

砂層の上にある剛体の振動

昭和 44 年 1 月

建設省 土 木 研 究 所

正 誤 表

頁	行	誤	正
P 3	下から4行目	長さがそれぞれ	長さ, 厚さ, がそれぞれ
	下から3行目	10 m の	10 μ の
P 5	下から1行目	上り面	上り面
P 6	1行, 2行目		
P 28	下から2行目		
P 6	下から1行目	この実験に使われた計測	この実験に使われた計測器の取付け位置は図-6のとおりである。
P 13	図-13	$R_1 \quad R_2$	$K_1 \quad K_2$
P 14	4行, 5行, 7行, 8行目	$\} (st)$	(Ust)
P 15	図-14縦軸		
P 14	8行目		
P 14	下から8行目	$m^2 + 4a^2 h_1^2 am^2$	$m^2 + 4a^2 h_1^2 m^2$
P 35, 36, 37	14ヶ所	$\} (Ust)$	(Ust)
P 14	下から6行目	$\dots - h_1 ma^2 \}^2 a_2$	$\dots - h_1 ma^2 \}^2 a^2$
P 18	1行目	$\lim \frac{1}{2T}$	$\lim \frac{1}{2T}$
	2 "	$x(t) = \sum_i a_i \cos(w_i + \theta_i)$	$x(t) = \sum_i a_i \cos(w_i + \theta_i)$
P 22	2 "	, 400gD, 10m	1400gのものをD, 10m
P 22	4 "	Shallow, Natwal の	Shallow Natural の
P 25	図1-19	ペンオリシロ.....	ペンオッシロ...
P 27, 28, 32	図-20, 21, 24	△加振力10 kg PTP ○ " 40 kg	△加振力40 kg PTP ○ " 10 kg
P 28	下から3行目	m_1/m_2 の減少の	m_1/m_2 の増加の
P 28	下から1行目	砂の量は, かわらない,	砂の量とはならず,
P 28の下1行目からP 29の1行		すなわち砂の.....あり	を消去
P 30	1行目	砂は下部の箱と	砂の一部は下部の箱と
	図-23	◎採用値	◎採用値
P 31	5行目	きって考案を加	きって考察を加
P 31	下から4行目	0.0192 u_1	0.0192 $\ddot{u}_1$
P 31	下から3行目	0.0318 u_2	0.0318 $\ddot{u}_2$
P 33	下から2行, 3行目	R_1	K_1
P 35	下から1行目	$-\frac{K_1}{K_1} + \frac{iwc_1}{K_1}$	$-\left(\frac{K_1}{K_1} + \frac{iwc_1}{K_1}\right)$
P 36	下から8行目	$+2a\{h_1(\beta^2 - a^2) \dots \beta_2 - h_1 ma^2\}i$	$+2a\{h_1(\beta^2 - a^2) \dots \beta_2 - h_1 ma^2\}i$
	下から3行目	$\left(\frac{K_1}{K_1} - \frac{w^2 m_1}{K_1} + \frac{iwc_1}{K_1} - \frac{F_2}{K_2}\right) \frac{K_2}{K_1}$	$\left(\frac{K_1}{K_1} - \frac{w^2 m_1}{K_1} + \frac{iwc_1}{K_1}\right) \frac{F_2}{K_2} \frac{K_1}{K_1}$
P 37	4行目	$+2i h_1 + 2i ah_2 \dots$	$+2iah_1 + 2iah_2 \dots$

要 旨

大型の振動台による実験，野外のダイナマイトによる加振実験，室内の小型加振機による砂箱の振動実験のデータを中心にし，砂層上の剛体ブロックの振動の問題を研究したものであり，問題点，疑問点を列挙して将来の研究の足かかりとした。

要

旨

大型の振動台による実験，野外のダイナマイトによる加振実験，室内の小型加振機による砂箱の振動実験のデータを中心にし，砂層上の剛体ブロックの振動の問題を研究したものであり，問題点，疑問点を列挙して将来の研究の足かかりとした。

目 次

1. ま え が き	1
2. 実 験 の 概 要	2
3. 係数のあてはめ	9
4. 共振曲線の形	12
5. 共振振動数	17
6. 振動の中心	20
7. 波 の 種 類	22
8. 室 内 実 験	27
9. あ と が き	34
10. メ モ リ ー	35

1. ま え が き

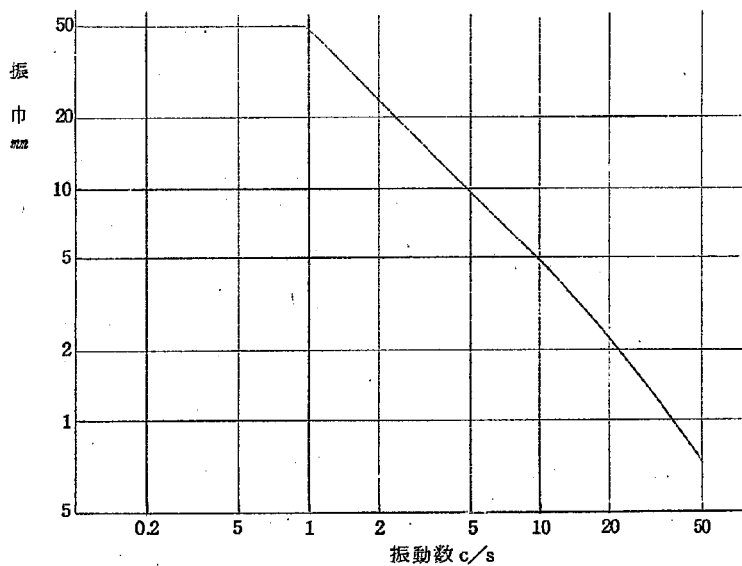
ケーソンの様な剛な基礎が軟い地盤の上で振動する時の様子をしらべる場合、従来は基礎に起振機やまたはそのほかの手段による力を加え、その応答をしらべる方法が多かった。筆者は最近大型の振動台の上に作られた模型によって、地盤を通して加振する形の室内実験と河川敷に作ったコンクリートブロックを地中にしかけたダイナマイトによって加振する形の野外実験を行うチャンスを持った。さらにこれらのデータを解析するために行なった小型の加振機による補足実験やデジタル・アナログ電子計算機による計算結果もその量がふえた。そこで中間報告として問題と思った所、疑問に思った所を列挙し、次の実験への足がかりとしようとするものである。

2 実験の概要

1) 振動台の実験

実験に使われた加振機は研究学園都市に共用施設として設置される 360 t の加振機のユニットとして 41 年度に試作された 90 t のもので、これに 3.5×3.5 m の加振台を取付けたものである。加振台上に深さ 1 m の砂箱を乗せ、その中央に $1.0 \times 1.0 \times 0.5$ m のコンクリート・ブロックを 0.5 m の辺が加振方向と一致するようにして乗せたものを実験対象とした。加振機は電気油圧式といわれるもので制御盤からの電気信号により、サーボバルブがコントロールされ、シリンダ内えの一定圧の油の流入を加減し、加振台と結合されているブランジャを動かすものである。この限界性能を図-1 に示す。加振台と模形の合計重量は約 30 t 弱になり、加振機の出

