

ISSN 0386—5878
土研資料第1418号

土 木 研 究 所 資 料

地下貯水池の運用に関する考察

—取水にともなう地下水位変化—

昭和53年8月

建設省土木研究所
河川部水文研究室

は　じ　め　に

水需給の逼迫が現実のものとなりつつある。建設省では、水需給逼迫に対処する方策の一つとして、「地下ダム計画」の研究を実施している。ここで、地下ダムというのは必ずしもコンクリートで作った構造物を指すのではなく、「貯水池として利用する地下水域」と考えている。

地下ダム計画が実現する為には、かんよう技術、上水技術等の開発が必要であるが、同時に地下水の流動に関する調査、貯水池としての運用方法、貯水池としての利用に伴う影響予測等、多岐に亘る調査研究が要請される。

これらの調査研究は当然相互に影響しあうものである。たとえば、利用に伴う影響を研究する為には利用の方法を想定しなければならないが、一方、悪い影響が予想される時は、たちかえって利用の規模を縮小したり、方法を修正することも必要になる。

このような意味で、これら各分野の研究の相互理解は非常に大切であると思われるが、相互理解の機会には各研究の終了時だけでなくその中間段階においても必要であろう。

この報告書は、これらの研究に関係する人達に地下水流動についてのイメージをもって頂くために作成したものである。地下貯水池の研究対象地点としては、深谷市西方の荒川左岸扇状地を想定して種々の観測調査を実施しているが、今回は直接これらのデータは使用せず、モデル的な考察を行なったものである。

今後は、観測結果に基づいてより精度の高い地下水位流動の予測を行ないたいと考えている。

昭和53年8月

建設省	土木研究所	水文研究室
	室　長	石　崎　勝　義
	研究員	北　川　明
	研究員	佐　合　純　造
		山　田　利　雄

目 次

はじめに

1. 検討の目的	1
2. 手法（シミュレーション手法）	2
3. 解析結果とその考察	6
3-1. 地下水の動き方	6
3-2. 帯水層基盤が一定の勾配を有した場合の影響	8
3-3. 透水係数が異なる場合の差異	10
3-4. 揚水量と透水係数と地下水位の低下量	12
3-5. 透水係数と貯留係数が異なる場合の地下水の低下範囲	14
3-6. 揚水量と貯留係数と地下水の低下範囲	16
3-7. 透水係数と揚水期間と地下水の低下範囲	17
3-8. 揚水量と貯留係数と揚水期間	18
3-9. 境界条件による影響	19
3-10. 計算間隔（ Δx ）および揚水パターンにおける差異	20
おわりに	21

APPENDIX

A-1 流体ポテンシャルとダルシーの法則	25
A-2 定常・非定常地下水流動の基本	26
A-2-1 地下水流動の基礎	26
A-2-2 定常地下水流動の基礎式	29
A-2-3 非定常地下水流動の基礎式	31
A-3 ADI法による地下水シミュレーション（差分法）	32
A-3-1 地下水シミュレーション（その1）	32
A-3-2 " （その2）	39
A-3-3 " （その3）	42
A-3-4 ADI法の安定条件	48
A-3-5 ADI法における地下水シミュレーションフロー	48
A-3-6 地下水シミュレーションプログラム	48
参 考 井戸による取水可能量の算定について	60

1. 検 討 の 目 的

地下貯水池（地下ダム）は地下帯水層の貯水能力を積極的に活用していく新しい水資源の開発方法である。

地下水は周知のように貯留としての性質をもつが同時に水位や地質の条件に応じて流れとしての性質も有している。従って地下帯水層を貯水池として利用するためには地下水の流動特性をよく把握する必要がある。更に地下貯水池のサイトはその地表で人間が生活したり農業を営んでいたりすることから地下帯水層を貯水池として利用すればこれらにも何がしかの影響が生じる。

したがって、我々はこれを計画実現していくためには地下水を含めた水循環を解明するとともに、地下水が地上環境に与える影響を十分に検討しておかねばならない。

ここでは、地下水位変動の影響に注目して、特に広域的な取水方法による取水区域周辺の地下水位低下量の推定をおこない、各種水文地質パラメタの違いにより、その影響の及び方の違いを比較検討した。

上記の検討を行なうため、矩形モデル領域を設定して、運動式としてダルシー則を適用した2次元非定常地下水流の式を差分法を用いて解くことにより、広域的な連続取水の影響をシミュレーションした。このようなシミュレーションは実際に適用する場合においては入力データやモデル定数が正確に求まっていることが必要である。しかし、本検討では、特に対象地域を具体的に設定せず、多くの地域で一般に得られる。または、地下貯水池として設定可能であると思われる水文地質パラメタを想定して、時間的、場所的な地下水位の変動状況を数量的に求めた。これにより水文地質パラメタの違いが地下水位の変化にどの程度影響を及ぼすか知ることができる。また、パラメタの推定誤差により結果に与える影響も評価し得る。したがって、今回の計算はこのまま現地に適用するには十分とはいえないが、我々の目にふれない地下水がどのような特性をもっているか、概念上だけでなく具体的に式を解くことによって図表化し、あらためて地下水というものの性質を認識し少しでも地下水に対する理解を深めようとするものである。

2. 手法（シミュレーション手法）

単井戸による揚水のための井戸内及びその周辺の地下水位の変化量の推定は従来より研究成果も多く、特に定常状態における揚水量と井戸内水位の関係、影響圏に関する検討、さらに、非定常についても、揚水試験のデータ解析法など、簡便な解法が整っている。しかし、広域的に多数の井戸を利用して揚水を行なう場合については、井戸どうしの影響関係や広域になるために地形地質の不均等性など解析に困難な点が多いため、十分検討がなされていず解析法も整っていない。ここでは、広域揚水域及びその周辺の地下水の流動状況を知るために、矩形モデル領域内に揚水域を設定してこの領域内での地下水の基礎式（A-2-26）を用いて、①不圧地下水の流動、②帯水層基盤が一定の勾配を有している不圧地下水の流動、に関して基礎式のパラメタの値を変えて時間的、場所的な地下水位の変化を数値的に求める。

ここで扱うモデルは運動式がダルシー則で支配される平面二次元非定常地下水流動モデルである。また、解法には差分法により離散化を行ないADI法により数値解を求める。

◎ 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \quad \text{.....(1)}$$

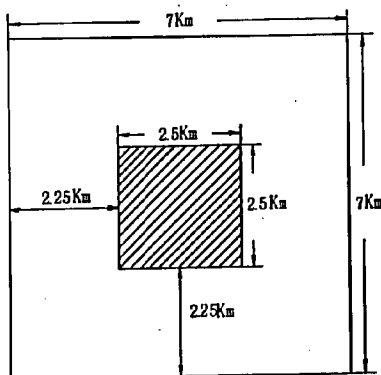
および

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \quad \text{..... (2)}$$

とする。但し、(1)式の $T_{xx} = kh$ 、 $T_{yy} = kh$ として計算機上ではとりあつかう。詳細はAPPENDIXを参照されたい。

◎ 計算条件

① 計算および揚水領域



計算領域 7 km × 7 km

揚水領域 中央部斜線の領域 2.5 km × 2.5 kmとする。

図-1 計算および揚水領域

② 帯水層厚 (b)

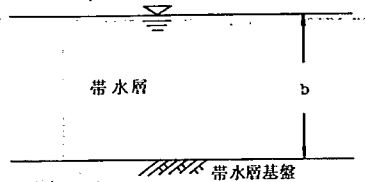


図-2 帯水層厚

計算領域において一様とする。

8, 15 (m)

③ 計算間隔 (Δx)

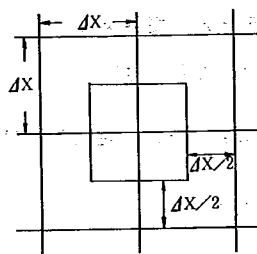


図-3 計算間隔

100, 500 (m)

④ 計算時間間隔 (Δt)

1 (day)

⑤ 帯水層基盤の勾配 [一様] (I)

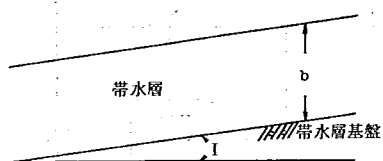


図-4 帯水層基盤の勾配

0.0, 0.01, 0.005, 0.002 (ND)

⑥ 境界条件

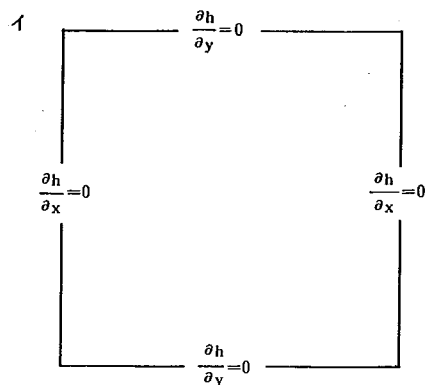


図 - 5 - 1 境界条件

計算式(1)に対応

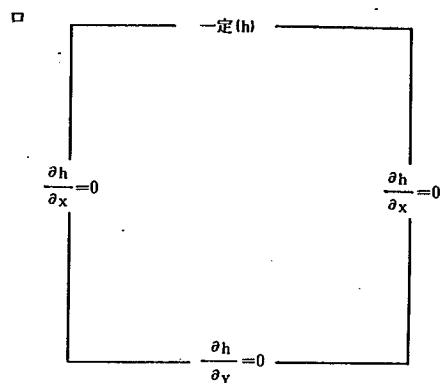


図 - 5 - 2 境界条件

計算式(2)に対応

注) $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$ とは境界面を通じて地下水の流入流出はないとしたもので、一定 (h) は地下水位を一定に保つことである。

⑦ 透水係数 (k)

0.01, 0.05, 0.1 (cm/s)

注) すべての格子点で上記の値とする。

⑧ 貯留係数 (s)

0.1, 0.15, 0.2, 0.25 (ND)

注) すべての格子点で上記の値とする。

⑨ 揚水量 (Q)

0.5, 1.0, 1.25, 2.0 (t/s)

注) この揚水量は揚水域全体での総量である。

⑩ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もないものとする。

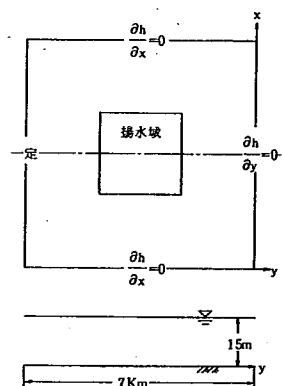


図 - 6

◎ 検討項目

検討にあたっては揚水域周辺での地下水位の変動に主眼をおいて行なった。以下検討項目を列挙すると、

- ① 地下水の動き方
- ② 帯水層基盤が一定の勾配を有した場合の影響
- ③ 透水係数が異なる場合の差異
- ④ 揚水量と透水係数と地下水位の低下量
- ⑤ 地下水低下の影響範囲
- ⑥ 揚水量と貯留係数と地下水の低下範囲
- ⑦ 透水係数と揚水期間と地下水の低下範囲
- ⑧ 揚水量と貯留係数と揚水期間
- ⑨ 境界条件による影響
- ⑩ 計算間隔 (Δx) および揚水パターンにおける差異

である。

図-7は、図中に示めされる計算条件の基で揚水期間30日、90日、180日と連続して揚水を行なった場合の地下水位を図示したもので、この図からは、地下水位の低下の様子や、境界条件の影響が読みとれる。

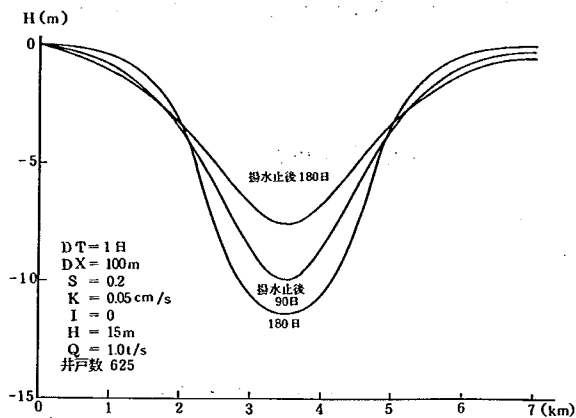


図-8 揚水停止後の地下水位

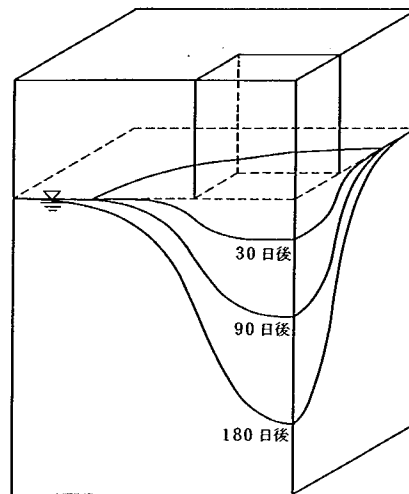


図-9 地下貯水池の形状

図-8は揚水を停止して放置した場合の地下水位の変化である。

図-9は、図-7を立体的に描いたもので、地下貯水池として機能する場合、地下水位の変動を利用することによって水資源の開発が行なえと考えたものである。

この計算での総揚水量はそれぞれの揚水期間に対応して 259.2 万 m^3 、 777.6 万 m^3 、 1555.2 万 m^3 となっている。

考 察：揚水域の中央では揚水期間にほぼ比例して地下水位の低下がおこっている。また、揚水期間によって地下水面形は大きく異なり、その特徴は揚水開始後30日では“ナベ底”のような形状をしており揚水期間が増すと徐々に丸みを帯びて“スリパチ”のような形に変化する。特に、非揚水域では揚水期間が増えるに従って地下水位の低下をおよぼす範囲が広くなり、揚水域へ地下水が流れてむため水面勾配がきつくなっている。

地下貯水池としては、あらかじめ地下水位を下げたおいて、渇水時に揚水を行ない地下水を水資源として役立たせる。このことによって地下水位は低下するが、豊水時になんらかの方法で適時かんようができれば、その水位差を有効に水資源として利用できることになる。おおむね今回の計算から地下貯水池の形状・機能を考えることができる。

なお、ここで想定した透水係数 $5 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ は通常の平均扇状地のそれよりはかなり大きな値である。

3-2. 帯水層基盤が一定の勾配を有した場合の影響

目的：一般に帯水層の基盤は不規則でかつある程度の傾斜をもっていると考えられるが、ここでは基盤が一定の勾配をもつと仮定し勾配の有無及び勾配の程度によって地下水位の変化の状況がどう異なるか調べる。

計算条件：① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

② 計算および揚水領域 図-1 参照

③ 帯水層厚 15 m 図-2 参照

④ 計算間隔 100 m 図-3 参照

⑤ 計算時間間隔 1 day

⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし], 0.01, 0.005 図-4 参照

⑦ 境界条件 図-5-2 参照

⑧ 透水係数 0.05 cm/s

⑨ 貯留係数 0.2

⑩ 揚水量 1.0 t/s

⑪ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もない。

解析結果：

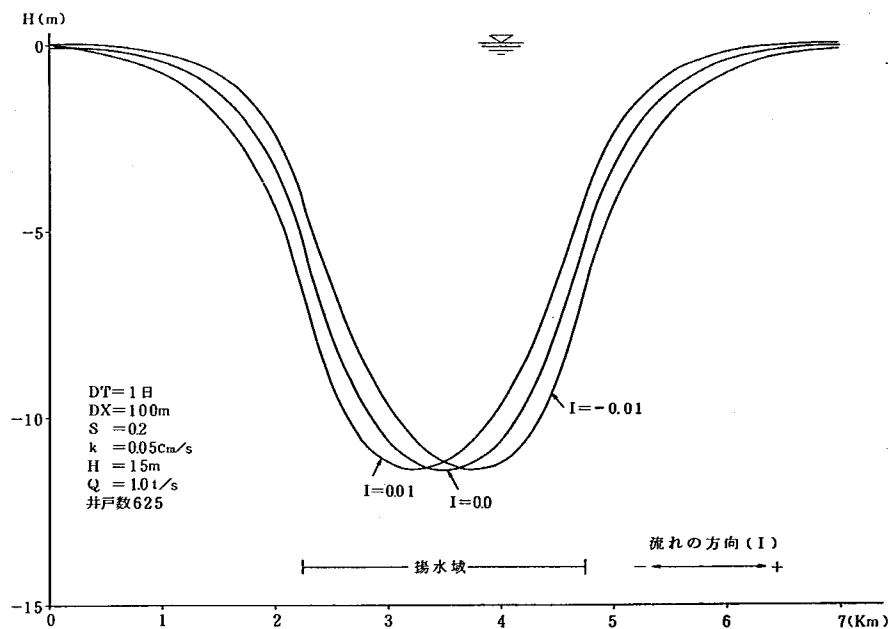


図-10 帯水層基盤の傾斜による地下水位の変動

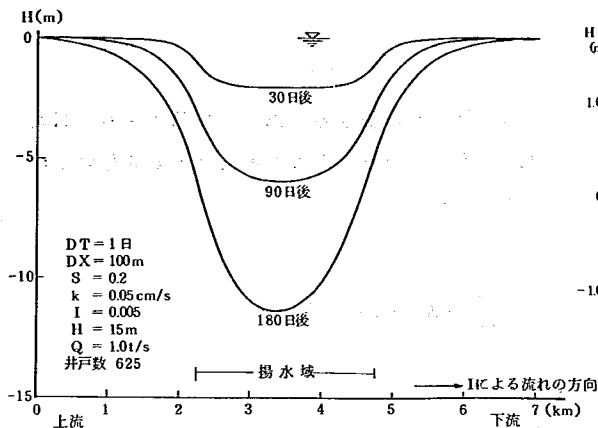


図-11 揚水期間における地下水位の形状

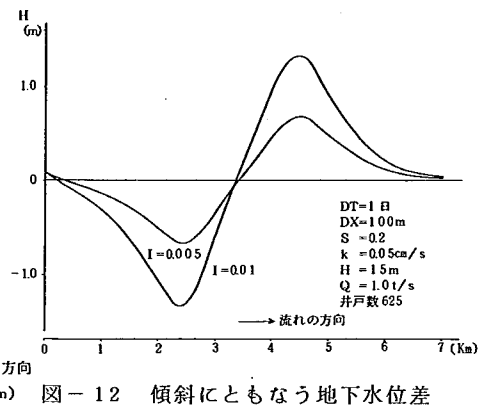


図-12 傾斜にともなう地下水位差

図-10は、勾配を1/100とした場合の180日後の地下水位の形状を図示したもので、図中に示めされる様に傾斜の方向を変えてみたものである。

図-11は、勾配を1/200として揚水期間を30日、90日、180日とした場合の地下水位の形状がどう変わっているかみたものである。

図-12は、勾配を1/100と1/200とした場合の180日後の地下水位が勾配がない場合と比較してどの程度差があるか図示したものである。但し、勾配がない時は図中の水平な線で表わしている。また、境界条件は図-5-1としたもので、勾配がある時の場合は図-5-2としている。

