

020

土研資料第1227号

Br-76-07

土 木 研 究 所 資 料

第1227号

補剛された板の座屈強度解析プログラム

昭和52年3月

建設省土木研究所
構造橋梁部橋梁研究室

ま え が き

土木構造物が大規模化するにともない、最近の鋼構造物の設計においても、経済性のうえから、補剛板を主体とした薄肉構造が多く用いられている。補剛板の設計については、現在我国の示方書ではTimoshenkoによって示された弾性座屈の考え方をもとに、残留応力、初期不整などに対する補正を行なっているが、1970年前後に同様の考え方で設計されたヨーロッパの箱桁橋で事故が続いたこともあり、補剛板の設計法全般を見直そうという気運が強い。

建設省土木研究所では、補剛板の強度に関する問題を明らかにするために、昭和49年度以降大型供試体による補剛板の座屈実験を行なってきたが、今年度は、実験を継続する一方、実験と理論の対応を図り、実験でカバーできない領域での考察をすすめるため、有限帯板法を用いた電子計算機プログラムを作成した。本報告書は、上記電算プログラムについて、理論の概要及びプログラム仕様を明らかにしたものである。設計基準については、実験結果とあわせて、昭和52年度に別途提示する予定である。なお、電算プログラミングについては、新日本技研(株)が担当した。

昭和52年3月

建設省土木研究所

橋梁研究室 室長 佐伯 彰 一

研究員 金井 道 夫

大塚 一 喜

目 次

第1章 序 論	1
1.1 現行設計基準とその問題点	1
1.2 座屈強度解析プログラムの概要	4
第2章 補剛された板の座屈強度解析理論	5
2.1 概 要	5
2.2 弾塑性域における応力-ひずみ関係	5
2.3 変位関数の仮定	15
2.4 帯板要素の剛性方程式	16
2.5 補剛材の剛性方程式	19
2.6 補剛板全体としての剛性方程式	22
2.7 残留応力	24
参考文献	30
第3章 補剛された板の座屈強度の検討	31
3.1 チェック計算	31
3.2 補剛された板の設計基準の検討	37
付録-1 プログラム仕様	43

第 1 章 序 論

1.1 現行設計基準とその問題点

まえがきにも述べた通り、現行の道路橋示方書、鉄道橋示方書に示されている補剛板の設計基準は、Timoshenkoによって示された弾性座屈の考え方にもとづいている。Timoshenkoの解は、エネルギー法によって解かれたものであり、残留応力、初期変形などの伴わない弾性座屈についてのみ適用できるものである。

たとえば、現行道路橋示方書（昭和48年2月、日本道路協会）に示されている補剛板の設計基準は、十分な横方向補剛材が確保されている時、次式によって与えられる。

$$I = \frac{b \cdot t^3}{11} \cdot r \quad r = 4 \alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n \delta) - \frac{(\alpha^2 + 1)^2}{n} \quad \dots\dots\dots (1.1.1)$$

ここに

- I : 縦方向補剛材の断面二次モーメント
- b : 補剛される板の全幅
- t : 補剛される板の板厚
- α : $\alpha = a/b$ 補剛板の縦横寸法比
- a : 横方向補剛材間隔
- δ : $\delta = F/b \cdot t$ 縦方向補剛材断面積比
- F : 縦方向補剛材1個の断面積
- n : 縦方向補剛材により区切られるパネル数
- t_0 : 補剛板の必要板厚（SS 41については $b/40 \cdot n$ ）

この基準の考え方の基本は次の通りである。

イ) 補剛されない板について

補剛された板についても、縦方向補剛材によって囲まれた部分の板については無補剛板と考えることができる。無補剛板の弾性座屈強度は、Timoshenkoにより示されているように、等価幅厚比Rを用いれば、次のように表示される。

$$\sigma_{cr} = \sigma_y / R^2 \quad \dots\dots\dots (1.1.2)$$

ここで、

- σ_{cr} : 無補剛板の弾性座屈強度
- σ_y : 鋼材の降伏点
- R : 等価幅厚比 $R = \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_y \cdot 12 \cdot (1 - \nu^2)}{\pi^2 E k}}$
- k : 無補剛板の座屈係数 (= 4)
- ν : ポアソン比 (= 0.30)

(1.1.2) 式を図示すると、図 1.1.1 のようになる。

図 1.1.1 に示された曲線のうち、 $R \geq 1.0$ の部分については、無補剛板の実際の座屈強度と理論解は、理想的状态のもとで一致するが、 $R < 1.0$ の部分については、弾性座屈強度に達する以前に板全体が降伏し、塑性座屈を生じるために、 $\sigma_{cr} = \sigma_y / R^2$ の耐荷力は得られない。通常の道路橋の 1 次部材の設計では、引張部材とのつり合いの上から、板の座屈強度 σ_{cr} は少なくとも σ_y 以上確保されることが要求されるわけであり、無補剛板については、 $R \leq 1$ が最低条件となる。し

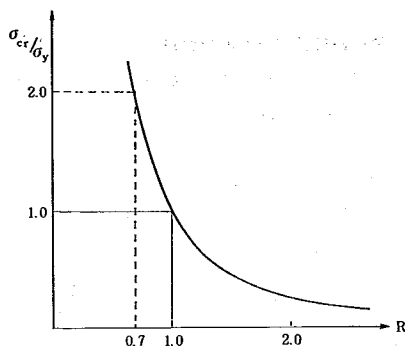


図 1.1.1 無補剛板の弾性座屈強度

かしながら、図 1.1.1 に示した曲線は、初期不整のない状態での座屈強度を示すものであり、実際の構造物では、溶接による残留応力、初期変形を考慮しなければならない。残留応力は、引張部材の場合はそれほど問題にならないが、圧縮部材の部材は、応力度が降伏応力度に達する以前に降伏による部分的な剛度の低下を招くため、座屈にとっては重要な問題となる。道路橋示方書では、多くの検討結果をもとに $\sigma_{cr} = \sigma_y$ が確保される範囲として $R \leq 0.7$ を規定している。 $R = 0.7$ では、図 1.1.1 を見れば分る通り、理想的な弾性座屈強度は σ_y の約 2 倍程度になる。

道路橋示方書に規定された $t_0 \geq b/40$ (但し、SS 41 について) は、 $R = 0.7$ に相当する値である。

すなわち

$$R = \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot \sigma_y \cdot (1 - \nu^2)}{\pi^2 \cdot E \cdot k}} = 0.7 \text{ に } \sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 \text{ を代入することにより、}$$

$$t_0 = b/39.4$$

以上のような基準様式の経緯からも明かなように、この規定が合理的であるかどうかは初期不整の状態、しいては施工状態により異なる。その意味で、上記の設計基準は、かなり確率的な決め方をされているといえる。

ロ) 補剛された板について

補剛板についても、無補剛板の場合と同じく、 $\sigma_{cr} \geq \sigma_y$ なる座屈強度を保つことが設計の基本となり、そのための補剛材剛度を定める必要がある。前述のとおり、縦補剛材で囲まれた板

については、無補剛板と同じ設計をすればよく、補剛板については、補剛材が節とならず、補剛材と板が同じ波形で座屈する全体座屈にのみ注目すればよい。補剛板の全体座屈強度は、Timoshenko によりエネルギー法で解かれており、次式で与えられる。(但し十分な横補剛材がある時。)

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot D}{b^2 \cdot t} \cdot \frac{(1 + \alpha^2)^2 + n r}{\alpha^2 (1 + n \delta)} \quad \dots\dots\dots (1.1.3)$$

ここに、

$$r = E \cdot I / b \cdot D$$

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

したがって、無補剛板の場合と同じく、等価幅厚比を用いれば、(1.1.3) は次のように書くことができる。

$$\sigma_{cr} = \sigma_y / R^2 \quad \dots\dots\dots (1.1.4)$$

$$\text{ここで } R' = \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_y \cdot 12 (1 - \nu^2)}{\pi^2 \cdot E \cdot k'}}$$

$$k' = \frac{(1 + \alpha^2)^2 + n r}{\alpha^2 (1 + n \delta)}$$

さて、この節の最初に提示した、道路橋示方書の補剛板に対する設計基準は、無補剛板の $R = 0.7$ に対する弾性座屈強度を、補剛板に対しても確保しようとするものである。すなわち、

$$R' = 0.7$$

に相当する補剛材剛度を (1.1.4) より求めればよい。

$$\frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_y \cdot 12 (1 - \nu^2)}{\pi^2 E k'}} = 0.7 = \frac{b}{t_0} \sqrt{\frac{\sigma_y \cdot 12 (1 - \nu^2)}{\pi^2 E k}}$$

より、 r を求めると、(1.1.1) 式を得る。

補剛板に関するこの設計基準の問題点は、次の点にある。

- 1) 補剛材剛度を弾性座屈の解から求めていることが最も大きな問題である。弾性域でのみ有効な解によって、 $R = 0.7$ の塑性域における補剛材剛度を求めても、はたして期待した強度が得られるか保証はない。
- 2) 補剛材剛度は常に有効であるとの仮定にもとづいているが、実際に補剛材にも残留応力が存在する以上、塑性座屈の領域では、補剛材剛度の低下が重要な問題となる。
- 3) 弾性域での設計を全く認めていないが、二次部材、架設時に一時的に圧縮が作用する部材

では経済性の上からも認めるべきであるという意見も強い。また、弾性域では、補剛材の剛度のみではなく、補剛材のねじり剛度も重要な役割を果たすことが報告されているが、この問題について考慮していない。

現行の補剛板の設計基準には、上記のような問題点が存在する。これらの問題点は、主として弾性座屈理論を塑性域に適用していることより生じていると言える。設計基準を見直す際には、塑性座屈に伴う固有の問題に十分留意することが必要となろう。

1.2 座屈強度解析プログラムの概要

本報告書に示す、補剛板の座屈強度解析プログラムは、補剛板の弾性及び非弾性座屈強度を、板と補剛材の残留応力並びに補剛材のねじり剛性、そりねじり剛性を考慮して解析しようとするものである。解析方法は、参考文献と同じく有限帯板法を用いている。有限帯板法によれば、補剛板のように帯板要素に分割できる構造に対して、低次元の行列を用いて比較的容易に座屈解析を行なうことができる。

今回の理論解析で重視するのは、次の点である。

- 1) 補剛板の幅厚比に対して、どの程度の補剛材剛度を確保すれば、設計上十分であるかを明らかにする。また補剛材剛度により、座屈波形にどの程度差異が生じるかについても明らかにする。
- 2) 板および補剛材に存在する残留応力について、実測された値に基づいて、できるだけ正確に解析の中に取り入れる。また、残留応力による板および補剛材の剛度の低下についても、同様に正確に計算を行なう。
- 3) 補剛材の曲げ剛度のみならず、ねじり剛度、そりねじり剛度についても解析の中に取り入れる。このため、補剛材の形状については、矩型断面のみならず、T形断面についても解析の対象とする。
- 4) 塑性域において、補剛材剛度を確保するために、補剛材に降伏点の高い鋼材を用いるハイブリッド構造が提案されているので、ハイブリッド構造の補剛板についてもその強度特性を明らかにする。

以上によって、補剛板の設計に関する基本的な問題に関する資料を作成することができると考えられる。また、土木研究所で行なった実験との対応を図ることもできる。一方、以上の解析のみでは未解決の問題として残されるのは、横補剛材の必要剛度、偏心圧縮を受けた場合の補剛材の最適配置などの問題であり、これらの問題については、来年度以降、実験と理論解析を並行して進めることにより解決していきたいと考えている。

第2章 補剛された板の座屈強度解析理論

2.1 概 要

この章では、有限帯板法によって補剛板の弾塑性座屈解析を行なう場合の、主要な問題点について考察を行なう。有限帯板法の内容については参考文献にゆずり、ここでは詳述しない。解析方法の概要は次のとおりである。

対象は、前述のとおり、矩型断面もしくはT形断面の補剛材によって補剛された補剛板とする。有限帯板法で解析する場合、変位関数としては、従来板の面外変位のみが考慮されていたが、今回は、板の面内変位が中立軸からの偏心量に与える影響を明らかにするために、面内変位も考慮する。補剛材は、曲げおよびねじりを受ける断面変形しない柱と考え、曲げ剛度の他にサンブナのねじり剛度およびそりねじり剛度を考えている。板および補剛材には、残留応力が存在するものとする。残留応力の大きさは、測定結果より推定するが、力のつり合いを考える関係で、板および補剛材について、それぞれ独立に力のつり合い条件（軸力およびモーメント）を満足することを仮定している。

荷重状態としては、面内方向にのみ一様な等分布圧縮力が作用する場合について取扱う。偏心圧縮が作用する場合に理論を拡張することは容易である。支持条件は、載荷辺では単純支持、非載荷辺では両端単純支持か両端埋め込み支持の両方を解析することとした。

初期変形については、今回は考慮しないこととした。これは主として、初期変形を考えた大変形解析が困難であるという理由にもとづくものである。

土木研究所で行なった実験でも、微小な初期変形は、座屈強度にはほとんど影響しないことが確認されており、現在の道路橋示方書で規定されている製作精度が確保されている限り、それほど問題にはならないと考えられる。

2.2 弾塑性域における応力-ひずみ関係

弾性域および塑性域における応力-ひずみ関係については、従来の補剛板座屈解析では、弾性域ではフックの法則、塑性域ではBijlaardの塑性変形理論を用いることが多かった。今回の解析にあたって、これらの理論の見直し、妥当性の検討を行なった。

2.2.1 弾性域における応力-ひずみ関係

弾性域における鋼材の応力-ひずみ関係には一般化されたフックの法則を用いる。いま板の面内にx-y座標をとり、x方向を荷重作用方向となると、応力とひずみの微小増分に対して次の式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2.2.1)$$

ここに

$$k_1 = k_3 = \frac{1}{1 - \nu^2}$$

$$k_2 = \frac{\nu}{1 - \nu^2}$$

$$k_4 = \frac{1}{2(1 + \nu)}$$

E : 鋼材のヤング係数 $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

ν : ポアソン比 0.3

2.2.2 塑性域における応力-ひずみ関係

塑性域における応力-ひずみ関係は特に二つの点で問題となる。一つは変形理論 (Hencky の理論) を用いるか流理論 (Prandtl-Reuss の理論) を用いるかの問題であり、他の一つは座屈時にひずみの逆転を考慮するかどうかという問題である。

