

土研資料第1191号

土木研究所資料

地下水のシミュレーションの現状とその問題点

昭和52年3月

建設省土木研究所
河川部水文研究室

地下水のシミュレーションの現状とその問題点

目 次

1. 地下水の流動	1
1) 不圧地下水位変動の考察	1
岐阜大学土木工学科 助教授 宇 野 尚 雄	
2) 地下水の自然かん養に関する調査	9
筑波大学地球科学系 助教授 榎 根 勇	
2. 地 盤 沈 下	21
1) 全国地盤沈下の現状	21
国土地理院測地部 田 中 稔	
3. 地下水のシミュレーション	39
1) 地下水シミュレーションへの有限要素法の応用	39
東京大学土木工学科 助教授 玉 井 信 行	
2) 準三次元帯水層モデルによる地盤沈下の解析	46
国際航業㈱地質水文課 鎌 田 烈彦	
同 原 田 和彦	
3) 過去に開発された地下水シミュレーションモデルの調査研究	58
筑波大学地球科学系 助教授 榎 根 勇	
同 大学院 樋 口 政 男	
4. 地下水シミュレーションモデルの問題点とその適用について	75
1) 水収支シミュレーションとその役割	75
国際航業㈱地質水文課 鎌 田 烈彦	
同 原 田 和彦	
2) 地下水シミュレーションの問題点	81
筑波大学地球科学系 助 手 鈴 木 裕 一	
3) 地下水シミュレーションの問題点	87
東京都公害局特殊公害課 島 津 暉 之	
4) 地下水シミュレーションの方法と問題点	103
建設省土木研究所 水文研究室 北 川 明	
5) シミュレーションの適用について	112
建設省土木研究所 水文研究室長 石 崎 勝 義	

1. 地下水の流動

1) 不圧地下水位変動の考察

岐阜大学 宇野 尚 雄

1. ま え が き

地下水が人類共有の財産であるという認識に基づいて、近時その保全と適正な利用が要望されている。このために地下水の流動機構を把握する必要がある。本文ではこの流動機構に影響する諸要因とその影響度について言及し、若干の考察を行なうものである。

2. 琵琶湖周辺の地質・地下水調査¹⁾

はじめに、筆者が携わっていた琵琶湖周辺地下水調査の方法、経過、結果について概説する。調査の目的は琵琶湖総合開発計画に基づいて湖面を低下させたときの周辺地下水位低下量の推定であった。このため次の調査が実施された。

(1) 現地踏査および現地調査

湖周域全体の踏査および現地の地下水の実態を知るための聞き込み調査（定性的調査）、ボーリングや揚水試験から得られる地質構造と地下水の特性の把握（定量的調査）に努め、解析に必要な資料を収集する。

(2) 地質構造調査

代表的地区のボーリング、電気探査、水圧試験等の資料をもとにして、湖周辺各地の滞水層を中心とした地質構造調査（断面図作成）のとりまとめを行なう。

(3) 地下水位変動調査

ボーリング孔や家庭用井戸などを利用した地下水位観測の実施、既往の観測資料を利用し、湖水位と地下水位の関係を検討する。つぎに(2)の調査資料をもとに、湖面低下にともなう地下水位低下の程度とその影響範囲の推定を行なう。

この調査の結果、湖面が3 m低下したときの周辺地下水位の最大等低下量線図として、図-1のような結果を得た（昭和41年3月）。その後、同様の手法でさらに詳細な検討が加えられているが、ここでは省略する。

さて、この調査過程で問題になった事項を二、三述べておきたい。

(i) 地下水解析方式

筆者らの調査以前に、湖周辺地下水位変動について松尾・河野は「準深」という概念を提案して、準深にもとづく計算により地下水位変動を論じている。²⁾ 準深はある時点の地下水面形とある一地点の滞水層厚さから

$$q/k = ih \quad \therefore h = (q/k) / i \dots\dots\dots (1)$$

ここに q は一次元流における流量、 k は滞水層の透水係数で、 q/k はその流域ではば一定とする。 h

は滞水層の厚さ、 i は地下水面の傾度によっても計算される。仮定の滞水層厚さというものであるため、実際の滞水層厚さとはかなり違うのである。³⁾このため、準深を用いた計算結果の精度に疑問が残されていた。そこで筆者らの調査法ではすでに述べたように、地下水流動を支配している地層断面図の作成（滞水層の把握）、揚水試験等による滞水層定数の把握、現地の流域に即した境界条件の設定に努力を払い、水位変動量を未知量として解析した。このオーソドックスな方法は多大な経費と労力を要した点、今後の地下水調査において考えねばならない問題であろう。

(ii) 準一次元流として解析したこと

松尾・河野らと同様に一次元的取扱をした。

(iii) 滞水層のモデル化

ボーリング等から判る滞水層はしばしばレンズ状の粘土層を含んでいたり、透水性の若干違う砂層が数層あるとか、薄い粘土層の連続性に疑問があると複雑である。これらの単純化は大きな仮定であるので、この仮定の妥当性、精度に検討が必要である。

(iv) 滞水層定数の推定

滞水層定数は揚水試験等により推定されるけれども、しばしば複雑な地質的・水理学的条件の影響を受けるため、推定される滞水層定数の精度はとくに注意を要し、貯留係数の値は詳細な検討が必要であった。^{4),5)}

(v) 境界条件の設定

地下水は領域外からの影響を受けて流動している。上流境界での条件をどのように設定するか、また降水をどれだけ見積るか、領域内で滞水層に対して人工的な揚注水の程度の把握はどうするか、などの問題は難しい。上述の計算では降水、人工的揚注水は考慮せずに、上流境界条件として現地に即して、(1)水位一定、(2)流量一定、(3)補給なし、の3種類のうちどれかを適用した。しかし、この境界をどこに仮定するかで計算値にかなり大きな誤差を生ずる恐れがあったため、境界の位置、すなわち領域をかえた計算を行ない、比較したところ大きな差はなかった。しかしどんな場合でも大差ないとは断言できないので、その都度この種の検討は必要であろう。

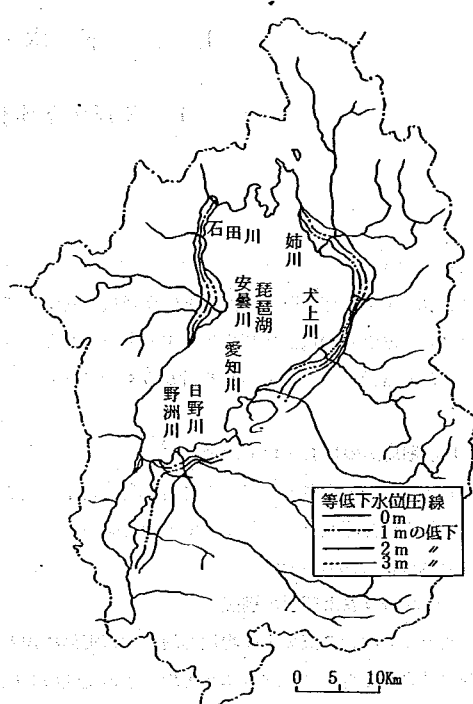


図 - 1

3. 地下水流動の解析式とその特徴

単一滞水層の地下水流動は運動の式としてのダルシーの法則と連続の式を組み合わせ得られる次式で解析される。

$$S_r \frac{\partial h_r}{\partial t} = \sum_s \frac{\partial}{\partial x_s} \left\{ k_r F_r \frac{\partial h_r}{\partial x_s} \right\} + W_r \quad (2)$$

ここに 添字 r は 1, 2 次元場の区別, s は座標の区別で, $x_1 = x, x_2 = y$ 。すなわち, 準 2 次元場では $S_2 = S(x, y), h_2 = h(x, y, t), k_2 = k(x, y)$ ……など。 S は貯留係数, h は基準面からの水位高さ, k は透水係数, F は滞水層の厚さで, 不圧のとき不透水面の高さを g として $F = h - g$, 被圧のとき被圧境界面を f として $F = f - g$ である。 W は補給源 (正) または排水源 (負) で, 速度の次元をもつ。

複数の滞水層に対しては各層に式(2)を適用し, h_r は各層の水頭と考え, W_r には制約条件が加わる形となって, かなり複雑になろう。ここでは単一滞水層に限定して論議を進める。

式(2)によって地下水流動の解析上の特徴を列挙してみると次のようである。

- (i) S, k, F, W などのパラメーターの推定のために現地調査などが必要である。
- (ii) 水位 h を既知とすると, (i) の 4 ケのパラメーター 1 ケは未知として求められる。
- (iii) 式(2)の右辺第 1 項の中カッコの中の量は流量 $q_{r,s}$ を表わしているから式(2)は

$$S_r \frac{\partial h_r}{\partial t} = \sum_s \frac{\partial q_{r,s}}{\partial x_s} + W_r \quad (3a)$$

$$q_{r,s} = k_r \cdot F_r \cdot \frac{\partial h_r}{\partial x_s} \quad (3b)$$

と書くことができ, 式(3a)の右辺 1 項は対象領域内の地下水流動を表わしている。

(iv) 式(2)の微分式を領域全体について積分した形で考えると, 式(2)右辺 1 項は消えて, 水収支の基本式となる。すなわち

$$\frac{ds^*}{dt} = R(t) - D(t) \quad (4)$$

ここに, R, D はその地区に対するかん養量, 流出量をそれぞれ表わし, 左辺の量は地区全体の貯留量変化を表わす。したがって式(2)の W が式(4)の $(R - D)$ に対応することになる。式(4)は連続の式である。

(v) 上述したことから, 地下水位変動は領域内の流動によるもの (式(2)の右辺第 1 項) と領域への補給源または排水源 (W_r) の 2 つが合成されたものとみなすことができる。

(vi) すでに(i)で述べたように解析式に用いられるパラメーターはほとんどが不確かであるので, これらの推定精度が計算結果に影響する。

(vii) 不確かなパラメーターの組合せ条件下で計算した地下水位変動が観測値と合うから, 境界の水理条件を変えたときの計算値も十分な精度をもつとは断言できない。

このような考察を進めてゆくと, 地下水位変動は種々の要因の影響をうけているため, どの要因が水位変動にどれだけ効いているか明確でないために, 地下水位変動の推定が難しい現状であると考えざるを得ない。そこで最近始めた基本的な地下水位変動計算の結果について 5 節で述べる。

一方, 地下水流動を表現する量として, 地下水位 h , 流速 v , 流量 q , 賦存量 Q などが用いられるが,

これらは独立した量ではなく、相互に関連している。図-2は模式的に地下水系の関連性を示したものである。容器としての地盤と水理条件を表わす k , S , F および W の要因によって h , q , v , Q などが定まることを示そうとしたものである。これらの地下水流動を表わす量の中で水位はもっとも観測しやすいため、しばしば地下水位の観測が行なわれる。

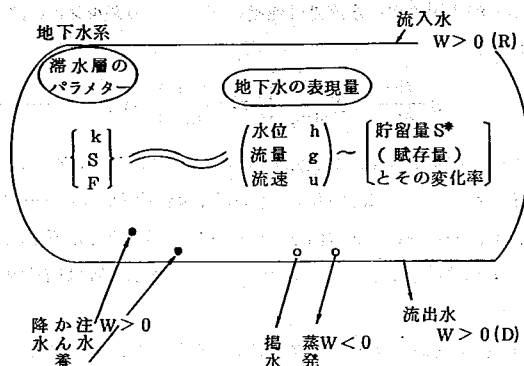


図-2

4. 二つの地下水位変動観測例⁶⁾

琵琶湖周辺の地下水は上流から平地部を経て湖に流入し、湖水となり瀬田川へ流下している。湖周辺各地について、地下水位変動の振幅、湖岸からの距離、湖水位と降雨の時間的変化に対する地下水位変動の時間的遅れを観測水位変動から調べてみると、

(1) 地下水位は降雨変動に対しては0～4日の時間的遅れを示し、湖面変動に対しては先行して変化している。

(2) 湖岸より内陸に入ると水位変動の振幅は減少するけれども、2～2.3 kmより上流になると逆に地下水位変動は増大する。地下水位は湖面より高い。

一方、長良川と揖斐川で挟まれる高須輪中の地下水位観測値についても同様の整理を行なったところ、次の特徴が認められた。

- (1) 地下水位は河川水位、降水量のいずれに対しても時間的に遅れて変動している。
- (2) 河川から離れるに従って地下水位変動量は減少し、かつ地下水位も低下する。
- (3) 内陸部においては地下水位は河川水位より降水とか地表水の影響を受け易い。

高須輪中のように、河川に挟まれた、平坦な、小流域の地下水位変動は降雨や河川水位変動に追従して生じるのに対して、琵琶湖周辺では降雨により地下水位が変動し、つぎに下流域境界条件としての湖水位が変動するという対照的な傾向を示し、地形や地下水系の特徴を端的に表わしているといえよう。すなわち、琵琶湖周辺の地下水は上流から下流へと進行して、ちょうど大きな井戸が周辺から集水して水位変動を起しているものとみられるので、正しくは湖とその周辺を含んだ、きわめて広い領域を考慮して地下水流動を解析する必要があるように思われる。

5. 基本的な水位変動計算⁷⁾

前節に実際の地下水位変動の傾向例を述べた。また3節で水位変動に影響する要因は透水係数や滞水層厚などあって、これらのパラメーターの把握が困難であることを指摘した。 k , S , F などのパラメーターが場所的に変化すると、その影響が水位変動にどのように現われるかはさらに不明確で、十分な推測すら難しい。そこで、この節では基本的な水位変動計算結果を述べて、今後の地下水解析の参考に供したいと思う。

(1) 対象領域と基本式

図-2に示した k , S , F および W のパラメータと水位 h の関係を検討することが目的である。現在かなりの計算結果を得ているが、一般的に利用できる形に整理できていないので、二、三の結果を示すにとどめる。

対象は不圧地下水として、領域は一方向に流れている準一次元場と扇状地のような放射状場の2種類を考え、領域の長さは3Kmの大きさとした。基本式は式(2)を書き改めて次式で与えられ、実際の計算は階差式解法に基づいて電子計算機により数値計算した。

準一次元場：

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k (h-g) \frac{\partial h}{\partial x} \right\} + W \quad \text{..... (5)}$$

放射状場：

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[kr (h-g) \frac{\partial h}{\partial r} \right] + W \quad \text{..... (6)}$$

(2) 諸条件

貯留係数 S は定数として、0.1または0.2の値を採用している。滞水層厚の変化の検討は省略して $g(x)=0$, $h-g \doteq H_0=10$ m, 透水係数は高透水層のそれを k_1 , 低透水層のそれを k_2 として, $k_1=100$ m/day あるいは $k_1=50$ m/day, $k_2=10$ m/day あるいは $k_2=5$ m/day を用いている。補給源 W は降雨を考えないときは0とした。

計算ケースは流れ場の相違, 滞水層定数の場所的変化, 降雨の影響, 境界水理条件の相違などが地下水位変動に及ぼす様子が判明するような組み合わせ条件下についてである。

(3) 流れ場の相違の影響

高透水層のみの3種類の領域(図-3(a)参照)に対して, $x=0$ または $r=0$ の水位条件としてステップ急上昇1mを与え, $x=3$ Kmまたは $r=3$ Kmで初期水位 $H_0=10$ mのままとしたときの地下水面形の時間的变化を示すのが図-3(a)である。一方, ステップ変化1mを10日間持続した後, 0に戻したときの水位変化は図-3(b)のようである。

図-3(a)から, 領域Ⅲ, Ⅰ, Ⅱの順に水位変動振幅が小さくなり, Ⅲの場合が最も速く, 大きく変動が伝播することがわかる。一方, 図-3(b)によれば距離1Kmにおけるピーク水位を比較しても明らかなように, 領域の相違による時間的遅れの差が認められない。すなわち境界の水位変動による水位変化の伝播の時間的遅れは距離によってきまる。水位変動

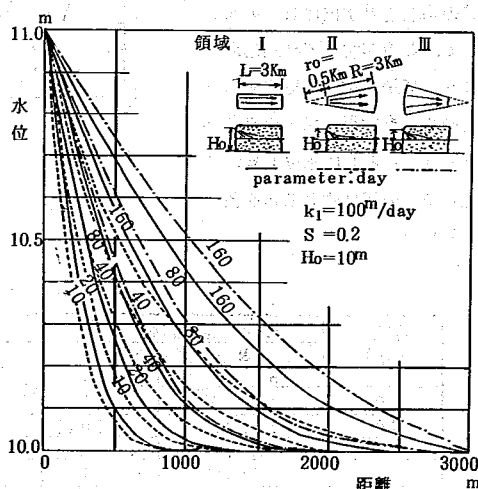


図-3(a)

振幅の大きさは扇の曲率半径で評価されるものと考えられる。

(4) 滞水層定数の場所的变化の影響

流れ場は領域Ⅲを対象として、 $r=1400 \sim 1600\text{m}$ の200m区間に低透水層を入れた場合の水面形変化を図-4に示した。透水係数が10分の1の地層が入ることにより、この部分で著しい水位落差が生じ、水位変動の伝播を妨げる効果を示していることが明らかに認められる。

低透水層の位置を $r=900 \sim 1100\text{m}$ 、 $r=400 \sim 600\text{m}$ にそれぞれ設定したときの水面形変化は図-5のようであって、同様の傾向が明らかである。

(5) 降雨の影響

一次元と放射状の各領域(長さ3km)の中央部300mの範囲に 5mm/day の降雨だけを与え、領域の両端境界水位は H_0 のままとして、降雨がすべて時間的遅れもなく、補給源 W に転化して計算した結果、降雨の継続時間(day)とともに水位上昇が中央地点でどの程度生じるかを表-1に示した。

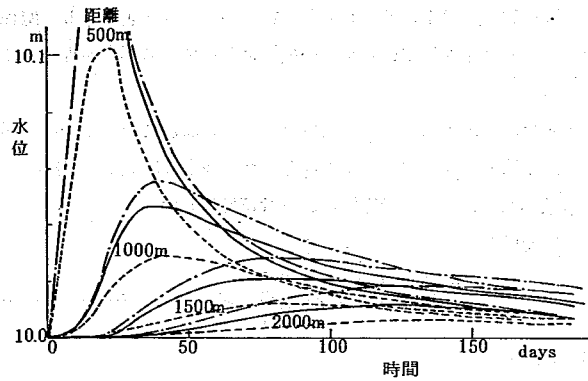


図-3 (b)

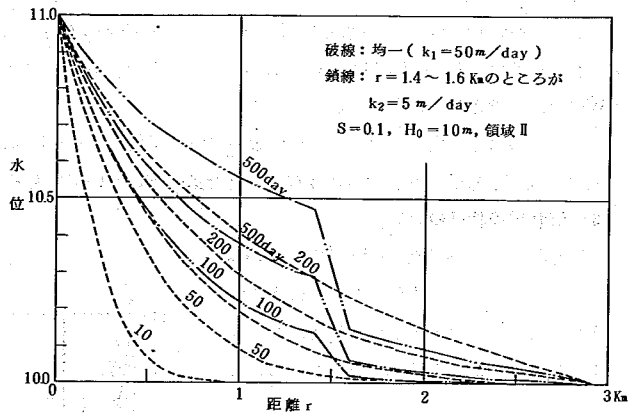


図-4

表 - 1

時間 (day)	一次元領域		放射状領域	
	k (m/day)		k (m/day)	
	50	5	50	5
0	10.000 ^m	10.000 ^m	10.000 ^m	10.000 ^m
10	10.287	10.476	10.287	10.476
20	10.441	10.880	10.442	10.880
30	10.560	11.222	10.562	11.223
50	10.750	11.790	10.754	11.791
100	11.097	12.864	11.110	12.867

$W=0.005\text{ m/day}$ くらいの補給源でもかなりの水位上昇が生じること、さらに地盤の透水係数が低いときはその上昇量も格段に増大することがわかる。このことから、実際の地下水位変動が降雨により支配的に影響されていることがうなずかれる。

(6) 境界水理条件の相違の影響

先述の(3),(4)のように水位をステップ上昇させる場合に対して、境界に流量をステップ増加させた場合の計算結果の一例を図-6に示す。この場合の一定流量は図-3(a)の実線の定常時流量 q を用い、滞水層は均一で、 $k_1=100\text{ m/day}$ 、放射状領域のII(図-3(a))の場合を対象に計算したものである。

定流量 q により1490日後の境界水位は70cm弱の上昇をしている(破線)。つぎに、この水面を初期条件として流量をさきの2倍の q を流入させると、さらに上昇する。流量急増による水面形変化は、水位急上昇の場合に比較して、領域全体の水位をゆっくり、平行に近い水面形を保ちつつ上昇させる傾向にあることが認められる。また先行する流れがあるときにはないときに比較して変動幅が小さめであるが、時間的遅れは小さくなる傾向が認められ、初期水流の影響ともみなされる。このような傾向は琵琶湖西岸の安曇川流域(流れの強いところ)で時間的遅れが小さく、湖東の愛知川・日野川流域(流れの弱いところ)の時間的遅れが大きめであることに対応しているように思われる。

6. あとがき

本文は琵琶湖周辺の地下水調査を振り返り、その概略を述べるとともに、その際提起されていた問題点を明らかにし、ついで地下水流動の把握のために必要な解析上の問題を述べ、種々のパラメーターのうち滞水層定数の分布の影響など基礎的な計算の結果を示した。

実際の地下水流動はその地区の特徴を本文中に述べたパラメーターの中に表現してゆき、合理的なシミュレーションを行なう必要があろう。

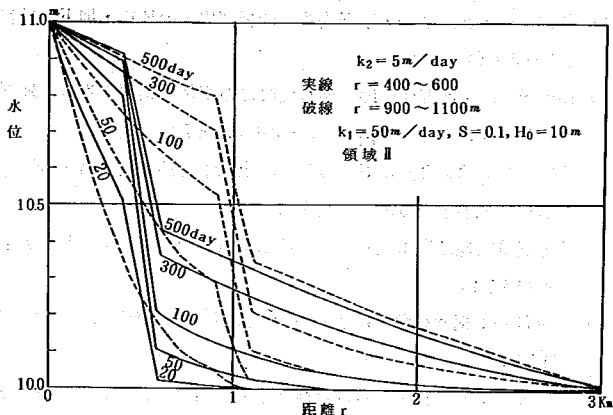


図-5

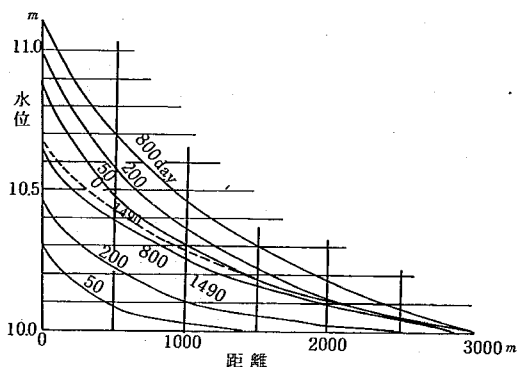


図-6

参 考 文 献

- 1) 稻田 裕・赤井浩一・宇野尚雄：琵琶湖周辺の地質・地下水調査，土木学会誌，Vol. 52, No. 4, pp. 24～30 (1967)
- 2) 松尾新一郎・河野伊一郎：湖水面などの変化に起因する自由地下水位変動の解析に関する研究，土木学会論文集，No. 139, pp. 24～30 (1967)
- 3) 宇野尚雄：論文2) に対する討議，土木学会論文集，No. 146, pp. 56～57 (1967) および松尾・河野：「回答」，pp. 57～60.
- 4) 宇野尚雄：現地揚水試験における水位低下のパターン，岐阜大学工学部研究報告，No. 24, pp. 13～24 (1974)
- 5) 赤井浩一：揚水試験等による琵琶湖周辺の地下水調査，地下水と井戸とポンプ，pp. 3332～3341 (1967)
- 6) 宇野尚雄：観測結果からみた地下水位変動のパターン，岐阜大学工学部研究報告，No. 21, pp. 23～32 (1971)
- 7) 宇野尚雄：地下水流動の解析等に関する二，三の考察，第19回水理講演会論文集，pp. 103～108 (1975)

2) 地下水の自然かん養に関する調査

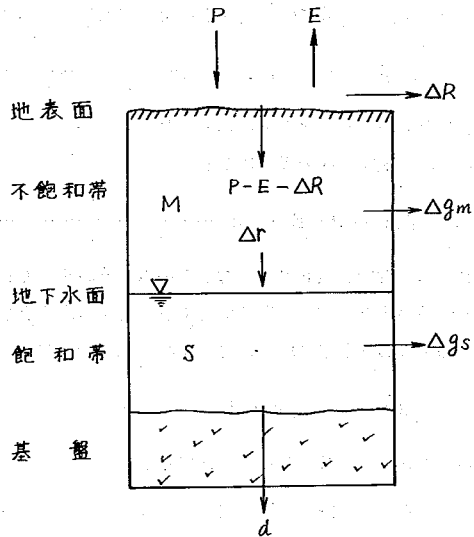
筑波大学地球科学系 榎 根 勇

地下水域単位で考えると、地下水位の経年的な低下をひき起すことなく揚水できる地下水量の限界は、その地下水域内への地下水のかん養量に等しい。したがって水資源としての地下水を評価するためには、地下水のかん養量の調査すなわち地下水の水収支の調査が不可欠となる。かん養が明らかになってはじめて、シミュレーション等による地下水管理が可能になる。従来まで行われてきた水文地質的調査だけからでは、地下水へのかん養量は決して求まらない。地下水のかん養は自然かん養と人工かん養に大別できる。後者は地下水を資源として積極的に利用する場合に重要であるが、わが国ではまだ試験的段階を出ていない。本稿では地下水の自然かん養を野外で実測する方法を、いくつかの実例とともに紹介する。

1. 地表面付近の水の流れ

地表面付近の水の流れは模式的には図1のように表わせる。問題にする地域内に降った降水 P の一部は蒸発散 E となって大気中へ失われ、また一部は表面流出 R となって域外へ流出する。 ΔR は正味の流出量を意味し、問題にする地域への流入量 R_i と流出量 R_o との差($\Delta R = R_o - R_i$)である。したがって地中への正味の浸透量は $P - E - \Delta R$ となる。浸透した水は一時的には土壤水分 M を増加させるが、究極的にはその大部分が自由地下水への正味のかん養 r になる。不飽和帯における横方向への土壤水分の流出 Δg_m は、平坦な土地ではゼロに近いが、傾斜地では無視しえない値となる。水みち流出とか中間流出とよばれているものの一部がこれである。

地下水面の位置は、地下水貯留量 S の増減によって上昇・低下する。地下水は動水勾配にそって水平方向へ移動し、域外へ地下水流出 Δg_s するが、深層で揚水が行なわれているような場合には垂直方向へも移動する。図1で基盤と書かれている部分は、実際には完全不透水性であることはまれで、不圧帯水層とより深い被圧帯水層とのあいだに水の移動のあることが多い。図では深層地下水への転化量 d を下向きの矢印で描いてあるが、上向きのこともあ



- P : 降水
- E : 蒸発散
- ΔR : 正味の地表流出
- Δg_m : 正味の土壤水分流出
- Δg_s : 正味の地下水流出
- Δr : 正味の地下水かん養
- d : 深層地下水への転化
- M : 不飽和帯の水分貯留量
- S : 飽和帯の水分貯留量

図1 地表面付近の水の動き

りうる。

このような地表面付近の水の流れのどこに着目するかによって、地下水への正味のかん養を測定する方法は次の四つに分けられる。

- a. 地表面の水収支から
- b. 不飽和帯の水の流れから
- c. 地下水の水収支から
- d. トレーサーを利用して

これから述べるようにどの方法にも一長一短があるので、現場の条件に合った方法を二つ以上併用しクロスチェックすることが必要であろう。なお図1の各項はいずれも水深相当量で表わしてあるものとする。

2. 地表面の水収支に着目する方法

土壌水分の時間に伴う変化を ΔM とすれば、不飽和帯の水収支は次のように書ける。

$$\Delta M = P - E - \Delta R - \Delta g_m - \Delta r \quad \text{..... (1)}$$

ΔM が無視できるほど長い期間（たとえば平年値）を考え、また Δg_m が無視できるような平坦な場所を選べば、式(1)は次のようになる。

$$\Delta r = P - E - \Delta R \quad \text{..... (2)}$$

Pは雨量計で、 ΔR はせきなどの適当な施設をつくれば測定できる。Eを測定する方法はライシメータなどいろいろあるが、長期観測であることを考えると熱収支法が適しているように思われる。

融雪の影響がない場合には、水収支は十分な近似で次のように書ける。

$$R_n - G = L E + H$$

ボーエン比 $\beta = H / L E$ を導入すると、

$$E = (R_n - G) / L (1 + \beta) \quad \text{..... (3)}$$

$$\beta = \frac{\rho C_p K_H}{\rho L K_E} \frac{\Delta T / \Delta Z}{\Delta q / \Delta Z} \approx \frac{C_p \Delta T}{L \Delta q}$$

ここで、 R_n ：正味放射， G ：地中への熱流， $L E$ ：蒸発に消費された熱， L ：蒸発の潜熱， H ：大気への顕熱流， ρ ：空気の密度， C_p ：空気の定圧比熱， K_H ：顕熱の乱流拡散係数， K_E ：潜熱の乱流拡散係数， $\Delta T / \Delta Z$ ：地表面付近の気温の垂直傾度， $\Delta q / \Delta Z$ ：同じく比湿の垂直傾度である。

R_n は正味放射計（示差輻射計やベックマン輻射計など）で、 G は熱流板と地温のプロファイルから決定できる。ただし R_n 、 G ともに測器のキャリブレーションや安定性に問題があるので、長期観測に当っては精度の高いデータが得られるような配慮が必要である。 ΔT と Δq の測定には原理上のむずかしさはないが、測定高度や ΔZ については地表面に近いほど良いという程度で定説はない。

ΔT と Δq の測定値がえられない場合にはBudykoの方法で H と $L E$ を分離すれば可能蒸発散量が求まる。地表面の温度を T_s 、その温度における飽和比湿を q_s とすると、

$$R_n - G = \rho C_p D (T_s - T) + \rho L D (q_s - q) \quad \text{..... (4)}$$

ここでDは外部拡散係数で、ソ連では0.6 cm/sec が用いられている。式(4)の右辺の第1項はH、第2項はLEに相当する。Tsとqsの関係は気象表から得られるから、試行錯誤的に式(4)からHとLEの分離が可能である。

Rnの実測値が得られない場合には、経験式でRnを推定する。よく知られているPenmanの方法は(4)式のGを無視し、さらにTsやqsを他のパラメータに置き換えたものである。

渦相関法の原理を応用するとHは次式で決定できる。

$$H = \overline{C_p \rho W' T'} \quad (5)$$

ここでWは風速の垂直成分で、ダッシュは平均値からの偏差、バーは持間の平均を意味する。すでにわが国では、超音波風速計と電気的な演算機構を組合せてHを実測できるように工夫したフラックスメーターが市販されている。Hを実測すればボーエン比を使う必要はなくなる。

3. 不飽和帯の水の流れを直接測定する方法

不飽和帯でもダルシー則が適用できるとされている。

$$v = -K(\psi) \nabla \varphi \quad (6)$$

$\varphi = -\psi + Z = -(\psi - Z)$ であるから、垂直1次元では、

$$\left. \begin{aligned} v &= -K(\psi) \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \\ &= K(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial Z} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで、v：ダルシー流速、 φ ：全水頭、 ψ ：マトリック水頭、Z：位置の水頭または基準面からの高度、K(ψ)：不飽和透水係数である。 ψ はテンシオメータで測定できる。Kと ψ の関係は室内実験で明らかにできるが、野外で測定する方法も開発されている。したがって式(7)から土壌中の降下浸透量を直接決定することができる。

テンシオメータの読みから式(7)の $\partial \varphi / \partial Z$ を求めるには次式を用いる。いま地表面からの深さ d_1 と d_2 ($d_1 < d_2$) にテンシオメーターが埋設してあるものとし、その読みを ψ_1, ψ_2 とすると、基準面から測った地表面の高度がHならば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} &\approx \frac{(-\psi_1 + H - d_1) - (-\psi_2 + H - d_2)}{d_2 - d_1} \\ &= \frac{\psi_2 - \psi_1}{d_2 - d_1} + 1 \end{aligned} \quad (8)$$

したがってマトリック水頭 ψ にはほとんど差がなければ $v \approx -K(\psi)$ となり、降下浸透量は土壌水分だけの関数となる。Black et al, (1969)は降下浸透量を土壌柱の平均水分量の一意的な関数として決定することができたと報告している。¹⁾

〔実例1〕

Gardner, W. R. and Lambert, J. L. (1973)によると、²⁾ 現場で測定したK(ψ)とテンシオメータの読みから式(7)で降下浸透量を計算したところ、図2のようになりライシメータや水収支法で求め

た値とよく一致した。実験地はアメリカ，ウイスコンシン州，Hancock のサヤエンドウ畑である。しかし一般的にいうと， ψ と K の関係は吸水過程と脱水過程で異なり，ヒステリシス現象を示す。また吸水過程の途中で脱水，あるいはその逆の現象が生じると， ψ - K の関数はスキッピングする。図2はこれらの点にこだわらず平均的な K から降下浸透量を計算したものである。

降下浸透量を測定する最も直接的な方法は，ある深さまでの土壤層を通過した水の量を容器に受けて測定できるように工夫した浸透用ライシメータを用いるものであろう。問題にする土壤層中の水分の変化は，土をつめた容器の重さを一定期間ごとに秤量すれば求まる。ただしこの場合には，蒸発散の影響の及ぶ深さを知る必要があるがこの点は同一地点に深さの異なる浸透用ライシメータをいくつも設置すれば明らかにすることができる。

【実例2】

Freeze, R. A. et al. (1970) によると³⁾，カナダ，サスカチュワン州の地下水かん養試験地で

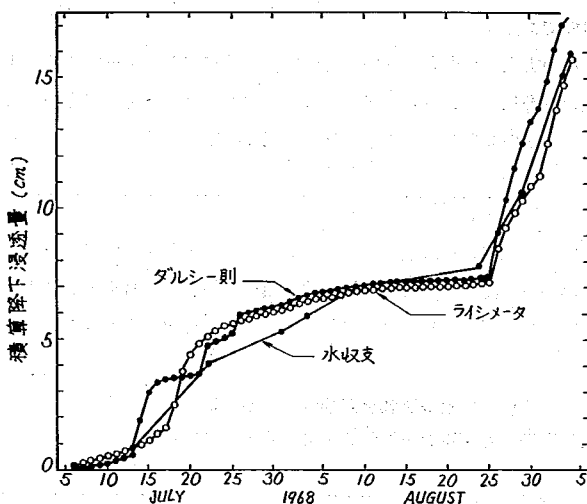


図2 土壤の降下浸透量を推定する方法の比較

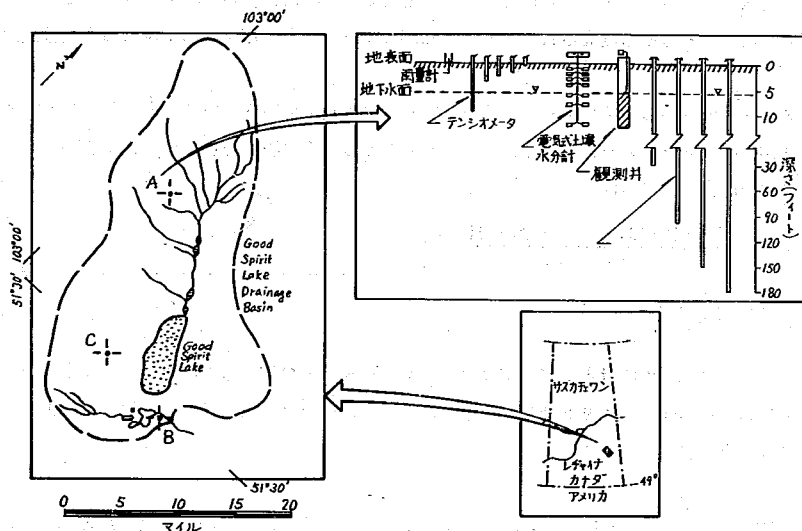


図3 カナダ，サスカチュワン州グッドスピリット湖流域の地下水かん養試験地

は、図3のような測器を設置して地下水のかん養機構を調べた。測器の概略は次の通りである。

雨量計：日雨量を標準の非記録式雨量計で測定。

土壌水分：ファイバークラスの電気抵抗式セルを使用。測定間隔は1週間おきだが夏期と雨のあとはより頻繁に測定した。

不飽和帯の動水勾配：テンシオメータ使用。測定間隔は土壌水分と同じ。

飽和帯の動水勾配：ピーゾメータ使用。測定間隔は週で、チョークを塗ったテープを使用して測った。

地下水位：地下水位計で連続観測。

観測はカナダのTHDプログラムの代表流域として1966年6月～1968年5月まで続けられた。結果の一部が図4である。降雨前後の不飽和帯の水分状態の変化がよく表われている。しかし降雨に対す

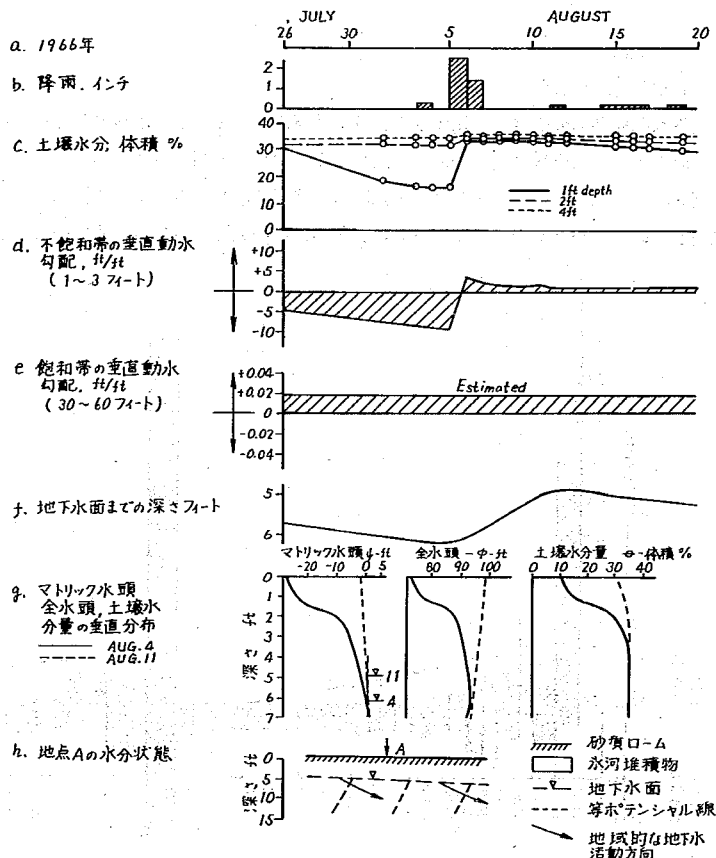


図4 1966年7月と8月の降雨後の土壌水分変化

る地下水位の反応は理論上予想されるものよりも早く、Freezeはこの論文で地下水かん養にはたす土壌中の割れ目の重要性を次のように指摘している。

「しかし現場の土壌 (Yorkton 砂質ローム) に関する透水係数 K と含水比 θ および圧力水頭 ψ の関数

関係を基礎にすると、降雨の結果生じた地下水面の上昇は予想されるよりも直接的であるように思われる。可能性のある説明としては、現場で降雨前に観察された乾燥割れ目の存在がある。浸透がもっぱら割れ目流として起こった可能性がある。この点は今のところ如何なる理論モデルにも組み込まれていないが、プレーリーの地下水かん養にとって重要であろう。

4. 地下水の水収支に着目する方法

ソ連では地下水の水収支からかん養量を求めた報告がいくつか発表されている。不圧地下水の水収支式は次式のように書ける。

$$\mu \Delta H = \Delta g_s \Delta t + \Delta d \Delta t + (I \Delta \pi - u \Delta V) \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$\Delta \pi + \Delta V = \Delta t$$

$$I \Delta \pi + u \Delta V = \Delta r \Delta t$$

ここで、 μ ：地下水面変動部分の地層の比産水率、 H ：地下水位、 I ：地下水へのかん養 (mm/day) , u ：地下水からの上向きの水分移動 (mm/day) , $\Delta \pi$ ： I がつづく期間の長さ (day) , ΔV ： u がつづく期間の長さ (day) , Δt ：水収支を計算する期間の長さ (day) , Δd ：被圧帯水層への正味透過である。地下水面からの蒸発をとくに考えているのは、国内に広い乾燥地域をかかえているからであろうか。

〔実例 3〕

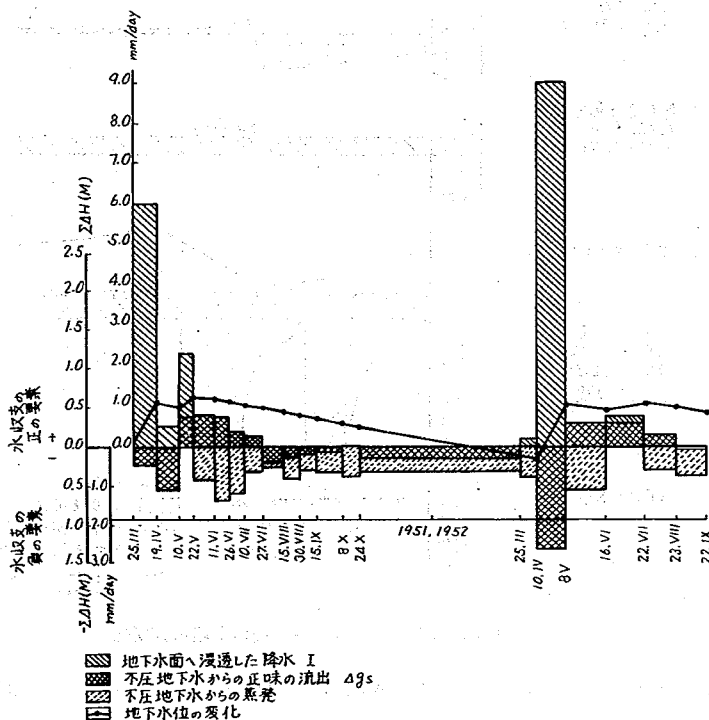


図 5 モスクワ近郊での不圧地下水の水収支

式(9)を使ってモスクワ近郊の不圧地下水について得られた水収支の結果が図5である。調査地域における不圧地下水帯水層の基盤はほぼ水平で、飽和帯の厚さは約26mである。地下水位観測井は地下水流の方向に平行な、1本の直線に沿って、120mと190m間隔に3井設けられた。図5をみるとこの地域では融雪水が地下水の主なかん養源であり、また地下水面からの蒸発が無視しえない値であることがわかる。ただし冬季間もこのように大きな蒸発がつづくとは実際には考えにくい。この計算では $\mu = 0.25$ を用いているが、後述するようにこの値を正確に測定することはむずかしい。帯水層の透水係数は揚水試験より得られた $1.45 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ を用いている。 μ や透水係数が不正確であると u に影響を与える。