図-13は、勾配を1/200としたとき揚水を180日間行ない地下水位の回復状況を図示したものである。

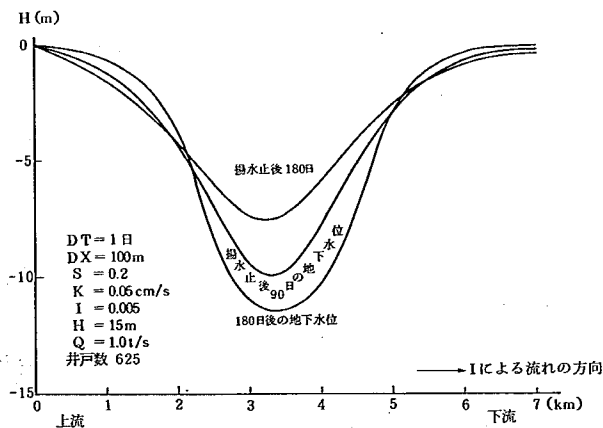


図-13 揚水停止後の地下水位

考 察：帯水層の基盤が一定の勾配をもつ時の影響は揚水期間の増加に伴って徐々に出てくる。しかし、この計算からは、30日後程度の揚水期間では水平（勾配0）の場合と比較してほとんど影響がみられない。180日後では多少は非対称となっているもののほぼ平行に上流側に移動した地下水位といえよう。したがって、地下水位は水平の場合と比較すると上流側では低下量が増加し、下流側では低下量は減少している。これを勾配の程度で比較してみると勾配とはほぼ比例して増加あるいは減少している。また勾配が増加してもこの場合での計算では地下水位が上流側に移動する程度には違いがあるとは思えない。今回みた範囲では勾配がついても地下水位にはあまり影響がなさそうである。この計算の勾配1/100、1/200は帯水層基盤の上流端、下流端の高低差でそれぞれ70m、35mに相当する。

3-3. 透水係数が異なる場合の差異

目的：基礎式からも明らかなように、地下水の挙動を計算するにあたって透水係数の果たす役割は重要になってくる。ここでは透水係数を種々変えることによって変化する地下水面の形状と地下水面の伝播について調べる。

計算条件：① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

および

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 8, 15 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5 参照
- ⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.15, 0.2, 0.25
- ⑩ 揚水量 1.0, 2.0 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もない。

解析結果：

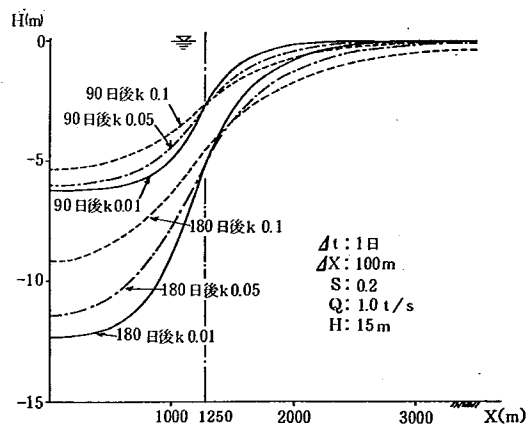


図-14 透水係数が異なる場合の地下水変動

図-14は、帯水層の厚さを15 mとし、貯留係数を0.2と定めた時、1.0 t/sの揚水を連続して行なう場合の揚水期間と透水係数を変えて地下水位を片側（対称）について図示したものである。

図-15は、帯水層の厚さを8 mとした時、30日間2.0 t/sの揚水を行なう場合と60日間1.0 t/sの揚水を行なう場合を考え、ともに同じ総揚水量を設定したとき透水係数および貯留係数によってどう地下水位が変わっているか調べたものである。

図-14、図-15ともに地下水位が低下しつつ伝播していく状況を描いたものである。

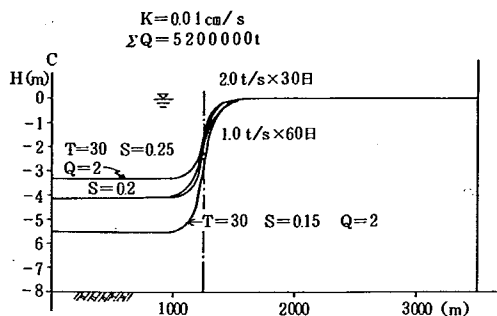


図-15-1 地下水変動

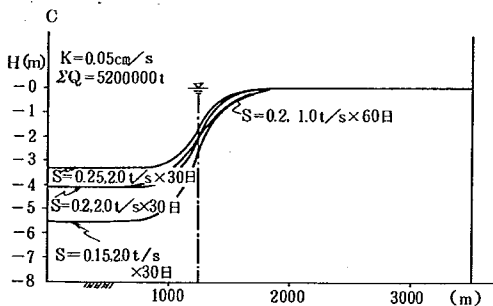


図-15-2 地下水変動

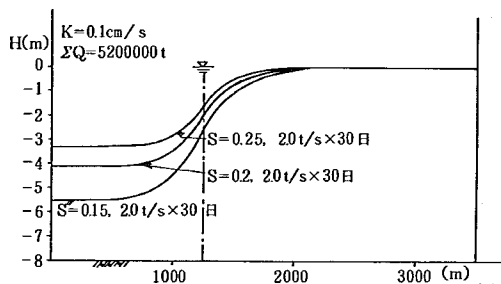


図-15-3 地下水変動

考 察: この計算によると地下水面の形状については、透水係数によって特に揚水域中央での地下水位の低下量に差が生じ、揚水期間が経過するとともにその差は著しくなる。地下水面の勾配をみると、揚水域中央では透水係数の小さなもののほど勾配が小さく、中央部をはなれるにしたがって逆に勾配がきつくなっている。また、透水係数の大きなもののほど地下水位の低下伝播する領域が広がっている。

貯留係数について地下水の低下量との関係でみるとおおむね反比例していると考えて良さそうである。

3-4. 揚水量と透水係数と地下水位の低下量

目的：揚水量と透水係数が種々変わる場合に地下水位の低下量が場所的にどうなっているか調べる。

計算条件：① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

② 計算および揚水領域 図-1 参照

③ 帯水層厚 15 m 図-2 参照

④ 計算間隔 100 m 図-3 参照

⑤ 計算時間間隔 1 day

⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし]

⑦ 境界条件 図-5-2 参照

⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s

⑨ 貯留係数 0.2

⑩ 揚水量 0.5, 1.0, 1.25, 1.5, 2.0 t/s

⑪ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もない。

解析結果：

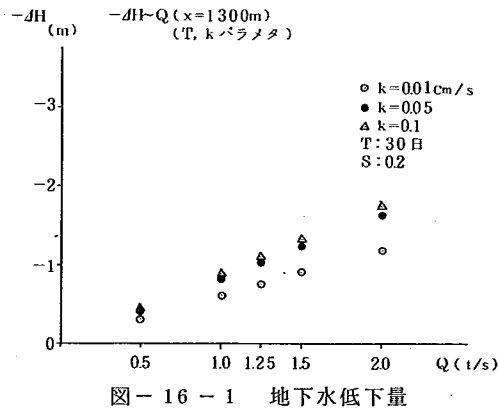


図-15 は、揚水域中心から 1300 m はなれた場所での地下水位の低下量を 30 日後と 90 日後で透水係数と揚水量について図示したものである。但し、帯水層の厚さは 15 m とし、貯留係数は 0.2 と固定してとりあつた。

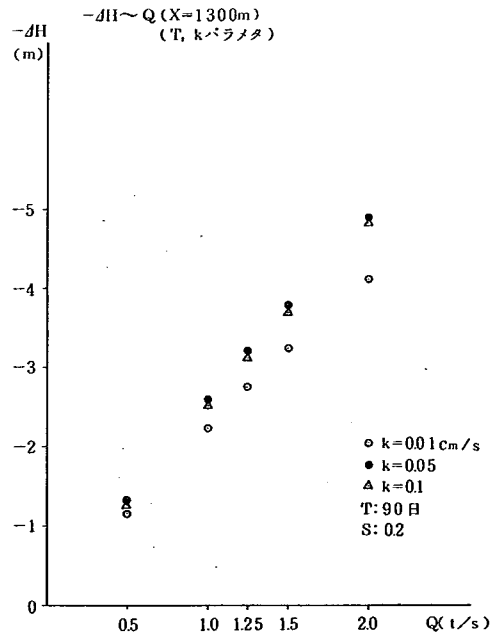


図-17は、揚水域中央において90日後の地下水位を揚水量と透水係数でどう変化するか図示したものである。この場合も前回同様帯水層の厚さを15 mとし、貯留係数を0.2と設定してある。

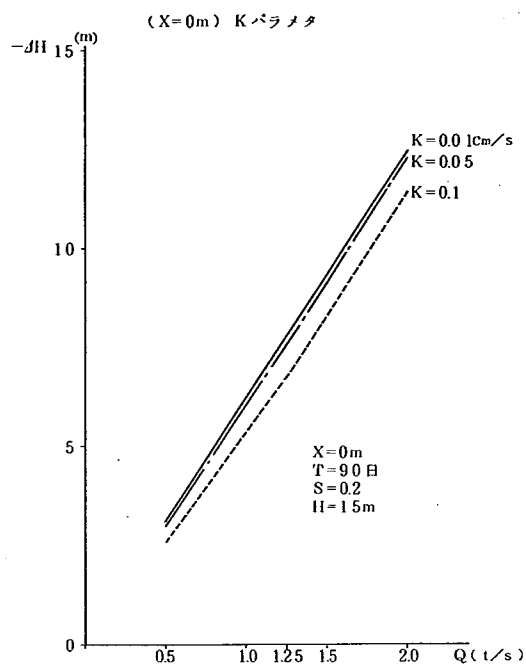


図-17 地下水位

考 察：揚水域中央では地下水の低下量は揚水量に比例している。また、透水係数によってはあまり大きな差にはなっていない。

揚水域からはなれた点ここでは50 m（揚水域中心から1300 m）の地点では地下水位の低下量は揚水量には比例していると考えられ、また、揚水期間が増すにしたがって大きくなるものの、揚水量・透水係数が同じ場合はほぼ比例して増加していると考えられる。

今回の計算では揚水期間が30日と90日では地下水位の低下量が透水係数で見ると逆になっていることが見られた。

3-5. 地下水低下の影響範囲

目的：透水係数と貯留係数を設定した時，ある地下水位の低下量になるまでの揚水期間と低下範囲を考える。

計算条件：① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 8 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-1 参照
- ⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.1, 0.15, 0.2, 0.25
- ⑩ 揚水量 2.0 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく，河川への流出もない。

解析結果：

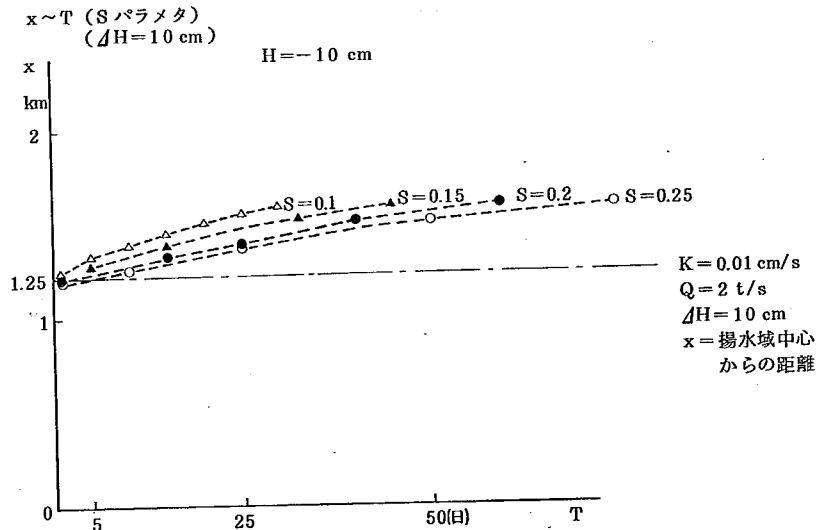


図-18-1 地下水の低下範囲

図-18 は，透水係数をそれぞれ 0.01, 0.05, 0.1 とした時の地下水位が 10 cm 低下する範囲を揚水期間でプロットしたものである。なお図中の一点鎖線は揚水域・非揚水域の境界である。

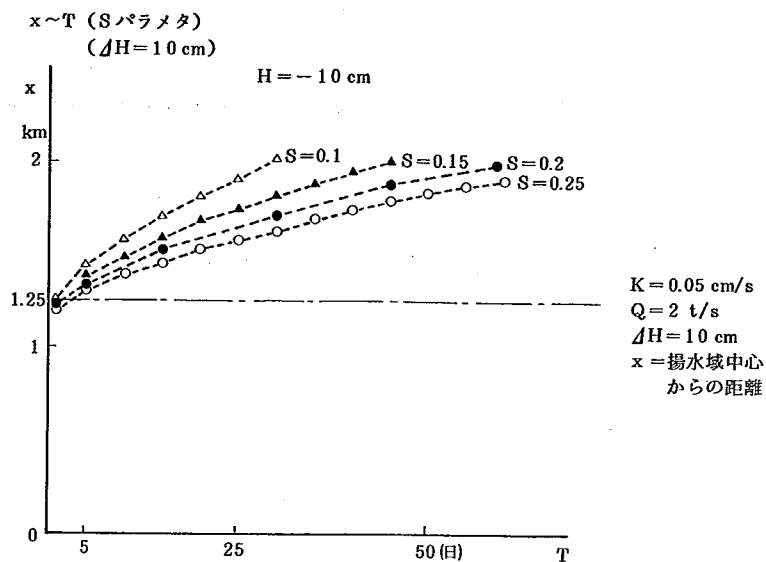


図-18-2 地下水の低下範囲

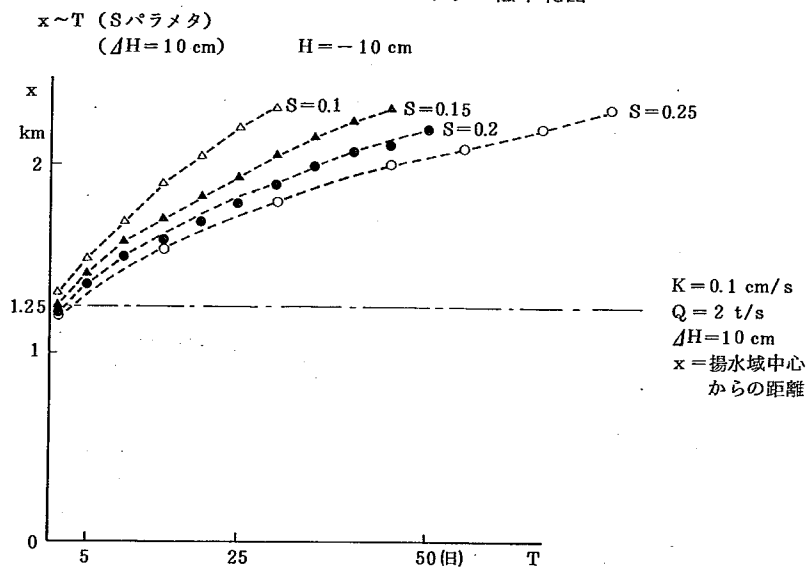


図-18-3 地下水の低下範囲

考 察：透水係数によって低下する範囲は大きく異なり、透水係数の大きなものほど低下の範囲は広がる。また、貯留係数でみると透水係数に応じて地下水位の低下する範囲が広がってきている。さらに貯留係数が小さいほど範囲は広くなる。

この場合帯水層厚は8mとしたために揚水域で帯水層厚を上まわる地下水深がとれないためグラフが途中で切れたようになっている。

3-6. 揚水量と貯留係数と地下水の低下範囲

目的: 揚水量と貯留係数が設定された時, ある地下水位の低下量を与える場合その低下量の範囲を考える。

計算条件: ① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 8 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-1 参照
- ⑧ 透水係数 0.05 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.1, 0.15, 0.2, 0.25
- ⑩ 揚水量 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく, 河川への流出もない。

解析結果:

図-19は, 地下水位の低下量が50 cmとなる場所を揚水域中心からの距離で表わしたもので, 帯水層の厚さ8 m, 透水係数0.05 cm/s, 揚水期間30日とし, 揚水量, 貯留係数でどんな範囲まで広がっているか表わしたものである。なお, 図中の一点鎖線は揚水域・非揚水域の境界である。

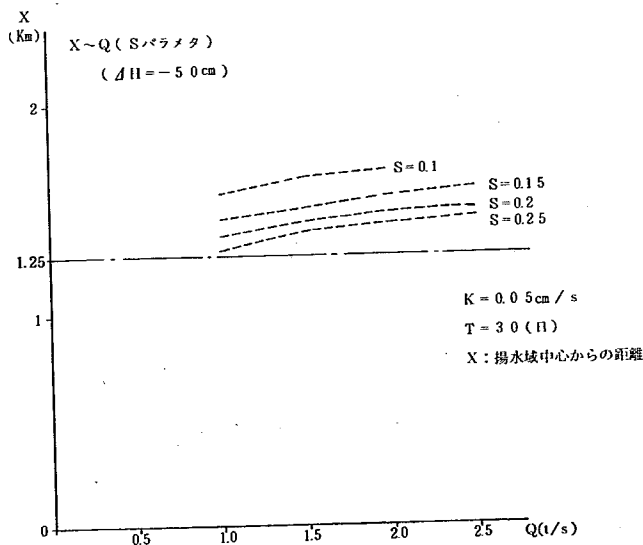


図-19 地下水低下範囲

考察: 揚水量による地下水の低下の範囲をみると拡がり方はそれほど大きな差があるとはいえないようである。また, 貯留係数でみると大きなものほど拡がりやすく, 小さなものになるほど拡がるがその差はあまり大きくないと考えて良さそうである。

3-7. 透水係数と揚水期間と地下水の低下範囲

目的: 揚水量, 貯留係数, 帯水層厚を設定し, ある地下水位の低下量が透水係数と揚水期間でどう広がっていくか考える。

計算条件: ① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 15 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-2 参照
- ⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.2
- ⑩ 揚水量 1.0 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく, 河川への流出もない。

解析結果:

図-20 は, 地下水位の低下量が 50 cm となる場所を揚水域の中心からの距離で表わしたものである。この場合のパラメタは, 帯水層厚 15 m, 貯留係数 0.2, 揚水量 1.0 t/s として透水係数と揚水期間で図示したものである。又, 一点鎖線は揚水域・非揚水域の境界である。

