

土木研究所資料

関門橋長期観測データ解析報告書(その2)

昭和51年3月

建設省土木研究所
構造橋梁部構造研究室

序

昭和48年秋に完成した本州と九州を結ぶ関門橋には強風および地震に対する本橋の応答を調べるための長期観測システムが取り付けられているが、観測記録の解析は建設省土木研究所が受託業務として担当することとなり、昭和49年度に作業が開始された。

本報告書では、観測データから関門海峡の風の特徴と、橋の橋軸直角水平方向の不規則振動についての検討結果が述べられている。

昭和51年3月

構造研究室 室 長 成 田 信 之

研究員 横 山 功 一

室 員 河 野 良 次

〃 野 村 一 夫

目 次

1. は じ め に	1
1.1 関門橋の長期観測	1
1.2 49年度の調査概要	1
1.3 今年度の調査概要	2
2. 関門海峡の風の特徴	3
2.1 傾 斜 角	3
2.2 空 間 分 布	3
3. 補剛ゲタの水平不規則振動	5
3.1 観 測 結 果	5
3.2 計算値との対比	5
4. お わ り に	8

参 考 文 献

図, 表, 写真

付 録 吊橋のガスト応答計算法

1 はじめに

1.1 関門橋の長期観測

長大橋は中小橋梁と比較して可撓性に富み、風の影響を受け易い構造物であると言えることができる。すなわち、長大吊橋では一部の部材の断面は風荷重により決定されるようになり、また風による空力不安定振動問題が設計案の良否を決める鍵となるからである。

関門橋は数次の風洞実験により耐風性の検討がなされ、最終的に実施設計案として耐風性の良好な設計案が得られた。ところで本橋の竣工以前に若戸大橋・尾道大橋、その他多くの長大橋が建設されていたが、海峡を横断し中央径間長が500mを越す本格的長大吊橋は関門橋のみであり、従って、長大橋としての実橋の挙動を観測し、耐風設計の妥当性を確認することは重要なことであると考えられた。また、これは将来の長大橋の耐風設計のためにも貴重な資料となるであろう。

以上のような考えに従って長期観測システムが関門橋に設置され観測が開始された。観測システムに関しては既に詳細な紹介がなされており、¹⁾ その後システムに変更はないので、ここでは図-1、2、表-1～3にその資料を掲げるのみにとどめ説明は省略する。

1.2 49年度の調査概要

49年度は初年度であり、長期観測システムの点検などに時間を費したことから、得られた記録が少数であったことなどから調査は基本的な項目のみにとどまった。調査は1)自然風の特徴、2)補剛ゲタの応答の特徴、3)風と補剛ゲタの応答との関係に対して行なったが、明らかになった事項を要約すると次のとおりである。

(1) 架橋地点の風速のパワースペクトル・乱れ強さ・ガストファクターは従来からいわれている値と大差なかった。風速の水平分布の結果からは、ほぼ一様な風向および風速分布をしており、海峡部において風の収斂効果があったかどうか確かではない。風の傾斜角については風洞実験と逆の傾向を示した例があった。その絶対値については今後の課題である。

(2) 補剛ゲタのねじれファクターに関しては、当然のことであるが何の情報も得られなかった。ただし、補剛ゲタ中央部の運動と風速変動を映画化したから、これによると補剛ゲタはたわみおよびねじれの不規則振動をしており、速度のパワースペクトルから高次の振動成分もかなり含まれていることが分かった。しかし、設計に関係する変位のパワースペクトルでは最低次の振動が卓越することが明らかとなった。

(3) 補剛ゲタの水平方向振動変位をA.G.Davenportの方法による計算値と比較したが、その傾向は合ったものの量的な一致はみられず、計算方式については今後の検討が必要と考えられた。

1.3 今年度の調査概要

測定が開始されてから現在までに得られたデータが表-4にまとめられている。昨年度の報告書にも述べているように、長期観測システムは当初より順調に動き始めた訳ではない。すなわち第1～4のデータには磁気テープのパリティ・エラーが非常に多く、また、ほとんどのデータの超音波風速計の記録は故障のため不良であった。その後昭和50年3月に総合調整を行ない、信頼性は向上したが、磁気テープのパリティ・エラーに関しては回数は減ったもののまだかなり多かった。

昭和50年度は、強風の記録は磁気テープ1巻しか得られていない。これは、台風の襲来もなく強風の吹く機会が少なかったこと、記録を開始する風速のレベルをかなり高く設定していたことなどによるものであった。

従って、今年度は主として前年度に得られたデータを用いて、風の特徴については風の傾斜角の絶対値、パワースペクトル、空間相関などを、また橋の不規則振動については橋軸直角水平方向振動に着目し、確率統計的計算値との対比を行ない、その影響因子を調べた。なお、風速の空間分布、風と橋の応答との時間的変化を調べるために、計算機からの出力を用いて映画を製作した。

2 関門海峡の風の特徴

2.1 風の傾斜角

風の乱れ強さ、ガストファクター、風速のパワースペクトルなど風の一般的特性については、前年度の検討結果から得られている値と大きな違いのないことが明らかになっている。ただし、風速の鉛直方向パワースペクトルなど風の傾斜角に関する資料は超音波風速計が不調であったために十分なデータが得られていない。

今年度は、1例であるが超音波風速計によるデータが得られた。

	平 均	最 大	最 小	標 準 偏 差	
傾 斜 角	0.046	1.258	-0.453	0.172	(単位: rad)

これによると、平均傾斜角は2.6°程度であり、吹き上げ風が卓越することになる。また変動幅はかなり大きく、吹きあげ側により大きく変動することが分る。この時の平均風速は12.36m/sと低いので、この特性は妥当なものと考えられる。

傾斜角に関しては、耐風安定性の問題から不可欠なデータであるので今後データの蓄積が望まれるところである。

2.2 風の空間分布

構造物の風による動的応答の検討には、風の時間的・空間的変動は重要な要素である。そこで海峡部における風の空間分布を把握するために、(1)4台の風速計から得られた風速記録を用いて、直接視覚的に風の時間的・空間的変動を見られるよう映画化すること、および(2)相互相関係数、コヒーレンスを求め風の空間相関を数値的に表わすこと、この2項目の検討を実施した。

製作した映画の数コマを写真-1に示す。映画は中央径間1/2点、20m下関側、1/4点、塔頂の4ヶ所の風速計の風向と風速の記録から、風速を矢印で表示したものである。また時間軸は3倍になっている。この結果によると、各点の風速の差はあまり大きくないが、風向はバラバラに変わっていて一定の傾向は導き出せないものと思われる。なお1/4点の風向が他とは異なっているのが目立つが、400秒程度の評価時間を考えても風向は同一の傾向を示さない性質を備えていると考えるべきなのかも知れない。

一般に、風の空間相関 $R_{xx}(x, n)$ は次式で表わされることが多い。

$$R_{xx}(x, n) = \exp\left(-\frac{k n x}{U}\right)$$

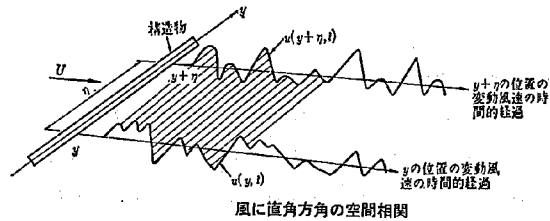
ただし、 x : 二点の距離

n : 周波数

$\bar{U}$: 平均風速

k : 常数

ここで k は相互相関係数が無次元周波数 $nx/\bar{U}$ の指数関数で小さくなる
ときの decay の大きさを示す値であ
り、強風においては Davenport は
 $k=7$ が適当であるとした。



4 台の風速計の記録から相互相関係数とコヒーレンスを計算した結果が、図-3、4に示されている。相互相関係数の図から、二点間の距離 x が $2.0m$ 程度の場合にはかなり強い相関があることが分るが、 $17.0m$ 以上離れた場合には相関係数は 0.2 以下となり、かなり相関が低いことになる。この相関が低くなる距離は関門橋の支間長 $71.2m$ と較べて、随分小さい。また $x=2.0m$ の相関係数のピークが Time Lag 0 とずれているのは、主風向が橋軸直角方向では無いことによるものである。一方計算されたコヒーレンスは高周波数領域では計算誤差のために 1 を越える値となっているが、低周波数領域では右下りの傾向を示している。図-4.7、4.8 は k の値を定めるために片対数グラフに表示したものであるが、この図からは空間相関はほぼ上式のような指数関数型で表わすことができ、 k の値としては $3 \sim 4$ 程度と考えられる。値が小さいのは平均風速が低いことによるものと考えられる。

3 補剛ゲタの水平不規則振動

自然風は時間的にも空間的にも変動しており、従って、自然風が作用した時の構造物の応答も静的応答に不規則な応答が重り合ったものとなる。吊橋の橋軸直角水平方向の風による不規則応答の解析は、A. G. Davenport²⁾によって初めて行なわれた。その結果では、動的応答は静的応答の2～3倍となっている。また、関門橋、本州四国連絡橋の耐風設計では自然風の乱れを考慮して、設計風速を補正しているが、1975年に改訂された「本州四国連絡橋耐風設計基準(1975)」では上記の計算方式を基本とし風速修正係数を定めている。

しかし、計算式には多くの仮定が含まれていること、更に実橋での風による横方向不規則応答が観測された例は極く僅かであることから、実橋観測により照査することが重要になる。幸い関門橋では強風時の応答が観測されているので、観測結果より自然風による不規則応答の特性を明らかにすると共に、実測値と理論計算値とを比較することとした。

3.1 観測結果

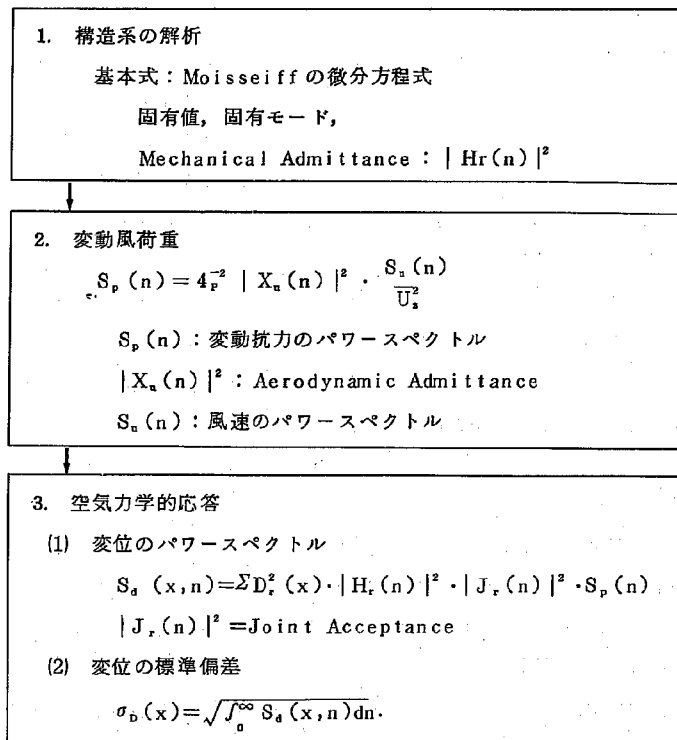
風速は、中央径間1/2点、1/4点、塔頂など4台のプロベラ型風速計を、応答は1/2点、1/4点の加速度計、1/2点の光学式変位計を用いて測定された。なお測定データは昭和49年11月18日、21日の両日のものであり、平均風速は10～20 m/s程度、主風向は橋軸直角方向より4～45°程度であった。

