

098

ISSN 0386-5878

土木研究所資料 第1479号

マイクロフィルム 第 号

# 土木研究所資料

## クイ基礎の地震応答解析

—地盤の応答変位を考慮した地震応答解析法—

昭和54年1月

建設省土木研究所  
耐震研究室

## まえがき

構造物の耐震性は、地震時における地盤と基礎の動的な相互作用を考慮して検討することが望ましい。特に、地盤の軟らかい地点に構造物を建設する場合は基礎の根入れが深くなる。このような場合には、地盤の地震応答が大きくなるとともに、地盤の振動と基礎の振動が相互に干渉し合う。そこで、地盤と構造物からなる系の地震応答解析を行って地震時の安全性を照査する場合に、どのようにしてこの動的相互作用をモデル化するかが重要な問題となっている。

本資料では、単純な地盤およびクイ基礎からなる系を対象として、根入れが深く、曲げ振動が主体となるようなクイ基礎の地震応答に及ぼす地盤の動的な影響を、どのようにしてモデル化すべきかについて検討している。そして、そのモデル化の1つの方法を示し、解析モデル式を導くとともに、模型実験におけるクイ基礎模型の振動応答値をシミュレートし、実測値と比較することによってその妥当性を検証した。また、単純な地盤—クイ基礎系を仮定し、ここで導いた解析モデル式によって応答解析を行い、深く根入れされた曲げ振動が主体となるクイ基礎の地震応答特性を調査した。

昭和54年1月

耐震研究室

|     |         |
|-----|---------|
| 室 長 | 栗 林 栄 一 |
| 研究員 | 萩 原 良 二 |
|     | 宮 田 忠 明 |

# 目 次

## ま え が き

|                                              |    |
|----------------------------------------------|----|
| 1. 地盤-クイ基礎系の地震応答解析モデル.....                   | 1  |
| 1.1 地盤-クイ基礎系のモデル化.....                       | 1  |
| 1.2 地震動の入力機構.....                            | 1  |
| 1.3 表層地盤の地震応答.....                           | 2  |
| 1.4 クイ基礎の地震応答.....                           | 4  |
| 2. 解析モデルの検証.....                             | 16 |
| 3. クイ基礎の地震応答特性.....                          | 21 |
| 4. 結 論.....                                  | 59 |
| 参 考 文 献 .....                                | 60 |
| 付録1 正規函数 $Y_a(x)$ , $Y_b(x)$ の係数 (積分定数)..... | 61 |
| 付録2 基盤上面に正弦波を入力した場合の地震応答.....                | 67 |

## 1. 地盤-クイ基礎系の地震応答解析モデル

### 1.1 地盤-クイ基礎系のモデル化

クイ基礎で支持された構造物の地震応答解析を行う場合、地盤-クイ基礎系のモデル化の最も簡単な方法は、地盤-クイ基礎系をバネとダッシュポットに置き換える方法である。この方法による解析は、計算は容易であるが、地盤-クイ基礎系の動的特性を詳細に考慮できない。そこで、地盤-クイ基礎のより精密なモデルが多くの研究者によって提案されている。それらのモデルは、次の3つに分類することができるが、どのモデルにも一長一短があるのが現状である。

- (1) 有限要素法モデル
- (2) バネ-質点系モデル
- (3) 連続体モデル

本資料では、クイを弾性基礎上の梁と考え、図1-1のように地盤-クイ基礎系をモデル化した。ここで、地盤は下層部の支持地盤となる基盤と上層部の表層地盤から構成されているものとする。クイ基礎は、地中部( $l$ )と地上部( $L$ )から成り、頭部に上部構造の質量( $m$ )が載荷したものを想定した。なお、以下の解析モデルの誘導にあたっては、次のような仮定を置いている。

- (i) 地震動は基盤上面から入力される。
- (ii) 表層地盤は深さ方向に均質な弾性体とする。
- (iii) クイ基礎は、曲げ振動が主体となる弾性基礎上の梁として取扱い、断面は一樣とする。
- (iv) 上部構造の質量はその重心に集中しているものとし、クイ基礎は上部構造の重心位置まで仮想的に伸びているものとする。
- (v) 上部構造からは、慣性による水平力のみがクイ基礎へ伝達されるものとする。

### 1.2 地震動の入力機構

図1-1のように地盤-クイ基礎系をモデル化した場合、基盤における地震動は基盤上面から表層地盤およびクイ基礎へ伝達される。この場合、クイ基礎周辺では、地盤の振動とクイ基礎の振動が相互に干渉しあうことになる。すなわち、クイ基礎には周辺地盤から地震動による外力、および基礎の振動を抑制しようとする地盤反力が作用する。一方、クイ基礎周辺の地盤の振動もクイ基礎が存在し、それが振動することによる影響を受ける。この時、地盤を弾性体と考え、クイは側面を地盤で弾性的に支持された梁とすると、クイ側面に作用する地盤からの外力および反力は、クイ側面において、クイがある場合の地盤の変位とクイ基礎がない場合の地盤の変位の差だけ地盤が変形を強制され、その結果として地盤の変形と剛性に基づく復元力がクイ側面に作用するものとしてモデル化できる(図1-2参照)。

以上の考え方に従って、表層地盤およびクイ基礎の振動モデル式を導くと次のようになる。

#### (1) 表層地盤のせん断振動

クイ基礎がない場合の表層地盤は、せん断剛性に基づくせん断振動が主体となり、粘性減衰を考慮すると次式で表わされる。

$$\frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C_s \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( G_s \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 Z_B}{\partial t^2}$$

ここで,

$u$  : 任意の深さ  $x$  (m) における地盤の相対変位 (m)

$Z_B$  : 基盤上面における地震動変位 (m)

$\gamma_s$  : 任意の深さ  $x$  (m) における地盤の単位体積重量 ( $t/m^3$ )

$G_s$  : 任意の深さ  $x$  (m) における地盤のせん断弾性定数 ( $t/m^2$ )

$C_s$  : 任意の深さ  $x$  (m) における地盤の粘性減衰係数

$g$  : 重力加速度 ( $9.8 \text{ m/sec}^2$ )

## (2) クイ基礎の曲げ振動

クイ基礎は、曲げ剛性に基づく曲げ振動が主体となり、地中部および地上部の振動は、それぞれ粘性減衰を考慮すると次式で表わされる。

### 1) クイ基礎地中部の曲げ振動

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_p \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + k(y-u) = -m \frac{\partial^2 Z_B}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

### 2) クイ基礎地上部の曲げ振動

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_p \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -m \frac{\partial^2 Z_B}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

ここで,

$y$  : 任意の深さ  $x$  (m) におけるクイの相対変位 (m)

$m$  : 任意の深さ  $x$  (m) におけるクイの単位長さ当たりの質量

$EI$  : 任意の深さ  $x$  (m) におけるクイの曲げ剛性 ( $t \cdot m^2$ )

$C_p$  : 任意の深さ  $x$  (m) におけるクイの粘性減衰係数

$k$  : 任意の深さ  $x$  (m) における単位長さ当たりの地盤反力係数 ( $t/m^2$ )

ただし、 $x$  は地表面に原点をとり、地中部を正、地上部を負とする。

## 1.3 表層地盤の地震応答

### (1) 表層地盤の自由振動

表層地盤の自由振動の方程式は次のように表わされる。

$$\frac{\gamma_s}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - G_s \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (1.4)$$

境界条件は次のとおりである。

#### 1) 基盤上面 ( $x = H$ ; $H$ は表層地盤の厚さ (m)) で,

$$\text{変位 } u = 0 \quad (1.5)$$

#### 2) 地表面 ( $x = 0$ ) で,

$$\text{せん断力 } -EI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (1.6)$$

$u = X(x) \cdot e^{i\omega t}$  とおいて, (1.4) 式に代入すると,

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{V_s}\right)^2 X = 0 \quad (1.7)$$

ここで,

$X(x)$ : 表層地盤の振動モードを表わす正規函数

$\omega$ : 表層地盤の固有円振動数 (rad/sec)

$V_s$ : 表層地盤のせん断弾性波速度 (m/sec) で, 次式を満足する

$$V_s = \sqrt{gG_s/\gamma_s} \quad (\text{m/sec}) \quad (1.8)$$

(1.7) 式の一般解は,

$$X(x) = C_1 \sin\left(\frac{\omega}{V_s} x\right) + C_2 \cos\left(\frac{\omega}{V_s} x\right) \quad (1.9)$$

ここで,

$C_1, C_2$ : 積分定数

(1.9) 式と, (1.5) 式および (1.6) 式の境界条件から, 表層地盤の固有円振動数  $\omega$  および正規函数  $X(x)$  は次のように求まる。

$$\omega_i = \frac{(2i-1)\pi}{2} \cdot \frac{V_s}{H} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.10)$$

$$X_i(x) = \cos\left(\frac{2i-1}{2H} \cdot \pi x\right) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.11)$$

## (2) 表層地盤の強制振動

基盤上面から, 地震動加速度  $\ddot{Z}_B$  が入力された場合の表層地盤の応答変位  $u$  は次のように表わされる。

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t) \cdot X_i(x) \quad (1.12)$$

ここで,

$u_i(x, t)$ : 表層地盤の  $i$  次の変位モード (m)

$\xi_i(t)$ : 表層地盤の  $i$  次の基準座標

$X_i(x)$ : 表層地盤の  $i$  次の正規函数

次に, d'Alembert の原理と仮想仕事の原理を応用すると,  $\xi_i(t)$  に関する方程式が導かれる。

仮想変位  $\delta u_i = \delta \xi_i \cdot X_i$  を与えた場合, 外力のなした仕事は,

### a. 慣性力のなした仕事

$$-\int_0^H \left\{ \frac{\gamma_s}{g} \cdot \frac{\partial^2 (u + Z_B)}{\partial t^2} \right\} \cdot \delta u_i dx = -\frac{\gamma_s}{g} \left\{ \frac{H}{2} \cdot \ddot{\xi}_i \delta \xi_i + (-1)^{i-1} \left( \frac{2i-1}{2H} \pi \right)^{-1} \cdot \ddot{Z}_B \delta \xi_i \right\} \quad (1.13)$$

### b. 粘性減衰による仕事

$$-\int_0^H \left( C_s \frac{\partial u}{\partial t} \right) \cdot \delta u_i dx = -\frac{H}{2} \cdot C_s \cdot \dot{\xi}_i \delta \xi_i \quad (1.14)$$

内力のなした仕事は,

a. せん断応力のなした仕事

$$\int_0^H \left( G_s \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \delta u}{\partial x} dx = \frac{H}{2} \left( \frac{2i-1}{2H} \pi \right)^2 \cdot G_s \xi_i \delta \xi_i \quad (1.15)$$

「外力のなした仕事=内力のなした仕事」の関係より,

$$\ddot{\xi}_i + \frac{g}{\gamma_s} C_s \dot{\xi}_i + \frac{g G_s}{\gamma_s} \left\{ \left( \frac{2i-1}{2H} \right) \pi \right\}^2 \xi_i = - \frac{(-1)^{i-1} 4}{(2i-1) \pi} \ddot{Z}_B \quad (1.16)$$

(1.16) 式より,

$$\xi_i(t) = \frac{1}{\omega_{di}} \int_0^t S_i(\tau) e^{-\eta_i(t-\tau)} \sin \omega_{di}(t-\tau) d\tau \quad (1.17)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} 2\eta_i &= \frac{g}{\gamma_s} C_s \\ \omega_{di} &= \sqrt{\omega_i^2 - \eta_i^2} \\ S_i(\tau) &= - \frac{(-1)^{i-1} 4}{(2i-1) \pi} \ddot{Z}_B \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

ゆえに, 表層地盤の応答変位 (相対変位)  $u$  は, (1.11) 式および (1.17) 式を (1.12) 式に代入して求めることができる。

#### 1.4 クイ基礎の地震応答

##### (I) クイ基礎の自由振動

弾性基礎上の梁としてのクイ基礎の自由振動の方程式は次のように表わされる。

1) 地中部 ( $0 \leq x \leq H$ ) の自由振動の方程式

$$m \frac{\partial^2 y_a}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y_a}{\partial x^4} + k y_a = 0 \quad (1.19)$$

ここで,

$y_a$ : クイ基礎地中部の相対変位(m)

2) 地上部 ( $-L \leq x \leq 0$ ) の自由振動の方程式

$$m \frac{\partial^2 y_b}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y_b}{\partial x^4} = 0 \quad (1.20)$$

境界条件は次のとおりである。

1) クイ下端 ( $x = H$ ) で,

(i) クイ下端が自由端の場合

$$\text{曲げモーメント} \quad -EI \frac{\partial^2 y_a}{\partial x^2} = 0 \quad (1.21)$$

$$\text{せん断力} \quad -EI \frac{\partial^3 y_a}{\partial x^3} = 0 \quad (1.22)$$

(ii) クイ下端が固定端の場合

$$\text{変位} \quad y_a = 0 \quad (1.23)$$

$$\text{タワミ角} \quad \frac{\partial y_a}{\partial x} = 0 \quad (1.24)$$

2) 地表面 ( $x=0$ ) で, 連続条件から,

$$\text{変位} \quad y_a = y_b \quad (1.25)$$

$$\text{クワミ角} \quad \frac{\partial y_a}{\partial x} = \frac{\partial y_b}{\partial x} \quad (1.26)$$

$$\text{曲げモーメント} \quad -EI \frac{\partial^2 y_a}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} \quad (1.27)$$

$$\text{せん断力} \quad -EI \frac{\partial^3 y_a}{\partial x^3} = -EI \frac{\partial^3 y_b}{\partial x^3} \quad (1.28)$$

3) クイ頭 ( $x=-L$ ) で,

$$\text{曲げモーメント} \quad -EI \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} = 0 \quad (1.29)$$

$$\text{せん断力} \quad -EI \frac{\partial^3 y_b}{\partial x^3} = \text{上部構造の質量 } M \text{ による慣性力 } M \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} \quad (1.30)$$

クイ基礎地中部について,  $y_a = Y_a(x) e^{i\nu t}$  において (1.19) 式に代入すると,

1)  $\nu < \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき,

$$\frac{d^4 Y_a}{dx^4} + 4\alpha^4 Y_a = 0 \quad (1.31)$$

ただし,

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k - m\nu^2}{4EI}} \quad (1.32)$$

(1.31) 式の一般解は,

$$Y_a(x) = (A_a \sin \alpha x + B_a \cos \alpha x) \sinh \alpha x + (C_a \sin \alpha x + D_a \cos \alpha x) \cosh \alpha x \quad (1.33)$$

2)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき,

$$\frac{d^4 Y_a}{dx^4} = 0 \quad (1.34)$$

(1.34) 式の一般解は,

$$Y_a(x) = A_a x^3 + B_a x^2 + C_a x + D_a \quad (1.35)$$

3)  $\nu > \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき,

$$\frac{d^4 Y_a}{dx^4} - \beta^4 Y_a = 0 \quad (1.36)$$

ただし,

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{m\nu^2 - k}{EI}} \quad (1.37)$$

(1.36) 式の一般解は,

$$Y_a(x) = A_a \sin \beta x + B_a \cos \beta x + C_a \sinh \beta x + D_a \cosh \beta x \quad (1.38)$$

ここで,

$Y_a(x)$ : クイ基礎地中部の振動モードを表わす正規函数

$\nu$ : クイ基礎の固有円振動数 (rad/sec)

$A_a, B_a, C_a, D_a$ : 積分定数

クイ基礎地上部について,  $y_b = Y_b(x) e^{i\nu t}$  とおいて (1.20) 式に代入すると,

$$\frac{d^4 Y_b}{dx^4} - \gamma^4 Y_b = 0 \quad (1.39)$$

ただし,

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{m\nu^4}{EI}} \quad (1.40)$$

(1.39) 式の一般解は,

$$Y_b(x) = A_b \sin \gamma x + B_b \cos \gamma x + C_b \sinh \gamma x + D_b \cosh \gamma x \quad (1.41)$$

ここで,

$Y_b(x)$ : クイ基礎地上部の振動モードを表わす正規函数

$A_b, B_b, C_b, D_b$ : 積分定数

以上の自由振動の方程式の一般解,  $y_a = Y_a(x) e^{i\nu t}$  および  $y_b = Y_b(x) e^{i\nu t}$  と境界条件から, クイ基礎の固有円振動数  $\nu$  と正規函数  $Y_a(x)$  および  $Y_b(x)$  は次のようにして求めることができる。

なお, ここで新たに用いる記号は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \sin \alpha H \sinh \alpha H, \alpha_2 = \sin \alpha H \cosh \alpha H, \alpha_3 = \cos \alpha H \sinh \alpha H, \alpha_4 = \cos \alpha H \cosh \alpha H \\ \beta_1 &= \sin \beta H, \beta_2 = \cos \beta H, \beta_3 = \sinh \beta H, \beta_4 = \cosh \beta H \\ \gamma_1 &= \sin \gamma L, \gamma_2 = \cos \gamma L, \gamma_3 = \sinh \gamma L, \gamma_4 = \cosh \gamma L \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

ただし,  $H$  はクイの地中部分の長さ(m),  $L$  はクイの地上部分の長さ(m)を示す。

1) クイ下端が自由端の場合

$y_a = Y_a(x) e^{i\nu t}$ ,  $y_b = Y_b(x) e^{i\nu t}$  を境界条件 (1.21), (1.22) 式, (1.25) ~ (1.30) 式に代入すると,  $\nu$  と  $\sqrt{k/m}$  の大小関係に応じて, それぞれ次に示すような 8 つの関係式が導かれ, それらの連立方程式から, 固有円振動数  $\nu$  と正規函数  $Y_a(x)$  および  $Y_b(x)$  が求められる。

$$(i) \quad \nu < \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{のとき,}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_4 A_a - \alpha_2 B_a + \alpha_3 C_a - \alpha_1 D_a &= 0 \\ (-\alpha_2 + \alpha_3) A_a - (\alpha_1 + \alpha_4) B_a + (-\alpha_1 + \alpha_4) C_a - (\alpha_2 + \alpha_3) D_a &= 0 \\ D_a - B_b - D_b &= 0 \\ \alpha B_a + \alpha C_a - \gamma A_b - \gamma C_b &= 0 \\ 2\alpha^2 A_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b &= 0 \\ -2\alpha^3 B_a + 2\alpha^3 C_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.43)$$

$$\gamma_1 A b - \gamma_2 B b - \gamma_3 C b - \gamma_4 D b = 0$$

$$(-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1)A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2)B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3)C_b \\ + (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4)D_b = 0$$

(1.43)式より，振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} \alpha_4 & -\alpha_2 & \alpha_3 & -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 + \alpha_3 & -\alpha_1 - \alpha_4 & \alpha_1 + \alpha_4 & -\alpha_2 - \alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & \alpha & \alpha & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\ 2\alpha^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\ 0 & -2\alpha^3 & 2\alpha^3 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 & -EI\gamma^3\gamma_1 & EI\gamma^3\gamma_4 & -EI\gamma^3\gamma_3 \\ & & & & +M\nu^2\gamma_1 & -M\nu^2\gamma_2 & +M\nu^2\gamma_3 & -M\nu^2\gamma_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.44)$$

(1.44)式の行列式を解いて，固有円振動数 $\nu$ を求めることができる。また，正規函数 $Y_a(x)$ ， $Y_b(x)$ は(1.43)式の連立方程式を解いて $A_a$ ， $B_a$ ， $C_a$ ， $D_a$ ， $A_b$ ， $B_b$ ， $C_b$ ， $D_b$ を求め，それらを(1.33)式および(1.41)式に代入して求められる。

(ii)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$3HA_a + B_a = 0$$

$$A_a = 0$$

$$Da - Bb - Db = 0$$

$$C_a - \gamma A_b - \gamma C_b = 0$$

$$2B_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b = 0$$

$$6A_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b = 0$$

$$\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b - \gamma_3 C_b + \gamma_4 D_b = 0$$

$$(-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1)A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2)B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3)C_b$$

$$+ (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4)D_b = 0$$

(1.45)式より，振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} 3H & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 & -EI\gamma^3\gamma_1 & EI\gamma^3\gamma_4 & -EI\gamma^3\gamma_3 \\ & & & & +M\nu^2\gamma_1 & -M\nu^2\gamma_2 & +M\nu^2\gamma_3 & -M\nu^2\gamma_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.46)$$

(1.46) 式の行列式を解いて、固有円振動数  $\nu$  を求めることができる。また、正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  は (1.45) 式の連立方程式を解いて  $A_a, B_a, C_a, D_a, A_b, B_b, C_b, D_b$  を求め、それらを (1.35) 式および (1.41) 式に代入して求められる、ここで、(1.46) 式の解として求まる  $\nu$  の値が  $\sqrt{k/m}$  に一致する場合に限り、 $\nu = \sqrt{k/m}$  がそのクイ基礎の固有円振動数の 1 つとなる。

(iii)  $\nu > \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$\left. \begin{aligned} -\beta_1 A_a - \beta_2 B_a + \beta_3 C_a + \beta_4 D_a &= 0 \\ -\beta_2 A_a + \beta_1 B_a + \beta_4 C_a + \beta_3 D_a &= 0 \\ B_a + D_a - B_b - D_b &= 0 \\ \beta A_a + \beta C_a - \gamma A_b - \gamma C_b &= 0 \\ -\beta^2 B_a + \beta^2 D_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b &= 0 \\ -\beta^3 A_a + \beta^3 C_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b &= 0 \\ \gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b - \gamma_3 C_b + \gamma_4 D_b &= 0 \\ (-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1) A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2) B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3) C_b \\ + (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4) D_b &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

(1.47) 式より、振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} -\beta_1 & -\beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_1 & \beta_4 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ \beta & 0 & \beta & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & -\beta^2 & 0 & \beta^2 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\ -\beta^3 & 0 & \beta^3 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 - M\nu^2\gamma_1 & -EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2 & EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3 & -EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.48)$$

(1.48) 式の行列式を解いて、固有円振動数  $\nu$  を求めることができる。また、正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  は (1.47) 式の連立方程式を解いて  $A_a, B_a, C_a, D_a, A_b, B_b, C_b, D_b$  を求め、それらを (1.38) 式および (1.41) 式に代入して求められる。

2) クイ下端が固定端の場合

クイ下端が固定端の場合も自由端の場合と同様に、 $y_a = Y_a(x)e^{i\nu t}$ ,  $y_b = Y_b(x)e^{i\nu t}$  を境界条件 (1.23)~(1.30) 式に代入して導かれる 8 つの関係式から、固有円振動数  $\nu$  と正規函数  $Y_a(x)$  および  $Y_b(x)$  が求められる。

(i)  $\nu < \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$\left. \begin{aligned}
& \alpha_1 A_a + \alpha_3 B_a + \alpha_2 C_a + \alpha_4 D_a = 0 \\
& (\alpha_2 + \alpha_3) A_a + (-\alpha_1 + \alpha_4) B_a + (\alpha_1 + \alpha_4) C_a + (-\alpha_2 + \alpha_3) D_a = 0 \\
& D_a - B_b - D_b = 0 \\
& \alpha B_a + \alpha C_a - \gamma A_b - \gamma C_b = 0 \\
& 2\alpha^2 A_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b = 0 \\
& -2\alpha^3 B_a + 2\alpha^3 C_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b = 0 \\
& \gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b - \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b = 0 \\
& (-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1) A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2) B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3) C_b \\
& \quad + (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4) D_b = 0
\end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

(1.49) 式より，振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix}
\alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_2 & \alpha_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\alpha_2 + \alpha_3 & -\alpha_1 + \alpha_4 & \alpha_1 + \alpha_4 & -\alpha_2 + \alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
0 & \alpha & \alpha & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\
2\alpha^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\
0 & -2\alpha^3 & 2\alpha^3 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 - M\nu^2\gamma_1 & -EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2 & EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3 & -EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4
\end{vmatrix} = 0 \quad (1.50)$$

(1.50) 式の行列式を解いて，固有円振動数  $\nu$  を求めることができる。また，正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  は (1.49) 式の連立方程式を解いて  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $C_a$ ,  $D_a$ ,  $A_b$ ,  $B_b$ ,  $C_b$ ,  $D_b$  を求め，それらを (1.33) 式および (1.41) 式に代入して求められる。

(ii)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$\left. \begin{aligned}
& H^3 A_a + H^2 B_a + H C_a + D_a = 0 \\
& 3 H^2 A_a + 2 H B_a + C_a = 0 \\
& D_a - B_b - D_b = 0 \\
& C_a - \gamma A_b - \gamma C_b = 0 \\
& 2 B_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b = 0 \\
& 6 A_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b = 0 \\
& \gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b - \gamma_3 C_b + \gamma_4 D_b = 0 \\
& (-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1) A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2) B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3) C_b \\
& \quad + (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4) D_b = 0
\end{aligned} \right\} \quad (1.51)$$

(1.51) 式より，振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} H^3 & H^2 & H & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3H^2 & 2H & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 - M\nu^2\gamma_1 & -EI\gamma^3\gamma_1 & EI\gamma^3\gamma_4 - M\nu^2\gamma_3 & -EI\gamma^3\gamma_3 + M\nu^2\gamma_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.52)$$

(1.52) 式の行列式を解いて，固有円振動数  $\nu$  を求めることができる。また，正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  は (1.51) 式の連立方程式を解いて  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $C_a$ ,  $D_a$ ,  $A_b$ ,  $B_b$ ,  $C_b$ ,  $D_b$  を求め，それらを (1.35) 式および (1.41) 式に代入して求められる。ここで，(1.52) 式の解として求まる  $\nu$  の値が  $\sqrt{k/m}$  に一致する場合に限り， $\nu = \sqrt{k/m}$  がそのクイの固有円振動数の 1 つとなる。

