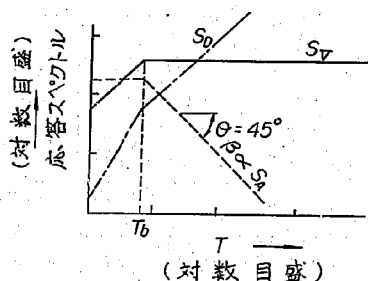


Fig. - 12

今回はすべての β スペクトルに対して二種の包絡線を求めた。

- I $S_v = \text{Const}$ すなわち $\theta = 45^\circ$ にする場合
 - II Fig-11 に示す所の勾配を決めるスパン S (Linear Scale) が最大になる θ を求める場合、すなわち $S_v = \text{任意}$ とする場合、
- I のケースを $S_v = \text{Const}$, II のケースを $S_v = \text{arbitrary}$ に表わすことにした。
- この二種の包絡線の II, III, IV 三グループそれぞれの平均を図示したのが Fig-13-1, 2, Fig-14-1, -2, Fig-15-1, 2 である。

Group II
 $S_v = \text{const.}$

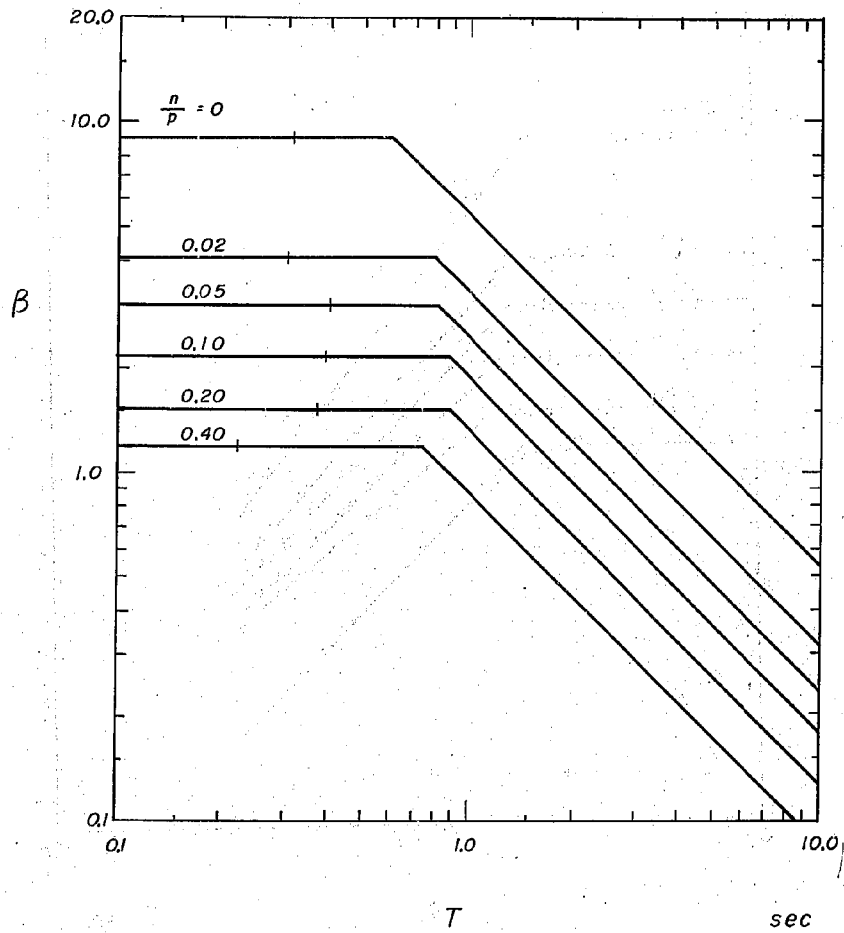


Fig. - 13-1

Group II
 $Sv = \text{arbitrary}$

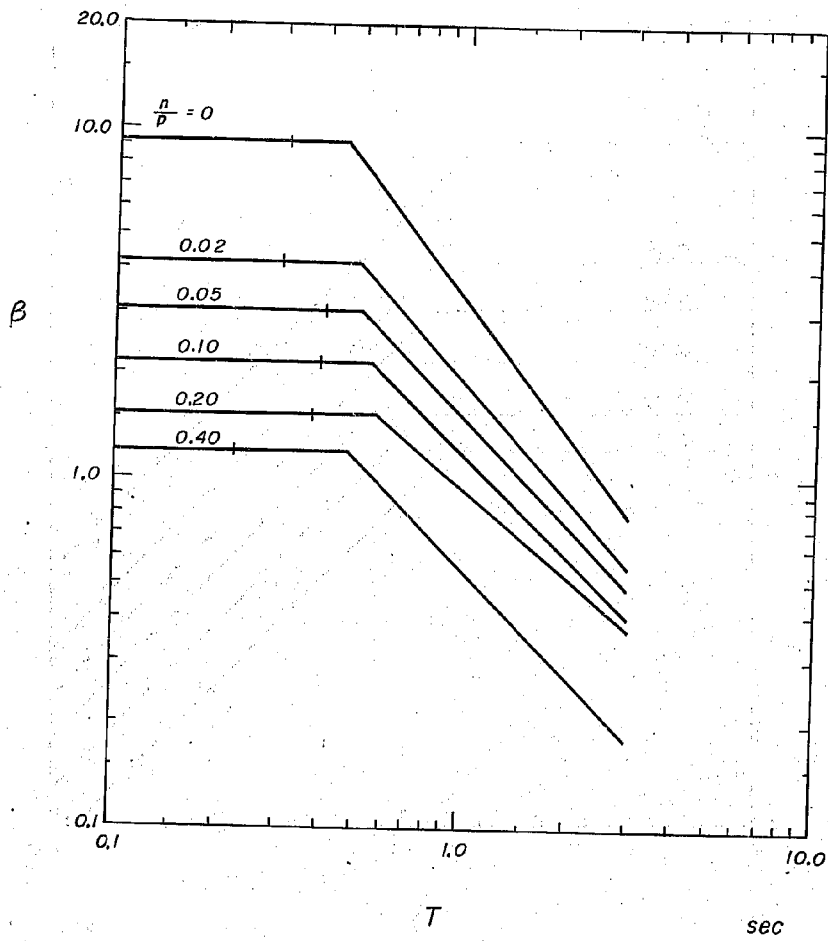


Fig.- 13-2

Group III

$Sv = \text{const.}$

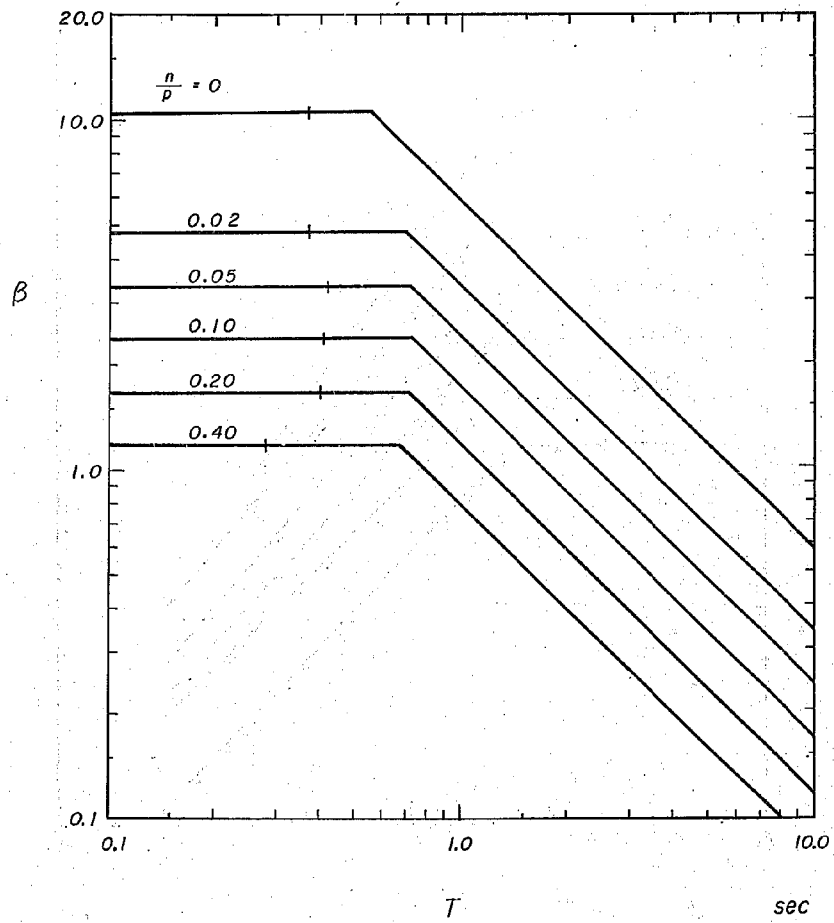


Fig. - 14-1

Group III

$Sv = \text{arbitrary}$

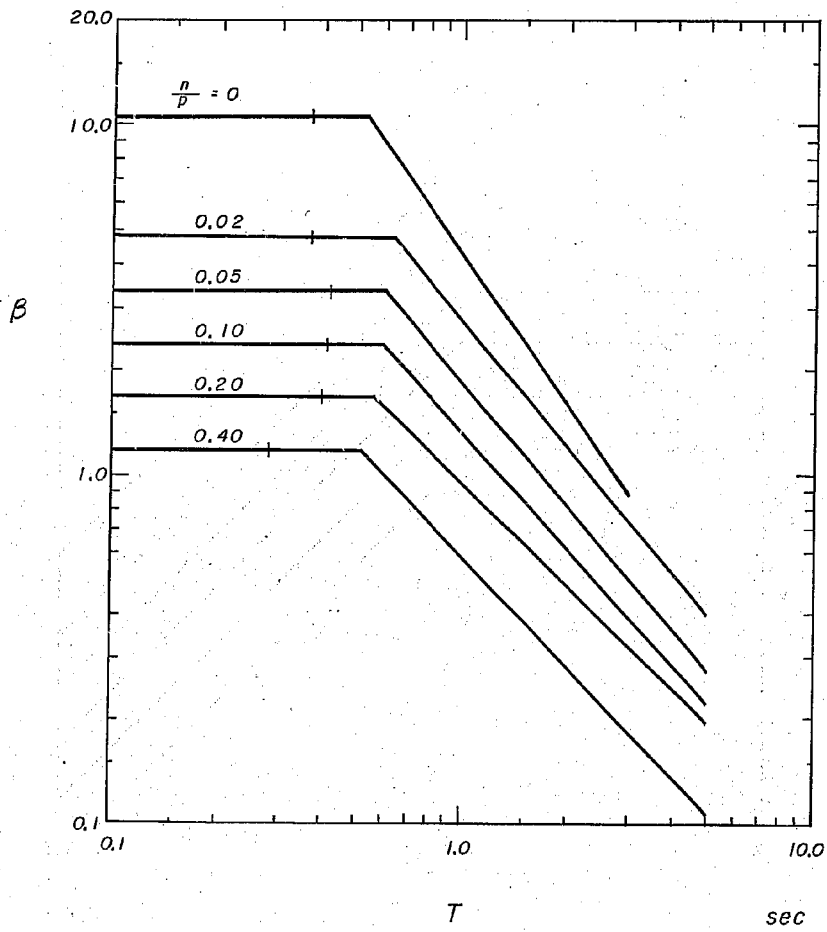


Fig. - 14-2.

Group IV

$S_v = \text{const.}$

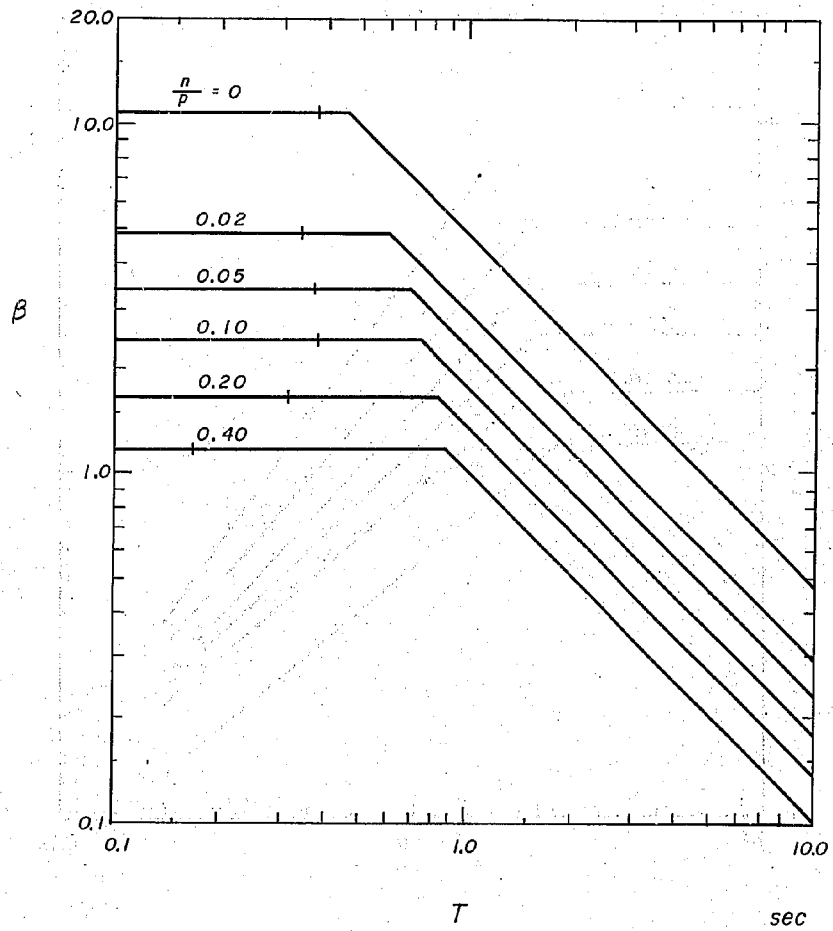


Fig. - 15-1

Group IV

$S_V = \text{arbitrary}$

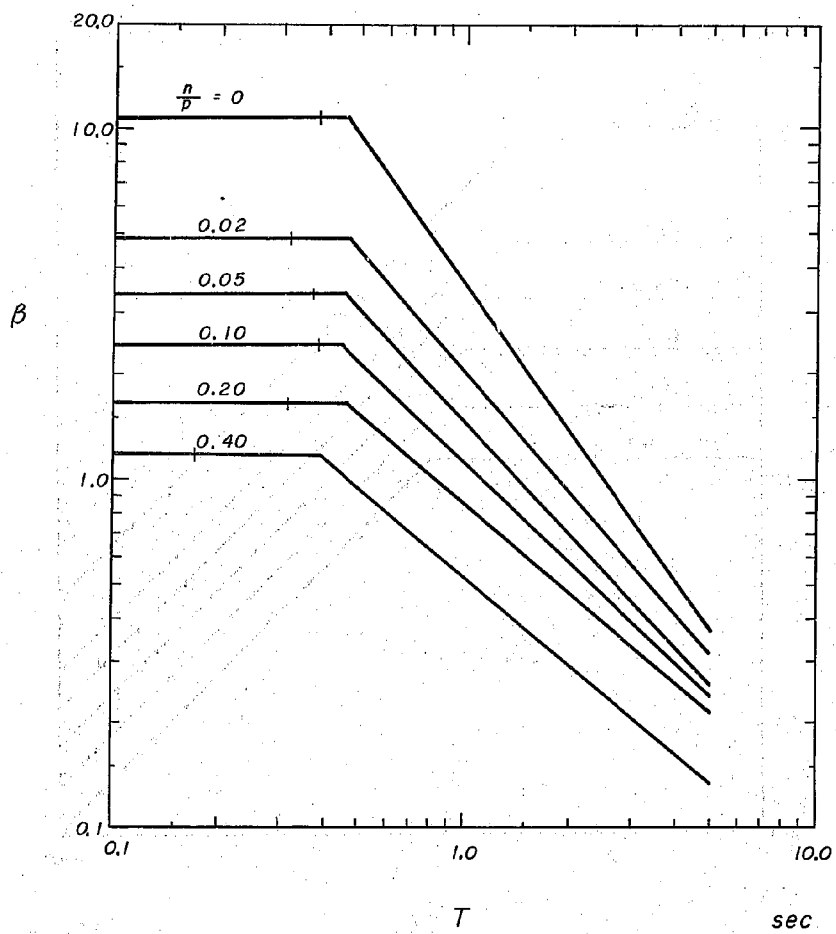


Fig. - 15-2

Fig-16はFig-5にすでに示したHousnerが求めた $\beta \sim T$ を比較のために対数紙上に書き写したものである。

さらにEl Centro, 釧路, 新潟, 塩谷, 明石の記録から得た $S_v = \text{Const}$ の場合の $\beta \sim T$ をそれぞれFig-17, Fig-18, Fig-19, Fig-20, Fig-21に示した。

(2) 得られた増幅率に対する考察

