

リングの曲げねじれ座屈およびH形鋼の残留応力

昭和45年3月

建設省土木研究所

ま え が き

昭和44年度に橋の構造特性に関する調査，薄肉構造に関する調査の下で実施したリングの曲げねじれ座屈および円弧状に冷間曲げ加工されたけたの残留応力測定について述べる。

構造研究室長 大久保 忠 良

同上研究員 池 村 雅 司

要 旨

本報告書は，リングの曲げねじれ座屈とH形鋼の残留応力測定方法および結果を取り扱った。

リングが等分布荷重を受けるときの曲げねじれ座屈について，エネルギー法を用いて解析した。特に，線索の伸びによるひずみエネルギー，軸力による仕事に注意を払った。線索の伸びによるひずみエネルギーを考えない場合と，考えた場合では，その座屈値がかなり異なることがわかった。

H形鋼を冷間曲げ加工したときの残留応力の測定をおこなった。直材の残留応力をもとに，冷間曲げ後の残留応力を計算し測定値との比較をおこなった。この結果，比較的よい近似を示すことがわかった。なお，測定機種による差は認められなかった。

Synopsis

The paper describes analytical work of out-of-plane buckling of rings and experimental results of residual stresses of rolled wide flange beams which have been bent about the strong axis.

Analytical work was developed by the energy method. Theoretical refinement was done on the term of work due to axial forces of circumferential direction and of strain energy due to normal strain of the fibers of the cross section. It was clarified that the critical load of rings without the term of strain energy of the fibers was 50% of that of this theory.

Before analysis of inelastic out-of-plane buckling of rings, measurements of residual stresses were carried out on the wide flange beams which had been subjected to cold bending about the strong axis. The residual stresses after cold bending were calculated on some assumption, generally used to simple plastic theory. The comparison shows good agreement between measured and calculated values of the residual stresses.

- A : 断面積 (cm^2)
 E : ヤング係数 (kg/cm^2), E_{MW} : ヤング係数の weighted mean value
 ν : ポアソン比, ν_M : ポアソン比の alithmetical mean value
 G : せん断弾性係数 ($= \frac{E}{2(1+\nu)}$)
 σ_Y : 降伏点応力 (kg/cm^2), σ_{YMW} : 降伏点応力の weighted mean value
 σ_{ult} : 引張り強さ (kg/cm^2), σ_{ultMW} : 引張り強さの weighted mean value
 ϵ_{st} : ひずみ硬化始点のひずみ
 E_{st} : ひずみ硬化始点の接線係数 (kg/cm^2)
 σ : 応力 (kg/cm^2)
 σ^* : 逆曲げによる応力 (kg/cm^2)
 σ' : 残留応力 (kg/cm^2)
 I_x : 強軸まわりの断面 2 次モーメント (cm^4)
 I_y : 弱軸まわりの断面 2 次モーメント (cm^4)
 ρ : 曲率半径 (cm)
 R : 残留曲率半径 (cm)
 H : H 形鋼の全背 (cm)
 t_f : フランジ厚 (cm)
 t_w : ウェブ厚 (cm)
 b : フランジ幅 (cm)
 h : $H - t_f$ (cm)
 K : torsion constant ($= \sum \frac{b_i t_i^3}{3}$)
 C_w : warping constant ($= \frac{t_f h^2 b^3}{24}$)
 u : 重心のリング面内半径方向の変位
 v : 重心のリング面に直角方向の変位
 ϕ : ねじり角 (deg)
 ds : リング中心線上の微小長 ($= R d\theta$)
 I_p : 重心に関する極慣性モーメント
 I_{ps} : せん断中心に関する極慣性モーメント

目 次

まえがき

要 旨

Synopsis

1. リングの曲げねじれ座屈	1
1-1 二軸対称断面の曲げねじれ座屈	1
1-2 一軸対称断面の曲げねじれ座屈	6
2. 穴あき板の面外座屈	9
3. H形鋼の残留応力	11
3-1 実験目的	11
3-2 残留応力測定実験	11
3-3 曲率を付したけたの残留応力	14
4. む す び	16
参 考 文 献	16
付表, 付図, 写真	17

1. リングの曲げねじれ座屈

1-1 二軸対称断面の曲げねじれ座屈

軸線が、円曲線であるリングの曲げねじれ座屈を取り扱う。リングを形成する断面は、かんたんのために二軸対称断面とするが、一軸対称断面についても同様に取り扱い得ることを示す。荷重は、リング面内に半径方向等分布荷重とする。リング面内に弱軸があり、これと直交して強軸があるとする。断面はH形を考える。アーチ橋のアーチや cylindrical shell の外側に設けられた stiffener の場合、座屈形では図 1.1-a のようになるが、cylindrical shell の内側に設けられた stiffener の場合のように外側の変位の方が内側の変位より小さい場合、図 1.1-b のような座屈形があらわれる。前者の座屈については、深沢等の研究に詳しいが、後者の座屈については Goldberg & Bogdanoff の研究がある。筆者は、後者の座屈形のうち、外側変位が何らかの方法により拘束されている場合について、エネルギー法を用いて解析をおこなった。

次に、この解析に使用した仮定を記す。

- 1) 材料は等質等方性である。
- 2) 変形は微小である。
- 3) 荷重は変形後も変形前と同一方向に作用する。
- 4) リング中心線は、各断面の重心を連らねた曲線と考える。
- 5) その他、一般に弾性学に使用される仮定を準用する。

図 1.1-b のような変形のときの各ひずみエネルギーは、次のように表わされる。なお、座標原点を断面の重心にとり、弱軸を x 軸、強軸を y 軸と名付ける。

$$\text{面内曲げによるひずみエネルギー} \quad U_1 = \int \frac{EI_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 ds$$

$$\text{面外曲げによるひずみエネルギー} \quad U_2 = \int \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 ds$$

$$\text{ねじれによるひずみエネルギー} \quad U_3 = \int \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 ds$$

$$\text{曲げねじれによるひずみエネルギー} \quad U_4 = \int \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)^2 ds$$

次に、fiber の伸びによるひずみエネルギーを考える。図 1.2 において、

$$\begin{aligned} ds_2^2 &= d\eta^2 + d\xi^2 + (ds_1 + dw)^2 \\ d\xi &= \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right) ds, \quad d\eta = \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right) ds, \quad ds_1 = \left(1 - \frac{u+x-y\varphi}{R} \right) ds \\ ds_2^2 &= \left\{ \left(1 - \frac{u+x-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} \right)^2 + \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} ds^2 \\ \therefore ds_2 &= \left[1 - \frac{u+x-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{u+x-y\varphi}{R} \right)^2 + \left(\frac{dw}{ds} \right)^2 \right\} \right] ds \\ &= \left[1 - \frac{u+x-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} \right] ds \end{aligned}$$

$$\text{fiber のひずみ } \varepsilon = \frac{ds_2 - ds}{ds} = \left[1 - \frac{u+x-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - \gamma \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} \right]$$

$$- \left(1 - \frac{x}{R} \right) = - \frac{u-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - \gamma \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\}$$

$$\text{従って、伸びによるひずみエネルギー } U_s = \frac{1}{2} \int \sigma \varepsilon dV = \frac{E}{2} \int \varepsilon^2 dV$$

$$= \frac{E}{2} \int \left[- \frac{u-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - \gamma \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + x \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} \right]^2 dA ds$$

$$2 \text{ 次以上の微小項を省略する。} \int dA = A, \int x dA = \int \gamma dA = 0, \int \gamma^2 dA = I_\gamma$$

$$= \frac{E}{2} \int \left\{ \frac{u^2}{R^2 A} + \frac{\varphi^2}{R^2} I_\gamma + w'^2 A - 2 \frac{u}{R} w' A \right\} ds$$

軸応力のなす仕事は、次のように考える。F. Bleich が、中心軸圧縮に考えたと同様に、仕事は $W = \int \sigma \delta \varepsilon dA$ ただし $\delta \varepsilon = \int f(x, y) ds$, 軸応力方向の変位, ここでは $\delta \varepsilon = \int ds_2 - ds$ と考える。軸応力は等分布に作用しているとする。

$$\text{軸応力のなす仕事 } W_1 = \int \frac{N}{A} \left[- \frac{u-y\varphi}{R} + \frac{dw}{ds} - \frac{u+x-y\varphi}{R} \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ (u' - \gamma \varphi')^2 + (v' + x \varphi')^2 \right\} \right] dA ds$$

$$= \int \frac{N}{A} \left[- \frac{u}{R} A + w' A - \frac{u}{R} w' A + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) A + \frac{1}{2} \varphi'^2 I_\gamma \right] ds$$

$$= \int N \left[- \frac{u}{R} + w' - \frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) + \frac{I_\gamma}{2A} \varphi'^2 \right] ds$$

$$\text{外力のなす仕事 } W_2 = \int q \left(u + \frac{h}{2} \frac{\varphi^2}{2} \right) \left(1 + \frac{h}{2R} \right) ds$$

従って、系のうるポテンシャル $V = U - W$ は、

$$V = U - W$$

$$= \int \left[\frac{E I_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 + \frac{E I_\gamma}{2} \left(-v'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 + \frac{E G_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)^2 + \frac{E}{2} \left(\frac{u^2}{R^2} A + \frac{\varphi^2}{R^2} I_\gamma \right. \right.$$

$$\left. + w'^2 A - 2 \frac{u}{R} w' A \right) - N \left\{ - \frac{u}{R} + w' - \frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) + \frac{I_\gamma}{2A} \varphi'^2 \right\} - \frac{N}{R} \left(u + \frac{h}{2} \frac{\varphi^2}{2} \right) \right] ds$$

$$\text{ここで } q = \frac{N}{R + h/2} \text{ とした。}$$

$$= \int F ds$$

$$F = \frac{E I_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 + \frac{E I_\gamma}{2} \left(-v'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 + \frac{E G_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)^2 + \frac{E}{2} \left(\frac{u^2}{R^2} A + \frac{\varphi^2}{R^2} I_\gamma + w'^2 A - 2 \frac{u}{R} w' A \right)$$

$$- N \left\{ - \frac{u}{R} + w' - \frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) + \frac{I_\gamma}{2A} \varphi'^2 \right\} - \frac{N}{R} \left(u + \frac{h}{2} \frac{\varphi^2}{2} \right)$$

つり合い方程式は、 $\delta V = 0$ と同義であるから、 $\delta V = 0$ とする Euler eq は、

$$\frac{d^2}{ds^2} F_{u''} - \frac{d}{ds} F_{u'} + F_u = 0, \quad \frac{d^2}{ds^2} F_{\varphi''} - \frac{d}{ds} F_{\varphi'} + F_\varphi = 0$$

$$\frac{d^2}{ds^2} F_{v''} - \frac{d}{ds} F_{v'} + F_v = 0, \quad \frac{d^2}{ds^2} F_{\varphi''} - \frac{d}{ds} F_{\varphi'} + F_\varphi = 0$$

曲げねじれに関する方程式は、第2、3式よりえられる。

$$\begin{aligned} F_{\varphi'} &= EI_{\varphi} \left(v'' - \frac{\varphi'}{R} \right) + EC_{\varphi} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) \frac{1}{R} & F_{\varphi'} &= GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right) - \frac{N}{A} I_{\varphi} \varphi' \\ F_{\varphi''} &= GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right) \frac{1}{R} - N v' & F_{\varphi} &= EI_{\varphi} \left(-v'' + \frac{\varphi'}{R} \right) \frac{1}{R} + \frac{EI_{\varphi}}{R^2} \varphi - \frac{Nh}{2R} \varphi \\ F_{\varphi''} &= EC_{\varphi} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) \end{aligned}$$

従って、Euler eqは、

$$\begin{cases} \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) v^{(4)} - \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) v'' + \frac{EC_{\varphi}}{R} \varphi^{(4)} - \frac{1}{R} (EI_{\varphi} + GK) \varphi'' = 0 \\ \frac{EC_{\varphi}}{R} v^{(4)} - \frac{1}{R} (EI_{\varphi} + GK) v'' + EC_{\varphi} \varphi^{(4)} - \left(GK - \frac{N}{A} I_{\varphi} \right) \varphi'' + \left(\frac{2EI_{\varphi}}{R^2} - \frac{Nh}{2R} \right) \varphi = 0 \\ \left(\frac{1}{R^4} \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) \frac{d^4 v}{d\theta^4} - \frac{1}{R^2} \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) \frac{d^2 v}{d\theta^2} + \frac{EC_{\varphi}}{R^5} \frac{d^4 \varphi}{d\theta^4} - \frac{1}{R^3} (EI_{\varphi} + GK) \frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} = 0 \right. \\ \left. \frac{EC_{\varphi}}{R^5} \frac{d^4 v}{d\theta^4} - \frac{1}{R^3} (EI_{\varphi} + GK) \frac{d^2 v}{d\theta^2} + \frac{EC_{\varphi}}{R^4} \frac{d^4 \varphi}{d\theta^4} - \frac{1}{R^2} \left(GK - \frac{N}{A} I_{\varphi} \right) \frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} + \left(\frac{2EI_{\varphi}}{R^2} - \frac{Nh}{2R} \right) \varphi = 0 \right. \\ v = V \sin n\theta, \varphi = \Phi \sin n\theta \text{ とおくと, characteristic eq は,} \\ \begin{vmatrix} \frac{n^4}{R^4} \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) + \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) & \frac{EC_{\varphi}}{R^5} n^4 + \frac{n^2}{R^3} (EI_{\varphi} + GK) \\ \frac{EC_{\varphi}}{R^5} n^4 + \frac{n^2}{R^3} (EI_{\varphi} + GK) & n^4 \frac{EC_{\varphi}}{R^4} + \frac{n^2}{R^2} \left(GK - \frac{N}{A} I_{\varphi} \right) + \frac{2EI_{\varphi}}{R^2} - \frac{Nh}{2R} \end{vmatrix} = 0 \\ \left(\frac{n^2}{R^2} \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) + \frac{GK}{R^2} - N \right) \left(\frac{EC_{\varphi}}{R^2} n^2 + GK - \frac{N}{A} I_{\varphi} + \frac{2EI_{\varphi}}{n^2} - \frac{NhR}{2n^2} \right) - \frac{1}{R^2} \left(EI_{\varphi} + GK + \frac{n^2}{R^2} EC_{\varphi} \right)^2 = 0 \\ \alpha N^2 - \beta N + r = 0 \\ \text{ここで } \alpha = \frac{I_{\varphi}}{A} + \frac{Rh}{2n^2} \\ \beta = \frac{EC_{\varphi}}{R^2} n^2 + GK + \frac{2EI_{\varphi}}{n^2} + \frac{\alpha}{R^2} \left\{ GK + n^2 \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) \right\} \\ r = \frac{1}{R^2} \left(\frac{EC_{\varphi}}{R^2} n^2 + GK + \frac{2EI_{\varphi}}{n^2} \right) \left\{ GK + n^2 \left(EI_{\varphi} + \frac{EC_{\varphi}}{R^2} \right) \right\} - \frac{1}{R^2} \left(EI_{\varphi} + GK + \frac{n^2}{R^2} EC_{\varphi} \right)^2 \end{cases}$$

H350 × 350, R = 11.325 m で計算をおこなう。

$$\nu = 0.3, E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, K = \frac{1}{3} \Sigma b t_i^3, C_{\varphi} = \frac{t_i h^2 b^3}{24}, h = H - t_i$$

n	1	2	3	4	5
(t)					
N ₀ (= qR)	11.12	43.99	98.37	174.26	273.5
N ₀ /N _i	0.06	0.22	0.50	0.88	1.38

$$\text{ここで } N_i = \frac{3EI_{\varphi}}{R^2}, \text{ M. Levy の面内座屈荷重}$$

これを、図-1.5に示す。なお、さらに一般的な取り扱いについては次の機会にゆずる。

次に、外側フランジの変位に対して摩擦のある場合を考える。図-1.3において変位 v_1 に比例する摩擦力が生じると考え、外側フランジ拘束の影響を表わすこととした。

$$u_2 = u \cos \varphi + v \sin \varphi \doteq u + v \varphi \quad v_2 = -u \sin \varphi + v \cos \varphi \doteq -u \varphi + v$$

従って、 $u_1 = u_2 - (x_1 - x) \cos \varphi + (y_1 - y) \sin \varphi$

$$\begin{aligned} v_1 &= v_2 + (x_1 - x) \sin \varphi + (y_1 - y) \cos \varphi = -u \sin \varphi + v \cos \varphi + (x_1 - x) \sin \varphi + (y_1 - y) \cos \varphi \\ &= -(u - x_1 + x) \sin \varphi + (v + y_1 - y) \cos \varphi \end{aligned}$$

$$x_1 = r \cos(\theta + \varphi) = r \cos \theta \cos \varphi - r \sin \theta \sin \varphi \doteq x - y \varphi$$

$$y_1 = r \sin(\theta + \varphi) = r \sin \theta \cos \varphi + r \cos \theta \sin \varphi \doteq y + x \varphi$$

$$\therefore v_1 = -(u + y \varphi) \sin \varphi + (v + x \varphi) \cos \varphi \doteq v - u \varphi + x \varphi - y \varphi^2 \doteq v + x \varphi$$

$$dF = k \cdot v_1 dA = k v_1 dy ds_1 \quad k: \text{摩擦係数 } kg/cm/cm^2$$

$$\begin{aligned} \text{摩擦力による仕事 } W_3 &= -\frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} k v_1 dy ds_1 \cdot v_1 \\ &= -\frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} k \int v_1 dy \left(1 + \frac{h}{2R}\right) ds \\ &= -\frac{1}{2} \int k b \left(1 + \frac{h}{2R}\right) \left(v - \frac{h}{2} \varphi\right)^2 ds \end{aligned}$$

この項を考慮したときのポテンシャルエネルギーは

$$\begin{aligned} V &= \int \left[\frac{EI_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R}\right)^2 + \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + \frac{\varphi}{R}\right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R}\right)^2 + \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R}\right) + \frac{E}{2} \left(\frac{u^2}{R^2} A + \frac{\varphi^2}{R^2} I_y + w'^2 A \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2 \frac{u}{R} w' A\right) - N \left\{ -\frac{u}{R} + w' - \frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) + \frac{I_p}{2A} \varphi'^2 \right\} - q \left(u + \frac{h \varphi^2}{4}\right) \left(1 + \frac{h}{2R}\right) + \frac{1}{2} k b \left(1 + \frac{h}{2R}\right) \times \left(v - \frac{h}{2} \varphi\right)^2 \right] ds \end{aligned}$$

$$\equiv \int F ds$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{EI_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R}\right)^2 + \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + \frac{\varphi}{R}\right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R}\right)^2 + \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R}\right) + \frac{E}{2} \left(\frac{u^2}{R^2} A + \frac{\varphi^2}{R^2} I_y + w'^2 A \right. \\ &\quad \left. - 2 \frac{u}{R} w' A\right) - N \left\{ -\frac{u}{R} + w' - \frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) + \frac{I_p}{2A} \varphi'^2 \right\} - \frac{N}{R} \left(u + \frac{h \varphi^2}{4}\right) + \frac{kb}{2} \left(1 + \frac{h}{2R}\right) \times \\ &\quad \left(v - \frac{h}{2} \varphi\right)^2 \end{aligned}$$

$$F_{u''} = EI_x \left(v'' - \frac{\varphi}{R}\right) + EC_w \left(\varphi'' + \frac{v''}{R}\right) \frac{1}{R}$$

$$F_{v'} = GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R}\right) \frac{1}{R} - N v'$$

$$F_v = kb \left(1 + \frac{h}{2R}\right) \left(v - \frac{h}{2} \varphi\right)$$

$$F_{\varphi''} = EC_w \left(\varphi'' + \frac{v''}{R}\right)$$

$$F_{\varphi'} = GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R}\right) - N \frac{I_p}{A} \varphi'$$

$$F_\varphi = EI_y \left(-v'' + \frac{\varphi}{R}\right) \frac{1}{R} + \frac{EI_y}{R^2} \varphi - \frac{Nh}{2R} \varphi - kb \left(1 + \frac{h}{2R}\right) \left(v - \frac{h}{2} \varphi\right) \frac{h}{2}$$

