

土 木 研 究 所 資 料

第 3 0 4 号

溝堀削による軟弱地盤の改良

4 2 年 4 月

建 設 省 土 木 研 究 所

ま え が き

軟弱地盤の改良工法として、ある深さまで正方形配置の溝を掘削する方法が考えられる。溝には砂をつめるのでこの工法は置換工法的一种とも考えられるが、排水距離を短縮させるサンドドレインに似た効果も期待できる。

溝の深さには限度があるので下部には未処理のままの軟弱層が残ることが多く、地盤全体の圧密現象を考える場合には圧密方程式をかなり複雑な境界条件のもとで解く必要がある。電子計算機によればその計算も容易であろうが、ここではかなり簡略化した条件のもとでの近似計算を試みた。計算法そのものの精度、厳密な理論値との誤差についての検証がなされていないがこのような工法の採用された場合の概略計算には利用できると思われる。

なお、計算の一部は土質研究室、尾林一字、光武富雄、広瀬邦治の3技官によるものである。

また日本道路公団が京葉道路第三期工事の試験盛土で測定したデータを使用させていただいた。

42年7月

機械施工部土質研究室

矢 部 正 宏

目 次

1. 概 要	1
2. 計 算 方 法	1
3. 計 算 結 果	10
4. 近似計算の問題点	25
5. 実測値との比較	30
補遺 1. 式(40)の計算について	33
図 - 4 深さ全体にわたって溝を掘削した場合の計算図表	7
図 - 5 片面排水の場合の計算図表	11
図 - 6 両面排水の場合の計算図表	18
参 考 文 献	36

1. 概 要

上部の溝を掘削した部分については正方形と等しい断面積を有する円筒形を考えこの部分について下部は不透水層に接しているものとして三次元の圧密の問題を解析的に解いた。一方、下部の未処理の部分については一次元の圧密の問題として、円筒形底面を通して上下方向の水の移動はないと仮定して境界条件として間引き水圧の減少は上記の円筒形底面における計算値を用いて差分方程式を解き、この2つをあわせて軟弱層全体の平均圧密度と時間係数の関係を求めた。

2. 計 算 方 法

軟弱層の深さ H のうち上から H_1 の深さまでは、溝を正方形の格子状に掘削して軟弱層を辺長 D の正方形に分割し、それより深い部分 $H_2 = H - H_1$ の深さは未処理のままであるとする。処理を行なった上部の深さ H_1 の部分をⅠ、無処理の部分をⅡとすれば、Ⅰの部分は正方形を等面積の円におきかえると、半径 R 、高さ H_1 の円筒形の上部と側面より排水されるという境界条件を持った圧密現象の問題となり、Ⅱの部分については砂の溝を無視すれば通常の一次元圧密として考えることができる。

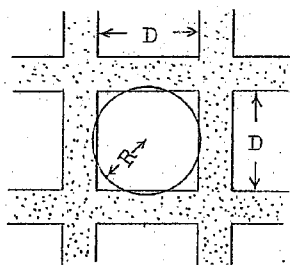


図-a 排水溝の配置

一辺の長さ D の正方形を等面積を有する円におきかえたときの半径 R は $\pi R^2 = D^2$ より

$$R = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot D = 0.564 D \quad (1)$$

である。

この地盤全体の圧密現象の解明にはⅠとⅡをあわせて圧密方程式を解けばよいことになるが、Ⅰの部分につい

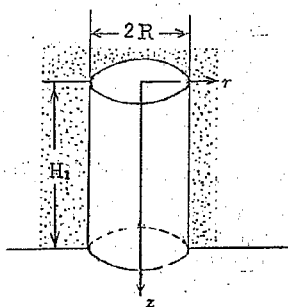


図-b Ⅰの部分のモデル

ては Terzaghi の圧密方程式を拡張して一般的には図-bのような座標について

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2)$$

と書かれる。ここで

C_h : 水平方向の圧密係数

C_v : 垂直方向の圧密係数

である。

いま、I と II の境界を通つての間げき水の移動がないとすれば(2)を、初期条件として

$$t=0 \text{ のとき } r=r, z=z \text{ において } u=u_0 (= \text{const}) \quad (3)$$

境界条件として

$$r=R, z=0 \text{ において } t=t \text{ のとき } u=0 \quad (4)$$

のもとで解けばよい。*

その解のひとつとして、I の最下面、すなわち $z=H_1$ における平均間げき水圧 $\bar{u}_H$ は

$$\bar{u}_H = u_0 \cdot \bar{u}_r \cdot u_H \quad (5)$$

$$\bar{u}_r = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_s^2} \exp(-\lambda_s^2 T_h) \quad (6)$$

$$u_H = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2m+1} \sin\left(\frac{2m+1}{2}\pi\right) \exp\left\{-\frac{(2m+1)^2}{4}\pi^2 T_v\right\} \quad (7)$$

であらわされる。ここで

$\bar{u}_r$: 水平方向の排水のみで間げき水圧 $u_0=1$ の消散が行なわれる場合の平均間げき水圧

u_H : 垂直方向の排水のみで間げき水圧 $u_0=1$ の消散が行なわれる場合の間げき水圧

λ_s : 0 次ベッセル関数を 0 とおいた方程式の根のうち正根のみを大きさの順に並べた s 番目の根

T_h : 水平方向の圧密の時間係数

T_v : 垂直方向の圧密の時間係数

で

$$T_h = \frac{C_h}{R^2} t \quad (8)$$

$$T_v = \frac{C_v}{H^2} t \quad (9)$$

である。そして、 $z=H_1$ における平均圧密度 U_{H1} は

$$U_{H1} = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0} = 1 - \bar{u}_r \cdot u_H \quad (10)$$

次に I 全体の平均間げき水圧 $\bar{u}$ は

$$\bar{u} = u_0 \cdot \bar{u}_r \cdot \bar{u}_z \quad (11)$$

$$\bar{u}_z = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{8}{(2m+1)^2 \pi^2} \exp\left\{-\frac{(2m+1)^2}{4}\pi^2 T_v\right\} \quad (12)$$

となり、ここで

$\bar{u}_z$: 垂直方向の排水のみで間げき水圧 $u_0=1$ の消散が行なわれる場合の平均間げき水圧

で I 全体の平均圧密度 U_I は

$$U_I = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0} = 1 - \bar{u}_r \cdot \bar{u}_z \quad (13)$$

である。

さて(8)、(9)より

$$\frac{T_h}{T_v} = \frac{C_h}{C_v} \cdot \left(\frac{H_1}{R}\right)^2 \quad (14)$$

であるが簡単に $C_h = C_v$ と仮定すれば

$$T_h = \left(\frac{H_1}{R}\right)^2 T_v \quad (15)$$

となり、これを用いると(6)は

$$\bar{u}_r = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_s^2} \exp \left\{ \lambda_s^2 \left(\frac{H_1}{R}\right)^2 T_v \right\} \quad (6')$$

と書くことができるから、(5)あるいは(10)、(11)あるいは(13)は T_v のみの関数としてあらわすことができる。

図-1は水平流のみによつて圧密の起こる場合の平均圧密度(間げき水圧)と時間係数の関係すなわち(6)の計算結果を、図-2は垂直方向の圧密の場合の不透水面($z = H_1$)における圧密度(間げき水圧)と全体の平均圧密度(間げき水圧)を時間係数に対して計算したもの、すなわち(7)と(12)の計算結果を示す。なお(12)は通常の圧密試験の整理に用いられるものである。

(6)は $\bar{u}_r$ と T_h の関係であるがこの計算結果すなわち図-1を用いると(10)より $T_h = (H_1/R)^2 T_v$ であるから種々の H_1/R に対する $\bar{u}_r$ と T_v の関係すなわち(6')を計算することができる。そしてこれと(7)あるいは(10)と組み合わせると(10)あるいは(13)により I の最下部 $z = H_1$ における平均圧密度 U_{H_1} と I 全体の平均圧密度 U_I を種々の H_1/R に対して T_v の関数としてあらわすことができる。図-3は I の最下部 $z = H_1$ における平均圧密度 U_{H_1} と T_v の関係すなわち(10)を、図-4は I 全体の平均圧密度 U_I と T_v の関係、すなわち(13)をあらわす。ここで $H_1/R = 0$ は通常の一次元圧密に対するものである。

IIの部分については I との境界面における溝の存在を無視すれば排水条件は通常の垂直方向の一次元圧密と同じで、圧密の基本方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (16)$$

である。しかし最上部 $z = 0$ すなわち I についていえば最下面($z = H_1$)において間げき水圧は載荷直後には 0 にならず、平均値として(5)であらわされるような時間の関数で減少する。したがつて II の部分についての圧密現象は(10)を初期条件

$$t=0 \text{ のとき } z=z \text{ で } u=u_0 (= \text{const}) \quad (17)$$

境界条件は最上面においては

$$z=0 \text{ において } t=t \text{ のとき } u=\bar{u}_{II} \quad (18)$$

さらに最下面($z = H_2$)が不透水層に接している場合には

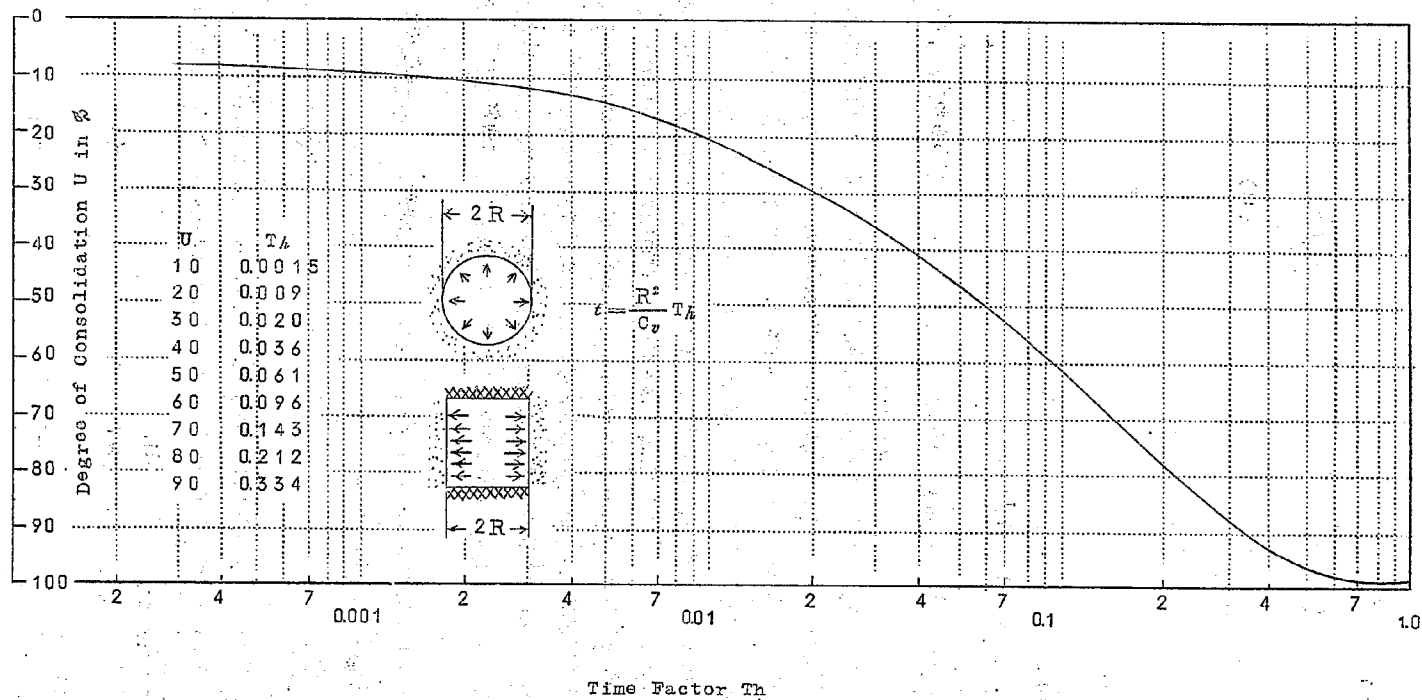


图-1 Relation between Degree of Consolidation and Time Factor in case of Radial Drainage.

