

土木研究所資料

第 4 7 4 号

終 局 荷 重 設 計 法

—リミットデザインの原理と鉄筋
コンクリート構造の終局荷重—

昭和 4 4 年 5 月

建設省土木研究所コンクリート研究室

は　じ　め　に

最近の設計理論研究の特徴は、終局荷重設計法であろう。

現行の許容応力設計は、長い歴史をへて確立されてきた設計理論であり、それなりに有効な設計の便法であるが、多々矛盾も含まれていること、安全率が不明確なことから、最近終局荷重設計法が取り入れられるようになってきたのである。終局荷重設計法（塑性設計）または limit design は、すでに諸外国においては相当前から、Prager, Baker, Neal-Symonds, Feinberg, Freudenthal, Diliger, Walther, 等、その他多数によつて研究されてき、日本においても建築関係、船舶工学等では十数年前から研究されてきたが、土木関係ではこれらの研究に対しては遅れたが、数年前から大だいに研究され始め、現在鋼構造の分野では、その研究もかなり進展し、鋼構造の塑性設計に対する指針も作成され試算設計例をみるまでに至つた。しかしコンクリート関係は終局荷重設計の研究は鋼にくらべ複雑なことが多いことから、さらに遅れ、現在土木学会にて終局荷重設計委員会を設けて勉強中なのが現況である。ヨーロッパのコンクリート委員会（CEB）では、大がかりな組織で、この設計法に関する研究を行い規準の作成をいそいでおり、現在その規準の一部は公に発表されている。その他塑性論による応力解析を許している国としてはデンマークがあり、ソ連、チエコ、ブラジル、アメリカ、ドイツの新しいコンクリート規準 DIN1045、等では終局荷重設計算法が採用され、現行の許容応力設計との2本立てとし、将来終局荷重設計へ移行するものと考えられる。

設計は荷重の採用方法、応力解析、断面決定の各部間が一体となつて研究されることによつて始めて新しい設計法への移行が可能なのであるが、諸外国のうす勢をみても、我が国においてこの設計理念に立脚せる設計法の確立の準備と研究をいそがなければならないと考える。

終局荷重設計は現在進展しつつある学問の分野であり、不備の点も多々あるが、特に鉄筋コンクリート構造についてはその感があるが、すぐれた設計法として設計の中心となることが予想できる。

さいわい筆者は土木学会の鉄筋コンクリート構造に関する終局荷重設計委

員会で勉強している一員であるので、終局荷重設計法の理念をまとめてみようと思ひ、できるだけ簡単にわかりやすく説明し、従つて limit designに関する諸定理等のむずかしい諸項は必要最少限にとどめた。しかし鉄筋コンクリート構造に関してはあまり詳しく解説した文献もなく、(特に日本の文献は)非常に複雑な問題を含んでいるので例題を加えながら筆者のできる範囲でできるだけ詳しく論ずることに努めた。

昭和44年3月29日

建設省土木研究所

コンクリート研究室

佐々木 隆 士

vorwort

Im Comité Européen Du Béton (CEB) wird seit Jahren in der Arbeitsgruppe für statisch unbestimmte Tragwerke die Tragfähigkeit statisch unbestimmt gelagerten Stahlbetontragwerke nach dem Traglast-Verfahren, also unter Berücksichtigung der plastischen Verformungen kurz vor dem Bruch, diskutiert.

Professor A. L. L. Baker, London, empfahl ein Berechnungsverfahren mit Plastischen Gelenken unter Berücksichtigung der Verformungen im Zustand II.

Er veranlasste Forschungsinstitute in verschiedenen Ländern, umfangreiche Versuche zur Ermittlung der Abhängigkeit zwischen Biegemoment und Biegerotation durchzuführen.

Die Erkenntnisse der Stahlbau für Traglastverfahren können nur in beschränktem Maße auf den Stahlbetonbau übertragen werden, da im Stahlbau die Dehnungen und damit die Rotation in der sogenannten plastischen Gelenken sehr groß angenommen werden können die elastischen Verformungen bei der plastischen Berechnung völlig vernachlässigt werden.

Im Stahlbetonbau ist dagegen die mögliche plastische Gelenkrotation in vielen Fällen etwa gleich groß wie die elastische Drehwinkel, so daß diese meist mit in die Berechnung einbezogen werden müssen.

Also der Schubverformungen bei Stahlbetontragwerken eine wesentlich größere Rolle spielt als bei Stahlträgern und daher bei Traglastverfahren mit berücksichtigt werden muß.

Daher, man unter gleichzeitigen Wirkung von Moment und Querkraft in Stahlbetonträger, die

Biegerotation und Schubrotation diskuliet, damit ein sehr wesentlicher Beitrag für die Berechnung statisch unbestimmter stahlbetontragwerken Ziele.

目 次

1. 序 論	1
2. 材料安全率と構造安全率	2
3. 崩壊の定義およびそれに伴う諸定理	8
3.1 唯一性の定理	10
3.2 上限定理	10
3.3 下限定理	10
4. 安全率最大の定理	11
5. 安全率最小の定理	13
6. 終局荷重の計算法	14
7. はりの全塑性モーメントに及ぼす剪断力の影響	15
8. 変形と元応力、元ひずみについて	19
9. 終局荷重設計法	21
10. 塑性設計上の鋼構造と鉄筋コンクリート構造との差異	23
11. 鉄筋コンクリート構造設計上の安全に対する基礎原理	23
12. 鉄筋コンクリートはりの終局モーメント	24
12.1 鉄筋コンクリートはりの曲げ解析	24
12.1.1 A C I	26
12.1.2 Hognestadt	28
12.1.3 C E B	30
12.1.4 筆者の方法	31
13. 鉄筋コンクリート構造の塑性回転	36
13.1 曲げモーメントによる塑性回転	37
13.1.1 Navier-Bernoulliの仮説を基本としての方法	37
13.1.1.1 塑性範囲長の決定	40
13.1.2 非-Navier-Bernoulliの仮説を基本としての方法	43
13.2 鉄筋コンクリートの塑性ヒンジの形成におよぼす曲げと剪断の組合せ応力の影響	49
13.3 剪断ひびわれ発生後の塑性剪断回転	56

13.4 塑性曲げ回転と塑性剪断回転との比較	62
14. 鉄筋コンクリート不静定構造の塑性変形を考慮しての	
計算 — 終局荷重計算 —	63
14.1 一般的な方程式	63
14.2 終局荷重決定のためのくり返し方法	65
14.3 計算例	68
14.3.1 両端弾性固定矩形ばり	68
14.3.2 二径間連続ばり	73
14.3.3 三径間連続ばりの終局荷重の一計算法	79
15. 終局荷重設計法上の問題点	90
16. 参 考 文 献	91

1 序 論

構造物を設計するに当つて、その設計法に何が要求されるべきであり、理想的な設計法とは何か。

1. 安全な構造物を設計できるものでなければならない。この安全なということは、その構造物が破壊したり崩壊したりする恐れのないことであり、構造物の真の強さを与えるものでなければならない、構造物の安全性が静定、不静定に関係なく均一になること。
2. その方法が実用に供せられるに十分な精度を持ち、しかも簡単なものであること。
3. その設計法が経済的であること、すなわち使用材料の軽減に寄与するものでなければならない。

ということである。

構造物はどのような経過をたどつて破壊あるいは真の強さ (Ultimate Strength) に到達するのかを考えてみる。簡単のために、単純ばりの曲げ載荷試験を例にとる。

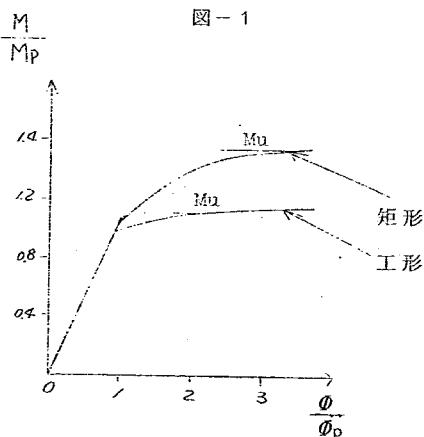


図 - 1 に示すように荷重直下の繰応力度が材料の降伏応力に達するまでは弾性的であり、それ以後は各断面形状に応じてそれぞれ個々の曲線に沿つてモーメントは増大し、ついに終局モーメント (M_u) に達する。しかし場合によつては局部的な塑性座屈、材料の欠陥によるぜい性破壊等により、漸次あるいは急激に最高

モーメントに達することもある。従つてそれ以前に何らかの理由で荷重が取

り除かれれば、多少の永久ひずみが残留しても破壊に至らないで構造物の安全性の見地から許容し得るはずである。このように考えると、構造物の真の強さとは、上述の意味での最高モーメント、あるいは一般的に終局荷重 (Ultimate Load, Traglast) と考えてもよいであろう。

終局荷重設計法 (Ultimate Load design) または塑性設計 (Plastic Design Methods) とは一言に云えば、この構造物の終局荷重を設計の基準とする設計法であつて、構造用鋼の特性である延性を十分に利用して構造物の強度を最も効果的に発揮させ、所用鋼材の節約を計ると共に終局強度を求めるだけの計算で足りるので、弾性計算に比して非常に簡便である。

勿論塑性設計法は多くの仮定一例えば使用材料にはぜい性破壊の心配のないこと、座屈等の不安定現象は、適当に防止され、疲労強度、変形は別に検討される等の上に立っていることを忘れてはならない。

2 材料安全率と構造安全率

いま例として図-2の正方形断面柱の一層ラーメンを考える。(a)図は柱が10本、(b)図は10本の柱のうち1本だけを太くした場合である。計算を簡単にするためにははりの剛度は無限大としてラーメンの許容水平力 P を許容応力設計により計算してみる。(文献2)

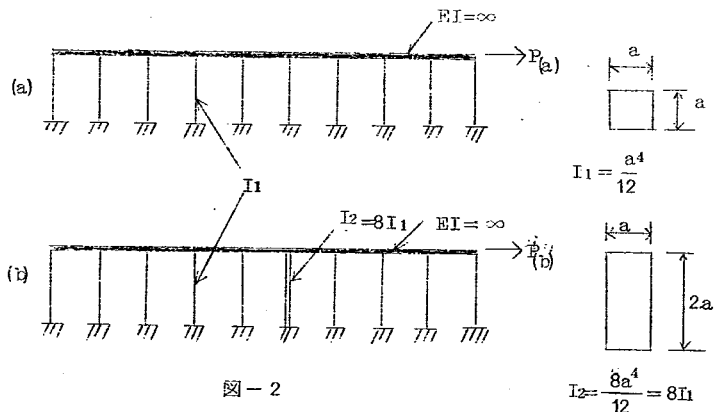


図-2

部材の許容曲げ応力度： σ_{ba}

柱の断面係数： $W = a^3/\sigma$

柱の高さ： h

として計算すると

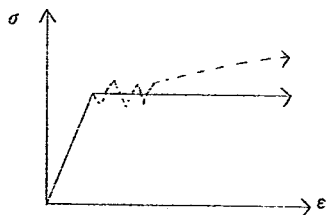
(a)の場合 $P_{(a)} = 20 \cdot \frac{W \sigma_{ba}}{h}$ (1)

(b)の場合 $P_{(b)} = 17 \cdot \frac{W \sigma_{ba}}{h}$ (2)

となり、柱の太い方のラーメンの方が、耐力が弱い結果になってしまう。全く常識はずれの結果であるが、現行の許容応力設計方法では、このような矛盾が生じ得るのである。それは現行許容応力設計法は構造物の真の強さを対称としたものでないからである。

本当にこのようになるのだろうか、終局荷重設計の場合には、柱の太い方が耐力が小さくならないのだろうか、という疑問のために、このことはリミットデザインの範疇に入るのであるが、参考までに証明すると、1948年 Feinberg が始めて安全率最少の定理を用いて証明したのである。すなわち、もとの構造の崩壊時の応力分布は補強した構造に対して静的許容状態になっており、もとの構造の安全率は補強した構造の静的許容乗数になっているから、と簡単に説明され、柱の太い方が弱くはないのである。

いま軟鋼のように靱性のある材料の応力ひずみ曲線は図-3の点線を書くが、降伏点 σ_y 到達後は応力 σ_y を保ちながら変形が進行する完全塑性体と仮定する。



このような材料でできたはり（図4）に曲げモーメントが作用する場合を考えてみる。荷重の増加に伴い応力状態は図(b)～(e)へと移行する。

図-3

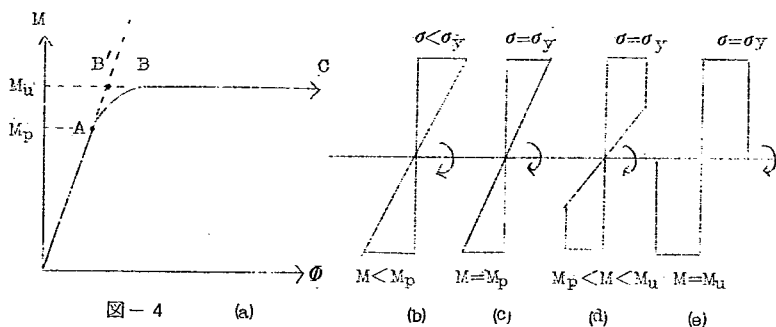


図-4

つまり荷重の小さいうちは応力は直線分布をしているが、更に曲げモーメントが増大すると線から塑性に入り(d)図のように梯形分布となり、更に曲げモーメントが増大すると、塑性域が全断面に広がって(e)図のように矩形分布となる。これを曲げモーメント M と曲率 ϕ との関係で示せば、(a)図に示すように線応力が σ_y に達するまでは、直線 OA で、 A 点における曲げモーメントが M_p を越えると、 AB の曲線を描き、さらに(e)図のようになると一定の M_u を保ちながら曲率のみが増大する BC の直線を書く。

この一定の曲げモーメント M_u を終局モーメントまたは全塑性モーメントと呼んでいる。

これらのことを念頭に入れて、図-5の両端固定ばりの載荷問題を考えてみる。

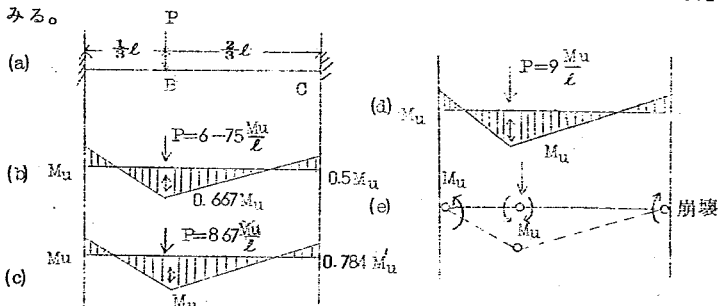


図-5

計算を簡単にするために M-θ 曲線を図-4 (a) の O B C のように仮定すると

$$P = 6.75 \frac{Mu}{\ell} \dots\dots\dots (3)$$

になつたとき A 点が M_u となり、荷重が更に増しても A 点は M_u が一定で曲率のみが増大する（塑性ヒンジが A 点に生じたことにする）。さらに荷重を増して

$$P = 8.67 \frac{Mu}{\ell} \dots\dots\dots (4)$$

に達すると B 点が M_u となり、ここにも塑性ヒンジが形成される（図(c)）。さらに荷重が増加して

$$P = 9.0 \frac{Mu}{\ell} \dots\dots\dots (5)$$

に達すると C 点に塑性ヒンジが生ずる。

この3個のヒンジが形成されると始めて、はりは不安定状態となり、(a)図のように、P は $9 Mu/\ell$ のままで変形が急激に増大する。すなわちこれがはりの崩壊である。(b)、(c)図の状態では塑性ヒンジが生じ、はりの一部が塑性になつてもなを安定なはりであり、荷重を支える能力を有している。この状態を Prager は包含塑性変形、(a)図の状態を初期塑性流と呼んでいる。

構造物が崩壊するというのとは一定の荷重のもとで変形が進行するに必要な数だけ降伏ヒンジが生じた初期塑性流を意味するのである。

この節の一番初めの例にも示したように許容応力設計（材料安全率）が真の構造物の崩壊に対する安全性を示しているのかどうかを図-5 を例に考えてみる。

(a)図から設計荷重を

$$P = 6.75 \frac{Mu}{3\ell} \dots\dots\dots (6)$$

として、材料安全率を $n = 2$ として矩形断面で設計してみる。P が作用したときの最大モーメントは A 点に生じ

$$M_A = \frac{M_u}{3} \dots\dots\dots (7)$$

となる。この値による断面の縁応力が $\sigma_y/2$ になるように断面を決定すればよい。

いま求める断面の終局モーメントを M_u とすれば、この断面の縁応力が丁度 σ_y になる時の曲げモーメントの大きさ M'_p は図-4の矩形断面では

$$M_u = 1.5 M'_p \dots\dots\dots (8)$$

であり、縁応力が $\sigma_y/2$ になる時の曲げモーメントは

$$M_A = \frac{M'_p}{2} = \frac{\frac{M_u}{1.5}}{2} = \frac{M_u}{3} \dots\dots\dots (9)$$

となり(7)式と比較して、このはりの断面は終局モーメント M_u が丁度 M_u である矩形断面として設計すればよい。

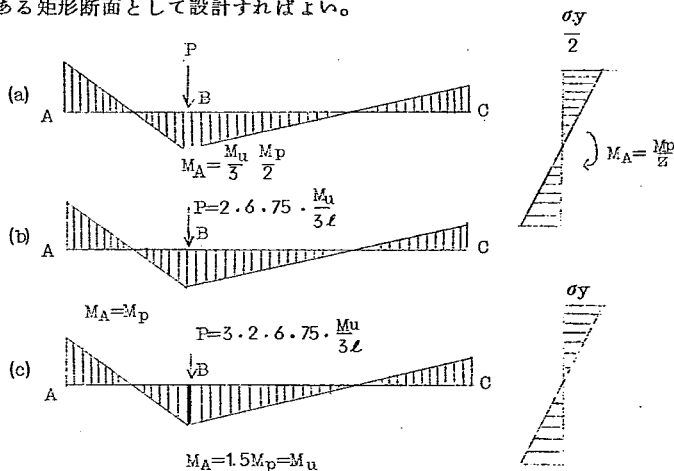


図-6

この現行許容応力度設計を少しく考察してみる。材料安全率 $n=2$ であるから(6)式の2倍で、このはりが崩壊するだろうか、図(b)から明らかなようにこのときは、縁応力が σ_y に達するだけである。しからば設計荷重を3倍にしてみると、このときA点の曲げモーメントが M_u に達するだけでまだ1次不静定として健全なことがわかる。

(図(c))。

このようにみえてくると材料安全率は、端的に構造安全率を示していないことがわかるであろう。それ故真の構造安全率としては設計荷重を P 、終局荷重を P_u とするとき

$$S = \frac{P_u}{P} \dots\dots\dots (9)$$

とするが明瞭なのである。

前例で S を計算すると

$$S = \frac{9 \cdot \frac{M_u}{\ell}}{0.75 \cdot \frac{M_u}{3\ell}} = 4$$

となる。

このような考え方による安全率を構造安全率または荷重係数と呼ぶ

表-1

			
n	n	n	n
s	$1.5n$	$2.18n$	$2n$

表-1は等分布荷重を受ける3種の等断面矩形ばりを、同じ材料安全率を用いて設計したもの、構造安全率を示したものである。構造安全率は構造物の差異によつて大きく異なることがわかる。

静定構造物では1個の塑性ヒンジが生ずると崩壊するが、不静定次数の高い構造では、1個の塑性ヒンジでは崩壊しなく、同じ材料安全率で設計しても、不静定次数の高いものは静定構造のものより強く設計されており、許容応力設計は不合理なことがわかる。

現設計法のように、特に鉄筋コンクリート構造においては、許容応力をコンクリートに対しては強度の $1/3$ 、鉄筋に対しては降伏点の幾割か（約6割等）と、いように変えて、同じ程度の安全性を保つように設計された鉄筋コンクリート断面設計式の安全率、さらにこれを用いてつくられた構造物がどのような安全率をもっているのか、という明確な答を望むと判断に迷うのである。

崩壊と全く関係のない弾性範囲の応力分布と組合わせたとき得られる構造物は、確かに丈夫であるかも知れないが、一体どの程度丈夫で、どの程度の安全性を保証しているのかの判断に苦しむのが、許容応力設計である。

構造物の強さは、その内部に生じている応力の大きさが問題なのではなく、構造物の荷重を支え得る能力（Tragfähigkeit）が問題なのである。このことを設計の基本とするのが本筋であろう。

3 崩壊の定義およびそれに伴う定理

弾性計算でCastiglianoやReciprocal Theoremに基づく方法が多いように、塑性計算もいろいろな諸定理にもとづいている。そのうち最も重要な崩壊に関する定理を簡単に説明してみる。

崩壊とは、少くとも構造物の一部で有限変形が荷重の増加なしに起り得るとき、この構造物は崩壊の状態にあるという。例えば両端固定ばりの中央に集中荷重が加わった場合を考えると、まず両端に塑性ヒンジが形成されるが、依然として変形につれて荷重は増大し、はりの中央に塑性ヒンジが形成されるにおよんで始めて、荷重は増加することなく変形のみが進行するようになる。これが崩壊の状態である。（図-7）

