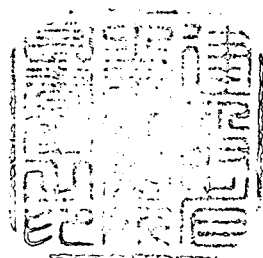


土木研究所資料

感潮河川における塩水くさびの水理
に関する基礎的研究



昭和 54 年 12 月

建設省土木研究所
河川研究室



土木研究所資料 1537号

感潮河川における塩水くさびの水理
に関する基礎的研究

Hydraulics of Saline Water Intrusion
in Tidal Rivers

昭和 54 年 12 月

December 1979

須賀 堯 三*

Kyozo SUGA

* 建設省土木研究所 河川部 河川研究室長
Head of River Hydraulics Div. River Dept.
Public Works Research Institute, Ministry of Construction

はじめに

感潮河川における海水侵入現象の運動について水理的な検討を行った。最終目標を河道計画の策定ならびに河川管理上の技術指針に資することとし、海水遡上距離が最大となる成層流について、従来のシミュレーション・モデルを改良し、長良川などにおける大規模な実測や大型水路を用いた実験の結果などに基づいて、内部抵抗係数や連行係数を再整理し、かつ実際に生じている複雑な現象について考察した。その結果、弱混合ならびに緩混合状態の海水侵入現象を予測する手法を改善し、適用の妥当性を明らかにすることができた。

なお付録として、定常流の海水遡上特性、異常海水遡上とその条件、上層における密度分布、複断面水路における塩水くさびの取扱い方、二層一次元不定流に関する運動量方程式、および三層流に関するエネルギー方程式などの問題について考察した。これらは本文の内容を補足し、または将来の研究の発展に資することを期待したものである。

また、内部抵抗係数や連行係数に関する資料は付表にまとめ、後の便に供することにした。電算プログラムと計算結果の一部も付録にのせた。

この論文は、既発表の 27 の論文・報文 (0-1) ~ (0-27) を整理し、集約加筆したものである。

感潮河川における塩水くさびの水理に関する基礎的研究

概 要

海水が河道内に侵入する水理現象について考察した。この現象には実際面から多くの関心が寄せられている。その理由は、この現象が取水、塩害、ヘドロの堆積、および生態系などの問題と密接な関係を有することによる。いっぽう、河川の下流部には計画洪水流量の増大に伴う河道掘削、河口部の改修、河川平常時流量の減少、あるいは取水量の増大など、河川を変化させる種々の要因が存在している。そして、それに伴って海水の遡上現象は変貌をきたし、またはその変化が予想される場合も少なくない。そこで、河道内への海水の侵入現象の一般的な特性を知り、河道条件や外力の変化に対応した現象の反応を、目的に応じた精度で予測することが必要である。

この研究の目的は、海水の侵入現象の一般的な特性を明らかにし、その予測手法を開発することにある。その結果は河道計画の策定に資することを期待した。

海水遡上現象に関連する工学上の問題は非常に多く、かつそれらの内容は複雑である。しかし、これまでに十分解決されていなかった問題のうちで、重要にして緊急度の高い課題は、(a)実際の河川における海水の侵入状況の月令および潮汐による変化の特性の把握、(b)合理的なシミュレーション・モデルの策定、(c)内部抵抗係数、連行係数、および拡散係数などの定数の特性の把握、および境界条件の決め方の研究などであった。

そこで、長良川および最上川などにおいて、詳細にして大規模な現地観測を行い、または観測に協力して重要な資料を得、また全国的な規模で既存の観測資料を収集して、実際の現象について考察した。現地資料で不足している部分に対しては、この種の施設としては大型な 100 m 水路を用いて実験を行い、補完することとした。また、シミュレーション・モデルの検証を行うためにも実験を行った。いっぽう、シミュレーション・モデルとしては、一次元の二層不定流モデルを考えた。ここでは、二層流において塩水が下層から上層へ混入する現象を考慮しており、上下層の縦断的な密度変化の影響をとり入れていることにその特徴がある。そして、実験ならびに実測の資料、およびシミュレーション・モデルによる数値計算等を通じて総合的に検討を行った結果、なお個々の内容には二・三の問題点が残されているとはいえ、一応所期の目的を達成することができた。

本論文の構成は 7 章より成る。まず第 1 章の序論では、研究の背景として、全国主要河川における海水侵入の現象の大略の状況を明らかにした後、現場において問題となる事項を分類整理して、研究の必要性について述べた。これに対して古くより行われてきた研究内容の大筋の紹介を行い、残されている問題点について考察した。その結果に基づいて、この論文の目的、取扱う範囲、および研究内容などをきめ、本論文の特徴を明確にした。第 2 章では、河道内への海水遡上現象を考察するに際しての基礎となる一次元二層不定流モデルについて、従来のモデルの改善点やその他の基本的な考え方を示した後、基礎方程式としてのエネルギー式を示した。数値計算法としては、陰型式差分法がよいと判断し、計算式を示して問題点についての考察を行った。その一つは差分計算上の格子間隔が計算結果に重大な影響を及ぼすことであり、これについては 5 - 4 において実際的な検

討を行い、 $\Delta x / \Delta t$ の最適値が潮位曲線の波形勾配とレイノルズ数によって与えられることを示した。第3章では、実際の計算結果を左右する諸係数について検討した。係数のなかでは内部抵抗係数、連行係数および下層における拡散係数などが特に重要である。前2者については、内部境界面位置に関する合理的な定義づけを行って、従来の資料と著者らの実験ならびに河川における実測の資料を集約して再整理し、現段階で最も妥当性ある実用公式を作成した。拡散係数は、5-3において長良川の成層流の計算を実施したが、その結果によるとElder式程度の値となった。成層水域では拡散係数は小さいのであろう。第4章では、境界条件として問題となる下流端位置と、その地点における上層水深の決定方法について考察を行った。本来ならば、下流端位置に存在する主要内部渦をモデルの中にとり入れた考察を行うことが必要であるが、内部渦の研究が容易でないので後の問題とし、長良川における実測の資料を利用して、主要内部渦の運動を調べ、一般的な考察を加えた。その結果、塩水くさびの侵入長が最大となる弱混合時には、主要内部渦が流路の下流端付近で安定することがわかった。したがって、主要内部端の上流端をモデルの下流端位置とし、この点で順流時には内部フルード数が1となる条件を与えればよい。さて、以上で計算の準備が終了したので第5章において検証計算を実施した。被検証現象は100 m実験水路における6ケースの塩水くさびの運動と、弱混合状態から緩混合状態に変化する長良川における4日間の海水遡上運動であり、この結果により、シミュレーション・モデルと計算手法の妥当性が明らかとなった。しかし、開発されたシミュレーション・モデルは現段階では完全とはいえず、モデルが自然現象の種々の条件に対処することは一般的には結論できない。そこで、第6章では実測や実験で知り得た実際の現象を全て示すことにした。そして、モデルによって説明できる現象と説明できない現象との仕分けを行った。その結果、モデルの適用性とその限界がいっそう明確となった。また、上層密度が上昇する原因と下層密度が低下する原因について考察し、混合形態が遷移する一般的な特性を明確にした。これにより、シミュレーション・モデルの適用範囲を推定することが可能となった。以上を総合して、第7章において結論として、研究結果、現場への適用方法、および今後の問題点などについてとりまとめた。

取後に、この研究により得られた成果を要約すると次のようである。すなわち、河川における実測資料等を通じて、低水時の月令および潮位変動に基づく、海水の河道内への遡上特性を明らかにした。これまでの研究によっても、海水の侵入長が大きくなるのは小潮時であるとされてきたが、このときの混合形態は弱混合の塩水くさびであると判断される。おおよそ、弱混合ないし緩混合状態では成層化が促進され、このような状態では二層流としての取扱いが可能である。そこで、海水の侵入長が比較的大きくなる状態を想定して、混合ならびに密度の縦断変化を考慮した一次元二層不定流モデルを考え、その適用性と妥当性を明らかにした。また、実測資料等によって明らかにされた一般的特性を考慮することにより、海水の遡上現象に関する予測精度と予測内容を一層高度なものとすることができた。その結果は、河道条件や外力の変化に対応する海水の最大侵入長の予測、平常時の海水遡上状況の変化、出水初期の海水のフラッシュ、あるいは堰操作による海水遡上制御等の問題に適用できるものと思われる。

Hydraulics of Saline Water Intrusion in Tidal Rivers

Abstract

Hydraulic phenomena of saline water intruding into river channel were discussed. This proposition is a problem calling much interest in the practical aspect. The reason is that the phenomena are related closely with such problems as water intake, saline damage, sedimentation of estuary mud sludge and ecology. On the other hand, there are present, in the lower reaches of rivers, various changing factors such as channel excavation with increasing design flood discharge, improvement of the river mouth, decreasing low water discharge and increasing intake discharge. With such factors, it is not rare that the saline water intrusion undergo, or is expected to undergo, a change. It is then required to know the general characteristics of the saline water intrusion in the estuary and thus predict the phenomena occurring in response to the changes in the channel condition or of the external forces in a precision conforming to the specific object.

The present study was intended to clarify the general characteristics of the phenomena of intrusion of the saline water, develop a procedure of prediction and thus contribute to the channel planning.

Initially, in carrying out the study, it was thought from the engineering point of view that there would be involved a number of problems each of which was in no way insignificant and could not be resolved with ease. But, among such problems, those of particular importance and urgency were considered to be grasping the characteristics of changes in the condition of saline water intrusion with the lunar age and tide in the actual rivers, how to consider a simulation model which is reasonable, characteristics of the coefficients of internal friction, entrainment and dispersion, and boundary conditions.

Thus, conducting or participating in detailed and large scale field investigations in the Nagaragawa, Mogamigawa and other rivers and thus obtaining significant data on one hand and collecting field data in a nationwide scale, the actual phenomena were considered. Where the field data were shortcoming, they were complemented with the results of experiments carried out in use of a relatively large 100m channel as a facility of this type. Experiments were also carried out for verification of the simulation model. As such simulation model, a one dimensional two layer unsteady flow model was considered. The model is characteristic in that it takes into consideration the entrainment of saline water from the lower layer to upper layer in the two layer flow so that the effect of change in the profile of density through the upper and lower layers. After total investigation, as the result of a comprehensive examination of the experimental as well as field data through numerical calculation by means of the simulation model, it was thought that the intended object was achieved, although each problem had some points to be clarified further.

As the conclusions, in the following were set forth the major matters clarified by the present study.

- (a) There was developed a one dimensional two layer unsteady flow model which would be applicable to the situation where the length of intrusion of saline water was increasing.
- (b) Showing a method of implicit numerical calculation, the functional form of $\Delta x/\Delta t$ was discussed.
- (c) There were proposed practical formulas concerning the coefficients of internal friction and entrainment which are applicable to a wide range of conditions.
- (d) Through discussion of the lower end boundary conditions, presence of

internal vortexes was confirmed for the first time, and the characteristics of their movement was clarified.

(e) The mixing phenomena, development of an internal layer and transitional phenomena of the states of mixing were explained in relation to the internal vortexes.

(f) As the characteristics of an unsteady flow, the mixing state as a function of the lunar age or tidal level, longitudinal gradient of the lower layer density, distance of the intrusion and its scope of variation, water surface gradient and scope of the stratified flow being generated were clarified. Further, the conditions producing the maximum length of intrusion were discussed.

(g) Applying the simulation model to the case of Nagaragawa River, its propriety was confirmed. If the characteristic values of the respective rivers are grasped by measurements and are evaluated generally in reference to the results of calculation, further improvement in the accuracy of prediction is expectable. Through the calculations by the model, the internal boundary surface configuration, location of the leading edge of intrusion, flow velocity distributions in the upper and lower layers, density distributions in the upper and lower layers and other hydraulic quanta changing with time are calculated quantitatively. Particularly, prediction of a very high level of accuracy is enabled under the steady condition. These hydraulic quanta provide very useful technical informations for river channel planning in the tidal ranges of the rivers.

Hydraulique de l'Entree d'Eau Salée dans les Rivières à Barre de Flot

Synopsis

Les phénomènes hydrolifiques de l'entree de l'eau salée dans le lit d'une rivière sont discutés. Ce problème soulève un grand intérêt dans son aspect pratique. Ceci en raison de la relation étroite existant entre les phénomènes et les problèmes de prise d'eau, de degat salin, de sédimentation de la vase de l'estuaire et d'écologie. D'autre part, il existe, dans la partie inférieure d'une rivière, divers facteurs de chenal tels que l'approfondissement du lit avec l'augmentation du déversement du reflux d'étude, l'amélioration de l'estuaire, le déversement normal décroissant et la prise d'eau croissante. En présence de tels facteurs, il n'est pas rare que l'entrée d'eau salée subisse, ou doive subir, un changement. Il est alors nécessaire de connaître les caractéristiques générales de l'entrée d'eau salée dans le lit de la rivière et de prédire ainsi les phénomènes se produisant par réaction avec les changements de condition du lit ou des forces extérieures avec une précision conforme à l'objet spécifique.

La présente étude est menée dans le but de clarifier les caractéristiques générales des phénomènes d'introduction de l'eau salée, de développer un procédé de prévision et de contribuer ainsi à la planification du lit pour les besoins administratifs.

Lors de l'étude, il fut d'abord pensé que du point de vue de l'étude technique un nombre de problèmes seraient en jeu dont aucun n'était sans importance et ne pouvait être résolu facilement. Mais parmi de tels problèmes, il fut considéré que les problèmes d'une importance et d'une urgence particulières englobaient les caractéristiques des changements des conditions d'entrée d'eau salée dans les rivières actuelles avec l'époquelunaire et la marée, la manière d'envisager un modèle de simulation raisonnable, les caractéristiques des coefficients de friction intérieure, l'entraînement et la dispersion ainsi que les conditions de limite.

Ainsi, en effectuant ou en prenant part à des recherches sur le terrain détaillées et à grande échelle dans les rivières Nagaragawa, Mogamigawa et autres, obtenant des données significatives d'une part et receuillant des données pratiques à l'échelle nationale, les phénomènes actuels furent considérés. Lorsque les données pratiques furent insuffisantes, on les compléta à l'aide des résultats des expériences menées en utilisant un chenal relativement large comme installation de ce type. Des expériences furent aussi menées pour la vérification du modèle de simulation. Un modèle à écoulement fixe à deux couches en une dimension fut envisagé comme modèle de simulation. La caractéristique principale du modèle réside dans le fait qu'il tient compte de l'entraînement d'eau salée de la couche inférieure vers la couche supérieure dans l'écoulement à deux couches de façon à ce que l'effet du changement dans le profil de densité à travers les couches supérieure et inférieure. Et, au résultat d'un examen d'ensemble des données expérimentales et pratiques par l'intermédiaire de calculs numériques au moyen du modèle de simulation, on pensa que le but recherché était atteint, bien que chaque problème présente quelques points devant être clarifiés ultérieurement. L'étude est ainsi résumée ici.

Les points suivants mettent en valeur les questions principales clarifiées par la présente étude.

- (a) Il fut développé un modèle d'écoulement instable à deux couches en une dimension devant être applicable à la situation dans laquelle la longueur de l'entrée d'eau salée augmentait.
- (b) La forme fonctionnelle de $\Delta x / \Delta t$ fut discutée en indiquant une méthode de calcul implicite.
- (c) Il fut proposé une formule pratique, applicable à un grand éventail de conditions, concernant les coefficients de friction intérieure.
- (d) Par la discussion des conditions de limite d'extrémité inférieure, la présence de turbulences intérieures fut confirmée et les caractéristiques de leurs mouvements furent clarifiées.
- (e) Les phénomènes de mélange, de développement d'une couche interne et transitionnels de la forme du mélange furent expliqués en relation avec les turbulences intérieures.
- (f) Comme les caractéristiques d'écoulement instable, l'état de mélange en fonction de la période lunaire ou du niveau de la marée, la pente longitudinale de la densité de couche inférieure, la distance de l'entrée et l'étendue de sa variation, la pente de la surface de l'eau et l'étendue de l'écoulement stratifié étant produit furent clarifiées. De plus, les conditions produisant la longueur d'entrée maximum furent discutées.
- (g) Les propriétés du modèle de simulation furent confirmées en l'appliquant au cas de la rivière Nagaragawa. Si les valeurs caractéristiques des rivières respectives sont cernées par les mesures et sont évaluées de façon générale en référence au résultat des calculs, une amélioration ultérieure de la précision de prévision est à espérer. A l'aide des calculs basés sur le modèle, la configuration de la surface de limite intérieure, l'emplacement du bord directeur de l'entrée, les distributions de vitesse d'écoulement dans les couches supérieures et inférieures, les distributions de densité dans les couches supérieures et inférieures et les autres quantités hydrauliques changeant avec le temps sont calculés de manière quantitative. La prévision d'un très haut niveau de précision est rendue possible spécialement en conditions stables. Ces quantités hydrauliques fournissent des matériaux très utiles pour la planification des champs de barre de flot des rivières.

感潮河川における塩水くさびの水理に関する基礎的研究

目 次

はじめに

概要(和文, 英文, 仏文) (2)

第1章 序 論 1

1-1 研究の背景 1

1-2 河川における海水の侵入現象の状況と問題点 2

1-3 これまでの研究の概要 9

1-4 研究目的と研究内容 15

第2章 二層一次元不定流のシミュレーション・モデル 17

2-1 モデルに関する基本的な考え方 17

2-2 エネルギー方程式 20

2-3 数値計算法 22

2-4 差分格子点間隔の影響 29

第3章 モデルに必要な抵抗係数と連行係数等の係数に関する考察 32

3-1 係数に関する問題点と研究方法 32

3-2 内部抵抗係数 37

3-3 連行係数 45

3-4 係数に関する考察 51

第4章 主要内部渦と下流端境界条件に関する考察 55

4-1 境界条件の問題点 55

4-2 定常時の河口流出流とジャンプ渦 56

4-3 非定常時の内部渦の運動 65

4-4 下流端条件に関する考察 75

第5章 シミュレーション・モデルの検証計算 77

5-1 数値計算上の問題点と安定対策 77

5-2 実験水路内の塩水くさびの運動に関する検証計算 78

5-3 河川における塩水くさびの運動に関する検証計算 86

5-4 現象を説明しうる差分間隔 95

第6章 シミュレーション・モデルの適用性 102

6-1 河川における成層流の一般的な特性 102

6-2 二層流モデルにより説明しえない現象とその影響 111

6-3 混合形態の遷移 114

6-4 モデルの適用性に関する考察 120

第7章 結 論	125
7-1 研究結果	125
7-2 モデル適用に際しての留意点	127
7-3 今後の問題点	128
おわりに	131
参考文献	132
写真, 図, 表, および記号一覧表	138
付 録 章	
A-1 一次元定常流の海水遡上特性	144
A-2 異常海水遡上とその条件	153
A-3 上層における密度分布と混合形態の定義	162
A-4 複断面水路における海水遡上	170
A-5 二層一次元不定流の運動量方程式	175
A-6 特性曲線法による解法	182
A-7 二層流解析と一層流解析の相違	188
A-8 三層一次元不定流のエネルギー方程式	190
付 表	
B-1 内部抵抗係数の数値表	198
B-2 連行係数に関する実験数値表	204
B-3 一次元二層不定流モデルの数値計算プログラム	206
B-4 長良川海水遡上の計算結果の数値表	214
B-5 全国一級河川塩水遡上状況一覧表	226
付 図	
C-1 最上川河口における実測図	227
C-2 長良川における実測図	229

論

日本における高度経済成長の時代はおわりを告げたといえる。昭和50年代は過去において生じた種々の歪を是正しつつ、新たな展望のもとに安定した成長をじっくりと考え、それを実行してゆく時代であろう。河川改修事業も、政策の方向づけに量から質への軌道修正を施し、従来にもまして、環境と調和した、かつ将来予測の十分に行われた綿密な計画のもとで遂行されなければならない。河川の下流部は、一般に平野がひらけ、古くより発展している場合が多く、社会経済上も重要な地域である。したがって、社会の要請に基づき、将来の発展の一環として、今後も広義の治水・利水、ならびにその他の河川関連事業が行われるものと期待される。このような場合に、社会環境の変化に伴う塩害ポテンシャルの進行も考えられ、いっぽうにおいて、河川水の塩水化の促進、および生態系の変化などの問題が懸念される。本論文においては、以上のような実際面の問題を踏えて、広義の河道計画の策定に資することを目標に、河道内における海水侵入長の大きくなる場合についての一般的な水理現象を考察し、塩水くさびの運動を予測する手法を明確にしてゆくこととした。

第1章では、まず1-1において、この研究の背景について述べ、基本的な立場を明確にした。このような研究の必要性は、実際の現象を通じて明らかにしておくことが直接的であるから、1-2において、河川における海水侵入の状況について簡単なとりまとめを行った。これは、全国主要河川において、それぞれの河川の直接の管理者が独自の考え方と方法に基づいてこれまでに行ってきた調査結果の一部を集約したものである。資料が精粗まちまちであることは否めないが、各河川における海水侵入の状況と、全国河川における大略の相対的な状況を明らかにすることができた。ついで、工学上問題となる事項を分類・整理して、研究のニーズを提起した。これにより、研究の位値づけを行った。今後必要となる研究の内容は、過去の文献調査の結果を加味して定めなければならないので、1-3において、塩水くさびや界面現象に関する従前の研究結果の調査を行った。その内容としては、密度流に関する先駆的な研究、二層流のシミュレーション・モデルに関する研究、内部抵抗係数と連行係数に関する研究、渦動拡散、および内部渦に関する過去の研究成果などで、本論文に関係のある範囲に限定した。最後の1-4において、以上の結果を集約して、本論文において取扱う直接的な研究目的と、その目的の達成のために必要な研究内容について述べた。しかしながら、目的達成に必要な研究課題に関して、未解決の問題を整理してみると、難題が多く、一時に全ての問題を

解決することは困難であることが判明したので、目的と照合しつつ、シミュレーション・モデル全体のシステムのなかで、実際面への適用性に対する各項目のバランスを重視する立場から、ほぼ妥当と考えられる仮定はそのまま用いた。このような基本方針に基づいて、本論文の取扱い範囲を定め、その範囲内で行う研究内容を明確にしておいた。

河道内における海水侵入の現象の状況をかんがみると、実際面の問題は弱混合、あるいは緩混合状態の現象に重要なものが多いので、本論文のような取扱い方の必要性和研究方法の妥当性は、十分に納得できるものである。そして、日本の多くの河川における海水侵入現象の範囲内では、巨視的なかたちでの現象の解明が、第一近似としての二層流モデルによって比較的単純な筋道で行われ、かつその応用が容易なので、本論文で考えた方法は実際面への貢献を当面最も期待できるものであると考えた。

1-1 研究の背景

本論文においては、システムの系の間のバランスを特に重視しているので、研究の背景を明確にしておくことが必要である。そこで、行政上の技術問題について若干述べたのち、それとの関連事項を基礎として、感潮河川における海水遡上の水理現象のなかで、究明することが必要な学術上の事項をとりあげてゆく。したがって、最終目標となる河川事業のなかでの位値づけがあって、その中での海水遡上現象の個々の課題を考えるわけであるから、それらの課

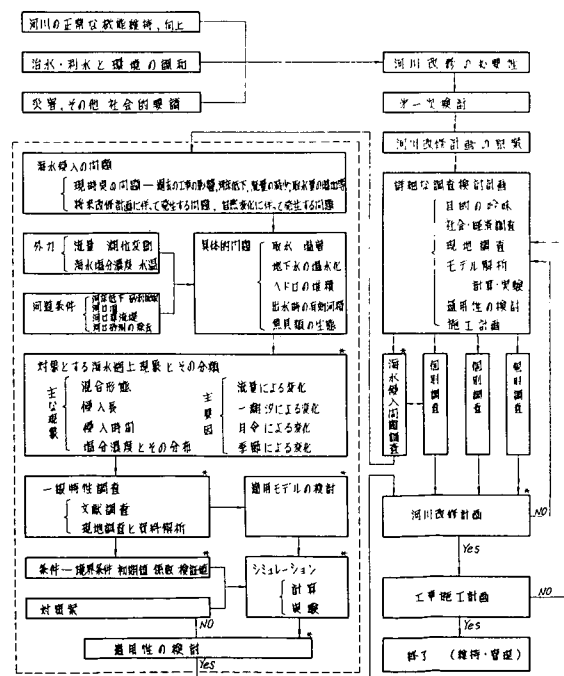


図 1.1.1 河川改修計画と海水侵入問題の位置づけ

題の相互に調和のとれた質的、ならびに量的な研究内容が要求される。図 1.1.1 は河川の改修計画と海水遡上調査との大略の関連を示す。多くの研究では、現象の細部機構の奥底にまで深く究明してゆくこともあるが、本論文では若干異って、工学上の重要度のバランスを特に重視するので、つぎにその背景について述べる。

a 河川の機能維持と海水の遡上現象

河川の正常な機能は維持されなければならない。そのために広義の河川改修事業が遂行される。河川改修事業は、社会・経済、および地域住民に直接・間接の広範囲の関連事項を有し、その影響を及ぼすところは少なくない。ここでは、治水と利水、および環境問題のあいだに、調和が保たなければならない。洪水災害は依然として跡を断たないが、水利用、砂利資源開発、魚貝類の生息条件維持、および舟運等の利水上の問題提起も多い。また、水質や河道に対する自然状態の維持要請などの環境問題にも、認識をあらたにして対処していく必要がある。そこでは、河川というほぼ永遠の地球上の財産のあるべき姿を追求し、それを護ってゆくという基本的態度が要請される。

海水が河口より河道内に遡上する現象は、昔から注目されてきた。感潮現象や魚貝類の生態は直接住民の眼にふれ、塩害防止やタイダル・イリゲーションの成否は農耕民の生活を左右する重大事であった。このことは、現時点においても基本において相違はない。むしろ、当然のことながら社会環境の高度な変貌により、表面的には非常に複雑な様相を呈している。自然発生的な河川環境の変化、および直接・間接の人工的な河道変化により、海水の遡上形態は大きな影響を受けている。過去の単純な社会構成の時代においては、海水の遡上現象に関する定性的な認識のみに基づいて河川改修工事を推進することができた。しかし、時の流れが変わり、そこに住む人々の生活環境、および社会経済意識が大きな変貌をなしとげると、もはや、定性的な現象解析の結果のみによっては、住民に対する説得力を欠くに至った。下流部河道に関係する河川計画の策定に際しては、海水の遡上現象も主要な検討項目の一つに数えあげておかなければならない。しかも、その検討内容は定性的現象解析のみならず、定量的な考察が要請されるに至っている。すなわち、たとえば上流において取水量を増加させたり、あるいは下流部において、大規模なしゅんせつや河口処理工を計画する場合には、事前に、海水遡上の上流端の移動距離、塩分濃度の変化量、およびその時間的な変化量などに関する十分な事前評価を行うことが要求されるであろう。

b 海水の遡上現象の特徴

海水の遡上現象は、主として塩水と淡水の密度差により、

海水が主に下層部を通して上流に侵入する現象である。もし、上流からの自流量が極く少量の状態であれば、最深河床高の縦断曲線において、ほぼ海面の高さとなる地点にまで海水が水平に侵入する。また、潮位変動がわずかであり、無風状態であれば流量のある限度までの範囲内では二層流の状態となる。内部の境界面は、そこに働くせん断力の作用により、ある傾きを有する形状となり、このような状態は塩水くさびと呼ばれる。二層の境界面を通じて、主として下層の海水が上層流に引きずられるかたちで上層に混入し、上層において主として乱流作用により拡散する。このようにして、塩水くさびと呼ばれる弱混合から緩混合の状態へ、さらに混合が激しく行われれば強混合の状態へと移行する。下流部河道においては、河口地点で最も早い流速が生じるといわれるように、潮位変化は大きい流速を発生させるので、潮位変動は混合現象を促進し、混合状態の遷移に重大な役割を果す。

c 注目した現象

さて、河道内への海水の遡上現象は、温排水、貯水池内の濁水の成層、貯水池内の水循環、大気成層および気象前線の挙動などと同様な密度流現象であるが、河道計画の策定上は次のような現象に注目する必要がある。すなわち、

- (a) 最長遡上距離（たとえば塩素イオン濃度が 200 ppm とか 20 ppm の点）
- (b) 最長遡上発生条件とその頻度
- (c) 弱、緩および強混合の混合形態の水理特性とその発生条件
- (d) 塩素イオン濃度の分布特性（縦断、横断、鉛直および時間変化）
- (e) 流速の分布特性（縦断、横断、鉛直、および時間変化）
- (f) 流水による塩水の排除特性
- (g) 河口からの淡水の流出特性

などである。

このような海水の遡上現象の定性的な特性は、最近までの研究により大部分明らかにされてきた。ところが、時間変化を考慮すべき問題、三次元的特性、および定量的な予測手法などに未解決の問題がある。そこで現地河川の実情に立脚した調査とそれに基づく考察を行い、三次元的に複雑な河川における海水遡上現象の予測手法について研究する必要がある。

1-2 河川における海水の侵入現象の状況と問題点

本論文では、工学上の見地より、河川における海水の遡上現象を構成する各要素の間のバランスを重視することを

1-1において述べた。この節においては、実際の現象を通じて、このことをいっそう明確にし、実際面からの要請に基づく研究上の問題点を明らかにした。まず、実際の現象を考察するにあたって現象の分類を行う必要から、aにおいて混合形態と各形態における現象の特徴を述べ、bにおいてその実例について考察した。その結果を利用して、cにおいて全国河川における海水遡上状況を資料に基づいて簡単にまとめ、かつ二、三の検討を行った。dにおいて、その現象と社会との係わりについて考察を行い、eにおいて海水の侵入現象に関する調査の必要性和その内容の性格について述べた。さらにfにおいて、実際面において解決されなければならない問題が山積していることをあげ、研究の必要性を強調した。

a 混合形態と海水侵入の現象の特徴

河川における海水の遡上状況は、流量、潮位変動量および河道の長さや水深などによって、弱混合、緩混合あるいは強混合状態と分類され、それぞれの特性を異にする。現在、混合状態の定義は明確になされておらず（後に定義する）、上述の三分類は通念的な概念に過ぎないといえる。しかしながら、多少の不明瞭さを含むものの、なおこのような分類にしたがって現象を考察することには意義がある。一般に、潮位変動量の小さい日本海側に河口を有する河川においては弱混合状態が出現し、潮汐変化がやや大きい太平洋側では緩混合、および有明海など潮位変動量の相当大きい海岸に河口を有する河川では強混合状態の現われる傾向が顕著である。しかしながら、日本海側でも、信濃川や阿賀野川など、海水の遡上距離が長く感潮水面積の大きい河川では、緩混合状態となることもまれには存在する。はんめん、太平洋側でも弱混合河川は存在し、長良川などのように月令によって強、緩、弱のそれぞれの混合状

態が出現する河川もある。また、有明海に流出するすべての河川が常に強混合状態にあるわけでもないことも自明である。このように、海水と河水との混合状態は一義的ではなく、個々の河川においてそれぞれの特性にしたがって絶えず変動しているので、単純なわくに当てはめるべきではない。しかし、個々の河川の代表的な混合の状態を取扱うこととし、便宜的に大局的な立場にたって現象を分類するならば、そこには判然とした相違が存在する。

調査資料に基づいて検討を行うまえに、各混合状態の特性について述べておく。弱混合状態では、明瞭な二層流の傾向が著しい。上下層にわけた場合に、定常性の顕著な河川ほど下層の密度はくさびの先端までほとんど海水のそれと等しく、また上層の密度は淡水のそれに近く非常に小さい。塩水くさびは、流量などによって、大きい時間尺度では変化するが、小さい時間尺度では定常流的性質がある。緩混合状態では、なお二層流的性格を保持するが、上層の塩分濃度はやや大きく、かつ縦断勾配を有している。そして、非定常流的性格が現われる。また、下層の塩分濃度は縦断的、かつ時間的に変化し、先端付近ではかなり減少していることが多い。強混合状態では二層流的性質が消滅する。塩分濃度の鉛直分布は一様状態に近づき、それが縦断的に変化する。河川では河道の三次元効果や風浪の影響も加わり、河川流量が非常に小さいときには定常状態でも強混合状態となりうるが、一般には強混合状態は潮汐運動のエネルギーの一部が混合に費やされた結果、出現するものである。

海水の遡上距離は、混合の度合いが小さい弱混合状態に近くなるほど増大し、強混合状態に近くなるほど減少するのが一般である。したがって、潮位変動量の大きい大潮時付近において、最少の海水遡上距離となり、潮位変動量の

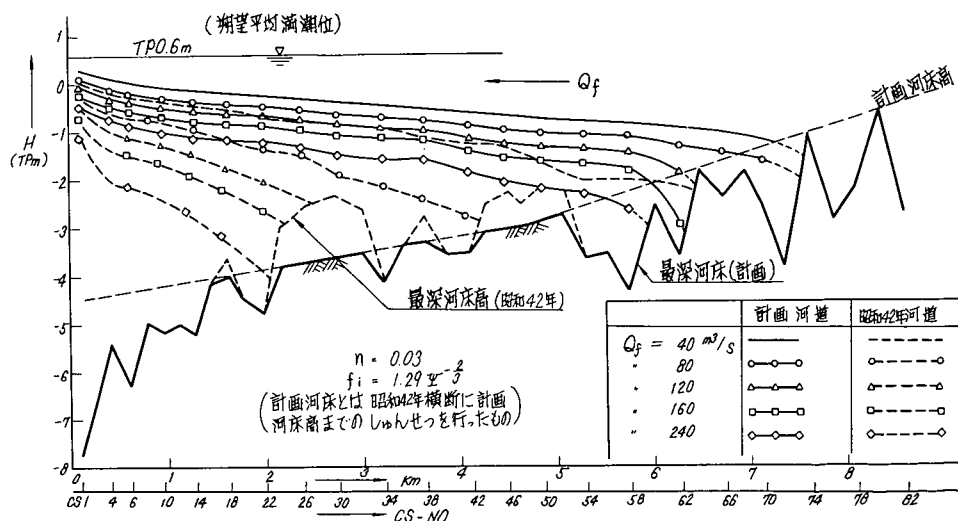


図 1.2.1 最上川塩水くさび形状図（現状および計画断面）

小さい小潮時付近において、緩混合から弱混合状態へと移行し、遡上距離が増大することが多い。しかしながら、潮位変動量の小さい海岸に流出する弱混合河川においては、満潮時付近からややタイムラグをもって遡上距離が伸びることとなるが、海水面高の大きい大または中潮時に最大遡上の状態が出現することもある。

b 混合形態による現象の特徴を示す3つの実例

つぎに、日本海、太平洋および有明海に流出する代表的河川における実例をあげる。図1.2.1はかなり明瞭な塩水くさびが現われている最上川下流部の例で、昭和42年当時の河川流量 Q_f 毎の境界面形状と河道をしゅんせつして計画河道とした場合の塩水くさび形状を表わす。最上川河口では、潮位変動量は最高約30 cm程度であり、ほぼ定常状態と考えられ、主として流量によって海水の遡上距離が変化する。河道をしゅんせつした場合も、河口条件として内部フルード数 $F_1 = 1$ の仮定はほぼ成立すると考えられ、計算によると遡上距離が増大することがわかる。なお、計算に際して内部抵抗係数 f_i には図1.2.1に示した公式を使用し

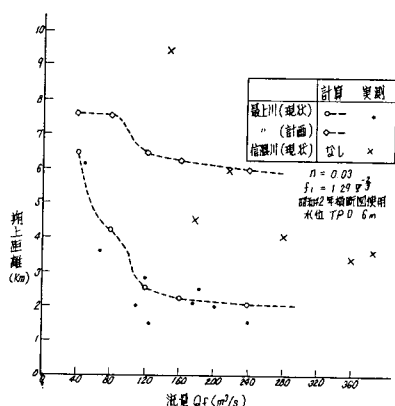


図1.2.2 塩水くさび遡上距離と流量の関係(定常状態)

た。これは最終提案式とは若干異なるが、計算範囲のクーリガン数に対してほぼ同じ f_i となるので、計算結果のくさび形状はほぼ正しいものと解釈してよい。図1.2.2には河川流量による海水の最高遡上距離の変化を示す。図1.2.1と同様に昭和42年当時の河道の場合と計画河床の場合を図示しているが、計画河床の場合に流量が増大しても遡上距離があまり減少しないこと、および流量が小さいときには昭和42年当時の河道の場合と大差ないことがわかる。弱混合河川の場合には、このように流量と水深の関係が卓越影響要素であると考えられる。図1.2.2には信濃川(事務所, 1973)における実測値を同時に記入した。最上川と信濃川の場合を比較すると、最上川では河口砂州の発達により河口部において流路幅が局部的にかなり狭められていることに対し、信濃川では港湾が存在し、その防波堤により流路幅の河口付近における縦断変化が小さいこと、およびくさ

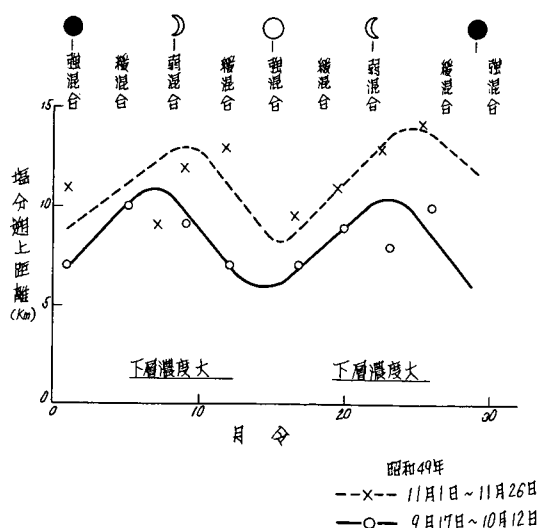


図1.2.3 長良川における塩水遡上距離と月令の関係(昭和49年)

び上流部における水深が信濃川の方が大きいという相違点があり、そのため、信濃川の場合には海水の遡上距離が長く、上層における塩分濃度も下流部ではかなり高くなっている。これはほぼ定常状態ではあるが、弱混合から緩混合の状態に近づいている場合と考えられる。図1.2.3には長良川における昭和49年の実測結果(1-41, 1974)を示した。長良川は太平洋側に流出する代表的な大河川である。ここでも、海水の遡上距離におよぼす流量の影響は存在するが、低水程度以下の流量では、潮位変動の影響の方が大きい。潮位変動量は月令によって変化するが、図1.2.3にはそれによって遡上距離と混合形態が変動する様子を示した。同図によると、上下弦を中心に多少のずれをもって弱混合の状態が出現し、このとき下層の塩素イオン濃度および海水遡上距離が増大する。いっぽう、潮位変動量が大きい大潮時(朔望)には、多少の日数のずれをもって強混合に近い状態が現われ、海水の遡上距離は減少する。長良川では、上下弦と朔望の間に緩混合の状態が現われ、このとき海水の遡上距離は両者の中間となる。図1.2.3で実測の点が多少ばらついているのは流量や履歴効果の影響と思われる。長良川では、このように河川流量のほかに潮位変動の影響が顕著である。つぎに、潮位変動量が非常に大きい例として有明海の河川で見事な強混合の状態が現われる。図1.2.4は筑後川における昭和33年の実測結果(事務所, 1968)である。鉛直面内においては塩素イオン濃度がほぼ一様であり、それが縦断的に変化している。このような塩素イオン濃度の分布形は潮位変化に伴って時間的に急速な変化を示す。この場合には、もはや二層流的取扱いは不可能である。図1.2.5は塩素イオン濃度の最高値の縦断変化を表わす一例で、河口からの縦断距離に伴って減少していく様子がわかる。以上の実測例により、弱混合、緩混合お

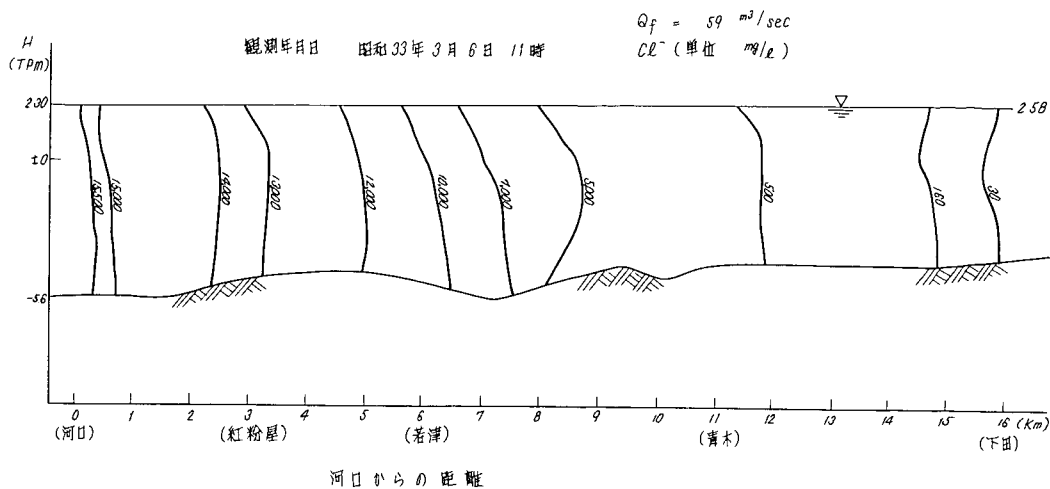


図 1.2.4 筑後川における塩水の侵入状況 (昭和33年3月6日)

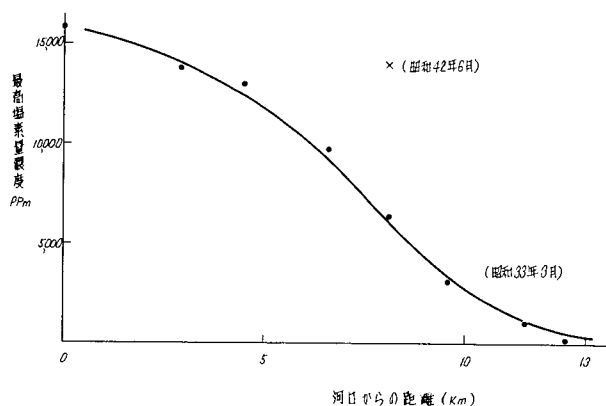


図 1.2.5 筑後川における塩素イオン濃度の最高値の縦断変化

よび強混合状態の特徴の一端を述べた。これらの混合形態の間には明確な境界が存在するわけではなく、現象としては連続していると解釈した方が正しいが、このように分類して考察する理由は、それぞれの混合形態の特徴には判然とした相違点があり、河川の事情を考察する場合に、このような分類にしたがって検討することが望ましいと考えたからである。

c 日本の河川における海水の遡上現象の状況

全国の主要河川における河道内への海水の侵入状況をみると、個々の河川においてそれぞれ絶えず変動しており、かつ全体としてその特性は河川毎に異っている。しかし、全国的規模でみる場合には、大わくとして、弱混合、緩混合および強混合状態という概念的なカテゴリーにあてはめて分類することが妥当である。後の付録 A-3 において、その定義に関する考案を行ったが、この場合に限り、定め

られた明確な定義に基づくものではなく、それぞれの現場の担当技術者がその河川を代表すると考えた通念的な混合形態にあてはめた資料を用いる。また、混合形態は時間的、かつ場所的に絶えず変化するが、卓越する形態を取りあげた。さて、海部に河口を有する一級河川（派川を含む）のうちの約 3/4 に相当する 90 河川の調査結果について考察する。表 1.2.1 は感潮区間長と大潮時の潮位変動量をパラメーターとして、これらの一級河川を分類したものである。表の見方は次のようである。たとえば、A-a は潮位変動量が 0.5 m 以下で感潮域の長さが 5 km 以下の河川が 14 % であり、混合形態としては平均的にみて I のかなり明瞭な弱混合の領域に属するということである。既述のように、個々の河川においても混合形態は変化し、また同じ緩混合状態でも程度の差はあるが、ここでは極く大略のそれぞれの河川の代表的形態を記した。また、縦、横の数字の合計は四捨五入した数字であるので必ずしも合計値とは合っていない。潮位変動量が 1 m 以下の河川は、ほとんど裏日本側に河口を有する河川であり、感潮区間の長さが短い場合には、低水以下の流量時においてかなり明瞭な塩水くさびが出現する。感潮区間の長さが大きい場合には、ほぼ定常状態で弱混合の状態に近いが、河口付近の上層の塩分濃度はかなり大きくなり緩混合の状態ともくされる。ただし、関屋分水路や千代川のように河口に近いところに水門や潮止堰が存在する場合には、波や貯溜の影響で強混合や緩混合の状態となっている場合があるので、このような例を除外した。潮位変動量が 1 m ~ 2.5 m の場合の河川は、ほとんど太平洋側に流出する河川で、基本的には緩混合の状態にある。ただし、小潮時には潮位変動量が非常に小さくな

表 1.2.1 全国一級河川の感潮区間長と混合形態

感潮域長 Km 大潮時 潮位変動量 (m)	a 0～5	b 5～10	c 10～15	d 15～20	e 20 Km以上	合 計	備 考
A 0～0.5	14 % I	6 I	1 II	5 II	4 II	30 %	A-aにおいて関屋分水, 千代川を除く
B 0.5～1.0	4 II	5 II	0 II	0 II	0 II	9	
C 1.0～1.5	8 II	3 II	1 II	1 II	1 III	14	C-aにおいて安部川, 大井川, 天竜川を除く
D 1.5～2.0	8 II	10 II	5 II	3 III	1 III	27	D-aにおいて旧吉野川 を除く D-bにおいて豊川放水 路, 吉井川, 旭川を除 く
E 2.0～2.5	0 II	0 II	1 II	0 III	4 III	5	
F 2.5～3.0	1 II	1 II	0 II	1 III	0 IV	4	F-aにおいて高梁川を 除く F-bにおいて芦田川を 除く
G 3 m以上	1 III	5 III	3 III	0 IV	3 IV	11	
合 計	36 %	30	11	10	13	100 %	

I かなり明瞭な弱混合

19 %

II 緩混合

61

III かなり強度の緩混合(ただし, 小潮時には弱混合も現われる)

14

IV 強混合

6

計 100 %

ることもあり, このような場合には弱混合の状態が出現する。また, 感潮区間長が長い河川では大潮時に強混合に近い状態となることもある。この領域においても, 河口付近に海水の遡上を阻止する構造物が存在する河川では, 混合の度合が非常に大きいので除外した。潮位変動量が3 m以上になる河川は有明海と瀬戸内海の一部に河口を有する河川であり, 混合の度合は大きい。表1.2.1にも示したように, 全国的にみると, 90 河川のうち, 安定した弱混合河川は約20 %, 範囲は広いが緩混合状態と考えられる河川は70 %余り, および強混合的性格が強い河川は10 %以下と考

えられる。表1.2.1と同様な関係として, 大潮時の潮位変動量を代表値として大略の混合形態の領域区分を行えば図1.2.6を得る。ただし黒部川, 安部川, 大井川のように河口における河床高が海水面より高く, 海水の遡上が見られない河川を除いている。また, この図では単位幅流量 q_f の影響を無視していることに留意すべきである。この流量が大きいと感潮区間長や塩水遡上距離は短くなるが, 混合の度合は促進される。資料では, 鳴瀬川, 旧信濃川, 石狩川および天塩川などを除いて, ほとんど $q_f = 0.2 \sim 0.4 \text{ m}^2/\text{s}$ 以下である。海水の遡上距離は絶えず変動し, 条件に

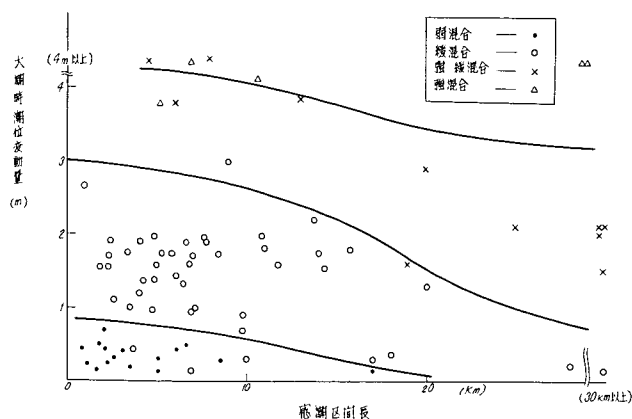


図 1.2.6 全国河川資料による混合形態の区分

よって相当変化する。また調査が十分行われていない河川の数も少なく、十分な把握がなされているとはいえない。一般に、弱混合河川では感潮域の長さより、さらに上流まで海水が遡ることもあるが、緩混合および強混合状態へと混合の度合が進むにつれて、感潮区間の内におさまリ、短くなる傾向にある。このとき、水深の大きい場合に遡上距離が伸びることは真実であるが、途中で河床の高い場所があると、その地点より上流の海水遡上が阻止される傾向が強い。潮止堰や河道に浅瀬がない場合には、小流量時の弱混合ないしは緩混合の状態のときに、海水は最大ほぼ最深河床高が平均海水面の高さとなるあたり迄遡上するが、平均的には河床高がそれよりやや低いあたりまでにとどまっている河川が多いようである。海水が遡上する先端位置を低水路平均河床高から判断することは困難である。みお筋が発達するなど部分的に河床高の低い所が縦断的につながっている場合には、深いところをとってかなり上流にまで遡上するからである。

