



6
土 研 資 料 第1231号

土 木 研 究 所 資 料

パイプ構造物におよぼす潮流力に関する文献調査

昭和52年3月

建設省土木研究所
構造橋梁部構造研究室

目 次

1. ま え が き	1
2. 文 献 抄 録	2
3. ま と め	25
付録 代表的な論文	26

1. ま え が き

近年、海中を陸上と同様に空間として利用しようとする時代の要請から、各種の海中構造物が注目をあびているが、これらの構造物は、海中という特殊な条件下にあることや、新しい構造形式の採用が考えられるため、作用する外力や耐荷力に関して不確かな点が多い。

一般に海洋構造物において考慮する荷重、外力は次のとおりである。

1. 自重および搭載荷重
2. 衝撃荷重
3. 風荷重
4. 波力
5. 流れによる流体力
6. 静水圧および浮力
7. 浮遊えい航時の動荷重
8. 地震荷重

これらの中で、当研究室以外の研究室あるいは研究機関で研究が進められすでに多くの成果が上がっているもの、当研究室の研究設備では十分な研究が行なえないと思われるもの、あるいは比較的疑問点が少ないと思われるもの、などを除くと、風荷重および流れによる流体力が残る。一方現在計画、設計あるいは施工されている海洋構造物には部材として鋼管を用いている例が多い。

そこで今回は、パイプ構造物におよぼす潮流力の影響を明らかにするための前段階として、流れの中におかれたパイプあるいはパイプ列に作用する力およびその挙動に関する文献調査を行なった。文献調査は来年度も継続するつもりであるが、現時点までに得られた成果をとりまとめてここに報告する。

昭和 52 年 3 月

室 長 成 田 信 之
研究員 佐 藤 弘 史

2. 文 献 抄 録

文献は次の様式で整理した。

論文番号 著者名, 発表年度

論文題名, 掲載論文集名

1. 実験, 理論, 実測, 解説の別
2. 1 の分類が実験の場合, その概要を次の様式で記す。
 - a 流体としては風を用いたか, 水を用いたか。
 - b レイノルズ数はどの範囲で実験を行なったか。
 - c パイプの数は単数であったか, 複数であったか。
 - d パイプは静止しているものとして, その振動は問題にできなかったか, 振動しているとして, その振動の様子を記録したか, あるいは, 強制振動させたか。
 - e その他特記する事項。
3. 当論文が解明あるいは説明した事項。
4. 当論文が応用面として主に何を想定しているか。

なお重要な論文と思われるものでも, 入手できなかったものについては, 抄録を省略した。また 1, 2, 4 の各項目については表にまとめ, 代表的と思われる論文は付録に収録した。

論文番号	1				2								3	
	実 験	理 論	実 測	解 説	風	水	Re 数の範囲	c		d		e		応 用 面
								単 数	複 数	静 止	自由 振動	強制 振動	その他	
16101	○				○		$10^6 \sim 10^7$	○		○				一般
16401	○					○	$1.57 \times 10^4 \sim 2.45 \times 10^4$		○	○				ピア
16402	○					○	3,600 ~ 11,000	○		○				一般
16403	○					○	3,600 ~ 11,000	○				○		一般
16601				○										一般
16701	○				○		100 ~ 300	○				○		一般
16702	○					○	43,400および52,700	○			○	○	自由水面なし	一般
16801				○										熱交換器
16802	○					○	70 ~ 130	○			○	○		一般
16803			○											鋼管橋梁部材
16804			○											鋼管橋梁部材
16805	○				○		$4 \times 10^4 \sim 3.5 \times 10^5$	○		○	○			鋼管橋梁部材
16901	○	○			○		$1.5 \times 10^4 \sim 4.1 \times 10^4$	○		○	○			一般
16902	○				○		$3 \times 10^4 \sim 8 \times 10^4$	○		○	○	○		一般
17001		○												一般
17101	○				○		$4 \times 10^4 \sim 3 \times 10^5$	○		○			表面粗度を 考慮	熱交換器
17102			○	○										海洋構造物一般
17103	○					○	$1.41 \times 10^4 \sim 3.84 \times 10^4$		○	○				一般
17104				○										一般
17201	○					○	$3 \times 10^3 \sim 9 \times 10^3$	○		○				海底パイプライン
17202	○				○			○			○			テレビ塔
17301	○				○		$4 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5$	○		○			表面粗度を 考慮	煙突あるいは 塔状構造物
17302		○												一般
17303	○					○	2.2×10^4			○		○		一般
17304	○			○		○	$1 \times 10^4 \sim 3.5 \times 10^5$		○	○			現場実験も あり	多列円柱構造物
17305	○					○	$3.9 \times 10^4 \sim 1.7 \times 10^5$		○	○				一般
17306	○	○				○	10^4 程度	○	○		○			海底パイプライン
17501	○					○	$1.6 \times 10^4 \sim 6.4 \times 10^4$		○	○				一般
17502	○					○	$5 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^5$	○			○			一般
17503	○	○				○		○				○		一般
17601	○					○	$5 \times 10^3 \sim 12 \times 10^3$	○		○			現地実験で ある	海洋構造物一般
17602	○	○				○			○		○			多柱基礎

16101 ANATOL ROSHKO 1961

Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. J. Fluid Mech. Vol.10.

1. 実験
2. a. 風 b. $Re = 10^6 \sim 10^7$
c. 単数 d. 静止
e.
3. 高レイノルズ数領域における，抗力係数とレイノルズ数との関係，円柱背後の圧力係数とレイノルズ数との関係，円柱表面の圧力分布，およびストローハル数とレイノルズ数との関係を求めている。
4. 一般

16401 R.E. NECE, R.D. UNRUE, A.G. MIRAJGAOKER 1964

Discussions about resistance of cylindrical piers in open-channel flow.
J. Hydraulics Div. Proc. A. S. C. E.

1. 実験
2. a. 水 b. $Re = 1.57 \times 10^4 \sim 2.45 \times 10^4$
- c. 複数 d. 静止
- e.
3. フルード数，相対深さ，ピアの並べ方等が，流れにおける円柱のピアの抗力係数に対してどのような影響を与えるか。
4. とくにピア。

16402 R. E. D. BISHOP, A. Y. HASSAN 1964

The lift and drag forces on a circular cylinder in a flowing fluid. Proc. Roy. Soc. A.

1. 実験

2. a. 水

b. $Re = 3,600 \sim 11,000$

c. 単数

d. 静止

e.

3. 固定した円柱に流体がおよぼす変動揚力, 変動抗力, 平均抗力の測定。レイノルズ数とストローハル数, レイノルズ数と揚力係数・抗力係数との関係を求めている。

4. 一般

16403 R. E. D. BISHOP, A. Y. HASSAN 1964

The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. Proc. Roy. Soc. A. Vol. 277

1. 実験

2. a. 水

b. $Re = 3,600 \sim 11,000$

c. 単数

d. 強制振動

e.

3. いろいろな速度の流れの中で, ある決まった振幅・振動数で強制振動する円柱に作用する力の測定。流速, 強制振動振幅, レイノルズ数をパラメータにして, 強制振動振動数と抗力, 揚力の振幅との関係を求めている。

4. 一般

16601 伊藤 英覚 1966

一様な流れの中の物体の抵抗<水工学便覧>森北出版

1. 解説

2. ———

3. 円柱および円管群の抵抗に関する公式をまとめている。

円柱の抵抗

a. 低レイノルズ数; Lamb の式, 友近・青井の表, 今井功の式

b. 中間のレイノルズ数; A. Thom の式

c. 限界レイノルズ数; S. Goldstein の図

d. 有限な円柱; W. Wien & F. Harms の図

円管群の抵抗; R. P. Wallis & C. M. White の式

4. 一般

16701 G. H. KOOPMANN 1967

The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers. J. Fluid Mech. Vol. 28.

1. 実験

2. a. 風

b. $Re = 100, 200, 300$

c. 単数

d. 強制振動

e.

3. 円柱の横振動が渦におよぼす影響について, 円柱の強制振動数をいろいろ変化させ, 実験を行なっている。円柱の振動数が渦の振動数を制御するための条件が示されている。

4. 一般

16702 GERRIT H. TOEBES, AMRUTHER S. RAMAMURTHY. 1967

Fluidelastic forces on circular cylinders. J. EM. Div. P. of the ASCE

1. 実験
2. a. 水
b. $Re = 43,400$ および $52,700$
c. 単数
d. 強制振動, 自由振動
e. 自由水面がない。
3. 円柱の動きと流体力が相互依存的な状態での, 流体中の円柱の応答を求めるために必要なデータをまとめている。合力のパワースペクトル, FLUIDELASTIC な揚力係数比, 揚力比。流体と構造物のエネルギー伝播。
4. 一般

16801 船川 正哉 1968

流れによる熱交換器の振動と騒音 日本機械学会誌 第71巻 第598号

1. 解説
2. ———
3. 熱交換器の流れによる振動について研究の現状の概要を述べている。
 - a. 単管…… Strouhal, Karman, Morkovin, Marris, Bishop & Hassan, Den Hartog, Birkhoff, 船川, Ferguson & Parkinson, Fung, 桑野 & 中川,
 - b. 2本の管…… Landweber, Spivaek, 石谷 & 西川
 - c. 管群<騒音>…… Hill & Armstrong, 船川 & 馬越, 植松・今市 & 徳島, Grotz & Arnold, Putnum, Baird, Halliday, 小堀
<振動>…… 船川, Y. N. Chen,
4. 熱交換器

16802 種子田 定俊, 本地 定元 1968

振動する円柱の後流渦 九州応用力学研究所所報 第29号

1. 実験
2. a. 水
c. 単数
e.
b. $Re = 70, 100, 130$
d. 強制振動・自由振動
3. 波水と直角な方向に正弦波的に強制振動する円柱の後流渦について、円柱の振動周期と渦の発生同期および位相との関係、flow patternの変化について調べている。また、自由振動する円柱についても流体抵抗と渦の発生振動数を測定している。
4. 一般

16803・16804 田辺 末信, 塩井 幸武, 松井 友二, 白木 万博 1968

鋼管を用いた橋梁部材の風による振動とその対策①② 橋梁と基礎 2-9

1. 実測
2. ———
3. 昭和42年に完成した四徳大橋の鋼管斜材が、同年7月中旬、5~6 m/s程度の微風でトラス面内に振動していることが発見され、ガセット部の補強、トリップワイヤーの取付け、といった対策がとられた。……………①
四徳大橋の振動問題が7月に発生したため、海川口橋の鋼管取付部の補強方法を検討、実施した。また奥川橋は昭和43年3月完成予定で工事が進んでいたが、四徳大橋の振動問題のため、昭和42年11月、工事を一時中止し、四徳大橋の対策と併行して協議された。その結果取付部の補強ならびにトリップワイヤーの取付けがなされた。……………②
4. 鋼管を用いた橋梁部材

16805 田辺 末信, 塩井 幸武, 松井 友二, 坂田 弘 1968

鋼管を用いた橋梁部材の風による振動とその対策③ (完) 橋梁と基礎 2-11

1. 実験

2. a. 風

b. $Re = 0.4 \times 10^5 \sim 3.5 \times 10^5$

c. 単数

d. 静止および自由振動

e.

3. 裸円柱およびトリップワイヤーを取付けた円柱についてそれぞれ空気力計測試験, 振動試験を行ない, 揚力係数・ストローハル数とレイノルズ数の関係, 揚力・揚力係数のパワースペクトル, 風速と振幅の関係を求めている。

4. 鋼管を用いた橋梁部材

16901 G. D. SIRVIO 1969

Self-controlled vibration of cylinder in fluid stream. J. Engineering Mechanics Div. Proc. ASCE

1. 理論 (理論値の比較として, Ferguson & Parkinson の実験データを利用)

2. a. 風

b. $Re = 1.5 \times 10^4 \sim 4.1 \times 10^4$

c. 単数

d. 自由振動および静止

e.

3. 渦の発生周期と流速, 円柱の振幅と流速, および流体力と変位との位相差と流速の関係について, いくつかの理論値と, Ferguson & Parkinson の実験結果を比較検討している。

4. 一般

16902 松井 友二, 田中 博喜, 高原 茂, 梅村 直, 池上 保彦 1969

カルマン渦による円柱の振動について 三菱重工業株式会社

1. 実験

2. a. 風

b. $Re = 3 \times 10^4 \sim 8 \times 10^4$

c. 単数

d. 静止, 自由振動, および強制振動

e.

3. 流れの中に円柱をおき, 静止, 自由振動, および強制振動の条件のもとで実験を行う。自由振動のもとでは, 風速と振動振幅および円柱振動数の関係, 円柱まわりの圧力変動, 揚力係数について調べ, 静止の状態では円柱に作用する圧力分布を調べ, 強制振動のもとでは円柱に作用する空気力と変位の位相差, 空気力と円柱の振動振幅の関係について調べている。

4. 一般

17001 中村 泰治 1970

二自由度フラッターとしての円柱の渦励振

構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム

1. 理論

2. ———

3. 2次元円柱の渦励振を, 流体-円柱系よりなる2自由度系の連成自励振動として取扱ひ, Birkhoff の死水領域振動子モデルを用いて, 静止状態, フラッタ発生中, および調和振動中の円柱に作用する揚力を求めている。

4. 一般

•

1. 実験

3. 円柱まわりの流れにおよぼす表面粗度の影響を調べている。高圧風洞で実験を行ない、局所圧力、表面摩擦力の分布を測定し、全抗力および表面摩擦力の割合を、レイノルズ数の関数として表わす。表面摩擦力の分布から、層流から乱流へ境界層が変化する位置、および境界層のはく離点の位置を求めている。

4. 原子炉の熱交換器

1. 実測および解説

2. _____

3. これは Immingham Oil Terminal の建設中におきた構造物，くいの振動に関する報告であり，これらの現象の調査およびその結果施された設計変更について詳説している。Immingham Oil Terminal は平均水深が 75 ft 以上，潮流速度が 5 ノットのところに設置され，らせん状に溶接された厚さ 0.5 in. 直径 24~30 in. の鋼管くいを使用している。この構造物の振動はその大ききばかりでなく，振動方向が一般に潮流方向であった，という点からも注目すべきものである。

4. 海洋構造物一般

17103 永井 莊士郎, 倉田 克彦 1971

開水路流れの中の円柱の相互干渉 土木学会論文報告集 第196号

1. 実験
2. a. 水 b. $Re = 1.41 \times 10^4 \sim 3.84 \times 10^4$
c. 複数 d. 静止
e.
3. 流れの方向に平行に2本の円柱を置いた場合, それぞれの円柱に働く力について相互干渉による影響を明らかにしている。上流側円柱に働く抗力および下流側円柱に働く抗力は, 2本の円柱間隔 ℓ と直径 D との ℓ/D をパラメータにして調べられており, 円柱背後の後流中の速度減少についても言及されている。
4. 一般

17104 日野 幹雄, 金子 大二郎 1971

振動平板と後流渦の干渉 土木学会論文報告集 第193号

本論文は振動平板と後流渦の干渉についての実験的研究であるが, 序論における「研究の現況」でKarmann 渦と円柱の振動との関連に関する研究について言及しているので, ここに紹介する。

1. 解説
2. ———
3. Landweber (1942), Di Silvio (1969), Bishop & Hassan (1964), Wehrman (1965), Koopmann (1967), 種子田 & 本地 (1968), Mei & Currier (1969) 等の研究内容について概説している。
4. 一般

海底パイプラインに作用する波力・潮力について (その2)

1. 实 验

2. а. 水

b. $Re = 3 \times 10^3 \sim 9 \times 10^3$

c. 单数

d. 静止

e.

3. 流れの中で底面におかれたパイプに作用する抗力および揚力を測定し、抗力係数、揚力係数を求め、レイノルズ数との関係を示した。またパイプの前面に障害物をおいた場合についても同様の関係を求めた。

4. 海底パイプライン

On wind induced instability of television towers. LISBOA.

1. 実 験

2. a. 風

b. _____

c. 单数

d. 自由振動

e.

3. 渦および乱れによるテレビ塔の振動を扱っている。テレビ塔の上部の幾何学的および動的特性を相似させた模型、渦励振に対する振幅を小さくするために異なる工夫をした2模型の3つの模型により風洞実験を行ない、その動的な特性を比較し、検討している。

4. テレビ塔

17301 岡島 厚, 中村 泰治 1973

高レイノルズ数範囲における表面粗さのある円柱まわりの流れ

九州大学応用力学研究所所報 第40号

1. 実 験
2. a. 風 b. $Re = 4 \times 10^4 \sim 2 \times 10^6$
c. 単数 d. 静止
e. 表面粗度を考慮している。
3. 非振動時における円柱の抵抗力, 背面の圧力, 後流のストロハル数などを測定しその静特性を調べている。円柱表面が滑らかな場合の超臨界領域までの静特性を調べたのち、円柱表面に局所的にあるいは全周一様に表面分布粗さを付ける方法により、比較的低いレイノルズ数で超々臨界領域の状態を実現させ、その時の静特性を調べている。
4. 煙突あるいは塔状構造物

17302 佐渡 公明 1973

有限要素法による円柱まわりの流れの解析について

第28回年次学術講演会概要集 第II部

1. 理 論
2. ———
3. 粘性流体解析を有限要素法により定式化し、数値計算として、円柱まわりの2次元理想流体の流れを求め、また非圧縮性・定常粘性流体の線形な方程式を導いている。
4. 一 般

17303 巻幡 敏秋, 新井 信一 1973

複数パイルに働く潮流力に関する一実験 第28回年次学術講演概要集 第II部

1. 実験
2. a. 水 b. $Re = 2.2 \times 10^4$
c. 複数 d. 自由振動
e.
3. 複数のパイルが流れの方向に直列に配置された場合と三角形配置された場合について, パイル間距離がパイルの流体力にどのような相互干渉を与えているかを, 実験的に調べており, その抗力・揚力・揚力の振動数の挙動から, 干渉の機構を考察している。
4. 一般

17304 有田 行雄, 佐竹 優, 藤田 秀夫, 多賀谷 宏三 1973

多列円柱構造物に作用する潮流力について 第4回海洋開発シンポジウム講演集

1. 実験および解説
2. a. 水 b. $Re = 1 \times 10^4 \sim 3.5 \times 10^6$
c. 複数 d. 静止
e. 現場実験も行なっている。
3. 単円柱に作用する抗力および複数円柱に作用する抗力について既往の研究成果をとりまとめ, 6円柱の大型模型および小型模型を用いて, それぞれ海上曳航試験および水槽試験を実施し, 抗力係数を求めている。
4. 多列円柱構造物

17305 永井 莊七郎, 倉田 克彦, 伊藤 忠 1973

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究 第20回海岸工学講演会論文集

1. 実験

2. a. 水

b. $Re = 3.9 \times 10^4 \sim 1.7 \times 10^5$

c. 複数

d. 静止

e.

3. 開水路流れの中に流れに平行に置かれた2本の円柱のそれぞれに働く力と, 2本の円柱間の中心距離との関係を明らかにし, また後流中の流速分布についても検討を加えている。

4. 一般

17306 山本 淳, 関田 欣治 1973

潮流海域における浮遊式鋼管構造物および海底パイプライン等に作用する振動力について
第20回海岸工学講演会論文集

1. 実験および理論

2. a. 水

b. Re は 10^4 のオーダー

c. 単数および複数

d. 自由振動

e.

3. 揚力係数についてパイプ単体の場合, ストロハル数および bluff-ratio を用いてその値を推定する式を誘導している。また単体パイプ, キールタイプスティンガー, トラスタイプスティンガー, トリップワイヤをまいた単体パイプについて揚力係数を測定し, 比較検討している。

4. 海底パイプライン

17501 永井 荘七郎, 倉田 克彦 1975

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究 (第2報)

第22回海岸工学講演会論文集

1. 実験

2. a. 水

b. $Re = 1.6 \times 10^4 \sim 6.4 \times 10^4$

c. 複数

d. 静止

e.

3. 開水路流れの中に, 流れの方向と直角に並べられた円柱列中の1本の円柱に働く力と, 円柱間の中心間隔との関係を求め, 円柱に働く力におよぼす水路側壁の影響と隣接円柱の影響との相違について検討している。また円柱列背後の流速分布についても同様の検討を加えている。

4. 一般

17502 勝井 秀博, 宮崎 修, 花村 哲也 1975

潮流下におけるパイプの防振対策に関する実験的研究

第22回海岸工学講演会論文集

1. 実験

2. a. 水

b. $Re = 5 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^5$

c. 単数

d. 自由振動

e.

3. 渦励振によるパイプの振動性状の把握と効果的な防振装置を開発することを目的とし, 水槽実験を行ない, 流速と変動揚力ひずみの関係および防振装置の変動揚力におよぼす効果を求めている。

4. 一般

17503 堀川 清司, 磯部 雅彦 1975

可撓性円柱の水中における振動特性に関する研究 第30回年次学術講演概要集 第II部

1. 実験および理論

2. a. 水 b. _____
c. 単数 d. 強制振動
e.

3. 構造物が水中で振動する場合, 抗力や揚力の影響を受け空気中とは違った水固有の問題が出てくる。本論文は弾性円柱の水中における強制振動について実験を行ない応答を求め, 抗力を考えた方程式の数値解との比較・検討を行なっている。

4. 一般

17601 永井 荘七郎, 小田 一紀, 倉田克彦 1976

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究(第3報) 第23回海岸工学講演会論文集

1. 実験

2. a. 水 b. $Re = 5 \times 10^4 \sim 1.2 \times 10^6$
c. 単数 d. 静止
e. 現地実験である。

3. 円柱および角柱に働く潮流力に関する現地実験を実施し, レイノルズ数が比較的大きい範囲について得られた低抗係数に関する結果をとりまとめている。

4. 海洋構造物一般

17602 小坪 清真, 高西 照彦 1976

多柱基礎への水の附加質量について 土木学会論文報告集 第248号

1. 理論および実験

2. a. 水 b. _____
c. 複数 d. 自由振動
e.

3. 2本以上の柱からなる多柱基礎が水中振動する場合の動水圧に関する解析理論を導き、この理論に基づいて多柱基礎に対する付加質量係数を求め、さらに2, 3の模型実験を行ない、理論値と比較・検討している。

4. 多柱基礎

17801 STROUHAL, V. 1878

Ann. Phys. Chem. 5, 216.

19601 RAYLEIGH, LORD. 1896

Theory of sound. London: Macmillan

12101 WIESELSBERGER, C. 1921

Neuere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und
Luftwiderstands. Phys. Z. 22.

12401 RELF, E. F. & SIMMONS, L. F. G. 1924

The frequency of eddies generated by the motion of circular cylinders
through a fluid.

Aero. Res. Council, Lond., Res. and Mem. no. 917.

12901 FAGE, A. & J. H. WARSAP 1929

The effects of turbulence and surface roughness on the drag of a circular
cylinder. Reports and Memoranda. No. 1283.

13201 LAMB, H. 1932

Hydrodynamics. Cambridge University Press.

13301 A. THOM 1933

The flow past circular cylinders at low speeds. Proc. Roy. Soc. London,
Ser. A, Vol. 141, No. 845

13801 S. GOIDSTEIN 1938

Modern developments in fluid dynamics. Vol. II. Oxford University Press.

13802 R. P. WALLIS & C. M. WHITE 1938

Resistance to flow through nests of tubes. Engng, Vol. 146, Nov. 25

14201 LANDWEBER, L. 1942

Flow about a pair of adjacent, parallel cylinders normal to a stream.
Taylor Model Basin Report 485.

14401 ALLEN, H. J. & VINCENTI, W. G. 1944

Wall interference in a two-dimensional - flow wind tunnel, with
consideration of the effect of compressibility. Nat. Adv. Comm. Aero.,
Wash., Ren. 782.

14601 STEINMAN, D. B. 1946

Problems of aerodynamic and hydrodynamic stability. Bulletin 31, Iowa
University Studies in Engineering.

15301 DELANY N. K. & SORENSEN N.E. 1953

Low speed drag of various shapes. NACA. TN3038. Nov.

15302 BIRKHOFF, G. 1953

Formation of vortex streets. J. of Applied Physics, Vol. 24, No. 1

15401 ROSHKO, A. 1954

On the drag and shedding frequency of bluff cylinders. Nat. Adv. Comm-Aero., Wash., Tech. Note 3169.

15601 DRESCHER, H. 1956

Messung der auf Ouerangeströmte Zylinder Ausgeübten Zeitlich Veränderten Drucke. Z. F. Flugwiss., Vol 4.

15801 MACOVSKY, M.S. 1958

David Taylor Model Basin, Rep. 1190.

16001 HUMPHREYS, J. S. 1960

J. Fluid Mech. 9-Part 4.

16002 FUNG, Y. C. 1960

Fluctuating lift and drag acting on a cylinder in a flow at supercritical Reynolds numbers. J. Aero Space Sci. 27.

16102 TOEBES, G. H. & EAGLESON, P. S. 1961

Hydroelastic vibrations of flat plates related to trailing Edge geometry.

Transactions, J. of Basic Engineering, ASME, Dec.

16301 後藤 尚男, 土岐 憲三 1963

水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究 土木学会論文集 第100号

16404 MARRIS, A. W. 1964

A review on vortex streets, periodic wakes, and induced vibration phenomena.

J. of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Vol. 86.

16405 MORKOVIN, M. V. 1964

Flow around circular cylinders : a kaleidoscope of challenging fluid phenomena.

P. Symposium on Fully Separated Flows, ASME.

16406 E. BERGER 1964

Z. Flugwiss. 12.

16501 SIGHARD F. HOERNER 1958. 1965

Fluid-dynamic drag.

16502 WEHRMANN, O. H. 1965

Reduction of velocity fluctuations in a Karman vortex street by a vibrating cylinder.

Phyo. Fluids, Vol. 8.

16703 FERGUSON, N. & PARKINSON, G. V. 1967

Surface and wake flow phenomena of the vortex-excited oscillation of a circular cylinder.

Paner No. 67-Vibr. 31., Vibrations Conference, ASME.

16806 ACHENBACH, E. 1968

Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6$

J. Fluid Mech. 34.

16903 船川 正哉 1969

流れの中の弾性支持円筒の励振機構 日本機械学会論文集 Vol. 35, No. 270

3. ま と め

流れの中におかれたパイプあるいはパイプ列に作用する力およびその挙動に関する文献調査を行った。調査した分野は限られ、不十分なものとなったが、今回調査した範囲で次のことがいえる。

1. 流れの中におかれた複数のパイプの静的流体力に関する研究および流れの中におかれた単数のパイプの動的挙動に関する研究は、必ずしも十分ではないが、ある程度の成果があがっている。しかし流れの中におかれた複数のパイプの動的挙動に関する研究は、今回調査した範囲では論文番号 17303 だけであり、この分野に関した研究が望まれる。
2. 水中の振動問題を考える際に、付加質量係数、抗力や揚力の影響といった空気中とはちがった水固有の問題が生じてくるが、この分野を扱った研究は論文番号 17503 および 17602 だけで必ずしも十分ではない。風洞実験で得られた成果を、海洋構造物に反映させるために、この種の研究が望まれる。

Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number

By ANATOL ROSHKO

Guggenheim Aeronautical Laboratory, California Institute of Technology,
Pasadena, California

(Received 15 November 1959)

Measurements on a large circular cylinder in a pressurized wind tunnel at Reynolds numbers from 10^6 to 10^7 reveal a high Reynolds number transition in which the drag coefficient increases from its low supercritical value to a value 0.7 at $R = 3.5 \times 10^6$ and then becomes constant. Also, for $R > 3.5 \times 10^6$, definite vortex shedding occurs, with Strouhal number 0.27.

1. Introduction

Shortly after the closing and before the dismantling of the Southern California Co-operative Wind Tunnel (CWT), some time was made available to us for a high Reynolds number experiment on a circular cylinder. In this large pressurized wind tunnel (Millikan 1957) it was possible to reach a cylinder Reynolds number R of close to 10^7 , compared to about 2×10^6 , the highest value for which wind tunnel measurements were previously reported in the literature. There are, in addition, some measurements in natural wind, up to about $R = 4 \times 10^6$ (Dryden & Hill 1930; Pechstein 1940), about which we comment more fully later.

The many experimental measurements of drag coefficient C_d at subcritical Reynolds numbers are in fairly good agreement as to the values of $C_d(R)$, but in the supercritical range, i.e. after the transition to low values of C_d , there is little agreement, except that C_d lies between values of 0.2 and 0.4. It is not clear whether the relatively large discrepancies here are due to difficulties in measurement or whether the flow here is more sensitive to the conditions of the experiment. The measurements of Delany & Sorensen (1953) at Reynolds numbers up to 2×10^6 exhibit a multivaluedness which they attribute (private communication) to changes in the flow from a symmetrical to an unsymmetrical type, higher values of C_d occurring in the unsymmetrical flow. Other authors claim to observe no asymmetries.

On the question of vortex shedding at high Reynolds number there is little information. It is well known that vortex shedding occurs at Reynolds numbers below the critical value, with a dimensionless frequency (Strouhal number S) of about 0.2. At critical and supercritical Reynolds numbers there are, to our knowledge, only two sets of measurements. The early ones by Relf & Simmons (1924) indicate that in the transition range there is a predominant frequency in the wake, which they called 'aperiodic', compared to the 'accurately periodic' flow at $R < 10^5$. Their measurements show that the Strouhal number of these frequencies increases as the drag coefficient C_d decreases.

Anatol Roshko

More recently, Delany & Sorensen (1953) obtained measurements at still higher Reynolds numbers (10^4 to 2×10^6) using a pressure pick-up in the wake close behind the cylinder. The shedding frequencies, which were determined from the predominant frequencies on an oscillograph record, show considerable scatter, as do those of Relf & Simmons; the values of S are between 0.35 and 0.45.

From these two sets of measurements, it would appear that S rises rapidly in the interval $R = 2 \times 10^5$ to 10^6 , and that there may be a rapid decrease at about 2×10^6 .

Our intention in the present experiments was to overlap the Reynolds number range of the existing measurements, while extending them to values of R as high as possible. The time available for preparing and performing the experiments was so short as to preclude a thorough investigation of all aspects of the flow, but it was hoped to obtain answers to a few obvious questions: Does the drag coefficient continue to change? Is there vortex shedding? Is there an asymptotic state, i.e. can we say anything about the ultimate form of the flow as $R \rightarrow \infty$, and at what values of R are we approaching it?

2. Experimental arrangement

The experiments were performed in the subsonic test section of the CWT, which had a height of 8.5 ft. and width of 11 ft. It could be pressurized to 4 atm; pressures of 1 and 2 atm were also used. To avoid compressibility effects, the flow speed was limited to a Mach number of about 0.25.

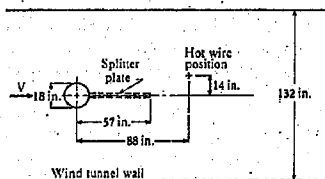


FIGURE 1. Arrangement of cylinder in the wind tunnel.

The cylinder was a seamless 'black steel' pipe which had been sandblasted to remove its protective paint and scale. This resulted in a surface roughness of about 200μ -in. The cylinder had a diameter of 18 in. and was round to within $\frac{1}{16}$ in. (in diameter). It spanned the $8\frac{1}{2}$ ft. height of the test section. Pressure orifices were located every 10° (with additional ones at $\theta = 95^\circ$ and 105°), over half the circumference at the middle section. These were connected to a pressure measuring system consisting of pressure transducers which read out to digital indicators and recorders. The sensitivity of this system was set to give full output at the highest dynamic pressure, consequently there was a deterioration of accuracy at lower values of the dynamic pressure.

A hot-wire anemometer was mounted at a fixed position, 7.3 diameters downstream of the cylinder axis and 0.7 diameters off the centreline, as shown in figure 1. The output of the hot wire, in a standard circuit, was fed into a spectral analyser,

Flow past a circular cylinder at high Reynolds number

which could scan the frequency spectrum and record it on a pen recorder. We were looking for possible vortex shedding peaks in the spectrum. Whenever one was indicated on the record, it was tuned by hand and its frequency accurately determined by comparing it to an oscillator signal whose frequency was measured by an electronic counter.

Provision was made to install a 'splitter plate' on the centreline behind the cylinder, as indicated in figure 1. It also spanned the $8\frac{1}{2}$ ft. height of the test section, extended 4 ft. along the centreline, and was 2 in. thick, being made up of two pieces of plywood bolted together.

3. Wall interference corrections

To obtain the highest possible Reynolds number, the cylinder diameter chosen was a little larger than might have been desirable from the point of view of the wall interference. With a diameter $d = 1.6$ ft. and tunnel breadth $b = 11$ ft., the blockage ratio was $d/b = 0.136$. To correct for the wall interference effects, we made use of the formulas of Allen & Vincenti (1944), which give, for the corrected values of velocity and drag coefficient V' and C_d' in terms of the measured values V and C_d ,

$$\frac{V'}{V} = 1 + \frac{1}{4} C_d \left(\frac{d}{b} \right) + 0.32 \left(\frac{d}{b} \right)^2, \quad (1)$$

$$\frac{C_d'}{C_d} = 1 - \frac{1}{2} C_d \left(\frac{d}{b} \right) - 2.5 \left(\frac{d}{b} \right)^2. \quad (2)$$

These formulas were obtained, following the earlier work of Lock, Glauert and Goldstein, by using image doublets to represent the interference between wall and cylinder, and image sources to represent the interference between wall and wake; the two effects give the third and second terms, respectively, in the formulas. Such an analysis does not take into account possible interference effects on the separation mechanism and the structure of the wake close behind the body; changes in these could have an important effect on the drag. This would be especially important in regions where C_d is changing rapidly with R , but probably less important where C_d is nearly constant. The experimental evidence relating to wall interference on cylinders is not entirely satisfactory. We have used equations (1) and (2) as the best available, believing them to be fairly accurate at our highest Reynolds numbers, where C_d is nearly constant. The maximum corrections to V' and C_d' were about 4 and 10 %, respectively.

The uncorrected drag coefficient C_d was obtained by integrating the measured pressure distribution $C_p(\theta)$; it was then corrected with equation (2). When corrected values of pressure coefficient C_p' were needed (e.g. figures 3 and 4), these were obtained from

$$(C_p' - 1) = \left(\frac{V'}{V} \right)^2 (C_p - 1). \quad (3)$$

Corrections for Reynolds number R and Strouhal number S are the same as for the velocity.

4. Results

(a) Drag coefficient

The corrected values C_d are plotted against R in figure 2. Also shown, for comparison, is the well-known curve of $C_d(R)$ at lower values of R . Different investigators do not agree exactly on this curve, but the differences are small, except in the supercritical region. We have chosen Wieselsberger's (1921) curve as representative and have also plotted the results of Delany & Sorensen (1953) in the supercritical range (all the dashed lines). The latter extend to a higher Reynolds number than any other wind tunnel experiments of which we are aware, and they illustrate the difficulty in obtaining consistency in the supercritical range. It had been hoped that our experiments would overlap the

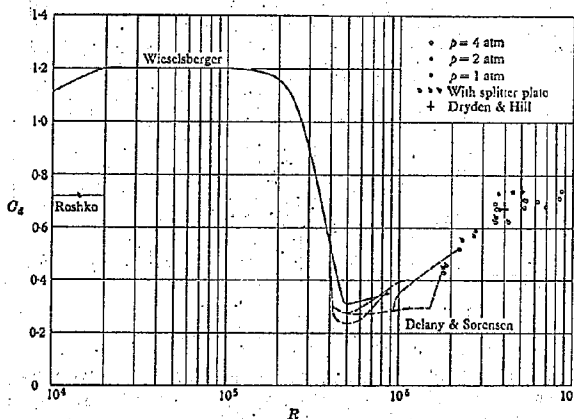


FIGURE 2. Drag coefficient.

existing measurements more than they do, but we were unable to obtain sufficient accuracy at our lowest Reynolds numbers, since the dynamic pressures were so low that the resolution of the pressure-measuring system became inadequate, and there was insufficient time to change it.

Our results match the trend of those at lower Reynolds numbers, as well as this can be determined from the multivalued behaviour, and it is apparent that C_d increases in the range $10^6 < R < 3.5 \times 10^6$, from a value of about 0.3 to about 0.7, and then levels off at the latter value. It will be noted presently that the value $R = 3.5 \times 10^6$ apparently marks the end of a transition range.

Also shown on figure 2 is the value of C_d obtained by Dryden & Hill (1930) in some experiments that are apparently not well known. These measurements were made on a smoke stack with a clear height of 120 ft., the values of C_d being obtained from pressure distributions at a section 41 ft. from the top, where the

Flow past a circular cylinder at high Reynolds number

diameter was 11.8 ft. The wind speeds were about 25–40 m.p.h., which corresponds to Reynolds numbers of $3\text{--}5 \times 10^6$. Their mean value of C_d for a group of observations is 0.07 ± 0.04 , and it may be seen that this agrees quite well with our results. A point of interest is that Dryden & Hill inferred the wind speed from the measurements on the cylinder, making use of the fact that the maximum pressure is stagnation pressure, while the pressure at 31° on either side of that point must be nearly static pressure. For experiments in the natural wind, this technique is clearly better than one using a velocity measurement at some location removed from the cylinder.