(iii)  $\nu > \sqrt{k/m}$  のとき

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 A_a - \beta_2 B_a + \beta_3 C_a + \beta_4 D_a &= 0 \\ \beta_2 A_a - \beta_1 B_a + \beta_4 C_a + \beta_3 D_a &= 0 \\ B_a + D_a - B_b - D_b &= 0 \\ \beta A_a + \beta C_a - \gamma A_b - \gamma C_b &= 0 \\ -\beta^2 B_a + \beta^2 D_a + \gamma^2 B_b - \gamma^2 D_b &= 0 \\ -\beta^3 A_a + \beta^3 C_a + \gamma^3 A_b - \gamma^3 C_b &= 0 \\ \gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b - \gamma_3 C_b + \gamma_4 D_b &= 0 \\ (-EI\gamma^3\gamma_2 + M\nu^2\gamma_1) A_b + (-EI\gamma^3\gamma_1 - M\nu^2\gamma_2) B_b + (EI\gamma^3\gamma_4 + M\nu^2\gamma_3) C_b \\ + (-EI\gamma^3\gamma_3 - M\nu^2\gamma_4) D_b &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.53)$$

(1.53) 式より，振動数方程式は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 & -\beta_1 & \beta_4 & \beta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ \beta & 0 & \beta & 0 & -\gamma & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & -\beta^2 & 0 & \beta^2 & 0 & \gamma^2 & 0 & -\gamma^2 \\ -\beta^3 & 0 & \beta^3 & 0 & \gamma^3 & 0 & -\gamma^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EI\gamma^3\gamma_2 - M\nu^2\gamma_1 & -EI\gamma^3\gamma_1 & EI\gamma^3\gamma_4 - M\nu^2\gamma_3 & -EI\gamma^3\gamma_3 + M\nu^2\gamma_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.54)$$

(1.54) 式の行列式を解いて、固有円振動数  $\nu$  を求めることができる。また、正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  は (1.53) 式の連立方程式を解いて  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $C_a$ ,  $D_a$ ,  $A_b$ ,  $B_b$ ,  $C_b$ ,  $D_b$  を求め、それらを (1.38) 式および (1.41) 式に代入して求められる。

## (2) クイ基礎の強制振動

基盤上面から地震動加速度  $\ddot{Z}_B$  が入力された場合のクイ基礎の応答変位  $y$  は、クイ側面から受ける表層地盤の影響を考慮すると次のように表わされる。

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) \cdot Y_i(x) \quad (1.55)$$

ここで、

$y_i(x, t)$  : クイ基礎の  $i$  次の変位モード ( $m$ )

$\phi_i(t)$  : クイ基礎の  $i$  次の基準座標

$Y_i(x)$  : クイ基礎の  $i$  次の正規函数

次に、d'Alembert の原理と仮想仕事の原理を応用すると次式が導かれる。

仮想変位  $\delta y_i = \delta \phi_i \cdot Y_i$  を与えた場合、外力のなした仕事は、

a. クイの質量  $m$  (単位長さ当たりの質量) による慣性力のなした仕事

$$\begin{aligned} & - \int_0^H \left\{ m \frac{\partial^2 (y_a + Z_B)}{\partial t^2} \right\} \cdot \delta y_{ai} dx - \int_{-L}^0 \left\{ m \frac{\partial^2 (y_b + Z_B)}{\partial t^2} \right\} \cdot \delta y_{bi} dx \\ & = - m \ddot{\phi}_i \delta \phi_i \left\{ \int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \right\} - m \ddot{Z}_B \delta \phi_i \left\{ \int_0^H Y_{ai} dx + \int_{-L}^0 Y_{bi} dx \right\} \end{aligned} \quad (1.56)$$

b. 上部構造の質量  $M$  による慣性力のなした仕事

$$\begin{aligned} & - M \left\{ \left[ \frac{\partial^2 (y_b + Z_B)}{\partial t^2} \right]_{x=-L} \right\} \cdot [\delta y_{bi}]_{x=-L} \\ & = - M \ddot{\phi}_i \delta \phi_i [Y_{bi}^2]_{x=-L} - M \ddot{Z}_B \delta \phi_i [Y_{bi}]_{x=-L} \end{aligned} \quad (1.57)$$

c. 地盤反力のなした仕事

$$\begin{aligned} & - \int_0^H \left\{ k (y_a - u) \right\} \cdot \delta y_{ai} dx \\ & = - k \phi_i \delta \phi_i \int_0^H Y_{ai}^2 dx + k \delta \phi_i \int_0^H u Y_{ai} dx \end{aligned} \quad (1.58)$$

d. クイの粘性減衰による仕事

$$\begin{aligned} & - \int_0^H \left\{ C_a \frac{\partial y_a}{\partial t} \right\} \cdot \delta y_{ai} dx - \int_{-L}^0 \left\{ C_b \frac{\partial y_b}{\partial t} \right\} \cdot \delta y_{bi} dx \\ & = - C_a \dot{\phi}_i \delta \phi_i \int_0^H Y_{ai}^2 dx - C_b \dot{\phi}_i \delta \phi_i \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \end{aligned} \quad (1.59)$$

e. 上部構造の粘性減衰による仕事

$$- \left\{ C_M \left[ \frac{\partial y_b}{\partial t} \right]_{x=-L} \right\} \cdot [\delta y_{bi}]_{x=-L} = - C_M \dot{\phi}_i \delta \phi_i [Y_{bi}^2]_{x=-L} \quad (1.60)$$

内力のなした仕事は、

a. 曲げ応力のなした仕事

$$\begin{aligned} & \int_0^H \left( -EI \frac{\partial^2 y_a}{\partial x^2} \right) \cdot \left( -\frac{\partial^2 \delta y_{ai}}{\partial x^2} \right) dx + \int_{-L}^0 \left( -EI \frac{\partial^2 y_b}{\partial x^2} \right) \cdot \left( -\frac{\partial^2 \delta y_{bi}}{\partial x^2} \right) dx \\ &= EI \phi_i \delta \phi_i \left\{ \int_0^H \left( \frac{d^2 Y_{ai}}{dx^2} \right)^2 dx + \int_{-L}^0 \left( \frac{d^2 Y_{bi}}{dx^2} \right)^2 dx \right\} \end{aligned} \quad (1.61)$$

ここで,

- $y_a$  : クイ地中部の相対変位 (m)
- $y_b$  : クイ地上部の相対変位 (m)
- $y_{ai}$  : クイ地中部の  $i$  次の変位モード (m)
- $y_{bi}$  : クイ地上部の  $i$  次の変位モード (m)
- $Y_{ai}$  : クイ地中部の  $i$  次の正規函数
- $Y_{bi}$  : クイ地上部の  $i$  次の正規函数
- $u$  : 表層地盤の相対変位 (m)
- $Z_B$  : 基盤上面における地震動変位 (m)
- $H$  : クイ地中部の長さ (m)
- $L$  : クイ地上部の長さ (m)
- $m$  : クイの単位長さ当たりの質量
- $M$  : 上部構造の質量
- $C_a$  : クイ地中部の粘性減衰係数
- $C_b$  : クイ地上部の粘性減衰係数
- $C_M$  : 上部構造の粘性減衰係数
- $EI$  : クイの曲げ剛性 ( $t \cdot m^2$ )
- $k$  : 単位長さ当たりの地盤反力係数 ( $t/m^2$ )

「外力のなした仕事=内力のなした仕事」の関係より

$$\ddot{\phi}_i + Q_{pi} \dot{\phi}_i + R_{pi} \phi_i = F_{pi} \ddot{Z}_B + D_{pi} \dot{\psi}_i \quad (1.62)$$

ここで,

$$\begin{aligned} Q_{pi} &= \frac{C_a \int_0^H Y_{ai}^2 dx + C_a \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx + C_M \{ Y_{bi}^2 \}_{x=-L}}{m \left( \int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \right) + M \{ Y_{bi}^2 \}_{x=-L}} \\ R_{pi} &= \frac{EI \left\{ \int_0^H \left( \frac{d^2 Y_{ai}}{dx^2} \right)^2 dx + \int_{-L}^0 \left( \frac{d^2 Y_{bi}}{dx^2} \right)^2 dx \right\} + k \int_0^H Y_{ai}^2 dx}{m \left( \int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \right) + M \{ Y_{bi}^2 \}_{x=-L}} \\ F_{pi} &= \frac{-m \left( \int_0^H Y_{ai} dx + \int_{-L}^0 Y_{bi} dx \right) - M \{ Y_{bi} \}_{x=-L}}{m \left( \int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \right) + M \{ Y_{bi}^2 \}_{x=-L}} \end{aligned} \quad (1.63)$$

$$D_{pi} = \frac{mH}{m \left( \int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx \right) + M [Y_{bi}^2]_{x=-L}}$$

$$\psi_i = \frac{k}{m} \cdot \frac{1}{H} \int_0^H u Y_{ai} dx$$

(1.62) 式より,

$$\phi_i(t) = \frac{1}{\nu_{di}} \int_0^t P_i(\tau) e^{-\zeta_i(t-\tau)} \sin \nu_{di}(t-\tau) d\tau \quad (1.64)$$

ここで,

$$2\zeta_i = Q_{pi}$$

$$\nu_{di} = \sqrt{\nu_i^2 - \zeta_i^2}$$

$$P_i(\tau) = F_{pi} \ddot{Z}_B + D_{pi} \dot{\psi}_i$$

(1.65)

ゆえに、クイ基礎の応答変位（相対変位） $y$  は、1.4の「(1)クイ基礎の自由振動」で述べた固有値解析によって求めた正規函数  $Y_i(\omega)$  [ $Y_{ai}(\omega)$ ,  $Y_{bi}(\omega)$ ] と、(1.64) 式より求めた基準座標  $\phi_i(t)$  を(1.55) 式に代入して求めることができる。

以上に述べた地盤-クイ基礎系の地震応答解析の手順の概要を図1-3に示している。

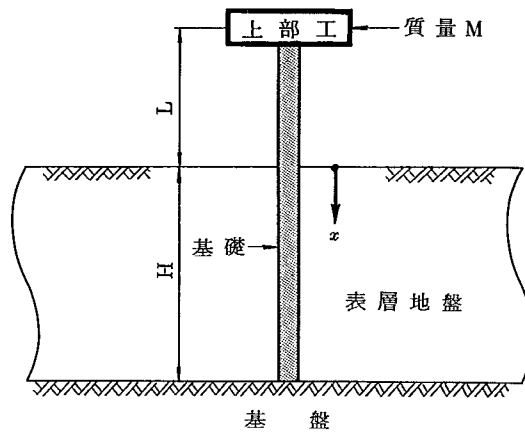


図1-1 地盤-基礎系のモデル化

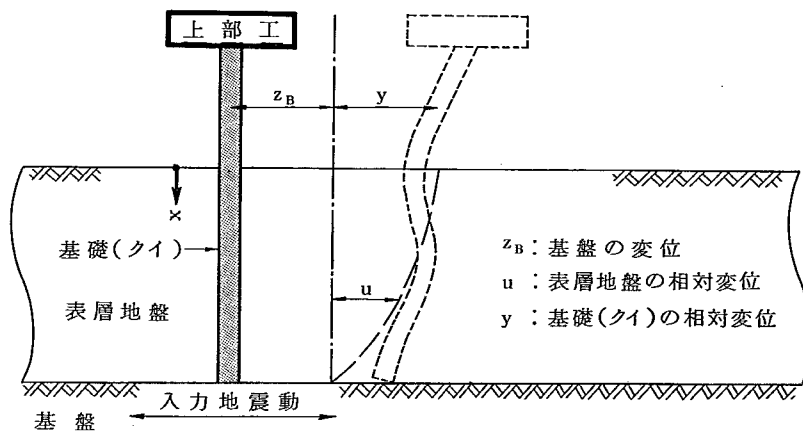


図1-2 地震動の入力機構

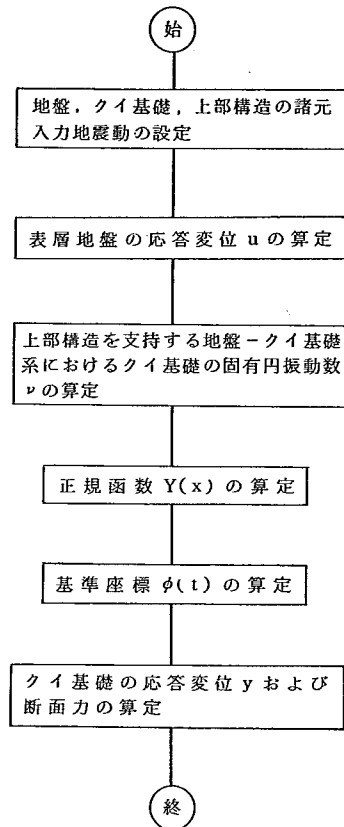


図1-3 地盤－クイ基礎系の地震応答解析の手順

## 2. 解析モデルの検証

1章で提案した解析モデル式の良否を検証するために、既往の模型振動実験でのクイ基礎の応答の実測値と解析モデルによる計算値の比較を行った。模型の諸元は表2-1, 図2-1, 図2-2に示すとおりである。ここで、地盤はアクリルアミド系グラウト剤で製作し、ほぼ弾性体的な性質を有している。また、クイ基礎はアクリライトで製作し、頭部に重量を载荷している。

解析において、表層地盤のせん断弾性定数  $G_s$  は模型の型枠の影響で剛性が増していることを考慮して、実測された固有振動数から次式の関係を用いて求めた値を使用している。

$$G_s = \frac{\gamma_s}{g} \cdot V_s^2 \quad (2.1)$$

$$f_s = \frac{V_s}{4H_s} \quad (2.2)$$

ここで、

- $G_s$  : 表層地盤のせん断弾性定数 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
- $\gamma_s$  : 表層地盤の単位体積重量 ( $\text{kg}/\text{cm}^3$ )
- $g$  : 重力加速度 ( $980\text{cm}/\text{sec}^2$ )
- $V_s$  : 表層地盤のせん断弾性波速度 ( $\text{cm}/\text{sec}$ )
- $f_s$  : 表層地盤の1次の固有振動数 (Hz)
- $H_s$  : 表層地盤の厚さ (cm)

また、クイの曲げ剛性  $EI$  ( $\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ ) は物性試験、地盤の減衰定数  $h_s$  およびクイの減衰定数  $h_p$  は加振台からの衝撃力入力もしくはクイ頭打撃による自由減衰振動試験から測定した数値を用いている。一方、単位長さ当たりの地盤反力係数  $k$  の値については、次の4種類の値を用いて解析を行ってみた。

- (1)  $k = E_s$  (片面バネのみ考慮)

模型地盤から採取した供試体の物性試験を行い、その結果得られた模型地盤のヤング係数  $E_s$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) を用いた場合

- (2)  $k = 2 E_s$  (両面バネを考慮)

模型実験では、クイ側面の引張り側においても地盤反力が作用する傾向があったため、圧縮側および引張り側の両面にバネを考慮した場合

- (3)  $k = k_s D$  (静的载荷試験結果から推定)

クイ頭に水平力  $P$  を作用させて変位  $\delta$  を測定し、その時の  $P \sim \delta$  関係を用いて、次に示す Chang の方法の実用計算式から推定される横方向地盤反力係数  $k_s$  ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) を用いた場合

$$\delta = \frac{(1 + \beta h)^3 + 0.5}{3EI\beta^3} H + \frac{(1 + \beta h)^2}{2EI\beta^2} M_t \quad (2.3)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{k_s D}{4EI}} \quad (2.4)$$

ここで、

$\delta$  : クイ頭のクイ軸直角方向変位 (cm)

$\beta$  : クイの特性値 ( $1/\text{cm}$ )

$H$  : クイ軸直角方向力 (kg)

$M_t$  : クイ頭の外力モーメント ( $\text{kg} \cdot \text{cm}$ )

$E$  : クイの弾性定数 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

$I$  : クイの断面 2 次モーメント ( $\text{cm}^4$ )

$k_s$  : 横方向地盤反力係数 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

$h$  :  $H, M_t$  の作用する地上高 (cm)

$D$  : クイ幅もしくはクイ径 (cm)

(4)  $k = 3 G_s$  (型枠の影響を考慮)

模型の型枠の影響で地盤の剛性が増していることを考慮して、次式で求まる値を用いた場合

$$k = E_s = 2(1 + \nu_s) G_s \quad (2.5)$$

ここで、

$E_s$  : 表層地盤のヤング係数 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

$\nu_s$  : 表層地盤のポアソン比 (0.5 を使用)

$G_s$  : (2.1) 式で求まる表層地盤のせん断弾性定数 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

なお、クイ下端が自由端の場合の模型実験では、クイは模型の型枠底面 (基盤上面) まで根入れされていなかったが、同じ深さ  $x$  (cm) におけるクイの変位  $y$  と地盤の変位  $u$  を対応させることによって計算することができる。また、地盤のせん断振動においては 1 次モードが支配的であることから、計算の簡略化のために表層地盤の変位  $u$  としては、1 次モードのみを考慮した。

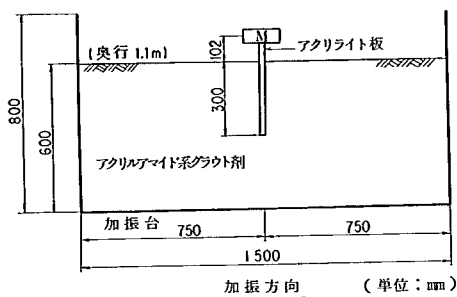
クイの 1 次共振振動数の実測値と解析モデルによる計算値の比較を表 2-2 に、クイ頭の共振曲線の実測値と解析モデルによる計算値の比較を図 2-1 および図 2-2 に示している。これらからわかるように、単位長さ当たりの地盤反力係数  $k$  の値として、静的載荷試験結果から推定した  $k = k_s D$  の値を用いた場合、および型枠の影響を考慮して  $k = 3 G_s$  の値を用いた場合では比較的精度良く一致している。しかしながら、強制振動時における減衰定数の値の選定には問題が残されていることなどから、クイの共振振動数と地盤の共振振動数の間の振動数領域における応答レベルは、実測値と解析モデルによる計算値に差が見られる。すなわち、地盤反力係数と減衰定数の値を適切に選べば、この解析モデル式を用いてクイ基礎の地震応答を精度良く推定することができるものと思われる。

表 2-1 解析に用いた模型の諸元

| 実験条件<br>模型諸元     |                                         | クイ下端が自由端                                                                                         | クイ下端が固定数                                                                                         |
|------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 表<br>層<br>地<br>盤 | 地盤厚さ $H_s$ (cm)                         | 60.0                                                                                             | 50.0                                                                                             |
|                  | 単位体積重量 $\gamma_s$ (kg/cm <sup>3</sup> ) | $1.0 \times 10^{-3}$                                                                             | $1.0 \times 10^{-3}$                                                                             |
|                  | せん断弾性定数 $G_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )     | 8.18                                                                                             | 6.67                                                                                             |
|                  | 減衰定数 $h_s$                              | 0.04                                                                                             | 0.02                                                                                             |
|                  | 単位長さ当たりの地盤反力係数<br>$k$ (kg/cm)           | (1) $k = E_s = 6.76$<br>(2) $k = 2E_s = 13.5$<br>(3) $k = k_s D = 25.8$<br>(4) $k = 3G_s = 24.5$ | (1) $k = E_s = 7.31$<br>(2) $k = 2E_s = 14.6$<br>(3) $k = k_s D = 11.1$<br>(4) $k = 3G_s = 20.0$ |
| ク<br>イ<br>基<br>礎 | 根入れ長さ $H_p$ (cm)                        | 30.0                                                                                             | 50.0                                                                                             |
|                  | 突出長さ $L$ (cm)                           | 10.2                                                                                             | 28.8                                                                                             |
|                  | 単位長さ当たりの重量 $mg$ (kg/cm)                 | $9.3 \times 10^{-3}$                                                                             | $8.5 \times 10^{-3}$                                                                             |
|                  | 曲げ剛性 $EI$ (kg·cm)                       | $1.45 \times 10^4$                                                                               | $1.24 \times 10^5$                                                                               |
|                  | クイ頭重量 $Mg$ (kg)                         | 3.4                                                                                              | 2.2                                                                                              |
|                  | 減衰定数 $h_p$                              | 0.04                                                                                             | 0.02                                                                                             |

表 2-2 共振振動数の比較

| ケース<br>クイの1次<br>共振振動数 |                       | クイ下端が自由端の場合<br>(Hz) | クイ下端が固定端の場合<br>(Hz) |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| 実 験                   |                       | 8.9                 | 7.8                 |
| 解<br>析                | (1) $k = E_s$ とした場合   | 6.4                 | 6.7                 |
|                       | (2) $k = 2E_s$ とした場合  | 7.3                 | 7.3                 |
|                       | (3) $k = k_s D$ とした場合 | 8.1                 | 7.1                 |
|                       | (4) $k = 3G_s$ とした場合  | 8.0                 | 7.6                 |



< 模型実験概要図 >

○ — — — — — 実 験 値  
● — — — — — 計 算 値

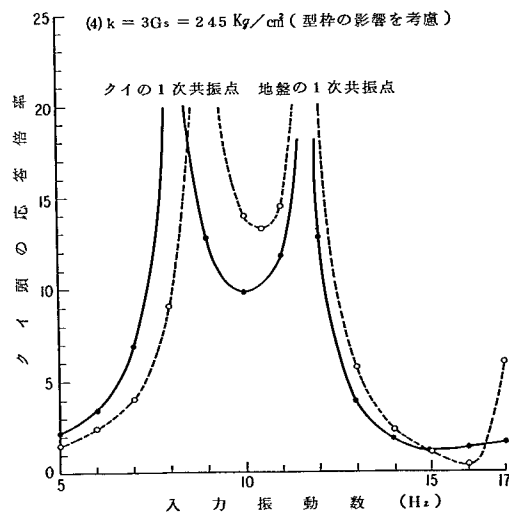
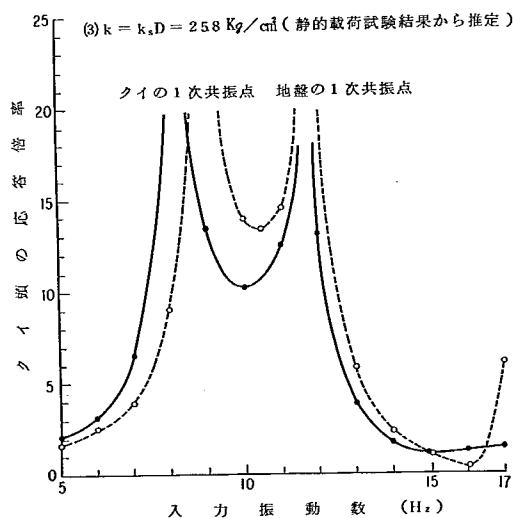
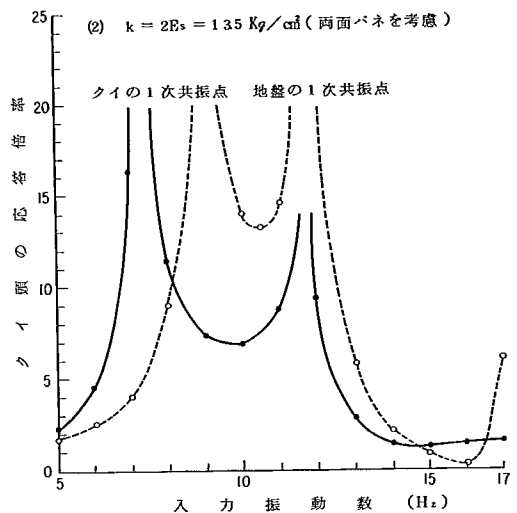
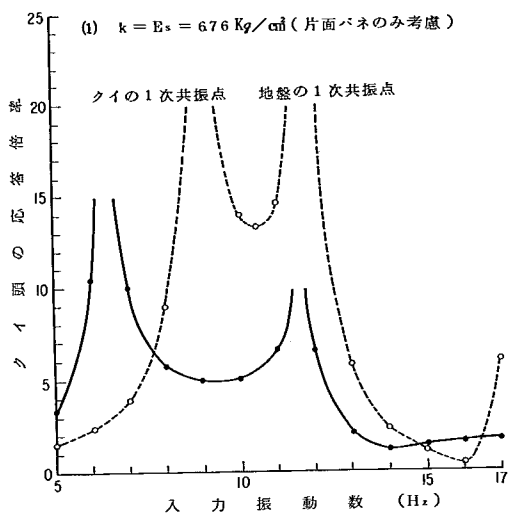
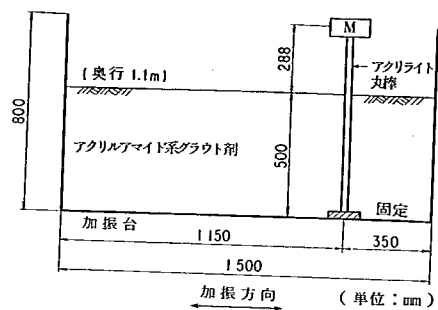


図2-1 実験値と解析モデルによる計算値の比較 (クイ下端が自由端の場合)



