



178

大規模特殊事業調査	
盛土に関する調査	
耐震調査	資料No.

土 木 研 究 所 資 料

第 9 1 2 号

土の動的変形特性 —共振法土質試験機による測定—

昭和 49 年 5 月

建設省土木研究所
振 動 研 究 室

目 次

まえがき	1
1. 緒 言	2
2. 共振法土質試験機による既往の研究	3
2-1 砂質土について	3
2-2 シルトおよび粘性土について	7
2-3 室内実験と現場測定と比較	8
3. 共振法土質試験機の概要	9
4. 共振法土質試験の基本概念	14
4-1 土の応力-歪履歴曲線	14
4-2 線型減衰モデル	15
4-3 運動方程式と境界条件	20
4-4 履歴減衰係数の求め方	22
4-5 セン断変性係数の求め方	29
4-6 キャリブレーション	33
4-7 セン断歪	37
5. 試験方法	39
5-1 実験方法	39
5-2 解析方法	44
6. 実験結果	52
6-1 セン断弾性係数 G	52
6-2 対数減衰率 d	64
6-3 実験結果のまとめ	66
7. あとがき	68
付録 A. 参考文献	69
B. 記 号	71

ま え が き

大規模事業計画調査プロジェクトの東京湾環状道路調査の一環として、東京湾横断道路の一部をなす海中盛土の耐震性に関する調査を実施してきている。これに関連して、盛土-地盤系の地震時の動的挙動の解明が必要とされる。この盛土の地震応答を合理的に評価するために、土の動的変形特性を室内実験で求めるための共振法土質試験機を試作した。

本報告書は、共振法土質試験に関して実験方法、解析方法及び種々の土についての実測の結果をとりまとめたものである。

昭和 49 年 5 月

振動研究室 栗 林 栄 一

※ 岩 崎 敏 男

龍 岡 文 夫

堀 内 俊 一

※ 併任（本務）建築研究所第二耐震工学研究室長

1. 緒言

地盤および構造物の振動特性と、地震動などの動的荷重に対する応答を数値解析や模型実験で合理的に推測するためには、地盤や盛土などの土構造物のセン断弾性係数、減衰定数などを求めておかなければならない。その方法として、1) 弾性波探査などの現場調査、2) 室内における試料の動的試験や繰返し載荷試験などがある。弾性波探査では、相対的に歪の小さい場合 (10^{-6} 程度) のセン断弾性係数を求めることができる。一方、三軸セン断装置、直接セン断装置、単純セン断装置、中空ねじりセン断装置による静的な繰返し載荷試験では、 10^{-3} を越えるような大きな歪レベルでの土のセン断弾性係数、減衰定数を求めることができる。従って、両者とも、地震動によって地盤中に生ずる歪の大きさの範囲 ($10^{-5} \sim 10^{-3}$) における土の変形係数を直接測定することは難しい。そのために、上述したような大きさの歪の生じている場合の土の供試体のセン断弾性係数と振動減衰性を実測から求めるために、下記に紹介するような室内実験装置を開発することにした。

2. 共振法土質試験機による既往の研究

この試験機の原理は、土の供試体と境界付属物からなる系の共振振動数と境界条件から求め、これを用いてせん断弾性係数を求め、自由振動における振動減衰性から、減衰係数を算定しようとするものである。

砂、ゴムの粒、鉛粒などの粒状体の中を伝わる波の速さを測定する先駆的な研究をしたのは東大地震研究所の飯田淑事 (Iida 1938, 1940) である。その実験はセロファンの筒で粒状体を被ったものを振動台の上にのせて振動させるという原理的なものであって、拘束圧などの条件を自由に制御できるものではなかった。(図-2-1)

この研究は、その後、日本では発展を見なかったが、アメリカで1950年代以降、機械基礎の振動の地盤におよぼす影響などの建物-地盤系の動的相互作用の解析のために、土の弾性定数を求めるのを目的として、この試験機が開発された。HardinとRichartの1963年の論文 (Hardin and Richart, 1963) には、この種の試験機の色々な型式のものがまとめられていて、また同時に総合的な実験を行った結果が紹介されている。その後HardinやRichartらによってかなり幅広い実験が行なわれた。そして1970年のRichart, Hall, Woodsの教科書, Vibrations of Soils and Foundations (Richart, Hall, and Woods, 1970) にそのまとめが示されている。これまでに示された各種論文の主要な結論をまとめると以下のようになる。

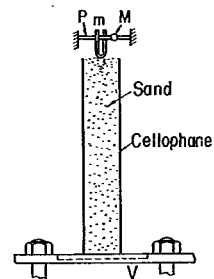


図-2-1
Schematic diagram showing the arrangement of the longitudinal vibrating system.

P: pivot, m: magnet.
M: small lens mirror.
V: vibrating plate

2-1 砂質土について

(a) セン断弾性係数について

① 応力状態の影響

今、図-2-2の静的応力の釣合状態にある土の要素を考える。この要素に、図のような動的繰返しせん断応力 $(\tau_{xy})_D$ が働いたとすると、 $(\tau_{xy})_D$ と動的なせん断歪 $(\gamma_{xy})_D$ は動的なせん断弾性係数 G で次のように関連づけられる。

$$(\tau_{xy})_D = G (\gamma_{xy})_D \quad \dots \dots \dots (2-1)$$

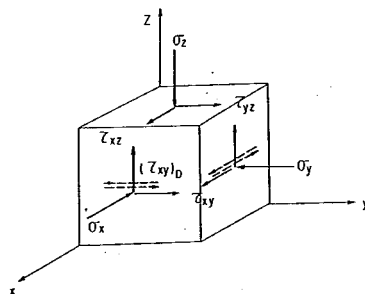


図-2-2 一般応力状態

$$\text{ここで } (\tau_{xy})_0 = \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y}$$

u_0, v_0 = 動的荷重 $(\tau_{xy})_0$ によると, x 方向, y 方向の変位

又, $(\tau_{xy})_0$ の減衰特性から, これに対応する減衰定数が求まるであろう。従って, G , 減衰定数は静的な応力状態 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})$ で表わせられる。) の関数になる。このことは, $(\tau_{yz})_0, (\tau_{zx})_0$ についての動的変形特性についても同様である。

今, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ の状態を考えると $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ は主応力になるからこの応力状態は次の3つの応力の不変量によって表わされる。

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}$$

$$I_3 = \sqrt[3]{\sigma_x \sigma_y \sigma_z}$$

ここで, I_1 は主応力の和を表わしている。

I_2 は偏差応力を表わしている。

I_3 は3つの主応力相互の相対的大きさを表わしている。

いわゆる三軸供試体では, 独立な主応力は軸方向応力 σ_z と, 側方向応力 σ_r であり, この時, 独立な応力の不変量は2つになり, これは次のようにあらわせる。

$$\left. \begin{aligned} p &= (\sigma_z + 2\sigma_r)/3 = \frac{1}{3} I_1; \text{平均主応力} \\ q &= \sigma_z - \sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2}} I_2; \text{偏差応力} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2-3)$$

p については, 前に示した全ての文献で $q = 0$ の場合他の要因が変化しなければ

$$G \propto p^{1/2} \dots\dots\dots (2-4)$$

がほぼ成り立つことが示されている。一般には, $G \propto p^m$ であらわせ, 歪が小さい時は $m = 0.5$ でよいが, 10^{-4} より歪が大きくなると m は 0.5 より大きくなる。(Silver and Seed, 1969) q の G におよぼす影響については, Hardin and Black (1966) は p が一定であれば G の値は q の値によらない実験例を示した。図-2-3は, Hardin and Black (1966) の Fig. 4 から作図したものである。図から応力比 $\sigma_z/\sigma_r < 2.0$ のとき, G は $p = (\sigma_z + 2\sigma_r)/3$ が一定ならば, σ_z/σ_r を減少させる時は,

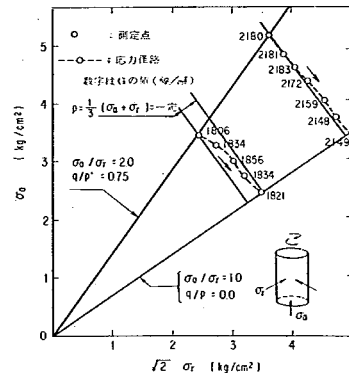


図-2-3 応力状態のせん断変形係数におよぼす影響 (Hardin and Black (1966)から)

σ_s/σ_r の大きさによらないことがわかる。しかし、実験している範囲は $q/p = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{(\sigma_s + 2\sigma_r)/3}$
 $= 0.75 (\sigma_s/\sigma_r = 2.0)$ よりも小さい応力比についてである。破壊応力比は小さい場合でも q/p
 $= 1.5$, $\sigma_s/\sigma_r = 4.0$ であるから「 p が一定であれば q/p の値によらず G は一定」という結論
 は、限られた応力比よりも小さい状態についてのものである。後に示すように、今回の実験で
 このことはある応力比 q/p までは成り立つが、ある応力比以上になると G はかなり減少する
 ことが判明した。一般的に言えば G と図-2-2 に示した一般的な応力状態との相関は十分に
 明らかになっているわけではない。

② 間隙比の大きさの影響

間隙比 e が大きくなれば G が減少することは全ての論文で共通して示されている。Hardin
 and Richart (1963) は Ottawa 砂で、粒度を調整することによって $e_{max} - e_{min}$ の範囲が
 0.71-0.495, 0.89-0.54, 0.76-0.42, 0.66-0.32 と異なる試料を用意して実験した所、
 G の値は相対密度ではなく、間隙比によって決まることを示した。更に、他研究者の実験での
 検証を経て Richart らの教科書によると、 p と e の影響は次の式によってあらわせる。

セン断歪 $r < 10^{-4}$ で G と p を kg/cm^2 であらわして

丸い粒子の砂について

$$G = 697 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} p^{0.5} \dots\dots\dots (2-5a)$$

角ばった粒子の砂について

$$G = 326 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} p^{0.5} \dots\dots\dots (2-5b)$$

③ セン断歪振幅

セン断歪振幅が大きくなると、 G が減少するデータをまとめた論文に Hardin and Drnevich (1972,

July) がある。
 これを更にわか
 りやすくまとめ
 たものが Seed
 and Idriss
 (1970) の図表
 (図-2-4)
 である。

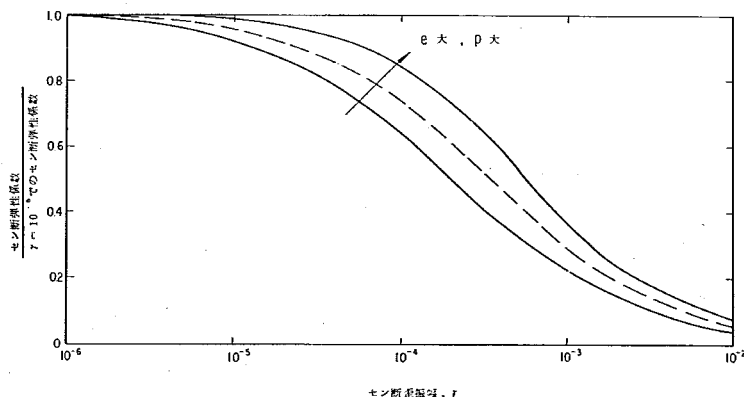


図-2-4 r の増加による G の減少 (Seed and Idriss (1970) による)

④ 大きな歪の履歴の影響

Drnevich and Richart(1970)によると、 10^{-4} より大きい歪で長時間ねじり振動させたものは、 10^{-4} より小さい歪でのGは(2-5)式であらわせられる値よりも大きな値を示すようになる。これによると、大きな歪での繰返し載荷回数が多いほど小さな歪でのGは大きくなる。例えば $e = 0.55$ の Ottawa 砂で $p = 2340 \text{ psf}$ ($\approx 1.14 \text{ kg/cm}^2$) で、 $r = 6 \times 10^{-4}$ で 2.2×10^7 回くりかえし載荷すると $r = 10^{-5}$ でのGは大きな歪の履歴がない場合 (Virgin state) の3倍弱にもなる。

⑤ 他の要因は、上記の4つのものに比べると二次的なものである。Hardin and Richart (1963)によると、丸い粒子では乾燥状態よりも湿潤状態でGは若干減少するが、角ばった粒子の砂ではそのようなことはない。Afifi and Richart(1973)によると、過圧密砂についても(2-5)式が適用でき、又、圧密時間や動的荷重の載荷時間が長くなってもeが減少することによるGの増加以外の値の増加はほとんどない。又、Hardin and Richart(1963)によると(2-5)式に示すように、角ばった粒子の方が、丸い粒子の場合よりも同一の p , q , e , r の元では若干Gが大きい。又Hardin and Black(1966)によると供試体を静的にねじった試験と共振法試験機による動的試験でのGの値は同一の条件では一致する。このことからGは載荷速度にはよらないことが分る。

(b) 減衰定数について

減衰定数については、Gにおける(2-5)式のような統一的な式は提案されていない。

Hardin(1965)によると、Ottawa 砂での実験式として、対数減衰率は $r = 10^{-6} \sim 10^{-4}$ と $p = 0.244 \sim 1.46 \text{ kg/cm}^2$ の範囲で p を kg/cm^2 単位で次式を示した。

$$d_t = \frac{\pi}{5} r^{0.2} p^{-0.5} \dots\dots\dots (2-6)$$

Drnevich and Richart(1970)は、これよりかなり小さい d_t の値を示している。しかし d_t は r が大きいと大きくなり、 p が大きくなると小さくなることは研究者によって変わらない結論である。

又、(2-6)式は d_t は同じ r 、同じ p に対して e の影響をうけないことを示している。しかし、(2-5a)、(2-6)式と $\tau = Gr$ の関係から、

$$d_t = 0.011 \pi r^{0.2} \frac{(1+e)^{0.2}}{(297-e)^{0.4}} \dots\dots\dots (2-7)$$

これは、同じせん断応力 τ に対しては d_t は e が大きいほど大きくなり p の値によらないことを意味していて、一般の乾弱な土ほど減衰が大きい、という実感に一致する。Seed and Silver (1970)は解析用に、もっと広い範囲の r に対する減衰定数の実験結果をまとめている。

(図-2-5) この図の減衰定数は歪が小さいデータは、共振法実験での対数減衰率から求めたもので、歪が大きいデータは、静的繰返し载荷試験の応力と歪の履歴曲線から求めたものである。

2-2 シルトおよび粘性土について

前に述べた砂における G におよぼす要因の他に

シルト、粘性土では時間的要因を考慮に入れなければならない。Hardin and Black (1968) によると、活性度の低い正規圧密粘土でも (2-5b) 式が当てはまる。

一般に砂は $e = 0.4 \sim 1.0$ の範囲にあり、粘土では一般に $e > 1.0$ で時には 2.0, 3.0 にも達する。このことは、同じ条件の元では、砂の G の方がはるかに粘土の G より大きいことを意味する。図-2-6 は (2-5) 式を図示したものであり、この図から一般に粘土の方がはるかに G が小さいことが分ろう。又、この論文で p が一定であれば、 G の値に対する q の影響はないことが示されているが、これもある応力比以下の実験値であり、更に大きな応力比でもこれが成り立つかどうかは確認されていない。又、他の論文 (Humphries and Wahls (1968), Afifi and Richart (1973)) を含めて全て論文で示されていることは、粘性土では二次圧密中に、 e の減少では説明のできない G の増加が

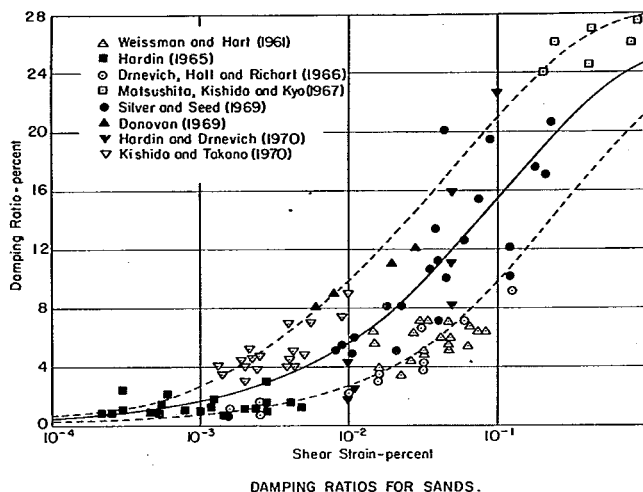


図-2-5 砂の減衰定数 (Seed and Silver (1970) による)

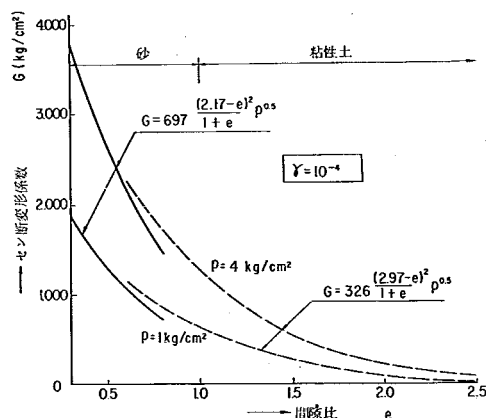


図-2-6 G と e の関係

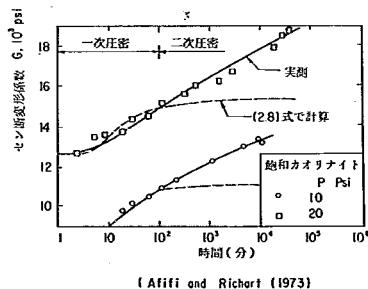


図-2-7 二次圧密中の G の増加 (Afifi and Richart (1973) による)

あることである。この二次圧密によるGの増加は、活性度の大きい粘土ほど大きい。図-2-7はその実験の一例であり、図中の破線は次式で求めたものである。

$$G = A \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} p^{0.5} \dots\dots\dots (2-8)$$

ここで Aは一次圧密が完了したときのGとeとpから求めた値。

G, pは(Kg/cm²)であらわしてある。

図から、一次圧密中のGの増加はeの減少で説明できることが分る。しかし二次圧密中には、eの減少では説明できないGの増加があり、これは図で実線と破線との差で示されている。

又、Afifi and Richart(1973)は過圧密粘土で正規圧密粘土よりもGが大きいのは、過圧密によって正規圧密より間隙比が減少するためなのであって、そのGは(2-5b)式であらわせ、過圧密そのものによるGの増加はないことを示した。

2-3 室内実験と現場測定と比較

一般に自然地盤はきわめて長期間に亘っての二次圧密を受けている。又、地震動などによる歪履歴がある。このことから特に粘性土の室内実験で実際の地盤の動的変形特性を求めることのむずかしさがわかる。又、シンフォールサンプラーなどで採取した乱さない試料でもかなりの乱れがあって、二次圧密などによる効果はかなり消滅してしまうことが知られている。従って、乱した試料を再調整しても現地盤と同程度の二次圧密を行わなければ、現地盤と同じ状態を再現できない。

一方、砂質試料では二次圧密の効果が少ないことが知られているから、乱した試料から求めた動的変形特性でも、かなり現地盤のものを再現しているものと思われる。室内実験による結果と現地盤との実測との対応をつけて室内実験の結果の通用性を確認することは重要なことと思われる。Stokoe and Richart(1973)は、cross-hole地震波探査法とサンプリングした試料を用いた共振法土質試験を行なうことによって、両者でのセン断弾性波速度V_sを比較した。それによると、同じ応力条件の元でもシルトまじり砂では、実験室での値は現場実験によるものより5%低いだけであったが、粘土まじりシルト、砂まじりシルトでは実験室での値は現場実験により20~30%低く、又、室内実験では載荷時間によるV_sの増加がかなり大きい。このことは室内実験での結果から予想されたことに一致する。

3. 共振法土質試験機の概要

当研究室で開発した共振法土質試験のための装置は、中空円筒供試体に強制ねじり振動を発生させて、その共振時の振動数からせん断弾性係数 G を、又、自由振動時の振動減衰から対数減衰率 δ を求めるものである。(岩崎、龍岡、堀内 1974a)

図-3-1は全体の機能図であり、図-3-2は全体写真である。写真の左端は供試体をセットして振動させる部分である。(図-3-3) 供試体の下端は固定されており、上端には一定の質量が付加されていて、その質量に固定された回転軸に加振器によって強制ねじり力を与えることによって強制振動を生じさせて、図-3-4は供試体をセットした時のこの部分の写真であり、図-3-5はセルをかぶせた時の写真である。又、中央のパネルは、軸荷重、側圧等の制御

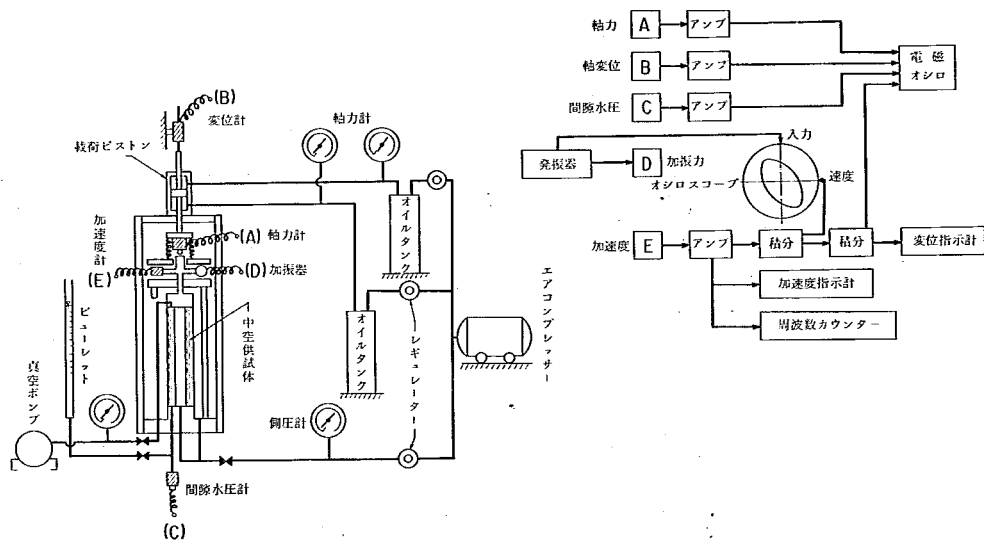


図-3-1 装置全体図

部であり、図-3-6はこの部分の写真である。右端のパネルボックスはねじり振動の大きさと振動数の制御装置および振動数、応答加速度、速度、変位などの測定部からなっている。図-3-7はこの部分の写真である。図-3-8に示してあるように、供試体は内径6cm、外径10cm、高さ25cmの中空である。中空にした理由は中実の供試体だと供試体をねじった場合に周辺に歪は最大になり、回転中心でゼロになり、歪の分布が著しく不均一になるからである。又、供試体の上端、下端に接する加圧板、試料台には図-3-3に示してあるような刃がそれぞれ6枚つけて

あり、試料の固定度をよくしてある。内圧と外圧は空気圧で与えており、両者は常に一致する。側圧は最小目盛 10 g/cm^2 の精密ブルドンゲージで測定される。軸力は油圧で与え、側圧とは独立に制御することができるから、図-3-8に示すように、鉛直応力と水平応力の任意の比で実験でき、任意の地中応力状態を再現できる。軸力はロードセルで測定され、電磁オシロ用紙に記録される。ねじり力は、一対の電磁式加振機で偶力を与えることによって交番するくりかえし力として与えられる。(図-3-9)加振器は、回転に対しては固定してあり、この軸方向変位は供試体に直結している回転軸の軸方向変位と一致するように工夫してあるから、加振器と回転アームとのねじれは生じないようにになっている。図-3-10(a)、(b)はこの部分の拡大写真である。加振力の大きさを制御することによって歪の大きさを制御し、又、共振周波数をさがすことによって、後述する様にせん断弾性係数 G を求める。従って、任意の歪の大きさに対する G と Δ を正確に求めることができる。飽和供試体の場合の体積変化は、供試体からの水の出入をビューレットで測定することによって求める。軸方向変位は $1/100 \text{ mm}$ 目盛のダイヤルゲージで測定する。又、図-3-9の加速度計で円周方向の応答加速度を測定し、これを一回積分することによって速度を、二回積分することによって変位を得て、電磁オシログラフで記録される。

共振は図-3-1に示してあるように、ねじり振動力をオシロスコープの縦軸に、応答回転速度を横軸に入れて、リサーチをすることによって判定する。この装置では、後に述べるように共振時に入力と応答変位の位相差はほぼ $\pi/2$ になることが分っており、従って、入力と応答速度の位相差はほぼ π になり、この時リサーチ図形は直線になる。この方法で共振を判定するのが最も正確で、かつ迅速である。