Euler eq は,

$$\begin{aligned} EI_r \left(v^{(4)} - \frac{\varphi''}{R} \right) + EC_w \left(\varphi^{(4)} + \frac{v^{(4)}}{R} \right) - \frac{1}{R} \{ GK \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) - N v'' \} + kb \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \left(v - \frac{h}{2} \varphi \right) &= 0 \\ EC_w \left(\varphi^{(4)} + \frac{v^{(4)}}{R} \right) - \{ GK \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) - N \frac{I_p}{A} \varphi'' \} + EI_r \left(-v'' + \frac{\varphi}{R} \right) - \frac{1}{R^2} EI_r \varphi - \frac{N h}{2R} \varphi \\ - \frac{k}{2} b h \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \left(v - \frac{h}{2} \varphi \right) &= 0 \end{aligned}$$

従って, $\left(EI_r + \frac{EC_w}{R^2} \right) v^{(4)} - \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) v'' + kb \left(1 + \frac{h}{2R} \right) v + \frac{EC_w}{R} \varphi^{(4)} - \frac{1}{R} (EI_r + GK) \varphi'' - \frac{1}{2} kb h \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \varphi = 0$

$$\begin{aligned} \frac{EC_w}{R} v^{(4)} - \frac{1}{R} (GK + EI_r) v'' - \frac{1}{2} kb h \left(1 + \frac{h}{2R} \right) v + EC_w \varphi^{(4)} - \left(GK - \frac{I_p}{A} N \right) \varphi'' + \left[\frac{2EI_r}{n^2} + \frac{kbh^2}{4} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \right. \\ \left. - \frac{h}{2R} N \right] \varphi &= 0 \end{aligned}$$

$v = V \sin n\theta$, $\varphi = \phi \sin n\theta$ とすれば, characteristic eq は,

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{n^4}{R^4} \left(EI_r + \frac{EC_w}{R^2} \right) + \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) + kb \left(1 + \frac{h}{2R} \right) & \frac{EC_w}{R^5} n^4 + \frac{n^2}{R^3} (EI_r + GK) - \frac{kbh}{2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \\ \frac{EC_w}{R^5} n^4 + \frac{n^2}{R^3} (GK + EI_r) - \frac{kbh}{2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) & \frac{EC_w}{R^4} n^4 + \frac{n^2}{R^2} \left(GK - \frac{I_p}{A} N \right) + \frac{2EI_r}{R^2} + \frac{kbh^2}{4} \end{array} \right| = 0$$

$$\times \left(1 + \frac{h}{2R} \right) - \frac{h}{2R} N$$

$$\alpha N^2 - \beta N + \gamma = 0, \quad N = \frac{1}{2\alpha} \left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma} \right)$$

ただし, $\alpha = \frac{I_p}{A} + \frac{hR}{2n^2}$

$$\beta = \frac{EC_w}{R^2} n^2 + GK + \frac{2EI_r}{n^2} + \frac{kbh^2 R^2}{4n^2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) + \left(\frac{I_p}{A} + \frac{hR}{2n^2} \right) \left\{ \frac{n^2}{R^2} \left(EI_r + \frac{EC_w}{R^2} \right) + \frac{GK}{R^2} + \frac{kbR^2}{n^2} \times \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \gamma = & \left\{ \frac{EC_w}{R^2} n^2 + GK + \frac{2EI_r}{n^2} + \frac{kbh^2 R^2}{4n^2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \right\} \left\{ \frac{n^2}{R^2} \left(EI_r + \frac{EC_w}{R^2} \right) + \frac{GK}{R^2} + \frac{kbR^2}{n^2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \right\} \\ & - \left[\frac{1}{R} \left\{ GK + EI_r + \frac{EC_w}{R^2} n^2 - \frac{kbh R^3}{n^2} \left(1 + \frac{h}{2R} \right) \right\} \right]^2 \end{aligned}$$

H350 × 350, R = 11.325 m で計算すると,

$$\nu = 0.3, \quad E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad K = \frac{1}{3} S b t^3, \quad C_w = t_f \frac{h^2 b^3}{24}$$

1. $k = 0.010 \text{ kg/cm/cm}$ のとき

n	1	2	3	4	5
$N_o (=qR)$	241.28	103.36	126.08	187.85	284.8
N_o/N_t	1.22	0.52	0.64	0.95	1.44

2. $k=0.02 \text{ kg/cm/cu}^2$ のとき

n	1	2	3	4	5
(t)					
$N_o (=qR)$	459.11	162.72	153.77	207.52	296.12
N_o/N_1	2.32	0.82	0.78	1.05	1.50

3. $k=0.04 \text{ kg/cm/cu}^2$ のとき

n	2	3	4	5
(t)				
$N_o (=qR)$	281.34	209.14	240.60	318.70
N_o/N_1	1.42	1.06	1.22	1.61

ここで $N_1 = \frac{3EI_x}{R^2}$, M. Lévy の面内座屈荷重

これらを図-1.5に示す。なお、図-1.6にはGoldberg & Bogdanoff によるもの V. Z. Vlasov によるもの、および fiber の伸びによるひずみエネルギーを考えないときの座屈荷重、考えたときの座屈荷重を無次元化して比較をおこなった。なお、リングの面外座屈に関する実験として適当なものがなかったので実験値との比較はおこなわなかった。アーチについて深沢の実験値が参考となるので、アーチについて比較をおこないたい。これについては別の機会にゆずる。

1-2 一軸対称断面の曲げねじれ座屈

二軸対称断面と同様に取り扱う。残留応力がある場合、部分降伏により二軸対称な断面も一軸対称と同様に重心、せん断中心が一致しなくなる。残留応力を考慮した非弾性座屈を扱う前に、一軸対称断面の弾性座屈について検討を行なっておけば、非弾性座屈について検討しやすい。使用する仮定は次のとおりである。

1) 重心およびせん断中心は、リング面内にある。

2) その他については、二軸対称断面と同様である。

重心 0 の x 軸方向、y 軸方向の変位は、それぞれ u 、 $v - x_0 \varphi$ である。ただし、せん断中心の座標 $(x_0, 0)$ とする。

$$\text{面内曲げによるひずみエネルギー } U_1 = \int \frac{EI_x}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 ds$$

$$\text{面外曲げによるひずみエネルギー } U_2 = \int \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi^2}{R} \right)^2 ds$$

$$\text{ねじれによるひずみエネルギー } U_3 = \int \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{1}{R} (v' - x_0 \varphi') \right)^2 ds$$

$$\text{曲げねじれによるひずみエネルギー } U_4 = \int \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{1}{R} (v'' - x_0 \varphi'') \right)^2 ds$$

図-1.4において、ねじれはせん断中心のまわりに回転するから Point 1, 2 の座標は、それぞれ

$$\text{Point 1. } (u + x - y\varphi, v + y + (x - x_0)\varphi)$$

$$\text{Point 2. } \left(u + \frac{du}{ds_1} ds_1 + x - y \left(\varphi + \frac{d\varphi}{ds_1} ds_1 \right), v + \frac{dv}{ds_1} ds_1 + y + (x - x_0) \left(\varphi + \frac{d\varphi}{ds_1} ds_1 \right) \right)$$

$$d\xi = \left(\frac{du}{ds_1} - y \frac{d\varphi}{ds_1} \right) ds_1$$

$$d\eta = \left(\frac{dv}{ds_1} + (x - x_0) \frac{d\varphi}{ds_1} \right) ds_1$$

$$ds_2^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + (ds_1 + dw)^2$$

$$= \left[\left\{ 1 - \frac{1}{R} (u + x - y\varphi) + \frac{dw}{ds} \right\}^2 + \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + (x - x_0) \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right] ds^2$$

$$d\delta = ds_2 - ds = \left[1 - \frac{1}{R} (u + x - y\varphi) + \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + (x - x_0) \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} - \left(1 - \frac{x}{R} \right) \right] ds$$

微小変位を考えているから

$$= \left[\frac{y\varphi - u}{R} + \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + (x - x_0) \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\} \right] ds$$

$$\text{ひずみ } \varepsilon = \frac{d\delta}{ds} = \frac{y\varphi - u}{R} + \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{ds} - y \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dv}{ds} + (x - x_0) \frac{d\varphi}{ds} \right)^2 \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{伸びによるひずみエネルギー } U_s &= \frac{E}{2} \int \left[\frac{y\varphi - u}{R} + \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ (u' - y\varphi')^2 + (v' + (x - x_0)\varphi')^2 \right\} \right]^2 dA ds \\ &= \frac{E}{2} \int \left\{ \frac{\varphi^2}{R^2} I_y + \frac{u^2}{R^2} A + w'^2 A - 2 \frac{u}{R} w' A \right\} ds \end{aligned}$$

断面上の軸応力分布は、一様と考える。

$$W_1 = \int \frac{N}{A} dA d\delta$$

$$= \int \frac{N}{A} \left[\frac{y\varphi - u}{R} + \frac{dw}{ds} + \frac{1}{2} \left\{ (u' - y\varphi')^2 + (v' + (x - x_0)\varphi')^2 \right\} \right] dA ds$$

$$\int \{ (x - x_0)^2 + y^2 \} dA = I_{p1}, \int dA = A, \int x dA = \int y dA = 0$$

$$= \int \frac{N}{A} \left[-\frac{u}{R} A + w' A + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) A - x_0 v' \varphi' A + \frac{1}{2} I_{p1} \varphi'^2 \right] dA ds$$

$$\text{外力による仕事 } W_2 = \int q \left\{ u + (a + x_0) \frac{\varphi}{2} \right\} \left(1 + \frac{a}{R} \right) ds$$

従って、ポテンシャルエネルギー $-V$ は、

$$V = U - W$$

$$\begin{aligned} &= \int \left[\frac{EI}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 + \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{1}{R} (v' - x_0 \varphi') \right)^2 + \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{1}{R} (v'' - x_0 \varphi'') \right)^2 + \frac{E}{2} \left(\frac{\varphi^2}{R^2} I_y + \frac{u^2}{R^2} A + w'^2 A - \frac{2u}{R} w' A \right) - N \left\{ -\frac{u}{R} w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) - x_0 v' \varphi' + \frac{I_{p1}}{2A} \varphi'^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - q \left\{ u + (a + x_0) \frac{\varphi}{2} \right\} \left(1 + \frac{a}{R} \right) \right] ds \end{aligned}$$

$$\frac{x_0}{R} \leq \frac{b}{R} \ll 1$$

$$\begin{aligned} &= \int \left[\frac{EI}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'}{R} \right)^2 + \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 + \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)^2 + \frac{E}{2} \left(\frac{\varphi^2}{R^2} I_y + \frac{u^2}{R^2} A + w'^2 A - \frac{2u}{R} w' A \right) - N \left\{ -\frac{u}{R} + w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) - x_0 v' \varphi' + \frac{I_{p1}}{2A} \varphi'^2 \right\} - q \left\{ u + (a + x_0) \frac{\varphi}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. \left(1 + \frac{a}{R} \right) \right] ds \end{aligned}$$

$q(R + a) \simeq N$ と考える。

$$F = \frac{EI_z}{2} \left(u'' + \frac{u}{R^2} + \frac{w'^2}{R} \right) + \frac{EI_y}{2} \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi}{R} \right)^2 + \frac{GK}{2} \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right)^2 + \frac{EC_w}{2} \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) + \frac{E}{2} \left(\frac{\varphi^2}{R^2} I_y + \frac{u^2}{R^2} A \right. \\ \left. + w'^2 A - \frac{2u}{R} w' A \right) - N \left\{ -\frac{u}{R} + w' + \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2) - x_0 v' \varphi' + \frac{I_{p1}}{2A} \varphi'^2 \right\} - \frac{N}{R} \left\{ u + (a+x_0) \frac{\varphi^2}{2} \right\}$$

$$\delta V = 0 :$$

$$F_{v''} = EI_y \left(v'' - x_0 \varphi'' - \frac{\varphi}{R} \right) + EC_w \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right) \frac{1}{R}$$

$$F_{v'} = GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right) \frac{1}{R} - N (v' - x_0 \varphi')$$

$$F_{\varphi''} = EI_y \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi}{R} \right) x_0 + EC_w \left(\varphi'' + \frac{v''}{R} \right)$$

$$F_{\varphi'} = GK \left(\varphi' + \frac{v'}{R} \right) - N \left(\frac{I_{p1}}{A} \varphi' - x_0 v' \right)$$

$$F_{\varphi} = EI_y \left(-v'' + x_0 \varphi'' + \frac{\varphi}{R} \right) \frac{1}{R} + \frac{EI_y}{R^2} \varphi - \frac{N}{R} (a+x_0) \varphi$$

$$\left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) v^{(4)} - \left(\frac{GK}{R^2} - N \right) v'' + \left(\frac{EC_w}{R} - x_0 EI_y \right) \varphi^{(4)} - \left\{ \frac{1}{R} (GK + EI_y) + N x_0 \right\} \varphi'' = 0$$

$$\left(\frac{EC_w}{R} - x_0 EI_y \right) v^{(4)} - \left\{ \frac{1}{R} (GK + EI_y) + N x_0 \right\} v'' + \left(EC_w + x_0^2 EI_y \right) \varphi^{(4)} - \left(GK - \frac{N}{A} I_{p1} - \frac{2x_0}{R} EI_y \right) \varphi'' \\ + \left\{ \frac{2EI_y}{R^2} - \frac{N}{R} (a+x_0) \right\} \varphi = 0$$

$v = V \sin n\theta$, $\varphi = \Phi \sin n\theta$ とすると, Characteristic eq は,

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{n^2}{R^2} \left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) + \frac{GK}{R^2} - N & \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{EC_w}{R} - x_0 EI_y \right) + \frac{1}{R} (GK + EI_y) + N x_0 \\ \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{EC_w}{R} - x_0 EI_y \right) + \frac{1}{R} (GK + EI_y) + N x_0 & \frac{n^2}{R^2} (EC_w + x_0^2 EI_y) + GK - \frac{N}{A} I_{p1} - \frac{2x_0}{R} EI_y \\ & + \frac{2EI_y}{n^2} - \frac{NR(a+x_0)}{n^2} \end{array} \right| = 0$$

$$\therefore \alpha N^2 - \beta N + \gamma = 0, \quad N = \frac{1}{2\alpha} (\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma})$$

$$\text{ここで } \alpha = \frac{I_{p1}}{A} - x_0^2 + \frac{R}{n^2} (a+x_0)$$

$$\beta = \frac{2EI_y}{n^2} + \left(1 + \frac{2x_0}{R} \right) \left(GK + \frac{n^2}{R^2} EC_w \right) + \left(1 - \frac{2x_0}{R} \right) \frac{n^2}{R^2} x_0 EI_y + \frac{\alpha}{R^2} \left\{ GK + n^2 \left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) \right\}$$

$$\gamma = \frac{1}{R^2} \left\{ GK + n^2 \left(EI_y + \frac{EC_w}{R^2} \right) \right\} \left\{ GK + \left(\frac{2}{n^2} - \frac{2x_0}{R} \right) EI_y + \frac{n^2}{R^2} (EC_w + x_0 EI_y) \right\} - \frac{1}{R^2} \times$$

$$\left\{ GK + EI_y + \frac{n^2}{R^2} \left(\frac{EC_w}{R} - x_0 EI_y \right) \right\}^2$$

数値計算はおこなわないが, 来年度の残留応力を考慮した非弾性座屈の準備とした。

2. 穴あき板の面外座屈

穴あき円板の座屈について若干の検討をおこなった。外力は円板面内、外縁および内縁に沿って半径方向に等分布に作用する。荷重強度を外圧 p_1 、内圧 p_2 (kg/cm^2) とする。

つり合い方程式は、

$$D \Delta w = \frac{1}{D} \left[q + \frac{h}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma_r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{h}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sigma_\theta \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$\text{ここで, } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

h = 板厚

w = たわみ

q = lateral load

軸対称について考える。

$$D \Delta w = \frac{1}{D} \left[q - \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{\beta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right]$$

$$\text{ここで, } \alpha = \frac{p_1 a^2 - p_2 b^2}{a^2 - b^2} h, \quad \beta = - \frac{(p_1 - p_2) a^2 b^2}{a^2 - b^2} h$$

a = 外径

b = 内径

さらに、 $q=0$ の場合について限れば

$$D \Delta w = - \frac{1}{D} \left[\frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\beta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right]$$

$$\text{軸対称だから } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} \equiv w' \text{ で表わすと,}$$

$$\frac{1}{r} \left[r (\Delta w)' \right]' = - \frac{1}{D} \left[\frac{\alpha}{r} (r w') + \frac{\beta}{r} \left(\frac{w'}{r} \right) \right]$$

$$r (\Delta w)' = - \frac{1}{D} \left[\alpha (r w') + \beta \left(\frac{w'}{r} \right) \right] + C \quad C: \text{const.}$$

$$(\Delta w)' = - \frac{1}{D} \left(\alpha + \frac{\beta}{r^2} \right) w' + \frac{C}{r}$$

$r=b$ で、 $\sigma_r=0$ 、 $Q_r=0$ を考える。 free edge

外縁、内縁が elastically restrained されている場合について考える。

$$\left. \begin{aligned} r=a; \quad w=0, \quad M_r &= \frac{k}{a} D \frac{\partial w}{\partial r} \\ r=b; \quad Q_r=0, \quad M_r &= \frac{k_2}{b} D \frac{\partial w}{\partial r} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
M_r &= -D \left[C_1 (a_1 J_{n-1}(a_1 r) - \frac{n}{r} J_n(a_1 r)) + C_2 (a_1 Y_{n-1}(a_1 r) - \frac{n}{r} Y_n(a_1 r)) + \frac{\nu}{r} (C_1 J_n(a_1 r) \right. \\
&\quad \left. + C_2 Y_n(a_1 r)) \right] = -D \left[C_1 (a_1 J_{n-1}(\tilde{a}_1 r) - \frac{n-\nu}{r} J_n(a_1 r)) + C_2 (a_1 Y_{n-1}(a_1 r) - \frac{n-\nu}{r} Y_n \right. \\
&\quad \left. (a_1 r)) \right] - D \left[C_1 (a_1 J_{n-1}(a_1 a) - \frac{n-\nu}{a} J_n(a_1 a)) + C_2 (a_1 Y_{n-1}(a_1 a) - \frac{n-\nu}{a} Y_n(a_1 a)) \right] \\
&= \frac{k_1}{a} D \left[C_1 J_{n-1}(a_1 a) + C_2 Y_n(a_1 a) \right]
\end{aligned}$$

$a_1 a = x_1$ とおくと

$$C_1 \left(J_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} J_n(x_1) \right) + C_2 \left(Y_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} Y_n(x_1) \right) = 0$$