現実の河川の資料をみると、古くから開発が進んだ流域を有する河川では、何んらかの塩水遡上防止工を設けているところが多い。もぐり堰の場合には、堰の高さに応じた遡上距離短縮の効果がある。それは塩水遡上を直接阻止するばかりでなく、もぐり堰上流の河床上昇を期待することができ、その結果、2重の効果が生じるからである。ただし、堰の上流側にも水深の大きい場所が存在すると、いったん上流にまで遡上した海水が容易に排除されない事態の可能性もある。完全潮止堰の場合には、堰下流部において混合の度合がすすむことが多い。この場合、堰の建設に伴い入退潮流量は減少し、一次元的な流れに基づく混合は減少する。しかし、たとえ河川自流量の減少や河床低下などがない場合でも、流れの片寄り、反射波による重複波の発達およびフラッシュの減少などにより塩分濃度の増大をきたすからである。

混合の度合は、砂州発達部や、合流点下流などにおいても促進される傾向がみられる。とくに合流点において深掘れがあり、砂州が発達している場合には、大きな入退潮流により激しい混合がなされ、特異な混合形態となることもある。

全国の塩水遡上状況調査資料の一覧表を付表B-5に付す。

d 海水の遡上現象と社会との係わり

さて、以上海水遡上現象の全国的な概況を一瞥したが、つぎに社会との係わりについてふれておく。一般に現場の問題として、現象面からみて多く現われる事項は次のようである(0-12, 1976)。

- (a) 維持流量の減少および取水量の増大に伴う海水の遡上距離の増大
- (b) 砂利採取および河道掘削に伴う海水の遡上距離の増大
- (c) 河道整正、および河床低下(流出土砂量の減少、地盤沈下)に伴う海水の遡上状況の変化
- (d) 河口処理計画に伴う海水の遡上距離の増大
- (e) 感潮区域の増減に伴う海水の遡上状況の変化(沼の埋立てなど)
- (f) 河口堰設置に伴う堰下流の水質の変化
- (g) 河口堰水門操作に伴う海水の水門通過特性および堰下流部の海水の排除
- (h) 高潮時の海水遡上
- (i) 出水時の河道内に存在する海水の排除特性と水路の有効断面積の推定方法(特に、水深の大きい港などに排出する中小河川の場合)
- (j) 荒天時の風による水質の変化
- (k) 湖の淡水化(平常時および出水時)
- (l) 海水の遡上現象と汚濁物質の拡散およびフロクキュレーション(ヘドロおよび微細砂の推積)
- (m) 河川水の海上における拡散と搬出された土砂の沈積
- (n) 河口流出に伴う密度差による浮力とエネルギー損失(河口水位)
- (o) 既存の塩水遡上防止工の機能低下
- (p) 流域の開発に伴う、塩水遡上および地下水塩分の増大。

以上のことから海水遡上の現象は、河川の計画の策定および維持管理等の実際面と深い関連を有することがわかる。そこで、海水遡上現象の研究が必要となる具体的な治水、利水および河川環境上の主要な問題を列挙すれば以下のようである。

- (a) 河口処理工および河道断面形の決定

- (b) 河口堰の設置位置および水門操作規定の決定
- (c) 維持流量の最小値の決定
- (d) 取水可能最下流地点の決定
- (e) 潮位変動を利用した取水方法の策定（タイダル・イリゲーション）
- (f) 塩害防止工の計画（矢板工、ビニール膜等不浸透工法、高水敷ブランケット、承水路）
- (g) ヘドロの堆積と洪水によるフラッシュ、およびしゅんせつ計画
- (h) 魚貝類の生息条件とその維持対策、赤潮の防止
- (i) 地下水の塩水化とその対策
- (j) 海水遡上距離の短縮法（気泡噴出など）
- (k) 河道掘削および砂利採取方法の決定
- (l) 湖沼の淡水化

以上の諸問題は、単独に海水遡上現象の考察のみによって解決されることとはならないが、その際に、海水遡上の現象が必要に応じて十分考慮されなければならないという意味である。海水遡上に関連する問題で、渡川および長良川河口堰などでは裁判が行われ、利根川河口堰では取水と貝類（しじみ）の生息条件との調和が求められている。児島湾の締切、中ノ海および小川原湖などでは淡水化特性が検討された。また、この他にも維持流量の減少、取水および河床低下などで海水遡上調査が行われている河川は少なくない。特に水資源の枯渇から維持流量のみなおしが迫られた場合、海水遡上、水質汚濁、河川構造物維持、地下水かん養、河口維持および魚貝類の生息条件の維持などの諸問題が総合的な見地より検討されなければならない。このような場合にも、海水遡上調査が要請される河川数が増大することであろう。そこで、その際の問題点を考察する。

e 海水遡上現象の調査と定量評価の内容

過去の河川改修事業に際しては、海水の遡上現象に対して多くの場合定性的評価のみによって工事が遂行されてきた。現在は、定性的な現象のみならず、定量的な事前評価が要請されている。定量評価によれば、きめの細かい諸工法案の比較や工事費の評価などの行政的な判断材料を得るばかりでなく、地域住民に対しても、工事実施計画の綿密な科学的根拠を明確に示すことができ住民の納得をうることに益することであろう。このとき、海水遡上の定量評価の内容が問題となる。例として、取水地点の変更、シジミの生息および塩害の問題に関する海水遡上距離の内容について簡単に述べる。

取水地点の決定には、取水口位置（河道縦横断位置および標高）における塩分濃度の潮汐および月令による時間変化と季節変化の資料、および将来予想される水理量と河道条件の変化に対応した海水の遡上状況の変化の資料が必要

である。取水問題は現実には地域行政区画と密接な関係にある。取水口位置と受益者が同一行政地域にあれば問題は比較的少いが、取水位置が上流の、異なる行政管轄に属する場合には、水利権のほか、取水施設の維持管理や用水路敷地の問題などで取水問題が複雑化することがある。このような場合には、河道条件や塩害防除工など他の関連事項を含めて、実質的な海水遡上距離、塩分濃度および遡上時間、時期などが議論されることとなる。

しじみの生息条件は、塩素イオン濃度のほか DO および水温や他の水質要素との関連もあって、一律的議論は困難である。また、産卵期や成長期などにおいてそれぞれ水質条件が異なるともいわれており、非常に複雑かつ微妙であるが、長良川における調査結果（岐阜県長良川河口堰調査専門家会議、1976）によると塩素イオン濃度の実測結果と興味ある対照をなしている。すなわち、昭和49年の30地点における淡水性のマシジミと汽水性のヤマトシジミの生

表 1.2.2 長良川におけるシジミの生息範囲

生 息 状 況	河口からの距離 (km)
マシジミの分布下限	11
生息密度比率の逆転域	11 ~ 17
ヤマトシジミの分布上限	19

（岐阜県長良川河口堰調査専門家会議，報告書，1976，より引用）

息密度の調査結果から表 1.2.2 を得ている。いっぽう、千本松地点（12.0 km）において昭和40年から49年の10ヶ年間の全測定日数3,039日のうち、塩素イオン濃度の日最高が10 ppm以上の日数が2,275日（約3/4）であり、森下（17.6 km）においては42日であった。このことから淡水性のマシジミの生息分布域の下限付近までは、ほぼ常時塩水が遡上しており、汽水性のヤマトシジミの生息分布域の上限付近までは、塩水が遡上することがあり、両シジミの生息密度比率が逆転する区域まではしばしば塩水遡上があったとみてよさそうである。当然のことながら、シジミの生息条件は塩素イオン濃度のみによって決まるものではないが、主要因であることに相違なく、このように生息密度との関連で海水遡上距離の判断をする必要が生じる場合もある。

塩害問題と塩水遡上距離との関係はさらに複雑である。これには、堤内地の土壌構成、標高、かんがい水量、水質とその時期、降雨量、地下水のくみ上げ状況および塩害防除工などのそれぞれの要素が重大な内容となる。長良川流域では水稻減収地域が除々に上流地域にのびているが、その原因の一つに土壌塩分濃度の上昇が考えられる。図1.2.7（木曾下流工事事務所，1974）は昭和43年と昭和46

年当時の地表下 60 cm において塩素イオン濃度が 100 ppm 以上である地域の分布を示す。この兩年の間には塩ぬきによる効果や客土により深度が異っている影響もあるが、上流域に向けて範囲が約 6km 広がっている傾向が示されている。長良川で条件が顕著に変化した事項は、しゅんせつや地盤沈下などによって河床高が低下したことであり、たとえば 13km 地点において、昭和 41 年からの 8 年間に最大約 1.5 m 低下している。長良川では、河床低下に伴う海水遡上距離の増大の影響が大きいものと思われる。土壌の塩分濃度についても定量評価が必要であるが、この結果から

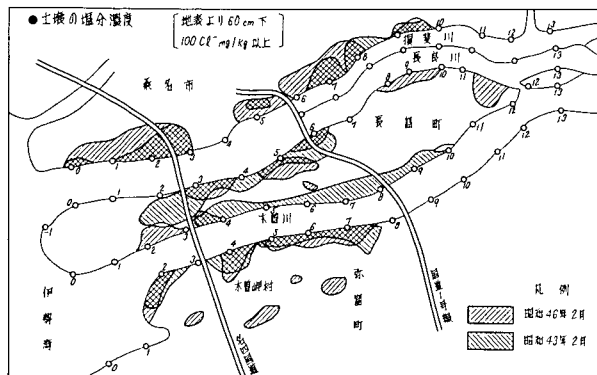


図 1.2.7 長良川下流域における土壌塩分濃度

はかなり濃度の高い塩分がほぼ常時遡上するあたりまでが対象となるように思われた。

また、風浪による混合や船舶の航行による混合など、それぞれの現地にそくした特殊ともいべき条件があって、それらの条件が海水の遡上現象に及ぼす効果についての知見を求めていることもある。このように、個々の問題によって程度の差はあるが、遡上現象をシミュレートする手法の開発が望まれている。

f 現場からの要請

ここで、全国一級河川の調査資料（付表 B-5）などから現場の問題の状況の把握につとめる。表 1.2.3 に示すように、現在塩水遡上に関連する問題をかかえている河川は、

表 1.2.3 全国一級河川において問題を有する河川の割合

項 目	過去	現在	将来
海水遡上問題を有する河川	46 %	31 %	17 %
{ 現在なし 将来あり			10 %
{ 現在あり 将来あり			7 %
堰等の塩水遡上防止工あり	46 %	12 %*	28 %**
調 査 実 施	44 %	42 %	31 %

* 建設中 11 基を含む

** 改築を含む

全体の 1/3 であり、近い将来河道掘削や河口処理工、あるいは構造物の老朽化による改築などのために問題発生が予想される河川は 17 % (1/6) の多きにのぼる。これは一級河川のみのものであるから二級河川まで含めれば大変な数になるものと思われる。対処工は河川の事情や重要度に応じて種々選択されるが、将来何んらかの対策を検討していかなければならないとする河川が 28 % もあるところをみると、将来に問題が生じると考えられている河川数の割合 17 % はさらに増大すると考えるべきものであろう。現在約半数近い河川において何んらかの海水遡上を阻止する構造物が設けられているが、この割合は近い将来さらに大きくなるものと思われる。そして現在も遠賀川、阿武隈川、馬渕川などにおいて河口近くに大規模な河口堰を建設し、矢作川や長良川においても近々着工の運びとなることが決められている。

このような遠い過去においては、あまり例をみないような大規模な構造物の建設は今後ますますその趨勢を強めていくことになるであろう。このような事情を反映して最近では本格的な海水遡上調査に着手した事例が多い。そしてその調査内容については過去のものとは比較にならないほどの内容の豊かさが要求されている。特に、緩混合河川は数においても多く、またその重要度の大きい河川が多いので、緩混合の状態の不定流の特性を研究する手法の開発は緊急度の大きい重要な課題といえる。

1-3 これまでの研究の概要

成層密度流に関する研究は、古くより行われてきた。その研究の歴史をたどり、発展の過程を考察することは興味深いことである。ここでは、本論文に直接的な係わりを有する事柄について概略の記述を行う。

a 先駆的な密度流に関する研究

河口より河道内に海水が侵入して、くさび状の形状を呈する現象については、はじめ海洋学などにおいて研究された。この段階では、まだ初歩的な現象観察が主体であり、科学的な現地観測や実験に基づく定性的な現象の把握、あるいは水理学的な考察に基づく定量的な解析が行われるようになったのは比較的最近のことである。今日の研究の基礎を形造る先駆的研究として、1940 年代の Keulegan (1-1, 1944), (1-2, 1949), 1950 年代の Stommel (1-3, 1951), Ippen・Harleman (1-4, 1951), および Pritchard (1-5, 1952), (1-6, 1952) などによる成果を挙げることができる。とくに、Keulegan による二層流の内部境界面抵抗、内部波および二層混合などの実験的研究や Stommel による塩水くさびの実測に基づく定性的考察は後の研究の発展に多大の貢献をなしたも

のと思われる。

密度流に関する研究は、1940年代の米国から1950年代には世界各国にひろがり、国際的に討議が行われるようになった。1951年のCoastal Engineering Conference (The second, Houston), 1952年のCoastal Engineering Conference (The third, Cambridge) および1953年のInternational Hydraulic Convention (IAHR, ASCE, Minnesota) などがあり、以降数多くの国際会議において主要テーマの一つにとりあげられている。日本においてもほぼ同時代に福島(1-7, 1942)の石狩川における観測や浜田(1-8, 1948), (1-9, 1950)の新潟および石巻港における観測と解析などがあり、古くより多くの関心が示されていた。

さて、二層流の一次元定常流の基礎方程式は、長方形断面またはそれにおきかえ得る水路において、水深方向に平均化された流速と密度の量を用いて表示され、Schijf・Schonfeld(1-10, 1953)によって与えられた式は

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} + \frac{u_1}{g} \frac{du_1}{dx} + i_{f1} - i_0 = 0 \quad (1.3.1)$$

$$(1-\varepsilon) \frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} + \frac{u_2}{g} \frac{du_2}{dx} + i_{f2} - i_0 = 0 \quad (1.3.2)$$

$$\frac{d}{dx} (u_1 h_1 B) = 0 \quad (1.3.3)$$

$$\frac{d}{dx} (u_2 h_2 B) = 0 \quad (1.3.4)$$

$$\varepsilon = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \div \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \quad (1.3.5)$$

$$i_{f1} = \frac{\tau_i}{\rho_1 g h_1} \quad (1.3.6)$$

$$i_{f2} = \frac{\tau_b - \tau_i}{\rho_2 g h_2} \quad (1.3.7)$$

$$\tau_i = \rho_1 \frac{f_1}{2} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad (1.3.8)$$

$$\tau_b = \rho_2 \frac{f_b}{2} u_2 |u_2| \quad (1.3.9)$$

である。ここに、記号は図1.3.1に示すとおりであるが、 i_0 は底勾配、 h , u , および ρ はそれぞれ水深、流速および密度であり、添字1および2はそれぞれ上層および下層の水理量であることを意味する。 τ と f はそれぞれ剪断抵抗と内部抵抗係数であり、添字 i と b はそれぞれ界面お

よび底面に対するものである。 B は流路幅である。この基礎方程式については、Farmer・Morgan(1-11, 1952)による近似解をはじめ、多くの近似解が与えられており、Harleman(1-12, 1961)によると適切な抵抗係数を与えることにより、汎く界面の形状を求めるのに実用的とされている。計算を実施する場合の河口条件として、内部フルード数($F_1 = u_1 / \sqrt{g h_1}$)が1になるとする考え方はStommel・Farmer(1-13, 1952), (1-14, 1953)によってその基礎が与えられた。Keulegan(1-15, 1957), (1-16, 1958)は塩水くさびの形状や非定常時のくさび先端部の動きなどについて研究を行っている。

いっぽう、河川における実測に基づく検討も盛んに行われた。感潮河川における河口密度流を、弱、緩、および強混合状態の三型式に分類して考察を行うことに関連しては、Stommel(1-17, 1953), Pritchard(1-18, 1955)および秋草ら(1-19, 1959)の貢献があった。感潮河川の場合には、この混合状態が時間的に変化し、現象が複雑である。強混合状態の場合には、タイダルプリズムの概念を適用したKetchum(1-20, 1951), Arons・Stommel(1-21, 1951)および篠原(1-22, 1970)らの検討など数多くの論文が発表されている。

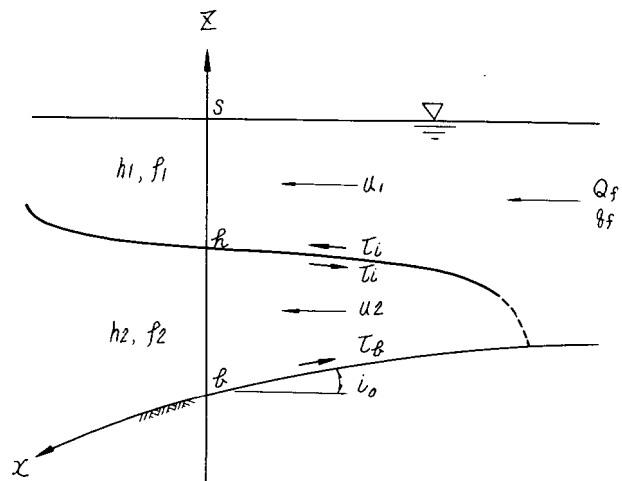


図1.3.1 塩水くさび概念図と記号

塩水くさびに関する定性的な基本問題は、おおよそ1950年代の末迄にひとまずの結着がつけられた感じで、二層間の混合や界面抵抗の評価の問題を除けば、単純化された開水路における定常状態の塩水くさびの概略形状については、基本的にはほとんど解決したとみなしうる。

1960年代の頃からは、もはや塩水くさび自体の問題よ

りも、密度流の混合、選択取水、および温度排水など、より広範囲の問題に移り、塩水くさびの問題としては、局所的あるいは内部構造的な細部の問題に興味の対象が変ってきたようである。そして、淡塩境界面における内部波、内部抵抗係数および、二層間の混合などの理論的ならびに実験的研究を通じて、現象の細部の物理的性質の解明やその応用の問題へと発展してゆく。Morton・Tayler・Turner (1-23, 1956) は連行流の基礎をかため、大坪・福島 (1-24, 1959) は石狩川の実測結果を解析し、表層の塩分濃度の縦断変化から、上層淡水による下層塩水の上層への混入速度を求めているが、このような研究はこの年代の研究促進に少なからぬ影響を与えてきたものと思われる。このようにして、理想化された単純水路の塩水くさびの、理論ならびに実験による基礎的な知識の蓄積と併行して、実際の河川における数多くの実測が、理論検証の資料としてのみならず、解決さるべき新たな問題を提起したことは注目に値する。

日本においては、その後も浜田・堀口 (1-25, 1960) の塩水くさびの理論の発展、伊藤ら (1-26, 1960) による塩水くさびの表現方法の工夫、あるいは本間ら (1-27, 1961) および福島ら (1-28, 1961) による河川における詳細な実測などを経て、世界の傾向に同化し、細分化された個々の問題の内部機構の検討に移行した。また、室田 (1-29, 1956) の安治川河口における実測と内部境界面安定の検討、中村・稲松 (1-30, 1966) による神通川河口における調査、およびなかでも 1964 年以来福島ら (1-31, 1964~69) によって行われている石狩川河口を対象とした継続実態調査は、細部の現象究明にとっても、多大な貢献をなしたものと評価される。

塩水くさびの細部機構としては、内部境界面の安定や内部波、およびエネルギーの伝播や運動量の輸送の問題に、理論的ならびに実験的研究が多く行われた。また、内部抵抗係数は主として内部フルード数 ($F_i = u_1 / \sqrt{g \epsilon h_1}$) とレイノルズ数 ($Re = u_1 h_1 / \nu$) の関数として追求され、みるべき成果がもたらされた。

このかん、福島ら (1-32, 1964) が行った超音波測深機による塩水くさびの観測法、および電気電導度計による観測迅速化など、観測技術の進歩も加担して、金子 (1-33, 1966) の小矢部川における研究や、中村 (1-34, 1968), (1-35, 1970) の実験ならびに九頭竜川における実測に基づく研究などを通じて、河川における定常流状態の塩水くさびに関する問題点は、実用的にもある程度解明されたと解釈されるまでに至った。

しかしながら、河口部における海水の遡上と塩分の分布については、その実態がきわめて複雑であって、解明され

ていない問題も少くない。とくに、弱混合状態と強混合状態の中間的段階である緩混合状態の塩分分布が、河川では多くみられ、しかもその実態把握が十分に行われていない。さらに、つづくわえるならば、河川では、混合形態が縦断的に、かつ時間的に変化しており、それが河道条件や外力に応じて河川毎に異った特性を示す。そのため、海水遡上現象の一般的特性を明らかにするに先だち、1964年頃より日本でも現地観測が多く行われるようになってきた。主要な報告として、長良川における嶋 (1-36, 1964) の資料解析、利根川における陣内ら (1-37, 1964) の観測、福島ら (1-31) の石狩川河口における観測、旧北上川における長沢 (1-38, 1966) の観測、奥田・金成 (1-39, 1966) による長良川および旧吉野における観測、大野川の資料に基づく嶋・中村 (1-40, 1970) の研究、およびその他建設省の各工事事務所の調査報告書、例えば長良川の観測 (1-41, 1974) など多数にのぼる。このような現地河川における観測の結果、成層の時期、混合形態の遷移の実態、および海水の侵入長の特性などの現象が徐々に明らかにされてきた。ことに、最後にかかげた長良川の実測は、以前の測定内容の規模を大幅にうわまわる大がかりな調査であり、海水の遡上現象のモデル化問題を考察するうに、プロトタイプの現象の詳しい情報を提供した。

b 二層流のシミュレーション・モデルの発展の過程

さて、塩水くさびの運動に関するシミュレーション・モデルでは、古くは Pettersson (1-42, 1923) までさかのぼるといわれ、ついで Schijf・Schönfeld (1-10, 1953), Farmer・Morgan (1-11, 1952), Pritchard (1-43, 1954), (1-44, 1956), Rattray・Hansen (1-45, 1962) などによる近似解がある。ただし、その過程で鉛直方向の密度勾配は十分小さいとして、その高次項を省略しているので適用範囲は限られる。その後、実測などにより現象の内容がますます明確にされるなど、研究の背景が進歩するに伴い、従前の単純なモデルの見なおしが行われるようになった。

Abbott らは二層流として数学的取扱い (1-46, 1961) を示したのち、一般的に多層流を対象に特性曲線法を適用して考案した (1-47, 1963)。そして、その後も多くの理論的な検討 (1-48, 1963), (1-49, 1967), (1-50, 1972), (1-51, 1973), (1-52, 1975) を行っている。しかし、二層間の連行現象を考慮し、現実の水理環境に近い状況で、最初にモデルを考えて計算を行ったのは和田 (1-53, 1969), (1-54, 1970) であると思われる。これは、湾および無限海域における温排水問題を対象とし、連行と水平方向の密度変化

を考慮した二次元の平面モデルである。水路内の一次元流を対象としたものには堀口ら（1-55, 1972）の研究がある。ただし、和田のモデルは下層密度を一定としており、堀口らのモデルではさらに連行現象をも無視している。その後、Mehrotra（1-56, 1973）、Dazzi・Tomasino（1-57, 1974）、Hyden（1-58, 1974）、Wang・Connor（1-59, 1974）などの研究が発表された。これらの研究は数学的手法に力点がおかれており、上下層の密度を一定とし、かつ連行現象を考慮していないものである。Mehrotra は断面の局所変化の取扱いを考察し、Dazzi らは簡単に内部抵抗係数 f_i も一定として陰型式と陽型式の組み合わせによる数値計算法に主眼をおき、Hyden はこの問題にはじめて特性曲線法の適用を検討し、Wang らははじめて有限要素法の適用について考察した。いっぽう、成層剪断乱流場において混合が始まっているものとして、塩水くさびに関し巨視的な取扱いを提唱したものに、南（1-60, 1973）、柏村（1-61, 1974）および須賀・高橋（0-4, 1974）などがある。以上の段階までにおいては、連行現象を考慮したものは和田、および須賀・高橋のみであり、いずれも下層密度を一定と仮定したものであった。この点を改良し、下層においても密度が変わりうるとして理論を発展させたものに橋本・宇多の研究（1-62, 1975）がある。これは海域の潮流を対象とし、二次元的な取扱いをしたもので、差分方式としては陰型式と陽型式とを組合わせたかたちで数値計算を実行した。そして実測による検証は十分ではないが、差分の格子間隔のとり方により計算結果に差が生じることを指摘した。潮流計算に関しては同様の研究が Abbott ら（1-52, 1975）によっても行われている。これに関し計算結果は Bertelsen ら（1-63, 1977）によって発表されたが、まだ実測との対比や計算法の確立といった点では問題が残されている。このほか、森平ら（1-64, 1977）による FEM の適用例があり、信濃川の実測結果との適合度はよいが、Wang らの研究と同様に、単純な条件のもとでの検討である。また、成層流モデルや成層流の解析に参考となる研究には、たとえば玉井（1-137, 1975）、Herrling（1-65, 1976）など多数存在するが、なお現地の複雑な現象を説明するにたる決定的な段階にまでは至っていない。著者の研究（0-21, 1977）、（0-22, 1978）、（0-24, 1979）、（0-25, 1979）および（0-28, 1979）は長良川などにおける詳細な観測結果に基づき、従来のシミュレーション・モデル、ならびに数値計算法に改良を加えて、より高度な現実に近いモデルを対象とした理論として予測手法を進展させ、それにより海水遡上の水理現象に関する巨視的な運動についての理解を深めさせた。

なお、成層流以外の海水遡上に関する最近のシミュレーション・モデルとしては、Thatcher・Harleman の相似モデルを仮定した注目すべき研究（1-66, 1972）があり、日野・灘岡（1-67, 1977）による密度と流速分布形そのものも未知数として取扱う方法などもある。前者は実用段階のレベルに達しているが、後者は高度な発展を目指したものである。さらに高度のものとしては、乱流計算の Smagorinsky・Deardorff 理論による日野・大西・羽生（1-68, 1975）の非定常スキームもある。これは塩水の侵入形態を仮定することなく非定常計算をすすめ、その結果として混合形態をも同時に求めるものであるが、パラメーターの数が増大し、その任意性のゆえに答の信頼性が必ずしも向上しないという点があり、かつ計算時間と費用の増加もあって、実用上の問題は残されているとされる。

c 内部抵抗係数に関する研究の発展の過程

シミュレーション・モデルを適用して実際に数値計算を行う際に、工学的には内部抵抗係数、連行係数、および拡散係数などの諸定数が重要である。これらの諸定数に関する研究の発展の歴史をみてゆく立場として、本論文においては実用面を重視するが、物理的な立場からの論文についても必要に応じて若干ふれておく。

内部抵抗係数についての理論的な取扱い方としては、内部境界面の内部波が保持される条件から、そのエネルギー逸散と抵抗との関係を求めてゆく方法、および表面抵抗、あるいは連行現象に伴う運動量の変化を基本とする考え方などがある。前者は Keulegan（1-2, 1949）によって提唱され、Shi-igai（1-69, 1965）および浜田（1-70, 1966）などによって理論的検討が加えられた。椎貝の理論は、非粘性の速度ポテンシャルによって表わされる流れの場に、界面付近のエネルギー逸散に対してのみ粘性の効果を考慮するもので、内部抵抗係数がクーリガン数（ $\Psi = \text{Re} \cdot F_1^2$, 後述）に反比例するとの結果を得た。浜田は Rayleigh・Taylor 型の不安定理論を粘性流体の二層流に適用し、内部微小振幅波のエネルギー逸散を求めた。最終結論は抵抗係数がクーリガン数の $-1/2$ 乗に比例することであるが、理論は二層の各主流に速度差がないとの仮定に基づいているので、現実への適用に問題が残されている。また、玉井（1-71, 1974）、玉井・浅枝（1-72, 1978）は境界面付近での流れの場を、非粘性の主流と、界面波成分および粘性成分の両者から成る摂動流との和で表わし、粘性境界層内でのエネルギー逸散より界面抵抗を求めている。玉井らの結果では、抵抗係数はクーリガン数の関数ではなく、 $\text{Re} F_1^5$ の $-1/2$ 乗に比例している。

理論的取扱いの第 2 の方法は、流速分布や連行現象から抵抗を算出してゆくものである。層流抵抗は流れが存在す

る層のレイノルズ数の逆数 Re^{-1} に比例することが、例えば 嶋・椎貝・玉井 (1-73, 1964) によって導かれているが、Valembos (1-74, 1963) は界面における剪断抵抗を層流抵抗と乱流抵抗の和と考え、乱流抵抗は界面における混入速度に関係するとした。このような付加摩擦力については、Keulegan (1-2, 1949) が最初に言及し、ついで Ellison・Turner (1-75, 1959) により付加摩擦力に相当する抵抗係数は連行係数の2倍に等しいことが示された。このことは、その後 Pedersen (1-76, 1972) によりエネルギー式を基本として連行に伴う運動量の変化を中心に詳しく論じられた。

さて、実用的立場からの検討としては、まず Schijf・Schönfeld (1-10, 1953) の研究をあげることになる。これは、密度の漸変する安定な中間層と Keulegan の安定限界を考慮して検討し、中間層が層流と乱流の場合とに分けて実用公式を定めたものである。しかし、提案式には不明確な定数が多く含まれていることが欠点である。この頃の研究としては、Keulegan (1-2, 1949) の上層流における内部波の粘性損失に着目した実験、Ippen・Harleman (1-4, 1951) による下層流動(上層静止)の場合についての層流の研究成果を取り入れた検討、および大坪・福島 (1-24, 1959) による石狩川河口における実測に基づく研究などがある。

内部抵抗係数 f_i の実用公式は、クーリガン数 ($\psi = Re F_1^2$) の関数として、 $f_i = a \psi^{-n}$ 、(a, n : 定数) と表わされるのが今日の定説(土木学会水理委員会密度流研究小委員会, 1975) となっているが、これについては岩崎ら (1-77, 1962) の提案が最初である。以降、この二つの定数について、岩崎ら (1-78, 1963)、椎貝 (1-69, 1965)、(1-79, 1966) 金子 (1-33, 1966)、中村・稲松 (1-30, 1966)、中村 (1-35, 1970) 須賀・高橋 (0-2, 1971)、(0-10, 1975)、(0-29, 1979) などの研究があり、金子の $a = 0.2$ 、 $n = 0.5$ 、または著者らの $a = 0.35$ 、 $n = 0.5$ が認容されているように思われる。

d 連行係数に関する研究の発展の過程

シミュレーション・モデルに連行現象が考慮されるようになってきたのは最近のことである。そして、内部抵抗係数と並んで、連行係数の重要性が認識されている。

成層流の連行現象に直接関連する事項は、内部境界面における内部波と混合の特性であるが、これらは界面の変位と界面付近の乱れなど、タイム・スケールの短い現象に依存する。こうした観点から玉井・西村 (1-80, 1973) は、関連する理論構成を、界面の安定論、内部波(波高分布、変位スペクトル)、および混合特性(乱れ速度のスペ

クトル、混入速度)の3項目に分類した。

界面の安定理論として、最も単純なものは非粘性の2流体が不連続界面をなして独立して運動するとき、その界面の安定性は非回転運動のもとで解析され、Liang・Seidel (1-81, 1969) による Kelvin・Helmholtz の安定理論を適用した一般的な解析結果がある。粘性流体の流れの安定の条件、すなわち層流から乱流への遷移の現象については多くの研究があり、たとえば Lin (1-82, 1955) や Drazin・Howard (1-83, 1966) などの成書によってうかがい知ることができる。Foote・Lin (1-84, 1950) は攪乱のエネルギーについての考察結果より一波長あたりの平均のレイノルズ応力を、境界領域において求め、Reyleigh の安定条件を示している。このような流体力学的な安定理論は、その後乱れを考察する過程において成層流の界面付近の密度や流速の変化を取入れた安定理論へと発展してゆく。Taylor (1-85, 1931) は密度と流速の分布形を仮定して安定性の指標である Richardson 数を求め、Howard (1-86, 1961) は Rayleigh の安定条件の一般化を試みた。この Howard の結果は、Synge (1-87, 1933) や Miles (1-88, 1961) などの研究により理論的な吟味が行われたが、実験による吟味は容易でない。その理由は、理論と同一の現象モデルの作成、および界面付近の微小攪乱の初期増幅の確認が困難なためである。多くの実験は内部波の安定性と界面の混合開始条件を取扱っている。このような研究には、Ippen・Harleman (1-4, 1951)、嶋・椎貝 (1-89, 1961)、和田・片野 (1-90, 1961)、日野・谷 (1-91, 1969)、Thorpe (1-92, 1969)、岩崎ら (1-93, 1971)、岸ら (1-94, 1967) などの成果がある。界面の安定性に関する理論的考案によると、関係する水理量は、内部フルード数、水深比、攪乱波の波数、密度差、および表面張力などであるが、以上の実験的な考察結果では、界面の不安定限界は主として内部フルード数により表わされるとしている。理論とその実証の問題についてはなお高度の発展が期待されるところである。

境界面の安定の問題につづいて注目を集めたのは、内部波変位と乱れの現象であろう。乱れのエネルギー輸送機構を考察するにあたって、流速および密度変動のスペクトルが、Bolgiano (1-95, 1959)、Lumley (1-96, 1965)、岩崎・阿部 (1-97, 1969) などによって取扱われてきた。内部波の変位スペクトルに関しては、Phillips (1-98, 1966)、椿ら (1-99, 1969)、岩崎・阿部 (1-100, 1970)、和田・片野 (1-101, 1970)、井上 (1-102, 1967)、および日野・谷 (1-91, 1969) など、多数の研究がある。また、内部波の波高分

布について、岩佐ら(1-103, 1968)はRayleigh 分布にあまり良く適合しないという実験結果($F_1 = 0.63$)を得たが、玉井・西村(1-80, 1973)によると、西村(1972)は $F_1 = 0.895$ と 0.708 の実験においてかなり良い適合度を得たと報告している。このことから、内部波の挙動把握を十分に行うことが必要といえる。界面近傍を可視化し、内部波のレジームによる碎波形態の差を明らかにした室田・平田(1-104, 1978)の研究などは興味深い。

さて、連行係数についてはKeulegan(1-2, 1949)の研究、ならびにそれぞれ石狩川と神通川における実測値によって吟味した大坪・福島(1-24, 1959)と中村・稲松(1-30, 1966)の関連研究、および岸・加藤(1-105, 1967)の類似研究がある。これらはKeuleganの混入開始速度という概念を適用したものであるが、クーリガン数およびリチャードソン数によって小さくなることが実験の結果明らかとなった。その後、連行係数はリチャードソン数(または内部フルード数)のみによって表現されるとして、実験値と実測値によって実用公式が作られた。このような研究としては、Ellion・Turner(1-75, 1959), Lofquist(1-106, 1960), Moore・Long(1-107, 1971), Kato・Phillips(1-108, 1969), 須賀・高橋(0-3, 1972), (0-14, 1976), 椿・小松(1-109, 1971), (1-110, 1972), 芦田・江頭(1-111, 1975), および浅枝・玉井(1-138, 1979)などの成果がある。多くは連行係数が内部フルード数の2乗に比例することとなっているが、著者らは100 m水路における実験資料と若干の河川における実測結果、ならびに以上の研究の資料を用いて広範囲の内部フルード数に対して、3乗に比例する実用公式を提案した。

e 渦動拡散に関する従来の研究

成層剪断乱流における研究は非常に多く存在するが、その多くは基礎的研究である。河川における拡散係数は大変に複雑であって、現在なお十分な知識が得られていない。Abraham・Karelse・Lases(1-112, 1975)によれば、縦断方向の拡散係数は場所的にも時間的にも変動し、かつ河川毎に異なるとしている。河川では、横断面形の影響も考えられる。Rees・Rigter(1-113, 1969)の長方形水路の実験によれば、水路幅と水深の比が5以下では側壁と底の粗度に違いがなければ横断分布の影響は無視しうが、Fischer(1-114, 1972)によれば、横断分布の効果の重要性を示唆している。このほか、Thather・Harleman(1-66, 1972), (1-115, 1974), Holey・Harleman・Fischer(1-116, 1970)など多く

の研究がある。しかし、河川の特性を十分考慮して拡散係数を決定するまでには至っていない。

これに対して、鉛直拡散係数についてはあまり研究例がない。おおよその目安としては

海の上層の混合層(10~100 m)	: $10^{-1} \sim 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$
エスチュアリー、海底の境界層	: $10^0 \sim 10^1 \text{ "}$
1000 m以深の深海	: $10^{-1} \sim 10^1 \text{ "}$
躍層	: $10^{-2} \sim 10^0 \text{ "}$

とされている。

f 内部渦に関する従来の研究

密度差を伴う二層流の内部ジャンプ(内部跳水, Internal hydraulic Jump)の問題は、1953年Schijf・Schönfeld(1-10, 1953)によってはじめて研究され、Yih・Guha(1-117, 1955)によって一般的な運動量方程式が検討された。その後、浜田(1-118, 1958)はSchijfらの結論とは反対に、エネルギー損失のある内部ジャンプをもって安定な内部跳水であるとしたが、椎貝(1-119, 1962)によれば跳水による水面の変動量は微量であるなど、跳水に伴うエネルギー損失と安定な内部ジャンプの存在の問題に議論があった。これに関して早川(1-120, 1970)によるエネルギー式に基づく吟味などがある。もともと、内部ジャンプでは二層間に激しい混合があり、乱れと拡散、流速分布ならびに密度分布などが解明されなければならないが、このような内容の研究が行われるようになったのは最近のことである。1971年に岩崎・上原(1-121, 1971)は内部跳水中の乱れ測定の結果を報告しているが、やがて渦の中の混合・拡散機構が明らかにされてゆけば、内部渦の発生、発達、減衰、性状ならびにその運動などの特性が解明されるであろう。このような混合を考慮したものとしては、Wood(1-122, 1967)による下層流の内部ジャンプへの運動量式の適用例がはじめてのものである。また、Wilkinson・Wood(1-123, 1971)は自由表面をもたない上層流の観測結果を報告している。自由水面を有する上層流についての理論的取扱には、Stefan(1-124, 1970), Stefan・Hayakawa(1-125, 1972)および早川・Stefan(1-126, 1973)などの研究がある。後二者は、下層に静水圧分布を仮定して運動量方程式の解を求め、実験結果により評価しようとしたものである。しかしながら、混合機構を定量的に示しうる特性式が必要であり、基礎式も微分による表示式にはなっていない。

塩水くさびの先端部では、上面と下部から周囲の密度の小さい流体を混入することがSimpson(1-127, 1972)により紹介されている。したがって、先端部では不安定となり、内部に渦運動が生じることが多い。このような塩水

くさび先端部の形状についての定性的考察は Ippen ら (1-4, 1951) と Keulegan (1-15, 1957) によって行われているが、その運動についての考察が行われ始めたのは最近のことで、福岡ら (1-128, 1977), (1-129, 1977), (1-130, 1978) の研究がある。

g その他

成層密度流に関する従来の研究について概説したが、近年非常に研究が活発に行われており、もとより全て網羅しうものではない。最近の特徴は、先行する理論をあと追いかちで、現象の細部構造を室内実験により、また巨視的な見地より現地観測により明らかにしてゆこうとする傾向にある。

最後に、密度流に関する一般の解説書として、この節で参考とした文献 (1-131) ~ (1-136) をあげておく。

1-4 研究目的と研究内容

最終の研究目的は、実際面の事業に役立つ技術基準を作ることであるが、本論文においてはその基礎的段階として、全体を構成する各技術のシステムに工学的な調和をかちづくることを目標として、現在十分な解決をみせていない項目について重点的に研究することとした。そして、感潮河川における海水遡上現象のうちで、侵入長が大きくなるのは成層状態の現象であるから、本論文においても主として二層流を取扱った。

すでにみてきたように、成層流については最近非常に多くの研究があるが、実際面の要請はとどまるところを知らず、なお精度のよいシミュレーション・モデルの開発と、それに必要な係数や境界条件の精度向上を要求している。たとえば、日本海側の河口には塩水くさびが出現するが、これはモデルのような理想的な塩水くさびとは異なる。また、現地観測資料は、理論的に取扱われている現象や単純化された実験水路に現われる現象とは異った現象の存在を示唆することがある。内部抵抗係数や連行係数などの諸係数についても、なお一部混乱がみられ、きちんと整理して信頼しうる実用公式をつくる必要がある。その他の問題として、現実の二層流の内部境界面は外乱に対して不安定で、吹送する風や航行船舶などによって乱され、河道の横断形、構造物、河床上の突起、およびわん曲部などの影響も受ける。しかし、三次元的に複雑な要素を除外したとしても、基本的な問題として、従来の全般的な二層流モデルに対して、その系のなかの各項目についてバランスあるかたちで、なお一層の改良が要請され、その研究開発が緊急視されている。

つぎに、本論文における研究内容とその特徴について述べる。まず、1-1 において明確にした研究の必要性和そ

の背景に照合して、河川事業に伴う海水遡上現象に係わる実際面上の問題点を 1-2 において述べた。これに対して、過去の数多くの研究により明らかにされている事項は 1-3 においてふれているが、なお解決を要する問題は多く、これについてはそれ以下に述べた。その際に、本論文における取扱い範囲の設定がなされた。

さて、本論文の基礎となる考え方の筋道は、海水遡上状態の月令による変化を踏えて、塩水くさびの流量ならびに潮汐による運動を二層流モデルによりシミュレートすることにある。この二層不定流モデルの特徴は、下層から上層への塩水の混入を考慮し、上層における縦断的な密度勾配、ならびに下層においても密度の縦断変化を考えていることである。このような取扱いは二層潮流計算 (1-62, 1975) において試みられたことがあるが、一次元流ではなかったと思われる。河川における塩水くさびは二次元の潮流よりも複雑であると思われる。まず、流路幅や横断形の影響が加わり、界面勾配や密度の縦断勾配が大きいこと、ならびに内部フルード数は大差ないが上層水深が小さいので、上層における連行された海水の影響が大きく、また、各種の内部渦の発生がみられ、現象の安定性が乏しいことなどの点で異っている。したがって、数値計算の方法としても陽型式差分では非常に困難であり、陰型式の方法により、なお計算上の安定対策を考慮しなければならない。また、数値計算結果は差分間隔のとり方により異なるので、現象を説明しうる差分計算法を開発しなければならない。そのため、検討計算を行うかたわら、差分間隔のとり方について検討を行った。以上の事項は第2章の二層一次元不定流のシミュレーション・モデル、および第5章の検証計算のところで記述した。

いっぽう、シミュレーション・モデルによる予測精度を定量評価する際に重要なことは、内部抵抗係数や連行係数などの諸係数について、信頼しうる実用公式を得ることである。これについては、合理的な内部境界面位置の定義を定め、それに基づいて既存の実験、ならびに実測資料を集約し、かつ広範囲の水理条件を包含する精度のよい実験、ならびに新たな実測資料を加えて、現段階で最も信頼しうる実用公式の提案を行った。この中で特筆すべきことは、内部抵抗係数について従来のクーリガン数のみの関数として表示されていたものを、連行現象による付加摩擦力を考慮することにより、現象をよく説明しうるようにしたことであろう。この結果、内部抵抗係数は、従来の考えを修正してクーリガン数と内部フルード数の関数によって表示されるということになる。このような内容は第3章において述べた。

また、モデルによる数値計算を実施する際に不可欠なこ

とは境界条件の設定である。なかでも下流端位置、ならびに下流端における上層水深の決定である。この問題に関しては、定常状態の塩水くさびを除き、過去にみるべき成果がないと思われる。本来ならば、下流端に存在する主要内部渦もシミュレーション・モデルに組み込むべきところであるが、この渦の現象を解析的に取扱うことは容易でない。そこで、長良川における全ての月令の条件を包含する合計17日(1月5日観測)の実測資料に基づき河口条件を考察することにした。その結果、渦の上流端において内部フルード数が1となる主要内部渦とその他の内部渦の長良川における特性が明らかとなったが、等流水深と限界水深の縦断曲線を考慮することにより、主要内部渦が安定する位置を推定することが可能となるなど、種々の特性を考察することにより、一般的な法則を見出すことができた。以上の検討は第4章において行った。

以上でシミュレーション・モデルの計算準備が完了したことになり、第5章において検証計算を行った。被検証現象は、6ケースの実験水路における塩水くさびの運動と4日間にわたる長良川における海水遡上の成層流である。前者は潮位のみ時間的に変化させた場合であり、後者は弱混合状態が崩れ、緩混合状態となる条件のきびしい場合に相当する。この章では、安定した計算を行うための各種の方策について考察しており、いくつかの無理のない仮定を設定する必要があった。また、計算結果は差分の格子間隔 Δx および Δt のとり方により影響され、 $\Delta x/\Delta t$ により異なった結果が得られることを示した。ここでは現象を説明しうる適切な差分格子間隔のとり方についても検討した。

第6章では、シミュレーション・モデルの適用性、適用範囲とその条件、ならびにシミュレーション結果に対する補足事項などについて検討した。使用した資料は主に長良川における観測結果であり、混合形態の遷移、成層状態の出現条件、ならびに成層流の非定常特性などについて知見を得、二層流モデルが強混合に近い状態にまで適用可能であることを明らかにした。ことに、本論文においては、従来にみられない規模で実験を行って巨視的に塩水くさびの非定常運動を観察し、また実際の河川では系統的に計画した本格的な観測を行っており、これらの資料が十分に活用されているところにも、ひとつの特徴があるといえる。この結果は、シミュレーション・モデルの全体のバランスを改善し、実用上の信頼性を高め、かつモデルによる算出結果に補足事項を付加するなど、本論文においては広範囲にわたって豊富な内容を包含することとなった。

第7章においては、以上を総括して本論文によって明らかにされた事項をとりまとめた。また、今後の研究の発展を期待して、残されている問題点などについて感想を述べ

た。

最後に、本論文における以上の研究内容をフローのかたちで示すと図1.4.1のようである。また、混合形態表示図の上での取扱範囲は図1.4.2のようである。

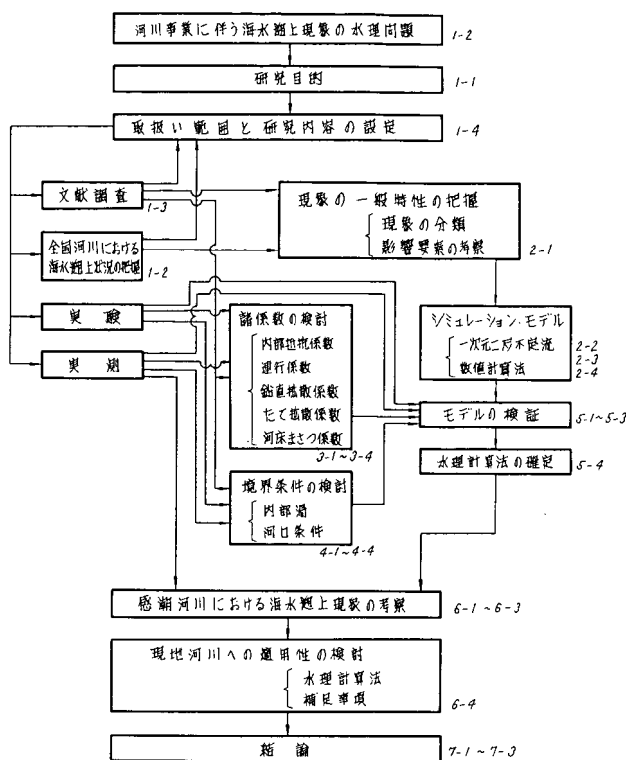


図 1.4.1 研究のフロー

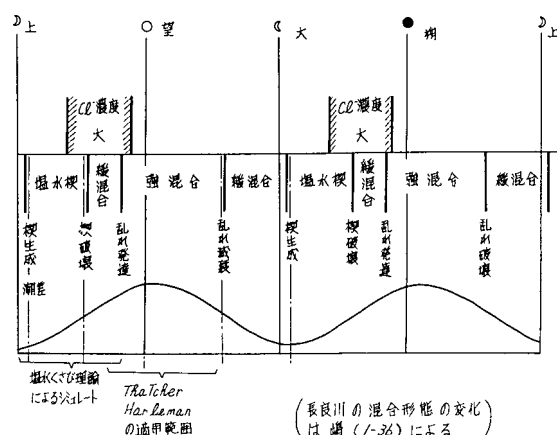


図 1.4.2 本論文の主たる取扱範囲

第2章 二層一次元不定流のシミュレーション・モデル

本論文では、弱混合ないし緩混合の状態を取扱った。この範囲を長良川の例で示すと前出の図1.4.2のようである。これは、海水の侵入状況からみると、河道内に最も奥深く入りこむ状態でもある。このような状態を現象面から考えると、マスの輸送が大幅に制約されるような明確な内部境界面の存在を、その密度分布および流速分布から判断することができる。