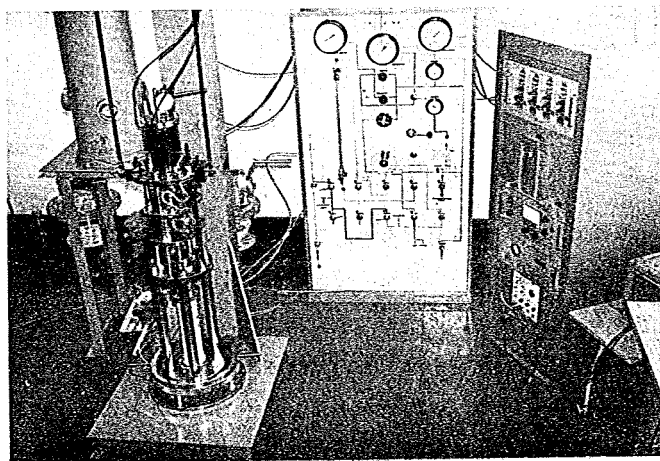


図-3-2 試験機全体写真

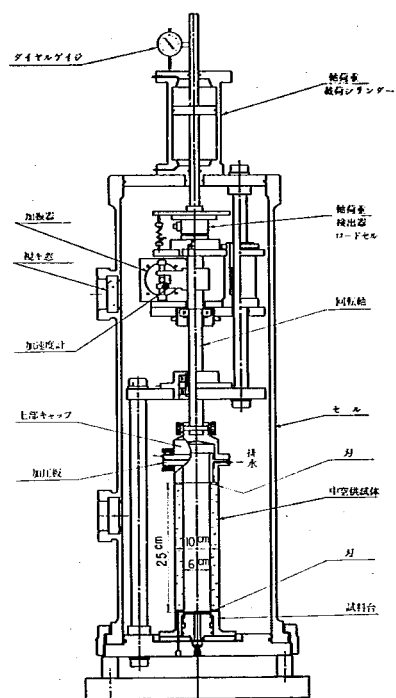


図-3-3 供試体実験部

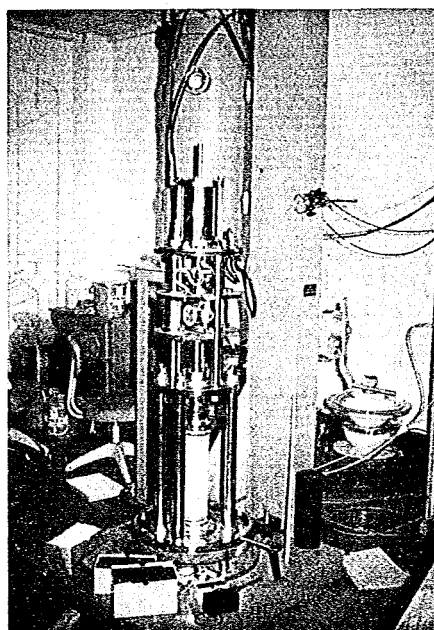


図-3-4

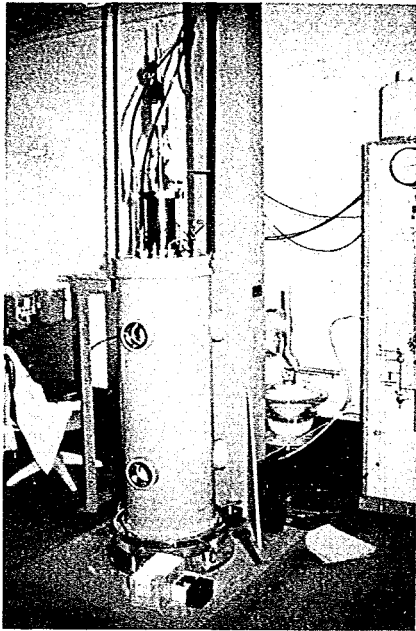


図-3-5 供試体実験部

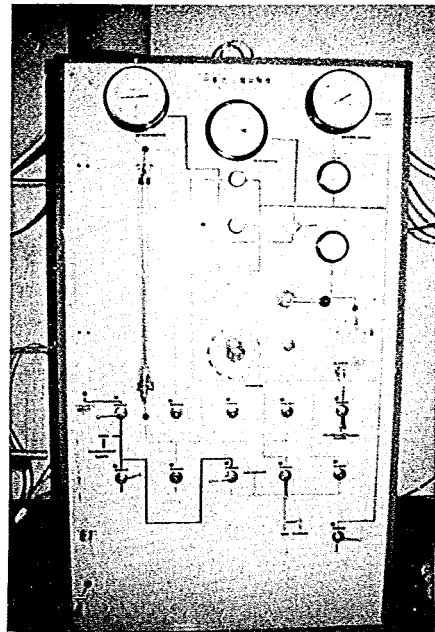


図-3-6 応力制御版

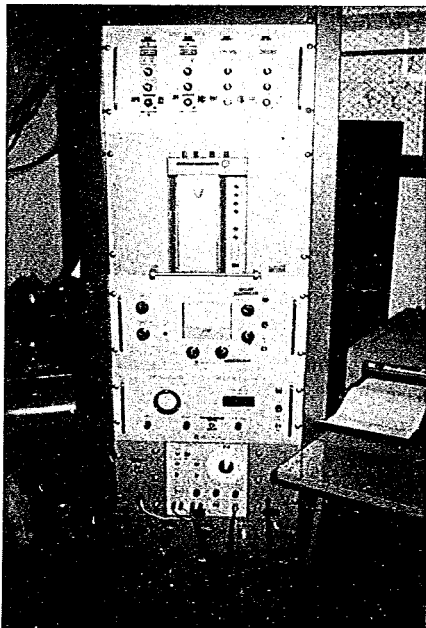


図-3-7 振動数, 応答加速度, 速度測定部

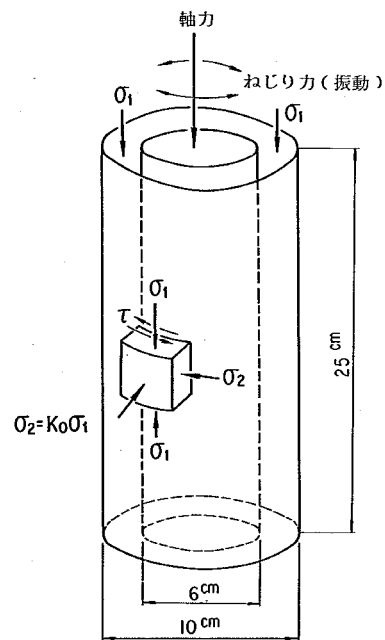


図-3-8 ねじり振動を受ける中空供試体

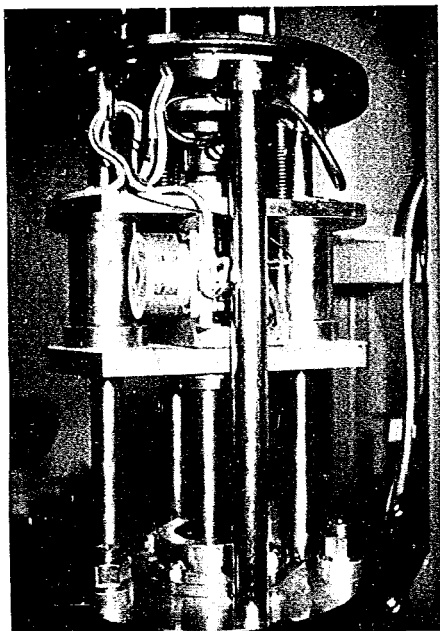


図-3-10(a) 小型加振機

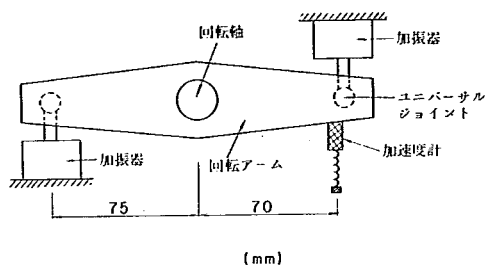


図-3-9 加振器と加速度計の設置
(上から見た図)

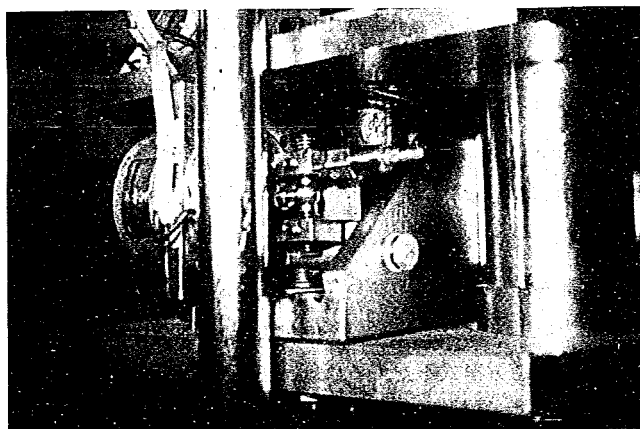


図-3-10(b) 小型加振機

4. 共振法土質試験の基本概念

4-1 土の応力-歪履歴曲線

本装置による試験は、動的な試験であるので運動方程式をたてて、それを所定の境界条件のもとで解かなければならない。そのためにはまず土の動的な力学特性を何らかの形であらわして、それに基づいて運動方程式を作る必要がある。

繰り返し载荷時の土要素
内部でのエネルギーの消散、
即ち減衰 (damping) は、土
の応力-歪関係が非線型で
あるために生ずると考えて
よいことが知られている。

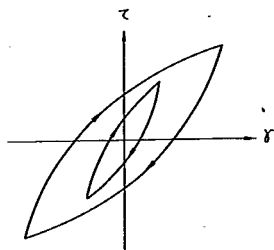


図-4-1はこれを模式的に 図-4-1 土の応力歪履歴曲線
示したものであって、この応力-歪履歴曲線の特徴は、角
ばりをもつこと、形が载荷速度によらないこと、形が応力
(あるいは歪)の大きさによること、形が繰り返し回数に
よること、などである。

図-4-2は砂の三軸せん断によるせん断応力振幅一定の排水くりかえし試験の結果であり、くり
返し回数によって、応力-歪履歴曲線
の形が変化することが示されている。
このような減衰は非線型減衰 (non-
linear damping) と名付けられている (Lazan, 1968)。この非線型の応
力-歪関係を直接用いて動的解析を行
なうこともできるが、これは歪応力変

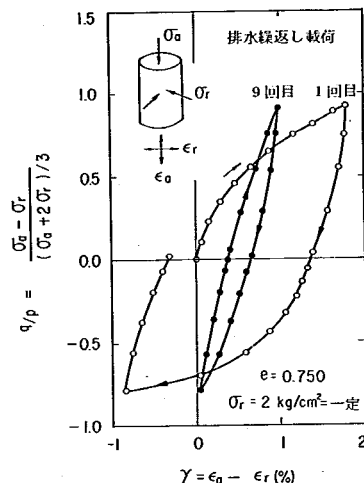


図-4-2 砂の応力歪履歴曲線

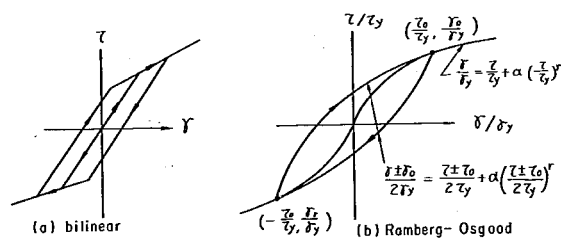


図-4-3 土の非線型モデル

化を逐時追跡しなければならないから、実際には電子計算機を用いないとできない。図-4-3に
示した bi-linear モデル, Ramberg-Osgood モデル (Dorby, 1970) などはこの例である。

簡単な運動方程式をたてるには、上記のような方法ではなく、次節のような等価な線型減衰モ
デルでおきかえた方が実用的である。

4-2 土の線型減衰モデル

(a) 線型減衰モデル一般論

線型減衰モデル（いわゆるフォークトモデルはこの中の一つの特例である）では歪（変形）に抵抗する応力（力）は歪（変形）に線型に比例する弾性抵抗と減衰抵抗の線型和であらわせる。そのため応力やヒズミの大きさによらない定数を用いて、有限の大きさの物質と境界から成る系の運動を線型微分方程式であらわすことができる。しかし、このモデルでは後述するように、図-4-1の土の応力-歪履歴特性と全ての点で等価ではないことに注意する必要がある。そのために線型減衰モデルについての詳細な検討を加える必要がある。

以下、一様な物質の要素については応力と歪で論じ、異質の物質からなる系については荷重と変位で論ずる。

今、図-4-4(a)に示すような線型減衰物質要素に定常入力 $\bar{\tau} = \tau_0 e^{i\omega t}$ を与えた場合と、図-4-4(b)に示すような線型減衰系に定常入力 $\bar{P} = P_0 e^{i\omega t}$ を与えた場合を考える。以下、複素数は $\bar{\tau}$ あるいは $\bar{P}$ のようにあらわす。(a)における ρ は単位体積質量、 G, G' は後述するような変形係数であり、(b)における M は質量、 K, K' は変形係数である。この場合、応答歪と応答変位は入力に対して位相差 δ があり

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 e^{i(\omega t - \delta)} \quad \dots\dots\dots (4-1a)$$

$$\bar{x} = x_0 e^{i(\omega t - \delta)} \quad \dots\dots\dots (4-1b)$$

であらわせる。 $\bar{\tau}$ と $\bar{\gamma}$ 、 $\bar{P}$ と $\bar{x}$ の関係は、図-4-4(c) のような複素表現をするとわかりやすい。実際の荷重、応力、変位、歪は(c)の $\bar{P}, \bar{\tau}, \bar{x}, \bar{\gamma}$ の実数部であり図-4-4(e)のようにあらわせる。これを履歴曲線であらわすと図-4-4(d)のようになる。

（変形係数の定義）

$\bar{P}$ と $\bar{x}$ あるいは $\bar{\tau}$ と $\bar{\gamma}$ に図-4-4(c)のような関係があるとすると、ベクトル $\bar{\tau}, \bar{P}$ を $\bar{\gamma}, \bar{x}$ 方向の成分と $\bar{\gamma}, \bar{x}$ と直向する方向の成分に分解して、定数 G, G', K, K' を用いて、図-4-5のよう

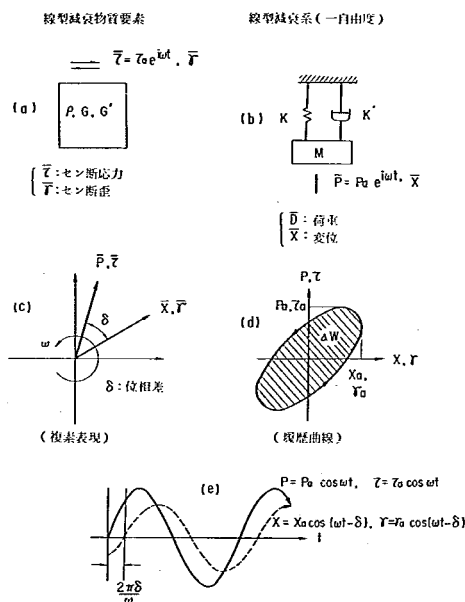


図-4-4 線型減衰モデルの定常振動

$$(a) \quad \bar{\tau} = (G\bar{\tau} + iG'\bar{\tau}) = (G + iG')\bar{\tau}$$

$$G = \frac{\tau_s}{r_s} \cos \delta$$

$$G' = \frac{\tau_s}{r_s} \sin \delta$$

$$\text{振幅比は } \tau_s/r_s = (G^2 + G'^2)^{1/2}$$

$$\text{位相差は } \tan \delta = G'/G$$

$$\dots\dots\dots (4-2a)$$

$$(b) \quad \bar{P} = (K\bar{X} + iK'\bar{X}) = (K + iK')\bar{X}$$

$$K = \frac{P_s}{X_s} \cos \delta$$

$$K' = \frac{P_s}{X_s} \sin \delta \dots\dots\dots (4-2b)$$

$$\text{振幅比は } P_s/X_s = (K^2 + K'^2)^{1/2}$$

$$\text{位相差は } \tan \delta = K'/K$$

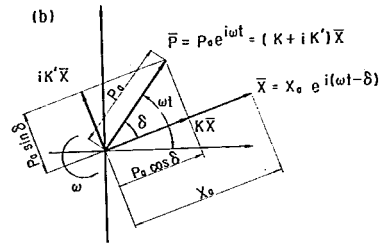
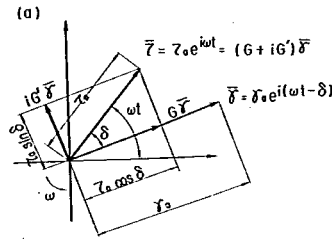


図-4-5 変型係数の意味

ここで δ , G , G' , K , K' は ω に対して変化しない定数である必要はない。又, KX は図-4-4(b) でばねの受け持つ力をあらわしている。従って一サイクルの間のエネルギー消散(減衰)は図-4-4(d) の履歴曲線で囲まれた斜線部分であらわせ, (4-2) を用いて次のように計算できる。

$$(a) \quad \Delta W = \oint \tau \dot{\gamma} = \int_0^{t=\frac{2\pi}{\omega}} \tau_s \cos \omega t \cdot d\{\tau_s \cos(\omega t - \delta)\} = \pi G' \tau_s^2 \quad (4-3a)$$

$$(b) \quad \Delta W_s = \oint P \dot{X} = \int_0^{t=\frac{2\pi}{\omega}} P_s \cos \omega t \cdot d\{X_s \cos(\omega t - \delta)\} = \pi K' X_s^2 \quad (4-3b)$$

以上のことから, 線型減衰モデルのエネルギー消散は位相差 δ の存在のためであり, $G' = 0$, $K' = 0$ のとき $\delta = 0$ となり, 図-4-4(b) のダッシュポットのうけもつ力もなくなり, 減衰もなくなることが分る。即ち線型減衰モデルの減衰は δ もしくは G'/G , K'/K を用いてあらわせる。

(履歴減衰係数の定義)

まず, 線型減衰系(図-4-4(b))を例にとりて(図-4-4(b))の履歴曲線の吟味をする。

$P = P_s \cos \omega t$, $X = X_s \cos(\omega t - \delta)$ と (4-2b) の関係から

$$P = KX \pm K'\sqrt{X_s^2 - X^2} \quad (4-4)$$

これは図-4-6 のような隋円をあらわしている。

(4-4) 式の第一項, $KX = KX_s \cos(\omega t - \delta)$ は図-4-7を参照して分るように, 図-4-4(b) のバネの受け持つ力をあらわしていて, 第二項の $K'\sqrt{X_s^2 - X^2} = K'X_s \sin(\omega t - \delta)$

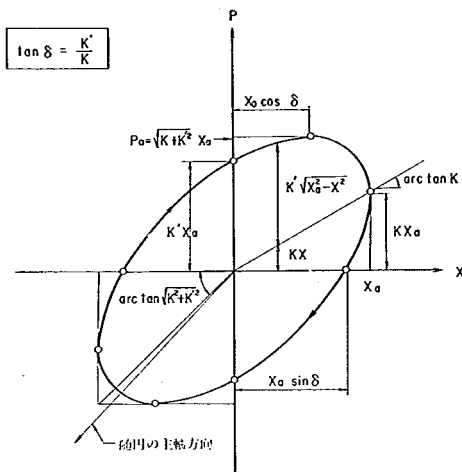


図-4-6 線型減衰モデルの履歴曲線と諸定数との関連

は図-4-4-(b)のダッシュポットの受け持つ力をあらわしている。又、図-4-6を見て分るように、 K' の大きさによって履歴曲線の形が変わることが分る。図-4-8(a)は同じ X_0 振幅の振動の履歴曲線に対する K' の大きさの影響をあらわしている。図を見て分るように、 K' が大きくなるとループの囲む面積は大きくなり、 $K'=0$ だとかたむきが K である直線になることになる。従って図-4-8(a)の斜線部 W_s は载荷によって、図-4-4(b)のバネに蓄積する弾性エネルギーをあらわしていて、この値は K' の値によらないものになる。従って図から

$$(b) \quad W_s = \frac{1}{2} K X_0^2 \times 2 \quad \dots\dots (4-5b)$$

同様に線型減衰物質要素では

$$(a) \quad W = \frac{1}{2} G r_0^2 \times 2 \quad \dots\dots (4-5a)$$

従って、減衰の大きさのあらわしている履歴減衰係数 η を図-4-8(b)を参照して次のように定義できる。

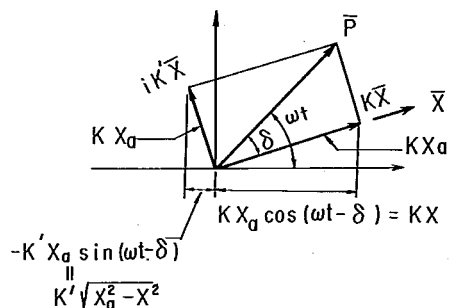


図-4-7 線型減衰モデル

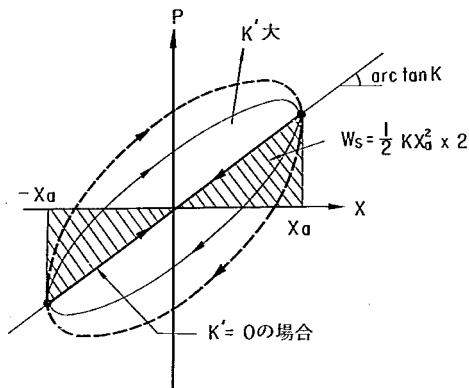


図-4-8(a) K' の影響

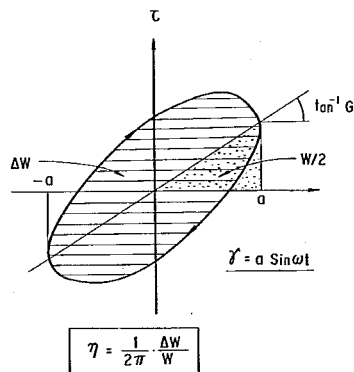


図-4-8(b) Stress-strain curve of Voigt material

$$\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (\text{要素の場合}) \dots\dots\dots (4-6a)$$

$$\eta_s = \frac{\Delta W_s}{2\pi W_s} \quad (\text{系の場合}) \dots\dots\dots (4-6b)$$

従って(4-3)と(4-5)から

$$(a) \eta = \frac{G'}{2G} \quad (\text{要素の場合}) \dots\dots\dots (4-7a)$$

$$(b) \eta_s = \frac{K'}{2K} \quad (\text{系の場合}) \dots\dots\dots (4-7b)$$

η は物質要素にたいする定義で、 η_s は系に対する定義である。従って線型減衰モデルでは、減衰をあらわす諸値の関係は

$$(a) 2\eta = \tan \delta = \frac{G'}{G} \quad (\text{要素の場合}) \dots\dots\dots (4-8a)$$

$$(b) 2\eta_s = \tan \delta = \frac{K'}{K} \quad (\text{系の場合}) \dots\dots\dots (4-8b)$$

のように、単純なものとなる。

一方、非線型減衰では δ あるいは G' 、 K' を定義できない。しかし、履歴減衰係数 η は図-4-9のように定義できる。この場合の W は弾性エネルギーをあらわしているのではなく、物理的意味が不明確であるため W の定義には、この他にも各種のものが提出されているのが現状である。

以上のことから、履歴減衰係数 η を持った非線型減衰を以下に述べるような同じ η の値を持った線型減衰モデルで等置することができる。

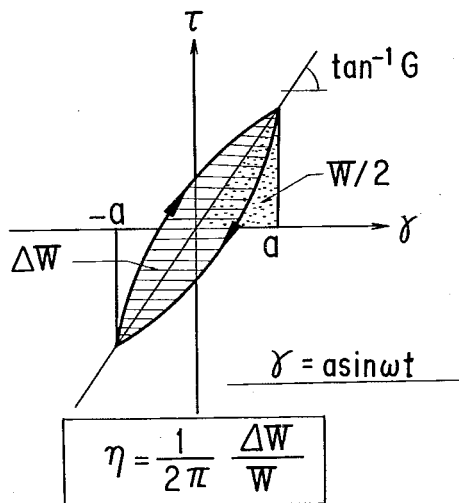


図-4-9 非線型減衰における履歴減衰係数の定義

(b) 非線型減衰の線型減衰モデルによる表現

前に述べたように、線型減衰モデルにおいて一般には、 $2\eta = \tan \delta = \frac{G'}{G}$ は ω の関数であり、この関数の形によって次の3つのタイプに分類ができる。(Lazan(1968))

(i) 速度非依存性線型減衰モデル

このモデルでは、減衰抵抗が速度に依存しないで「減衰抵抗の大きさが歪の絶対値に比例し、かつ $\pi/2$ 位相が進んでいる。」と定義できる。従って定常振動、非定常振動のどちらでも減衰力は $iG'\bar{\gamma}$ であらわせる。定常調和振動の場合は、図-4-10(i)に示してあるように G 、 G' 、 η

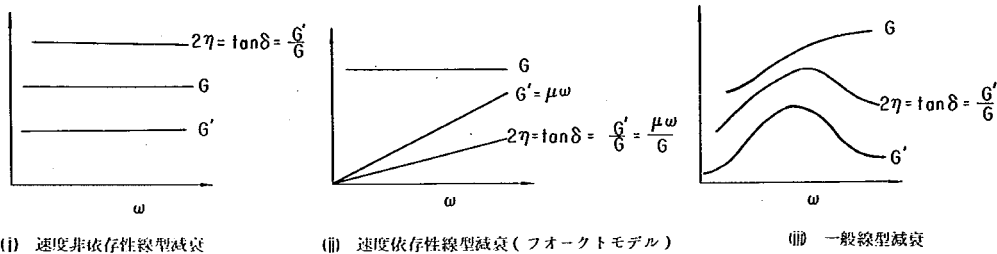
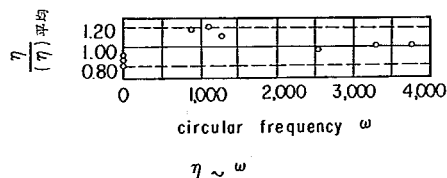


図-4-10 G, G', η と ω の関数 (定常調和振動の場合)

は ω によらないものとなる。

Hardin(1965) は、静的くりかえし試験と共振法土質試験法を用いて、広い範囲の ω について乾燥したオタワ砂の η を測定して、図-4-11 のように η が ω によらないことを示した。従って、乾燥した砂での



Hardin (1965)

図-4-11 $\eta \sim \omega$ 関数

共振法土質試験では、このモデルを用いて解析すべきであろう。従って、今回はこのモデルで解析することにした。ただし、実際の砂とこのモデルの調和振動にたいする応力-歪履歴曲線の形には、図-4-12 のような差があることに注意しなければならない。

(iii) 速度依存性線型減衰モデル
(フオクトモデル)

このモデルでは減衰抵抗が速度に依存する。定常調和振動の場合は、図-4-10 (ii) に示してあるように ω によらない G と ω に比例する G' 即ち

$$G' = \mu \omega \quad (\mu \text{ 比例定数})$$

..... (4-9)

であらわせる。従って

$$2\eta = \tan \delta = \frac{G'}{G} = \frac{\mu \omega}{G}$$

..... (4-10)

となり、履歴減衰定数は ω に比例することになる。定常調和振動で

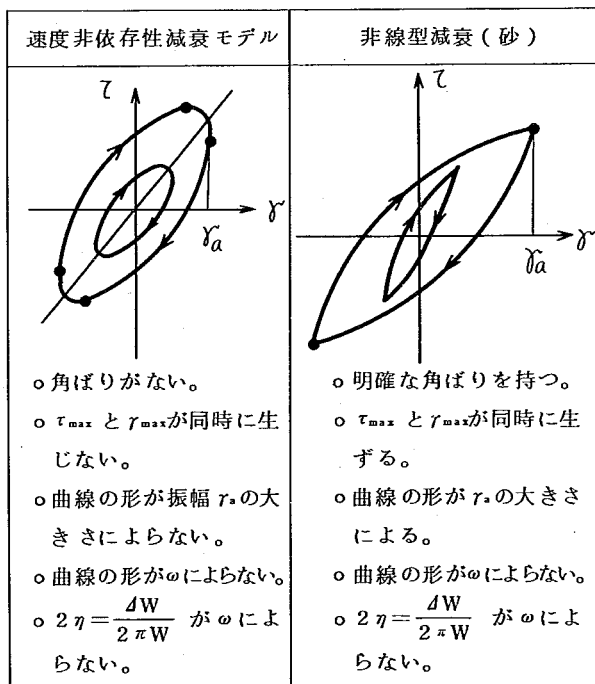


図-4-12 応力-歪履歴曲線の比較
(調和振動の場合)

減衰抵抗は $iG'\bar{\gamma}$ であらわせる。従って、

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma} e^{i\omega t} \quad (4-11)$$

であれば
$$iG'\bar{\gamma} = -\frac{G'}{\omega} \frac{d\bar{\gamma}}{dt} = -\mu \frac{d\bar{\gamma}}{dt} \quad (4-12)$$

従って、このモデルでは減衰抵抗はせん断ヒズミ速度に比例する粘性抵抗であるから、いわゆるフォークトモデルをあらわしていることになる。 μ は粘性減衰係数と呼ばれる。

一方、
$$\bar{\gamma} = A e^{-\lambda t} e^{i\omega t} \quad (4-13)$$

であらわせる自由振動のときは、減衰抵抗は

$$-\mu \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial t} = \mu \lambda \bar{\gamma} + i\mu \omega \bar{\gamma} \quad (4-14)$$

$$= \mu \lambda \bar{\gamma} + iG'\bar{\gamma}$$

$$\approx iG'\bar{\gamma} \quad (4-15)$$

となり、この場合の減衰は G' だけではあらわせないことになる。従って自由振動、非定常振動の減衰力は(i)の速度非依存性減衰モデルと異って $iG'\bar{\gamma}$ ではなく、 $\mu \frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial t}$ であらわすべきであろう。