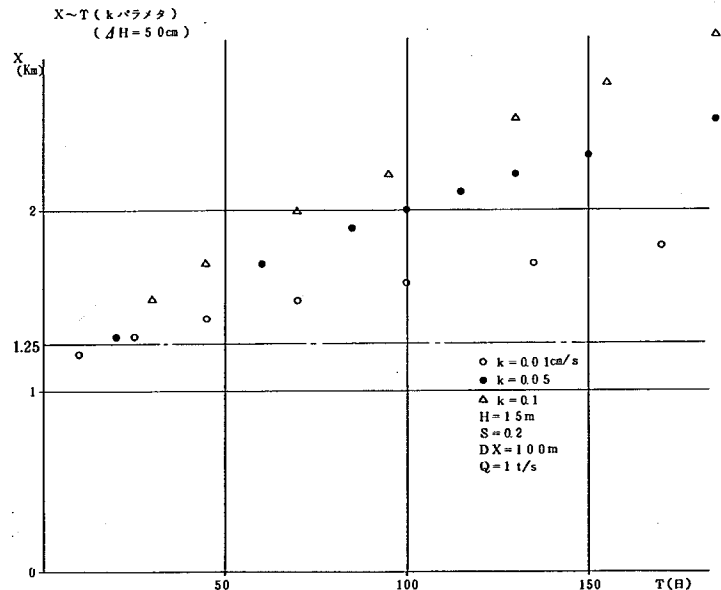


図-20 地下水低下範囲

考察: 透水係数による地下水の低下の範囲は揚水期間が増えるにしたがって著しく差がついてきている。

3-8. 揚水量と貯留係数と揚水期間

目的: 揚水量と貯留係数を設定した場合、帯水層を使い終る揚水期間を考えてみる。

計算条件: ① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 8 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-1 参照
- ⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.1, 0.15, 0.2, 0.25
- ⑩ 揚水量 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もない。

解析結果:

図-21 は、帯水層の厚さを 8 m としたとき、揚水域中心でこの帯水層の厚さ 8 m まです地下水水位が低下するまでの揚水期間を揚水量と貯留係数について図示したものである。

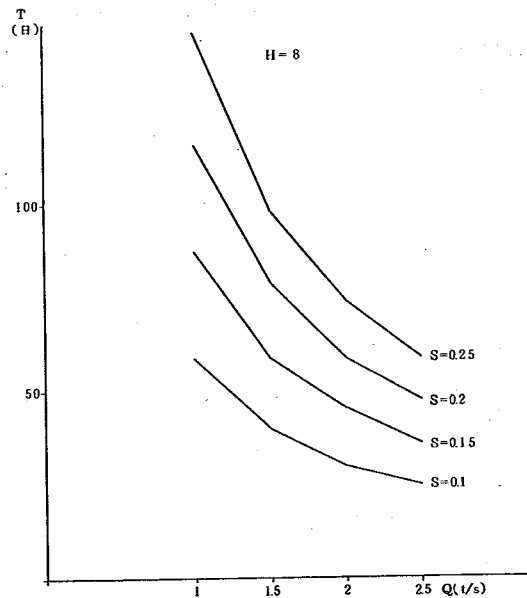


図-21 帯水層厚を使い終る揚水期間

考察: 今回の計算では揚水域中心では透水係数による差は生じなかった。揚水量を固定して帯水層の厚さを使いきる日数は貯留係数とおおむね比例の関係がみられ、逆に貯留係数を固定してみるとおおむね反比例しているといえよう。

3-9. 境界条件による影響

目的: 地下水位の計算を行なう場合、地形・地質の条件によって当然境界条件も種々異なってくる。ここでは境界を通して地下水の出入のない場合と水位を一定とした場合との比較をみる。

計算条件: ① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 15 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-2 参照
- ⑧ 透水係数 0.01, 0.05, 0.1 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.2
- ⑩ 揚水量 1.0 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく、河川への流出もない。

解析結果:

図-22 は、図-14 と同じものであるが、右側のみ図示してある。この場合右端の境界は $\frac{\partial h}{\partial y} = 0$ となっており水位を一定にする場合には地下水位の低下が起らないので境界条件における地下水位の異なり方が比較できよう。

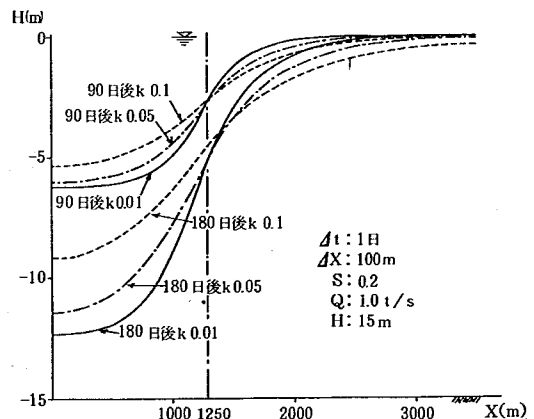


図-22 境界における地下水位の影響

考察: 地下水位の伝播のし方によって違いが表われる。したがって透水係数や揚水期間で影響がでてくる。今回の計算では揚水域の端より約 2 km 程度境界の位置が離れていることからそう大きな違いがでてきていないようである。よって境界と取水井が近い場合には境界の設定は重要になってくると思われる。

3-10. 計算間隔 (Δx) および揚水パターンにおける差異

目的: 計算を行なう上で Δx は小さくすれば正確な結果が得られることは当然であるが, 計算機容量や計算時間から Δx は制約を受ける。ここでは Δx と揚水パターンを変え比較した。

計算条件: ① 計算式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$

- ② 計算および揚水領域 図-1 参照
- ③ 帯水層厚 8 m 図-2 参照
- ④ 計算間隔 100, 500 m 図-3 参照
- ⑤ 計算時間間隔 1 day
- ⑥ 帯水層基盤の勾配 0.0 [勾配なし] 図-4 参照
- ⑦ 境界条件 図-5-1 参照
- ⑧ 透水係数 0.05 cm/s
- ⑨ 貯留係数 0.2
- ⑩ 揚水量 2.0 t/s
- ⑪ 雨および河川からのかんようはなく, 河川への流出もない。

解析結果:

図-23 は, Δx および揚水パターンを変えた場合の地下水位である。①と③は 100 m, 500 m (×印) のメッシュの計算, ②は 500 m ごとに揚水井がある場合の 100 m メッシュでの計算である。

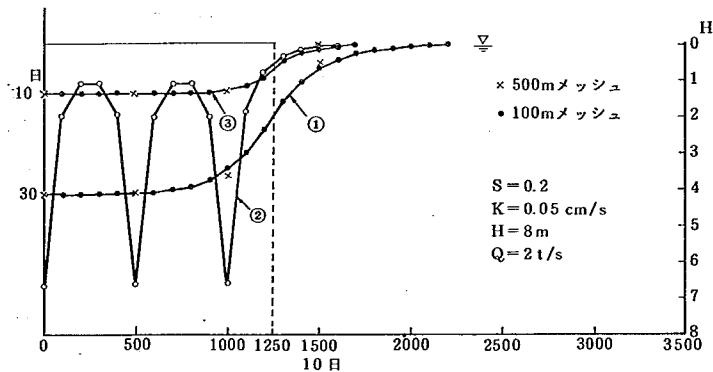


図-23 Δx の変化と揚水パターンによる地下水位

考察: 100 m と 500 m のメッシュで計算したものでは揚水域中央部ではほとんど同値であるが, 中央部をはなれるに従って 100 m メッシュを基準に考えると 500 m メッシュでは, 揚水域では多少低めに, 非揚水域では高めに計算されている。これらは面的に揚水していることから当然差がでないものと言えよう。次に 100 m のメッシュで計算し 500 m メッシュに揚水井がある場合では井戸数において 100 m と 500 m メッシュで 25:1 となることから井戸 1 本当りの受けもつ揚水量の違いから地下水位は大きく異なってくることがわかる。この点は重要な問題であり今後詳しく検討する必要がある。

お　わ　り　に

本書は、地下貯水池の運用にあたって、水文・地質パラメタを想定して時間的、場所的な地下水の変動状況を調べたものである。パラメタの設定には地下貯水池として可能と思われる値を用いている。この検討を行なったことによって次の諸点がおおむね明らかになった。

① 地下貯水池のイメージおよび地下貯水池を想定する場合の地下水位変動の把握。

② 個々の水文・地質パラメタによる地下水位に与える影響の把握。

である。以上の検討の結果地下貯水池を運用するにあたって基礎的な調査を行なうための手法の確立に向けて一歩前進できたと考えられ、今後は井戸周辺の地下水の状況およびかんよう源（河川、雨との連動）との関連など調査していく必要があると考える。

参 考 文 献

- 1) 地下水資源の開発と保全 榎根 勇編 (財)水利科学研究所
- 2) 水理学 岩佐義朗著 朝倉書店
- 3) 理工学のための数学ハンドブック 教学ハンドブック編集委員会編 丸善
- 4) 地下水盆の管理 — 理論と実際 — 水収支研究グループ編 東海大学出版会
- 5) 土研資料第1190号 地下貯水池による水資源開発

APPENDIX

A-1 流体ポテンシャルとダルシーの法則

A-1-1 流体ポテンシャル

与えられた位置に与えられた状態におかれている水のポテンシャルは、単位質量の水をある任意の標準状態から、その与えられた状態まで変化させるのに必要な仕事量に等しい。したがって流体ポテンシャル ϕ は

$$\frac{\phi}{g} = z + \frac{1}{g} \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2g} \quad \text{..... (A-1-1)}$$

で表わされる。ここに、 g ：重力の加速度、 z ：基準面からの高さ、 ρ ：水の密度、 v ：水の流速、 p ：高さ z における水圧、 p_0 ：基準面における圧力である。この式はベルヌーイの定理の一般的な表現であり、第1項が位置水頭、第2項が圧力水頭、第3項が速度水頭である。ここで地下水の流速は極めて遅いので、 v^2 を無視することができる。又、 ϕ の相対的な値だけを問題とすると $p_0 = 0$ となる。したがって、式(A-1-1)は、

$$\phi = \frac{\phi}{g} = z + \frac{P}{\gamma_w} \quad \text{..... (A-1-2)}$$

で表わされる。ここに、 γ_w ：水の単位体積重量($\gamma_w = \rho g$)である。

A-1-2 ダルシーの法則

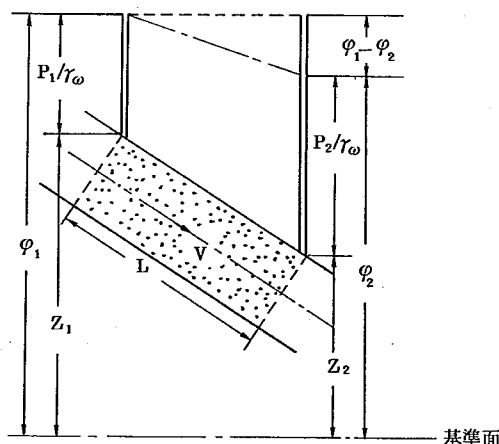
地下水の流れは、通常の場合Darcy(ダルシー)の法則に従う。また、ダルシーの式は、次式で表わされる。

$$Q = k A \frac{d\phi}{d\ell} \quad \text{..... (A-1-3)}$$

ここに、 Q ：流量(cm^3/sec)、
 A ：砂層断面積(cm^2)、 $d\phi$ ：砂層厚
 $d\ell$ を通過するときの損失水頭(cm)、
 $d\ell$ ：砂層厚(cm)、 k ：透水係数
(cm/sec)である。ダルシーの式は
数学的には次式で与えられる。

$$v = k \frac{d\phi}{d\ell} \quad \text{..... (A-1-4)}$$

一般に均質な帯水層中でも透水係数は方向によって異なる。したがって直交座標で表わす各流速成分は、



図A-1 水頭の分布

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v_y &= -k_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ v_z &= -k_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-1-5)$$

と表わされる。ここに、 k_x, k_y, k_z はそれぞれの座標軸方向の透水係数であり、流体の比重、粘性および帯水層を構成する物質の密度、配置、形状などによって異なる流速の次元をもつ。また、それぞれの v における一の符号は、座標軸における数学上の流れの方向を示すものである。

A-2 定常・非定常地下水流動の基本

A-2-1 地下水流動の基礎

定常状態の地下水流動はダルシーの法則によって規定される。また、地下水の流動が非定常であっても、速度の時間的変化は極めて緩慢なので、近似的に Darcy の法則で表わしうる。ここでの非定常性は連続の条件によって表わされ質量保存則によって示めされる。

図 A-2 に示したような、直六面体の各面を通過する水の流れについて考えてみると、質量の保存則によれば正味の流入フラックス（水の量）は直六面体中の密度の増

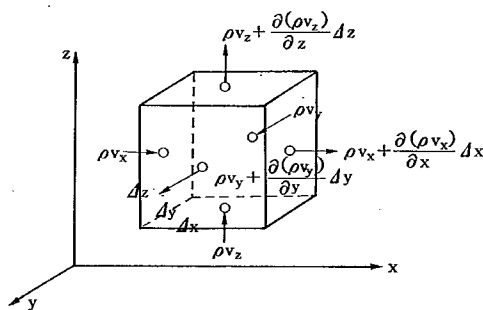


図 A-2 直六面体の各面を通過する水の流れ

加量に等しい。単位時間に Δy と Δz である面を通過して流入するフラックスは、近似的に、

$$\rho v_x \Delta y \Delta z - \left[\rho v_x + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y \Delta z = - \left[\partial (\rho v_x) / \partial x \right] \Delta x \Delta y \Delta z \dots (A-2-1)$$

で表わされる。同様に Δx と Δz の面では、

$$\rho v_y \Delta x \Delta z - \left[\rho v_y + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} \Delta y \right] \Delta x \Delta z = - \left[\partial (\rho v_y) / \partial y \right] \Delta y \Delta x \Delta z \dots (A-2-2)$$

で表わされ、 Δx と Δy の面では、

$$\rho v_z \Delta x \Delta y - \left[\rho v_z + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \Delta z \right] \Delta x \Delta y = - \left[\partial (\rho v_z) / \partial z \right] \Delta z \Delta x \Delta y \dots (A-2-3)$$

で表わされる。したがって正味の総フラックスは、

$$\begin{aligned} \text{正味のフラックス} &= - \left[\frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} \right] dx dy dz - \left[\frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} \right] dy dx dz \\ &\quad - \left[\frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \right] dz dx dy \\ &= - \left[\frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} \right] dx dy dz \quad \dots\dots (A-2-4) \end{aligned}$$

となる。

この直六面体中の水の質量 ΔM は、

$$\Delta M = \rho \lambda \, dx \, dy \, dz \quad \dots\dots\dots (A-2-5)$$

となる。ここに、 λ : 地層の空げき率。地層の空げき率と直六面体の垂直成分を変数として考える水の質量の変化率は、平面内の変化を無視すれば、

$$\frac{\partial (\Delta M)}{\partial t} = \left[\lambda \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + \rho \frac{\partial \lambda}{\partial t} dz + \rho \lambda \frac{\partial (dz)}{\partial t} \right] dx \, dy \quad \dots\dots\dots (A-2-6)$$

となる。

次に、直六面体の高さの変化と地層の圧縮応力との関係を考えるとき、地層の応力 — ひずみ関係がフックの法則の成り立つ弾性限界内であるとすれば、

$$\alpha = 1 / E_c \quad \dots\dots\dots (A-2-7)$$

$$E_c = \frac{\text{応力の変化量}}{\text{ひずみの変化量}} = \frac{d\sigma_z}{d(dz)/dz} \quad \dots\dots\dots (A-2-8)$$

である。ここに、 E_c : 体積弾性率、 α : 垂直圧縮率、 σ_z : 圧縮応力の垂直成分である。したがって直六面体の高さの変化は、

$$\frac{d\sigma_z}{d(dz)/dz} = E_c = \frac{1}{\alpha} \quad \dots\dots\dots (A-2-9)$$

と表わされる。ゆえに、

$$d(dz) = -\alpha dz \, d\sigma_z \quad \text{あるいは} \quad \frac{\partial (dz)}{\partial t} = -\alpha dz \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (A-2-10)$$

である。

帯水層の土粒子の圧縮率は水の圧縮率や帯水層の空げき率の変化に比べると小さいとみなされるので、直六面体中の土粒子の体積は一定と考えられる。ゆえに、

$$\Delta V_s = (1 - \lambda) \, dx \, dy \, dz = \text{一定} \quad \text{あるいは} \quad d(\Delta V_s) = [(1 - \lambda) d(dz) - dz \, d\lambda] \, dx \, dy = 0 \quad \dots\dots\dots (A-2-11)$$

と表わされる。したがって

$$(1-\lambda) d(Dz) = Dz d\lambda$$

$$\frac{d\lambda}{1-\lambda} = \frac{d(Dz)}{Dz} \dots\dots\dots (A-2-12)$$

ゆえに、式 (A-2-10) と (A-2-12) より

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{1-\lambda}{Dz} \cdot \frac{\partial (Dz)}{\partial t} = \frac{1-\lambda}{Dz} \left(-\alpha Dz \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \right)$$

$$= -\alpha (1-\lambda) \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \dots\dots\dots (A-2-13)$$

となる。

さらに、被圧帯水層では圧縮応力の垂直成分 σ_z と水圧 p の和は、被圧帯水層と加圧層との接触面に下向きに働く力と平衡していると考えられ、又、大気圧が一定ならば、

$$p + \sigma_z = \text{一定あるいは } d\sigma_z = -dp$$

で表わされる。ここで、間隙水圧が $\partial p / \partial t$ の割合で増加すれば、水の密度は、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots (A-2-14)$$

となる。ここに、 β : 水の圧縮率、 ρ_0 : 水の標準状態での密度である。

帯水層の厚さの増加率は、式 (A-2-10) と $d\sigma_z = -dp$ から、

$$\frac{\partial (Dz)}{\partial t} = -\alpha Dz \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = -\alpha Dz \frac{-\partial p}{\partial t}$$

$$= \alpha Dz \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots (A-2-15)$$

となる。

地層の空げき率の変化率は、式 (A-2-13) と $d\sigma_z = -dp$ から

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\alpha (1-\lambda) \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = -\alpha (1-\lambda) \frac{-\partial p}{\partial t}$$

$$= \alpha (1-\lambda) \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots (A-2-16)$$

となる。したがって水の質量の変化率は、式 (A-2-14)、(A-2-15)、(A-2-16) を式 (A-2-6) に代入して求めると、

$$\frac{\partial (DM)}{\partial t} = \left[\lambda \frac{\partial \rho}{\partial t} Dz + \rho \frac{\partial \lambda}{\partial t} Dz + \rho \lambda \frac{\partial (Dz)}{\partial t} \right] dx dy$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\lambda \beta \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t} dz + \rho \alpha (1-\lambda) \frac{\partial p}{\partial t} dz + \rho \lambda \alpha dz \frac{\partial p}{\partial t} \right] dx dy \\
&= \left[\lambda \beta \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \alpha (1-\lambda) \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \lambda \alpha \frac{\partial p}{\partial t} \right] dx dy dz \\
&= (\lambda \beta \rho_0 + \alpha \rho) \frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz \quad \dots\dots\dots (A-2-17)
\end{aligned}$$

となる。ここで式 (A-2-4) と式 (A-2-17) を等しいとくと、

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = \lambda \rho \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (A-2-18)$$

となる。ただし、 ρ_0 と ρ との差は微小であるから無視できるものとした。

A-2-2 定常地下水流動の基礎式

定常状態の地下水の流動は、流速の分布が時間的に変化しない。したがって圧力の分布も、時間とともに変化しないことになる。そこで、式 (A-2-18) は、

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad \text{あるいは、} \\
&\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (A-2-19)
\end{aligned}$$

