

Br. 73-8



道路事業調査費・試験調査
上部構造の調査・設計
施工基準の作成に関する試験調査

土木研究所資料

第910号

有限要素法による連続版の解析

昭和49年2月

建設省土木研究所
構造橋梁部橋梁研究室

ま え が き

道路橋の連続鉄筋コンクリート床版の曲げモーメントは、連続版の解析が難しいため、従来から単純版の解析より得られた値に、支間モーメント、支点モーメントとも 0.8 という係数を乗じるという方法によって求められてきた。

本報文は有限要素法によって支間／幅が $1/5$ の等支間の 3 径間連続版を解析した結果について述べたものである。解析の結果は設計の便をはかるため、影響面の形で表示した。

昭和 49 年 2 月 橋梁研究室 室 長 国 広 哲 男

研究員 朝 倉 肇

目 次

ま え が き

1. FEMプログラムの概要	1
2. 入力データ	1
3. 精度の検討	1
4. 影 響 面	2
5. 計 算 面	18
あ と が き	18

1. FEMプログラムの概要

本解析には、IBMの所有する版の解析プログラムFEM-PLATEを用いた。本プログラムにおいては、18自由度3角形要素および24自由度4角形要素を使用しており、

$$\omega, \frac{\partial \omega}{\partial x}, \frac{\partial \omega}{\partial y}, \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (\text{ここで } \omega \text{ はたわみ})$$

が節点上で連続、辺上で勾配が連続という条件を満たす。

2. 入力データ

① モデルの形状

形状の影響が出ないようにするために支間直角方向に十分長くすることが望まれたが、節点数の制約もあったので図-1に示すように辺長比1:5の3径間連続版をとくこととした。ただし、実際には、対称断面である中央断面にのみ載荷したので、後述するように中央断面の節点のx軸方向の勾配0という条件を与えて半分のみ解いた。

② 要素分割

要素分割は図-1の通りとした。

③ 節点条件

支点上は単純支持、対称断面、すなわち図-1の中央断面はx軸方向の勾配0、左辺は自由という条件を与えた。

④ 載荷点

対称断面すなわち図-1の中央断面の各節点に載荷。ただし、A-Aで対称形状なので上半分の節点のみに載荷した。

3. 精度の検討

一般に版のFEMプログラムは精度が悪いと言われてきたが、これは変位の連続条件を満足しない自由度の低い変形要素を用いた場合の話であり、自由度が高く変位の連続性を満足する本プログラムではかなりの精度が期待できるものと考えられた。

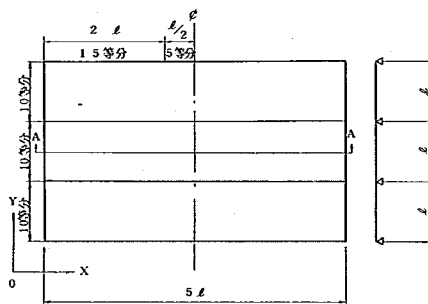


図-1 要素分割

一応チェックのため、単純版の支間中央に荷重を載せた場合の解について次式の解との比較を行った。

$$M_y = \frac{P}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \left[1 + \nu - (1 - \nu) \frac{m\pi y}{a} \right] e^{-m\pi y/a} \quad (1)$$

図-2は計算結果をプロットしたものである。載下点直下については解がないので除くとして他の点は非常によく一致していることがわかる。

なお、 M_x は y 軸まわりの M_y は x 軸まわりの曲げモーメントをいうことをつけ加えておく。

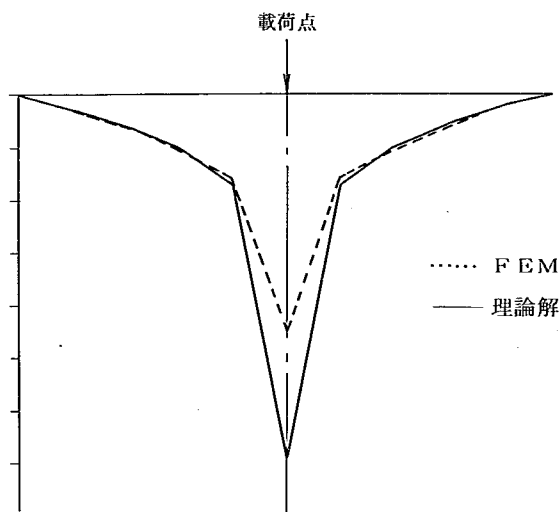


図2 理論解とFEMの解の比較

4. 影 響 面

着目点は、端支間の $l/2$ 点中間支間の $l/2$ 点および中間支点上とした。

それぞれ着目点について各節点の影響値を M_x , M_y について図-3に示す。(支間中央の着目点の値は、理論的には解がないが、一応FEMの計算結果をそのまま記入してある。)

また、実際に使いやすいように、図-3をもとに描いたコンターラインを図-4に各要素についてそれぞれの要素に属する節点の平均値を図-5に示す。

なお、モーメント急変部については、今回の計算では要素分が荒くコンターラインをひくには不十分であったので、単純版、連続げた等のコンターラインを参考に描いたことをおことわりしておく。