○ 実験値  
● 計算値

< 模型実験概要図 >

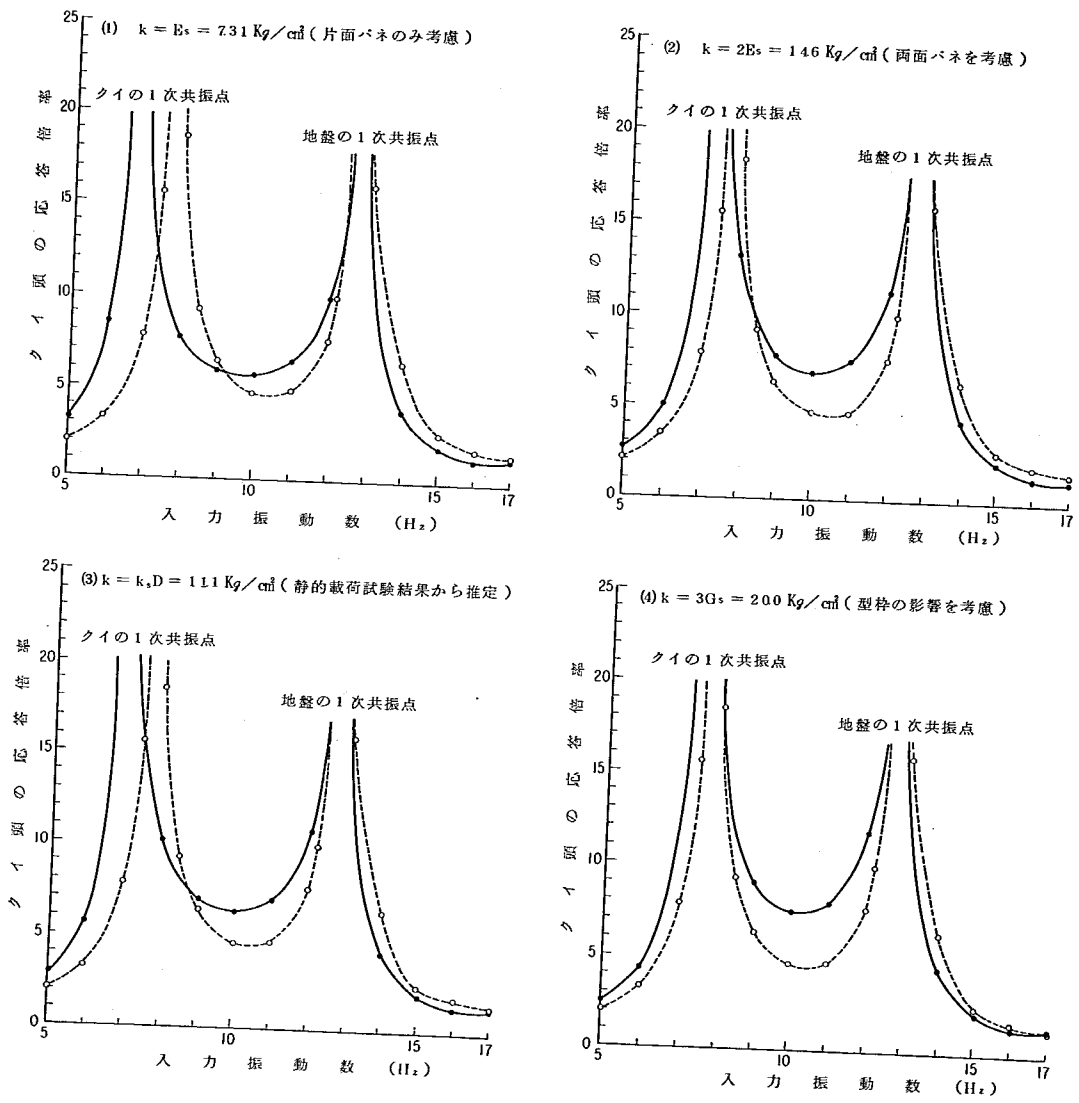


図2-2 実験値と解析モデルによる計算値の比較 (クイ下端が固定端の場合)

### 3. クイ基礎の地震応答特性

1章において、曲げ振動が主体となるようなクイ基礎の地震応答を、地盤から受ける動的な影響を考慮して算定するための解析モデル式を提案した。ここでは、この解析モデル式を使って図3-1に示したようなクイ基礎の地震応答特性を調査した。この時の入力としては、表層地盤およびクイ基礎の1次固有振動数の正弦波を基盤上面に与えている。解析の内容は、表層地盤の剛性を一定 ( $G_s = 800 \text{ t/m}^2$ ) としてクイ頭重量  $M_g$  を  $20 \text{ t}$ ,  $50 \text{ t}$ ,  $100 \text{ t}$  の3段階に変化させた場合の応答値、クイ頭重量を一定 ( $M_g = 100 \text{ t}$ ) として表層地盤のせん断弾性定数  $G_s$  を  $800 \text{ t/m}^2$ ,  $1600 \text{ t/m}^2$ ,  $2400 \text{ t/m}^2$  の3段階に変化させた場合の応答値を求めている。応答値としては、1次～5次の変位応答倍率、応答曲げモーメント、応答せん断力の各モードおよびその和を計算し、その結果を以下の図、表に示している。

- |                                                    |           |
|----------------------------------------------------|-----------|
| (1) クイ頭重量を変化させた場合の固有振動数の変化                         | …………表 3-1 |
| (2) 表層地盤の剛性を变化させた場合の固有振動数の変化                       | …………表 3-2 |
| (3) 表層地盤の剛性を一定 ( $G_s = 800 \text{ t/m}^2$ ) とした場合 |           |
| 1) $M_g = 20 \text{ t}$ の場合の応答値                    | …………図 3-2 |
| 2) $M_g = 50 \text{ t}$ の場合の応答値                    | …………図 3-3 |
| 3) $M_g = 100 \text{ t}$ の場合の応答値                   | …………図 3-4 |
| (4) クイ頭重量を一定 ( $M_g = 100 \text{ t}$ ) とした場合       |           |
| 1) $G_s = 800 \text{ t/m}^2$ の場合                   | …………図 3-4 |
| 2) $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$ の場合                  | …………図 3-5 |
| 3) $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$ の場合                  | …………図 3-6 |
| (5) クイ頭重量を変化させた場合の応答値の変化                           | …………図 3-7 |
| (6) 表層地盤の剛性を变化させた場合の応答値の変化                         | …………図 3-8 |

ここで、全体としての変位応答倍率は、1次から5次までの応答変位と基盤の変位を、位相を考慮してたし合わせて求めた絶対変位振幅を、基盤の変位振幅で除した絶対変位振幅応答倍率で示し、応答曲げモーメントおよび応答せん断力については、1次から5次までの応答値の絶対値の和で示している。

以上の解析の結果をまとめると、次のようになる。

- (i) 図3-1のようなクイ基礎の固有振動数は、下端が自由端の場合も固定端の場合も同じ値となっている。
- (ii) クイ頭重量が増すにつれて、クイ基礎の固有振動数は小さくなる(固有周期は長くなる)。
- (iii) 表層地盤の剛性が増すにつれて、表層地盤およびクイ基礎の固有振動数は大きくなる(固有周期は短くなる)。
- (iv) 変位応答倍率は、1次モードはクイ頭、2次モードはクイ地上部分の応答が大きくなっている。3次モードについては、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地中部分、 $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$  および

$G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地上部分と地表面付近の応答が大きくなっている。全体としては 1 次モードの寄与によってクイ頭の応答が大きくなっている。また、自由端の場合はクイ下端の応答も高次モードの寄与によって大きくなる傾向がある。

(v) 応答曲げモーメントは、1 次モードは地表面付近、2 次モードはクイ地上部分および地表面より少し下の地中部分の応答が大きくなっている。3 次モードについては、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地上部分、 $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$  および  $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地上部分と地表面付近の応答が大きくなっている。全体としては、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合は 2 次モードの寄与が大きくなっており、クイ地上部分と地表面より少し下の地中部分の応答が大きくなっている。一方、 $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$  および  $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合は 3 次モードの寄与が大きくなっており、クイ地上部分と地表面付近の応答が大きくなっている。また、固定端の場合はクイ下端の応答も高次モードの寄与によって大きくなる傾向がある。

(vi) 応答せん断力は、1 次モードはクイ地上部分および地表面より少し下の地中部分、2 次モードはクイ頭および地表面付近の応答が大きくなっている。3 次モードについては、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地上部分、 $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$  および  $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合はクイ地上部分と地表面付近の応答が大きくなっている。全体としては、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合は 2 次モードの寄与が大きくなっており、クイ頭および地表面付近の応答が大きくなっている。一方、 $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$  および  $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合は 3 次モードの寄与が大きくなっており、地面からクイ頭にかけてのクイ地上部分の応答が大きくなっている。また、固定端の場合はクイ下端の応答も高次モードの寄与によって大きくなる傾向がある。

(vii) 全体的に、地表面からクイ頭にかけての応答は低次（1 次～3 次）のモードの寄与が大きく、クイ地中部分の応答は高次（3 次～5 次）のモードの寄与が大きくなっている。

(viii) クイ頭重量が変化した場合の応答は、クイ頭重量が増すにつれて大きくなっている。この傾向は、入力振動数がクイ基礎の 1 次固有振動数の場合の方が、表層地盤の 1 次固有振動数の場合よりも顕著に現われている。

(ix) 表層地盤の剛性が変化した場合、それぞれ異なった応答分布を示している。ここで、 $G_s = 800 \text{ t/m}^2$  の場合は応答値に対する 2 次モードの寄与が大きくなり、それよりも表層地盤が硬くなった場合（ $G_s = 1600 \text{ t/m}^2$ 、 $G_s = 2400 \text{ t/m}^2$  の場合）は 3 次モードの寄与が大きくなっている。

表 3-1 クイ頭重量を変位させた場合の固有振動数の変化

| クイ頭重量<br>固有振動数 | 表層地盤の1次<br>固有振動数 (Hz) | クイ基礎の1次固有振動数 (Hz) |       |
|----------------|-----------------------|-------------------|-------|
|                |                       | 下端自由端             | 下端固定端 |
| $M_g = 100 t$  | 0.470                 | 0.559             | 0.559 |
| $M_g = 50 t$   | 0.470                 | 0.785             | 0.785 |
| $M_g = 20 t$   | 0.470                 | 1.220             | 1.220 |

表 3-2 表層地盤の剛性を変化させた場合の固有振動数の変化

| クイ頭重量<br>固有振動数      | 表層地盤の1次<br>固有振動数 (Hz) | クイ基礎の1次固有振動数 (Hz) |       |
|---------------------|-----------------------|-------------------|-------|
|                     |                       | 下端自由端             | 下端固定端 |
| $G_s = 800 t/m^2$   | 0.470                 | 0.559             | 0.559 |
| $G_s = 1,600 t/m^2$ | 0.661                 | 0.597             | 0.597 |
| $G_s = 2,400 t/m^2$ | 0.810                 | 0.619             | 0.619 |

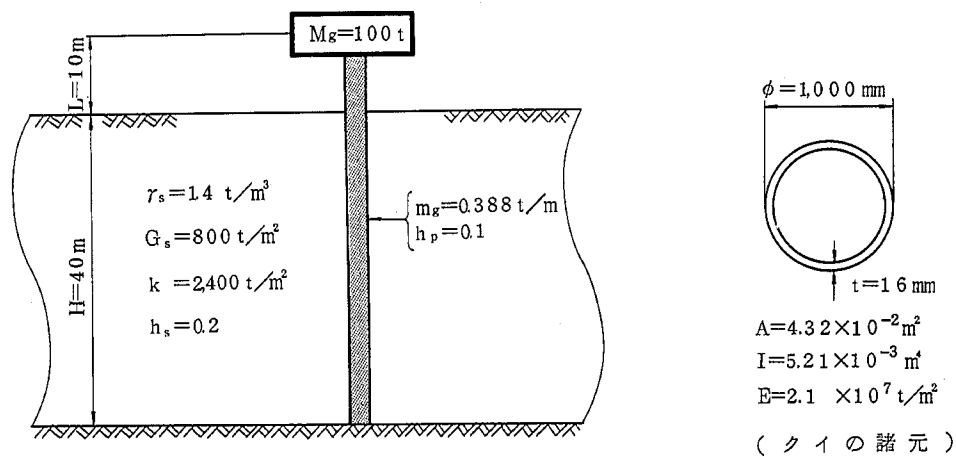
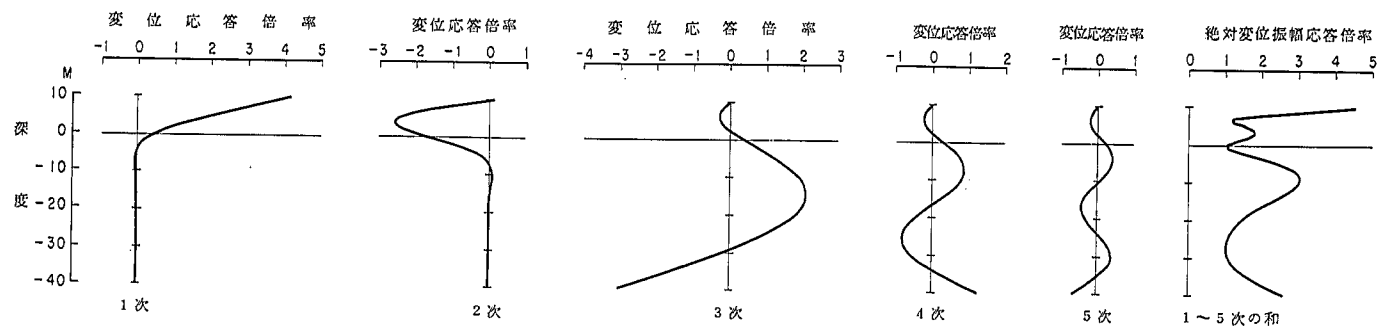
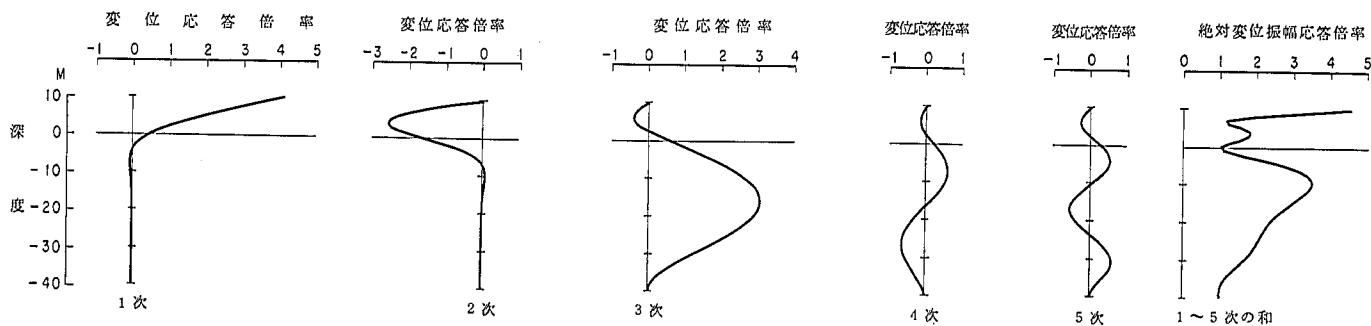


図 3-1 地盤とクイの諸元

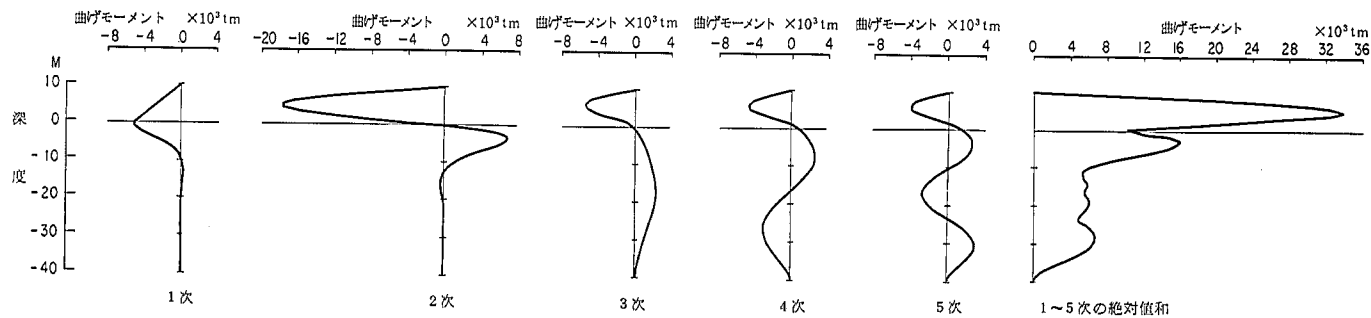


(a) クイ下端が自由端の場合

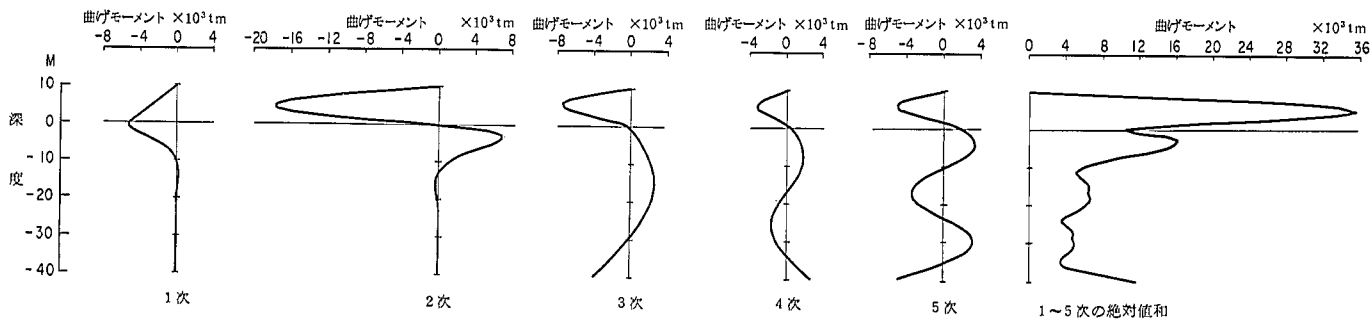


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-2-1 変位応答倍率の分布 ( $M_g=20t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.470\text{Hz}$  の正弦波を入力した場合)

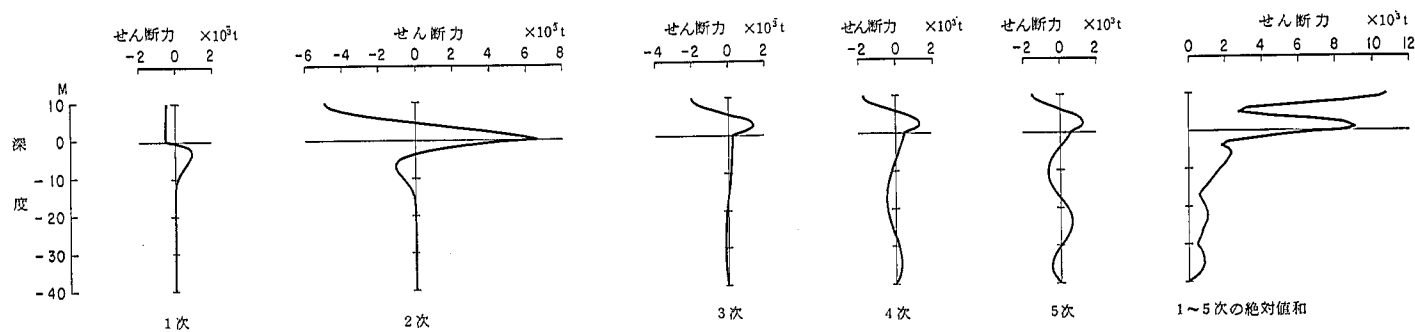


(a) クイ下端が自由端の場合

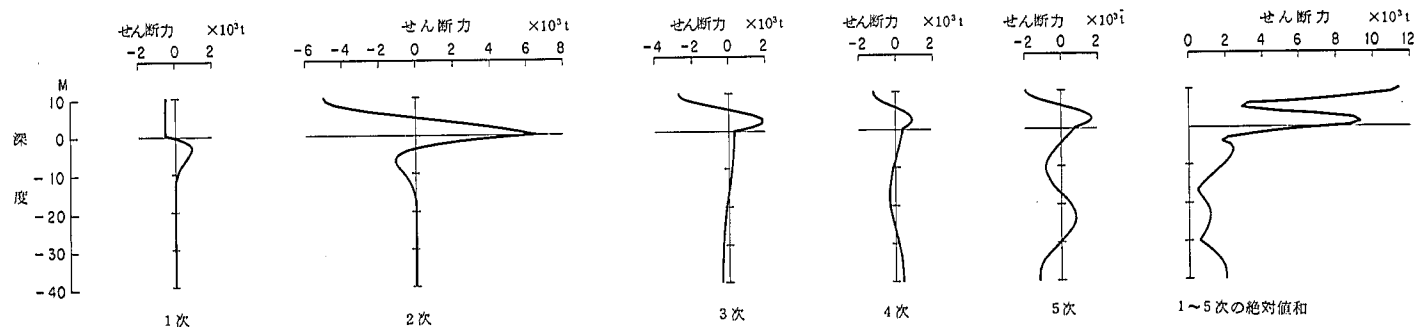


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-2-2 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=20 \text{ t}$ ,  $G_s=800 \text{ t/m}^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.470 \text{ Hz}$ , 振幅  $1 \text{ m}$  の正弦波を入力した場合)

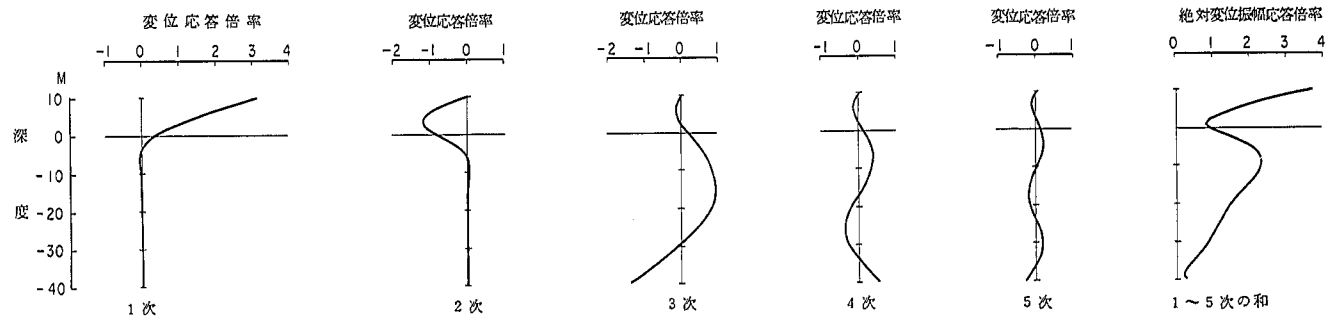


(a) クイ下端が自由端の場合

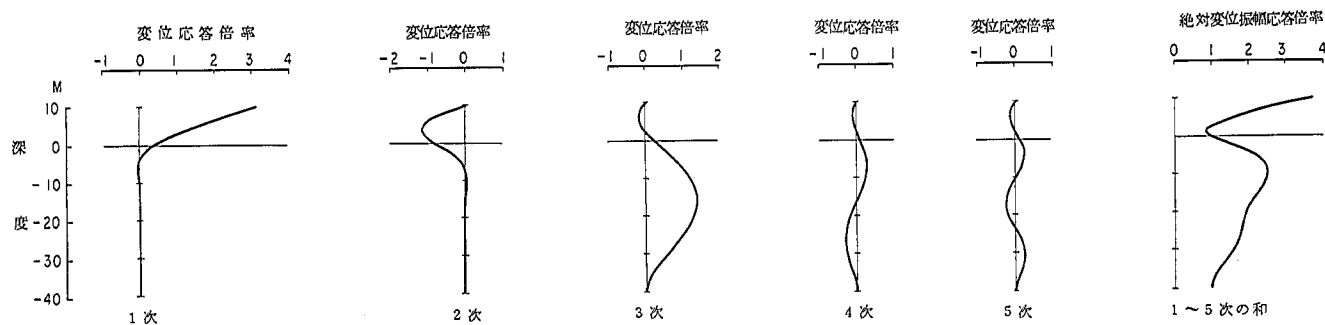


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-2-3 応答せん断力の分布 ( $M_g=20t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.470\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

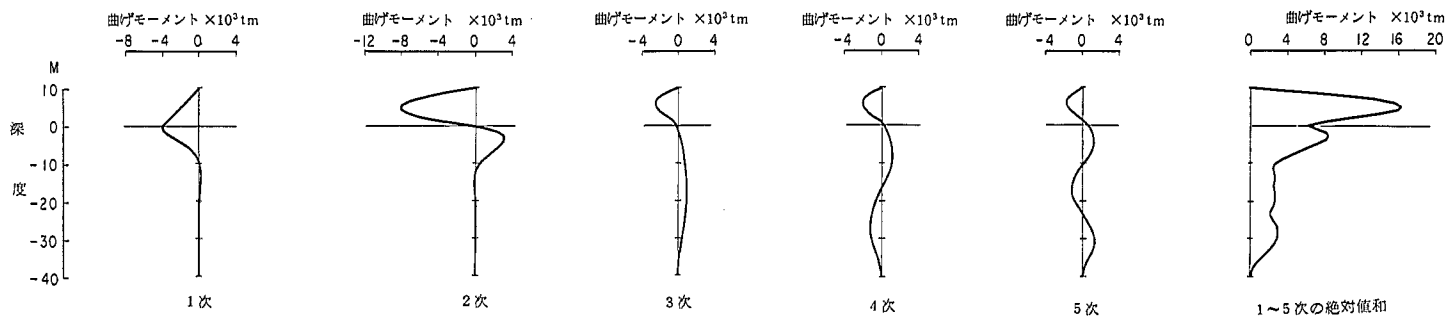


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 1.220 Hz)

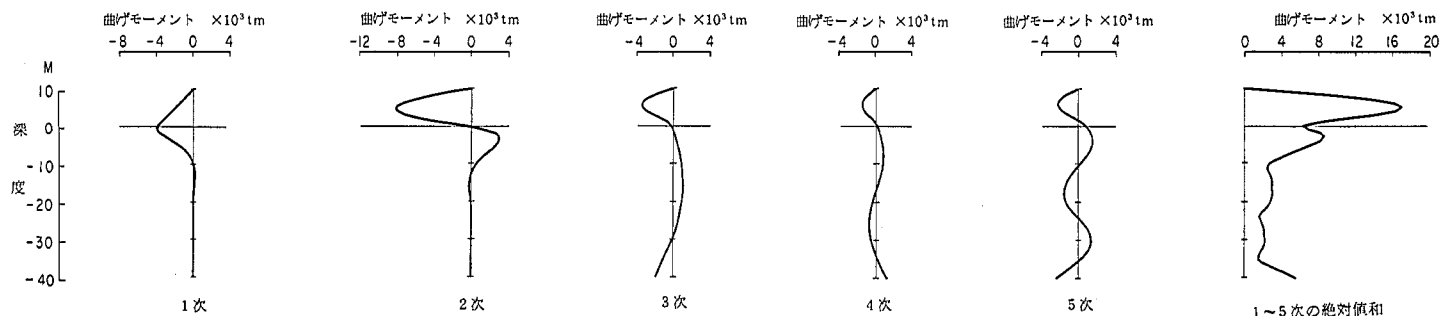


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 1.220 Hz)