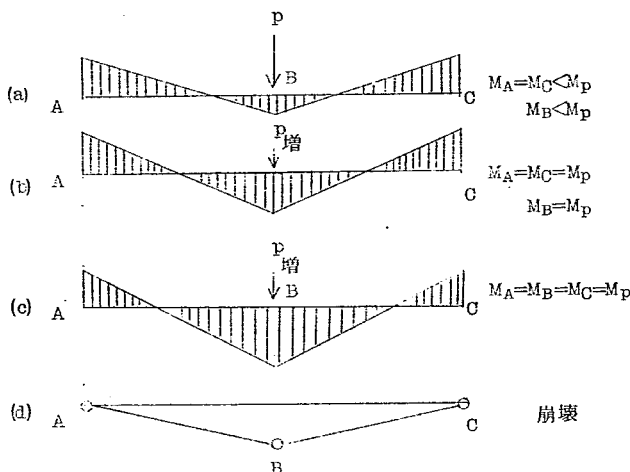


図-7

このことから、崩壊の状態にある構造物では、曲げモーメントは、構造物が変形する際に変化しないことになる。またヒンジ以外では、仕事がなされないので構造物が崩壊の状態にあるときは、外力によつてなされた仕事は、塑性ヒンジによつて吸収される仕事に等しく、ヒンジ以外には変形が生じないのであるから、崩壊の際には変形機構を形成するに十分な塑性ヒンジが作られねばならないことがわかる。

崩壊の状態のときに満足されねばならぬ条件としては次の3つがある。

- 1) 平衡条件
- 2) 塑性条件
- 3) 変形機構条件

不静定構造物では、内部のモーメントは外力によるモーメントの静的釣合のみでは決定できなく、不静定モーメントが残る。選んだ不静定モーメントも系全体として平衡条件を満足していれば、その状態は静的適合であるといひ、いま外力を P_i とすれば、曲げモーメント M と平衡状態にあるであろう。いま θ_k を任意の変形機構に対するヒンジの回転角であり、それに対応する

モーメント $M = Mk$ 、 U_i を P_i に対応する変位とすると

$$\sum P_i U_i = \sum M_k \cdot \theta_k$$

また平衡状態にある内部モーメントはいづれも各部材の全塑性モーメント MP_i を越えてはならないわけで、これが 2) の塑性条件であり、1) と 3) を満足する場合に、そのモーメント分布は静的許容であるという。

また構造物が崩壊機構を形成し不安定となつた状態にあるときは、ヒンジの変位および回転による構造物の変形はもちろん、この構造物の形からくる幾何学的制約に従わねばならない。その制約が 3) の変形機構条件であり、これを満足する変形を動的許容であるという。

この静的、動的に許容な、すなわち崩壊の 3 つの条件を満足させるモーメント分布が、求める終局荷重となる。

3.1 唯一性定理

塑性設計におけるように、各部の荷重が比例的に増大する荷重を受ける構造物では、3 つの崩壊条件を満たすモーメントの分布はただ一つに限る。これを唯一性定理と呼んでいる。

3.2 上界定理

構造物の崩壊荷重は変形機構条件を満たす(動的許容)すべての可能な崩壊形式に対して、仮想変位の原理から計算される荷重のうち最少のものである。云いかえると仮定した崩壊形式に基づいて計算された荷重は、真の崩壊荷重より大きい、高々等しい。

3.3 下^界限定理

構造物の崩壊荷重は、平衡条件と塑性条件を満たす(静的許容)すべてのモーメント分布を考えて得られた荷重のうち、最大のものである。云いかえると任意の不静定量を仮定した静的許容な荷重は、崩壊荷重より小さいか高々等しい。これが下限定理と呼ばれている。

4 安全率最大の定理

節3.4による下級定理を更にわかりやすく例にて考えてみる。

いま図-8に示す両端固定ばりを例にとつて説明する。断面はすべての点で終局モーメント M_u が一様とする。

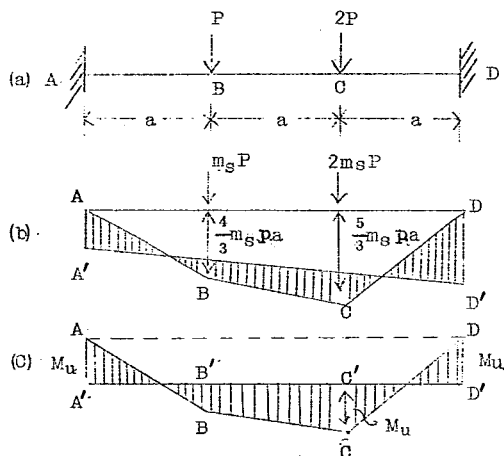


図-8

このばりを単純ばりと考えたときの曲げモーメントは、図(b)に示す、 $A B C D$ であるので、 A 点と D 点の曲げモーメント M_A 、 M_D の大きさを任意に定めると、(b)図のハッチングした部分の曲げモーメント図が得られる。

この曲げモーメント分布は荷重 $\gamma_s P$ 、 $2\gamma_s P$ と釣合っている。 A 、 D 点の曲げモーメントの大きさの定め方次第で、 $A' D'$ 線は自由に動かせるので、外力に釣合う曲げモーメント図の形は無数に考えられ、 γ_s の大きさを加減すると曲げモーメントがはりのどの断面でも M_u を越えないようにすることができる。

このように外力に釣合い、どの断面でも終局モーメントを越えない様な応

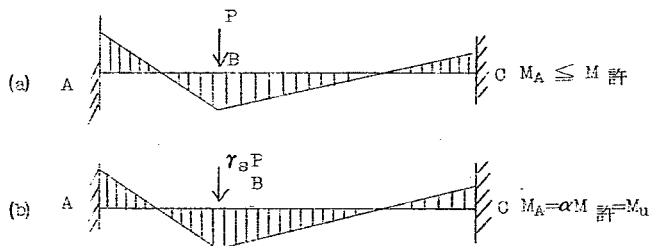
力分布状態を静的許容状態といい、荷重に掛けられた係数 γ_s を静的許容乗数という。

このことから真の安全率 S は最大の静的許容乗数であるという安全率最大の定理が得られる。

すなわち

$$S \geq \gamma_s \quad \dots\dots\dots (1)$$

いま許容応力設計した場合の安全率はいくらあるのかを調べてみる。



許容応力設計の場合弾性理論によつて外力に釣合う曲げモーメント分布を求め、その曲げモーメントが断面の許容曲げモーメント $M_{\text{許}}$ 以内に収めるようにするので、断面の終局モーメントを M_u とすると

$$M_u = \alpha M_{\text{許}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

が成り立つ

それ故外力、曲げモーメント共に α 倍した力系は外力に釣合い、しかも各断面で終局モーメントを越えないような静的許容状態であるからこの α は静的許容乗数に相当する。静的許容乗数は構造安全率の下限であるから許容応力設計された構造物の構造安全率 S は、少くとも α を有していることになる。しかし設計荷重の何倍まで耐えられるのかという上界は、全くわからないのである。

5 安全率最少の定理

節 3.3 による上限定理を更に詳しく例を用いて説明すると、図-10 のように構造物が運動を起すに十分な塑性ヒンジが生じた状態を考える。

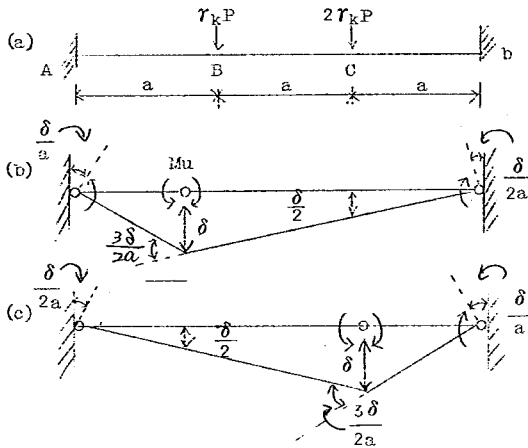


図-10

図の 3 次不静定系では 3 つの塑性ヒンジができれば、はりが運動を起すので、この状態を運動的許容状態という。(b) 図のように A、B、D 点に塑性ヒンジが生じたとし、その場合の荷重は設計荷重の r_k 倍であるとする、塑性ヒンジには全塑性モーメント (終局モーメント) M_u が外力のように一定で作用して釣合っている、(b) 図のような変形を準静的に起こすと、この変形に釣合つた外力と、 M_u のなす仮想仕事は 0 であるから

$$r_k \left(r \cdot \delta + 2P \cdot \frac{\delta}{2} \right) = M_u \frac{\delta}{2} + M_u \frac{3\delta}{2a} + M_u \frac{\delta}{2a} \quad \dots\dots (3)$$

これより

$$r_k = \frac{3M_u}{2pe} \quad \dots\dots\dots (4)$$

この r_k を運動的許容乗数という。

これより安全率最少の定理として、安全率 S は最少の運動的許容乗数、すなわち運動的許容乗数は安全率 S の下限である。ということが云える。

この例の不当の崩壊機構は(C)図の場合であるから、この場合の r_k を求めると

$$r_k = \frac{6}{5} \cdot \frac{Mu}{Pa} \dots\dots\dots (9)$$

となり、これが真の構造安全率 S である。

結局構造安全率は前節の r_s と r_k との間にあり、

$$r_k \geq S > r_s \dots\dots\dots (10)$$

の関係が生じ、実際の計算は近似的に運動許容状態か、静的許容状態を仮定しながら漸近的に S を求めて終局荷重を決定するのである。

6 終局荷重の計算方法

終局荷重 (Ultimate Load, Traglast あるいは Collapse Load) を求めることは、前節の崩壊の3つの条件、すなわち平衡条件、塑性条件、変形機構条件を満足するモーメント分布を求めることである。

終局荷重は一般に求めるのが困難な場合が多く、そのときには、第5において述べたように運動的許容状態 (上界) あるいは静的許容状態 (下界) の値を求め漸次改善して行く (Iteration Method) 方法で求めても実用上差支えない精度で真の値が推定できる。

实际的に P_u を計算する方法としては次のものがある。

最
上限定理に
属せる方法

- 1) 仮想変形法 (Mechanism Method)
- 2) ヒンジ回転法 (Generalized Hinge Rotation Method)
- 3) 積み重ね法 (Load Interaction Method)
- 4) 不等式法 (Method of Inequality)

^界
 下限定理に
 属する方法

- 5) 平衡法 (Equilibrium Method)
 6) 塑性モーメント分配法 (Plastic Moment Distribution Method)

^界
 これらのうち上界定理に属するものでは仮想変位法、下限定理に属するものでは塑性モーメント分配法が最も応用範囲が広く実際の計算に役立つと思われる、なお各々の理論的解法については別の参考書にゆづるとして、ここでは説明を省略する。

7 はりの全塑性モーメントに及ぼす 剪断力の影響

剪断力の影響は弾性計算におけるように一般に無視できることが多いが、場合によつては、例えば片持ばりの根本付近では非常に大きな剪断力となる。塑性域では剪断力を受け持つことができないのでこのような場所では最大剪断応力は非常に大きくなり、剪断核 (Shear Core) が生じて、はりの全塑性モーメントが低下することになる。

例えば 図-11 の矩形断面片持ばりを例に考えてみると

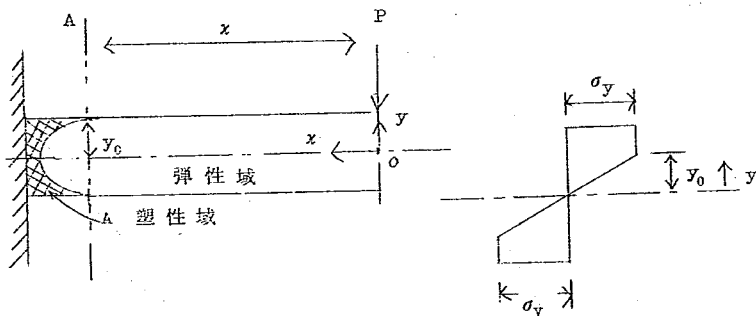


図-11

平面応力の平衡から

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (1) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

はりの A-A 断面では弾性域内 ($y < y_0$) で

$$\sigma_x = \sigma_y \left(\frac{y}{y_0} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

であるから

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \sigma_y \left(\frac{y'_0 \cdot y}{y_0^2} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

(9) を (1) の (1) に代入して

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \sigma_y \left(- \frac{y'_0 \cdot y}{y_0^2} \right)$$

$$\therefore \tau = \int \frac{\partial \tau}{\partial y} dy = \frac{\sigma_y}{2} y_0 \left\{ \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

A-A 断面のモーメントを M_A をすると

$$M_A = P \cdot x = M_p - M_{el} = M_p - \sigma_y \frac{by_0^2}{3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

(11) を x で微分して y'_0 を求めると

$$y'_0 = - \frac{3}{2by_0} \cdot \frac{P}{\sigma_y} \quad \dots\dots\dots (12)$$

これを(23)に代入すると

$$\tau = \frac{3}{4} \cdot \frac{P}{b y_0} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (23)$$

同様な手続きにより

$$\sigma_y = \frac{1}{2} \sigma_y \cdot y_0^2 \cdot \frac{y}{y_0} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ところがMisesにより降伏条件は

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2 \dots\dots\dots (25)$$

であるから

(25)に(23)(24)を代入整理すると

$$\begin{aligned} & \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 + \frac{y_0^4}{4} \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right\}^2 + \frac{y_0^2}{2} \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right\} \\ & + \frac{3}{4} y_0^2 \left\{ 1 - \left(\frac{y}{y_0} \right)^2 \right\}^2 = 1 \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

いま(26)式にて $\frac{y}{y_0} = \alpha, y_0' = \beta$ が計算されたとすると(26)式より

$$y_0 = \frac{5}{2b\beta} \cdot \frac{P}{\sigma_y} \dots\dots\dots (27)$$

ゆえに(27)を(21)に代入して

$$\frac{3P^2}{4\beta^2 b \sigma_y} = \dots\dots\dots (Px - M_P) \dots\dots\dots (28)$$

が得られる。

断面の最も危険なところは $x = \ell$ であるから

$$M_p = \frac{bd^2}{4} \cdot \sigma_y$$

であり

$$\frac{F\ell}{M_p} = r$$

とおくと 式(29)は

$$\frac{3}{16\beta^2} \left(\frac{d}{\ell} \right)^2 r^2 + r - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

結局式(29)から $\left(\frac{d}{\ell}\right)$ と β が計算されると剪断力による全塑性モーメントの減少率 r が計算できる。

いま $\alpha=0$ すなわち $y=0$ の点で降伏条件が満足されたとすると $\beta^2 = \frac{4}{3}$ となるから式(29)は

$$\frac{9}{64} \left(\frac{d}{\ell} \right)^2 r^2 + r - 1 = 0$$

これを r について解くと

$$r = \frac{32}{9} \left(\frac{\ell}{d} \right)^2 \left[\sqrt{1 + \frac{6}{19} \left(\frac{d}{\ell} \right)} - 1 \right] \quad \dots\dots\dots (30)$$

式(30) $\left(\frac{\ell}{d}\right)$ を r との関係を図示すると、図-12 ようになる

この図から $\frac{\ell}{d} = 2$ のとき約3%、 $\frac{\ell}{d} = 1$ のとき約12%の塑性モーメントの低下が生ずることがわかる。

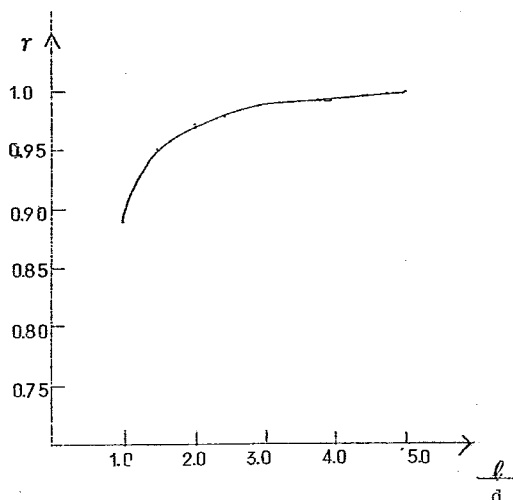


図-12-

以上片持ばりを例にとつて論じたが両端固定ばり、その他の種類のばり等についても最終状態でのモーメント図を片持ばりの場合と比較して等価ばり長 l を決定すれば、片持ばりの基本がそのまま使用できる。

8 変形と元応力、元ひずみについて

安全率を荷重にとつて構造物の終局強度を考えた場合、必然的に塑性を考へることになり、変形が大きくなる可能性がある。いくら終局荷重設計法によつたからといつて大変形を起こしている構造物は（特に橋梁のような活荷重の大きな構造では）使用に耐えないので変形の制限が必要である。特に鉄筋コンクリート構造であると、ひびわれによる変形が塑性による変形と同程度影響があるときも生じ得、大きな問題となる。

現行の許容応力設計によつた構造物では、例外は別として、大低の場合死荷重、活荷重の下での変形は大して問題となつていない。このことはしかし、許容応力設計を行つた結果の断面が、たまたま変形の生じない断面となつたも

のによるのである。

許容応力度による構造物の検討は、本来強度に対するものであり、変形を考慮するためのものではないはずで、従つて許容応力の制限で断面強度も変形もカバーしようとする理念はいささか欲が深か過ぎる気がする。

それ故変形の検討は別にするのがよいと考える。すなわち強度は終局荷重によつて決定し、変形は設計荷重によつて行なえばよいわけである。よく誤解されていることは、終局荷重設計を行なうと部材に永久残留変形が生じ、たとえ破壊にいたらなくても実際問題として困る、という危惧を抱いている人がいるが、今一度云うと強度は終局荷重によつて、変形は設計荷重によるので、あつて終局荷重設計された構造物は設計荷重 (Working Load, GebrauchLaasten)

のもとでは完全に弾性的なのであつて永久ひずみは生じないのである。

一方クリープ、収縮、等の自己元応力、元ひずみによるものをどのように取扱うのが適当だろうか。

許容応力設計では構造物の内部に生ずる応力をできるだけ実際に近く計算し、最大応力を許容応力度以内に収めるという考え方であるので、温度変化、収縮、グリーブ、支承の沈下等による応力を計算して許容応力に入れるように苦心さんたんせねばならぬ。ところが崩壊荷重は温度応力や支承の沈下等に無関係に一定、すなわち完全塑性をもつ構造系の崩壊荷重は自己ひずみ応力の有無に無関係なのである。この証明は省略するが、

結局クリープ、収縮、温度応力、支承沈下による応力は構造物の終局荷重には関係なく、構造物の強度を確保するという立場からすると取り上げる必要はないわけである。もちろんこれは完全塑性体を使用した構造の場合であつて鉄筋コンクリートのような構造には完全にあてはまるものではないが、いづれにせよ終局荷重設計法をとると強度には無関係なのである。

しからは全くこれを考慮しなくてもよいのかと云えば、変形の面から考慮する必要があるのである。というのは、いくら強度上問題はないといつても構造物において常時大変形があつては見ぐるしく、使用に耐えない場合もあるので、温度変化、クリープ等を構造計算に取り入れて行くと、計算は強度を確保することを目的とするのであつて、使用上の障害防止を目的とする

のではないので、許容応力を用いて応力によつて検討するのは意味がなく、強度計算は終局荷重を行い、変形は変形計算を設計荷重、収縮、温度変化、クリープ、支承の沈下等に対して行い、2つを分けて考えるのが明確な計算方法である。

9 終局荷重設計法

終局荷重の設計法とは力学的には Limit design の逆を行うことであり終局荷重設計法の取扱い順序を整理すると

- 1) 設計荷重を決める。
- 2) 設計荷重に荷重係数を掛けた終局荷重を決める。
- 3) 終局荷重に対する応力解析を行う。

応力の解析は構造物の崩壊に对称をおき、その手段として塑性解析 (Limit design) を用いる。設計荷重は一般に互に独立な数種の組合せ載荷であつて組合わせ方により多数の設計荷重を対称としなければならなく、1つの荷重分布形式にはそれ特有の崩壊機構、したがつて断面配分が対応するから、可能な組合わせの各々について別々に終局強度設計を行つて、それらすべての上界となる設計を目ざすべきである。

