

土木研究所資料

コンクリートダムの温度応力解析について



昭和53年3月

建設省土木研究所
ダム構造研究室

まえがき

コンクリートが、セメントの水和作用による凝結を材質の基本としている以上、その過程で発生する水和熱の影響を避けて通ることはできない。水和熱の影響でわれわれが注意を払わなければならないのは、温度変化による膨張と収縮であり、このことによるコンクリート内のクラックの発生である。ダムコンクリートのようなマッシングな構造物では、その熱放散が悪いことから、水和熱の問題は特に重要視される。従って、コンクリートダム建設の歴史は水和熱の制御の歴史であるといっても過言ではない。

低発熱性セメントの開発等による材料面からの改良、ケーブルクレーンの使用や人工冷却等による施工面での進歩は、従来ではほとんど不可能と思われていた大規模なコンクリートダムの建設を可能にした。水和熱の制御について大きな進歩があったわけである。

しかしながら、コンクリートダムに発生するクラックを完全に防止することは不可能であり、事実最近築造された内外のダムでもクラックの発見とその対策が練られている。また、発見に至らない微小なクラックも意外に多いと言われている。

本書は、このダムコンクリートに発生するクラックの最も大きな原因となる温度応力について、

1. 温度規正方法の現状
2. 温度応力の解析法
3. 外国における参考例

等について、当研究室で調査・研究した結果を取りまとめたものである。

昭和 53 年 3 月

ダム構造研究室	高 樋 堅太郎
	永 山 功
	依 光 春 実
	矢 沢 克 敏

目 次

まえがき

1. 温度変化によるクラック発生メカニズム	1
1.1 概 説	1
1.2 温度勾配に基づく応力	1
1.3 岩盤拘束（外部拘束）に基づく応力	2
2. 温度応力の解析方法	3
2.1 概 説	3
2.2 温度履歴解析	3
2.2.1 熱伝導方程式	3
2.2.2 Carlson の方法	4
2.2.3 有限要素法による解法	6
2.2.4 Carlson の方法と有限要素法の比較	8
2.3 温度応力解析	8
2.3.1 概 説	8
2.3.2 弾性方程式	9
2.3.3 従来の応力算出式	10
2.3.4 有限要素法による解法	11
2.3.5 従来法と有限要素法による温度応力解析法の比較	13
3. 温度応力解析の予備検討	14
3.1 概 説	14
3.2 岩盤拘束度の検討	14
3.3 Carlson の方法による温度履歴の解析例	18
3.3.1 ブロックのリフト高と温度履歴の関係	18
3.3.2 打設リフト数と温度履歴の関係	23
3.3.3 打設間隔と温度履歴の関係	23
3.4 温度応力の解析例	23
3.5 結 論	25
4. ダムコンクリートの温度規正の現状	26
4.1 概 説	26
4.2 セメントの種類、単位セメント量	26

4.3	縦継目	29
4.4	人工冷却およびクーリングの計算法	30
5.	外国における参考例	33
5.1	概 説	33
5.2	Dworshak Dam の温度応力解析の結論	33
5.3	解析の目的	34
5.4	解析の方法	34
5.4.1	一般事項	41
5.4.2	打設工程の配慮	41
5.4.3	温度履歴	42
5.4.4	コンクリートの弾性係数およびクリープ	42
あとがき		45

1. 温度変化によるクラック発生メカニズム

1.1 概説

コンクリートにクラックが発生する基本的な原因は、コンクリート個体内に発生する引張応力に対して、そのコンクリートのもつ引張強度が抵抗できないことであり、さらにコンクリートの強度特性として、一般に引張強度が圧縮強度の $1/7 \sim 1/15$ と低いことが、他の構造材料に比べて厳しい条件となっている。

温度変化による引張応力、ひいてはクラックの発生メカニズムについては、種々の要因が考えられるが、解析上次の2つに分けられる。すなわち、

① 温度勾配に基づく応力（内部拘束に基づく応力）

② 岩盤拘束に基づく応力（外部拘束に基づく応力）

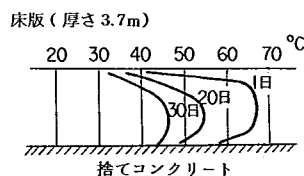
である。

1.2 温度勾配に基づく応力

温度勾配に基づく応力とは、1個の弾性体（コンクリート）内に温度勾配が生じた時、その内部における膨張・収縮によるひずみ量の違いが原因で発生する応力である。たとえば、温度分布形状が中心に関して対称な放物線形状をした弾性体の板を考えると、温度応力は次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{1}{3} E \alpha \Delta \phi && \text{(中心)} \\ \sigma &= -\frac{2}{3} E \alpha \Delta \phi && \text{(表面)}\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 E は弾性係数、 α は線膨張率、 $\Delta \phi$ は中心と表面の温度差である。なお、中心の方が表面より高温の時、表面は引張、中心は圧縮である。



次に、温度分布の実測例を見ると、図1-1に示すよ

うな分布を示し、特に温度勾配の大きな打設直後では、図1-1 コンクリート内の温度分布表面付近の勾配が急で、内部の勾配は緩やかである。従って、この時期に発生するクラックはいわゆる表面のヘアークラックであり、進行性のないことがわかる。その後、コンクリートが冷えてくると内部でも温度勾配が大きな値を示してくるが、この時期はむしろ次に説明する外部拘束の影響がはるかに大きくなる。従って、温度勾配による応力はそれ程重要視しなくてもよいことがわかる。

1.3 岩盤拘束（外部拘束）に基づく応力

外部拘束に基づく応力とは、温度変化する弾性体（コンクリート）が必ずしもそれ自身と同じ挙動をするとは限らない他の弾性体（岩盤）と接触している場合に生ずる応力である。

たとえば、水平方向の変形が全く固定されている弾性体の板に様な温度変化 $\Delta\phi$ を与えた場合、温度応力は次式で表わすことができる。

$$\sigma = E\alpha\Delta\phi \dots\dots\dots (2)$$

ここに、温度降下の時、応力は引張となる。図1-2に外部拘束による温度応力分布を示すが、応力の鉛直方向の分布はほぼ一様であり、生ずるクラックは進行性のあることがわかる。このように岩盤拘束に基づく温度応力は温度勾配に基づく温度応力に比べてその構造物に与える影響は大きく、従って以下では主として岩盤拘束に基づく応力について述べることにする。

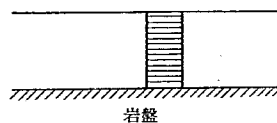


図1-2 外部拘束による応力

2. 温度応力の解析方法

2.1 概 説

第1章で述べたように、温度応力は温度変化による膨張・収縮が何らかの形で拘束されることにより発生する。拘束条件として考えられるのが、内部拘束と外部拘束である。内部拘束とは同一材料内における周囲との温度変化の差に起因するものであり、外部拘束とはそれに接する異質材料との体積変化率の差ないし幾何学的拘束条件の差である。

温度応力の把握のためには、対象とする構造物の温度変化を求めなければならない。一般に構造物が弾性体であってその弾性係数が一定の場合には、発生する温度応力は最初と最後の温度分布状況がわかればこれを求めることができ、温度履歴の過程は最終的な温度応力に影響しない。しかし、本書で取扱おうとしているコンクリートの温度応力の場合はそれほど単純にはいかない。すなわち、温度変化は主としてコンクリートの硬化時の発熱と放熱によるものであり、この時コンクリートの弾性係数の経時変化・クリープ変位が重要なファクターを占め、温度応力はその温度履歴に大きく左右されることになる。従って、温度履歴解析が重要な地位を占めるわけである。

従って以下に、温度履歴解析・温度応力解析について詳しく説明しよう。

2.2 温度履歴解析

2.2.1 熱伝導方程式

一様な等方性固体の中に互いに平行な2面を考え、各面はそれぞれ ϕ_1 、 ϕ_2 なる一定温度に保たれているとする。今、この2面に直交する筒を考え、これによって切取られる面積をAとする。この時、2平面間の距離を ℓ とすれば、時間 t の間に高温な面から低温な面に流れる総熱量 Q は、

$$Q = k \frac{\phi_1 - \phi_2}{\ell} A t \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。ここに k を熱伝導係数と呼ぶ。次に、体積 V 、密度 ρ 、温度 ϕ なる固体を考え、この固体内に Q なる熱量が発生または流入し、固体の温度が一様に ϕ' まで上昇したとすると、この温度上昇量は

$$\phi' - \phi = \frac{Q}{\rho c V} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここに c を比熱と呼ぶ。今、これを微分方程式で表現すれば次式が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{\rho c} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 Q は単位体積当りの発熱量である。ここで、

$$h^2 = \frac{k}{\rho c} \quad \dots\dots\dots (4)$$

を熱拡散係数と呼ぶ。

2.2.2 Carlson の方法

従来、温度履歴計算として常用されてきた方法に Carlson の方法がある。これは法論的には 1 次元の差分法である。まず図 2-1(a) のような 1 次元体を考え、これを $2n$ 等分して各等分点の温度を $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dots, \phi_{2n}$ とする。今、 $j-1, j, j+1$ 点に着目してこの間の温度分布を 2 次式で近似すると、 j 点を原点として、

$$\phi = \frac{\phi_{j-1}}{2\ell^2} x(x-\ell) \quad (b)$$

$$- \frac{\phi_j}{\ell^2} (x+\ell)(x-\ell)$$

$$+ \frac{\phi_{j+1}}{2\ell^2} x(x+\ell) \dots \dots \dots (5)$$

の形で表わされる。従って、図 2-1 (b) の $j-1/2, j+1/2$ 点を流れる熱量は δt 時間当り、

$$\delta Q_{j+1/2} = \frac{k \delta t}{\ell} (\phi_j - \phi_{j+1}) \quad \dots (6)$$

$$\delta Q_{j-1/2} = \frac{k \delta t}{\ell} (\phi_{j-1} - \phi_j)$$

で表わされる。一方、その間の j 点におけるコンクリートの硬化熱による断熱温度上昇を $\Delta \phi_j$ とすれば、全温度上昇は次式で与えられる。

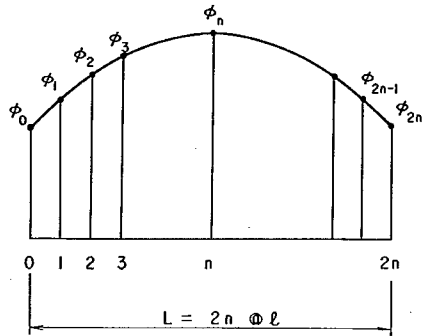
$$\phi_j - \phi'_j = \frac{1}{\rho c \ell} \left(\frac{\delta Q_{j-1/2} + \delta Q'_{j-1/2}}{2} - \frac{\delta Q_{j+1/2} + \delta Q'_{j+1/2}}{2} \right) + \Delta \phi_j \quad (7)$$

ここに、ダッシュ(')をつけたものは時刻 $t - \delta t$ の値、ダッシュのないものは時刻 t の値を表わす。ここで、

$$S = \frac{\rho c \ell^2}{k \delta t} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$C_j = \phi'_{j-1} + \phi'_{j+1} + 2(S-1)\phi'_j + 2S\Delta\phi_j$$

(a)



(b)

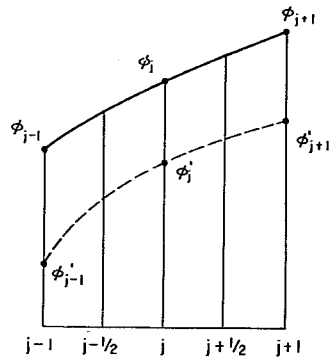


図 2-1 Carlson の方法

とおくと、(6)(8)式より(7)式は

$$\phi_j = \frac{\phi_{j-1} + \phi_{j+1} + C_j}{2(S+1)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と書き改められる。今、 $j = n$ 点を対称軸とすれば、

$$\phi_{n-1} = \phi_{n+1} \quad \dots\dots\dots (10)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \phi_n &= L_n + Z_n \phi_{n-1} \\ Z_n &= \frac{1}{S+1} \\ C_n &= 2\phi'_{n-1} + 2(S-1)\phi'_n + 2S\Delta\phi_n \\ L_n &= \frac{C_n Z_n}{2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。同様に、

$$\begin{aligned} \phi_j &= L_j + Z_j \phi_{j-1} \\ Z_j &= \frac{1}{2(S+1) - Z_{j+1}} \\ C_j &= \phi'_{j-1} + \phi'_{j+1} + 2(S-1)\phi'_j + 2S\Delta\phi_j \\ L_j &= (L_{j+1} + C_j)Z_j \end{aligned} \quad \dots\dots (12)$$

が得られる。従って初期条件と境界条件が与えられていれば、任意の時刻の温度分布を求めることができる。本解析法をわかりやすくフローチャートで示したのが図2-2である。

次にパイプクーリングを考える場合、クーリング係数 X を

$$X = \frac{\phi_j - \phi_w}{\phi'_j - \phi_w} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で定義すると、

$$\phi_j - \phi'_j = -(1-X)(\phi'_j - \phi_w) \quad \dots\dots\dots (14)$$

となるから、これを(11)(12)式の C_j 中の $\Delta\phi_j$ に加算すればよい。すなわち

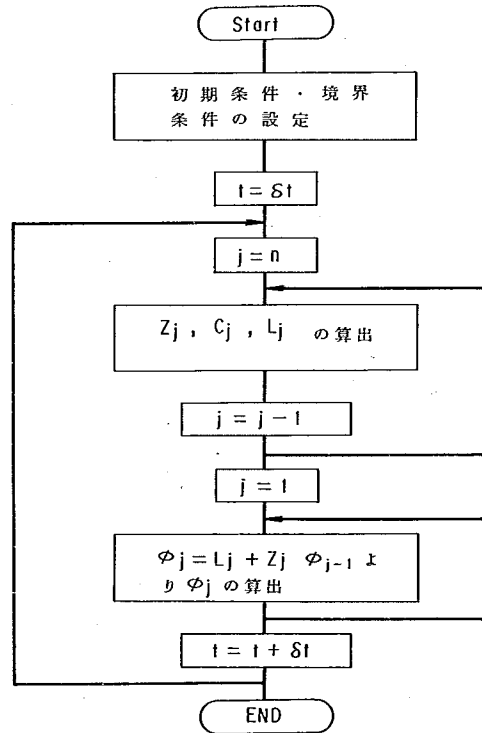


図2-2 Carlsonの方法のフローチャート

$$C_n = 2\phi'_{n-1} + 2(S-1)\phi'_n - 2S(1-X)(\phi'_n - \phi_w) + 2S\Delta\phi_n \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$C_j = \phi'_{j-1} + \phi'_{j+1} + 2(S-1)\phi'_j - 2S(1-X)(\phi'_j - \phi_w) + 2S\Delta\phi_j$$