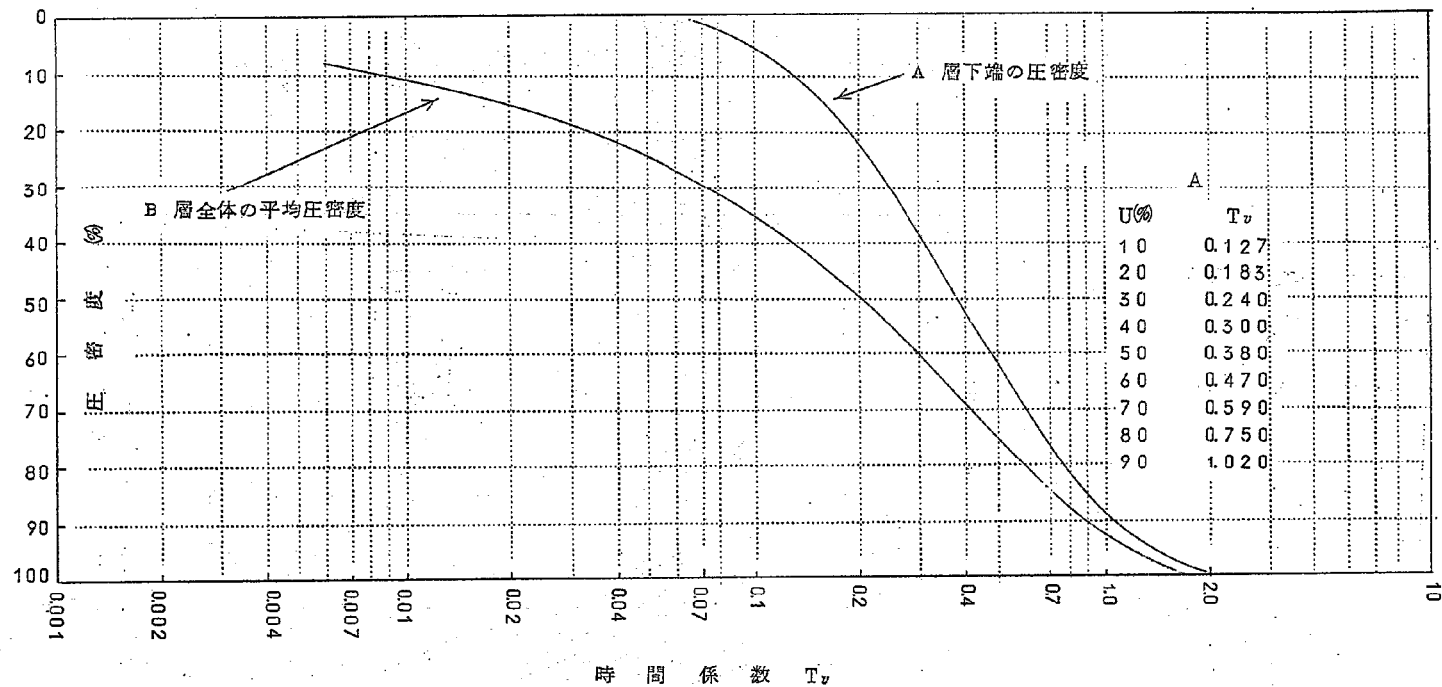
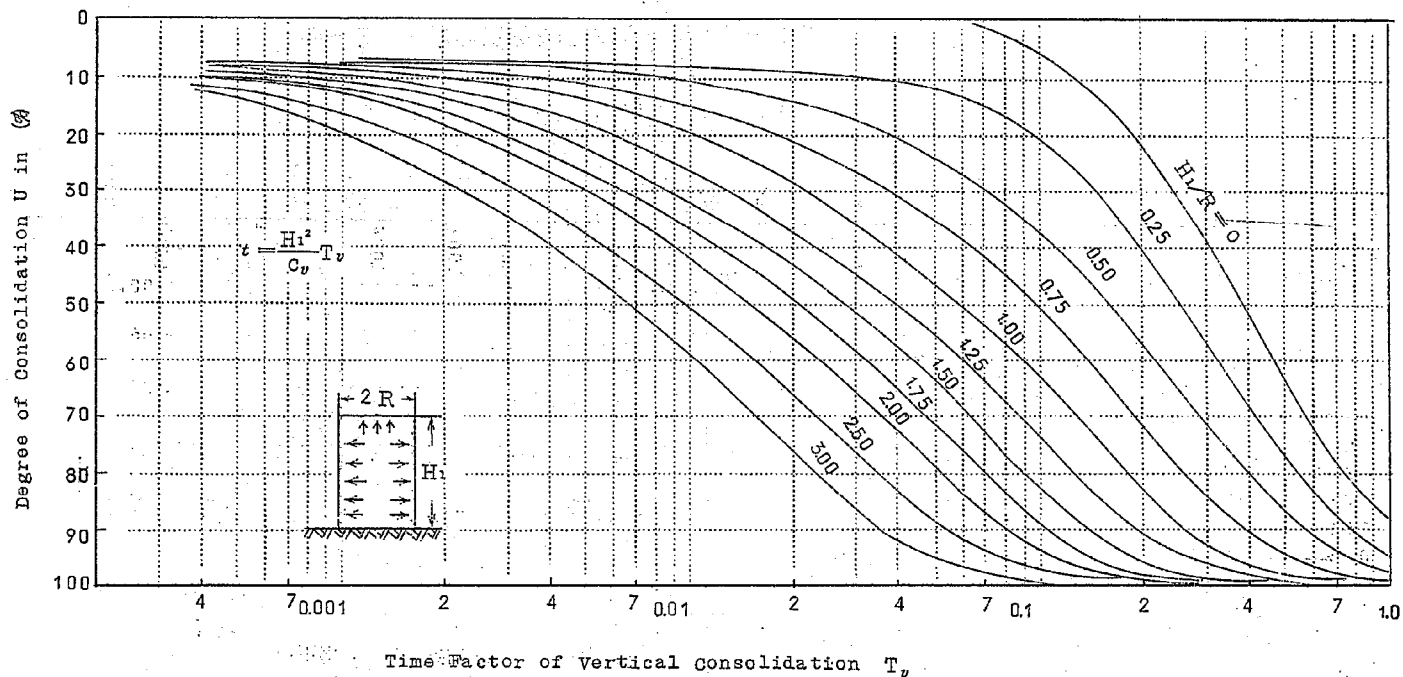


図-2 一次元圧密の圧密度～時間係数曲線



☒-3 Average Degree of Consolidation at the Base of Cylinder in case of Radial and Vertical Drainage

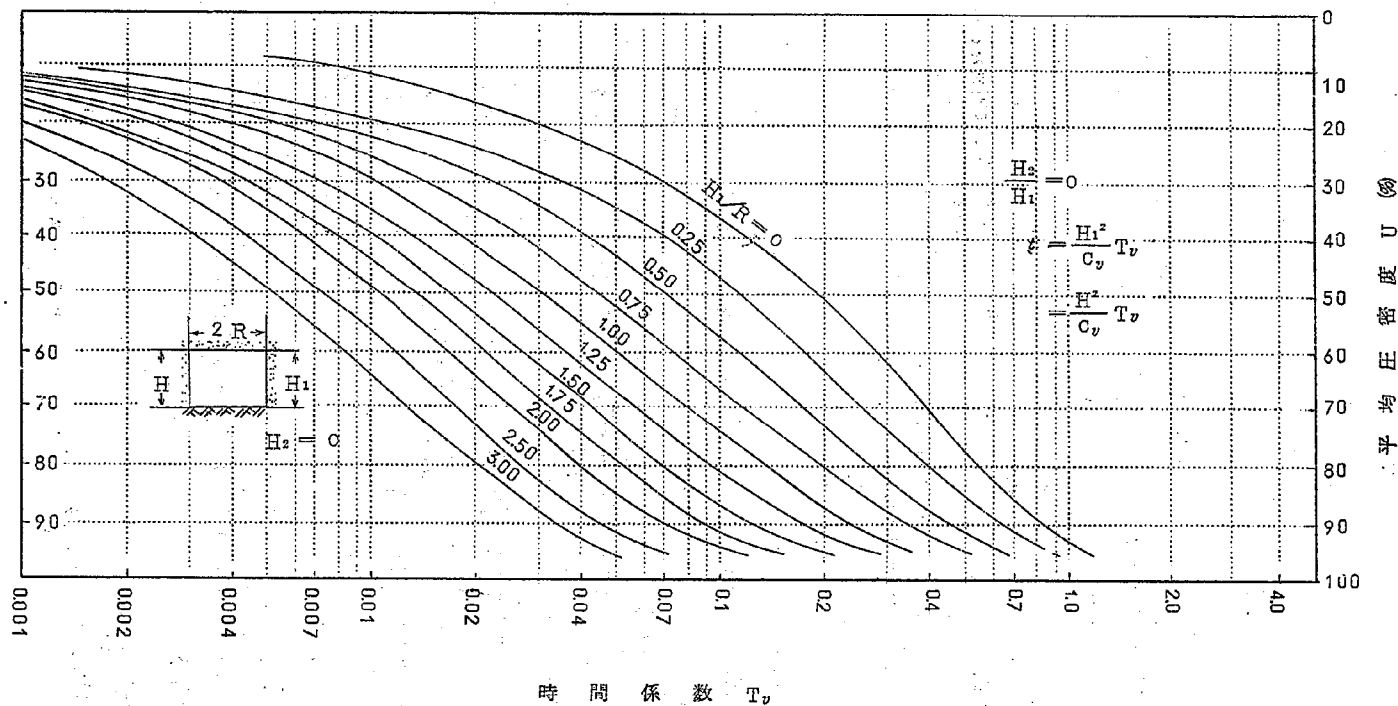


図-4 $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 0$, 片面排水)
(両面排水の場合は層厚の $1/2$ をとつて H_1 とする)

$$z = H_2 \text{ において } t = t \text{ のとき } \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

また透水層に接しているときは

$$z = H_2 \text{ において } t = t \text{ のとき } u = 0 \quad (20)$$

のもとで解くことによつて解明されることになる。

しかしこのような複雑な境界条件のもとではこれを解析的に解くことは困難なので数値積分により(17)~(20)の条件に対する(16)の解を求めるものとする。*2~*4

まず(16)を無次元量についての方程式になおすため

$$W = \frac{u}{u_0} \quad (21)$$

$$Z = \frac{z}{H_2} \quad (22)$$

$$T = \frac{C_v}{H_2^2} t \quad (23)$$

とかけば(16)は

$$\frac{\partial W}{\partial T} = \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \quad (16')$$

となりTは圧密の時間係数でWはTとZの関数である。そして初期条件は

$$T = 0 \text{ のとき } Z = Z \text{ において } W = 1 \quad (17')$$

境界条件は上部については

$$Z = 0 \text{ において } T = T \text{ のとき } W = \frac{\bar{u}_H}{u_0} = \bar{u}_r \cdot u_H = 1 - U_H \quad (18')$$

下部が不透不層の場合は

$$Z = 1 \text{ において } T = T \text{ のとき } \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (19')$$

透水層の場合は

$$Z = 1 \text{ において } T = T \text{ のとき } W = 0 \quad (20')$$

となる。

いま $Z = 1$ を n 等分して

$$\Delta Z = \frac{Z}{n} = \frac{1}{H_2} \cdot \Delta z \quad (24)$$

の間隔に区切り、深さ $Z = \Delta Z$ の部分(i 番目の点)について考えると

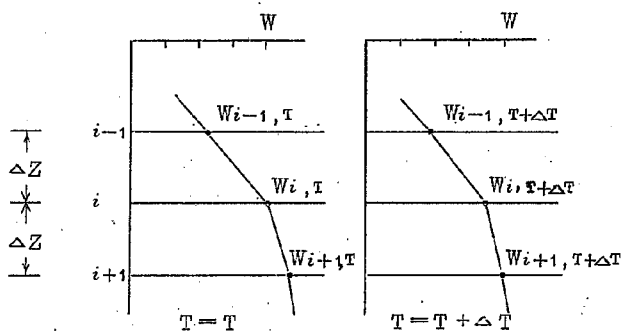


図-0 間げき水圧の等時線の変化

$T = T$ において (16') の右辺は階差式

$$\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = \frac{1}{(\Delta Z)^2} [W_{i-1, T} + W_{i+1, T} - 2W_{i, T}] \quad (25)$$

で書きあらわすことができ、また $T = T$ と $T = T + \Delta T$ の間の W の変化について (16') の左辺は階差式

$$\frac{\partial W}{\partial T} = \frac{1}{\Delta T} [W_{i, T+\Delta T} - W_{i, T}] \quad (26)$$

であらわされる。(25) と (26) を (16') に代入して書きなおすと

$$W_{i, T+\Delta T} = \frac{\Delta T}{(\Delta Z)^2} [W_{i-1, T} + W_{i+1, T} - 2W_{i, T}] + W_{i, T} \quad (27)$$

を得る。これにより、時刻 T においてある点とその隣接点の間げき水圧がわかっていると、時刻 $T + \Delta T$ におけるその点の間げき水圧を計算することができる。

T 、 Z が無次元量であるから

$$\lambda = \frac{\Delta T}{(\Delta Z)^2} = c_v \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} = n^2 c_v \frac{\Delta t}{H_0^2} \quad (28)$$

も無次元量であるが

$$\lambda = \frac{1}{2} \quad (29)$$

によると (27) は簡単に

$$W_{i, T+\Delta T} = \frac{1}{2} [W_{i-1, T} + W_{i+1, T}] \quad (30)$$

となつて計算が容易である。この場合すなわち (29) の条件のもとでは、ある点の $T + \Delta T$ における間げき水圧はその点に隣接する 2 点の T における間げき水圧の平均値として求められることになるが、これは圧密の図解法の基本的な考えかたになつている。^{*5}

II の下端が不透水層に接している場合は境界条件 (19') より $i = n$ においては

$$\frac{\partial W}{\partial Z} = \frac{1}{\Delta Z} [W_{n-1, T} - W_{n, T}] = \frac{1}{\Delta Z} [W_{n, T} - W_{n+1, T}] = 0$$

$$\therefore W_{n-1,T} = W_{n+1,T} \quad (31)$$

であるから(30)より

$$W_{n,T+\Delta T} = \frac{1}{2} [W_{n-1,T} + W_{n+1,T}] = W_{n-1,T} \quad (32)$$

実際の計算にはまず n を適当に決めて(30)より ΔZ を求めこれに応じて(30)の条件のもとで決まってくる ΔT について計算をすすめていくことになり n を大きくとるほど精度の高い結果の得られることはもちろんである。