になる。式 (A-2-19) の速度の各成分は (A-1-5) 式より水頭を変数とする成分の項に書きかえることができる。また密度勾配の各成分の項も水頭勾配の各成分の項に書きかえることができる。密度勾配の水平成分については、

$$\varphi = \frac{p}{g} = z + \frac{1}{g} \int_p^P \frac{dp}{\rho} + \frac{v^2}{2g}$$

から、 $p_0 = 0$ および $v^2/2g = 0$ とする、また、 $\rho_0 = \rho$ みなされることから、

$$\varphi = z + \frac{1}{g\rho_0} \int dp \quad \dots\dots\dots (A-2-20)$$

を微分して得られる。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

と式 (A-2-14) を用いると、

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho_0 \beta \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0^2 \beta g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (A-2-21)$$

となる。同様にして、

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho_0 \beta \frac{\partial p}{\partial y} = \rho_0^2 \beta g \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (A-2-22)$$

となる。垂直成分は、式 (A-2-20) を z について微分して、

$$\varphi - z = \frac{1}{g\rho_0} \int dp$$

$$\left(\frac{d\varphi}{dz} - 1 \right) g\rho_0 = \frac{\partial p}{\partial z}$$

と式 (A-2-14) を用いると、

$$\frac{1}{\rho\rho_0} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z} = g\rho_0 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - 1 \right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho_0^2 \beta g \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - 1 \right) \dots\dots\dots (A-2-23)$$

となる。ここで、式 (A-2-19) の v_x, v_y, v_z に式 (A-1-5) 式をそれぞれ代入する。ただし、透水係数がどの方向とも等しい k とすれば、

$$\rho \left(\frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) - k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} - k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} - k \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

となる。さらに、 $\frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}$ をそれぞれ式 (A-2-21), (A-2-22), (A-2-23) 式で置きかえると、

$$-k\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) - k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \rho_0^2 \beta g \frac{\partial \varphi}{\partial x} - k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rho_0^2 \beta g \frac{\partial \varphi}{\partial y} - k \frac{\partial \varphi}{\partial z} \rho_0^2 \beta g \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - 1 \right) = 0$$

となる。ゆえに

$$-k\rho \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + k\rho_0 \beta g \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] = 0$$

\dots\dots\dots (A-2-24)

となる。そこで、均質で等方性な帯水層中を定常状態で流れる地下水の偏微分方程式は近似的に次の

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (A-2-25)$$

となる。この式は式 (A-2-24) 左辺の第 2 項が第 1 項に比べてきわめて小さいので無視できるものとした。

A-2-3 非定常地下水流動の基礎式

非定常状態の地下水の流れを表わす微分方程式は定常状態と同様に次のように求めることができる。まず、式 (A-2-18) の左辺を展開すると、

$$-\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} - v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} - v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = \lambda \rho \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$$

となる。そこで、式 (A-1-5) を用いて左辺の速度勾配を水頭の勾配に置きかえる。又、
透水係数はどの方向も等しく k とおけるものとすれば、

$$-\rho \left(\frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(-k \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) \\ + k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} + k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} + k \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial z} = \lambda \rho \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$$

となる。式を整理すると、

$$k \rho \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + k \rho \cdot \beta g \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] = \lambda \rho \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$$

となる。左辺の第2項は第1項に比べると小さいから無視できる。したがって

$$k \rho \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) = \lambda \rho \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$$

となる。さらに $\frac{\partial p}{\partial t} = \rho_0 g \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ および $r_w = \rho g$ より

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\lambda r_w}{k} \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \text{..... (A-2-26)}$$

となり、この式が非定常地下水流動の基礎式である。

式 (A-2-26) で帯水層の厚さ (b) が一定で水平な不透水層の上にある場合には、

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

とみなせることから、

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\lambda r_w b}{k b} \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \text{..... (A-2-27)}$$

したがって、

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad \text{..... (A-2-28)}$$

但し、

$$S = \lambda r_w b \left(\beta + \frac{\alpha}{\lambda} \right)$$

$$T = K b$$

である。

S : 貯留係数 (単位断面積をもつ帯水層の垂直の柱から単位の水頭低下によって放出される地下水量) [無次元量]

S_s : 比貯留率 $(= \lambda r_w \left(\rho + \frac{\alpha}{\lambda} \right))$ 圧縮性帯水層中の三次元的な非定常流を考えると, 単位の水頭変化によって多孔質物質の単位体積から放出される水の量)

[L^{-1}]

T : 透水量係数 (この値は飽和している部分の帯水層が水を伝送する能力を示す)

[$L^2 T^{-1}$]

次に, 二次元放射流の基礎式は, 式 (A-2-28) を平面極座標軸に書きかえればよい。

したがって

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

である。ここに r は原点からの距離, θ は X 軸からの角度である。さらに左辺第 3 項はその他の項と比べて極めて小さいので 0 とみなしえる。したがって,

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \dots\dots\dots (A-2-29)$$

である。

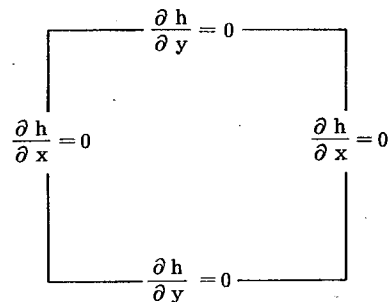


図 A-3 境界条件

A-3 ADI 法による地下水シミュレーション (差分法)

A-3-1 地下水シミュレーション (差分法)

ここでは前述の非定常地下水流動の基礎式にもとづいて差分法 (finite difference method) により離散化し ADI 法 (alternating direction implicit method) によって数値解を求めることとする。又, 境界条件としては, 図 A-3 とし, 帯水層の基盤が水平である矩形の領域を対象として計算できるモデルを考える。

地下水流動の基礎式は,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{yy} h \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \dots\dots\dots (A-3-1)$$

である。ここに, k_{xx} : x 軸方向の透水係数 (L/T), k_{yy} : y 軸方向の透水係数 (L/T), h : 水頭 (L), S : 貯留係数 (無次元), W : 単位面積当りの正味の揚水量 (L/T), t : 時間を表わす変数。さらに, ここでは, 帯水層の厚さを一定と考えると, $k_{xx} h = T_{xx}$, $k_{yy} h = T_{yy}$ とおくと, 式 (A-3-1) は,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t) \dots\dots\dots (A-3-2)$$

となる。ここに, T : 透水量係数 (L^2/T)。この式が帯水層システムを記述する基礎方程式で数値的に解くためには, 微分を次に示す差分に置き換える。すなわち, 時間微分は, 後退

差分近似式,

$$\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \dots\dots (A-3-3)$$

とし, その他の微分は中心差分近似

$$\frac{\partial h}{\partial x} \approx \frac{h_{i+1,jk} - h_{i-1,jk}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \approx \frac{h_{i+1,jk} - 2h_{ijk} + h_{i-1,jk}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} \approx \frac{h_{ij+1,k} - h_{ij-1,k}}{2\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_{ij+1,k} - 2h_{ijk} + h_{ij-1,k}}{(\Delta y)^2}$$

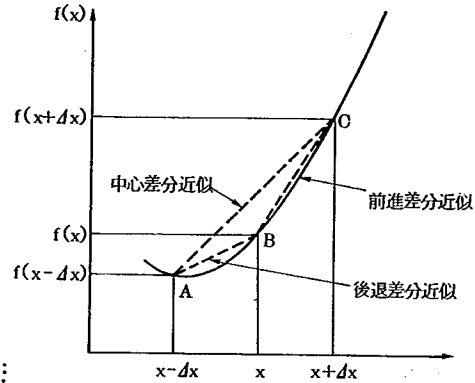


図 A-4 B点における差分近似

(A-3-4)

とする。ここに, h の添字 i, j はそれぞれ x, y 軸方向の格子点番号であり, k は時間ステップである。また, $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ は x, y 軸方向の格子点間の距離および時間の刻み幅である。格子点の配列は図 A-5 のとおりである。

式 (A-3-2) を変形すると

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = T_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial T_x}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + T_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial T_y}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} - W(x, y, t) \dots\dots (A-3-5)$$

となる。この式を (A-3-3) および (A-3-4) 式を置きかえると

$$S \left(\frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \right) = T_x \left\{ \frac{h_{i+1,jk} - 2h_{ijk} + h_{i-1,jk}}{(\Delta x)^2} \right\} + \frac{\partial T_x}{\partial x} \left\{ \frac{h_{i+1,jk} - h_{i-1,jk}}{2\Delta x} \right\} + T_y \left\{ \frac{h_{ij+1,k} - 2h_{ijk} + h_{ij-1,k}}{(\Delta y)^2} \right\} + \frac{\partial T_y}{\partial y} \left\{ \frac{h_{ij+1,k} - h_{ij-1,k}}{2\Delta y} \right\} - W(x, y, t) \dots\dots (A-3-6)$$

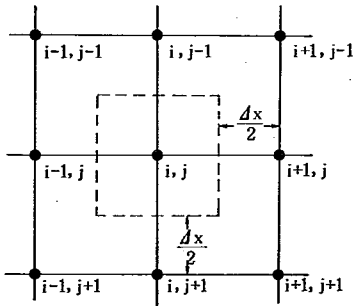


図 A-5 計算スキーム

となる。ここで右辺の $h_{i+1,jk}, h_{i-1,jk}, h_{ij+1,k}, h_{ij-1,k}, h_{ijk}$ について係数を整理するとそれぞれ

$$\frac{T_x}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{2\Delta x} \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} = F_{i+1,j}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_x}{(\Delta x)^2} - \frac{1}{2\Delta x} \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} &= F_{i-1, j} \\ \frac{T_y}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{2\Delta y} \cdot \frac{\partial T_y}{\partial y} &= F_{i+1, j} \\ \frac{T_y}{(\Delta y)^2} - \frac{1}{2\Delta y} \cdot \frac{\partial T_y}{\partial y} &= F_{i-1, j} \\ -\frac{2T_x}{(\Delta x)^2} - \frac{2T_y}{(\Delta y)^2} &= F_{ij} = -(F_{i+1, j} + F_{i-1, j} + F_{i, j+1} + F_{i, j-1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots (A-3-7)$$

となる。したがって、式 (A-3-6) と式 (A-3-7) より式 (A-3-2) の左辺第 1 項は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ijk} &= F_{i+1, j} h_{i+1, jk} + F_{i-1, j} h_{i-1, jk} - F_{i+1, j} h_{ijk} - F_{i-1, j} h_{ijk} \\ &= F_{i+1, j} (h_{i+1, jk} - h_{ijk}) + F_{i-1, j} (h_{i-1, jk} - h_{ijk}) \\ &\dots\dots\dots (A-3-8) \end{aligned}$$

となる。ここで T_y を x に関して Taylor 展開して 2 次以上の項を省略すれば、

$$\begin{aligned} T_x(x, y) &= T_x\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y\right) + \frac{\partial T_x}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} \text{ と} \\ T_x(x, y) &= T_x\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right) - \frac{\partial T_x}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} \end{aligned}$$

となる。これを式 (A-3-7) と式 (A-3-8) に代入すると式 (A-3-8) の右辺は、

$$\begin{aligned} \text{第 1 項} &= F_{i+1, j} (h_{i+1, jk} - h_{ijk}) \\ &= \left\{ \frac{T_x}{(\Delta x)^2} - \frac{1}{2\Delta x} \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} \right\} (h_{i+1, jk} - h_{ijk}) \\ &= \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ T_x\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right) - \frac{\partial T_x}{\partial x} \cdot \frac{\Delta x}{2} \right\} + \frac{1}{2\Delta x} \cdot \frac{\partial T_x}{\partial x} \right] (h_{i+1, jk} - h_{ijk}) \\ &= T_x\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right) \frac{h_{i+1, jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{第 2 項} &= F_{i-1, j} (h_{i-1, jk} - h_{ijk}) \\ &= T_x\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y\right) \frac{h_{i-1, jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2} \end{aligned}$$

となる。ここで $T_x\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right)$, $T_x\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y\right)$ をそれぞれ $T_x\left(i + \frac{1}{2}, j\right)$, $T_x\left(i - \frac{1}{2}, j\right)$ と書き換えると、式 (A-3-8) は、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{ijk} = T_x \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \frac{h_{i+jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2} + T_x \left(i - \frac{1}{2}, j \right) \frac{h_{i-1,jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2}$$

となる。同様にして、 T_y を y に関して Taylor 展開して 2 次以上の高次項を省略して代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right)_{ijk} = T_y \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \frac{h_{ij+1,k} - h_{ijk}}{(\Delta y)^2} + T_y \left(i, j - \frac{1}{2} \right) \frac{h_{ij-1,k} - h_{ijk}}{(\Delta y)^2}$$

となる。したがって式 (A-3-6) は次式に変形される。

$$\begin{aligned} & T_x \left(i - \frac{1}{2}, j \right) \frac{h_{i-1,jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2} + T_x \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \frac{h_{i+1,jk} - h_{ijk}}{(\Delta x)^2} \\ & + T_y \left(i, j - \frac{1}{2} \right) \frac{h_{ij-1,k} - h_{ijk}}{(\Delta y)^2} + T_y \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \frac{h_{ij+1,k} - h_{ijk}}{(\Delta y)^2} \\ & = S \left(\frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \right) + W_{ijk} \dots\dots\dots (A-3-9) \end{aligned}$$

これが数値計算に用いる基本的な差分方程式で、ここでは式 (A-3-9) において、 $\Delta x = \Delta y$ において変形して、

$$\begin{aligned} & T_x \left(i - \frac{1}{2}, j \right) (h_{i-1,jk} - h_{ijk}) + T_x \left(i + \frac{1}{2}, j \right) (h_{i+1,jk} - h_{ijk}) \\ & + T_y \left(i, j - \frac{1}{2} \right) (h_{ij-1,k} - h_{ijk}) + T_y \left(i, j + \frac{1}{2} \right) (h_{ij+1,k} - h_{ijk}) \\ & = S \left(\frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \right) (\Delta x)^2 + W_{ijk} (\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-10) \end{aligned}$$

を用いる。

次に式 (A-3-10) 式を解くために ADI 法による場合、まず、 y 方向について時間ステップを半分 ($\Delta t/2$) だけ進め、

$$\begin{aligned} & T_x \left(i - \frac{1}{2}, j \right) (h_{i-1,jk} - h_{ijk}) + T_x \left(i + \frac{1}{2}, j \right) (h_{i+1,jk} - h_{ijk}) \\ & + T_y \left(i, j - \frac{1}{2} \right) (h_{ij-1,k+\frac{1}{2}} - h_{ijk+\frac{1}{2}}) + T_y \left(i, j + \frac{1}{2} \right) (h_{ij+1,k+\frac{1}{2}} - h_{ijk+\frac{1}{2}}) \\ & = S \left\{ \frac{h_{ijk+\frac{1}{2}} - h_{ijk}}{(\Delta t/2)} \right\} (\Delta x)^2 + W_{ijk} (\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-11) \end{aligned}$$

として解き、次いで x の方向について時間ステップを半分だけ進め、

$$T_x \left(i - \frac{1}{2}, j \right) (h_{i-1,jk+1} - h_{ijk+1}) + T_x \left(i + \frac{1}{2}, j \right) (h_{i+1,jk+1} - h_{ijk+1})$$

$$\begin{aligned}
& +T_y(i, j-\frac{1}{2})(h_{ij-1, k+\frac{1}{2}}-h_{ijk+\frac{1}{2}})+T_y(i, j+\frac{1}{2})(h_{ij+1, k+\frac{1}{2}}-h_{ijk+\frac{1}{2}}) \\
& =S\left\{\frac{h_{ijk+1}-h_{ijk+\frac{1}{2}}}{(\Delta t/2)}\right\}(\Delta x)^2+W_{ijk}(\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-12)
\end{aligned}$$

として解く。したがって式(A-3-11), 式(A-3-12)を繰り返し Δt ずつ計算を進めていく。

ここで, 式(A-3-11)を変形すると,

$$\begin{aligned}
& T_y(i, j-\frac{1}{2})h_{ij-1, k+\frac{1}{2}}-\left\{T_y(i, j-\frac{1}{2})+T_y(i, j+\frac{1}{2})+2S(\Delta x)^2/\Delta t\right\}h_{ijk+\frac{1}{2}} \\
& +T_y(i, j+\frac{1}{2})h_{ij+1, k+\frac{1}{2}} \\
& =-T_x(i-\frac{1}{2}, j)h_{i-1, jk}+\left\{T_x(i-\frac{1}{2}, j)+T_x(i+\frac{1}{2}, j)-2S(\Delta x)^2/\Delta t\right\}h_{ijk} \\
& -T_x(i+\frac{1}{2}, j)h_{i+1, jk}+W_{ijk}(\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-13)
\end{aligned}$$

となり, 左辺に3つの未知数を含む3項方程式となる。式(A-3-12)も同様に変形される。これを一般的に表現すると,

$$\left. \begin{aligned} B_1 h_1 + C_1 h_2 &= d_1 \\ A_\ell h_{\ell-1} + B_\ell h_\ell + C_\ell h_{\ell+1} &= d_\ell \quad (2 \leq \ell \leq n-1) \\ A_n h_{n-1} + B_n h_n &= d_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-14)$$

となる。添字 ℓ は y 方向へのrelaxationを行なうときは j で置き換えられ, x 方向へ行なうときは i で置き換えられるものとする。境界では図A-3に示めされるものとする。折り返し法(reflection method)によって式(A-3-14)の第1式および第3式は, それぞれ,

$$\left. \begin{aligned} B_1 h_1 + 2C_1 h_2 &= d_1 \\ 2A_n h_{n-1} + B_n h_n &= d_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-15)$$

として解く。ここに, 1, n は境界に対応した添字である。

式(A-3-14)を行列を用いて表現すれば,

$$Th=d \dots\dots\dots (A-3-16)$$

となる。それぞれの成分は,

$$\left. \begin{aligned} h &= [h_1, h_2, \dots\dots\dots, h_n] \\ d &= [d_1, d_2, \dots\dots\dots, d_n] \end{aligned} \right\}$$

したがって、 $T = LU$ は、

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & \\ & & & \\ & & & \\ O & & A_{n-1} & B_{n-1} & C_{n-1} \\ & & & A_n & B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 & & & & \\ \beta_1 & \omega_2 & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ O & & \beta_{n-1} & \omega_{n-1} & \\ & & & \beta_n & \omega_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ O & & & & \\ & & & & \alpha_{n-1} & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

となるので、以下の循環式が

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= B_1, \alpha_1 = C_1 / \omega_1 \\ \beta_i &= A_i, \omega_i = B_i - \alpha_{i-1} \beta_i, \alpha_i = C_i / \omega_i \quad (i = 2, 3, \dots, n-1) \\ \beta_n &= A_n, \omega_n = B_n - \alpha_{n-1} \beta_n \end{aligned} \right\} \dots (A-3-24)$$

得られる。したがって、式 (A-3-21) より、

$$\begin{bmatrix} \omega_1 & & & & \\ \beta_1 & \omega_2 & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ O & & \beta_{n-1} & \omega_{n-1} & \\ & & & \beta_n & \omega_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