ここに、 ϕ_w はクーリングパイプ内の水温である。

なお、Carlsonの方法をダムコンクリートの打設に当てはめる場合、着目されるブロックが打設されて間もなく、上に載っているリフト数が少ない期間は、熱伝導が鉛直方向に卓越しているからその方向にCarlsonの方法を適用し、着目しているブロックより上のリフトが十分上昇して水平方向の熱伝導が卓越してきた後は水平方向にCarlsonの方法を適用させている。なお、当研究室ではCarlsonの方法を利用したダムコンクリートの温度履歴プログラムが作成されており、計算機を用いて簡単に温度履歴が求められる。プログラムの詳細については、土研資料第209号「コンクリートの温度履歴計算」を参照されたい。

2.2.3 有限要素による解法

2次元状態における熱伝導方程式は等方性体に対し、

$$k\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right) + Q - \rho c \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

で与えられる。一方、境界条件としては、

$$k\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \cos\theta + \frac{\partial\phi}{\partial y} \sin\theta\right) - q = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

が成立する。ここに、 q は境界面の単位長さから単位時間当りに流入する熱量であり、 θ は境界面の外向きの法線ベクトルが x 軸正方向となす角である。さて、(16)(17)式に変分原理を適用すると、

$$\begin{aligned} \chi &= \iint_A \left[\frac{k}{2} \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right\} - Q\phi + \rho c \frac{\partial\phi}{\partial t} \phi \right] dx dy - \int_S q\phi ds \\ \frac{\partial\chi}{\partial\phi} &= 0 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

が得られる。今、有限要素法に使用する要素として、図2-3に示すような3角形要素を用い、3節点(頂点)の温度を

$$\{\phi\} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

で表わすと、要素内の温度分布は次式で与えられる。

$$\phi = \frac{1}{2\Delta} \left(\begin{bmatrix} a_1 + b_1 x + c_1 y \\ a_2 + b_2 x + c_2 y \\ a_3 + b_3 x + c_3 y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \right) \quad \dots\dots\dots (20)$$

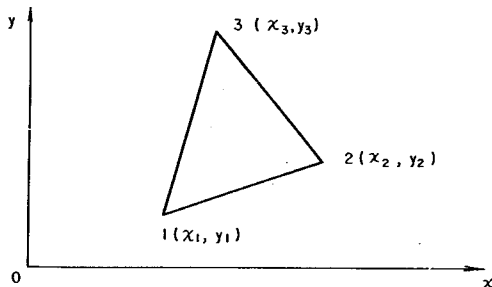


図2-3 三角形要素

ここに,

$$\begin{aligned}
 a_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & b_1 &= y_2 - y_3 & c_1 &= x_3 - x_2 \\
 a_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 & b_2 &= y_3 - y_1 & c_2 &= x_1 - x_3 \\
 a_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 & b_3 &= y_1 - y_2 & c_3 &= x_2 - x_1 \\
 2\Delta &= x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_2 y_1 - x_3 y_2
 \end{aligned} \tag{21}$$

である。(20) 式を (18) 式に代入して,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \chi}{\partial \phi_1} \\ \frac{\partial \chi}{\partial \phi_2} \\ \frac{\partial \chi}{\partial \phi_3} \end{bmatrix} = 0 \tag{22}$$

を求めると,

$$\{q\} = \{K\} \{\phi\} - \{Q\} + \{P\} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \phi \right\} \tag{23}$$

が得られる。ここに,

- $\{q\}$: 等価節点流入熱量
- $\{K\}$: 熱伝導マトリックス
- $\{Q\}$: 等価節点発熱量
- $\{P\}$: 熱拡散マトリックス

と呼ばれ, 具体的には,

$$\begin{aligned}
 \{K\} &= \frac{k}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 & b_2 b_2 + c_2 c_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 & b_3 b_3 + c_3 c_3 \end{bmatrix} \\
 \{Q\} &= \frac{Q\Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 \{P\} &= \frac{\rho c \Delta}{12} \begin{bmatrix} 2, 1, 1 \\ 1, 2, 1 \\ 1, 1, 2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{24}$$

となる。(23) 式が三角形要素における熱伝導方程式の表現であり, これを系全体に拡張すれば温度履歴を求めることができる。また, (23) 式右辺最終項については, 次のいずれかの差分式を用いればよい。

$$\begin{aligned}
 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \phi \right\}_t &= \frac{1}{\delta t} (\{\phi\}_t - \{\phi\}_{t-\delta t}) \\
 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \phi \right\}_t &= - \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \phi \right\}_{t-\delta t} + \frac{2}{\delta t} (\{\phi\}_t - \{\phi\}_{t-\delta t})
 \end{aligned} \tag{25}$$

次にパイプクーリングを考える場合、その配管に見合った細かな要素分割を考慮すれば問題は生じないが、実際にはそのような要素分割は不経済である。そこで、クーリング係数 α を次のように定義する。

$$Q_c = \alpha (\phi - \phi_w) \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 Q_c はクーリングパイプへの放出熱量、 ϕ_w は水温である。今、三角形要素内で α を一定とすると、(23)式は次のように変形される。

$$[q] = [K][\phi] - [Q] + [P]\left\{\frac{\partial}{\partial t}\phi\right\} + [A]([\phi] - [\phi_w]) \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに、

$$[A] = \frac{\alpha A}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$[\phi_w] = \phi_w \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

である。なお、有限要素法による熱伝導問題解析プログラムは現在当研究室で開発中である。

2.2.4 Carlsonの方法と有限要素法の比較

Carlsonの方法と有限要素法による方法の特徴を比較すると次のことがいえる。

- ① Carlsonの方法は問題を一次元に還元して解くため、有限要素法に比べて計算が簡単である。
- ② 有限要素法は任意形状のモデルに対して適用可能であるが、Carlsonの方法は任意形状の二次元体への拡張が困難である。
- ③ Carlsonの方法は一次元問題の場合に適し、有限要素法は二次元問題の場合に適している。
- ④ 温度応力解析を厳密に行う場合（一般に有限要素法によって解析する）、Carlsonの方法は新たにデータを作成しなければならないが、有限要素法は一連の解析として処理でき能率的である。

従って、Carlsonの方法と有限要素法のいずれを用いるかは、構造物の重要度、温度解析の重要度に応じて決定する必要がある。

2.3 温度応力解析

2.3.1 概 説

既に述べたとおり、コンクリートの硬化時の発熱・放熱に起因する温度応力の解析に当っては、厳密には粘弾性としての取扱いが必要となる。しかし、粘弾性解析自体の取扱いが複雑なうえ、熱伝導問題と組合わさるとその取扱いは一層困難となり、従って一般に、近似的な弾性問題としての取扱いが行われている。その際、弾性問題として解析することによる誤差について考えてお

かねばならないが、幸いに、クリープ変位の大きな打設直後のコンクリートは弾性係数も小さく、発生する温度応力の影響は小さいと考えられる。従って、クリープ変位を考慮した弾性係数を考えれば実用上問題がないといえる。そこで以下には弾性問題としての取扱いを説明する。

2.3.2 弾性方程式

温度ひずみを考慮した弾性方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)(\epsilon_x - \epsilon_\phi) + \nu(\epsilon_y - \epsilon_\phi) + \nu(\epsilon_z - \epsilon_\phi) \} \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \nu(\epsilon_x - \epsilon_\phi) + (1-\nu)(\epsilon_y - \epsilon_\phi) + \nu(\epsilon_z - \epsilon_\phi) \} \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \nu(\epsilon_x - \epsilon_\phi) + \nu(\epsilon_y - \epsilon_\phi) + (1-\nu)(\epsilon_z - \epsilon_\phi) \} \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zx}\end{aligned} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\epsilon_\phi = \alpha \Delta \phi$$

ここに、E：弾性係数 ϵ_ϕ ：温度ひずみ
 ν ：ポアソン比 α ：線膨張率
 ϵ_x ：全ひずみ $\Delta \phi$ ：温度変化量

である。いま2次元状態を考え、これを平面ひずみ状態に変形すると、

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \{ \epsilon_x - (1+\nu)\epsilon_\phi \} + \nu \{ \epsilon_y - (1+\nu)\epsilon_\phi \} \} \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \nu \{ \epsilon_x - (1+\nu)\epsilon_\phi \} + (1-\nu) \{ \epsilon_y - (1+\nu)\epsilon_\phi \} \} \quad \dots\dots\dots (31) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}\end{aligned}$$

となる。また、平面応力状態に変形すると、

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} \{ (\epsilon_x - \epsilon_\phi) + \nu(\epsilon_y - \epsilon_\phi) \} \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} \{ \nu(\epsilon_x - \epsilon_\phi) + (\epsilon_y - \epsilon_\phi) \} \quad \dots\dots\dots (32) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy}\end{aligned}$$

となる。さらに一軸応力状態に変形すると

$$\sigma_x = E(\epsilon_x - \epsilon_\phi) \quad \dots\dots\dots (33)$$

となる。

2.3.3 従来の応力

算出式

コンクリートを打設すると、コンクリートの硬化に従って硬化熱によって温度が上昇する。一方、表面からの放熱等により温度上昇は次第に鈍くなり、ある時点で最高温度に達し以後は

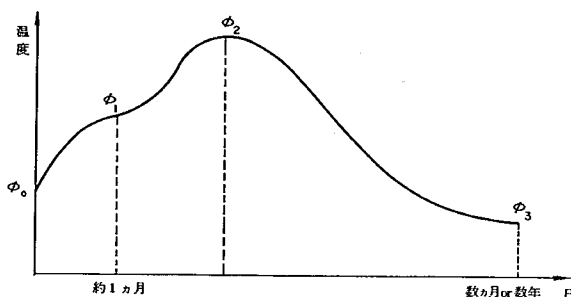


図 2-4 コンクリートの温度履歴

徐々に冷えてゆきやがて最終安定温度に達する。この間の温度変化の概要を示せば図 2-4 のようになる。この間の温度応力を推定する式として、従来より次の 2 式が用いられている。

$$\sigma_{t \max} = R E_c \alpha (\phi_2 - \phi_3) \quad \dots\dots\dots (34)$$

または

$$\begin{aligned} \sigma_{c \max} &= R \alpha \{ E_{c1} (\phi_1 - \phi_0) + E_{c2} (\phi_2 - \phi_1) \} \\ \sigma_{t \max} &= R \alpha \{ E_{c2} (\phi_1 - \phi_3) - E_{c1} (\phi_1 - \phi_0) \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 $\sigma_{t \max}$: コンクリートの温度変化により生ずる最大引張応力

$\sigma_{c \max}$: コンクリートの温度変化により生ずる最大圧縮応力

R : (岩盤)拘束度

E_c : コンクリートの弾性係数

E_{c1} : 材令 1 カ月までのコンクリートの平均弾性係数

E_{c2} : 材令 1 カ月から最終安定温度に達するまでのコンクリートの平均弾性係数

α : 線膨張率

ϕ_0 : 打設温度

ϕ_1 : 材令 1 カ月のコンクリートの温度

ϕ_2 : コンクリート最高温度

ϕ_3 : コンクリートの最終安定温度

である。式中 $\sigma_{c \max}$ を求める方法を示してあるが、コンクリートの圧縮強度が問題となることはないから、温度規正上は $\sigma_{t \max}$ が問題となる。なお、(34) 式はコンクリートの温度上昇時に生じる圧縮応力は、クリープの影響を考えて無視できると仮定して求めた式である。

(34)(35) 式を適用するに当たり問題となるのは、コンクリートの弾性係数の取り方と拘束度の取り方である。

まず、弾性係数の取り方について説明する。弾性係数値はコンクリートの材令とともに変化する

るのみならず、打設直後はクリープの影響を考慮しなければならない。一例として、Fontana ダム(米)では(34)式により温度応力の推定を行っているが、弾性係数値は試験室における材令 28 日の弾性係数値 $280,000 \sim 350,000 \text{ kg/cm}^2$ に対し、コンクリートのクリープその他を考慮して $140,000 \text{ kg/cm}^2$ を採用している。

次に、拘束度の取り方について説明する。拘束度はブロックベースで最大となり上にいくに従って小さな値となる。そこでブロックベースでの応力が問題となるわけであるが、その拘束度は基礎岩盤(ないし先行ブロック)の弾性係数によって変化する。実用式としてブロック岩着面における拘束度は

$$R = \frac{1}{1 + 0.4 \frac{E_c}{E_R}} \quad \dots\dots\dots (36)$$

で求められる。ここに、

E_c : 打設されたコンクリートの弾性係数

E_R : 基礎岩盤の弾性係数

である。また、高さ方向の拘束度の変化については、Fontana ダムでは着岩面での拘束度を 100%とした場合、ブロックの長さを L として、 $0.15L$ の高さで 50%, $0.5L$ の高さで 0 としている。