記録の一部に対し、風速変動と補剛ゲタの応答を直接視覚的に把握することを目的として前年度に引き続き映画を製作した。その一部を写真2に示す。映画では中央径間1/2点に注目し、超音波風速計の鉛直成分・橋軸直角水平成分をベクトル表示し、格点134の変位計出力からの補剛ゲタの平面内の運動を求めて表わした。映画の速度は実時間の約3倍、水平・鉛直変位は補剛ゲタに対して20倍に増幅されている。ねじれに関しては増幅していない。この結果からは、全般に補剛ゲタはたわみ・ねじれの不規則振動をしており、水平たわみ振動に関しては顕著な振動は表われなかった。

3.2 計算値との対比

(1) 横たわみの平均成分

吊橋の中央径間1/2点の横方向平均変位と、同じく1/2点の平均風速との関係を図-5に示す。実測値は、40 msec 間隔のデータを5個ずつ平均し、0.2秒間隔の新しいデータに変換し、以後の計算に使用している。データ長は400秒間とした。また、計算は下表に示した流れに従って行った。計算方法の詳細は付録に示されている。



計算の流れ図

図-5より風速の低い領域では実測値と計算値はよく一致しており、基本的には両者は良い対応関係にあると考えられる(ただし、実測値の零ドリフトを補正した)。また高風速領域では実測値は計算値をやや下まわる傾向を見せている。この原因としては400秒の平均時間内で平均風速の変動が激しかったことが挙げられる。横たわみの平均成分には、(i)自然風中での抗力係数、(ii)補剛ゲタとケーブルの荷重分配率、(iii)鉛直たわみ・ねじれ振動との干渉および(iv)風の空間分布・斜風の影響などが関係すると考えられるので、更に検討する必要がある。

(2) 横たわみの変動成分

横方向変位の標準偏差と平均風速の関係を図-6に示す。同図には計算値(計算値I)も併記しているが、実測値は計算値と比較して、その傾向は一致するものの、値はかなり小さくなっている。計算には、(i)風の特徴(空間分布・パワースペクトル)、(ii)構造特性(固有振動数・構造減衰)、(iii)空力応答特性(空力アドミッタンス・空力減衰)など多くの仮定が含まれていて、計

算値の大きさを左右する原因となる。そこで、次に各要因の影響を調べた。

(a) 固有振動数

1/2点および1/4点の水平方向加速度のパワースペクトルを図-7に示す。同図のピーク値を与える周波数は吊橋の固有振動数とほぼ一致するので、この値と計算による固有振動数との比較を行なった(表-5)。実測値は計算値とよい対応を示し、特に変位応答の大きさを左右する対称一次振動モードの固有振動数はよく一致していることが分る。従来、吊橋の橋軸直角水平方向振動の実測はほとんどその例がなかったために、計算値と実測値の対比はなされることがなかったが、今回の結果から構造系のモデル化の妥当性が確認された。また、モード図を図-8に示す。

固有振動数に及ぼす曲げ剛性の影響を調べるために、曲げ剛性を変えて固有振動数計算を行なった。その結果が図-9、表-6に示されているが、その影響は非常に小さいと言えるであろう。

(b) パワースペクトル

計算には風のスペクトルとして日野の式を用いているが、実測された風速のパワースペクトルを用いて計算した結果(計算値Ⅱ)も図-6に併記されている。計算値ⅠとⅡとを比較すると、両者にはかなりの差があることが明らかになった。すなわち、計算値Ⅱの方がⅠよりも大きく、より実測値に近いこと、また計算値Ⅱにはバラツキが多く、Ⅰとは異なった特性を示しているが、これは実測されたパワースペクトルにバラツキが多く、計算値Ⅰで用いたパワースペクトルとは異なっていると考えられることなどである。なお実測されたパワースペクトルを用いても未だ実測値とは完全には一致していない。

(c) 空間相関 k

風の空間分布の影響は2章での結果を用いて検討することができる。4台の風速計で測定された風速の相互相関係数とコヒーレンスと、計算に用いた空間相関 $R_{u,u}(x, n) = \exp \left(- \frac{kn}{U} x \right)$ とを比較すると、実測値は計算式のような単純な形では与えられないことが判る。

従ってここでは計算に及ぼす k の影響を調べることとし、 k を4通りに変化させて動的応答倍率と横たわみ変動成分の値を調べた。その結果が表-7、図-10、11に示されていて、 k の値が大きくなると動的応答倍率が小さくなり、それによって横たわみ変動成分も小さくなる。従って、図-6の計算値Ⅰでも空間相関を表わす k として7を用いたが、2章の結果を参考に $k=3 \sim 4$ を用いれば、より実測値と合ったものと考えられる。

以上、計算値に影響を及ぼす因子に対して検討してきたが、図-6の実測値と計算値Ⅰが合わなかったのは、仮定したパワースペクトルや空間相関の値が低風速の実測値とは異なっていたため、これらを補正すればよりよい計算値が得られるものと考えられる。

4 お わ り に

今年度は種々の事情から新しいデータを得ることができなかったで、主として前年度のデータを用いて、風速の空間相関と橋の補剛ゲタの水平方向不規則振動に対して検討を行なった。

横たわみの変動成分の実測値は計算値と較べてかなり小さいが、応答結果には一部パワースペクトル、空間相関 k の値が影響することが判った。今後更にその原因追及のために空力アドミッタンス、空力減衰などに対する風洞実験ならびに現地観測の継続が必要であると考えられる。

おわりに、貴重なデータを提供された日本道路公団関係各位に深く謝意を表わす。下関管理事務所の宮腰所長はじめ職員の方々には長期観測システムの調整、強風データの収録など特別の尽力をいただいた。

記して感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 建設省土木研究所；関門橋長期観測データ解析報告書（その1），土研資料係1015，昭和50年3月
- 2) A. G. Davenport ; Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds, Proc. ASCE Vol. 88, 1962