地下水流の方向が不明であったり、季節によって方向が変わるところでは、正方形の四つの角と対角線の交点に当たる5地点にそれぞれ1井ずつ観測井を設けることが望ましい。

5. トレーサーを用いる方法

これは土壌水分あるいは地下水中のトレーサーの濃度変化からかん養量を推定する方法で、トレーサーとしては水と挙動を共にするという点でトリチウム (^3H) が最も適しているように思われる。ただしトリチウムについては、蒸発時の分別係数、粘土による吸着、土壌中のバクテリア活動によるトリチウムの生成など、基礎的な問題で未解決のものもある。また地中の水の流動速度はきわめておそいので、少なくとも3年程度の長期観測が必要である。トリチウムでかん養量を推定するには、何らかのかたちで水循環のモデルを考えなければならないので、かん養量は上の3方法ほどびたりとは決らないが、水の流動機構を考えるには大いに役立つ。具体的には、地下水中のトリチウム収支に着目する方法と、不飽和帯中のトリチウム収支からかん養量を求める方法の二つがある。後者のほうが手数はかかるがより確実な結果がえられるようである。理想としては土壌水と地下水を一体にしたシステムのトリチウム収支を考えることが望ましい。

〔実例4〕

Andersen, L. J. et al. (1974) はデンマークの氷河堆積物中で6年間にわたる地下水かん養調査を実施した。⁵⁾ 約1ヵ月おきに中性子水分計を用いて地下水面まで全層の土壌水分量を測定し(図6)、また1966年3月、1968年3月、1970年11月、1972年11月の4回、直径6インチのオーガーで全層の土壌を採取し、各層の土壌水分を105℃で真空蒸溜して集め、トリチウム濃度を測定した。得られたトリチウム濃度のプロファイルが図7と図8である。

図6の土壌水分曲線で黒く塗った部分は前回よりも水分が増加したことを、たてのダッシュをつけた部分は減少したことを示している。たとえば1966年12月に深さ1~3mにあった“過剰水分帯”はほぼ時間とともに直線的に降下し、1967年9月には深さ約21mの地下水面に到達している。降下速度は3~3.5m/月で、これと同じ現象はその他の年にも認められた。

図6の“過剰水分帯”の移動は、あたかも地下水へかん養される水の運動を示しているようであるが、Andersen らはそうのように考えてはおらず、これは“みかけの降下速度”を示しているだけにすぎず、Pressure wave であろうと解釈している。彼らはその理由として、1966年のトリチウム濃度のプロファイルに現われているように、土壌水分の真の降下速度を“みかけの降下速度”よりもはるかにおそくしないとトリチウム収支があわない点をあげている。

図7のプロファイルは浸透水を単純に移動させたモデルでは説明できない。そこで彼らは次のような拡

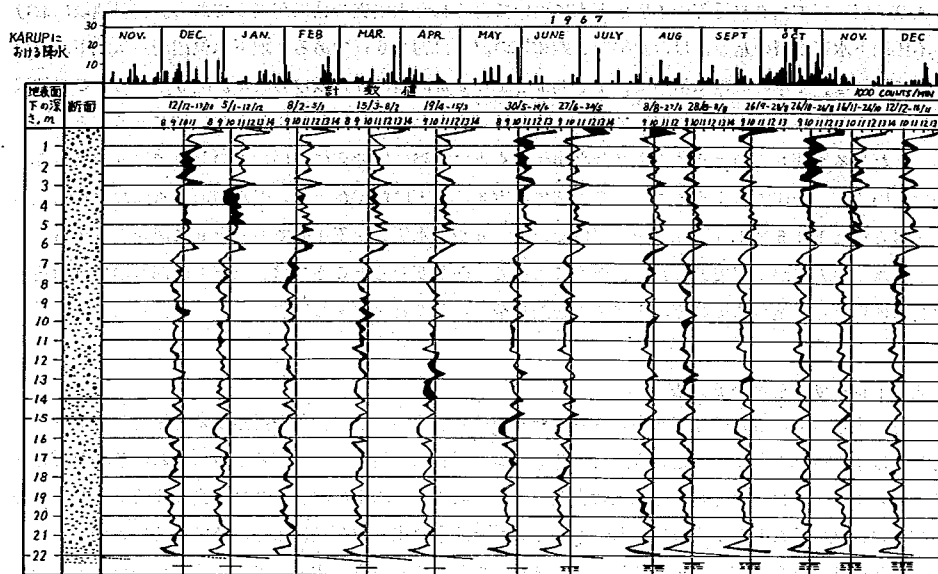


図6 中性子水分計で測定した土壌水分の変化

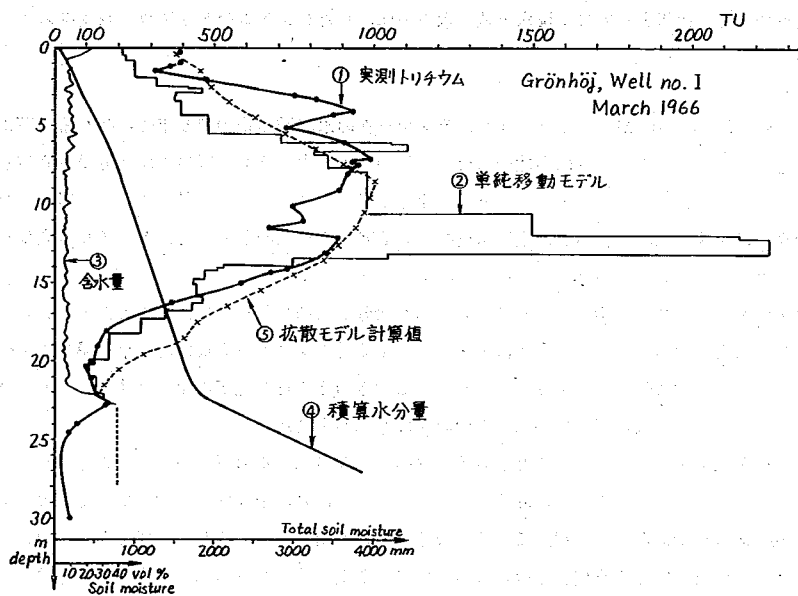


図7 1966年3月の井戸Iにおける土壌水のトリチウム濃度の垂直変化

散流モデルを考えて、降下速度一定、拡散係数一定、土壌水分一定という仮定のもとで計算し図7のようなかなりよい結果をえた。

$$C(Z_1, t) = C_0 \exp \left[-\frac{(Z - Z_0)^2}{4Dt} \right]$$

ここで、 $C(Z_1, t)$ は時間 t における深さ Z のトリチウム濃度、 D : 拡散係数で $10^{-7} m^2/sec$ とした。 C_0 は境界条件できまる定数である。

図7の1966年のプロファイルでは降下速度を $4.5 m/yr$ と仮定すると計算値と実測値とがよく合った。深さ2.2 mまでの土壌水分の全量は1750 mmであったから、年間のかん養量は

$$(1750 / 2.2) \times 4.5 = 358 mm/yr$$

となる。“みかけの降下速度”は、Freezeの指摘のように、土壌中の比較的大間隙中の水の降下速度を示しているものであろう、どの解釈も成り立つわけであるが、Andersenらはこの論文のDiscussionの中で大間隙の存在を否定している。1966年のトリチウム濃度のプロファイルの極大は、降水中のトリチウム濃度の1963年のピークに対応するものであるが、その後降水のトリチウム濃度は急激に減少し、その影響を受けて図8にみられるように土壌水分のトリチウム濃度も急激に減少している。

6. 不飽和帯の水の動きに関するわが国の観測例

〔実例5〕

相模原台地のローム層中のトリチウム濃度分布について、木村(1975)は図9のような結果を得ている。⁶⁾ 図の右側の“降水”は、降水中のトリチウム濃度の経年変化を示している。降雨が等しい速度で降下浸透し、古い水を順に下へ押し出してきた場合には、このようなトリチウム濃度のプロファイルの出現が予想される。これに対して“ローム層”は土壌水分中のトリチウム濃度の実測値である。両者がきわめてよく一致していることは、ローム層中の土壌水分の移動がきわめてゆるやかであることを意味しているように思われる。実例4は透水性のよい氷河堆積物に関する同種の研究であるが、これと比べるとローム層中ではトリチウムの拡散の程度がはるかに小さいようである。木村はこのプロファイルから、土壌水分の降下速度を $1.5 m/yr$ と推定している。

〔実例6〕

宮沢(1973)は千葉県市原市の砂層中の土壌水分を中性子水分計で継続的に観測し、⁷⁾ 図10のような結果を中間報告として提出している。図の上部には地下水位と降水量の変動が、下部には土壌水分の増減が前回の観測値との差で示してある。全体のパターンから、土壌水分が下方へ移動している様子がうかがわれる。土壌水分の増減ゼロを表わす線の走向から判断すると、降下速度は約 $5 m/月$ で、実例4の

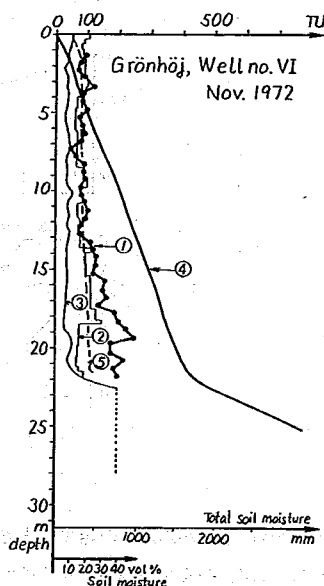


図8 図7と同じ、ただし1972年11月、井戸VI

砂礫層中の“みかけの降下速度”とオーダーは一致する。

〔実例7〕

山本ら（1974）は1973年4月から約10カ月間、今市扇状地で中性子水分計を用いて土壌水分の継続観測を行い図11のような結果を得た。⁸⁾ 図中の数字は“超過保留水分量”で、ほ場含水量からの偏差をmm/10cmの単位で表わしたものである。地質は表層7mまでは空隙率70～80%のパミスまたはロームで、その下に扇状地礫層がある。観測地点は畑であるが、周囲は水田でかんがい期にはかんがい水の浸透があり、それに伴って地下水位は上昇する。パミスとローム層のほ場含水量は体積率で50～60%であっ

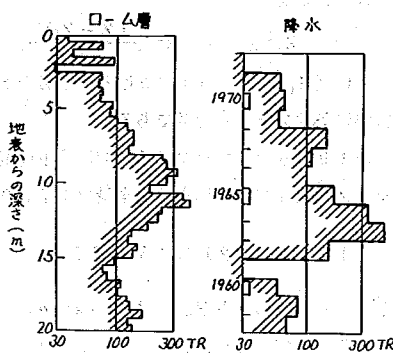


図9 ローム台地土壌水のトリチウム濃度と降水のトリチウム濃度のよい一致例

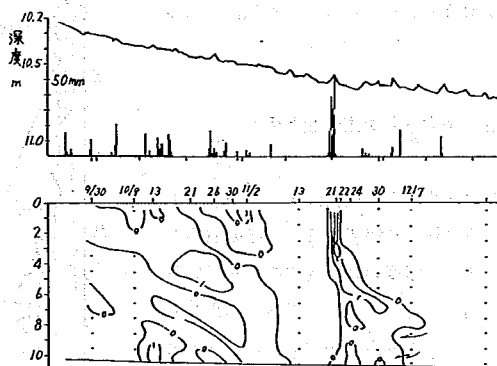


図10 市原市の成田層の土壌水分変化

た。

図のように水田かんがいの始まるまでは、地下水面より上の土壌水分量は、ほ場含水量に等しいかそれ以下であるが、かんがい開始と同時に地下水面の上昇により土湿不足が補充され、かんがい期間中その状態がつづく。8月以降はかんがい水の供給がなくなるので地下水面は徐々に低下する。図中の数字の単位はmm/10cmであるから全容積に対する体積%と同じで、式(9)の μ の値と考えてよい。地質の複雑なところでは μ 値の決定がむづかしいことが、この図からうかがえる。

〔実例8〕

実例7と同様な調査はすでに平田（1971）が東京都文京区の本郷台で行っている。⁹⁾ これに関しては不圧地下水のかん養の実例として筆者の意見とともにすでに紹介したことがあるので、¹⁰⁾ ここでは省略する。平田の研究で重要な点は、彼が地下水かん養にはたす土壌中の大間隙の役割を重視している点である。

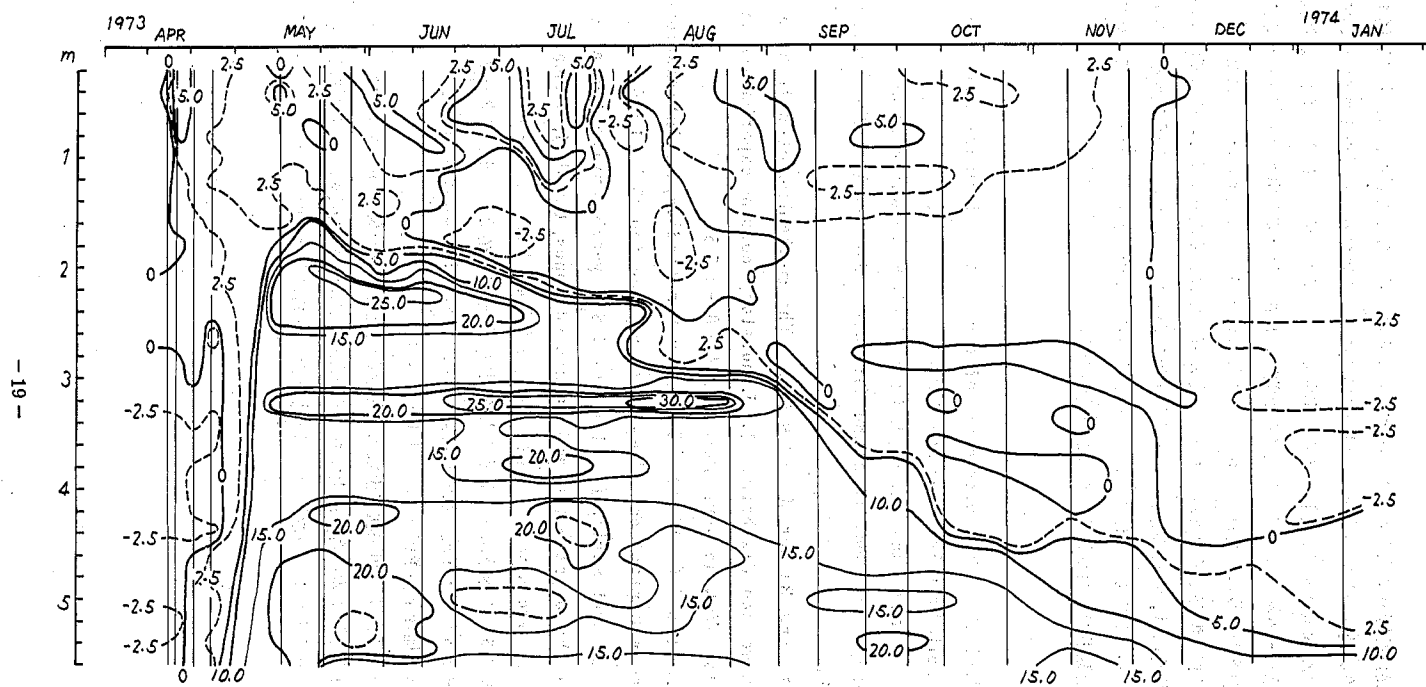


図 11 今市扇状地における超過保留水分量の年変化 (1 - a), 畑地

7. ま と め

地下水へのかん養量を野外で測定する4方法と、それらの参考になると思われる内外の実例をいくつか紹介した。どの方法が最も適しているかは、現場の条件によって異なる。砂層や砂礫層については実例1のような方法でもかん養量の測定が可能であり、実例4のようにトリチウムによる降下浸透速度の決定も容易であるが、関東ローム層については大間隙と小間隙、自由水分と非自由水分の問題がからんで複雑である。たとえば実例5のように、関東ローム中の降下浸透速度が 1.5 m/yr と求められたとしても、体積率で何%の水分が移動に関与しているかによって、かん養量は大きく違ってくる。そして図9のようなかん養機構を考える場合には、降雨に対する地下水位の反応がきわめてはよいという現象をどのように解釈すべきかという問題が生じてくる。はじめにも述べたように、二つ以上の方法を併用してクロスチェックし、信頼性の高い観測事例を増やしてゆくことが重要であろう。

参 考 文 献

- 1) Black et al. (1969) : The prediction of evaporation, drainage, and water storage for a bare soil. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 33, 655.
- 2) Gardner, W. R. and Lambert, T. L (1973) : Field water balance and water use efficiency. Soil moisture and Irrigation Studies II, IAEA, Vienna, 131~141.
- 3) Freeze, R. A. and Banner, J. (1970) : The mechanism of natural ground-water recharge and discharge, 2. Laboratory column experiments and field measurements. Wat. Resour. Res. 6, 138~155.
- 4) Brown, R. H. et al. (1972) : Ground-water studies, An international guide for research and practice. Unesco, Paris, Section 5.3, 1~6.
- 5) Andersen, L. J. and Sevel, T. (1974) : Six year's environmental tritium profiles in the unsaturated and saturated zones, Grønhoj, Denmark. Isotope Techniques in Groundwater Hydrology, 1974, Vol I, 3~20.
- 6) 木村重彦 (1975) : 地下水へのトリチウム利用。原子力工業 21 (4), 32~37.
- 7) 宮沢哲男 (1973) : 不圧地下水の水収支—特に被圧地下水のかん養域での不圧地下水のかん養について—, 日本地理学会予稿集 4, 110~111.
- 8) 山本ほか (1974) : 今市扇状地土壤水分量測定調査報告書。水資源開発研究会。81p.
- 9) 平田重夫 (1971) : 本郷台、白山における不圧地下水のかん養機構。地理学評論 44, 14~46.
- 10) 樫根勇. 編 (1973) : 地下水資源の開発と保全。水利科学研究所。48~64.

2. 地 盤 沈 下

1) 全国地盤沈下の現状

国土地理院測地部 田 中 稔

要 旨

現在全国の主要都市である東京、名古屋、大阪等において地盤沈下調査が実施されている。国土地理院ではこれらの地区で水準測量の幹線測量を実施し、地方公共団体等の行う細部調査測量のための基準資料を与えると同時に、その結果のとりまとめ等の指導を行っている。

国土地理院で行う幹線の一等水準測量は2000Kmで地方公共団体では約10000Kmを実施している。

これらの水準測量の結果を基とした全国の地盤沈下検出地区は現在49地域 32 都道府県におよんでいる。これらの地域で最大沈下量が年間5cm以上の地域は 5地域 5都道府県、10cm以上の地域は 5地域 4都道府県さらに20cm以上の地域は 3地域3 都道府県におよんでおり、地下水揚水規制の対策を早急に講じる必要がある。

なお、地盤沈下地域の認定については、井戸の抜け上りや建築物の沈下を共に考慮する必要がありこの点を考慮した場合の地盤沈下地域は19地域に達し、徴候のある地域は39地域32 都道府県に及んでいる。⁽¹⁾

は じ め に

近年、我国の高度成長政策による急速な工業化の進展とそれに伴う都市への人口集中化は、さまざまな社会的問題を生じさせた。とくに経済成長を支える基礎としての“無限にあると思われていた地下水”の需要の増大をもたらしたため、農業、上水をはじめ工業用水、天然ガス採取等による地下水過剰揚水により地盤沈下が各地で生じた。

地盤沈下は、地盤の急激な沈下により構造物等に直接被害が生じた場合は別として、沈下速度が遅いためともすればその影響を見落しがちであるが最近の沈下の著しい地域は関東、濃尾、大阪等の各平野の地層軟弱な臨海平野部、沖積低地ばかりでなく、周辺の洪積台地へと拡がりを見せている。

このため国土地理院では、関係機関と協同しながら地盤沈下地区の調査を全国的に実施中であるが、国土地理院の実施した測量成果と地方公共団体等関係機関の実施した公共測量の成果とを主体として用い、昭和49年度現在の我国の地盤沈下の現状を調査したのでその結果を図表を中心にPreliminary Reportとして簡単に報告する。これらの調査結果は全国地盤沈下総点検⁽²⁾以後の調査に重点をおいたが、最近、地下水規制地盤沈下地区で新しい地盤の回復現象⁽³⁾が現われたので、その紹介も若干かねる。

1. 精密水準測量による地盤沈下検出

地盤沈下を検出するための方法は現在

- (1) 精密水準測量による地表の沈下量測定
- (2) 観測井による地下水位と沈下量の測定

(3) 構造物の抜き上げ調査

等があげられるがここでは最も簡便で安価な(1)の精密水準測量による地盤沈下検出を中心に報告する。

国土地理院の実施する一等水準測量は、地盤沈下の調査を直接の目的としたものではなく、本来地図作成等を目的としたものであるが、国土地理院では明治時代旧陸地測量部以来全国の繰り返し一等水準測量を何度か実施し、これまで地震時の地殻変動や地盤沈下等の検出において、地球科学上幾多の業績を残してきたことは普く人の知るところである。

しかしながら、地盤沈下に関しては、幹線測量しか実施していないため、国土地理院が、必ずしも沈下の実態を全部把握しているとは限らないので、国土地理院では地方公共団体等関係機関の実施する公共測量に基準を与える基本測量を実施するとともに、成果のとりまとめについても協力し指導助言を与えている。

その際地盤沈下を精密水準測量によって調査するための判断の基準として最も大切な点は以下の項目に気を付けることであろう。

(1) 観測にさいしては、現象の特性時間長空間長を考えると観測精度は一等水準精度内でよく測定距離 $S \text{ km}$ に対して $2.5 \text{ mm} \times \sqrt{S}$ 以内、環閉合は $2.0 \text{ mm} \times \sqrt{S}$ 以内である。

(2) 観測者は日々の水準測量の往復差を調べて、誤差の累積が一方に片寄らないように絶えず気をつけて調整することになっている。

(3) 水準路線は必ず環を組まなければならない。

(4) 験潮場の潮位に水準測量を取付けることが望ましい。

(5) 変動量を調査する場合には、人為的故障の少ない安定した水準点の変動であるか否かにまず気をつけること。次に地殻変動とは異なる沈下の信号を示す地域内にそれがあること。

(6) 地盤沈下を示す時間的空間的に変動している水準点が少なくとも2点以上あること。

(7) 地質図上で沖積平野部等にある水準点の変動であること。

(8) 観測井や構造物の抜き上げで地盤沈下が確認され且つ比較的広域な現象であること。

(9) 沈下地域の地下水湧水量をおさえる沈下との関係を調査すること。

等であろう。

験潮場の存在する土地が沈下した場合、見かけ上潮位は上昇するので同じ海域の近隣の験潮場の潮位と比較することによって土地の沈下がわかる。又長期間の潮位観測によって平均海面が求まるのでこのレベルを地盤沈下の際の規準の不動とすることもできる。

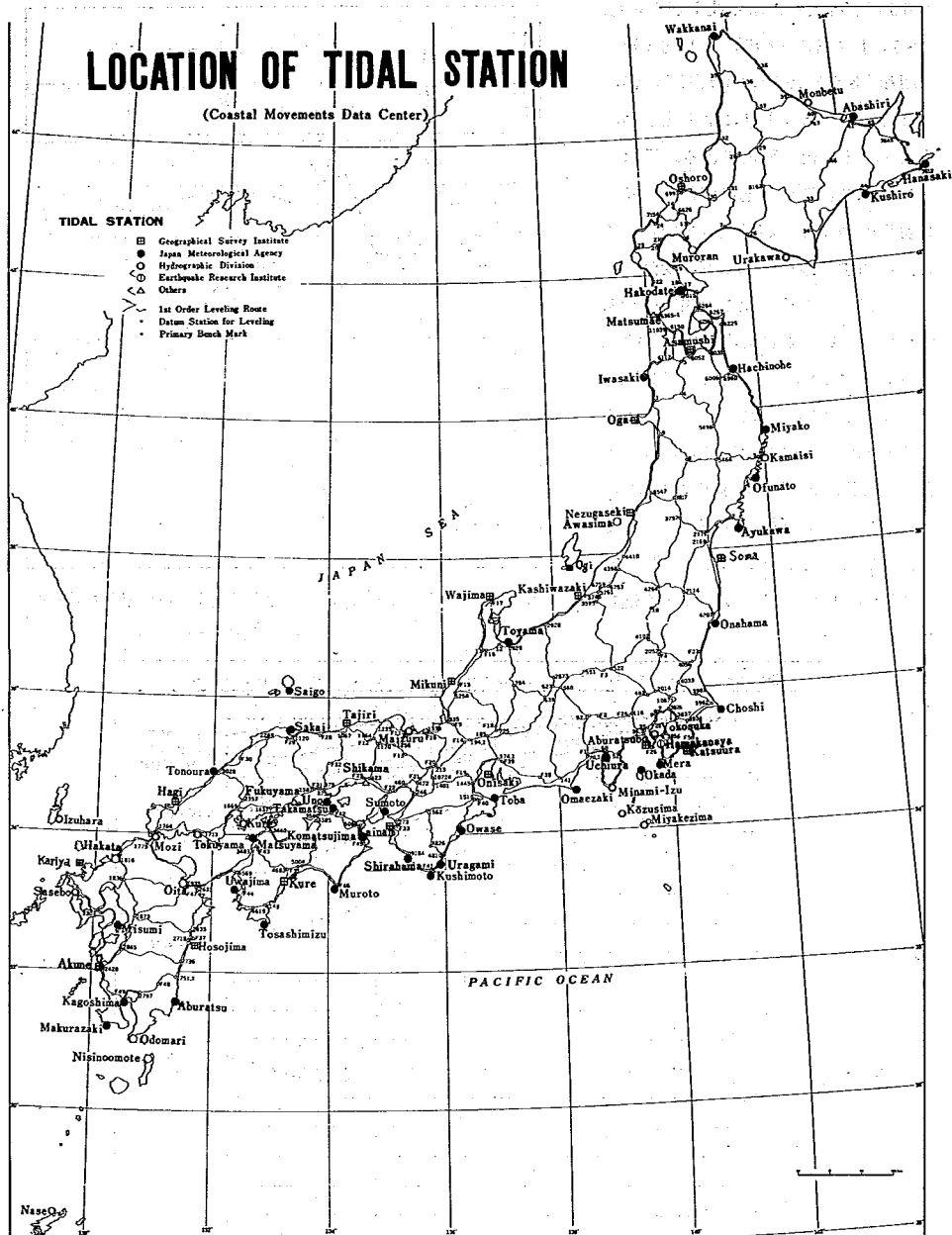
第1図は国土地理院の一等水準路線と気象庁、水路部、東大震研、国土地理院で組織する日本海岸昇降検知センターに登録されている83カ所（内沖繩を含む）の験潮場である。国土地理院では目標5年周期でこれらの路線20000kmを測量することになっている。地方公共団体では約10000kmの精密水準測量を実施中であるがその総軒数はあとで第1表に示す。

2. 地盤沈下の機構

上述の点に考慮しながら、得られた結果のうちで最も典型的な例を示そう。

2.1 佐賀平野の例

第2図は有明海北部に面する佐賀平野の例である。⁽³⁾ 1892年（明治25年）～1957年（昭和32年）



第1図 国土地理院の一・二等水準路線と海岸昇降検知センター験潮場

の65年間は炭鉱による沈下がみられ、1957年(昭和32年)～1963年(昭和38年)の6年間は白石平野における農業用水汲上げによる沈下が見られる。その後都市化による地下水の過剰揚水の影響が急速に進行し、特に佐賀市街地に沈下が目立っている。この点に関する最近の水準点の変動⁽⁴⁾を第3図に示す。その後この傾向は一樣に継続しているが江北町のNo.3338とNo.3339は1973.2.1～1974.2.1の1年間でそれぞれ+23.5mm、+19.6mmと回復を示しているが、不動としたNo.3332は当該年度に約2cm沈下しているし又総量沈下はNo.3339で、1957.11～1974.12までに116cm沈下している。従って地盤

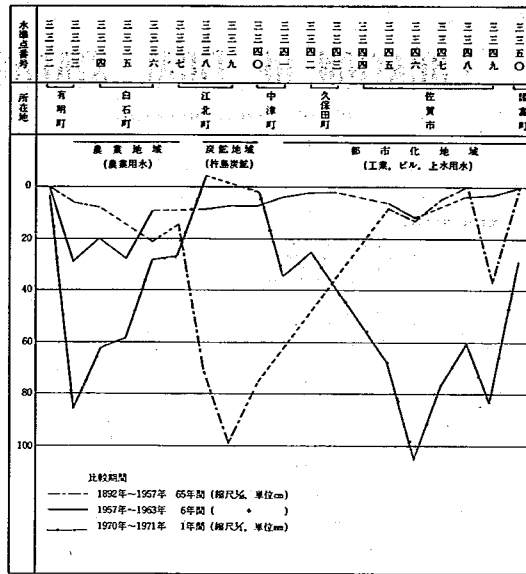


図-2 一等水準測量より検知した佐賀平野地盤沈下の推移 (国土地理院による)

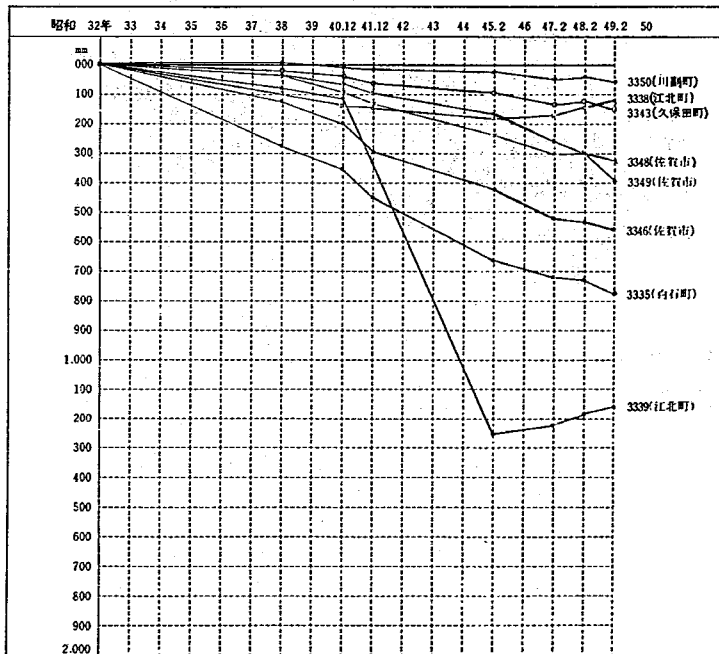
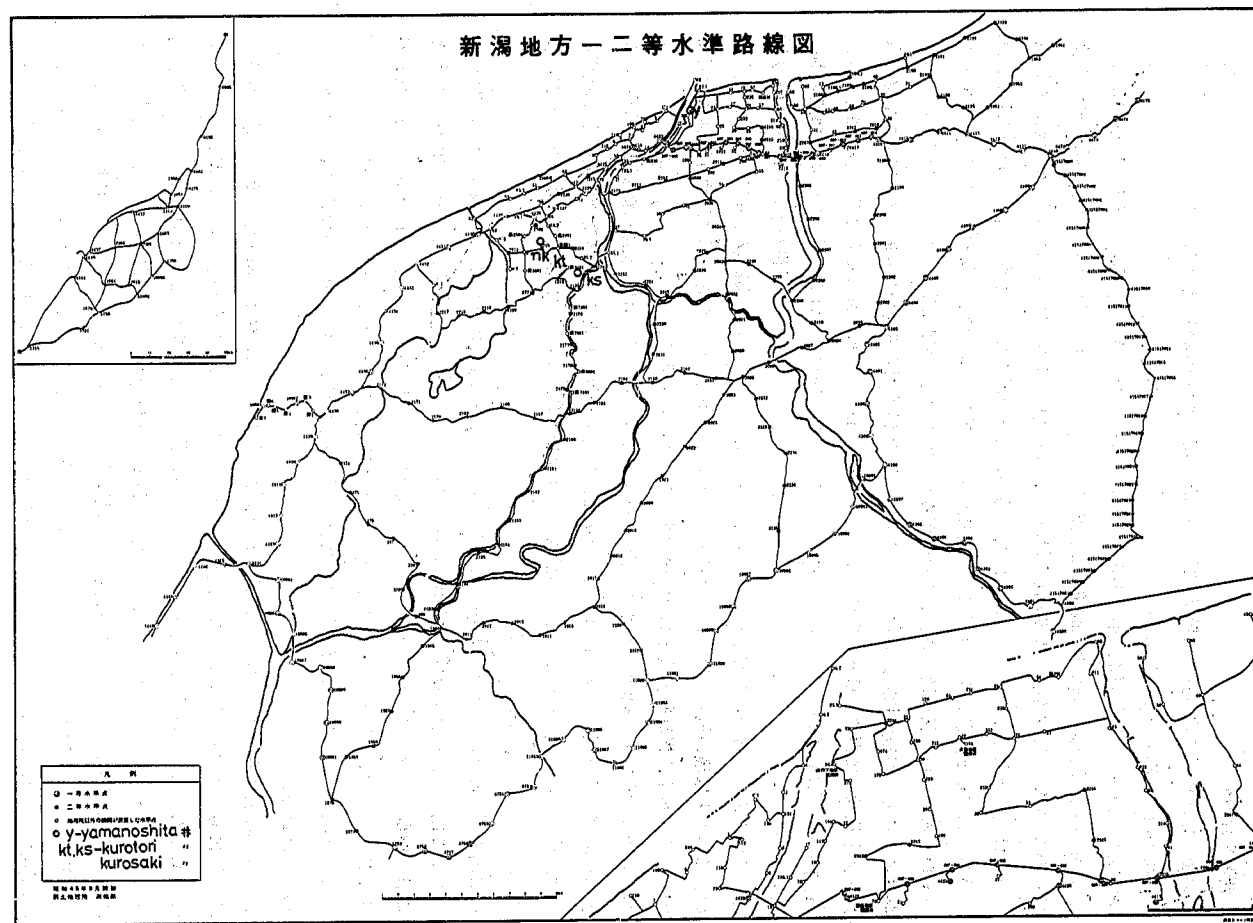


図-3 佐賀平野一等水準点経年変化図 (国土地理院による)



第4図 新潟地方一、二等水準路線図と調査した観測井の位置

の回復現象については今後の推移を見守ることが大切であろう。

2.2 新潟平野の例

この様な傾向を更に調べるため新潟平野の観測井の地下水位と収縮量をみてみよう。

第4図に新潟地区の水準路線図を示す。

西新潟地区の曙40m井の水位と収縮量を調べると、地下水位と収縮量(mm/D)は比例する(第5図)。信濃川東部の海岸近くにある山の下地区の観測井490mと610mの水位と収縮量をみると海岸部の地盤沈下はその大部分が深度260m以下の深層部で起っているが、内陸部の沈下は深度135m以上の浅層部で生じている。^[5] また新潟地区地盤沈下調査委員会の観測記録^[6](昭和47年1月)のうち、同一地区にある通産省の西蒲原1050m(G6)、新潟県黒鳥730m(G5)及び170m(G1)を比較すると数日位の短期間の収縮量は深井戸の水位との相関よりもむしろ深井戸の収縮量と気圧との相関がみられ浅くなると相関が悪くなるようである。この傾向は観測井によって(地層の状態)も違うようである。昭和47年10月～昭和49年3月の平均水位差は第6回規制前と比較して西蒲原G6と黒鳥G5はそれぞれ9.9m, 11.7m上昇しており、^[7] 金巻950m, 593m, 180mとNa17, Na21, Na22の観測井にも同様な傾向がみられる。付近にある水準点のNa2215とNa2222の変動は1973.9～1974.9で+22mm, +19mmの回復を示している(第6図)。^[8]

しかし第7図をみると浅い観測井170mの方が深い観測井1050mよりも累計収縮量が大きく水位の上昇も大きい。このことは浅い地層では水位上昇にもかかわらず沈下していることを示す。^[9] 他方観測井1050mの短期的変動では水位、累計収縮量ともそれ程変化はないように見える。

しかし、昭和45年1月～50年2月までの山の下観測井と西蒲原、県黒鳥、黒崎の観測井の結果をみてみよう(第8図、第9図)。縦軸にはそれぞれの観測井名に一致したところにスケール長を示し、横軸に時間を示す。観測井の水位にはW.L., 累計収縮量は観測井名、取付水準には□T.P.で右縦部に図示してある。

第8図の山の観測井の水位回復は48年4月以後第6回地下水規制にともなって現われたが、260m G3 W.L.に比べて、それより深い490m G4-1 W.L., 610m G5 W.L.の方が回復量が大きい。累計収縮量は、収縮を示している。しかし260m G3, 490m G4-1, 610m G5, 1200m G7の□T.P.は、48年9月～49年9月の最近1年間でそれぞれ+5mm, +5mm, +3mm, +16mmに転じている。このことから海岸臨界部では1200m G7層よりも深い層に海水等が相当量入ったため回復したと思われる。

他方、内陸部の西蒲原1050m G6、県黒鳥730m G5、黒崎440m G4の結果は第9図に示される。第8図と同様に第6回地下水規制により西蒲原1050m G6 W.L.や県黒鳥730m G5 W.L.は黒崎440m G4 W.L.よりも回復量が大きい。しかしこれに伴って収縮量は黒崎440m G4層や県黒鳥730m G5層でやや膨脹に転じているが、西蒲原1050m G6はやや収縮の傾向がみられる。又付近の水準点Na2222やNa2215は第6図に示されるよう隆起に転じている。第10図にG番号に相当する地層を示す。この結果、内陸部ではG4～G6層等における注水結果に注目する必要がある。しかしこのような回復の現象は地下水の地層に沿った横方向の流動性に関する調査ととも深層のデータを調査する必要がある。

第11図をみてみよう。新潟地方地盤変動調査に関する報告によれば、昭和49年7月～11月に実施した1.2等水準測量の結果では、明らかに相当広範囲にわたって回復の傾向が現われてきた。しかし、こ

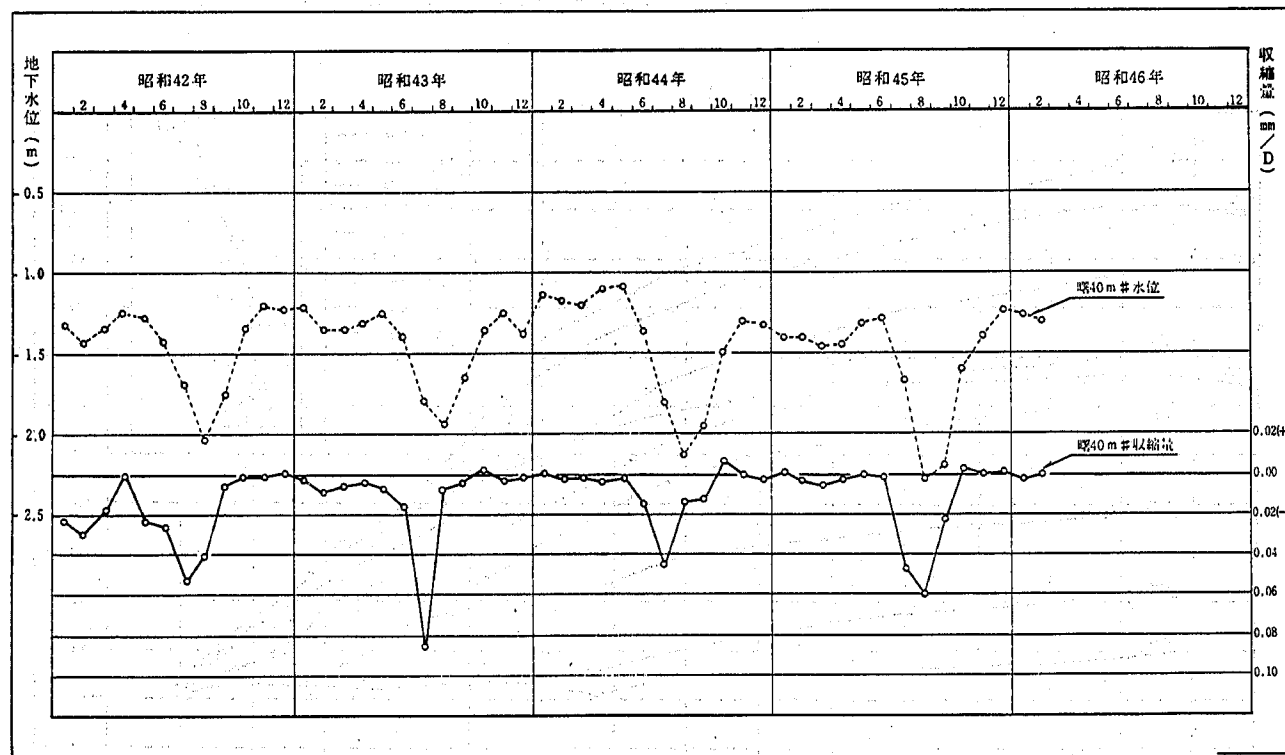


図-5 曙40m観測井(西新潟地区)の地下水位と収縮量(新潟県による)

