

土木研究所資料

重力ダムの放流管周辺の応力解析

昭和52年3月

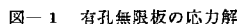
建設省土木研究所

目 次

はじめに	1
1. 2次元解析法	2
1.1 2次元解析法の理論的根拠	2
1.2 2次元有限要素法による解析法とその解析結果	3
1.2.1 解析にあたっての問題点	3
1.2.2 解析方法	4
1.2.3 有効断面率が解析に及ぼす影響	6
1.2.4 等価物体力の再配分法が解析に及ぼす影響	7
1.3 考 察	14
2. 3次元有限要素法による解析	15
2.1 3次元有限要素法の精度について	15
2.2 3次元解析の目的	19
2.3 解析結果	19
2.4 考 察	24
3. 2次元解析を有効に行なうために	29

11/11/2019 10:10 AM
 [Print](#)
[Download](#)

しかし、ダムの堤高が大きい場合や空潤部の断面費の大きい場合には、引張応力の絶対値やその生ずる範囲が大きくなるため、厳密な応力解析を行なう必要がある。従って、一般には放流管の周辺の応力集中が問題となるが、アーチダムの場合、その解析断面が第1主応力の方向と一致するためその応力解析は比較的容易であるが、重力ダムの場合には、その解析断面が第1主応力の方向と直交するため、その解析法が複雑になってくる。大波ダムの場合、高さ5m×巾5.5mという大断面のコンジットを有しており、厳密な応力解析を行なう必要性が生じ、第1章に示すような2次元解析法が当研究室によって開発された。この方法は安価で簡単な解析方法であり優れた方法と



昭和52年3月

永 山 功
尾 川 友 義
依 光 春 実

1. 2 次元 解 析 法

1.1 2次元解析法の理論的根拠

一般に重力ダムの解析は2次元問題として行なわれる。これは重力ダムの構造上妥当な仮定といえる。しかし、堤体内に放流管が存在する場合、それに対応するブロックの応力解析は3次元問題として解析されなければならない。現在では3次元問題も有限要素法を利用して比較的簡単に解析されるようになってきたが、放流管周辺の応力集中問題の重要度に比して3次元有限要素法による解析の計算コストは割高のように思われる。そこで、重力ダムが本来2次元解析が妥当な構造物であることを利用して、この応力集中問題を2次元問題に還元できないかどうかを検討してみると、以下のような手法を用いると近似的に2次元問題として取扱うことができることが確かめられた。

本節では、その手法とその手法に対する理論的な根拠について説明を加える。

一般に重力ダムの応力状態は“平面応力状態”と考えられる。今、重力ダムの1ブロックを取り出しダム軸に平行な厚さ ds のスライスを考えよう。(図-2参照)このスライスの面内の力の釣合式を考えると、 $\tau_{xy} = 0$ を考慮すると、

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \left(Z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \right) = 0$$

となる。

そこで、等価物体力として

$$Z_{eq} = Z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \quad (2)$$

を考えれば、(1)式は2次元における力の釣合方程式と同値になる。これが2次元問題に還元する方法の原理であるが、このように2次元問題に還元した状態の応力解が、もとの状態の応力解と一致しているかどうかの保証は全くない。

そこで、これを検討するに際し、図-2の(B)状態での応力を σ_y^B , σ_z^B 等で表現し、図-2

(A)の状態の応力を σ_x^A , σ_z^A 等で表現しよう。(A)の応力状態は平面応力状態と仮定すれば、

$$\frac{\partial \sigma_x^A}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}^A}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}^A}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z^A}{\partial z} + Z = 0 \quad (3)$$

$$\sigma_y^A = \tau_{xy}^A = \tau_{yz}^A = 0$$

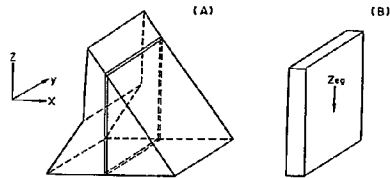


図-2

で表現され、(B)の応力状態

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y^B}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}^B}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yz}^B}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z^B}{\partial z} + \left(z + \frac{\partial \tau_{xz}^A}{\partial x} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

で表現される。(4)式が(3)式に一致する必要十分条件は

$$\tau_{yz} = 0 \quad \text{or} \quad \sigma_y = 0 \quad (5)$$

である。これは、断面(B)の巾がその高さに比べて十分小さい時に満足される。この時注意すべき点は、 $\sigma_x^B, \tau_{xy}^B, \tau_{xz}^B$ については、 $\sigma_x^A, \tau_{xy}^A, \tau_{xz}^A$ と一致する保証はなく、むしろ全く意味のない値である。同様に変位 u^B, v^B, w^B も全く意味のない値である。従って、断面(B)の解析では $\sigma_y^B, \sigma_z^B, \sigma_{yz}^B$ のみが意味のある値になる。

次に、断面(B)に空洞部のある場合を考えよう。この時1つの仮定を設ける。すなわち、“図一1の(A)に示す重力ダムの1ブロックの中に放流管による空洞部が存在するかどうかにかかわらず、断面(B)を通過する応力の流れの総量は一定である。”

すなわち、断面(B)において、

$$\iint_B (\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{zx}) dA = \text{const} \quad (6)$$

が成立するものとする。これは、Saint Venant の原理によれば、空洞部の大きさがブロックの大きさに比べて十分小さい時に正しい。(6)式より

$$\iint_B \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dA = \text{const} \quad (7)$$

となるから、空洞部に作用すべき等価体力 Z_{eq} のうち、せん断応力 τ_{zx}^A による成分を、断面(B)の空洞部の周辺に再配分してやればよいことになる。ここで再び Saint Venant の原理を用いると、再配分される領域は空洞部の周辺のみに限られることになる。

以上の結果を整理すれば、この手法が成立つ条件として、

- ① 重力ダムが2次元応力状態を有する構造物であること。
- ② 解析断面(B)の高さに比して巾が十分小さいこと。
- ③ 空洞部の大きさが解析断面に比して十分小さいこと。

が必要であり、

- ④ 解析結果は、面内応力 ($\sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}$) のみが意味をもつ値であり、他の成分および変位成分は意味をもたない。

ことになる。

1.2 2次元有限要素法による解析法とその解析結果

1.2.1 解析にあたっての問題点

2次元解析の成立する理論的根拠については既に1.1について述べた通りであるが、本節では実際に解析するにあたって具体的に生ずる問題点について説明を加え、それが解析結果に及ぼす影響につ

いて検討することにする。

放流管の周辺の応力集中を解析する場合、外力として等価物体力

$$Z_{eq} = Z + \frac{\partial \tau_{zx}^A}{\partial x}$$

を入力しなければならず、そのためにはあらかじめ、ダム横断面A（図-3参照）の応力状態を求めておかねばならない。この断面Aでの応力解析を行なうためには厳密には放流管による断面減少効果を考えた解析を行なうべきである。それには、

- ① 放流管の存在する部分（図-3の断面AのⅡの部分）の弾性係数は、コンクリートの弾性係数にその部分の有効断面率を乗じた値に換算する必要がある。
- ② 放流管の存在する部分に作用する自重は、その部分の有効断面率を乗じた値に換算する必要がある。

ここに、有効断面率とは、ブロック巾を B 、放流管の巾を b として、

$$\text{有効断面率} = \frac{B-b}{B} \quad (9)$$

で表わされる。

しかし、3次元問題を2次元問題として解析するという大きな仮定を設定しているのにこのような厳密な扱いが果して必要であるのかどうか疑問として残る。すなわち、有効断面率を考慮した場合とこれを考慮しない場合とで、両者に有意な差が認められなければ、断面Aの解析は既に行なわれているはずである堤体の応力解析結果を流用でき、追加に効率的と考えられるからである。それでは両者の解析値にどれほどの差があるのだろうか。これについては1.2.3において検討することにする。

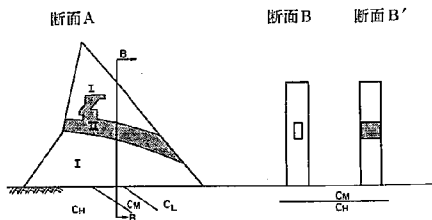


図-3

次に、空洞部に作用する等価物体力 Z_{eq} の再配分の仕方について考えよう。すでに述べたように、断面Aで求めた応力分布から算出した等価物体力 Z_{eq} は、図-3の断面Bに対応しているのではなく、断面B'に対応していることになる。従って、放流管による空洞部にも等価物体力が作用していることになり、断面Bでの解析を行なうためには、空洞部に作用している等価物体力をその周辺に再配分してやらなければならない。Saint Venantの原理から、再配分は空洞部の周辺に限られることが導かれるが、実際にはどのような配分法が妥当であるのか。また、配分の仕方によって解析値にどの程度の影響が生じるのかを検討する必要がある。これについては1.2.4において考察しよう。