(Ⅲ) 一般線型減衰モデル

これは、 η がある ω で極大値を持つという一般の物質の特性をあらわしている。飽和粘性土では、 η が ω にたいして一定ではないと言われているから、このモデルを用いて解析する必要がある。

4-3 運動方程式と境界条件

まず図-4-9に示したように、非線型減衰特性を持つ土の G と η を定義し、これと同じ値の G と η を持つ線型減衰モデルで置きかえる。

(a) 運動方程式

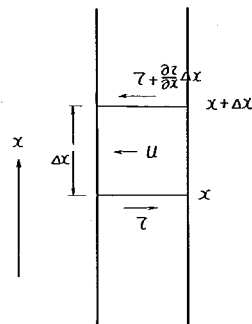
図-4-13に示すような一次元せん断振動を想定すると、力のつりあいから

$$A \Delta x \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = A \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial x} \Delta x \quad (4-16)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial x} \quad (4-17)$$

せん断歪は

$$\bar{\gamma} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad (4-18)$$



断面積A, 単位体積質量 ρ

図-4-13
一次元せん断振動

$$\left. \begin{aligned} \text{一方 } \bar{\tau} &= (G + iG')\bar{\gamma} \\ &= G(1 + iG'/G)\bar{\gamma} \\ &= G(1 + i2\eta)\bar{\gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-19)$$

$$\therefore \bar{\tau} = G(1 + i2\eta) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \dots\dots\dots (4-20)$$

(4-17) に代入して

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = G(1 + i2\eta) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \dots\dots\dots (4-21)$$

今回の供試体の境界条件は、図-4-14 のようにあらわせるから、ねじり角度を $\bar{\theta}$ (rad)，円周方向半径を r として、

$$\bar{u} = r \bar{\theta} \dots\dots\dots (4-22)$$

(4-21) に代入して運動方程式が得られる。

$$\boxed{\rho \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial t^2} = G(1 + i2\eta) \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2}} \dots\dots\dots (4-23)$$

これが、これから行なう解析の基礎となる方程式である。

(b) 境界条件 (Hardin and Music(1965))

$$\text{下端 } (x=0) \text{ では } \bar{\theta}(x,t) \equiv 0 \dots\dots\dots (4-24)$$

上端 ($x=\ell$) では供試体のうけている力のつりあいを考える。

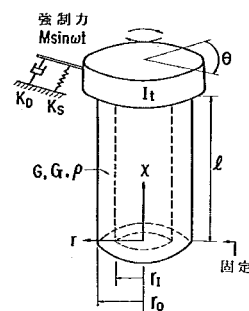


図-4-14 供試体の境界条件

境界面で供試体におよぼしているトルク力は図-4-14 を参照して

$$\bar{T}(\ell, t) = -I_t \frac{\partial^2 \bar{\theta}(\ell, t)}{\partial t^2} + K_v \frac{\partial \bar{\theta}(\ell, t)}{\partial t} - K_s \bar{\theta}(\ell, t) + M e^{i\omega t} \dots\dots (4-25)$$

ここで、 I_t は供試体上端についている質量の慣性二次モーメント

K_v は境界自身の減衰特性の換算粘性係数

K_s は境界自身の換算ばね係数

$M e^{i\omega t}$ は強制ねじり力

$$\left. \begin{aligned} & \\ & \\ & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-26)$$

供試体上端の供試体自身のトルク抵抗力は

$$\begin{aligned} \bar{R}(\ell, t) &= \int_{r_1}^{r_0} \bar{\tau}(\ell, t) 2\pi r dr = \int_{r_1}^{r_0} G(1 + i2\eta) \frac{\partial \bar{\theta}(\ell, t)}{\partial x} 2\pi r^2 dr \\ &= J G(1 + i2\eta) \frac{\partial \bar{\theta}(\ell, t)}{\partial x} \dots\dots\dots (4-27) \end{aligned}$$

ここで $J = \int_{r_1}^{r_0} 2\pi r^2 dr$: 供試体の断面二次モーメント

r_1, r_0 は供試体の内側半径，外側半径

よって、 $x=\ell$ での境界条件は $\bar{T}(\ell, t) = \bar{R}(\ell, t)$ から

$$JG(1+i2\eta)\frac{\partial \bar{\theta}(\ell,t)}{\partial x} + I_1 \frac{\partial^2 \bar{\theta}(\ell,t)}{\partial t^2} - K_D \frac{\partial \bar{\theta}(\ell,t)}{\partial t} + K_S \bar{\theta}(\ell,t) - M e^{i\omega t} = 0 \quad (4-28)$$

K_S, K_D, I_1 を実際に求める方法については後で述べる。

4-4 履歴減衰係数の求め方

(a) 速度非依存性線型モデルの場合

供試体—加振器系に対する強制加振力を瞬間的に停止させて、自由振動させて、その振動減衰からこの系の時間に関する対数減衰率 A_1 が求まる。ここで、この測定される対数減衰率 A_1 と土の履歴減衰定数 η との関係を示す。

系の自由振動の解を次のように仮定する。*) 次ページ参照

$$\bar{\theta} = A(x) e^{(i\omega_n - \lambda)t} \quad (4-29)$$

ここで、 $A(x)$ は振動モードである。

ω_n はこの系の自由円振動数である。

λ は時間に関する減衰係数である。

以下に示すように、 $A(x)$ 、 ω_n 、 λ は供試体の物性 (G, G', ρ)、寸法、境界条件振動モードの次数による。

(4-29) を基礎運動方程式 (4-23) に代入して

$$\rho(i\omega_n - \lambda)^2 A(x) = (G + iG') \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} \quad (4-30)$$

ここで、実数部と虚数部で分けることによって、

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} \rho(-\omega_n^2 + \lambda^2) A(x) = G \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} \\ -2\omega_n \lambda \rho A(x) = G' \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} \end{array} \right\} \quad (4-31)$$

が得られる。これがモード $A(x)$ によらないで成り立つとすると、上式で $A(x) \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2}$ を消去して、

$$\frac{\rho(-\omega_n^2 + \lambda^2)}{-2\omega_n \lambda \rho} = \frac{G}{G'} = \frac{1}{2\eta} \quad (4-32)$$

$$\lambda^2 + \frac{\omega_n}{\eta} \lambda - \omega_n^2 = 0 \quad (4-33)$$

これを解いて

$$\lambda = \frac{\omega_n}{2\eta} [-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}] \quad (4-34)$$

η が小さければ近似的に次式が成り立つ

$$\lambda = \omega_n \eta \quad (4-35)$$

* 脚注 「速度非依存性線型モデルの供試体での自由振動の一般解」

一般的に、自由振動の解は次のようにして求めることができる。自由振動は、運動方程式の一般解であらわされるから、一般解を、

$$\bar{\theta}(x, t) = \bar{X}(x) \bar{T}(t) \quad (A-1)$$

$\bar{X}(x)$: モード (複素表現)
 $\bar{T}(t)$: 時間的変化 (複素表現)

のようにおき、運動方程式、 $\rho \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial t^2} = G(1+2i\eta) \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2}$ に代入すると、

$$\frac{1}{\bar{X}(x)} \frac{d^2 \bar{X}(x)}{dx^2} = \frac{\rho \frac{d^2 \bar{T}(t)}{dt^2}}{G(1+2i\eta) \bar{T}(t)} = -\lambda n^2 \quad (A-2)$$

λn は境界条件、物性、寸法から決まる定数、未知数、

$$(A-2) \text{ から, } \left. \begin{aligned} \frac{d^2 \bar{X}(x)}{dx^2} + \lambda n^2 \bar{X}(x) &= 0 \\ \rho \frac{d^2 \bar{T}(t)}{dt^2} + \lambda n^2 \cdot G(1+2i\eta) \bar{T}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (A-3)$$

$\bar{T}(t)$ に関する運動方程式は、一自由度系のもと同じである。そこで、解を

$$\bar{T}(t) = \bar{A} e^{\bar{\beta} t} \quad (A-4)$$

とおいて、(A-3) に代入すると次式の様になる。

$$\rho \bar{\beta}^2 + \lambda n^2 \cdot G(1+2i\eta) = 0 \quad (A-5)$$

ここで、複素数 $\bar{\beta}$ を、

$$\bar{\beta} = a + ib \quad (A-6)$$

とおいて、実数 a , b を求める。(A-5) に代入して、実数部と虚数部に分けると

$$\left. \begin{aligned} a^2 - b^2 &= -\frac{G}{\rho} \lambda n^2 \\ ab &= -\frac{G}{\rho} \eta \lambda n^2 \end{aligned} \right\} \quad (A-7)$$

$$\text{ここで, } \frac{G}{\rho} \lambda n^2 = V_s^2 \lambda n^2 = \omega_0^2 \quad (V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}) \quad (A-8)$$

とおく。(A-8) を用いて、(A-7) を解くと、

$$\left. \begin{aligned} a &= \pm \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \cdot \omega_0 \\ b &= \mp \frac{\eta}{\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}}} \cdot \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (A-9)$$

a は、振動減衰性をあらわしているから、必ず正であり、従って b は負

$$\therefore \bar{\beta} = a + ib = \omega_0 \left(-\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} + i \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}}} \right) \quad (A-10)$$

$$\text{従って, } \bar{T} = \bar{A} e^{-\omega_0 \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \cdot t} \cdot e^{i \frac{\eta}{\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}}} \omega_0 t} \quad (A-11)$$

$$\begin{aligned} d_1 &= \ell n \frac{\bar{T}(t)}{\bar{T}(t+T)} = \omega_0 \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \cdot T = \omega_0 \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \\ &\quad \frac{\frac{2\pi}{\eta}}{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \cdot \omega_0 = 2\pi \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2\eta)^2}}{2}} \quad (A-12) \end{aligned}$$

η が十分小さければ、

$$d_1 \approx 2\pi\eta \quad (A-13)$$

一方、対数減衰率は供試体上端半径 R の所の変位の振幅 u_R から

$$d_t = \ell_n \frac{(u_R)_N}{(u_R)_{N+1}} \dots\dots\dots (4-36)$$

で求めている。 N は振動回数である。

一方、

$$\left. \begin{aligned} (u_R)_N &= R [\theta(\ell, t)]_{\max} = R \cdot A(\ell) e^{-\lambda t} \\ (u_R)_{N+1} &= R [\theta(\ell, t+T)]_{\max} = R \cdot A(\ell) e^{-\lambda(t+T)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-37)$$

従って

$$d_t = \lambda T = \lambda \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\eta \dots\dots\dots (4-38) \quad \therefore \eta = \frac{1}{2\pi} d_t \dots\dots\dots (4-39)$$

(4-35) 式の意味していることは、供試体の寸法や装置自身の減衰力、附加質量などの境界条件が変化したり、あるいは振動次数が変化すると ω_n が変化して η が一定でも、 λ の値は変化し時間に関する減衰は図-4-15 のように変化することである。しかし、速度非依存性線型モデルを仮定すれば ω_n が変化しても対数減衰率 d_t は変化しないことが (4-39) 式から分る。

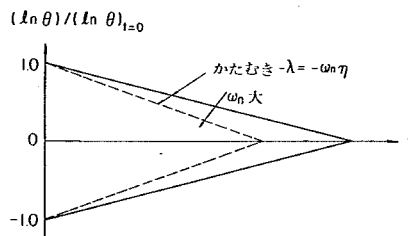


図-4-15 減衰特性

従って、このことは任意の境界条件あるいは任意の次数の振動モードで測定した d_t を用いて、ただちに η が求まることを意味している。即ち、砂の減衰特性が履歴減衰であるとすれば、任意の系について測定した対数減衰率から物質の減衰係数が求まることになる。

又、振動モード $A(x)$ 、自由振動数 ω_n は (4-31) と境界条件式 (4-24), (4-28) で $M = 0$ とした式を用いて求めることができるが、非常に複雑な結果となるのでここでは省略する。

一方、単純せん断試験や中実供試体のねじり試験機を用いて、静的くりかえし载荷から得られる応力と歪の履歴曲線から定義から直接、履歴減衰定数を求めることができる。そのようにして求めた履歴減衰定数と (4-39) 式から求めたものを比較することが必要であるが、これは、これからの課題である。

(b) フォークトモデルの場合 (付録 B 参照)

上述のように、速度非依存性減衰モデルを仮定すると、対数減衰率から直接履歴減衰定数が求まった。一方、速度依存性線型減衰モデル (フォークトモデル) を仮定すると、運動方程式は (4-23) の代りに (4-12) を用いて

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial t^2} = (G - \mu \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} \dots\dots\dots (4-40)$$

となる。これに(4-29)を代入すると

$$\rho(i\omega_n - \lambda)^2 A = \{G + \mu(i\omega_n - \lambda)\} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \quad (4-41)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho(-\omega_n^2 + \lambda^2) A &= (G - \mu\lambda) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \\ -2\omega_n \lambda \rho A &= \mu\omega_n \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (4-42)$$

$$\therefore \frac{\rho(-\omega_n^2 + \lambda^2)}{\rho(-2\omega_n \lambda)} = \frac{G - \mu\lambda}{\mu} \quad (4-43)$$

これを解いて

$$\lambda = \frac{\omega_n}{\frac{\mu\omega_n}{G}} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\mu\omega_n}{G}\right)^2} \right] \quad (4-44)$$

$\frac{\mu\omega_n}{G} \ll 1$ であれば

$$\lambda = \frac{1}{2} \omega_n \left(\frac{\mu\omega_n}{G}\right) \quad (4-45) \quad \therefore d_1 = \lambda \frac{2\pi}{\omega_n} = \pi \left(\frac{\mu\omega_n}{G}\right) \quad (4-46)$$

(4-45)式の意味していることは、 μ が一定の粘性減衰の場合は、自由振動モード、境界状態が変化して、 ω_n が変化すると、 d_1 が変化することである。これは速度非依性減衰物質の場合と著しく異った点である。

従って、粘性減衰係数 μ は

$$\mu = \frac{1}{\pi} \frac{d_1 G}{\omega_n} \quad (4-47)$$

であるから、 d_1 の他に G 、 ω_n を測定することによって求められる。一方、フォークトモデルでも履歴減衰定数が定義でき(4-10)であらわせるから、結局この場合

$$\eta = \frac{\mu\omega_n}{2G} = \frac{1}{2\pi} d_1 \quad (4-48)$$

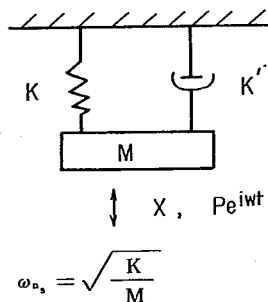
ただし、この場合(4-46)式から分るように d_1 、 η は ω_n により変化するから振動次数がかわったり、境界条件が変化すると変化する。

(c) 一自由度振動系での置きかえ

供試体-加振器系のある振動次数の基準モードでの自由振動特性は、自由円振動数 ω_n と対数減衰率 d_1 であらわせる。今、土の履歴減衰を速度非依性減衰モデルであらわすと

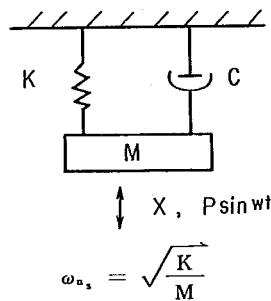
$$d_1 = 2\pi\eta \quad (4-38)$$

であらわせることは前に示した。今、この系の自由振動を同じ値の ω_n と d_1 を持つ一自由度系のモデルにおきかえて議論する。



$$d_t = 2\pi\eta, \quad \eta = \frac{K'}{K}$$

図-4-16 速度非依存性減衰一自由度モデル



$$d_t = \frac{2\pi h}{\sqrt{1-h^2}} \approx 2\pi h, \quad h = \frac{2C}{\sqrt{MK}}$$

図-4-17 速度依存性一自由度モデル
(フォークトモデル)

今、図-4-16に示した速度非依存性減衰一自由度モデルを想定する。この場合の強制振動の運動方程式は

$$M \frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial t^2} + (K + iK') \bar{X} = P e^{i\omega t} \quad (4-49)$$

$$\text{従って, } \frac{1}{\omega_n^2} \frac{\partial^2 \bar{X}}{\partial t^2} + (1 + i2\eta) \bar{X} = X_s e^{i\omega t} \quad (4-50)$$

$$\text{ここで } \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} ; \text{自由円振動数} \\ \eta = \frac{K'}{2K} ; \text{図-4-16 の履歴減衰定数} \\ X_s = P/K ; \text{静的载荷時の変位} \end{cases}$$

一方(4-48)で $P=0$ として、この自由振動の方程式を解くと(4-29)～(4-39)と同様の展開によって

$$\eta = \frac{1}{2\pi} d_t \quad (4-51)$$

従って、ある振動次数における供試体一系の基本モードの自由振動(この特性は ω_n と d_t であらわせる)を一自由度の速度非依存性モデルで等置するには、

$$\left. \begin{aligned} \omega_n &= \omega_n \\ d_t &= d_t \end{aligned} \right\} \quad (4-52)$$

とすればよい。

従って(4-38),(4-51),(4-52)から

$$\eta_s = \eta \quad \dots\dots\dots (4-53)$$

とすればよい。

同様に図-4-17に示した速度依存性減衰一自由度モデル(フォークトモデル)の運動方程式は

$$M \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + (K + C \frac{\partial}{\partial t}) X = P \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (4-53)$$

従って

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + (\omega_n^2 + 2h\omega_n \frac{\partial}{\partial t}) X = \frac{P}{M} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (4-54)$$

ここで

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} ; \text{自由円振動数} \\ h = \frac{C}{2\sqrt{MK}} = \frac{C}{C_c} ; \text{減衰比 (damping ratio)} \end{array} \right.$$

(4-54)で $P=0$ として自由振動を解くと

$$d_1 = \frac{2\pi h}{\sqrt{1-h^2}} \approx 2\pi h \quad \dots\dots\dots (4-55)$$

従って、ある振動次数における供試体一系の基本モードの自由振動(その特性は ω_n と d_1 であらわせる)を一自由度の速度依存性モデルで等置するには

$$\left. \begin{array}{l} \omega_n = \omega_n \\ d_1 = d_1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4-56)$$

とすればよい。一方、 $d_1 = 2\pi\eta$, $d_1 = 2\pi h$ であるから、 $h = \frac{1}{2\pi} d_1 = \eta$ (4-57)

これは自由振動のモード次数が変化しても、同じ η の値の一自由度系フォークトモデルで等置できることを示している。

以上の関係式を用いて、供試体-加振機系の自由振動を、一自由度モデルであらわすときの、一自由度モデルの諸定数のとり方を示したのが、図-18である。

ここで注意することは任意のランダムな強制外力に対して振動している供試体-加振機器系そのものは、一自由度系におきかえられないことである。それを基本モードの振動の和におきかえて各基本モードの定常振動について、一自由度系におきかえて図-4-18の関係で ω_n , η (速度非依存性減衰一自由度モデルの場合)あるいは ω_n , h (フォークトモデルの場合)を定めればよい。

ここで、この共振法土質試験機で得られる砂のせん断変形係数と履歴減衰係数 η を、実際の地震応答解析に用いる場合を考えてみよう。ここでは、それぞれの歪レベルによる G , η の変化については触れない。一般に有限の大きさと境界を持った土からなる系の動的解析するには、次の3つの方法がある。

供試体—加振器系の自由振動 (基準モードの振動)の表現		ある振動次数において ω_n と d_i であらわせる供試体—加振器系の自由振動(基準モードの振動)を同一の ω_n と d_i を持つ一自由度モデルであらわすときの諸定数のとり方	
		速度非依存性一自由度モデル	速度依存性減衰一自由度モデル (フォークトモデル)
速度非依存性減衰 一様物質の供試体	ω_n ; 物性, 寸法形状, 境界条件および振動次数で決る。 $d_i \approx 2\pi\eta$; ω_n によらない。従って振動次数にもよらない。 ここで, η は物質の履歴減衰係数で振動時の周波数によらない。	$\omega_{n_s} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \omega_n$ $\eta_s = \frac{K'}{2K} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i = \eta$ $\therefore \boxed{\eta_s = \eta}$	$\omega_{n_s} = \omega_n$ $h = \frac{C}{2\sqrt{MK}} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i = \eta$ $\therefore \boxed{h = \eta}$ 従って, 任意の境界条件, 振動次数に対して, 同一の値を用いてよい。
速度依存性減衰 の供試体 (フォークト体)	ω_n ; 物性, 寸法形状, 境界条件および振動次数で決る。 $d_i \approx \pi \frac{\mu\omega_n}{G}$; ω_n による。従って振動次数にもよる。 ここで, μ は物質の粘性減衰係数で振動時の周波数によらない。	$\omega_{n_s} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \omega_n$ $\eta_s = \frac{K'}{2K} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i = \frac{\mu\omega_n}{2G}$ $\therefore \boxed{\eta_s = \frac{\mu\omega_n}{2G}}$	$\omega_{n_s} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \omega_n$ $h = \frac{C}{2\sqrt{MK}} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i = \frac{\mu\omega_n}{2G}$ $\therefore \boxed{h = \frac{\mu\omega_n}{2G}}$ 従って, ω_nが変わるとhが変わるから, 振動次数によっても変化する。
非一様な供試体 (複合供試体)	ω_n ; 物性, 寸法形状, 境界条件および振動次数で決る。 d_i ; 各部分の物性, 寸法形状, 境界条件, 振動次数である。	$\omega_{n_s} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \omega_n$ $\eta_s = \frac{K'}{2K} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i$ $\therefore \boxed{\eta_s = \frac{1}{2\pi} d_i}$	$\omega_{n_s} = \sqrt{\frac{K}{M}} = \omega_n$ $h = \frac{1}{2\sqrt{MK}} = \frac{1}{2\pi} d_{i_s} = \frac{1}{2\pi} d_i$ $\therefore \boxed{h = \frac{1}{2\pi} d_i}$

図-4-18 供試体—加振器系の自由振動の一自由度モデルでのおきかえ

(i) bi-linear などの非線型モデル (図-4-3) を用いて計算する場合

この場合は、ある歪レベルに対して定まる非線型モデルの応力歪曲線から求まる等価な G および等価な履歴減衰係数が、土の G 、 η と一致しなければならない。

(ii) 集中荷重法で水平地盤の応答解析をする場合

この場合で、各層をバネ係数 K 、粘性係数 C の一自由度系のフォークト体におきかえるとす。これの履歴減衰係数 η_s は ω で定常調和振動をしているときは

(4-8b) から

$$\eta_s = \frac{K'}{2K} = \frac{\omega C}{2K} \quad (4-58)$$

この η_s を砂の η と一致させるならば

$$C = \frac{2K\eta}{\omega} \quad (4-59)$$

となり、 C は ω に逆比例させなければならない。

(iii) 有限要素法で解く場合

有限要素法で解く場合、各モードについて damping ratio, h を決めなければならない。即ち、上記二法とは異なって系全体についての減衰特性から h を決めなければならない。この場合、図-4-18 の供試体-加振器系を土構造物-地盤系におきかえてみればよい。この場合、土の減衰が履歴減衰であるとするならば、この系の対数減衰率 d_i は振動次数によらないことになる。しかし、一般には系の内部の各部でのエネルギー消散の程度は一樣ではないので、系全体についての平均的な η 、 $\bar{\eta}$ を用いて次式から d_i は求めるであろう。

$$d_i = 2\pi\bar{\eta} \quad (4-60)$$

従って、各モードを一自由度系のフォークトモデルでおきかえた時の damping ratio, h は、全ての次数のモードについて、

$$h = \frac{1}{2\pi} d_i = \bar{\eta} \quad (4-61)$$

としてよいことになる。即ち、有限要素法で解くときは系全体についての平均的な減衰係数 $\bar{\eta}$ を全ての次数のモードに対して、共通に用いてよいことになる。

4-5 セン断変形係数 G の求め方

供試体のセン断変形係数 G は、運動方程式 (4-23) と境界条件 (4-24)、(4-28) を用いて得られる (Hardin and Music (1965)) この解析は、速度非依存性減衰物質の中を一次元的に伝わる定常波の波動を求めることに等しい。そこで解は次の形に仮定する。

$$\bar{\theta} = \bar{A} e^{\bar{\alpha} x} e^{i\omega t} \quad (4-62)$$

ここで、 $\left\{ \begin{array}{l} \bar{A} ; \text{物性, 境界条件で決る定数 (複素数)} \\ \omega ; \text{強制ねじり力の円振動数} \\ \bar{\alpha} ; \text{複素数} \end{array} \right.$

(4-62) を (4-23) に代入して

$$-\rho \omega^2 = G (1 + i 2 \eta) \bar{\alpha}^2 \quad (4-63)$$

$$\bar{\alpha} = \bar{r} + i \bar{s} \quad (4-64)$$

$$\text{とおくと, } -\rho \omega^2 = G (1 + i 2 \eta) (\bar{r}^2 - \bar{s}^2 + 2 i \bar{r} \bar{s}) \quad (4-65)$$

実数部と虚数部に分けて

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho \omega^2 = G \{ (\bar{r}^2 - \bar{s}^2) - 4 \eta \bar{r} \bar{s} \} \\ 0 = 2 \eta (\bar{r}^2 - \bar{s}^2) + 2 \bar{r} \bar{s} \end{array} \right\} \quad (4-67)$$

これを解いて

$$\left. \begin{array}{l} \bar{r}^2 = \frac{\rho \omega^2}{2 G \{ 1 + (2 \eta)^2 \}} [\{ 1 + (2 \eta)^2 \}^{1/2} - 1] \\ \bar{s}^2 = \frac{\rho \omega^2}{2 G \{ 1 + (2 \eta)^2 \}} [\{ 1 + (2 \eta)^2 \}^{1/2} - 1] \end{array} \right\} \quad (4-68)$$

$$\text{ここで } \sqrt{\frac{G}{\rho}} = a ; \text{弾性体での伝播速度} \quad (4-69)$$

とおくと

$$\left. \begin{array}{l} \bar{r} = \pm \frac{\omega}{a} \frac{[\{ 1 + (2 \eta)^2 \}^{1/2} - 1]^{1/2}}{[2 \{ 1 + (2 \eta)^2 \}]^{1/2}} = \pm r \\ \bar{s} = \pm \frac{\omega}{a} \frac{[\{ 1 + (2 \eta)^2 \}^{1/2} + 1]^{1/2}}{[2 \{ 1 + (2 \eta)^2 \}]^{1/2}} = \pm s \end{array} \right\} \quad (4-70)$$

従って、一般解は

$$\begin{aligned} \bar{\theta} = & \bar{A}_1 e^{(r+i s)x} e^{i\omega t} + \bar{A}_2 e^{(r-i s)x} e^{i\omega t} \\ & + \bar{A}_3 e^{(-r+i s)x} e^{i\omega t} + \bar{A}_4 e^{(-r-i s)x} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (4-71)$$

$$\text{今, } \bar{\theta} = \bar{A}_4 e^{(-r-i s)x} e^{i\omega t} = \bar{A}_4 e^{-rx} e^{i\omega (t - \frac{s}{\omega} x)} \quad (4-72)$$