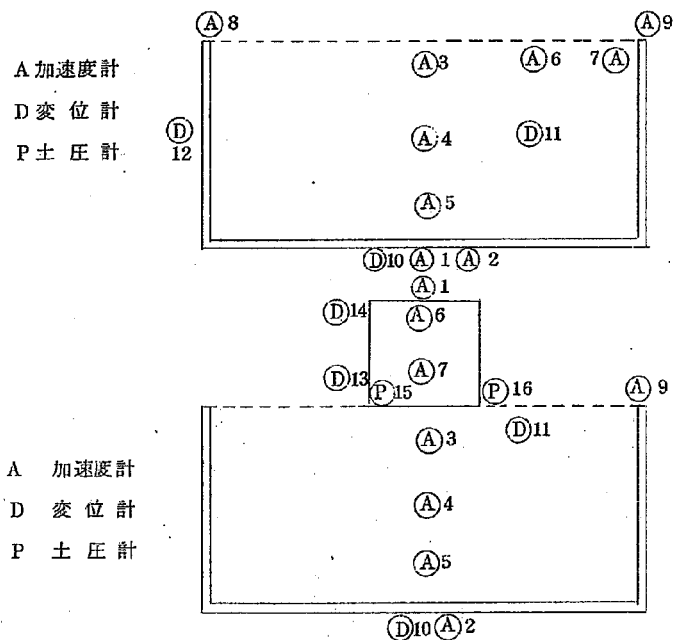
図-1 加振機限界性能



力 90 t からすれば 3 g 近くまで加振可能のはずであるが、基礎の大きさから限界がきめられた。

この模型に取付けた計測器の種類と数、位置は図-2のとおりである。

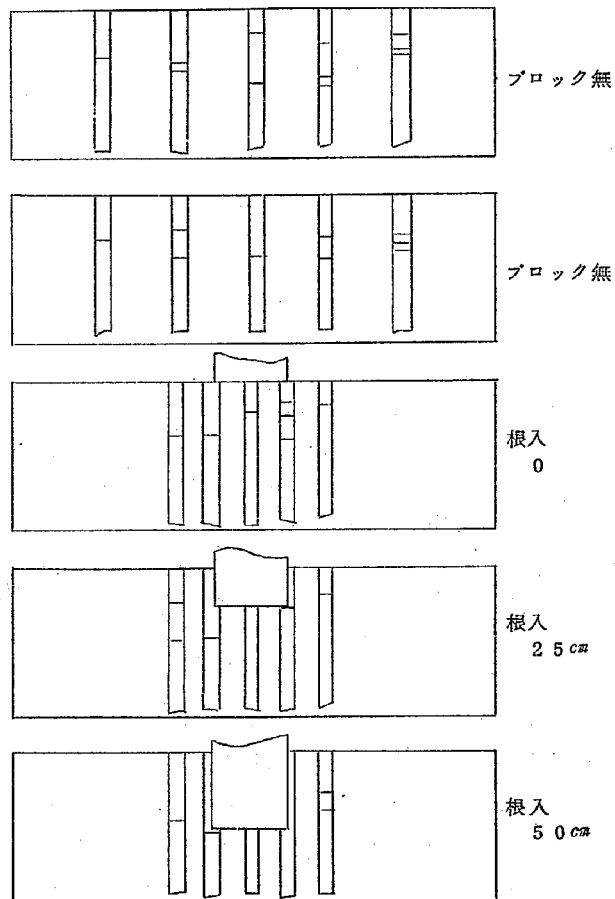
図-2 計測器取付け位置



加振台の上にのせられた砂層が大きいのでいくつかの土質的試験を行うことができた。砂は最大粒径 2 mm の木曾川砂で振動台のある三菱重工の名古屋航空機製作構内の防塵を考え、4~5%の含水比にしめらせて使った。この中で興味をもたれたのは次の点である。砂層の中に巾、長さがそれぞれ 15 cm, 100 cm, 10 m の軟質アルミ箔を垂直にその表面を振動方向に直角になるように埋め込んだアルミ箔は薄くセン断に弱く砂層のすべりによって生ずる不連続面で簡単に切れるであろうことを期待したものであ

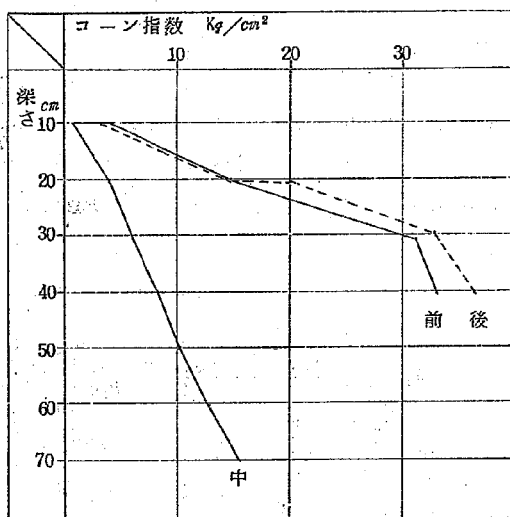
る。破断面は実験終了後の掘り出し時の不注意な切断とは明に区別できる
 特長ある様子を示した。図-3はアルミ箔の埋め込み位置と切断深さを示

図-3 アルミ箔による上り面の計測



すものである。埋め込みや掘起した手間がかかるので加速度や振動数をかえるごとにデータを取るということができなかった。そのため一連の実験すなわちブロックの埋め込み深さをかえるごとにしかデータが取れず、かたよったものになった。いま一つは振動中の砂層の上からコーンペネトrometerによる貫込抵抗の測定を実施したことである。静止時の貫入指数と比較したのが図-4である。加振時ある深さまでの値は非常に小さくなる

図-4 コーン指数



がそれより先ではあまり差がでないとゆうような感じがする。その深さはアルミ箔で求めた上り面の深さと一致するようであり、さらに埋め込まれた加速度計のうち、位置の変化や回転の大きいものの埋め込み深さと一致していたことは興味のあることであった。

ブロックを置かない時の上り面の発生深さを基準にしてブロックの底面

が砂層の表面上り面の上、上り面の下に来るよう埋め込み深さをえらんだが、図-3の結果のようにブロックの底は埋め込みの浅い時でも上り面の下の層に乗っているとゆうような形は、議論を残したものと思われる。

2) ダイナマイトによる実験

利根川の洪水敷に(長豊橋下流右岸)振動台の実験に使われたものと同じ大きさのブロックを掘え距離、深さ、薬量がそれぞれ12m, 13m, 400gまでの範囲でダイナマイトに点火し、その衝撃で地盤を加振し最終的にブロックを加振する型の実験および、地表面においたφ250mm, 長さ2mのいわゆる太砲に最高200gのダイナマイトを入れて爆発の反力として地表面に伝わったS波により、ブロックを加振する型の実験を行った。なお、この時自然地震による振動の記録の取られたことは大きな幸であった。実験は地表面のごく浅い範囲の問題となったため直接の関係はないが参考図として現地の地盤の性質を図-5にあげる。この実験に使われた計測

図-5 地盤柱状図

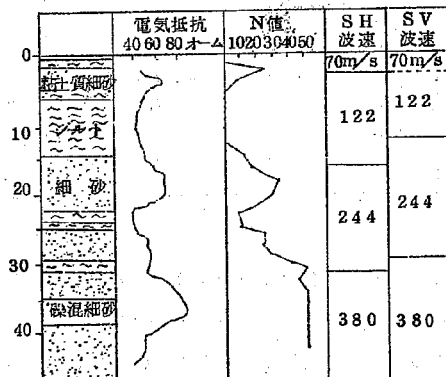
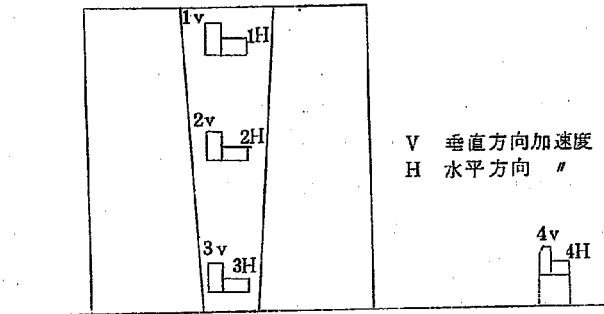


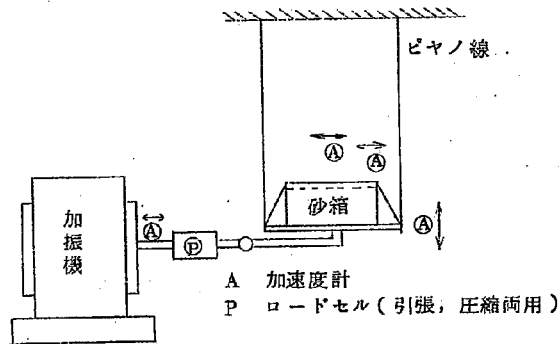
図-6 計測器取付け位置



3) 室内砂箱の実験

構造研究室の明石製作所の動電型の加振機を使って行なったものである。砂箱は $40 \times 40 \times 20 \text{ cm}$ の大きさで底が 15 mm のベニヤ板と 5 mm のアクリル樹脂の合板、側壁は厚さ 5 mm のアクリル樹脂板で 10 cm 間隔に扶壁をつけ底板に固定、上面は巾 20 mm のフランジをつけて全体を固くした。これを振動箱として $\phi 1 \text{ mm}$ 、長さ 2 m のピアノ線で天井クレーンの桁から吊り下げた。実験装置全体の構成は図-7に示すようなものであって、計器