図 3-2-4 変位応答倍率の分布 ( $M_g=20\text{ t}$ ,  $G_s=800\text{ t/m}^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数の正弦波を入力した場合)

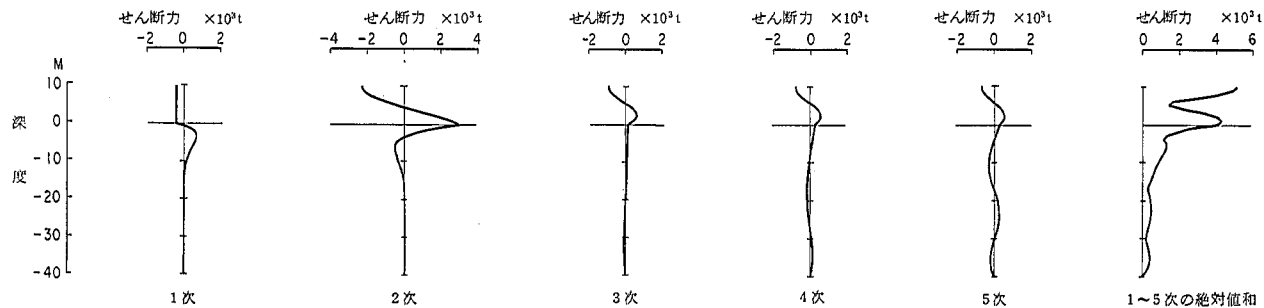


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 1.220Hz)

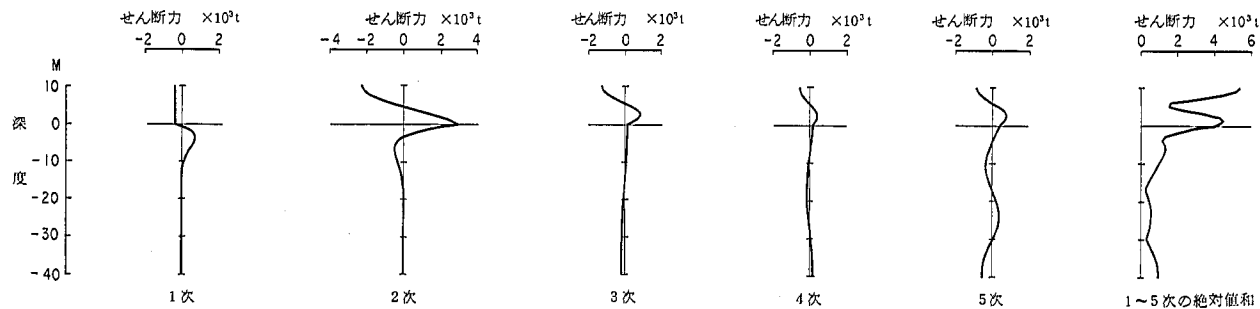


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 1.220Hz)

図 3-2-5 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=20t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1m の正弦波を入力した場合)

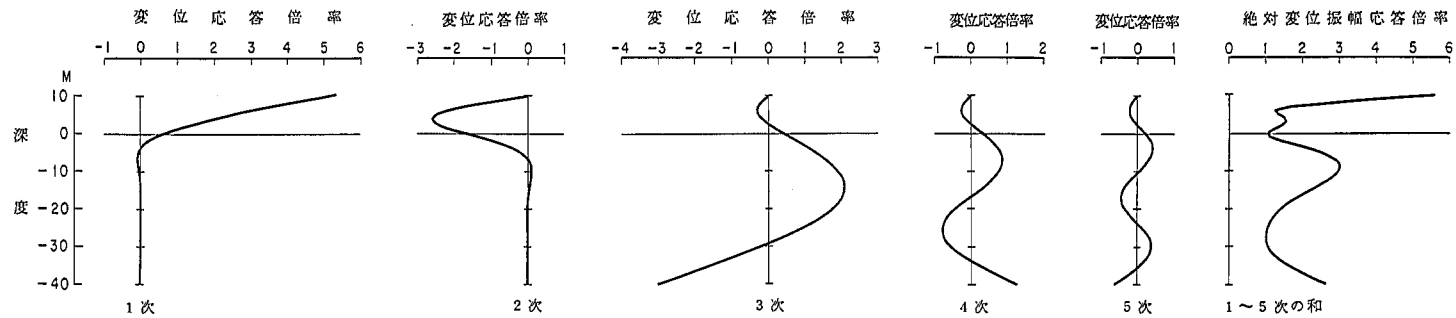


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 1.220Hz)

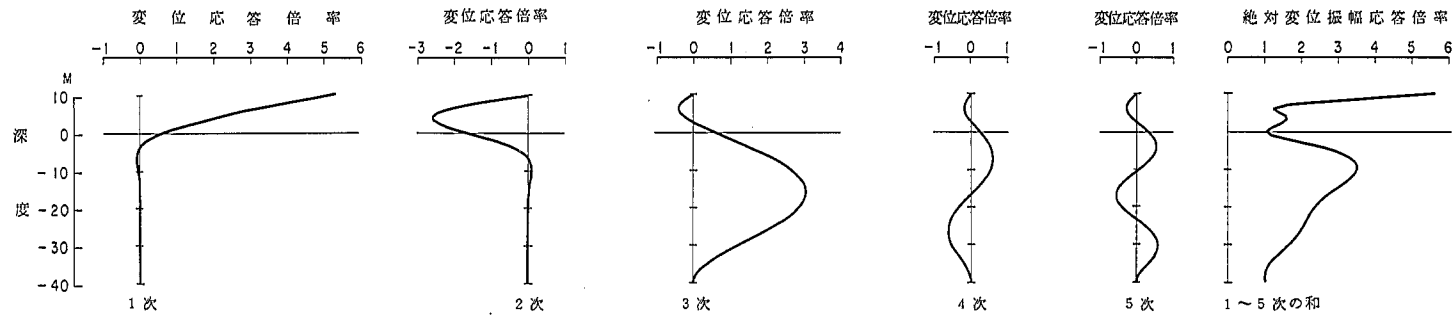


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 1.220Hz)

図3-2-6 応答せん断力の分布 ( $M_g=20t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : クイ基礎の1次固有振動数, 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

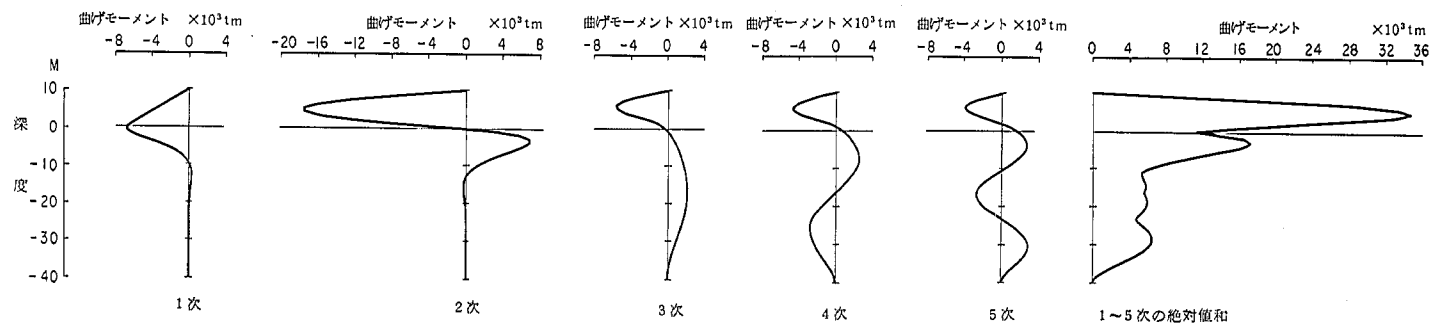


(a) クイ下端が自由端の場合

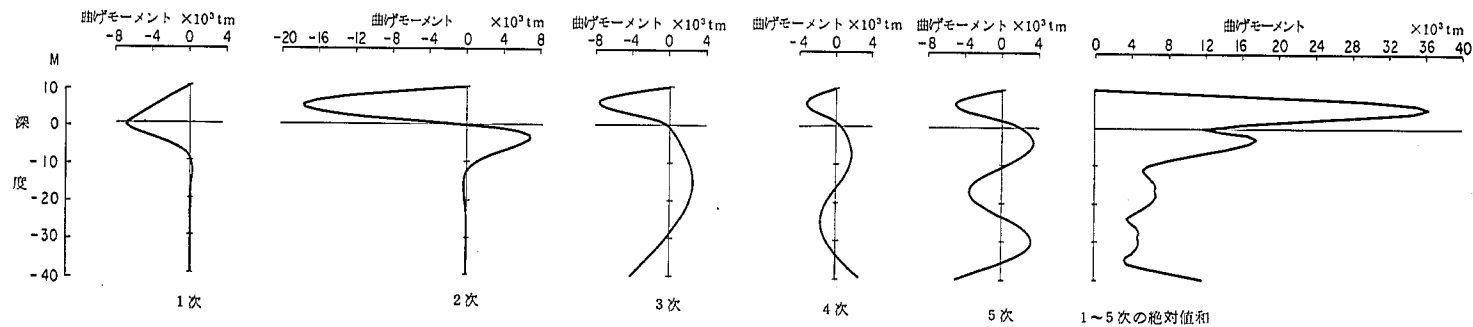


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-3-1 変位応答倍率の分布 ( $M_g=50t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数  $0.470Hz$  の正弦波を入力した場合)

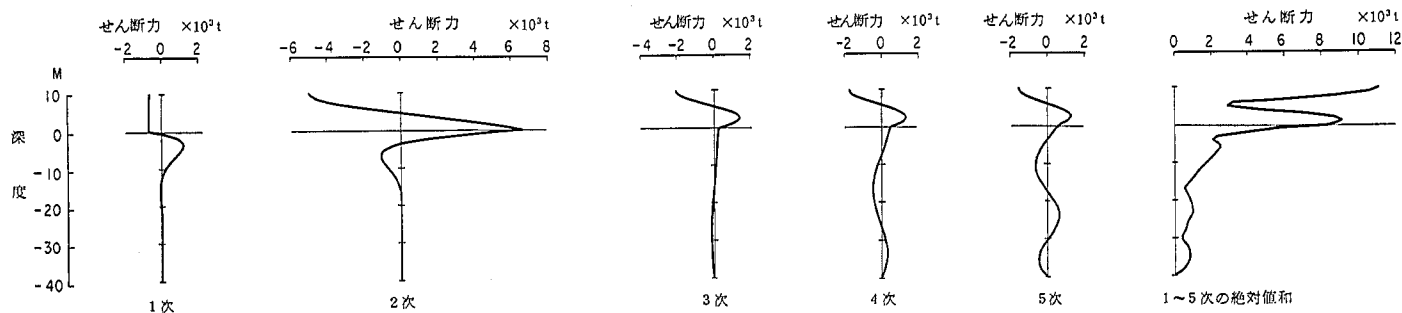


(a) クイ下端が自由端の場合

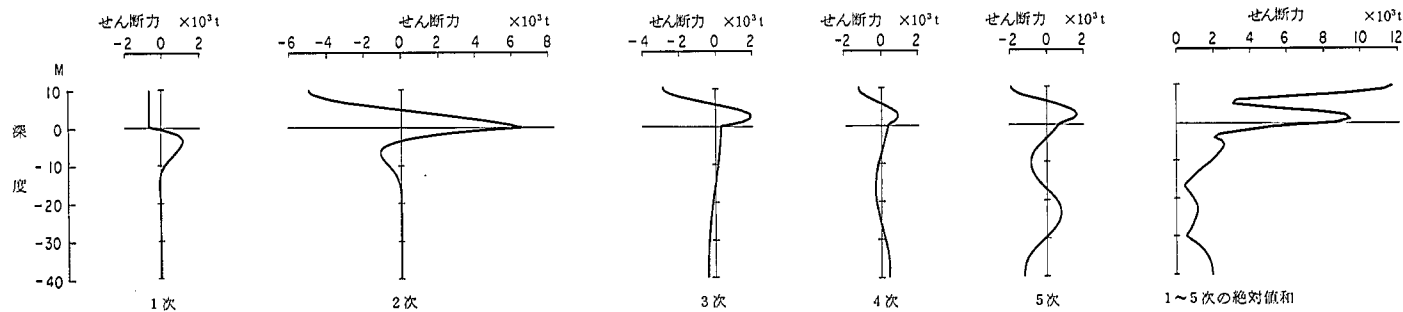


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-3-2 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=50t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数0.47Hz, 振幅1mの正弦波を入力した場合)

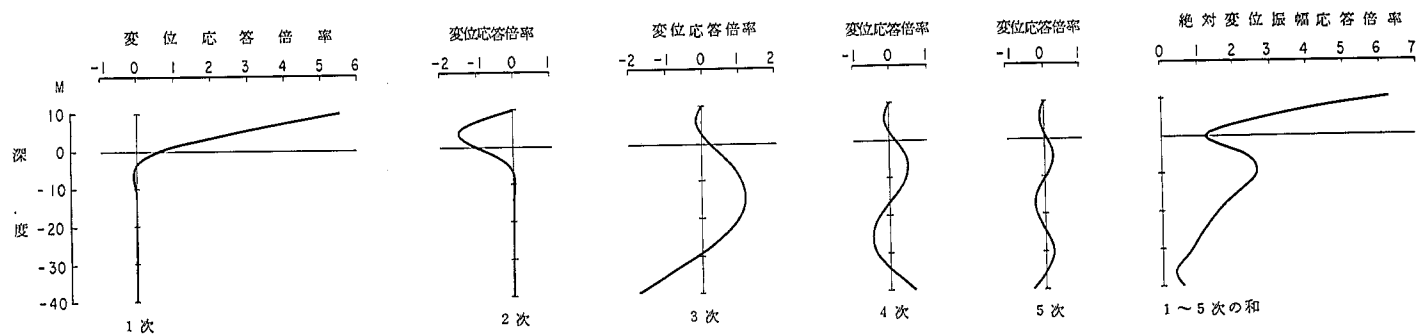


(a) クイ下端が自由端の場合

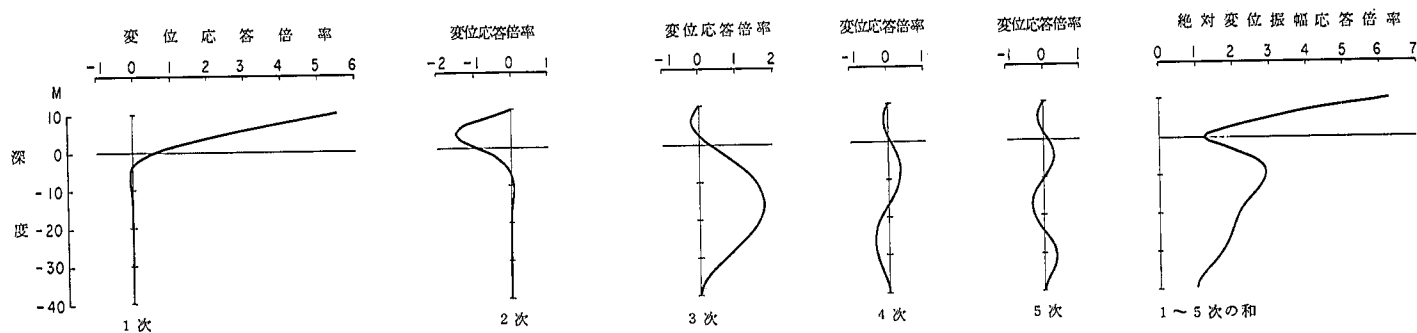


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-3-3 応答せん断力の分布 ( $M_g=50t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数  $0.470\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)



(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.785 \text{ Hz}$ )



(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.785 \text{ Hz}$ )

図 3-3-4 変位応答倍率の分布 ( $M_g=50 \text{ t}$ ,  $G_s=800 \text{ t/m}^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数の正弦波を入力した場合)

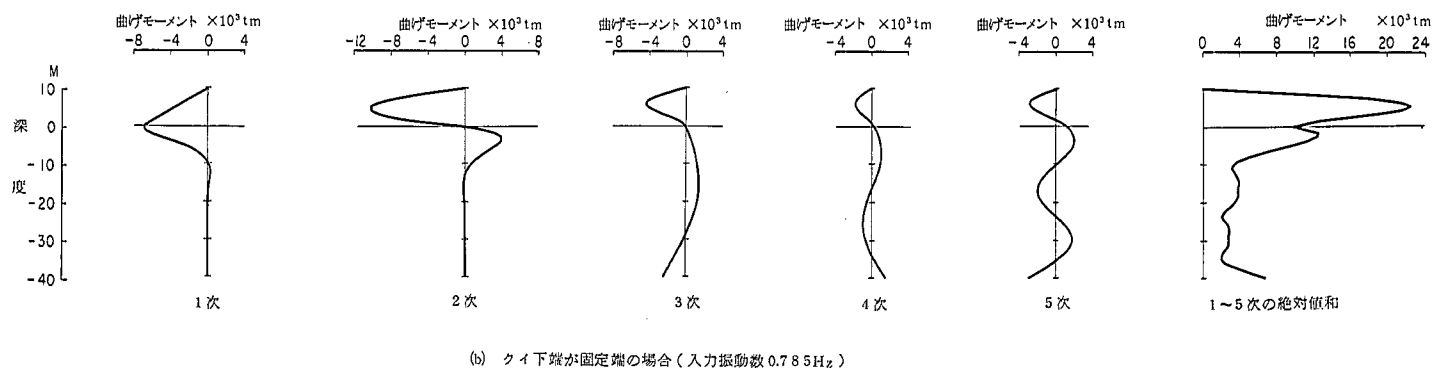
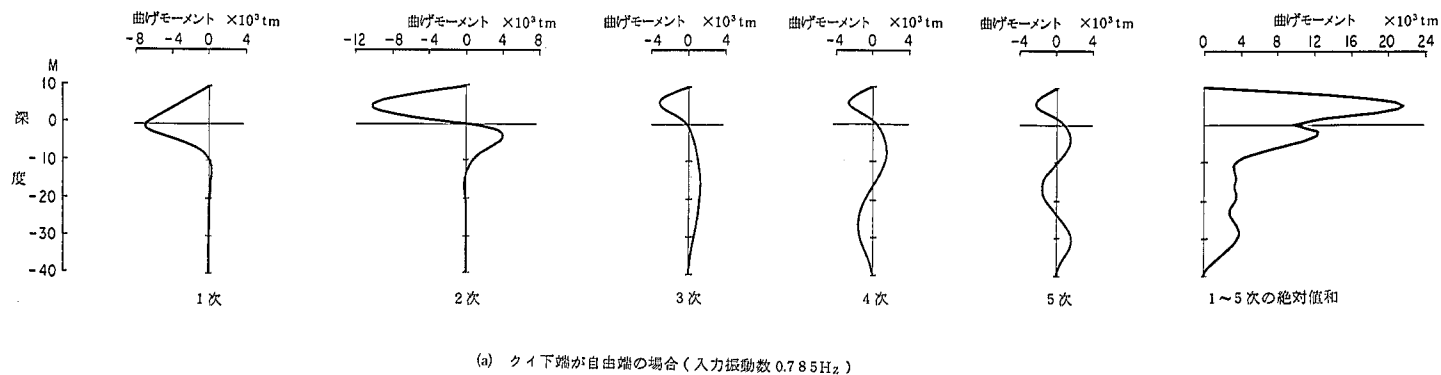
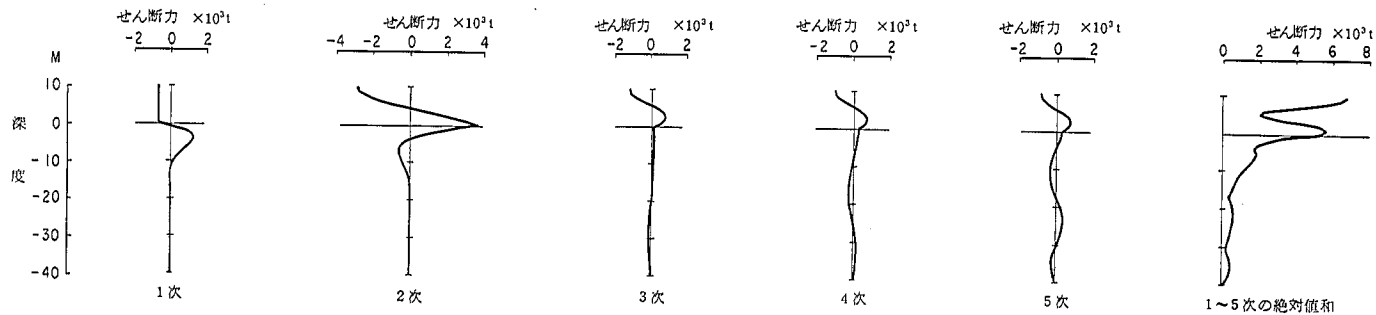
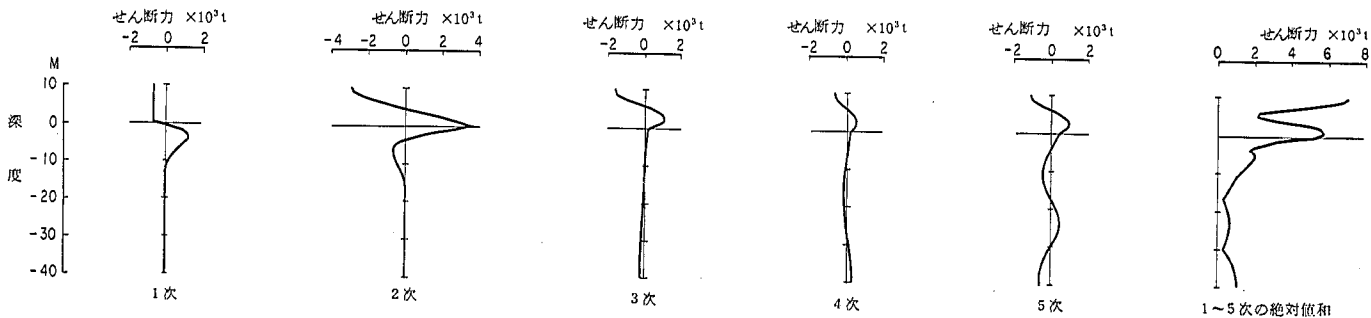


図 3-3-5 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=50t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

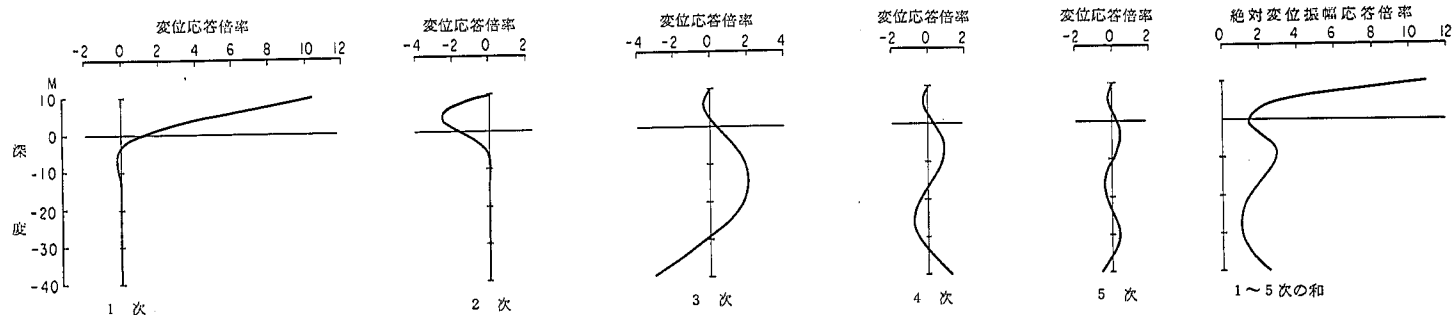


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.785\text{Hz}$ )

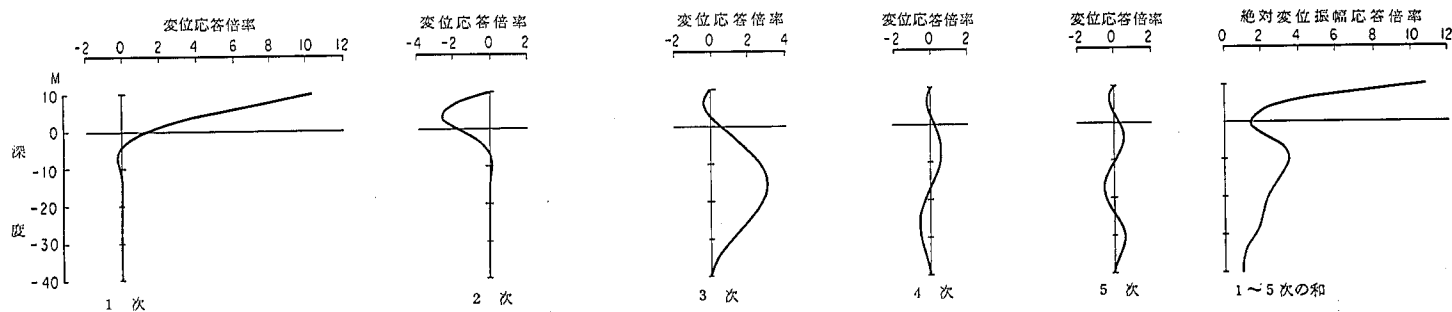


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.785\text{Hz}$ )

図 3-3-6 応答せん断力の分布 ( $M_g=50\text{t}$ ,  $G_s=800\text{t}/\text{m}^2$ : クイ基礎の1次固有振動数, 振幅  $1\text{m}$  の正弦波を入力した場合)