同様に $a_1 b = x_2$ とおくと,

$$C_1 \left(J_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} J_n(x_2) \right) + C_2 \left(Y_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} Y_n(x_2) \right) = 0$$

$$w = C_1 \int J_n(a_1 r) dr + C_2 \int Y_n(a_1 r) dr + C_3$$

$$w_{r=a} = 0 \quad \therefore C_1 f(a) + C_2 g(a) + C_3 = 0 \quad \text{ここで } f(r) = \int J_n(a_1 r) dr, \quad g(r) = \int Y_n(a_1 r) dr$$

$$Q_r = -D(dw)', \quad \sigma_r = \frac{-D}{h} \left(\alpha + \frac{\beta}{r^2} \right) \quad \text{だから}$$

$$C = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \varphi \quad \text{とおくと,}$$

$$\left(\frac{1}{r} (r\varphi) \right)' = -\frac{1}{D} \left(\alpha + \frac{\beta}{r^2} \right) \varphi$$

$$\varphi'' + \frac{\varphi'}{r} + \left\{ \frac{\alpha}{D} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{\beta}{D} \right) \right\} \varphi = 0$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\alpha}{D}, \quad \beta_1^2 = \frac{\beta}{D}, \quad n^2 = 1 - \beta_1^2 \quad \text{とおくと}$$

$$\varphi'' + \frac{\varphi'}{r} + \left(\alpha_1^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \varphi = 0$$

$$n; \text{ integer のとき} \quad \varphi = \begin{cases} J_n(a_1 r) \\ Y_n(a_1 r) \end{cases} \quad \varphi = c_1 J_n(a_1 r) + c_2 Y_n(a_1 r)$$

$$n; \text{ real のとき} \quad \varphi = \begin{cases} J_n(a_1 r) \\ J_n(a_1 r) \end{cases} \quad \varphi = c_1 J_n(a_1 r) + c_2 J_{-n}(a_1 r)$$

$n; \text{ integer}$ について述べる。 $n; \text{ real}$ のときは, $Y_n(a_1 r) \rightarrow J_{-n}(a_1 r)$ と書き換える。

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right] = -D \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \nu \frac{\varphi}{r} \right]$$

characteristic eq は,

$$\begin{vmatrix}
J_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} J_n(x_1) & Y_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} Y_n(x_1) & 0 \\
J_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} J_n(x_2) & Y_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} Y_n(x_2) & 0 \\
f(a) & g(a) & 1
\end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{J_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} J_n(x_1)}{Y_{n-1}(x_1) + \frac{k_1 - (n-\nu)}{x_1} Y_n(x_1)} = \frac{J_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} J_n(x_2)}{Y_{n-1}(x_2) + \frac{k_2 - (n-\nu)}{x_2} Y_n(x_2)}$$

いま外圧だけのときを考えると, $p_1 = p$, $p_2 = 0$

$$\therefore \alpha_1^2 = \frac{\alpha}{D} = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^2} \frac{pa^2}{a^2 - b^2}, \quad \beta_1^2 = \frac{\beta}{D} = -\frac{12(1-\nu^2)}{Eh^2} \frac{pa^2b^2}{a^2 - b^2}, \quad n^2 = 1 - \beta_1^2 = 1 + \alpha_1^2 b^2 = 1 + x_1^2$$

$$ph = (a^2 - b^2) \alpha_1^2 \frac{D}{a^2} \\ = (x_1^2 + 1 - n^2) \frac{D}{a^2} \equiv k \frac{D}{a^2}, \quad k = x_1^2 + 1 - n^2$$

実際の計算は, 次のような process でおこなう。

$\nu (=0.3)$, k_1 , k_2 , $n \rightarrow x_2 \rightarrow$ 左辺 $\rightarrow$ イテレーション 左辺 = 右辺 $\rightarrow x_1 \rightarrow k$

n は整数として計算をおこなったため, $\mu = b/a = 0.45 \sim 1.0$ については詳細に計算することができたが, $0 \sim 0.45$ について計算できなかった。この範囲については改めて計算をおこなう予定である。バネ係数 $k_1 = 2, 4, 6, 8$ についておこない, k_2 は, k_1 の範囲内で適当に変化させて計算した。計算結果を E. Meissner の結果と比較し, 図-2.1~2.3 にまとめた。

3. H型鋼の残留応力

3-1 実験目的

1. のリングの曲げねじれ座屈を非弾性域において取り扱うためのパラメーターとして, 残留応力を考える。この解析に必要な残留応力分布を知ることが目的である。残留応力測定は, 次の各項目についておこなった。

1. リングビームの残留応力および断面上の分布
2. 測定機種 (ストレインゲージとコンタクトゲージ) による差異, コンタクトゲージについては, ゲージ長による差異
3. 一回目切断後の残留応力と二回目切断後の残留応力の変化
4. 残留応力の軸線方向の変化
5. スティフナー溶接による残留応力の変化

3-2 残留応力測定実験

3-2-1 供試体

供試体は, 図-3-1 に示すような As-rolled 材を所定曲率に冷間曲げ加工したリング状のけたである。実験は, 測定値の証査のため 2 回おこなった。なお, 2 回目の実験においては, 前記測定項目中 5. のスティフナー溶接による残留応力の変化の項についてはおこなわなかった。供試体の数量, 寸法は次のとおりである。

H 形鋼, 材質 SS41	H	B	t _w	t _f	r	数量
	350	350	12	19	20	1 本 (予備 1 本)
	400	400	13	21	22	1 本

(単位: mm)

なお, 曲率半径 $R = 115.0m$ (公称) である。(写真 1 参照)

3-2-2 測定断面

軸線方向の測定断面を図-3.2に、断面上の測点を図-3.3に示す。

3-2-3 測定方法

残留応力の測定方法には、数種類の方法がある。今回は、板の残留応力測定にもっとも一般的な sectioning 法によりおこなった。図-3.2, 3.3において破線により切断線を示す。sectioning 法でいう切断は、図-3.4において縦割り（1回目切断ということにする）をおこなった後、さらに横割り（2回目切断ということにする）をおこなうことをいう。今回は、1回目切断、2回目切断による残留応力の比較をおこなった。1回目切断により1回目切断+2回目切断の代わりをさせることができるかどうかをみるためである。

切断は、これにより残留応力を乱さないようにおこなう必要がある。予備試験として切断による熱の発生がもっとも少ないと思われる速度、加圧力で切断をおこなったところ、切断線から2cmはなれた位置で15℃、5cmはなれたところで6℃の温度上昇にすぎなかった。従って、ストレインゲージおよびコンタクトゲージ用スティールボールに与える熱影響は、無視するものと考えられる。なお、ストレインゲージのコーティングには新興通信のSN-4を用いた。使用結果は、十分満足すべきものであった。縦割り、横割りの作業を写真-3, 4, 5に示す。ひずみ測定は、ワイヤーストレインゲージおよびコンタクトゲージを併用しておこなった。ワイヤーストレインゲージのゲージ長は10mmであり、コンタクトゲージのゲージ長は100mm, 60mm, 40mmを使用した。（図-3.4参照）前記測定項目に従い、第1回実験、第2回実験においておこなった実験種別を表-3.1に示す。（写真2参照）

3-2-4 材料試験

図-3.2に示す位置から一号引張試験片を切り出し、引張試験をおこなった。測定は、次の項目についておこなった。

- | | | | |
|----------------|---------------------------|---------------------------------|-------|
| 1. ヤング率 E | 3. 降伏点応力 σ_y | 5. ひずみ硬化始点のひずみ $\epsilon_{0.1}$ | 7. 伸び |
| 2. ポアソン比 ν | 4. ひずみ硬化始点の接線係数 $E_{0.1}$ | 6. 引張り強さ $\sigma_{0.2}$ | |

なお、1回目の実験では E , ν , σ_y , $\sigma_{0.1}$, 伸びの測定をおこない、他の項目についてはおこなわなかった。試験結果を表-3.2に示す。SS41材として、各種規格は十分満足されている。ただ、 $\epsilon_{0.1}$ が一般のものの半分位となっているのが注目される。なお、表中添字のMW, Mは、それぞれweighted mean value, alithmetical mean valueの意味で、weightとして断面積をとった。

3-2-5 H形鋼の残留応力測定

応力解放前と後の板の表と裏で測定したひずみの平均値を、板厚の中央でのひずみと考え、これに材料試験によりえられたヤング係数を掛けて、その位置での残留応力とした。以下、特別にことわらない限り中心位置の残留応力についてまとめ、その結果について述べる。このようにしてえられた残留応力を図-3.19に示す。図中左側フランジはconvex sideで、右側フランジはconcave sideである。断面寸法の区別は、測定断面A, B, C, Dの後の数字1, 2でおこなうことにした。H350×350は1で表わし、H400×400は2で表わすことにした。従って、A1, A2とは、それぞれH350×350のA断面、H400×400のA断面を意味する。なお、第1回目実験は、測定値のバラツキが大きいため参考にする程度とし、第2回目実験C, D断面の測定結果を中心にのせることとした。第2回目実験は、バラツキも小さく良好な実験であったと思われる。ただし、第2回目実験の供試体のけた長は約250mmとなったため、残留応力の解放がなされている傾向が見られる。以下、前記測定項目順に、測定結果についてのべる。

1. リングビームの残留応力および断面上の分布

図-3.5～3.8に残留応力分布を示す。図中・印はフランジ外側表面の残留応力、×印はフランジ内側面の残留応力をあらわし、ウェブにおいては、それぞれ上側面、下側面の残留応力をあらわす。

残留応力分布は、As-rolled材において一般に考えられる分布とはかなり異なっている。その理由の一つは、曲げ加工による効果がウェブ部に見られ、他の一つは、convex side flange に板を溶接したことによると思われる。溶接の影響により、convex side flange の残留応力はかなり変化したものと考えられる。もっともAs-rolled材に近い分布形が、concave side に保存されていると考えられる。

2. 測定機種による差異、コンタクトゲージについてはゲージ長による差異

図-3.9に、同一断面上のストレインゲージによる測定、コンタクトゲージによる測定の結果を示す。(この図は2回目切断後の残留応力分布を比較したものである。) 図から見られるようにストレインゲージ、コンタクトゲージおよびコンタクトゲージのゲージ長(100, 60, 40mm)による差はほとんどないといってよい。このことは、図-3.10, 3.11にあるようにストレインゲージとコンタクトゲージとの相関およびコンタクトゲージ(ゲージ長100mm)とコンタクトゲージ(ゲージ長60, 40mm)の測定値の相関をとればさらにはっきりする。さらに、この図において詳しく見ればコンタクトゲージ(ゲージ長40mm)の点は、コンタクトゲージ(ゲージ長100mm, 60mm)の点より不安定な分布となっていることがわかる。さらに、60mmと100mmについていえば100mmの方が安定しているといえる。ただし、定量的にははっきりしない。従って、コンタクトゲージのゲージ長は40, 60, 100mmの中では100mmのものが推奨される。ストレインゲージとコンタクトゲージ(ゲージ長100mm)を比較すれば、コンタクトゲージによる値の方が、全体に引張側に大き目に出る傾向があるように思われる。従って、圧縮側においては小さくなる傾向である。

3. 1回目切断後の残留応力と2回目切断後の残留応力の変化

図-3.12~3.13に1回目切断後の残留応力と2回目切断後の残留応力の比較を示す。残留応力の最大値、最小値を示す位置以外では、ほとんど変化しないが、最大値、最小値付近 — 例えばフランジ端部、fillet部etc — においては、変化が認められる。従って、最初意図した1回目切断だけで終えてしまうことは無理のようである。

4. 残留応力の軸線方向の変化

図3.14のC, D断面の残留応力分布およびA, B断面の残留応力分布からも見られるようにスティフナーをはさんで同じ距離はなれた位置においては、残留応力分布は非常に似かよっているか、またはほとんど一致する。従って、スティフナー溶接影響部を除けば軸線方向への残留応力分布の変化はないといってよいと思われる。スティフナー溶接影響部と思われるA', A''断面の残留応力分布を詳しく見ることにする。図-3.14の2点鎖線がA''断面で、1点鎖線がA'断面を表わす。変化はウェブで顕著であり、フランジではほとんど影響を受けていないことがわかる。A''断面のウェブは、ほとんど全体が引張残留応力となり、ウェブ中央部付近が頂部の山形をなしている。これは、あきらかにスティフナー溶接による引張残留応力の領域内にあることを示し、A'断面がA断面より圧縮側に移行しているのは、溶接による圧縮残留応力の領域内にあることを示すと考えられる。H350×350について上のようなことがいえるが、H400×400についても同様の考察を施すとA'', A', A, Bの変化があきらかとなる。これから溶接影響部の範囲は、大略全背の80%と考えられ、全背だけはなれば溶接による影響は、實際上無視しうる程度になると思われる。

5. けたの平均的残留応力分布

C, D断面の測定からえられた残留応力分布をまとめて書けば、図-3.15のようになり、これから平均的残留応力分布を求めてみたのが図-3.16である。

なお、これを基準にA, A', A'', B断面の残留応力を対比させたものが図-3.17~3.18である。C, D断面对応できるのは、第1回実験ではA'断面である。図-3.17を見ると、ウェブおよびconcave side flangeにおいて残留応力の変化が認められる。これは、けた長が6.28mから2.5mとなったため、第2回実験においてはすでに応力の解放があったものと思われる。従って応力解放前の残留応力を第1回実験から推定する。第1回実験もバラツキは大きい、定性的

には間違っていないと思われ、これから溶接部影響外のけたの残留応力は、図-3.19の破線のようになる。

3-3 曲率を付したけたの残留応力

H形断面を対象に考える。材料は、完全弾塑性体と考え、ひずみ硬化は考えない。まず、As-deliver材で残留応力がない場合に冷間曲げ加工したことにより生ずる残留応力を計算する。その他の仮定は、simple plastic theoryに使われる仮定をそのまま使用した。降伏域がウェブにまで侵入している場合と、フランジ部にとどまっている場合に分けると、

1. 降伏域がウェブにまで侵入している場合

図-3.22の状態を考えると

$$\begin{aligned}
 M &= 2 \left(\frac{\sigma_y}{y} \int_0^y z \eta^2 d\eta + \sigma_y \int_y^{H/2} z \eta d\eta \right) & 0 \leq \eta \leq H/2 - t_f; \quad z = t_w \\
 & & H/2 - t_f < \eta \leq H/2; \quad z = b \\
 &= \sigma_y \left[\frac{bH^2}{4} - (b - t_w)(H/2 - t_f)^2 - \frac{t_w y^2}{3} \right] \\
 y &= \sqrt{\frac{3}{t_w} \left\{ \frac{bH^2}{4} - (b - t_w)(H/2 - t_f)^2 - \frac{M}{\sigma_y} \right\}} \quad \dots\dots\dots (1)
 \end{aligned}$$

材料の応力-ひずみ曲線の戻りを図-3.20のように仮定すれば、曲げモーメントの除荷も見掛け上弾性的に戻る。図-3.21に弾塑性曲げのM-φ曲線を示す。曲げモーメントMのときの曲率半径をρ、これを完全に除荷したときの曲率半径をRとすると

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R} &= \frac{1}{\rho} + \frac{-M}{EI_x}, \quad \text{また } \sigma_y = \frac{E}{\rho} y \quad \text{だから} \quad \frac{1}{R} = \frac{\sigma_y}{Ey} - \frac{M}{EI_x} \\
 \therefore \frac{\sigma_y}{y} - \frac{M}{I_x} &= \frac{E}{R} \quad \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

(1)式を(2)式に代入すると、

$$\sigma_y \sqrt{\frac{3}{t_w} \left\{ \frac{bH^2}{4} - (b - t_w)(H/2 - t_f)^2 - \frac{M}{\sigma_y} \right\}} - \frac{M}{I_x} = \frac{E}{R}$$

これから、Rを与えればMが求められ、残留応力は次式に従って得られる。弾塑性曲げによる応力をσ、逆曲げによる応力をσ'、残留応力をσ'とすると、

$$\begin{aligned}
 0 < \eta \leq y; \quad \sigma' = \sigma + \sigma^* &= E \frac{1}{\rho} \eta - \frac{M}{I_x} \eta, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} + \frac{M}{EI_x} \quad \text{だから} \\
 &= E \eta \left(\frac{1}{R} + \frac{M}{EI_x} \right) - \frac{M}{I_x} \eta \\
 \sigma' &= \frac{E}{R} \eta \quad \dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

$$y < \eta \leq H/2; \quad \sigma' = \sigma_y + \sigma^* = \sigma_y - \frac{M}{I_x} \eta \quad \dots\dots\dots (4)$$

2. 降伏域がフランジ内にとどまっている場合

$$M = \sigma_y \left[\frac{bH^2}{4} - \frac{2(b - t_w)}{3y} \left(\frac{H}{2} - t_f \right)^3 - \frac{by^2}{3} \right]$$

これから、yを求めることは複雑になるので前とは異なった方法を取る。(2)式は、この場合も成り立つから(2)式に代入する。

$$\frac{\sigma_y}{y} - \frac{\sigma_y}{I_x} \left[\frac{bH^2}{4} - \frac{2(b - t_w)}{3y} \left(\frac{H}{2} - t_f \right)^3 - \frac{by^2}{3} \right] = \frac{E}{R}$$

これから、 γ を求めればMが得られる。Mを求めた後、残留応力は(3)、(4)式から求められる。

前記残留応力測定断面 ($R=11.50m$) について、冷間曲げ加工による残留応力を図-3.19に示す。なお、図中破線が実験により得られた残留応力、実線が計算により得られた残留応力である。図に見られるように圧延残留応力を考慮しないときは、計算値と実測値の差は大きい。

次に、圧延残留応力を考慮して計算をおこなう。今回の実験では、直材の圧延残留応力を測定していないので、直材の残留応力の分かっている断面について計算をおこなう。H形鋼の一般的な分布は図-3.23のようになるが、複雑な分布形についても適用できるように、次のような過程で数値計算することがよくおこなわれる。今回もこのような手順に従うことにした。

図-3.26のような圧延残留応力をもとに冷間曲げ加工した後の残留応力分布を計算し、実測値との対比をおこなう。計算の仮定は前記のものと同一である。計算過程は以下のとおりである。図-3.24のようにフランジ、ウェブを微小片に分割し、積分を有限片の sum up の形にしておこなう。分割数はフランジ部60、ウェブ部85である。1分割片中の応力の変化は考えず、分割片の中央位置における応力で代表されるものとする。

$$\begin{aligned} M &= \int \sigma \eta dA \\ &= \int \sigma \frac{h}{2} t d\xi - \int \sigma \frac{h}{2} t d\xi + \int \sigma \eta t_w d\eta \\ &= \sum \sigma \frac{h}{2} t d\xi - \sum \sigma \frac{h}{2} t d\xi + \sum \sigma \eta t_w d\eta \\ &\quad \text{upper fl} \quad \text{lower fl} \quad \text{web} \end{aligned}$$

ただし、 σ =残留応力+曲げモーメントによる応力

これにより、残留応力を考えた弾塑性曲げのM- ϕ 曲線が図-3.25のように求められる。これから、所定曲率 $\phi_1=1/R$ をとって弾性域の勾配に平行に直線をひき、M- ϕ 曲線の交点からMが求められ、このときの各分割点の応力がえられる。この応力に除荷による応力を加えれば、各点の残留応力がえられる。このようにしてえられた残留応力分布と実測値との比較を図-3.27に示す。図に見られるように、計算値は圧延残留応力を入れたとき concave side でかなりよい近似となるが、convex side へ行くと共に、近似は悪くなる。convex flange で一番近似が悪くなる。計算上 convex flange は全面降伏してから除荷されるので残留応力は一定値となる。測定値をこのような見方でながめると、flange 両端を除けば一様な分布をなし、除荷される前の段階ではほぼ全面にわたり降伏していたと考えられる。値は異なるが、これはウェブ部の差がフランジにも及んでいると思われる。この原因として考えられることは、計算仮定中のひずみ分布を直線分布としたが、concave side では割にこれがよく満足されているが、convex side では仮定と実際の差が大きいものと考えられる。換言すれば、ひずみ分布が図-3.28のような傾向をもつということになる。これは、他の実験報告書などを見てもひずみ分布はこのような傾向を示している。従って、simple plastic theory の仮定を準用する限りにおいては上のような計算結果と実測値の値は、不可避のものとなる。