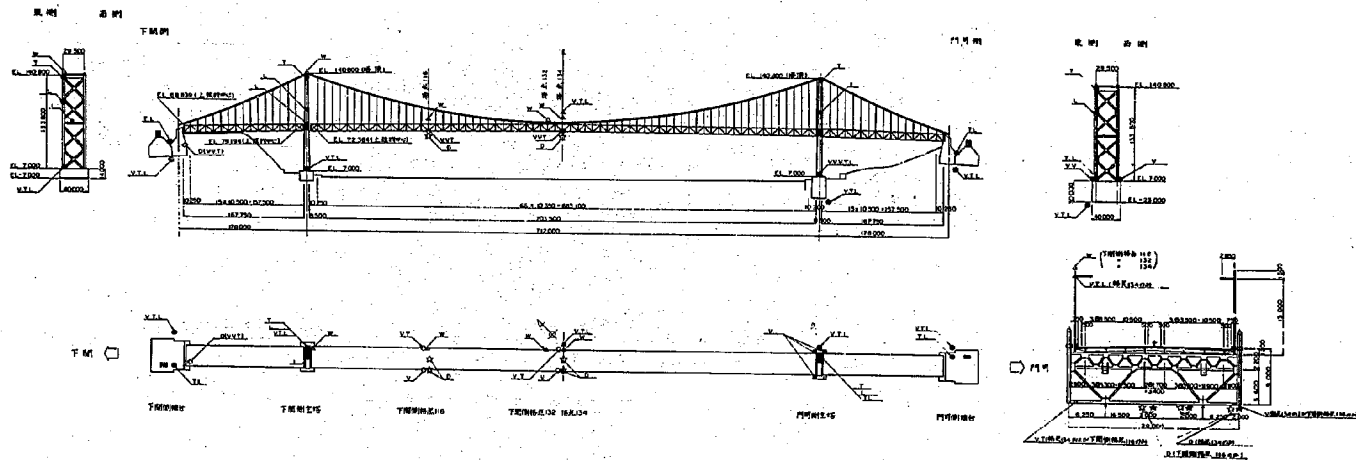


圖-2 觀測機器配置圖

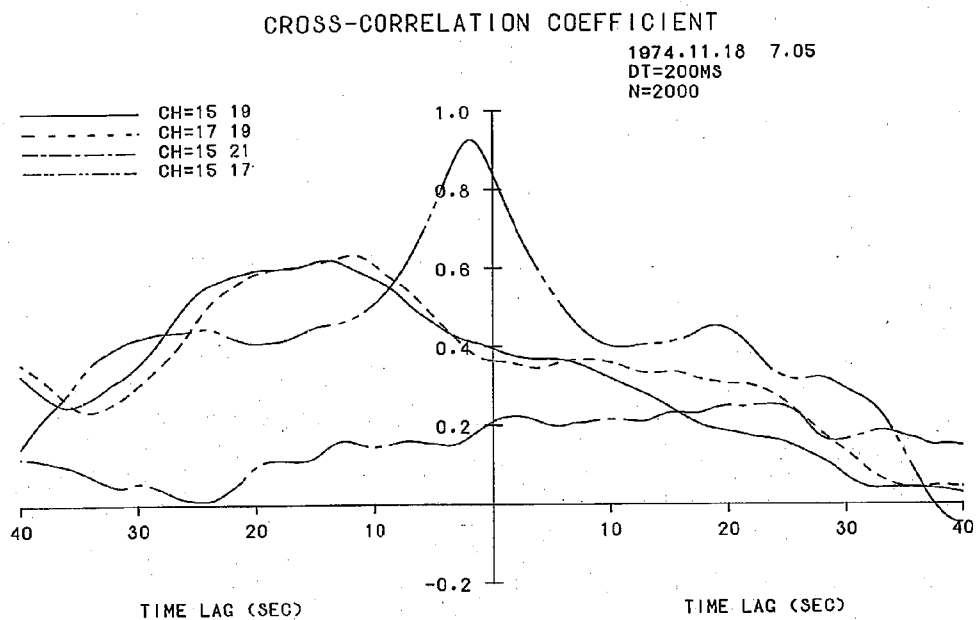


図-3.1 風速の相互相関関数

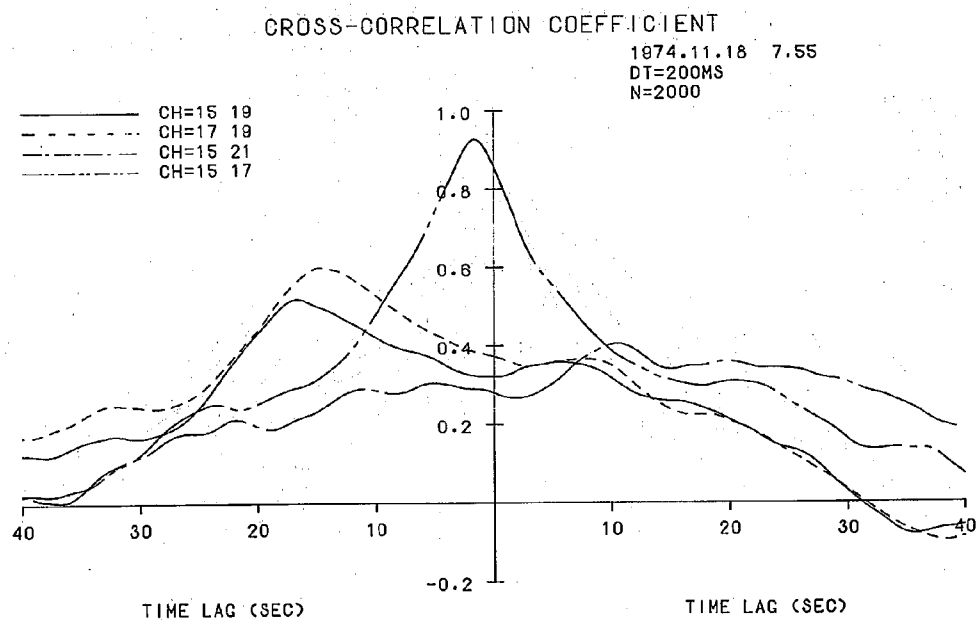


図-3.2 風速の相互相関関数

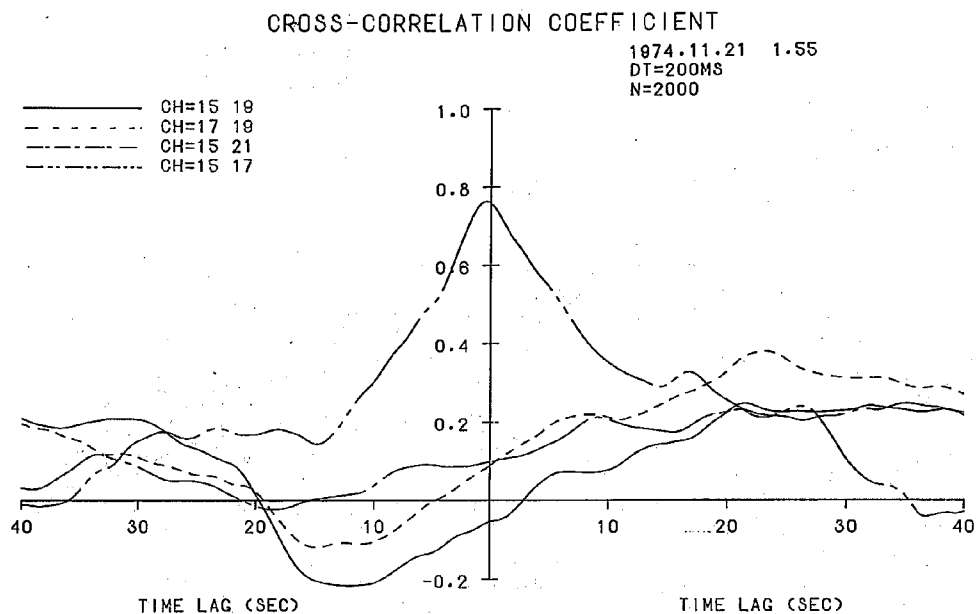


図-3.3 風速の相互相関関数

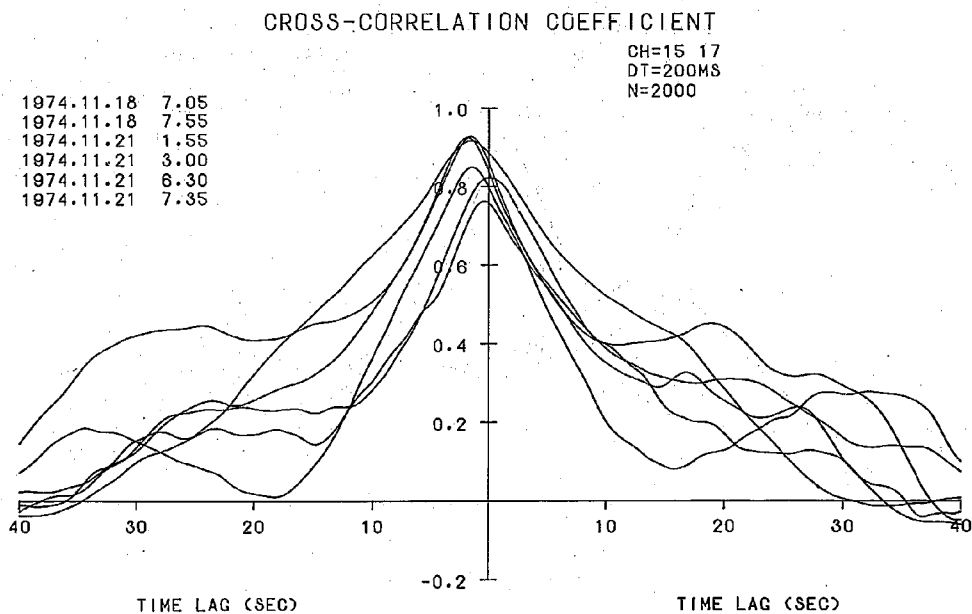


図-3.4 風速の相互相関関数

CROSS-CORRELATION COEFFICIENT

CH=15 18
DT=200MS
N=2000

1974.11.18 7.05
1974.11.18 7.55
1974.11.21 1.55
1974.11.21 3.00
1974.11.21 8.30
1974.11.21 7.35

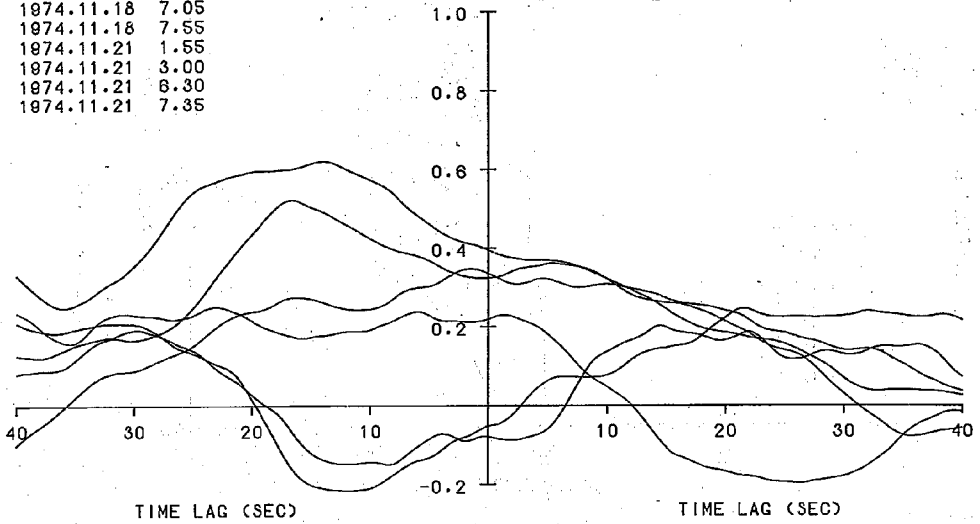


図- 3.5 風速の相互相関関数

CROSS-CORRELATION COEFFICIENT

CH=15 21
DT=200MS
N=2000

1974.11.18 7.05
1974.11.18 7.55
1974.11.21 1.55
1974.11.21 3.00
1974.11.21 8.30
1974.11.21 7.35