図-7 装置構成図

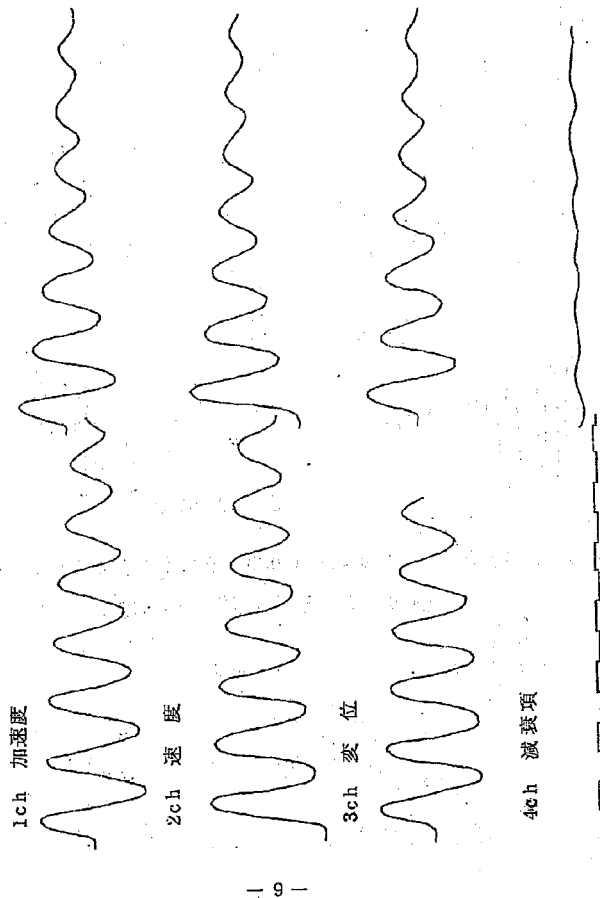


取付け位置も書き込んである。加振機に付属した加振台がないため、このような簡便方法をとったがピアノ線の高い周波数の振動や砂箱の重心が加振機のコアの軸線上に存在しないために起る振れの問題がともなった。 $\phi 1$ mmとゆう細い軽いピアノ線を実験中に何度も切断するとゆう不便をしのいで使い、また作用線と重心の不一致は高さだけにしよう工夫しながら使った、いずれはこのような不備を除いた正密なデータを得たいと思っている。この実験は市販の加速度計を取付けることのできない砂層の振動を加振機の消費電流やコアの動きの方から間接的に測定することを試みたものであり、砂の中に加速度計を埋め込むことをしなかった。この実験はこのほかにも2自由度系の振動の例として興味ある副産物的な効果をもたらし、振動実験に関する理解を深めるのに役立った。

3 係数のあてはめ

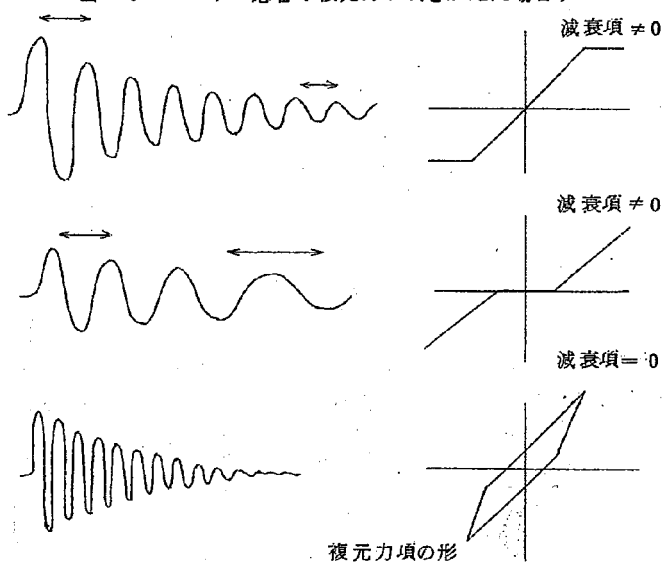
振動の現象を表わす方程式は慣性力，複元力，エネルギーの逸散による減衰の項，外力の項の均合いで表わされる。そのうち減衰項は，普通速度に比例するものとして実験結果を整理している。しかしこれを $\pm F$ とゆうような形にしても良く，この方が理解し得い場合もある。図-8

図-8 ステップ応答（減衰の項をかえた場合）



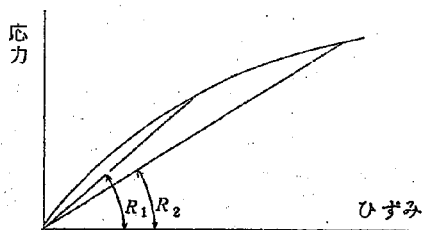
は上の2つの場合の計算結果を示すものである。模型の材料，作り方，加速度計ないし，増巾器において生ずるノイズ等によるデータのひずみを考えると記録紙に書かれた曲線からそれがどちらの型に属するかを見わけるのはむづかしい。図-9は複元力の項の形を種々かえた場合のステップ応答の計算

図-9 ステップ応答（複元力の項をかえた場合）



結果である。応答と歪の関係が図-10のようなものであると振巾が大きい

図-10 応力と歪の関係の一つの型



程みかけの変形係数が小さくなり、変形係数を一定として考えると付加速度が増加したのと同じ効果を持つてくる。また復元力に履歴特性をもたせると速度に関する減衰項がなくても振動は減衰していく。

実験データを整理しようという段階で躊躇したのは上のような問題に対する考えがまとまらなかったからであり、多くの係数値の組合わさったものを一意的にきめてしまうことに無理を感じた。現在自分のもっているテーマについて線形の方程式で表わし得る範囲を確かめたいという目的もあるので、今まで1自由度として整理していたものを2自由度のものとして整理してみるという立場で検討を進めた。すなわち2自由度系にある2つの質量それぞれに何をわり当てるかをあらためて考えなおすことが必要となる。

4 共振曲線の形

図-11は先年基礎研究室で行われた実験で砂層上のブロックに起振機をのせて行なった実験で求めた共振曲線の一つである。図-12は加振台によ

図-11 共振曲線加振機によるもの

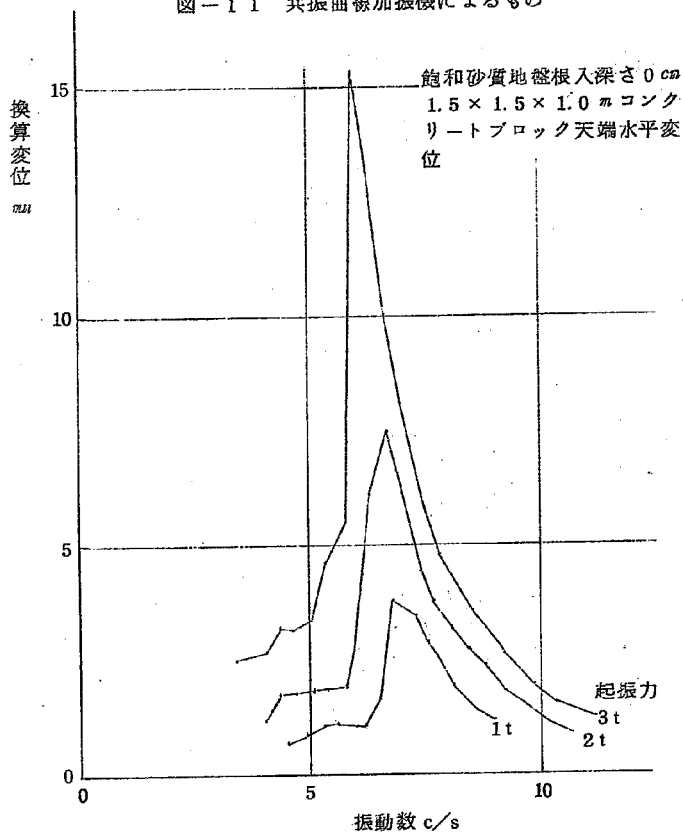
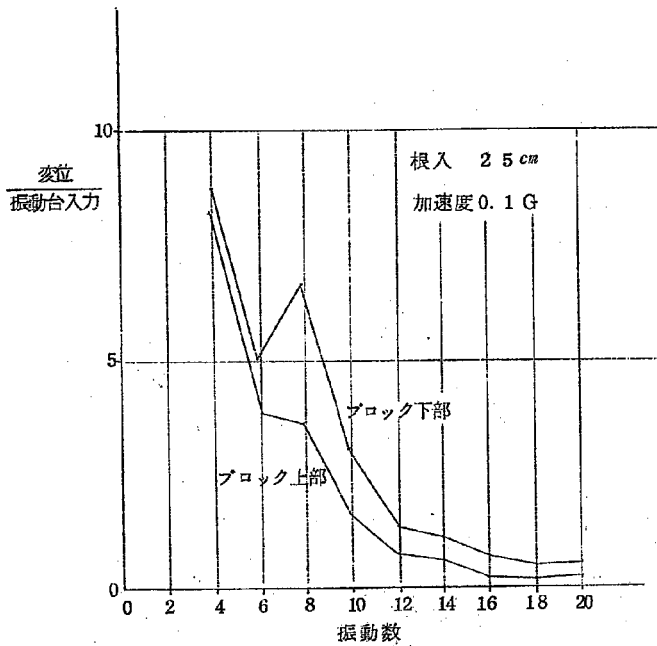
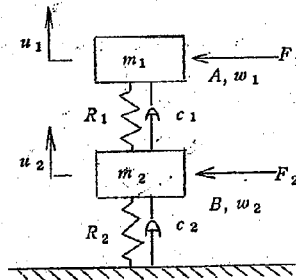