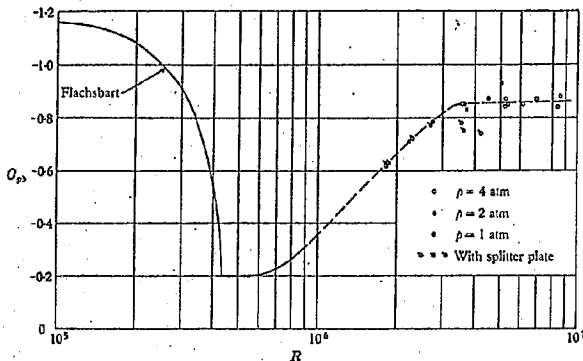


FIGURE 3. Base pressure coefficient.

In another set of experiments with a short stack ($l = 30$ ft., $d = 10$ ft.), Dryden & Hill obtained much lower values of C_d (approximately 0.4) at the same values of R . The lower value may be attributed to the small length-diameter ratio, as may the similar results of Pechstein (1940) on a cylinder of length 10 m and diameter 2 m in a natural wind.

(b) Base pressure coefficient

Changes in C_d are closely related to changes in C_p , the pressure coefficient on the back of the cylinder. This was determined from the average pressure over 20° or 30° on either side of the rearmost point. The results (corrected values) are plotted in figure 3, together with a curve obtained by Flachsbart (1929) at lower Reynolds numbers. The curve determined by our points is faired into Flachsbart's curve. (We have not included other investigators' results on this plot; inclusion of these would show a scatter or multivaluedness at supercritical Reynolds numbers, like that on the $C_d(R)$ curve.)

Anatol Roshko

(c) Pressure distribution.

A pressure distribution at one of the highest Reynolds numbers (8.4×10^5) is shown in figure 4, in which the corrected pressure coefficient C_p is plotted against θ , the angle measured from the stagnation point. Shown for comparison are typical pressure distributions at lower Reynolds numbers, $R = 1.1 \times 10^5$, which

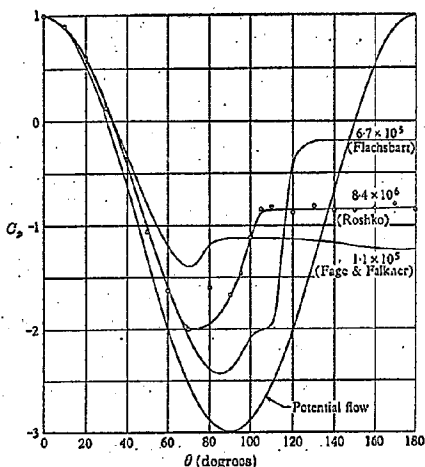


FIGURE 4. Pressure distributions.

is typical of subcritical Reynolds numbers, and $R = 6.7 \times 10^5$, which is typical of Reynolds numbers just above the critical transition to low values of C_d . Our curve, which is nearly the same as the mean curve given by Dryden, differs from the other two. It shows a base pressure coefficient which is nearer to that of the subcritical distribution, but the distribution of pressure near $\theta = 90^\circ$ indicates that the separation point is further back than in the subcritical flow, possibly at 90° or greater. (The point at $\theta = 80^\circ$ is a bad point; it has no significance with respect to separation.)

The pressure distributions for all our experiments are similar to this; the main effects of Reynolds number and splitter plate are on the base pressure coefficient (cf. figure 3).

(d) Shedding frequency.

The Strouhal number S of the vortex shedding frequency is plotted against R in figure 5, together with previous measurements in the transition range and at subcritical Reynolds numbers.

Flow past a circular cylinder at high Reynolds number

It should be pointed out that, with the technique used, the measurement of S is much more accurate than that of C_d , since the accuracy does not decrease with decreasing dynamic pressure. This improved accuracy is apparent from the small scatter in $S(R)$.

Of much significance also is the fact that at our measuring station, vortex shedding was not observed at $R < 3.5 \times 10^5$, although observations were made at all Reynolds numbers down to 0.9×10^5 . The onset of shedding at $R = 3.5 \times 10^5$ was quite definite. Below this value no peak frequency occurred; above this value there appeared a strong spectral peak, well above the turbulence level.

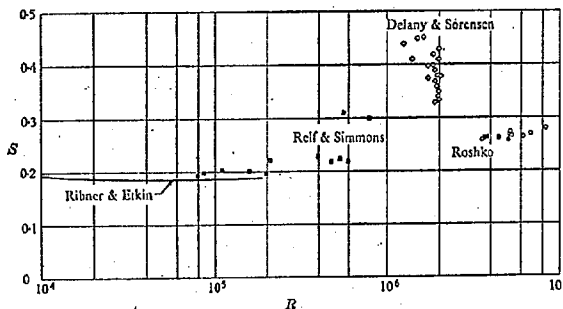


FIGURE 5. Strouhal number of vortex shedding frequency.

The (somewhat lower) harmonic (i.e. double the shedding frequency) also appeared, as is typical at subcritical Reynolds numbers for a hot wire not too far off the wake centreline. Although we were not able to make correlation measurements, any, at two wake positions, we have little doubt that what was observed was vortex shedding similar to that below $R = 10^6$.

This raises the question of why we did not observe the frequencies reported by Delany & Sorensen (1953) at values of R between 10^6 and 2×10^6 . The latter measurements (as those of Relf & Simmons 1924) were made with a probe only 1 or 2 diameters behind the cylinder, whereas ours was 7.3 diameters downstream of the cylinder axis. It was not possible to move it closer during the course of our experiments. We shall return to this point later.

Relf & Simmons (1924) noted that an increase in shedding frequency is accompanied by a decrease in drag, and vice versa. This is illustrated in figure 6, in which C_d and $1/S$ are plotted over a wide range of values of R .

(c) Effect of the splitter plate

Experimental points for which the splitter plate was installed behind the cylinder are indicated on the figures by flagged symbols. The main effects of the splitter plate are as follows. (i) The shedding is suppressed; there is no indication of a peak in the spectrum. (ii) The plot of C_d (figure 2) indicates a small decrease

Anatol Roshko

in C_d at values of R above 3.5×10^5 , but no effect at all at lower values. This is in contrast to the marked effect at subcritical Reynolds numbers observed in an earlier investigation (Roshko 1955). Evidence of a decrease in $-C_{p2}$ at $R > 3.5 \times 10^5$. (iii) There is no significant effect on the pressure distribution, other than that related to changes in the base pressure; the distributions are all similar to the example given in figure 4.

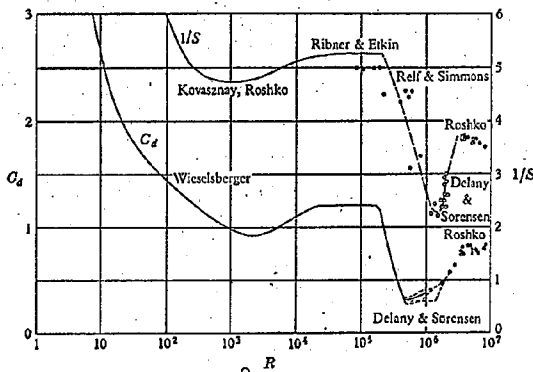


FIGURE 6. Drag coefficient and reciprocal of Strouhal number.

Unfortunately, it was not possible to go to Reynolds numbers as high as in the experiments without the splitter plate, because at the higher dynamic pressures severe flutter developed at the trailing edge of the splitter plate. The reason for this flutter is not clear; apparently it was not connected with vortex shedding off the cylinder, since this was suppressed by the plate. Possibly shedding off the trailing edge of the splitter plate itself had an effect.

5. Ideas about the flow

It was not possible in these experiments to make a detailed investigation of the wake structure, but from the results obtained we tentatively propose the following picture of the wake development.

(a) Transitions and characteristic ranges

The lower, or critical, transition at $2 \times 10^5 < R < 5 \times 10^5$, from high to low values of C_d , is followed by another (upper) transition, at $10^6 < R < 3.5 \times 10^6$, to a new plateau on which the coefficients have the following mean values: $C_d = 0.70$, $C_{p2} = -0.86$, $S = 0.287$. (Possibly the whole range from $R = 2 \times 10^5$ to 3.5×10^6 could simply be called the transition range.) For convenience in referring to them, we call the range on either side of the lower transition 'subcritical'

Flow past a circular cylinder at high Reynolds number

($C_d = 1.2$) and 'supercritical' ($C_d \approx 0.3$), respectively, according to established custom; let us call the plateau following the upper transition 'transcritical' ($C_d = 0.7$).

As is well known, the (critical) Reynolds number at which the lower transition occurs can be lowered by introducing turbulence into the flow or roughness on the cylinder; we may expect a similar effect on the upper transition.

In the lower transition the wake width d_w decreases from values larger than the cylinder diameter d to values smaller than d , as the separation point moves from the front to the back of the cylinder. In the upper transition, the indication is that the wake 'opens' again, the separation point moving forward. However, it does not move to the front of the cylinder, and d_w remains less than d . This view is supported by the form of the pressure distribution (figure 4) and by the values of C_{pb} and S at transcritical Reynolds numbers; the reasons are outlined in the next section.

A rapid opening of the wake would also explain the fact that, for the narrow wakes, we did not observe shedding frequencies 7 diameters behind the cylinder whereas Delany & Sorenson did observe them close to the cylinder.

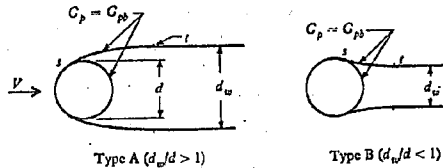


FIGURE 7. Free-streamline model for relating base pressure coefficient to wake width.

(b) Free-streamline model

It has been found useful (Roshko 1954, 1955; Eppeler 1954) to represent the mean flow in the vicinity of the cylinder by a free-streamline flow having the characteristics sketched in figure 7. In this model, the pressure on the wake boundary is constant ($C_p = C_{pb}$) from the separation point s to a point t at which the boundary becomes parallel to the free stream. Beyond t the wake width remains constant at the value d_w while the pressure recovers to the free stream value. In a wake of type A, which is characteristic of the subcritical region, separation is on the front of the cylinder, and $d_w/d > 1$; for type B, which is characteristic of supercritical and transcritical flow, separation is on the back of the cylinder and $d_w/d < 1$.

In some earlier work (Roshko 1954, 1955) we had postulated that the shedding frequency α must depend only on the wake parameters d_w and $V_w = V(1 - C_{pw})^{1/2}$, and that in terms of these there must be a universal Strouhal number, defined by $S^* = \alpha d_w / V_w$, which is independent of the body producing the wake. Thus, it is related to the conventional Strouhal number $S = \alpha d / V$ by

$$\frac{S}{S^*} = \frac{d}{d_w} \frac{V_w}{V} = \frac{d}{d_w} (1 - C_{pw})^{1/2}. \quad (4)$$

Fluid Mech. 10

From experimental determinations of S and $C_{p,w}$ for circular cylinders, wedges and flat plates at subcritical Reynolds numbers, and from the theoretical relation between $C_{p,w}$ and $\dot{d}_w/\dot{d}$ for flows of type A, we concluded that the universal Strouhal number has the value $S^* = 0.16$.

Now if the nature of the vortex shedding at transcritical Reynolds numbers is basically the same as at subcritical values, then the universal Strouhal number should apply to this range also. We corroborate this as follows. It can be shown from a simple momentum consideration (Eppler 1954) that, for flows of the type shown in figure 7,

$$C_d = (-C_{ps})(\dot{d}_w/\dot{d}). \quad (5)$$

Applying this formula to our measurements in the transcritical range (type B), we obtain $\dot{d}_w/\dot{d} = 0.70/(0.86) = 0.81$. This value in equation (5) then gives $S = (0.16)(1.86)^{1/2}/(0.81) = 0.27$, which checks very well with our mean experimental value 0.267.

These measurements seem to confirm, then, that at transcritical Reynolds numbers $\dot{d}_w/\dot{d} < 1$, but the vortex shedding is otherwise similar to that at subcritical values.

Attempts to make similar calculations in the supercritical régime are unsuccessful. Taking experimental values of C_d and C_{ps} from several sources, we find that calculated values of $\dot{d}_w/\dot{d}$ vary from 0.3 to 1.2, the latter clearly in disagreement with observation, and calculated values of S vary from 0.15 to 0.7. We must conclude that either the experimental data in this region is inaccurate, due to an inherent capriciousness of the flow, or the free-streamline model is inapplicable here.

(c) Effect of the splitter plate

In experiments at subcritical Reynolds numbers (Roshko 1954) it was found that a splitter plate has a strong influence on the flow. Briefly, the flow changes from one with alternate shedding to a steady symmetrical flow in which the separation streamline reattaches on the splitter plate, forming two closed recirculation regions on either side of the plate. At Reynolds numbers of the order of 10^4 , C_{ps} changes from about -1.0 to -0.5 and C_d from 1.2 to 0.7 (cf. figure 2).

The present experiments with a splitter plate at transcritical Reynolds numbers, while rather limited, due to the flutter problem mentioned earlier, also indicate a definite effect. The vortex shedding is stopped, C_{ps} is changed from -0.86 to -0.76, and C_d is changed from 0.70 to 0.63; the changes in the coefficients are not nearly so spectacular as at subcritical Reynolds numbers.

In the upper transition leading to the transcritical régime, the splitter plate appears to produce no effect whatsoever on C_d and C_{ps} . This raises the question as to whether, in the supercritical régime, there is true vortex shedding; interference with the alternating flow that must accompany vortex shedding should produce some effect.

In the experiments by Fung (1960) who measured the fluctuating forces on a cylinder at Reynolds numbers up to 1.4×10^5 , no definitely periodic force was observed, in contrast to the case at subcritical values (Ribner & Bickn 1958). Unfortunately we were not able to look for the frequencies reported by Relf & Simmons and Delany & Sorenson and to observe the effect of the splitter plate

Flow past a circular cylinder at high Reynolds number

on them, since we could not shift our hot-wire probe to a position near the cylinder.

(d) Nature of the transitions

The existence of the upper transition makes it somewhat difficult to interpret the flow in terms of the classical description of the critical Reynolds number, which is roughly as follows. 'At subcritical Reynolds numbers the separation is laminar, and occurs early, on the front of the cylinder. With increasing Reynolds number, transition in the boundary layer moves ahead of the laminar separation point, the now turbulent boundary layer can withstand a greater pressure rise, and so separation moves to the rear of the cylinder, with a consequent decrease in the drag coefficient.' To include the new results in this picture we would now have to say that in the upper transition a turbulent separation moves forward, finally reaching a stationary point, still on the back of the cylinder, and C_d becomes constant.

It is probable that the actual events are somewhat more complicated. Bursnell & Loftin (1961) have pointed out that in the supercritical range there is evidence of a laminar separation 'bubble', that is, a localized region consisting of a laminar separation, transition, reattachment and turbulent separation. Such bubbles have been observed to play an important role in the stalling of thin airfoils. The occurrence of a bubble is indicated, for instance, by a 'flat' in a rising pressure distribution, such as that at about $\theta = 105^\circ$ in Flachsbart's curve (figure 4). If the region of localized separation is small, the flat may not be so definite. It is possible that a separation bubble occurs throughout the supercritical range. On the other hand, it is certain that at sufficiently high Reynolds number there will be no bubble. We suggest that the disappearance of a separation bubble characterizes the transition from the supercritical to the transcritical régime. (We are indebted to Dr I. Tani for a discussion of this point.) This suggestion is tentative, subject to further experimental investigation, but we have no other explanation of the upper transition.

Thus we would propose the following classification: at subcritical Reynolds numbers the separation is laminar, in the supercritical range there is a laminar separation bubble followed by turbulent separation, and in the transcritical range the separation is purely turbulent.

6. Concluding remarks

It is unfortunate that the time available for our experiments was too short to permit an investigation of some of the points raised in the preceding paragraphs, particularly since facilities for obtaining such high Reynolds numbers are not generally available. But even in the more accessible range of supercritical Reynolds numbers, additional work is needed. The question of vortex shedding in this range needs more attention and a study of the development of the laminar separation bubble would be useful.

We are left with the question concerning the asymptotic nature of the flow for $R \rightarrow \infty$. What would be the further effect of increasing R beyond the values reached in our experiment? It seems unlikely that there will be any further transitions, since the point of boundary-layer transition can now only move

23-2

smoothly forward on the cylinder. This may affect the location of the separation point, but can hardly be expected to produce rapid changes. There is then the question of Reynolds number effects on the flow in the wake. To detach this problem from the problem of separation it would be very useful to have a set of experiments on a flat plate normal to the flow over as wide a range of Reynolds numbers as we now have for the circular cylinder. For a plate (or for other sharp-edged configurations, such as wedges) the separation point is fixed at the edge, and changes in C_d , C_p , and S must be dependent only on the effect of R on the wake mechanism. Such information should indicate the trend for $R \rightarrow \infty$.

We are indebted to the many people whose co-operation made this 'crash program' possible. The wind tunnel time was donated by the CWT owner companies, crews of the Guggenheim Aeronautical Laboratory and CWT assisted with the experiments, and the Fluid Mechanics group of the Jet Propulsion Laboratory provided instrumentation. David Russell and Dorothy Diamond assisted with the experiments and the computations, respectively.

REFERENCES

- ALLEN, H. J. & VINCENTI, W. G. 1944 Wall interference in a two-dimensional-flow wind tunnel, with consideration of the effect of compressibility. *Nat. Adv. Comm. Aero., Wash., Rep.* 782.
- BURNSALL, W. J. & LOFTIN, L. K. 1951 Experimental investigation of localized regions of laminar boundary layer separation. *Nat. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note* 2338.
- DELANEY, N. K. & SORENSON, N. D. 1953 Low-speed drag of cylinders of various shapes. *Nat. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note* 3038.
- DRYDEN, H. L. & HILL, G. C. 1930 Wind pressure on circular cylinders and chimneys. *Bur. Stand. J. Res., Wash.*, 5, 853-93.
- EPPLER, R. 1954 Beiträge zu Theorie und Anwendung der unstationären Strömungen. *J. Rational Tech. Anal.* 3, 501-544.
- FAGE, A. & FALKNER, V. M. 1931 The flow around a circular cylinder. *Aero. Res. Coun., Lond., Rep. and Mem.* no. 1369.
- FLACHSBART, O. 1929 From an article by H. MUTTRAY 1932. *Handb. Experimentalphysik*, 4, part 2 (Leipzig), 316.
- FUNG, Y. C. 1960 Fluctuating lift and drag acting on a cylinder in a flow at supercritical Reynolds numbers. *J. Aero Space Sci.* 27, 801-14.
- KOVASZNAVY, L. S. G. 1949 Hot-wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers. *Proc. Roy. Soc. A*, 198, 174-90.
- MILLIKAN, C. B. 1957 Advanced education and academic research in aeronautics. *J. R. Aero. Soc.* 61, 793-808.
- PREHSTEIN, W. 1940 Der natürlichen Wind und seine Wirkung auf einen grösseren Kreiszylinder. *Dissertation, Tech. Hochschule Hannover*; reported by A. Pröll, 1942. *Z. Ver. dtsch. Ing.* 86, 222-3.
- RELF, E. F. & SIMMONS, L. F. G. 1924 The frequency of eddies generated by the motion of circular cylinders through a fluid. *Aero. Res. Coun., Lond., Rep. and Mem.* no. 017.
- RIDNER, H. S. & ETKIN, B. 1958 Noise research in Canada. *Proc. 1st Int. Congr. Aero. Sci., Madrid* (publ. by Pergamon Press, London, 1959).
- ROSHKO, A. 1954 On the drag and shedding frequency of bluff cylinders. *Nat. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note* 3109.
- ROSHKO, A. 1955 On the wake and drag of bluff bodies. *J. Aero. Sci.* 22, 124-32.
- WIESELSBERGER, C. 1921 Neuere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und Luftwiderstands. *Phys. Z.* 22, 321-8.

J. Fluid Mech. (1971), vol. 46, part 2, pp. 321-335
Printed in Great Britain

Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder

By ELMAR ACHENBACH

Institut für Reaktorbauelemente der Kernforschungsanlage, Jülich GmbH

(Received 1 June 1970)

The influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder is the subject of the present experimental work. The investigations were carried out in a high-pressure wind tunnel, thus high Reynolds numbers up to $Re = 3 \times 10^6$ could be obtained. Local pressure and skin friction distributions were measured. These quantities were evaluated to determine the total drag coefficient and the percentage of friction as functions of Reynolds number and roughness parameter. In addition the local skin friction distribution yields the angular position of boundary-layer transition from laminar to turbulent flow and the location of boundary-layer separation.

1. Introduction

Heat transfer and pressure drop of heat exchangers working in nuclear reactors are generally influenced by the surface roughness of the tubes because of the high Reynolds numbers, which are necessary for eliminating heat from the core. The present results referring to the cross-flow around a rough circular cylinder are preliminary investigations to classify roughness in an appropriate system. The experiments are carried out in a range of Reynolds numbers $4 \times 10^4 < Re \leq 3 \times 10^6$. Thus a comparison with the results of Fago & Warsap (1930) is possible; they tested the influence of roughness from $Re = 2.5 \times 10^4$ to $Re = 2.5 \times 10^5$. On the other hand now results are available for the transcritical flow régime, as the actual investigations exceed the range studied by Fago & Warsap by the factor 10.

Local pressure and skin friction distributions were measured. In rough square ducts the probes were calibrated and then transplanted to the test cylinders. This was possible by using emery papers as rough surfaces. In that way two roughnesses were tested. In a later run a third additional roughness realized by gluing 2.5 mm spheres on the surface was investigated. Unfortunately for this case there was no facility to calibrate the skin friction probe installed, so skin friction distribution can only be evaluated qualitatively.

The integration of the local values of static pressure and skin friction yields the total drag coefficient c_d . Furthermore one gets knowledge of boundary-layer separation and transition from laminar to turbulent flow.

2. Experimental arrangement

The experimental apparatus has already been described by Achenbach (1988) in a previous paper, which deals with investigations on the cross-flow past a smooth circular cylinder. To facilitate short information the most important details are repeated in the form of a table:

Wind tunnel	Closed atmospheric circuit, alternatively high pressure wind tunnel
Test section	Cross-section: 500 × 900 mm
Test cylinder	Diameter $D = 150$ mm, length $l = 500$ mm
Fluid	Air of $T = 60^\circ\text{C}$ at static pressure of $1 \leq p_{\text{stat}} \leq 40$ bar
Turbulence level	$Tu \approx 0.7\%$ in the free air stream

3. Measurement techniques and calibration procedure

In principle the determination of local static pressure and skin friction can be verified in the same way as it was done for the cylinder with a smooth surface. Both probes are mounted at the same generator line of the test cylinder, which could be rotated around its longitudinal axis. However, the manufacturing of the rough surface by gluing emery paper leads to some difficulties in installing and calibrating the skin friction probe.

The principle of this probe, which is shown in figure 1, is based on the measurement of the pressure difference at an edge, which transversely projects only some hundredths of a millimetre into the boundary layer. If the height h of the probe is low enough, the quantity of the pressure difference Δp_e depends on the wall shear stresses τ_0 only. With respect to the very small size of the edge it must be taken into account that the surroundings of the probe must not be changed during the time from calibration to measurement. As we saw no possibility to carry out the calibration at the rough surface of the test cylinder, we had to transplant the probe with its surroundings into a known flow. The way of doing this is described below.

The skin friction probe and the tap for the static pressure are fixed at a thin steel foil (0.15 mm). The length of this foil is equal to the circumference πD and the width is equal to the diameter D of the test cylinder (figure 2(a)). This test foil is covered with a selected emery paper, which represents the roughness to be investigated.

In a second step (figure 2(b)) the test foil is mounted into a square duct, which is covered inwards with the same emery paper. The rough-channel flow was taken as the calibration standard of the probe. The advantage of an easy transplantation from channel to cylinder, compared with the circular tube, is paid with the difficulties resulting from the secondary flow in the square duct; for here the distribution of wall shear stresses is not uniform at the circumference of the channel cross-section. Therefore the skin friction profile must be determined. For this purpose a Preston tube was calibrated in a corresponding rough

Flow past rough cylinders at high Re

circular tube before applying it to the channel flow. Figure 3 shows an example of the results of skin friction distribution in the square duct discussed later on. With these values of local skin friction available the probe could be calibrated.

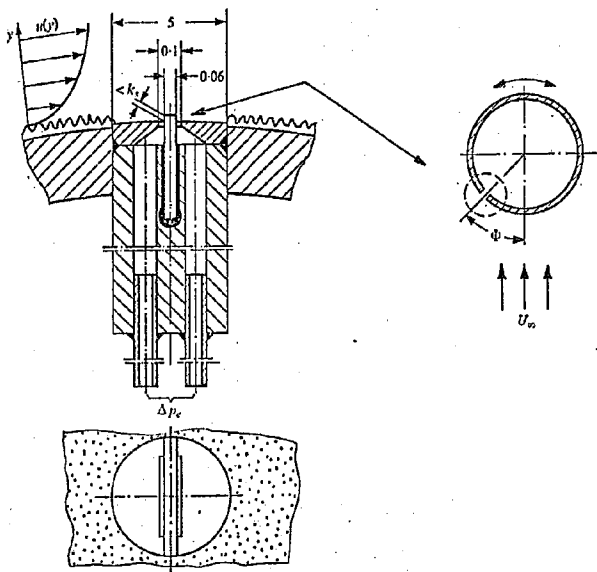


FIGURE 1. Skin friction probe, detail. Dimensions in millimetres.

The dimensionless presentation of the calibration curve has the form

$$\Delta p_e / \tau_0 = f(\Delta p_e h^2 \rho / \eta^2; k_s / h), \quad (1)$$

where h is the height of the edge, k_s Nikuradse's sand-grain roughness, ρ the fluid density and η the fluid viscosity. As the geometrical parameters h and k_s must not be changed within each arrangement, their influence can be described by a constant, which is implicitly contained in the calibration curve. For this case (1) simplifies in the following way:

$$\Delta p_e / \tau_0 = f(c(\Delta p_e \rho / \eta^2)). \quad (2)$$

The constant c has the dimension m^2 .

On the other hand the channel test yields the friction factor of the square duct

$$\psi = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 (L/D)} \quad (3)$$

E. Achenbach

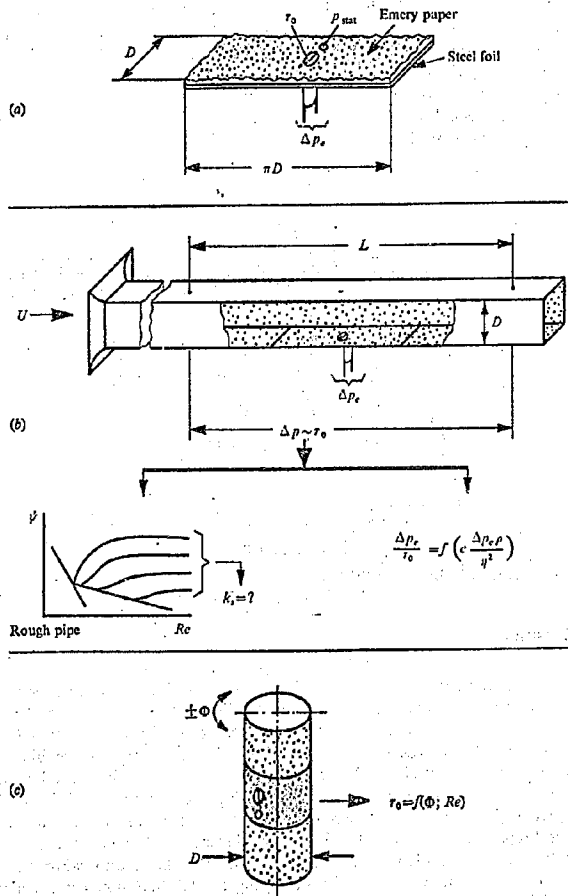


FIGURE 2. Calibration procedure of the skin-friction probe.

Flow past rough cylinders at high Re

as a function of Reynolds number, where L is the length and D the hydraulic diameter of the duct. Plotting this result into Nikuradse's diagram for the flow through rough pipes (Nikuradse 1933) the equivalent sand-grain roughness of the present roughness combination can be determined (figure 5).

In a last step the test foil, prepared with the calibrated skin friction probe, is transplanted to the test cylinder (figure 2(c)).

Of course, the calibrating procedure just described must be repeated for each roughness investigated.

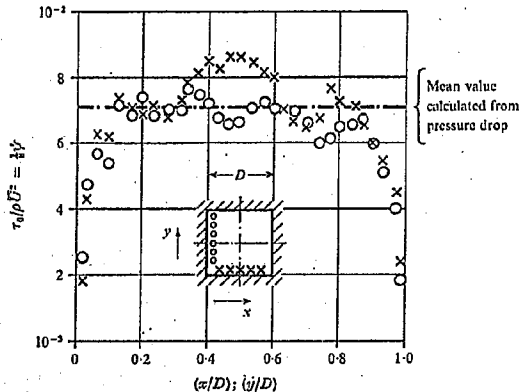


FIGURE 3. Local skin friction at the circumference of a square duct.
 $Re = 6 \times 10^4$; $k_s/D = 450 \times 10^{-6}$.

4. Results

4.1. Preliminary tests

In this section results are given, which are to be considered in connexion with the calibrating method. Figure 3 shows the distribution of local skin-friction coefficient $(\tau_w / \rho U^2) = \frac{1}{2} \psi$ along the circumference of the cross-section (x/D) , respectively (y/D) of the square duct. The curves refer to two neighbouring walls, perpendicularly situated to one another. Because of the secondary flow in the duct the profile is not uniform. Verifying the calibration of the surface edge, the real local values, measured with the calibrated Preston tube, are used. Figure 4 represents an example of the calibration curve obtained in the described way. The cross symbols refer to turbulent boundary layer and calibration by means of channel flow. The results signifying the laminar flow are calculated from the pressure distribution around the rough cylinder for the laminar part of the boundary layer. Both parts of the curve have been applied alternatively to the evaluation of the cross-flow around the cylinder depending on the character of the flow. In the lower region the laminar and turbulent curve

coincide. With increasing Reynolds number the values of the turbulent rough-channel flow are approaching a constant value; that means that the pressure difference felt at the edge is proportional to the local wall shear stresses.

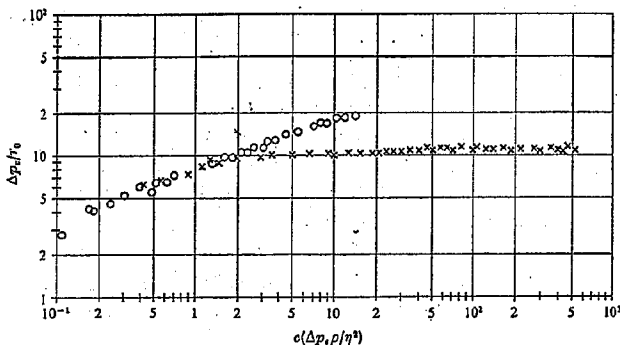


FIGURE 4. Calibration curve of the skin friction probe at $k_s/D = 450 \times 10^{-4}$.
 ×, turbulent; ○, laminar.

Figure 5 represents Nikuradse's (1933) famous diagram concerning the pressure loss of the flow through rough circular pipes. As mentioned above, this diagram was used to classify the roughness of our emery papers into the system of the equivalent sand-grain roughness. For this purpose the results of the rough square ducts are plotted into figure 5. On account of the constant friction factor at high Reynolds numbers the classification could easily be made by means of the auxiliary diagram (figure 6) derived from figure 5. The high Reynolds numbers ($Re > 6 \times 10^5$) were achieved by carrying out the experiments in the high-pressure wind tunnel.

4.2. Drag coefficient

In the range of Reynolds numbers $10^5 < Re < 3 \times 10^6$ local values of static pressure and skin friction have been measured as a function of the angle of circumference Φ . For Reynolds numbers $Re < 10^5$ the signal obtained from the skin friction probe was too small, so only the static pressure has been determined. The integration of the local stresses leads to the total drag coefficient c_d , which is shown in figure 7 depending on Reynolds number. The parameter is the roughness coefficient k_s/D . The results for the smooth cylinder which had a maximum total roughness height of $2 \mu m$ measured in axial direction are taken from earlier investigations (Achenbach 1968).

The curve representing the drag coefficient as a function of Reynolds number can be divided into four parts, as shown in figure 8. Each of these ranges is characterized by a special boundary-layer behaviour, which is discussed in the next

Flow past rough cylinders at high Re

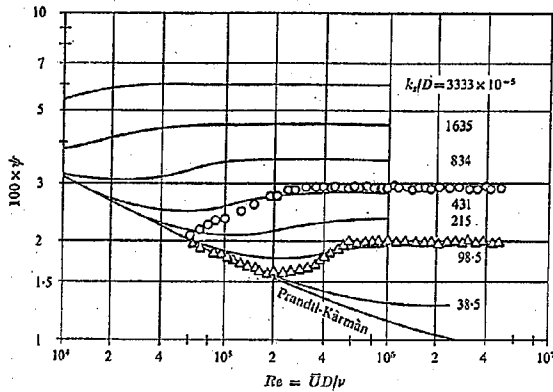


FIGURE 5. Pressure drop coefficient ψ of rough circular tubes (after Nikuradse 1933) and square ducts as function of Reynolds number.

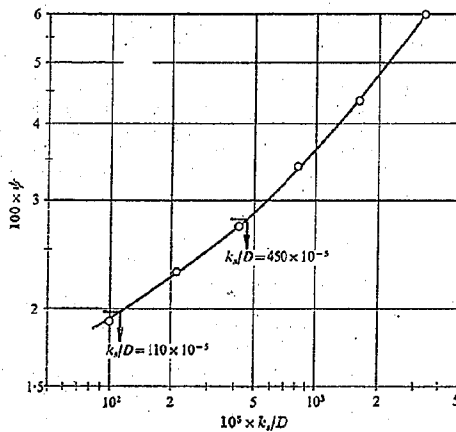


FIGURE 6. Pressure-drop coefficient of completely rough flow through circular pipes versus roughness parameter k_r/D (from Nikuradse).

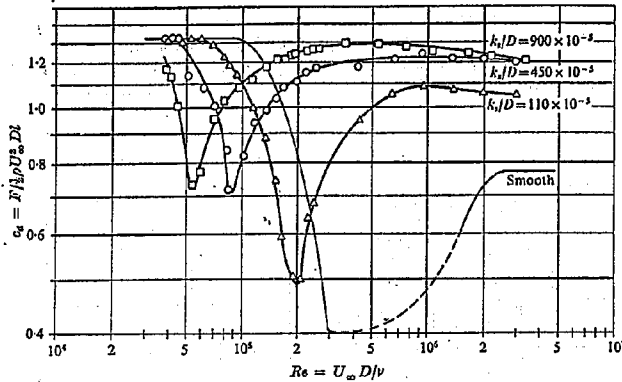


FIGURE 7. Drag coefficient of rough circular cylinders in cross-flow versus Reynolds number, uncorrected for blockage effects.

paragraph. The subcritical flow régime is not yet influenced by the surface roughness. In a large range of Reynolds number the drag coefficient is nearly constant. Increasing the Reynolds number the drag coefficient suddenly drops. This range, the lower limit of which is dependent upon the roughness conditions, is denoted the critical flow régime. Exceeding the Reynolds number of c_d minimum the drag coefficient grows up again (supercritical range) and reaches a nearly constant value in the transcritical range. This 'transcritical drag

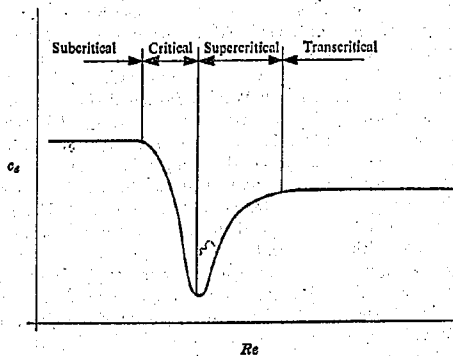


FIGURE 8. On the definition of the four flow ranges at the flow past circular cylinders.

Flow past rough cylinders at high Re

coefficient' increases with rising roughness parameter. As no absolute values of wall shear stresses were available for the case of spherical roughness to calculate the drag coefficient, the percentage of friction forces was estimated to be 1% in the subcritical flow régime and 3% in the critical, supercritical and trans-critical flow ranges.

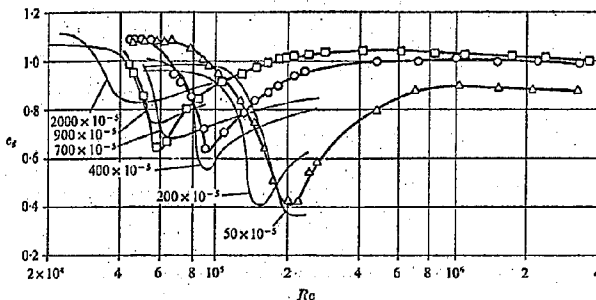


FIGURE 9. Corrected drag coefficient of rough circular cylinders in cross-flow. Comparison with results of Fago & Warsap (1930). Δ , $k_s/D = 110 \times 10^{-5}$; $\circ$, $k_s/D = 450 \times 10^{-5}$; $\square$, $k_s/D = 900 \times 10^{-5}$; —, Fago & Warsap (1930).

The investigations have been made at a blockage ratio $D:B = 1:6$, where B is the width of the test section. Figure 9 shows the drag coefficient corrected according to the formula of Allen & Vincenti (1944). The correction was performed even in the region of strongly changing drag coefficient, though the application is rather doubtful here, as mentioned also by Roshko (1961). As to be seen from the example of the subcritical flow, where $c_d = 1.2$ is expected, an over-correction occurs for our case of blockage ratio. Nevertheless, these values were compared with the likewise corrected results of Fago & Warsap (1930). It is remarkable that Fago & Warsap did not find any dependency of drag coefficient on blockage. Their uncorrected values measured for the blockage ratios $D:B = 1:6$, $D:B = 1:20$ coincide in the subcritical flow range. That means that the corrected curves split in this comparable region.