2.3.4 有限要素法による解法

従来法のあいまいさを補うため、最近では有限要素法による温度応力解析が行われつつある。しかし、コンクリートの硬化時の熱応力の解析は、コンクリートの弾性係数の変化・クリープなどの複雑な要因が多く、解析を困難なものにしている。ここでは先に述べた理由に基づき、コンクリートを完全弾性体として取扱いを単純化してみる。平面応力状態では応力ひずみ関係式は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1, \nu, 0 \\ \nu, 1, 0 \\ 0, 0, \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \epsilon_\phi \\ \epsilon_\phi \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad \dots\dots\dots (37)$$

これを簡単に、

$$\{\sigma\} = [D] \{ \{\epsilon\} - \{\epsilon_\phi\} \} \quad \dots\dots\dots (38)$$

で表わす。今、有限要素法に使用する要素として図 2-3 のような 3 角形要素を用いた場合、内部ひずみは節点変位を用いて、

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (39)$$

または簡単に

$$\{\epsilon\} = \{B\} \{u\} \quad \dots\dots\dots (40)$$

で表わされる。ここに、 b_1, c_1 , etc については 2.2.3 参照のこと。ここで、変分原理を用いると、

$$\{\tilde{u}\}^T \{S\} = \iint \{\tilde{\epsilon}\}^T \{D\} \{\{\epsilon\} - \{\epsilon_\phi\}\} dA \quad \dots\dots\dots (41)$$

となる。ここに、 $\{S\}$ は等価節点力、 $\{\tilde{u}\}$ は仮想変位、 $\{\tilde{\epsilon}\}$ は仮想ひずみである。(40) 式を (41) 式に代入すれば

$$\{S\} = \Delta \{B\}^T \{D\} \{\{B\} \{u\} - \{\epsilon_\phi\}\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

または、

$$\{S\} + \Delta \{B\}^T \{D\} \{\epsilon_\phi\} = \Delta \{B\}^T \{D\} \{B\} \{u\} \quad \dots\dots\dots (43)$$

が得られる。(43) 式左辺第 2 項は温度ひずみによる見かけの節点力であり、

$$\Delta \{B\} \{D\} \{\epsilon_\phi\} = \frac{E \epsilon_\phi}{2(1-\nu)} \begin{bmatrix} b_1 \\ c_1 \\ b_2 \\ c_2 \\ b_3 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (44)$$

と表わされる。また、右辺 $\Delta \{B\}^T \{D\} \{B\}$ は剛性マトリックス $\{K\}$ と呼ばれ次式で表わされる。

$$\{K\} = \frac{E}{4\Delta(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} b_1^2 + \frac{1-\nu}{2} c_1^2 & , & \frac{1+\nu}{2} c_1 b_1 & , & b_1 b_2 + \frac{1-\nu}{2} c_1 c_2 & , \\ \frac{1+\nu}{2} b_1 c_1 & , & c_1^2 + \frac{1-\nu}{2} b_1^2 & , & \frac{1-\nu}{2} b_1 c_2 + \nu c_1 b_2 & , \\ b_2 b_1 + \frac{1-\nu}{2} c_2 c_1 & , & \frac{1-\nu}{2} c_2 b_1 + \nu b_2 c_1 & , & b_2^2 + \frac{1-\nu}{2} c_2^2 & , \\ \frac{1-\nu}{2} b_2 c_1 + \nu c_2 b_1 & , & c_2 c_1 + \frac{1-\nu}{2} b_2 b_1 & , & \frac{1+\nu}{2} b_2 c_2 & , \\ b_3 b_1 + \frac{1-\nu}{2} c_3 c_1 & , & \frac{1-\nu}{2} c_3 b_1 + \nu b_3 c_1 & , & b_3 b_2 + \frac{1-\nu}{2} c_3 c_2 & , \\ \frac{1-\nu}{2} b_3 c_1 + \nu c_3 b_1 & , & c_3 c_1 + \frac{1-\nu}{2} b_3 b_1 & , & \frac{1-\nu}{2} b_3 c_2 + \nu c_3 b_2 & , \\ \frac{1-\nu}{2} c_1 b_2 + \nu b_1 c_2 & , & b_1 b_3 + \frac{1-\nu}{2} c_1 c_3 & , & \frac{1-\nu}{2} c_1 b_3 + \nu b_1 c_3 & , \\ c_1 c_2 + \frac{1-\nu}{2} b_1 b_2 & , & \frac{1-\nu}{2} b_1 c_3 + \nu c_1 b_3 & , & c_1 c_3 + \frac{1-\nu}{2} b_1 b_3 & , \\ \frac{1+\nu}{2} c_2 b_2 & , & b_2 b_3 + \frac{1-\nu}{2} c_2 c_3 & , & \frac{1-\nu}{2} c_2 b_3 + \nu b_2 c_3 & , \\ c_2^2 + \frac{1-\nu}{2} b_2^2 & , & \frac{1-\nu}{2} b_2 c_3 + \nu c_2 b_3 & , & c_2 c_3 + \frac{1-\nu}{2} b_2 b_3 & , \\ \frac{1-\nu}{2} c_3 b_2 + \nu b_3 c_2 & , & b_3^2 + \frac{1-\nu}{2} c_3^2 & , & \frac{1+\nu}{2} b_3 c_3 & , \\ c_3 c_2 + \frac{1-\nu}{2} b_3 b_2 & , & \frac{1+\nu}{2} b_3 c_3 & , & c_3^2 + \frac{1-\nu}{2} b_3^2 & \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (45)$$

この時、応力は次式で求められる。

$$\{\sigma\} = [D] \{ [B] \{u\} - \{\epsilon_0\} \} \quad \dots\dots\dots (46)$$

次に、平面ひずみ状態に対しては(37)式を

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (1+\nu)\epsilon_0 \\ (1+\nu)\epsilon_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (47)$$

で置き換えればよい。

以上が3角形要素における弾性方程式であり、これを系全体に拡張すれば任意の構造物の応力を求めることができる。なお、コンクリートの弾性係数の経時変化を考慮する場合には〔D〕中の弾性係数Eを時間の関数とおき、時間間隔 δt 毎に計算を繰返せばよい。また、クリープ変位については便宜的にE(t)を小さく評価する方法を用いればよいが、厳密な粘弾性計算については現在検討中である。

なお、弾性理論による温度応力問題解析プログラムは熱伝導問題解析プログラムと合わせて開発中である。

2.3.5 従来法と有限要素法による温度応力解析法の比較

従来法と有限要素法による方法を比較すると次の事がいえる。

- ① 従来法は有限要素法に比べ温度応力を簡単に求めることができるが、コンクリートの弾性係数の取り方、温度変化量の取り方に問題がある。
- ② 有限要素法は任意形状・任意の境界条件に対する解析が可能である。また、温度分布に起因する内部拘束応力の解析も可能である。

従って、両者のいずれを用いるかは構造物の重要度、温度応力解析度の重要度に応じて決定すべきである。

3. 温度応力解析の予備検討

3.1 概 説

従来法による温度応力の解析法はその簡便さにおいて優れた方法といえる。しかし、簡便化によってかなりあいまいな点が多いことも事実である。そこで本章では従来法による温度応力の解析に対しさらに詳しく検討を加え、従来法の改良を図ることとする。

3.2 岩盤拘束度の検討

既に述べた通り、温度応力には内部拘束（温度勾配）に基づく応力と外部拘束（異質材料による変位拘束）に基づく応力があり、後者の温度応力が問題となることを示した。ダムコンクリートの温度規正の場合、外部拘束は主として岩盤拘束として扱われる。2.3.3に示した通り岩盤拘束による応力は

$$\sigma = RE\alpha\Delta\phi \quad \dots\dots\dots (1)$$

として求められるが、これは未知の要素を全て岩盤拘束度として取扱う形となっている。従って岩盤拘束度は種々の物理量の関数として表わされるわけであるが、その具体的関数形ははまだ求められていない。そこでここでは岩盤拘束度について考察を加えよう。

今、内部拘束は支配的要因でないとして、コンクリートブロック内の温度分布は一樣と仮定し、純粋に外部拘束に基づく温度応力のみを取り出そう。この時、岩盤拘束度は次のような関数として表わされる。

$$R = R \left(\frac{E_c}{E_R}, \frac{H}{L}, \frac{y}{H}, \frac{x}{L} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 E_c ：コンクリートの弾性係数

E_R ：岩盤の弾性係数

H ：ブロック高

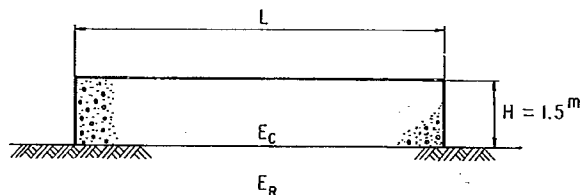
L ：ブロック長

(x, y) ：ブロック内の位置を示す座標

表 3 - 1 解析ケース一覧表

	$H/L=0$	$H/L=0.025$	$H/L=0.05$	$H/L=0.1$
E_c/E_R	ケース 1	2	3	4
E_c/E_R	5	6	7	8
E_c/E_R	9	10	11	12
E_c/E_R	13	14	15	16

である。(2)式の関数形を求めるため有限要素法による解析を行った。温度変化量は単位変化量を考え、温度応力を拘束度の形で整理した。表 3 - 1 に各解析ケースの内容を示す。



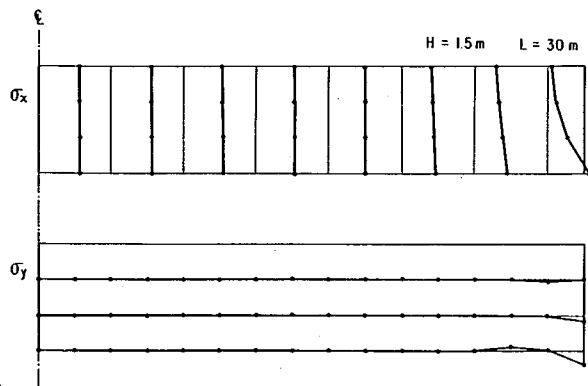


図 3-1 温度応力の水平成分と鉛直成分

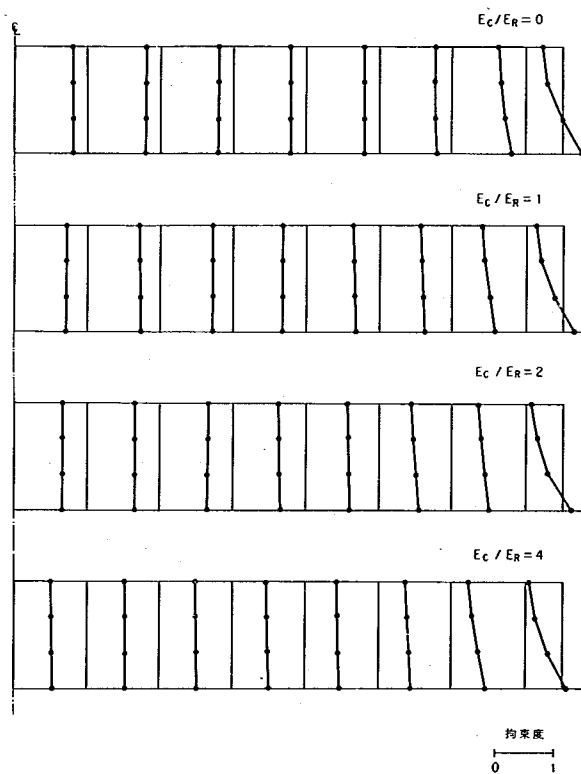


図 3-2 E_c/E_R と拘束度の関係 ($H = 1.5 m$, $L = 30 m$)

各ケースとも問題となるのは水平応力であり、鉛直応力はブロック端部の応力集中を除けばほぼ0である（図3-1参照）。従って水平方向の応力を対象とした。

図3-2に E_C/E_R をパラメータとした場合の拘束度の分布を示す。拘束度は次式で求められる。

$$R = \frac{\sigma_x}{E_C \alpha \Delta \phi} \dots \dots \dots (3)$$

図3-2に示される通り、 H/L = 一定の場合、 E_R が大きいほど引張応力（拘束度）は大きくなり、また応力分布（拘束度分布）は一様に近づいてくる。引張応力（拘束度）の最大はブロック中央の岩着面に生じている。

図3-3に H/L をパラメータとした場合の拘束度の分布を示す。図3-3に示される通り、 E_C/E_R = 一定の場合、 L が大きいほど引張応力（拘束度）は大きくなり、また応力分布（拘束度分布）は一様に近づいてくる。引張応力（拘束度）の最大はブロック中央の岩着面に生じている。そこで、このブロック中央岩着面の拘束度と H/L および E_C/E_R の関係を示すと図3-4、図3-5のようになる。なお、従来法による拘束度を表す式（2.3.3参照）をプロットすると図3-6のようになる。これはほぼ $H/L = 0.1$

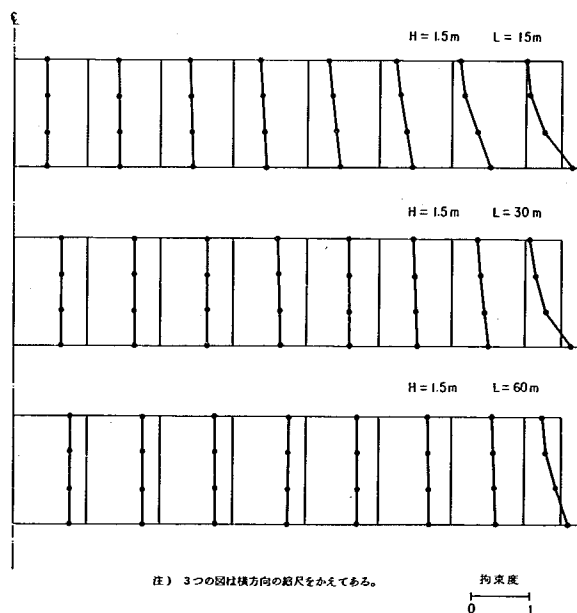


図3-3 H/L と拘束度の関係 ($E_C/E_R = 2$)