図-12 共振曲線加振台によるもの



る実験によるもので、起振機の場合にくらべ加振台の場合共振曲線の山の高さが低いことが問題になる。この点を説明するため図-13のようなモデル

図-13 2自由度計のモデル



を設定し、その応答を計算した。

計算結果は次のとおりである。

$F_1 = 0$ の場合、

$$\frac{|A|}{(st)_2} = \beta^2 \sqrt{\frac{1 + 4h_1^2 \alpha^2}{\Delta}}$$

$$\frac{|B|}{(st)_2} = \beta^2 \sqrt{\frac{(1 - \alpha^2)^2 + 4h_1^2 \alpha^2}{\Delta}}$$

$F_2 = 0$ の場合

$$\frac{|A|}{(st)_1} = \sqrt{\frac{(m + \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2(h_1 m + h_2 \beta)^2}{\Delta}}$$

$$\frac{|B|}{(st)_1} = \sqrt{\frac{m^2 + 4\alpha^2 h_1^2 \alpha m^2}{\Delta}}$$

ここで

$$\frac{m_1}{m_2} = m \frac{K_1}{m_1} = w_1^2 \frac{K_2}{m_2} = w_2^2 \frac{w}{w_1} = \alpha \frac{w_2}{w_1} = \beta$$

$$\frac{c_1}{2\sqrt{m_1 K_1}} = h_1 \quad \frac{c_2}{2\sqrt{m_2 K_2}} = h_2$$

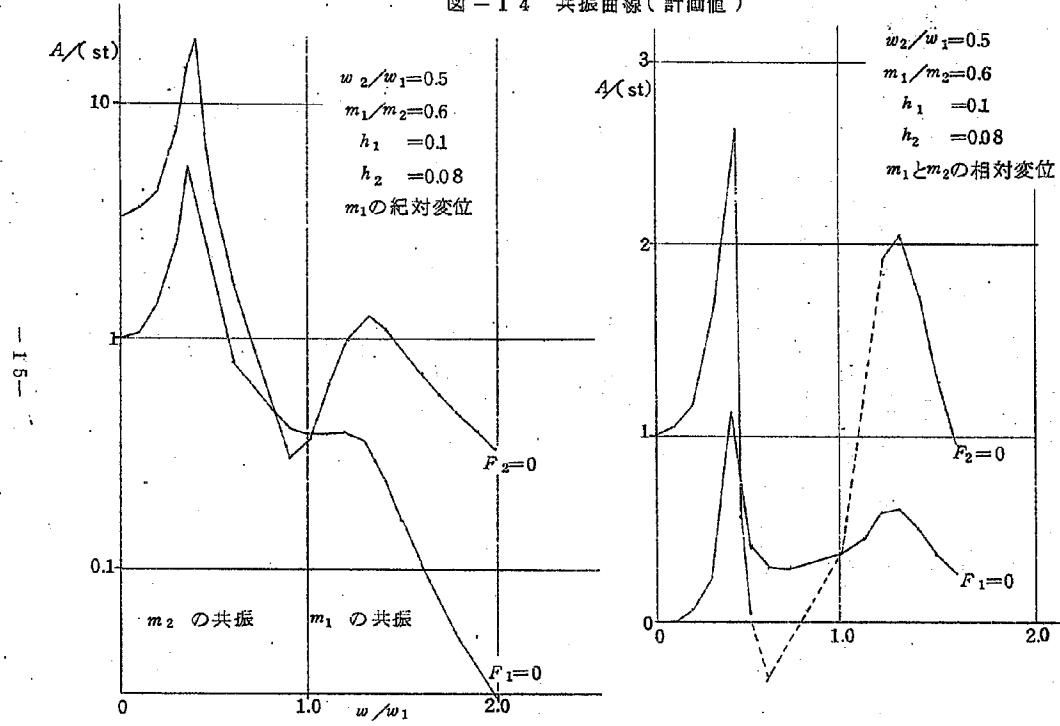
$$\frac{F_1}{K_1} = (ust)_1 \quad \frac{F_2}{K_2} = (ust)_2$$

$$\Delta = \left\{ (1 - \alpha^2) (\rho^2 - \alpha^2) - m\alpha^2 - 4h_1 h_2 \beta \alpha^2 \right\}^2$$

$$+ 4 \left\{ h_1 (\beta^2 - \alpha^2) + h_2 \beta (1 - \alpha^2) - h_1 m \alpha^2 \right\}^2 \alpha_2$$

$C_1 m_1 K_1$ $C_2 m_2 K_2$ を同じにしておき $F_1=0$ $F_2=0$ の各々につき m_1 質点の動き $|A|$ を計算し、図化したのが図-14である。 m , β , h の値にどのようなものを与えれば良いかわからないので任意に2つのケースを選んで見たが $F_2=0$ の場合に比べ $F_1=0$ の場合模型の共振点での山の矢り方が小さい、したがって減衰係数を“山の70%高さのところの巾……”で求めると期

図 - 1 4 共振曲線 (計画値)



待していたものより大きな値を出し、図-8、図-9の傾向と一致することになる。

ケーソン基礎の振動の多自由度としての取扱いが問題になっているが基礎を支える2種のパネとしての2自由度とゆう考え方のほか、上述したような基礎本体とそれとパネでつながる地盤さらにそれを支えていて不動点となる下部の地盤とゆう2自由度が考えられるのではなからうか。固い地盤の上の剛体のロッキングにも見かけのパネが想定できること、後の室内実験の結果のところでも示すように砂層が2つの部分に分かれ、その間にパネを想定できることなどから、付加質量を基礎に固定したものでなく基礎とパネでつながれたものとしてモデルを考えることができないだろうか。

5. 共振々動数

表-1は加振台による実験において種々の方法を使って求めた固有振動数の値である。Biot によるものは $E = 100 \text{ Kg/cm}^2$ とした場合の計算値、衝撃によるものはブロックの一面をハンマーでたたいたもの、短形波によるものは加振台をブロックの固有振動数と思われるものより小さい振動数の短形波で加振し、各段での Step の応答から振動数をかぞえたもの、手で押したものはこれにより初期変位を与えたもの、加速度一定は 0.2 G の加速度を一定にしておいて周波数をかえ応答の最大の周波数をさがしたもの、最後の乱数列によるものについて説明を借りてくる。減衰振動をする系が乱数列の

表-1 固有振動数測定値一覧表

根入れcm	Biot 式 $E = 100 \text{ Kg/cm}^2$	衝 撃	短形波	手で押	加速度 一 定	乱数列入力	
						N-11-2	N-9-2
0	5.5		10	44	10	7	4
25	8.7	20	12		10	9	7
50	13.0	24			12	14	9

外力を受けて起す運動は減衰波に乱数をウエイトとして掛け、ずらしながら加え合わせたものである。このようにして不規則振動が生ずる。不規則振動の性質を調べるとき原時系列をそのままフーリエ変換するとフーリエ係数に大きな誤差が現われて役に立たない。フーリエ係数そのものが大きな変動をする確率変数になるのである。かかる不規則振動の周波数解析するには先ずオートコログラム（自己相関係数）を算出し、そのフーリエ変換を求めるのである。このようにすると不規則振動の各周波数成分にエネルギーがどのように配分されているかが出て来る。これをパワースペクトルと呼ぶ。これをつぎのように考えると良い、時系列の代りに時間 t の関数 $x(t)$ を用いると自己相関係数はつぎのようになる。

$$r(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t+\tau) x(\tau) d\tau$$

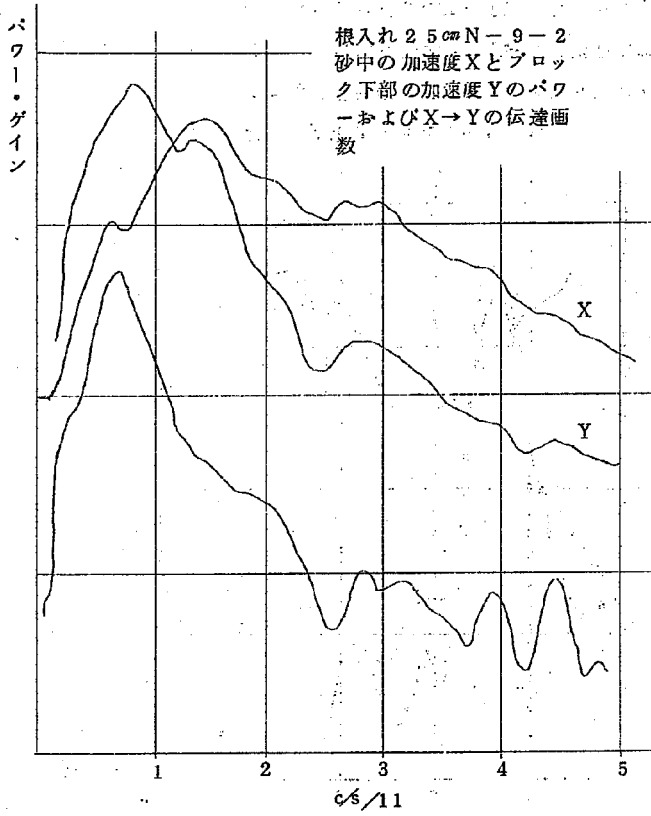
$$x(t) = \sum_i a_i \cos(\omega_i t + \theta_i)$$

