

第 6 回

土木研究所研究発表会
資 料

昭和43年10月 2 日

建設省土木研究所

目 次

1. ダム基礎のグラウト特性に関する2, 3の考察
(ダム水理研究室長 花 籠 秀 輔)..... 1
2. ダム群による洪水調節の試算
— 残流域流出を合わせた洪水追跡 —
(水 文 研 究 室 青 木 佑 久)..... 17
3. 砂防ダムの堆砂縦断形の変動について
(砂 防 研 究 室 泉 岩 男)..... 43
4. 土中の有機物が土のセメンテング効果に及ぼす影響
(化 学 研 究 室 大 場 正 男)..... 59
5. 火山灰質粘性土の強度回復と生石灰処理効果に関する実験
(施 工 研 究 室 金 刺 敏 朗)..... 75
6. 有限要素法における要素の形状とその特徴について
(ダム構造研究室 小 林 茂 敏)..... 93
7. P・C単純T桁橋標準設計上の諸問題
(技 術 管 理 室 工 藤 真之助)..... 127
8. なだれ制御砲の開発
(トンネル研究室長 村 上 良 丸)..... 147

1. ダム基礎のグラウト特性に関する 2, 3 の考察

ダム水理研究室長 花 籠 秀 輔

は じ め に

ダム基礎処理のためのグラウト工は従来全く勘と経験に頼って計画、施工されてきたといつてよい。またその目的が止水を主目的としたものからさらに最近では岩盤に対する力学的改良効果への期待も強くなってきておりこれら計画、設計、施工の全ての面から、各サイトに適応した効率的な工法とその効果の定量的把握が求められている。

本報は、岩盤の性状に対応した一般のグラウト特性を定量的に把握するためのアプローチとして、下釜ダムの施工データにより下釜ダムの岩盤のもつグラウト特性について若干の検討を試み、さらにグラウト特性に影響する基本的要素である岩盤割目性状との関連性について2、3考察したが、資料が十分なものでなく、検討も不十分であつて今回は問題を指摘するにとどまつた。今後検討を進めるうゑに御批判を賜われれば幸である。

1 基礎グラウトの目的と現状

基礎処理におけるセメントグラウト工の目的は、本来岩盤内に存在する構造的分離面の塊体構造物や基礎自体の安定性への悪影響を減少させることであり、工種として止水を主目的としたカーテングラウトと基礎の補強を主目的としたコンソリデーショングラウトに大別される。しかし両目的に対する岩盤の定量的評価は明確には行なわれていない現状で従つてグラウト工も全く経験的な判断のもとに行なわれていると云つてよい。例えば透水性の改良の目標としては経験的なものとして 1 Lu (10^{-5} cm/sec 相当)程度がとられることもあるがその根拠は明らかでなく、また補強については最近グラウトによる積極的な岩盤改良とその評価が試みられているが例も少くその効果についての的確な把握や評価は一般的には行なわれ難い状況である。従つてコンソリグラウトは補助的な手段としてのみ行なわれ現実の施工は経済的なまたは施工制約条件の限度を最終値として行なわれて来ている。

しかしながらセメントグラウト工はダム基礎全体に亘り広範囲にしかも掘削などによって岩盤をいためる心配もなく(さらにおそらくは他工法に比して安価に)岩盤を処理しようという大きい長所をもつておりその評価を定量的に可能にすることによってその重要性は再認識されるものとならう。

一方グラウトの施工の面でも、岩盤の透水性やセメント注入量あるいは試掘坑などによる観察と概括的力学的性質からの経験的判斷によってその岩盤に適すると思われる工法が採用されているが、これらの岩盤の性状は各ダム毎に千差万別であつて一般的なグラウト特性を的確に与えることは困難なものと考えられている。

ここでは一般的なグラウト特性を把握する指針として主に施工の立場から見て、岩盤に対してグラウトにおける透水性、注入セメント量等がどんな対応性をもつかを例示し^{1) 2) 3)}さらにそのグラウト特性が岩盤の割目の構成とどんな関連をもつものかについて^{2, 3}考察した。

2 グラウト特性解析の因子

グラウトをより効率的に行なうために現地で施工と併行して行なった特性解析でとりあげた因子は、観測の容易さも考慮して Ⅰ 岩種、岩級区分 Ⅱ 注入工法（注入圧力とそれ以外の手法）でありこれらの違いが透水性、注入セメント量、作業効率にどう影響しているかを比較している。注入特性に直接影響する因子として岩盤割目の性状も重要なものと見られるが本例では岩級区分の中に割目の密度と割目の状態が概括的に加味されている。

3 特性の分類比較

施工管理のため行なっている各種分類のうちここでは代表的なものを取り特殊コンソリダウトとカーテングラウトについて、ⅰ) 岩種岩級別透水性 (Lu 値)、ⅱ) 岩種圧力別注入量 ⅲ) Lu 値-注入量相関についてのべる。

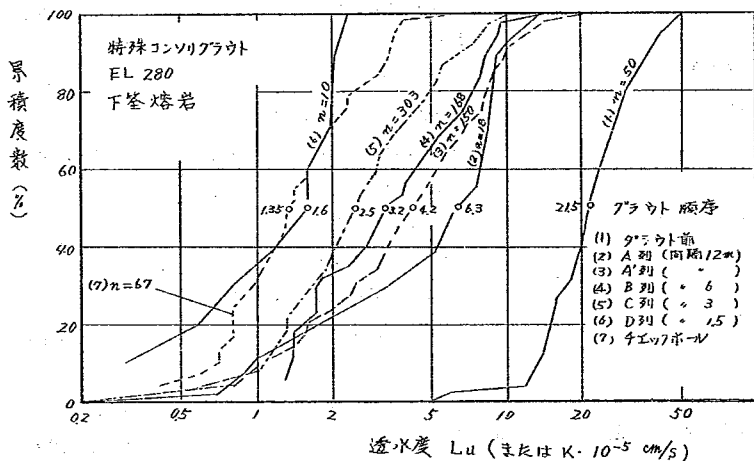


図 1 施工順序別透水性度数分布

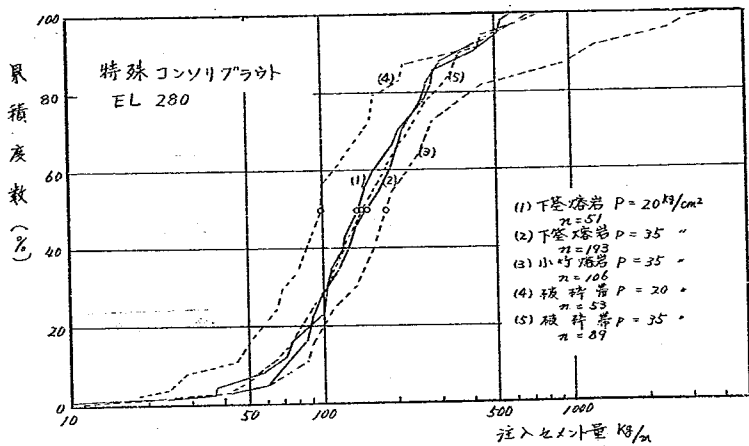


図2 岩種圧力別注入セメント量度数分布

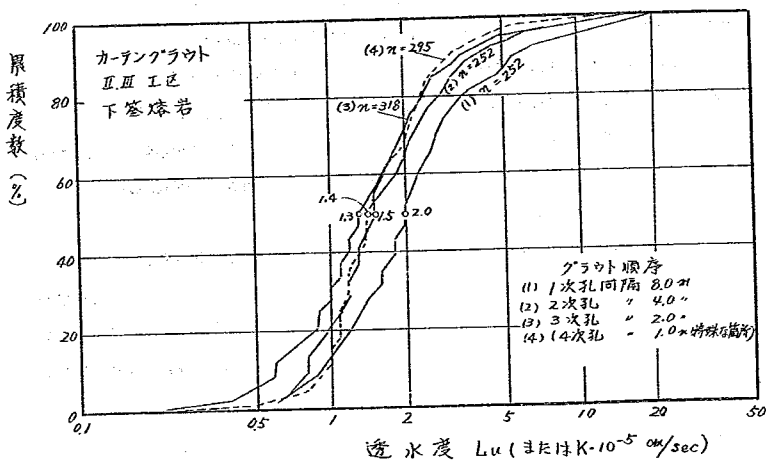


図3 施工順序別透水性度数分布

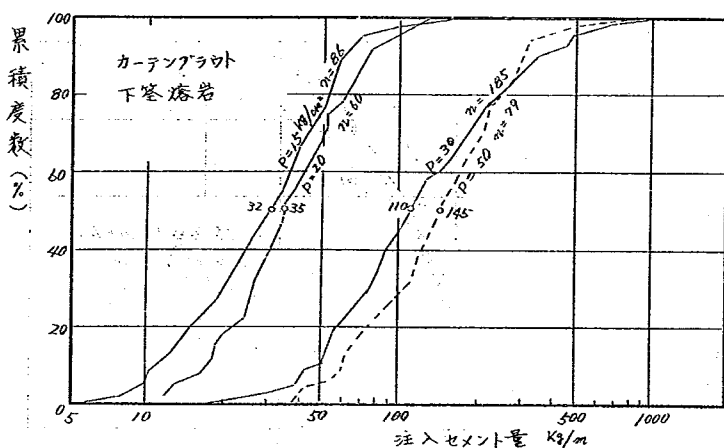


図4 注入圧力別注入セメント量度数分布

(1) 対数正規型の分布

各測定値はかなり広い範囲に散らばっているので累積度数分布図に整理した。図5は図1と2から一部を対数正規確率紙にプロットしなおしたものである。透湿度 Lu 値, 単位長当りセメント注入量 kg/m および単位 Lu 当りセメント注入量 $kg/m/Lu$ の分布曲線は両端部分を除いていずれも直線に近い分布を示している。これは他のデータにも同様な傾向がみられこのサイトでの一般的性質と考えてよいようだ。値の分布幅が大きい事はどのダムでも共通している事であるがそれらの分布は確率的に取扱うことの可能性を示唆するものであり重要な性質といえる。この分布から各因子の影響の程度, 特異現象の推測がかなり明確にできるので施工管理上も有益に利用できる。

岩盤割目の透湿度については D. T. Snow⁶⁾ によると割目密度の少い (むしろ一般的) な岩盤においては正側にかなり歪んだ分布を示す事を例証し, 割目密度が大きくなると正規分布型に近づくだろうと推測している。本サイトでは処女域についてはもちろん, グラウトが進展して Lu 値がかなり改良された場合でも正規型の分布を示している事, 注入セメント量についても同様の分布を示す事が特徴である。

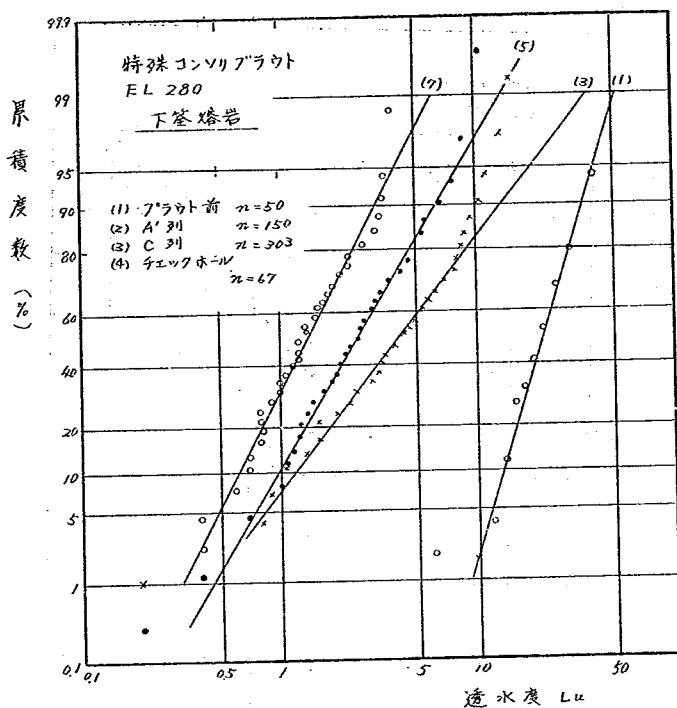


図 5-1 透水度度数分布例 (対数確率紙)

(2) Lu 値分布曲線

図 1, 6 などによると Lu 値は岩質 (岩種, 岩級区分) によってかなりはっきりした違いを示す。これは処女域での値, グラウトの進行過程による Lu 値の変化にそれぞれ特徴を示しこれらは割目の性状の特性と密接な関連をもっている事を伺わせる。次にのべる注入セメント量と比較した場合興味ある特性である。また Lu 値の分布は場合により対数正規性からかなり離れた分布を示すことがあるが, その理由もある程度推測することができる。例えば, 図 5-1 (3) 曲線はモードの異なる分布の合成されたものと推定される。(3) 曲線は表 1 のよう

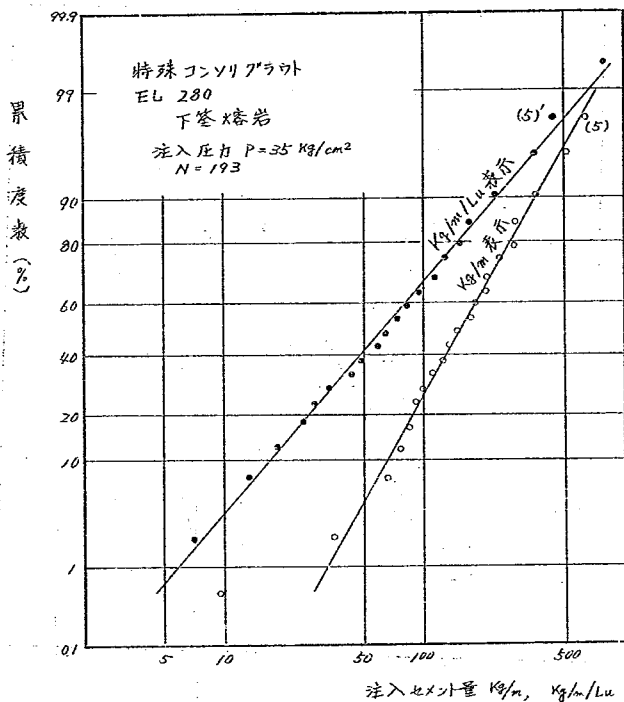


図 5-2 注入セメント量度数分布例 (対数確率紙)

に Lu 型によって 3 群の分布に分離することができる。

(3) 単位注入セメント量 kg/m , kg/m/Lu および Lu 値と kg/m の関連

各孔の注入セメント量 kg/m の分布は図 2, 4, 5 により 5 ~ 9.5% の範囲ではかなりよい正規分布性を示している。両端部ではとび離れた分布をするものが多く、極端な異質条件の存在 (例えば連続性の断層の存在, 他地域からのグラウトの影響, 施工のエラーなど) が推測される。注入量 kg/m は岩質と注入工法の違いに対して明瞭な違いを示すことが知られるが岩種間の値の大小は必ずしも透水度に比例したものではない。岩種による特徴の違いは

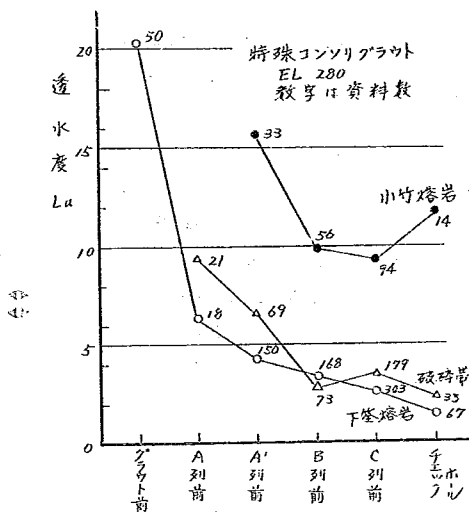


図6 グラウト結果によるルジオン改良度

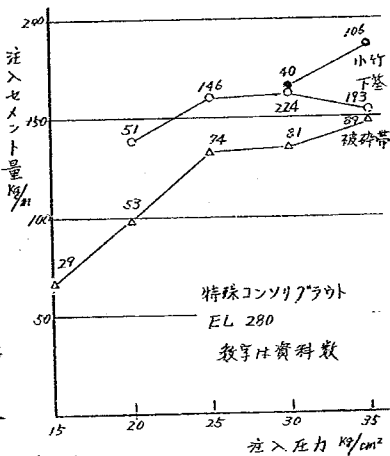


図7 注入圧力と注入セメント量

表1 Lu型によるLu値頻度分布の例下 塔岩A列グラウト前

Lu	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	26	30	40	50	60	計
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	26	30	40	50	60	70	
Aグループ	45	51	40	28	22	10	4	7	2	2	4							215
Bグループ		2	1		6	10	2	1	5	2	3	6	2	2		1	3	46
Cグループ				1			1					1	1	1				5

注 Aグループ：平衡型

Bグループ：開口型（圧力上昇によりLu値増加）

Cグループ：閉口型（圧力上昇によりLu値減少）

割目の性状の異質性に関連するものと定性的には推測できるが、定量的に表現する事は今後検討してゆかねばならない。換言すれば岩盤にはグラウトの入り易いものと入り難いもの、

改良性のよいものと悪いものがあることを示す。

工法差についてはここでは全てについては触れないが kg/m 値に対して注入圧力の影響が大きく、次でミルク吐出量、ミルク濃度が影響することが認められ効率的手法の選択に有益な資料を提供している。

次に常識的にも Lu 値と kg/m 値は比例的関係があるものと推測されるので同一レベルの比較のため $kg/m/Lu$ 表示を行なった。所が、図5-2にみるように $kg/m/Lu$ 分布は必ずしも一定の値に収れんする傾向をもたず kg/m 値と $kg/m/Lu$ 値の分布曲線は平行的な分布が多い。これは個々の孔に対しては Lu 値と kg/m 値の相関性はかなり低い事を物語っている。相関係数から判断すると注入圧力が低い場合には概して相関性が高い ($r=0.6$ 程度) 傾向を示すが注入圧力が高い場合は相関性が全くなくなる (図5-2の分布例では $r=0.160$)。これには Lu テストの方法や岩盤の塑性的性質などが影響しているのではないかと推察している。

4 岩盤性状とグラウト特性についての2, 3の検討

最初述べた基礎グラウトの目的についてその意味を考えると、止水の役割としては、
ⅰ 漏水量を減じて利用水量を確保する。
ⅱ 滲透水による岩盤内間隙圧、揚圧力を減じて基礎自体と堤体の安定をはかる。
ⅲ 割目を通る流水による填充物の洗い流し、パイピング作用による岩盤の破壊を防ぐ。
ⅳ 水による岩質の変質風化を抑止する。などであり、ⅰ, ⅲに対しては滲透水を減らすことで目的を達し、ⅱ, ⅳに対しては止水と共に排水を併用して目的が達せられる。所が強制的な排水は岩盤内の動水勾配を増大させるので滲透流速、流量を増しⅰ, ⅲに対して逆効果となる。この事からグラウトによる止水を考える場合には岩盤の平均透水性と共に割目の滲透流速が問題となる。また岩盤補強の面からみると、強度に対しても変形性に対しても岩盤内の割目ができるだけ密にセメントで填充される事が必要で割目の空隙量が問題となる。以下これらについて若干検討してみる。

ボーリング孔テストにより岩盤の透水性 K 値を推定するにはGloverの次式が使われている。

$$K = \frac{Q \ln \left(\frac{2L}{D} \right)}{2\pi LH} \quad (1)$$

(K : 透水係数 (cm/sec), Q : 透水流量 (cm^3/sec), L : テスト長 (cm), D : 孔径 (cm), H : 実質の注入圧水頭 (cm))

ダムの場合には透水度として実用的な単位ルジョン (Lu) 値がよく用いられる。Lu 値は ($\ell/m/min/10kg/cm^2$) 単位で表わされ K 値とは次の関係があるとされている。⁴⁾

$$1 \text{ Lu } (\ell/m/min/10kg/cm^2) \approx 10^{-5} \text{ (cm/sec)} \quad (2)$$

これらの透水度は岩盤の単位断面積当りの等価透水度を表すものであるが岩盤の割目を通る実質透水係数 K' は $K' = K/\lambda$, (λ : 割目の空隙率) となる。

岩盤の透水性の原因は有孔性の若干の岩種を除いて割目 (節理や構造運動による破砕性の割目) の存在によるものであり割目の構成状態即ち割目の密度, 目の開き状態, 連続性, 間隙填充の状態によって透水度が決められるものと考えられるがこれらは直接測定することはできない。

岩盤割目の密度分布の注質としては均質な岩盤ではポアソン分布に従うものとみられており, 従ってボーリングコア等によって割目の密度を求めた場合測定値は次式の分布をする事が推定されることになる。

$$P(N) = e^{-m} \frac{m^N}{N!} \quad (3)$$

($P(N)$: 割目本数の実測値 N のとる確率, m : 割目本数の母平均値)

岩盤の割目を通す滲透流量については割目をモデル化して考えると以下のようなになる。^{4) 5) 6)}

ダルシー則による有孔体中の滲透流量 Q は

$$Q = -KW^2 \frac{\Delta h}{\Delta \ell} \quad (4)$$

(K : 透水係数 (LT^{-1} 次元), W^2 : 一辺 W なる断面積, $-\Delta h/\Delta \ell$: 動水勾配) であり, 他方間隙幅 $2t$ の平行壁をもつ割目長 W , 断面積 W^2 当り N 本, の流量は

$$Q = -\frac{t^2}{3} \frac{1}{\nu} (2tWN) \frac{\Delta h}{\Delta \ell} \quad (5)$$

(4)式と(5)式から

$$K = \frac{2}{3} \cdot \frac{t^3}{W} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot N = \frac{2}{3} \cdot \frac{t^3}{B} \cdot \frac{1}{\nu} \quad (6)$$

(ν : 水の動粘性係数, $W = NB$, B : 割目間隔)

岩盤の割目空隙率 λ は

$$\lambda = 2t/B \quad (7)$$

であるからこれと(6)式から

$$\lambda = 2 \left(\frac{3 K \nu}{2 B^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

となる。Snow⁶⁾ は割目間隔Bをもつ立方体の透湿度Kは二方向だけの割目に影響されるとして(6), (8)式をそれぞれ次式におきかえている。

$$K = \frac{4}{3} \frac{t^3}{B \nu} \quad (9)$$

$$\lambda = 6 \cdot \left(\frac{3 K \nu}{4 B^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

これらの式と3でのべた実測値から次のような事が推測される。

i) 透湿度と割目の性状の関係

(6)または(9)式によると岩盤の割目透湿度は割目の間隔Bに反比例(割目密度に比例)し、割目の開き幅2tの3乗に比例する。(9)式は $K = 4 t^2 \lambda / 18 \nu$ と表わせるから透湿度は空隙率に比例し更に割目幅の2乗に比例する。従って空隙率が同一であっても割目幅の分布状態によって透湿度は大きく変る事になる。この事からも注入セメント量と透湿度との相関性が低い理由を伺う事ができ、また空隙率を推定するためには透湿度と共に割目性状(実際には割目間隔または本数)を知る必要がでてくる。割目幅の分布については実測はできないが開き幅とその連続性の変化はかなり大きいことが推定される。式(9), (10)から透湿度と割目性状の関係を図8に示す。

なおこれらの計算は間隙幅一定とした層流状態について取扱ったものだが割目幅2tまたは滲透流速がある限界をこえると流れは乱流状態となり上式は適用できなくなる。粒状体の場合には $Re = U \cdot d / \nu > 4$ (U: 滲透流速, d: 粒径) の場合であり平行壁の場合はよく解らないが $2t > \frac{1}{16} \text{ in (1.6 mm)}$ 程度が実用的限界ともいわれる。これは(9)によると $B = 150 \text{ cm}$ で $Lu > 50$, $B = 200 \text{ cm}$ で $Lu > 40$ に相当するがtは一樣な値としてのものであるので実際には更に小さいBまたはLuでもこの状態が生じていることが考えられる。

ii) 透湿度の度数分布

前節でのべた透湿度が対数正規型の分布をする理由としては、岩盤の割目密度が(3)式のポアソン分布に従うという性質に加えて割目幅とその連続性の変化、岩質の変化が影響しているものと推定される。下笠ダムの場合割目間隔は大よそ表2の通りであってテスト長5m当りの割目本数は20~50本程度でその分布は正規型に近くなる筈であるからこれらから間隙幅の分布状態がある程度推定が可能ではないかと思う。

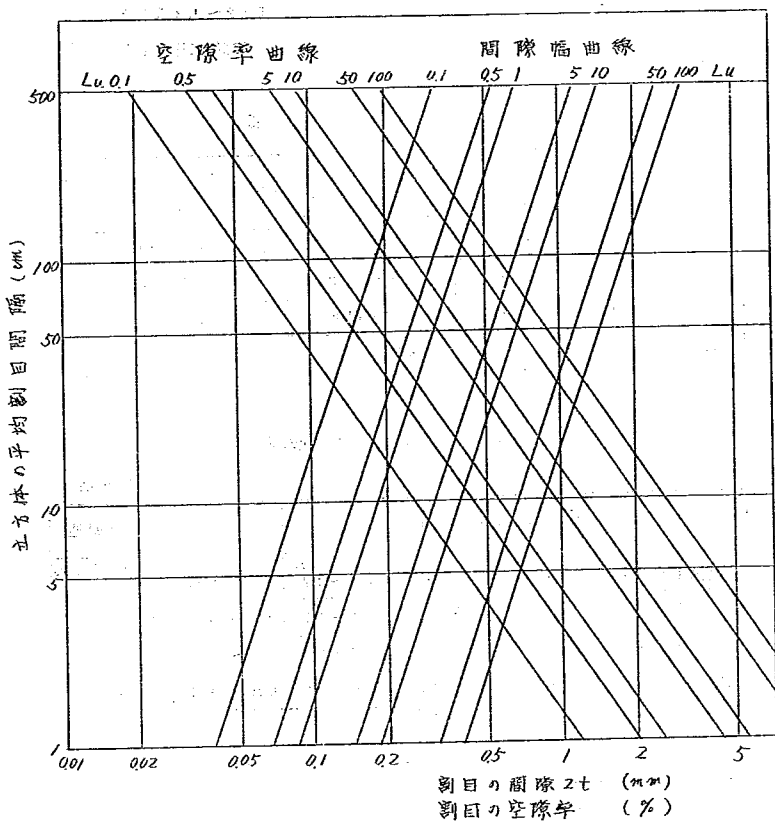


図8 岩盤の透水性，割目間隔，割目間隙幅，割目空隙率関係図

iii) セメント注入量について

表2の割目密度の推定範囲と実測透水性から岩盤割目幅，空隙率，滲透流速が表3のように試算された。これに対し施工実績からみると特殊コンソリの約 $\frac{2}{3}$ を終えた段階で対象領域12万 m^2 に対する注入セメント総量は約3000t，固結したミルクに換算して約2300 m^3

で周囲へのミルクの広がり considering 岩盤体積の1.5倍程度となる。また計画長のグラウトを終了した領域での透水性は0.5～1.4 Luで、推定空隙率は0.2～1.3倍となりグラウト前と比べて空隙埋充率は50倍程度となるが、これは注入量の換算値に比べてかなり低い値である。

表2 下釜ダム岩盤割目密度の推定範囲

	割目間隔	5m当り割目本数
下釜熔岩ABゾーン	15～100cm	10～20本
Cゾーン	5～30	20～50
Dゾーン	数cm～20	50以上
小竹熔岩CDゾーン	30以下	20以上
破砕帯	数cm	50以上

表3 下釜ダム岩盤割目の性状と滲透流速の推定値

(グラウト前)

	平均割目間隔	初期Lu値	空隙率	平均割目間隔	平均流速
下釜ABゾーン	25～50 ^{cm}	4 ¹⁴ ～55	0.3～1.2 [%]	0.54～0.94 ^{mm}	18～69 ^{×10⁻³cm/s}
CDゾーン	10～25	3 ¹³ ～20	0.4～1.7	0.36～0.57	11～27
小竹CDゾーン	10～25	10 ²³ ～45	0.7～2.0	0.50～0.65	22～34
破砕帯	5～10	4 ¹⁶ ～35	0.9～2.8	0.29～0.47	7～19

(カーテングラウト後)

	空隙率	平均割目間隔	平均流速
下釜ゾーン	0.19～0.55 [%]	0.18～0.31 ^{mm}	3～8 ^{×10⁻³cm/s}
小竹CDゾーン	0.30～0.55	0.18～0.25	3～5
破砕帯	0.55～0.87	0.14～0.18	2～3

注) グラウト後Luは1 Luとする。1 Lu
1 Lu = 10^{-5} cm/s。
平均流速は動水勾配1
に対するもの。

注入セメント量kg/mの度数分布は透水性と同様対数正規型の分布を示しているが、その理由は今の所明確にできない。kg/mは、透水性に対してその時間積分値であるから空隙量、

到達範囲、注入可能時間が決定要素となり、割目の性状の外注入液の粘性、セメント粒子の大きさ、凝結時間などの注入材料特性および施工条件（圧力、注入速度）などにより左右されるので透水量とは必ずしも同一性質のものとしては論じられないだろう。

iv) 割目内の滲透流速

一方止水を対象として水の透過の面から見ると岩盤内を通ずる水は微粒物質を押し流さない流速でなければならない。グラウト前後について割目内の推定平均流速（表3）をみると一般に許容限界といわれる 0.1 cm/s に対してグラウト前では $\Delta h / \Delta l = 1.5 \sim 1.0$ 以上で限界流速をこえ、グラウト後は $1.3 \sim 5.0$ 以上となる。カーテン膜前後の動水勾配は高ダムでは5あるいはそれ以上にもなるのでグラウト後でもその下限値は余裕が少なく施工にあたっては決してゆるがせにできないことを示唆している。

5 まとめと今後の方向

以上まとまりのない内容となったが下笠ダムのグラウト施工データの分析から次の事が推測され、また将来の問題を提起できる。

- i) 施工面からみた場合、岩質やグラウト手法に対して岩盤の透水量およびグラウト特性は特徴ある性格を示しており、個々のサイトに対してそれらを系統的に確かめながら施工を進めることによって効率的なグラウトを行なうことができる。
- ii) 個々のグラウト孔の透水量、注入セメント量は、同種の環境条件のもとでもかなり大きい幅で変化するがその度数分布は下笠ダムの場合対数正規型の分布を示す傾向をもつ。この一定した性質は施工管理に直接利用でき同時に岩盤割目の性状分布（割目密度、間隔幅、空隙率）の推定にも役立つものと考えられる。特性値分布型の一般的な適用性については他例での検証が必要である。
- iii) 岩盤の透水量やグラウト特性は本質的に岩盤の割目の性状に支配されると推定されるが、割目性状は実測と推定によりある程度把握が可能であり、それによってグラウト特性の客観的把握および効果の定量的評価が可能になるものと期待される。これは今後資料の積上げにより検討を進めてゆきたい。

おわりに本文作成にあたりダム水理研究室の方々に多くの助力をうけ、また九州地建松原下笠ダム工事事務所より資料の提供をうけた。ここに厚く感謝する。

参 考 文 献

- 1) 花籠「下釜松原ダムの計画と設計」発電水力92号, 昭43.1
- 2) 副島, 姉川, 花籠「下釜ダム基礎グラウト工の特徴と施工管理」土木技術資料, 昭43.9
- 3) 松原下釜ダム工事事務所「グラウトシンポジウム資料」, 昭42.12
- 4) 土木学会編「岩盤力学」
- 5) 本間, 安芸橋「物部水理学」
- 6) D.T.Snow, "Rock Fracture Spacings, Openings, and Porosities," Jour. of the S.M, ASCE, Jan. 1968

2. ダム群による洪水調節の試算

— 残流域流出を合わせた洪水追跡 —

水 文 研 究 室 青 木 佑 久

1 概 要

ある流域において、下流域での洪水被害を軽減させるために上流域に構築されたダムまたはダム群によって洪水調節を行なう。洪水時には、定められたダム配置と限られたダム治水容量を有効に使って、予測し難い種々のパターンの洪水流を適切に制御し調節しなければならない。この報告は洪水時におけるダム調節方式について、以前から多くのダムで行なわれているような調節方式およびすでに人口に膾炙されているダム（群）の統合管理方式を検討し、両者の有用性および問題点を探ってみたものである。

ダムによる洪水調節の目的として次のような事項が挙げられる。

- ① 下流懸案地点の洪水ピーク流量をできる限り最小にすること。
- ② 下流懸案地点の洪水ピーク継続時間をできる限り短くすること。
- ③ 対象洪水としては、大洪水のみならず中小洪水においても、ピーク流量は小さいほどよく、継続時間は短いほどよい。

今日の気象学の段階では、洪水中の過去・現在の流域内降雨量を即座に把握することは可能であっても、将来の降雨分布を必要な精度で予測することはほとんど不可能である。洪水時のダム操作もこのような制約のもとにあって、予測できない連続洪水に対処するため、懸案地点の計画洪水流量を越えない範囲でできるだけ早めに放流して治水容量を残しておくことに努めることになる。

従って、この制約下で上述の①～③の目的を安全かつ有効に実行するためのダム（群）の洪水調節方式として、

- ① ピーク流量を最小にするためには、懸案地点のピーク流量が図-1に示すように一定になるようにダムから放流するのがよい。

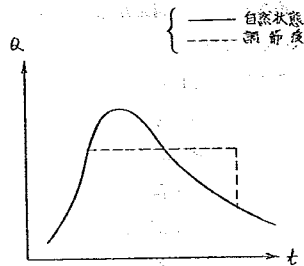


図-1 懸案地点のハイドログラフ

- ② ピーク継続時間を短くするためには、当然ながら懸案地点のピーク前後の流量も小さくする必要がある。ただし、①と②は互いに矛盾し両立しない。河道改修が毎年に行なわれている河川では①がよく、遊水池などで調節を行なうときには②がよい。
- ③ 長時間の降雨予測ができない以上、つねに大洪水が続いて起りうると想定してダム調節を行なわざるをえない。従来のほとんどのダムの調節方式も、洪水規模の大小を予測すること

を建前とせず、原則としてダム流入量によって固定した方式で調節を行なっている。(洪水の性格によってある程度、洪水規模が予測できれば、それなりに洪水流量を小さくするような調節を行なっている。)

などが指摘できる。

いわゆるダムの不定量調節または統合管理とは、洪水調節においてダム治水容量をより有効に使うことを目的として、他のダム流域およびダム残流域(懸案地点流域からダム流域を除いた残りの流域)の流出を考慮に入れながら、下流地点の流量がある定められた流量(たとえば計画洪水流量)を越えないような各ダムの放流量を求めつゝ調節を進めてゆく調節方式をいうことにする。

このたびの試算においては、利根川上流域のダム群を例にとり、すでに定められている各ダム操作方式を検討し、これらのダムに適用できる上述のような統合管理方式を調査して比較した。

2. ダム(群)による洪水調節の例

(1) 従来の調節方式

治水ダムの洪水調節方式については、従来多くの方法が検討され、実際の操作要領に採り入れられて来た。

これらの例として、

- イ. 自然調節
- ロ. 全量調節
- ハ. 一定量調節
- ニ. 一定率調節
- ホ. 不定量調節

などがあるが、大部分のダム操作要領ではイ～ニを組合せて適用している。自然調節とはいわゆる穴あきダムやゲート一定開度方式に見られる人為的操作を施さない調節方式で、放流量はダム貯水位に左右される。全量調節は放流量をゼロとする調節であり、一定量調節とはあらかじめ定めた一定量で放流する調節方式である。一定率調節とは一般に、流入量からある一定値を差引いた量にあらかじめ定めた一定比を乗じこれに一定値を加えた量を放流量とする調節方式である。

自然調節や一定率調節においては、洪水の規模に応じて放流量を増減させるので、大洪水

のみならず中小洪水でも治水効果をあげられるのは利点であり、ダム治水容量確保の面でも安全側であるが、下流域（懸案地点）での流量増という点では危険側になる。

全量調節もしくは放流量が比較的小さな一定量調節では、ダムによる治水効果は最大であるが、このような調節は集水面積に比して治水容量が非常に大きいダムに限り可能であって一般的ではない。

一般の一定量調節においては、洪水規模にかかわらず放流量を固定させるので、計画洪水程度の規模の洪水では治水効果が発揮されるが、これより小規模の洪水ではせっかくのダム治水容量を有効に使わずじまいになり、大規模の洪水では洪水途中で満杯になる危険性を伴う。

(2) 不定量調節→ダム統合管理

これらの欠点を補うのを目的として、流入量によらず下流域の流出を見てこれより放流量を決定しながら調節を進めようというのがホの不定量調節である。残流域の流出が大きくなるときにはダムからできるだけ放流して容量を残しておき、残流域の流出が大きいときにだけその大きさに応じた調節を行なおうというのがこの方式の主旨である。対象のダムが複数個であればこれを統合管理という。この方式は洪水の地域的・時間的分布をも自動的に導入できてより合理的に見えるが、ダム放流能力の問題、ゲートなどのきめ細かい操作の難しさがあり、場合によっては残流域の降雨・流出量を予測する必要があるので、なかなか採用に至っていない。（ダム残流域の流出を考慮しながら調節を進めるとすれば、調節方式によってはこの流域の1～3時間後の流出量を予測する必要がある。）