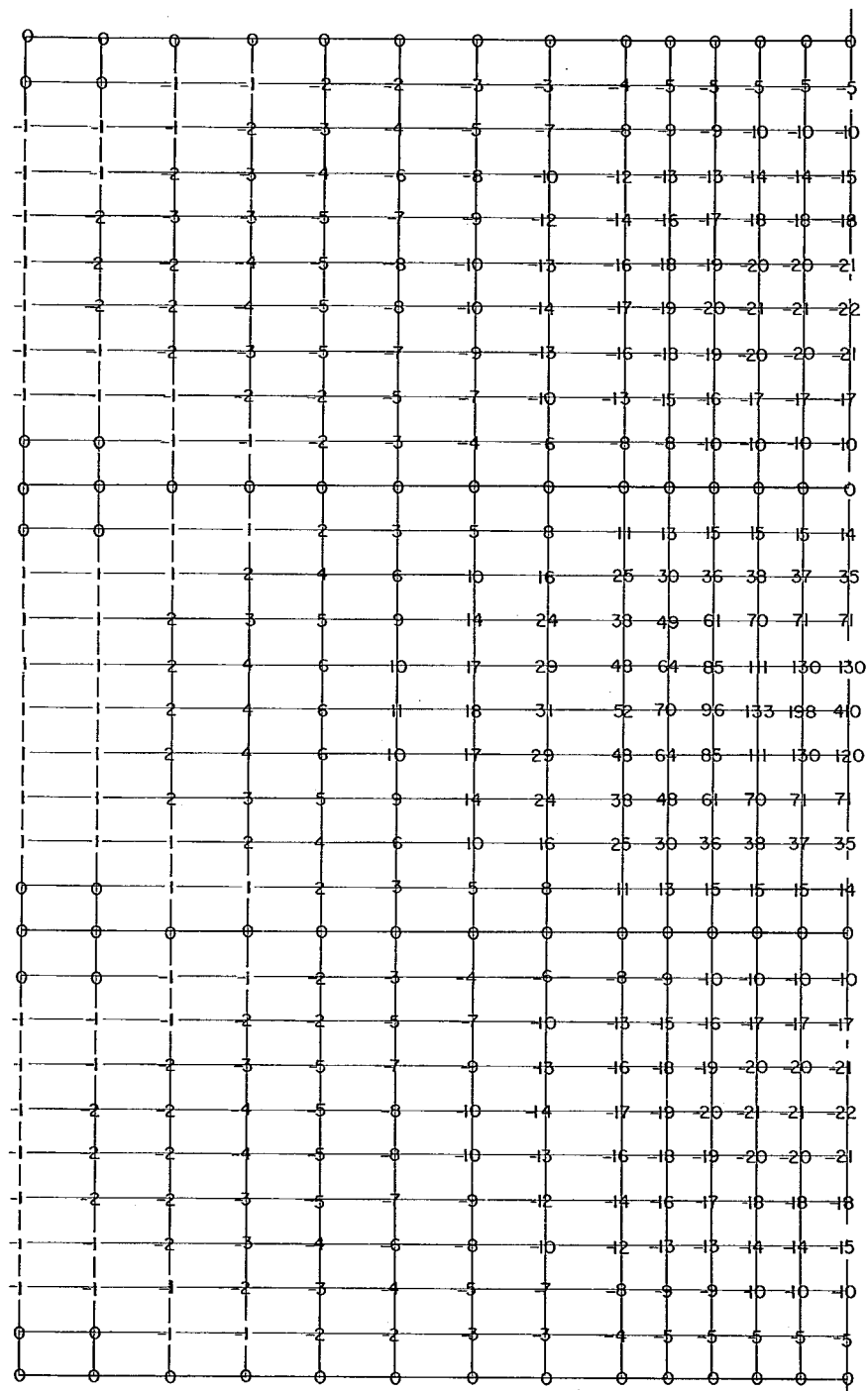


図-3.1 中間支間 $M_y (\times 10^{-3})$

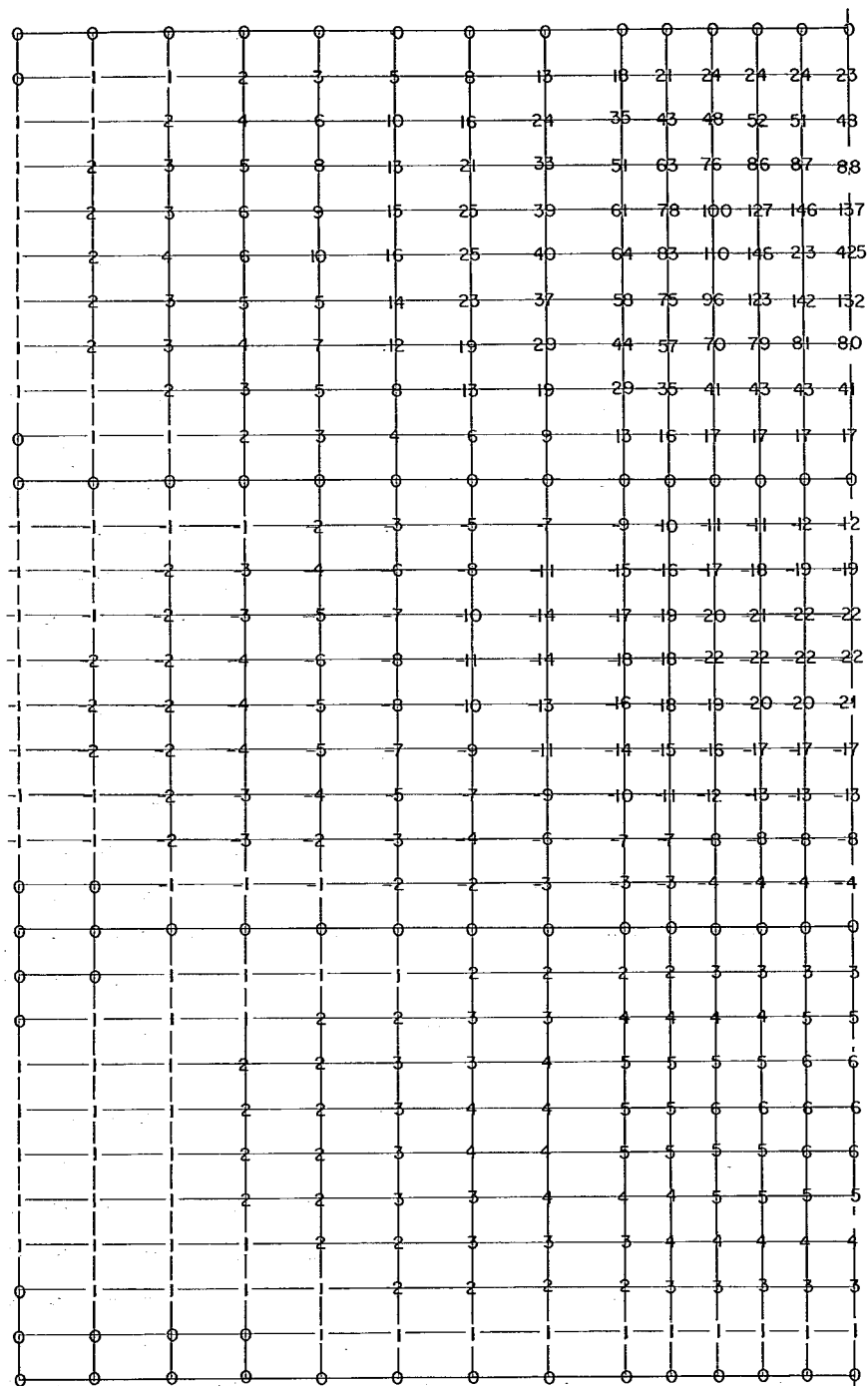


圖- 3.2 端支間 $M_y (\times 10^{-3})$