であるから、次の式

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= d_1 / \omega_1 \\ z_i &= (d_i - \beta_i z_{i-1}) / \omega_i \quad (i = 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots (A-3-25)$$

が得られ、 z が求まる。つぎに、式 (A-3-20) より、

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ O & & & & \\ & & & & \alpha_{n-1} \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

であるから,

$$\left. \begin{aligned} h_n &= z_n \\ h_{n-k} &= z_{n-k} - \alpha_{n-k} \cdot h_{n-k+1} \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-26)$$

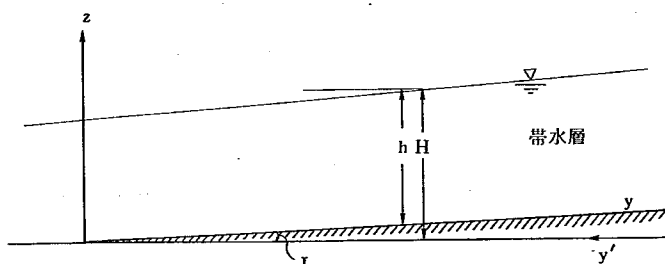
となり, h が求まる。

A-3-2 地下水シミュレーション (その2)

ここでは, 帯水層基盤の y 方向に一定の勾配がある場合の地下水流動のモデルを考える。解

法には差分式をADI法によって解くものとする。このモデルは, 図A-6に示めされるように y 軸を帯水層基盤にとり水平方向に y' とする。

また, 勾配を I とする。そこで, I が小さいときの水面勾配は,



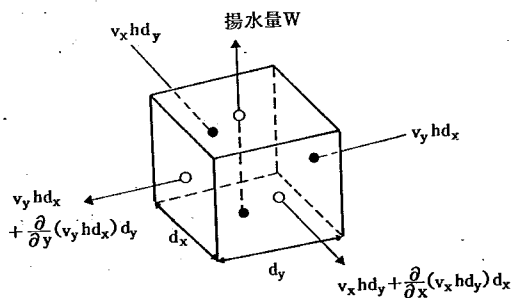
図A-6 帯水層モデル

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial y'} &= \frac{\partial}{\partial y'} (h + I y') = \frac{\partial h}{\partial y'} + I \\ &\approx \frac{\partial h}{\partial y} + I \quad \dots\dots\dots (A-3-27) \end{aligned}$$

で近似することができる。

次に地下水の流れについて考えてみると,

dt 時間に図A-7に入ってくる水の量は,



図A-7 水の流れ

$$\begin{aligned} & (h v_x d_y + h v_y d_x) dt \\ & \dots\dots\dots (A-3-28) \end{aligned}$$

となる。又,

dt 時間に四角柱から出ていく水の量は,

$$\left\{ h v_x d_y + \frac{\partial}{\partial x} (h v_x d_y) dx + h v_y d_x + \frac{\partial}{\partial y} (h v_y d_x) dy \right\} dt + W dx dy dt \quad \dots\dots\dots (A-3-29)$$

となる。

dt 時間での水位の微小変化を dh とすると dt 時間に貯留された水量は、

$$S dh dx dy \dots\dots\dots (A-3-30)$$

となる。ここに、S : 有効間隙率である。ゆえに式 (A-3-28), (A-3-29), (A-3-30) から、地下水流動の基礎式は、

$$\begin{aligned} S dh dx dy &= (h v_x dy + h v_y dx) dt \\ &- \left\{ h v_x dy + \frac{\partial}{\partial x} (h v_x dy) dx + h v_y dx + \frac{\partial}{\partial y} (h v_y dx) dy \right\} dt \\ &- W dx dy dt \dots\dots\dots (A-3-31) \end{aligned}$$

となる。ここで式 (A-3-31) を整理すると、

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} (v_x h) - \frac{\partial}{\partial y} (v_y h) - W \dots\dots\dots (A-3-32)$$

となる。次に流速成分を

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y &= -k \left(\frac{\partial h}{\partial y} + I \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-33)$$

とおいて、式 (A-3-32) に代入すると、

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kh \frac{\partial h}{\partial y} \right) + I k \frac{\partial h}{\partial y} - W \dots\dots\dots (A-3-34)$$

となって水頭で表わした地下水流動入基本式が得られる。この基本式を次の差分式でおきかえる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &\approx \frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial h}{\partial x} &\approx \frac{h_{i+1,jk} - h_{i-1,jk}}{2 \Delta x}, \quad \frac{\partial h}{\partial y} \approx \frac{h_{ij+1,k} - h_{ij-1,k}}{2 \Delta y} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} &\approx \frac{h_{i+1,jk} - 2h_{ijk} + h_{i-1,jk}}{(\Delta x)^2}, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_{ij+1,k} - 2h_{ijk} + h_{ij-1,k}}{(\Delta y)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-35)$$

i : x 軸, j : y 軸, k : 時間軸

ここで正方形の計算メッシュとすれば数値計算に用いる式 (A-3-34) の差分方程式は、

$$\begin{aligned} &kh_{i-\frac{1}{2},jk-1} (h_{i-1,jk} - h_{ijk}) + kh_{i+\frac{1}{2},jk-1} (h_{i+1,jk} - h_{ijk}) \\ &+ kh_{ij-\frac{1}{2},k-1} (h_{ij-1,k} - h_{ijk}) + kh_{ij+\frac{1}{2},k-1} (h_{ij+1,k} - h_{ijk}) \\ &+ I k \Delta x \left\{ \frac{h_{ij+1,k} - h_{ij-1,k}}{2} \right\} \\ &= S \left(\frac{h_{ijk} - h_{ijk-1}}{\Delta t} \right) (\Delta x)^2 + W_{ijk} (\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-36) \end{aligned}$$

となる。次に係数の差分式を

$$\left. \begin{aligned} h_{ij-\frac{1}{2}} &= (h_{ij-1} + h_{ij})/2, \quad h_{ij+\frac{1}{2}} = (h_{ij} + h_{ij+1})/2 \\ h_{i-\frac{1}{2},j} &= (h_{i-1,j} + h_{ij})/2, \quad h_{i+\frac{1}{2},j} = (h_{ij} + h_{i+1,j})/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-37)$$

とにおいて、ADI法によって解く、そのときのy方向、x方向のそれぞれの差分方程式は、未知数を左辺に既知項を右辺に整理すると、

y方向：

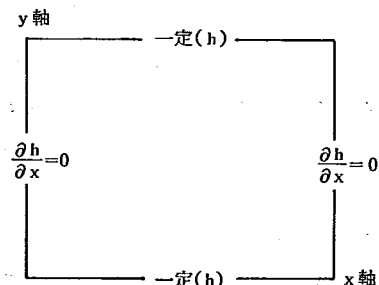
$$\begin{aligned}
 & \frac{k}{2} (h_{ij-1, k} + h_{ijk} - I_{\Delta x}) h_{ij-1, k + \frac{1}{2}} \\
 & - \left\{ \frac{k}{2} (h_{ij-1, k} + 2h_{ijk} + h_{ij+1, k}) + 2S(\Delta x)^2 / \Delta t \right\} h_{ijk + \frac{1}{2}} \\
 & + \frac{k}{2} (h_{ijk} + h_{ij+1, k} + I_{\Delta x}) h_{ij+1, k + \frac{1}{2}} \\
 & = -\frac{k}{2} (h_{i-1, jk} + h_{ijk}) h_{i-1, jk} \\
 & + \left\{ \frac{k}{2} (h_{i-1, jk} + 2h_{ijk} + h_{i+1, jk}) - 2S(\Delta x)^2 / \Delta t \right\} h_{ijk} \\
 & - \frac{k}{2} (h_{ijk} + h_{i+1, jk}) h_{i+1, jk} + W_{ijk}(\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-38)
 \end{aligned}$$

x方向：

$$\begin{aligned}
 & \frac{k}{2} (h_{i-1, jk + \frac{1}{2}} + h_{ijk + \frac{1}{2}}) h_{i-1, jk + 1} \\
 & - \left\{ \frac{k}{2} (h_{i-1, jk + \frac{1}{2}} + 2h_{ijk + \frac{1}{2}} + h_{i+1, jk + \frac{1}{2}}) + 2S(\Delta x)^2 / \Delta t \right\} h_{ijk + 1} \\
 & + \frac{k}{2} (h_{ijk + \frac{1}{2}} + h_{i+1, jk + \frac{1}{2}}) h_{i+1, jk + 1} \\
 & = -\frac{k}{2} (h_{ij-1, k + \frac{1}{2}} + h_{ijk + \frac{1}{2}} - I_{\Delta x}) h_{ij-1, k + \frac{1}{2}} \\
 & + \left\{ \frac{k}{2} (h_{ij-1, k + \frac{1}{2}} + 2h_{ijk + \frac{1}{2}} + h_{ij+1, k + \frac{1}{2}}) - 2S(\Delta x)^2 / \Delta t \right\} h_{ijk + \frac{1}{2}} \\
 & - \frac{k}{2} (h_{ijk + \frac{1}{2}} + h_{ij+1, k + \frac{1}{2}} + I_{\Delta x}) h_{ij+1, k + \frac{1}{2}} + W_{ijk}(\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-39)
 \end{aligned}$$

となる。たとえば図A-8に示すような境界条件の場合のADIにおける各格子点ではy方向、x方向それぞれ図A-9および図A-10に示すような計算ステップとなる。境界条件を数式に表わすと、

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=MB} = 0$$

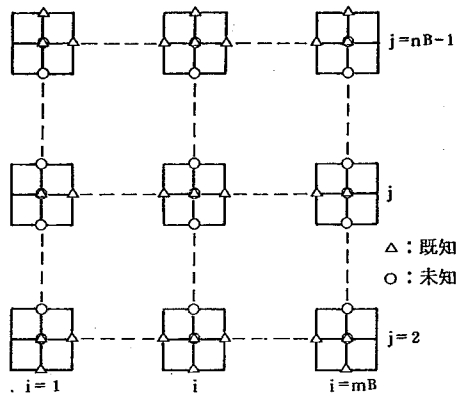


図A-8 境界条件

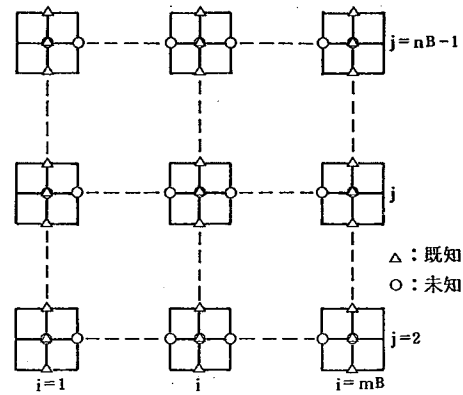
$$h = h_0 \quad y=0 \quad (\text{一定})$$

$$h = h_{nB} \quad y=nB \quad (\text{一定})$$

となる。



((j = 2, 3, ..., nB-1), i = 1, 2, ..., mB)



((i = 1, 2, ..., mB), j = 2, 3, ..., nB-1)

図 A-9 y 方向の計算ステップ

図 A-10 x 方向の計算ステップ

ここで y 方向・x 方向それぞれの A D I 法における三項方程式は、それぞれ、

$$B_2 h_2 + C_2 h_3 = d_2$$

$$A_\ell h_{\ell-1} + B_\ell h_\ell + C_\ell h_{\ell+1} = d_\ell \quad (3 \leq \ell \leq nB-2) \quad \ell = j$$

$$A_{nB-1} h_{nB-2} + B_{nB-1} h_{nB-1} = d_{nB-1}$$

と、

$$B_1 h_1 + 2 C_1 h_2 = d_1$$

$$A_\ell h_{\ell-1} + B_\ell h_\ell + C_\ell h_{\ell+1} = d_\ell \quad (2 \leq \ell \leq mB-1) \quad \ell = i$$

$$2 A_{mB} h_{mB-1} + B_{mB} h_{mB} = d_{mB}$$

$$d_1 = d_\ell = d_{mB}$$

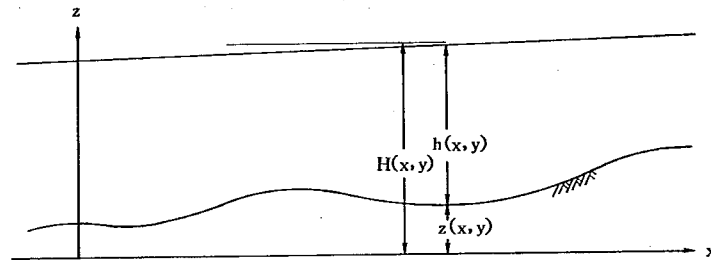
となる。さらにこの場合 y 方向の d は境界で異なり、折りたたみ法あるいは既知項を移項して求めることとなる。基本的には境界条件が異なると三項方程式は異なってくるが、前述した地下水シミュレーション（その 1）と同様に循環式を用いて解くことは同じである。

A-3-3 地下水シミュレーション（その 3）

ここでは帯水層の基盤が不規則に変化している場合の地下水流動シミュレーションモデルを

考えてみた。以下このモデルの基礎式からADI法での計算ステップについて記述する。

水位変動を表わす式は、図A-11より、



図A-11 帯水層基盤が不規則に変化するモデル

$$H(x, y, t) = h(x, y, t) + Z(x, y) \dots\dots\dots (A-3-40)$$

となる。次に運動の式をダルシー則に従うものとすれば、

$$\left. \begin{aligned} u &= -k(x, y) \frac{\partial H}{\partial x} \\ v &= -k(x, y) \frac{\partial H}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-3-41)$$

である。ここに $k(x, y)$ は透水係数であり、 u, v はそれぞれ x, y 方向への流速になる。
次に連続式は、

$$S \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (hu) + \frac{\partial}{\partial y} (hv) = W \dots\dots\dots (A-3-42)$$

となる。ここに、 S は貯留係数であり、 W は揚水あるいはかんよう量となる。ここで地下水流動を表わす式は、式(A-3-40)と式(A-3-41)を(A-3-42)式に代入して、

$$S \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k(H-z) \frac{\partial H}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ k(H-z) \frac{\partial H}{\partial y} \right\} + W \dots\dots\dots (A-3-43)$$

となる。ここで式(A-3-43)を変形すると、

$$S \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(kH \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(kH \frac{\partial H}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(kz \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(kz \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W \dots\dots (A-3-44)$$

となる。又、 k の変化量は小さいものとして無視すると、

$$S \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{k}{2} \frac{\partial^2 H^2}{\partial x^2} + \frac{k}{2} \frac{\partial^2 H^2}{\partial y^2} - k \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial H}{\partial x} - k \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} - kz \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - kz \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + W \dots\dots (A-3-45)$$

となる。さらに $H^* = H^2$ とおくと、

$$\begin{aligned} \frac{S}{2\sqrt{H^*}} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial t} &= \frac{k}{2} \frac{\partial^2 H^*}{\partial x^2} + \frac{k}{2} \frac{\partial^2 H^*}{\partial y^2} - \frac{k}{\sqrt{H^*}} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial x} - \frac{k}{\sqrt{H^*}} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial H^*}{\partial y} \\ &\quad + \frac{kz}{4} H^*{}^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial H^*}{\partial x} \right)^2 - \frac{kz}{2} H^*{}^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^2 H^*}{\partial x^2} \end{aligned}$$

$$+ \frac{kz}{4} H_*^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial H_*}{\partial y} \right)^2 - \frac{kz}{2} H_*^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^2 H_*}{\partial y^2} + W \dots\dots\dots (A-3-46)$$

となる。ここに、 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ はそれぞれ I_x , I_y となり x 方向, y 方向の勾配となる。また,

$\left(\frac{\partial H_*}{\partial x} \right)^2$, $\left(\frac{\partial H_*}{\partial y} \right)^2$ は次式で置き換える。

$$\left(\frac{\partial H_*}{\partial x} \right)^2 = \frac{\partial H_*}{\partial x} \cdot \frac{\partial H_*}{\partial x} \dots\dots\dots (A-3-47)$$

$$\left(\frac{\partial H_*}{\partial y} \right)^2 = \frac{\partial H_*}{\partial y} \cdot \frac{\partial H_*}{\partial y}$$

ここに、右辺の片側は既知項として近似的にもとめるものとする。したがって式 (A-3-46) がこの場合の地下水流動の基礎式となる。

ところで、差分式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_*}{\partial t} &= \frac{H_{*ijk} - H_{*ijk-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 H_*}{\partial x^2} &= \frac{H_{*i+1,jk} - 2H_{*ijk} + H_{*i-1,jk}}{(\Delta x)^2}, \quad \frac{\partial H_*}{\partial x} = \frac{H_{*i+1,jk} - H_{*i-1,jk}}{2\Delta x} \\ \frac{\partial^2 H_*}{\partial y^2} &= \frac{H_{*ij+1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij-1,k}}{(\Delta y)^2}, \quad \frac{\partial H_*}{\partial y} = \frac{H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k}}{2\Delta y} \\ \frac{\partial z}{\partial x} &= I_{xij} = \frac{Z_{i+1,j} - Z_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad \left(\text{境界では } \frac{Z_{i+1,j} - Z_{ij}}{\Delta x} \text{ と } \frac{Z_{ij} - Z_{i-1,j}}{\Delta x} \right) \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= I_{yij} = \frac{Z_{ij+1} - Z_{ij-1}}{2\Delta y} \quad \left(\text{境界では } \frac{Z_{ij+1} - Z_{ij}}{\Delta y} \text{ と } \frac{Z_{ij} - Z_{ij-1}}{\Delta y} \right) \end{aligned} \right\} (A-3-48)$$

とする。ここで $\Delta x = \Delta y$ とすると、式 (A-3-46) の差分式は、

$$\begin{aligned} & \frac{S_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} \cdot \left(\frac{H_{*ijk} - H_{*ijk-1}}{\Delta t} \right) \cdot (\Delta x)^2 \\ &= \frac{k_{ij}}{2} (H_{*i+1,jk} - 2H_{*ijk} + H_{*i-1,jk}) + \frac{k_{ij}}{2} (H_{*ij+1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij-1,k}) \\ & - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} I_{xij} (H_{*i+1,jk} - H_{*i-1,jk}) \cdot \Delta x - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} I_{yij} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k}) \Delta x \\ & + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk}^3}} (H_{*i+1,jk} - H_{*i-1,jk})^2 - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} (H_{*i+1,jk} - 2H_{*ijk} + H_{*i-1,jk}) \\ & + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk}^3}} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k})^2 - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} (H_{*ij+1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij-1,k}) \end{aligned}$$

$$+ W_{ijk} (\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-49)$$

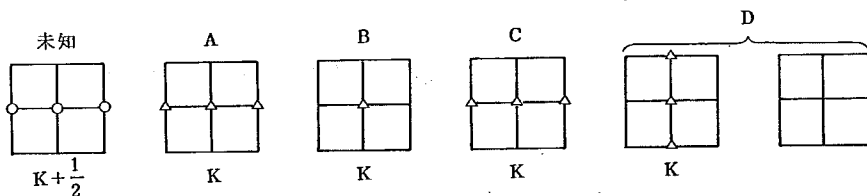
となる。

ここで、式 (A-3-49) を数値計算するとき、従来のADI法によることとし、それぞれの x 方向、y 方向の計算を Predictor-Corrector Model として解くと、計算式および、ADIにおける H* の各格子点での時間配置は、