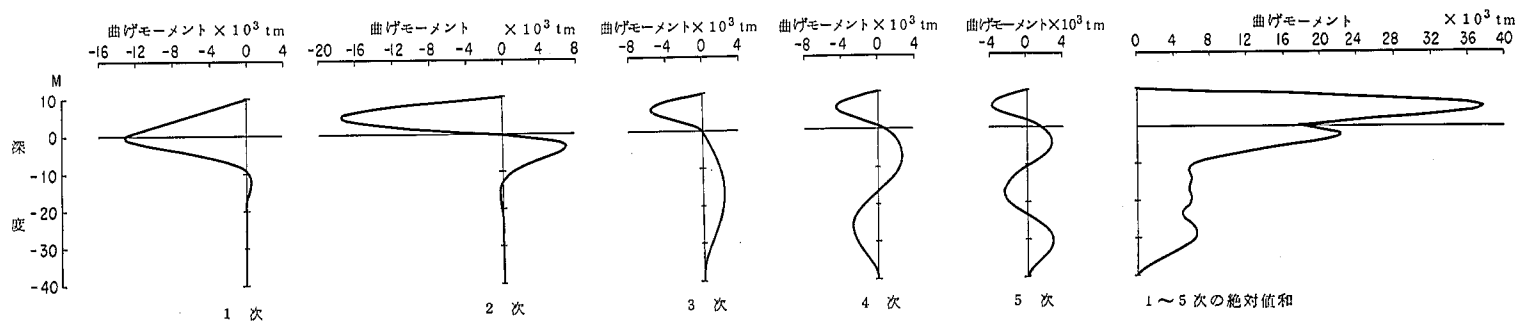


(a) クイ下端が自由端の場合

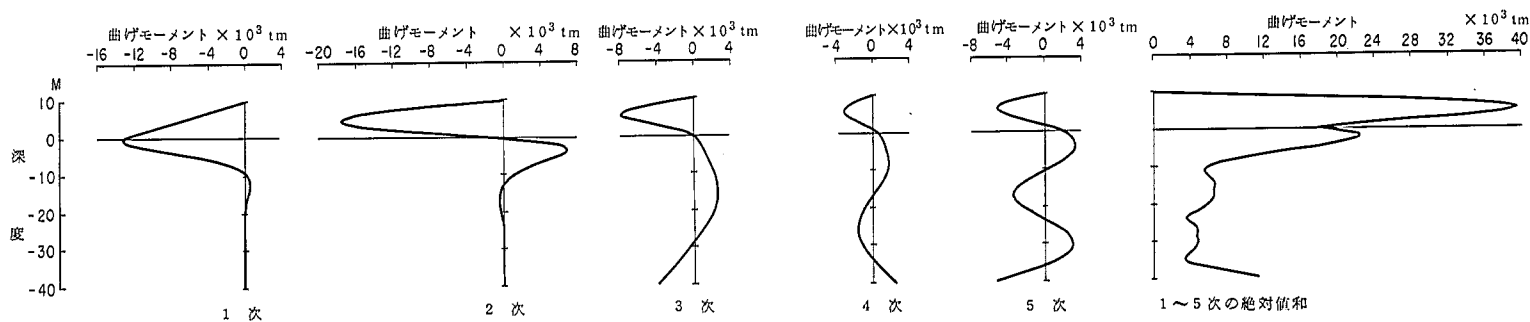


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-4-1 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数0.470Hzの正弦波を入力した場合)

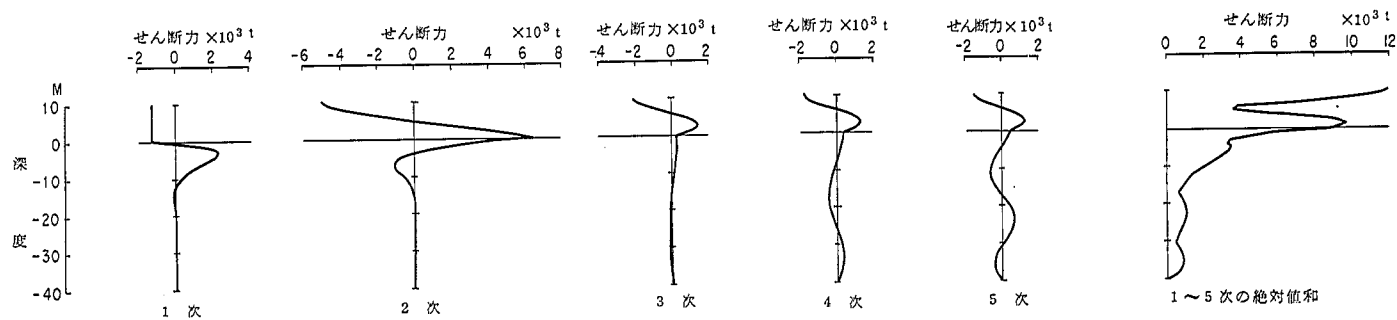


(a) クイ下端が自由端の場合

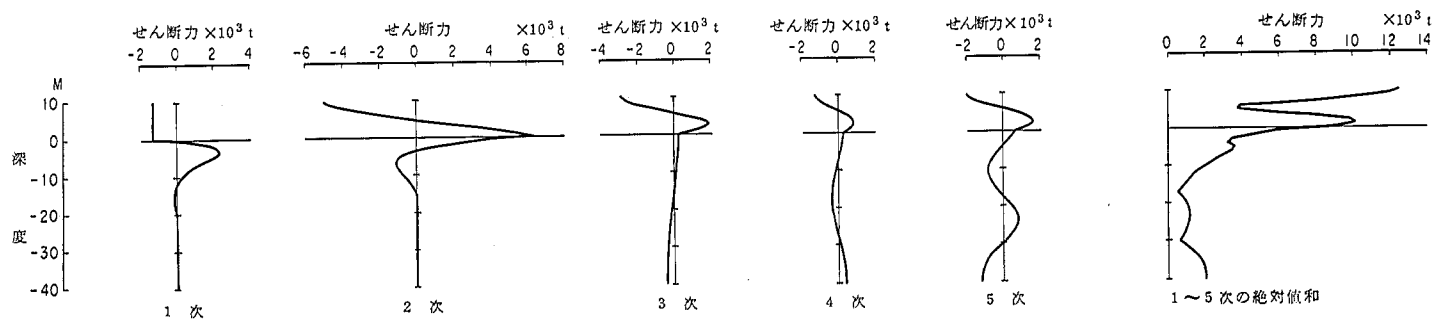


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-4-2 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.470\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

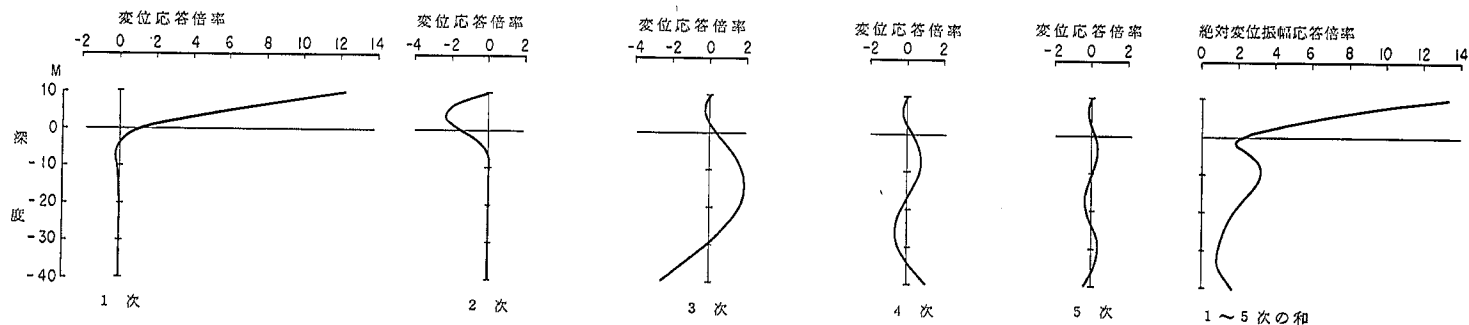


(a) クイ下端が自由端の場合

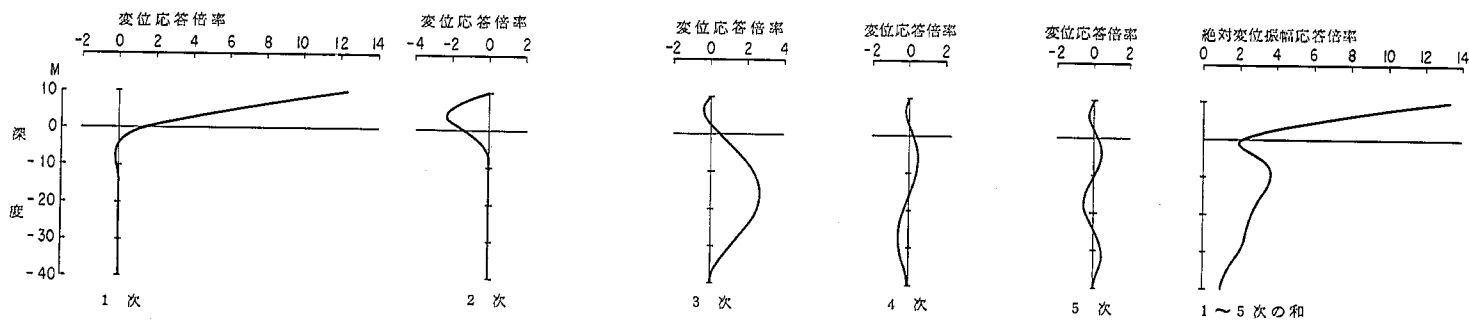


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-4-3 応答せん断力の分布 ( $M_g=100 \text{ t}$ ,  $G_s=800 \text{ t/m}^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.470 \text{ Hz}$ , 振幅  $/m$  の正弦波を入力した場合)

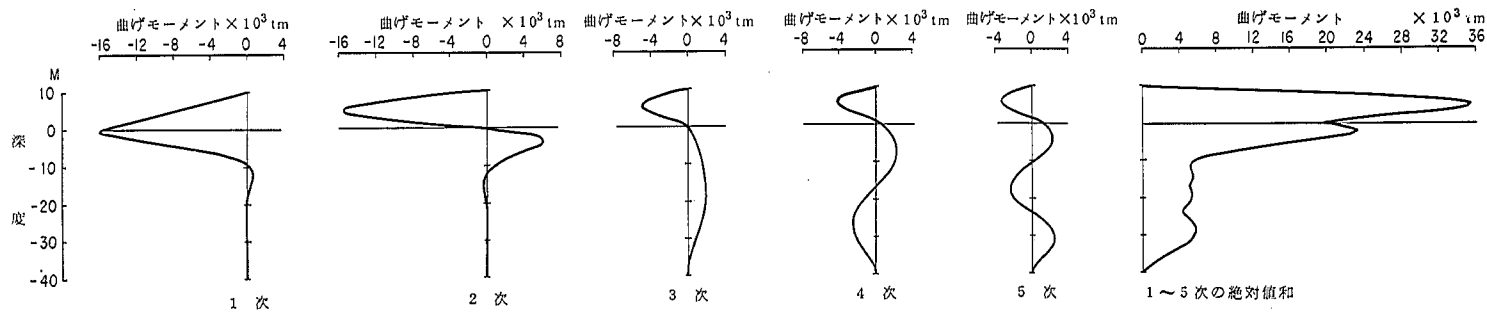


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.559\text{Hz}$ )

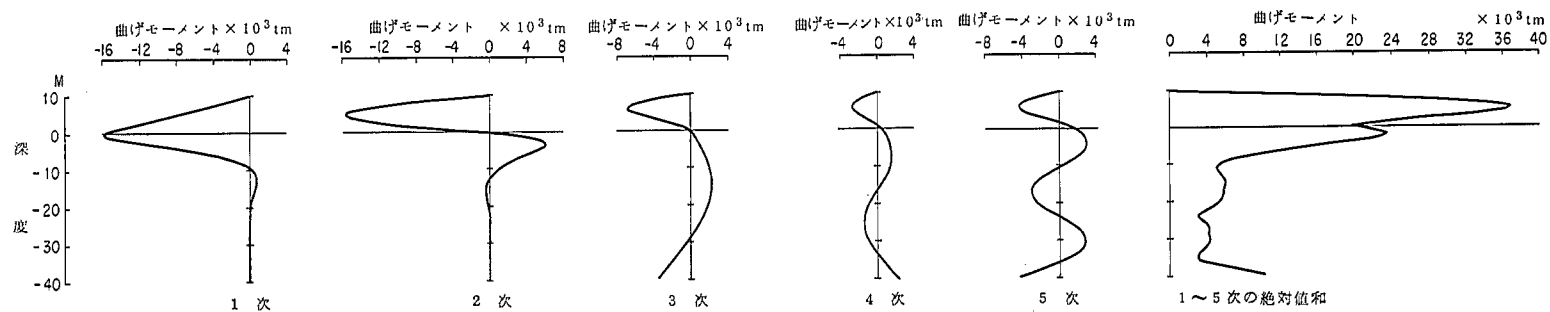


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.559\text{Hz}$ )

図 3-4-4 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100\text{t}$ ,  $G_s=800\text{t}/\text{m}^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数の正弦波を入力した場合)

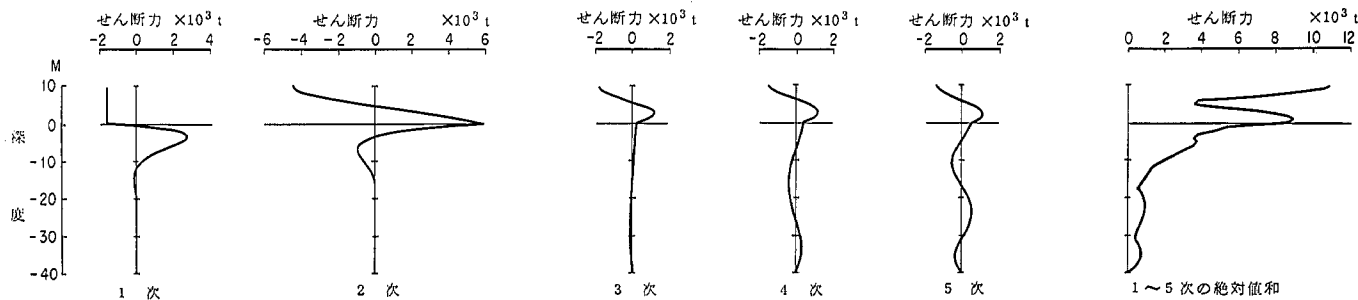


(a) タイ下端が自由端の場合 (入力振動数 0.559 Hz)

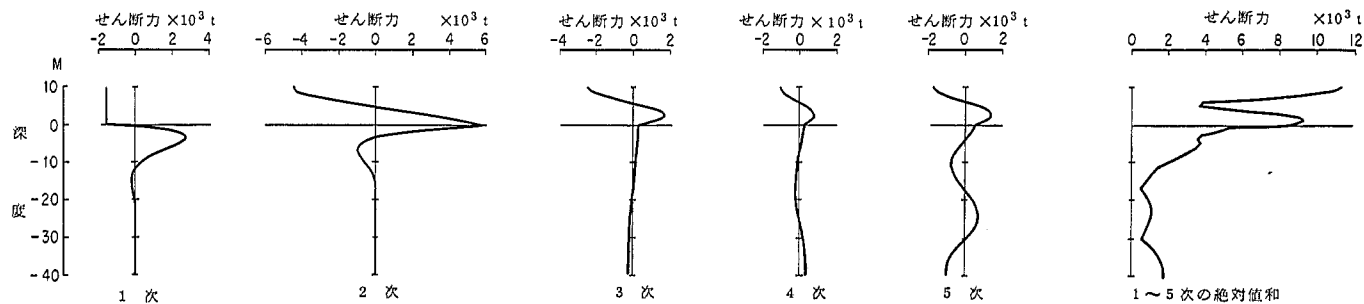


(b) タイ下端が固定端の場合 (入力振動数 0.559 Hz)

図 3-4-5 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : タイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

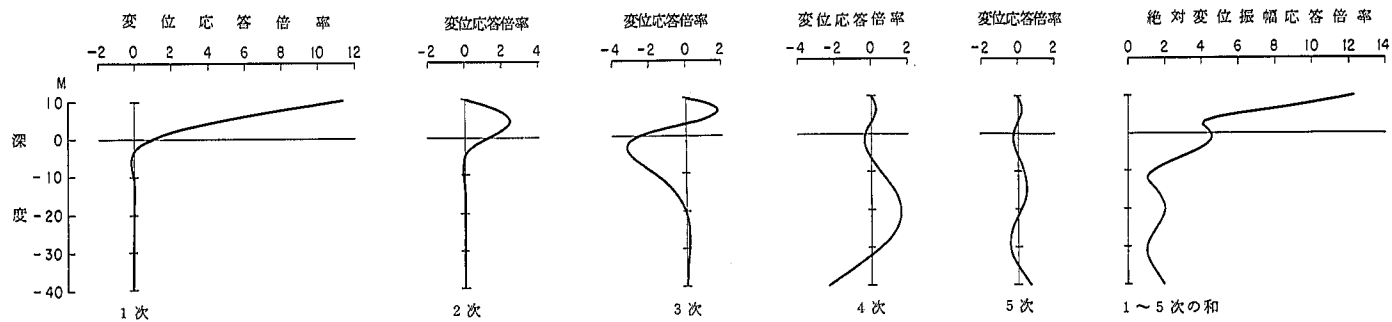


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 0.559 Hz)

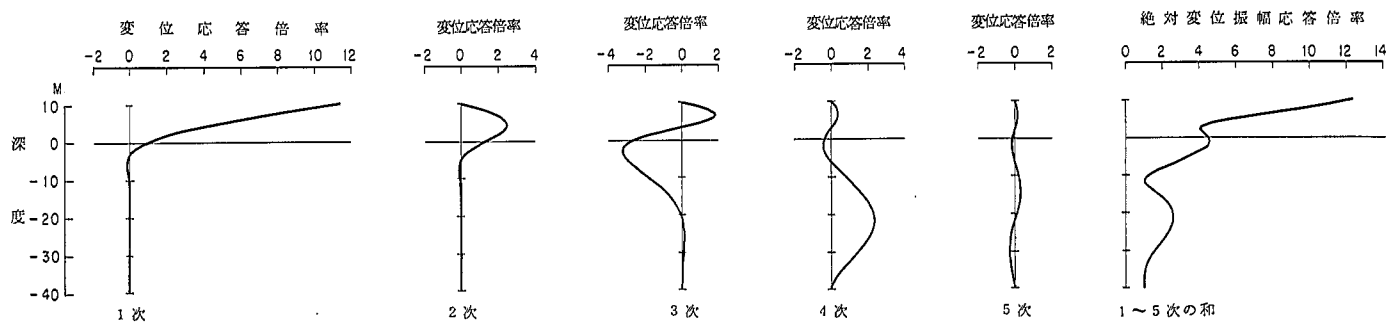


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 0.559 Hz)

図 3-4-6 応答せん断力の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=800t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

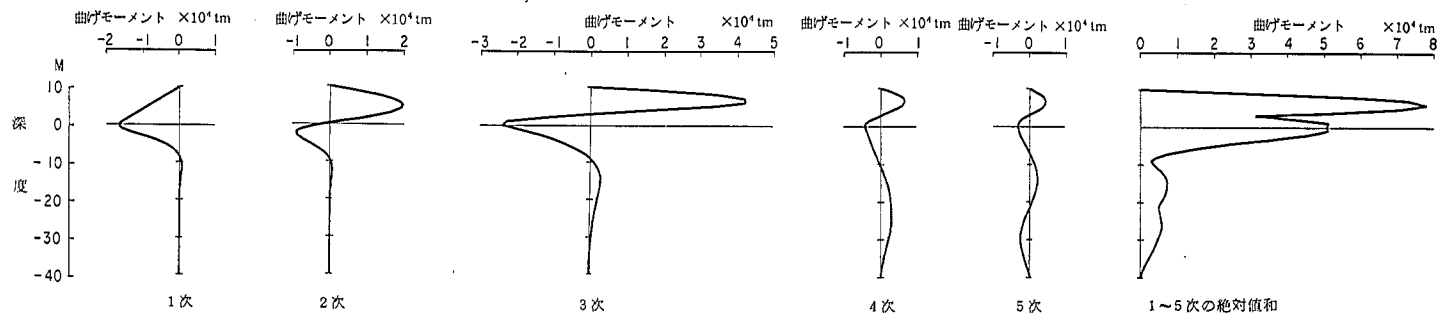


(a) クイ下端が自由端の場合

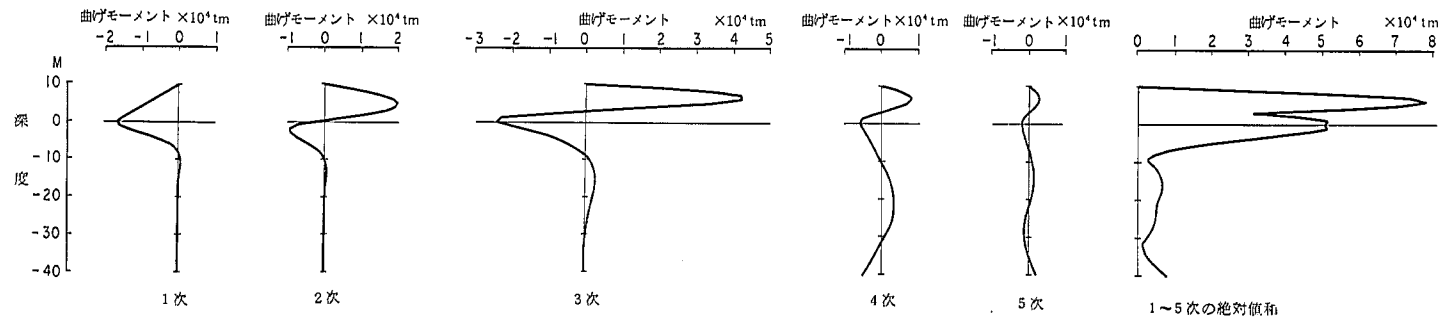


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-5-1 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=1600t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.661\text{Hz}$  の正弦波を入力した場合)

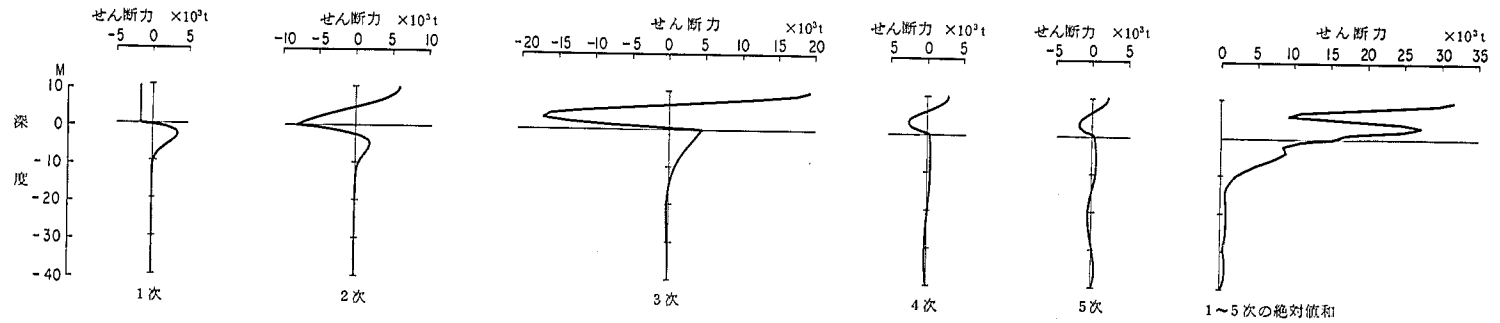


(a) クイ下端が自由端の場合

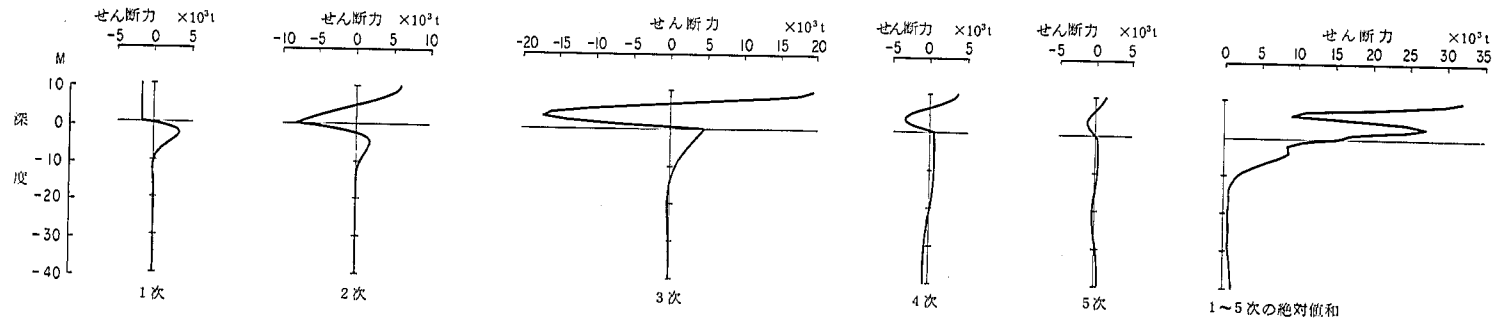


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-5-2 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=1600t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数  $0.661\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