グループII, III, IVの平均スペクトル $\beta_{II}, \beta_{III}, \beta_{IV}$ と比較すると $\beta_{II} < \beta_{III} < \beta_{IV}$ なる傾向を示している。

しかしその差はわずかである。各グループの地震の最大加速度の平均値の間には次の関係があることを考え合わせれば興味深い。すなわち

$$(\ddot{z}_{\max II})_{av} = 1258 \text{ gal} > (\ddot{z}_{\max III})_{av} = 810 \text{ gal} > (\ddot{z}_{\max IV})_{av} = 486 \text{ gal}$$

II, III, IV各グループに共通していえることは

$(S_v = \text{Constの}\beta) > (S_v = \text{任意の}\beta)$, および

$(S_v = \text{Constの折れ点} T_b) > (S_v = \text{任意の}\beta \text{の折れ点} T_b)$ なる関係がある。したがって包絡線としての近似度は $S_v = \text{任意}$ とした方がよい。

各グループのスペクトル曲線の折れ点 T_b はIIIでは

$$S_v = \text{Const に対して} \quad 0.55 < T_b < 0.75 \text{ sec}$$

$$S_v = \text{任意に対して} \quad 0.5 < T_b < 0.85 \text{ sec}$$

IIでは

$$S_v = \text{Const に対して} \quad 0.6 < T_b < 0.85 \text{ sec}$$

$$S_v = \text{任意に対して} \quad 0.45 < T_b < 0.6 \text{ sec}$$

IVでは

$$S_v = \text{Const に対して} \quad 0.45 < T_b < 0.9 \text{ sec}$$

$$S_v = \text{任意に対して} \quad 0.4 < T_b < 0.5 \text{ sec}$$

これらはいずれも $\beta_{\max}$ に対応する T_m の平均値よりすべて大きな値になっている。

Housnerの平均応答スペクトルとグループIIの平均応答スペクトルとを比較すると、HousnerはグループIIの50%~10%小さな値になっている。しかしEl CentroはグループIIとほぼ同じ値を示している。

$\beta_{\max}$ と減衰常数 $\frac{n}{p}$ は、II, III, グループとHousnerの平均応答ではFig-22に示すような結果になっており、上記のHousnerの応答がいかに小さ目にていているかがわかる。