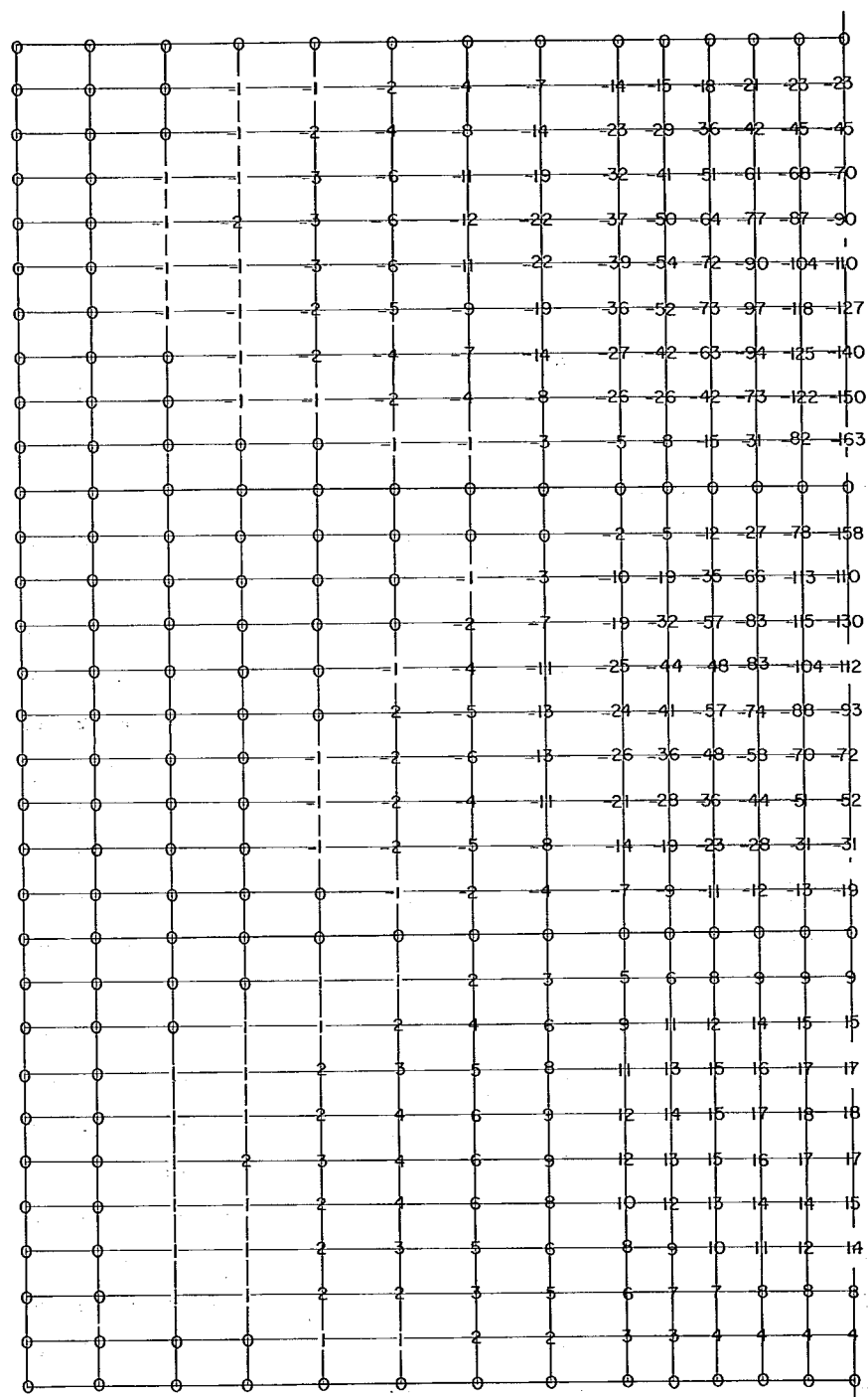


図- 3.3 中間支点 $M_y (\times 10^{-3})$

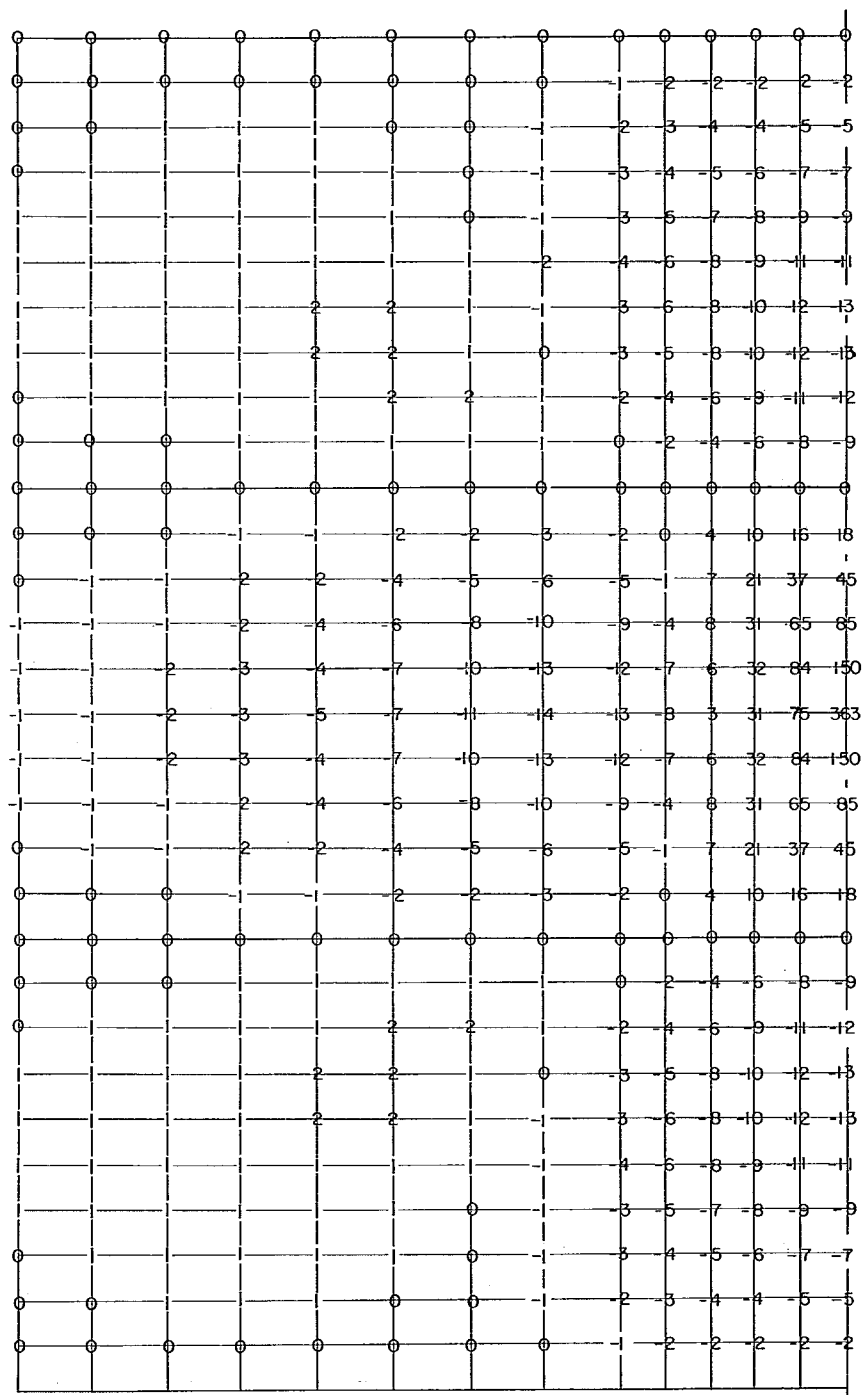


図- 3.4 中間支間 $M_x (\times 10^{-3})$