- 4) 断面決定は終局強度理論 (Ultimate strength theory) による (節 12 を参照)
- 5) 設計荷重に対する変形の計算

変形の計算は主として弾性理論により、一部塑性域の生ずる場合の解析も行ふ。その他、クリープ、収縮、温度変化等自己元応力、ひずみによる変形計算も含まれる。

の順序で設計計算を行う。

荷重係数としては推計学的な考慮等も最近考えられているが、代表的なものとしては

1. A, JMoe 氏

普通の組合せ $1.2g + 1.8p$

稀な組合せ $1.2g+1.8p+1.5v$

特に稀な組合せ $1.2g+1.8p+1.5v+1.2t$

ここに

g : 固定荷重

p : 積載荷重

v : 水平荷重 (風荷重、制動荷重)

t : 硬化収縮、クリープ、温度変化、支点の移動に基づいた

もの

2. T, Y, Lin 氏

風荷重を同時に見込まぬとき

$$\text{..... } 1.2g+2.0p+1.5t$$

風荷重を見込むとき $1.2g+2.0p+1.5u+1.5t$

特にくり返し荷重に対する設計では

風荷重を同時に見込まぬとき

$$\text{..... } 1.6g+2.67p+2.0t$$

風荷重を見込むとき $1.2g+2.0p+1.5u+1.5t$

なを固定荷重が他の荷重と反対方向である場合

$$\text{..... } 1.2g \text{ と } 1.6g \text{ の代りに } 0.8g$$

3. A C I

$$U = 1.2 B + 2.4 L$$

$$U = K (B + L)$$

$$U = 1.2 B + 2.4 L + 0.6 W$$

$$U = 1.2 B + 0.6 L + 2.4 W$$

$$U = K \left(B + L + \frac{W}{2} \right)$$

$$U = K \left(B + \frac{L}{2} + W \right)$$

ここに

U : 断面の終局強度

L : 積載荷重

B : 固定荷重

W : 風荷重

K : 柱 = 2.0 はり = 1.8

10 塑性設計上の鋼構造と鉄筋 コンクリート構造との差異

鋼構造における終局荷重計算は n 次不静定構造において、荷重は崩壊機構すなわち系が n 個の塑性ヒンジを形成するまで荷重は増加し得る。 n 個のヒンジの形成後には、ただ変形のみが進行し荷重は増加しなく崩壊に達する。

鉄筋コンクリート構造においては、これに対して終局荷重は、もしも1つのヒンジの回転能力が使い果たされ、すなわち断面がコンクリートの破壊ひずみに達することによつて破壊されるならば、このとき終局荷重に達してしまい。これ以上の荷重の増加はもはや不可能である。

鋼の大きな塑性変形能力により、鋼構造では n 個の“完全な塑性ヒンジ”が形成され得る。このヒンジに塑性モーメント M_P が生じ得る。その際生ずる塑性変形は弾性変形を無視できる程大きい。

これに対して鉄筋コンクリート構造では塑性変形はコンクリートの小さな変形能力によつて制限されるので、この塑性ヒンジを“不完全塑性ヒンジ”と呼ばねばならない。というのは個々のヒンジにおける回転角は、大抵すべての断面において崩壊機構理論の基本に基づく塑性ヒンジは与えられなく、最大モーメント（破壊モーメント）に達してしまう程小さいのである。

多くの場合、そのうえ、1つの断面において、すべてのヒンジに塑性変形が生ずる前に、破壊が生じてしまうということが起り得る。

例えば連続げたの支承上において、径間におけるヒンジが形成される前に破壊が生じてしまうことが可能である。その際支承上における曲線に不連続性を生ぜしめるために、そこに可能な塑性回転と同じ大きさか、それ以上の大きさの弾性変形が生ずることになる。それ故弾性変形は鉄筋コンクリート構造の終局荷重計算には考慮されねばならない。このように鉄筋コンクリート構造の終局荷重設計法は鋼構造にくらべて、Limit design の適用において複雑な要素を考慮せねばならぬため大変むずかしいのである。

11 鉄筋コンクリート構造の 安全に対する基礎原理

構造物の全体またはその部材は、その建設工事中および使用期間中におい

て予想されるすべての作用に安全に抵抗しうるように設計されなければならない。設計の目的は構造物が使用不可能になることに対して十分な安全度を保証することにある。

構造物は構造物の1つまたは多くの部材がその過度な弾性変形、または塑性変形、有害なひびわれ、破壊、異常な変位によつて、それらが期待されている機能を果さなくなつたときに使用不可能になつたとする。

このような使用不可能な状態のおののに対し、限界状態と呼ばれる構造物の特別な状態が対応する。計算の本質的な基礎は、各々の限界状態を考慮し、その各々に対する適切な安全度を定めることである。設計計算に安全度を導入する方法は大別すると次の3つに分けられる。

- 1) 使用状態における設計荷重に対して許容応力を用いる方法（現行の許容応力設計）
- 2) 終局状態による方法
- 3) 使用不可能の状態または崩壊の状態にいたる確率の決定に立脚する方法

1) の許容応力設計法は現在使用されている方法であるが、弾性理論に基づくこの方法は鉄筋コンクリート構造物の安全度を評価するのには不完全なものである。実際に引張を受けるコンクリートに非弾性的変形が生ずる初期から終局の限界状態に達するまでのすべての段階で塑性変形、ひびわれによる部分的変形等が内部の弾性応力なる曲げモーメント、剪断力等の分配をかなり変化させる。したがつて外力による作用条件がどのようであれ、塑性変形を考慮したもとの安全度を検討せねばならない。

1.2 鉄筋コンクリート部材の終局モーメント

1.2.1 鉄筋コンクリートはりの曲げ解析

鉄筋コンクリートはりの曲げ、終局強度または、塑性範囲における性状を解析するに当り、普通、

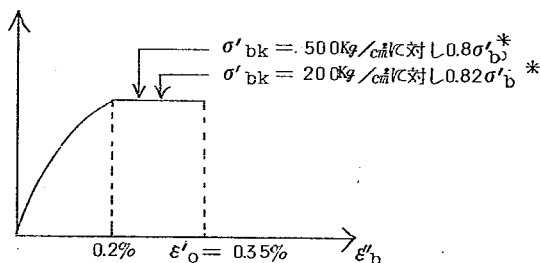
- 1) コンクリートの引張抵抗は無視する。
- 2) 断面は平面保持を変形後も保つ

- 3) 鉄筋応力度とひずみ度との関係は鉄筋の降伏までは完全弾性、降伏後は完全塑性という2直線よりなる。
 - 4) コンクリートの応力度とひずみの関係は、或る関数として表わし得る
- このことを考慮して静学的解析の条件
- 1) 力の釣合い条件
 - 2) 変形適合条件
 - 3) 力と変形との相関関係

とから終局強度モーメントを求めるのである。その際計算に必要な鋼とコンクリートの機械的性質は次のように理想化して考えるものとする。例えばCEBによると

1. コンクリート

- イ) 最大圧縮ひずみ度……単純曲げに対するコンクリートの最大圧縮ひずみ ϵ_c を仮定する。便宜的に0.35%と仮定する。
- ロ) 圧縮領域におけるコンクリートの応力分布……1軸方向荷重作用に対して、この応力分布を仮定する。
 - 1) 放物線と直線とからなる曲線……放物線の頂点はひずみの横軸で0.2%の点、直線の終端の点はひずみの横軸で0.35%の点であり、この点は偏心の大きい圧縮力または単純曲げの最大圧縮ひずみ度に相当する値である。

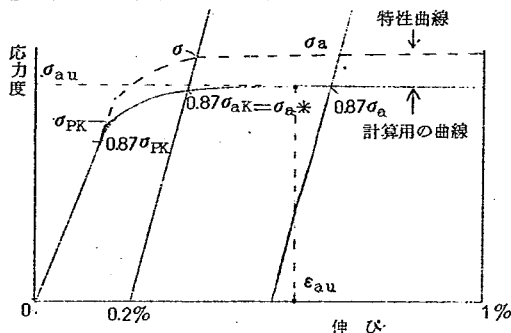


- 2) 放物線……もつとも大きい圧縮を受けている表面に垂直な接線を有する2次放物線分布を用いる場合には、わずかに安全側であるが、よい近似度を与える。

- 3) 矩形(有界矩形応力度図)・・・この応力分布は鉄筋量が中程度または少ない断面の場合、単純曲げおよび圧縮曲げに対して行なわれた試験結果とよく一致する。矩形の幅はコンクリートの計算用強度とする。

2. 鉄筋

例えば冷間加工鉄筋に対して示せば図-14のようにする



鉄筋の伸びひずみ度は1%が塑性変形の最大値とする。このことは鉄筋量が少ない場合、終局限界状態がコンクリートが0.35%の圧縮ひずみ度を受ける前に生ずることを意味する。

終局強度理論式については多数提案されているが、その大表的なものを簡単に説明してみる。

1.2.1.1 ACI

Whitney に基づく ACI 318-631 によると、はりの破壊時には、はりの中立軸が圧縮側へ移行するので T 型、I 型、断面の場合でも中立軸が圧縮フランジ内に入ってしまうのが普通である。それ故矩形ばりにおける終局モーメント式の誘導で十分であるので矩形ばりの場合を示す。

図-15 に示す応力図において、コンクリートの破線の応力ブロックをへ

ツチングした矩形応力ブロックに置き換えて計算する。

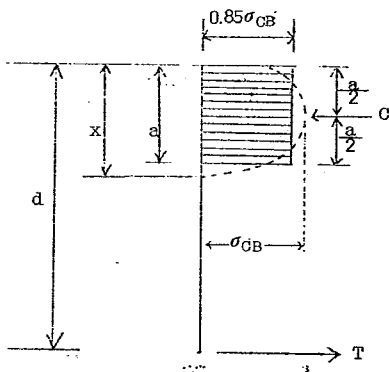


図 - 15

このときはりの破壊時において

$$C = a \cdot b \cdot 0.85 \cdot \sigma_{CB}$$

$$T = A_s \sigma_{sy}$$

釣合条件より

$$A_s \sigma_{sy} = a \cdot b \cdot 0.85 \sigma_{CB}$$

ゆえに

$$a = \frac{A_s \sigma_{sy}}{0.85 \cdot b \cdot \sigma_{CB}}$$

これより破壊モーメントは

$$\begin{aligned} Mu &= \left(d - \frac{a}{2}\right) T = \left(d - \frac{a}{2}\right) A_s \sigma_{sy} = \left(d - \frac{A_s \sigma_{sy}}{2 \cdot b \cdot 0.85 \cdot \sigma_{CB}}\right) A_s \sigma_{sy} \\ &= (1 - 0.59 q) b d^2 \sigma_{CB} q \\ &= A_s \sigma_{sy} d \left(1 - \frac{p}{2} \frac{\sigma_{sy}}{0.85 \sigma_{CB}}\right) \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

ここに $q = p \cdot \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{CB}}$
 釣合鉄筋比は

$$P^* = \frac{0.85 k_i \cdot \sigma_{CB}}{\sigma_{sy}} = \frac{6090}{6090 + \sigma_{sy}}$$

ここに $k_i = \dots\dots\dots \sigma_{CB} < 280 \text{ Kgf/cm}^2$

$$k_i = 0.85 - 0.05 \left(\frac{\sigma_{CB} - 280}{70} \right) \dots\dots \sigma_{CB} > 280 \text{ Kgf/cm}^2$$

12.1.2 Hognestad

Hognestad は ACI と同様有界矩形応力ブロックに応力を置き換えて計算し、応力ブロックパラメーターを $k_1 k_2 k_3$ とすると (図-16)。

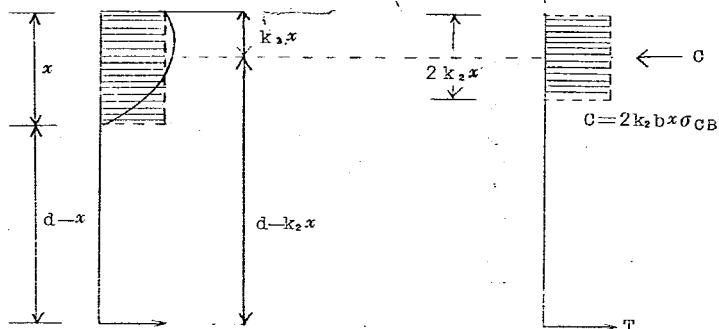
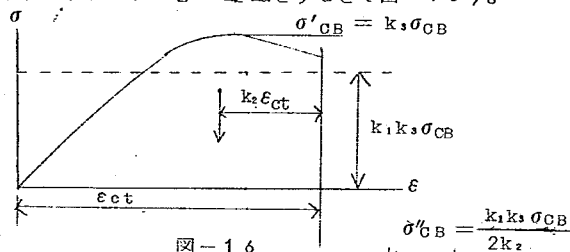


図-17

図-16より終局強度モーメントは

$$\begin{aligned}
 M_U &= 2k_2 \cdot b x \sigma_{CB'} (d - k_2 x) = 2k_2 \cdot b x \frac{k_1 k_3}{k_2} \sigma_{CB} (d - k_2 x) \\
 &= k_1 k_3 b x \sigma_{CB} (d - k_2 x) \dots\dots\dots (32)
 \end{aligned}$$

$$r = 2k_2 \frac{x}{d} = 2k_2 \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{ct} + \epsilon_s}$$

とおくと

$$\begin{aligned}
 \frac{M_U}{b d^2 \sigma_{CB'}} &= \frac{1}{b d^2 \sigma_{CB'}} \cdot 2k_2 b x \sigma_{CB'} (d - k_2 x) \\
 &= 2k_2 \frac{x}{d} - 2 \frac{k_2^2 x^2}{d^2} = r \left(1 - \frac{r}{2}\right)
 \end{aligned}$$

であるから

$$M_U = r \left(1 - \frac{r}{2}\right) b d^2 \sigma_{CB'} \dots\dots\dots (33)$$

でもよい。なを応力ブロックとパラメーターと圧縮強度との関係をグラフで示すと図-18のようになる。

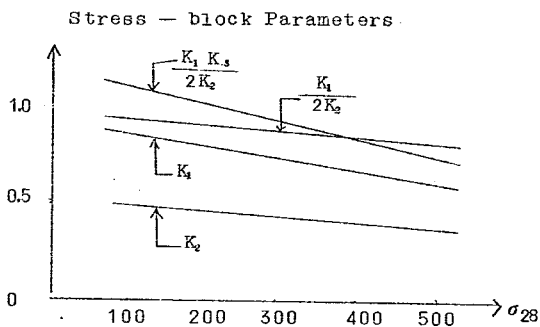
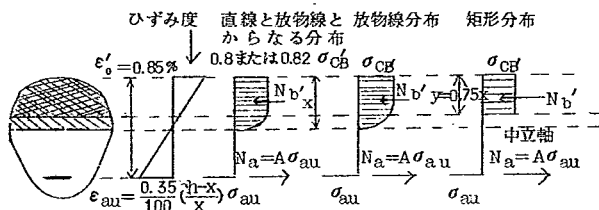


図-18

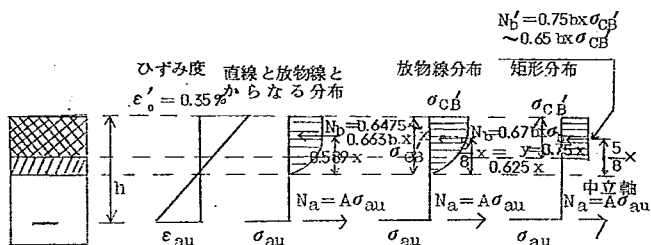
12.1.3 CEB

ヨーロッパコンクリート委員会 CEB = Comité Européen du Béton
では 1964 年鉄筋コンクリート構造設計施工国際規準を作成し、それによ
ると極限状態時の応力ブロックは矩形、直線と放物線との組合せ、放物線、
のいずれを用いてもいいように与えられていることは前述した。

a) 任意の断面の場合



b) 矩形断面の場合



$$C_1 = (0.6425 \sim 0.663) b x \sigma'_{CB}$$

$$C_2 = 0.670 b x \sigma'_{CB}$$

$$C_3 = (0.75 \sim 0.65) b x \sigma'_{CB}$$

終局限界状態に対して計算応力度 σ_{bk} とすると

$$\sigma'_{b*} = \frac{\sigma'_{bk}}{1.50}$$

ここで

$$\sigma'_{bk} \leq 200 \text{ Kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots \sigma'_{CB} = 0.75 \sigma'_{b*}$$

$$\sigma'_{bk} > 600 \text{ Kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots \sigma'_{CB} = 0.65 \sigma'_{b*}$$

この中間値の場合は内挿して求めた値とする。

12.1.4 筆者の方法

土木研究所の実験決果より、コンクリート円柱供試体の圧縮破壊試験結果から応力ひずみ曲線を指数関数で表わすと

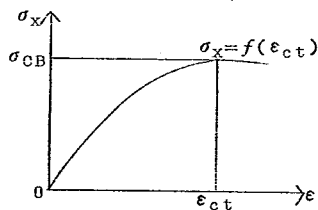


図-20

$$\sigma_x = 1.02 \cdot \sigma_{CB} \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{ct} - \epsilon_x}{\epsilon_{ct}} \right) \lambda \right] \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\lambda = \frac{2,000}{105 + 120\sigma_{CB}} \quad \dots\dots\dots (35)$$

この応力ひずみ曲線をはりの応力ブロックの基本として採用する。(図21)
ただし、最大圧縮応力度は $0.85 \sigma_{CB}$ とする。まずその場合の応力ブロック
の重心を与える係数 α と面積を与える係数 β を誘導せねばならない。

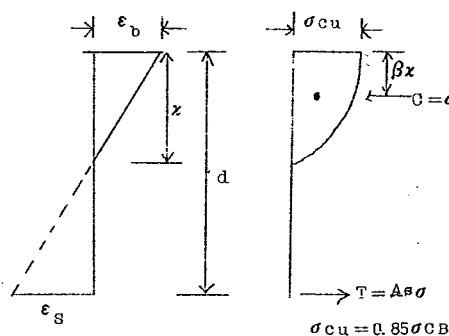


図-2 1

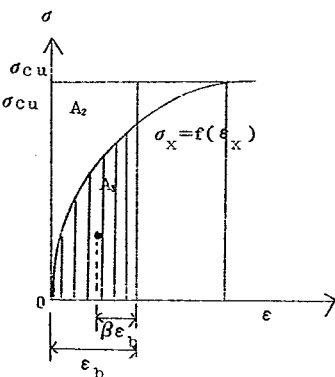


図-2 2

図-2 2 応力ひずみ曲線より $A_2 = \epsilon_b \sigma_{cu}$ 、 $A_1 =$ ハッチングしたところの面積、とすると

$$\alpha = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{\epsilon_b \cdot \sigma_{cu}} \int \sigma_x d\epsilon_x \dots\dots\dots (36)$$

$$\beta = 1 - \frac{\int \epsilon_x \sigma_x d\epsilon_x}{\epsilon_b \int \epsilon_x d\epsilon_x} \dots\dots\dots (37)$$

(3.6)式に(3.4)を代入して積分すると

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\epsilon_b \sigma_{cu}} \int_0^{\epsilon_b} \sigma_{cu} \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_x}{\epsilon_{cu}} \right)^\lambda \right] d\epsilon_x \\ &= \frac{1.0}{\epsilon_b} \int_0^{\epsilon_b} \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_x}{\epsilon_{cu}} \right)^\lambda \right] d\epsilon_x \\ &= \frac{1.0}{\epsilon_b} \left[1 - \frac{1}{(\lambda+1)\epsilon_b} \left(\epsilon_{cu} - \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_b)^{\lambda+1}}{\epsilon_{cu}^\lambda} \right) \right] \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_b} \epsilon_x \sigma_x d\epsilon_x}{\epsilon_b \int_0^{\epsilon_b} \sigma_x d\epsilon_x} = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_b} \epsilon_x \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_x}{\epsilon_{cu}} \right)^\lambda \right] d\epsilon_x}{\epsilon_b \int_0^{\epsilon_b} \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_x}{\epsilon_{cu}} \right)^\lambda \right] d\epsilon_x} \\ &= 1 - \frac{\frac{\epsilon_b^2}{2} + \frac{\epsilon_b(\epsilon_{cu} - \epsilon_b)^{\lambda+1}}{(\lambda+1) \cdot \epsilon_{cu}^\lambda} + \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_b)^{\lambda+2}}{(\lambda+1)(\lambda+2)\epsilon_{cu}^\lambda} - \frac{\epsilon_{cu}^2}{(\lambda+1)(\lambda+2)}}{\epsilon_b^2 - \frac{\epsilon_{cu} \cdot \epsilon_b}{\lambda+1} + \frac{\epsilon_b \cdot (\epsilon_{cu} - \epsilon_b)^{\lambda+1}}{(\lambda+1) \cdot \epsilon_{cu}^\lambda}} \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