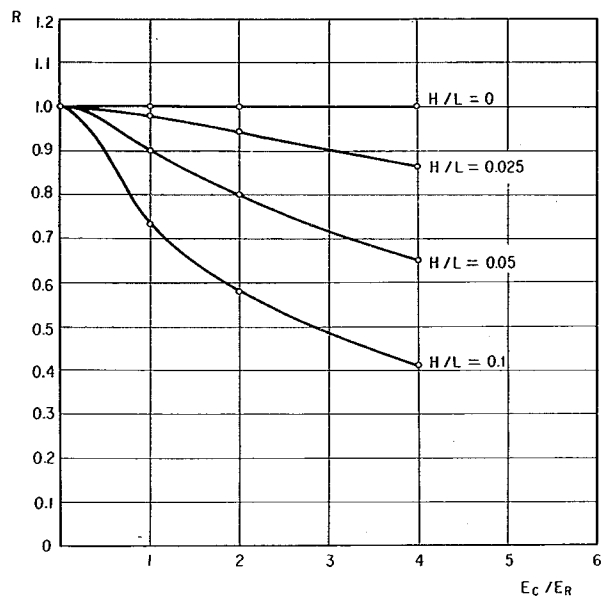


図 3-4 H/L をパラメータとした場合の岩盤拘束度と E_C/E_R の関係

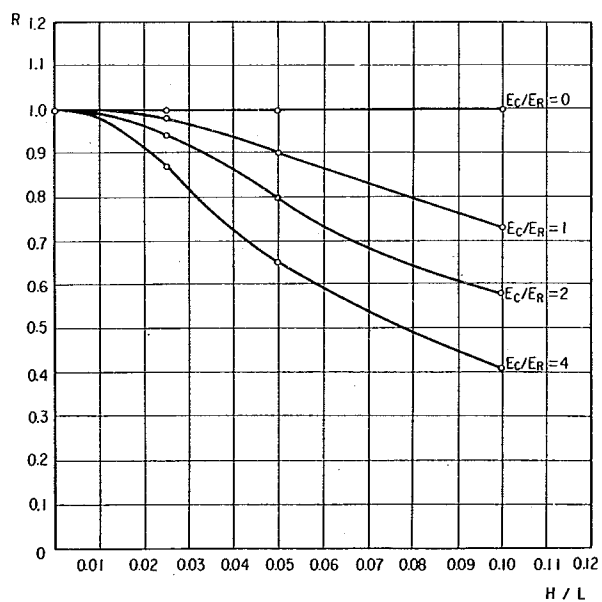


図 3-5 E_C/E_R をパラメータとした場合の岩盤拘束度と H/L の関係

の場合に相当しており、ブロック高を 1.5 m と仮定するとブロック長 15 m の時に成立する式といえる。従って、柱状工法における拘束度を表わす式であり、レーヤ工法および長大ブロックの場合は危険サイドに評価されることがわかる。

3.3 Carlson の方法による 温度履歴の解析例

次に、コンクリート内に発生する温度履歴について検討しよう。今、 $H/L \leq 1$ とすれば熱の流れは1次元であり Carlson の方法を適用することがで

きる。ここでは解析を簡略化するため、コンクリートブロック岩着面からの熱の逸散は0とした。

解析は次の項目に対して行った。

- ① ブロックのリフト高と温度履歴の関係
- ② 打設リフト数と温度履歴の関係
- ③ 打設間隔と温度履歴の関係

なお、解析における条件は表3-2の通りである。

表3-2 解析条件

コンクリートの断熱温度上昇	$\phi(t) = 25(1 - e^{-0.25t})^\circ\text{C}$
コンクリートの打設温度	0°C
コンクリートの熱拡散係数	$h^2 = 0.8\text{ m}^2/\text{day}$
境界条件	表面 0°C / 岩着面 断熱

最高温度に達する時期はリフト高が高いほど長くなる。最高温度は、リフト高が $0.75, 1.5, 3\text{ m}$ の場合、それぞれ断熱温度上昇の $38\%, 68\%, 91\%$ である。従って、最高温度の規正を行うにはリフト高の規正を行うことが極めて有効である。

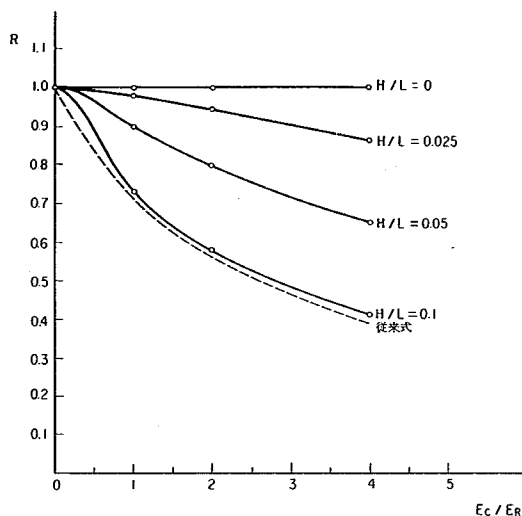


図3-6 従来式と有限要素法との拘束度の比較

3.3.1 ブロックのリフト高と 温度履歴の関係

表3-2に示す条件下で、リフト高と温度履歴の関係を調べた結果を図3-7~8に示す。最高温度はリフト高が高いほど高くなり、また最

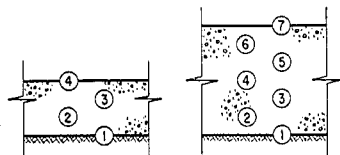
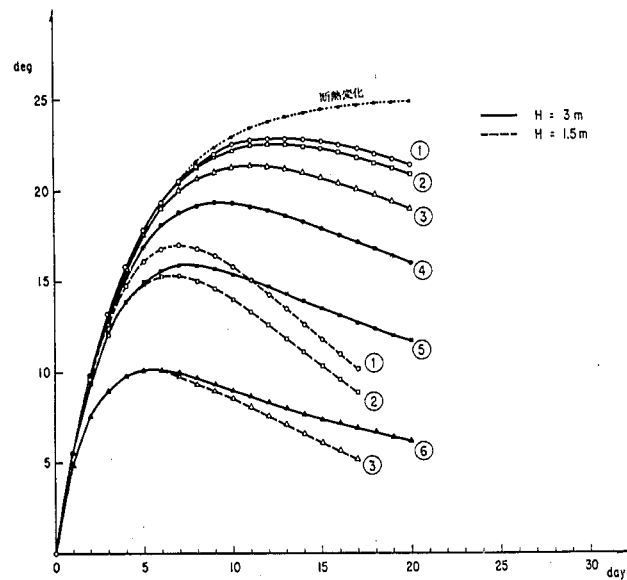


図 3-7 リフト高と温度履歴の関係

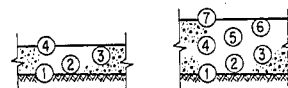
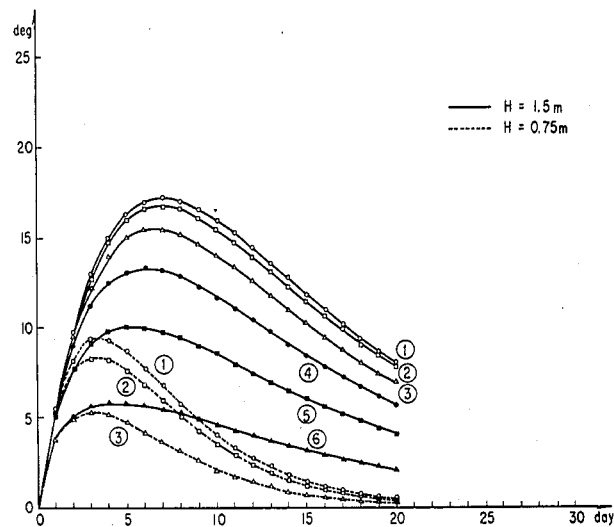


図 3-8 リフト高と温度履歴の関係

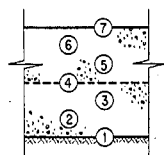
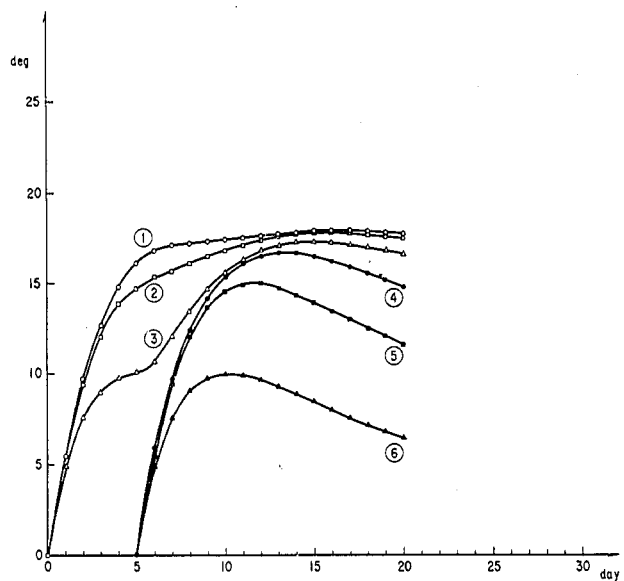


図 3-9 打設間隔 5 日の場合の温度履歴

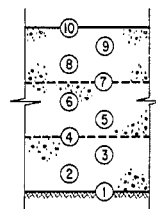
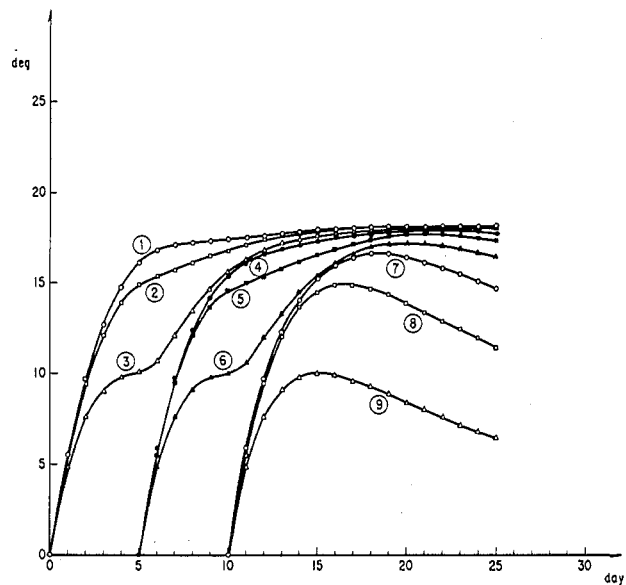


図 3-10 打設間隔 5 日の場合の温度履歴

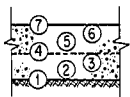
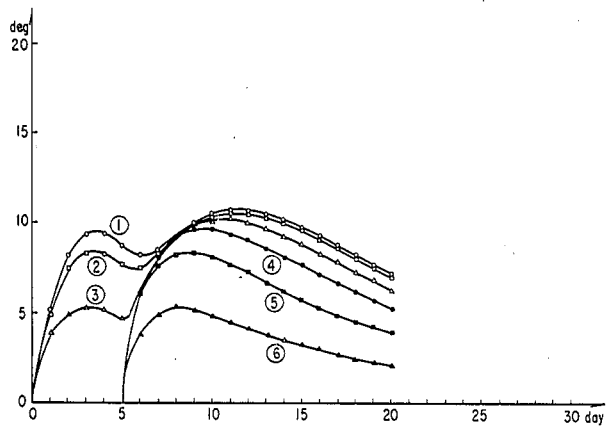


図 3-11 打設間隔 5 日の場合の温度履歴

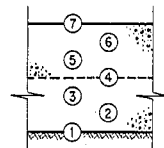
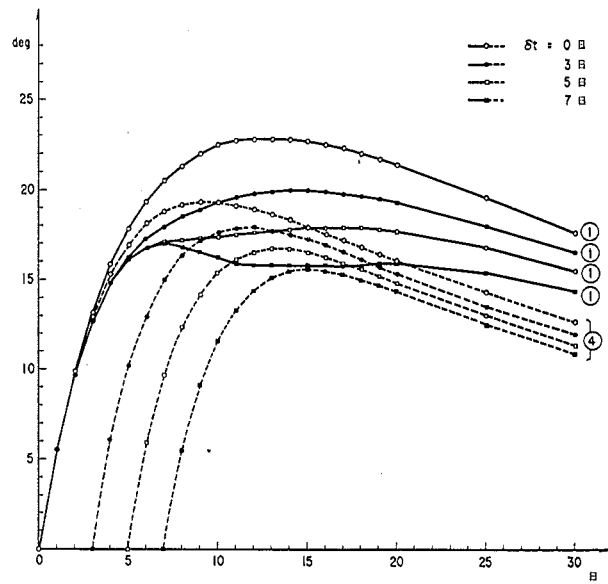