In their original paper Fago & Warsap (1930) gave no details concerning the relative roughness parameter k/D . Later on their results were cited by Schlichting (1964, p. 614), who added information about the surface conditions. Comparing those revised results with the present data the agreement is rather satisfying with regard to the investigations on emery paper. Applying the results of Fago & Warsap to our spherical roughness, the parameter would have the value $k_s/D \approx 900$ (figure 9). On the other hand the diameter of the glued spheres is $d = 2.5$ mm. That leads to $k/D = 1650$, assuming that $k = d$. From this it can be concluded that for the case of circular cylinders the equivalent sand-grain roughness is not $1d$ but only $0.55d$. In this connexion the investigations on the

flow through a rough square duct made by Schlichting (1936) should be mentioned. He found in his experiments carried out for the case of the most compact but regular arrangement of spheres at the surface of the square duct that the equivalent sand-grain roughness had a value of $k_s = 0.627 d$.

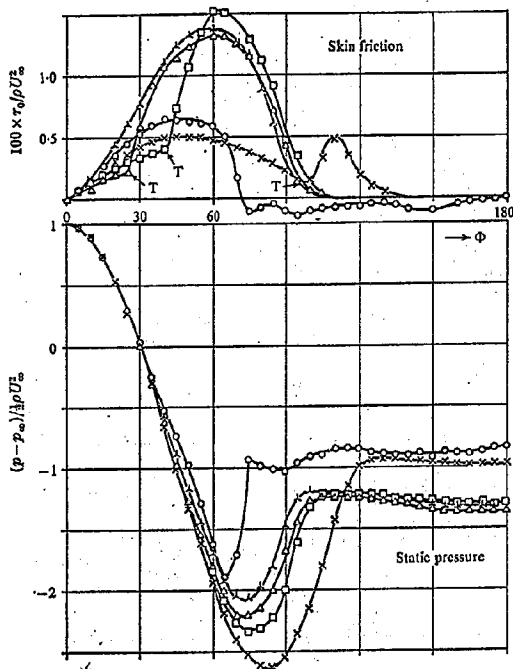


FIGURE 10. Local pressure and skin friction distribution of the rough circular cylinder in cross-flow ($k_s/D = 110 \times 10^{-3}$). Values uncorrected for tunnel blockage. 'T' means boundary-layer transition. Re : $\circ$, 1.3×10^5 ; $\times$, 2.4×10^5 ; $\square$, 4.3×10^5 ; $\triangle$, 6.6×10^5 ; $-\lambda-$, 3.0×10^6 .

4.3. Local pressure and skin friction distribution

Figures 10 and 11 show several characteristic distributions of local static pressure ($p - p_\infty$) and skin friction τ_0 , valid for the two roughness grades investigated. The static pressure was made non-dimensional by the dynamic pressure ($\frac{1}{2} \rho U_\infty^2$), where U_∞ is the velocity of the undisturbed flow. In a similar way the local shear stresses were presented in a dimensionless form by using double the

Flow past rough cylinders at high Re

dynamic pressure as reference pressure. The latter presentation results in this form from the momentum equation of the boundary layer. In that régime, where the flow is influenced by the roughness of the surface, the diameter of the cylinder is no longer the characteristic length. Therefore the normalizing factor

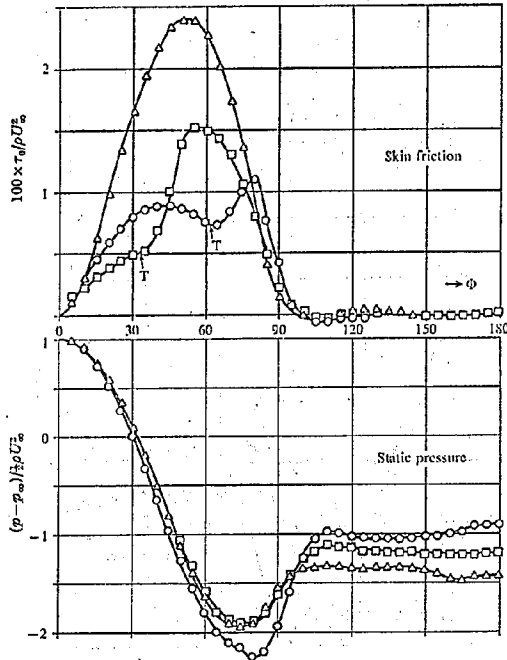


FIGURE 11. Local pressure and skin friction distribution of the rough circular cylinder in cross-flow ($k_s/D = 450 \times 10^{-5}$). Values uncorrected for tunnel blockage. 'T' means boundary-layer transition. Re : $\circ$, 1.0×10^5 ; $\square$, 1.7×10^5 ; $\triangle$, 3.0×10^5 .

$[U_\infty \cdot D/\nu]k$, which is known from the laminar flow, does not appear as part of the friction coefficient. Of course, this presentation is not relevant for the subcritical flow along the rough surface, but it was applied to facilitate the comparison at various Reynolds numbers.

From the local pressure and skin friction distribution the behaviour of the boundary layer can be observed. The position of zero skin friction indicates the separation of the boundary layer. The transition from laminar to turbulent flow

is accompanied by a sudden rise of wall shear stresses. For angles of circumference greater than $\phi' = 25^\circ$ the transition point can be determined with an uncertainty of only some degrees, assuming that the transition occurs at that position where the measured curve deviates from the suggested laminar trace. In figures 10 and 11 these points are denoted with 'T'. For angles smaller than $\phi = 25^\circ$ the experimental determination of the transition point is of moderate accuracy, because the local gradient ($d\tau_0/d\phi$) is too steep near the stagnation point.

The experiments show that in the subcritical flow régime the boundary layer separates laminarly in the front portion of the cylinder as a consequence of the friction forces. With increasing Reynolds number the ratio of inertial forces to friction forces grows up. Besides, the disturbances produced by the rough surface support the boundary layer with energy from outside. Thus these two effects cause the boundary layer to be adjacent to the wall over a larger distance. The shifting of the separation point to the back of the cylinder leads to a recovery of the base pressure and therefore to a reduction of the drag coefficient. However, the separation is still laminar. This critical flow range indicated by the sudden decrease of c_d is rather unstable and sensitive. Thus accidental disturbances cause an incalculable change of the flow. Probably this is the reason for the odd pressure distribution at $Re = 1.3 \times 10^5$ in figure 10.

At the Reynolds number where c_d is minimum, laminar separation and turbulent reattachment occurs. This phenomenon of the so-called separation bubbles could be observed for the case of smooth surfaces in a large range of Reynolds numbers ($3 \times 10^4 < Re < 1.5 \times 10^6$). However, it is restricted to a narrow flow range if the surface of the cylinder is rough.

In the supercritical flow régime, where c_d is increasing again, an immediate transition from laminar to turbulent flow is to be observed. With increasing Reynolds number the transition point shifts from behind the main cross-section to the neighbourhood of the stagnation point. Finally the drag coefficient has reached a new plateau. The transcritical flow range is developed, where the entire boundary layer is turbulent except a small region near the stagnation point.

In figure 12 the shifting of the transition point as a function of Reynolds number is presented for the three roughnesses tested. Large roughness heights cause strong disturbances and therefore lead to premature transition.

Figure 13 gives information on boundary-layer separation. Corresponding to the magnitude of the drag coefficient the separation-point moves between the front portion and the back side of the cylinder. Low drag coefficients mean large values of separation angles and vice versa.

4.4. Friction forces

Concerning the percentage of friction forces on the total drag, similar observations can be made both for the rough- and for the smooth-surfaced cylinder: in the range investigated friction forces contribute only a few per cent to the flow resistance. This result, which is illustrated in figure 14, can be obtained by the integration of the local pressure and skin friction forces. Whereas the percentage of friction diminishes for the case of the smooth cylinder in the

Flow past rough cylinders at high Re

transcritical range with increasing Reynolds number, it remains at a nearly constant level for the rough cylinder. As the total drag coefficient has a constant value, this result is in good agreement with the suggestion that in the transcritical flow range the magnitude of wall shear stresses is independent of the Reynolds number $Re = U_\infty D/\nu$, but only a function of the roughness parameter k_s/D .

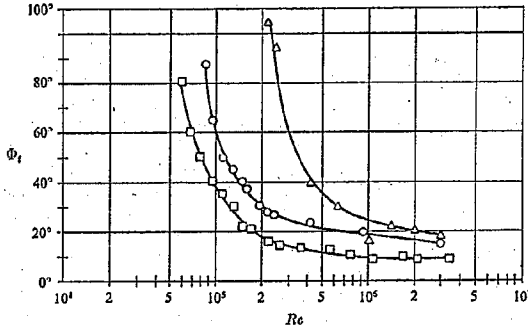


FIGURE 12. Circular cylinder in cross-flow. Angular position of transition laminar-turbulent at various roughness parameters. Δ , $k_s/D = 110 \times 10^{-3}$; $\circ$, $k_s/D = 450 \times 10^{-3}$; $\square$, $k_s/D = 900 \times 10^{-3}$.

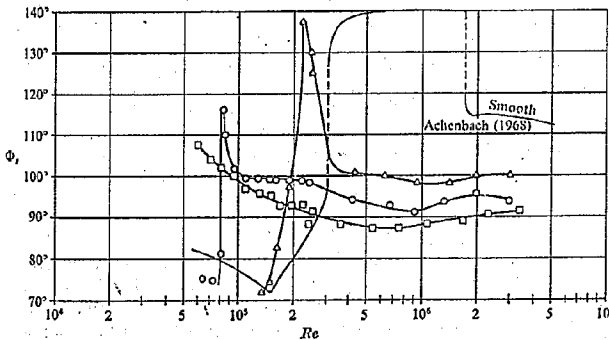


FIGURE 13. Circular cylinder in cross-flow. Angular position of boundary-layer separation at various roughness parameters. Symbols as in figure 12.

5. Concluding remarks

The actual results allow one to describe the phenomena, which occur at the cross-flow past rough cylinders. As known from earlier investigations, increasing roughness parameters cause decreasing critical Reynolds numbers. In the trans-critical flow régime higher drag coefficients correspond to higher roughness.

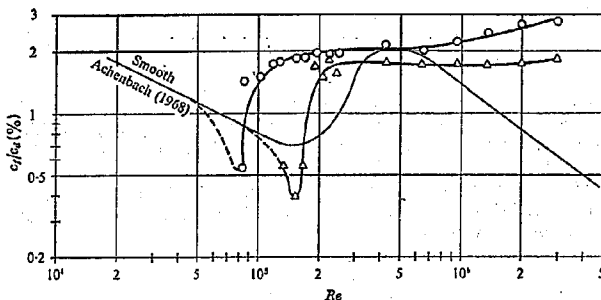


FIGURE 14. Circular cylinder in cross-flow. Percentage of friction forces with respect to the total drag. Symbols as in figure 12.

The roughness parameter k_s/D chosen in our presentation is of less physical meaning than of practical profit. From the physical point of view the boundary-layer thickness δ must be introduced as the reference length, so the roughness parameter might have the form k_s/δ . For the case of flow through pipes this definition leads to the expression $k_s/\delta = 2(k_s/D)$, where k_s/D then is a parameter physically relevant as well as practical. However, the boundary layer of the cylinder in cross-flow varies with angular position and Reynolds number. Therefore one prefers to introduce the diameter D as auxiliary characteristic length. Remembering this fact one understands that there is no direct physical relationship between the roughness parameter k_s/D valid either for the pipe or for the cylinder. On the other hand it must be expected that, on account of the thin boundary layers, still small roughness heights have an important effect on the flow.

The calibration of the skin-friction probe is considered to be a severe problem. The method used seemed to be the only practicable facility to get knowledge of the local wall shear stresses. Whereas the imponderables of the rough surface are included in the calibration curve by the transplantation method, the effect of variable pressure gradient could not be taken into account. However, the probes are of a similar small size as used for the measurements at the smooth cylinder. For that case the comparison with the theory showed a good reliability of the skin friction probe. This was the reason that we dared to apply the probe to the rough-surfaced cylinder, though being calibrated in a flow with small pressure gradient.

Flow past rough cylinder at high Re

Besides the many difficulties which result from the statement of a uniform transplantable surface-roughness, there is at least one advantage: the problem of premature separation of the boundary layer effected by the probes is no longer essential, because the probes immerse into the roughnesses of the surface.

Considering Figure 5 it is noticeable that in the region of transition from hydraulically smooth to completely rough channel flow, the friction coefficients show a behaviour different from Nikuradse's results. This effect is probably caused by the different characters of roughnesses investigated. An analogous influence can be observed comparing the drag coefficients of the cylinders roughened either by gluing spheres or emery paper.

The investigations have been carried out in the high-pressure wind tunnel of the Institut für Reaktorbauelemente der Kernforschungsanlage Jülich, Bundesrepublik Deutschland. The author wishes to thank all co-workers, who made a contribution to a successful performance of the experiments. Especially he wants to express his gratitude to H. Gillessen, F. Hoffmanns, H. Reger, W. Schmidt and G. Türk, who undertook responsibility for the preparation and conduction of the investigations.

REFERENCES

- ACHENBACH, E. 1968 Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^4$. *J. Fluid Mech.* 34, 625-639.
- ALLEN, H. J. & VINCENTI, W. G. 1944 Wall interference in a two-dimensional-flow wind tunnel, with consideration of the effect of compressibility. *Nat. Adv. Comm. Aero. Wash., Rep.* 782.
- FAGH, A. & WARSAP, J. II. 1930 The effect of turbulence and surface roughness on the drag of a circular cylinder. *Aero. Res. Com. London, R. & M.* no. 1283.
- NIKURADSE, J. 1933 Strömungsgesetze in rauen Röhren. *Forsch. Arb. Ing.-Wes. Heft* 361.
- ROSHKO, A. 1961 Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* 10, 345-355.
- SCHLICHTING, H. 1936 Experimentelle Untersuchungen zum Rauigkeitsproblem. *Ing.-Arch.* 1-34. Translation: *Proc. Soc. Mech. Eng. USA* (1936).
- SCHLICHTING, H. 1964 *Grenzschicht-Theorie*. G. Braun.

The flow induced oscillation of marine structures

R. N. SAINSBURY, MA, MICE*

D. KING, BSc, ACGI*

A report is given of oscillations of piles and structures experienced during the construction of Immingham Oil Terminal. The investigations into these phenomena and the resulting design modifications are recounted. Some ideas are proposed for the help of designers of similar structures until such time as research provides a more complete answer.

Notation

A	cross-sectional area of material in cylinder
D	cylinder diameter
E	Young's modulus for material of cylinder
H	depth of water
I	inertia of section of cylinder
L	cylinder length
M	effective mass per unit length of cylinder
M^*	equivalent mass per unit length of cylinder
M_c	mass of capping of a piled structure
m	mass per unit length of cylinder
m_w	mass per unit length of water displaced by cylinder
N	natural frequency of cylinder or structure (Hz)
n	frequency of shedding of vortex pairs from the sides of a cylinder (Hz)
t	periodic time, $1/N$
V	flow velocity
y	displacement mode of a cylinder oscillating in one plane of freedom
δ_n	logarithmic decrement of the structural damping (the natural logarithm of the ratio of the amplitudes of successive cycles of oscillation in vacuo)
ρ	density of fluid
$\frac{2M^* \delta_n}{\rho D^2}$	the structural damping coefficient, k_s
$\frac{ND}{V}$	the Strouhal number
$\frac{V}{ND}$	reduced velocity

Introduction

This Paper is not a record of the design and construction of Immingham Oil Terminal: it is an account of one aspect of that work which will be of interest and of importance in the design of other marine terminals. It is not a record of how vortex induced oscillation of the structure was foreseen and effortlessly overcome. The problem was not foreseen; it was encountered at the peak of construction activity and caused great difficulties. During these difficulties

Ordinary meeting, 5.30 p.m., Tuesday, 5 October, 1971. Written discussion closes 31 October, 1971, for publication after February 1972.
* John Mowlem & Company Limited.

SAINSBURY AND KING

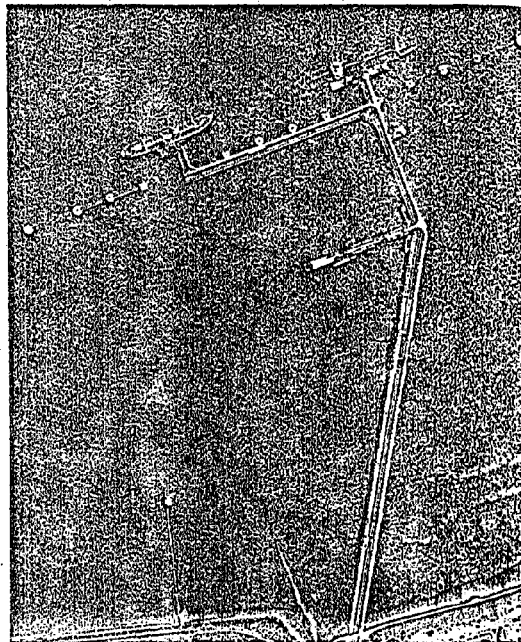


Fig. 1(a)

Reproduced by permission of the British Docks Board

it became clear that the problem was not widely understood. This Paper is presented in the hope that the attention of engineers may be directed towards its understanding and that others may be spared the pitfalls which beset our path.

2. Immingham Oil Terminal (Figs 1(a) and 1(b)) on the south bank of the Humber stretches more than half a mile from the shore into water with a mean depth greater than 75 ft which during spring ebbs reaches a velocity of 5 knots. Helically welded steel piles were used, of wall thickness 0.5 in. and of diameters between 24 in. and 30 in. The berths and dolphins have heavy concrete decks

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

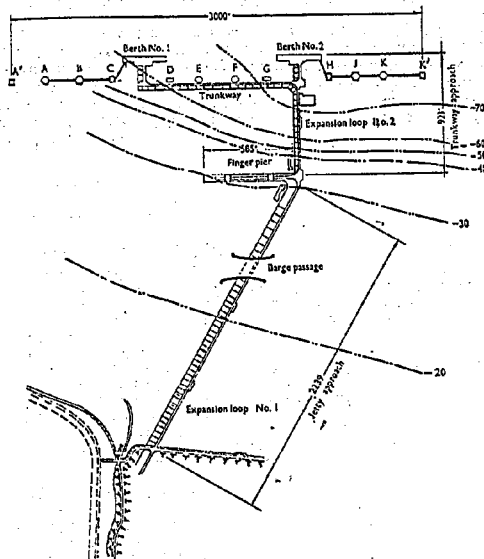


Fig. 1(b). Immingham Oil Terminal general arrangement

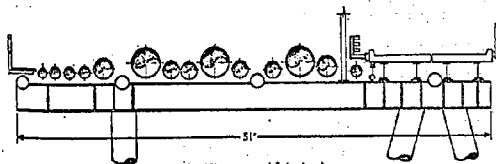


Fig. 2. Typical section through trunkway approach

SAINSBURY AND KING

but the pipeways are of open construction, consisting of steel bents at 50 ft centres: a typical bent is shown in Fig. 2.

3. The resonant excitation of structures in air due to vortex shedding has long been known to engineers, and was the subject of papers by Scruton and Flint² and Wootton.³ Similar effects in water have been noted either as reported phenomena or as design considerations.⁴⁻⁶ The oscillations encountered at Immingham were remarkable not only for the vigour with which they occurred and the size of the members affected but also for the fact that the motion was generally in line with the current instead of across it.

The first observed oscillations

4. The first indication of trouble came during construction at the root of the coastal berth when it was noticed that piles in the cantilever condition, prior to the placing of capping beams, were oscillating, some across the current and some in line. The amplitudes were a few inches only and the motion stopped when the structure was completed.

5. There was clearly a possibility that this movement was caused by vortex resonance and that if cantilever piles in shallow water (40 ft) were vulnerable then propped or even encastred piles might have sensitive natural frequencies in the much deeper water just beyond the coastal berths.

6. Specialist advice was therefore sought. The cross flow motion was deemed to be due to resonant vortex shedding and any in-line motion to result from interference effects among this particular group of piles. A consideration of the natural frequencies of piles in the deeper water led to design modifications to raise frequencies in the direction across the flow.

7. No alteration was made to the design of the standard bent (Fig. 2) in cases where this was disposed across the current because the stiffness of the capping beam was such that almost complete head fixity seemed assured and the resulting frequency was high enough to avoid excitation.

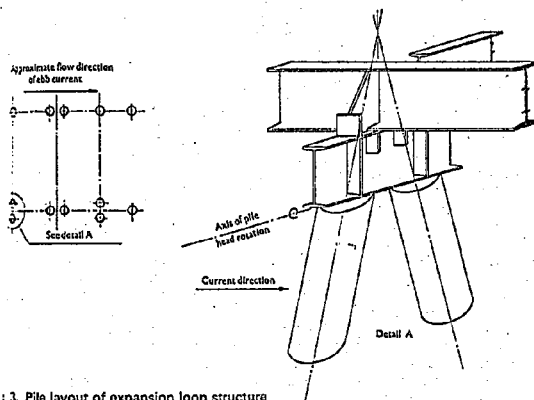
8. Meanwhile test pile islands, consisting of cantilever piles connected together, were being driven in the deep water and there were reports that, on occasion, an entire group of piles would sway with amplitude of up to 1 ft across the current. This appeared to support the advice that the problem was one of cross current motion.

Oscillation of the modified structure

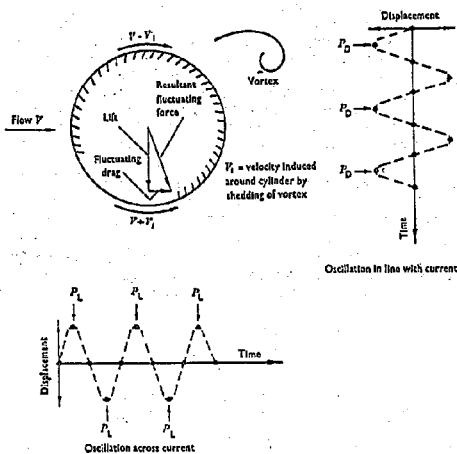
9. Construction advanced into the deeper water beyond the coastal berths but then reports were received from site that piles in the completed structure were oscillating, in line with the current.

10. The piles concerned were the longitudinal raking piles in the expansion loop structure (Fig. 3). These piles, because of the nature of their head connexion, were pinned headed as far as vibrations in line with the current were concerned although they were of course fixed headed across the current, the axis in which vibrations had been feared. The current, however, was inclined to the line of pile head fixity, sometimes by as much as 20°, and it was possible that the phenomenon was not in-line motion but a component of cross current motion. Whatever the answer the immediate need was to stop the oscillation which was creating, 90 times a minute, distortions in the 36 in. x 16½ in. x 260 lb/ft sub-beam which were quite beyond common experience. Additional

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES



13. Pile layout of expansion loop structure



14. Derivation of the vortex induced fluctuating force

SAINSBURY AND KING

members were welded in to convert the weak axis of the pile head from a pinned to a fixed condition and this immediately stopped the motion.

The mechanism of vortex excitation

11. At this stage advice was sought from the National Physical Laboratory (NPL). Although no complete answer existed some misconceptions were at once dispelled.

12. The first point established was that in-line oscillations were a recognized possibility which had, in a few cases, been demonstrated experimentally.

13. The exact mechanism of vortex induced oscillation is not yet fully understood⁹ but a simple idealized physical explanation may be given as follows. As a vortex is shed it induces a circulation round the cylinder in the opposite direction to that of the shed vortex (Fig. 4). This temporarily increases the velocity on one half of the surface of the cylinder and decreases it on the other, both by an amount V_1 , thus producing a difference in the surface pressure on the cylinder which acts in a direction across that of the flow. As the vortex passes downstream, its influence on the cylinder is reduced and the resultant force decreases until another vortex is shed, from the other side, and a force produced in the other direction. The cross flow force is therefore of the same frequency as that of the shedding of pairs of vortices.

14. This fluctuating force does not, however, act precisely across the direction of the flow but has a small drag component. While for any consecutive pair of vortices the lift forces are in opposite directions the drag components act always in the same direction. Therefore if the cylinder is flexible and free to oscillate two forms of motion are possible:

- oscillation in line with the flow when the frequency of shedding of single vortices coincides with the natural frequency, and
- oscillation across the flow when the frequency of shedding of vortex pairs coincides with the natural frequency.

15. The frequency of shedding pairs of vortices is related to the Strouhal number nD/V . This is generally accepted as having a value of approximately 0.2 but has been shown⁷ to rise to 0.4 when Reynolds number is near to its critical value, though in such conditions the periodicity is much less marked.

16. Resonant vibration of a structure occurs when N , its natural frequency, is close to the frequency of the exciting force, in this case n for cross flow motion and $2n$ for in-line motion. One would therefore expect to observe in-line oscillations when V/ND (known as the reduced velocity) = 2.5 and cross flow oscillations when $V/ND = 5.0$.

17. This naturally raises the question why if in-line resonance occurs at a much lower velocity than cross flow resonance it is not the predominant problem rather than an almost unknown phenomenon. The resultant force does act nearly at right angles to the flow and because of this the cross flow force is, on a root mean square basis, at least an order of magnitude greater than the fluctuating drag force which, despite resonance effects, is usually insufficient to promote significant motion.

18. A parameter that limits the amplitude attained at a particular reduced

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

velocity V/ND is the structural damping coefficient k_s or $(2M^2\delta_s)/(pd^2)$, where M^2 , the equivalent mass per unit length of the specimen, is given by:

$$M^2 = \frac{\int_0^L M y^2 dx}{\int_0^L y^2 dx} \quad (1)$$

High values of k_s reduce amplitudes of vibration and, if high enough, will suppress motion until it is of no practical consequence. Structures in air will, with only one documented exception,¹⁹ have values of k_s which fall into two categories:

- (a) k_s is so high that the structure will not oscillate noticeably even at the most appropriate wind speed;
- (b) k_s is lower; the structure is vulnerable to cross flow excitation but not to in-line excitation.

19. It is because problems caused by vortex shedding have been largely confined to structures in air that the in-line motion had been little studied, and has been ignored when considering practical structures.

20. Since ρ refers to the density of the fluid it can be seen that structures in water must have very small k_s values compared with structures in air. Therefore, if the necessary velocities of flow were ever reached, one would expect both violent cross flow motion and also significant in-line motion.

21. A point of interest was that the oscillations were occurring at flow speeds which, allowing for the increase in shedding frequency in the critical range, seemed appropriate to cross flow vibrations, not to the in-line motion which would be expected at half the flow velocity. There was an answer to this point also. The peak in the vortex shedding frequency in the critical range referred to in § 15 is applicable to a stationary smooth cylinder but not to an oscillating one. This had been demonstrated experimentally by Wootton² but at the time of the oscillations at Immingham was not proven for full-scale structures. From the evidence available from the site at this time the in-line motion could equally have been due to a component of cross flow forces at Strouhal numbers around 0.4 or to true in-line forces at a much lower Strouhal value. Later evidence from the site was to prove beyond doubt that the motion was caused by genuine in-line excitation and support Wootton's ideas on the distinction between vortex shedding rates from static and oscillating cylinders.

22. One more point must be mentioned before the state of knowledge in which the problem was approached for the second time can be fully understood. This concerns the bandwidth over which oscillation can occur. If the forces due to shedding of vortices were applied only at the Strouhal frequency then the pile would oscillate only at values of reduced velocity (V/ND) of 5.0 (cross flow) or 2.5 (in-line). In fact the power of the vortex induced force is not restricted to a single frequency but is spread over a range, the Strouhal number defining the marked peak in the power spectrum. Once the structure begins to oscillate its own movement will influence the rate of vortex shedding; the vortices not only become more ordered at any particular section but also are tuned along the length of the cylinder. The effect of this is that, once movement of the cylinder has begun, the exciting force is very greatly multiplied

SAINSBURY AND KING

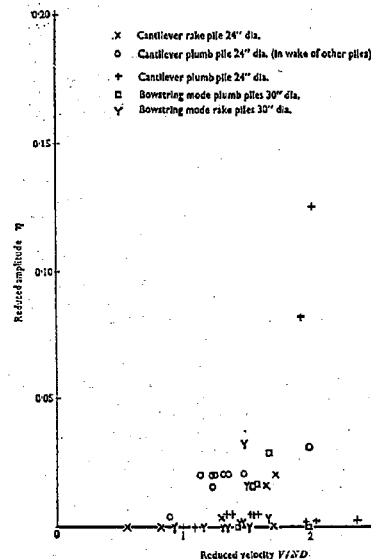


Fig. 5. Amplitude against flow speed for motion in the direction of the current

and regular motion continues at or very near to the natural frequency. It is probably through this mechanism that a cylinder may vibrate (cross flow) at values of V/ND considerably removed from 5.0. The peak amplitude will in general occur at 5.0 and the range over which excitation can be observed is, like the amplitude itself, dependent on the value of k_s for the structure.

Programme of site observations

23. The small amount of available experimental information relating to in-line motion referred to model stacks⁶ and it was therefore impossible to say over what bandwidth the Immingham structures would respond. While peak amplitude might be expected to occur at V/ND of 2.5 it was the threshold value which would determine what design modifications were necessary. This value could be determined only at the site, by taking continuous current velocity readings and simultaneously recording the moment

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

SAINSBURY AND KING

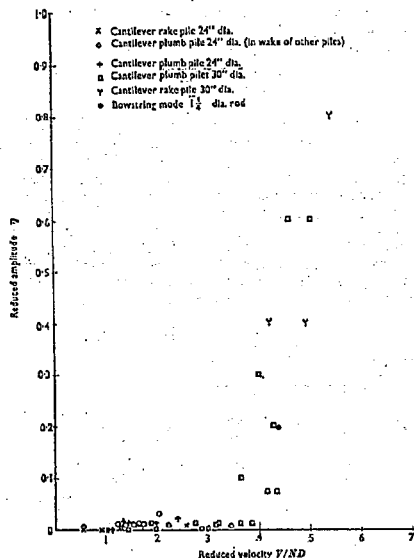


Fig. 6. Amplitude against flow speed for motion in the direction across the direction of the current

at which any particular pile began to vibrate, its frequency and variation in amplitude with velocity.

24. The frequencies were easily recorded with a stop watch and the amplitudes at water level were estimated visually (this was not accurate but was expected to be good enough for our purpose). There was not much difficulty in determining the moment at which a pile began to vibrate for usually this occurred quite suddenly and markedly. The question of how to treat the current data was more open. A value of velocity had to be determined but what was this value to be when measured speeds varied from up to 5 ft/s near the surface to 2-3 ft/s near the bed? Also the current measurements indicated a change of direction with depth, sometimes of as much as 40°.

25. The term V was defined as the average velocity over the top 40 ft of

water (out of 60-70 ft) and the question of direction was ignored altogether. The basis for these quite arbitrary decisions was an assumption that it did not matter too much what methods were used so long as exactly the same thinking was employed in designing the remedial measures and so long as it was realized that these results could not safely be used to determine pile behaviour on other sites.

26. The results obtained are shown in Figs 5 and 6 and were gratifyingly in line with what had been expected. Although in this brief series of measurements the velocities appropriate to peak amplitudes were not identified, quite clear indications were achieved of the threshold values for each case. These were determined as being 1.3 for in-line motion and 3.5 for cross flow motion; it is interesting to note that while a factor of two would be expected to relate the velocities for maximum motion in the two directions the ratio of threshold velocities is almost 1:3.

Construction problems

27. The results show some values of cross flow movement as high as a pile diameter whereas in-line motion seemed to be limited to about 0.1 of a diameter at the values of reduced velocity achieved. This disparity might be thought to emphasize adequately the difference in magnitude of the two forces but does not because the 2 ft 6 in. cross flow motion was of a pile which was partially restrained by wires. Cantilever piles in the deep water had frequencies low enough to make them vulnerable to cross flow oscillation and if any pile was left as a cantilever and allowed to oscillate across the flow the motion soon became so violent that it would break off at or near bed level when the tip amplitude reached an estimated ± 4 ft. Each pile that was driven had instantly to be connected by some temporary device, wires, glanded timbers, etc., on to a stable part of the work. It is hard to give an adequate impression of how burdensome such a restriction was on output and indeed it was only the heroic efforts of the site personnel that kept the number of piles lost down to a single figure total on the whole job. The constant danger was that the in-line vibration of the partially restrained piles would wear through or break the restraining devices and leave the piles free to vibrate to destruction across the flow. When such an escape occurred the only hope was to lasso the runaway with a tirlor wire and winch it back, but the time available for this difficult task was small. This large amplitude motion was not limited to single cantilevers but would affect any group of piles that were apparent cantilevers when viewed along the line of flow. It was necessary in the mooring dolphin construction to drive the longitudinal rakers nos. 1-10 (Fig. 7) before the cross flow rakers were driven. At any time until these latter piles were driven and connected the whole structure would tend towards violent motion on the ebb tides. All the partially completed dolphins had therefore to be tied back hard to the floating craft and constantly attended. Fortunately, although there were some worrying moments, no dolphins were lost.

Pile fixity conditions

28. Before coming to the subject of the analysis of the oscillation of the bents it is worthwhile to mention two points which were of great importance to us, as they will be to anyone else who encounters this problem, or designs

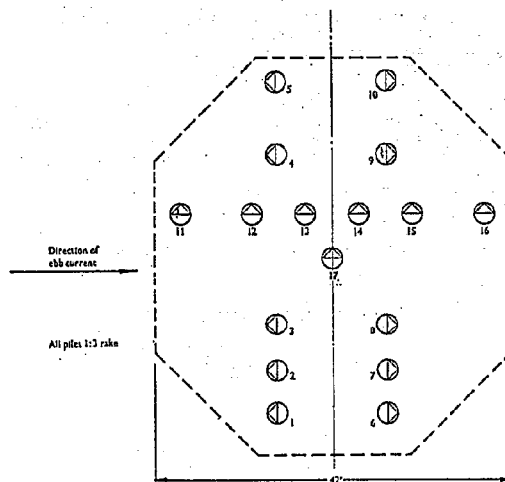


Fig. 7. Pile layout of typical dolphin

to avoid it. These are the effective level of fixity of the piles in relation to their vibrational properties and the possibility that scouring of the sea bed might increase whatever effective length was decided upon. Since the natural frequencies of the piles and structures were expected to vary with the square of the pile lengths the answers to these two problems were plainly crucial. There was little firm knowledge for guidance and reliance was placed on judgement and whatever experimental evidence could be collected from site.

29. A series of tests was conducted using cantilever piles in the water of moderate depth where they could safely be released. The cantilevers seemed successfully to isolate the question of length from the complexities of structural analysis. The periodic time of a uniform cantilever of mass m and length L is determined:

$$t = 1.79L^2 \sqrt{\frac{m}{EI}} \quad (2)$$

When such a cantilever vibrates in water its frequency is reduced, the mass of the pile being effectively increased by the amount of water which follows it during the movement. It has been shown¹⁰ that the effective mass per unit length of a cylindrical specimen is given by:

$$M = m + m_w \quad (3)$$

where m_w is the mass of the displaced volume of water. Because of this fact the piles could not be considered to be of uniform mass along their length since part was above the water. An equivalent mass per unit length M' was therefore determined (see equation (1)). By taking measurements at different tide levels and by varying the level of the free water inside the piles it was possible to make each pile vibrate at a number of different frequencies, each of which yielded a value of length of the equivalent true cantilever. The resulting values showed that apparent fixity occurred between 2 ft and 8 ft below the bed level in medium clay of c value approximately 1000 lb/sq. ft. As input data for the analysis of vibrational behaviour of structures an assumed perfect fixity 10 ft below bed level was used.

30. The question of scour around the toes of piles could not be tackled by any similar experimental means since it could be a long term problem. In the deep water where the vibration occurred the bed characteristics varied greatly from sand overlying stiff clay to open chalk. While these made the assumed 10 ft fixity level appear conservative they left doubt as to whether the existing bed level would be stable. An allowance was made of 5 ft generally and 10 ft where there was a sand or gravel bed. Later measurements showed that in some cases 8 ft of scour had occurred within a few weeks of driving piles, although the deterioration then appeared to have halted. There seems to be a great need for reliable methods of assessing this problem.

The nature of bent oscillation

31. A quick appraisal might lead to the conclusion that the piles in the standard bent were, in the plane of the bent, subject to almost complete head fixity, lateral restraint being provided by the raking piles and rotational restraint by the very stiff capping beam. The problem was not however one concerning the natural frequency of a pile (which could be calculated from a standard formula) but the natural frequency of every structure that was to be built. For the standard bents could clearly be seen to be vibrating as complete bents at frequencies no better than would have been achieved by a simple pinned headed pile.

32. The methods used to investigate the vibrational properties of the various structures are described in §§ 69-84. At first only a two-dimensional program was developed and this was used in a thorough study of the standard bents which were at the time vibrating. The aims of this study were two fold, firstly to prove by comparison of theoretical results with site observations that the program worked correctly and that the assumptions of site conditions were valid, secondly to discover a means by which the oscillation could be prevented.