Housner's

$S\tau \approx \text{const.}$

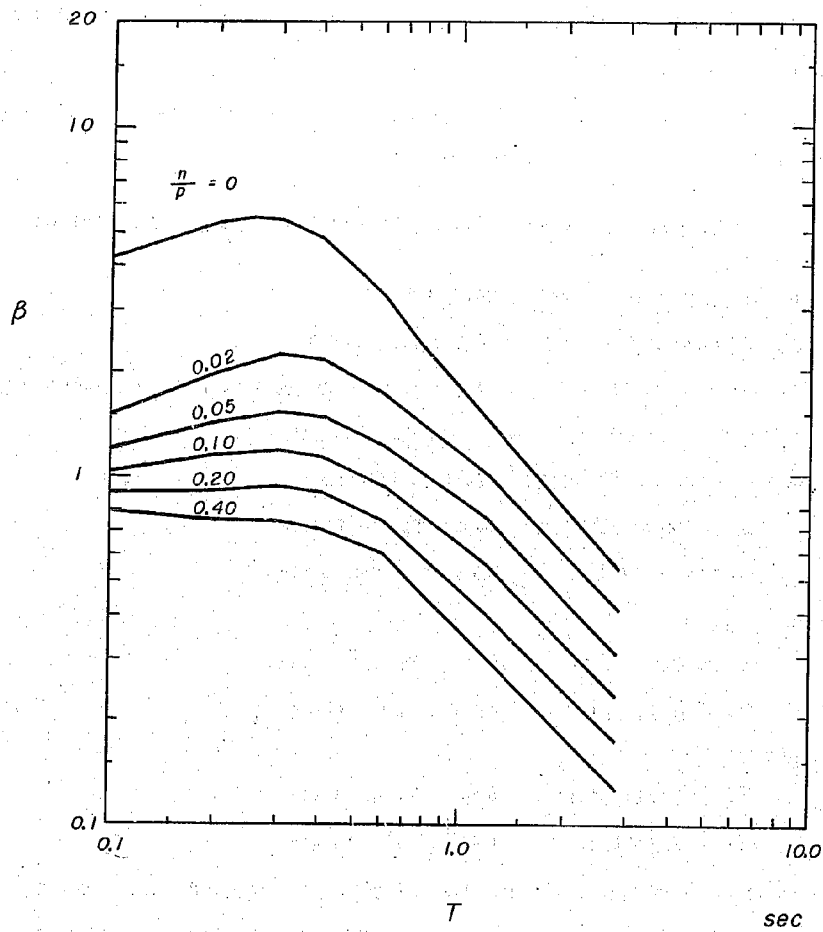


Fig. - 16

Data No. 20 E1 Centro

$S_v = \text{const.}$

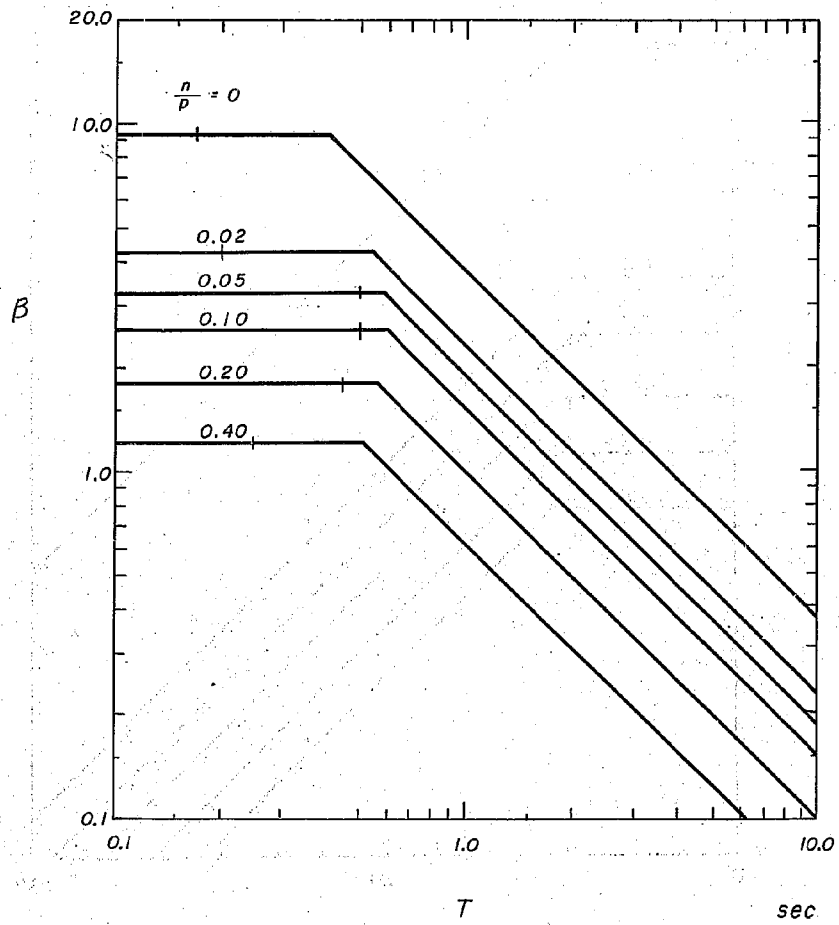


Fig. - 17

Data No. 21 釧路

$Sv = \text{const.}$

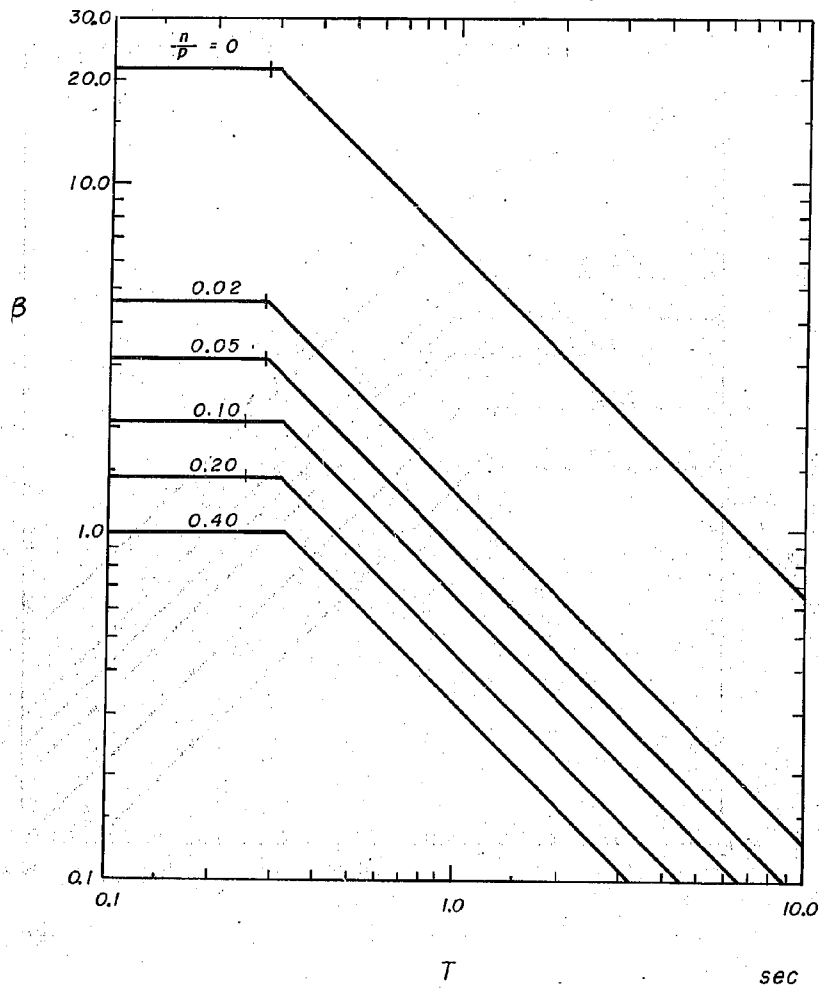


Fig. - 18-1

Data No. 22 釧路

$S_V = \text{const.}$

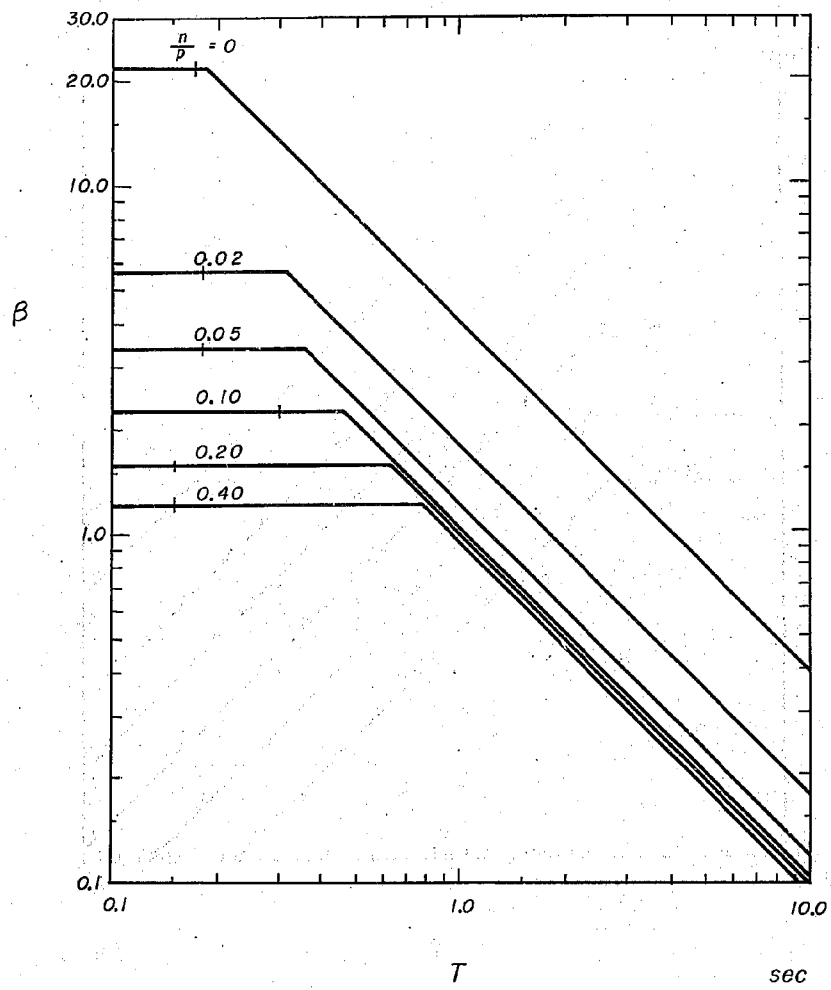


Fig. -18-2

Data No. 23 釧路

$Sr = \text{const.}$

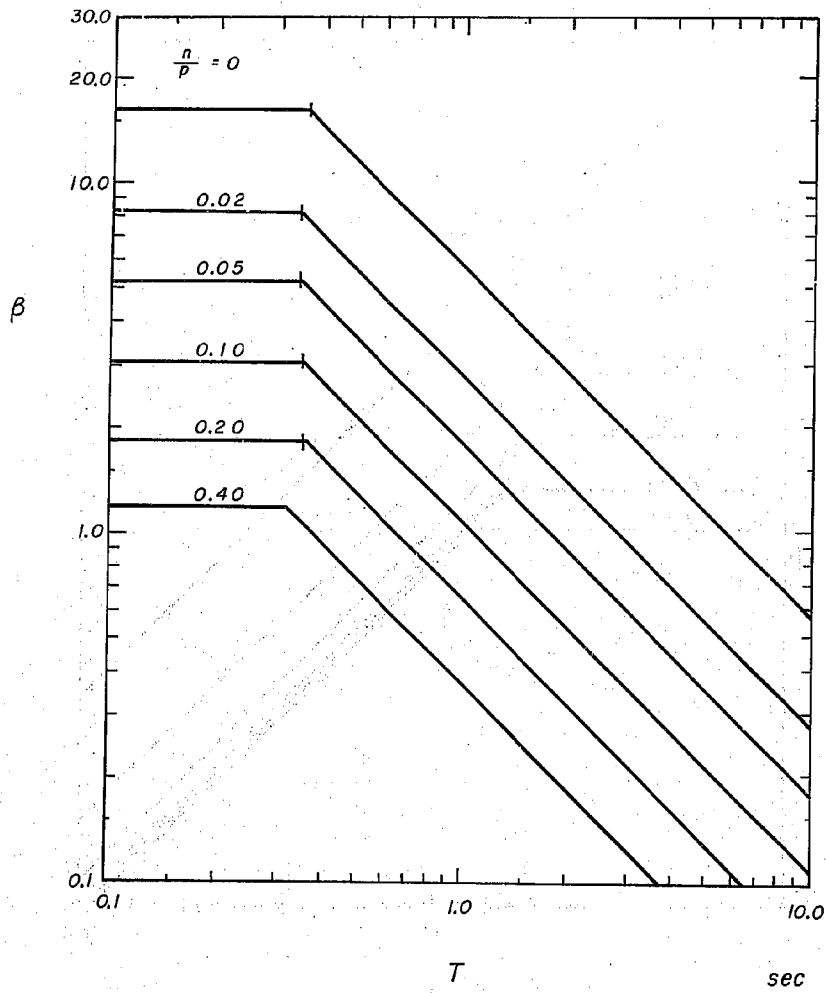


Fig. - 18-3

Data No. 29 新潟

$Sv = \text{const.}$

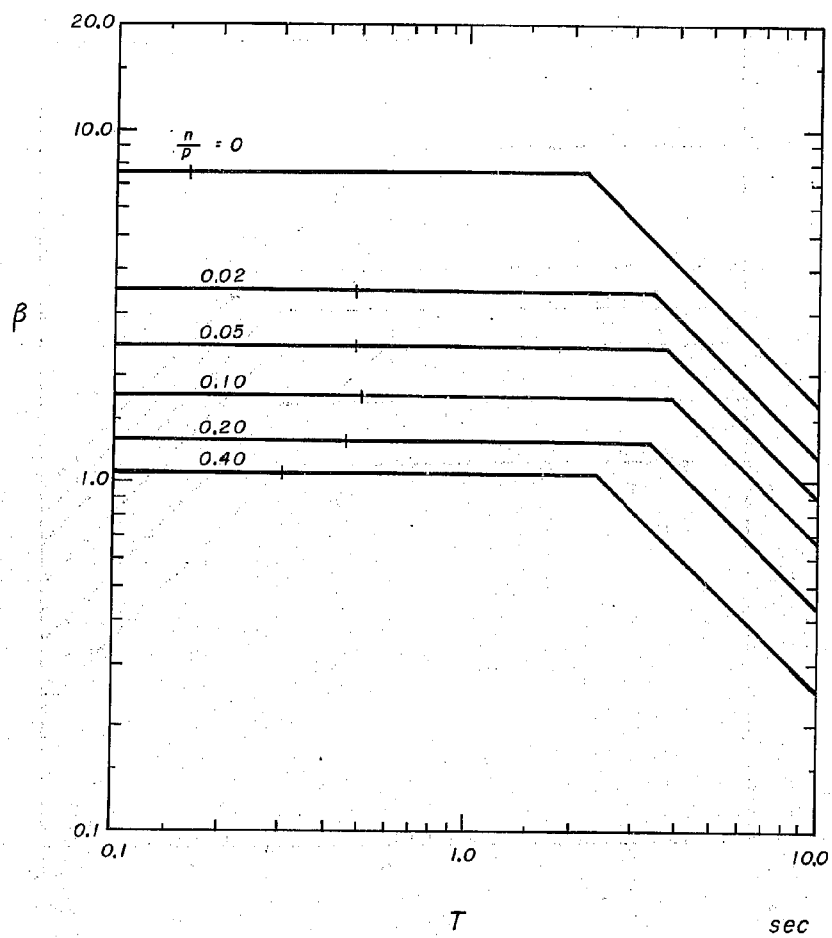


Fig.-19-1

Data No. 30 新潟

$Sv = \text{const.}$

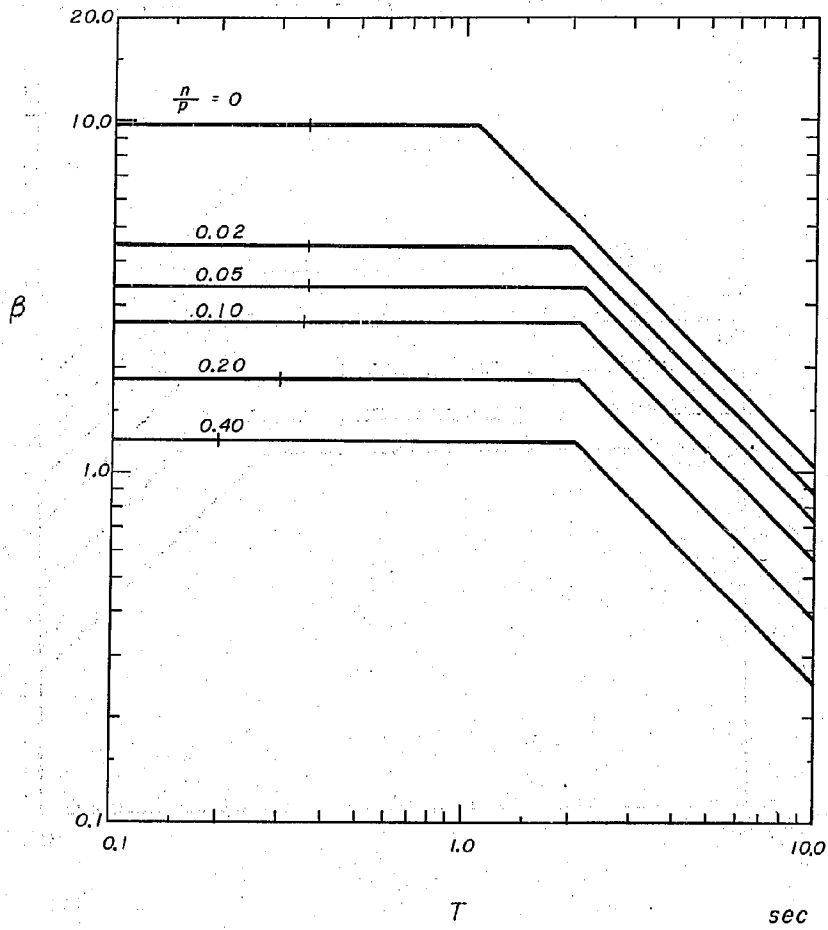


Fig. -19-2

Data No. 31 新 稿

$Sv = \text{const.}$

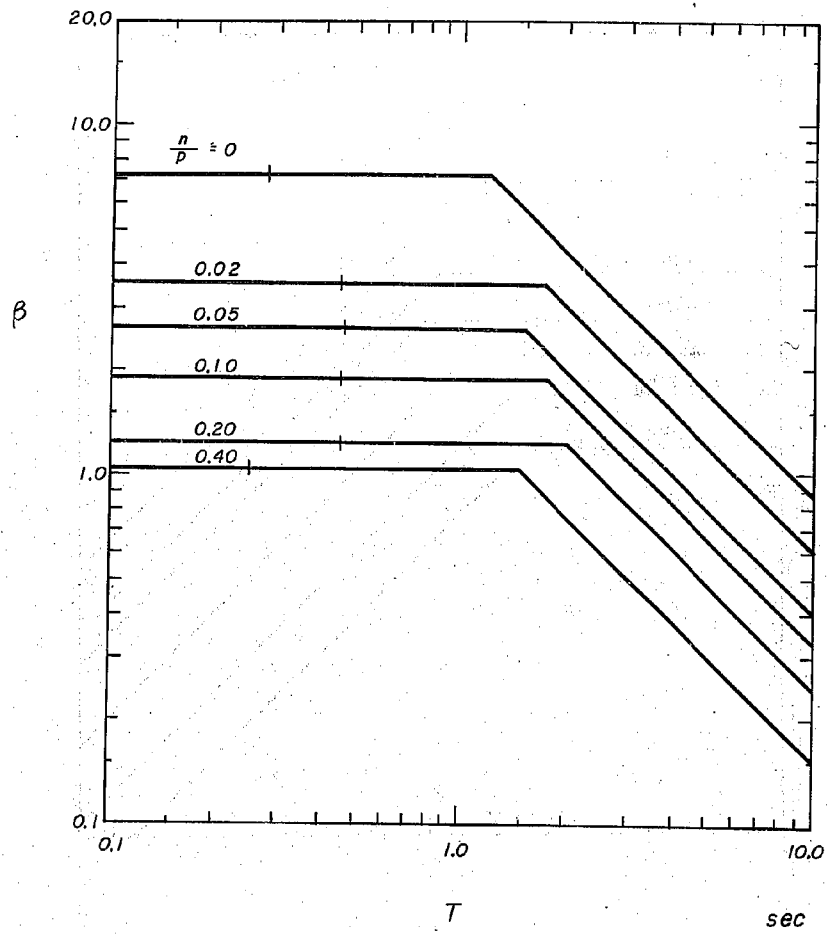


Fig. - 19-3

Data No. 12 塩谷

$S\bar{v} = \text{const.}$