1 st Step Predictor :

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} I_{xij} \cdot \Delta x + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk}^3}} (H_{*i+1,jk} - H_{*i-1,jk}) + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} \right\} H_{*i-1,jk+\frac{1}{2}} \\ & + \left\{ \frac{S_{ij}}{\sqrt{H_{*ijk}}} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} + k_{ij} - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{\sqrt{H_{*ijk}}} \right\} H_{*ijk+\frac{1}{2}} \\ & + \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} + \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} I_{xij} \cdot \Delta x - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk}^3}} (H_{*i+1,jk} - H_{*i-1,jk}) + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} \right\} H_{*i+1,jk+\frac{1}{2}} \\ & = \frac{S_{ij}}{\Delta t} \sqrt{H_{*ijk}} (\Delta x)^2 + \frac{k_{ij}}{2} (H_{*ij-1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij+1,k}) \\ & - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} I_{yij} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k}) \Delta x \\ & + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk}^3}} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k})^2 - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk}}} (H_{*ij-1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij+1,k}) \\ & + W_{ijk} (\Delta x)^2 \dots\dots\dots (A-3-50) \end{aligned}$$

1 st step
Predictor



((i=1,2,...,mB), j=2,3,...,nB)

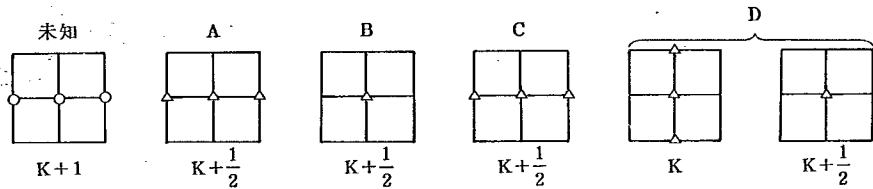
1 st Step Corrector :

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk+\frac{1}{2}}}} I_{xij} \Delta x + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ijk+\frac{1}{2}}^3}} (H_{*i+1,jk+\frac{1}{2}} - H_{*i-1,jk+\frac{1}{2}}) + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk+\frac{1}{2}}}} \right\} H_{*i-1,jk+1} \\ & + \left\{ \frac{S_{ij}}{2\sqrt{H_{*ijk+\frac{1}{2}}}} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} + k_{ij} - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{\sqrt{H_{*ijk+\frac{1}{2}}}} \right\} H_{*ijk+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} + \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}}} I_{xij} \Delta x - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}^3}} (H_{*i+1,j,k+\frac{1}{2}} - H_{*i-1,j,k+\frac{1}{2}}) + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}}} \right\} H_{*i+1,j,k+1} \\
& = \frac{S_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}}} \cdot \frac{H_{*ijk}}{\Delta t} (\Delta x)^2 + \frac{k_{ij}}{2} (H_{*ij-1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij+1,k}) \\
& - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}}} I_{yij} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k}) \Delta x + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}^3}} (H_{*ij+1,k} - H_{*ij-1,k})^2 \\
& - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{1}{2}}}} (H_{*ij-1,k} - 2H_{*ijk} + H_{*ij+1,k}) + W_{ijk+\frac{1}{2}} (\Delta x)^2 \dots \dots \dots (A-3-51)
\end{aligned}$$

1 st step

Corrector



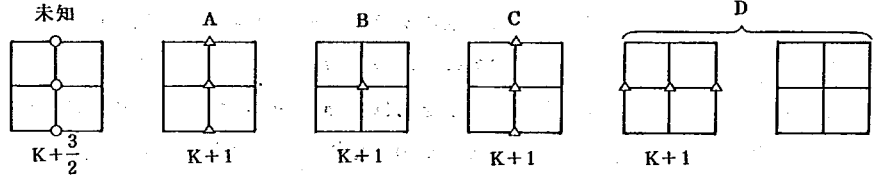
$$((i = 1, 2, \dots, mB), j = 2, 3, \dots, nB)$$

2 nd Step Predictor :

$$\begin{aligned}
& \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} I_{yij} \Delta x + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+1}^3}} (H_{*i+1,j,k+1} - H_{*i-1,j,k+1}) + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} \right\} H_{*i-1,j,k+\frac{3}{2}} \\
& + \left\{ \frac{S_{ij}}{\sqrt{H_{*ij,k+1}}} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} - k_{ij} - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{\sqrt{H_{*ij,k+1}}} \right\} H_{*ijk+\frac{3}{2}} \\
& + \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} + \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} I_{yij} \Delta x - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+1}^3}} (H_{*i+1,j,k+1} - H_{*i-1,j,k+1}) \right. \\
& \quad \left. + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} \right\} H_{*i+1,j,k+\frac{3}{2}} \\
& = \frac{S_{ij}\sqrt{H_{*ij,k+1}}}{\Delta t} \cdot (\Delta x)^2 + \frac{k_{ij}}{2} (H_{*i-1,j,k+1} - 2H_{*ijk+1} + H_{*i+1,j,k+1}) \\
& - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} I_{xij} (H_{*i+1,j,k+1} - H_{*i-1,j,k+1}) \Delta x + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+1}^3}} (H_{*i+1,j,k+1} - H_{*i-1,j,k+1})^2 \\
& - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+1}}} (H_{*i-1,j,k+1} - 2H_{*ijk+1} + H_{*i+1,j,k+1}) - W_{ijk+1} (\Delta x)^2 \dots \dots \dots (A-3-52)
\end{aligned}$$

2 nd step

Predictor



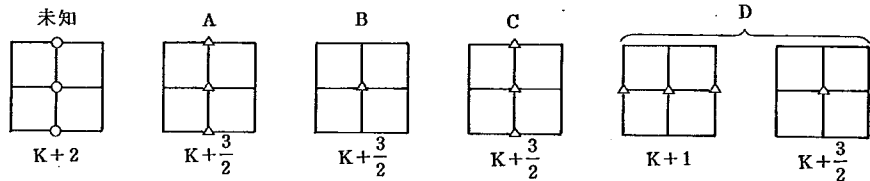
$$((j = 2, 3, \dots, nB), i = 1, 2, \dots, mB)$$

2 nd Step Corrector :

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{k_{ij}}{2} - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} I_{yij} dx + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} (H_{*ij+1,k+\frac{3}{2}} - H_{*ij-1,k+\frac{3}{2}}) \right. \\ & \quad \left. + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} \right\} H_{*ij-1,k+2} \\ & + \left\{ \frac{S_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} \frac{(dx)^2}{dt} + k_{ij} - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} \right\} H_{*ijk+2} \\ & + -\frac{k_{ij}}{2} + \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} I_{yij} dx - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} (H_{*ij+1,k+\frac{3}{2}} - H_{*ij-1,k+\frac{3}{2}}) \\ & \quad + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} \left\{ H_{*ij+1,k+2} \right. \\ & = \frac{S_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} \cdot \frac{H_{*ijk+1}}{dt} (dx)^2 + \frac{k_{ij}}{2} (H_{*i-1,jk+1} - 2H_{*ijk} + H_{*i+1,jk+1}) \\ & - \frac{k_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} I_{xij} \cdot (H_{*i+1,jk+1} - H_{*i-1,jk+1}) \cdot dx + \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{16\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} (H_{*i+1,jk+1} - H_{*i-1,jk+1})^2 \\ & - \frac{k_{ij} \cdot z_{ij}}{2\sqrt{H_{*ij,k+\frac{3}{2}}}} (H_{*i-1,jk+1} - 2H_{*ijk+1} + H_{*i+1,jk+1}) + W_{ijk+\frac{3}{2}} (dx)^2 \dots (A-3-53) \end{aligned}$$

2 nd step

Corrector



$$((j = 2, 3, \dots, mB), i = 1, 2, \dots, mB)$$

となる。ここで、A D I より求めたHから、式 (A-3-40) よりhを求める。

A-3-4 ADI法の安定性

ADI法ではx方向とy方向に交互にクランク-ニコルソン (Crank - Nicolson) の陰解法を適用しているため適用した方向では Δx , Δy , Δt のすべての値に対して安定している。しかし, $\partial^2 h / \partial x^2$ に陰解式を適用したときには $\partial^2 h / \partial y^2$ については陽解式をもちいることになり各ステップ自身では不安定となる。そのうえ片方向だけを反復すると誤差が成長する場合もある。

さらにADI法では, Δt と Δx , Δy のとり方によって解の精度が異なる, なかでも計算の初期のステップでは Δt と Δx を細かくすればするほど解の精度は高くなる。また, 初期値の影響を受けて解は不安定とむりやすいなど Δt , Δx の影響が大きく表われる。

一般には Δx , Δy , Δz などの空間分割幅 (きざみ幅) を小さくすればするほど差分近似式の打ち切り誤差は小さくなる。しかしコンピュータの容量にも制限があり, そのうえとりあうから現場のデータ精度にも限界があることからデータの精度と計算結果の使用目的によって個々に決定している。

現在のところ, この方法の有効条件についてはほとんど不明な点が多いが, 実際の数値解法ではどんな条件でも有効であるといわれている。

A-3-5 ADI法における地下水シミュレーションフロー

地下水位をADI法によって数値計算する場合, 図A-12に示めすフローで行なう。但し, シミュレーション (その3) の場合水位計算が2回行なわれることとなる。

A-3-6 地下水シミュレーションプログラム

この報告書に収録されているプログラムは前述のAPPENDIXでの地下水シミュレーションその1からその3にそれぞれ対応したものである。

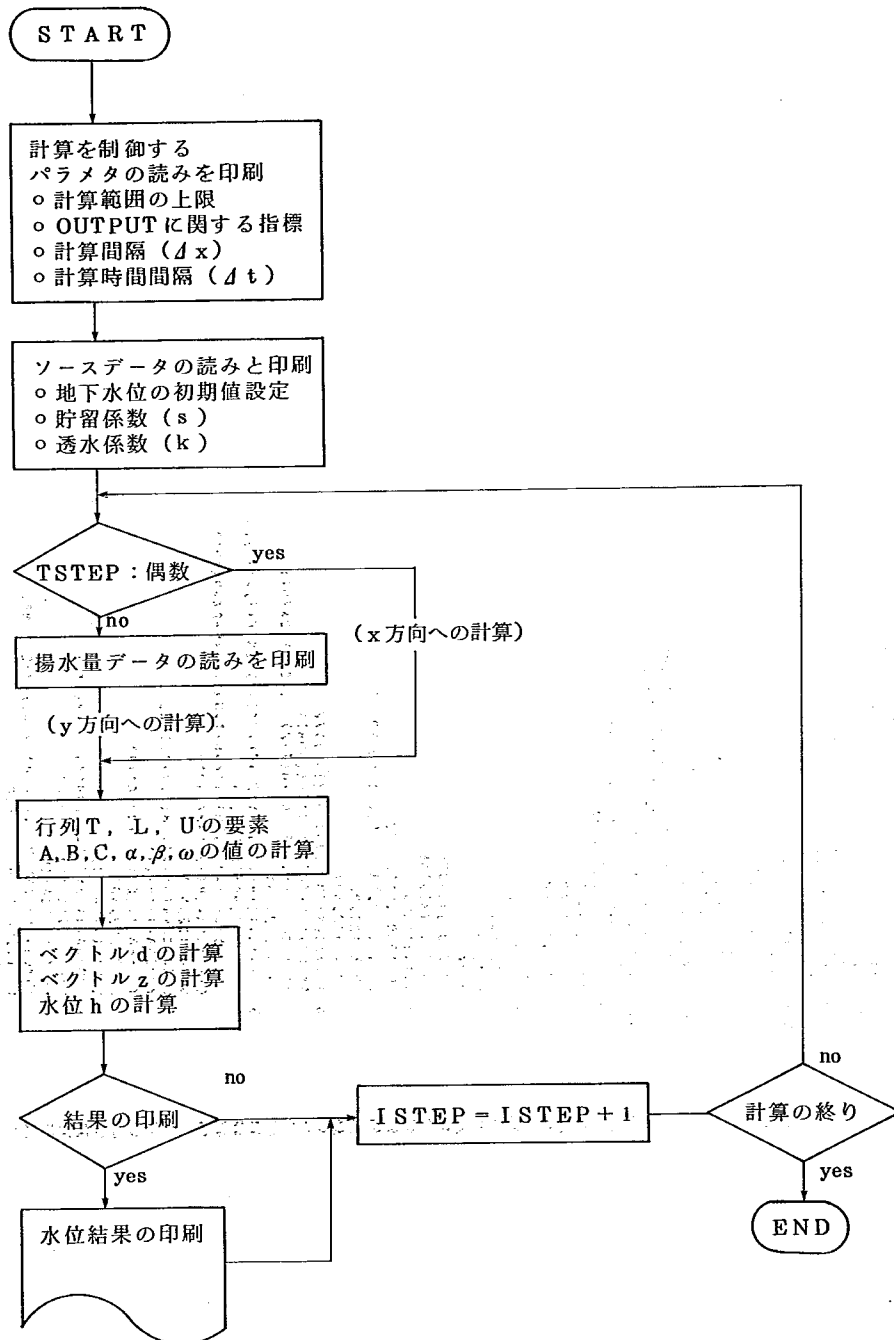


図 A - 12 計算フロー

```

1      DIMENSION HH(101,101),W(101,101),H(101,101),AY(101),BY(101),
2      1      CY(101),YOMEGA(101),YALPHA(101),YBETA(101),YD(101),
3      2      YZ(101),AX(101),BX(101),CX(101),XOMEGA(101),
4      3      XALPHA(101),XBETA(101),XD(101),XZ(101),RW(10)
5      READ(5,500) MR,NB,IXS,IXE,JYS,JYE
6      500 FORMAT(6I10)
7      READ(5,510) DT,DX,CC,HHH,S
8      510 FORMAT(5F10.0)
9      READ(5,520) (RW(I),I=1,5)
10     520 FORMAT(5F10.0)
11     MBH=(MB+1)/2
12     NBH=(NB+1)/2
13     CC=CC+86400.0/100.0
14     DO 30 IW=1,5
15     WRITE(6,660)
16     660 FORMAT(1H1)
17     WWW=RW(IW)*86400.0/(2500.0*2500.0)
18     WRITE(6,600) MB,NB,IXS,IXE,JYS,JYE
19     600 FORMAT(1H,6I10)
20     WRITE(6,610) DT,DX,S,CC,WWW,HHH
21     610 FORMAT(1H,6F15.5)
22     DO 1 I=1,MB
23     DO 1 J=1,NB
24     HH(I,J)=HHH
25     W(I,J)=0.
26     1 H(I,J)=HHH
27     NB1=NB-1
28     MB1=MB-1
29     CK=CC
30     DO 2 J=JYS,JYE
31     DO 2 I=IXS,IXE
32     2 W(I,J)=WWW
33     DO 1000 IS=1,1000
34     IF (H(MBH,NBH).LE.0.) GO TO 90
35     DO 3 I=1,MB
36     DO 4 J=2,NB1
37     4 AY(J)=CK*(H(I,J-1)+H(I,J))/2.
38     AY(NB)=CK*(H(I,NB1)+H(I,NB))
39     BY(1)=-(CK*(H(I,1)+CK*(H(I,2)+2.*S*DX*DX/DT)
40     DO 5 J=2,NB1
41     5 BY(J)=-(CK*(H(I,J-1)/2.+CK*(H(I,J)+CK*(H(I,J+1)/2.
42     +2.*S*DX*DX/DT)
43     BY(NB)=-(CK*(H(I,NB1)+CK*(H(I,NB)+2.*S*DX*DX/DT)
44     CY(1)=CK*(H(I,1)+H(I,2))
45     DO 6 J=2,NB1
46     6 CY(J)=CK*(H(I,J)+H(I,J+1))/2.
47     YOMEGA(1)=BY(1)
48     YALPHA(1)=CY(1)/YOMEGA(1)
49     DO 7 J=2,NB1
50     YBETA(J)=AY(J)
51     YOMEGA(J)=BY(J)-YALPHA(J-1)*YBETA(J)
52     7 YALPHA(J)=CY(J)/YOMEGA(J)
53     YBETA(NB)=AY(NB)
54     YOMEGA(NB)=BY(NB)-YALPHA(NB-1)*YBETA(NB)
55     IF (I.NE.1) GO TO 540
56     DO 121 J=1,NB
57     121 YD(J)=-(CK*(H(I,J)+H(I+1,J))-2.*S*DX*DX/DT)*H(I,J)
58     +
      -CK*(H(I,J)+H(I+1,J))*H(I+1,J)+W(I,J)*DX*DX

```

```

59      GO TO 550
60      540 IF (I.EQ.NB) GO TO 560
61      DO 122 J=1,NB
62      122 YD(J)=-CK*(H(I-1,J)+H(I,J))*H(I-1,J)/2.
63      +      *(CK*(H(I-1,J)+2.*H(I,J)+H(I+1,J))/2.-2.*S*DX*DX/DT)*H(I,J)
64      +      -CK*(H(I,J)+H(I+1,J))*H(I+1,J)/2.+W(I,J)*DX*DX
65      GO TO 550
66      560 DO 123 J=1,NB
67      123 YD(J)=-CK*(H(I-1,J)+H(I,J))*H(I-1,J)
68      +      *(CK*(H(I-1,J)+H(I,J))-2.*S*DX*DX/DT)*H(I,J)+W(I,J)*DX*DX
69      550 CONTINUE
70      YZ(1)=YD(1)/YOMEGA(1)
71      DO 8 J=2,NB
72      8 YZ(J)=(YD(J)-YBETA(J)+YZ(J-1))/YOMEGA(J)
73      HH(1,NB)=YZ(NB)
74      DO 9 K=1,NB1
75      NN=NB-K
76      NNN=NB-K+1
77      9 HH(I,NN)=YZ(NN)-YALPHA(NN)*HH(I,NNN)
78      3 CONTINUE
79      DO 10 J=1,NB
80      DO 11 I=2,NB1
81      11 AX(I)=CK*(HH(I-1,J)+HH(I,J))/2.
82      AX(MB)=CK*(HH(MB1,J)+HH(MB,J))
83      BX(1)=-(CK*HH(1,J)+CK*HH(2,J)+2.*S*DX*DX/DT)
84      DO 12 I=2,NB1
85      12 BX(I)=-(CK*HH(I-1,J)/2.+CK*HH(I,J)+CK*HH(I+1,J)/2.
86      +      +2.*S*DX*DX/DT)
87      BX(MB)=-(CK*HH(MB1,J)+CK*HH(MB,J)+2.*S*DX*DX/DT)
88      CX(1)=CK*(HH(1,J)+HH(2,J))
89      DO 13 I=2,NB1
90      13 CX(I)=CK*(HH(I,J)+HH(I+1,J))/2.
91      XOMEGA(1)=BX(1)
92      XALPHA(1)=CX(1)/XOMEGA(1)
93      DO 14 I=2,NB1
94      XBETA(1)=AX(1)
95      XOMEGA(1)=BX(1)-XALPHA(1-1)*XBETA(1)
96      14 XALPHA(I)=CX(I)/XOMEGA(I)
97      XBETA(MB)=AX(MB)
98      XOMEGA(MB)=BX(MB)-XALPHA(MB-1)*XBETA(MB)
99      IF (J.NE.1) GO TO 570
100     DO 151 I=1,NB
101     151 XD(I)=(CK*(HH(I,J)+HH(I,J+1))-2.*S*DX*DX/DT)*HH(I,J)
102     +      -CK*(HH(I,J)+HH(I,J+1))*HH(I,J+1)+W(I,J)*DX*DX
103     GO TO 580
104     570 IF (J.EQ.NB) GO TO 590
105     DO 152 I=1,NB
106     152 XD(I)=-CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))*HH(I,J-1)/2.
107     +      *(CK*(HH(I,J-1)+2.*HH(I,J)+HH(I,J+1))/2.-
108     +      -2.*S*DX*DX/DT)*HH(I,J)
109     +      -CK*(HH(I,J)+HH(I,J+1))*HH(I,J+1)/2.+W(I,J)*DX*DX
110     GO TO 580
111     590 DO 153 I=1,NB
112     153 XD(I)=-CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))*HH(I,J-1)
113     +      *(CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))-2.*S*DX*DX/DT)*HH(I,J)
114     +      +W(I,J)*DX*DX
115     580 CONTINUE
116     XZ(1)=XD(1)/XOMEGA(1)