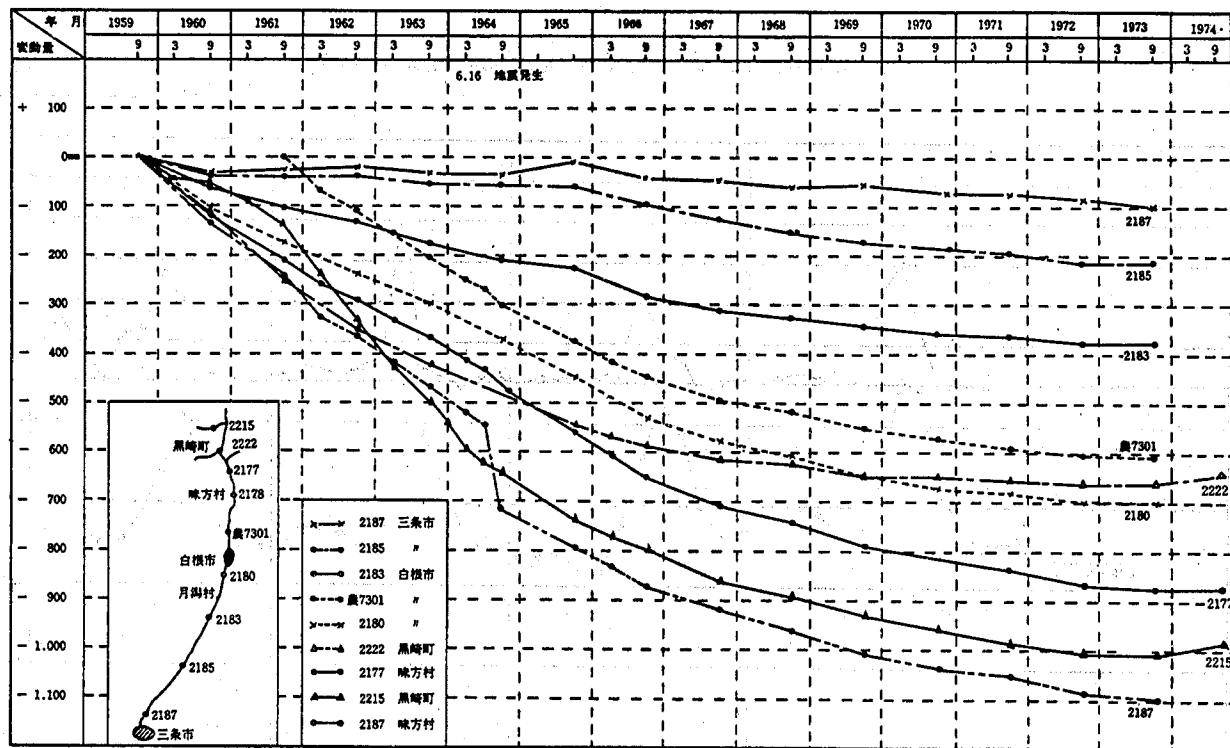


図-6 黒崎町付近の二等水準点の経年変化図（国土地理院による）

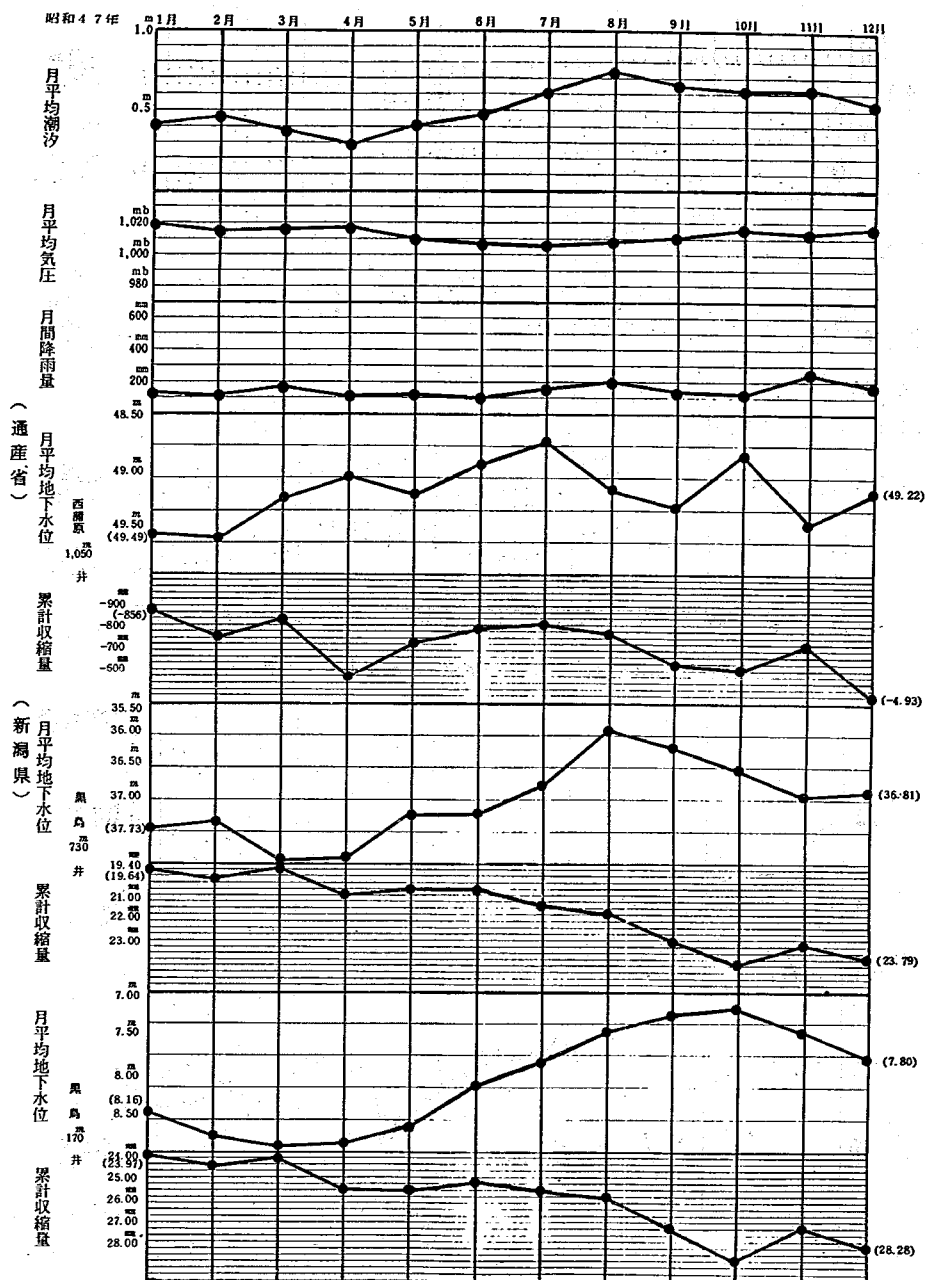


図-7 新潟地方同一地区内の深度別観測井と収縮量
(新潟地区地盤沈下委員会観測記録による)

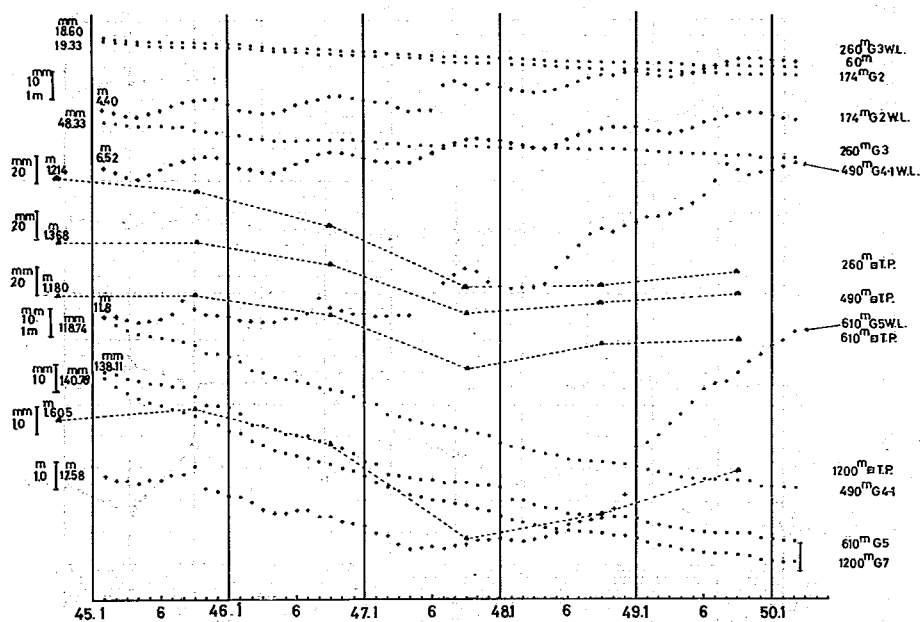
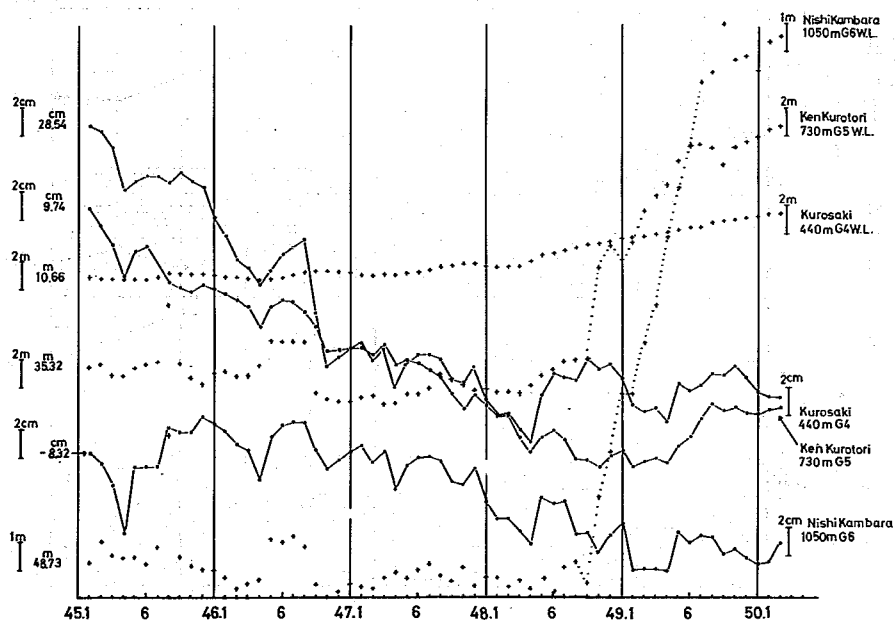


図-8 山の下観測井の地下水位、収縮量と取付水準点の変動



第9図 西浦原1050m, 県黒取730m, 黒崎440mの観測井と地下水位の変動(41.1~50.1)

時代	地層名	ガス層		地質 柱状図	深 度 (m)				層 厚	岩 質 ・ 岩 相
		層名	層厚 (m)		西浦原	内野	新潟	東新潟		
第四紀	沖積層	G ₁	10-15		150	160	140	120	120 -160	表土 砂丘 暗灰色軟質粘土 (埋金、貝化石) 高濃鉄を含む G ₁ : 礫 (基底礫)
		G ₂	20-30							粗粒砂・礫 G ₂ : 礫 (東新潟地区でG ₁ と相換する) 含礫粗粒砂
	洪積層	G ₃	10-20							G ₃ : 粗粒砂岩 (東方では欠減する) 浮石層 (新潟地区以西に分布)
		G ₃	10-15							G ₃ : 砂質泥岩 (藍鉄鉱を含む)
		G ₄	10-15						310 -660	硬質礫岩
		G ₄	15-20							粗粒砂岩・礫岩
		G ₄	15-20							浮石層 (陸港・東新潟地区に分布)
		G ₄₋₁	15-20							砂質泥岩 (細粒砂岩を捕有する)
		G ₄₋₁	10-15							G ₄₋₁ : 粗粒砂岩・礫岩 (全域に分布)
		G ₅	20-30		760	820	670	430		浮石層 (陸港・東新潟地区に分布)
		G ₅	20-30							G ₅ : 硬質礫岩 (基底礫岩)
新第三紀	和南	G ₆₋₁	30-40							G ₆₋₁ : 硬質礫岩 (内陸側に西濃層) 地区で発達する
		G ₆	40-50							砂質泥岩 G ₆ : 硬質礫岩 (内陸側で発達する)
	灰津	G ₆	40-50							砂質泥岩
		G ₆₋₁	20-30						500 -700	中粒～細粒砂岩 (海岸側でも局地的な分布を示す)
	栗白	G ₆₋₁	20-30							青灰色～暗灰色シルト岩
		G ₆₋₁	30-40							中粒～細粒砂岩 (海岸側に分布)
新第三紀	栗白	G ₆₋₁	30-40							青灰色～暗灰色シルト岩
		G ₇	100		1,400	1,520	1,190	930		G ₇ : Group: 粗粒砂岩 (内野海岸地区に限られて発達する) (名称が正しい。 東新潟地区では貝化石を顕著に含む)

(牧山氏 資料による)

第10図 新潟平野模式柱状図 (新潟県資料による)

の地域の水準点例えばNa 4425は1964年～1974年で660mm沈下、Na 4428は1959年～1974年で1456mm沈下しているのでこの回復は現在オーダ的にみて無視できる程小さい量である。この典型的な例として第12図にNa 4438を不動にした時間的空間的変動量の変化を示す。この一時的隆起量が、地盤沈下の経年的曲線の延長上にくれば地下水の流入による回復とも考えられるし、デルタ函数的に変化し、地盤沈下の経年的曲線の延長上にくれば、地殻変動による基盤そのものの隆起とも考えられるので、今後の測量結果の推移を見守ることが大切であろう。

このような現象は、この他船橋、大阪、東京、川崎でも生じていると思われ、特に川崎⁸⁰では第13図に示すように新潟と似た傾向を示すが、地震予知連絡会でも慎重に討議検討がなされており、この回復現象と地殻変動との境界分野は今後新しい問題となるであろう。地盤沈下の不可逆的立場に立った和達・広野の理論に可逆性を加えるため、連続の式そのものから機構を考えながら基礎方程式を組み直すことが今後要求されよう。

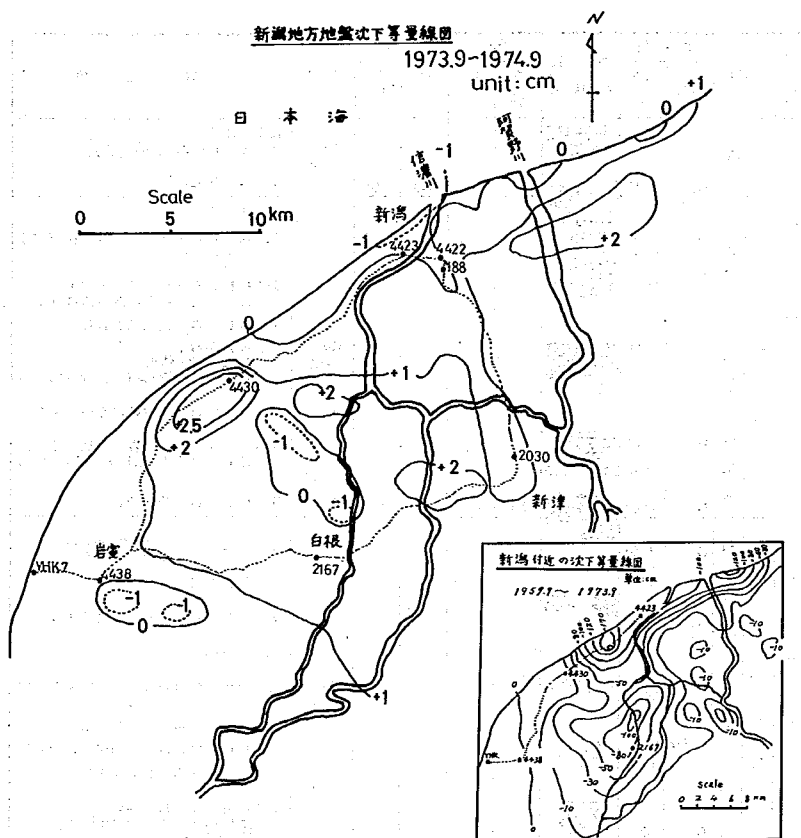
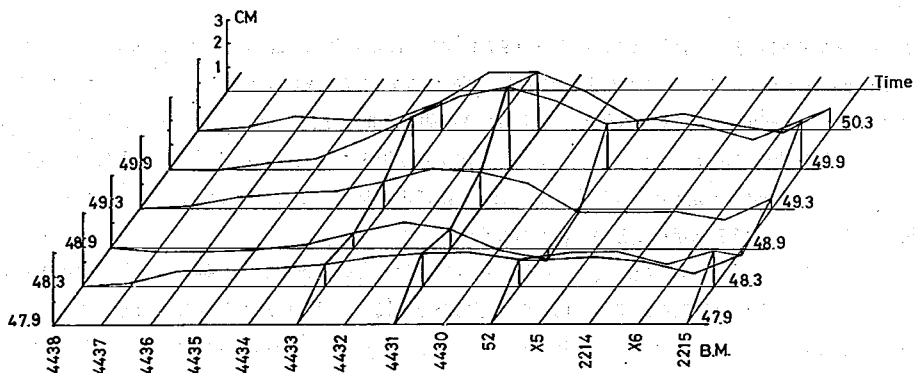


図-11 新潟地方地盤沈下等量線図(1973年9月1日~1974年9月1日), 4438 不動, 単位cm (地震予知連絡会資料 1975年5月より)



第12図 No.4438を不動とした三次元水準点経年変動

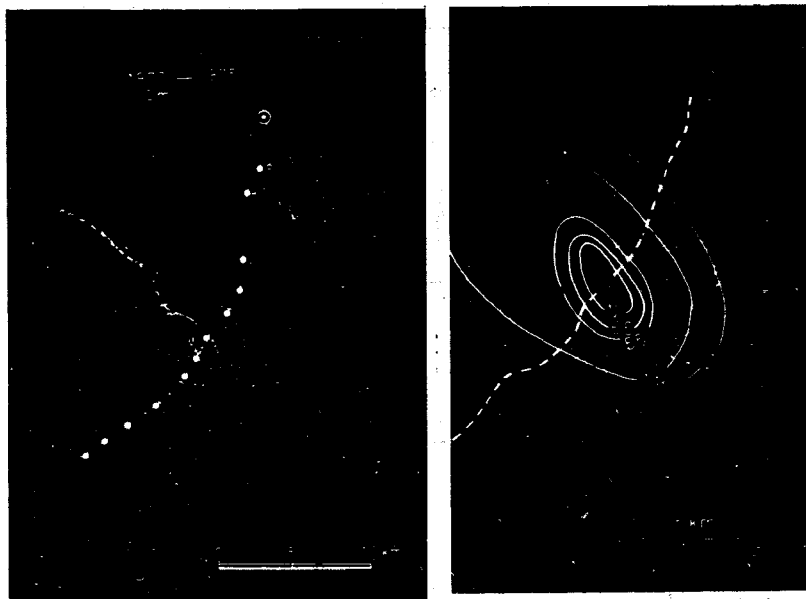


図-13 川崎周辺の地盤回復と地下水位の上昇（地震予知連絡会資料より）

3. 地盤沈下の現状

全国の主要地盤沈下地域の経年沈下量と地下水位の関係を第14図に示す。又全国主要地盤沈下地域を第15図に示す。

沈下量がある時点から加速され地盤沈下の徴候が現われて、進行し、地下水揚水規制によって水位上昇にともない沈下が鈍化し、しばらくしてから地盤が回復し、その後規制した段階のレベルまで再び沈下し平衡状態になるらしいという一連の変化を大阪や新潟でみることができる。

第1表は最近地方公共団体の公共測量実施計画の届出のあったものについて地盤沈下関係の公共測量のⅠ・Ⅱ等水準測量の実施軒数をまとめたものである。現在全国で約10000軒実施されている。

第2表は主な地盤沈下地域の観測軒数と長期間の地盤沈下量を地方公共団体の報告書より集録したものである。

第3表、第4表には昭和50年2月現在で測量成果を中心に調査した全国の年間最大沈下量（ $\text{cm}/\text{yr.}$ ）が示される。

この表では測量にともなう誤差を考慮して mm 単位以下は省略してある。便宜上、 1cm 以下の沈下量が生じた地域を徴候が認められる地域、 1cm 以上の沈下量が生じた地域を地盤沈下地域と分類した。この他沖積平野等で沈下が生じない地域は潜在的沈下地域であろうし、沈下地域については今後の調査により地質構造と対応がつけば最もよいが現在形式的にはⅠ、 $1\text{cm}/\text{yr.}$ 以下Ⅱ、 $1\sim 5\text{cm}/\text{yr.}$ Ⅲ、 $5\sim 10\text{cm}/\text{yr.}$ Ⅳ、 $10\sim 20\text{cm}/\text{yr.}$ Ⅴ、 $20\text{cm}/\text{yr.}$ 以上、と5段階に分類するのが適当であろう。なお、このような分類は他の専門家から見れば当然検討の余地がある。

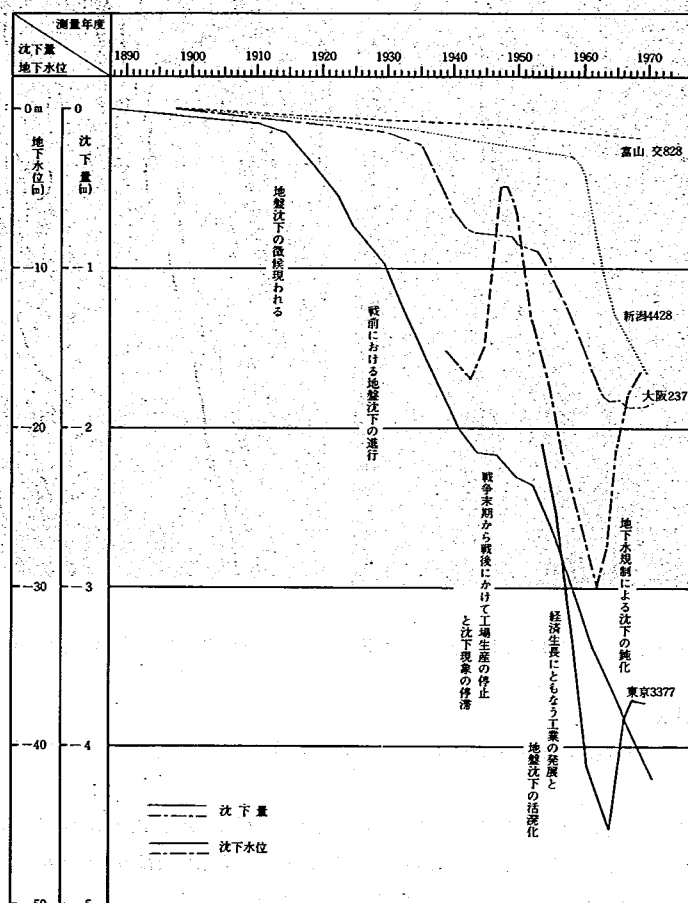


図-14 主要地盤沈下地域の経年沈下量と地下水位の関係
(国土地理院による)

このような観点に基づいて第3表、第4表をまとめると、全国地盤沈下地域が検出されている地域は現在49地域32都道府県に及んでいる。これらの地域で最大沈下量Ⅰ地域(1.0cm/yr.以下)は11地域8都道府県、Ⅱ地域(1.0～4.9cm/yr)は20地域18都道府県、Ⅲ地域(5.0～9.9cm/yr.)は5地域5都道府県、Ⅳ地域(10.0～19.9cm/yr)は5地域4都道府県、Ⅴ地域(20.0cm/yr以上)は3地域3都道府県、調査中5地域5都道府県に及んでいる。

国民の環境福祉を守るためにも大局的判断を優先させ、地下水揚水規制と公水利用の合理的対策を早急に講ずる必要がある。

本小論をまとめるにあたり、建設省土木研究所石崎室長、水利科学研究所等多くの関係者をはじめ、国土地理院技術管理官加藤高義氏には地盤沈下に関してお教え頂くと同時にこの研究会に参加させて頂いた

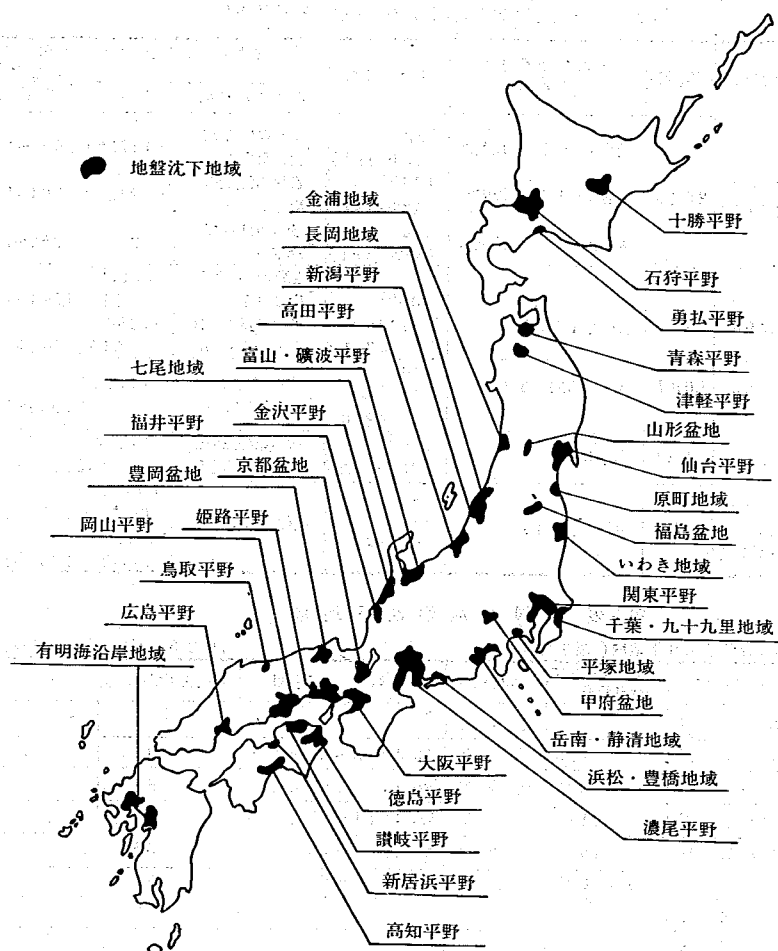


図-15 全国の主要地盤沈下地域 (国土地理院による)

第1表 地盤沈下関係公共測量実施杆数

(I, II □ 実施杆数)

地域 年度	東京都	千葉県	神奈川県	埼玉県	新潟県	愛知県	大阪府	兵庫県	その他	合計 (Km)
42	417	570	545	244	263	79	650	82	104	2954
43	600	740	600	304	432	110	903	178	268	4135
44	500	779	415	365	543	170	995	224	265	4256
45	668	996	609	414	634	287	970	174	348	5100
46	1367	948	608	450	572	551	1114	151	786	6547
47	765	2090	751	660	528	790	1275	216	787	7862
48	1215	1746	1021	880	499	1008	1418	220	1850	9857
49	826	2090	994	940	268	1065	1863	119	703	8869

(公共測量実施計画の届出のあったものについての集計) 国土地理院公共測量の記録から

第2表 主要地盤沈下地域の観測杆数と累計沈下量

地区名	水準点数	観測杆数	最大沈下をする 水準点番号	年間沈下量	累計沈下量(地方公共団体の報告より 集録した)	
					水準点所在地	累計沈下量
首都圏	約2700 (2715)	3,846	埼玉47-13, 所沢市	252 ^{cm} (48.1~49.1)	埼玉県川口十二 月田町No.36	-1476 ^{mm} (1961~1972)
			千葉U-12A, 浦安市	176 ^{cm} (48.1~49.1)	江戸川区長島町 No.9836	-1242 (1961~1972)
			清瀬2, 清瀬市	216 ^{cm} (48.1~49.1)	船橋市日の出町 No.F-9	-1276 (1962~1972)
					蟹江町綱蓋新町 No.1475	-8305 ^{mm} (19612~1973.11)
濃尾	1,498	1,947	蟹江町A244	206 ^{cm} (47.11~ 47.11)	桑名郡長島町日 廻No.35-16	-1360 (19612~1973.11)
阪神	763	1,687	泉大津市No.432	100 ^{cm} (47.10~ 48.10)	大東市横山 (10743)	-1171.2 ^{mm} (1964~1972)
佐賀	205	334	白石町白1	100 ^{cm} (48.2~49.2)	佐賀県杵島郡江 北町No.3339	-11614 ^{mm} (1957.11~1974.2)
新潟	318 (農政局・ 県+地理院)	379	豊栄町小針47	6.1 ^{cm} (47~48)	新潟市関屋	No.4425 -660 ^{mm} (1964~1974) No.4428 -1456.3 (1959~1973)

第3表 全国の地盤沈下地域

1年間沈下量1cm以上の沈下地域(顕在地域)

50.2.5 現在 国土地理院調べ

番号	沈下地域	最大沈下を示す 水準点番号	所在地	比較した期間	年間沈下量(cm)	備考
1	石狩平野		札幌市			米
2	青森平野	735	栄町	昭.48.5~昭.49.5	3.7	
3	金浦	6595	金浦町	昭.41.~昭.49.	5.3	
4	仙台平野	2173	名取市	昭.42.11~昭.48.5	1.7	
5	山形盆地	4527	山形市	昭.42.~昭.49.	5.5	
6	"	013-097	天童市	昭.42./~昭.49.	2.2	
7	米沢盆地					米
8	原町地区					米
9	いわき	交4201	いわき市	昭.42.10~昭.48.10	1.3	
10	首都圏(埼玉)	47-13	所沢市	昭.48.1~昭.49.1	25.2	
11	"(千葉)	U-12A	浦安市	昭.48.1~昭.49.1	17.6	
12	"(東京)	清瀬2	清瀬市	昭.48.1~昭.49.1	21.6	
13	"(神奈川)	945	横浜市	昭.48.1~昭.49.1	12.9	
14	九十九里	MB-6	茂原市	昭.48.1~昭.49.1	10.9	
15	平塚	5180	平塚市	昭.48.1~昭.49.1	7.2	
16	新潟平野	公4	新津市	昭.48.9~昭.49.9	1.8	
17	長岡	6763	長岡市	昭.48.9~昭.49.7	2.4	
18	頸城平野	建3	上越市	昭.48.9~昭.49.9	2.6	
19	富山平野	3234	富山市	昭.48.9~昭.49.9	1.4	
20	七尾	公21	七尾市	昭.48.3~昭.49.3	2.9	
21	福井平野	008-411	福井市	昭.41.~昭.46.	3.6	

(続 き)

番号	沈下地域	最大沈下を示す 水準点番号	所在地	比較した期間	年間沈下量(㎝)	備 考
22	甲府盆地	94	石和町	昭.40.11～昭.47.7	1.4	
23	濃尾平野(岐阜)	G 31	海津町	昭.47.11～昭.48.11	2.3	
24	" (愛知)	A 244	蟹江町	昭.47.11～昭.48.11	20.6	
25	" (三重)	M 46-5	長島町	昭.47.11～昭.48.11	15.2	
26	" (愛知・知立)	001-338	知立市	昭.42. ～昭.47.	2.0	
27	京都盆地	009-001	京都市	昭.40.12～昭.46.12	1.0	
28	阪神(大阪)	公 432	泉大津市	昭.48.10～昭.49.10	7.9	
29	" (兵庫)	B 48	尼崎市	昭.48.10～昭.49.10	7.5	
30	豊岡盆地	1210	豊岡市	昭.40. ～昭.46.	1.5	
31	鳥取平野	1067	鳥取市	昭.45. ～昭.49.	2.4	
32	岡山平野	002-172	岡山市	昭.39.12～昭.46.3	1.9	
33	広島平野	002-336	広島市	昭.45. ～昭.48.	4.0	
34	徳島平野	005-006	徳島市	昭.40. ～昭.46.	1.0	
35	高知平野	5003	高知市	昭.39. ～昭.45.	1.0	
36	佐賀平野	白 1	白石市	昭.48.2～昭.49.2	10.0	
						木

第4表 全国の地盤沈下地域

Ⅱ年間沈下量1㎝以下の沈下地域(徴候地域)

50.2.5 国土地理院調べ

番号	沈下地域	最大沈下を示す 水準点番号	所在地	比較した期間	年間沈下量(㎝)	備 考
1	釧路平野	7606	釧路市	昭.28.7～昭.44.8	0.8	
2	十勝平野	交 33	帯広市	昭.28. ～昭.44.	0.7	
3	苫小牧平野	7313	苫小牧市	昭.30.7～昭.43.9	0.8	
4	弘前平野	5952	藤崎市	昭.13. ～昭.43.	0.3	
5	白石	2154	白石市	昭.42. ～昭.49.	0.8	
6	福島盆地	004-272	福島市	昭.42. ～昭.49.	0.9	
7	金沢平野	008-347	小松市	昭.41. ～昭.46.	0.8	
8	岳南	001-139	富士市	昭.42. ～昭.47.	0.6	
9	静岡	001-190	岡部市	昭.42. ～昭.47.	0.8	
10	高松平野	001-079	高松市	昭.39. ～昭.45.	0.6	
11	伊予三島	001-154	三島市	昭.39. ～昭.45.	0.9	
12	熊本平野					*調査中
13	肝属平野					

ことに関し、深く謝意を表します。とくに新潟県生活環境部公害規制課から資料を提供して頂いたことに
対し深く謝意を表します。また国土地理院測地第三課の皆様の御協力に対しても感謝致します。

参 考 文 献

- (1) 建設省河川局計画課地下水問題の実態と課題, 昭和50年3月
- (2) 友利玄一, 加藤高義, 全国地盤沈下総点検, 昭和46年9月, 国土地理院
- (3) 国土地理院, 地盤沈下調査及び全国地盤沈下の概況, 昭和50年3月

- (4) 国土地理院, 佐賀地方地盤変動調査測量に関する報告, 第1巻, 昭和49年2月観測
- (5) 新潟県, 新潟平野の地盤沈下, 昭和49年
- (6) 新潟地区地盤沈下調査委員会, 観測記録, 昭和47年1月
- (7) 新潟県, 公害白書, 昭和48年度, P. 127~128
- (8) 国土地理院, 新潟地方地盤変動調査測量に関する報告, 一二等水準点の変動, その他, 第27巻,
昭和49年9月観測
- (9) 新潟県地盤沈下調査委員会, 観測記録 (昭和47年ダイジェスト版)
- (10) 地震予知連絡会会報第13巻, 多摩川下流域での地殻隆起運動 P 34~35, 昭和50年3月

3 地下水のシミュレーション

1) 地下水シミュレーションの有限要素法(FEM法)の応用

東京大学工学部 玉井 信行

地下水流動を解明するためのシミュレーション手法には従来からも多くの方法が考えられてきた。最も古く行われたのは、基礎方程式の類似性に基づく電氣的なアナログシミュレーションであろう。この方法も電気素子のみを用いる場合と、他の材料の電氣的特性(例えば寒天)を利用する場合とに大別できるであろう。しかし、アナログ手法は解析領域ごとに別個のモデルを作成しなければならない煩雑さがあり、ディジタル式電子計算機の発達と共にシミュレーション計算の主流はディジタルシミュレーションに移ってきた。この場合も、基礎にする運動の方程式は同一であるが、これを離散化し多くの数値的な繰返し演算の結果、解を求めるものである。有限差分法による手法は relaxation 法、ADI 法などが地下水の問題に対して用いられてきた。

一方、この10年前後の構造工学における新しい動きは、有限要素法(FEM)の進展である。この方法は、連続体を有限個の節点においてのみ互いに結合された要素の集合体と考え、要素特性の組み立てから全体の系の力学的挙動を記述しようとするものである。この方法は変分原理と結合させることにより物理的な基礎を獲得し、多くの問題に適用されるに至っている。此の手法は、系の全ポテンシャルエネルギーを最小にするような解を求めることに骨子があるので、構造解析以外の多くの分野で用いられており、応用力学のあらゆる分野で用いることが可能であると言ってよいであろう。

地下水の流れを支配する方程式は、ラプラスの方程式あるいはポワッソンの方程式であり、こうした準調和微分方程式で表わされる現象は未知ポテンシャルの線型方程式であるので、二次形式を有するある汎関数がある領域内で最小にする問題として取扱うことができる。こうした背景より、地下水の流れの解析は非構造分野ではFEMを比較的早く取り入れた分野の一つである。定常浸透流の問題に有限要素法を適用したのはZienkiewicz, Cheung(1965)が最初であろう。それ以後、異方性、非均質あるいは自由表面をもつ二次元浸透問題も扱われた。また、非定常問題や三次元問題にも解析が進展している。ここでは、自由地下水への鉛直涵養量を算定するためFEMを用いて解析を行った例を紹介する。

1. 基礎式

地下水の問題では、一般に流体ポテンシャルまたは全水頭が未知の場合変数として用いられる。ポテンシャル ϕ は圧力水頭 P/W と位置水頭 Z の和と定義される。すなわち

$$\phi = \frac{P}{W} + Z \quad (1)$$

ここに、 P ：高さ Z における圧力、 W ：流体の単位重量、 Z ：ある基準面から測定した、当該流体粒子までの高さである。地下水の問題ではこのポテンシャル ϕ を水頭 h で表わすことが多く、本論文でも以後水頭 h でポテンシャルを表わすことにする。また此の論文における前提として、鉛直方向のポテンシャル変

化は無いものとする ($\partial h / \partial z = 0$)。すなわち、流れは準一様流であるとして以下の論を進める。

Darcy の式より

$$u = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$v = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。こゝに、 x, y : 水平座標軸、 k_x, k_y : それぞれ x, y 方向の透水係数である。微小六面体内の質量保存則より次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \quad \dots\dots\dots (4)$$

こゝに、 θ : 有効空隙率、 W : 単位面積、単位時間あたりに系内へ流入する鉛直速度であり、鉛直下向きを正とする。 x, y 方向の透水量係数をそれぞれ T_x, T_y とすれば式 (4) は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。こゝに

$$\left. \begin{aligned} T_x &= k_x \cdot h \\ T_y &= k_y \cdot h \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。

2. 有限要素法による定式化

式 (5) に於いて等方、均質な媒体を考えると $k_x = k_y = k$ であり、不圧地下水下部境界面の基準面からの高さを z とすれば式 (5) は次のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$T = k (h - z) \quad \dots\dots\dots (8)$$

式 (7) と等価で最小化を必要とする汎関数 χ は

$$\chi = \iint \left[\frac{1}{2} \left\{ T \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + T \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \right) h \right] dx dy \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\partial h / \partial t$ は不変量、つまりある時刻 t において場所のみの関数と考える。

こゝで図-1 に示すような代表的な三角要素を考え、一次外節点に反時計廻りに i, j, m の番号をつける。そしてその節点の水頭を h_i, h_j, h_m とし、また単位要素の水頭を表わすベクトルを $\{h\}^e$ とする。

$$\{h\}^e = \begin{Bmatrix} h_i \\ h_j \\ h_m \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

水頭 h の分布関数として此の論文では一次形式を用いる。一般化座標 α_i を用いて h は次式のように表わせる。

$$h = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\begin{vmatrix} h_i & x_i & y_i \\ h_j & x_j & y_j \\ h_m & x_m & y_m \end{vmatrix}}{2A}, \quad \alpha_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & h_i & y_i \\ 1 & h_j & y_j \\ 1 & h_m & y_m \end{vmatrix}}{2A} \\ \alpha_3 &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_i & h_i \\ 1 & x_j & h_j \\ 1 & x_m & h_m \end{vmatrix}}{2A}, \quad A = (\text{三角形 } ijm \text{ の面積}) \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

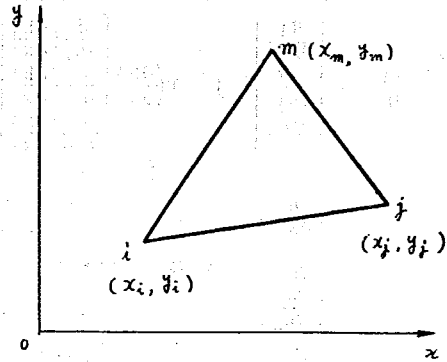


図 - 1 三角形要素

となる。こゝで

$$\left. \begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j \\ b_i &= y_j - y_m \\ c_i &= x_m - x_j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

とき、 $a_j, b_j, c_j, a_m, b_m, c_m$ も同様におくと、式(11)は次式のごとく書き直される。

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2A} \{ a_i + b_i x + c_i y \} h_i + \{ a_j + b_j x + c_j y \} h_j + \{ a_m + b_m x + c_m y \} h_m \\ &= [N_i \ N_j \ N_m] \{h\}^e \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ただし

$$N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2A}, \quad N_j = \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2A}, \quad N_m = \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2A}$$

である。

不圧地下水下部境界面の基準面からの高さ z も水頭 h の場合と同様にして

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{2A} \{ a_i + b_i x + c_i y \} z_i + \{ a_j + b_j x + c_j y \} z_j + \{ a_m + b_m x + c_m y \} z_m \\ &= [N_i \ N_j \ N_m] \{z\}^e \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

と書き表わすことができる。

次いで汎関数 χ の最小化を図る過程を述べる。まず単一要素の微係数への寄与を求める。こゝで、 $T = k(h - z)$ ゆえ式(9)は非線型となり一般的な取扱いは困難である。この論文では線型化手法として下記の方法を採用している。

(i) $h = h_1$ と仮定し、式(8)より T を求める。

(ii) T を式(9)に代入し、求められた解を h_2 とする。

(iii) h_2 を式(8)に代入して T を求める。以下これを繰返し、改善された $h = h_n$ を求める。

この繰返し法は収束性がよいので、真値の近似値として h_n を採用することができる。

関数 χ の中で、一つの要素に関係している値を χ^e とすれば式 (9) より

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial h} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial h_i} \\ \frac{\partial \chi}{\partial h_j} \\ \frac{\partial \chi}{\partial h_m} \end{Bmatrix} = \iint [T \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial h_i} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial h_j} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial h_m} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} + T \frac{\partial h}{\partial y} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial h_i} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial h_j} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial}{\partial h_m} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} + \left(\theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \right) \right. \\ \left. \times \begin{Bmatrix} \frac{\partial h}{\partial h_i} \\ \frac{\partial h}{\partial h_j} \\ \frac{\partial h}{\partial h_m} \end{Bmatrix} \right] dx dy \quad (15)$$

こゝで式 (13) から $h = [N_i \ N_j \ N_m] \{h\}^e$ であるから

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{2A} \{b_i \ b_j \ b_m\} \{h\}^e, \quad \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{1}{2A} \{c_i \ c_j \ c_m\} \{h\}^e \\ \frac{\partial}{\partial h_i} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{b_i}{2A}, \quad \frac{\partial}{\partial h_j} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{b_j}{2A}, \quad \frac{\partial}{\partial h_m} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{b_m}{2A}, \\ \frac{\partial}{\partial h_i} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{c_i}{2A}, \quad \frac{\partial}{\partial h_j} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{c_j}{2A}, \quad \frac{\partial}{\partial h_m} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{c_m}{2A},$$

また

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \{N_i \ N_j \ N_m\} \left\{ \frac{\partial h}{\partial t} \right\}^e, \\ \frac{\partial h}{\partial h_i} = N_i, \quad \frac{\partial h}{\partial h_j} = N_j, \quad \frac{\partial h}{\partial h_m} = N_m$$