33. The results for the unloaded bent (the then existing condition) were as shown in Fig. 8(a). There seemed little doubt that mode A was what was occurring on site, both the frequency and the form of behaviour agreeing very well. The small bending deflexions in the capping beam compared with the side-sway of the system made it appear unlikely that any solution could be found by further stiffening of the beam. To eliminate this possibility the calculation was run with a tenfold increase in the stiffness of the beam but this had virtually no effect. An increase of the load on the capping beam to simu-

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

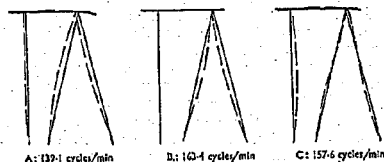


Fig. 8(a). Vibration modes of unloaded bent (calculated)

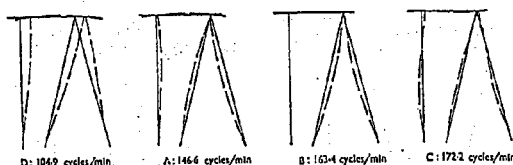


Fig. 8(b). Vibration modes of loaded bent (calculated)

late the final condition when the oil pipes were in position gave the results in Fig. 8(b).

Possible solutions to the problem

34. Naturally many possible means of preventing the oscillation were considered. Larger piles could not be used for many practical reasons. Among the hydrodynamic devices were strakes, shrouds, and splitter plates. The helical strake was first suggested by Scruton¹¹ as a means of breaking up the vortex pattern around a cylinder and preventing oscillation. This device is now widely used in this country and is a common sight, particularly on metal chimney stacks. The additional static drag on the piles would have been a disadvantage, but more crucial in deciding against the use of strakes were the practical difficulties of either applying the strakes to the piles below water or of fixing them to the piles in a manner which was robust enough to withstand driving stresses and would not impede handling of the piles; furthermore the residual amplitude in these conditions was uncertain. Similar practical difficulties told against the use of both the perforated shroud¹² and the splitter plate, besides which neither of these devices had been used in full-scale structures.

35. Another widely canvassed suggestion was that the piles should be filled either with sand to introduce damping or with concrete to improve their stiffness and natural frequency. Sand would probably not have absorbed much energy at such low frequencies and in any case nobody knew what value of δ_s was necessary to prevent oscillation. Concrete, if it had bonded to the steel to form a composite structure, might have raised frequencies sufficiently but, if

SAINSBURY AND KING

not, would have reduced the frequency by addition of mass. The filling operation, with either material, would have been extremely burdensome; raking piles would have been likely to fail under the dead weight; delay in the programme was unacceptable.

The solution adopted

36. The only measure which was both technically feasible and theoretically certain of success was to amend the design to satisfy the boundary determined by the site measurements. Leaving a small margin below the result quoted in § 26 the design criterion became

$$V/ND < 1.2 \quad (4)$$

Accepting particular values of V and D this would define a minimum safe frequency for each structure.

Flow velocities and group effects

37. The assessment of the design value for V was based on all available data and an extrapolation to allow for the greatest predictable tidal ranges. Values varied in different zones of the site, the highest design figure used being 10 ft/s.

38. It was not possible at this stage to make any allowance for the effect of the structure on the velocity although it was later found that the loss in velocity through any structure based on a grid of piles was appreciable. In these circumstances the leading piles were most susceptible to oscillation.

39. This observation contrasts with experimental results achieved using four stacks in line¹³ when amplitudes increased from the first to the fourth cylinder, this increase being attributed to buffeting from the vortices in the flow approaching the downstream members. No similar effect was ever observed in grid structures at Immingham despite the wide variation in pile spacing and arrangement available for study.

Detail of modifications

40. The increases in frequency required to satisfy equation (4) were achieved by adding a system of bracing members. The most critical area was the trunkway itself, made up of bents similar to those in the approach but disposed 90° differently to the flow. The light tubular strut members joining the bents gave no rotational restraint in the plane of vibration and the motion occurred over long periods of time, sometimes with great severity. Calculations established that a bracing pattern of the form shown in Fig. 9 would suffice to promote the necessary increase in frequency. The level at which the bracing had to be fixed varied from one part of the structure to another with bed levels and water velocities: it was decided for the sake of uniformity, and to give extra safety in most areas, to fix all bracing on the site at -5 ft OD, the level demanded by the most critical piles.

41. This level would allow work to be done only during very limited periods during spring tides and it was plainly important to develop a type of bracing and a fixity detail that could be easily installed. This was a difficult problem. The irony was that no force was required to prevent the vibrations, merely the presence of a member of a certain stiffness (not great) and yet once the member was added the method of transfer of current drag forces changed and caused a

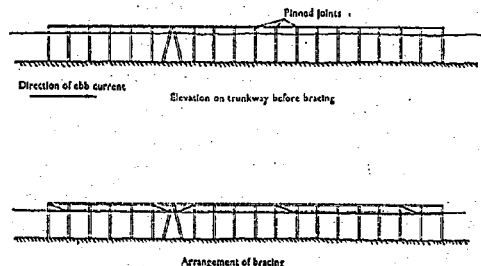


Fig. 9. Trunkway bracing

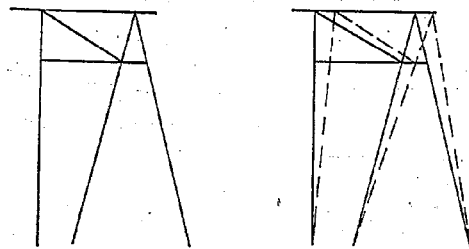


Fig. 10(a). Unloaded bent, no modes below 200 cycles/min

Fig. 10(b). Loaded bent mode D 104-86 cycles/min modes ABC above 200 cycles/min

Fig. 10. Natural modes of braced bent

considerable force to be applied. Current and wave forces on the bracing members themselves had also to be considered. A twin channel member satisfied all the requirements, and single UC sections were used on some very short spans. Direct welded joints were used.

42. Similar bracing was applied to a wide variety of structures and completely prevented the vibrations. As such it was a success though the difficulty and expense of fixing it at the very low level required were much worse than had been expected. The bracing pattern for the trunkway approach bents and the resulting modes of vibration are shown in Fig. 10. Comparison with the original behaviour detailed in Fig. 8 shows clearly the influence of the bracing members.

Sway vibration of the trunkway approach

43. Study of these results made it clear that mode D was quite different in nature from the other modes; it represented what was hereafter called overall sway modes as opposed to bow string modes. In using these descriptions it is not denied that the sway mode contains elements of bow string behaviour and vice versa. Indeed this combination of the two forms is fundamental to the behaviour of the system and those familiar with the dynamics of multi-degree of freedom systems will recognize it as coupling.

44. The following distinctions between the two types of behaviour became clear, the quoted relationships being approximate:

Bow string modes	Sway modes
frequency varies with $1/L^2$	frequency varies with $1/L$ of piles
frequency varies with $\sqrt{EI}$	frequency varies with $\sqrt{AE}$ of raking piles
frequency largely independent of loading on cap	frequency varies with $1/\sqrt{M_0}$ where M_0 is mass of capping
frequency raised rapidly by application of bracing	frequency largely unaltered by application of bracing

45. In the case of the standard bent the bracing achieved the required improvement in the frequency as far as the bow string modes were concerned, but made no difference to the overall sway frequency. Here then was a dilemma. The observed motion could be prevented but there was another motion, not to have been expected at this stage, which could not be prevented. If the piles were braced it was quite possible that when the oil pipes were placed and filled the overall sway oscillation would commence, for at that moment the frequency would again become vulnerable. Since the sway frequency depended only on the cap mass and the lateral stiffness of the pair of raking piles there was no way of influencing it apart from driving another pair of piles at each bent.

46. Consideration of the other criterion of susceptibility to vibration $(2M^2\delta_0)/(\rho D^2)$ raised three problems, each of them virtually insuperable.

- No limiting values of the parameter were known.
- The value of δ_0 for the structure was unknown and it seemed likely that experimental results achieved on site would be obscured by the viscous and pressure damping of the water, influences which, when the pile vibrated, were the exciting factors.
- How was it possible to talk of an effective mass of a structure made up of several members each partly in water and partly in air. The correct approach seemed to be to define an effective mass per unit length of the excited specimen:

$$M^2 = \frac{\int_0^L M y^2 dx}{\int_0^n y^2 dx} \quad (5)$$

where the top line is the integral of $M y^2$ over the entire structure but the bottom line is integrated only over those lengths of the piles which were in the water and could therefore receive the exciting force. There were no experimental results to support such an interpretation.

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES SAINSBURY AND KING

47. This fruitless investigation was stopped and steps taken to fix the bracing and stop the existing troubles. Whether overall sway would later occur was unknown; if it did, it seemed that further pairs of raking piles were the only answer.

Sway vibration of main berth

48. The possibility of overall sway oscillation of the main berth could not so easily be set aside. The ratio of deck mass to longitudinal rakers was so high that the frequency was down to a mere 45 cycles/min. This frequency would be excited at current speeds of only $2\frac{1}{2}$ ft/s and would be at the peak value $V/ND = 2.5$ by the time velocity reached 5 ft/s. This was a major problem. The frequency was clearly vulnerable, but the problem remained of whether 3300 tons of concrete would really be excited by this hitherto ignored force and, if so, what could be done about it.

49. The examination of this problem took two main forms. First an idea evolved that the berth could not oscillate because it had too many piles. The reasoning behind this was as follows:

- (a) the vortex forces do not become large until the lock-on amplitude has been reached;
- (b) at smaller amplitudes the shedding is not fully correlated along the length of the cylinder;
- (c) the uncorrelated forces due to vortex shedding from 65 piles will tend to cancel out and produce insignificant overall force on the structure;
- (d) therefore lock-on amplitude will never be achieved.

50. There was only one way to check this proposition, by experiment. As far as was known such an experiment had never been carried out, primarily because no one had ever experienced similar water induced vibrations and nor had anyone wanted to build 65 chimneys with their tops connected together. A simple go/no-go test was devised and performed in a wind tunnel at the NPL.¹⁴ Using spring-mounted balsa wood tubes to represent the piles, vibrations were induced with the piles in a group but unconnected. The piles were then connected together with a 'deck' and the air turned on. Instantly the whole structure vibrated violently, in fact rather better than the individual piles. That was the end of the first hope.

51. The remaining possibility lay in an investigation into the physical characteristics of a number of existing berths. The logic behind this was:

- (a) there have been no cases of piles vibrating before;
- (b) the length of piles and the velocity of current at Immingham are together exceptional;
- (c) the bow string motion of the piles is at a frequency within the vulnerable range but not by a great margin;
- (d) therefore it is not astonishing that on other sites there have been no bow string vibrations;
- (e) but the frequency of the berth is so low (and other berths are likely to have similar properties) that it seems probable that other berths on other sites would have vulnerable frequencies;
- (f) if they are not vibrating, it is because their mass is large enough to inhibit motion and this will probably be the case at Immingham also.

Table 1

File type	Immingham Oil Terminal Berth 2	Silvertown	BP (Kent)	Finnart	Western-port	West Thurrock	Port Harcourt	BP Angle Ocean Terminal
	30 in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick steel tube	16 $\frac{1}{2}$ in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick octagonal steel	24 in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick steel tube	Steel tube	27 in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick steel tube	16 $\frac{1}{2}$ in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick octagonal steel	16 $\frac{1}{2}$ in. OD x $\frac{1}{2}$ in. thick octagonal steel	Steel tube
Number of piles	65	220	56	89 total 39-27 x $\frac{1}{2}$ in. 1-36 x $\frac{1}{2}$ in. 10-36 x $\frac{1}{2}$ in.	35	29	44	85 total 32-38 x $\frac{1}{2}$ in. 26-38 x $\frac{1}{2}$ in. 27-30 x $\frac{1}{2}$ in.
No. of longitudinal raking piles	12	6	6	10-36 x 1 in.	4	2	—	10-33 x $\frac{1}{2}$ in.
Rake of above	1 in 3	1 in 3	1 in 2.5	1 in 2 $\frac{1}{2}$	1 in 5	1 in 2 $\frac{1}{2}$	—	1 in 3
Length of piles, ft	90	56	72	128	69 $\frac{1}{2}$	71	58	101
Weight of concrete deck, tons	3330	5300	2340	6500	340	250	725	5800
Sway frequency, cycles/min	62	43	61	37.6	67.4	103	39.5	40.4
Time (frequency)		0.47				1.06	0.40	

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

SAINSBURY AND KING

$VIND$ sway	4.05	4.25 2.8	2.4	0.91	1.64	1.78 1.67	2.01
Weight/unit pile+displ. water, lb/ft	785.5	303	503	631	439	303	785.5
Max. current, ft/s	10.5	4.2	5.0	1.3	3.4	5.9	3.4
M^2 (sway), lb/ft	4603	3512	4400	4470	1380	1170	5335
$\frac{2}{\rho D^3} \frac{EID^2}{\pi}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{60.5}$	$\frac{1}{178}$	$\frac{1}{162}$	$\frac{1}{107}$	$\frac{1}{65.5}$	$\frac{1}{260}$
$\frac{2M^2}{\rho D^3}$ sway	23	58	34.5	27.6	12.8	18.5	26.7
$\frac{2M^2}{\rho D^3}$ piles	3.9	5.0	3.95	3.9	4.05	5.0	3.95
K_s sway	1.61	4.06	2.42	1.93	0.9	1.3	1.87
K_s piles	0.027	0.035	0.028	0.027	0.028	0.035	0.028
$2.2 \sqrt{\frac{EID^2}{M^2}}$	4.5	4.7 7.1	5.0	1.9	4.6	3.0 4.5	3.6

(a) In cases where alternative values are given, the upper figure relates directly to the formula and the lower figure contains a factor to allow for the influence of the occasional section. The value of this factor is uncertain and these figures should be treated with caution.
(b) For significance of $2.2 \sqrt{EID^2/M^2}$ see § 87 et seq.

52. The result of this investigation was Table I derived with the help of the firms designing and owning the particular installations. It was encouraging but when these other berths were considered both in terms of vulnerable $VIND$ values and of K_s values as bad as Immingham it was found that none of them gave a clear reason why the Immingham berth should not vibrate, and there appeared to have been some narrow escapes from bow string oscillation.

53. Means of preventing the berth from vibrating had therefore to be considered. To raise the frequency adequately demanded 104 additional raking piles; the idea of incorporating these in the design as a precaution was dismissed; there was no room anyway. It seemed that some form of damping was the answer but no information existed on what energy had to be absorbed. The problem was a daunting one and was still being investigated when the berth was completed and discovered not to oscillate.

Sway vibration of dolphins

54. Overall sway was not impossible, however for in February 1969 site staff reported dolphin E (Fig. 1) to be moving. It was indeed moving vigorously, 90 times a minute with an amplitude of ± 1 in. which sounds very little but looked a lot for a block of concrete weighing 700 tons and standing on 17 piles. The movement took the form of a plan rotation of the deck about a point near its off-shore edge.

55. The following questions came immediately to mind:

- why this dolphin and not the other five already built;
- was this dolphin just minutely below the critical value of K_s thus enabling a design criterion to be established;
- if this was the case how could it be proved;
- what could be done to stop the movement?

56. If, indeed, K_s was just below the critical value then there was a possibility that this would manifest itself by a higher critical value of $VIND$ needed to promote movement. Therefore it was important to establish the current velocity at which movement began. Plans were made to take such measurements on the next spring tides.

57. Bracing the dolphin back on to the main structure with a beam bolted to the concrete and positioned as in Fig. 11 was thought to be the most hopeful means of stopping the movement, a direct attempt at the frequency seeming more likely to succeed than damping such a massive object.

58. When the next spring tides came the dolphin again oscillated but unfortunately the velocity readings on the first two nights were not successful. By the third night the fixing beam had been placed in position—the bolts left loose so that the current observations could be made. The velocity was measured but the dolphin did not vibrate and no critical value of $VIND$ was found. This was very odd as the predicted tide was much greater than the preceding nights. It seemed improbable that this beam could have introduced enough friction to stop the motion but, in case it had, it was jacked up the next day and supported on a crude roller. On the next tide the dolphin vibrated, 90 times per minute as before, but the friction from the roller kept the amplitude down to $\pm \frac{1}{2}$ in. Later the point was conclusively proved by knocking out the roller and again letting the beam rest on the concrete; the movement ceased.

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

SAINSBURY AND KING

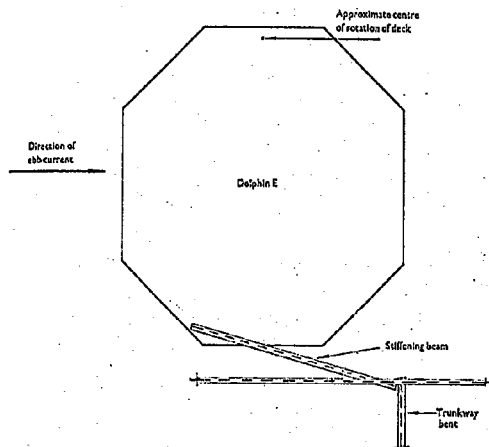


Fig. 11. Position of dolphin stiffening beam

59. The pernicious movement had been stopped by the method that had not been attempted, and this offered a clue as to why the remaining dolphins were not vibrating—many of them were connected together by walkway bridges (Fig. 1) which weighed about 15 tons compared with the $\frac{1}{4}$ ton reaction estimated from the beam. These bridges rested on rubber bearing pads and it seemed likely (and was later confirmed) that these would absorb more energy than the friction from the light beam.

60. That this small friction should damp the motion seemed to indicate that the value of k_s was close to the critical and a high critical value of V/ND seemed likely. When evaluated, however, V/ND was 1.3, identical with the earlier value on the bow string piles. This meant that either:

- (a) a near critical value of k_s would not lead to a high critical value of V/ND , or
- (b) k_s was not near to its critical value.

61. The frictional force that had stopped the dolphin, assumed to be 0.1 ton, was converted to equivalent viscous damping and expressed in terms of the damping equation

$$c = 2MN\delta_s \quad (6)$$

It was thus established that even this small force would increase the initial value of δ_s by 0.15. Nonetheless k_s was plainly much nearer critical than in the

case of the single piles in the partially constructed works where obviously considerable work was done against friction.

62. The analysis of the dolphin vibration modes gave the results shown in Fig. 12. It seemed certain that what had occurred was mode B, the difference in frequency being attributable to differences in assumed pile fixity levels.

63. In attempting to assess the effective mass of the structure another difficulty was added to those listed in § 46. A large part of the movement of the structure, and in the case of some piles the entire movement, was across current; the question arose as to what influence the piles were having which were moving in this plane. It seemed that they should be exerting a damping influence on the motion but there was no indication of how great an influence. Again the attempt to assess the quality of the structure in terms of available understanding of the mass and damping parameters was quite unsuccessful.

64. Consideration of Fig. 2 shows that the dolphins fall into three categories:

- (a) ABCHJKK¹ connected together by walkways which introduced sufficient damping.
- (b) DEFG close enough to the main structure for damping beams to be introduced if necessary.
- (c) dolphin A¹ standing entirely alone and prevented by legal considerations from being structurally connected to the other works.

Model tests

65. There was therefore a possibility that dolphin A¹ would vibrate. In a search for more basic knowledge with which to face this eventuality some experiments were carried out by the British Hydromechanics Research Association who had succeeded in producing experimentally in a flume in-line vibrations of an elastic specimen.

66. The experimental arrangement consisted of a cantilever cylinder carrying varying tip masses and with its tip restrained by springs of varying stiffnesses. Space does not allow a detailed account of the experiment but the following results are of interest.

- (a) Addition of sufficient mass prevented the motion completely.
- (b) As mass approached this critical value the threshold value of V/ND rose.
- (c) The value of δ_s was virtually the same with and without water in the flume and for all values of mass.
- (d) The bow string and sway modes of vibration occurred simultaneously over a range of velocities. Separation of the modes indicated that each was occurring independently of the other. Both the critical flow speed (V/ND for maximum amplitude) and the threshold flow speed were largely unaffected by the presence of the other mode. The critical value was 2.3 in each case and the threshold values were approximately 1.3 and 1.5 respectively for the bow string and sway modes.
- (e) Some lightly loaded free cantilever specimens oscillated at threshold values as low as 0.9.

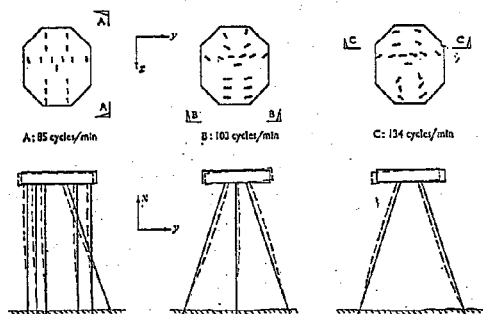


Fig. 12. Dolphin modes of vibration

- (5) The critical value of k_s for the unrestrained cantilever (see (a) and (c)) was calculated making the assumptions of equation (5) and was found to be 0.65. This is comparable with results achieved in air in one of the few experiments when in-line vibrations have been observed in that medium.⁹

67. It was intended to move on to a three-pile model which would simulate the torsional complexities present in the dolphin. Before this stage was reached, however, dolphin A¹ was completed and found not to oscillate. This good fortune removed the main purpose of the experimental work described above and the tests were, perforce, discontinued in spite of the indications that this was an interesting and fruitful field of study.

Further design development

68. There is only one further point to record in the development of the design and its application on site, the reasons why the dolphins had not exhibited pure bow string motion as well as the coupled sway motion. It was realized that aspects of this problem existed which had not been considered in deciding to brace the dolphin piles.

- (a) The coupling of modes in the dolphins is such that the bow string modes occur either at or above their pure frequency. A margin below the theoretical fixed frequency which had been allowed from observation of the bent vibrations was therefore not required.
- (b) Because of the different mode shape (basically fixed ended instead of pinned) the maximum amplitude in the piles would occur much lower down in the water. Because of the stratified flow and the fast surface velocities this implied that higher values of V/ND would be required to promote excitation.

- (c) The energy input required to reach lock-on amplitude would be greater in the fixed ended mode.

69. Because of these features, and after further velocity measurements which indicated lower velocities in some areas than had been expected, it was possible to design-out the dolphin bracing which had been so recently designed-in.

70. The pile vibration problem was finally overcome as far as Immingham Oil Terminal was concerned. Before going on to consider the implications of this work for future jetty design it may be useful at this stage to consider in detail the work done on the analysis of the vibrational properties of the various structures; for without a reasonable mastery of this side of the problem an awareness of the characteristics of the vortex excitation is of little use.

The analysis of structural vibration characteristics

71. The work described in this section of the Paper was concentrated on the marine structures already referred to and was done with the aim of preventing vortex induced vibration. The principles, however, are of general applicability. No major discoveries are claimed: the methods are based on a variety of published works and the conclusions are probably familiar to those experienced in structural dynamics. The modern trend towards bigger, yet lighter, structures must lead to greater involvement in this subject and it is hoped that the experience with the Immingham structures will help the uninitiated and possibly interest the expert. It should be stressed that reduction of dynamic problems to the analysis of apparently equivalent static situations can yield wrong answers, as can inexpert simplification of a dynamic approach. The Appendix is provided to clarify points.

72. The work was all done on a 1903 computer, without hardware floating point. This did cause slow operation but with the machine time available was acceptable. The core store was 32 000 words of which 28 000 were available. All programs were written to use core store flexibly to obtain maximum machine utilization, only about 20 000 words normally being used in order to retain the benefit of the dual programming facility.

73. The method used to make the first investigations, into the standard bent (§ 32) and other two-dimensional structures, was developed in a very short time to meet the crisis caused by the oscillations. A static structural analysis program which set up the stiffness matrix (§ 97), including spring supports, restrained it, and solved it by reducing the matrix to triangular form (§ 98) was modified to:

- (a) subtract $\omega^2 m$ from the leading diagonal of the unrestrained matrix (§ 99),
- (b) calculate the product of the leading diagonal terms of the reduced matrix (§ 100),

and thereby the value of the determinant of the modified, restrained matrix was obtained. Natural frequencies being at zero values of the determinant (§ 101) they could be located by determinant sign changes and refined by interpolation. On arriving at the reduced matrix corresponding to a natural frequency, the mode shape could be found by a simple back-substitution.

74. The interpolation technique used (§ 105) could lead to frequencies

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

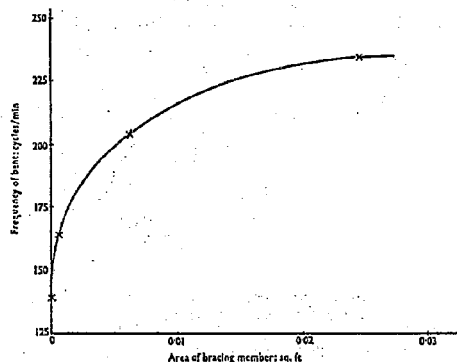


Fig. 13. Influence of bracing member area

being missed; this possibility was avoided, initially by plotting the determinant value and later by the more reliable means of a Sturm sequence count (§ 102).

75. The method was checked on a single pile with various end conditions and the number of intermediate modes was varied up to ten. The symmetry of results was noted where appropriate, and perfect agreement with theory found on simple cases. A lumped mass concept was used (neglecting rotational inertia) and accuracy was not improved significantly by using more than two intermediate nodes on the members (there was no interest in frequencies involving harmonics of basic members (§ 103)).

76. By these means the results already examined in Figs 8 and 10 were achieved. Two aspects of these results which have so far been only touched upon may be considered again.

- The efficacy of bracing members, for a given arrangement, depended upon their area (and also upon Young's modulus which had to be varied when wire ropes were considered). Fig. 13 shows variation of lowest bowstring frequency with solid bracing area and indicates a bracing size above which little further improvement is gained. As mentioned in § 41, practical problems made it necessary to use members much greater than this desirable size.
- There is some interaction between sway and bowstring modes. Figs 8 (a) and (b) make it clear that simply increasing load on the transom alters bowstring modes and frequencies. This effect was noted but not at first understood.

77. Difficulties during a temporary stage of construction of some of the early dolphins prompted the development of a three-dimensional version of

SAINSBURY AND KING

this program to investigate dolphin behaviour. Apart from the danger of cross current oscillation (§ 27), very violent and persistent in-line oscillation occurred at the stage when precast soffit units were placed and before the main concrete mass was poured. This movement was so continuous that concreting was prevented and in some cases additional plumb piles were driven at one or both of the rear corners of the dolphins. These did improve the temporary condition and it was to discover whether they were a necessary part of a completed dolphin that this analysis was first attempted.

78. The conclusion was that the plumb piles were of little value to the completed dolphin. Since the early dolphins showed no sign of movement once they were complete and because the computation was so laborious only a few frequencies of one dolphin (J) were investigated.

79. When the oscillation of the completed dolphin E occurred (§ 54) it was necessary to make a renewed effort to come to grips with the analysis of this type of structure. The original belief that the dolphins were too heavy to be excited appeared misplaced and it was necessary also to investigate the effect of bracing on this sway behaviour. Extracting one natural frequency took 1½-2 h computer time and each dolphin had 37 modes below 200 cycles/min. When braced there were still 37 frequencies but each one took 3-4 h.

80. The computer time involved made possible a precise determination of only a few modes and the picture was built up with scraps of information on number of nodes below certain frequencies. This information (Fig. 14) was plotted and a definite pattern could be discerned.

- A large number of modes occur at the fixed ended pile frequency—the arithmetical situation was too suspect for reliance on details but the Sturm sequence count indicated a very narrow frequency band with many modes. This band is disrupted by bracing.
- Three natural frequencies exist below the band and 200 cycles/min on an unbraced dolphin. The lower three for dolphin E are the modes already shown in Fig. 12. Bracing produces no significant change in these frequencies.
- All analyses showed 37 natural frequencies below 200 cycles/min.
- The rather disappointing frequency fit of mode B compared with the observed motion on site was attributed to the mode's being governed by axial pile lengths for which fixity would probably be lower than assumed.
- Although velocities high enough to excite mode C were thought to have occurred no trace was observed either of a switch to this mode or of concurrent excitation of both modes.

81. One result of these many investigations was some enlightenment on the subject of coupling and its fundamental influence on natural frequencies. It is demonstrated in elementary works on vibrations that if two simple systems are linked by an elastic member, the original frequencies and mode shapes are modified. This process has two basic rules.

- The lower frequency moves down and the higher one moves up. The shift varies with the closeness of the coupling which is itself proportional to the stiffness of the coupling member and inversely proportional to the separation of the original frequencies.

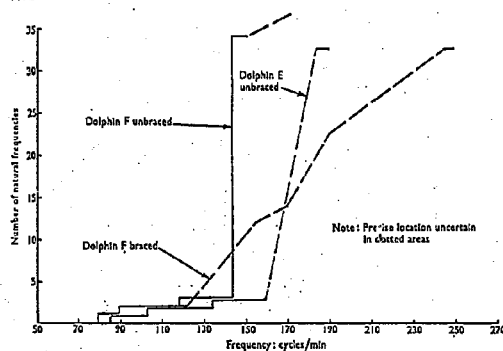


Fig. 14: Distribution of dolphin frequencies

(b) Each new mode shape consists mainly of the mode shape of the nearer frequency but contains some part of the other. The ratio of the two shapes present is governed by the coupling.

82. The rules for a system with three coupled modes are similar, the central frequency having a relatively small shift. It is at once apparent that the simple bent couples the motions of two raking-piles, one plumb pile, bending of the transom and pure sway. This latter is difficult to assess exactly since some proportion of pile mass must be included in the transom mass. The build up of this behaviour is illustrated in Fig. 15 and comparison with Fig. 8 shows the

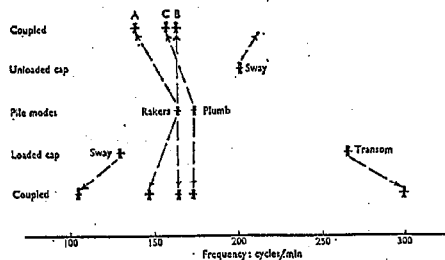


Fig. 15: Standard bent coupling of modes (reference letters relate to Fig. 8)

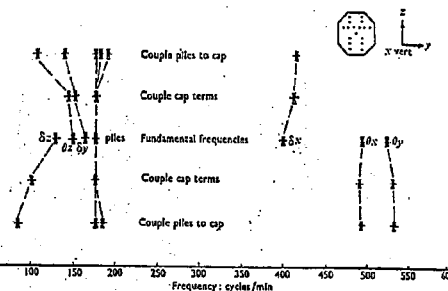


Fig. 16: Dolphin E coupling diagram

rules in practice. Other existing frequencies such as pile harmonics are high enough to have relatively little coupling influence on these modes.

83. In the case of the dolphin the cap may be considered a rigid body and hence has six degrees of freedom. Inspection of Fig. 12 shows that these split into two groups.

- Rotation about the vertical (x) axis involves rotation about the z axis and deflexion in the y direction.
- Deflexion in the z direction is associated with deflexion in the x direction and rotation about the y axis.

84. Approximate solution of these two sets of equations of motion indicated that one mode from group (a) and two from group (b) would be high (400–500 cycles/min range), the remaining three being near 100 cycles/min. If *fundamental* pile bowstringing modes only are considered they must be fully described by a y movement and a z movement, two per pile, 34 in the 17 piles of dolphin E or F, giving a set of 37 relevant frequencies, as found by the Sturm sequence count. The coupling involved in this behaviour is shown, for a typical dolphin, in Fig. 16. These ideas were consistent with Fig. 14 and led to a reappraisal of the method of analysing the dolphins.

85. If the stiffness and mass matrices could be developed correctly for six degrees of freedom for the cap and two for each pile, the resultant matrices could be solved by standard eigenvalue routines and the complete picture for each dolphin obtained in a fraction of the computer time previously required. This raised the question of how much mass to include in the cap but a solution was found by using distributed mass matrices, a suitable reference¹⁸ for which also gives the method of condensation to eliminate unwanted degrees of freedom (§ 104). Programs were duly written, using standard library routines to obtain eigenvalues, and the results agreed well with those of Fig. 14 and with previous work. A perfect agreement is unlikely—the condensation involves a small assumption (§ 104), but errors were only fractions of a cycle per

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

minute. There was one minor difficulty. There are a number of equal frequencies in the result, and under these circumstances there is an infinity of mode shapes associated with the frequency. This infinity is composed of linear combinations of a basic set, which must have the property of being orthogonal. Thus care is necessary to ensure that an orthogonal set is found, and not just any set. The original routine did not find an orthogonal set and had to be replaced.¹⁶

86. This new tool greatly speeded the remaining work on the dolphin analysis and although (§ 58 *et seq*) the solution to the general problem was found through damping it was possible to demonstrate that dolphin E had closer coupling than any other dolphin and to select a design for dolphin A² which would be far less vulnerable.

Implications for future design

87. Having by these various means overcome the pile oscillation problem as far as Immingham Oil Terminal is concerned the question arises 'What next?' From the complex maze of problems just described what practical knowledge has been gained which can ensure that these difficulties never occur again? For unless the phenomenon is understood and mastered at the design stage it surely will occur again, possibly with even more severe results. We are entering the age of larger and larger ships; large ships mean deep water; deep water means long piles, which even allowing for a tendency towards larger diameters are likely to have low frequencies and to suffer from vibrations even at quite modest current speeds.

88. The answer unfortunately is not a clear one. As already admitted the reason for the success of some of the measures is still unknown and to pass on the secret is therefore impossible. Realizing how complex the problem is, and how serious, it can only be urged that, until more is understood about it, designers should leave a wide margin of safety on the primary criterion of reduced velocity V/ND . From the Authors' experience, realizing the undesirability of three-dimensional vibration analysis as a preliminary to the consideration of every outline scheme of jetty design, the following approach to the problem is tentatively suggested.

89. The standard formula for the natural frequency of a uniform beam is:

$$N = \frac{K}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}} \quad (7)$$

where $K=0.56, 2.45$ and 3.56 respectively for cantilever, propped cantilever and encastre conditions. After extensive analysis and site observation of a wide range of typical marine structures at Immingham it is apparent that on many occasions the natural frequency of a structure is lower than the frequency of a perfect pinned headed pile of the same length. From observation the lower limit of the envelope of frequencies appears to occur at a value approximately 75% of the frequency of a theoretical pinned headed pile.

90. Making use of this a general expression for the lower boundary of bow string frequencies on the site can be written thus:

$$N = \frac{1.84}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}} \quad (8)$$

SAINSBURY AND KING

Substituting this value of N in the limiting condition:

$$\frac{V}{ND} < 1.2 \quad (4)$$

a general expression is obtained for the maximum current which can be withstood by an unbraced pile structure:

$$V_{\max} = 2.2 \sqrt{\frac{EID^2}{ML^2}} \quad (9)$$

91. Having set this limit for in-line vibrations of the completed structure, across flow vibrations of the piles as cantilevers may still be encountered during construction. This would alone make the design for all practical purposes unacceptable. As a check for this condition, equating the expression for cantilever frequency:

$$N = \frac{0.56}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}} \quad (10)$$

with the limit for cross flow vibrations given by:

$$\frac{V}{ND} < 3.5 \quad (11)$$

the maximum safe velocity is:

$$V_{\max} = 1.9 \sqrt{\frac{EID^2}{ML^2}} \quad (12)$$

92. It is an extremely interesting coincidence that the velocity which will cause cross flow vibrations during construction is almost exactly the same as that which will cause in-line vibration of many typical completed structures. It is thus entirely logical that both of them should have occurred with such severe effect at Immingham. The relationship between equations (9) and (12) and the fact that some cases of minor cantilever movement have been reported strengthen the view expressed in § 32 that a number of jetties have narrowly missed the phenomena described in this Paper. Taking an envelope which avoids both conditions we suggest as a rule of thumb check that the maximum safe current for any piled structure is given by equation (12). This formula, however, should not be taken as a criterion of whether a given type of pile is suitable at a certain site but rather as a criterion of whether a much more detailed consideration should be given to the problem. This should be done if the velocity is above or even close to the value given by equation (12).

93. This expression, of course, relates only to the basically bow string motion. The wide variation in sway frequencies of different structures makes it impossible to give any similar guidance and indeed, as has already been pointed out, many large structures are vulnerable if velocity is the only criterion used. The actual difficulties caused by the dolphin sway oscillations at Immingham and the potential danger of such motions elsewhere make it most important that someone should disentangle the complexities described in this Paper and give to designers a method of assessing the vulnerability of structures to sway oscillation. If the bow string frequencies of the piles in a heavy structure are above the safe value then some measure of protection is afforded. Any very low sway frequency will be remote from the bow string frequency and will, in its coupled form, contain little bow string motion. If

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

will therefore have a very high effective mass. It seems possible that when all is understood a velocity criterion similar to that above may be found suitable, for in this case also, Immingham is the first instance where trouble has occurred.

94. There is plainly a great need for work to be done on this whole subject. A special full-scale research rig has been built at Immingham and a considerable programme of measurements and experiments carried out. Analysis of these results is now in hand and it is hoped that a report will be available in the not too distant future. This programme is being carried out by the British Transport Docks Board, the National Physical Laboratory and John Mowlem and Co. Ltd under the auspices of the Construction Industry Research and Information Association and assisted by funds donated by interested parties within the industry. The response to the appeal for funds for this work suggests that the will is present to overcome this problem.

Acknowledgements

95. The Immingham Oil Terminal is owned by the British Transport Docks Board and was designed and built by John Mowlem & Co. Ltd to a specification by and under the supervision of Messrs Rondel, Palmer and Tritton. The permission of the above bodies to the publishing of this Paper is gratefully acknowledged. An upgrading of the terminal was carried out by G. E. M. Horsent.