1.2.2 解析方法

有限要素法を用いた解析法を実行するにあたり問題となるのは等価物体力の入力法である。一般に

自重の入力は要素グループ毎に定義してやればよいのであるが、本ケースの場合には各微小面積（要素）毎に物体力の大きさが異なるため、節点力として節点毎に入力してやらねばならない。

さて、等価物体力として、1.1において

$$Z_{eq} = Z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \quad (10)$$

の形で与えられたが、このままの形では入力すべき節点力の算出がめんどうなのでこれを次のように変形する。すなわち、1.1の(3)式より、

$$Z_{eq} = - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \quad (11)$$

となるから、断面A（図-3参照）における断面B（図-3参照）の σ_z の分布を図-4のように表わすと、その勾配が各点での等価物体力となっている。従って、図-4の節点 n に入力すべき節点力は、

$$P_n = - \iint \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dS_n = - \int_{z_1}^{z_2} db \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz = db (\sigma_{z1} - \sigma_{z2}) \quad (12)$$

として求められる。ここに

P_n : 節点 n に作用する節点力

dS_n : 節点 n の領有する面積

dz : dS_n の縦の長さ

db : dS_n の横の長さ

である。

特に、節点 m では

$$\begin{aligned} P_m &= - \int_{z_3}^{z_4} db \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz \\ &= db (\sigma_{z3} - 0) \dots (13) \end{aligned}$$

となる。

次に、1.2.1で述べた空洞部に作用する等価物体力の再配分の仕方については、次に示すような2つのケースを仮定した。

- ① 等価物体力を放流管の側壁部に分散させる。（図-5(2)）
- ② 等価物体力を放流管の周辺部に分散させる。（図-5(3)）

すなわち、①においては、図-5の

(1)の $a'-a'$ 断面と(2)の $a-a$ 断面の等価物体力の総計を等しくするもので、側壁部の等価物体力を、(13)式で求められた値を有効断面率で除した値とするものである。すなわち、節点 n に作用する節点力

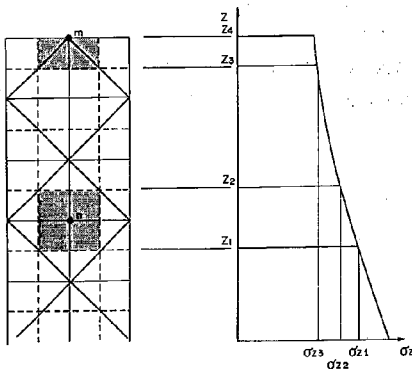


図-4

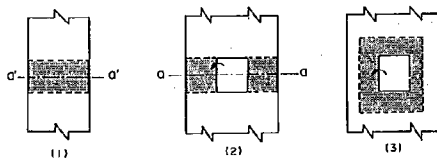


図-5

は、

$$P_n' = P_n \times \frac{B}{B-b} \quad 04$$

で与えられる。また、②においては、図-1に示すように、応力集中の起こる範囲が空洞部の周辺部のほぼ空洞の径の $\frac{1}{2}$ に等しい領域であることから、図-5に示す等価物体力の再配分を行なう領域をこの領域とし、その配分の割合は各節点に作用している節点力に比例して行なうものとする。

すなわち、

$$P_n' = P_n + P \times \frac{P_n}{\sum P_n} \quad 05$$

ここに、

P : 空洞部に作用する等価物体力の合計

$\sum P_n$: 再配分する領域内の節点力の合計

次に要素分割においては、放水管の周辺は応力集中を正しくとらえられるように、特に密に行なり必要がある。また、各ブロックは独立と考えるので側面は自由端として解析する。なお、断面Bは対称形なので半分のモデルで解析した。

1.2.3 有効断面率が解析に及ぼす影響

1.2.1に述べたように、有効断面率が解析結果に及ぼす影響を検討するため、まず最初に、弾性係数に有効断面率を考慮するかどうかで解析結果に有意な差がでるかどうかを確かめてみた。すなわち、図-3(A)の断面において、空洞部の存在する領域をⅡ、その他の領域をⅠとして、領域Ⅱの弾性係数の値を、有効断面率を考慮して

$$E_{II} = E_I \times \frac{B-b}{B} \quad 06$$

表-1

断 面	A	B
コンクリートの弾性係数	2500000 t/m ²	
岩盤の弾性係数	C_H 900000 t/m ² C_M 300000 t/m ² C_L 100000 t/m ²	
コンクリートのポアソン比	0.2	
岩盤のポアソン比	0.2	
要 素 数	1653	456
節 点 数	890	283

とした場合 (Case 3) と、全断面の弾性係数

を一定とした場合 (Case 2) について比較検討した。そのためには、等価物体力の算出に用いる断面Aの断面B上での鉛直応力 σ_z の分布を比較すればよい。これを図示すると図-6のようになる。ここにCase 3は破線、Case 2は一点鎖線で示されている。図-6から明らかのように、両者の差はほとんどなく、弾性係数の値に有効断面率を考慮する必要性はないことが確かめられた。

次に、自重についても、弾性係数と同様に、空洞部の存在する領域Ⅱの単位体積重量を、有効断面率を考慮して、

$$\gamma_{II} = \gamma_I \times \frac{B-b}{B}$$

とした場合 (Case 2) と、全断面の弾性係数を一定とした場合 (Case 1) について比較検討した。両者を比較すると図-6のようになる。ここにCase 2は一定鎖線、Case 1に実線で示されている。

この場合、弾性係数の場合と異なり、両者の応力値の差が最大 0.8 kg/cm^2 となり、有意な差が認められたため、断面 B での応力値を比較してみた。その差を図-7に示す。両者の差は、最大で 1 kg/cm^2 (7%) であり、引張応力を生じている部分では 0.5 kg/cm^2 (8%) であり、計算誤差の範囲と考えてよいと思われる。従って、単位体積重量に有効断面率を考慮する必要はないといえる。

1.2.4 等価物体力の再配分法が解析に及ぼす影響

図-3 断面 A より求められる応力は、断面 B における空洞部を考慮できないため、実際には断面 B' の状態に対応しており、従って空洞部にも等価物体力が作用していることになる。そこで、断面 B の解析に際しては、空洞部に作用する応力をその周辺に分散させる必要がある。この分散の仕方については、1.2.2 に述べたように、

- ① 放流管の側壁部に分散させる場合 (Case 1)
- ② 放流管の周辺に分散させる場合 (Case 4)

の2ケースを想定した。結果を図-8に示す。両者の差は最大 0.2 kg/cm^2 (2%) であり、両者に差があるとはいいがたい。従って、節点力の算出が簡単な Case 1 の方法が優れているといえる。

なお、参考までに Case 1, Case 3, Case 4 の主応力図を図-9 から図-11 に示す。

表 - 2

ケース名	領域 I		領域 II		物体力再配分
	弾性係数	単位体積重量	弾性係数	単位体積重量	
Case 1	25000000 t/m^2	2.3 t/m^3	25000000 t/m^2	2.3 t/m^3	側壁部分散
2	"	"	"	1.47	—
3	"	"	16000000	"	側壁部分散
4	"	"	25000000	2.3	周辺部分散