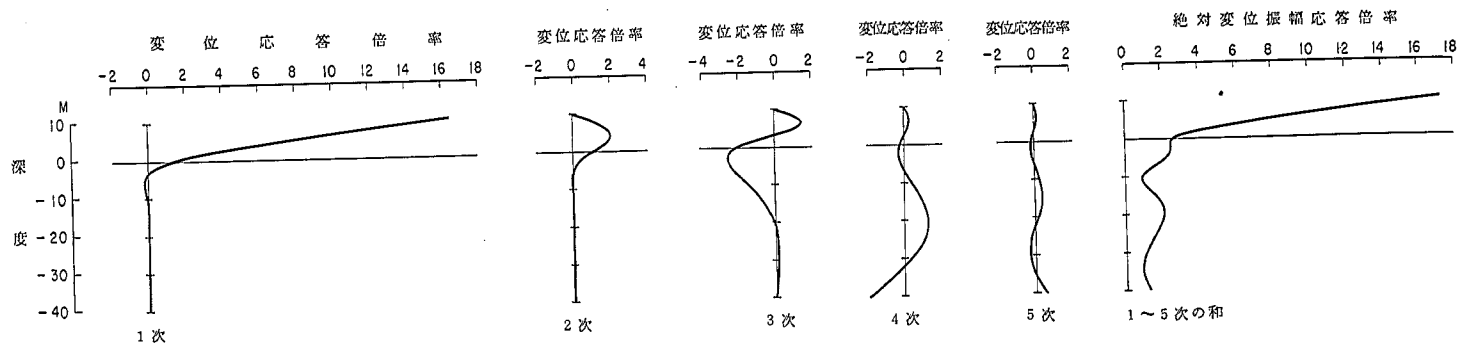


(a) クイ下端が自由端の場合

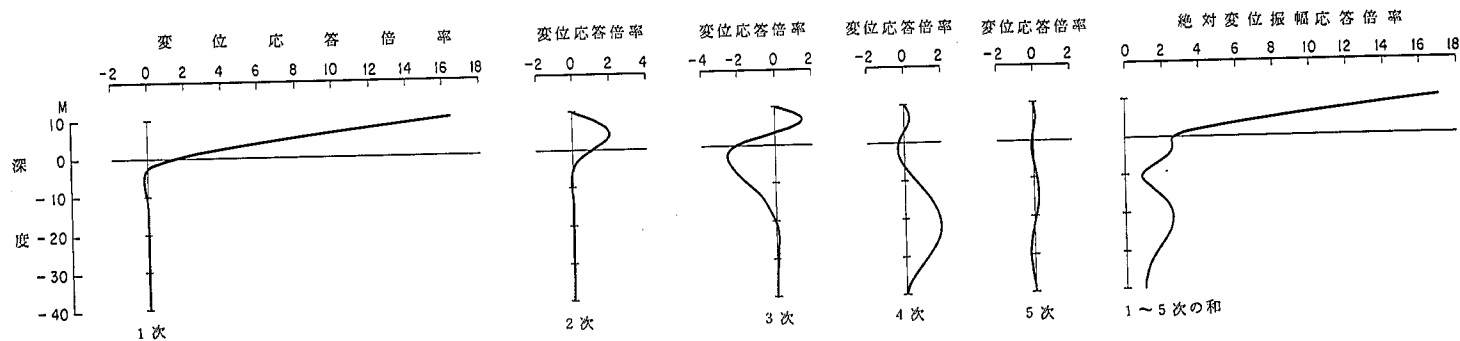


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-5-3 応答せん断力の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=1600t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数 0.661Hz, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

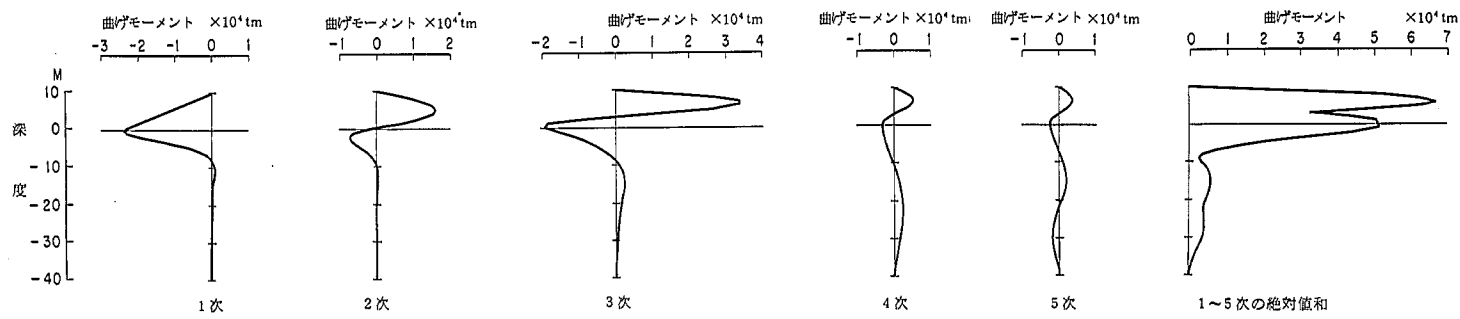


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.597 \text{ Hz}$ )

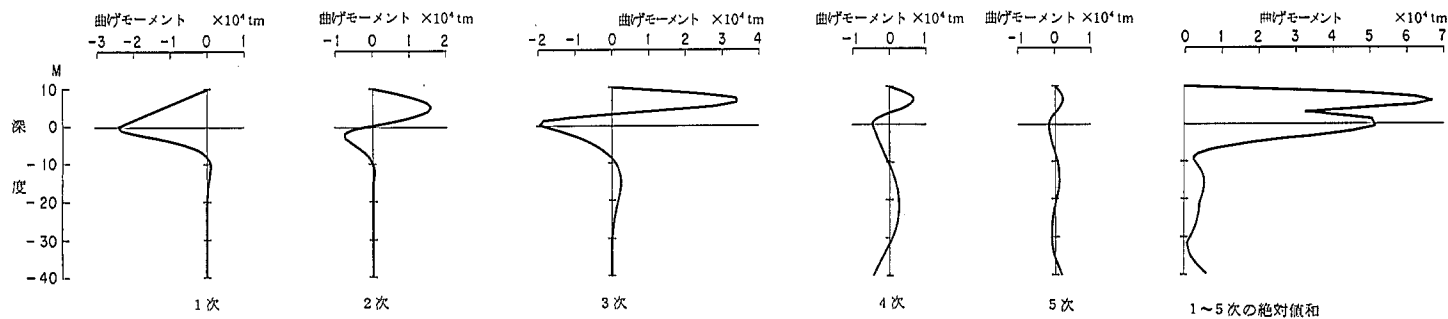


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.597 \text{ Hz}$ )

図3-5-4 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100 \text{ t}$ ,  $G_s=1600 \text{ t/m}^2$ : クイ基礎の1次固有振動数の正弦波を入力した場合)

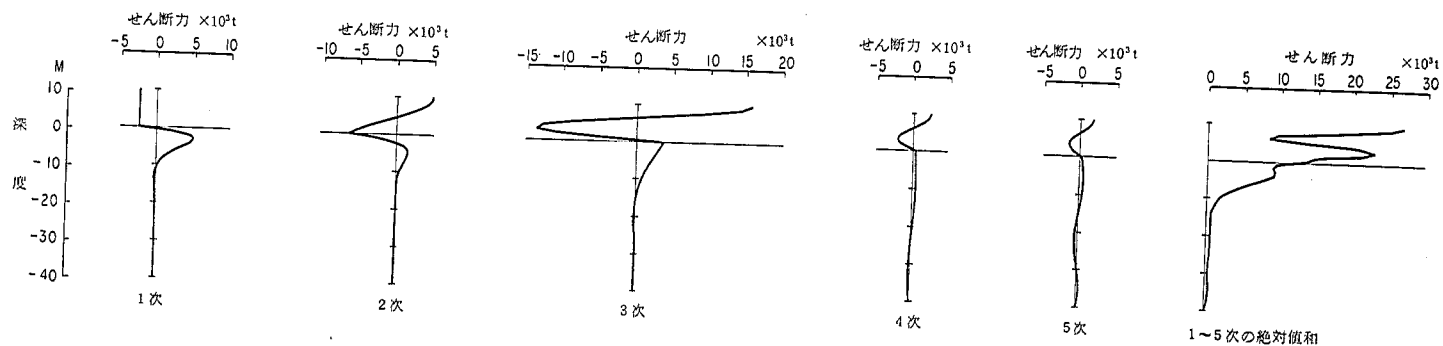


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 0.597Hz)

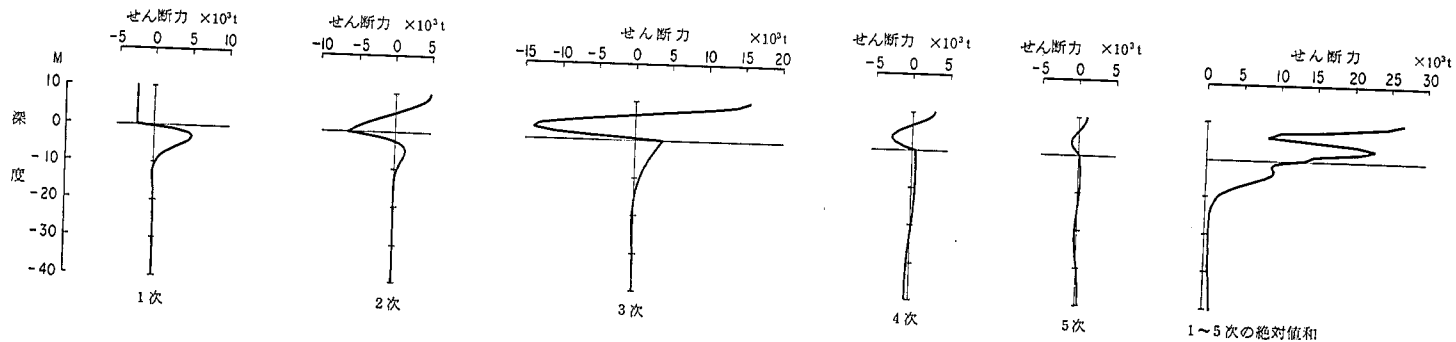


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 0.597Hz)

図 3-5-5 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=1600t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

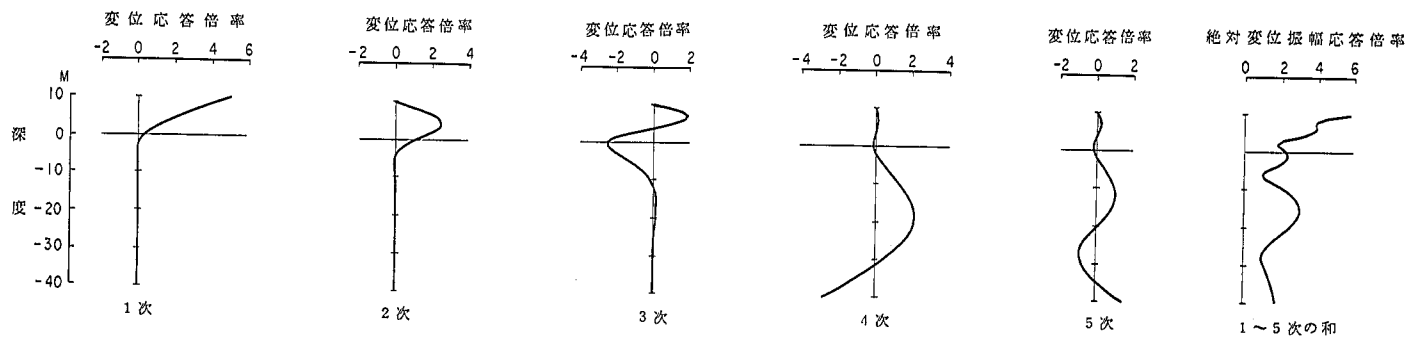


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.597 \text{ Hz}$ )

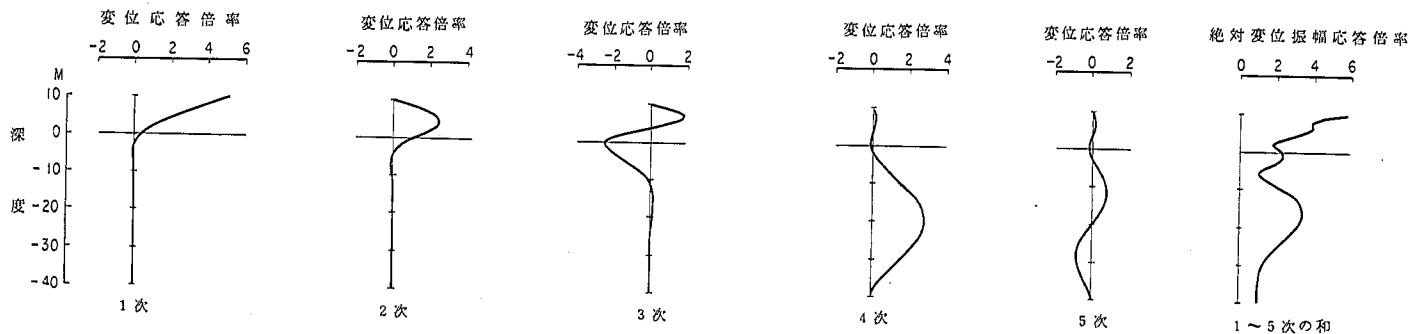


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.597 \text{ Hz}$ )

図 3-5-6 応答せん断力の分布 ( $M_g=100 t$ ,  $G_s=1600 t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅  $1 m$  の正弦波を入力した場合)

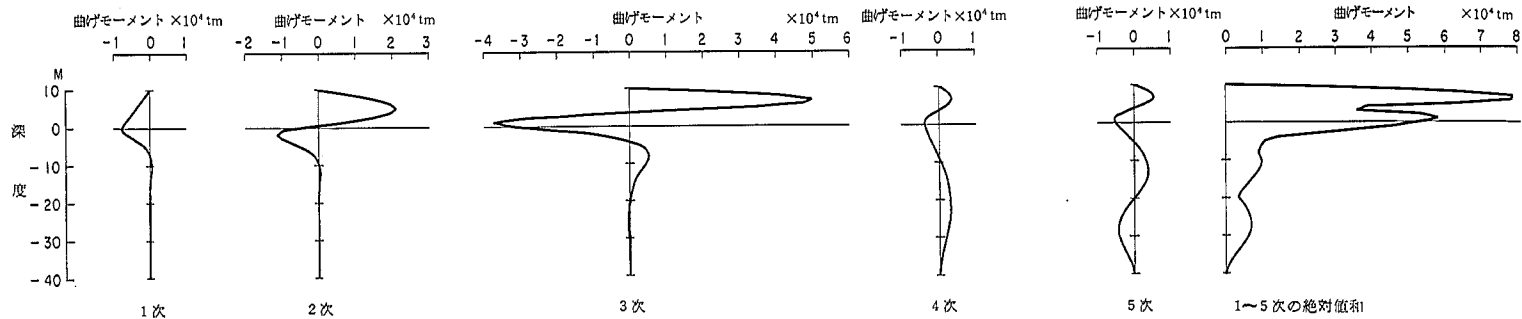


(a) クイ下端が自由端の場合

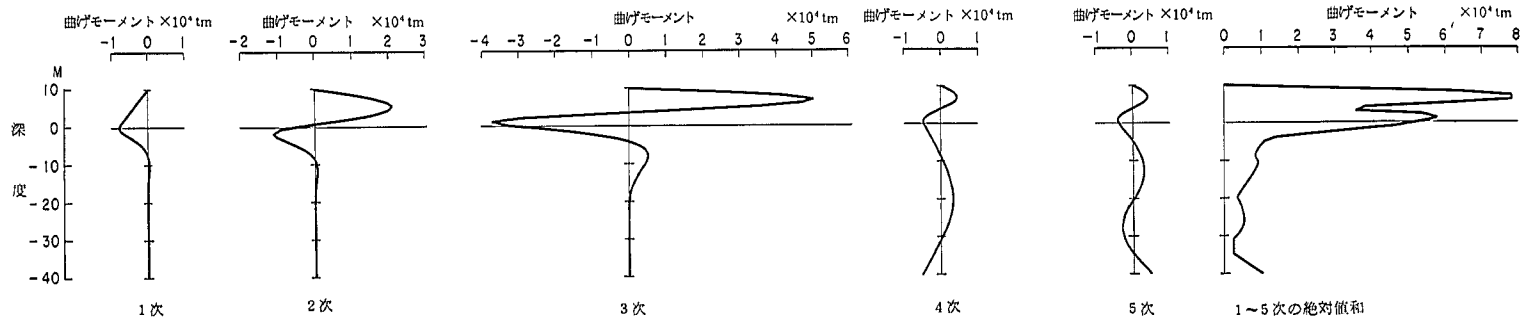


(b) クイ下端が固定端の場合

図 3-6-1 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=2400t/m^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数  $0.810\text{Hz}$  の正弦波を入力した場合)

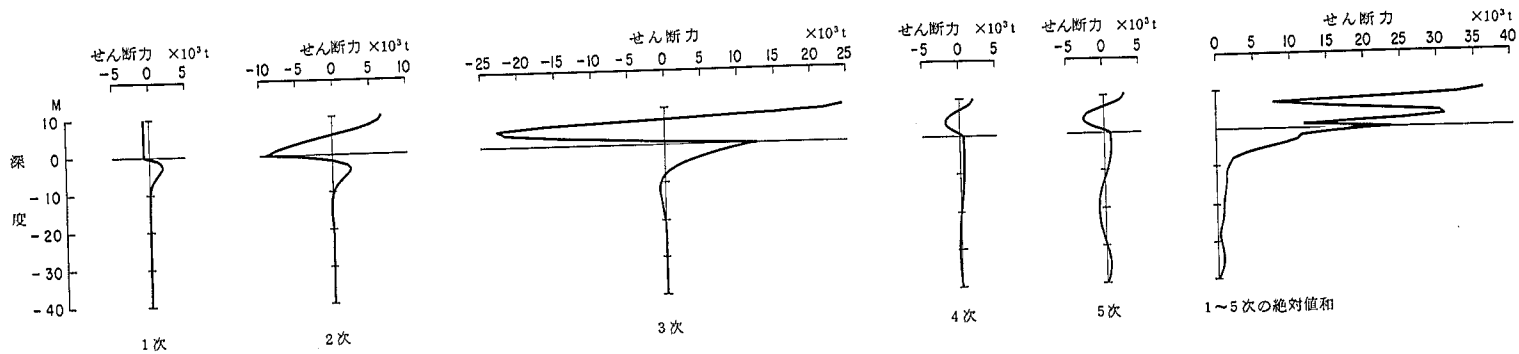


(a) クイ下端が自由端の場合

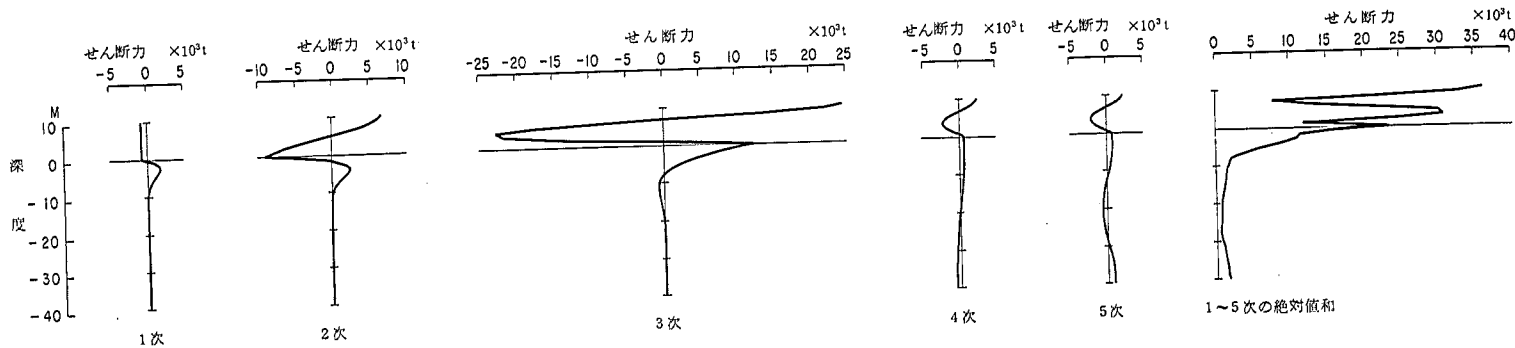


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-6-2 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=2400t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数  $0.810\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

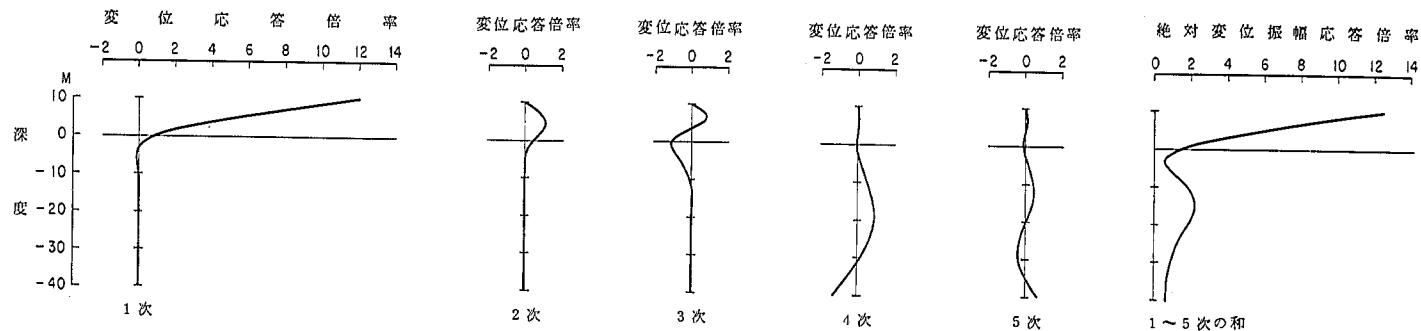


(a) クイ下端が自由端の場合

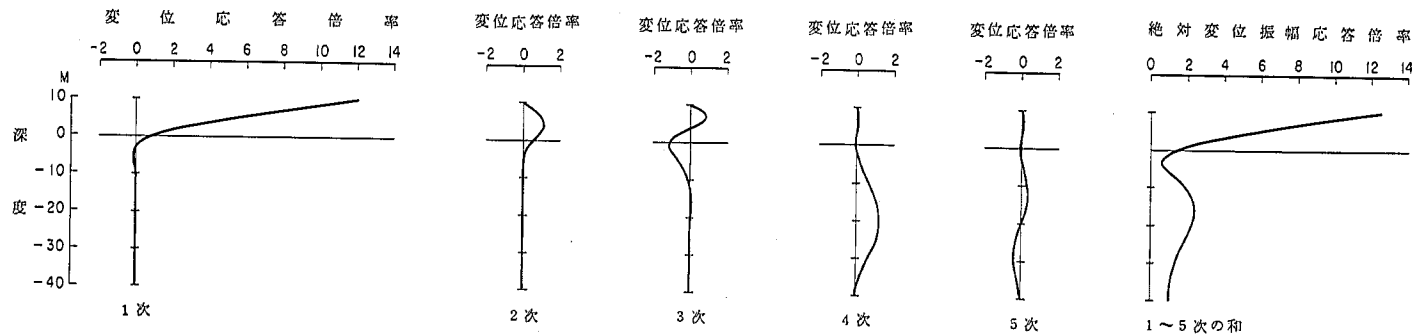


(b) クイ下端が固定端の場合

図3-6-3 応答せん断力の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=2400t/m^2$ : 表層地盤の1次固有振動数  $0.810\text{Hz}$ , 振幅  $1m$  の正弦波を入力した場合)

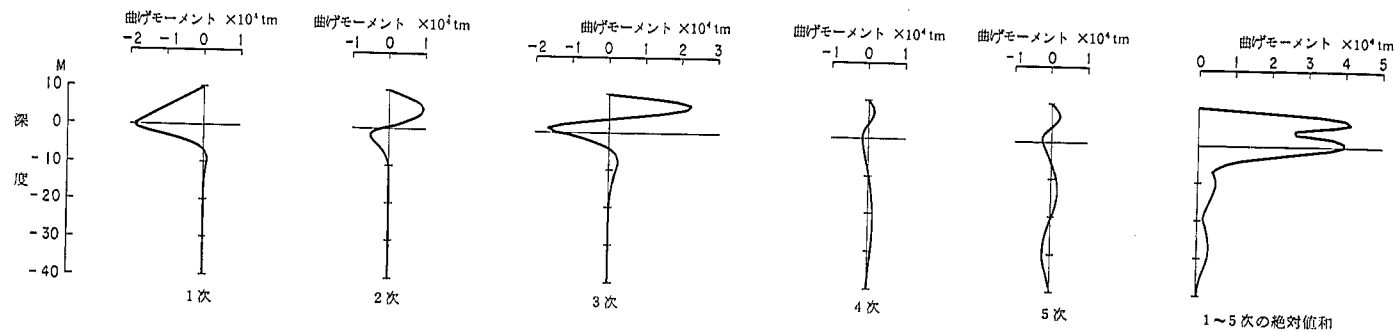


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 0.619 Hz)

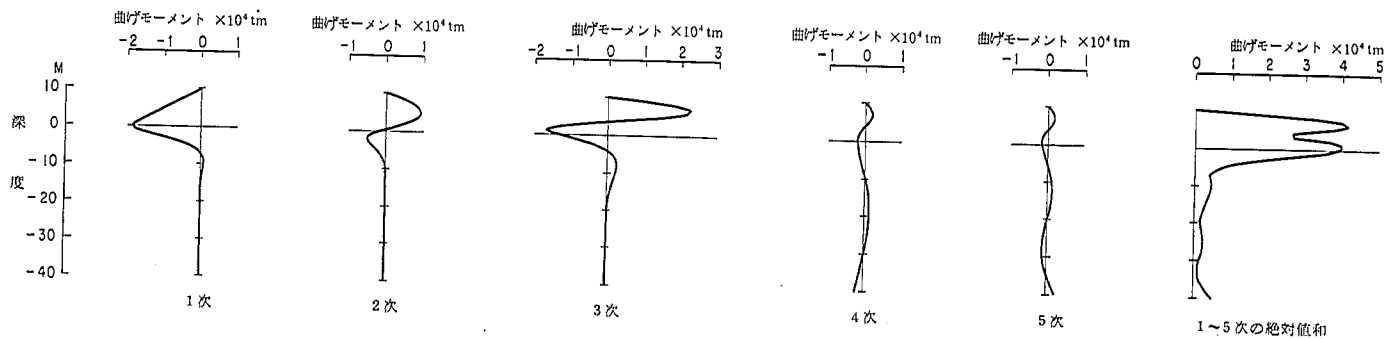


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 0.619 Hz)

図 3-6-4 変位応答倍率の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=2400t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数の正弦波を入力した場合)

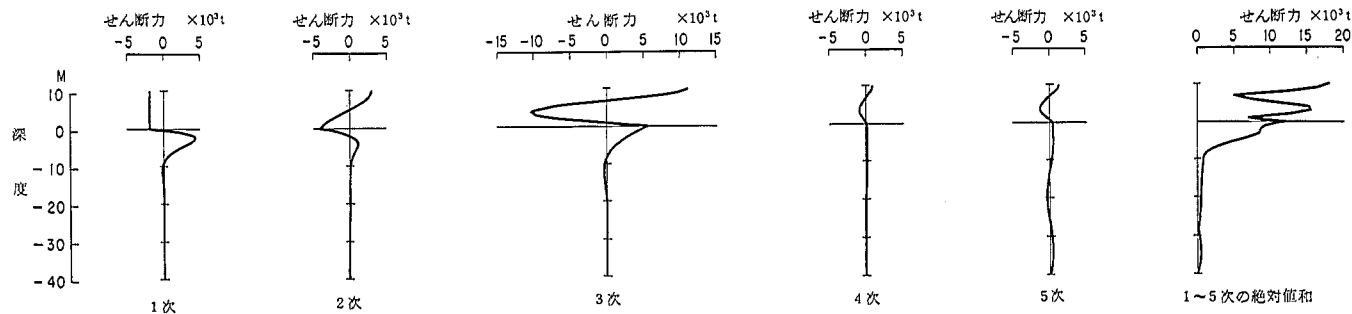


(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数  $0.619 \text{ Hz}$ )

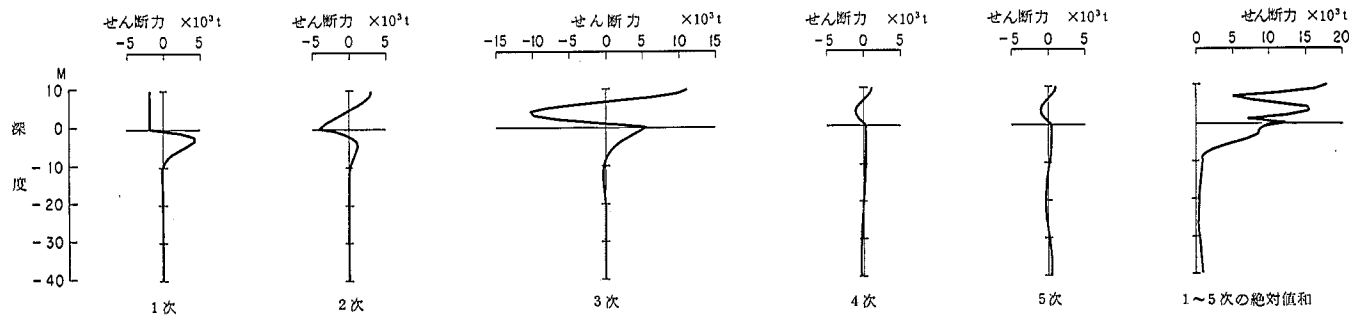


(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数  $0.619 \text{ Hz}$ )

図 3-6-5 応答曲げモーメントの分布 ( $M_g=100 \text{ t}$ ,  $G_s=2400 \text{ t/m}^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅  $1 \text{ m}$  の正弦波を入力した場合).