下流懸案地点の実測流量を見て、あらかじめこの流量の関数として定めた放流量（放流量の流入量に対する比）に従って放流する方法¹⁾や、各支川の計画洪水流量に対する実際の最大流量の比ができるだけ等しくかつ小さくするような最適放流量を求める方法²⁾などが提案されている。

不定量調節の理想的な一例として、前述の懸案地点ピーク流量が一定にするような調節方式があげられる。この方式によると、図-2に示すように、洪水最盛時付近またはその前後にダム放流量を小さくし、それ以外の時刻には洪水調節を行なわない。

不定量調節を行なうことのできるダムの条件として、

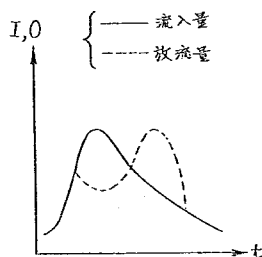


図-2 ダム地点のハイドログラフ

- ① 貯水位が低いときでも放流能力が十分にあること。
- ② 懸案地点との河道距離があまり離れていないこと。
- ③ 無調節のダム残流域面積がダム流域面積に較べて極端に大きくないこと。

などである。これを満足しないダムは不定量調節には不適当である。

以下、この方式に則った具体例を説明してみよう。

(3) 水系に不定量調節ダムが1個ある場合

- ④ 図-3に示すように本川にダムがあって大支川がない場合：ダムAでの調節は、懸案地点Bにおけるピーク流量を図-1に示すように低減させるような放流でなければならない。

地点Bにおける期待ピーク流量から流域Ⅱの流出量を差引いた量がAでの許容最大放流量となる。そのためにはある程度、ダム残流域Ⅱからの流出を予測する必要がある。流域Ⅱにおける雨量計などの配置は密であることが望ましい。河道A→Bの効果が大きいときはこの河道効果を考慮したダム放流量が必要である。（残流域の流出予測および河道効果の追跡についてはまとめて後述する。）

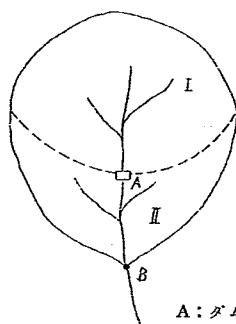


図-3

A：ダム地点
B：懸案地点

- ⑤ 図-4に示すように枝川が2つあって一方の枝川にダムがある場合：ダムAでの調節は、懸案地点Cにおけるピーク流量を同様に低減させるためには、まずCよりAと等しいかもしくは少し遠い距離に流量観測所Bを設け、ここに通過する流量を情報量として調節を進める。地点Cにおける期待ピーク流量から残流域Ⅲの予測流出量および地点Bの通過流量を差引いた量がAでの許容最大放流量となる。流域Ⅲにお

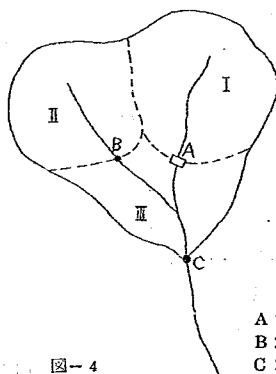


図-4

A：ダム地点
B：流量観測所
C：懸案地点

る雨量計などの配置は密であることが望ましい。河道効果については④と同様である。

流域Ⅰに比べて流域Ⅱが大きい場合には、流域Ⅰの洪水後半において短時間に大きな調節を行なう必要が生ずる。

(4) 水系に不定量調節ダムが2個直列にある場合

- ① 図-5に示すように本川にダムが2個あって大支川がない場合：懸案地点Cにおけるピーク流量を同様に低減させるためには、まず下流側のダムBからの放流は(3)の④に準じたものでなければならない。この場合、ダムAの放流については、ダムAおよびBの調節量がそれぞれのダムの治水残容量に比例するように放流量を定めるのが望ましい。しかし、ダムAで河道A→Bの流下時間分だけダムBに先立って放流操作をするのは困難な作業であるし、懸案地点Cの流量に影響するのはダムBのみの放流量であるから、ダムAの操作においては、その治水容量を無駄に消費しないような調節を行ないさえすればよい。流域ⅡおよびⅢにおける雨量計などの配置が密なるが望ましいのは同前である。河道効果についても同様。

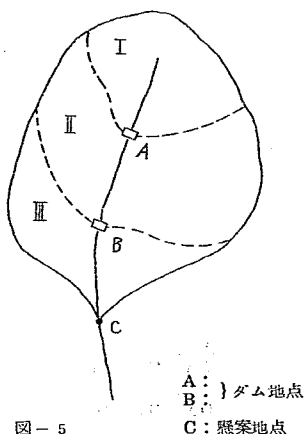


図-5

- ② 枝川が2つあって一方の枝川のみダムが2個ある場合：この場合は下流側のダムの放流については(3)の②に準じて放流量を定めればよい。上流側のダムの放流については下流側のダムの放流量から(4)の④に準じて放流量を定めればよい。

図-5においてダムAとBとの距離が極端に離れているときには、それぞれを単一のダムとして扱った方がよい。

(5) 水系にダムが2個並列にある場合

いわゆるダムの統合管理は水系にダムが2個以上並列にある場合にその意義がある。すなわち、それぞれのダム流域の降雨・流出量（つまりダムへの流入量）や、それぞれのダムの治水（残）容量に応じて、複数個のダムによって下流懸案地点の流量を制御することができるからである。

- ① 2個のダムをともに不定量調節とする場合：

図-6に示すように、2つの枝川にダムが1個ずつあるような場合には、懸案地点Cにおけるピーク流量を図-1に示すように低減させるようなダムAおよびBの放流量は次のようになる。すなわち、地点Cにおける期待ピーク流量から残流域Ⅲの予測流出量を差引いた量をダムAおよびBの許容最大放流量の和とする。この和をOとおき、各ダムの流入量をI、放流量をO、治水容量をV、貯水量をSとおいて、両方のダムの満杯危険度が等しくあるべきだから、貯水率を等しくおけば、

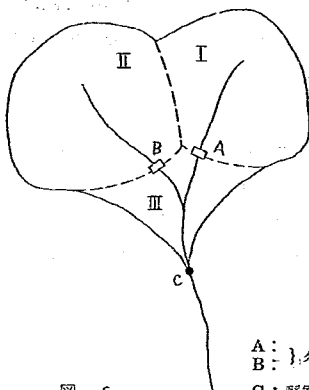


図-6

A: } ダム地点
B: }
C: 懸案地点

$$\frac{V_A - S_A}{I_A - O_A} = \frac{V_B - S_B}{I_B - O_B}$$

$$O_A + O_B = O$$

となる。これを解いて

$$O_A = \frac{(V_A - S_A)(O - I_B) + (V_B - S_B)I_A}{(V_A - S_A) + (V_B - S_B)}$$

$$O_B = O - O_A$$

で定められる。こうして時々刻々の放流量を求めてゆく。この式は各ダムの放流量が、両ダムの治水残容量と流入量とから決定されることを示している。

洪水ピーク後に $O \geq I$ となったらば、厳密には上式は適用できないが、まもなく放流能力一杯の放流に移るので適用しても問題はない。

ダム残流域Ⅲの流出予測および河道効果については前述と同様である。

なお、この方式を鬼怒川（五十里ダムおよび計画中の川治ダム）に適用した計算例がある。³⁾

(㉑) 1個のダムだけを不定量調節とする場合：

これは3)の(㉑)の2枝川の一方の枝川にダムがある場合と同様であって、不定量調節をしないダムの放流量を図-4に示す流量観測所Bを通過する流量だとしてこれを情報量と

すればよい。

(6) ダム残流域流出量の予測

不定量調節もしくはダムの統合管理を実施するためには、1～3時間程度の残流域流出量の予測を必要とする場合が多い。この場合の問題点を例を挙げて説明してみよう。

いま不定量調節ダムと懸案地点の河道距離が15Km、このダム残流域面積が500Km²、この流域に降った雨は1時間以内に多くともその2割、1～2時間後に5割、2～3時間後に15割、………がそれぞれ流出して来ると仮定する。(この割は水理公式集にある例を、かなり危険側にとったものである。)洪水河道流下時間を2時間、情報収集・計算・通報時間を1時間、合計3時間の予測が必要だとして、降雨予測誤差を1時間以内は5mm/hr、1～2時間後は10mm/hr、2～3時間後は15mm/hr とすれば、流出量予測誤差は、

$$\Delta Q = \pm (5 \times 0.15 + 10 \times 0.05 + 15 \times 0.02) \times \frac{500}{3.6} = \pm 210 \text{ (m}^3/\text{sec)}$$

を越えないであろう。

懸案地点流量のこの程度の予測誤差が危険範囲ならばその危険分だけダム放流量を加減する必要がある。この予測誤差が安全範囲ならば取ってダム放流量を修正する必要はない。

残流域流出量をデジタル逐次計算によって予測しようとするときには、実測値から求めた流域流出量を用いて改めて修正計算を行なう。

アナログ計算による場合も、実測値をデータとして再計算ができるような装置が望ましい。

これらについては今後の検討課題としたい。

(7) 洪水流の河道追跡および河道逆追跡

洪水流が河道を下流するときの河道効果についてはすでに多くの研究がなされており、ここで述べるまでもないが、実践的な方法として、ユニットハイドログラフ法(北上川)、貯留関数法(利根川)、特性曲線法(淀川水系)などがある。

河道効果を考慮に入れて放流量を決める場合には、放流量を求める試行錯誤計算が必要になって来る。この方法を北上川(田瀬・湯田・石瀬ダム)に採り入れた実例がある。⁴⁾

貯留関数法によって数値計算で河道追跡を行なう場合には、数式的には、河道の逆追跡、すなわち、河道下流端の流量を与えて上流端の流量を求めることが可能である。これによれば、下流懸案地点が任意の流量になるような上流ダム地点の流量(放流量)を河道効果を考慮に入れて定められる。その追跡式は次の通りである。

貯留関数法によって逐次計算を行なう際には、運動方程式の指数pが0.5に等しくないと

きは、一般に運動方程式を数本の折れ線に近似して次のように置く。

$$S = K Q^P \approx a Q + b \quad (1 \text{ 折線について})$$

これを連続方程式に入れて、時刻 t について、

$$\frac{I_t + I_{t+\Delta t}}{2} - \frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} = \frac{S_{t+\Delta t} - S_t}{\Delta t} \approx a \frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t}$$

これを $Q_{t+\Delta t}$ について解けば、通常の河道追跡式となる。

$$Q_{t+\Delta t} = \left\{ \frac{I_t + I_{t+\Delta t}}{2} + \left(\frac{a}{\Delta t} - \frac{1}{2} \right) Q_t \right\} / \left(\frac{a}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right)$$

逆に、 $I_{t+\Delta t}$ について解けば、河道逆追跡式となる。

$$I_{t+\Delta t} = -I_t + \left(-\frac{2a}{\Delta t} + 1 \right) Q_t + \left(\frac{2a}{\Delta t} + 1 \right) Q_{t+\Delta t}$$

この計算式は計算不安定を招くので、場合に依って修正する。

(8) 予備放流について

洪水来襲となれば、ダムの治水容量を少しでも増すために、予備放流が考えられる。

一時的に治水容量を犯すという行政的な面はとにかくとして、その方法および効用について一言したい。

予備放流量の決定方法として、

① 降雨量を予測し、その推定有効流出分を放流する方法。

② 実測雨量のうち、有効未流出分（いわゆる流域貯留量）を放流する方法。

などが考えられるが、洪水初期の雨量は一般に大きくないから、①によれば予測が難しいし、②によれば効果が少ない。②の方法によって、鬼努川に計画中の川治ダムで試算した例では、治水容量が1割増程度であった。

さらに、洪水の初めに、予備放流開始時刻をどう決めるか、その決め方の基準をあらかじめ定めておく必要がある。

(9) ダム操作の自動制御について

洪水時に定められた方式に従って洪水調節を行なうためには、ゲートあるいはコンジットのきめ細かい操作を必要とする。これを助ける手段として、最近のダム操作には、電子機器を応用して自動的に調節を進めようとする例がふえている。調節の基本操作として、

① ダム水位を一定に保つ操作（洪水初期および終期の放流量＝流入量の調節）

② ダムの上流の水位から流入量を計算し、ダム水位によって、一定量または一定率の放

流をする操作。

③ ダムが任意の水位のとき、任意の放流量で放流できるような操作。

などがある。

ダム統合管理事務所には、流域内の降雨量や河道流量の情報入手によって各流域の流出量を予測し、さらに各ダム放流量を求める計算機を備え、各ダム管理所にはダム操作自動制御装置を備えて、両者をオフラインで連絡しておくのがよい。

なお、ダム流入量の把握については、貯水池水位の増加と放流量の和から求めるのが通例であるが、これでは時間遅れが出るので、ダムの上流の水位から早めに流入量を把握し、これを情報量とした操作が行なえるような体制の確立が望ましい。

3 利根川上流域のダム群の不定量調節の試算例

(1) 概 要

以上に述べた方式に則って、利根川上流域にあるダム群（矢木沢・藤原・相俣・藪原・下久保の5ダム）の調節を例にとって試算を進めてみた。

この流域の概略は図-7に示す通りで、懸案地点として、八斗島地点（流域面積5114 K m²）と、さらに上流4ダムの効果判定のための懸案地点として、岩本地点（流域面積1672 K m²）とを設けてみた。

表-1 各ダムの諸元

ダム	矢木沢	藤原	相俣	藪原	下久保
河川	利根川	利根川	赤谷川	片品川	神流川
流域面積 (K m ²)	167.4	227.2	110.8	492.2	322.9
治水容量 (10 ⁶ m ³)	22.1	21.2	9.4	14.1	35.0
治水容量の雨量高換算 (mm)	132	93	85	29	108
放流設備	C, G	G	G	C, G	C, G
夏期制限水位の放流能力 (m ³ /s)	380	28	10	1190	970

5ダムの諸元は表-1に示す通りで、ダム貯水位が夏期制限水位のときの放流能力は、藤原・相俣ダムは小さく、藪原・下久保ダムが大きい。従って不定量調節に適するのは上流の

片品川菟原ダムと下流の神流川下久保ダムである。岩本地点の流量を一定量に低減させるために菟原ダムを不定量調節し、八斗島地点の流量を一定量に低減させるために下久保ダムを不定量調節することをこの試算の方針とする。矢木沢・藤原・相俣の3ダムについては、すでに定められている操作要領を踏襲することにした。

洪水例として、大洪水1例(A)、中洪水2例(B、C)を試みた。データとしては降雨量を与えて、これからすでに求められている流域および河道の貯留関数によって流出シミュレーションを行なった。この貯留関数も流域変化、河状変動などで不満足な点が生じているが、ここでは既成の関数によって計算される流出量が一応実流量であるとみなした。

流域の流出モデルは図-8の通りである。21流域14河道に分割されている。(図中、点線で囲んだ部分は、不定量調節を行なう際に流出予測を必要とする区域を示す。)

(2) 従来方式による調節

すでに定められている各ダムの操作要領は次の通りである。

- ・矢木沢ダム：一定量放流 ($100 \rightarrow 300 \text{ m}^3/\text{s}$)
- ・藤原ダム： 〃 ($600 \text{ m}^3/\text{s}$)
- ・相俣ダム： 〃 ($300 \text{ m}^3/\text{s}$)
- ・菟原ダム：一定率放流 ($Q = (I - 1000) \times 0.296 + 1000 \text{ m}^3/\text{s}$)

→一定開度放流(ピーク時開度で)

- ・下久保ダム：一定量放流 ($800 \rightarrow 500 \rightarrow 800 \text{ m}^3/\text{s}$)

この要領で調節した場合における3洪水A・B・Cの各ダムおよび岩本・八斗島地点のハイドログラフを図9～11に示す。

(3) 不定量調節方式による調節(その1)

矢木沢・藤原・相俣の3ダムは従来方式で、また、

- ・菟原ダム…… 岩本地点の期待ピーク流量を $3500 \text{ m}^3/\text{s}$
- ・下久保ダム… 八斗島 〃 $14000 \text{ m}^3/\text{s}$

として調節した場合における洪水A・B・Cの各ダムおよび岩本・八斗島地点のハイドログラフを図-12～14に示す。

(4) 不定量調節方式による調節(その2)

矢木沢・藤原・相俣の3ダムは従来方式で、また、菟原・下久保ダムについてはそれぞれ岩本・八斗島地点の期待ピーク流量を、洪水規模A・B・Cによって、表-2に示すよう

表-2 不定量調節方式(その2)の期待ピーク流量

洪水	期待ピーク流量 (m ³ /s)	
	岩本地点	八斗島地点
A	4000	25000
B	2000	10000
C	2000	10000

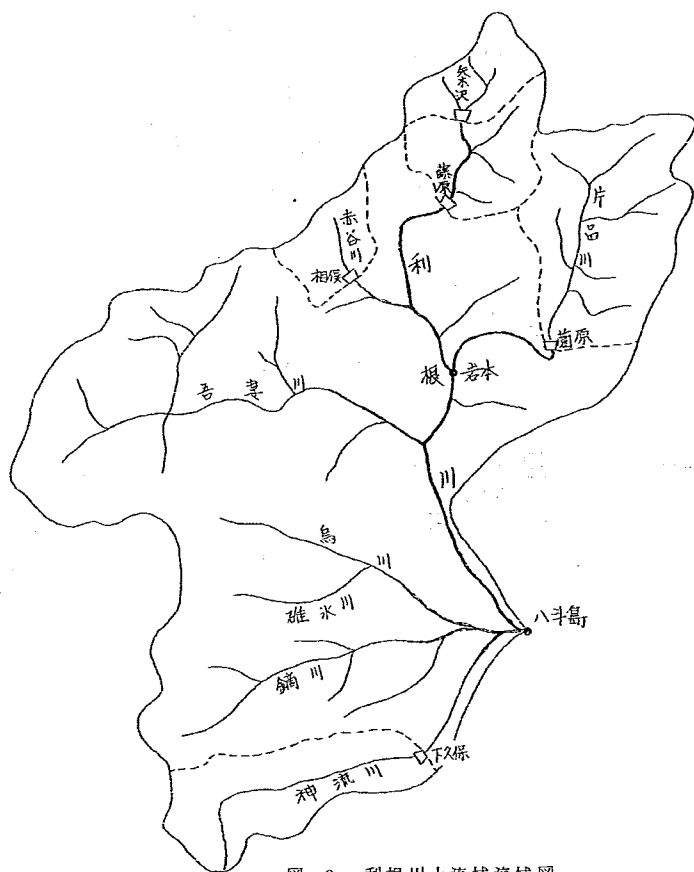


図-2 利根川上流域流域図

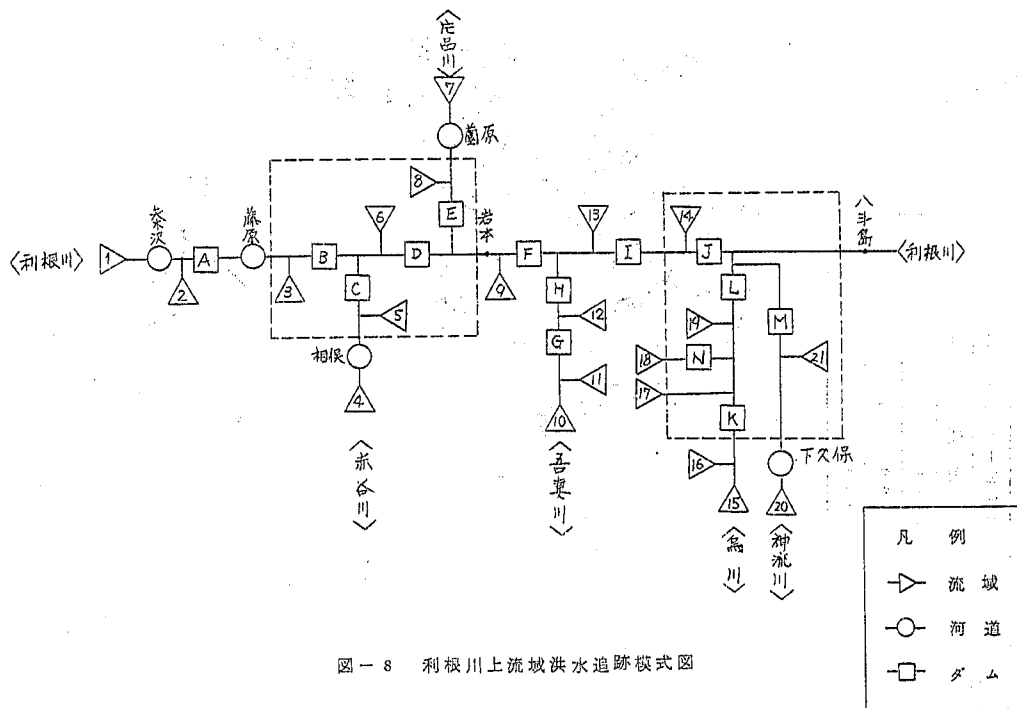


図 - 8 利根川上流域洪水追跡模式図

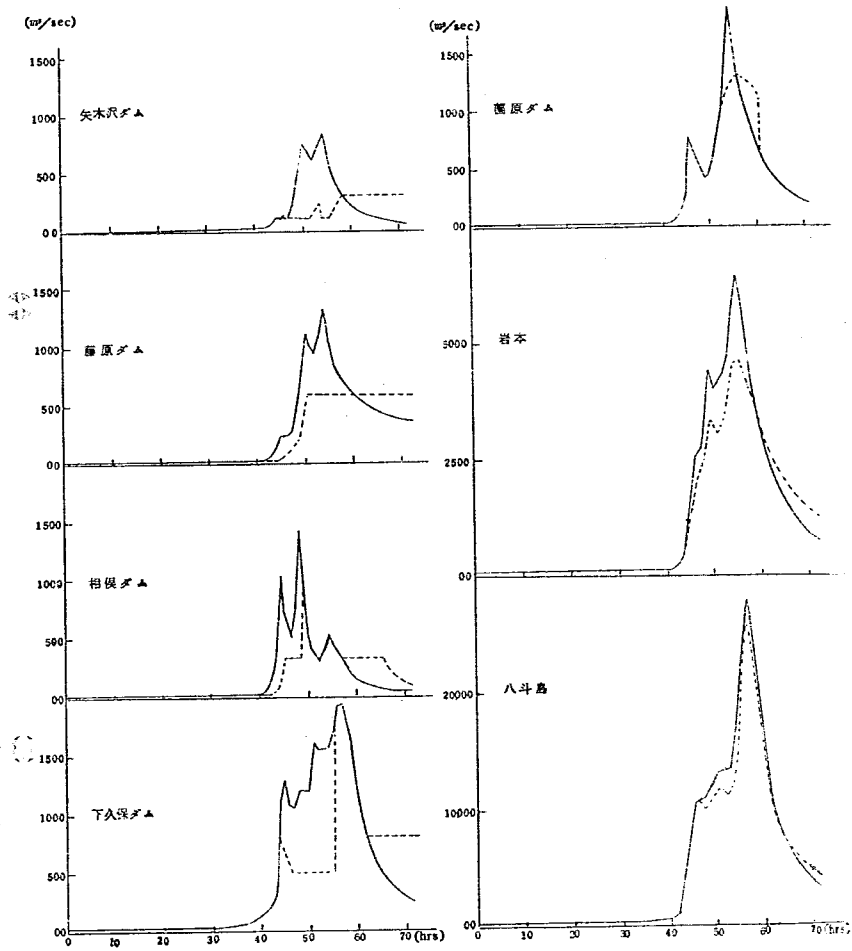


図-9 従来方式による洪水調節(洪水A)

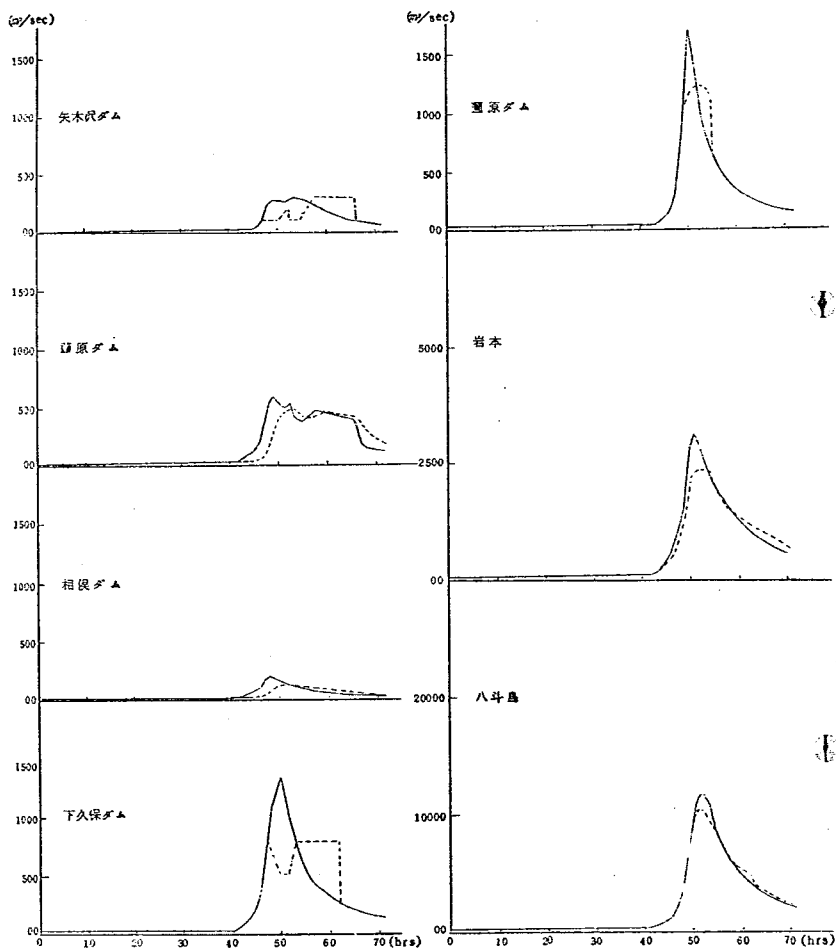


図-1.0 従来方式による洪水調節（洪水B）

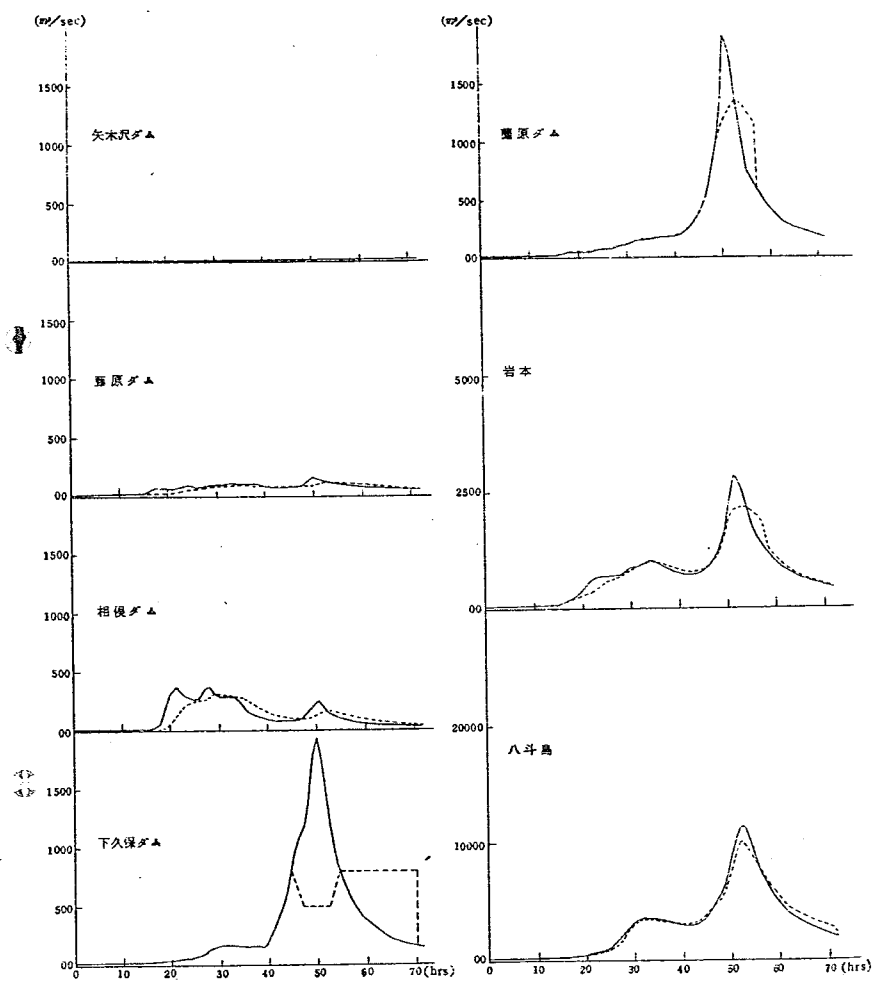


図-11 従来方式による洪水調整 (洪水C)

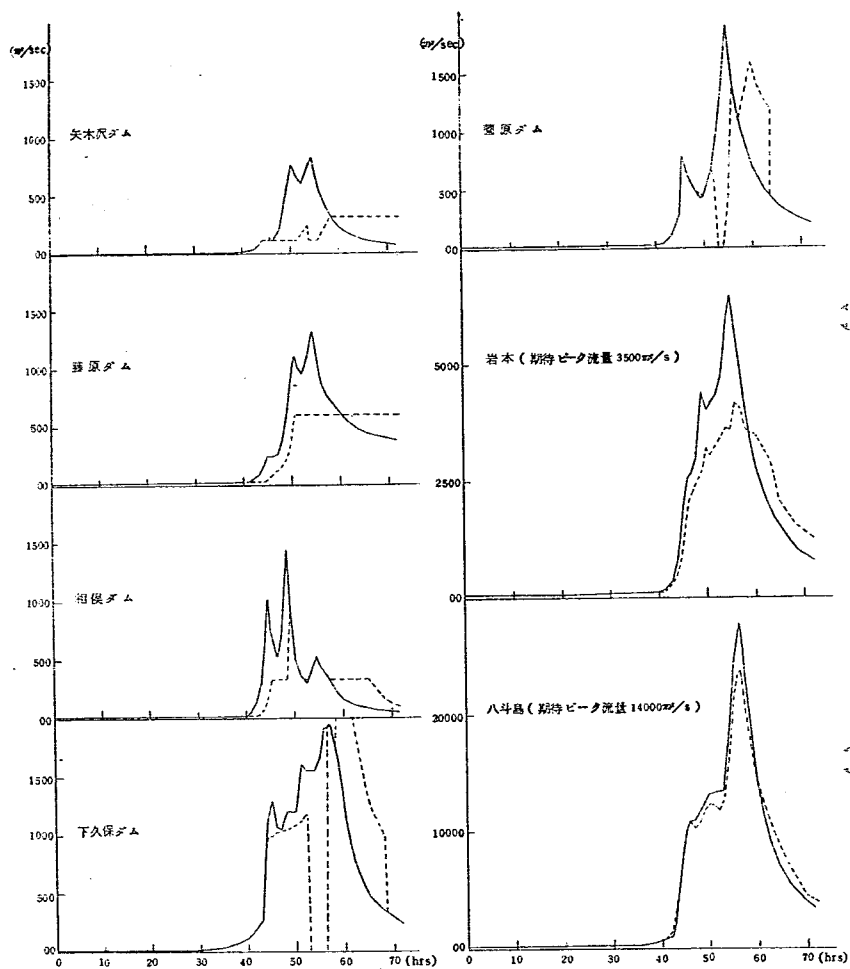


図-12 不定量調節(その1)による洪水調節(洪水A)

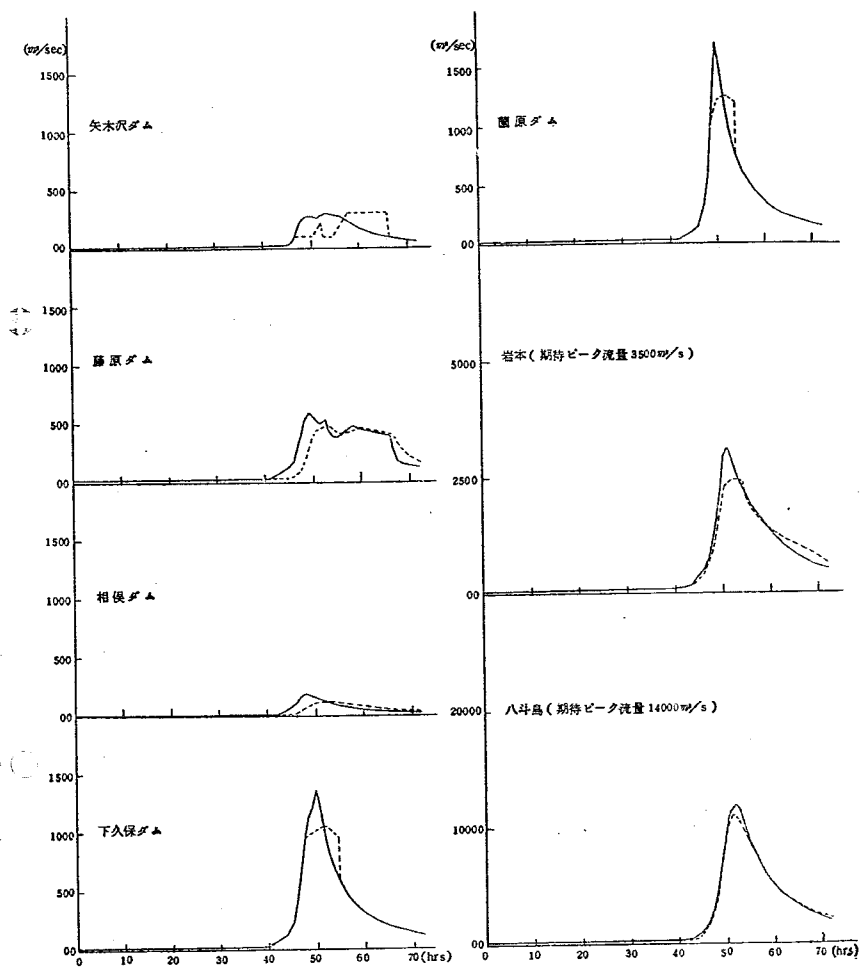


図-13 不定量調節(その1)による洪水調節(洪水B)

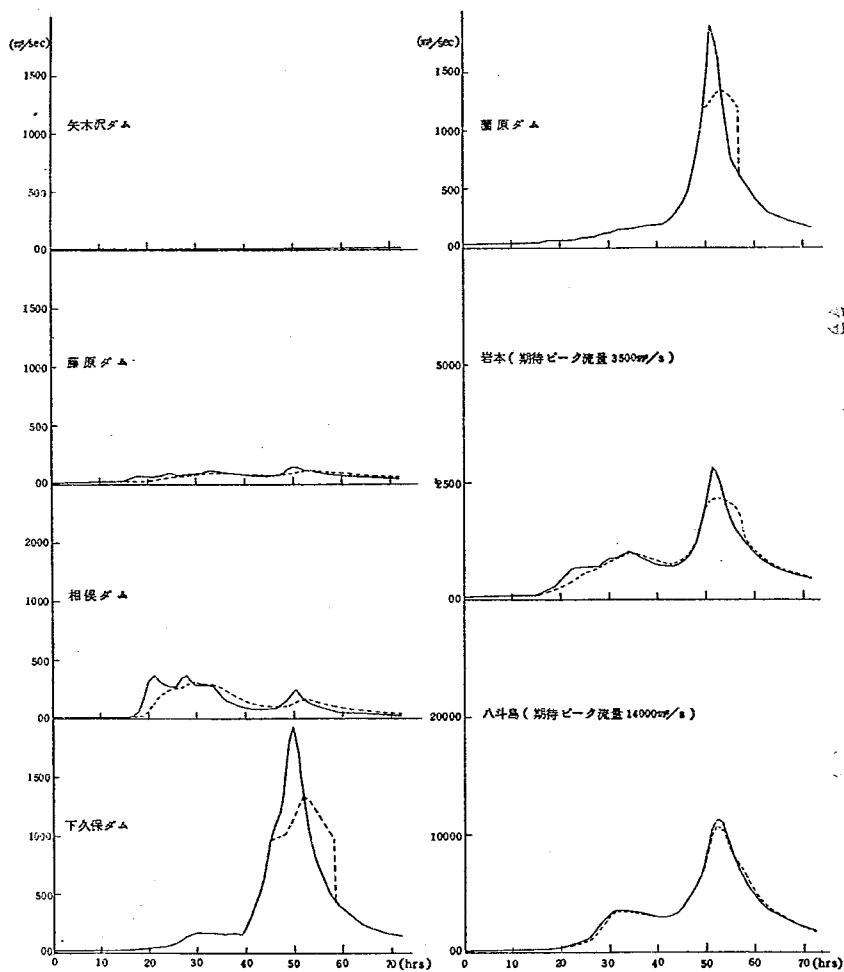


図-14 不定量調節(その1)による洪水調節(洪水C)