さて II についての境界条件のひとつ(18')は I の最下面における平均間げき水圧で与えられるわけではこれはすでに述べたように(9)で示される垂直方向のみの圧密の時間係数 T_v の関数であつて一方 II についての(30)は(30)で示される T についての式であるから、計算をすすめるには(9)の T_v と(30)の T の関係を明らかにしておかなければならない。

(9)と(30)より

$$T = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2 T_v \quad (33)$$

また(9)より $\Delta T_v = \frac{C_v}{H_1^2} \Delta t$ として(30)の $n^2 C_v \frac{\Delta t}{H_2^2} = \frac{1}{2}$ に代入すると

$$\Delta T_v = \frac{1}{2n^2} \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 \quad (34)$$

でこれを T について書けば

$$\Delta T = \frac{1}{2n^2} \quad (35)$$

したがって I, II の層について同じ時間間隔 Δt で計算をすすめていくことは I については(30)で示される ΔT_v , II については(30)で示される ΔT ごとに境界条件を(30)あるいは図-3により与え(30)を計算すればよいことになる。そして T と T_v は(30)のような関係にあるから I, II の層全体を通じて圧密度を時間係数 T_v の関数としてあらわすことが可能である。

3. 計算結果

ある時点 T_v における I の平均圧密度 U_I は(30)すなわち図-4よりわかり、II の平均圧密度 U_{II} は $T = T_v$ において W を積分して計算すればよく台形公式を用いて

$$U_{II} = 1 - \int_0^1 W dZ = 1 - (W_0 + W_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} W_i) \frac{1}{2} \Delta Z \quad (36)$$

で求められ、I と II 全体の平均圧密度 U は

$$U = \frac{1}{H_1 + H_2} (U_I H_1 + U_{II} H_2) = \frac{1}{1 + \frac{H_2}{H_1}} \left(U_I + \frac{H_2}{H_1} U_{II} \right) \quad (37)$$

である。

このように計算した平均圧密度 U と時間係数 T_v の関係を軟弱層上部のみに排水層のある場合を図-5に、下部にも排水層がある場合を図-6に示す。ここでは $\frac{H_2}{H_1} = 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00$ について計算したが、 $H_2 = 0$ すなわち $\frac{H_2}{H_1} = 0$ では上部のみの排水の場合には図-

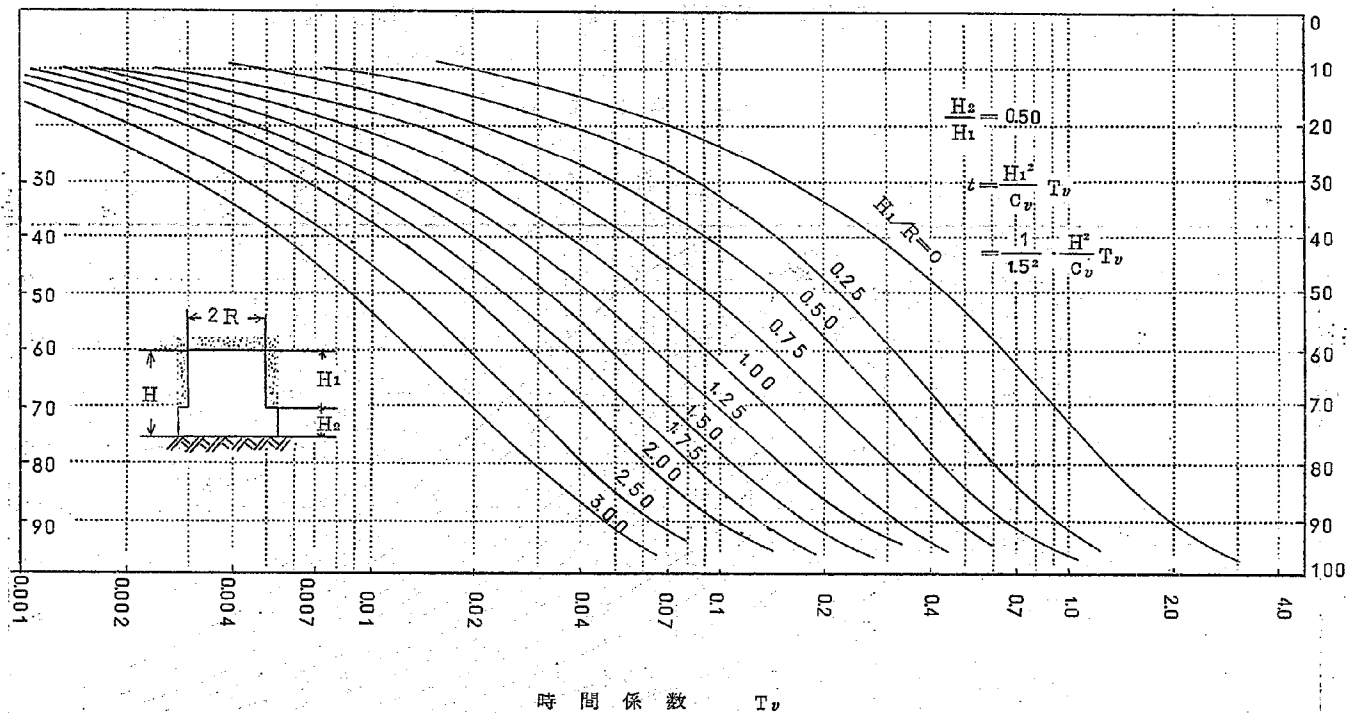


図-5(1) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 0.50$, 片面排水)

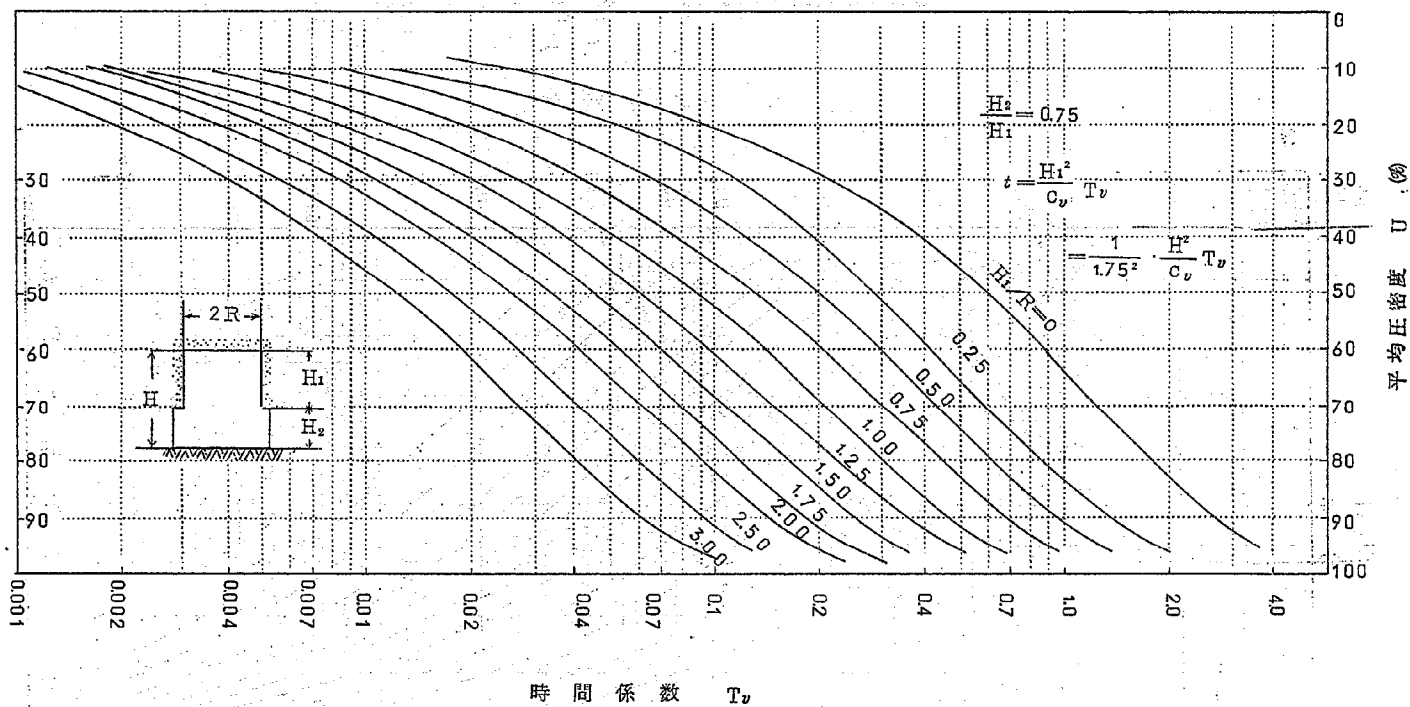


圖-5(2) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 0.75$, 片面排水)

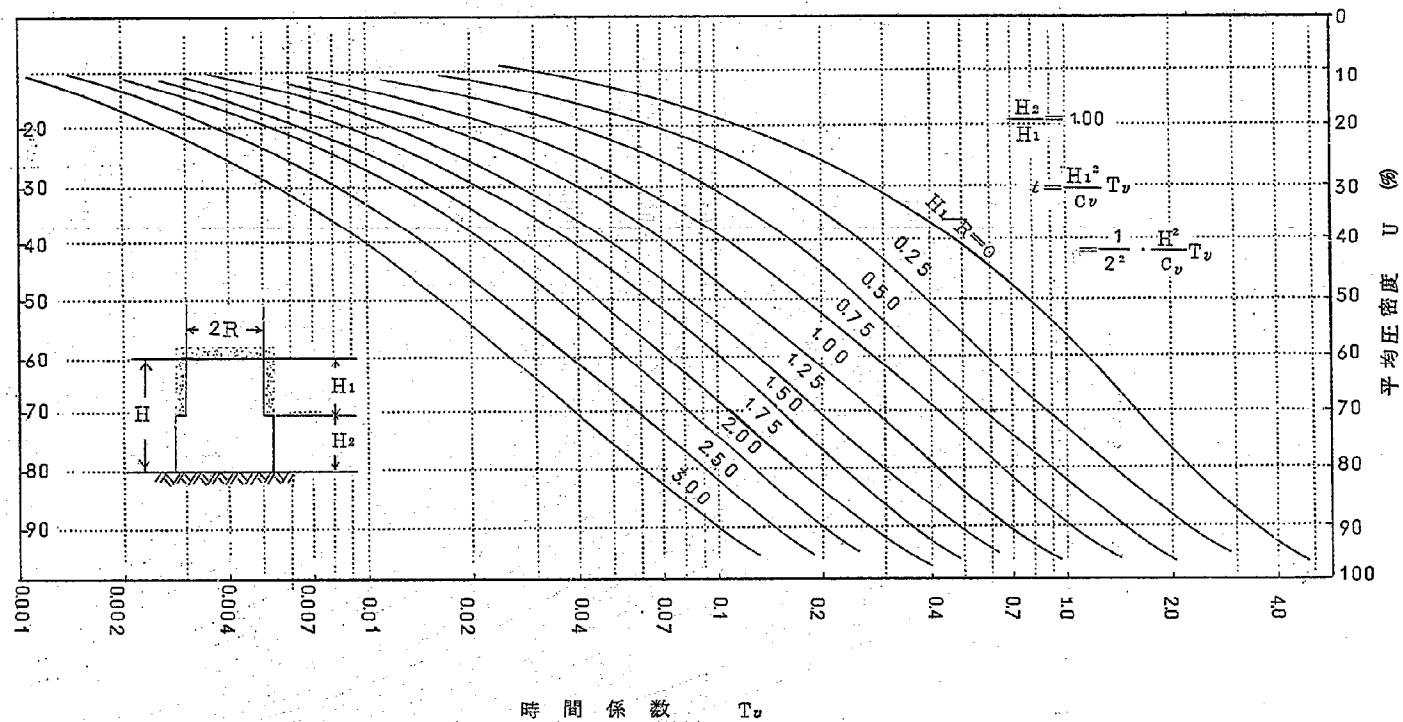


图-5(3) $U \sim T_v$ 曲线 ($H_2/H_1 = 1.00$, 片面排水)