海水遡上現象のシミュレーション・モデルとしては、Thatcher・Harleman (1-66, 1972)の相似仮定による解析や、日野・灘岡 (1-67, 1977)の塩水くさびの非常運動を区間積分法により解析する方法などが報告されたが、これらは一層流としての取扱いである。実用面からみると、弱混合ないし緩混合の状態のところに多くの未解決な問題が残されている。本来、このような問題については多層流として、各層の平均量によって現象を評価する手法が便利であると思われる。本論文においては、実用面への適用の便を重視して現象を単純化し、二層流モデルを考えることにした。この章においては、上下層における水理量の平均を代表値と捉えて、理論的な考察を行った結果について述べた。

まず、2-1では二層流としてのシミュレーション・モデルの現象の背景とモデルの条件、およびその特色など、理論の基本的な考え方を明らかにした。その結果をうけて、2-2においてエネルギー式により二層一次元不定流の理論的な表現を試みた。これは、従来の二層流の式と基本的な相違はないが、下層における密度の縦断変化、および界面を通じての連行現象を考慮し、上下層における水理量の急変に順応しうる点に特色があるといえる。2-3では、陰型式差分による数値計算法について述べ、2-4において物理量の伝播速度について考察したが、数値計算上、特に従来見すごされてきた差分格子点間隔の影響が少くないことを明らかにした。これに関する計算上の問題については第5章において検討することとした。

以上を通じ、河道内への塩水くさびの侵入現象を考察するための、二層流モデルに関する理論上の検討を行い、以下の章におけるモデルの部分的な問題の考察、検証計算およびモデルの適用性の考察へとつなげることにした。

2-1 モデルに関する基本的な考え方

a 成層流の特徴

海水が河口より河道内へ遡上する現象のうち、弱混合ないし緩混合で成層していると考えられる状態の運動を考えると、一般に、二層流では内部境界面に内部波が存在し、

それが広範囲の水理量に対して安定であることが一層流と異なる大きな特徴であるといえる。したがって、二層流は重力波、内部波および拡散という時間スケールの異なる現象が非線型に混在する流れであるとみなすことができる。

二層流モデルでは、特徴的な界面付近の現象の表現方法が問題となる。内部波には規則波と不規則波があり、その発生、発達と混合拡散の現象には上下層の平均流からのエネルギーの流れが関与する。内部境界面付近には、スリップによる渦動流の発生がみられ、平均的にみて下層から上層への卓越した海水の混入現象が存在する。そして、上層に混入した塩水は上層における乱れによって拡散する。この乱れは、通常の一層流とは異ったスペクトル特性を有するものと思われる。それは、運動量の交換、エネルギーの流れ、および境界層の発達に密度流の特性が加味されるからである。

このような密度流の内部機構の詳細を究明することは本論文の目的とするところではないが、シミュレーション・モデルを高度化し、実際面からの要請にこたえうるものとするために、その基礎としての重要な意義が存在する。

b モデルで取扱う現象

つぎに、資料によって河道内の海水遡上現象をみると、非常に複雑で、影響する要素が大変多いことがわかる。しかし、その要素を全て考慮したモデルをつくることは、容易でないうえ、いたずらにモデルを複雑にするばかりであるから、工学上の意義の小さい項目は省略しておくことが賢明である。

河道内における海水遡上現象に関係する水理量は、月令、潮位変動曲線、河川流量、海水密度、風および河道形状などであり、その内容は次のようである。

- (a) 河道形状 — 河床縦断 (特に最深河床高)、横断形状と川幅の変化、わん曲等の平面形状およびその他河床の凹凸や死水域
- (b) 河川構造物 — 河口堰、床固など
- (c) 流量 — 自流量、入退潮流量 (感潮水面積、潮位変動量、摩擦係数)
- (d) 潮位変動 — 月令 (大潮、中潮、小潮)、潮位変動曲線の振幅と周期
- (e) 河口条件 — 河口における密度分布 (塩水濃度と水温) と流速分布
- (f) 河川水質 — 塩分濃度、SS濃度、および水温
- (g) 河床の摩擦係数 — 上層が接している河床と下層が接している河床の摩擦係数
- (h) 平均海面高 (気圧低下時などの異常高潮も時には

重要)

- (i) 風浪 — 風による剪断力と波浪による混合(風向, 風速と河口からの波浪の侵入)
- (j) 河口砂州の消長
- (k) 沿岸潮流, 海部平均形状および水深などの海水密度に及ぼす影響
- (l) その他, 底泥からの塩分の混入, 水温変化, 河床からの湧水(浸透流入), 支川合流, 分流, 中州, 人工的取・排水, 流砂, 河床変動, 履歴作用, および広いエスチュアリーにおける地球自転の影響

など枚挙にいとまがない。しかし, シミュレーション・モデルではこれらの水理量等の影響要素に関係する現象のうち, 主要なもののみを考慮することとした。そして, 流路幅はおおよそ1km以下で急変はなく, はば直線的であるとみなしうる場合で, 一次元としての仮定が成立つ範囲とし, 河道わん曲, 河川構造物, 波および風などによる効果は, 資料によりその影響の度合をみるにとどめることとした。

本論文において考える現象は, 安定した界面が存在する弱混合ないし緩混合状態の海水遡上形態で, 流量や潮位の変動に伴って上下層の流れと海水の侵入距離が変化する場合とし, 下層においては密度が縦断勾配を有し, 下層から上層への卓越した塩水混入があり, したがって上層においても密度の縦断勾配が存在する流れである。このような現象について巨視的な立場において, 数十分から1時間程度のタイムスケールでみることにした。

c シミュレーション・モデルの条件

河川の下流部の密度流で, 緩混合型と弱混合型との現象上の境界は明確ではなく, 現象的にみて根本的な差異は認められないので, 成層流としての取扱いが可能な緩混合型の現象解析もこの範ちゅうに含めることができる。現象解析の基本的な立場は次のようである。

- (a) 一次元流(上下層の水理量は平均値で代表させる)
- (b) 二層流(中間層は上層に含める)
- (c) 下層から上層への塩水混入現象を考慮
- (d) 下層塩水密度変化を考慮
- (e) 上層に混入した水塊(下層における平均密度を有する水塊)は, 上層において拡散するが, 平均密度によって代表せしめるものとし, その平均密度は縦断変化する。

以上の仮説は, 安定した成層流である限り十分認容されるものである。時間スケールの短い現象は工学的な時間スケールでは消滅する。成層流の上層においては, 均質化の促進が行われるので, 河川構造物の影響の僅少な, 蛇行の激しくない下流部の安定河道においては, 一次元流の仮定によっても十分な精度を期待しうる。また, 潮流の二層流な

どとは異り, 河道における海水の侵入現象は, 上層水深が小さいために下層海水の混入量の影響が少なく, また河道形状の縦断変化や潮位の急激な時間変化などによっても, 安定性がそこなわれる。しかし, このモデルのスケールによれば, ほどよく, このような現象にも対処しうる。すなわち, 河道内においては内部渦が処々に存在し, 発生・発達・減衰・移動・変形等を行って, ときには中間層に影響を与え, 連行現象や界面形状にまで作用を及すが, このシミュレーション・モデルでは平均的取扱いにより, そのような現象の効果を超越させることとしている。潮流などにはない, 一次元流に特有な以上のような現象の影響は, 現地の観測資料や検証計算によって吟味される。

このシミュレーション・モデルでは, 上下層における流速 u や密度 ρ の分布形についても, 厳密さを要求しないこととし, 平均値によって近似する。上層および下層の平均流速 u_1 , および u_2 , と平均密度 ρ_1 , および ρ_2 は, それぞれ

$$u_1 = \frac{1}{s-h} \int_h^s u dz = \frac{1}{h_1} \int_h^s u dz \quad (2.1.1)$$

$$u_2 = \frac{1}{h-b} \int_b^h u dz = \frac{1}{h_2} \int_b^h u dz \quad (2.1.2)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{s-h} \int_h^s \rho dz = \frac{1}{h_1} \int_h^s \rho dz \quad (2.1.3)$$

$$\rho_2 = \frac{1}{h-b} \int_b^h \rho dz = \frac{1}{h_2} \int_b^h \rho dz \quad (2.1.4)$$

である。それぞれの水理量の分布係数はほぼ1と考えても実用上の支障はほとんどないであろう。ここに, s, h , および b は, 図1.2.1.に示すように, それぞれ水面, 内部境界面および水路底の高さを示す。 x 軸は河川の上流から下流むきを正, また z 軸は鉛直上方を正とする。河川の流路断面には大きな形状損失を生じるような縦断的な急変はないものとし, 一様な流速分布を仮定した。水路の横断面形状としては, 複断面水路の場合も付録A-6において取扱ったが, 基本としては長方形断面近似を考える。このとき, 上下層の流量 Q_1 および Q_2 はそれぞれ

$$Q_1 = u_1 h_1 B \quad (2.1.5)$$

$$Q_2 = u_2 h_2 B \quad (2.1.6)$$

と表わされ, 上下層において簡単のため川幅を同一とした。

つぎに, 本論文の基礎的条件として, 成層流の仮定をしているが, 現実には理想的な塩水くさびは存在しない。たとえば緩混合状態では, 理想状態から遠ざかっているが, 鉛直面内における流速分布や密度分布の急変する層が現われるのが普通である。その層を境として, それぞれ上層および下層における水理量には縦断的な連続性が卓越し, 二層流としての取扱いが可能となる現象が認められる。上層

下層における水理量の正確な分布関数形を決めることは容易でないが、それは分布係数の問題であって、平均値に基づく表現によっても一般性を失わない。

この二層流モデルは下層から上層への塩水の混入（混入速度 E ）を考慮している。逆の混合も存在するが、工学的にみて下層から上層への混入が卓越するとしてよいであろう。

このようにして、上層の塩分濃度が増大し、かつ下層縦断密度勾配が変化して、流れの混合形態は弱混合から緩混合へ、緩混合から強混合へと移行する。このとき、主として潮汐変動のエネルギーの一部が流れのエネルギーに変換し、その流れのエネルギーが現象変遷の主因となる。強混合から緩混合へ、緩混合から弱混合への変移は、潮汐エネルギーの減少に伴う下層縦断密度勾配の減少と、河川の流れによる上層高濃度成分のフラッシュ量の相対的な増大に基づくものと解釈される。このモデルでは、下層と上層の質量交換は一方向の convection $\rho_2 E$ で代表できるものとし、拡散型の寄与は無視する。したがって、この限りにおいて $(\partial \rho / \partial z)_{z=h}$ の係数は零である。

下層の密度 ρ_2 は、定常状態に近い塩水くさびでは一定としてよいが、一般には縦断変化する。実測資料によると、縦断的な変化は、塩水遡上の上流部付近において特に大きく、河口付近ではあまり大きくない。塩水遡上の上流部分では河床との摩擦、不定流効果、あるいはくぼみ等に滞流していた高濃度成分や、河床中の塩分の流出などの履歴現象に基づく効果などによって、密度の縦断的勾配が生じるものであるが、実用的には、区間毎に一定値を仮定するなどの取扱いも可能である。下層においては鉛直変化はわずかであって、 $\partial \rho / \partial z = 0$ の仮定はほぼ妥当である。

その他の仮定としては次のようなものがあるが、いずれも無理のないものであり、実用上の拘束条件となるものではない。

(f) 静水圧分布

(g) 大気との質量交換は微少。したがって、塩水塊の沈降速度を無視しうらば $(\partial \rho / \partial z)_{z=s} = 0$ である

(h) 水温による密度効果は無視（熱の放散を無視）

(i) 風による摩擦力を無視、 $(\partial u / \partial z)_{z=s} = 0$

(j) 連続式および運動式において二次微分以上の微少項を無視

したがって、拡散項の影響も無視することになるが、実用上の問題はほとんどないものと思われる。なお、河床との塩分の交替の現象については不明な点も多く、淡水化現象では問題とされなければならないが、本論文で取扱う現象の場合にはオーダー的にみて連行量に対し無視しう。

d モデルの特徴

本論文において考察する一次元二層不定流モデルの解析的取扱上の特徴は、(a)二層一次元流、(b)連行現象、(c)上層下層密度の縦断変化などの現象をとりあげ、差分式方として(d)陰型式を採用し、(e)差分間隔の影響について考慮したことであるといえよう。

このような点から、関連する従来の主要な研究の相互の考え方を対比させると表 2.1.1 に示すようである。これらのうちの多くは、数学的な取扱いが中心で数値計算法に主眼がおかれており、したがってモデルは単純なものを取扱うこととし、連行現象を無視し、かつ上層下層の密度の縦断変化を考慮しないものや、なかには内部抵抗係数をも縦断的に一定と仮定したものもある。すなわち、Abbott ら (1-47, 1963) および Hyden (1-58, 1974) は特性曲線法による解法を、また Wang ら (1-59, 1974) および森平ら (1-64, 1977) は有限要素法による解法について研究している。また、通常の陽型式差分を採用したものなどもある。いっぽう、二層二次元流について運動量保存則を適用し、連行はもとより、流速などの分布形の考慮をこころみた玉井 (1-137, 1975) による基礎式の提案もある。これらの論文は数学的取扱いを中心としており、検証計算には力点がおかれておらず、なかには検証計算の行われていないものもある。したがって、実際の現象面からするとシミュレーション上の問題は残されたままであるといえる。

この点に関して、和田 (1-53, 1969) および橋本・宇多 (1-62, 1975) は、二層潮流計算において連行現象を考慮した計算法を示した。和田は下層密度を一定としたが、橋本らは上層下層密度がそれぞれ変化しうる場合を取扱っており、実際の現象に近づける努力をした点で注目される。数値計算手法としては前者は陽型式差分、後者は陽型式と陰型式を組み合わせた方法を採用しており、現地における実測も行なって比較している。しかし、検証内容は十分であるとはいえず、また差分格子間隔 Δx と Δt のとり方についても未解決である。

二次元の潮流計算と一次元の塩水くさびの運動の計算の間の大きな違いは、後者において内部境界面の勾配が大きいこと、および連行量の影響が大きいことによる後者における計算上の不安定性である。すなわち、一次元流とみなしうる河道の中の二層流において、流路幅の縦断変化は上層水深 h_1 の勾配 $\partial h_1 / \partial x$ に直接的な効果を有し、また、上層水深や上層流量も大きくないので、下層から上層に混入する海水が上層において、密度ならびに流量に与える影響が重要である。河道の横断形状や縦断形状は、特に下層において、密度 ρ_2 の縦断変化を与える主要原因となり、

表 2.1.1 各種の成層流モデル

発表年	研究者	対象とする現象	モデル		モデルで考えている現象			差分方法				備考
			一次元	二次元	連行	ρ_2 の縦断変化	ρ_1 の縦断変化	陰型式	陽型式	特性曲線	FEM	
1963	Abbott, Torbe	潮流	○		無	(一定)	(一定)			○		モデルの数学的取扱いが中心
1969	和田	温排水		○	○	(一定)	○		◎			湾内
1970	和田	温排水		○	○	(一定)	○		○			無限海域
1972	堀口・平出・川上	温排水	○		無	(一定)	○		○			熱放散考慮, 検討計算なし
1973	Mehrotra	淡塩水	○		無	(一定)	(一定)					局所断面変化の取扱い方法のみ
1974	須賀・高橋	川の塩水くさび	○		○	(一定)	○					モデル提示のみ
1974	Dazzi, Tomasino	淡塩水と温水	○		無	(一定)	(一定)	(陰陽組合わせ)				$f_i = \text{const}$
1974	Hyden	淡塩水	○		無	(一定)	(一定)			◎		風考慮, 実験検証
1974	Wang, Connor	潮流		○	無	(一定)	(一定)				◎	潮汐と風考慮, 二次元水路で検証
1975	橋本・宇多	潮流		○	○	○	○	(陰陽組合わせ)				検証値なし $\varepsilon = 10^{-3}$
1975	Abbott, Bertelsen, Kej, Warren	潮流		○	○	○	○	○				計算は1977
1975	玉井	潮流		○	○	○	○					運動量式
1977	森平・片岡・安井・川原・長谷川	淡塩水		○	無	(一定)	(一定)				○	信濃川資料による検証計算
1977～1979	須賀	川の塩水くさび	○		○	○	○	◎				長良川資料による検証計算

小さい下層水深 h_2 の生じる区間では大きな下層流速となるなど、現象上の不安定性も加味される。潮流と河川流とは、このように後者における川幅変化と小さな上層水深によって、両者の違いが特徴づけられるが、この他に同じ内部フルード数 F_1 としてもその内容の違いがある。それは、潮流が温度あるいは塩分密度流を問わず、無次元密度差 ε ($= (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$) が小さいことである。その結果、潮流では同様の上層流速 u_1 のときでも、上層水深 h_1 が大きく、連行現象の影響は小さいということになる。

こうしてみると、二次元モデルにおいても数値計算上の問題が残されているが、現象がさらに複雑となる一次元モデルでは、連行現象および上・下層密度の縦断変化を考慮した研究は、基本的に大差があるとはいえないが、著者 (0-16, 1977, 0-26, 1979) のものが最初であろう。

2-2 二層一次元不定流のエネルギー方程式

混合の影響を考慮した一次元二層不定流は、基本的には次の6つの基礎式により表現される。ここに、未知量は流速 u_1, u_2 (または流量 Q_1, Q_2)、水深 h_1, h_2 、および密度 ρ_1, ρ_2 の6つであり、添字1は上層量、および添字2は下層量を表わす。

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = E \quad (2.2.1)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = -E \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 h_1) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 Q_1) = \rho_2 E \quad (2.2.3)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} \quad (2.2.4)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial x} + i_{f1} - i_0 = 0 \quad (2.2.5)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (1 - \epsilon) h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i_{f2} - i_0 = 0 \quad (2.2.6)$$

以上の基礎方程式で、(2.2.1)式および(2.2.2)式はそれぞれ上層および下層の体積の保存則、(2.2.3)式は上層における質量の保存則を表わす。下層の密度 ρ_2 の支配する方程式には、本来ならば淡水が下層へ混入する機構を明らかにしなければならないが上層から下層への逆連行現象は無視し得、その他の現象については現時点では量の解明が遅れているのでここでは便宜的に拡散式を適用することとした。(2.2.4)式は微少項を省略した結果であり、かつ実用面を重視することから式の簡略化をはかり、タテ拡散係数 D_x を式の上で縦断的に一定を考えて

$$\frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial \rho_2}{\partial x}) \div D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} \quad \text{としたが、差分計算上区間毎}$$

に D_x を変化させることは差しつかえない。(2.2.5)式および(2.2.6)式ではそれぞれ上層および下層の流れをエネルギーで表現した運動の式である。上層における平均密度 ρ_1 の縦断変化を考慮しているので(2.2.6)式の第2項はこれまでの取扱いと異なる。ここに i_{f1} および i_{f2} はそれぞれ上層および下層のまさつ勾配、 i_0 は河床勾配、また ϵ は密度差の無次元量で $\epsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$ と定義される。

以上の6つの基礎式に基づいて計算をすればよいのであるが、現象考察の便をはかるため式の変形を行う。質量連続条件(2.2.3)式は体積連続条件(2.2.1)式を用いれば、

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\rho_2 \epsilon B}{Q_1} E - \frac{h_1 B}{Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \frac{\epsilon \rho_2}{h_1} \frac{E}{u_1} - \frac{1}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (2.2.7)$$

と書き替えられる。(2.2.6)式の第2項は(2.2.7)式を代入して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (1 - \epsilon) h_1 &= (1 - \epsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{h_1}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &= (1 - \epsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \epsilon \frac{E}{u_1} - \frac{h_1}{\rho_2 u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

となる。流速 u_1 および u_2 を流量 Q_1 および Q_2 に変換し、(2.2.8)式および体積連続条件(2.2.1)式と(2.2.2)式を考慮すれば、運動の方程式(2.2.5)式および(2.2.6)式は、内部フルード数 $F_1 = u_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$ および $F_2 = u_2 / \sqrt{\epsilon g h_2}$ の記号を用いることにより、それぞれ

$$\begin{aligned} (1 - \epsilon F_1^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} - \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{1}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\ + \frac{u_1}{g h_1} E + i_{f1} - i_0 - \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

$$\begin{aligned} (1 - \epsilon) \frac{\partial h_1}{\partial x} + (1 - \epsilon F_2^2) \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ + \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ + \epsilon \frac{E}{u_1} - \frac{u_2}{g h_2} E + i_{f2} - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

となる。したがって、上層下層の水深 h_1 および h_2 の勾配はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\phi} \left[-(1 - \epsilon F_2^2) i_{f1} + i_{f2} - \epsilon F_2^2 i_0 \right. \\ &\quad + (1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 + \epsilon F_1^2 F_2^2) \epsilon \frac{E}{u_1} \\ &\quad + \left\{ (1 - \epsilon F_2^2) \frac{u_1^2}{g B} - \frac{u_2^2}{g B} \right\} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ &\quad - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2(1 - \epsilon F_2^2) u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ &\quad \left. - \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{1 - \epsilon F_2^2}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi} \left[(1 - \epsilon) i_{f1} - (1 - \epsilon F_1^2) i_{f2} + \epsilon (1 - F_1^2) i_0 \right. \\ &\quad - (1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2 + \frac{u_1}{u_2} \epsilon F_1^2 F_2^2) \epsilon \frac{E}{u_1} \\ &\quad - \left\{ (1 - \epsilon) \frac{u_1^2}{g B} - (1 - \epsilon F_1^2) \frac{u_2^2}{g B} \right\} \frac{\partial B}{\partial x} \\ &\quad + (1 - \epsilon F_1^2) \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (1 - \epsilon F_1^2) \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &\quad - \frac{2(1 - \epsilon) u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (1 - \epsilon F_1^2) \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ &\quad \left. + \frac{1 - \epsilon}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1 - \epsilon F_1^2}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

$$\phi = \epsilon (1 - F_1^2 - F_2^2 + \epsilon F_1^2 F_2^2) \quad (2.2.13)$$

である。水面勾配 $\partial s / \partial x = \partial h_1 / \partial x + \partial h_2 / \partial x - i_0$ は(2.2.11)式～(2.2.13)式より

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{\phi} \left[-\epsilon (1 - F_2^2) i_{f1} + \epsilon F_1^2 i_{f2} - \epsilon^2 F_1^2 F_2^2 i_0 \right. \\ &\quad - (\frac{u_1}{u_2} - 1) \epsilon^2 F_1^2 F_2^2 \frac{E}{u_1} \\ &\quad \left. + \left\{ h_1 F_1^2 - (h_1 + h_2) F_1^2 F_2^2 \right\} \frac{\epsilon^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\varepsilon F_1^2 \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \varepsilon F_1^2 \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
& + \varepsilon (1 - F_2^2) \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \varepsilon F_1^2 \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& - \frac{\varepsilon (1 - F_2^2)}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{\varepsilon F_1^2}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \quad (2.2.14)
\end{aligned}$$

となり、非常に小さい量であることがわかる。

つぎに、 ε は海水の遡上現象を考える限り 10^{-2} のオーダーかそれより小さいので、1に対して ε 、 εF_1^2 、および εF_2^2 の微少項を省略すれば、(2.2.11)式～(2.2.13)式はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi} & \left[-i_{f1} + i_{f2} - \varepsilon F_2^2 i_0 + \varepsilon (1 - F_1^2 \right. \\
& \left. - \frac{u_1}{u_2} F_2^2) \frac{E}{u_1} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \right. \\
& \left. - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \right. \\
& \left. - \frac{1}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \quad (2.2.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\phi} & \left[i_{f1} - i_{f2} + \varepsilon (1 - F_1^2) i_0 \right. \\
& \left. - \varepsilon (1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2) \frac{E}{u_1} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{g B} \right. \\
& \left. + \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} - \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\
& \left. + \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \quad (2.2.16)
\end{aligned}$$

$$\phi = \varepsilon (1 - F_1^2 - F_2^2) \quad (2.2.17)$$

となる。このとき、水面勾配 $\partial s / \partial x = 0$ となり、如何なる水理条件を与えても水面は水平運動をすることがわかる。

定常状態で下層の流速 u_2 が非常に小さいときには $\partial \rho_2 / \partial x = 0$ と考えられるので、(2.2.15)式および(2.2.17)式より

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon (1 - F_1^2)} & \left\{ -(i_{f1} - i_{f2}) + \varepsilon (1 - F_1^2) \frac{E}{u_1} \right. \\
& \left. + \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} \right\} \quad (2.2.18)
\end{aligned}$$

となり、定常流の塩水くさびの形状を与える式と一致する。なお、通常は右辺第2項を無視して計算が行われてきた。

水面が水平と考えられる場合には、連続の条件(2.2.1)式、(2.2.2)式および(2.2.4)式と、運動条件としてはたとえば(2.2.15)式のみによって計算を行うことができる。下層の水深 h_2 は水位と h_1 および河床高より算出される。ここに摩擦勾配の関数形は

$$i_{f1} = \frac{\tau_1}{\rho_1 g h_1} = \frac{f_i}{2 g h_1} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad (2.2.19)$$

$$\begin{aligned}
i_{f2} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2 g h_2} & = \frac{f_b}{g h_2} u_2 |u_2| \\
& - \frac{f_i}{2 g h_2} (1 - \varepsilon) (u_1 - u_2) |u_1 - u_2| \quad (2.2.20)
\end{aligned}$$

である。 τ_1 および τ_2 は境界面および河床に作用するせん断応力であり、 f_i および f_b は内部抵抗係数および河床まさつ係数である。係数としてはこの他、連行係数とタテ拡散係数などがあり、第3章において論じることとした。

2-3 数値計算法

一次元二層不定流のシミュレーション・モデルに基づいて数値計算を実施する場合に、大別して3通りの計算法がある。それらは有限要素法、特性曲線法、および通常の陽ならびに陰型式差分などである。計算式としては、エネルギーの関係より求めた(2.2.11)式、またはその簡略式である(2.2.15)式、運動量関係式(付録参照)、および伝播速度 C の関数として表示した付録の(A.6.18)式以下の関係式などをあげた。

通常の差分方式には陽型式と陰型式とがあり、多くの場合前者の計算法によっているようである。著者も当初陽型式の差分方式によって計算を試みた。しかし、 $\Delta x / \Delta t$ の安定領域内では現象を説明しうる計算結果が得られないこともあり、このような場合には陽形式の差分方式の適用が困難であることが判明した。すなわち、現象を支配する適当な $\Delta x / \Delta t$ の値が、安定領域の外に出てしまうわけである。したがって、この場合安定条件がなく、全ての条件で安定した計算結果が得られるとされる陰型式の差分方式に基づいて計算を行うことが望ましいと考えた。

ここに、一例として微少項を省略したエネルギー式の場合の計算式を示す。このときは、 $\partial s / \partial x = 0$ であるから水面は水平運動をするので、境界条件として水位を与えると $\partial h_1 / \partial x$ または $\partial h_2 / \partial x$ のいずれか一方を考えておけばよい。したがって未知量は h_1 、 $Q_1(u_2)$ 、 $Q_2(u_2)$ 、 ρ_1 および ρ_2 の5つである。そこで基礎方程式としては、(2.2.1)式および(2.2.2)式の体積の連続条件、(2.2.3)式および(2.2.4)式の密度の連続条件、および運動方程式として(2.2.15)式をとりあげ、差分式を作る。係数としては、後述の内部抵抗係数、連行係数、河床摩擦係数、およびタテ拡散係数を適用するものとする。差分の格子点を図2.3.1のように定め、たとえば

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{2 \Delta t} (h_1^{n+1} - h_1^n + h_1^{n+1} - h_1^n) \quad (2.3.1)$$

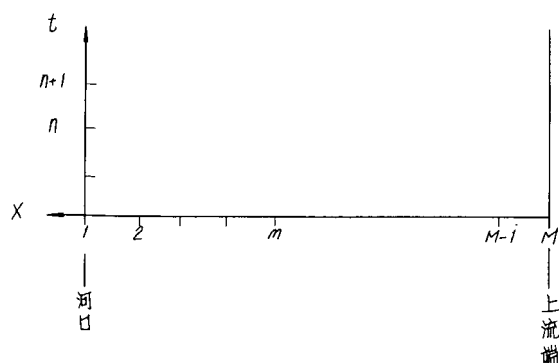


図 2.3.1 差分の格子と記号

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = \frac{2}{B_m + B_{m-1}} \frac{1}{(\Delta x)_{m-1}} (Q_{1m-1}^{n+1} - Q_{1m}^{n+1}) \quad (2.3.2)$$

$$D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2} = D_x \frac{\rho_{2m-2}^n - 2\rho_{2m-1}^n + \rho_{2m}^n}{(\Delta x)_{m-1} (\Delta x)_{m-1}} \quad (2.3.3)$$

のような差分をとることとする。このとき、(2.2.1)式、(2.2.2)式、(2.2.7)式、(2.2.4)式および(2.2.15)式に対する差分式はそれぞれ

$$\begin{aligned} & \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{2}{B_m + B_{m-1}} (Q_{1m-1}^{n+1} - Q_{1m}^{n+1}) = (\Delta x)_{m-1} E_m^n \\ & + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{2m}^{n+1} + h_{2m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{2}{B_m + B_{m-1}} (Q_{2m-1}^{n+1} - Q_{2m}^{n+1}) = -(\Delta x)_{m-1} E_m^n \\ & + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} (h_{2m}^n + h_{2m-1}^n) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2} \right) \rho_{1m}^{n+1} \\ & + \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2} \right) \rho_{1m-1}^{n+1} \\ & = \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{2E_m^n (\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} \right) \rho_{1m}^n \\ & + \frac{2E_m^n (\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} \rho_{2m}^n + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} \rho_{1m-1}^n \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2} \right) \rho_{2m}^{n+1} \\ & + \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2} \right) \rho_{2m-1}^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{\Delta x_{m-1}}{2\Delta t} + \frac{D_x}{\Delta x_{m-1}} \right) \rho_{2m}^n \\ & + \left(\frac{\Delta x_{m-1}}{2\Delta t} - \frac{2D_x}{\Delta x_{m-1}} \right) \rho_{2m-1}^n + \frac{D_x}{\Delta x_{m-1}} \rho_{2m-2}^n \quad (2.3.7) \\ & - \left\{ \frac{\epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x_{m-1}} \right. \\ & + \left. \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} \right\} h_{1m}^{n+1} \\ & + \left\{ \frac{\epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x_{m-1}} \right. \\ & - \left. \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} \right\} h_{1m-1}^{n+1} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} (h_{2m}^{n+1} \\ & + h_{2m-1}^{n+1}) + \frac{1}{gh_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{1m}^{n+1} + Q_{1m-1}^{n+1}) \\ & - \frac{1}{gh_{2m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{2m}^{n+1} + Q_{2m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^{n+1} + \rho_{1m-1}^{n+1}) \\ & + \frac{\rho_{1m-1}^n (h_{1m-1}^n + h_{1m}^n)}{2(\rho_{2m-1}^n)^2 \Delta x_{m-1}} (\rho_{2m-1}^{n+1} - \rho_{2m}^{n+1}) \\ & + i_{f1m-1}^n - i_{f2m-1}^n + \epsilon_{m-1}^n (F_{2m-1}^n)^2 \frac{i_{0m-1} + i_{0m}}{2} \\ & - \epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - \frac{u_{1m-1}^n}{u_{2m-1}^n} (F_{2m-1}^n)^2\} \frac{E_{m-1}^n}{u_{1m-1}^n} \\ & - \frac{2\{(u_{1m-1}^n)^2 - (u_{2m-1}^n)^2\}}{g(B_m + B_{m-1}) \Delta x_{m-1}} (B_{m-1} - B_m) \\ & - \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^n + \rho_{1m-1}^n) \\ & + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \\ & - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} (h_{2m}^n + h_{2m-1}^n) \\ & - \frac{1}{gh_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n) \\ & + \frac{1}{gh_{2m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{2m}^n + Q_{2m-1}^n) = 0 \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

となる。これらの関係(2.3.4)式～(2.3.8)式の5式をつぎの換算式

$$S^{n+1} = h_{1m}^{n+1} + h_{2m}^{n+1} + z_m \quad (2.3.9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} h_{2m}^{n+1} &= -h_{1m}^{n+1} + S^{n+1} - z_m \end{aligned} \right. \quad (2.3.10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} h_{2m-1}^{n+1} &= -h_{1m-1}^{n+1} + S^{n+1} - z_{m-1} \end{aligned} \right. \quad (2.3.11)$$

を用いて整理すれば,

$$K_{m-1}^1 (h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^2 (Q_{1m}^{n+1} - Q_{1m-1}^{n+1}) \\ = K_{m-1}^3 \quad (2.3.12)$$

$$-K_{m-1}^1 (h_{1m}^{n+1} + h_{1m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^2 (Q_{2m}^{n+1} - Q_{2m-1}^{n+1}) \\ = K_{m-1}^4 \quad (2.3.13)$$

$$K_{m-1}^5 \rho_{1m}^{n+1} + K_{m-1}^6 \rho_{1m-1}^{n+1} = K_{m-1}^7 \quad (2.3.14)$$

$$K_{m-1}^8 \rho_{2m}^{n+1} + K_{m-1}^9 \rho_{2m-1}^{n+1} = K_{m-1}^{10} \quad (2.3.15)$$

$$K_{m-1}^{11} h_{1m}^{n+1} + K_{m-1}^{12} h_{1m-1}^{n+1} + K_{m-1}^{13} (Q_{1m}^{n+1} + Q_{1m-1}^{n+1}) \\ + K_{m-1}^{14} (Q_{2m}^{n+1} + Q_{2m-1}^{n+1}) + K_{m-1}^{15} (\rho_{1m}^{n+1} + \rho_{1m-1}^{n+1}) \\ + K_{m-1}^{16} (\rho_{2m}^{n+1} - \rho_{2m-1}^{n+1}) = K_{m-1}^{17} \quad (2.3.16)$$

となる。ここに係数 $K_{m-1}^1 \sim K_{m-1}^{17}$ は

$$K_{m-1}^1 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t}$$

$$K_{m-1}^2 = \frac{2}{B_m + B_{m-1}}$$

$$K_{m-1}^3 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) + (\Delta x)_{m-1} E_m^n$$

$$K_{m-1}^4 = -\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} (2S^{n+1} - 2S^n + h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \\ - (\Delta x)_{m-1} E_m^n$$

$$K_{m-1}^5 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} - \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^6 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} + \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^7 = \left\{ \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} - \frac{2(\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} E_m^n \right\} \rho_{1m}^n \\ + \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} \rho_{1m-1}^n$$

$$+ \frac{2(\Delta x)_{m-1}}{h_{1m}^n + h_{1m-1}^n} E_m^n \rho_{2m}^n$$

$$K_{m-1}^8 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} - \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^9 = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2}$$

$$K_{m-1}^{10} = \frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} + \frac{D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \rho_{2m}^n$$

$$+ \left(\frac{(\Delta x)_{m-1}}{2 \Delta t} - \frac{2D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \right) \rho_{2m-1}^n$$

$$+ \frac{D_{xm-1}^n}{(\Delta x)_{m-1}} \rho_{2m-2}^n$$

$$K_{m-1}^{11} = - \left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2g h_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2g h_{2m-1}^n \Delta t} \right. \\ \left. + \frac{\epsilon_{m-1}^n \{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2 \}}{(\Delta x)_{m-1}} \right]$$

$$K_{m-1}^{12} = - \left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2g h_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2g h_{2m-1}^n \Delta t} \right. \\ \left. - \frac{\epsilon_{m-1}^n \{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2 \}}{(\Delta x)_{m-1}} \right]$$

$$K_{m-1}^{13} = \frac{1}{g h_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t}$$

$$K_{m-1}^{14} = - \frac{1}{g h_{2m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t}$$

$$K_{m-1}^{15} = \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t}$$

$$K_{m-1}^{16} = \frac{\rho_{1m-1}^n (h_{1m-1}^n + h_{1m}^n)}{2(\rho_{2m-1}^n)^2 (\Delta x)_{m-1}}$$

$$K_{m-1}^{17} = -i f_{1m-1}^n + i f_{2m-1}^n$$

$$- \epsilon_{m-1}^n (F_{2m-1}^n)^2 \frac{i_{0m-1} + i_{0m}}{2}$$

$$+ \epsilon_{m-1}^n \{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2$$

$$- \frac{u_{1m-1}^n (F_{2m-1}^n)^2}{u_{2m-1}^n} \} \frac{E_{m-1}^n}{u_{1m-1}^n}$$

$$+ \frac{2 \{ (u_{1m-1}^n)^2 - (u_{2m-1}^n)^2 \}}{g (B_m + B_{m-1}) (\Delta x)_{m-1}} (B_{m-1} - B_m)$$

$$+ \frac{h_{1m-1}^n + h_{1m}^n}{2(u_{1m-1}^n + u_{1m}^n) \rho_{2m-1}^n \Delta t} (\rho_{1m}^n + \rho_{1m-1}^n)$$

$$- \frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2g h_{1m-1}^n \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)$$

$$- \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2g h_{2m-1}^n \Delta t} (2S^{n+1} - 2S^n + h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)$$

$$+ \frac{1}{g h_{1m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n)$$

$$- \frac{1}{g h_{2m-1}^n (B_m + B_{m-1}) \Delta t} (Q_{2m}^n + Q_{2m-1}^n)$$

$$m = 2, 3, \dots \quad (2.3.17)$$

である。(2.3.10)式～(2.3.16)式より陰型式の差分式の一般式を求めるに当り、まず $m=2$ の場合の式を求めておく。その結果は次のようである。

$$P_2^1 h_{12} + P_2^2 Q_{12} + P_2^3 Q_{22} + P_2^4 \rho_{12} + P_2^5 \rho_{22} = P_2^6 \quad (2.3.18)$$

$$P_2^7 Q_{11} + P_2^8 Q_{12} + P_2^9 h_{12} = P_2^{10} \quad (2.3.19)$$

$$P_2^{11} Q_{21} + P_2^{12} Q_{22} + P_2^{13} h_{12} = P_2^{14} \quad (2.3.20)$$

$$P_2^{15} \rho_{11} + P_2^{16} \rho_{12} = P_2^{17} \quad (2.3.21)$$

$$P_2^{18} \rho_{21} + P_2^{19} \rho_{22} = P_2^{20} \quad (2.3.22)$$

ここに,

$$P_2^1 = K_1^{11} + \frac{K_1^1}{K_1^2} (K_1^{14} - K_1^{13})$$

$$P_2^2 = 2 K_1^{13}$$

$$P_2^3 = 2 K_1^{14}$$

$$P_2^4 = K_1^{15} \left(1 - \frac{K_1^5}{K_1^6}\right)$$

$$P_2^5 = -K_1^{16} \left(1 + \frac{K_1^8}{K_1^9}\right)$$

$$P_2^6 = \left(\frac{K_1^1}{K_1^2} K_1^{13} - \frac{K_1^1}{K_1^2} K_1^{14} - K_1^{12}\right) h_{11} - \frac{K_1^3}{K_1^2} K_1^{13} - \frac{K_1^4}{K_1^2} K_1^{14} \\ - \frac{K_1^7}{K_1^6} K_1^{15} - \frac{K_1^{10}}{K_1^9} K_1^{16} + K_1^{17}$$

$$P_2^7 = K_1^2 \quad P_2^{12} = -K_1^2 \quad P_2^{17} = K_1^7$$

$$P_2^8 = -K_1^2 \quad P_2^{13} = -K_1^1 \quad P_2^{18} = K_1^9$$

$$P_2^9 = K_1^1 \quad P_2^{14} = K_1^4 + K_1^1 h_{11} \quad P_2^{19} = K_1^8$$

$$P_2^{10} = K_1^3 - K_1^1 h_{11} \quad P_2^{15} = K_1^6 \quad P_2^{20} = K_1^{10}$$

$$P_2^{11} = K_1^2 \quad P_2^{16} = K_1^5 \quad (2.3.23)$$

そこで、この結果を利用して、一般の区間で表わすため次の dummy 式

$$P_1^1 h_{11} + P_1^2 Q_{11} + P_1^3 Q_{21} + P_1^4 \rho_{11} + P_1^5 \rho_{21} = P_1^6 \\ \left(P_1^2 = 0, P_1^3 = 0, P_1^4 = 0, P_1^5 = 0, \frac{P_1^6}{P_1^1} = h_{11}\right) \quad (2.3.24)$$

を考え、(2.3.12)式～(2.3.16)式にあてはめて整理しなおすと、

$$\therefore \{ K_1^2 K_1^2 K_1^{11} P_1^1 P_1^1 + K_1^1 K_1^2 P_1^1 P_1^1 (K_1^{14} - K_1^{13}) \\ + K_1^1 K_1^2 P_1^1 (P_1^3 - P_1^2) (K_1^{11} - K_1^{12}) \} h_{12} \\ + \{ 2 K_1^2 K_1^2 K_1^{13} P_1^1 P_1^1 - K_1^1 K_1^2 (K_1^{13} + K_1^{14}) P_1^1 P_1^2$$

$$- K_1^2 K_1^2 K_1^{12} P_1^1 P_1^2 + 2 K_1^1 K_1^2 K_1^{13} P_1^1 P_1^3 \\ + (K_1^1 - K_1^2) K_1^2 K_1^{12} P_1^2 P_1^3 \} Q_{12} \\ + \{ 2 K_1^2 K_1^2 K_1^{14} P_1^1 P_1^1 - 2 K_1^1 K_1^2 K_1^{14} P_1^1 P_1^2 \\ + K_1^1 K_1^2 (K_1^{13} + K_1^{14}) P_1^1 P_1^3 - K_1^2 K_1^2 K_1^{12} P_1^1 P_1^3 \} Q_{22} \\ + \{ K_1^2 K_1^2 (K_1^6 - K_1^5) K_1^{15} P_1^1 P_1^1 \\ + K_1^1 K_1^2 (K_1^5 - K_1^6) K_1^{15} P_1^1 P_1^2 \\ + K_1^1 K_1^2 (K_1^6 - K_1^5) K_1^{15} P_1^1 P_1^3 + K_1^1 K_1^2 K_1^5 (K_1^{14} \\ - K_1^{13}) P_1^1 P_1^4 + K_1^2 K_1^2 K_1^5 K_1^{12} P_1^1 P_1^4 \} \frac{\rho_{12}}{K_1^6} \\ + \{ -K_1^2 K_1^2 (K_1^8 + K_1^9) K_1^{16} P_1^1 P_1^1 + K_1^1 K_1^2 (K_1^8 \\ + K_1^9) K_1^{16} P_1^1 P_1^2 - K_1^1 K_1^2 (K_1^8 + K_1^9) K_1^{16} P_1^1 P_1^3 \\ + K_1^1 K_1^2 K_1^8 (K_1^{14} - K_1^{13}) P_1^1 P_1^5 + K_1^2 K_1^2 K_1^8 K_1^{12} P_1^1 P_1^5 \\ + K_1^1 K_1^2 K_1^8 (K_1^{12} - K_1^{15}) P_1^3 P_1^5 \} \frac{\rho_{22}}{K_1^9} \\ + (K_1^2 K_1^3 K_1^{13} + K_1^2 K_1^4 K_1^{14} - K_1^2 K_1^2 K_1^{17} + \frac{K_1^2 K_1^2 K_1^7 K_1^{15}}{K_1^6} \\ + \frac{K_1^2 K_1^2 K_1^{10} K_1^1}{K_1^9}) P_1^1 P_1^1 \\ + (K_1^1 K_1^2 K_1^{17} - K_1^1 K_1^3 K_1^{14} - K_1^1 K_1^4 K_1^{14} - K_1^2 K_1^3 K_1^{12} \\ - \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^7 K_1^{15}}{K_1^6} - \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^{10} K_1^{16}}{K_1^9}) P_1^1 P_1^2 \\ + (-K_1^1 K_1^2 K_1^{17} + K_1^1 K_1^3 K_1^{13} + K_1^1 K_1^4 K_1^{13} - K_1^2 K_1^4 K_1^{12} \\ + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^7 K_1^{15}}{K_1^6} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^{10} K_1^{16}}{K_1^9}) P_1^1 P_1^3 \\ + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^7 (K_1^{13} - K_1^{12} - K_1^{14})}{K_1^6} P_1^1 P_1^4 \\ + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^{10} K_1^{13} - K_1^1 K_1^2 K_1^{10} K_1^{14} - K_1^2 K_1^2 K_1^{10} K_1^{12}}{K_1^9} P_1^1 P_1^5 \\ + \{ K_1^1 K_1^2 (K_1^{14} - K_1^{13}) + K_1^2 K_1^2 K_1^{12} \} P_1^1 P_1^6 \quad (2.3.25)$$

$$\therefore (K_1^1 K_1^2 P_1^1 + \frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_1^2}{P_2^3}) h_{12} + (K_1^2 K_1^2 P_1^1 - K_1^1 K_1^2 P_1^2 \\ + K_1^1 K_1^2 P_1^3) Q_{11} + (\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^2}{P_2^3} - K_1^2 K_1^2 P_1^1 \\ - K_1^1 K_1^2 P_1^3) Q_{12} + (\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^4}{P_2^3} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^5 P_1^4}{K_1^6}) \rho_{12} \\ + (\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^5}{P_2^3} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^8 P_1^5}{K_1^9}) \rho_{22} = \frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^6}{P_2^3}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^5}{P_2^3} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^6 P_1^5}{K_1^9} \right) \rho_{22} = \frac{K_1^1 K_1^2 P_1^3 P_2^6}{P_2^3} \\
& + \left(K_1^2 K_1^3 P_1^1 + K_1^1 K_1^3 P_1^3 + K_1^1 K_1^4 P_1^3 + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^7 P_1^4}{K_1^6} \right. \\
& \left. + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^{10} P_1^5}{K_1^9} - K_1^1 K_1^2 P_1^6 \right) \quad (2.3.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore & \left(K_1^1 K_1^2 P_1^1 + \frac{K_1^1 K_1^2 P_1^2 P_2^1}{P_2^2} \right)_{h_{12}} - \left(K_1^2 K_1^2 P_1^1 - K_1^1 K_1^2 P_1^2 \right. \\
& + K_1^1 K_1^2 P_1^3 \left. \right) Q_{21} + \left(\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^2 P_2^3}{P_2^2} + K_1^2 K_1^2 P_1^1 \right. \\
& - K_1^1 K_1^2 P_1^2 \left. \right) Q_{22} + \left(\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^2 P_2^4}{P_2^2} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^5 P_1^4}{K_1^6} \right) \rho_{12} \\
& + \left(\frac{K_1^1 K_1^2 P_1^2 P_2^5}{P_2^2} + \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^8 P_1^5}{K_1^9} \right) \rho_{22} = \frac{K_1^1 K_1^2 P_1^2 P_2^6}{P_2^2} \\
& - \left(K_1^2 K_1^4 P_1^1 - K_1^1 K_1^3 P_1^2 - K_1^1 K_1^4 P_1^2 - \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^7 P_1^4}{K_1^6} \right. \\
& \left. - \frac{K_1^1 K_1^2 K_1^{10} P_1^5}{K_1^9} + K_1^1 K_1^2 P_1^6 \right) \quad (2.3.27)
\end{aligned}$$