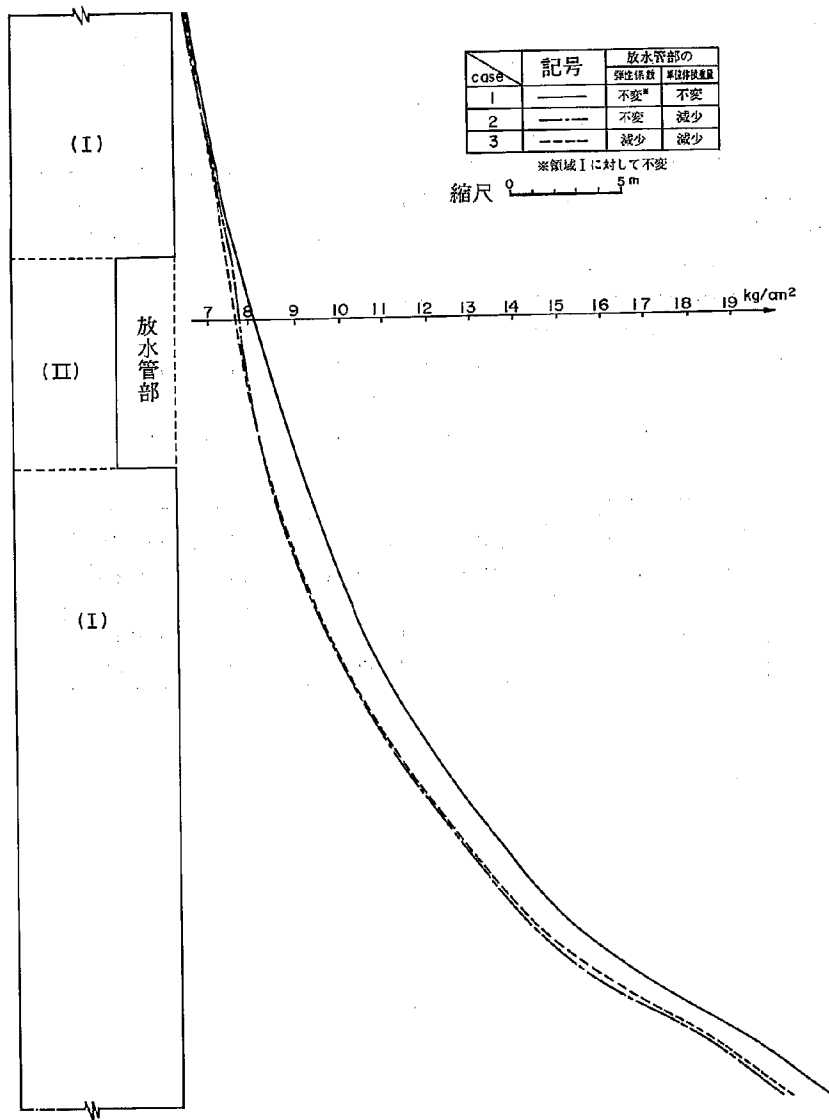
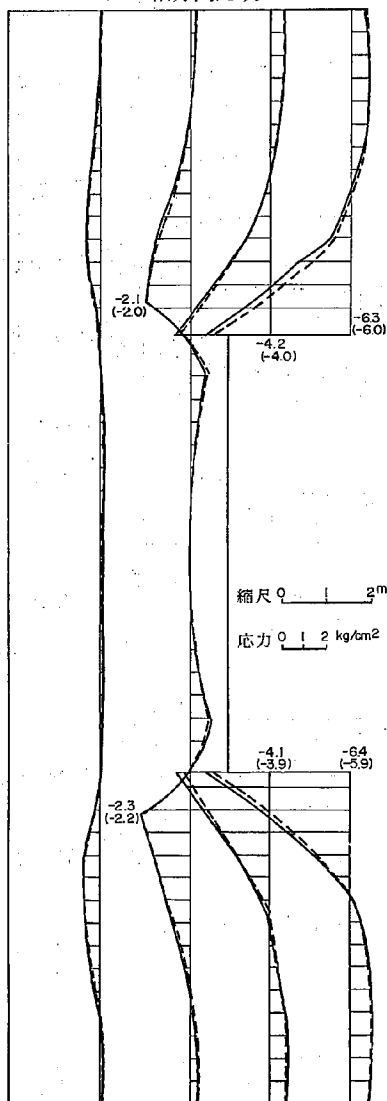
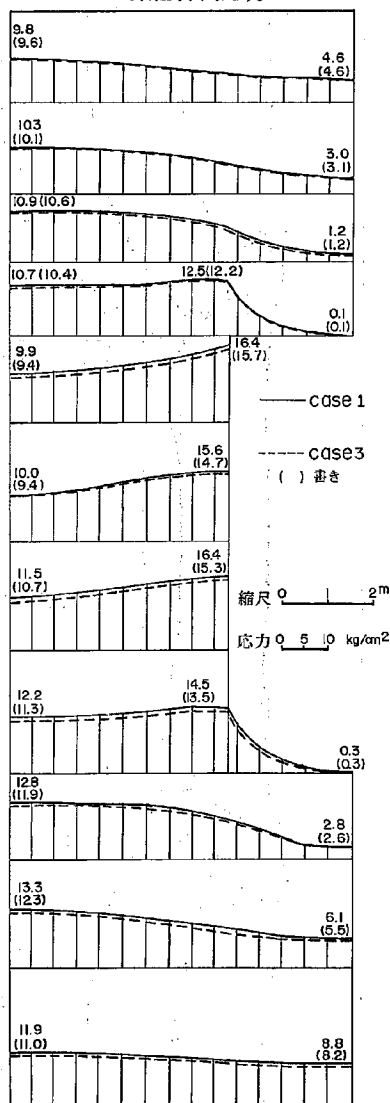