```

```

117      DO 16 I=2,MB
118      16 XZ(I)=(XD(I)-X*ETA(I)*XZ(I-1))/XOMEGA(I)
119      H(MB,J)=XZ(MB)
120      DO 17 K=1,MB1
121      NN=MR-K
122      NNN=MB-K+1
123      17 H(NN,J)=XZ(NN)-XALPHA(NN)*H(NNN,J)
124      10 CONTINUE
125      IF (IS.EQ.1) GO TO 700
126      ISX=IS/5+5
127      IF (ISX.NE.IS) GO TO 1000
128      700 WRITE(6,620) IS
129      620 FORMAT(1H ,//,I10,/)
130      DO 22 J=1,36
131      22 HH(36,J)=H(36,J)-HHH
132      WRITE(6,650) (HH(36,J),J=1,18)
133      WRITE(6,650) (HH(36,J),J=19,36)
134      650 FORMAT(1H ,18F7.3)
135      1000 CONTINUE
136      90 CONTINUE
137      WRITE(6,620) IS
138      DO 24 J=1,36
139      24 HH(36,J)=H(36,J)-HHH
140      WRITE(6,650) (HH(36,J),J=1,18)
141      WRITE(6,650) (HH(36,J),J=19,36)
142      30 CONTINUE
143      STOP
144      END

```

```

1      DIMENSION HH(101,101),W(101,101),H(101,101),AY(101),BY(101),
2      1      CY(101),YOMEGA(101),YALPHA(101),YBETA(101),YD(101),
3      2      YZ(101),AX(101),BX(101),CX(101),XOMEGA(101),
4      3      XALPHA(101),XBETA(101),XD(101),XZ(101),RW(10),
5      4      HS(101,101)
6      READ(5,100) MB,NB,IS,IXS,IXE,JYS,JYE,DT,DX
7      100  FORMAT(7I5,2F10.2)
8      READ(5,110) S,CK,SLOPE,HHH,WWW
9      110  FORMAT(5F10.4)
10     DO 1 I=1,MB
11     DO 1 J=1,NB
12     H(I,J)=HHH
13     HH(I,J)=HHH
14     1 W(I,J)=0.
15     WRITE(6,210)
16     210  FORMAT(1H1)
17     WRITE(6,211)
18     211  FORMAT(1H,3X,2HMB,5X,2HNB,5X,2HIS,20H IXS IXE JYS JYE)
19     WRITE(6,222) MB,NB,IS,IXS,IXE,JYS,JYE
20     222  FORMAT(1H,15,2X,15,2X,15,2X,13,2X,13,2X,13,2X,13)
21     WRITE(6,223)
22     223  FORMAT(1H,5X,2HDT,10X,2HDX)
23     WRITE(6,224) DT,DX
24     224  FORMAT(1H,2F10.3,2X,2F10.3)
25     WRITE(6,225)
26     225  FORMAT(1H,6X,1HS,11X,1HK,4X,8HSLOPE(I))
27     WRITE(6,226) S,CK,SLOPE,HHH,WWW
28     226  FORMAT(1H,2F10.3,2X,2F10.3,2X,3F10.5)
29     MBH=(MB+1)/2
30     NBH=(NB+1)/2
31     DO 2 J=JYS,JYE
32     DO 2 I=IXS,IXE
33     2 W(I,J)=WWW
34     NB1=NB-1
35     NB2=NB-2
36     NB3=NB-3
37     MB1=MB-1
38     DO 1000 IS=1,210
39     IF (IS.EQ.101) GO TO 900
40     GO TO 901
41     900  DO 19 J=JYS,JYE
42     DO 19 I=IXS,IXE
43     19 W(I,J)=0.
44     901  CONTINUE
45     DO 3 I=1,MB
46     DO 4 J=3,NB1
47     4 AY(J)=CK*(H(I,J-1)+H(I,J)-SLOPE*DX)/2.
48     AY(NB)=CK*(H(I,NB-1)+H(I,NB))
49     DO 5 J=2,NB1
50     5 BY(J)=-(CK*(H(I,J-1)+2.0*H(I,J)+H(I,J+1))/2.0+2.0*S*DX*DX/DT)
51     BY(NB)=-(CK*(H(I,NB-1)+H(I,NB))+2.0*S*DX*DX/DT)
52     DO 6 J=2,NB1
53     6 CY(J)=CK*(H(I,J)+H(I,J+1)+SLOPE*DX)/2.
54     YOMEGA(2)=BY(2)
55     YALPHA(2)=CY(2)/YOMEGA(2)
56     DO 7 J=3,NB1
57     YBETA(J)=AY(J)
58     YOMEGA(J)=BY(J)-YALPHA(J-1)*YBETA(J)

```

```

59       7 YALPHA(J)=CY(J)/YOMEGA(J)
60       YBETA(NB)=AY(NB)
61       YOMEGA(NB)=BY(NB)-YALPHA(NB-1)*YBETA(NB)
62       IF (I.NE.1) GO TO 540
63       DO 121 J=2,NB
64       121 YD(J)=-CK*(H(I,J)+H(I+1,J))*H(I+1,J)
65           1 +(CK*(H(I,J)+H(I+1,J))-2.0*S*DX*DX/DT)*H(I+1,J)
66           2 +W(I,J)*DX*DX
67       GO TO 550
68       540 IF (I.EQ.MB) GO TO 560
69       DO 122 J=2,NB
70       122 YD(J)=-CK*(H(I-1,J)+H(I,J))*H(I-1,J)/2.0
71           1 +(CK*(H(I-1,J)+2.0*H(I,J)+H(I+1,J))/2.0
72           2 -2.0*S*DX*DX/DT)*H(I,J)
73           3 -CK*(H(I,J)+H(I+1,J))*H(I+1,J)/2.0+W(I,J)*DX*DX
74       GO TO 550
75       560 DO 123 J=2,NB
76       123 YD(J)=-CK*(H(I-1,J)+H(I,J))*H(I-1,J)
77           1 +(CK*(H(I-1,J)+H(I,J))-2.0*S*DX*DX/DT)*H(I,J)
78           2 +W(I,J)*DX*DX
79       550 CONTINUE
80       YD(2)=YD(2)-CK*(H(I,1)+H(I,2))-SLOPE*DX*HH(I,1)/2.
81       YZ(2)=YD(2)/YOMEGA(2)
82       DO 8 J=3,NB
83       8 YZ(J)=(YD(J)-YBETA(J)+YZ(J-1))/YOMEGA(J)
84       HH(I,NB)=YZ(NB)
85       DO 9 K=1,NB2
86       NN=NB-K
87       HNN=NB-K+1
88       9 HH(I,NN)=YZ(NN)-YALPHA(NN)*HH(I,NN)
89       3 CONTINUE
90       DO 10 J=2,NB
91       DO 11 I=2,MB
92       11 AX(I)=CK*(HH(I-1,J)+HH(I,J))/2.
93       DO 12 I=1,MB
94       B=CK*HH(I,J)+2.0*S*DX*DX/DT
95       IF (I.NE.1) GO TO 1201
96       BX(I)=(B+CK*HH(I+1,J))
97       GO TO 12
98       1201 IF (I.EQ.MB) GO TO 1202
99       BX(I)=(B+CK*(HH(I-1,J)+HH(I+1,J))/2.)
100      GO TO 12
101      1202 BX(I)=(B+CK*HH(I-1,J))
102      12 CONTINUE
103      DO 13 I=1,MB1
104      13 CX(I)=CK*(HH(I,J)+HH(I+1,J))/2.
105      XOMEGA(1)=BX(1)
106      XALPHA(1)=2.0*CX(1)/XOMEGA(1)
107      DO 14 I=2,MB1
108      XBETA(1)=AX(1)
109      XOMEGA(1)=BX(1)-XALPHA(I-1)*XBETA(1)
110      14 XALPHA(1)=CX(1)/XOMEGA(1)
111      XBETA(MB)=2.0*AX(MB)
112      XOMEGA(MB)=BX(MB)-XALPHA(MB-1)*XBETA(MB)
113      IF (J.EQ.NB) GO TO 590
114      DO 152 I=1,MB
115      152 XD(I)=-CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))-SLOPE*DX*HH(I,J-1)/2.0
116           1 +(CK*(HH(I,J-1)+2.0*HH(I,J)+HH(I,J+1))/2.0

```

```

117       2      -2.0*S*DX*DX/DT)*HH(I,J)
118       3      -CK*(HH(I,J)+HH(I,J+1)+SLOPE*DX)*HH(I,J+1)/2.0
119       4      +W(I,J)*DX*DX
120       GO TO 580
121     590 DO 153 I=1,MB
122     153 XD(I)=-CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))*HH(I,J-1)
123       1      +(CK*(HH(I,J-1)+HH(I,J))-2.0*S*DX*DX/DT)*HH(I,J)
124       2      +W(I,J)*DX*DX
125     580 CONTINUE
126       XZ(1)=XD(1)/XOMEGA(1)
127       DO 16 I=2,MB
128     16 XZ(I)=(XD(I)-XBETA(I)*XZ(I-1))/XOMEGA(I)
129       H(MB,J)=XZ(MB)
130       DO 17 K=1,MB1
131       NNN=MB-K
132     17 H(NN,J)=XZ(NN)-XALPHA(NN)*H(NNN,J)
133     10 CONTINUE
134       IF (IS.EQ.1) GO TO 700
135       ISX=IS/5.5
136       IF (ISX.NE.IS) GO TO 1000
137     700 WRITE(6,620) IS
138     620 FORMAT(1H ,//,110,/)
139       DO 22 J=1,71
140     22 HS(36,J)=H(36,J)-HHH
141       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=1,18)
142       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=19,36)
143       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=37,54)
144       WRITE(6,655) (HS(36,J),J=55,71)
145     650 FORMAT(1H ,18F7.3)
146     655 FORMAT(1H ,17F7.3)
147     1000 CONTINUE
148     90 CONTINUE
149       WRITE(6,620) IS
150       DO 24 J=1,71
151     24 HS(36,J)=H(36,J)-HHH
152       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=1,18)
153       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=19,36)
154       WRITE(6,650) (HS(36,J),J=37,54)
155       WRITE(6,655) (HS(36,J),J=55,71)
156     STOP
157     END
158

```

```

1      DIMENSION H(3,21,11),W(21,11),S(21,11),Z(21,11),TK(21,11),
2      1      RIX(21,11),RIY(21,11),SDXT(21,11),TKZ(21,11),
3      2      TKIYX(21,11),TKIXX(21,11),
4      3      AX(21),BX(21),CX(21),XD(21),
5      4      XOMEGA(21),XALPHA(21),XBETA(21),XZ(21),
6      5      AY(11),BY(11),CY(11),YD(11),
7      6      YOMEGA(11),YALPHA(11),YBETA(11),YZ(11),
8      7      RH(21,11)
9      READ(5,500) MB,NB,IS,IX,JY,DT,DX
10     500 FORMAT(5I5,2F10.2)
11     MB1=MB-1
12     NB1=NB-1
13     NB2=NB-2
14     DO 10 I=1,MB
15     DO 10 J=1,NB
16     H(1,I,J)=100.
17     H(2,I,J)=100.
18     H(3,I,J)=100.
19     W(1,J)=0.
20     S(1,J)=0.01
21     Z(1,J)=0.
22     10 TK(1,J)=0.1
23     DO 20 I=2,MB1
24     DO 20 J=2,NB
25     20 RIX(I,J)=(Z(I+1,J)-Z(I-1,J))/(2.*DX)
26     DO 30 J=2,NB
27     RIX(1,J)=(Z(2,J)-Z(1,J))/DX
28     30 RIX(MB,J)=(Z(MB,J)-Z(MB1,J))/DX
29     DO 40 J=2,NB1
30     DO 40 I=1,MB
31     40 RIY(I,J)=(Z(I,J+1)-Z(I,J-1))/(2.*DX)
32     DO 50 I=1,MB
33     50 RIY(I,NB)=(Z(I,NB)-Z(I,NB1))/DX
34     DO 60 I=1,MB
35     DO 60 J=1,NB
36     SDXT(I,J)=S(I,J)*DX*DX/DT
37     TKZ(I,J)=TK(I,J)*Z(I,J)
38     TKIYX(I,J)=TK(I,J)*RIY(I,J)*DX/2.
39     60 TKIXX(I,J)=TK(I,J)*RIX(I,J)*DX/2.
40     W(IX,JY)=-0.01
41     WRITE(6,600)
42     DO 70 ISTEP=1,IS
43     DO 800 L=1,2
44     DO 80 J=2,NB
45     DO 81 I=2,MB1
46     81 AX(I)=TK(I,J)/2.-TKIXX(I,J)/SQRT(H(L,I,J))
47     1      +TKZ(I,J)/(16.*SQRT(H(L,I,J)**3))+(H(L,I+1,J)-H(L,I-1,J))
48     2      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(L,I,J)))
49     AX(MB)=TK(MB,J)-TKZ(MB,J)/SQRT(H(L,I,J))
50     DO 82 I=1,MB
51     82 BX(I)=SDXT(I,J)/(SQRT(H(L,I,J))*FLOAT(L))
52     1      +TK(I,J)-TKZ(I,J)/SQRT(H(L,I,J))
53     CX(1)=-TK(1,J)+TKZ(1,J)/SQRT(H(L,1,J))
54     DO 83 I=2,MB1
55     83 CX(I)=-TK(I,J)/2.+TKIXX(I,J)/SQRT(H(L,I,J))
56     1      -TKZ(I,J)/(16.*SQRT(H(L,I,J)**3))+(H(L,I+1,J)-H(L,I-1,J))
57     2      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(L,I,J)))
58     DO 84 I=1,MB

```

```

59      IF (J.EQ,NB) GO TO 85
60      XD(I)=TK(I,J)*(H(1,I,J-1)-2.*H(1,I,J)+H(1,I,J+1))/2.
61      1      -TKIYX(I,J)*(H(1,I,J+1)-H(1,I,J-1))/H(L,I,J)
62      2      +TKZ(I,J)*(H(1,I,J+1)-H(1,I,J-1))*2/
63      3      (16.*SQRT(H(L,I,J))*3)
64      4      -TKZ(I,J)*(H(1,I,J-1)-2.*H(1,I,J)+H(1,I,J+1))/
65      5      (2.*SQRT(H(L,I,J)))+W(I,J)*DX*DX
66      GO TO 86
67      85 XD(I)=TK(1,J)*(H(1,I,J-1)-H(1,I,J))
68      1      -TKZ(1,J)*(H(1,I,J-1)-H(1,I,J))/SQRT(H(L,I,J))
69      2      +W(1,J)*DX*DX
70      86 IF (L.EQ,1) GO TO 87
71      XD(I)=XD(I)+SDXT(I,J)*H(1,I,J)/(2.*SQRT(H(L,I,J)))
72      GO TO 84
73      87 XD(I)=XD(I)+SDXT(I,J)*SQRT(H(1,I,J))
74      84 CONTINUE
75      XOMEGA(1)=BX(1)
76      XALPHA(1)=CX(1)/XOMEGA(1)
77      DO 90 I=2,MB1
78      XBETA(I)=AX(I)
79      XOMEGA(I)=BX(I)-XALPHA(I-1)*XBETA(I)
80      90 XALPHA(I)=CX(I)/XOMEGA(I)
81      XBETA(MB)=AX(MB)
82      XOMEGA(MB)=BX(MB)-XALPHA(MB-1)*XBETA(MB)
83      XZ(1)=XD(1)/XOMEGA(1)
84      DO 91 I=2,MB
85      91 XZ(I)=(XD(I)-XBETA(I)*XZ(I-1))/XOMEGA(I)
86      H(L+1,MB,J)=XZ(MB)
87      DO 92 K=1,MB1
88      NNN=MB-K
89      NNN=MB-K+1
90      H(L+1,NNN,J)=XZ(NNN)-XALPHA(NN)*H(L+1,NNN,J)
91      80 CONTINUE
92      800 CONTINUE
93      WRITE(6,630) ISTEP,H(2,IX,JY),H(3,IX,JY)
94      DO 1000 L=1,2
95      LL=4-L
96      LLL=3-L
97      DO 100 I=1,MB
98      DO 101 J=3,NB1
99      101 AY(J)=TK(I,J)/2.-TKIYX(I,J)/SQRT(H(LL,I,J))
100      1      +TKZ(I,J)*(H(LL,I,J+1)-H(LL,I,J-1))/
101      2      (16.*SQRT(H(LL,I,J))*3)
102      3      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(LL,I,J)))
103      AY(NB)=TK(I,NB)+TKZ(I,NB)/SQRT(H(LL,I,NB))
104      DO 102 J=2,NB
105      102 BY(J)=SDXT(I,J)/(SQRT(H(LL,I,J))+FLOAT(L))
106      1      +TK(I,J)-TKZ(I,J)/SQRT(H(LL,I,J))
107      DO 103 J=2,NB1
108      103 CY(J)=TK(I,J)/2.+TKIYX(I,J)/SQRT(H(LL,I,J))
109      1      -TKZ(I,J)*(H(LL,I,J+1)-H(LL,I,J-1))/
110      2      (16.*SQRT(H(LL,I,J))*3)
111      3      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(LL,I,J)))
112      DO 104 J=2,NB
113      IF (J.NE,2) GO TO 105
114      IF (I.EQ,1) GO TO 1061
115      IF (I.EQ,MB) GO TO 1062
116      YD(J)=TK(I,J)*(H(3,I-1,J)-2.*H(3,I,J)+H(3,I+1,J))/2.