とあらわせる場合これを $r(t)$ に代入して積分を行うと

$$r(t) = \frac{1}{2} \sum_i a_i^2 \cos \omega_i t$$

となる。すなわち相関係数をとると係数は2乗になり、位相 θ_i はすべて消える。 $x(t)$ が正弦波の和であった場合各周波数成分 a_i の2乗はすなわち各周波数成分のエネルギーである。したがって相関係数をフーリエ変換すれば各周波数に配分されたエネルギーがでてくる。そこでこれをパワースペクトルと呼ぶのである。このような計算は2つの時間関数の間にも行うことができ伝達関数が求められる。この実験に使われるランダムな振動変位として計算機より算出した乱数をそのまま使うことは加振機や模型にとってシビヤである。したがって時定数をかえながら2回、3回不完全積分を行い、曲線の形をなめらかにする。積分回数が少なく時定数が小さい程加振機ははげしい動きをするが、この実験では数百ガルの加速度になっている。図-15は計算結果の1例である。このようにして読みとられた振動数が表-1に書いてあり右欄の振動は数百ガルの振動をしており、左欄の振動は半部程度の大きさである。

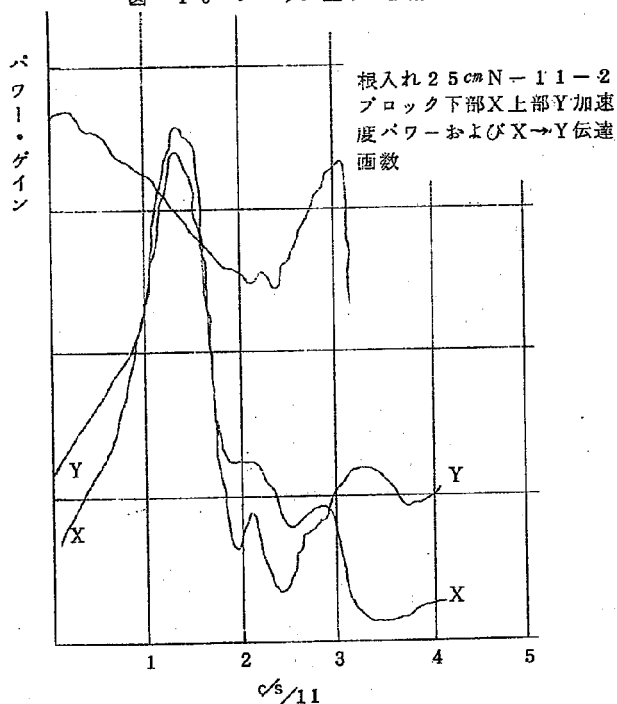
図 - 1 5 伝達函数



6 振動の中心

前節の不規則な振動の解析では砂中の加速度計の記録を入力にブロックに取付けた加速度計の記録を出力にとって解析を行ったが、ここではブロックの上部の加速度計の記録を入力に下部の加速度計の記録を出力にとって伝達関数を求めてみた図-16はこの結果を示すものである。

図-16 ブロック上下の振動の比較



もしブロックが下端を回転パネで支持された1自由度系として表現されるようなものなら、伝達関数は周波数には無関係に一定値となるはずである。振動数が小さい時ブロックに回転運動がなく、上下の動きに差がないとするな

らここでは伝達函数は1である。振動数が大きくなるにしたがって伝達函数の値が小さくなって行くことは回転振動の中心が次第にブロックの方に近よって来ることを示すものである。これは加速度計の記録をもとにした解析であるためいまの議論はすべて絶対座標に関するものとなり、砂層地盤との相対変位によって振動を見る場合はまたちがった答が出るはずである。ブロックに生ずる応力などを議論する場合などどちらの座標系に対する値を使うのがよいか簡単な問題でない。図-13のようなモデルを考える時 $\omega_2 < \omega_1$ ならば ω_1 の共振時すなわち基礎の共振時、基礎と地盤の振動は位相が逆になっており、基礎は加速度計から推定したのより応力的に悪い状態にあるのではなからうか。

7. 波 の 種 類

ダイナマイトによる実験でオッシログラフペーパーに取った記録の中から距離、深さ薬量がそれぞれ 10 m, 10 m, 400 g D, 10 m, 10 m, 100 g のものを S, 自然地震によるものを N として選び出した。各々 Deep, Shallow, Natwal の意味でこれによって各々の型の振動を代表し得ると考えた。この記録をカーブリーダーで読みとり、ディジタル化し、さらにこれをデータレコーダの磁気テープに out した。はじめからデータレコーダに記録してあれば上のような手数はいらなかった。このようにして磁気テープに入った記録をアナログ電子計算機でいろいろ処理した。図-17 は各条件ごと水平垂直の加速度の値を X, Y レコーダの X 軸 Y 軸に入れ画かせたオービットである。このようにすると振動がはじまってから終るまでの間で波の型のうつりかわっていくことがわかる。同一種類の実験では記録紙の上にあらわれた波の形はおどろくほど良く似ていたがこれを使って画いたオービットは予想していたものより形のくずれ方が大きい。すなわちあまり数学的な曲線でなかった。それでも D の場合には始めに垂直方向の振動が起り、次に水平方向の振動がわずかに出てすぐ進行方向の円運動で判別できる表面波が卓越してくる様子が良くわかる。N の場合記録は振動の初期のものがなく、表面波が大きくなってからのものであり、計算機内での増巾が大きくノイズを含んでしまったため、X, Y レコーダ上でははっきりした画をかかなかったがそれは全紙面をおうものである。

このブロックの振動特性をしらべるために今度はアナログ計算機で鏡型の方程式を模擬する回路を組み、地表面の加速度を入力とし計算結果がブロック上の加速度計記録値と近似するようなポテンシオメータの値をさがした。図-18 はこの結果で各 Channel は図-19 の回路に示してある位置からとってある。ポテンシオメータの係数の変化の段階があらいが N, D, S で同じ値を得ている。すなわちポテンシオメータ 1, 3, 8 の値がそれぞれ