96. The Authors wish to make clear that it was not solely by their efforts that the problems described were overcome and the contract successfully completed. From the essentially team effort the parts played by the following must be singled out for special tribute. Mr G. E. Wild, Director in charge of the Contract for his wise counsel and patient understanding during even the most difficult times; Mr A. D. Barrett, Site Agent, for his great ingenuity, endurance and resilience in dealing with the almost endless site difficulties; and Mr L. R. Wootton, for his expert knowledge and for his continuous and unstinted assistance throughout the events described and for his advice on the preparation of this Paper.

Appendix

97. The normal concept of slope and deflexion equations—the deflexions (which here include rotations) of the ends of a member induce forces (which here include moments) in the member, and the summation of these forces at any point must be in equilibrium with any external forces—can be formally expressed as:

$$\sum a_{ij}\delta_j + P_i = 0 \quad (13)$$

the summation including the deflexions (δ) of all points directly connected to the point under consideration by members, as well as those of the point itself. The complete set of coefficients (a) for the whole structure form the stiffness matrix. In the case of a spring support, there is a force $k\delta$ applied and the term a_{ii} is modified to $(a_{ii} + k)$. In the case of a restraint, the deflexion is known to be zero, and hence its coefficients can be omitted from the matrix. The force P at such points becomes the unknown reaction.

98. The normal, or Gaussian, solution of equations is well known. Each equation containing δ_i has subtracted from it the first equation multiplied by a suitable constant so that δ_i is eliminated from all but the first equation. The process is continued until the last equation contains only δ_n . The coefficients are now non-zero only for $j \geq i$, and thus form a triangle, hence the 'reduction to triangular form'. At this stage δ_n can be calculated, and its value used to calculate δ_{n-1} , etc. This process

SAINSBURY AND KING

is known as back-substitution. In a natural frequency back substitution δ_n is taken as unity.

99. If, in a dynamic situation, the mass of the structure is assumed to act at the points under consideration, the forces P_i become $M_i\ddot{\delta}_i$. If the normal natural frequency assumption of sinusoidal motion with no applied forces is made, P_i becomes $-\omega^2 M_i\delta_i$, and the formal expression is:

$$\sum a_{ij}\delta_j + (a_{ii} - \omega^2 m_i)\delta_i = 0 \quad (14)$$

the summation now omitting the $a_{ii}\delta_i$ term. Note the mathematical similarity to the spring restraint. M is clearly the mass in equations of force equilibrium, but it is an inertia in moment equilibrium. However inertia is not a simple term in a continuous structure, but its importance can be discovered by solving the problem with additional nodes, thereby getting nearer to the limiting case of M uniformly distributed (see § 75).

100. The problem has now become one of a system of equations in which ω and the δ s are unknown, and all the equations contain only coefficients of ω and δ , i.e. there are no constants such as P_i in equation (13). Such a system has the trivial solution of all δ zero, but there are other solutions, occurring where the determinant of the coefficient matrix is zero. The values of ω^2 are called the eigenvalues, and the corresponding sets of δ the eigenvectors. For a matrix of N equations there are N such solutions. In the particular case under consideration the eigenvalues lead to the natural frequencies, whilst the eigenvectors give the mode shapes, or relative deflexions. Clearly an eigenvector can be multiplied by any constant without altering its validity as a solution. Hence only relative deflexions are available.

101. In fact, the eigenvalues are the solution of a polynomial in ω^2 of order N . The value of the determinant of a triangular matrix is readily obtained, since it is the product of terms $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{NN}$, all other terms in the determinant expression containing at least one zero arising from the triangular form. Since the solution being sought occurs at zero values of the determinant, a change of sign in the latter between two values of ω indicates the presence of a natural frequency.

102. The above procedure has the disadvantage that the presence of two natural frequencies between two trial frequencies may lead to their omission from the calculation. The Sturm sequence count, applied to a triangular matrix, amounts to the fact that the number of natural frequencies below the trial frequency is given by the number of the terms $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{NN}$ which are negative. This gives a simple and positive check.

103. One problem which can arise is that only N natural frequencies can be found. An oversimplification may cause the matrix to be too small, and hence frequencies present in the structure may be omitted. An example of this is a single pile. A single node at the centre, considered only for lateral deflexion, can only give one frequency. Two nodes will give the fundamental and the first harmonic. A natural mode of a complete structure consists of various modes of individual members coupled together. If the mode under investigation contains a harmonic of a member which is given only one degree of freedom, the result will be forced into an incorrect version.

104. In the analysis only certain displacements are retained. These are grouped into a displacement vector δ_i . The static equilibrium equations become:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

It is assumed that the external force corresponding to the neglected displacement of δ_3 is zero, i.e. $\omega^2 M$ is zero. The validity of this where M is an inertia term has already been discussed:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

THE FLOW INDUCED OSCILLATION OF MARINE STRUCTURES

The lower partition gives:

$$K_{21}\delta_1 + K_{22}\delta_2 = 0$$

therefore:

$$\delta_2 = -K_{22}^{-1}K_{21}\delta_1$$

Using this result it can be shown by the principle of virtual work that the condensed mass matrix which is the equivalent mass matrix for the reduced number of displacements is:

$$M^1 = [I - K_{12}K_{22}^{-1}] \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -K_{22}^{-1}K_{21} \end{bmatrix}$$

The equations being solved are then:

$$[K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21}][\delta_1] - \omega^2[M^1][\delta_1] = 0$$

105. The interpolation method used was, on finding a positive and a negative determinant from two successive trials, to do a linear interpolation to obtain a new trial frequency. Thereafter the interpolation used three points, the last positive, the last negative and the one just calculated. After interpolation, the new point was stored as the last positive or last negative as appropriate. The method proved highly convergent, coming down to an accuracy of 0.004 cycles/min from a step size of 25 cycles/min in 8-10 iterations.

References

1. SCRUTON C. and FLINT A. R. Wind excited oscillations of structures. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1964, 27, 673-702.
2. WOOTTON L. R. The oscillation of large circular stacks in wind. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1969, 43, 573-598.
3. SCRUTON C. and FLINT A. R. Discussion on wind excited oscillations of structures. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1965, 31, 384-403.
4. ROBERTS SIR GILBERT *et al.* Discussion on Severn Bridge. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1969, 42, 545-566.
5. WEN B. P. and MCINTOSH D. F. The design and construction of a high pressure pipe bridge over the River Sutlej in West Pakistan. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1966, 35, 1-27.
6. WOOTTON L. R. Discussion on the oscillation of large circular stacks in wind. *Proc. Instn Civ. Engrs*, 1970, 45, 521-526.
7. DELANY N. K. and SORESENSEN N. E. *Low speed drag of various shapes*. NACA TN 3038, November 1953.
8. AUGER B. Wind induced vibration in a space frame structure. *Proc. symposium wind effects on buildings and structures*. Loughborough University, April 1968.
9. WALSH D. E. *The aerodynamic investigation for the proposed 850 ft high chimney stack for the Drax power station*. NPL Aero report No. 1227, April 1967.
10. SAUNDERS H. E. *Hydrodynamics in ship design*. Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, 1957, vol. 2, ch. 62.
11. SCRUTON C. *Note on a device for the suppression of the vortex excited oscillations of flexible structures of circular or near circular section with special reference to its application to tall stacks*. NPL Aero Note 1012, April 1963.
12. PRICE P. Suppression of the fluid induced vibration of circular cylinders. *Proc. Am. Soc. Engrs*, 1956, 82, EM3, Paper 1030.

SAINSBURY AND KING

13. VICKERY B. J. and WATKINS R. D. Flow induced vibrations of cylindrical structures. *Proc. first Australasian conference on hydraulics and fluid mechanics*. Pergamon Press, 1962.
14. WOOTTON L. R. *et al.* *The flow induced oscillations of piles*. NPL Aero special report O25, January, 1969.
15. PRZEMIEŃSKI J. S. *Theory of matrix structural analysis*. McGraw-Hill, New York, 1968.
16. MARTIN R. S. *et al.* *Handbook Series Linear Algebra Numerische Mathematik 11*. H. Stürtz AG, Würzburg, 1968, 99-110, 181-195, 293-306.

開水路流れの中の円柱の相互干渉
INTERFERENCE BETWEEN CYLINDERS IN OPEN CHANNEL FLOW永井 莊七郎*・倉田 克彦**
By Shoshichiro Nagai and Katsuhiko Kurata

1. 緒 言

流れの中に2つ以上の物体が、相互の間隔をあまりあけることなく存在する場合には、物体のまわりの流れの状態および物体に働く力（あるいは抵抗力とも称する）は、物体の相互干渉によって、それらの物体がそれぞれ単独に置かれている場合とは異なってくることは当然のことである。しかしながら、このような相互干渉に関する研究は現在まであまりなされておらない。

一方、円柱の組み合わせ構造物は、種々の海中構造物などに今後多く用いられることが考えられる。このような円柱の組み合わせ構造物に働く力を算定するための基礎的研究として、流れの方向に平行に2本の円柱を置いた場合、それぞれの円柱に働く力について、相互干渉による影響を明らかにしようとするものである。

流れと直角方向に並んだ円柱間の相互干渉については、すでに永井など¹⁾によって、実験的に明らかにされており（なお、追加実験を行なって補足される予定）、本論文では、有限な水路幅による影響として述べられている。

2. 実験装置

実験は、大阪市立大学工学部河海工学実験場の幅2.2 m、深さ0.8 m、長さ40 mのモルタル仕上げの開水路を用いて行ない、水深 $h = 40$ cm と一定にした。流速は、フォトランジスタ型

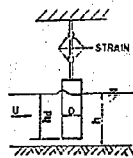


図-1 測定装置概略

のプロベラ式流速計を用いて測定し、14~40 cm/sec の範囲で変化させた。円柱に働く力は、図-1 に示すような片持ばり形式の測定装置を用い、板ばね（幅3

cm、長さ45 cm、厚さ0.6および0.9 cmの鋼板）の2ヵ所の表面両面にひずみゲージを貼り、円柱に働く力の合力を測定した。流れの状態は、蛍光塗料を塗布した浮子を流下させ、流線は black-lamp を用いて写真撮影し、また目視観察によって考察した。なお、円柱としては外径10.6 cmのエスコンパイプを用いた。

3. 円柱に働く力に関する次元解析

図-2のように開水路中に置かれた2本の円柱に働く力は、無限に広い2次元流中に単独に置かれた円柱に働く力とは異なり、自由水面、有限な水路幅、流速分布の非一様性（速度勾配の存在）、円柱の相互干渉による影響などが入ってくる。これらの影響を知るために、実験結果の検討に先立って次元解析を行なう。一般に円柱に働く力 F は次のような要素の関数である。

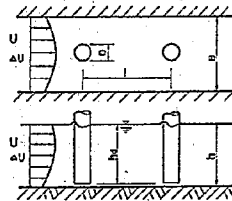


図-2 流れに平行におかれた2本の円柱

$$F = \phi(U, \rho, \mu, B, h, D, h_d, L, g, \epsilon) \quad (1)$$

ここで

F : 円柱に働く力（抵抗力）

U : 流れの代表的な流速

ρ : 流体密度（速度勾配に相当）

μ : 水の粘度

B : 水路幅

h : 水深

* 正会員 工博 大阪市立大学校役 工学部土木工学科

** 正会員 工博 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

- D : 円柱の直径 (外径)
 h_d : 円柱の水没長 (吃水)
 l : 円柱間の距離 (中心間隔)
 g : 重力の加速度
 λ : 円柱の表面粗度を表わす係数
 ϵ : 流れの乱れを表わす係数

基本量として、 U, D, ρ をとり、 π 定理を用いて解くと、

$$A = D \cdot h_d: \text{円柱の水没部分の流れに垂直な面への投影面積}$$

$$\rho/\rho = \nu: \text{水の動粘性係数}$$

$$U/\nu = R_e: \text{レイノルズ数}$$

$$U/\sqrt{gh_d} = F_r(D), U/\sqrt{gh_d} = F_r(h_d),$$

$$U/\sqrt{gh} = F_r(h): \text{フルード数}$$

$$F/\frac{1}{2}\rho AU^2 = C_R: \text{抵抗係数}$$

とすれば、抵抗係数 C_R は次のような無次元量の関数である。

$$C_R = \phi_1(U/U, R_e, B/D, h_d/h, h_d/D, F_r(D), F_r(h), F_r(h_d), U/D, \lambda, \epsilon) \dots (2)$$

一般に、自由水面を持つ流れの中に置かれた物体に働く力 F は、 R_e に関係する圧力抵抗 F_p および摩擦抵抗 F_f あるいは両者を合わせた抗力 $F_D = F_p + F_f$ 、およびフルード数 F_r に関係する造波抵抗 F_w とに分けて考えられている。したがって、開水路中に置かれた円柱のうける全抵抗 F は次式のように書かれる。

$$F = F_D + F_w \dots (3)$$

したがって、式 (2) は、 R_e, F_r の影響を分けて考えた

$$C_R = \phi_1(R_e, \lambda) \cdot \phi_2(B/D) \cdot \phi_3(U/U) \cdot \phi_4(h_d/h, h_d/D, F_r(D), F_r(h_d), F_r(h)) \cdot \phi_5(U/D, \epsilon) \dots (4)$$

のように各項の影響を掛け合わせた形に書けるであろう。ここで

$\phi_1(R_e, \lambda)$: 2次元流中の円柱に働く力 F_D に関する抵抗係数に相当するもの

$\phi_2(B/D)$: 有限な水路幅に関する係数

$\phi_3(U/U)$: 流速分布の非一様性 (速度勾配) に関する係数

$\phi_4(h_d/h, h_d/D, F_r(D), F_r(h_d), F_r(h))$: 自由水面の存在による造波抵抗 F_w の抵抗係数

$\phi_5(U/D, \epsilon)$: 円柱間の相互干渉に関する係数

を表わすものである。

(1) $\phi_1(R_e, \lambda)$

今回の実験においては、円柱としては直径 $D=10.6$ cm のエスロンパイプを用い、 R_e の範囲は、 $R_e=(1.41 \sim 3.84) \times 10^4$ である。 $R_e=10^4 \sim 10^5$ の範囲においては、

2次元流中の円柱の抵抗係数 $C_D=1.2$ ではば一定であり、後流の状態も変化はみられない。また、この実験では同一の円柱を用いたため、円柱の形状、表面粗度も一定であるので、 R_e, λ の影響は検討できない。

(2) $\phi_2(B/D)$

水路幅 B が円柱のまわりの流れの流速分布に対してどのような影響を及ぼすか、すなわち、側壁の影響がない場合に比して、どの程度流速の増加が生じるかを求める。

幅 B なる水路中に置かれた一本の円柱のまわりの流れに対して2次元ポテンシャル流れ論を適用すれば、速度ポテンシャル ϕ および 図-3 における $x=0$ ($\theta=90^\circ$) での速度 $u_{x=0}$ は次式により与えられる¹⁾。

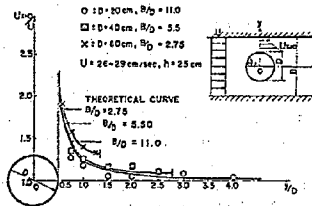


図-3 円柱周囲の流速分布 ($x=0$)
(式 (6) と実験値との比較)

$$\phi = U \cdot x + \frac{\pi}{B} \cdot C \cdot \frac{\sinh \frac{2\pi x}{B}}{\cosh \frac{2\pi y}{B} - \cos \frac{2\pi y}{B}} \dots (5)$$

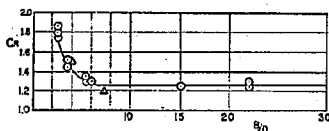
$$u_{x=0} = U + \frac{2\pi^2}{B^2} \cdot C \cdot \frac{1}{1 - \cos \frac{2\pi y}{B}} \dots (6)$$

$$C = U \cdot \frac{D^3}{4}$$

式 (5) と実験結果とを比較したものを 図-3 に示す¹⁾。図から明らかなように、式 (6) による理論値と実験値 (鉛直方向の平均流速) とはほぼ一致している。

したがって、側壁点 ($D=20$ cm: $\theta=84^\circ$, $D=40$ cm: $\theta=94^\circ$, $D=60$ cm: $\theta=112^\circ$) より上流側の円柱周囲の流れはポテンシャル流として取扱うことができる。式 (6) を用いれば、側壁の影響による流速の増加は、 $B/D=2.75$ では円柱表面 ($x=0, y=D/2$) において 6%, 側壁近くでは 17% 程度になる。 $B/D=5.5$ になれば円柱表面においては 1.5% に、側壁近くでは 4.5% に減少する。したがって $B/D>5.5$ であれば、側壁点より上流の円柱周囲の流れに関しては、側壁の影響を無視して差し支えないであろう。

間水流れの中の円柱の相互干渉



○ : NAGAI; $h=50\text{cm}$, $F_r=0.11\sim0.30$, $R=2.8\times 10^4\sim 2.7\times 10^5$
 △ : T. HSEH, R.E. NECE, R.D. DUNNIE; $R=2.33\sim 2.4\times 10^4$

図-4 抵抗係数 C_R と B/D との関係

一方、円柱の抵抗係数 C_R の値と B/D との関係は図-4 のように求められている⁹⁾。図-4 から明らかに、 C_R の値は $B/D>6$ になればほぼ一定値を示し、側壁の影響がほとんどないことを示している。また他の実験¹⁰⁾によれば、円柱の中心間隔 S と円柱直径 D との比 S/D が 5 以上になれば、 C_R はほぼ一定値をとり、隣接の円柱の影響をうけないことが明らかになっている。側壁の影響は、水路中に置かれた円柱の投影の位置に置かれた同じ大きさの円柱の影響に置き換えることができることを永井、Hsieh らの実験結果から推定される。したがって、側壁の影響 B/D と隣接の円柱の影響 S/D とは同じことを表わしていると考えて差し支えないようである。以上のことから、流れに直角に並んだ 2 本以上の円柱の間の相互干渉は、 $S/D>6$ になれば無視して差し支えないといえる。

今回行った実験では、円柱直径 $D=10.6\text{cm}$ 、水路幅 $B=220\text{cm}$ 、 $B/D=20.8>6$ であり、側壁の影響すなわち流れと直角に並んだ円柱の間の相互干渉は生じない。

(3) $\phi_r(d U/D)$

今回の実験では、水路床近くを除いて速度勾配は小さく、ほぼ一様流れとみなすことができ、また流速をかなり変えても、速度分布の形状は大きく変化しなかったのて、速度勾配の影響を検討することはできなかった。

(4) $\phi_r(h_d/h, h_d/D, F_r(D), F_r(h_d), F_r(h))$

実験においては、水深 $h=40\text{cm}$ 、吃水 $h_d=37.5\text{cm}$ 、 $h_d/h=0.938$ 、 $h_d/D=3.54$ 、 h, h_d もともに一定にしたため、得られた結果に対する $h_d/h, h_d/D$ の影響は一定とみなせる。また実験⁹⁾によれば、 $h_d/h>0.90$ では、 h_d による抵抗係数 C_R の変化はなく、ほぼ一定値を示す。したがって、今回は $h_d/h, h_d/D$ についての検討は行っていない。

F_r の影響については、すでに 2.3 の研究結果が発表されている⁹⁾。それらの結果によると、今回の実験のように、 $F_r(h)=0.0734\sim 0.209$ 、 $F_r(D)=0.143\sim 0.392$ 、

$F_r(h_d)=0.0760\sim 0.215$ と F_r が小さい範囲では、 F_r による影響はあまり見られない。

(5) $\phi_r(l/D, \epsilon)$

上流側円柱に働く力 F_u 、下流側円柱に働く力 F_d は、2本の円柱の間の中心間隔 l により変化するであろうと予想されるが、現在までに得られている研究結果は数少なく、詳細は明らかになっていない。流れの乱れの程度を表わす ϵ は、特に後流中においてその影響が顕著に現れてくることが考えられ、この後流中の乱れは、円柱よりの距離に関係するものであることは容易に推察される。したがって $\epsilon \propto (l/D)$ と書けば、 $\phi_r(l/D, \epsilon)$ は、 l/D のみの関数 $\phi_r(l/D)$ と書きなおせる。

以上 (1)~(5) の考察により、式 (4) は、今回の実験においては

$$C_R = \phi(l/D) \quad \dots\dots\dots (7)$$

のように簡単化され、今回の実験における抵抗係数 C_R は円柱間の中心間隔 l によってのみ影響を受けることになる。

4. 円柱背後の後流中の速度減少

円柱の抵抗を検討する前に、円柱背後の後流について若干の考察を加える。図-5 のように一様流中に置かれた物体の後流の幅および後流中の速度減少は次式により与えられる¹¹⁾。

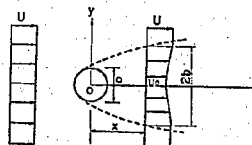


図-5 一様流中におかれた物体の後流

$$b = \sqrt{10} k (C_D \cdot a \cdot x)^{1/2} \\ \frac{u_1}{U} = \sqrt{10} \left(\frac{C_D \cdot a}{x} \right)^{1/2} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{b} \right)^{1/2} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式中

U : 一様流の速度

$u_1 = U - u$

$2b$: 後流の幅

a : 物体の流れに直角方向の長さ、円柱の場合は直径 D

k : 混合距離 l' と後流幅 b との比 l'/b

実験によれば、 k は R_e によって異なるが、 $R_e=10^4$ 前

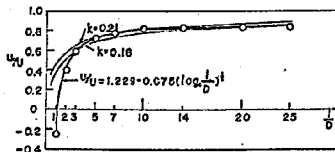


図-6 後流中心の流速分布

後では $k=0.18 \sim 0.21$ の値をとるといわれている。後流中心の流速 u_0 を式 (8) を用いて表わすと

$$\frac{u_0}{U} = 1 - \frac{u_{1\max}}{U} = 1 - \frac{\sqrt{10}}{18k} \left(\frac{C_D \cdot D}{x} \right)^{1/4} \quad (9)$$

となる。式 (9) において、 $k=0.18$ および 0.21 として計算した結果と、実験値とを比較したものが図-6 である。図-6 の中の細い実線が計算値、①印が実験値、太い実線は後に示す実験式 (11) による曲線である。図-6 より明らかなように、計算値と実験値とは、 $x/D > 4$ では比較的よく一致しているが、 $x/D < 4$ になれば、両者の差は大きくなっている。その理由は、式 (8) を導く際に、後流中の静圧が一様流中の静圧に等しいと仮定したが、 $x/D < 4$ の範囲ではこの仮定が適用できないためであろうと考えられる。次に矩形柱背後の後流について考える。矩形柱背後の後流の項に關して、不連続流理論における自由流線の方程式¹⁰⁾は

$$\begin{aligned} \pi &= -\frac{\alpha}{\pi + \alpha} \left[\sec \theta \cdot \tan \theta - \log \left\{ \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right) \right\} \right] \\ y &= \frac{2\alpha}{\pi + \alpha} \left(\sec \theta + \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

図-7 に示すように、実験値に比較的よく一致することがすでに発表されている¹¹⁾。この自由流線上の x 方向の流速に關して計算値と実験値とを比較したものが表-1

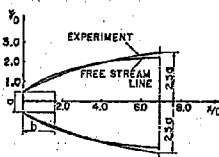


図-7 後流線 (不連続流理論との比較)

表-1 自由流線上の流速の比較 (矩形柱の場合)

x/α	0.91	4.68	10.5	18.9	25.1
実験値	1.23	0.92	0.97	0.99	0.99
計算値	0.92	0.97	0.99	0.99	1.00

$\alpha = 14 \text{ cm}$, $b = 25.5 \text{ cm}$, $U = 10.3 \sim 33.3 \text{ cm}$, $h = 21 \sim 42 \text{ cm}$, $F_r = 0.006 \sim 0.170$

である。不連続流理論においては、(1) 自由流線上の流速は物体前面の一樣流速 U に等しい、(2) 死水領域内での圧力 p は一樣流中の圧力に等しいと仮定している。しかし、物体背後の渦を伴った逆流領域においては、自由流線上の流速 q は U に等しくなく、 $q = \alpha U$ とおくべきで、物体の近くでは $\alpha = 1.4$ 、無限遠で $\alpha = 1.0$ にとればよいとされている¹²⁾。当実験室の実験結果では、物体近くの $x/D = 0.91$ では $\alpha = 1.35$ である。 $x/D \geq 4.68$ の物体より離れたところでは $\alpha = 1.0$ にとれば、計算値と実験値とは非常によく一致する。それゆえ、 $0 < x/D < 4 \sim 5$ では、 $\alpha = 1.4 \sim 1.0$ の範囲の値をとり、 $x/D > 5$ では、 $\alpha = 1.0$ と考えてよい。また後流中の圧力 p については、 $0 < x/D < 4 \sim 5$ では、 x 方向に流速 q が変化するに従って、圧力 p もまた x 方向に変化し、 $x/D > 5$ では、 $q = U = \text{const.}$ となり、圧力 p もまた一定になるのであろう。以上の考え方が正しいことを証明するために、流れの中に置かれた円柱の壁面の圧力分布を次に示す。いま斜線点以後の後流中の圧力 p は、物体近くでは x 方向に変化するが、 y 方向には変化せず一定であると仮定し、後流と主流との境界の流れでの圧力 p' が、後流を横切って円柱壁面にまで達すると考える。したがって、円柱壁面上の圧力 p はベルヌイの定理を用い、 $q = \alpha U$ において求まられる。

$$p = p' + \frac{\rho}{2} U^2 - \frac{\rho}{2} q^2$$

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{\rho}{2} U^2} = 1 - \alpha^2$$

p_0 : 実験では圧力計の設置水深に相当する。

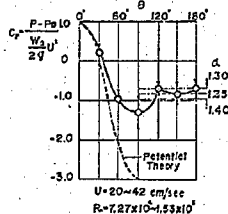


図-8 円柱壁面の圧力分布

$\alpha = 1.3 \sim 1.4$ といった場合の計算値を 図-8 に一点斜線で示した。図より明らかなように計算値と実験値とはよく一致している。以上の結果より、後流中の圧力は $0 < x/D < 4 \sim 5$ では、 x 方向に変化するが、 y 方向には変化せず一定である。 $x/D > 5$ になれば、後流中の圧力は、 x, y

開水路流れの中の円柱の相互干渉

方向ともに変化せず一定であると考えられる。

すでに述べたように、円柱背後の後流中の流速分布については、 $x/D > 4$ の範囲では、式 (8) を用いてよく、その場合 $k=0.18 \sim 0.21$ にとればよい。しかし、物体近くの $x/D < 4$ においては、式 (8) は適用できない。円柱の背後の後流内の流速分布を調べた結果によると¹³⁾、後流中心の流速 u_c は、 $1.5 \leq x/D \leq 25$ の範囲内で、次式が実験値によく合う。

$$u_c/U = 1.229 - 0.675 \left(\log \frac{x}{D} \right)^{-1/2} \dots \dots (11)$$

5. 円柱に働く力¹⁾

(1) 上流側円柱に働く抗力 F_x

Hoerner¹⁴⁾ によれば、直径が等しい2本の円柱を流れに平行に置いた場合、上流側円柱の抗力係数 C_D は 図-9 に示すような値をとる。 $1 < l/D < 4$ において、 $C_D < 1.17$ となる原因として、Hoerner は渦列の形成が下流側円柱の存在により弱められることを挙げている。有江¹⁵⁾ は、円柱背後に平板 (tail-plate) をおいた場合、円柱と tail-plate との間隔により、円柱の抗力係数がどのように変化するかを実験的に求め、図-10 に示す結果

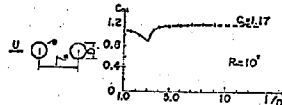


図-9 Hoerner による値

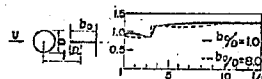


図-10 有江らによる実験値

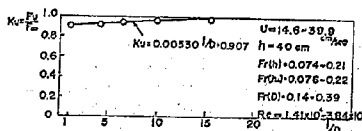
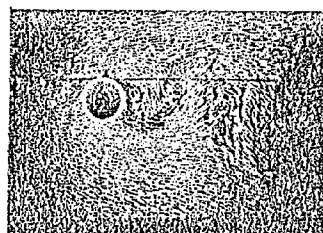
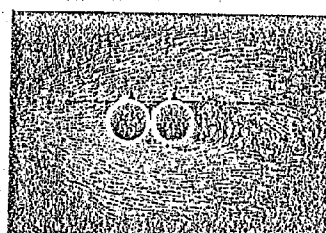


図-11 $K_u = F_x/F_{x0}$ と l/D の関係

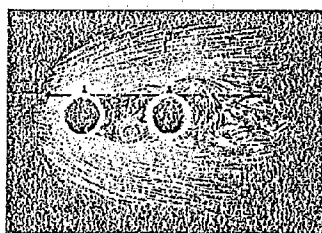
を得ている。抗力係数が l/D が4から3において急に減少している。その理由は tail-plate の設置によって、円柱の両側の流れが分離され、相互の干渉が阻止される



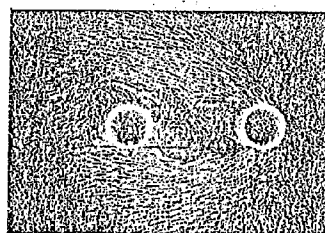
(a) $l/D = \infty$



(b) $l/D = 1.1$



(c) $l/D = 2.2$



(d) $l/D = 3.3$

写真-1 円柱間での流れ ($u=21.4$ cm/sec, $F_r=0.108$, $Re=2.06 \times 10^5$)

結果、後流の振動が抑制され、流れが安定し、乱れが減少するためである。 $l/D > 4$ になると、後流の振動が顕著になり、流れが不安定な状態になるので、抗力係数が増大するのであると説明している。図-8 および 図-10 によると、2本の円柱、円柱と tail-plate という実験方法に違いはあるが、両場合とも、 l/D が4から3の間で抗力係数が急に減少し、 $l/D > 4$ では単一の円柱の場合の値とほぼ等しくなっている。

直径が等しい2本の円柱を流れに平行においた場合、上流側の円柱に働く抗力 F_d と、単独に置かれた円柱に働く抗力 F_m との比 $K_d = F_d/F_m$ と l/D との関係を、当実験室で行なった実験の結果から求めると 図-11 のごとくである¹¹⁾。図-11 に示す実験結果は Hoerner、有江などの実験結果と異なっている。 $l/D > 15$ では $K_d = 1.0$ であるが、 $1 \leq l/D \leq 15$ の範囲では K_d は l/D の変化に伴って直線的に変化していて、次式で表わせる¹²⁾。

$$K_d = 0.00530 \frac{l}{D} + 0.937 \dots \dots \dots (12)$$

われわれの実験においても、 l/D が小さい範囲では、下流側の円柱による上流側円柱の後流の振動を抑制し、渦列の形成を抑制して、上流側円柱に働く力を減少させている。写真-1 (a), (b), (c), (d) により、下流側円柱が上流側円柱の後流の振動および渦列の形成を抑制していることが観察される。 $l/D = 1.1$ の場合には、流れは2本の円柱を包むように流れ、2本の円柱間の水は静止状態にあるように見える。このため上流側円柱背面の圧力は単独に置かれた円柱の背面の圧力より大きくなり、その結果上流側円柱のうける力 F_m は単独の場合の F_m より小さくなる。 $l/D \geq 2.2$ になれば、すでに述べたように、後流の振動、渦列の形成が抑制されるため、 F_m が F_m に比して小さくとなると考えられる。 $l/D < 4$ の範囲の K_d の大きさについては、Hoerner および有江などによる値とはかなり違った傾向を示しているが、その理由は、流体の性質の違い、自由表面（造波の影響）、速度勾配、流体中の乱れの大きさと円柱の直径との比などが考えられる。

(2) 下流側円柱に働く抗力 F_d

2本の円柱を流れに平行に置いた場合、下流側円柱に働く抗力の係数 C_{Dd} については、図-12 に示すような結果が得られている¹³⁾。Hoerner によれば、このように下流側円柱に働く力が小さくなるのは、下流側円柱が上流側円柱の後流の中に入るため、下流側円柱の境界層が上流側円柱の後流の乱れをうけて乱流境界層となり、 R_e が非常に大きくなったのと同様の効果が生ずるためであろうと説明している。

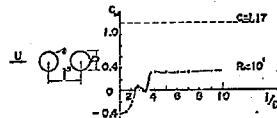


図-12 Hoerner による値

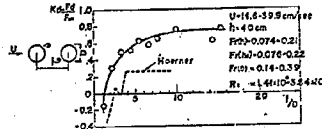


図-13 $K_d = F_d/F_m$ と l/D との関係

われわれの実験の結果を $F_d/F_m = K_d$ と l/D の関係で示すと 図-13 のごとくである。図-13 に示された K_d の値について、写真-1 に示す円柱間での流れの状態を考慮に入れ、考察を加える。

円柱間の中心間隔が小さく、 $l/D = 1.1$ の場合には、すでに述べたように、2本の円柱間の水は静止状態に近く、一方下流側円柱背後では、写真-1 (b) および 図-6 から明らかなように、流れは上流側に向かう逆流となる。その結果下流側円柱に働く力は上流側すなわち負の方向に働くことになる。円柱間隔が大きくなり、下流側円柱が上流側円柱の後流の中に入る $1.1 \leq l/D < 6$ の範囲では、上流側より発生した渦が渦の運動量を持っているため、下流側円柱に作用する平均流の有する運動量は、上流側の平均流の有する運動量より小さい。このため下流側円柱に働く抗力は単独の円柱の場合に比してかなり小さくとなると考えられる。さらに円柱間隔が大きくなり $6 < l/D$ になると、上流側円柱の後流域の大きな渦が下流側円柱に直接当たることではなく、円柱直径よりも大きな振動の幅をもった後流域に下流側円柱は入る。しかし、いまだなお後流域内にあるので、下流側円柱に当る平均流の運動量は単独円柱の場合より小さい。

次に下流側円柱に働く抗力の抵抗係数 C_{Dd} の値について考察を加える。

下流側円柱に働く平均流の速度を u で表わすと、抗力 F_d は次式で表わされる。

$$F_d = \frac{\rho}{2} C_{Dd} A u^2$$

F_d が小さく円柱後面での水位変化が小さい場合には、 A の値はほとんど変わらず、

$$\frac{F_d}{F_m} = \frac{C_{Dd}}{C_{Dm}} \frac{u^2}{U^2}$$

で表わされる。

開水橋流れの中の円柱の相互干渉

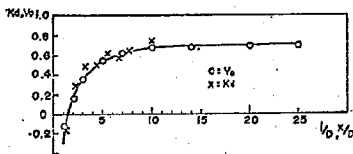


図-14 K_d と V_0 との関係

$$\therefore \frac{C_{Rd}}{C_{Rm}} = \frac{F_d/F_m}{u^2/U^2}$$

ゆえに C_{Rd} の値は、 $F_d/F_m = K_d$ と u^2/U^2 との関係が求められ、ここで円柱の中心から下流へなる距離の後流中心の流速 u で表わすと、 $K_d = F_d/F_m$ および $u^2/U^2 = V_0$ と l/D あるいは x/D との関係を示すと図-14のごとくである。Hoernerによれば、下流側円柱の抵抗は、下流側円柱の境界層が乱流境界層になるためであるとしているが、われわれの実験結果によると、図-14に示すように K_d および V_0 と l/D あるいは x/D との変化は非常に一致しており、下流側円柱に働く力の減少は、上流側円柱の存在による流速の減少すなわち平均流のもつ運動量の減少によるものであって、下流側円柱が置かれた点での流速を用いれば、抵抗係数 C_R は単独に円柱が置かれた場合の抵抗係数 C_{Rm} に等しいことを示している。図-13に示す実験結果が Hoerner の実験結果と違ふ理由として次のようなことが考えられる。

- ① 流れが自由表面を有するか否か
- ② 円柱の軸方向に流れの速度勾配が存在するか否か
- ③ R_m 、流体の粘性の違い
- ④ 流れのもつ乱れの大きさの違い

これらの詳細については明らかでないが、適格な判断はできないが、大体次のように考えられる。

われわれの実験においては、渦の発生、後流の振動による流れの乱れが、平行流が最初から持っている乱れと重なり、円柱表面の境界層の厚さに比べて大きかったため、境界層には直接影響しなかったためではないかと考えられる。このことは飛行機の翼に働く力は、翼に比べて大きな大気の流れによっては影響されないということと同じような現象であると思われる。また写真-1においても明らかなように、下流側円柱の後流は、上流側円柱の存在によってなんらの拘束を受けず、その振動範囲は単独に置かれた場合と同じようになる。これによって下流側円柱の受ける力が単独の円柱の場合と同様の性質を持つことが理解されるであろう。

図-13、図-14において実験値とよく合う曲線は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} K_d = F_d/F_m &= 1.16 - 1.34(l/D)^{-1/2} & 1.1 \leq l/D \leq 10 \\ &= 0.693 - 0.005(l/D)^{-1/4} & 10 < l/D \leq 16 \\ &= 0.68 + 0.00555 \frac{l}{D} & \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

6. 結 論

以上述べてきたことを要約すると、直径が等しい2本の円柱が一樣な流れの中に置かれた場合、

(1) 上流側円柱に働く抗力は、2本の円柱間隔 l と直径 D との比、 $l/D < 15$ においては、 l/D が小さくなるほど、単独に置かれた円柱と比較してわずかに減少し、その変化の状況は図-11および式(12)に示されるような直線的な変化をするようである。

(2) 下流側円柱に働く抗力は、単独の円柱に働く抗力に比較するとかなり小さく、その変化の状況は図-13および式(13)に示すごとくで、上流側円柱のすぐ背後では、負の力(上流側向きの力)が作用する。この抗力の減少は、下流側円柱に作用する流れの速度が減少するためであって、円柱表面の境界層が乱流境界層になるためのものではないと考えられる。すなわち、上流側円柱の後流中心の流速を測定し、その流速をもつ流れが下流側円柱に作用するとして求めた抵抗係数 C_R は、単独円柱の場合の値 C_{Rm} に等しく、 $C_R = C_{Rm} = 1.25$ である。

(3) 円柱背後の後流中心の流速 u は、 $x/D > 4$ では式(9)を用いて求めることができる。その場合、式の中の $k = 0.16 \sim 0.21$ とする。 $x/D < 4$ では式(8)を誘導する際に用いた、「静圧 $p = \text{一定}$ 」という仮定は満足されず、 p は x 方向に変化するもので、式(8)および(9)は適用できない。実験式(11)は $1.5 \leq x/D \leq 25$ の範囲に適用できる。

付 記

この実験を行なうにあたりご協力いただいた大阪市立大学工学部河海工学研究室の諸君および実験の手伝いをしていただいた当時大阪市立大学工学部土木工学科の学生角昇昇八君(現在大阪市立大学工学部助手)に対し、ここに付記して感謝の意を表した。

参 考 文 献

- 1) 木間 仁・安部俊一郎：物理水理学，岩波書店
- 2) 永井・小田・倉田：円形および矩形管内部の流況，第23回土木学会年次学術講演会，昭和43年10月
- 3) 橋田忠史：橋脚のまわりの流れおよび法線に関する研究，大阪市立大学工学部研究報告書，昭和42年2月
- 4) 永井莊七郎：水理学(改訂増補版)，コロナ社
- 5) R.E. Nece, R.D. Unru, and A.G. Mirajankov: Discussion about Resistance of Cylindrical Piers in

- Open-Channel Flow, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 90, HY 5, Sept., 1964
- 6) 伏草・吉川・坂上・戸田・土屋：水阻に関する研究，土木研究報告，昭和35年10月。
 - 7) 土木研究岡河研究室：質料の抵抗力について，土木研究報告，昭和41年3月。
 - 8) 藤本武助：改著流体力学，筑波堂。
 - 9) 永井・倉田・角野：円柱の相互干渉，第24回土木学会年次学術講演会，昭和44年9月。
 - 10) H. Lamb: Hydrodynamics, 6th Edn., 1932
 - 11) 谷 一郎：流れ学，岩波書店。
 - 12) 本州四国連絡橋開通に関する研究報告書：大阪市立大学工学部水井研究室，昭和44年3月。
 - 13) S.F. Hoerner: Fluid-Dynamic Drag, 1965.
 - 14) 有江・坂本・森田：ウエーラの制動による円筒抵抗力の变化について，第781回講演会流体力学流体力学関係講演文集，昭和43年8月。
 - 15) 神元五郎：水力学II，応用力学講座 4-B，北立出版（1971.5.14・要付）

II-20 複数バイルに働く潮流力に関する実験

日立造船(株) 技術研究所 正員 巻端 敏秋

同上

正員 沢井 信一

§ まえがき

一様流の中に複数のバイル(円柱)がおかれた時に、バイル間の流体力学的干渉のため、それぞれのバイルに働く抗力・揚力が複雑な変化を示すことが知られている。しかしながら、この現象には、未だ不明な点も多い。本報告は、複数のバイルが流れ(例えば潮流)の方向に直列に配置された場合と三角形配置(図参照)された場合について、バイル間距離がバイルの流体力にどのような相互干渉を与えているかを、実験的に調べたものであり、その抗力・揚力・揚力の振動数の挙動から干渉の機構を若干考察したものである。

§ 実験装置及び方法

実験は、当社の回流水槽に坂波を設けて実施され、水路断面は中100^{cm}、水深67^{cm}である。バイルは直径(d)=5^{cm}、吃水(h)=66^{cm}で、図1のように片持式抗力計に設置した。流速(U)=44.3^{cm/s}であり、 d を基準長としてレイノルズ数(Re)=2.2×10⁴、フルード数(F_r)=0.6となる。この時、バイル底面は床面境界層の中にもわずかに入っている。流体力は以下のように無次元化して整理した。

抗力係数 $C_D = F_D / \frac{1}{2} \rho U^2 A$, 揚力係数 $C_L = F_L / \frac{1}{2} \rho U^2 A$, 振数振動数 $f_s = f d / U$.

