

土木研究所資料

第1193号

沈埋トンネルの軸線上の断面力および変位の
地震応答解析法に関する研究

昭和52年 3 月

建設省土木研究所

目 次

ま え が き

1. 概 説	1
2. 沈埋トンネルの地震応答解析モデル	3
3. 表層地盤のモデル化	5
3.1 解析モデルの仮定条件	5
3.2 一地点における地盤(土柱)のモデル化	5
3.3 トンネル軸線に沿う地盤のモデル化	9
4. 表層地盤の地震応答解析	14
4.1 運動方程式	14
4.2 モーダルアナリシスによる解法	15
4.3 直接積分による解法	16
4.4 沈埋トンネルに作用させる表層地盤の応答変位	18
5. 沈埋トンネルのモデル化	19
5.1 沈埋トンネルのモデル化	19
5.2 可撓性耐震継手のモデル化	22
6. 補 足 事 項	24
6.1 鉛直方向の地震応答解析	24
6.2 入力地震動	26
7. 数値計算例	27
7.1 概 説	27
7.2 入力地震動	28
7.3 解析モデル	28
7.4 計 算 結 果	28
参 考 文 献	41
付録-1 表層地盤の離散型せん断振動モデル化の解析精度に関する検討	43
1. 概 説	43
2. 解析モデル	43
3. 計 算 結 果	44
3.1 13質点系モデルと厳密解の比較	44
3.2 質点数を減少させる効果	44
4. 結 論	44
付録-2 沈埋トンネルの地震応答計算に対する応答スペクトル解析の適用性に 関する検討	52
1. 概 説	52

2. 解析対象および計算モデル	53
3. 入力地震動	54
4. 計算結果	54
5. 結 論	54

ま え が き

近年、沈埋トンネルは海浜地区における道路事業において海底、河底を横断する重要な工法として活発に採用されるようになってきた。この型式のトンネルは約70年の歴史をもっているが、地震活動の激しい地域に建設された例が少ないこと、軸方向に細長い線状の地中構造物であり、従来の地表上の一般構造物とは異なった構造特性を有しているため、既存の技術基準類をそのまま適用できないこと等の理由から、わが国のような地震多発地帯においては、耐震性の究明および合理的な耐震設計法の確立が本工法の採用に際し早急に必要とされている。

土木研究所では昭和46年以来、沈埋トンネルの動的特性および耐震設計に関する試験調査を行っているが、現在までに沈埋トンネルの耐震設計の進め方として二つの考え方が提示されている。その1つは、地震波動が地盤に変形を生ぜしめ、さらに沈埋トンネルに構造上の変形を招くとする考え方であり、もう一つは地盤は本来一様なものでないことを前提として地形、地質などの相異が地震時において地盤の振動応答に箇所別な相違を生ぜしめ、ひいては沈埋トンネルに構造上の変形を引起すという考え方である。前者についてはすでに参考文献[16]に提示し、適用の例を示した。本報告は後者の考え方に基づく地震応答の計算法を示し、二、三の数値計算によってその適用性を示したものである。

昭和52年3月

地震防災部耐震研究室	室 長	栗 林 栄 一
	研究員	川 島 一 彦
	技 官	柴 田 松 雄

1. 概 説

沈埋トンネルは沈埋工法によって建設されるトンネル部を主要部分とするトンネルとその関連構造物とを併せた総称であり、一般には沈埋トンネル部（以下、特にことわらない限り沈埋トンネルと呼ぶ）、取付部、立坑・換気塔部から構成される構造物である。沈埋トンネルはトンネルエレメントを函体の形で別の場所で製作し、浮力を利用して敷設現場まで曳航し、あらかじめ深浚したトレンチに沈設して水中結合を行い、その後に埋めもどして作る水底トンネルである。このような施工法と深いかわり合いを持って、沈埋トンネルは地表上に通常建設される橋梁等の構造物に比較して、以下に示すような力学的特徴をもっている。

- (1) 函体は鉄筋コンクリート構造あるいは鋼殻構造として作られ、比較的剛な構造体であるが、これらを相互に結合して作った沈埋トンネルは必然的に幅および高さに対して縦断方向に長細い構造物となるため、長大な沈埋トンネルは一般に軸線に沿って可撓性に富んだ構造物である。
- (2) 函体の形で製作し、浮力によって建設地点まで曳航するためには、函体の単位体積重量は海水もしくは河水の単位体積重量よりも軽くなければならない。もちろん、曳航後の沈設の過程およびその後の浮上り防止のために、内部にコンクリートを打設するなどして最終的な仕上り単位体積重量は周辺の河海水の重量よりも重くするのが普通であるが、浮上りに対する安全率は通常 1.1 ～ 1.3 程度にとられることが多く、これは沈埋トンネルがその周辺に存在する在来地盤や埋め戻しに使用される土砂、礫等のもつ湿潤単位体積重量よりも軽いことを意味する。
- (3) 沈埋トンネルの敷設地点は、山岳トンネルのように岩盤もしくはそれに近い良質な地盤と異なり、開渠による地盤の深浚が容易に行ない得る場所が選定されるため、一般に軟質な地盤条件であることが多い。
- (4) 沈埋トンネルはその大部分が地盤中に埋設されているため、まわりを取巻く地盤を通して振動エネルギーが伝えられると同時に、沈埋トンネル全周から周辺の地盤に逸散していくため、みかけの減衰定数は大きいといわれている。

沈埋トンネルの動的挙動は、模型振動実験および各種の解析によって検討されるとともに、径の小さい地中埋設管路を用いた地震観測あるいは振動実験を通して調査されてきた。こうした調査研究の結果、沈埋トンネルは地震時にそのまわりを取巻く地盤を押しつけて独自の振動を励起されることは比較的生じにくく、地震時に周辺の地盤に生じた変位もしくは変形の一部が沈埋トンネルに伝えられて構造物に変位もしくは変形を生じさせるといわれており、こうした点から現在では、沈埋トンネルは地震時の地盤の運動におおむね従って運動するとされている。

現在までに沈埋トンネルの耐震設計の進め方として用いられている考え方は大きく分けると二つあり、その一つは地震波動が地盤に変形を生ぜしめ、さらに沈埋トンネルに構造上の変形を招くとする考え方であり、もう一つは地盤は本来一様なものではないことを前提として地形、地質などの相違が地震時において地盤の振動応答に箇所別な相違を生ぜしめ、ひいては沈埋トンネルに構造上

の変形を引起すという考え方である。前者の考え方は地震の波動そのものを考慮するという点から広い適用性を持っていると考えられるが、地形、地質が複雑に変化している場所では地震波動の取扱いが容易ではないため、一般に沈埋トンネルが比較的均一で様に近い地盤中に埋設されている場合に有効な解析法と考えられている。後者の考え方は地形、地質の変化を前提としているため、均一で様な地盤中に埋設されている場合には、沈埋トンネルには計算上断面力は生じない。しかしながら地形、地質の変化部に対しては、こうした効果を計算に取り入れることができるため有効な解析法と考えられている。したがって、耐震設計の対象とする沈埋トンネルおよび周辺の地形、地質、地盤条件等に応じて、上述の耐震設計計算の方式を使い分け、互いに特徴を補い合って設計計算を進めていくことが必要とされよう。

2. 沈埋トンネルの地震応答解析モデル

前章で述べた沈埋トンネルの力学的な特性に基づき、沈埋トンネルの地震応答解析モデルを以下のように設定する。

- (1) 沈埋トンネルを保持する周辺の地盤は図2-1に示すせん断振動系離散型モデルによって表示する。地盤の堅さは一般に拘束圧、地盤に生じるせん断ひずみ量等によって変化しているといわれているので、等価線形の剛性を使用することによってこのような地盤の非線形性を計算に取り入れる。
- (2) 沈埋トンネルは周辺の地盤によって弾性的に保持された棒もしくは梁より成る骨組構造物としてモデル化する。沈埋トンネルと地盤を結びつけているばねは、両者の相対的な応答変位の差に弾性的に比例するとする。
- (3) 沈埋トンネルの質量は無視する。
- (4) 換気塔は併進および回転の2自由度をもって地盤に弾性的に保持された図2-2に示すせん断柱としてモデル化する。換気塔の応答は沈埋トンネルの応答に影響されない。
- (5) 沈埋トンネルエレメント相互間および換気塔と沈埋トンネル端の取り付け部に設けられる可撓性耐震継手は、継手端の相対的な伸縮もしくは回転運動に弾性的に比例する継手ばねによってモデル化する。

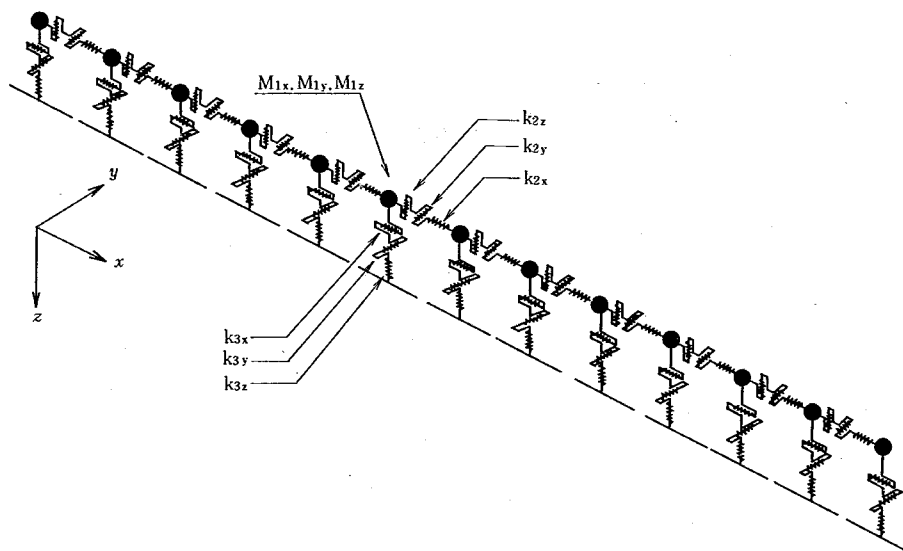


図2-1 表層地盤のモデル化

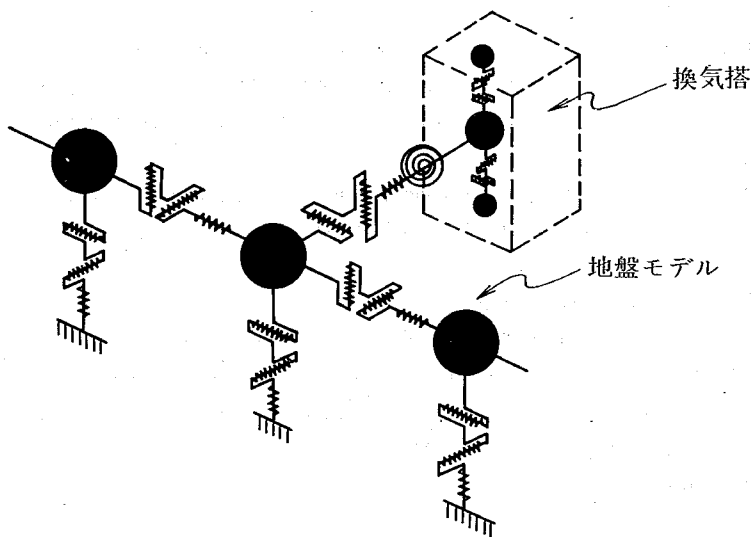


図 2 - 2 換気塔のモデル化

3. 表層地盤のモデル化

3-1 解析モデルの仮定条件

前章で設定した沈埋トンネルの地震応答解析モデルでは、まず最初に、トンネル軸長手方向に沿った地盤の地震応答を算定しなければならない。地盤をせん断振動系離散型モデルによって解析する際に設けた仮定は以下のとおりである。

- (1) 周辺地盤は図3-1(a)に示すように、耐震計算上の基盤（以下、基盤と呼ぶ）およびその上に存在する表層地盤から構成される。
- (2) 地震波動（せん断波動）は耐震計算上の基盤から鉛直上方に表層地盤に入射し、表層地盤にトンネル軸に沿う方向（ x 方向）およびこれに直交する方向（ y 方向）のせん断振動を生ぜしめる。両方向の地震動およびそれによって生じる地盤の振動応答はそれぞれ相互に独立である。鉛直方向の振動応答については6章に後述する。
- (3) 沈埋トンネル軸に直交する方向（ y 方向）にはトンネルの応答に影響を及ぼすと考えられる範囲内で地形、地質および地盤条件に著しい変化はないとし、図3-1(b)に示すように沈埋トンネル重心を通る単位幅の鉛直面内の地盤の応答が沈埋トンネルの周辺地盤の応答を代表するものとする。

3-2 一地点における地盤（土柱）のモデル化

図3-1(c)に示した土柱が x および y 方向に地震動を受けた場合には、運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left(G_s \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 u_B}{\partial t^2} \\ \frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left(G_s \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 v_B}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3-1)$$

ここで

- γ_s : 土の湿潤単位体積重量 [t/m^3]
- u : トンネル軸線方向（ x 軸方向）の表層地盤の応答変位 [m]
- v : トンネル軸直角方向（ y 軸方向）の表層地盤の応答変位 [m]
- G_s : 深さ z における地盤のせん断弾性係数 [t/m^2]
- g : 重力の加速度 [m/sec^2]
- u_B : 基盤面におけるトンネル軸方向の地震動変位 [m]
- v_B : 基盤面におけるトンネル軸直交方向の地震動変位 [m]

上式では減衰が含まれていないが、減衰力は後述のように各モードに対して適当な値を設定するものとする。

振動モード関数 $\phi_i(z)$ および固有周期 T_i は(3-1)式の自由振動方程式を解き、境界条件

を代入することにより算定できる。地盤のせん断弾性係数 $G(z)$ がごく簡単な場合は解析的に $\phi_i(z)$ および T_i を算定する事ができるが、複雑に変化している場合には地盤を離散型モデルに置換して解く場合が多い。 $G(z)$ が簡単な分布をしている場合の一例として、 $G(z)$ が深さ方向に一樣な場合には、 i 次の固有周期 T_i および振動モード関数 $\phi_i(z)$ は次式のように求められる。

$$T_i = \frac{4H}{(2i-1)V_s} \quad (3-2)$$

$$\phi_i(z) = \cos\left(\frac{2i-1}{2H}\pi z\right)$$

ここで、 V_s はせん断弾性波の速度であり、次式で与えられる。

$$V_s = \sqrt{gG_s/\gamma_s} \quad (3-3)$$

次に、(3-1)式の解を次のように仮定し

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot q_{xi}(t) \\ v(z, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot q_{yi}(t) \end{aligned} \quad (3-4)$$

ここで、 $q_{xi}(t)$ 、 $q_{yi}(t)$ ： i 次の x 方向および y 方向の基準座標

(3-4)式を(3-1)式に代入し、各モードに対して減衰定数 h_i を見込めば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{xi} + 2h_i\omega_i\dot{q}_{xi} + \omega_i^2 q_{xi} &= -\beta_i \ddot{u}_B \\ \ddot{q}_{yi} + 2h_i\omega_i\dot{q}_{yi} + \omega_i^2 q_{yi} &= -\beta_i \ddot{v}_B \end{aligned} \quad (3-5)$$

ここで、 ω_i 、 β_i は i 次の円固有振動数および刺激係数で次式で与えられる。

$$\omega_i = \frac{2\pi}{T_i} \quad (3-6)$$

$$\beta_i = \frac{\int_0^H \frac{\gamma_s}{g} \phi_i(z) dz}{\int_0^H \frac{\gamma_s}{g} \phi_i^2(z) dz} \quad (3-7)$$

(3-5)式の解は

$$\begin{aligned} q_{xi} &= \beta_i q_{xoi} \\ q_{yi} &= \beta_i q_{yoi} \end{aligned} \quad (3-8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} q_{xoi} &= -\frac{1}{\sqrt{1-h_i^2}} \int_0^t \ddot{u}_B(\tau) e^{-h_i\omega_i(t-\tau)} \sin\{\sqrt{1-h_i^2}\omega_i(t-\tau)\} d\tau \\ q_{yoi} &= -\frac{1}{\sqrt{1-h_i^2}} \int_0^t \ddot{v}_B(\tau) e^{-h_i\omega_i(t-\tau)} \sin\{\sqrt{1-h_i^2}\omega_i(t-\tau)\} d\tau \end{aligned} \quad (3-9)$$

と求められる。ここで、 q_{xoi} , q_{yoi} はそれぞれ、 $\ddot{u}_B$ および $\ddot{v}_B$ の地震動を受けた場合の、円振動数 ω_i 、減衰定数 h_i を持つ 1 自由度系の応答を表わしている。

加速度応答は (3-4) 式から、

$$\ddot{u}(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \ddot{q}_{xi}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \ddot{q}_{xoi}(t) \quad (3-10)$$

$$\ddot{v}(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \ddot{q}_{yi}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \ddot{q}_{yoi}(t)$$

と求められるが、

$$\sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i = 1 \quad (3-11)$$

の関係をを用いると、絶対加速度応答は次のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{u}(z, t) + \ddot{u}_B(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \ddot{q}_{xoi}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \ddot{u}_B(t) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \{ \ddot{q}_{xoi}(t) + \ddot{u}_B(t) \} \end{aligned} \quad (3-12)$$

同様にして次式が得られる。

$$\ddot{v}(z, t) + \ddot{v}_B(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \{ \ddot{q}_{yoi}(t) + \ddot{v}_B(t) \} \quad (3-13)$$