この α 、 β の計算結果を示すと図-23、図24のようになる。

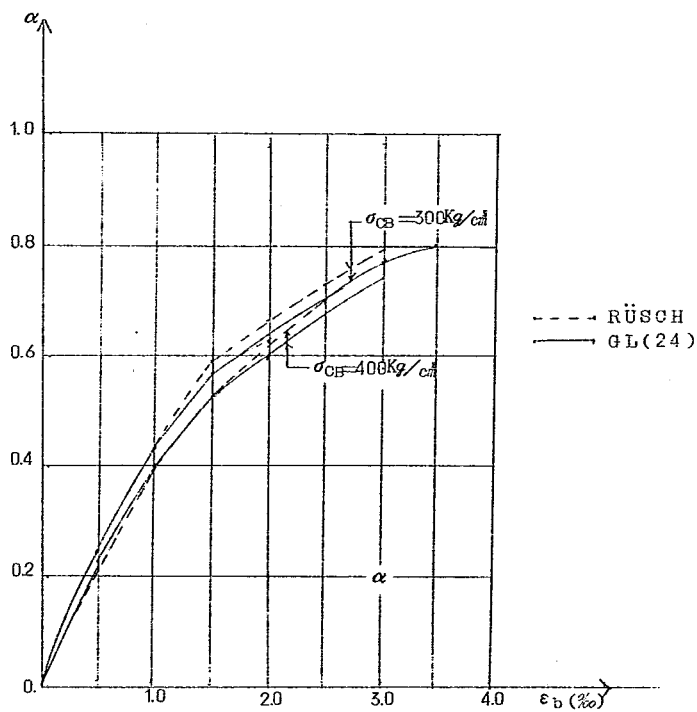


図-23

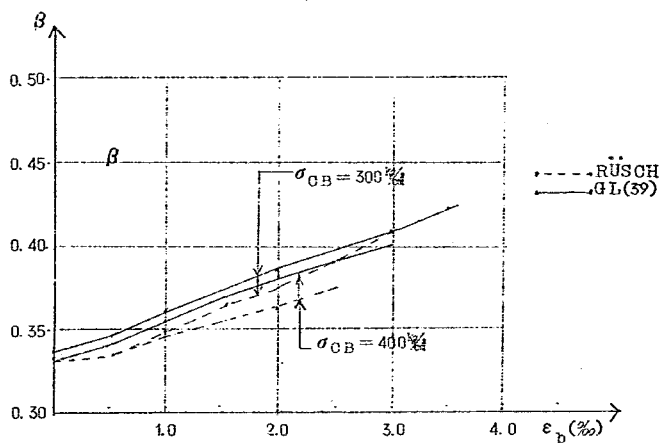


図 - 2 4

α 、 β が求まると、終局強度モーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_U &= \alpha b x (d - \beta x) \sigma_{cu} \\ \text{ここに } x &= \frac{A_s \sigma_s}{\alpha \cdot \sigma_{cu} \cdot b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

1.3 鉄筋コンクリート構造の塑性回転

塑性を考慮した力学計算については、塑性範囲の回転能力、いわゆる『塑性ヒンジ』の知識が重要な意味をもつ。塑性としては、鋼に対しては降伏限界を越えた後にとどまる変形とし、コンクリートにおいては $\epsilon_p = 2\%$ を超過するひずみを塑性とする。

塑性回転 θ_p としては図-2.5 に示す θ_p をとる。

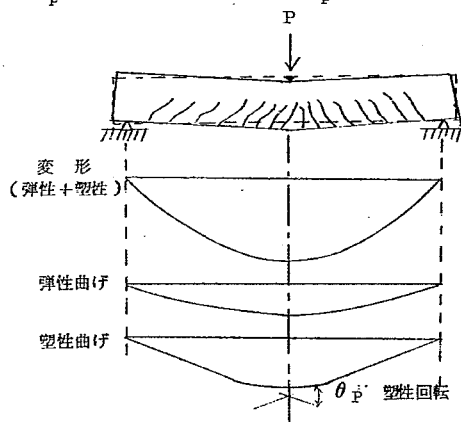


図 - 2.5

モーメント曲率曲線 ($M-\phi$) あるいはモーメント係数曲率係数曲線 ($m-\psi$) から得られる塑性曲率 ϕ_p または ψ_p の決定については、降伏限界の到達において生じている中立軸の高さを用いて弾性部分も計算に入れるものとする。

塑性変形については

- 1) 引張鉄筋が降伏するとき

図-2.5より

$$\phi_p = \phi - \phi_{e1} = \frac{\epsilon_{sy}}{d-x_1} - \frac{\epsilon_s d}{d-x_{e1}} \quad \dots\dots\dots (41)$$

ここに x は (40) 式より

$$x = \frac{A_s \sigma_{sy}}{b \cdot \alpha \cdot \sigma_{cu}}$$

$$\alpha = \frac{1.0}{\epsilon_b} \left[1 - \frac{1}{(\lambda+1)\epsilon_b} \cdot (\epsilon_{cu} - \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_b)\lambda+1}{\epsilon_{cu}}) \right]$$

2) さらにひずみが増大して圧縮破壊を起すとき

$$\max \phi = \frac{\epsilon_{cu}}{x} - \frac{\epsilon_b(-2\%)}{x_{el}} \dots \dots \dots (42)$$

ここに

$$x = \frac{A_s \sigma_{sy}}{\alpha^* \sigma_{cu} \cdot b}$$

$$\alpha^* = \frac{\lambda}{\epsilon_{cu}(\lambda+1)}$$

ゆえに塑性ヒンジが形成されてから完了するまでの回転角(塑性曲率)は

$$\phi_p = \max \phi - \phi_p = \left(\frac{\epsilon_{cu}}{x} - \frac{\epsilon_{sy}}{d-x} \right) + \left(\frac{\epsilon_{s,el}}{d-x_{el}} - \frac{\epsilon_b(-2\%)}{x_{el}} \right)$$

となる。

1つのヒンジに生ずるすべての塑性回転 θ_p は、一般に2つの部分から成る；

1. モーメントのみによる塑性曲げ回転 (θ_p^B)
2. もしも剪断力の影響によって剪断ひびわれが発生するならば、塑性剪断回転 (θ_p^S)。

剪断ひびわれによってモーメント零点方向における M/Σ 線に対する引張力線は変位する。すなわち塑性鉄筋ひずみが生ずる範囲がかなり増大する(図-25)

1.3.1 曲げモーメントによる塑性回転

1.3.1.1 Navier - Bernoulli の仮説を基本としての方法

回転 θ_p^B は決められた $M-\phi$ 曲線関係を用いて、1つのはりの各々の任意のモーメント分布に対して決める。

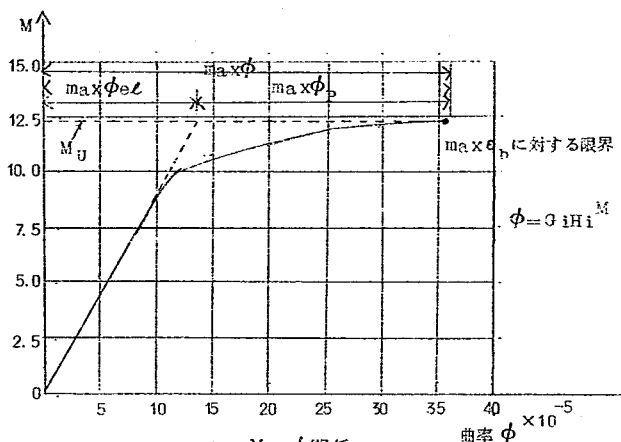


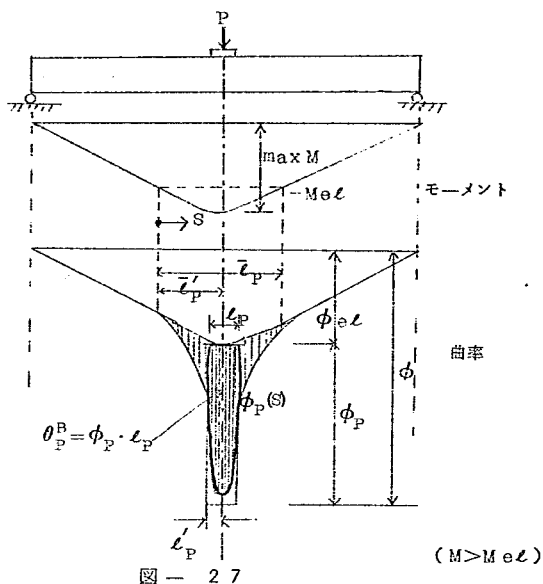
図-2.6 M-φ関係

Navier-Bernoulli の仮説を用いて決められた M-φ 曲線関係は、た
だしも完全な付着（鉄筋コンクリート）が生じている、すなわち異形鉄筋を用
いてはりが作られているならば、適用される。

一方丸鋼を用いたはり、降伏限界を越えた後は、付着のないはりのよう
な性状をし、そのために State II の応力状態において生ずる付着は、横方向収
縮による鉄筋の塑性流れによって失われ、ただ摩擦付着のみが残る。その
ために曲率は少ないひびわれ部に集中することになる。このひびわれはさらに
圧縮縁の方向へ進行し、圧縮部に大きな部分的なコンクリートひずみと早期の
圧縮縁の破壊を生ぜしめる。

それ故丸鋼を使用した場合、Navier-Bernoulli の仮説と、この仮説に基
づき理論的に決められた M-φ 関係は不適当である（Walther の実験的研究）。

1つの塑性域の2つの限界断面間の振れ角 θ_p^B は、弾性状態において見い
し得る2断面（図-2.7）の距離長 $\bar{l}_p$ に渡って塑性曲率の積分をすることによ
って得られる。



これを数学的に表現すると

$$\theta_P^B = \int_{L_P} (\phi(s) - \phi_{e1}) = \int_{L_P} \phi(s) \, ds \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$\phi_P = \frac{\xi_{sp}}{h(1-k_x)} = \frac{\psi_P}{h}$$

を用いて

$$\theta_P^B = \frac{1}{h} \cdot \int_{L_P} \psi_P(s) \, ds \quad \dots\dots\dots (44)$$

塑性回転 θ_P^B の計算上の決定は、モーメント曲線の任意の形に対して計算する場合、計算労力を要するので電子計算機の手段で求めるとよい。結局 θ_P^B は図-27に示すように径間に一つの集中荷重が作用するはりに対してハッチングしてある部分の面積が塑性回転 θ_P^B の値を示している。

(44)式から明らかなように θ_P^B は中立軸 h 、塑性曲率係数 ϕ_P 、塑性長 ℓ_P とに関係しているので、塑性曲げ回転の最大値 $\max \theta_P^B$ の決定には、 $M-\phi$ 、または $m-\psi$ 曲線と同様に引張鉄筋比 μ 、圧縮鉄筋比 μ' 、鉄筋の種類 ($\sigma_{12}\%$)、または σ_{sy} 、コンクリートの品質、圧縮域の横方向鉄筋、断面形状に関係するものをすべて考慮して可能な $\max \phi_P$ の大きさを決めることが重要である。

1.3.1.1.1 塑性範囲長の決定

図-27でハッチングした面積を $\phi_P = \phi_P/h$ の面積に等しい矩形に置換すると、塑性長は

$$\ell_P = \frac{1}{\phi_P} \cdot \int_{\mathcal{L}_P} \phi_P(s) ds = \frac{1}{\phi_P} \cdot \int_{\mathcal{L}_P} \phi_P(s) ds \quad \dots\dots\dots (45)$$

(43)、(44)はこのとき

$$\theta_P^B = \phi_P \cdot \ell_P \quad \dots\dots\dots (43a)$$

または

$$\theta_P^B = \frac{\phi_P}{h} \cdot \ell_P \quad \dots\dots\dots (44a)$$

となる。

ℓ_P の決定において、モーメントの関係を2つの場合に区別して考えると；

1 $M = \text{一定}$

2 $M \neq \text{一定}$

第1の場合:

ℓ_P は M が一定の範囲において等しい塑性長となり、ここでは $M > M_{e1}$ が一定となる。

第2の場合:

塑性部分長 ℓ'_P を最大モーメントの右と左に分けて考えることが有効である。全塑性長はそのとき两部分長の合計として与えられる。図-27により最大モーメント $\max M$ の左側の塑性部分長は

$$\bar{\ell}_P = \frac{1}{\phi_P} \cdot \int_{\ell_P'} \phi_P(s) ds = \frac{1}{\phi_P} \cdot \int_{\ell_P'} \psi_P(s) ds \quad \dots\dots (46)$$

ℓ'_P を用いて与えられる部分回転を $\theta'_P{}^B$ とすると

$$\theta'_P{}^B = \phi_P \cdot \ell'_P \quad \dots\dots\dots (47)$$

$$= \psi_P \cdot \frac{\ell'_P}{h} \quad \dots\dots\dots (47a)$$

第2の場合に対して範囲 $M > M_{e1}$ において、まず第1にモーメント曲線の直線分布を仮定すると、与えられた $M-\phi$ 曲線または $m-\psi$ 曲線図に対する ℓ'_P はモーメント曲線の傾き、すなわち $dM/dx = Q$ に基づく。

塑性長 ℓ'_P を一定剪断力 Q の仮定において $M=0$ 点から最大モーメントの間隔として与えられる長さ、すなわち $\max M/Q = a$ とするならば、各

々の任意のモーメント曲線の勾配に対して一定の値を保つ。

これを " 塑性長係数 K_{LP} " とする。

$$K_{LP} = \frac{\ell'_P}{a} = \frac{1}{\psi_P \cdot a} \cdot \int_{\ell_P'} \psi_P \cdot ds \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$\ell'_P = K_{LP} \cdot a \quad \dots\dots\dots (49)$$

を用いて (47) による塑性部分回転 $\theta'_P{}^B$ に対して

$$\theta'_P{}^B = \phi_P \cdot K_{LP} \cdot a \quad \dots\dots\dots (50)$$

または

$$\theta'_P{}^B = \phi_P \cdot K_{LP} \cdot \frac{M}{Q} \quad \dots\dots\dots (50a)$$

が得られる。

$$\phi_P = \frac{\psi_P}{h}$$

を用いると、塑性部分回転 $\theta'_P{}^B$ は

$$\theta'_P{}^B = K_{LP} \cdot \psi_P \cdot \frac{a}{h} = K_{LP} \cdot \psi_P \cdot \frac{M}{Qh} \quad \dots\dots\dots (51)$$

が得られる。

1.3.1.2. 非-Navier-Bernoulliの仮説を基本としての方法

Navier - Bernoulliの仮説の代りに次の仮定を基本とする方法がYamada氏により提示されている。

- 1) ひずみ速度は中立軸の距離の変化のように振舞う
- 2) 塑性ヒンジにおける応力とひずみはすべての弾性性状を有す断面におけるのとは根本的に異なる。

1つの塑性ヒンジはエネルギー貯蔵能力の個有な制限を有する。この制限を越えたときにコンクリートは破壊する。

従来の方法、即ち節1.2、節1.2.1.1、はひずみは中立軸の距離に比例するという仮定で取扱ってきたが、例えば終局応力状態をひびわれ間のコンクリートの受け持つ応力を考えないとすると、終局状態では図-28の応力状態を仮定できる。

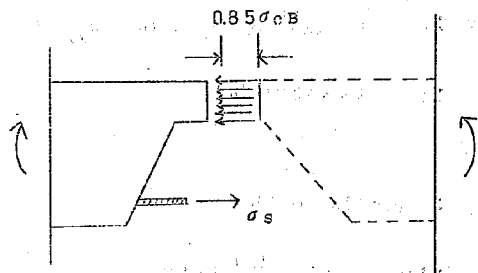


図-28

この様な応力状態の下では、Navier - Bernoulliの仮定が成立するかどうかは疑問である。この仮定はただはり、または塑性範囲が全長に渡り平均して考えられるときのみ使用され得る。それ故Yamada氏のこの仮説、すなわちコンクリートを鉄筋のエネルギー貯蔵能力と、ひずみ速度を基準とした考え方で、回転能力を単鉄筋矩形ばりについて誘導してみる。

鉄筋コンクリート断面が塑性範囲に入ると、その断面に貯えられるエネルギーの全量は、一般に断面値、鉄筋の強度、コンクリートの強度に関係することは明らかである。コンクリートのエネルギー貯蔵能力、すなわち簡単に言えばコンクリートの応力ひずみ曲線(図-29)における塑性流れと破壊の点のひずみの決定は、実験的にも測定が困難で、安全側に仮定されているものが多い。

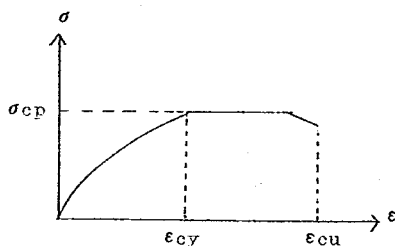


図-29

コンクリートの塑性流れ
始点 ϵ_{cy} と破壊ひずみ点 ϵ_{cu}

例えば

塑性流れ始点 ϵ_{cp}

$$\text{Emperger} : \epsilon_{cp} = 10^{-3} \sqrt{\frac{\sigma_{cp}}{C}}, \quad 50 \leq C \leq 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Brandtzaeg} : \epsilon_{cp} = \left(\frac{2\sigma_p}{95500 + 520\sigma_{cp}} \right), \quad 100 < W_{28} < 300 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Jäger} : \epsilon_{cp} = 1.4 \times 10^{-4} \sqrt{\sigma_{cp}}$$

破壊時のひずみ

$$\text{Saligér} : \epsilon_{cu} \geq 125 \times 10^{-6} \cdot \sigma_{cp}$$

$$\text{Ros} : \epsilon_{cu} = \left(3.50 + \frac{200}{\sigma_{cp}} \right) \cdot 10^{-3}$$

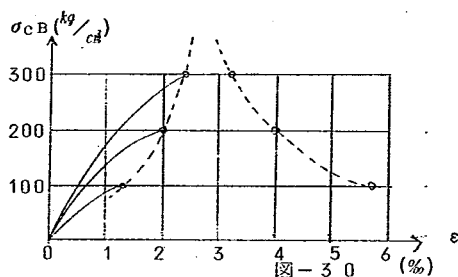
$$\text{Jäger} : \epsilon_{cu} \geq \frac{0.056}{\sqrt{\sigma_{cp}}}$$

ここに σ_{cp} : 角柱強度

これより例えば Jäger によれば、コンクリートの塑性流れ範囲は

$$\Delta \epsilon_p = \epsilon_{cu} - \epsilon_{cp} \geq \left(\frac{0.056}{\sqrt{\sigma_{cp}}} - 0.00014 \sqrt{\sigma_{cp}} \right) \quad (52)$$

(52) 式を円柱強度に換算して計算すると図-30になる。



実際上の問題としては、コンクリートの強度の差により $\Delta \epsilon_p$ を決めるのは
 はん雑なので、例えば $\epsilon_{cp} = 1.5\%$ 、 $\epsilon_{cu} = 3.5\%$ と仮定して使用するの
 が实际的である。

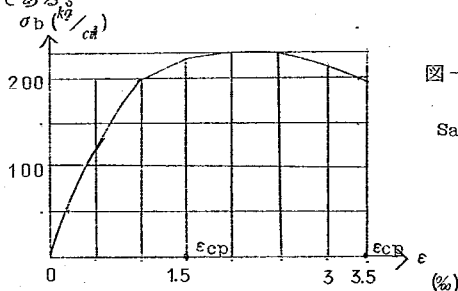


図-31

Saliger による。

これらの諸関係を用いて鉄筋コンクリートの塑性回転 θ_p の限界を求めてみ
 る。

断面は図-32に示す単鉄筋矩形断面を例にとる。

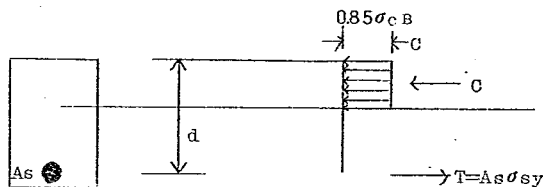


図-32

図-32の降伏時の降伏モーメントは $\beta_s = \sigma_{sy} / \sigma_{CB}$ とすると

$$M_p = 0.85 \sigma_{CB} \beta_s \mu \left(1 - \frac{\beta_s \mu}{2}\right) b d^2 \quad (53)$$

dt 時間に塑性ヒンジに貯えられるエネルギー増 dE は、

$$dE = M_p \left(\frac{d\theta_p}{dt} \right) dt \quad (54)$$

塑性流れの始めから塑性流れの完了（振れの閉合）までに貯えられるエネルギー量は

$$E = \int_{t_{降}}^{t_{破}} M_p \left(\frac{d\theta_p}{dt} \right) dt$$

曲率の変化（角の振れ）において振れ速度 $(d\theta_p / dt)$ と M_p が一定とすると

$$E = M_p \left(\frac{d\theta_p}{dt} \right) (t_{破} - t_{降}) \quad (55)$$

一方、 dt 間にコンクリートに貯えられるエネルギー増 dE_c は

$$dE_c = 0.85 \sigma_{CB} \cdot \beta_s \cdot \mu b d \cdot \ell_c \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) dt \quad (56)$$

$(d\epsilon_c / dt)$ はコンクリートのひずみ速度、 ℓ_c は圧縮域における塑性長（ヒンジの範囲）である。

dt 間に引張鉄筋に貯えられるエネルギー dE_s は

$$\begin{aligned} dE_s &= \sigma_s \cdot \mu \cdot b d \cdot \ell_t \left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) dt \\ &= 0.85 \sigma_{CB} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot b d \cdot \ell_t \cdot \left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) dt \quad (57) \end{aligned}$$

$(\frac{d\epsilon_s}{dt})$ は引張鉄筋のひずみ速度、 ℓ_t は引張域におけるヒンジの範囲（塑性長）である。

これよりこのヒンジに貯えられるエネルギー増の全量は

$$dE = dE_c + dE_s = 0.85\sigma_{cb} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd \left\{ \ell_c \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) + \ell_t \left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) \right\} dt$$