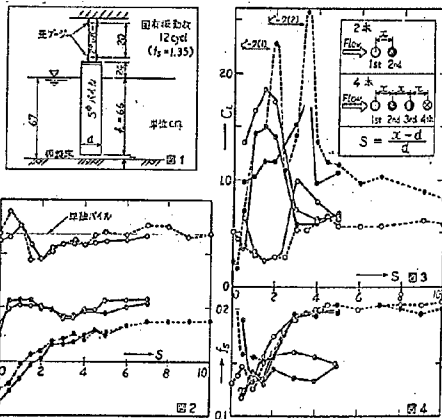
ただし、 F_D ; 抗力、 F_L ; 揚力、 f ; 揚力の振動数、 A ; 物体投影面積($d \times h$)である。 F_L の値は、100波中の最大10波を抽出して、その波高の算術平均として求めた。又、 f は最大10波の時の値を読み取った。

§ 実験結果及び考察

自由表面が存在するため、力の成分に連波抵抗が含まれる。しかし、文献のデータから、 $F_r = 0.6$ の時、 $S/d > 5$ における C_D 中の連波抵抗成分はほぼ無視できる状態になることが読みとれる。本実験の S/d は13.2であることから、以下の結果は、一様流中の2次元現象が卓越していると考えてよい。

(1) 直列配置

2本のバイルを直列等間隔に配置した時のバイル間距離(S)による諸量の変化を図2, 3, 4に示す。図中にて実験で結んでるのは4本配置の時の値である。 C_D について見れば、2本直列の場合、 $S = \frac{S-d}{d}$ が大きくなると1stバイルは単独バイルの値になる。2ndバイルは1stの後流によって乱流状態になり値が小さくなる。 S が小になると、2ndが1stの後流死水域の影響を受けるために2ndが負の力を受けるようになる。以上の傾向は多くの実験結果にみられるが、その値は Re 数により異なる。例えば、2ndのゼロクロス位置についてみると、文献が



ら、その位置は座数に対応した1stの死水域の長さに関係していることが認められる。4本の時もこの傾向は同じであるが、3rdは4本は異なる傾向をもつ。次に揚力をみると、Sが大で2ndの値は1stに近づくようである。又、2本の場合で2ndに2ヶのピークがみられる。4本の結果を含めて考察すれば、ピーク(2)は2ndに固有の現象らしく、他方、ピーク(1)は4本の場合の2ndにはみられず3rd・4本に発生している。S→0で、最後部のパイルの C_d が極めて小さくなり、 f_0 が大きくなる現象は、2本・4本の場合とも一致している。

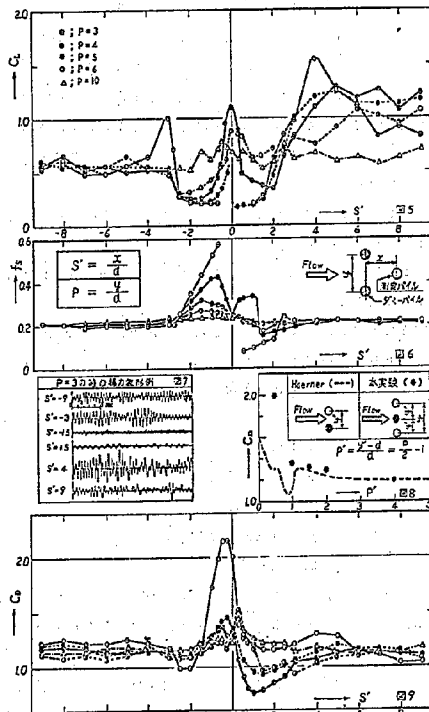
(2) 三角形配置

図6中に示すような三角形配置をした場合に、測定パイル(○印)を流れ方向に移動させた時の揚力は図5, 6, 7のごとく変化する。揚力変形の一例として、 $P (= \frac{y}{d}) = 3$ の場合の計測波形を図7に示す。さて揚力をみると、パイルが上流側から近づいてきた場合、 $P=10$ を除いて $S' (= \frac{x}{d}) = -3$ で C_d が低下する。Birkhoffの仮想死水域振動子モデルの考え方によれば、 $S' = -3$ の時には、ダミーパイルのために、この仮想振子の後端部の動きが拘束され始める状態にあることわかる。又、 $S' = 0$ で f_0 が増加していることから、ダミーパイルの存在が、仮想死水域を變形させ、振子の実効質量を減少させる作用をしていると推測される。ただし、 $P=3$ の時に $S' = -3$ でピークを生じていることは、このような配列間隔では、ダミーが逆に振子を励振させる作用を及ぼしたことを意味する。パイルがダミーの下流にある場合には、その後流の影響を直接与えるために、 P の値による C_d のバラツキが生じる。一方、 S' が零付近では、 f_0 が0.2にむく傾向がみられ、 C_d はこの時ピークをもつようである。これはすでに述べたような仮想死水域の考え方では説明できない現象のようである。これに対し抗力の場合、 P の値による、下流側での C_d のバラツキは C_d 程大きくはない。

ただ、 $S' = 0$ の前後にピークがみられ、 $P=3$ では C_d が2.2まで大きくなる。 $S' = 0$ の時の値を、一例としてHoerner⁽³⁾の2本並列の場合と比較すれば図8のようになる。

§ 結 言

これら2種類の配置における、パイル間距離と抗力・揚力の相関の傾向が明らかとなった。しかし、流れの可視化等により、さらに究明していかならぬ点も多い。特に、揚力の千分線格には興味深いものがあるように思われる。



参考文献

- (1) 日本造船学会誌; No.505 "水面と直交する直立円柱の性質について"; 田中S46-7
- (2) 九大応力研所報; No.36 "円柱群の近距離の測定"; 種子田他; S47
- (3) S-F Hoerner "Fluid-Dynamic Drag"; 1958

多列円柱構造物に作用する潮流力について

三菱重工業(株) 有田 行雄, 佐竹 俊, 藤田 秀大, O多賀谷 宗三

1. はじめに

近年、開発が進められている海洋構造物として、1)海上都市、海上空港等の巨大海洋構造物、2)海上原子力発電所等の各種プラットフォーム、3)海洋横断連絡橋、等がある。

これらは、いずれも、多くの技術的問題点を含んでいるが、中でも外力については、構造物が大型になるに従い、不明な点が多い。

外力には、風荷重、波力、潮流力、地震力等があるが、ここでは、上記海洋構造物の据付け及び係留作業上問題となる流れ方向の潮流力(抵抗力)をとりあげる。

一方、これらの海洋構造物は、設計・施工・据付け及び経済上の観点より多列円柱構造とするのが有利な場合が多い。

そこで、ここでは、多列円柱構造物に作用する抵抗力に関する研究成果をまとめた。

2. 円柱に作用する抵抗力

周知のように円柱に作用する抵抗力は、抵抗力係数の導入により議論され、抵抗力係数は *Reynolds* 数により変化する。

即ち抵抗力は式によりあらわされ、抵抗力係数 C_D が *Reynolds* 数をベースにしてどのように変化するかを定めるのが研究の手法である。

$$P = \frac{1}{2} S V^2 A C_D$$

ここに

P: 抵抗力

S: 海水の密度

V: 潮流速度

A: 円柱の見付面積

 C_D : 抵抗力係数

単円柱の抵抗力係数については *Sighard F. Hauser*⁽¹⁾, *Amatel Rashko*⁽²⁾, *Elmer Ackenback*⁽³⁾, *George W. Jones*⁽⁴⁾ 永井⁽⁵⁾ らにより論文が発表されているが、これらの論文は次の点に欠点がない。

1) 前述の各種構造物は実験において *Reynolds* 数が $10^4 \sim 10^5$ の範囲にあり、このような高 *Reynolds* 数域において、抵抗力係数がいかなる値を示すか。

2) 高 *Reynolds* 数域においては、抵抗力係数は構造物の表面粗度により異なった値となる。表面粗度と抵抗力係数の関係がどのようになっているか。

これらは、いずれも高 *Reynolds* 数を対象としているので、大形の大型設備が必要であり、そのための実験がむづかしく、多少の実験条件の差でデータはばらばらになっているようであるが、信頼を要約すると次のようである。

- 1) *Subcritical* 領域の抗力係数は *Transcritical* 領域のそれよりも大きい。
- 2) *Transcritical* 領域の抗力係数は、表面粗度により異なるが、表面粗度が一定ならば、ほぼ一定の値を示す。
- 3) *Reynolds* 数が $1 \times 10^4 \sim 2 \times 10^4$ の範囲では円柱の抗力係数は約 1.2 であり、形状による調整バイパズ程度で表面粗度ならば *Transcritical* 領域の抗力係数は 0.6 ~ 0.8 である。

これらの研究成果に対して各報の査読は、表 1 のようになっている。

表 1 に建築物に関する査読も

あわせて載せたが、建築物のそ

れは空気に対するものである。

空気と水とは密度において大きな差があるが各種文献によると

Reynolds 数を一変させれば同一

の現象が得られると言われている。

表 1 よりわかるように、安全率

に対する考え方の相違はあるが

設計採用値に 2 つのグループがある。

1 つは 1.00 ~ 1.25 の範囲のもの

であり、2 つは 0.55 ~ 0.70 の

ものである。

前者は *Reynolds* 数が低い。又

は、表面粗度による抗力係数の

増加を考慮しているであり、後者は、実際の構造物の表面粗度の上限に対して想定したものであろう

。

水中に設置された構造物の係留設備の設計については、その経済性、作業性も考慮すると、実際に

合った抗力係数を採用しなければならない。

即ち上記設計値の使用者がこれに該当するのではなからうか。

3. 複数円柱に作用する抗力

3. 1. 柱柱の研究

複数円柱に作用する抗力の研究は少ない。

Sigvard F. Hanner が流れ方向及び流れ直交方向に並んだ 2 円柱の抗力に関する研究を行ない、

永井⁽⁴⁾ は流れ方向に並んだ 2 円柱の抗力について研究を行っている。また、円柱群の抗力係数に

ついては *Hallis-White* が研究成果を報告し設計使用にも採り入れられている。⁽⁴⁾⁽⁵⁾

各研究成果を図 1 ~ 3 に示した。

しかし、これらの研究はいずれも *Reynolds* 数が *Subcritical* 領域であり前述の各種構造物の状況にそ

表 1. 単円柱の抗力係数

引用文献	<i>Reynolds</i> 数	抗力係数
本州四国連絡橋下部構造設計示方書(案) (本州四国連絡協同設計第二部)	不明	1.25
海洋構造物に関する調査研究報告書 (土木学会)	$Re < Re_{cr}$	1.20
	$Re > Re_{cr}$	0.70
海岸保全施設設計使用 (土木学会)	$10^3 < Re$	1.17
Handbook of Ocean and Underwater Engineering (John J. Myers)	10^5	1.20
スイス建築標準 (スイス建築学会)	$Re < Re$	0.55
港湾構造物設計基準 (日本港湾協会)	$10^3 < Re$	1.00
本州四国連絡橋橋脚に関する研究報告書 (大阪市立大学 水野研究室)	$Re < Re$	1.25

Re : *Reynolds* Number

Re_{cr} : *Critical Reynolds Number*

のまま適用するには無理がある。

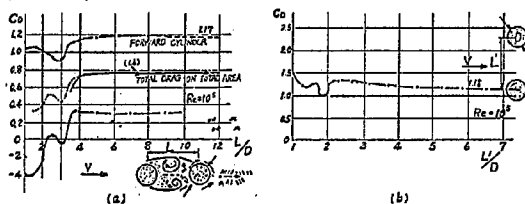


図1. Hoernerの研究

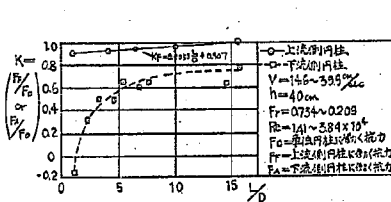
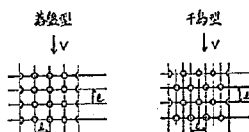


図2 永井の研究



第1列の各管に対し $C_D = 0.62 R_n^{-0.421}$ D = 円柱の直径
第2列以下の各管に対し $C_D = 5.6 R_n^{-0.421}$ V = 流速
錯列型配列 $C_D = 5.6 R_n^{-0.421}$ V = 水の動能速度
平行型配列 $C_D = 1.9 R_n^{-0.421}$ $V_n = V/(1-D)$
 $R_n = V_n D / \nu$

図3 Willis-Whiteの研究

3. 2. 6 円柱に関する者らの研究

著者等は、図4及び図5に示すような円柱の模型を使用し図6に示す3方向について、水槽試験及び海上実験を実施し図7～12に示すような結果を得た。

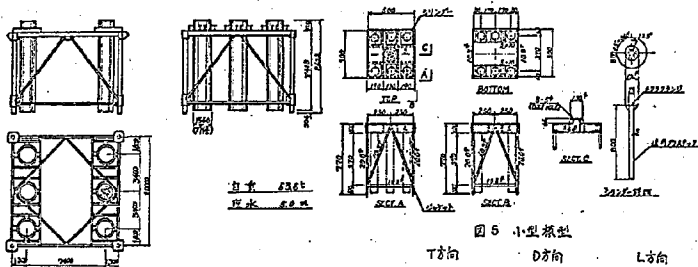


図4 大型模型

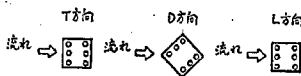
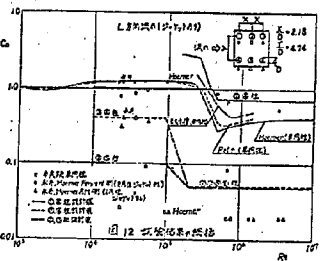
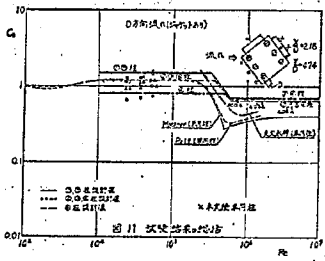
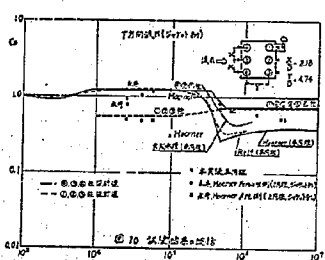
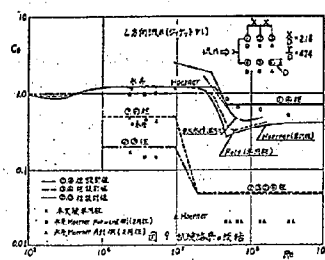
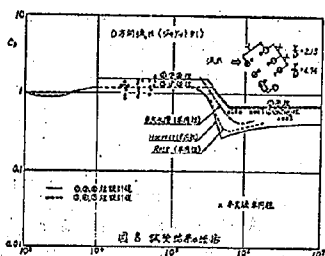
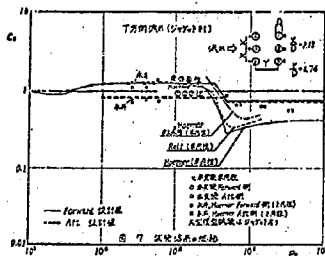


図6 流れ方向



この研究は、 $Reynolds$ 数で 3.5×10^4 程度まで「カビ」するもの、いはいは $Transcritical$ 領域に入っているのと考えられ、従って、前述の平均値の場合と同様に表面粗度による抗力係数の増加はないと考えよう。

図中に太線で設計値を示した。

4. おわりに

以上、内径の抗力係数について述べてきたが、これだけでは、十分な設計資料とは言えない。特に、前 $Reynolds$ 数域における任意距離、任意数の内径の相互干渉について明らかにする必要がある。

大きな剥離の起る流れを計算で推定することが可能な現況では系統的な試験により、不明瞭な部分を補はねばならぬであろう。

また、折角のみに欠損の計測を行ない、データの累積とはかりたいと思う。

参考文献

- 1) Stphard F Haerner, "Fluid- Dynamic Drag", 1958
- 2) Anatol Roshko "Experiments on the Flow past a circular Cylinder at very high Reynolds number" J. Fluid Mech., vol. 10, 1961
- 3) Elmer Achenbach "Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder" J. Fluid Mech., vol. 46, 1971
- 4) George W. Jones "Aerodynamic Forces on a stationary and Oscillating circular Cylinder at High Reynolds Numbers" NASA Technical Report R-300, 1969
- 5) 永井庄七郎 "本州四国連絡橋脚に関する研究報告書" 昭和41年3月
- 6) 永井庄七郎 "本州四国連絡橋脚に関する研究報告書" 昭和44年3月
- 7) R. P. Willis & C. M. White "Resistance to Flow through the Nuts of Tubes" Engineering vol. 446, No. 25, 1958
- 8) 日本機械学会 "機械工学便覧" 1968
- 9) 関西造船協会 "造船設計便覧" 1968
- 10) 角田, 保竹, 藤田, 多賀谷 "多列円柱構造物に作用する潮流力に関する研究" 第19回橋梁構造工学研究発表会 1972, 12.1

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究

永井 莊七郎*・倉田 克彦**・伊 藤 忠***

1. 結 言

海洋構造物として各種の形状、形式のものが現在考案、計画され、また建造されている。それらの構造は、多数の円柱を組み合わせたものが多く、それらに働く外力としては、自重、上被荷重以外に風、波および潮流などが考えられる。構造物全体あるいは各部材(円柱)に働く波力および潮流力については、波道および潮道中に単独に置かれた円柱の場合とは異なり、円柱間の互いの干渉による影響を考慮しなければならない。本論文は、海洋構造物に働く潮流力に関する基礎的な研究として、開水路流れの中に流れに平行に置かれた2本の円柱のそれぞれに働く力と、2本の円柱間の中心距離との関係を実験的に明らかにしたものである。

2. 円柱に働く力

図-1に示すように、幅 B なる開水路中に流れに平行に直径 D なる2本の円柱を中心間隔 L で置いた場合、2本の円柱のそれぞれに働く力を実験的に求めた。円柱直径 D に比して水路幅 B が非常に広い $B/D=20.8$ の場合についてはすでに報告しており、今回は水路幅が円柱直径に比してあまり大きくない $B/D=6.0$ および 4.0 の場合について実験を行ない、2本の円柱のそれぞれに働く力および円柱相互の干渉および間隔の影響を明らかにした。

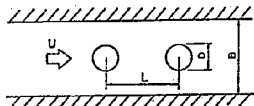


図-1 開水路中に置かれた2本の円柱

(1) 実験設備およびその方法

大阪市立大学工学部河海工学実験場の幅 2.2m、長さ 40m、深さ 0.8m のモルタル仕上げの開水路を、隔壁によって幅 1.2m に仕切り、水深 $h=50$ cm、流速 $U=30$ cm/sec $\sim$ 60 cm/sec の範囲で実験を行った。円柱は

表-1 円柱に働く力に関する実験条件

円柱直径 D (cm)	円柱中心間隔 L (cm)	流速 U (cm/sec)	水深 h (cm)	レイノルズ数 $Re=UD/\nu$
30	33 $\sim$ 150	26.9	50	5.7×10^4
		23.3	"	6.4×10^4
		26.6	51	7.3×10^4
		30.8	50	8.4×10^4
		34.5	"	9.4×10^4
		39.0	"	1.1×10^5
		41.8	"	1.1×10^5
		42.5	"	1.2×10^5
		46.7	"	1.4×10^5
		52.1	"	1.4×10^5
		56.0	"	1.5×10^5
		57.3	"	1.6×10^5
20	22 $\sim$ 150	57.0	"	1.6×10^5
		60.1	"	1.6×10^5
		64.0	"	1.7×10^5
		21.2	50	3.9×10^4
		26.6	51	4.8×10^4
		31.3	50	5.7×10^4
		32.0	"	5.8×10^4
		39.6	"	7.2×10^4
		41.4	"	7.5×10^4
		42.5	"	7.7×10^4
		51.0	"	9.3×10^4
		53.7	"	9.8×10^4
		57.3	"	1.0×10^5
		57.9	"	1.1×10^5
		59.4	"	1.1×10^5
		60.3	"	1.1×10^5

直径 $D=20$ cm および 30 cm の2種類のしんちゅう製のものをを用い、円柱の中心間隔 $L=22$ cm あるいは 33 cm ($L/D=1.1$) $\sim$ 150 cm ($L/D=7.5$ あるいは 5.0) の範囲に変化させた。円柱に働く力は、円柱底部と水路床との間隔を 1 cm あけ、4枚のひずみゲージを利用した片持ばり形式の抵抗測定板を用い、流速はフォト・トランジスタ型フロベラス流速計により測定した。実験を行なった条件を表-1に示す。

(2) 実験結果およびその考察

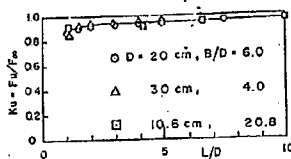
a) 上流側円柱に働く力: F_u

流速 U なる流れに平行に置かれた2本の円柱のうちの上流側円柱に働く力 F_u と、同じ流れの中に単独に置かれた同じ直径の円柱に働く力 F_0 との比 $R_u=F_u/F_0$ と、2本の円柱の間の中心間隔 L と円柱直径 D との比 L/D との関係を示したものが図-2である。図中の○印は $D=20$ cm ($B/D=6.0$) の場合の値、△印は $D=30$ cm

* 正会員 工博 大阪府立大学教員 工学部土木工学科

** 正会員 工博 大阪府立大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 大阪府建設局

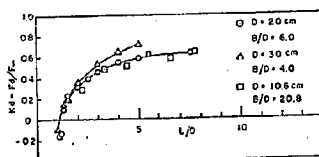
図-2 $K_a = F_d/F_u$ と L/D との関係

($B/D=4.0$) の場合の値、□印は $D=10.6$ cm ($B/D=20.8$) の場合の値を示す。これらの値は流速 $U \approx 20$ cm/sec ~ 60 cm/sec ($D=10.6$ cm の場合は 40 cm/sec) に変化させた場合の平均値である。図-2 より明らかなように、 K_a の L/D による変化は、 $B/D=21$ 、 6.0 および 4.0 のいずれの場合にもほとんど違いはなく、 L/D の変化にしたがってほぼ直線的に変化し、 K_a の値に対する開水路側壁の影響はほとんど見られないようである。すなわち、上流側門柱に働く力 F_u におよぼす開水路側壁の影響は、単独門柱の場合と同じであって、 $B/D \geq 6.0$ になればほぼ無視できるようであり、 $B/D=4.0$ の場合には、 $B/D=6.0$ の場合の $1.1 \sim 1.2$ 倍 ($= [C_{\text{calculated}}] / [C_{\text{measured}}] = 1.4 \sim 1.45 / 1.25$)、 C_D : 門柱の抵抗係数) の力が働くようである。

b) 下流側門柱に働く力 F_d

下流側門柱に働く力 F_d と F_u との比 $K_d = F_d/F_u$ と L/D の関係を示したものが図-3である。図中の○印、△印および□印は図-2の場合と同じである。図-3より明らかなように、 $B/D=6.0$ および 21 の場合の K_d は、 L/D の値にかかわらずほぼ同じ値を示すようである。開水路中に単独に置かれた門柱に働く力に関する実験結果では、 $B/D \geq 6.0$ になれば側壁の影響はほぼ無視できるため、2本の門柱を流れに平行に置いた場合の下流側門柱に働く力に関しても、 $B/D \geq 6.0$ になれば側壁の影響はほとんど無視してよいと言えるであろう。しかし、 $B/D=4.0$ の場合には、 $L/D > 2$ になれば、 K_d におよぼす開水路側壁の影響が現われ、 $B/D=6.0$ および 21 の場合に対して約 20% 程度 K_d は大きくなるようである。

L/D が小さい場合には、図-5に示すように、上流側

図-3 $K_d = F_d/F_u$ と L/D との関係

門柱背後の流れは非常に遅くなり、あるいは逆流さえ生じる。そのため下流側門柱に働く力は非常に小さくなり、また負の力(上流側向き)も生じ、 $K_d = -0.1 \sim -0.2$ 程度になるようである。 $L/D=2 \sim 7.5$ の範囲では、 L/D の増加にしたがって K_d は大きくなり、 $B/D \geq 6.0$ の場合には、 $K_d = 0.2 \sim 0.6$ 程度になるようである。また、 $B/D=4.0$ の場合には、 K_d の値は $B/D \geq 6.0$ の場合と比べて約 20% 程度大きくなるようである。このように $B/D=4.0$ の場合の K_d の値が $B/D \geq 6.0$ の場合より大きくなるのは開水路側壁の影響によるものである。

上流側門柱背後の後流域は下流へ行くにしたがいその幅を広げようとする。一方、開水路幅が有限なため、後流の幅が広がるにつれて、後流の外側の流れの幅は減少し、流速は増加する。この流速の増加によって、後流の幅が抑制され、側壁の影響がない場合と比べて後流の幅が狭くなる。このように後流幅が減少することによって、後流中の流速、すなわち下流側門柱に作用する流れの速度は、開水路側壁の影響がない場合と比べて増加する。そのため B/D が小さくなるにしたがって K_d が大きくなるのであろう。このことは「3. 後流中の流速分布」においても見られるようである。

3. 後流中の流速分布

$B/D=21$ の場合の単独門柱背後の後流の中心軸上の流速 u_0 と門柱前面の流速 U との二乗比 $V_2 = u_0^2/u^2$ と K_d との比較を行なった結果では、 V_2 と K_d との変化の状態は比較的一致し、下流側門柱に働く力が単独門柱の場合と比べて小さくなるのは、下流側門柱に作用する流れの流速の減少によるものであることが明らかになった。また、 $B/D=6.0$ および 4.0 の場合についても、単独門柱背後の後流中の流速分布を測定し、流速分布の計算値と比較し、また流速の二乗比 V_2 と K_d との比較を行なった。

(1) 実験方法

図-4に示すように、開水路中に直径 $D=20$ cm および 30 cm の門柱を単独に置いた場合の、門柱背後の後流中の流速 u (鉛直方向の平均流速) の分布、および門柱の前面流速 U をフォト・トランジスタ型プロベラ式

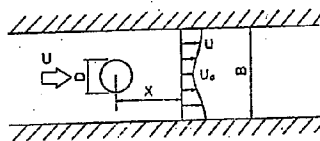


図-4 門柱背後の後流中の流速分布

表-2 後流中の流速分布に関する実験条件

円柱直径 D (cm)	流速 U (cm/sec)	水深 h (cm)	レイノルズ数 $Re = UD/\nu$
30	20.9	50	5.7×10^4
	30.8		8.4×10^4
	39.0		1.1×10^5
	48.7		1.4×10^5
	59.1		1.6×10^5
20	21.2	50	3.9×10^4
	31.3		5.7×10^4
	41.4		7.5×10^4
	51.0		9.3×10^4
	59.4		1.1×10^5

流速計を用いて測定した。実験においては水深 $h=50$ cmと一定にし、流速 $U \approx 20$ cm/sec ~ 60 cm/sec に変化させた。実験の条件を表-2 に示す。

(2) 実験結果およびその考察

直径 $D=30$ cm ($B/D=4.0$) および 20 cm ($B/D=6.0$) の円柱を単独に置いた場合、後流の中心軸上 ($y=0$) の流速 u_0 と円柱前面の流速 U との比 $V_1 = u_0/U$ と、流速測定点の円柱中心からの距離 x と円柱直径 D との比 x/D との関係を図示したものが図-5 である。図-5 より明らかのように、 $1.0 \leq x/D \leq 1.5$ では、 B/D による V_1 の違いは大きくないが、 $x/D > 1.5$ になれば、 B/D による V_1 の違いは顕著になる。すなわち開水路間壁が後流中の流速分布におよぼす影響は大きくなるようである。たとえば、 $x/D=5.0$ においては、 $B/D=21$ の場合

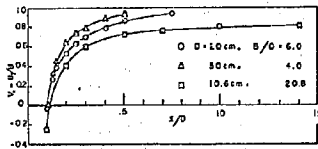


図-5 $V_1 = u_0/U$ と x/D の関係

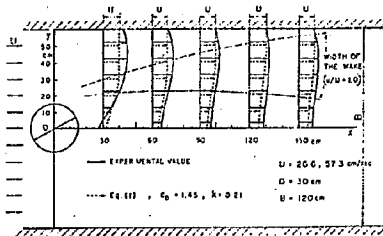


図-6 後流中の流速分布

には $V_1 \approx 0.70$ であるが、 $B/D=6.0$ では $V_1 \approx 0.50$ 、 $B/D=4.0$ では $V_1 > 0.90$ となるようである。

B/D による V_1 の違いについては次のようなことが考えられる。 B/D が小さくなるにしたがって、すなわち円柱直径が大きくなるにしたがって円柱背後に生じる後流領域の幅が広くなる。したがって後流領域の幅がおよぼす側壁の影響は x/D が小さい範囲から現われ、しかもその程度は大きくなり、後流中の流速分布がうける側壁の影響は $B/D=6.0$ および 4.0 の場合は $B/D=21$ の場合に比して大きくなるのであろう。 $B/D=21$ の場合には、後流の中心軸 ($y=0$) 上の流速 u_0 は $x/D > 4 \sim 5$ になれば、次式により表わされることが明らかにされている¹⁾。

$$\frac{u_0}{U} = 1 - \frac{\sqrt{10}}{18k} \left(\frac{C_D D}{x} \right)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで

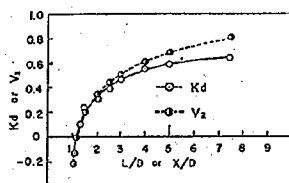
C_D : 円柱の抵抗係数 1.25 , $k=0.18 \sim 0.21$

$B/D=4.0$ の場合の後流中の流速分布の実験結果と式(1)による計算結果とを 図-6 に示す。図-6 から明らかのように、式(1)による計算値に比して実験値は大きくなっており、また $u/U=1.0$ なる点を後流とその外周の流れとの境界とすれば、実験値は計算値よりも非常に狭くなり、後流中の流速分布および後流幅におよぼす側壁の影響が、 B/D が小さい場合には大きく現われることが理解されるであろう。

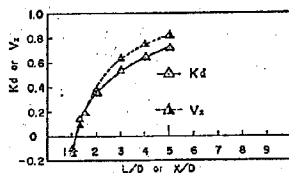
(3) 流速の二乗比 $V_2 = u_0^2/u_0^2$ と K_a との比較
 $B/D=21$ の場合、後流中心の流速 u_0 と円柱前面の流速 U との二乗比 $V_2 = u_0^2/u_0^2$ (符号を考慮) と K_a の、 x/D あるいは L/D による変化は互いに比較的良好一致した¹⁾。 $B/D=6.0$ および 4.0 の場合について $V_2 = u_0^2/u_0^2$ と K_a との比較を行なったものが 図-7(a) および 図-7(b) である。 $B/D=6.0$ および 4.0 のいずれの場合にも、 V_2 と K_a とは x/D あるいは $L/D=1.1 \sim 1.5$ の場合には比較的良好一致しているが、 x/D あるいは $L/D > 2$ になれば、 V_2 と K_a とは一致しなくなり、 x/D あるいは L/D が増加するにしたがい V_2 と K_a との差は大きくなるようである。この違いについては、実験時の観測より次のようなことが考えられる。

すでに述べたように、 $B/D=6.0$ および 4.0 の場合には後流の幅は側壁の影響によって抑制される。そのため、 $B/D=4.0$ および 6.0 の場合の後流中の流速は側壁の影響がない $B/D=21$ の場合に比して大きくなり、したがって、後流の運動によって生じる水路を斜めに横切る流れ

* $u/U=1.0$ なる点を境界とその外周の流れとの境界とすれば、後流上の流速 u は、 x 方向の流速成分を有するため、 $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} > U$ となる。したがって、 u は U に比して小さいため、近似的に $u \approx U$ なる点を境界とした。



(a) $B/D=6.0$ の場合



(b) $B/D=4.0$ の場合

図-7 V_2 と K_d との比較

の速度が隔壁の影響がない場合より大きくなる。後流の中心軸上の流速を測定する際には流速計のプロベラの軸を水路の軸に平行になるようにした。このようにして流速の測定を行なうと、水路を斜めに横切る流れによって、水路の軸に直角方向の速度成分 v が生じる。そのため水路の軸に平行な流速成分 u が、 v に比例した $\kappa \cdot v$ なる大ききだけ増加し、 $u + \kappa \cdot v$ であるかのように記録されることが明らかになった。 κ と $\kappa \cdot v$ を記録紙上から分離することはできなかったため、門柱に作用する水路の軸に平行な流れの速度は、実際の速度よりもわずかではあるが大きくなっていると考えられる。一方、門柱に働く力の測定では、水路の軸に直角方向の成分 v の向きが交互に変わるため^{*}、門柱に働く力の水路の軸に直角方向の成分は、 v の向きが交互に変わる周期に比して十分長く測定し、時間的な平均をとれば 0 とみなすことができる。

^{*} この周期は、後述の図 8 の周期 T における流速の周期と一致し、ストローク U の u/U (u : 流の単位時間あたりの発生速度) が 0.2 より定まる。