である。なお、(2.3.21)式および(2.3.22)式については、そのままの形で一般形を求めることができる。一般形について最終的にまとめると、

$$\begin{aligned}
& P_m^1 (h_1)_m^{n+1} + P_m^2 (Q_1)_m^{n+1} + P_m^3 (Q_2)_m^{n+1} + P_m^4 (\rho_1)_m^{n+1} \\
& + P_m^5 (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^6 \quad (2.3.28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P_m^7 (Q_1)_m^{n+1} + P_m^8 (Q_1)_m^{n+1} + P_m^9 (h_1)_m^{n+1} + P_m^{10} (\rho_1)_m^{n+1} \\
& + P_m^{11} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{12} \quad (2.3.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P_m^{13} (Q_2)_m^{n+1} + P_m^{14} (Q_2)_m^{n+1} + P_m^{15} (h_1)_m^{n+1} + P_m^{16} (\rho_1)_m^{n+1} \\
& + P_m^{17} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{18} \quad (2.3.30)
\end{aligned}$$

$$P_m^{19} (\rho_1)_m^{n+1} + P_m^{20} (\rho_1)_m^{n+1} = P_m^{21} \quad (2.3.31)$$

$$P_m^{22} (\rho_2)_m^{n+1} + P_m^{23} (\rho_2)_m^{n+1} = P_m^{24} \quad (2.3.32)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
P_m^1 &= K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{11} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{11} - K_{m-1}^{12}) P_{m-1}^1 (P_{m-1}^3 - P_{m-1}^2) \\
P_m^2 &= 2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{13} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^{14}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 \\
& - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2
\end{aligned}$$

$$+ 2 K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{13} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$P_m^3 = 2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{14} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1$$

$$- 2 K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{14} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2,$$

$$+ K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^{14}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$- K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$P_m^4 = \frac{1}{K_{m-1}^6} \left\{ K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^6 - K_{m-1}^5) K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 \right.$$

$$+ K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^5 - K_{m-1}^6) K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2$$

$$+ K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^6 - K_{m-1}^5) K_{m-1}^{15} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$+ K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^4$$

$$\left. + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^4 \right\}$$

$$P_m^5 = \frac{1}{K_{m-1}^9} \left\{ - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^8$$

$$+ K_{m-1}^9) K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^8$$

$$+ K_{m-1}^9) K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^2 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^8$$

$$+ K_{m-1}^9) K_{m-1}^{16} P_{m-1}^1 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 (K_{m-1}^{14}$$

$$- K_{m-1}^{13}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^5 + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 K_{m-1}^{12} P_{m-1}^1 P_{m-1}^5 \}$$

$$P_m^6 = - \left(K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{13} + K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{14} \right.$$

$$- K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} + \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6}$$

$$+ \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \left. \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^1$$

$$- \left(K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} - K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{14} \right.$$

$$- K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{12}$$

$$- \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6}$$

$$- \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \left. \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^2$$

$$- \left(- K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{17} + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 K_{m-1}^{13} \right.$$

$$+ K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{13} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 K_{m-1}^{12}$$

$$+ \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 K_{m-1}^{15}}{K_{m-1}^6}$$

$$+ \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{16}}{K_{m-1}^9} \left. \right) P_{m-1}^1 P_{m-1}^3$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 (K_{m-1}^1 K_{m-1}^{13} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} - K_{m-1}^1 K_{m-1}^{14})}{K_{m-1}^6} \\
& \times P_{m-1}^1 P_{m-1}^4 \quad (\text{これは分子のつづき}) \\
& - \frac{1}{K_{m-1}^9} (K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{13} \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{14} \\
& - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} K_{m-1}^{12}) P_{m-1}^1 P_{m-1}^5 \\
& - \{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) \\
& + K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12}\} P_{m-1}^1 P_{m-1}^6 \\
P_m^7 &= K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 \\
P_m^8 &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_m^2}{P_m^3} \\
& - K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 \\
P_m^9 &= K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_m^1}{P_m^3} \\
P_m^{10} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_m^4}{P_m^3} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} \\
P_m^{11} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_m^5}{P_m^3} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\
P_m^{12} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 P_m^6}{P_m^3} + K_{m-1}^2 K_{m-1}^3 P_{m-1}^1 \\
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 P_{m-1}^3 \\
& + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^6 \\
P_m^{13} &= -K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^3 \\
P_m^{14} &= K_{m-1}^2 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 \\
& + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 - P_m^3}{P_m^2} \\
P_m^{15} &= K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^1 + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_m^1}{P_m^2} \\
P_m^{16} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^5 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_m^4}{P_m^2} \\
P_m^{17} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_m^5}{P_m^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_m^{18} &= \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^2 P_m^6}{P_m^2} - K_{m-1}^2 K_{m-1}^4 P_{m-1}^1 \\
& + K_{m-1}^1 K_{m-1}^3 P_{m-1}^2 + K_{m-1}^1 K_{m-1}^4 P_{m-1}^2 \\
& + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 P_{m-1}^4}{K_{m-1}^6} + \frac{K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 K_{m-1}^{10} P_{m-1}^5}{K_{m-1}^9} \\
& - K_{m-1}^1 K_{m-1}^2 P_{m-1}^6 \\
P_m^{19} &= K_{m-1}^6 \\
P_m^{20} &= K_{m-1}^5 \\
P_m^{21} &= K_{m-1}^7 \\
P_m^{22} &= K_{m-1}^9 \\
P_m^{23} &= K_{m-1}^8 \\
P_m^{24} &= K_{m-1}^{10}
\end{aligned} \tag{2.3.33}$$

$m = 2, 3, \dots$

$$P_1^2 = 0, \quad P_1^3 = 0, \quad P_1^4 = 0, \quad P_1^5 = 0,$$

$$\frac{P_1^6}{P_1^1} = h_{11}^{n+1}$$

となる。実際に計算する段階では、 $P^1 \sim P^6$ についてはたとえば $K^2 K^2 P^1 P^1$ でもって、また残りの $P^7 \sim P^{18}$ については $K^2 K^2 P^1$ でくくっておくと便利である。

境界条件は塩水くさびの先端において $Q_1^{n+1}, \rho_1^{n+1} (\doteq 1)$, および $Q_2^{n+1} = 0$, 下流端において h_1^{n+1} および ρ_2^{n+1} , また水位 S^{n+1} を与える必要がある。初期値として、 $t = 0$ のときの縦断水理量を与えると、(2.3.23) 式および (2.3.33) 式の定数項は全て既知量である。下層密度 ρ_2 は (2.3.32) 式により下流端から上流に向かって求められ (ただし、 $\rho_2 > \rho_1$ であって ρ_2 は常に ρ_1 より大きく、等しくならないことに留意)、上層密度 ρ_1 は逆に上流側から下流側に向かって算出される。つぎに (2.3.28) 式により h_1 が求められ、(2.3.29) 式および (2.3.30) 式よりそれぞれひとつ下流側の Q_1, Q_2 が与えられる。以下 (2.3.28) 式 ~ (2.3.30) 式によりこのサイクルで計算してゆけばよい。

つぎに、特別の場合として直線的な長方形一様水平河床水路の場合の計算式を示す。これは、一般性を失わない範囲で最も単純な現象に適用するものである。この水路において生じる現象は、かなり理想的な塩水くさびであって、長さ 100 m の実験水路では顕著な成層状態となり、水位は常にほぼ水平に保たれ、下層の塩水濃度の縦断変化は無視しうることが明らかとなった。なお、この条件により、

シミュレーション・モデルの検証計算の一部を行っており、また実験資料の解析の基礎としたので、以下に最終的な式のかたちのみを記すことにしたものである。

運動を表わす基礎式は、微少項を省略した場合の式(2.15)式において、単位幅($B = 1 \text{ m} = \text{const.}$)の状態を取扱うものとするれば、

$$\varepsilon(1 - F_1^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_1} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_2} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + f_i \frac{u_i^2}{2g} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) = 0 \quad (2.3.34)$$

である。この場合の陰型式の差分式は(2.3.28)式～(2.3.32)式よりはかなり簡略化される。運動式として(2.3.34)式、ならびに連続式として(2.2.1)式および(2.2.2)式(ただし、 $B = 1 \text{ m}$)を適用すると、計算式として次の(2.3.35)式～(2.3.37)式を得る。

$$(h_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^1 (Q_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^2 (Q_2)_{m-1}^{n+1} = P_m^3 \quad (2.3.35)$$

$$(Q_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^4 (h_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^5 (Q_1)_{m-1}^{n+1} = P_m^6 \quad (2.3.36)$$

$$(Q_2)_{m-1}^{n+1} + P_m^7 (h_1)_{m-1}^{n+1} + P_m^8 (Q_2)_{m-1}^{n+1} = P_m^9 \quad (2.3.37)$$

ここに、

$$J_{m-1} = K_{m-1}^1 + (K_{m-1}^3 - K_{m-1}^4) K_{m-1}^6 + (K_{m-1}^1 + K_{m-1}^2) K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2)$$

$$P_m^1 = \frac{1}{J_{m-1}} \{ 2K_{m-1}^3 + (K_{m-1}^2 + K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 - K_{m-1}^4 K_{m-1}^6) P_{m-1}^1 - 2K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 \}$$

$$P_m^2 = \frac{1}{J_{m-1}} \{ 2K_{m-1}^4 + 2K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 + (K_{m-1}^2 - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 - K_{m-1}^4 K_{m-1}^6) P_{m-1}^2 \}$$

$$P_m^3 = \frac{1}{J_{m-1}} \{ K_{m-1}^5 + K_{m-1}^3 K_{m-1}^7 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^8 + (K_{m-1}^2 K_{m-1}^7 + K_{m-1}^5 K_{m-1}^6 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 K_{m-1}^8) P_{m-1}^1 + (K_{m-1}^2 K_{m-1}^8 - K_{m-1}^5 K_{m-1}^6 - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 - K_{m-1}^3 K_{m-1}^6 K_{m-1}^8) P_{m-1}^2 + K_{m-1}^4 K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 \}$$

$$P_m^4 = \frac{-K_{m-1}^6 (P_{m-1}^2 + P_{m-1}^2)}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^2}$$

$$P_m^5 = \frac{(K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 - 1) P_{m-1}^2 - K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 P_{m-1}^1}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^2}$$

$$P_m^6 = \frac{(K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 P_{m-1}^2 + K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^2 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 - K_{m-1}^7) P_{m-1}^2 - K_{m-1}^6 P_{m-1}^2 P_{m-1}^3}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^2}$$

$$P_m^7 = \frac{K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 + P_{m-1}^1)}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^1}$$

$$P_m^8 = \frac{-(1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1) P_{m-1}^1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 P_{m-1}^2}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^1}$$

$$P_m^9 = \frac{-(K_{m-1}^8 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^3 + K_{m-1}^6 K_{m-1}^7 P_{m-1}^1 + K_{m-1}^6 K_{m-1}^8 P_{m-1}^1) P_{m-1}^1 + K_{m-1}^6 P_{m-1}^1 P_{m-1}^3}{\{ 1 + K_{m-1}^6 (P_{m-1}^1 - P_{m-1}^2) \} P_{m-1}^1} \quad (2.3.38)$$

ただし、

$$P_1^1 = 0 \quad P_1^2 = 0 \quad P_1^3 = (h_1)_{1-1}^{n+1} \\ m = 2, 3, \dots, M$$

となる。また、(2.3.38)式中の K の値は

$$K_{m-1}^1 = \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 \}}{\Delta x} + \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(S^n - h_{1m-1}^n) \Delta t}$$

$$K_{m-1}^2 = \frac{\varepsilon_{m-1}^n \{ 1 - (F_{1m-1}^n)^2 \}}{\Delta x} - \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(S^n - h_{1m-1}^n) \Delta t}$$

$$K_{m-1}^3 = -\frac{1}{2gh_{1m-1}^n \Delta t}$$

$$K_{m-1}^4 = \frac{1}{2g(S^n - h_{1m-1}^n) \Delta t}$$

$$K_{m-1}^5 = \frac{(u_{2m}^n + u_{2m-1}^n)}{2g(S^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} \{ 2(S^{n+1} - S^n) + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \} - \frac{1}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} (Q_{1m}^n + Q_{1m-1}^n) + \frac{1}{2g(S^n - h_{1m-1}^n) \Delta t} (Q_{2m}^n + Q_{2m-1}^n) + \frac{4.375 \times 10^{-5}}{\sqrt{g}} (\sqrt{\varepsilon_m^n} + \sqrt{\varepsilon_{m-1}^n}) \times (\sqrt{u_{1m}^n} + \sqrt{u_{1m-1}^n}) \left(\frac{1}{h_{1m-1}^n} + \frac{1}{S^n - h_{1m-1}^n} \right)$$

$$K_{m-1}^6 = -\frac{\Delta x}{2 \Delta t}$$

$$K_{m-1}^7 = -E_m^n \Delta x - \frac{\Delta x}{2 \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)$$

$$K_{m-1}^8 = E_m^n \Delta x + \frac{\Delta x}{2 \Delta t} \{ 2(S^{n+1} - S^n) + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \} \quad (2.3.39)$$

(ただし、 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とした。)

$$K_{m-1}^9 = E_m^n \Delta x + \frac{\Delta x}{2 \Delta t} \{ 2(S^{n+1} - S^n) + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \}$$

$$K_{m-1}^{10} = E_m^n \Delta x - \frac{\Delta x}{2 \Delta t} (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n)$$

$$K_{m-1}^{11} = E_m^n \Delta x + \frac{\Delta x}{2 \Delta t} \{ 2(S^{n+1} - S^n) + (h_{1m}^n + h_{1m-1}^n) \}$$

である。なお、以上の計算式では先に述べた条件の他に、 $u_1 \gg u_2$ 、 $F_1 \gg F_2$ とし、かつ $\partial \rho_1 / \partial t$ を無視しているが、

実験の結果からこれらの影響がほとんどないことが判明している。また、(2.3.39)式の K_{m-1}^5 において、内部抵抗係数 f_i については付加摩擦力の項を省略したものを記しているが、後述のように実験水路の現象ではその影響を無視することができるので実用上の差しつかえはない。内部抵抗係数式の全ての項を考慮する場合には、この式を修正すればよいが、第5章の検証計算では実験の場合に限り上記の計算式をそのまま使用した。

最後に、定常流の計算では、(2.2.18)式に基づいて下流端の河口において、内部フルード数 $F_1=1$ の条件を与えて差分計算をすればよい。下流より上流に向けて差分計算を行う場合には、連行による上層流量の増加と ε の変化があるので、流量に対して繰り返し計算となり複雑である。場合によっては、上流位置を仮定して上流より下流に向って計算を行い、河口において $F_1=1$ となるまで計算を繰り返す方が容易なこともある。河口付近では $\partial h_1/\partial x$ は急変するので Δx を小さくとる必要がある。この計算の問題は、河口において $F_1=1$ の数値をいれることが不可能なことにある。この点に関しては、 Δx 離れた2断面間のベルヌーイの関係より算出する中村・阿部(2-1, 1967)の方法によれば、きりぬけることはできる。これは、定常流のエネルギーによって表示された運動の基礎式

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u_1^2}{2g} + (if_1 - i_0) = 0 \quad (2.3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (1-\varepsilon) h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{u_2^2}{2g} + (if_2 - i_0) = 0 \quad (2.3.41)$$

から、 $u_2=0$ のときには $\partial h_2/\partial x$ を消去して得られた式をそのまま差分して

$$\Delta(\varepsilon h_1) + \Delta\left(\frac{u_1^2}{2g}\right) + (if_1 - if_2)\Delta x = 0 \quad (2.3.42)$$

を得、ただちに数値計算等に供するものである。解が二つ得られるが、 F_1 の1よりの大・小により、それぞれ h_1 の小・大の値をとればよい。ただし、中村らの式は連行を考慮していないので、これを考慮したかたちとすると、

$$\begin{aligned} \varepsilon_I h_{1I} + \frac{Q_{fI}^2}{2gA_{fI}^2} \left\{ 1 - \frac{f_{fI}}{2} \left(\frac{1}{R_{fI}} + \frac{1}{R_{2I}} \right) \Delta x \right\} \\ = \varepsilon_{II} h_{1II} + \frac{Q_{fII}^2}{2gA_{fII}^2} \left\{ 1 + \frac{f_{fII}}{2} \left(\frac{1}{R_{fII}} + \frac{1}{R_{2II}} \right) \Delta x \right\} \end{aligned} \quad (2.3.43)$$

となる。ここに、添字IおよびIIはそれぞれ下流側断面および上流側断面の水理量であることを示す。 x 軸は下流向きとしているので、下流から上流に計算するときには Δx

を負とする。またAは断面積、Rは径深を表わす。連行については近似的に連続条件のみ寄与するとして、別途計算により、 Q_1 および ε に反映させるものとした。しかし、この方法で河口より上流に向い計算する場合には、差分の方法を変えて、片押し方式とし、河口の水理量で Δx 上流の水理量を推定し、順次上流へ波及させるというように改める必要がある。この場合には、河口付近で Δx を小さくとらなければならない。事実、この Δx の選定により、非常に異った計算結果が得られることがある。

2-4 差分格子点間隔の影響

周知のように、基礎方程式とその差分式とは同値ではないので、物理量の伝播に関する考察や安定計算対策が必要である。この節では、差分上の格子点間隔(Δx , Δt)のとり方により、数値計算上ばかりでなく、物理的な影響が存在することを示す。

差分計算においては、数学的考察のほか、物理現象を忠実に考慮することが大切である。この限りにおいては、一般に特性曲線法がすぐれていると考えられるので、参考のため若干の考察をしておく。

特性曲線はここではエネルギー関係式に基づいて付録のA-6において算出した。(A.6.16)式は近似式である。4本の特性曲線のうち、 C_4 はほぼ C_3 に重るので、実質的には3本と考えてよい。運動量式からは算出していないが、基本的には同様である。一層流の場合には特性曲線が2本存在する。特性曲線は双曲型偏微分方程式において重要な意味を有するものであり、一層不定流の場合には不定流の進行波と後退波の速度を表わす。Chow, V.T.(2-2, 1959)によると、不定流波は無限小サージが数多く合成されたものと仮定してよいから、その伝播はサージの伝播と考えて取扱うことができる。こうしたサージは不定流のために生じた擾乱の結果として形成されるが、個々のサージは不連続な水面形を持っている。この不連続点で水面形が碎けて、勾配 $\partial(h_1+h_2)/\partial x$ は2つの値を持ち、この2つの勾配の間には、互いに定った関係を持たないから $\partial(h_1+h_2)/\partial x$ の値は不定となり、数学的には $\partial(h_1+h_2)/\partial x=0/0$ でなければならないとされる。

二層不定流の場合には、基本的には一層流の場合と同様であるが、上下層において擾乱の結果生じるサージは干渉し合い、結果として、特性曲線に関する図上において2本ずつの進行波と後退波に集約される(一本は他とほぼ重る)。図2.4.1はこれらの3本の特性曲線を、 $F'=(u_1+u_2)/\sqrt{g(h_1+h_2)}$ をパラメーターとして無次元表示したものである。数値計算上の安定条件としては擾乱の及ばない範囲としてそれぞれの曲線の下範囲とされているから、あ

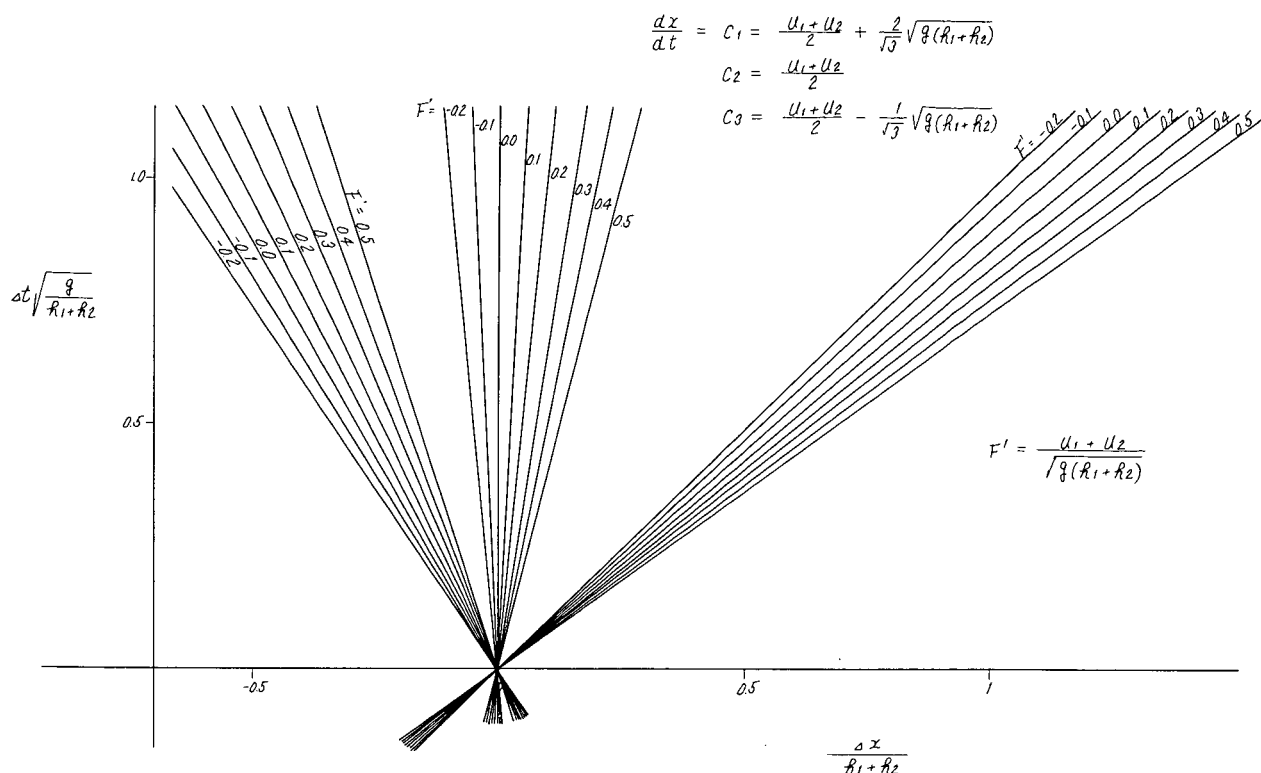


図 2.4.1 特性曲線の勾配

る Δx に対し、下流より上流に向かって計算する場合に Δt をあまり大きくとることができないようである。これらの Δx と Δt の関係は全体の水深 ($h_1 + h_2$) および流速 ($u_1 + u_2$) によるが、図 2.3.1 からも明らかなように水深が卓越要素である。

しかし、 Δt は小さければ小さいほどよいということではないであろう。確かに連続式において非圧縮性を仮定しているので、光のエネルギー、音、圧力等の物理量は瞬間に伝播されることになり、相対的に大きな Δx をとっても何らかの物理量は考慮されていることになるが、タイム・スケールの大きな現象に必要な物理量が伝播されない先の地点において、その地点の物理量を計算することになっては好ましくない。特性曲線法は、(A. 6.7) 式の $\phi_f = 0$ という特殊な特性曲線上において成立する常微分方程式の解を求めるものである。この場合には伝播速度 C は本来特性曲線を定める常微分方程式の解として与えられるが、この結果得られる伝播速度 $C = dx/dt$ の内容について考察する必要がある。

上層下層の水深や流量は、特性曲線によらないでも、(A. 6.18) 式、(A. 6.23) 式 (A. 6.25) 式および (A. 6.27) 式によって求めることもできる。この場合式の上では C を適当に選んでも答えはでてくる。しかし、たとえば $\partial h_1 / \partial x$ を表わす (A. 6.19) 式において、伝播速度のベキ別

に並べられているものを摩擦とか混入速度とかの物理量別に並べかえてみる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi_f} & \left[(gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - g^2 h_1 h_2 \right. \\
 & + gh_1 u_2^2) i_{f1} - g^2 h_1 h_2 i_{f2} \\
 & - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - 2g^2 h_1 h_2 + gh_1 u_2^2) i_0 \\
 & - (gh_1 c^2 - 2gh_1 u_2 c - g^2 h_1 h_2 \\
 & + gh_1 u_2^2) \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - g^2 h_1 h_2 \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \\
 & + \{ -c^3 + (u_1 + 2u_2) c^2 + g(h_1 + h_2) c \\
 & + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} - (gh_1 u_2 + gh_2 u_1) \} E \\
 & - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \{ c^3 - 2(u_1 + u_2) c^2 - gh_2 c \\
 & + 2gh_2 u_1 \} \frac{dh_1}{dt} + (gh_1 c - 2gh_1 u_2) \frac{dh_2}{dt} \\
 & + (c^2 - 2u_2 c - gh_2) \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \Big]
 \end{aligned}
 \tag{2.4.1}$$

となり、この式の形からわかるように安定領域内において C として大きな値をとって計算した場合と、小さな値をと

って計算した場合とでは効いてくる項が異なる結果となる。当然のこと乍ら計算結果も異ってくるであろう。 $\partial h_1 / \partial x$ は C の関数でもあり、安定するからといって極端に小さな Δt をとることは C^1 や C^0 のオーダーの項を無視することであり、物理的な意義が薄れてくることを意味するものである。

(A. 6.7) 式の φ_f は無数の特性曲線群を表わすが、この中から (A. 6.16) 式で表示されるような伝播速度を選んで計算することが、物理的内容を忠実に追隨していることになるのであろう。しかも伝播速度は塩水くさびの各位置によって異なる。しかしながら、特性曲線法による差分計算は格子点上の定点における水理量を求めるのに便利でなく、微妙な性質を利用しているだけに不適切な近似を用いると誤差の伝播上の問題を生じる。また、差分計算そのものもかなり煩雑である。そこで、本論文においては通常の差分方式を採用することにしたが、 $\Delta x / \Delta t$ の値については C を支配する方程式の研究が遅れているので実験値および実測値に基づいて平均の伝播速度を推定することとした。

以上の物理的な考察のほか、数値計算上の問題として、安定条件の検討が不要とされる陰型式 (Implicit) 差分法においても、二層流の場合には問題がある。たとえば (2.3.33) 式をみると $P_m^1 \sim P_m^{18}$ は Δt 前の量や同時刻の異なる位置の値などで複雑に関係づけられている。そして一例として P_{m-1}^5 が大きな値をとるとき場合によっては $P_m^5, P_m^6, P_m^{11}, P_m^{12}, P_m^{17}$ および P_m^{18} などが異常に過大の値となり、その影響が際限なく上流の格子点にまで及ぶことがある。この例の場合に、 P_m^5 が大きな値にならない条件のひとつは

$$\begin{aligned} & K_{m-1}^1 (K_{m-1}^{14} - K_{m-1}^{13}) + K_{m-1}^2 K_{m-1}^{12} \\ &= -\frac{\Delta x}{2\Delta t \Delta t} \frac{1}{g(B_m + B_{m-1})} \left(\frac{1}{h_{1m-1}^n} + \frac{1}{h_{2m-1}^n} \right) \\ &\quad - \frac{2}{B_m + B_{m-1}} \left[\frac{u_{1m}^n + u_{1m-1}^n}{2gh_{1m-1}^n \Delta t} + \frac{u_{2m}^n + u_{2m-1}^n}{2gh_{2m-1}^n \Delta t} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2 - (F_{2m-1}^n)^2\}}{\Delta x} \right] \\ &\div -\frac{1}{B_m \Delta x} \left[\frac{\Delta x \Delta x}{4\Delta t \Delta t} \left(\frac{1}{gh_{1m-1}^n} + \frac{1}{gh_{2m-1}^n} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{u_{1m}^n}{gh_{1m-1}^n} \frac{\Delta x}{\Delta t} - \epsilon_{m-1}^n \{1 - (F_{1m-1}^n)^2\} \right] \end{aligned}$$

があまり大きな値とならないということである。したがって、 $\Delta x / \Delta t$ はあまり勝手な値とすることができないわけで、内部フルード数や流速などの関数となることが理解される。このような差分法に関する理論的考察もここでは行わない。ただし、 Δx と Δt のとり方については物理量の伝播や差分理論上の条件が存在し、水理量によって異った値となることは明らかである。水理量により異るとなると、たとえば塩水くさびの先端付近と河口付近とは当然異なるし、それが時間的にも変化することとなる。ところが実際の計算では、全過程を通じて一定の Δx と Δt を使用するのが便利であるから、そのような値についての考察を必要とする第2の理由がここに存在する。そこで、ここでは実証によって実際の現象を説明しうる Δx と Δt の関係を求めることとした。その検討の過程と結果は 5-4 において述べることとした。

第3章 モデルに必要な抵抗係数と連行係数等の係数に関する考察

二層流の計算では、内部界面抵抗や連行現象などの評価が重要で、これらの係数により計算結果が左右される。たとえば、塩水くさびの形状や侵入長は内部抵抗係数のとり方によって計算上大きく変化する。

二層流の計算に必要な主な係数は、内部抵抗係数 f_i 、連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ 、下層流の河床との摩擦係数 f_b 、タテ拡散係数 D_x および鉛直拡散係数 D_z である。

第3章においては、これらの係数について、なかでも最も重要な内部抵抗係数と連行係数に主眼をおいて検討を行った。従来の実用公式に関する研究の問題点として指摘できることは次のようである。

- (a) 内部境界面位置の定義が不明確であり、研究者によって異った内容の議論をしている。
 - (b) 内部抵抗係数については、数値を逆算する式が、必ずしも十分とはいえず、たとえば工学上連行の影響が存在する場合でも、連行を無視した逆算式によっていることがある。
 - (c) 実験や実測の水理量の範囲が不十分である。
 - (d) 河川における実測値が少ない。
 - (e) 小規模の実験では誤差も小さくないと考えられるが、あまり誤差の評価が行われていない。
 - (f) 非定常流の場合の係数については議論されていない。
- そこで本論文においては、(f)の項目以外の事項について、みなおしを行い、新たに従来よりは規模の大きい実験と二・三の実測を行って、河川に適用しうる新実用公式の提案を行った。

まず、3-1において係数の問題点について考察し、広範囲の実験および実測による検討の必要性和研究方法について述べ、3-2において内部抵抗係数、および3-3において連行係数に関する実用公式の決定を行った。3-4では、補足説明のほか、その他の係数として、河床摩擦係数、拡散係数（縦断方向および鉛直方向）などについて簡単な考察を行った。

3-1 係数に関する問題点と研究方法

河道内への海水の遡上現象をシミュレートする場合に、本論文において取りあげたモデルでは、内部抵抗係数、連行係数、河床と海水との摩擦係数、粗度係数、鉛直拡散係数および縦断拡散係数などを用いることが必要であり、その合理的な決定が問題となる。その他にも、たとえば水理量の分布係数および横断係数などについても議論の対象とすることが望ましいが、ここでは簡単のため、それらについてはそれぞれ1および無限大と仮定した。この節では、

これらの諸係数のうち、二層流にとって最も特徴的な内部抵抗係数と連行係数について考察した。

a 内部抵抗係数と連行係数の問題点

これらの係数を検討する立場として、実用的な立場と物理的な立場とがあるが、ここでは前者の立場にたち、技術的ならびに工学的見地より、実際の物理現象の内容を十分に踏えて、巨視的立場から合理的にして、かつ実用上十分な精度を有する公式を求めるように努めた。

流体内の剪断抵抗は局所的に粘性抵抗またはレイノルズ応力として、エネルギーを消散させる。したがって、平均流速によって表現される開水路一次元定常流を仮定する場合でも、土木学会水理委員会密度流研究小委員会(1-136, 1975)がのべているように、本来ならば剪断抵抗は(2.2.19)式の代りに

$$\tau_i = f'_i \frac{\rho_1}{2} (u_1 - u_i) |u_1 - u_i| \quad (3.1.1)$$

としなければならない。ここに、 u_i は境界面における流速である。 f_i と f'_i との関係は u_2 と u_i の関係を知らることにより得られる。下層における流速分布には τ_i と τ_b が関係するので、解を得るには内部境界面における境界条件が必要である。すなわち、(2.2.19)式の f_i は二層の流体の性質が層流とか乱流であるための影響を受けるばかりでなく、境界面の性質にも依存することとなる。境界面の性質としては、

- (a) 層流（安定な層流、規則波を伴う層流）
- (b) 非碎波の界面波を伴う流れ
- (c) 乱流（碎波による拡散を伴う流れ）

のように大別される。(a)の状態から(c)の状態へ移るに従い、境界面の定義は次第に困難になり、界面流速 u_i の意味も曖昧さを加えてくる。それと共に、境界面近傍におけるエネルギー損失は、造波抵抗による損失、拡散損失およびレイノルズ応力による乱れ損失などが加わり非常に複雑となる。

本論文においては実用面に主眼をおいているので、主に(c)の碎波や混合拡散の存在する乱流を取扱う。この限りにおいて、この領域では完璧な理論的取扱いが困難であり、その場合に

- (a) 境界面の合理的な定義づけ
- (b) 大型水路による実験資料および実測値に基づく検討
- (c) 影響する水理量の実用上十分な広い範囲の資料に基づく検討

などが必要である。以下にこれらの内容について記述する。

内部抵抗係数は、実験等によって逆算する場合に境界面の位置のとり方によって相当変動する。自然界には、モデルのような理想的な塩水くさびは存在しない。界面付近には、中間層や内部波が存在するために境界面位置の定義を決定することは容易ではない。特に、非定常流の場合には、下層の流速の影響も大きく、また中間層の変化も著しいので、その定義づけを非常に困難にする。従来の研究結果では、二層流の境界面位置の定義は必ずしも明確ではなかったと思われる。従来採用されてきた界面位置の主なもの、

- (a) 下層塩水を着色して目視により判別するもの
- (b) 密度分布（濃度分布、温度分布）の変曲点
- (c) 下層濃度の $1/2$ の点（ $Z_{c_2/2}$ ）
- (d) 下層流速の平均が零となる点
- (e) 比重が2層の中間となる物質の停止線
- (f) 一樣の下層密度が急に減少し始める点（ $Z_{c_2-\alpha}$ ）
- (g) 定常流の場合に、下層の流速分布から判断して下層流量の連続条件が成り立つ点

など非常に多くの方法がある。これまでは(a)の着色による目視やあるいは(c)の中間点的なものが多く採用されてきたと思われるが、曖昧さは否めない。図 3.1.1 に示すように

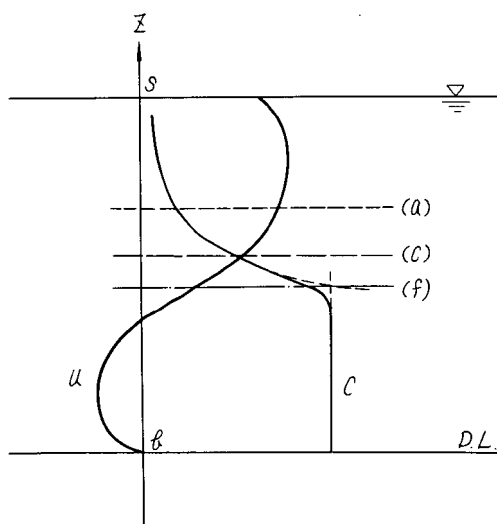


図 3.1.1 内部境界面位置の定義

(a)の着色による目視法は非常に濃度の小さい点を取り上方になりがちである。(b)と(c)はほぼ似たような点の位置となるが、緩混合流の場合に誤差が大きくなる。ただし、理想的な二層流に近い場合にはこのような方法も適用可能であろう。(d)は連行現象が存在する場合には矛盾し、(g)は不定流の場合に明確でなく、(e)は混入する物質の比重および大きさにより位置が変わるという問題点がある。二層流における連行混合現象が常に下層から上層への一方通行であれ

ば、(f)の方法には合理性がみられる。事実、混合のあまり強くない弱混合から緩混合の状態では、境界面において ρ_2 の塩水塊は下層から上層へ混入するものが大部分と考えてよいであろう。しかし、河川における塩分分布の実測値によれば $\partial C / \partial z$ が不連続となる点はなく、下層の平均濃度に近い値を示す高さの点において、濃度分布曲線は下に凸とならない。このことは極くわずかではあるが、そしてその範囲も極く限られた深さまでであるが、上層から下層への混入も存在することを示す。そこで、(f)の定義では濃度が $C_2 - \alpha$ となる点（ $Z_{c_2-\alpha}$ ）とした。実測の濃度分布曲線

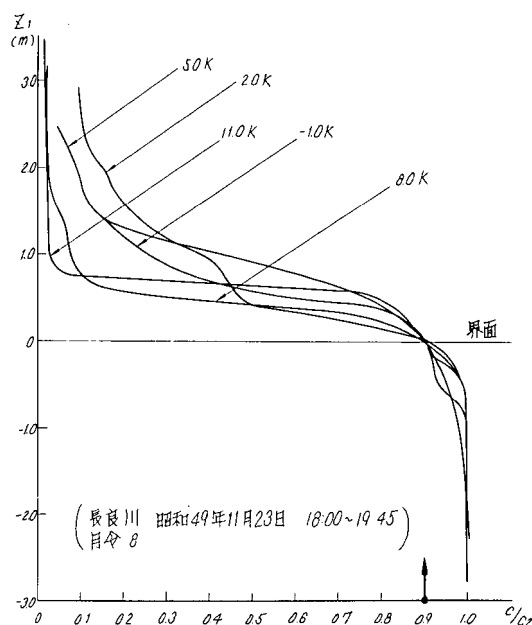


図 3.1.2 $Z = Z_{C=0.9 C_2}$ を界面としたときの濃度分布曲線

によるとこの部分のかどがとれている。図 3.1.2 は長良川における実測の塩素イオン濃度の分布曲線である。相当混合の度合がすすんでいる場合でも下層においては、密度はほぼ一樣分布と考えることができる。そして、このモデルの主張するところは、下層の平均濃度を有する水塊が上層に混入し拡散するとしている。したがって、境界面のすぐ下の水塊が連行されるとすれば、界面における濃度は下層の平均濃度に近い値でなければならない。図 3.1.2 に示すような実測の濃度分布形を多く参照して、本論文においては α として $\alpha = 0.1 C_2$ とすることにした。これは実用上の仮定であって、濃度分布形と乱れの度合に応じて $0.1 C_2$ の値を多少変化させることは差しつかえなく、また実用上の障害ともならない。また、密度をとらずに塩素イオン濃度としたことも、この曖昧さが残るゆえに実用上の便を考慮して決めたことである。以上の定義にしたがうと、この内部境界面の位置は次のようにして求めた点ともほぼ一致することがわかる。すなわち、ほぼ均一な下層の濃度分布

実験 (b-8)

$\rho_1 (\text{gr/cm}^3)$	$Q_1 (\%)$	$Q_2 (\%)$	$H (\text{cm})$	$L (\text{m})$
1.0115	60	36	70.20	68.40

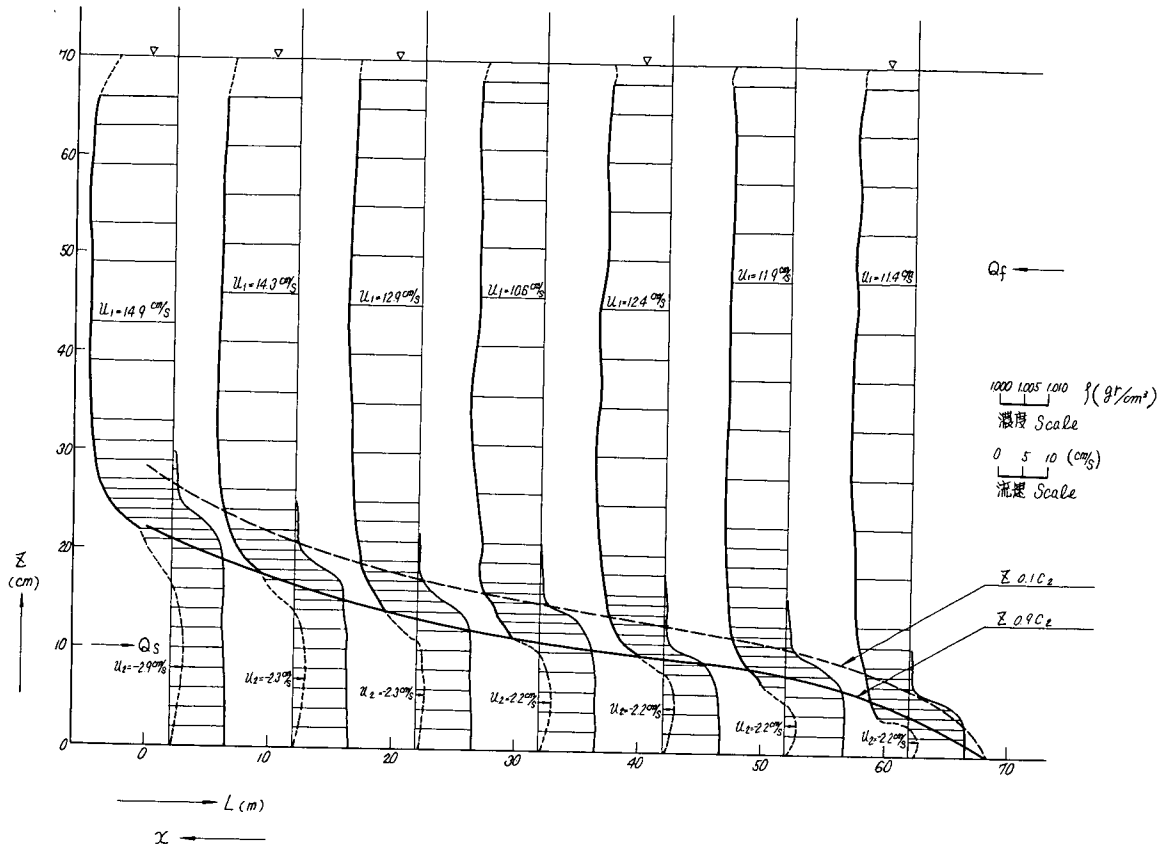


図 3.1.3 100 m 水路における塩水くさび (実験 b-8)

直線と上層の曲線との延長上の交点としてもよい。なお、この際流速分布は考慮されるべきであり、境界面位置において $\partial u / \partial z$ の値は大きくなっているはずである。また、中間層は上層に含めて考えることとなる。

つぎに、塩水くさびの現象の概略の様子を把握するために、塩水くさびの実験結果の一例を示す。図 3.1.3 は、長さ 100 m の大型水路において、68 m 余の塩水くさびが出現したときの密度分布および流速分布である。塩水くさびの先端付近においては、下層水深 h_2 が小さくなるので (2.2.18) 式および (2.2.19) 式と (2.2.20) 式から推定されるように、上層水深の勾配 $\partial h_1 / \partial x$ は非常に大きな値となり境界面形状が大きな変化を示す。上層流には、この付近で上昇流が生じ、一次元流の仮定がくずれ、乱れが激しくなる。上層の内部フルード数 F_1 は上流より順次大きくなり、水路末端においてほぼ限界値 (水面形の方程式からは一次元流の場合で、 $F_1^2 + F_2^2 = 1$ であるが、短い水路における定常流で u_2 が小さい場合には $F_1 = 1$ と考えてよい。) となる。なお、実際に $F_1 = 1$ となる点は図 3.1.3 の 0 m 地点よりやや下流である。この末端部では、(2.2.

18) 式から判断されるように F_1 が 1 に近づくと $\partial h_1 / \partial x$ は急激に大きくなり、界面形状も急変するので、内部フルード数の増大と流れの急変により、境界面は不安定になり、下層からの塩水の混入が急激に促進される。上層の密度 ρ_1 は上流より下流に向かって増大するが、連行量は内部フルード数の約 3 乗に比例して下層からの塩水混入が増大するので、末端部において急増する。下層塩水が上層に混入すると、定常流ではそれに見合った下層流量 Q_2 が存在し、上流より下流に向かって負の値で増大する。この下層流量は意外に大きいものである。したがって、場合によっては下層流速 u_2 の影響を無視することは困難で、その場合には水路底面の粗度も効果を有する。一般に、塩水くさびにはこのような混合現象が存在するので、上層の流速分布および密度分布はその影響を受け複雑となり、特に境界面付近において急激な変化を生じる。上層の濃度分布からみて、上流端から下流に向けて $Z_{0.1c_2} - Z_{0.9c_2}$ の厚さは増大し、それと共に流速分布の変化も顕著である。以上のような傾向は図 3.1.3 からもうかがうことができる。このような縦断的な変化の特性は、抵抗係数や連行係数にも微妙な影響

を与える。特に、塩水くさびの先端部と末端部は注目すべき場所であり、中間部は比較的安定しており、縦断変化が少い場所といえる。

つぎに、実験や実測値にはかなりのバラツキが存在することが指摘されている。これは関数形の不完全さや測定誤差、および内部境界面の定義、混合の取扱いや、水路の三次元特性などの差異、また他の外力の影響などのほかに、実験の場合には装置とその水路内の現象に原因するものも含まれるのであろう。水路内の現象としては、次の項目に留意すべきである。

(a) 側壁の影響として、その存在も関与して界面波は三次元的であり、また底面付近では内側に向う流れを生じ循環流が生じ易い。土木研究所の100 m水路では水路底における側壁付近の流線は $10^{\circ} \sim 20^{\circ}$ ほど水路中央に向っていた。また側壁付近ではくさびが伸びる傾向にある。したがって、水深に比し水路幅の小さい水路および側壁粗度の大きい水路は適当でない。

(b) 振動現象がある。通水後、塩水くさびが安定するまでには相当の時間を要す。100 m水路での、下流端における下層水深20～30 cm、塩水くさび長40～60 mの実験において、ほぼ安定したと思われる約3時間後においてすら、くさびの先端位置は周期1～2時間で2～3 m程度の変動が観測されている。また、水路長が有限なので、表面波や界面長波の伝播および反射があり、これも誤差の原因となる。

(c) くさびの先端および末端部では、 $\partial h_1 / \partial x$ は大きな値となる。この流れの急変部では混合の程度も大きく、係数のバラツキも大きくなる。水路長が短かいと安定領域が現われにくく実験がかなり困難である。また、このとき水路中の整流装置や塩水補給方法の影響を受ける。

(d) その他、連行係数の算定には、内部フルード数の小さいときには特に水路の漏水や採水量などの影響もある。

そのため、実験や実測の結果により求められる係数の値にはかなり大きな誤差が生じる可能性がある。特に、内部波が発生して乱流拡散が生じる場合においては、流下する淡水層の有する乱れの程度や流速分布が境界面の安定度に大きな影響を与える。誤差を小さくするためにも、大型の実験水路を使用することが望ましい。

最後に、これらの係数は、層流など、限定された特別な条件の場合を除き、ことに乱流の場合では、理論的に求めることが困難である以上、実験および実測にたよることが不可欠であり、そのためには資料の水理量の範囲が実用上の適用範囲を十分カバーするものでなければならない。この限りにおいても、今回の検討の必要性が認められた。本論文における検討内容の特徴は、側壁や下層流速の影響を評

価し、それによって生じる誤差にたえられる大型の水路実験を行ったこと、水理量として内部フルード数やクーリガン数の範囲を広げた検討を行ったこと、およびシミュレーション・モデルに対し合理的な界面の定義に基づいて検討を行ったことなどであり、従来にない最も信頼しうる実用公式を提案することとした。

b 実験および実測の内容

内部境界面における抵抗係数および連行係数は界面付近の性状の影響を受けるので、その実用に供する係数の検討に際しては、実測値によることが望ましい。しかし、実測は経費や時間的制約のほか、広範囲の水理条件および単純な水路条件を得にくい欠点もあるので、大型水路による実験的検討が便利である。従来の検討は小型水路の現象に基づくものが多数を占めていたので、これらの実験を大型水路を用いて、かつ水理条件の広い範囲で実施し、検討を行った。また、裏日本側の河川で、ほぼ定常的に明確な塩水くさびの出現している最上川などや、表日本側の利根川などにおける実測資料を用いて併せて検討を行った。

実験に使用した水路は2本であり、それぞれの水路の長さは30 mおよび100 mである。2本の水路の諸元を表3.1.1に示す。これらの水路には、付属設備として、攪拌機を備えた攪拌水槽および貯塩水槽等の塩水製造装置があり、さらにポンプ、高水槽、流量計を経て、これと接続した水槽が水路下流端にある。この水路では約50 cm程度(100 m水路の場合)の水位調節が可能である。また上流端には淡水供給装置がある。水路床の勾配は水平である。

表 3.1.1 密度流水路諸元

直線、長方形断面

底勾配 $i_0 = 0$

水路名	長さm	幅m	深さm	側壁	備考
30 m水路	30	0.3	0.5	両面ガラス張り	
100 m水路	100	0.8	1.0	片面ガラス張り	

実験は上流から淡水流量 Q_f を与え、下流端水槽へ塩水流量 Q_s を与えて行った。水路下流端においては、断面が側方にも下方にも急に拡大しているので、塩水流量 Q_s を十分大きくしておくと、この断面の直下流において内部ジャンプが発生し、内部フルード数 F_1 がほぼ1に保持されて、安定した塩水くさびが出現する。塩水流量を減少させると水路下流端における内部フルード数は1より小さい値となるが、塩水流量を多少増加させても内部フルード数が1より大きくなることはない。ほとんど全ての実験は、このように下流端においてほしい図3.1.4に示すように $F_1 = 1$ の条件を満足している。

実験の水理条件は、その諸元を表3.1.2に示す。なお、

表 3.1.2 実験水理量諸元

水路名	塩水の比重 g/cm^3	淡水流量 l/s	水深 ($h_1 + h_2$) cm	下流端条件	備考
30 m 水路	1.004~1.03	2.0~6.0	20~30	$F_1 \div 1$	$Q_2 < 1 l/s$
100 m 水路	1.004~1.03	20~60	35~80	$F_1 \div 1$	$Q_2 < 5 l/s$