(a) クイ下端が自由端の場合 (入力振動数 0.619Hz)



(b) クイ下端が固定端の場合 (入力振動数 0.619Hz)

図 3-6-6 応答せん断力の分布 ( $M_g=100t$ ,  $G_s=2400t/m^2$ : クイ基礎の 1 次固有振動数, 振幅 1 m の正弦波を入力した場合)

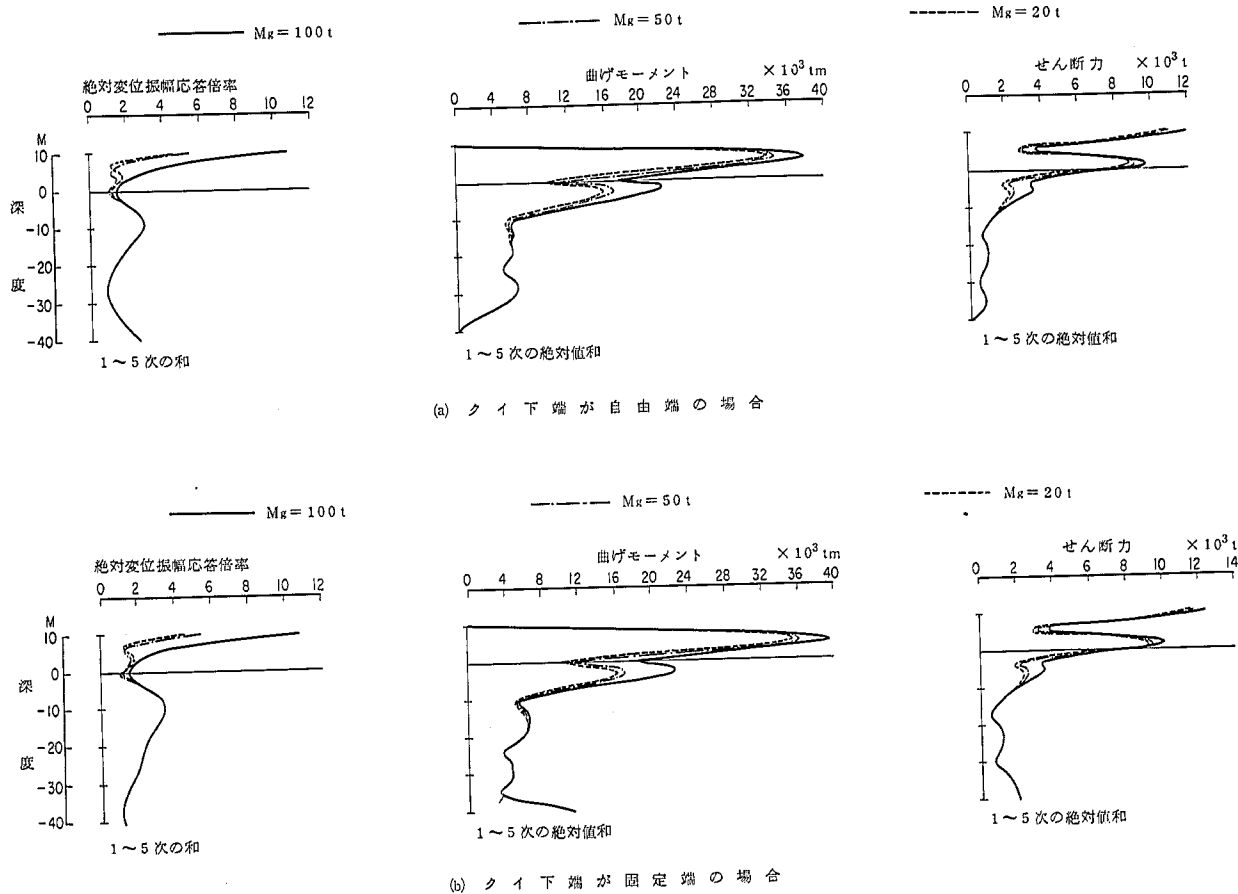


図 3-7-1 クイ頭重量を変化させた場合の応答値の変化 ( $G_s=800\text{t/m}^2$ : 表層地盤の 1 次固有振動数 0.470Hz, 振幅 1m の正弦波を入力した場合)

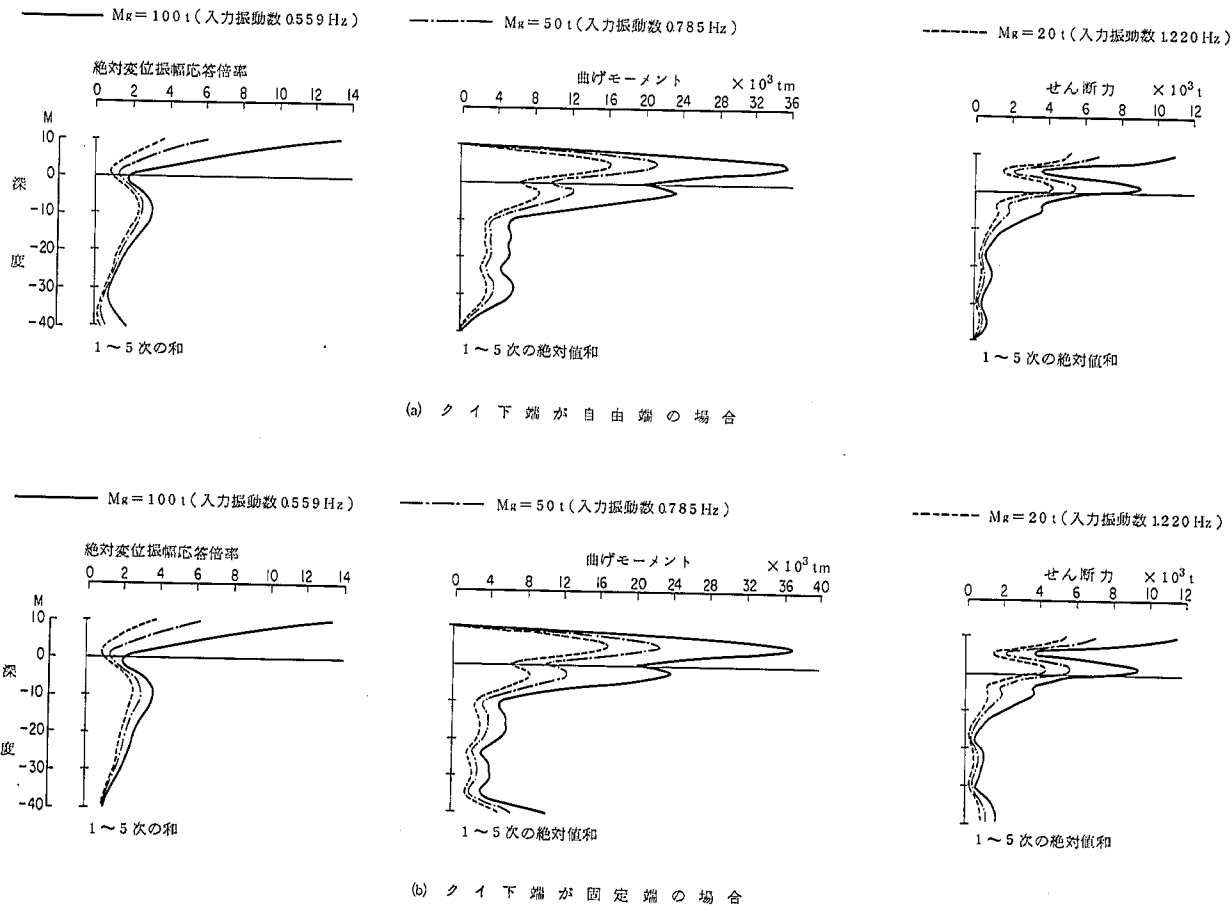


図3-7-2 クイ頭重量を変化させた場合の応答値の変化 ( $G_s=800 \text{ t/m}^2$ : クイ基礎の1次固有振動数, 振幅  $1 \text{ m}$  の正弦波を入力した場合)

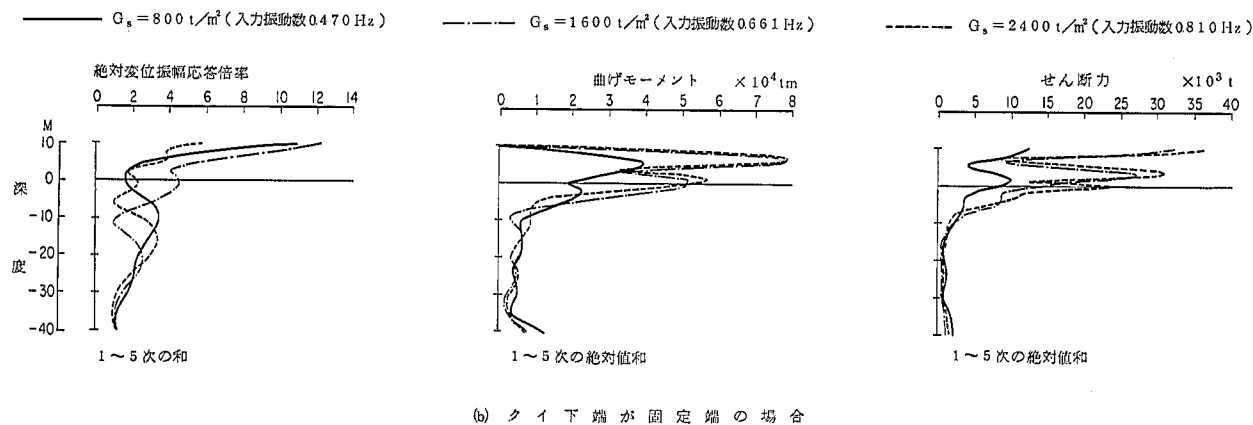
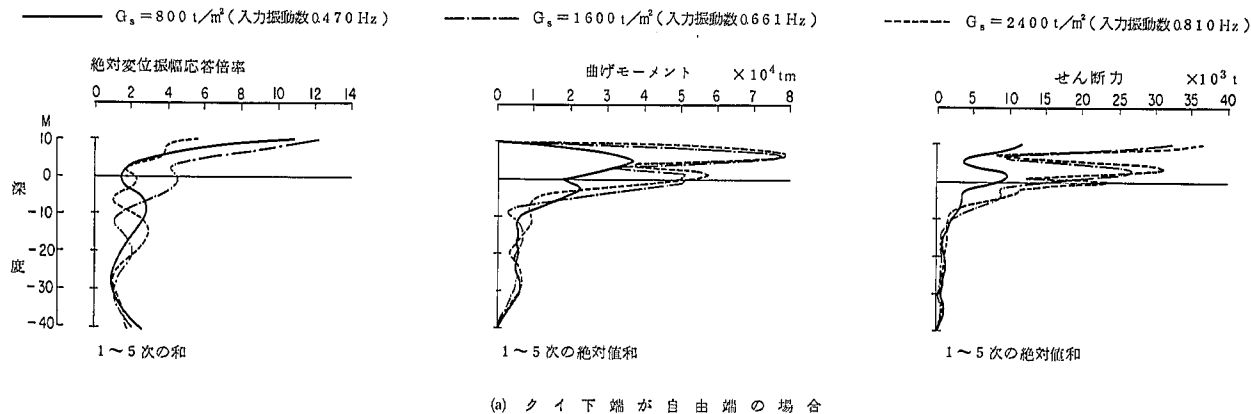
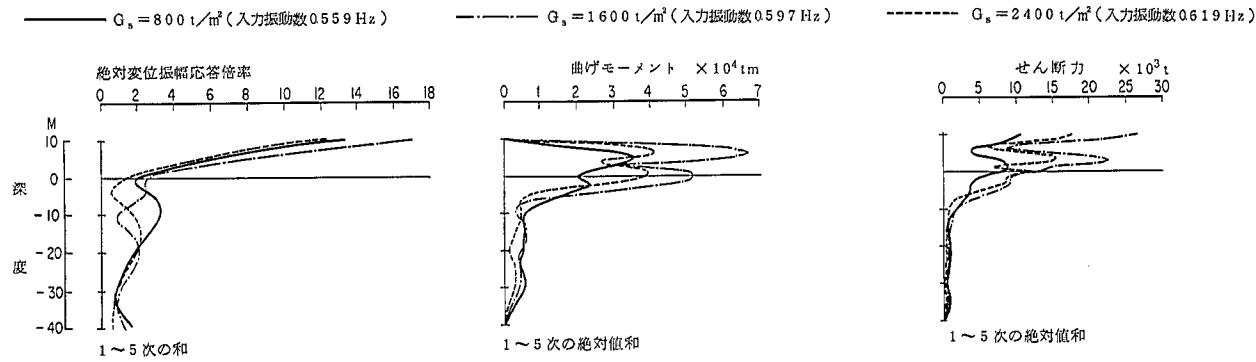
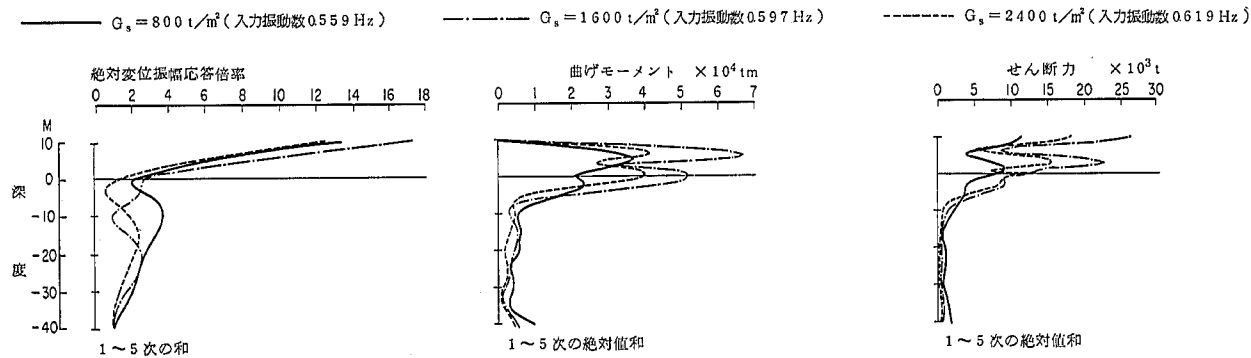


図3-8-1 表層地盤の剛性を変化させた場合の応答値の変化 ( $M_g = 100 \text{ t}$ : 表層地盤の1次固有振動数, 振幅  $1 \text{ m}$  の正弦波を入力した場合)



(a) クイ下端が自由端の場合



(b) クイ下端が固定端の場合

図3-8-2 表層地盤の剛性を変化させた場合の応答値の変化 ( $M_g=100 \text{ t}$  : クイ基礎の1次固有振動数, 振幅  $1 \text{ m}$  の正弦波を入力した場合)

## 4. 結 論

基礎が地中に深く根入れされている構造物の耐震性を調査するためには、基礎周辺の地盤から受ける動的な影響を考慮した地震応答解析を行うことが望ましい。そこで、本資料では曲げ振動が主体となるようなクイ基礎を対象に、上部構造からは慣性力による水平力のみが伝達されるような構造系を仮定し、1章に示したような地盤の振動の影響を考慮した地震応答解析モデルを提案した。この場合、クイ側面における地盤からの影響を、地盤の動的な変位と剛性に基づく外力で表現している。

2章において、模型実験における実測値とこの解析モデルによる計算値の比較を行ったが、地盤反力係数と減衰定数を適切に選ぶことによって両者は比較的精度良く一致することがわかった。すなわち、クイ側面における地盤からの動的な影響を表現する1つの方法として、地盤の動的な変位をその剛性に基づいて外力として入力する方法の妥当性が確認された。

また、この解析モデルを使ってクイ基礎の地震応答特性を3章において調査した結果、次のようなことがわかった。

- (1) 根入れの深いクイ基礎では、下端の支持条件によるクイ基礎の固有振動数の変動はほとんどない。
- (2) 上部構造の重量が大きいほど、クイ基礎の固有周期は長くなる。
- (3) 地盤が硬いほど、クイ基礎の固有周期は短くなる。
- (4) クイ基礎の地震応答として、応答変位はクイ頭、応答曲げモーメントおよび応答せん断力はクイ地上部分と地表面近くの地中部分において、それぞれ大きくなる傾向がある。
- (5) 上部構造の重量が増加すれば、クイ基礎の地震応答値も大きくなる傾向がある。
- (6) 地盤の剛性が変化すれば、クイ基礎の地震応答値の分布性状も変化する。すなわち、地盤の剛性が変化すると、応答変位、応答断面力の大きくなる箇所も異なってくるため、耐震性の検討の際には詳細な調査が必要である。

## 参 考 文 献

- 1) 建設省土木研究所：地震時における地盤の変形を考慮した基礎杭の応力算定法，土木研究所資料第972号，昭和49年10月
- 2) 大川秀雄，矢島基臣，山崎勝志：自由長のある杭の固有振動数について，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集I-238，昭和52年10月
- 3) 栗林栄一，川島一彦，宮田忠明：地震時の地盤のせん断変形による基礎杭の応力に関する二，三の考察，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集I-240，昭和52年10月
- 4) 栗林栄一，川島一彦，萩原良二：頭部に質量をもつ杭の地盤変位入力による地震応答，土木学会第5回関東支部年次研究発表会講演概要集I-5，昭和53年1月
- 5) 栗林栄一，萩原良二，宮田忠明：地中梁と表層地盤の剛性による動的相互作用，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集I-183，昭和53年9月
- 6) 建設省土木研究所：クイ基礎の動的特性に関する模型実験，土木研究所資料第1426号，昭和53年10月
- 7) Joseph Penzien, Charles F. Scheffey and Richard A. Parmelee : SEISMIC ANALYSIS OF BRIDGES ON LONG PILES, ASCE, Vol. 90, EM3, 1964年6月
- 8) 土質工学会：土と構造物の動的相互作用，土質基礎工学ライブラリー9，昭和48年10月
- 9) 建設省土木研究所：総プロ「新耐震設計法の開発」研究報告新耐震設計法（案），土木研究所資料第1185号，昭和52年3月
- 10) 日本道路協会：道路橋下部構造設計指針，同解説「くい基礎の設計篇」，昭和51年8月

付録1 正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  の係数 (積分定数)

正規函数  $Y_a(x)$ ,  $Y_b(x)$  の係数 (積分定数)  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $C_a$ ,  $D_a$ ,  $A_b$ ,  $B_b$ ,  $C_b$ ,  $D_b$  は以下のとおりである。  
ただし、ここで使用する記号は次のとおりである。

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k-m\nu^2}{4EI}}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{m\nu^2-k}{EI}}, \quad \gamma = \sqrt[4]{\frac{m\nu^2}{EI}}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \sin \alpha H \sinh \alpha H, & \alpha_2 &= \sin \alpha H \cosh \alpha H, & \alpha_3 &= \cos \alpha H \sinh \alpha H, & \alpha_4 &= \cos \alpha H \cosh \alpha H \\ \beta_1 &= \sin \beta H, & \beta_2 &= \cos \beta H, & \beta_3 &= \sin \beta H, & \beta_4 &= \cosh \beta H \\ \gamma_1 &= \sin \gamma L, & \gamma_2 &= \cos \gamma L, & \gamma_3 &= \sin \gamma L, & \gamma_4 &= \cosh \gamma L \end{aligned} \right\} \text{(付1-1)}$$

1) クイ下端が自由端の場合

(i)  $\nu < \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$\begin{aligned} A_a &= \text{任意の定数} \quad (A_a = 1 \text{ とおいてよい}) \\ B_a &= A_0 \{ 2e^2 R_3 + e(2e^2 R_1 + R_2)(S_3 + S_1 S_2) - R_4 S_2^2 \} \\ C_a &= -(S_3 + S_1 S_2) A_a + S_1^2 B_a = A_0 \{ e(2e^2 R_1 - R_2)(S_3 + S_1 S_2) + 2e^2 R_3 S_1^2 - R_4 S_3^2 \} \\ D_a &= -S_2^2 A_a - (S_3 - S_1 S_2) B_a \\ &= A_0 \{ -2e^2 R_3 (S_3 - S_1 S_2) + e(2e^2 R_1 - R_2) S_2^2 - e(2e^2 R_1 + R_2) S_3^2 \} \\ A_b &= \frac{1}{2\gamma^3} \cdot \{ (2\alpha^3 + \alpha\gamma^2) B_a + (-2\alpha^3 + \alpha\gamma^2) C_a \} \\ &= A_0 \{ e^3(2e^2 + 1) R_3 - e^3(2e^2 - 1) R_3 S_1^2 + 2e^4(R_1 + R_2)(S_3 + S_1 S_2) \\ &\quad - \frac{e}{2}(2e^2 + 1) R_4 S_2^2 + \frac{e}{2}(2e^2 - 1) R_4 S_3^2 \} \\ B_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \cdot (-2\alpha^2 A_a + \gamma^2 D_a) \\ &= A_0 \{ e^3(2e^2 R_1 - R_2) - e^2(R_3 + R_4)(S_3 - S_1 S_2) - e^3(2e^2 R_1 + R_2) S_1^2 \\ &\quad + \frac{e}{2}(2e^2 R_1 - R_2) S_2^2 - \frac{e}{2}(2e^2 R_1 + R_2) S_3^2 \} \\ C_b &= \frac{1}{2\gamma^3} \cdot \{ (-2\alpha^3 + \alpha\gamma^2) B_a + (2\alpha^3 + \alpha\gamma^2) C_a \} \\ &= A_0 \{ -e^3(2e^2 - 1) R_3 + 2e^4(R_1 - R_2)(S_3 + S_1 S_2) + e^3(2e^2 + 1) R_3 S_1^2 \\ &\quad + \frac{e}{2}(2e^2 - 1) R_4 S_2^2 - \frac{e}{2}(2e^2 + 1) R_4 S_3^2 \} \\ D_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \cdot (2\alpha^2 A_a + \gamma^2 D_a) \\ &= A_0 \{ -e^3(2e^2 R_1 - R_2) - e^2(R_3 - R_4)(S_3 - S_1 S_2) + e^3(2e^2 R_1 + R_2) S_1^2 \\ &\quad + \frac{e}{2}(2e^2 R_1 - R_2) S_2^2 - \frac{e}{2}(2e^2 R_1 + R_2) S_3^2 \} \end{aligned} \right\} \text{(付1-2)}$$

ここで、

$$A_0 = \frac{A_a}{-2e^3 R_1 + e R_2 + e(2e^2 R_1 + R_2) S_1^2 + R_4(S_3 - S_1 S_2)} \quad \text{(付1-3)}$$

$$e = \frac{\alpha}{\gamma}$$

$$\begin{aligned}
S_1 &= \frac{\sin \alpha H}{\sinh \alpha H}, & S_2 &= \frac{\cos \alpha H}{\sinh \alpha H}, & S_3 &= \frac{\cosh \alpha H}{\sinh \alpha H} \\
R_1 &= \tanh \gamma L + \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L}, & R_2 &= \tanh \gamma L - \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L} \\
R_3 &= 1 + \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}, & R_4 &= 1 - \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}
\end{aligned}
\tag{付1-3}$$

なお、これらの係数を用いると、振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI \gamma^3 (-\gamma_2 A_b - \gamma_1 B_b + \gamma_4 C_b - \gamma_3 D_b) + M \nu^2 (\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b + \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b) = 0 \tag{付1-4}$$