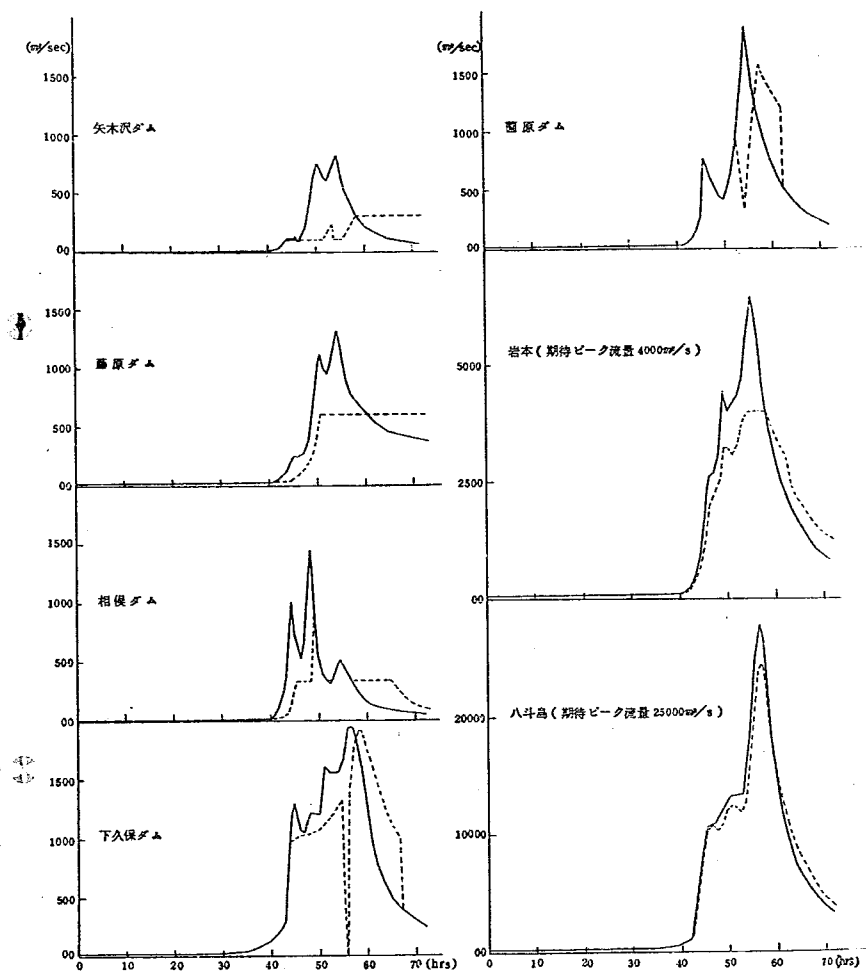


図-15 不定量調節(その2)による洪水調節(洪水A)

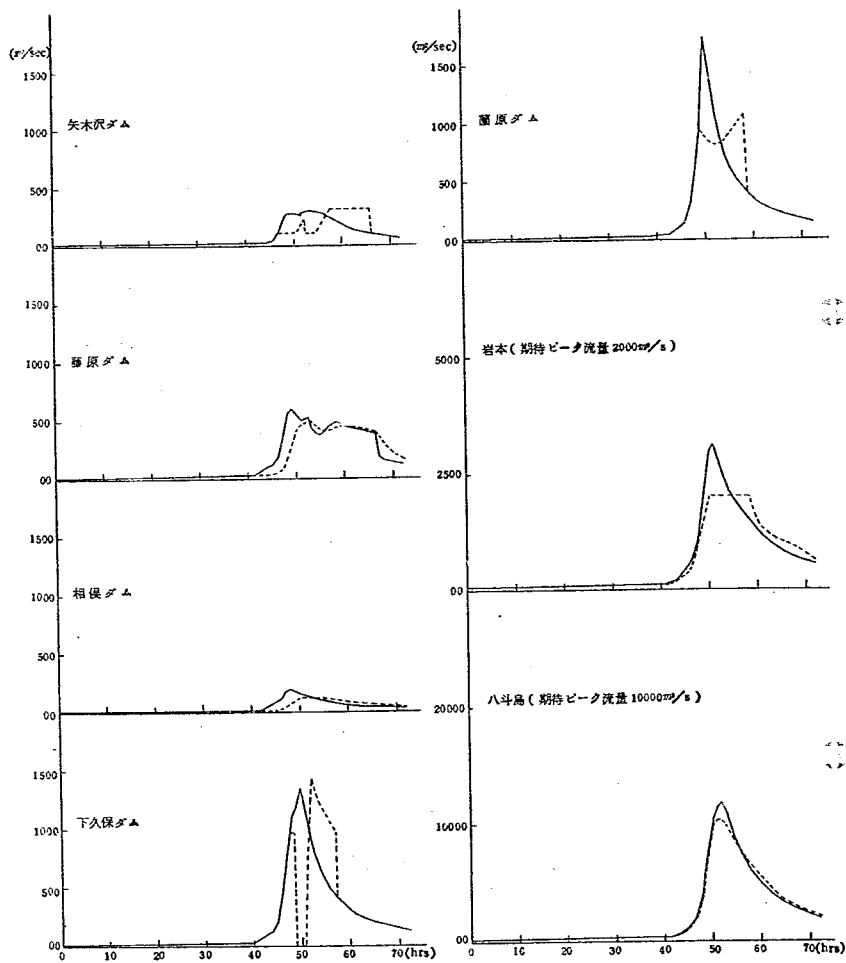


図-16 不定量調節(その2)による洪水調節(洪水B)

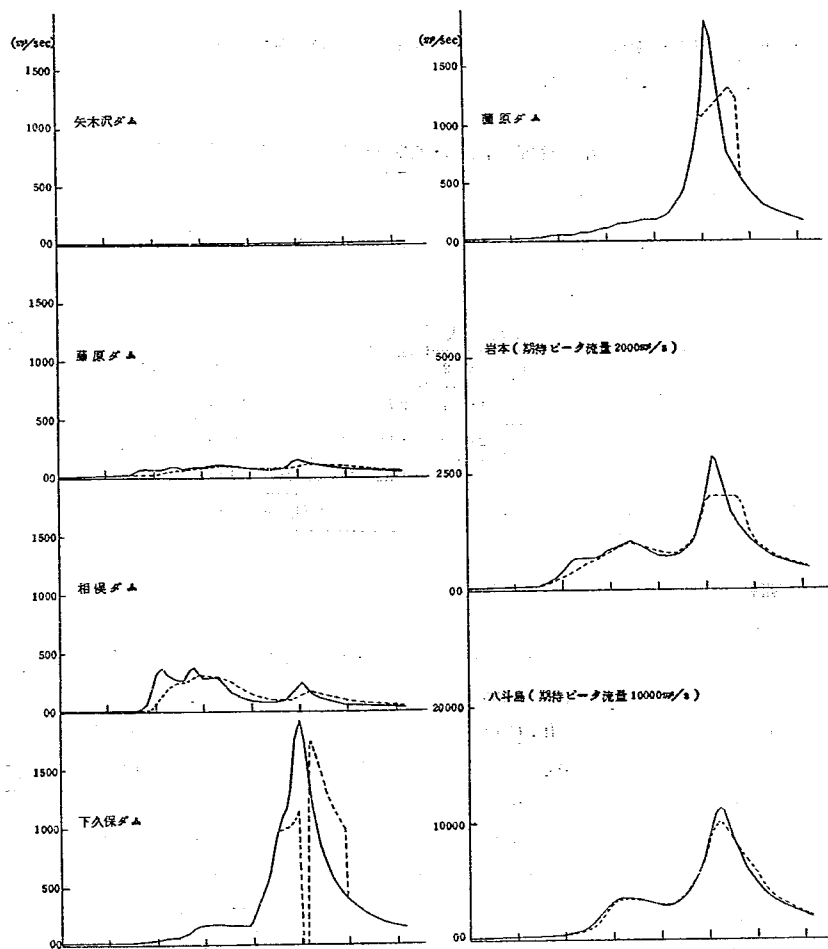


図-17 不定量調節(その2)による洪水調節(洪水C)

に加減して調節した場合における洪水A・B・Cの各ダムおよび岩本・八斗島地点のハイドログラフを図-15~17に示す。

(5) ま と め

以上の3方式によって試算した結果の、岩本・八斗島地点のピーク流量を比較対照して表-3に示す。

表-3 試算によるピーク流量 (m/s)

洪水	岩 本 地 点				八 斗 島 地 点			
	自然状態	従来方式	不定量調節方式		自然状態	従来方式	不定量調節方式	
			その1	その2			その1	その2
A	6,430	4,656	*4,243	4,001	2,776	*2,629	*23,705	24,434
B	3,146	2,409	2,438	2,000	1,181	1,050	10,933	10,332
C	2,842	2,152	2,159	1,999	1,126	9,920	10,623	9,920
備考	* 印は國原ダム満杯の意				* 印は下久保ダム満杯の意			

期待ピーク流量を固定した不定量調節においては、つねに懸案地点のピーク流量がこの期待流量になるようにダム放流をするので、

- ① 期待流量と同程度またはそれ以上の規模の洪水(A)では従来方式(一定量・一定率などの調節)より治水容量を無駄に使うことがなく、ピーク流量も当然小さい。
- ② これ以下の規模の洪水(B, C)では、ダム放流量が大きいゆえに、ピーク流量はその分だけ大きくなり、従来方式よりも大きくなる。しかし、貯水量が少ないので、連続洪水があった場合にはこれに対処できる。

不定量調節において、あらかじめ洪水規模の推定ができて、これに応じて期待ピーク流量を加減すれば、いずれの規模の洪水でも不定量調節に効果があることが分かる。

さらに、図-15~17(期待ピーク流量を洪水規模によって加減した不定量調節)の國原および下久保ダムの放流ハイドログラフをそれぞれ比較対照してみると、互いによく類似していることに気付く。このことは、洪水の時間的地域的变化が激しい流域でない限り、洪水ごとに規模の推定、降雨・流出量の予測を伴う面倒な不定通調節を行わなくても、あたかも不定量調節をしたらそうなるであろうような調節方式をあらかじめ固定して調節を行ってもそれなりの効果を生ずるはずであることを示している。そのためには、多種多様なバ

ターンの洪水についての残流域を考慮した洪水調節方式の検討を試みても必要がある。

予測を伴う不定量調節は、ある意味では実現不可能な理想的な方式であろうが、この方式に近似した実現可能な方式を見出せば、それ相当の効果があげられるはずである。

参 考 文 献

- 1) 水越三郎：「ダムによる洪水処理方式に対する2・3の試案」，土木技術資料，Vol. 7，No. 4，昭和40年4月，
- 2) 石原安雄：「貯水池群の統合操作」，土木学会水工学研究修会諸義集（B）68-14，昭和43年8月，
- 3) 水文研究室：「洪水調節に関する水文学的調査」，昭和42年度河川総合開発事業調査費報告書，建設省土木研究所，昭和43年4月，
- 4) 岩手工事々務所：「北上川上流部ダムによる洪水調節の実績」，東北地建岩手工事々務所，昭和42年5月，

3. 砂防ダムの堆砂縦断形の変動について

砂 防 研 究 室 泉 岩 男

清砂後の砂防ダムの堆砂地において、流砂が掃流によって支配される時、ある期間の堆積量は、この間の流入砂量と流出砂量との差に等しい条件から、堆砂面縦断形の時間的な変化を表わす式を誘導して、これの適合性について実験値によって検討した。なお、堆砂地の横断形状の時間的な変化、堆砂粒径の変化、流形量公式などについては、ここではふれていない。

1. 取り扱っているモデル

ここでは次の仮定のもとに式を誘導した。

- (1) 堆砂地の幅は一樣で、時間的に変化しない。
- (2) 上流端での流量、給砂量は時間的に変化しない。
- (3) エネルギー勾配は、河床勾配と等しい。
- (4) 堆砂地の砂は掃流で流送され、河床が平衡状態の時求められた流砂量公式が、不等流の範囲に適用出来ること。
- (5) 堆砂の粒径は一樣で、時間的に変化しないこと。
- (6) 堆砂地の上流端で、その時の水理条件によって定まる動的平衡勾配が形成され、これは時間的に変化しない。
- (7) 堆砂地の長さは時間的に変動しない。
- (8) 堆砂面の縦断形は(1)式の2次曲線式で近似出来ること。

2. 堆砂の縦断形

ここでは堆砂の縦断形を次の2次曲線式で近似する。

$$Z = a(t)x + b(t)x^2 \quad \text{..... (1)}$$

ただし、

x : ダムの天端から上流に向って測った水平距離

Z : ダムの天端から測った x における堆砂高

$a(t)$, $b(t)$ は時間の関数とする。

(1)式より堆砂勾配を求めると次のようになる。

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = a(t) + 2b(t)x \quad \text{..... (2)}$$

今、河床が動的平衡形状に向って変動している時、堆砂地終端での河床勾配が動的平衡勾配に近似的に等しいとすれば

$$a(t) + 2l b(t) = a(T) \quad (3)$$

ただし

l : 堆砂地の長さ

$a(t)$: 動的平衡勾配

l および、流量、給砂量は時間的に変化しない仮定により、 l 、 $a(t)$ は定数となるので、 $a(t)$ と $b(t)$ との関係は直線式で表わされる事を示している。これを村野の求めた式 $b = m - na$ と同型にすれば、

$$b(t) = \frac{a(T)}{2l} - \frac{1}{2l} a(t)$$

すなわち、係数 m 、 n は、動的平衡勾配と、堆砂地の長さで表わされる。

熱伝導型の流砂の連続式は、石崎によれば

$$\frac{\partial z}{\partial t} = q_F \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$q_F = \frac{Q \varphi F}{(1-\lambda) B \varphi_0 (\sigma/\rho - 1)}$$

Q : 流量、 B : 河幅、 σ/ρ : 砂の比重

φ_0 : u/u 、 λ : 砂の空隙率

φ 、 F : 佐藤、吉川、芦田の流砂量式の定数

この式に(2)式から求まる $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ を代入すると次のようになる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 2 q_F b(t)$$

この式において $q_F > 0$ であるので、堆砂面が一様上昇、すなわち $\frac{\partial z}{\partial t} > 0$ の時は(1)式の縦断形において $b(t) > 0$ である。同様に堆砂面が変動しない時 ($\frac{\partial z}{\partial t} = 0$) は、 $b(t) = 0$ である。また堆砂面が一様下降の時 ($\frac{\partial z}{\partial t} < 0$) は、 $b(t) < 0$ となる。

なお堆砂面が変動しない時は、 $\tau \leq \tau_c$ すなわち流砂が0の時と、 $\tau > \tau_c$ すなわち流砂のある場合とがあるが、今流砂のある場合を考えると、 $b(t) = 0$ であるので、(1)、(2)式はそれぞれ次のようになる。

$$Z = a(t)x$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = a(t)$$

すなわち、堆砂面は直線となり、この時の河床勾配は動的平衡勾配であり、これを $a(T)$ で表わすことにする。また河床が動的平衡状態に達した時の時間を T で表わす。

3. $b(t)$ の時間的变化

時間 0 より t 時間で、堆砂地に堆積した量 $V(0 \sim t)$ は、幾何学的条件から、この間に堆砂地へ流入した全砂量 Q_{g1} と、下流端から流出した全砂量 Q_{g2} との差に等しい。すなわち、

$$V(0 \sim t) = Q_{g1} - Q_{g2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

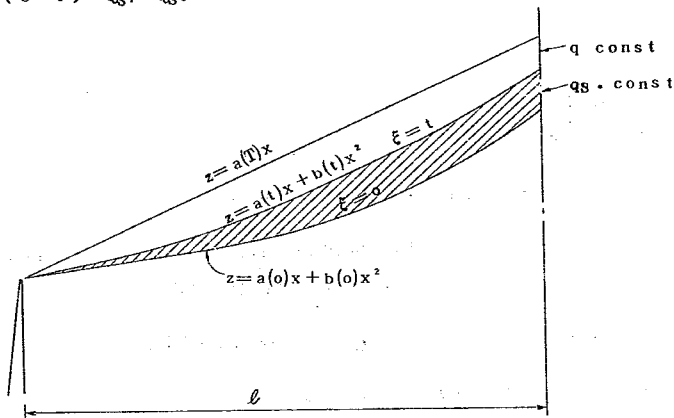


図-1

2次元水路の変動について考えると、 $V(0 \sim t)$ は t における縦断曲線と、初期の縦断曲線とに囲まれた面積であるから、(1)式より

$$V(0 \sim t) = \int_0^\ell \{ a(t)x + b(t)x^2 \} dx - \int_0^\ell \{ a(0)x + b(0)x^2 \} dx$$

この式の $a(t)$ に(3)式を代入して、式を整理すると

$$\begin{aligned} V(0 \sim t) &= \int_0^\ell \{ 2\ell \{ b(0) - b(t) \} x - \{ b(0) - b(t) \} x^2 \} dx \\ &= \frac{2\ell^3}{3} \{ b(0) - b(t) \} \quad \dots\dots\dots (6) \\ &= (5) \text{式} \end{aligned}$$

河床が変動する時、既報の流砂量式が適用出来るものとして、(5)式の Q_{g1} 、 Q_{g2} を求めると $b(t)$ に関する積分方程式が得られる。ここでは、佐藤、吉川、芦田式と Brown 式とについて、以下のように式を誘導した。

(i) 佐藤、吉川、芦田式の時

佐藤、吉川、芦田式は次のように表わされる。

$$q_B = q_F i \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし

q_B : 水路単位幅当りの、空隙を含む流砂量

i : エネルギー勾配

q_F : (4)式と同様

(2)式より $x=0$ における河床勾配は $a(t)$ となる。これは(3)式より

$$a(t) = a(T) - 2 \ell b(t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。また $x=\ell$ における河床勾配は(3)式より $a(T)$ であるので、流砂量公式の i が河床勾配と近似的に等しいと仮定すれば、(5)式は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} V(0 \sim t) &= \int_0^t q_F a(T) d\xi - \int_0^t q_F \{ a(T) - 2 \ell b(\xi) \} d\xi \\ &= 2 \ell q_F \int_0^t b(\xi) d\xi = (6)式 \\ &= \frac{2 \ell^3}{3} \{ b(0) - b(t) \} \end{aligned}$$

ただし ξ は時間を表わす変数である。

故に、

$$b(t) = b(0) - \frac{3 q_F}{\ell^2} \int_0^t b(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

この式を解くと

$$b(t) = e^{-\frac{3 q_F}{\ell^2} t} \quad \dots\dots\dots (10)$$

この式は $t=0$ の時 $b(0)=1$ となるが、現実に測定される初期値は $t=t_0$ における $b(t_0)$ である。(10)式にこれを代入すると

$$b(t_0) = e^{-\frac{3 q_F}{\ell^2} t}$$

$$\therefore t_0 = -\frac{\ell^2 \log b(t_0)}{3 q_F}$$

いま t_0 から計測した時間を t' とすれば

$$\begin{aligned} t &= t_0 + t' \\ &= t' - \frac{\ell^2 \log b(t_0)}{3 q_F} \end{aligned}$$

これを(6)式に代入すると,

$$b(t) = b(t_0) e^{-\frac{3 q_F}{\ell^2} t'} \quad (1)$$

また(7)式の i に動的平衡勾配 $a(T)$ を代入すると,

$$q_F = q_B / a(T)$$

これを用いると(1)式は次のように書ける。

$$b(t) = b(t_0) \cdot \exp \left\{ -3 q_F t' / a(T) \ell^2 \right\} \quad (2)$$

(2) Brown の式の時

Brown の流砂量式は次のように表わされる。

$$\frac{q_S}{u_* d} = 10 \left[\frac{u_*^2 - u_*^2 c}{\left\{ \left(\sigma / \rho \right) - 1 \right\} g d} \right]^2 \quad (\text{cc-unit})$$

$u_* \geq u_* c$, $\sigma / \rho = 2.65$ として Manning の流速公式を代入すると

$$q_S = 3.18 \frac{(n q)^{3/2} \cdot i^{7/4}}{d} \quad (3)$$

ただし

q_S : 水路単位幅当り流砂量 (gr/sec.cm)

q : " " 流量 (cc/sec.cm)

d : " " 砂の粒径 (cm)

i : " " エネルギー勾配

砂の空隙を含む体積で表わせば、この式は次のように書ける。

$$q_s = \beta i^{1/4} \dots\dots\dots (4)$$

$$\beta = \frac{3.18 (nq)^{3/2}}{(1-\lambda) \sigma_{gd}}$$

(1)と同様にして(5)式を表わすと

$$V(0 \sim t) = \beta \int_0^t a(T)^{1/4} d\xi - \beta \int_0^t \{a(T) - 2\ell b(\xi)\}^{1/4} d\xi$$

$\{a(T) - 2\ell b(\xi)\}^{1/4}$ を Taylor 展開して $b(\xi)^3$ 以上の項を無視すると

$$V(0 \sim t) = \frac{7\ell a(T)^{3/4} \beta}{2} \int_0^t \left\{ b(\xi) - \frac{3\ell}{4a(T)} b(\xi)^3 \right\} d\xi$$

= (6)式

$$= \frac{2\ell^3}{3} \{b(0) - b(t)\}$$

故に

$$b(t) = b(0) - \frac{21a(T)^{3/4} \beta}{4\ell^2} \int_0^t \left\{ b(\xi) - \frac{3\ell}{4a(T)} b(\xi)^3 \right\} d\xi \dots\dots\dots (9)$$

これを解くと

$$b(t) = \frac{b(t_0)}{mb(t_0) - \{1 - mb(t_0)\} e^{nt'}} \dots\dots\dots (10)$$

ただし

$$m = \frac{3\ell}{4a(T)}$$

$$n = \frac{21a(T)^{3/4} \beta}{4\ell^2}$$

$$t' = t - t_0$$

(4)式の i に動的平衡勾配 $a(T)$ を代入すると

$$\beta = q_s / a(T)^{1/4}$$

これを用いると(10)式の n は次のように書ける。

$$n = \frac{1.21 q_s}{4 a(T) \phi^{1/2}} \dots\dots\dots (2)$$

4. 実験値による検討

(1) 実験概要

実験は 30 cm, 全長 12.5 m, 水路床勾配 1/30 の木製水路で行なった。水路の下流端に高さ 9.0 cm のダムを設け、これより 11.25 m 上流に給砂装置を取り付けた。水路の上流端で、それぞれの実験について、一定の流量と給砂量を与えて、下流端のダムを起点とする堆砂の縦断形の時間的な変化を測定した。同時にダムを越流する砂の量を採取して、その乾燥重量を測定した。測定は 10 分間隔で行なった。なお、砂の粒径は 0.12 ~ 0.25 mm (d_m = 0.185 mm), 比重 2.65 である。

(2) a(t) と越流砂量

佐藤等の流砂量式は次のように表わされる。

$$q_s = \frac{\rho \cdot \varphi \cdot F u^{*3}}{\left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) - 1 \right\}}$$

流速公式として Manning の式 $q = \frac{1}{n} h^{2/3} i^{1/2}$ を代入して i を求めると、

$$i = \alpha \left(\frac{q_s^{10/9}}{q} \right)^{6/7}$$

$$\alpha = g^{-\frac{10}{21}} \left\{ \frac{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right)}{\varphi \cdot F} \right\}^{\frac{20}{21}} \cdot \left(\frac{1}{n} \right)^{6/7}$$

$$F = 1.0, \frac{\sigma}{\rho} = 2.65, g = 980 \text{ とすれば}$$

$$i = 0.219 \left\{ \frac{q_s}{\varphi (n q)^{9/10}} \right\}^{20/21} \dots\dots\dots (5)$$

また (3) の Brown の式から求まる i は

$$i = 0.139 \left\{ \frac{q_s \cdot d}{(n q)^{3/2}} \right\}^{4/7} \dots\dots\dots (6)$$

これらの式の q_s , q_B に各時間の越流砂量を代入すると、これに応じて i が求まる。なお、 $n = 0.016$, $d = 0.185 \text{ mm}$ とした。

(2)式から $x=0$ における河床勾配は、 $a(t)$ である。図-2~6では、 $a(t)$ と、(13)、(16)式から求まる i とを比較している。

(3) 給砂の位置における河床勾配

給砂の位置 ℓ における河床勾配は、(2)式から

$$a(t) + 2\ell b(t)$$

である。各時間における堆砂の縦断形を(1)式で近似して、その係数を求め、これを上式に代入した値が図-2~6の $\diamond$ である。なお、 $\ell = 11.25m$ である。

(13)、(16)式の q_s 、 q_B に給砂量を代入して $a(T)$ を求め、これと $a(t) + 2\ell b(t)$ を比較した。

(4) $b(t)$ の時間的变化

図-2~6では、(12)、(17)式から求まる $b(t)$ を曲線で示した。 $b(t)$ は、砂堆がダムに到達した後、最初に測定された縦断形の $b(t)$ を代入した。 q_s 、 q_B は給砂量、 ℓ は給砂の位置 ($11.25m$)、 $a(T)$ は(13)式、または(16)式から求めて、それぞれ代入した。

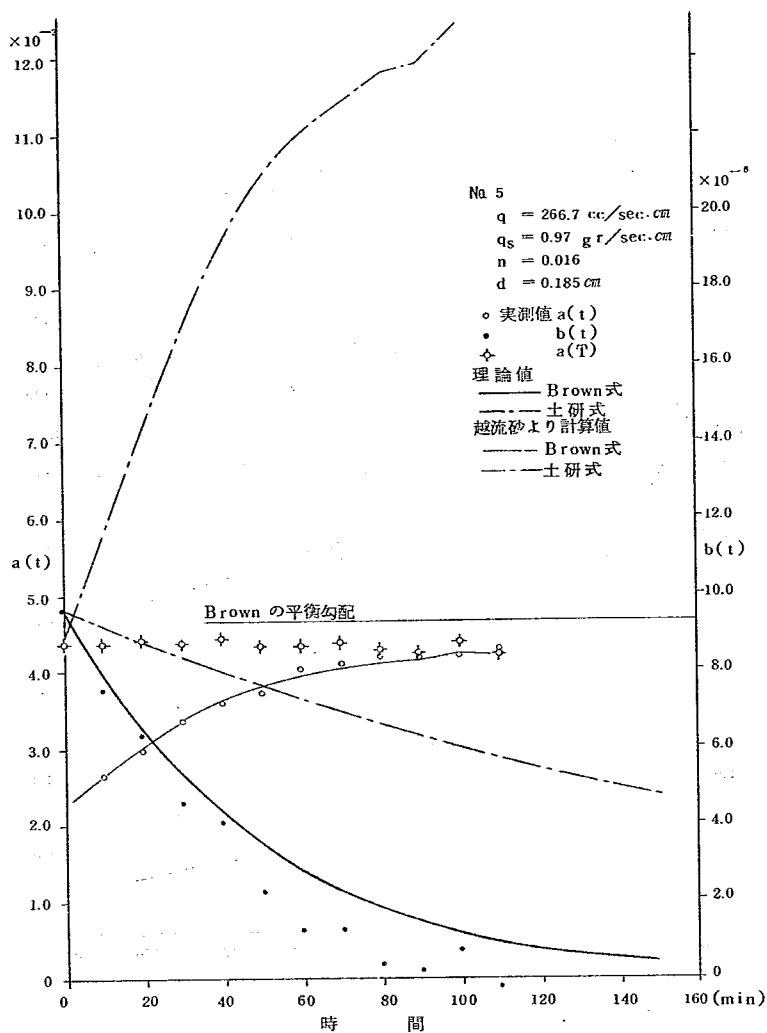


図 - 2

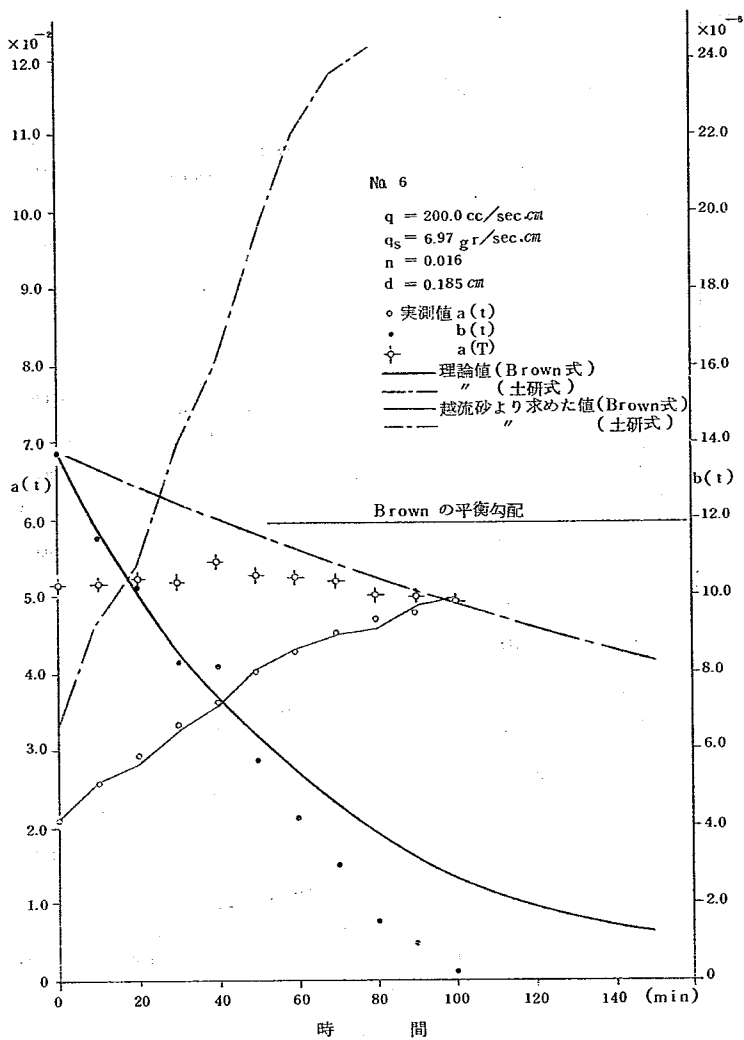


図 - 3

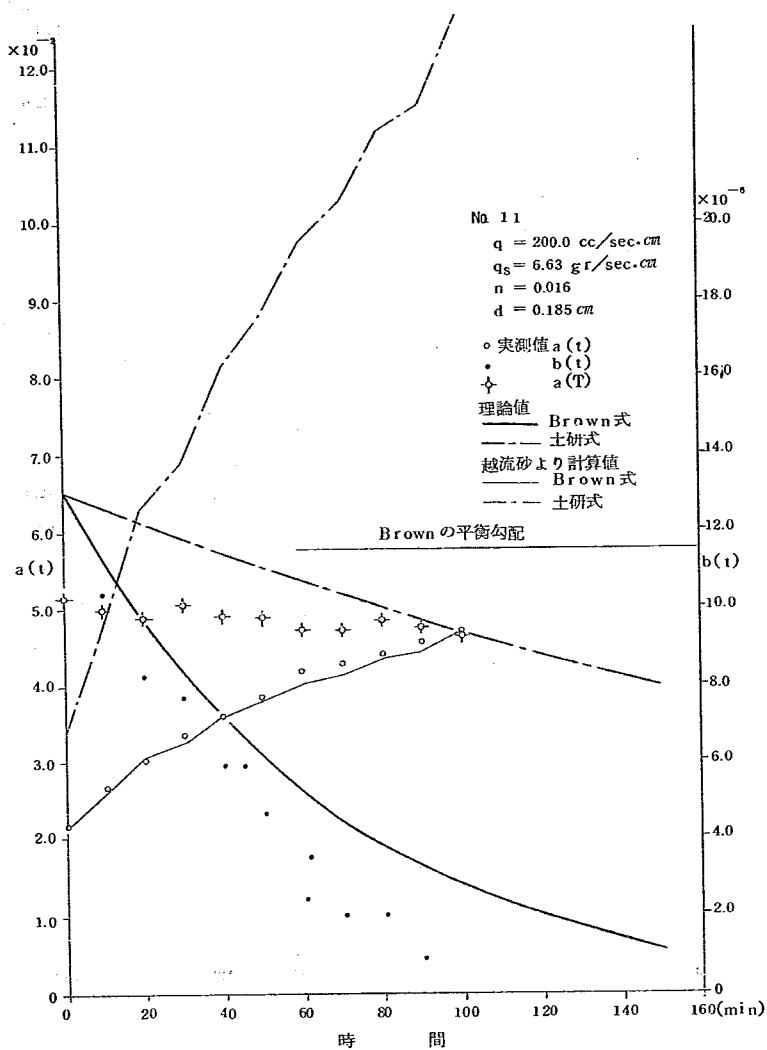


図 - 4

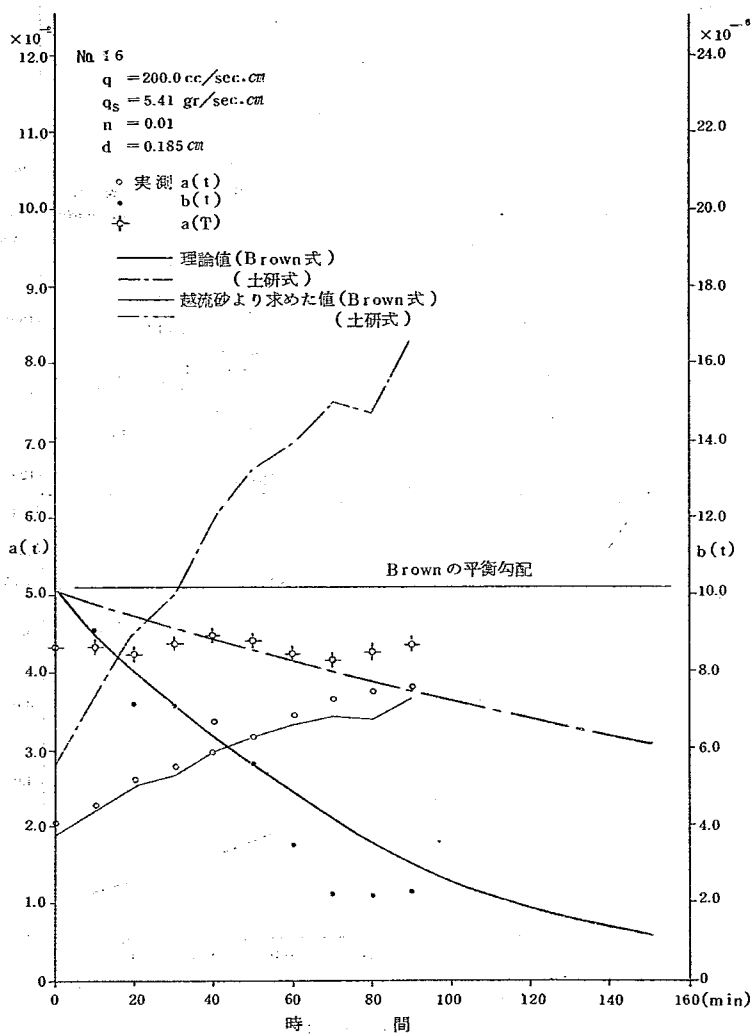


図 5

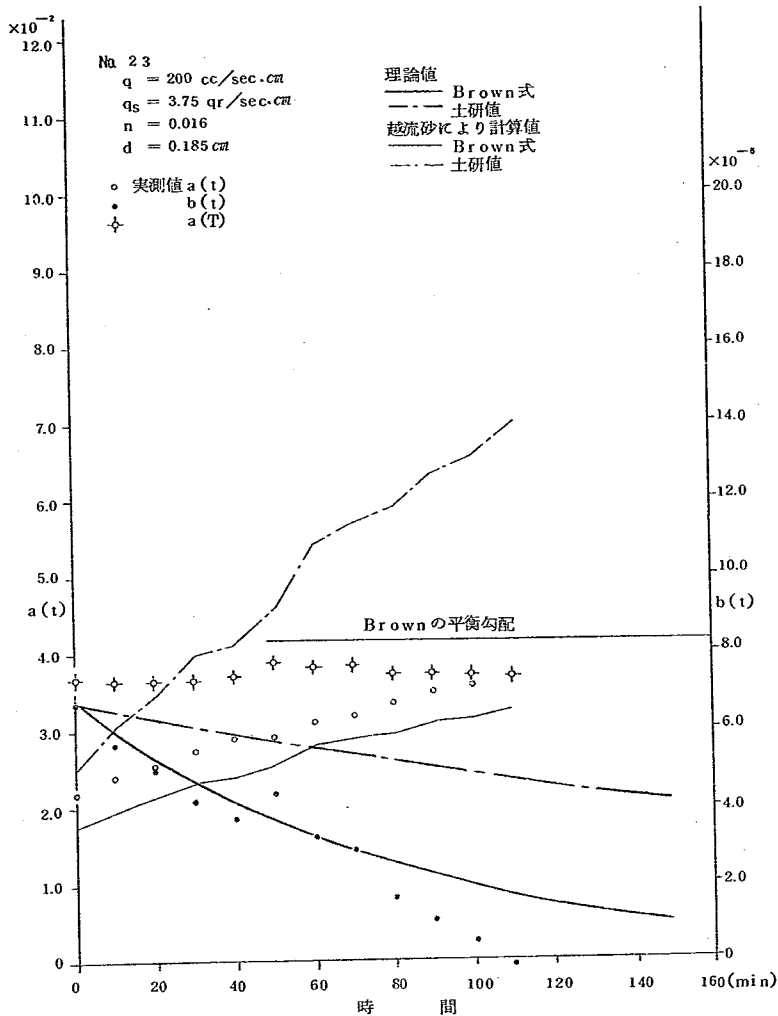


図 - 6

4. 土中の有機物が土のセメンティング
効果に及ぼす影響

化学研究室 大場正男

1. ま え が き

我が国は火山国であり、国土の約8%は火山灰またはその風化土で覆われており、これが多雨多湿な気象条件とあいまって、関東ロームなどのように所謂軟弱土質を形成している。