の波を検討する。これは

$$\text{伝播速度 } v = \frac{\omega}{s} = a \frac{[2 \{ 1 + (2 \eta)^2 \}]^{1/2}}{[\{ 1 + (2 \eta)^2 \}^{1/2} + 1]^{1/2}} \quad (4-73)$$

で x 方向に伝わる波をあらわしている。この式に示してある様に v は ω によらないから非拡散性の波動であることが分る。 $\eta \approx 0$ であれば

$$v \approx a = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4-74)$$

となり、弾性体内の波動速度と同じになる。

又、(4-72)式から r は振幅の x 方向への減衰をあらわしていることが分る。(4-70)に示した様に η , a が一定なら r は ω に比例するから、 ω が大きいほど距離に対する減衰が大きくなることを示している。従って、距離に対する減衰特性は高周波の成分程、距離減衰が早いことを意味しており、近距離地震では、高周波成分が卓越しているが、遠距離地震では、高周波成分が落ちるという事実と符合する。又、距離に対する対数減衰率は

$$d_s = \ell_n \frac{\bar{\theta}_x}{\bar{\theta}_{x+\epsilon}} = \ell_n \frac{e^{(-r-is)x} e^{i\omega t}}{e^{(-r-is)(x+\frac{2\pi}{\epsilon})} e^{i\omega t}} = 2\pi \frac{r}{s} \quad (4-75)$$

$$\text{ここで、}\epsilon = \text{波長} = vT = \frac{\omega}{s} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{s} \quad (4-76)$$

$$\therefore d_s = 2\pi \frac{[\{1+(2\eta)^2\}^{1/2} - 1]^{1/2}}{[\{1+(2\eta)^2\}^{1/2} + 1]^{1/2}} \quad (4-77)$$

(4-77) から、 d_s は ω によらない一定値であることが分る。

以上の考察から (4-71) 式の各項は次の波動をあらわしていることが分る。

(第一項) = x の負の方向に進み、それにつれて振幅が減少する波。

(第二項) = x の正の方向に進み、それにつれて振幅が増大する波。

(第三項) = x の負の方向に進み、それにつれて振幅が増大する波。

(第四項) = x の正の方向に進み、それにつれて振幅が減少する波。

従って、第二項、第三項の波動はあり得ないから、一般解は第一項と第四項からなり次の式であらわせる。

$$\bar{\theta} = \bar{A}_1 e^{(r+is)x} e^{i\omega t} + \bar{A}_2 e^{(-r-is)x} e^{i\omega t} \quad (4-78)$$

境界条件式 (4-24) から

$$x=0 \text{ で } \bar{\theta} = (\bar{A}_1 + \bar{A}_2) e^{i\omega t} = 0 \quad (4-79)$$

$$\therefore \bar{A}_1 = -\bar{A}_2 = \bar{A} \quad (4-80)$$

$$\therefore \bar{\theta} = \bar{A} (e^{(r+is)x} - e^{-(r+is)x}) e^{i\omega t} \quad (4-81)$$

(4-81) 式は、図-4-13 で $-x$ 方向に進む波が $x=0$ の固定端で印相が π 変わって、同じ振幅で x 方向に進む波となり両者が合成されていることを意味している。

(4-81) を上端の境界条件式 (4-28) に代入すると

$$\bar{A} [J(G+i2\eta)(r+is)(e^{(r+is)L} + e^{-(r+is)L}) + \{I_1(i\omega)^2 - K_v(i\omega) + K_s\}(e^{(r+is)L} - e^{-(r+is)L})] = M \quad (4-82)$$

M は実数であるから、(4-82) 式が成りたつためには $\bar{A}$ は複素数でなければならないから、次のようにおく。

$$\bar{A} = B + iC \quad \dots\dots\dots (4-83)$$

(4-83) から、実数部、虚数部の 2 つの式が出てきて、これから B, C を求めると結局、次のようになる。

$$B = \frac{1}{\pi} \theta_s \frac{-P_2}{\sqrt{1 + (2\eta)^2 F(P_1^2 + P_2^2)}} \quad \dots\dots\dots (4-84)$$

$$C = \frac{1}{\pi} \theta_s \frac{P_1}{\sqrt{1 + (2\eta)^2 F(P_1^2 + P_2^2)}}$$

ここで

$$\theta_s = \frac{M\ell}{GJ} ; \text{トルクを静的にかけた時の上端 (x = \ell) での角変位}$$

$$\eta = \frac{G'}{2G} ; \text{供試体の履歴減衰定数}$$

$$F = \frac{\omega}{\omega_e} ; \text{無次元化した振動数}$$

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} ; \text{供試体が無減衰弾性体で } I_1 = K_0 = K_s = 0 \text{ である場合で、}$$

下端固定、上端自由の場合の固有振動数

$$T_e = \frac{a}{4\ell} ; \text{上記の場合の固有振動周期}$$

$$a = \sqrt{\frac{G}{\rho}} ; \text{弾性体での波動速度}$$

(この供試体-加振器系の共振時には、あとで示すように $\omega < \omega_e$ となり $F < 1.0$ となる。)

$$P_1 = gC_e + hS_s + I_2 S_e + I_3 C_s$$

$$P_2 = hC_e - gS_s - I_2 C_s + I_3 S_e$$

$$g = r \frac{a}{\omega} \quad h = s \frac{a}{\omega}$$

$$C_e = \cos h r \ell \cdot \cos s \ell \quad C_s = \cos h r \ell \cdot \sin s \ell$$

$$S_s = \sinh r \ell \cdot \sin s \ell \quad S_e = \sinh r \ell \cdot \cos s \ell$$

$$I_2 = \frac{\pi}{2} \frac{F}{\sqrt{1 + (2\eta)^2}} \left[\frac{I_1}{I} - \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2} F\right)^2} \left(\frac{K_s}{K_{sp}} \right) \right]$$

$$I_3 = \frac{1}{\pi} \frac{2\omega}{\sqrt{1 + (2\eta)^2} F} \frac{K_0}{K_{sp}}$$

$$K_{sp} = \frac{GT}{\ell} ; \text{供試体のねじり剛度}$$

$$I = \rho J \ell ; \text{供試体の慣性二次モーメント}$$

(4-85)

測定は、 $x = \ell$ の供試体上端で行なわれて

$$\bar{\theta}(\ell, t) = (B + ic) (e^{(r+is)\ell} - e^{-(r+is)\ell}) e^{i\omega t} \quad (4-86)$$

$$\text{これから, } \bar{\theta}(\ell, t) = (U - iV) \theta_s e^{i\omega t} \quad (4-87)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで } U &= 2(B \cdot S_c - C \cdot C_s) / \theta_s \\ V &= 2(C \cdot S_c + B \cdot C_s) / \theta_s \end{aligned} \quad (4-88)$$

$$\text{従って } \frac{\bar{\theta}(\ell, t)}{\theta_s} = R_1 e^{i(\omega t - \phi)} \quad (4-89)$$

$$\text{ここで } R_1 = \sqrt{U^2 + V^2}; \text{無次元化された } x = 0 \text{ での応答変位振幅} \quad (4-90)$$

$$\phi = \arctan(-\frac{V}{U}); \text{応答変位の入力に対する位相遅れ}$$

以上の結果から次のようにしてGを求める。まず、 R_1 は次の諸定数の関数である。

$$R_1 = f(F, G, \eta, J, \ell, \rho, I_0, K_0, K_s) \quad (4-91)$$

これらの値から R_1 が最大になる時、即ち共振時のFの値； F_r が求まれば(4-85)式から、次のようにしてGが求まる。

$$G = \rho a^2 = \rho (4\ell T_c)^2 = \rho \left(4\ell \frac{2\pi}{\omega_c} \right)^2 = \rho \left(4\ell \cdot 2\pi \cdot \frac{F_r}{\omega_c} \right)^2 \quad (4-92)$$

従って、

$$G = \left(\frac{4f_r \ell}{F_r} \right)^2 \rho \quad (4-93)$$

ここで f_r ; 測定された共振振動数
 ℓ ; 供試体長さ
 F_r ; R_1 が最大値をとるときのFの値
 ρ ; 供試体密度

ところが(4-91)を見て分るように、 F_r はGの関数である。従って、まずGの値を仮定して F_r を求め(4-92)によってGの値を求め、仮定したGの値を比較するという繰り返しの計算によってGを求めなければならない。図-4-19はこの計算手順のフローチャートである。後に示すように、 η の値は計算結果にほとんど影響をもたないことが分っているから、0.025の値を仮定した。この計算は計算機を用いて行なった。

4-6 キャリブレーション

(a) 軸荷重

供試体のかわりにブルーピングリングを置き、軸圧をかけ、ロードセルに発生した電圧を電磁オシロ用紙上で読みとった値=Lと軸荷重=Pの関係を示したのが図-4-20である。このとき校正電圧 100×10^{-6} ボルトにたいする電磁オシロ用紙上の読み=S=0.71cmであった。

$$\text{これから } \begin{matrix} P &= & 2.427L + 7 \\ (\text{kg}) & & (\text{cm}) \end{matrix} \quad (4-94)$$

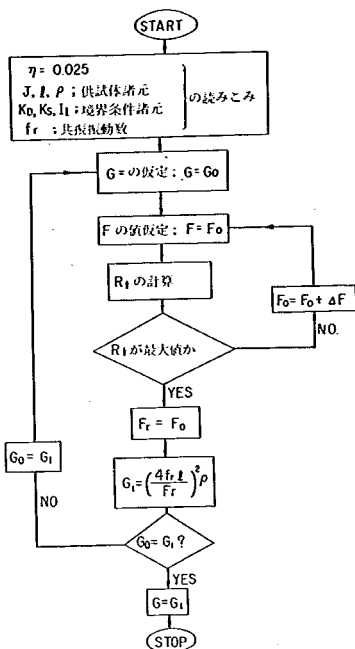


図-4-19 Gの計算のフローチャート
一方、換算式は次式のようにになる。

$$P = x \frac{L}{S} + 7 \quad \dots\dots\dots (4-95)$$

ここで、xは電圧 100×10^{-6} ボルトにたいする荷重の値(kg)、今 $S = 0.71 \text{ cm}$ だから
 $x = 17.23 \text{ kg}$ となる。

従って、LからPへの換算式は、P : kg, L : cm, S : cmで表わして次式となる。

$$P = 17.23 \frac{L}{S} + 7 \quad \dots\dots\dots (4-96)$$

(b) 間隙水圧

間隙水圧は、トラスデューサーで電圧に変換し、電磁オシロ用紙上で値を読みとる。軸荷重用ロードセルと同様のキャリブレーションを行なって、次の換算式を得た。

$$U = 0.703 \frac{L}{S} \quad \dots\dots\dots (4-97)$$

ここで U : 間隙水圧 (kg/cm^2) L : 電磁オシロ用紙上での読み
 S : $100 \times 10^{-6} \text{ V}$ に対応する電磁オシロ用紙上での読み $\dots\dots\dots (4-98)$

(c) I t : 供試体上端についている質量の慣性二次モーメント

装置の寸法と密度 ($7.85 \text{ g}/\text{cm}^3$) から、 $I t = 192.6 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ が求まった。

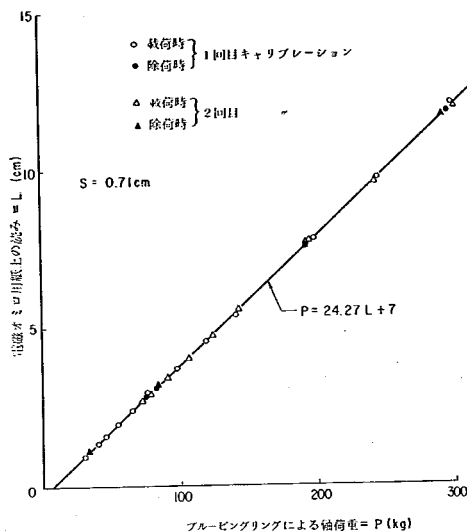


図-4-20 ロードセルのキャリブレーション

(d) K_s ; 境界の換算ばね係数

図-4-21 (a), (b) 2つの状態での共振振動数 f_t , f_o

と K_s との関係は

$$2\pi f_t \approx \sqrt{\frac{K_s}{I_s + I_A}} \quad \dots\dots\dots (4-99)$$

$$2\pi f_o \approx \sqrt{\frac{K_s}{I_s}} \quad \dots\dots\dots (4-100)$$

I_A は図-3-3 で示した供試体直上の加圧板と上部キヤップの合計慣性二次モーメントである。

I_s , I_t よりも I_A は比較的確実に求まっている

$$I_A = 149.8 \text{ g-cm-sec}^2$$

である。(4-94)(4-95)両式から

$$K_s = \frac{4\pi^2 f_t^2 I_A}{1 - (f_t/f_o)^2} \quad \dots\dots\dots (4-111)$$

$$K_s = 4\pi^2 f_t^2 I_t \quad \dots\dots\dots (4-112)$$

図-4-22 は、この2つの方法で求めた K_s と加速度計を取りつけた部分での共振時の片振幅 AMPL (mm) の関係が示してある。図から両者が一致していることから、 I_s の算定、従って I_t の算定は正しかったことが分る。又、図から K_s は振幅の大きさによって変化する、次式であらわせることが分る。

AMPL ≤ 0.6 mm (セン断歪 $\tau \leq 1.4 \times 10^{-3}$) のとき

$$K_s = -353 \text{ AMPL} + B$$

ここで、 K_s ; kg-cm/rad, AMPL (mm)

AMPL ≥ 0.6 mm ($\tau \geq 1.4 \times 10^{-3}$) のとき

$$K_s = -172 \text{ AMPL} + B'$$

B , B' は実験定数であり、加振器系の位置、温度などによって変化する。従って、実験直前に、ある AMPL の値 = AMPL* に対応する f_t の値 = f_t^* を測定しておき、そのときの B , B' の値 B^* , B'^* を求め、次の式によって所定の AMPL に対する K_s の値を設定した。

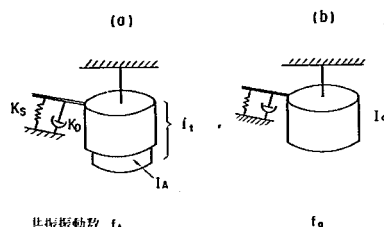


図-4-21 供試体上端の境界条件

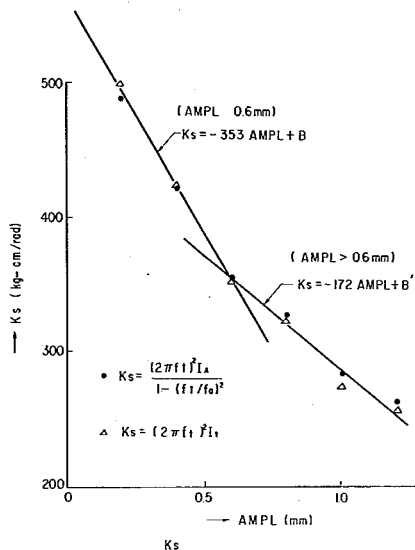


図-4-22 K_s の算定

$$\left. \begin{aligned} K_s &= -353 \text{ AMPL} + B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-113)$$

$$\left. \begin{aligned} K_s &= -172 \text{ AMPL} + B' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4-114)$$

AMPL ≤ 0.6 時のとき

$$K_s = -353 \text{ AMPL} + \underbrace{(2\pi f_1)^2 I_1 + 353 \text{ AMPL}}_{B^*} \quad (4-115)$$

AMPL ≥ 0.6 時のとき

$$K_s = -172 \text{ AMPL} + \underbrace{(2\pi f_1)^2 I_1 + 172 \text{ AMPL}}_{B'^*} \quad (4-116)$$

これらの計算は、計算機で自動的に行なわれる様にした。

(e) K_D ; 境界の換算粘性係数

まず、図-4-21 (a), (b) の状態での対数減衰率を測定した。

(a) $\Delta_1 = 0.7000$

(b) $\Delta_1 = 0.6263$

従って

$$(a) K_D = \frac{\Delta t}{\pi} \sqrt{I_1 K_s} = 1.899 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec} / \text{rad}$$

$$(b) K_D = \frac{\Delta t}{\pi} \sqrt{I_1 K_s} = 2.026 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec} / \text{rad}$$

従って $K_D = 2.0 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec} / \text{rad}$ とする。

図-4-23, 4-24, 4-25 は f_r , I_1 , K_s , K_D の値の変化の G の値におよぼす影響を示したものである。図から f_r (共振周波数) の効き方が最も大きいことが分る。従って、実測では 1/10 cps まで測定した。次に I_1 の効き方が大きい。従って、 I_1 はかなり厳密に求める必要がある。ただ I_1 はほぼ一定値であろうから、

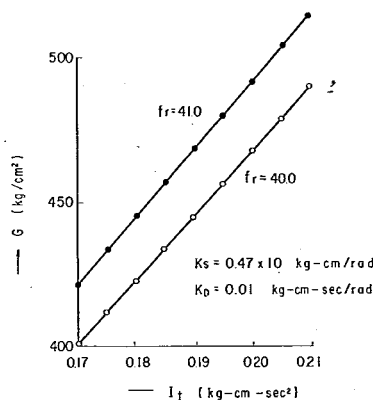


図-4-23

I_1 の G におよぼす影響

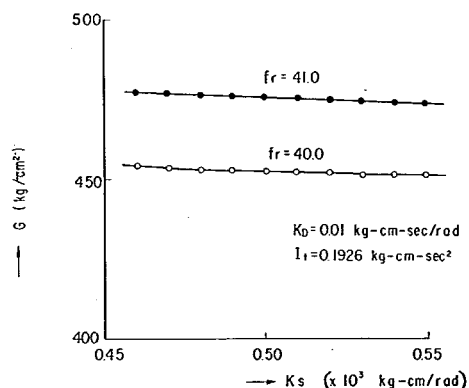


図-4-24 K_s の G におよぼす影響

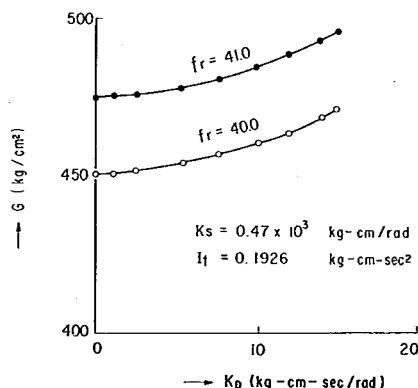


図-4-25 K_D の G におよぼす

ある I_r の値を定めたら、他の条件の変化による G の変化の仕方を調べるには不都合はない。

又、 K_D , K_S の効き方は小さい。しかし、試験装置の状態、温度、湿度等によって変化しうるであろうから、 K_S , K_D の存在を考慮しない訳にはいかない。従って、なるべく K_D , K_S の値が小さい装置を開発できれば K_D , K_S の値を無視できよう。このとき、解析法はかなり簡単になる。

4-7 セン断歪

図-4-14 に示した供試体の各部分のセン断歪 r は、

$$r = \frac{\partial(r\theta)}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4-117)$$

であらわせる。一断面内で θ が一定とすると、セン断歪は半径 r に比例する。今回の供試体は内側半径 3 cm, 外側半径 5 cm なので、 $r = 4$ cm で代表させた。今回の装置では $I_r/I \approx 4.0$, $K_S/K_S \approx 0.015$ であり、 F_r は大体この 2 つの値によって決まり $F_r \approx 0.3$ である。

振動モードは (4-76) から

$$e^{(r+is)x} - e^{-(r+is)x} = 2 \{ \sinh rx \cdot \cos sx - i \cosh rx \cdot \sin sx \} \quad \dots\dots\dots (4-118)$$

一方、(4-65) で $\eta \approx 0.0$ と仮定すると

$$\left. \begin{array}{l} r \approx 0 \\ s \approx \frac{\omega}{a} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (4-119)$$

従って、 $\sinh rx \approx 0$, $\cosh rx \approx 1.0$ だから振動モードは

$$\sin sx = \sin \frac{\omega}{a} x \quad \dots\dots\dots (4-120)$$

一方、この実験装置では $F_r = \frac{2}{\pi} \frac{\omega \ell}{a} \approx 0.3$ だから

$$\begin{aligned} \sin \frac{\omega}{a} x &= \sin \frac{\pi}{2} \frac{F_r}{\ell} x \\ &= \sin \frac{0.3\pi}{2} \frac{x}{\ell} \quad \dots\dots\dots (4-121) \end{aligned}$$

図-4-26 にこの振動モードはほとんど直線であることが分る。従って供試体の長さ ℓ (cm), 回転角を θ (rad) とすると、セン断歪は

$$r = \frac{4}{\ell} \theta \quad (\text{rad}) \quad \dots\dots\dots (4-122)$$

尚、図-4-26 で $F_r = 1.0$ の曲線は $1/4$

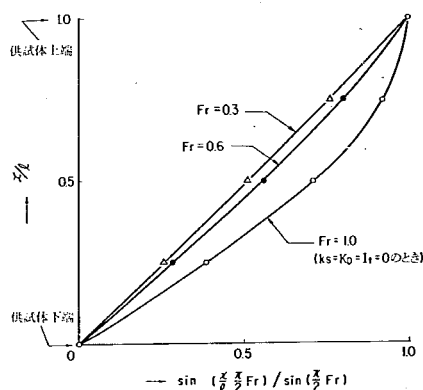


図-4-26 振動モード

周期分の $\sin$ 曲線であり $K_s = K_v = I_t = 0$ の状態、即ち、上端完全自由の状態に相当する。なぜなら、上端完全自由であれば、供試体上端面でのせん断応力がゼロとなるから $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ となるからである。この場合は、変位の軸方向の分布は一様であると言い難い。このモードの型は、供試体上端についている質量の慣性二次モーメントと、供試体の慣性二次モーメントの比、 I_t/I に最も強く規定され、 I_t/I が大きいほど変位の軸方向変化は線型に近いものになってゆく。この試験機の場合は、 I_t/I は大体 4 になる。

5. 試験方法

5-1 実験方法

図-5-1 は実験手順を示した作業流れ図である。

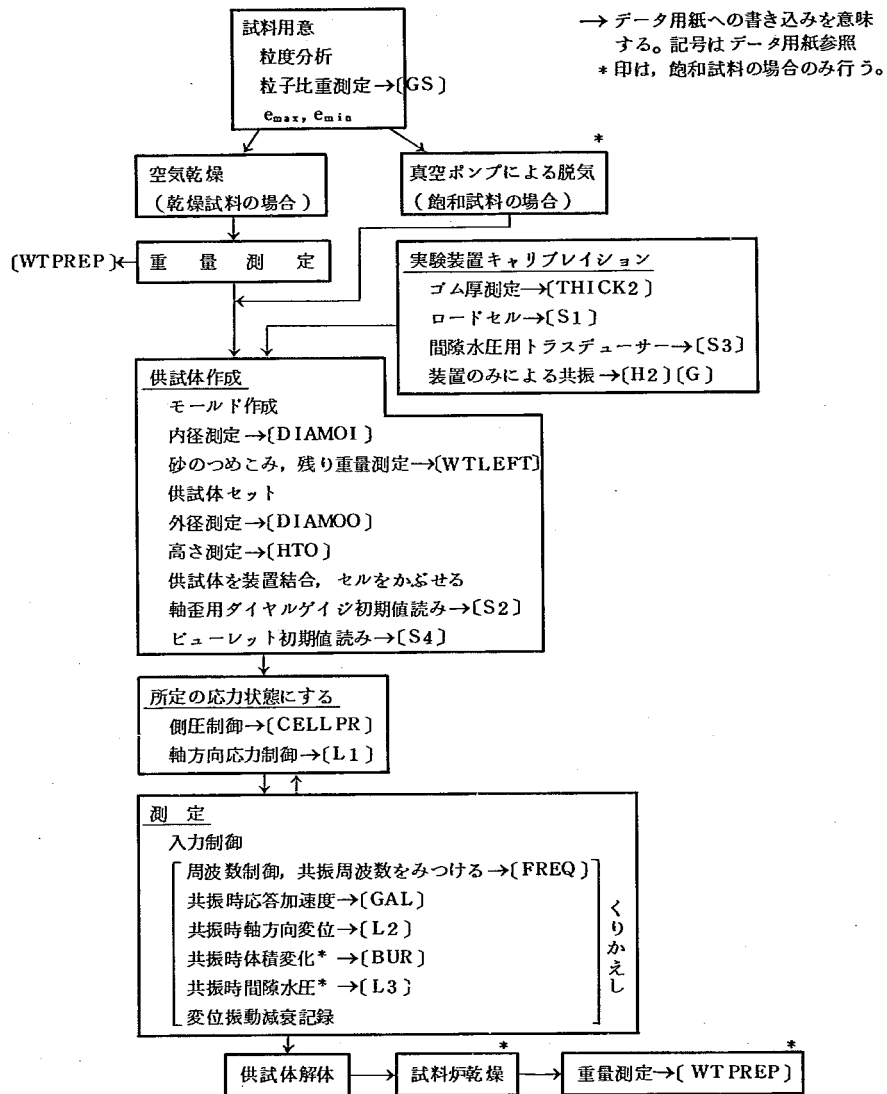


図-5-1 実験手順

今回の実験で用意した資料は次の2種である。

	G _s	D ₁₀	D ₆₀	U _c	e _{max}	e _{min}
浅間山砂	2.695	0.16 _{mm}	0.38 _{mm}	2.37	0.961	0.484
豊浦標準砂	2.641	0.12 _{mm}	0.145 _{mm}	1.21	0.953	0.686

この実験では、供試体は次の3種類の状態で実験を行なえる。

1. 空気乾燥
2. 飽和排水
3. 飽和非排水

今回は、1, 2の状態について実験を行なった。飽和供試体を作るには前もって十分に脱気しておき、供試体作製の時にも気泡が混入しないように十分に注意しなければならない。

間隙比の制御は次のようにした。

1. ゆるめ砂……乾燥試料では漏斗を用いてそそぎこみ、飽和試料ではスプーンで脱気水を満たしたモールドの中にそそぎこんだ。

2. 密め砂……上述の方法がそそぎこんでいる時に、モールド木槌でたいて密づめにした。

図-5-2は内側モールドを組み立てている状況であり、図-5-3は組み立てた内側モールドに内側のゴム膜（厚さ約0.3mm）をかぶせてある状況である。図-5-4では、外側のモールドを組み立て、砂をそそぎこめる状態にある。図-5-5では乾燥豊浦砂をそそぎこんでいる。図-5-6は加圧板を載せ内、外のモールドをはずし、約0.1 kg/cm²の真空で供試体の中から吸引させて自立させた所であり、図-5-7はそれを上から見た所である。内径、外径は3つの高さで直角方向を測定し、高さは4ヶ所測定した。図-5-8は供試体と装置を結合させた状況を示しており、以上の操作が終了したら次にセルをかぶせ側圧をかける。応力制御は軸方向応力 σ_a が側方応力 σ_r より大きい限り ($\sigma_a > \sigma_r$) 任意に行なえるが、今回の実験では図-5-9に示す $\sigma_a/\sigma_r = 1$ と $\sigma_a/\sigma_r = 2$ および $p = \frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_r) =$ 一定の応力径路をとり、その途中で図で測定点と示してある応力状態で各種の測定を行なった。