図 3-12 打設間隔と温度履歴の関係

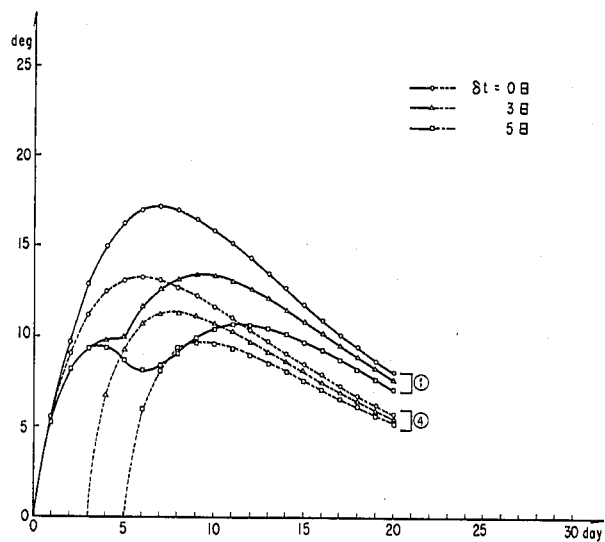


図 3-13 打設間隔と温度履歴の関係

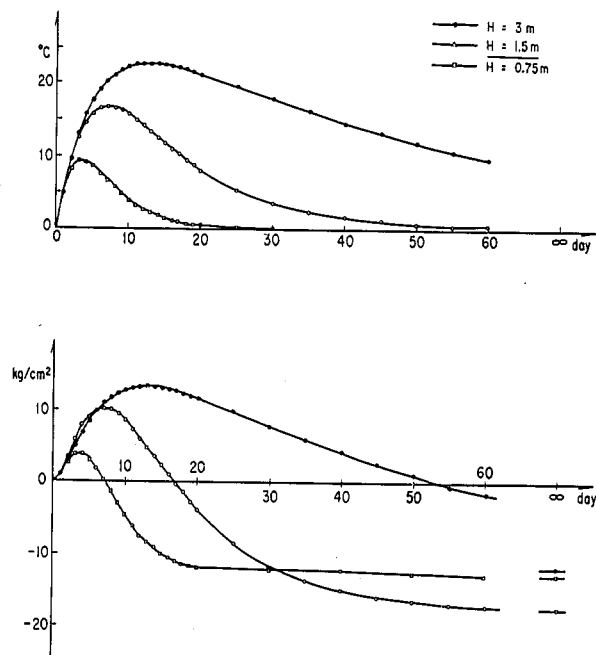


図 3-14 リフト高と温度応力の関係

3.3.2 打設リフト数と温度履歴の関係

表 3-2 に示す条件下で、リフト高 1.5 m、打設間隔を 5 日とした場合の打設リフト数と温度履歴の関係を図 3-9 ~ 10 に示す。最高温度はリフト数によってそれ程変化しないことがわかる。また、各リフトの温度履歴は繰返しの傾向をもつことがわかる。

次に、リフト高 0.75 m、打設間隔 5 日とした場合の温度履歴を図 3-11 に示す。この場合リフト高 1.5 m の時とは多少異なり、第 1 リフトの最高温度は第 2 リフトの打設によってかなり上昇する。これは 0.75 m リフトの時は上下リフト間の温度差はすぐになくなり、従って第 1 リフトの温度変化は断熱変化に近くなり温度上昇が生ずるためである。

従って、最高温度を規正するためには、打設リフト高と打設間隔について十分考慮しなければならない。

3.3.3 打設間隔と温度履歴の関係

表 3-2 に示す条件下で、リフト高を 1.5 m、打設リフト数を 2 とした場合の打設間隔と温度履歴の関係を図 3-12 に示す。打設間隔が短かいほど最高温度が高くなることがわかる。さらに重要なことは、打設間隔が約 5 日を越えると最高温度はほとんど変化しないことである。従って約 5 日が (リフト高 1.5 m の場合に) 最適な打設間隔といえる。

次に、リフト高を 0.75 m、打設リフト数を 2 とした場合の打設間隔と温度履歴の関係を図 3-13 に示す。この場合も打設間隔が短かいほど最高温度が高くなることがわかる。また打設間隔が約 5 日を越えると最高温度はほとんど変化しない。

3.4 温度応力の解析例

前節の結果を下に、従来の応力算出式を用いた解析例を示す。ここでは弾性係数の時間的変化を考慮して

$$\sigma = \varepsilon E_e(t) \quad \text{..... (4)}$$

の形で応力を求めることにする。ここに、コンクリートの弾性係数は材令 t の関数、岩盤拘束度は弾性係数 E_e の関数 (図 3-4 参照) である。

今、ブロック長を 30 m、リフト高を 0.75, 1.5, 3 m とした場合の温度応力を求めてみよう。ブロックの温度履歴は図 3-7 ~ 8 で表わされるものとし、ブロックを代表する温度として岩着面での温度を用いる。また、コンクリートの弾性係数は

$$E_e(t) = 25,000 (1 - e^{-0.175t}) \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{..... (5)}$$

岩盤の弾性係数は $E_R = 7,000 \text{ Kg/cm}^2$ とする。図 3-4 を利用して、ブロック内の温度応力履歴として図 3-14 を得る。ここで、温度応力は温度と岩盤拘束度の関数であるから必ずしも最高温度が高いものほど温度応力が大きいとは限らない。すなわち、リフト高が高い場合、最高温度は高くなるが岩盤拘束度は小さくなる。従って、両者の影響の大小によって温度応力の大小が規

定されるわけであるが、図3-14によればリフト高3mの場合は岩盤拘束度の影響を大きく受けリフト高1.5mよりも最大引張応力は小さくなる。逆に、リフト高0.75mの場合は温度の影響を大きく受けリフト高1.5mよりも最大引張応力は小さくなる。

以上の議論はリフト数を一定(1リフト)とした場合の温度応力の比較であるが、本来はコンクリート打設高を一定とした場合の最適ナリフト高を求めることが必要となるわけである。そこで、3mを1リフトで打設する場合と、打設間隔5日として1.5m2リフトで打設する場合の温度応力を比較しよう。この場合、後者では上下リフトの弾性係数が異なり厳密には図3-4を利用できないが、便宜上、岩盤拘束度曲線が $H/L=1.5/30$ から $H/L=3/30$ へ漸次移行するものと仮定した。しかし、上下リフトの弾性係数が著しく異なる期間(第2リフト打設後10日前後)は温度変化が小さいことから大きな計算誤差は生じないと考えてよい。結果を図3-15に示す。今度は逆に1.5mリフトの方が最大引張応力が小さくなっている。これは、2リフトで打設する場合、発熱時は岩盤拘束度が大きいので圧縮応力が大きくなり、温度降下時はブロックの高さが大きくなるため岩盤拘束度が小さくなり、従って発生する引張応力が小さくなるためである。

ここで、リフト数がさらに多くなると、最高温度はあまり変化しないが岩盤拘束度はさらに低

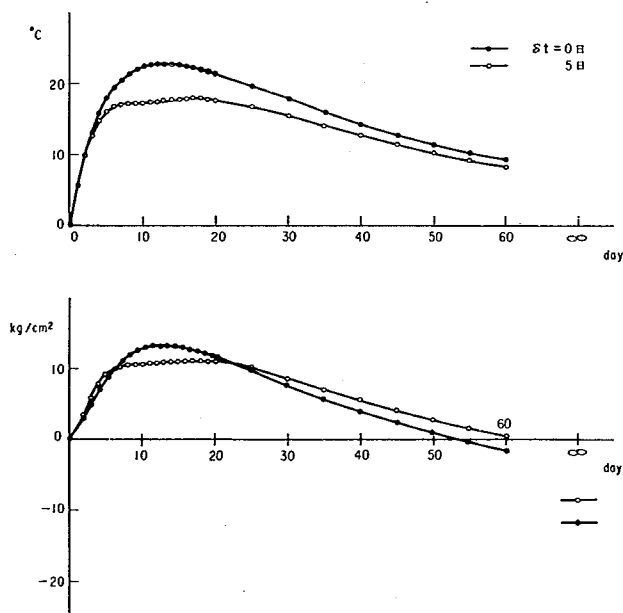


図3-15 打設間隔と温度応力の関係

下するため、最大引張応力はさらに小さくなることが予想される。

3.5 結 論

以上の結果を整理すると次のことがいえる。

- ① 岩盤拘束度は H/L が大きいほど E_c/E_R が大きいほど小さくなる。(図 3-4~5)
- ② コンクリート内に生ずる最高温度はリフト高が高いほど大きくなる。(図 3-7~8)
- ③ 打設間隔が長いほどコンクリート内に生じる最高温度は低くなる。しかし、ある程度(約 5 日)以上の打設間隔になるとその効果はなくなる。(図 3-12~13)
- ④ 打設間隔が一定の場合、各リフトの温度履歴は繰返しの傾向をもつ。従って、打設リフト数によって最高温度はあまり変化しない。(3-9~11)
- ⑤ 温度応力は岩盤拘束度と温度履歴により規定される。1 リフトだけ打設した場合、リフト高がある程度以上高くなると岩盤拘束度が小さくなり生じる最大引張応力は小さくなる。また、リフト高がある程度以上低くなると温度上昇が小さくなり生ずる最大引張応力は小さくなる(図 3-14)。なお、コンクリートの強度は時間の関数であり、上記の最大引張応力はリフト高が低いほど早い材令で現れるから、一概に最大引張応力の大きさとクラックの発生を対応させるのは早計である。
- ⑥ 打設高を一定とした場合、適切な打設間隔をとればリフト高を小さくしてリフト数を大きくした方が発生する最大引張応力は小さくなる。(図 3-15)

4. ダムコンクリートの温度規正の現状

4.1 概説

一般にダムコンクリートの温度規正を行うに当たっては、次の諸点に注意を払うことが必要であるといわれている。

- ① 気温の高い時のコンクリートの打込みを避ける。
- ② 低発熱性のセメントを用いる。
- ③ ブロックの大きさを制限する。
- ④ 熱放散を促す。
- ⑤ 人工冷却を行う。

そこで、既設のダムについてこれらの事項の実態を調査したのでその結果を述べる。

①については打設スケジュールを見ればよいが、数多くの事例を調査するのは困難であり、対象としていない。②については使用セメントの種類と単位セメント量について調査した。単位セメント量については、そのダムで用いた配合のうち最小使用量のもので表現している。③については、横継目の間隔は15mとしている例が圧倒的であるから縦継目を対象に調査した。④については、岩着部分のリフト厚と打設スケジュールが対象となるが、リフト厚については数リフト（一般に外部コンクリートの部分）をハーフリフトにしている例がほとんどであるので特に取上げなかった。⑤については、プレクーリングとパイプクーリングの実施状況を対象にし、④ともからめてどのような計算法によっているのかを検討した。

なお、調査対象にしたダムは、建設省・都道府県・公団・電力会社が施工した50m以上のコンクリートダムで50m以下のものでも特にクーリングに留意したダムは取上げた。ダムの数は重力ダム99（うち中空重力ダム7）、アーチダム35（うちアーチ重力ダム6）である。

4.2 セメントの種類、単位セメント量

重力ダムでは、普通セメントだけを用いたものは33年以降施工された例はない。高炉セメントは32年に用いられたのを皮切りに、35年以降は完成したダムのうち約半分を占めている。中庸熱セメントは30年以降盛んに用いられるようになり、近年では完成したダムの約3割が用いている。40年からはばらばら中庸熱セメントだけを用いた例がないのは、フライアッシュと混合して用いるのが一般であったためかもしれない。フライアッシュセメントは33年に初めて用いられて以来、重力ダムでは盛んに用いられ、40年頃は半分以上のダムが用いている。

アーチダムでは、中庸熱セメントだけを用いた例が圧倒的に多いのが特徴である。重力ダムに比べてフライアッシュを混入する場合は少ない。高炉セメントは40年前後に用いられているが近年ではその例がない。（図4-1、表4-1）

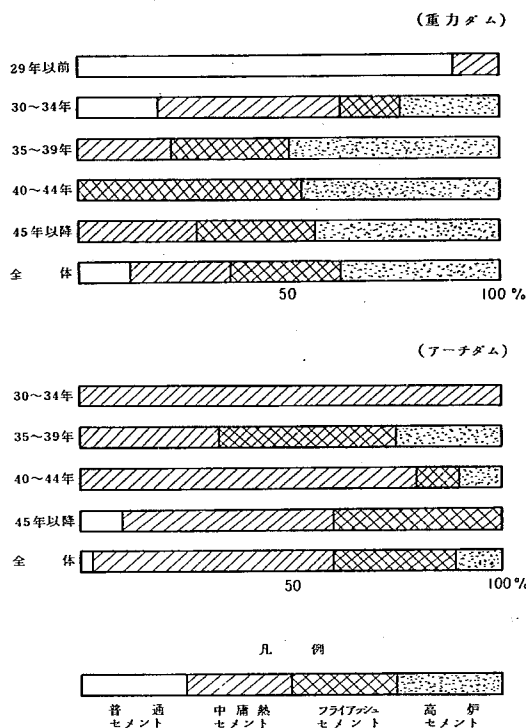


図 4-1 セメントの種類の年区分別比率

表 4-1 セメントの種類の区分年分類

(重力ダム)

年	種類	普通セメント	中高温セメント	フライアッシュセメント	高炉セメント
29年以前		8	1	—	—
30～34年		4	9	3	5
35～39年		—	4	5	9
40～44年		—	—	8	7
45年以降		—	10	10	16
計		12	24	26	37

(アーチダム)

年	種類	普通セメント	中高温セメント	フライアッシュセメント	高炉セメント
30～34年		—	3	—	—
35～39年		—	4	5	3
40～44年		—	8	1	1
45年以降		1	5	4	—
計		1	20	10	4

セメント使用量については、重力ダムでは、調査ダムのうち約半数、45年以降でも $\frac{2}{3}$ が $160\text{Kg}/\text{m}^3$ 台で圧倒的に多い。近年でも $180\text{Kg}/\text{m}^3$ 以上使用しているダムがあるが、このうち一例は中空重力ダム、もう一例は嵩上げダムである。 $170\text{Kg}/\text{m}^3$ 以上も含め比較的単位セメント量の多いダムを見ると概して小規模なダムと言えるが、また施工した機関の特徴も表わしている。一方、 $150\text{Kg}/\text{m}^3$ 未満のダムはそれぞれ大規模なダムであり、セメント使用量減少のメリットが相対的に高いことがわかる。これに関連して 34 年に完成したダが既に $140\text{Kg}/\text{m}^3$ の使用量に挑戦していることは特筆に値する。参考までにアメリカの例を挙げると、最初に $140\text{Kg}/\text{m}^3$ を採用したのは Corps of Engineers の Pine Flat ダムで、29年に完成している。