軟弱地盤の土質改良法には、粒度改良などの物理的方法と、化学材料による化学的方法とがある。軟弱地盤そのものを化学材料によって安定処理する場合は、現在のところ、セメント、石灰などの無機系の化学材料の使用が主流をなしており、これら無機材料による安定処理の場合には、土中の粒土鉱物、有機物、硫酸塩が主要な問題として取り上げられる。こつでは特に土中の有機物について究明した。

土中の有機物は、セメントの硬化を妨害するため、砂中の有機物についてはJIS A 1105による比色試験などが定められており、またソイルセメント工法による路盤処理では、土中の有機物は一般には2%以下でなければならないといわれている。また、石灰による安定処理の場合には、土中の有機物が3%以上あると、処理効果に問題があるとされている。土中の有機物は、新鮮な動植物或は微生物の類から、沈殿岩に含まれている極めて古いものに至るまで種々のものがあるが、土の性質に最も深く関係するものは、半ば分解した腐植と称する黒色の物質である。こゝでは土中の腐植を抽出分離し、その性質を究明した。

2. 土中の有機物含有量測定法

土中の有機物量は、土質安定処理上重要なばかりでなく、土質工学的にも上のコンシステンシー、土の圧密性などと深く関係する。そこでまず有機物量の測定法について検討した。

土中の有機物量測定には酸化法（過酸化水素法、過マンガン酸カリ法、重クロム酸カリ法など）と強熱減量法とがある。酸化法ではWalkley-Black両氏の重クロム酸法が簡便であった。各種の土の重クロム酸法による有機物含有量および強熱減量を表-1に示す。いずれの土も110℃で10時間以上乾燥したものを試料としている。表から明らかなごとく、泥炭の場合は、強熱減量より重クロム酸法による有機物含有量が大きな値を示し、泥炭の場合は強熱減量をもって有機物量とする方が適切であることが明らかである。一方、泥炭以外の土では強熱減量が有機物含有量より大きく、特に関東ローム、鹿沼土および珪酸白土ではその差が著しい。これらの試料土には粒土鉱物の結晶水や毛管水が多いためである。従って、一般の土の有機物含有量の測定には、重クロム酸法の適用が好ましい。

表一 各種の土の強熱減量および有機物含有量

試料土	採取地	土の色調	強熱減量(%)	有機物含有量(%)
泥炭(1)	北海道千歳市	黒カツ色	95.1	119.5
泥炭(2)	埼玉県大宮市	黒カツ色	51.4	57.1
関東ローム(1)	東京都北多摩郡	黒色	18.9	12.5
関東ローム(2)	"	茶カツ色	15.1	4.5
鹿沼土	栃木県鹿沼市	黄カツ色	13.2	0.8
珪酸白土	埼玉県秩父郡	白色	6.7	0.7
マサ	京都府京都市	灰色	2.6	0.3
ヘドロ	広島県福山市	灰黒色	7.2	4.5

3. 有機質土がセメントの硬化に及ぼす影響

土中の有機物(腐植酸)はカルシウムと反応して、セメントの硬化を妨害するし、またカルシウムによる土のセメンティング効果をも減殺する。ここでは土中の有機物の反応性を検討する方法として、有機質土の一定量をJISモルタルに混入し、モルタル強度の変化を測定する方法を採用した。

1) 試料土の性質

実験に用いた試料土を表一2に示す。

表二 試料土の採取地とその化学的性質

試料番号	試料	採取場所	地表よりの深さ(cm)	色調	pH	強熱減量(%)	有機物含有量(%)	液性限界
(1)	富士宮上層黒ボク	富士宮市上井出	0~0.4	暗黒色	5.3	50.5	47	120
(2)	" 中層黒ボク	"	0.4~0.7	黒カツ色	6.5	256	19	91
(3)	" 下層黒ボク	"	0.7~1.6	黒色	6.3	352	29	88
(4)	浜民黒ボク	岩手県岩手郡玉山村大字浜民	0.2~1.0	黒色	6.7	242	20	73
(5)	浜民黒ボクの下層土	"	1.5~2.0	黒カツ色	6.5	108	3	66
(6)	立川ローム	川崎市土橋町	0.3~1.3	茶カツ色	6.6	14.3	5	116
(7)	武蔵野ローム	"	1.3~2.1	カツ色	6.7	12.3	4	75

II) 試料土を添加したモルタルの強度

表一3に土を添加したモルタルの強度を示す。表より明らかなごとく、富士宮黒ボクを添加したモルタルは強度低下がいちじるしく、有機物含有量の最も多い上層黒ボクは、セメントに対して5%添加したのみで約55%も強度を低下させる。試料(4)で示した渋民黒ボクは、21%もの有機物を含有するにもかかわらず、ブレンモルタルの約87%程度の強度を与え、有機物量が同程度である富士宮黒ボクに比しても強度低下率が小さい。関東ローム系では初期強度はブレンモルタルと差はないが、2週および4週強度は幾分低下してくる。

これらの実験から、土中の有機物は一般にセメントの硬化を妨害するが、有機物の質的相違によってその影響が異なることが明らかであり、また、有機物の少ない関東ロームなどでは、モルタル強度への影響が小さい。

表一3 土を添加したセメントモルタルのフロー値および強度比

試料 番号	試 料	混入 量(%)	フロ ー値	曲げ強度比(%)				圧縮強度比(%)			
				3日	1週	2週	4週	3日	1週	2週	4週
	原セメント		226	100	100	100	100	100	100	100	100
(1)	富士宮上層黒ボク	5	197	51	59	54	59	48	58	51	61
(1)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	206	87	85	85	87	84	82	85	80
(2)	富士宮中層黒ボク	"	200	73	79	70	71	73	82	74	73
(2)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	208	87	92	91	95	84	84	87	84
(3)	富士宮下層黒ボク	"	203	68	69	69	67	58	65	69	70
(3)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	205	93	90	87	94	87	87	85	82
(4)	渋民黒ボク	"	208	89	91	87	86	82	84	87	89
(4)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	213	87	94	93	95	87	87	90	90
(5)	渋民黒ボクの下層土	"	210	91	102	95	93	103	101	104	96
(5)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	211	101	98	102	98	98	99	102	95
(6)	立川ローム	10	182	93	94	78	77	95	95	81	80
(6)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	187	94	93	90	85	98	93	93	88
(7)	武蔵野ローム	"	193	100	103	80	78	97	100	91	86
(7)'	" H ₂ O ₂ 処理土	"	196	101	96	91	91	101	99	100	90

iii) 過酸化水素水処理試料土添加モルタルの強度

上記試料土を過酸化水素水により有機物を十分分解し、ii)と同様にしてモルタル強度を測定して、有機物量の相違による影響の差異を調べた。

表-4に H_2O_2 処理試料の強熱減量および有機物量を表示した。いずれも大部分の有機物が分解されている。モルタル強度は表-3に示してある。試料番号中ダッシュ()'を付したものが H_2O_2 処理土である。特に富士宮黒ボク系試料は、 H_2O_2 処理前の試料土に比してモルタル強度の増加が著しい。即ち富士宮黒ボク中の有機物はセメントの硬化に有害な成分が多い。

表-4 H_2O_2 処理試料の強熱減量および有機物量

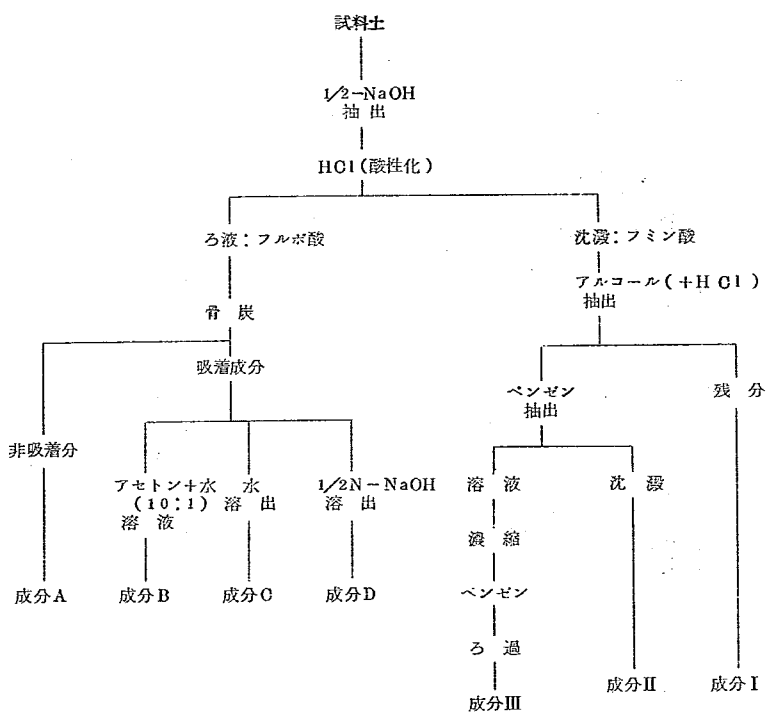
試料番号	H_2O_2 処理試料名	強熱減量(%)	有機物量(%)	H_2O_2 処理前後の試料土	
				強熱減量差(%)	有機物量差(%)
(1)'	富士宮上層黒ボク	16.8	9	34	38
(2)'	" 中層黒ボク	21.1	9	5	10
(3)'	" 下層黒ボク	20.4	8	15	21
(4)'	浜民黒ボク	13.0	5	11	15
(5)'	浜民黒ボクの下層土	8.4	1	2	2
(6)'	立川ローム	13.1	1	1	4
(7)'	武蔵野ローム	9.8	1	3	3

(注) %はいずれも試料土に対する百分率。

4. 土中の有機物の組成分離

これまでの実験結果から、有機物含有量が同一でも試料によってそれを形成している成分に差異のあることが推定された。そこで土中の有機物中で最も反応性に富む腐植酸を抽出分離して検討した。抽出分離法を図-1に示す。

分離した腐植は、その特徴的構造を推定するため、これらの赤外吸収スペクトルを測定した。測定結果を図-2に示す。フルボ酸系成分では 6.2μ 附近に強い吸収がある。この吸収は $C=O$ 結合による吸収であり、フルボ酸が芳香族(環状化合物)性の強いことを示す。フミン酸系成分では、 6.2μ における吸収の外に 5.8μ での $C=O$ 結合による吸収が強くあらわれ、比較的脂肪族(鎖状化合物)性の強いことを示している。



図一 腐植酸の抽出分離系統図

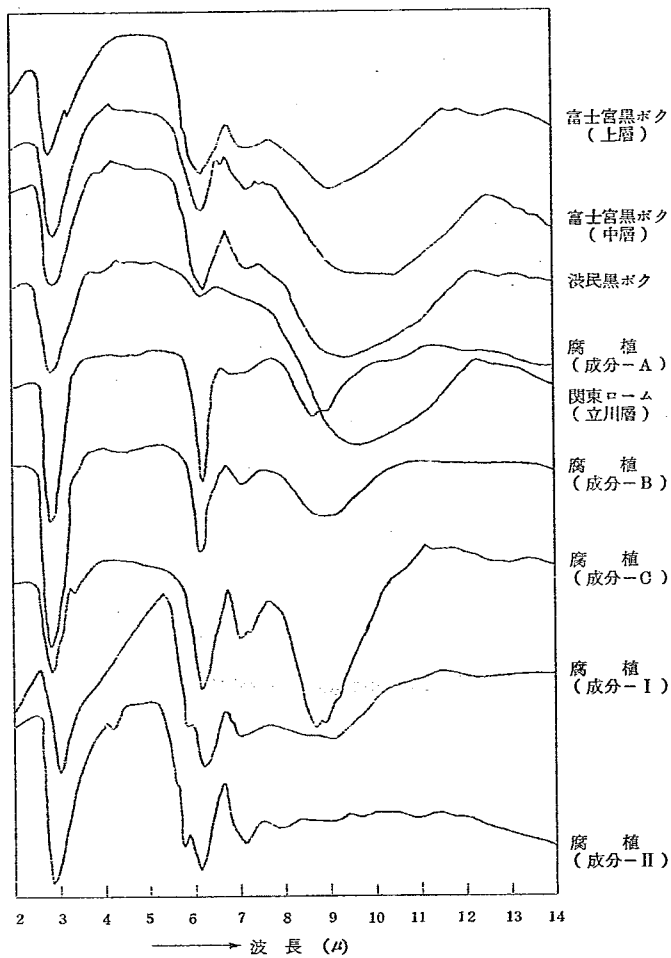


図-2 土および腐植の赤外吸収スペクトル

4

5. 土中の各種有機成分がセメントの硬化に及ぼす影響

抽出分離した有機成分の一定量をJIS モルタルに添加し、モルタル強度を測定した。表一5にこれを示す。

腐植酸中フルボ酸系成分A, B, C, Dは0.5%添加してもモルタル強度はあまり低下せず、ブレーンモルタルを上回る場合も認められた。

フミン酸系成分では、各成分ともモルタル強度は低下し、成分IIIの強度低下率が最も大きい。

これらのことから、土中の有機物はその質的な相違によってセメントの硬化への影響が異なることが明らかであり、とくにフミン酸中、アルコールに可溶でベンゾーンに抽出される成分がセメントの硬化に最も悪影響を有することが明らかになった。

表一5 有機成分添加モルタルの強度比

有機成分	色 調	添 加 量 ^{*1)}	モルタル重量 ^{*2)}	1週強度比		2週強度比	
				曲 げ	圧 縮	曲 げ	圧 縮
A	淡黄褐色	{ 0.50 3.00	544	107	106	101	100
			544	116	113	99	102
B	茶 色	0.50	538	106	104	96	100
C	黄 褐 色	0.50	543	106	107	96	105
D	褐 色	0.50	543	100	89	89	85
I	暗 黒 色	{ 0.50 3.00	537	87	83	92	89
			518	76	80	75	80
II	黒 褐 色	{ 0.50 3.00*3	529	85	83	84	80
			482	66	63	67	65
III	茶 褐 色	{ 0.12 0.50*3	520	76	66	81	76
			516	70	62	75	74

*1: セメント量に対する百分率であらわす。

*2: 脱型時の平均重量を示す。(ブレーンモルタルは543gである。)

*3: 48時間後脱型し、水浸。

これら腐植成分の分離は煩雑であるが、一方、成分Ⅰ～Ⅲの含量としてのフミン酸の抽出は容易である。そこでフミン酸を抽出し、これを添加したモルタル強度をも測定した。これは、有害成分迅速測定に役立てんとしたものである。表一6にこれを記した。表一5と比較するとフミン酸は成分Ⅰ～Ⅲの混合物として作用していることがわかる。又フミン酸をセメントに対して0.15%添加すると、モルタル強度は約10%低下する。

表一6 フミン酸添加モルタルのフロー値および強度比

フミン酸添加量 (%)	フロー値	脱型時重量 (g)	曲げ強度比(%)			圧縮強度比		
			3 日	1 週	2 週	3 日	1 週	2 週
0	244	540	100 (36.7)	100 (53.1)	100 (66.6)	100 (137)	100 (248)	100 (328)
0.15	256	535	90	91	95	87	88	92
0.35	256	527	82	90	85	76	80	81
0.50	256	519	78	77	75	73	70	73
1.00	256	510	69	65	66	68	65	63
2.00	257	506			50			44

注) : () 中の数値は強度を (kg/cm^2) であらわしたもの。

□ は測定不能の場合

なお、表一6に示したが、腐植酸成分を添加すると、モルタルのフロー値はブレンモルタルのそれに比して大きくなる。これは腐植酸が空気連行性を有することを示しているものと思われる。

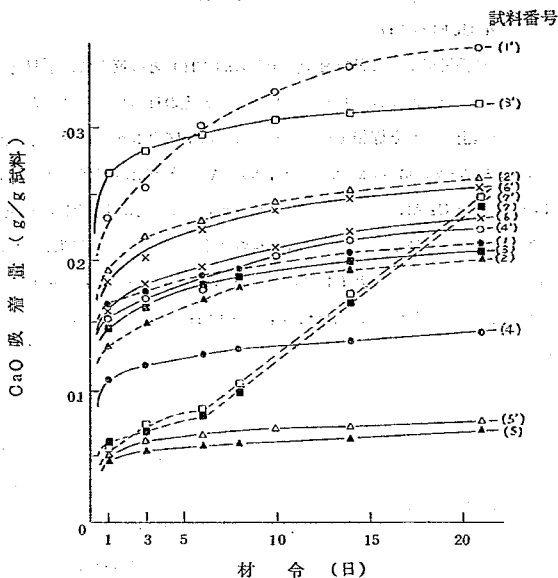
6. 有機質土と石灰との反応

土が混入した場合のセメントモルタルの強度低下は、セメントの水和によって生じる $\text{Ca}(\text{OH})_2$ と土との反応に基因するものと推定される。そこで試料土の CaO 吸着量を測定し、さらに CaO との反応生成物をX線回折により判定し、各試料土と石灰との反応を検討した。

1) 試料土の石灰吸着量

試料土の石灰吸着量は、1.5gの土に対して飽和 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液1.0ℓの割合で反応させて測定した。図一3にこれを示す。富士宮黒ボクでは各材料を通じて有機物含有量の多い試料ほど CaO 吸着量は多い。浜民黒ボクとその下層土は CaO 吸着量がそれほど多くなく、

むしろ関東ローム系試料の CaO 吸着量がそれを上回っている。



図一3 試料土の石灰吸着量

H_2O_2 処理土は各試料とも未処理土に比して CaO 吸着量が多く、土中の有機物は、石灰との反応即ち土のセメンテング効果を妨害しているようである。

一方、モルタル強度は H_2O_2 処理土を添加したモルタルが、未処理の場合に比して大きな値を与えていることから、土の CaO 吸着量とセメントの強度発現とは直接的関係はない。
 CaO 吸着量が多くなるとも試料土中のフミン酸含有量が多い場合は、不溶性のフミン酸カルシウム塩がセメント粒子の表面に沈着し、セメントの水和を妨害するものと推定される。

ii) 試料土と石灰の反応生成物

図一4～6に、試料土と $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液との反応における固相のX線回折結果を图示した。図中の記号は次のものを表わしている。

F: Feldspar Group

$\text{G}_4: 4\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 13\text{H}_2\text{O}$

Q: Quartz

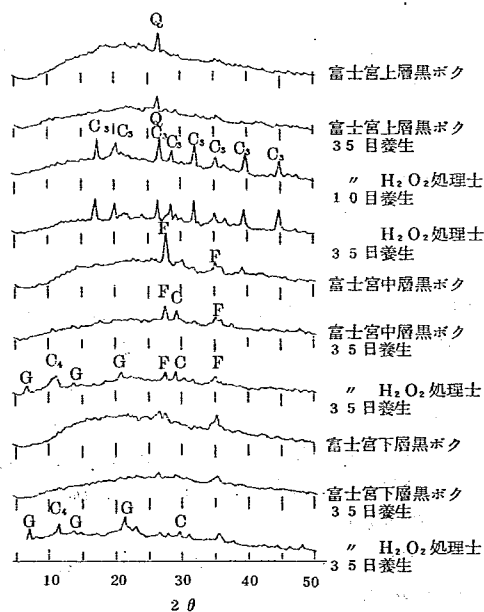
$\text{G}_3: 3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$

H: Hydrated Halloysite

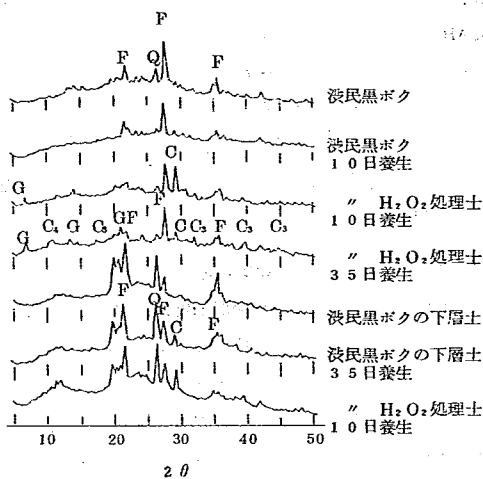
O: Calcite

G: Hydrated Gehlenite

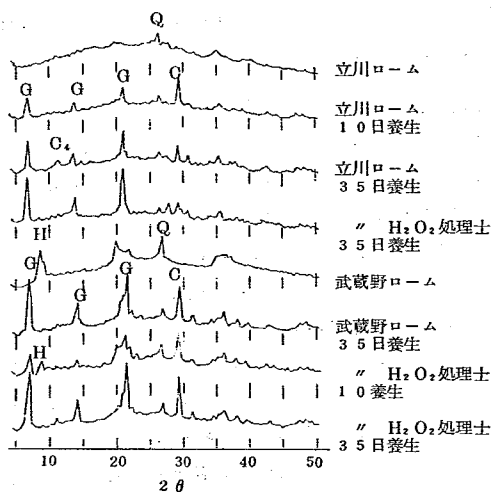
富士宮黒ボクおよび浜民黒ボクなどの有機質土と $\text{Ca}(\text{OH})_2$ との反応では、材令35日でも新しい反応生成物は認められない。しかしこれら有機質土の H_2O_2 処理試料と $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液との反応は未処理土のそれと様相を異にする。富士宮上層黒ボクの H_2O_2 処理土は、反応3日で $5.16, 4.45, 3.37, 3.15, 2.82, 2.30, 2.04 \text{ \AA}$ の各回折線で代表される $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ (以後 C_3AH_6 と略記) の生成が認められ、長期の反応でもその回折線の強さに変化はない。中層および下層黒ボクの H_2O_2 処理土は、材令10日頃より $13.1, 6.24, 4.21 \text{ \AA}$ で代表されるゲーレンナイト水和物 $2\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ (C_2ASH_n と略記) が認められ、4 $\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 13\text{H}_2\text{O}$ の生成も認められ、35日ほどの長期材令では回折線はめいりよさを増す。



図一4 富士宮黒ボク一飽和 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液系反応生成物のX線回折図



図一五 汲民黒ボク一箇和 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液系反応生成物のX線回折図



図一六 関東ローム一箇和 $\text{Ca}(\text{OH})_2$ 溶液系反応生成物のX線回折図

浜民黒ボクの処理土でも、材令10日頃より C_2ASH_n の生成が認められ、材令35日には C_3AH_6 の生成も認められるようになる。

有機物含有量の少ない関東ローム系では H_2O_2 処理試料も未処理試料と同様な傾向を示し、材令10日頃よりゲーレンナイト水和物の生成がめいりようである。

以上のことより、土中の有機物は、土の無機成分(SiO_2 および Al_2O_3)と石灰との反応による結晶鉱物の生成を妨害することが明らかである。即ち、石灰による土のセメンティング作用を妨害する。

7. ソイルライムの反応に及ぼす有機物の影響

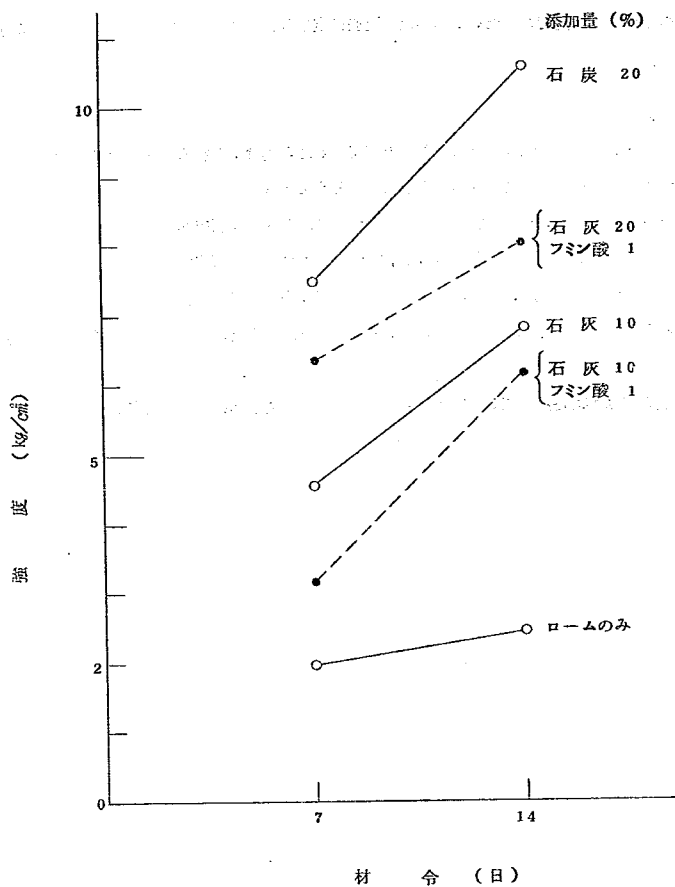
これまで述べたごとく、土中の有機物は石灰と反応してセメントの硬化を妨害するのみならず、石灰による土のセメンティング効果をもさまたげる。ここではソイルライムの反応に及ぼす有機物の影響を検討するため、ローム(武蔵野ローム)に石灰を加え、更に土中の有機物中最も反応性の高いフミン酸を少量添加し、一軸圧縮試験を行った。図-7にこれを示す。図より明らかなごとく、石灰の混入は土の強度を増進させるが、わずか1%のフミン酸の添加でも強度の増進は被殺され、石灰の効果が十分発揮されない。

ロームに石灰およびフミン酸を添加した場合のコンシステンシー試験では、特にフミン酸の影響は明らかでなかった。これは添加と同時に試験を行ったためで、反応時間を充分与えた後の試験では影響があるものと推定される。

8. 有害有機物量の迅速測定

ソイルセメントおよびソイルライム工法を用いる場合、土中の有害な有機成分を迅速に測定出来れば、これら石灰およびセメントの効果をある程度予測出来る。そこで有害有機物即ち腐植酸中特に有害なフミン酸量の測定について検討した。

フミン酸はアルカリによって溶出し、これに酸を加えると固体として折出して来る。従って、定量することは必ずしも不可能ではないが、一般に微量な土中のフミン酸を定量するには、操作の煩雑は免れ得ない。そこでJIS A 1105の有機不純物の比色試験を適用してみた。この試験の標準色がフミン酸の約0.005%に相当することを確かめ、黒ボク及び関東ロームに適用した。富士宮上層黒ボクではその0.02%(有機物としては0.01%)溶液が標準色に相当した。従ってこの土では有機物の約半分がフミン酸として存在しているものと思われる。関東ロームではその3.0%(有機物として約1%)溶液が標準色に等しく、関東ローム中の有機物は殆んどフミン酸の形としては存在していないことが確認された。



図一七 石灰およびフミン酸を添加した土の圧縮強度

この比色法は簡便であるため、標準色を適当に定めれば有害有機物の迅速判定に有効に利用出来る。

9. む す び

セメント、石灰など無機系材料による土質安定処理の場合、有害な作用を有する土中の有機物について検討した。結果を要約すると次のごとくである。

- i) 土中の有機物は、その質的な相違によってセメントおよび石灰への作用が異なる。
- ii) 有機物中フミン酸は有害作用が強く、中でもアルコールに可溶であり、ベンゾールによって抽出される。成分が、セメント硬化には最も有害作用を有する。
- iii) ソイルライムの反応においても、フミン酸は石灰による土のセメンティング効果に有害である。
- iv) 有害有機物の迅速測定には J I S A 1105 の比色試験を改良すれば有効に利用出来る。

5. 火山灰質粘性土の強度回復と生石灰処理効果に関する実験

施 工 研 究 室 金 刺 敏 朗

1 ま え が き

本試験は、一般国道4号線矢板バイパス工事(宇都宮国道工事々務所管内)の施工示様に関連して行なわれたもので、現場で問題となった土を利用して試験を実施したものである。

一般に鋭敏比の高い土を盛土用材料として取扱い際には、トラフィカビリティからくる施工能率の問題と、一度こねかえした土の強度低下およびその経時的な回復現象を、盛土施工後の安定性にどのように考慮するかという問題が生ずる。こねかえした土の経時的な強度の回復性状は、こねかえし時の含水量、与えたエネルギーの大きさなどに大いに関係するものと考えられる。さらにこのような土は、石灰などで処理すると性状の改良に非常に有効である場合が多いことも一般に知られている。しかし、処理工法に問題がありその施工法には検討の余地が残されている。

この報告は、このような鋭敏比の高い土の取扱いの問題として、こねかえした土の経時的な強度回復性状ならびに生石灰処理方法(混合法とパイル法)とその土性改良効果を検討するために行った室内試験の結果をまとめたものである。

2 生石灰の一般的性質

一般に石灰と呼ばれるものは、生石灰(CaO)、と消石灰($\text{Ca}(\text{OH})_2$)を指し、これらを使用した土壌安定処理は古くから知られている。

生石灰が土中の水分と作用して消石灰に変化するが、その際粘土鉱物との化学反応が行なわれたり、変化する過程において消化吸水、発熱その他膨張などの物理的な現象をとまう。これらの諸作用は、土中の水分の量や含有鉱物の種類などによっても多少の差異はあるが、だいたい24時間以内に生石灰としての成分を失ない消石灰の効果に移行する。

生石灰は上述の諸作用により、その物理的なあらわれとして、含水比の低下、コンシステンシーの向上、トラフィカビリティの向上等がある。一般に含水比の低下は $\text{CaO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Ca}(\text{OH})_2 + 15.6 \text{ Kcal/mol}$ の反応式で表わされ、生石灰は自重の約1/3を結合水として吸水し、約1/2の水分を蒸発させる。

土性改良の対象土は、主に火山灰起源(ローム質)によるものや、沖積世堆積層(シルト質)等の軟弱地盤層であり、前者を構成する粘土鉱物の多くは、加水ハロイサイト、イライト等であり、後者のそれはモンモリロナイトやクロライト等である。このうち生石灰が有効な反応を示すものは、ローム質の粘土鉱物であるハロイサイト系のものであり、ヘドロビートに多く含有されるモンモリロナイト等に対する効果は少ないことが認められている。

3 実験の概要

試験に用いた土は、栃木県矢板市地先の一般国道4号線矢板バイパス工事現場から採取したもので、自然含水比は37%~50%、液性限界44.4%、流動指数3.8できわめて水に敏感な粘土である。X線解析試験結果(宇都宮国道工事業務所資料)によれば、主要粘土鉱物としてハロイサイトを含むものである。

試験は、こねかえした土の経時的な強度変化と生石灰処理による効果を調べるための試験にわけて行った。

3-1 こねかえした土の強度回復に関する試験

自然含水比を基準とする含水比から、含水比を数種に変えて調整した試料を異なるエネルギーをもってCBRモールド内で突固めて供試体を作成し、これを含水比の変化のないように保存した後、一定時間(供試体作成当日、3日、7日、15日、30日、100日経過後)経過ごとにとり出して強度変化を調べる方法をとった。

試験条件は表-1に示すとおりで、強度試験は主として一軸圧縮試験によったが、含水比が高く供試体成形が困難なものについては、コーンペネトロメータ(先端角度30°, 底断面積3.23cm²)による試験に代えた。

表-1 試験条件

	含水比条件	突固めエネルギー	試験項目	備 考
自然含水比から気乾または加水	A① 自然含水比 ($w_n \pm 4.0\%$)	ランマーによる 5層 10回, 55回, 80回	一軸圧縮試験	
	A② $w_n + 5\%$ (加水)	足踏みによる 500回, 1000回, 2000回	コーンペネトロ試験	
	A③ $w_n - 1.0\%$ (気乾)	ランマーによる 5層 10回, 55回, 88回	一軸圧縮試験	含水比は生石灰5%添加による低減含水量に相当
	A④ $w_n - 1.5\%$ (気乾)	"	"	含水比は生石灰10%添加による低減含水量に相当
気乾後加水	B① w_n' (A①相当含水比)	"	"	
	B② $w_n' + 5\%$ (A②相当含水比)	足踏みによる 500回, 1000回, 2000回	コーンペネトロ試験	

3-2 生石灰処理効果に関する試験

生石灰による処理方法として、混合法あるいはパイル法をとった場合の効果を比較するために、それぞれの方法によって処理した後の試料について、一定時間経過ごとに、含水比、温度、強度などの試験を行いその変化を調べた。

処理する試料の含水比は、自然含水比とそれに10%加水したものの2条件で、添加する生石灰の量は土の乾燥重量に対する5%と10%を定めた。混合法によるものは、含水比の調整された試料に所定量の生石灰を添加し、人力による混合を3分間行った後、これを横40cm×縦40cm×深さ25cmの容器に踏固めによって入れ試験に供した。パイル法によるものは、含水比を調整した試料を足踏みによって前述と同じ容器につめ、図-1に示すような間隔で生石灰の添加を行い試験に供した。

試験は、含水比、温度、コーン指数を所定の時間経過後に測定した。なお処理しない試料についても比較の意味から、上記と同様の容器につめたものを用意し処理したのと同じ試験を行った。

生石灰処理した試料に加える突固めエネルギーの大きさと、経時的な強度変化の関係を調べるため、3-1の強度回復に関する試験と同様の方法をもって試験を行った。生石灰処理の方法は混合法によるものとし、その試験条件は表-2のとおりである。

表-2 試験の条件

		添 加 率	突固めエネルギー	試験項目	備 考
生 石 灰 添 加	C①	乾燥重量に対する5%	ランマーによる 5層 10回, 55回, 80回	一軸圧縮試験	
	C②	" 10%	"	"	

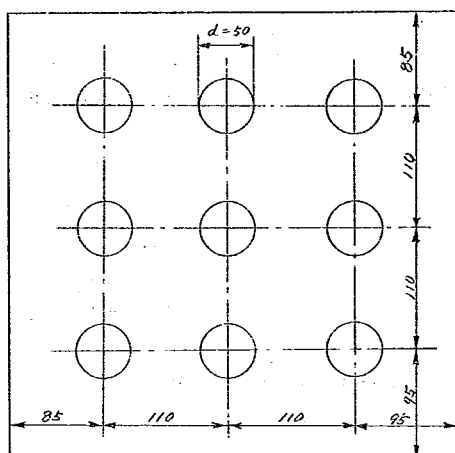


図-1 (a) 生石灰 5%添加のパイル位置

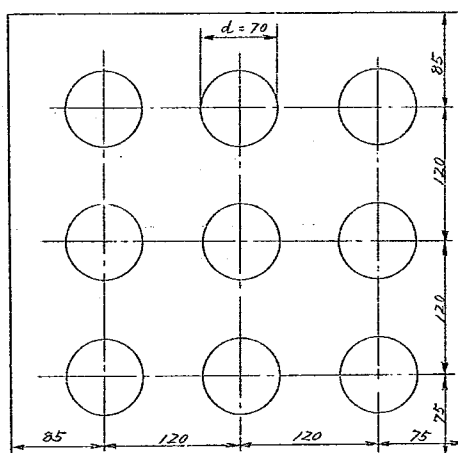


図-1 (b) 生石灰 10%添加のパイル位置

4 試験結果とその検討

4-1 こねかえした土の強度回復

締固め効果とこねかえし効果を密度からみてみると、突固め回数55回と80回では締固め密度に大差がなく、とくに自然含水比以上においては、10回突固め密度とほぼ同じ値が得られた。また試料含水比の処理過程の相違による密度の差ははっきりしなかった。

強度については、これを図-2によってみると、自然含水比以上の場合において特にこねかえし効果が大きくなっていることがみられ、含水比が比較的低い場合においては強度からみた締固め効果が大きくなっていることがわかる。以上のようなことから締固め効果とこねかえし効果の界の含水比条件は、A①とA②の条件の間にあるものとみられる。

強度変化を経時的にみると、図-3-1～図-3-2で見られるように、加えたエネルギーの相違によって強度比の変化に差があることがわかる。自然含水比の条件のものにおいては、加えたエネルギーが大きな80回の突固めのものの強度比が増大する傾向にあり、自然含水比より大なる含水比条件の場合においては、加えたエネルギーの大きさによって強度比の増加傾向にあまり差を生じないことがみられる。

図-2と図-3-1、図-3-2をあわせて考えると、こねかえしの大きな条件のもの程強度比の増加傾向は大となっていることがわかる。しかしいずれの含水比条件の場合でも100日経過後における10回突固めのものの強度は、55回あるいは80回突固めのものに比して大であり、密度もほとんど同じことから考えると、必要以上にエネルギーを加えることは悪い影響しか与えないことがわかる。

4-2 生石灰処理効果について

基本的な土の性質が生石灰の添加によってどのように変わるかを調べた結果は、表-4のとおりで、粒径加積曲線、三角座標による土の分類、突固め曲線は図-4のごとく変化するのがみられる。

一般に生石灰処理においてその混合割合が増加すると最大乾燥密度は低下し、最適含水比は大いに移行するが、この結果における5%と10%の混合比率ではそのような傾向が顕著に表われていないが、その原因の一つとして考えられることは、試料土に対するもっとも有効的な生石灰の量が5%付近であり、それ以上の添加を行っても効果が望めないのではないと思われる。このことは粒径加積曲線の粒度分布からも想定し得るようである。生石灰添加による土の含水量低下は、前述したとおり主としてCaOの消化による化学吸水反応およびその際生ずる発熱による蒸発に起因するものと考えられる。その他バイル法による場合においては、