いずれにしても、圧延残留応力を考慮に入れた方が実際の現象をよりよく説明することがわかった。また、計算と実測の差も比較的小さなものと思われる。

なお、今回残留応力を測定した断面 (H350×350, H400×400) の圧延残留応力の測定は、来年度に実施する予定である。その上で、この断面についての圧延残留応力を考慮に入れた計算と実測の比較を行なう。

4. む す び

リングの曲げねじれ座屈の弾性解については、一応これで終了し、残留応力を考えた非弾性域の曲げねじれ座屈を来年度取り扱うこととする。また、来年度はAs-deliverのH形鋼の残留応力の測定をおこない、アメリカの測定結果をもとに作成されている現行示方書の検討をおこなう予定である。なお、今回の残留応力測定には、当研究室の諸氏の協力をえた。特に、当研究室石川景技官には多大の協力をえた。ここに謝意を表する次第である。

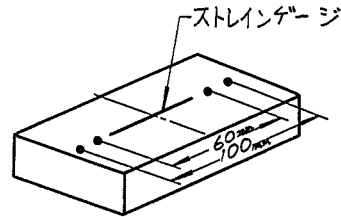
参 献 文 献

- 1) F. Bleich; Buckling strength of metal structures, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1952.
- 2) V. Z. Vlasov; Thin-walled elastic beams, Israel pro. Sci. Trans., 1961.
- 3) 深沢泰晴; 軸圧縮力を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究, 土木学会論文集第96号(昭. 38. 8).
- 4) 倉西 茂; アーチ橋のねじれ座屈について, 土木学会論文集第75号(昭. 36. 7).
- 5) J. E. Goldberg and J. N. Bogdanoff; Out-of-plane buckling of I-section rings.
- 6) E. Meissner; Über das Knicken kreisringförmiger Scheiben, Schweizerische Bauzeitung, Bd. 101, Nr. 8('33. 2).
- 7) 日本熱処理技術協会ひずみ研究部会; 残留応力, 共立出版, 昭. 38. 10.
- 8) 日本鋼構造協会; 特集残留応力と座屈, JSSC, Vol. 3, No. 16('67. 4).
- 9) T. V. Galambos; Inelastic lateral buckling of beams, Proc. ASCE, Vol. 89, ST5.
- 10) Y. Fukumoto and T. V. Galambos; Inelastic lateral torsional buckling of beam-column, Proc. ASCE, Vol. 92, ST2.
- 11) N. R. Nagaraja Rao, F. R. Estuar and L. Tall; Residual stresses in welded shapes, Welding J., Research suppl. 295-s-306-s('64. 7).
- 12) N. R. Nagaraja Rao and L. Tall; Residual stresses in welded plates, Welding J., Research suppl. 468.s-480.s('61. 10).
- 13) L. S. Beedle and L. Tall; Basic column strength, Proc. ASCE Vol. 86, ST7('60. 7).

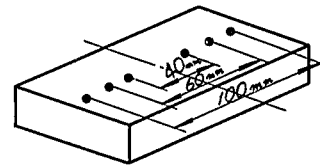
付表、付図および写真

表 3.1 実験種別

	測定断面	一回目切断	二回目切断	ストレインゲージ	コンタクト ゲージ長 100mm	ゲージ ゲージ長 60mm	ゲージ長 40mm	備考
第一回実験	A 1	○	○	○	○	○		コンタクトスチールボールの打ち込みが足りなかったため、切断作業途中での離脱があった。ストレインゲージは、スイッチボックスに集めて Non valance 方式に依った。スイッチボックスが旧型のため Non val でも固定抵抗が離れない方式であったため、直線性の悪いところで測定することになった。全般に不満足な測定であった。
	A' 1	○		○	○	○		
	A'' 1	○		○	○	○		
	B 1	○	○	○	○	○		
	A 2	○	○	○	○	○		
	A' 2	○		○	○	○		
	A'' 2	○		○	○	○		
	B 2	○	○		○	○		
第二回実験	C 1	○	○	○	○	○	○	コンタクトスチールボールの打ち込みもよく、スイッチボックスを使用しないで行なったので固定抵抗によるシフトもなく、測定は十分満足のいくものであった。
	D 1	○	○		○	○	○	
	C 2	○	○	○	○	○		
	D 2	○	○		○	○	○	



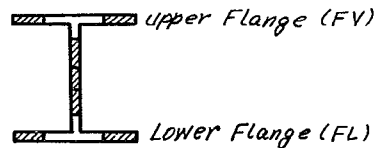
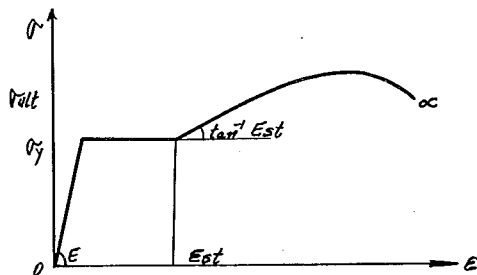
A, A', A'', C 断面



B, D 断面

表- 3. 2 引張試験結果

試験片記号	断面積 (cm^2)	ヤング係数 ($\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$)	ポアソン比	降伏点応力 (kg/cm^2)	ϵ_{st} $\times 10^6$	Est (kg/cm^2)	引張り強さ (kg/cm^2)	伸び %
A1F1	9.50	2.21	0.292				4,300	30.0
" F2	9.54	1.65	0.246				4,235	
" F3	9.56	1.79	0.255				5,215	
" F4	9.57	1.88	0.283				4,340	
" W1	5.93	1.92	0.262	2,690			4,510	
" W2	5.86	2.08	0.265	2,840			4,610	
" W3	5.99	1.90	0.371	2,670			4,460	27.0
$E_{MW} = 1.91$ $\nu_M = 0.282$ $\sigma_{YMN} = 2,740$ $\sigma_{ultMW} = 4,520$								
A2F1	10.4	1.91	0.286	2,930			4,580	25.5
" F2	10.1	2.00	0.324	2,970			4,690	25.0
" F3	10.4	2.09	0.308	2,960			4,660	25.0
" F4	10.5	1.84	0.302	2,810			4,630	25.0
" W1	6.29	1.91	0.266	2,800			4,790	21.0
" W2	6.29	1.89	0.279	2,690			4,770	22.5
" W3	6.33	1.88	0.288	2,830			4,800	
$E_{MW} = 1.94$ $\nu_M = 0.293$ $\sigma_{YMN} = 2,870$ $\sigma_{ultMW} = 4,690$								
以上, 第1回試験, 以下第2回試験								
FU1-1	9.33	2.09	0.269	2,340	5,200	9.65	4,600	27.5
" 1-2	9.18	2.08	0.275	2,560	4,700	8.58	4,610	26.0
W1-1	5.82	1.99	0.234				4,600	22.5
" 1-2	5.84	2.04	0.274	2,520	11,400	3.42	4,530	22.5
" 1-3	5.83	2.04	0.226	2,525	7,200	6.22	4,600	23.5
FL1-1	9.28	1.95	0.271	2,260	3,500	5.12	4,450	24.3
" 1-2	9.26	2.10	0.273	2,790	7,100	5.40	4,580	29.5
$E_{MW} = 2.04$ $\nu_M = 0.263$ $\sigma_{YMN} = 2,500$ $\sigma_{ultMW} = 4,565$ $\epsilon_{stM} = 6,130$ $E_{stMW} = 6.62$								
FU2-1	10.31	2.05	0.227	2,435	5,200	9.38	4,760	27.5
" 2-2	10.27	1.93	0.261	3,190	7,500	5.06	4,815	27.5
W2-1	6.14	2.06	0.275	(2,980)			5,070	21.5
" 2-2	6.14	1.83	0.270	(2,850)			5,020	24.3
" 2-3	6.23	1.86	0.240	2,720	5,500	8.67	5,040	22.5
FL2-1	10.34	2.09	0.272	2,370	5,200	11.5	4,720	27.5
" 2-2	10.00	1.90	0.264	3,190	8,500	5.20	4,850	24.0
$E_{MW} = 1.97$ $\nu_M = 0.258$ $\sigma_{YMN} = 2,780$ $\sigma_{ultMW} = 4,870$ $\epsilon_{stM} = 6,440$ $E_{stMW} = 7.92$								



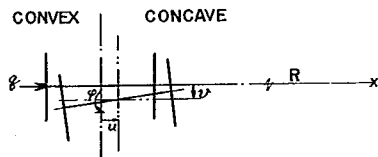


図 1.1 - a

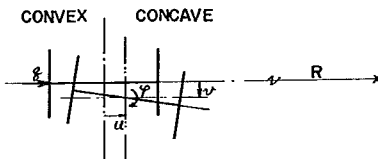
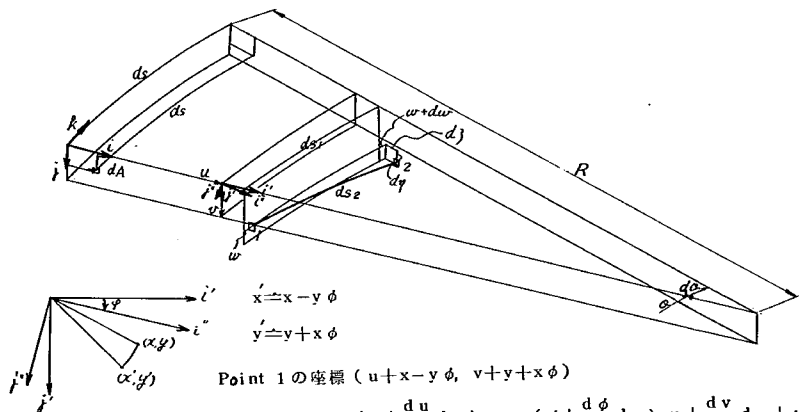


図 1.1 - b



Point 1 の座標 $(u+x-y\phi, v+y+x\phi)$

$$\text{" 2 " } (u + \frac{du}{d\phi_1} d\phi_1 + x - y (\phi + \frac{d\phi}{d\phi_1} d\phi_1), v + \frac{dv}{d\phi_1} d\phi_1 + y + x (\phi + \frac{d\phi}{d\phi_1} d\phi_1))$$

$$d\} = (\frac{du}{d\phi_1} - y \frac{d\phi}{d\phi_1}) d\phi_1$$

$$d\gamma = (\frac{dv}{d\phi_1} + x \frac{d\phi}{d\phi_1}) d\phi_1$$

図 1.2

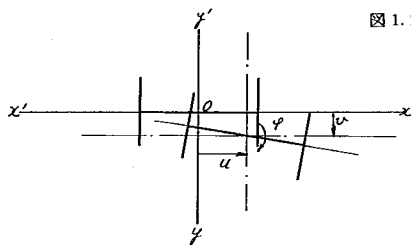
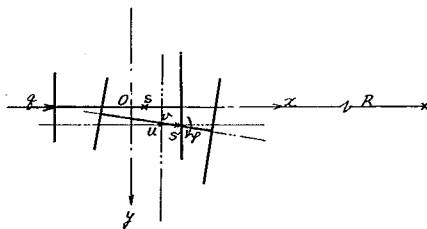
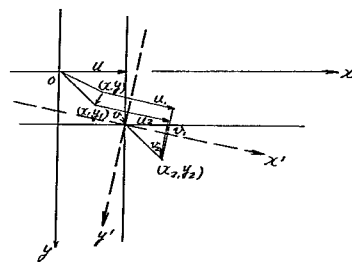