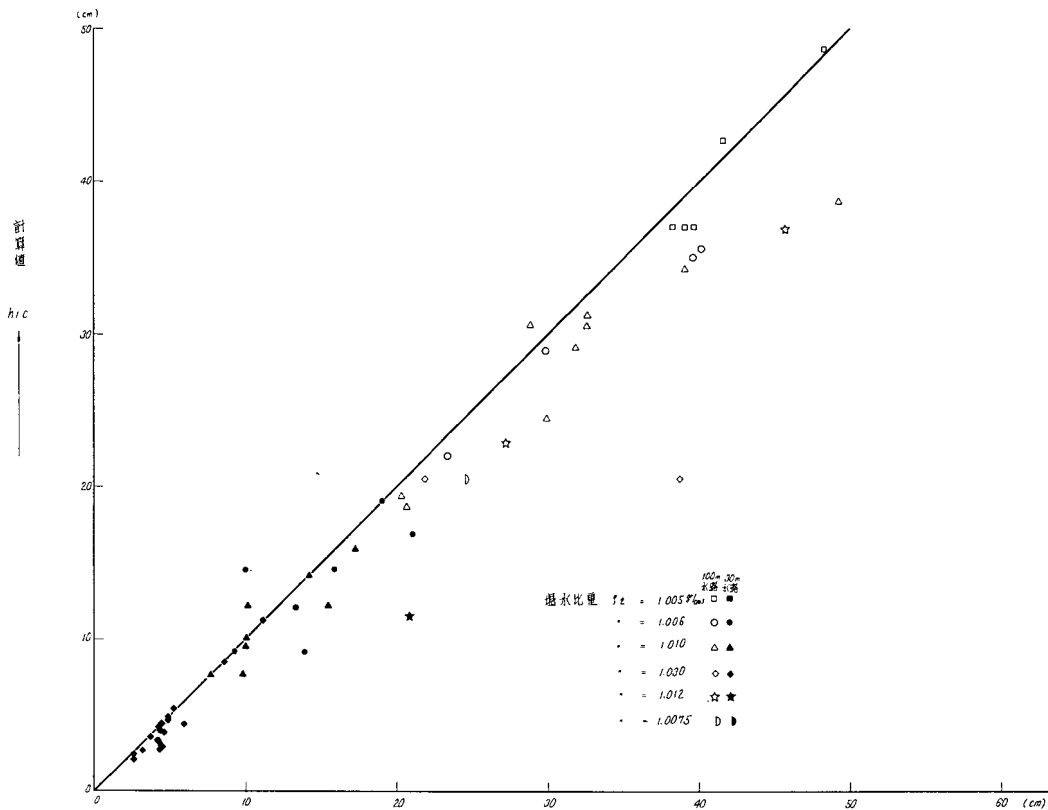


図 3.1.4 実験水路下流端における限界水深の比較

塩水にはフルオレsein水溶液 ($C_{20}H_{21}O_3 + NaOH$)によって緑色に着色し、目視ならびに写真撮影の便をはかった。主要測定項目は濃度分布(塩素イオン濃度と水温)、流速分布、塩水くさび形状、水位、淡水流量および塩水流量等である。流速分布の測定は、淡水層中では小型プロベラ式流速計使用が可能であったが、塩水層中では流速が微弱なため、水素気ほう式流線観測器、あるいは四塩化炭素粒、または色素等の移動距離により測定した。ただし、水素気ほう式では塩水中の微少な気泡の存在により撮影光線の散乱があり、かなりの困難が伴ったので、この方法によっては流速が零となる点を求めるにとどめることが多かった。塩素イオン濃度の測定は径1 mm程度のしんちゅうの細管により、ほぼ流速と同じ速度で採水して、電気伝導計および1部滴定により行った。

以上の実験によって得た資料は、内部抵抗係数および連行係数の検討に供した。なお、連行係数については、たとえば湖の淡水化の検討などに適用するとき、内部フルード

数あるいはクーリガン数 ($\Psi = Re \cdot F_1^2$) の非常に小さい範囲までが問題となるので別途の実験を行った。この場合、下層から上層への塩水の混入量が非常に微量量であるので、上下流の条件をほぼ一定に保ちつつ、下層塩水の補給をやめて、境界面位置の低下量を測定することにより連行係数を求めた。実験は10~20日間程度連続して行った。この間、水路からのわずかな漏水や濃度測定のための採水量も問題となり、風や水温変化の影響もあるので、実験は非常に注意深く行う必要があった。これは大型水路でなければできない実験であるので、100m水路を使用した。

以上のような実験のほか、モデル検証のため不定流の実験も行った。この実験では下流水位のみ時間的に変化させた。

実測は最上川下流部、および小川原湖で行った。その他、多くの場合、著者も参画し建設省の工事事務所が実施した利根川、長良川、信濃川などの実測資料を検討に用いた。

3-2 内部抵抗係数

二層流の内部境界面に作用する内部抵抗係数については多くの研究があり、評価はほぼかたまりつつあるようにみられていた。しかし、実用面からみて、つぎの3点については未解決であり、検討が必要であった。すなわち、

(a) 実験値や実測値（河川における実測例は十分とはいえない）の評価が十分でなく、資料のパラッキも多い。したがって、実用公式の実用上の誤差範囲も不明確であり、信頼性に問題がある。

(b) 著者らが提案してきた実用公式（0-10, 1975）は、内部抵抗係数 f_i が比較的大きな値となる実験水路ではほとんど問題はなく、また f_i の小さい値を示す実際の河川では、内部フルード数 F_1 の小さい範囲において十分な適合度を有している。しかし、河川において F_1 の大きい範囲（たとえば $1 > F_1 > 0.6$ ）では実際の現象を説明することが困難となり、定常流の塩水くさびにおいても、多くの場合、河口付近の内部境界面形状を正確に計算しえない。

(c) 塩水くさびの混合状態や二次元性が、実験水路に現われるような理論の仮定に近い理想状態から離れ、遠ざかるにしたがって、濃度分布や流速分布に変化をきたし、それにより内部抵抗係数が変化する（0-17, 1977）。とくに、内部渦より下流の範囲や一部非定常効果の生じる場合などにおいて問題となる。

本論文においては、上記の(a)および(b)の問題を主としてとりあげて、実験値についての誤差の評価を行い、内部抵抗係数の問題点について再考した。そして、従来の提案式を再検討した結果、実用上に支障の生じない、かつ十分な精度を有する実用公式の提案を行った。

この節（3-2）における記述の内容は、(a)内部抵抗係数についての問題点、(b)逆算式、(c)従来の実用公式、(d)側壁の影響、(e)河床摩擦の影響、(f)連行量の影響、(g)付加摩擦力と新実用公式の提案、(h)まとめ、とした。

a 内部抵抗係数についての問題点

ここでの取扱いは、内部抵抗係数に関する理論解析上の問題ではなく、実用公式の問題点とする。それらを大別すると、(a)内部境界面現象のレジームの抵抗関数形への反映、(b)実験ならびに測定誤差、(c)逆算式、および(d)実在する塩水くさびの理想塩水くさびからのずれに対する補正問題などである。

内部抵抗係数の関数形では、抵抗の発生源となる現象として、(a)層流的粘性摩擦抵抗、(b)乱流混合によるレイノルズ応力、(c)波長の短い内部波の造波抵抗、および(d)連行現象による付加摩擦力などを考慮する必要がある。このうち、

河川では(a)の影響は無視しうるが、(d)の効果が重要であり、検討する必要がある。内部波の性状については、最近のものでは、たとえば室田・中辻・橋本（3-2, 1979）などの研究があり、平田ら（3-3, 1977）によって内部波のレジームによる影響が存在することが指摘されたが、実験値ならびに実測値でみるかぎり、(c)については内部波のレジームの違いによる影響を明確に定量表示するまでに至っていない。

実験・実測誤差には各種のものが含まれる。測定量には、密度（濃度 C 、および水温 T ）、流速、および水位などがあり、条件設定量には流量 Q や潮位などがある。その他、測定点の位置の誤差や内部境界面位置決定上の誤差などが含まれる。自然河道では、大きい波長を有する内部波や内部渦が河口以外の河道に存在する場合が少なく、内部境界面の勾配を正確に読みとることが容易でないこともある。また、たとえ実験水路でも、完全な定常状態をつくり出すことは困難である。幅 80 cm の 100 m 直線水路において、長さ 40 ~ 60 m の塩水くさび（平均下層水深 $h_2 = 20 \sim 30$ cm）の実験では、くさび先端で周期 1 ~ 2 時間、長さ 2 ~ 3 m 程度の変動があるのが普通であった。このとき、Schijf・Schönfeld の単純水路の場合の塩水くさび長さの式によれば、平均の抵抗係数 $\bar{f}_i$ に対して $1.5/60 = 2.5\%$ の誤差となる。側壁粗度の効果は、金子ら（1-136）の評価によれば 10 ~ 20 % 程度とあるが、著者らの実験では少し小さい。これは後に考察する。実験および実測値には以上のように種々の誤差が含まれるが、著者らの 861 箇の資料について、著者の以前の提案式からのずれの

標準偏差 $S_z \{ S_z^2 = \sum_{i=1}^n (Z_i - \bar{Z})^2 / (n-1) \}$ を求めたところ、

$\log_{10} S_z = 0.134$ であった。図 3.2.1 に示す両外側の直線には含まれる範囲に約 68 % の資料が入ることになる。ここに、 Z は両対数紙上において実用式からの直角方向にとった距離である。

つぎに、逆算式についても再考の要がある。定常状態を考えるとすれば、連行量 $Q_{20} = \int_0^L B E dx$ に見合った流量 Q_{20} が河口から遡上しているが、 h_2 が大きく、かつくさび長さ L が短かければ u_2 は小さく、 F_2^2 は 1 に対して無視しうる。ここで、 α を 10^{-1} 以下のオーダーの定数として $u_2 = \alpha u_1$ とするならば、定常流の算定式（2.2.18）式の摩擦項（ $i_{f1} - i_{f2}$ ）は、（2.2.19）式および（2.2.20）式より

$$i_{f1} - i_{f2} = f_i \frac{\varepsilon}{2} (1 - \alpha^2) F_1^2 \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right)$$

$$+ f_b \varepsilon \alpha^2 F_1^2 \frac{h_1}{h_2} \quad (3.2.1)$$

となる。ここで、右辺第一項では1に対して ε を無視している。連行係数 $E/u_1 = 2 \times 10^{-3} F_1^3$ とすると(3-3参照)、内部抵抗係数は(2.2.18)式と(3.2.1)式より求めるが、(3.2.1)式において $f_i \gg \alpha^2 f_b$ とみなしうるので、

$$f_i \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right) = - \frac{2(1-F_1^2)}{F_1^2} \frac{\partial h_1}{\partial x} + 2 \frac{h_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + 4 \times 10^{-3} (F_1 - F_1^3) \quad (3.2.2)$$

となる。いつぼう、内部抵抗係数として一般に認容されている関数形は、クーリガン数(あるいは岩崎数) $\Psi = \text{Re} \cdot F_1^2$ 、(ここに、 $\text{Re} = u_1 h_1 / \nu$ で、上層のレイノルズ数)により、

$$f_i = a \Psi^{-n} \quad (a, n \text{ は定数}) \quad (3.2.3)$$

であり(1-136)、著者らが提案してきた実用公式(0-10, 1975)では、 $a = 0.35$, $n = 0.5$ である(後述)。この式は、実験水路内の塩水くさびはもとより、河川における塩水くさびに対しても、河口付近を除き、十分な適用性を有している。定常状態の塩水くさびでは、河口において内部ジャンプの発生がみられ、その渦の上流端では $F_1 \approx 1$ である。しかし、ここで直線水路($\partial B / \partial x = 0$)のときには、(3.2.2)式から明かなように $F_1 = 1$ で $f_i = 0$ になってしまうという矛盾がある。(3.2.2)式で $\partial B / \partial x$ の項以外を考慮ことにすると、小さい水路では右辺で第3項は無視しうるほどであるが、河川の場合には $\partial h_1 / \partial x$ も小さいので相対的に第3項の連行の影響が現われてくる。ところが、第3項は $F_1 = 0$ および1のとき零であり、かつ $F_1 = 1/\sqrt{3} \approx 0.58$ を頂点として上に凸の曲線であって、 F_1 が1に近づくとき小さくなる性質を有している。これは、クーリガン数 Ψ とは無関係に、ほぼフルード数 F_1 のみに関係する事項である。実験水路の資料では(3.2.2)式の右辺第3項は無視しうる程度であるから、 f_i は Ψ によって表示しうるが、河川の資料を用いる場合に第3項を無視するとすれば、粗雑に過ぎることになる。実際には、これに関する資料は少ないので、別途の方法で(3.2.3)式が修正されなければならないと思われる。

河川に存在する塩水くさびが理想のものとかけ離れていることに対する影響の程度については、なお問題は残されているものの、ほとんど緩混合状態で、境界面の判断に苦しむ程度のものまで、適用可能であることを指摘できた(5-3参照)。また、この検討例を通じて、付加摩擦力

を考慮しないとよい結果が得られないこと、および非定常流の場合にも、定常流として求めた抵抗係数が適用可能であることが明らかとなった。

以上のように、内部抵抗係数についてはなお検討を要する問題が多く残されていた。なかでも、内部抵抗係数 f_i がクーリガン数だけでは表現しきれず、付加摩擦力を加えると改善されること、および散乱している実験実測値の上下限までを考慮せずにすませるために、誤差についての検討を加えておくことは重要な問題であるといえる。

b 逆算式

実験水路の場合の内部抵抗係数の逆算式は、混合の影響が少ないものとして連行係数や上層濃度の縦断変化の影響を考慮しない基礎方程式(1.3.1)式～(1.3.9)式より求めるのが通例であった。いま、水路幅を $B = \text{const.}$ とすると、内部抵抗係数 f_i の逆算式は

$$f_i = - \frac{2 \left(1 - \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\right) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{u_2^2}{\varepsilon g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} - f_b \frac{u_2 |u_2|}{\varepsilon g h_2}}{\left(1 + \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2 h_2}\right) \frac{(u_1 - u_2) |u_1 - u_2|}{\varepsilon g h_1}} \quad (3.2.4)$$

である。浜田・堀田(1-25, 1960)は(3.2.4)式において $u_2 = 0$, $\rho_1 \approx \rho_2$ および $h_1 + h_2 = H_0$ (一定)として、

$$f_i = - \frac{2 \left(1 - \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\right)}{\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} \frac{H_0}{H_0 - h_1}} \frac{\partial h_1}{\partial x} \quad (3.2.5)$$

を適用した。これは混合がわずかであって、その影響を無視し得、定常流であって下層流速 u_2 が非常に小さい場合にのみ適用可能である。岩崎ら(3-1, 1961)によれば日本における内部抵抗係数の計算はほとんどこのいずれかの式によっている。いつぼう、混合の影響を考慮する場合には、 $u_2 \approx 0$ として、すでに揚げた(3.2.2)式を適用することになる。この式においては、 $\varepsilon \ll 1$ として ε を省略している。定常的な状態が出現しているとみなすことのできる河川の実測値を用いる場合には(3.2.2)式を適用するのがよい。本論文においては、実験資料では試算の結果下層流速の影響を無視しうる事が判明した(後述)ので(3.2.5)式により内部抵抗係数を算出した。河川の場合には(3.2.2)式を適用すべきであるが、流速の測定値がなく F_1 を正確に算定できないので、参考値として(3.2.5)式による逆算値を用いることにした。 f_i はこの場合若干大き目に算出されるが、大差はなく、 F_1 の小さい範囲の値には信頼性があると判断した。

また、くさびの全長にわたる平均の内部抵抗係数 $\bar{f}_i$ は、

表 3.2.1 界面抵抗係数に関する既往の研究例

著 者	発表年次	a	n	流 況	記 事
岩 崎	1962(1-77) 1963(1-78)	7.880	0.8356	ジェット 幅 15cm	実 験 (1-74)
椎 貝	1965(1-69)	12.0	1.0	塩水楔 $10^2 < \Psi < 10^3$	実験 Valembois も利用
金 子	1966(1-33)	0.2	0.5	塩水楔 $10^2 < \Psi < 10^3$	実験実測 伏木港
中村・稲松	1966(1-30)	4.228	0.7117	塩水楔 $10^4 < \Psi < 10^6$	実 測 神通川
中 村	1970(1-35)	0.136	0.434	塩水楔 $10^4 < \Psi < 10^6$	実 測 九頭竜川
須賀・高橋	(0-2) 1971(0-10)	0.35	0.5	塩水楔 $10^2 < \Psi < 10^3$	実 験
		1.29	$\frac{2}{3}$	塩水楔 $3 \times 10^4 < \Psi$	実 測 利根川
		0.13	0.415	塩水楔 $10^2 < \Psi < 10^4$	塩水楔長より算出

Schiff・Schönfeld(1-10, 1953)により,

$$\bar{f}_i = \frac{H_0}{2L} \left(\frac{1}{5F_{10}^2} - 2 + 3F_{10}^{\frac{2}{3}} - \frac{6}{5}F_{10}^{\frac{4}{3}} \right) \quad (3.2.6)$$

と与えられている。ここに、 L はくさびの長さ、 H_0 はくさび先端における全水深、および $F_{10} = u_0 / \sqrt{\varepsilon g H_0}$ である。これは、一定水路幅の水平河床 ($i_0 = 0$) 長方形断面水路において、混合および下層の流速を無視し、河口において限界水深を保つとして定常時の運動方程式と連続方程式とを解いたものである。

c 従来の実用公式

内部抵抗係数の関数形については、岩崎ら(1-77, 1962)によりクーリガン数との関係が提案されてから、ほぼ(3.2.3)式の関係が一般にひろく是認されてきた。また、塩水くさび全長の平均の係数 $\bar{f}_i$ も同じ形とされた。その後、玉井(1-72, 1978)の提案などもあるが、実用上は(3.2.3)式と大きく異なるものとならない。(3.2.3)式の係数およびべき数については、研究者によって相違し、さらに実験値および実測値の散乱が著しいことが報告され、十分な検討が要望されている。参考のため、過去の研究結果を示すと表3.2.1のようである。これらの実用算定式に要求されることは、精度のバランスであり、他の水理量の精度に比し、この抵抗係数が算出結果の足かせにならなければ当面の緊急課題とならない。しかし、公式間の差は少くなく、また実験値や実測値のバラツキもあって、実用上の判断に迷うのが実情である。

そこで、著者らは各公式に差が生じる原因としては、実験の水理量の範囲、実験水路の規模、ならびに界面位置の定義の不統一が支配的な原因であると考えて検討を行った。すなわち、境界面位置を $Z_{0.9c_2}$ とし、土木研究所の100mおよび30m水路に基づく広範囲の実験、およびかなり明瞭な塩水くさびの現われている裏日本側の河川における実測などに基づいて考察を行った(0-10, 1975)。なお、

得られた資料はクーリガン数のかなり広い範囲 ($10^2 < \Psi < 5 \times 10^5$) をカバーしているので、実用式の検討に十分である。他の研究機関の小型水路の実験資料および境界位置の明確でない実験や実測の資料はここでは使用しないこととした。

これまでの研究は混合の少ない場合のものであった。実際には混合の効果の入っていない式で、そのわずかな混合現象は係数のなかで処理されていたものと思われる。著者らの初めの式(0-2, 1971)は境界面位置を $Z_{c_2/2}$ とし、くさびの縦断変化を摩擦項のみで計算する場合(川幅変化を別途考慮)に適用する公式であった。これは塩水くさびが短かくて混合が少ない場合にはよいが、利根川の場合のように塩水の遡上距離が大きく、緩混合に近い場合には、適用に困難が感じられた。そして、両方に適用させようとしたところに若干の無理があった。そこで今回は、算出根拠を明確にするため、境界面位置を下層平均濃度の9割となる点の位置とし、混合の影響を無視しうる実験および実測値から、混合を考慮していない(3.2.5)式を適用して f_i を定めることにした(そのため誤差については後述)。なお、実験および実測値から f_i を逆算する場合、クーリガン数があまり変らない範囲で塩水くさびを縦断的に2~4分割して平均化した。実験値も混合の大きいケースを除外し、測定精度および各種の誤差の可能性を考慮して、精度がまさと考えられる著者らの100m水路および30m水路の資料のみを使用した。河川の資料も、流速分布や濃度分布など測定内容と精度のよいもののみを採用した。

図3.2.1はこのようにして求めた実験および実測値の内部抵抗係数 f_i をクーリガン数に対してプロットしたものである。塩水くさびの先端部および末端部の値は河川における実測値では履歴および混合の影響が大きいので除外したが、実験値では考慮してみた。この場合は、 $\Delta h_1 / \Delta x$ の値が大きいので Δx のとり方によって点はばらつくが、塩水くさびの中央部と根本的な相違はないようである。く

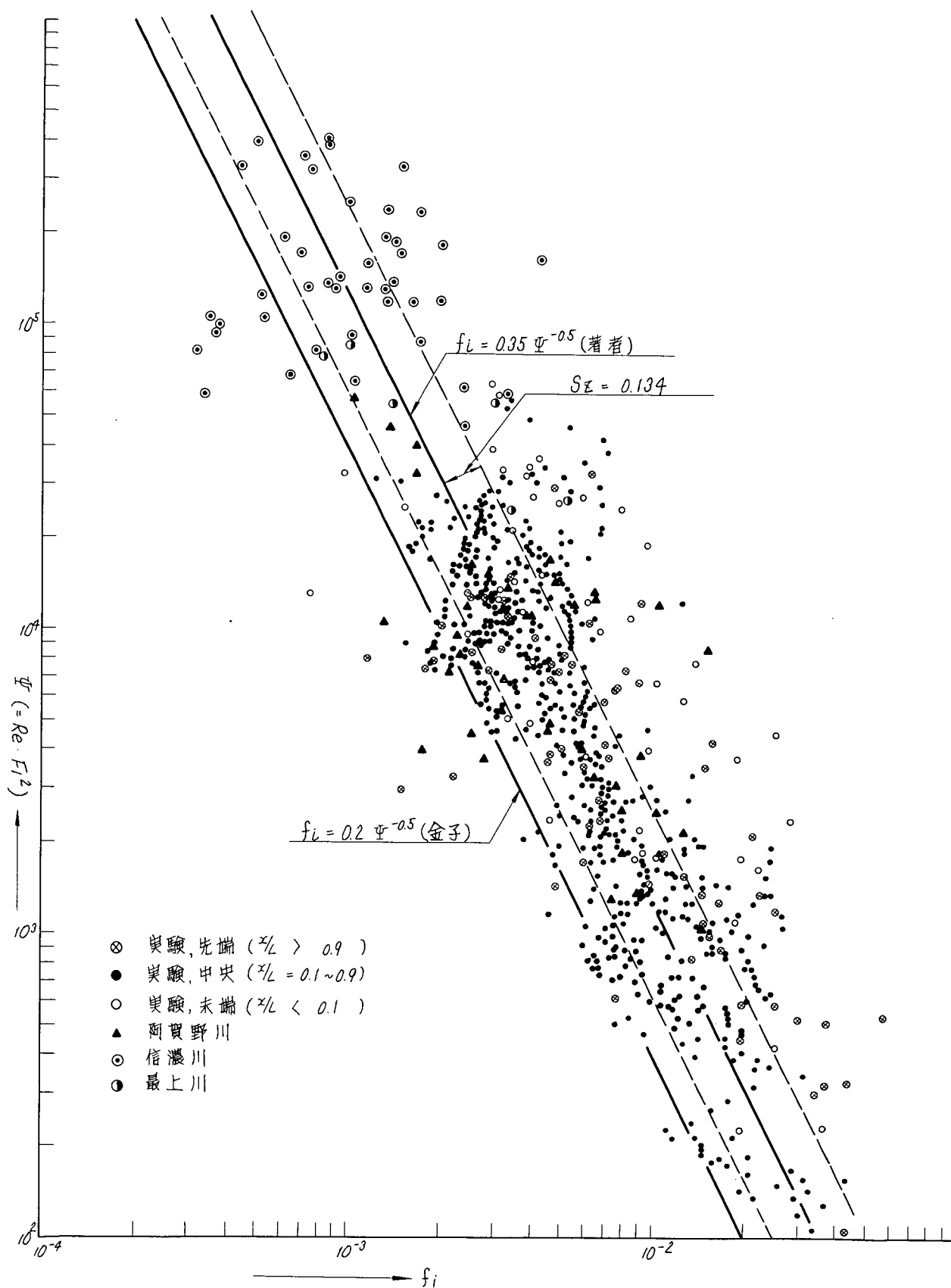


図 3.2.1 内部抵抗係数 $f_i \sim \Psi$ の関係図

さびの末端部では混合がかなりあるが、このことは、実験水路の規模の場合には混合が多少あっても f_i の値のよい適用性を示すものと考えることができる。図 3.2.1 から、内部抵抗係数 f_i として

$$f_i = 0.35 \psi^{-0.5}, (10^2 < \psi < 5 \times 10^5) \quad (3.2.7)$$

$$\left(\psi = \frac{h_1 |u_1|}{\nu} \cdot \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1} = \frac{|u_1|^3}{\nu \varepsilon g} \right)$$

を得た。この公式は厳密には混合のある場合への適用は不能である。それは境界面付近の性状が変化し、流速分布および濃度分布がともに異なったものとなるからであり、運動量の関係について解析する必要がある。しかし、実験水路の長い塩水くさびにおいて末端部付近の内部フルード数が 1 に近い範囲の領域で、界面が乱れて相当激しい混合が存在する場合にも適用可能であることから推して、実験水路では緩混合に近い濃度分布となっているような状態でも近似的には適用可能と考えてよい。図 3.2.2 は緩混合の状態が出現している利根川 (3-4, 1966) に適用した場合 (内部フルード数が大きい範囲を除く) の一例である。利根川では非定常効果はかなりあって流速分布や濃度分布が必ずしも明確ではないが、20 Km 以上にのぼる非常に長い区間にわたる海水遡上の大略の形状を説明しうられる。なお、この実測値は 1965 年当時のものであって、河口堰建設以前のものである。計算式は混合を考慮した定常流の (2.2.18) 式を適用し、連行係数としては以前に報告した (0-3, 1972) $E/u_1 = 6 \times 10^{-3} F_1^{10/3}$ の公式を用いた。この式は、その後修正しているが (後述)、計算範囲における数値そのものの差は極くわずかであって計算結果に大差はない。図 3.2.2 には流速分布や濃度分布の実測値も示してあるが、実測値が非定常のものであるこ

とを考慮すれば、計算値とのずれも極端ではなく、このような考え方の妥当性をみることもできよう。このように、内部フルード数の小さい範囲 ($F_1 < 0.4$) であれば、河川における適用性も十分に認められる。

なお、これまでの諸公式で、椎貝, Valembois・Lofquist, 金子, 浜田および大坪らの実験および実測値をよく表わすとされる金子の式を図 3.2.1 に示しておいた。今回提案した (3.2.7) 式との差は、境界面位置のとり方によるところが大きいと考える。

つぎに参考のため、一定水路幅で水平河床の長方形断面水路における全長の塩水くさび平均の内部抵抗係数 $\bar{f}_i$ を求めたところ図 3.2.3 のようであり、これより

$$\bar{f}_i = 0.13 \psi^{-0.415} \quad (3.2.8)$$

を得た (0-2, 1971)。このときのクーリガン数はくさび上流端の値を用いているが、この場合には、内部フルード数でもレイノルズ数でもかなりよく特性が説明されるようである。図 3.2.4 は内部フルード数の関係を、また図 3.2.5 はレイノルズ数との関係を示す。図 3.2.5 の実線は、 $0 < Re < 2,000$ に対し椎貝 (1-79, 1966) によって求められた関係 $\bar{f}_i = 28/Re$ であり、ここに示す実験値はそれよりレイノルズ数の大きい範囲の傾向を示すものである。

局所的な内部抵抗係数 f_i とくさび平均の抵抗係数 $\bar{f}_i$ とはおのずから性質の異なるものであるが、後者の場合にはベキ数は $n < 2/3$ であることがわかる。簡単のため、 $\bar{f}_i$ についても (3.2.3) 式の関係が成りたつとし、(3.2.6) 式より $H_0 = \text{const.}$ としてくさびの長さ L を求めると、

$$\frac{L}{H_0} = \frac{1}{2a} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon g H_0^3}}{\nu} \right)^n F_0^{3n} \left\{ \frac{1}{5 F_0^2} - 2 + 3 F_0^{2/3} - \frac{6}{5} F_0^{4/3} \right\} \quad (3.2.9)$$

と表わされるから、くさび先端における内部フルード数 F_0 によって微分すれば

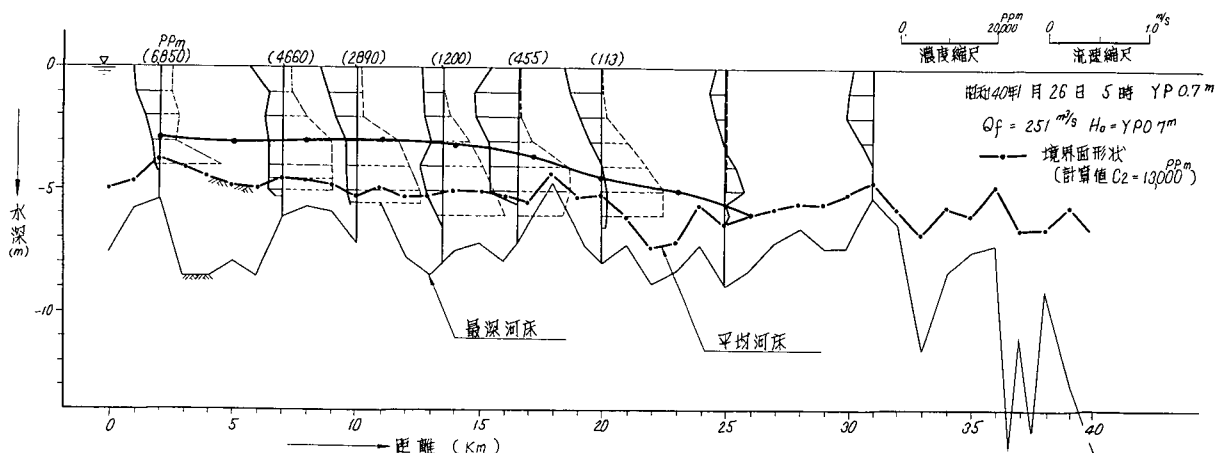


図 3.2.2 緩混合状態への適用 (利根川)

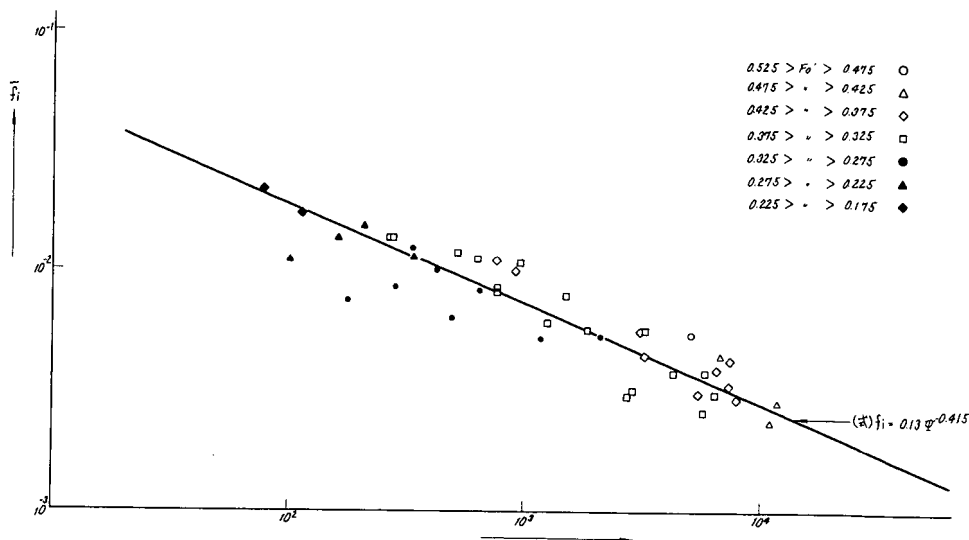


図 3.2.3 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim \Psi$ の関係図

$$\frac{\partial}{\partial F_0} \left(\frac{L}{H_0} \right) = \frac{1}{2a} \left(\frac{\sqrt{\epsilon g H_0^{3/2}}}{\nu} \right)^n \left\{ \frac{3n-2}{5} F_0^{3n-3} + 3 \left(3n + \frac{2}{3} \right) F_0^{3n-1/3} - \frac{6}{5} \left(3n + \frac{4}{3} \right) F_0^{3n+1/3} \right\} \quad (3.2.10)$$

が得られる。ここで F_0 は 1 より小さい値をとるので右辺の第一項に着目すべきである。 F_0 が十分小さいときには、ほぼ $3n-2=0$ のときくさびの長さ L は最小となり、 $n < 2/3$ では L は内部フルード数の増大と共に減少し理にかなっているが、 $n > 2/3$ では内部フルード数の増大と共にくさび長さが増大する結果となり現実と矛盾する。このことは、局所的内部抵抗係数についてもいえることであり、数値計算を行えば同様の結果が得られるはずである。以上のようにして、実用公式としての (3.2.7) 式は、従来のものに比し、明確な定義に基づいたものであって、実験や実測の精度面からの判断によっても当面満足すべき

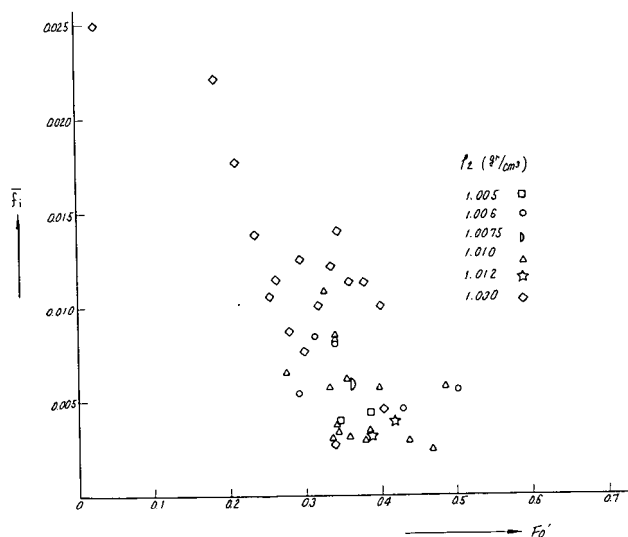


図 3.2.4 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim F_0'$ の関係図

ものであり、適用範囲も広範にわたるものと考えてよい。なお、内部抵抗は粗度係数と比較すると

$$n \doteq \left(\frac{f_i h_1^{3/2}}{2g} \right)^{1/2} \quad (3.2.11)$$

の関係が認められるので、たとえば通常よくみられる値として $f_i = 5 \times 10^{-3}$ をとり、 $h_1 = 1 \text{ m}$ とするならば粗度係数としては $n = 0.016$ 、また $h_1 = 2.5 \text{ m}$ とするならば $n = 0.018$ となり、予想外に大きい値となっていることに認識をあらたにする。

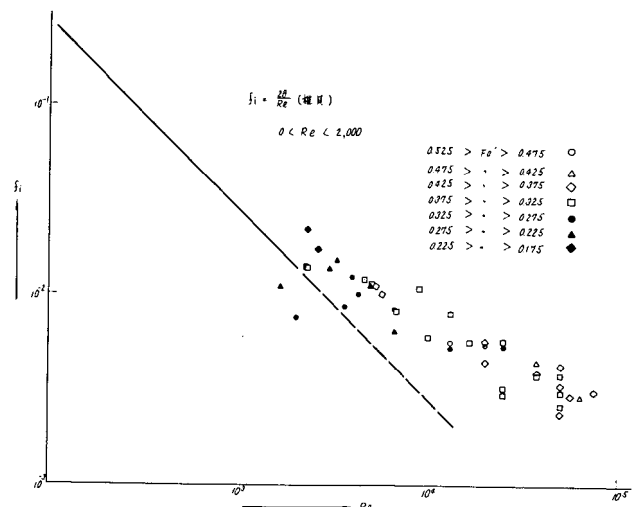


図 3.2.5 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim Re$ の関係図

d 側壁の影響

実験水路では流路幅の比が小さいため、粗度ならびに表面張力の効果により、流速分布は一様とならず、かつ側壁付近で水位の盛り上がりがある。図 3.2.6 に水路幅 80 cm、全水深 $H = h_1 + h_2 = 55.07 \text{ cm}$ で、 $Q_1 = 15 \text{ l/s}$ 、 $\epsilon = 6.018 \times 10^{-3}$ の場合の実験例を示す。このような傾向は、側壁の粗度や ϵ などによって異なるが、ガラス面とし、実験

水理量の範囲を考えると、おおよそ普遍性があるとしてよいであろう。

内部抵抗係数の逆算に際し、平均流速を $u_1 = Q_1 / (Bh_1)$ としているが、実際の水理量に、印を付すと、 $u_1' = Q_1 / A' = Q_1 / (h_1 B')$ である。図3.2.6より、界面の側壁における上昇量を0.4 cm、影響範囲を5 cmとして近似的に三角形を仮定すると、 $A' = h_1 B' = h_1 B - 2(\text{cm単位})$ 、したがって、 $\Delta B = B' - B = -2 / h_1$ である。いま簡単のため、(3.2.2)式の右辺第一項のみを考えると、Bのみによる誤差率は

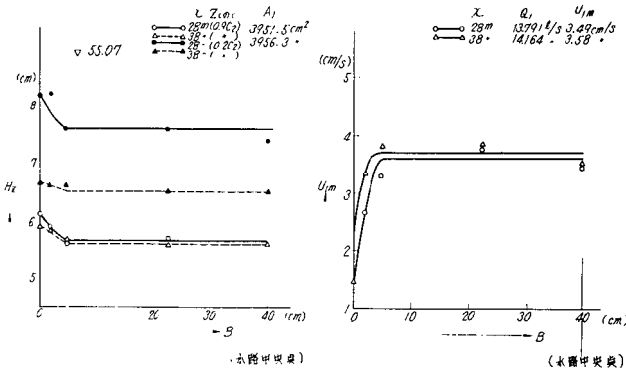


図3.2.6 水位と流速の横断分布(実験水路)

$$\frac{\Delta f_i}{f_i} = 2 \frac{\epsilon g h_1^3 B}{Q_1^2} \Delta B / \left(\frac{\epsilon g h_1^3 B^2}{Q_1^2} - 1 \right) \\ = \frac{-1}{1 - F_1^2} \frac{4}{h_1 B} \quad (\text{cm 単位}) \quad (3.2.12)$$

となる。この結果によると、 F_1 が1に近づくと非常に大きくなるが、塩水くさびの大部分の範囲で $F_1 = 0.25 \sim 0.75$ であるから、たとえば $F_1 = 0.5$ のとき、誤差率 $(\Delta f_i / f_i)$ は表3.2.2のようになる。小さい水路では10%程度の誤差となるが、土木研究所の $B = 80 \text{ cm}$ の水路では0.2~0.6%程度の誤差であると判断される。

表3.2.2 側壁による抵抗係数 f_i の誤差率
($F_1 = 0.5$ のときの例、 $-\Delta f_i / f_i : \%$)

B (cm) h ₁ (cm)	5	10	20	40	80
10	10.6	5.3	2.7	1.3	0.7
20	5.3	2.7	1.3	0.7	0.3
30	3.6	1.8	0.9	0.4	0.2

e 河床摩擦の影響

成層流の界面にせん断力が作用しており、たとえ u_2 が無視しようとしても流れは存在し、河床摩擦の影響はある。

内部抵抗係数の逆算式である(3.2.2)式の省略のない(ただし、1に対して ϵF_2^2 を省略)もとの式に対して、

$$-(1 - F_1^2 - F_2^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{h_1}{B} F_1^2 \frac{\partial B}{\partial x} + (1 - F_1^2 - \frac{u_1}{u_2} F_2^2) \frac{E}{u_1} - \frac{1 - \alpha^2}{2} \left\{ 1 + (1 - \epsilon) \frac{h_1}{h_2} \right\} F_1^2 f_i \\ - \alpha^2 \frac{h_1}{h_2} F_1^2 f_b = 0 \quad (3.2.13)$$

の関係が成り立つ。ここに、 $\alpha = u_2 / u_1$ である。通常は第5項目の河床摩擦の効果を無視して f_i を逆算しているので、その影響について見当をつけておくことが必要である。定常流では α は 10^{-1} 以下のオーダーである。簡単のため、微少項を省略することにすれば、第4項と第5項の比 β は

$$\beta = \alpha^2 f_b / f_i \quad (3.2.14)$$

である。通常の適用範囲として、 $f_i \div 5 \times 10^{-3}$ 、 $f_b = 10^{-2}$ 、 $\alpha = 10^{-1}$ とすれば $\beta = 0.02$ で、 f_i に対し2%程度の寄与率となる。 α がさらに小さいときはほとんど無視しようということになる。

f 連行量の影響

小型水路の場合は連行量の効果を無視して f_i が逆算されることが多い。(3.2.13)式において第3項と第4項の比を γ とし、微少項を省略すれば、

$$\gamma = 2 \times 10^{-3} (1 - F_1^2) F_1 / f_i \quad (3.2.15)$$

である。大河川のように Re が増大すると、 f_i が小さくなるから γ は増大するが、 f_i が大きいときには γ は非常に小さくなることがわかる。ちなみに、 $f_i = 5 \times 10^{-3}$ のとき、 $F_1 = 0.1$ では4%、 $F_1 = 0.3$ では9%と F_1 の増大と共に誤差は増大するが、その後減少し、たとえば $F_1 = 0.9$ では7%と減少する。しかし、連行量の効果は意外に大きく、河川の資料を用いる場合には、この項を無視して逆算すると10%程度の誤差が含まれると考えなければならない。

g 付加摩擦力

すでにみてきたように、内部抵抗係数はクーリガン数のみによっては表現しえない。この程度はレイノルズ数が大きいかほど顕著となる。ところが、河川の実測値が十分ないので、逆算の f_i の値から実用公式を求めることは困難である。そこで、現象から判断して実際の現象を説明しうる抵抗係数を求めることとした。現在の実用公式の基礎となる資料では、内部フルード数が大きく、したがって連行量の大きい範囲の資料が十分でなく、付加摩擦力を考慮していないといえる。河川の資料においても、河口付近で f_i が小さ

すぎて困るという事情もあり、 F_1 の大きい範囲にのみ影響のある付加摩擦力を加味させることは理にかなっている。このことは、内部フルード数が大きい範囲においても、内部波のレジームの変化に基づく効果が顕著でないとし、線型性の仮定が成り立つとするものである。実際は非線型であり、内部波も変化するが、図 3.2.1 の中にある実験値（末端部付近の $x/L < 0.1$ の点）では他の実験値とほぼ同様の傾向を有するところから、上記の仮定は実用上認容しうるとしてよい。

付加摩擦力は、成層流の流速分布、ならびに密度分布によって異なるが、理想的な塩水くさびでは $2E/(u_1 - u_2)$ であるから、すでに提案ずみの実用公式に加えることとすれば、（ただし、付加摩擦力を $2E/u_1$ と近似する）

$$f_i = 0.35\psi^{-0.5} + 2E/u_1 \quad (3.2.16)$$

である。（3.2.16）式のように付加摩擦力を加えたことによって、以前の実用公式（3.2.7）式からのずれを図 3.2.1 と同様な図に表示すると、図 3.2.7 が得られる。この図では、連行量を実験値から直接求めることとしたため、流速と濃度の測定値のある約 150 の資料を用いたため点の数は少くなっている。図 3.2.7 をみると、 f_i の値は以前より $2E/u_1$ だけ大きくなっているのであるが、内部フルード数が大きいほど、またクーリガン数が大きいほど、その傾向が顕著であることがわかる。すなわち、付加摩擦力の効果は、内部フルード数が小さい範囲ではほとんど無視しうる程であるが、内部フルード数が大きくなると急激に大きな影響を持つようになる。そして、この傾向はクーリガン数が小さい範囲ではほとんど無視しうるほどであるが、クーリガン数が大きくなるほど、すなわち内部抵抗係数 f_i が小さくなるほど、相対的に顕著となる。

以前の実用公式（3.2.7）式によると、河川の塩水くさ

びの河口部付近の形状が安定して計算できないことがあるが、（3.2.16）式によると、ほぼ正確に計算することが

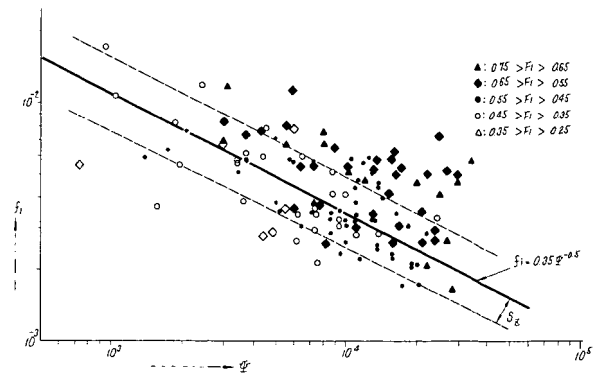


図 3.2.7 f_i におよぼす F_1 の効果

できる。図 3.2.8 は阿賀野川、図 3.2.9 は最上川の計画断面の場合の計算例である。前者では、（3.2.7）式によると河口付近で界面が低下するのに対し、（3.2.16）式を適用すれば、 F_1 の小さい上流部では同一の形状が得られるが、河口においても界面が上昇し、この付近において限界状態となり、実測値とほぼ一致することを示す。また、後者では同様の内容を示したものであるが、同時にそのときの F_1 、 Q_1 、および c_1 を表示した。（3.2.7）式によると、二つの計算例が示すように、侵入長の大きい場合の方が c_1 や Q_1 が早くから大きくなって、そのために河口においては界面が逆に低下し、実際には生じない現象を計算したり、また上流端位置を少し変化させることによって計算結果が大きく左右され、計算不安定を発生させることがある。すなわち、河口付近で F_1 が大きくなると、連行量の増大により Q_1 が増加し、 f_i が小さいため、界面位置が実測値ほど上

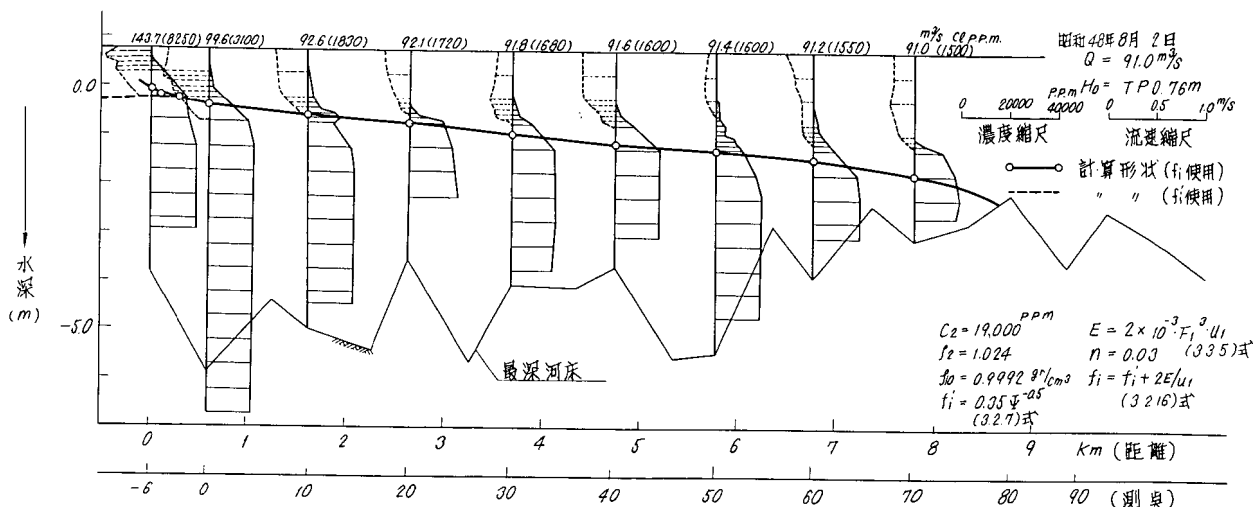


図 3.2.8 付加摩擦力を考慮した式としない式を適用した場合の界面形状の比較（阿賀野川）

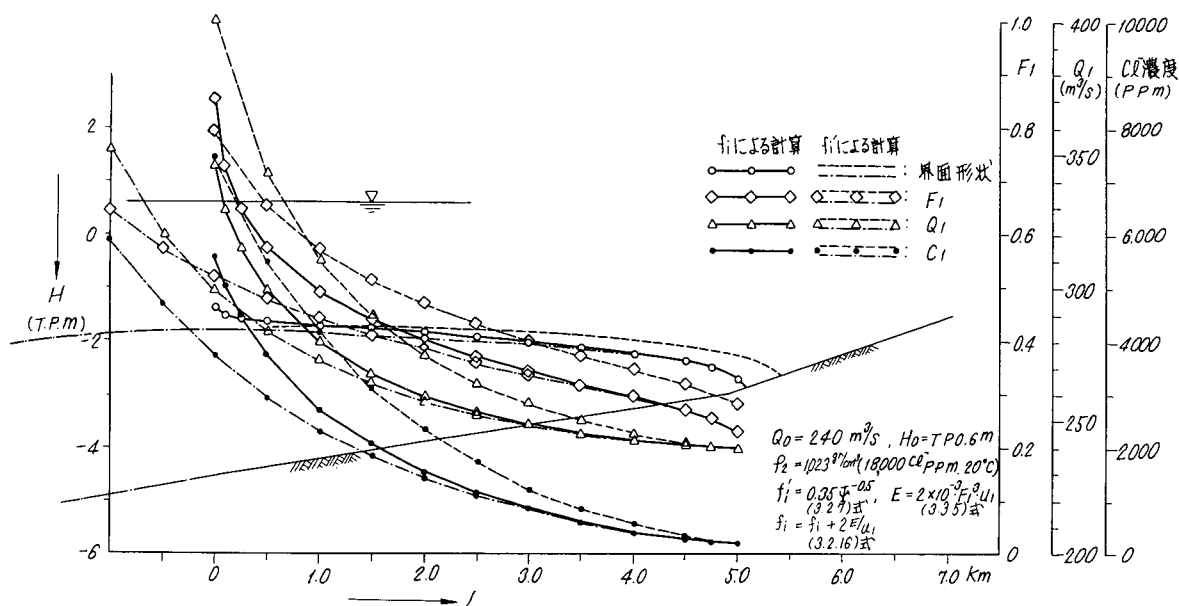


図 3.2.9 (3.2.7) 式による計算結果の不安定と、付加摩擦力を考慮することによる安定化 (最上川計画断面河道における塩水くさび形状)