ここで、前述したように、 q_{xoi} , q_{yoi} は円振動 ω_i 、減衰定数 h_i の一自由度系の応答に等しいから、

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{xoi}(t) + \ddot{u}_B(t) &= -2h_i\omega_i \dot{q}_{xio}(t) - \omega_i^2 \cdot q_{xio}(t) \\ \ddot{q}_{yoi}(t) + \ddot{v}_B(t) &= -2h_i\omega_i \dot{q}_{yio}(t) - \omega_i^2 \cdot q_{yio}(t) \end{aligned} \quad (3-14)$$

となる。ここで、右辺の第 1 項の影響は第 2 項に比較して一般に小さいので、この項を省略して

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{xoi}(t) + \ddot{u}_B(t) &= -\omega_i^2 \cdot q_{xio}(t) \\ \ddot{q}_{yoi}(t) + \ddot{v}_B(t) &= -\omega_i^2 \cdot q_{yio}(t) \end{aligned} \quad (3-15)$$

とするのが一般的である。したがって、(3-15) 式を (3-12) 式、(3-13) 式に代入すれば、絶対加速度応答は次のように求めることができる。

$$\ddot{u}(z, t) + \ddot{u}_B(t) = - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \omega_i^2 \cdot q_{xoi}(t) \quad (3-16)$$

$$\ddot{v}(z, t) + \ddot{v}_B(t) = - \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \omega_i^2 \cdot q_{yoi}(t)$$

沈埋トンネルの地震応答を算定するためには、トンネル軸線に沿った地盤の応答変位が必要である。一般に応答変位を算定するためには、1 次の振動モードを考えれば比較的精度良く解を求めることができる。したがってこの場合には、

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \phi_1(z) \cdot q_{x1}(t) \\ v(z, t) &= \phi_1(z) \cdot q_{y1}(t) \end{aligned} \quad (3-17)$$

となり、 q_{x1} , q_{y1} は

$$\begin{aligned} q_{x1}(t) &= \beta_1 q_{x01}(t) \\ q_{y1}(t) &= \beta_1 q_{y01}(t) \end{aligned} \quad (3-18)$$

と求めることができる。ここで、 β_1 は (3-7) 式から求められる 1 次の刺激係数であり、 q_{x01} 、 q_{y01} は、それぞれ、 $\ddot{u}_B$ および $\ddot{v}_B$ の地震動を受けた場合の円振動数 ω_1 、減衰定数 h_1 を持つ一自由度系の応答変位である。(3-17) 式および (3-18) 式の意味するところは、円固有振動数 ω_1 、減衰定数 h_1 の一自由度系の応答が計算できれば、この値に刺激係数 β_1 を乗じた値がもとのせん断振動による土柱の応答変位 (基準座標) を近似するという点である。現在、円固有振動数 ω_1 、および、減衰定数 h_1 はすでに与えられているから、このような一自由度系を確定するためには、質量を決めればよい。そのために、この質量を各次の振動形の応答が示す慣性力の総和 (base shear) と等しい慣性力を生じるような一質点系の質量として定めることとする。慣性力の総和 F_x および F_y は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_x &= -\int_0^H \frac{Y_s}{g} \{ \ddot{u}(z, t) + \ddot{u}_B(t) \} dz \\ F_y &= -\int_0^H \frac{Y_s}{g} \{ \ddot{v}(z, t) + \ddot{v}_B(t) \} dz \end{aligned} \quad (3-19)$$

上式に (3-16) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^H \frac{Y_s}{g} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \omega_i^2 \cdot q_{x0i}(t) \cdot dz \\ F_y &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^H \frac{Y_s}{g} \phi_i(z) \cdot \beta_i \cdot \omega_i^2 \cdot q_{y0i}(t) \cdot dz \end{aligned} \quad (3-20)$$

となる。ここに、(3-7) 式の β_i を代入すれば、(3-20) 式は、次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^{\infty} \bar{M}_{xi} \cdot \omega_i^2 \cdot q_{x0i} \\ F_y &= \sum_{i=1}^{\infty} \bar{M}_{yi} \cdot \omega_i^2 \cdot q_{y0i} \end{aligned} \quad (3-21)$$

ここで、

$$\bar{M}_{xi} = \bar{M}_{yi} = \bar{M}_i = \frac{\left[\int_0^H \frac{Y_s}{g} \phi_i(z) dz \right]^2}{\int_0^H \frac{Y_s}{g} \phi_i^2(z) dz} \quad (3-22)$$

である。 $\bar{M}_i$ は i 次の有効質量である。各次の有効質量を加え合わせると、土柱の全質量に等しくなる。現在は 1 次の振動モードを考えているから、その有効質量は

$$\bar{M}_1 = \frac{\left[\int_0^H \frac{\gamma_s}{g} \phi_1(z) dz \right]^2}{\int_0^H \frac{\gamma_s}{g} \phi_1^2(z) dz} \quad (3-23)$$

となる。このようにして、1次の有効質量が求められると、土柱を1自由度系のばね-マスモデルに置換した場合のばね定数 $\bar{K}_{3x}$, $\bar{K}_{3y}$ を次式のように定めれば、両者の固有振動数を一致させることができる。

$$\bar{K}_{3x} = \bar{K}_{3y} = \bar{K}_3 = \bar{M}_1 \cdot \omega_1^2 \quad (3-24)$$

最後に、(3-23), (3-24)式で与えられる質量およびばね定数は、単位奥行、単位幅の土柱を1自由度系のばね-質量係モデルに置換した場合の値である。したがって、トンネル軸長手方向に長さLの区間の地盤をばね-質量系モデルによって置換する場合の質量 M_{x1} , M_{y1} およびばね定数 K_{3x} , K_{3y} はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_{x1} &= M_{y1} = L \cdot \bar{M}_1 \\ K_{3x} &= K_{3y} = L \cdot \bar{K}_3 \end{aligned} \quad (3-25)$$

表層地盤の堅さが均一な場合には、振動モード関数 $\phi_i(z)$ は(3-2)式で与えられるから(3-25)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} M_{x1} &= M_{y1} = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\gamma_s}{g} HL \\ K_{3x} &= K_{3y} = \frac{2G}{H} L \end{aligned} \quad (3-26)$$

3-3 トンネル軸線に沿う地盤のモデル化

トンネル軸線に沿う任意の区間の地盤をばね-質量系モデルで表示する場合の質量およびばね定数は前節のように定められたから地盤の質点相互間を連結するばね定数を定めれば図2-1に示した力学モデルを確定することができる。いま、図3-2に示すように静的な力のつり合いから、このバネ定数を定めるとすれば、I端は固定されていて、J端に単位の変位を生じさせるに必要な外力を算定すればよい。

すなわち、トンネル軸線に直交する相対的な変位に抵抗するばね定数 K_{2y} を計算するためには、I端は固定されていてJ端のみがy方向に単位のせん断変位をする状態を想定する。

すなわち(3-18)式で

$$q_{xoi}(t) = 0, \quad q_{yoi}(t) = 1 \quad (3-27)$$

とすると、(3-17)式から、図3-2(b)に示す地盤の変形は

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= 0, & 0 \leq x \leq L \\ v(x, y, z) &= \frac{x}{L} \beta_1 \phi_1(z), & 0 \leq y \leq 1 \\ w(x, y, z) &= 0, & 0 \leq z \leq H \end{aligned} \quad (3-28)$$

と仮定される。同様にして、トンネル軸方向の相対変位に抵抗するばね定数 K_{2x} を計算するためには、I端は固定されていてJ端のみが、x方向に単位のせん断変位をするような状態を想定すれ

ばよいから、(3-18)式で

$$q_{x01}(t) = 1, \quad q_{y01}(t) = 0 \quad (3-29)$$

とすると、(3-17)式から、図3-2(a)に示す地盤の変形は

$$u(x, y, z) = \frac{x}{L} \beta_1 \phi_1(z), \quad 0 \leq x \leq L$$

$$v(x, y, z) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$w(x, y, z) = w^*(z), \quad 0 \leq z \leq H$$

ここに、

$$w^*(z) = -\frac{\nu}{L} \beta_1 \int \phi_1(z) dz + C \quad (3-31)$$

C : 積分定数で、 $w^*(H) = 0$ となるように定める。

と表わされる。(3-30)式で $v(x, y, z) = 0$ としたのは、 x 方向に表層地盤が一様にせん断振動すると仮定したためである。また、 $w^*(z)$ は、表層地盤の x 方向の変形に伴うポアソン効果を以下のように近似的に計算に取り入れたためである。すなわち、 x 方向の伸縮変形により上下方向(z 方向)に生じるポアソン効果は

$$\frac{dw(z)}{dz} = -\nu \frac{du(x)}{dx} \quad (3-32)$$

と表わされる。したがって、(3-32)式に(3-30)式を代入し、 z に関して積分することにより(3-31)式が求められる。積分定数 C は基盤面($z = H$)において表層地盤に変形は生じないという条件より定めればよい。

3次元弾性体の応力—ひずみの関係は一般に次式で表示される。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \epsilon + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_x \\ \sigma_y &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \epsilon + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_y \\ \sigma_z &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \epsilon + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_z \end{aligned} \quad (3-33)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = G \gamma_{yz}$$

$$\tau_{zx} = G \gamma_{zx}$$

ここで、

$$\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\gamma_{yx} = \gamma_{xy}, \quad \gamma_{zy} = \gamma_{yz}, \quad \gamma_{xz} = \gamma_{zx}$$

したがって、(3-28)式および(3-30)式で与えられる変位分布から表層地盤に生じる応力の分布を求めると、トンネル軸線に直交方向の変形を与えた場合には、

$$\begin{aligned}
\tau_{xy} &= \frac{G(z)}{L} \beta_1 \phi_1(z) \\
\tau_{yz} &= \frac{G(z)x}{L} \beta_1 \frac{d\phi_1(z)}{dz} \\
\sigma_x &= \sigma_y = \sigma_z = \tau_{zx} = 0
\end{aligned} \tag{3-34}$$

となり，トンネル軸線方向に変形を与えた場合には，

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{E(z)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{1-\nu}{L} \beta_1 \phi_1(z) + \nu \frac{dw^*(z)}{dz} \right] \\
\sigma_y &= \frac{\nu E(z)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{1}{L} \beta_1 \phi_1(z) + \frac{dw^*(z)}{dz} \right] \\
\sigma_z &= \frac{E(z)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{L} \beta_1 \phi_1(z) + (1-\nu) \frac{dw^*(z)}{dz} \right] \\
\tau_{zx} &= \frac{G(z)x}{L} \beta_1 \frac{d\phi_1(z)}{dz}
\end{aligned} \tag{3-35}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

したがって，図3-2(a)および(b)に示した表層地盤の変形モードを図3-2(c)および(d)のバネ一質点系モデルで置換した場合にJ端に作用させる力は，(3-34)，(3-35)式の中からJ端の断面に働く力を求めることにより，

$$\begin{aligned}
K_{2y} &= Q_{xy} = \int_0^H \int_0^1 \tau_{xy} dy dz = \frac{\beta_1}{L} \int_0^H G(z) \phi_1(z) dz \\
K_{2x} &= P_x = \int_0^H \int_0^1 \sigma_x dy dz = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \frac{\beta_1}{L} \int_0^H E(z) \phi_1(z) dz \\
&\quad + \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \int_0^H E(z) \cdot \frac{dw^*(z)}{dz} dz
\end{aligned} \tag{3-36}$$

となる。

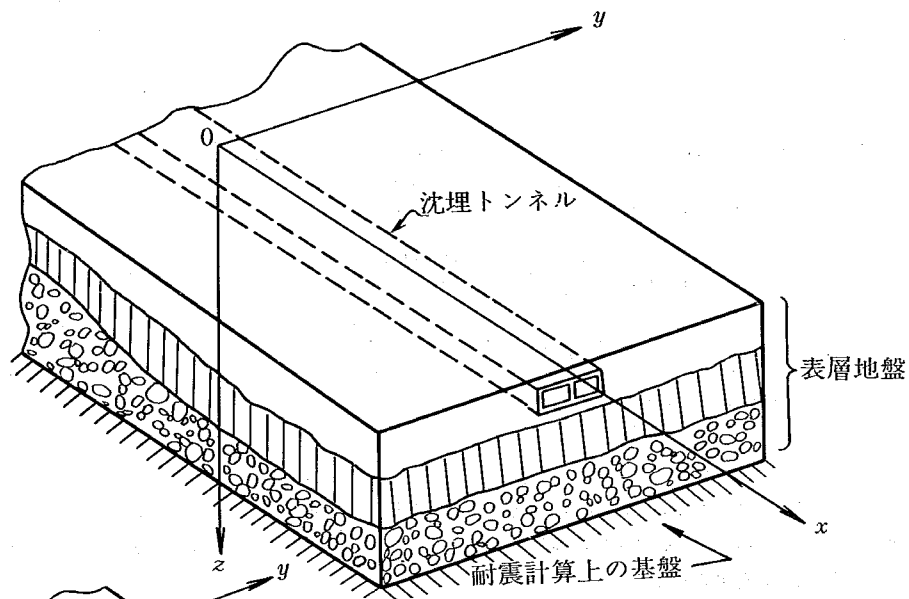
表層地盤が均一な場合について K_{2y} および K_{2x} を試算すると，振動モード関数 $\phi_1(z)$ および刺激係数 β_1 はそれぞれ(3-2)式および(3-7)式から

$$\begin{aligned}
\phi_1(z) &= \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \\
\beta_1 &= \frac{4}{\pi}
\end{aligned} \tag{3-37}$$

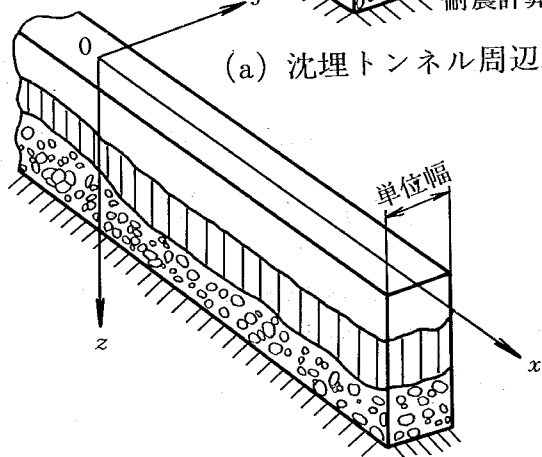
であるから，これらを(3-36)式に代入すると，

$$\begin{aligned}
K_{2y} &= \frac{8GH}{\pi^2 L} \\
K_{2x} &= \frac{1-\nu-\nu^2}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \frac{8EH}{\pi^2 L}
\end{aligned} \tag{3-38}$$

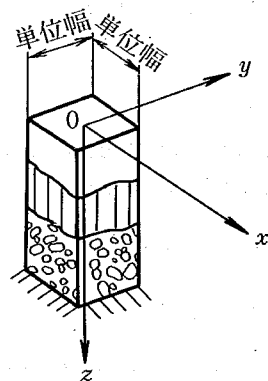
となる。



(a) 沈埋トンネル周辺地盤(表層地盤)

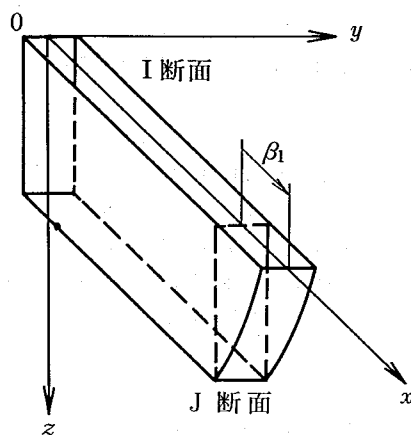


(b) 単位幅の周辺地盤モデル

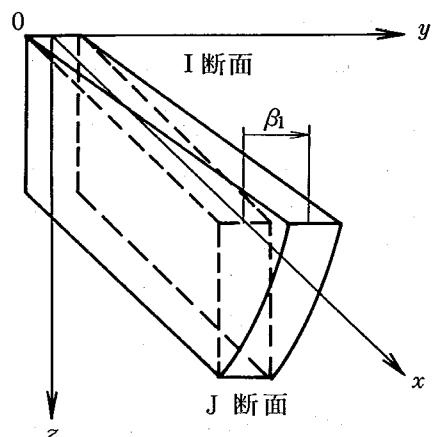


(c) 単位幅単位奥行の土柱モデル

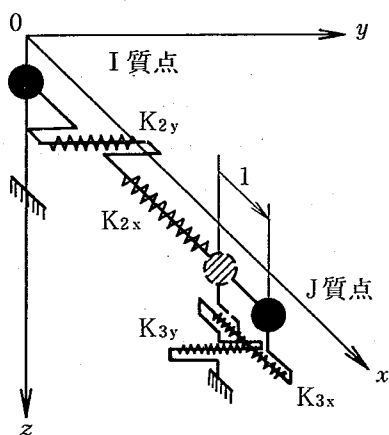
図3-1 沈埋トンネル長手方向の地盤のモデル化



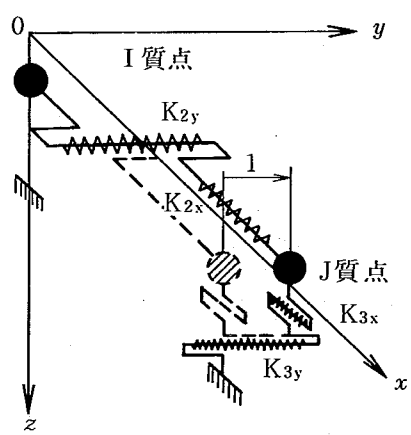
(a) 軸方向



(b) 軸直交方向



(c) 軸方向(離散型モデル)



(d) 軸直交方向(離散型モデル)

図 3 - 2 質点相互間のばね定数 K_2 を定めるために仮定する表層地盤の変形モード

4. 表層地盤の地震応答解析

4-1 運動方程式

図2-1に示した n 次元多質点系ばね-マスモデルの時刻 t における運動方程式は次式で表わされる。

$$\underline{M} \ddot{\underline{u}}_t + \underline{C} \dot{\underline{u}}_t + \underline{K} \underline{u}_t = \underline{0} \quad (4-1)$$