図 1.3



Point 1 の座標 $(u+x-y\phi, v+y+(x-x_0)\phi)$

図 1.4

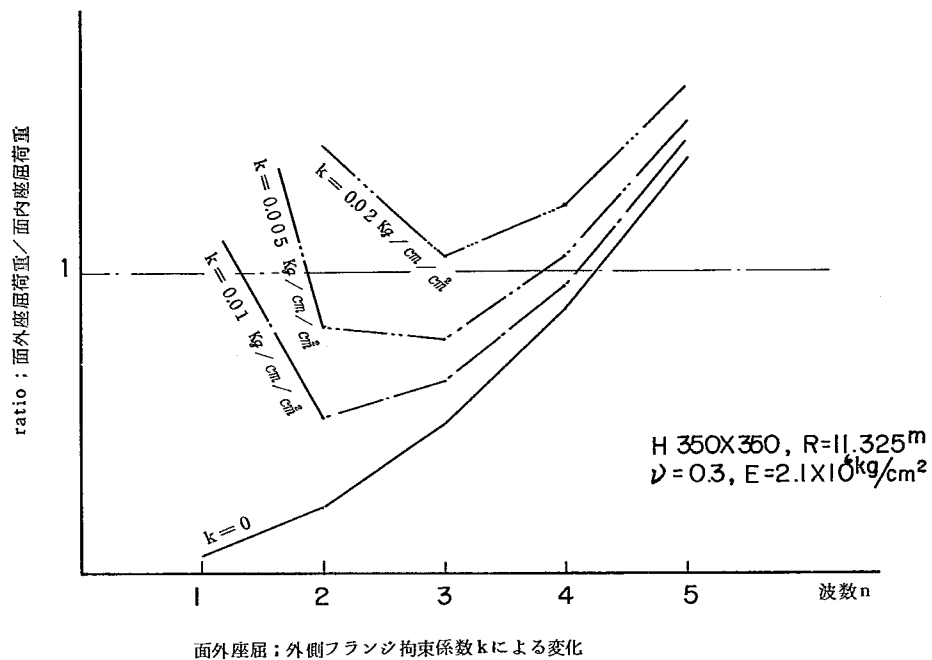


図 1.5

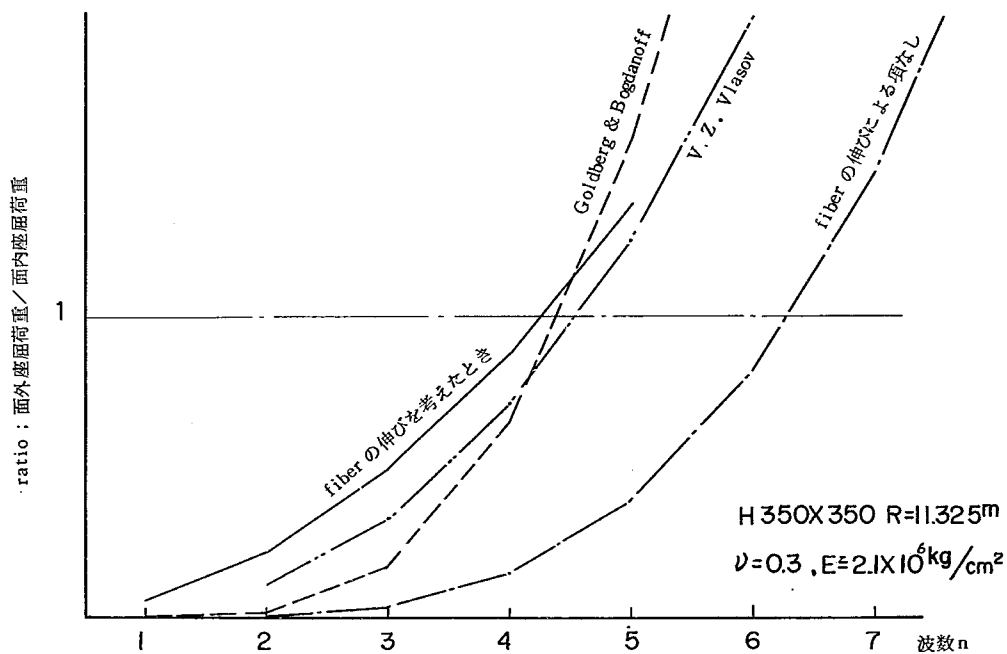


図 1.6

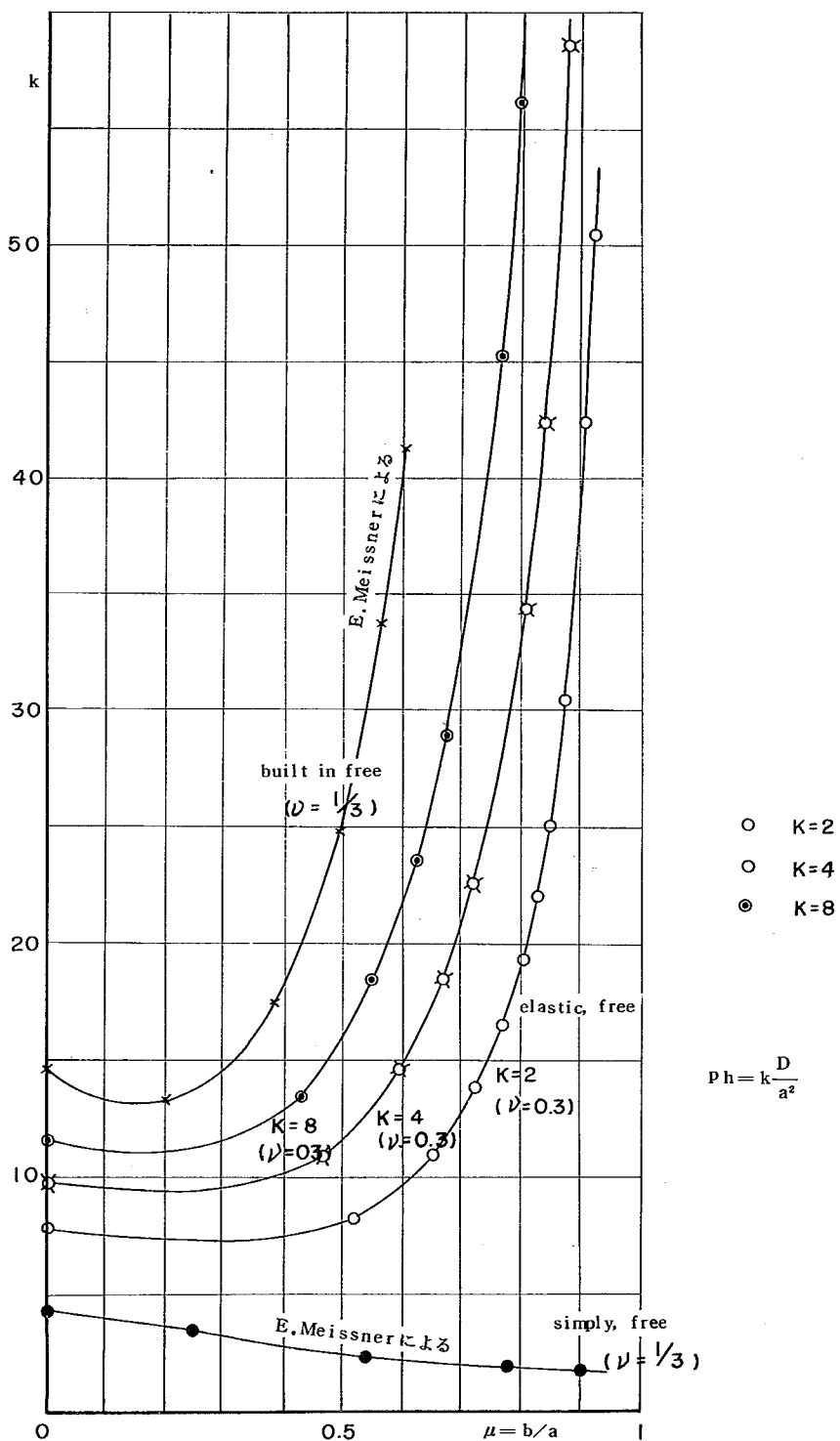


図 2.1

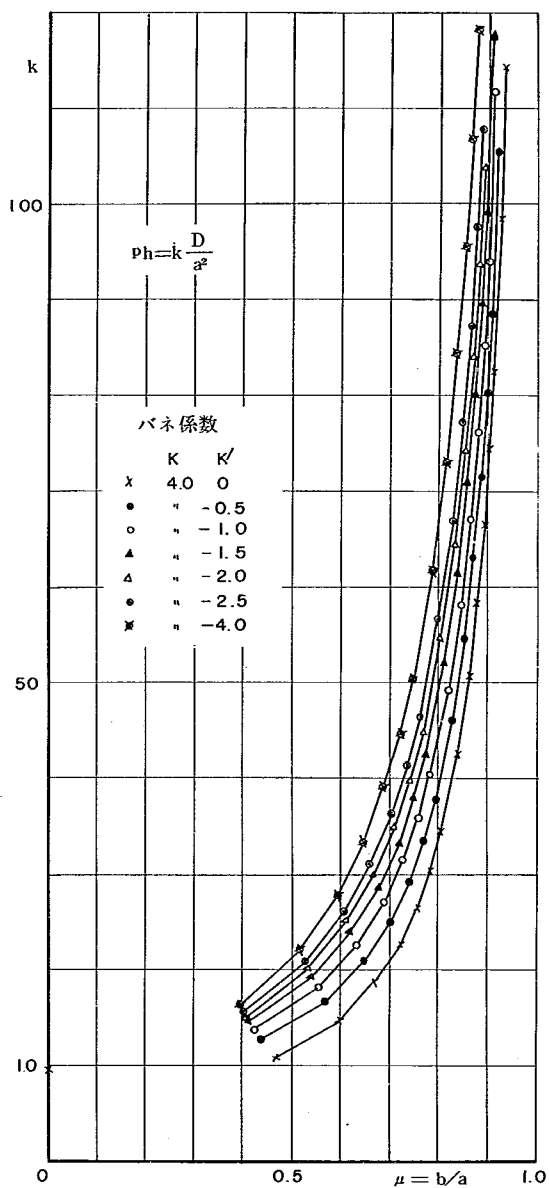
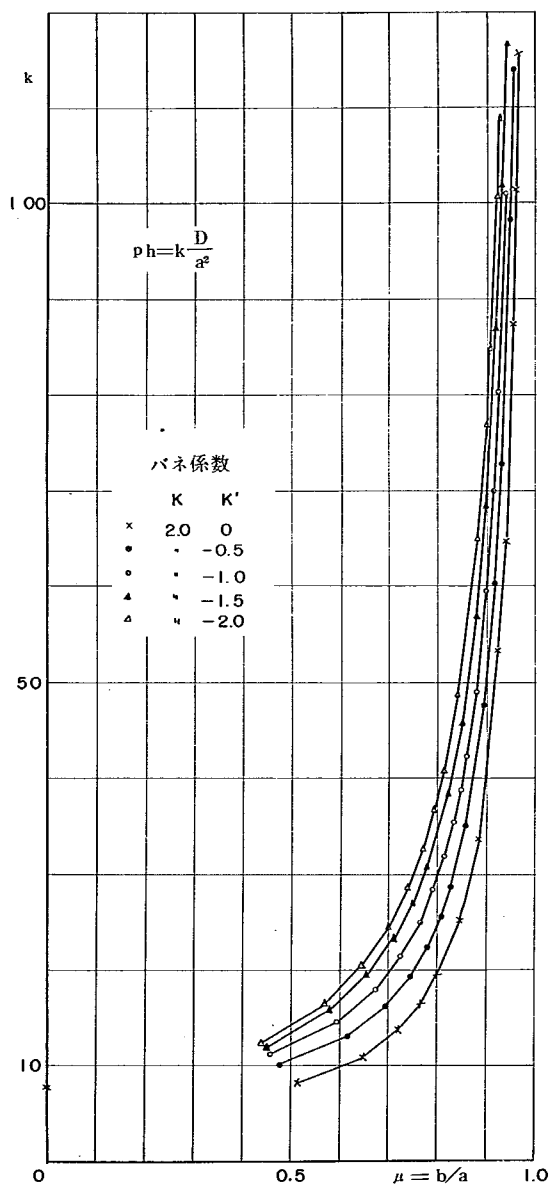


図 2.2

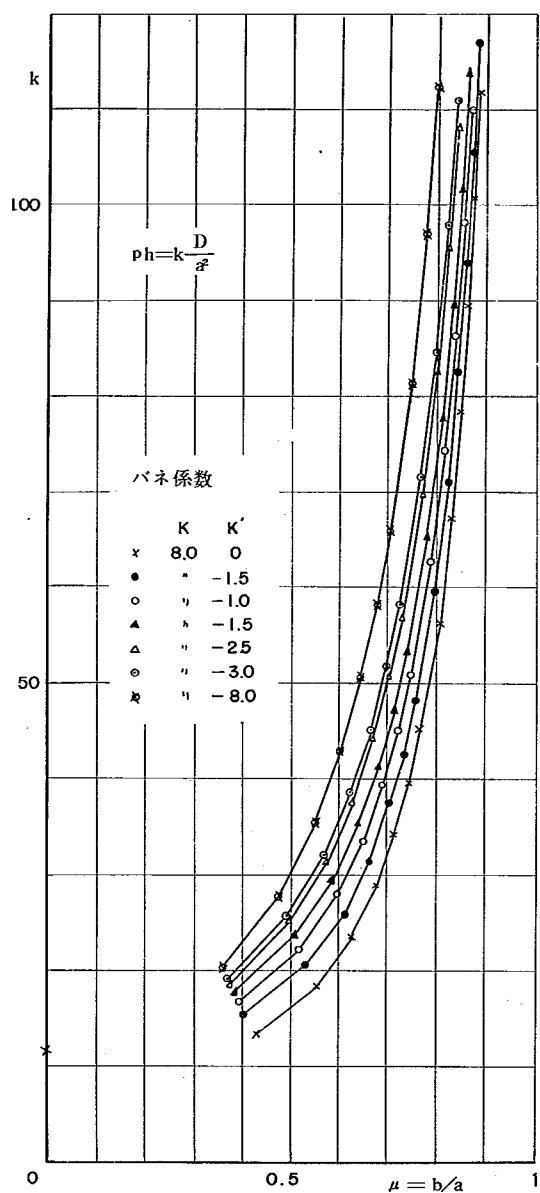
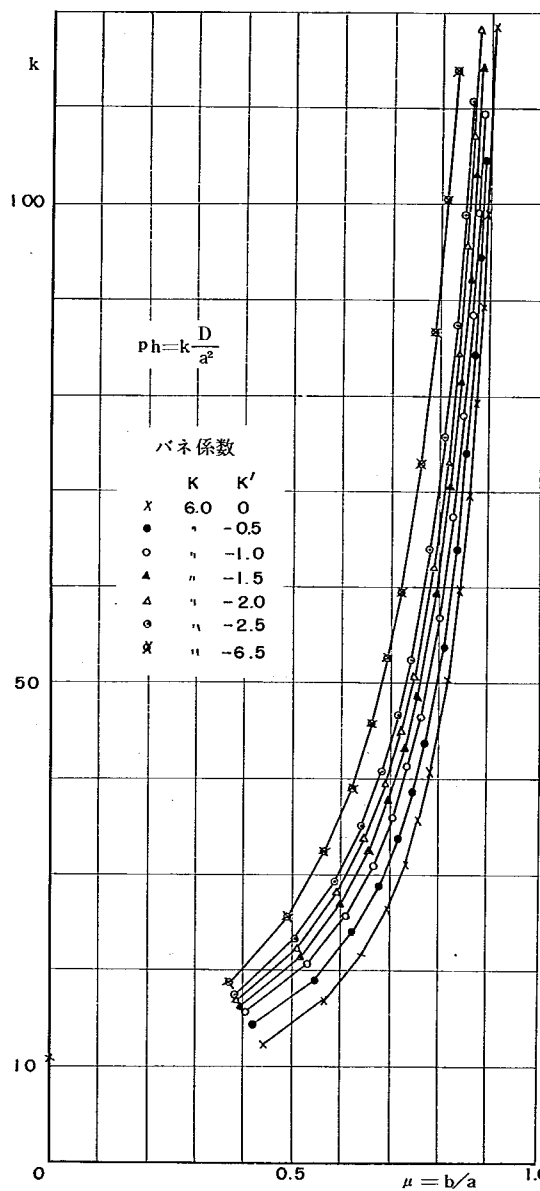


図 2.3

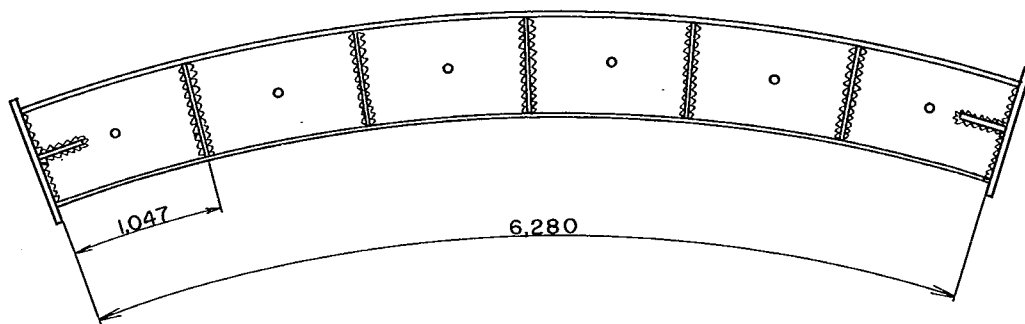


図 3.1 供試体概要 (曲率半径 $R=11.50\text{ m}$)

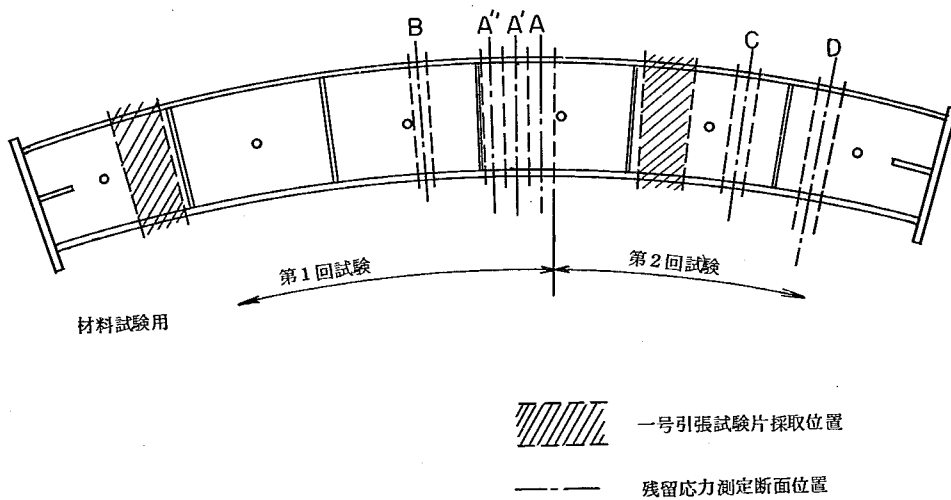
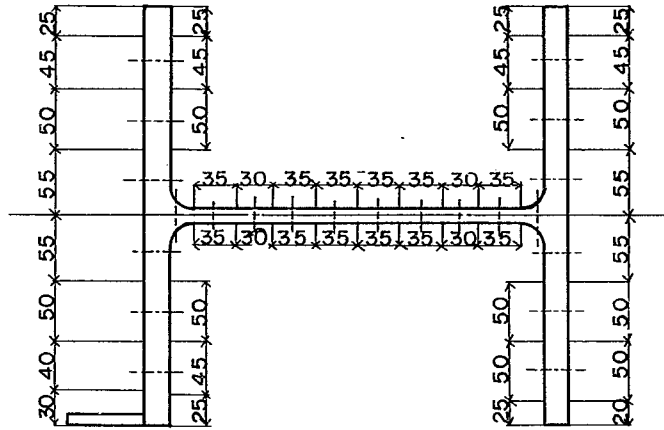