昇しない。ところが、(3.2.16)式によると、若干 f_i の値が河口付近において大きくなるため、以上のような不都合な点は解消され、良い結果が得られる。また、長良川の二層不定流件算においても、付加摩擦力を考慮することにより、満足すべき結果が得られた(5-3参照、(3.2.7)式を使用したときには良い結果が得られなかった。

h ま と め

二層流の内部抵抗係数を $f_i = 0.35 (\text{Re} \cdot F_1^2)^{-0.5} + 2E/u_1$ とし、理想的な塩水くさびの場合の付加摩擦力 $2E/u_1$ を加えることにすると、実際の河川に矛盾なく適用でき、かつ実験水路の場合にも影響が現われないことが判明した。この結果、内部抵抗係数はクーリガン数のほか、内部フルード数の関数ということになる。これは現象面からも裏づけられることである。

いっぽう、資料のバラツキの原因は、現象の不安定性に基づくもの、界面位置判定の誤差、 Δx や逆算式に基づくもの、および実験誤差などであるが、今回、特に河床摩擦や水路側壁の影響などについての誤差の検討とその評価を行った。そして、幅の広い水路を用いた著者らの実験結果の精度は十分期待しうることを示した。

3-3 連行係数

内部境界面を通じて、下層塩水が上層淡水層に混入する現象は、界面現象や弱混合から緩混合への遷移の過程において、また湖の淡水化などの問題において重要である。この二層間の混入現象は、成層剪断乱流の渦動粘性および渦

動拡散など、内部境界面付近の微細構造にまで立ち入った議論が要求されるが、ここでは実用面に主眼をおき、主として実験ならびに実測値に基づいて検討した。

連行係数に関する研究結果としては、あまりなく、Keulegan (1-2, 1949), (3-5, 1966), 岸・加藤 (1-105, 1967), Ellison・Turner (1-75, 1959), 和田・片野 (3-6, 1968) および南・福島 (3-7, 1968), Kato・Phillips (1-108, 1969) によるものなどである。Keulegan による実験公式は、

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = K \left(1 - \frac{1.15 u_c}{|u_1 - u_2|} \right)$$

(3.3.1)

である。ここに、 $u_c = (\varepsilon g \nu_2)^{1/3} / \theta$ は混入開始速度、 ν_2 は塩水の動粘性係数、 $\theta = 0.178 (\text{Re} = u_c h_1 / \nu_2 > 450)$ および $K = 3.5 \times 10^{-4} \sim 2.14 \times 10^{-4}$ である。K の値は大坪・福島 (1-24, 1959) によれば河川流量や河口からの距離によって異なることが示され、中村・稲松 (1-30, 1966) によればクーリガン数 Ψ によって小さくなることが指摘されている。著者ら (0-3, 1972) の 100m 水路による実験結果では、図 3.3.1 に示すように (3.3.1) 式とは異っている。実験によると、混入開始限界流速 u_c より小さい流速で混入が開始しているようであり、また内部フルード数によりかなりよく説明できることを示唆している。いっぽう、クーリガン数では実験値のバラツキが大きく、内部抵抗とは異った機構が存在することが暗示された。岸・加藤の式は

$$E = 3.5 \times 10^{-3} Ri^{-1} (u_i - u_{ic}) \quad (3.3.2)$$

である。ここに、 u_i は界面付近の流速、 u_{ic} は限界流速および Ri はオーバーオールのリチャードソン数で二層流の平均的な値としては $Ri = F_1^{-2}$ と近似できる。南らは乱子運動の存在を仮定して、

$$E = \frac{u_1 \int_0^z C_z' dz}{C_2} = \frac{u_1}{C_2} \sum_{n=0}^{\infty} f_n \phi_n \left(\frac{-\beta_{nz}}{W_n} \right) \left(e^{\frac{W_n h_1}{\beta_{nz}}} - 1 \right) \quad (3.3.3)$$

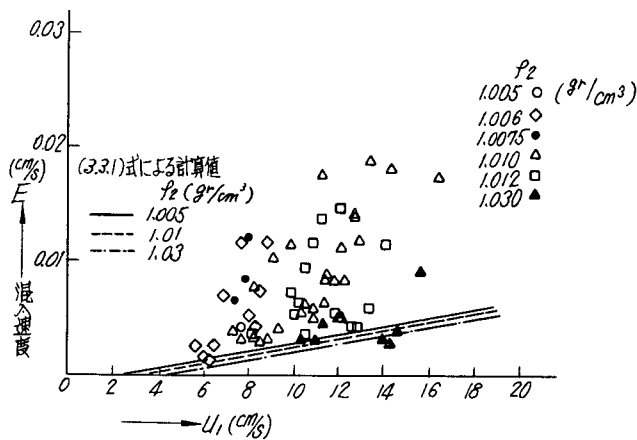


図 3.3.1 混入速度 E と上層の流速 u_1 の関係

を提案した。ここに、 β_{nz} は x 方向渦拡散係数、 C_z' は躍層面から z' の高さの点の塩分濃度、 f_n は均一密度乱流中で n 乱子の存在する割合、 ϕ_n は n 乱子に対し底層乱流中と均一密度の乱流中との振幅を与える定数および W_n は n 乱子静水中沈降速度である。(3.3.3)式については f_n や ϕ_n など今後研究すべき多くのものを含んでいる。これに関連する研究として、界面現象に関し、乱れの問題から理論的にアプローチしたものに玉井・浅枝(1-72, 1978)の研究などがある。Ellison・Turner の実験は塩水成層流の場合で、 $F_1 > 1$ の範囲に対するものである。

以上のように、過去において数多くの研究が行われてきた。しかし、混入速度は非常に小さい値であって精度向上のために大型水路による実験、河川における実測値による検討および内部フルード数の広い範囲にわたる統一的な表示などが問題点として残された。そこで、ここでは、100 m 水路により内部フルード数 F_1 の広範囲 ($0.05 < F_1 < 1.0$) の定常状態の実験を行い、二層の境界面位置を $Z_{0.9} C_2$ として実験資料を整理した。二成層流の下層から上層への混入速度 E あるいは連行係数 $E / |u_1 - u_2|$ を算出する方法と

しては

- (a) 上層における流量の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (b) 上層における濃度の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (c) 下層における流量の縦断的な連続条件(定常流)より求める方法
- (d) 下層における塩水補強を停止したとき、境界面の低下量より求める方法

などがある。ここでは、内部フルード数が大きいときには(a)および(b)の方法により、また内部フルード数が小さいときには(d)の方法により求めた。なお、流速測定より濃度測定の方が精度がよいので主として(b)の方法に基づいている。

大型水路による実験結果では、混入速度 $E = 10^{-3} \sim 10^{-1} \text{ cm/s}$ (連行係数 $5 \times 10^{-5} \sim 10^{-3}$) の内部フルード数の大きい範囲では内部波の碎波がみられ、Keulegan の実験式に近い値を示す。このとき、上下層の密度差による影響が相当存在することが Keulegan の結果と異っている。塩水混入速度が 10^{-3} cm/s 以下の範囲は内部フルード数が小さく、内部波は顕著ではない。これは Keulegan の混入開始限界流速より小さい場合である。なまの実験値でみ限り、混入速度 E は上層の内部フルード数 F_1 の 4.5 乗に比例し、 $E (\text{cm/s}) = 10^{-3} F_1^{4.5}$ の関係がみられた(0-3, 1972)。

図 3.3.2 および図 3.3.3 は、連行係数 $E / |u_1 - u_2|$ をそれぞれ内部フルード数 F_1 およびリチャードソン数 Ri によって表示したものである。土木研究所における実験値を主体にして、かつ他の研究者による実験値を合わせて、広い範囲の水理量に対して統一的に整理した。広範囲に亘る著者らの資料は散乱の状況も小さく、その標準偏差 $S_z (S_z^2 = \sum_{j=1}^n (Z_j - \bar{Z})^2 / (n-1))$ は、それぞれ $S_z = 0.094$ および $S_z = 0.165$ であり、図中に示す通りである。なお、他の研究者の実験資料としては、Ellison・Turner (1-75, 1959)、和田・片野(3-6, 1968)、Kato・Phillips (1-108, 1969)、芦田・江頭(1-111, 1975)、および Lofquist (1-106, 1960) などの実験値を用いた。この他にも、Moore・Long (1-107, 1971) や今酒・椿・小松(3-8, 1978)などの多数の研究があるが、資料の内容の詳細が十分わからないので省略した。

Kato・Phillips の研究は、自由表面に shear plate を用いて shear を働かせ、主流層の低下量より連行量を求めたものであり、 E は摩擦速度によって表示されている。摩擦速度と F_1 あるいは Ri との関係は、芦田・江頭が shear plate の速度が一定値に近づく 180 秒のときの plate 速度

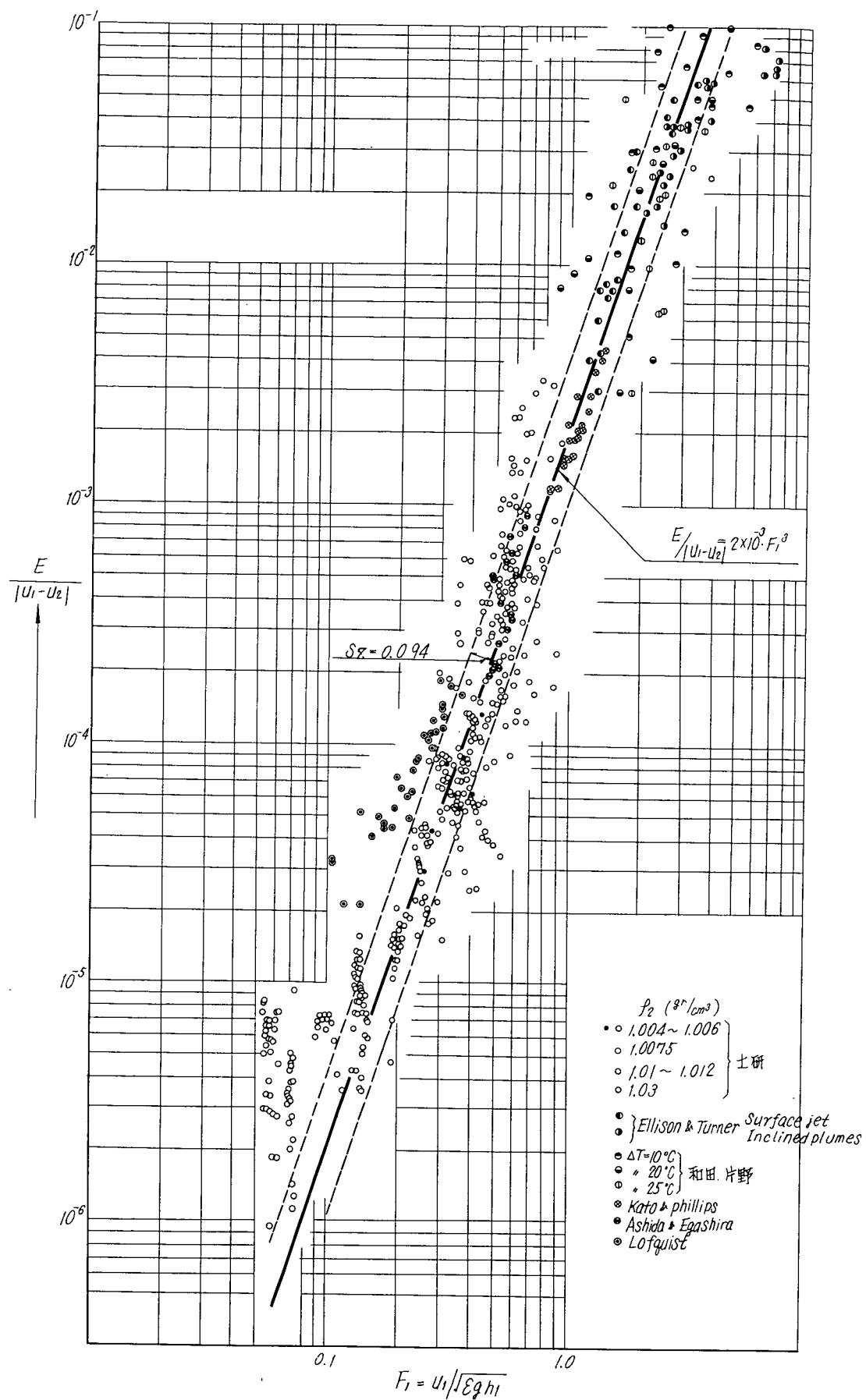


図 3.3.2 $E \sim F_i$ 関係図

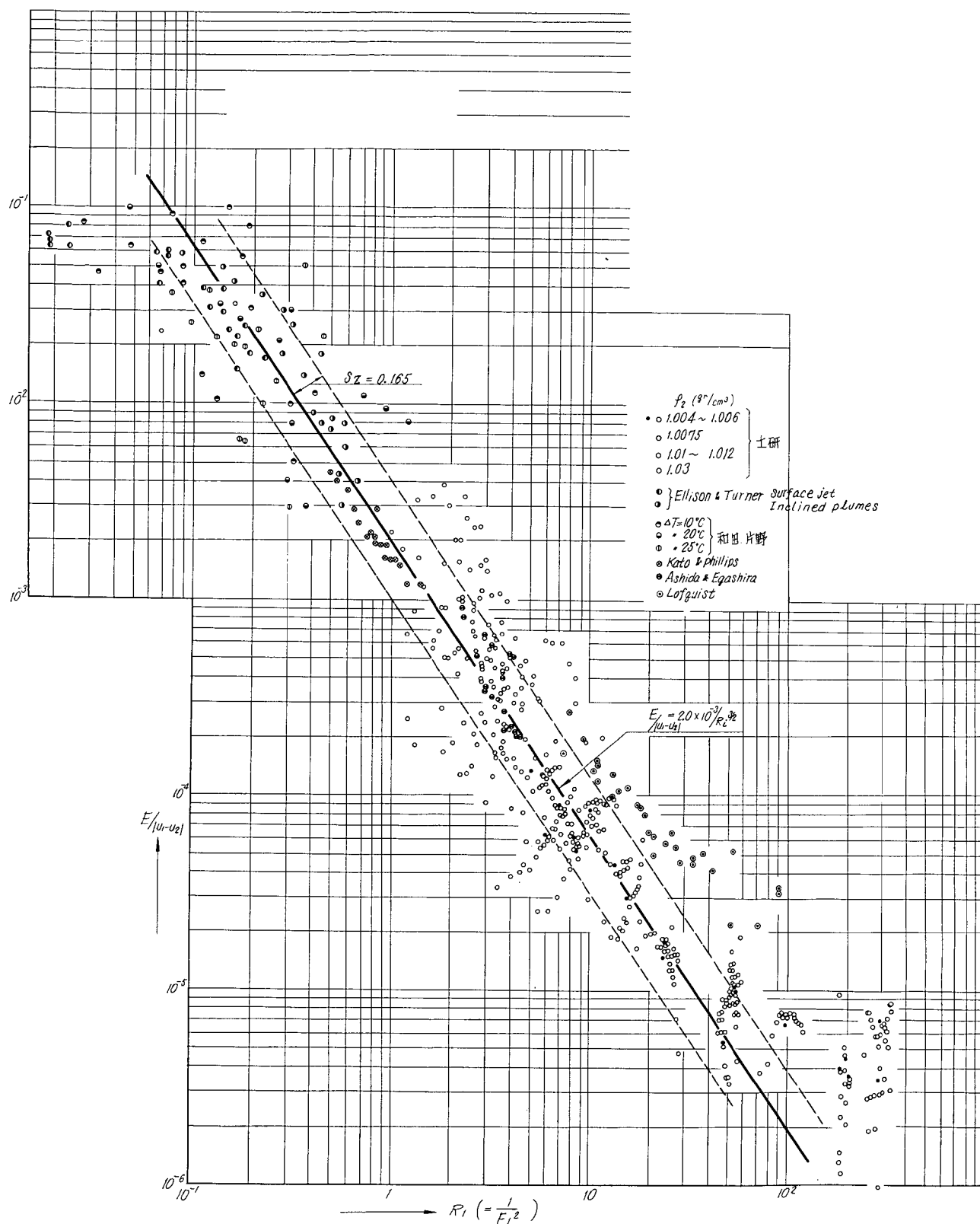


図 3.3.3 $E \sim Ri$ 関係図

を用いて算定しなおしたものである。Moore・Longの実験は、上下の淡水を逆方向に流動させ界面を通じて輸送される塩分について調べたものであり $R_i = 0.7 \sim 70$ の範囲に対し、おおよそリチャードソン数に逆比例する関係を得ている。他の実験における R_i と E の算定方法にも多少の違いがある。すなわち、Ellison・Turnerは連行層厚とこの層内の平均流速を、Lofquistは下層に流れを発生させた実験において水路底面から密度勾配の最大となる点の間の厚さとこの層における平均流速を、芦田・江頭は自由表面から密度勾配の最大値点間の厚さとこの層における平均流速を、および和田・片野は自由表面から流速分布の不連続部分までの深さ（上層に染料を混入し写真判定）とこの層における平均流速をそれぞれ用いている。Kato・Phillipsの主流層の取り方は、Lofquistや芦田・江頭の取扱いとほぼ同様であると考えられる。このような界面位置のとり方によって F_1 の値が若干異なることには留意しておく必要がある。

これまでの研究によると、連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ はほぼ F_1 、あるいは R_i のみによって規定され、Lofquist, kato・Phillipsと芦田・江頭の実験値は $Re > 10^3$, $0.5 < R_i < 40$ に対して

$$E/|u_1 - u_2| = 1.5 \times 10^{-3} / R_i \quad (3.3.4)$$

である。いっぽう、Ellison・Turnerおよび和田・片野の実験値は $0.08 < R_i < 0.5$ に対して (3.3.4) 式の3倍ほどの値となる。芦田・江頭はこの違いの原因として、層流境界層が発達している領域までを主流層と判定している可能性があること、使用した水路が小規模であり、定常状態での実験が非常にむずかしいことなどを挙げている。

しかしながら、図3.3.3からも明確に判断されるように、Lofquist, 芦田・江頭, kato・Phillipsの実験範囲はそれぞれ重複することなく、異なったところに分布しており、Lofquistの実験値を除くと著者らの実験値の分布の傾向と一致する。もっとも、Lofquistの論文をみると、上層静止で流動する下層のフルード数をとっているが、本論文でいう F_2^2 を F と定義しているようである。そこで、Lofquistの F をフルード数の2乗と解釈して実験値を整理しなおすと、著者らの実験結果とほぼ一致した。Lofquistはかなり注意深く実験を行っており、これにより流れが下層に存在する場合にも連行の現象は上層に流れが存在する場合とほぼ同様であるとみなすことが可能となった。

著者らの実験の範囲はこれらの全ての実験値のリチャードソン数の範囲を包含しており、 R_i に対する連続変化の様子を広い範囲に亘って評価することができる。また、 R_i の小さい範囲の実験を行ったEllison・Turnerおよび和田・

片野の結果とも円滑に接続した。また、温水と塩水の密度流による相違は認められない。なお、図3.3.2および図3.3.3において・印は塩水くさび全体の平均値である。また、土木研究所の実験資料で連行係数が 5×10^{-5} 以下の範囲は、内部フルード数が非常に小さく ($F_1 < 0.15$)、Keuleganの混入開始流速より小さい流速の場合である。この範囲では実験が微妙で、上流端における拡散など、他の原因に基づく拡散の影響が全くなかったと断言できぬものがあり、連行係数が F_1 の大きい範囲の傾向より大きくなっているが、この範囲は参考値と考えればよいであろう。

図3.3.4は著者らが最上川において実測して得た結果を、同様の関係として整理したものである。最上川河口では、風や波の影響、若干の非定常流効果、および3次元効果が加わり、資料は散乱しているが、全体的には図3.3.2とほぼ一致する。したがって、連行係数がリチャードソン数に逆比例するとの説は、Lofquistの資料にとらわれた結果であって、若干の修正を要することが明らかとなった。

なお、図3.3.2によると、内部フルード数が大きくなると連行量が飛躍的に増大する。たとえば、 $F_1 = 4$ のときには上層流速の約1割にも達する大きな混入速度で下層の

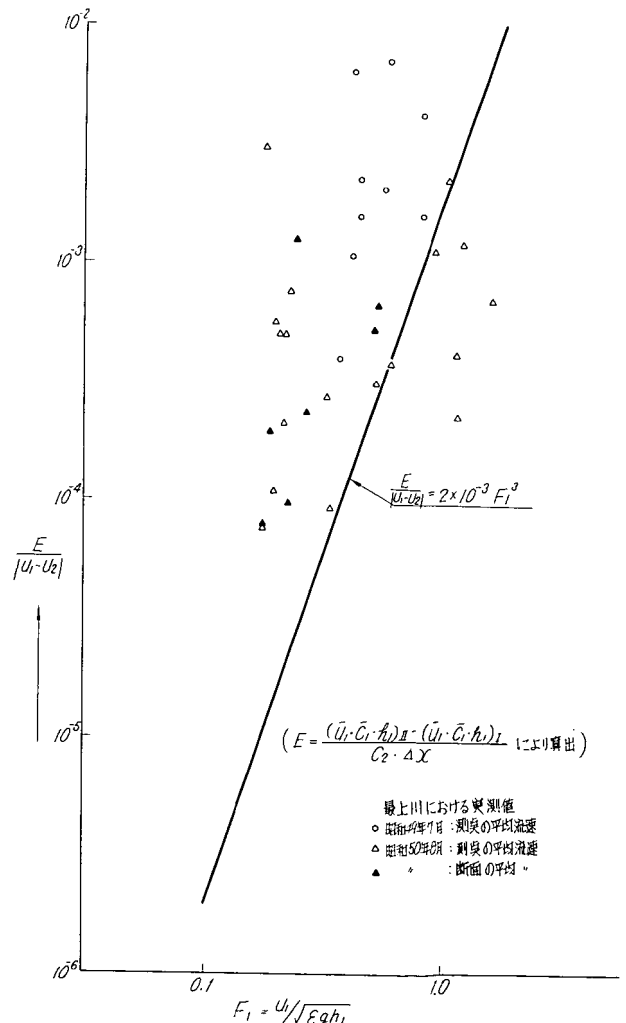


図3.3.4 最上川における連行係数

塩水が上層に混入することとなる。これは現象的には非常に大きな影響を与えることとなる。土木研究所では F_1 の大きな範囲の資料を得ていないので、著者は図 3.3.2 から $F_1 \leq 1$ までの適用範囲を設けることとした。内部フルード数が非常に大きい範囲では、レジームの変化の影響が卓越することとなり、別の法則にしたがうはずである。

以上の結果、連行係数の実用公式として

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = 2 \times 10^{-3} F_1^3 = \frac{2 \times 10^{-3}}{R_i^{1.5}} \quad (0.15 < F_1 < 1.0) \quad (3.3.5)$$

を提案する。適用範囲としては上記の範囲を若干越えることは差しつかえないと思われる。つぎに、(3.3.5)式の適用性を示す例として、最上川における上層濃度の計算値が観測結果とよく一致したことを述べておく。図 3.3.5 は観測結果に基づく内部境界面を設定して、上層における平均の塩素イオン濃度について、計算値と実測値（昭和50年8月28日）を比較したものである。ただし、塩水くさび先端における内部渦、中間層の発達、非定常効果、および三次元流効果などにより、連行現象によらない混合が存在して

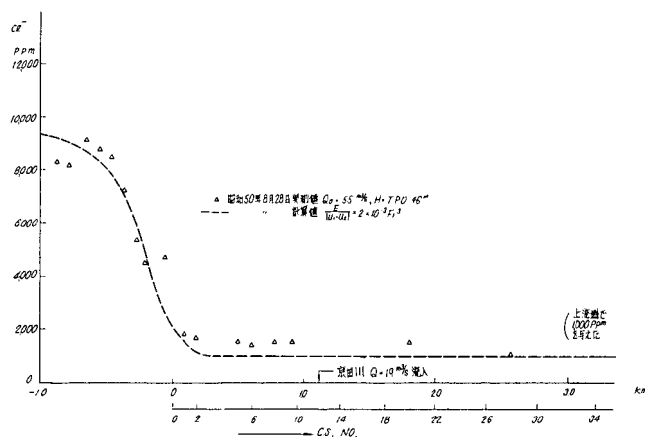


図 3.3.5 上層の塩分濃度（最上川における実測値と計算値）

いるが、なかでも中間層を上層に含めている関係で実測値では上層濃度が大きくなる。最上川の例では、塩水くさびの全長に亘って、この分に相当する量として 1,000 ppm を加算すると、計算結果のよい適合性が得られた。図 3.3.6 は、同じ実測例に対する境界面形状と上層流量の計算結果を示している。上層流量の実測値は、主流部における点の流速測定値を平均流速としたため、大きく算出されているが、概略の傾向は理解できる。なお、距離標番号 CS 28 の断面における $Q_1 = 30.3 \text{ m}^3/\text{s}$ は流速 $u_1 = 2.7 \text{ cm/s}$ より算出したものであり、微流速のための実測誤差と考えるべきである。以上の結果、連行係数に関する (3.3.5) 式の妥当性を確認できた。

連行現象と摩擦抵抗との関係は、Ellison・Turner (1-75, 1959), Pedersen (3-9, 1972), および 柏村 (1-61, 1974) らによって、

$$f_{ia} = \frac{2E}{|u_1 - u_2|} \quad (3.3.6)$$

と表わされている。ここに、 f_{ia} は Keulegan が内部波が碎波して混合拡散を生じている場合の付加摩擦力 τ_a を

$$\tau_a = \rho E |u_1 - u_2| = \frac{1}{2} f_{ia} \rho_1 (u_1 - u_2)^2 \quad (3.3.7)$$

とおいたときの係数である。これは、(3.2.16)式において考慮した付加摩擦力でもあるが、摩擦抵抗に対する連行現象の寄与を考察するため、(3.2.7)式および(3.3.5)式より両者の関係を求めると

$$f_i = \frac{0.044}{\sqrt{Re}(E/|u_1 - u_2|)^{1/3}} \quad (3.3.8)$$

となり、(3.3.6)式のような比例関係にはない。そして、レイノルズ数が一定のとき、連行係数が増大すると逆に内部抵抗係数が減少するという、定性的には、いっけん矛盾する結果となる。実際は塩水の混入現象によって生じる剪断力以外の要素が卓越するのであり、連行係数の変化に対して、ある範囲を除いて内部抵抗係数はあまり鋭敏に対応しないとする方があたっている。内部抵抗係数は図 3.2.1 からわかるようにクーリガン数の増大と共に減少するが、連行係数は図 3.3.7 から判断できるようにクーリガン数の増大と共に増大し（連行係数とクーリガン数の間の関係も図 3.3.7 に示すように、ある程度は認められる。）、両者は (3.3.6) 式のような比例関係にはない。このことは内部抵抗係数ばかりでなく剪断力 τ_1 で考えても同じことである。

混入速度 E 、あるいは連行係数については、以上のように上層の内部フルード数によって、広範囲の資料を統一的に説明することができ、(3.3.5)式を実用公式として実際に適用できるとしてよい。流れが不定流の場合についても当面 (3.3.5) 式をそのまま適用することとなるが、実用上の問題はあまりないものと推定される。なお、下層において密度分布がついており、平均の ρ_2 と連行される水塊の密度との差がある場合には、上層の密度を推定するときに多少の誤差が生じる可能はあるので注意を要する。また、(3.3.5)式のような表示方法については、内部抵抗係数の場合と同様の問題点がある。たとえば上層が静止して下層のみが動いている場合にも、上層の内部フルード数で統一的に表示されることとなるが、このような問題を

最上川

昭和50年8月28日

$Q_0 = 55.0 \text{ m}^3/\text{s}$

$H = T.P. 0.46 \text{ m}$

京田川 $Q = 190 \text{ m}^3/\text{s}$

温度縮尺 0 40000 ppm 流速縮尺 0 10 m/s

位置 (m)	塩素濃度 (ppm)	流速 (m/s)	水深 (m)	河床高 (m)	河床傾斜 (%)
0	9,389	1.16	1.16	1.16	23.2
10	8,092	1.15	1.15	1.15	28.2
20	8,544	1.13	1.13	1.13	42.7
30	7,844	1.09	1.09	1.09	38.0
40	4,781	0.98	0.98	0.98	16.5
50	2,140	0.76	0.76	0.76	25.9
60	1,108	0.74	0.74	0.74	18.3
70	1,077	0.73	0.73	0.73	12.5
80	1,051	0.72	0.72	0.72	9.5
90	1,037	0.71	0.71	0.71	12.1
100	1,024	0.71	0.71	0.71	27
110	1,014	0.71	0.71	0.71	27
120	1,007	0.71	0.71	0.71	27
130	1,000	0.71	0.71	0.71	27
140	1,000	0.71	0.71	0.71	27

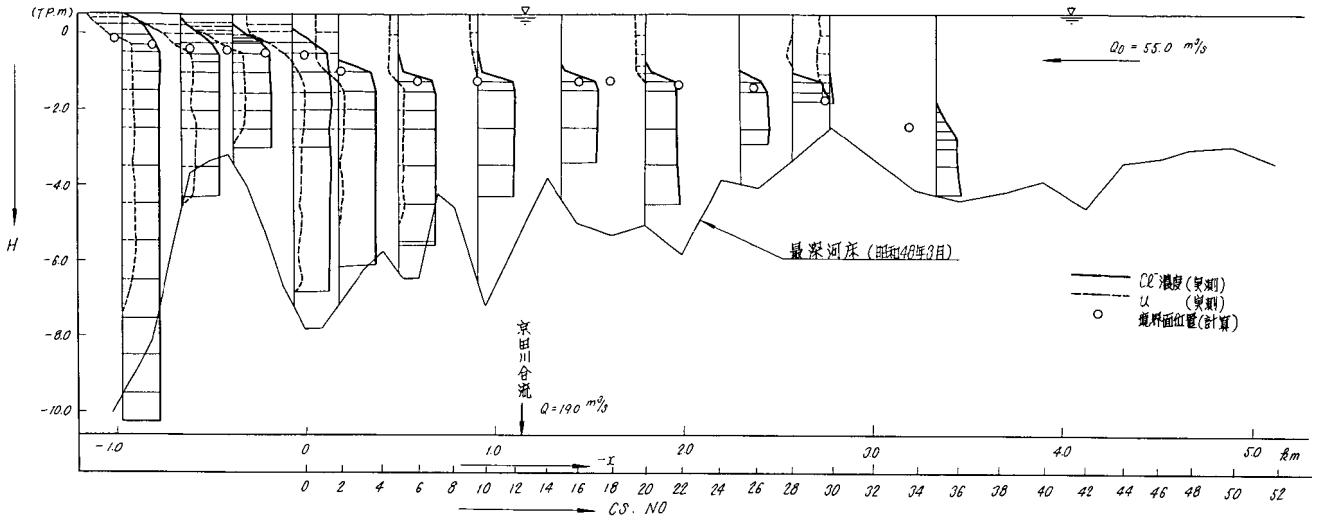


図 3.3.6 最上川塩水くさび縦断面図

検討するためには界面付近の流速と平均流速との関係などについて十分な考察が必要である。

3-4 係数に関する考察

シミュレーション・モデルにより計算を実施する場合に重要な係数として、内部抵抗係数と連行係数をとりあげ、従来の研究の評価を行い、新たに広範囲の水理量に亘る精度のよい実験資料と実測資料を加えて、十分な適用性を有する実用公式を提案した。この節では、以上の内容の補足事項として、流速分布と濃度分布の影響、ならびにその他の係数として、下層塩水の縦断拡散や河床摩擦などの係数について若干の考察を行った。なおその他の係数については、実際の数値のとり方に問題が残されているものの、以上の検討の結果、モデルによる数値計算の実施が可能となった。

a 内部抵抗係数および連行係数に関する流速分布および濃度分布の影響

内部抵抗係数や連行係数については、非定常でも流速と濃度の分布形が極端に変わらない限り、十分妥当性があるものと思われる。このことは利根川の例(図 3.2.2)によっても実証された。

しかしながら、流速分布や濃度分布が、これらの資料のよりどころとなった内部フルード数が $F_1 < 1$ の範囲の状況

と著しく異った場合、および下層の流速が極端に大きくなるような条件のもとでの適用には問題があるものとする。前者は内部渦(内部渦については第4章において詳説した)の区間において生じ、後者も河床に山が存在するときなど、局所的に問題となることが考えられる。ここでは、前者の場合について資料に基づいて考察した。図 3.4.1 は準定常状態と考えられる最上川の河口流出流に関する実測の諸水理量の縦断変化の状況を示す。この最上川の実測資料は4-2において詳しく紹介したが、流出状況を示す河口以沖の濃度分布、流速分布および界面位置の縦断変化から、およそ河口付近の50m地点においてジャンプが発生し、それより相当下流まで安定した渦が存在すると判断した。渦の上流端において、上層平均塩素イオン濃度2,000ppmとし、流路幅 $B_0 = 304 \text{ m}$ とすると、内部境界面位置を図のようにとる限り上層流量 $Q_f = 297.5 \text{ m}^3/\text{s}$ となる。そこで、これを出発条件として、内部境界面位置および流路の拡がり幅を実測による推定値とし、二層一次元流と考えた場合の水理量の縦断変化を計算してみた。このとき、運動に関する条件式は不要で内部抵抗係数には無関係であり、連続条件のみによって定まるので連行係数の妥当性を調べることができる。なお、図 3.4.1 中の計算曲線は、これとは別に、基礎式の(2.2.18)式より求めたものであり、4-2における資料としても使用している。Eとして(3.3.5)

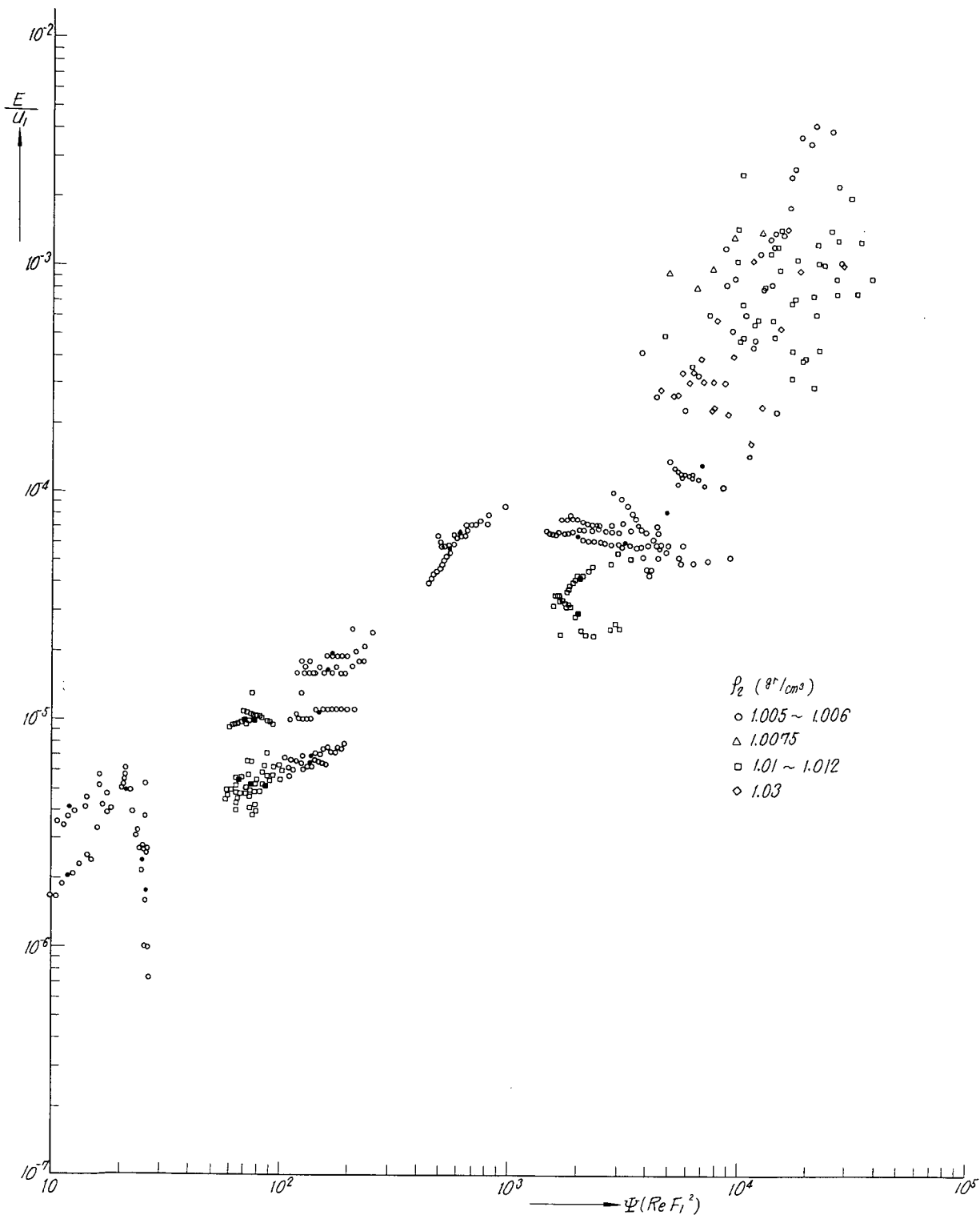


図 3.3.7 連行係数 E/u_1 と Ψ の関係図

式を適用した場合には、上層塩素イオン濃度、上層流速および内部フルード数が実測値より非常に大きくなる。おおよそ、この式の値の $1/3 \sim 1/2.5$ 程度が適当であることが、図 3.4.1 より理解される。かりに、 $1/3$ とすれば

$$\frac{E}{|u_1 - u_2|} = 6.67 \times 10^{-4} F_1^3 \quad (3.4.1)$$

であり、 $1/2.5$ とすれば、(3.4.1) 式の定数 6.67 が

8 とかわる。こうすれば、図 3.4.1 より、上層流速、上層濃度、および内部フルード数のすべてがだいたい実測値と合っていることがわかる。—1,000 m 以沖では、やや適合度がおちてくるが、このあたりで $C_1 = 8,000 \text{ ppm}$ 程度となっており、 $C_1 > C_2 / 2$ の範囲であって、二層流の仮定に無理の生じる領域である。

つぎに、連行係数を (3.4.1) 式とし、内部境界面位置

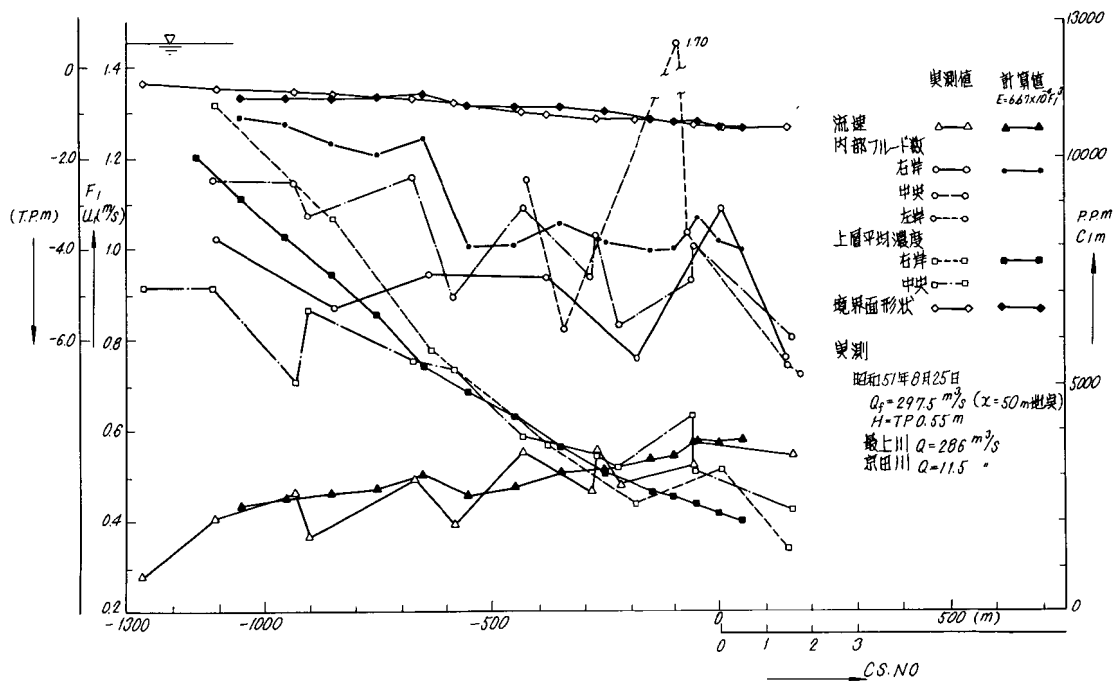


図 3.4.1 河口外水理量縦断変化図（最上川）

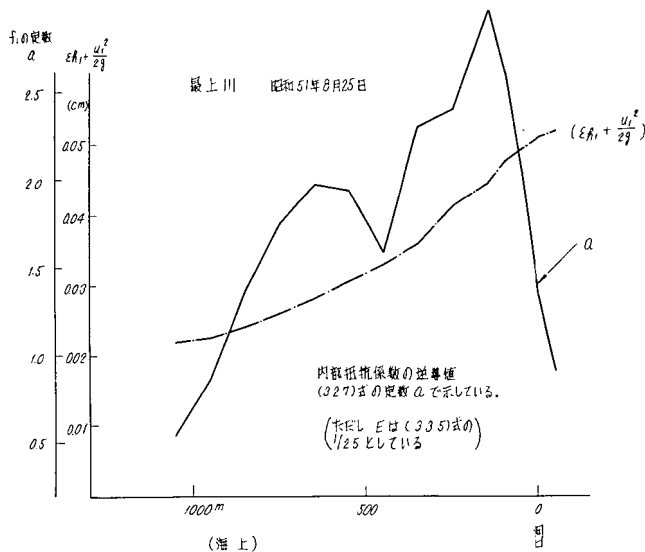


図 3.4.2 ジャンプ渦区間の内部抵抗係数の定数（最上川昭和51年8月25日）

が実測値となるような内部抵抗係数を逆算してみた。図 3.4.2 は内部抵抗係数が (3.2.7) 式に示す値より大きくなっていることを示す（ただし、付加摩擦力は簡単のため省略した）。ちなみに、(3.2.7) 式の定数 $a = 0.35$ である。すなわち、内部ジャンプ開始点より 200 m 程度の区間において急激に増大し、通常の場合の 7 倍にも達するが、その後徐々に減少し内部渦の終了点付近において旧に復するものと思われる。これよりすると、内部ジャンプ渦の長さは 1000 m 程度と思われるが、4-2 の濃度分布の縦断

変化図と照合すると興味深い。なお、図 3.4.2 に示した $\epsilon h_1 + u_1^2 / 2g$ の曲線はエネルギー損失量を示すもので、 $\Delta(\epsilon h_1 + u_1^2 / 2g) = -(i_{f1} - i_{f2}) \Delta x$ に対応している。そして、内部ジャンプ渦の前半で大きく、次第に小さくなっており、内部抵抗係数との対応もよいことがわかる。

以上により、内部ジャンプ区間では内部抵抗係数や連行係数が通常のものとは異なることがわかったが、その原因は主として流速分布および境界面の波動現象に基づくものであると思われる。すなわち、内部ジャンプ渦が存在する区間では混合が大きく上層の塩分濃度分布も急激な変化を示すが、それと共に流速が三角形分布に近づく。そのため、内部境界面に作用する $u_* i$ は小さくなり、連行量が F_1^3 に比例して大きくはなりきれないのであろう。いっぽう、内部ジャンプ渦の区間では、先端より間欠的に渦流が発生し、それが流下するに伴って境界面の波動現象がみられ、かつ濃度分布および流速分布の変化に伴って内部抵抗係数が増大するものと思われる。なお、内部ジャンプ渦区間の f_i や E は ϵ により変化するものと考えられるので、ここに示した値は参考値とすべきである。なお、最近の動向では流速分布や濃度分布に着目した研究も始められており、たとえば江頭・芦田（3-10, 1977）および日野（3-11, 1979）などがある。今後、界面現象に関連した混合・拡散問題と連行および抵抗則がひとつのシステムのなかで考察されるものと期待される。

最後に、温度密度流と塩水密度流との違いにふれておく。

この両者の差は、通常現象の範囲では密度差 ϵ の相違である。そのため、乱流構造や運動する水塊の大きさが異なり、内部波のレジームも関係するが、図 3.3.2 に示す連行係数に関する実験資料によると、 $F_1 > 1$ の範囲における Ellison・Turner と和田・片野の資料の間には明確な差を認めがたい。両者とも内部ジャンプ渦の発生をおさえた実験に基づくもので、前者は塩水、後者は温水によっている。このことから塩水と温水の差にあまりこだわる必要のないことが推定できる。問題はやはり、濃度分布とそれに関連を有する流速分布であると思われる。

以上、内部抵抗係数および連行係数の実用公式について論じてきたが、これは厳密には、定常流で下流端において内部フルード数が 1 であり、その下流において内部ジャンプによる渦が存在する場合に適用するものである。しかしながら、中間層の発達状況、流速分布ならびに濃度分布が著しく異なる場合には適用範囲を近似的に拡張しうる。このような意味において、非定常状態においても当面これらの公式を適用するが、より高度な精度が要求される場合には、さらに研究の必要性があることを断っておかなければならない。

b その他の係数に関する考察

その他の主要な係数としては、河床まさつ係数 f_b 、タテ拡散係数 D_x および鉛直拡散係数 D_z などについて考察しておく必要がある。

河床まさつ係数については、実測値や実験値があまりない。これは河床まさつ項のオーダーがあまり大きくなく、他の項の誤差の範囲内におさまってしまうからでもある。この限りにおいて実用上は大きい意義があるとみなす必要がない。そこで通常は、マンニング式を準用することにして、

$$f_b = \frac{2 g n^2}{h_2^{1/3}} \quad (3.4.2)$$

により推算すればよいであろう。ただし、二層流の下層では流速分布が通常の開水路のそれと異なるので問題はある。たとえば平均流速 $u_2 = 0$ の場合には見かけ上河床のまさつ力は働かないが、実際は流速分布が存在するので、摩擦力は存在する。このモデルでは下層の流速分布までの考慮をはらっていないので、あくまで近似的な取扱いに過ぎないが、前述のようにその影響はオーダー的に小さく、無視しうる程度であるから、このような取扱いもモデルの適用性の評価上はさしつかえないものと思われる。 f_b の値としては、 $f_b = 0.01$ 程度としておけば当面問題はないであろう。

タテ拡散係数としては、Elder タイプの公式を適用することとし

$$D_x = \alpha \cdot 5.93 u_{*2} h_2 \quad (3.4.3)$$

$$|u_{*2}| = \sqrt{\frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2}} = \{|f_b u_2| |u_2| - \frac{f_i}{2} (1 - \epsilon) (u_1 - u_2) |u_1 - u_2|\}^{1/2} \quad (3.4.4)$$

とする。Elder 式は本来開水路に適用するものであるから、二層流の下層内の流れのように閉じた水路内において、しかもその中で場合によっては $u = 0$ となる面を有するような状態では、(3.4.3) 式のように補正係数 α を考えておかなければならない。なお、 α は流速分布を仮定できれば、推定することは可能である。また、開水路の自然河川の状態として四倉・Fischer・Sayre (3-12, 1970) はミズリー川において $\alpha \approx 1,000$ を観測している。二層流の α の値については 5-3 において検討したが、成層流ではかなり小さいと考えてよい。

鉛直拡散係数については 5-3 において検討するが、関数形としては Lane・Kalinske 分布を基本として取扱うこととした。

第4章 主要内部渦と下流端境界条件に関する考察

感潮河川の流れには、多種多量の渦が含まれている。これらの渦のうち、規模が大きい渦はシミュレーション・モデルの一次元性の仮定に影響を与える。本論文においては、モデルの中でこのような渦の特性を考慮しないので、大きな影響を有する渦を除外する必要がある。すなわち、そのような渦の上流端において境界条件を与えることにした。