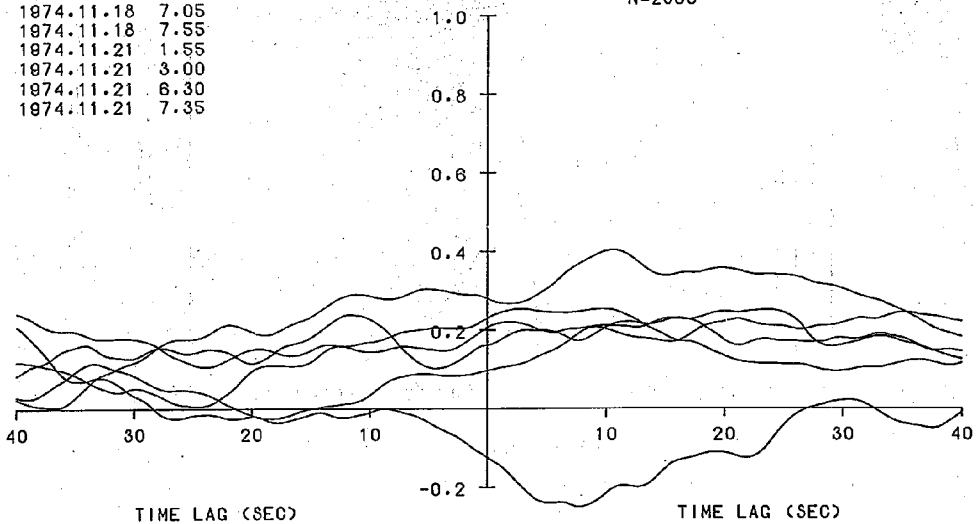


図- 3.6 風速の相互相関関数

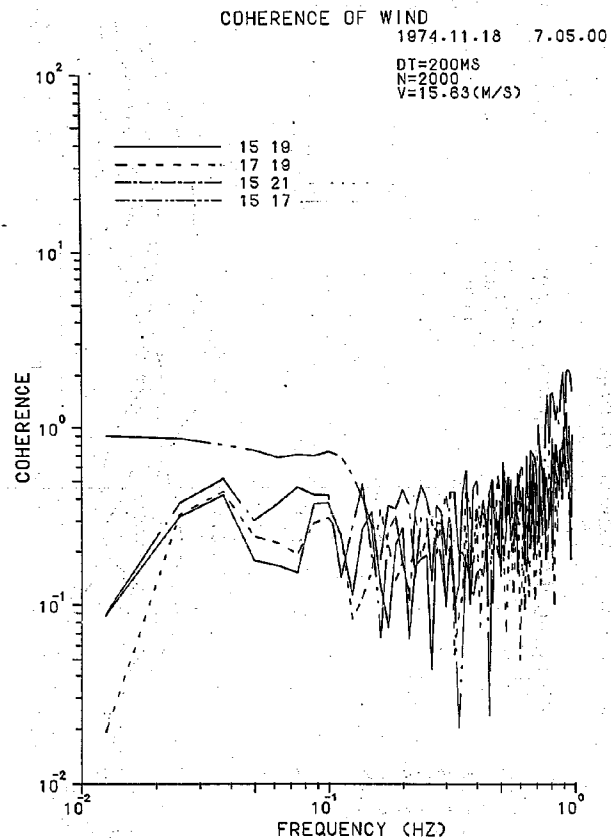


図-4.1 コヒーレンス

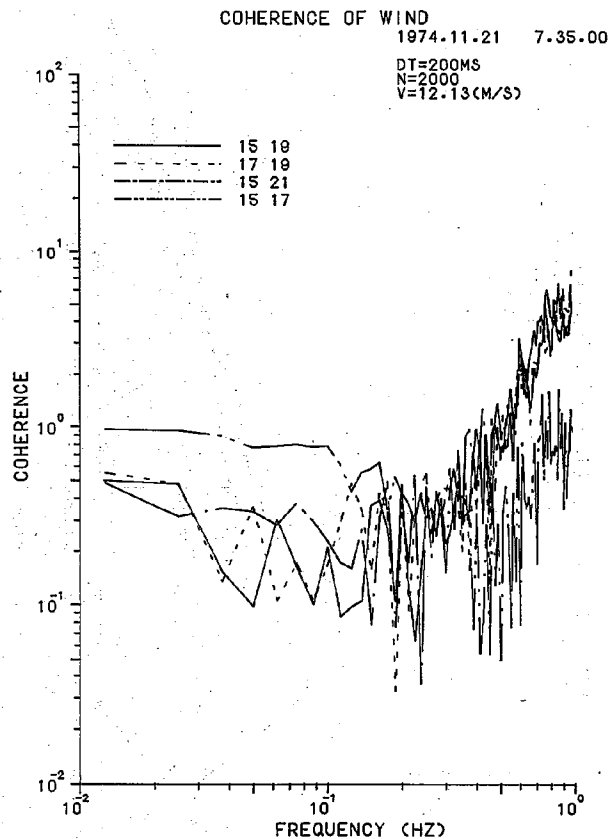


図-4.2 コヒーレンス

COHERENCE OF WIND

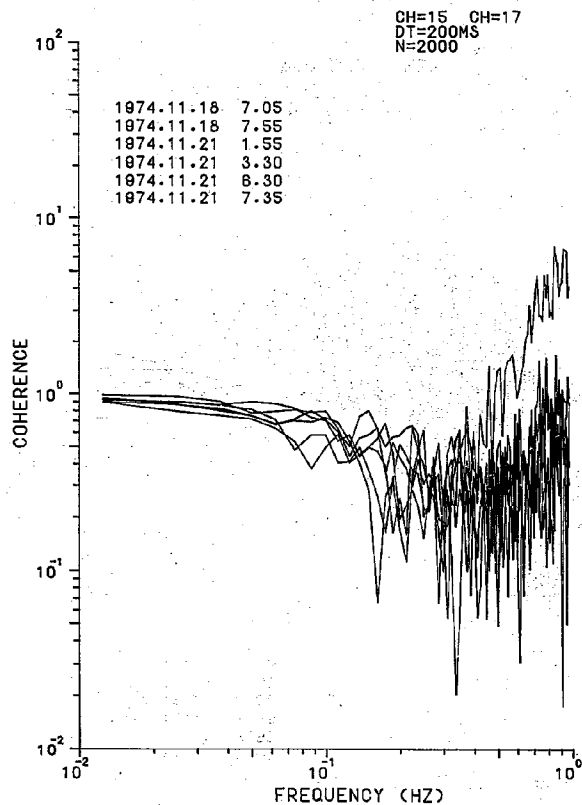


図 - 4.3 コヒーレンス

COHERENCE OF WIND

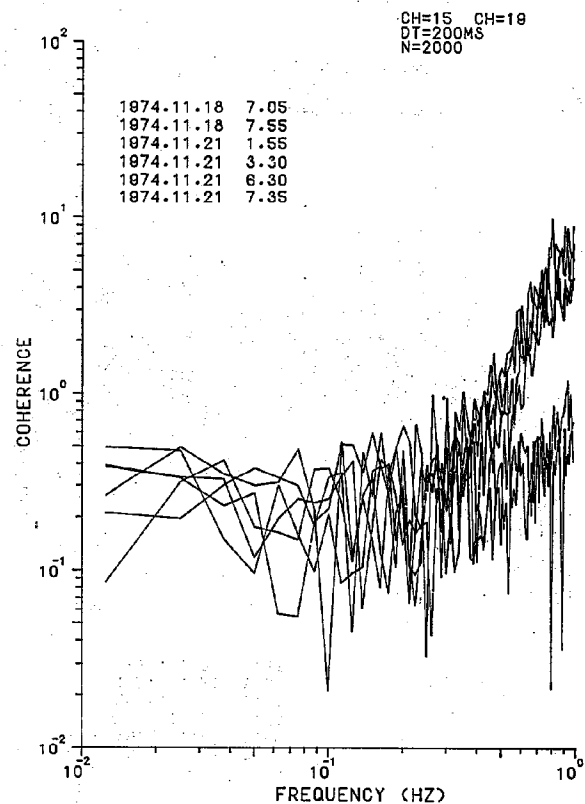


図 - 4.4 コヒーレンス

COHERENCE OF WIND

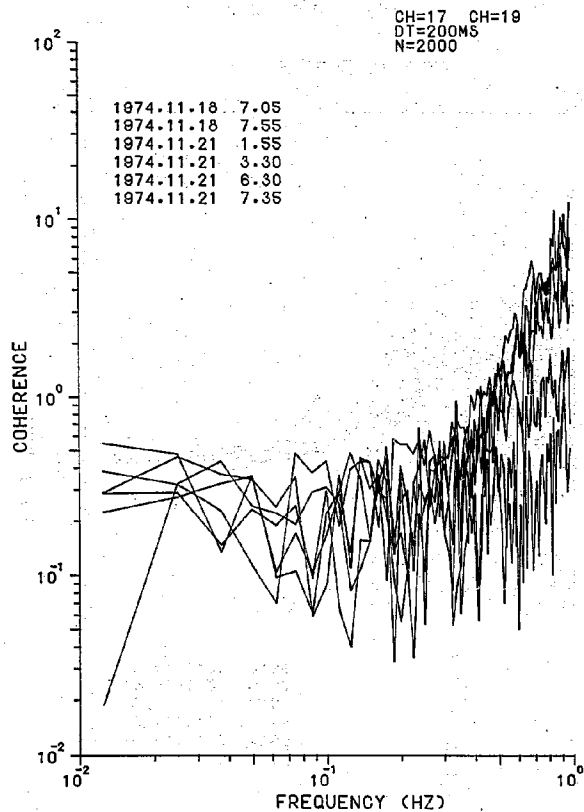


図-4.5 コヒーレンス

COHERENCE OF WIND

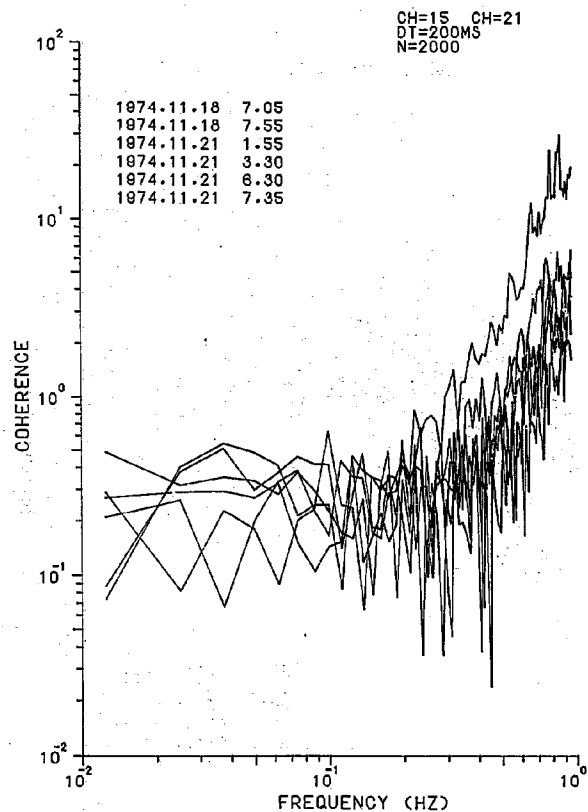
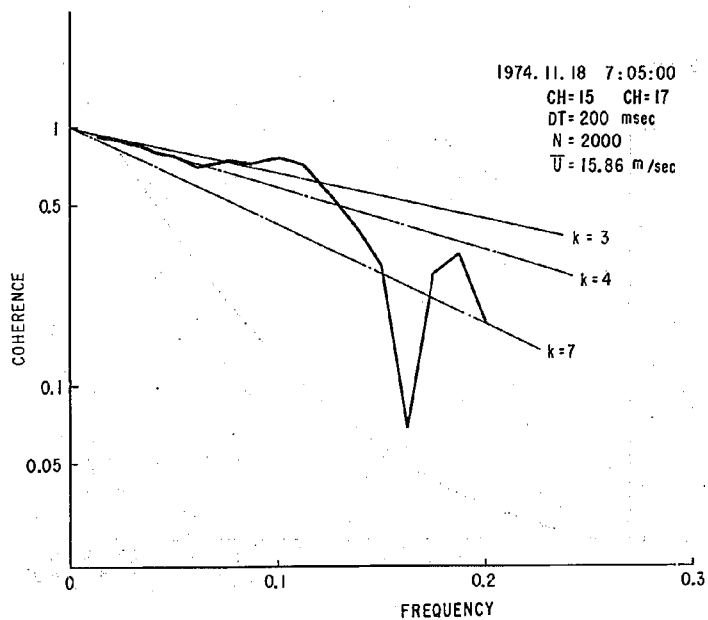
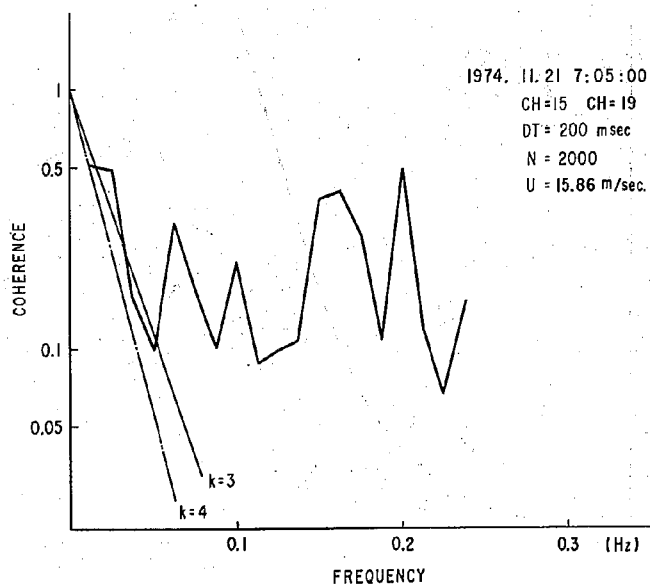