ひずみ速度は角の振れにおいて一定とすると、このヒンジに振れの始まりから終りまでに貯えられる全エネルギーは

$$E = \int_{t_{降}}^{t_{破}} (dE_c + dE_s) = 0.85\sigma_{cb} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd \cdot \left\{ \ell_c \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) + \ell_t \left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) \right\}$$

$$\times (t_{破} - t_{降}) \quad (58)$$

(55) と (58) より

$$M_p \left(\frac{d\theta_p}{dt} \right) = 0.85\sigma_{cb} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot b \cdot d \cdot \left\{ \ell_c \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) + \ell_t \left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) \right\} \quad (59)$$

鉄筋のひずみ速度 $\left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right)$ とコンクリートのひずみ速度 $\left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right)$ 間に図-33 の関係を用いて

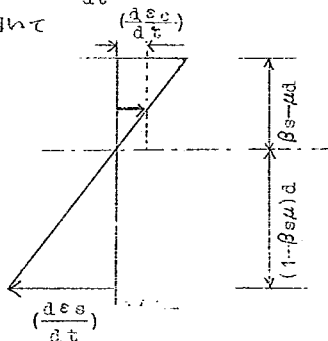


図-33

$$\left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) = \frac{2(1 - \beta_s \mu)}{\beta_s \mu} \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) \quad (60)$$

と仮定する。

5 (60) を (59) に代入して

$$M_p \cdot \left(\frac{d\theta_p}{dt} \right) = 0.85 \sigma_{cB} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd \left\{ \ell_c + \frac{2(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \cdot \ell_t \cdot \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) \right\}$$

または

$$d\theta_p = \frac{0.85 \sigma_{cB} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd}{M_p} \left\{ \ell_c + \frac{2(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \ell_t \right\} d\epsilon_c \quad (61)$$

これより全振れ角は

$$\begin{aligned} \theta_p &= \int_{\epsilon_{cp}}^{\epsilon_{cu}} \frac{0.85 \sigma_{cB} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd}{M_p} \left\{ \ell_t + \frac{2(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \ell_t \right\} d\epsilon_c \\ &= \frac{0.85 \sigma_{cB} \cdot \beta_s \cdot \mu \cdot bd}{M_p} \left\{ \ell_c + \frac{2(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \ell_t \right\} (\epsilon_{cu} - \epsilon_{cp}) \quad (62) \end{aligned}$$

(62)に(53)を代入して

$$\theta_p = \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta_s\mu}{2}\right) \cdot d} \left\{ \ell_t + \frac{2(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \cdot \ell_t \right\} (\epsilon_{cu} - \epsilon_{cp}) \quad (63)$$

$$\ell_t = 2Z = 2 \left(1 - \frac{\beta_s\mu}{2}\right) d \quad (64)$$

$$\ell_c = x = \beta_s\mu \cdot d \quad (65)$$

$\ell_t = \ell_c$ の場合は Navier - Bernoulli の仮定が成立することになる。
このとき

$$\left(\frac{d\epsilon_s}{dt} \right) = \frac{(1-\beta_s\mu)}{\beta_s\mu} \cdot \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right) \quad (66)$$

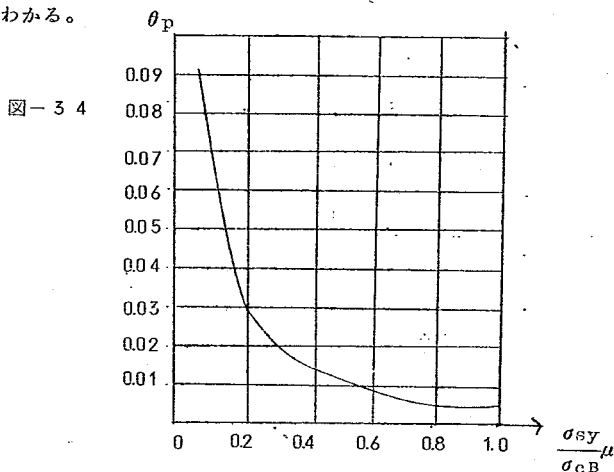
(64)と(65)を(63)に代入して、結局一つのヒンジの塑性回転能力は

$$\theta_p = \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta_s\mu}{2}\right)} \left\{ \beta_s\mu + \frac{4(1-\beta_s\mu) \left(1 - \frac{\beta_s\mu}{2}\right)}{\beta_s\mu} \right\} (\epsilon_{cu} - \epsilon_{cp}) \quad (67)$$

が得られる。

(67)式の θ_p を $(\epsilon_{cu} - \epsilon_{cp}) = 2\%$ として θ_p と $\beta_s \mu$ との関係を計算すると図-32のようになる。

図-34より、鉄筋の強さ($\beta_s \mu$)が少ない範囲では、コンクリートの影響は少なく、捩れ角は著しく大きく、鉄筋の強さ(鉄筋量の大きいこと)が増加するにつれて θ_p が急激に減少し、コンクリートの影響が大きくなることがわかる。



1.3.2 鉄筋コンクリートばりの塑性ヒンジの形成におよぼす曲げと剪断の組合せ応力の影響

鉄筋コンクリートばりの回転能力と終局モーメントの従来の研究は、剪断の影響は考えていないものが多い。

ACI Building Codeにおいても、曲げモーメントと軸力が降伏の域の形成に寄与するものとして認められているが、剪断力の影響は入っていない。しかし剪断力の影響は無視できるものでないことは実験的にも明白である。このことは例えば、Brockによつて示されている。それ故鉄筋コンクリート部材において、曲げと剪断が同時に働く場合の塑性ヒンジの回転能を筆者の方法により誘導してみる。これらについての理論的解析方法としてトラスアナロジー論

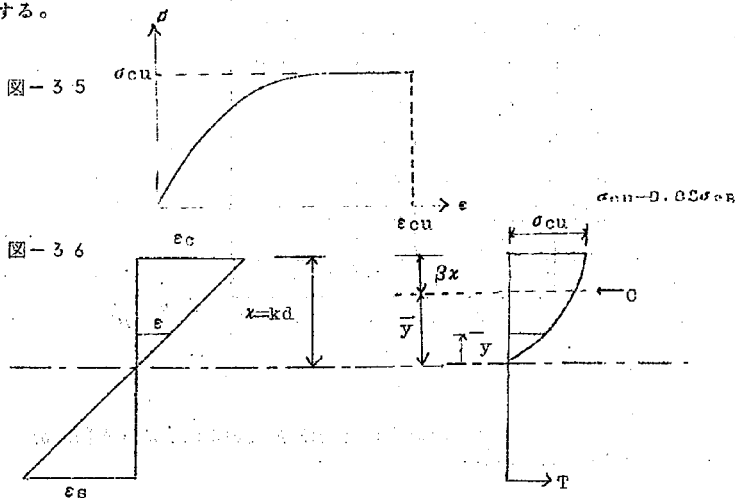
に立脚して誘導する方法（後に説明）とひずみエネルギー論に立脚せる方法とがあるが、ここではひずみエネルギー論によつて誘導してみる。

曲げと剪断を同時に受けている部材の圧縮応力度の分布を第 1 1 にて説明した筆者の (34) (35) 式の曲線を参照に、すなわち

$$\sigma = \sigma_{cu} \left[1 - \left(\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon}{\epsilon_{cu}} \right)^{\lambda_b} \right] \quad (68)$$

$$\lambda_b = \frac{2,000}{105 + 0.20 \sigma_{cu}}$$

とする。



いま矩形断面を考えると、断面が降伏時の曲げモーメントは (40) から

$$M = \sigma_{cu} \cdot \alpha_b \cdot b \cdot X \cdot (1 - \beta_b x) \quad (69)$$

ここに

$$\alpha_b = \frac{1}{\epsilon_{cy}} \left(1 - \frac{1}{(\lambda_b + 1) \epsilon_{cy}} \cdot \left(\epsilon_{cu} - \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_{cy})^{\lambda_b + 1}}{\epsilon_{cu} \lambda_b} \right) \right) \quad (70)$$

$$\beta_b = 1 - \frac{\frac{\sigma_{cy}^2}{2} + \frac{\sigma_{cy}(\sigma_{cu} - \sigma_{cy})}{(\lambda_b + 1)\sigma_{cu}^{\lambda_b + 1}} + \frac{(\sigma_{cu} - \sigma_{cy})^{\lambda_b + 2}}{(\lambda_b + 1)(\lambda_b + 2)\sigma_{cu}^{\lambda_b + 2}} - \frac{\sigma_{cu}^2}{(\lambda_b + 1)(\lambda_b + 2)}}{\sigma_{cu}^2 - \frac{\sigma_{cu} \cdot \sigma_{cy}}{\lambda_b + 1} + \frac{\sigma_{cy}(\sigma_{cu} - \sigma_{cy})^{\lambda_b + 1}}{(\lambda_b + 1)\sigma_{cu}^{\lambda_b + 1}}} \quad (71)$$

$$X = \frac{A_s \sigma_{sy}}{b \cdot \alpha_b \cdot \sigma_{cu}} \quad (72)$$

降伏時における剪断力は

$$\sigma_y = \frac{M_y}{a}$$

ここに a は剪断スパンとする。

一方剪断応力の断面内分布を Normal Stress 分布と類似関数と仮定する。

すなわち

$$\tau = \tau_{cu} \left[1 - \left(\frac{\gamma_{cu} - \gamma \cdot \lambda_s}{\gamma_{cu}} \right)^{\lambda_s} \right] \quad (73)$$

ここに

γ : コンクリートの剪断単位ひずみ

γ_{cu} : コンクリートの最大剪断応力に対する単位ひずみ

τ_{cu} : コンクリートの低減剪断強度 ($\tau_{cu} = 0.85 \tau_{cb}$)

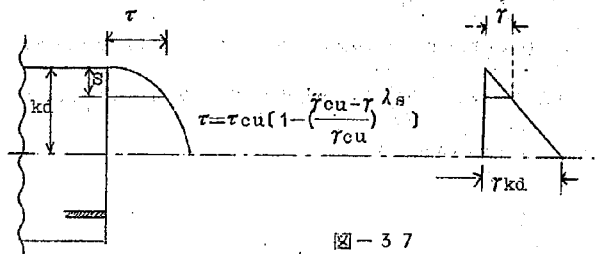


図-37

図-37より

$$S = b \int_0^{kl} r ds$$

$$\frac{r}{S} = \frac{r_{kd}}{kd}$$

$$ds = \frac{kd}{r_{kd}} \cdot dr$$

を用いて

$$S = \frac{bkd}{r_{kd}} \int_0^{r_{kd}} r \cdot dr$$

これに(73)を代入して

$$S = \frac{r_{cu} \cdot bkd}{r_{kd}} \left[1 - \frac{1}{(\lambda_s + 1) r_{kd}} \left(r_{cu} - \frac{(r_{cu} - r_{kd})^{\lambda_s + 1}}{r_{cu}^{\lambda_s}} \right) \right] \quad (74)$$

ここに

$$\lambda_s = \frac{2,000}{105 + 1.20 r_{cu}}$$

降伏条件 $k_d = k_{yd}$ のとき

$$S_y = \frac{r_{cu} \cdot b k_{yd}}{r_{k_{yd}}} \left[1 - \frac{1}{(\lambda_s + 1) r_{k_{yd}}} \left(r_{cu} - \frac{(r_{cu} - r_{k_{yd}})^{\lambda_s + 1}}{r_{cu}^{\lambda_s}} \right) \right]$$

1) 降伏荷重におけるひずみエネルギー

Timoshenko と Goodier により単位容積当りのひずみエネルギーは

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_x \cdot \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})$$

x軸をはりの長さ方向にとると $\sigma_y = \sigma_z = 0$ であるから、ひずみエネルギーは

$$dU_s = \frac{1}{2} \sigma_s \epsilon_s dx dy dz$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s = \frac{x}{a} \cdot \sigma_{sy}$$

を用いて

$$U_s = \frac{A_s}{2E_s} \cdot \int_0^a \left(\frac{x}{a} \cdot \sigma_{sy} \right)^2 dx$$

ゆえに鉄筋における総ひずみエネルギーは

$$U_s = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sigma_{sy}^2}{E_s} \cdot A_s \cdot a$$

コンクリートに生じているNormal Stress によつての単位容積当りのひずみエネルギーは

$$\frac{U}{V} = \int_0^{\epsilon_{cy}} \sigma_d d\epsilon$$

(68) をこれに代入して積分すると

$$\frac{U}{V} = \int_0^{\epsilon_{cy}} \sigma_d d\epsilon = \sigma_{cu} \left[1 - \frac{1}{(\lambda_b + 1) \epsilon_{cy}} \left(\epsilon_{cu} - \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_{cy})^{\lambda_b + 1}}{\epsilon_{cu}^{\lambda_b + 1}} \right) \right] \quad (76)$$

従つてコンクリート中に生じているNormal Stress によるひずみエネルギーは

$$U_c = \frac{1}{3} \frac{U}{V} \cdot b \cdot k_{yd} \cdot \alpha$$

コンクリート中に生じている剪断応力によるひずみエネルギーは、同様に

$$\frac{U}{V} = \int_0^{\tau_{kyd}} \tau_d d\tau$$

これに(73)を代入積分すると

$$\frac{U}{V} = \tau_{cu} \left[1 - \frac{1}{(\lambda_s + 1) \tau_{kyd}} \left(\tau_{cu} - \frac{(\tau_{cu} - \tau_{kyd})^{\lambda_s + 1}}{\tau_{cu}^{\lambda_s + 1}} \right) \right] \quad (79)$$

剪断応力と剪断ひずみは、はりの長さ方向断面に一定とすると、ひずみエネルギーは

$$U_T = \bar{u}_T \cdot b k_y d a \quad (80)$$

(75) と (79) を用いて

$$U_T = s_y \cdot r_{kyd} \cdot a \quad (81)$$

結局総ひずみエネルギーは

$$U_T = U_s + U_c + U_T \quad (82)$$

II) 終局荷重時のひずみエネルギー

1) $\sigma_{sy} = \sigma_{su}$ のとき

$$W_s = \frac{1}{6} \cdot \sigma_{sy} A_s \epsilon_{sya} + \frac{1}{6} \sigma_{sy} A_s \epsilon_{su} \ell_p + \frac{1}{6} \sigma_{sy} A_s \sqrt{\epsilon_{sy} \epsilon_{cu}} \cdot \ell_p \quad (83)$$

2) $\sigma_{su} > \sigma_{sy}$ のとき

$$W_s = \frac{1}{6} \sigma_{sy} A_s \epsilon_{sy} (a - \ell_p) + \frac{1}{6} (\sigma_{sy} \epsilon_{sp} + \sigma_{su} \epsilon_{su} + \sqrt{\sigma_{sy} \epsilon_{sp} \sigma_{su} \epsilon_{su}} \cdot A_s \ell_p) \quad (84)$$

コンクリートの Normal Stress によるひずみエネルギーは

$$W_c = \frac{1}{3} b k_y d \sigma_{cu} (\alpha - \ell_p) \left(1 - \frac{1}{(\lambda_b + 1) \epsilon_{cy}} \cdot \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_{cy})^{\lambda_b + 1}}{\epsilon_{cu}^{\lambda_b}} \right) + \frac{1}{6} \cdot b \tau_{cu} \ell_p (W_1 + W_2 + W_3) \quad (85)$$

ここに

$$W_1 = k_y d \left(1 - \frac{1}{(\lambda_b + 1) \epsilon_{cy}} \cdot \frac{(\epsilon_{cu} - \epsilon_{cy})^{\lambda_b + 1}}{\epsilon_{cu}^{\lambda_b}} \right)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} (k_{yd} + k_{ud}) \left\{ (\epsilon_{0p} + \frac{\epsilon_{cy} + \epsilon_{cu}}{2}) \left[1 - \frac{1}{(\lambda_{b+1})^{\epsilon_{cy}}} \left(\frac{\epsilon_{cy} + \epsilon_{cu}}{2} - \frac{(\frac{\epsilon_{cy} + \epsilon_{cu}}{2} - \epsilon_{cy})^{\lambda_{b+1}}}{(\frac{\epsilon_{cy} + \epsilon_{cu}}{2})^{\lambda_b}} \right) \right] \right\}$$

$$W_3 = \frac{k_{ud}}{\lambda_b}$$

3) 剪断によるひずみエネルギー

$$W_T = S_u \cdot \delta_{kud} \cdot a$$

ゆえに終局状態時における総ひずみエネルギー

$$W_T = W_3 + W_G + W_T \dots \dots \dots (86)$$

となる

靱性長 l_p は終局荷重時におけるはりのひずみエネルギーの決定に必要である。この l_p は外力による曲げモーメントの図形に関係するものであり、つまり l_p は終局荷重時の総ひずみエネルギーと終局荷重時の外力のなす仕事とは等しいということから決められる（第13）。

Ⅷ) たわみと回転

1) 降伏荷重によるたわみ

これは降伏荷重における外力仕事（82）のひずみエネルギーに等しいということから

$$\frac{1}{2} S_y \delta_y = U_T$$

から

$$S_y = \frac{M_y}{a}$$

を用いて

$$\delta_y = \frac{2U_T}{S_y} \dots\dots\dots (87)$$

2) 終局荷重におけるたわみ

この場合同様に終局荷重における外力仕事(86)のひずみエネルギーに等しいとして

$$\frac{1}{2} S_y \delta_y + \frac{1}{2} (S_y + S_u) (\delta_u - \delta_y) = W_T$$

から

$$\delta_u = \frac{2W_T + S_u \delta_y}{S_y + S_u} \dots\dots\dots (88)$$

これより塑性回転 ϕ_p は

$$\phi_p = \frac{S_u - \delta_y}{a} \dots\dots\dots (89)$$

これが曲げと剪断を考慮した塑性ヒンジの回転能力である。

1.3.3 剪断ひびわれ発生後の塑性回転

モーメントと剪断力が同時に作用する場合の鉄筋コンクリートばりの挙動は、節1.2.2に論じたが、トラスアナロジー論に立脚して詳論してみる、つまり終局状態においては剪断ひびわれが生じているので、この剪断ひびわれが発生しているという仮定に立脚し、トラスアナロジー論に基づき引張域に対しては、M/Z線が補正量Vだけ変化する。

このモーメント零点の方向への引張力線の移動によってかなりの、いわゆる腹部の塑性域の増加が進行する。補正量Vは剪断鉄筋の量と方向にもとずき塑性範囲V=0~Zまで大きく変化する。

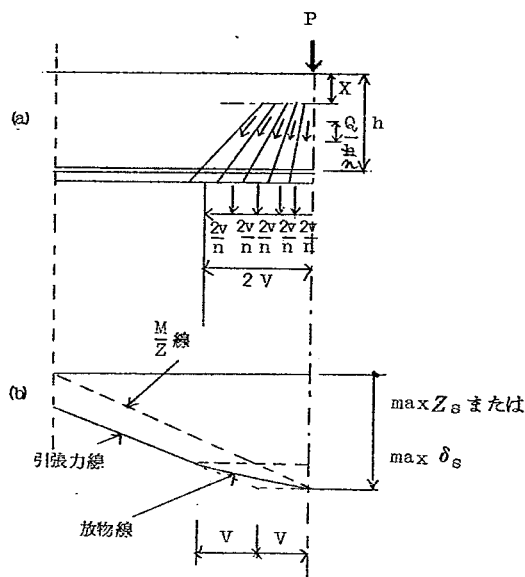


図-28 剪断ひびわれ発生後の最大モーメントの範囲における引張力または鋼応力の分布

剪断ひびわれ発生後の塑性回転の決定については、引張力、すなわち補正範囲における鋼応力を調べる必要がある。図-28aに示すように範囲 V の n 個の斜圧縮ストラットにおける剪断力は、一様に各部で伝達されるとすると、軸方向鉄筋の高さの位置におけるすべての斜圧縮ストラットは $2V/n$ となり $2V$ における引張力または鋼応力は図-28bに示すようにパラボラ形と仮定する。

鋼応力のパラボラ分布に対してのみ $2V$ 間において生ずる引張域の塑性長さ ΔL_p を求めると

$$\Delta L_p = \int_{2V} \epsilon(s) s_p ds \dots\dots\dots (90)$$

塑性回転は

$$\theta'_P = \frac{\Delta \epsilon_p}{h-x} = \frac{1}{h-x} \int_{2V} \epsilon(s) s_p ds \dots\dots\dots (91)$$

$X = X(s)$ とおくと、すなわち

$$\frac{\epsilon(s) s_p}{h-x(s)} = \phi_p(s)$$

とかくと

$$\theta'_P = \int_{2V} \phi_p(s) ds \dots\dots\dots (92)$$

剪断ひびわれが生じた場合に対して、もしも図-39に示されている引張力、または引張応力の分布をモーメントの分布と類似であると考えるならば、そしてモーメントの分布に対して塑性回転の総和が作られるとするならば、塑性回転を求め得る。