まず第一の点について考察を加える。一般的には流理論が変形理論に比べ合理的であると言える。応力成分の比を一定に保ったままで負荷する場合には両者の理論は一致するが、特に応力成分の比が一定でない場合、あるいは荷重経路が異なるような繰返し負荷の場合などでは変形理論は矛盾する結果に導く。補剛板の場合、初期変形のない理想的な板では、座屈前と座屈後の応力成分の比は大きく異なる。なぜなら、それまで一軸の圧縮応力状態にあったものが座屈することによって曲げ変形を起し、二軸応力状態になるからである。従って、このような場合、変形理論と流理論では異なった結果に導くことは明らかであり、流理論がより良好な結果をもたらすものと予想される。しかしながら現在までのところ流理論は過大な座屈荷重を与え、変形理論による解析の方が実験との対応が良好であるという結果が得られている。この理由について多くの議論が行なわれたが、現在のところ次のような結論が得られている。すなわち、解析は荷重に偏心がなく、完全に平らな理想的な板に対して行なわれているが、実際の板には避け得ない初期たわみ、荷重の偏心などの不整が存在し、それが僅かでも存在すると座屈荷重が急激に減少する。ところが流理論によれば、塑性ひずみ増分の成分の比はそのときの偏差応力成分の比に比例し、応力増分には無関係と仮定している。従って理想的な板の場合、座屈時には、例えばせん断ひずみ増分の塑性成分は 0 となり、弾性成分のみが生じ、高い剛性を与える。ところが初期変形等の不整を考えれば、座屈前の状態においても $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ とはならず、そのために応力増分-ひずみ増分の関係が大きく異なり、剛性が著しく低下するものと考えられる。つまり、理想的な板の場合と異なり、実際の板では座屈前と後で応力成分の比が極端に変化しないため、変形理論による方が良好な結果をもたらすものとされている。

次に第二の点について考察する。Shanley モデルによる板の座屈解析から明らかなように、

ひずみの逆転の有無による理論値は実際の座屈荷重の上, 下限に対応する。また, 解析でひずみの逆転を考慮することも不可能ではない。例えば座屈後も補剛材断面を含め, 平面を保つと仮定すれば力の釣合い条件を満たすような中立軸の位置を定め限界幅厚比を計算することができる。この場合中立軸の位置は板の幅厚比を仮定しなければ求まらないので繰り返し計算が必要である。更に中立軸の位置は板が曲げられる方向によって二通り求められそれに対応して限界幅厚比も二通り計算され, その小さい方の値が理論値となる。しかしながら, 一般には鋼のように降伏後の接線係数 E_T が著しく小さい場合ひずみの逆転なしとする仮定によっても実験との対応はそこなわれないものと考えられている。

以上のことより今回の解析では塑性理論として変形理論を用いることを原則とし, ひずみの逆転は考慮しない。以下に, 具体的ないくつかの塑性理論について提示する。

a) Bijlaard の式

Bijlaard の式はHencky の変形理論より出発し, 塑性ひずみ ϵ^p と偏差応力 σ' との間に次の関係があるとした。

$$\frac{\epsilon_x^p}{\sigma_x'} = \frac{\epsilon_y^p}{\sigma_y'} = \frac{\tau_{xy}^p}{2\tau_{xy}'} = \phi \quad \dots\dots\dots (2.2.2)$$

従って全ひずみ成分とは弾性成分と上記塑性成分の和となり次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x^p + \epsilon_x^e = \phi \sigma_x' + \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \epsilon_y &= \epsilon_y^p + \epsilon_y^e = \phi \sigma_y' + \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \epsilon_{xy} &= \tau_{xy}^p + \epsilon_{xy}^e = \phi 2\tau_{xy}' + \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.3)$$

等価塑性ひずみ ϵ_i^p および等価応力 σ_i を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_i^p &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\epsilon_x^p)^2 + (\epsilon_y^p)^2 + (\epsilon_x^p)(\epsilon_y^p) + (\tau_{xy}^p)^2} / 4 \\ \sigma_i &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.4)$$

従って (2.2.2) 式より次式を得る

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{4} (\epsilon_i^p)^2 &= \frac{1}{3} \phi^2 \sigma_i^2 \\ \phi &= \frac{3}{2} \cdot \frac{\epsilon_i^p}{\sigma_i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.5)$$

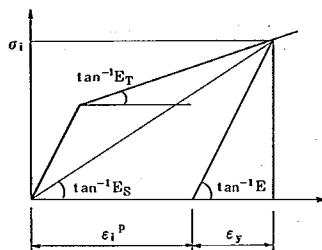


図 2.2.1 応力-ひずみ関係

図 2.2.1 は弾塑性域における応力-ひずみ関係を表わしたものであるが、図 2.2.1 より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_i}{E_S} &= \varepsilon_i^p + \varepsilon_y \\ \frac{\sigma_i}{E} &= \varepsilon_y \end{aligned} \right\} \text{より, } \sigma_i \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \right) = \varepsilon_i^p \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{\sigma_i}{E_S} &= \varepsilon_i^p + \varepsilon_y \\ \frac{\sigma_i}{E} &= \varepsilon_y \end{aligned}} \right\} \dots\dots (2.2.6)$$

$$E_T = \frac{d\sigma_i}{d(\varepsilon_i^p + \varepsilon_y)}$$

式 (2.2.5), (2.2.6) を用いると式 (2.2.3) より,

$$\varepsilon_x = \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \right) \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right) + \frac{1}{E} \left(\sigma_x - \nu \sigma_y \right) \quad \dots\dots (2.2.7)$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \right) \left(d\sigma_x - \frac{1}{2} d\sigma_y \right) + \frac{1}{E} \left(d\sigma_x - \nu d\sigma_y \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_S} \right) \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right) \cdot \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \quad \dots\dots (2.2.8) \end{aligned}$$

ここで、载荷条件より、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \tau_{xy} = 0, \\ \sigma_i &= \sigma_x \\ \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} &= \frac{1}{\sigma_x} \left(d\sigma_x - \frac{1}{2} d\sigma_y \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.2.9)$$

を式 (2.2.8) に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} + \frac{1}{E} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_S} \right) d\sigma_x + \left(\frac{1}{2E_S} + \frac{1}{2E} - \frac{\nu}{E} - \frac{1}{2E_T} + \frac{1}{2E_S} \right) d\sigma_y \\ &= \frac{1}{E_T} d\sigma_x + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E} - \frac{2\nu}{E} - \frac{1}{E_T} \right) d\sigma_y \quad \dots\dots (2.2.10) \end{aligned}$$

同様にして、y 方向についても次式を得る。

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right) + \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad \dots\dots\dots (2.2.11)$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_y &= \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \right) (d\sigma_y - \frac{1}{2} d\sigma_x) + \frac{1}{E} (d\sigma_y - \nu d\sigma_x) + \left(\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E_S} \right) \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right) \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \\ &= \left(-\frac{1}{2E_S} - \frac{1}{2E} - \frac{\nu}{E} - \frac{1}{2E_T} + \frac{1}{2E_S} \right) d\sigma_x + \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} + \frac{1}{E} + \frac{1}{4E_T} - \frac{1}{4E_S} \right) d\sigma_y \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E} - \frac{2\nu}{E} - \frac{1}{E_T} \right) d\sigma_x + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{E_S} + \frac{1}{E_T} \right) d\sigma_y \quad \dots\dots\dots (2.2.12) \end{aligned}$$

せん断ひずみについては簡単に求められる。

$$\tau_{xy} = \left(\frac{1}{E_S} - \frac{1}{E} \right) \cdot 3\tau_{xy} + \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad \dots\dots\dots (2.2.13)$$

$$d\tau_{xy} = \left(\frac{3}{E_S} - \frac{3}{E} + \frac{2(1+\nu)}{E} \right) d\tau_{xy} \quad \dots\dots\dots (2.2.14)$$

式 (2.2.10) (2.2.12) (2.2.14) は、ひずみを応力で表わしているが、解析には逆の関係が必要であるので、変換を行なうと最終的に次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2.2.15)$$

ここに、

$$k_1 = \frac{1+3(1+\nu)\eta}{(5-4\nu) - (1-2\nu)^2\eta + 3e}$$

$$k_2 = \frac{2-2(1-2\nu)\eta}{(5-4\nu) - (1-2\nu)^2\eta + 3e}$$

$$k_3 = \frac{4}{(5-4\nu) - (1-2\nu)^2\eta + 3e}$$

$$k_4 = \frac{1}{2+2\nu+3e}$$

$$\eta = \frac{E_T}{E}$$

$$e = \frac{E}{E_S} - 1 = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_y}$$

k を ϵ で表現するために、 E_S を次のように表わす、

$$E_S = E_T + \frac{\sigma_y}{\epsilon} (1 - \eta) \quad \dots\dots\dots (2.2.16)$$

となる。式 (2.2.16) を式 (2.2.15) に代入して、k を ϵ で表示すると、

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1 + 3(1 + e) \eta}{(5 - 4\nu) - (1 - 2\nu)^2 + 3e} = \frac{1 + \frac{3E}{E_S} \eta}{(5 - 4\nu) - (1 - 2\nu)^2 + 3\left(\frac{E}{E_S} - 1\right)} \\ &= \frac{E_S + 3E_T}{[(2 - 4\nu) - (1 - 2\nu)^2] \eta E_S + 3E} \\ &= \frac{E_T + \frac{\sigma_y}{\epsilon} (1 - \eta) + 3E_T}{[(2 - 4\nu) - (1 - 2\nu)^2] \eta [E_T + \frac{\sigma_y}{\epsilon} (1 - \eta)] + 3E} \\ &= \frac{4E_T \cdot \epsilon + \sigma_y (1 - \eta)}{[(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\} E_T + 3E] \epsilon + \sigma_y (1 - \eta) [(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\}]} \\ k_2 &= \frac{2 - 2(1 - 2\nu) \eta}{(5 - 4\nu) - (1 - 2\nu)^2 \eta + 3e} \\ &= \frac{(2 - 2(1 - 2\nu) \eta) [E_T \epsilon + \sigma_y (1 - \eta)]}{[(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\} E_T + 3E] \epsilon + \sigma_y (1 - \eta) [(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\}]} \\ k_3 &= \frac{4}{(5 - 4\nu) - (1 - 2\nu) \eta + 3e} \\ &= \frac{4 [E_T \cdot \epsilon + \sigma_y (1 - \eta)]}{[(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\} E_T + 3E] \epsilon + \sigma_y (1 - \eta) [(1 - 2\nu)\{2 - (1 - 2\nu) \eta\}]} \\ k_4 &= \frac{1}{2 + 2\nu + 3e} = \frac{1}{2 + 2\nu + 3\left(\frac{E}{E_S} - 1\right)} \\ &= \frac{E_T \epsilon + \sigma_y \left(1 - \frac{E_T}{E}\right)}{[(-1 + 2\nu) E_T + 3E] \epsilon + \sigma_y (1 - \eta) (-1 + 2\nu)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.2.17)$$

式 (2.2.15) , (2.2.17) が補剛板の解析に用いる Bijlaard の式の最終的な様式となる。

b) Stowell の式

Stowell の式も Bijlaard の式と同様に Hencky の式から出発している。しかしながら塑

性ひずみではなく全ひずみと偏差応力の間に次の関係があるとした。

$$\frac{\varepsilon_x}{\sigma_x'} = \frac{\varepsilon_y}{\sigma_y'} = \frac{r_{xy}}{2\tau_{xy}'} = \frac{3}{2} \frac{1}{E_S} \quad \dots\dots\dots (2.2.18)$$

ここで E_S は図 2.2.2 に示すように等価応力 σ_i と等価ひずみ ε_i の比を表わす。

$$\left. \begin{aligned} E_S &= \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \\ \sigma_i &= \sqrt{\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 - \sigma_x' \sigma_y' + 3\tau_{xy}'^2} \\ \varepsilon_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_x'^2 + \varepsilon_y'^2 + \varepsilon_x' \varepsilon_y' + r_{xy}'^2 / 4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.19)$$

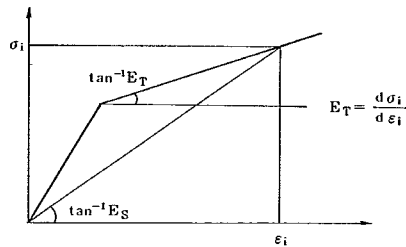


図 2.2.2 応力—ひずみ関係

(2.2.18) より、次式を得る

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{3}{2} \frac{1}{E_S} \sigma_x' = \frac{3}{2} \frac{1}{E_S} \frac{2\sigma_x - \sigma_y}{3} = \frac{1}{E_S} \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_S} \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right) \\ r_{xy} &= \frac{3\tau_{xy}}{E_S} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.20)$$

上式より明らかなように、Stowell の式はヤング係数 E_S ポアソン比 0.5 の弾性体と考えることができる。なお Bijlaard の式 (2.2.7) (2.2.11), (2.2.13) において $\nu = 0.5$ を代入すれば (2.2.20) 式が得られる。従って式の導き方などは Bijlaard の場合と類似であるので以下には結果だけを記す。(2.2.20) より、

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x &= \frac{1}{E_T} d\sigma_x - \frac{1}{2E_T} d\sigma_y \\ d\epsilon_y &= -\frac{1}{2E_T} d\sigma_x + \left(\frac{3}{4E_S} + \frac{1}{E_T}\right) d\sigma_y \\ d\tau_{xy} &= \frac{3}{E_S} d\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.2.21)$$

逆変換を行ない，応力をひずみで表示すると，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.2.22)$$

ここに，

$$k_1 = \frac{E_T}{E} + \frac{1}{3} \frac{E_S}{E}$$

$$k_2 = \frac{2}{3} \frac{E_S}{E}$$

$$k_3 = \frac{4}{3} \frac{E_S}{E}$$

$$k_4 = \frac{1}{3} \frac{E_S}{E}$$

上記(2.2.22)式も(2.2.15)式で $\nu=0.5$ を代入したものと一致する。

c) Prandtl-Reuss の式

流理論であるPrandtl-Reuss の式では塑性ひずみ増分と偏差応力の間に次の関係を仮定する。

$$\frac{d\epsilon_x^p}{\sigma_x'} = \frac{d\epsilon_y^p}{\sigma_y'} = \frac{d\tau_{xy}^p}{2\tau_{xy}'} = d\lambda \dots\dots\dots(2.2.23)$$