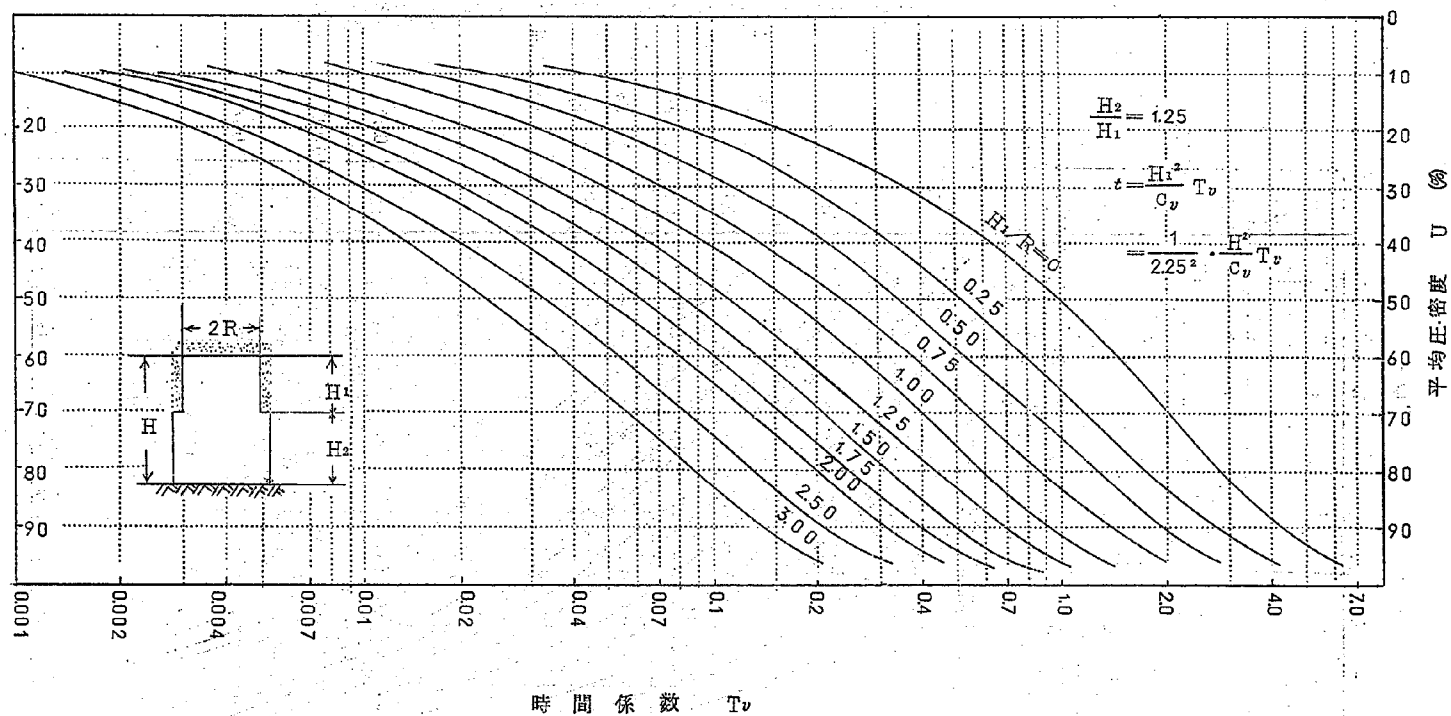


圖-5(4) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.25$, 片面排水)

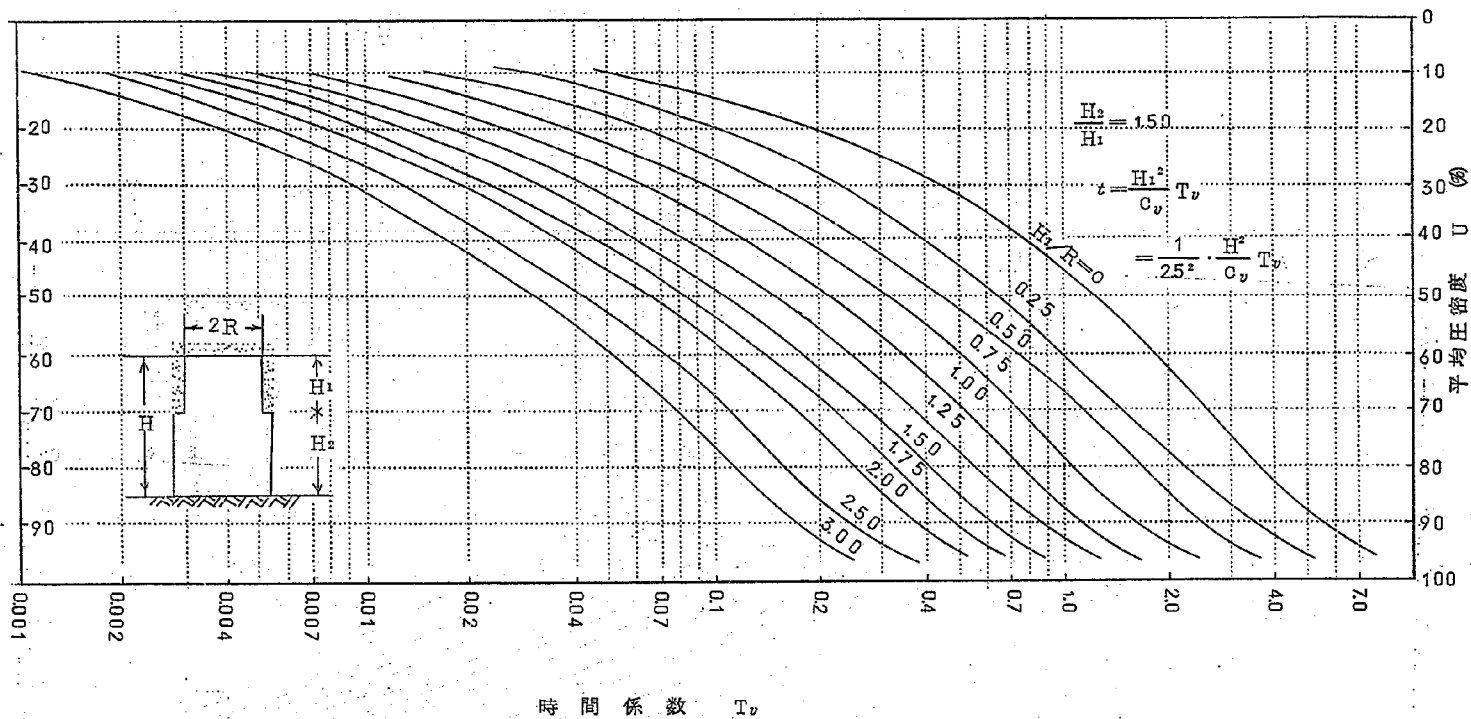


圖-5(5) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.50$, 片面排水)

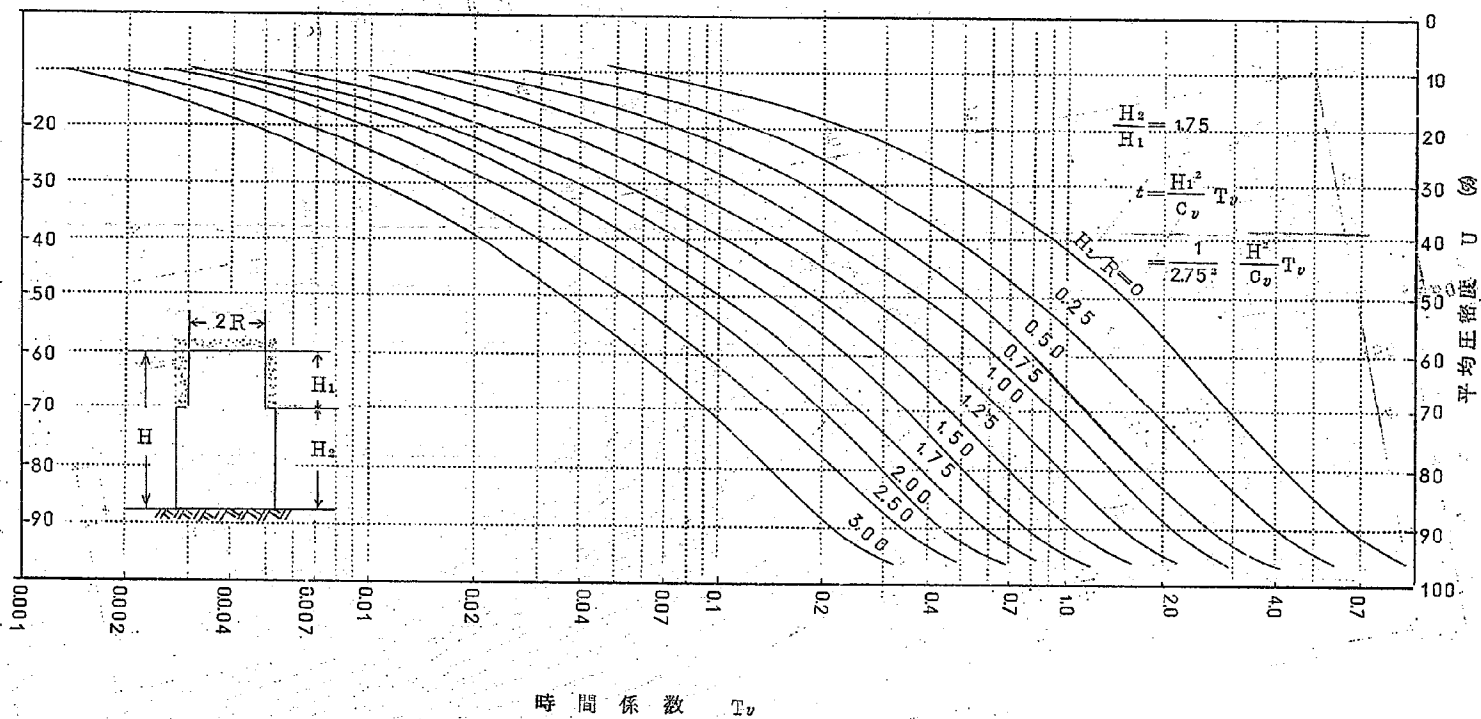


圖-5(6) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.75$, 片面排水)

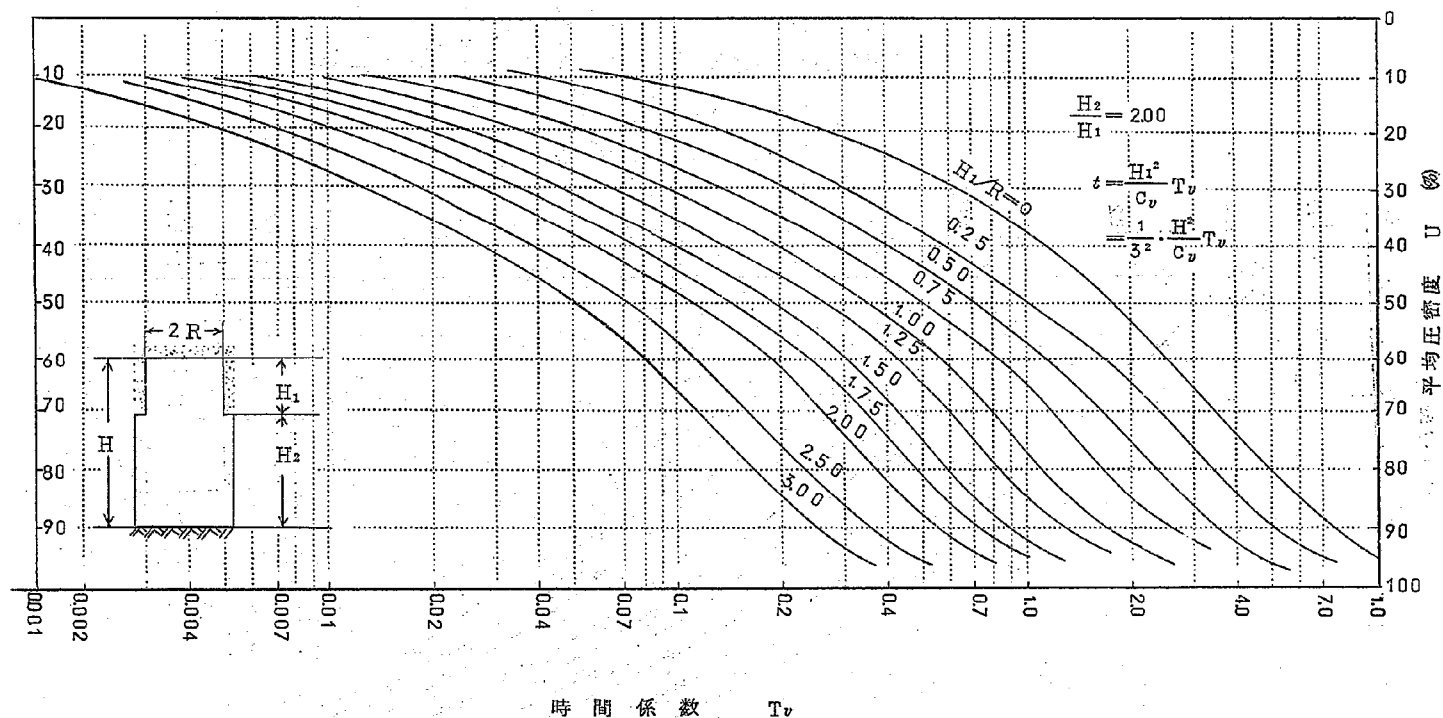


图-5(7) $U \sim T_v$ 曲线 ($H_2/H_1 = 2.00$, 片面排水)