図-6 断面A・B軸上鉛直応力

ダム軸方向応力



ダム鉛直方向応力



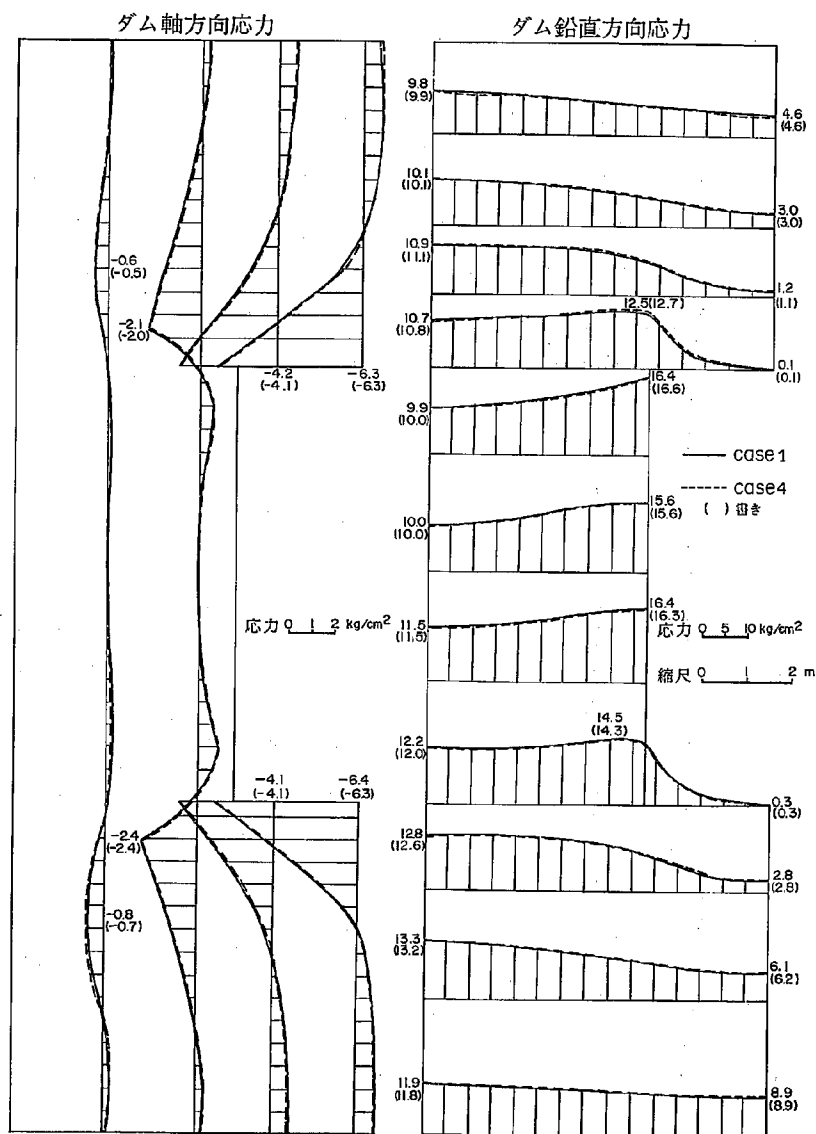


図 - 8

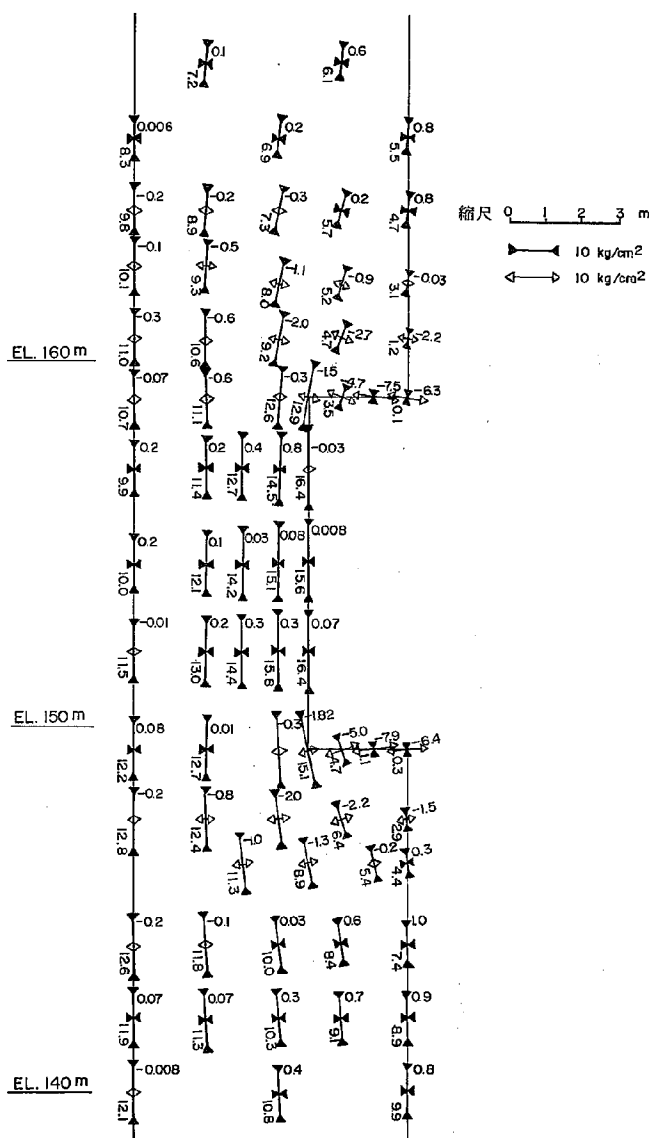


图-9 放流管周辺主応力図 (Case 1)

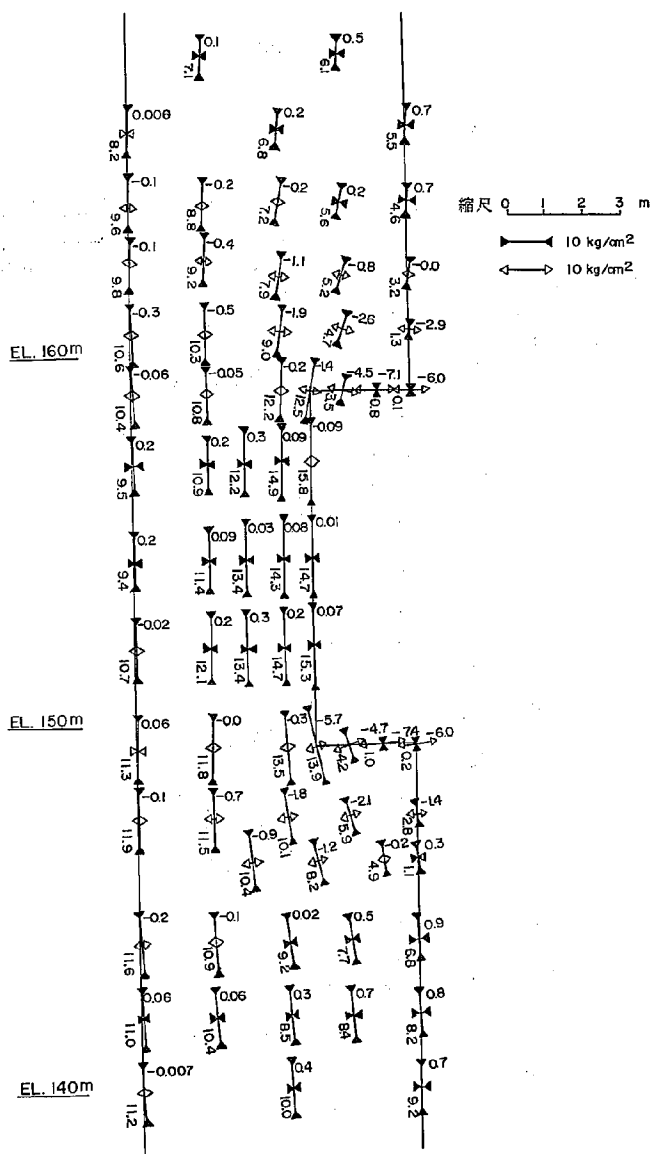


图-10 放流管周边主应力图 (Case 3)

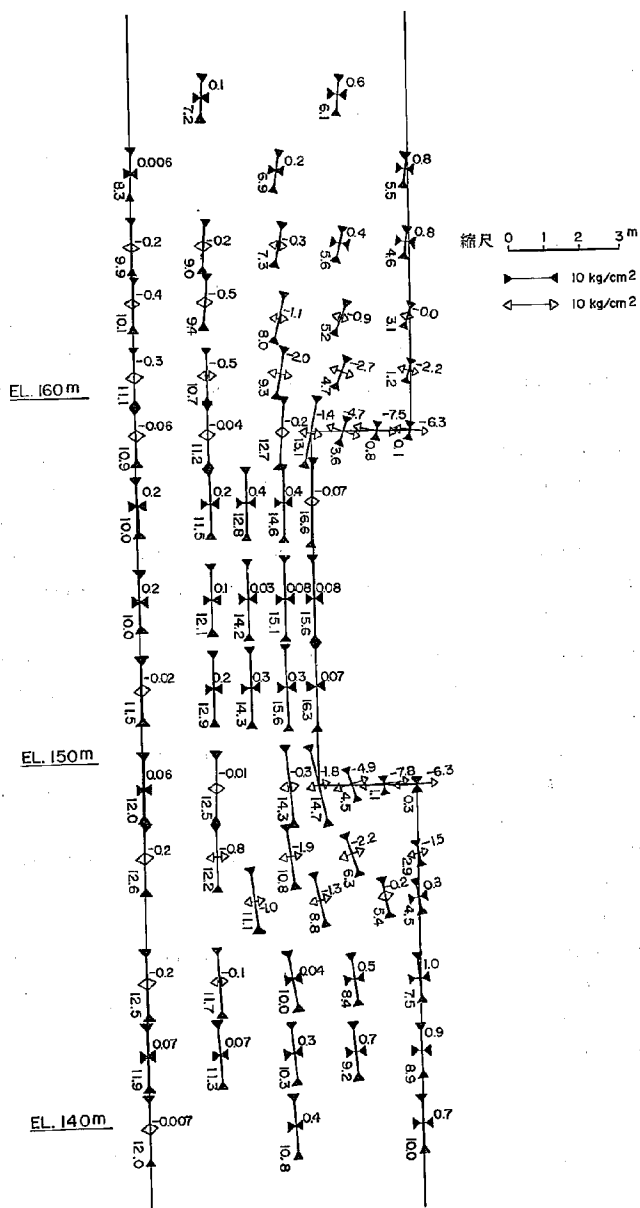


图-11 放流管周边主应力图 (Case 4)

13 考 察

以上、2次元解析法について、理論、数値解析の両面から検討を加えてきたが、ここでは2次元解析法についての総合的に考察を行なってみよう。2次元解析が成り立つ条件として、

- ① 重力ダムが2次元応力状態を有する構造物であること、
- ② 解析断面の高さに比して巾が十分小さいこと
- ③ 空洞部の大きさが解析断面に比して十分小さいこと

が必要であった。①については問題はなからう。②については $\sigma_y = 0$ と同値であるが、これも断面 B における空洞部の応力集中の影響の及ばないところで $\sigma_y^H = 0$ を満足しているから、この仮定も正しいといえる。③については、厳密には3次元解析との比較で云々すべきものであるが、空洞部に作用する等価物体力の再配分の仕方によって解析値に大きな差が認められないことから、十分仮定を満足しているといえよう。

次に、解析方法の差によって生じる解析値の差について考えよう。1.2.3に述べたように、放流管の空洞部を考慮して有効断面率で弾性係数、単位体積重量を修正した場合の解析値とこれを考慮しない場合の解析値とで、両者に有意な差が認められなかった。これは空洞部の大きさが解析断面に比して十分小さいためと考えられるが、この結果は極めて重要である。すなわち、一般に断面 A の解析は堤体の応力解析として行なわれているのが普通であり、その結果を放流管の応力集中解析に利用できれば解析の手間が非常に省力化されるからである。

次に、1.2.4で述べた等価物体力の分散の仕方であるが、これも2つの解析法で有意な差が認められないため、Case 1のように側壁部だけに分散させる方法が入力データ作成が容易であり優れているといえよう。