ここでは、シミュレーション・モデルの適用にあたって、境界条件を与えるべき場所とそのときの境界値について考察したが、その内容は現象として、最も重要な影響力を有する主要内部渦の運動の特性を明らかにすることであった。しかしながら、1-3において述べた定常流の河口ジャンプ渦に関する若干の研究を除き、主要内部渦の性状や動態に関してはほとんど未知であるといつてよい。そこで、実験水路において定常状態と非定常状態のジャンプ渦を発生させ、いっぽう長良川における詳細な観測資料を整理して、主要内部渦に関する考察を行った。その結果、明らかにされた事項は次のようである。

- (a) 主要内部渦においては、巻き渦が間欠的に発生し流下するにつれて大きな形状となり、そのエネルギーが混合に費され、やがて消滅する。
- (b) 主要内部渦は、巻き渦の発生から消滅までの全体の範囲をさし、その先端において内部フルード数 $F_1=1$ となる。
- (c) 定常流のジャンプ渦が安定する場所は、深さと拡がりを持つ所、すなわち河口であることを再確認した。
- (d) 定常流のジャンプ後の流出流の拡がり幅を明らかにした。この拡がり幅が大きいので、定常流のジャンプ渦の長さは長くない。
- (e) 非定常流の内部渦の存在を確認し、内部渦の位置と長さに関する潮汐変化および月令変化の特性を明らかにした。
- (f) 海水侵入長が最大となる弱混合時には、主要内部渦は下流にさがり、渦の長さも最大となり、ほぼ停止して安定することを明らかにした。
- (g) 等流水深および限界水深の縦断変化の特性から、主要内部渦は流路幅が拡がりきったあたりにその頭部おくことが安定条件であることが明らかとなった。
- (h) 長良川では、弱混合時の主要内部渦の安定する場所は3 Km地点であり、その下流河道では定常流の河口流出流ほどの拡がり許されないで、渦の長さは大きくなり、河口まで3~4 Kmの長さとなることなどが明らかとなった。

第4章においては以上の事項に関する内容の説明を行っ

た。まず、4-1では一次元二層不定流モデルの適用にあたって、必要とする境界条件の項目と重要性、ならびに下流端以外の条件の与え方を示した。4-2において、下流位置を考察する立場から、河川における現象と海上における現象の連続性、および河口に特有の現象とについて考察した。本来ならば非定常の状態における河川流出流の挙動を考察する必要があるが、特別の場合である定常状態をとりあげ参考に供することにした。非定常状態では海上における現象もさることながら、河道内に存在する内部渦が重要な意味を持ってしまうので、4-3において内部渦の運動について長良川の資料に基づいて考察した。内部渦の存在とその特性の一部を明らかにしたのは、初めてのことと思われる。末だ、十分な検討を行うところまでには至らなかったが、境界条件を与える位置としては内部渦の上流端とし、その値については、概略値を与えるということで当面きりぬけざるを得ない。最後に4-4において境界条件全般の問題について考察した。

4-1 境界条件とその影響

二層一次元不定流モデルでは、上下層の流れを一次元と考え、この間のまさつによるエネルギー損失および下層から上層への連行現象を把えて解析を行っている。したがって、内部渦による混合などは、このモデルによって考慮することができないので、大きい影響を有する渦が存在する場合には縦断的な取扱範囲が定ってくる。また、境界条件を考察するにあたって、このモデルにおける未知量は6つ存在するので、それぞれの水理についてその値とその値を与えるべき場所とを定める必要がある。

上流端においては、上下層の流量 Q_1, Q_2 (または流速) および上層密度 ρ_1 を与える。 Q_1 には河川の自流量のほか入退潮に伴う流量が加わるので海水が存在する上流端よりさらに、上流の河道における一層流の不定流計算などにより推定するか、または水面勾配を仮定して連続式のみで近似計算を行って求めることもできる。上層密度は水温の影響を受けるので実測等により確かめておく必要がある。通常この上流端より上流の塩素イオン濃度は小さく、SS成分も無視しう程度である。下層流量は上流端において $Q_2=0$ とすればよい。

上流端の定義については議論の多いところでもある。このあたりでは下層密度 ρ_2 が小さくなって、 $\epsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$ は零に近づき、内部フルード数 $F_1 = u_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$ は無限大に近づくことになる。椎貝(1-79, 1966)によれば、定常時の考察結果ではあるが先端は不安定な場合ということになる。また、内部波等の物理量が伝播されてきて、

この点において不連続あるいは反射点となるなど物理的には、興味を持たれるところである。しかし、本論文のシミュレーション・モデルでは ρ_2 と ρ_1 の差が小さくなるところは考えにくい部分である。実験などにより現象をみると、この先端部で渦の発生がみられたりするが、境界面形状は先端部で大きく変化し、實際上巨視的には縦断的位置を決めることはさほど困難なことではない。簡単に先端位置をとたとえば下層塩素イオン濃度で 20 ppm とか、あるいは 200 ppm を示す点などとしても差しつかえない。殊に、モデルの適用条件である成層化がすすんでいる状態では、先端付近の下層濃度の縦断勾配は極めて大きく、短い距離で濃度が大きく低下し、これと計算メッシュの Δx は数十メートル程度が最小単位であることを考慮すると、このような定義によることとしても実用上の問題は生じないものと思われる。しかし、先端において、たとえば $C_2=200$ ppm を与えたとき、内部フルード数は非常に大きな値となるので、実用上は $F_1 < 1$ などの条件を与えて計算をしなければならないであろう。

下流端においては、潮位（または下層水深 h_2 ）、上層水深 h_1 および下層密度 ρ_2 を与える。潮位は推算可能である。上層水深については 4-2 および 4-3 において論じた。下層密度 ρ_2 には塩素イオン濃度および水温の影響が支配的であり、長期および短期的な変動がある。そのような例は A-2 において論じた。潮流や、特に湾の場合には洪水流出などの影響があるので実測等により調査しておくことが望まれる。

下流端位置については、定常流の場合には河口位置でよいが、非定常流の場合には主要内部渦の上流端としなければならないことを 4-3 において示した。これは本来ならば無限遠において $u_1 = 0$ 、 $h_1 = 0$ などの条件を考慮し、主要内部渦を含めた検討を行わなければならないところであるが、4-2 において考察したように河口流出流の解析が十分にすすんでいないので、実用上このようにしたわけである。

境界条件は計算結果を左右する重要な条件であって、なお、個々の河川においてその特性を把握して後に解析することが大切である。定常状態における境界条件の影響については一部 A-1 において論じたが、非定常流の場合には、5-2 および 5-3 において示したように、非常に複雑にして、かつ計算結果を左右しかねない重要な意義を有するものである。たとえば、上層水深を小さくすれば海水の遡上距離が増大し、大きくすれば減少することとなる。その効果はある水理条件の範囲では緩慢であるが、それを越えると急激に大きな影響を有することとなり、微妙であるといえる。また、上層水深の時間変化量が問題となる。これ

は $\partial h_1 / \partial t$ が正のとき、海水先端位置は上流への移動量が増大し、負のとき、下流への移動量が増大するという特性があり、上層水深のみの特性と逆の性質が存在するので、現象を一層複雑にする。

以上は下流端の上層水深 h_{10} のみに関する定性的な論議であるが、他の境界条件も計算結果に重要な影響を有しており慎重に検討を行うことが肝要である。

4-2 定常時の河口流出流とジャンプ渦

定常流の河口境界条件を考察するにあたり、境界条件を与えるべき位置の決定と、境界条件が問題となる。ここで、定常流とは河川の個有流量および潮位の変動がない場合をいうが、12時間程度のタイムスケールで考えた場合に、河川流量の変動が極くわずかであり、かつ裏日本側のように潮位変動量がたかだか 30 cm 程度以下の場合にも、海水遡上現象にはほぼ定常的な取扱いが可能であるので、この範ちゅうに含めることにした。また、洪水時の流量が大きい場合で河口条件が潮位変動の影響をあまり受けないときにも定常流的な取り扱いができることもある。

本論文においては、境界条件を考察するとき、一次元的取扱いが可能な範囲としての海部を含めた河口付近の流路を考えなければならない。そこで、手始めに河口付近の流況について考察を行った。

河川水が河口より海上へ流出する現象は、温排水の拡散と同様であり、数多くの研究が行われている。この場合に理論的研究のほか、河川・海域における成層密度流として、実際におこっている現象を実測してみても広く検討することもある。このような実測例としてはミシシッピ川河口などのほか、国内では石狩川河口などのわずかな例が報告されているに過ぎず、なお詳細な現地観測の必要性が感じられた。ここでは、準定常流の場合として、主として最上川河口における著者らによる 3 回の実測、および利根川河口における建設省利根川下流工事々務所による出水時の航測などの結果に基づき、一般的なかたちで、密度効果を主眼として二、三の考察を行った。

a 実測の内容

日本海側の山形県最上川河口では、弱混合状態の塩水くさびが存在し、低水時にはほぼ定常的な河口流出流が得られる。実測としては表 4.2.1 に示す 3 ケースについて、水面下 15 cm 層の流線、および縦断上の数断面における流速分布と塩素イオン濃度の測定を行った。表層流線は、50 × 10 cm のブリキ板を二枚十字に連結し、これを抗力比でその抵抗が無視しえるほどの小さな標識兼用のゴムマリによって浮かせたものを流下させて、2 台のトランシットにより流下位置と経過時間とを追跡することにより調査した。な

表 4.2.1 河口流出の実測資料諸元

河川名	実測日 (年・月・日)	流量 (m^3/s)	潮位 (TPm)	備 考
最上川	49. 7. 17	490 + 京田川 ?	0. 48	流量減水時 (7 日前にピーク $1800 \text{ m}^3/\text{s}$)
最上川	50. 8. 27	61 + 京田川 19	0. 45	流量減水時 (3 日前にピーク $244 \text{ m}^3/\text{s}$) 波高 $H_{\text{max}} = 15 \text{ cm}$, $H_{1/3} = 10 \text{ cm}$
最上川	51. 8. 26	250 + 京田川 28	0. 50	流量減水時 (9 日前にピーク $1700 \text{ m}^3/\text{s}$) 波高 $H_{\text{max}} = 60 \text{ cm}$, $H_{1/3} = 37 \text{ cm}$
利根川	47. 9. 18	5, 000	-0. 04	18 日 9 時撮影ほぼピーク時 (布川において 17 日 23 時にピーク)

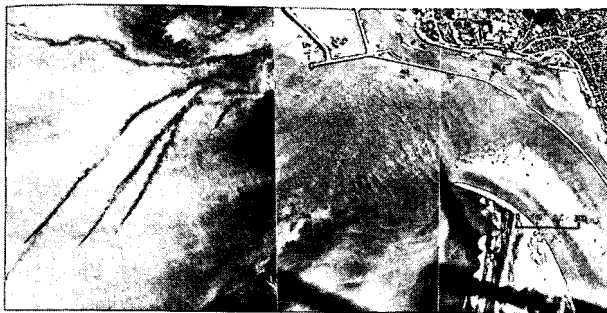


写真 4.2.1 利根川河口部における航空写真
(昭和 47 年)
(利根川下流工事事務所提供)

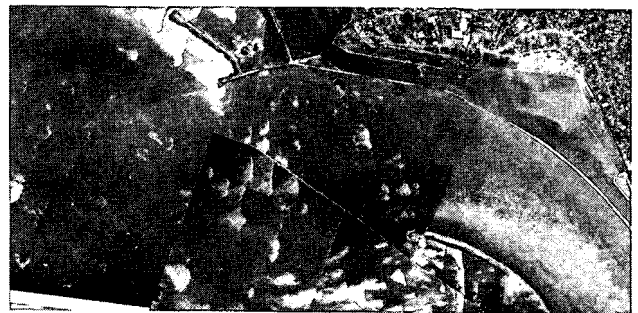


写真 4.2.2 利根川河口部における航空写真
(昭和 46 年)
(利根川下流工事事務所提供)

お、昭和49年7月18日に水深方向の流線変化を0.5 mないし1.0 m間隔で7 mの水深まで調査した結果では、上層における鉛直線上の流線には、ほとんど大差なく、有意の相違を認めることが困難であった。任意点の鉛直線上の流速分布および濃度分布はプロベラ式微流速計 (0.02 m/s まで測定可能) または、プライス型流速計、および電導度計 (一部採水試験) により、急変部では0.25 m 間隔、緩変部では0.5 m間隔に測定した。なお、最上川河口の右岸側には、酒田港の左防波堤が導流堤の機能を有するかたちとして存在する。

つぎに、利根川河口における航空写真は昭和47年9月の台風20号による洪水流のほぼピーク時付近に撮影され、表面流速分布の図化が行われた。写真 4.2.1 がそれである。撮影時の河口流量は、二次元実験により得られた平均流速と表面流速との比が0.9であるとの結果から、ほぼ $5000 \text{ m}^3/\text{s}$ 程度であると推定した。なお、この値は5 km程度上流の実測値を尊重して定めたもので、1~2 km付近では $4100 \text{ m}^3/\text{s}$ ほどの値となっている。これは川幅の変化や河道の曲りの影響が入っているためと思われる。また、飛行基線からの流線のずれの補正を行っていない。利根川河口付近では河道が左に大きくわん曲しているので流速分布は一様でない。二次流も顕著であり、わん曲部のらせん流による Boil が写真上鮮明である。河口流量が $2,000 \text{ m}^3/\text{s}$ 余りの小出水時に撮影された昭和46年9月の航空写真 (写真

4.2.2) においても、同様ならせん流に基づく Boil がみられるが、この位置は流量の大きい昭和47年の場合よりやや上流に位置している。らせん流の始まる位置も上流にあり、その強度も昭和47年ほど大きくないので Boil も弱い。一般に下降流の生じる場合は水面が平滑であり、上昇流の発生する場所では水面が不規則に乱れる。写真 4.2.1 をみると、Boil の終わる -1.4 km 付近では表面の流跡が大きく左傾していることがわかり、らせん流の激しさを理解できる。河口からの流出流はこのようならせん流の影響を受けており、直線状に流出する場合と多少異なるものと思われるが、図 4.2.1 にみられるように、表面流速の横断分布

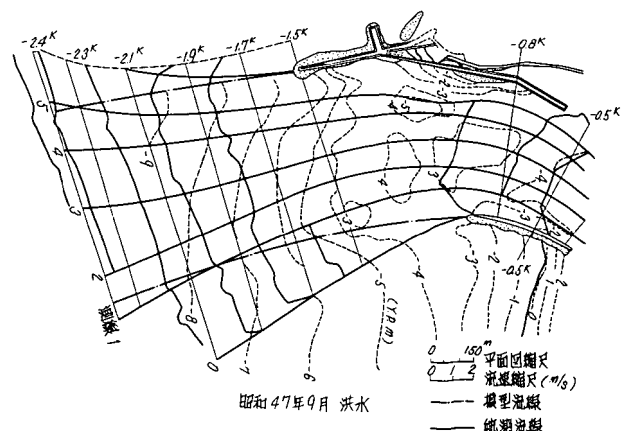


図 4.2.1 利根川河口流出 (表面流線、表面流速分布、河床高 昭和47年9月洪水)

は1.7 kmあたりでは、かなり一様になっている。右岸の防波堤先端からは intermittent vortex の発生がみられ、左岸導流堤下流の浅瀬あたりより流れは急に拡がっている。1.8～2.0 kmあたりは色調の急変部がみられ、それより下流では表層が薄くなり、河川水の濁りがほぼ一様に下流一帯に拡がっている。そのあたりでは小型船舶の航行のあとが黒く鮮明に撮されているが、上層水深は5～6 m程もあると考えられるのでこれは海水ではなく、空気の間であると思われる。1～1.5 km付近は水面の波立ちの状況が複雑で、表面流速分布の読みとりが不可能であった。なお、利根川河口では、このとき左右岸における水位の測定が行われたが濃度分布や鉛直方向の流速分布の実測は行われていない。

実測資料には、以上のように河道の平面形状、河口砂州、河床横断形状、および導流堤等の構造物の影響のほか、海底形状と波浪の変形、風、沿岸流や潮流などによっても多少左右される面もある。しかし、後述のように内部ジャンプ後の二層流については、かなり一般的な取扱いが可能である。

b 河口流出

河川から海上へ拡がる流れには、密度効果が大きい。図4.2.1に示す利根川河口部の模型実験による流れは、水平縮尺1/100、鉛直縮尺1/20（歪度5）の模型上で密度効果を無視した場合のものであるが、海上における流路

幅は実測結果より狭い。航測結果では、河水の浮力効果により全体的に拡散幅が大きくなる。また、左岸導流堤先端付近では水面勾配の大きいことに原因する流速の増大のほか、密度効果に基づく一時加速現象も現われている。

流路の拡がり幅は河口流出の支配的な特性量の一つである。河川水の拡がりの境界の定義は明確ではないが、巨視的に取扱う場合には基準線における両端からの平均的な流線とした。この場合、このような境界線に沿って intermittent vortex の発生をみることも多く、側面からの連行現象の存在もあり、変動する渦の現象もあって、微視的には複雑な内容であるが、これらの現象を超越するスケールで考えればよい。なお、海上における河川流出流の縦断線上の基準点は、定常流の場合には内部フルード数がほぼ1 ($F_1 \div 1$) となる点とする。

さて、利根川における河口流出流として昭和47年9月洪水の例を図4.2.1に示す。同図には7本の流線、9断面の表面流速分布、および河床高と海底高などが記入されている。また図4.2.2は最上川の河口における3回の表層流線の観測結果を示す。最上川の左岸側から張り出す河口砂州は大きく変動するので、それぞれの観測時の形状を示すが、海底高は、全体的には表層流線に影響するほどの変化はないので、昭和51年8月の実測値を示した。ただし、河口砂州前面の流路左岸側には浅瀬が沖まで発達しており、この形状は年度により多少の相違がある。このような海底

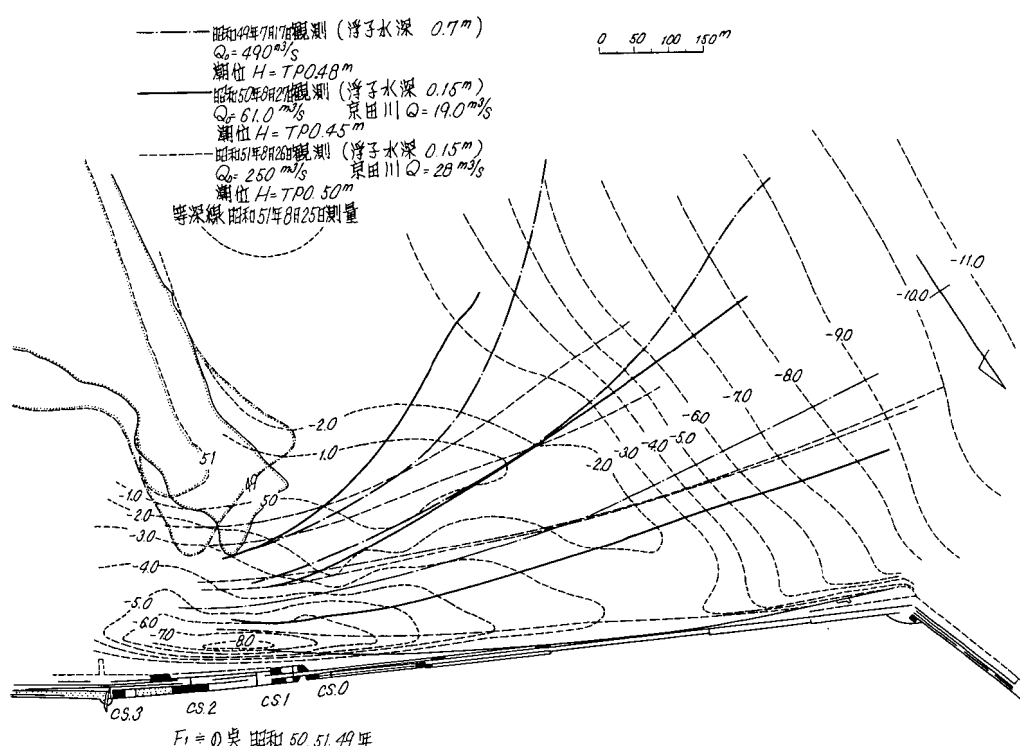


図 4.2.2 最上川の河口流出

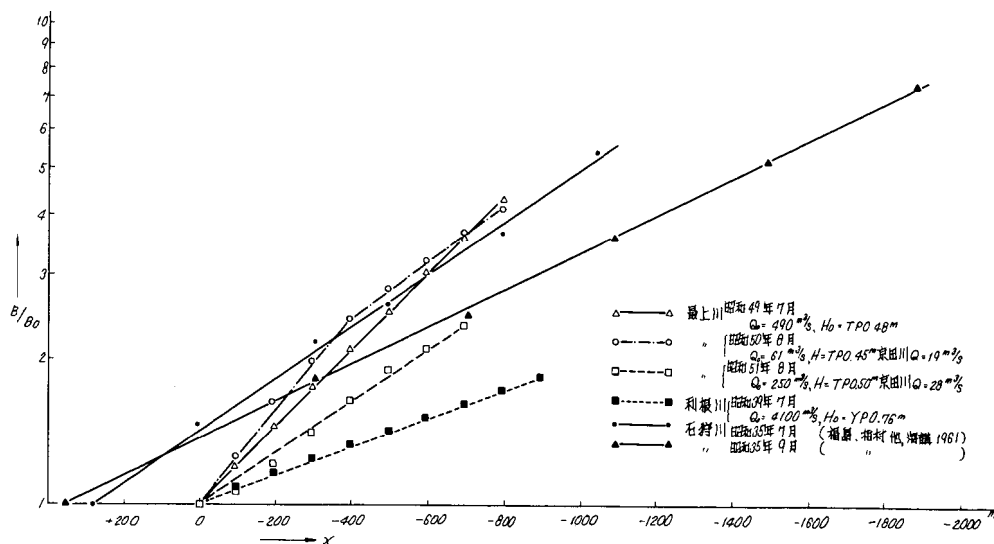


図 4.2.3 河口流出の拡がり幅 ($B/B_0 \sim x$)

形状にも拘らず、河川水の海上における拡がり方は、観測結果では比較的円滑であるから、石狩川 (1-28, 1961) と同様な方法でまとめたところ図 4.2.3 を得た。基準点における流路幅 B_0 と、距離 x 下流の幅 B の比 B/B_0 の縦断変化は、半対数紙上でいずれの場合も直線的となるが、その勾配はそれぞれ異なり、関数形が依然未解決である。

図 4.2.4 は、基準点の上層水深 h_{1c} ($F_1=1$) と基準点流路の半幅 b_0 の幾何平均で無次元表示したものである。最上川および利根川ともに右岸側に導流堤状の構造物があり、観測点もほぼ導流堤の範囲内に入っているので半幅をとるのが合理的である。これによれば、M. I. T. (4-1, 1972) および林・有田 (4-2, 1975) の理論曲線とは異なるが、岸・板倉 (4-3, 1975) の実験値とはほぼ一致し、aspect ratio h_{1c}/b_0 の影響があまり顕著でないことがわかる。最上川と利根川の実測資料には、導流堤の影響のほか、波や沿岸流および海底形状などの影響が含まれるが、これらの要因の効果は小さく、実測値が実験値と非常によく一致したという事実を尊重したいと思う。なお、導流堤先端より沖側の拡がりや、浅瀬における碎波の影響については別途の考慮が必要である。

つぎに、他の水理量について簡単な考察を行う。河口流出は、河口砂州や海底形状、および波浪などとも関係があり、それぞれの現象にタイムスケールの相違があって履歴効果も存在する。最上川の場合には図 4.2.2 に示すように、左岸側の河口砂州より張り出す浅瀬があって、これが約 500m ほど沖へ伸延している。とくに昭和 50 年の場合は左岸側一帯が浅くなっていた。この浅瀬のうち特に浅い部分では小さい波の碎波現象もみられ、波による混合が促進される。横断面内の流速と濃度分布の測定結果の例を図

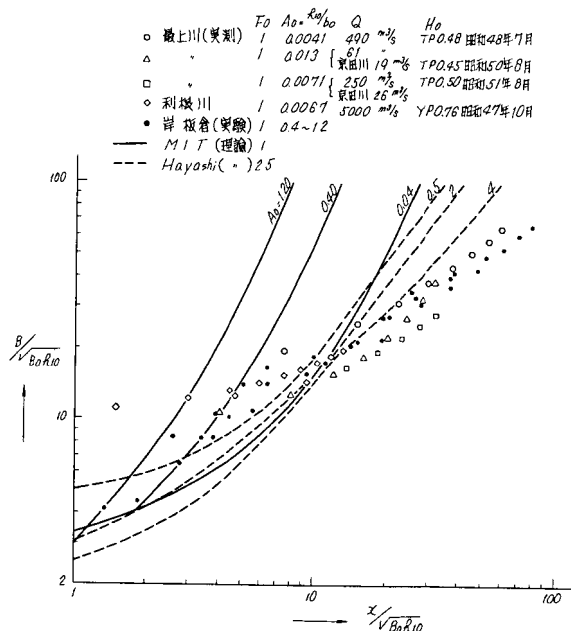


図 4.2.4 河口流出の流線の拡がり幅

4.2.5 に示すが、右岸側と左岸側との間で多少の相違点が見い出せる。すなわち右岸側では、二層流的な流速と濃度の分布形が観測され上下層間の流量の収支および上層濃度の増量が試算によると、ほぼ計算どおりとなっている。また、表面流速は横断的にほぼ一様とみなし得る。これに対し、浅瀬より左岸側では下層の逆流流速が観測されていないこと、および塩素イオン濃度が大きいなどの相違点がある。これに伴い、内部境界面位置も左岸側において、多少上昇みである。砂州の直接の影響を受ける範囲では、このように横断面内で一様な水理量分布を仮定できない。ところが遠方になると再び一次元性が復活すると考えてよいようである。すなわち、最上川において 1 Km 程度の遠方に

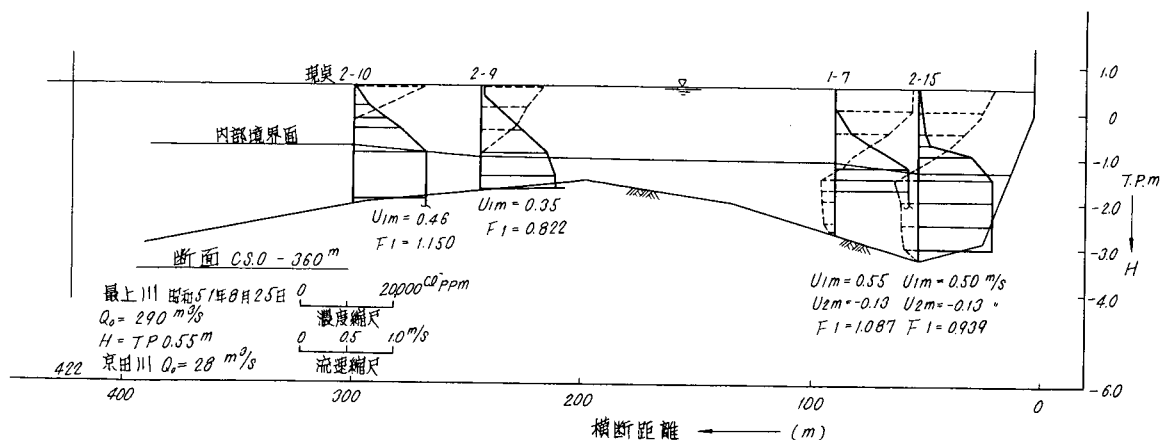


図 4.2.5 河口流出の横断面内流速分布と濃度分布の例（最上川）

おける表層流速の横断分布の一樣性を、簡単な調査で確認し、海底形状が一樣で碎波等の影響が少ない場合には、平均的にみて河口流出を一次元流れとみなしうると判断した。

そこで、二次元二層流モデルによる計算も可能であるが、一次元二層流モデルの適用性の検討を行った。計算結果の一例を前出の図 3.4.1 に示した。計算式は定常流の場合の (2.2.18) 式を適用し、内部抵抗係数 f_i は (3.2.7) 式、および連行係数 E は (3.3.5) 式を適用することを基本としたが、最上川における昭和 51 年 8 月 25 日の実測値と比較すると、上層における連行量が大きくなり過ぎるので、連行係数を $E/3$ として算出した。これは、3-4 において考察したように、内部フルード数が 1 以下の範囲の流速分布と 1 より大きくなった直後の流速分布が異なり、すなわち、内部ジャンプ後の塩素イオン濃度の鉛直分布の勾配が小さくなると、それと共に流速分布が変化し、内部境界面付近の実際の流速が小さくなり、連行量も減少するからである。ちなみに、(3.3.5) 式では内部フルード数が 1 以下の塩水による実験および実測値、ならびに内部フルード数が 1 以上の場合でも内部ジャンプ渦の生じない実験の結果に基づいており、定常流の河口のような場合で内部フルード数が 1 以上の場合の特異な流速分布が生じる現象を考慮していない。連行係数を $E/3$ とした場合には、図 3.4.1 にみられるように、内部境界面の位置、内部フルード数、流速および上層における密度等のすべての水理量にわたって実測値との適合度がよいとみなしうる。なお、この場合流路幅の拡がりには実測値を与え、計算の出発点は $F_1=1$ の点とし、流下方向にむけて計算を行った。また、このとき図 3.4.2 にも示すように、内部抵抗係数が増大するので、図 3.4.1 の最上川の計算例では、 $x = -250$ m より上流では $f_i = 2.5 \times \Psi^{-1/2}$ 、およびそれより下流では $f_i = 1.75 \times$

$\Psi^{-1/2}$ とした。これは (3.2.7) 式の値のそれぞれ 7 倍、および 5 倍程度に相当する。なお、付加摩擦力よりオーダ的に大きくなるので簡単のためこの項を省略した。この計算例では f_i についてこのように定めたが、これよりわずかに変化させると計算結果は実測値より大きくはずれてしまい、不安定である。連行係数についても同様である。この例では E を公式による値の $1/3$ としたが、 $1/2.5$ では合うことがほとんど不可能である。すなわち、内部境界面位置、内部フルード数、流速、および上層濃度などの全てを実測値と合致させることが非常にむずかしいのである。このことは、内部ジャンプの区間では現象そのものが不安定であると解釈すべきことを物語っている。

実測によると、上層水深や上層流速値の縦断変化は沖に向って次第に減少し、沖合ではかなり一定値に近づくが、計算によってもほぼ同様の傾向がみられる。単純な海底形状の場合には、このような一次元計算によって、さらによい結果が得られるものと期待できる。

以上、最上川および利根川河口海域における準定常状態の実測値に基づき、海上における河川水の拡がり幅について考察した結果、その縦断変化の特性は図 4.2.4 に示すように内部フルード数が 1 となる地点の h_{ic} と b_0 の幾何平均により整理され、岸・板倉の実験値とほぼ一致し、aspect ratio にあまり関係のないことが判明した。上層深さ、流速および濃度分布の横断分布を調べた結果、単純な場合には一次元流としての取扱いが可能であることが推定され、一次元二層流モデルを適用できることを示した。なお、十分沖合いまでの実測は困難であったので不十分さは否めず、海上において不定流効果が卓越する場合には、別途の検討を必要とする。

c 内部ジャンプ渦

定常状態の二層一次元流において、上流から下流に向っ

て上層水深 h_1 が減少してゆくと、それと共に内部フルード数 F_1 は増大する。そして F_1 が 1 に等しくなるとき、たとえば (2.2.18) 式からも判断されるように、 $\partial h_1 / \partial x$ の分母が零となる。このような状態では、一次元二層流である限り、分子も零である。すなわち、

$$-(i_{f1} - i_{f2}) + \epsilon(1 - F_1^2) \frac{E}{u_1} + \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \quad (4.2.1)$$

である。このことを現象面からみると、内部フルード数が 1 となる点の付近において大規模な渦が発生するのである。この渦は濃度分布や流速分布の影響もあるが、激しい混合を伴いながら実際に流水が回転運動をし、全体としてひとつの渦を形づくる。この渦の範囲では厳密には一次元の仮定は崩れることとなる。

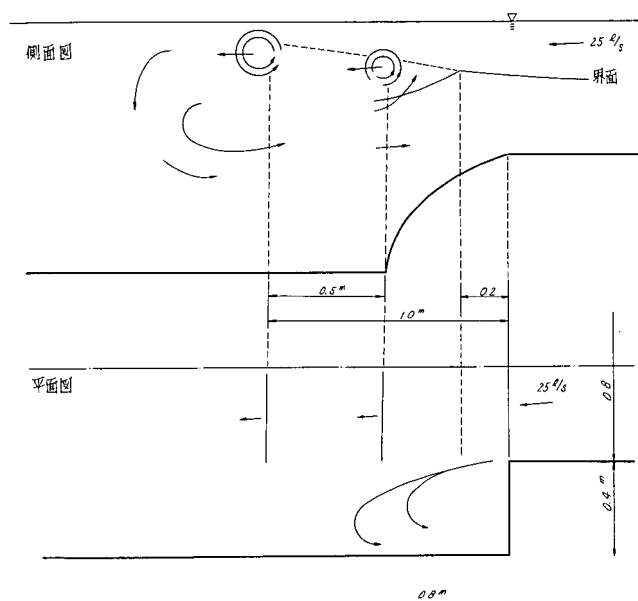


図 4.2.6 内部ジャンプ渦 (実験水路)

土木研究所の 100 m 二次元水路においては、水路の末端部付近で水路幅が 80 cm から 160 cm に急拡しているが、この水路における塩水くさびは、下流部からの塩水補給を十分な状態とすると、水路幅の急拡部付近において内部フルード数が 1 となり、その点より内部ジャンプ渦の発生がみられる。淡水流量 25 l/s、 $\epsilon=0.06$ のときの内部ジャンプ渦の様子は図 4.2.6 のようである。実験では、水路急拡点より 20 cm 下流より水平軸を有する回転渦が間欠的に発生し、これはその流下に伴い渦径が増大する。先行の渦と次の渦の間隔はほぼ 50 cm で 1 分間に 7.5 個の渦の発生がみられた。これより渦の流下速度はほぼ上層の平均流速 u_1 に等しいことがわかる。現象的には小さな回転渦の間欠的発生と渦径の拡大を伴う流下現象が特徴的であるが、

平均的には内部ジャンプ開始点下流に生じる大規模な循環流が顕著であるといえる。水路幅拡大部の延長が 4 m のため、大規模な内部ジャンプ渦の正確な長さはわからないが、相当の長さとなることが想像される。また、流路の拡大する両側の部分には水平軸渦と垂直軸渦が発生し、この領域では内部境界面が主流部より上昇する。すなわち、両サイド

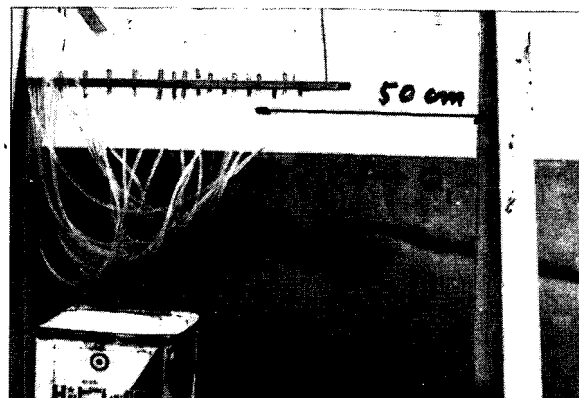


写真 4.2.3 実験水路の回転渦

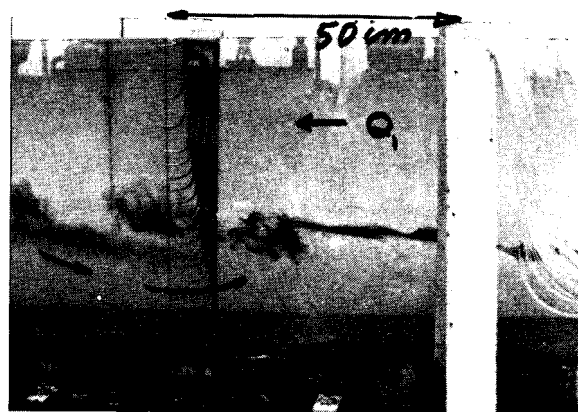


写真 4.2.4 実験水路の回転渦

の壁の存在により界面の盛りあがりの現象がみられ、厳密には内部のジャンプ渦の強度や大きさに影響を与えているものと思われる。以上は水路の末端部において、水平・鉛直の両方向に断面の急拡が存在する場合であるが、水平河床上に流路の急拡がある場合にもジャンプ渦の発生がみられる。写真 4.2.3 および写真 4.2.4 は幅 40 cm から長さ 2 m の区間で直線的に幅 80 cm まで拡げた場合に発生した回転渦と全体のジャンプ渦を示す。ジャンプ渦は、全体としての位置が固定している場合でも、その渦の内部では写真のように、内部フルード数が 1 に近づき界面が急上昇するに伴って発生する非定常的に激しい運動をする回転渦が存在する。内部ジャンプ渦の内部の運動形態は、間欠的な回転成分が生じ、それが上層の流れによって発達しな

がら流下するが、十分に発達した状態では、下層にまで大きく喰い込んで塩水をまき込み、淡水の混合をいっきに促進させたのち減衰するという複雑な状況を呈する。回転渦は、長さおよび高さともに、上層水深のオーダーであり、移動速度は上層流速に相当するスケールを有する。内部渦の大きさとしては、回転渦の発生からある距離移動し、やがて混合ののち減衰して、下方のもどり流れに対する影響がほとんど消失する範囲までを含めるものとする。

定常流の塩水くさびにおいて、下流端で内部ジャンプ渦が生じるための条件は、断面の拡大、水深の増大、および海水の補給が十分に存在することである。したがって、定常状態の塩水くさびの遡上状況を求める場合に、通常、河口において内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件が与えられる。これはひとつの安定条件であるが、このことについて考察してみる。もし、河口付近において内部フルード数が1以上であれば、密度噴流の状態では海部へ流出する。このとき、河口より上流で、 $F_1 = 1$ となるあたりに存在するジャンプ渦は、順流の大きい流れに逆って踏みとどまる必要があり、また、ジャンプ渦付近の激しい塩水連行混入量に匹敵する塩水が下層を通じて河口より補給されなければならない。渦によって上層への塩水混入量が急激に増大することに重要な意義が存在し、実験では下流からの塩水供給量を相当増大させても、ジャンプ渦下流での混合量が大きく、ジャンプ渦を上流へ遡のぼらせることは容易でないことがわかっている。したがって、このような渦は実際には不安定で、下流にまで流下してしまう。いっぽう、河口付近において内部ジャンプが発生する場合には $F_1 = 1$ となり (4.2.1) 式が成立する。同式の第2項は一般に第1項より小さいから、 x 軸を下流向きとすると $\partial B / \partial x$ は正であって適当な値とならなければならない。 $\partial B / \partial x > 0$ および $\partial \rho_1 / \partial x > 0$ の条件は、式のうえでは上層水深 h_1 を下流に向かって増大させることを意味する。河口付近において、流路幅が拡大し、上層密度が急増することは、 h_1 を増大させる傾向を有することになり、河口における $F_1 = 1$ の条件といっけん矛盾する。これに対し、次のように考えたら現象を説明できるであろう。まず、非定常あるいは過渡的な状態ではいろいろな段階が存在し、いずれの場所においても内部渦の存在は可能であるが、必ずしも内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件との対応は必要ではない。また、流路幅や河床が一様な区間において、定常的に内部ジャンプが安定する理由はない。内部ジャンプ渦が安定し、その先端において $F_1 = 1$ となる場所は限定される。内部ジャンプの安定条件のひとつに、ジャンプ後、その下流でそれを受け入れるスペースが必要である。上流区間に局所的な狭窄部があって、そこで内部ジャンプが生ずる場合は別とし

て、断面が一様な河道では河口でジャンプを生じなければ、塩水はどんどん遡上することになる。塩水遡上に伴うエネルギー損失により逆流量の限界はあるが、淡水層への混入量より逆流量が多ければ塩水くさびは遡上する。日本の河川のように下流部が短い場合には、ジャンプを生ずるスペースの存在する河口部でジャンプを生じなければ塩水の遡上量と混入量が釣り合って塩水くさびが安定することにはならない。なお、玉井・池田 (4-4, 1978) は限界水深と等流水深を調べて、このような河口条件を説明した。

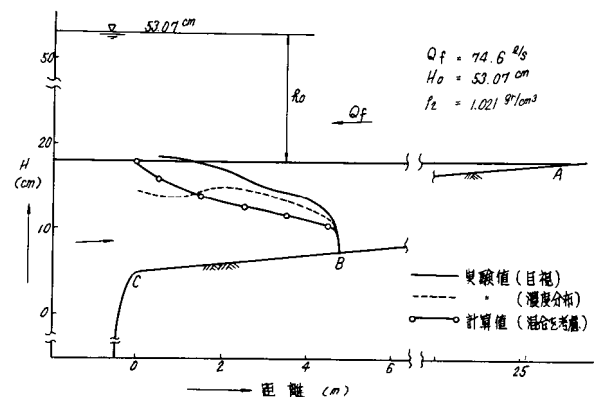


図 4.2.7 底勾配を有する水路における内部ジャンプ

つぎに、河口付近における内部ジャンプに関する二、三の実験結果を示す。上流から河口に向かって川幅がゆるやかに、かつ単調に減少する状態では、淡水深 h_1 は下流に向かって減少する傾向となるが、このかんでは内部ジャンプ渦が安定することはない。河口において流路幅が急拡大する場合は、計算上は $\partial B / \partial x > 0$ であるから、これに見合ったぶんだけ増大する傾向となるが、実際は塩水の補給を十分にしておけば実験水路の下流端において、界面水位が低下することはありえず、安定した内部ジャンプ渦が発生する。ここで、剝離などが生じて一時的な有効流路幅の減少がみられない場合でもジャンプを生じる。河口において海水と接する流路両端で一時加速し、横へ拡がる現象は流路幅が極端に狭くない限り全体のジャンプの現象を左右するほどの影響を与えないようである。底勾配を有する水路では、図 4.2.7 において限界水深となる A 点より上流では、 $F_1 < 1$ で塩水は遡上しにくい。A 点より下流では $F_1 \geq 1$ であるが、A 点の直ぐ下流 C 点でジャンプを生じる場合が最も安定する。すなわち、ここで距離のおくれが生じる。ジャンプを生じる直ぐ上流においては、淡水深 h_1 が徐々に減少していくことが必要であるが、塩水くさびの先端の B 点が A 点と一致することは困難であり、かつ内部ジャンプの現象が多量の塩水混合を伴うものであるから、それに必要な塩水が下層から補給できるだけの下層水深 h_2 が必要とな

るからであろう。水路幅 80 cm, 河床勾配 1/200 の水路における実験を、淡水深と流量を変えて 3 ケース行った。系統的な検討には不十分であるが、いずれのケースにおいても A B 間の距離は存在し、その必要性が確認された。内部フルード数は限界水深となる A 点をすぎて 1 より連続的に小さくなり、塩水くさび先端の B 点において最小値をとったのち、塩水くさび上を逆に増加しながら流下し、C 点において $F_1 = 1$ になるのであるが、限界水深の小さい場合の方が塩水くさびの勾配がゆるいので、内部ジャンプの生じる C 点は下流側になる。ただし、実験においては図 4.2.7 にも示すような底勾配の急変点が水路幅の急拡部にあり、この点において最も安定したジャンプが得られた。このことはジャンプ後に十分な水深が存在するほうが安定することを示すものと思われる。なお、さらに厳密には、 $\partial h_1 / \partial x$ の分母は $\epsilon (1 - F_1^2 - F_2^2)$ であって、下層流速 u_2 が無視しうるほど小さくない場合には、当然 F_2 の効果も考えておかななくてはならない。したがって、ジャンプの位置において必ずしも $F_1 = 1$ となるわけではない。計算上の下流端条件をジャンプ先端位置とすれば、この点において内部フルード数が 1 に近い値となりうるということである。

実験によると、内部フルード数が 1 に近づくにしたがい、急激に下層塩水の混入量が増大し、境界面から間欠的に渦が発生して、それが流下する現象がみられる。この渦は発生後まもなく急激に成長して、いわゆるジャンプ渦現象となる。これは、塩分濃度分布および流速分布等がわかれば運動量の関係によって明らかにされるが、下流側では上層密度および流路幅の拡大により、上層の水深が拡大傾向となる。図 4.2.8 はジャンプしない場合、また図 4.2.9 はジャンプした場合の境界面形状の実験例である。ジャンプ地点において表面流速は大きくなり、その状態が少し持続されるが表面付近の大きな渦がもぐり込むあたりより下流では流速分布が一様になり、流速は小さくなるようである。全

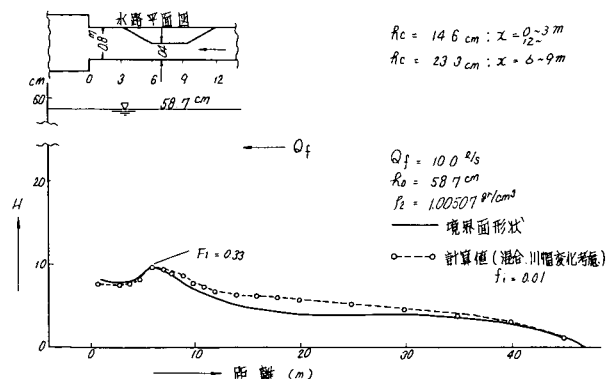


図 4.2.8 漸拡水路における塩水くさび形状

体的なジャンプ渦の範囲はそれよりかなり下流まであって、その影響を及ぼす範囲は小さくないものと思われる。ジャンプ後も二層流的な流れとなり、再度ジャンプすることも可能であろう。

d 内部ジャンプ発生位置

定常時の内部ジャンプ渦は、淡塩境界面付近に生じる水平軸渦であって、内部フルード数が 1 付近の大きいときに多く発生する。かりに、内部フルード数 $F_1 = 1$ がジャンプ渦の発生条件とすると、(4.2.1) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} &= \frac{f_i}{2} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) B \\ &= \frac{0.35}{2\sqrt{Re}} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) B \\ &= \frac{0.175 B^{3/2} \nu^{1/2}}{\sqrt{Q_1}} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

となる流路幅の拡がりが生じる。このとき、 h_1 は限界水深 h_{1c} となっているから、(4.2.2) 式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} &= 0.175 Re^{-7/6} \frac{\epsilon^{1/3} g^{1/3} B}{\nu^{2/3}} \\ &+ 0.175 \frac{\nu^{1/2} B^{1/2}}{Q_1^{1/2}} \frac{B}{h_2} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

となる。これは長方形断面で下層流速 u_2 が無視できる場合であり、定常状態を想定している。(4.2.3) 式より、内部ジャンプ渦が生じる条件として、 B 、 Q 、 ϵ および h_2 の影響があり、流路幅の拡大の割合が小さくすむ条件は、水路幅が小さいこと、流量が大きいこと、上下層密度差が小さいこと、および下層水深が大きいことであることがわかる。河口流出の密度流の場合には拡がり幅が大きいこと、流量が小さく、かつ浅い水路の場合にも拡がり幅が大きく

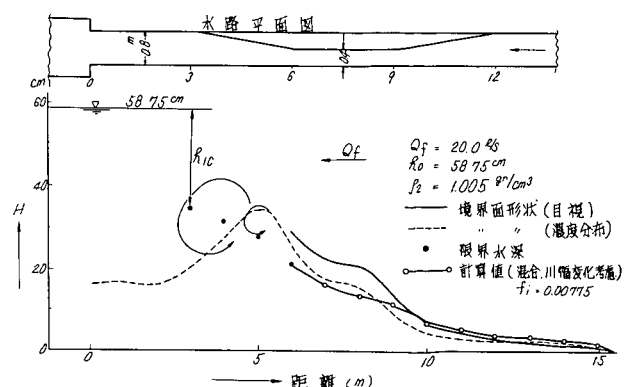


図 4.2.9 漸拡水路における内部ジャンプ

なることなど、定性的には容易に理解しうることである。前述の河口流出流の拡がり幅との関係についてはここでは論じないが、この(4.2.3)式のような条件を満たすときに内部ジャンプが発生しうるのである。 h_2 の取り方には下層における流速分布を問題としなければならないが、有効水深 h_2 としたときに、(4.2.3)式以上の拡がりを有する水路の場合には、両サイドに垂直軸渦の発生をみることになるのであろう。このような平面渦が発生する場合にはその渦の影響によりジャンプ発生位置が若干下流にずれることもある。また、河口砂州が発達している場合や上流の蛇行の影響によりジャンプの発生位置の変更もありうる。いずれにせよ、定常状態では、水深が十分にあって流路幅の拡がりが許容される場所において、内部ジャンプ渦の発生が安定して保持される。河川の資料によると、内部フルード数が1になる点は河口の最狭部を少し出たところとなることが多い。