従って全ひずみ増分は，次のように表示できる。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x &= d\epsilon_x^p + d\epsilon_x^e = \sigma_x' d\lambda + \frac{1}{E} (d\sigma_x - \nu d\sigma_y) \\ d\epsilon_y &= d\epsilon_y^p + d\epsilon_y^e = \sigma_y' d\lambda + \frac{1}{E} (d\sigma_y - \nu d\sigma_x) \\ d\tau_{xy} &= d\tau_{xy}^p + d\tau_{xy}^e = 2\tau_{xy}' d\lambda + \frac{1}{G} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.2.24)$$

また、等価塑性ひずみ増分 $d\epsilon_i^p$ および等価応力 σ_i は

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(d\epsilon_x^p)^2 + (d\epsilon_y^p)^2 + (d\epsilon_x^p)(d\epsilon_y^p) + (d\tau_{xy}^p)^2/4} \\ \sigma_i &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \end{aligned} \right\} (2.2.25)$$

従って

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{4} (d\epsilon_i^p)^2 &= \frac{1}{3} \sigma_i^2 (d\lambda)^2 \\ d\lambda &= \frac{3}{2} \frac{d\epsilon_i^p}{\sigma_i} = \frac{3}{2} \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \frac{1}{E_T} \end{aligned} \right\} \dots (2.2.26)$$

ここでの応力-ひずみ関係は、図 2.2.3 のようになっている。

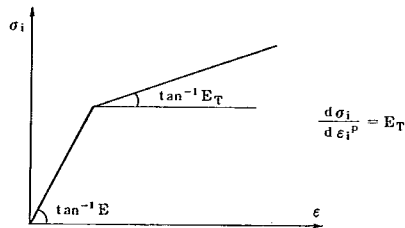


図 2.2.3 応力-ひずみ関係

(2.2.9) と同様に、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \tau_{xy} = 0 \\ \sigma_i &= \sigma_x \\ \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} &= \frac{1}{\sigma_x} (d\sigma_x - \frac{1}{2} d\sigma_y) \end{aligned} \right\} \dots (2.2.27)$$

(2.2.27) を用いれば次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 d\epsilon_x &= \frac{3}{2} \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \frac{1}{E_T} \sigma_x' + \frac{1}{E} (d\sigma_x - r d\sigma_y) \\
 &= \frac{1}{E_T} (d\sigma_x - \frac{1}{2} d\sigma_y) + \frac{1}{E} (d\sigma_x - \nu d\sigma_y) \\
 &= \left(\frac{1}{E_T} + \frac{1}{E} \right) d\sigma_x - \left(\frac{1}{2E_T} + \frac{\nu}{E} \right) d\sigma_y \\
 d\epsilon_y &= \frac{3}{2} \frac{d\sigma_i}{\sigma_i} \frac{1}{E_T} \sigma_y' + \frac{1}{E} (d\sigma_y - \nu d\sigma_x) \\
 &= \frac{1}{E_T} \left(-\frac{1}{2} \right) (d\sigma_x - \frac{1}{2} d\sigma_y) + \frac{1}{E} (d\sigma_y - \nu d\sigma_x) \\
 &= -\left(\frac{1}{2E_T} + \frac{\nu}{E} \right) d\sigma_x + \left(\frac{1}{4E_T} + \frac{1}{E} \right) d\sigma_y \\
 d\tau_{xy} &= \frac{1}{G} d\tau_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} d\tau_{xy}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.2.28)$$

上式から分るように式(2.2.27)で $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ と仮定したために、 $d\tau_{xy}$ の塑性成分は0で弾性成分のみが存在する。また $d\epsilon_y$ の塑性成分 (E_T に関係する項) も $d\epsilon_x$ のそれに比べて著しく小さくなっている。このことは流理論による応力-ひずみ関係が変形理論のものに比べ剛になっていることに対応している。

式(2.2.28)を変換すると、

$$\begin{pmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\frac{\sigma_{xy}}{\tau_{xy}} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(2.2.29)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \frac{1+4\eta}{(5-4\nu) + (1-\nu^2) \cdot 4\eta} \\
 k_2 &= \frac{2+4\nu\eta}{(5-4\nu) + (1-\nu^2) \cdot 4\eta} \\
 k_3 &= \frac{4+4\eta}{(5-4\nu) + (1-\nu^2) \cdot 4\eta} \\
 k_4 &= \frac{1}{2(1+\nu)} \\
 \eta &= \frac{E_T}{E}
 \end{aligned}$$

以上 Bijlaard, Stowell の変形理論及び Prandtl-Reuss の流理論にはそれぞれ特徴が見出されるが、前述のとおり、補剛板の座屈解析においてどの理論が最適であるかについては、結論づけることは困難である。

今回の解析では、これらの理論のいずれを用いても解析できるようなプログラムを作成し、これらの理論による座屈荷重の差異についても検討することとした。

2.3 変位関数の仮定

変位関数については、今回の解析では、板面外の変位とあわせて、板面内の変位も考慮することとした。板面内の変位を考えるのは、面内変位によって、板要素の各点の面外変形の座標値が変化し、中立軸からの偏心量に影響を与えるためである。解析の結果を見ても、面内変位の影響は必ずしも微小であるとは言いきれず、弾塑性座屈解析においては、重要な要素になるのではないかと考えられる。

帯板要素に作用する外力と変位は、図 2.3.1 のとおりである。

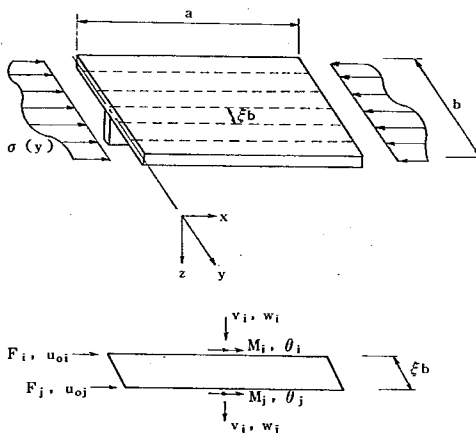


図 2.3.1 補剛板および帯板の変位と作用する外力

板面外の変位は w 、板面内の変位は u で表示している。 w については、 x 方向に半波の正弦波形を仮定し、 y 方向には三次多項式で近似している。三次多項式を用いる理由は、隣接した帯板要素との間で、変位、変位勾配の連続性を保つためである。したがって w は次のように表示される。

$$w = b \{ (1-3\bar{y}^2+2\bar{y}^3) \cdot w_i/b + \xi (\bar{y}-2\bar{y}^2+\bar{y}^3) \cdot \theta_i \\ + \bar{y}^2 (3-2\bar{y}) \cdot w_j/b + \xi (-\bar{y}^2+\bar{y}^3) \cdot \theta_j \} \sin \frac{\pi x}{a} \quad \dots\dots\dots (2.3.1)$$

ここに,

$$\bar{y} = y / \xi b$$

もしくは, 行列表示すれば, 次のようになる。

$$w = b \{ \phi(\bar{y}) \} \{ W \} \sin \frac{\pi x}{a} \quad \dots\dots\dots (2.3.2)$$

ここに,

$$\{ \phi(\bar{y}) \} = \{ 1-3\bar{y}^2+2\bar{y}^3, \xi (\bar{y}-2\bar{y}^2+\bar{y}^3), \bar{y}^2 (3-2\bar{y}), \\ \xi (-\bar{y}^2+\bar{y}^3) \}$$

$$\{ W \}^T = \{ w_i/b, \theta_i, w_j/b, \theta_j \}$$

一方面内の変位 u_0 については x 方向に半波の余弦波形を仮定し, y 方向には一次多項式を用いる。従って u_0 は

$$u_0 = b \{ \phi_u(\bar{y}) \} \{ U \} \cos \frac{\pi x}{a} \quad \dots\dots\dots (2.3.3)$$

ここに,

$$\{ \phi_u(\bar{y}) \} = \{ 1-\bar{y}, \bar{y} \}$$

$$\{ U \}^T = \{ u_{0i}/b, u_{0j}/b \}$$

で表わされる。

2.4 帯板要素の剛性方程式

補剛材のない帯板要素の剛性方程式の求め方については, 今回は一般的な有限帯板法の手法を用いており, 特別な特徴はない。ここでは剛性方程式の内容及び剛性方程式の中で用いられる ϕ の関数の具体的な内容を示す。

2.4.1 ポテンシャルエネルギー π_1

補剛材のない板の座屈変形に伴うポテンシャルエネルギー π_1 を求める。板の x 方向, y 方向の変位 u, v は

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= z \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.4.1)$$

で表わされるから、 π_1 は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{E}{Z} \cdot \iiint \left\{ k_1 z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \cdot k_2 \cdot z^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + k_3 z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4 k_4 \cdot z^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + k_1 \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 + k_4 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy dz \\ &\quad - \frac{1}{2} \iiint \sigma \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy dz \dots\dots\dots (2.4.2) \end{aligned}$$

ここで、 $k_1 \sim k_4$ は (2.2.1) 式あるいは (2.2.15) 式により計算できる。

2.4.2 剛性方程式

2.4.1 で求めたポテンシャルエネルギー π_1 の停留条件より、常板要素についての剛性方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_j \\ M_j \end{Bmatrix} &= -\frac{E t^3}{b} \left[\frac{1}{12} \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^4 \cdot \xi \int_0^1 k_1 \phi^T \phi d\bar{y} - \frac{1}{12} \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{1}{\xi} \int_0^1 k_2 (\phi^T \phi' + \phi'^T \phi) d\bar{y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{\xi^3} \int_0^1 k_3 \phi'^T \phi' d\bar{y} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{12} \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{1}{\xi} \int_0^1 k_4 \phi'^T \phi' d\bar{y} - \frac{b^2}{E \cdot t^2} \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \cdot \xi \int_0^1 \sigma \phi^T \phi d\bar{y} \right] \{W\} \dots (2.4.3) \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} = E \cdot b \cdot t \cdot \left[\left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \cdot \xi \int_0^1 k_2 \phi_0^T \phi_0 d\bar{y} + \frac{1}{\xi} \int_0^1 k_4 \phi_0'^T \phi_0' d\bar{y} \right] \{U\} \dots\dots\dots (2.4.4)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad (\text{縦横寸法比}) \dots\dots\dots (2.4.5)$$

である。また ϕ, ϕ_0 はそれぞれ式 (2.3.2)・(2.3.3) に示す行ベクトルであるが簡単のために $\{ \}$ 記号を省略した。 t は板厚で z 方向についての積分より生じたものである。 $k_1 \sim k_4$ は材料が弾性域内にある場合には一定となり、 $\bar{y}$ には無関係となるが塑性域内では $\bar{y}$ の関数となる。

$\phi^T \phi, (\phi^T \phi' + \phi'^T \phi), \phi'^T \phi', \phi'^T \phi'$ および $\phi_0^T \phi_0, \phi_0'^T \phi_0'$ の内容を以下に記す。
 $\bar{y}$ の代りに y を用いている。

$$\phi^T \phi = \left[\begin{array}{cc} 1-6y^2+4y^3+9y^4-12y^5+4y^6, & \xi(y-2y^2-2y^3+8y^4-7y^5+2y^6), & 3y^2-2y^3-9y^4+12y^5-4y^6, & \xi(-y^2+y^3+3y^4-5y^5+2y^6) \\ & \xi^2(y^2-4y^3+6y^4-4y^5+y^6), & \xi(3y^3-8y^4+7y^5-2y^6), & \xi^2(-y^3+3y^4-3y^5+y^6) \\ & & 9y^4-12y^5+4y^6, & \xi(-3y^4+5y^5-2y^6) \\ & \text{Symmetrie} & & \xi^2(y^4-2y^5+y^6) \end{array} \right]$$

$$\phi^T \phi'' + \phi''^T \phi = \left[\begin{array}{cc} 2(-6+12y+18y^2-48y^3+24y^4), & \xi(-4+36y^2-56y^3+24y^4), & 6-12y-36y^2+96y^3-48y^4, & \xi(-2+6y+12y^2-40y^3+24y^4) \\ & \xi^2 2(-4y+14y^2-16y^3+6y^4), & \xi(6y-36y^2+56y^3-24y^4), & \xi^2(-2y+14y^2-24y^3+12y^4) \\ & & 2(18y^2-48y^3+24y^4), & \xi(-12y^2+40y^3-24y^4) \\ & \text{Symmetrie} & & \xi^2 2(2y^2-8y^3+6y^4) \end{array} \right]$$

$$\phi''^T \phi'' = \left[\begin{array}{cc} 36-144y+144y^2, & \xi(24-84y+72y^2), & -36+144y-144y^2, & \xi(12-60y+72y^2) \\ & \xi^2(16-48y+36y^2), & \xi(-24+84y-72y^2), & \xi^2(8-36y+36y^2) \\ & & 36-144y+144y^2, & \xi(-12+60y-72y^2) \\ & \text{Symmetrie} & & \xi^2(4-24y+36y^2) \end{array} \right]$$

$$\phi'^T \phi' = \left[\begin{array}{cc} 36y^2-72y^3+36y^4, & \xi(-6y+30y^2-42y^3+18y^4), & -36y^2+72y^3-36y^4, & \xi(12y^2-30y^3+18y^4) \\ & \xi^2(1-8y+22y^2-24y^3+9y^4), & \xi(6y-30y^2+42y^3-18y^4), & \xi^2(-2y+11y^2-18y^3+9y^4) \\ & & 36y^2-72y^3+36y^4, & \xi(-12y^2+30y^3-18y^4) \\ & \text{Symmetrie} & & \xi^2(4y^2-12y^3+9y^4) \end{array} \right]$$

$$\phi_u^T \phi_u = \left[\begin{array}{cc} 1-2y+y^2, & y-y^2 \\ \text{Sym} & y^2 \end{array} \right]$$

$$\phi_u'^T \phi_u' = \left[\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ \text{Sym} & 1 \end{array} \right]$$

2.5 補剛材の剛性方程式

2.5.1 ポテンシャルエネルギー π_2

いま補剛材が板の任意の点 ℓ に結合していたとしよう。このとき補剛材の曲げによる面内変位 u は

$$u = u_0 \ell + z \frac{\partial W_\ell}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.5.1)$$