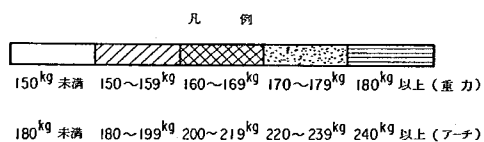
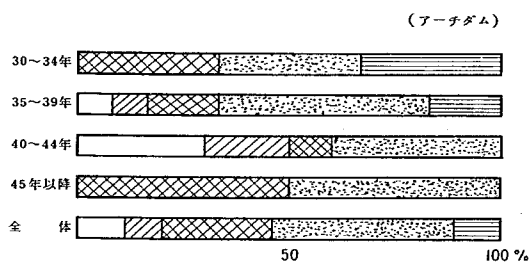
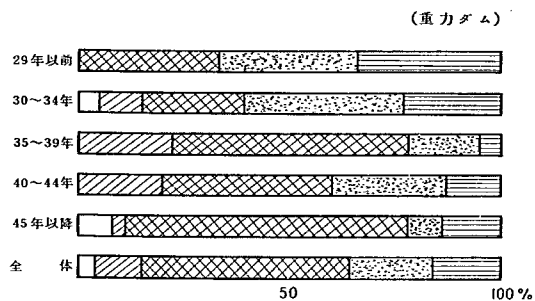


図 4 - 2 セメント使用量の年区分別比率

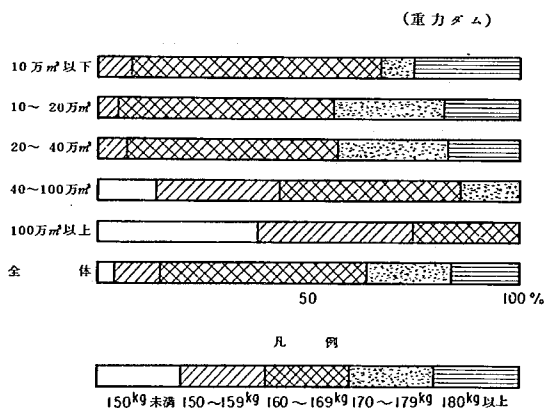


図 4 - 3 セメント使用量の堤体積別比率

アーチダムでは、 $180\text{Kg}/\text{m}^3$ 未満のものは全てアーチ重力ダムである。アメリカの例でもアーチ重力ダムは、近年では凡そ $170\text{Kg}/\text{m}^3$ のようである。通常の薄肉アーチダムでは $210\sim 230\text{Kg}/\text{m}^3$ の間が特に多く、全体の55%を占めている。この傾向はアメリカの例でも変わらない。
(図4-2~3, 表4-2~3)

表4-2 セメント使用量の区分年分類

(重力ダム)

年 Kg/m^3	~149	150~159	160~169	170~179	180~	不明
29年以前	—	—	2	2	2	3
30~34年	1	2	5	8	5	—
35~39年	—	4	10	3	1	—
40~44年	—	3	6	4	2	—
45年以降	3	1	24	3	5	—
計	4	10	47	20	15	3

(アーチダム)

年 Kg/m^3	~179	180~199	200~219	220~239	240~
30~34年	—	—	1	1	1
35~39年	1	1	2	6	2
40~44年	3	2	1	4	—
45年以降	—	—	5	5	—
計	4	3	9	16	3

表4-3 セメント使用量の堤体積別分類

(重力ダム)

堤体積 Kg/m^3	~149	150~159	160~169	170~179	180~	不明
~10万 m^3	—	1	7	1	3	1
10~20	—	2	20	10	7	1
20~40	—	2	15	8	5	1
40~100	1	2	3	1	—	—
100~	3	3	2	—	—	—
計	4	10	47	20	15	3

4.3 縦継目

斜の縦継目はほぼ下流面に沿って1~2本入っているが、36年以降完成したダムには見当ら

ない。100 m 以上になると 2 本以上入っている場合が多くなるが、80 m 以下のダムでも 2 本入っているものもかなりある。これは中空重力ダムのほとんどと、40 年以前に完成した古いダムに多い。60 m 以下で縦継目が入っている場合は 30 年代に完成した古いダムにやや多いが、堤体積から見てコンクリート打設設備の制約から採用していることもあるようである。80 m 以下になると縦継目のない場合が多くなる。80 m 以上でも縦継目のないダムが 6 例あるが、このうち 2 例はプレクーリングを実施し、1 例は中空重力ダム、3 例は 30 年代前半に完成したダムである。(図 4-4、表 4-4)

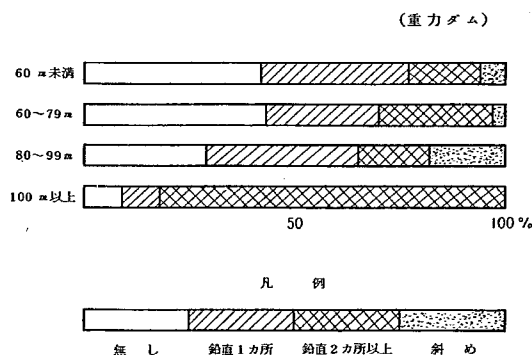


図 4-4 縦継目設置のダム高別比率

表 4-4 縦継目のダム高別分類

(重力ダム)

縦継目 ダム高	な し	鉛直 1 カ所	鉛直 2 カ所以上	斜
～59 m	13	11	5	2
60～79	17	11	11	1
80～99	5	6	3	3
100～	1	1	9	—
計	36	29	28	6

4.4 人工冷却およびクーリングの計算法

わが国のダムで簡単なものまで含めてプレクーリングを実施した例は少なく、特に最近では 42 年以降完成したダムには見当たらない。これはアメリカの Corps of Engineers によるダム

の例と著しい対照を示している。アーチダムでは1例を除きほとんどのダムでパイプクーリングを行い、比較的高さの低いダムでもプラントを用いている。重力ダムでは半分のダムでパイプクーリングを行っていない。これらパイプクーリングを行っていない50のダムについてすこし詳細に見ると次のようである。

表4-5 プレクーリングの施工個数

- ① プレクーリングを実施したダム…… 7例
- ② 堤高60m未満で縦継目のないダム…10例
- ③ 堤高60m以上で縦継目のないダム…12例
- ④ 斜の縦継目の入っているダム…… 3例
- ⑤ 鉛直の縦継目があるダム……………18例

型式 \ クーリング	プレクーリングのみ	プレクーリング及びパイプクーリング
重力ダム	7	6
アーチダム	—	3

表4-6 クーリング計算方法の分類

また、60m未満でパイプクーリングを実施している重力ダムのうち、縦継目のないダムが3例、嵩上げダムが1例ある。

計算方法 型式	なしまたは不明		カールソン (and/or) グローバー	その他
	クーリングなし	クーリングあり		
重力ダム	44	21	27	7
アーチダム	1	10	22	2

クーリング計算ではカールソンとグローバーの組合せ、またはそのいずれかを用いる場合が圧倒的で、その他に含まれる重力ダムの計算方法もそれらをベースにした非常に簡便な計算方法を用いている。重力ダムでは計算なし、または不明というのが多いが、特に小ダムでは他ダムを例にしている場合が多いものと考えられる。

(図4-5、表4-5～7)

表4-7 パイプクーリングのダム高別分類
(重力ダム)

パイプクーリング ダム高	なし	河川水	プラント
～59m	22	10	—
60～79	22	15	3
80～99	6	8	2
100～	—	1	10
計	50	34	15

(アーチダム)

パイプクーリング ダム高	なし	河川水	プラント
60～79m	1	5	10
80～99	—	5	8
100～	—	1	5
計	1	11	23

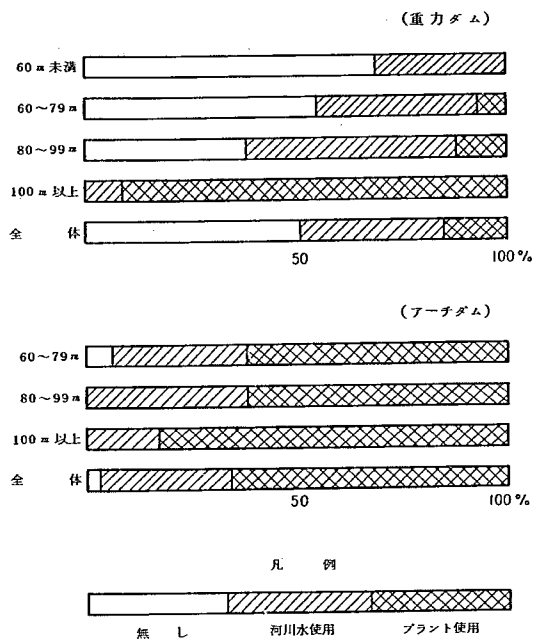


図 4-5 パイプクリーニング施工のダム高別比率

5. 外国における参考例

5.1 概 説

今回、本研究を進めるに当たって、内外におけるいくつかの例を参考として検討した。このうち、興味あるもののひとつとして、アメリカのDworshak Damをここで取上げ、その温度応力解析の一部について紹介する。

Dworshak Damは、アメリカのCorps of Engineersにより施工されたコンクリート重力ダムで、その主たる諸元は以下の通りである。

堤 高	219 m
堤 頂 長	1,000 m
堤 体 積	5,100,000 m ³
総貯水量	4,270,000,000 m ³
湛水面積	69 km ²
設計洪水量	5,100 m ³ /s
最大発熱量	1,060,000 kW

これでわかるように、その規模は巨大であり、特に温度応力の面から興味深いのは、コンクリートの打設に当たって縦継目を設けず、上下流方向の長さが最大で約200 mもある大きなブロックがレーヤ方式で行われたことである。

アメリカでダムの築造を行っている主たる機関であるBureau of ReclamationとCorps of Engineersについて、その打設工法およびクーリング工法を概観すると、基本的に前者はブロック工法・パイプクーリングであり、後者はレーヤ工法・プレクーリングである。最近ではBureau of Reclamationでも厳密な柱状工法ではなく、15 m×50 m程度あるいはそれ以上に長いブロックを採用し、また大きなダムではプレクーリングを実施している。またDworshak Damの例でもわかるように、大きな場合にはCorps of Engineersでもプレクーリングと同時にパイプクーリングの必要性を述べている。

5.2 Dworshak Damの温度応力解析の結論

- ① 最大引張応力は岩着面中央に発生するが、端部を除きほぼ全断面の応力を代表する。

(図5-1)

- ② 第1リフトに生じた最大引張応力は、その後上部リフトの影響を受けて小さくなり、やがて圧縮側に移行する。(図5-2)

- ③ 基礎の弾性係数はダムの下部リフトに発生する応力に対して大きな影響を与える。

(図5-3)

- ④ コンクリートのクリープを考慮して解析を行った際、計算上のクリープ係数の変化に関わ

る時間間隔は2～2.5日より小さな場合には有意な差はない。(図5-4)

- ⑤ 温度履歴は発生する引張応力に相当な影響を与える。(図5-5～7)
- ⑥ 岩着リフトを除き、連続したリフトの応力履歴は繰返しの傾向をもつ。(図5-8)
- ⑦ クーリングによる温度降下によって引張応力が発生し、その後の緩やかな温度降下はクリープ効果によって打消され、その結果引張応力は減少し始める。(図5-9)
- ⑧ クーリング工程はコンクリートの材令とも相関して、クラック発生に大きな影響がある。(図5-10)
- ⑨ 適切な温度規正を行えば、ブロックの長さが15m以上にあれば、実用上ブロック長の影響はそれほどない。(図5-11)
- ⑩ 人工クーリングによる局所的な引張応力はかなり大きな値を示す。しかし、この応力状態は2～3日しか続かず、その後は圧縮側に移行する。これによって材令の若いコンクリートの微小な破壊は元へ戻る。(図5-12)
- ⑪ ダム基礎が斜面の場合には、各リフトは端部でくさび形となってクーリング効果がよくなり最高温度が幾分小さくなるので、通常の場合より特に多くの注意を払う必要はない。(図5-13)

5.3 解析の目的

ダムの上下流方向の長さが最大で約200mにもなる場合、果してそれが縦継目なしで施工できるか、あるいはもしも縦継目を設けるとすればどれほどの長さが効果的であるかがこの解析での目的である。そこで温度応力に関して、次のような事項に着目して解析が行われている。

- ① 縦継目間のブロック長の影響
- ② 打継目上下の応力に関する打設工程の影響
- ③ 人工冷却工程の影響
- ④ 傾斜した基礎岩盤の影響

5.4 解析の方法

Corps of Engineersにおいても、従前の温度応力解析は、コンクリートの発熱・放熱による時間的な温度変化を除いて、対象とするブロックの形状やコンクリートの物性に関しては時間的な変化は考慮されていないのが普通であった。

Dworshak Dam の温度応力の解析に当っては、ブロックの形状、コンクリートの打設工程、コンクリートの弾性係数やクリープ係数、人工冷却工程等の経時変化に関しても考慮し、有限要素法を用いて詳しい解析を行っている。