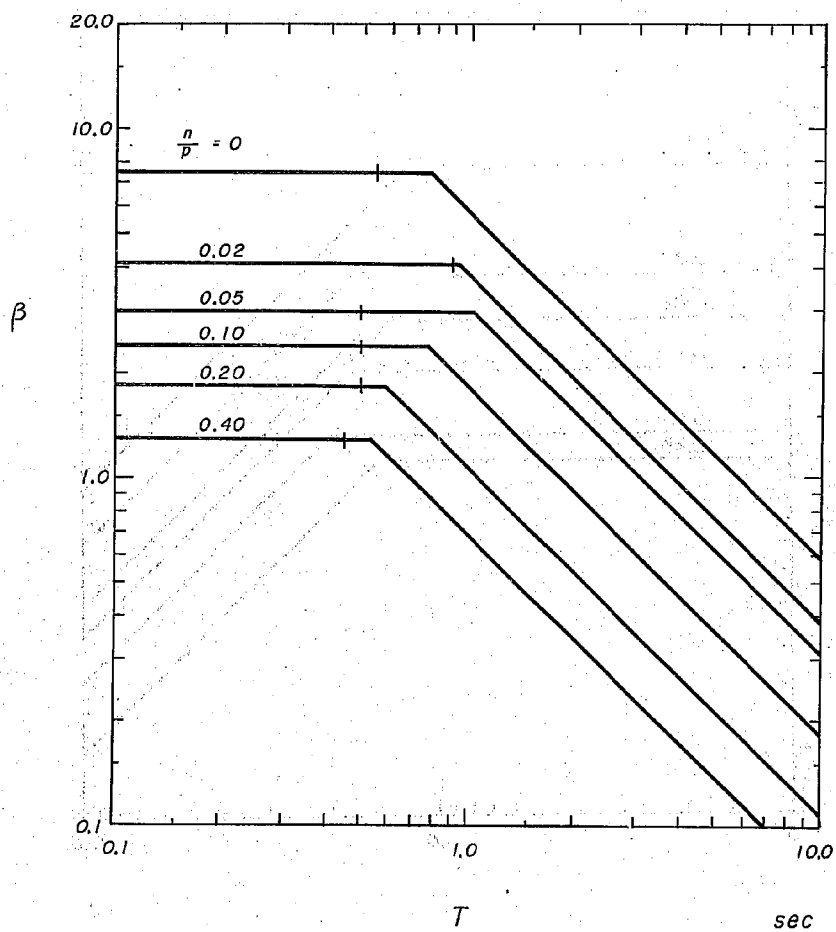


Fig. - 20-1

Data No. 13 塩谷

$S\tau = \text{const.}$

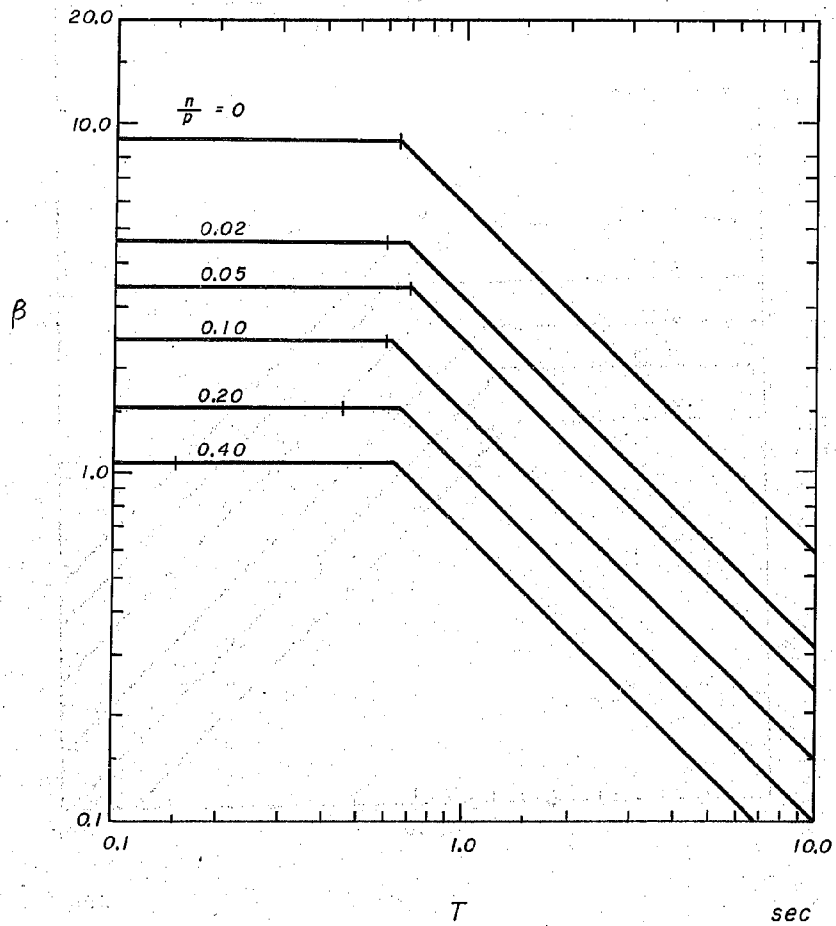


Fig.-20-2

Data No. 14 塩谷

$S\gamma = \text{const.}$

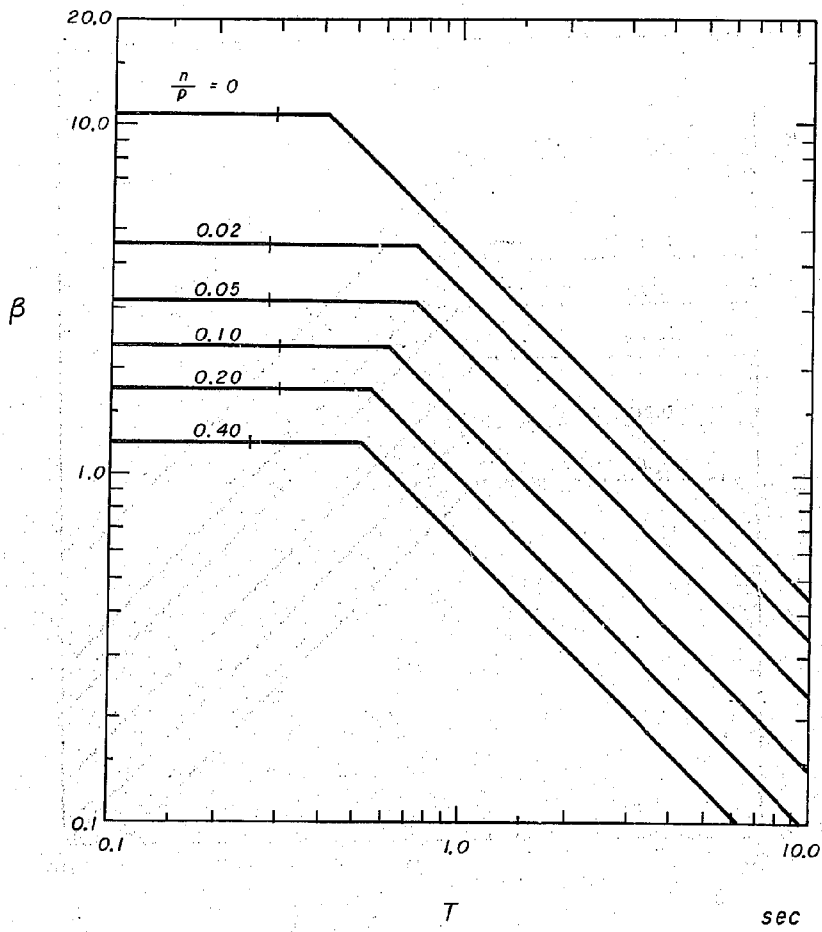


Fig. - 20-3

Data No. 17 明石

$S_v = \text{const.}$

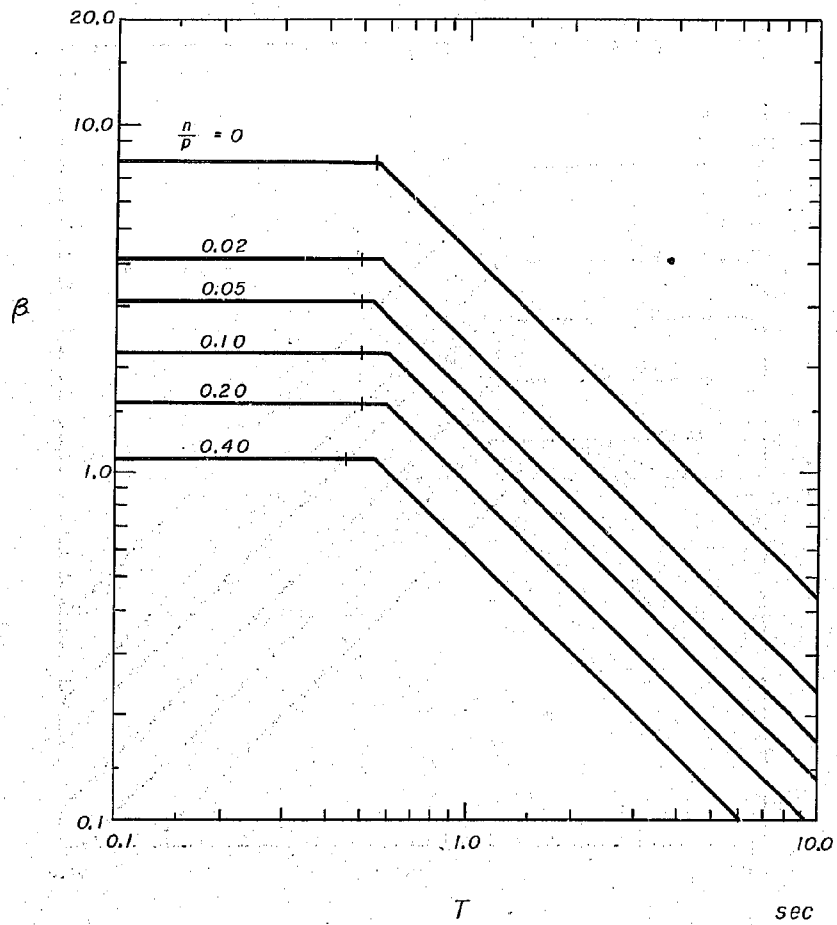


Fig. - 21-1

Data No. 18 明石

$S\tau = \text{const.}$

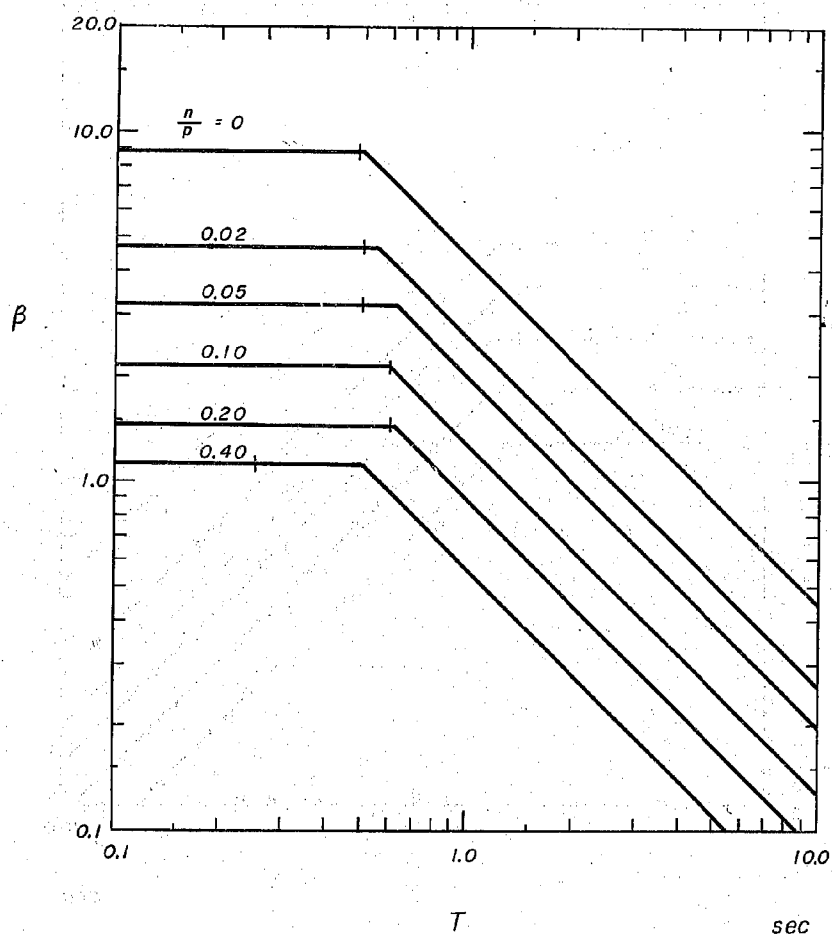


Fig.-21-2

Data No. 19 明石

$S_v = \text{const.}$

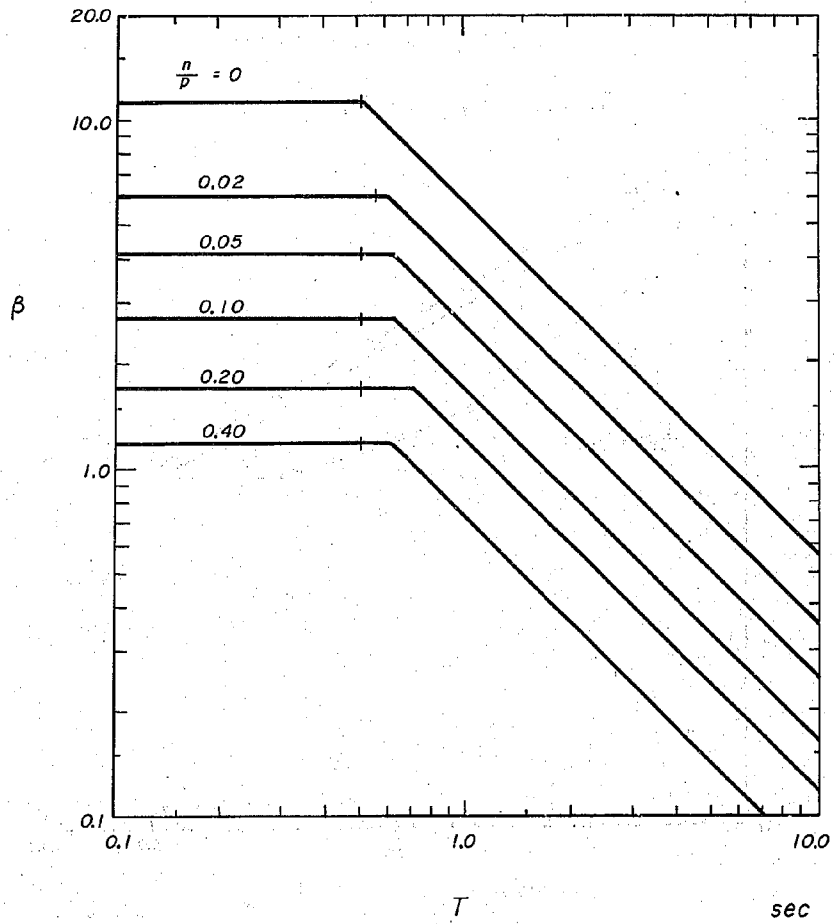


Fig. - 21-3

$$\beta_{max} \sim \frac{n}{p}$$

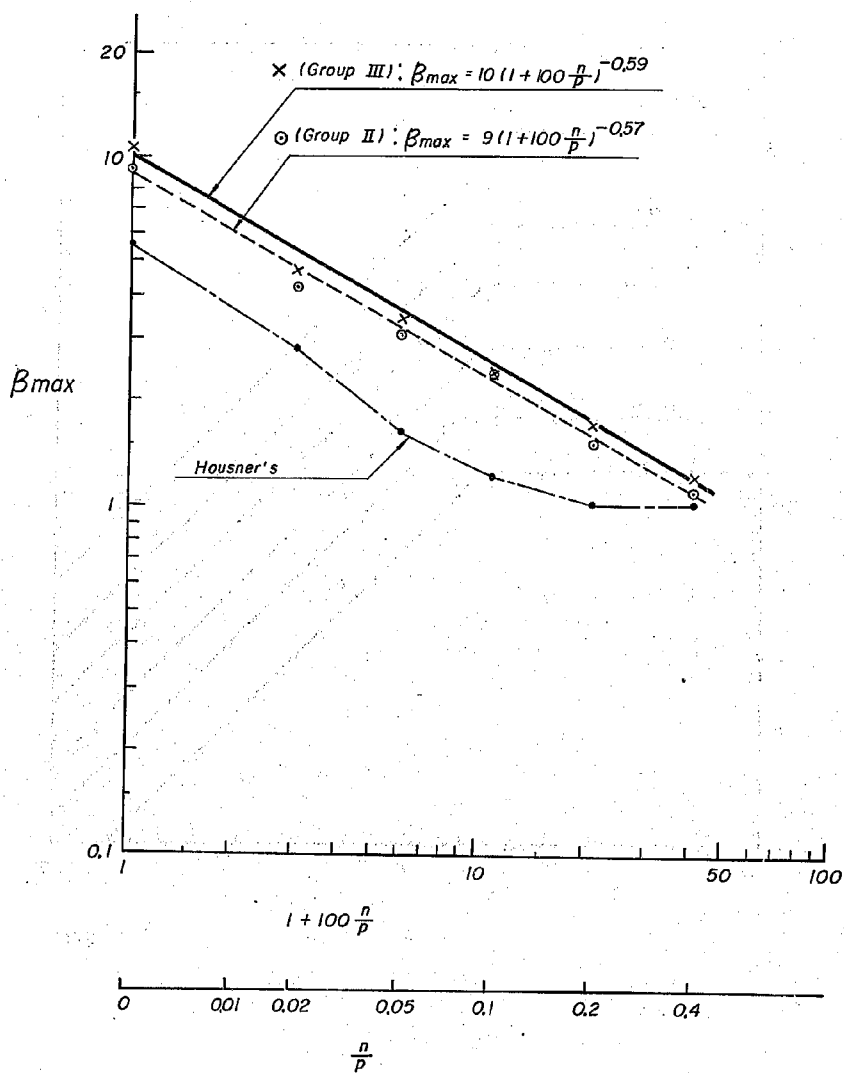


Fig. - 22

$$T \sim \ddot{Z}_{max}$$

Group II 中の6成分

× : $\frac{\eta}{p} = 0.05$

○ : $\frac{\eta}{p} = 0.1$

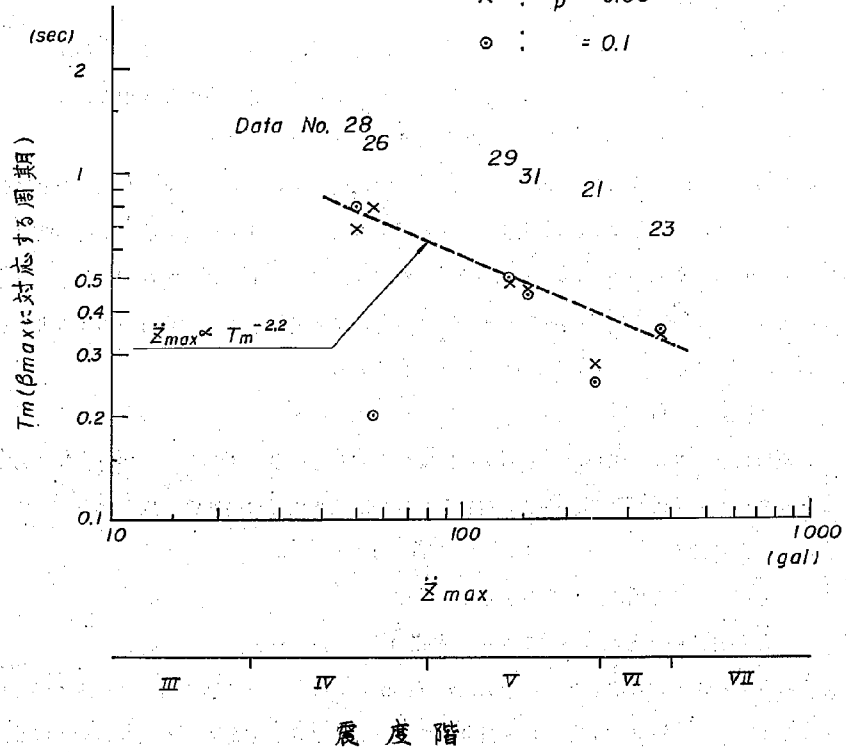


Fig. -23