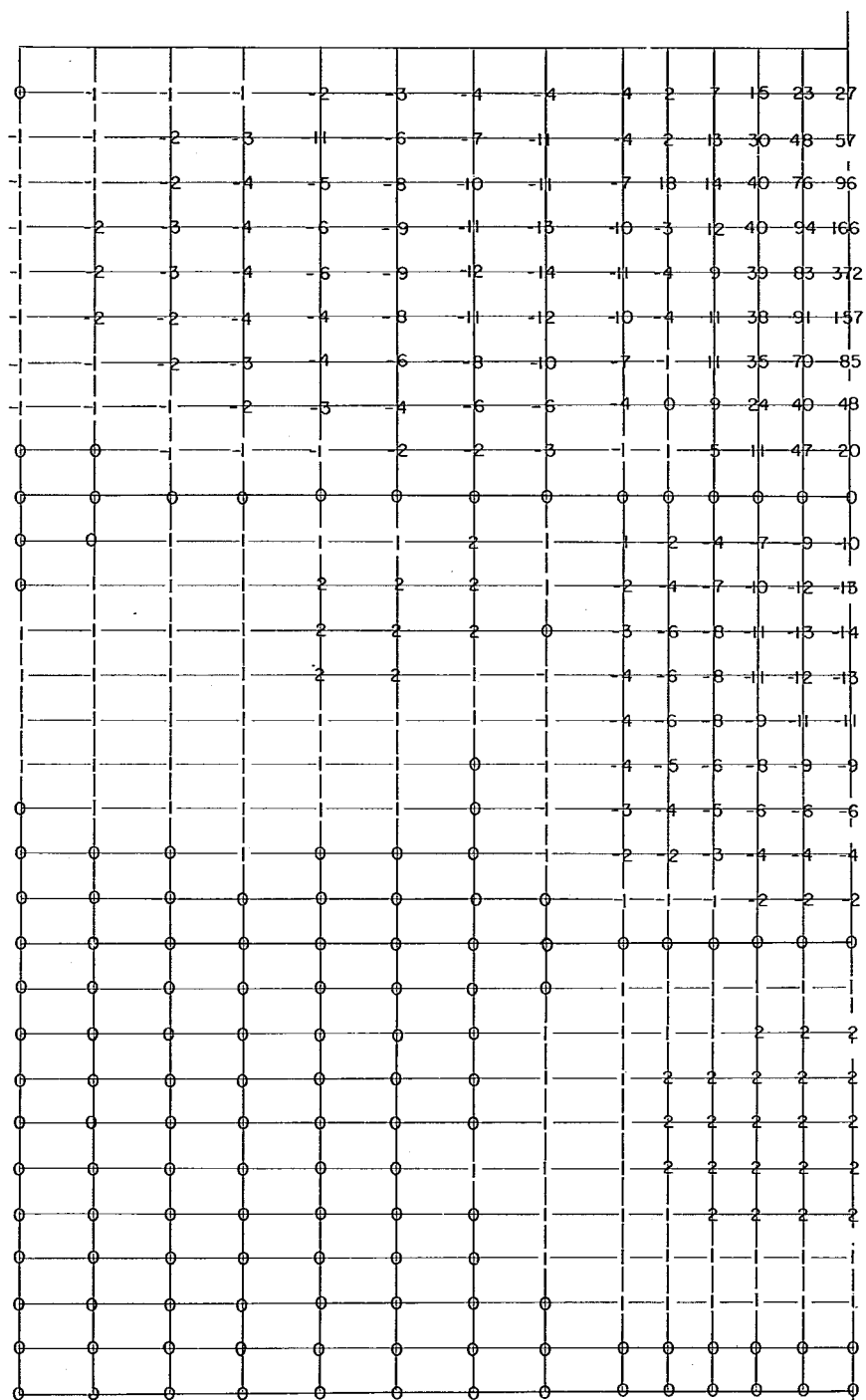


图- 3.5 端子間 $M_x (\times 10^{-3})$

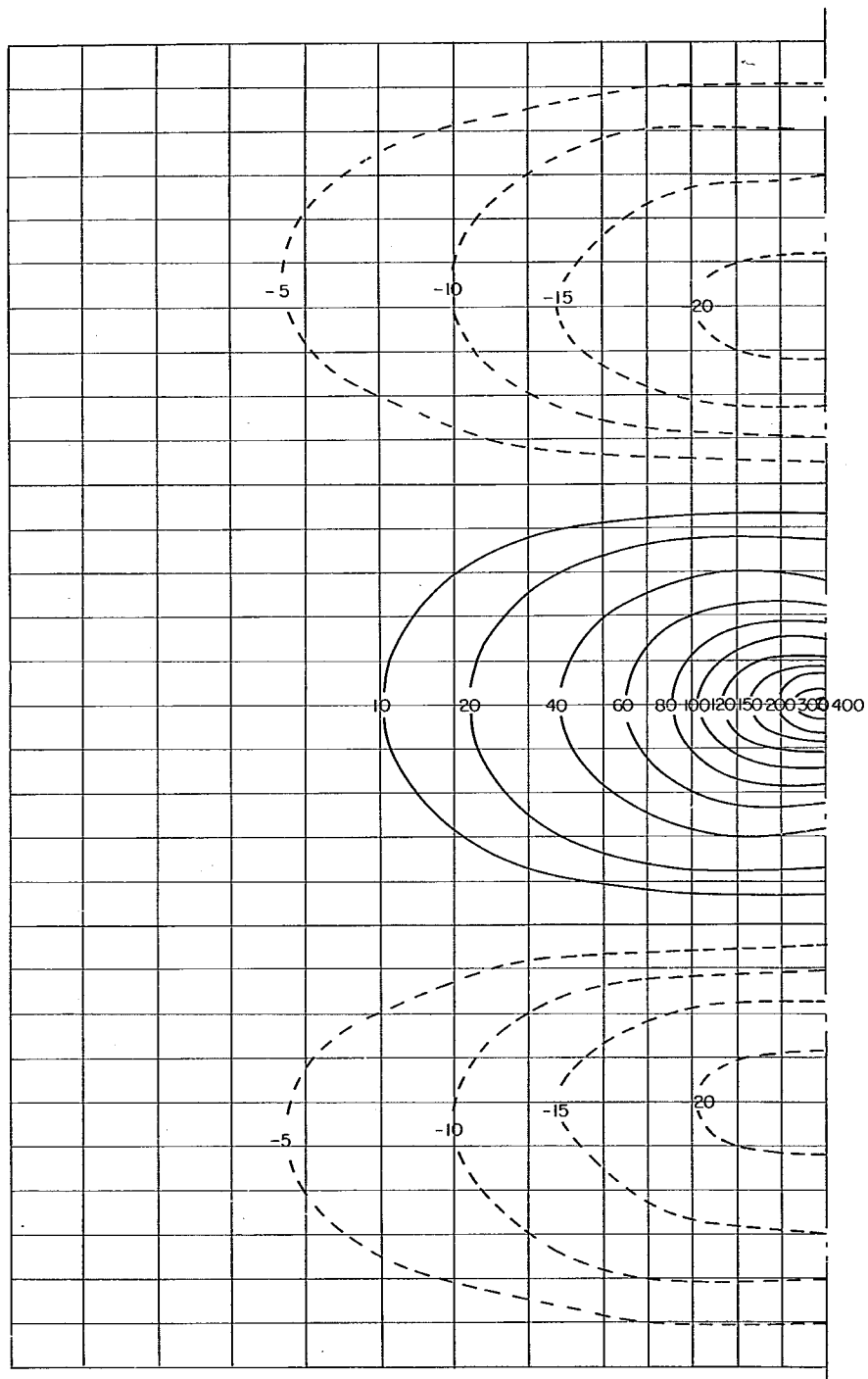


図-4.1 中間支間 $M_y (\times 10^{-3})$