図-4.6 コヒーレンス



☒ - 4.7 コヒーレンス



☒ - 4.8 コヒーレンス

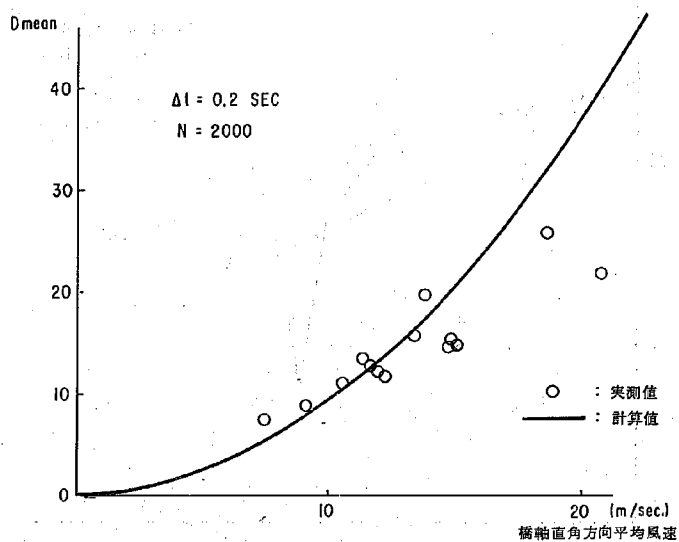


図-5 平均風速と水平変位

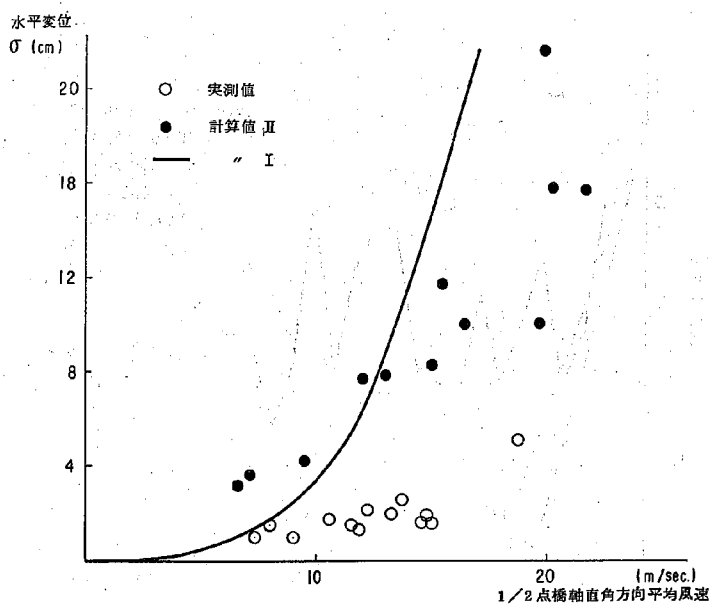


図-6 平均風速～変動変位(標準偏差)

POWER SPECTRUM DENSITY

1974.11.21
4.05.00
DT=200MS
N=2500
CH 11

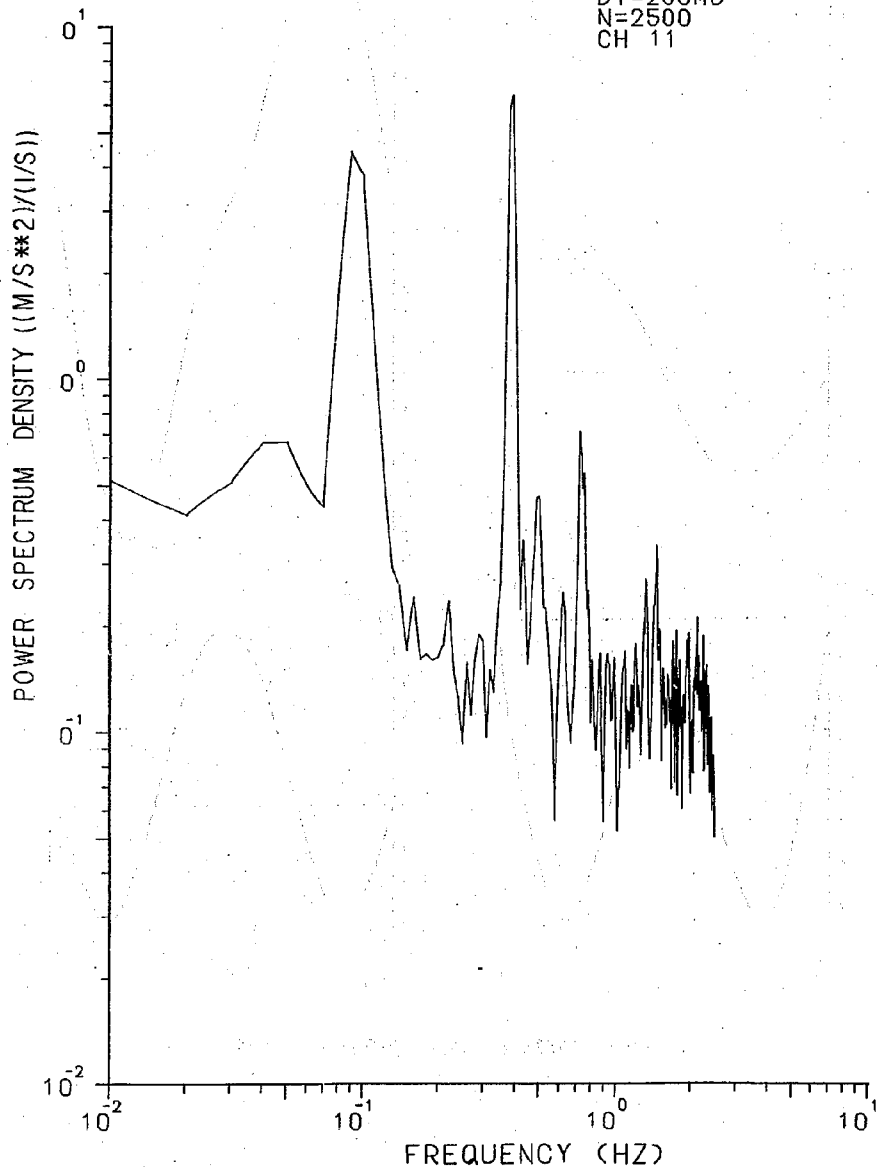


図-7 加速度のパワースペクトル

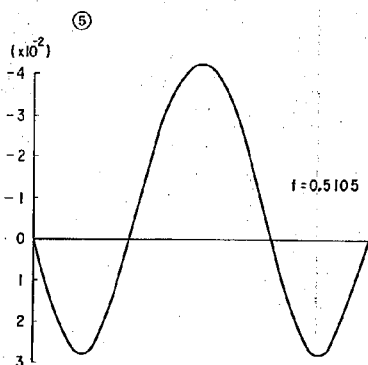
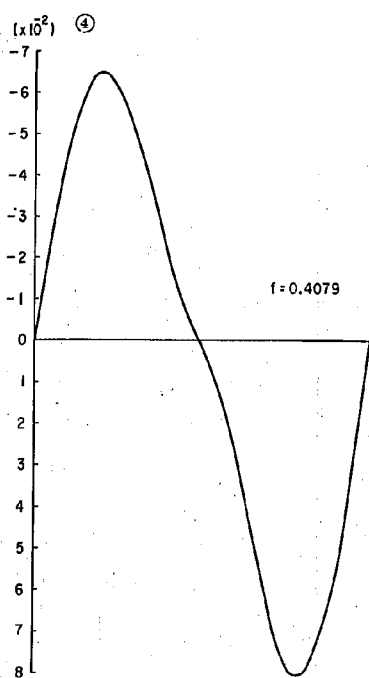
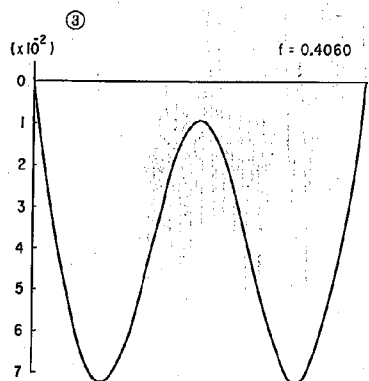
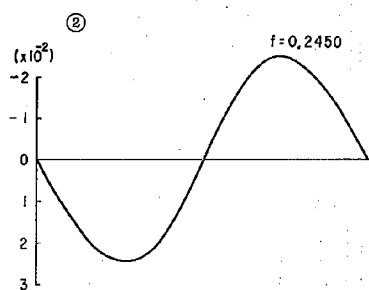
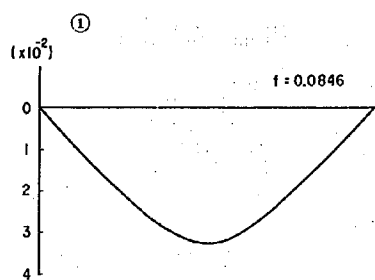


図 - 8 関門橋の橋軸直角水平振動モード図

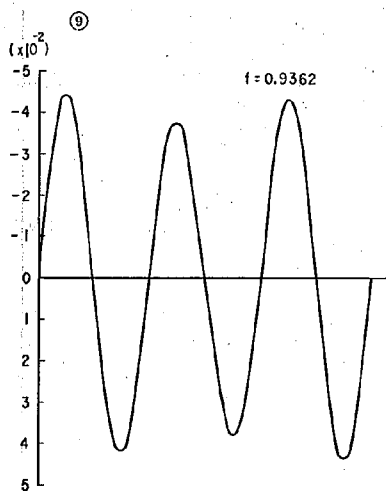
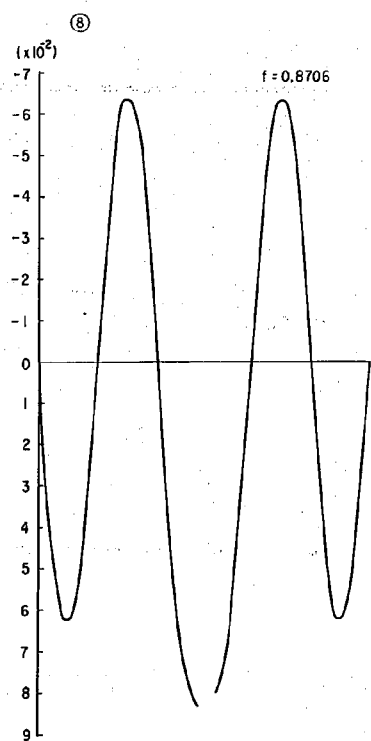
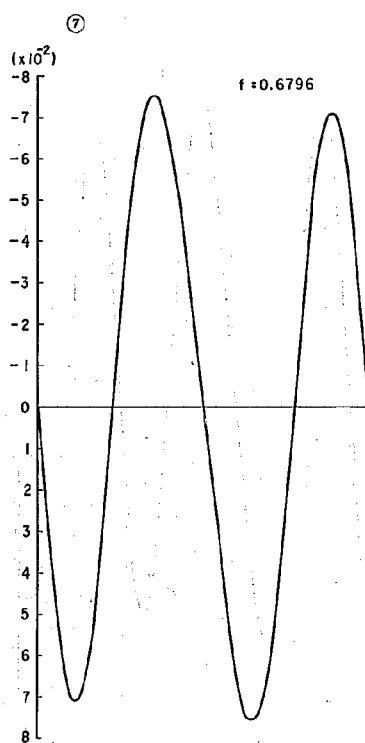
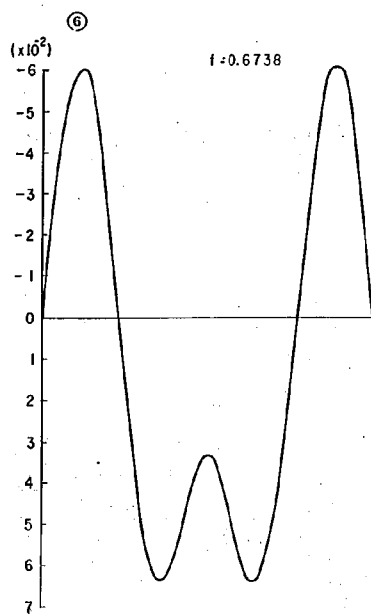