なお、 $\beta_{\max} \sim \frac{n}{p}$ の間には、II、IIIグループではほぼ次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \beta_{\max} &= 10 \times \left(1 + 100 \frac{n}{p}\right)^{-0.57} & \text{for III} \\ \beta_{\max} &= 9 \times \left(1 + 100 \frac{n}{p}\right)^{-0.57} & \text{for II} \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

釧路の成分の内 Data No.21 では減衰が無い場合の振幅度 β が異常に大きくでている。又その Data No.23 では減衰にかかわらず β が大きな値を示している。前者は短周期の地震動が約 15 秒継続したためと思われるし、後者はその影響が、更に強く、減衰常数が 0.10 の β にまで及んでいていると考えられる。

新潟の成分ではスペクトル曲線の折れ点 T_b が約 4 秒になる場合がある。これは新潟地震の際気象台で記録された 6 秒という長周期の変位の影響をうけたものと考えられる。

塩谷、明石の両成分ともにグループ II 又は III より近似している。

最後に Table - 3 にさかのぼって、地動の加速度が 50 gal 以上で、しかもその増幅率スペクトル β の最大値 $\beta_{\max}$ に対応する周期 T_m の大きな成分を求めてみた。その結果 Data No.21, 23, 26, 28, 29, 31 の 6 成分が得られた。これから T_m と地動の最大加速度 $\ddot{z}_{\max}$ の関係を $\frac{n}{p} = 0.05$ と 0.10 の場合について調べたら、Fig-28 のように $\ddot{z}_{\max}$ は T_m に逆比例する関係が出てきた。すなわち