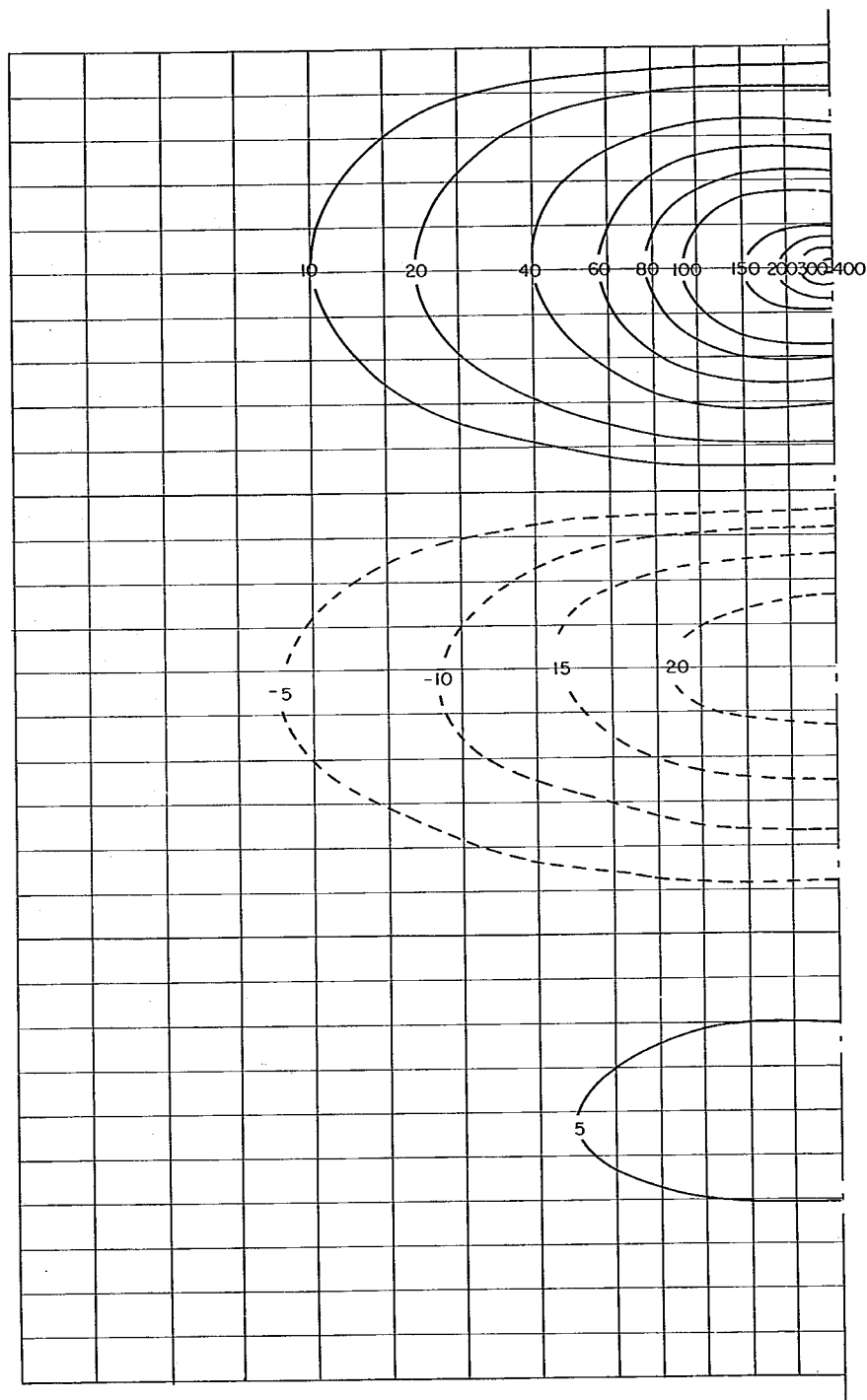


図- 4.2 端支間 $M_y (\times 10^{-3})$

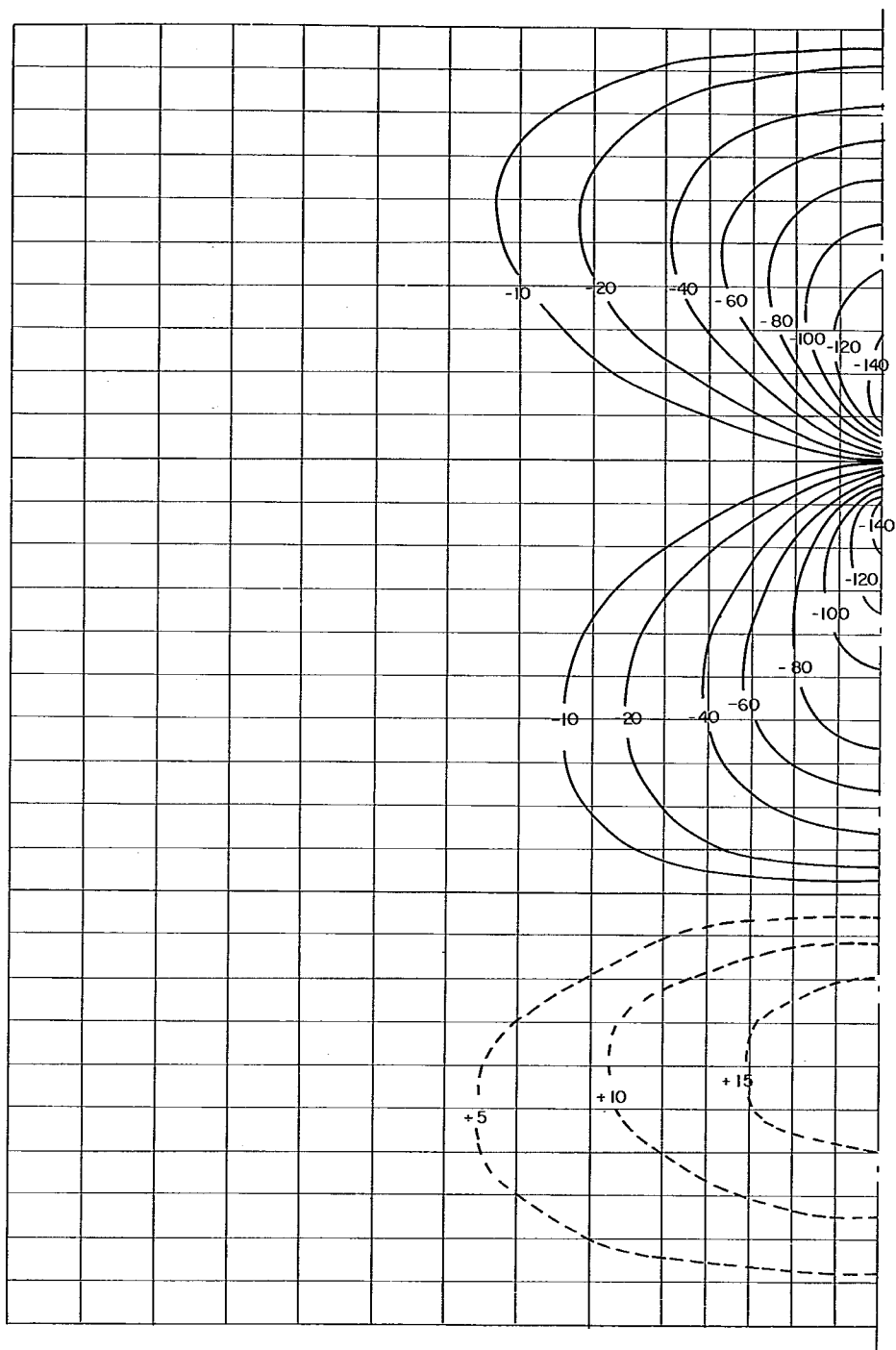


図-4.3 中間支点 M_y ($\times 10^{-3}$)