で表わされ、ねじり変形 φ は

$$\varphi = \theta \ell \quad \dots\dots\dots (2.5.2)$$

となる。従って、補剛材のポテンシャルエネルギー π_2 は次式であらわされる

$$\left. \begin{aligned} \pi_2 = & \frac{E}{Z} \iiint k_{1s} \left\{ \left(\frac{\partial u_0 \ell}{\partial x} \right)^2 + 2 \cdot z \cdot \left(\frac{\partial u_0 \ell}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2 W_\ell}{\partial x^2} \right) + z^2 \left(\frac{\partial^2 W_\ell}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx dy dz \\ & + \frac{E}{Z} \iiint k_{1s} W^2 \left(\frac{\partial^2 \theta \ell}{\partial x^2} \right)^2 dx dy dz + \frac{E}{2} \frac{t^2}{3} \iint k_{4s} \left(\frac{\partial \theta \ell}{\partial x} \right)^2 dx d\zeta \\ & - \iiint \sigma \left(\frac{\partial W_\ell}{\partial x} \right)^2 dx dy dz - \iint \sigma \cdot \rho^2 \left(\frac{\partial \theta \ell}{\partial x} \right)^2 dx d\rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5.3)$$

である。ここで k_{1s} 、 k_{4s} は

$$\left. \begin{aligned} k_{1s} &= 1 && \text{(弾性域)} \\ &= E_T / E && \text{(塑性域)} \\ k_{4s} &= \frac{1}{2(1+\nu)} && \text{(弾性域)} \\ &= \frac{1}{2(1+\nu) + 3\ell} && \text{(塑性域)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5.4)$$

であり、 w は扇形面積、 t は板厚である。 ζ は板幅についての積分を表わしている。ねじり変形の中心は板との結合点に拘束されているとしている。

2.5.2 剛性方程式

2.5.1 で求めたポテンシャルエネルギー π_2 の停留原理より補剛材の剛性方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} V_{\ell s} = & E \cdot \frac{t^3}{b} \left\{ \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \left(\frac{t_1 b_1^3}{b t^3} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1^{-2} d\bar{z}_1 + \frac{b_1^2 b_2 t_2}{b t^3} \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{b t_1 b_1}{E \cdot t^3} \int \sigma d\bar{z}_1 + \frac{b t_2 b_2}{E \cdot t^3} \int \sigma d\bar{z}_2 \right) \right] \left(\frac{W_\ell}{b} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\pi}{a} \right)^3 \left[\frac{t_1 b_1^2}{t^3} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \frac{b_1 \cdot t_2 \cdot b_2}{t^3} \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right] \left(\frac{u_0 \ell}{b} \right) \right\} \end{aligned} \right|$$

$$\begin{aligned}
Mfs &= E \cdot \frac{t^3}{b} \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \left(\frac{b_1^3 t_1^3}{12 b^3 t^3} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1^2 d\bar{z}_1 + \frac{b_2^3 t_2^3}{b^3 t^3} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_2^2 d\bar{z}_2 \right) \right. \\
&\quad + \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{b_1 t_1^3}{3 b t^3} \int_0^1 k_{4s} d\bar{z}_1 + \frac{b_2 t_2^3}{3 b t^3} \int_0^1 k_{4s} d\bar{z}_2 \right) \\
&\quad \left. - \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{t_1 b_1^3}{E \cdot b t^3} \int_0^1 \sigma \bar{z}_1^2 d\bar{z}_1 + \frac{b_1^2 t_2 b_2}{E \cdot b t^3} \int_0^1 \sigma d\bar{z}_2 + \frac{t_2 b_2^3}{E \cdot b t^3} \int_0^1 \sigma \cdot \bar{z}_2^2 d\bar{z}_2 \right) \right] \theta_k \\
Ffs &= E \cdot b \cdot t \left\{ \left(\frac{\pi}{a} \right)^3 \left[\frac{t_1 b_1^2}{t b^2} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \frac{b_1 t_2 b_2}{t b^2} \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right] \cdot \left(\frac{W_k}{b} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left[\frac{b_1 t_1}{b t} \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_1 + \frac{b_2 t_2}{b t} \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right] \cdot \left(\frac{U_{0k}}{b} \right) \right\}
\end{aligned}$$

..... (2.5.5)

ここで、 b_1, t_1, b_2, t_2 は T 形断面補剛材のそれぞれウェブの幅、厚フランジの幅・厚である。また、 $\bar{z}_1, \bar{z}_2$ はそれぞれウェブ、フランジの幅方向の座標で、 b_1, b_2 で無次元化したものである。

いま補剛された板の幾何学的形状について考えてみると、 b, t, b_1, t_1, b_2, t_2 が決まれば板および補剛材の断面寸法は一義的に定まる。いまそのうちの一つで無次元化すれば相対的な寸法は互いに独立な 5 つの無次元パラメーターによって表わすことができる。しかしながら解析では固有値問題として λ

$$\lambda^2 = \left(\frac{b}{t} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_y}{E}$$

..... (2.5.6)

を求めることを考えているので、自由に選び得るパラメーターは 4 つになる。この 4 つのパラメーターとして本解析では次の諸量を用いる。（したがって計算上は、断面諸量をインプットして再び断面量を求めるくり返し計算となる。）

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= \frac{b_1 t_1}{b t} \\
r_1 &= \frac{t_1 b_1^3}{b t^3} \\
\delta_2 &= \frac{b_2 t_2}{b t} \\
\tau_2 &= \frac{b_2 \cdot t_2^3}{b t^3}
\end{aligned}$$

..... (2.5.7)

δ_1, δ_2 は補剛材のウェブ、フランジの板に対する面積比である。 r_1 はウェブの曲げ剛性に関係し、 τ_2 はフランジのサンプナンのねじり剛性比である。なお、ウェブのサンプナンのねじり剛性に関するパラメーター τ_1 、曲げねじり剛性に関する τ_{w1} 、およびフランジの曲げ剛性に

関する r_2 、曲げねじり剛性に関する τ_{w2} は式 (2.5.6), (2.5.7) の関係を使用すると

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \frac{b_1 \cdot t_1^3}{b \cdot t^3} = \frac{\delta_1^4}{r_1} \lambda^2 \frac{E}{\sigma_y} \\ \tau_{w1} &= \frac{b_1^3 \cdot t_1^3}{b^3 \cdot t^3} = \delta_1^3 \\ r_2 &= \frac{b_1^2 \cdot t_1 \cdot b_1}{b \cdot t^3} = \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot r_1 \\ \tau_{w2} &= \frac{b_1^2 \cdot t_2 \cdot b_2^3}{b^3 \cdot t^3} = \frac{\delta_2^4 \cdot \delta_1}{r_2 \cdot \delta_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.8)$$

で表わされる。式 (2.5.6), (2.5.7), (2.5.8) を用いて式 (2.5.5) を書き直すと次式が得られる。この場合パラメーターとしては式 (2.5.7) に示す 4 つの独立なパラメーターのみを用いている。

$$\left. \begin{aligned} V_{ts} &= E \cdot \frac{t^3}{b} \left\{ \left[\left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^4 \left(r_1 \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1^2 d\bar{z}_1 + \frac{\delta_2}{\delta_1} r_1 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^4 \left(\lambda^2 \cdot \delta_1 \int_0^1 \frac{\sigma}{\sigma_y} d\bar{z}_1 + \lambda^2 \cdot \delta_2 \cdot \int_0^1 \frac{\sigma}{\sigma_y} d\bar{z}_2 \right) \right] \left(\frac{W_{\ell}}{b} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^3 \cdot \frac{b}{b_1} \left[r_1 \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \frac{\delta_2}{\delta_1} r_1 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right] \left(\frac{u_{of}}{b} \right) \right\} \\ M_{ts} &= E \cdot \frac{t^3}{b} \left\{ \left[\left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^4 \left(\frac{\delta_1^3}{12} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1^2 d\bar{z}_1 + \frac{\delta_2^4}{r_2} \frac{r_1}{\delta_1} \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_2^2 d\bar{z}_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\delta_1^4}{3 r_1} \cdot \lambda^2 \cdot \frac{E}{\sigma_y} \int_0^1 k_{4s} d\bar{z}_1 + \frac{r_2}{3} \int_0^1 k_{4s} d\bar{z}_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{r_1}{E} \int_0^1 \sigma \bar{z}_1^2 d\bar{z}_1 + \frac{r_1}{E} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1} \int_0^1 \sigma d\bar{z}_2 + \lambda^2 \cdot \frac{\delta_2^4}{r_2} \int_0^1 \frac{\sigma}{\sigma_y} \bar{z}_2 d\bar{z}_2 \right) \right] \theta_f \right. \\ F_{ts} &= E \cdot b \cdot t \cdot \left\{ \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^3 \cdot \frac{b_1}{b} \left(\delta_1 \int_0^1 k_{1s} \cdot \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \delta_2 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \left(\frac{W_{\ell}}{b} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^2 \left(\delta_1 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_1 + \delta_2 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \left(\frac{u_{of}}{b} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.5.9)$$

ここで注意すべきことは、補剛材の曲げ剛性に関する第 1 式は式 (2.5.7) に示すパラメーター α および $\lambda \frac{\sigma}{\sigma_y}$ で表わされるのに対し、ねじり剛性に関する第 2 式には、 E , σ , σ_y が単独で含まれている。このことは補剛材の曲げ剛性のみを考慮したときには座屈係数は E , σ_{cr} , σ_y には関係なく、一定になるのに対し、ねじり剛性も考慮した場合には座屈係数が E , σ_{cr} , σ_y に関係してくることを意味している。しかしながら補剛材位置で節線とならないような全体座

屈では補剛材のねじり剛性の影響は小さいので座屈係数は E, σ_{cr}, σ_y にはほぼ無関係になることが予想される。さらに補剛材位置が節線となるような局部座屈では補剛材の曲げ剛性は何の影響もおよぼさないで、独立なパラメーター r_1 の代りに τ_1 を用いれば式 (2.5.9) の第2式は補剛材フランジの曲げねじり剛性に関するものを除いて E, σ_{cr}, σ_y を独立には含まない。従って、補剛材が平板のときには、座屈係数は E, σ_{cr}, σ_y に無関係になる。

2.6 補剛板全体としての剛性方程式

補剛板全体としての剛性方程式は、4で求めた帯板要素の式および5で求めた補剛材の式を重ね合わせることで得られる。さらに座屈問題では各節点に作用する外力は0であることを考慮すると最終的には次の形をした斉次式が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc|cc} K & & K_{wu} & \\ \hline & & & \\ K_{uw} & & & K_{uu} \end{array} \right] - \lambda^2 \left[\begin{array}{cc|cc} K_G & & 0 & \\ \hline & & & \\ 0 & & & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \delta \\ \delta u \end{Bmatrix} = 0 \end{array} \right\} \dots\dots (2.6.1)$$

$$\begin{aligned} \{\delta\}^T &= \{w_1/b, \theta_1, w_2/b, \theta_2, \dots\dots\dots\} \\ \{\delta u\}^T &= \{u_{01}/b, \frac{u_{02}}{u_{02}}, \dots\dots\dots\} \end{aligned}$$

板面内の変位 u_0 を考慮しない場合は (2.6.1) 式は簡単になり

$$\left\{ \left[\begin{array}{cc} K & \\ & K_G \end{array} \right] - \lambda^2 \left[\begin{array}{cc} K_G & \\ & K_G \end{array} \right] \right\} \{\delta\} = 0 \dots\dots\dots (2.6.2)$$

が得られる。

$K, K_G, K_{uu}, K_{wu}, K_{uw}$ の内容について以下に記す。 K は図 2.6.1 に示すような形をしている。図に斜線で示してあるのが帯板要素1つについて得られる内容で、式 (2.4.3) で σ を含まない項より計算できる。ただし、 $E t^3/b$ で除してある。 ℓ 点に補剛材がついている場合には $w\ell/b$ 、および $\theta\ell$ に関する対角項に、(2.5.9) 式で得られる λ^2 に無関係な項が重ね合わせられる。この場合も $E t^3/b$ で除してある。

K_G の構成も K と全く同様であるが、その値は式 (2.4.3) 式 (2.5.9) の λ^2 に関する項から計算される。このときも当然 $E t^3/b$ で除した値が用いられる。

次に K_{uu} の内容は図 2.6.2 に示すような形である。図に斜線で示すものが帯板要素1つより得られるもので (2.4.4) 式より計算できる。ただし、 $E \cdot b \cdot t$ で除してある。 ℓ 点に補剛材が存在する場合には $\frac{u_{01}}{u_{01}}/b$ に対応する対角項に式 (2.5.9) に示される $\frac{u_{01}}{u_{01}}/b$ に関する項が $E \cdot b \cdot t$ で除されて重ね合わせられている。

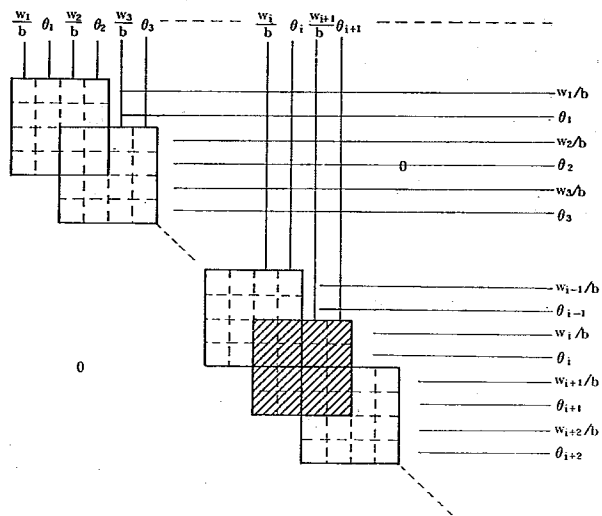


図 2.6.1 K マトリックス

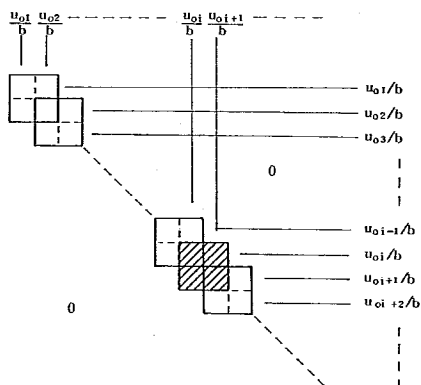


図 2.6.2 Kuu マトリックス

K_{wu} , K_{uw} は面外変位 w と面内変位 u の連成項を表わし補剛材に関する式 (2.5.9) のみより得られる。いま補剛材が ℓ 点, m 点に存在すると K_{mu} , K_{um} は図 2.6.3 に示すような形になる。