$$\ddot{z}_{\max} \propto T_m^{-2.2} \quad (64)$$

この指数 -2.2 の意味を汲みとるために次のことを思い出してみよう。基盤における地動自身のスペクトルは周期 0.05 秒以上から“ある周期”までは次の関係が成り立ち、

$$\text{地動自身の加速度スペクトル} \propto (\text{周期})^{-1}$$

この“ある周期”を越えて周期が大きくなれば、

$$\text{地動自身の加速度スペクトル} \propto (\text{周期})^{-N}, \quad N > 1$$

になると云われている。¹⁷⁾したがって式(64)の T_m が、ここで云う“ある周期”以上に属していたとした時、この傾向は、有用な手掛りになりうる。すなわち地表でも大きい加速度の地震程短周期の加速度が卓越する機会が多くなると云いうる手掛りになる。

4. 結 論

(1) 応答スペクトルについてのまとめ

i 減衰常数と増幅率の関係は、無減衰のときを除き、地動の加速度の大きさに余り関係なく、(式が適用できる。(すなわち(式)のグループⅢに対する式とグループⅡに対する式の有意差を強調しない。))

ii 増幅率が最大になる周期は地動の加速度の大きさに支配され、その結果応答スペクトル曲線の折れ点が移動するのではないかと考えられる。資料の範囲では(式)と Fig-28 に示す関係が得られている。この関係によれば、地動加速度が大きくなれば、折れ点附近とそれより周期の大きな範囲では増幅率が小さくなる。