図-17 振動のオービット

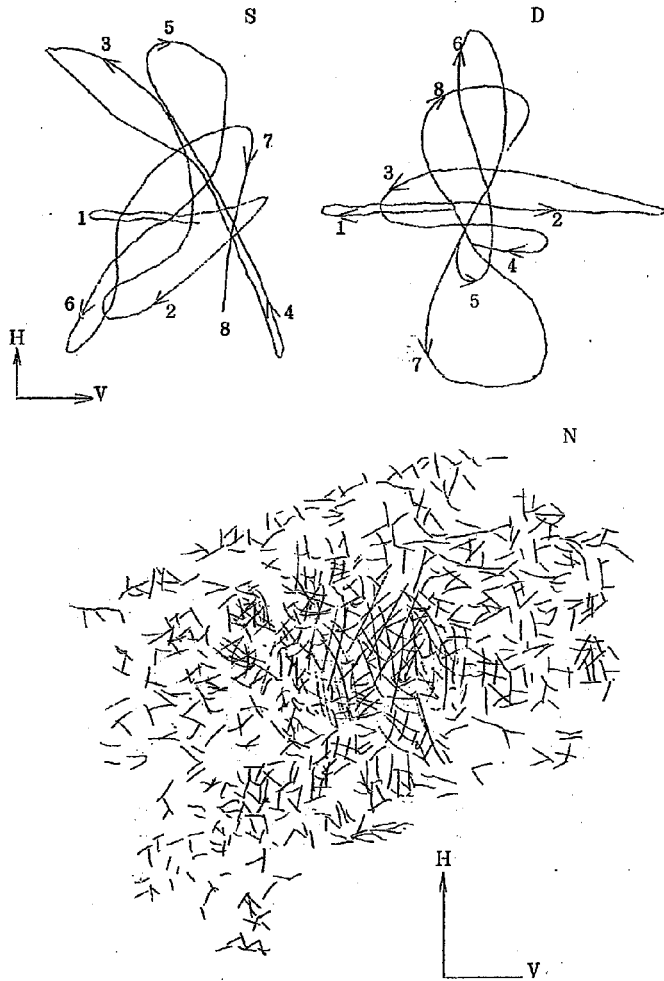


図-18 ブロックの応答計算

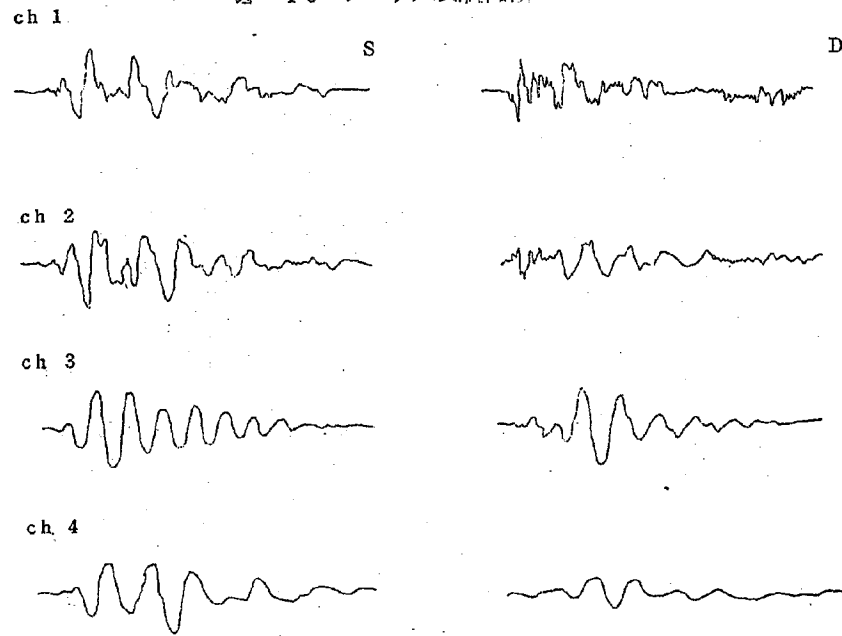
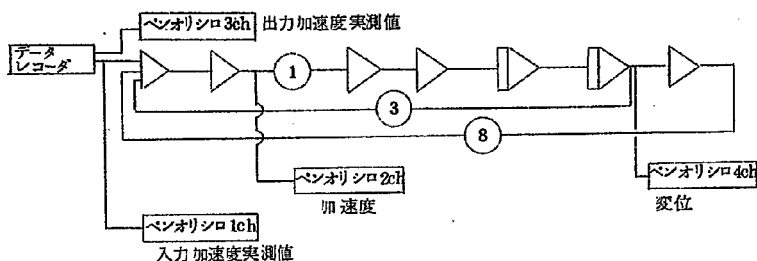


図-19 回路



0.4, 0.1, 1.0の時Channel 2の計算値とChannel 3の実測値が近づいている。方程式の形にあらわすと

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2hw\dot{x} + w^2x \\ = \ddot{x} + 4\dot{x} \times \tau + 40x \times \tau^2 = Z \end{aligned}$$

このようになる、ここで τ は時間縮尺で計算機上での時間は実時間の何倍になっているかとゆう数字である。 h と $w = 2\pi/T$ はそれぞれ0.315, 37.9 = 0.165 sceとなる。

次に地上にある加速度計の記録を模擬するためにダイナマイトの衝撃としていかなるパルスを与えるか、またブロックと地盤の特性値としてどのような係数を与えれば良いかを知るため図-13のモデルについてアナログ計算機の回路を組立てた。ダイナマイトの衝撃として立上りと終端のごくゆっくりした継続時間の長いパルスを取った場合のみ似たようなものを作り得るがこれは現実には考えられない長さの継続時間となる。すなわちオービットからの結論とダブルことになるが、単一の振動系で地盤の振動を表わせない。

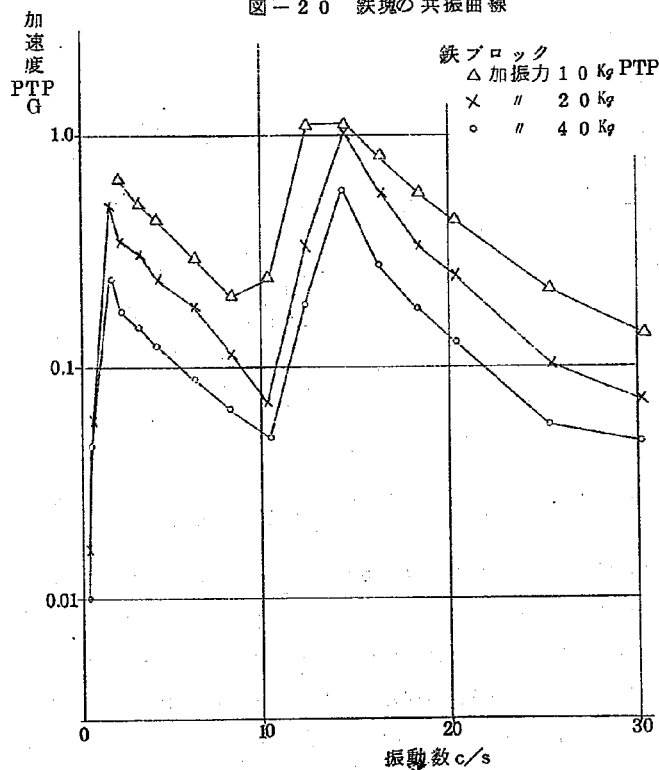
地盤の振動解析で2つの型の波による応答の和を1つの波による応答と考えると無理なことがある。Dの場合直接到達した粗密波と少しおくれて到達した表面波とが重なっているのをこれを区別できなければデータの持つ意味が不明確になる。表面波は表面での反射エネルギーの吸収に関係するものと

云われているが、それなら固有振動数が変形係数の平方根に比例するような
実体波と話が別になり、土質試験、土質調査によって求めた値と対比できな
い。

8 室内実験

図-20は室内実験の結果でこれは砂箱の中に厚さ2cmのゴム板を引き、その上に50Kgの鉄塊を置いたものを供試体とし、加振機制御盤の加振力計の読みを一定にしながら振動数を変化させ、加振機コアの動きを測定したものである。コアに働く力は加振機の消費する電流に比例するから加振力計は本質的には電流計である。曲線は2自由度系の共振曲線であり、ゴム板上の