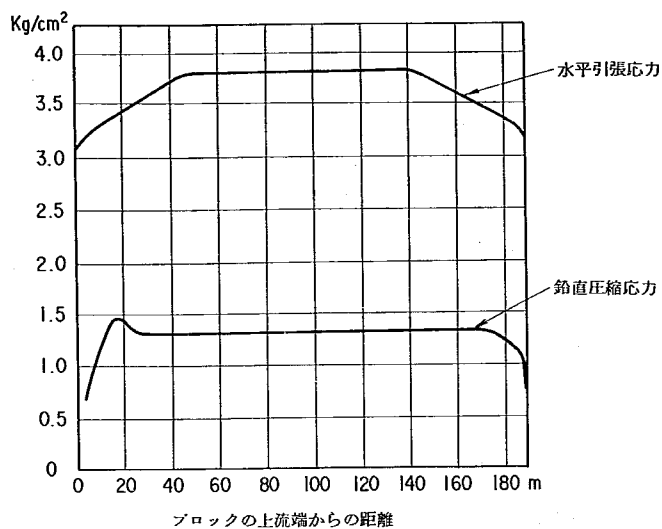


図 5-1 打設後 14 日目の第 1 リフトにおける
鉛直および水平応力分布

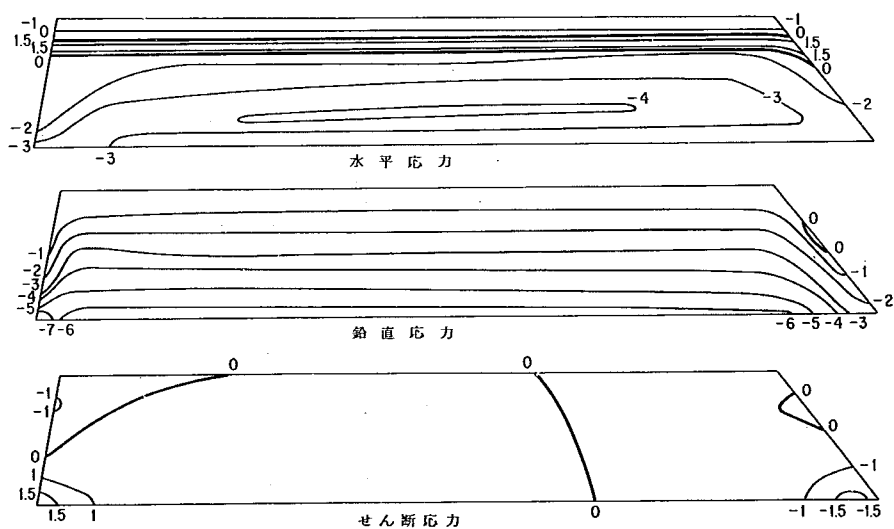


図 5-2 17 リフトまでの応力分布 Kg/cm^2

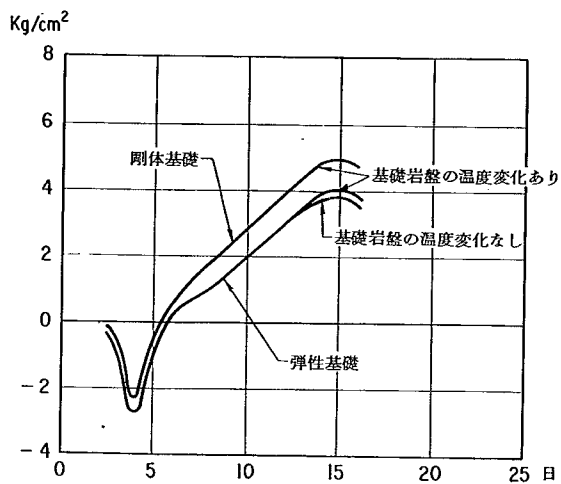


図 5 - 3 水平応力に対する基礎の影響

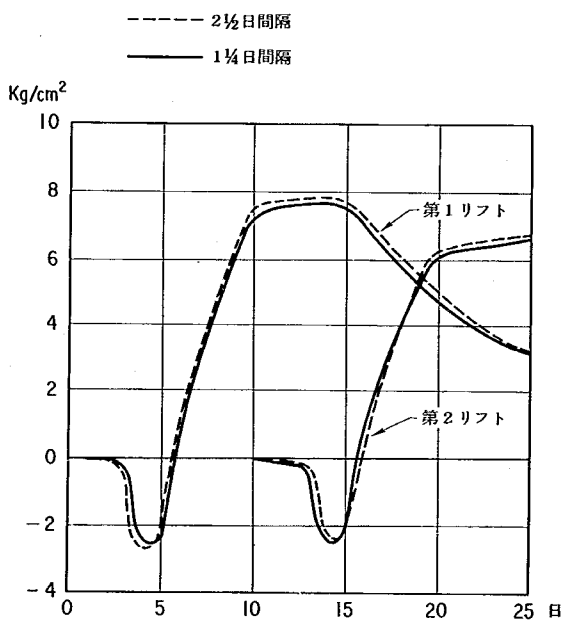


図 5 - 4 解析間隔のチェック

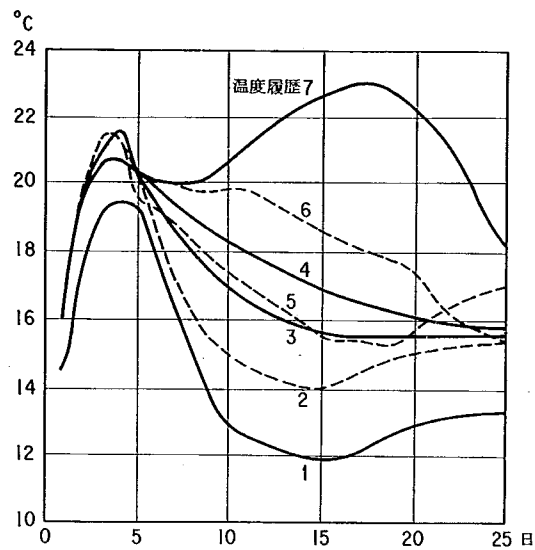


図 5-5 岩着リフトの温度履歴

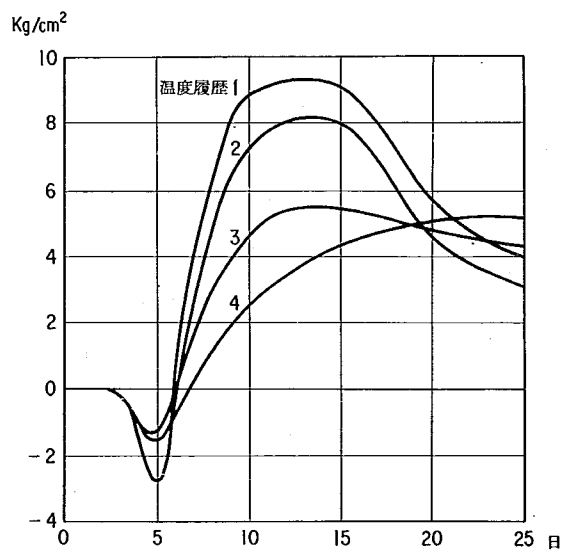


図 5-6 温度履歴 1, 2, 3, 4 による中央点の応力の比較

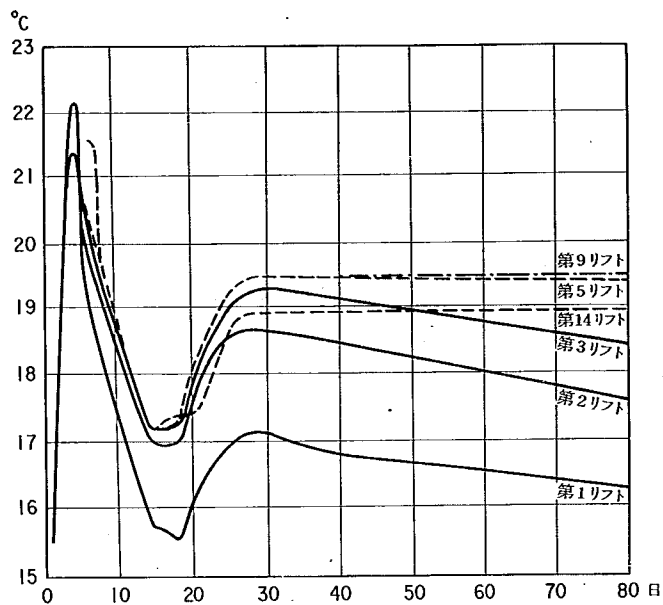


図 5 - 7 各リフトの温度履歴 (岩着リフトの温度履歴 5 による)

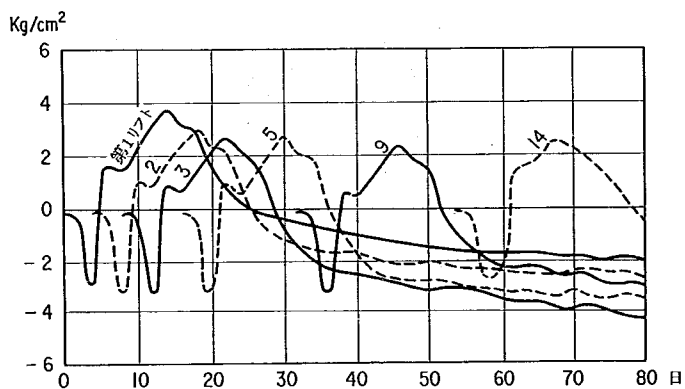


図 5 - 8 温度履歴 5 による水平応力

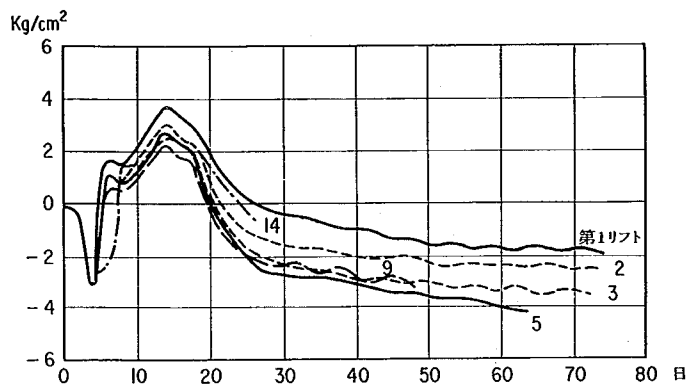


図 5-9 温度履歴 5 によるコンクリートの材令を
基にした各リフトの水平応力

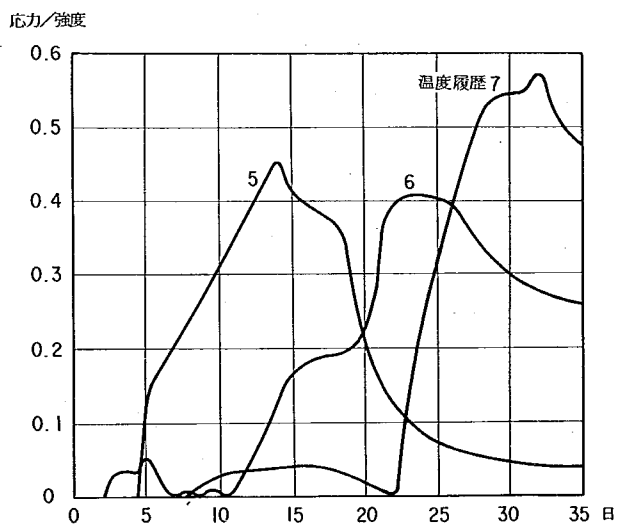


図 5-10 応力・強度率に関する人工冷却工程の影響

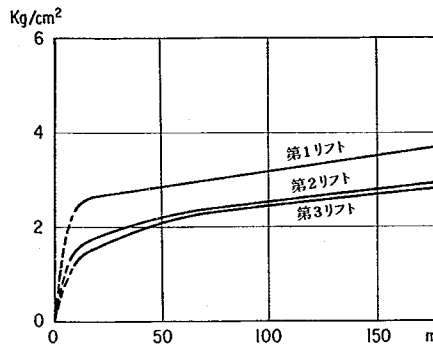


図 5-11 ブロック長の水平（最大）応力に対する影響

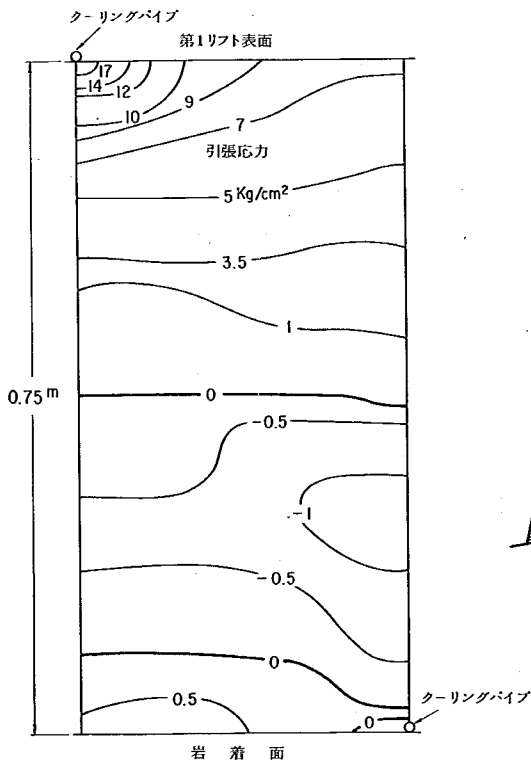


図 5-12 最大引張応力発生時における
岩着リフトの応力分布

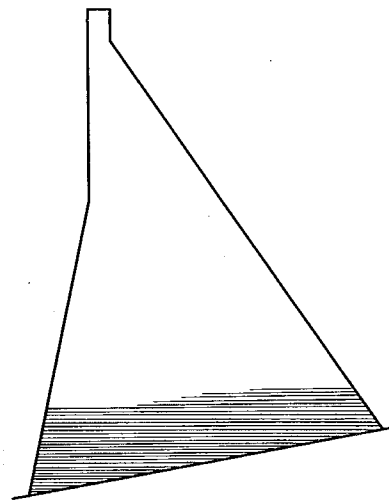


図 5-13 傾斜基礎上のダム

5.4.1 一般事項

重力ダムは2次元応力状態にある構造物と仮定し、そこでは縦軸方向には応力は変化せず、また、この軸に垂直な断面には垂直応力もせん断応力も作用しないものとする。すなわち、これらの平面に生じるべき垂直応力・せん断応力は断面に平行な収縮継目の存在によって消されるものと仮定する。解析上考えた構造物は図5-14に示す単位幅のものである。