(ii)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$A_b =$  任意の定数 ( $A_b = 1$  とおいてよい)

$$A_a = 0$$

$$B_a = 0$$

$$C_a = 2\gamma A_b$$

$$D_a = 2B_b = \frac{2(\gamma_1 - \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_4)} A_b$$

$$B_b = \frac{(\gamma_1 - \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_4)} A_b$$

$$C_b = A_b$$

$$D_b = B_b = \frac{(\gamma_1 - \gamma_3)}{(\gamma_2 - \gamma_4)} A_b$$

(付1-5)

なお、これらの係数を用いると、振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI \gamma^3 (-\gamma_2 A_b - \gamma_1 B_b + \gamma_4 C_b - \gamma_3 D_b) + M \nu^2 (\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b + \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b) = 0 \tag{付1-6}$$

もしくは、

$$EI \gamma^3 (\gamma_3^2 - \gamma_4^2 + 2\gamma_2 \gamma_4 - 1) + 2M \nu^2 (-\gamma_1 \gamma_4 + \gamma_2 \gamma_3) = 0 \tag{付1-7}$$

(iii)  $\nu > \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$A_a =$  任意の定数 ( $A_a = 1$  とおいてよい)

$$\begin{aligned}
B_a &= A_a [ f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} F_5 - f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} \\
&\quad - \{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} (F_2 - F_3) ] \quad (F_1 - F_4)
\end{aligned}$$

$$C_a = (\beta_2 \beta_4 - \beta_1 \beta_3) A_a - (\beta_1 \beta_4 + \beta_2 \beta_3) B_a$$

$$\begin{aligned}
&= A_a [ \{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} F_5 - \{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} (F_1 - F_4) \\
&\quad - f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} (F_2 + F_3) ]
\end{aligned}$$

$$D_a = (\beta_1 \beta_4 - \beta_2 \beta_3) A_a + (\beta_2 \beta_4 + \beta_1 \beta_3) B_a$$

$$\begin{aligned}
&= A_a [ f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} F_5 + f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} (F_1 + F_4) \\
&\quad + \{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} (F_2 - F_3) ]
\end{aligned}$$

(付1-8)

$$\begin{aligned}
A_b &= \frac{\beta}{2\gamma^3} \{ (\gamma^2 + \beta^2) A_a + (\gamma^2 - \beta^2) C_a \} \\
&= f A_0 \{ \{ (1-f^4) - (1+f^4) G_2 \} F_5 + 2 f^2 F_1 + 2 f^3 G_3 F_2 + 2 f^3 G_3 F_3 \\
&\quad + \{ (1+f^4) - (1-f^4) G_2 \} F_4 \} \\
B_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \{ (\gamma^2 + \beta^2) B_a + (\gamma^2 - \beta^2) D_a \} \\
&= f A_0 \{ \{ (1-f^4) G_3 - (1+f^4) G_1 \} F_5 - 2 f^2 G_3 F_1 - 2 f F_2 + 2 f F_3 \\
&\quad + \{ (1+f^4) G_3 - (1-f^4) G_1 \} F_4 \} \\
C_b &= \frac{\beta}{2\gamma^3} \{ (\gamma^2 - \beta^2) A_a + (\gamma^2 + \beta^2) C_a \} \\
&= f A_0 \{ \{ (1+f^4) - (1-f^4) G_2 \} F_5 + 2 f^2 G_2 F_1 + 2 f^3 G_1 F_2 + 2 f^3 G_1 F_3 \\
&\quad + \{ (1-f^4) - (1+f^4) G_2 \} F_4 \} \\
D_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \{ (\gamma^2 - \beta^2) B_a + (\gamma^2 + \beta^2) D_a \} \\
&= f A_0 \{ \{ (1+f^4) G_3 - (1-f^4) G_1 \} F_5 - 2 f^2 G_1 F_1 - 2 f G_2 F_2 + 2 f G_2 F_3 \\
&\quad + \{ (1-f^4) G_3 - (1+f^4) G_1 \} F_4 \}
\end{aligned} \tag{付1-8}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
A_0 &= \frac{A_a}{\{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} F_5 + \{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} (F_1 + F_4) + f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} (F_2 + F_3)} \\
f &= \frac{\beta}{\gamma} \\
G_1 &= \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad G_2 = \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad G_3 = \frac{\sinh \gamma L}{\cosh \gamma L} \\
F_1 &= \sin \beta H \tanh \beta H, \quad F_2 = \sin \beta H, \quad F_3 = \cos \beta H \tanh \beta H, \\
F_4 &= \cos \beta H, \quad F_5 = \frac{1}{\cosh \beta H}
\end{aligned} \tag{付1-9}$$

なお、これらの係数を用いると、振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI \gamma^3 (-\gamma_2 A_b - \gamma_1 B_b + \gamma_4 C_b - \gamma_3 D_b) + M \nu^2 (\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b + \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b) = 0 \tag{付1-10}$$

2) クイ下端が固定端の場合

(i)  $\nu < \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$$\begin{aligned}
A_a &= \text{任意定数} \quad (A_a = 1 \text{ とおいてよい}) \\
B_a &= A_0 \{ -2 e^2 R_3 - e (2 e^2 R_1 + R_2) (C_3 + C_1 C_2) - R_4 C_1^2 \} \\
C_a &= - (C_3 + C_1 C_2) A_a - C_2^2 B_a \\
&= A_0 \{ -e (2 e^2 R_1 - R_2) (C_3 + C_1 C_2) + 2 e^2 R_3 C_2^2 + R_4 C_3^2 \} \\
D_a &= C_1^2 A_a - (C_3 - C_1 C_2) B_a \\
&= A_0 \{ 2 e^2 R_3 (C_3 - C_1 C_2) + e (2 e^2 R_1 - R_2) C_1^2 + e (2 e^2 R_1 + R_2) C_3^2 \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_b &= \frac{\alpha}{2\gamma^3} \{ (2\alpha^2 + \gamma^2) B_a - (2\alpha^2 - \gamma^2) C_a \} \\
&= A_0 \left\{ -e^3 (2e^2 + 1) R_3 - 2e^4 (R_1 + R_2) (C_3 + C_1 C_2) - \frac{e}{2} (2e^2 + 1) R_4 C_1^2 \right. \\
&\quad \left. - e^3 (2e^2 - 1) R_3 C_2^2 - \frac{e}{2} (2e^2 - 1) R_4 C_3^2 \right\} \\
B_b &= \frac{1}{2\gamma^2} (-2\alpha^2 A_a + \gamma^2 D_a) \\
&= A_0 \left\{ -e^3 (2e^2 R_1 - R_2) + e^2 (R_3 + R_4) (C_3 - C_1 C_2) + \frac{e}{2} (2e^2 R_1 - R_2) C_1^2 \right. \\
&\quad \left. - e^3 (2e^2 R_1 + R_2) C_2^2 + \frac{e}{2} (2e^2 R_1 + R_2) C_3^2 \right\} \\
C_b &= \frac{\alpha}{2\gamma^3} \{ -(2\alpha^2 - \gamma^2) B_a + (2\alpha^2 + \gamma^2) C_a \} \\
&= A_0 \left\{ e^3 (2e^2 - 1) R_3 - 2e^4 (R_1 - R_2) (C_3 + C_1 C_2) + \frac{e}{2} (2e^2 - 1) R_4 C_1^2 \right. \\
&\quad \left. + e^3 (2e^2 + 1) R_3 C_2^2 + \frac{e}{2} (2e^2 + 1) R_4 C_3^2 \right\} \\
D_b &= \frac{1}{2\gamma^2} (2\alpha^2 A_a + \gamma^2 D_a) \\
&= A_0 \left\{ e^3 (2e^2 R_1 - R_2) + e^2 (R_3 - R_4) (C_3 - C_1 C_2) + \frac{e}{2} (2e^2 R_1 - R_2) C_1^2 \right. \\
&\quad \left. + e^3 (2e^2 R_1 + R_2) C_2^2 + \frac{e}{2} (2e^2 R_1 + R_2) C_3^2 \right\}
\end{aligned}$$

(付1-11)

ここで,

$$\begin{aligned}
A_0 &= \frac{A_a}{e(2e^2 R_1 - R_2) + e(2e^2 R_1 + R_2) C_2^2 - R_4 (C_3 - C_1 C_2)} \\
e &= \frac{\alpha}{\gamma} \\
C_1 &= \frac{\sin \alpha H}{\cosh \alpha H}, \quad C_2 = \frac{\cos \alpha H}{\cosh \alpha H}, \quad C_3 = \frac{\sinh \alpha H}{\cosh \alpha H} \\
R_1 &= \tanh \gamma L + \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad R_2 = \tanh \gamma L - \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L} \\
R_3 &= 1 + \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad R_4 = 1 - \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}
\end{aligned}$$

(付1-12)

なお、これらの係数を用いると、振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI\gamma^3 (-\gamma_2 A_b - \gamma_1 B_b + \gamma_4 C_b - \gamma_3 D_b) + M\nu^2 (\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b + \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b) = 0$$

(付1-13)

(ii)  $\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$A_b =$  任意の定数 ( $A_b = 1$  とおいてよい)

$$\begin{aligned}
A_a &= -\frac{\gamma^3}{6} A_b + \frac{\gamma^3}{6} C_b \\
&= \frac{2\gamma^3 A_0}{3} \{ (5\lambda^4 - 12\lambda^2 - 12)\gamma_4^2 - 12\lambda^2 \gamma_3^2 + \lambda(\lambda^4 + 12)\gamma_1 \gamma_2 + 12\lambda^2 \gamma_1 \gamma_3 \\
&\quad + \lambda^3(-\lambda^2 + 6)\gamma_1 \gamma_4 - \lambda^3(\lambda^2 + 6)\gamma_2 \gamma_3 - (5\lambda^4 + 12)\gamma_2 \gamma_4 + \lambda(\lambda^4 - 36)\gamma_3 \gamma_4 \}
\end{aligned}$$

(付1-14)

$$B_a = -\frac{\gamma^2}{2} B_b + \frac{\gamma^2}{2} D_b$$

$$\begin{aligned}
&= r^2 A_0 \{ 12 \lambda (\lambda^2 - 2) r_3^2 - 4 \lambda^3 (\lambda^2 + 2) r_4^2 - (\lambda^2 + 2) (\lambda^4 + 12) r_1 r_2 \\
&\quad - 12 \lambda (\lambda^2 + 2) r_1 r_3 + \lambda^2 (\lambda^2 + 2) (\lambda^2 - 6) r_1 r_4 + (\lambda^6 + 6 \lambda^4 + 12 \lambda^2 - 24) r_2 r_3 \\
&\quad + 4 \lambda^3 (\lambda^2 + 2) r_2 r_4 - \lambda^2 (\lambda^4 + 12) r_3 r_4 \} \\
C_a &= r A_b + r C_b \\
&= 2 r A_0 \{ 24 \lambda^2 r_3^2 + \lambda^2 (-\lambda^4 + 20 \lambda^2 + 12) r_4^2 + 2 \lambda (\lambda^2 + 12) r_1 r_2 + 24 \lambda^2 r_1 r_3 \\
&\quad + 2 \lambda^3 (-\lambda^2 + 6) r_1 r_4 - 12 \lambda (\lambda^2 - 2) r_2 r_3 + \lambda^2 (\lambda^4 - 8 \lambda^2 + 12) r_2 r_4 + 48 \lambda^3 r_3 r_4 \} \\
D_a &= B_b + D_b \\
&= 2 A_0 \{ 2 \lambda (\lambda^4 + 18 \lambda^2 - 24) r_3^2 + 4 \lambda^3 (\lambda^2 + 2) r_4^2 - (\lambda^2 + 2) (\lambda^4 + 12) r_1 r_2 \\
&\quad - 2 \lambda (\lambda^4 + 6 \lambda^2 + 24) r_1 r_3 - 6 (\lambda^2 + 2)^2 r_1 r_4 + (\lambda^6 + 6 \lambda^4 + 12 \lambda^2 - 24) r_2 r_3 \\
&\quad + 4 \lambda^3 (\lambda^2 + 2) r_2 r_4 + 2 (15 \lambda^4 - 12) r_3 r_4 \} \\
B_b &= A_0 \{ 2 \lambda r_3 + (\lambda^2 + 2) r_4 \} \{ -(\lambda^4 + 12) r_1 + (\lambda^4 + 12 \lambda^2 - 12) r_3 + 8 \lambda^3 r_4 \} \\
C_b &= A_0 \{ (-\lambda^6 + 30 \lambda^4 - 12 \lambda^2 - 24) r_4^2 + 4 \lambda (\lambda^4 + 12) r_1 r_2 + 48 \lambda^2 r_1 r_3 \\
&\quad + 4 \lambda^3 (-\lambda^2 + 6) r_1 r_4 - 2 \lambda (\lambda^4 + 12 \lambda^2 - 12) r_2 r_3 + (\lambda^6 - 18 \lambda^4 + 12 \lambda^2 - 24) r_2 r_4 \\
&\quad + 2 \lambda (\lambda^4 + 24 \lambda^2 - 36) r_3 r_4 \} \\
D_b &= A_0 \{ 2 \lambda (\lambda^4 + 24 \lambda^2 - 36) r_3^2 - 2 (\lambda^2 + 2) (\lambda^4 + 12) r_1 r_2 - 2 \lambda (\lambda^4 + 12 \lambda^2 + 36) r_1 r_3 \\
&\quad - (\lambda^2 + 2) (-\lambda^4 + 12 \lambda^2 + 12) r_1 r_4 + 2 (\lambda^6 + 6 \lambda^4 + 12 \lambda^2 - 24) r_2 r_3 + 8 \lambda^3 (\lambda^2 + 2) r_2 r_4 \\
&\quad + (-\lambda^6 + 30 \lambda^4 - 12 \lambda^2 - 24) r_3 r_4 \}
\end{aligned}$$

(付 1-14)

そこで,

$$A_0 = \frac{A_b}{\{ 2 \lambda r_3 + (\lambda^2 + 2) r_4 \} \{ (\lambda^4 + 12) r_2 + 24 \lambda r_3 + (-\lambda^4 + 12 \lambda^2 + 12) r_4 \}}$$

(付 1-15)

$$\lambda = r H$$

なお, これらの係数を用いると, 振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI r^3 (-r_2 A_b - r_1 B_b + r_4 C_b - r_3 D_b) + M \nu^2 (r_1 A_b - r_2 B_b + r_3 C_b - r_4 D_b) = 0$$

(付 1-16)

(ii)  $\nu > \sqrt{\frac{k}{m}}$  のとき

$A_a =$  任意の定数 ( $A_a = 1$  とおいてよい)

$$\begin{aligned}
B_a &= A_0 \{ -f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} F_5 - f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} (F_1 - F_4) \\
&\quad - \{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} (F_2 - F_3) \}
\end{aligned}$$

$$C_a = (\beta_1 \beta_3 - \beta_2 \beta_4) A_a + (\beta_1 \beta_4 + \beta_2 \beta_3) B_a$$

$$\begin{aligned}
&= A_0 \{ -\{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} F_5 - \{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} (F_1 - F_5) \\
&\quad - f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} (F_2 + F_3) \}
\end{aligned}$$

$$D_a = -(\beta_1 \beta_4 - \beta_2 \beta_3) A_a - (\beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_4) B_a$$

$$\begin{aligned}
&= A_0 \{ -f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} F_5 + f \{ (1-f^2) G_3 - (1+f^2) G_1 \} (F_1 + F_4) \\
&\quad + \{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} (F_2 - F_3) \}
\end{aligned}$$

(付 1-17)

$$\begin{aligned}
A_b &= \frac{\beta}{2\gamma^3} \{ (\gamma^2 + \beta^2) A_a + (\gamma^2 - \beta^2) C_a \} \\
&= f A_o \{ - \{ (1-f^4) - (1+f^4) G_2 \} F_5 + 2 f^2 F_1 + 2 f^3 G_3 (F_2 + F_3) \\
&\quad + \{ (1+f^4) - (1-f^4) G_2 \} F_4 \} \\
B_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \{ (\gamma^2 + \beta^2) B_a + (\gamma^2 - \beta^2) D_a \} \\
&= f A_o \{ - \{ (1-f^4) G_3 - (1+f^4) G_1 \} F_5 - 2 f^2 G_3 F_1 - 2 f (F_2 - F_3) \\
&\quad + \{ (1+f^4) G_3 - (1-f^4) G_1 \} F_4 \} \\
C_b &= \frac{\beta}{2\gamma^3} \{ (\gamma^2 - \beta^2) A_a + (\gamma^2 + \beta^2) C_a \} \\
&= f A_o \{ - \{ (1+f^4) - (1-f^4) G_2 \} F_5 + 2 f^2 G_2 F_1 + 2 f^3 G_1 (F_2 + F_3) \\
&\quad + \{ (1-f^4) - (1+f^4) G_2 \} F_4 \} \\
D_b &= \frac{1}{2\gamma^2} \{ (\gamma^2 - \beta^2) B_a + (\gamma^2 + \beta^2) D_a \} \\
&= f A_o \{ - \{ (1+f^4) G_3 - (1-f^4) G_1 \} F_5 - 2 f^2 G_1 F_1 - 2 f G_2 (F_2 - F_3) \\
&\quad + \{ (1-f^4) G_3 - (1+f^4) G_1 \} F_4 \}
\end{aligned}
\tag{付1-17}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
A_o &= \frac{A_a}{- \{ (1-f^2) - (1+f^2) G_2 \} F_5 + \{ (1+f^2) - (1-f^2) G_2 \} (F_1 + F_4) + f \{ (1+f^2) G_3 - (1-f^2) G_1 \} (F_2 + F_3)} \\
f &= \frac{\beta}{\gamma} \\
G_1 &= \frac{\sin \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad G_2 = \frac{\cos \gamma L}{\cosh \gamma L}, \quad G_3 = \frac{\sinh \gamma L}{\cosh \gamma L} \\
F_1 &= \sin \beta H \tanh \beta H, \quad F_2 = \sin \beta H, \quad F_3 = \cos \beta H \tanh \beta H, \quad F_4 = \cos \beta H \\
F_5 &= \frac{1}{\cosh \beta H}
\end{aligned}
\tag{付1-18}$$

なお、これらの係係を用いると、振動数方程式は次式で表わされる。

$$EI \gamma^3 (-\gamma_2 A_b - \gamma_1 B_b + \gamma_4 C_b - \gamma_3 D_b) + M \nu^2 (\gamma_1 A_b - \gamma_2 B_b + \gamma_3 C_b - \gamma_4 D_b) = 0 \tag{付1-19}$$

## 付録2. 基盤上面に正弦波を入力した場合の地震応答

基盤上面に正弦波  $Z_B = \sin pt$  を入力した場合の地震応答は以下のとおりである。

### 1) 表層地盤の地震応答

表層地盤の  $i$  次の基準座標  $\xi_i(t)$  に関する方程式は、(1.16)式から次のように表わされる。

$$\ddot{\xi}_i + 2n_{si}\dot{\xi}_i + S_{si}^2\xi_i = -A_{si}\ddot{Z}_B = A_{si}p^2\sin pt \quad (\text{付2-1})$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} 2n_{si} &= \frac{g}{\gamma_s} C_s \\ S_{si}^2 &= \frac{gG_s}{\gamma_s} \left\{ \left( \frac{2i-1}{2H} \right) \pi \right\}^2 \\ A_{si} &= \frac{(-1)^{i-1} \cdot 4}{(2i-1)\pi} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-2})$$

なお、 $n_{si}$  は次のように表わすことができる。

$$n_{si} = h_{si} \omega_i \quad (\text{付2-3})$$

ここで、

$h_{si}$ : 表層地盤の  $i$  次の粘性減衰定数

$\omega_i$ : 表層地盤の  $i$  次の固有円振動数 (rad/sec)

(付2-1) 式の解を、

$$\xi_i = M_{si} \sin pt + N_{si} \cos pt \quad (\text{付2-4})$$

とおくと、 $M_{si}$ 、 $N_{si}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{si} &= A_{si} p^2 \frac{S_{si}^2 - p^2}{(S_{si}^2 - p^2)^2 + (2n_{si}p)^2} \\ N_{si} &= -A_{si} p^2 \frac{2n_{si}p}{(S_{si}^2 - p^2)^2 + (2n_{si}p)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-5})$$

次に、

$$\xi_i = a_{si} \sin(pt - \alpha_{si}) \quad (\text{付2-6})$$

とおくと、 $i$  次の振幅  $a_{si}$  および位相  $\alpha_{si}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_{si} &= \sqrt{M_{si}^2 + N_{si}^2} = \frac{A_{si} p^2}{\sqrt{(S_{si}^2 - p^2)^2 + (2n_{si}p)^2}} \\ \alpha_{si} &= \tan^{-1} \left( -\frac{N_{si}}{M_{si}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{2n_{si}p}{S_{si}^2 - p^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-7})$$

よって、表層地盤の  $i$  次の応答変位  $u_i$  は次式で表わされる。

$$u_i = a_{si} X_i \sin(pt - \alpha_{si}) \quad (\text{付2-8})$$

ここで、

$X_i(x)$ : 表層地盤の  $i$  次の正規函数

ゆえに、表層地盤の応答変位  $u$  は次式で表わされる。

$$u = \sum_i u_i = \sum_i a_{si} X_i \sin(p t - \alpha_{si}) \quad (\text{付2-9})$$

### 3) クイ基礎の地震応答

クイ基礎の  $i$  次の基準座標  $\phi_i(t)$  に関する方程式は, (1.62) 式から次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_i + 2n_{\phi i} \dot{\phi}_i + S_{\phi i}^2 \phi_i &= -A_{Bi} \ddot{Z}_B + A_{ki} \xi \\ &= (p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki}) \sin p t + N_s A_{ki} \cos p t \end{aligned} \quad (\text{付2-10})$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} 2n_{\phi i} &= Q_{pi} = \frac{C_a \int_0^H Y_{ai}^2 dx + C_b \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx + C_M (Y_{bi}^2)_{x=-L}}{m (\int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx) + M (Y_{bi}^2)_{x=-L}} \\ S_{\phi i}^2 &= R_{pi} = \frac{EI \left\{ \int_0^H \left( \frac{d^2 Y_{ai}}{dx^2} \right)^2 dx + \int_{-L}^0 \left( \frac{d^2 Y_{bi}}{dx^2} \right)^2 dx \right\} + k \int_0^H Y_{ai}^2 dx}{m (\int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx) + M (Y_{bi}^2)_{x=-L}} \\ A_{Bi} &= -F_{pi} = \frac{m (\int_0^H Y_{ai} dx + \int_{-L}^0 Y_{bi} dx) + M (Y_{bi})_{x=-L}}{m (\int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx) + M (Y_{bi}^2)_{x=-L}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-11})$$

$$\left. \begin{aligned} A_{ki} &= \frac{k \int_0^H X Y_{ai} dx}{m (\int_0^H Y_{ai}^2 dx + \int_{-L}^0 Y_{bi}^2 dx) + M (Y_{bi}^2)_{x=-L}} \\ \xi &= M_s \sin p t + N_s \cos p t \\ X &: \text{表層地盤の正規函数} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-12})$$

なお,  $n_{\phi i}$  は次のように表わすことができる。

$$n_{\phi i} = h_{\phi i} \nu_i \quad (\text{付2-13})$$

ここで,

$h_{\phi i}$  : クイ基礎の  $i$  次の粘性減衰定数 (上部構造における減衰の影響を含む)

$\nu_i$  : クイ基礎の  $i$  次の固有円振動数 (rad/sec)

(付2-10) 式の解を,

$$\phi_i = M_{\phi i} \sin p t + N_{\phi i} \cos p t \quad (\text{付2-14})$$

とおくと,  $M_{\phi i}$ ,  $N_{\phi i}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M_{\phi i} &= \frac{(S_{\phi i}^2 - p^2) (p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki}) + 2n_{\phi i} p N_s A_{ki}}{(S_{\phi i}^2 - p^2)^2 + (2n_{\phi i} p)^2} \\ N_{\phi i} &= \frac{(S_{\phi i}^2 - p^2) N_s A_{ki} - 2n_{\phi i} p (p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki})}{(S_{\phi i}^2 - p^2)^2 + (2n_{\phi i} p)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-15})$$

次に,

$$\phi_i = a_{\phi i} \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \quad (\text{付2-16})$$

とおくと,  $i$  次の振幅  $a_{\phi i}$  および位相  $\alpha_{\phi i}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_{\phi i} &= \sqrt{M_{\phi i}^2 + N_{\phi i}^2} = \sqrt{\frac{(p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki})^2 + (N_s A_{ki})^2}{(S_{\phi i}^2 - p^2)^2 + (2n_{\phi i} p)^2}} \\ \alpha_{\phi i} &= \tan^{-1}\left(-\frac{N_{\phi i}}{M_{\phi i}}\right) = \tan^{-1}\left[-\frac{(S_{\phi i}^2 - p^2)N_s A_{ki} - 2n_{\phi i} p(p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki})}{(S_{\phi i} - p^2)(p^2 A_{Bi} + M_s A_{ki})2n_{\phi i} p N_s A_{ki}}\right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-17})$$

よって, クイ基礎の  $i$  次の応答変位  $y_i$ , 応答曲げモーメント  $M_i$ , 応答せん断力  $S_i$  は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y_i &= a_{\phi i} Y_i \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \\ M_i &= -a_{\phi i} EI \frac{d^2 Y_i}{dx^2} \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \\ S_i &= -a_{\phi i} EI \frac{d^3 Y_i}{dx^3} \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-18})$$

ここで,

$Y_i(x)$ : クイ基礎の  $i$  次の正規函数

ゆえに, クイ基礎の応答変位  $y$ , 応答曲げモーメント  $M$ , 応答せん断力  $S$  は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y &= \sum_i y_i = \sum_i a_{\phi i} Y_i \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \\ M &= \sum_i M_i = -\sum_i a_{\phi i} EI \frac{d^2 Y_i}{dx^2} \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \\ S &= \sum_i S_i = -\sum_i a_{\phi i} EI \frac{d^3 Y_i}{dx^3} \sin(p t - \alpha_{\phi i}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{付2-19})$$