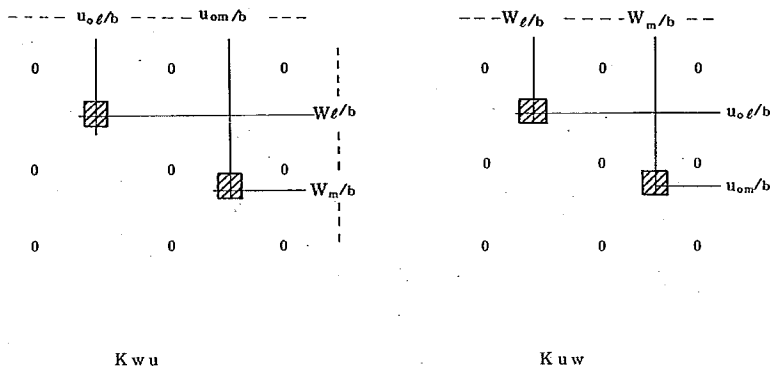


図 2.6.3 Kwu, Kuw マトリックス

Kwu の斜線で示す 0 でない項は式 (2.5.9) より

$$\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^3 \frac{b}{b_1} \left(r_1 \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \frac{\partial_2}{\partial_1} r_1 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \quad \dots\dots\dots (2.6.3)$$

であり Kuw については同様に

$$\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^3 \frac{b_1}{b} \left(\partial_1 \int_0^1 k_{1s} \bar{z}_1 d\bar{z}_1 + \partial_2 \int_0^1 k_{1s} d\bar{z}_2 \right) \quad \dots\dots\dots (2.6.4)$$

である。

λ^2 を固有値とする座屈問題の基本式 (2.6.1) が得られたので、これを与えられた境界条件のもとで解けばよいことになる。ここで注意しなければならないのは式 (2.5.9) から分るように K の中に σ に関する項が含まれたり、 K_G の中に σ に関係しない項が含まれることである。従って、K, K_G は従来の意味での剛性マトリックスおよび安定係数マトリックスとは内容が幾分異なる。前述のとおり、ねじりを考慮しなければ、このような問題は生じない。

2.7 残留応力

残留応力の分布は、板厚、溶接条件などによって一定ではない。このため、今回の解析では、残留応力の分布を、可能な限り自由度をもたせてインプットできるように定めた。しかしながら全く任意の分布形をインプットすることは、力のつり合い条件の上からも不合理な結果を導くことになる。このため、実際のプログラムでは、2, 3 のパラメータをインプットすることにより、力のつり合い条件から自動的に残留応力分布（三角形もしくは台形の分布形）を決定する様式をとらざるを得なかった。

土木研究所では、昭和 49 年度より行なった補剛板の座屈実験とあわせて、残留応力の測定も

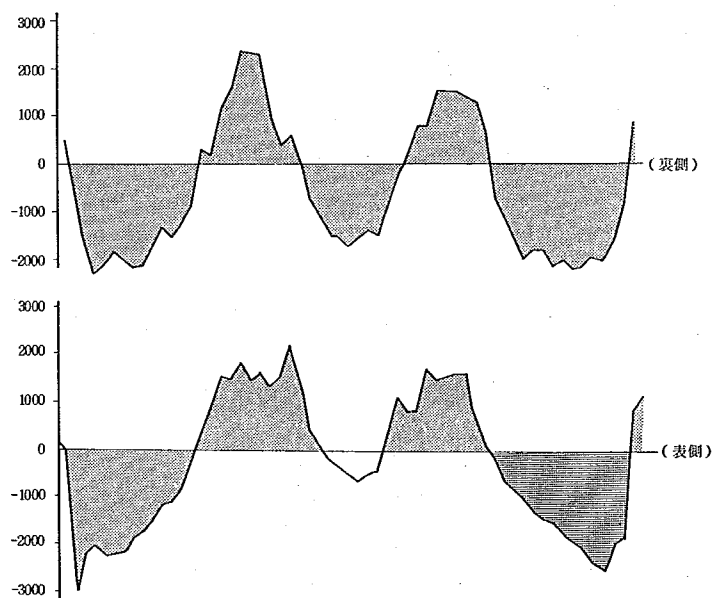
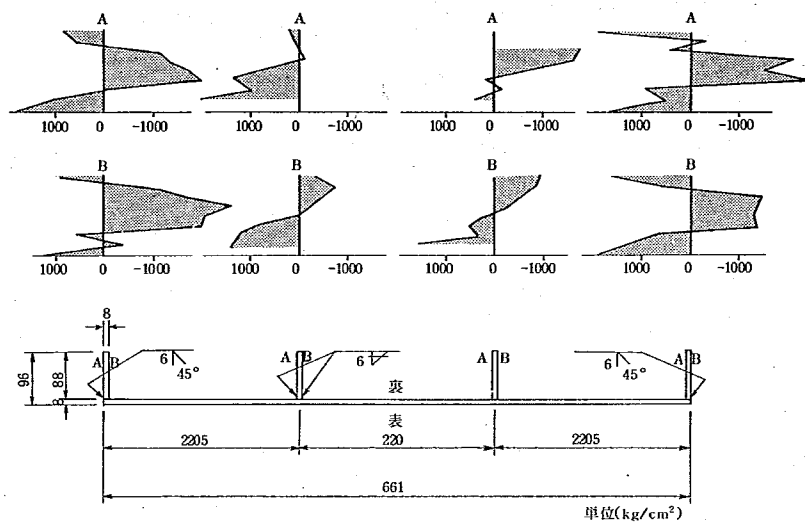


图 2.7.1 残留应力分布

同時に行なった。図 2.7.1 に残留応力測定結果の一例を示す。鋼種は SS 41, 板厚 $t = 8 \text{ mm}$ で溶接は脚長 6 mm のすみ肉溶接である。

図 2.7.1 に示された残留応力分布が変化することを示しているが、傾向としては、板と補剛材のそれぞれで力がつり合っていることを示している。残留応力を測定した鋼材の降伏点は、ほぼ 2800 kg/cm^2 であったが、外力が 0 の状態で鋼材自体が残留応力によってどの程度降伏しているかは、図 2.7.1 の結果のみからは結論づけられないであろう。したがって、たとえば高張力鋼の場合どのような残留応力分布が得られるかは、この結果だけでは議論できない。

2.7.1 板の残留応力

補剛材で区切られた板の 1 パネル間の残留応力の分布を図 2.7.2 に示すように理想化する。

ここで引張残留応力の大きさ σ_{tR} 圧縮残留応力の大きさ σ_{cR} 、引張残留応力の幅 g は任意に与え得るものとする。 $\sigma_{tR} > 0, \sigma_{cR} > 0$ とする。

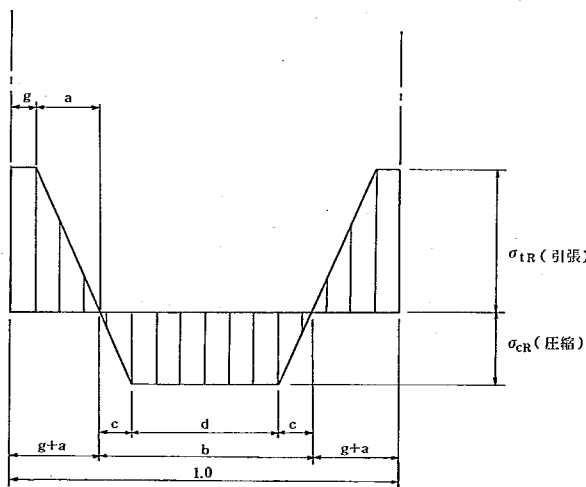


図 2.7.2 板の残留応力 (1 パネル)

σ_{tR} , σ_{cR} , g が与えられたとき、力の釣り合い条件より

$$a = \frac{\sigma_{cR} \cdot \sigma_{tR}}{(\sigma_{cR} + \sigma_{tR})^2} - \frac{\sigma_{tR}}{(\sigma_{cR} + \sigma_{tR})} \cdot 2g$$

$$b = \frac{\sigma_{cR}^2 + \sigma_{tR}^2}{(\sigma_{cR} + \sigma_{tR})^2} + \frac{-\sigma_{cR} + \sigma_{tR}}{\sigma_{cR} + \sigma_{tR}} \cdot 2g$$

$$\left. \begin{aligned} c &= \frac{\sigma_{cR}^2}{(\sigma_{cR} + \sigma_{tR})^2} - \frac{\sigma_{cR}}{\sigma_{cR} + \sigma_{tR}} \cdot 2g \\ d &= \frac{\sigma_{tR} - \sigma_{cR}}{\sigma_{cR} + \sigma_{tR}} + 2g \\ a+c &= \frac{\sigma_{cR}}{\sigma_{cR} + \sigma_{tR}} - 2g \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.7.1)$$

が得られる。

いま ε_0 のひずみを与えたすると

$$\varepsilon_0 < \frac{\sigma_y - \sigma_{cR}}{E} \dots\dots\dots (2.7.2)$$

のとき降伏は生じない。一方

$$\varepsilon_0 \geq \frac{\sigma_y + \sigma_{tR}}{E} \dots\dots\dots (2.7.3)$$

のとき全断面降伏している。その中間の ε_0 の値に対しては弾性域と塑性域が混在している。

2.7.2 補剛材の残留応力

一般的なT形断面の補剛材について考え、はじめにウェブの残留応力について検討する。ウェブの残留応力は図2.7.3に示すような分布を仮定する。引張残留応力の大きさ σ_{tRS} および圧縮残留応力の大きさ σ_{cRS} は任意に与えるものとする。

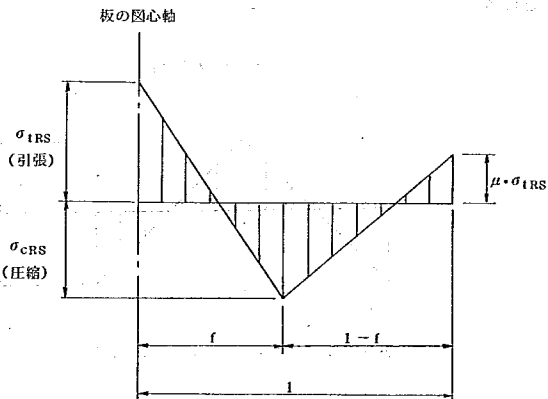


図 2.7.3 補剛材ウェブの残留応力

σ_{tRS} , σ_{cRS} が与えられたとき、力の釣り合い条件より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{\kappa}{2} \\ \mu &= \frac{\kappa}{2-\kappa} \\ \kappa &= \frac{\sigma_{cRS}}{\sigma_{tRS}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.7.4)$$

いま ϵ_o のひずみを与えたすると

$$\bar{z}_1^1 = \frac{\sigma_{YS} - E \cdot \epsilon_o + \sigma_{tRS}}{(1+\kappa) \cdot \sigma_{tRS}} \cdot f > f \quad \dots\dots (2.7.5)$$

のとき降伏は先じない。一方

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}_1^1 &< 0 \\ \bar{z}_1^3 &= 1 - \frac{\sigma_{YS} - E \cdot \epsilon_o + \mu \cdot \sigma_{tRS}}{(\mu + \kappa) \cdot \sigma_{tRS}} \cdot (1-f) > 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2.7.6)$$

のとき全断面降伏している。その中間の ϵ_o の値に対しては弾性域と塑性域が混在している。

次に補剛材フランジの残留応力分布について考察する。フランジの残留応力は図 2.7.4 のように理想化する。ウェブとの結合点での引張残留応力の大きさはウェブ端の残留応力 $\mu \cdot \sigma_{tRS}$ と等しいとしている。力の釣り合い条件より明らかなように圧縮残留応力の大きさも $\mu \cdot \sigma_{tRS}$ となる。

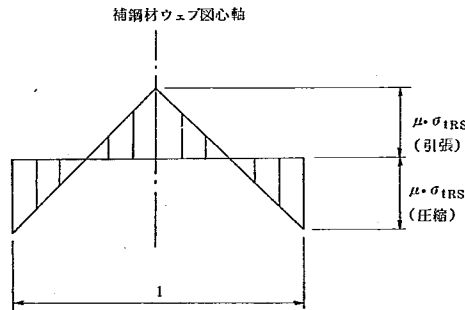


図 2.7.4 補剛材フランジの残留応力

いま ε_0 のひずみを与えたとすると

$$\frac{-1}{z_2} = \frac{\sigma_{ys} - E \cdot \varepsilon_0 + \mu \cdot \sigma_{tRS}}{4 \cdot \mu \cdot \sigma_{tRS}} > 0.5 \quad \dots\dots\dots (2.7.7)$$

のとき降伏は生じない。

$$\frac{-1}{z_2} < 0 \quad \dots\dots\dots (2.7.8)$$

のとき全断面降伏する。

塑性域と弾性域を区切る $\frac{-1}{z_2}$ は

$$\frac{-1}{z_2} = \frac{\sigma_{ys} - E \cdot \varepsilon_0 + \mu \cdot \sigma_{tRS}}{4 \cdot \mu \cdot \sigma_{tRS}} \quad \dots\dots\dots (2.7.9)$$

で与えられる。

今回の解析では図 2.7.1 の残留応力分布を理想化して、図 2.7.2、図 2.7.3 にあてはめ、最終的に次の数値を用いている。もちろん、異なる鋼種の鋼材を用いる場合は、数値を修正する必要がある。

$$g = 0.145$$

$$\sigma_{tR} = 1650 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{cR} = 1550 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{tRS} = 1550 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{cRS} = 1600 \text{ kg/cm}^2$$