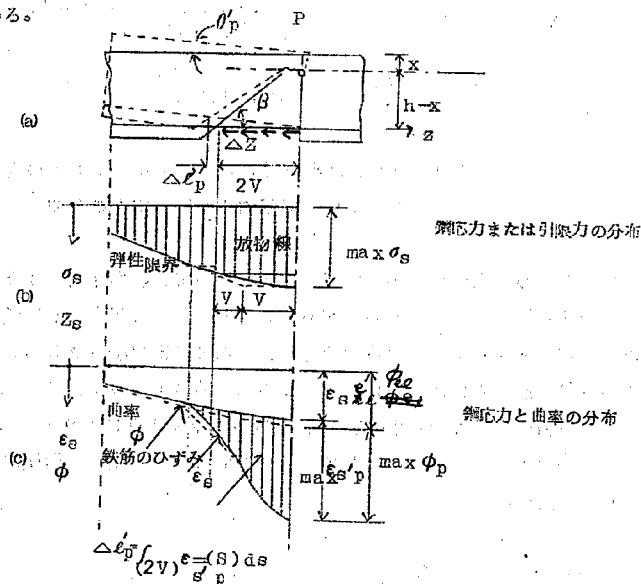


図-38 剪断ひびわれを有するはりにおける塑性回転の決定

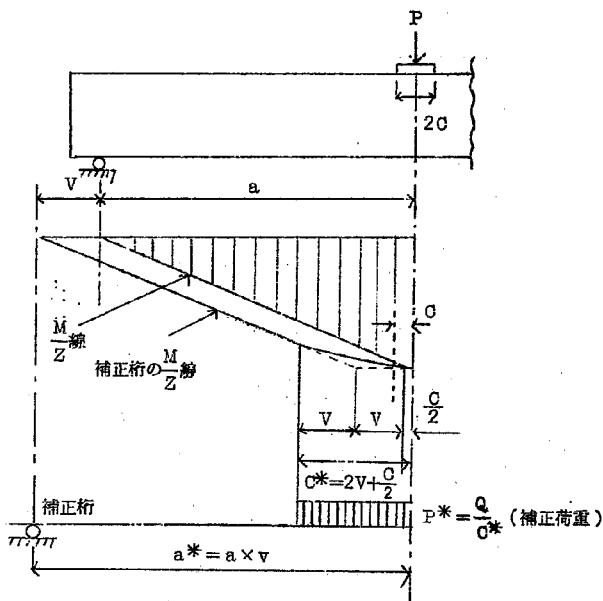


図-3.9 M/Z線に相応する剪断ひびわれを有するはりの補正引張力線、補正荷に載荷せる補正荷重 P^*

このモーメントは一樣な分布荷重 $P^* = Q / (2V)$ にて与えられ、補正ばりとしての径間長 $a^* = a + V$ に作用する。

塑性回転 θ'_p はまた補正ばりに対する曲げ回転として $2(V_{l1} + V_{r1})$ 長に渡って分布する補正荷重を用いて決められる。剪断塑性回転を θ'^s とすると

$$\theta'^a_p = \theta'_p - \theta'^s_p \dots\dots\dots (93)$$

荷重載荷長は

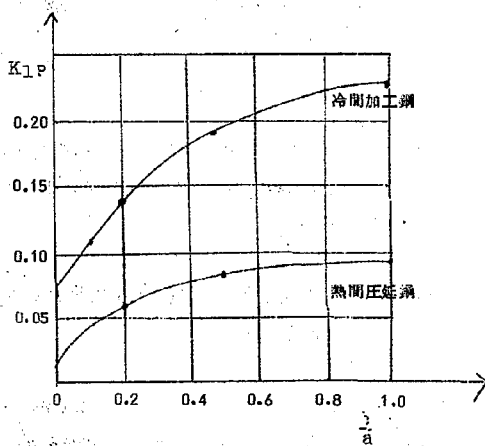
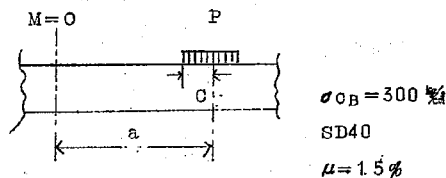
$$\sigma^* = 2V \dots\dots\dots (94)$$

荷重Pは2C上に載荷するとすると σ^* は $C/2$ だけ高められる、それ故

$$\sigma^* = 2V + \frac{C}{2} \dots\dots\dots (95)$$

σ^*/a^* については K_{1P} の関係で示すと図-40のようになる。

図-40



塑性長さは

$$l_p^* = k_{lp}^* \cdot a^* \dots\dots\dots (96)$$

$$\theta_p' = \phi_p \cdot k_{lp}^* \cdot a^* \dots\dots\dots (97)$$

または

$$\theta_p = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \cdot \frac{a^*}{h} \dots\dots\dots (98)$$

$$a^* = a + V$$

であるから

$$\theta'_p = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \cdot (a + V) = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \cdot \frac{a + V}{h}$$

この θ'_p は試験ばり等によってできるだけ正確に決めるべきである。一般補正量 V としては、使用する剪断補強筋すなわちスターラップの軸鉄筋に対する角度を α とすると

$$\alpha = 90^\circ \dots\dots\dots V = h/2$$

$$\alpha = 45^\circ \dots\dots\dots V = h/8$$

と仮定して十分である。これより

$$\alpha = 90^\circ \dots\dots\dots \theta'_p = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \left(a + \frac{h}{2}\right) = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \left(\frac{a}{h} + \frac{1}{2}\right) \dots\dots\dots (100)$$

$$\alpha = 45^\circ \dots\dots\dots \theta'_p = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \left(a + \frac{h}{8}\right) = \phi_p \cdot k_{\ell p}^* \left(\frac{a}{h} + \frac{1}{8}\right) \dots\dots\dots (101)$$

このようにして θ'_p は求まるが試験によって塑性回転を決定するには大きな困難が生ずるので、これらの式を更に簡易化する方がよい。

剪断回転の決定のために図-39に点線で示されている簡易化された応力、または引張力の分布を仮定すると、剪断回転 θ_p^s は塑性回転曲率 ϕ_p と補正量 V との積として与えられる。

$$\theta_p^s = \phi_p \cdot V$$

ゆえに

$$\alpha = 90^\circ \dots \dots \dots \theta'_p = \theta'^B_p + \theta'^S_p$$

$$= \phi_p \left(k_{\ell p} \cdot a + \frac{h}{2} \right) = \phi_p \cdot \left(k_{\ell p} \frac{a}{h} + \frac{1}{2} \right) \dots \dots \dots (102)$$

$$\alpha = 45^\circ \dots \dots \dots \theta'_p = \phi_p \left(k_{\ell p} \cdot a + \frac{h}{8} \right) = \phi_p \cdot \left(k_{\ell p} \frac{a}{h} + \frac{1}{8} \right) \dots \dots \dots (103)$$

となる。

1.3.4 塑性曲げ回転と塑性剪断回転との比較

(102)式による $\alpha = 90^\circ$ のときの θ'^S_p と θ'^B_p とを比較してみると

$$\frac{\theta'^S_p}{\theta'^B_p} = \frac{\phi_p h}{2 \cdot \phi_p \cdot k_{\ell p} \cdot a} = \frac{1}{2 k_{\ell p}} \cdot \frac{h}{a} \dots \dots \dots (104)$$

(104)式の値を冷間加工鉄筋を用いたはりについて Q/a のいろいろな値に対して示した結果を示すと図-41のようになる (SDQ40 使用)。

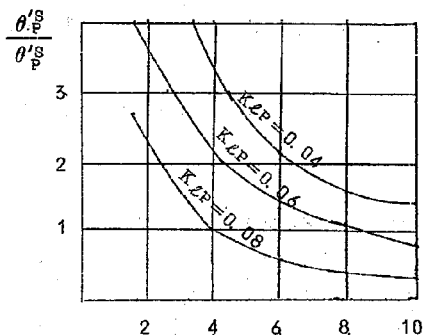


図-41

$$\frac{M}{Q \cdot h} = \frac{a}{h}$$

この図から明らかなように剪断ひびわれの影響が塑性回転に大きな影響を与えていることがわかる。

このことから塑性回転は $M-\phi$ 関係からのみならず、鉄筋コンクリートの場合に剪断ひびわれの影響を考慮する必要がある。

14 鉄筋コンクリート不静定構造の塑性変形を 考慮しての計算 — 終局荷重計算 —

1.4.1 一般の方程式

不静定構造の塑性を考慮しての一般的に有効な方程式は Baker によると、ある与えられた構造物の非弾性の一般性状（終局状態における性状とその他の限界状態における性状）を普通の弾性方程式の発展により、Muller Breslau の原理を用いて不静定鉄筋コンクリート構造に対して与えられており、この方程式を、構造物を静定化するために導入する各々の節点 i 毎に立てて、平衡条件と全変形の適合条件を同時に表すのである。

n 次不静定構造に対して：

$$\int M_i(s) \phi_0(s) ds + X_i \int M_i(s) \phi_i(s) ds + \sum_k X_k \int M_i(s) \phi_k(s) ds + \sum_{n=1}^n M_{in} \phi_{p,n} = 0 \quad (105)$$

ここに

$M_i(s)$: $X_i = 1$ によるモーメント

$M_k(s)$: $X_k = 1$ によるモーメント

X_i : 断面 i における不静定量

X_k : 断面 k における不静定量

$\phi_0(s)$: M_0 による弾性曲率

$\phi_i(s)$: M_i による弾性曲率

$\phi_k(s)$: M_k による弾性曲率

$\theta_{p,n}$: 断面 n における塑性回転

$$\left. \begin{aligned} \phi_0(s) &= \frac{M_0(s)}{E I(s)} \\ \phi_i(s) &= \frac{M_i(s)}{E I(s)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (106)$$

$$\phi_k(s) = \frac{M_k(s)}{E I(s)}$$

ここに

$E I(s)$: State I の時の曲げ剛性

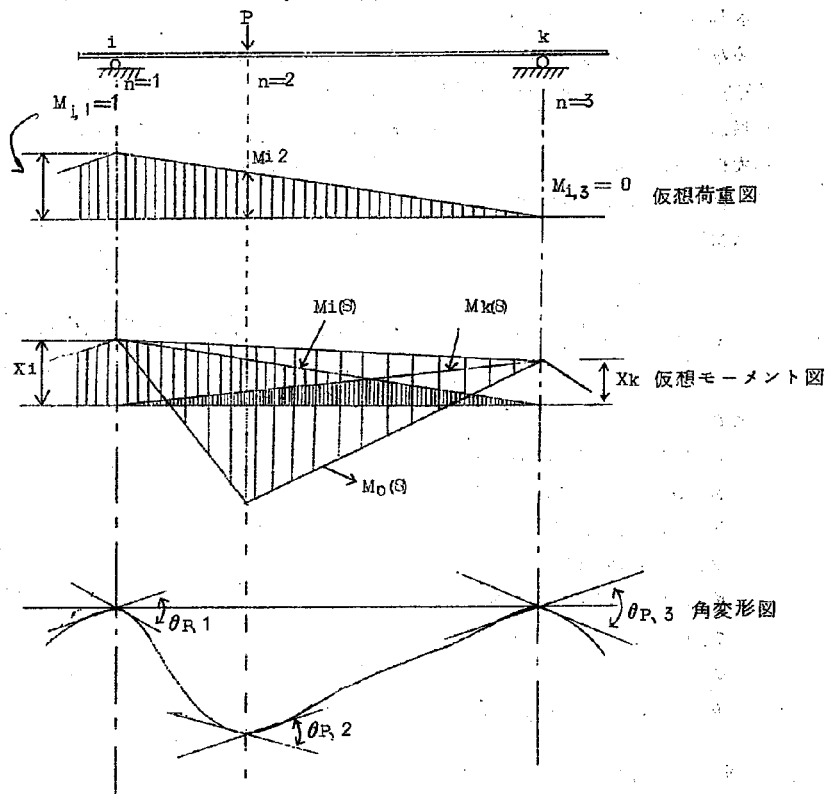


図 - 42

(92)式を用いて(91)式は

$$\int \frac{M_i(s) M_o(s)}{E I(s)} ds + X \int \frac{M_i^2(s)}{E I(s)} ds + \sum X_k \int \frac{M_i(s) M_k(s)}{E I(s)} ds + \sum \text{Min } \theta_{p, n} = 0 \dots\dots\dots (107)$$

(107)式は一般的に有効である。しかしもしもただ一つの塑性ヒンジのみが形成される構造系を考えるならば、塑性状態における不静定量の正確な数値上の計算に対してのみ使用される。

多くの塑性ヒンジが形成されると、1つの任意の荷重 $P > P_{o1}$ のもとの断面力の正確な分布と終局荷重は、ただくり返し方法によってのみ決められる。これは例えば理想化された完全塑性構造材料の仮定における鋼構造におけるような完全解は、鉄筋コンクリート構造においては与えられない。

1.4.2 終局荷重の決定のためのくり返し方法

この方法はまず塑性ヒンジにおける計算上の曲げ破壊モーメントを決めて、このモーメントに対しての弾性変形、塑性変形を求めることから出発する。

個々のヒンジに生ずる変形の比較を通して、逐次正確な調和せる断面力分配を決め得る。まず $n+1$ 個の塑性ヒンジにおいて、その都度の曲げ破壊モーメント M_u が達せられることから出発する。塑性ヒンジに、いわゆる塑性モーメントが生ずる場合には、まず最初に鋼構造におけるように前もって正確に M_u を決める。

しかし鋼構造とは異り鉄筋コンクリート構造においては、この状態がとにかく適応するのかどうかを確証せねばならない。コンクリートの小さな変形能力により、塑性ヒンジの回転能力は制限される。このことはしばしばすべての塑性ヒンジが形成される前に1つのヒンジがすでに破壊に達してしまうことを生ぜしめる。

それ故問題は：

そのようなヒンジにおいて第1に破壊が生じ、他のヒンジにおけるモーメントは増加し得るだろうか、ということにあると思われる。

もしも n 個の断面においてヒンジが生ずるならば、破壊断面を決めるために

塑性ヒンジにおいて可能な回転、 $\max \theta_p$ と弾性たわみ角 δ とを決める。これは塑性ヒンジにおいて取り上げられ得る破壊（塑性）モーメント M_u から与えられる。

1つの崩壊機構に対して使用を意のままにできる回転は

$$\theta_p = \max \theta_p - \delta$$

から与えられる。

δ が正であると $\theta_p < \max \theta_p$ となり、 δ が負であると $\theta_p > \max \theta_p$ となる。これは次のように説明できる。つまり載荷構造系が、まず破壊まで純な弾性性状をするという仮定のもとで取り上げられ得るモーメント M_u の分配のもとで、系が幾何学的に調和せねばならぬために、このヒンジは負の振れ角が必要である。ただ他のヒンジに塑性流れが生ずるとこの負の振れ角は、まずこの断面は塑性変形が可能である前に排除される。

破壊が生ずる断面はただ崩壊機構の幾何学的状態からのみ見出し得る。しかもその断面は破壊に対して標準となる。そこにおいてはまず機構の振れ角は利用し得る回転の大きさに達する。すなわちここにおいては機構の振れ角 ω と回転角 θ との比が最少となる。

破壊断面が決められると、幾何学的性状の基本により他のヒンジにおいて達した回転または曲率と、これによるモーメント $M(\omega)$ が決められる。

この $M(\omega)$ が初めに決めた M_u と異ると、全計算過程を——丁度 M_u から出発して——初めの値と最終値とが等しくなるまでくり返し計算する。

計算過程を整理すると：

- 1 系の崩壊機構の決定とこれによる塑性ヒンジにおける崩壊機構の振れ角 ω の決定
- 2 限界断面における破壊モーメント M_u と可能な塑性回転角 $\max \theta_p$ の計算、破壊（終局）モーメントは節12の方法により決め、塑性ヒンジの回転角の大きさは節13によって決める。
- 3 不静定系において、破壊モーメントによる塑性ヒンジの位置における弾性振れ角 δ の決定
- 4 1つの機構に対して使用可能な回転 θ は可能な塑性回転 $\max \theta_p$ （2.による）と弾性振れ角 δ （3.による）との差として与えられる。

$$\theta = \max \theta_p - \delta.$$

5. 崩壊機構のすべてのヒンジに対する θ/ω の決定。

最少 θ/ω を有するヒンジにおいて破壊が生ずる。これは他の断面で可能な回転角が達せられる前に回転能力が使い果たされるからである。

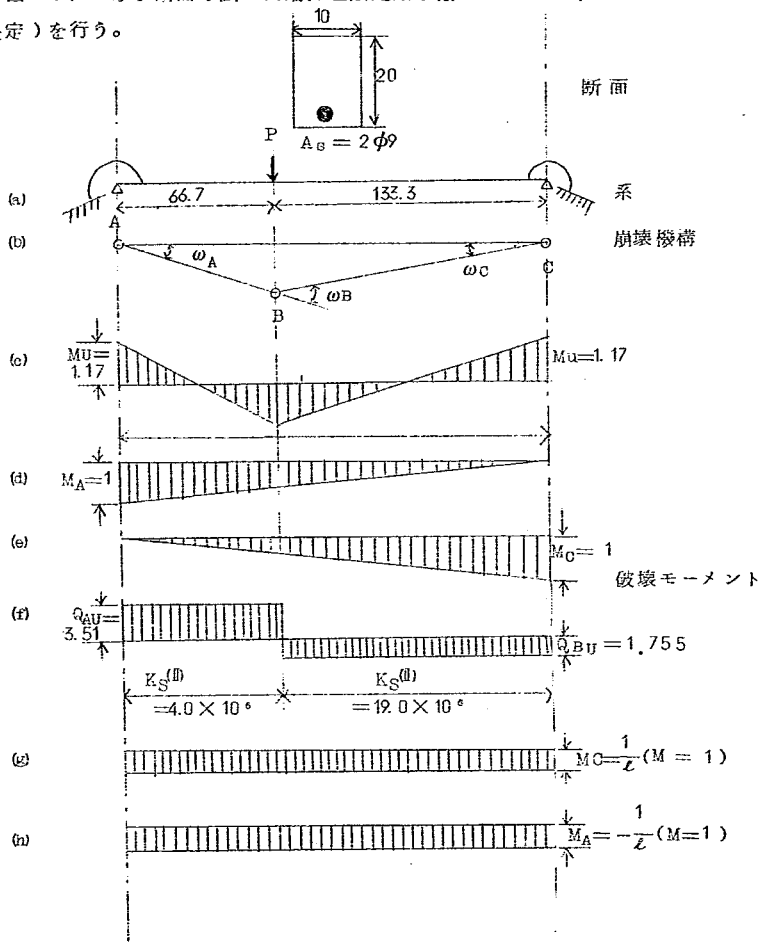
6. 破壊において個々のヒンジに生ずる回転 θ の計算。すべてのヒンジに生ずる回転が正であるならば、これは達せられたり値に対して、この θ による $M\omega$ が決められる。この $M\omega$ が初めに決めた破壊モーメント M_u (2.と比較せよ) より小さいならば、全計算を $M\omega$ を用いてくり返し計算する。

1つのヒンジで1つの負の回転が生ずると、仮定されたモーメント分配の下では、破壊までにヒンジは生じない。即ち塑性変形は生じない。このヒンジにおけるモーメントは、また M_u を用いて大きく仮定する。

14.3 計算例

14.3.1 両端弾性固定矩形ばり

図43に示す断面寸法の両端弾性固定矩形ばりについて計算（終局荷重の決定）を行う。



コンクリートの品質 : $\sigma_{ck} = 300$ ㎍

鉄筋の品質、SD40 : $\frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{ck}} = 4000$ ㎍

スタールップの傾斜角 : $\alpha = 45^\circ$

1) 崩壊機構と角性状

崩壊機構 (図-43C) の幾何学的性状から次の角性状が得られる。

ヒンジA : $\omega_A = 1.0$

ヒンジB : $\omega_B = 1.5$

ヒンジC : $\omega_C = 0.5$

これは、例えば崩壊機構においてAにおける角はCにおけるものの2倍であることを意味する。

2) 破壊モーメントと塑性回転

破壊モーメントの計算はすべての危険断面で $M_U = 1.17 \text{ t} \cdot \text{m}$ となる。塑性回転の大きさについて重要な斜めダイアゴナルストラットの傾斜角 β は 45° と仮定する。

これと $\alpha = 45^\circ$ を用いて、補正量 V は

$$V = \frac{Z}{2} (\cot \beta - \cot \alpha) \dots \dots \dots (\text{トラスアナロジーから誘導される})$$

であるから、 $\alpha = 45^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ を代入すると $V = 0$

すなわち塑性剪断回転 θ_p^s は生じない。

最大回転の決定については危険断面において (36式) を用いて

$$\max \theta'_p = \max \theta'^B_p = \max \phi_p k_{lp} a$$

荷重載荷版長の半分 C は径間と固定端位置において約 5 cm と仮定すると図-40より

$$A \text{ 点} \dots \dots \frac{c}{a} = \frac{5}{33.3} = 0.150 \rightarrow k_{lp} = 0.122$$

$$C \text{ 点} \dots \dots \frac{c}{a} = \frac{5}{66.7} = 0.075 \rightarrow k_{lp} = 0.098$$

$\max \phi_p = 0.00154 (1/\text{cm})$ 塑性曲率の最大値を用いて、個々のヒンジ

において、次の塑性回転が可能である。

$$\max \theta'_p{}^A = 0.00154 \times 0.122 \times 33.3 = 0.00626 \text{ rad}$$

$$\max \theta'_p{}^B = 0.00154 \times 0.098 \times 66.7 = 0.01006 \text{ rad}$$

$$\max \theta'_p{}^C = \max \theta'_p{}^A + \max \theta'_p{}^B = 0.01632 \text{ rad}$$