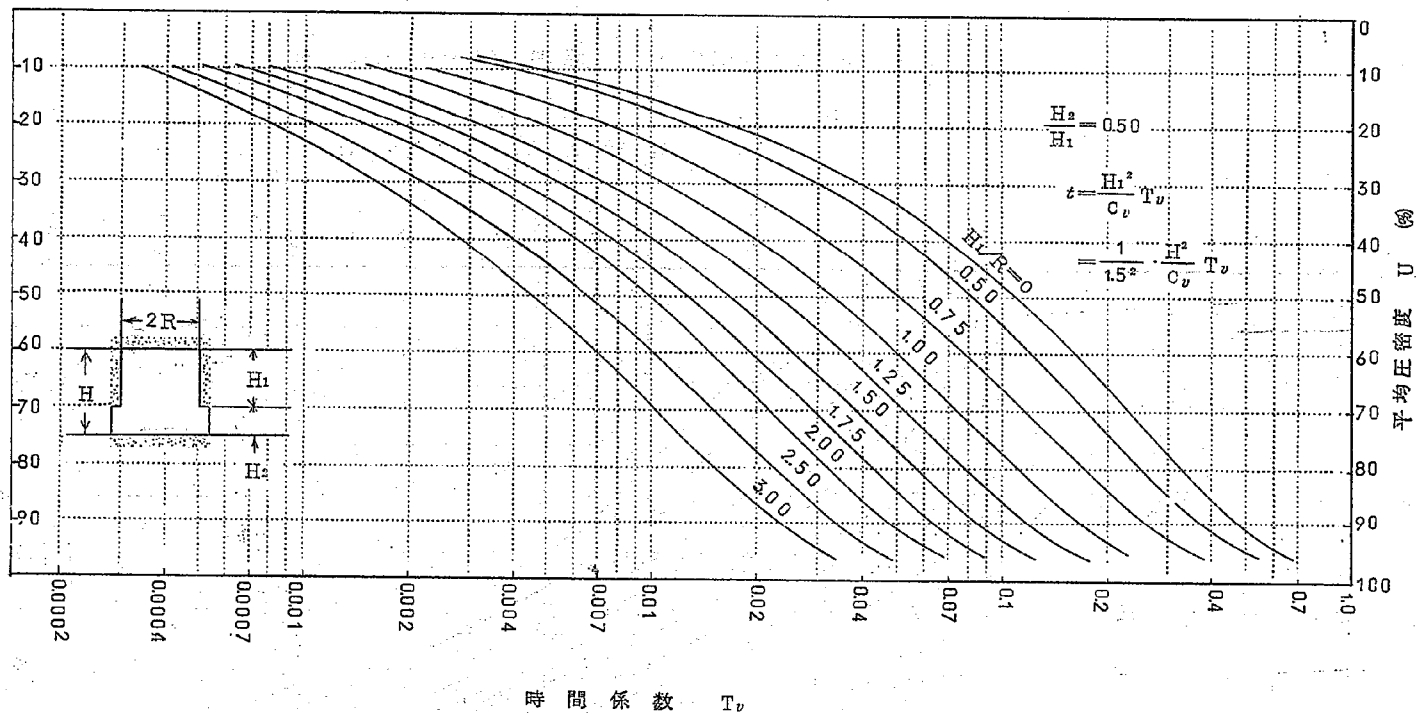


图-6(1) $U \sim T_v$ 曲线 ($H_2/H_1 = 0.50$, 两面排水)

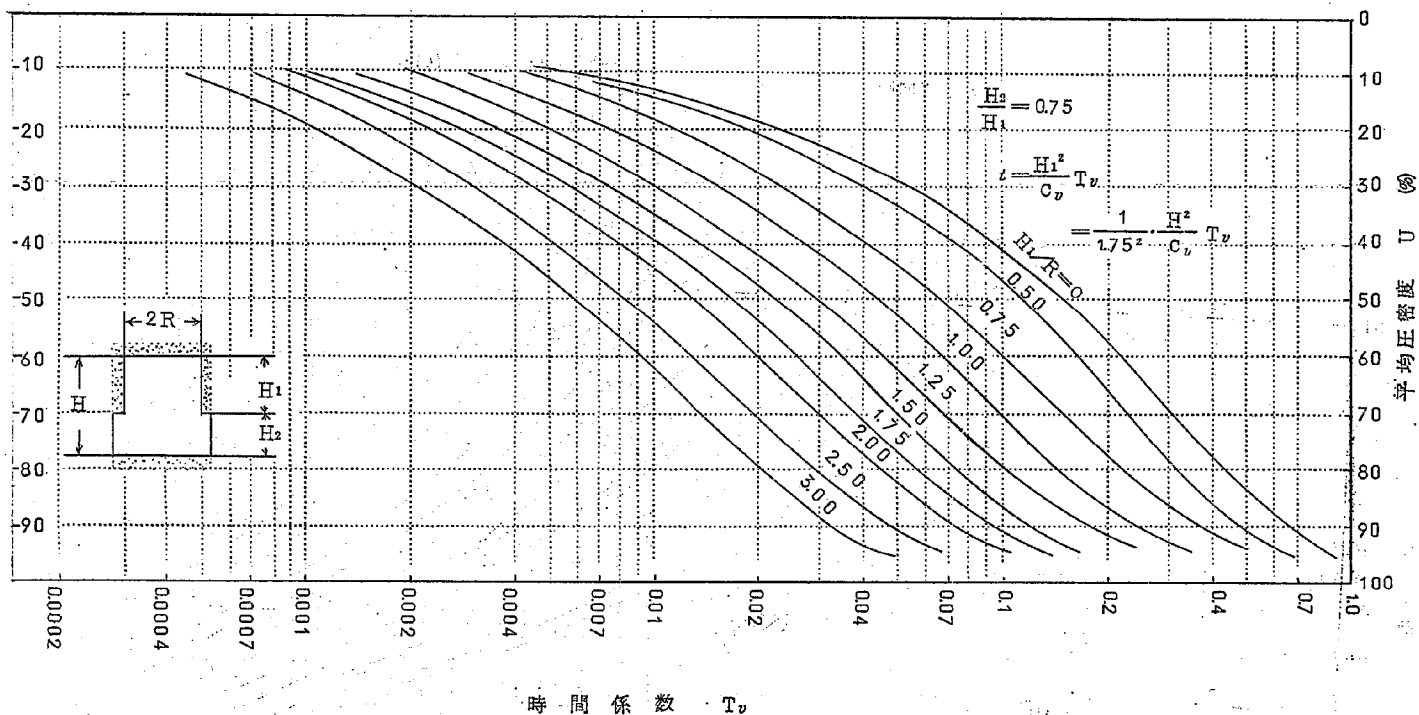


圖-6(2) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 0.75$, 兩面排水)

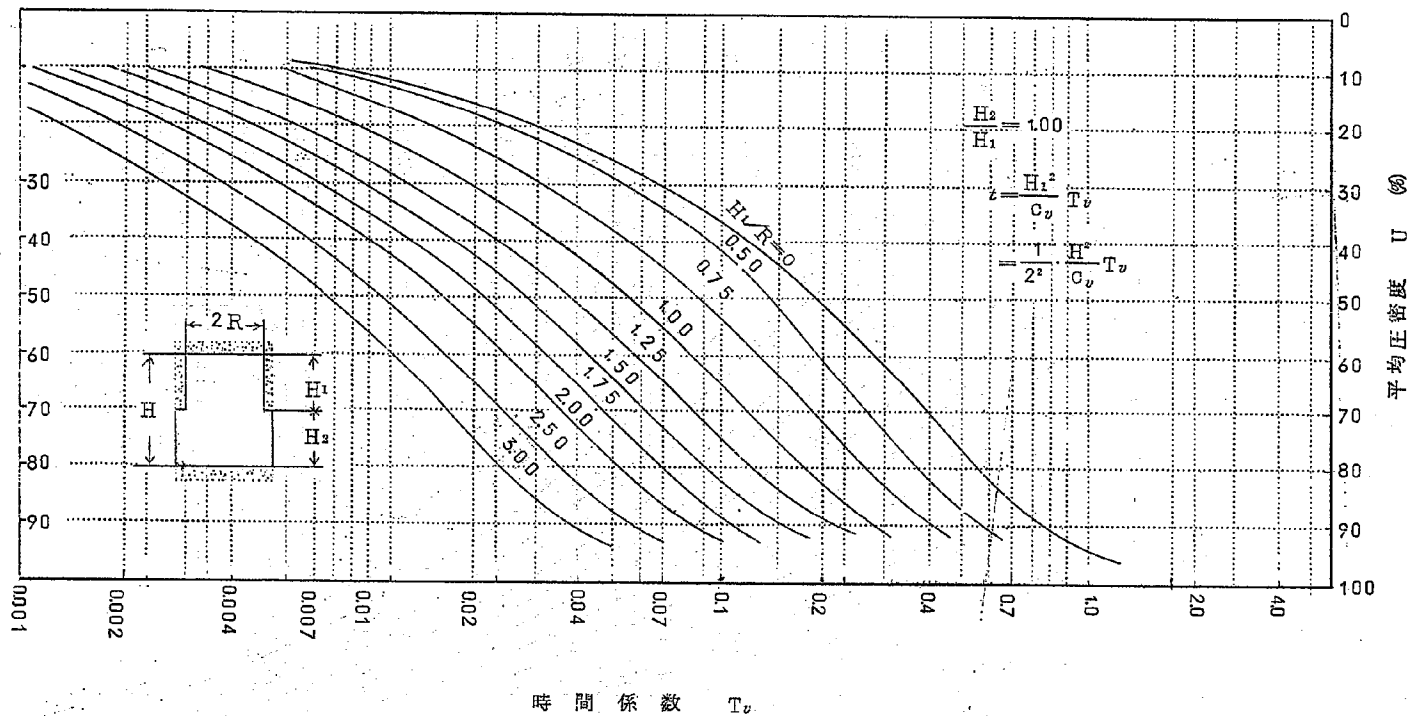


圖-6(3) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 100$, 兩面排水)

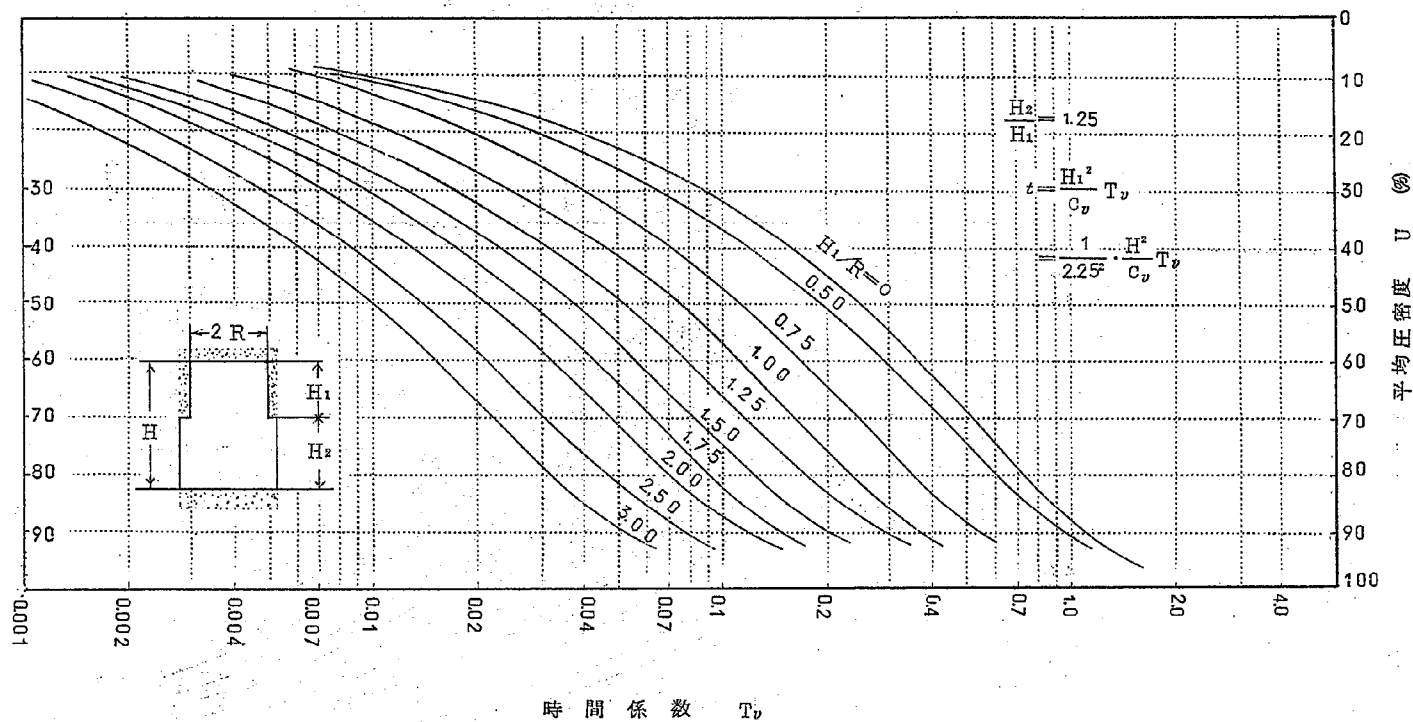


圖-6(4) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.25$, 兩面排水)