参 考 文 献

1. 道路橋示方書・同解説, 日本道路協会, 昭48
2. 鋼鉄道橋設計標準解説, 土木学会, 昭45
3. Timoshenko, S. and J.M. Gere: Theory of Elastic Stability, 2nd Ed., McGraw-Hill, 1961
4. Cheung, Y.K.: The Finite Strip Method in the Analysis of Elastic Plates with Two Opposite Simply Supported Ends, Proc. ICE May, 1968
5. Bruce G. Johnston Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Ed. John Wiley & Sons 1976
6. 長谷川彰夫: 圧縮, 曲げ, せん断を受ける鋼構造部材の局部座屈強度, 東京大学学位論文
7. 吉澤雅夫, 山本善之: 弾性安定論, 応用力学講座, 共立出版, 1965
8. R. ヒル: 鷲津他訳 塑性学, 培風館
9. 日本鋼構造協会: 計算技術および数値計算法, コンピューターによる構造工学講座, 培風館
10. 宇佐美勉: 補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度, 土木学会論文集, 1974.8
11. 長谷川彰夫, 長浜正孝, 西野文雄: 圧縮を受ける補剛された板の座屈強度
土木学会論文集, 1975.4
12. 長谷川彰夫, 大田孝二, 西野文雄: 補剛された板要素の座屈強度に関する二, 三の考察
土木学会論文集, 1974.12
13. 宇佐美勉, 福本晴士: 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計
土木学会論文集, 1976.3
14. 小松定夫, 牛尾正之, 北田俊行: 補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究
土木学会論文集, 1976.11
15. 板構造物の座屈と最終強度, 日本溶接協会, 1976.11

第3章 補剛された板の座屈強度の検討

3.1 チェック計算

補剛された板の座屈強度解析プログラムのチェックを行ない、また有限帯板法にもとづく解析方法の有効性を確認するために、二、三の項目についてチェック計算を行なった。結論としては、補剛された板の座屈強度解析プログラムは、経済的かつ有効に補剛板の座屈強度を求めることが可能であることが確認された。

3.1.1 分割数による誤差

有限帯板法の帯板分割数による解析誤差を検討するため、縦横寸法比 $\alpha = 1.0$ の無補剛板を対象として、座屈係数の収束状態を検討した。

結果を図 3.1.1 に示す。

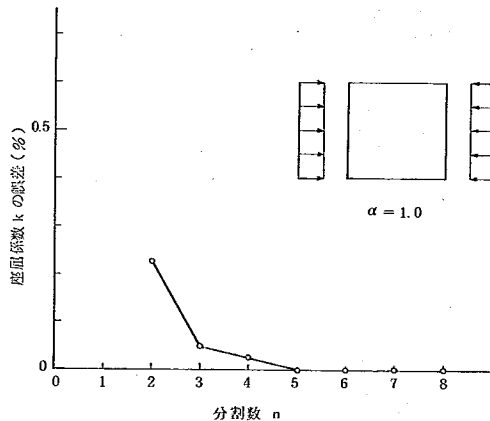


図 3.1.1 分割数 n による誤差

この場合、厳密解は $k=4$ であり、分割数 2 で誤差は 0.2%， $n \geq 5$ で有限帯板法による解は厳密解に収束している。また図 3.1.2 に補剛板のパネル間での座屈に関する解の収束状態を示す。この場合も、 $n \geq 6$ で有限帯板法による解は厳密解に収束している。以上より、一般に $n \geq 6$ をとれば十分精度のよい解析ができることが確認された。

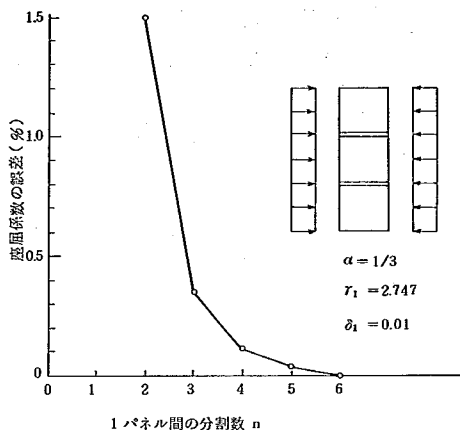


図 3.1.2 分割数 n と座屈係数の誤差

3.1.2 無補剛板の座屈強度

無補剛板の座屈強度に関して、文献 6 との対応を図ることにより、プログラムのチェックを行なった。

まず残留応力のない場合の弾性座屈強度については、図 3.1.3 の黒丸で示されているように、計算結果は Euler 曲線 $(\sigma_c/\sigma_y) \times R^2 = 1$ の上についている。次に残留応力を考慮した場合の弾塑性座屈強度は、文献と同一の残留応力分布 (図中に示したとおり) を仮定した場合、文献に示された曲線に一致する。したがって、いずれの場合も、無補剛板の座屈強度は正しく評価されていると考えられる。

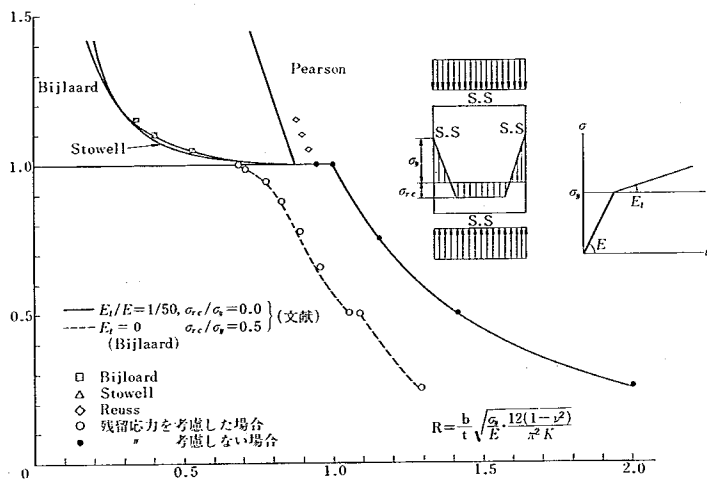


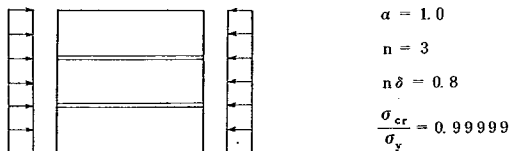
図 3.1.3 既往の計算結果との比較 (無補剛板)

次に、変位関数による座屈強度の差異を見るために、残留応力を考慮せず、さらに $E_t = 1/50 \cdot E$ を仮定して、塑性域における座屈強度を計算した。考慮した変位関数は、第2章に示したとおり、Bijlaard, Stowell, Reuss の三種類である。結果は図3.1.3に示したとおりであり、Bijlaard, Stowell, による計算結果は、文献に示された結果とほぼ一致する。一方Reuss による計算結果は、文献に示されたPearson 計算結果と若干の差異が認められる。この原因は明らかではないが、 $1.0 \leq \sigma_{cr}/\sigma_y \leq 1.1$ の領域で $E_t = 1/50 \cdot E$ 程度では、Reuss と Pearson の関係にはほとんど差異は認められないので、図に示された差異が生じた原因は変位関数にはないのではないと思われる。(他の原因としては、例えば縦横寸法比などが考えられよう。)

3.1.3 偏心およびねじれ剛度の影響について

今回の補剛板座屈解析プログラムは、面内変位による偏心の影響およびねじり剛度の影響を考慮していることが特徴である。これらの要素が座屈強度に与える影響の詳細な検討は3.3で行なうが、ここでは、これらの要素を考慮することの重要性について、簡単に示すことにする。

まず全体座屈について検討する。次に示すような補剛板の座屈強度を計算する。



$$\begin{aligned} \alpha &= 1.0 \\ n &= 3 \\ n\delta &= 0.8 \\ \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &= 0.99999 \end{aligned}$$

補剛材は、DIN 4114 による最適剛比 r^* とする。すなわち、

$$r^* = 4\alpha^2 n \frac{(1+n\delta)^2}{n} + \frac{2+n\delta}{n} \quad \dots\dots (3.1.1)$$

この場合、補剛板の座屈係数 k は、

$$k = 4n^2 = 36$$

に一致するはずである。

まず、面内変位による偏心を考慮しないで、今回のプログラムの座屈強度を計算した場合、座屈係数 k としては次の値を得る。

$$k = 37.25$$

k が 36 より大きくなるのは、明らかに (3.1.1) 式で考慮していないねじりの影響である。次に偏心の影響を考慮した場合について計算を行なうと、

$$k = 26.39$$

を得る。すなわち、偏心を考慮した場合、座屈係数は、偏心を考慮しない場合の約 70% となる。

このことから、補剛板の座屈解析において面内変位の影響を考慮することの重要性が理解されよう。図 3.1.4 に板面内の変位 u_0 の分布を示す。 u_0 は補剛材取り付け点で最大になり、せん断遅れの影響が読み取れる。補剛材取り付け点での中立軸の位置 z_n は、

$$0 = z_n \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + u_0$$

より求められる。

$$z_n = -u_0 \times \frac{1}{\frac{\pi}{a} \cdot w_s}$$

$$\frac{z_n}{t} = -\frac{b}{t} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{u_0}{w_s}$$

補剛材取り付け点での面内変位 $u_0 = -1.868 \times 10^{-3}$ たわみ $w_s = -0.0729$, $b/t = 125.11$ を代入すると、

$$\frac{z_n}{t} = 1.020$$

従って中立軸の位置は下図のような点になる。

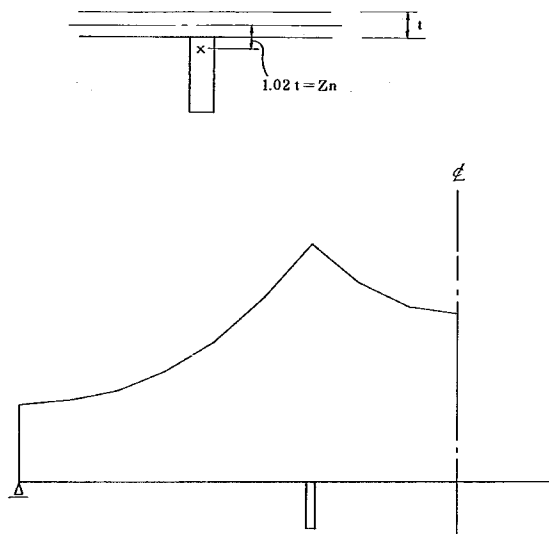


図 3.1.4 板面内の変位 u_0 の分布

なお、偏心の影響は、補剛材の面積比によって異なる。 $n\delta$ の値を0.4にすると座屈係数の低下は $30.343/36 = 0.84$ となり、 $n\delta = 0.8$ の場合ほど大きな低下はみられない。

全体座屈については、ねじり剛度の効果はほとんど見られない。3.3に詳細な計算結果を示すが、同じリブ剛度を保った場合、かえってT形補剛材を用いた方が座屈強度が低く出ることが多い。これは明らかに偏心の影響である。参考データとして、T形リブと矩型リブを用いた補剛板の座屈波形を図3.1.5に示す。両者に顕著な差異は認められない。

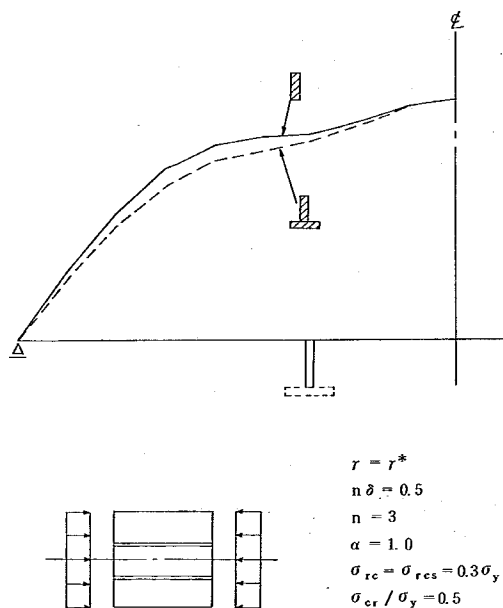


図3.1.5 矩型補剛材とT形補剛材の比較（座屈波形）

次に局部座屈の場合について、全体座屈と同じくねじりの効果を確認する。

T形補剛材を用いた場合について $n\delta = 0.3$ 、 $m = r/r^* = 4.0$ を仮定して計算をした。フランジのねじり剛比 τ_2 は0.1と0.3の二種類に変化させた。座屈係数の比 k/k_0 ($k_0 = 36$)を示すと下のようになる：

$$k/k_0 = 1.108 \quad \text{矩型}$$

= 1.303 T形 ($\tau_2 = 0.1$)

= 1.283 T形 ($\tau_2 = 0.3$)

T形補剛材の方が座屈係数が高いのはねじり剛度が大きいためである。また τ_2 を大きくした方が座屈係数が小さくなる。これは τ_2 を増すことは面積比 δ_2 が一定であるのでサンブナンのねじり剛度を増すことになるが、曲げねじり剛度を減少させることになるためであると考えられる。矩型補剛材の場合とT形補剛材の場合 ($\tau_2 = 0.1$) の座屈波形を比較したものを図 3.1.6 に示すが、全体座屈の場合と比べて、ねじり剛度の影響が明らかである。

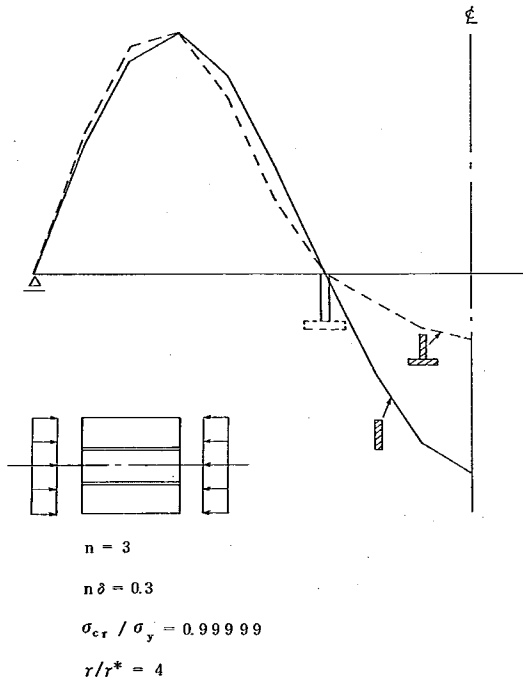


図 3.1.6 矩型補剛材とT形補剛材の比較 (座屈波形)