iii 増幅率のてい減

次節で基準設計震度の一例を挙げるが、その値は比較的大きな値になっている。したがって、これをてい減する合理的根拠を求めなければならない。

すなわち

a) 更に多数の折線を用いて忠実な包絡線を求めてみる。(計算された各周期ごとの平均値を求める)

b) 平均応答スペクトルに対して、地域の特殊性を考慮する。

c) 構造物の局部部材に塑性変形を許して、てい減の合理的根拠を求める。(建築学会では最大の弾性変形と同程度の塑性変形を許して震度をてい減する規定を設けている。)

結論として ii, iii, の問題は今後とも一層調査を進めていかなければならない。

(2) 基準設計震度の例

土木学会依頼の調査委員会の準備した資料によれば、瀬戸内地方は100年に1ないし2回程度、大規模地震($M=8\frac{1}{2}$ 位)に遭遇することが予想される。また幹事会資料 No. 1019 によれば100年間に震度 V (0.08~0.25 g) の地震が出現する期待値を神戸で 6.1 回、高松で 4.6 回、洲本で 6.9 回、徳島で 5.7 回、岡山大 2.3 回、広島で 0.7 回、松山で 4.3 回になっている。更に河角博士によれば、瀬戸内の地震加速度の100年期待値は 100 gal (西部、北部)~200 gal (東部、南部)となっている。したがって地震の地動の最大加速度を 0.2 g 程度に考えて耐震設計をすることは何んら不思議ではない。

今一応地盤の基準の最大震度を 0.2 とすれば(式)のグループⅡに対する式から最大増幅率は定まり、Fig-28 から T_m は 4.3 秒と求まる。さらにグループ B の Fig-14-2, さらに明石、塩谷のスペクトルを参考にして、折れ点の周期 T_b を 0.5 秒とする。こうするこ