次に、解析結果について考察しよう。従来、放流管周辺の応力集中は、図-1に示されるような有孔無限板の応力解より推定している。これによれば、放流管周辺に生ずる最大引張応力は放流管の上下壁に生じ、その大きさは放流管が存在しない場合に同地点に作用する圧縮応力の大きさに等しい。また、引張応力の生ずる領域は、放流管の中心からその径の $\sqrt{3}/2=87\%$ の範囲である。また、最大圧縮応力は側壁に生じ、その大きさは放流管が存在しない場合の3倍の大きさに等しい。一方、解析結果(Case 1)をみると、最大引張応力は上下流壁に生じ、その大きさは 6.4kg/cm^2 である。これは放流管の存在しない場合の圧縮応力 9kg/cm^2 の70%である。また引張領域は径の約80%前後であり、両者はおおむね一致していることがわかる。また、最大圧縮応力は側壁で 16.4kg/cm^2 に達し、これは放流管の存在しない場合の応力の約2倍に相当している。これは有孔無限板の場合との一致度が悪いが、応力集中が表面に著しく生じ、1.2rの点では圧縮応力が2Pに低減していることを考えれば、それ程大きな差ともいえない。

この解析に用いたモデルは、放流管の断面が他のダムに比べ大きなモデルであるにもかかわらず2次元化した解析でもかなりよい結果を示している。従って、このような解析法は任意のダムの解析にも十分適用可能な方法であると思われる。

2. 3次元有限要素法による解析

2.1 3次元有限要素法の精度について

第1章において、放流管周辺の応力集中問題を2次元問題として解析する手法を述べたが、この2次元解析法が精度的に妥当なものであるかどうかを検証しなければならない。その手段として、3次元有限要素法との比較が考えられるが、それに先立って、3次元有限要素法が十分な精度で解析できるかを確認しておく必要があろう。

まず、3次元有限要素法と2次元有限要素法の解析に関しての条件の違いについて考えてみよう。勿論、理論的には両者の精度には全く差がないのであるが、実用上の制約、たとえば計算機の容量とか計算コストなどの制約から、3次元有限要素法の精度は2次元有限要素法の精度より劣ることは否めないようである。たとえば、節点数1000個のモデルを仮定しよう。2次元問題の場合、一方向当り、 $\sqrt{1000} \approx 32$ 個の節点を有するモデルを設定できるが、3次元問題の場合、一方向当り $\sqrt[3]{1000} \approx 10$ 個の節点を有するモデルしか設定できない。従って、同程度の精度を得ようとするれば、3次元問題は2次元問題に比してかなり多くの節点数を必要とするわけであるが、上記の制約上、むやみに節点数を増やすわけにはいかない。

そこで少ない節点数でよりよい精度を得られる方法として考えられたのが isoparametric element method と呼ばれるものである。有限要素法において、要素内に仮定し得る変位はその要素のもつ節点数によって定まる分布を有する。(図-12 参照)たとえば4節点要素(4面体要素)では、

$$\begin{aligned}(u)_i &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z \\(v)_i &= a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 z \\(w)_i &= a_9 + a_{10} x + a_{11} y + a_{12} z\end{aligned}\quad (1)$$

なる変位分布を有する。ところが、10節点要素(中間節点を有する4面体要素)では

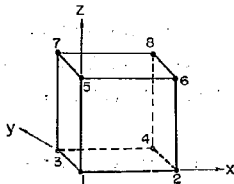
$$\begin{aligned}(u)_n &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z + a_5 x^2 + a_6 y^2 + a_7 z^2 + a_8 xy \\&\quad + a_9 yz + a_{10} xz\end{aligned}\quad (2)$$

etcなる変位分布を有している。従って両要素の歪分布はそれぞれ

$$\begin{aligned}(\varepsilon_x)_i &= a_2 \\(\varepsilon_x)_n &= a_2 + 2a_5 x + a_6 y + a_{10} z\end{aligned}\quad (3)$$

となる。すなわち、4節点要素では、要素内の応力分布は一定値となるが、10節点要素では1次の応力分布まで表わし得る。従って、10節点要素の方が4節点要素よりも有利のように思えるが、節点数を一定とした場合、要素分割の粗さは、10節点要素の方が4節点要素の倍の粗さになってしまい、一瞬にどちらが有利か判断できない。そこで片持梁を例にとり、節点数同一という条件の下に、各要素を使用して解析精度を比較してみると、図-13 のようになる。図から明らかなように、多節点要素ほど精度がよい。しかし、1要素のもつ節点数が多いほど、その要素の剛性マトリックスの大きさが大きくなり、従って構造系の集積マトリックスの非0成分が多くなり計算が複雑になってくる。そこで計算コスト最小を考えて、いかなる要素が有利かを調べてみると図-14 のようになる。この結果から、中間節点を有する要素(isoparametric element), 特に多節点要素が有利なことがわかる。

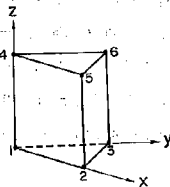
① HEXE 8



節点数 8

変位分布 $u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$
 $+ a_4xy + a_5yz + a_6zx + a_7xyz$

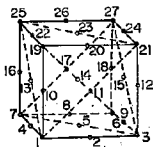
② PENTA 6



節点数 6

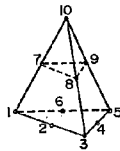
変位分布 $u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$
 $+ a_4xz + a_5yz$

③ HETET 10



TET 10 6つからなる。

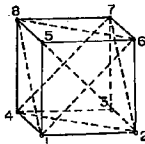
④ TET 10



節点数 10

変位分布 $u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$
 $+ a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7yz + a_8z^2 + a_9zx$

⑤ HETET 4

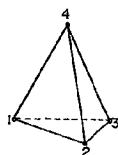


TET 4 6つからなる。

⑥ TET 4

節点数 4

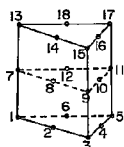
変位分布 $u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$



⑦ PENTA 18

節点数 18

変位分布 $u = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z$
 $+ a_4xz + a_5yz + a_6xy + a_7x^2$
 $+ a_8y^2 + a_9z^2 + a_{10}x^2z + a_{11}y^2z$
 $+ a_{12}z^2x + a_{13}z^2y + a_{14}xyz$
 $+ a_{15}x^2z^2 + a_{16}xyz^2 + a_{17}y^2z^2$



⑧ HEXE 27

節点数 27

変位分布 $u = a_1 + a_1x + a_2y + a_3z + a_4x^2 + a_5xy$
 $+ a_6y^2 + a_7yz + a_8z^2 + a_9zx + a_{10}x^2y$
 $+ a_{11}x^2z + a_{12}y^2x + a_{13}y^2z + a_{14}z^2x$
 $+ a_{15}z^2y + a_{16}xyz + a_{17}x^2yz + a_{18}y^2xz$
 $+ a_{19}z^2xy + a_{20}x^2y^2 + a_{21}x^3z^2 + a_{22}y^3z^2$
 $+ a_{23}x^2y^2z + a_{24}x^2z^2y + a_{25}y^2z^2x$
 $+ a_{26}x^2y^2z^2$

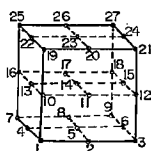


図-12 要素の種類と変位分布

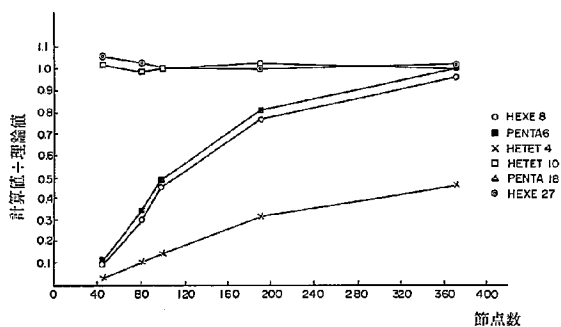


図-13 節点数と精度の関係(上縁応力)

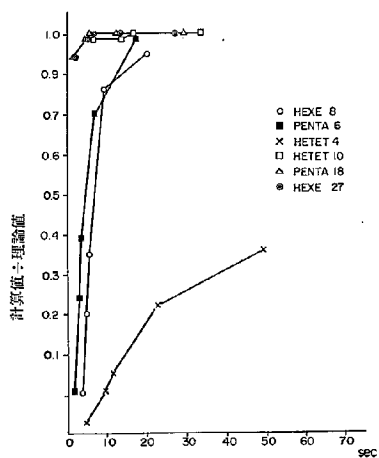


図-14 計算時間と精度(上縁応力)