3.2 補剛された板の設計基準の検討

補剛された板の座屈強度については、まえがきにも述べられているとおり、土木研究所において昭和49年度より座屈実験がつけられており、補剛された板の設計基準については、これら実験結果を重視して最終的に判断されるべきものであるが、ここでは、各種設計基準の妥当性について、一応理論解析の結果のみから考察を加える。

3.2.1 全体座屈強度

図3.2.1～3.2.5は、各種考えられる設計基準に対応する全体座屈強度を、DINの設計基準をベースにしてプロットしたものである。局部座屈強度については別途考察を行なう。図に示された曲線は、それぞれ次の設計基準を示している。

すべての図に共通な曲線はDIN（矩型リブ、ホモジニアス）の設計基準による全体座屈曲線である。

- (1) 図3.2.1には、道路橋示方書（矩型リブ、ホモジニアス）の1倍、2倍、5倍のリブ剛度を確保した時の全体座屈曲線を示す。なお、 R が0.7を超える場合の道路橋示方書の規定の準用は、ほとんど意味をもたない。
- (2) 図3.2.2には、DIN（矩型リブ、ホモジニアス）の1倍、2倍、5倍のリブ剛度を確保した時の全体座屈曲線を示す。DINの規定は、弾性域においても適用可能であり、事実設計でも弾性域が用いられているようである。
- (3) 図3.2.3は、DIN及び道路橋示方書の規定に対して、T形リブの効果を全体座屈に対して示したものである。
- (4) 図3.2.4には、同じくDIN、道路橋示方書の規定に対して、ハイブリッド構造の効果を全体座屈に対してプロットしたものである。この場合、パネルの降伏点応力度は 2400kg/cm^2 、リブの降伏点応力度は 3600kg/cm^2 を仮定している。
- (5) 図3.2.5は、DIN、道路橋示方書の規定に対して、T形リブとハイブリッド構造を同時に採用した場合の効果を全体座屈に対してプロットしたものである。

図3.2.1、図3.2.2より明らかとなっており、現行の道路橋示方書の設計基準 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1$ （但し $R \leq 0.7$ ）を満足するためには、リブ剛度は、 r_0 、 r^* の少なくとも5倍程度は必要とされることになる。本州四国連絡橋公団の設計基準 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.9$ （但し $0.3 \leq R \leq 0.7$ ）をみたすためにも、リブ剛度 r_0 は明らかに不足していることになる。今回の理論解析結果のみから見て妥当な基準は

$$\sigma_{cr}/\sigma_y = 1 \quad r = 5 r_0 \quad (R \leq 0.7)$$

$$\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.9 \quad r = 2 r_0 \quad (R \leq 0.7)$$

$$\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.85 \quad r = r_0 \quad (R \leq 0.7)$$

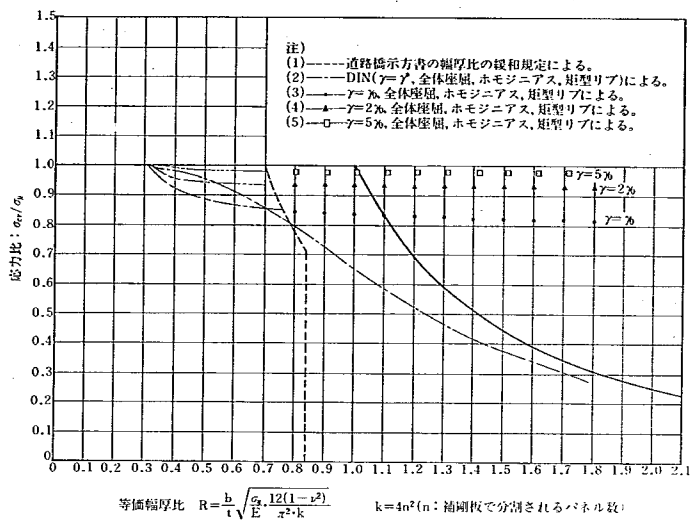


図 3.2.1 補剛板の座屈解析 (Case A-1)

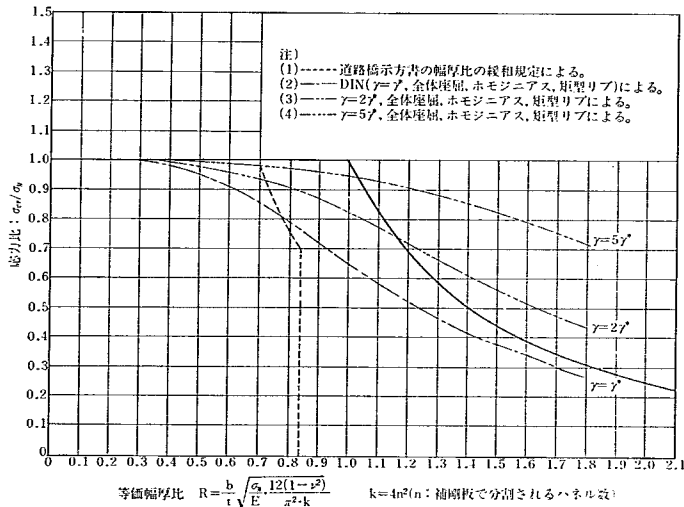


図 3.2.2 補剛板の座屈解析 (Case A-2)

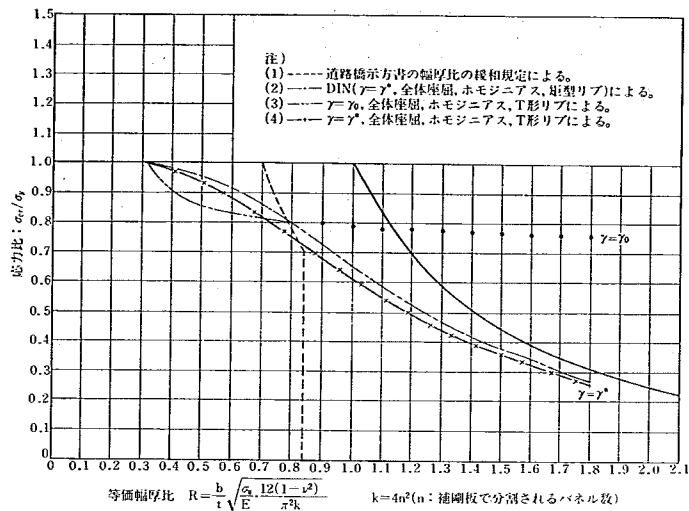


図 3.2.3 補剛板の座屈解析 (Case A-3)

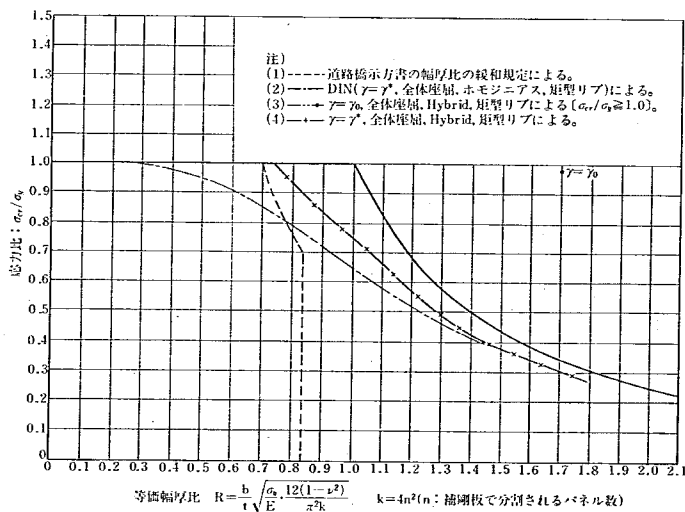


図 3.2.4 補剛板の座屈解析 (Case A-4)

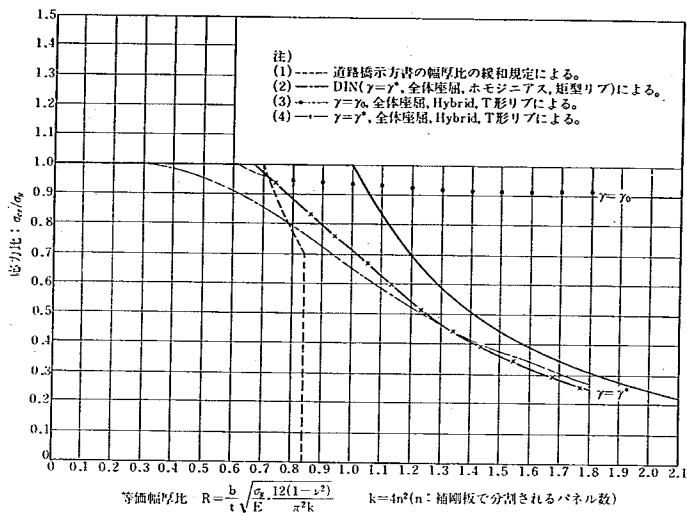


図 3.2.5 補剛板の座屈解析 (Case A-5)

のうちいずれかであろう。これらの基準のうち、どれが適切であるかは、経済性、座屈後強度等から総合的に検討されなければならない。また、 R が 0.7 以下の領域において DIN のリブ剛度を採用することは、許容応力度を R に応じて細かく規定する場合を除いてそれほどメリットを生じないと思われる。

参考までにつけ加えると、以上の結論は、土木研究所での実験結果とはかなり異なるものである。実験によれば、リブ剛度を増やすことによる効果はほとんど認められなかった。また、 $\gamma = 5\gamma_0$ 程度のリブ剛度では $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1$ を確保することはできず、 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 0.9$ 程度の強度しか確認されなかった。

理論解析結果と実験結果の差異については、実験結果に対する検討がまだ十分ではないので、はっきりした考察を行なうことはできないが、実験のデータを見る限り、パネルやリブが応力度がかなり低い段階から局部的に不安定な挙動を示すことに、原因の一端があるのではないかと考えている。

次に図 3.2.3 より、T 形リブの効果について考察してみよう。チェック計算のところで述べたように、全体座屈強度に対しては、リブのねじれ剛度の効果は小さく、T 形リブを採用した場合の全体座屈強度は、矩型リブを採用した場合よりも、むしろ下回っている。座屈強度が下回る原因の 1 つは、T 形リブの面積比が矩型リブの場合より小さいことにあり、したがっ

て、図 3.2.3 は、決して T 形リブが不利であることを示すものではない。基準上は、あくまで、経済性との対応で判断されるべきであろう。

次に図 3.2.4 により、ハイブリッド構造の効果について考察する。図に示されたように、ハイブリッド構造の効果はきわめて大きく、ハイブリッド構造を採用した場合、 $R \leq 0.7$ の領域では $r=r^*$ もしくは $r=r_0$ で、 $\sigma_{cr}/\sigma_y = 1.0$ は十分確保される。したがって、今回の計算結果から見る限り、補剛された板の設計基準ではハイブリッド構造を規定することが最も合理的である。しかし、ハイブリッド構造についても、土木研究所での実験結果によれば、ほとんどその効果が確認されていない。今後、より詳細な検討が必要とされよう。

3.2.2 局部座屈強度

補剛板に関しては、塑性域での局部座屈強度はあまり問題にならないが、弾性域での補剛板の使用を認めようとする場合は局部座屈強度が大きな問題となる。

図 3.2.6、図 3.2.7 に DIN に規定された剛比による局部座屈強度に対応して、 $5r^*$ 及び r^*

T 形リブを採用した場合の局部座屈強度を示す。図に示されるように、弾性域における補剛板の局部座屈強度は、Euler 曲線に比べてもきわめて低く、特に R が 1.5 を越えた場合、補剛板はほとんど強度をもたない。これは、パネルに存在する圧縮残留応力によって、外力がかからなくても内力のみで弾性座屈することを示している。また、この領域では、図に示されたとおり補剛材の剛度およびねじり剛度はそれほど効果をもたない。

以上の考察から分るように、弾性域での補剛板の使用は、残留応力が存在する場合きわめて慎重に検討する必要があるが、その強度は、残留応力の大きさにより敏感に左右される。したがって、DIN に規定される設計基準については疑問を持たざるを得ない。

しかしながら、局部座屈強度についても、実験結果と理論解析結果は大きく異なっている。土木研究所での実験結果では、補剛板は弾性域で Euler 曲線に近い強度を保っている。この原因についても、詳細な検討が必要であるが、一番大きな原因は、多分補剛板としての構造特性にあるのではないかと考えられる。すなわち、実験は箱形供試体で行なっているために、板の局部座屈が生じて、リブの強度が保たれている間は補剛板全体としての耐荷力が失なわれないのではないかと考えられる。すなわち、実験結果は、必ずしも局部座屈強度を正確に反映したものではないようである。

なお、弾性域においても T 形リブの効果がそれほど顕著ではない理由としては、次のことが考えられる。

1 つは、図 3.1.6 に示されたように、解析の対象としている補剛板の支持条件が単純支持のため、T 形リブのねじり剛度があまりきかない端部のパネルに先に座屈が起ることが考えられる。また、もう 1 つの理由としては、補剛材の面積比、残留応力の影響が考えられよう。矩型リブの場合と同じ面積比が T 形リブについて確保されれば、なお若干の座屈強度の上昇が期待できよう。

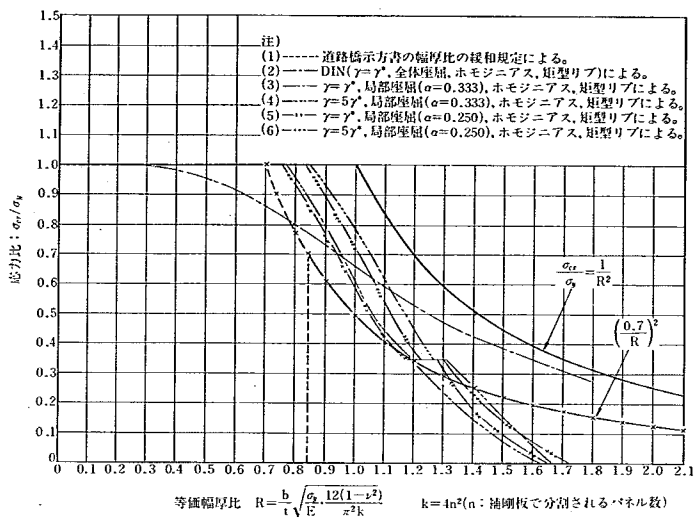


図 3. 2. 6 補剛板の座屈解析 (Case B - 1)