である。

さらに $\{b_i \ b_j \ b_m\} \{h\}^e$, $\{c_i \ c_j \ c_m\} \{h\}^e$, $\{N_i \ N_j \ N_m\} \left\{ \frac{\partial h}{\partial t} \right\}^e$ はスカラーであることとを考慮すると式 (15) は次式のように書き直される。

$$\left\{ \frac{\partial \chi}{\partial h} \right\}^e = \iint [\frac{T}{4A^2} \begin{Bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_m \end{Bmatrix} \{b_i \ b_j \ b_m\} \{h\}^e + \frac{T}{4A^2} \begin{Bmatrix} c_i \\ c_j \\ c_m \end{Bmatrix} \{c_i \ c_j \ c_m\} \{h\}^e \\ + \theta \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_m \end{Bmatrix} \{N_i \ N_j \ N_m\} \frac{\partial h}{\partial t}^e - W \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_m \end{Bmatrix}] dx dy \quad (16)$$

こゝで要素の重心を原点となるように座標変換し、節点 i, j, m の新座標をそれぞれ (X_i, Y_i) , (X_j, Y_j) , (X_m, Y_m) とすると式 (16) の演算結果は次式となる。

$$[H]^e \{h\}^e + [P]^e \frac{\partial h}{\partial t} - [F]^e = 0 \quad (17)$$

こゝに

$$[H]^e = \frac{k}{12A} (h_i + h_j + h_m - z_i - z_j - z_m)$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} b_i \cdot b_i & b_i \cdot b_j & b_i \cdot b_m \\ b_j \cdot b_i & b_j \cdot b_j & b_j \cdot b_m \\ b_m \cdot b_i & b_m \cdot b_j & b_m \cdot b_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i \cdot c_i & c_i \cdot c_j & c_i \cdot c_m \\ c_j \cdot c_i & c_j \cdot c_j & c_j \cdot c_m \\ c_m \cdot c_i & c_m \cdot c_j & c_m \cdot c_m \end{bmatrix} \right\}, \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\{F\}^e = \frac{Wd}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \dots\dots\dots (19)$$

であり $[P]^e$ の i 行 j 列成分 P_{ij} は次式で与えられる。

$$P_{ij} = \frac{\theta}{144d} \{ 16d^2 + 3b_i b_j (X_i^2 + X_j^2 + X_m^2) + 3c_i c_j (Y_i^2 + Y_j^2 + Y_m^2) + 3(b_i c_j + b_j c_i)(X_i Y_i + X_j Y_j + X_m Y_m) \} \quad \dots\dots\dots (20)$$

全体の要素マトリックスは、各節点の水頭 h に関する x のすべての微係数を組み立て、それらを零とすれば、最小化過程の最終的な式の形が得られる。全体の系についてこれを書くと

$$[H]\{h\} + [P]\left\{\frac{\partial h}{\partial t}\right\} - \{F\} = 0, \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。

節点 i に存在する井戸が $Q_i(t)$ なる量を涵養している場合（揚水の場合には $-Q_i(t)$ には、式(21)でベクトル $\{F\}$ の i 成分に $Q_i(t)$ なる項を付加すればよい。

境界条件は幾何学的境界条件、自然境界条件の二種がある。境界のうち、 h の値が既知のものを S_1 、流入量 q が既知の部分 S_2 とすれば

(i) 幾何学的境界条件

$$S_1 \text{ 上で } h = h(t) \quad \dots\dots\dots (22)$$

(ii) 自然境界条件

$$S_2 \text{ 上で } T \frac{\partial h}{\partial x} \ell_x + T \frac{\partial h}{\partial y} \ell_y + q(t) = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

但し $q(t)$: 厚さ $(h-z)$ の層内に境界を通して流入する時刻 t の流量, ℓ_x, ℓ_y : 境界における外向き法線方向余弦, T : 透水量係数である。

自然境界条件は変分による定式化に陰に含まれる条件であり、式(7)を等価でしかも式(23)を満たす汎関数は

$$\chi = \iint \frac{1}{2} \left[T \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + T \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\theta \frac{\partial h}{\partial t} - W \right) h \right] dx dy - \int_{S_2} q(t) h ds \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。式(9)と比較して、右辺の最終項が自然境界条件により付加された項である。境界を形成する要素 rsk について考え、 $\overline{rs}$ を境界とする。 q は境界に沿って一定な流入量、 h は h_r から h_s へ直線的に変化するとし、その距離を L とする (図-2 参照)。このとき

$$\int_{S_2} q h ds = q \frac{h_s + h_r}{2} L$$

であるから

$$\frac{\partial}{\partial h_r} \left(\int_{S_2} q h ds \right) = \frac{qL}{2}, \quad \frac{\partial}{\partial h_s} \left(\int_{S_2} q h ds \right) = \frac{qL}{2}, \quad \frac{\partial}{\partial h_k} \left(\int_{S_2} q h ds \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

従って、自然境界条件を有する要素に対しては、式(17)の $\{F\}^e$ に式(25)の各項を加えればよい。

3. 降水の不圧地下水への涵養量

単一要素内で有効空隙率 θ 、透水係数 k はそれぞれ一定既知とし、要素内で降雨は一樣に分布すると仮定する。このとき、降雨時の対象領域内の全節点において時刻 t 、 $t + \Delta t$ の水頭 $\{h\}^t$ 、 $\{h\}^{t+\Delta t}$ が既知であれば

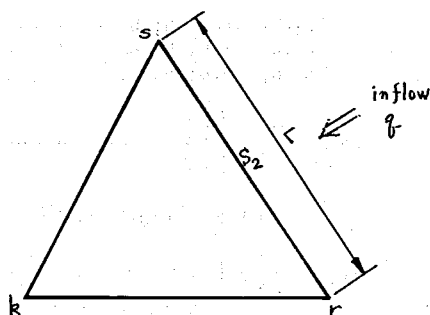


図-2 自然境界条件

$$\begin{aligned} \{F\}^{\Delta t} = & [H]^{t+\Delta t} \{h\}^{t+\Delta t} \\ & + [P] \frac{\{h\}^{t+\Delta t} - \{h\}^t}{\Delta t} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

から、各節点での Δt 時間の $(W - W_0)$ が求められる。こゝで W を Δt 時間の降水の不圧地下水への涵養量、 W_0 を不圧地下水から被圧地下水への流出量とする。こゝで単一要素への涵養量が単位面積あたり $(W - W_0)$ であり、また要素の面積を Δ とした時、単一要素への全涵養量 $(W - W_0) \times \Delta$ は要素の各節点にそれぞれ等しく分配されると考える。したがって任意節点 i を共有する要素の総数を n' 、 $\{F\}^{\Delta t}$ の i 節点に対応する成分を $F_i^{\Delta t}$ とすると

$$F_i^{\Delta t} = \sum_{n'} \frac{\Delta \ell}{3} (W_\ell - W_{0\ell}) \dots\dots\dots (27)$$

となる。こゝに、 $\Delta \ell$: 節点 i を持つ要素 ℓ の面積、 W_ℓ : 節点 i を持つ要素 ℓ 内の降水の不圧地下水への単位面積当りの Δt 時間の涵養量、 $W_{0\ell}$: 節点 i を持つ要素 ℓ 内の不圧地下水から被圧地下水への単位面積当りの Δt 時間の漏水量である。各要素の面積を、重心を利用して三等分し

$$\sum_{n'} \frac{\Delta \ell}{3} = \Delta_g$$

とおけば

$$\frac{F_i^{\Delta t}}{\Delta_g} = \frac{1}{\Delta_g} \sum_{n'} \frac{\Delta \ell}{3} (W_\ell - W_{0\ell}) \dots\dots\dots (28)$$

となる。式(28)の右辺は面積 Δ_g 内における $(W - W_0)$ の相加平均を表わすから、 $F_i^{\Delta t} / \Delta_g$ は Δ_g 内の単位面積当りの Δt 時間の $(W - W_0)$ を示し、不圧地下水から被圧地下水への Δt 時間内の漏水量が既知であれば、降水から不圧地下水への Δt 時間当りの涵養量 W を求めることができる。

4. 鉛直涵養量算定の問題点

涵養量を知るためには、前述のように有効空隙率、透水係数さらに各節点における水頭の時間的変化が既知である必要がある。観測井の記録があればこれはほゞ達成できるが、ある広がりをもった領域を代表できるような適切な配置のなされた観測記録を得るのは仲々難しい。当研究室においても、多摩川中流域において計算を行った例はあるが、観測記録が数カ月間しか得られておらず、また一つの境界条件として

河川水位を用いて表流水との一体となった挙動を考察しようとしたため、観測井の水位記録と河川水位の精度に大きな差の存することが原因で定量的に信頼できる結果は現在のところ得られていない。地盤定数を算定するにも無降雨継続期間の多くの観測例から同定する必要があり、今後、同地域の資料は継続して得られる予定であるので、信頼できる資料に基づいて適切な解析を積み重ねることにより、地表の状態と鉛直涵養量との相関が明きらかになってゆくであろう。

以 上

2) 準三次元帯水層モデルによる地盤沈下の解析

国際航業(株)地質水文課 鎌 田 烈
同 原 田 和 彦

1. はじめに

地下水揚水と地盤沈下との相関については、西大阪の地盤沈下の調査研究の結果として、和達(1939)が、「地盤沈下は人為的な地下水の汲み上げによる表層の圧密現象が主原因である」と指摘している。彼の説は第二次大戦中および戦後にかけての地下水揚水の中断により地盤沈下が停止したことで実証された。しかし、その後も急激な経済成長にともなう、地下水需要が増大し、各地で地盤沈下や塩水化などの地下水公害が発生している。最近では大都市のみならず、地方の中小都市にまで、顕著な地盤沈下の分散化が認められてきている。

現在、都市の過密対策に関連して、総合的視野にたつ水資源問題の解決が大きな課題となりつつある。その一環として、地下水資源の保全と利用をはかるためには、基本的作業として、ある地域における揚水量が、その周辺地域の地下水位にどのように影響をあたえ、その結果どのくらいの沈下を引き起こすのかという、具体的な問題を解決する必要がある。この点に関しては、すでに新潟内陸平野の地盤沈下解析にあたって、漏水理論の観点から、定量的な解析が試みられている(Shibasaki et al., 1971)。

水圧低下にともなう加圧粘土層からの脱水現象、つまり圧密沈下を考慮した帯水層モデルでは、垂直方向からの帯水層に向う補給量の成分のうち、とくに絞り出し(squeeze)の定量的な評価が必要である。

従来、漏水および絞り出しを被圧地下水の大きなかん養源として評価しなければならないことは、多くの研究者によって指摘されてきている。このうち、漏水現象について最初に解析的に検討したのはJacob(1946)である。その後、Hantush & Jacob(1954, 1955 a, b, c), Hantush(1956, 1957, 1959, 1960, 1967)などによって彼らの研究は漏水説として発展してきた。

絞り出し現象をも考慮した帯水層モデルの解析的検討は、Hantush(1960)によって最初に手がけられ、Hanshaw & Bredehoeft(1968), Bredehoeft & Pinder(1970)などによって、近年急速に発展してきている。

本論文では、Shibasaki et al.(1971)の考え方をさらに発展させ、漏水量から間接的に求められていた絞り出し量を分離し、それぞれを独立に定量化することを試みたものである。厳密に言えば、帯水層モデルの基本的な考え方としては、絞り出し現象も漏水現象とおなじく、被圧帯水層の水位低下と加圧粘土層中の水圧低下とをあわせて、連立解として求めることによって決定すべきものである。

しかし、その連立解は三次元となり、解法が複雑になるとともに計算機の容量にも問題がかかわってくる。そこで、便法として粘土層中の水圧低下を別途に過剰間げき水圧におきかえた一次元熱伝導型偏微分方程式として誘導し、絞り出し量を独自に計算し、それによって求められた値を既知項として、平面二次元の帯水層モデルにあらためて代入する手法をとった。つまり、xy方向の平面二次元モデルに、加圧粘土層から帯水層にむかうz方向の水の運動をも考慮した準三次元モデルを採用し、近似解を求める方法を

とった。

最近になって、シミュレーションの精度の向上、あるいはデジタル・コンピュータの容量や求解時間の節約のため種々の解法が考案されてきている。今回採用した方法は、Peaceman & Rachford(1955)によって、楕円型または放物型偏微分方程式の数値解を求めるために開発されたADI法(alternating direction implicit method)とよばれる差分法である。この方法は、未知領域数の増加に対応する点では非常に有利であり、特に正方、長方形領域に関して最も有効とされている。ある典型的な問題に関しては陽解法より25倍も、またCrank - Nicolsonの陰解法より7倍も求解時間が少ないことが明らかにされている。

今回の例のように、32kW程度の中型のコンピュータを使用して、一連の偏微分方程式を解く場合、Crank - Nicolsonの方法では、未知領域の数が70程度で限界であったが、ADI法を使用すると、領域ごとに異なる帯水層係数、揚水量などのパラメータを保存した上で、未知領域数 600 までのシミュレーションが可能となった。

2. 漏水および絞り出し現象を考慮した準三次元帯水層モデル

第1図に示すように、上位より不圧帯水層、加圧層、被圧帯水層、不透水層の順に構成され、おのおのの地層が等質、等方性である被圧帯水層系における地下水の運動方程式は二次元では次式で示される(Pinder & Bredehoeft, 1968)。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \quad \dots\dots(1)$$

ここに

h : 被圧地下水頭

x, y : 空間変数

S : 貯留係数

T : 透水量係数

$W(x, y, t)$: 単位時間、単位面積のかん養または

揚水量

t : 時 間

である。

(1)式右辺第2項は次の成分よりなるものと考えられる(水収支研究グループ, 1973)

$$W(x, y, t) = L(x, y, t) + S_q(x, y, t) + A_r(x, y, t) - Q_d(x, y, t) \quad \dots(2)$$

ここに

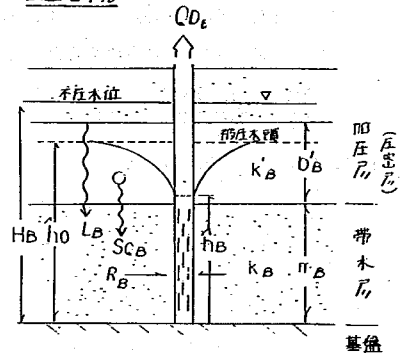
$L(x, y, t)$: 漏水量

$S_q(x, y, t)$: 絞り出し量

$A_r(x, y, t)$: 注入力

$Q_d(x, y, t)$: 揚水量

断面モデル



第1図 漏水・絞り出しを考慮した帯水層系モデル

である。いずれも単位時間、単位面積の数量を示す。

Hantush & Jacob (1955) によれば、漏水量は次式で求められる。

$$L(x, y, t) = \frac{k'}{b'} (h - H) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに

k' : 加圧層の透水係数

b' : 加圧層の厚さ

H : 不圧地下水位

である。

一方、主帯水層の水頭変化にともなう加圧層中の水の運動は次の方程式で表わすことができる。

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = \frac{S'_s}{k'} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに

h' : 加圧層の過剰水頭 (excess head)

S'_s : 加圧層の比貯留量

である。

加圧層の透水係数が主帯水層にくらべてかなり小さい場合には、加圧層内での水の運動は垂直成分のみと仮定すれば、(4)式は次のようにあらためられる。

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = \frac{S'_s}{K'} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

(5)式の初期および境界条件は

$$\begin{aligned} h'(z, 0) &= 0 & t \leq 0 \\ h'(0, t) &= 0 & t > 0 \\ h'(b', t) &= \Delta h & t > 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに

Δh : 主帯水層の段階的な水頭変化量

である。

このとき、(5)式の解析解は次式で示される (Carslaw & Jaeger, 1959)。

$$h' = \Delta h \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{(2n+1) + z/b'}{(4kt/S'_s b'^2)^{1/2}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{(2n+1) - z/b'}{(4kt/S'_s b'^2)^{1/2}} \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

加圧層より主帯水層に向う地下水量 (絞り出し量) は、境界面で Darcy の法則により

$$\begin{aligned} S_q(x, y, t) &= K' \frac{\partial h'}{\partial z} \bigg|_{z=b'} \\ &= \frac{K' \Delta h}{b' (\pi k' t / b'^2 S'_s)^{1/2}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[-n^2 / (k' t / b'^2 S'_s) \right] \right\} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

として求められる (Bredehoeft & Pinder, 1970)。

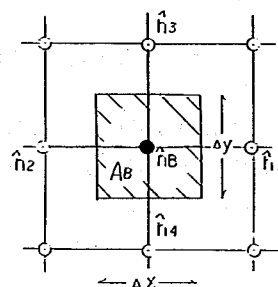
(3)式および(8)式 によって漏水量および絞り出し量は定量化でき、これを揚水量や注入量とともに(2)式

に代入すれば、一応、デジタル・シミュレーションは可能である。しかし、ADI法を適用する場合には、以上の解析解よりも、(2)、(5)式を直接、差分式で近似し数値解として求めた方が便利である。

3. 差分近似式の誘導

被圧地下水の運動方程式(1)をADI法によって差分近似することを考える。この場合、 k 期の水頭(h^k)を既知とし、 Δt 時間後の水頭(h^{k+1})を未知とすると、まず k 期から $k+1$ 期の中間 $k+1/2$ 期までは、 x 方向には陰伏的(implicit)に、 y 方向には陽的(explicit)に差分法を適用する(第2図)。

$$\begin{aligned} & T_{i-1/2,j}(h_{i-1,j}^k - h_{i,j}^k) + T_{i+1/2,j}(h_{i+1,j}^k - h_{i,j}^k) \\ & + T_{i,j-1/2}(h_{i,j-1}^{k+1/2} - h_{i,j}^{k+1/2}) + T_{i,j+1/2}(h_{i,j+1}^{k+1/2} - h_{i,j}^{k+1/2}) \\ & = 2S \frac{(h_{i,j}^{k+1/2} - h_{i,j}^k)}{\Delta t} (\Delta x^2) + W_{i,j}^{k+1/2} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$



第2図 ポリゴン・モデル

$$W_{i,j}^{k+1/2} = Qd_{i,j}^{k+1/4} - \frac{k'}{b'} (H_{i,j} - h_{i,j}^{k+1/2}) - S_{qi,j}^k \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$T_{i,j}$: 各節点との平均透水量係数

Δx : 各節点間の距離で Δy に等しい。

$Qd_{i,j}^{k+1/4}$: 単位時間当り揚水量

$S_{qi,j}^k$: 加圧層よりの絞り出し量

同様にして、 $k+1/2$ 期から $k+1$ 期までは、 $k+1/2$ 期の水頭($h^{k+1/2}$)を既知とし、 $k+1$ 期の水頭(h^{k+1})を未知として x 方向には陽的に、 y 方向には陰伏的に差分法を適用すると

$$\begin{aligned} & T_{i-1/2,j}(h_{i-1,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1}) + T_{i+1/2,j}(h_{i+1,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1}) + T_{i,j-1/2}(h_{i,j-1}^{k+1/2} - h_{i,j}^{k+1/2}) \\ & + T_{i,j+1/2}(h_{i,j+1}^{k+1/2} - h_{i,j}^{k+1/2}) = 2S \frac{h_{i,j}^{k+1} - h_{i,j}^{k+1/2}}{\Delta t} (\Delta x^2) + W_{i,j}^{k+1} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$W_{i,j}^{k+1} = Qd_{i,j}^{k+3/4} - \frac{k'}{b'} (H_{i,j} - h_{i,j}^{k+1}) - S_{qi,j}^{k+1/2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。

4. 差分近似式の解法

初期水頭を $h_{i,j}^k$ とすると、(9)式および(11)式を交互に解いて、 $\Delta t, 2\Delta t, \dots, n\Delta t$ 時間後の水頭、 $h_{i,j}^{k+1}, h_{i,j}^{k+2}, \dots, h_{i,j}^{k+n}$ をそれぞれ解析領域内の未知節点の全てについて求めることができる。すなわち、まず x 方向では(9)式右辺第2項に(10)式を代入し、既知項を右辺に、未知項を左辺に整理すると

$$\begin{aligned}
& \Delta t \cdot T_{i,j-1/2} \cdot h_{i,j-1}^{k+1/2} - [\Delta t \{ T_{i,j+1/2} + T_{i,j-1/2} \} + \{ 2S + (k'/b') \Delta t \} (\Delta x^2)] h_{i,j}^{k+1/2} \\
& + \Delta t \cdot T_{i,j+1/2} \cdot h_{i,j+1}^{k+1/2} \\
& = -\Delta t \cdot T_{i-1/2,j} \cdot h_{i-1,j}^k + \{ \Delta t (T_{i-1/2,j} + T_{i+1/2,j}) - 2S (\Delta x^2) \} h_{i,j}^k - \\
& - \Delta t \cdot T_{i+1/2,j} \cdot h_{i+1,j}^k + \{ Q_d^{k+1/4} - (k'/b') H_{i,j} - S_{qi,j}^k \} \Delta t \cdot (\Delta x^2) \dots\dots (13)
\end{aligned}$$

となる。

(13)式右边第4項のk期の絞り出し量 $S_{qi,j}^k$ を既知項として与えることができるならば、(13)式はx方向の節点数m個の数だけ成立することになる。(13)式を簡略化すると、次式で示されるようなm元連立一次方程式が成立する。

$$A_i h_{i,j-1} + B_j h_{i,j} + C_j h_{i,j+1} = D_j \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$A_j = \Delta t \cdot T_{i,j-1/2} \dots\dots\dots (15)$$

$$B_j = \Delta t (T_{i,j+1/2} + T_{i,j-1/2}) + \{ 2S + (k'/b') \Delta t \} (\Delta x^2) \dots\dots\dots (16)$$

$$C_j = \Delta t \cdot T_{i,j+1/2} \dots\dots\dots (17)$$

$$\left. \begin{aligned}
D_j = & -\Delta t \cdot T_{i-1/2,j} \cdot h_{i-1,j}^k \\
& + \{ \Delta t (T_{i-1/2,j} + T_{i+1/2,j}) - 2S (\Delta x^2) \} h_{i,j}^k \\
& - \Delta t \cdot T_{i+1/2,j} \cdot h_{i+1,j}^k \\
& + \{ Q_d^{k+1/4} - (k'/b') H_{i,j} - S_{qi,j}^k \} \Delta t (\Delta x^2)
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

である。

さて、(14)式の境界条件は次の2通りを考える。まず境界で水の出入りがないうときには、 $h_{i,1}$ を境界の内側の節点とすれば(15)～(17)式は

$$A_1 = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$B_1 = \Delta t \cdot T_{i,j+1/2} + \{ 2S + (k'/b') \Delta t \} (\Delta x^2) \dots\dots\dots (20)$$

$$C_1 = \Delta t \cdot T_{i,j+1/2} \dots\dots\dots (21)$$

となる。

また、境界が一定の水頭の場合には

$$h_{i,0} = \text{const.} \dots\dots\dots (22)$$

となるから(14)式左辺第一項は右辺の既知項に代入される。したがって、各節点で成立する(14)式をまとめてマトリックス表示すると

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_2 & B_2 & C_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_3 & B_3 & C_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & A_m & B_m & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{i,1} \\ h_{i,2} \\ h_{i,3} \\ \vdots \\ h_{i,m-1} \\ h_{i,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_{m-1} \\ D_m \end{bmatrix} \quad (23)$$

となる。(23)式はGauss 消去法により簡単に解を定めることができる。

(23)式を使用して解析領域内の x 方向に $k + 1/2$ 期の水頭を求めたならば、つぎにこの結果を利用して y 方向にも同様の計算をおこなう。この結果は $k + 1$ 期の水頭を表わすから、 Δt 時間内の地下水位低下量は次式により求められる。

$$\Delta h_{i,j}^k = h_{i,j}^{k+1} - h_{i,j}^k \quad (24)$$

未知節点が x 方向に m 個、 y 方向に n 個あれば、最初の $\Delta t/2$ 時間は m 元連立一次方程式を n 回、次の $\Delta t/2$ 時間は n 元連立一次方程式を m 回解くことになるが、係数マトリックスの対角要素が特殊なのでその求解時間は短い。

5. 絞り出し量の計算方法

絞り出し量 S_q^k は既知項として(23)式に代入するものとしている。厳密には S_q^k も漏水量と同じく、帯水層の水位低下と粘土層の水頭低下を連立解として求めるべきである。解析的には、種々のモデルについて Hantush (1960) が解いている。また最近では Witherspoon & Neuman (1967), Wolf (1970) らの研究がある。

加圧層となる粘土層と帯水層との透水係数の差が大きな場合、粘土層内では被圧帯水層の水位低下により過剰間げき水圧が発生し、粘土層中の水は垂直方向に被圧帯水層にむかって絞り出されていく。この過程は Terzaghi (1943) の圧密理論としてすでによく知られている。

しかし、粘土層内の過剰間げき水圧 (水頭) をも含めた連立方程式は三次元となって解法が複雑となり、コンピュータ容量も大きなものが必要となる。ここでは近似的に k 期の水頭 $h_{i,j}^k$ と不圧水位 $H_{i,j}$ との水頭差による絞り出し量を x 方向の(23)式右辺第 4 項に代入し、 $h_{i,j}^{k+1/2}$ と $H_{i,j}$ との水頭差による絞り出し量は y 方向に代入する。

(5) 式を陰伏的に差分式で表わすと

$$\frac{h_{\ell-1}^k - 2h_{\ell}^k + h_{\ell+1}^k}{\Delta z^2} = \frac{2S'_s (h_{\ell}^k - h_{\ell}^{k-1/2})}{K' \Delta t}$$

ここに $h_{\ell}^{k-1/2}$ は既知の過剰水頭である。

(25) 式を整理すると

$$\frac{1}{2} \frac{K' \Delta t (h_{\ell+1}^k - h_{\ell}^k)}{\Delta z} + \frac{1}{2} \frac{K' \Delta t (h_{\ell-1}^k - h_{\ell}^k)}{\Delta z} = S'_s (h_{\ell}^k - h_{\ell}^{k-1/2}) \Delta z \quad (25)$$

(25) 式は粘土層内の任意の節点を中心とした厚さ Δz の粘土スライスにおける水収支を示す。すなわち左辺は水の流出入量を、右辺は水の貯留量の変化を示している。つまり右辺が負のとき、これは $\Delta t/2$ 時間あたりの絞り出し量となる。粘土層と被圧帯水層との界面の節点で左辺は全て漏水量となる。しかし、こ

の項はすでに陰伏的に求めることとしているので、ここでは若干の量的な違いを生じると考えられるが、近似的にはこれを無視し得るものとする。

式を既知項と未知項とにわけて整理すると

$$\frac{k' \Delta t}{2} h_{\ell-1}^k - (k' \Delta t + S'_s \Delta z^2) h_{\ell}^k + \frac{k' \Delta t}{2} h_{\ell+1}^k = -S'_s \Delta z^2 h_{\ell}^{k-1/2} \quad (27)$$

式は式と同様に式の形で表わされ、各係数は

$$A_j = \frac{k' \Delta t}{2} \quad (28)$$

$$B_j = -(k' \Delta t + S'_s \Delta z^2) \quad (29)$$

$$C_j = \frac{k' \Delta t}{2} \quad (30)$$

$$D_j = -S'_s \Delta z^2 h_{\ell}^{k-2/1} \quad (31)$$

となる。

粘土層上下の境界条件は、明らかに不圧帯水層との界面では

$$h'_{\ell} = 0 \quad (32)$$

被圧帯水層との界面では x 方向のとき

$$h'_{\ell} = H_{i,j} - h_{i,j}^k \quad (33)$$

y 方向のとき

$$h'_{\ell} = H_{i,j} - h_{i,j}^{k+1/2} \quad (34)$$

となる。

初期条件は、粘土層内の全ての点で

$$h'_{\ell} = 0 \quad (35)$$

となる。ただし境界では、式、式で与えるものとする。

各期の粘土層内の過剰水頭の変化量 $\Delta h'_{\ell}$ が求められると、粘土層内各節点における $\Delta t/2$ 時間当り絞り出し量 $\overline{S}_{q\ell}$ は

$$\overline{S}_{q\ell} = S'_s \cdot \Delta h'_{\ell} \cdot \Delta z \quad (36)$$

で求められる。

ゆえに、粘土層全体の絞り出し量 S_q は

$$S_q = \sum_{i=1}^{\ell} S'_s \cdot \Delta h'_i \cdot \Delta z \quad (37)$$

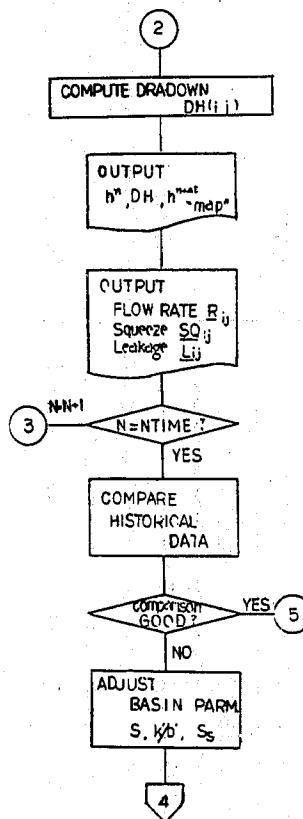
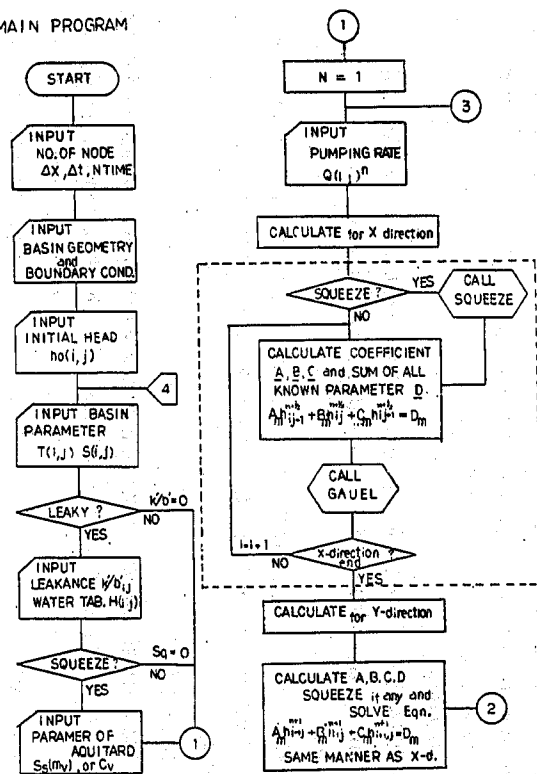
となる。

第3図は、ADI法によるシミュレーションのフローチャートである。絞り出し量を求めるプログラムはサブルーチンとしてある。

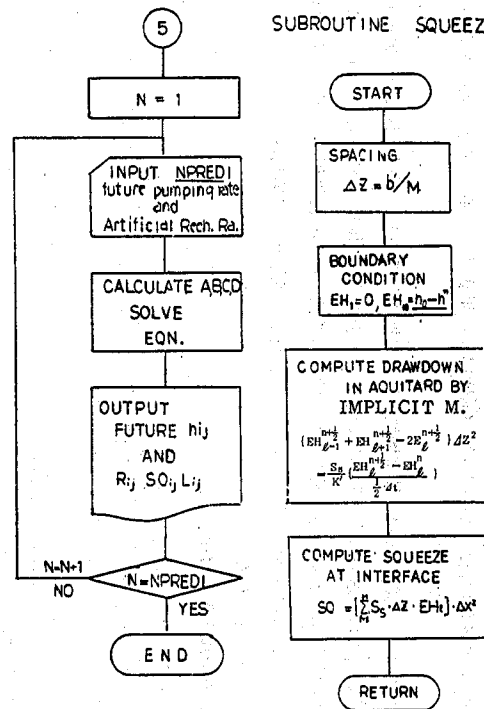
6. 七尾港周辺における地盤沈下シミュレーション

石川県七尾市では、1967(昭和42)年頃から深井戸のさく井が盛んとなり、揚水量の増加にともなって、七尾港から市街の中心部にかけて地盤沈下現象が顕著となってきた。七尾市の水準改測の結果によれ

MAIN PROGRAM



SUBROUTINE SQUEEZE



第3図 ADI法による準三次元モデルのシミュレーションフローチャート

ば、その沈下量は1970(昭和45)年3月から1971(昭和46)年9月の1年半の間に最大28cmに達している。

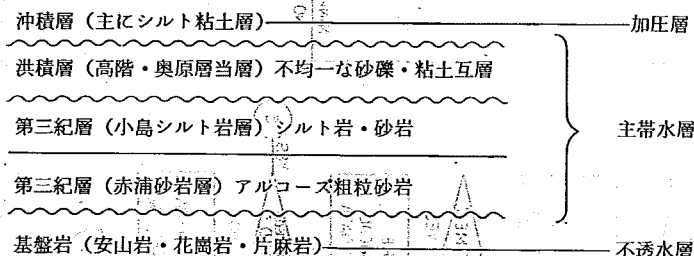
このため、臨海部では降水時、高潮時の浸水被害地域が次第に拡大している。石川県および七尾市では応急的に護岸を築造するとともに排水設備を設置しているが、地盤沈下の傾向は依然として進行している。

このような地盤沈下の激化に対処するため、過去の地盤沈下の様相を模擬的に再現し、地盤沈下の機構を解明するとともに、今後の対策の有無によりどの程度、地盤沈下が進行または抑制されるかを予測するために、シミュレーションが実施された。

A シミュレーションモデルと入力情報

〔地下水盆モデルと境界条件〕

地下水盆モデルと構築ある基礎となるものは、地質層序と水文地質構造である。七尾市付近の地質層序は大別してつぎようになる。(北陸農政局計画部、1972)



また地質構造は、第三紀層の堆積盆の一部を構成する北部準堆積盆、洪積層の堆積盆、それに沖積層のつくる堆積盆の三構造に区分される。これらの堆積盆の形状は、全般的にみて七尾市低地に中心をもつ盆状構造を形成している。これらのうち、第三紀層および洪積層のつくる堆積盆をこの地区の地下水盆として一括した。

この地下水盆の形状からみて、ほぼ東西に長い長方形の範囲をもって地下水盆モデルとした。

モデルの境界条件は、海に面した北側の境界は開放条件、南側の邑地溝帯に接する境界も開放条件とし、他の境界は地下水の流入のない閉鎖条件とした。

〔地下水盆の小領域と形状〕

対象とする地下水盆を200m×200mの正方形の小領域に区分した。この小領域の総数は351、地下水盆の面積は14km²である。各パラメータはこの小領域ごとに決定される。

〔帯水層係数〕

ここで帯水層係数としたものは、(1)式で示された主帯水層の透水量係数(T)と貯留係数(S)である。透水量係数は75 ml/day ~ 500 ml/day、貯留係数は対象領域内を一率に0.0001とした。この係数は内挿検定の段階で補正する。

〔加圧層の分布と諸係数〕

沖積層は、七尾市の低地帯を構成する軟弱な粘土およびシルト層である。この沖積層全体を難透水層として、加圧層および圧密沈下層とみなした。この加圧層の層厚(b')は最大20mで、市の中心部に厚い。体積圧縮係数(m_v)と圧密係数(C_v)はいずれも深度分布を調べてみるとバラツキが大きい、とりあえず全層の平均値(幾何平均)を求め、両者から透水係数(k')を求めた。透水係数は 8×10^{-7} cm/sec

である。

〔初期被圧水頭 (h_0)・不圧水位 (H_0)〕

初期水頭としては、揚水量の急増をみる以前の1960年時点の水頭を井戸資料と聞きとりによって決定した。不圧水位については経年変化はないものとして、地形の影響を考慮して、地表面下0～2 mと仮定した。

また、内挿検定に使用した水頭図は1971年8月から10月までの実測にもとづき作成した。

〔過去の地盤沈下量〕

内挿検定に使用する沈下実測値は、1968年から1971年に実施された港湾付近の水準改測図および1971年実施の建築物基礎の抜け上がり調査より求めた。

〔過去の地下水揚水量〕

過去の揚水量は、1960年以降、各年、各小領域ごとに集計した。集計にさいしては、日揚水量に工業用、建築用では300日、上水道では365日、農業用の場合には各井戸の平均かんがい日数をそれぞれ乗じて、各年ごとの揚水量を求めた。

B 内挿検定と地下水盆モデルの固定化

〔内挿検定期間〕

内挿検定の期間は、1960年から1971年までの12年間とし、単位時間 (Δt) は1水文年とした。

〔地下水盆モデルの固定化〕

内挿検定にあたっては、前述の諸条件、諸パラメータを代入し試算をおこなった。この検定では、最終的に10回目の試行の後、地下水盆モデルの固定化が完了した。

固定化したパラメータ群は、つぎのとおりである。帯水層の貯留係数は地下水盆の中心部では0.2～0.3の値となった。これは周辺部の境界条件の反映と思われる。透水量係数は地下水盆の中心部で、全領域に100 ml/day の補正值を用いた。

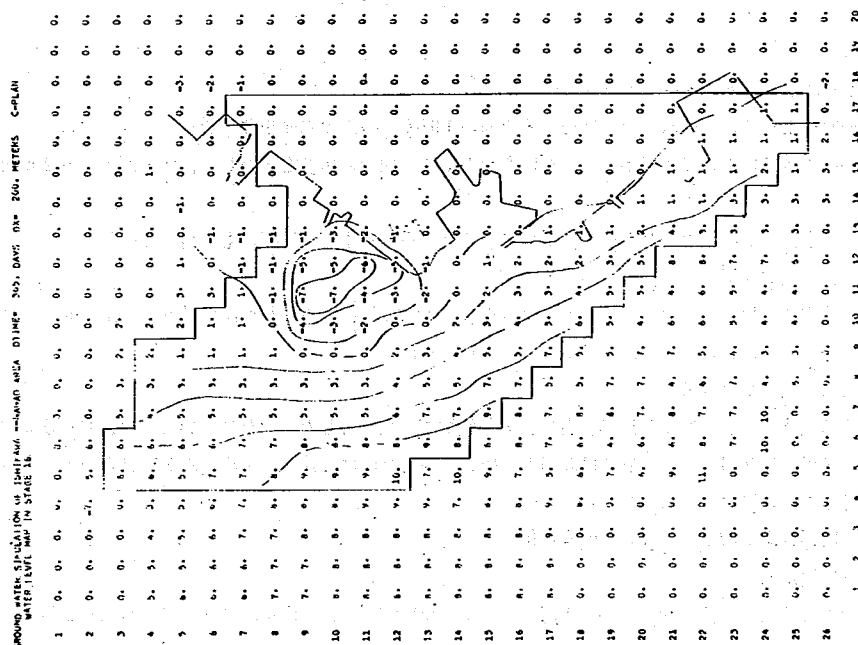
加圧層の比貯留量は一律に0.002 m^{-1} とした。また加圧層の透水係数は検定最終時には 5.04×10^{-5} cm/sec となった。

〔モデルの適合度〕

固定化されたモデルによる1971年の水頭図、累計沈下量分布図を第4図、第5図に示す。モデルの適合度は、実際の水頭の変化と地盤沈下量とで検定されるわけであるが、1971年時点の実測値と計算値を比較してみると、おおむね数値、分布のパターンともによく一致した。

C 将来予測

種々の揚水計画案によって、将来の地盤沈下量の進行を予測するため、前述の固定化されたモデルに揚水量を代入し、シミュレーションモデルの応答を求めた。第6図、第7図はこのまま揚水増加傾向が進むものと仮定した場合の1981年における水頭図および累計沈下量分布図を示したものである。この結果、市街地の中心部で、少なくとも今後10年間に、水頭の低下量は10 m となり、その標高は-20 m 以下となる。また地盤沈下量は10年間で50 cm 以上に達することが予測される。



第4図 1971年における水頭分布(計算値)単位:m

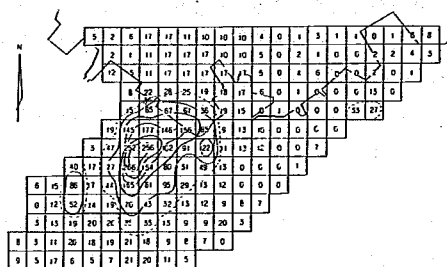
7. まとめと今後の問題

i) 筆者らは漏水量と絞り出し量を分離し、それぞれを独立に定量化する準三次元帯水層モデルを開発した。このモデルを用いることにより、水収支の考えの中で直接に地盤沈下量を求めることが可能となった。

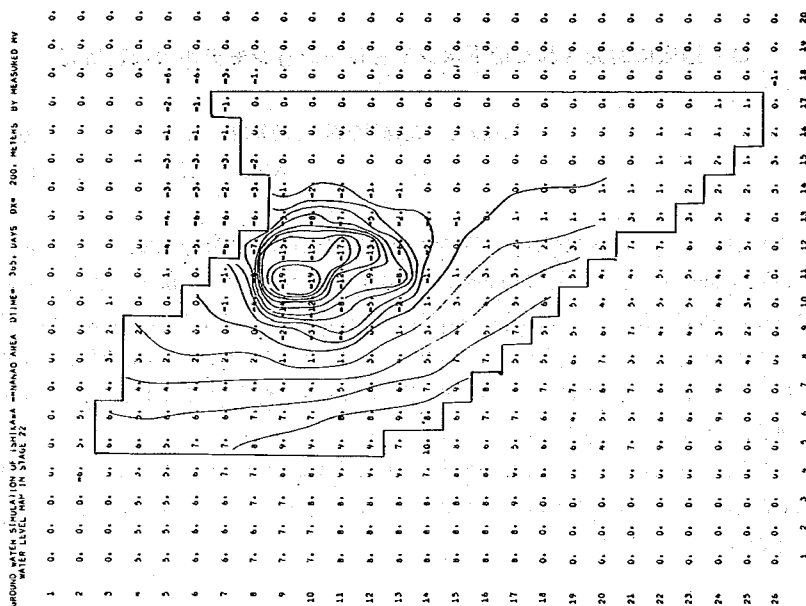
ii) この帯水層モデルは絞り出し量を独自に計算し、これを既知項として、漏水量を考慮した平面二次元のモデルに代入する手法をとったため、多少の時間的あるいは量的な誤差が生ずると考えられる。しかし現実の地盤沈下問題においては、その資料の精度からみても十分使用に耐えられるものとする。

iii) 被圧帯水層の水頭低下と加圧粘土層の水圧低下とを連立解として求めるためには、さらに三次元の帯水層モデルを開発する必要がある。

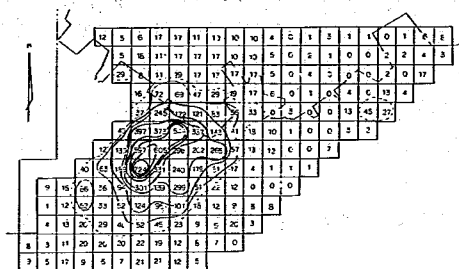
iv) ADI法による解の安定性については種々の議論がなされている。(Rushton & Tomlinson, 1971; Briggs & Dixon, 1968) 今回の帯水層モデルでも、時間増分(Δt)が年単位とかなり長い時間であるため、ADI法それ自身による誤差が生じていると思われる。この点に関して、さらに他の解析方法とも併せ比較検討することが必要と思われる。