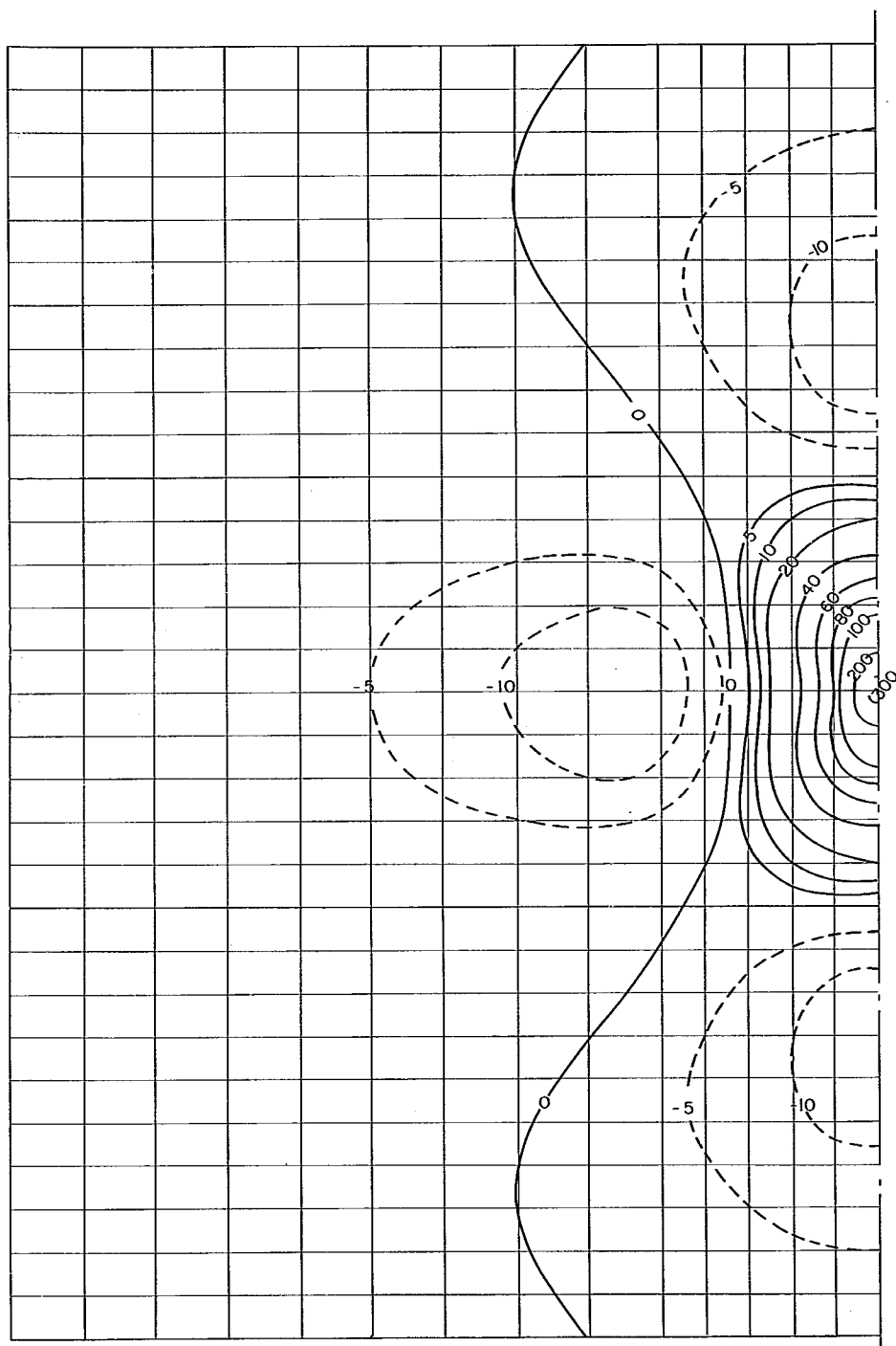


図-4.4 中間支間 $M_x (\times 10^{-3})$

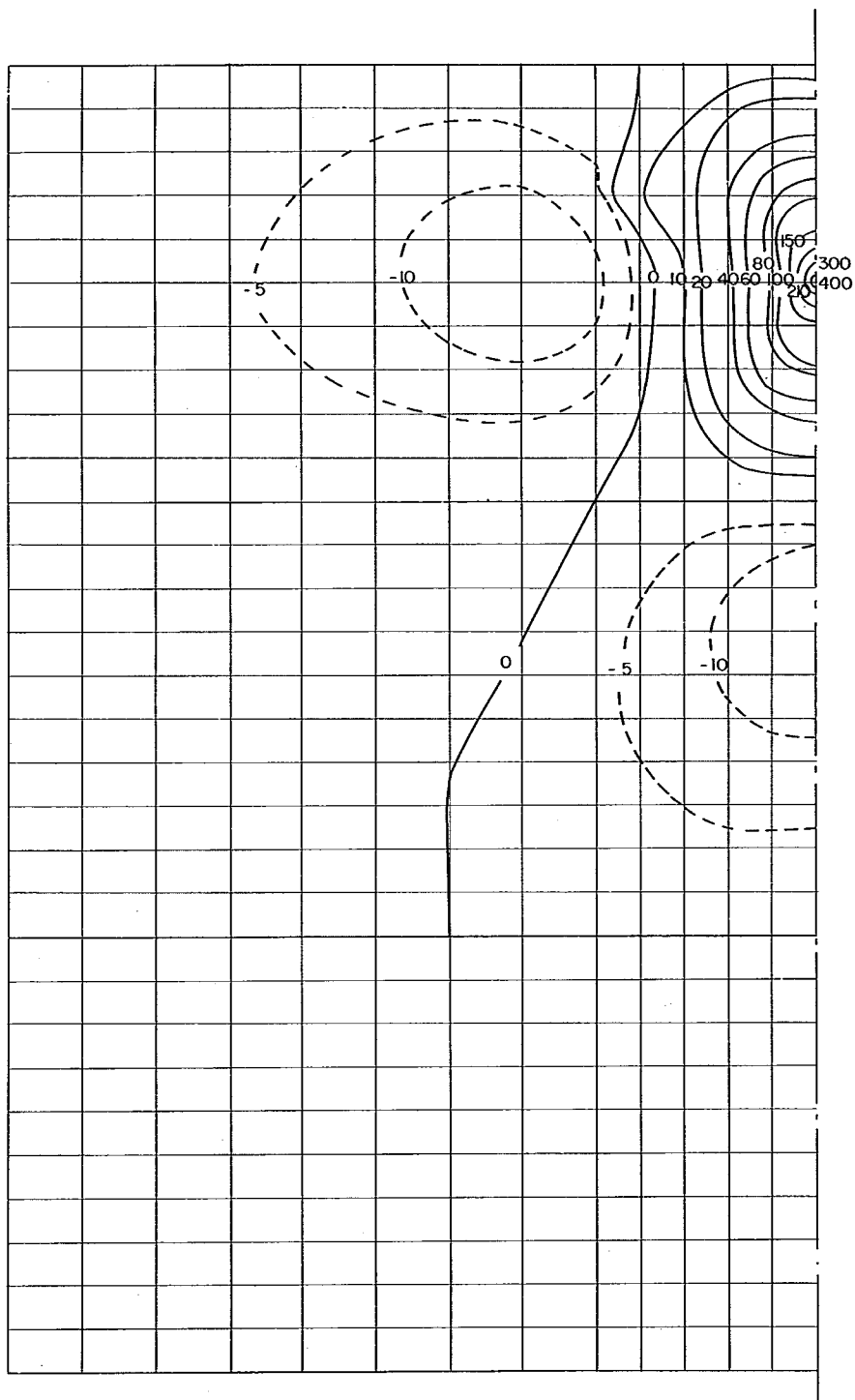


図- 4.5 端支間 M_* ($\times 10^{-3}$)

0	0	0	0	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3
0	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-7	-7	-8	-8
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-9	-11	-11	-12	-12	-12
-1	-2	-3	-4	-6	-8	-10	-12	-14	-15	-16	-16	-16
-2	-2	-3	-4	-6	-9	-11	-14	-16	-18	-19	-19	-19
-2	-2	-3	-5	-7	-9	-12	-15	-18	-19	-20	-21	-21
-1	-2	-3	-4	-5	-9	-12	-15	-18	-19	-20	-21	-21
-1	-1	-2	-3	-5	-7	-10	-13	-16	-17	-18	-19	-19
-1	-1	-1	-2	-3	-5	-7	-9	-11	-13	-13	-14	-14
0	0	-1	-1	-1	-2	-3	-4	-4	-5	-5	-5	-5
0	0	1	1	1	2	3	5	6	7	8	8	7
1	1	1	2	4	6	10	15	20	24	26	26	25
1	1	2	4	6	10	16	26	36	44	51	54	54
1	2	3	5	8	13	21	35	50	65	82	96	98
1	2	3	5	8	14	24	40	59	79	106	143	215
1	2	3	5	8	14	24	40	59	79	106	143	215
1	2	3	5	8	13	21	35	50	65	82	96	98
1	1	2	4	6	10	16	26	36	44	51	54	54
1	1	1	2	4	6	10	15	20	24	26	26	25
0	0	1	1	1	2	3	5	6	7	8	8	7
0	0	-1	-1	-1	-2	-3	-4	-4	-5	-5	-5	-5
-1	-1	-1	-2	-3	-5	-7	-9	-11	-13	-13	-14	-14
-1	-1	-2	-3	-5	-7	-10	-13	-16	-17	-18	-19	-19
-1	-1	-3	-4	-6	-9	-12	-15	-18	-19	-20	-21	-21
-2	-2	-3	-5	-7	-9	-12	-15	-18	-19	-20	-21	-21
-2	-2	-3	-4	-6	-9	-11	-14	-16	-18	-19	-19	-19
-1	-2	-3	-4	-6	-8	-10	-12	-14	-15	-16	-16	-16
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-9	-11	-11	-12	-12	-12
-0	-0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-7	-7	-8	-8
0	0	0	0	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3