応力比 $\sigma_a/\sigma_r =$ 一定の応力径路をとる様に側方応力 σ_r と軸方向力を制御する方法は次の通りである。

まず、軸方応力は、ロードセルを測定された荷重をP、供試体の断面積をAとすると、

$$\sigma_a = \frac{P}{A} + \sigma_r \quad \dots\dots\dots (5-1)$$

であらわせる。従って、

$$\therefore \sigma_a/\sigma_r = \frac{P}{A} \frac{1}{\sigma_r} + 1 \quad \dots\dots\dots (5-2)$$



図-5-2 内側モールド組立

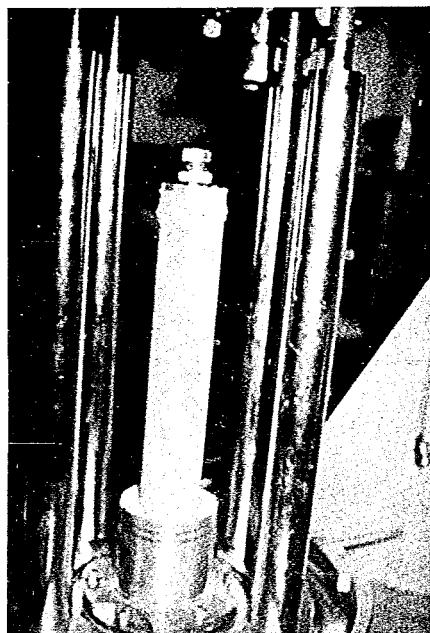


図-5-3 内側モールド組立完了

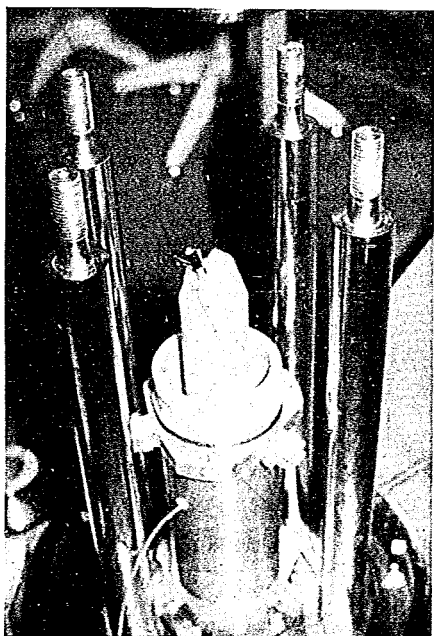


図-5-4 モールド組立完了



図-5-5 砂のそそぎこみ

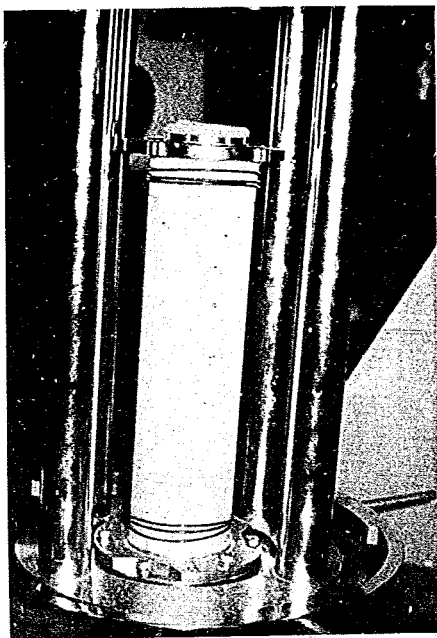


図-5-6 供試体自立

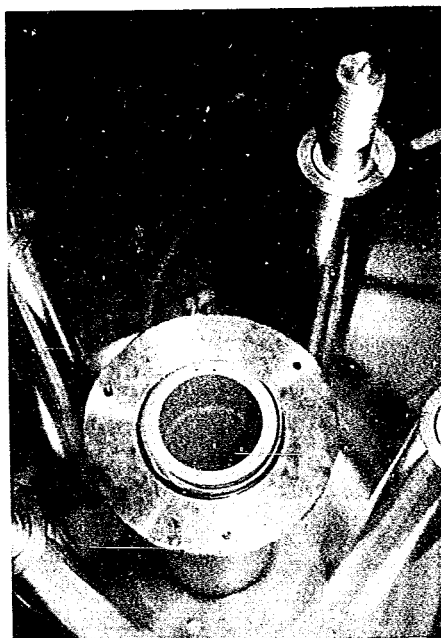


図-5-7 供試体を上から見た所

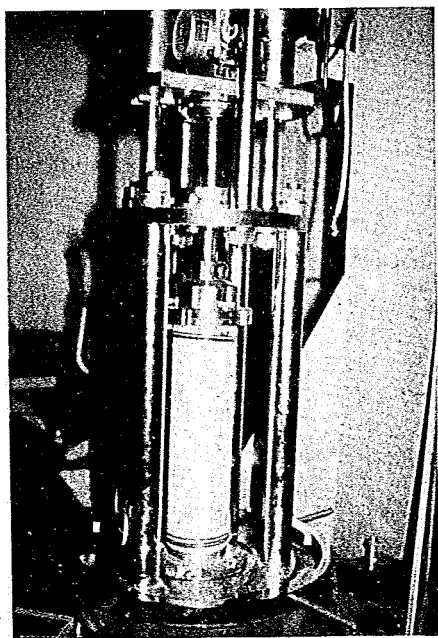


図-5-8 結合完了

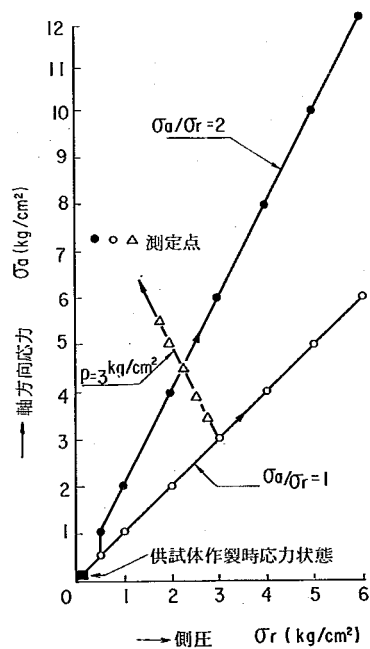


図-5-9 応力経路と測定点

従って、 $\sigma_s/\sigma_r = \text{一定値} = a$ を保つためには

$$\frac{P}{A} \frac{1}{\sigma_r} = 1 - a = \text{一定値} \quad (5-3)$$

にすればよい。一方(4-96)から

$$P = 17.23 \frac{L}{S} + 7 \text{ (Kg)} \quad (5-4)$$

従って、電磁オシロ用紙上の荷重の読みは、

$$L = \left\{ \frac{(1-a) \sigma_r A - 7}{17.23} \right\} S \quad (5-5)$$

ここで

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\sigma_s}{\sigma_r}; \text{応力比} \\ A = \text{供試体断面積 (cm}^2\text{)} \\ S = 100 \times 10^{-6} \text{ ボルトにたいする電磁オシロ用紙上の読み (cm)} \\ \sigma_r = \text{測圧 (Kg/cm}^2\text{)} \end{array} \right.$$

Aは σ_r , Lの関係であるから厳密には上式はとけない。従って、実験途中で必要に応じてAを絶えず計算し、上式を満たすようにLを調整しなくてはならない。又、平均主応力pを一定にする方法は次の通りである。

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_s + 2\sigma_r) = \frac{1}{3} \frac{P}{A} + \sigma_r = \text{一定} = p_0 \quad (5-6)$$

$$q = \sigma_s - \sigma_r = 3(p - \sigma_r) = 3(p_0 - \sigma_r) \quad (5-7)$$

従って、応力比 $q/p = \xi$ に対して $p = p_0$ に制御するには、

$$(5-7) \text{ 式から } \xi = \frac{q}{p} = \frac{q}{p_0} = 3 \left(1 - \frac{\sigma_r}{p_0} \right)$$

$$\therefore \sigma_r = p_0 \left(1 - \frac{1}{3} \xi \right) \quad (5-8)$$

まず、このように側圧を制御しなければならない。この側圧にたいする軸荷重は次のようにして決まる。(5-6), (5-8)から

$$p = 3(p_0 - \sigma_r) A = p_0 \xi A \quad (5-9)$$

従って(5-4), (5-9)から

$$L = \frac{(p_0 \xi A - 7)}{17.23} S \quad (5-10)$$

ここで

$$\left\{ \begin{array}{l} L \text{ は平均主応力, } p = p_0, \text{ 応力比 } \xi \text{ にたいする電磁オシロ用紙上の軸荷重の読み (cm)} \\ A; \text{ 供試体面積 (cm}^2\text{)} \\ S \text{ は } 100 \times 10^{-6} \text{ ボルトにたいする電磁オシロ用紙上の読み (cm)} \end{array} \right.$$

このように σ_r と L を調節すればよいが、 A は ξ と L の関数であるから、 A を絶えず計算し上式を満たすように L を調整しなければならない。

実際には軸方向応力 σ_r の制御がむずかしいので図-5-9で示してある p 一定の応力径路を厳密にたどることはできない。

各測定点では、入力を次第に大きくしながら測定する。

まず入力を固定して、それに対応する共振状態を作りだす。図-5-10(a)は縦軸に入力、横軸に応答速度を入れたオシロスコープでのリサーチ図形を示してあり、この状態は共振状態ではない。周波数を制御することによって、図-5-10に示した直線のリサーチ図形を作り、共振状態にして共振周波数、応答加速度軸方向変化、等々を測定する。次に、入力を瞬間的に切り応答変位の振動減衰を電磁オシロ用紙で記録する。次に、入力を少し増加させて同様の操作を行なう。一つの応力状態で、セン断歪 r の片振幅は、この装置では 5×10^{-6} から 5×10^{-4} の範囲の変化をさせることができる。実際には歪硬化が残らないように r の最大値は 2×10^{-4} 程度に押えた。一つの応力状態で以上の測定を行なったら、次の応力状態にうつして以上の測定をくりかえす。

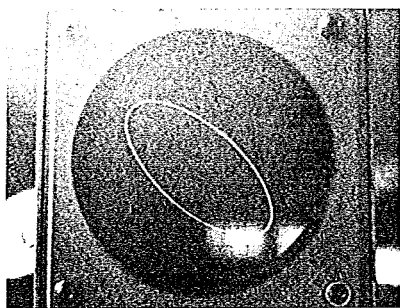


図-5-10(a) リサーチ図形
(共振時ではない時)

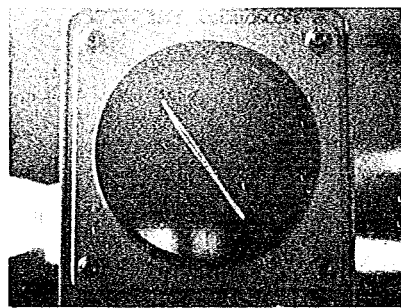


図-5-10(b) リサーチ図形(共振時)

5-2 解析方法

a) Gの解析

図-5-11は解析手順を示してある。まず図-5-12のデータ用紙に記された諸量をデータカードにパンチし、電子計算機で演算を行なう。図-5-12は、一つの実験における数値である。図-5-13(a)はプログラムであり、全ての諸量を自動的に計算を行なうよ

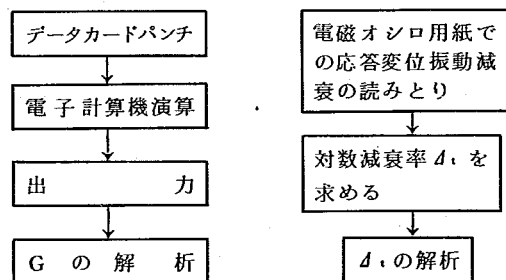


図-5-11 解析手順

うにしてある。図-5-13(b)は図-5-12のデータで計算した場合の出力である。前述のように G は主として r , p , e の関数であるが, 1つの供試体で r , p , e をそれぞれ独立に制御することは不可能であるので r , p , e の G におよぼす効果を独立に調べるために, 次のような操作を行なった。

(i) まず $G \sim r$ 関係をプロットする。

図-5-14は, 図-5-13の数値をプロットしたものである

DATA SHEET FOR MEASUREMENT OF DYNAMIC SHEAR MODULUS				EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH SECTION	
DATE OF TEST					
1974.1.30					
APPARATUS		APPARATUS			
FREQUENCY(Hz)		ACCELERATION			
8.1		0.042			
TEST CONDITION (1-DRY 2-SATURATED & DRAINED 3-SATURATED & UNDRAINED)					
2					
KIND OF SAND					
TOYOUA-SA					
VISCOSITY		SPECIFIC GRAVITY			
RATIO(VISC)		OF SAND GRAINS(GS)			
00.025		2.641			
TWICE OF THICKNESS OF RUBBER MEMBRANE(THICK2)(cm)					
0.060					
INITIAL INSIDE DIAMETER(DIAMO1)(cm)		DIN12		DINM2	
DIN11	DIN11	DIN11	DIN12	DINM2	DINL2
5.990	5.995	5.995	5.985	5.980	5.985
INITIAL HEIGHT(HTO)(cm)		TOTLH3		TOTLH4	
TOTLH1	TOTLH2	TOTLH3	TOTLH4	TOTLH5	TOTLH6
40.015	40.120	40.055	40.050		
INITIAL OUTSIDE DIAMETER(DIAMO2)(cm)		DOUTH2		DOUTM2	
DOUTH1	DOUTM1	DOUTH2	DOUTM2	DOUTL2	DOUTL3
9.960	9.980	9.980	9.985	9.990	9.995
PREPARED WEIGHT OF SAND (WTREP)(kg)		LEFT WEIGHT OF SAND (WLEFT)(kg)			
2.875		1.099			

FOR AXIAL LOAD FOR 100MICRO[S1]	DIAL GAUGE AT START[S2](mm)	FOR PORE PRESSURE FOR 100MICRO[S3]	INITIAL READ OF BURETTE[S4]	FOR PORE PRESSURE [L3](cm)	RESONANT FREQUENCY[FREQ](Hz)	ACCELERATION AT RESONANT[GAL](G)
5.65	4.035	—	47.15			
CELL PRESSURE [CELLPR](kg/cm ²)	VOLUME CHANGE [BUR](cm ³) if dry BUR=0.0	AXIAL LOAD [L1](cm)	DIAL GAUGE [L2](mm)	if drained L3=0.0	if consolidated or axial loaded FREQ = GAL. = 0.0	
0.5	46.45	0.8	41.75	0.0	51.1	0.029
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	50.3	0.0495
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	49.8	0.083
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	49.2	0.117
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	47.6	0.241
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	44.8	0.322
0.5	46.00	0.8	41.75	0.0	41.0	0.570
1.0	42.00	0.55	41.85	0.0	58.4	0.0415
1.0	41.90	0.55	41.85	0.0	58.2	0.0655
1.0	41.90	0.55	41.85	0.0	56.3	0.200
1.0	41.80	0.55	41.85	0.0	55.6	0.269
1.0	41.80	0.55	41.85	0.0	54.7	0.375
1.0	41.80	0.55	41.85	0.0	52.0	0.715
2.0	38.50	0.8	42.10	0.0	68.2	0.048
2.0	38.50	0.8	42.10	0.0	67.3	0.134
2.0	38.50	0.8	42.10	0.0	64.1	0.605

図-5-12 データ用紙

```

C      CELPR=CELL PRESSURE
C      TSQMR = TOTAL RADIAL STRESS
C      TSGMA =TOTAL AXIAL STRESS
C      ESGMRT = EFFECTIVE STRESS RATIO
C      U = PORE PRESSURE
C      VSTR=VOLUMETRIC STRAIN
C      AXSTRN = AXIAL STRAIN
C      VORA = VOID RATIO
C      RTAMPL = SHEAR STRAIN AMPLITUDE AT RESONANT TIME (NOT DOUBLE AMPLITUDE)
C      GAL=ACCELERATION
C      GS=SPECIFIC DENSITY OF SAND GRAIN
C      AXFOR = AXIAL LOAD
C      L1=VALUE OF OSCILLO FOR AXIAL LOAD
C      S1=CALIBRATION VALUE (FOR 100 MICRO VOLT FOR AXIAL LOAD)
C      L2=VALUE OF OSCILLO FOR COMPRESSION
C      S2 = INITIAL VALUE OF DIAL GAUGE FOR AXIAL COMPRESSION (MM)
C      L3=VALUE OF OSCILLO FOR PORE PRESSURE
C      S3=CALIBRATION VALUE(FOR 100 MICRO VOLT FOR PORE PRESSURE)
C
      DIMENSION DATE(3),TYPE(5)
      REAL L1,L2,L3
      CALL LPSKIP(65)
      PAI=3.14159265
      RTLL=0.0
      I=31
      CELL=0.5
      READ(5,100) DATE
100  FORMAT(3A4)
      WRITE(6,200) DATE
200  FORMAT(1H1,/,50X,'DATE OF TEST=',3A4)
      READ(5,101) APFR,AGAL
101  FORMAT(2F10.5)
      APINR=0.1926
      APDAMP=2.0
      APSPRA=4.0*PAI**2*APFR**2*APINR
      AAMPL=AGAL*980.0*10.0/(2.0*PAI*APFR)**2
      WRITE(6,201) APFR,AAMPL,APSPRA,AAMPL,APDAMP,APINR
201  FORMAT(1H0,///,52X,'APRATUS CONSTANTS',/,25X,'RESONANT FREQUENCY
1='F13.5,' (HERTZ)',11X,'FOR AMPLITUDE ='F9.4,'(MM)',/,25X,'SPRIN
2G CONSTANT ='F13.5,' (KG-CM/RAD)',7X,'FOR AMPLITUDE ='F9.4,'(
3MM)',/,25X,'DAMPING CONSTANT ='F13.5,' (KG-CM-SEC/RAD)',/,25X,'
4TOP SYSTEM INERTIA='F13.5,' (KG-CM=SEC**2)')
      READ(5,110) IBARA
110  FORMAT(I5)
      GO TO (301,302,303),IBARA
301  WRITE(6,311)
311  FORMAT(1H0,52X,'TEST CONDITION,DRY')
      GO TO 3
302  WRITE(6,312)
312  FORMAT(1H0,52X,'TEST CONDITION,SATURATED DRAINED')
      GO TO 3
303  WRITE(6,313)
313  FORMAT(1H0,52X,'TEST CONDITION,SATURATED UNDRAINED')
      3 READ(5,400) TYPE
400  FORMAT(5A4)
      WRITE(6,401) TYPE
401  FORMAT(1H0,52X,'SOIL TYPE= ',5A4)
      READ(5,102) VISC,GS
102  FORMAT(2F10.5)
      READ(5,402) THICK2
402  FORMAT(F10.0)
      READ(5,403) DINH1,DINH2,DINM1,DINM2,DINL1,DINL2
403  FORMAT(6F10.0)
      DIAMO1=(DINH1+DINH2+DINM1+DINM2+DINL1+DINL2)/6.0
      READ(5,404) TOTLH1,TOTLH2,TOTLH3,TOTLH4

```

図-5-13(a) 解析プログラム

```

404 FORMAT(4F10,0)
HT0=(TOTLH1+TOTLH2+TOTLH3+TOTLH4)/4,0=15,245
READ(5,405) DOUTH1,DOUTH2,DOUTM1,DOUTM2,DOUTL1,DOUTL2
405 FORMAT(6F10,0)
DIAM00=(DOUTH1+DOUTH2+DOUTM1+DOUTM2+DOUTL1+DOUTL2)/6,0=THICK2
READ(5,407) WTPREP,WTLEFT
407 FORMAT(2F10,0)
WTS=WTPREP-WTLEFT
WRITE(6,202) VISC,WTS,DIAM00,DIAM01,HT0,GS
202 FORMAT(1H0,/,52X,'INITIAL DATA FOR SPECIMEN',/,/,45X,'VISCOSITY R
1ATIO =',F13,5,/,45X,'SAND WEIGHT= ',F16,5,' KG ',/,45X,'DIAMETE
2R (OUTSIDE) =',F11,5,' CM',/,45X,'DIAMETER (INSIDE) =',F12,5,' CM',
3,/,45X,'LENGTH =',F22,5,' CM',/,45X,'SPECIFIC GRAVITY OF SAND GRAI
4N=',F7,3)
C CALIBRATION VALUES INPUT
READ(5,105) S1,S2,S3,S4
105 FORMAT(4F10,5)
88 WRITE(6,203)
203 FORMAT(1H0, ' TOTAL RADIAL TOTAL AXIAL PORE EFFECTIVE
1 VOLUMETRIC AXIAL VOID RESONANT
2 SHEAR',/, ' STRESS STRESS PRESSURE STRESS
3RATIO STRAIN', 8X, 'STRAIN AMPLITUDE RATIO FREQUEN
4CY MODULUS',/, ' (KG/CM**2) (KG/CM**2) (KG/CM**2)
5 (PERCENT) (PERCENT) (PERCENT)',15X, '(H
6ERTZ) (KG/CM**2)')
9 READ(5,104) CELLPR,BUL,L1,L2,L3,FREQ,GAL
104 FORMAT(7F10,4)
IF(CELL,NE,CELLPR) GO TO 44
GO TO 55
44 WRITE(6,222)
222 FORMAT(1H )
55 CELL=CELLPR
IF(CELLPR,LT,0.0) GO TO 99
AXFOR=L1*17.23/S1+7.0
A=PAI/4,0*(DIAM00**2-DIAM01**2)
V0=A*HT0
COMP=(L2-S2)/10.0
U=L3*0,703/S3
IF(L3,LT,0.0001) U=0.0
VOL=S4-BUL
IF(IBARA,EQ,1) VOL=A*COMP
VSTR=VOL/V0*100.0
AXSTRN=COMP/HT0*100,0
HT=HT0-COMP
TVOL=V0-VOL
AREA=TVOL/HT
IF(IBARA,EQ,1) WT=WTS
IF(IBARA,NE,1) WT=WTS*(1.0-1.0/GS)+TVOL/1000,0
DNSTY=(WT/TVOL)/980,0
RDSTRN=(V-AXSTRN)/200,0
DIAM0=DIAM00*(1.0-RDSTRN)
DIAMI=DIAM01*(1.0-RDSTRN)
PINRA=PAI/2,0*(DIAM0**4-DIAMI**4)/16,0
SPINR=DNSTY*PINRA*HT
RINR=APINR/SPINR
G=32,0*FREQ**2*HT**2*DNSTY
TSGMR=CELLPR
TSGMA=AXFOR/A*TSGMR
ESGMR=(TSGMA-U)/(TSGMR-U)
DBAMPL=GAL*1000,0/(2,0*PAI*FREQ)**2*4,0/7,0/HT*2,0*100,0
RTAMPL=DBAMPL/2,0
VORA=TVOL*GS/WTS/1000,0-1,0
AMPL=GAL*980,0*10,0/(2,0*PAI*FREQ)**2
IF(AMPL,LT,0,6) APSPR=-353,0*AMPL*APSPRA+353,0*AMPL
IF(AMPL,GE,0,6) APSPR=-172,0*AMPL*APSPRA+172,0*AMPL

```

```

IF(FREQ.GT.0.0001) GO TO 11
DBAMPL=0.0
FREQ=0.0
G=0.0
GO TO 500
11 SPSR=G*PINRA/HT
RSPR=APSPR/SPSPR
RTL=0.0
F=0.01
DELF=0.1
12 OMEGA=(PAI*F*(SQRT(G/DNSTY)))/(2.0*HT)
V=VISC*G/OMEGA
RDAMP=(APDAMP*HT)/(V*PINRA)
GAMMA=PAI*F/2.0
BETA2=1.0+(VISC**2)
BETA=SQRT(BETA2)
ALH=SQRT((BETA*1.0)/(2.0*BETA2))
ALMB=SQRT((BETA*1.0)/(2.0*BETA2))
THETA=ALM*GAMMA
THETAB=ALMB*GAMMA
SI=SIN(THETA)
CO=COS(THETA)
SIH= SINH(THETAB)
COH= COSH(THETAB)
S=SI*SI
C=CO*CO
SB=SIH*CO
CB=COH*SI
AI2=GAMMA*(RINR=(RSPR/(GAMMA**2)))/BETA
AI3=(VISC*RDAMP)/(BETA*GAMMA)
A1=(ALMB*CO)+(ALM*S)+(AI2*SB)+(AI3*CB)
A2=(ALM*CO)-(ALMB*S)-(AI2*CB)-(AI3*SB)
C2=(-A2)/(BETA*GAMMA*((A1**2)+(A2**2)))
C4=(-A1)/(BETA*GAMMA*((A1**2)+(A2**2)))
UL=(C2*SB)+(C4*CB)
VL=(C4*SB)-(C2*CB)
RT=SQRT((UL**2)+(VL**2))
IF(RT.GT.RTL) GO TO 13
DELF=DELF/10.0
F=F*(19.0*DELF)
RTW=RTL
RTL=RTLL
IF(DELF.GT.0.0000002) GO TO 12
F=F*(9.0*DELF)
GL=G
G=(16.0*FREQ**2*HT**2*DNSTY)/(F**2)
GR=G/GL
IF(GR.LT.0.999,OR.1.001,LT,GR) GO TO 11
500 WRITE(6,204) TSGMR,TSGMA,U,ESGMRT,VSTR,AXSTRN,RTAMPL,VORA,FREQ,G
204 FORMAT(1H ,F10.3,F16.3,F15.4,F13.3,F14.2,F13.2,F13.6,F11.4,F12.1,F
114,1)
I=I-1
IF(I.GT.0) GO TO 9
IF(I.EQ.0) I=57
WRITE(6,205)
205 FORMAT(1H1,/)
GO TO 88
13 F=F+DELF
RTLL=RTL
RTL=RT
GO TO 12
99 WRITE(6,501)
501 FORMAT(1H1)
STOP
END

```

DATE OF TEST=1974.1.30

APRATUS CONSTANTS

RESONANT FREQUENCY = 8.10000 (HERTZ) FOR AMPLITUDE = 0.1589 (MM)
 SPRING CONSTANT = 498.86847 (KG-CM/RAD) FOR AMPLITUDE = 0.1589 (MM)
 DAMPING CONSTANT = 2.00000 (KG-CM-SEC/RAD)
 TOP SYSTEM INERTIA = 0.19260 (KG-CM-SEC**2)

TEST CONDITION, SATURATED DRAINED

SOIL TYPE= TOYOURASA

INITIAL DATA FOR SPECIMEN

VISCOSITY RATIO = 0.02500
 SAND WEIGHT = 1.77600 KG
 DIAMETER (OUTSIDE) = 9.92167 CM
 DIAMETER (INSIDE) = 5.97333 CM
 LENGTH = 24.81500 CM
 SPECIFIC GRAVITY OF SAND GRAIN = 2.641