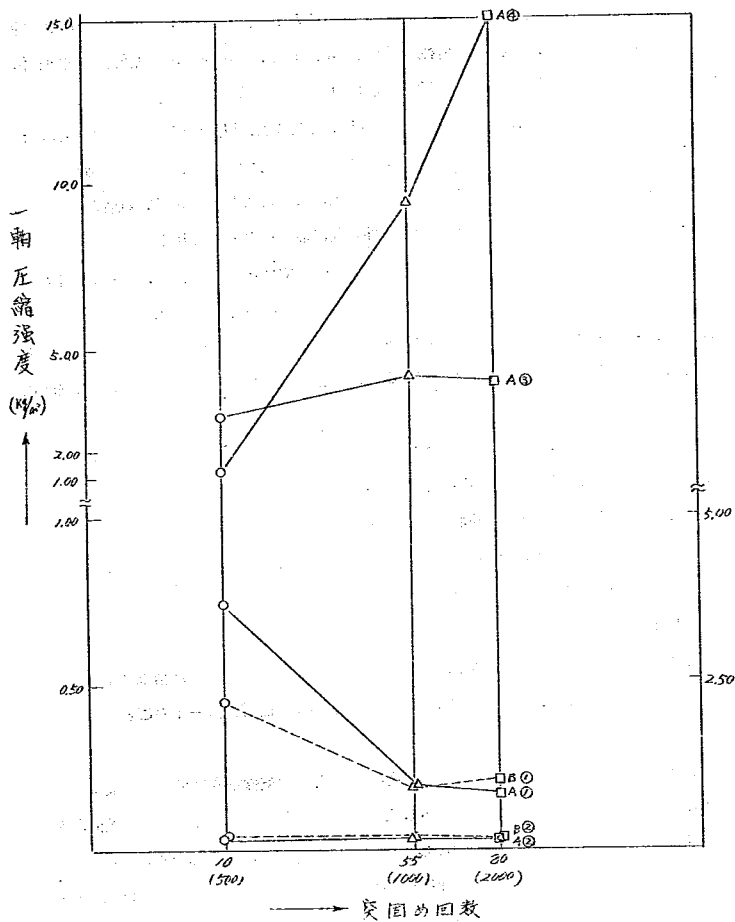


図-2 突固めエネルギーと強度の関係

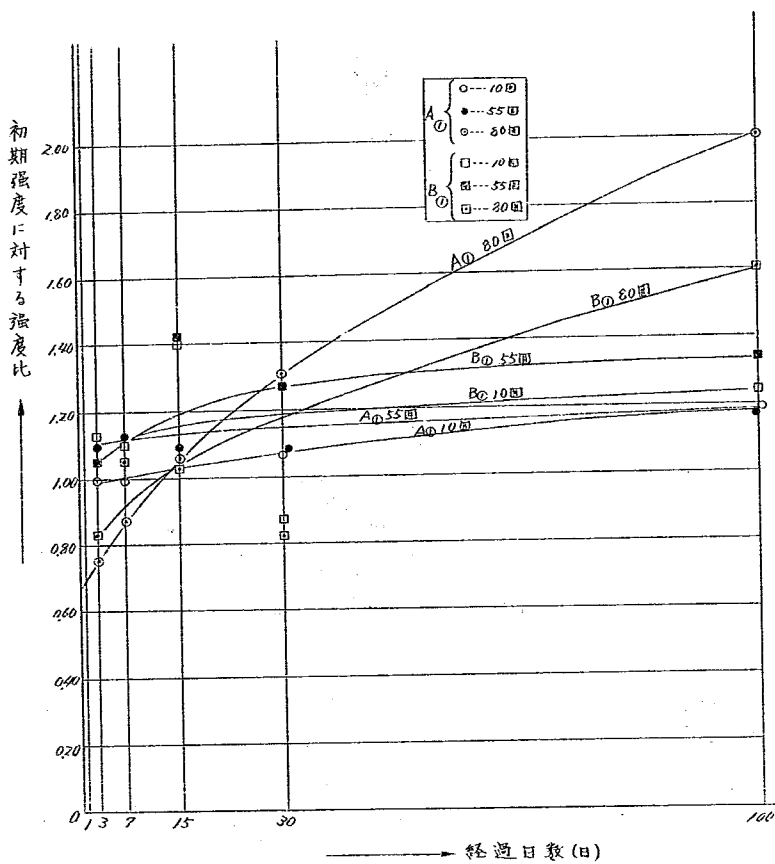
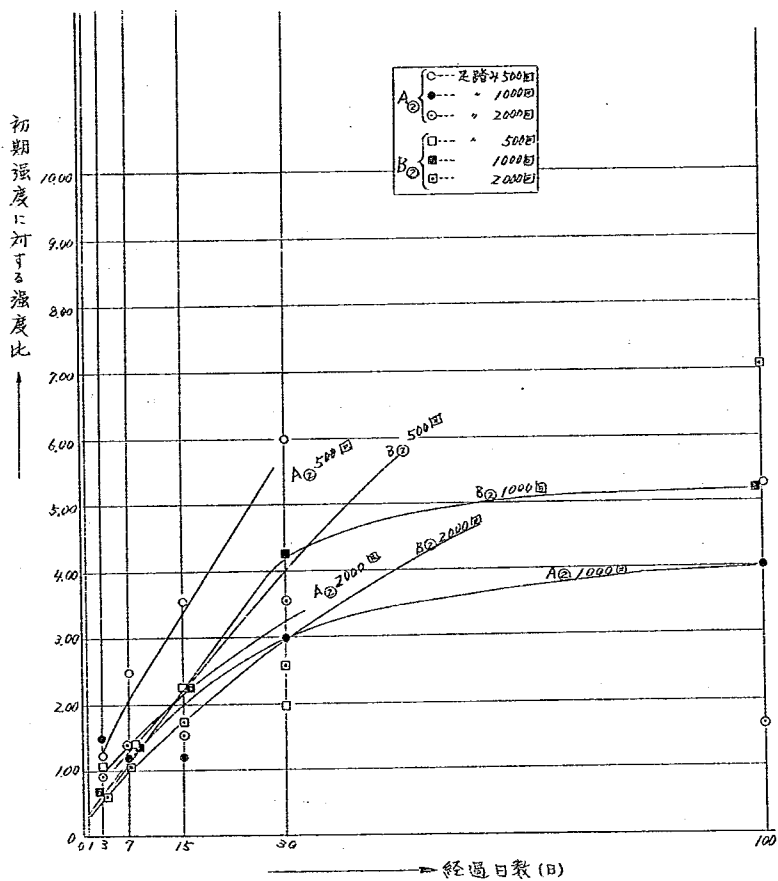


図-3-1-1 強度比の経時的変化



図一 3 - 2 強度比の経時的变化

表-3 生石灰処理土の物理試験結果

		単位	未 処 理 土	CaO 5%添加	CaO 10%添加
比	重		2.664	2.712	2.674
最 適 含 水 比	%		29.0	31.5	30.0
最 大 乾 燥 密 度	g/cm^3		1.43	1.396	1.396
粒 度 分 析	レ キ 分	%	0	0	0
	砂	%	36	67	56
	シ ル ト 分	%	28	26	37.5
	粘 土 分	%	36	7	6.5
	200 μ メッシュ過分	%	100	100	100
	分 類		粘 土	砂 質 ロ ー ム	砂 質 ロ ー ム
コン シ ス テ ン シ	液 性 限 界	%	44.4	54.1	57.6
	塑 性 限 界	%	33.6	42.9	46.8
	塑 性 指 数		10.8	11.2	10.8
	流 動 指 数		3.8	7.5	4.9

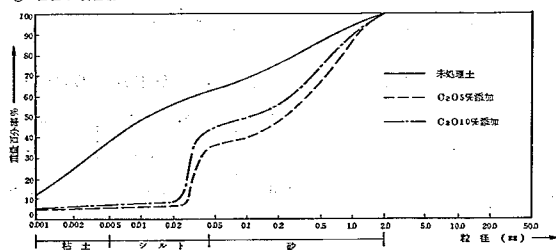
生石灰パイルの吸水時における膨張による圧縮作用からくる水分のしぼり出し効果が間接的な作用として考えられる。

生石灰の消化状態、効率を経時的な温度変化よりみると（図-5）パイル法によるものは、混合法による場合よりも最高温度は低く温度変化からみて反応効率の悪いことがうかがえる。含水量の多い場合には、パイル法による場合でも温度上昇の傾向は混合法に似かよった形をなしており、含水量の少ない場合に比して有効であることがわかる。またコーンベネトロメータによる経時的な強度の変化は、図-6に示したとおりでこれからも明らかなように、混合法によるものは6時間位でパイル法によるものの7日後の強度に相当している。

パイル法によるものでは、含水量の多い場合の方が強度増加の速さは大となっている。生石灰処理後においては、長期にわたって消石灰による効果があらわれるものと思われるが、加えた実固めエネルギーとの関係について試験した結果を表-4に示す。

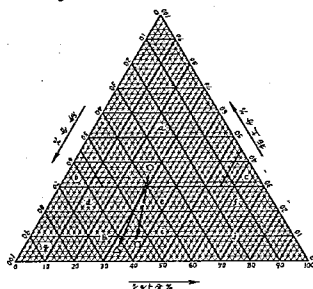
表-4の結果から明らかなように、大なる実固めエネルギーを与えたものは、消石灰の効果と思われる強度増加の傾向が大であり、大方の強度には15日間位で達するものとみられる。しかしこの程度の含水比の試料では強度回復という現象はないものと考えられ、従って

① 校正加積曲線



② 校度による土の分類

- ① 粘土
- b 砂質粘土
- c シルト質粘土
- d 砂質粘土ローム
- e 粘土質ローム
- f シルト質粘土ローム
- g 砂
- ② 砂質ローム
- i ローム
- j シルト質ローム



試料名	土質	セメント分 %	砂分 %	シルト分 %	粘土分 %	最大粒径 mm	60%径 mm	10%径 mm	均 匀 係 数	200目以下の 通過率 %	425目以下の 通過率 %	75目以下の 通過率 %	二内径 3.0mm以下の 通過率 %	土質 分類	備考
未処理土	粘土	0	36	26	38	2.00	0.03	0.001	3.00	100	8618	6758	a	粘土	○
CaO5% 添加土	粘土	0	53	32	5	2.00	0.34	0.016	1.31	100	6526	3919	b	砂質 ローム	△
CaO10% 添加土	粘土	0	55	38	7	2.00	0.22	0.012	1.00	100	7027	4725	c	砂質 ローム	□

③ 圧固め曲線

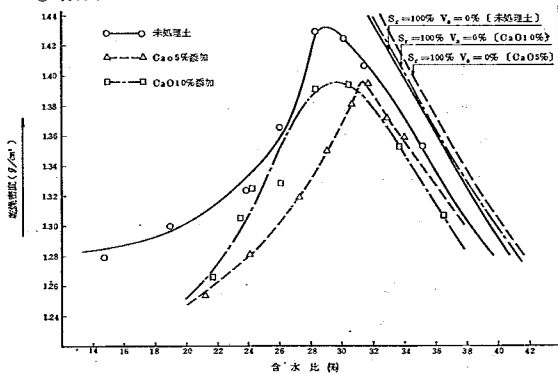
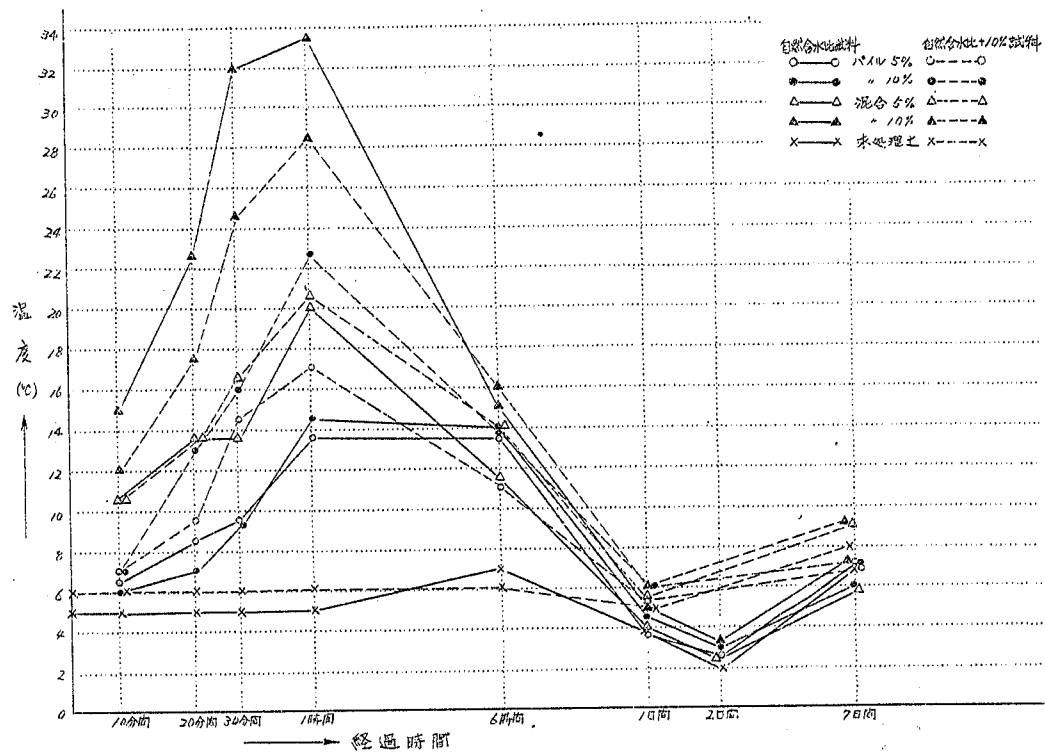


図-4 生石灰処理土の変化



図一5 処理後の温度変化

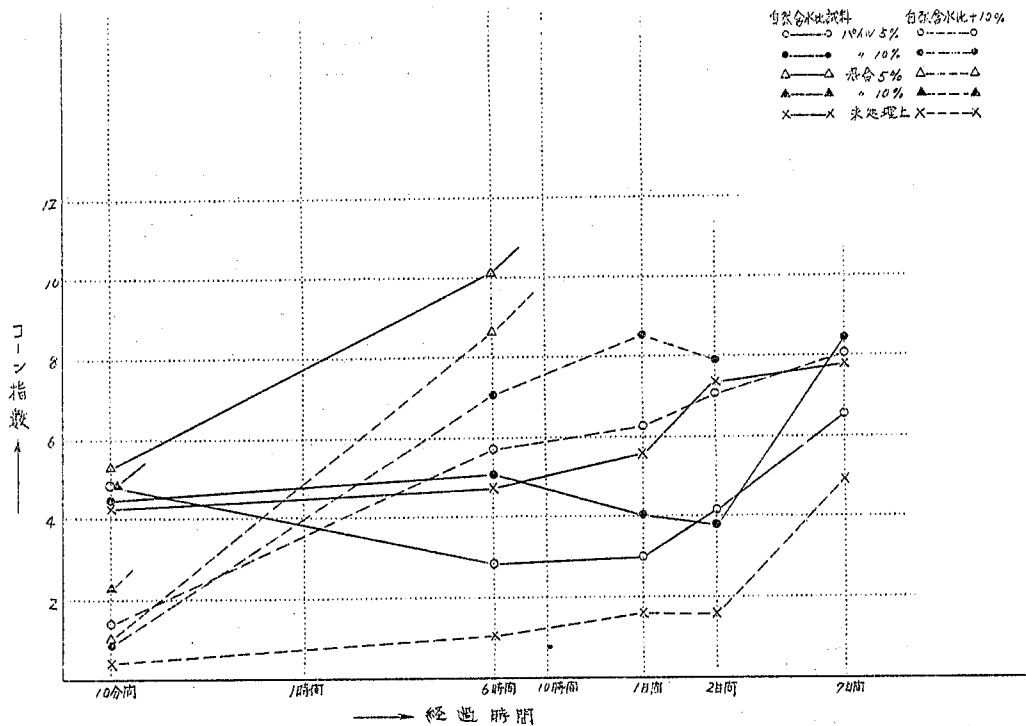


図-6 処理後の強度変化

この強度増加は、消石灰のみの効果と考えられる。

表一 4-1 強度試験結果

試験条件C①

経過日数 (日)	突固め回数 (足ふみ回数) (回)	含水比 $w(\%)$	乾燥密度 $\rho_d (g/cm^3)$	一軸強度 (コーン指数) $q (kg/cm^2)$	初期強度に 対する比 q/q_0	1.0%ひずみ変形係数 $E_{1.0}$	2.5%ひずみ変形係数 $E_{2.5}$
0	10						
	55	30.0	1.38	5.52	1.000	287.0	1282.8
	80	32.4	1.34	5.52	1.000	2009.0	2152.0
3	10	29.9	1.08	4.47		326.0	
	55	30.2	1.35	15.65	2.84	12366.0	
	80	29.6				8109.0	
7	10	31.4	1.15	4.81		713.0	1170.0
	55	28.3	1.33	15.62	2.83		
	80	29.5	1.40	15.56	2.82	153.0	
15	10	33.7	1.13	4.92			
	55	34.4	1.33	26.96	4.88		
	80	32.9	1.38	30.60	5.54		
30	10	33.5	1.08	4.44		4240.0	534
	55	34.2	1.30	11.57	2.10	11446.0	
	80	30.9	1.35	11.85	2.15	9612.0	4400.0
100	10	31.8	1.30	4.27		3397.0	
	55	32.6	1.35	15.72	2.85		
	80	30.9	1.37	20.74	3.76		

表-4-2 強度試験結果

試験条件C②

経過日数 (日)	突固め回数 (足踏み回数) (回)	含水比 $w(\%)$	乾燥密度 $\gamma_d (g/cm^3)$	一軸強度 (コーン指数) $q (kg/cm^2)$	初期強度に対する比 q/q_0	1.0%ひずみ変形係数 $E_{1.0}$	2.5%ひずみ変形係数 $E_{2.5}$
0	10						
	5.5	26.2	1.16	2.10	1.000	890	
	8.0	26.8	1.30	7.11	1.000	3170	25024
3	10	27.5					
	5.5	25.9	1.27	12.02	5.72	1288	
	8.0		1.41	20.14	2.83	19985	
7	10	27.9	1.09	4.90		37790	
	5.5	27.1	1.35	28.64	13.64	283480	
	8.0	24.6	1.37	25.85	3.64	255680	207400
15	10	23.4	1.05	5.32		36960	
	5.5	25.4	1.26	19.93	9.49	196140	
	8.0	24.0	1.35	31.95	4.49	317100	
30	10	29.9	1.15	6.90		68690	
	5.5	30.0	1.33	35.20	16.76	35039	
	8.0	29.6	1.31	34.60	4.87	344500	
100	10	29.4	1.12	3.40		32470	
	5.5	30.5	1.28	36.16	17.22	36464	
	8.0	30.0	1.30	43.35	6.10	441200	

5 ま と め

この試験によって、土のこねかえしと強度回復性状、生石灰の処理方法およびその効果について、まとめてみると次のとおりである。

- (1) 数種のエネルギによって、こねかえされた土を締固め効果とこねかえし効果に分けた場合、自然含水比を境にして高含水比のものはエネルギの大小による締固め密度に増加が認められないことから、こねかえし効果が大であると思われ、低含水比の場合には、強度からみて締固めの効果が大になっている。

- (2) こねかえされた土の経時的な強度回復性状、すなわちシキソトロビ特性は、加えたエネルギーによって多少の差異はあるが、自然含水比（≒40%）の条件のものでは強度比の最終値（100日経過）が1.2～1.6倍、それより高い含水比条件のものでは4.0～6.0倍の結果が得られ、含水比条件の影響が非常に大であることが確認された。
- (3) 生石灰処理方法の異なるバイル法と混合法を、処理後の温度と強度の変化からみると、バイル法では処理後1時間で最高温度の22℃を示し、コーン指数による強度は処理後6時間で3～7であった。一方混合法では、最高温度が34℃、強度は10以上で測定不可になるものが多くみられた。

このようなことから判断すると、生石灰と土との接触面積の大きい混合法の方が、改良効果、即効性・強度のいずれについても有効であった。

- (4) 生石灰処理による土性の改良効果は、処理土の物理試験結果などから明らかなように、土粒子は団粒化し、分類も粒土から砂質ロームに改良され、その特性である即効性や含水比低下の点でも、自然含水比の条件のものに対して3日強度で初期強度の3～5倍、含水比もCaO 5%添加で7%、CaO 10%添加で13%も低下している。この他生石灰が消石灰に移行する際に、自からの代償の約2倍に膨張するため生石灰の効果が進行中の処理土に対する締固めを行う場合には、十分な注意を払う必要がある。

なお消石灰に移行し、改良された処理土に対しても、締固めに不足があると安定性、強度等不安を残すため十分に締固めることが望ましい。

以上のようなことから、強度回復特性、生石灰処理効果について実施工に対する適応性を考えてみると、前者では真の強度回復（含水比に変化のない場合）は僅かではあったが、現場における含水比の低下（乾燥、自由排水）などによる強度の増加をも考え合せると、何らかの形で実際の設計・施工に反映されても良いのではないと思われる。

生石灰処理方法については、高含水比粘性土地盤上での混合作業の困難なことは周知のとおりであり、その点バイル法は、速効性の点で混合法に劣るが強度や安定性については、バイル打設一掘削一運搬一敷均し一転圧などの過程を経るため、処理土は十分に混合され室内試験における混合法と同程度の効果が期待出来るようである。

なお安定した処理土に対する、水や交通荷重による耐久性については、現在矢板バイパスにおいて、ラジオアイソトープ（ γ 線密度計、中性子水分計）を利用した密度、含水量の観測を継続中である。

6. 有限要素法における要素の形状と
その特徴について

ダム構造研究室 小 林 茂 敏

1. はじめに

最近、有限要素法を用いた構造物の解析が盛んに行われるようになってきた。有限要素法の原理は非常に応用範囲も広く、便利な方法であるが、一種の近以解析でもあるので、構造物の理想化の差によって同じ労力をかけても解析の精度に大きな差が生ずる。したがって有限要素法を用いるためにはその原理をよく理解し、合理的な使い方をしなければならない。ここでは2次元の弾性平板について有限要素法の原理と特徴を説明し、特に精度に関する特性を実際の計算例によって追求してみる。さらに現在用いられている三角形を要素とする計算以外の各種の計算式をも誘導し、それらの精度、特失等を資料としてまとめてみる。

2. 有限要素法の特長

安定した物体は内部で

- (1) 力の平衡条件
- (2) ひずみ適合条件
- (3) 応力とひずみの関係（フックの法則）を満足しながら境界面で与えられる外荷重とつり合が保たれている。

従来用いられている2次元の構造物解析方法は、

A (1)~(3)の条件は応力、ひずみ、変位が陪調和関数（一般式は $\phi = \phi_0 + x\phi_1 + y\phi_2 + R_2\phi_3$ 但し $R_2 = x^2 + y^2$ $\phi_0 \sim \phi_3$ は調和関数）になることによって満たされる事に注目して

Aa) 境界条件から陪調和関数の式を誘導し、理論解を行う

Ab) 陪調和関数を直接数値計算で求める。

Ac) 陪調和関数を陪差方程式により数値計算を行う

Ad) 平板の面外曲げ、格子構造等の陪調和関数の性質を持つもので相似をさせて解析を行う。

B 光弾性実験は主応力の差と主応力方向が得られること、主応力合は調和関数であることを、を利用して、実験値と調和関数の積分値により得た主応力合の値との併用により解析する。等が主たるものであるが、Aa)の方法では境界が座標面に一致するような場合にしか解が得られないし、他の方法でも異質の弾性体が組合わさった場合等には著しく取り扱いが困難になるといふ欠点があった。

一方、有限要素法では図1に示すように構造物を有限個の構造要素の集合であり、各要素は節

点だけでお互に連続していると理想化し次の手順で計算される。

- (1) 各要素において応力
やひずみの分布の形を
仮定したうえで要素節
点にかかる力と変位の
関係式を平衡条件、釣
合条件、フックの法則
を満足するように求め
る。

- (2) 要素座標系で定めら
れた節点変位量を構造
物全体について表現し
た節点の座標系に変換
する。

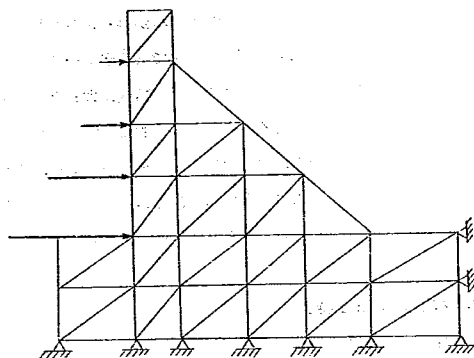


図1 モデル比例

- (3) 構造物全体についての節点の変位と節点にかかる荷重との関係式を(1)で求めた式を組合せて作る。
- (4) (3)で求めた式を基に節点に加わった荷重から変位を求める。
- (5) 構造物全体としての座標系で表現された節点変位を(2)で求めた式によって要素座標系に変換する。
- (6) 要素節点変位と要素応力の関係式によって要素応力を求める。

従来の方法は物理的には完全な状態から出発し、近似化は数学的手法上生じたのに対し、本方法ではまず要素に分割する事により構造物を近似化して代数学的には厳密な解を求めているところに大きな特徴がある。

本計算方法の長所は次のような事項である。

- ① 構造物の形状が自由に決められる。
- ② 要素毎に異った弾性定数を入れられる。
- ③ 異方性や塑性への拡張も可能である。
- ④ 計算は統一的な計算式の組合せであるので電子計算用のプログラム化に適している。

一方、欠点としては、節点の数に比例した連立方程式を解く為に精度を上げようとして、節点の数を多くすると計算機に多大な記憶容量が要求され、計算費も高くなる事である。現在の超大

形の計算機によれば1000点位の節点までは計算が可能にはなってきたといふものの、精度が許す範囲で節点数をなるべく少なくして計算を行いたいのが現状である。

そこで本論では節点数を増さずに精度を高める事に目標をおいて論を進めてゆく事にする。まず現在行われている三角形要素に分割する方法の計算式の誘導方法を参考の為に述べておく

3. 三角形要素の計算式の誘導方法

二次元平面弾性問題の有限要素法による解法はArgyris やCloughによって1950年代の末から1960年代の始めの頃発表されたものであるが、ここではCloughが行った方法について述べる。尚この方法は節点の変位を未知数として、連立方程式を作るので変位法と呼ばれるものである。

3.1 要素の剛性マトリクス

まず三角形に分割された要素の節点を図2に示す様に ijk と名づける。又 j 点, k 点の i 点からの距離を各々 a_j , b_j , a_k , b_k とする。この要素に生ずるひずみは要素節点の変位によるものであるが、その分布はこの要素中では一定であると仮定する。その理由はこの三角形内のひずみを支配する節点の変位の自由度は3個しかないからである。わかりやすく説明するために節点にかかる力を例にしていえば、3つある節点の各 x , y 方向に計6ヶの任意の力が存在し得るが、そのうち x 方向の力の和 $= 0$, y 方向の力の和 $= 0$, モーメントの和 $= 0$ という条件が満たされなければならないので任意に変えられる力は $6 - 3 = 3$ で3個しかないのである。

又このように要素内の

ひずみの分布を仮定す

る事が構造物を要素に分

割する事によってその剛

性が大きく変化すると

いふ恐れをなくす事にも

なる。

ひずみ分布を上記のよ

うに仮定すれば、 $\epsilon_x = m$

$\epsilon_y = n$, $\phi_{xy} = p$ とおけ

る。 m , n , p は任意に

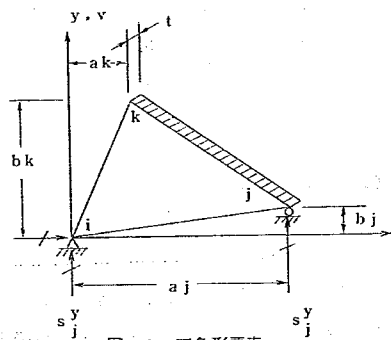


図-2 三角形要素

定められる係数でひずみパターンと呼ばれる。これをマトリクスで書けば

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m \\ n \\ p \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

という形になる。(以後は簡略化のため $\{\epsilon\} = [B] \times \{\alpha\}$ と表示する)

$$\text{次に節点 } i, j, k \text{ の変位を考える。 } u = \int \epsilon_x dx = mx + C(y) \quad v = \int \epsilon_y dy = nx + C(y)$$

であるから各節点の変位量は

$$U_i = mx_i + C(y_i)$$

$$V_i = ny_i + C(x_i)$$

$$U_j = mx_j + C(y_j)$$

$$V_j = ny_j + C(x_j)$$

$$U_k = mx_k + C(y_k)$$

$$V_k = ny_k + C(x_k) \quad \text{但し } U_i \dots\dots\dots i \text{ 点の } x \text{ 方向変位量,}$$

$$V_i \dots\dots\dots y \text{ 方向変位量,}$$

で示されるが自由度の事を考えて、 i 点の変位は 0, j 点は x 方向には変位が 0 であること、か

つ $\varphi_{xy} = \frac{2u}{2y} + \frac{2v}{2x} = p$ である事を考えると

$$U_j = ma_j + n \frac{b_j^2}{a_j} + p b_j$$

$$U_k = ma_k + n \frac{b_k^2}{a_j} + p b_k$$

$$V_k = n \left(b_k - \frac{b_k}{a_j} a_k \right)$$

となる。これをマトリクスで書けば

$$\begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_j & \frac{b_j^2}{a_j} & b_j \\ a_k & \frac{b_k^2}{a_j} & b_k \\ 0 & b_k - \frac{b_k}{a_j} a_k & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m \\ n \\ p \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

となる。(以後は簡単化の為に $\{V\} = [A] \times \{\alpha\}$ と表示する)

尚(2)式を(1)式に代入すると

$$\{\epsilon\} = [B] [A]^T \{V\} \dots\dots\dots (3)$$

となり(3)式はひずみ適合条件式に相当するものである。

次にフックの法則によるひずみと応力の関係式を求めると

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \epsilon_x + \epsilon_y)$$

$$\tau_{xy} = 2 \frac{E}{(1+\nu)} \varphi_{xy}$$

マトリクス表示すれば

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

となる (以後これを $\{\sigma\} = [C] \times \{\epsilon\}$ と表示する)

次に j 点 k 点にかかる力 S_j, S_k, S と変位との関係が必要であるので、その関係を

$$\begin{bmatrix} S_{xj} \\ S_{yk} \\ S_{yk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{rx}^{11} & k_{rx}^{12} & k_{rx}^{13} \\ k_{rx}^{21} & k_{rx}^{22} & k_{rx}^{23} \\ k_{rx}^{31} & k_{rx}^{32} & k_{rx}^{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ V_k \end{bmatrix} \quad (\text{又は } \{S\} = [k_r] \cdot \{V\})$$

で示してくれるようなマトリクス $[k_r]$ が必要になってくるが従来の解法における平衡条件式が成立するものとすれば、仮想仕事の原理を用いる事が出来るので、次の様にして誘導する。

要素節点にかかる外力と節点の変位のなす仕事量 (W_e)

$$W_e = U_j \times S_{xj} + U_k \times S_{yk} + V_k \times S_{yk} = [U_j \quad U_k \quad V_k] \times \begin{bmatrix} S_{xj} \\ S_{yk} \\ S_{yk} \end{bmatrix} = [V]^T [S] \dots\dots\dots (5)$$

(T は転置を示す)

要素内部に生ずる応力とひずみのなす仕事量 (W_i)

$$W_i = t \int \int_{\Delta} \{\epsilon\} \sigma \, dx \, dy = t \int \int_{\Delta} [V]^T [A^{-1}] [B] [C] [B] [A^{-1}] [V] \, dx \, dy \dots\dots\dots (6)$$

(ただし T は要素厚)

$W_i = W_e$ であるから (5), (6) 式によって

$$[S] = t \int \int_{\Delta} [A^{-1}]^T [B]^T [C] [B] [C] [A^{-1}] [V] \, dx \, dy = t \cdot \Delta \cdot [A^{-1}]^T [B]^T [C] [B] [A^{-1}] [V]$$

(ただし Δ は要素の面積)

$$\text{すなわち } [k_r] = t \cdot \Delta \cdot [A^{-1}]^T [B]^T [C] [B] [A^{-1}]$$

計算結果は (7) 式のようになる。

式(7)

$$(K_r) = \frac{E_t}{2(1-\nu^2)(a_j b_k - b_j a_k)} \left\{ \begin{array}{cc} b_k^2 + \frac{1-\nu}{2} a_k^2 & -b_j b_k - \frac{1-\nu}{2} a_j a_k \\ -b_j b_k - \frac{1-\nu}{2} a_j a_k & b_j^2 + \frac{1-\nu}{2} a_j^2 \\ \nu a_j b_k + \frac{1-\nu}{2} a_k b_j & -(\frac{1+\nu}{2}) a_j b_j \\ \nu a_i b_k + \frac{1-\nu}{2} a_k b_j & -(\frac{1+\nu}{2}) a_j b_j \\ a_j^2 + \frac{1-\nu}{2} b_j^2 & \end{array} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

(7)式は剛性マトリクスと呼ばれ、有限要素法では非常に重要なもので、このマトリクスの作り方によって異方性体にも塑性体にも拡張されるのである。

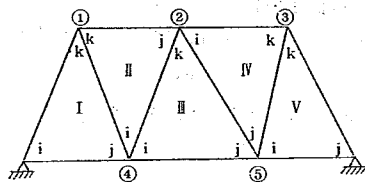


図 3 モデル例

3.2 構造物全体の剛性の計算

(3)式によって各要素に生ずるひずみを求めるためには要素節点の変位量がわからなければならない。そこで構造物のすべての節点の変位量を求めなければならないが、構造物の節点では、そこに加わる外荷重だけしかわからないから節点の変位を

$$\begin{bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ \vdots \\ R_{xn} \\ R_{yn} \end{bmatrix} \text{とおいた時} \quad \begin{bmatrix} r_{x1} \\ r_{y1} \\ \vdots \\ r_{xn} \\ r_{yn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^{11} & \dots & K^{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ K^{n1} & \dots & K^{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ \vdots \\ R_{xn} \\ R_{yn} \end{bmatrix} \quad \left(\text{これを } \{r\} = \{K\} \{R\} \text{ と表示する} \right)$$

となって両者の関係を示してくれるマトリクス〔K〕が必要になってくる。〔K〕は構造物の有する剛性を示すマトリクスで、構造物全体にも力の平衡条件が成立しているものとすれば、最小仕事の原理を用いて要素の剛性マトリクスを導びいたのと同じ手法によって得られる。

$$\text{構造物の節点にかかる外荷重と節点変位のなす仕事量} = \{R\}^T \cdot \{r\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{要素の節点に生ずる力と変位によってなされる全仕事量} = \sum_{m=1}^N \{S\}_m^T \cdot \{V\}_m = \sum_{m=1}^N \{V\}_m^T \cdot$$

$$\{K_r\}_m^T \cdot \{V\} \dots\dots\dots (9)$$

(但し、 $\{V\}_m \{K_r\}_m$ とは要素mの $\{V\} \cdot \{K_r\}$ という意味で、Nは全要素数を示す)

ここで注意しなければならないのは $\{V\}$ は要素のi点と、j点のy方向の変位を0とした場合の値であり、 $\{r\}$ とはその配列も対応していない。そこで $\{r\}$ を $\{V\}_m$ に変換するマトリクス(変位変換マトリクスと呼ばれる)が必要となる。この作成法はやや複雑であるので次に述べるとして簡単に $\{a\}$ としておくと、 $\{V\} = \{a\} \{r\}$ から(9)式は

$$\{r\}^T \{a\}^T \begin{bmatrix} K_{r1} & \dots\dots\dots 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{r2} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{rm} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots\dots\dots K_{rN} \end{bmatrix}^T \{a\} \{r\} \dots\dots\dots (10)$$

となり(8)式に代入すると

$$\{r\} = \left[\{a\}^T \begin{bmatrix} K_{r1} & \dots\dots\dots 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{r2} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{rm} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots\dots\dots K_{rN} \end{bmatrix} \{a\} \right]^{-1} \{R\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{となつて、} \{K\} = \left[\{a\}^T \begin{bmatrix} K_{r1} & \dots\dots\dots 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{r2} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{rm} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots\dots\dots K_{rN} \end{bmatrix} \{a\} \right]^{-1} \dots\dots\dots (12)$$

によって計算出来る事がわかる。但し

$$\begin{bmatrix} K_{r1} & \dots\dots\dots 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{r2} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{rm} & \dots\dots\dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots\dots\dots K_{rN} \end{bmatrix}$$

は要素1からNまでの剛性マトリク

スを対角線に添って配列しその他の成分を0とした3N行3N列のマトリクスである。

3.3 変位変換マトリックスの作成法

(a) マトリックスの作り方を図3に示すような事例によって示す。節点2がx方向に r_{x2} 、 r_{y2} だけ移動したとする。その移動によって影響を受けるのは要素①②③であるが、要素の変位はi点のx、y方向とj点のy方向の変位を0として規定しているのでそれに合せて変換しなければならない。変位量は要素の大きさに比べて十分に小さいものであるとすれば次のような式によって換算される。