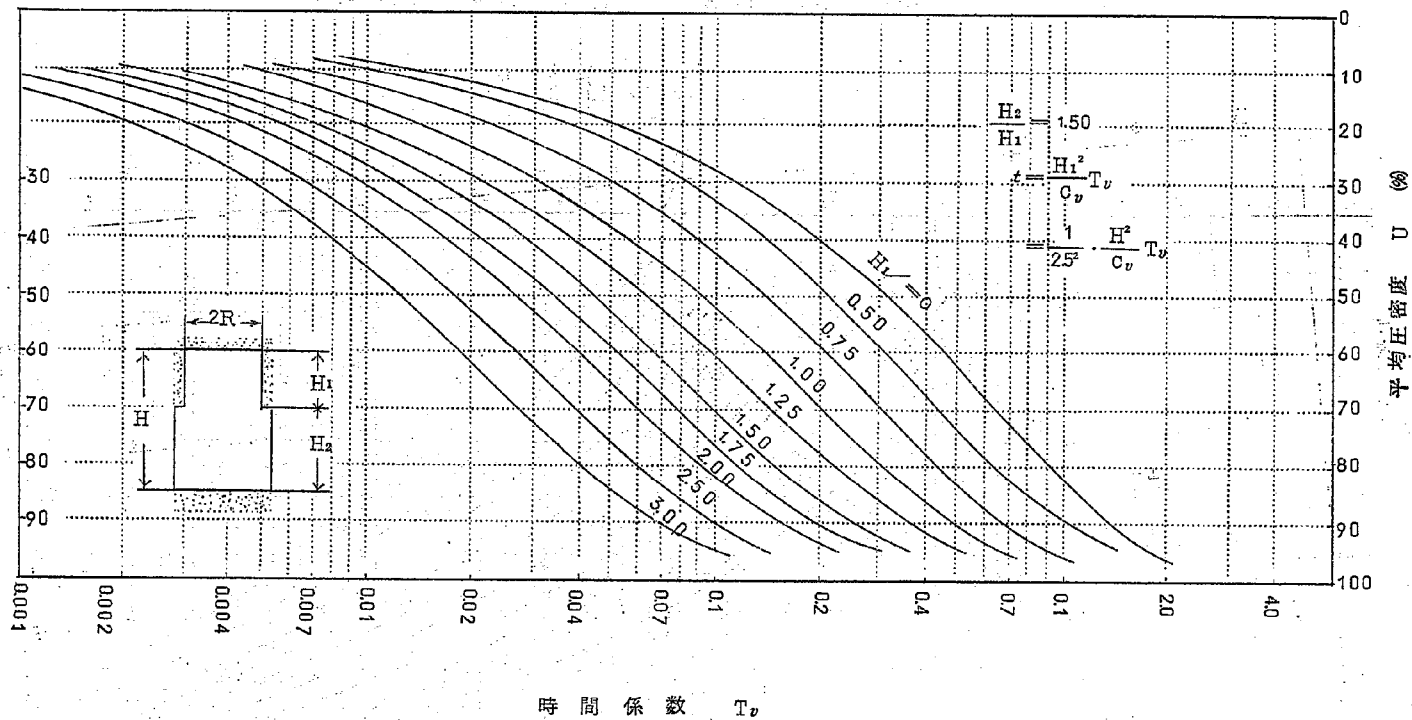
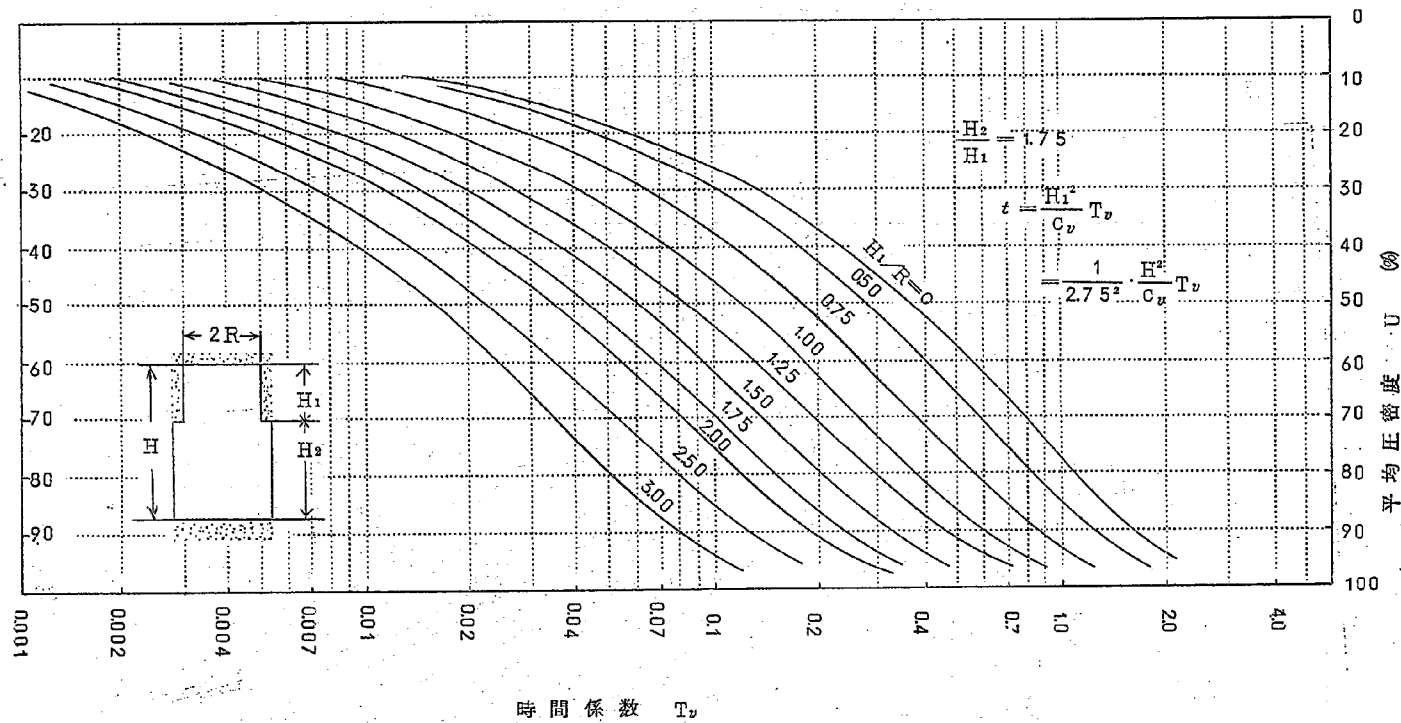
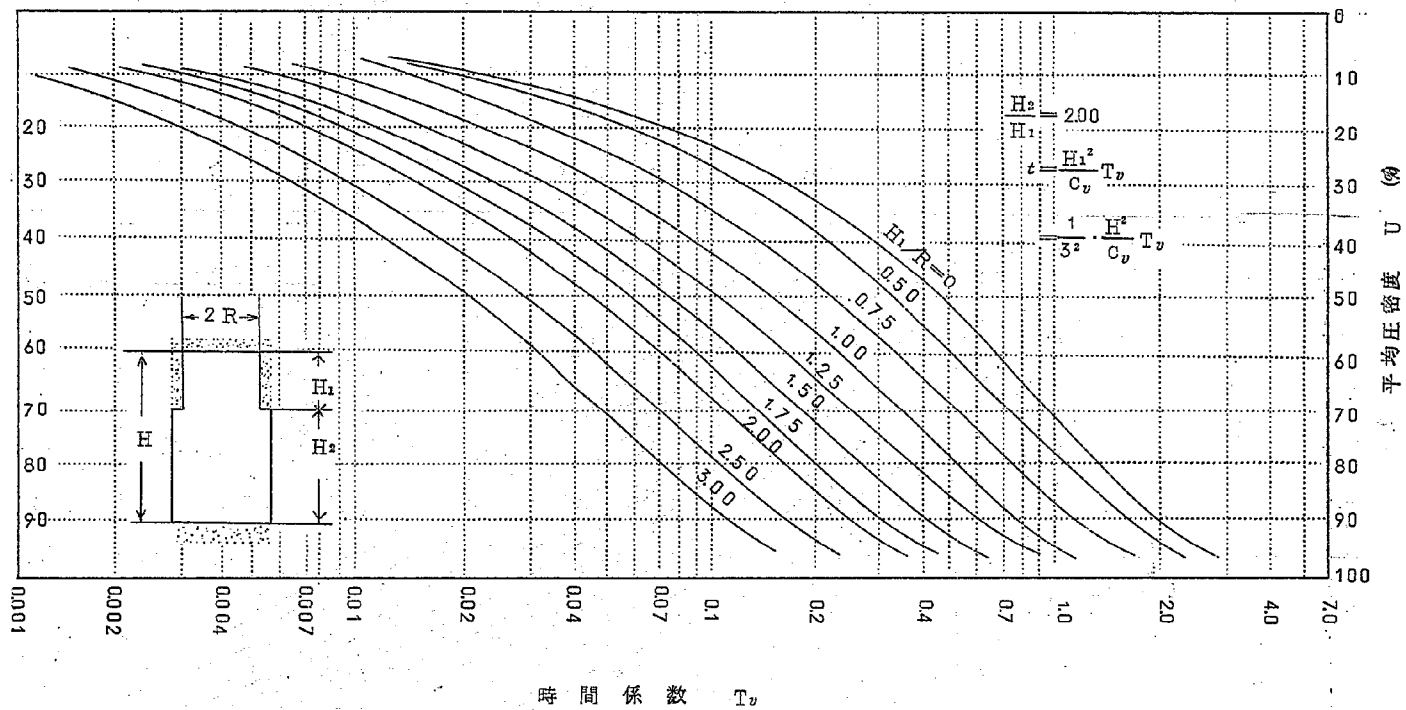


圖 6 (5) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.50$, 兩面排水)



圖一6(6) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 1.75$, 兩面排水)



圖一6(7) $U \sim T_v$ 曲線 ($H_2/H_1 = 2.00$, 兩面排水)

4をそのまま用い、両面排水の場合には $H = \frac{H_1}{2}$ として図-4を用いるとよい。

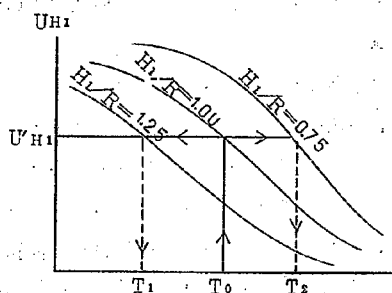


図-d $UH_1 \sim T_v$

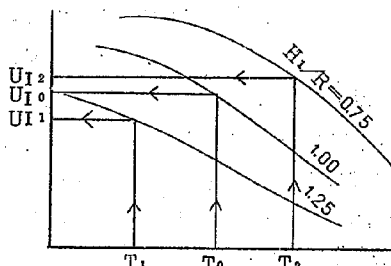


図-e $U_I \sim T_v$

この計算はすべての $\frac{H_1}{R}$ について行なう必要はなく、あるひとつの $\frac{H_1}{R}$ (たとえば $\frac{H_1}{R} = 1.00$)について計算すればその結果を用いて他の $\frac{H_1}{R}$ については簡単に求めることができる。まず図-3の $UH_1 \sim T_v$ の関係において $\frac{H_1}{R} = 1.00$ に対する $T_v = T_0$ のときの圧密度 $U'H_1$ がかわると図-dに示すように他の $\frac{H_1}{R}$ に対して同じ $U'H_1$ になる T_v すなわち T_1 あるいは T_2 を知ることができ、このことは $\frac{H_1}{R} = 1.00$ 以外の $\frac{H_1}{R}$ に対しても境界条件(16')が具体的に与えられたことを示す。そしてそれぞれの T_0, T_1, T_2 に対するIの平均密度 U_{I0}, U_{I1}, U_{I2} は図-4により求められるから(図-e), 結局より全体の平均圧密度 $\bar{U}$ がわかる。

圧密時間 t は(9)より

$$t = \frac{H_1^2}{C_v} T_v \quad (38)$$

で計算できるが

$$H = H_1 + H_2 = \left(1 + \frac{H_2}{H_1}\right) H_1 \quad (39)$$

であるから

$$t = \left(\frac{1}{1 + \frac{H_2}{H_1}}\right)^2 \frac{H^2}{C_v} T_v \quad (38')$$

と書くこともできる。

4. 近似計算の問題点

ここで述べた計算法の最大の問題点は、IとIIの境界を通つての間げき水の移動がないと仮定していることである。すなわちIの部分の圧密方程式を解く場合に下部が不透水層に接しているとして計算したが、実際にはIIの部分から排出された間げき水がIの部分に流入してくるので、それだけIの圧密ははかれることになる。また H_1/R が小さく、 H_2/H_1 も小さい場合には逆にIとIIの境界を通つてIからIIの方へ間げき水が移動することもあり得る。この計算ではIIの部分か

ら上方に排出された間げき水はⅠには流入せずに他のところに全部排出されるものとしている。したがって H_1/R と H_2/H_1 がある程度以上（具体的にどの値以上かわからないが）の場合には、この近似計算では圧密度を実際より過大に計算していることになり、圧密時間についていえば実際より過小な値を与えているので誤差は危険側にあることになる。

図-7および8はある時点（ $t = 0.2 \cdot C_v / H_1^2$ ）における間げき水圧の等時線を示したもので実線はこの近似計算による計算値、破線はⅠ、Ⅱ全体が一次元圧密理論に従うものとしたときの理論値で、ここで考えているような境界条件のもとでの厳密な理論値はⅠの部分に関しては実線と破線の間にくるはずである。しかしⅡの部分については実線より大きい値にはなるが破線との関係は場合によつて異なつたものとなる。ⅠとⅡの境界において等時線のコウ配が不連続すなわち境界においてⅠとⅡの $\frac{\partial u}{\partial z}$ が異なるが、これは前述の仮定でⅠとⅡの境界を通つての水の流出入がないとしているためであるが、もし間げき水の流量についてⅠとⅡの境界で連続の条件が満足されてもⅡの動水コウ配は $\frac{\partial u}{\partial z}$ であるのに反してⅠの動水コウ配は $\frac{\partial u}{\partial z}$ と $\frac{\partial u}{\partial r}$ の関数であるから、境界において $\frac{\partial u}{\partial z}$ は必ずしも等しくない。