流速の測定では、 v の影響を加えているが、力の測定では打ち消し合っているため、 V_2 と K_d との違いが生じたのであろう。

4. 結 論

以上述べてきたことを要約すれば、次のようになるであらう。

(1) 2本の門柱を流れに平行に置いた場合、上流側門柱に働く力 F_u と単独門柱に働く力 F_s との比 $K_u = F_u/F_s$ におよぼす開水路側壁の影響は小さく、 $B/D=21$ 、 6.0 および 4.0 のいずれの場合の K_u も互いに比較的良好に一致し、 K_u は L/D の増加にしたがいほぼ直線的に増加する。すなわち、 F_u におよぼす開水路側壁の影響は F_s の場合とほぼ同じと答える。

(2) 下流側門柱に働く力 F_d と F_s の比は $K_d = F_d/F_s$ は、 $B/D=6.0$ の場合と $B/D=21$ の場合とはよく一致し、 K_d あるいは F_d におよぼす開水路側壁の影響は、 $B/D \geq 6.0$ になればほぼ無視できる。しかし、 $B/D=4.0$ の場合には K_d におよぼす側壁の影響は大きく、 $B/D \geq 6.0$ の場合と比して約 20% 程度 K_d の値は大きくなる。

(3) $B/D \leq 6.0$ になれば、後流中の流速分布におよぼす開水路側壁の影響は大きく、 $B/D=6.0$ では $B/D=21$ の場合の約 20%、 $B/D=4.0$ の場合には約 30% 以上 u_0/U の値が大きくなる。また、 $V_2 = u_0|u_0|/U^2$ の分布と K_d の分布とを比較した結果では、 V_2 は K_d より大きくなり、その差は κ/D あるいは L/D が大きくなるにしたがい大きくなる。

付 記：この研究を行なうにあたり、実験およびデータ整理に御協力いただいた当時大阪市立大学工学部学生 高尾信行君（現在河川建設）に敬意を表する。この研究は文部省科学研究費（総合研究：海洋土木）に関する水工学的総合研究、代表者：京都大学若原謙一教授）による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 永井莊七郎・倉田克彦：開水路流れの中の門柱の相互干渉，土木学会論文報告集，No. 196，1971，12
- 2) 永井莊七郎：改訂水理学，コロナ社，1972

潮流海域における浮遊式鋼管構造物および海底パイプライン等に作用する振動力について

山本 諒*・関田 欣治**

1. 概 要

海底パイプラインやパイプ敷設の一工法であるレイバージ工法に用いるスティンガー等の浮遊鋼管構造物が、それらの後流域に発生したカルマン渦列によって周期的振動力を受けるといわれている。本報告ではポテンシャル論により外力の大きさを、その周期を明確にし、あわせて鉛直方向の周期的振動力についての各種の模型実験を行った結果を示す。

2. 理論解析

図-1 に示すように交互の渦列のポテンシャルから Blasius の公式を用いて、 x 方向力、 y 方向力を求めると $X/\rho = \Gamma^2/2\pi l - h\Gamma V/l$, $Y/\rho = \Gamma V/2$ (1) ただし、 ρ は流体の密度、 Γ は渦の強度、 h , l は渦の間隔、 $V = -\Gamma/2l \tanh(\pi h/l)$ (2)

は渦列の前進速度である。したがって物体は $U-V$ の速度で前進し、それに伴って単位時間に $(U-V)l$ の新たな渦列が発生する。すなわち渦の発生振動数 f_s として $f_s = (U-V)/l$ (3)

一方、ストラハル数との関係を示すと

$$f_s = SU/D \quad T = 1/f_s \quad \text{..... (4)}$$

ここで、Kármán の渦列の安定条件¹⁾

$$\cosh \pi h/l = \sqrt{2}, \quad V = l/2 \sqrt{2} l \quad \text{..... (5)}$$

を用いて、式(1)は次式のように表わされる。

$$X = \frac{1}{2} \rho C_D DU^2 \quad \text{..... (6)}$$

$$Y = \frac{1}{2} \rho C_L DU^2 \quad \text{..... (7)}$$

ただし、抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L は次式で与えられる。

$$C_D \approx 3.4M(1 - SM/0.281)^2 \quad \text{..... (8)}$$

$$C_L \approx 10.1M(1 - SM/0.281)^2 \quad \text{..... (9)}$$

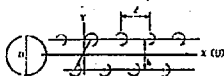


図-1 後流域中の渦列

なお、上式の M は Roshko²⁾ によって与えられた bluff-ratio であり、図-1 における渦列と物体の幅の比 (h/D) を示している。また、揚力係数は抗力係数の3倍にあたるのが式(8)、(9)からわかる。式(6)について表示したのが図-2であり、 S の増加、 M の増加に伴い C_L は減少する。一方、ストラハル数はレイノルズ数との関係として Thom や板谷ら³⁾ によって、図-3 の関係が得られている。ここで M は 1.0^2 に近く、式(9)と図-3 から、図-4 に示すような関係が推測される。

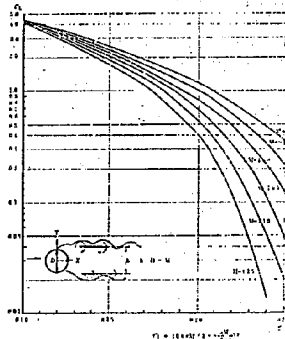


図-2 C_L の理論値

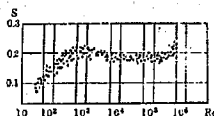


図-3 ストラハル数とレイノルズ数

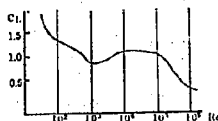


図-4 C_L とレイノルズ数

* 正会員 財団法人建設研究センター 副所長

** 正会員 財団法人建設研究センター 副所長

また、楕円形物体はカルマン渦に対して安定といわれるが揚力を受けると鉛直方向に移動し、図-5 のように物体に作用する渦流の方向は変動し、その結果後流域は拡がり、bluff-ratio M も増大する。したがって式 (9) に示す関係から C_z は小さな値を持ち比較的安定していると説明される。以上 M は揚力係数を決定する非常に重要な点と思われる。

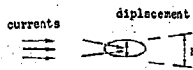


图-5 格内物体

3. 实验

実験としては外力の大きい揚力についてのみ測定を行った。

(1) 實驗裝置

実験装置は水槽(5m×6m×10m)中を図-6に示すような供試体を設けた試験台車等連速度で、巨量鋼からなるガイドレール上をけん引して相対的に潮流を供試体に作用させたと考え、その時供試体の両端支点のひずみを測りオシログラフに出力させ、力の大きさ周期波形を記録した。

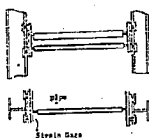


圖-6 裝 置

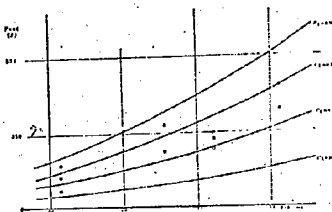
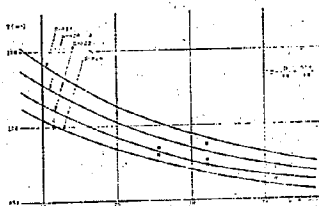
(2) 供試体

供試体としては表—1に示すようにパイプ単体、キールタイプスティンガー、トラスタイプスティンガー、さらにパイプを内蔵したスティンガーおよびトリップワイヤを嵌めたパイプである。

4. 實驗結果

(1) 単体パイプ

単体パイプの揚力、周期を図-7に示すが、式(4)、(7)に比較的一致し、 $C_L \approx 0.5$ 、 $\delta \approx 0.22$ である。また、この実験におけるレイノルズ数としては 10^4 のオーダーである。

图-7(1) $P-U$ 图-7(2) $T-U$

(2) キールタイプステインガー

渦流に対して前面パイプ、後面パイプの揚力係数 C_L は後面パイプの方が大きく、 d/D によって異なり、その関係を図-8に示す。

(3) トラストタイプスティンガー

これらのスティンガーの揚力係数，ストラハル数の平均値を表-2に示す。一般に上弦，下弦パイプとも，上

表一1 供 試 体

Test Specimen	a plate of pipe	a beveled stagger	a beveled stagger	a staggered stagger with a pipe inside	a pipe called a trip wire
Sectional figure					
Divergence (length 2.0 m)	$D = 50.3 \text{ mm}$	$D/2 = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$	$1/2, 1/2, 1/2$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$	$D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$	$D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$ $D = 1.5, 1.3, 0.5$

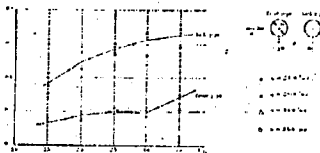


図-8 C_L - d/D

表-2 C_L の平均値

	Mean C_L	Mean S
trussed stinger 1/9	0.59 0.32	0.6 0.34
trussed stinger 1/18	0.35 0.31	0.63 0.40
stinger pipe A inside	0.37 0.32	0.65 0.4
stinger pipe B inside	0.46 0.24	0.5 0.31

流側のパイプに作用する揚力係数より、下流側パイプに作用する揚力係数の方が上弦パイプで、約1.8倍、下弦パイプで1.35倍ほど大きい。また、パイプを内在する場合その揚力係数の相違は同様であるが、パイプのない場合ほど顕著でない。他方ストラルハル数については同径パイプでは、ほぼ一致しているが上弦材、下弦材、パイプを内在する場合にはそれぞれ異なっている。

(4) トリップワイヤによる遮減効果

トリップワイヤ径をパラメーターとして、裸パイプの揚力係数 C_{L0} に対するトリップワイヤを巻いた場合の揚力係数 C_L の比 ϕ を図-9に示したが、ワイヤ径 ϕ にはあまり関係なく、巻く密度 h/D が増加すれば比較的效果あることが見出せる。

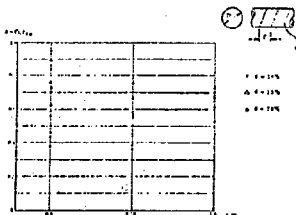


図-9 遮減効果

5. 考 察

(1) パイプ単体

実験値の揚力係数 C_L とストラルハル数 S を式(9)の理論曲線の上にプロットしたのが図-10に示すような結果である。ばらつきは多少あるが bluff-ratio M の値 0.95 近辺に分布している。この実験のレイノルズ数は $7.3 \times 10^3 \sim 1.1 \times 10^4$ の範囲にあり、流れの状態としては遷移領域で図-10に示すごとく、はく離点 (stripping points) がパイプの後方にずれ、層流や乱流状態と異なり、後流域の幅が狭い。したがって $h/D (=M)$ は 1.0 より小さい値をとるものと思われる。

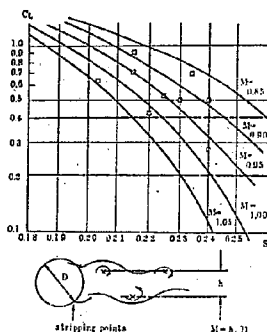


図-10 実験値との比較

(2) キールタイプスティンガー

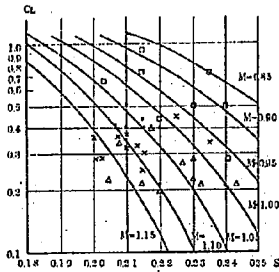
前面パイプ(上流側)の揚力係数が小さいことは前面パイプには渦の運動量変化の伝達が後面パイプによって、遅延され、十分な揚力が生じないと思われる。一方 d/D 値が大きくなれば、前面パイプの後流域にも渦列が発達し前面パイプの揚力係数も大きくなるとと思われる。

(3) トラスタイプスティンガー

上弦材間では d/D が 2.7、下弦材間では d/D が 5.5 であり、その場合のキールタイプでの実験値に比較して、上流側、後流側の揚力係数の相違は顕著でない。さらにパイプを内在するスティンガーでは、後流域の渦列が偏向したり、複雑な様相を示していると思われる。

(4) トリップワイヤによる遮減効果

トリップワイヤによる揚力係数の遮減は式(9)に沿って、図-11に裸パイプ(図中では□印)に比較して表示した。それによるとトリップワイヤの密度を増せば bluff-ratio M が増加し、その結果として C_L は減少し遮減効果が生じると思われる。この M が増大することは遷移領域にあったはく離点を乱し、渦列の幅を狭げること



△ $h/D = 0.50$
 × $h/D = 0.75$
 ○ $h/D = 1.00$
 □ $h/D = 0$
 ◇ $h/D = 1.44$
 図-11 トリップワイヤを巻いた場合

とであり、結果的に揚力係数が減少すると思われる。

6. 結 論

揚力係数について、パイプ型体の場合ストラハル数 S 、bleff-ratio AI を用いて式(9)を誘導し、実験値と比較しかなり傾向が一致しており、レイノルズ数と bleff-ratio の関係がわかれば、式(9)を用いて揚力係数が算定できると思われる。ステインガーについても同式(9)を用いて傾向を把握できると思われる。また、トリップワイヤによる揚力の増減効果はパイプ後流線のはく離点を乱し、渦列の幅を狭げることによって起こると考えられる。

参 考 文 献

- 1) Von Kármán, T.: Got Math-Phys. Klass pp. 501-517 (1911)
- 2) Anatol Roshko: National Advisory Committee for Aeronautics tech. note 3169
- 3) Thom, A.: Proceeding Royal Society (London) Series A, Vol. 141, 1933 pp. 651-669

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究 (第2報)

永井 莊七郎*・倉田 克彦**

1. 緒 言

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的な研究として、著者らは、流れの方向に平行に置かれた2本の円柱のそれぞれに働く力におよぼす他の円柱の影響(円柱の縦方向の相互干渉)を明らかにしてきた¹⁾。一方、流れと直角な方向に並べられた円柱列中の各円柱間の相互干渉については、あまり多くの研究結果は発表されていない。著者の1人は、円柱に働く力におよぼす水路側壁(有限水路幅)の影響を明らかにしたが²⁾、水路側壁の影響は、側壁を対称面として鏡像の位置に置かれた同一直径の円柱の影響(円柱の鏡像効果)と同じとして取扱われた³⁾。円柱周囲の流速分布に関しては、このような取扱いが可能であることはすでに明らかにされているが⁴⁾、流れと直角方向に並べられた円柱列中の1本の円柱に働く力に関して検討されていなかった。したがっ

て、本論文では、開水路流れの中に、流れの方向と直角に並べられた円柱列中の1本の円柱に働く力と、円柱間の中心間隔との関係とを求め、円柱に働く力におよぼす水路側壁の影響と隣接円柱の影響との相違について検討した。また、円柱列背後の流速分布についても同様の検討を加えた。

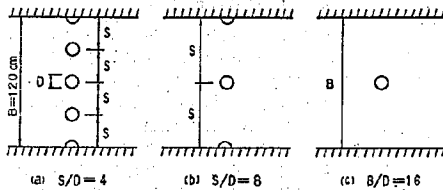
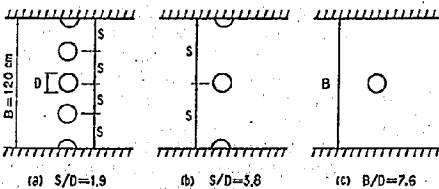
2. 円柱に働く力におよぼす隣接円柱の影響
(円柱の横方向の相互干渉)

隣接円柱の影響(円柱の横方向の相互干渉)と水路側壁の影響(円柱の鏡像効果)との相違を検討するため、流れの方向と直角な方向に同一直径の円柱を3本~5本並べ、その中央円柱の抵抗係数 C_D と、円柱の中心間隔 S と円柱直径 D との比 S/D との関係とを求め、すでに明らかにされている水路幅 B と円柱直径 D との比 B/D と円柱の抵抗係数 C_D との関係を²⁾と比較した。

(1) 実験施設および実験方法

実験は、大阪市立大学工学部河海工学実験場の幅 2.2 m、深さ 0.8 m、長さ 40 m のモルタル仕上げの開水路を、全長にわたって隔壁によって幅 1.2 m に仕切って行った。円柱は外径 $D=7.5$ cm および 15.6 cm のエスロンパイプを用い、図-1(a)~図-1(c)および図-2(a)~図-2(c)に示すように、隣り合う円柱間の中心間隔 S と円柱直径 D との比 $S/D=2, 4$ および 8 になるように配列した場合に円柱列中の中央円柱に働く力 F 、および水路中央に1本の円柱を置いた場合にその円柱に働く力 F を、4枚の差ゲージを貼り付けた厚さ 2.0 cm、幅 1.8 cm および 2.0 cm、長さ 50 cm の抵抗測定板(平銅板)によって測定した(図-3参照)。

円柱列の上流側 1.5 m の位置において、フォト・トランジスタ型プロ

図-1 直径 $D=7.5$ cm の場合の円柱列図-2 直径 $D=15.6$ cm の場合の円柱列

* 正会員 工学部 大阪市立大学工学部河海工学実験場
 ** 正会員 工学部 大阪市立大学工学部土木工学科

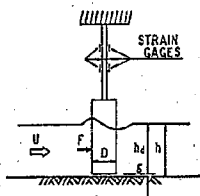


図-3 抵抗測定法

ベラ式流速計によって流速を測定し、断面の平均流速 U を求めた。水深 $h=50$ cm, 門柱下端と水路床面との間隔 $\delta \approx 1$ cm とほぼ一定にしたので, 門柱の水浸長 $h_a = h - \delta$ と水深 h との比 h_a/h による門柱の抵抗係数 C_D の変化は考えなくてよい。

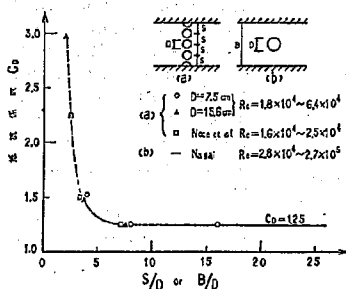
実験を行った条件を表-1 に示す。

表-1 門柱の抵抗に関する実験条件

門柱の間隔 S (cm)	水深 h (cm)	平均流速 U (cm/sec)	レイノルズ数 $Re = \frac{DU}{\nu}$	フルード数 $Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}$	門柱の中心間隔 S と門柱の直径 D の比 S/D あるいは B/D
15.6	50	14.8	1.8×10^4	0.077	1.9
	45	23.1	3.0	0.12	3.8
	49	35.2	4.2	0.15	3.8
	51	45.9	5.5	0.20	7.6
	50	53.5	6.4	0.24	7.6
7.5	50	36.1	2.1×10^4	0.16	4.0
	50	47.3	2.7	0.21	8.6
	50	54.5	3.2	0.25	16.0

(2) 実験結果およびその考察

門柱の抵抗係数 $C_D = F / \frac{\rho U^2}{2g} \cdot h_a D \cdot U^2$ の門柱間の中心間隔 S と門柱直径 D との比 S/D による変化を 図-4 に示す。図中の○印は $D=7.5$ cm, △印は $D=15.6$ cm の門柱の抵抗係数の平均値 (平均流速 $U \approx 15$ cm/sec ~

図-4 抵抗係数 C_D の S/D あるいは B/D による変化

55 cm/sec に変化させた時) を示し, □印は Naciri が行った門柱の直径 $D=1$ in. (≈ 2.5 cm), 水路幅 $B=14.3/8$ in. (≈ 36 cm), Reynolds 数 $Re=1.6 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^4$ の場合の実験結果である。また, 同図中の実線は, 幅 B なる開水路中に直径 D なる門柱を 1 本置いた場合の, 門柱の抵抗係数 C_D の B/D による変化を表わした実験曲線である。図-4 によると, C_D と S/D の関係は C_D と B/D の関係と全く同じで, $S/D \approx 6 \sim 8$ になれば, 隣接門柱および水路側壁の影響は無視でき, 広い流れの中に置かれた 1 本の門柱の抵抗係数 $C_D=1.25$ に等しくなる。すなわち, 門柱の抵抗係数におよぼす水路側壁の影響 (門柱の投影効果) と, 隣接門柱の影響 (門柱の横方向の相互干渉) とは全く同じであるといえる。その理由は, 各門柱間の中央を流れる流れは門柱列前面の流れ, すなわち, 水路側壁とほぼ平行な流れとなるため, 門柱間中央を通る鉛直面に関して流れはほぼ対称になる。この対称面を水路側壁に置き換えて考えればよい。たとえば, 図-1 (a) と 図-2 (b) は $S/D=4$ と 3.8 でほぼ等しい。この場合, 中央の門柱の C_D はほぼ等しい。それゆえ, 直径が同一である門柱が同一の間隔 S で配列されている場合には, 何本配列されていても, 任意の門柱の C_D を 図-4 より求めることができる。

3. 門柱列背後の流速分布

門柱列背後の流速分布を $S/D=4$ の場合について求め, $B/D=4$ の場合の結果とを比較し, 門柱列背後の流速分布におよぼす水路側壁の影響と隣接門柱の影響 (門柱の横方向の相互干渉) との違いについて検討した。

(1) 実験施設および実験方法

実験に用いた水路, 流速計および門柱, ならびに平均流速 U の測定方法は, 抵抗係数の実験の場合と同じである。 $D=7.5$ cm および $D=15.6$ cm の門柱を, それぞれ 図-1 (a) および 図-2 (b) に示すように, $S/D=4$ となるように並べ, それぞれの場合について, 門柱背後の後流中心 (x 軸), および $S/D=4$ における流れの方向と直角な断面 (y 軸) において, フォト・トランジスタ型ベラ式流速計によって流速を測定し, 各測定点における鉛直線上の平均流速 u を求めた。

実験の条件を表-2 に示す。

(2) 実験結果およびその考察

$S/D=4$, $U \approx 20$ cm/sec ~ 40 cm/sec に変化させた場合の, 中央門柱背後の後流中心の流速 u_0 の, 門柱中心からの距離 x による変化を示したものが 図-5 である。図中の○印は $D=7.5$ cm, △印は $D=15.6$ cm の場合の u_0/U の平均値であり, □印は $D=30$ cm, $B/D=4$ の場合の値である。図より明らかなように, $S/D > 3 \sim 4$ の範囲では, $D=7.5$ cm の場合と $D=15.6$ cm の場合の u_0/U の平均値をとれば, $S/D=4$ の場合と $B/D=4$ の場合の

表-2 円柱列背後の流速分布に関する実験条件 ($S/D=4$)

円柱 直径 D (cm)	水深 h (cm)	平均流速 U (cm/sec)	レイノルズ数 $Re = \frac{DU}{\nu}$	フルード数 $Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}$	流速測定位置 x/D および y/D
15.6	50	23.0	2.9×10^4	0.11	$x/D=1.0 \sim 7.5$
	52	25.5	3.1	0.11	
	50	27.7	3.3	0.12	
	50	30.3	3.6	0.14	$y/D=0 \sim 2.0$
	51	37.5	4.5	0.17	
	48	40.9	4.9	0.19	
7.5	50	25.5	1.5×10^4	0.12	$x/D=1.25 \sim 7.0$
	48	28.8	1.7	0.13	
	44	39.9	2.3	0.19	$y/D=0 \sim 2.0$
	48	41.1	2.4	0.19	

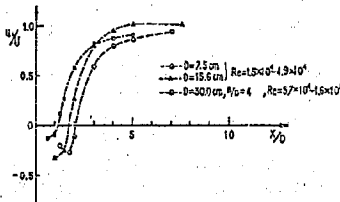


図-5 後流中心の流速分布 ($S/D=4$)

u/U はほぼ同じとみなしてよく、 x/D の増大にしたがって $u/U \approx 0.9 \sim 0.95$ になり、 $x/D > 7 \sim 8$ においては、後流中心の流速 u は、ほぼ円柱列前面の平均流速 U にまで回復するようである。 $x/D < 3 \sim 4$ の範囲では、 $B/D = 4$ の場合の u/U の値は、 $S/D = 4$ の場合に比して大きくなり、この範囲では後流中心の流速分布におよぼす本路隔壁の影響と隔壁円柱の影響とが多少異なるが、流速が小さいので、円柱の抵抗係数にはほとんど影響をおよぼさないようで、すでに記したように、両者の抵抗係数は同じである。

図-6 は $x/D = 4$ での流れに直角な断面における $y/D = 0$ (円柱背後の後流中心) から $y/D = 2$ (円柱間の中央) までの鉛直線上の平均流速の分布を示す。図中の○印は $D = 7.5$ cm、△印は $D = 15.6$ cm の場合の中央円柱背後、および△印は $D = 15.6$ cm の端半円柱背後の

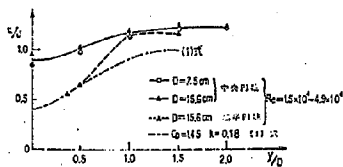


図-6 $x/D=4$ における縦方向の流速分布 ($S/D=4$)

流速分布を示す。図より明らかなように、 $D = 7.5$ cm および $D = 15.6$ cm の中央円柱背後の流れに直角な断面における流速分布はほぼ同じとみなしてよく、 y/D の増加にしたがって $u/U \approx 0.9 \sim 1.2$ になるようである。

$D = 15.6$ cm の端半円柱背後の流速分布は、 $y/D \leq 0.5$ の範囲では、一点描線で示した式(1)による計算値と一致し、 $y/D \geq 1.0$ になれば、中央円柱背後の値とほぼ一致し、式(1)による計算値の約1.2倍になるようである。

$$u/U = 1 - \frac{\sqrt{10} \left(\frac{C_D \cdot D}{x} \right)^{1/2}}{18k} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (1)$$

ここで、

C_D : 円柱の抵抗係数、 $S/D = 4$ の場合の $C_D = 1.45$

b : 後流幅の $1/2$, $b = \sqrt{10} k (C_D \cdot D \cdot x)^{1/2}$

k : 係数、 $Re = 10^4$ 前後では $k = 0.18 \sim 0.21$

$y/D \leq 0.5$ の範囲で、端半円柱背後の流速分布の実験値と計算値とが一致するのは、次のような理由によると考えられる。

端半円柱背後の後流はよく安定しておいて、後流の振動はほとんど見られない。また、半円柱の上・下流側間



(a)



(b)

写真-1 円柱列背後の流況
 $S/D=4.0$, $D=7.5$ cm
 $U=22.5$ cm/sec, $Re=1.3 \times 10^4$

の水面差もほとんどないため、式(1)を導く際に假けた次の仮定がほぼ満足されているためと考えられる。すなわち、(1) y 軸方向の流速はきわめて小さく、(2) 後流中における圧力は一様流中における圧力、すなわち円柱前面の流れにおける圧力に等しい。

式(1)は広い流れの中に置かれた1本の円柱背後の後流に関するものであるが、実験においては、隣接円柱の後流の影響によって、後流外側の流れの幅が狭くなり、そのため、後流の発達が抑制され、後流中の流速が増大するので、 $y/D \geq 1.0$ の範囲では実験値は計算値より大きな値を示すのであろう。

図-1(a)と図-2(b)は $S/D=4$ と 3.8 でほぼ等しく、中央円柱背後の流速分布 u_0/U はほぼ等しい。円柱間の中央を道る鉛直面を対称面と考えれば、抵抗係数の場合と同様に、同一直径の円柱が同じ中心間隔で並べられている場合には、円柱背後の流速分布はどの円柱の場合もほぼ同じになると考えてよいであろう(写真-1)。

4. 結 論

以上述べてきたことを要約すると、

(1) 開水路流れの中に、流れの方向と直角方向に並べられた円柱列中のそれぞれの円柱の抵抗係数におよぼす隣接円柱の影響(円柱の横方向の相互干渉)は、流れの中に置かれた1本の円柱におよぼす水路側壁(円柱の鏡像効果)と全く同じである。円柱の抵抗係数 C_D の S/D あるいは B/D による変化は図-4に示すとおりで、 S/D あるいは $B/D \geq 6 \sim 8$ になれば、 C_D は広い流れの中に置かれた1本の円柱の $C_D=1.25$ に等しくなる。

(2) 同一直径の円柱が同一の中心間隔で並べられている場合には、円柱が何本配列されていても、任意の円柱の C_D は図-4より求まる。

(3) $S/D=4$ と $B/D=4$ の場合の円柱背後の流速分布を比較した結果、後流中心の流速分布におよぼす隣接円柱の影響と水路側壁との影響は、 $x/D > 3 \sim 4$ の範囲ではほぼ同じと考えられ、 $x/D > 7 \sim 8$ においては、後

流中心の流速 u_0 はほぼ円柱列前面の平均流速 U にまで回復する。 $x/D < 3 \sim 4$ の範囲では、両者の影響は多少異なっているが、流速が小さいので、円柱の抵抗係数にはほとんど影響をおよぼさない。

(4) $x/D=4$ における流れに直角な横断面における流速分布を求めた結果では、中央円柱背後の $y/D=0 \sim 2.0$ においては $u/U \approx 0.9 \sim 1.2$ となる。端部円柱背後の $y/D \leq 0.5$ の範囲では実験値は式(1)による計算値と一致するが、 $y/D \geq 1.0$ になれば、中央円柱背後の値とほぼ同じになり、計算値の約1.2倍になる。

(5) 同一直径の円柱が同一の中心間隔で並べられている場合には、それぞれの円柱背後の流速分布は同じになると考えられる。

定常流中の円柱の相互干渉については、流れの方向と平行に置かれた2本の円柱の場合、および本論文において述べた流れの方向と直角方向の円柱列の場合の研究をおこなってきた。今後は、円柱が非直線状にあるいは千鳥状に置かれた場合についても研究を進めて行くつもりである。また、波浪中の円柱の相互干渉についても研究を続けて行きたいと思っている。

最後に、この実験をおこなうにあたり協力をえた当時大阪市立大学工学部学生 寺田淳男君(現在大阪市下水道局勤務)に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 永井・倉田: 開水路流れの中の円柱の相互干渉, 土木学会論文報告集, No. 195, 1971. 12
- 2) 永井・倉田・伊藤: 円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究, 第20回海岸工学講演会論文集, 1972. 11
- 3) 永井: 改訂水理学, pp. 255, コロナ社
- 4) 大阪市立大学工学部永井研究室: 本州国図連絡橋構架に関する研究報告(その3), 1969. 3
- 5) Nece, R.E. et al.: Discussion about Resistance of Cylindrical Piers in Open-Channel Flow by T. Hsieh, Journal of Hydraulics Division, Vol. 90, HY 5, Sept., 1964
- 6) 藤本武助: 改築流体力学, pp. 256, 養賢堂

潮流下におけるパイプの防振対策に関する実験的研究

勝井 秀博*・宮 崎 修**・花 村 哲 也**

1. ま え が き

河口や海峡など潮流の大きい場所に構造物を作る場合、長さに対して剛性の低い構造物または部材は、発生するうずによって振動を起し、時には破壊に至ることがある。各部材の結合がなされる前の構造物や施工機は特に振動に弱い。振動の抑制、防止に関する研究は、航空機、橋梁、機械などの分野では多くなされているが、水理学の分野では報告事例が少なく、未知の要素も多い。本研究は、渦励振によるパイプの振動性状の把握と、効果的な防振装置を開発することを目的としてなされた実験研究である。

2. 渦力の評価

(1) 水の付加質量を考慮した片持りの自由振動水中に半没する片持りの振動を考える場合、水中部分に対しては、水の付加質量を考慮する必要がある。図-1に示すように、 $0 \leq x \leq l$ で ρ_1 、 $l < x \leq L$ で ρ_2 なる線密度をもつ梁断面ばりの自由振動方程式は式(1)のように与えられる。

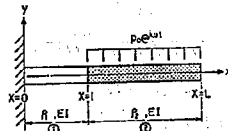


図-1 振動モデル図

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + v(x) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

ただし、

$$v(x) = \begin{cases} B/l \rho_1 & 0 \leq x \leq l \\ B/l \rho_2 & l < x \leq L \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 ρ_1 はりの線密度、 B/l はりの剛性、添字 1, 2 はそれぞれ $0 \leq x \leq l$ 、 $l < x \leq L$ の領域を示すことにする。

式(1)の解および、境界条件は、それぞれ式(3)、

* 正会員 大阪建設(株)技術開発部
** 正会員 財団法人建設(株)技術開発部

(5) で表わされる。

$$y = X(x)e^{i\omega t} \quad (3)$$

ただし、

$$0 \leq x \leq l \text{ で}$$

$$X = X_1 = C_1 \cos \lambda_1 x + C_2 \sin \lambda_1 x + C_3 \cosh \lambda_1 x + C_4 \sinh \lambda_1 x$$

$$l < x \leq L \text{ で}$$

$$X = X_2 = D_1 \cos \lambda_2 x + D_2 \sin \lambda_2 x + D_3 \cosh \lambda_2 x + D_4 \sinh \lambda_2 x \quad (4)$$

ここに、 n はりの固有角振動数、 $\lambda_1 = n^{1/2} l$ 、 $\lambda_2 = n^{1/2} L$ である。なお、未定係数 $C_1 \sim D_4$ は境界条件(5)より相対関係が求まる。

境界条件(片持り)：

$$\left. \begin{aligned} x=0: & X_1=0, X_1'=0 \\ x=l: & X_1=X_2, X_1'=X_2', \\ & X_1''=X_2'', X_1'''=X_2''' \\ x=L: & X_2'=0, X_2''=0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに'は x による微分を表す。

水の付加質量係数 C_{add} は、後藤・土岐³⁾によれば、水深方向に分布が異なる。ここでは、図-1に示すモデルのように一定分布を仮定し、 s 次の振動数 n_s を実験的に求め、式(4)、(5)から作られる振動数方程式を解いて ρ_2 を知り、次式によって C_{add} を簡単に算定する。円柱の場合、

$$C_{add} = \frac{4}{\pi D^2 l \rho_2} (\rho_2 - \rho_1) \quad (6)$$

ここに、 D ：円柱の直径、 ρ_2 ：水の単位体積重量

(2) 周期的な渦力によるはりの応答

片持りの水中部分に図-1に示すように、長さ方向に均一な周期的渦力が働くことと仮定すると、振動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C(x) \frac{\partial y}{\partial t} + v(x) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x)e^{i\omega t} \quad (7)$$

ただし

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq l \\ r = p_2 \rho_1 \rho_2 & l < x \leq L \end{cases} \quad (8)$$

ここに, p_0 : 渦力の振幅, ω : うずの角振動数, $C(x)$: 減衰係数である。

ここで, $C_0 = C_1$ を仮定し, 式(7)を振動形解法に従って解くと定常解は次式のようになる。

$$y = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\beta_s}{n_s} X_s X_0 e^{i(\omega_s t - \tau_s)} \quad (9)$$

ここに, X_s : 自由振動で得られた s 次の基底関数,

$$\beta_s = \frac{\int_0^L X_s dx}{\omega_s \int_0^L X_s^2 dx + \int_0^L X_s^2 dx}$$

$$L_s = \sqrt{(1 - (\omega/\omega_s)^2)^2 + 4(h_s/\omega_s)^2} \quad \text{応答倍率}$$

$$\varphi_s = \tan^{-1} \left(\frac{2h_s/\omega_s}{1 - (\omega/\omega_s)^2} \right) \quad \text{位相角}$$

$$h_s = C_1/2n_s \quad \text{減衰定数}$$

(3) 渦力の評価および変動揚力係数

定常流下における単位長さあたりの円柱に働く流体力を次式のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} F_D &= \frac{1}{2} \frac{\rho U^2}{g} D U (C_D + \hat{C}_D e^{i\omega t}) \\ F_L &= \frac{1}{2} \frac{\rho U^2}{g} D U^2 \hat{C}_L e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ここに, F_D : 抗力, F_L : 変動揚力, U : 流速, C_D : 抗力係数, $\hat{C}_D$: 変動抗力係数, $\hat{C}_L$: 変動揚力係数, $\omega_D = \omega_L$: それぞれ変動抗力・変動揚力の角周波数で, 交差うずの場合, $\omega_D = 2\omega_L$ となることが報告されている¹⁾。

ところで, 片持ばりの $x=x_0$ の部分に働くモーメントは,

$$M = -EI \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_{x=x_0} \dots (11)$$

となる。流れに直角方向の変位 δ_L とモーメントとの関係式 $\delta_L = MD/2EI$ と, 式(9), (11) から

$$\delta_L = - \frac{g \cdot \beta_s \cdot D \cdot L_s X_0}{2 \cdot p_s \cdot n_s} p_0 e^{i(\omega_s t - \tau_s)} \dots (12)$$

ただし, $s=1$ 次のモードのみを考慮した。 $F_L = p_0 e^{i\omega t}$ とおくと, 式(10), (12) より

$$|\hat{C}_L| = \left| \frac{4EI g M}{\omega_s \beta_s X_0 L_s D^2 U^2} \right| \cdot |\delta_L| \dots (13)$$

$\hat{C}_D$ も $\hat{C}_L$ と全く同様に求めることができる。

3. 防振対策

渦励振機構に関する研究は従来, 空力弾性学分野で少なくされ, その防振装置も実際に航空機の翼, 吊り橋の吊り材, 高層建築などに広く採用されている。これらの装置の一般原理は境界層制御であり, Schlichting²⁾ が詳しく述べている。本実験では, 上述の風に対する防振