3) 弾性回転角

弾性回転角は仮想働原理を用いて決定でき、固定断面 A, C, について塑性ヒンジに作用しているモーメント M_p (図-4.3) により

$$\begin{aligned} \delta_A^B &= \int \frac{M \cdot M_A}{EI(l)} ds = \frac{(1.17+1.17)(1+0.667) \times 2.00 \times 10^7}{6 \times 6.5 \times 10^8} = 0.02000 \text{ rad} \\ &= - \frac{1.17 \times 2.00 \times 10^7}{2 \times 6.5 \times 10^8} = -0.01800 \text{ rad} \\ &\quad +) \frac{\quad}{\quad} \\ \delta_A &= 0.00200 \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_C^B &= \int \frac{M \cdot M_C}{EI(l)} ds = \frac{(1.17+1.17)(1+0.333) \times 2.00 \times 10^7}{6 \times 6.5 \times 10^8} = 0.01600 \text{ rad} \\ &= - \frac{1.17 \times 2.00 \times 10^7}{2 \times 6.5 \times 10^8} = -0.01800 \text{ rad} \\ &\quad +) \frac{\quad}{\quad} \\ \delta_C &= -0.00200 \text{ rad} \end{aligned}$$

剪断力により A, C 点に

$$\delta_A^S = -\delta_C^A = \int \frac{\theta \cdot \theta_A}{K_S(l)} ds = - \frac{3.510 \times 1 \times 66.7 \times 10^3}{4.0 \times 10^8 \times 200} = -0.0029 \text{ rad}$$

$$= \frac{1.755 \times 1 \times 3.33 \times 10^5}{120 \times 10^6 \times 200} = 0.0006 \text{ rad}$$

$$+) \frac{\quad}{\delta_A^S = -0.00023 \text{ rad}}$$

曲げと剪断の合成より

$$\delta_A = \delta_A^B + \delta_A^S = 0.00200 - 0.00023 = 0.00177 \text{ rad}$$

$$\delta = \delta_C^B + \delta_C^S = -0.00200 + 0.00023 = -0.00177 \text{ rad}$$

M_U の下で A, C 点における弾性固定により次の回転角が生ずる。

$$\delta'_A = 0.00380 \text{ rad}$$

$$\delta'_C = 0.00280 \text{ rad}$$

4) 個々の断面における可変回転機構について

回転 θ の決定について、A, C 点における弾性固定による回転角が θ_p に加えられる。というのは塑性回転に対して関連曲線が塑性ヒンジの回転方向に振れるので

$$\theta_A = 0.00626 - 0.00177 + 0.00380 = 0.00829 \text{ rad}$$

$$\theta_B = \max Q_F / B = 0.01632 \text{ rad}$$

$$\theta_C = 0.01006 - (-0.00177) + 0.00280 = 0.01463 \text{ rad}$$

5) 崩壊機構の角性状

θ と ω の比 θ/ω は、何れかのヒンジにおいて破壊が生ずるということについての情報を与える。破壊曲げモーメント M_U はヒンジに生じ、そこにはまず回転能が使い果たされる。すなわち θ/ω が最少となる。個々のヒンジについて

$$A : \frac{\theta_A}{\omega_A} = \frac{0.00829}{1.0} = 0.00829$$

$$B : \frac{\theta_B}{\omega_B} = \frac{0.01632}{1.5} = 0.01008$$

$$C : \frac{\theta_C}{\omega_C} = \frac{0.01463}{0.5} = 0.02926$$

これからヒンジ A が破壊断面となる。

6) 任意のヒンジにおける破壊時の塑性回転

ヒンジ B, C でヒンジ A の破壊時に次の回転が得られる。

$$\theta_{P'B} = 0.00829 \times 1.5 = 0.01244 \text{ rad}$$

$$\theta_{P'C} = 0.00829 \times 0.5 = 0.00177 - 0.00280 = -0.00042 \text{ rad}$$

$\theta_{P,C}$ が負なので仮定された M_U の分配の下では、断面 C において破壊まで塑性ヒンジが形成されない。すなわち M_C が大きく仮定されたことになる。

このような計算を $M_C = 1.00 \text{ tm}$ 、 $m < M_U = 1.77 \text{ tm}$ について更にくり返し計算を行なうと

$$\theta_{P,B} = 0.01190 \text{ rad}$$

$$\theta_{P,C} = 0.00115 \text{ rad}$$

これによるモーメント

$$M(U)_C = 1.15 \text{ tm}$$

$$M(U)_C = 0.97 \text{ tm}$$

さらにこのモーメントを用いて計算をくり返す。

終局荷重 $P(U)_R$ はモーメント曲線の補正（丸味をつけること、例えば図-39のように）の考慮の下で見い出され得るモーメント分布から与えられる。

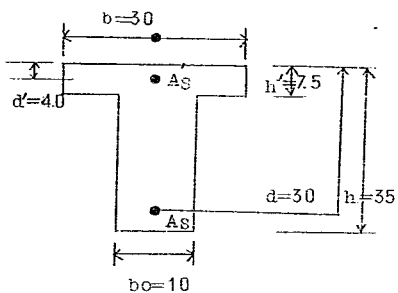
結局終局荷重 $P(U)_R$ としては計算の結果

$$P(U)_R = 5.12 \text{ t}$$

が得られる。

1 4. 3. 2 二径間連続ばり

図 - 4 4 に示す 2 径間連続げたの終局荷重 $P(u)R$ を計算してみる。



SD40

$$A_S = 4\phi 16 = 11.16 \text{ cm}^2$$

$$A'_S = 2\phi 12 = 2.28 \text{ cm}^2$$

$$E_S = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{CB} = 0.85 \sigma_{OK} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{sy} = 4,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\alpha = 90^\circ$$

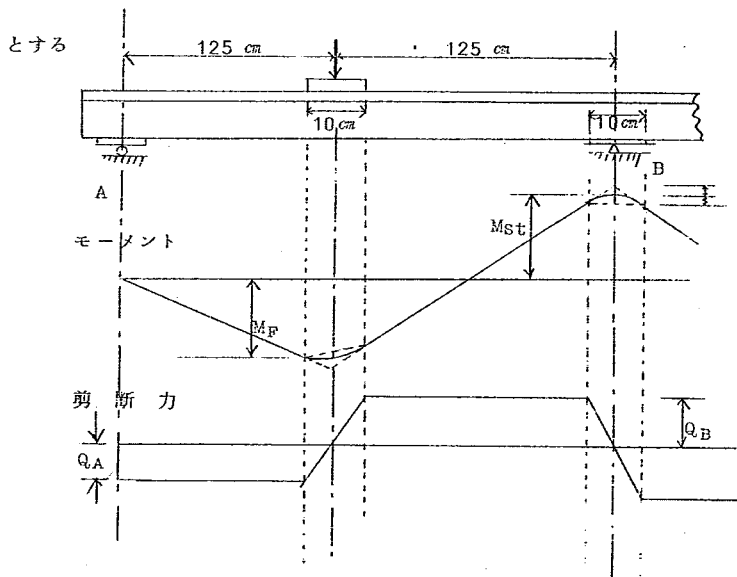
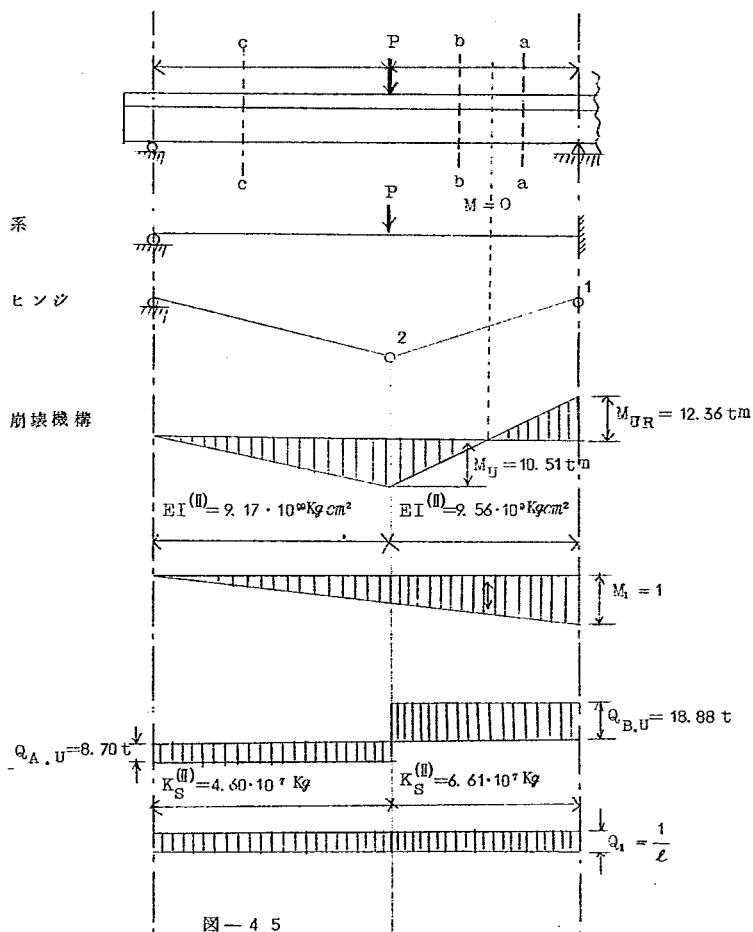


図 - 4 4



破壊モーメントは計算の結果

ヒンジ1: $M_U = 12.36 \text{ t}\cdot\text{m}$

ヒンジ2: $M_U = 10.51 \text{ t}\cdot\text{m}$

曲率は

$$\text{ヒンジ1: } \max \phi_P = 0.000257 \text{ (1/cm)}$$

$$\text{ヒンジ2: } \max \phi_P = 0.000906 \text{ (1/cm)}$$

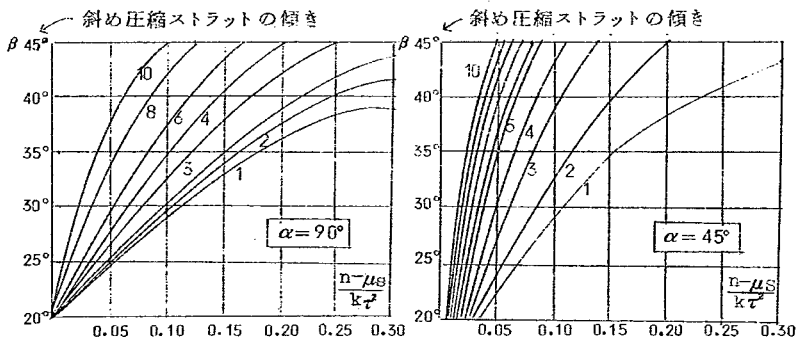
剪断ひびわれが生ずるならば ($\tau_0 > \tau_{0D}$)、塑性回転は、(99)式にて計算する。すなわち

$$\max Q_P = \max \phi_P \cdot k_{LP}^* (a + V)$$

補正量 V については $\alpha = 90^\circ$ より

$$V = \frac{Z}{2} (\cot \beta - \cot \alpha) = \frac{Z}{2} \cot \beta$$

トラスにおける斜め圧縮材の傾きは、例えば Diliger による図-46 より決め得る。



このために必要なパラメータは範囲1においてはモーメント零点から $V = \frac{Z}{2} \cot \beta$ の距離における断面 a-a、b-b に対して、範囲2においては断面に対して決められる。

M_U に相当する破壊荷重 $P_U = 55.0 \text{ t}$ のもとでは、

$$Q_U = 18.88 \text{ t}$$

$$\tau_{ou} = 69.2 \text{ kg} > \tau_{op} = \frac{\sigma_{OB}}{30} = 9.6 \text{ kg}$$

断面 a-a において $\beta = 38^\circ$ 、 $M = 0.5 Q \cdot \cot \beta$ とすると、

$$\sigma_S = \left(\frac{M}{Z} + \frac{Q}{2} \cot \beta \right) \frac{1}{A_S} = \frac{Q}{A_S} \cot \beta = \frac{18800}{10.32} \cdot 12.8 = 2340 \text{ kg}$$

$$\sigma_b = \left(\frac{M}{Z} - \frac{Q}{2} \cot \beta \right) \frac{1}{A_S} = 0$$

$$n = \frac{E_S}{E_G} = 7.0$$

$$k_r = \frac{\tau_o - \tau_{oD}}{\tau_o} = \frac{69.2 - 9.6}{69.2} = 0.85$$

を用いて

$$\frac{\sigma_S - n\sigma_b}{2n\tau_o} = \frac{2340 - 0}{2 \times 7.0 \times 69.2} = 2.42$$

$$\frac{n \cdot \mu_s}{k_r} = \frac{7.0 \times 0.0142}{0.85} = 0.148$$

この2つの値を用いて図-46より β を求めると $\beta = 38^\circ$ となる。

この方法によって断面 b-b、c-c のひびわれ傾斜角、ならびに補正量、塑性長、塑性回転を求めると表-2のようになる。

表-2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
ヒンジ	β	V	C^*	a	$\frac{C^*}{a+V}$	K_{Lp}	l_p^*	θ_P^*
1	38.0	17.2	36.9	68	0.43	0.184	15.7	0.00403
2	右	38.5	16.8	36.1	57	0.49	0.190	0.01270
	左	42.0	14.8	32.1	125	0.23	0.147	0.01862

ヒンジにおける弾性捩れ角 δ_1^B は普通の計算方法に基づき決められる。

支承上と径間における異なる曲げ剛性 $EI^{(B)}$ を考慮して図-45によるM-面と重ね合わせるることによって

$$\delta_1^B = \frac{10.51 \times 0.728 \times (1.82 + 125) \times 10^7}{6 \times 9.17 \times 10^9} = 0.00427 \text{ rad}$$

$$- \frac{12.36 \times (2 \times 1000 + 0.228) \times 0.69 \times 10^7}{6 \times 9.56 \times 10^9} = -0.00400 \text{ rad}$$

$$+ \frac{\quad}{\quad} \\ \delta_1^B = +0.00027 \text{ rad}$$

剪断 δ_1^S による弾性捩れ角を範囲1において $K_S^{(1)} = 6.61 \times 10^7$ を用いて、範囲2において $K_S^{(2)} = 4.60 \times 10^7$ K_S を用いて次のようになる。

$$\delta_1^S = \frac{Q_A \cdot 1/2}{K_S^{(1)}} = \frac{8700 \times 125}{4.60 \times 10^7} = 0.00094 \text{ rad}$$

$$- \frac{Q_B \cdot 1/2}{K_S^{(2)}} = \frac{18880 \times 125}{6.61 \times 10^7} = -0.00143 \text{ rad}$$

$$+ \frac{\quad}{\quad} \\ \delta_1^S = -0.00049 \text{ rad}$$

これを用いてヒンジ1における全弾性捩れ角は

$$\delta_1 = \delta_1^B + \delta_1^S = 0.00027 - 0.00049 = -0.00022 \text{ rad}$$

崩壊機構に対して、そのときヒンジ1に次の回転が使用される。

$$\max \theta_1 = \max \theta_p - \delta_1 = 0.00403 + 0.00022 = 0.00425 \text{ rad}$$

これを用いてヒンジ2における回転は

$$\theta_{P(u)} = 2 \times 0.00425 = 0.00850 \text{ rad}$$

塑性曲率は

$$\phi_P = \frac{\theta_{P(u)}}{\frac{l_{P\text{左}}}{*} + \frac{l_{P\text{右}}}{*}} = \frac{0.00850}{20.6 + 14.0} = 0.000245 \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$$

モーメントは

$$M(u) = 9.50 \text{ t m}$$

これを用いてさらにくり返し計算を行なうと

$$M(u)R = 9.62 \text{ t m}$$

の終局モーメントが得られる。

図-44のようにモーメント図の先端を円形の一部のように丸くすると、
結局終局荷重としては

$$2P_{uR} = 52.02 \text{ t}$$

が得られる。

1 4. 3. 3. 三経間連続ばりの終局荷重の計算法

1) M-φ関係

一般に鉄筋コンクリートげたのような弾塑性体のモーメント-曲率関係 (M-φ) は節13の図より

$$\phi = G_i H_i^M \quad (i=1 \sim n) \quad (108)$$

なる式で十分な精度で表わし得る。

G_i, H_i は (ϕ_i, M_i) と (ϕ_{i+1}, M_{i+1}) 間の間隔によつて決定される定数である。すなわち (108), (109) 式を同時に満足する解より得られる。

$$\log \phi_i = \log G_i + M_i \log H_i \quad (108)$$

$$\log \phi_{i+1} = \log G_i + M_{i+1} \log H_i \quad (108a)$$

$$\therefore \log H_i = \frac{\log \phi_{i+1} - \log \phi_i}{M_{i+1} - M_i}$$

これより

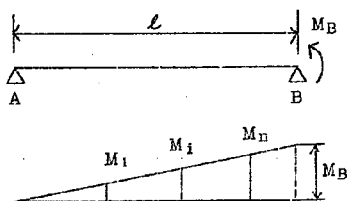
$$H_i = \text{antilog} \frac{\log \phi_{i+1} - \log \phi_i}{M_{i+1} - M_i}$$

$$G_i = \text{antilog} (\log \phi_{i+1} - M_{i+1} \log H_i)$$

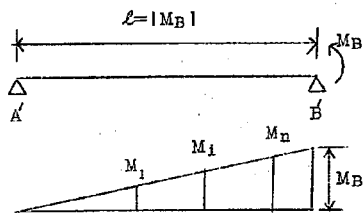
いま曲げモーメントがA点で0からB点で M_b まで線型変化するはり、図4. 47 a に対して考えてみる。このときすべての点でφは決められ得る。モーメントが M_i ($i=1, 2, \dots, 6$) に等しい点で、曲率の値 ϕ_i が知られる。

中間位置におけるφの絶対値は

$$\phi_x = G_i H_i |M_x| \quad (109)$$



(a)



(b)

いまけた長 $l = |M_B|$ なる仮想げたの ϕ -図を考えると、この ϕ -図の総合面積 a_B は計算される。

$$\begin{aligned}
 a_B &= \int_0^{|M_B|} \phi_M dM = \int_0^{M_1} \left(\frac{\phi_1}{M_1} \right) M dM + \int_{M_1}^M G_1 H_1^M dM + \dots + \int_{M_n}^{|M_B|} G_n H_n^M dM \\
 &= \frac{M_1 \phi_1}{2} + \frac{(G_1 H_1^{M_2} - G_1 H_1^{M_1})}{\log_e H_1} + \dots + \frac{(G_n H_n^{|M_B|} - G_n H_n^{M_n})}{\log_e H_n} \\
 &= \frac{M_1 \phi_1}{2} + \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{\log_e H_1} + \dots + \frac{(\phi_B - \phi_n)}{\log_e H_n} \dots \dots (110)
 \end{aligned}$$

この面積の A 点に関する断面一次モーメントは

$$\begin{aligned}
 q_B &= \int_0^{|M_B|} M \phi_M dM = \int_0^{M_1} \frac{\phi_1}{M_1} M^2 dM + \int_{M_1}^M M G_1 H_1^M dM + \dots + \int_{M_n}^{|M_B|} M G_n H_n^M dM \\
 &= \frac{M_1^2 \phi_1}{3} + \left[\frac{M_2 G_1 H_1^{M_2} - M_1 G_1 H_1^{M_1}}{\log_e H_1} - \frac{G_1 H_1^{M_2} - G_1 H_1^{M_1}}{(\log_e H_1)^2} \right] + \dots \\
 &\quad + \left[\frac{|M_B| G_n H_n^{|M_B|} - M_n G_n H_n^{M_n}}{\log_e H_n} - \frac{G_n H_n^{|M_B|} - G_n H_n^{M_n}}{(\log_e H_n)^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$= \frac{M_1^2 \phi_1}{3} + \left(\frac{M_2 \phi_2 - M_1 \phi_1}{\log_e H_1} - \frac{\phi_2 - \phi_1}{(\log_e H_1)^2} + \dots + \left[\frac{M_B \phi_B - M_n \phi_n}{\log_e H_n} - \frac{\phi_B - \phi_n}{(\log_e H_n)^2} \right] \dots \right) \quad (111)$$

実際のけたに対する ϕ -図の面積の絶対値は

$$A_\ell = \frac{\ell}{|M_B|} \cdot a_B \dots \dots \dots (112)$$

$$= \frac{\ell}{M_B} \cdot a_B \dots \dots \dots (113)$$

この面積の A 点に関する断面一次モーメントは

$$Q_{\ell}^A = \left(\frac{\ell}{M_B} \right)^2 \cdot a_B \cdot \frac{M_B}{|M_B|} \dots \dots \dots (114)$$

B 点に関するこの面積の断面一次モーメントは

$$\left. \begin{aligned} Q_{\ell}^B &= A_\ell \left[\ell - \frac{Q_{\ell}^A}{A_\ell} \right] \\ \text{または} \\ Q_{\ell}^B &= A_\ell \cdot \ell - Q_{\ell}^A \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (115)$$