ここで、 $\underline{M}$ 、 $\underline{C}$ 、 $\underline{K}$ は、それぞれ、表層地盤の質量行列、減衰行列、剛性行列であり、 $\ddot{\underline{u}}_t$ 、 $\dot{\underline{u}}_t$ 、 $\underline{u}_t$ は、それぞれ、時刻 t における表層地盤の絶対加速度ベクトル、絶対速度ベクトル、絶対変位ベクトルである。ここで、“絶対”とは、固定された全体座標系からはかった諸量という意味である。この力学系の支点すなわち基盤面が強制変位を受ける場合には、基盤面における変位ベクトルを加えることにより、全体の変位ベクトル $\underline{u}_t^c$ を次のように表わすことができる。

$$\underline{u}_t^c = \begin{Bmatrix} \underline{u}_t \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} \quad (4-2)$$

ここで、 $\underline{u}_b$ は基盤面における n^b 個の拘束された変位ベクトルである。 $\underline{u}_t^c$ は便宜的に擬静的な変位ベクトル $\underline{u}_s^c$ と動的な変位ベクトル $\underline{u}^c$ と分けて考えることができる。

すなわち

$$\underline{u}_t^c = \begin{Bmatrix} \underline{u}_t \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{u}_s \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \underline{u} \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} = \underline{u}_s + \underline{u}^c \quad (4-3)$$

ここで、擬静的変位ベクトルの定義から、

$$\underline{u}_b = \underline{0} \quad (4-4)$$

である。 n^b 個の支点変位をつり合い方程式に含めるために(4-2)式の変位ベクトルに合わせて、質量行列、減衰行列、剛性行列を引き伸ばすと(4-1)式の運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{M}^b \\ (\underline{M}^b)^T & \underline{M}^{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{u}}_t \\ \ddot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{C}^b \\ (\underline{C}^b)^T & \underline{C}^{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{u}}_t \\ \dot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{K}^b \\ (\underline{K}^b)^T & \underline{K}^{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}_t \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \end{Bmatrix} \quad (4-5)$$

これより、 n 個の自由度に対する運動方程式は、

$$[\underline{M} \ \underline{M}^b] \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{u}}_t \\ \ddot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} + [\underline{C} \ \underline{C}^b] \begin{Bmatrix} \dot{\underline{u}}_t \\ \dot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} + [\underline{K} \ \underline{K}^b] \begin{Bmatrix} \underline{u}_t \\ \underline{u}_b \end{Bmatrix} = \underline{0} \quad (4-6)$$

となり、上式に(4-3)、(4-4)式を代入すると、

$$\underline{M} \ddot{\underline{u}} + \underline{C} \dot{\underline{u}} + \underline{K} \underline{u} = -[\underline{M} \ \underline{M}^b] \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{u}}_s \\ \ddot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} - [\underline{C} \ \underline{C}^b] \begin{Bmatrix} \dot{\underline{u}}_s \\ \dot{\underline{u}}_b \end{Bmatrix} \quad (4-7)$$

となる。ここで上式中の右辺の第2項は右辺第1項に比較して一般に小さいので計算に際しては省略するのが普通である。また、質量行列 $\underline{M}^b$ も集中質量系モデルではゼロとなるから(4-7)式は次のようになる。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_s \quad (4-8)$$

一方、擬静的変位ベクトルの定義から

$$Ku_s + K^b u_s^b = 0 \quad (4-9)$$

であるので、

$$u_s = -K^{-1}K^b u_s^b = -B u_s^b \quad (4-10)$$

である。ここで、 $B = K^{-1}K^b$ は支点での拘束変位ベクトルから擬静的変位ベクトルを計算するための行列である。したがって、(4-10)式を(4-8)式に代入することにより、運動方程式は次式のように表わされる。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = MB\ddot{u}_s^b \quad (4-11)$$

(4-11)式の特別な場合として、支点変位がすべての点で同一の場合、すなわち、剛な基盤の上に表層地盤が存在し、基盤が一様に動くような場合には

$$\ddot{u}_s^b = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{gx} \\ \ddot{u}_{gy} \end{Bmatrix} \quad (4-12)$$

$$B = [b_x \ b_y]$$

となる。ここで、 $\ddot{u}_{gx}$ 、 $\ddot{u}_{gy}$ は、それぞれ、 x 、 y 方向の支点加速度であり、 b_x 、 b_y は、それぞれ、 x 、 y 方向の自由度に対しては1、その他の自由度に対しては0の値を持つ n 次のベクトルである。

一般に支点（基盤面）における変位 u_s^b は加速度で与えられるのが普通であるから、支点変位を求めるためには、次式のように加速度ベクトルの時間に関する重積分が必要である。

$$u_s^b = \int \int \ddot{u}_s^b dt dt \quad (4-13)$$

4-2 モーダルアナリシスによる解法

(4-11)式の実減衰固有振動数 w_i とそれに対応する固有ベクトル ϕ_i は、次式から求められる。

$$K\phi_i = w_i^2 M\phi_i \quad i = 1, 2, \dots, q, \quad q \leq n \quad (4-14)$$

ここで、 q は必要とする精度を満足するための固有振動数の最高次数である。固有ベクトル ϕ_i を並べたモーダル行列 Φ

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_q] \quad (4-15)$$

は、次の直交条件を満足する。

$$\Phi^T K \Phi = \Omega^2$$

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (4-16)$$

ここで、 $\underline{\Omega}^2$ は円固有振動 $w_1^2, w_2^2, \dots, w_q^2$ を対角項とする対角行列であり、 $\underline{I}$ は、単位行列である。

加速度、速度、変位をモーダルマトリックスと基準座標ベクトル $\underline{q}(t)$ によって次式で表わし、

$$\left. \begin{aligned} \underline{\ddot{u}} &= \underline{\Phi} \underline{\ddot{q}} \\ \underline{\dot{u}} &= \underline{\Phi} \underline{\dot{q}} \\ \underline{u} &= \underline{\Phi} \underline{q} \end{aligned} \right\} \quad (4-17)$$

(4-17) 式を (4-11) 式に代入し、さらに $\underline{\Phi}^T$ を前から乗ずると、(4-16) 式から

$$\underline{\ddot{q}} + \underline{A} \underline{\dot{q}} + \underline{\Omega}^2 \underline{q} = \underline{\Gamma}(t) \quad (4-18)$$

となる。ここで、 $\underline{A}$ は $2h_i w_i$ を対角項とする対角行列、 $\underline{\Gamma}(t)$ は基準化された荷重ベクトルで、

$$\underline{\Gamma}(t) = \underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{B} \underline{\ddot{u}}_s^b \quad (4-19)$$

である。(4-18) 式の解は

$$q_i(t) = \frac{1}{\omega_{pi}} \int_0^t \Gamma_i(\tau) e^{-h_i w_i(t-\tau)} \sin \omega_{pi}(t-\tau) d\tau \quad (4-20)$$

で求められる。ここで、 ω_{pi} は減衰円振動数で

$$\omega_{pi} = \sqrt{1 - h_i^2} w_i \quad (4-21)$$

である。(4-18) 式は応答スペクトルを用いて解いてもよい。

この場合には、

$$|q_i(t)| \max = \phi_i^T \underline{M} \underline{B} \underline{S}_d(w_i, h_i) \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (4-22)$$

となる。ここで、 $\underline{S}_d(w_i, h_i)$ は固有振動数 w_i 、減衰定数 h_i に対する変位応答スペクトルである。したがって、応答変位の最大値は、

$$|u_i(t)| \max = \phi_i |q_i(t)| \max \quad (4-23)$$

と求めることができる。2乗和の平方根を用いて最大応答変位を推算する場合には

$$|\underline{u}(t)|_{R.M.S} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^q |\underline{u}_i(t)|^2} \max \quad (4-24)$$

となる。

4-3 直接積分による解法

直接積分によって逐時応答を計算する場合には、(4-8) 式を次のように増分形に直して解くことができる。

$$\underline{M} \Delta \underline{\ddot{u}}_t + \underline{C} \Delta \underline{\dot{u}}_t + \underline{K} \Delta \underline{u}_t = \underline{M} \underline{B} \Delta \underline{\ddot{u}}_s^b(t) \quad (4-25)$$

ここで,

$$\begin{aligned}\Delta \ddot{u}_t &= \ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t \\ \Delta \dot{u}_t &= \dot{u}_{t+\Delta t} - \dot{u}_t \\ \Delta u_t &= u_{t+\Delta t} - u_t \\ \Delta \ddot{u}_s^b(t) &= \ddot{u}_s^b(t+\Delta t) - \ddot{u}_s^b(t)\end{aligned}\quad (4-26)$$

加速度, 速度, 変位の相互の関係を次式によって仮定する。

$$\begin{aligned}\dot{u}_{t+\Delta t} &= \dot{u}_t + [(1-\delta)\ddot{u}_t + \delta\ddot{u}_t]\Delta t \\ u_{t+\Delta t} &= u_t + \dot{u}_t\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2}-\sigma\right)\ddot{u}_t + \sigma\ddot{u}_t\right]\Delta t\end{aligned}\quad (4-27)$$

ここで, 定数 δ および σ は所要の解の精度と安定性が得られるように決めればよい。一般に, $\delta = 1/2$, $\sigma = 1/6$ の場合には線形加速度法, $\delta = 1/2$, $\sigma = 1/2$ の場合には一定加速度法と言われている。
(4-27) 式から, 増分加速度および増分速度は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\Delta \ddot{u}_t &= C_1 \Delta u_t - C_2 \dot{u}_t - C_3 \ddot{u}_t \\ \Delta \dot{u}_t &= C_4 \Delta u_t - C_5 \dot{u}_t - C_6 \ddot{u}_t\end{aligned}\quad (4-28)$$

ここで,

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{1}{\sigma \Delta t^2}, \quad C_2 = \frac{1}{\sigma \Delta t}, \quad C_3 = \frac{1}{2\sigma} \\ C_4 &= \frac{\delta}{\sigma \Delta t}, \quad C_5 = \frac{\delta}{\sigma}, \quad C_6 = \left(\frac{\delta}{2\sigma} - 1\right) \Delta t\end{aligned}\quad (4-29)$$

(4-28) 式を (4-25) 式に代入すると,

$$\begin{aligned}[C_1 \underline{M} + C_4 \underline{C} + \underline{K}] \Delta \underline{u}_t &= \underline{M} \underline{B} \Delta \ddot{u}_s^b(t) + (C_2 \underline{M} + C_5 \underline{C}) \dot{\underline{u}}_t \\ &\quad + (C_3 \underline{M} + C_6 \underline{C}) \ddot{\underline{u}}_t\end{aligned}\quad (4-30)$$

となる。

ここで,

$$\begin{aligned}\underline{K} &= C_1 \underline{M} + C_4 \underline{C} + \underline{K} \\ \Delta \underline{R} &= \underline{M} \underline{B} \Delta \ddot{u}_s^b(t) + (C_2 \underline{M} + C_5 \underline{C}) \dot{\underline{u}}_t + (C_3 \underline{M} + C_6 \underline{C}) \ddot{\underline{u}}_t\end{aligned}\quad (4-31)$$

とおけば (4-30) 式は次式で書き改められる。

$$\underline{K} \Delta \underline{u}_t = \Delta \underline{R}\quad (4-32)$$

ここで, $\underline{K}$, $\Delta \underline{R}$ はいずれも時刻 t における既知量であるから (4-32) 式を $\Delta \underline{u}_t$ について解けば, (4-28) 式より, $\Delta \ddot{u}_t$, $\Delta \dot{u}_t$ が求まり, さらに, (4-26) 式から $u_{t+\Delta t}$, $\dot{u}_{t+\Delta t}$, $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ を求めることができる。

4-4 沈埋トンネルに作用させる表層地盤の応答変位

以上のようにして、(4-17)式もしくは、(4-24)式もしくは(4-27)式から表層地盤をモデル化したばね-質点系離散型振動モデルの質点応答変位 u_i が求められると、沈埋トンネルが埋設されている位置における応答変位は(3-4)式および(3-8)式から1次振動を取り出して、

$$\begin{aligned} u(h, t) &= \beta_1 \phi_1(h) q_{x01} \\ v(h, t) &= \beta_1 \phi_1(h) q_{y01} \end{aligned} \quad (4-33)$$

と求められる。ここで、 h は表地面から沈埋トンネル埋設位置までの深さであり、 q_{x01}, q_{y01} はそれぞれの断面において計算した u_i の x 方向成分および y 方向成分の値である。

5. 沈埋トンネルのモデル化

5.1 沈埋トンネルのモデル化

沈埋トンネルを周辺地盤によって弾性的に保持された棒または梁より成る骨組構造物であり、 x 、 y 、 z 3成分間の変位成分は互いに独立であると仮定してモデル化する場合には、つり合い方程式は次式で与えられる(図5-1)。

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} + k_x u = 0 \quad (5-1)$$

$$EI_y \frac{d^4 v}{dx^4} + k_y v = 0 \quad (5-2)$$

$$EI_z \frac{d^4 w}{dx^4} + k_z w = 0 \quad (5-3)$$

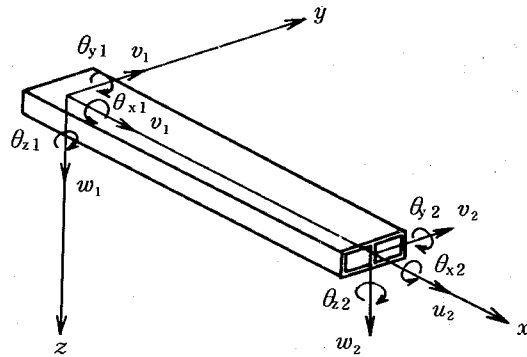


図5-1 沈埋トンネルの棒もしくは梁部材としてのモデル化

ここで

E : 沈埋トンネルのみかけの弾性係数 [t/m^2]

A : 断面積 [m^2]

I_y, I_z : y 軸まわりおよび z 軸まわりの断面 2 次モーメント [m^4]

k_x, k_y, k_z : x, y, z 方向の単位長さ当りの地盤反力係数 [t/m^2]

(5-1)~(5-3) 式で与えられる自由度の他に、構造物軸線まわりの回転変位、すなわちねじり、がある。今、微小変形理論に基づき、かつ、ねじられた後でも構造物は断面形状を保つと仮定するならば、ねじりモーメント M_t とトンネルの単位長さ当りのねじり角 θ との間には次式が成り立つ

$$M_t = G J \theta \quad (5-4)$$

ここで、 G, J はそれぞれ、構造物のせん断弾性係数、断面極 2 次モーメントである。(5-1) 式~(5-4) 式で与えられるつり合い方程式は互いに独立であると仮定しているから、沈埋トンネル

の剛性係数は各成分ごとに独立して求めることができる。以下、順番にこれを求めていく。

トンネル軸線に直交する方向の変位は(5-2)式の般として次式で与えられる。

$$v(x) = A e^{-\beta x} \sin \beta x + B e^{-\beta x} \cos \beta x + C e^{\beta x} \sin \beta x + D e^{\beta x} \cos \beta x \quad (5-5)$$

ここで,

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_y}{4EI_y}} \quad (5-6)$$

であり, A, B, C, D は積分定数である。たわみ角成分は(5-5)式を x で微分することにより,

$$\begin{aligned} \theta_z(x) = & A \beta e^{-\beta x} (-\sin \beta x + \cos \beta x) + B \beta e^{-\beta x} (-\cos \beta x - \sin \beta x) \\ & + C \beta e^{\beta x} (\sin \beta x + \cos \beta x) + D \beta e^{\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) \end{aligned} \quad (5-7)$$

と求められる。

部材端変位 v_i, θ_{zi} ($i=1, 2$) は, (5-5)式および(5-7)式より

$$\bar{v} \equiv \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_{z1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix} = \underline{C}_y \cdot \underline{\alpha}_y \quad (5-8)$$

ここで,

$$\underline{\alpha}_y^T = \{ A, B, C, D \} \quad (5-9)$$

$$\underline{C}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & \beta & \beta \\ e^{-\beta \ell} s \ell & e^{-\beta \ell} c \ell & e^{\beta \ell} s \ell & e^{\beta \ell} c \ell \\ \beta e^{-\beta \ell} (-s \ell + c \ell) & \beta e^{-\beta \ell} (c \ell - s \ell) & \beta e^{\beta \ell} (s \ell + c \ell) & \beta e^{\beta \ell} (c \ell - s \ell) \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

$s \ell = \sin \beta \ell, \quad c \ell = \cos \beta \ell$

と表わすことができる。ここで ℓ はトンネル構造の要素の長さを表わしている。(5-10)式より積分定数 $\underline{\alpha}_y$ は次式で定めることができる。

$$\underline{\alpha}_y = \underline{C}_y^{-1} \bar{v} \quad (5-11)$$

一方, 沈埋トンネルに作用する曲げモーメント M_z , せん断力 Q_z は

$$M_z = -EI_z \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad Q_y = -EI_z \frac{d^3 v}{dx^3} \quad (5-12)$$

で与えられるから, (5-5)式より部材端モーメント M_{zi} , ($i=1, 2$) および部材端せん断力 Q_{yi} , ($i=1, 2$) は次式で与えられる。

$$\bar{F} \equiv \begin{Bmatrix} Q_{y1} \\ M_{z1} \\ Q_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix} = \underline{E}_y \underline{\alpha}_y \quad (5-13)$$