```

```

117      1      -TKIXX(I,J)*(H(3,I+1,J)-H(3,I-1,J))/SQRT(H(LL,I,J))
118      2      +TKZ(I,J)*(H(3,I+1,J)-H(3,I-1,J))*2
119      3      /(16.*SQRT(H(LL,I,J)**3))
120      4      -TKZ(I,J)*(H(3,I-1,J)-2.*H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
121      5      /(2.*SQRT(H(LL,I,J)))+W(I,J)*DX*DX
122      6      -(-TK(I,J)/2.-TKIYX(I,J)/SQRT(H(LL,I,J)))
123      7      +TKZ(I,J)*(H(LL,I,J+1)-H(LL,I,J-1))
124      8      /(16.*SQRT(H(LL,I,J)**3))+TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(LL,I,J)))
125      9      *H(1,I,J-1)
126      GO TO 108
127 1061 YD(J)=TK(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
128      1      -TKZ(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
129      2      +W(I,J)*DX*DX
130      3      -(-TK(I,J)/2.-TKIYX(I,J)/SQRT(H(LL,I,J)))
131      4      +TKZ(I,J)*(H(LL,I,J+1)-H(LL,I,J-1))/
132      5      (16.*SQRT(H(LL,I,J)**3))
133      6      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(LL,I,J)))*H(1,I,J-1)
134      GO TO 108
135 1062 YD(J)=TK(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I-1,J))
136      1      -TKZ(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I-1,J))
137      2      +W(I,J)*DX*DX
138      3      -(-TK(I,J)/2.-TKIYX(I,J)/SQRT(H(LL,I,J)))
139      4      +TKZ(I,J)*(H(LL,I,J+1)-H(LL,I,J-1))/
140      5      (16.*SQRT(H(LL,I,J)**3))
141      6      +TKZ(I,J)/(2.*SQRT(H(LL,I,J)))*H(1,I,J-1)
142      GO TO 108
143 105 CONTINUE
144      IF (I.EQ.1) GO TO 1071
145      IF (I.EQ.NB) GO TO 1072
146      YD(J)=TK(I,J)*(H(3,I-1,J)-2.*H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
147      1      /2.-TKIXX(I,J)*(H(3,I+1,J)-H(3,I-1,J))/SQRT(H(LL,I,J))
148      2      +TKZ(I,J)*(H(3,I+1,J)-H(3,I-1,J))*2
149      3      /(16.*SQRT(H(LL,I,J)**3))
150      4      -TKZ(I,J)*(H(3,I-1,J)-2.*H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
151      5      /(2.*SQRT(H(LL,I,J)))+W(I,J)*DX*DX
152      GO TO 108
153 1071 YD(J)=TK(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I+1,J))
154      1      -TKZ(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I+1,J))/SQRT(H(LL,I,J))
155      2      +W(I,J)*DX*DX
156      GO TO 108
157 1072 YD(J)=TK(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I-1,J))
158      1      -TKZ(I,J)*(-H(3,I,J)+H(3,I-1,J))/SQRT(H(LL,I,J))
159      2      +W(I,J)*DX*DX
160 108 IF (L.EQ.1) GO TO 109
161      YD(J)=YD(J)+SDXT(I,J)*H(3,I,J)/(2.*SQRT(H(2,I,J)))
162      GO TO 104
163 109 YD(J)=YD(J)+SDXT(I,J)*SQRT(H(3,I,J))
164 104 CONTINUE
165      YOMEGA(2)=BY(2)
166      YALPHA(2)=CY(2)/YOMEGA(2)
167      DO 110 J=3,NB1
168      YBETA(J)=AY(J)
169      YOMEGA(J)=BY(J)-YALPHA(J-1)*YBETA(J)
170 110 YALPHA(J)=CY(J)/YOMEGA(J)
171      YBETA(NB)=AY(NB)
172      YOMEGA(NB)=BY(NB)-YALPHA(NB-1)*YBETA(NB)
173      YZ(2)=YD(2)/YOMEGA(2)
174      DO 111 J=3,NB

```

```

175      111 YZ(J)=(YD(J)-YBETA(J)*YZ(J-1))/YOMEGA(J)
176      H(LLL,I,NB)=YZ(NB)
177      DO 112 K=1,NB2
178          NN=NB-K
179          NNN=NB-K+1
180      112 H(LLL,I,NN)=YZ(NN)-YALPHA(NN)*H(LLL,I,NNN)
181      100 CONTINUE
182      1000 CONTINUE
183      DO 120 I=1,21
184          DO 120 J=1,11
185      120 RH(I,J)=SQRT(H(1,I,J))
186      WRITE(6,640) H(2,IX,JY),H(1,IX,JY),RH(IX,JY)
187      70 CONTINUE
188      600 FORMAT(1H1)
189      630 FORMAT(1H ,15,2F10.4)
190      640 FORMAT(1H ,5X,3F10.4)
191      STOP
192      END

```

参 考

井戸による取水可能量の算定について

I 井戸に流入する限界流速と取水可能量の定義

井戸からの揚水を行なうと、井戸の水位は低下しそれとともに井戸への地下水の流動が生ずる。井戸に流入する流速は井戸としての機能をそこなわない。すなわち、“目づまり”、“水質の悪化”等を引き起こさないでかつ最大の流速として限界流速を設定する必要がある。しかしながら一般にその定義は明らかでなく過去の経験より求めている。また、取水可能量についても地域的特性を考慮しつつ自然の環境を害さない取水量の算定が望ましいが、現状ではこの定義も明らかでない。

ここでは、井戸に流入する限界流速を過去の経験から求める。つづいて、限界流速に対応して井戸での限界井戸水位を次式により算定する。

$$h_o = \frac{Q}{\pi \phi v_s} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 h_o ：井戸の限界水位（L）、 Q ：井戸からの揚水量（ L^3/T ）、 ϕ ：井戸の直径（L）、 v_s ：井戸に流れこむ限界流速（L/T）である。

次に、取水可能量は一定の揚水を限界水位まで継続して得られる揚水量とする。

II 限界井戸水位のADI法井戸限界水位への換算

限界井戸水位は式(1)より導びかれるが、数値計算としてのADI法での井戸水位とは異なり、常にADI法で求められる水位のほうが上にある。また、ADI法での計算距離間隔（ Δx ）を小さくしていくことは計算時間等種々の制約があって一般的に不可能といえる。したがって、ここでは、井戸の小さな周辺での地下水の流動は定常であると考えて、限界井戸水位からADI法での井戸水位に換算して使用することとした。

まず、図-1に示す周辺領域の地下水流動を定常と考えると、次の式が成り立つ。

$$Q = \frac{\pi k (H^2 - h_o^2)}{2.3 \log_{10} (R/r_o)} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 Q ：揚水量（ L^3/T ）、 r_o ：井戸の半径（L）、 h_o ：井戸の水

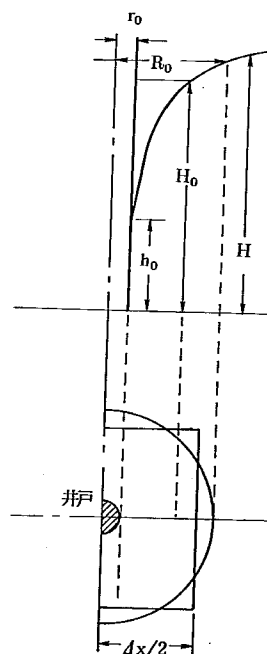
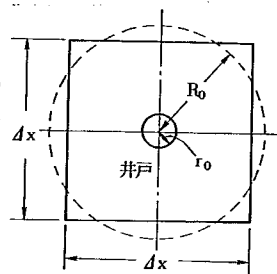


図-1 井戸の水位

位 (L), R: 井戸中心からの距離 (L), H: Rでの水位 (L), k: 透水係数 (L/T) である。

ここで、図-1での半径を R_0 とする円で囲まれる部分での水の Volum と Δx で囲まれる正方形部分での水の Volum とが一致するときの円で囲まれた部分での平均水位 H_0 を求めて、その値を ADI 法での限界井戸水位とする。

したがって、水位 H は、式(2)を変形して、

$$H = \sqrt{\frac{Q}{\pi k} \log_e (R/r_0) + h_0^2} \dots\dots\dots (3)$$

となる。次に Δx に対する R_0 は、

$$\pi R_0^2 = \Delta x^2 \dots\dots\dots (4)$$

すなわち、 R_0 を半径とする円の面積と Δx を一辺とする正方形の面積が同じということである。ゆえに、

$$R_0 = \Delta x / \sqrt{\pi} \dots\dots\dots (5)$$

となる。つづいて、 H_0 は以上のことより、

$$S \int_{r_0}^{R_0} 2\pi R \sqrt{\frac{Q}{\pi k} \log_e (R/r_0) + h_0^2} dr + \pi R_0^2 h_0 = S (\Delta x)^2 H_0$$

となる。したがって、

$$H_0 = \left(S \int_{r_0}^{R_0} 2\pi R \sqrt{\frac{Q}{\pi k} \log_e (R/r_0) + h_0^2} dr + \pi R_0^2 h_0 \right) / S \Delta x^2 \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここでは積分は台形則として数値計算する。

Ⅲ 取水可能量の算定

ここでは、次の計算条件において試算する。

まず対象を図-2に示すとおり格子型に井戸を配置して、それぞれの井戸から一定の揚水を行なうとすれば、井戸一本について計算を行ない井戸本数を乗ずれば全計算域での揚水量が求まることとなる。したがって図-1の斜線域の計算を行なうことになる。この仮定によると境界面を通しての地下水の流入・流出はないものとなる。なお対象外との境界では不合理があるが、ここの境界条件から流入がないので取水可能量を求めることは問題はない。ここで計算に用いた各パラメタは

揚水量 0.018, 0.02 m³/sec (井戸1本当たり)

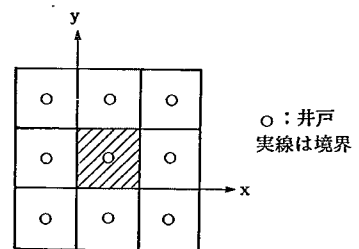


図-2 井戸の配置

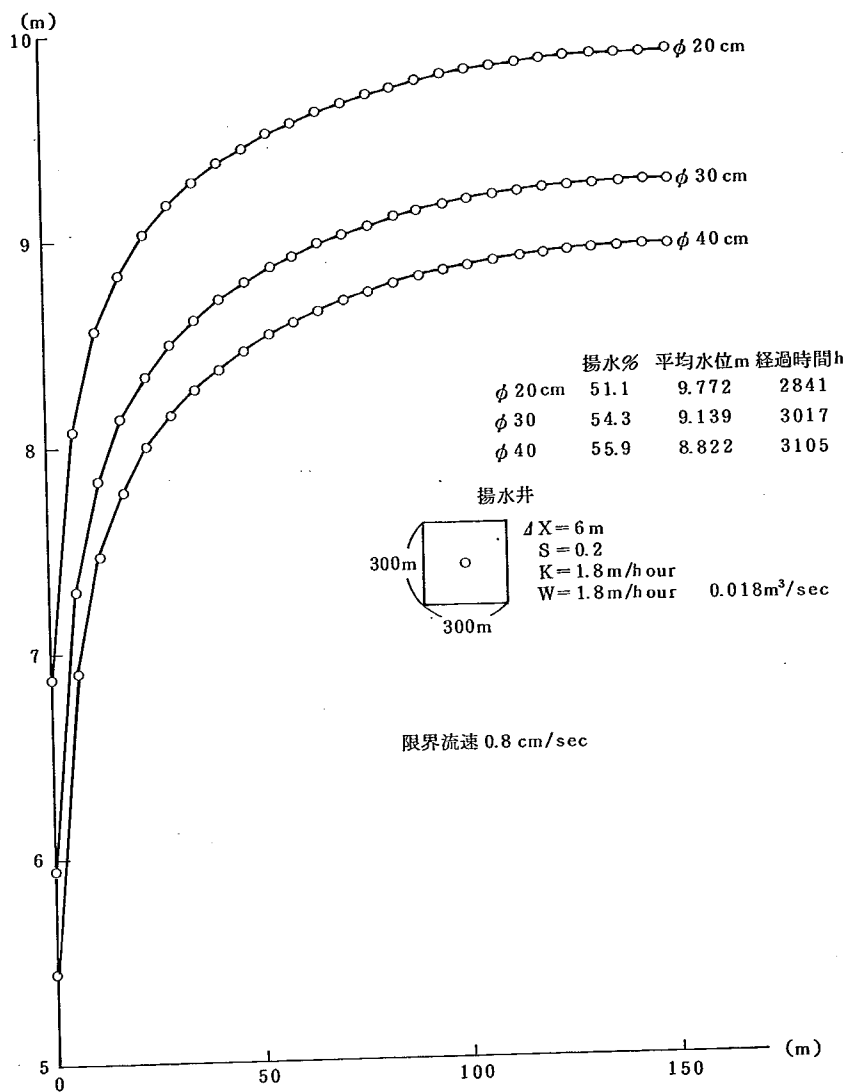


図-3 地下水面形

透水係数 1.8 m/hour
 貯留係数 0.2
 限界流速 0.8, 0.6, 0.4, 0.32, 0.2 cm/sec
 計算間隔 2, 4, 6, 8 m
 井戸径 20, 30, 40 cm
 単計算域 100×100, 200×200, 300×300, 400×400

帯水層厚 20 m

とした。

計算した結果は、地下水の水位の変化は図-3のように井戸の径によって地下水位の低下に異なりがみられる。図-4は限界流速を 0.8 cm/sec とした時の全対象域より揚水できる割合をそれぞれ井戸の単計算域ごとに表わしたものである。図-5は、限界流速を変化させたとき単計算域における揚水量の割合を表わしたものである。また表-1はADIにおける水位と限界水位・取水量の割合を表わしてある。

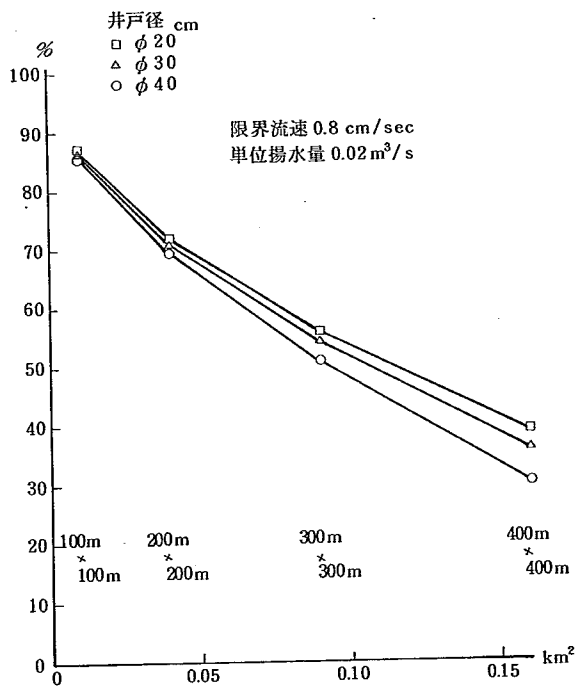


図-4 取水可能割合の変化(1)

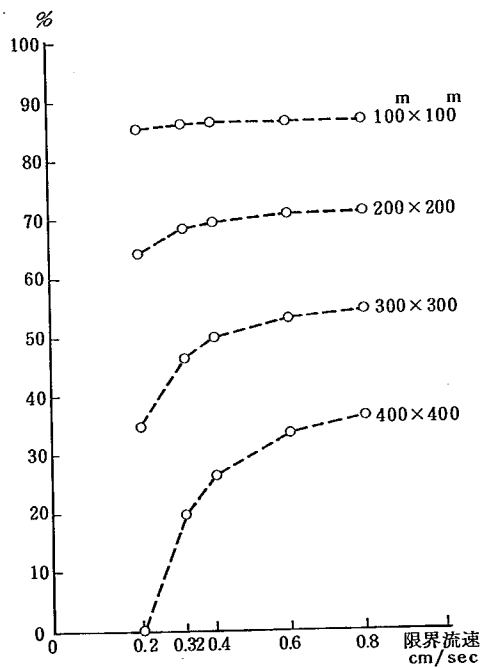


図-5 取水可能割合の変化(2).
φ 30 cm (井戸径)
単位揚水量 $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

表-1 単位揚水量 (井戸一本) $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

限界流速 cm/sec	100m×100m $\Delta x=2\text{m}$		200m×200m $\Delta x=4\text{m}$		300m×300m $\Delta x=6\text{m}$		400m×400m $\Delta x=8\text{m}$	
	上段 ADI水位	可 能	上段 ADI水位	可 能	上段 ADI水位	可 能	上段 ADI水位	可 能
	下段 換算水位	取水量	下段 換算水位	取水量	下段 換算水位	取水量	下段 換算水位	取水量
0.8	m	%	m	%	m	%	m	%
	1.612	85.9	3.980	69.5	6.887	51.1	10.390	30.5
	0.398		1.592		3.581		6.366	
0.6	1.413	86.5	3.515	71.0	5.969	54.3	8.782	36.2
	0.265		1.061		2.387		4.244	
	1.267	86.9	3.225	71.9	5.462	55.9	7.959	39.0
0.4	0.199		0.796		1.790		3.183	
	1.656	85.8	4.227	68.6	7.584	48.6	11.818	24.9
	0.530		2.122		4.775		8.488	
0.32	1.441	86.3	3.647	70.6	6.340	53.0	9.558	33.5
	0.354		1.415		3.183		5.659	
	1.289	86.8	3.312	71.6	5.698	55.1	8.454	37.4
0.2	0.265		1.061		2.387		4.244	
	1.771	85.4	4.861	66.4	9.289	42.0	15.172	11.1
	0.796		3.183		7.162		12.732	
0.2	1.510	86.2	3.994	69.4	7.291	49.7	11.483	26.3
	0.531		2.122		4.775		8.488	
	1.344	86.6	3.541	70.9	6.318	53.1	9.722	32.9
0.32	0.398		1.592		3.581		6.366	
	1.878	85.1	5.426	64.3	10.741	36.0	17.938	0.3
	0.995		3.979		8.952		15.915	
0.2	1.575	86.0	4.314	68.3	8.139	46.5	13.146	19.6
	0.663		2.653		5.968		10.610	
	1.393	86.5	3.755	70.2	6.885	51.1	10.852	28.7
0.2	0.497		1.989		4.476		7.958	
	2.278	83.8	7.387	56.4	15.535	14.9	26.805	—
	1.592		6.366		14.324		25.465	
0.2	1.817	85.3	5.481	64.1	11.080	34.6	18.711	0.0
	1.061		4.244		9.549		16.977	
	1.574	86.0	4.557	67.6	8.926	43.4	14.774	12.8
0.2	0.796		3.183		7.162		12.732	

井戸の径

(上 $\phi = 0.2 \text{ (m)}$)
(中 $\phi = 0.3$)
(下 $\phi = 0.4$)

IV ま と め

井戸の径は水面形では低下量は異なるものの揚水割合にはあまり影響しない。井戸の本数によって取水可能量には相当の開きがある。今後は限界流速を明らかにする必要がある。