5.4.2 打設工程の配慮

重力ダムのようなマッシブな構造物における重力作用による応力を考えると、これはコンクリートの打設工程の影響を受けるのは当然で、重力応力は徐々に増加していく。すなわち、構造物が完成して、それから全重力が直ちに系全体に作用すると仮定するのは正しくない。

この影響を考慮すると、実際の現場における打設工程に応じて増加する形で重力作用による応力解析を行うことが必要

である。新しいリフトが打設されると、その死荷重は既存のリフトの応力状態に影響する。すなわち、新しい荷重による付加応力は既に存在する応力状態に重なり、新たに打設されたリフト以下の全リフトの総応力となる。

なお、計算上仮定

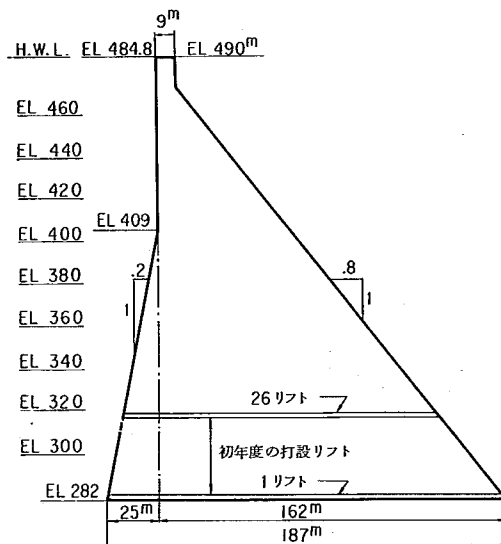


図5-14 DWORSHAK DAMの標準断面図

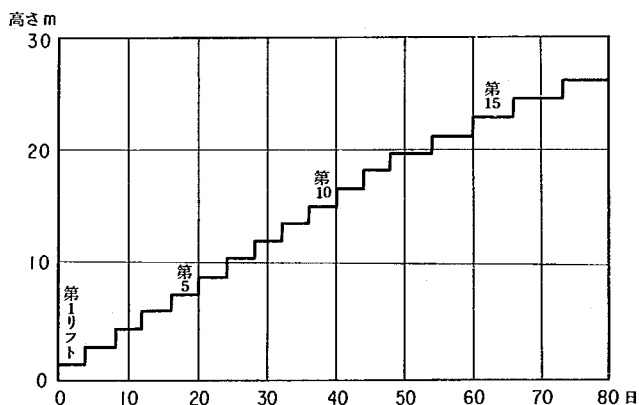


図-15 打設工程

された打設工程は図5-15に示す。

5.4.3 温度履歴

人工冷却を含めた温度履歴は、有限要素法を用いて計算されている。自然熱放散はリフトの上面からのみ行われるものとし、上下流面からの熱の出入りはないものとしている。また応力計算に当っては、リフト内の温度分布を基にして平均温度を用いている。

各種の人工冷却サイクルを基にした岩着リフトの温度履歴を図5-5に示し、同図のケース5を用いた場合の各リフトの温度履歴は図5-7に示される。

5.4.4 コンクリートの弾性係数およびクリープ

通常の解析で仮定される完全弾性挙動に比較して、コンクリート重力ダムの実際の応力状態がかなり複雑になるのは、特にその早期材令でのコンクリート固有のクリープに起因するものである。さらに、コンクリートのクリープのメカニズムは、応力に対する弾性ひずみ成分を規定する弾性係数と、クリープ変位を規定するクリープ係数とも一定ではなく、時間とともに変化することによってより複雑なものとなっている。

コンクリートのクリープ現象は、応力ひずみ関係に時間変化を伴う粘性挙動である。コンクリートのクリープは標本の材令に伴う材料特性の影響を強く受け極めて複雑である。

一定応力の下で試験すると全ひずみ ϵ は次のように表わされる。

$$\epsilon(t) = \epsilon_e(\sigma, t, T) + \frac{\sigma}{E(t)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 ϵ_e はクリープひずみであり、応力 σ ・载荷時刻 T および現時刻 t の関数である。弾性ひずみは弾性係数 $E(t)$ によって定まる。

図5-16からわかるように、一定载荷の下では弾性係数の増加によって弾性ひずみは徐々に減少するが、クリープひずみ ϵ_e は弾性ひずみの減少分以上に増加し、従って全ひずみは増加する。

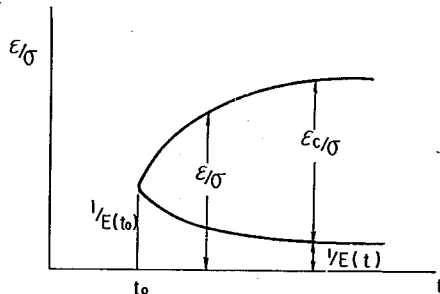


図5-16 クリープ試験結果

本解析で用いたクリープ現象の数学的定

式化は次に示すものであり、これは図5-17に示すレオロジーモデルで表現される。

$$\epsilon_e(t) = \sigma \{ a_1(T) \{ 1 - e^{-m_1(t-T)} \} + a_2(T) \{ 1 - e^{-m_2(t-T)} \} \} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで関数 $a_1(T)$ 、 $a_2(T)$ と定数 m_1 、 m_2 によってクリープ挙動が規定される。これらの数値についてはコンクリートの実験結果から得ているが、それによれば a_1 および a_2 の変化量は0~100日材令について図5-18に示される。また m_1 および m_2 についてはそれぞれ $m_1 = 0.034$ 、

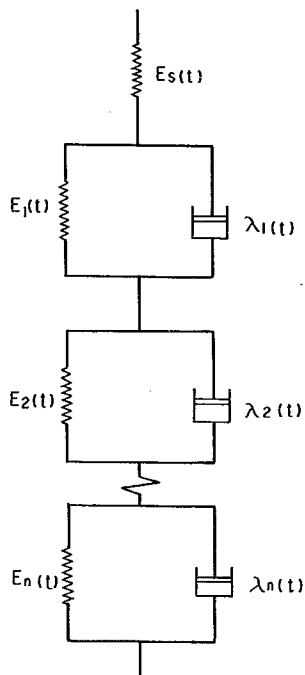


図 5-17 Mc HENRY のクリープ
式のレオロジーモデル

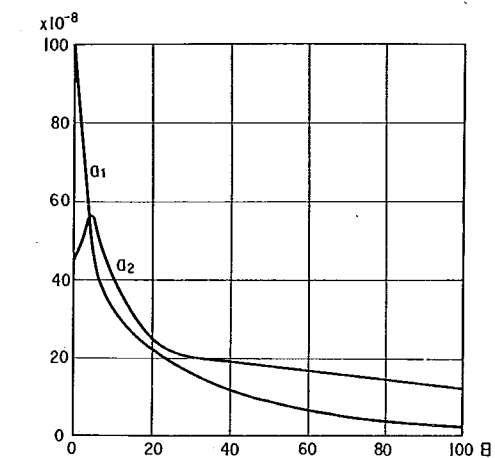


図 5-18 クリープ係数の時間変化
 $m_2 = 0.52$ である。なお、クリープひずみの数式による表現の妥当性は図 5-19 によって示される。この図は材令 7 日時に載荷した標本のクリープひずみの実験値と計算値を比較したものである。

次に弾性係数の時間変化は次の式によって示される。

$$E(t) = (0.702 + 0.466 \times \ln t) \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 t は打設後の日数であり、ポアソン比は 0.17 で一定とする。

なお、計算の精度からみると、クリープに関する計算過程での時間間隔は 2 ～ 2.5 日で十分なことが明らかにされている。

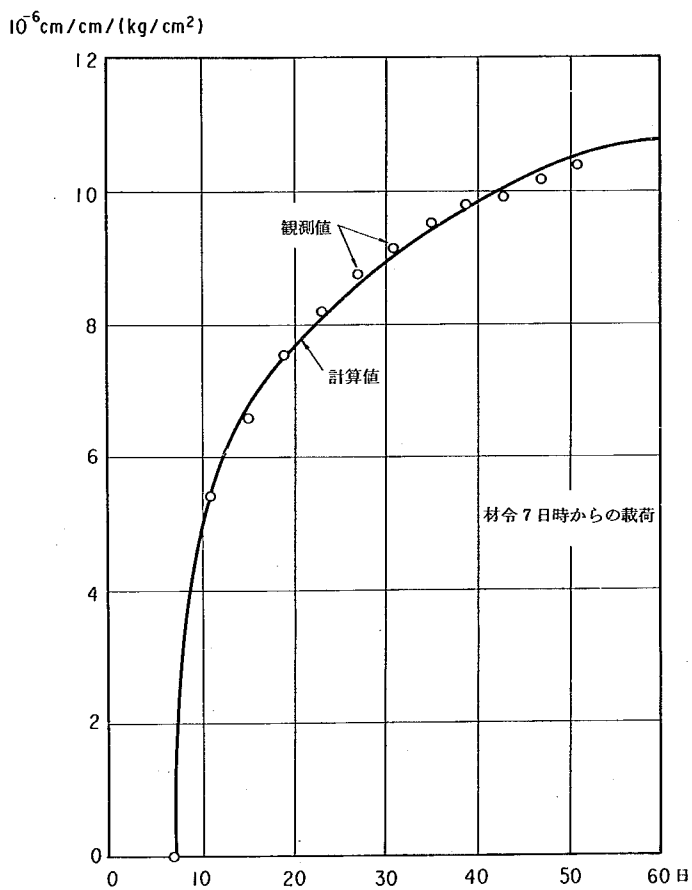


図 5-19 コンクリートのクリープ

あとがき

ダムコンクリート内に発生するクラックは、その位置・方向の如何によってはダム堤体の安全性を左右する大きな要因となる。一方、コンクリートダムに発生するクラックを完全に防止することは極めて困難であり、発見に至らない微小なクラックを含めれば、ほとんど全てのダムでクラックを経験しているといつて差支えなからう。

これに対して、クラックの発生のもも大きな要因の1つと考えられる温度応力については、その理論的などえ方が十分であったとはいひ難い。また、コンクリートダム施工法の合理化等とからんで、温度応力の問題は増々クローズアップしてくるものと思われる。

本報告書の結論は次の通りである。

1. 温度応力は温度勾配に基づく応力（内部拘束による応力）と岩盤ないし旧コンクリートの拘束に基づく応力（外部拘束による応力）に大分されるが、進行性のある後者に起因する応力が重要である。
2. 厳密な温度応力解析を行うためには、1次元的に問題を取扱う Carlson の方法、岩盤拘束度による方法には限界があり、有限要素法を用いた2次元あるいは3次元的方法が必要である。
3. 1次元的に取扱いが可能な場合は、Carlson の方法、岩盤拘束度による方法は優れた方法である。しかし岩盤拘束度を用いて行う従来法は、岩盤拘束度の取り方、温度変化量の取り方に問題があり、以下の点に注意すべきである。

① 岩盤拘束度は、コンクリートの弾性係数 E_c 、岩盤の弾性係数 E_R 、コンクリートブロックの高さ H および長さ L 、ブロック内の位置 (x, y) の関数である。また一般に E_c 、 H は時間の関数であるから、岩盤拘束度は時間的に変化する量である。数学的には、

$$R = R \left(\frac{E_c(t)}{E_R}, \frac{H(t)}{L}, \frac{x}{L}, \frac{y}{H(t)} \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

なる形で表現される。

② 温度上昇時の圧縮応力を無視するのは、一般的に安全すぎるきらいがある。コンクリートのクリープを無視すれば、任意の時刻での応力は次式で与えられる。

$$\sigma(t) = \int_0^t R E_c \alpha \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、岩盤拘束度 R は弾性係数 E_c の関数、 E_c は時刻 t の関数である。

4. 岩盤拘束度は、他の条件が同一の場合、リフト高が高いほど小さくなる。従って、リフト高が低いほど温度応力にとって有利とはいえず、温度履歴、打設スケジュールを考慮して最適リフトを決定するのがよい。
5. コンクリートに生ずる最高温度は、リフト高・打設スケジュールによって変化する。リフト高が高いほど打設間隔が短いほど最高温度は高くなる。また、打設間隔については、最高温度

は1リフトの場合の最高温度よりも低くなり得ないから、あまり長くても意味がない。むしろ、旧コンクリートが冷えてから新しいコンクリートを打設するのは温度応力に関して好ましくない。最高温度に及ぼすリフト数の影響は打設間隔が適切な場合それほど大きくなく、リフト数は最終安定温度までに要する日数に影響する。

また、外国の例として揚げたDworshak Damの解析については数々の興味深い結果が得られているが、解析方法・結果についてさらに検討を加え今後の研究の参考にしたい。

また、温度規正の現状の実態調査については、その結果を多いに参考にして温度規正法を検討されたい。なお、調査に当って御助力を賜った建設省河川局開発課、また調査に御協力願った建設省、水資源開発公団、都道府県、電力会社の関係者各位には厚く感謝の意を表します。

参考文献

- U.S. Department of the Interior Bureau of Reclamation, Boulder Canyon Project Final Reports "Cooling of Concrete Dams"
- 多目的ダムの建設第3巻第24章"コンクリートの温度規制"
- 土木研究所資料第209号"コンクリートの温度履歴計算"(柳田, 飯田)
- The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics (Zienkiewicz)
- Structural Engineering Laboratory, University of California "Construction Stresses in Dworshak Dam"
- コンクリートジャーナル Vol. 4, No. 6 (6/1966) "暑中コンクリートの温度ひびわれ"(塚山)
- U.S. Department of the Interior Bureau of Reclamation, Technical Memorandum 664 "Studies and Procedures for the Control of Cracking in Mass Concrete Structures" (C.L. Townsend)