次にⅠの部分の水平流による圧密の解には図-aのような正方形を等面積の円におきかえて極座標により計算したが、厳密に直交座標のまま、正方形の周辺で間げき水圧は0、初期間げき水圧分布は $u_0 = 1$ という条件で、水平流のみによる圧密現象の平均間げき水圧 $\bar{u}_g$ を求めると

$$\bar{u}_g = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{64}{\pi^4} \left(\frac{1}{MN} \right)^2 \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \quad (40)$$

$$\text{ただし } M = 2i + 1, \quad N = 2j + 1 \quad (41)$$

$$T = \frac{C_v}{D} t \quad (42)$$

である。そして(40)はさらに

$$\bar{u}_g = \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{8}{M\pi^2} \exp \{ -\pi^2 M^2 T \} \right)^2 \quad (43)$$

と書くことができこの右辺の〔 〕は両面排水条件のもとでの一次元圧密の解であるから(43)は容易に計算できる。

平均圧密度 U は

$$U = 1 - \frac{\bar{u}_g}{u_0} = 1 - \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{8}{M\pi^2} \exp \{ -\pi^2 M^2 T \} \right)^2 \quad (44)$$

であるがこれを図示したものが図-7で、時間係数 T は(42)のかわりに

$$T_h = \frac{C_v}{D} t = \frac{4C_v}{D^2} t \quad (45)$$

をとっている。

このようにして二次元圧密の解が極座標系については(6)、直交座標系については(43)で示されたわけであるが、その結果の差異を知るために(6)と(43)を同じ時間係数軸 T_h に対して書いてみると図-8のようになった。

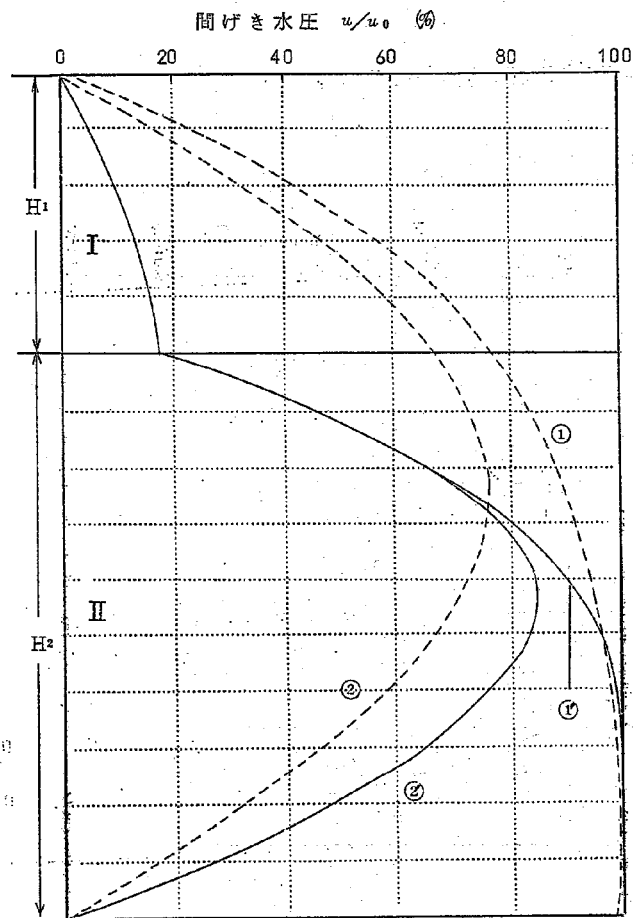


図-7 間げき水圧の等時線 ($H_2/H_1 = 2.00$)

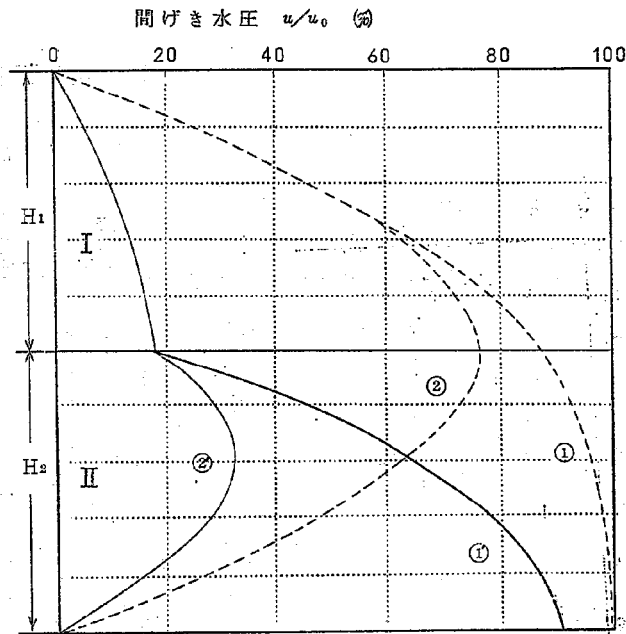


図-8 間げき水圧の等時線 ($H_2/H_1 = 1.00$)

- 近似計算の結果
 - - - 一次元圧密の場合
 ① ④ 片面排水
 ② ③ 両面排水

いずれも同じ時間 $t = 0.2 \frac{C_v}{H_1^2}$ に対するもの

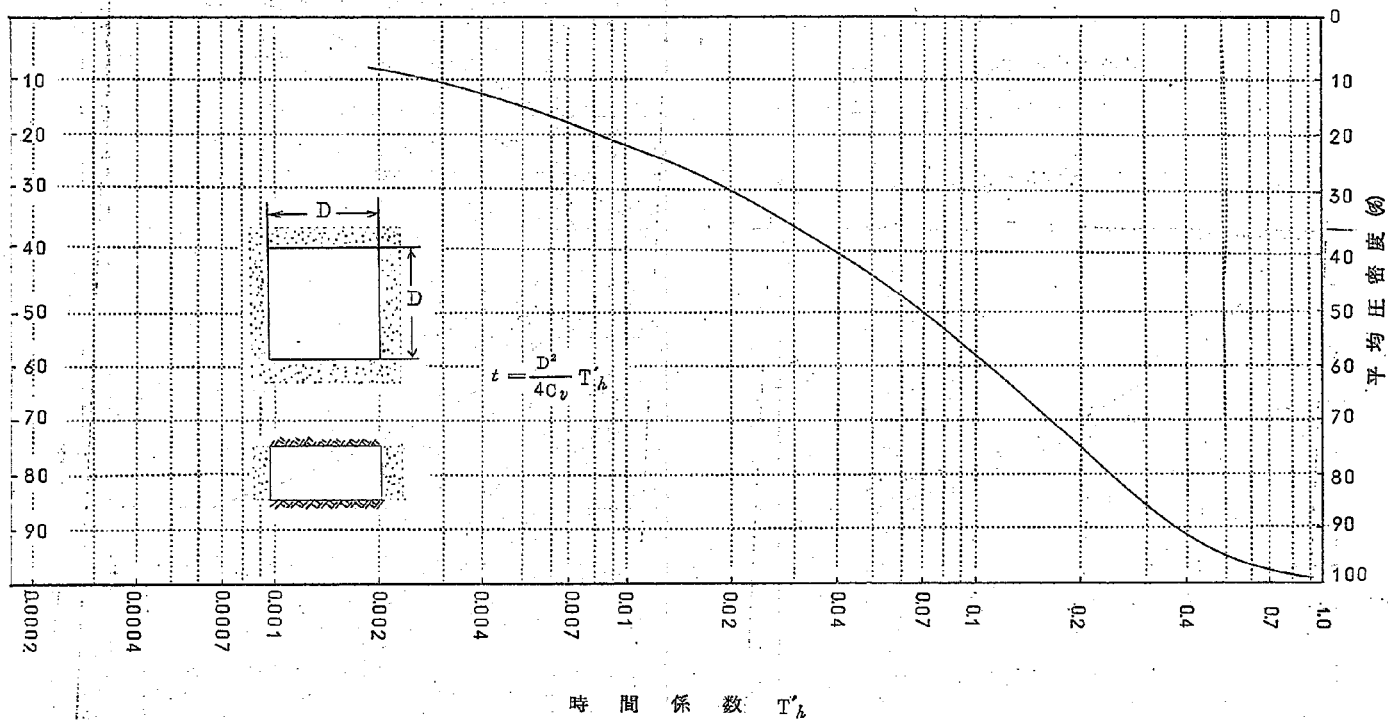


図-9 二次元圧密の場合の平均圧密度と時間係数の関係

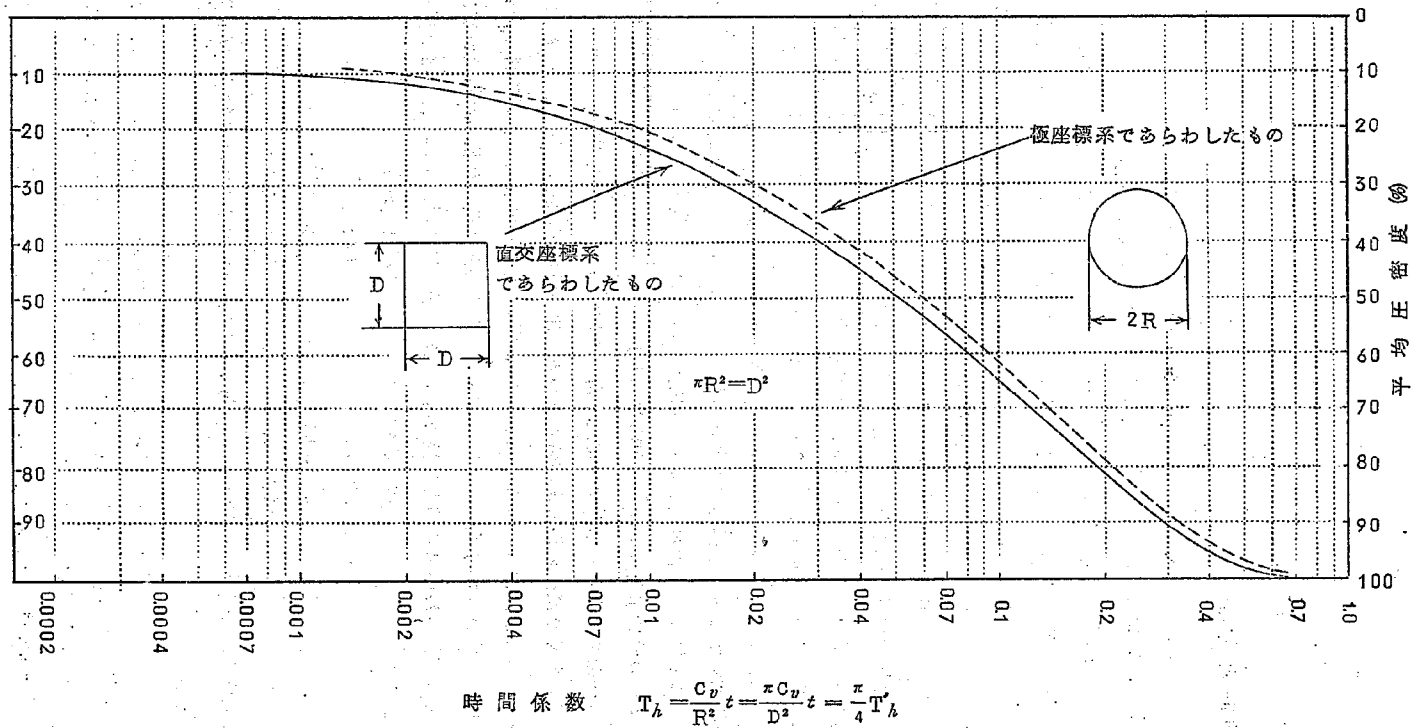


図-10 二次元圧密の解の比較

T_h と T'_h の関係は(1)、(8)、(9)より

$$T_h = \frac{\pi}{4} T'_h \quad (46)$$

である。

5. 実測値とその比較

京葉道路の第三期工事区間の幕張地区試験盛土においてこの工法が採用され沈下量が測定されているので、ここで述べた方法による計算値と比較した。その結果を図-11に示す。

この地点の軟弱層は深さ4 mまでの有機土(ビート)でその下はゆるい砂層となっている。そして厚さ約50 cmの表土はその圧密特性が下部の砂層に類似していることからその存在を無視し軟弱層の厚さは3.5 mと考える。

施工時には厚さ1 mのサンドマットを敷設したのちに、幅1 m深さ2.5 mの溝を4.0 mの間隔で掘削する方法をとつたので(図-f)実際の軟弱地盤中の溝の深さは1 mとなり、計算に用いる値は $H_1=1.0m$ $H_2=2.5m$ $D=4.0m$ $R=227m$ $H_2/H_1=2.5$ 、 $H_1/R=0.44$ となつたが、 $H_2/H_1=2.5$ については $U \sim T_v$ の関係が計算されていないので $H_2/H_1=0.50 \sim 2.00$ に対する値から外挿により求めた。

表土および下部の砂層の自然含水比が50%程度であるのに対してビートの自然含水比は600~800%に達し深さによりその性質も一様ではない。したがって圧密計算に用いる

数値はすべて、多くの試験結果の平均値をとつた。沈下量は平均的な $e \sim \log p$ 曲線を想定してこれによつて求めた。盛土の進捗状況は図-11に示すとおりであるが沈下時間の計算には、盛土の過程を次に示すような段階にわけ最初の2段階は瞬間載荷、最後の段階は直線的な載荷とみなして、それぞれの段階の最初と最後の有効応力の平均値に対応する C_v の値を用いた。