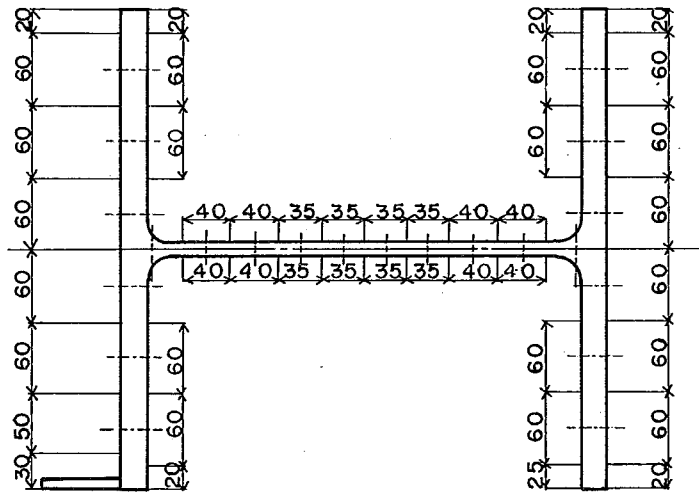
図 3.2 残留応力測定断面位置

H 350X250

100mm



H 400X400



--- 切断線を示す

図 3.3 残留応力測定測点位置

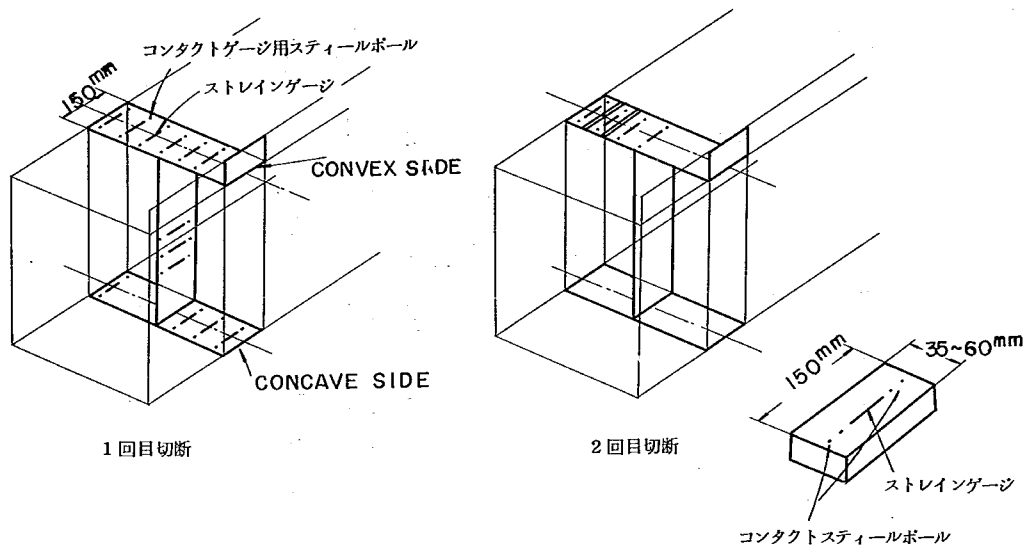


図 3.4 切 断 方 法

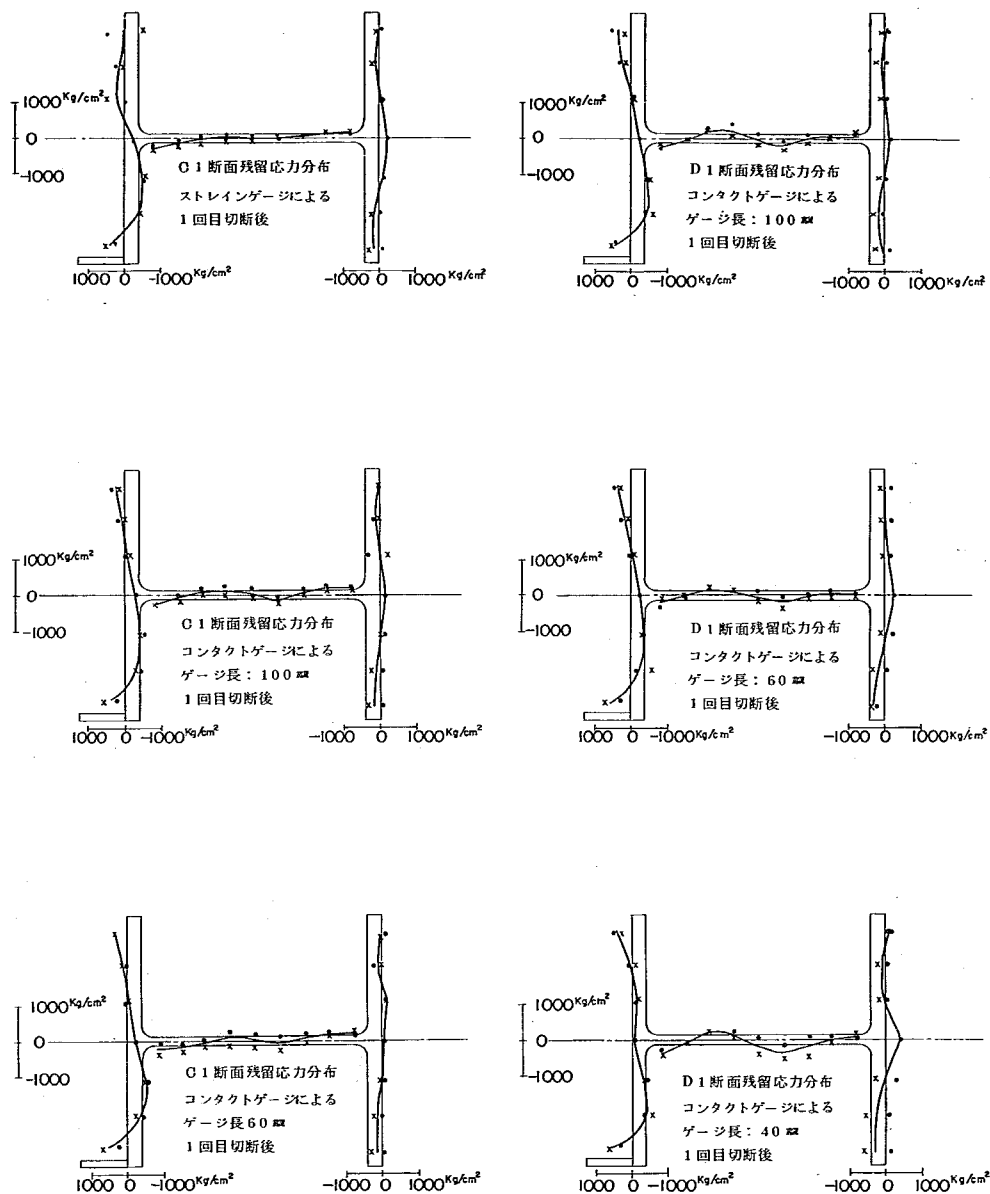


図 3. 5

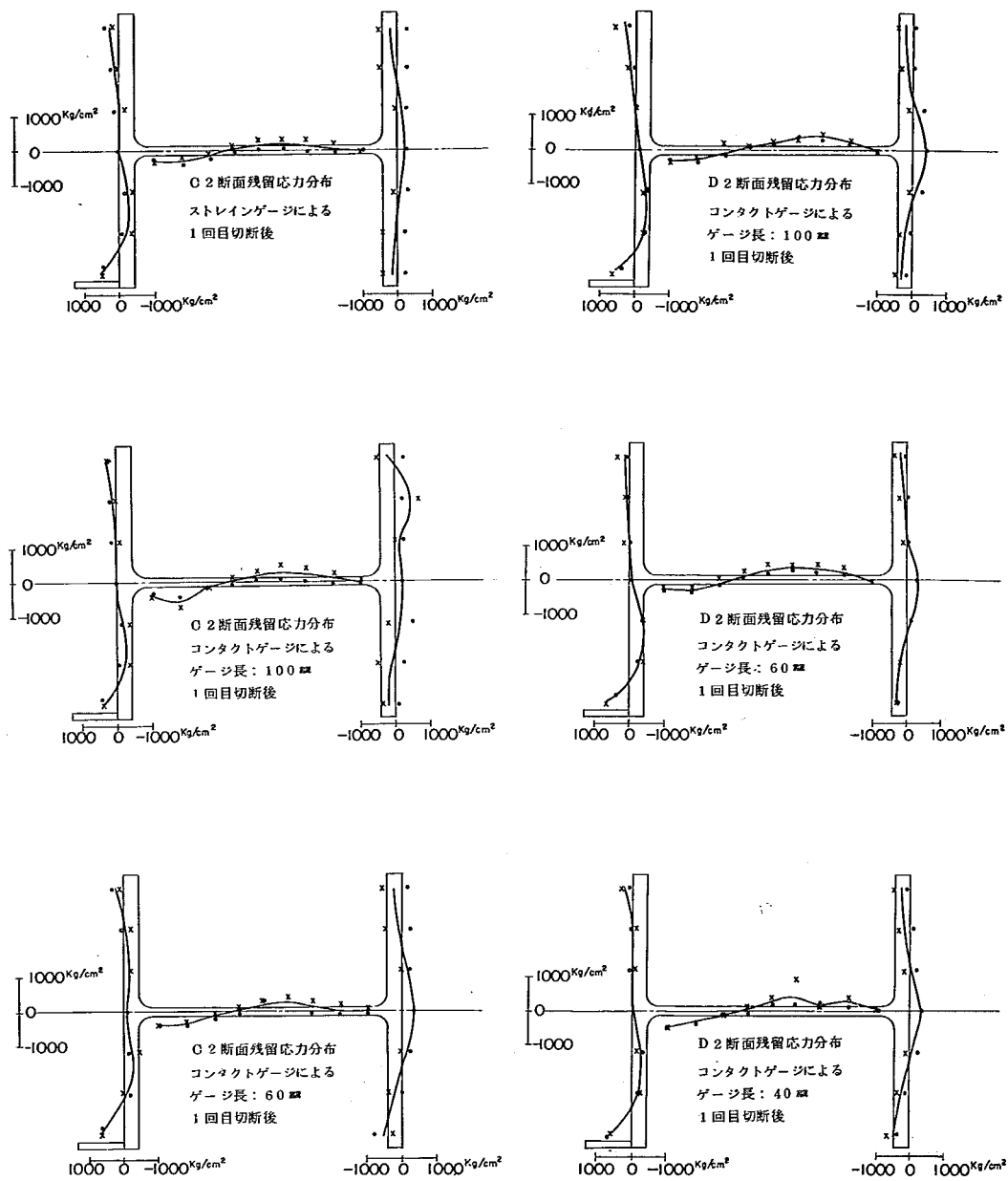


図 3. 6

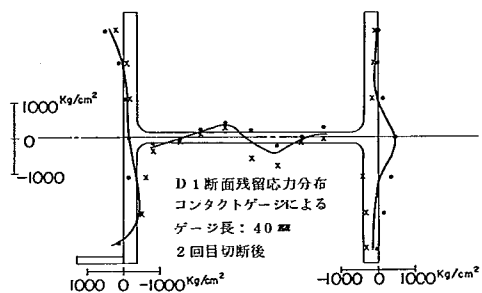
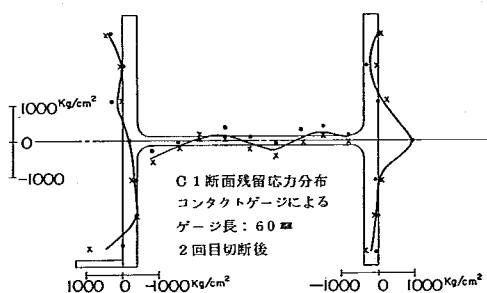
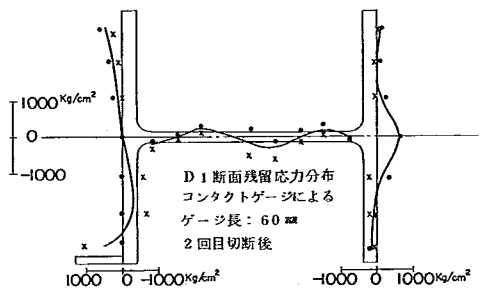
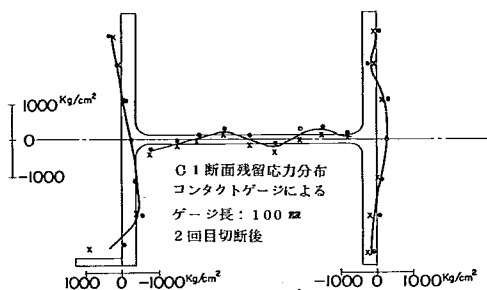
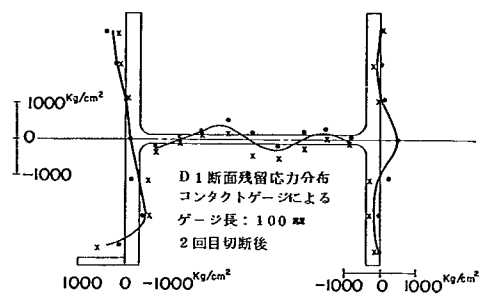
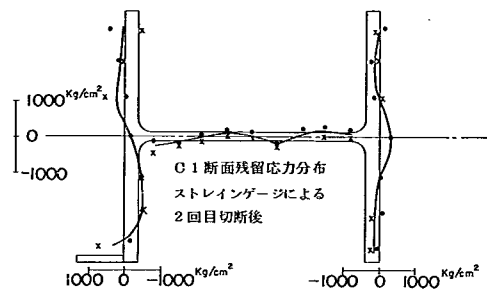


図 3. 7

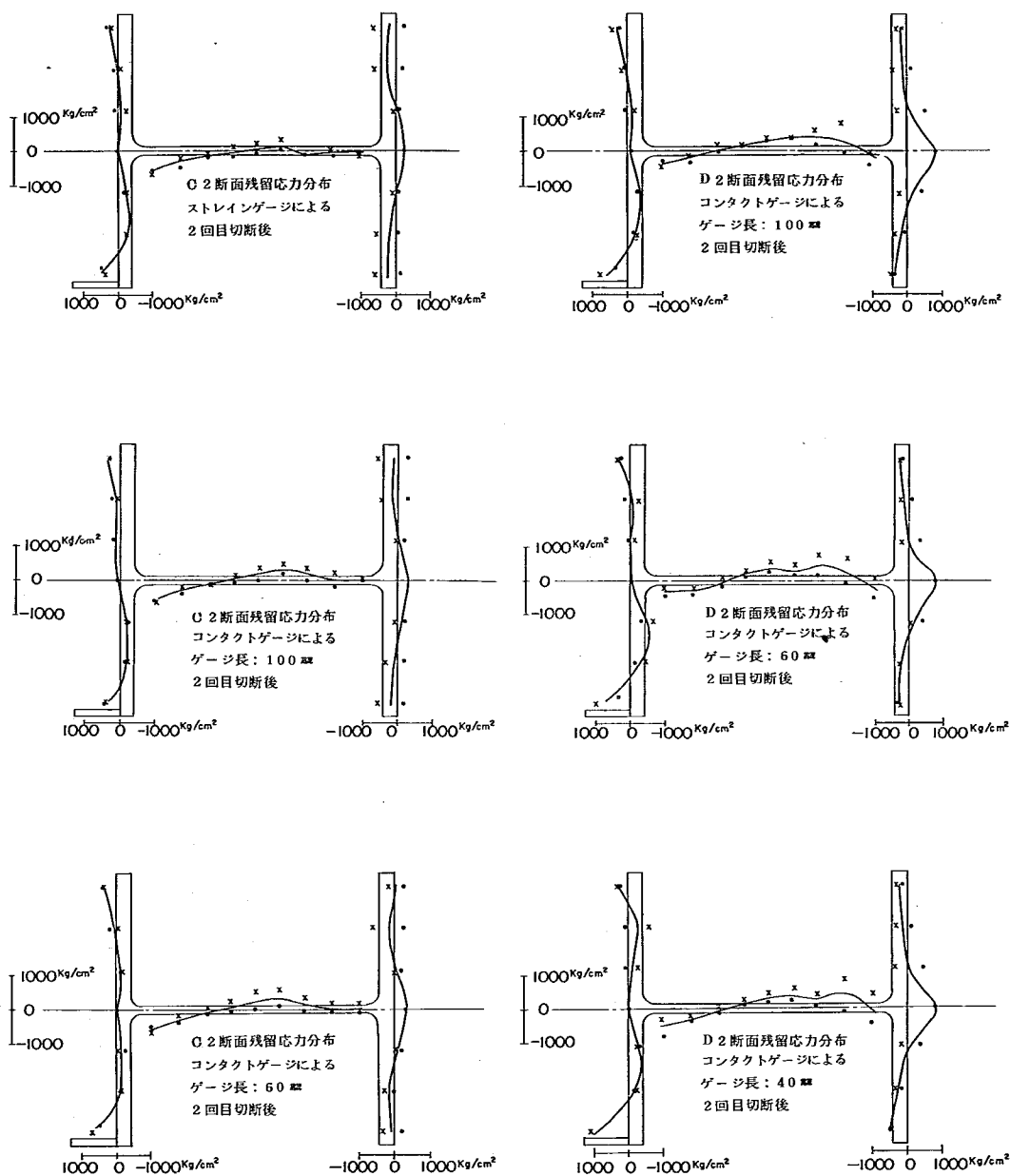


図 3. 8

各種測定値の比較

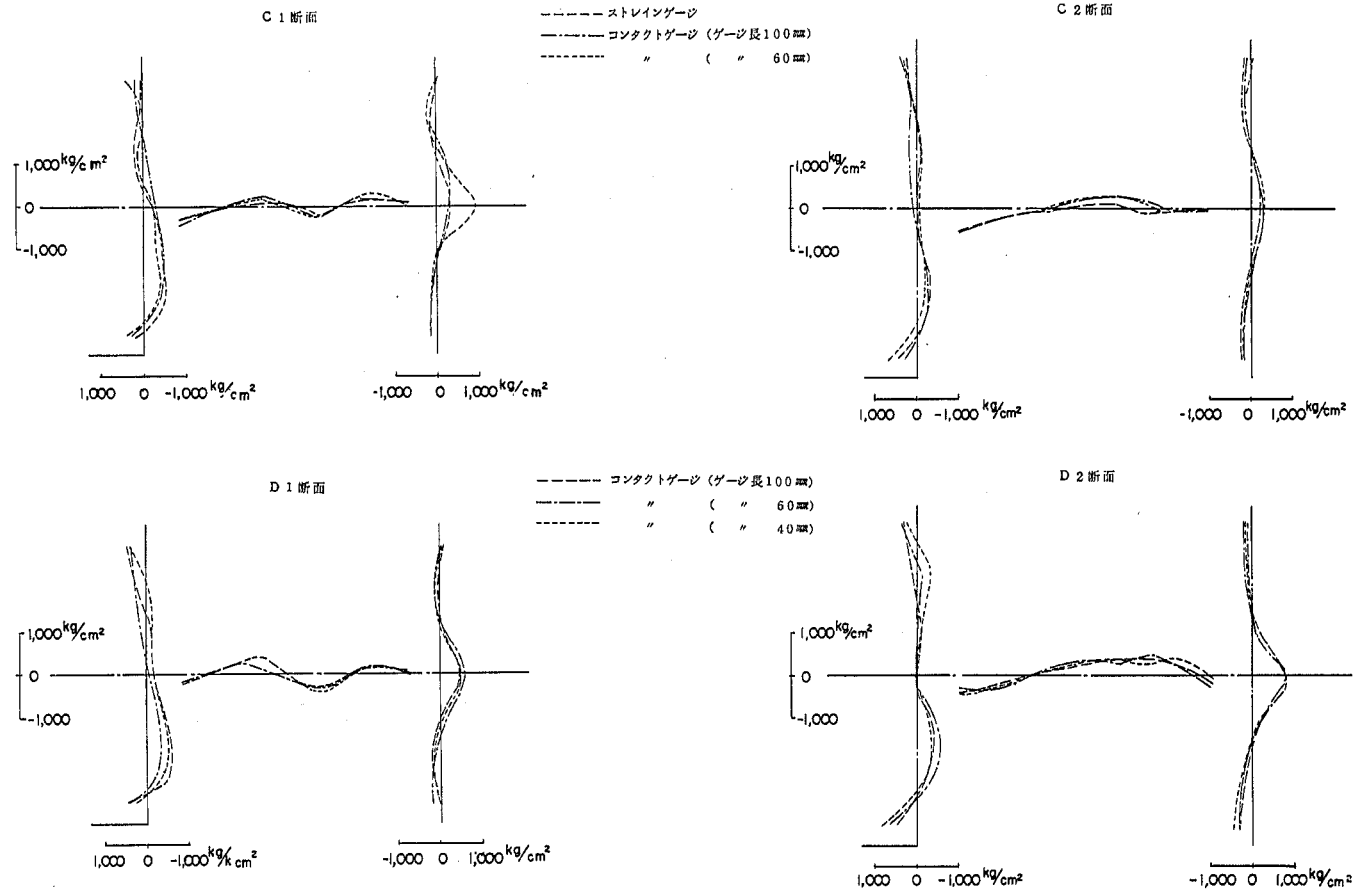
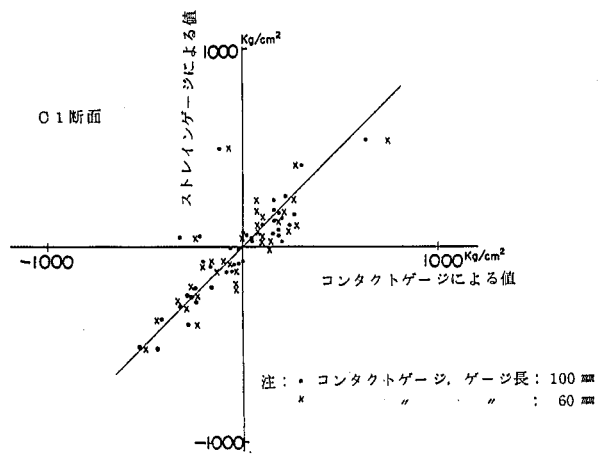
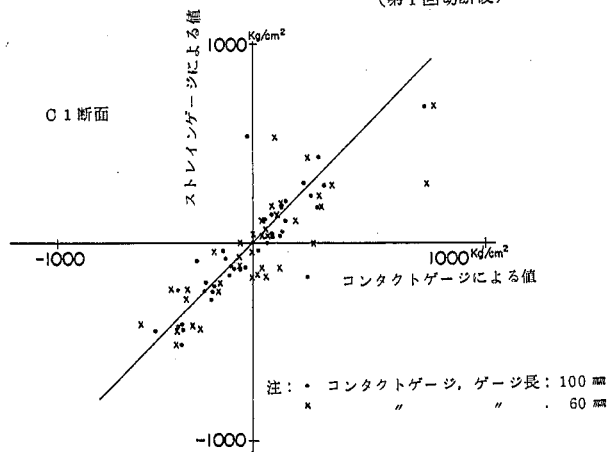


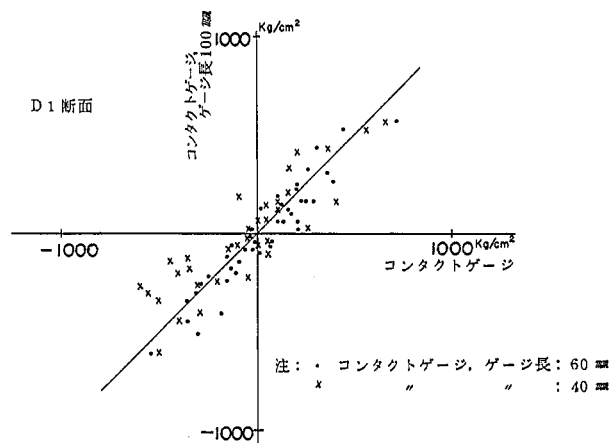
図 3.9



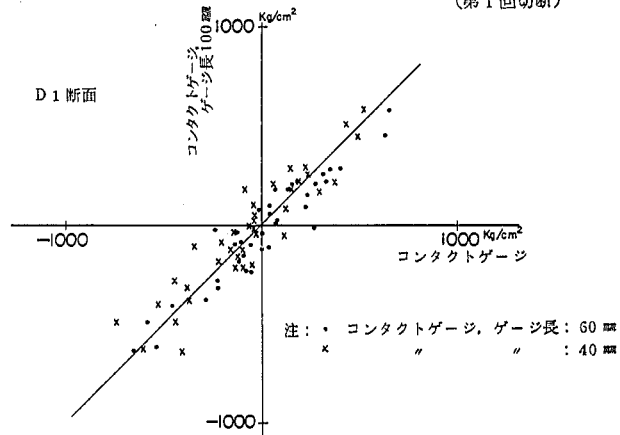
ストレインゲージとコンタクトゲージによる測定値の相関
 (第1回切断後)



ストレインゲージとコンタクトゲージによる測定値の相関
 (第2回切断後)

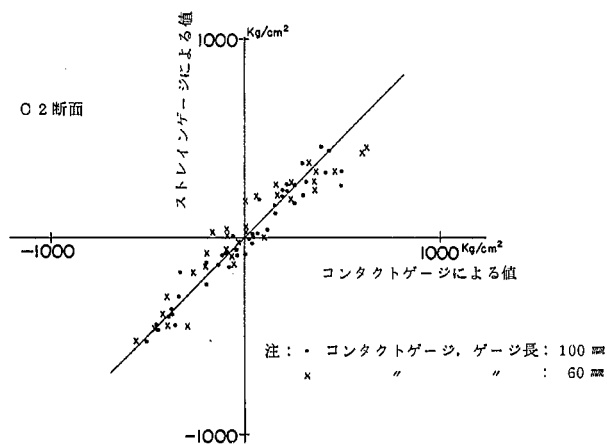


コンタクトゲージ, ゲージ長 100 mm と 60, 40 mm の測定値との相関
 (第1回切断)

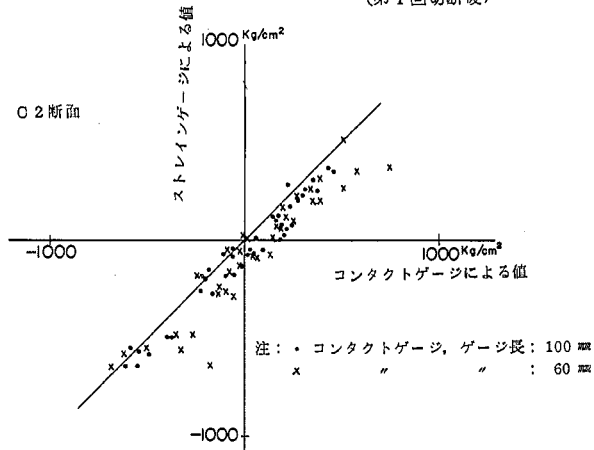


コンタクトゲージ, ゲージ長 100 mm と 60, 40 mm の測定値との相関
 (第2回切断後)