ここで,

$$\underline{E}_y = \begin{bmatrix} \beta^3 & \beta^3 & \beta^3 & -\beta^3 \\ \beta^2 & 0 & -\beta^2 & 0 \\ \beta^3 e^{\beta \ell} (s\ell + c\ell) & \beta^3 e^{\beta \ell} (c\ell - s\ell) & -\beta^3 e^{\beta \ell} (s\ell - c\ell) & -\beta^3 e^{\beta \ell} (s\ell + c\ell) \\ \beta^2 e^{\beta \ell} c\ell & -\beta^2 e^{\beta \ell} s\ell & -\beta^2 e^{\beta \ell} c\ell & \beta^2 e^{\beta \ell} s\ell \end{bmatrix} \quad (5-14)$$

(5-11) 式および (5-13) 式から, 軸線に直交する方向のトンネルの剛性行列は次式のように求めることができる。

$$\underline{F}_y = \underline{k}_y \underline{v} \quad (5-15)$$

ここで,

$$\underline{k}_y \equiv \underline{E}_y \underline{C}_y^{-1} \quad (5-16)$$

同様な手続きより, z 方向の剛性行列も次式のように求めることができる。

$$\underline{k}_z = \underline{E}_z \underline{C}_z^{-1} \quad (5-17)$$

次に, トンネル軸線に沿う方向の変位は (5-1) 式の解として次式で与えられる。

$$\underline{u} = \{ \sin \beta x \cos \beta x \} \underline{\alpha}_x, \quad \underline{\alpha}_x^T = \{ A, B \} \quad (5-18)$$

ここで,

$$\beta = \sqrt{\frac{k_x}{EA}} \quad (5-19)$$

であり, A, B は積分定数である。(5-18) 式より, 部材端変位 u_i , ($i=1, 2$) は

$$\underline{u} \equiv \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \underline{C}_x \underline{\alpha}_x \quad (5-20)$$

ここで,

$$\underline{C}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ s\ell & c\ell \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

と表わすことができる。従って, 積分定数は次式で求められる。

$$\underline{\alpha}_x = \underline{C}_x^{-1} \underline{u} \quad (5-22)$$

一方, トンネルに作用する軸力 F_x は

$$F_x = -EA \frac{du}{dx}$$

で与えられるから, (5-18) 式より部材端軸力 F_{xi} , ($i=1, 2$) は次式で与えられる。

$$\underline{F}_x \equiv \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{x2} \end{Bmatrix} = \underline{E}_x \underline{\alpha}_x \quad (5-23)$$

ここで,

$$\underline{E}_x = -EA\beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c\ell & s\ell \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

よって, (5-22)式および(5-23)式より, 軸線に沿う方向のトンネルの剛性行列は, 次式のように求めることができる。

$$\underline{\bar{F}}_x = k_x \underline{u} \quad (5-25)$$

ここで,

$$k_x = \underline{E}_x \underline{C}_x^{-1} \quad (5-26)$$

最後にねじり変形に対する剛性行列は, (5-4)式から直接

$$\underline{\bar{F}}_t \equiv \begin{Bmatrix} M_{x1} \\ M_{x2} \end{Bmatrix} = \frac{GJ}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{Bmatrix} \equiv k_t \underline{\bar{\theta}}_t \quad (5-27)$$

ここで,

$$k_t = \frac{GJ}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-28)$$

と求めることができる。以上により沈埋トンネルの剛性行列は, 検討する成分に応じて(5-16), (5-17), (5-26), (5-28)式を組み合わせて求めることができる。すなわち,

$$\underline{F} = k \underline{\delta} \quad (5-29)$$

ここで,

$$\underline{F}^T = \{ F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}, F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}, \\ M_{x2}, M_{y2}, M_{z2} \} \quad (5-30)$$

$$\underline{\delta}^T = \{ u_1, v_1, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, u_2, v_2, w_2, \\ \theta_{x2}, \theta_{y2}, \theta_{z2} \}$$

$\underline{k}$: (5-16), (5-17), (5-26), (5-28)式を $\underline{F}^T$ の順に並びかえた行列

これらの剛性行列は図5-1に定義した局所座標系に対する剛性行列であるから, 座標変換行列により全体座標系に変換することが必要である。

5.2 可撓性耐震継手のモデル化

可撓性耐震継手がある場合の剛性行列は前節で求めた継手がない場合の剛性行列に以下の修正を施せばよい。すなわち継手にばねが存在するために節点変位 $\underline{\delta}$ と, 材端変位 $\underline{\delta}'$ との間に変位差が生じて力のつり合いが保たれていると考え, 継手ばねに働く力 $\underline{F}$ は次式で与えられる(図5-2)。

$$\underline{F} = k_s (\underline{\delta} - \underline{\delta}') \quad (5-31)$$

ここで,

$$k_s = \text{diag} (k_{x1}^s, k_{y1}^s, k_{z1}^s, k_{\theta x1}^s, k_{\theta y1}^s, k_{\theta z1}^s, k_{x2}^s, k_{y2}^s, \\ k_{z2}^s, k_{\theta x2}^s, k_{\theta y2}^s, k_{\theta z2}^s) \quad (5-32)$$

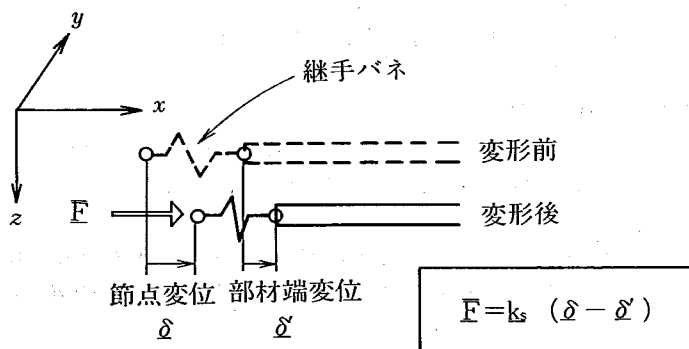


図 5-2 継手のモデル化

ここで、 $k_{xi}^s, k_{yi}^s, k_{zi}^s$ ($i=1, 2$) は可撓性継手のそれぞれ、 x, y, z 方向の伸縮変位に抵抗するばね定数、 $k_{\theta xi}^s, k_{\theta yi}^s, k_{\theta zi}^s$ はそれぞれ x 軸、 y 軸、 z 軸まわりの回転に比例するばね定数である。一方、(5.2.9) 式から材端変位 δ' とトンネルエレメントに生じている力 F の関係は

$$F = k \delta' \quad (5-33)$$

となる。力のつり合いから、 F と $\bar{F}$ は等しいはずであるから (5.3.1) 式を (5.3.3) 式に代入することにより次式が得られる。

$$\bar{F} = k (\delta - k_s^{-1} F) \quad (5-34)$$

したがって、継手ばねがある場合の沈埋トンネルの剛性行列は、

$$\bar{F} = k' \delta \quad (5-35)$$

ここで、

$$k' = (I + k k_s^{-1})^{-1} k \quad (5-36)$$

と求められる。ここで I は単位行列である。

6. 補 足 事 項

6.1 鉛直方向の地震応答解析

沈埋トンネルは一般に高さに比較して幅の大きい構造形状をとるため、水平面内の曲げ剛性に比較し鉛直面内の曲げ剛性は小さいのが普通である。したがって、鉛直面内の耐震性を検討することが必要であろう。

鉛直面内の表層地盤の振動応答に関する研究の事例は少ないが、今、基盤から鉛直上方に圧縮波が伝播するという仮定が許されるとするならば、図3-1(c)に示した土柱の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{r_s}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(E_s \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{r_s}{g} \frac{\partial^2 u_B}{\partial t^2} \quad (6-1)$$

ここで、

r_s : 土の湿潤単位体積重量 [t/m^3]

w : 上下方向 (z 軸方向) の地盤の応答変位 [m]

E_s : 深さ z における地盤の弾性係数 [t/m^2]

g : 重力の加速度 [m/sec^2]

w : 基盤における上下方向の地震動変位 [m]

上式は表層地盤が一樣に上下方向に振動すると仮定して x および y 方向へのひずみ成分を拘束した場合を示している。また、減衰力は3章で示したと同様に各モードに対して適当な値を設定するものとする。

振動モード関数 $\phi_i(z)$ および固有振動数 T_i は (6-1) 式の自由振動方程式を解き、境界条件を代入することにより算定できる。例えば、 $E(z)$ が深さ方向に一樣な場合には $\phi_i(z)$ および T_i は次式で求められる。

$$T_i = \frac{4H}{(2i-1)V_P} \quad (6-2)$$

$$\phi_i(z) = \cos\left(\frac{2i-1}{2H}\pi z\right)$$

ここで、 V_P は圧縮波の伝播速度で次式で与えられる。

$$V_P = \sqrt{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{gG_s}{r_s}} \quad (6-3)$$

(6-2) 式は単に (3-2) 式の V_s を V_P で置き換えた関係になっている。したがって、(6-1) 式の解を

$$w(z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(z) \cdot q_{zi}(t) \quad (6-4)$$

ここで,

$q_{zi}(t)$: i 次の z 方向の基準座標

とおけば, (6-4) 式を (6-1) 式に代入し, 各モードに対して減衰定数 h_i を見込めば次式が得られる。

$$\ddot{q}_{zi} + 2h_i \dot{q}_{zi} + \omega_i^2 q_{zi} = -\beta_i \ddot{w}_g \quad (6-5)$$

したがって, 以後は 3 章に示した手法と同様にして土柱を 1 質点系のばね-質点系モデルによって置換した場合の質量およびばね定数を定めることができる。

次に, 地盤の質点相互間を連結するばね定数は 4 章に示した手法を再度用いて以下のように定めることができる。すなわち, I 端は固定されていて, J 端のみが z 方向に単位の変位をする状態を想定すると,

$$q_{x01}(t) = 0, \quad q_{y01}(t) = 0, \quad q_{z01}(t) = 1 \quad (6-6)$$

であるから, 図 3-3(a) に相当する地盤の変形を

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= 0, & 0 \leq x \leq L \\ v(x, y, z) &= 0, & 0 \leq y \leq 1 \\ w(x, y, z) &= \frac{x}{L} \beta_1 \phi_1(z), & 0 \leq z \leq H \end{aligned} \quad (6-7)$$

と仮定することができるとすれば, (3-22) 式から表層地盤に生じる応力成分は

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{I}{L} \beta_1 \frac{d\phi_1(z)}{dz} \\ \sigma_z &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\beta_1}{L} \frac{d\phi_1(z)}{dz} \\ \tau_{zx} &= G \frac{\beta_1}{L} \phi_1(z) \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (6-8)$$

となる。したがって, J 端に作用させる力を求めると

$$k_{zz} = Q_{zz} = \int_0^H \int_0^1 \tau_{zx} dy dz = \frac{\beta_1}{L} \int_0^H G(z) \phi_1(z) dz \quad (6-9)$$

となる。

表層地盤が均一な場合には, 振動モード関数 $\phi_1(z)$ および固有周期 T_1 は (6-2) 式で与えられるから

$$k_{zz} = \frac{8GH}{\pi^2 L} \quad (6-10)$$

となる。

したがって、このようにして上下方向振動の解析モデルが設定されると4章および5章に示した手法に従って水平方向振動の場合と同様にトンネルの変位および断面力の応答値を算走することができる。

6.2 入力地震動

入力地震動は(3-1)式に示されるように、耐震計算上の基盤面で与えなければならない。地中地震観測の結果や地盤の地震応答解析の結果によれば、地盤に生じる加速度の分布は深さ方向に一樣ではないことが知られており、また、地表上で記録された地震動は強くその周辺の地盤条件の影響を受けているといわれている。したがって、地表面上で観測された地震動をそのまま基盤面における入力地震動として使用することは合理的ではなく、適当な方法で表層地盤の影響を削除して基盤の地震動に変換することが必要である。このような手続きとその例については参考文献[22]を参照されたい。

7. 数 値 計 算 例

7-1 概 説

数値計算の対象としたのは図7-1に示す全長4131mの道路用鉄筋コンクリート製沈埋トンネルで、そのうち、2856mの区間が沈埋工法によるトンネルである。トンネル両端および中央の3箇所に換気塔が設けられており、また、合計8箇所に可撓性の耐震継手が設けられている。

沈埋トンネルの周辺地盤は、海底面から下方に順に上部砂泥互層、中部粘土層、中部砂泥互層と続いており、各地層の平均的な諸定数は表7-1に示す通りである。耐震計算上の基盤面は中部砂

表7-1 周辺地盤の平均的な地盤定数

諸 定 数	地 層		
	上部砂泥互層	中部粘土層	中部砂泥互層
N 値	53	18	100
単位体積重量〔t/m ³ 〕	2.0	1.7	2.0
せん断弾性波速度〔m/sec〕	305	280	335
せん断弾性係数〔t/m ² 〕	19,000	13,600	22,900

注) せん断弾性波速度およびせん断弾性係数はともに微小せん断ひずみ時の推定値である。

泥互層の上面に設定することとした。したがって、表層地盤の厚さは、海上換気塔付近を境として、それより左側ではおおむね80m、右側ではおおむね50m、程度となっている。

沈埋トンネルの断面形状は図7-2に示す通りであり、計算に仮定した断面諸定数は表7-2に示すとおりである。

表7-2 可撓性耐震継手のばね係数

		エレメント間	沈埋トンネル 始 終 端 部	換気塔との取合い	摘 要
軸方向ばね係数 K_3 (t/m)		2.3×10^5 (5.3×10^{-5})	1.2×10^5 (2.8×10^{-5})	0	()内は 本体剛性と の比を表わ す。
回 転 ば ね 係 数 ($t \cdot m / rad$)	水平面内 $K_{\theta z}$	3.0×10^7 (5.5×10^{-5})	3.0×10^7 (5.5×10^{-5})	0	
	鉛直面内 $K_{\theta y}$	7.5×10^6 (1.4×10^{-4})	3.0×10^6 (5.6×10^{-5})	0	
セン断 ば ね 係 数 (t/m)	水平面内 K_y	2.0×10^5 (1.1×10^{-5})	2.0×10^5 (1.1×10^{-5})	0	
	鉛直面内 K_z	2.0×10^5 (1.1×10^{-5})	本体剛性と同様とする。		
ネジリばね係数 K_r		本体剛性と同様とする。			

7-2 入力地震動

入力地震動は基盤面において考慮し、平均応答スペクトル曲線（建設省土木研究所，1970，岩盤， $h=20\%$ ），1968年4月の日向灘沖地震による板島橋付近における地表面で記録された地震動を耐震計算上の基盤面に変換した地震動（図7-3(a)），および，1973年6月の根室半島沖地震による静内橋周辺地盤の地表面下40m（砂礫層）で記録された地震動（図7-3(b)）の2つを使用した。これらの入力地震動の特性については参考文献〔22〕を参照されたい。加速度応答スペクトル曲線を表示すると図7-4のとうりである。

入力地震動を作用させる方向は沈埋トンネル主要部分のトンネル軸に沿う方向およびこれに直交する方向の2方向とした。

7-3 解析モデル

両端の換気塔間の表層地盤および沈埋トンネルをそれぞれ52個の質点系の力学モデルによって置換した。換気塔と沈埋トンネルの取合いは，構造型式をもとに上下方向は構造上固定，その他の方向は構造上独立していると仮定した。

沈埋トンネルは換気塔間で構造上連続しているとした場合および図7-1に示した8箇所に可撓性の耐震継手が設けられているとした場合の両者を解析することとし，後者については継手の剛性が沈埋トンネルに生じる断面力および変位に及ぼす影響を検討するため，表7-3に示した継手の

表7-3 計算に想定した断面諸定数

エレメントの弾性係数		E	3.5×10^6	t/m^2
断面2次モーメント	軸直角方向	I_y	1500	m^4
	鉛直方向	I_z	15500	m^4
断面積		A	124.3	m^3
エレメントのせん断弾性係数		G	1.52×10^6	t/m^2

剛性を基本として，これらを任意に1/10倍，1/2倍，2倍，10倍，100倍と変化させた場合の応答を計算した。

7-4 計算結果

計算の結果求められた地盤の表面における変位応答，沈埋トンネルの変位応答および断面力の応答のそれぞれの最大値を図7-5（平均応答スペクトル曲線—最大加速度150ガルを作用させた場合），図7-6（静内橋地震動記録—最大加速度41ガルを作用させた場合），および，図7-7（板島橋地震動記録—最大加速度134ガルを作用させた場合）にそれぞれ示す。耐震継手を設けることによりトンネルに生じる地震時断面力を低減させることが認められる。しかしながら，なかには耐震継手を設けることにより断面力は低下せず，むしろ増加する傾向にある場合があることに注意しなければならない。耐震継手を設ける場合の位置，配置間隔を定める場合には，こうした点を充分に検討する必要がある。

次に、トンネル全長にわたり生ずる断面力の最大値に着目して、可撓性耐震継手を設けた場合に生じる断面力が連続構造であるとした場合の断面力に比較してどのように変化するかを示したのが図7-8である。これより、可撓性継手を設けた場合の断面力の低減の度合いは軸力において著るしく、曲げモーメント、せん断力の順となっているのが認められる。