図 - 8 関門橋の橋軸直角水平振動モード図

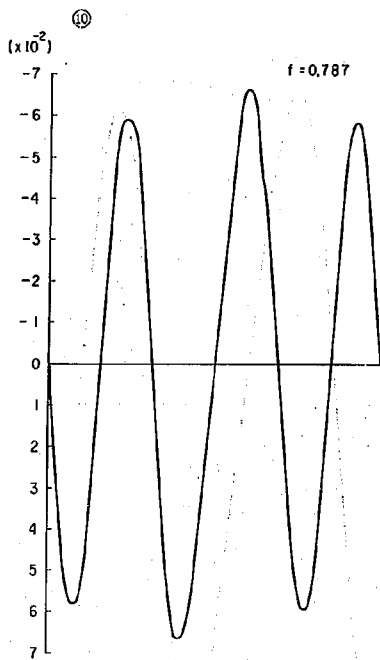


図 - 8 関門橋の橋軸直解水平振動モード図

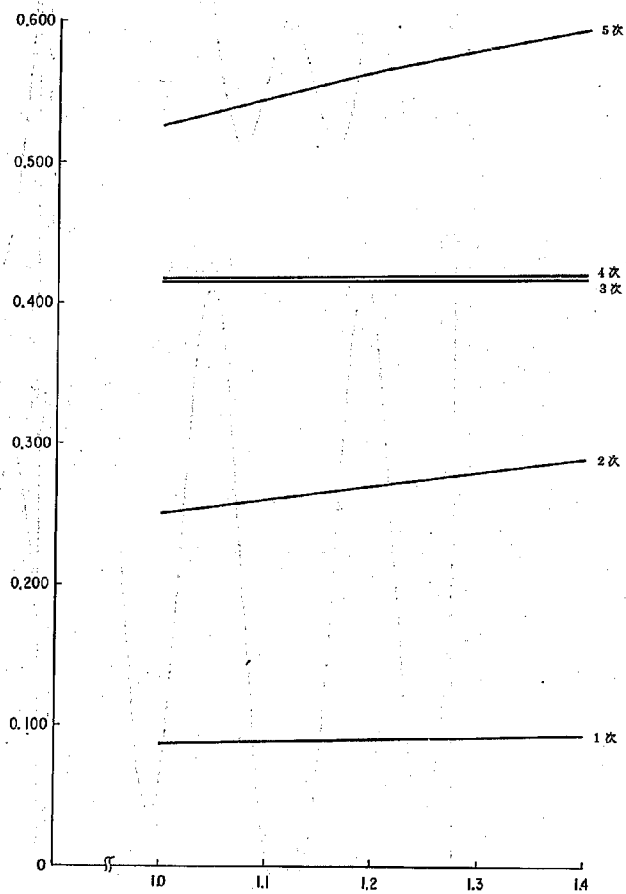


図 - 9 横曲げ剛性と固有振動数

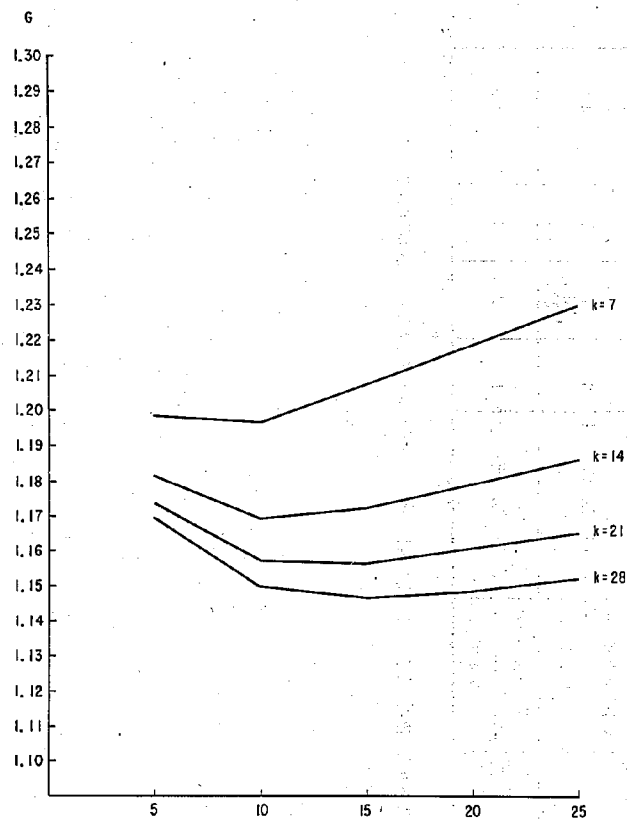


図-10 動的応答倍率に及ぼすkの影響

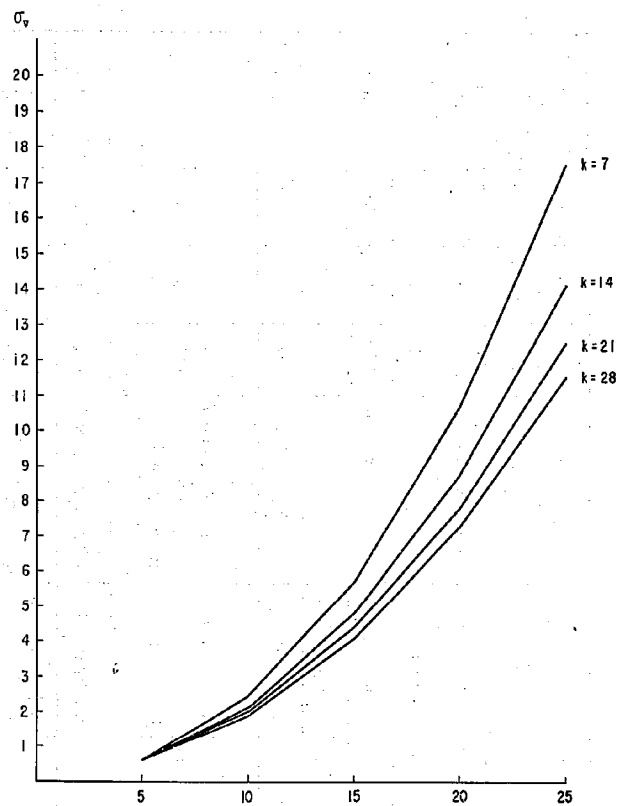


図-11 平均風速～横たわみ変動成分(kの影響)

表-1 観測項目, 観測計器, 観測範囲等

観測項目	測定場所	最大測定範囲	観測計器	数量	成分数		毎秒当り A/D変換 サンプリング 回数
					1台 当り	合計	
加速度	岩盤	$\pm 500 \text{ Gal}$	地中地震計	3台	3	9	100
	橋台	$\pm 500 \text{ Gal}$	電磁式加速度計	4台	1	4	50
	橋脚	$\pm 500 \text{ Gal}$		8台	1	8	
	塔	$\pm 500 \text{ Gal}$		4台	1	4	
	補剛桁	$\pm 200 \text{ Gal}$	サーボ型加速度計	6台	1	6	25
変位	補剛桁	水平 $\pm 2 \text{ m}$ 上下 $\pm 2 \text{ m}$	1) ターゲット 2) ターゲット制御器 3) X-Yアナライザ 4) X-Yアナライザ 制御器	1式	3	3	25
		橋軸方向 $\pm 25 \text{ cm}$	(1) 橋軸方向変位計測装置	1式	1	1	25
風速	補剛桁上	水平 60 m/sec 上下 10 m/sec	超音波風速計	1式	3	3	25
		水平 60 m/sec 540°	風向風速計	3	2 (風向 風速)	6	25
風速	下関側	水平 60 m/sec	風向風速計	1	2	2	25
風向	塔頂	540°					