第5図 シミュレーションによる沈下量分布図
(1960 ~ 1971 年間) 単位:mm



第 6 図 1980 年における水頭分布 (計算値) 単位: m



第 7 図 シミュレーションによる沈下量の分布図
(1960~1981 年間, 単位: mm)

3) 過去に開発された地下水シミュレーションモデルの調査研究

筑波大学 地球科学系 助教授 榎 根 勇
同 大学院 樋 口 政 男

現実をモデル化して、そのモデルの振舞いから現実の現象の要因を明らかにする研究元法を、一般にシミュレーション (Simulation) とよんでいる。Simulate つまり「マネをする」この方法は、実験科学の直接対象とならない現象を研究対象とする地学などの分野に、コンピューターの発達につれて、急速に浸透した。実物に触れないで、モデルを用いて研究を進めるコンピューター・シミュレーションは有効な研究手段である。ただし、結論を導くに当たっては、モデル化の過程における仮定や近似などを十分に考慮しなければならない。地下水のシミュレーションもこの例外ではない。

地下水のシミュレーションについて、まず完全な3次元地下水流動モデルを導き、続いて種々の近似を行なう。水平2次元モデル、準3次元モデル、及び断面2次元モデルについて、検討し、実例とともにその結果について記述することにする。

1. 地下水流動の基礎式

(1) 地下水流動モデル

多孔質、弾性媒体の地下水帯水層の地下水流動を表わす基礎式は地下水の移動速度を表わすダルシーの式と地下水と媒体の保存を表わす連続の式とから記述される (Gambolati et al, 1973)。つまり、ダルシーの式で定義されるダルシーの速度は媒体の構成粒子に相対的な速度ととらえる。また連続の式は3つの見方があるが、(a)変形座標系において体積素が変形しているとする場合、(b)固定座標系において体積素が変形しているとする場合、(c)固定座標系において体積素が固定しているとする場合である。後の2つの見方をする場合、微分としては、物質微分を用いなければならないが、ここでは(c)の見方をするにすることにする。

地下水流動モデルとして、ここでは飽和帯水層と不飽和帯水層とを統一して記述する。

Darcy の式；

$$\mathbf{V} = -K_{ij} \nabla \phi \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

$$\mathbf{V} = S_r n (\mathbf{V}_w - \mathbf{V}_s) \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

Hubbert の流体ポテンシャル；

$$\phi = z + \int_{p_0}^p \frac{dp}{\gamma(p)} \quad \dots\dots\dots (1-3)$$

ここで、 $K_{ij} = k_{ij} \frac{\rho_0}{\mu} \quad \dots\dots\dots (1-4)$

$$\gamma(p) = \gamma_0 \exp(\beta p) \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

ここで、 $\mathbf{V}$ は Darcy の速度 [L/T]、 $\mathbf{V}_w$ は水の速度 [L/T]、 $\mathbf{V}_s$ は媒体構成粒子の速度、 n は媒体の間隙率、 K_{ij} は透水係数テンソル [L/T]、 k_{ij} は透過係数テンソル [L²]、 γ は水の比重量 [F/L³]、 μ は水の粘性係数 [FT/L²]、 ϕ は水頭 [L]、 p は流体圧力 [F/L²]、 β は水の圧縮係数 [L²/F]、 ∇ は $(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k})$ を表わすベクトル演算子、 x, y, z は直交座標の空間成分、 i, j, k は

x, y, z 方向の単位ベクトルである。

媒体の連続の式；

$$-\nabla \cdot \{ (1-n) \gamma_s \mathbf{V}_s \} = \frac{\partial}{\partial t} \{ (1-n) \gamma_s \} \quad (1-6)$$

水の連続の式；

$$-\nabla \cdot (S_r n \gamma \mathbf{V}_w) = \frac{\partial}{\partial t} (S_r n \gamma) \quad (1-7)$$

ここで、 γ_s は媒体の比重量 [F/L³]、 S_r は飽和度（間隙をしめる水の割合、飽和の場合に1で、不飽和の場合に1より小）、含水量 θ は $\theta = S_r n$ で表わされる。

式(1-6)に、式(1-2)の $S_r n \mathbf{V}_w$ と式(1-6)の $\frac{\partial n}{\partial t}$ を代入すると、

$$-\gamma \nabla \cdot \mathbf{V} - \mathbf{V} \cdot \nabla \gamma = S_r n \frac{D\gamma}{Dt} + \gamma S_r \nabla \cdot \mathbf{V}_s + \gamma n \frac{DS_r}{Dt} \quad (1-8)$$

式(1-5)から、 $\frac{D\gamma}{Dt}$ を代入すると、

$$-\gamma \nabla \cdot \mathbf{V} - \mathbf{V} \cdot \nabla \gamma = S_r n \beta \gamma \frac{Dp}{Dt} + \gamma S_r \nabla \cdot \mathbf{V}_s + \gamma n \frac{DS_r}{Dt} \quad (1-9)$$

ここで、 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_s \cdot \nabla$ で物質微分である。

$$\text{次に、} \quad \frac{\partial p}{\partial t} \gg \mathbf{V}_s \cdot \nabla p \quad (1-10)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial t} \gg \mathbf{V}_s \cdot \nabla S_r \quad (1-11)$$

と仮定する。

また式(1-9)の左辺は

$$-\gamma \nabla \cdot \mathbf{V} - \mathbf{V} \cdot \nabla \gamma = -\gamma \nabla \cdot \left\{ K_{ij} \left(\frac{\nabla p}{\gamma} + \nabla z \right) \right\} + \beta K_{ij} \nabla p \cdot \nabla p + \beta K_{ij} \nabla p \cdot \nabla z \quad (1-12)$$

となり、De Wiest (1966) に従い、 K_{ij} が非等方性の場合もそれぞれのKが

$$\gamma \nabla \cdot \left\{ K \left(\frac{\nabla p}{\gamma} + \nabla z \right) \right\} \gg \beta K \nabla p \cdot \nabla p + \beta K \nabla p \cdot \nabla z \quad (1-13)$$

となると仮定すると、式(1-9)は

$$-\nabla \cdot \left\{ K_{ij} \left(\frac{\nabla p}{\gamma} + \nabla z \right) \right\} = S_r n \beta \frac{\partial p}{\partial t} + S_r \nabla \cdot \mathbf{V}_s + n \frac{\partial S_r}{\partial t} \quad (1-14)$$

$$\text{ここで、比水分容量 } C \text{ は } C = n \frac{\partial S_r}{\partial p} \quad (1-15)$$

と表わされるので、式(1-14)は

$$-\nabla \cdot \left\{ K_{ij} \left(\frac{\nabla p}{\gamma} + \nabla z \right) \right\} = S_r n \beta \frac{\partial p}{\partial t} + S_r \nabla \cdot \mathbf{V}_s + C \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1-16)$$

式(1-16)の $(\nabla \cdot \mathbf{V}_s)$ 項は多孔質・弾性媒体の応力場を記述しなければならないことを示している。

(2) 圧密モデル

弾性理論から、媒体構成粒子からなる構成格子の変形は以下の理論に従う。

全応力の各成分は

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= \tau'_{xx} - p' & \tau_{yz} &= \tau'_{yz} & \tau_{zy} &= \tau'_{zy} \\
 \tau_{yy} &= \tau'_{yy} - p' & \tau_{zx} &= \tau'_{zx} & \tau_{xz} &= \tau'_{xz} \\
 \tau_{zz} &= \tau'_{zz} - p' & \tau_{xy} &= \tau'_{xy} & \tau_{yx} &= \tau'_{yx}
 \end{aligned} \quad (1-17)$$

ここで、 τ_{ij} は有効応力の各成分で、 j 方向に垂直な面に作用する i 方向の成分 (F/L^2)、 p' は流体圧力 (F/L^2) である。

全応力はつりあいの条件を満足しなければならないから、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + P_x &= 0 & \tau_{yz} &= \tau_{zy} \\
 \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + P_y &= 0 & \tau_{zx} &= \tau_{xz} \\
 \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + P_z &= 0 & \tau_{xy} &= \tau_{yx}
 \end{aligned} \quad (1-18)$$

式 (1-18) は式 (1-17) から、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \tau'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} + P_x &= \frac{\partial p'}{\partial x} \\
 \frac{\partial \tau'_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{yz}}{\partial z} + P_y &= \frac{\partial p'}{\partial y} \\
 \frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau'_{zz}}{\partial z} + P_z &= \frac{\partial p'}{\partial z}
 \end{aligned} \quad (1-19)$$

ここで、 P_x, P_y, P_z は体積力の各成分 (F/L^3) である。

次に、 τ_{ij} と p' は初期の定常状態とそれからの偏差とから成ると考える。初期の定常状態を肩文字 (0) で表わすと、有効応力は

$$\begin{aligned}
 \tau'_{xx} &= \tau'_{xx}^{(0)} + \sigma_{xx} & \tau'_{yz} &= \tau'_{yz}^{(0)} + \sigma_{yz} \\
 \tau'_{yy} &= \tau'_{yy}^{(0)} + \sigma_{yy} & \tau'_{zx} &= \tau'_{zx}^{(0)} + \sigma_{zx} \\
 \tau'_{zz} &= \tau'_{zz}^{(0)} + \sigma_{zz} & \tau'_{xy} &= \tau'_{xy}^{(0)} + \sigma_{xy}
 \end{aligned} \quad (1-20)$$

流体圧力は

$$p' = p'^{(0)} + p \quad (1-21)$$

と表わされる。

初期定常状態はつりあい状態にあるとし、体積力が重力のような時間の関数でない場合式 (1-19) に式 (1-20)、式 (1-21) を代入すると、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial x} \\
 \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial y} \\
 \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= \frac{\partial p}{\partial z}
 \end{aligned} \quad (1-22)$$

一般的に、有効応力と歪の関係は

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (1-23)$$

ここで、 C_{kl} は弾性係数テンソル (F/L^2) である。

次に、歪と変位の関係は

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \partial u_x / \partial x & \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \epsilon_{yy} &= \partial u_y / \partial y & \epsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \\ \epsilon_{zz} &= \partial u_z / \partial z & \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-24)$$

ここで、 ϵ_{ij} は歪テンソル、 u_x, u_y, u_z は媒体構成粒子の変位ベクトル $\mathbf{u}$ の各成分 (L) である。 $\mathbf{u}$ は $\mathbf{V}_s = (v_{sx}, v_{sy}, v_{sz})$ となると、

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_s = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \dots\dots\dots (1-25)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ &= \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} \\ &= \epsilon \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-26)$$

ここで、 ϵ は体積歪である。

以上のように、地下水流動と圧密の3次元モデルを解くためには非等方性の場合、透水係数 K_{ij} の6ヶ、弾性係数 C_{kl} の21ヶ、比水分容量 $C(p)$ 、及び間隙率 n を加えた合計29ヶのパラメーターが必要となる。又非一様 (異質) の場合、各地層ごとにこれらのパラメーターが必要となる。それに、応力と歪の関係が非線形で、非可逆で、ヒステリシス性を示すような粘土などの媒体の場合には $p-C_{kl}$ の関係が必要となる。

しかし、現状ではこれらのパラメーターを完全に求めることができず、その上3次元で解くとなるとコンピューターの容量の制約を受けるため、以下のような近似を行なわねばならない。

(3) 圧密モデルの近似

等方性媒体の場合、フックの法則により、式 (1-23) は

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu^* + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu^* + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu^* + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (1-27)$$

ここで、 μ^* と λ はラメの定数と言われ、

$$\mu^* = E/2(1+\nu) \quad (1-28)$$

$$\lambda = \nu E / \{ (1-2\nu)(1+\nu) \} \quad (1-29)$$

と表われ、 E はヤング率 $[F/L^2]$ 、 ν はポアソン比である。

また変位は垂直方向のみとし、全応力は変化なしと仮定すると、

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \ll \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (1-30)$$

$$\sigma_{zz} = p \quad (1-31)$$

式(1-26)は

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \epsilon \quad (1-32)$$

式(1-30)、式(1-31)、式(1-32)、及び式(1-27)から

$$p = \sigma_{zz} = (2\mu^* + \lambda) \epsilon \quad (1-33)$$

$$= \frac{1}{\alpha} \epsilon \quad (1-34)$$

$\mathbf{V}_s$ と $\mathbf{u}$ は仮定から、 $\mathbf{V}_s = (0, 0, v_{sz})$ 、 $\mathbf{u} = (0, 0, u_z)$ となり、

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_s = \frac{\partial v_{sz}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{Du_z}{Dt} \right) = \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \frac{D\epsilon}{Dt} = \alpha \frac{Dp}{Dt} \quad (1-35)$$

ここで、 α は垂直方向の媒体の圧縮係数 $[L^2/F]$ である。

(4) 地下水流動の3次元近似モデル

式(1-16)は式(1-35)から

$$\nabla \cdot \{ K_{ij} \left(\frac{\nabla p}{r} + \nabla z \right) \} = S_r (\alpha + n\beta) \frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1-36)$$

式(1-3)から、 p を ϕ にかえると、

$$\nabla \cdot \{ K_{ij} \nabla \phi \} = r S_r (\alpha + n\beta) \frac{\partial \phi}{\partial t} + r C \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1-37)$$

故に、式(1-37)は式(1-10)、式(1-11)、式(1-13)、式(1-30)及び式(1-31)の仮定を満足しなければならない。

飽和帯水層の場合、 $S_r = 1$ となり、

$$\nabla \cdot \{ K_{ij} \nabla \phi \} = r (\alpha + n\beta) \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1-38)$$

又揚水や涵養がある場合、

$$\nabla \cdot \{ K_{ij} \nabla \phi \} = r (\alpha + n\beta) \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{L}{\rho} \quad (1-39)$$

ここで、 L は単位時間、単位体積当りの正味の発生・消滅速度(正味の涵養量) $[M/L^3 T]$ 、 ρ は水の密度 $[M/L^3]$ である。

また $r(\alpha + n\beta) = S_s$ は比貯留係数 $[L^{-1}]$ で、単位の水頭変化によって単位体積の多孔質媒体から放出される水の量と定義される。

以上、3次元近似モデルを記述したが、このモデルでも、非等方性流体の場合、透水係数 K_{ij} の6ヶ、垂直圧縮係数 α 、間隙率 n の8ヶのパラメーターが必要となる。しかし、これでもまだパラメーターの数が多すぎるし、3次元であるため容易に解は求められない。そこで、近似モデルとして、今までに水平2次元モデル、準3次元モデル、及び断面2次元モデルが提出されている。なお、Freeze (1971)は3次元、非定常、飽和-不飽和地下水流動モデルのシミュレーションを行なっている。これからの研究の方向として、3次元シミュレーションが行なわれなければならないと思われる。

2. シミュレーションの実例

(1) 水平2次元モデル

水平な帯水層で、水平方向の次元に比較して、帯水層の厚さ b が薄く、かつ一様であると仮定される場合の近似モデルである。

K_{ij} の主成分を K_{xx} , K_{yy} , K_{zz} とすると、式(1-39)は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{L(x, y, z, t)}{\rho} \quad (2-1)$$

垂直方向の平均水頭 $\bar{\Phi}$ を次のように定義する(De Wiest, 1969)。

$$\bar{\Phi}(x, y, t) = \frac{1}{b(t)} \int_0^{b(t)} \Phi(x, y, z, t) dz \quad (2-2)$$

そこで、式(2-1)を z について、0から b まで積分する。Leibnitzの法則から、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} \right) = S_s \int_0^b \frac{\partial \Phi}{\partial t} dz - \int_0^b \frac{L}{\rho} dz \quad (2-3)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \int_0^b \frac{\partial \Phi}{\partial t} dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_0^b \Phi dz - \bar{\Phi} \frac{\partial b}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (b \bar{\Phi}) - \bar{\Phi} \frac{\partial b}{\partial t} \\ &= b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} \end{aligned}$$

$$\bar{L}(x, y, t) = \frac{1}{b} \int_0^b L(x, y, z, t) dz$$

故に、式(2-3)は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} \right) = S_s b \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} - \frac{b}{\rho} \bar{L} \quad (2-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} \right) = S \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \bar{W} \quad (2-5)$$

ここで、 $T = bK$ は透水量係数(L^2/T)で、帯水層の水の輸送性を表わし、 $S = b\gamma(\alpha + n\beta)$ は貯留係数で、単位水頭の変化によって、単位断面積当りの帯水層の垂直柱から流出される水の量と定義され、無次元である。また、 $\bar{W} = b\bar{L}/\rho$ は単位面積当りの正味の垂直方向の平均揚水量(L/T)である。

式(2-5)の水平2次元モデルを解く方法として、多角形格子モデルと直交格子モデルが提出されている。

a) 多角形格子モデル

正味の垂直方向の平均揚水量 $\bar{W}(x, y, z)$ (実際の正味の揚水量 Q は次元が (L^3/T) であるので、 $\bar{W}=Q/(4x \cdot 4y)$ としなければならない)と $\bar{\phi}$ の資料が行政区画単位のように地域の平均値でしか得られない場合には、McNeal(1953), Tysonら(1964)が提案している次の式が用いられている(図-2.1(a)参照)。

$$\sum_i (\bar{\phi}_{i,k+1} - \bar{\phi}_{B,k+1}) Y_{i,B} = \frac{A_B S_B}{\Delta t} (\bar{\phi}_{B,k+1} - \bar{\phi}_{B,k}) + A_B Q_{B,k+1} \dots\dots\dots (2-6)$$

$$Y_{i,B} = \frac{J_{i,B} T_{i,B}}{L_{i,B}} = Y_{B,i}$$

ここで、 A_B は領域Bの面積、 Q_B は領域Bの正味の揚水量、 S_B は領域Bの貯留係数、 $T_{i,B}$ は点 i と B の間の透水量係数、 $L_{i,B}$ は点 i と B の距離、 $J_{i,B}$ は領域 i と B が共有する辺の長さ、 k は時間軸を表わす添字。

式(2-6)の $A_B Q_B$ は式(2-5)の $\bar{W}$ に相当する。

この解法をわが国で最初に用いたのは国際航業KK(1968, 1969)で、東京都三多摩地区の地下水解析が行なわれた(表-2.1)。この計算では貯留係数の値に根本的問題があるように思われる。つまり、不圧地下水とも被圧地下水とも判断できない値である(表-2.1)。

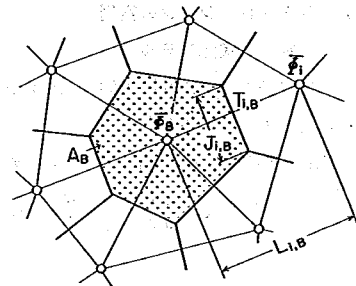


図-2.1(a) 地下水位シミュレーションのための多角形格子

続いて、Yamamoto ら(1969)は同様の方法で江東地区の地下水解析を行なった。この時、同定問題として境界が閉じているものとして、 $\bar{\phi}$ と $\bar{W}$ から S と T を最小自乗法で同時に求めている。しかし、解として得られた T に負の値が現われ、 S も0.8以上の大きな解が現われた。このことから、数学的に同定問題を解くことは、 $\bar{\phi}$ や $\bar{W}$ が精度よく求められていない限り、ほとんど無意味であることが明確になった。そこで、不圧地下水的な取り扱いをして貯留係数0.2を与えて行なった。その結果、垂直かん養を考えなくてもかなりの程度に地下水位をシミュレートできることがわかったが、対象地域の中心部において計算水位が下がりがすぎていることは、垂直かん養の存在を無視することはできないことを物語っている。また、過去の揚水のかなりの部分が地下水貯留量を消費することによって行なわれていたという点である。このことは水収支的に考えれば当然のことであって、例えば1963年には対象にした255 km^2 の地域から61万 m^3/day の揚水が行なわれたが、これは水深換算で239 mm/day (873 mm/year)に相当する。都市化が進み、地表面が不透水性物質でおおわれているこの地域では、24 mm/day という地下水かん養量は考えられない。一方、水平かん養は過大に見積っても8万 m^3/day (0.3 mm/day)程度であり、揚水量よりはるかに少ない。つまり、江東地区における地下水揚水量は、自然かん養をはるかに越えていたことは疑う余地がない。

また、南関東地方地盤沈下調査会(1971)は式(2-6)を用いて同定問題ばかりでなく予測問題も解いた(表-2.1)。透水量係数は全域に200 m^3/day 、貯留係数は0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30の5とおりを与え、実際の水位と揚水量を用いて計算した。その結果、対象地域全体の平均地下水位の低下曲線は、 S が0.10と0.15として計算した値の間に入ることが判明した。この事実は地層の平均産出率が0.15よりも大きくはないことを意味している。また、計算水位の分布を経年的に調べると、1960年には水位低

表-2.1 水平2次元モデルのシミュレーション

多角形格子モデル

氏 名	年代	地 域	T(m ³ /day)	S	多 角 形 数	Δt	計 算 期 間
国際航業株式会社	1968 1969	東京都三多摩 (約 650 km ²)	23~522	$4 \times 10^{-4} \sim 2.27 \times 10^{-2}$	30	1年	1960~1985
Yamamoto, S, Kayane, I et al	1969	東京都江東デルタ (約 255 km ²)	300	0.2	11	1年	1950~1965
南関東地方地盤 沈下調査会	1971	京葉地区, 埼玉県南部 (約 3000 km ²)	200	0.1~0.15	69	1年	1960~1969

直交格子モデル

氏 名	年代	地 域	T(m ³ /day)	S	ε or かん筈	$\Delta x, \Delta y$	Δt	計算期間*
Pinder, G F, et al	1968	カナダ・Nova Scotia Musquodoboit川流域	550~2200	3×10^{-3}	河川からの leakage	2.54 cm ~ 30m	$\Delta t_k = (1.25)^{k-1} \Delta t_1$ $\Delta t_1 = 10^{-3}$ sec	約 2 日間 約 7000 日間
榎根勇 et al	1971	千葉県市原市 (19 km ² × 20 km)	300	0.15	0	1 km	1 年	1961~1970 1970~1980
横山尚秀 et al	1973	神奈川県秦野盆地 (約 60 km ²)	200~300	0.25	0	0.5 km	2 day	1972.11.27 ~ 12.22
都市計画協会	1973	筑波研究学園都市						
関東地方建設局 企画部企画課	1974	東京都, 埼玉県南部 (46 km ² × 40 km)	300~1000	0.15	0.0~0.5	1 km	1 年	1959~1969
水利科学研究所	1974	千葉県市	100~900	0.15	150~250 mm/year	1 km	1 年	1960~1972
水資源開発研究 会	1975	熊本市と周辺 (20 km ² × 26 km)	200	0.3	約 300 mm/year	1 km	1 年	1966~1972 1972~1985

* 上段は同定問題, 下段は予測問題についての計算期間

下の中心部が荒川・江東・墨田・台東などの下町低地にあったのに対し、その中心が時間の経過とともに北西方向に移動し、近年の地盤沈下とも符号している。つまり、この程度のあらいシミュレーションによっても地下水位をかなりうまく再現できたということは、地下水への垂直かん養と水平方向への地下水移動量がいずれもあまり多くはないであろうことが推察される。しかし、個々の領域では $S = 0.3$ としてもなお地下水位低下が過大になるところもあり、透水係数と貯留係数の地域的差異の検討、及び垂直かん養の検討を行なう必要性がうかがわれる。

b) 直交格子モデル

式(2-5)を基礎式としてシミュレーションを行う場合には直交格子差分を用いる。つまり、空間微分は中央差分で、時間微分は後方差分で、 T のような不連絡係数は Taylor 級数で近似すると、式(2-5)は

$$\begin{aligned} & T_{xx}(i-\frac{1}{2}, j) \left\{ \frac{\bar{\phi}_{i-1, j, k} - \bar{\phi}_{i, j, k}}{(\Delta x)^2} \right\} + T_{xx}(i+\frac{1}{2}, j) \left\{ \frac{\bar{\phi}_{i+1, j, k} - \bar{\phi}_{i, j, k}}{(\Delta x)^2} \right\} \\ & + T_{yy}(i, j-\frac{1}{2}) \left\{ \frac{\bar{\phi}_{i, j-1, k} - \bar{\phi}_{i, j, k}}{(\Delta y)^2} \right\} + T_{yy}(i, j+\frac{1}{2}) \left\{ \frac{\bar{\phi}_{i, j+1, k} - \bar{\phi}_{i, j, k}}{(\Delta y)^2} \right\} \\ & = S \left(\frac{\bar{\phi}_{i, j, k} - \bar{\phi}_{i, j, k-1}}{\Delta t} \right) + \bar{W} \quad \dots\dots\dots (2-7) \end{aligned}$$

式(2-7)は ADI 法で解かれる。つまり、時間の最小刻み幅を $\Delta t/2$ として、まず y (または x) 方向について implicit (陰的)、 x (または y) 方向について explicit (陽的) に解く (図-2.1(b))。ADI 法は無条件に安定であるので、 Δt の大きさについて安定性の制約はない (Pinder, 1968)。しかし、収束性については Rushton et al (1971, 1973, 1974) が論じているように収束性の条件が付き、 $\Delta t T / (\Delta x^2) S < 0.05$ になるよう、 Δt を決定することが望ましい。

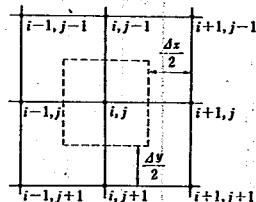


図-2.1(b) 地下水シミュレーションのための直交格子

式(2-5)の $\bar{W}$ の他、地表面からの垂直方向のかん養量を考慮に入れると、式(2-5)は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \right) = S \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \bar{W} - \epsilon (P - E) \quad \dots\dots\dots (2-8)$$

ここで、 P は降水量 (L/T)、 E は蒸発散量 (L/T)、 ϵ はかん養率で、 $\epsilon \leq 1$ である。

この解法をわが国で最初に用いたのは Kayane et al (1971) で、市原市の地下水解析が行なわれた (表-2.1)。同定問題の計算期間は 1961 ~ 1970 年で、その結果に基づいて、1970 年初の実際の水位を初期値として 1980 年初の水位を予測した。

同定問題は全域に $S = 0.1, 0.15, 0.20$, $T = 100, 300, 500 \text{ m}^3/\text{day}$, $\epsilon = 0$ を与えて trial-error 法で解いた。その結果、 $S = 0.15$, $T = 300 \text{ m}^3/\text{day}$ で実際の水位の変動と極めてよく一致することがわかった。そこでこの組合せを基本として、さらに細部の T を修正した。

結論として、1970 年の実際の揚水量を 23 石 m^3/day を半分以下に減少させないと地下水位の低下は停止しないことが明らかになった。また東京湾の下からかなりの地下水流入があることもわかった。次に透水量係数を $500 \text{ m}^3/\text{day}$ にすると水平方向の地下水流動量が過大となり、水位の下がりすぎる地域が現われた。この地域の透水係数は揚水試験によると、 $K \approx 1 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ であるから、 $T = 300 \text{ m}^3/\text{day}$ な

らば $b=35$ m にしかない。市原臨海部では深さ 400 m までの帯水層が取水対象となっているが、以上の結果から地下水は全層にわたって一様に流動しているのではないことがわかる。換言すると、地下水流動量の見積りに $T=bK$ で求めた T の値を使うと、地下水資源量を過大に見積ることになる。

次に、関東地方建設局企画部企画課(1974)は武蔵野台地で地下水解析を行なった(表-21)。市原市と同じ方法で、同定問題を解き、地下水のかん養量の吟味を行なった。南関東地方地盤沈下調査会(1971)の結果から判明した S の最大値 0.15 を与え、 $T=300, 500, 1000$ m²/day、 $\epsilon=0.0, 0.2, 0.3$ (市街地)、 $\epsilon=0.0, 0.3, 0.5$ (非市街地) の3とおり与えて、計算した。また P は年平均降水量分布図、 E は Penman 式で推定した年平均蒸発散量分布図から読み取った値を与えた。

その結果、市街地・非市街地とも $\epsilon=0.3$ で、実際の水位とかなりよく一致することが判明した。($P-E$) の値は対象地域内で地域によってかなり相違するが、ほぼ 600 ~ 900 mm/year であり、180 ~ 270 mm/year の地表面からの垂直かん養があることになる。しかし、このかん養量のすべてが降水によるものとは考えにくい。例えば、平田(1971)は本郷台白山における不圧地下水の水収支調査の結論として、水道からの漏水による不圧地下水へのかん養を約 400 mm/year と見積っている。もちろんこのすべてがここで問題にしている被圧地下水へかん養されているわけではなく、都市河川へ流出するものもかなりあると思われるが、舗装のゆきとどいた市街地でも $\epsilon=0$ とならない有力な原因は、期せずして成功した水道からの漏水による人工かん養にあると考えられる。

180 ~ 270 mm/year のかん養は 0.49 ~ 0.74 mm/day に相当しているが、この地域の揚水量はほとんどの市区町村で 1 mm/day を越え、埼玉県八潮市などは 5.6 mm/day にも達する。これでは地下水位が年々低下し、地盤が沈下するのも当然である。

この他、秦野盆地(横山, 1973)、千葉県袖ヶ浦町(袖ヶ浦町企画課, 1973)、筑波研究学園都市(都市計画協会, 1973)、千葉市(水利科学研究所, 1974)、熊本市(水資源開発研究会, 1975)などが報告されている。

ここで、a) 多角形格子モデルと b) 直交格子モデルの比較を行なうと次のとおりである。a) の長所は i) $\bar{\phi}$ と $\bar{W}$ が粗でもよいこと、ii) 解法がより簡単であることで、b) の長所は i) 境界条件の設定が容易であること、ii) 計算精度がより優れていることである。

(2) 準3次元モデル

図-2.2 に示したように、上位より不圧帯水層、加圧層、被圧帯水層、及び不透水層から構成されている場合、加圧層からの漏水、または絞り出しを被圧帯水層へのかん養量として評価してやる必要がある(Bredhoeft et al, 1970)。帯水層と加圧層の透水係数の比が数オーダー大きいと仮定できる(Hantush, 1960)場合、加圧層中の水平方向の流れの成分は無視できるとされる。つまり、加圧層の水の流動は、加圧層で透水係数が一様・等方性とする、式(1-38)を1次元で表わして、

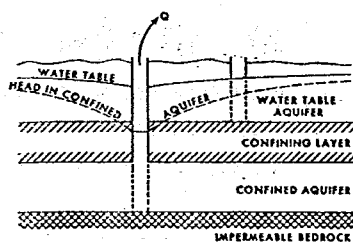


図-2.2 準3次元モデルの断面図

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K'} \frac{\partial \phi'}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (2-9)$$

ここで、 ϕ' は加圧層の過剰水頭、 S_s' は加圧層の比貯留係数、 K' は加圧層の透水係数である。初期条件と境界条件を次のように与える。

$$\begin{aligned} t=0 \text{ で, } \phi'(z, 0) &= 0 \\ t>0 \text{ で, } \phi'(0, t) &= 0 \\ t>0 \text{ で, } \phi'(b', t) &= 0 \end{aligned} \quad (2-10)$$

ここで、 H_0 は段階的な水頭変化量、 b' は加圧層の厚さである。式(2-9)は式(2-10)の条件で解くと、

$$\phi' = H_0 \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{erf} \left(\frac{(2n+1) + \frac{z}{b'}}{\sqrt{4K't/S_s'b'^2}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{(2n+1) - \frac{z}{b'}}{\sqrt{4K't/S_s'b'^2}} \right) \quad (2-11)$$

故に、加圧層から被圧帯水層への流れ q' は

$$q' = -K' \frac{\partial \phi'}{\partial z} \Big|_{z=b'} = \frac{K'H_0}{b'\sqrt{\pi K't/b'^2 S_s'}} \cdot \left\{ 1 + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[-n^2 / (K't/b'^2 S_s') \right] \right\} \quad (2-12)$$

ここで、 $(K't/S_s'b'^2) \leq 0.1$ の時、加圧層の貯留を考えなければならず、 q' (絞り出し量という)は式(2-12)のようになる。また、 $(K't/S_s'b'^2) \geq 0.5$ の時、加圧層の貯留は微小で、被圧帯水層は加圧層内での貯留がないかのように、つまり定常流があるかのように反応する。この時、 q' (漏水量という)は、

$$q' = -\frac{K'}{b'} (\phi - \phi') \quad (2-13)$$

ここで、 ϕ は不圧地下水帯水層の水頭である。

次に、 $0.1 < (K't/S_s'b'^2) < 0.5$ の時、加圧層内の貯留からと、不圧地下水からの透水からの両者からかん養される。

被圧帯水層については(1)で述べた水平2次元モデルが成り立つものと仮定する。

鎌田ら(1973)は石川県七尾市において、準3次元モデルのシミュレーションを行なっている。鎌田らは次のように述べている。『等質・等方性である被圧帯水層における地下水の運動方程式は2次元では次式で示される(Pinder et al, 1968)。

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \quad (2-11)$$

ここに、 h は被圧地下水頭、 $W(x, y, z)$ は単位時間、単位面積のかん養または揚水量である。式(2-11)の右辺第2項は次の成分よりなるものと考えられる(水収支研究グループ, 1973)。

$$W(x, y, t) = L_e(x, y, t) + S_q(x, y, t) + A_r(x, y, t) - Q_d(x, y, t) \quad (2-12)$$

ここに、 $L_e(x, y, t)$ は漏水量、 $S_q(x, y, t)$ は絞り出し量、 $A_r(x, y, t)$ は注入量、 $Q_d(x, y, t)$ は揚水量である。いずれも単位時間、単位面積の数量を示す。

Hantush & Jacob (1955)によれば、

$$L_e(x, y, t) = \frac{K'}{b'} (h - H) \quad (2-13)$$

ここに、 K' は加圧層の透水係数、 b' は加圧層の厚さ、 H は不圧地下水位である。

一方、主帯水層の水頭変化に伴う加圧層の水の運動は

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = \frac{S'_s}{K'} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (2-14)$$

ここに、 h' は加圧層の過水頭、 S'_s は加圧層の比貯留量である。

加圧層の透水係数が主帯水層にくらべてかなり小さい場合には、加圧層内での水の運動は垂直成分のみと仮定すれば、

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = \frac{S'_s}{K'} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (2-15)$$

式(2-15)の初期および境界条件は

$$\begin{aligned} h'(z, 0) &= 0 & t \leq 0 \\ h'(0, t) &= 0 & t > 0 \\ h'(b', t) &= \Delta h & t > 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

ここに、 Δh は主帯水層の段階的な水頭変化量である。

この時、解析解は次式で示される (Carslaw & Jaeger, 1959),

$$h' = \Delta h \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{(2n+1)z/b'}{(4K't/S'_s b'^2)^{1/2}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{(2n+1)-z/b'}{(4K't/S'_s b'^2)^{1/2}} \right] \right\} \quad (2-17)$$

加圧層より主帯水層に向う地下水量(絞り出し量)は境界面で Darcy の法則により、

$$\begin{aligned} S_q(x, y, t) &= K' \frac{\partial h'}{\partial z} \Big|_{z=b'} \\ &= \frac{K' \Delta h}{b' (\pi K' t / b'^2 S'_s)^{1/2}} \left\{ 1 + z \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[-n^2 / (K' t / b'^2 S'_s) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-18)$$

として求められる (Bredhoeft et al, 1970)。

漏水量および絞り出し量は定量化でき、これを揚水量や注入量とともに、式(2-12)に代入すれば、一応、デジタル・シミュレーションは可能である。しかし、ADI法を適用する場合には、以上の解析解よりも、直接、差分式で近似し数値解として求めた方が便利である。』

ここで、 h は Φ であり、主帯水層とは被圧帯水層のことである。

しかしながら、Bredhoeft et al が述べているように、 $(K't/S'_s b')$ の値により、式(2-12)と式(2-13)を使い分けなければならない。また理論的には式(2-15)の解としてえられるいわゆる“絞り出し量”の中には、不圧帯水層からの漏水も含まれているから、両者を別々に考えることは間違っている。したがってこの方法でシミュレーションを行うと、かん養量が過大に評価される。

(3) 断面2次元モデル

Gambolati et al (1973, 1974) は Venice において、円筒座標系における2次元垂直断面モデルのシミュレーションを行なった。

円筒座標系 (r, θ, z) において、 θ 方向の地下水流動の対称性が仮定できる場合には、2次元円筒座標系において K_{ij} の主成分を K_r, K_z とすると、式(1-38)は、

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(K_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{K_r}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{----- (2-19)}$$

Venice では図-2.3, 図-2.4, 及び図-2.5のように, 揚水井戸がMarghera工業地区に集中的に分布しているため円筒座標系において, θ 方向の対称性が仮定できるから, 2次元垂直断面モデルが適応されるのである。つまり, 図-2.6, 図-2.7(a)のように, 帯水層は5層から成り, その間に半帯水層が位置し, MY線に沿って, 各帯水層に揚水量を, また半帯水層には不透水境界を境界条件として与えることができるから, 2次元垂直断面モデルが適応できるのである。

次に, 媒体の全変位 $\eta(t)$ は, 各帯水層の変位と各半帯水層の変位(半帯水層はさらにそれぞれJコの層に細分してある(図-2.7(b))とから成る。式(1-30)~式(1-35)より明らかなように, 各帯水層の変位は,

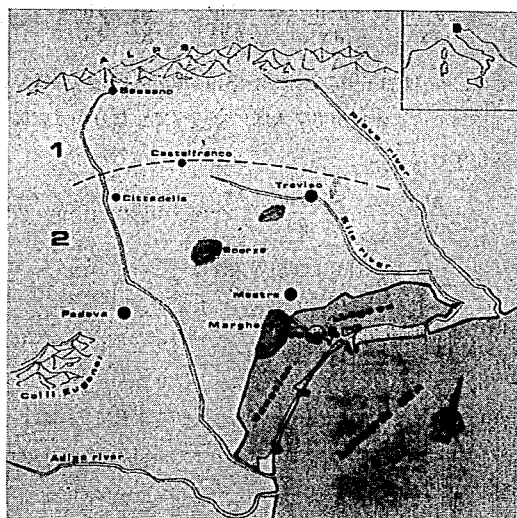


図-2.3 Venice平原

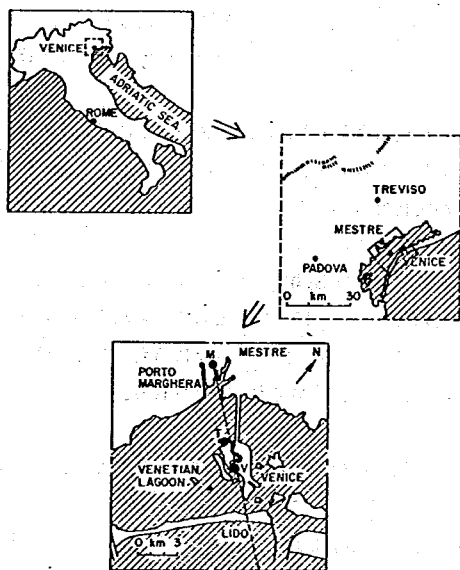


図-2.4 円筒座標2次元モデルの断面の位置(破線)

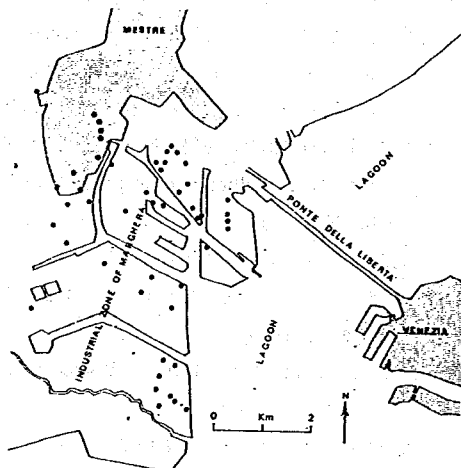


図-2.5 Marghera 工業地区における揚水井戸の分布(1971)

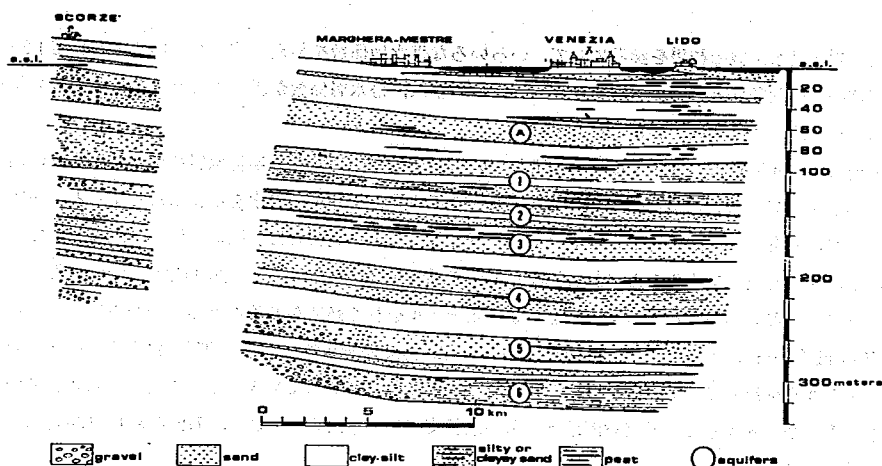


図-2.6 Venice ラグーン付近の岩相層序区分 (東西断面)

$$\eta_i(t) = r \alpha_i \Delta z_i \Delta \phi_i(t) \quad (2-20)$$

各半帯水層の変位は,

$$\eta_i(t) = \sum_{j=1}^I r \alpha_j \Delta z_j' \Delta \phi_j'(t) \quad (2-21)$$

故に,

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^I \eta_i(t) \quad (2-22)$$

ここで, Δz_i は各帯水層の厚さ, $\Delta z_j'$ は各半帯水層内の j 層の厚さ, $\Delta \phi_i(t)$ は各帯水層の水頭の変化, $\Delta \phi_j'(t)$ は各半帯水層内の j 層の水頭の変化, I は帯水層と半帯水層との合計の数, J はそれぞれの半帯水層内の層の数である。

そこで, 式(2-19)を解くことにより, 式(2-20)と式(2-22)から媒体の全変位, すなわち地盤沈下量が求まることになる。Gambo-lati et al (1973, 1974)は式(2-18)を有限要素法で解いた。そして, 図-2.7(b)のように式(2-19)から得た水頭を境界条件として, Venice 直下の各半帯水層について, さらに細分し, 詳細に,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zj} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = S_{sj} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2-23)$$