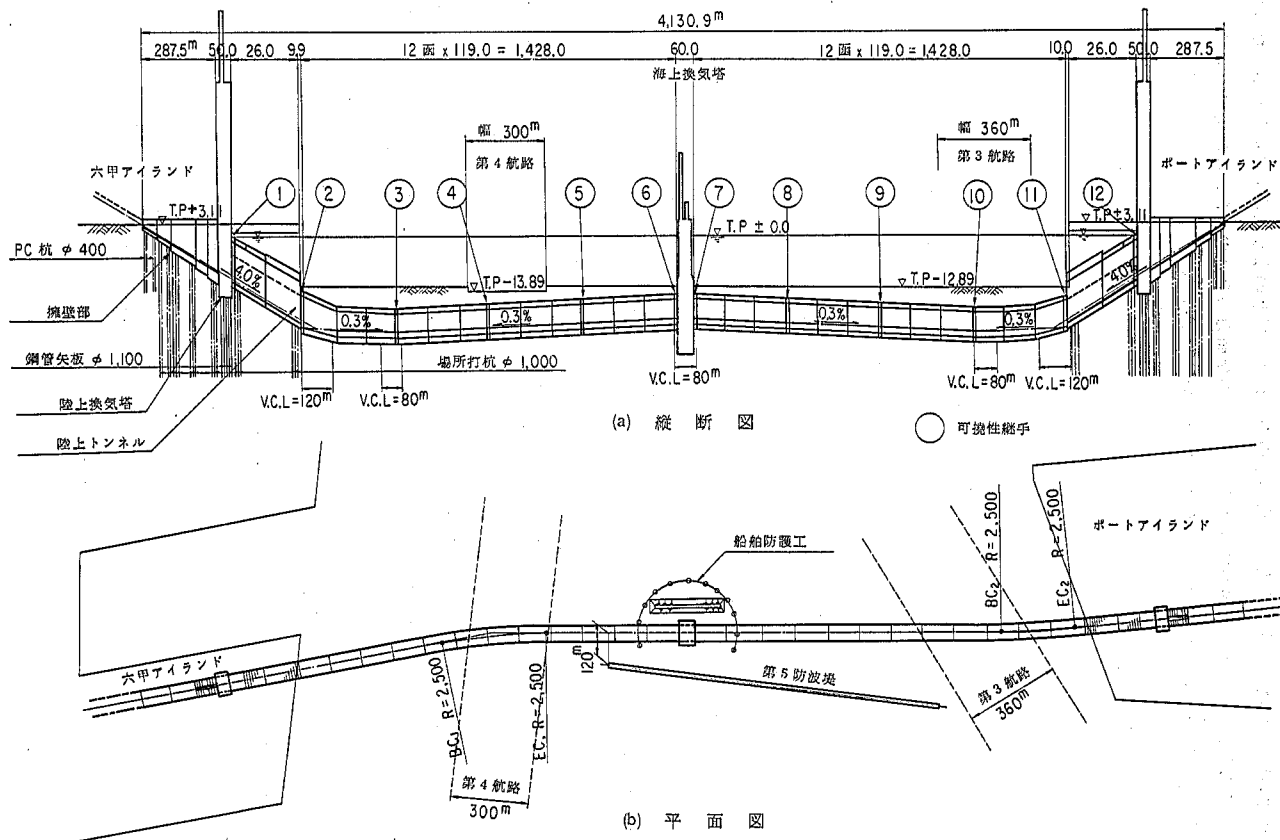
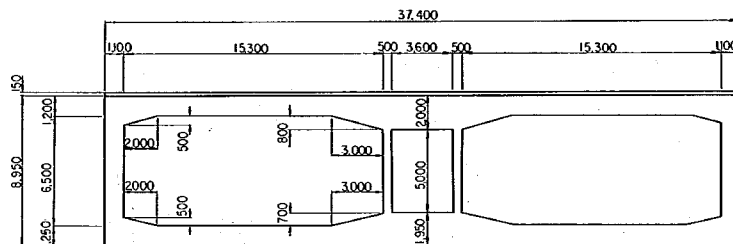


図 7-1 計算の対象とした沈埋トンネル一般図



単位 (mm)

図 7 - 2 沈埋トンネル横断面図

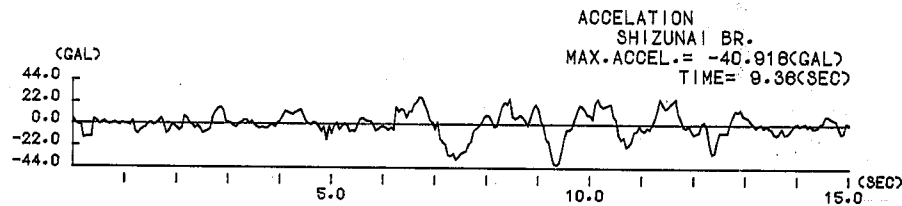
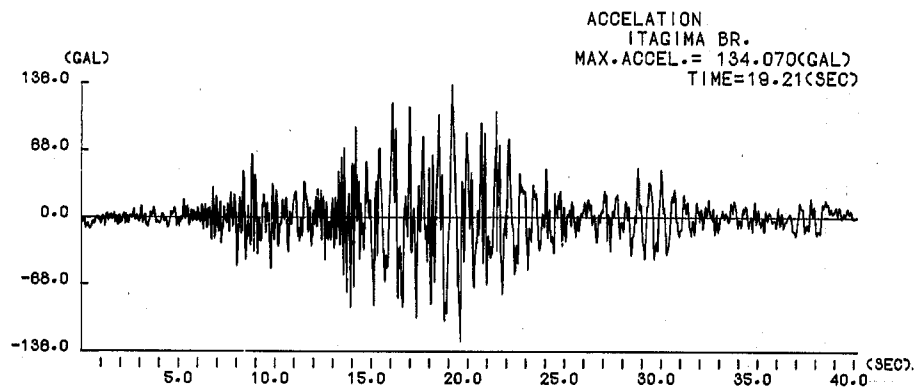


図 7 - 3 入力地震動加速度波形

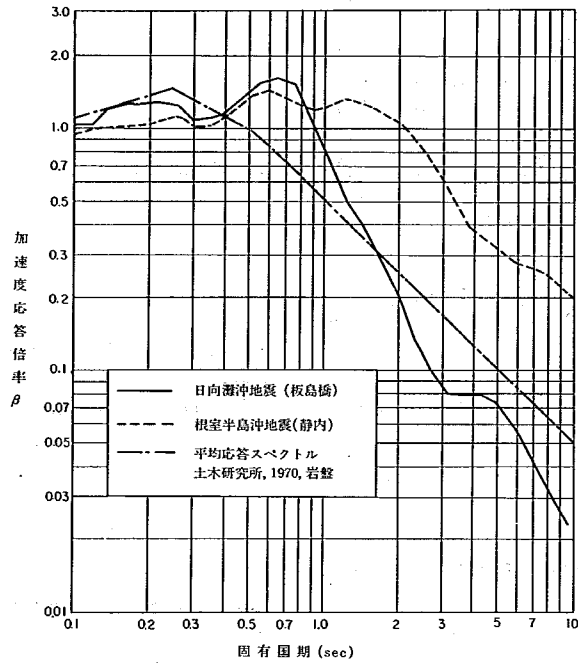


図7-4 入力地震動の応答加速度スペクトル曲線

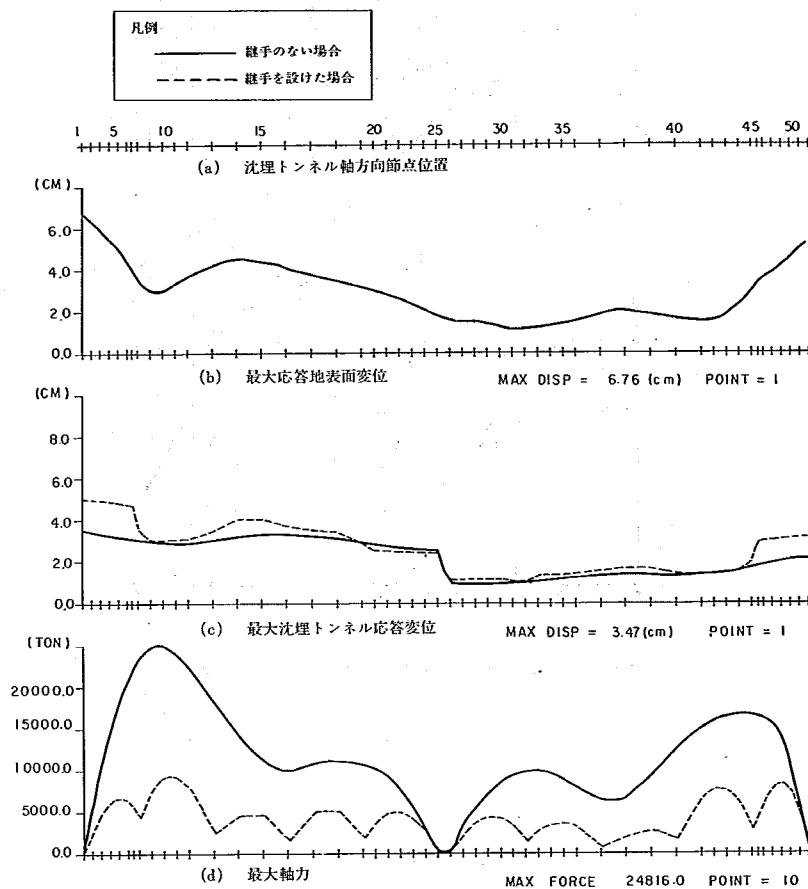


図 7-5 (a) 平均応答スペクトル曲線を作作用させた場合の応答分布図
〔トンネル軸方向に加振した場合〕

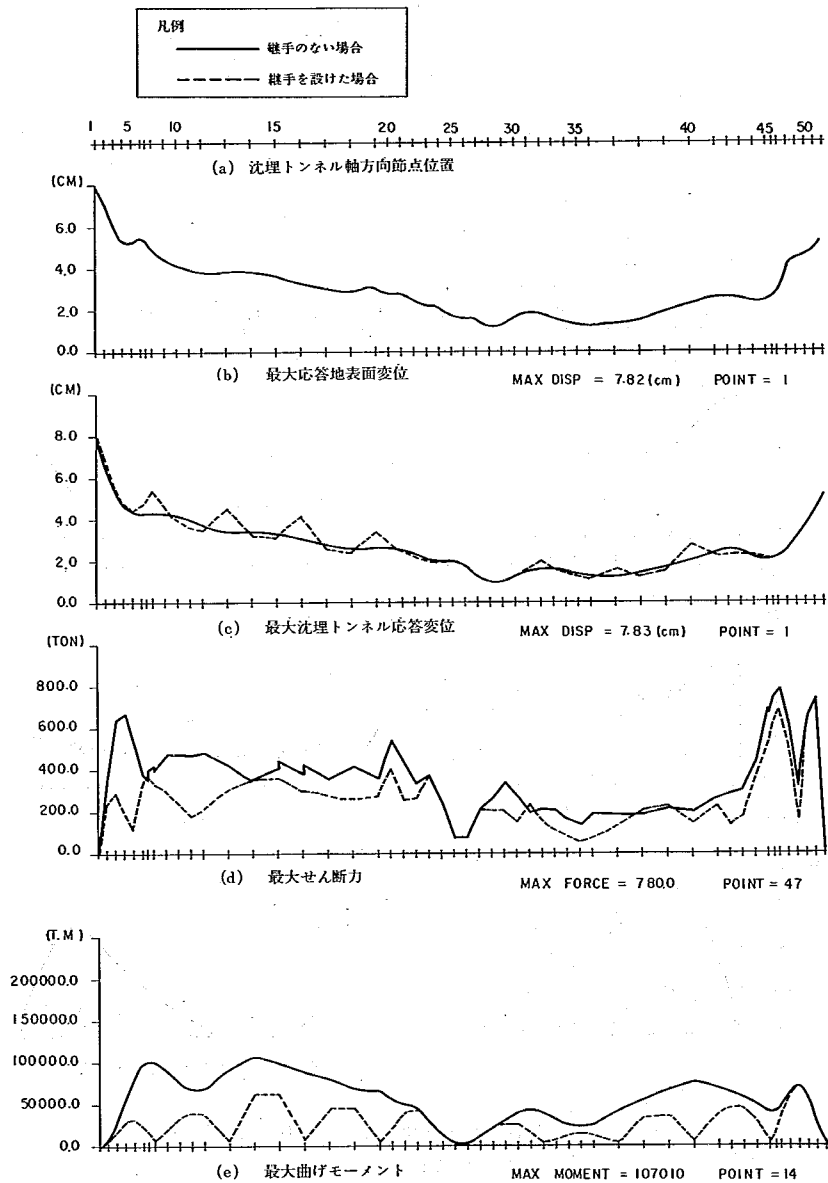
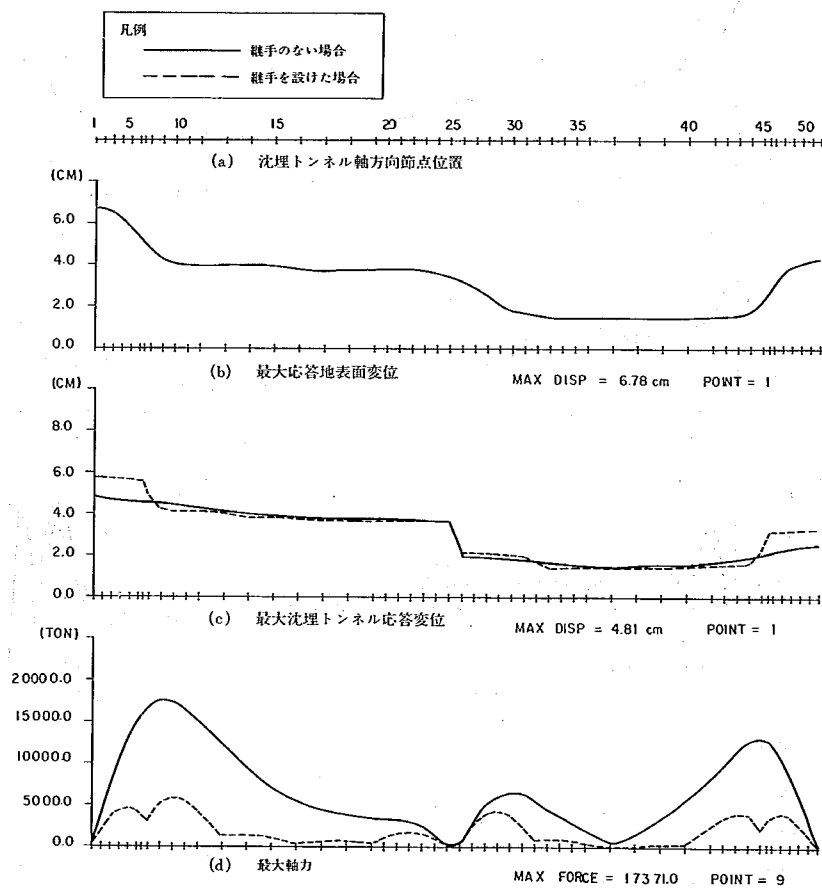


図 7 - 5 (b) 平均応答スペクトル曲線を用いた場合の応答分布図
[トンネル軸に直交方向に加振した場合]



7-6(a) 静内橋地震動を作用させた場合の応答分布図
[トンネル軸方向に加振した場合]

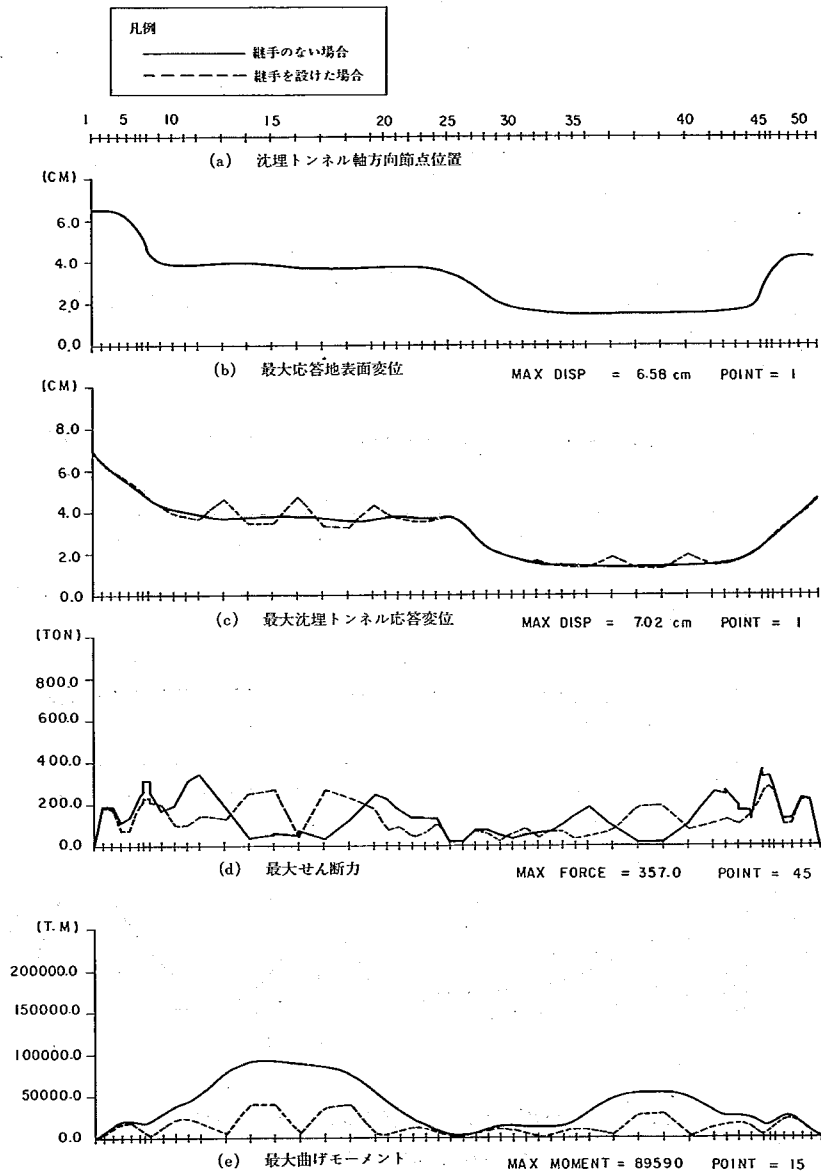


図7-6(b) 静内橋地震動を作用させた場合の応答分布図
 [トンネル軸直交方向に加振した場合]