注1) 橋軸方向変位計測装置は超音波風速計3成分のいずれか1成分と切換えて観測される。

表-2 觀測機器配置圖

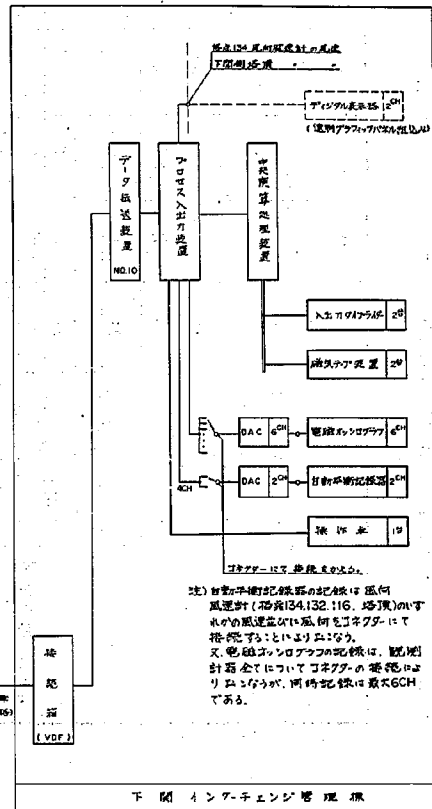
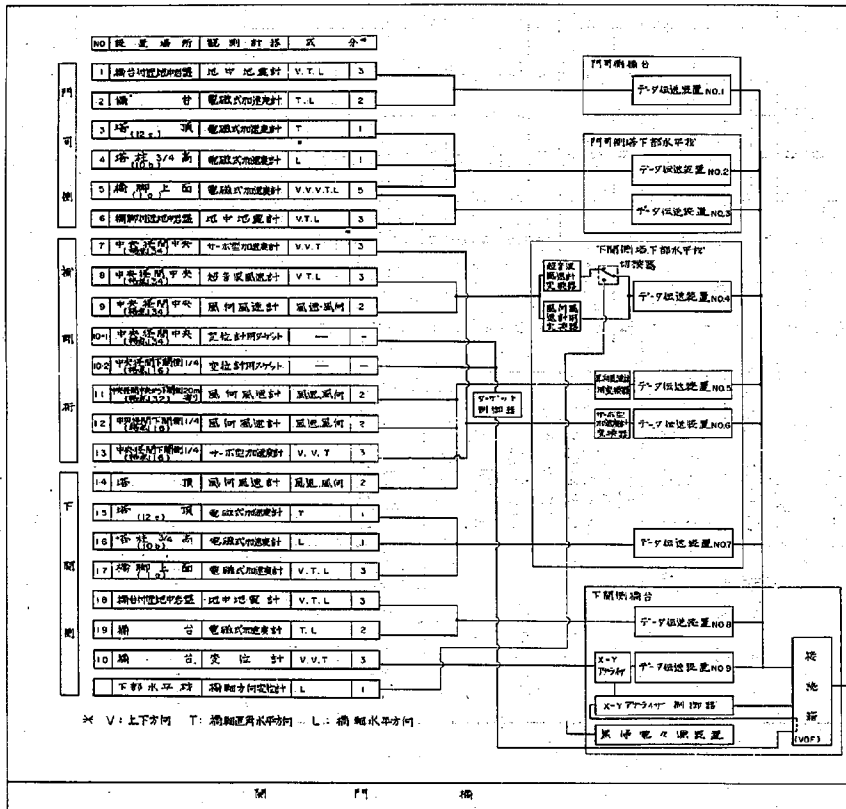
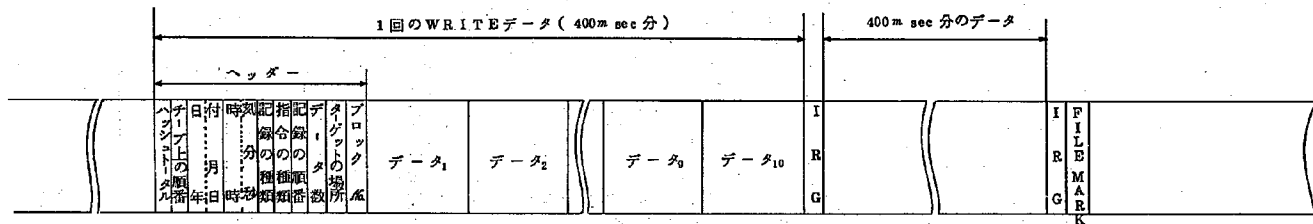


表-3.1 強風指令に記録するデータ(40m sec分)

セ ン サ	セ ン サ 設 置 場 所	セ ン サ の 種 類	成 分	CH NO	強 風 指 令 開 始	風 速 の デ ジ タ ル 表 示
電磁式加速度計	門司側塔頂	M	T	1		
		"	"	2		
	門司側塔柱 $\frac{1}{4}$ 高	M	L	3		
		"	"	4		
	下関側塔頂	M	T	5		
		"	"	6		
	下関側塔柱 $\frac{1}{4}$ 高	M	L	7		
		"	"	8		
サ ー ボ 型 加 速 度 計	補剛桁 中央径間中央	S	V	9		
		"	"	10		
		"	T	11		
	中央径間 下関側 $\frac{1}{4}$	S	V	12		
		"	"	13		
		"	T	14		
風向風速計	補剛桁 中央径間中央	W	S	15	○	○
		"	D	16		
	中央径間中央 下関寄 20 m	W	S	17	○	
		"	D	18		
	中央径間 下関寄 $\frac{1}{4}$	W	S	19	○	
		"	D	20		
	下関側塔頂	W	S	21	○	○
		"	D	22		
超音波風速計	補剛桁 中央径間中央	U	V	23		
		"	T	24		
		"	L	25		
変位計	下関側橋台	D	V	26		
		"	"	27		
		"	T	28		

成分 L ; 橋軸方向成分
T ; " 直角方向成分
V ; 上下方向成分
S ; 風 速
D ; 風 向

表-3.2 磁気テープの内容



↑ひとつの指令の最後を示す。

0	ハッシュコード
1	テープ上の順番
2	年
3	月
4	日
5	時
6	分
7	秒
8	
9	
10	
11	

- 記録の種類
- 1 自動記録
 - 2 手動記録
 - 4 点検記録

- 指令の種類
- 0 点検
 - 1 地震指令
 - 2 強風指令

- ターゲットの場所
- 0 無点灯
 - 1 測定用ターゲット
 - 2 検定用ターゲット
 - 3 両ターゲット

- ブロック番号
- 0 点検なし
 - 1 制御ブロック番号1が点検中
 - 2 " 番号2 "
 - 3 " 番号3 "
 - 4 " 番号4 "

入力データ型式

0	5	6	7	8	15
同期みだれ	F	A	R	A	データ
	R	A	N	G	
	A	N	G	E	

表-4 関門橋の長期観測磁気テープ

No.	日	時	備 考
1	4.8. 7. 2	3:19	
2	11. 8	21:04	
3	49. 4. 16	14:25	
4	26	7:57~12:25	△
5	7. 6	15:19~	△
6	"	15:19~17:53	△
7	"	17:53~20:04	△
8	7. 7	9:12~	△
9	11. 18	6:37	△
10	"	8:49	△
11	"	11:04	△
12	"	12:53~	△
13	11. 21	01:51	△
14	"	04:04	△
15	"	06:20	△
16	12. 14	8:14	
17	50. 1. 8		
18	2. 19	11:37	
19	22	7:25	
20	3. 18		△変位計 GAL
21	19	11:57	
22	20		
23	check data		
24	51. 2. 5		

△は49年度一次解析

表-5 関門橋の固有振動数

振動モード	対称性	次数	固有振動数(HZ)	
			理論値	測定値
水平たわみ振動	対称	1	0.1017	0.100
		2	0.4176	0.390
		3	0.6392	0.625
		4	0.7961	0.750
	逆対称	1	0.3308	0.291
		2	0.4295	0.475
		3	0.7250	0.720

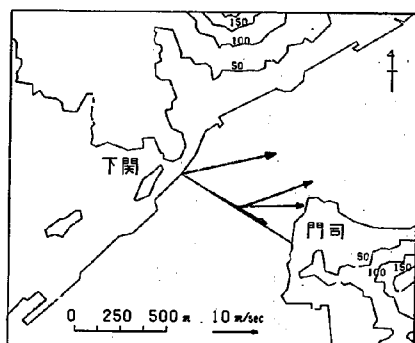
表-6 振動数に対する曲げ剛性の影響

I/I_0	固有振動数				
	1次	2次	3次	4次	5次
1.0	0.086	0.251	0.415	0.417	0.525
1.1	0.088	0.261	0.416	0.418	0.545
1.2	0.090	0.270	0.416	0.418	0.563
1.3	0.091	0.279	0.417	0.419	0.579
1.4	0.093	0.288	0.417	0.420	0.593

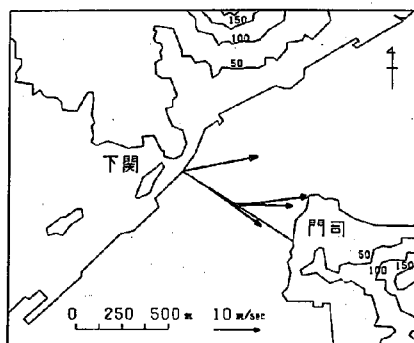
表-7 横たわみと空間相関k

k	5		10		15		20		25	
	G	σ_D	G	σ_D	G	σ_D	G	σ_D	G	σ_D
7	1.199	0.7	1.196	2.5	1.207	5.7	1.219	10.7	1.230	17.6
14	1.181	0.6	1.169	2.2	1.173	4.8	1.179	8.8	1.186	14.2
21	1.174	0.6	1.157	2.0	1.157	4.4	1.160	7.9	1.165	12.6
28	1.170	0.6	1.150	2.0	1.147	4.2	1.149	7.3	1.152	11.6

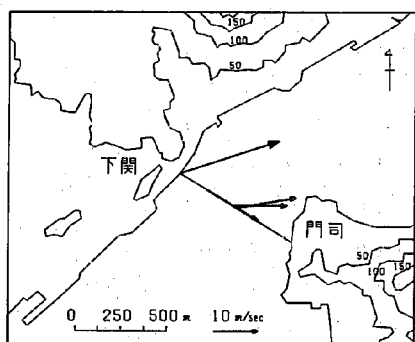
49年11月21日 3:30:40



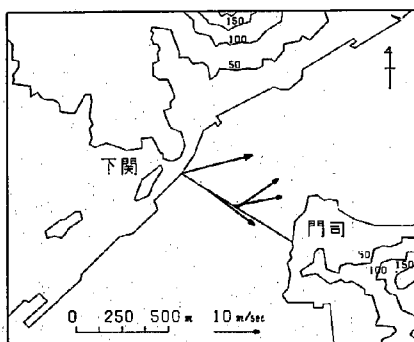
49年11月21日 3:31:0



49年11月21日 3:31:20



49年11月21日 3:31:40



49年11月21日 3:32:0

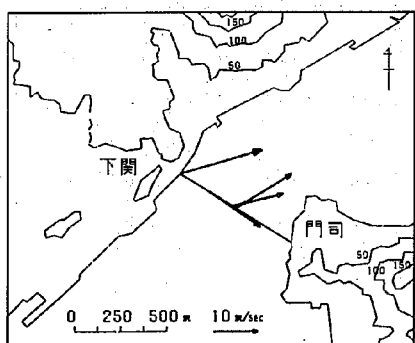


写真-1

映画「関門海峡の風速分布」

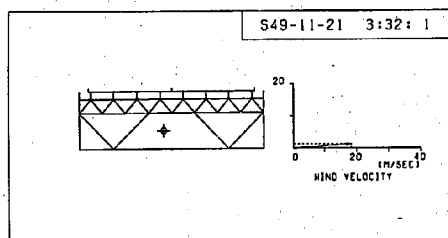
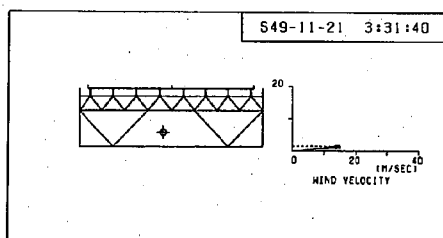
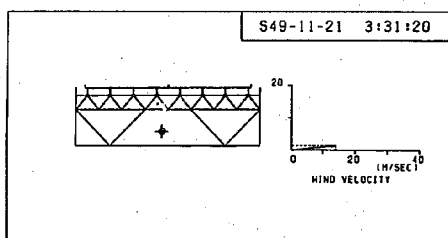
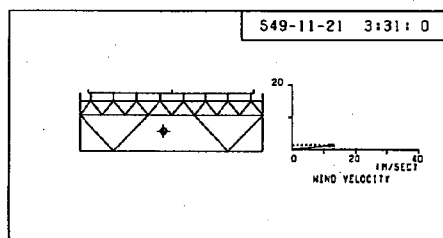
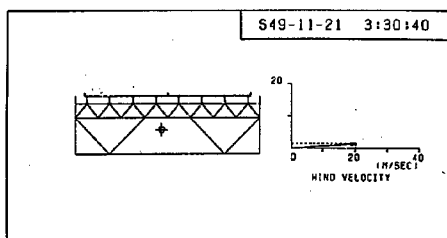