盛土の段階	盛土高(m)	C_v (cm/sec)
1	0 ~ 1.0	1.4×10^{-2}
2	1.0 ~ 1.7	8×10^{-3}
3	1.7 ~ 5.5	2.6×10^{-3}

なお盛土の単位体積重量はサンドマットの部分(高さ1 mまで)が $\gamma_t = 1.6 \frac{t}{m^3}$ 、路体部分では $\gamma_t = 1.4 \frac{t}{m^3}$ である。

図-11に示した例では通常の一次元圧密理論による理論沈下曲線とここで述べた方法による理論沈下曲線にはほとんど差がないので、実測沈下曲線が近似計算による計算値に合っているかどうか結論をくだすことは困難である。

この例では溝を掘削したことによる利点はほとんど認められなかつたことになるがその理由の

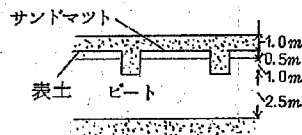
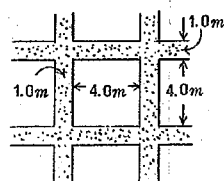


図-f

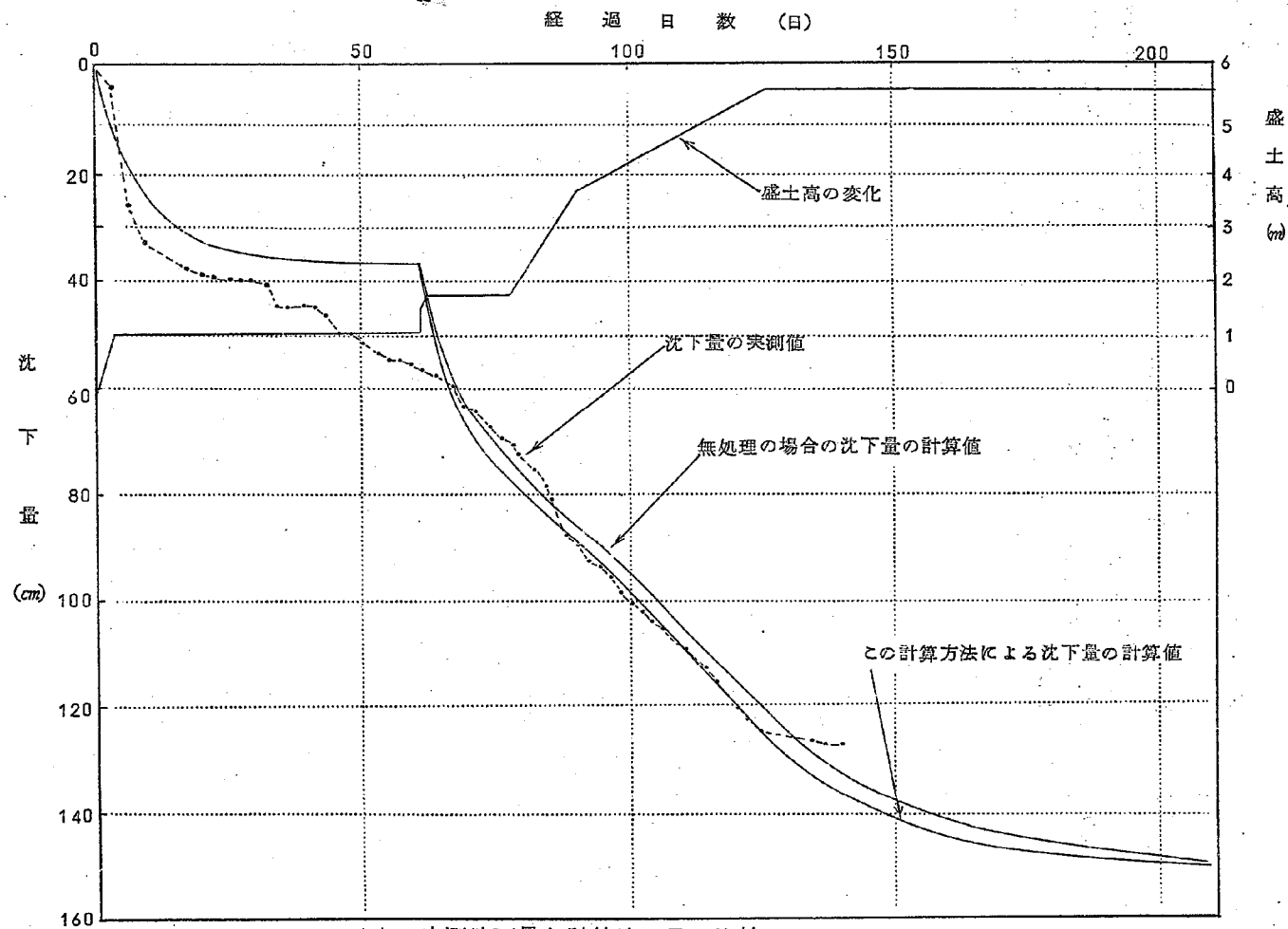


図-11 実測沈下量と計算沈下量の比較

うちで最大のものは軟弱層中に掘削された溝の深さが十分でなかつたことである。すなわちサンドマット1 mを掘削し、さらに表土の部分も掘削しなければならず軟弱層内では溝の深さは $H_1=1.0$ mにすぎず、 $H_1/R=0.44$ は小さく、 $H_2/H_1=2.5$ と大きくなつて無処理の場合と大差のない結果となつた。

この工法の効果を十分発揮させるには H_1/R は小さく、 H_2/H_1 を大きくするほど有利なのでサンドマットの厚さは施工機械の稼動可能なぎりぎり薄くし、できるだけ深い溝を、間隔を小さくして掘削するのがよい。溝の幅は砂部分が不連続になるおそれのない限度でせまくてもよい。なお排水層が軟弱層下部にない場合の方が無処理の場合に比較して、この工法による改良効果は大きい。

補遺 1.

正方形周辺よりの水平方向のみの脱水による圧密現象
の直交座標系の解(式(40))の計算について

二次元の圧密方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad [1]$$

であるがこれを初期条件として

$$0 < x < a, 0 < y < b \text{ において } t=0 \text{ のとき } u=F(x, y) \quad [2]$$

境界条件として

$$\left. \begin{aligned} x=0, 0 < y < b \text{ で } t=t \text{ のとき } u=0 \\ x=a, 0 < y < b \text{ で } t=t \text{ のとき } u=0 \\ y=0, 0 < x < a \text{ で } t=t \text{ のとき } u=0 \\ y=b, 0 < x < a \text{ で } t=t \text{ のとき } u=0 \end{aligned} \right\} \quad [3]$$

のもとで解けばよい。圧密現象と熱伝導は相似の現象であるが、この場合には、二辺の長さが a, b 、である薄い長方形板の周辺が温度 0 に保たれ、初期温度分布が $F(x, y)$ で与えられるときの板上の温度分布を求める問題とみなされる。

そしてその解は

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} B_{mn} \exp(-\theta_{mn} t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad [4]$$

ただし

$$\theta_{mn} = C_v \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \quad [5]$$

$$B_{rs} = \frac{4}{ab} \int_{x=0}^{x=a} \int_{y=0}^{y=b} F(x, y) \sin \frac{r\pi x}{a} \sin \frac{s\pi y}{b} dy dx \quad [6]$$

である。^{*6}

いまこれを利用して図-aの圧密の解を求めるために

$$a=b=D, \quad F(x, y)=u_0=\text{const} \quad [7]$$

とすれば

$$\theta_{mn} = \frac{C_v \pi^2}{D^2} (m^2 + n^2) \quad [8]$$

$$\begin{aligned} B_{rs} &= \frac{4u_0}{D^2} \int_{x=0}^{x=D} \int_{y=0}^{y=D} \sin \frac{r\pi x}{D} \sin \frac{s\pi y}{D} dy dx \\ &= \frac{4u_0}{D^2} \left[-\frac{D}{s\pi} \cos \frac{s\pi y}{D} \right]_0^D \int_0^D \sin \frac{r\pi x}{D} dx \end{aligned}$$

$$= \frac{4u_0}{D^2} \cdot \frac{D}{8\pi} (1 - \cos 8\pi) \left[-\frac{D}{r\pi} \cos \frac{r\pi x}{D} \right]_0^D = \frac{4u_0}{r8\pi^2} (1 - \cos 8\pi) (1 - \cos r\pi)$$

したがって

$$\left(\begin{array}{l} r = 1, 3, 5, \dots \\ s = 1, 3, 5, \dots \end{array} \right) \text{ のとき } (9)$$

$$Br_s = \frac{16u_0}{r8\pi^2} \quad (9)$$

その他の r, s については

$$Br_s = 0 \quad (10)$$

ゆえに

$$u = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{16}{MN} \cdot \frac{u_0}{\pi^2} \left\{ -\frac{Gv}{D^2} \pi^2 (m^2 + n^2) t \right\} \sin \frac{m\pi x}{D} \sin \frac{n\pi y}{D} \quad (11)$$

そして

$$M = 2i + 1, \quad N = 2j + 1 \quad (41)$$

$$T = \frac{Gv}{D^2} t \quad (42)$$

とおけば

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{16}{MN} \cdot \frac{u_0}{\pi^2} \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \sin \frac{M\pi x}{D} \sin \frac{N\pi y}{D} \quad (11')$$

したがって平均間引き水圧 $\bar{u}_q$ は

$$\begin{aligned} \bar{u}_q &= \frac{1}{D^2} \int_{x=0}^{x=D} \int_{y=0}^{y=D} u dy dx \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{16}{MN} \cdot \frac{u_0}{\pi^2 D^2} \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \int_{x=0}^{x=D} \int_{y=0}^{y=D} \sin \frac{M\pi x}{D} \sin \frac{N\pi y}{D} dy dx \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{16}{MN} \cdot \frac{u_0}{\pi^2 D^2} \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \cdot \frac{D^2}{MN\pi^2} (1 - \cos M\pi) (1 - \cos N\pi) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{64}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{MN} \right)^2 u_0 \cdot \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \quad (12) \end{aligned}$$

また平均圧密度 u_q は

$$\begin{aligned} u_q &= 1 - \frac{\bar{u}_q}{\frac{1}{D^2} \int_{x=0}^{x=D} \int_{y=0}^{y=D} u dy dx} = 1 - \frac{\bar{u}_q}{u_0} \\ &= 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{64}{\pi^4} \cdot \left(\frac{1}{MN} \right)^2 \exp \{ -\pi^2 (M^2 + N^2) T \} \quad (13) \end{aligned}$$

一方

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Gv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (14)$$

を初期条件

$$0 < x < a \text{ において } t=0 \text{ のとき } u=F(x) \quad [15]$$

境界条件

$$x=0, x=a \text{ において } t=t \text{ のとき } u=0 \quad [16]$$

のもとで解いた解を $u=u_x$ としさらに

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad [17]$$

を初期条件

$$0 < y < b \text{ において } t=0 \text{ のとき } u=F(y) \quad [18]$$

境界条件

$$y=0, y=b \text{ において } t=t \text{ のとき } u=0 \quad [19]$$

のもとで解いた解を $u=u_y$

とすると, [1]を初期条件[2]境界条件[3]のもとで解いた解は

$$u = u_x u_y \quad [20]$$

である。^{*} これは[4]の解と同一のものである。

そして[14]の解 u_x , [17]の解 u_y はすでに計算されている一次元圧密の解であるから[20]は容易に求められる。すなわち

$$a=b=D \quad F(x)=F(y)=u_0=1 \quad [7^1]$$

として, [20]を平均間けき水圧の形に書けば $\bar{u}_x, \bar{u}_y$ は(12)と同じ形であるから

$$\bar{u} = \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{8}{(2m+1)^2 \pi^2} \exp \left\{ -\frac{(2m+1)^2}{4} \pi^2 T \right\} \right\}^2 \quad [21]$$

$$\text{ただし } T = \frac{C_y}{\left(\frac{D}{2}\right)^2} t = \frac{4C_y}{D^2} t \quad (45)$$

である。

平均圧密度 U は

$$U = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0} = 1 - \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{8}{(2m+1)^2 \pi^2} \exp \left\{ -\frac{(2m+1)^2}{4} \pi^2 T \right\} \right\}^2 \quad [44^4]$$

参 考 文 献

- 1) 川上浩 "三軸試験機による圧密係数 c_h の測定"

土と基礎 11巻3号(61号) 1963年3月

- 2) R.F.Scott "Principles of Soil Mechanics"

Addison-Wesley, 1963, p.206 ~218

- 3) 土質工学会 "土質工学ハンドブック" 1965, p.142

- 4) T.H.Wu, "Soil Mechanics" Allyn and Bacon, 1966, p.349~352

- 5) 土田肇 "圧密の図解法" 土と基礎 13巻10号(92号), 1965年10月

- 6) L.A.Pipes, "Applied Mathematics for Engineers and Physicists"

McGraw-Hill, 1958, p.500~502

- 7) 2) p.204, 6) p.510

なおこの問題を Analog Simulation によって解くには下記が参考になる。

- (8) W.J.Karplus, "Analog Simulation" McGraw-Hill, 1958

- (9) R.F.Scott, "An Hydraulic Analog Computer for Studying Diffusion

Problems in Soil," Geotechnique Vol.7, 1957

- (10) R.A.Barron, "Viscous Flow Tube Model". Proc. 2nd Int. Conf. on Soil

Mech. & Foun. Eng. Vol.13, 1948, p.209~211