(a) 要素①のようにj点で変位が伝えられるものは

$$\begin{Bmatrix} U_j \\ U_k \\ V_k \end{Bmatrix}_{\text{①}} = \begin{bmatrix} 1 & b_j/a_j \\ 0 & b_k/a_j \\ 0 & -a_k/a_j \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} r_{x2} \\ r_{y2} \end{Bmatrix} \quad \text{(但し、} b_j, a_j \text{等は要素①における値である。)} \\ \text{以後では各マトリックスを } V_I, a_{jI}, r_2 \text{ のように表示する。}$$

(b) 要素②のようにk点で変位が伝えられるものは

$$\begin{Bmatrix} U_j \\ V_k \\ V_k \end{Bmatrix}_{\text{②}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} r_{x2} \\ r_{y2} \end{Bmatrix} \quad \text{(以後この変換マトリックスを } a_{kII} \text{ のように表示する。)}$$

(c) 要素③のようにi点で変位が伝えられるものは

$$\begin{Bmatrix} U_j \\ U_k \\ V_k \end{Bmatrix}_{\text{③}} = \begin{bmatrix} -1 & -b_j/a_j \\ -1 & -b_j/a_j \\ 0 & (a_k - a_j)/a_j \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} r_{x2} \\ r_{y2} \end{Bmatrix} \quad \text{以後この変換マトリックスを } a_{ji} \text{ のように表示する。}$$

(a) マトリックスは(a)~(c)で示した座標変換のためのマトリックス a_i, a_j, a_k を節点変位の配列と要素変位の配列に対応するように配置したもので図3の例の場合には③式に右边に示されているような15行10列のマトリックスとなる。

$$\begin{Bmatrix} V_I \\ V_{II} \\ V_{III} \\ V_{IV} \\ V_V \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{kI} & 0 & 0 & a_{jI} & 0 \\ a_{kII} & a_{jII} & 0 & a_{iII} & 0 \\ 0 & a_{kIII} & 0 & a_{iIII} & a_{jIII} \\ 0 & a_{iIV} & a_{kIV} & 0 & a_{jIV} \\ 0 & 0 & a_{kV} & 0 & a_{jV} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \end{Bmatrix} \quad \text{③}$$

(a) (但し0の部分は $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ となる。)

3.4 計算のすすめ方

以上で計算の必要な式はすべて得られたので、次の順序で計算を実行する事によって応力値、ひずみ値が各要素について得られる。

- (1) 与えられた節点荷重値から節点変位を求める。(1)式
- (2) 節点変位を要素に変換する。(3式)
- (3) 要素変位から要素ひずみを求める。(3式)
- (4) ひずみを応力に変換する。(4式)

尚、本計算は非常に多大なマトリクス計算を必要とし特に(1)式においては節点の2倍の元を有するマトリクスの逆マトリクス化(又は連立方程式の実行)が計算時間の大半を占めるので、これらをいかに能率よく行わせるかという事が電子計算のプログラミング上の問題が生ずるが、本論には直接関係ないので省略する。

4 有限要素法の精度の特徴

有限要素法は近似計算であるからその精度が当然問題となる。

本方法の精度は前述の通り構造物の理想化の好し悪しによってきまるものである。構造物の理想化の要因には

- (a) 要素の形状
- (b) 分割の粗密さ

等が考えられ、(a)(b)が

- (c) 応力分布の特性

とも関係を持って精度がきまってくるものと考えられる。例えば、応力分布が構造物全体に一樣であれば、精度は分割の粗密度にかかわらず正しい値を示すかもしれない。

そこでこれらの要因を分け得るようなモデルについて考察を行なってみる。

そのモデルとして図4に示すような楔形の弾性体モデルを用いた。このモデルによれば、集中荷重、線形荷重に対する厳密な理論解が得られるので解の比較が明瞭であり、頂部から底部に移るにつれて、要素の粗密の度合が変わる事になるので(b)に対する検討も容易である。

次に計算例によって考察を行う。

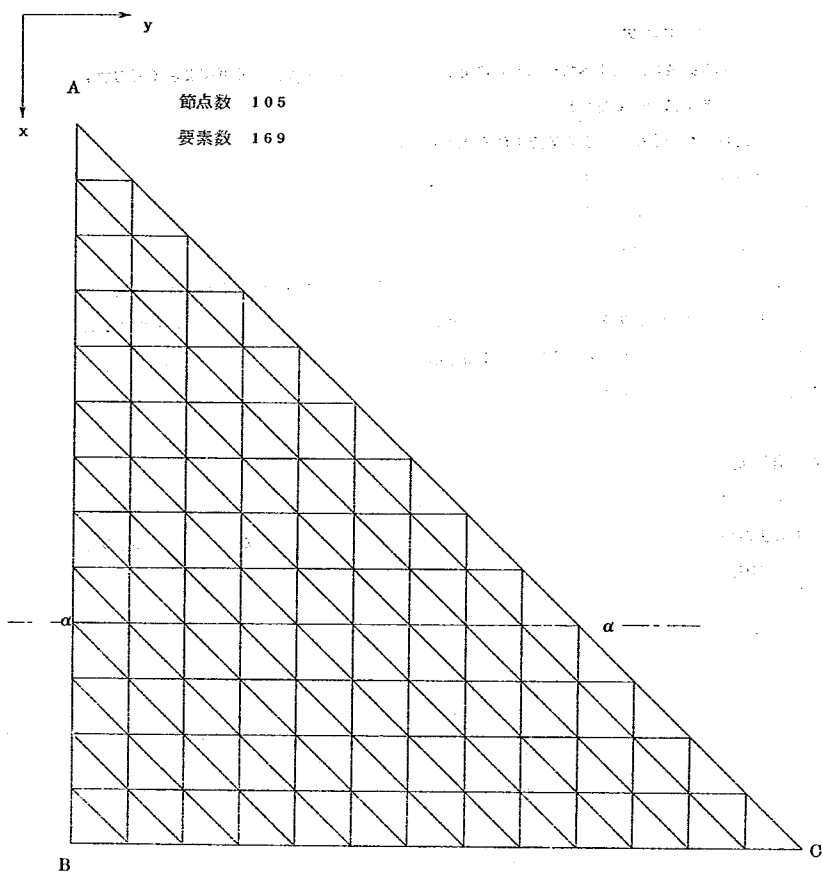


図-4 有限要素計算モデル

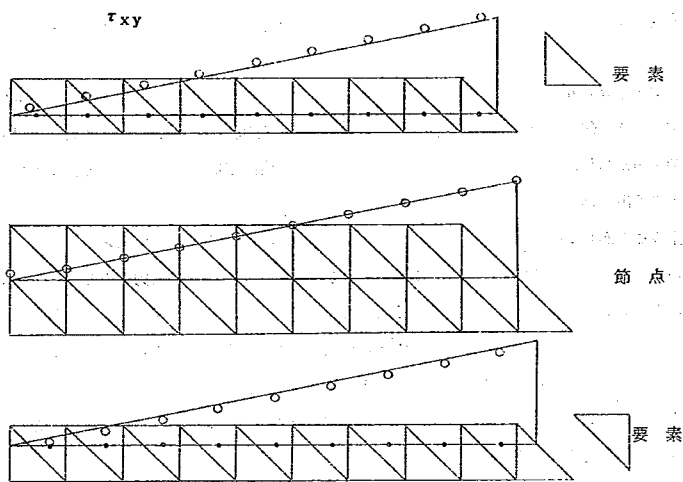


図-5 要素値と節点値 (水圧荷重)

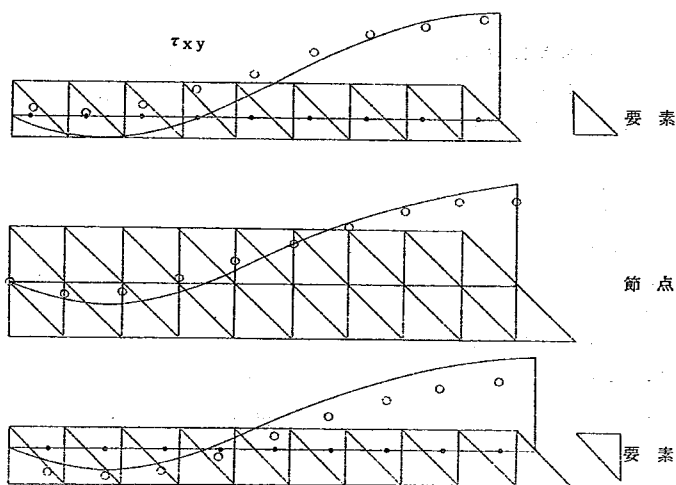


図-6 要素値と節点値 (集中荷重)

4.1 要素の形状による偏向と対策

図5は図4のモデルにA B面に静水圧を加えた場合の τ_{xy} の計算結果と理論化との比較である。

①は図4の $\alpha-\alpha$ 断面の上部の $\triangle$ 形の要素の重心の値だけをその点の理論値と比較し、③は同断面下部の ∇ 形の要素の重心の値だけを同様に理論値と比較したものである。①と③では計算値に理論値から相対的なずれがあらわれ、①ではすべての結果が理論値より大きく出、③ではすべて小さく出ている。

以上のことから、要素の形状によってその結果に偏向があることは明瞭である。

その対策として節点を取り囲む要素の値を平均して節点での値として出力を出してみると、②の様になり、節点での理論値と非常に近くなることがわかる。その理由は節点を囲む要素には、各々の形状が混合しており平均化によってその偏向が相殺された為と考えられる。尚、図5の結果は応力が線形分布をしている場合に言える事かどうか確かめるため、同じモデルに頂点に集中荷重を載せ、非線形な応力分布をさせた結果が、図6であり、同様に節点での値の方が近似度が良い事が言える。

よって、以後では形の偏向による誤差を出来るだけ取り除いた判定が行えるように、節点での値について検討を行うことにする。

4.2 要素の粗密による解の精度

図7は同じ模様に静水圧荷重を作用させた場合、図8は集中荷重を作用させた場合について、要素が密になると精度がどのように良くなってゆかかを調べたものである。

これらの図から、

- (a) 応力分布が線形なものは要素がかなり粗くなくても精度はあまり下らない。
- (b) 非線形な応力をするものは、応力変化の度合いが大きいほど精度が悪くなる。

ということがいえる。

尚(b)に述べた性質を上手に使い事により要素数を節約しても精度をあまり下げないようにすることが出来る。

図9は四角い穴のあいた板に、自重がかかった時の応力分布を解析した例で、このような場合、穴の周囲、特に隅角の部分は応力が集中して、応力が急変する事が知られている。

そこで、応力の急変する部分は特に要素を細かくする一方応力分布が比較的ゆるやかに変化する部分は要素を粗く取って節点数を節約している。

尚、図では計算結果をそのままプロットしているが、隅角の部分で生ずる応力集中の度合いが充

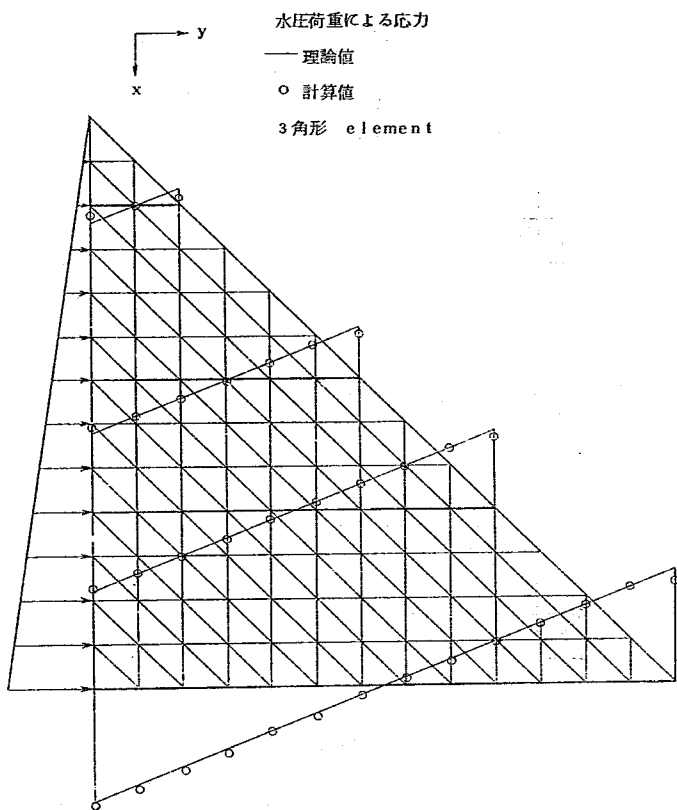
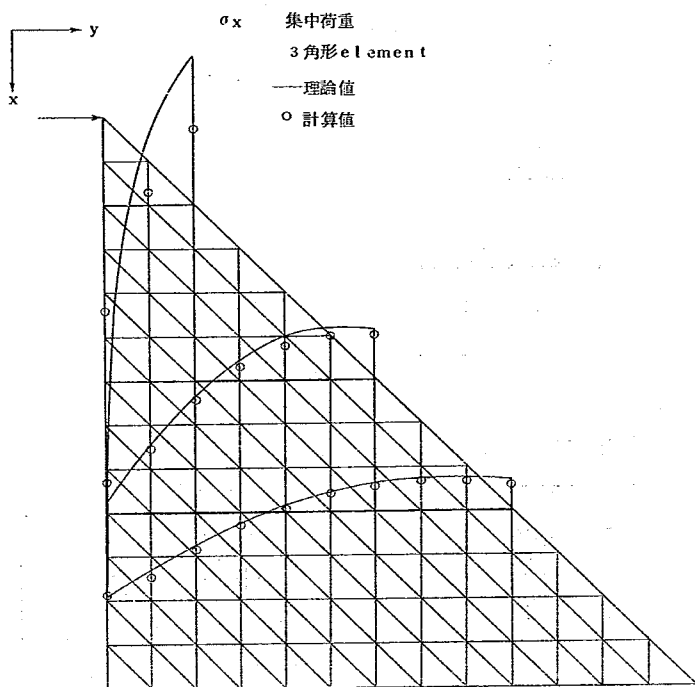


図-7 計算結果(水圧荷重, σ_x)

分にあらわれていない。これは隅角の部分の要素がまだ粗すぎるためであるが、有限要素の持つ精度の特徴をよく理解しないでその値をそのまま信用するとこのようにあやまりをおかす事があるので注意を要する必要がある。

以上の結果から有限要素法による計算結果の特徴と合理的な活用の方法を要約すれば次のようになる。

- (a) 要素の形による解の偏向がある。しかし節点での値として出力することによ



図—8 計算結果(集中荷重, σ_x)

り改善される。

(b) 応力値が急変する部分ほど精度が悪い, 従って応力値が急変すると考えられる部分は節点を密にし, 応力分布がなめらかな所は節点を粗にするのが上手な使用法である。

(c) 極端な応力集中を生ずる部分では得られた解に検討を要す。

5. 三角形要素以外の要素を用いて精度を上げる方法

現在行われている2次元の有限要素法による計算はすべて, 三角形要素を用いる方法である。しかし, 三角形要素を用いる方法が最も精度がよいとはいえず, 実は四辺形その他の要素を用い

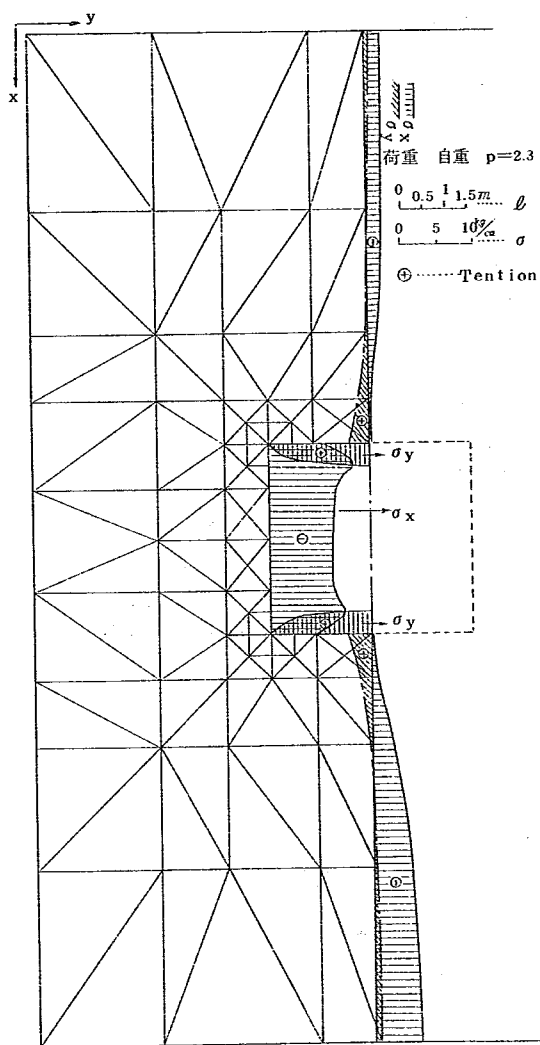


図-9 FEMにおける計算实例

た方が要素数が同じであるならば精度が高いのである。

その理由を述べる前に实例をもって示そう。

図10は図8に示したのと同じ問題を四角形要素を用いて計算したものであるが、節点数は同じで、要素数は $\frac{1}{2}$ に落ちてはいるが、明らかに精度は良くなっている。

次にその理由と、各々の解法、特徴等を述べる。

5.1 自由度とパターンについて

三角形要素では、要素内で応力値を一定とした、もし要素の中の応力も線形に分布し得るとしたらその精度は相当改善されるであろう。わかりやすいように図11に示せば実線で示された曲線を柱状図で追うのと折線で追うのとの差である。

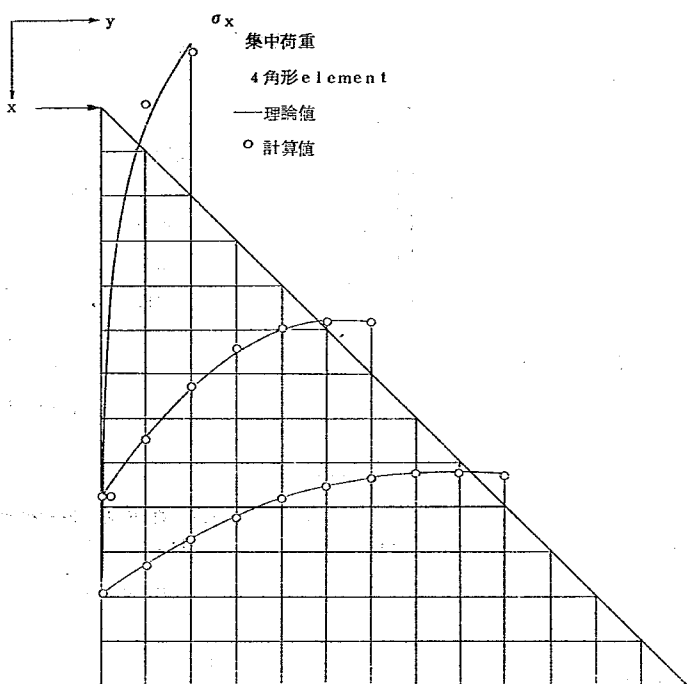
一方もし各応力が独立して完全に線形に分布する場合には

$$\sigma_x = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$$

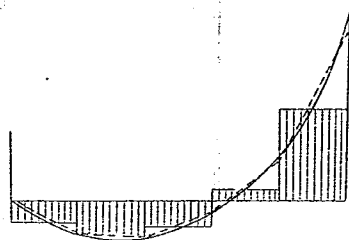
$$\sigma_y = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$$

$$\sigma_{xy} = \alpha_7 + \alpha_8 x + \alpha_9 y$$

となり計9個の係数値を要素



圖一 1 0 計算結果 (集中荷重, σ_x)



圖一 1 1 應力分布例

の有する節点における力と変位の関係で定めなければならない。

しからば分割された要素がこれらの係数のうちいくつ定め得るかという、それは要素の持つ自由度で決まる。

三角形要素であればその自由度は、3個の節点が各 x, y 方向の値を持ち得るので計6個、そのうち3個はつり合の条件によって制約されるので $6 - 3 = 3$ となる。

従って、三角形要素を用いるかぎり、その応力又はひずみは要素の中で一定とする以外にないのである。

自由度は要素の持つ節点数で決まり、一般式で示せば、節点数 $\times 2 - 3$ であるので四辺形を用いると自由度は5で完全ではないが、一部の応力を線形にし得る。よって三角形より精度が上がる事もあり得るのである。

自由度を9個にするには6個の節点を持つ要素を考えなければならないことになる。そのような要素は六角形か辺上にも節点を持つ三角形となる。

そこで四辺形要素と中点に節点を持つ三角形要素について次に述べることにする。

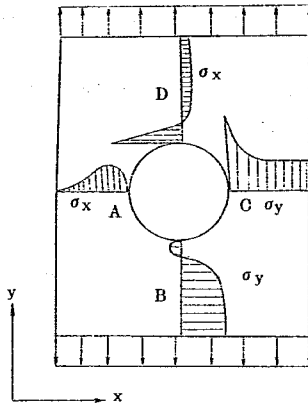
5.2 四辺形要素を用いた場合の計算式と特徴

四辺形要素の自由度は5である事を考えて、係数が5個であるようなパターンを用いるとすれば、次のような各種のパターンが考えられる。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} \epsilon_x = m + nx \\ \epsilon_y = p + qy \\ \phi_{xy} = r \end{cases} & \textcircled{2} \quad & \begin{cases} \epsilon_x = m + ny \\ \epsilon_y = p + qx \\ \phi_{xy} = r \end{cases} & \textcircled{3} \quad & \begin{cases} \epsilon_x = m + ny \\ \epsilon_y = p \\ \phi_{xy} = q + ry \end{cases} \\ \textcircled{4} \quad & \begin{cases} \epsilon_x = m \\ \epsilon_y = n \\ \phi_{xy} = p + qx + ry \end{cases} \end{aligned}$$

これらのパターンからわかるように四角要素を用いる場合、精度の高くなるのはせん断応力が直応力の一部で、しかもある特定の方向に対してのみである。これからは使用したパターンによって異なるので解析をする応力の種類と方向によってパターンの種類の異なる剛性マトリクスを使い分けることにより真価が発揮される事になる。

図によって例を示せば、図12におけるA・Bのような解析を行うには①のパターン、CDのような解析を行うには②のパターンが適当と言える。図13のような梁のせん断曲げの問題ではせん断応力の分布、垂直応力の分布から考えて③のパターンが適する好例である。図10に示した計算は



- A : σ_x の x 方向分布の解析
- B : σ_y の y 方向分布の解析
- C : σ_y の x 方向分布の解析
- D : σ_x の y 方向分布の解析

図-1 2 円孔を有する板の引張り

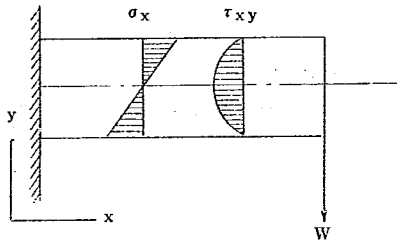


図-1 3 梁のせん断曲げ

②に属するパターンを用いたので、 φ_{xy} は三角形要素の時と同様、要素内で一定でありその精度を三角形要素、四角形要素の各場合の τ_{xy} で比較してみると図14と図15になり四角形要素を用いたからといっても精度は向上していない。

尚図15の計算は資料1に示す様な長方形要素を用いる方法で行ったが長方形要素の欠点は構造物の境界において、三角形要素のような形の自由性が得られない事である。しかし三角形要素との混合計算を行うか、又は一般四辺形に適用出来る計算式によって計算を行う事によってその制

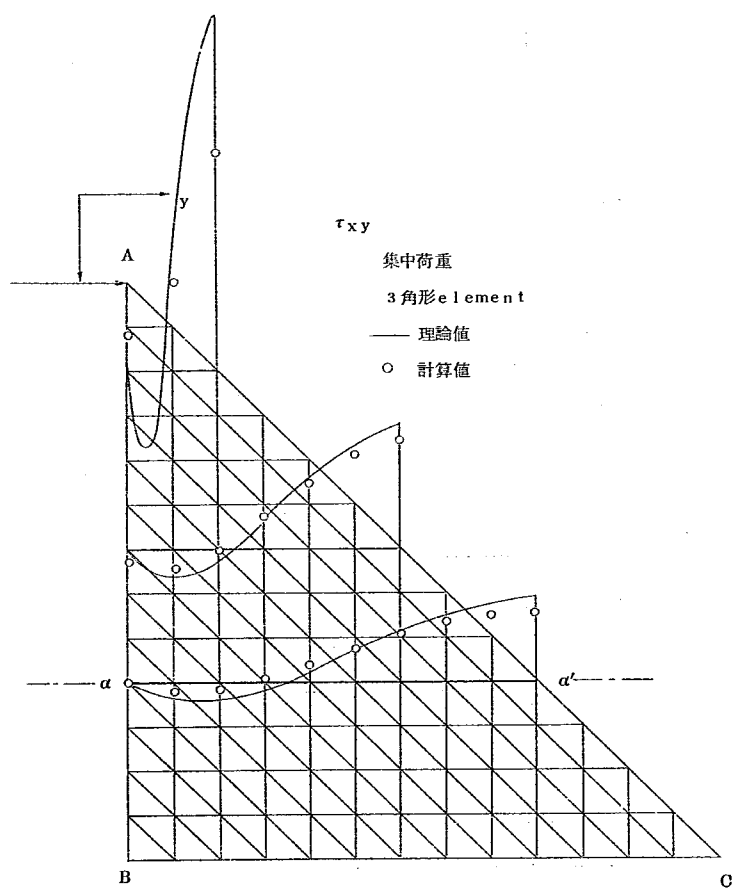


圖-14 計算結果(集中荷重, τ_{xy})

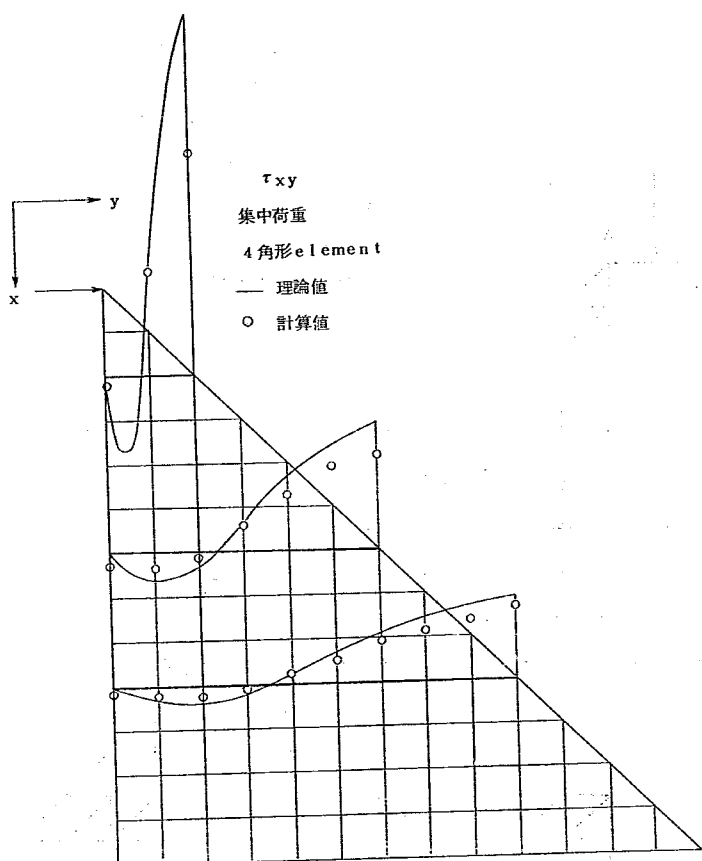


圖-15 計算結果 (集中荷重, τ_{xy})

約はなくなる。但し一般四辺形を用いる場合(その計算式は資料2に示す)長方形要素に比べて相当複雑になるので計算時間が増す恐れがある。図15に示した計算は三角形と四辺形との混合計算の可能なプログラムを作成して長方形に分割出来ない部分は三角形で要素を用いたものである。

5.3 中点に節点を持つ三角形要素の計算式と特徴

5.1で述べたように辺の中点にも節点を有する三角形を用いた場合のすべての方向に完全に線形化した応力分布を仮定する事が出来るので四辺形要素の場合のような判定は必要ない。又形状は三角形要素と同様自由に作れるので構造物の境界の形状にも制約が少ない。

欠点としては剛性マトリクスを計算するのに計算式が長くなって要素当りの計算時間は三角形要素の場合よりも相当長くなるかもしれないことである。3で述べた方で誘導をした結果を資料3に示す。この計算式による計算結果は目下資料作成中であるので、精度並びに是非については次の機会に述べる事にする。

Ⅶ む す び

有限要素計算の精度は節点を密にすることにより三角形を用いた場合でも充分上げ得るが、計算時間は節点の2乗に比例して増す事を考えると、精度の許す範囲で合理的に節点数を少なくして計算を行いたいのが実情である。そのような場合ここに述べた事項が役立てば幸である。当研究室では節点数1000個まで可能な2次元弾性体用のプログラムを作成したが、以上の特長によって要素の使い分けが可能であるように、三角形、長方形、中点三角形の混合演算を行い得るようにしてある。最後に各要素の特長を一覧表にしておく

要 素	自 由 度	要素当りの計算速度	形 の 自 由 性
三 角 形	3 (要素内応力は一定)	◎	◎
長 方 形	5 (一部線形化)	◎	△
一般四辺形	5 (")	△	◎
中点三角形	9 (応力は完全に線形)	△	◎

参 考 文 献

J.H.Argyris "Energy Theorems and Structural Analysis"
Aircraft Engineering Vols 26-27

R.W.Clough "The Finite Element Method in Plane Stress
Analysis" Conference on electronic
computation Pittsburgh 1960

R.W.Clough "The Finite Element Method in Structural
Mechanics" chapter 7 "Stress Analysis" John
Wiley & Sons

飯 田 隆 一 "弾塑性理論における有限要素法"

小 林 茂 敏 土木研究所資料 第340号

資料 1. 長方形要素に用いるマトリクス

$$\begin{aligned}\text{ひずみパターン} \quad \varepsilon_x &= m + n \frac{2}{b} y \\ \varepsilon_y &= p + q \frac{2}{a} x \\ \varphi_{xy} &= r\end{aligned}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \text{但し} \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [C] \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 2y/b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2x/a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A]^{-1} = \frac{1}{2ab} \begin{bmatrix} b & -b & 0 & b & 0 \\ -b & -b & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & a \\ 0 & 0 & -a & 0 & a \\ -a & a & -b & a & b \end{bmatrix} \quad \text{但し} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} = [B] \cdot [A]^{-1} \cdot [V]$$

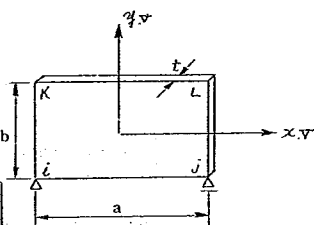
$$[V] = \begin{bmatrix} U_j \\ U_K \\ V_K \\ U_L \\ V_L \end{bmatrix}$$

$$[a_i] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -b/a \\ 0 & -1 \\ -1 & -b/a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[a_K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[a_J] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b/a \\ 0 & 0 \\ 0 & b/a \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[a_L] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$(K_r) = \frac{1}{4ab} \left[\begin{array}{l} \frac{4}{3} b^2 c_{11} - ab(c_{13} + c_{31}) + a^2 c_{33} - \frac{2}{3} b^2 c_{11} + ab(c_{13} + c_{31}) - a^2 c_{33} \\ - \frac{2}{3} b^2 c_{11} + ab(c_{13} + c_{31}) - a^2 c_{33} - \frac{4}{3} b^2 c_{11} - ab(c_{13} + c_{31}) + a^2 c_{33} \\ abc_{21} - a^2 c_{23} - b^2 c_{31} + ab c_{33} - abc_{21} + a^2 c_{23} + b^2 c_{31} - ab c_{33} \\ \frac{2}{3} b^2 c_{11} - ab(c_{13} - c_{31}) - a^2 c_{33} - \frac{4}{3} b^2 c_{11} + ab(c_{13} - c_{31}) + a^2 c_{33} \\ abc_{21} - a^2 c_{23} - b^2 c_{31} - ab c_{33} - abc_{21} + a^2 c_{23} - b^2 c_{31} + ab c_{33} \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} abc_{12} - b^2 c_{13} - a^2 c_{32} + ab c_{33} - \frac{2}{3} b^2 c_{11} + ab(c_{13} - c_{31}) - a^2 c_{33} - abc_{12} + b^2 c_{13} - a^2 c_{32} - ab c_{33} \\ - abc_{12} + b^2 c_{13} + a^2 c_{32} - ab c_{33} - \frac{4}{3} b^2 c_{11} - ab(c_{13} - c_{31}) + a^2 c_{32} - abc_{12} - b^2 c_{13} + a^2 c_{32} + ab c_{33} \\ \frac{4}{3} a^2 c_{22} - ab(c_{23} + c_{32}) + b^2 c_{33} - abc_{21} + a^2 c_{23} - b^2 c_{31} - ab c_{33} - \frac{2}{3} a^2 c_{22} + ab c_{23} - abc_{32} - b^2 c_{33} \\ abc_{12} - b^2 c_{13} + a^2 c_{32} - ab c_{33} - \frac{3}{4} b^2 c_{11} + ab(c_{13} + c_{31}) + a^2 c_{33} - abc_{12} + b^2 c_{13} + a^2 c_{32} + ab c_{33} \\ \frac{2}{3} a^2 c_{22} - ab(c_{23} - c_{32}) - b^2 c_{33} - abc_{21} + a^2 c_{23} + b^2 c_{31} + ab c_{33} - \frac{4}{3} a^2 c_{22} + ab(c_{23} + c_{32}) + b^2 c_{33} \end{array} \right]$$

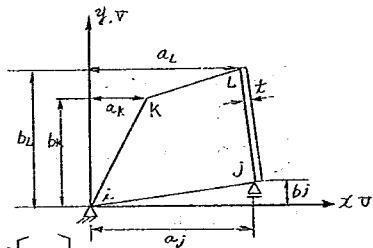
資料2. 一般四辺形要素に用いるマトリクス

ひずみパターン

$$\varepsilon_x = m + n y$$

$$\varepsilon_y = p + q x$$

$$\varphi_{xy} = r$$



$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \text{但し} \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a_j & \frac{a_j b_j}{2} & \frac{b_j^2}{a_j} & \frac{b_j^2}{2} & b_j \\ a_k & a_k b_k - \frac{a_j b_k}{2} & \frac{b_j a_k}{a_j} & b_j b_k - \frac{b_k^2}{2} & b_k \\ 0 & \frac{a_j a_k}{2} - \frac{a_k^2}{2} & b_k - \frac{b_j}{a_j} a_k & a_k b_k - b_j a_k & 0 \\ a_L & a_L b_L - \frac{a_j b_L}{2} & \frac{b_j b_L}{a_j} & b_j b_L - \frac{b_L^2}{2} & b_L \\ 0 & \frac{a_j a_L}{2} - \frac{a_L^2}{2} & b_L - \frac{b_j}{a_j} a_L & a_L b_L - b_j a_L & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{但し} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} = [B][A]^{-1}[V] \quad [V] = \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ V_k \\ U_L \\ V_L \end{bmatrix}$$

$$\{K_r\} = \{A\}^{-1T} \{N\} \{A\}^{-1}$$

$$\{N\} = \begin{bmatrix} C_{11} \cdot F_1 & C_{11} \cdot F_2 & C_{12} \cdot F_1 & C_{12} \cdot F_2 & C_{13} \cdot F_1 \\ C_{11} \cdot F_2 & C_{11} \cdot F_3 & C_{12} \cdot F_2 & C_{12} \cdot F_3 & C_{13} \cdot F_2 \\ C_{21} \cdot F_1 & C_{21} \cdot F_2 & C_{22} \cdot F_1 & C_{22} \cdot F_2 & C_{23} \cdot F_1 \\ C_{21} \cdot F_3 & C_{21} \cdot F_3 & C_{22} \cdot F_3 & C_{22} \cdot F_3 & C_{23} \cdot F_3 \\ C_{31} \cdot F_1 & C_{31} \cdot F_2 & C_{32} \cdot F_1 & C_{32} \cdot F_2 & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{但し } F_1 = \frac{t}{2} \{ a_L (b_k - b_j) + b_L (a_j - a_k) \}$$

$$F_2 = \frac{t}{6} \{ (b_L + b_k) (a_L \cdot b_k - a_k b_L) + (b_L + b_j) (b_L a_j - a_L b_j) \}$$

$$F_3 = \frac{t}{6} \{ (a_L + a_k) (a_L \cdot b_k - a_k b_L) + (a_L + a_j) (b_L a_j - a_L b_j) \}$$

$$F_4 = \frac{t}{12} \{ b_L^3 (a_j - a_k) + a_L (b_L^3 - b_j^3) + b_L b_k (a_L - a_k) (b_L + b_k) \\ + b_j b_L (a_j - a_L) (b_j + b_L) \}$$

$$F_5 = \frac{t}{12} \{ a_L^3 (b_k - b_j) + b_L (a_j^3 - a_L^3) + a_L \cdot a_k (b_k - b_L) (a_L + a_k) \\ + a_j a_L (b_L - b_j) (a_j + a_L) \}$$

$$F_6 = \frac{t}{8} (b_j^2 \cdot a_j^2 - b_j^2 \cdot a_j^2) + \frac{t}{8} \frac{(b_L - b_k)^2}{a_L + a_k} (a_L + a_k) (a_L^2 + a_k^2) \\ - \frac{t}{8} \frac{(b_L - b_j)^2}{a_L - a_j} (a_L + a_j) (a_L^2 + a_j^2) - \frac{t}{3} \frac{(b_L - b_k)}{(a_L - a_k)} (a_k b_L - b_k a_L) (a_L^2 + \\ a_L a_k + a_k^2) + \frac{t}{3} \frac{(b_L - b_j)}{(a_L - a_j)} (a_j b_L - b_j a_L) (a_L^2 + a_L a_j + a_j^2) \\ + \frac{t}{4} \frac{(a_L + a_k)}{(a_L - a_k)} (a_k b_j - b_k a_L)^2 - \frac{t}{4} \frac{(a_L + a_j)}{(a_L - a_j)} (a_j b_L - b_j a_L)^2$$

$$\{a_i\} = \begin{bmatrix} -1 & -b_j/a_j \\ -1 & -b_k/a_j \\ 0 & (a_k - a_j)/a_j \\ -1 & -b_L/a_j \\ 0 & (a_L - a_j)/a_j \end{bmatrix} \quad \{a_j\} = \begin{bmatrix} 0 & b_j/a_j \\ 1 & b_k/a_j \\ 0 & -a_k/a_j \\ 1 & b_L/a_j \\ 0 & -a_L/a_j \end{bmatrix} \quad \{a_k\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \{a_L\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