B 点における接線から A 点までの垂直距離と、A 点における接線から B 点までの垂直距離間の関係を用いると

$$Q_{\ell}^A = Q_{\ell}^B$$

これらの基本事項を念頭に、三径間等断面連続けたの中央スパンに漸増集中荷重が働く場合の終局荷重の決定方法を誘導してみる。

2) 三径間連続けたの終局荷重の決定

図-48より

$$S_{EB} = \frac{(M_E - M_B)}{\alpha \ell_2}$$

M 

$$S_{EO} = \frac{(M_O - M_E)}{\beta \ell_2}$$

G 

δ 

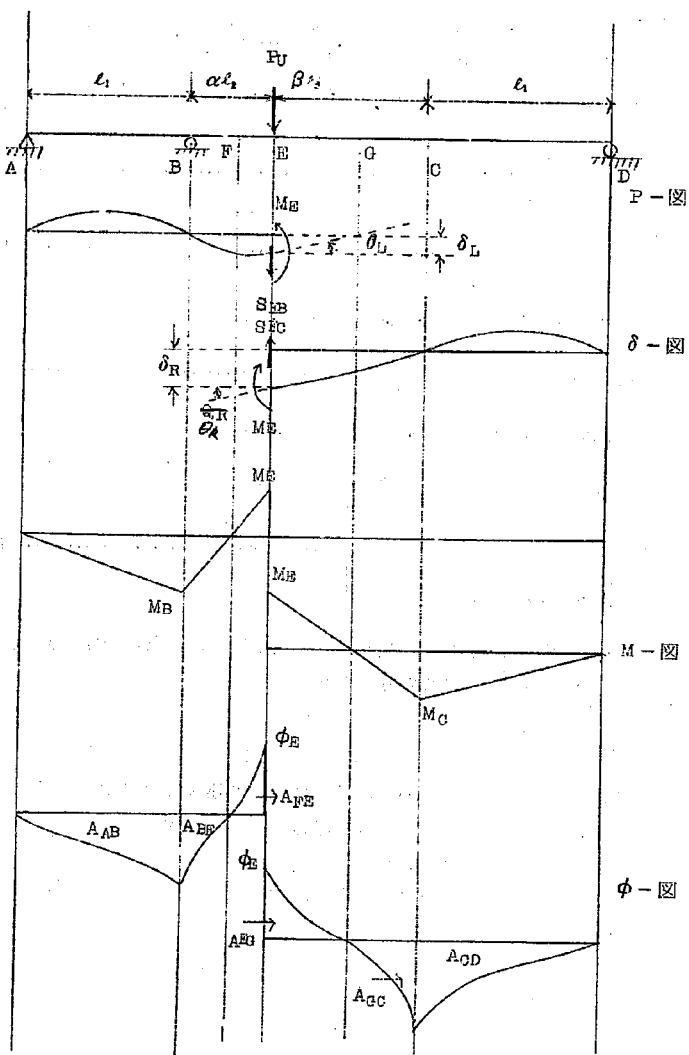


图 - 48

B点における中立軸面における接線の傾斜は

$$\theta^B = \frac{[Q_{AB}^A]}{l_1}$$

左側Segmentに対するE点における接線の傾斜角は

$$\theta_L = \frac{[Q_{AB}^A]}{l_1} + \Delta_{BF} + \Delta_{FE}$$

ここに

$[Q_{AB}^A]$ は(111)、(114)式より、 Δ_{BF} は(110)、(113)式より、 Δ_{FE} は(110)、(113)より M_B の代りに M_E を使用する。ことにより計算される。

これらを代入して

$$\theta_L = \frac{l_1}{M_B(|M_B|)} q_B + \left(\frac{\overline{BF}}{M_B}\right) a_B + \left(\frac{\overline{BF}}{M_E}\right) a_E \dots\dots\dots (117)$$

middle Plane の変曲点(F)の位置は M_B 、 M_E に基づくので $\overline{BF}$ と $\overline{EF}$ は、は、このモーメントと長さ l_2 で示し得る。

$$\overline{BF} = \frac{|M_B|}{|M_B| + |M_E|} \cdot \alpha l_2$$

$$\overline{EF} = \frac{|M_E|}{|M_B| + |M_E|} \cdot \alpha l_2$$

$\overline{BF}$ と $\overline{EF}$ を(117)に代入して

$$\theta_L = \frac{l_1}{M_B(|M_B|)} \cdot q_B + \frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{M_B(|M_B| + |M_E|)} \cdot a_B + \frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{M_E \cdot (|M_B| + |M_E|)} \cdot a_E \dots\dots\dots (118)$$

a_B ; a_E は与えられた M_B と M_E の値に対して、各々(110)式を用いて決められ、それ故 θ_L は、もしもモーメントが決定されると決め得る。

E点における右側Segmentの傾斜角に対する θ_R は同様に

$$\begin{aligned} \theta_R &= \theta_C - \Delta_{EG} - \Delta_{GC} = \frac{[Q_{CD}^D]}{l_1} - \Delta_{EG} - \Delta_{GC} \\ &= -\frac{l_1}{M_C(|M_C|)} \cdot q_C - \left(\frac{\overline{EG}}{M_E}\right) \cdot a_E - \left(\frac{\overline{GC}}{M_C}\right) a_C \end{aligned}$$

$$= \frac{l_1}{M_0(l_{M0})} \cdot q_0 - \frac{l_{ME} \cdot \beta \cdot l_2}{M_E \cdot (l_{ME} + l_{M0})} \cdot a_B - \frac{l_{M0} \cdot \beta \cdot l_2}{M_0 \cdot (l_{ME} + l_{M0})} \cdot a_0 \dots\dots (119)$$

E点における左側 Segment のたわみは、B点における傾斜とB点とE点間のφ-図の面積のE点に関する断面一次モーメントから得られる。

$$\delta_U = \theta_B \alpha_l + [Q_{BF}^E + A_{BF}(\bar{EF})] + [A_{FE}(\bar{EF}) - Q_{FE}^F] \dots\dots\dots (120)$$

(114) 式から

$$Q_{BF}^F = \left(\frac{\bar{BF}}{M_B} \right)^2 \cdot q_B \cdot \left(\frac{M_B}{l_{MB}} \right) = \left(\frac{\frac{l_{MB}}{l_{MB} + l_{ME}} \cdot \alpha l_2}{M_B} \right)^2 \cdot q_B$$

$$\left(\frac{M_B}{l_{MB}} \right) = \left(\frac{\alpha \cdot l_2}{l_{MB} + l_{ME}} \right)^2 \left(\frac{M_B}{l_{MB}} \right) \cdot q_B$$

同様に

$$Q_{FE}^F = \left(\frac{\alpha l_2}{l_{MB} + l_{ME}} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_E}{l_{ME}} \right) \cdot q_E$$

(113) 式から

$$A_{BF} = \left(\frac{\bar{BF}}{M_B} \right) a_B$$

$$A_{FE} = \left(\frac{\bar{EF}}{M_E} \right) a_E$$

θ_B は (117) 式から

$$\theta_B = \frac{l_1}{M_B (l_{MB})} \cdot q_B$$

これらを(120)に代入して

$$\delta_L = \frac{\alpha l_1 l_2}{M_B |M_B|} \cdot q_B + \left[\left(\frac{\alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right)^2 \left(\frac{M_B}{|M_B|} \right) q_B + \left(\frac{\overline{BF}}{M_B} \right) a_B \cdot (\overline{EF}) \right] \\ + \left[\left(\frac{\overline{EF}}{M_E} \right) a_E \cdot (\overline{EF}) - \left(\frac{\alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_E}{|M_E|} \right) q_E \right]$$

$\overline{BF}$, $\overline{EF}$ を $M_B \cdot M_E$ にて書き換えると

$$\delta_L = \frac{\alpha l_1 l_2}{M_B |M_B|} q_B + \left[\left(\frac{\alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right)^2 \left(\frac{M_B}{|M_B|} \right) q_B \right. \\ \left. + \left(\frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{(|M_B| + |M_E|) M_B} \right) \cdot a_B \left(\frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right) \right] \\ + \left[\left(\frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{(|M_B| + |M_E|) M_E} \right) \cdot a_E \cdot \left(\frac{|M_E| \cdot \alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right) - \left(\frac{\alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right)^2 \cdot \left(\frac{M_E}{|M_E|} \right) \cdot q_E \right] \\ = \frac{\alpha l_1 l_2}{M_B |M_B|} \cdot q_B + \left(\frac{\alpha l_2}{|M_B| + |M_E|} \right)^2 \left[\frac{M_B}{|M_B|} q_B - \frac{M_E}{|M_E|} \cdot q_E \right. \\ \left. + |M_E| \left(\frac{M_B}{|M_B|} a_B + \frac{M_E}{|M_E|} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (121)$$

同様に

$$\delta_R = - \frac{\beta l_1 l_2}{M_C |M_C|} \cdot q_C + \left(\frac{\beta l_2}{|M_C| + |M_E|} \right)^2 \left[\frac{M_C}{|M_C|} \cdot q_C - \frac{M_E}{|M_E|} \cdot q_E \right. \\ \left. + |M_E| \left(\frac{M_C}{|M_C|} \cdot a_C + \frac{M_E}{|M_E|} \cdot a_E \right) \right] \dots \dots \dots (122)$$

以上の諸式を用いて終局荷重

$$P_U = S_{EB} - S_{EG} \dots\dots\dots (123)$$

より決定できる。ただし計算はトライアル法によるくり返し計算法によつてのみ可能となる。それ故以下に計算方法を願を送つて説明する。

3) 終局荷重の計算方法

1. $M_B = M_u$ (M_u :終局モーメント)と仮定する。
2. $(M_B)_{初} = 0.9M_u$ なる M_B を仮定する。
3. (121) 式より δ_L を計算する。
4. $\delta_R = \delta_L$ とし、次の方法によつて M_G について解く。
 - (a) (122) 式によつて $(\delta_R)_1$ を計算する。 M_1 は $M-\phi$ 図が非線型となり始めるところの曲げモーメントとする。
 - (b) $\delta_R > (\delta_R)_1$ ならば、 M_G は G 点では、はりは弾性であることを示している $-M_1$ より大きい。

結局 $-M_1 \leq M_G \leq 0$

- (1) $(M_G)_T = -1.0$ の M_G のトライアル値を仮定する。
- (2) $M_G = (M_G)_T$ を用いて、(122) 式より $(\delta_R)_T$ を計算する。
- (3) 線型内挿により、新しい M_G のトライアル値を得る。

$$(M_G)_N = (M_G)_T + \frac{\delta_R - (\delta_R)_T}{(\delta_R)_1 - (\delta_R)_T} [-M_1 - (M_G)_T]$$

- (4) $(M_G)_N$ と $(M_G)_T$ 間の差は小さい ($0.005\beta\theta_2$) ならば、 $(M_G)_T$ は δ_R に相応せる M_G の値とする。差が大きいときは、 $(M_G)_T$ を $(M_G)_N$ によつて置き換え、(108) と (109) の操作をくり返す。
- (c) $(\delta_R)_1 \geq \delta_R$ ならば
 - (1) M_G に $-M_1$ の値を仮定し、(122) 式によつて、これに相応せる $(\delta_R)_1$ を計算する。
 - (2) $(\delta_R)_{n+1} \leq \delta_R < (\delta_R)_n$ なる $(\delta_R)_i$ をみつける。このとき、
 $-M_{n+1} \leq M_G < -M_n$

(3) $(M_G)_T = -M_n$ の M_G に対するトライアル値を仮定する。

(4) $M_G = (M_G)_T$ を用いて $(\delta_R)_T$ を計算する。

(5) 線型内挿によつて M_G の新しいトライアル値を得る。

$$(M_G)_N = (M_G)_T + \frac{\delta_R - (\delta_R)_T}{(\delta_R)_{n+1} - (\delta_R)_T} [-M_n - (M_G)_T]$$

(6) $(M_G)_N$ と $(M_G)_T$ 間の差が十分に小さいならば、 M_G は $(M_G)_N$ とする。

差が大きい場合は、 $(M_G)_T$ を $(M_G)_N$ によつて置き換えて (110) と

(111) の操作をくり返す。

5. (119) 式によつて θ_R を計算する。

6. $\theta_L = \theta_R$ とする。

7. $M_B = -M_u$ に対して (118) 式によつて、これに相応せる $(\theta_L)_u$ を計算する。

8. $\theta_L < (\theta_L)_u$ ならば、 $|M_B|$ は断面に対する終局モーメントより大きくなる。

(a) $M_B = -M_5$ に対する $(\theta_L)_5$ を計算する。

(b) 線型内挿を $(M_B)_5$ に行なう。

$$(M_B)_5 = -M_5 - \frac{\theta_L - (\theta_L)_5}{(\theta_L) - (\theta_L)_5} (M_u - M_5)$$

9. $(\theta_L)_u \leq \theta_L$ ならば

(a) $M_B = -M_1$ に対する $(\theta_L)_1$ を計算する。

(b) $(\theta_L)_1 < \theta_L$ ならば、はりB点では弾性である。

(1) $(M_B)_T = 0$ の M_B に対する初期トライアル値を仮定する。

(2) $-M_1$ と $(M_B)_T$ に対する $(\theta_L)_1$ と $(\theta_L)_T$ を計算する。

(3) 線型内挿によつて M_B の新しいトライアル値を得る

$$(M_B)_N = (M_B)_T + \frac{\theta_L - (\theta_L)_T}{(\theta_L)_1 - (\theta_L)_T} [-M_1 - (M_B)_T]$$

(4) $|(M_B)_N - (M_B)_T| \leq P$ 、(P:決められた許容誤差、 $P=0.005\alpha\ell_2$)

ならば

$(M_B)_{終} = (M_B)_N$ の値は θ_L に相応せる値とする。このとき計算は 10.へとぶ。

(5) $|(M_B)_N - (M_B)_T| > P$ ならば

(C) $\theta_L \leq (\theta_L)_1$ ならば

(1) $(\theta_L)_{n+1} \leq \theta_L < (\theta_L)_n$ なる n を決める。

$(\theta_L)_n$ は $M_B = -M_n$ に対して計算される。

(2) $(M_B)_T = -M_n$ の M_B に対する初期トライアル値を仮定する。

(3) M_1 を M_{n+1} におきかえて 9、(b)におけるように M_B に対して解く。

10. $|(M_B)_{終} - (M_B)_{初}| > S$ ならば、($S = 0.010\alpha\ell_2$)

(a) $(M_B)_{初}$ を $(M_B)_{終}$ によつて置き換える。

(b) 3.へもどる。

11. $|(M_B)_{終} - (M_B)_{初}| \leq S$ ならば、 M_B の値は $(M_B)_{終}$ とする。

(a) $M_B < -M_u$ ならば、破壊はB点の代りにE点に生ずる。この条件に対する解は使用され得る。

(b) $M_B \geq -M_u$ ならば

$$(1) \quad S_{EB} = \frac{M_E - M_B}{\alpha\ell_2}$$

$$(2) \quad S_{EC} = \frac{M_E - M_E}{\beta\ell_2}$$

(3) 終局荷重: $P_u = S_{EB} - S_{EC}$

もしも破壊がB点に生ずることが見い出されるならば、次の手続が終局荷重の決定に使用される。

1. $M_B = -M_u$

2. $(M_E)_{初} = 0.9M_u$ の M_E を仮定する。

3~6. 前述の 3.~6. に対しての操作と同じ操作

7. $M_E = M_1$ とし (118) 式によつて $(\theta_L)_1$ を定める。
8. $\theta_L < (\theta_L)_1$ ならば、はりは E 点では弾性である。
- (a) $(M_E)_T = 10$ の M_E の初期トライアル値を仮定する。
- (b) $(M_E)_T$ に対する $(\theta_L)_T$ を計算する。
- (c) M_E の新しいトライアル値を計算する。

$$(M_E)_N = (M_E)_T + \frac{\theta_L - (\theta_L)_T}{(\theta_L)_1 - (\theta_L)_T} [M_1 - (M_E)_T]$$

- (d) $| (M_E)_T - (M_E)_N | > P$ ならば
- (1) $(M_E)_T$ の代りに $(M_E)_N$ とし
- (2) 8. (b) へとぶ
- (e) $| (M_E)_T - (M_E)_N | \leq P$ ならば
- (1) (M_E) 終は $(M_E)_N$ とおきかえる。
- (2) 10. へとぶ
9. $(\theta_L)_1 \leq \theta_L$ ならば
- (a) $(\theta_L)_n < \theta_L \leq (\theta_L)_{n+1}$ なる n を決める。
- $(\theta_L)_n$ は $M_E = M_n$ に対して (118) 式から計算する。
- (b) $(M_E)_T = M_n$ と仮定する。
- (c) M_1 を M_{n+1} におきかえて、8. (b) ~ 8. (e) によつて解く。
10. $| (M_E)_{終} - (M_E)_{初} | \leq S$ ならば、
- (a) $(M_E)_{初}$ を $(M_E)_{終}$ によつておき換える。
- (b) 3. へとぶ
11. $| (M_E)_{終} - (M_E)_{初} | \leq S$ ならば、 $M_E = (M_E)_{終}$ とする。

$$(a) \quad S_{EB} = \frac{M_E - M_B}{\alpha L_2}$$

$$(b) \quad S_{EC} = \frac{M_C - M_E}{\beta L_2}$$

$$(c) \quad \text{終局荷重 } P = S_{EB} - S_{EC}$$

15 終局荷重設計法上の問題点

以上リミットデザインの極く簡単なあらましと鉄筋コンクリート構造の終局荷重の計算方法について述べてきたが、この理論を適用する場合に使用材料として完全塑性を仮定していることから、鉄筋コンクリート構造に適用する場合の研究はまだ不明なところが多く、塑性ヒンジの回転能、塑性長、ひびわれによる変形等は使用する材料の性質（コンクリートと鉄筋と別々に）、断面形状等多くの要素に影響されるので、荷重係数決定の際大きな問題として残る。今まで論じてきたことも漸増荷重にて取扱ってきたが特に大きくなり返し荷重を受ける橋梁等に適用する場合、荷重のかかるたびに荷重作用の仕方によつては変形が増大したり、（漸増塑性変形）塑性変形が圧縮と引張に交互に起つて破断したりする危険性も考えなければならない。（交番塑性）また塑性に入つたところが構造物が崩壊する前に破断することはないのか、塑性横たおれ座屈、塑性ねじり曲げ座屈、局部座屈等の不安定現象をどのように設計に取り入れるか、つまり構造物が崩壊する以前に部材断面はどの位の回転変形を受けているのか、塑性座屈が生じないような形状寸法をいかに決定するのかという設計上の問題点、さらに曲げと剪断、曲げと軸力等の組合せ応力の作用する時の塑性条件はどのように考えるか等、特に鉄筋コンクリート構造の分野で残っている。塑性設計法を部材のみでなく上述の諸事項を考慮した上での構造物への設計、すなわち設計しようとする構造物のすべての断面の終局荷重の決定をなすべきさらに一層の研究が必要であろうと考える。

16 参 考 文 献

1. P.C.Hodge, 倉西正嗣訳: 構造物の塑性解析
2. W.Prager; 塑性学
3. 木原博監修; 塑性設計法
4. 武藤清; 鉄筋コンクリート構造物の塑性設計
5. ACI Standards - 1966
6. Recommendations for an International Code of Practice for Reinforced Concrete.
7. DfSt, Heft 179; Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung.
8. DfSt Heft 188; Verformungsversuche an Stahlbetonbalken mit hochfestem Bewehrungsstahl.
9. DfSt Heft 194; Die Berechnung der Durchbiegung Stahlbeton-Bauteilen.
10. DfSt Heft 177; Umlagerung der schnittkräfte im Stahlbetonkonstruktion-grundlagen der Berechnung bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Berücksichtigung der plastischer Verformungen
11. Magazin of Concrete Research 1955; Chan, W.W.L.; The Ultimate strength and deformation of Plastic hinges in Reinforced concrete frameworks.
12. Timoshenko, S. and J.N. Goodier; Theory of elasticity
13. Beton und Stahlbetonbau 1958 Heft 4, Minoru Yamada; Drehfähigkeit plastischer gelenke in Stahlbetonbalken - Ein Beitrag um Traglastverfahren-
14. Saliger; Die Neue Theorie des Stahlbetons.
15. Beton und Stahlbetonbau 1966, Heft 10, Hermann

- Fleßner; Zur Berechnungsgenauigkeit Von Bemessungsvor-
schriften nach verschiedner Traglastverfahren
16. Magajin of Concrete Research 1962, Chan, W.W.L; The
rotation of reinforced concrete plastic hinges at
ultimate load.
 17. Magajin of Concrete Research 1964, E. Burnett,;
Flexural rigidity, curvature and rotation and their
significance in reinforced concrete design
 18. ACI, 1956; American Concrete Institute Committee 318.
Building code requirements for reinforced concrete.
 19. ACI 1957, Ernst, George C; Plastic hinging at the
intersection of beams and columns.
 20. ACI 1956, Ernst, George C; Plastic hinging at the
intersection of beams and columns.
 21. ACI 1956, Smith, G.M and L.E. Young; Ultimate flexural
analysis based on stress-strain curve of cylinders.
 22. Magazine of Concrete Research 1949, Baker, A.L.L;
A plastic theory of design for ordinary reinforced and
Prestressed concrete, including moment redistribution..