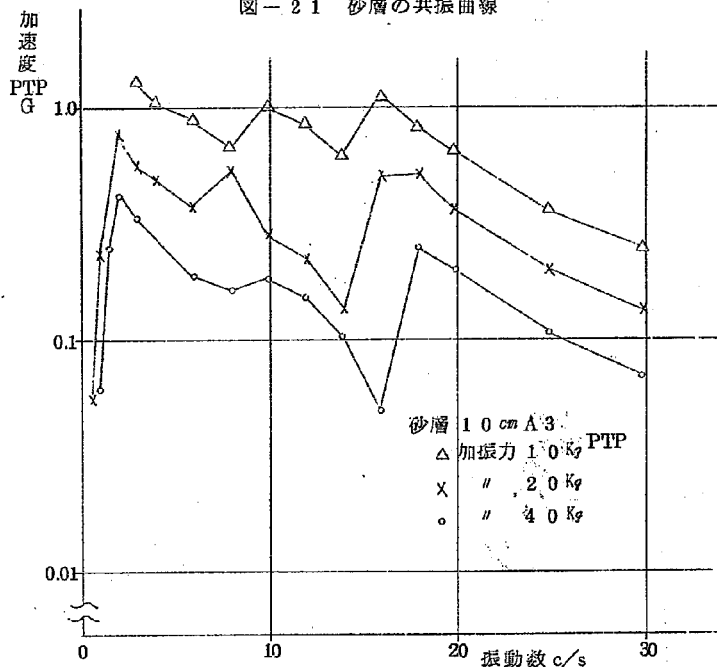
図-20 鉄塊の共振曲線



鉄塊の振動特性、磁界内でのコアの振動特性値を別に測り4節の $F=0$ の式に代入すると図-20とよく似た曲線を求めることができる。

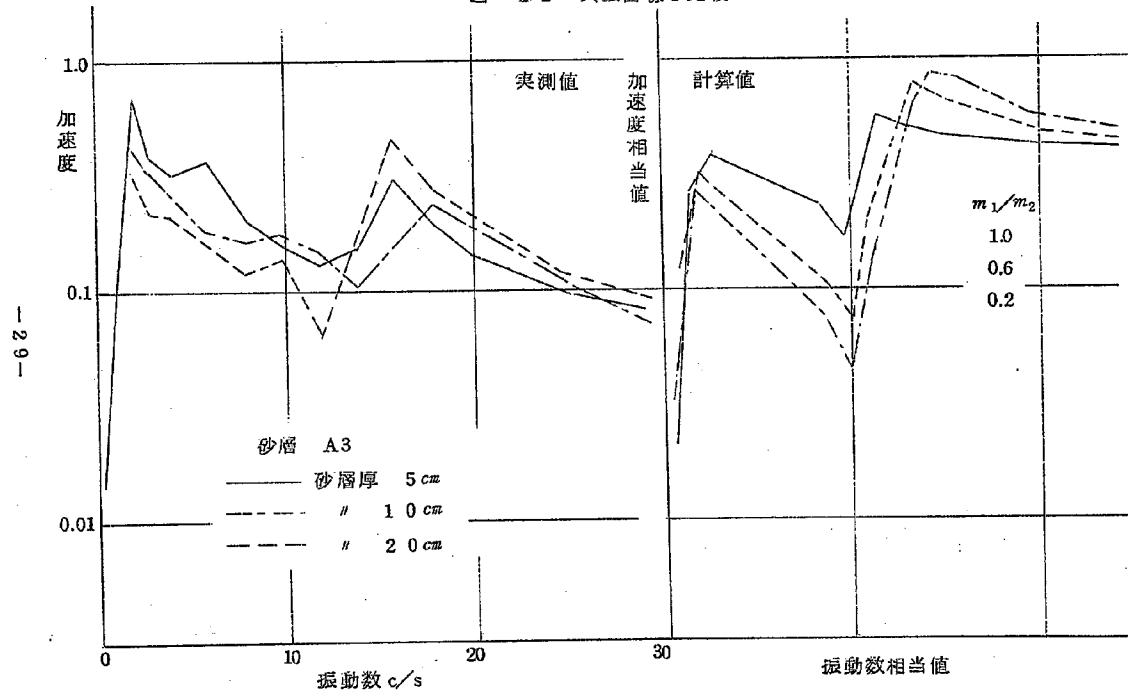
以上を予備実験とし、箱の中に鉄塊の代りに砂を入れた場合の共振曲線を求めると図-21のようになる。箱の中の砂をすべり面の上と下に分け下は

図-21 砂層の共振曲線



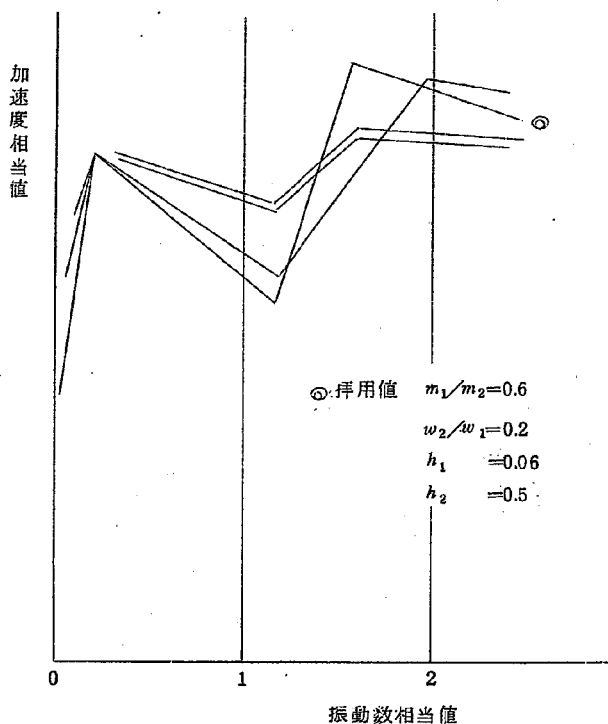
箱に抱束されて、これと一体に動き、上は別の振動体として動く2自由度の系と考えたがこれは次のような考察によるものである。図-22は加振力を一定にし砂の量をかえた場合の共振曲線の変化を示したものであって、砂の量の多くなる場合の曲線の移動方向と計算上での m_1/m_2 の減少の場合の曲線の移動方向とは一致している。これは砂の量が多くなっても上り面より上の砂の量はかわらない、すなわち砂の表面からはかって上り面の深さは一定で

図-22 共振曲線の比較



あり、多くなった砂は下部の箱と一体となって動く質量えと加算されると考えると説明がつく。以上のような前提のもとで4節の計算式の定数をいろいろかえ図-21に近似するものをさがした。3節で述べたが自由度のない単一なものとして定数をきめるのところが不安定な作業であるが最も好ましいものとして図-23の結果を得た。こり面より上の砂は一つの塊として粒子

図-23 砂層の共振曲線の計算



相互に変位のないもので、二り面の位置で復元力のあるバネで支えられるのか、二り面より上の砂は各粒子バラバラに振動し、その合成されたものが実効値として一つのバネで表わされるのか現段階ではわからない。線型の範囲でデータを整理しようとしているので合わない所が非線型の故なのか実験の誤差によるものか確認できない。このような問題があるかわりきつと考案を加える。

図-23の結果から質量比 $m_1/m_2 = 0.6$ 振動数比 $w_2/w_1 = 0.2$ 減衰係数 $h_1 = 0.06$ $h_2 = 0.5$ 実験装置として全重量 50 Kg $w_2 = 2\pi \times 2$ とすると次の計算ができる。

$$m_1/m_2 = 0.6$$

$$m_1 + m_2 = 50/980 \text{ から } m_1 = 18.8 \text{ Kg}/980 \quad m_2 = 31.2 \text{ Kg}/980$$

$$w_2/w_1 = 0.2 \text{ において } w_2 = 2\pi \times 2 \text{ から } w_1 = 2\pi \times 10$$

$$K_1/m_1 = (2\pi \times 10)^2 \text{ から } K_1 = 75.0 \text{ Kg/cm}$$

同様にして

$$K_2 = 5.03 \text{ Kg/cm}$$

$$C_1/2\sqrt{m_1 K_1} \text{ から } C_1 = 0.14 \text{ Kg sec/cm}$$

同様にして

$$C_2 = 0.40 \text{ Kg sec/cm}$$

$$F_1 = 0 \quad F_2 = 20 \text{ Kg (PTP) より}$$

$$(ust)_1 = 0/75.0 = 0 \text{ cm}$$

$$(ust)_2 = 20/5.03 = 3.98 \text{ cm (PTP)}$$

となり $(ust)_2$ は実測値と近似し上の定数の選定は大体のところをつかんでいたように思われる。現象を表わす方程式は次のようになる。

$$0.0192 u_1 + 0.141 (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2) + 75.0 (u_1 - u_2) = 0$$

$$0.0318 u_2 + 0.400 \ddot{u}_3 + 5.03 \ddot{u}_2$$

$$+ 0.141 (\ddot{u}_2 - \ddot{u}_1) + 75.0 (u_2 - u_1) = 10 e^{i\omega t}$$

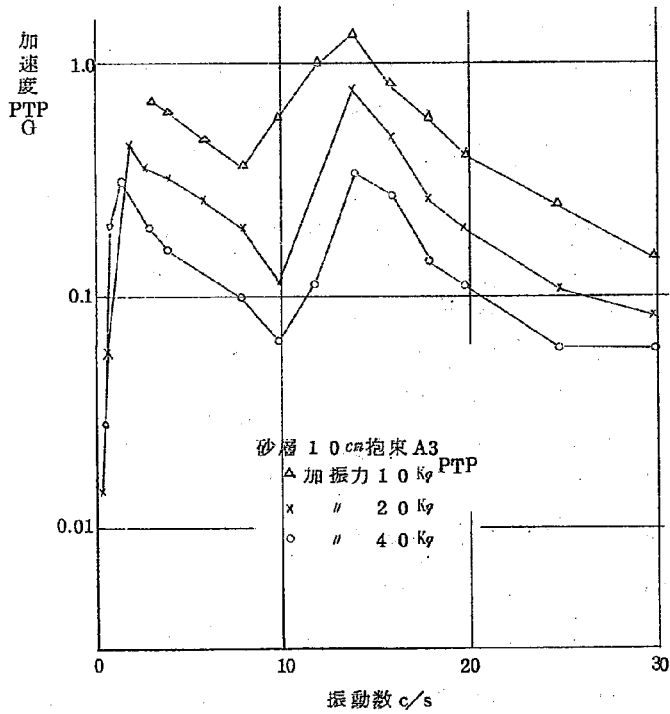
$$u_1 = 1.99 \beta^2 \sqrt{(1 + 4 h_1^2 \alpha^2) / \Delta} \sin(\omega t + \phi_1)$$

$$u_2 = 1.99 \beta^2 \sqrt{\{(1-\alpha^2)^2 + 4h_1^2 \alpha^2\}} / \Delta \sin(\omega t + \phi_2)$$

w/w_1 が 1 より小さい m_2 の共振時には ϕ_1 と ϕ_2 は同じで $u_1 u_2$ は同位相
 w/w_1 が 1 より大きい m_1 の共振時には ϕ_1 と ϕ_2 に π の差があつて $u_1 u_2$
 は逆相になる。

砂の表面に蓋をのせてゴムのバンドで強くしめつけ、砂層を抱束した状態で加振した結果が図-24であつて図-21の場合より図-20の鉄塊の場

図-24 抱束した砂層の共振曲線



合のように山が近より谷が深くなる。このことを定性的に説明しようとする
とつぎのようになる。図上で共振曲線の山と谷の移動の傾向を follow しよ
うとすると w_2/w_1 と h_2 を大きく h_1 と m_1/m_2 を小さくすることが必要
である。このうち h_2 は不変のはずであり、 w_2/w_1 が大きくなることは考
えられない、すなわち山の間はひらいてくる、山の間をせばめるためには
 m_1/m_2 を小さくする必要がある。これは抱束することにより振動部分が小
さくなるとゆうことで考え易いことである。しかしこのため谷が浅くなりこ
れを償うために h_1 を小さくすることが条件になる。 h_1 を小さくすること
の意味は C_1 が小さく m_1 と R_1 が大きくなることである。 C_1 と m_1 は逆の
傾向をとるものと考えられ、 R_1 の増加が急激でなければならない。 R_1 の
この変化は充分期待できることである。