資料 3. 中点を有する三角形要素に用いるマトリクス

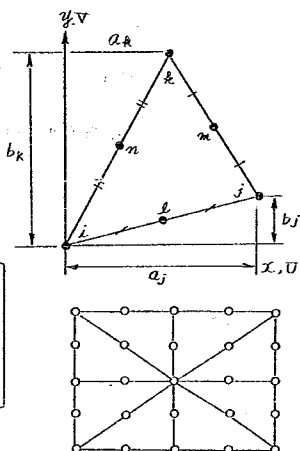
変位パターン

$$u = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 xy + \alpha_5 y^2$$

$$v = \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 xy + \beta_5 y^2$$

$$\text{但し } \beta = -\frac{1}{a_j} (\alpha_5 b_j + \alpha_7 a_j^2 + \alpha_8 a_j b_j + \alpha_9 b_j^2)$$

$$\{B\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2x & y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y \\ 0 & 1 & 0 & x & 2y & \frac{-b_j}{a_j} & 2x - a_j & y - b_j & \frac{-b_j^2}{a_j} \end{bmatrix}$$



$$\text{但し } \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix} = \{B\} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_9 \end{bmatrix} \quad \{V\} = \begin{bmatrix} U_j \\ U_k \\ U_l \\ U_m \\ U_n \\ V_k \\ V_l \\ V_m \\ V_n \end{bmatrix} \quad \{C\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$\{K_e\} = \{A\}^{-1T} \{N\} \{A\}^{-1}$$

但し, \$\{A\}, \{N\}\$ は次に示す

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \{C\} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varphi_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 (N) = & \begin{array}{lll}
 F_1 \cdot C_{11} & F_1 C_{13} & 2F_2 C_{11} \\
 F_1 \cdot C_{31} & F_1 C_{33} & 2F_2 C_{31} \\
 2 \cdot F_2 \cdot C_{11} & 2F_2 C_{13} & 4F_4 C_{11} \\
 F_2 \cdot C_{11} + F_2 C_{31} & F_2 C_{13} + F_2 C_{33} & 2F_5 C_{11} + 2F_4 C_{31} \\
 2F_2 \cdot C_{31} & 2F_2 C_{33} & 4 \cdot F_5 \cdot C_{31} \\
 F_1 \cdot (C_{21} - \frac{b_1}{a_1} C_{31}) & F_1 (C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & 2F_2 (C_{21} - \frac{b_1}{a_1} C_{31}) \\
 (2F_2 - F_1 \cdot a_j) \cdot C_{31} & (2F_2 - F_1 \cdot a_j) C_{33} & 2(F_4 - F_2 a_j) \cdot C_{31} \\
 F_2 \cdot C_{21} + (F_5 - F_1 \cdot b_j) C_{31} & F_2 C_{23} + (F_5 - F_1 b_j) C_{33} & 2F_4 C_{21} + 2(F_5 - F_2 b_j) C_{31} \\
 2F_5 \cdot C_{21} - F_1 \cdot \frac{b_j^2}{a_j} C_{31} & 2F_5 \cdot C_{23} - F_1 \frac{b_j^2}{a_j} C_{33} & 4F_5 C_{21} - 2F_2 \cdot \frac{b_j^2}{a_j} C_{31}
 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$F_5 C_{11} + F_2 C_{13}$$

$$2F_5 C_{13}$$

$$F_5 C_{31} + F_2 C_{33}$$

$$2F_5 C_{33}$$

$$2F_5 C_{11} + 2F_4 C_{13}$$

$$4F_5 C_{13}$$

$$F_5 C_{11} + F_5 (C_{13} + C_{31}) + F_4 C_{33}$$

$$2F_5 C_{13} + 2F_5 C_{33}$$

$$2F_5 C_{31} + 2F_5 C_{33}$$

$$4F_5 C_{33}$$

$$F_2 (C_{21} - \frac{b_1}{a_1} C_{31}) + F_2 (C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{33})$$

$$2F_2 (C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{33})$$

$$(2F_5 - F_5 a_j) C_{31} + (2F_4 - F_2 a_j) C_{33}$$

$$(4F_5 - 2F_5 a_j) C_{33}$$

$$F_5 C_{21} + F_4 C_{23} + (F_5 - F_5 b_j) C_{31} + (F_5 - F_2 b_j) C_{33}$$

$$2F_5 C_{23} + (2F_5 - 2F_5 b_j) C_{33}$$

$$2F_5 C_{21} + 2F_5 C_{23} - F_5 \frac{b_j^2}{a_j} C_{31} - F_2 \frac{b_j^2}{a_j} C_{33}$$

$$4F_5 C_{23} - 2F_5 \frac{b_j^2}{a_j} C_{33}$$

$$\begin{aligned}
 F_1 (C_{12} - \frac{b_1}{a_1} C_{13}) & \quad (2 F_2 - F_1 a_1) C_{13} \\
 F_1 (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (2 F_2 - F_1 a_1) C_{33} \\
 2 F_2 (C_{12} - \frac{b_1}{a_1} C_{13}) & \quad 2 (F_4 - F_2 a_1) C_{13} \\
 F_2 (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) + F_2 (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (2 F_3 - F_2 a_1) C_{13} + (2 F_4 - F_2 a_1) C_{33} \\
 2 F_3 (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (4 F_3 - 2 F_3 a_1) C_{33} \\
 F_1 (C_{12} - \frac{b_1}{a_1} C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{32} + \frac{b_1^2}{a_1^2} C_{33}) & \quad (2 F_2 - F_1 a_1) (C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) \\
 (2 F_2 - F_1 a_1) (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (4 F_4 - 4 F_2 a_1 + F_1 a_1^2) C_{33} \\
 F_2 (C_{22} - \frac{b_1}{a_1} C_{23}) + (F_3 - F_1 b_1) (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (2 F_4 - F_2 a_1) C_{23} + (F_3 - 2 F_2 b_1 - F_3 a_1 + F_1 a_1 b_1) C_{33} \\
 2 F_3 (C_{22} - \frac{b_1}{a_1} C_{23}) - F_1 \frac{b_1^2}{a_1} (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad (4 F_3 - 2 F_3 a_1) C_{23} - (2 F_2 - F_1 a_1) \frac{b_1^2}{a_1} C_{33} \\
 \\
 F_3 C_{12} + (F_3 - F_1 b_1) C_{13} & \quad 2 F_3 C_{12} - F_1 \frac{b_1^2}{a_1} C_{13} \\
 F_3 C_{32} + (F_3 - F_1 b_1) C_{33} & \quad 2 F_3 C_{32} - F_1 \frac{b_1^2}{a_1} C_{33} \\
 2 F_4 C_{12} + 2 (F_3 - F_2 b_1) C_{13} & \quad 4 F_3 C_{12} - 2 F_2 \frac{b_1^2}{a_1} C_{13} \\
 F_3 C_{13} + (F_3 - F_3 b_1) C_{13} + F_4 C_{33} + (F_3 - F_2 b_1) C_{33} & \quad 2 F_3 C_{12} - F_3 \frac{b_1^2}{a_1} C_{31} + 2 F_3 C_{32} - F_4 \frac{b_1^2}{a_1} C_{33} \\
 2 F_3 C_{32} + 2 (F_3 - F_3 b_1) C_{33} & \quad 4 F_3 C_{32} - 2 F_3 \frac{b_1^2}{a_1} C_{32} \\
 F_2 (C_{22} - \frac{b_1}{a_1} C_{32}) + (F_3 - F_1 b_1) (C_{23} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) & \quad 2 F_3 (C_{22} - \frac{b_1}{a_1} C_{23}) - F_1 \frac{b_1^2}{a_1} (C_{32} - \frac{b_1}{a_1} C_{33}) \\
 (2 F_4 - F_2 a_1) C_{32} + (2 F_3 - 2 F_2 b_1 - F_3 a_1 + F_1 a_1 b_1) C_{33} & \quad (4 F_3 - 2 F_3 a_1) C_{32} - (2 F_2 - F_1 a_1) \frac{b_1^2}{a_1} C_{33} \\
 F_4 C_{22} + (F_3 - F_2 b_1) (C_{32} + C_{23}) + (F_3 - 2 F_3 b_1 + F_1 b_1^2) C_{33} & \\
 2 F_3 C_{22} - F_2 \frac{b_1^2}{a_1} C_{23} - 2 (F_3 - F_3 b_1) C_{32} - (F_3 - F_1 b_1) \frac{b_1^2}{a_1} C_{33} & \\
 2 F_3 C_{22} + 2 (F_3 - F_3 b_1) C_{23} - F_2 \frac{b_1^2}{a_1} C_{32} - \frac{b_1^2}{a_1} (F_3 - F_1 b_1) C_{33} & \quad 4 F_3 C_{22} - 2 F_3 \frac{b_1^2}{a_1} (C_{23} + C_{32}) + F_1 \frac{b_1^4}{a_1^2} C_{33}
 \end{aligned}$$

こと

$$F_1 = \frac{1}{2} (a_j b_K - a_K b_j)$$

$$F_2 = \frac{1}{6} (a_j + a_K) (a_j b_K - a_K b_j)$$

$$F_3 = \frac{1}{6} (b_j + b_K) (a_j b_K - a_K b_j)$$

$$F_4 = \frac{1}{12} (a_j^2 + a_j a_K + a_K^2) (a_j b_K - a_K b_j)$$

$$F_5 = \frac{1}{24} (2 a_K b_K + a_j b_K + a_K b_j + 2 a_j b_j) (a_j b_K - a_K b_j)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a_j & b_j & a_j^2 & a_j b_j & b_j^2 \\ a_K & b_K & a_K^2 & a_K b_K & b_K^2 \\ \frac{a_j}{2} & \frac{b_j}{2} & \frac{a_j^2}{4} & \frac{a_j b_j}{4} & \frac{b_j^2}{4} \\ \frac{a_K + a_j}{2} & \frac{b_j + b_K}{2} & \frac{(a_j + a_K)^2}{4} & \frac{(a_j + a_K)(b_j + b_K)}{4} & \frac{(b_j + b_K)^2}{4} \\ \frac{a_K}{2} & \frac{b_K}{2} & \frac{a_K^2}{4} & \frac{a_K b_K}{4} & \frac{b_K^2}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
$\frac{a_j b_k - b_j b_k}{a_j}$	$a_k^2 - a_j a_k$	$a_k b_k - b_j a_k$	$b_k^2 - \frac{b_j^2 a_k}{a_j}$
0	$-\frac{1}{4} a_j^2$	$-\frac{a_j b_j}{4}$	$-\frac{b_j^2}{4}$
$\frac{a_j b_k - a_k b_j}{2 a_j}$	$\frac{a_j^2 - a_k^2}{4}$	$\frac{(a_j + a_k)(a_k - b_j)}{4}$	$\frac{(b_j + b_k)^2 a_j - 2 b_j^2 (a_j + a_k)}{4 a_j}$
$\frac{a_j b_k - a_k b_j}{2 a_j}$	$\frac{b_k^2 - 2 a_j a_k}{4}$	$\frac{a_k b_k - 2 b_j b_k}{4}$	$\frac{b_k^2 a_j - 2 b_j^2 a_k}{4 a_j}$

$(a_i) =$	$\begin{bmatrix} -1 & -\frac{b_j}{a_j} \\ -1 & -\frac{b_k}{a_j} \\ -1 & -\frac{b_j}{2 a_j} \\ -1 & -\frac{(b_j + b_k)}{2 a_j} \\ -1 & -\frac{b_k}{2 a_j} \\ 0 & \frac{a_k - a_j}{a_j} \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{a_k - a_j}{2 a_j} \\ 0 & \frac{a_k - 2 a_j}{2 a_j} \end{bmatrix}$	$(a_j) =$	$\begin{bmatrix} 1 & \frac{b_j}{a_j} \\ 0 & \frac{b_k}{a_j} \\ 0 & \frac{b_j}{2 a_j} \\ 0 & \frac{b_j + b_k}{2 a_j} \\ 0 & \frac{b_k}{2 a_j} \\ 0 & -\frac{a_k}{a_j} \\ 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{(a_k + a_j)}{2 a_j} \\ 0 & -\frac{a_k}{2 a_j} \end{bmatrix}$	$(a_k) =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
-----------	--	-----------	---	-----------	---

$$\{a_1\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{a_m\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{a_n\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

△
△
△

7. P・C単純T桁橋標準設計上の諸問題

技 術 管 理 室 工 藤 真之助

§1 ま え が き

プレストレスト・コンクリート橋が我が国に登場したのは、戦後の昭和26年末であり、第1号橋として石川県七尾市に長生橋が架設された。以来17年間、この種の橋梁の発展はめざましく図-1および表-1に示すように今後共増々架設されると思われる。プレスト・コンクリート橋は、プレテンション方式とポストテンション方式に大別され、昭和34年プレテンション方式の単純桁はJIS A5313によって規格化され短支間の橋梁に広く使われているが、ポストテンション方式においては現場の状況に合わせた設計がその都度行なわれており、構造物にもあまり差のない橋梁がとりの事務所でも設計されているという現状である。従って、建設省制定土木構造物標準設計の一環として取り上げられ、これらの弊害をなくす上に大きな効果がある事は勿論、この若い技術の発展の1里塚になるものと思われる。従来、1件毎の手計算では経験または勘に頼っていたため、問題点の追求がなされていなかった感があり、以下プログラミング中に生じた問題点を含めて諸問題の検討の結果について述べてみたい。尚その結果は、自動設計プログラムに組み込んでより合理的な設計となるようプログラミングを行なった。

プログラムは、支間、全幅員、主桁本数、歩道幅員、および橋格をインプットデータとして計算を行ない、1経間当りの所要材料(たとえば、コンクリートは2種類、型枠は3種類)からケーブルの座標点等、図化に必要な数値もほとんど印刷し、コンクリートとPC鋼線双方の許容応力に無駄がないような設計にするためのくり返し計算を含めて1ケース30秒弱(CDG-3600による)で計算は終る。ところで無駄な計算をやらせないように断面を仮定するには、従来我々は過去の経験に基づいた勘みたいもので決定しており設計のベテランになると図面を先に書くことすらあると聞いているが、本プログラムでは標準設計の一連の計算例からなるべくくり返し計算を少なくする断面を仮定するようにした。また主ケーブルの曲げ上げに関する計算でも同様な事がいえるが、この場合、プログラムでは曲げ上げ位置を5cm単位に動かして限界核に入るよう操作した。

§2 設計範囲および設計条件

1 支 間

図-2の支間別架設状況が示すように設計対象とする支間については、次のとおりとした。尚、支間14m~16mについては、JISにおけるプレテンション桁があるが現地に搬入出来ない場合がある事、支間40mについては、昭和37年5月建設省河川局治水課編“河川占用工作物設置基準”に基づいたものである。

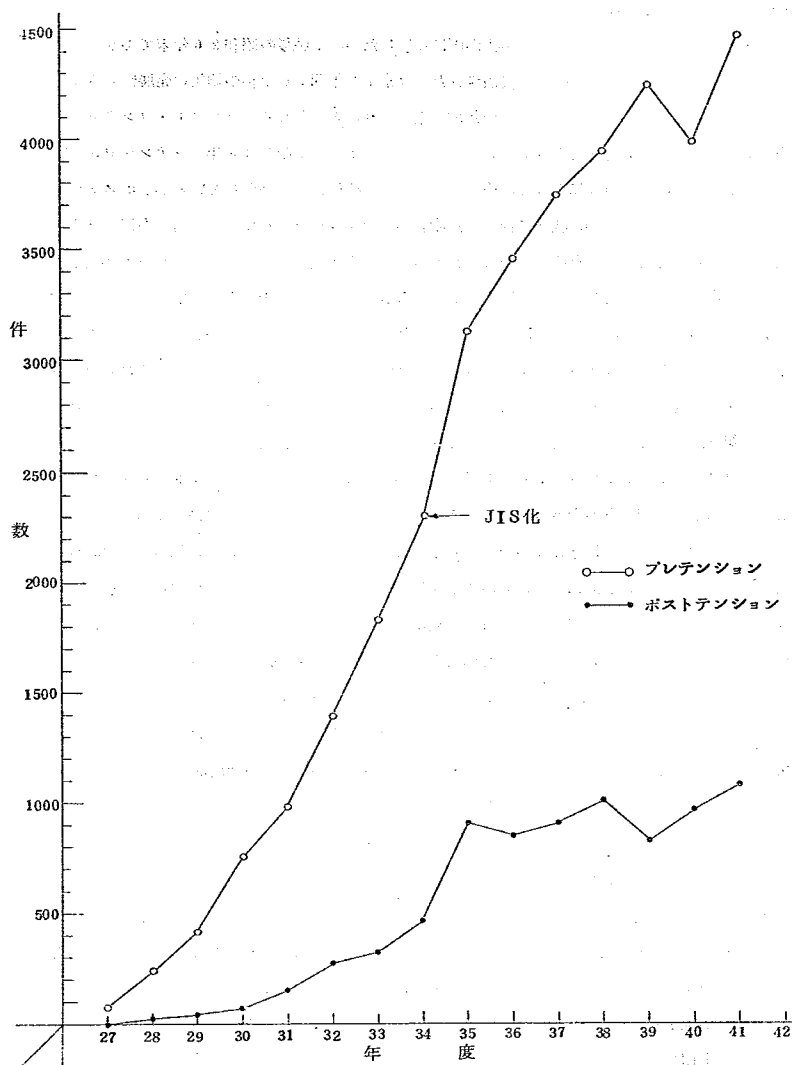


図-1 年度別架設状況(於・PC工業協会)

表-1 施主別・年度別架設実績（於・PC工業協会）

種別	施主	年度											27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43			
ボ ス ト テ ン シ ヨ ン	官 庁	建設省関係 (地建・北海道開発局)		1	4	9	16	34	58	49	65	68	85	71	47	93	66															
		都道府県		1	31	44	88	168	170	209	341	329	354	370	318	329	336															
		市町村		4	5	14	18	34	56	87	203	193	184	226	195	183	207															
		農林省関係 (営林局)		2	2		9	5	4	8	13	13	14	8	3	6	6															
		国鉄	2	3	2	3	4	8	8	16	40	35	100	116	63	75	89															
		私鉄								4	16	8	12	14	20	21	46															
		公社・公団			1		1	5	6	6	29	38	48	50	71	85	107															
		その他					1	7		3	12	14	19	7	11	19	3															
		小計	2	21	45	70	137	261	302	382	719	698	816	862	728	811	860															
	フ レ ン シ ヨ ン	合	民間		2	2	3	22	21	23	87	192	155	93	147	104	162	224														
合計			2	23	47	73	159	282	325	469	911	853	909	1009	832	973	1084															
計			80	242	420	757	983	1396	1736	2309	3117	3437	3731	3925	4230	3965	4449															

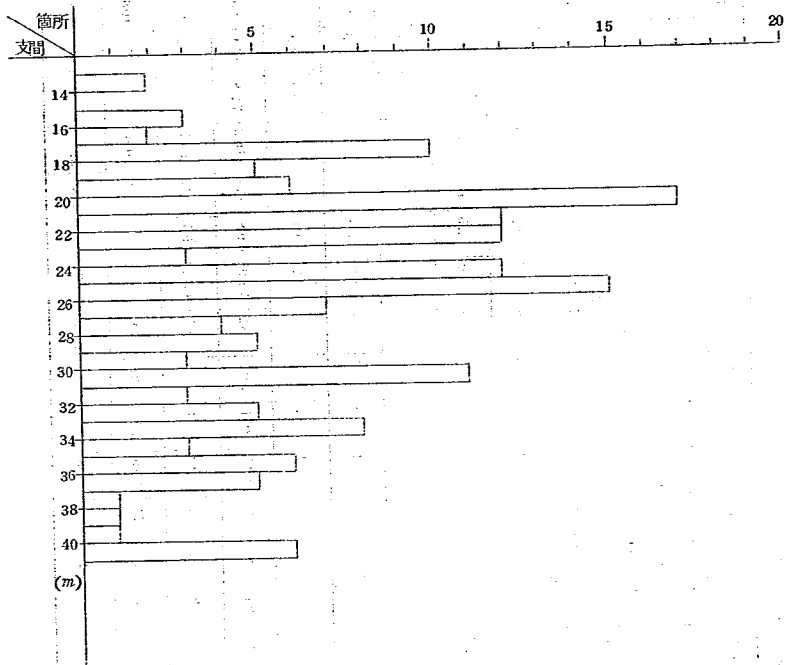


図-2 昭和40年度ポストテンション方式PC単純T桁橋
支間別架設状況
(資料：於道路局)

14m(1mピッチ)~25m(2.5ピッチ)~35mおよび40m

2 幅 員

道路構造令の改正に伴う幅員で、次のとおりである。

C-1, C-2, (以上1等橋のみ), C-3(1, 2等橋).....標準設計〔Ⅻ〕集

C-4(1, 2等橋), E, F(2等橋のみ)....."〔ⅩⅢ〕集

D(1等橋のみ)....."〔ⅩⅣ〕集

3 設 計 条 件

1. 活荷重 1等橋および2等橋

2. 許容応力度および材料強度

(a) コンクリート

主	設計基準強度	σ_{ck}	400	
	プレストレスを与える時の強度	$0.85\sigma_{ck}$	340	
	許容曲げ圧縮応力度	部材圧縮部	σ_{ca}	130
		〃 引張	σ_{cat}	170
	許容曲げ引張応力度	部材圧縮部	σ_{ca}'	-15
		〃 引張	σ_{ca}'	0
桁	許容斜引張応力度	設計荷重作用時	σ_{la}	9
		破壊 〃 〃	σ_{la}'	20
床版	設計基準強度	σ_{ck}	300	
横桁	プレストレスを与える時の強度	$0.85\sigma_{ck}$	255	

(b) PC鋼線

kg/mm²

		$\phi 7$	$\phi 5$
引 張 強 度	σ_{pu}	155	165
降 伏 点 応 力 度	σ_{py}	135	145
許容引張応力度 σ_{pa}	設計荷重時 $0.6\sigma_{pu}$	93	99
	緊張作業時 $0.9\sigma_{py}$	121.5	130.5
	プレストレスを与えた直後 $0.7\sigma_{pu}$	108.5	115.5

$$3. \text{ 荷重係数 主桁 } i = \frac{10}{2.5 + L} \quad \text{横桁, 床版 } i = \frac{20}{5.0 + L}$$

$$4. \text{ 安全度 } \frac{M_u}{1.3M_1 + 2.5M_2} > 1.0 \text{ および } \frac{M_u}{M_d + M_1} > 1.8$$

$$5. \text{ たわみ } \sigma_1 / \ell \leq 1 / 500$$

6. コンクリートのクリープ係数および乾燥収縮

$$\phi = 2.0 \quad \varepsilon_s = 1.5 \times 10^{-5}$$

7. PC鋼線のレラクゼーション 5%

8. ヤング係数

$$\text{コンクリート} \quad \sigma_{ck} = 400 \dots \dots E_c = 35 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ck} = 300 \dots \dots E_c = 30 \times 10^4 \text{ "}$$

$$\text{PC鋼線} \quad E_s = 20 \times 10^5 \text{ "}$$

9. プレストレッシングの条件

主桁 パーシャルプレストレス, 横桁, 床版, フルプレストレス

§3 検 討 事 項

① 最適主桁数および経済的桁高

1.) 支間, 幅員を一定にして主桁数を変化させた場合

2.) 支間, 幅員および主桁数を一定にして桁高を変化させた場合

上記条件で1.)はコンクリート, 鋼線共に許容応力に近い値をとるようにしてあり, 2.)は鋼線応力は許容応力に近い値としたがコンクリートは応力に無関係に桁高を上げた場合で, 結果は図-3および図-4の通りである。工費は上部工1径間当りで, 工事規模は3径間を対象とした。また工事単価は各地建の42年度単価を参考に3種類を考慮したので帯状になっている。又図-5は1.)の結果からスパンと桁高の関係を示したものである。まず, 図-3について推論すれば支間25m以下の場合純工事費は主桁本数にあまり影響されなく以前から経験的に知られていた事とも一致するが25mを越えると影響が出てくる。図-6はこの原因追求の為のものであり, 図-6-1および図-6-2に示すコンクリート工, 型枠工の影響は出ていない。しかし, 図-6-3~図-6-6までPC鋼線に関係したものをみると影響ある事がわかる。従ってPC橋の経済性を左右する問題の一つにPC鋼材使用量の大小が考えられ桁高が少々高くなってでもPC鋼材使用量を小さくする方が経済的といえる。又, 主桁数の少ない事が経済的である事は図-3からも

推論されるが同時に、桁高の増加（図-5参照）や、桁一本当りの重量が大きくなり架設機械の大型化となり、又現場打ち床版幅が大きくなってPC橋の最大の弱点を暴露する結果となる。

図-4は H/L と純工費の関係を示し、左下りの斜線で示す曲線が主桁数を変化させた場合、右下りの斜線で示す曲線が桁高を変化させた場合であり、各曲線の交点が、その主桁本数における経済的 H/L の値を示しているのである。以上の諸観点から、最適主桁本数は主桁中心間隔が2.0～2.5mになる本数といえ、経済的桁高は、支間2.5m以下においては $L/15 \sim L/16$ であり、それ以上の場合 $L/17 \sim L/18$ であると云えよう。

又、橋梁研究室刊行の活荷重合成桁と比較すると図-7のようであり、活荷重合成桁とPC桁は大体同程度の桁高でよい事が理解できる。

② 横桁数の検討

端横桁は設ける事を前提に中間横桁を0本から横桁間隔が5m程度になる本数まで変化させて計算を行なったが図-8に示すように桁高にはあまり影響がなかった。これは荷重分配係数の算定を版理論であるGuyon & Massonnetの理論によったためであろうかと思われる。尚標準設計では横桁間隔1.0mを目安とする。

③ 雪荷重の有無による桁高の影響

今回の標準設計では、雪荷重を考慮しない場合を対象としたために現行の鋼道路橋示方書にある 100 kg/m^2 の雪荷重の有無が桁高にどれ程の影響があるかを検討したものである。雪荷重を見込んだものについては続けて検討するが、その中で積雪時に車速が低下して衝撃が少なくなる事や、雪そのものが緩衝材の役目をするであろう事から衝撃係数を低減することにより雪荷重と相殺し得ないかについても検討したい。表-2に示すように雪荷重の有無は、PC橋の場合は大体無視し得るもののようである。

④ 横絛のケーブルの上下移動（配置誤差）におけるプレストレスの効果

横絛のケーブルの配置についてその上下移動はフランジ厚が小さいだけに問題のあるところである。今回その許容値決定に当って2mm毎に20mmまで上下移動した場合のプレストレス効果、ひいてはケーブル間隔への影響を見る為計算したところ図-9～図-10のようになった。これから推論すると現在のセット位置より上方向4mmまでは移動しても問題はない事がわかる。これは、横絛間隔を65cm以上とした場合であり、60cmとすれば8mm位は移動してもよいと思われる。

尚下方向に移動した場合は安全側となって問題はないが、コンクリートの許容応力の検算が必要である。

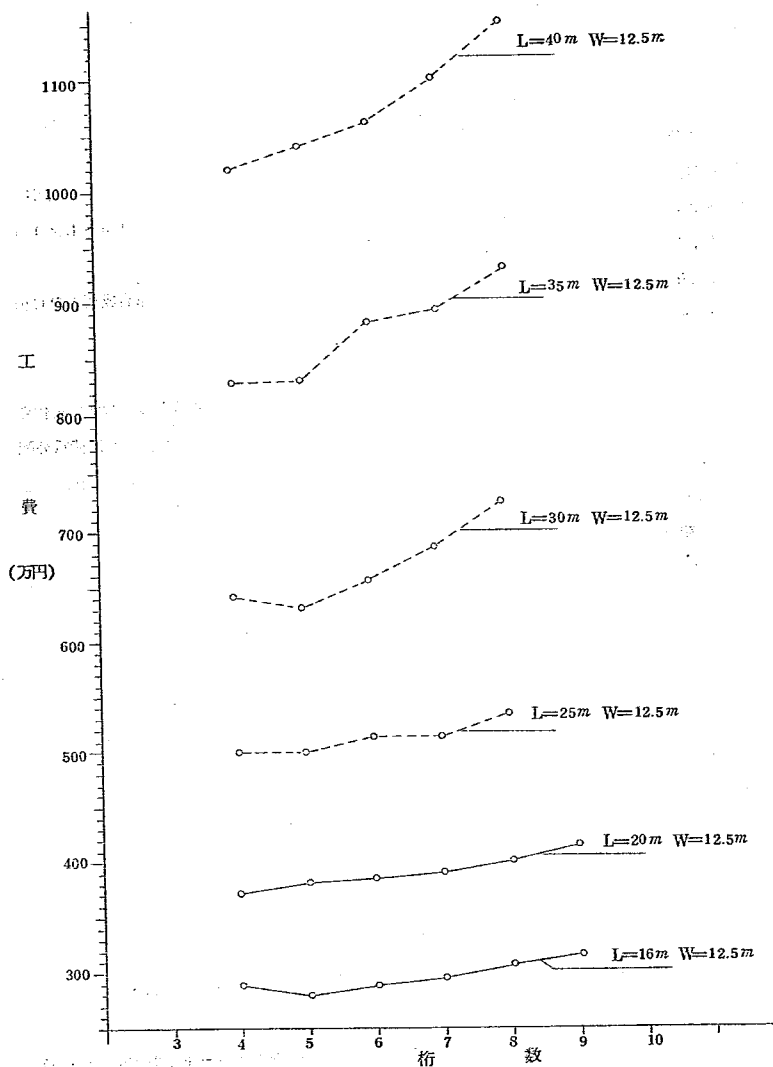


図-5 桁数と工費の関係

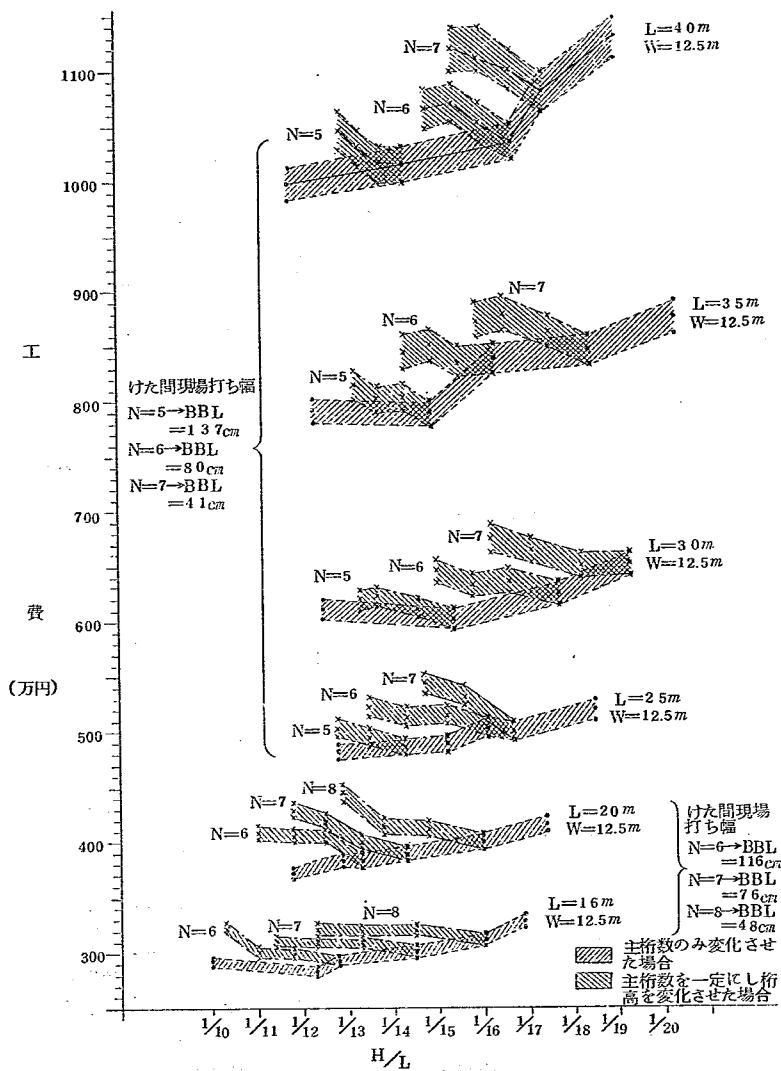


図-4 H/L と工費の関係

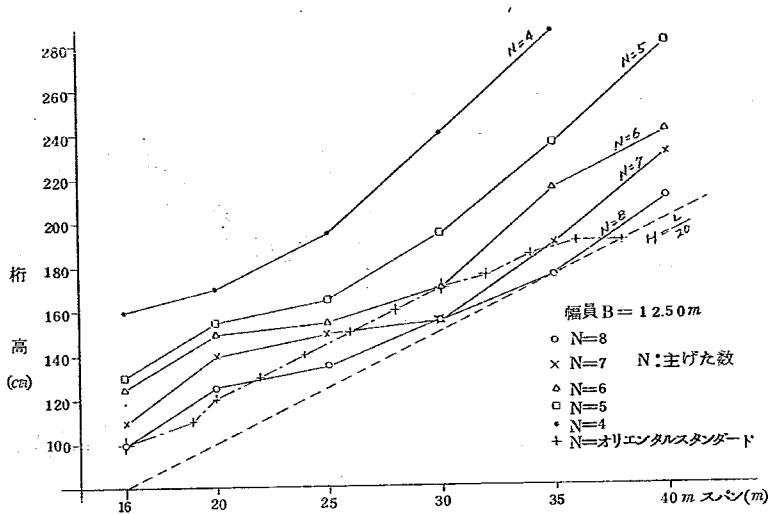


図-5 スパンと桁高の関係

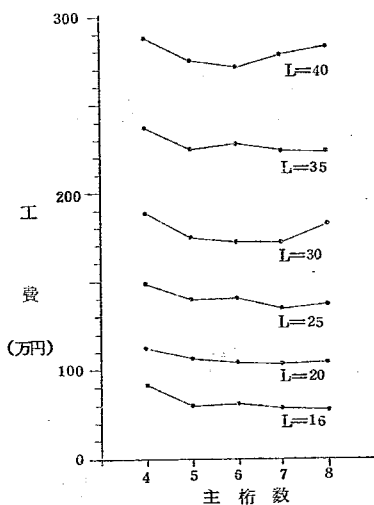


図-6-1 主桁数とコンクリート工費の関係

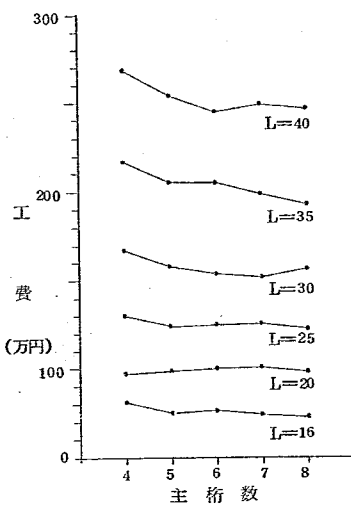


図-6-2 主桁数と型枠費の関係

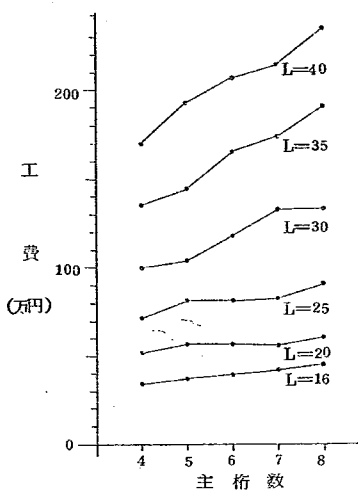


図-6-3 主桁数とケーブル工費の関係

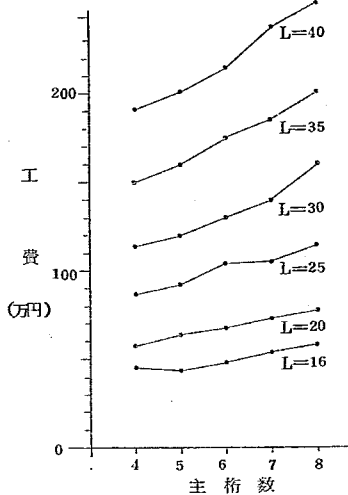


図-6-4 主桁数と桁架設工費の関係

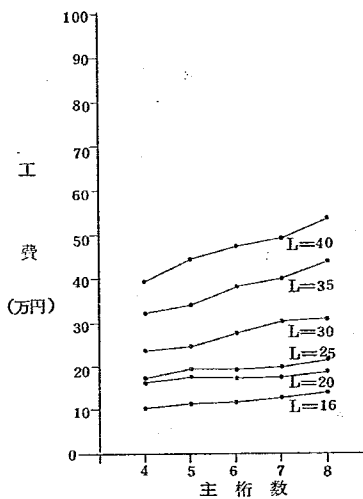


図-6-5 主桁数とシース工費の関係

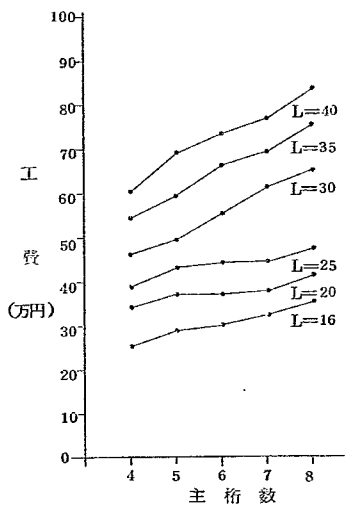
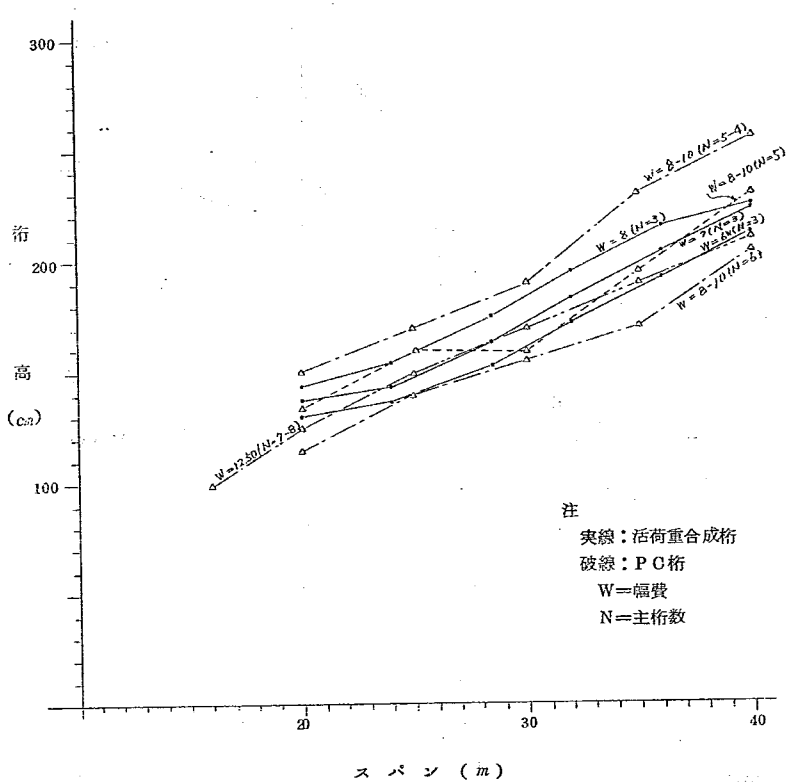