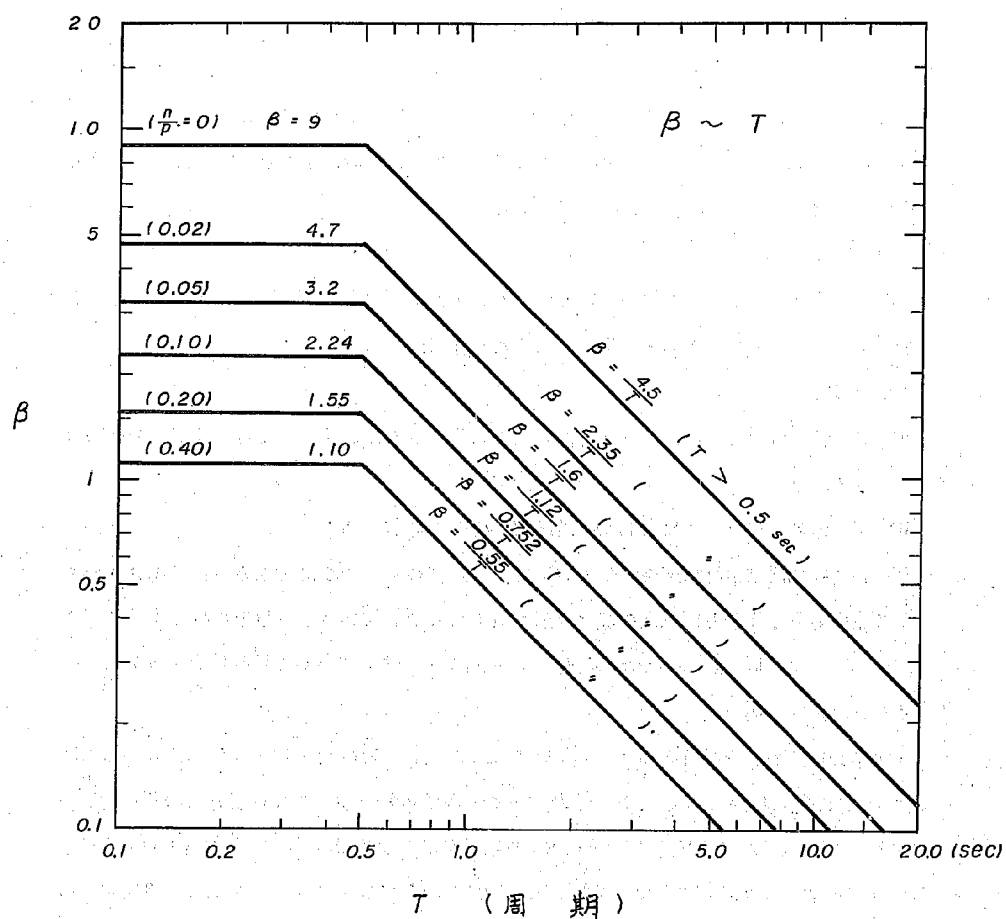


Fig. - 24

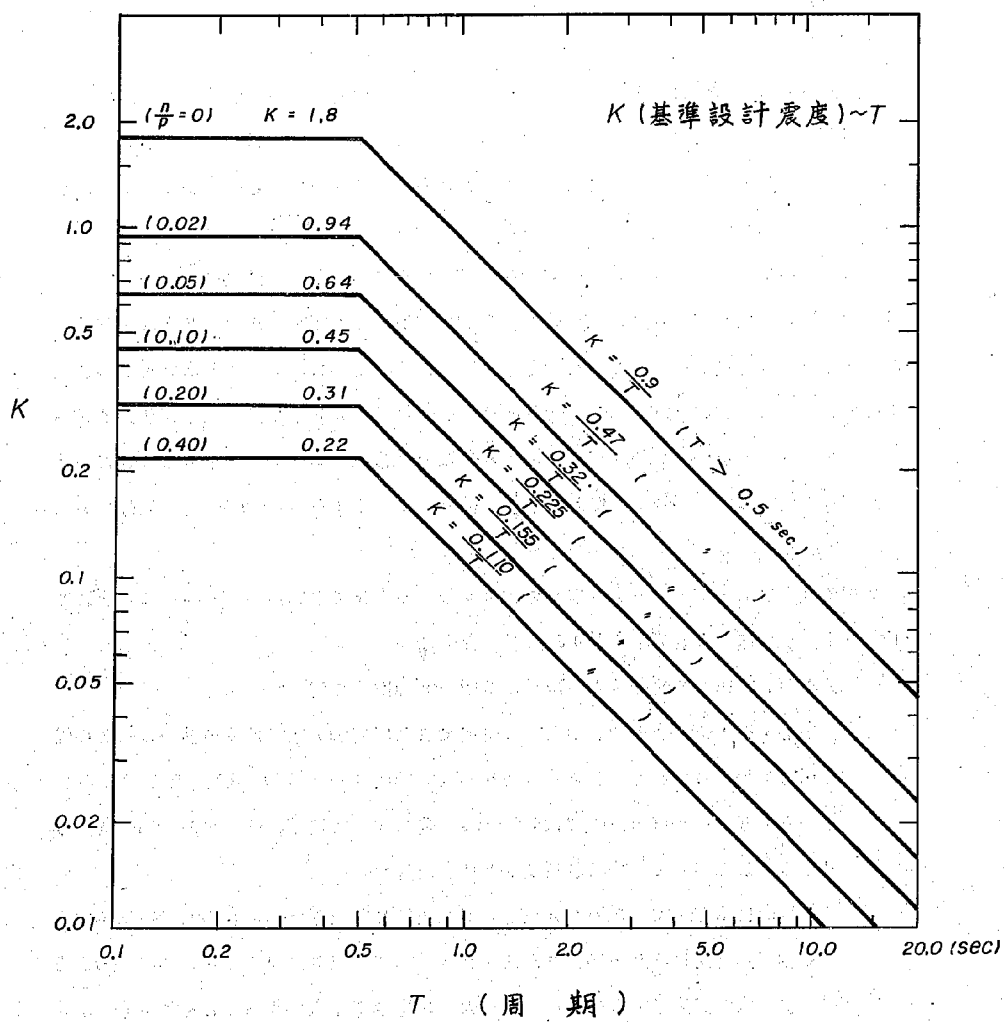


Fig. - 25

とによって、増幅率は Fig-24 のように求められる。これに上述の最大の地盤の震度 0.2 を乗ずれば、Fig-25 の基準設計震度 K が求められる。

(3) この種の設計震度の応用上の問題点

I 減衰常数について

金属からなる結構部材あるいは構造物に対しては、実験的ならびに理論的（構造減衰）研究があり、この常数を定めることは、地震によって生ずる程度の振幅を限度として云えば、大きな問題ではない。実用上 $\frac{n}{p} = 0.02$ （臨界減衰の 2%）にとっておけばよい。しかしこれについては更に調査を続けていく必要がある。

橋脚およびアンカerbロックでは、その規模の大きさからみて、従来の実験の単純な延長では、減衰常数を定めることが困難である。したがって地下逸散理論（例えば文献 6）の妥当性を実験的に確めて、その理論を応用していく必要がある。しかし幸いなことに地下逸散による減衰常数と躯体自身のそれとは、その効果が和として働くことが理論的に確められている。したがって基礎部でも躯体自身の減衰常数は期待できるし、この点については 88 年度末の中間報告にも触れた通り、数パーセント（ $\frac{n}{p} = 0.05$ 位）は期待できる。

II 地震荷重について

補剛桁およびケーブルの一次固有周期は 10 秒前後と見てよいから、^{註)} $\frac{n}{p} = 0.02$ とすれば Fig-25 から基準設計震度は 0.05（5%）程度でよい。

註) 小西、山田らの研究および既出の Bay Bridge の例

主塔では矢張り、小西、山田らの研究によれば橋軸方向では 3 秒前後の一次の固有周期が得られている。したがって基準設計震度は約 0.15（15%）になる。しかしながら主塔の橋軸直角方向では、Tagus 橋の設計例によれば一次の周期は約 1 秒である。したがって基準設計震度は 0.45 を超過する。

結局前にもどって震度のてい減を考慮しなければならない。しかし幸いにも主塔は橋軸直角方向にはラーメンまたはトラスとしての構造になるのが普通であるから局部塑性状態が生じても崩壊には相当大きな安全率をもちうることを考慮して、震度をてい減していくことができる。

橋脚およびアンカerbロックについては、地下逸散理論による減衰常数が 20%（ $\frac{n}{p} = 0.20$ ）程度に期待できたら、このスペクトルによる設計が一応整然と行える。しかし現在のところこのように大きな減衰常数を用いる根拠を得ることは、まづ、望めない。したがって従来の剛体に対する設計法が主体となる。下部構造に対して

は、この外、動土圧、動水圧、そして動的設計では仮想質量の問題等があり、将来解決していかなければならない。

あ　と　が　き

本文は昭和 39 年 10 月 5, 6 日開催の本四連絡橋調査担当官会議資料としてまとめたものである。

以　上

構造橋梁部長 工博	高 田 孝 信
構造研究室長	大久保 忠 良
担当 研究員	栗 林 栄 一

参 考 文 献

- 1) M.A. Biot "Analytical and Experimental Methods in
Engineering Seismology"
: Trans. A. S. C. E., 1943 paper No. 2183
(Published in Jan, 1942, proceedings)
- 2) G. W. Housner R. R. Martel, J. L. Alford
"Spectrum Analysis of strong - Motion
Earthquakes"
Bull of Seismological Society of America, April,
1953
Vol. 43, No. 2
- 3) R. W. Clough "On the Importance of Higher Modes of Vibration
in the Earthquake Response of a Tall Building"
: Bull S. S. A. Oct. 1955, Vol. 45, No. 4
- 4) L. Zeevaert N. M. Newmark :
"Aseismic Design of Latino Americana Tower in
Mexico City"
1st WCEE Proceedings 1956, paper No. 35
- 5) G. W. Housner "Behavior of Structures During Earthquakes"
Journal of E. M. Division proceedings ASCE
Oct. 1959,
- 6) 田 治 見 宏 "耐震理論に関する基礎的研究" 東大生研所報, 昭和 34 年 8 月
Vol. 8, No. 4
- 7) G. N. Bycroft "Whit Noise Representation of Earthquakes"
Jour : E. M. Div. Proc. ASCE, April, 1960
- 8) J. S. C. E Architectural Institute of Japan Seismological
Society of Japan : 1960, Vol. I, II, III, proc. IInd
WCEE

- 9) 末 広 恭 二 : 末広恭二論文集
- 10) 佐 野 利 器 "耐震論"
建築雑誌 昭和6年 11 月 (1981年)
- 11) 猪 瀬 寧 雄 高 田 孝 信
"橋脚耐震性に関する研究(1)" 土木研究所報 昭和26年 8 月
Vol. 81, paper No. 8
- 12) N. C. Raab H. C. Wood
"Earthquake Stresses in The San Francisco -
Oak-land Bay Bridge"
(このレポートは本州, 四国重要構造物材料構造調査資料 No. 8
として土研, 大橋昭光氏が邦訳して昭和 36年10月に提出して
いる。)
- 13) G. W. Housner "Characteristics of Strong - Motion
Earthquakes"
Bull. S. S. A. Vol. 87, 1937
- 14) L. E. Goodman E. Rosenblueth, N. Newmark :
"Aseismic Design of Firmly Founded
Structures"
Trans. A. S. C. E Vol. 117, 1952
- 15) R. L. Jennings N. M. Newmark :
"Elastic Response of Multistory Shear Beam
Type Structures Subjected to strong Motion"
Proc. IInd W. C. E. E. Vol. II, 1960, Tokyo, Kyoto.
- 16) H. C. Merchant D. E. Hudson :
"Mode Superposition in Multi - Degree of
Freedom System Using Earthquake
Response Spectrum Data"
Bull. S. S. A. Vol. 52, April, 1962
- 17) 大築志夫・金井 清 : 耐震設計 コロナ社 昭和 36年