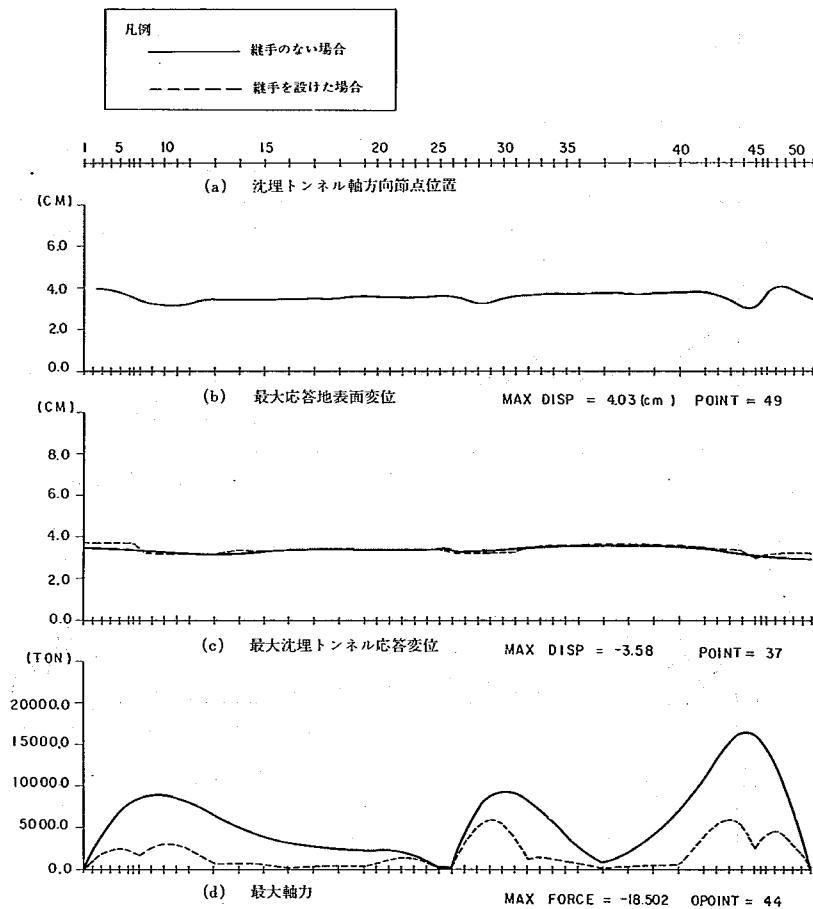


図 7-7 (a) 板島橋地震動を作用させた場合の応答分布図
 [トンネル軸方向に加振した場合]

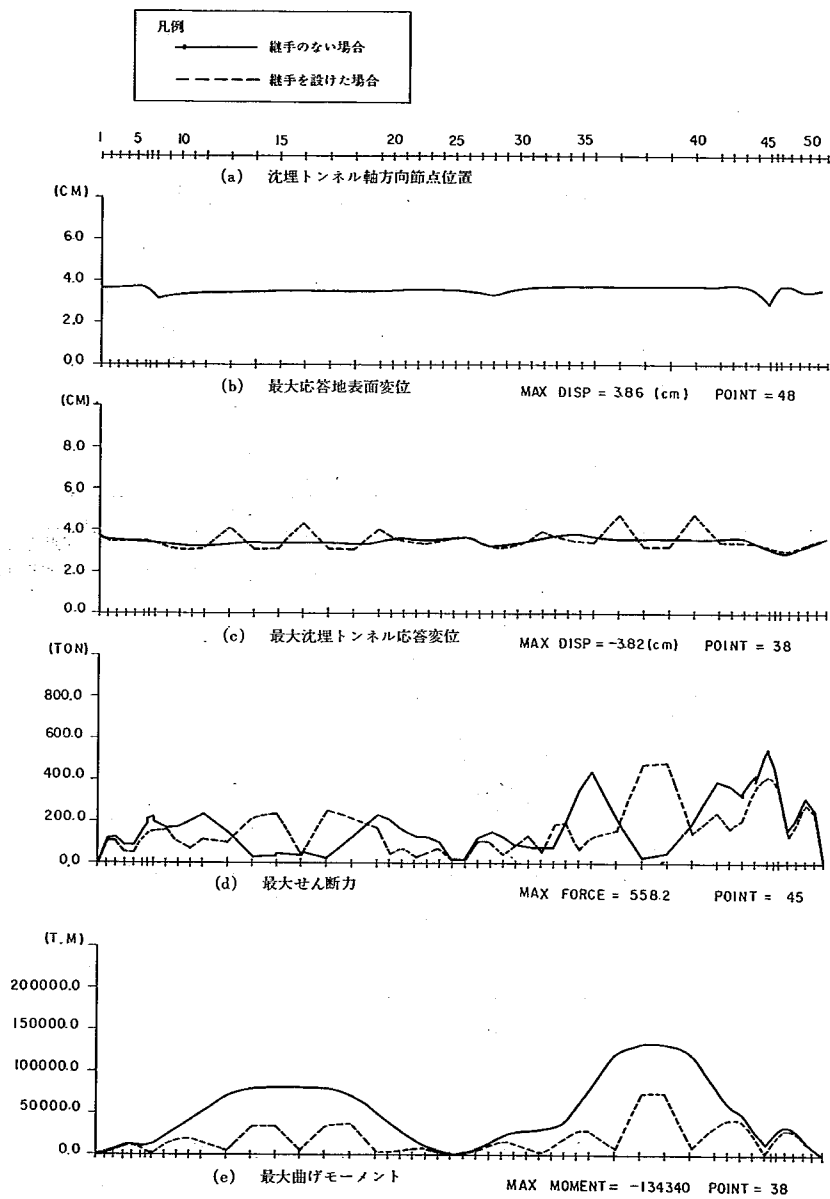


図 7-7 (b) 板島橋地震動を作用させた場合の応答分布図
 [トンネル軸に直交方向に加振した場合]

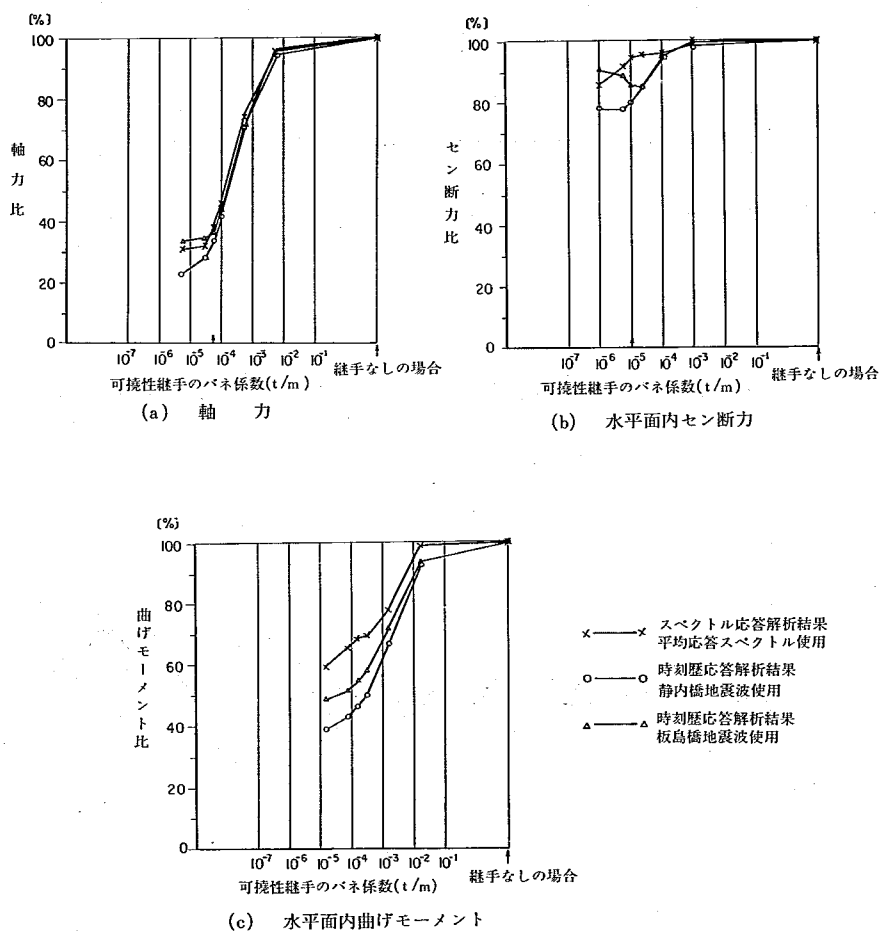


図 7-8 可撓性継手を設けた場合の断面力の低減の度合い

参 考 文 献

- 1) 土木学会：沈埋トンネルの耐震性に関する調査研究報告書（昭和46年度，47年度，48年度），土木学会沈埋トンネル耐震設計研究委員会，昭和47年3月，昭和48年3月，昭和49年3月。
- 2) 土木学会：沈埋トンネル耐震設計指針(案)，土木学会沈埋トンネル耐震設計研究委員会，昭和50年3月。
- 3) 岡本舜三：地震を考慮した土木構造物の耐震設計法，オーム社。
- 4) G. Tamura, S. Okamoto and M. Hamada: Dynamic Behavior of a Submerged Tunnel during Earthquakes, Report of the Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Vol. 24, No. 5, March, 1975.
- 5) S. Okamoto and G. Tamura: Behavior of Subaqueous Tunnel During Earthquakes, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, No. 3, 1973.
- 6) T. R. Kuesel: Earthquake Design Criteria for Subways, Proc. of ASCE, 95, ST6, 1969, PP. 1213-1231.
- 7) E. Kuribayashi and T. Iwasaki: Effects of Soil Deposites on Seismic Behavior of Prefabricated Highway Tunnels, Proc. of 5th WCEE, Roma, 1973.
- 8) E. Kuribayashi, T. Iwasaki and K. Kawashima: Dynamic Behavior of a Subsurface Tubular Structure, 5th European Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, 1975, 9.
- 9) 栗林，岩崎，辻：沈埋トンネルの耐震性に関する調査報告 — 沈埋トンネルの模型振動実験一，土木研究所資料第747号，建設省土木研究所，昭和47年3月。
- 10) 栗林，若林，若月，辻：沈埋トンネルの地震応答，土木学会第12回地震工学研究発表会，昭和47年7月。
- 11) 栗林，岩崎，辻：沈埋トンネルの模型振動実験，第7回土質工学研究発表会，昭和47年5月。
- 12) 栗林栄一他：沈埋トンネルおよび盛土の耐震性に関する調査報告 — 沈埋トンネルおよび盛土の模型振動実験，土木研究所資料第852号，建設省土木研究所，昭和48年12月。
- 13) 栗林，岩崎，川島，若月，高木：沈埋トンネルおよび盛土の耐震性に関する調査報告 — 沈埋トンネルおよび盛土の地震応答解析一，土木研究所資料第851号，建設省土木研究所，昭和48年12月。
- 14) 岩崎，川島：地盤と構造物の振動性状，関東地震50周年記念地震工学シンポジウム，昭和48年8月。
- 15) 岩崎，川島：沈埋トンネルの動的解析 — 模型実験と動的解析，土と基礎，22巻3号，昭和49年3月。
- 16) 栗林栄一他：東京湾横断道路トンネルの耐震計算および地震応答解析，土木研究所資料第953号，建設省土木研究所，昭和49年4月。
- 17) 栗林，川島，宮田：東京湾横断道路トンネル（可撓性継手を設けた場合）の地震時断面力およ

び変位の検討，土木研究所資料第1038号，建設省土木研究所，昭和50年4月。

18) 栗林，岩崎：地中構造物の耐震技術基準，UJNR第5回合同部会，昭和48年5月。

19) 栗林，岩崎，川島：沈埋トンネルの耐震性，土木学会第29回年次学術講演会，昭和49年10月。

20) 栗林，岩崎，川島：沈埋トンネルの縦断方向の地震時応力，土木学会第13回地震工学研究発表会，昭和49年7月。

21) Kuribayashi, E. and Kawashima, K.: Earthquake Resistant Design for Submerged Tunnels and An Example of Its Application, PWRI Technical memorandum No.1169, Public Works Research Institute, Ministry of Construction, November 1976.

22) 栗林，川島，宮田：地震動入力の設定法に関する研究，土木研究所資料第1192号，建設省土木研究所，昭和52年2月。

付録一 表層地盤の離散型せん断振動モデル化の解析精度に関する検討

1. 概 説

図3-1に示した表層地盤を図2-1に示した離散型のせん断振動系力学モデルによって置換した場合の計算精度をトンネル長手方向の振動に限定して簡単な試算により検討した。

解析の対象とした表層地盤は図A1-1に示すようにそれぞれ300mの長さをもつ水平部(I)、斜路部、水平部(II)から成る合計900m区間で、水平部(I)の厚さは40mに保って水平部(II)の厚さは50mおよび70mの2ケースとした。地盤のせん断弾性波速度 V_s 、単位体積重量 γ_s 、ポアソン比 ν はそれぞれ

$$\begin{aligned} V_s &= 100 \text{ m/sec} \\ \gamma_s &= 2 \text{ Y/m}^3 \\ \nu &= 0.45 \end{aligned} \quad (\text{A1-1})$$

とし、表層地盤を通じて均一とした。したがって、表層地盤のせん断振動基本固有周期はおおむね次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{水平部(I)} \quad T_1 &= 1.6 \text{ 秒} \\ \text{水平部(II)} \quad T_1 &= \begin{cases} 2.0 \text{ 秒} & h_2 = 50 \text{ m の場合} \\ 2.8 \text{ 秒} & h_2 = 70 \text{ m の場合} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A1-2})$$

計算精度は図A1-1に示す5地点の地盤表面における相対変位応答および次式による5地点間相互の相対的な応答変位(以下、これを地点間相対変位と呼ぶ)を厳密解との比較によって、表わすこととした。

$$\Delta u_{i1} = u_i - u_1 \quad (\text{A1-3})$$

ここに、

u_i : 図A1-1に示す第*i*地点の地表面の相対応答変位 [cm]

u_1 : 図A1-1に示す第1地点の地表面の相対応答変位 [cm]

Δu_{i1} : 第1地点を基準とした第*i*地点の地点間相対変位 [cm]

ここで応答変位を検討の項目に選んだのは、沈埋トンネルに計算上生じる変形は表層地盤に生じる幾何学的な変形すなわち、地盤の相対的な応答変位によって起こされると考えたためである。また、厳密解は計算の精度上充分と考えられる自由度をもつ平面ひずみの状態の有限要素法による解を用いることとした。

入力地震動は1973年6月の根室半島沖地震による静内橋周辺地盤の地表面下40m(砂礫層)で記録された地震動とした。この入力地震動の加速度波形および応答スペクトル曲線は図7-3および図7-4に示されている。

2. 解 析 モ デ ル

図A1-1に示した表層地盤を図A1-2に示すように13質点、7質点、3質点の離散型モデルによって置換した。表層地盤の堅さは均一としているので、質点の質重 M_{xi} 、基盤と質点を結ぶばねの剛性 K_{2x} 、および質点間相互を連絡するばねの剛性 K_{3x} はそれぞれ(3-26)式、および(3-38)式から次のように求めた。

$$M_{x1} = \frac{8}{\pi^2} \frac{\gamma_s}{g} HL$$

$$K_{3x} = \frac{2G}{H} L \quad (A1-4)$$

$$K_{2x} = \frac{1-\nu-\nu^2}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \frac{8EH}{\pi^2 L}$$

ここに、

H：表層地盤の厚さ [m]

L：質点間相互の距離 [m]

G：表層地盤のせん断弾性係数 [t/m^2]

E：表層地盤の弾性係数 [t/m^2]

K_{2x} にはポアソン比が関係しているが、簡単な試算を行なった所、ポアソン比の効果は応答計算の結果にほとんど影響を及ぼさないことがわかったため、以後の計算には便宜上ポアソン比の項を省略した形で検討を進めることとした。

3. 計算結果

3-1 13質点系モデルと厳密解の比較

13質点系モデルを用いて図A1-1に示した5地点の時刻歴相対応答変位を計算し、これを厳密解と比較した結果を図A1-3(40m~50mモデル)および図A1-4(40m~70mモデル)に示す。また、地点間相対変位について比較した結果を図A1-5(40m~50mモデル)および図A1-6(40m~70mモデル)に示す。ともに、実線が13質点系モデルの結果を、破線が厳密解を示している。これらの結果より、13質点系モデルで計算した相対変位応答および地点間相対変位応答は周期特性、振幅特性ともに良く厳密解と一致していると言えよう。

3-2 質点数を減少させる効果

次に、離散型モデル化において、質点個数の近似の度合いが計算精度に及ぼす効果を図A1-2に示した13質点モデル、7質点モデル、3質点モデルによって検討した結果を表A1-1に示す。ここでは1~5地点の相対変位応答および地点間相対変位応答の最大値に着目して整理した結果を示している。この結果より13質点系モデル、7質点系モデル、3質点系モデルの場合とも比較的良好な精度で相対変位応答および地点間相対変位応答が算定されているのが認められる。ちなみに、3質点系モデルの場合には、質点間相互の距離Lは300mであり、表層地盤の厚さH(水平部①)を基準にとれば)が40mであるから、その比L/Hは7.5である。