図-5.1 中間支間 $M_y (\times 10^{-3})$

0	1	1	1	2	3	5	8	10	11	12	12	12
1	1	2	4	6	10	15	23	29	34	37	38	37
1	2	4	6	9	15	24	36	48	58	66	69	69
2	3	4	7	11	19	30	46	63	79	97	112	115
2	3	5	8	13	20	32	51	72	93	121	159	230
2	3	5	8	12	20	31	50	70	91	119	157	228
2	3	4	6	11	17	27	42	59	75	92	106	109
1	2	3	5	8	13	20	30	41	51	58	62	61
1	1	2	3	5	8	12	18	23	27	30	30	30
0	1	1	1	2	3	4	6	7	8	9	9	9
-1	-1	-1	-1	-1	-2	-3	-4	-5	-5	-6	-6	-6
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-11	-13	-14	-15	-15	-16
-1	-2	-3	-4	-6	-8	-11	-14	-17	-18	-19	-20	-21
-1	-2	-3	-5	-7	-9	-12	-16	-18	-20	-21	-22	-22
-2	-2	-4	-5	-7	-9	-12	-15	-18	-20	-21	-21	-21
-2	-2	-4	-5	-6	-9	-11	-14	-16	-17	-18	-19	-19
-1	-2	-3	-4	-5	-7	-9	-11	-12	-14	-15	-15	-15
-1	-2	-3	-3	-4	-5	-9	-8	-9	-10	-11	-11	-11
-1	-1	-2	-2	-2	-3	-4	-5	-5	-6	-6	-6	-6
0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
0	1	1	1	2	2	3	3	3	3	4	4	4
1	1	1	2	2	3	3	4	5	5	5	5	6
1	1	2	2	3	3	4	5	5	5	6	6	6
1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	5	5	5
1	1	1	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5
1	1	1	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

图-5.2 端支間 $M_y (\times 10^{-3})$

0	0	0	-1	-1	-2	-3	-5	-7	-8	-10	-11	-12
0	0	0	-1	-2	-5	-8	-15	-20	-25	-29	-33	-34
0	0	-1	-2	-4	-7	-13	-22	-31	-39	-48	-54	-67
0	-1	-1	-2	-5	-9	-16	-28	-40	-61	-52	-74	-79
0	-1	-1	-2	-5	-9	-17	-30	-45	-60	-76	-90	-98
0	-1	-1	-2	-4	-8	-15	-29	-45	-63	-83	-102	-115
0	0	-1	-2	-3	-6	-15	-24	-39	-55	-82	-110	-128
0	0	-1	-1	-2	-4	-8	-19	-30	-43	-68	-106	-134
0	0	0	-1	-1	-2	-4	-11	-16	-23	-40	-77	-129
0	0	0	0	0	-1	-1	-2	-3	-6	-12	-28	-61
0	0	0	0	0	0	0	-1	-2	-4	-10	-26	-59
0	0	0	0	0	0	-1	-4	-9	-18	-55	-71	-115
0	0	0	0	0	-1	-3	-10	-20	-36	-60	-94	-117
0	0	0	0	0	-2	-6	-16	-29	-44	-68	-96	-115
0	0	0	0	-1	-3	-8	-19	-33	-47	-66	-87	-99
0	0	0	0	-1	-4	-9	-20	-33	-46	-59	-73	-81
0	0	0	-1	-2	-4	-9	-18	-28	-37	-52	-56	-61
0	0	0	-1	-2	-3	-4	-14	-21	-27	-33	-39	-41
0	0	0	0	-1	-3	-5	-8	-12	-16	-19	-21	-24
0	0	0	0	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-6	-8
0	0	0	0	1	1	1	2	3	4	4	5	5
0	0	0	1	1	2	4	6	8	9	11	12	12
0	0	1	1	2	4	6	9	11	13	14	16	16
0	1	1	2	3	5	7	10	13	14	14	17	18
0	1	1	2	3	5	8	11	13	13	14	17	18
0	1	1	2	3	5	7	10	11	12	13	15	16
0	1	1	2	3	5	6	8	10	11	12	13	14
0	1	1	2	2	3	5	6	8	8	9	10	11
0	0	1	1	2	2	3	4	5	5	9	6	6
0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2

図-5.3 中間支間 $M_y (\times 10^{-3})$

0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	1	1	0	0	0	-1	-3	-3	-3	-3	-4
0	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-6
0	1	1	1	1	1	-1	-2	-4	-5	-7	-8	-8
1	1	1	1	1	1	0	-2	-5	-7	-8	-9	-10
1	1	1	1	2	1	0	-2	-5	-7	-9	-11	-12
1	1	1	2	2	2	0	-2	-4	-7	-9	-11	-13
1	1	1	1	2	2	1	-1	-4	-6	-8	-11	-12
0	1	1	1	1	2	1	0	-2	-4	-6	-9	-10
0	0	0	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4	-4
0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	4	7	9
0	-1	-1	-2	-2	-3	-4	-4	-2	3	11	21	29
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-7	-8	-5	3	17	39	58
-1	-1	-2	-3	-5	-8	-10	-11	-8	1	19	53	96
-1	-2	-3	-4	-6	-9	-10	-13	-10	-2	18	56	168
-1	-2	-3	-4	-6	-9	-12	-13	-10	-2	18	56	168
-1	-1	-2	-3	-5	-8	-10	-11	-8	1	19	53	96
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-7	-8	-5	3	17	39	58
0	-1	-1	-2	-2	-3	-4	-4	-2	3	11	21	29
0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	4	7	9
0	0	0	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4	-4
0	1	1	1	1	2	1	0	-2	-4	-6	-9	-10
1	1	1	1	2	2	1	-1	-4	-6	-8	-11	-12
1	1	1	2	2	2	0	-2	-4	-7	-9	-11	-13
1	1	1	1	2	1	0	-2	-5	-7	-9	-11	-12
1	1	1	1	1	1	0	-2	-5	-7	-8	-9	-10
1	1	1	1	1	1	-1	-2	-4	-5	-7	-8	-8
0	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-6
0	0	1	1	0	0	0	-1	-3	-3	-3	-3	-4
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1

図-5.4 中間支間 $M_x (\times 10^{-3})$

0	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-1	2	6	10	13
-1	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-6	-1	6	16	29	39
-1	-2	-3	-4	-6	-8	-11	-7	-2	12	24	49	69
-1	-2	-3	-5	-7	-10	-11	-10	-1	10	27	63	108
-2	-3	-4	-5	-8	-10	-13	-12	-7	4	25	64	179
-2	-3	-3	-5	-7	-10	-13	-12	-7	3	24	63	176
-1	-2	-3	-4	-6	-8	-10	-10	-6	4	24	59	101
-1	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-7	-3	5	20	42	61
-1	-1	-1	-2	-3	-4	-4	-4	-2	4	12	23	31
0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-2	0	2	4	7	9
0	0	1	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
0	1	1	1	2	2	2	0	-2	-4	-7	-10	-11
1	1	1	2	2	2	1	-1	-4	-6	-9	-12	-13
1	1	1	2	2	2	1	-2	-5	-7	-10	-12	-13
1	1	1	1	2	1	0	-5	-5	-7	-9	-11	-12
1	1	1	1	1	1	0	-3	-5	-6	-8	-9	-10
1	1	1	1	1	0	0	-2	-4	-6	-6	-7	-8
0	1	1	1	1	0	0	-2	-3	-4	-5	-5	-5
0	0	0	0	0	0	0	-1	-2	-2	-3	-3	-3
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2
0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