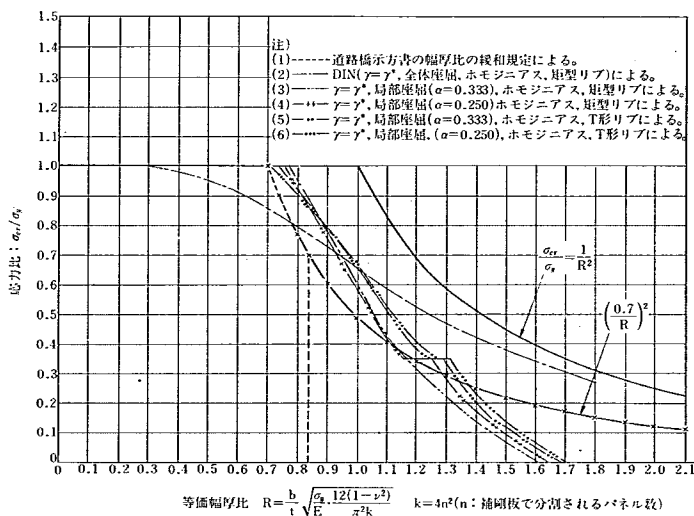


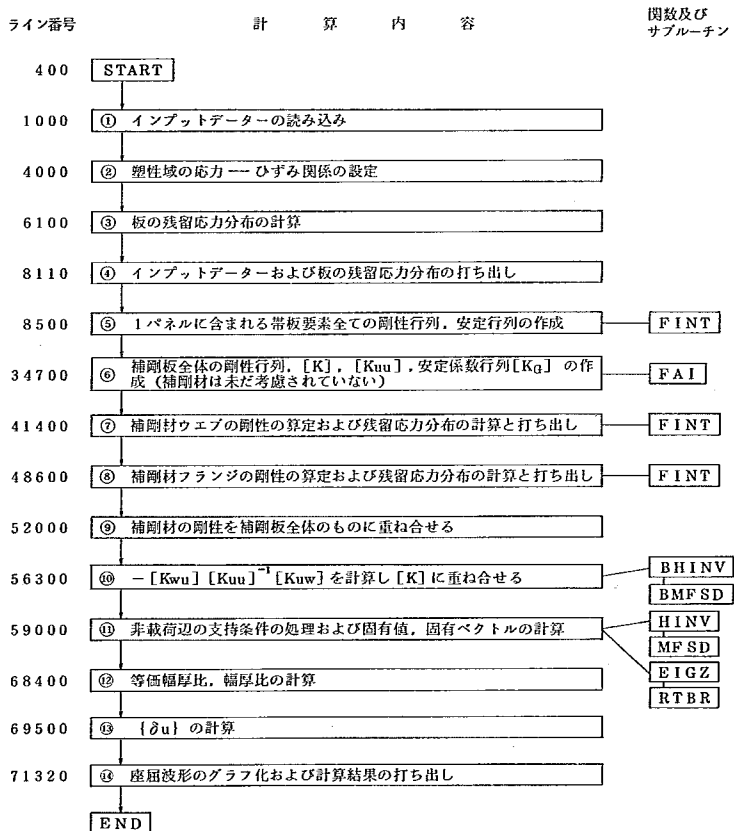
図 3. 2. 7 補剛板の座屈解析 (Case B - 2)

付録－１ プログラム仕様

ここでは、補剛板座屈解析プログラムについて、プログラムの流れ図、インプットデータの様式、アウトプットデータの様式を示す。使用変数名、関数及びサブルーチン等については、別途プログラム仕様書を準備してあるので省略する。

1. プログラムの流れ図

プログラムのフローチャートの概要を図－付１に示す。



図－付１ プログラムの流れ図

ここに、主プログラムで使用している関数及びサブルーチンの内容を表-付1として示す。

表-付1 関数及びサブルーチン一覧表

関数及び サブルーチン名	種 数	内 容
FINT	関 数	$\int_{YA}^{YB} \frac{1}{A \cdot Y + B} Y^N dy$ を計算
FAI	サブルーチン	$\phi^T, \phi, \phi'^T, \phi', \phi''^T, \phi'', \phi'''^T, \phi'''$ を計算
BHINV	サブルーチン	$[Kuu]$ の逆行列 $[Kuu]^{-1}$ を計算
BMFSD	サブルーチン	$[Kuu]$ を三角行列の積 $[R]^T [R]$ に分解
HINV	サブルーチン	$[K]$ の逆行列 $[K]^{-1}$ を三角行列の逆行列の積 $([R]^{-1})^T [R]^{-1}$ に分解
MFSD	サブルーチン	$[K]$ を三角行列の積 $[R]^T [R]$ に分解
EIG 2	サブルーチン	$\frac{1}{\lambda^2} \{y\} = ([R]^{-1})^T [K_0] [R]^{-1} \{y\}$ の固有値 固有ベクトルをべき乗法で求め $\{\delta\} = [R]^{-1} \{y\}$ により座屈波形を計算
RTBR	サブルーチン	IND = 1 の時 $\{u\} = [R]^{-1} \{y\}$ $\{y\} = \{u\}$ IND ≠ 1 の時 $\{u\} = [R]^{-1} \{y\}$ $\{v\} = [K_0] \{u\}$ $\{y\} = ([R]^{-1})^T \{v\}$ を計算

2. インプットデーターの様式

インプットデーターのカードの構成は以下通りである。

	FORMAT
1 NOP, NNN, IFIX, ISYM, IFLQW	5 I 5
2 ALPH, CREP	2 F 10.3
3 SGY, SGYS, ET, ETS	4 F 10.3
4 GSI, RTS, RCS, RTSS, RCSS	5 F 10.3
5 DLT1, DLT2, GMA1, TAU2	4 F 10.3
6 CREP	F 10.3
.....	
.....	
blank card	

最初の 5 枚のカードが一つの計算に対応し、6 枚目以後のカードは $\varepsilon_{cr}/\varepsilon_y$ のみを変化させて続けて計算したい場合にのみ入れる。

上記変数の具体的内容を以下に示す。

NOP パネルの数 n を示す。

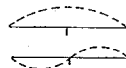
NNN 1 パネル内の帯板要素数。3 章に示したように一般に 6 程度とれば十分である。

IFIX 非載荷辺の支持条件を示す。

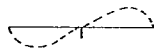
- { = 1 単純支持
- { = 2 埋込み支持

ISYM 求めようとする座屈波形を示す。

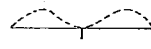
- { = 1 板全体としての座屈
- { = 2 パネル間の座屈



ISYM を指定するのは、固有値の計算の収束を速かにするためである。特に指定しなくても通常の場合固有値は収束するがその速度は遅くなる。またパネル間の座屈の生じる場合で補剛材のねじり剛度が大きくなってくると、下図に示す二つの座屈波形が極めて接近した固有値のもとで表われるので、指定しないとなかなか収束しなくなる。



(ISYM=2)



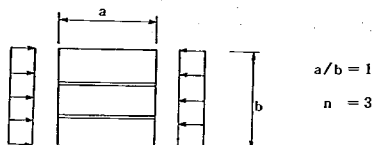
(ISYM=1)

IFLOW 塑性域の応力 — ひずみ関係を示す。

- { = 0 or 1 Bijlaard
- { = 2 Stowell
- { = 3 Reuss

ALPH 縦横寸法比 α を示す。

解析では載荷方向に半波の $\sin$ 一波のみで近似しているので α のとり方は特にパネル間の座屈を計算するときには注意を要する。例えば下図のようなパネル数3の補剛材のパネル間の座屈を計算するときには実際の縦横寸法比が1である場合



でも、インプットする場合は $\alpha = 1/3$ あるいは $\alpha = 1/(3+1)$ としなくてはならない。補剛材のねじり剛度を考慮しなければ $\alpha = 1/3$ でよいが、ねじり剛度を考慮する場合は $\alpha = 1/(3+1)$ で座屈係数が最小になることもしばしば起き得る。

CREP ϵ_{cr}/ϵ_y を示す。 ϵ_{cr} は座屈時のひずみ、 ϵ_y は降伏時のひずみである。残留応力の存在しない場合 $\epsilon_{cr}/\epsilon_y = \sigma_{cr}/\sigma_y$ になり、 $0 < CREP < 1.0$ である。残留応力の存在する場合、引張残留応力の大きさを σ_{tr} とすれば、

$0 < CREP < 1.0 + \sigma_{tr}/\sigma_y \leq 2.0$ である。以上はひずみ硬化のない場合 ($E_t = 0$) についてであり、ひずみ硬化のある場合 ($E_t \neq 0$) にはCREPの大きさは更に大きくてよい。CREPの値をインプットしなければならない理由は2章に示したとおりであり、このために、くり返し計算が必要になる。

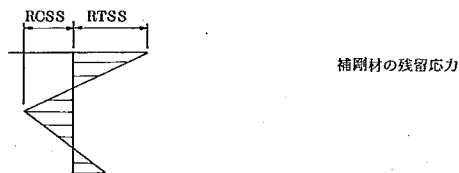
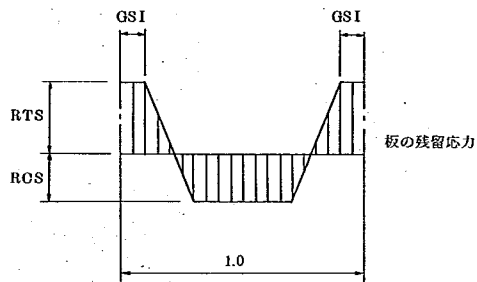
SGY 板の降伏応力 σ_y (kg/cm^2)

SGYS 補剛材の降伏応力 σ_{rs} (kg/cm^2)

ET 板の塑性域における接線係数 E_t (kg/cm^2)

ETS 補剛材の塑性域における接線係数 E_{ts} (kg/cm^2)

GSI 板内に存在する引張残留応力の幅 (図参照)。パネル間の幅を無次元化して1.0にとってあるので、全ての場合 $0 \leq GSI < 0.5$ でなくてはならないし、実際には0と0.2の間にあると思われる。



RTS	板の引張残留応力の大きさ (正值)	(kg / cm ²)
RCS	" 圧縮 "	(") (")
RTSS	補剛材の引張残留応力の大きさ (")	(") (")
RCSS	" 圧縮 "	(") (")
DLT1	補剛材のパラメーター	δ_1 ウェブの面積比 $\frac{b_1 t_1}{b t}$
	(ただし b_1 は骨組線の長さである)	
DLT2	補剛材のパラメーター	δ_2 フランジの面積比 $\frac{b_2 t_2}{b t}$
GMA1	"	r_1 ウェブの曲げ剛比 $\frac{b_1^3 t_1}{b t^3}$

普通用いられている曲げ剛比 r は

$$r = \frac{E I_y}{b D} = \frac{\frac{1}{3} \cdot E \cdot b_1^3 t_1}{\frac{b \cdot E t^3}{12 (1 - \nu^2)}} = 4 (1 - \nu^2) \frac{b_1^3 t_1}{b t^3}$$

であるから

$$r_1 = \frac{b_1^3 t_1}{b t^3} = \frac{r}{4 (1 - \nu^2)}$$

の関係がある。

なお T 形補剛材の場合は

$$r = \frac{E \left(\frac{1}{3} \cdot b_1^3 t_1 + b_1^2 \cdot b_2 t_2 \right)}{\frac{b}{12} \frac{E t^3}{1 - \nu^2}} = (1 - \nu^2) \cdot 4 \cdot \left(\frac{b_1^3 t_1}{b t^3} + 3 \frac{b_1^2 b_2 t_2}{b t^3} \right)$$

$$r_1 + 3 \cdot r_2 = r_1 \left(1 + 3 \frac{\partial_2}{\partial_1} \right) = \frac{r}{4 (1 - \nu^2)}$$

である。

TAU2 補剛材のパラメーター τ_2 ウェブのねじり剛比 $\frac{b_2 t_2^3}{b t^3}$

3. アウトプットデーターの様式

ここでは、計算結果のアウトプットについてその様式を示す。

IND=N NO. OF ITERATION=M

これらのメッセージは固有値の計算についての情報を示している。プログラムの中で、固有値は繰り返しの収束計算を行なっている。判定条件として、連続する繰り返しにより得られた固有値 λ_{i-1} と λ_i の比が

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_{i-1}} < 1.0 \times 10^{-4}$$

を満たし、かつ二回連続して上記の条件が満たされることを課している。計算が正常に上記条件を満たして終っている場合は

$$N = 1$$

となり、Mは要した繰り返し数を表わしている。

プログラムの中では更に繰り返しが無限回続くということ为了避免のために最大の繰り返し数を設け（現在 30 回）これだけの繰り返し計算を行なっても上記の収束条件を満たさない場合は繰り返しを打ち切りその時点での結果を打ち出す。このとき、

$$N = 2$$

$$M = 30 \quad (\text{最大の繰り返し数})$$

となる。

OORYOKOHI SIGMA/SIGMAY=F.

応力比 σ_{cr}/σ_y のことである。 σ_{cr} は座屈応力であり、 σ_y は板の降伏応力である。

TOOKA HABAATSUHI R1=F₁ (K1=4×N××2=F₂)

$$R2=F_3 \quad (K2=F_4)$$

等価幅厚比

$$\frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}}$$

である。 R_1 は座屈係数 k として

$$k_1 = 4 \cdot n^2$$

を用いた場合であり、 R_2 は

$$k_2 = \frac{(1+\alpha^2)^2 + nr}{\alpha^2 (1+n\delta)} \quad \alpha < \sqrt[4]{1+nr}$$

$$k_2 = \frac{2(1+\sqrt{1+nr})}{1+n\delta} \quad \alpha \geq \sqrt[4]{1+nr}$$

を用いた場合である。なお r は一般に用いられている曲げ剛比である。

ZAKUTSU KEISU $K = \underline{F}$

座屈係数 k を示す。

KOYUUCHI $LAMDA = \underline{F}$

固有値

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$$

である。

HABAATSUHI $B/T = \underline{F}$

幅厚比

$$b/t$$

である。

ZAKUTSU HAKEI

座屈波形であり、たわみ W と回転 R は固有ベクトルである。

W と R は正規化してある。つまり次の関係をみたしている。

$$\sum W^2 + \sum R^2 = 1.0$$

U は板面内の変位である。