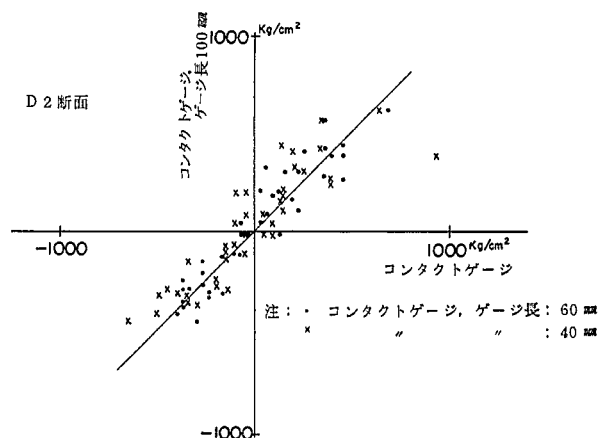
図 3. 10



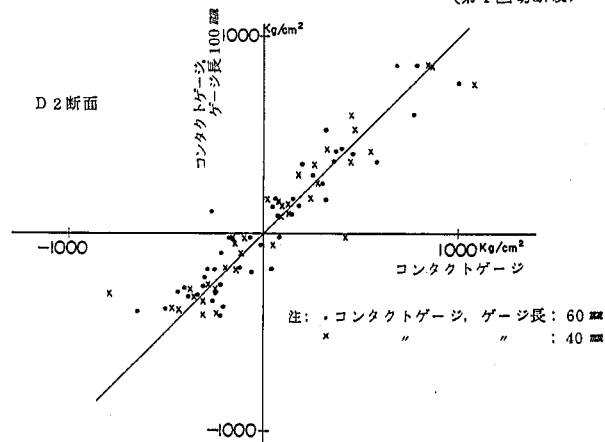
ストレインゲージとコンタクトゲージによる測定値の相関
 (第1回切断後)



ストレインゲージとコンタクトゲージによる測定値の相関
 (第2回切断後)



コンタクトゲージ，ゲージ長100 mmと60，40 mmの測定値との相関
 (第1回切断後)



コンタクトゲージ，ゲージ長100 mmと60，40 mmの測定値との相関
 (第2回切断後)

1 回目切断, 2 回目切断後の分布の比較

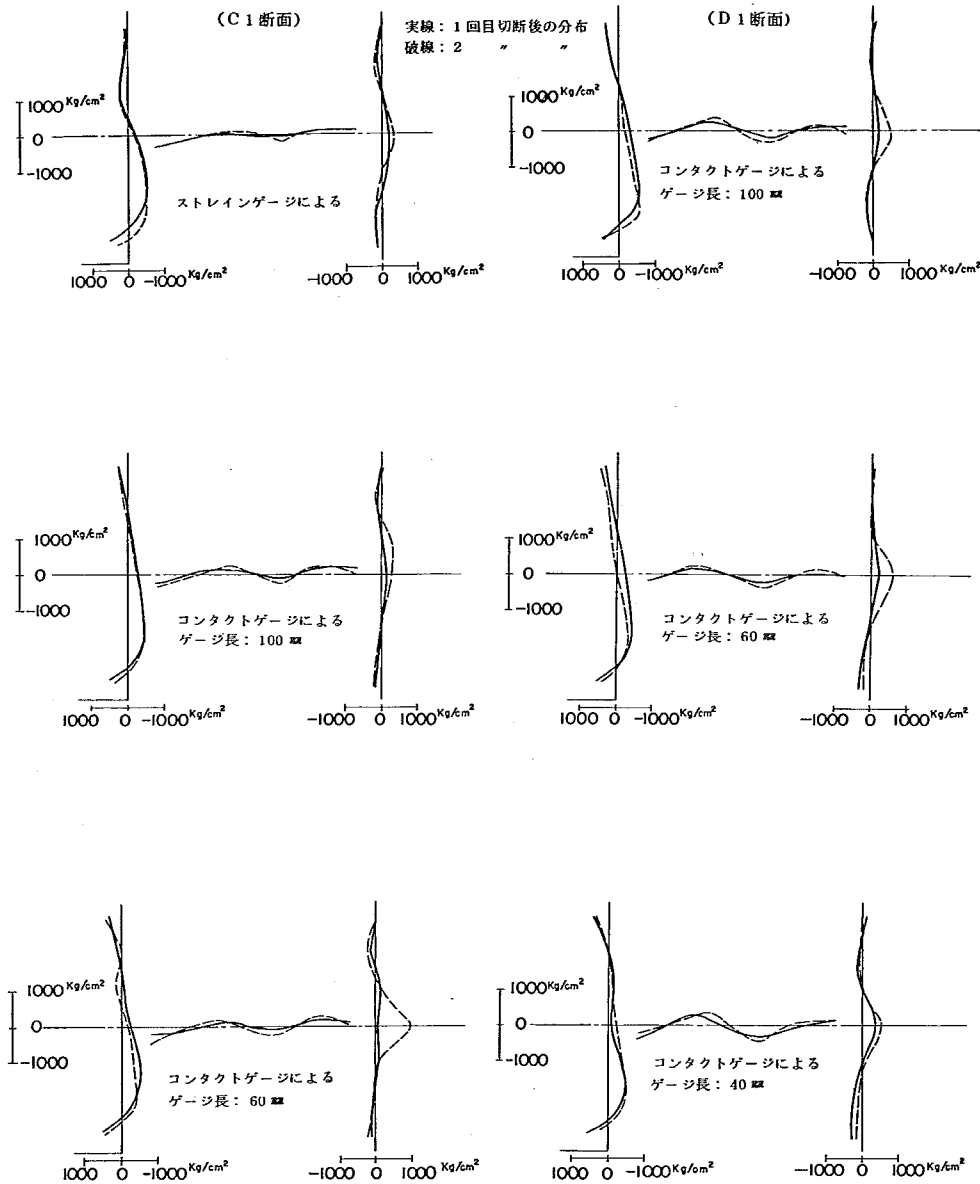


図 3. 12

1 回目切断，2 回目切断後の残留応力分布の比較

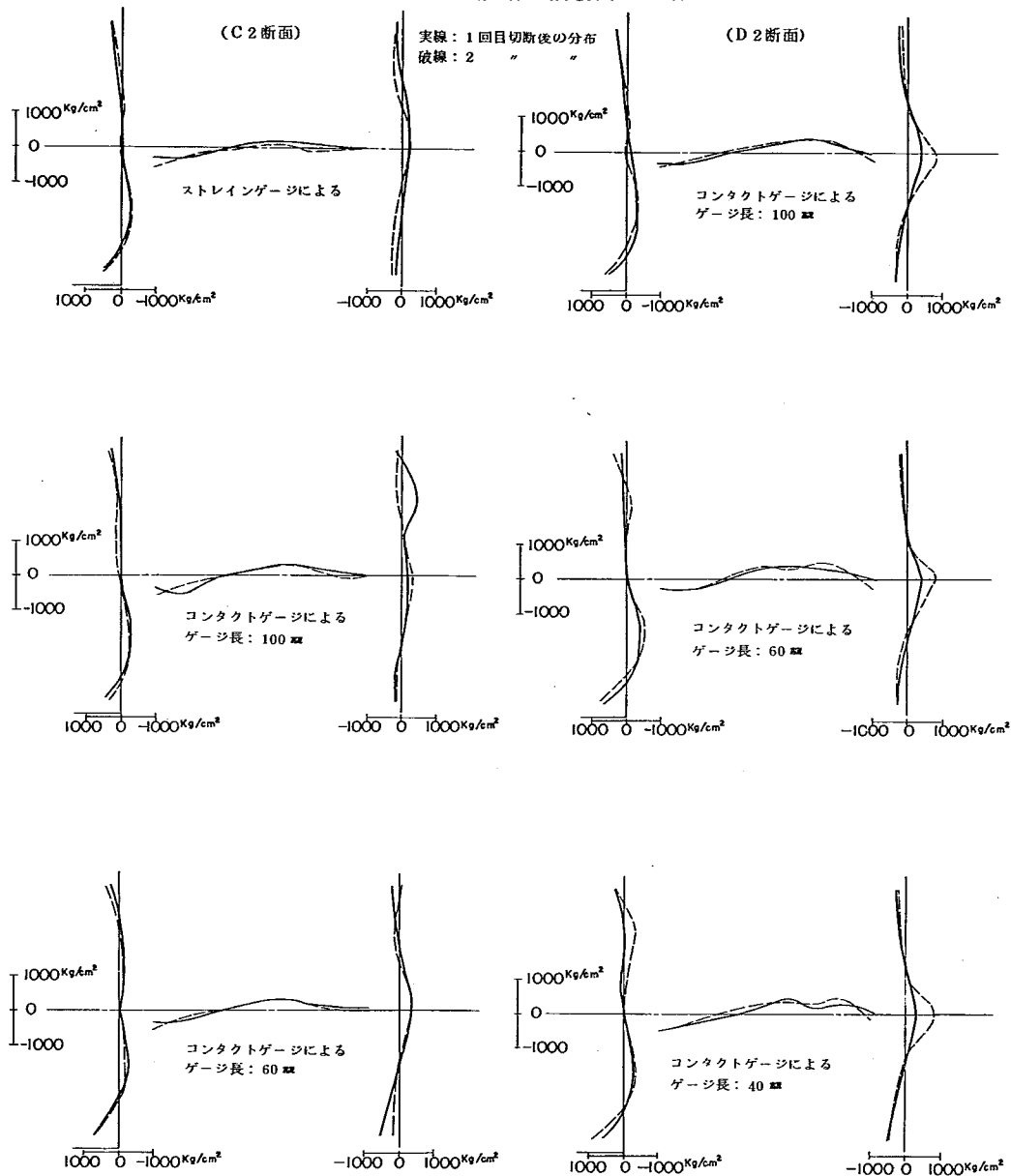
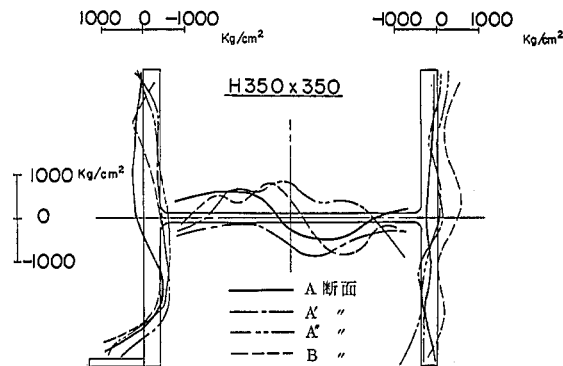
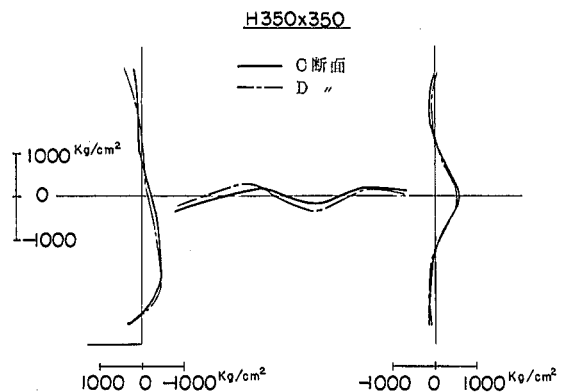
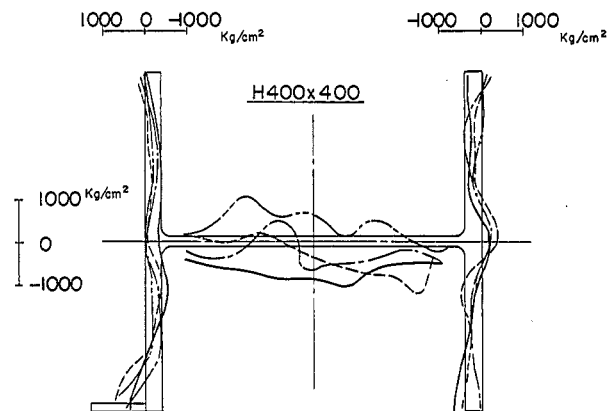
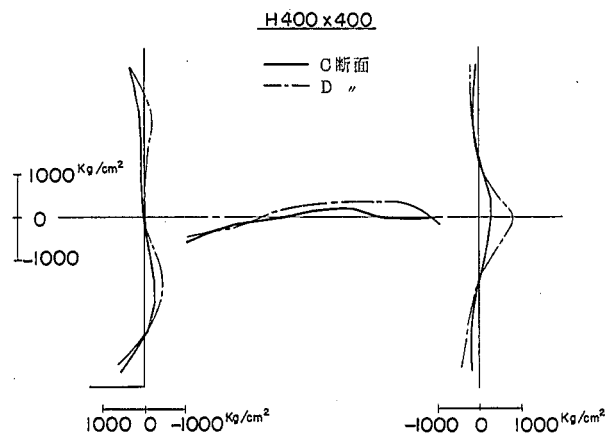


図 3.13

C, D断面の残留応力の比較（2回目切断後）



第1回目 A, A', A', B断面による Strain, Contact (100mm) の比較



第1回目 A, A', A', B断面による Strain, Contact (100mm) の比較

2 回目切断残留応力分布

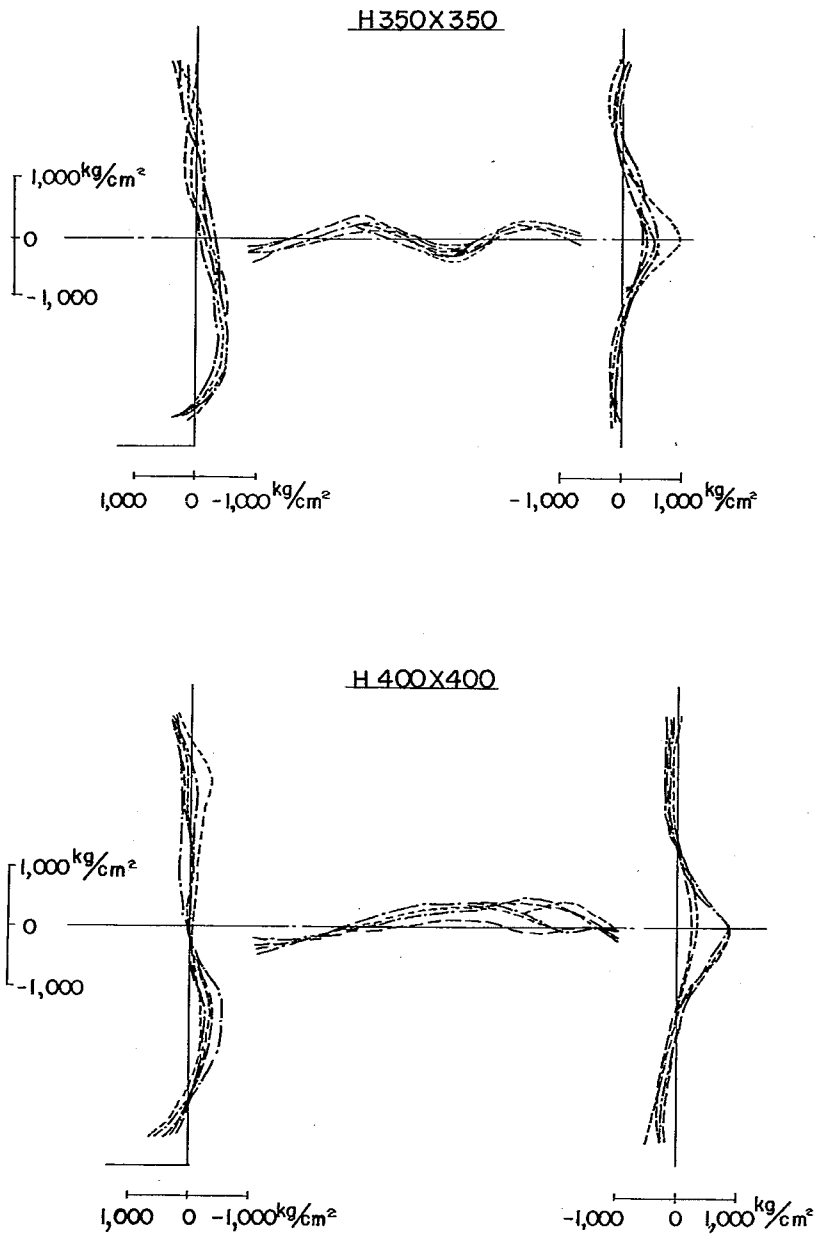
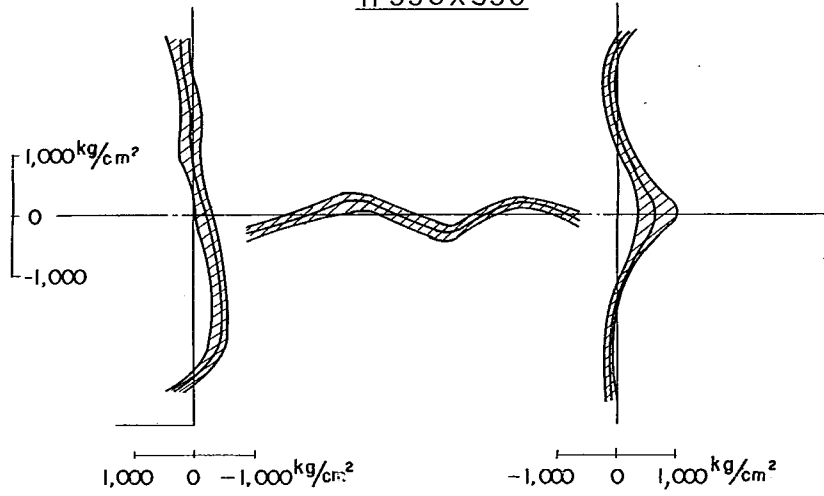


図 3.15

各けたの残留応力

H 350X350



H 400X400

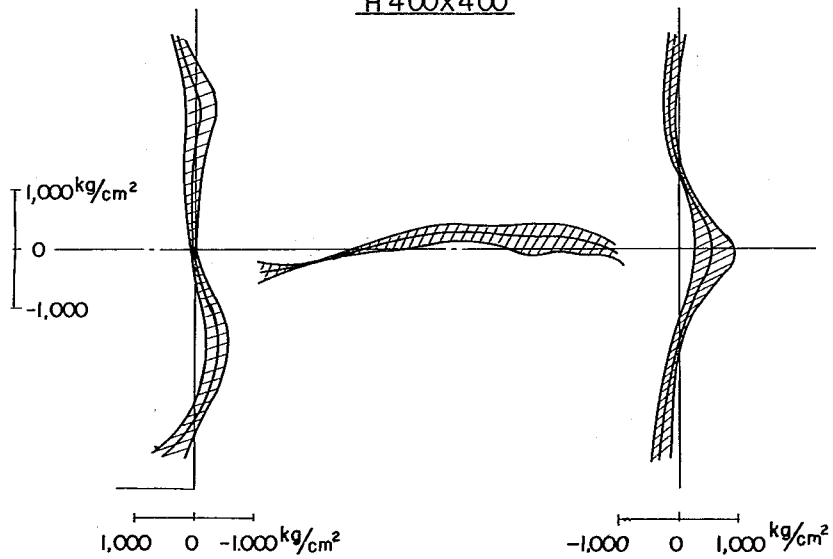
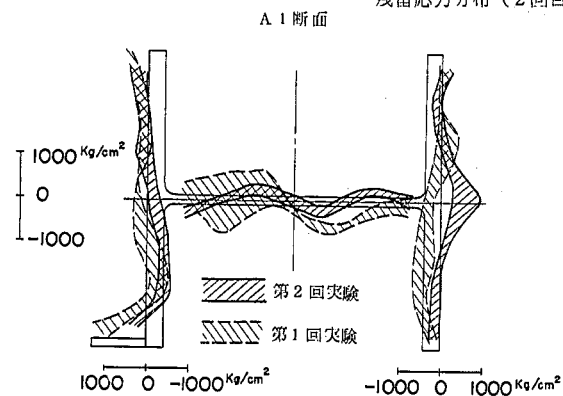
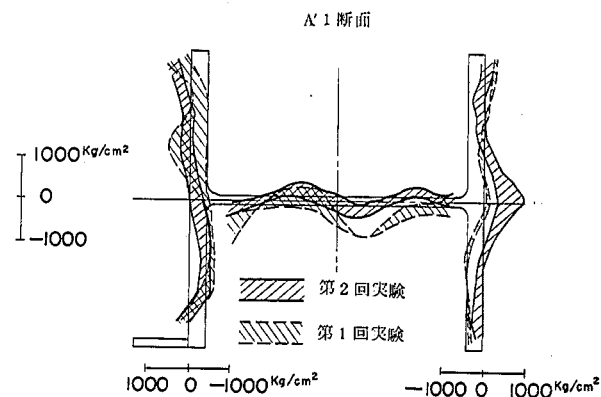