次に、Averaging について述べよう。有限要素法による応力の表現方法は要素応力による方法と節点応力による方法がある。要素応力とは要素の変位分布から弾性論によって求められる応力であり、節点応力とはその節点を共有する何個かの要素のその節点における要素応力を平均化したものである (Averaging)。この節点応力を用いれば、各要素の持つ特性による誤差をいかに打消しあって解析精度は向上する。この一例を示したのが図-15 の片持梁の解析例である。図中の○印は節点応力、×印は要素応力を示している。この Averaging の効果を有効に利用するためには、要素の持つ誤差の重

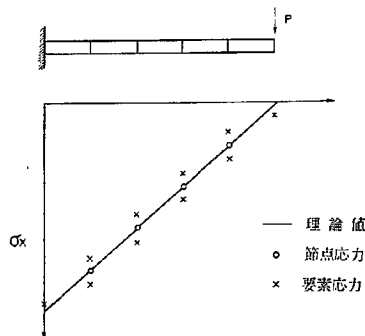


図-15 片持梁の解析

みを同じにすることが望ましく、そのためには隣合う要素の大きさをほぼ等しくするのがよい。

2.2 3次元解析の目的

重力ダムの堤体応力の計算は、ダム軸に直交する2次元断面についておこなわれている。ところが、放流管周辺の応力の最大値はダム軸に直交する方向よりも、むしろダム軸に平行な方向に生じると思われる。したがって、放流管周辺の応力集中を検討する場合には、ダム軸に平行な断面を取り出して解析しなければならない。しかし前章で述べたように、ダム軸に平行な断面で2次元計算する場合には多くの仮定を含んでいる。よって厳密に放流管周辺の応力集中を検討するには3次元計算をもっておこなわなければならない。

本報告書の目的は3次元問題を2次元問題に置き換えて解く簡便法の精度の検討にあることから、前章に述べた簡便法のチェックをするための資料を得るため、3次元応力解析をおこなった。

2.3 解析結果

解析にあたりモデルを決定しなければならない。今回はコンジットを含む1ブロックを取り出し、その半分をモデル化した。岩盤については解析に必要な部分が岩盤と離れているため、深さ方向の要素分割を1個とした。このモデルを図-16に示す。

使用した要素は前節で示したPENTA18, HEXE27, 節点数は1540, 要素数は140である。物性の違いによって要素をグループに割け、ダム本体の要素(Ⅰ), 岩盤の上流側半分を(Ⅱ), 下流側半分を(Ⅲ)とした。荷重条件を下に示す。

荷重……静水圧+堆砂圧+重力圧+ダム自重

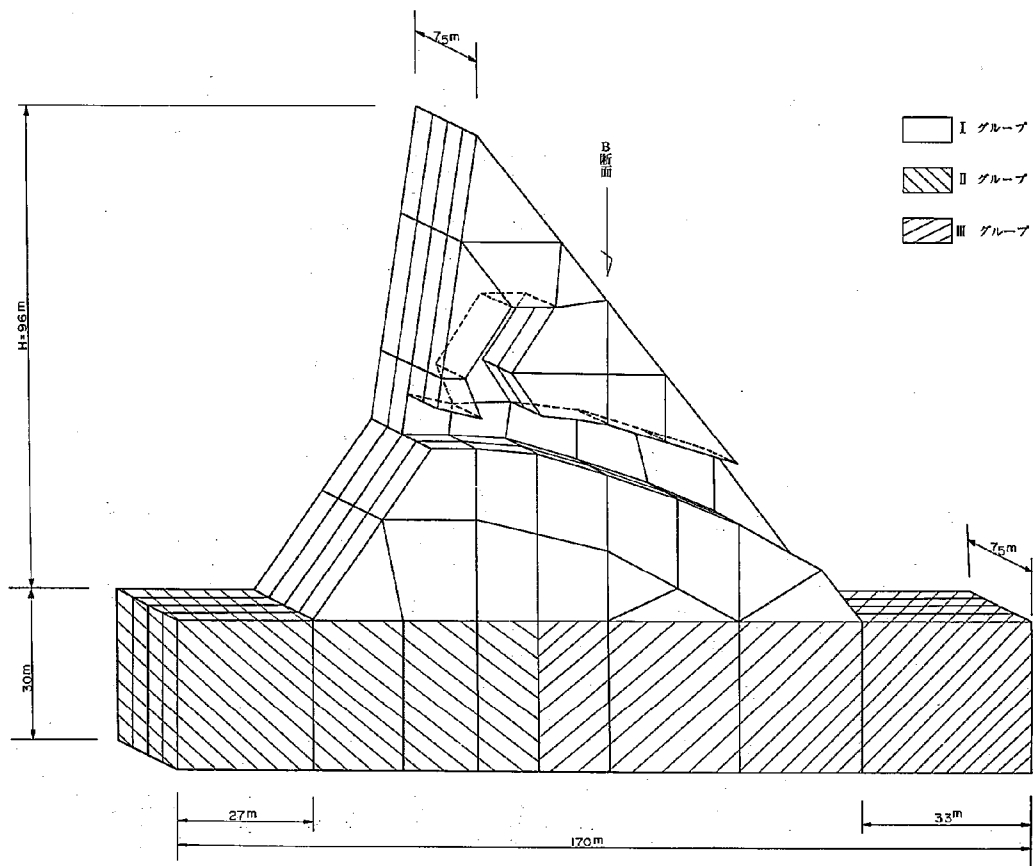


図-16 3次元解析モデル

物性定数は表—3、境界条件は表—4にそれぞれ示した。なお揚圧力については、今回は考慮していない。結果は、5断面について主応力図を図—17に示し、その他の応力については2次元計算と比較できるように図—18から図—20に示した。

表—3 物性定数

	ポアソン比	弾性係数 (t/m^2)
I	0.2	2500,000
II	0.2	900,000
III	0.2	300,000

表—4 境界条件

	固 定	自 由
上, 下流端面	X	Y, Z
下 面	X, Y, Z	
ダム軸端面 (Y=0.0)	Y	X, Z
ダム軸端面 (Y=7.5)	Y (ただし岩盤のみ)	X, Z (岩盤) X, Y, Z (ダム本体)

結果を記述すると次のようなものである。

主応力図を見ると、第1主応力はほとんど σ_x と平面上にあり、放流管の影響は放流管周辺のものにしか表われていない。3次元計算の応力値は2次元計算の応力値と比較して一般に小さくなっている。

鉛直方向応力では、放流管周辺で圧縮応力の最大値が出ており、その値は 12.0 kg/cm^2 である。3次元計算の応力と2次元計算の応力を比較してみると、放流管より上部では両者の差はわずかであるが、放流管周辺および放流管より下部では、両者の差は著しい。これは岩盤のグループ分割が2次元計算と3次元計算とは異なるために、その影響が結果に出ているものと思われる。また、応力集中は2次元計算よりも小さ目に出ているが、これは要素分割が粗いため応力の変化を追いきれなかったためである。しかし、応力分布は2次元計算と同じ傾向を示しており、要素分割の粗さ岩盤の影響を考慮すれば、2次元計算値に近づくと思われる。

ダム軸方向応力についてみると、引張応力の最大値が放流管の上部に出ており、その値は 3.74 kg/cm^2 である。2次元計算と比較してみると、放流管の周辺で両者の差が著しいが、放流管から離れることにより、両者の値はほぼ等しくなり、応力分布も一致してくる。これは鉛直方向応力と同様に要素分割が粗であるため放流管周辺の応力集中を追いきれなかったためである。また、3次元計算では、引張応力の発生領域が放流管の上下と、上端・下端の広い部分に広がっている。上端・下端の広い部分に発生している引張応力は、放流管の上下に要素がそれぞれ2個、3個しかないため、表面及び岩盤の影響がでていると思われる。