TOTAL RADIAL STRESS (KG/CM**2)	TOTAL AXIAL STRESS (KG/CM**2)	PORE PRESSURE (KG/CM**2)	EFFECTIVE STRESS RATIO	VOLUMETRIC STRAIN (PERCENT)	AXIAL STRAIN (PERCENT)	AMPLITUDE (PERCENT)	VOID RATIO	RESONANT FREQUENCY (HERTZ)	SHEAR MODULUS (KG/CM**2)
0.500	0.692	0.	1.383	0.06	0.06	0.000648	0.8178	51.1	620.7
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.001142	0.8201	50.3	601.5
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.001953	0.8201	49.8	589.3
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.002821	0.8201	49.2	574.8
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.006208	0.8201	47.6	537.1
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.009363	0.8201	44.8	474.1
0.500	0.692	0.	1.383	-0.07	0.06	0.019790	0.8201	41.0	395.0
1.000	1.176	0.	1.176	0.42	0.06	0.000710	0.8112	58.4	816.3
1.000	1.176	0.	1.176	0.43	0.06	0.001129	0.8111	58.2	810.9
1.000	1.176	0.	1.176	0.43	0.06	0.003683	0.8111	56.3	757.9
1.000	1.176	0.	1.176	0.43	0.06	0.005079	0.8111	55.6	738.8
1.000	1.176	0.	1.176	0.43	0.06	0.007315	0.8111	54.7	714.6
1.000	1.176	0.	1.176	0.43	0.06	0.015433	0.8111	52.0	644.6
2.000	2.192	0.	1.096	0.71	0.07	0.000602	0.8060	68.2	1119.1
2.000	2.192	0.	1.096	0.71	0.07	0.001727	0.8060	67.3	1089.7
2.000	2.192	0.	1.096	0.71	0.07	0.008595	0.8060	64.1	987.3
2.000	2.192	0.	1.096	0.71	0.07	0.014060	0.8060	62.8	947.2
4.000	4.198	0.	1.049	1.14	0.12	0.000431	0.7981	79.4	1520.9
4.000	4.198	0.	1.049	1.14	0.12	0.000837	0.7981	79.0	1505.9
4.000	4.198	0.	1.049	1.20	0.12	0.002554	0.7971	77.7	1456.3
4.000	4.198	0.	1.049	1.20	0.12	0.005112	0.7971	76.7	1418.8
4.000	4.198	0.	1.049	1.20	0.12	0.008379	0.7971	75.6	1378.0
4.000	4.198	0.	1.049	1.20	0.12	0.006724	0.7971	76.0	1392.7
4.000	4.198	0.	1.049	1.20	0.12	0.009476	0.7971	75.3	1367.0

(ii) これから,

$r = 10^{-4}$ に相当する G の値

をよみとり, Hardin の式

$$G = 697 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} p^{0.5}$$
 を用いて, 所定の e の値に換算する。この換算の仕方は, たとえば $e = 0.83$ にたいする G の値から, $e = 0.81$ に対する G の値に換算するには次のようにする。

$$\{G\}_{e=0.81} = \frac{(2.17 - 0.81)^2}{1 + 0.81} \times \{G\}_{e=0.83} \times \frac{(2.17 - 0.83)^2}{1 + 0.83}$$

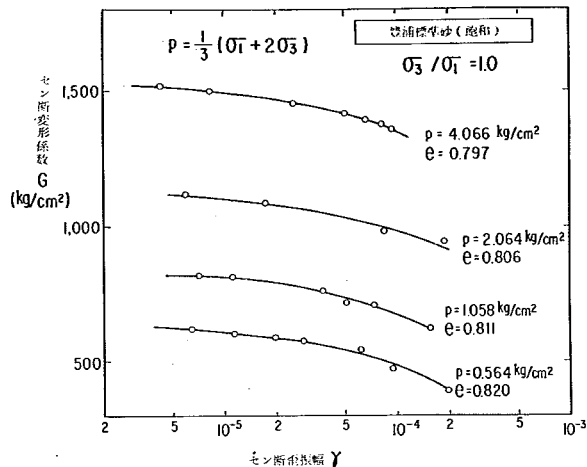
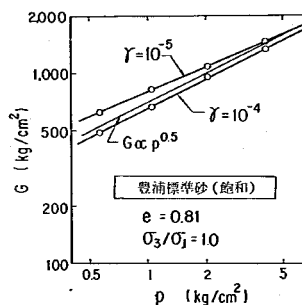


図-5-14 $G \sim r$ 関係

この試験の場合は $e = 0.81$ の値に換算した。(下表)

p (kg/cm^2)	e	G (kg/cm^2)	
		$r = 10^{-5}$	$r = 10^{-4}$
0.564	0.820	609	485
	0.810	621	495
1.058	0.811	812	672
	0.810	814	673
2.064	0.806	1,106	985
	0.810	1,091	972
4.066	0.797	1,490	1,352
	0.810	1,451	1,317

←読とり値
 ←換算値



(iii) 次に, 一定の e に対する $G \sim p$ 関係をプロットする。 図-5-15 $G \sim r$ 関係

図-5-15 は上の表で $e = 0.81$ に相当する $G \sim p$ 関係である。

(iv) この図から, $p = 0.5, 1, 2, 4, 6 \text{ kg}/\text{cm}^2$ に相当する G を読みとる。この結果, $e = 0.81$,

$r = 10^{-4}, 10^{-5}$, $p = 0.5, 1, 2, 4, 6 \text{ kg}/\text{cm}^2$ に相当する G の値が下表のように得られる。

p (kg/cm^2)	G (kg/cm^2)		p (kg/cm^2)	G (kg/cm^2)	
	$r = 10^{-5}$	$r = 10^{-4}$		$r = 10^{-5}$	$r = 10^{-4}$
0.5	600	460	4.0	1,450	1,315
1.0	800	655	6.0	1,720	1,620
2.0	1,090	930			

全ての実験で、このような操作を行なってデータの解析が容易にできるようにした。

(b) 対数減衰率の解析

図-5-16は、乾燥した浅間山砂における応答変位の振動減衰の一例である。これから、相対振幅をよみとったのが図-5-17であり、これから対数減衰率 Δ_t が求まる。

ここで注意することは、一般的に対数減衰率はセン断歪振幅が小さくなると減少する傾向があるから、自由振動時の変位振幅が振動減衰によって減少してゆくにつれて、対数減衰率は減少してゆくことになり、一つの自由振動で一定値を示さないことである。従って、なるべく自由振動開始時に近い所の振動減衰曲線を用いて、対数減衰率を求めた。その時のセン断歪振幅は定常振動時の値を用いてあらわした。

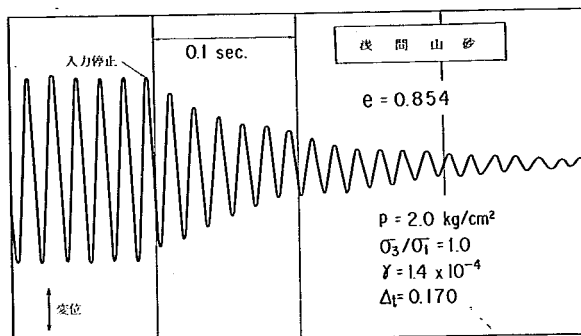


図-5-16 振動減衰

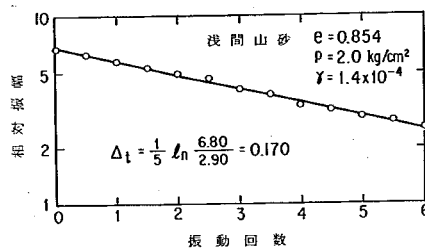


図-5-17 相対振幅の減衰直線

6. 実験結果

6-1 セン断弾性係数G

(a) 間隙比の影響

図-5-18は,,

豊浦標準砂(乾燥)

での応力比

$\sigma_3/\sigma_1 = \sigma_r/\sigma_a$

が約1.0でのG

~e関係, 図-

5-19は同じく

$\sigma_3/\sigma_1 \approx 0.5$ で

のG~e関係が

示されている。

図から, 同一の

図-5-18 G~e関係

r, p ではeが大きい程, Gが減少することが分る。

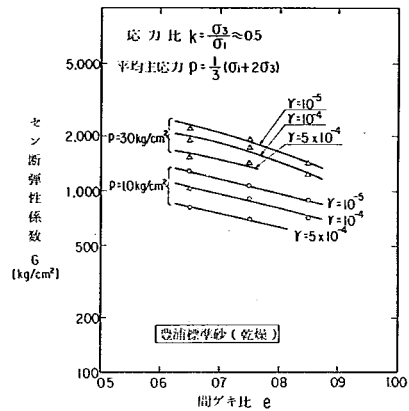
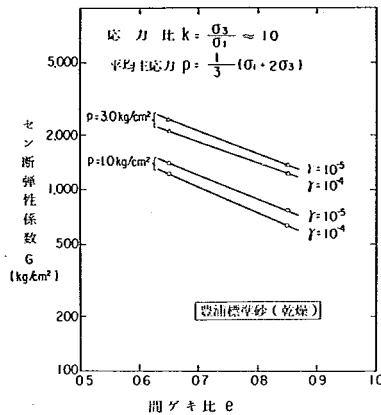


図-5-19 G~e関係

(b) 平均主応力の影響

図-5-15, 図-5-20(a),(b),(c)を見て分るように, 同じe, rではほぼGは $p^{0.5}$ に比例すると言える。今回の実験の範囲では, $G \propto P^{0.5}$ という傾向は,

- (i) rの大きさによらない
- (ii) eの大きさによらない
- (iii) 土の種類によらない
- (iv) 応力比の値によらない
- (v) 乾燥, 飽和によらない

で得られた。

しかし, 図-5-20を見ると $r=10^{-4}$ と $r=10^{-5}$ の場合で, Gのpに対する変化率は若干異なる。

図-5-21には, 豊浦砂の場合で $p=1\text{kg/cm}^2$ でのGの値, $\{G\}_{p=1\text{kg/cm}^2}$, でGを割った値 $G/\{G\}_{p=1\text{kg/cm}^2}$, とpの関係をプロットしてある。 $r=10^{-4}$ では, Gは $p^{0.5}$ に比例すると言えるが, $r=10^{-5}$ では $p^{0.42}$ に比例している。従って, rの大きさが大きくなると, $G \propto p^m$ とおいたときのmは, 大きくなると言える。

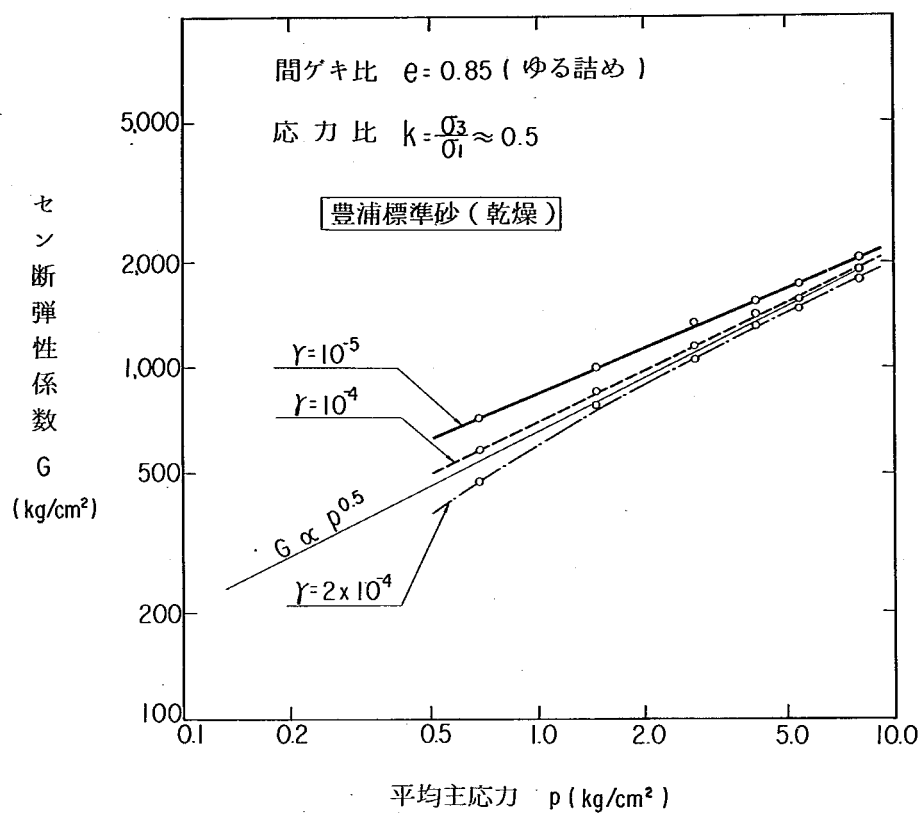


図-5-20(a) $G \sim p$ 関係

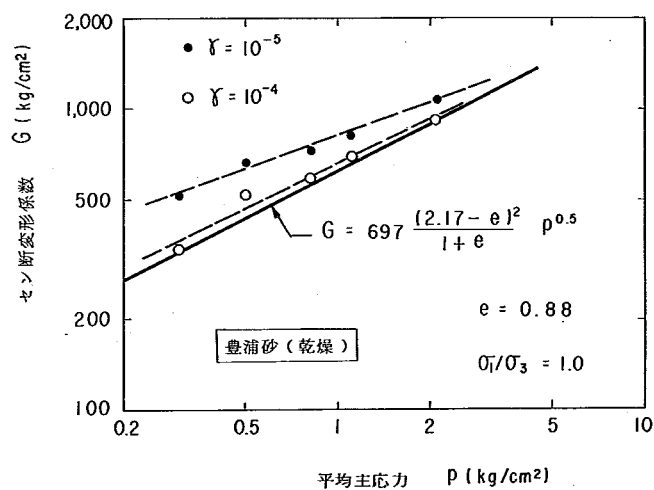


図-5-20(b) $G \sim p$ 関係

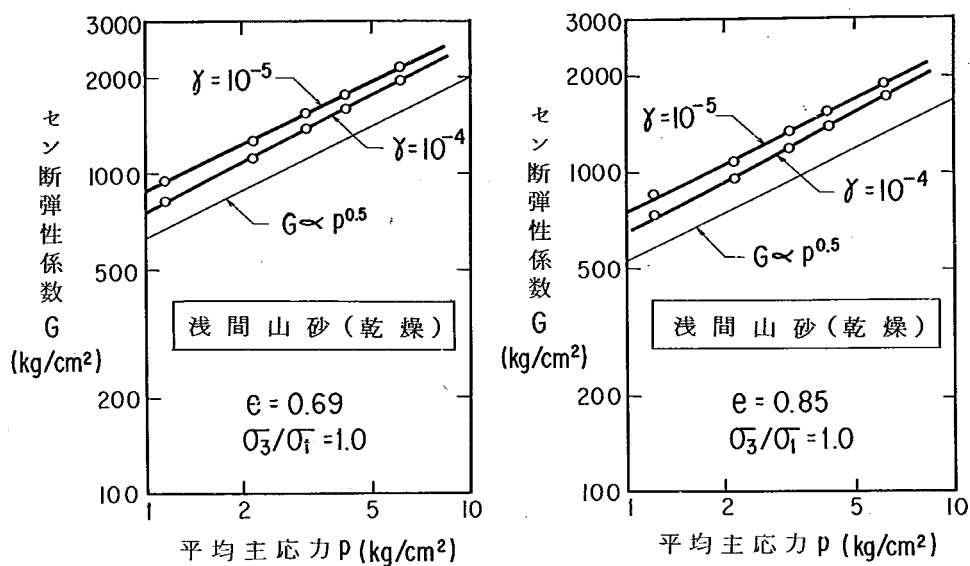


図-5-20(c) $G \sim p$ 関係

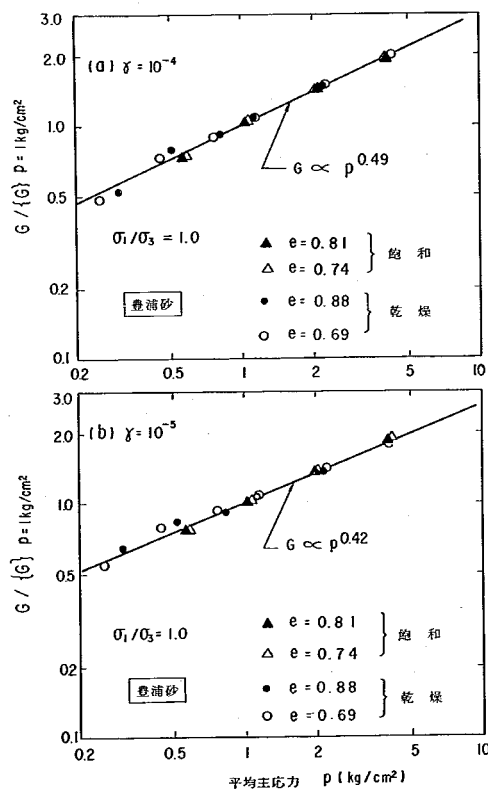


図-5-21 G の p による変化率

(c) 応力比の影響

図-5-22, 5-23は豊浦標準砂(乾燥)での, 平均主応力一定の元での応力比の G の値におよぼす影響を示したものである。図から分るように, 歪レベルと間隙比の大きさによらず平均主応力 $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$ が一定ならば, G の値は応力比の値によらない。これは図-2-3に示したHardin and Black(1966)の実験結果と一致する。しかし図-5-22, 5-23と, 図-2-3の結果は共に応力比が $\sigma_1/\sigma_3 = \sigma_1/\sigma_3 = 1 \sim 2$ (i.e., $q/p = 0 \sim 0.75$)の範囲での実験である。そこで平均主応力 $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$ を一定にした応力経路に沿って, セン断変形係数 G , 対数減衰率 Δ , を測定して更に広い範囲の値の応力比が動的変形特性におよぼす影響を調べた。

まず, 飽和した豊浦標準砂の供試体で平均応力を 2 kg/cm^2 に保つようにした応力経路について, G , Δ , を測定した。前述したように, 変形するにつれて供試体断面積が変化するから, 平均主応力が厳密に一定になる応力制御を行なうことができないから, 実際の応力経路は図-5-24のようになり, $p = 2 \text{ kg/cm}^2$ から若干ずれた。図中に示した各応力点で, セン断歪振幅 $\gamma \approx 5 \times 10^{-5} \sim 10^{-4}$ の範囲で G , Δ , を測定し, $G \sim \gamma$, $\Delta \sim \gamma$ 曲線を作り, それから $\gamma = 5 \times 10^{-5}$, 10^{-4} に相当する G の値を読みとった。各応力点での p の値と e の値は図-5-24に示したように一定ではない。一方, G は前述したように $p^{0.5}$ に比例し又, 次に示すように $\frac{(2.17-e)^2}{1+e}$ に比例すると考えてよいから, この比例関係を用いて $p = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ および $e = 0.69$ に対する G を測定値から換算して求めた。対数減衰率のデータは G のデータに比べると, バラツキが大きいので $\Delta \sim \gamma$ 曲線から $\gamma = 10^{-4}$ に相当する Δ , を読みとった。 Δ , のデータのバラツキが大きいので Δ , については, p についての補正は意味がないので行なわなかった。図-5-26は, このようにして得られた $p = 2 \text{ kg/cm}^2$, $e = 0.69$ における, $\gamma = 5 \times 10^{-5}$, $\gamma = 10^{-4}$ にたいしての G と応力比 q/p の関係を示したものである。図から分るように, 応力比 $q/p = 1.0$ あたり(これは $\sigma_1/\sigma_3 = 2.5$ に相当する)までは G はほぼ一定であるが, それを越えると G は q/p の増加とともに減少しはじめる。又, G が減少すると同様に図-5-27に示したように, $q/p = 1.0$ までは Δ , はほぼ一定であるが, それを越えると Δ , は q/p の増加と共に増加してゆく。図-5-25は, この時の偏差歪 $\bar{\gamma} = \epsilon_s - \epsilon_r$ と q/p の関係, 体積比 $v = \epsilon_s + 2\epsilon_r$ と q/p の関係を示してあるが, G の減少しはじめ Δ , が増加しはじめる応力点5から偏差比 $\bar{\gamma} = \epsilon_s - \epsilon_r$ は急に増加しはじめていることが分る。いっぽう, この G の減少, Δ , の増加が異方応力状態のためではないことは, 等方応力状態にもどした応力点9でも G , Δ , はセン断前の状態における値に回復していないことからわかる。則ち, このことはセン断変形したことによって, 供試体の内部の構造に何らかの変化が生じたことを意味している。小田(Oda, 1972)の実測によると, 砂の三軸供試体を軸方向に圧縮すると, セン断が進むにつれて粒子間接面の多くは軸方向に向くようになってきて, 構造の異方性が著しくなってくる。セン断してから除荷し, 即ち $q/p = 0.0$, 即ち σ_1/σ_3 にどうしてもこの異方性はそんなに減

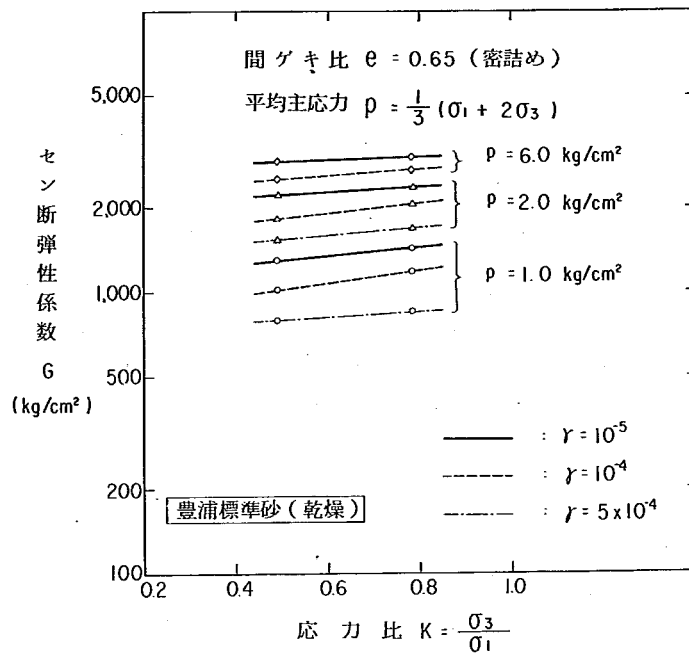


図 - 5 - 22 $G \sim$ 応力比関係

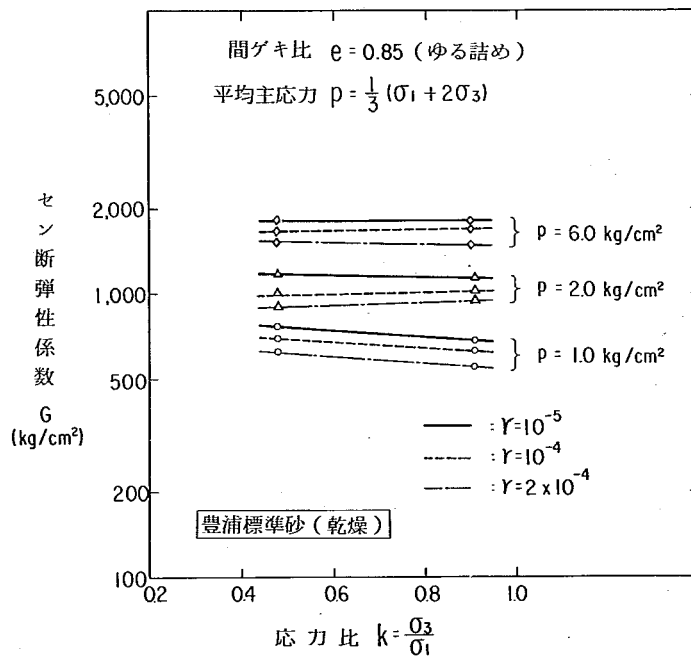


図 - 5 - 23 $G \sim$ 応力比関係

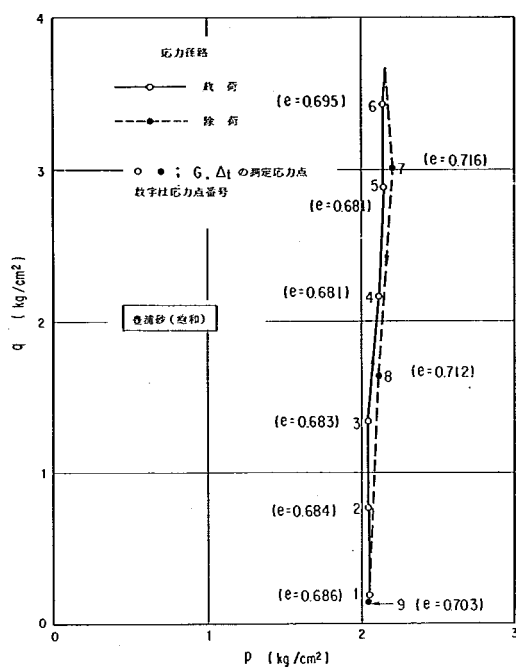


図-5-24 平均主応力一定の応力経路

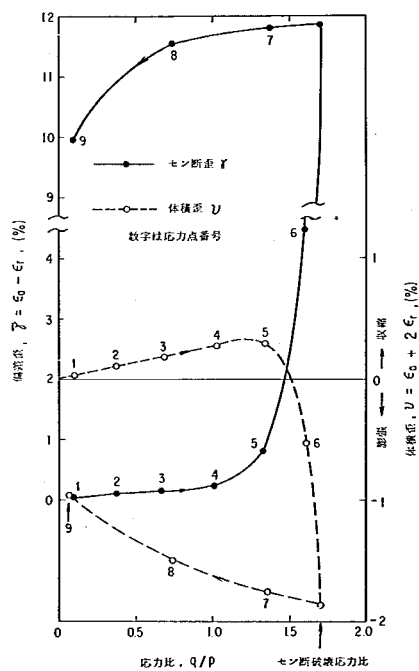


図-5-25 偏差歪, 体積歪~応力比関係

少しないであろう。従って、この異方性の増加とGの減少と Δ の増加は対応している現象と言える。即ち、厳密に言えば、砂のG、 Δ は e と p と γ だけでは決まらず、構造の異方性によって変化するものと言えよう。

次に、 $p = 3 \text{ kg/cm}^2$ = 一定の実験を浅間山砂について行なった。この試験においても実際の応力経路は $p = 3.007 \sim 3.067 \text{ kg/cm}^2$ の範囲で平均主応力が若干変動したものであった。そこでGが $p^{0.5}$ に比例するとして、測定値を $p = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ のGの値に補正した。この補正量はわずかなものであった。又、間隙比の変化は乾燥砂のため測定できなかったものでこれについての補正は行っていない。このようにして得られた図-5-28、5-29

からGの値は $\sigma_1/\sigma_3 = 2$, q/p

= 0.75を越えるとかなり減少することが分る。このGの減少は上に示したように e の変化では説明できないものと思われる。Rowe (1959) の stress-dilatancy-theory によると σ_r の値によらず、

$$\sigma_a/\sigma_r = -2 d\epsilon_r / d\epsilon_a \cdot K \quad \text{..... (6-1)}$$

Kは4近くの値をとることが知られているので、 $K = 4$ とする。

すると、

$$-2 d\epsilon_r = \frac{1}{4} \int_0^2 \sigma_a/\sigma_r \cdot d\epsilon_a \quad \text{..... (6-2)}$$