図 3. 16

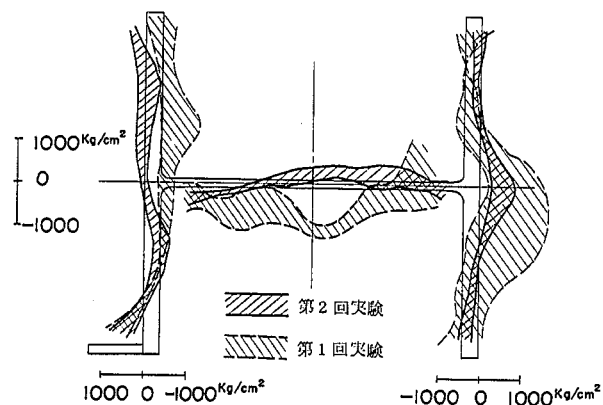
第2回実験C, D断面の残留応力分布(2回目切断後)と第1回実験A断面の
残留応力分布(2回目切断後)の比較



第2回実験C, D断面の残留応力分布(2回目切断後)と第1回実験A'断面の
残留応力(1回目切断後)の比較



A 2 断面



A' 2 断面

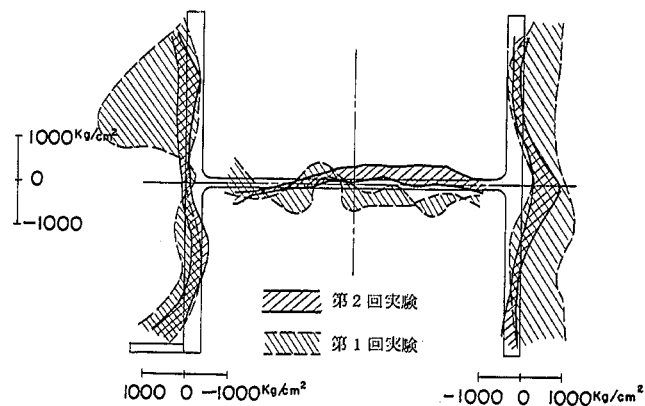
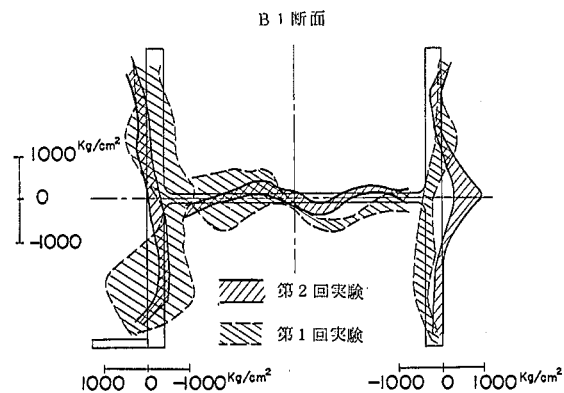


図 3. 17

第2回実験C, D断面の残留応力分布(2回目切断後)と第1回実験B断面の
残留応力分布(1回目切断後)の比較



第2回実験C, D断面の残留応力分布(2回目切断後)と第1回実験A*断面の
残留応力分布(1回目切断後)の比較

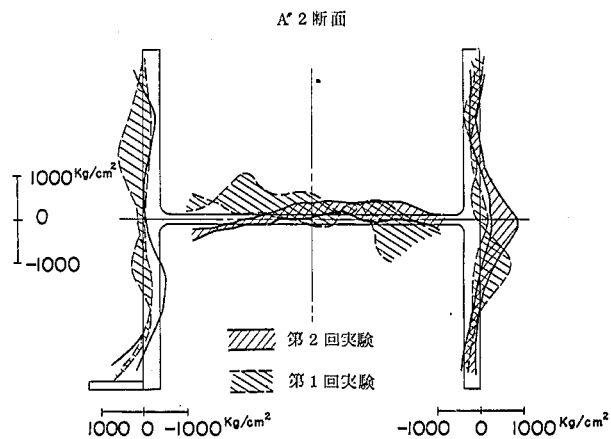
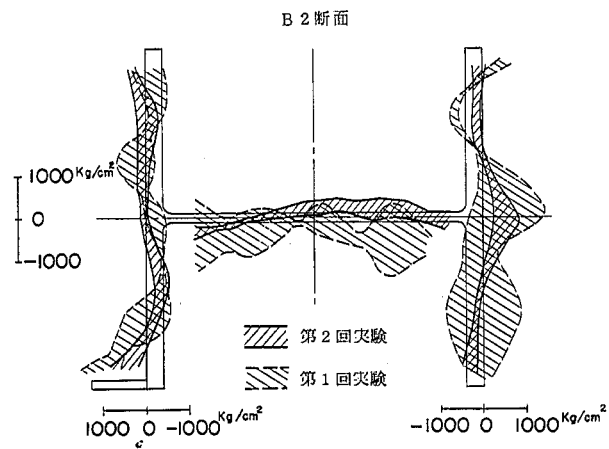
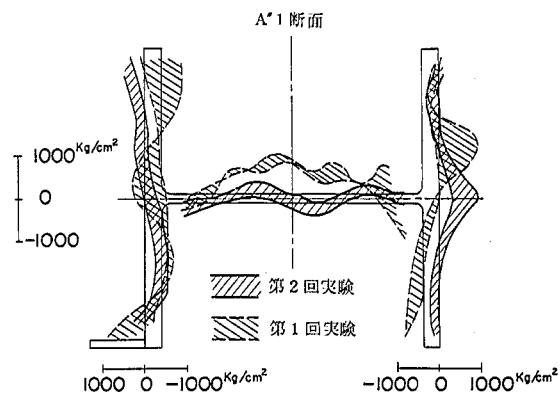
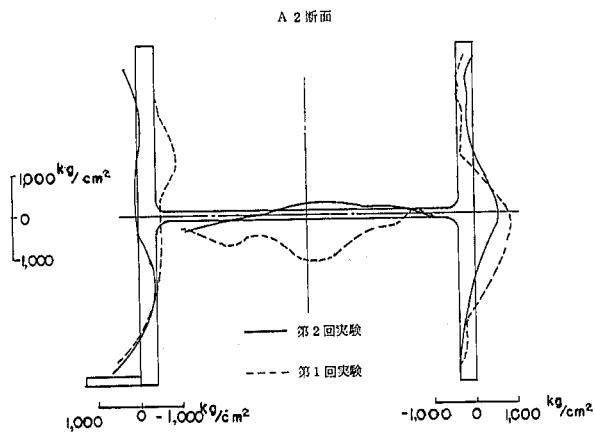
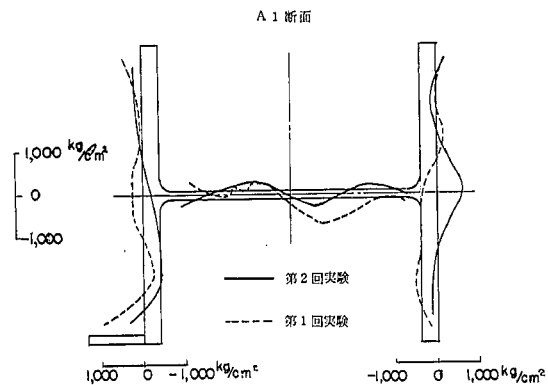


図 3. 18

平均的残留応力の比較—C D断面とA断面



リングビームの残留応力—計算と実測

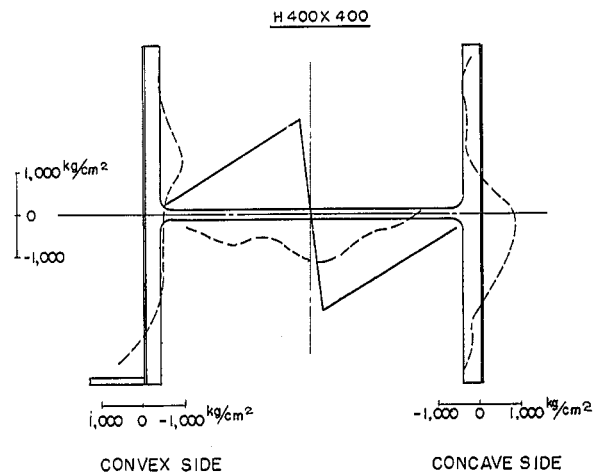
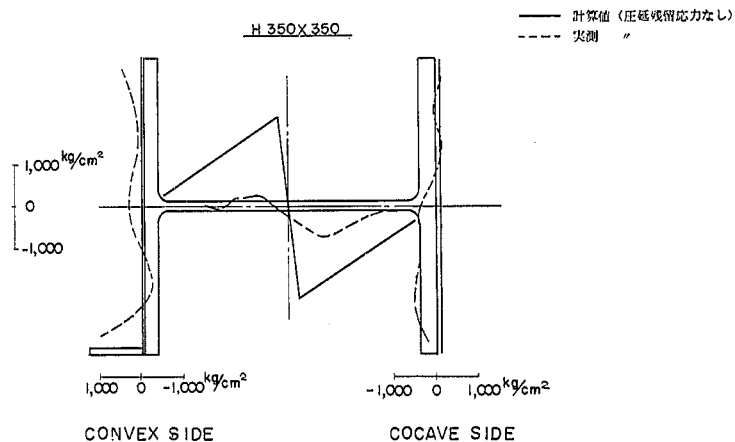


図 3.19 残留応力分布

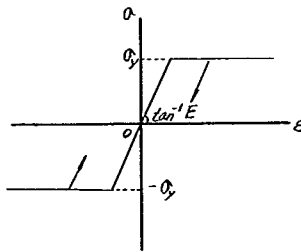


図 3.20 鋼の応力-ひずみ曲線

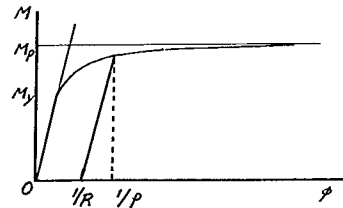
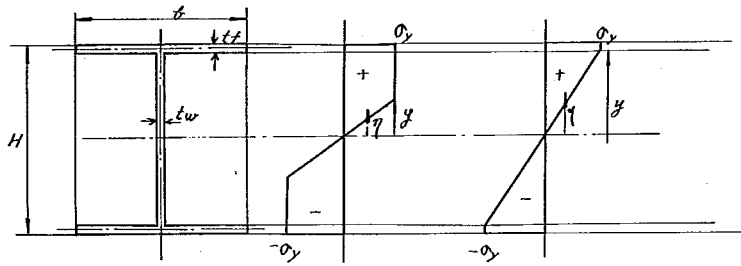


図 3.21 M-φ 曲線 (圧延残留応力なし)



降伏域がウェブまで侵入した場合 降伏域がフランジにとどまっている場合

図 2.22 弾塑性曲げの応力状態

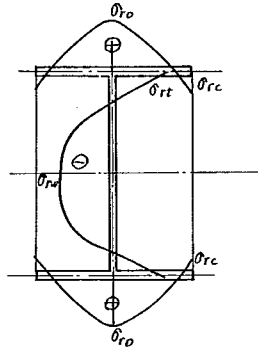


図 3.23 典型的な残留応力分布

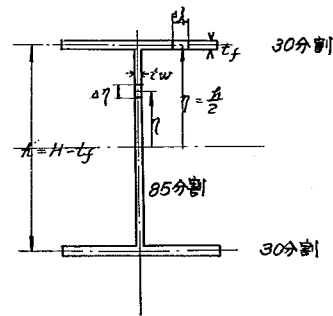


図 3.24 数値計算モデル

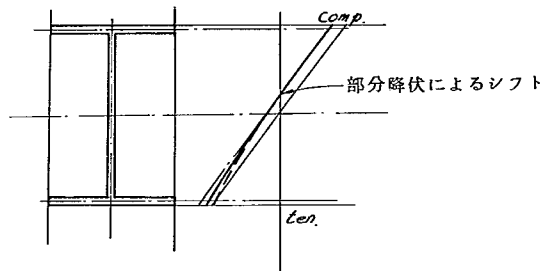


図 3.28 ひずみ分布

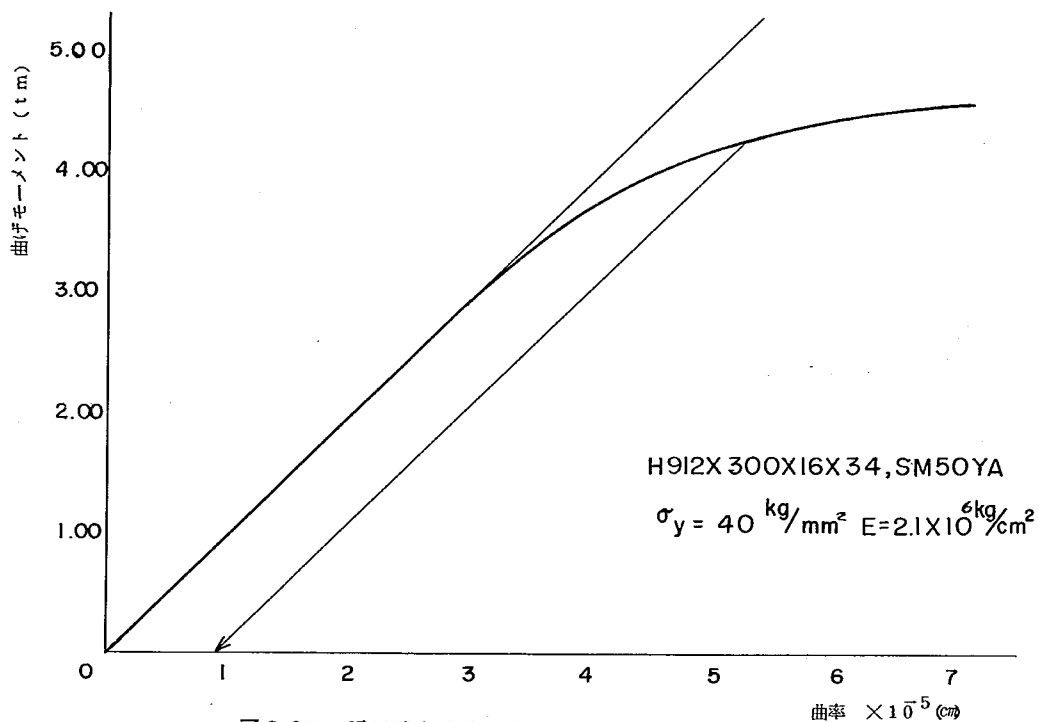


図 3.25 圧延残留応力を考えたM- ϕ 曲線

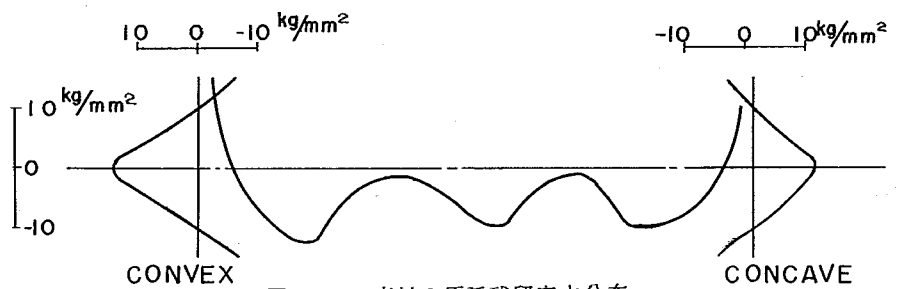


図 3.26 直材の圧延残留応力分布

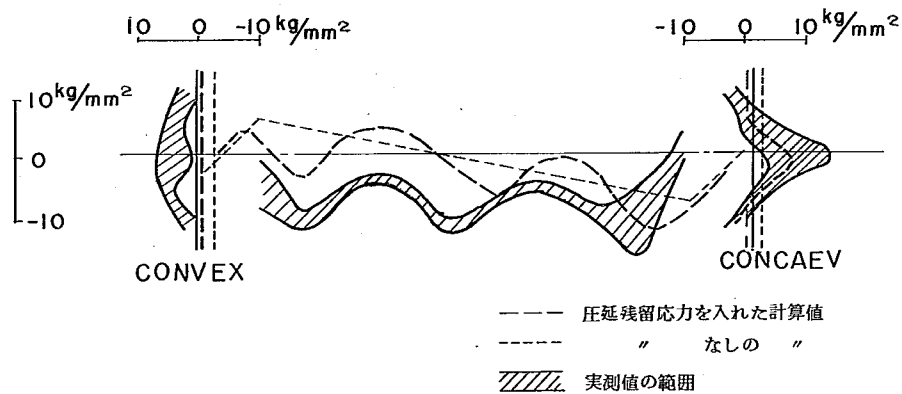


図 3.27 冷間曲げ加工 ($\phi = 0.9 \times 10^{-5}/\text{cm}$) した後の残留応力分布の比較

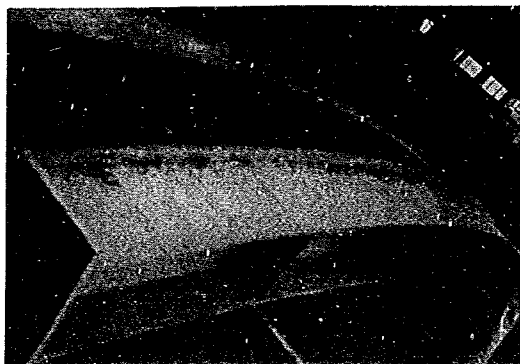


Photo. 1 Specimen



Photo. 2 Coating strain gage

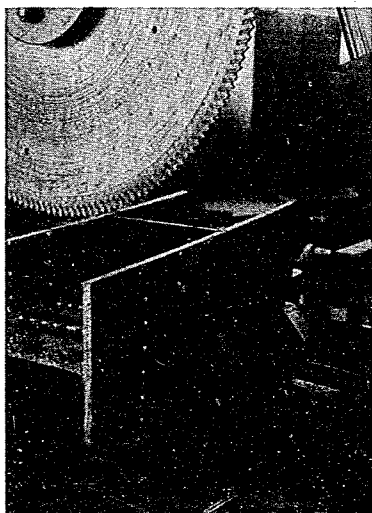


Photo. 3 Sawing



Photo. 4 Sectioning

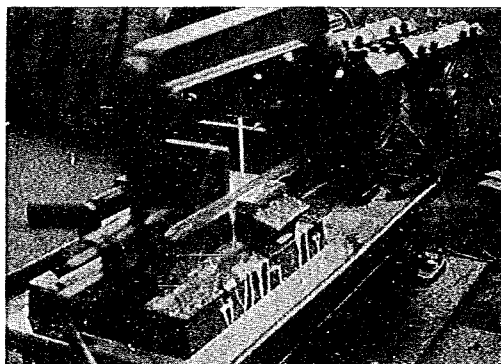


Photo. 5 Sectioning