図-6-6 主桁数とコーン&緊張工費の関係



図一七 活荷重合成桁とP C 桁 (ボステン方式) のけた高の関係

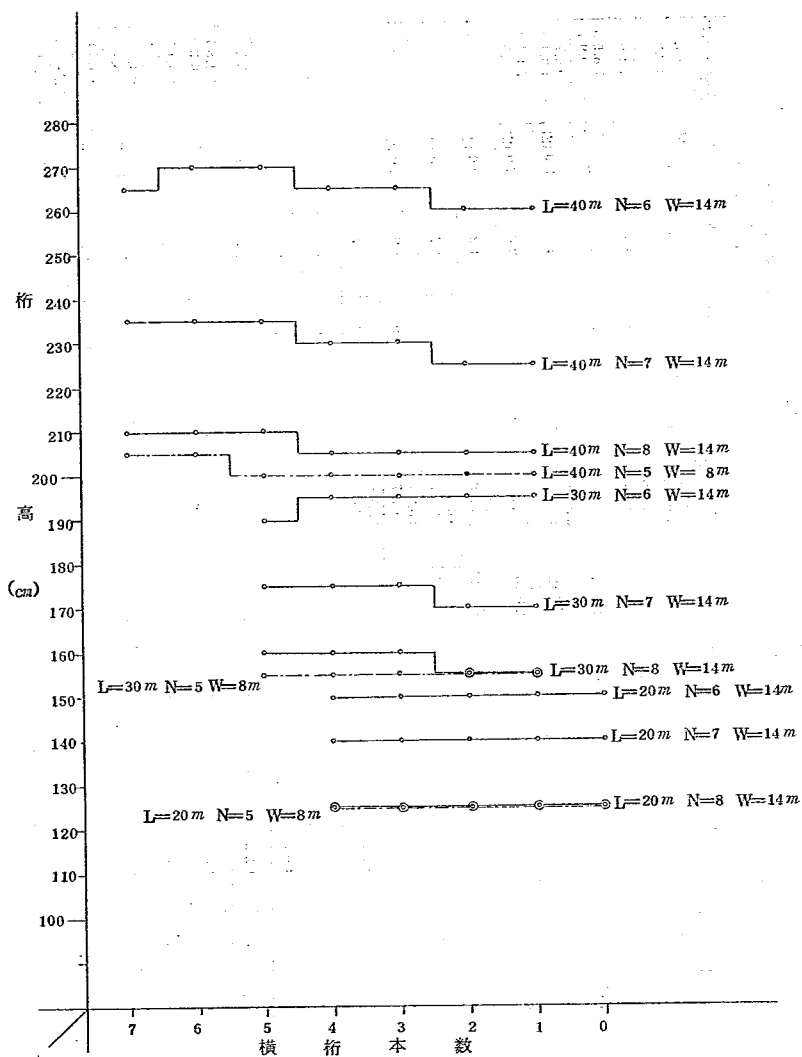


図-8 各支間に対する横桁本数と桁高の関係

表 - 2

() 書は横桁部分の横締の段数

支間	幅員	主桁数	雪 荷 重 な し の 時					荷 重 あ り の 時				
			桁 高	主ケーブル数	スラブ厚	横 桁 厚	主桁合成応力	桁 高	主ケーブル数	スラブ厚	横 桁 厚	主桁合成応力
30 m	m	本	cm	本	cm	cm		cm	本	cm	cm	
	8	4	180	9	19	20 (1)	79.57 124.2	180	9	19	20 (1)	80.06 129.6
	"	5	155	9	17	20 (1)	97.29 114.3	155	9	17	20 (1)	97.67 119.8
	10.5	5	190	9	19	20 (1)	78.28 94.7	180	9	19	20 (1)	78.55 99.7
	"	6	155	9	17	20 (2)	96.38 129.6	155	9	17	20 (2)	96.73 134.9
	11.5	5	195	9	20	20 (2)	71.19 90.7	195	9	20	20 (2)	71.42 95.0
	"	6	165	9	18	20 (2)	89.84 148.8	170	9	18	20 (2)	86.04 98.3
	"	7	155	9	17	20 (2)	96.14 76.5	155	9	17	20 (2)	96.46 81.1
	12.5	6	180	9	19	20 (2)	80.27 113.7	180	9	19	20 (2)	80.50 117.8
	"	7	160	9	17	20 (2)	95.79 128.1	160	9	17	20 (2)	96.08 132.4
	13.0	6	180	9	19	20 (2)	79.39 126.3	180	9	19	20 (2)	79.67 131.2
	"	7	165	9	18	20 (2)	88.06 94.1	165	9	18	20 (2)	88.36 99.1
	"	8	155	9	17	20 (2)	95.19 49.8	155	9	17	20 (2)	95.53 54.6
	14.0	6	195	9	10	20 (2)	71.64 99.5	195	9	10	20 (2)	71.87 103.9
	"	7	170	9	18	20 (2)	87.73 141.0	175	9	18	20 (2)	84.13 93.3
	"	8	155	9	17	25 (2)	98.45 143.6	160	9	17	25 (2)	94.17 87.9
41.35	m	12.5	7	220	13	20 (2)	114.86 136.2	225	13	17	20 (2)	111.59 102.8
	"	6	245	14	19	20 (1)	97.18 26.3	245	14	19	20 (1)	97.52 31.5

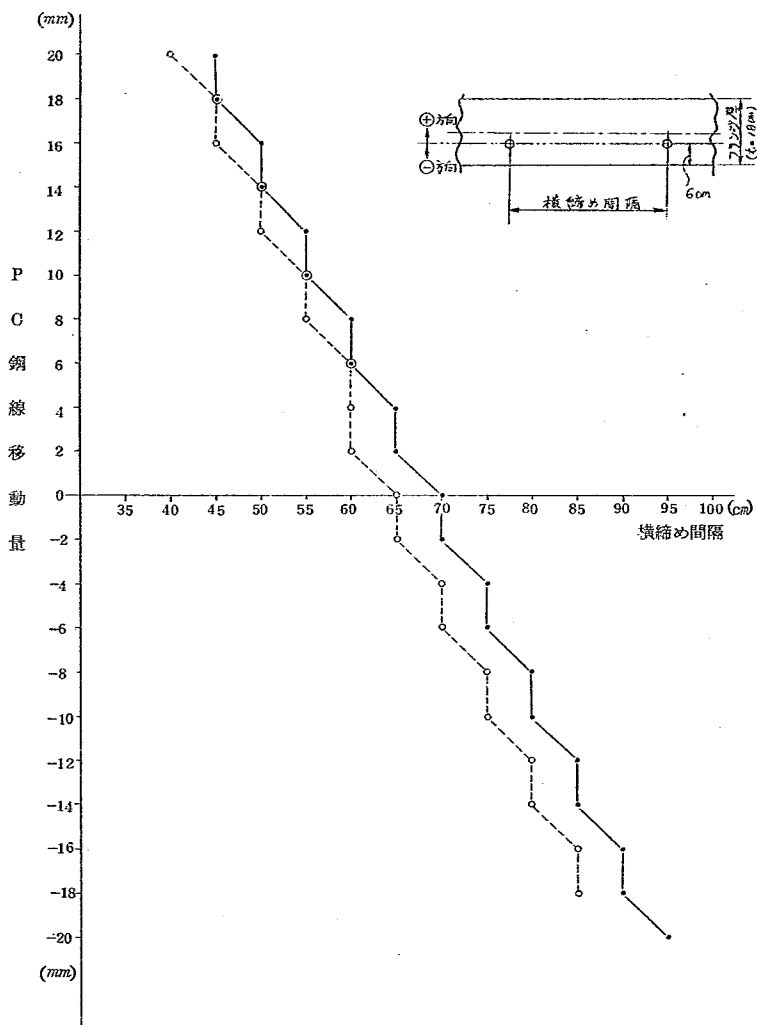
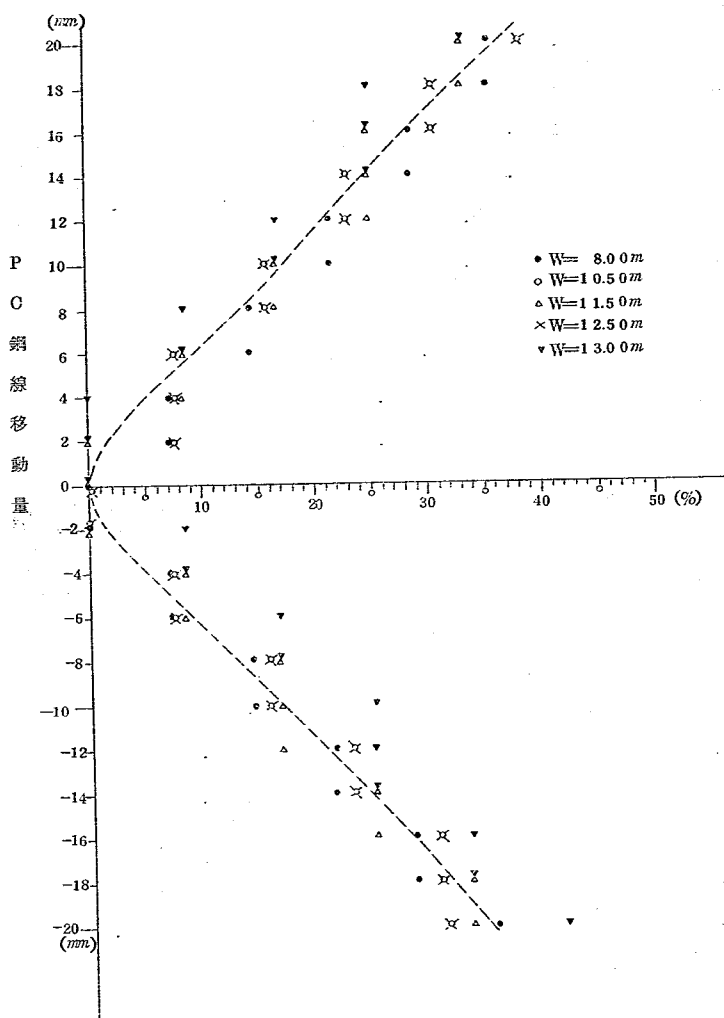


図-9 上下移動に対する横締め間隔



図一〇 上下移動に対する横締間隔の比率 (基本横締間隔 6.5cm)

5 上部フランジ間場所打コンクリートについて

首都高速1号線の事故以来上部フランジ間場所打コンクリート部分の設計施工について、つとに厳格になってきた昨今、標準設計でも充分の検討を行なうようにとの示指に基づいて下記の事項を現在実施中なので今回は手法のみでその責を果たさして載きたい。

1) 実験による検証

本実験は橋梁研究室で行なったので、結果は同研究室にて発表されると思われるので、ここではその目的と実験の概要のみふれる。現在までに代表的なもの28種類の図化を行なったが、その中で場所打部分における輪立の頻度が高いと思われるものを取り出し、設計断面および応力状態そのままの供試体を作製し静的および動的実験を行なって標準設計の強度特性を調べる。供試体の横締めは、鋼棒を使用し鋼線から換算した緊張力を導入した。供試体は静的、動的実験用にそれぞれ次の個数で行なう。

	静的実験用	動的実験用
基本供試体	4 (間詰施工のあるもの2) 間詰施工のないもの2)	4 (間詰施工のあるもの2) 間詰施工のないもの2)
版供試体	2 (間詰施工のあるもの1) 間詰施工のないもの1)	4 (間詰施工のあるもの2) 間詰施工のないもの2)

2) 現場調査による検証

- (a) 場所打コンクリート幅が30cm以上
- (b) 交通開始後1年以上経過したもの
- (c) 輪立ちが場所打コンクリート上に来る構造のもの

以上の条件を満足するもので下記事項を調査する。

- (1) 交通量とその全幅にわたっての輪立ちの頻度
- (2) 場所打部分の断面、鉄筋量、および張出鉄筋の有無
- (3) 事故の有無（ハヤークラック等）
- (4) 以上の相関

§4 お わ り に

以上、自動設計プログラムを使用しての検討事項の概要について述べたが、これらの詳細な資料および追加検討事項たとえば縦方向ケーブルの合理的な曲げ上げ等については土木研究所報に発表の予定である。

また現在 図化プログラムも開発中であり標準設計は従来の手書きの図面にかわって図化機による図面にする。標準設計することは製本原図をつくることであり、それだけに矢印1つにしても誤りが許されない。従来の手書きでは審査するのにそれまでと同じ程度の日時を1枚毎に要する。しかも審査には内容を理解できる技術者が当る必要がある。ところが図化機による場合は、代表的な何枚かを精査しておけば後は何枚書かせようが転記ミスも脱落もない。

図化プログラムは設計々算の結果を受けて図面の配置や縮尺も判断して描き、それに対応する材料表も作成できる。これらの手法については別途発表した。

8. な だ れ 制 御 砲 の 開 発

トンネル研究室長 村 上 良 丸

1. ま え が き

なだれの発生箇所は、地勢、植生状況から、又、地元人の経験等から、かなり正確に予測出来るが、なだれの発生時刻とその規模の予想は、殆んど不可能なのが現状である。従ってこうした箇所では、積雪量がふえ、雪庇が発達してくると、常になだれの危険にさらされていることになる。

道路や鉄道では、こうした箇所には、普通、スノーシエッドを設置するが、その建造費は多額であり、ために設置延長を節約すると、なだれが路上までふれ、シエッド入口を塞ぐことにもなる。従って交通量の少ない道路や、小規模ななだれが稀にしか発生しない所では、スノーシエッドは不経済であるし、一方、スキー場のような広大な地域に対しては適用不可能でもある。

こうした箇所では、何等かの方法で、なだれ原因となる積雪や雪庇を、人畜に無害な時期に除去することが望まれる。かゝる目的で着手されたのが人工なだれ実験であるといえよう。

この人工なだれ実験は、トンネル研究室が中心となって、昭和38年以来、妙高の実験場をはじめ各所で実施してきたが、この作業には、多くの人手と多大の労力を必要とし、且つ、非常な危険を伴うものであるため、決して好ましい方法ではない。

このため、なだれの危険がある斜面に、遠方から爆薬を投射し、その爆発力で積雪を破碎し、人工なだれを起させる方法の調査研究に昭和41年度から着手し、以下にのべるような小型軽量の投射器と小量の投射爆薬によって十分にこうした目的を達成しうる見通しをえたので、その概要を報告する。

2. 基 本 条 件

第2次大戦后、スイスでなだれをコントロールするのに榴弾砲を使うことが試みられた。しかしながら、これは大仕掛で軍隊でなくては行えず、且、大重量の山砲を積雪地に搬入すること自体が困難であるため、特殊な場合以外は実用化出来なかった。

1960年代にはいて、米国やカナダで圧縮空気を使い投球機を改良したアバランチャー(Avalauncher)と呼ばれる空気砲が開発され実用化され始めた。これは1~4ポンド(0.45~1.8Kg)の爆薬を納めた飛行体を投射する(最大射程約1.3Km)装置で、推進力には、非爆発性で、発焰しないCO₂ガス乃至窒素ガスの圧縮力(7~14Kg/cm²)が、利用されている。この投射機本体の重量は約90kgで人力運搬は困難である。又、この他に、ガス容器とか圧縮用シリンダー等が附属し、部品もかなり多いようである。

わが国は、地勢や人口集中度の点から、道路・鉄道等でのなだれ防御の対象斜面長は比較的

短いのが普通である。又、見通しの得にくい所で、あまり大射程で射つことは危険とも考えられるので、吾々の「なだれ制御砲」開発の第一段階目標は、小規模なだれを対象として、次のように設定した：

- ① 投射する有効爆薬量は0.5～1.0 kg
- ② 最大射程距離は、水平350 m以上
- ③ 人力可搬型式とし、個々の搬送部品重量は15 kg以下、
- ④ 操作が容易且つ安全
- ⑤ 採算性の見通しがある事

等とした。

こうした観点から考慮対象として、空気砲、無反動砲、ロケット、捕鯨砲、打上花火筒、ローブ発射器等の他、無線誘導の模型飛行機等が上がった。

3 投射機（なだれ制御砲）の開発

(1) 試作1号機

銃・砲（口径11mm以上のものをいう）等で、民間人が安全且つ容易に扱えるものとして、船舶、森林業務等で利用されている救命索とかローブの投射機がある。これは比較的少量の推進薬で、10 kg程度までの投射飛行体にローブを曳行させて、水平射程200 m以上を飛ばすことが出来るものであるといわれている。

このローブ発射機の原型は防衛庁技術研究本部が10年近い歳月を要して昭和39年に完成したものである。その原理は捕鯨砲のものに似ていて、銃身に外装される飛行体にローブを結んだものである。

このローブ発射機の飛行体の頭部を改造して、ここに0.5～1.0 kg程度の爆薬を納め、雪底中に投射した後、爆薬のみを雪中に残し、飛行体本体は曳行ローブによって回収した上で、残留した爆薬を何等かの手段で起爆させる方式が考えられた。

このためには、投射爆薬及びその起爆方法の検討に先立って、投射機の性能と飛行体のローブ回収方法の可能性についての調査が必要となった。かくして昭和41年度に図-1に示すような試作1号機がつくられた。

これは互に交換出来る大小2種類の銃身を有する投射機で、大銃身をつけた場合の自重は約1.0 kg、小銃身の場合は約8 kgである。

投射する飛行体は、頭部が密閉された下部中空の厚肉円筒（SCM2）で、その内径は43

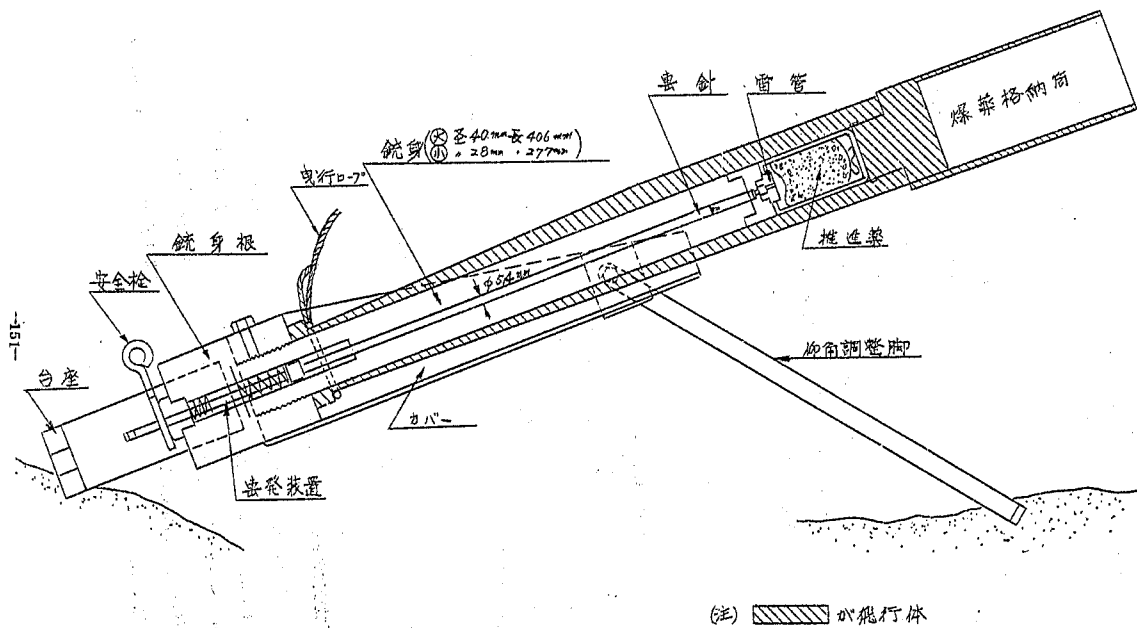


図-1 試作1号機

mm (小銃身に対しては31mm)に仕上げられ、丁度、銃身部にかぶさるようになっている。又、飛行体頭部の先端には搬送用爆薬の格納筒がとりつけられる。

飛行体は発射時の推進薬の爆発力に耐えなくてはならないので、厚肉となり、1kgの爆薬の搬送には、この飛行体の自重は約7kg、0.5kgの爆薬の時でも約3kgとなる。推進は黒色火薬で、前者に対しては最大70g、後者に対しては40gまでが使われる。

射程距離、飛行性能については、水戸の射爆場及び妙高のなだれ実験場でテストした結果、 $\phi 6mm$ のナイロンロープを曳行して概ね260~300m程度の水平飛距離がえられ、目標点に対する命中精度は、6m/s 以内の風速なら、半径1.0m以内に納まることが判った。

投射した飛行体の回収は、4~5人の人力で曳行ロープをたぐり寄せることで行った。先端の格納筒に入れた0.5~1kgの爆薬相当品(砂袋を使用)は、雪中乃至、落下点附近の雪上に残ったが、飛行体が雪中深く貫入した場合は、回収初動力には7~8人の人力を要し、ためにロープが破断することもあった。

(2) 試作2号機

1号機の経験から爆薬搬送用の投射飛行体を回収することは実用上困難であることが判ったので、この回収方式は断念し、爆薬のみを投射、一発づゝ起爆させる方式に切替えた。この場合も、搬送爆薬を砲内に装填することは、危険度が高く、完全なものとするには、榴弾砲型式しかないので、1号機と同じく搬送爆薬を納めた格納筒は砲身外に出し、丁度、モリの発射機構のように、この格納筒の底部に丸鋼棒をとりつけ、これを発射桿として砲身内に挿入する図-2のような装置を考案した。

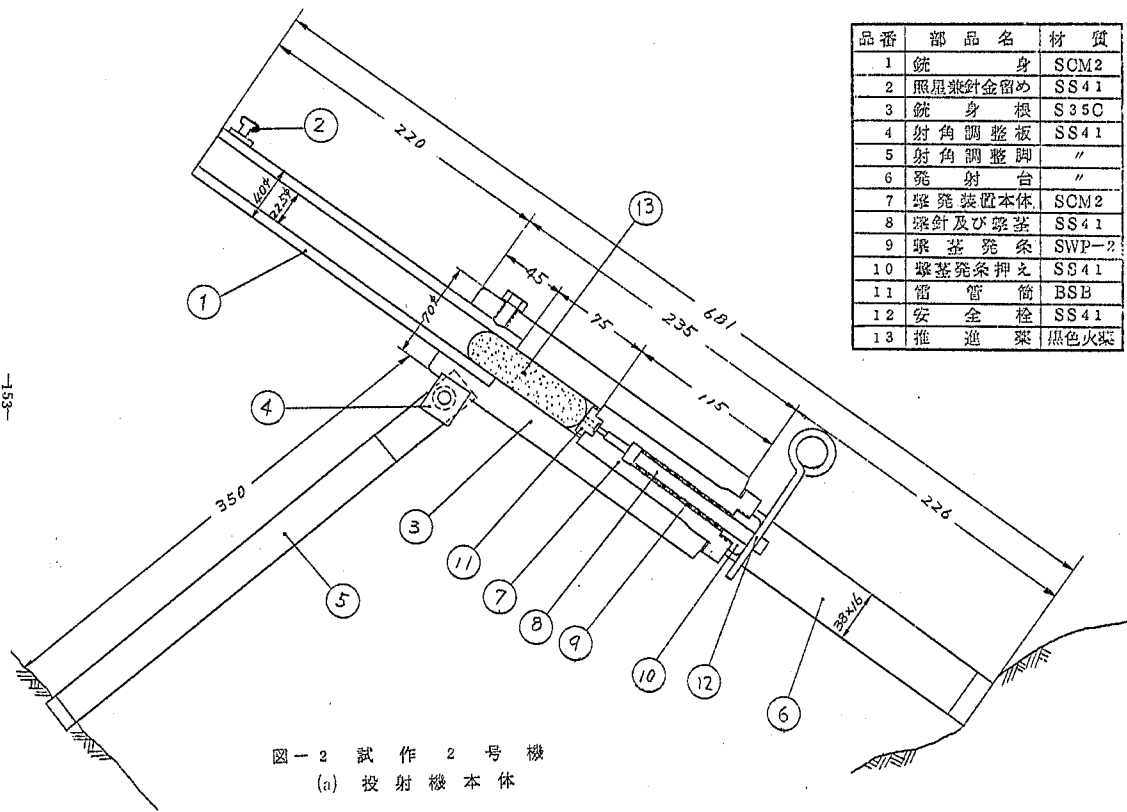
この投射機本体の自重は約15kg、又、飛行体の重量は搬送爆薬0.5kgを含めて約2kgである。

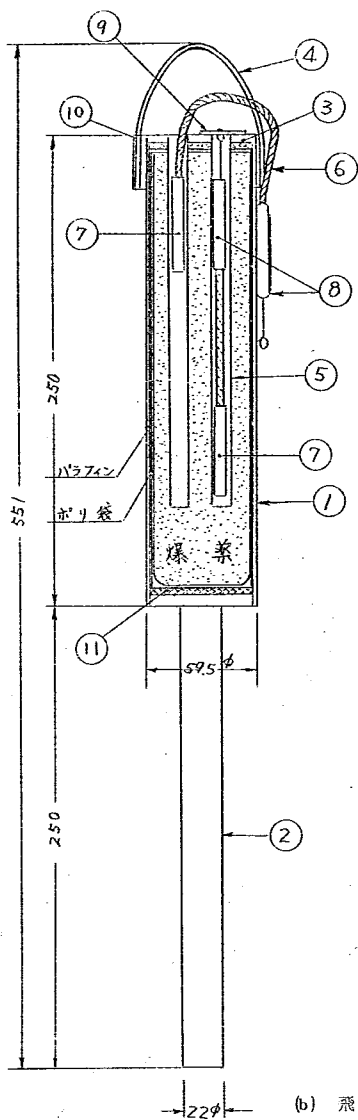
予備テストの結果、使用推進薬量40g(黒色火薬)の時、射角 40° で概ね350mの水平飛距離のえられることが確認された。

4 搬送爆薬並びに飛行体に関する研究

爆薬並びにそれを搬送する飛行体に要求される基本事項は次の通りである：

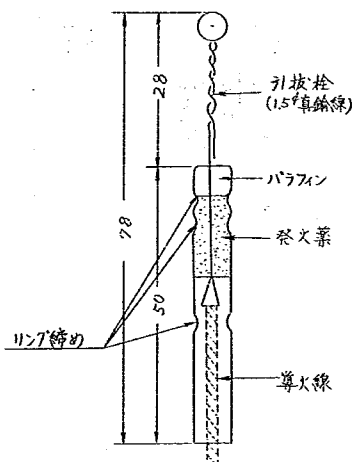
- ① 搬送爆薬及び飛行体は、発射時の衝撃に十分耐えうるもの(耐G性試験)で、
- ② $-10^\circ \sim -20^\circ\text{C}$ の低温でも変質することなく(低温感度試験)、
- ③ 万一不爆弾となった場合でも雪中で吸浸することにより爆力を失うもの(吸湿性試験)でなくてはならない。





(b) 飛行体

(c) ⑧ 着火器の詳細図



品番	部品名
1	爆薬格納筒
2	発射桿
3	鉄蓋
4	FRP キャップ
5	紙筒
6	導火線
7	8号雷管
8	着火器
9	ピン
10	パッキン
11	クッション

爆薬にはNG-NC-ゼラチン（ニトロゲル）を基剤とする各種のダイナマイト，TNT火薬のようなニトロ化合物，粉状の硝安爆薬，過塩素酸アンモニウムを基剤とするカーリット等，非常に種類が多く，夫々，特徴を有しているが，工場テストの結果，TNT火薬を起爆剤とした硝安系の爆薬ニトラロン（日本油脂製品）が上記の条件を比較的良く満足するので，これを採用することとした。その構成々分は表-1の通りである。

次に飛行体の形状，材質については，表-2に示す8種類のものを試作し，投射実験をした。その結果№3のFRP材を使ったものと№8が最も良好な成績を示したが，加工性の面から，今回は№8型式のものゝみを採用した。その構造は図-2(b)の通りである。

表-1 搬送爆薬（ニトラロン）の成分

T	N	T	28.0%
硝	酸	ア	ン
酸	ア	ン	モ
硝	曹		13.0%
木	粉		0.5%
水	分		0.1%

搬送爆薬の起爆方式も亦極めて重要である。

対象物が雷であることゝ，安全性の面から，瞬発信管はさけ，時限信管系のものを検討した結果，コストの面から，導火線延時の雷管方式を採用することとした。

導火線への着火器は，図-2(c)に示すような帝国火工品製造KKのものを使用した。これは真鍮線の引抜栓を引抜くことにより，筒内に内装された塩素酸カリと硫化アンチモンの混合物からなる発火薬が発火し，導火線に着火するもので，引抜き力は，一応10kgに設定した。

燃焼時間を約15秒に調整した導火線の一端にこの着火器を，他端に8号雷管を取りつけた起爆装置を，引抜栓を上にして，飛行体頭部の鉄板蓋にあけられた孔から薬室内にピンで吊下げる形で挿入する。こうすることにより，発射時の慣性力で引抜栓が抜け，導火線着火を行う考案であるが，引抜栓が抜けなかったり，雷管と導火線の締付けが不十分だと，この部分が抜けたり，逆に締付け過ぎて導火線が破断したりするため，予備テストの結果は，この慣性力を利用する吊下げ方は，必ずしも満足出来るものではなかった。従って，図-2(b)に示すように，更に今一組の同様な起爆装置を用意し，その着火器は，飛行体の外側面にバンドテープではりつけ，砲身の照星と引抜栓キャップのループ部とを針金で結び発射時の推力で引抜栓を引抜く方法を併用した。この方法では，導火線への着火が確認出来る長所がある。燃焼時間は約20秒に設定された。

表-2 各種飛行体の投射試験結果

№	材 質	略 図	個数	試 験 結 果
1	ブリキ管		3	× × ×
2	エンビ		3	× × ×
3	F R P		10	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
4	鉄 管		5	△ △ △ △ △
5	◇		5	△ △ △ △ △
6	◇		3	○ ○ ○
7	◇		3	△ △ △
8	◇		20	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

(注) ○……………異状なし △……………一部損傷 ×……………破 壊

5 現 場 試 験

妙高山のなだれ実験場は、図-3に示すように、最高・最低点の標高差約270m、傾斜角約40°の斜面で、その長さは520mに達している。従って発射基地は、投射機の射程から中腹の標高900m附近のなだれに安全な尾根の平坦箇所が選定された。

現場試験は、この発射基地から、昭和43年3月8日～10日の3日間にわたって、70発の投射で行われた。当時の積雪深は、平坦箇所では3～4mであり、晴天が約10日間続いていたため、その表面はザラ目状となっており、山頂附近には数条の大小の亀裂が望見され、なだれ発生の危険度が高かったが、全層なだれの発生した形跡は全くなかった。

試験開始日の3月8日は、午前中からガスが発生し始め、午後からみぞれが降り出し、視界がきかなくなったので、5発の投射を行っただけで中止した。この5発は何れも数十立方メートル程度の雪を40～50mの距離で落下させたのが観測された。

一方、天候の方は、みぞれが間もなく雪となり、翌9日の朝まで30cm以上の新積雪となり、9日も終日降りつづいた。このため、やむなく、降雪中の視界不良の中で9日午前11時10分に投射試験を再開し、投射機の仰角を35°に下げ、比較的近地点を狙って投射した所(Na6)、爆発音が聞えず、不爆となったのか、又は雪中深く貫入したため爆音が低く聞こえなかったのか判定出来なかった。(実際には不爆弾であったことが后日の回収から判明した)。従って第2弾目(Na7)を、同じ角度で同一方向に投射した所、にぶい爆発音に続いて、なだれ発生音が聞えはじめ、これは間もなく遠雷のような轟音となり、立ちこめていたガスを吹払って、投射した斜面だけでなく発射基地の左側斜面にも大なだれが発生し奔流となっているのが目撃出来た。このため幕の沢の谷間(深さ約20m)はデブリ(debris)で完全に埋り、一部はスキー場内に50m以上の距離で流入した他、対岸の台地上に一面に粉雪が1m以上の深さで堆積した。尚、この時点の気温は-4.5℃、雪温は-0.2℃であった。天候が回復した翌10日に観測した所では、流下範囲は図-3に示す通り約8万㎡に達しており流下した総雪量は20万㎡以上と推定された。

この大なだれ発生後の残雪斜面に、9、10日の2日間にわたって残りの63発を投射したが、Na5発目に山頂部に残っていた約2,000㎡の残雪が、ゆっくりと流下した以外は、顕著ななだれは発生しなかった。

6 考察と今後の開発方向

この大なだれに対しても発射基地及びその尾根が安定していたことは、始めにのべた通り、なだれのおこる斜面やその流路はかなり一定したものであることを確認させた。又、全層なだれは積雪の内部状態によって、微少な衝撃でも大規模に発生することが分ったこと、0.5kg程度の爆薬を数発連続して射込んでもなだれを発生しないような積雪箇所は、その時点では、自然なだれ発生の危険はないと判定することも出来るようである。

この事は実際になだれを管理することの可能性を示す重要な発見と思われる。即ち、10～20分間程度の交通遮断を行って、手早く投射を行い、もしなだれが発生すれば、予め準備しておいたブルドーザー等で路上に落ちた雪を取除くし、又、数発投射してもなだれを起す形跡がなければ、安全と判定して交通を許すことが出来よう。

在来の人力装束による人工なだれ方式よりあらゆる点でこの投射方式は優れており、危険も殆んどないことが判ったので、今后尙細部の改良を行って実用化の方向に進めたいと思う。その場合、発射基地の安全性から、射程距離は、500～600m程度まで高めることが望まれるだろう。又、2～3台の投射機を用意し、発射間隔の短縮をはかったり、トラック等の上から発射することを検討しなくてはならないだろう。尚、より大きな射程に対しては、ロケット方式が考えられるし、又、このような箇所に対しては、固定基地を準備しておく必要があろう。