图-5.5 端支間 $M_x (\times 10^{-3})$

5. 計 算 例

設計自動車荷重 $T-20$ による支間 4.0 m の連続版の中間支間中央の曲げモーメント M_y の計算例を以下に示す。

まず、図-6に示すように影響面上に支間長(4.0 m)に縮尺を合わせて曲げモーメントが最も大きくなると思われる位置に $T-20$ の輪荷重を描く。(この例では、舗装厚 5 cm 、床版厚 23 cm と仮定して道路橋示方書におけると同じ方法で輪荷重の分布面積を決めている。)

次に、各々の輪荷重の下の体積を求め、輪荷重の分布荷重強度を乗じ合計する。この合計が求めようとしている曲げモーメントである。(影響面から輪荷重下の体積を求める方法はいろいろあるが、本例では各々の輪荷重をさらに16等分して、コンターラインからその各々のマス目の中心位置の値を読み、これらの値を合計し、この合計に各々のマス目の面積を乗じて求めた。)

このようにして求めた本例の計算結果は、衝撃係数を考慮すると $3.03\text{ t}\cdot\text{m}$ となる。この値は、道路橋示方書(鋼橋編)による計算値 $3.52\text{ t}\cdot\text{m}$ に比して少し小さいが、これは、道路橋示方書ではこの計算値のもととなっている単純版に対する値を決める際に理論値に対して15%前後の余裕を見ていることと、本例のように連続版の影響面を用いると負のモーメントを生じる隣接支間にも車輪が載るためと思われる。

なお、支点モーメントについて以上と同様の方法で計算すると、道路橋示方書によって求めた値よりかなり大きくなるが、これは、本解析では、版の厚さを考えず線で支持されていると仮定して解いているために、図-7に示すように支点上でかなり大きなモーメントとなるためである。実際には、図-7に示すように版には厚さがあり、また、ハンチもついており、支持するけたにもフランジがついているため、支点からの力は図に示すように幅 l に分布し、支点上の曲げモーメントはかなり小さくなると考えられる。

あ と が き

今回の計算で、これまで困難とされてきた連続版の影響面を与えることができた。本資料がこれまで発表されている単純版の影響面と同様に設計の便に供されれば幸いである。

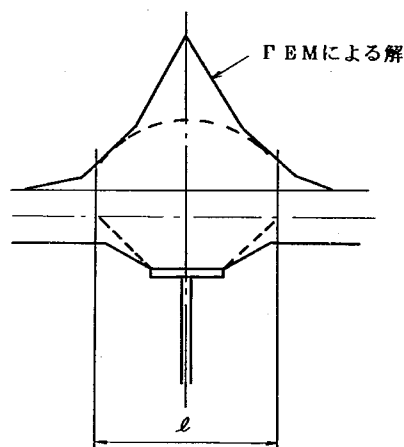


図-7 支点上の曲げモーメント

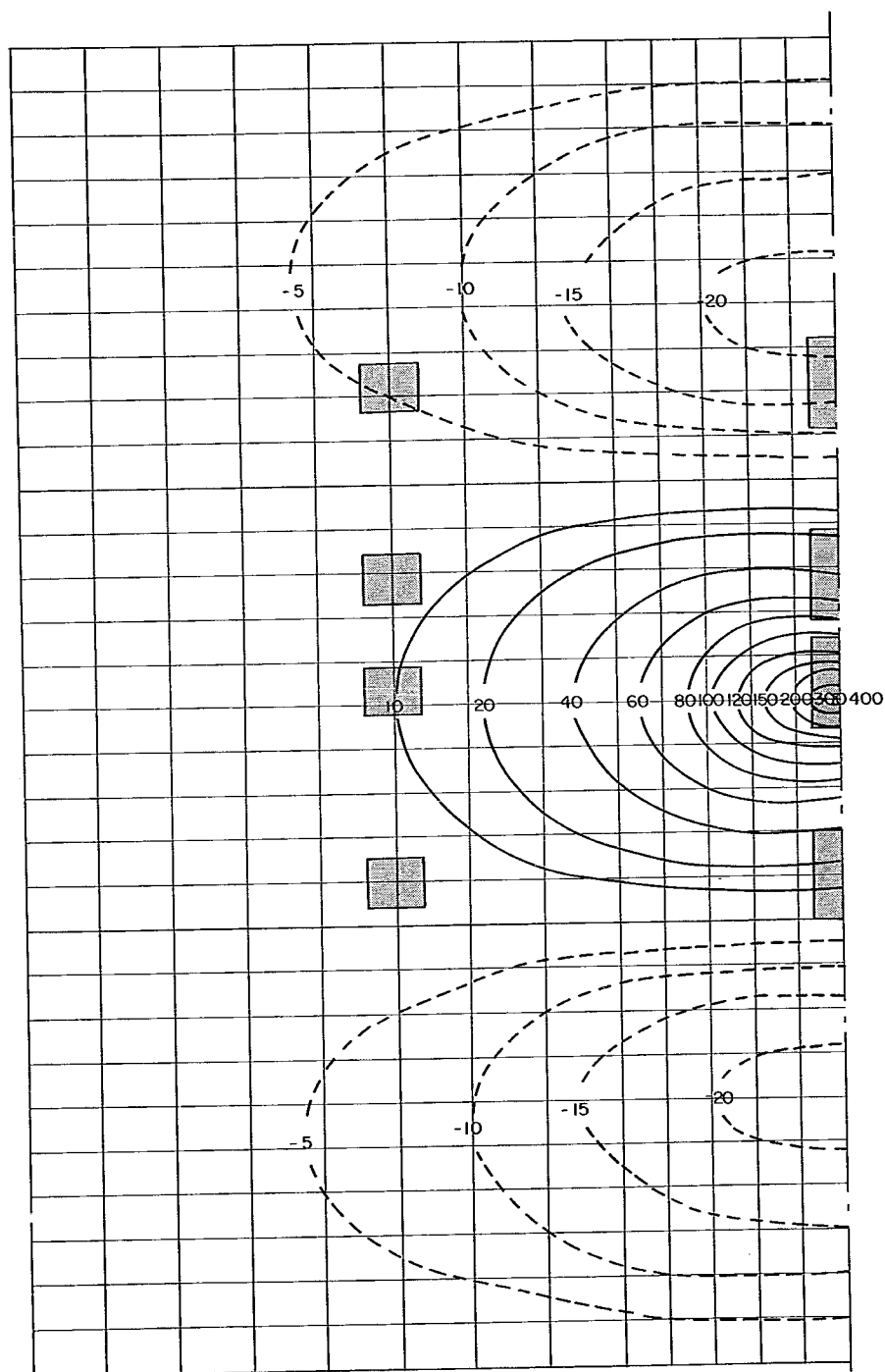


圖-6 計算例

有限要素法による連続版の解析

土研資料第910号
昭49年2月(1974)

国広哲男, 朝倉肇

キーワード 有限要素法, 連続版, 道路橋

要旨 道路橋の連続鉄筋コンクリート床版の曲げモーメントは、連続版の解析が難しいため、従来から単純版の解析より得られた値に、支間モーメント、支点モーメントとも 0.8 という係数を乗じるという方法によって求められてきた。本報文は有限要素法によって支間／幅が1/5の等支間の3径間連続版を解析した結果について述べたものである。解析の結果は設計の便をはかるため影響面の形で表示した。



郵便はがき

は
十
円
切
手
を
い
は
つ
て
下
さ

2 8 0 - □ □

千葉県千葉市穴川
四丁目十二番五二号
建設省土木研究所
橋梁研究室 御中

No. 39

No. 29

配布先氏名

配布先住所



土木研究所資料第910号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名 印