したがって、要素分割を密にする事によって表面及び岩盤周辺の引張応力を消し、かつ放流管周辺の引張応力は2次元計算の値にも近づくと思われる。

又、参考までに有孔無限板、2次元計算、3次元計算の比較を図—21に示す。

主応力
主応力をY-Z面に投影した時
主応力が σ_1 の場合は引張応力を示す

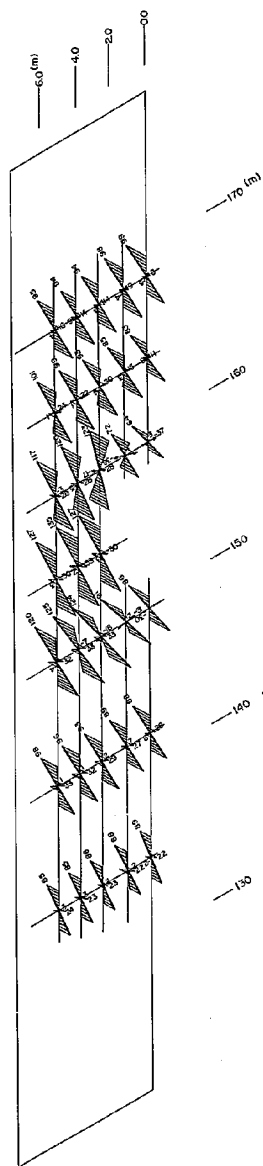
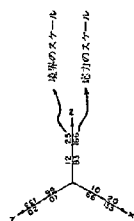


図-17 主応力図

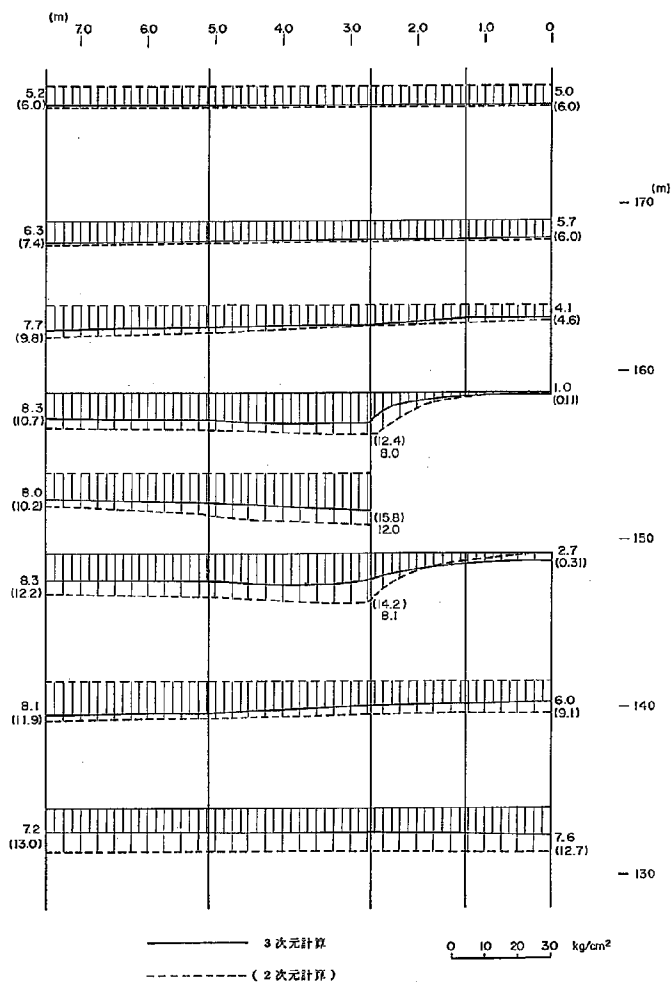


圖-18 鉛直方向應力 (σ_z)

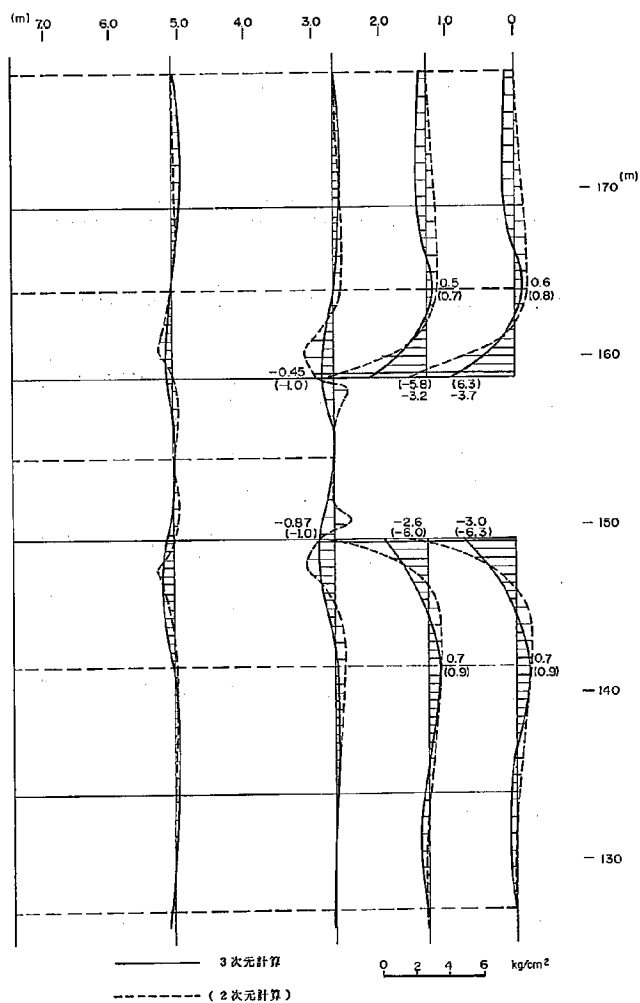


图-19 Δ 轴方向应力 (σ_y)

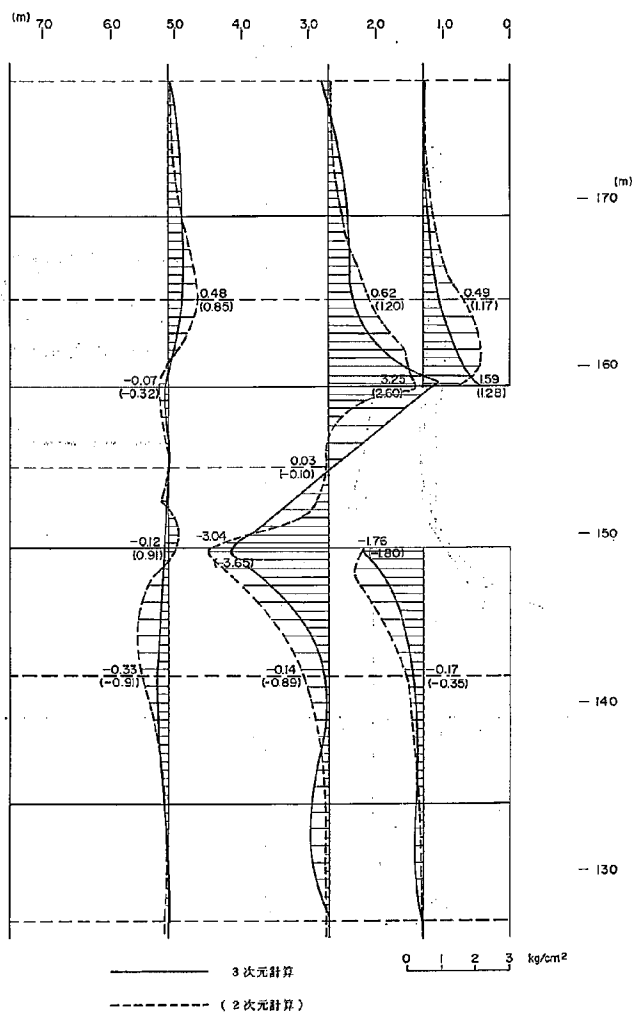


図-20 せん断応力 (τ_{yz})