装置を水中に適用するとともに, 水中特有の防振対策を検討した。

4. 実験

(1) 実験装置および実験方法

実験は, 図-2に示すように, アクリル製パイプ(外径100mm, 肉厚5mm, 有効長1625mm)を曳航車に固定し, 長さ68m, 幅2.5m, 水深1.5mの2次元水槽上を走行させて行った。ひずみの測定は, パイプの固定端より7.5cm下に, 前後左右合計4枚のストレーンゲージを貼り, 2ゲージ法によって, 流れ方向および流れに直角方向のひずみを取り出し, 電磁オシログラフとデーターコーダーに記録した。パイプの剛性 EI はばねばかりによる静的鼓動法および空中でのパイプの固有振動数により, それぞれ静的, 動的値を求めた。結果は, 後者の方が前者より約20%大きい値であった。 C_D の算定には静的 EI を, C_{D0} , $\hat{C}_D$, $\hat{C}_L$ の算定には動的 EI を用いた。流速は, 曳航車の速度をもって流れの速度とみなし, $U=0.55 \sim 2.49$ m/sec の8段階に分けて行った。

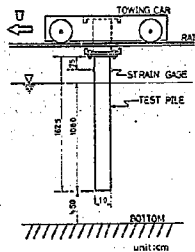


図-2 実験装置図

(2) 防振対策用模型

実験に用いた模型パイプは合計6本で, これに種々の防振対策を施し, 対策を施さないものとの比較を行った。図-3と表-1に, 実験に用いた模型の諸元と実験ケース名を示す。また, 実験に先立って求めた模型の固有振動数と減衰定数もあわせて表-1に示している。

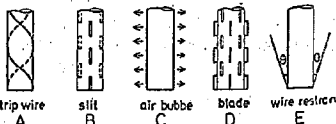


図-3 防振対策用模型の分類図

流下におけるパイプの防振対策に関する実験的研究

表-1 試験体一覧表

組	防 振 対 策 要 素	分 類		振 動 特 性	
		試験名称	内 容	f_n	h
Z	な し	Z-1	な し	5.8	0.01
		Z-2		4.6	0.04
		Z-3		3.2	0.01
A	Trip Wire らせん帯 Wire 直径 $\phi=2, 4, 5\text{mm}$ (本数=1, 2 本) (巻き角 $\theta=30^\circ$) 間隔=3mm, 深さ=2mm	A-1-1	$\phi 2\text{mm} \times 2$ 本	4.6	0.04
		A-1-2	$\phi 2\text{mm} \times 1$ 本	4.6	0.01
		A-2	$\phi 4\text{mm} \times 1$ 本	4.6	0.01
		A-3	$\phi 5\text{mm} \times 1$ 本	4.6	0.01
		ワ	ワ	4.7	0.01
B	slit 長さ=50mm, pitch=50mm 縦向 $0^\circ, 180^\circ$, 傾=2.4mm	B-1	段違い $b=2\text{mm}$	4.8	0.05
		B-2	平 行 $b=2\text{mm}$	4.9	0.05
		B-3	傾 $b=4\text{mm}$	4.9	0.05
C	Air Bubble 吐出孔直径 $\phi 1.5\text{mm}$, pitch 50mm 空気流量 $Q=0, 20, 40\text{ l/min}$	C-1	直向 0°	5.0	0.04
		C-2	傾 90°	4.8	0.01
D	Blade 厚さ=1.5mm, blade 長=50mm $Q=0, 20, 40\text{ l/min}$ (air 23用)	D-1	$h=4\text{mm}$	5.0	0.01
		D-2	$h=7\text{mm}$	5.0	0.01
E	Wire Restrain 索張力 $T=4.0\text{kg}$ $\theta=15^\circ, 30^\circ$	E-1	$\theta=15^\circ$	6.8 ~ 7.3	0.03
		E-2	$\theta=30^\circ$	9.2 ~ 10.1	0.03

Aは、ワイヤを $\theta=30^\circ$ の角度でらせん状に巻いたものおよび、幅 3mm, 深さ 2mm のらせん帯を切ったもの、Bは、パイプの同一周上 $\theta=120^\circ$ の間隔で幅 2~4mm のスリットを入れたもので、流向によって効果は異なる。Cは、パイプの左右または前後の側面より気泡を吐出させるもの、Dはパイプの同一周上 $\theta=90^\circ$ の間隔、ピッチ 50mm で段違いにブレードを貼りつけたもの、Eは、パイプの自由端から流れに直角方向で $\theta=15^\circ, 30^\circ$ の角度で上方にワイヤを張り強制的に振動を拘束したものである。

5. 実験結果

(1) 流速と変動力ひずみの関係

図-4 に変動力ひずみ ε_z の波形を示す。図によれば、流速 U 、固有振動数によってかなり異なる。しかし、ランダム性は強くなく、各流速によってある卓越周波数が存在することがわかる。図-6 に示すように、明らかに渦力の周期と思われる卓越周波数が存在して、こ

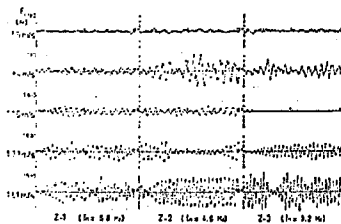


図-4 変動力ひずみ波形 (Z-1, Z-2, Z-3)

れが流速の増大ともななってパイプの固有振動数に接近し、図-4 に見られるうなりが発生する。 U と変動力ひずみの最大値 $\varepsilon_{\max}$ 、変動力・変動抗力の周波数 f_z 、 f_D の関係を示したものが、図-5 である。 ε_z と U の関係は f_n によって多少異なるが、いずれの場合も共振流速 (大きく振動しはじめる流速) は、ストローハル数 $S=0.2$ とした時の共振周波数を与える流速より低い。

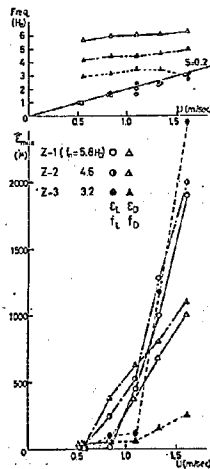


図-5 変動力ひずみの最大値と周波数 (Z-1, Z-2, Z-3)

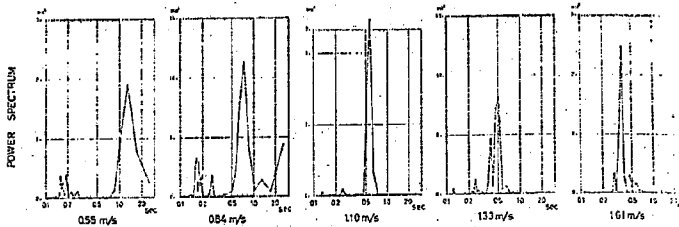


図-6 変動揚力ひずみのパワースペクトル (Z-1)

また、低流速域では、 $f_D > f_L$ であるが、流速が大きくなるとこの関係は逆転する。周波数と流速の関係は、 f_L と f_D でかなり異なる。すなわち、 f_D はほぼ $S = f_L D/U = 0.2$ の直線上にあって、実験した範囲の流速では、揚力の振動は渦力による強制振動であると考えられる。これに対して、 f_D はほぼ f_n に一致する。図-5によれば、 U が増加するにつれて、 f_D もわずかに増加している。これは、パイプの後流側の水位が下がって水没長が短くなり、その結果 f_n 自体が増加することによるものと思われる。上述の事実だけでは、変動揚力によるパイプの振動が、強制振動、自由振動のいずれであるかを判定することは難しい。本実験では、流速の範囲が狭く、共振時の振動性状や、そのピーク値を抑える

ことはできなかった。また、 $f_D = 2f_L$ のような関係も確認できなかった。

(2) 防振対策の効果と変動揚力係数

図-7 では防振対策の効果と、変動揚力の最大値 f_{Lmax} で比較して示している。本実験では、流速の範囲が狭く、共振時の f_L の値で比較することはできなかった。しかし、少なくとも「効果的な防振対策を講ずれば、発生流速を共振域にまでずらすことができる」ことが認められよう。中でも特に効果があつたものは、A-1-1、B-3 ($\theta = 0^\circ$)、C-1 ($Q = 40 \text{ l/min.}$)、C-D ($l = 7 \text{ mm}$, $Q = 40 \text{ l/min.}$) である。エア・バブル、スリット型は流向によって効果が異なることから、円柱の境界層剥離点付近での吹出し効果が確かめられた。また、トリ

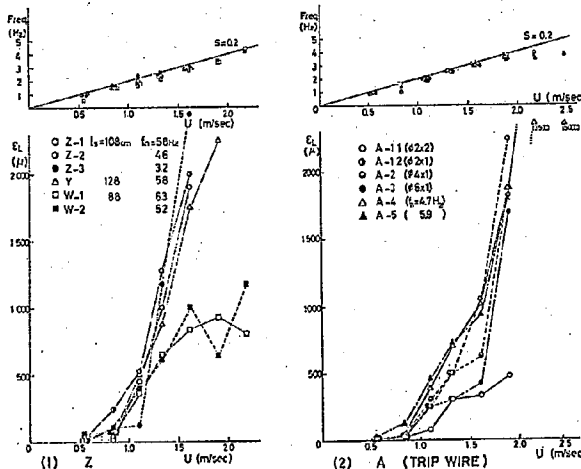


図-7

潮流下におけるパイプの防振対策に関する実験的研究

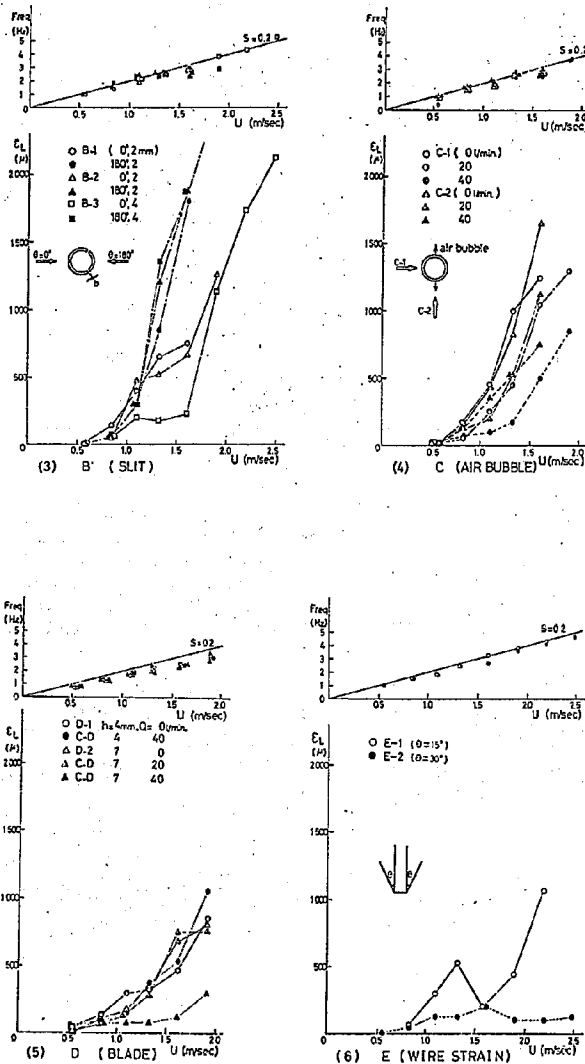


図-7 変動揚力ひずみによる防振対策の効果比較図

ツブ・ワイヤは $\phi 2\text{mm}$ (パイプ径 D の 2%) を 2 本使った場合は、 $\phi 6\text{mm}$ 1 本の場合よりも効果があった。吊橋の吊り材の耐風設計においては、有効なワイヤ径は $\phi \geq 0.1D$ であることが報告されているが、本実験によれば、 $\phi = 0.02D$ 程度のワイヤでも十分効果のあることがわかった。ブレードは、 $h = 4\text{mm}$ よりも $h = 7\text{mm}$ の方が有効で、ブレードとエア・バブルを併用すると効果が大きいことがわかった。 f_L は、防振対策の有無にかかわらず、 $S = 0.17 \sim 0.2$ の値をとるが、ブレード型では他より若干小さい。

図-8 は、 $\hat{e}_L$ の振動が不規則なため、この r.m.s. を取り、式 (13) に代入して $\hat{C}_L$ を算出したものである。したがって、この値を用いて直接計算できるのは、揚力の r.m.s. である。

(3) 抗力係数 C_D

図-9 に C_D と Re 数との関係を示す。図によれば、防振対策による C_D の変化は確認しがたい。

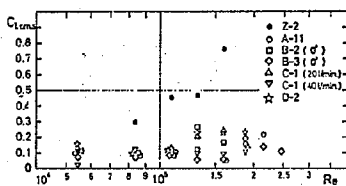


図-8 $C_{L,r.m.s.}$ による防振対策の効果比較図

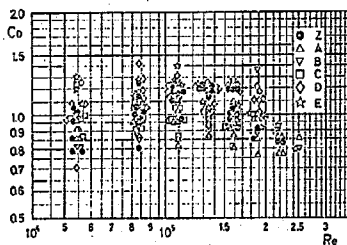


図-9 C_D と Re 数との関係

(4) 付加質量係数 C_{add}

パイプの固有振動数と C_{add} との関係を探るため、 C_{add} を式 (6) より計算した。 $C_{add} = 0.6 \sim 0.97$ の値が得られたが、 f_n との明確な関係は確かめられなかった。

6. 結 論

本実験の結果を要約すると次のとおりである。

(1) 本実験に関する限り、パイプは流れと直角方向にうずによる強制振動的応答を示した。流れ方向には、常に固有振動数で振動するが、振動振幅については明らかではない。

(2) 揚力の振幅は、 f_L が f_n に近づくかなり前から急激に増大する。

(3) $S = f_L D / U$ は $0.17 \sim 0.2$ の値をとった。

(4) 防振対策について次のことがわかった。

① トリップワイヤの径は 0.02 程度でも本数によって十分な効果があった。

② エア・バブル、スリットなど、円柱周囲から吹き出しを設けることにより、防振効果を高めることができた。

③ ブレードの効果は、エア・バブルと併用すると増大した。

今後、上記の成果をふまえて、さらに効果的な防振対策を追求するとともに、共振、逆共振、自励振動などの流体力学的メカニズムを明らかにしてゆく予定である。本研究の遂行にあたって、実験に協力いただいた山九建設工(株) 小池孝吉、佐藤賢雄の両氏および計算に協力いただいた大成建設(株) 柴田敦子氏に深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) Sainsbury, R. N., King, D.: The flow induced oscillation of marine structures, Proc. Inst. Civ. Engrs. 49, 1971.
- 2) 後藤勇男・土牧定三: 水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第100号, 昭和38年12月.
- 3) Schlichting, H. D.: Boundary Layer Theory, 4th Ed. McGraw-Hill, New York, 1960.
- 4) 田辺東隆・廣井幸武・松井友二・坂田 弘: 円管を用いた橋梁橋材の風による振動とその対策, 橋梁と近畿 2-11, Nov. 1968.
- 5) 山口富夫・白木万博・梅村 直・田中博彦: カルマン渦による橋梁橋材の振動とその防止策, 三工重工業誌, Vol. 7, No. 7, 1970.

円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究(第3報)

永井 莊七郎*・小田 一紀**・介田 克彦***

1. 緒 言

海底油田探査あるいは掘削等のための掘削リグ、海上プラットフォーム等の、部材(円柱)が直径に比して比較的狭い間隔で組合わされている構造物が潮流中に設置された場合、各部材円柱に働く潮流力は部材間に相互干渉を生じ、またレイノルズ数 R_e が 10^4 程度と大きくなるため、これまでに多くの研究成果が得られている $R_e < 2 \times 10^3 \sim 3 \times 10^3$ の場合の開水路流れの中の1本の円柱に働く力とは異なる。

著者らは、円柱の組合わせ構造物に働く潮流力に関する基礎的研究として、開水路流れの中における円柱の相互干渉について研究をおこなってきた^{1)~4)}。またレイノルズ数が大きき場合については、Roshko⁵⁾ は風洞実験によって、有田ら^{6)~7)} は曳船の曳航実験によって $R_e = 10^4 \sim 10^5$ の範囲の円柱の抵抗係数を求めている。

一方、水路側壁の影響が生じないだけの幅を有する開水路流れにおいて R_e が大きい範囲の実験を行うことは、困難であって、たとえば、 $R_e = 10^4$ を得るには円柱の直径 $D = 1.0$ m とすれば流速 $U = 1.0$ m/sec となり、水路側壁の影響が入らないようにするには水路幅 $B > 6.0$ m でなければならない。そのため、水深 $h = 40$ cm (フルード数 $F_r = U/\sqrt{gh} \approx 0.5$) としても、流量 $Q = 2.4$ m³/sec にもなる。したがって、 R_e が大きい範囲の実験を行うには、潮流流速が比較的速い海域において現地実験を行うか、あるいは有田らのように実験を用いた曳航実験等によらねばならない。

著者らは、日本鉄道建設公団が昭和43年に岡山県児島半島鷺羽山沖に設置した海中鉄橋を利用して、円柱および角柱に働く潮流力に関する現地実験を行う機会を得た。本論文は、 R_e が比較的大きい範囲について得られたこの現地実験の結果を取りまとめたものである。

2. 実験施設および実験方法

実験を行った海中鉄橋は、昭和43年に日本鉄道建設

- * 正会員 工学 大阪市立大学工学部 工学部土木工学科
- ** 正会員 工学 大阪市立大学工学部 工学部土木工学科
- *** 正会員 工学 大阪市立大学工学部 工学部土木工学科

公団によって岡山県児島半島鷺羽山沖の松島の南約250 m (水深 D.L. -21 m ~ -22 m) に設置された⁸⁾ (図-1 および写真-1 参照)。この付近の平均潮流は D.L. + 1.80 m である。

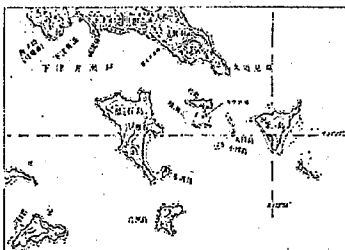


図-1 海中鉄橋位置図

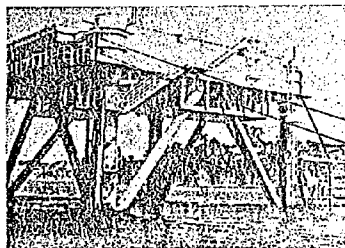


写真-1 海中鉄橋

海中鉄橋の東には釜島および大瀬島、西には松石島、南には小瀬島があって、潮流は、下げ潮時にはほぼ東流～南東流、上げ潮時にはほぼ西流～南西流となる。潮流は比較的速く、上げ潮時には鉄橋設置位置およびその北東側において最大流速約4ノットあるいはそれ以上に、下げ潮時には鉄橋設置位置の西側において最大流速約5ノットに達する場合がある⁹⁾。

実験用足場は写真-2に示すように、海中鉄橋の北東

側の脚柱中心より測定用円柱あるいは角柱の中心までの距離が 6.75 m となるように、鉄橋から張出して設けられている。下げ潮時には測定用円柱あるいは角柱（以後両者を総称する場合は供試体という）は北西側脚柱の後流域中に入るため、実験は上げ潮時のみ行った。

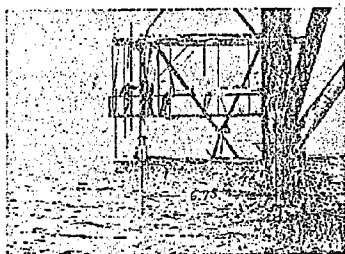


写真-2 供試体の設置位置

実験に用いた供試体は、表-1 に示すように、直径 $D=60$ cm および 100 cm、あるいは 1 辺の長さ $D=50$ cm、高さ 100 cm ~ 150 cm、表面ラッカー塗装仕上げおよび塗装仕上げなしの耐蝕アルミニウム製円柱および角柱である。これらの供試体は抵抗測定板への取付けのため 2 つに分割されるようになっている。

実験においては、図-2 に示すように、3 つの供試体は鉛直方向にそれぞれの間隔 5 mm ~ 10 mm あけて並べられ、抵抗測定板を介して外管に取付けられている。この外管は支持柱に沿って上下し、鉛直方向の任意の位置に供試体を保持できるようになっている。

中央供試体の上下には比較的狭い間隔で同じ大きさの供試体があるため、中央供試体に働く潮流力に関しては、供試体端部および自由水面（造波抵抗）の影響はほぼ無視され、2 次元流中に置かれた場合と同じとみなすことができるであろう。中央供試体に働く潮流力と上部

表-1 供試体寸法および表面状態

供試体	寸 法	表 面 状 態
円 柱	直 径	100 cm
	長さ, 上段	150
	中段	100
	下段	100
	直 径	60
	長さ, 上段	150
角 柱	50 cm × 50 cm	
	長さ, 上段	150
	中段	100
	下段	100

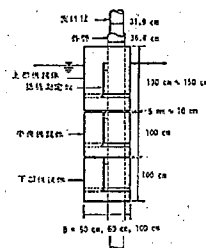


図-2 供試体の配置概略図

および下部供試体に働くそれとを比較して、抵抗係数におよぼす造波抵抗および供試体端部の影響を明らかにした。

供試体の上流側 3.0 m の位置の鉛直線に沿った流速分布の一例を図-3 に示す。図-3 より明らかなように、

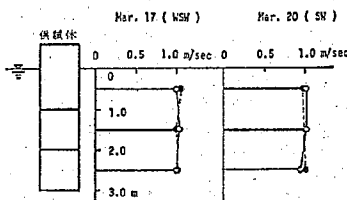


図-3 潮流流速分布の一例

上げ潮時の南西流および西西南流のいずれの場合にも、水面付近から下部供試体の下地付近まではほぼ一様な流速分布を示している。そのため、実験においては、中央供試体のほぼ中央付近に相当する深さの点（1点）において、電気式流速計（東邦電探製）によって、供試体に働く潮流力の測定と同時に測定した流速の平均値を潮流流速 U とした。

供試体に作用する潮流力 F は、図-4 に示すように潮流力 F および鉛直方向の力（浮力など） F_v によって点 A および B に生じる曲げモーメント M_A および M_B の差 $(M_A - M_B)$ を取り出すように結線されている 4 枚のひずみゲージを貼付けた抵抗測定板によって測定し、

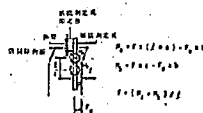


図-4 抵抗測定装置概略図

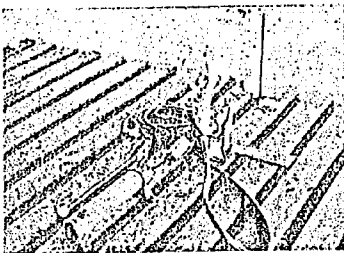


写真-3 抵抗測定板の検査

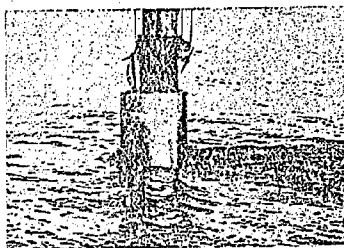


写真-4 円柱の実験状況



写真-5 角柱の実験状況

直視式電磁オシログラフによって記録した。抵抗測定板の検査は写真-3に示すように、油圧ジャッキと油圧計を用いて行った。

写真-4および写真-5に円柱および角柱に働く潮流力に関する実験の状況を示す。

3. 実験結果およびその考察

供試体の抵抗係数 C_D は次式より求まる。

$$C_D = \frac{F}{\frac{\rho w_0}{2g} \cdot A \cdot U^2}$$

ここで、 F ：供試体に働く潮流力、 w_0 ：海水の単位体

積重量 $= 1.03 \text{ t/m}^3$ 、 g ：重力の加速度 $= 9.8 \text{ m/sec}^2$ 、 U ：潮流流速、 A ：流れに垂直な面への供試体の水中部分の投影面積 $= D \cdot h_a$ 、 D ：円柱の直径あるいは角柱の1辺の長さ、 h_a ：供試体の水中部分の高さ。

上部供試体については、流れが供試体に衝突して生じる波によって水面が常に変動しているため、供試体がない場合の水面は供試体前面中央（よどみ線）における水面より $U^2/2g$ だけ低いとして、そこから上部供試体下端までの深さを h_a とした。

(1) 円柱の抵抗係数

円柱の抵抗係数 C_D を図-5 (a)~(c) に示す。

図-5 (a), (b) より明らかにように、レイノルズ数 $R_e = DU/\nu = 6 \times 10^4 \sim 9 \times 10^4$ (フルード数 $Fr(D) = U/\sqrt{gD} = 0.26 \sim 0.39$) の範囲では、上部円柱と中央円柱との抵抗係数 C_D はほぼ同じであって、円柱の抵抗係数におよぼす造波抵抗の影響は、土阻・涌による結果¹⁰⁾と同様にほぼ無視しようといつてよいであろう。図-5 (b), (c) より明らかにように、下部円柱の抵抗係数は中央および上部円柱の抵抗係数に比してはほぼ 0.05 程度大きくなっている。これは、下部円柱の下端には底版がないため、流れは円柱端部を回り込んで円柱内部に侵入し、円柱の下流側面内側に衝突し、流れ（流速 U ）と同じ向きの力が働き、見掛け上 F が大きくなることによるものであろう。

2次元流中の滑らかな円柱に関する Wieselsberger¹¹⁾ および Roshko¹²⁾ の実験結果と今回の実験結果との比較、および Wilson¹³⁾ の実験結果との比較をそれぞれ図-6 および図-7に示す。Roshko の実験では円柱の相対表面粗度 $k/D = 1.1 \times 10^{-3}$ であるが、Szechenyi¹⁴⁾ によれば、 $k/D < 3.5 \times 10^{-3}$ であれば滑らかな円柱と見なせる。滑らかな円柱の抵抗係数 C_D の $R_e = 8 \times 10^4 \sim 3 \times 10^5$ における変化は、Wieselsberger と Roshko の実験結果とを滑らかに結んだ図-7中の破線によって示されるであろう。図-8 (a), (b) あるいは図-7より明らかに、今回の実験の結果では、 $R_e = 3 \times 10^4$ では $C_D = 0.5 \sim 0.6$ であって、 R_e が増大するにつれて C_D は大きくなり、 $R_e = 6 \times 10^4 \sim 10^5$ では $C_D = 0.7 \sim 0.8$ とはほぼ一定となって、滑らかな円柱の場合の C_D の R_e による変化と全く異なっている。この違いについては、円柱の表面粗度および流れの乱れる乱れの影響がその理由として考えられる。同様のことが図-7においても見られるようである。

円柱の表面粗度 k (あるいは相対表面粗度 k/D) が大きいほど、あるいは流れの乱れが強いほど円柱の境界レイノルズ数 R_{ec} が小さくなり、また表面粗度が大きくなるほど $R_e > R_{ec}$ における C_D が大きくなることから、Page¹⁵⁾ あるいは Blumberg¹⁶⁾ によって 図-8、図

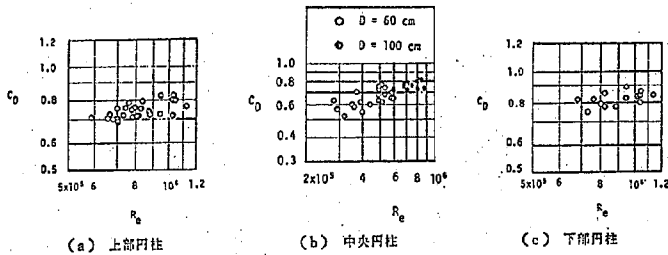


図-5 円柱の抵抗係数

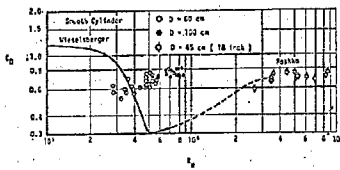


図-6 滑らかな円柱の抵抗係数との比較

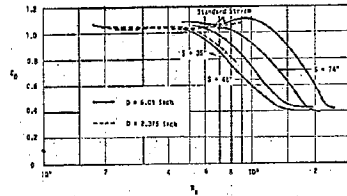


図-9 円柱の抵抗係数におよぼす流れの乱れの影響 (A. Fage and J. H. Warsap¹²⁾ による)

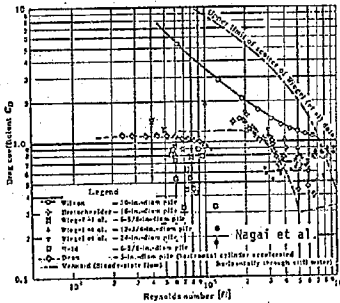


図-7 振動流中の円柱の抵抗係数 (B. W. Wilmar¹³⁾ による)

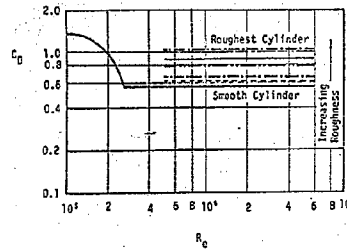


図-10 円柱の抵抗係数におよぼす表面粗度の影響 (R. Blumberg and A. M. Rigg¹⁴⁾ による)

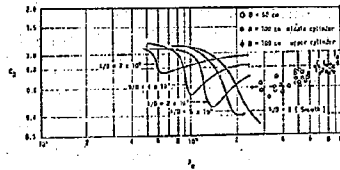


図-8 円柱の抵抗係数におよぼす表面粗度の影響 (A. Fage and J. H. Warsap¹²⁾ による)

—9 および 図-10 に示すように明らかにされている。図-9 の S は円柱からその上流側に設けられた直径 0.25 inches (≈ 0.6 cm) のロープを 1.5 inches (≈ 3.8 cm) 間隔で網目状に組んだものまでの距離である。この網によって生じた乱れは流下距離が長くなるほどその強度は大きくなる。したがって S が小さいほど、円柱に作用する流れの有する乱れは強い。

図-8 に示すように、今回の実験結果と滑らかな円柱の実験結果との違いが表面粗度によるものとするれば、実験に用いた円柱の相対表面粗度 $k/D \approx 5 \times 10^{-4} \sim 2 \times 10^{-3}$

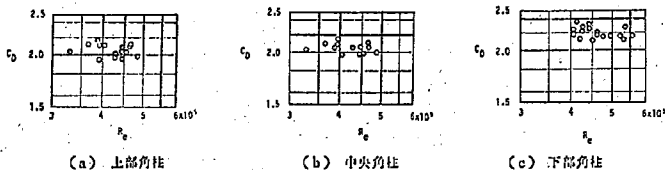


図-11 角柱の抵抗係数

程度になるようである。一方、図-9に示すように、 S が小さいほどすなわち流れの乱れが強くなるほど R_{ec} が小さくなるが、 $R_e > R_{ec}$ における C_D の値は乱れがない (Standard Stream) 場合とほぼ同じであるので、図-6, 7 および 8 に示すように、筋らかな円柱に比して C_D が大きくなるのは主として円柱の表面粗度によるものといえるであろう。

次に実際の構造物について考えてみる。たとえば直径 $D=1\text{m} \sim 2\text{m}$ の鋼管が流速 $U=3$ ノット ~ 5 ノットの潮流中に置かれている場合、 $R_e=1.5 \times 10^4 \sim 5.0 \times 10^4$ となるので、筋らかな円柱の場合には図-6より $C_D=0.5 \sim 0.7$ となる。有田ら^{11), 12)}も、模型実験および実際の曳船実験の結果より、隣接円柱の影響がない場合には、 $R_e=10^4 \sim 10^5$ では $C_D=1.2 \sim 0.7$ 、 $R_e=10^5 \sim 10^6$ では $C_D=0.7$ にとることを推奨している。しかし、設置後年月が経過するにつれて、牡蠣等の貝類の付着のため表面粗度が大きくなると考えられるので、図-8および図-10に示す今回の実験結果、Fageらおよび Blumbergらの実験結果を参照すれば、 $C_D=1.0$ にとればよいであろう。

(2) 角柱の抵抗係数

角柱の抵抗係数 C_D を図-11 (a)~(c) に示す。図-11 (a), (b) より明らかなように、 $R_e=3.3 \times 10^4 \sim 4.8 \times 10^4$ ($Fr(D)=0.45 \sim 0.61$) の範囲では、中央および上部角柱の抵抗係数はほぼ同じであって、角柱の抵抗係数におよぼす遊波抵抗の影響はほぼ無視しうようである。下部角柱の抵抗係数は図-11 (c) に示すように、中央および上部角柱の場合に比してはほぼ 0.1 程度大きくなっている。これは円柱の場合と同様に下部角柱の下端を回り込んだ流れの影響によるものであろう。

$R_e=3.3 \times 10^4 \sim 4.8 \times 10^4$ の場合の中央角柱の抵抗係数の平均値 $C_D=2.05$ であり、 $R_e=2 \times 10^4 \sim 4 \times 10^4$ の場合の $C_D=2.05^{(11)}$ と一致している。これは角柱の 1 つの面が流れに対して直角に向いている場合、 R_e が大きくなれば流れの渦離点は R_e の値、角柱の表面粗度、流れの乱れ等にかかわらず角柱前面の隅角部に定まっていることによるのであろう。

角柱を用いた実際の構造物では R_e が更に大きくなる

が、渦離点の位置は隅角部に定まっているため、 $C_D=2.05 \sim 2.06 \approx 2.1$ にとればよいであろう。このことは、 $R_e=10^4 \sim 10^5$ の範囲における 2 次元流中の角柱の抵抗係数 $C_D=2.05$ にとることを Hoerner¹³⁾ が提案していることと一致している。

4. 結 論

実験の結果を要約すれば次のようになるであろう。

- (1) $R_e=6 \times 10^3 \sim 9 \times 10^3$, $Fr(D) < 0.4$ の範囲では、円柱の抵抗係数におよぼす遊波抵抗の影響はほぼ無視でき、 $C_D=0.5 \sim 0.8$ となる。筋らかな円柱の場合の C_D との違いは、主として円柱の表面粗度によるものである。
- (2) $R_e=2 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$, $Fr(D) < 0.6$ の範囲では、角柱の抵抗係数 $C_D=2.05 \sim 2.06$ とほぼ一定な値を示し、遊波抵抗の影響はほとんどない。
- (3) R_e が大きい ($> 10^5$) 実物の抵抗係数 C_D は、表面粗度の増加を考慮して、円柱の場合には $C_D=1.0$ 、角柱の場合には、表面粗度に拘わらず $C_D=2.1$ にとればよい。

5. 付 記

この実験を行うにあたり多大の御援助、御協力をお願いした当時日本鉄道建設公団荒島調査事務所および鉄道建設業協会荒島調査所の皆様方に深甚なる謝意を表します。また、実験を手伝っていただいた当時大阪市立大学大学院上村正治君(現在阪神外貿大学公助勤務)、大阪市立大学工学部学生高崎伸彦君(現在兵庫県土木部勤務)、藤平隆君(現在パシフィックコンサルタンツ(株)勤務)、田中伸和君(現在(財)電力中央研究所勤務)および角野昇八君(現在大阪市立大学工学部助学)に謝意を表します。なお、本論文の内容の主要部はすでに研究報告書¹⁴⁾に取組めて発表したものである。

参 考 文 献

- 1) 永井莊七郎・倉田寛彦：円水路流れの中の円柱の相互干渉，土木学会論文報告集，第196号，pp. 57~64, 1971.
- 2) 永井莊七郎・倉田寛彦：円柱列が2列ある場合の円柱の相互干渉，土木学会論文報告集投稿中

- 3) 永井莊七郎・倉田克彦・伊藤 忠: 円柱構造物に働く潮流力に関する基礎的研究, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 297~300, 1973.
- 4) 永井莊七郎・倉田克彦: 同上(第2報), 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 439~442, 1975.
- 5) Roshko, A.: Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, Part 3, pp. 345~356, 1961.
- 6) 有田行雄・佐竹 俊・原田秀夫・多賀谷宏三: 多列円柱構造物に作用する潮流力に関する研究, 第19回橋梁構造工学研究発表会, pp. 17~25, 1972.
- 7) 有田行雄・佐竹 俊・原田秀夫・多賀谷宏三: 多列円柱構造物に作用する潮流力について, 第4回海洋開発シンポジウム講演集, pp. 31~35, 1973.
- 8) 日本鉄道建設公団大阪支社, (株)鉄道建設業協会: 本四連絡橋基礎工調査実験海中鉄橋足場設置計画書(その2), 66p., 1968.
- 9) 前出 8).
- 10) 土屋昭彦・前 勝: 橋脚の抗力係数について, 土木研究所報告, 第131号, pp. 31~40, 1967.
- 11) 伊藤英登: 一様な流れの中の物体の抵抗, 水工学便覧, pp. 134~141, 森北出版, 1956.
- 12) 前出 5).
- 13) Wilson, D.W. and R.O. Reid: Discussion of wave force coefficients for offshore pipelines by H. Beckmann and M.H. Thibodeaux, *Proc. of ASCE*, Vol. 89, WW. 1, pp. 61~66, 1963.
- 14) Szechenyi, E.: Supercritical Reynolds number simulation for two dimensional flow over circular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 70, Part 3, pp. 529~542, 1975.
- 15) Page, A. and J.H. Warsap: The effects of turbulence and surface roughness on the drag of a circular cylinder, *Reports and Memoranda*, No. 1283 (Ae. 429), 1929.
- 16) Blumberg, R. and A.M. Rigg: Hydrodynamic drag at super-critical Reynolds numbers, Paper presented at ASME Meeting, Petroleum Session, 1961.
- 17) 前出 6).
- 18) 前出 7).
- 19) 永井莊七郎: 改訂水理学, 532p., コロナ社, 1974.
- 20) Hoerner, S.F.: *Fluid-dynamic Drag*, 1955.
- 21) 大阪市立大学工学部永井研究室: 本州四国連絡橋橋脚に関する研究報告書(その4), 42p., 1969.