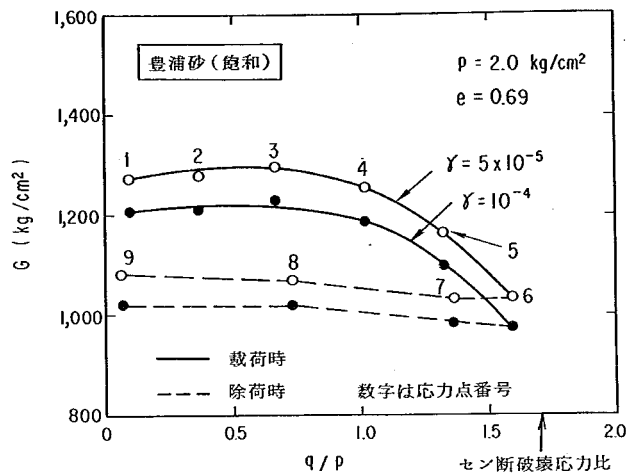


図-5-26 G~q/p 関係 ($p = 2 \text{ kg/cm}^2$)

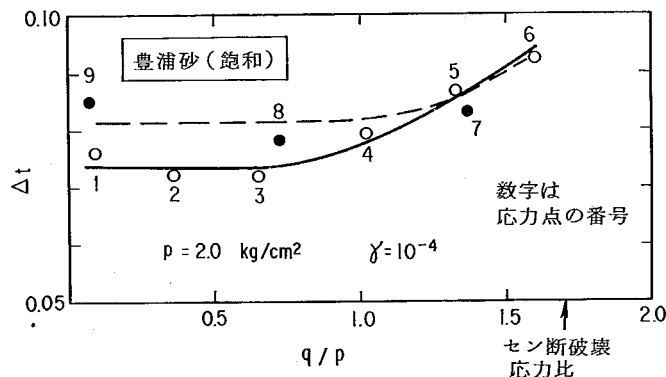


図-5-27 Δ ~ q/p 関係 ($p = 2 \text{ kg/cm}^2$)

グラフからこの積分を $\epsilon_a = 2\%$ まで求めると、

$$-2\epsilon_r = -\int_0^2 2d\epsilon_r = \frac{1}{4} \times \int_0^2 \sigma_a / \sigma_r \cdot d\epsilon_a = 1.56 \quad \dots\dots\dots (6-3)$$

$$\epsilon_a = 2\% \text{ について } v = \epsilon_a + 2\epsilon_r = 2 - 1.56 = 0.04\%$$

$$de = (1+e)v = 1.71 \times 0.04 \times 0.01 \approx 0.0$$

従って、 $\epsilon_a = 2\%$ に対して間隙比はセン断開始時とほとんど同じと推定されるから、前述の G の減少は間隙比 e の変化では説明がつかない様であり、これは、豊浦砂の $p = \text{一定}$ 試験の結果について述べたように、砂の粒子配列の異方性に原因が求められるであろう。

以上の実験の結果をまとめたのが図-5-30である。

この結果から、今回の試験結果は、

$$\sigma_1 / \sigma_3 = 1 \sim 2, \\ (q/p = 0 \sim 0.75)$$

の範囲で

$$\gamma = 10^{-4} \text{ について}$$

$$G = 697 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} p^{1/2}$$

で十分にあらわせることがわかる。

図-5-20(b)に、この式とデータとの対応が示されているが、 $\gamma = 10^{-5}$ では G が $p^{0.5}$ に比例しないので、 p が小さい程、上式とデータの値の開きは大きいものになっている。

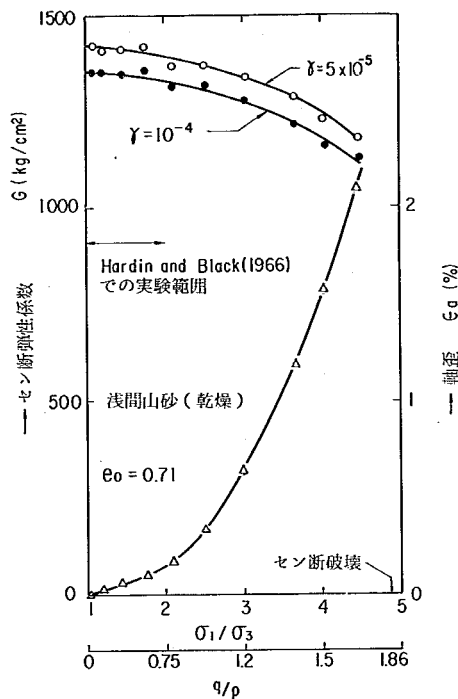


図-5-28 $G, \epsilon_a \sim q/p$ 関係 ($p = 3 \text{ kg/cm}^2$)

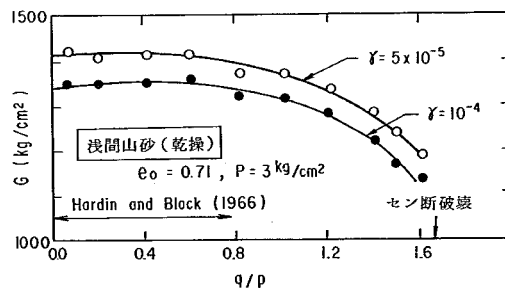


図-5-29 $G \sim q/p$ 関係 ($p = 3 \text{ kg/cm}^2$)

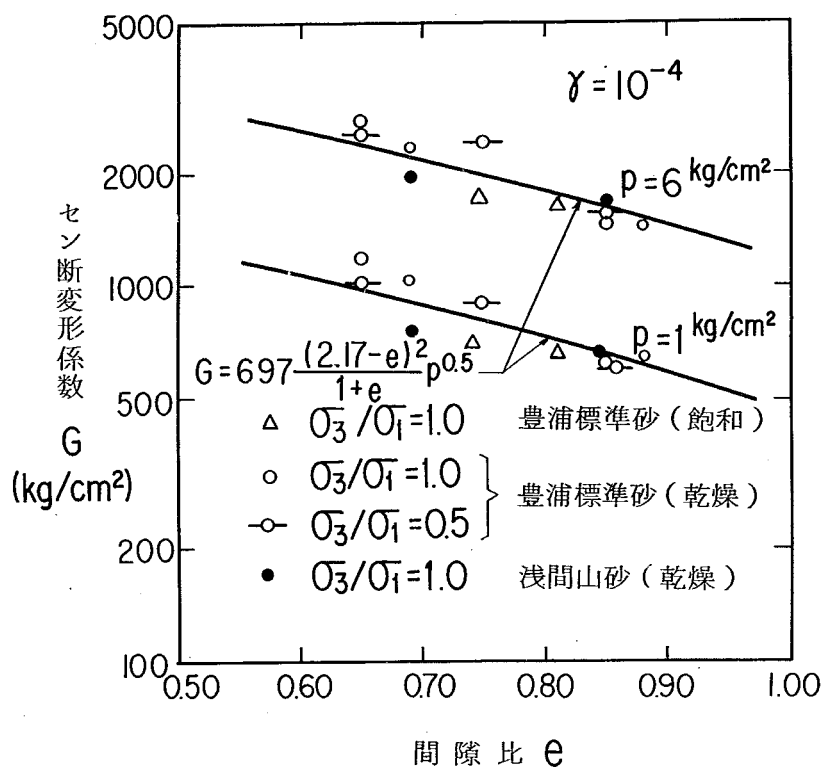


図 - 5 - 30 $G \sim e$ 関係

(d) セン断歪振幅 r の影響

図-5-20 に示してあるように、 p が小さい時の方が p が大きいときよりも、 r の変化に対する G の変化率は大きい。

図-5-31 には、 $r = 10^{-6}$ での G の値、 $\{G\}_{r=10^{-6}}$ で G の値を割った値、 $G / \{G\}_{r=10^{-6}}$ と r の関係をプロットしてある。これから明らかに p が小さい時程、 G の r に対する変

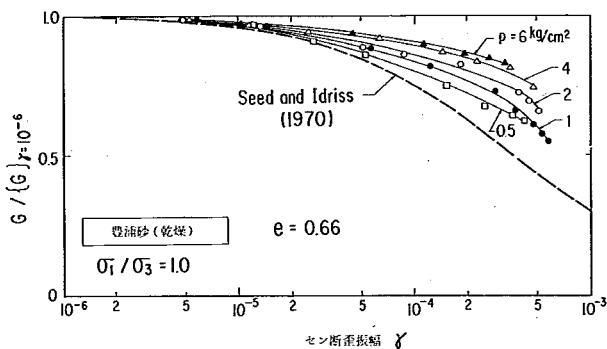


図 - 5 - 31 G の r の増加に対する減少率

化率が高いことが分る。

たとえば $r = 2 \times 10^{-4}$ で $p = 0.5 \text{ kg/cm}^2$ では、 G は $r = 10^{-6}$ のときと比べて 28% 減少しているが $p = 6 \text{ kg/cm}^2$ では 13% しか減少していない。拘束圧が大きいほど r の増加にたいする G の減少率が大きいことは、これまでの他の研究者による同種の実験で得られた結果と同じである。

図-5-32 は同じく豊浦砂での $\sigma_3/\sigma_1 = 2.0$ での $G/\{G\}_{r=10^{-6}} \sim r$ 関係を示したものであるが、同じ p の値にたいして G の r の増加にたいする減少率は、間隙比の変化の影響をうけないようである。図-5-33 は浅間山の砂での結果であるが、この場合も同じ p の値に対して、 G の r の増加にたいする減少率は間隙比の変化の影響をうけていない。図-5-34 には $p = 1 \text{ kg/cm}^2$ の場合の G の r に対する変化率をまとめてある。

以上の結果から今回の実験の範囲では、「 G の r に対する変化率は間隙比、応力比、飽和・乾燥の違い、砂の種類によってあまり影響を受けず p の影響を大きく受ける」と

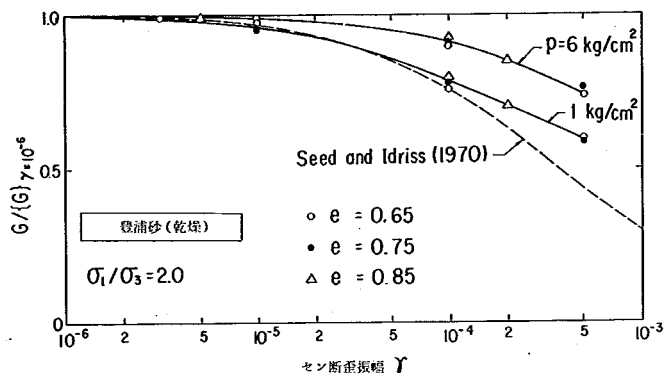


図-5-32(a) G の r の増加に対する減少率

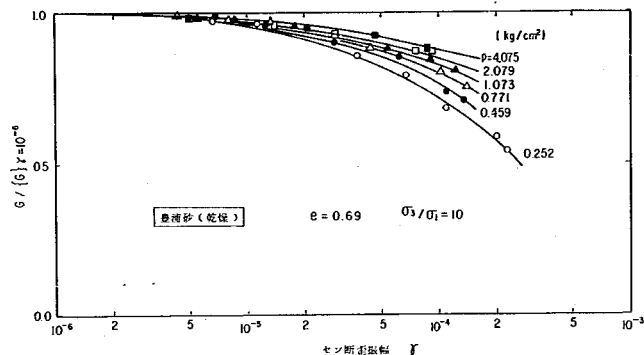


図-5-32(b) G の r の増加に対する減少率

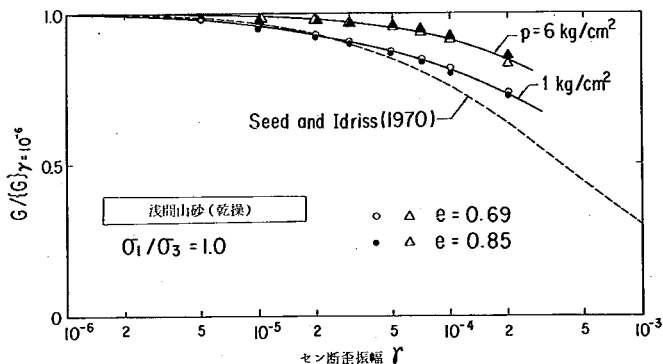


図-5-33 G の r の増加に対する減少率

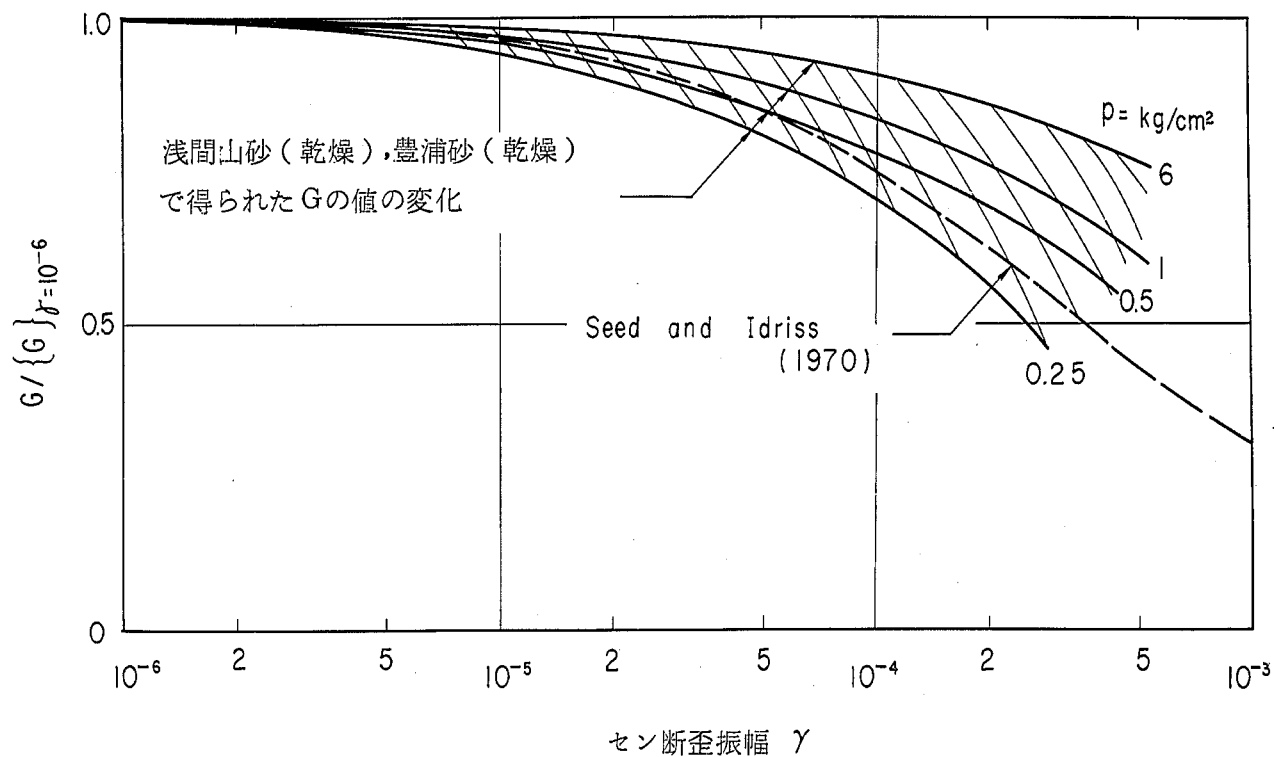


図-5-35 G の r の増加に対する減少率

言ってよさそうである。図-5-35は今回の実験で得られた G の r の増加にたいする減少率をまとめたものである。図に示されているように、Seed and Idriss (1970) のチャートでの変化率は、 $p \sim 0.4 \text{ kg/cm}^2$ あたりのものが示されていると言ってよさそうであり、 $p > 0.5 \text{ kg/cm}^2$ の場合では今回の G の変化率の方が

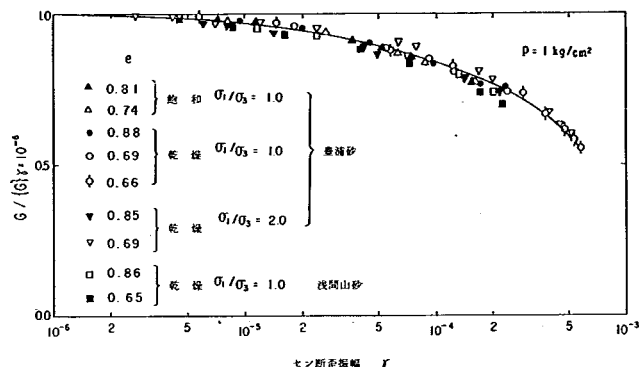


図-5-34 G の r の増加に対する減少率

小さい。ただし、Seed and Idrissの曲線は、異なる所で行なわれた多くの室内実験のデータをまとめて得られたものであるから、今回の実験結果と直接比較することはできない。一方、Drnevich and Hardin (1970) が行なった、高さ30cm、外径6cm、内径4cmの中空供試

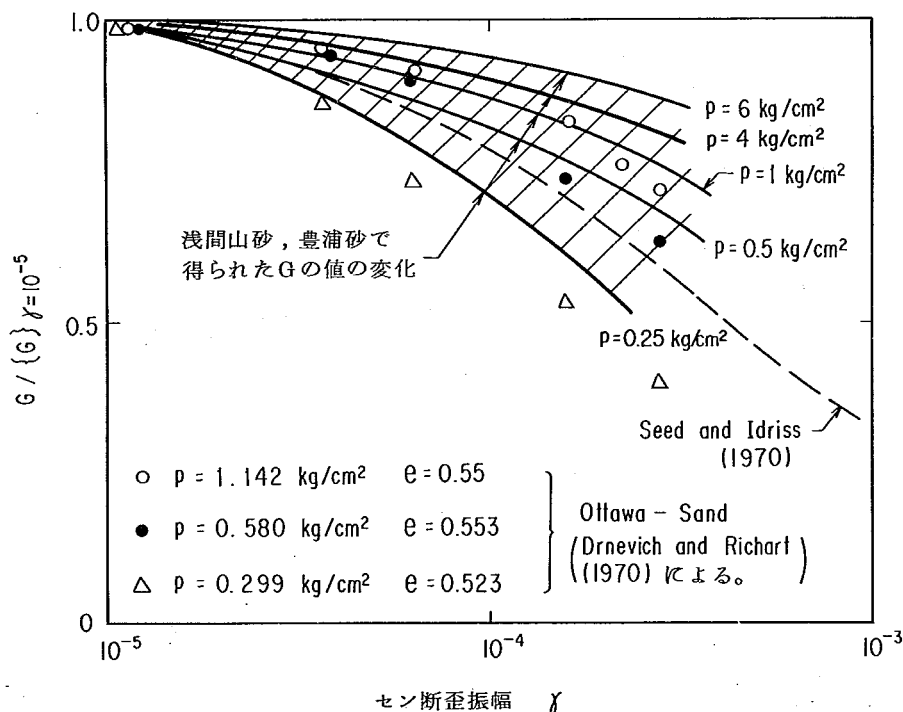


図-5-36 G の r の増加に対する減少率

体での共振法
土質試験で得
られたGの r
に対する変化
率を示したの
が図-5-36
である。図か
ら分るように、
Gの変化率は
拘束性の大き
さによって大

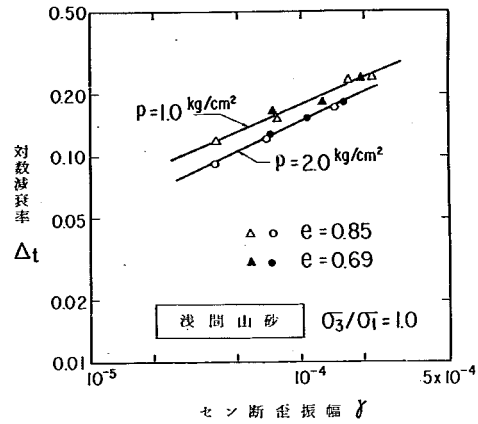
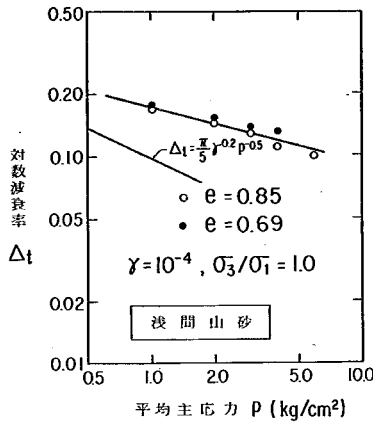


図-5-37 対数減衰率

きく影響をうける。浅間山砂、
豊浦砂でのデータと比べてみ
ると同じ拘束圧にたいしては
Drnevich and Hardin の
実験で得られたGの変化率の
方が若干大きい、両者にそ
れほど大きな差はない。この
ように、Gの r に対する変化
率が拘束圧によって大きく変
るとすれば深い地盤や高い盛
土など、拘束圧の変化が大き
い系の地震応答解析をする際
には、拘束圧の低い上層部で
の r の増加によるGの減少率

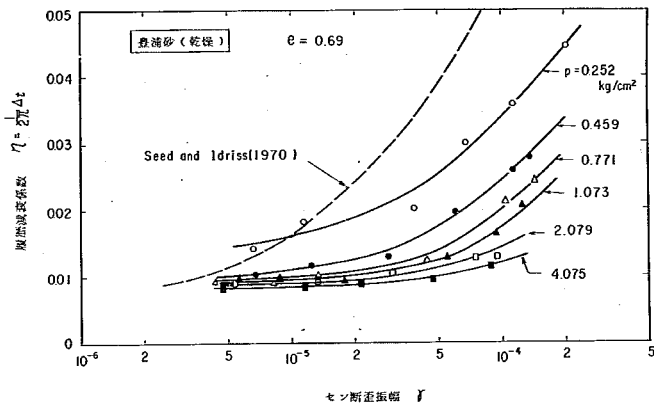


図-5-38 履歴減衰係数 η とせん断歪振幅 γ の関係

は、深部の場合よりもかなり大きくとらなければならないと言えよう。

6-2 対数減衰率 Δ

乾燥浅間山砂での対数減衰率を示したのが図-5-37である。 Δ は明らかにせん断歪が増加すると増加し、 p が増加すると減少するが、間隙比の影響は受けていない。

図-5-38は図-5-20(b)に示したのと同じ供試体での履歴減衰係数 $\eta = \frac{1}{2\pi} \Delta$ (Δ : 対数減衰率)の r に対する変化率を示したものである。 η もGと同様、 p の影響を大きく受けること

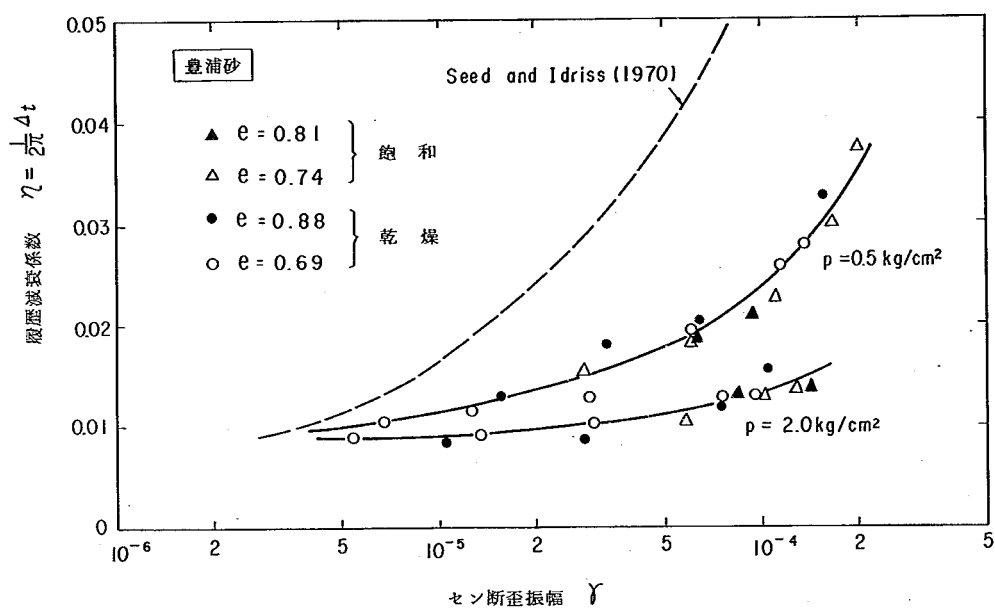


図-5-39 履歴減衰係数 η とせん断歪振幅 γ の関係

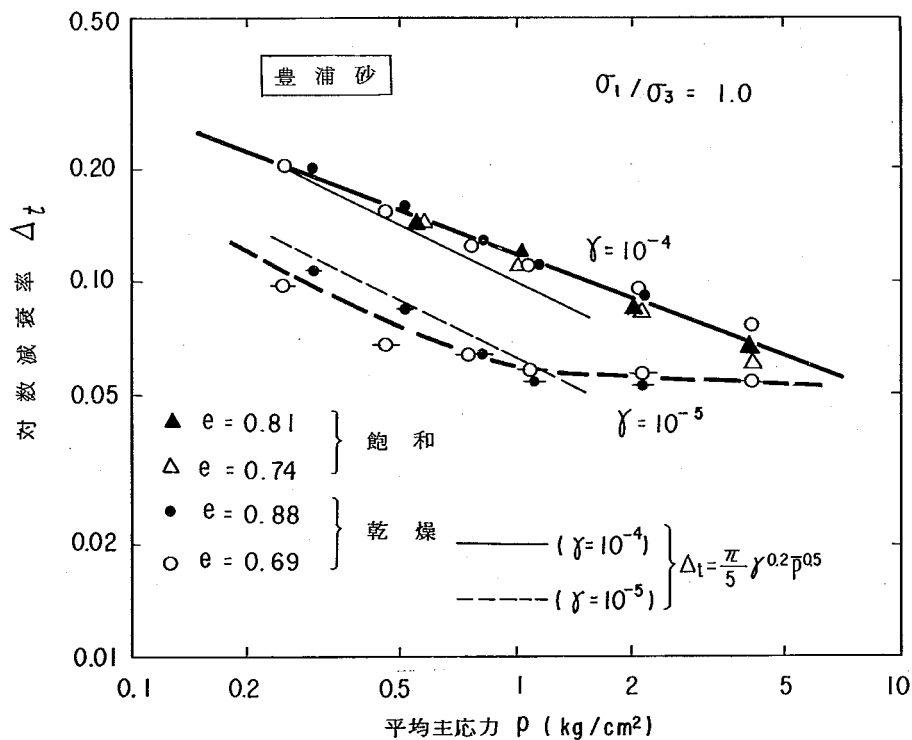


図-5-40 対数減衰率 Δt と平均主応力 P との関係

が分る。図-5-39 には、 $p = 0.5 \text{ kg/cm}^2$ と $p = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ の豊浦砂での η の値をプロットしているが、乾燥・飽和の違い、間隙比の変化によって η の値は変化しない。又、Seed and Idriss (1970) の示した減衰係数の平均曲線よりも、今回の実験結果は、かなり低い値となっている。一方、Hardin の実験式

$$\Delta \epsilon = \frac{\pi}{5} r^{0.2} p^{-0.5} \dots\dots\dots (2-6)$$

と実験結果を比較してみると図-5-40 の様に、 $r = 10^{-5}$ で p が 1.5 kg/cm^2 を越えると実験結果は上式とかけ離れてくるが、 $p < 1.5 \text{ kg/cm}^2$ での $r = 10^{-5}$ の場合と $r = 10^{-4}$ の場合では、今回の実験結果は上式であらわせると言えよう。しかし、図-5-37 に示した様に浅間山砂では (2-6) 式は減衰を若干過少評価する様である。砂の違いによる減衰特性の差は、今後の研究課題である。ここで、注意すべきことは、 $r = 10^{-4}$ を越えると、履歴減衰係数 η は、急に増加しはじめるということである。一方、共振法土質試験は、土を弾性体的取り扱いをして解析する時は正確であるが、減衰が大きくなると不正確さが増してくる。このことから、 $r > 10^{-4}$ で、減衰が大きい時のセン断変形係数、履歴減衰係数は、くりかえし応力歪履歴曲線から直接求めた方が、共振法土質試験よりも、はるかに直接的で、正確であろう。