で, j 層について解いた。こうして, 式(2-20)から式(2-22)で地盤沈下量が求まることにな

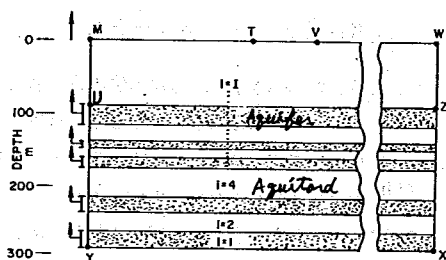


図-2.7(a) 円筒座標2次元モデルの断面と帯水層-半帯水層の区分

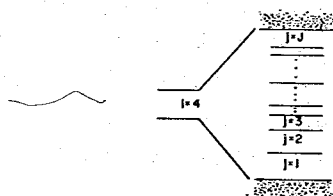


図-2.7(b) 半帯水層内の地層区分

る。

土質試験と揚水試験の結果を参考にして、いろいろな帯水層係数を与え、式(2-19)について1930年の定常解を初期条件として同定問題を解いた。その結果、帯水層係数が決定された。次に5通りの将来の揚水量を与えて予測問題を解いた。

その結果、Veniceの地盤沈下はまだ圧密していない第四紀の帯水層-半帯水層系からの地下水の過大な揚水が主原因であることが判明した。また、1974年以降、全井戸の揚水を中止したとすると、25年後には2cmだけ回復しうが、沈下の85%以上は回復しないことが判明した。次に、将来の課題として、(i)地盤沈下の継続的観測をすること、(ii)より多くの土質試験が必要であること、(iii)(i)と(ii)の資料を集め、コンピュータの容量が増えたならば、完全な3次元モデルを解く必要があることの3つをあげている。

鎌田 et al (1973), 千葉県公害研究所 (1974), 及び水収支研究グループ (1976) は垂直2次元多層帯水層系モデルを提出している。2番目の文献には、このモデルに関して以下のような説明がなされている。

『水収支の基本式として、多層被圧地下水系の水収支式は、Jacob (1950), De Wiest (1966)らによって次のように与えられた。

$$K_{xx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_{zz} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, z, t) \quad \text{..... (2-24)}$$

これを断面2次元流とした場合、次のようになる。

$$\left[K_{xx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]_\ell + \left[K_{zz} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right]_\ell = \left[S_s \frac{\partial h}{\partial t} \right]_\ell + W(x, z, t) \quad \text{..... (2-25)}$$

ここで、 $\left[\quad \right]_\ell$ は多層被圧地下水系における第 ℓ 番目の地層が等質であることを示している。また、地層の境界面における連続性は

$$\left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right]_\ell = \left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right]_{\ell+1} \quad \text{..... (2-26)}$$

で表わされる。 $W(x, y, z, t)$ は単位時間、単位体積当りの揚水量、あるいはかん養量である。』

しかし、このモデルには以下のような理論的間違いがある。式(2-24)を式(2-25)に変換するには、 y 方向について式(2-1)～式(2-3)までのような操作が必要なのであるが、それを行わずに $K_{yy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$ だけを省略したため、 $W(x, z, t)$, K_{xx} , K_{zz} , S_s のいずれもが物理的に意味不明の値になってしまった。なお、Jacob (1950)とDe Wiest (1966)には式(2-25)の第2項のような記述はない。詳しくは、Pinder et al (1968)を参照されたい。

このモデルは、断面2次元モデルというものの、実際には y 方向にも有限の厚みをもつ3次元空間を取扱っており、考え方としては水平2次元モデルを垂直にたてたものと同じである。そのため上のような定義の不明確さが生じる。計算に当ってはセルの y 方向の長さ ΔY を試行錯誤的に任意な値に決めている。式(2-25)の解として求まる h は ΔY に関係しているから、 ΔY が任意に与えられるということは、 h は ΔY によってどうにでも決められるということを意味する。さらに、地盤沈下量 Δm は

$$\Delta m = S_s \cdot m \cdot \gamma_w \cdot \Delta h$$

で計算しているから、 Δm にも物理的な意味はないことになる。

参考文献

- 1) Freeze, R.A (1971) Three - dimensional , transient , saturated - unsaturated flow in a groundwater basin, Water Resour. Re 7(2)(347 - 366)
- 2) Gambolati, G & R.A. Freeze (1973) Mathematical Simulation of the Subsidence of Venice 1 Theory, Water Resour. Re 9(3)(721 - 733)
- 3) Gambolati, G, P. Gatto, R.A. Freeze (1974) Mathematical Simulation of the Subsidence of Venice 2 Results, Water Resour. Re 10(3)(563 - 577)
- 4) Verruijt, A (1969) Elastic storage of aquifers, in Flow Through Porous Media, edited by R. J.M. De Wiest, (331 - 376), Academic Press
- 5) De Wiest, R. J.M. (1969) Fundamental Principles of Ground - Water Flow, in Flow Through Porous Media, edited by R. J.M. De Wiest, (1 - 52), Academic Press
- 6) Pinder, G.F. et al (1968) Application of the Digital Computer for Aquifer Evaluation, Water Resour. Re 4(5)(1069 - 1093)
- 7) Rushton, K.R. & L.M. Tomlinson (1971) Digital Computer Solutions of Ground-water Flow, Journal of Hydrology 12 (339 - 362)
- 8) Rushton, K.R. (1973) Discrete Time Steps in Digital Computer Analysis of Aquifers Containing Pumped Wells, Journal of Hydrology 18 (1 - 19)
- 9) Rushton, K.R. (1974) Critical Analysis of the Alternating Direction Implicit Method of Aquifer Analysis, Journal of Hydrology 21 (153 - 172)
- 10) De Wiest, R. J.M. (1969) 前掲 5)
- 11) 榎根勇他 (1971) 市原地区における地下水のシステム解析, 山本荘毅編, 水資源の最適利用に関するシステムの研究
- 12) 国際航業KK (1968, 1969) 三多摩地区地下水調査報告書
- 13) 関東地方建設局企画課 (1974) 関東地域地下水調査報告書
- 14) 水利科学研究所 (1974) 千葉市における地下水, 地盤沈下の調査報告書
- 15) 水資源開発研究会 (1975) 熊本市及び周辺地域地下水調査業務報告書
- 16) 南関東地方地盤沈下調査会 (1971) 南関東地域地下水収支計算報告書
- 17) Yamamoto, S et al (1969) Simulation of Groundwater Balance as a basis of considering land subsidence IASH, Pub. No. 88 (215 - 224)
- 18) 横山尚秀他 (1973) 秦野盆地の深層地下水について, 神奈川県温泉研究所報告 4 - 3
- 19) Bredhoeft, J.D. et al (1970) Digital Analysis of Areal Flow in Multiaquifer Groundwater Systems : A Quasi Three Dimensional Model
- 20) Carslaw, H.S. et al. (1954) Conduction of Heat in Solids, Oxford Uni. Press Water Resour. Re 6(3)(883 - 888)
- 21) Hantash, M.S. (1960) Modification of the Theory of Leaky aquifers, J. Geophys. Res 65(11)(3713 - 3725)

- 22) 鎌田烈他 (1973) 準3次元帯水層モデルによる地盤沈下の解析, 地球科学 27(4)(131-140)
- 23) Gambolati, G et al (1973) 前掲 2)
- 24) " (1974) " 3)
- 25) 鎌田烈他 (1973) 垂直二次元多層帯水層モデルによる地盤沈下解析
- 26) 千葉県公害研究所 (1974) 地下水盆と地盤沈下の相関性および地盤沈下予測 千葉県公害研究所
地盤沈下研究事業報告
- 27) 水収支研究グループ (1976) 地下水盆の管理〔理論と実際〕 東海大学出版会

4 地下水シミュレーションモデルの問題点 とその適用について

1) 水収支シミュレーションとその役割

国際航業㈱地質水文課 鎌 田 烈
同 原 田 和 彦

は じ め に

建設省土木研究所の主催による地下水シミュレーション研究会は2ケ年にわたって開催され筆者もたびたび出席させていただき、専門家の各位から貴重な御教示をうけた。出席したものの責任として、乏しい経験ではあるが、筆者を含めた水収支研究グループがこの約10年間にわたって日本の各地で進めてきた地下水盆管理の一環としての水収支シミュレーション技術について、とくにその役割、モデル化の基本的な考え方などを中心に簡単に述べてみたい。なお、地下水盆管理にかんする基本的な考え方、あるいはシミュレーションモデルの定式化とその実施方法にかんする詳細は、水収支研究グループによってとりまとめられた2冊の出版物、すなわち「地下水資源学」(昭和48年)および「地下水盆管理」(昭和51年)にその全容があますところなく記されている。小文では紙数も限られており、また筆者ひとりがシミュレーションを実践しているわけでもない。小文の到らぬところはこれらの文献を参照いただければまことに幸いである。

また、御意見なり御批判なりをいただければ、筆者としては望外の喜びとするところであり、お寄せ頂いた御意見なり、御批判なりはいずれ然るべき学会誌などの場で十分に論議をつくしたいと考えている。

1. シミュレーションの必要性

地下水は目に見えないだけに、その動きを観察し、今後の動向を予測する手段として、さまざまなシミュレーションモデルが考えだされてきたのも故なしとしない。そもそも広域的な地下水のシミュレーションが行なわれたのはアメリカ合衆国において、地下水の揚水にかんして起った水争いを解決するため、地下水の動きを模擬することのできるアナログ・モデルが作られたのが最初のもので伝えられる。

我国では、増大する水需要を満たすため安くて水温・水質にすぐれた地下水はほとんど無秩序に濫掘され、これに伴ない地下水位の低下や枯渇、ひいては地盤沈下や塩水化などの地下水障害が引き起こされてきたことは今さら言うまでもない。

ところで、これだけ地下水を利用しながらその地下水の収支がどのようにになっているかを明らかにするための研究は、我国では戦後まもなく開始された開拓調査等に伴う浅層地下水の水収支に関する金子良氏らの地道な研究を別にすればほとんどなされてこなかったと云っても過言ではない。

地下水は貴重な水資源の一翼をになっており、この現在も日本各地で莫大な量の地下水が汲み上げられ、我々の日常生活・工業・農業などの生産活動に役立てられている。一体地下水を汲み上げることによってどの地点でどれくらいの水位低下が起り、それによって地盤沈下あるいは塩水化などの地下水障害がどのように発生するのであろうか?。それらを出来るだけ正確に予測することにより、我々は一体どこまで地

下水を汲み上げて良いのかを判断する手がかりが得られるようになるものと思われる。

地下水の水収支とくに深層地下水の水収支の機構の解明が必要とされる理由はここにある。水収支の具体的な表現である水収支シミュレーションの果す役割も許容揚水量あるいはその目標値を設定するための判断材料を与えることにあるものと考えられるのである。

2. シミュレーションモデル化の基礎

「水は方円の器に従かう」という。また「水は低きに就く」ともいう。この言葉は地下水と云えども水であるかぎりあてはまる2大原則である。

地下水にかんしての器とは、帯水層の分布とその範囲であり、別の言葉で言えば水文地質構造である。地下水の定量的な評価にあたっては地下水の出入りに関する境界条件が必要となるが、この境界条件を認定するために水文地質構造の詳しい解析が必要であり、それらを正しく認識することが重要となる。地下水の動きも結局は、一枚一枚の帯水層（単層～部層）の集合体として認識される地下水盆のらち外に及ぶことはあり得ないと考えられる。そのためにも、モデル化にあたって基本となる作業では綿密な野外地質露頭の調査に始まる極めてオーソドックスな地質学的な調査手法が有効な働きをする。

2番目の原則は地下水の流動にかんするもので云うまでもなくポテンシャルの高い方から低い方へ向って水は流れるということを意味している。地下水では特別の場合をのぞいて、水の流動はダルシーの式と連続の式とで表わされるものと考えてとりあつかうのが妥当である。

と云ってしまえば簡単であるが、実際的に地下水の動きを定量化するためには、これらの数式に表現されている地下水位（被圧水頭）の勾配あるいはその分布や、透水係数や貯留係数に代表される帯水層係数にかんする情報が不可欠である。

これらの諸係数は、地下水の動きとそれに伴う諸現象、云いかえれば地下水盆という巨大なシステムを分解したときに、それらのシステムをつくりあげている要素のひとつとして認識されるものである。

これらの数値は、基本的には測水あるいは揚水試験などの現場作業により導き出されるものである。先にも述べたように地下水の動きは目に見えないだけに、モデル化にあたってはこのような現場作業の中で地下水の挙動を多少なりとも肌で感じることは是非とも必要になってくる。シミュレーションモデルに代入されるパラメータも結局はこれらの作業の地道な積み重ねの上に成り立つものだからである。

ところで、ある地域をシミュレーション手法によって解析しようとする場合、上記の測水や揚水試験などの観測が十分に行われている地域はまれである。実際は行われている場合もあるにはあるが、データの収集・管理は必ずしも体系的に実施されていないための散逸してしまったり死蔵されていることが多い。したがって筆者らは、いわば苦肉の策として、多数の深井戸資料に記載されている、さく井時自然水位を手がかりに、過去の地下水位分布やその変化傾向を復元したり、あるいは水位降下量、井戸口径、揚水量から比湧出量・透水量係数を算定する手法を考え出し、それらの数値から帯水層の定量化に向けてアプローチしてきた。

これらのデータはもちろん個々には決して精度の高いものとは云えないし、計算手法もいわゆる便法を採用したものもある。しかし、これらの数値も結局は何らかの形で帯水層の地質的な性格の違いを反映しており、純粹に地質学的手法から予見されうるさまざまな事象と合致することが確かめられるのである。つまり、地下水の定量化にあたっての基礎となる数値はもちろん正確な測水や揚水試験を多数実行するに

としたことはないのであるが、多少不備なデータでもそれらをよみこなし、水文地質的な考察とあい補っていく態度が必要と思われる。モデルに入力される係数は決して順列・組合わせの最適化手法で逆算されるものではなく、基礎となる個々の井戸の挙動や水文地質に関する定性的な考察があってはじめて求まるものと思われる。

3. シミュレーションモデルとその発展

筆者らの水収支研究グループが過去約10年の間にシミュレーションを実施してきた地域は図-1に示したように約30例に及んでいる。この間にモデルは簡単なものから複雑なものへと降々に発展してきたが、それはまた地下水盆地内部で生じている地下水の挙動にかんする認識の深まりの過程であった。当然、多数の調査の中には失敗例も含まれており、それが次の地域を調査していく際の貴重な糧となってきた。したがって、厳密に云えば適用してきたモデルは1回、1回変えてきたと云っても過言ではない。

モデルの型から云えば最初には地下水盆地一つの単位としてとりあつかい全体の水収支の概要を把握しようとする試みから始められた。ついで、地下水盆地内部を小領域に分割し、個々の小領域相互の水の出入りを検討することが試みられた。いわゆる平面2次元モデルと呼ばれるものであり、初期の頃は使用していた電子計算機の容量の関係もあって、例えば東京都三多摩地下水盆地や神奈川県平塚地下水盆地は30ヶ程度の小領域に分割して、シミュレーションを実行した。A.D. I法などの差分法の導入により、地下水盆地内部を1,000～2,000個程度の小領域に分割するようになったのは、5～6年前頃からのことである。

さて、平面2次元モデルで検討を進めてみると、地下水の横方向流動量だけでかん養量を計算していたのでは地下水位の変化がうまく再現されないことが分った。そこで、次の段階のモデルでは、加圧層を通して上部の不圧帯水層から漏水補給が行われるという発想がとり入れられモデル化されることとなった。この考え方は、主帯水層（被圧帯

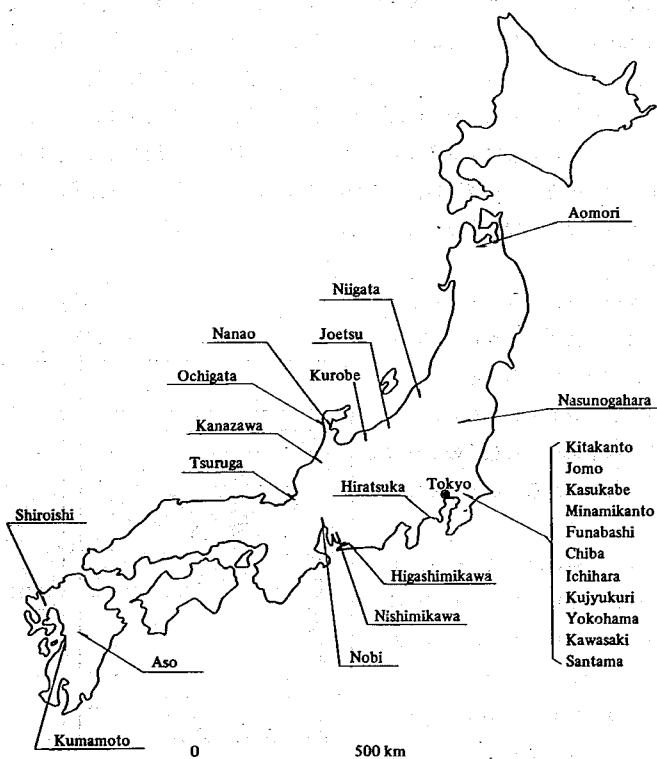


図-1 水収支シミュレーションによる調査地区（1968
1976）水収支研究グループによるもの

水層)の水の動きを平面的な2次元モデルであらわし、加圧粘土層の水の動きを垂直1次元の流れとして考えるという点で準3次元モデルのはしりとでも云うべきものである。

このような考え方でシミュレーションを行ってみると計算によって得られた漏水量の分布は、不圧地下水の実測水位変動から求めた被圧地下水への流出量(転加量)としたものによく合うことが確かめられた。

また地盤沈下地域で計算された漏水量の時間変化をみると、その期間の地盤沈下量と密接な相関が認められることが明らかとなり、これが次の段階、すなわち漏水量から絞り出し量の分離へと発展する。それも最初は漏水係数の補正による絞り出し量の簡便計算から始まったが次第に改良を加え加圧粘土層内の過剰水圧分布の計算へと進んでいく。筆者らはこの段階ではじめてモデルを準3次元モデルと称したわけであるが、その呼称はともかくとして、その意義は地下水収支という一貫した考え方の中で地盤沈下量を定量化できる見通しが開けてきた点にあると考えている。(図-2参照)

その後、船橋ガス田の層厚2,000 mにも及ぶ上総層群の天然ガスかん水揚水に伴う深層沈下解明のための調査研究を契機として、シミュレーションモデルは観点を変えて、垂直断面2次元モデルへと発展する。このモデルはまさしく上から平面を眺めていたものを、主要な地層断面図を描いてみて横から眺めてみようとしたものである。(図-3)この発想の源は先の準3次元モデルにあることも事実であるが、実際の要請としては近年顕著になりつつある深層沈下の実態を把握すること、具体的には地層のどの深さで水圧低下に伴ない地盤沈下が発生するか、深層と浅層の相互性はどのようになるのかなどを明らかにする点にあった。いささか手前味そめくが、垂直断面モデルで予測した現象は、船橋地域の水圧上昇や地盤の上昇あるいは市原地域の最近の地下水自噴現象などその後の観測事実とよく合致することが確かめられている。このことは、シミュレーションモデルはどれが最も適当か、数式を先にひねくり廻すのではなく、水文地質構造を良く認識し、それをどのようにモデル化したら自然に1歩でも近づけることができるかを考えることが重要であることを示唆している。

かいつまんでシミュレーションモデルについて筆者らが考えまた実行してきたことを述べてみたが、シミュレーションというのは上に述べた意味のようなことではなからうかと考えている。

さて、最近の欧米の文献によればシミュレーションモデルは三次元モデルへと発展しつつあるようである。筆者も、モデルの改良の結果の行きつく先は三次元モデルであろうと考えており、その意味でモデルはさらに複雑化していくであろう。それ

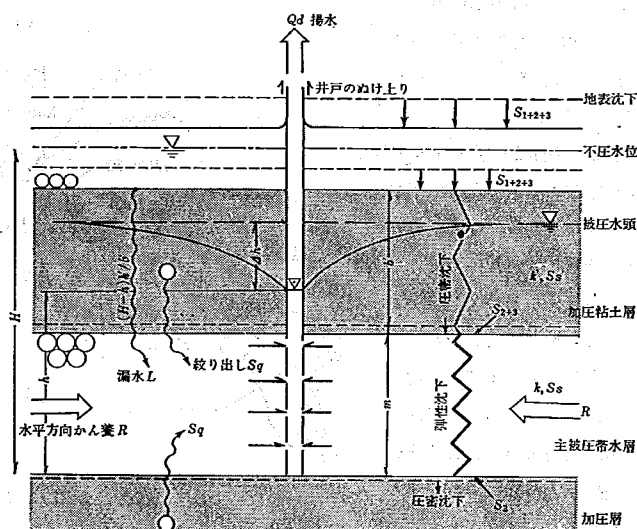


図-2 準3次元帯水層系モデル(柴崎 原図)

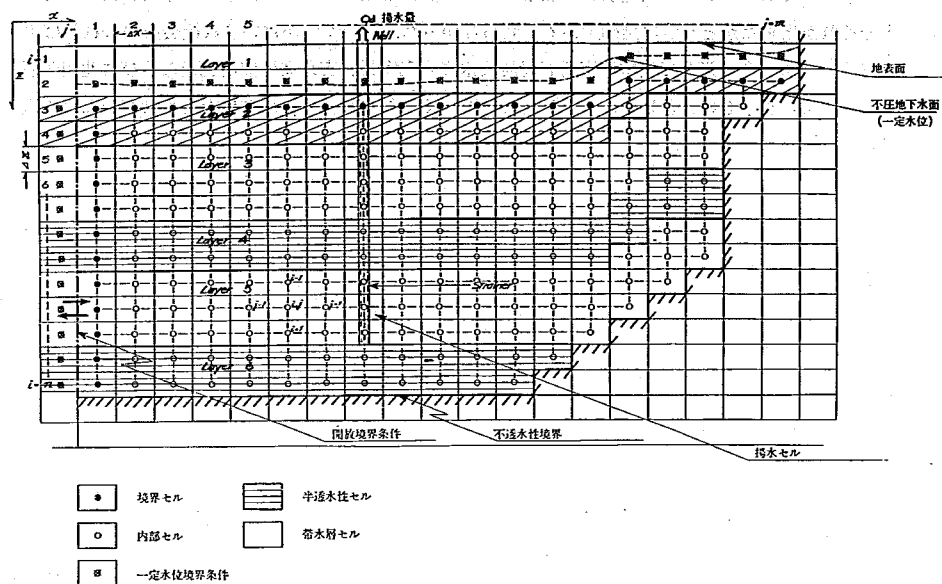


図-3 垂直断面二次元多層帯水層系モデル

に伴うパラメータの定量化は水文地質構造解明を軸にして、さらに高精度化されなければならないと考えられる。

4. シミュレーションの限界

地下水の水収支シミュレーションというのは、地下水盆という自然のシステムに人為の揚水という活動が加えられたときに、どのような挙動を示すかを実験的に観察し、その動きの中から将来の我々の行動の指針を得ようとする実験的な手法の一つである。ただし、モデル化される対象はあくまでも自然の創り上げたものであり、アポロ計画に代表されるような人間の創ったシステムではない。したがって、地下水盆をモデル化したとしても、モデルはあくまでもモデルであって到底複雑な自然そのものとはなり得ない。

ごく当り前のことではあるがこの点の認識を誤ると、シミュレーションを過大評価しかねないし、それとは全く逆に全面的に否定する極端な意見のもととなる。

実際、私どものつたない経験ではあるが、過去の調査手法・モデル化の妥当性について必ずしも完全なものであったとは考えていない。むしろ今後の調査研究によりさらに改良されるべき点は多々あると考えている。極端な言い方をすれば、自分で創ってみても自分でそれを否定するつもりでやって行かなければならないと考えている。

結局、シミュレーションの有効性は実践の場で検証されるのであろうし、またそれによって、さらに1歩前進することが可能になるものと思われる。

お わ り に

小文の内容はシミュレーション研究会に出席したものの責任を果すつもりで急ぎとりまとめたものであるが、十分それが出来たかどうかは疑問である。到らなかった点のいくつかはいずれ機会を得られれば果したいと考える。研究会を通じて土木研究所石崎勝義水文研究室長、吉野文雄前研究員ならびに北川明研究員には、種々の御教示をいただいた。ここに記してあつくお礼申し上げ、結びにかえさせていただく次第である。

2) 地下水シミュレーションの問題点

筑波大学地球科学系 鈴木 裕 一

1. はじめに

「地下水シミュレーションの目的は何か」ということを考えてみると、この答は極めてはっきりしているようである。この答としては「地下水の適切な管理を行うために、地下水の賦存状態の将来予測を行う」といったことで十分であろう。ところがこの「 」で囲まれた言葉の中の、いくつかの言葉については、少していねいに考え直してみる必要があるようである。筆者はこのうち「適切な管理」、「予測」のもつ意味を考えあわせながら、地下水シミュレーションの問題点について述べていきたい。ともすれば、地下水管理とはシミュレーションをすることになりといった誤解すらされそうな、今日の「地下水シミュレーションの流行」ぶりであるが、一つ間違えば、シミュレーションを否定する原因を作りかねない誤用や、シミュレーションに対する誤った考え方も一般にはなされているようである。筆者はこの点にも留意し、シミュレーションかくあるべしといった角度からも述べていきたい。

2. 地下水シミュレーションの目的

「地下水の適切な管理を行うために、地下水の賦存状態の将来予測を行う」ということが地下水シミュレーションの目的であると言ってよいと思われるが、その具体的な意味を考えてみる必要があろう。

まず「適切な管理」ということであるが、一般的な言い方をするならば、これはオブティマイゼーション、地下水利用の最適化の問題であると言うことができる。ここで問題なのは「最適化」という言葉がややもすれば経済的な面からしかとらえてこなかった点であろう。今日の地下水問題の多くは、単に経済的側面からだけではなく、水文環境論的見地からの「最適化」がなされねばならない性格を持っている。人間の活動は地球の表面のごく一部でなされており、その活動の場を「活動の場」として相応しくないものにしてはならない。仮に経済的側面からみて、最適な行動であっても、そのような活動は絶対に行ってはならない。地盤沈下の問題が、この「最適な行動」の結果の一つの例であろう。水文環境論的見地から「最適化」を行うことは、長期的に見れば経済的にも最適になるはずである。

「経済的な最適化」に限定して考えてみても話は決して単純ではない。「質」と「量」の両方を考慮に入れて「最適化」がなされなければ、「経済的側面からの最適化」はなされたことにはならないからである。地下水の資源としての価値は、利用目的によって同一の地下水でも変わってくるものである。具体的には冷却水として利用するのか、飲料水として利用するのかでその地下水の評価は異なってくる。「最適利用」「適切な管理」といった時の、「最適」「適切」といった言葉は、「地下水の評価」と無関係ではありえない。地下水のシミュレーションを行う場合、地下水の資源としての評価が定量的になされている必要がある。それでは地下水資源の定量的評価はいかに行うべきか。これに対する答は、地下水利用形態の多様性などにより、現在のところ、見当たらないようである。とすれば、シミュレーションを実施する人が、地下水の量的予測を行うのか、質的予測を行うのか、はっきりさせておく必要がある。どういう点に焦点をあわせて予測、シミュレーションを行うのか、はっきりさせておかなければ、シミュレーション

モデルの良し悪しを論ずること自体無意味になると思われる。

3. シミュレーションモデルの適否

シミュレーションモデルの適不適はどのような観点から判断されるべきであろうか。やはりその「目的」をどの程度達成できるかということ、すなわちどの程度予測できるかで決まってくるものと考えられる。異論もあるようであるが、シミュレーションは本来、現象に似せることに意味がある。したがって物理的なモデルを用いるにこしたことはないが、予測結果が現実によりよく一致することの方が、より重要である。とは言っても地下水の挙動は物理現象であり、必然的に物理的なモデルの方がよりよく一致するはずである。データが十分にあるならば徹底的に物理的なモデルを追求するのもよいであろう。だがシミュレーション本来の目的は「あわせること」であり、物理的に扱うこと自体、シミュレーションの目的ではないはずである。

菅原は「モデル」の優劣の基準として次の三つをあげている。^{*}

- (一) 実際のものとよく合う結果を与えるか。
- (二) 物理的意味があるか。
- (三) 計算が簡単であるか。

このうち最も優先されるべき条件は、シミュレーションモデルの場合、(一)の「実際のものとよく合う結果を与える」という条件であろう。ここで、「何をもって「よく合う」というか」ということが問題となると思われる。この答として一つは目的によって決まるものだとする考え方があり、また他のモデルの成果との比較によって決まるとする考え方もあり得る。前者についてみれば、シミュレーション実施の段階で、どのような形の答をどの程度の精度で得ればよいのかをはっきりさせていなければならないことを意味している。また後者については、いろいろなモデルを同一の目的・フィールドに適用し、成果の比較を行う必要があることを意味している。

次に優先されるべき条件は、(三)の「計算が簡単であること」であろう。シミュレーションの目的は現象の予測によって達成されるはずであり、したがって現象に先行して「現象を計算機の中に描き出す」ことができなければならない。明日の天気予報は、少なくとも今日中には出さなければ意味がない。またシミュレーションに要する計算時間がある程度短くてすむと同時に、必要な記憶容量が、手持ちの、あるいは利用可能な計算機で十分であることが要求される。計算機が巨大化してきた今日では、ともすれば計算機を万能視する人も少なくないようであるが、決して無限に性能を向上できるものではなく、また計算技術の進歩も無限なものではない。少なくとも、「利用可能な計算機の制約を承知して」、最善のモデルを選択する必要があるようである。

またモデルの扱いやすさとは少々違うかもしれないが、「Sensitivity」、モデルのセンシティビティの問題が、モデルの選択の際に考慮されなければならない一つの問題であろう。地下水のシミュレーションを行う場合、最も難しく大変なのは「正確なデータ」の入手である。センシティビティ解析(Sensitivity Analysis)^{**}の目的は、入力(データ)の変化が出力(計算結果)にどの程度の、またどのような影響

^{*} 菅原正巳：タンクモデルによる流出解析法，水経済年報1971年版，130～159

^{**} この種の研究例としては次のものがある。

Gillham, R.W., and R.N. Farvolden; Sensitivity Analysis of Input Parameters in Numerical Modeling of Steady State Regional Groundwater Flow, Water Resources Research Vol. 10, No 3 (1974) 529-538

を与えるのかを明らかにすることにある。地下水の場合、データの精度が一般にあまり良くないので、入力の変化（データの誤差）が出力に大きく影響するようなモデルは好ましくなく、そのようなモデルは実用上不適当と言わざるを得ない。

最後に□の物理的意味がそのモデルにあることが望まれる。物理的に意味がある方がより現実を正確に予測できることはほぼ確かである。しかし、より物理性に富むモデルは、必然的に入力データの数が増え、センシティブィティの問題がより大きな問題となってくるし、計算機もより大型で高性能なものが要求される。物理的なモデルの方がよいようにも思えるが、シミュレーションモデルの場合、予測値と現実との一致の度合によってその善し悪しが判断される。現実にあわないモデルは、いくら物理的でも無意味なものである。しかしながら物理的でなくてもよいということではない。答があればよいというのでは占いとかわらない。かといって物理的に徹するには、地下水の挙動を支配する要因があまりに複雑で、正確なデータとして入手することが難しく、今日の段階では不可能である。したがって何んらかの近似や単純化を行ったモデルを考えざるを得ないであろう。

単純化や近似が、シミュレーションの目的達成に害を及ぼさない形でなされれば、今日の段階ではやむを得ないのではなかろうか。

4. シミュレーションモデルとデータ

シミュレーションモデルの適否を決めるもう一つの要因はデータの面からの制約であろう。前にも述べたように、モデルをより物理的にするためには、より多くのデータ、より多種類にわたってのデータを必要とする。単純なモデルでシミュレーションを行うにしても、現場の水理定数（透水係数など）の現実の不均一な分布を考えると、必ずしも十分な情報が得られるとは言えないようである。各種の水理定数の空間分布を何んらかの方法で把握しなければならないのだが、透水量係数、貯留係数など、その測定方法からわかるように「ある点」での値にしすぎず、空間的に把握したことにはならない。ある点での測定値を用いてシミュレーションを行う場合、その値の空間的代表性について十分な検討がなされるべきである。モデルがいかに物理的に完全であっても、この代表性の問題が解決していなければ、物理的に完全な形でシミュレーションがなされたなどとは言えないのはもちろんのことである。

モデルの改良とともに、それに必要なデータの精度や特性を調べる必要があると思われる。

さて次にいくつかの地下水モデルに必要な水理定数などについて述べてみたい。

(a) 透水係数

透水係数は帯水層の透水性を量的に示すための指標であるが、帯水層を構成する地層の堆積状態を考えればわかるように本来、テンソル量で示されるべきものである。帯水層によっては透水係数をスカラー量で表わすことも可能であろうが、一般的には誤りである。もっとも透水係数をテンソル量として野外で測定する方法は、現在のところないようである。

また帯水層を構成する地層の堆積状態から考えて、透水係数がその地下水域全域で均一であるとするのは現実的ではない。

(b) 透水量係数

透水係数の場合とほぼ同じようなことが言える。

(c) 貯留係数

帯水層を構成する地層の堆積状態を反映する以上、均一なものとして考えるのは一般的には無理であろう。

(d) 地下水の水頭

水理定数ではないが、水頭はシミュレーションの際に入力として与え、計算結果・予測が現実に一致したかどうかをチェックするために不可欠なデータである。

揚水を目的に掘られた井戸の多くは多層採水井であり、そのような井戸での水頭の測定はあまり意味がないように思われる。どの帯水層の水頭を測定しているのかはっきりしないからである。三次元モデル、垂直二次元モデルを用いてシミュレーションを行う場合、スクリーンを一つ所だけに切った井戸での水頭観測値のみを用いる必要があるのは言うまでもないことである。

不圧地下水の場合でも、地下水面の連続性の問題などがあり、決して単純にはかたづかない。観測井の数、観測密度の問題は地質条件など複雑な要因に左右され単純に解決できるものではないように思われる。

(e) 揚水量

揚水量については、実際に測定することができず、電力使用量、生産高などから推定したり、アンケートの回答に頼らざるを得ないのが実状のようである。公害、地盤沈下の問題が表面化してから、アンケートの回答はおそらく控え目の数字を出すであろうし、そうでなくともだいたいの数字、「感じ」で記入するものが多いようである。

問題は揚水井で揚水量が測定されていない点であり、揚水量を正確に把握できない点である。また大口の揚水井だけでなく、小量を揚水しているような、浅層地下水の揚水についても正確に把握される必要がある。

シミュレーションモデルの主な入力データの問題点について述べたが、この他に浸透量などが問題となっている。

Gates と Kisiel の研究^{*}によれば、涵養・揚水量、透水量係数についてより多くのデータが得ることの方が、初期水頭、貯留係数についてより多くのデータを得ることより、シミュレーションモデルの改良に有効であることが明らかにされている。しかしながら彼らの結果は Tucson 地下水域での結果であり、他の地下水域においても同様のことが一般的に言えるかどうかについては否定的な見解を示している。いろいろなケースについて、シミュレーションモデルの中で、各種のデータがどの程度大きな影響力を持っているかを確かめてみる必要があるように思われる。

また忘れてならないのは帯水層の形状についての情報の精度の問題であろう。三次元モデルや垂直二次元モデルを扱う場合にはよりこの問題が重要なものとなる。上下二層の帯水層が不透水層によって完全に遮断されているか否かは、水頭分布に大きな影響を与える。したがって不透水層の分布や多層採水井の存在などについての情報がより正確に得られねばならない。

シミュレーションを行う場合、用いるモデルの基礎式の持つ意味を理解し、その限界を承知した上で、基礎式に必要なデータを正確に収集する必要がある。しかしデータの面からの制約が、現実的にはかなり大きいように思われる。

^{*} Gates, J.S., and C.C. Kisiel; Worth of Additional Data to a Digital Computer Model of a Groundwater Basin, Water Resources Research, Vol.10, No.5 (1974)1031-1038

5. シミュレーション実施の手順について

次にシミュレーションを行う場合の手順について考えてみたい。おおまかな手順を付図に示した。現実には必ずしもこのような手順に従っていないものが多いと思われるが、そのようなシミュレーションでも何んらかの形で、以下のことが十分配慮されているものと思われる。

(1) 目的の明確化とモデルの評価基準の設定

地下水域の最適管理などというあいまいな目標ではなく、具体的に目標が示されている必要がある。同時にどういう形の答がどの程度の精度で得られればよいのか、つまりシミュレーションの結果の評価基準を定める必要がある。これはシミュレーションモデルの実用化を行えるか否かの判断の基準となるものである。

(2) 基礎式の選定

基礎式はシミュレーションの目的にあうものを選ぶのは言うまでもないことである。

(例：自噴井についてのシミュレーションを行う時に水平二次元モデルを用いるのはナンセンスである)

また利用可能な計算機の性能や収集可能なデータの制約などを考えあわせる必要があろう。

(3) データの収集

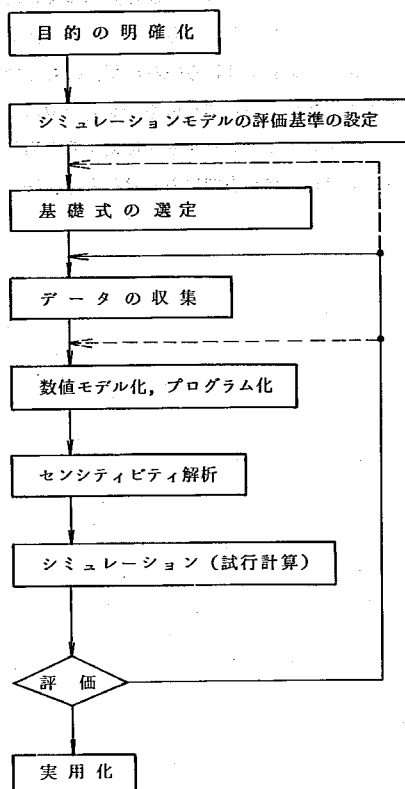
解を求めるために必要なデータの収集を行う。シミュレーション実施上の最大の難関はデータの収集である。測定技術の向上、データの継続的な収集を行うような「データ収集システム」の確立などが望まれる。

(4) 数値モデル化とセンシティビティ解析

基礎式の差分化などを行い、計算機の言語に置き換える作業、プログラム化を行う。この段階では、シミュレーションにどの程度の精度を要求しているかといった問題を考慮しながら行う必要があろう。また完成されたモデルのセンシティビティについて検討を行っておく必要がある。

(5) シミュレーションの実施

まず過去のデータを用いてシミュレーションを行う。そして現在の地下水の状態が計算機の中で再現できたと「評価」されたならば、ただちに予測を行う。また再現できなかった場合にはデータの信頼性の検討、境界条件の妥当性などについて検討を行う。そしてデータの補足・修正などを行った後、再度シミュレーションを行う。場合によっては基礎式を変更することもあり得る。



シミュレーションモデル作成の手順

基本的には以上のようなプロセスをたどればよいものと考えられる。特に(1)の作業は確実にしておく必要があるであろう。

6. お わ り に

現在のシミュレーションの問題点の多くは現象の複雑さ、あるいは情報量の不足に起因しているようである。その意味で、しっかりしたデータ収集システムの確立が望まれる。

シミュレーションはいろいろな制約のもとで、何んらかの単純化・近似を行って始めて可能になるものである。あたかも自然そのものを計算機の中に再現しているかのように見られることは、まったく困りものである。シミュレーションに対する正当な評価が、一部でなされていないように思われる。シミュレーションは有効な手段ではあるけれども、決して絶対的なものではないことを承知しておく必要があろう。

3) 地下水シミュレーションの問題点

東京都公害局 特殊公害課 島 津 暉 之

本章では今まで行われてきた地下水シミュレーションの問題点を検討することにする。ただし、この検討の目的は決して既存のシミュレーションに対する批判を行うためではない。あくまでより望ましいシミュレーションを模索するためであって、地下水シミュレーションの手法の開発に努力されてきた方々への敬意の気持は変わらない。

1. 地下水シミュレーションの必要性

(1) 自然涵養量についての誤解

地下水シミュレーションの目的は言うまでもなく、地下水の許容揚水量、すなわち、地下水位の低下を防ぐとともに地盤沈下を抑止できる揚水量を求めることにある。実際にこのシミュレーションを行わずに「安全揚水量」を求めようという立場もあるが、その科学的根拠は乏しい。例えば、49年夏に出された通産省の首都圏地下水理大規模調査報告書では南関東の調査対象地域の安全揚水量として135万 m^3 /日という数字が算出され、地盤沈下をとめるためには現在の揚水量152万 m^3 /日のうち、わずか17万 m^3 /日を削減するだけでよいという結論が述べられている。ここで言う安全揚水量とは周辺地域から対象地域に流入してくる地下水流入量を計算したものである。しかし、周辺地域から地下水が流入してくるのは対象地域における地下水の大量汲み上げによってそこでの地下水位がひどく低下し、そのために周りの地下水が強制的に引き寄せられているからであって、この地下水流入量と自然涵養量とは全く別物である。この報告書ではそれにもかかわらず、このような地下水の流れが自然に存在していると考えて、「周辺地域からの地下水流入量」＝「地盤沈下を抑止できる安全揚水量」としている。

この考え方は現在すでに否定されている「浦和水脈説」の考え方と同じである。浦和水脈説とは武蔵野台地に降った雨が地下に浸透してとうとうと流れる地下水脈を形成し、その地下水脈が浦和を通して南下し、城北江東地区の地下水を涵養しているという説である。しかし、流れが地形に左右される自由地下水の場合はともかくとして、自由地下水より下にあって、実際の利用対象になっている被圧地下水の場合はこのような自然の流れは存在しない。

すなわち、南関東地方地盤沈下調査会によって昭和45年に確立された関東地下水盆説で明らかのように、関東地域の被圧地下水は本来はおわんにたまった溜り水であって、揚水がなければ動くものではない。しかし、揚水によって部分的に地下水位が低下すれば、その水位の不均衡をなくすために地下水が流動する。現在みられる地下水の流れとはこのような人工的なものでしかない。

そして、被圧地下水盆への自然の涵養は自由地下水を通して行われる。自由地下水は常時、雨水の補給を受けているが、その補給量の大半は河川の基底流量として流出してしまうため、被圧地下水へ転化する水量はあまり多くない。浦和水脈説で考えられていた補給水量よりはるかに小さい。