4. 結論

表層地盤を離散型せん断振動モデルによって置換した場合の計算精度をトンネル長手方向の振動に限定して簡単な試算により検討し、以下の結論が得られた。

- (1) 質点の質量、基盤と質点を結ぶばねの剛性および質点間相互を連結するばねの剛性を(A1

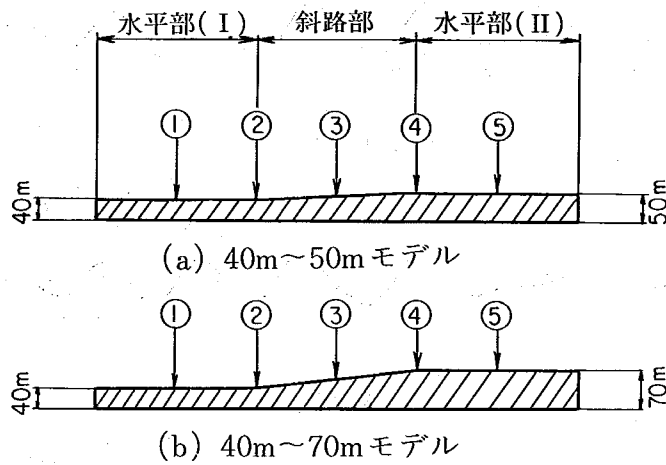
- 1) 式のように選定すれば、離散型せん断振動モデルは比較的精度良く表層地盤の振動応答を近似できる。

- (2) 表層地盤の応答の算定に対する質点間相互を結ぶばねの剛性に含まれるポアソン比の影響は小さい。
- (3) 質点間相互の距離は、表層地盤の堅さや厚さが著しく変化しない限りは大きくとってもよいと考えられる。本計算例では、質点間距離 L および表層地盤の一方の厚さ H_1 の比 L/H_1 を 7.5、表層地盤の厚さの差との比 $L/(H_2 - H_1)$ を 10 程度にとった場合でも比較的精度の良い解が求められた。

表 A 1 - 1 相対変位および地点間相対変位の精度

表層地盤 モデル	計算モデル	相 対 変 位 応 答 の 最 大 値 [cm]					地 点 間 相 対 変 位 応 答 の 最 大 値 [cm]			
		u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	Δu_{21}	Δu_{31}	Δu_{41}	Δu_{51}
40m~50m モデル	13質点系モデル	15.5 [1.9]	15.6 [1.3]	18.6 [1.6]	21.8 [1.9]	22.0 [1.4]	1.31 [-20.6]	7.26 [-3.8]	14.28 [2.0]	15.30 [-0.6]
	7質点系モデル	15.5 [1.9]	15.6 [1.3]	18.6 [1.6]	21.9 [2.3]	22.0 [1.4]	1.03 [-37.6]	7.25 [-4.0]	14.70 [5.0]	15.23 [-1.1]
	3質点系モデル	15.5 [1.9]	—	18.7 [2.2]	—	21.9 [0.9]	—	7.51 [-0.5]	—	14.85 [-3.6]
	厳 密 解	15.2	15.4	18.3	21.4	21.7	1.65	7.55	14.0	15.40
40m~70m モデル	13質点系モデル	15.5 [2.6]	15.5 [0.6]	22.6 [2.3]	28.5 [-1.7]	27.5 [-2.8]	2.74 [-16.7]	16.40 [0]	29.76 [1.6]	30.75 [-1.1]
	7質点系モデル	15.5 [2.6]	15.3 [-0.6]	22.7 [2.7]	28.3 [-2.4]	27.3 [-3.5]	2.21 [-32.8]	16.39 [0]	30.19 [3.0]	30.48 [-2.0]
	3質点系モデル	15.4 [2.0]	—	23.8 [3.2]	—	27.5 [-2.8]	—	18.03 [9.9]	—	29.88 [-3.9]
	厳 密 解	15.1	15.4	22.1	29.0	28.3	3.29	16.4	29.3	31.1

(注) []内は厳密解に対する計算値の相対誤差(%)を表わす。



① 地点番号

図 A 1-1 表層地盤モデル

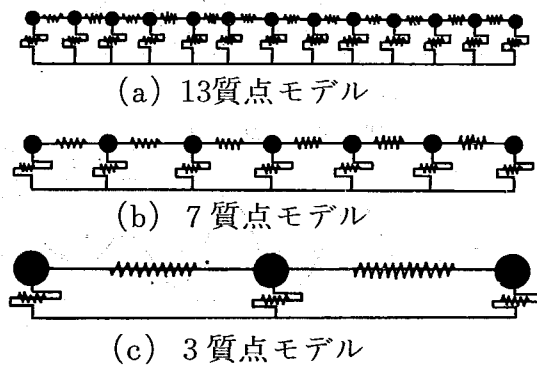
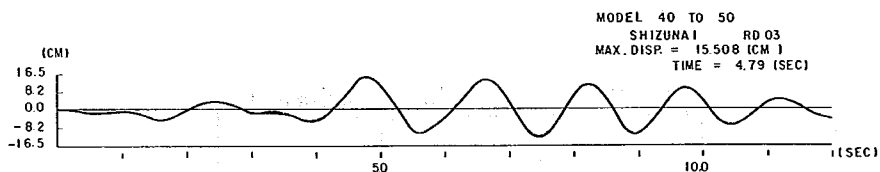
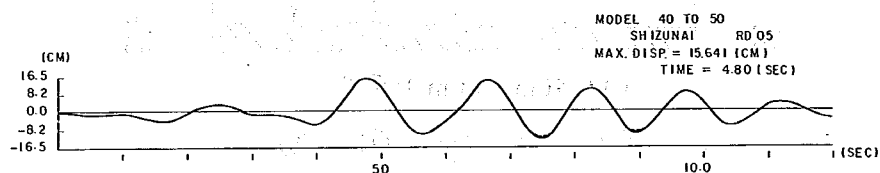


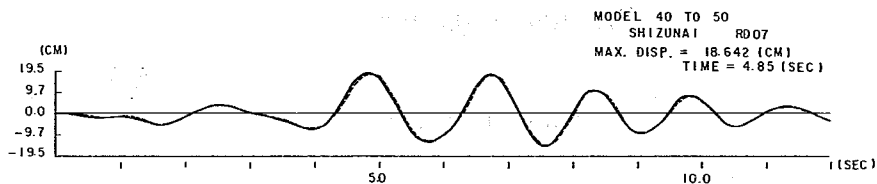
図 A 1-2 計 算 モ デ ル



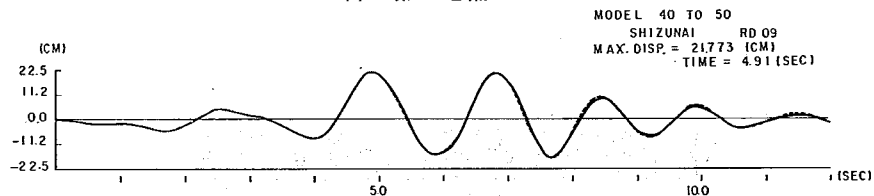
(a) 第 1 地点 u_1



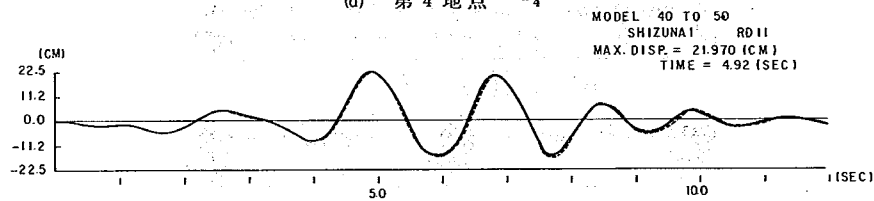
(b) 第 2 地点 u_2



(c) 第 3 地点 u_3



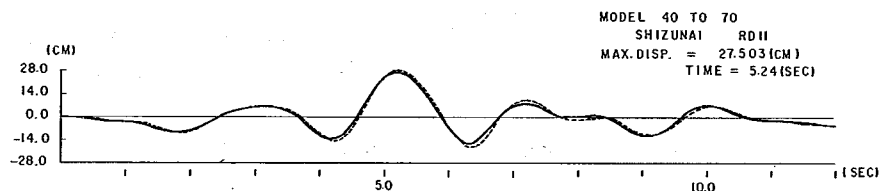
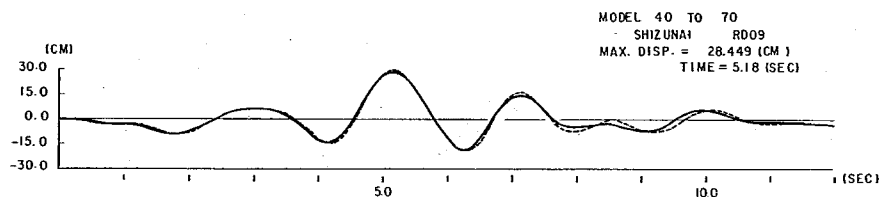
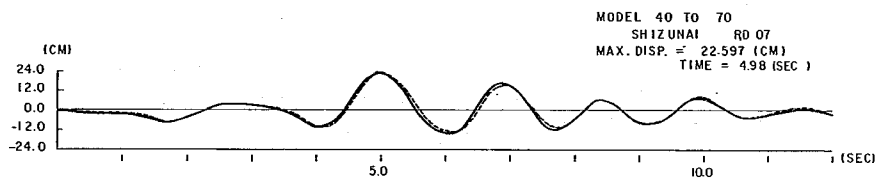
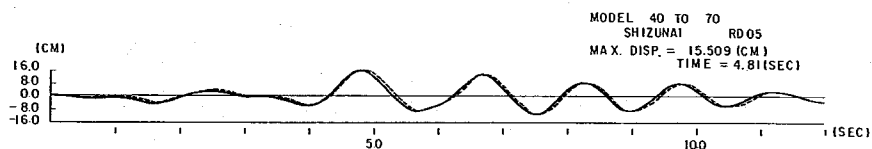
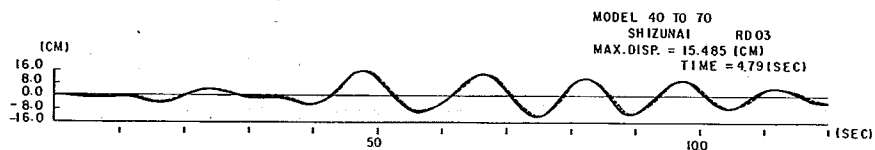
(d) 第 4 地点 u_4



(e) 第 5 地点 u_5

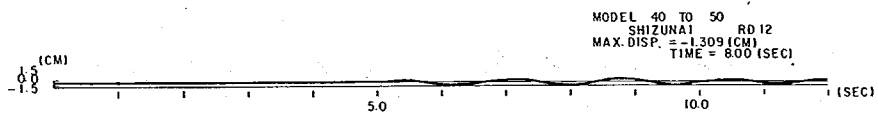
—— 1 3 質点系モデル
----- 厳密解

図 A 1 - 3 相対変位応答 [4 0 m ~ 5 0 m モデル]

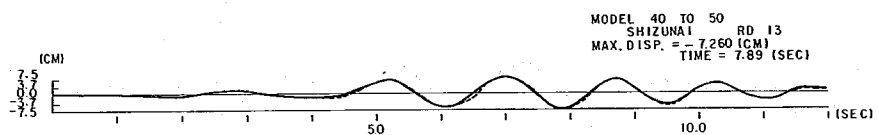


—— 1 3 質点系モデル
- - - 厳密解

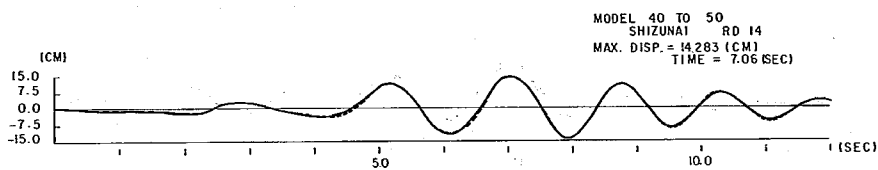
図 A 1 - 4 相対変位応答 [40 m ~ 70 m モデル]



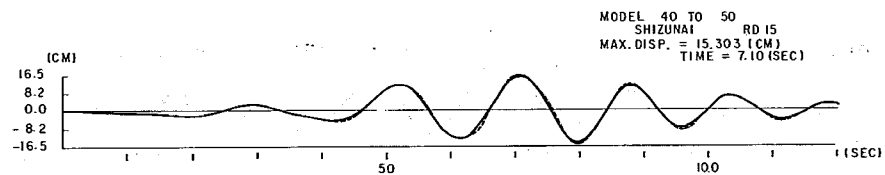
(a) 地点間相対変位応答 Δu_{12}



(b) 地点間相対変位応答 Δu_{13}



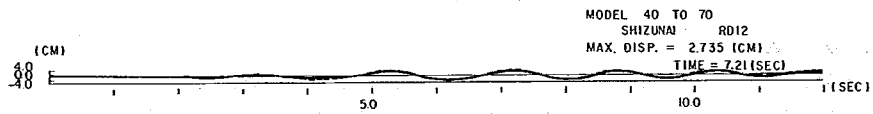
(c) 地点間相対変位応答 Δu_{14}



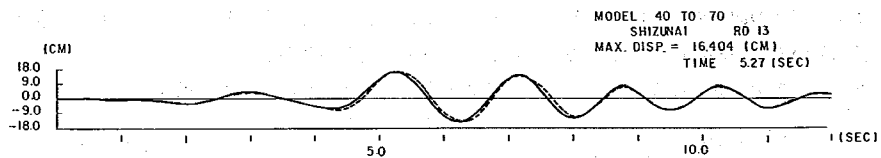
(d) 地点間相対変位応答 Δu_{15}

———— 1 3 質点系モデル
----- 厳密解

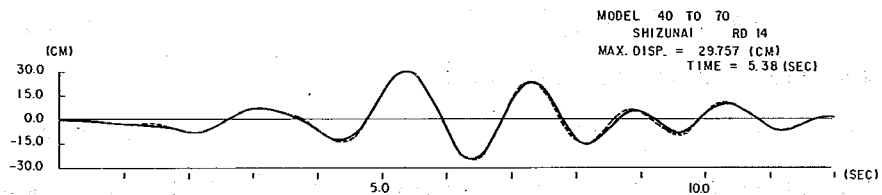
図 A 1 - 5 地点間相対変位応答 [40 m ~ 50 m モデル]



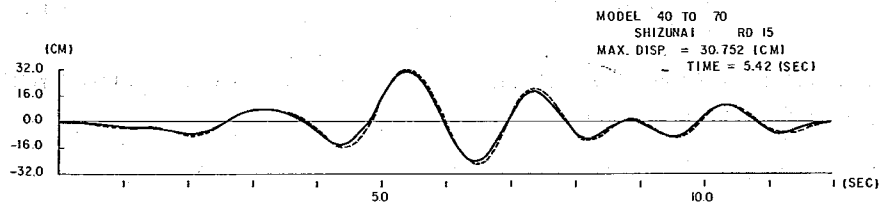
(a) 地点間相対変位応答 Δu_{12}



(b) 地点間相対変位応答 Δu_{13}



(c) 地点間相対変位応答 Δu_{14}



(d) 地点間相対変位応答 Δu_{15}

—— 1 3 質点系モデル
----- 厳密解

図 A 1 - 6 地点間相対変位応答 [40 m ~ 70 m モデル]

付録-2 沈埋トンネルの地震応答計算に対する応答
スペクトル解析の適用性に関する検討

1. 概 説

構造物の地震応答解析において応答スペクトル解析法はよく用いられる手法であるが、その主要な理由は一般に i) 応答スペクトル曲線があらかじめ用意されていれば、逐次応答計算法に比較して非常に少ない労力で解を求めることができ、 ii) 入力地震動として平均応答スペクトル曲線を使用することができる、ことによると考えられる。平均応答スペクトル曲線は特定の地震記録の性質ではなく、個々の記録の背後に集団として表われてくる地震動の特性を表わしている点で、地震応答解析において、いわば標準的な入力地震動として使用される場合が多い。

モーダルアナリシスによる地震応答解析では4章に述べたように、運動方程式

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g \quad (A2-1)$$

を次式で基準座標系に変換すると、

$$u = \Phi q, \quad \dot{u} = \Phi \dot{q}, \quad \ddot{u} = \Phi \ddot{q} \quad (A2-2)$$

基準座標系に関する次の運動方程式が得られる。

$$\ddot{q} + A\dot{q} + \Omega^2 q = \Gamma(t) \quad (A2-3)$$

ここで、記号の定義は4章の(4-18)式に従っている。(A2-3)式の解はDuhamel 積分を用いれば、

$$q_i = \frac{1}{\omega_{Di}} \int_0^t \Gamma_i(\tau) e^{-h_i \omega_i(t-\tau)} \sin \omega_{Di}(t-\tau) d\tau \quad (A2-4)$$

と計算されるが、上式の右辺の最大値が応答スペクトルとしてあらかじめ計算されている場合には、 i 次の基準座標の最大値 $q_{i, max}$ は

$$q_{i, max} = \phi_i^T \underline{M} \underline{B} \underline{S}_d(\omega_i, h_i) \quad (A2-5)$$

と計算されるため、このモードによる応答変位の最大値 $u_{i, max}$ は

$$u_{i, max} = \phi_i \cdot q_{i, max} \quad (A2-6)$$

となり、さらにこの応答変位に対応する応答断面力 $F_{i, max}$ は、

$$F_{i, max} = K u_{i, max} \quad (A2-7)$$

となる。ここで、各モードごとの応答値の絶対値和をとることは、モード間に位相差があることを考慮すれば応答値を過大に見込みすぎることになるため、一般には2乗和の平方根が近似度の高い解を与えるといわれている。すなわち、この場合には、

$$\begin{aligned} u_{max} &\approx \sqrt{\sum_i u_{i, \max}^2} \\ F_{max} &\approx \sqrt{\sum_i F_{i, \max}^2} \end{aligned} \quad (A2-8)$$