9 あとがき

図-20, 図-21, 図-24は加速度計を使って得られた結果であって, 記録には高い振動数のノイズが重なって読み取った値にちらばりがでてくる。これを消すためフィルターを通すことが考えられる。加速度計の減衰係数を一般的な値0.7より大きくすることはGainの周波数特性にとって良くないと思われる。得られた値を積分することもこのような場合のフィルターとなる。加速度値を積分することは速度を求めることであって; このことから直接速度を求めることはどうゆう意味があるか, またどのような手段があるだろうかを考えた。

構造橋梁部

沢田 健 吉

北 見 英 一

10. メ モ リ

図-13のような記号を使うと

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + K_1 (u_1 - u_2) = F_1 e^{i\omega t}$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + c_2 \dot{u}_2 + K_2 u_2 + c_1 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + K_1 (u_2 - u_1) = F_2 e^{i\omega t}$$

$$u_1 = A e^{i\omega t}$$

$$u_2 = B e^{i\omega t}$$

$$(K_1 - \omega^2 m_1 + i\omega c_1)A - (K_1 + i\omega c_1)B = F_1$$

$$-(K_1 + i\omega c_1)A + \{K_1 + K_2 - \omega^2 m_2 + i\omega(c_1 + c_2)\}B = F_2$$

$$K_1/m_1 = \omega_1^2 \quad K_2/m_2 = \omega_2^2 \quad \omega/\omega_1 = \alpha \quad \omega_2/\omega_1 = \beta \quad m_1/m_2 = m$$

$$c_1/2\sqrt{m_1 K_1} = h_1 \quad c_2/2\sqrt{m_2 K_2} = h_2$$

$$F_1/K_1 = (ust)_1 \quad F_2/K_2 = (ust)_2$$

$$F_1 = 0$$

$$A = \frac{(K_1 + i\omega c_1)F_2}{(K_1 - \omega^2 m_1 + i\omega c_1)\{K_1 + K_2 - \omega^2 m_2 + i\omega(c_1 + c_2)\} - (K_1 + i\omega c_1)^2}$$

$$\frac{(\text{分子})}{K_1^2} = \left(\frac{K_1}{K_1} + i\frac{\omega c_1}{K_1}\right) \frac{F_2}{K_2} \frac{K_2}{K_1}$$

$$= \left(1 + \frac{2i c_1}{2\sqrt{K_1 m_1}} \frac{\omega m_1}{\sqrt{K_1 m_1}}\right) (ust)_2 \frac{m_2 \omega^2}{m_1 \omega_1^2}$$

$$= (1 + 2i h_1 \alpha) (ust)_2 \frac{\beta^2}{m}$$

$$\frac{(\text{分母})}{K_1^2} = \left(\frac{K_1}{K_1} - \frac{\omega^2 m_1}{K_1} + \frac{i\omega c_1}{K_1}\right) \left(\frac{K_1}{K_1} + \frac{K_1}{K_1} - \frac{\omega^2 m_2}{K_1} + \frac{i\omega(c_1 + c_2)}{K_1}\right) - \frac{K_1}{K_1} + \frac{i\omega c_1}{K_1}$$

$$\begin{aligned}
\frac{K_2}{K_1} &= \frac{m_2}{m_1} \frac{w_2^2}{w_1^2} = \frac{1}{m} \beta^2 \\
\frac{w_2^2 m_2}{K_1} &= \frac{w_2^2 m_1}{K_1} \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{m} \alpha^2 \\
\frac{i w c_2}{K_1} &= \frac{2 i w h_2}{w_2} \frac{K_2}{K_1} = 2 i \alpha h_2 \frac{\beta}{m} \\
&= \left(1 + \frac{\beta^2}{m} - \frac{\alpha^2}{m} + 2 i \alpha h_1 + 2 i \alpha h_2 \frac{\beta}{m} \right) (1 - \alpha^2 + 2 i h_1 \alpha) - (1 + 2 i h_1 \alpha)^2 \\
m \frac{(\text{分母})}{K_1^2} &= (1 - \alpha^2)(m + \beta^2 - \alpha^2) - 4 \alpha^2 h_1^2 m - 4 h_1 h_2 \alpha^2 \beta - m + 4 h_1^2 \alpha^2 m \\
&\quad + \{ 2 h_1 \alpha (m + \beta^2 - \alpha^2) + 2 (1 - \alpha^2) (h_1 \alpha m + h_2 \alpha \beta) - 4 h_1 \alpha m \} i \\
&= (1 - \alpha^2) (\beta^2 - \alpha^2) - m \alpha^2 - 4 h_1 h_2 \alpha^2 \beta \\
&\quad + 2 \{ h_1 (\beta^2 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) h_2 \beta - h_1 m \alpha^2 \} \alpha i \\
A &= \frac{\beta^2 (1 + 2 i h_1 \alpha) (\text{ust})_2}{(1 - \alpha^2)^2 (\beta^2 - \alpha^2) - m \alpha^2 - 4 h_1 h_2 \alpha^2 \beta}
\end{aligned}$$

$$+ 2 \alpha \{ h_1 (\beta^2 - \alpha^2) + (1 - \alpha^2) h_2 \beta - h_1 m \alpha^2 \} i$$

$$\frac{|A|}{(\text{ust})_2} = \beta^2 \sqrt{\frac{1 + 4 h_1^2 \alpha^2}{\Delta}}$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= \{ (1 - \alpha^2) (\beta^2 - \alpha^2) - m \alpha^2 - 4 h_1 h_2 \alpha^2 \beta \}^2 \\
&\quad + 4 \{ h_1 (\beta^2 - \alpha^2) + h_2 \beta (1 - \alpha^2) - h_1 m \alpha^2 \}^2 \alpha^2
\end{aligned}$$

$$B = \frac{(K_1 - w^2 m_1 + i w c_1) F_2}{(A \text{ の場合と同じ })}$$

$$\begin{aligned}
\frac{(\text{分子})}{K_1^2} &= \left(\frac{K_1}{K_1} \frac{w^2 m_1}{K_1} + \frac{i w c_1}{K_1} \frac{F_2}{K_2} \right) \frac{K_2}{K_1} \\
&= (1 - \alpha^2 + 2 i h_1 \alpha) (\text{ust})_2 \frac{\beta^2}{m}
\end{aligned}$$

$$\frac{|B|}{(\text{ust})_2} = \beta^2 \sqrt{\frac{(1 - \alpha^2)^2 + 4 h_1^2 \alpha^2}{\Delta}}$$

$$F_2=0$$

$$A = \frac{\{K_1 + K_2 - w^2 m_2 + i w (c_1 + c_2)\} F_1}{(F_1=0 \text{ の場合と同じ})}$$

$$\begin{aligned} m \frac{(\text{分子})}{K_1^2} &= m \left\{ \frac{K_1 + K_2 - w^2 m_2}{K_1 + K_1} + \frac{i w (c_1 + c_2)}{K_1} \right\} \frac{F_1}{K_1} \\ &= m \left\{ 1 + \frac{\beta^2 \alpha^2}{m} + 2i h_1 + 2i \alpha h_2 \frac{\beta}{m} \right\} (\text{ust})_1 \\ &= (m + \beta^2 - \alpha^2 + 2i \alpha h_1 m + 2i \alpha h_2 \beta) (\text{ust})_1 \end{aligned}$$

$$\frac{|A|}{(\text{ust})_1} = \sqrt{\frac{(m + \beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2 (h_1 m + h_2 \beta)^2}{\Delta}}$$

$$B = \frac{(K_1 + i w c_1) F_1}{F_1=0 \text{ の場合と同じ}}$$

$$\begin{aligned} m \frac{(\text{分子})}{K_1^2} &= m \left(\frac{K_1}{K_1} + \frac{i w c_1}{K_1} \right) \left(\frac{F_1}{K_1} \right) = m (1 + 2i \alpha h_1) (\text{ust})_1 \\ &= (m + 2i \alpha h_1 m) (\text{ust})_1 \end{aligned}$$

$$\frac{|B|}{(\text{ust})_1} = \sqrt{\frac{m^2 + 4\alpha^2 h_1^2 m^2}{\Delta}}$$

u_1 と u_2 の位相の差は $F_1=0$ の場合 $\alpha=1$ で $F_2=0$ の場合 $\alpha=\beta$ の位置で起さる。