(2) 許容揚水量についての誤解

もう一つ、上述の通産省の報告書の考え方で問題なことは「自然涵養量」イコール「地盤沈下を抑止で

きる安全(許容)揚水量」としている点である。揚水量を自然涵養量に等しくすることは地下水盆地全体の平均水位が一定水位に保たれることを意味しており、平均水位が一定になっても地区ごとには水位の低下又は上昇の傾向が当分の間続く。それはともかく、たとえ今後の水位低下が食い止められたとしてもそれだけでは地盤沈下は止まらない。地盤沈下は主に粘土層の収縮によるものであるが、この粘土層の収縮はきわめて緩慢に進み、或る年の水位低下による粘土層の収縮はその後数年以上にわたって進行することが多い。それは粘土層が水をきわめて通しにくいいため、粘土層の中に長い間過剰水圧が残るからである。したがって、帯水層の地下水位をこの過剰水圧より高いレベルまで回復しないと、粘土層の収縮を止めることができない。したがって、地盤沈下を完全に抑止するためには地下水位を現状程度に維持するだけでは不十分で、それより格段に高いレベルまで回復する必要がある。

以上述べてきたように、地盤沈下を抑止できる許容揚水量を求めるためにはまず被圧地下水盆地における水の収支から地下水位と揚水量の関係をとらえ、次に粘土層の収縮を停止させる地下水位レベルを調べることが必要である。このような被圧地下水盆地における水の収支は地下水の賦存状態を電子計算機の中に再現することによって解くことができる。これが地下水シミュレーションである。

2. シミュレーションの基本条件

一般にシミュレーションの良悪を判定する条件としてシミュレーションによる計算結果が実際の数値と一致するかどうかだけが取り上げられることが多いが、これは基本的に間違っている。シミュレーションという言葉からも明らかなように、地下水シミュレーションは実際の地下水の流れ、地下の構造を可能な限り再現したものでなければならず、ブラックボックス的手法で単に計算結果を実際の数値に合わせるものであってはならない。つまり、良いシミュレーションとは各種ファクターが計算結果に及ぼす影響のメカニズムが明確なものを意味するのであって、たとえ計算結果と実際の数値との間に差が生じて、その理由を各種ファクターの値のとり方で説明できるものであればよい。このように実際の構造を的確に再現することがシミュレーションの基本条件である。この基本条件をどの程度満たしているかという観点から既存の地下水シミュレーションの検討を行うことにする。

3. 既存の地下水シミュレーション

今まで数多くの地下水シミュレーションが行われてきているが、筆者の手元にある地下水シミュレーションの報告書は次の10冊である。本章ではこれらの報告書を土台にして、問題点の検討を進める。

A. 柴崎達雄氏のグループ

- | | | | | |
|-----|-------------------------|----------|----|--------------|
| A 1 | 佐賀白石平野の被圧地下水のシミュレーション | (1967年頃) | …… | 平面2次元の多角形モデル |
| A 2 | 東京多摩地域の被圧地下水のシミュレーション | (1969年) | …… | “ ” |
| A 3 | 平塚市の被圧地下水のシミュレーション | (1969年) | …… | “ ” |
| A 4 | 七尾市の地盤沈下シミュレーション | (1972年) | …… | 準3次元の格子モデル |
| A 5 | 船橋市の深層地盤沈下のシミュレーション | (1973年) | …… | 断面2次元の格子モデル |
| A 6 | 春日部～川越周辺地域の地盤沈下シミュレーション | (1973年) | …… | “ ” |
| A 7 | 市原市の地盤沈下シミュレーション | (1974年) | …… | “ ” |

B. 権根勇氏のグループ

B 1 江東・城北地区の被圧地下水のシミュレーション (1969年) 平面2次元の多角形モデル

B 2 市原市の被圧地下水のシミュレーション (1973年) 平面2次元の格子モデル

C. 新藤静夫氏

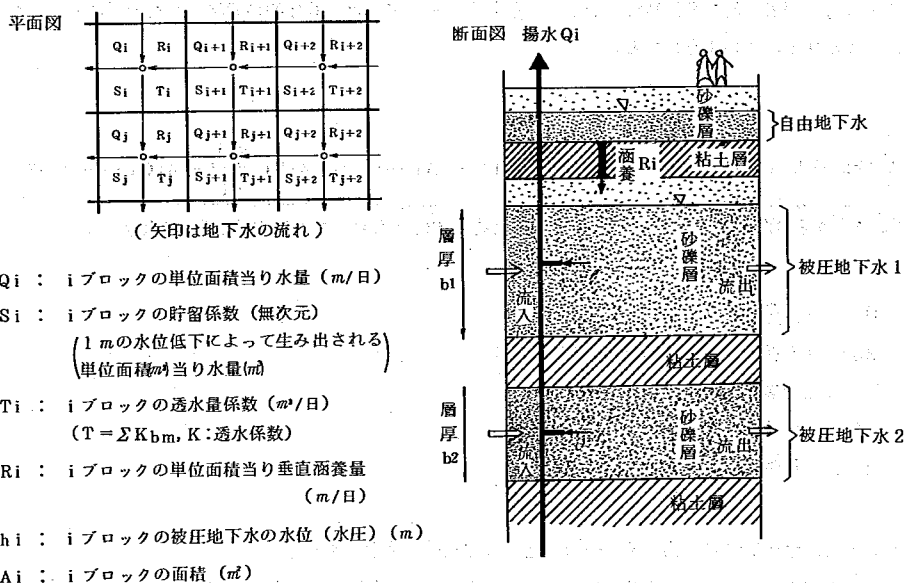
C 1 東京・埼玉地域の被圧地下水のシミュレーション (1974年) 平面2次元の格子モデル

4. 地下水シミュレーションの基本型

地下水シミュレーションモデルには平面2次元、準3次元、断面2次元の三つの型がある。各々の特徴は次のとおりである。

(1) 平面2次元シミュレーション

被圧地下水の水位は地層が異なっても垂直方向には同じという前提で、次の図のように対象地域を数多くのブロックに切って、ブロック間の水平方向の流動状況を調べるものである。



平面2次元の格子モデルの収支式

$$\sum_k (h_k - h_i) T_{ik} + A_i R_i = A_i S_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + A_i Q_i \quad (1)$$

周辺4面からの流入量 垂直涵養量 貯留量の増加量 揚水量

図-1 平面2次元モデル

例えば、B2の報告書では各条件を次のように定めてシミュレーションを行っている。

T : 300 m³/日 (一部の地域 100 m³/日)

S : 0.15

垂直方向の涵養量 R : S に含めてゼロとする。

水平方向の境界条件 : 海測、山測の地下水位を一定、その他の境界からの流入はゼロとする。

この平面2次元モデルには垂直方向の地層収縮量が入らないため、求められるのは地下水位と揚水量の関係だけである。地下水位と地層収縮量の関係を求めるためには別途、圧密収縮の計算を行う必要がある。

なお、平面2次元モデルには多角形モデルと格子モデルの二つがある。前者が一ブロックを市町村等の行政区画単位にとるのに対して、後者は対象地域を適当な間隔のメッシュで切ってその正方形の区画を一ブロックとする。

(2) 準3次元シミュレーション

準3次元シミュレーションとは平面2次元モデルの垂直涵養量の項を〔自由地下水から被圧地下水への転化量〕と〔両者を隔てる沖積粘土層からの絞り出し量〕に分けて具体的に表現したものである。すなわち、式で示すと、次のようになる。

$$\sum_k^4 (h_k - h_i) T_{ik} + A_i (H_i - h_i) K' / b' + A_i S_{qi} = A_i S_i \frac{\partial h_i}{\partial t} + A_i Q_i \quad \text{.....(2)}$$

周辺4面からの流入量
自由地下水からの転化量
絞り出し量
貯留量の増加量
揚水量
(漏水量)

H_i : 自由地下水位 (m)

S_{qi} : 粘土層からの単位面積当り絞り出し量

K' : 粘土層の透水係数

b' : 粘土層の層厚

その他の記号は(1)式と同じ。

このうち、粘土層の絞り出し量 S_{qi} は圧密計算と同様な方法で求める。

この準3次元シミュレーションを用いると、揚水量と被圧地下水位の関係だけでなく、沖積粘土層の収縮量と揚水量の関係も求めることができる。しかし、沖積粘土層より下にある粘土層の収縮量を求めるためには別途、圧密計算が必要である。したがって、このシミュレーションは沖積層の収縮が地盤沈下の主要原因になっている地域に適用される。

(3) 断面2次元シミュレーション

断面2次元シミュレーションとは下図に示すように、垂直断面をグリッドで切って数多くの長方形のセルに分割し、そのセルについて水収支を考えるものである。したがって、水平面については一方向の水の流れしか扱うことができない。水収支式は次に示すように基本的には平面2次元モデルと同じである。

$$\underbrace{\sum_k^4 (h_k - h_i) K_{ik} \frac{A_{ik}}{l_{ik}}}_{\text{上下左右4面からの流入量}} = \underbrace{A_i S_i \frac{\partial h_i}{\partial t}}_{\text{貯留量の増加量}} + \underbrace{A_i Q_i}_{\text{揚水量}} \dots\dots\dots (3)$$

上下左右4面からの流入量 貯留量の増加量 揚水量

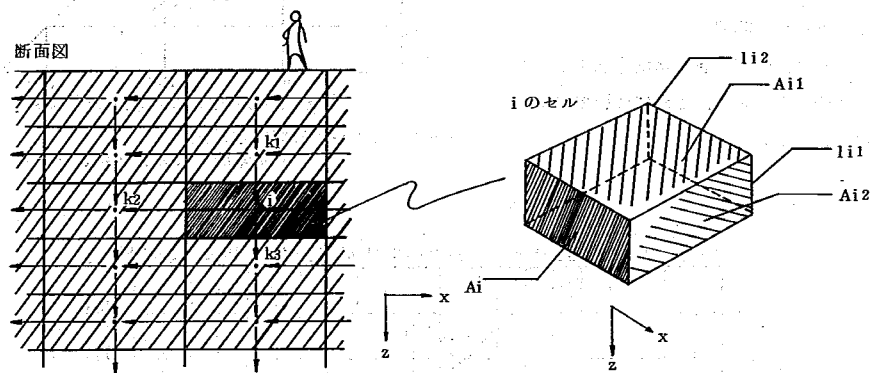
K_{ik} : i セルと k セルの間の透水係数 (m /日)

A_{ik} : i セルと k セルの間の断面積 (m^2)

l_{ik} : i セルの中心と k セルの中心の間の距離 (m)

A_i : i セルの Y 方向の断面積 (m^2)

その他の記号は(1)式と同じ



(矢印は地下水の流れ) 図-2 断面2次元モデル

更に、垂直2次元モデルでは各セルがそれぞれの水圧変化に比例して弾性的に収縮すると仮定し、各セルの収縮量を求める。それゆえ、このモデルを用いると、揚水量と地下水位の関係だけでなく、地層全体の収縮量つまり地盤沈下量も計算することができる。

以上のように地下水シミュレーションには三つの型がある。次にそれぞれの型の問題点を検討する。

5. 断面2次元シミュレーションの問題点

(1) 垂直方向の水の流れについて

① 断面2次元モデルの考え方

断面2次元モデルでは垂直方向の水の流れが次のように考えられている。

- i 井戸の層別揚水量は各帯水層におけるストレーナーの長さに比例する。
- ii その層別揚水により生じた帯水層間の水圧の差を埋めるため、地下水が難透水層を通して垂直方向に流動する。

② 各帯水層の水圧の均一化

①の考え方の妥当性を検討する上で重要な事実がある。それは各帯水層の水圧(水位)の均一化である。図-3は東京多摩地域の深井戸のデータを整理してストレーナーの深さと地下水位の関係を調べたものであるが、この図をみると、35年頃は深さによって地下水位がかなり違って

いたが、43年には深さにかかわらず、ほぼ一定の地下水位がみられるようになっている。また、図-4は東京板橋区の観測井の水位の経年変化を示したものである。この観測井は同じ場所に3本掘られていて、それぞれストレーナーの深さが違っている。この図をみると、46年頃までは帯水層により10～40 mの水位の差があったが、それ以降は帯水層間の水位の差が小さくなる傾向がみられる。

③ 均一化の解釈

このように、各帯水層の水位（水圧）は均一化する傾向があるが、これについては次の三つの解釈がある。

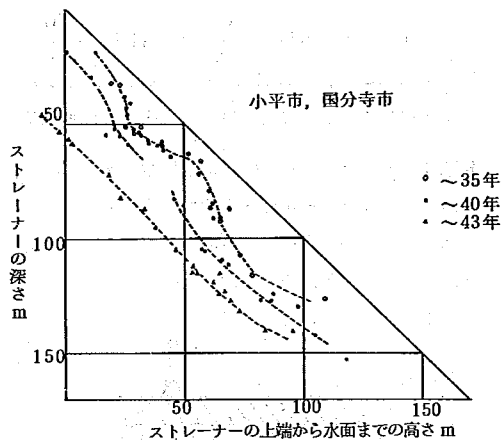


図-3 帯水層の層準別水頭変化
(新藤静夫氏の論文による)

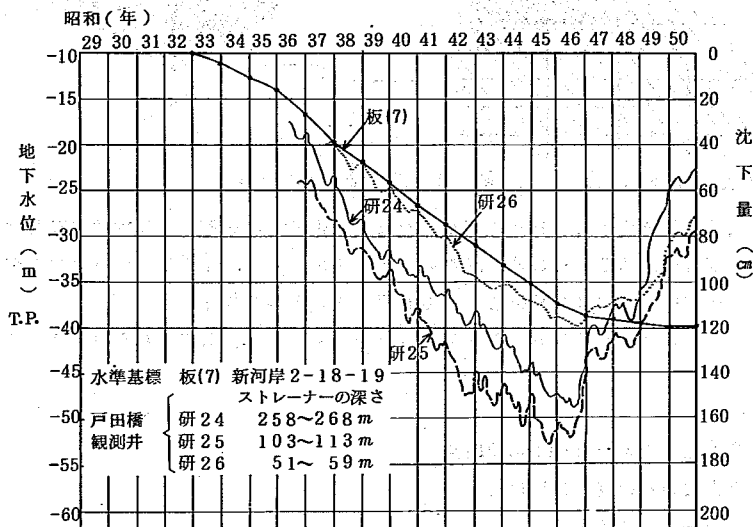


図-4 板橋区観測井の地下水位変動と水準基標の累計沈下量図
(東京都土木技術研究所「昭和50年地盤沈下調査報告」)

a. 「帯水層の間を遮断する難透水層は全く水を通さないと考えられているが、上下の帯水層間の水圧差が大きいと、その難透水層をかなりの水量が流動する」(山本「揚水試験と井戸管理」p6)：

しかし、洪積層における通常の粘土層の透水係数は 10^{-8} cm/sec のオーダーであるから、上下の帯水層間の水圧差が大きくなっても水の移動速度は依然としてきわめて遅い。更に粘土層の中に過剰水圧が残っているので、通常は難透水層を通しての水の動きはほとんどないと考えられる。

b. 「難透水層は全く連続して帯状に存在しているのではなく、いわばレンズ状に散在している。それゆえ、

異なる帯水層の地下水でもどこかで直接つながっていて互に行き来がある」：しかし、この説だと、帯水層間の水圧の差は最初から小さくなければならない。つまり35～40年頃、顕著な水圧差がみられて、最近になって水圧差が少なくなってきた理由を説明できない。

c.「多層採水の井戸が多いので、井戸を通じて異なる帯水層の地下水が流動する。また、井戸を巻く砂利を通じても地下水は流動する（砂利巻き井戸※）」：図-3の場合、実際に井戸の本数がふえるにしたがって、地下水圧の差が小さくなってきており、この説が最も妥当と考えられる。

（p 99 の注1 参照）

※ 掘削した井戸の穴とケーシングの間の隙間には砂利が詰められる。ただし、自由地下水と被圧地下水の間の部分には粘土を詰めて、自由地下水が直接、被圧地下水に侵入して汚染しないようにする。

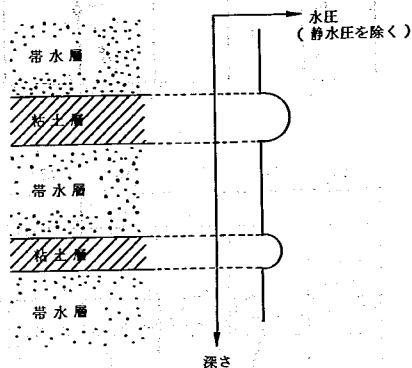


図-5 垂直方向の水圧分布

④ 垂直方向の水圧分布

上記の3説のうち、c説を採用すると、垂直方向の水圧分布は模式的には図-5のようになる。帯水層の水圧はどの帯水層でもほぼ等しく、各粘土層の中に過剰水圧が残る形となる。これに対して断面2次元シミュレーションによって得られる垂直方向の水圧分布は図-6に示すように随分違う。帯水層の層厚の大きいところ（ストレーナーの長いところ）の水圧が最も低くなって、そこから同心円状に水圧が高くなっている。このように断面2次元モデルによって得られる水圧分布は実際の水圧分布と基本的に異なる可能性が強い。

⑤ 井戸に流入する地下水

断面2次元モデルでは井戸の層別揚水量は各帯水層におけるストレーナーの長さに比例するという仮定がおかれている。しかし、実際に帯水層間で少しでも水圧差があれば、最も水圧の高い帯水層からの流入量が卓越するので、この仮定も疑問である。この最も水圧の高い帯水層からの流入水は揚水のほとんどを賄うとともに、水圧の低い帯水層へ逆流する。このことは井戸を掘る際にストレーナーの位置をふやすと、かえって揚水量が減る場合があることから裏付けられる。ただし、一番上層の被圧地下水は最近、自由地下水化しているので、水位の低下によって有効間隙分の水量が生み出されるが、それより下層の被圧地下水の場合は主に地層の収縮によって水が生み出されるだけであるから、そこからの流入量は大した量にはならない。しかし、長期的には多くの井戸を通じての垂直方向の水の流れによって一番上層の被圧地下水の帯水層の水がそれより下の帯水層に補充される。したがって、井戸にどの帯水層の水が流入しようと、結局は間接的に一番上層の帯水層の水が消費されることになる。（p 99 の注2 参照）

(2) 水平方向の水の流れについて

前述のように断面2次元モデルでは水平面の水の流れはX方向だけで、Y方向の水の流れは全く考えていない。XY方向を同時に考える平面2次元モデルの意味が失なわれている。Y方向に井戸が均一に分布している場合ならばともかく、このY方向の省略は計算結果を現状と大きく乖離させる危険性がある。

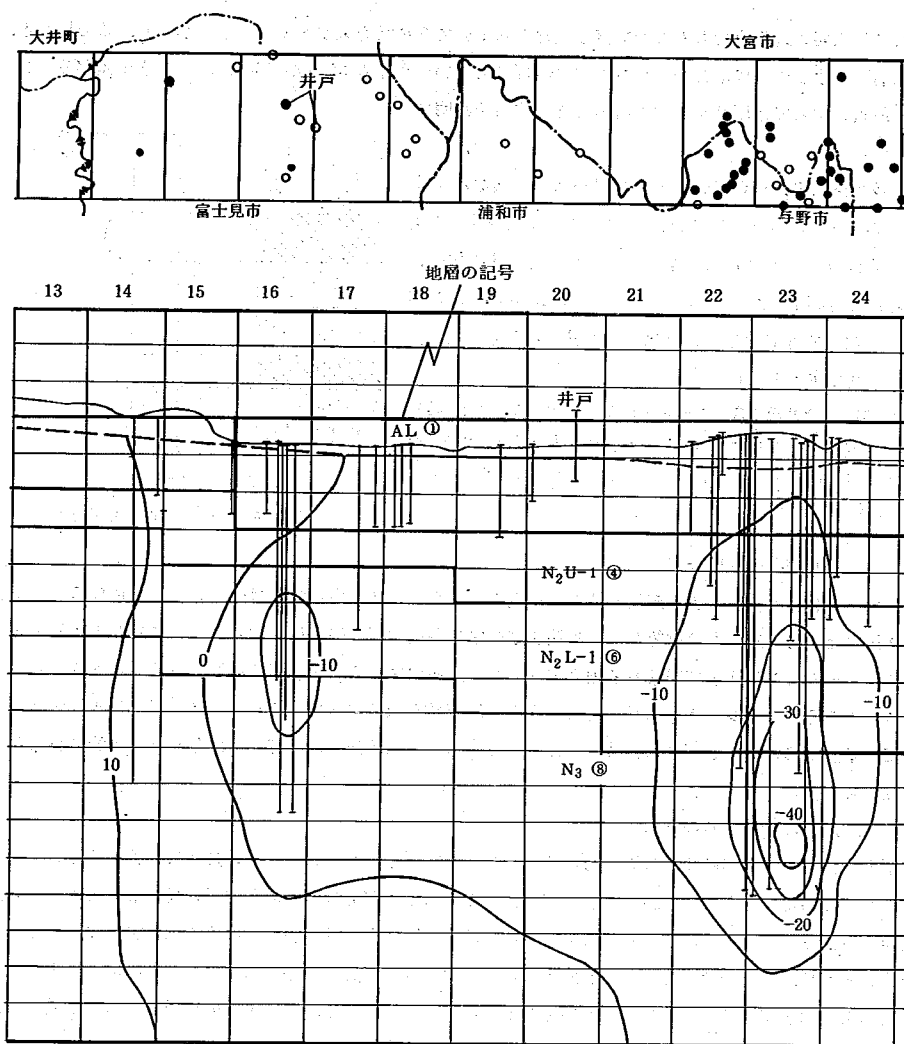


図-6 断面2次元モデルによる水圧分布

(A6の報告書による)

(3) 自由地下水からの補給について

断面2次元モデルでは自由地下水から被圧地下水への漏水量は両者の水圧差に比例するという考え方が採用されている。つまり、自由地下水の帯水層を一番上層のセルとして、その下の被圧地下水の帯水層セルとの水圧差に比例して、漏水が生じるという仮定である。

しかし、多くの地域では被圧地下水の水位低下が著しいため、その水位のレベルは(自由地下水と被圧地下水を遮断する)粘土層の下端より下の位置にある。一番上層の被圧地下水は粘土層による被圧がなく、いわば、自由地下水化していると考えてよい。この場合、自由地下水からの漏水量は被圧地下水の水位とは無関係に、専ら自由地下水の水位だけできまることになる。

6. 準3次元シミュレーションの問題点

(1) 漏水量と絞り出し量について

準3次元モデルの(2)式では漏水量と粘土層からの絞り出し量が別々に扱われ、各々の水量が別の要因できまるようになっている。しかし、実際には図-7に示すように漏水量は粘土層の中の水圧分布に左右されるため、漏水量と絞り出し量を独立に扱うことはできない。つまり、(2)式で示されるような漏水は粘土層の中の過剰水圧がゼロになった時(絞り出しがゼロになった時)に生じるのであって、過剰水圧がかなり残っている時点ではその過剰水圧に邪魔されるため、自由地下水から被圧地下水に転化する水量(漏水量)はわずかなものとなる。このように漏水量と絞り出し量を一体のものとして計算しなければ、過大な補給水量が求められてしまう。

(2) 計算結果についての疑問

準3次元モデルの計算結果(A4)をみると、今後の揚水量の増加をおさえるだけで地下水位の低下が止まり、同時に地盤沈下が停止することになっている。しかし、この計算結果は疑問である。なぜなら、従来の揚水量で地下水位の急激な低下と地盤沈下が引き起こされてきたわけであるから、今後も同程度の揚水を続けて、水位低下と沈下が停止することはありえない。そして、たとえ水位の低下が止まったとしても、圧密収縮によって残留沈下は続くはずである。このようにA4の計算結果は不可解である。その原因をいろいろと検討してみたが、明確な原因をつかむことはできなかった。計算上、何らかの誤りがあったものと思われる。

7. 平面2次元シミュレーションの問題点

(1) 貯留係数の値について

① 従来のモデルの貯留係数のとり方

平面2次元シミュレーションの報告書(A1~A3, B1, B2, C1)をみると、貯留係数のとり方には次の三つのタイプがある。

- 一律に0.15等の値をとる(B1, B2)
- 産出率(単位面積当り揚水量/水位低下量)をそのまま用いるか又はそれに適当な係数(0.1等)をかける(A1, C1)
- 透水量係数から所定の式を使って求める(A2, A3)

しかし、以上のa, b, cとも貯留係数の値のきめ方について左程の根拠はない。まず、aは全くの仮定値であり、bの産出率は水平方向の地下水流動や垂直涵養も含めたものであるため、貯留係数と直接の関係はない。そして、cについても透水量係数と貯留係数との一定の関係は一般には存在しない。このように、各報告書とも貯留係数のとり方に苦労しているのは揚

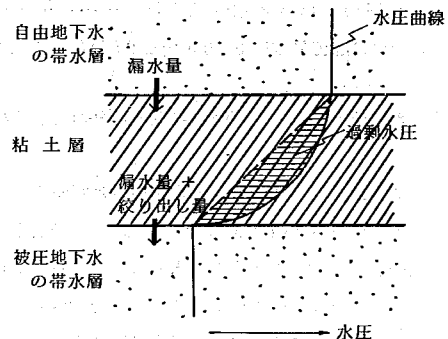


図-7 漏水量と絞り出し量

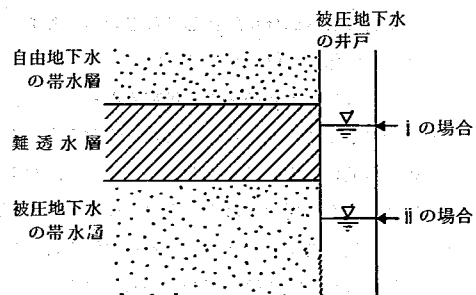


図-8 被圧地下水の水位レベル

水試験から得られる貯留係数をシミュレーションに使うことができないからである。被圧地下水の揚水試験によって求められる貯留係数は $10^{-3} \sim 10^{-5}$ という非常に小さな値になることが多いが、このように小さな貯留係数を用いると、若干の揚水で急激な水位低下を引き起こすことになってしまう。

② 貯留係数の意味

しかし、貯留係数の値を仮定することにしてももっと根拠のある求め方をすべきである。貯留係数の意味は次のように被圧地下水の水位のレベルによって異なる。(図-8参照)

I 水位低下によって不飽和になる部分がない場合

$$\text{貯留係数} = Sr \cdot b (\alpha + n\beta) \dots\dots\dots (4)$$

n : 各地層の間隙率 0.25 ~ 0.70

r : 水の単位体積重量 1 g/cm^3

b : 各地層の層厚

α : 各地層の体積圧縮係数。通常は砂層の場合 $1 \sim 5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$, 粘土層の場合 $1 \sim 5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{kg}$ であることが多いが、先行荷重を受けた地層の場合はもっと値が小さくなる。なお、粘土層の場合は圧密収縮であるので、時間的なずれを加味したものを α とする必要がある。

β : 水の圧縮率 $4 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kg}$

通常は $n\beta$ より α の方が一桁以上大きいので、貯留係数は次式で近似される。

$$\text{地層の収縮量} / \text{水位低下量} \dots\dots\dots (5)$$

この場合の貯留係数は 0.005 ~ 0.05 の範囲に入ることが多い。

II 水位低下によって不飽和になる部分ができる場合(一番上層の被圧地下水が自由地下水化している場合)

$$\text{貯留係数} = [\text{一番上層の帯水層の有効間隙率}] + [(4) \text{又は}(5) \text{式による計算値}] \dots\dots\dots (6)$$

この場合の貯留係数は 0.15 ~ 0.25 の値をとることが多く、I の場合より約 1 桁大きい。

以上のように、被圧地下水の水位のレベルがどこにあるかによって貯留係数の意味と値が異なってくる。シミュレーションにおいてはこのことを考慮した上で、地層の収縮量や有効間隙率の指定値から貯留係数を求めるべきである。なお、揚水試験で $10^{-3} \sim 10^{-5}$ という小さな貯留係数が得られるのは短期間の地下水の流動しかとらえられていないからであろう。すなわち、揚水試験では最も水圧の高い帯水層からの流入が卓越するため、(4)式において b がその帯水層の層厚だけとなり、また、短期間であるために α のうち、粘土層による部分が無関係でないからであると推定される。

(2) 透水量係数の値について

① 従来のモデルの透水量係数のとり方

既存の平面 2 次元モデルには透水量係数のとり方に二つのタイプがある。

a. 揚水試験による値を用いる (A1 ~ A3, C1)

例えば A3 の場合はほとんどの地域で $100 \sim 500 \text{ m}^3/\text{日}$ 、C1 の場合は大半の地域で $100 \sim 750 \text{ m}^3/\text{日}$ 一部の地域で $750 \sim 2,000 \text{ m}^3/\text{日}$ の値をとっている。

b. 一律に $300 \text{ m}^3/\text{日}$ 等の値を用いる (B1, 2)

しかし、a, b ともオーダーは同じであるからいずれのモデルも揚水試験による値が基礎になっている。

② 揚水試験による透水量係数の意味

洪積砂礫層の透水係数は通常、 10^{-2} cm/sec の前後の値をとる。南関東地域などでは洪積層の厚さが400m以上あることが多いが、この場合、帯水層(砂礫層)の全層厚は200mを越えている。この 10^{-2} cm/sec と200mという数字を使って透水量係数を求めると、次の値が得られる。

$$\text{透水量係数} = 10^{-4} \text{ m/sec} \times 8.64 \times 10^4 \text{ sec/日} \times 200 \text{ m} \div 1,700 \text{ m}^2/\text{日}$$

一方、揚水試験によって得られる透水量係数は100~500 $\text{m}^2/\text{日}$ であることが多く、上記の計算値より一桁近くも小さい。このような差が生じるのは揚水試験の場合、前述のように最も水圧の高い帯水層からの流入が卓越するため、その帯水層の透水量係数しか測定できないからだと推定される。その点で全帯水層を対象とする地下水シミュレーションにおいては揚水試験による透水量係数は用いるべきではない。

③ 透水係数の安定性

それでは各帯水層の層厚に層別透水係数を乗じたものの和を用いるべきかという、この方法についても問題が残されている。それは透水係数の安定性の問題である。透水係数を一定とするダルシーの法則は動水勾配が比較的大きい場合の実験から得られたものであって、被圧地下水のように $1/1,000 \sim 1/100$ という小さな動水勾配の場合にもそのまま適用できるかどうかは明確ではない。このような小さい動水勾配についての透水試験が少し行われてきている。図-9はその試験結果を示したものである。この図をみると、砂層の場合、動水勾配 $1/1,000 \sim 1/100$ の範囲で透水係数が大きく変化しており、実際の地下水の流動はダルシーの法則に従わない部分がかなりあると推定される。すなわち、多少の動水勾配では地下水がほとんど流動していないことが予想される。この点については低動水勾配における透水試験の実験を積み重ねて動水勾配と透水係数の関係をもっと明確にする必要がある。

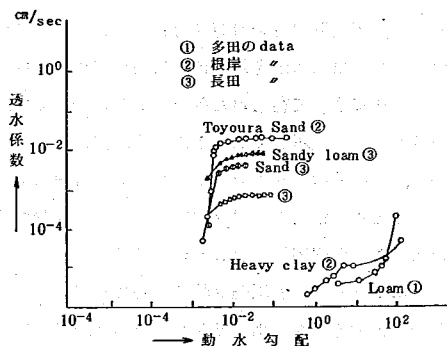


図-9 動水勾配と透水係数の関係

(竹中肇氏の論文による)

(3) 垂直方向の涵養量について

① 既存のモデルにおける垂直方向の涵養量の考え方

既存の平面2次元モデルには垂直方向涵養量の設定の仕方に二つのタイプがある。

a. 垂直涵養量をゼロと仮定する (A1, B1, B2, C1)

b. シミュレーションの計算結果が実状とよく合う貯留係数を求め、その貯留係数と計算による貯留係数 (I)①の c 参照) の差から垂直涵養量を逆算する (A2, A3)

しかし、a, bとも妥当な考え方とはいえない。まず、aについては東京の江東地区のように厚さ30m以上の粘土層が帯状につながっていて自由地下水と被圧地下水を遮断している場合は垂直涵養量ゼロという仮定は正しい。しかし、東京の多摩地域のように自由地下水と被圧地下水を遮断する粘土層が連続していないために自由地下水から被圧地下水への転化(垂直涵養)が予想される場合はこの仮定は正しくない。垂直涵養がある地域でこの仮定をおくと、被圧地下水の水位の低下が続いている場合は実際の垂直涵養量

の分だけ貯留係数を大きくとらなければ水収支が合わない、逆に水位が上昇している場合は貯留係数を小さくしなければならない。bについても(1)の①で述べたように透水量係数から計算した貯留係数が左程根拠を持たないのであるから、それから求めた垂直涵養量もあまり根拠がないと考えられる。

② 自由地下水の収支の調査の必要性

垂直涵養量の問題は仮定のおき方で解決するものではなく、やはり実際の調査で垂直涵養量を求める以外に方法はない。この涵養量は涵養予想地域における自由地下水の収支を調べることによって求められる。すなわち、雨量、蒸発量、表面流出量、自由地下水の流動量等を調べれば、それらの収支の差から垂直涵養量を推定することができるはずである。自由地下水の収支を調査した例はいくつかあるが、ここでは(故)平田重夫氏が本郷台、白山における不圧地下水涵養機構の調査で用いた水収支式を別紙1に紹介しておく。ただし、この調査では対象地域の性格上、被圧地下水への転化量の項が水収支式に入っていない。

〔補〕 地層の収縮量の計算について

平面2次元モデルを用いた場合、求められるのは揚水量と地下水位の関係だけであって、地層の収縮量は計算されない。地層の収縮量を求めるためには平面2次元シミュレーションによって得られた地下水位を所与として、圧密収縮等の計算を行わなければならない。この地層の収縮については中山哲、小笠原弘信の両氏が東京の東久留米を対象にして層別収縮量を綿密に計算した例がある。この東久留米の例ではまず、ボーリングによって得られた各層の試料について高圧三軸圧縮試験を行って、各層の体積圧縮係数や圧密係数等を求め(別紙2の表-1参照)、次に、各年の地下水位を所与として、その水位変化と体積圧縮係数、圧密係数から各年の層別収縮量を計算している。砂層の場合は各年の水位変化と収縮量が一対一に対応するが、粘土層の場合は収縮が緩慢に進むため、別紙2の表-2に示す圧密計算を行っている。別紙2の図-11が収縮量の計算結果である。

このようにボーリングと圧縮試験によって各層の土質定数を求めた上で収縮量の計算を進めることは大変望ましいことであるが、ボーリングや圧縮試験は各地区について行えるものではない。したがって、各地区の収縮量を求める場合は各地区の地質構造をよく把握した上で、東久留米の圧縮試験結果等を参考にしながら、地層の粒度構成から土質定数を推定せざるをえない。そのような方法で土質定数が推定されれば、各年の地下水位の変化を所与として、各年の収縮量を求めることができる。

ただし、地層によっては先行荷重を受けていて、同じ水位低下でもあまり収縮しない場合があるので、計算による収縮量が水準測量の結果と一致するように土質定数を修正する必要がある。例えば、東京の多摩地域をみると、北部と南部は今まで同程度の地下水位の低下があつたにもかかわらず、地盤沈下は北部に限られている。多摩南部の地層が収縮しにくいのは大昔、多摩川によって表面の地層が侵食されたからであろう。つまり、現在の地層は昔、表面にあつた地層による先行荷重を受けているため、地下水位の低下によって荷重が増加してもあまり収縮しないと考えられる。このように、収縮量の計算においてはこの先行荷重も考慮に入れる必要がある。

8. 地下水シミュレーションの今後の課題

以上、各種シミュレーションの問題点を検討してきた。どのシミュレーションも多くの問題点があり、まだまだ改善の余地があることがわかった。ただし、筆者の個人的意見としては断面2次元モデルや準3次元モデルは地下水位だけでなく、沈下量も同時に求められる点で大変魅力的な方法ではあるけれども、

より単純な平面2次元モデルの方がかえって実際の地下水の流れを再現しやすいのではないかと思う。今後、平面2次元の地下水シミュレーションを行う場合、事前に次の四つの課題が解決されていることが望ましい。このうち②は一般的な課題であり、①、③、④はシミュレーションの対象地域についての課題である。これらの課題が解決されれば、平面2次元シミュレーションは実際の地下水の流れをかなりよく再現できるようになると考えられる。

①自由地下水の収支の調査を行って、垂直涵養量を把握すること。

②透水係数と動水勾配の関係についての室内実験を行って、低動水勾配領域における透水係数の値を明確にしておくこと。

③井戸の柱状図やボーリング資料から地質構造を明確にして、貯留係数、透水係数、体積圧縮係数のオーダーを推定しておくこと。ただし、貯留係数については水位のレベルを考慮する必要がある。

④被圧地下水の水位の観測を広範囲に、また長期的に行って流れの状況をよく把握し、①との関係を明確にしておくこと。

〔注1〕図-4における各帯水層の水位の均一化は図-3と異なって井戸の本数がふえることによるものではない。この場合は、46年末に揚水量の大半を占める160m以浅の揚水が停止され（法律による規制）、特定の帯水層（研25）への揚水集中がなくなって、水位の均一化が進んだと考えられる。したがって、図-4についてはb説でも説明できる。

〔注2〕単斜構造あるいはアーテシアン盆地構造になっている地域では周辺地区で地中に滲透した雨水が各帯水層の被圧地下水を涵養するが、この場合は各帯水層へ直接の補給があるので、主に一番上層の帯水層の水だけが消費されるということにはならない。

別紙 1. 本郷台、白山における不圧地下水の水収支式

(平田重夫氏の論文による)

水収支式

地表から東京層のシルト層までの範囲内の水の動きを把える場合、深度 15 m までの単位面積の土柱について次のような水収支式が成り立つものとする。

$$P + W = Et + R + \Delta m_{0 \sim 15} + G \quad (1)$$

この土柱は構成物質の性質から、上部の関東ローム層、山ノ手粘土層の部分(深度 0 ~ 8 m)と、下部の山ノ手砂礫層、東京層の部分(深度 8 ~ 15 m)とに大別できる。深度 8 m までの土柱については、

$$P = Et + R + \Delta m_{0 \sim 8} + D \quad (2)$$

深度 8 ~ 15 m の土柱については、

$$D + W = \Delta m_{8 \sim 15} + G \quad (3)$$

あるいは、

$$D' + W = \mu \cdot \Delta H + G \quad (4)$$

である。ここで P : 降水量, Et : 蒸発散量, 山ノ手粘土層以深からは蒸発散への供給がないと考えられるので、この項は 8 m 以深の土柱には関与しない。R : 表面流出量, Δm : 土壌水分変化量、サフィックスは対象深度 (m) を示す。G : 地下水流出量, W : 主帯水層への人工的涵養量, W の項は、観測点での関東ローム層中の土壌水分量に変化を与えることなく主帯水層の水量に影響する項で、上下水道の漏水量から浅井戸の揚水量を差引いた値である。土壌水分観測点の側には上下水道の配管はなく、また、関東ローム層中の水平方向の水分移動は垂直方向のそれに比べて無視しうほど微小であるから、W は観測点での深度 8 m までの土壌水分観測値には影響せず、8 ~ 15 m の層にのみ加算される。浅井戸の揚水量についても同様である。D, D' : いずれも関東ローム層下底から主帯水層への自然涵養量, ΔH : 地下水位の変化, μ : 地下水位変化部の平均有効空隙率、単位はいずれも mm である。

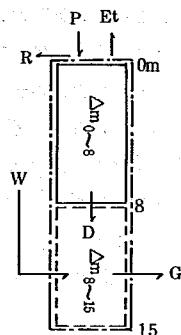


図-10 水収支計算モデル

P : 降水量, Et : 蒸発散量,
R : 表面流出量, $\Delta m_{0 \sim 8}$: 深さ
0 ~ 8 m の土壌中の水分変化量,
G : 地下流出量, W : 人工的涵
養量, D : 自然涵養量

別紙 2. 東久留米地区の沈下量の計算 (中山氏, 小笠原氏の論文による)

表-1 計算に使用した土質定数 (土質試験結果)

試料 番号	層区分 (m)	層厚 Δz (m)	層中央深 z (m)	層中央 有効圧 p (t/m ²)	体積圧縮係数 m _v (cm ² /kg)	圧密係数 c _v (cm ² /min)	透水係数 k (cm/min)
	表土	0.0	6.0	3.00	4.2		
○1	C	6.0	1.0	6.50	9.1	$8,500 \times 10^{-6}$	7.00×10^{-1}
○2	C	7.0	1.7	7.85	11.2	$12,500 \times 10^{-6}$	4.90×10^{-1}
*	S	8.7	30.2	23.80	31.2	600×10^{-6}	
○3	C	38.9	30.6	54.20	71.0	$3,600 \times 10^{-6}$	2.30×10^{-1}
○4	C	69.5	10.5	74.75	99.0	$1,780 \times 10^{-6}$	2.65×10^{-2}
	G	80.0	15.0	87.50	114.2		
○5	C	95.0	15.5	102.75	129.6	$1,680 \times 10^{-6}$	1.74×10^{-1}
●1	S	110.5	18.9	119.95	145.8	600×10^{-6}	
*	S	129.4	7.6	133.20	158.6	600×10^{-6}	
○6	C	137.0	23.0	148.50	171.7	$2,200 \times 10^{-6}$	3.10×10^{-1}
	G	160.0	11.0	165.50	187.0		
*	C	171.0	5.5	173.75	195.6	$2,290 \times 10^{-6}$	3.10×10^{-1}
●2	S	176.5	25.5	189.25	209.5	332×10^{-6}	
●3	S	202.0	89.7	246.85	262.7	470×10^{-6}	
	G	291.7	8.3	295.85	309.4		
●4	S	300.0	10.0	300.85	318.6	425×10^{-6}	
○7	C	310.0	28.0	324.00	336.4	$2,000 \times 10^{-6}$	2.28×10^{-1}
●5	S	338.0	54.0	365.00	373.6	138×10^{-6}	
●6	S	392.0	27.0	405.50	411.1	210×10^{-6}	
●7	S	419.0	14.0	426.00	431.0	224×10^{-6}	
●8	S	433.0	34.0	450.00	452.7	180×10^{-6}	
○8	C	467.0	62.0	498.00	494.4	830×10^{-6}	2.85×10^{-1}
	G	529.0	10.0	534.00	526.5		
○9	C	539.0	246.0	662.00	647.9	740×10^{-6}	1.15×10^{-1}
○10	C	785.0	218.4	894.20	866.2	860×10^{-6}	2.30×10^{-1}
		1003.4					

*土質試験をしていない層については、矢印の層から代用した。

表-2 単年及び累計沈下量計算書(粘土層の場合)