となる。以上が応答スペクトル解析法の概要であり、橋梁等の地震応答解析においては比較的良い近似の結果を与えるとされている。

本報告で示した沈埋トンネルの地震応答計算に応答スペクトル解析を適用する際には以下の点につき吟味する必要があると考えられた。

- (1) 橋梁等の応答計算では、(A2-8)式で応答変位および応答断面力が算定されるが、沈埋トンネルの応答計算では、地盤の変位 → トンネルの変位 → トンネルの断面力、という3ステップの手続きを必要とするが、こうした点は精度良く計算できるか？
- (2) 応答スペクトル解析では、モード間の周期および固有振動ベクトルが相互に大きく懸け離れている場合ほど精度の良い解が得られると考えられる。沈埋トンネルの応答計算では、比較的良く似た周期のもとに固有振動ベクトルが存在することになるが、このような場合に応答スペクトル解析法は過大な断面力を見積ることにならないか？

ここでは、沈埋トンネルを長手方向に加振した場合の軸力に限定して、逐次応答計算の結果と、同一の地震動波形より算定した応答スペクトル曲線を用いたスペクトル計算の結果を比較することにより上記の点につき検討したものである。

2. 解析対象および計算モデル

解析で想定した表層地盤は図A2-1に示すように、それぞれ300mの長さをもつ水平部(I)、斜路部、水平部(II)より成る全長900m区間で、水平部(I)の厚さは40mに保って、水平部(II)の厚さは50m、70mおよび110mの3ケースとした。地盤のせん断弾性波速度 V_s 、単位体積重量 γ_s 、ポアソン比 ν_s は(A1-1)式に示したとおりであり、表層地盤を通して、これらの値は均一とした。沈埋トンネルは、幅4.42m、高さ1.3mの鉄筋コンクリート方式とし、伸び剛性 EA は次式を仮定した。

$$EA = 6.45 \times 10^8 \text{ t} \quad (A2-9)$$

また、沈埋トンネルと周辺地盤を接続するばね定数 $K_{1x} [\text{t/m}^2]$ (単位長さ当りの地盤反力係数) は次式で与えた。

$$K_{1x} \approx G_s \quad (A2-10)$$

ここに、 G_s は地盤のせん断弾性係数 $[\text{t/m}^2]$ である。

計算では図A2-2に示したように、表層地盤、および沈埋トンネルをそれぞれ13質点および13節点の離散型モデルに置換した。

3. 入力地震動

入力地震動は1968年4月の日向灘沖地震による板島橋付近における地表面で記録された地震動を耐震計算上の基盤面に変換した地震動、および、1973年6月の根室半島沖地震による静内橋周辺地盤の地表面下40m(砂礫層)で記録された地震動とした。これらの地震動加速度波形および応答加速度スペクトル曲線はともに図7-3、7-4に示されている。なお、試算ではいずれの場合も減衰定数 h は2.0%に設定した。

4. 計算結果

逐次応答計算の結果求められた沈埋トンネルの断面力(軸力)の最大値と応答スペクトル曲線より各モード値の2乗和の平方根で求めた断面力の分布の比較を図A2-3(40m~50mモデル)、図A2-4(40m~70mモデル)、図A2-5(40m~110mモデル)に示す。40m~50mモデルの場合では、静内橋地震動を作用させた場合でも板島橋地震動を作用させた場合でも、ともに応答スペクトル計算の方が逐次応答計算よりも大きな軸力を与えることがわかる。40m~110mモデルの場合では、静内橋地震動を作用させた場合には最大値の生じる位置はずれているが両者はおおむね同程度の値を与えている。しかし板島橋地震動を作用させた場合には、応答スペクトル計算が逐次応答計算よりも大きめの結果を与えているのが認められる。

次に、このようにして計算された断面力のトンネル全長を通しての最大値に着目して水平部ⅡおよびⅢの表層地盤厚さの比 h_1/h_2 もしくは h_2/h_1 で整理すると図A2-6に示すとうりとなる。地形上の相違を前提として解析しているため、表層地盤の厚さの比が大きくなるにつれ、沈埋トンネルに生じる軸力は大きくなる傾向にあるのが認められる。こうした傾向は静内橋地震動を作用させた場合の方が板島橋地震動を作用させた場合よりも顕著に表われているが、これは表層地盤の固有周期と入力地震動の周期特性の両者に起因するであろう。

なお、表層地盤の厚さ比が1.0、すなわち、表層地盤Ⅱの厚さと表層地盤Ⅲの厚さが等しい場合には、表層地盤は一樣な運動をするため、沈埋トンネルには計算上軸力は生じない。

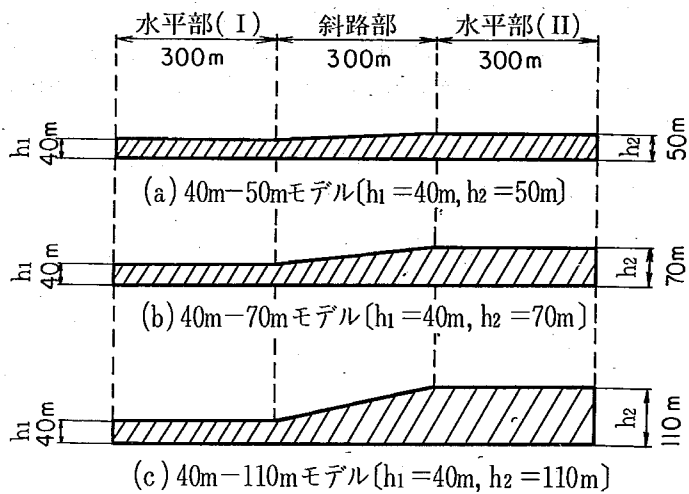
最後に、逐次応答計算による軸力の最大値を1.0とした場合の応答スペクトル計算による軸力〔軸力比と呼ぶ〕を表層地盤の厚さ比で整理すると図A2-7に示すとうりとなる。表層地盤の厚さ比が大きくなると、軸力比は1.0に近づき、表層地盤の厚さ比が1.0に近づくと軸力比は大きな値に漸増する傾向が認められる。表層地盤の厚さ比が1.0の場合には、どちらの計算法によっても軸力は生じないのであるから、しいていえば軸力比は1.0であろう。このように、表層地盤の厚さの比が減少して、一樣均一な表層地盤条件の場合に近づくにつれ、応答スペクトル計算は実際よりも断面力を過大に推算する傾向が認められるが、このような場合には図A2-6に示したようにトンネルに生じる断面力の絶対値がもともと小さいことを考慮に入れば、応答スペクトル計算は沈埋トンネルの地震応答計算を算定するのに適用可能であるといえよう。

5. 結 論

沈埋トンネルを長手方向に加振した場合に生じる軸力に限定して、逐次応答計算の結果と、同一の地震動波形より算定した応答スペクトル曲線を用いたスペクトル計算の結果を比較し、沈埋トン

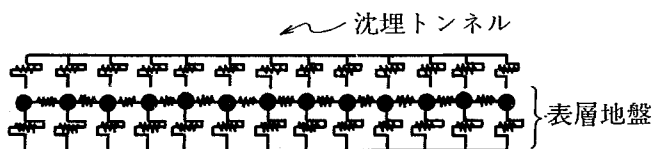
ネルの地震応答解析に対する応答スペクトル解析法の適用性を検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 応答スペクトル解析法は以下に示す一般的な傾向および特徴を留意したうえで、本報告に示した考え方に基づく沈埋トンネルの地震応答解析に適用可能と考えられる。
- (2) 応答スペクトル計算は実際に生じる断面力、すなわち、逐次応答計算により算定される断面力を一般に大きめに算定する。この傾向は表層地盤の厚さの場所的变化が小さく、均一地盤条件に近いほど著しい。
- (3) 応答スペクトル計算により求められる断面力の分布は実際の断面力の分布とおおむね同じ傾向を有するが、最大値の生じる位置は必ずしも同一ではない。

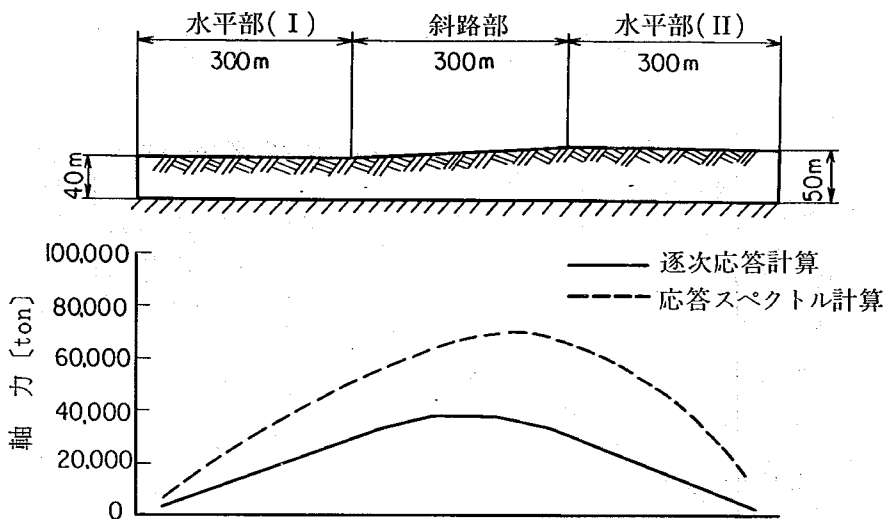


$$\left[\begin{array}{l} V_s = 100\text{m/sec} \\ \gamma_s = 2\text{t/m}^3 \\ \nu = 0.45 \end{array} \right]$$

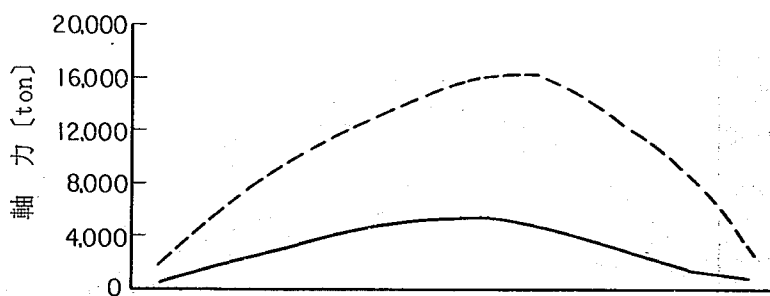
図A 2-1 表層地盤のモデル



図A 2-2 13質点系計算モデル

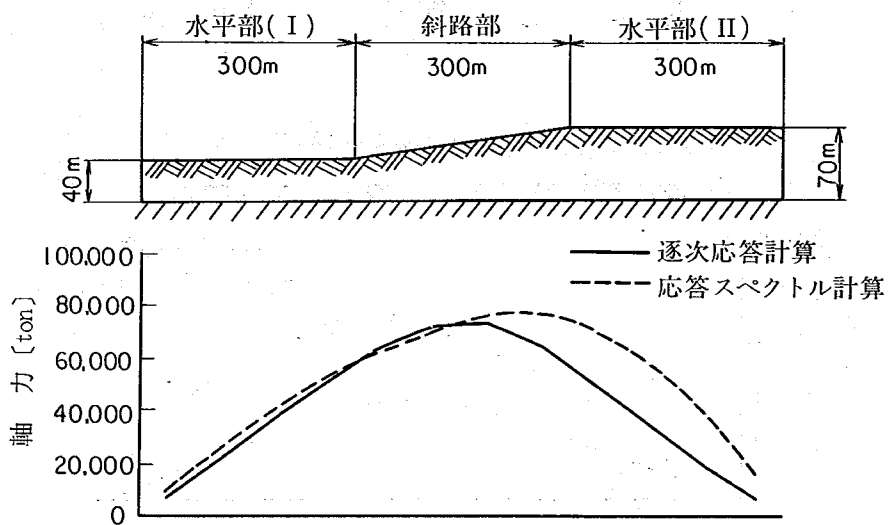


(a) 静内橋地震動を作用させた場合

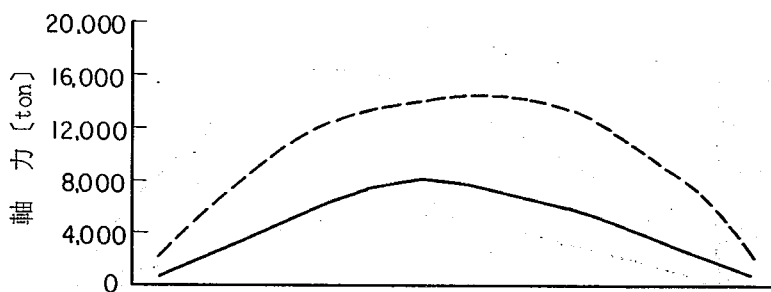


(b) 板島橋地震動を作用させた場合

図A 2-3 逐次応答計算とスペクトル計算の比較〔40 m～50 mモデル〕

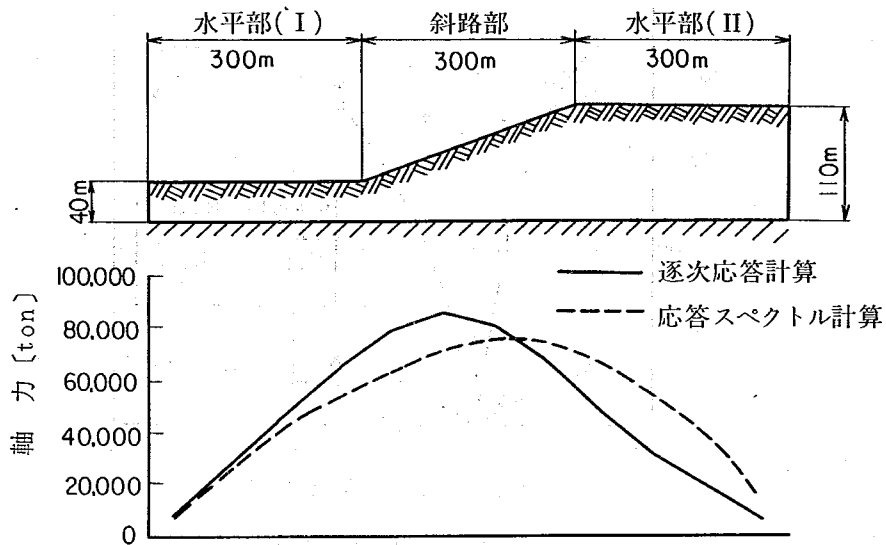


(a) 静内橋地震動を作用させた場合

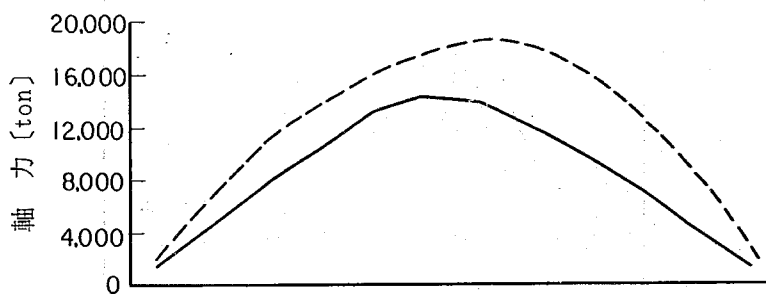


(b) 板島橋地震動を作用させた場合

図A 2-4 逐次応答計算とスペクトル計算の比較〔40m～70mモデル〕



(a) 静内橋地震動を作用させた場合



(b) 板島橋地震動を作用させた場合

図 A 2 - 5 逐次応答計算とスペクトル計算の比較 [40 m ~ 110 m モデル]

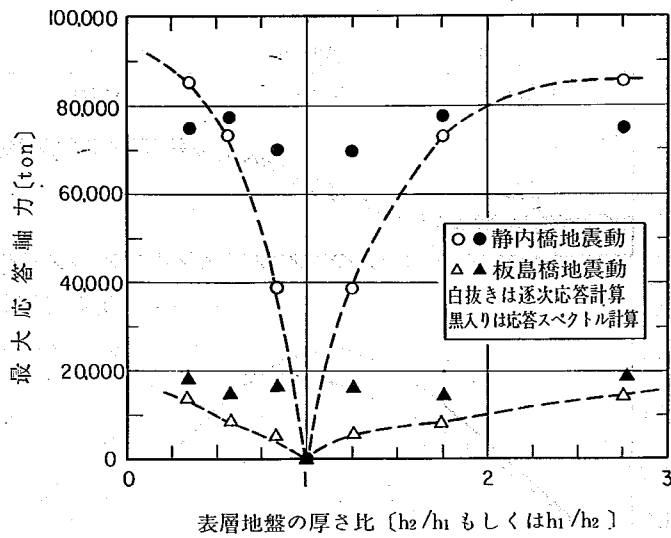


図 A 2-6 最大応答軸力～表層地盤厚さ比の関係

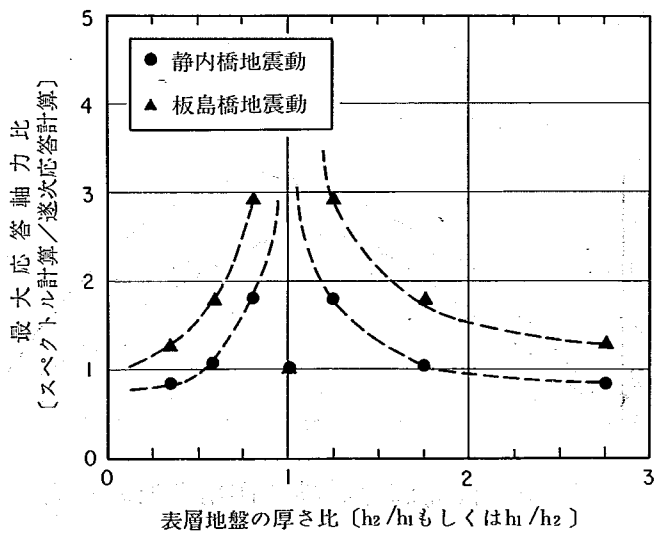


図 A 2-7 最大応答軸力比～表層地盤厚さ比の関係