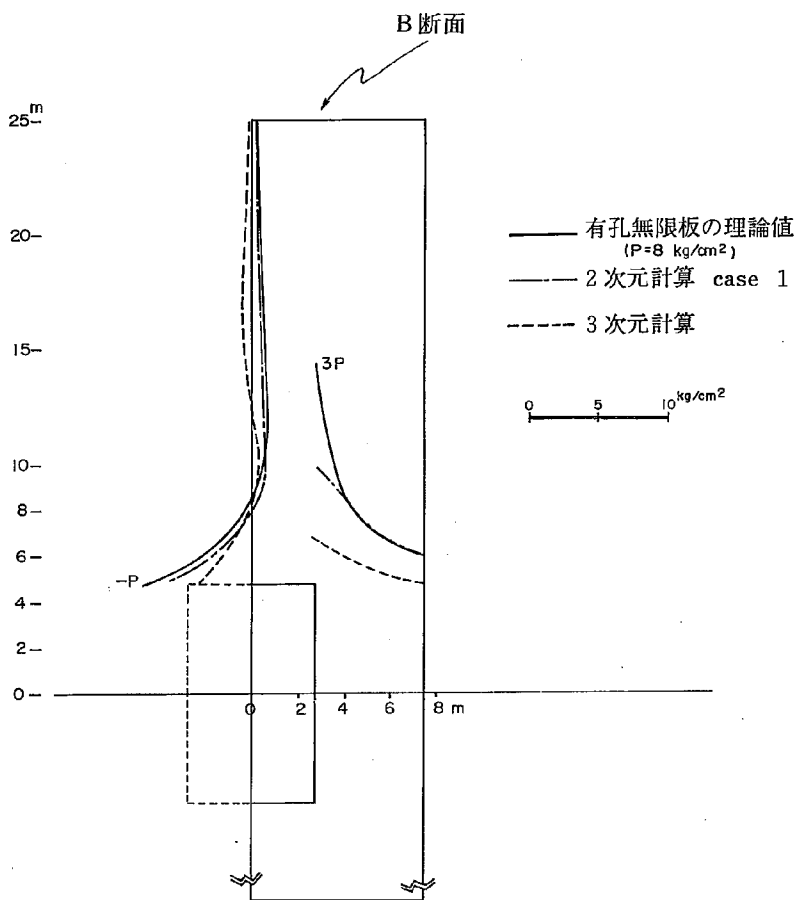


図-21 有孔無限板の理論値との比較

2.4 考 察

本章で行なった3次元応力解析は計算上の制約(計算コスト、節点数)から応力集中の解析を精度よく行なうには多少粗い要素分割になったため、実際に生じるであろう応力集中を十分に追いきれなく、かなり小さな値を示している。逆に一方では、要素分割の粗さのため、応力集中の影響が実際より広範囲に渡っているようである。しかし、応力の変化状態は2次元解析ないし有孔無限板の場合とほぼ同じ傾向を示しており、3次元解析の要素分割数を細かくするなり、Zoomingの手法^{*注}を取り入れるなりすることによって、2次元解析と十分一致した結果が得られることが予想される。しかし、その場合の計算に費す経費はかなりの額に達すると思われる。

さて、放流管の応力集中の解析として、有孔無限板による方法、2次元有限要素法、3次元有限要素法の3種類を紹介したわけであるが、これらの3方法の特失を述べると次のようになる。

(1) 有孔無限板

- ① 応力集中度の絶対値をつかむのみ適する。
- ② モデルが実際の放流管形状と異なるため、応力集中の範囲を掴みにくい。
- ③ モデルが実際の放流管形状と異なるため、説得性が薄い。

(2) 2次元有限要素法

- ① 実際の放流管形状を表現でき、応力集中の範囲を掴むのに適する。
- ② 比較的簡単に計算ができる。
- ③ 応力集中度の絶対値(最大引張応力、最大圧縮応力値)が多少小さ目に求められる。

(3) 3次元有限要素法

- ① 実際の放流管形状を3次元的に表現でき、応力集中を定性的に掴むのに適している。
- ② 計算コストが高い。
- ③ 上記制約からあまり精度のよい結果は得がたい。

これらの特失を考えると、堤高の小さいダム、放流管断面の小さなダムでは有孔無限板の応力解を代用して配筋の設計を行なってもさしつかえない。堤高の大きいダム、放流管断面の大きなダム、厳密な解析を行ないたい場合は、最も解析にふさわしい断面を選んで2次元有限要素法による解析をするのが好ましい。その際、放流管周辺はかなり細かい要素分割を行なわないと最大引張応力などの値は多少小さな結果となることに注意する必要がある。3次元有限要素法は理論的には最も適切な解法を得られる方法と思われるが、要素分割に余程注意して解析を行なわない限り、設計に適する結果を得ることはむずかしい。これは応力集中が極めて局所的な現象であり、それに適した要素分割を行なうのがむずかしいためである。従って、3次元有限要素法による解析は推奨しがたい。

注) Zooming について

Zooming法とは、有限要素法による応力解の精度を向上させるための一手法である。有限要素法が変位法で行なわれている場合、応力の精度は変位の精度よりも低くなる。これは2.1の説明からも明らかであろう。Zooming法はこの性質を利用するもので、ある解析の対象となる構造系のうち、特定の部分の応力のみを知りたい場合、解析を2段階に分け、第1段階において構造系の変位分布を求める。第2段階では応力を求めようとする部分構造系のみを取り出し、その部分構造系を更に細かい要素分割

をして応力を解析するものである。但し、その際の境界条件として第1段階で得られた変位を規定変位として代入する必要がある。この規定変位の入力データが繁雑となるため実際にはあまり行なわれていない。

3. 2次元解析を有効に行なうために

放流管周辺の応力集中を厳密に解析するためには2次元有限要素法によって行なうのが最もよい方法であることを説明してきたが、この方法を有効なものにするためには、要素分割を細かくする必要があることを既に述べた。これは応力集中が極めて局所的なものであるためであるが、逆に、放流管からある程度離れると、応力分布は2次元応力状態になるため、Zooming法を利用して、図-3に示すB断面の解析は放流管周辺に限定してよい。この解析に必要な範囲は、図-23から明らかのように、放流管の上下壁からその径の1.5～2倍程度とればよい。この際、境界条件として、境界での応力を外力として入力しなければならない。この方法を模式的に示したのが図-22である。このようにすれば、放流管周辺の要素分割をその分だけ細かくすることができ、従って応力集中度をより忠実に表現できる。また、3角形要素を用いた場合、要素内の応力分布は一定になるから、要素分割はこの性質を考慮して図-1を参考にして決定するとよい。

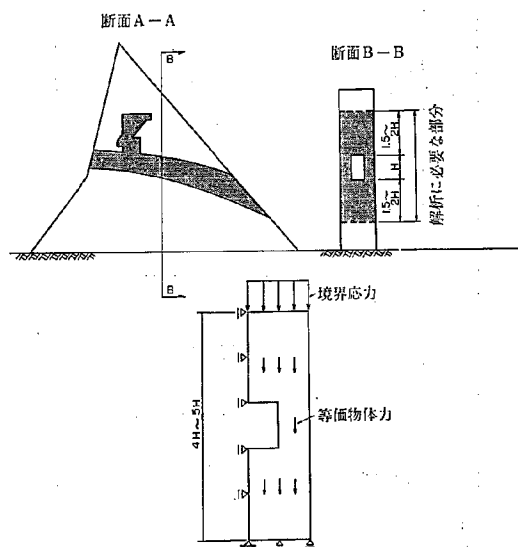


図 - 22

507

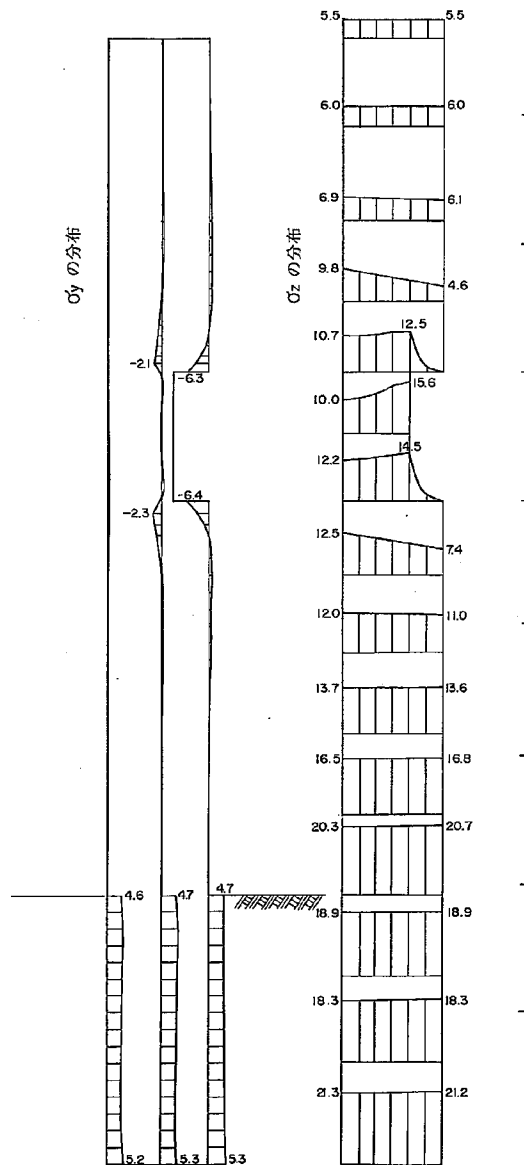


図 - 23