時間遅れを考慮した単年及び累計沈下量計算書													
場 所: 東久留米市				計算者: _____				計算年月日: 昭和 年 月 日					
深 さ: 137.0 ~ 160.0m				照査者: _____				照査年月日: 昭和 年 月 日					
主たる土質: 粘性土				排水条件: 片面排水 or 両面排水									
計算条件													
層 厚	$\Delta z = 23.0m$			備考: $m\nu = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \bar{p}} = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta \bar{p}}$, $U = \left[\frac{T^3}{T^3 + 0.5} \right]^{\frac{1}{6}}$ $T = \frac{c_v \cdot t}{\left(\frac{\Delta z}{A} \right)^2}$, $A = \begin{cases} 1 \text{ 片面} \\ 2 \text{ 両面} \end{cases}$									
体積圧縮係数	$m\nu = 0.0022 \text{ cm}^3/\text{kg}$												
圧 密 係 数	$c_v = 0.31 \text{ cm}^2/\text{min}$												
計 算				$S_f = (m\nu \cdot \Delta z) \cdot \Delta \bar{p}$, $\Delta U = U_i - U_{i-1}$, $\Delta S_i = S_f i - \Delta U_i + S_f i - 1 \Delta U_i + S_f i - 2 \Delta U_i + \dots + S_f i \cdot \Delta U_i$									
有効圧増分 $\Delta \bar{p}$ t/cm^2	2.80	4.80	4.00	2.40	2.30	3.25	2.20	2.55	2.45	2.55	1.50		
最終沈下量 S_f cm	1.417	2.43	2.02	1.214	1.164	1.645	1.113	1.290	1.240	1.543	0.759		
年	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1	S_f 1.417	ΔU 0.394	0.5583	0.2281	0.1658	0.1257	0.0937	0.0679	0.0482	0.0340	0.0239	0.0170	0.0123
2	2.43	0.161	0.9574	0.3912	0.2843	0.2155	0.1606	0.1164	0.0826	0.0583	0.0411	0.0292	0.0211
3	2.02	0.117		0.7959	0.3252	0.2363	0.1792	0.1335	0.0968	0.0687	0.0485	0.0341	0.0242
4	1.214	0.0887			0.4783	0.1955	0.1420	0.1077	0.0802	0.0582	0.0413	0.0291	0.0205
5	1.164	0.0661				0.4586	0.1874	0.1362	0.1032	0.0769	0.0558	0.0396	0.0279
6	1.645	0.0479					0.6481	0.2648	0.1925	0.1459	0.1087	0.0788	0.0559
7	1.113	0.0340						0.4385	0.1792	0.1302	0.0987	0.0736	0.0533
8	1.290	0.0240							0.5083	0.2077	0.1509	0.1144	0.0853
9	1.240	0.0169								0.4886	0.1996	0.1451	0.1100
10	1.543	0.0120									0.6079	0.2484	0.1805
11	0.759	0.00867										0.2990	0.1222
12		0.00636											0.0688
13		0.00473											
単年沈下量 ΔS cm	0.5583	1.1855	1.3529	1.2135	1.1996	1.3852	1.2453	1.2768	1.2584	1.3695	1.1036	0.7099	
累積沈下量 ΣS cm	0.5583	1.7438	3.0967	4.3102	5.5098	6.8950	8.1403	9.4171	10.6755	12.0450	13.1486	13.8585	

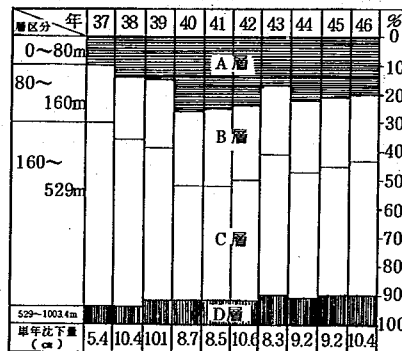


図-11 層別沈下比率の変せん(計算結果)

4) 地下水シミュレーションの方法と問題点

建設省土木研究所 水文研究室 北 川 明

(1) シミュレーションの基本的条件

地下水のシミュレーションとは、地下水の流動機構および水理地質構造を把握し、その本質のみを取り出して、モデル化を行い、実際の地下水の流れ、水位変動あるいはそれに伴う地下水障害を再現することである。よってシミュレーションの良し悪しは、各種要因がシミュレーション計算に与える影響程度が明確に把握されるかどうか、たとえシミュレーション計算結果と実際の値との差が生じたとしても、その根拠を各種条件の取りかたで明確に説明が可能かどうかということに存すると考えられる。

(2) 各種シミュレーションの基本形とそれによる実施例

1) 平面二次元シミュレーション

a. 平面二次元シミュレーションの基本式

平面二次元シミュレーションの基本式は次式で示される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \quad \dots\dots (4-1-1)$$

ここに

h : 水頭、 T : 透水量係数、 S : 貯留係数

左辺は水平方向の流出流入量差、右辺の第一項は、貯留量の増減（垂直方向の涵養量を含む場合もある）、第二項は単位面積当りの揚水量を表わす。平面二次元シミュレーションとは、垂直方向の流れを無視し、垂直方向の平均的な水頭の平面的な変動をシミュレートするものである。よって、透水量係数 T も水頭にそれほど依存しなくなつて、地下水の流動しやすさを表わす平均的な透水係数となる。また、垂直方向の流れは考えていないから、涵養量は、貯留量を増加させることによって補償される。つまり、貯留係数 S は被圧地下水の場合、被圧水の貯留係数よりはるかに大きい値（不圧地下水のそれに匹敵）が与えられることになる。

b. 平面二次元シミュレーションの実施例、市原市において、地盤沈下、塩水化等の地下水障害が発生したため、地下水の変動を長期間にわたってある程度予測することを目的として、平面二次元のシミュレーションが行なわれた。⁽¹⁾

シミュレーション対象地域の地質は凝灰質砂岩を基底とし、大局的にはほぼ北の方向に単斜するいわゆる単斜構造を形成している。揚水対象層は地表から700mの深さまでおよんでいる。

シミュレーション対象地域の面積は約240km²で、1km間隔のメッシュに切られ、時間ステップ1年でシミュレーションが行なわれた。同定問題では、均質帯水層で、貯留係数 S と透水量係数 T が全域同一である場合が調べられた。その結果、 $T=300\text{ ml/day}$ 、 $S=0.15$ の組み合わせが、現実の地下水位変動の状態をもつとも良く再現することが示

された。なお、境界条件は、山と海側で水位一定、その他の側で流入出がゼロというものである。また予測問題では、揚水が停止されたとしても、地下水の回復は遅く、場所によってはいぜんとして地下水位の低下がつづくことが示されている。

2) 準三次元シミュレーション

a. 準三次元シミュレーションの基本式⁽²⁾

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) - L(x, y, t) - Sq(x, y, t) \quad (4-1-2)$$

$$L(x, y, t) = \frac{k'}{b'} (H - h)$$

ここに、 $L(x, y, t)$ は漏水量、 $Sq(x, y, t)$ は絞り出し量、 k' は加圧層の透水係数、 b' は加圧層厚、 H は不圧帯水層の水頭である。ここで留意してもらいたいことは、主被圧帯水層および加圧層での流動によって、不圧層の貯留量はまったく影響を受けないという仮定が、準三次シミュレーションでの前提となっていることである。

絞り出し量は次のようにして計算される。加圧層内の流動を垂直方向の一次元で近似する。

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial z^2} = \frac{S's}{k'} \frac{\partial h'}{\partial t} \quad (4-1-3)$$

ここに、 h' は加圧層の過剰水頭であり、 $S's$ は比貯留量である。

上式は差分式に変換し、加圧層上面・下面での境界条件と、初期条件が与えられると、 h' についての数値解が得られる。そうすると次式で、単位時間ステップ間の絞り出し量が計算される。

$$St = \sum_{i=1}^n S's_i \Delta h'_i \Delta z \quad (4-1-3)$$

ここに、 $\Delta h'_i$ は i 番目加圧層内の地点での各期ごとの過剰水頭変化を表わす。 Δz は z 方向の分割幅である。

絞り出し量はそのまま加圧層の収縮量になるから、地盤沈下のシミュレートも可能となる。

準三次元シミュレーション計算の考え方は、まず、主被圧帯水層の水頭変化と漏水項を考慮して計算し、得られた水頭と不圧地下水の水頭差から絞り出し量を求め、揚水量と同様にインプットデータとみなし、次のステップでの主被圧帯水層の水頭変化を計算するものである。

b. 準三次元シミュレーションの実施例

石川県七尾市で発生している地盤沈下対策の検討のために、また、今後の対策の指針をうるために、準三次元シミュレーションが適用された⁽³⁾。

シミュレーション対象地域の地質構造は上位に不圧帯水層の沖積砂層、そして、地盤沈

下の起源すると考えられる沖積粘土層、それから主被圧帯水層を形成している洪積層と第三紀層およびその下位に位置する基盤岩類よりなる。

帯水層係数は現地資料の室内実験および、観測井群の観測記録の解析によって決定された。また内挿検定によって、不確定なパラメータが補正され次のように決められた。主被帯水層の貯留係数は全域にわたって 1×10^{-4} 、透水量係数は地下水盆の中心部で $20 \sim 30 \text{ m}^2/\text{day}$ 、隣接部で $80 \sim 90 \text{ m}^2/\text{day}$ で、これらは揚水試験結果と近似した値であった。加圧層の比貯留係数は一律に $1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ とされ、これは観測井の収縮—水頭曲線の解析から求められた見掛けの体積圧縮係数の平均値であった。加圧層の透水係数は最終的に補正されて $1.4 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}$ とされた。この値は室内試験値と比較するときわめて大きく、ほぼ砂質シルトの数値に相当するものである。

いくつかの案が提案されて、将来の沈下量の予測が行なわれた。上水道用水だけを現況以内に維持し、他の揚水は全面的に規制されれば、規制後1年でほぼ新しい定常状態に達し、地域的には自噴の状態に復帰する可能性もあり、5～6mmの地盤の上昇も予想されることが示されている。なお境界条件は七尾湾に面した北側と邑地溝帯につらなる南側については開放条件とし、西線と南東線は閉鎖条件とされた。メッシュ間隔は200m、時間ステップは2年間であった。シミュレーション対象地域の面積は31km²である。

3) 断面二次元シミュレーション

a. 断面二次元シミュレーションの基本式⁽²⁾

$$\left[k_{xx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]_l + \left[k_{zz} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right]_l = \left[S_s \frac{\partial h}{\partial t} \right]_l + W(x, z, t) \quad (4-1-5)$$

ここでの二次元という意味は、 y 方向の変化が無視しうということではなく、強制的に y 方向の変化を無視して、多層帯水層の地下水位を再現しようとするものである。それゆえ、 y 方向にもセルの分割長さ Δy が決められる。上式は、区分された第 l 番目の地層での水収支式を表わす。このモデルは深層部の地下水の動態や地層収縮の状況を説明することを意図して開発されたものである。

なお、 K_{xx} 、 K_{zz} はそれぞれ x 方向、 z 方向の透水係数、 $W(x, y, t)$ は単位体積からの揚水量を示す。

上式の数値計算を行なえば、層厚 Δz で分割された各セル Δz ごとに、任意の時間の水頭変化が Δh が求められるので各セルの収縮量 ΔS_h は

$$\Delta S_h = \Delta z \cdot m_v \cdot \gamma_w \cdot \Delta h \quad (4-1-6)$$

ここに、 m_v は体積圧縮係数、 γ_w は水の単位重量である。

b. 断面二次元シミュレーションの実施例

天然ガスかん水の揚水に伴う、深層地盤沈下現象の解明とその予測を行うために、船

橋市においてこのシミュレーションが行なわれた。⁽⁴⁾

水文地質構造は、下位より、2～3のシルト層を挟在し、砂層が卓越している上総層群、全体的にはシルトを主体とし、礫層、砂層、シルト層の互層であるSa層群、それから、砂層、シルト層・粘土層の互層であって、特に砂層中に顕著な粘土層が数枚発達している成田層群、そして沖積層となっている。各層群の個々の層はモデル化に当って幾分組み変えられる。

単位セルの規模は、 $\Delta x = 1,000\text{ m}$ 、 $\Delta y = 3,000\text{ m}$ とし、 Δz は上総層群で75m Sa層群と接する一部は50m、Sa層群で50m、成田層群と接する一部は25m、成田層群・沖積層では一律に25mである。

帯水層係数の評価は、粘土シルトを主体とする加圧層の係数は土質試験資料によって、帯水層の係数は揚水試験値によってなされた。十数回の内挿検定が行なわれ、境界条件は基盤のみが閉鎖条件、他の境界については一定水頭と、流入量条件が与られている。

予測問題では、10案が提案された。地下水、天然ガスかん水が全面ストップされると、水頭は、+TP+3mまで回復する所もあり、地盤は10年後、市街部で0.5mの上昇が予測されている。

(3) 各種シミュレーションの問題点

1) 平面2次元シミュレーションの問題点

平面2次元シミュレーションの場合、多層帯水層系を一つの帯水層に置き換えること、および、揚水量の増加で地下水の流れが複雑な三次元となっていることからもとともモデル化の段階である程度の誤差が含まれることになる。この誤差は、モデルが簡潔であるだけに、帯水層係数の選定によって大きくなる可能性があると思われる。

今まで行なわれたシミュレーションによると、帯水層係数の選定方法は大別して、二通りに分けることができる。一つは、揚水データ、土質試験から係数を決め、同定、あるいは内挿検定によって補正する方法。もう一つは、帯水層システムをブラックボックス的に考え、同定問題によって、もっとも過去の観測データに一致する全域一律の帯水層係数を決定する方法である。

一般に平面2次元シミュレーションでは、被圧地下水をシミュレートする場合においても、貯留係数を不圧地下水のそれと同程度の大きさかあるいはそれよりやや大きめに取らなければ、観測値と計算値が一致しないことが知られている。このことは、計算上では貯留量の上増しとして表わされるわけであるが、実は垂直方向の涵養量が実際上は無視できないことを示している。

平面2次元シミュレーションでは、垂直方向の地下水の流れは無視されているから、垂直方向の涵養量を何らかの形で補正してやらなければならない。この補正のやり方は先に述べた二つの帯水層係数の決定方法においてもそれぞれ差異を見せている。

まづ、実存資料によって、シミュレーション対象地域の帯水層係数を決定する。貯留係数を補正係数と考え、観測値と計算値とが一致するような貯留係数を見い出す、資料から決定された貯留係数を S_B 、補正された貯留係数を S'_B とすると、ある小領域での涵養量 L_B は次式で与えられている⁽²⁾

$$L_B = \frac{(S_B - S'_B)(R_B - A_B Q_B)}{A_B S'_B} = -(R_B - A_B Q_B) \left(\frac{1}{A_B S_B} - \frac{1}{A_B S'_B} \right) S_B$$

..... (4-1-7)

ここで、 R_B はその小領域での水平方向のみの流出入量、 $A_B Q_B$ は揚水量、 A_B は小領域の面積である。

この涵養量を与える式の考え方は次にのべるとおりである。水平方向の流出入量から揚水量の差は小領域内での貯留量の単位時間ステップでの変動を表わす。涵養量がないとした場合の水位変動は $(R_B - A_B Q_B) / A_B S_B$ で表わされるが、実際は、 $(R_B - A_B Q_B) / A_B S'_B$ だけしか水位変動が生じないのであるから、二つの水位変動の差に相当する量を垂直方向の涵養量と考えるわけである。

しかし、 $A_B Q_B$ が 0 となったり、 $A_B Q_B$ が人工涵養を表わす場合には漏水量 L_B は負になってしまう。また $|R_B - A_B Q_B|$ と改めたとしても、上式が水位が上昇する場合での自然涵養量を示すかどうか保証されない。

帯水層システムをブラックボックス的に考えて、帯水層係数を同定する場合にも同じような問題点がのこされている。つまり、一般には、同定のための基となる地下水位観測資料は地下水位が低下する場合がほとんどであるから、当然同定された貯留係数は不圧地下水のそれとほとんど同程度となる。さて、このように大きな貯留係数で、揚水が止められ、地下水位が回復する場合について予測がなされたらどうなるであろうか。水位回復のために、水平方向からの涵養があっても、貯留係数が大きいからなかなか回復しないことになる。垂直方向の涵養量を貯留係数を大きくとることによって、水位が低下する場合についてはうまく補正できたとしても、水位が回復する場合には、垂直方向の涵養量を見積れないばかりか、それ以上に水位の回復をおくらせる働きをするということになる。帯水層システムをブラックボックスとして、とらえようとしても、基本式は物理法則から導かれたものであるから、そのシステムの係数は式の上ではやはり、物理的に意味をもつことになるのである。

それから、平面二次元のシミュレーションで問題として考えられる点は、水位低下によって、被圧帯水層が不圧化した場合であって、貯留係数が水位の変化によって大幅に変化することである。このことは、平面 2 次元としてのモデル化する場合どうしても取り除くことのできないものである。

2) 準三次元シミュレーションの問題点

準三次元シミュレーションは、ある一枚の主被圧帯水層があつて、その上位に一枚の加

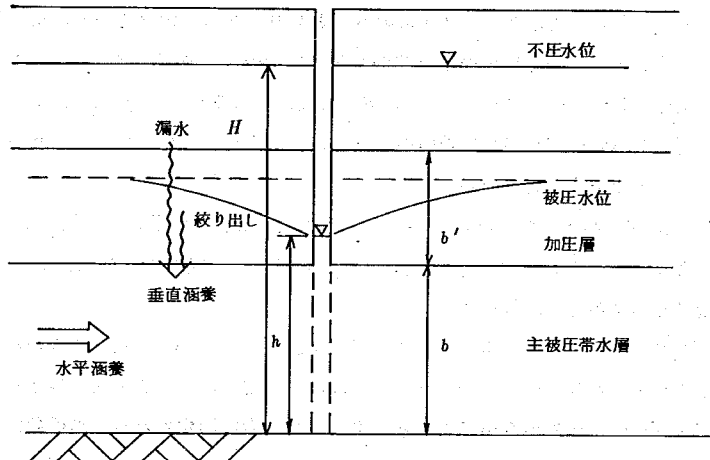
圧層さらにその上位に不圧帯水層が位置している場合の、主被圧帯水層の水位変化、および加圧層の圧密収縮量のシミュレーションを行うために考案されたものである。

地下水流動の基礎式は次式で示される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots (4-1-8)$$

ここに、 k_{xx} 、 k_{yy} 、 k_{zz} はそれぞれ x 方向、 y 方向、 z 方向の透水係数、 S_s は比貯留係数である。

図 IV-1



上式を 0 から b まで積分する。(図 IV-1 を参照)

$$\int_0^b \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial h}{\partial z} \right) dz + \int_0^b \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} \frac{\partial h}{\partial z} \right) dz + \int_0^b \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) dz = \int_0^b S_s \frac{\partial h}{\partial t} dz$$

ここで

$$T = b k = b k_{xx} = b k_{yy}, \quad S = b S_s, \quad h = \frac{1}{b} \int_0^b h dz \text{ とすれば } \dots\dots (4-1-9)$$

$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = S \frac{\partial h}{\partial t} - k \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=b} \dots\dots ②$$

また加圧層では水平方向の流れは無視できると考えれば

$$S'_s \frac{\partial h}{\partial t} = k' \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \dots\dots (4-1-10)$$

ここに S'_s は加圧層の比貯留係数、 k' は透水係数である。上式を b から $b+b'$ ままで積分すれば

$$\int_b^{b+b'} S'_s \frac{\partial h}{\partial t} dz = k' \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{b+b'} - k' \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_b \dots\dots\dots (4-1-11)$$

であるから

$$T \frac{\partial \bar{h}}{\partial x^2} + T \frac{\partial \bar{h}}{\partial y^2} = S \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \int_b^{b+b'} S'_s \frac{\partial h}{\partial t} dz - k' \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{b+b'} \dots\dots\dots (4-1-12)$$

(4-1-12)式において、右辺の第二項が、加圧層の貯留量の変化を表わし、絞り出し量を示す。第三項が、不圧層から、加圧層への流入量つまり漏水量を示している。また(4-1-9)式から、絞り出し量と漏水量の和が、主被圧帯水層への流入量となることが示されている。よって、理論的には、絞り出し量と漏水量とは独立的に分けて計算することはできなくて、漏水量つまり加圧層への不圧層からの流入量は、加圧層の貯留量変動によってくるのである。(4-1-10)式を被圧帯水層と加圧層との境界および不圧層と加圧層との境界での境界値と初期条件を与えて解けば、漏水量も絞り出し量も求められることになる。

もし、加圧層での貯留量の変化が無視できるとすれば(4-1-10)式より、

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

この式を、 b で $h = \bar{h}$ 、 $b + b'$ で $h = H$ という境界条件で解けば

$$k' \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=b} = k' \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=b+b'} = \frac{k'}{b'} (H - \bar{h})$$

が得られ(4-1-9)式は次のように書きなおされる。

$$T \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} + T \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial y^2} = S \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} - \frac{k'}{b'} (H - \bar{h}) \dots\dots\dots (4-1-13)$$

この式はハンタッシュによって解析的に解かれ、その結果は揚水試験法の一つであるハンタッシュ・ヤコブの標準曲線法として知られている。

以上の考察によって $\frac{k'}{b'} (H - \bar{h})$ は常に漏水量を与えるのではなく、加圧層の貯留変化が無視できるときのみに漏水量として、この式から計算しうることである。(4-1-10)式の解析解の特性と、解析解がこの式で代用しうる条件は参考文献(5)に詳細に述べられている。以上のことがらによって、現在行なわれている準三次元シミュレーションでは理論上に垂直の方向の涵養量が与えられていることになる。

ところが、それでも加圧層の透水係数は、内挿検定の段階で、实在資料で得られる値よりはるかに大きい値に補正されている場合も報告されている。⑬被圧帯水層からの揚水が増加すれば、不圧層からの補給量が追加することは明らかにされているが⑭、理論で得られる以上の補給量はどのような理由によるものであろうか。その理由として、多帯水層にわたるストレーナが切られていること、グラベルパッキングによって加圧層が切られ直接、不圧層と被圧層が結びつけられていることなどが考えられているが、その定量的な影響は

定かでなくこれからの課題であらう。

3) 断面二次元シミュレーションの問題点

断面二次元シミュレーションは垂直方向の水頭変動とそれに伴う深層の地盤沈下を把握するために開発されたものである。

イタリアのベニスでは、地層が均質で、揚水井戸も集中していることから、接線方向の変化を無視した断面二次元のシミュレーションが行なわれて良好な結果が得られている。⁽⁶⁾これはそこでの地質的な好条件によって、必然的に二次元に簡略化されたものである。

ところが、日本においては、地形・地質的にはもちろん、地下水位低下、地盤沈下が不規則な形状でとらえられていることから、強制的に水平方向の一方向の流動を無視した断面二次元シミュレーションが行なわれている。

この断面二次元シミュレーションの問題点は、細かく見れば、垂直方向のメッシュ Δy 内で異なった地層がはさまったらどうなるのか、あるいはそれを防ぐため地層の組み変えをモデル化の段階で行なっても、その影響はどうかとか、1つの井戸からの揚水量を帯水層ごとへに分割する場合、ストレーナーの長さに比例していいのかどうかとか種々考えられるが、最も大きな問題点は、三次元的な地下水の流動を二次元に押え込んでしまったことであらう。三次元の流れを二次元にしてしまうことは、水平方向の一方向の流れをシャットアウトしてしまうということである。

そこで、流れがシャットアウトされた方向を y 方向とし、その方向のセルの長さを Δy とすれば、 Δy の長さは、 y 方向からのセル内への流入量を無視したことに対する補償として、他方向のセルの長さより長く取ることが必要となってくる。つまり Δy を長く取ること、つまり、セル内の貯留量を増加することで補償しなければならないわけである。

ところが、揚水井戸が集中して、多量の地下水が汲み上げられ、集中的に地下水位の低下が生じている場合も、 Δy を大きくとることから、セル内で水位が平均化されてしまう。そのため地層の収縮量が少なく見つめられてしまうことになる。つまり、セル内に井戸が一樣に分散している場合にも、セル中央に集中している場合も、揚水量が同じであれば地層の収縮量としては同じ結果になってしまうわけである。

このように、断面二次元シミュレーションでは、帯水層係数、境界条件を決定する以上に、 Δy を決定することが重要となってきた、断面二次元シミュレーションを実施する場合に、さらに熟練を要することになる。

(4) 結 語

いづれのシミュレーションモデルにも多かれ少かれ問題点が含まれていることがはっきりしたと思われる。

地下水の流動が複雑で難解であることに主な原因があると思われるが地下水障害が深刻化したため、シミュレーションの対象地域の地質、地下水位変動、揚水量等の十分な資料が整

っていなかったのにもかかわらず、現実の要請から急いでシミュレーションを行なわざるをえなかったことにも問題点の一因があるような気がする。正確な揚水量、水理地質（特に帯水層係数）の把握、そして正確な地下水位観測データの集積によって、地下水流動を把握することとが、正統なシミュレーションの開発にも適切な地下水の管理にもつながっていくのではないだろうか。

参 考 文 献

- 1) 樫根 勇編：地下水の開発と保全、水利科学研究所
- 2) 水収支研究グループ：地下水盆の管理、東海大出版
- 3) 七尾港周辺地盤沈下対策協議会、北陸経済調査会；石川県七尾港周辺の地盤沈下調査報告書、北陸経済調査研究報告第46号、50年3月
- 4) 千葉県公害研究所；天然ガスかん水と地下水の挙動および地盤沈下—関東地下水盆の一断面について—、千葉県公害研究所地盤沈下研究事業報告第3号、50年8月
- 5) J. D. Bredhoeft, G. F. Pinder ; Digital analysis of areal flow in Multiaquifer Groundwater Systems: a Quasi Three Dimensional Model, Water Resources Research, 1970 vol. 6, №3
- 6) G. Gawbolati, R. Allan Freeze ; Mathematical Simulation of the Subsidence of Venice 1. Theory, Water Resources Research, 1973 vol. 9, №3

5) シミュレーションの適用について

建設省土木研究所 水文研究室 石 崎 勝 義

一般に、シミュレーションというものは人によってかなり受取り方が異なるようである。多くの人たちはシミュレーションによる予測に大きな信頼を寄せる。モデル作成にあたっての仮定や適用条件は往々にして忘れられやすい。過去の資料によるモデル検証が一応なされていると人はモデルの信頼性についてあまり疑わなくなる。そのためシミュレーション結果がグラフにかかれ印刷されると多くの人はそのままに信じやすい。

一方シミュレーションに対して否定的な意見を吐く人も多い。中には「シミュレーションは人をだます手段である。必要に応じて、どのような結果も出すことが出来る」という意見すら聞く。もっともこれはシミュレーションの中でも悪用されているシミュレーション例に対して投げられた批判であろう。

もっと一般的にシミュレーションに対して寄せられる批判の多くは「物理的な法則性が乏しい」という点である。

対象としている現象の基本的な物理的法則性が十分に解明されないうちは、いくらシミュレーションモデルを作成してもそれはただ、結果を合わせるという事に過ぎない。従って予測結果についてもあまり信用できないという立場である。

地下水シミュレーションについては筆者は直接手がけた経験がないが、水文関係の流出計算の経験からシミュレーションについて次のような意見をもっている。

水文現象のように、現象が複雑で（一つの物理法則のみで律し切れない）又生起場（流域）の性質が均一でない場合には、必ずしも基本的な物理的法則性だけで律し切ることにこだわる必要はない。入力・出力資料からモデルを作成して現象を予測する概念モデルの手法で充分であると考ええる。但しモデルの作成にあたってはモデルの同定（調整）という手続を経なければならぬのは当然として、それとは別にモデルの検証という手続を踏む必要があることを強調したいのである。

一般に現象を抽象化して（多くの場合数学的に）表現したものをモデルと呼んでいるが、一口にモデルと言っても本質への迫り具合から見ればいろいろな段階がある。

例えば振り子の運動をよく見ていれば、振子がどの位の高さまで登るか、その周期はいくらかという事がわかり、振り子の運動について一つのモデルが出来上る。これは現象論的なモデルであるがこれも立派なモデルであろう。

しかしながら振り子の運動を支配しているもっと本質的な法則はよく知られているようにニュートンの力学である。振り子の運動を本質論的に理解するためには加速度、引力、質量等の概念が必要であるが、一たん現象の抽象化がこの段階まで行なわれて得られたモデルは適用範囲は非常に広い。振り子の糸の長さが変わっても同じモデルで現象を説明できる。対象となる現象は広い宇宙に広がる天体の運動から、原子分子のような極小の世界まで適用が可能になる。

このように抽象化の程度の高いモデルは一般に微分方程式で表わされているので、これを対

象とする現象の境界条件に合せて解くことによって現象の予測が可能になる。身近な所では水理学においてはこのような例が多い。流体の質量保存式とニュートン力学に立脚した連続体の運動方程式を解く事によって多くの現象を説明することが出来る。このような抽象度の高い法則によって、現実のいろいろな現象の説明に成功することは研究者にとっても大きな喜びであり、これまでの自然科学の研究の多くは現象の観測から始って、これを基本的な法則によって記述することを目的とした活動であると言って良いであろう。

流出現象の研究において、事情はどうであつたろうか。雨量及び流量の観測はかなり古くから行なわれていたので両者の関係についての現象論的な知見、例えば流出が発生するには雨量がどの位の値を越えたときであるとか、洪水のピークは降雨ピークよりどれ位遅れるかというような知見はかなり古くから得られていた。しかし、1930年代になって降雨と流出の間にモデルが導入されるようになって研究の様相は一変した。

1932年にシャーマンがユニットグラフの概念を提出した。¹⁾これはよく知られているように単位実行降雨という概念を想定して流出波形(ユニットグラフ)と関連させた上で、一連の降雨を単位実行降雨の合成されたものと見なして洪水のハイドログラフを求めようとするものである。

なお、1936年にはホルトンが貯留という概念を導入して雨量・流量を結びつけている。²⁾その後の展開を見ると、ユニットグラフ法は洪水予報の現場などに適用されてかなりの成果をおさめると共に研究面でもバーナード、ナッシュ等々に引き継がれて発展していった。

たしかに、ユニットグラフ法はモデルの性質が、降雨を時間的に微少部分に分解してその性質を論じている点で近代的な力学の手法に近似している。又線型性の仮定のため数学的にも取扱いが容易であるため多くの研究者がユニットグラフ関係の研究に集ったものと考えられる。

それではユニットグラフ法によって流出現象の説明が出来るようになったかと言うと必ずしも成功したとは言えないようである。個々のストームについて雨と流量を結びつけることは出来ても、ストームが異なると同一のユニットグラフで結びつけることが難しい。最終的には流域の大きさ、形状等からユニットグラフが求められる(これをモデルの総合化という)のが理想であろうがまだ成功していない。

このような現状に対してモデルをより精密化する動きが続く。すなわち水文現象と言えどもその基本は物理現象であるから降雨から流出に至る過程を分類してその機構を明らかにすることによって流出現象を解明しようとする立場から研究が進められる。

その結果、雨水の浸透に関する知見がかなり得られ、降雨余剰、有効降雨についての性質が少しずつわかり流出モデルに取込まれるようになった。

又流域そのものを斜面に見たてて流出現象を斜面上の水理学的なモデルによって説明しようとする試みも盛んに行なわれた。これらは従来の仮定的なmodelと区別するために物理モデル physical modelと呼ばれている。

又流出現象を空間的に分割して説明しようとする試みも盛んに行なわれている。ユニットグラフは時間的に分割した単位に対して適用される。流域が大きくて到達時間の差による流量の低減が予想されるときは流域を空間的に分割する必要がある。このため現在使用されている多くの流出シミュレータは流域はいくつかの部分流域によって構成されたものとして取扱っている。

以上のような背景で現在、各国で流量予報等のために使用されている流出モデルは、非常に複雑なものとなって来ている。例えばアメリカで流量予測に使用されているサクラメントモデルは、図1のように構成されており、沢山の部分モデルの集合から構成される事に驚く。

このようにして水文流出モデルは複雑となり一見、非常に精密になったように見えるのであるが、数年前からこの傾向を反省する声がおこり、新しい方向が模索されはじめている。それを次に説明したい。

これまでに述べたように、降雨から流量を推定する技術は伝統的な科学研究の方法に則って解析的に進められた結果、皮肉なことに流出モデルは大変複雑化し沢山のパラメータを抱えこむ形となった。それは一見、流出現象が次第に明らかになったかの印象を与えるが、この傾向に疑問を提出したのはJ. E. Nashその他であって1970年から1971年にかけて3つの論文を発表している。^{3)~5)}

彼らは降雨が河川流に変換する過程は明確な物理法則によって支配される決定論の世界であることを認めた上で、しかしながら流域というものが複雑すぎて、基礎式を境界条件に合せて解くということが出来ないであろうという見通しを述べている。

そして工学上の配慮から、流出モデルは必ずしも厳密である必要はなく、むしろ簡単な概念的なもので良いと考えて非常に単純なモデルを提案した。これはユニットグラフ法が提案される以前に使用されていた合理式と呼ばれる方法を修正したものに過ぎず、一見すると1930年以前の段階に逆もどりした感を与える。

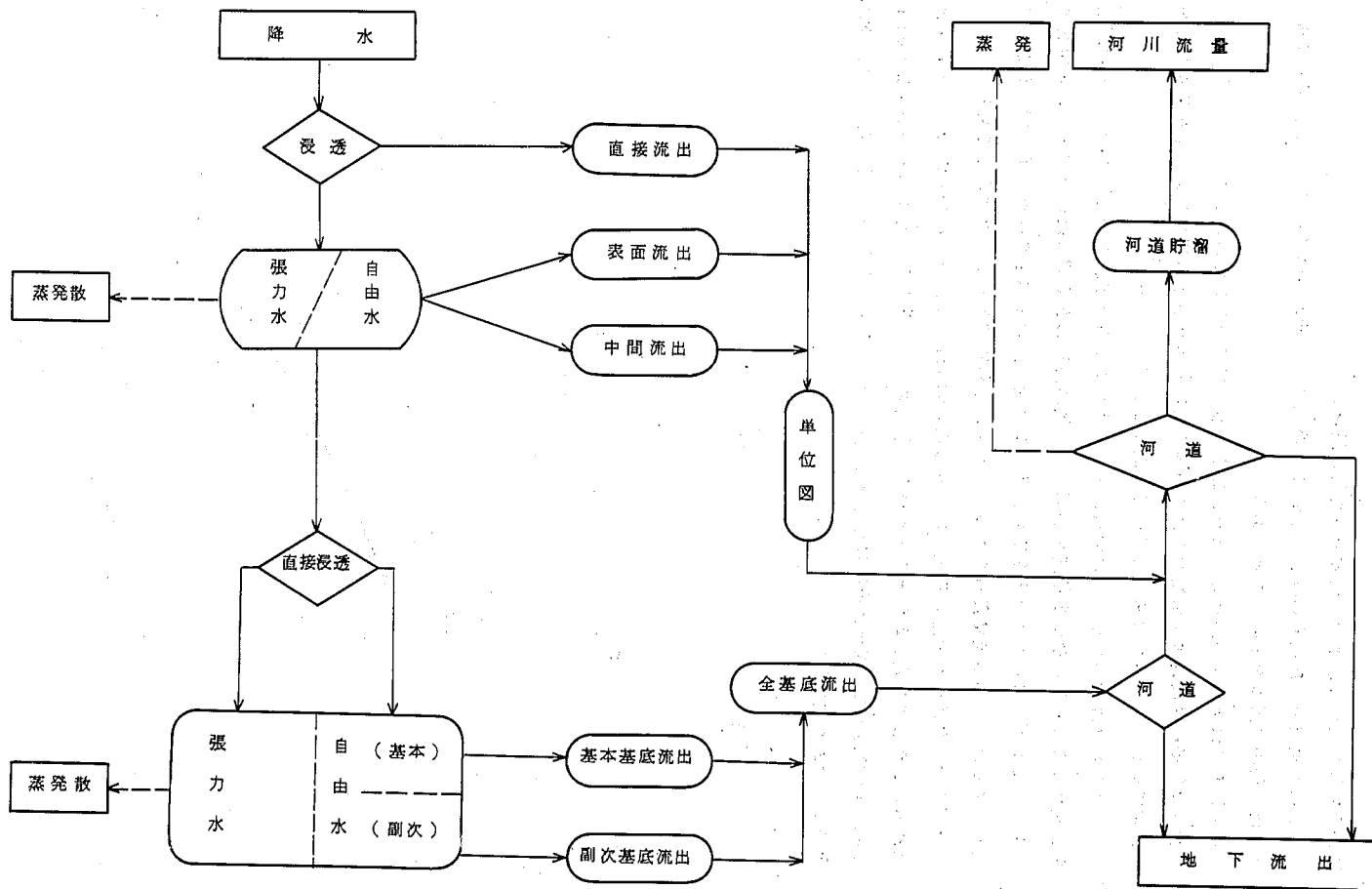
又このころ木下は⁶⁾、国内で使用されているユニットグラフ、タンクモデル、貯留関数法等、一見異なる物理法則に基いているように見える各種の流出モデルが、実はパラメータを適当に選べば、他のモデルと全く同一の特性をもつように変えることが出来ることを示している。

これらは、流出現象への科学的な接近を否定するような印象を与えたためであろう。あまり反応がなかった。

一方世界気象機構の中で水文予報の問題を扱っている人々は、始めから水文現象を確率的なものとして捉えている。即ち、いずれの水文予報法によっても流況要素を正確に予報することは出来ない。予報誤差はかなり大きく、たいていの場合は確率的性格をもっているので、予報を利用する場合にはその推定誤差を知っておくことが必要であるとして水文予報を行うとき次の2つの手続きを踏むべきであるとしている。⁷⁾

第1は予報方法の評価(Evaluation)であって、評価基準(例えば標準誤差)を定め

図1 SRFCHモデル



て評価結果を比較し、予報の信頼限界を知る段階。

第2は予報結果の検証(Verification)であってその後の資料によって、第1段階で求めた予報法の誤差を求めることである。

この時期にはモデルの同定のことを評価という言葉で表わしているようである。

世界気象機構は最近流出概念モデルの国際比較という小さいプロジェクトを実施したが、その中でモデルについての考え方が一層明確になって来ている。⁸⁾

すなわち相互比較の課題河川の資料は10年間分あるのだが、このうち雨量は10年間全部を公開するのに対し流量は8年間を公開し、流量の最後の2年間分は伏せておく。8年間の資料を用いてモデルのパラメータを定め、残り2年間の流量を同定されたモデルで計算させて、伏せてあった2年間の流量資料によってモデルの適否を判定しようとするのである。

モデルのパラメータを定める段階は、最適化optimization又は調整calibrateと呼ばれる。こうして同定されたモデルが現実の値とどの程度異なるかを調べるのが検証verificationであって、調整と検証は作業としてはよく似ているが目的は全く異なる。次の例はそのことをよく説明している。

図2

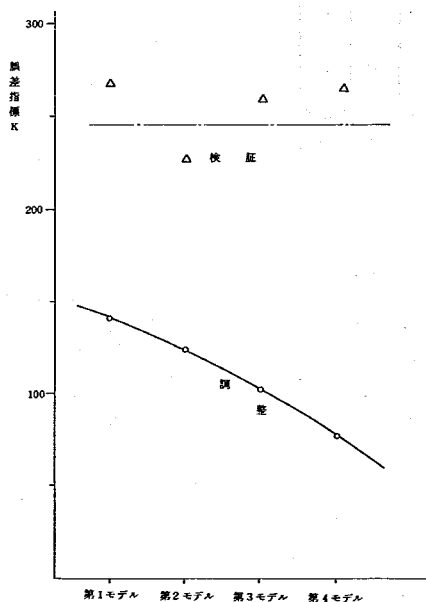


図2は、コレニ及びクチメントがスツルイ川で行った検討結果である。⁹⁾

第1モデルは最も簡単なモデルであって、これは地下水を無視し、流水係数も一定としている。第2モデルは流水係数の変化を考慮したもの、第3モデルは先行湿潤を考慮したもの、第4モデルは更に地下水をも考慮したものである。図をみるとモデル調整の段階ではモデルが複雑になるにつれて、誤差指標が減少して、一見モデルの正確さが増しているような印象を与えるが、同定されたモデルの検証の段階では、どのモデルも同程度の正確さしかもっていないことがわかるのである。

モデルにいろいろな現象が取込まれ、全体として複雑になるということは必然的にモデルに含まれるパラメータの数が多くなるということでもある。

このためモデルの同定(調整、最適化)の段階では与えられた入力、出力の両者をうまく結びつけることが出来るようになり、見かけ上、モデルが精密・正確になったような印象を与える危険がある。

この危険を避けるために考案されたものが上記の検証作業である。もちろん検証はモデルを否定するためのものではない。誤差の性質を知ることによってモデルを正しく適用する道が開かれるのである。

以上、流出現象を例にとってモデル化の原則を考察して見たが、ひるがえって地下水流動現象のモデル化について考察してみよう。

地下水の場合、現象の生起している場である地層は一般に均一ではなくとくに我国の場合、水平方向にも、鉛直方向にも複雑に変化している。これら各層の透水係数のオーダーは2~3桁も異なることも多い。

次に利用できる資料は、一般に観測年数がそれほど長くないためたいがいの場合それほど多くない。

又資料のうち、入力にあたるかん養量の把握が困難である。

以上のような性質を考えてみると地下水のシミュレーションは水文流出現象以上にモデル化が難しい事が予想される。

しかしながら地下水はその流動の速度が流出現象ほど速くなく、観測によって得られる変化の傾向が比較的長つづきするという特色がある。

従って地下水の予測にあたっては、シミュレーションモデルの作成は良いとしても、これだけに頼らずに常に観測を行ってモデルを修正しながら予測することが是非必要であると考えるのである。

参 考 文 献

- 1) Sherman, L. K. : Stream flow from Rainfall by the Unit-graph Method, Eng. News Record, Vol. 108 pp. 501~502(1932)
- 2) Horton, R. E. : Natural Stream Channel Storage Trans. A. G. U. Vol. 17, p406~415(1936)
- 3~5) Nash, J. E. et al. River Flow forecasting through conceptual models, Journal of Hydrology 10 (1970), 11(1970), 13(1971)
- 6) 木下武雄「いろいろな流出モデルについて」土木技術資料9-11, (1967)
- 7) WMO: Guide to Hydrological Practices "WMO-No68 (和訳あり)
- 8) WMO: Intercomparison of Conceptual Models used in Operational Hydrological Forecasting(1975)
- 9) Koren, V. I. (鮎川登訳); Mathematical model of rain flood formation, Optimization of its parameters and use in hydrological forecasting(1971)