6-3 実験結果のまとめ

今回の実験で次の点が明らかになった。

- (1) 応力比 $\sigma_1/\sigma_3 = 1 \sim 2$ の範囲で砂の種類、乾燥、湿潤によらずにセン断歪振幅 $r = 10^{-4}$ にかいたするセン断弾性係数は

$$G = 697 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} p^{0.5}$$

であらわせる。ここで

$$\begin{cases} G = \text{セン断変性係数 (kg/cm}^2\text{)} \\ e = \text{間隙比} \\ p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3); \text{平均主応力 (kg/cm}^2\text{)} \end{cases}$$

- (2) 平均主応力一定の元で応力比が増加すると、ある応力比 $q/p = 1.0$, $\sigma_1/\sigma_3 = 2.5$ を越えると G は減少し、対数減衰率は増加する。次に $\sigma_1/\sigma_3 = 1.0$ にもどしても G はセン断前より減少し、対数減衰率はセン断前よりも増加している。
- (3) G の r の増加に対する減少率は p が大きいほど小さい。飽和・乾燥の違い、間隙比 e , σ_1/σ_3 , 砂の種類の影響は小さい。

(5) 対数減衰率は r が大きいほど, p が小さいほど大きくなるが, 飽和・乾燥による差, 間隙比による差は小さい。

豊浦砂では $r < 10^{-4}$ の範囲で

$$\eta = \frac{1}{10} r^{0.2} p^{-0.5}$$

がほぼあてはまる。

ここで,

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta ; \text{履歴減衰係数} \\ r ; \text{セン断歪振幅 (片振幅)} \\ p ; \text{平均主応力 (kg/cm}^2\text{)} \end{array} \right.$$

砂の種類による差について結論を得るには, 更に実験が必要である。

7. あ と が き

この資料では、次の点について述べた。

(i) 土の動的変形特性を室内実験で求めた実験結果のまとめ。

(ii) セン断歪範囲で 5×10^{-6} から 5×10^{-4} での土のセン断変形係数と、減衰係数を測定することのできる実験装置と、その解析方法。

(iii) 2種の砂について実験した結果、6章で述べるような実験結果を得た。一般的な結論を得るには、更に実験が必要である。

これからの課題として次の諸点があげられる。

(i) セン断歪で 5×10^{-4} を越える大きさに対する土の動的変形特性を測定できる実験装置を開発すること。

(ii) ボーリングによって得られた乱さない資料を更に簡便な方法で実験できる装置を開発すること。

(iii) 現場での弾性波探査による結果と同じ地盤から得られた資料での室内実験による結果の対応をつけること。

(iv) 現地盤の動的変形係数の簡易推定法を開発すること。

(v) 粘性土に対する実験法を開発すること。

付録A 参考文献

- Afifi, S.S. and Richart, F.E., Jr. (1973) "Stress-History Effects on Shear Modulus of Soils", Soils and Foundations, Proc. of Japanese Society of SMFE, Vol.13, No.1, Mar. 1973
- Drnevich, V.P., (1967) "Effects of Strain History on the Dynamic Properties of Sand," Ph. D. thesis, Univ of Michigan.
- Drnevich, V.P. and Richart, E.F. Jr. (1970) "Dynamic Prestraining of Dry Sand," Jour. of SMF Div., ASCE, Vol. 96, No. SM2, March, 1970, PP. 453-469
- Dorby, R. (1970) "Damping in Soils: it's Histeretic Nature and the Linear Approximation," Research Report R70-14, Soils Publication No. 253, School of Eng., MIT.
- Hardin, B.O. and Richart, F.E., Jr., (1963) "Elastic Wave Velocities in Granular Soils," Jour. of SMF Div., ASCE, Vol. 89, No. SM1, Proc. Paper 3407, February, PP. 33-65
- Hardin, B.O. (1965), "The Nature of Damping in Sands," Jour of SMF Div., ASCE, Vol. 91, January, PP. 63-97
- Hardin, B.O. and Music, J., (1965) "Apparatus for Vibration During the Triaxial Test," Symp. on Instrumentation and Apparatus for Soils and Rocks, STD 392, ASTM, June.
- Hardin, B.O. and Black W.L. (1966), "Sand Stiffness Under Various Triaxial Stresses," Jour. of SMF Div., ASCE, Vol. 92, No. SM2, March, pp. 27-42
- Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. (1972), "Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves," Jour. of SMF Div., ASCE, Vol. 98, No. SM7. July, pp. 667-692
- Humphries, W.K. and Wahls, H.E. (1968), "Stress History Effects on Dynamic Modulus of Clay," Jour. of SMF Div., Proc, ASCE, Vol. 94, No. SM2, pp. 371-389
- Iida, K. (1938), "The Velocity of Elastic Waves in Sand," Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 16
- 岩崎敏男, 龍岡文夫, 堀内俊一 (1974,a) "砂質資料の動的変形係数の一測定法," 土木学会第一回関東支部年次研究発表会概要集 ■ - 3

- 岩崎敏男, 龍岡文夫, 堀内俊一 (1974, b) "共振法試験機による土の動的変形特性," 土質工学会第9回研究発表会講演概要集
- 栗林栄一, 岩崎敏男, 龍岡文夫, 堀内俊一 (1974), "砂の動的変形特性に及ぼす応力状態の影響," 土木学会第13回地震工学研究発表会講演概要集
- Lazan, B.T. (1968), "Damping of Materials and Members in Structural Mechanics," Pergamon Press, Oxford, London.
- Rihart, F.E., Hall, J.R. and Woods, R.D. (1970) "Vibrations of Soils and Foundations," Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J.,
- Oda, M. (1972), "The Mechanism of Fabric Changes during Compressional Deformation of Sand," Soils and Foundations, Vol. 12, No. 2, June
- Rowe, P.W. (1958), "The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact," Proc. Royal Society, London, Series A, Vol. 269, pp. 500~527.
- Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses," Report No. EERC70-10, December, College of Eng. Univ. of California, Berkeley.
- Silver, M.L. and Seed, H.B. (1969), "The Behaviour of Sands Under Seismic Loading Conditions," Report No. EERC-69-16, December, College of Eng. Univ. of California, Berkeley.
- Seed, H.B. and Silver, M.L. (1972), "Settlement of Dry Sands During Earthquakes," Jour. of SMF Div., Proc. ASCE, Vol. No. SM4, pp. 381-397
- Stokoe, K.H., II and Richart, F.E. (1973), "In-situ and Laboratory Shear Wave Velocities," Proc. of 8th. Int. Conf. on SMFE, Moscow, 1/62

付録B 記号 (kg-cm-secで単位をあらわす)

B-1 要素に関する応力, 歪, 変位の記号

応力

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = 最大, 中間, 最小主応力 (kg/cm²), 圧縮正

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = x, y, z 方向の応力 (kg/cm²)

σ_a, σ_r = 円筒供試体の軸方向応力, 側方方向応力 (kg/cm²)

$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$; 応力の一次不変量 (kg/cm²)

$I_2 = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$; 応力の二次不変量 (kg/cm²)

$I_3 = 3\sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3}$; 応力の三次不変量 (kg/cm²)

$p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3 = \frac{1}{3} I_1$; 平均主応力 (kg/cm²)

$q = \sigma_a - \sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2}} I_2$; 偏差応力 (kg/cm²)

τ = セン断応力 (kg/cm²)

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ = xy, yz, zx 面でのセン断応力 (kg/cm²)

$(\tau_{xy})_D, (\tau_{yz})_D, (\tau_{zx})_D$ = xy, yz, zx 面での動的セン断応力 (kg/cm²)

τ_a = セン断応力振幅 (kg/cm²)

$\xi = q/p$; 応力比

B-2 系の荷重, 変位に関する記号

荷重

P = 荷重 (kg)

P_a = 荷重振動 (kg)

$\bar{P}$ = 複素表現での荷重 (kg)

変位

X = 変位 (cm)

X_a = 変位振幅 (cm)

$\bar{X}$ = 複素表現での荷重 (cm)

歪, 変位

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ = 最大, 中間, 最小主歪, ちぢみ正

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ = x, y, z 方向歪

ϵ_a, ϵ_r = 円筒供試体での軸方向歪, 側方方向歪

r = セン断歪

$r_{xy}, r_{yz}, r_{zx} = xy, yz, zx$ 面でのセン断歪

$(r_{xy})_D, (r_{yz})_D, (r_{zx})_D = xy, yz, zx$ 面での動的セン断歪

r_s = セン断歪振幅

$\bar{r}$ = 複素表現でのセン断歪

$u, v, w = x, y, z$ 方向変位

$\bar{u}$ = 複素表現での変位

θ = ねじり角 (rad)

$\bar{\theta}$ = 複素表現でのねじり角 (rad)

実験装置に関する記号

I_t = 供試体上端についている質量の慣性二次モーメント (kg-cm-sec^2)

K_D = 境界自身の減衰特性の換算粘性係数 (kg-cm-sec/rad)

K_s = 境界自身の換算ばね係数 (kg-cm/rad)

M = ねじりモーメント振幅 (kg/cm)

ω = 円振動数 (rad/sec)

ω_n = 供試体-加振器系の自由円振動数 (rad/sec)

f = 供試体-加振器系の振動数 (cps)

f_r = 共振振動数 (cps)

ϕ = 応力変位の入力に対する位相遅れ (rad)

$F = \frac{\omega}{\omega_n}$; 無次元化した供試体-加振器系の振動数 (cps)

F_r = 共振時の F (cps)

$\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$; 無減衰弾性体で, $I_t = K_D = K_s = 0$ のときの下端固定, 上端完全自由の場合の固有円振動数 (rad/sec)

$T_n = \frac{a}{4\ell}$; 上記の場合の固有振動周期 (sec)

R_t = 無次元化された供試体上端 ($x = \ell$) での応答変位振幅

供試体に関する記号

G_s = 粒子の比重

D_{10} = 粒径加積曲線 10% に相当する粒子直径 (mm)

D_{60} = 粒径加積曲線 60% に相当する粒子直径 (mm)

U_c = 均等係数

e = 間隙比

e_{max} = 最大間隙比

e_{min} = 最小間隙比

ρ = 単位体積質量 ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$)

ℓ = 供試体長さ (cm)

r = 供試体半径方向座標

r_0 = 供試体内側半径 (cm)

r_1 = 供試体外側半径 (cm)

J = 供試体の断面二次モーメント (cm^4)

$I = \rho J \ell$; 供試体の慣性二次モーメント ($\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$)

$a = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$; 無減衰弾性体でのセン断波速度 (cm/sec)

v = 供試体でのセン断波速度 (cm/sec)

B-3 物性に関する記号

要素に関する記号

G = セン断変形係数 (kg/cm^2)

G' = 複素表現における損失係数 (loss modulus) (kg/cm^2)

μ = 粘性減衰係数 ($\text{kg} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2$)

$\tan \delta = \text{loss tangent}$

$\eta = \frac{4W}{2\pi W}$; 履歴減衰係数 (hysteretic damping coefficient)

$4W$ = 減衰エネルギー (unit damping energy) ($\text{kg} \cdot \text{cm}/\text{cm}^2/\text{cycle}$)

ρ = 単位体積質量 ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$)

系に関する記号

K = ばね係数 (kg)

K' = 複素表現における損失係数 (loss modulus) (kg)

C = 粘性減衰係数 ($\text{kg} \cdot \text{sec}$)

C_c = 限界粘性減衰係数 ($\text{kg} \cdot \text{sec}$) = $2\sqrt{MK}$

$h = C/C_c$; 減衰比 (damping ratio) ; 減衰定数とも言われている。Dであらわされることもある。(下表、及び表の解説参照)

$\tan \delta = \text{loss tangent}$

$\eta_s = \frac{4W_s}{2\pi W_s}$; 履歴減衰係数

ΔW_s = 減衰エネルギー (total damping energy) (kg-cm/cycle)

W_s = 歪エネルギー (total strain energy) (kg-cm/cycle)

M = 質量 (kg-sec²/cm)

ω_n = 系の自由円振動数 (cps)

以上の諸記号の関係は次の通りである。

$\equiv$ 印 ; 本質的定義 $\times$ 印 ; 定義できない

* 印 ; 近似式

		弾性をあら わす係数	減衰をあら わす係数	loss tangent $\tan \delta$	対数減衰率 d	履歴減衰係 数 $\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W}$	減衰比 $h = \frac{C}{C_c}$	固有振動数 ω_n
要素	砂のような履歴減衰物質	$G \equiv$	$\times$	$\times$	$\times$	$\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W}$	$\times$	$\times$
	速度非依存性減衰線型物質	$G \equiv$	$G' \equiv$	$\frac{G'}{G}$	$\times$	$\frac{G'}{2G}$	$\times$	$\times$
	速度依存性減衰線型物質 (フォークト体)	$G \equiv$	$\mu \equiv$	$\frac{\mu\omega}{G}$	$\times$	$\frac{\mu\omega}{2G}$	$\times$	$\times$
一自由度系	速度非依存性減衰線型系	$K \equiv$	$K' \equiv$	$\frac{K'}{K}$	$\pi \frac{K'}{K}$	$\frac{K'}{2K}$	$\times$	$\sqrt{\frac{K}{M}}^{(*)}$
	速度依存性減衰線型系 (フォークトモデル)	$K \equiv$	$C \equiv$	$\frac{C\omega}{K}$	$\pi \frac{C}{\sqrt{MK}}^{(*)}$	$\frac{C\omega}{2K}$	$\frac{C}{2\sqrt{MK}}$	$\sqrt{\frac{K}{M}}^{(*)}$
供試体・境界系	履歴減衰定数 η , 弾性定数 G の供試体の自由振動	$\times$	$\times$	2η	$2\pi\eta$	η	$\times$	$a \cdot \kappa_n^{(*)}$
	粘性減衰定数 μ , 弾性定数 G の供試体の自由振動	$\times$	$\times$	$\frac{\mu\omega_n}{G}$	$\pi \frac{\mu\omega_n}{G}$	$\frac{\mu\omega_n}{2G}$	$\frac{\mu}{2\sqrt{\rho G}} \kappa_n$	$a \cdot \kappa_n^{(*)}$

(注) $a = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, κ_n は, 境界条件, 振動次数による。

(表の解説) 特に, damping ratio, 減衰比について

- 自由度系の運動方程式は, 次の様になる。

◦ 速度依存型減衰線型系 (フォークトモデル)

$$M \frac{dX}{dt} + (K + C \frac{d}{dt}) X = 0 \quad \text{..... (B-1)}$$

◦ 速度非依存型減衰線型系

$$M \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + K(1 + i 2\eta_s) \bar{X} = 0 \quad \text{..... (B-2)}$$

まず, (B-1) 式から解く。

$$X = A e^{\lambda t} \quad \text{..... (B-3)}$$

と置いて, (B-1) 式に代入すると

$$M \lambda^2 + C \lambda + K = 0 \quad \text{..... (B-4)}$$

$$\lambda = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4MK}}{2M} \quad \text{..... (B-5)}$$

$$\omega_{ns} = \sqrt{\frac{K}{M}}, \quad h = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad \text{..... (B-6)}$$

とおくと,

$$\lambda = (-h \pm \sqrt{1-h^2} \cdot i) \omega_{ns} \quad \text{..... (B-7)}$$

従って, $h = 1.0$ のとき即ち, $C = C_c = 2\sqrt{MK}$ のとき, 振動が生じなくなるから

$h = \frac{C}{2\sqrt{MK}}$ を, 臨界粘性係数 $C_c = 2\sqrt{2MK}$ に対する C の比と言う意味で, 減衰比

(damping ratio) と呼ぶ。又, 自由振動の円振動数は, (B-7) 式から,

$$\sqrt{1-h^2} \omega_{ns} = \sqrt{1-h^2} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}$$

であり, 近似的には, $\sqrt{\frac{K}{M}}$ である。対数減衰率 Δ は, (B-7) から,

$$\Delta = \frac{2\pi h}{\sqrt{1-h^2}} \approx 2\pi h = \pi \frac{C}{\sqrt{MK}} \quad \text{..... (B-8)}$$

次に, (B-2) 式を解く。

$$\bar{X} = \bar{A} e^{\lambda t} \quad \text{..... (B-9)}$$

とおく。 $\bar{X}$, $\bar{A}$, $\bar{\lambda}$ は、複素数である。(B-2)式に代入して、

$$M \bar{\lambda}^2 + K(1 + i 2 \eta_s) = 0 \quad \text{..... (B-10)}$$

$$\bar{\lambda} = \alpha + i \beta \quad \text{..... (B-11)}$$

において、実数部と、虚数部に分け、 $\omega_{ns} = \sqrt{\frac{K}{M}}$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 - \beta^2 + \omega_{ns}^2 &= 0 \\ \alpha \beta + \omega_{ns}^2 \eta_s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (B-12)}$$

$$\therefore \alpha^4 + \omega_{ns}^2 \alpha^2 - \omega_{ns}^4 \eta_s^2 = 0 \quad \text{..... (B-13)}$$

$$\alpha^2 = \frac{-\omega_{ns}^2 \pm \sqrt{\omega_{ns}^4 + (2 \omega_{ns}^2 \eta_s)^2}}{2} \quad \text{..... (B-14)}$$

α は実数であり、かつ、振動減衰の係数をあらわして、負であるから、

$$\alpha = -\sqrt{\frac{-\omega_{ns}^2 + \sqrt{\omega_{ns}^4 + (2 \omega_{ns}^2 \eta_s)^2}}{2}} = -\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2 \eta_s)^2}}{2}} \cdot \omega_{ns} \quad \text{(B-15)}$$

$$\beta = -\frac{1}{\alpha} \omega_{ns}^2 \eta_s = \frac{\eta_s}{-1 + \sqrt{\frac{1 + (2 \eta_s)^2}{2}}} \omega_{ns} \quad \text{..... (B-16)}$$

β は、自由振動時の円振動数をあらわして、フォークトモデルとは逆に、 η_s が大きくなると大きくなる。

η_s が小さければ、近似的に、 $\omega_{ns} = \sqrt{\frac{K}{M}}$ である。

ここで注意することは、 η_s がいくら大きくなっても、 β の実数解が得られる所から、振動が生じなくなるような、臨界振動状態、というものは、ないということである。

これは、減衰力が、変位の時間微分に比例するのではなく、変位そのものに比例する、という本質から出てくる特徴である。従って、速度非依存性減衰を持つ—自由度の線型モデルでは、damping ratio は、物理的意味はないし、定義できない。逆に言えば、damping ratio, h は、フォークトモデルに特有の物理定数と言える。

この場合の対数減衰率は、(B-15), (B-16) から

$$d_L = 2\pi \left(-\frac{\alpha}{\beta}\right) = 2\pi \frac{\alpha^2}{\omega_{ns}^2 \eta_s} = \frac{2\pi}{\eta_s} \left\{ \frac{-1 + \sqrt{1 + (2 \eta_s)^2}}{2} \right\} \approx 2\pi \eta_s = \pi \frac{K'}{K} \quad \text{(B-17)}$$

次に、連続体の振動を考える。セン断運動方程式は、

○速度依存型減衰線型物質（フォークト体）からなる系では、

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (G + \mu \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (B-18)$$

○速度非依存型減衰線型物質からなる系では

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G(1 + i2\eta) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (B-19)$$

まず (B-18) 式から解く。

$$u(t, x) = X(t) Y(x) \quad (B-20)$$

と置いて、(B-18) 式に代入すると、

$$\rho Y(x) \frac{d^2 X(t)}{dt^2} = (G + \mu \frac{\partial}{\partial t}) X(t) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \quad (B-21)$$

$$\frac{\rho \frac{d^2 X}{dt^2}}{(G + \mu \frac{d}{dt}) X} = \frac{\frac{d^2 Y}{dx^2}}{Y} = -\kappa_n^2 \quad (B-22)$$

$$\text{従って, } \frac{d^2 Y}{dx^2} + \kappa_n^2 Y = 0 \quad (B-23)$$

$$\rho \frac{d^2 X}{dt^2} + \kappa_n^2 (G + \mu \frac{d}{dt}) X = 0 \quad (B-24)$$

(B-23) から、

$$Y = A e^{i\kappa_n x} + B e^{-i\kappa_n x} \quad (B-25)$$

κ_n は、振動モード、境界条件によってかわり、振動次数が大きい程、大きな値となる。たと

えば、一端固定、 $u = 0$ 、及び一端自由、 $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ とすると、 $\kappa_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L}$

($n=1, 2, 3, \dots$) となる。 (B-26)

さて、(B-24) 式は、-自由度系の運動方程式、(B-1) と同型であるから、(B-3) 式を (B-24) 式に代入して解くと

$$\rho \lambda^2 + \kappa_n^2 \mu \lambda + \kappa_n^2 G = 0 \quad (B-27)$$

$$\lambda = \frac{-\kappa_n^2 \mu \pm \sqrt{(\kappa_n^2 \mu)^2 - 4 \kappa_n^2 G \rho}}{2 \rho} \quad (B-28)$$

ここで, $a = \frac{\sqrt{G}}{\rho}$, $\bar{h} = \frac{\mu}{2\sqrt{\rho G}} \cdot \kappa_n$ (B-29)

とおくと, $\lambda = (-\bar{h} \pm \sqrt{1 - \bar{h}^2} \cdot i) a \cdot \kappa_n$ (B-30)

従って, $\bar{h} = 1.0$ のとき, 振動が生じなくなる

このとき, $\mu = \mu_c = \frac{1}{\kappa_n} \cdot 2\sqrt{\rho G}$ (B-31)

であるから, 同じ境界条件の元でも, 振動次数が大きくして, κ_n が大きい時程, 又, 同じ振動次数でも, 境界条件によって κ_n が大きくなる時程, 振動が生じなくなる μ の値は小さくなると言える。従って, -自由系の場合と同様に, 臨界粘性減衰係数, μ_c を (B-28) で定義すれば, damping ratio, $\bar{h}$ が定義できる。この場合の damping ratio は, 物質だけの性質で決まるのではなく, 境界条件, 振動モードにも支配されることに, 注意しなければならない。自由振動時の円振動数は, (B-27) から, $\sqrt{1 - \bar{h}^2} a \cdot \kappa_n$ である。この場合の対数減衰率は, (B-30) から

$$D_t = 2\pi \frac{\bar{h}}{\sqrt{1 - \bar{h}^2}} \approx 2\pi \bar{h} = \pi \frac{\mu \cdot a \cdot \kappa_n}{G} \approx \pi \frac{\mu \omega_n}{G} \quad \text{..... (B-37)}$$

上式から分る様に, κ_n は, 振動モード, 境界条件の変化によって変化する。これは, 粘性減衰物質からなる系の特徴である。

次に (B-19) 式を解く。

$$\bar{u}(t, x) = \bar{X}(t) \bar{Y}(x) \quad \text{..... (B-33)}$$

とおいて, (B-19) 式に代入すると,

$$\rho \bar{Y}(x) \frac{d^2 \bar{X}(t)}{dt^2} = G(1 + i2\eta) \bar{X}(t) \frac{d^2 \bar{Y}(x)}{dx^2} \quad \text{..... (B-34)}$$

$$\frac{\rho \frac{d^2 \bar{X}(t)}{dt^2}}{G(1 + i2\eta) \bar{X}(t)} = \frac{\frac{d^2 \bar{Y}(x)}{dx^2}}{\bar{Y}(x)} = -\kappa_n^2 \quad \text{..... (B-35)}$$

κ_n は, 上に述べた様に, 振動モード, 境界条件による値である。

(B-35) から,

$$\rho \frac{d^2 \bar{X}}{dt^2} + \kappa_n^2 G(1 + 2i\eta) \bar{X} = 0 \quad \text{..... (B-36)}$$

これは、-自由度系の運動方程式 (B-2) と、同じ型であるから、(B-8) 式を (B-36) 式に代入すると、

$$\rho \bar{\lambda}^2 + \kappa_n^2 G (1 + i 2 \eta) = 0 \quad \dots\dots\dots (B-37)$$

(B-10) を (B-37) に代入して、 $a = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ とおくと、実数部、虚数部は、

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 - \beta^2 + \kappa_n^2 a^2 &= 0 \\ \alpha \beta + \kappa_n^2 a^2 \eta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (B-38)$$

$$\therefore \alpha^4 + \kappa_n^2 a^2 \cdot \alpha^2 - (\kappa_n^2 a^2 \eta)^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (B-39)$$

これを解いて、 α 、 β が実数ということを考慮して、

$$\begin{aligned} \alpha &= \pm \sqrt{\frac{-(\kappa_n a)^2 + \sqrt{(\kappa_n a)^4 + (2 \kappa_n^2 a^2 \eta)^2}}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2 \eta)^2}}{2}} \cdot a \cdot \kappa_n \quad \dots\dots\dots (B-40) \end{aligned}$$

$$\beta = -\frac{1}{\alpha} \kappa_n^2 a^2 \eta = \frac{\mp \eta}{\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + (2 \eta)^2}}{2}}} a \cdot \kappa_n \quad \dots\dots\dots (B-41)$$

従って、自由振動時の円振動数は、(B-41) 式であらわせるが、 η が小さいときは、近似的に $a \cdot \kappa_n$ であらわせる。

ここで、注意することは、 η がいくら大きくなっても、 β の実数解を得られるから、いわゆる、臨界振動状態は、この場合も、あり得ないことである。従って、この場合も、damping ratio は、物理的意味を持たないし、定義できない。

この場合の対数減衰率は、(B-40)、(B-41) から

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2\pi \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) = \frac{2\pi \alpha^2}{\kappa_n^2 a^2 \eta} = \frac{2\pi}{\eta} \left\{ \frac{-1 + \sqrt{1 + (2 \eta)^2}}{2} \right\} \\ &\approx 2\pi \eta = \pi \frac{G'}{G} \quad \dots\dots\dots (B-42) \end{aligned}$$

この場合は、粘性減衰の場合と異って、振動モード、境界条件によって、 Δ_1 は変化しない。

土の動的変形特性
共振法土質試験機による測定

土木研究所資料第912号
昭和49年5(1974)

栗林栄一, 岩崎敏夫, 龍岡文男, 堀内俊一
キーワード 土・動的変形特性・共振法土質試験機

要 旨

この報告書は, 比較的小さなひずみにおける土の動的変形特性を実測するために開発した共振法土質試験機の内容と, 動的せん断変形係数と, 減衰係数を実測した結果について, とりまとめたものである。



郵便はがき

十円切手
をはいて
下さい

2 8 0 - □ □

千葉県千葉市穴川
四丁目十二番五二号
建設省土木研究所
振動研究室 御中

No. 178

No. _____

配布先氏名

配布先住所



土木研究所資料第 912 号 部

上記のとおり受領しました。

所 属（住所）

氏 名

印