写真-2

映画「強風と補強ゲタの挙動」

付録 吊橋のガスト応答計算法

土研資料№930「耐風調査報告書(Ⅱ)」より抜粋

1 計算方法

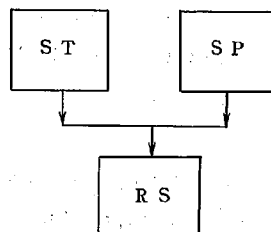
1.1 計算のフロー

計算は次のような流れに従って実行される。

ST: 構造の静力学・動力学的解析

SP: 空気力変動成分のスペクトルの計算

RS: 空気力に対する構造系の応答値の計算



1.2 構造系の解析

吊橋の吊構造系の橋軸直角方向に対する基本関係式として Moisseiv の微分方程式を採用する。補剛桁およびケーブルにかかる荷重強度を $q_t(x)$, $q_c(x)$ [t/m^2] とするとき、次の関係が成り立つ。

$$\frac{d^2}{dx^2} EI \frac{d^2 v}{dx^2} = q_t + \frac{P_s}{h} (u - v)$$

..... (1.1)

$$H_r \frac{d^2 u}{dx^2} = -q_c + \frac{P_s}{h} (u - v)$$

EI : 補剛桁の曲げ剛性 [$t \cdot m^2$]

H_r : 主ケーブル水平張力 [t]

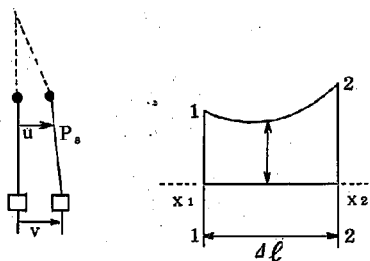
P_s : ハンガー張力 [t/m]

h : ハンガー長 [m]

(1.1) 式を計算する際には、種々の方法が考えられるが、今回は吊橋のような連続構造体のある要素で区切り、有限要素法的な次のような手法によって計算する。

いま橋軸方向 (x 方向) に $[x_1, x_2]$ なる区間 (finite element) を考える。

$$\Delta \ell = x_2 - x_1$$



$x = x_1, x_2$ における関数値をサフィックス 1, 2 で表わす。この区間では $E I = \text{const}$ とする。

また、計算の便宜上次の形状（変形）関数を定義する。

$$\phi_1(x) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$$

$$\phi_2(x) = 4\ell \cdot \xi(1 - \xi)^2$$

$$\phi_3(x) = 1 - \phi_1(x)$$

$$\phi_4(x) = -4\ell \cdot \xi^2(1 - \xi)$$

$$\psi_1(x) = 1 - \xi$$

$$\psi_2(x) = \xi \quad \xi = \frac{x}{4\ell} : \text{この } x \text{ は } x_1 \text{ より測っている}$$

この関数を用いて (1.1) より次の関係がえられる。

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ -M_1 \\ -Q_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = -B_1 U + \mathbb{C}_1 \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

ここで Q : せん断力
 M : 曲げモーメント

$$U = \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad \theta = \frac{dv}{dx} : \text{水平たわみ角}$$

$$\mathbb{C}_1 = \begin{pmatrix} {}_1c_1 \\ {}_1c_2 \\ {}_1c_3 \\ {}_1c_4 \end{pmatrix}$$

$${}_1c_i = \int_0^{4\ell} \phi_i \left\{ q_i + \frac{P_2}{h} (u - v) \right\} dx$$

$$B_1 = ({}_1b_{ij}), \quad i, j = 1 \sim 4$$

$${}_1b_{ij} = \int_0^{4\ell} \phi_i'' EI \phi_j'' dx = (\phi_i'' EI \phi_j'')$$

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ -N_2 \end{pmatrix} = -B_2 U + \mathbb{C}_2 \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad B_2 = ({}_2b_{ij}) \quad C_2 = \begin{pmatrix} {}_2c_1 \\ {}_2c_2 \end{pmatrix}$$

$${}_2b_{ij} = (\Psi_i' H_i \Psi_j') \quad i, j = 1 \sim 2$$

$${}_2c_1 = \int_0^{4\ell} \Psi_1 \left\{ q_c - \frac{P_s}{h} (u-v) \right\} dx$$

固有振動解析においては

$$\begin{aligned} q_1 &= p^2 m_1 v & p &: \text{固有円振動数} & \dots\dots\dots (1.4) \\ q_c &= p^2 m_c u \end{aligned}$$

とおく。\$m_1, m_c\$ は質量 (\$1/m \cdot \text{sec}^2/m\$) を表わす。平均風速に対する変形の場合には \$q_1, q_c\$ は与えられた関数となる。

(1.2), (1.3), (1.4) において

$$\begin{aligned} v &= \phi_1 v_1 + \phi_2 \theta_1 + \phi_3 v_2 + \phi_4 \theta_2 & \dots\dots\dots (1.5) \\ u &= \Psi_1 u_1 + \Psi_2 u_2 \end{aligned}$$

と近似すると、(1.2)~(1.5) を下の形にまとめることができる。

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ -M_1 \\ -N_2 \\ -Q_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = -B \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} + p^2 C \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

\$B\$: エレメント剛性行列

\$C\$: エレメント質量行列

各要素について (1.6) をつくり両端における釣合式を連ねてゆくと全体としての釣合式、すなわち固有振動方程式ができる。

$$\overline{B}X = p^2 \overline{C}X \quad \dots\dots\dots (1.7)$$

ここで \$\overline{B}\$ と \$\overline{C}\$ は全体系としての剛性、質量行列である。\$X\$ は独立変数である。

(1.5) の近似式が妥当であるのは、\$4\ell\$ と \$p\$ がおよそ次の関係式をみたす範囲である。

$$p^2 \frac{m_c (4\ell)^4}{EI} \approx 1.0 \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

$$p^2 \frac{m_c (4\ell)^3}{H_r} \approx 1.0$$

(1.7)の解として r 次 ($r=1 \sim$)の固有振動モードがえられる。

$$r \text{ 次モード} \begin{cases} P_r, & T_r = \frac{2\pi}{P_r}, & n_r = \frac{1}{T_r} \\ v_r(x), u_r(x) : & \text{変位} \\ Q_r(x), M_r(x) : & \text{応力} \end{cases}$$

正規化の条件は

$$\int v_r^2 m_c dx + \int u_r^2 m_c dx = 1.0 \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

とする。 $\int$ は全系についてとる。

平均風速に対する変形を求める際には(1.7)の右辺が荷重ベクトルとなるので直ちに Σ と応力((1.6)より)が定まる。

r 次モードに対する mechanical admittance は次式により求められる。

$$|H_r(n)|^2 = \frac{1}{P_r^2 \{ (1 - (\frac{P}{P_r})^2)^2 + 4\zeta_r^2 (\frac{P}{P_r})^2 \}} \quad \dots\dots\dots (1.10)$$

$$P = 2\pi n$$

$$P_r = 2\pi n_r$$

ζ_r : 減衰定数 (fraction to critical damping)

$$\zeta_r = \zeta_c + \zeta_{aero} \quad \zeta_c = 0.03/2\pi$$

$$\zeta_{aero} = \frac{\rho C_D A \bar{U}_z}{4\pi m_c n_r} = \frac{C_D A \bar{U}_z}{P_r} \frac{\rho}{2m_c} = \frac{\bar{P}}{P_r m_c \bar{U}_z} \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

1.3 空気力変動成分のスペクトル

標高 Z 面 [m] での平均風速 $\bar{U}_z = (\frac{Z}{1.0})^{\alpha} \bar{U}_{10}$ に対して平均抗力 $\bar{P}$ を

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho A \bar{U}_z^2 C_D \quad \dots\dots\dots (1.12)$$

で表わす。ここに $\rho = 0.125 \times 10^{-3} \text{ (t/m}^3 \cdot \text{sec}^2/\text{m)}$

変動風速のスペクトルは日野の式を用いる。

$$S_u(n) = 0.476 \frac{6KU_{10}^2}{\beta} \left(1 + \frac{n^2}{\beta^2}\right)^{-\frac{5}{6}}$$

$$\beta = 1.169 \times 10^{-3} \frac{\bar{U}_{10} \alpha}{\sqrt{K}} \left(\frac{Z}{10}\right)^{(2m \cdot \alpha - 1)}$$

強風に対して $m \cdot \alpha = 2$ である。

変動風速の流れに直角水平方向の相関々数；

$$R_u(x_1, x_2, n) = \exp\left(-\frac{k n}{U_z} |x_1 - x_2|\right)$$

変動抗力のスペクトル；

$$S_p(n) = 4 \bar{P}^2 |X_u(n)|^2 \frac{S_u(n)}{U_z^2}$$

ここで $|X_u(n)|^2$ は B. J. Vickery による空気力学的アドミッタンスを表わす。

$$|X_u(n)|^2 = \left\{1 + 2\left(\frac{nD}{U_z}\right)^{\frac{4}{3}}\right\}^{-1}$$

1.4 空気力学的応答

1.2～3の関係式を用いて吊構造系曲げモーメントのパワースペクトル $S_m(x, n)$ は次の形で表わされる。

$$S_m(x_1, n) = \sum_r M_r^2(x) |H_r(n)|^2 |J_r(n)|^2 S_p(n) \dots\dots\dots (1.13)$$

ここで、

$$|J_r(n)|^2 = \int \int v_r(x_1) v_r(x_2) R_u(x_1, x_2, n) dx_1 dx_2 \dots\dots\dots (1.14)$$

は Joint acceptance を表わす。

曲げモーメントの分散 $\sigma_m^2(x)$ ；

$$\begin{aligned} \sigma_m^2(x) &= \int_0^\infty S_m(x, n) dn \\ &= \sum_r M_r^2(x) \int_0^\infty |H_r(n)|^2 |J_r(n)|^2 S_p(n) dn \dots\dots\dots (1.15) \end{aligned}$$

曲げモーメントに関する effective frequency $\nu_n(x)$;

$$\nu_n^2(x) = \int_0^\infty n^2 S(n, x) dx / \sigma_n^2(x)$$

曲げモーメント最大応答値の期待値 $= g_{Tn}(x) \sigma_n(x)$;

$$g_{Tn}(x) = \sqrt{2 \ell_n(\nu_n T)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ell_n(\nu_n T)}}$$

平均抗力による曲げモーメントに対する修正係数;

$$G_{Tn}(x) = \left\{ 1 + \frac{g_{Tn} \delta_n}{M(x)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

変位およびせん断力に関しても同様な関係式が成立する。