最上川の場合には、縦断的な流速分布および濃度分布の実測の結果、図4.2.2に示す位置において $F_1 \div 1$ になっていることが推定された。付図の図C.1.1～図C.1.3には、昭和49年～51年の3回の実測結果を示す。ジャンプ開始点決定の判断根拠は、内部フルード数の縦断変化、淡塩境界面位置の急変、表面流速の急増、下層の逆流流速の急増、流速分布、濃度分布および表層流線の拡がりなどであり、これらを総合的に評価した。しかし渦を確認するまでには至っていない。渦の長さは600～1000 m程度となっている

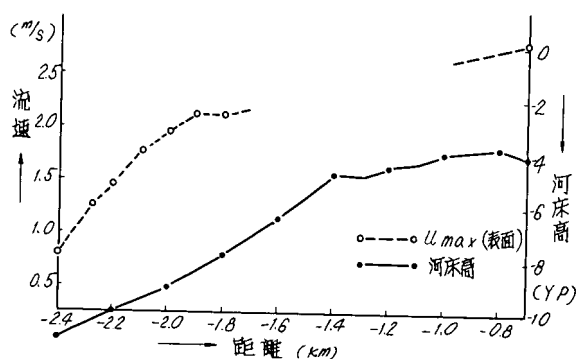


図4.2.10 利根川河口流出流の表面流速(最大値)の縦断変化

るようである。図4.2.2にも示したように、河口の砂州の位置および形状は年により大きく変動しているが、内部ジャンプ開始位置は最狭部断面付近であり、わずかに流量の増大と共に沖側となっているようである。付図C.1.4に最上川河口の最狭部付近の最上川距離標C.S.Oの断面の横断形状および基準流路幅 b_0 を示した。

利根川の場合には、水深、表面流速分布、写真上の表面波および色調の変化などから判断した。図4.2.10に水表面

流速の最大値の縦断変化を示す。流れは、わん曲の影響により-0.5 km付近からのももぐり始め、-1～-1.5 kmあたりで湧出していると思われる。この湧出部の水面の様子は通常の波とは考えにくい複雑な乱れ方を呈しており、-1.5 km付近ではらせん流の影響で右岸から左岸方向へむかう斜めの線がみられる。このような湧出による水面の乱れと斜めの線は洪水流量の小さい昭和46年の航空写真においては規模が小さくなり、かつ-1.1 km付近と少し上流の位置に発生していることがわかり、ほぼこのような考え方でよいと思われる。内部ジャンプ渦の発生地点では流速の一時加速現象があり、ジャンプ渦の領域では表面流速の減少がみられる。図4.2.10によれば、-1.8 kmあたりより急減している。写真4.2.1によると、色調の急変部分が-1.7～-1.8 kmにわたり、やや左斜めに現われている。写真より表面流速の判断ができた-1.8 kmから-2.4 kmにかけては $u_s = 2.0 \text{ m/s}$ から 0.8 m/s まではほぼ直線的に小さくなっており、おそらくこの付近においてジャンプ渦による第一次のももぐり込みが行われたものと想像される。それを裏づけるような横断方向の線を写真上において判読することができる。これは通常の海洋上の表面波あるいは流れによる波とは異なるものである。ジャンプ渦の範囲は測定範囲の下流にまで至っており、相当大規模なものであると考えられる。いっぽう、図4.2.1の表面流線の中央部の測線3～4間を縦断的に切りとり、二次元流と考えて縮尺

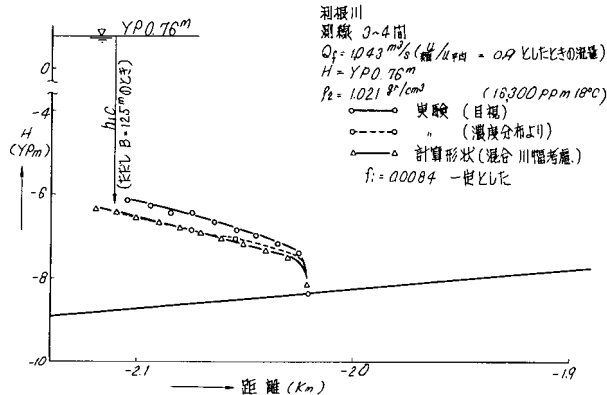


図4.2.11 利根川河口流出流の密度流模型実験

が1/20の密度流の模型実験を行った結果を図4.2.11に示す。ただし、-2.1 kmで内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件を与えた。計算と実験の対応性はよい。ジャンプ位置を上流へ移した場合の実験は行っていないが、現象の相似性は確認できたと思われる。結局、利根川の昭和47年出水では、航空写真および表面流速分布等から判断して-1.7 km地点あたりで $F_1 \div 1$ になっていると考えてよさそうである。これより上流の可能性は水深が不足することもあり、実現

しえないと思われる。利根川河口の-1.7 kmは右岸導流堤を少し出たあたりであり、河道わん曲の影響により、短かい左岸導流堤の影響はあまり効いていないようである。これが直線河道の場合で長さの大幅に異なる左右岸の導流堤が存在するときには、短かい方の導流堤をわずかに出たあたりの位置において内部ジャンプが発生するものと思われる。

e ま と め

定常状態の下流端境界条件を考察するため、河口流出流、河口出口付近の水理現象ならびに河口流出条件などについて、主として定常状態と考えられる最上川河口における実測資料および洪水時の利根川河口における航測結果に基づき検討を行った。その結果、河口流出流については、その流路幅の拡がり、図 4.2.4 に示すような経験則にしたがい、その流れは近似的に一次元流として取扱うことも可能であり、かつジャンプ渦の範囲では流速分布を考慮して連行量を減ずることにより二層一次元流としてのシミュレーションが可能であることがわかった。このような事実から一次元流としての河口出口付近の現象に着目した。定常流では河口位置において、内部フルード数がほぼ1となり、その点を起点として内部ジャンプ渦が発生する。これは非常に強い安定条件である。内部ジャンプ渦はスケールの大きい現象であり、渦全体としての長さおよびその影響範囲は相当下流にまで及ぶ。そして、海底形状のわずかの起伏や河口付近の横断形状の影響および小さい波浪等の影響は超越すると考えてよいようである。

厳密な下流端位置は、河口最狭部のわずかに下流を基点としてよいと思われる。長方形断面にして水深の十分大きい場合にはこの点において内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件を与えればよいが、水深があまり大きくない場合には下層流速を考慮して $F_1^2 + F_2^2 = 1$ の条件を与えることとなる。この条件に基づいて上層水深 h_{1c} を求めるとき、塩水くさびの長さが短かければ上流における淡水流量と密度からただちに計算を行うことができるが、塩水くさびの侵入長が大きい場合には下層からの連行量により上層における流量と密度が異なるので繰り返し計算により求めることとなる。下層流速 u_2 を算出する場合も同様である。なお、基準点における条件は横断形状によって多少変化する。中村・阿部(2-1, 1967)によれば $u_2 = 0$ とみなしうるとき

$$F_1 = \left\{ \epsilon + (1 - \epsilon) \frac{Bi}{B} \right\}^{-1/2} \quad (4.2.4)$$

と表わされる。ここに、 Bi は内部境界面の高さの流路幅(下層流の表面幅)である。一般に、 $F_1 \geq 1$ となる。また、浅瀬が流路の片側に沖合にまで発達している場合には、実質的に流路が延長していることになるので、その影響を考慮する必要がある。このような状態は片側に長い河口導

流堤が延長されている場合などに生じていることがある。浅瀬における碎波の影響も無視しない場合がある。

4-3 非定常時の内部渦の運動

定常状態の河口条件は、実用上ほぼ解決されており、内部ジャンプ渦の現象面に未解決の問題が残されているに過ぎない。ところが、非定常時の河口条件の検討例はないといってもよく、それを考察するにあたっては、この内部渦の挙動を調べなければならない。

内部渦は上層と下層の中間にあって、激しい連行と混合現象を伴い、流体は実際に大規模に回転している。そして準定常状態では既述のように、内部ジャンプ渦は安定位置にほぼ静止するが、潮位変動や流量変化が小さくない場合には、強度と形状の変化を伴いつつ上下流方向へ移動する。いったん回転を始めた水流は条件が変化しても、ただちに消滅するわけではなく、また内部渦先端における水量は定常流の場合のように $F_1 \approx 1$ の状態が保持されるわけではない。現段階において、この渦の運動について理論的に解析を行うことは至って困難であるので、ここでは主として、不定流の実験結果、ならびに長良川における昭和49年の実測結果に基づいて考察した。

a 実験水路における非定常状態の内部渦

実験に使用した水路は、長さ100 m、幅80 cmの直線水路の下流端より13 mから16 mの3 mの区間を幅40 cmと半分に縮め、狭窄部区間の上下流部では、それぞれ長さ2 mの区間を直線で結び、幅80 cmの元水路に接続させた改造水路である。この水路では、狭窄部またはその直下流において、激しい回転渦を伴う内部渦が存在し、流れの非定常性に応じた形状と強度の変化、および若干の移動を行う。実験条件は、 $\rho_1 = 0.9988 \text{ gr/cm}^3$, $\rho_2 = 1.0052 \text{ gr/cm}^3$, $Q_f = 15 \text{ l/s}$ で一定とし、非定常要素としてはサイン・カーブ状に潮位変化を与えた。下流端からは十分の塩水の補給(10 l/s)を行った。実験は、平均水深55 cm、潮位の半波高5.0 cmとし、潮位周期60分および20分の2ケースを実施した。実験結果を図4.3.1に示した。これによると、潮位曲線の各段階に応じて変化している渦の様子がわかる。回転渦が発生する位置は、内部フルード数 F_1 が1に近づくと、小さな渦が流下しながら急激に大きくなる。図4.3.1で、渦の位置とは回転渦の発生の地点から、見掛上消える位置までの範囲である。内部渦の範囲は、回転渦の下層においても、もどり流があり、もどり流の起源までを考えるとすると、多少下流側に長くとる必要がある。それは、回転渦が見掛け上消えても大きな乱れが残存し、下層のもどり流はさらに下流より規模の大きいかたちで存在するからである。また、渦の幅、高さ、および発生から

消滅までの時間とあるのは、回転渦の見掛け上のスケールを指しており、影響範囲を除く、かなり明確な限定された

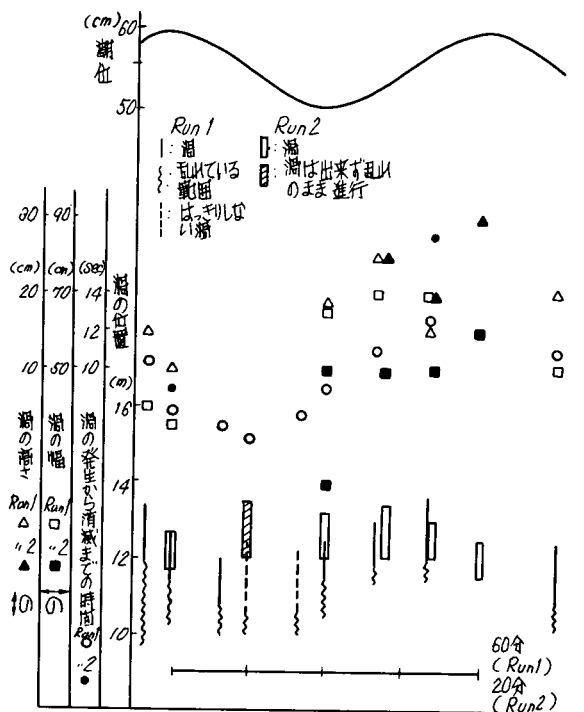


図 4.3.1 実験水路回転渦の特性

現象を取扱っている。形状については、その最大値を示している。

回転渦は常に存在するわけではないが、おおそ潮位の上昇時に上流に移動し、降下時に下流へさがる傾向がある。しかし、潮位曲線とは多少の位相差があり、Run 1 では時間的に約 $1/6$ 波長ほど潮位曲線に先行する。回転渦の発生から消滅までの距離はあまり変化はなく、 $1 \sim 1.5m$ 程度である。渦の高さや幅については、さらに大きな位相差となっているように思われる。潮位曲線とこれらの現象の位相差は、塩水くさびの不定流特性によるものであり、当然 Run 1 と Run 2 とでは異なる。回転渦が大きく、かつ強く発達する条件は、 F_1 が 1 付近になること、および上層と下層の相対流速が大きくなることである。反対に、上下層の相対流速が小さくなる時期は、一潮汐で 2 回存在する。たとえば、潮位がさがり始め、下層流速 u_2 が正となり、相対速度が減少すると渦は消える。このとき、 F_1 の大きい範囲で乱れが大きくなるだけである。強度の大きい内部渦も短時間のうちに消失し、水量がそのように変われば寿命は長くない。回転渦の中では、渦の大きさとその移動速度を有するスケールの大きい攪乱作用により、淡塩水の混合が行われる。その混合の程度が大きく、連行が激しく行われれば、それだけ塩水のもどりも大きくなるわけであるから、内部渦の長さが大きくなることとなる。

b 長良川において内部渦が存在することの確認

以上のように、内部渦は河道横断方向の水平軸を有する回転渦であるが、長良川における内部渦の観測結果の一例

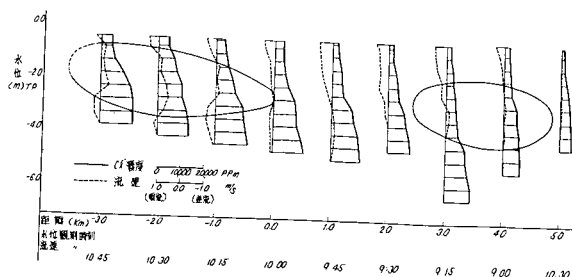


図 4.3.2 長良川の内部渦の範囲と形状

を 図 4.3.2 に示した。この状態は月令 11 日で潮位が最低になる時刻のもので、上層の流速が急減しつつあり、やがて上下層とも逆転に転じるところであり、内部渦としてはあまり安定したものではない。しかし、これによると、 $-0.5Km$ あたりより下流 $-4Km$ あたり、および $4.5 \sim 2.5Km$ までに亘って、非常に明瞭なたちで回転した流水が存在している様子がわかる。河道内に存在する内部渦は、平均的にも相当早く回転している渦で、非常に長くなっていることが特徴となっている。その形状は、頭部はタマゴ形で上流に向いて頭を少し下げており、末部にいくにしたがい水面近くにまで浮上しており薄くなっている。内部渦で回転運動の開始点の直下流側ではこの回転渦により水深の深いところまで影響を受ける。図 4.3.3 は先の a において例示した実験の流速および濃度、ならびに目視界面の縦断面図であり、ジャンプ渦は $13m$ から $5m$ あたりに亘って存在している。実測結果がこの実験結果と非常によく似ていることがわかる。図 4.3.2 は、今回の長良川で観測されたうちでは最も明瞭な回転渦であるが、ほとんど全ての観測においてほぼ同様な回転渦がみられたことは非常に興味深いことであった。流速分布と濃度分布の同時観測が行われた昭和 49 年 11 月 23 日、11 月 26 日、12 月 7 日の 3 日間（1 日 5 回観測）の資料から、判読された内部渦の範囲を、それぞれ付図の図 C.2.8 ～ 図 C.2.10 に示した。小舟に乗った観測者の話によると、水面の平滑な部分と波うっている部分とが相い隣して存在し、表層における塩分濃度は、前者において小さく、後者において大きいという明瞭な差が存在したとの報告がある。一般には水面の乱れの状況は、下降流の存在する場所では平滑、湧出流の存在する場所では間欠性があるという特性があり、内部回転渦との関連を考察すると、納得できるところもあった。また、写真 4.3.1 は昭和 51 年 5 月に偶然現場を通りかかった建設省木曾川下流工事事務所の松石技官により撮影

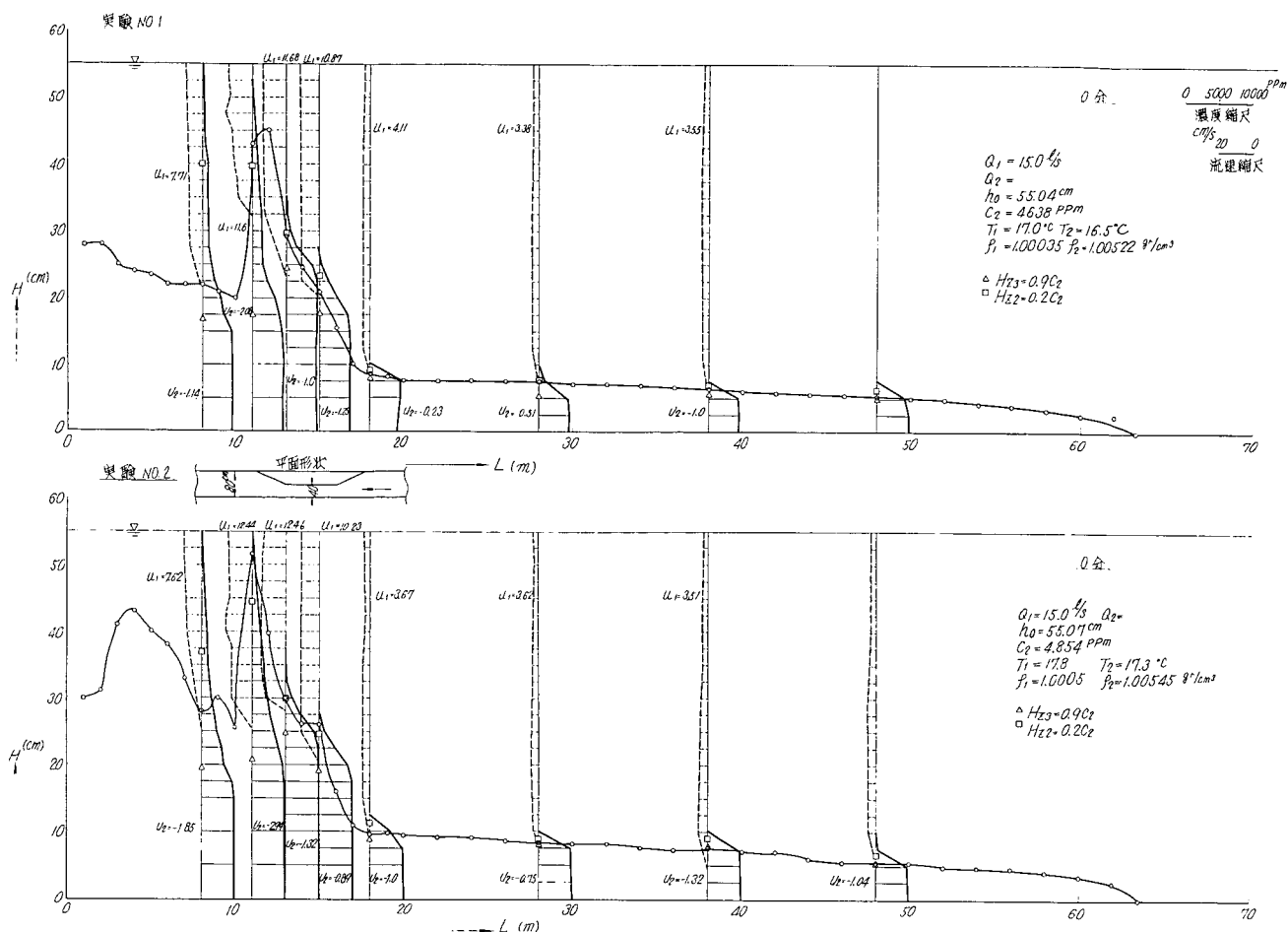


図 4.3.3 濃度・流速分布，塩水くさび形状図（実験水路）

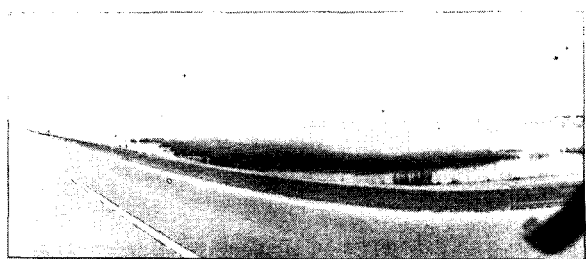


写真 4.3.1 遡上する横断的な水面の盛り上り線
 長良川（揖斐川）2.6 km 左岸
 より昭和51年5月木曾川下流工
 事事務所松石技官撮影

されたものであるが、揖斐川（長良川）の2.6 km 左岸より望んだものである。丁度、流路の中央部を頂点としたV字型の、水位差にして30 cm ほどあろうかと思われる水面の盛りあがりの線がみられ、それがゆるやかに遡上していたという。その付近には、他の場所より殊のほか小舟の密度が大きく、水面の盛りあがりの線と共に移動していたということも興味をそそる。このとき実測は行われていないので現象の詳細な内容は不明である。いわゆる単斜波（Bore）と呼ばれる現象であるかも知れないが、内

部渦のスケールから考えて何んらかの関連性の存在もあながち否定できないものがあるように思われて紹介した。

c 内部渦が存在することによって、濃度分布図および流速分布図に現われる特徴

内部渦は、成層流の不安定性に起因し、特に内部フルードが1に近ずくと、大きな乱れが生じ回転渦の発生をみることがあり、それに伴う連行現象ともどり流れが存在する全体として一つのまとまりを有する渦である。内部渦には、成層流の上流付近に生じるもの、断面の変化と不定流の特性に応じて発生するもの、および河口付近に生じるものなどがあるが、ここでは最も重要であり、かつ強度の大きい一番後者のものを主として扱うこととする。また、内部渦には内部の回転渦が大きな役割を演じるが、回転渦までに発達しない場合も存在することがある。

さて、長良川の資料から流水の回転を伴う内部渦を確認できたのは、流速分布の測定が行われた35の合計15回の測定の資料であるが、これらの資料を通じて共通する特性をぬきだして整理し、他の濃度分布のみが観測されている70回（14回×5回／日）の資料の場合の内部渦を類推することとした。内部渦が存在することを判断する基準と

して、次のような事項を挙げる。すなわち、

- (a) 塩境界面位置の縦断曲線は、内部渦頭部の直ぐ上流において急に上昇し、ジャンプ開始点を過ぎていったん低下したのち、再び下流にうつるにしたがいゆるやかに上昇する
- (b) 流速分布の鉛直変化曲線の各縦断上の各点の関連より、相対的な流れの成分を判断して、渦の存在を確認する
- (c) 内部渦頭部付近において表面流速が急増する
- (d) 流速分布の鉛直勾配は上層のうち境界面付近を除いて、ジャンプ渦より上流では小さいが、すなわち一様分布に近いが、内部渦の範囲では大きくなるこれは上層における密度分布に対応し変化するものと思われる
- (e) 上層における塩分濃度が急増する。特に内部渦の頭部付近において表面濃度が急増する
- (f) 密度勾配は境界面付近において、内部渦より上流では大きい渦の範囲では均一化の方向に変化するそして渦の範囲ではかなり深いところまで影響を受ける
- (g) 渦の末端付近において上層濃度は急変するが、特に上げ潮において渦の下流側で上層塩分濃度が急増する
- (h) 順流時には、上層の内部フルード数 F_1 の縦断変化曲線でジャンプ開始点付近で急増し、安定時には $F_1 \div 1$ となる

などの特性がみられる。このような基準に照合して、流速分布の測定が行われていない資料についても、上記の(a)(e)(f)(g)の各項を基として、界面位置の縦断変化、濃度、および濃度分布の特性より内部渦の範囲について検討を行ったが、潮位曲線による内部渦移動状況を考慮すると、あまり迷うことなく内部渦の範囲を推定することが可能であった。

d 長良川における内部渦の月令変化の特性

長良川における昭和49年の実測では、1日に3時間毎の観測が5回行われ、このような資料が17日分とられている。図4.3.4は内部ジャンプ渦の存在範囲を15日周期の月令順に並べて示したものである。同図には、おのおの観測日毎に、城南-0.6Kmおよび船頭平12Kmにおける同時水位曲線（ただし、海水の侵入長が短い場合は12Km地点の水位では適当でないので、一部の資料については図C.2.7参照）、河床付近の塩素イオン濃度で200,500,1,000,5,000,10,000,および15,000ppmを示す地点の距離の時間変化、および内部渦の範囲を示している。なお、1日に5回行われている各回の測定に要する時間は最大1時間45分であるが、この間の変化は無視すること

とし、測観値の補正を行わず各回の観測開始時に合わせて図に記入した。

図4.3.4より判読される海水の遡上状況の一般的な特性については第6章において詳述したが、内部渦との関連上必要と思われる現象の特性をも含めて列挙すれば以下のようになる。

- (a) 月令にして7日～11日および22日～26日において弱混合状態となることが多い。このとき、水位はほぼ水平で二層流の傾向が強くなる。海水の侵入長が最大となるのは月令9～11日（24～26日）で、侵入長の時間変化が少なくなるのは月令7～9日（22～24日）の頃である。塩水くさびが発達すると、下層濃度が高濃度になり縦断的な均一化がすすむ。月令10～12日（25～27日）では、弱混合から緩混合へと変化をするようになるが、潮位変動量が大きくなっているのも瞬間的には海水の侵入長が相当大きくなることもある。
- (b) 月令11～15日（26～30日）および月令4～6日（19～21日）は、それぞれ弱混合より緩混合および強混合より緩混合へと変化し、ほぼ緩混合と考えられる期間である。なお、混合形態の定義は付録A-3において行ったが、ここでは厳密にそれにしたがうものではなく、通称概念によることとした。このような期間では水位はおおむね水平であるが、順流時の特に干潮時付近において水面勾配がつき、多少の位相差も存在する。なお、海水の侵入長が12Km以下のときには厳密な議論ができないが、その原因は順流時には流速が大きくなるから連行現象が激しくなり二層流の仮定が崩れてくるためであろう。緩混合状態では、下層濃度の縦断勾配は大きくなるが、弱混合から緩混合状態へ移る場合には侵入長も大きい変動幅も大きいのに対し、強混合から緩混合状態へ移る場合には高濃度部の変動幅が小さくなっているのが特徴であるといえる。
- (c) 明確な定義に基づく議論は困難であるが、長良川の場合に月令1～4日（16～19日）は強混合状態と考えられる。逆流時の水面勾配は小さい。順流時には、すでに海水の存在しない上流の部分も含む12Kmまでの平均としてみると、だいたい水面勾配がついていると考えてよく、多少の位相差も存在する。海水侵入長は潮位変化に伴い大きく変動し、侵入長は、あまり大きくならない。
- (d) 内部渦は、流速分布の測定が行われた3日間の資料では3つ存在すると考えられることが多いようであったが、流速分布の測定が行われない他の資料で

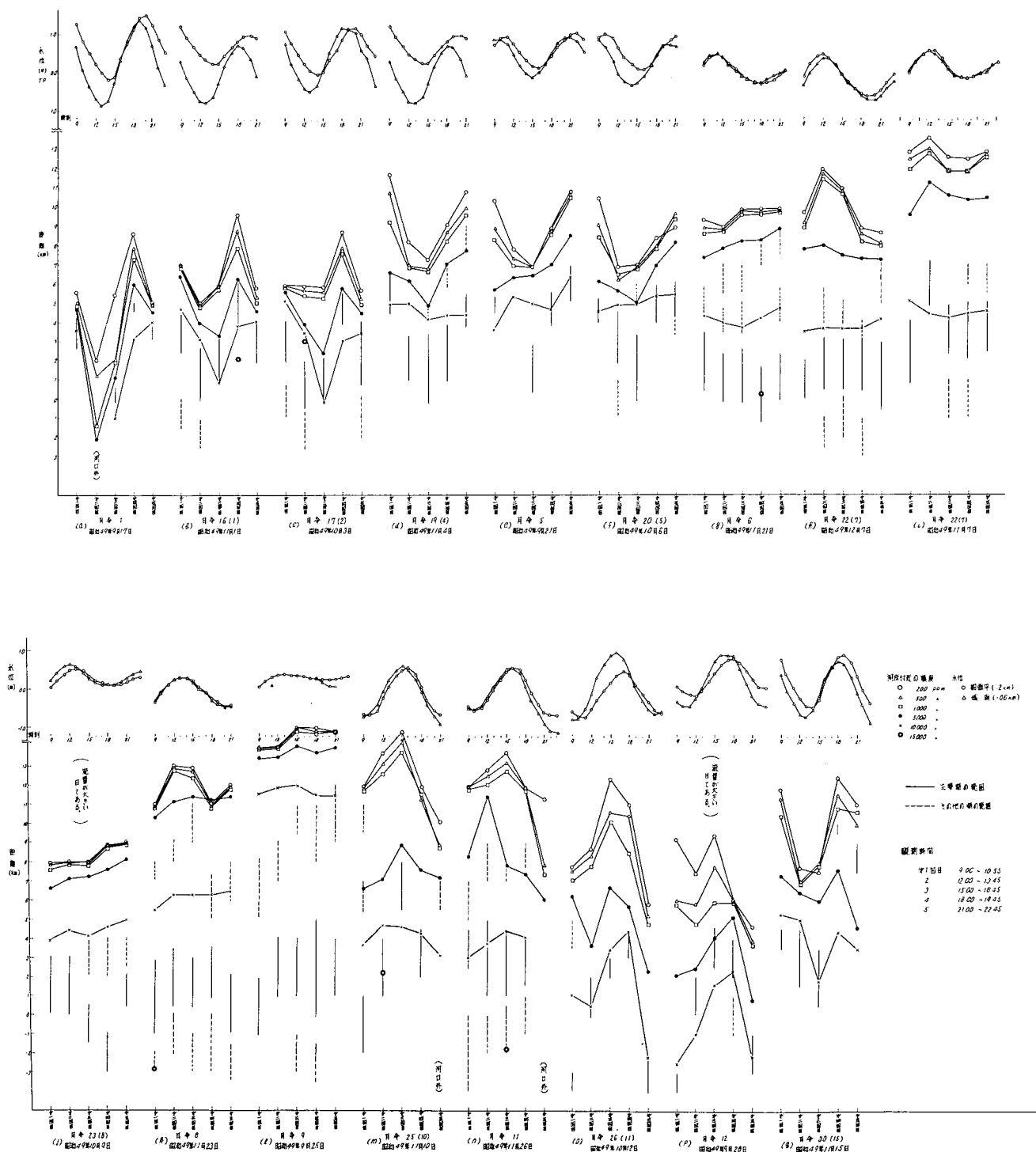


図 4.3.4 内部渦の範囲とその移動状況、および濃度分布と水位変化の関係（長良川）

は多くの場合にひとつの渦を想定できるとどまっていた。この渦は、渦の強度が大きいというわけではないが、安定して河道の中に移動しつつ存在するので主要のものと考えられる。この渦は大略海水部と河水部を分離する機能を有している。比較的明瞭であるので、図 4.3.4 では実線でその位置と範囲とを示した。他の 2 つの渦は塩水くさびの先端付近に発生するものと、河口付近で流路幅の急拡するに伴い発生する渦と思われ、図 4.3.4 では、破線によって示した。

- (e) 月令 1～4 日 (16～19 日) の強混合と思われる期間では、海水侵入の先端からあまり離れていないところで、塩素イオン濃度が 5,000～10,000 ppm の範囲の成層傾向のみられる場所に存在し、海水の移動と共に大きく上下流方向に移動し、その変動幅は大きい。渦の長さは、弱混合の場合に比して短かく 0.5 Km から長くて 3 Km 程度であり 2 Km 以下が多い。しかし、成層の度合は弱いから内部渦の存在そのものが顕著でない。その長さは上げ潮時に短くなり、上下層の流速差が大きくなる引き潮時に発達し、長くなる。
- (f) 月令 5～7 日 (20～22 日) の緩混合と思われる期間では、遡上先端位置から内部渦までの距離が少し大きくなり、変動幅も減少する。しかし、渦の存在する位置は依然としてやや上流である。渦の長さはやや大きくなって 1.5 Km～4 Km 程度である。長良川の場合 2.5 Km 程度が平均といえるであろう。その長さが上げ潮時に短くなり、引き潮時に長くなる傾向は、強混合の場合と同様であるがその長さが変化する度合は小さくなる。
- (g) 月令 7～11 日 (22～26 日) の弱混合と思われる期間では、海水の侵入長が大きくなるが主要な内部ジャンプ渦の存在する位置は逆に若干下流にさがり、その変動幅も小さく安定してくる。それは入退潮流量の減少の効果と考えられる。長良川の場合、渦の先端位置は 3～4 Km 地点であり、その長さは 3 Km ほどになるようである。3 種類の渦、すなわち河道特性と非定常性によって発生する内部渦、塩水くさびの先端渦に原因する内部渦、および河口流出に伴う渦などもよく発達していると思われる。
- (h) 月令 11～15 日 (16～30 日) の緩混合と思われる期間では、潮位変動量が大きくなることによって、渦位置の変動幅が大きくなり、そのため内部渦の先端位置はかなり上流にまで遡ることもあり得る。また、干潮時には河口外に出てしまうこともある。

渦の長さは、その変動幅が大きくなると短くなり 2 Km 程度となる。

以上のように、淡塩境界面付近に生じる内部渦が、月令による潮位変化の仕方に応じた運動をする様子を、図 4.3.3 から判読することができたが、このような運動の特性は一般的に辻褄の合う現象のように思われる。この限りにおいて、濃度分布図のみから内部渦を推定する方法もほぼ正しいと判断した。

e 内部渦の移動速度

内部渦の安定条件は後に考察するが、資料により内部渦の運動状況を調べた。はじめに参考のため、定常状態の内部渦について考察する。このとき、流れが存在するにも拘らず、内部渦が移動しない原因は、定常時には流速があまり大きくないことのほかに、渦より上層の流速分布にあると思われる。すなわち、河口出口付近において内部ジャンプが生じるときには、内部フルード数が 1 に近づき、内部境界面が急上昇して表層流速も急激に大きくなる。そして、内部渦の先端付近では、もはや一次元というよりは二次元流であって、その流速分布は水面で大きく境界面付近で微少となる三角形の分布を呈する。この層内ではセン断流のエネルギーが激しい混合拡散に費され、渦の直上面における流速は大きくならない。渦周辺部における連行現象もあるが、上層の渦表面流速と下層流速とが均衡し、実際には剪断力のバランスが保持されて停止するものと思われる。

このような内部渦は非定常になると移動する。移動方向は図 4.3.4 などからも明かなように、潮位曲線から判断される平均的な流れの方向と一致する。非定常二層流では、内部渦付近の内部フルード数や濃度分布は定常流の場合と異なるため、内部渦上層の流速分布も若干異なり、その影響も多少存在するが、内部渦はおおよそ平均的な流れの方向に、上層流速から定常状態と考えた場合の自流量の上層流速の絶対値相当分を差引いた流速程度の早さで移動する。この速度を 0.1 m/s とすると 3 時間で 1 Km 程度移動することになる。12 月 7 日には最大の流速 1 m/s (2 Km 地点, 15 時 15 分) が観測されたが、内部渦は強混合状態では 3 時間で最大 6 km 以上移動していることもあり、緩混合でも 3 km～5 km 程度の移動が観測されている。流速もほぼこれに相当する程度である。なお、逆流時には、ほぼ上層流速程度で遡上しているようである。渦の移動速度も逆流時より順流時の方が大きく、オーダー的にはだいたいこのような程度の値を示しており、実用的にはこのような考え方でよいと思われる。

f 内部渦に対する河道と海部の条件の相違

定常流の場合の渦の長さは、海上において流れと直角方向に密度の大きい海水が存在し、4-2 で論じたように河

口流出では流路幅の大きな拡がりがあり、また海水と河水との密度差が大きいため渦の減衰も大きいので、非定常状態のように河道の中に存在する内部渦の場合より短くなるものと考えられる。いっぽう、非定常流に存在する内部渦は、定常流の内部ジャンプ渦と比較すると、渦の上下流の密度差が極端に大きくないこと、河道内では流路幅の自由な拡がり制限されること、上層下層の流速が同一方向となり得ること、および渦上流端において必ずしも内部フルード数が1となり、かつ内部境界線が急上昇するとは限らないことなどの点において相違する。

内部渦は内部境界面に沿って、あるいは中間層に沿って移動するが、濃度の小さいところで沈み、濃度の大きいところで浮ぶ。遡上時で下流側が高濃度のときは渦の長さは短くなり、渦の強度も弱まる。順流時には渦の長さは若干長くなるようである。しかし、たとえば昭和49年9月17日のように、いったん河口の外に出てしまうと長さが非常に短かい渦になってしまうから、順流時に相対的に長くなるとしても、長さの絶対値は小さい。このような例は他にも見られる。たとえば、10月6日には2～3 Kmの渦があるが、月令8日の10月9日第4回目測定時に1 Km以下にまでいったんさがるとその次の測定時には長さ1.5 Kmと短くなり、また月令11日の10月12日においても、いったん3 Km以下にまで流下すると渦の長さは1～2 Kmと短い。

このように渦は海上に出ると、流速も小さくなり、渦の上下流の密度差が大きくなるので、渦の長さは短くなり強度は弱まるものと思われる。特に外海に接続する河口では流速の小さいときの減衰が大きいであろう。弱混合時において、内部渦が0 Kmから4 Km地点の間にあって、その長さが3 Km程度に維持されることは、それ以前の緩混合時期の順流時の長さ4 Km程度の渦が残り、河口から少し出ると短くなりつつ、3 Km程度の長さに短縮されて動きが少なくなって安定化するのであろうと思われる（後述）。弱混合時で潮位変動量が非常に小さくなれば、当然のことながら少しづつ河口に出てその長さを短かくし、終局的には、定常状態の河口内部ジャンプ渦と同一の状態となるはずである。

g 内部渦の成長

内部渦は、強混合時においては、成層化が十分でないので下流の方に存在せず、海水侵入区間の上流端近くにおいて、遡上先端位置の変動と共に大きく変動する。これは、その後援混合となって成層化が少し促進され、塩分濃度が減少すると、変動位置がその先端から離れてやや下流部の範囲において大きく変動する。しかし、まだ河口の外にまで出ることはなく、この期間において渦は成長するようである。

この時期では、先端部付近の流速の大きい二次元流と河床の大規模な凹凸に基づく弱い渦の発生も見られ、河口出口の内部ジャンプ渦の発生がみられることもある。たとえば、月令20日（5日）の昭和49年11月4日の順流最盛時である第2回目測定時には後者の渦が、また第3回目で成層化が最も促進されて塩水くさびの状態になったときには前者の渦が出現している。11月4日にはこの前者の先端渦はその後の遡上時において観測された第4回目および第5回目も残存しているが、河口部の内部ジャンプ渦はまだ強度が十分でなく流水の静止時において消滅している。このように、河口部における内部ジャンプ渦は、成層化が進んだ状態の順流時に、また先端渦は十分に先端部が塩水くさびとなった状態において発生し、その強度が十分なときには生存し、弱いときにはすぐに消滅するようである。たとえば、図4.3.5は、月令1の9月17日における観測結果から2,000 ppmの塩素イオン濃度を示す等濃度曲線を第1回観測から第5回観測値までを重ねて示したものである。これによると、第1回目の観測は引き潮開始時で先端付近では成層化が進んでおり、そこにだ円形の2,000 ppmの等濃度曲線が描かれている。これは混合が促進され、この付近に渦の存在していることを示す。渦の長さは1.5 Km程度と思われる。この日は大潮であるから海水侵入距離の変動が激しく第2回目観測時には5 Km～1 Kmまで6 Kmも後退しており、渦は消滅している。第3回目および第4回目は遡上時であり、回転渦の発生はみられないようである。あっても極く小規模の渦にすぎない。ところが、第1回目観測時と同じ引き潮の開始時である第5回目観測時には第1回目とほぼ同様な回転渦に成長している様子がみられる。この場合には、回転渦はこの渦のみであると思われるが、このような傾向は、他の測定の場合の先端渦にも相当するものであり、そのような渦の特性が端的に暗示されていると考えることができる。

つぎに潮位変動量が小さくなって弱混合の期間となると成層度の増大と共に渦は安定度を増す。遡上距離よりも流下距離の方が大きいから、変動幅を減少させながら流下し、下流位置において安定するようになる。このような状態では先端部の成層化が促進され流速の大きいときに発生した先端渦も成長し、除々に流下してくるようである。しかし、この渦は流速の小さい弱混合時にはあまり安定ではなく、減衰、発生、統合等を繰り返し、様相は複雑であるが、渦の強度はあまり大きくなく、重視する必要はないものと思われる。なお、定常状態では先端渦は塩水くさびの先端部において安定する。月令11～15日（26～30）の弱混合の次に現われる緩混合の状態では、前期の緩混合の状態とは多少異り、内部渦は変動幅も大きく河口の外に出るこ

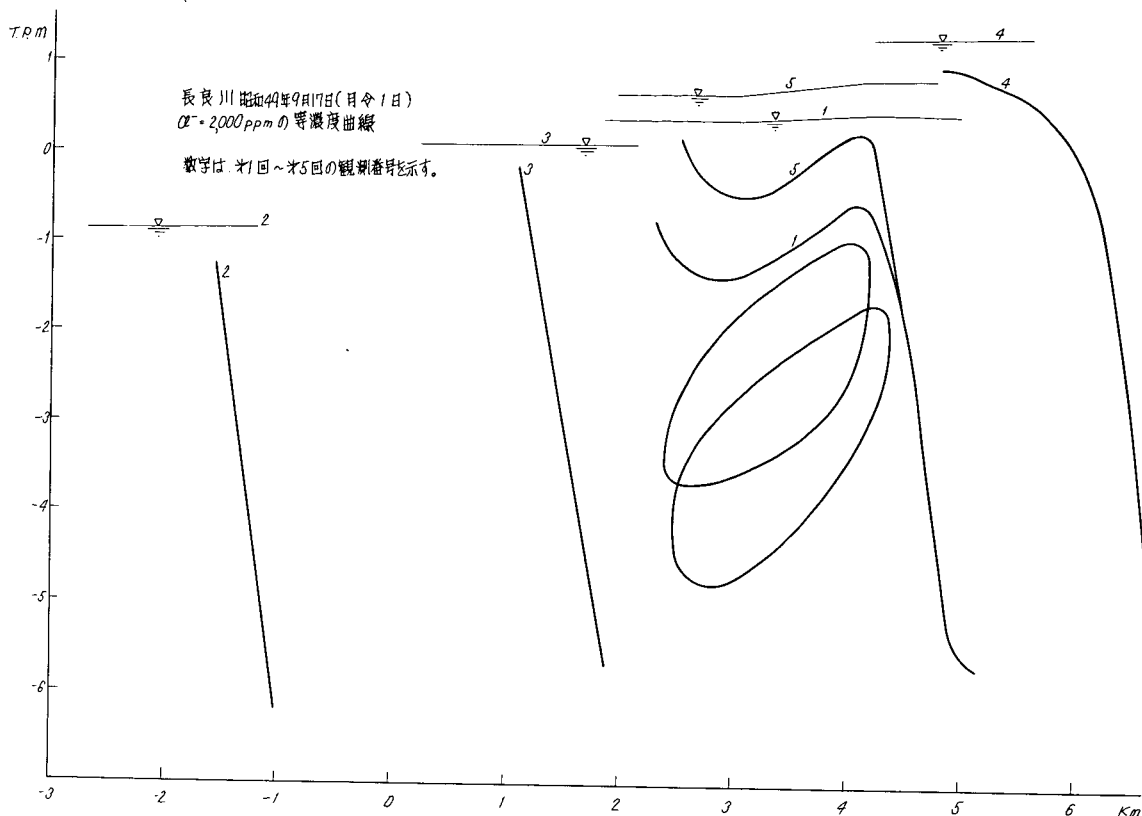


図 4.3.5 先端渦の発生と消滅 (長良川昭和 49 年 9 月 17 日)

ともある。このようにして渦は徐々に弱まってゆく。渦の長さが小さくなって、強度が弱まり高濃度化が促進されると、渦は下流部には存在しえなくなると同時に海水の遡上距離が短くなり、やがて内部渦は海水侵入の先端付近にあって、その位置の変動と共に移動するようになり、強混合の状態へと移行する。強混合時の内部渦は先端部付近において新たに発生するものではないかと思われる。たとえば、9月17日の第1回目のやや発達した渦は第2回目で河口の外に出てしまい、先端あたりで新たに発生した渦が第3回目および第4回目に上下し、第5回目では少し発達しかけているという様子がうかがえる。11月15日も第3回目の大きな渦は遡上時に消滅し、観測されていない。おそらくこの頃に先端付近で発生した渦が第4回目に現われ、第5回目の順流時に少し発達しかけているとみるべきであろう。このように内部渦は、渦周辺の流れにのり、発達と減衰および変形の現象を伴いながら上下流へ移動する。

h 内部渦の安定条件

非定常状態の内部渦の安定条件を求めることを目標とするが、シミュレーション・モデルの対象は海水の遡上距離が大きくなる成層状態であるから、弱混合時を想定し、玉井・池田(4-4, 1978)にならって定常的な取扱いとす。塩水くさびの上層の等流水深 h_0 、および限界水深 h_c は(2.2.18)式と同様の関係を

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{-f_i(1+h_1/h_2) + (h_1/B)\partial B/\partial x + (1/F_1^2-1)E/u_1}{(1-F_1^2)/F_1^2} = \frac{f(h_0)}{g(h_c)} \quad (4.3.1)$$

とおくとき、それぞれ $f(h_0)=0$ 、および $g(h_c)=0$ の条件から求められる。 f_i および E については、それぞれ(3.2.16)式および(3.3.5)式を適用した。検討例としては、長良川における緩混合状態(月令11日)の海水侵入運動をとりあげた。実測ならびに5-3において述べた数値計算結果に基づき、簡単のため不定流項を無視して求めた結果は図4.3.6のa)b)のようである。限界水深 h_c と h_1 の関係は容易に求められるが、等流水深は $\partial B/\partial x$ が正の大きい範囲内で、最大2つ存在するが、通常その範囲は限られる。 $\partial B/\partial x < 0$ ではほとんど存在し得ない。 h_0 が2つ存在する理由は $E(1/F_1^2-1) = 2 \times 10^{-3} \cdot (F_1-F_1^3)$ より、 F_1 が0と1のとき零で $F_1 = 1/\sqrt{3}$ のときピーク値をとる上に凸となる曲線を描くからである。図4.3.7では一例として長良川の6kmと4km地点の例を記している。 $F_1=1$ となる h_1 は下流ほど小さくなるが、2つの h_0 も共に小さくなりながら両者の差を縮め、 h_c に近づきつつ一致する。図3.4.6 a)b)には閉じた曲線の等流水深、限界水深、界面形状のほか、以前判定した主要内部渦

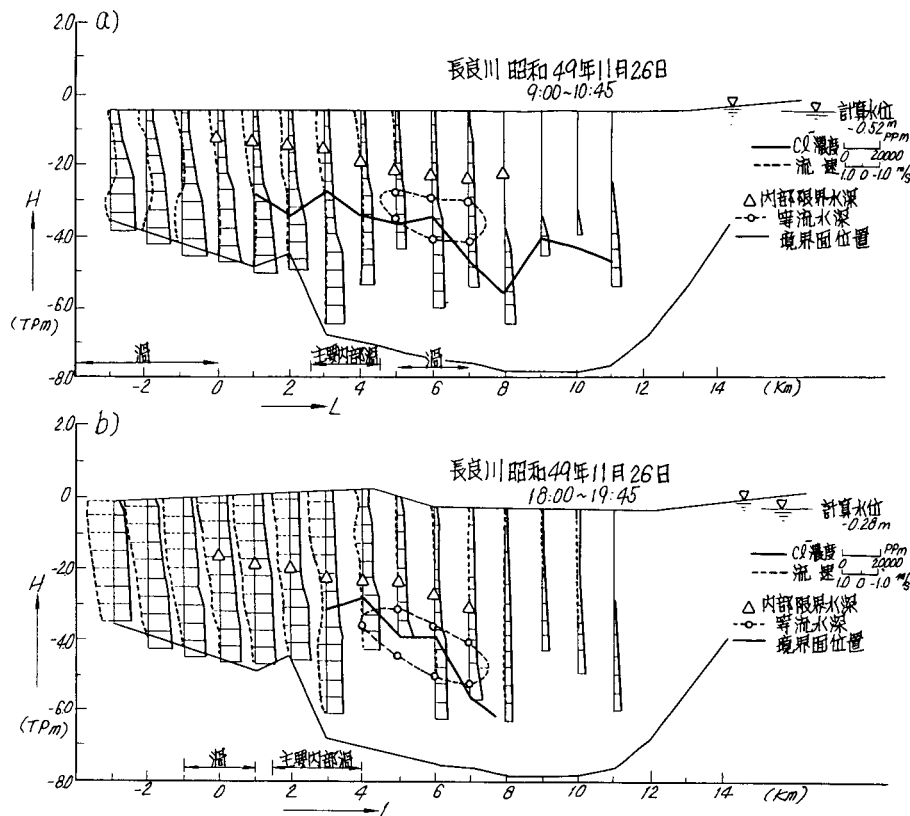


図 4.3.6 等流水深, 限界水深および界面形状などと内部渦位置の関係

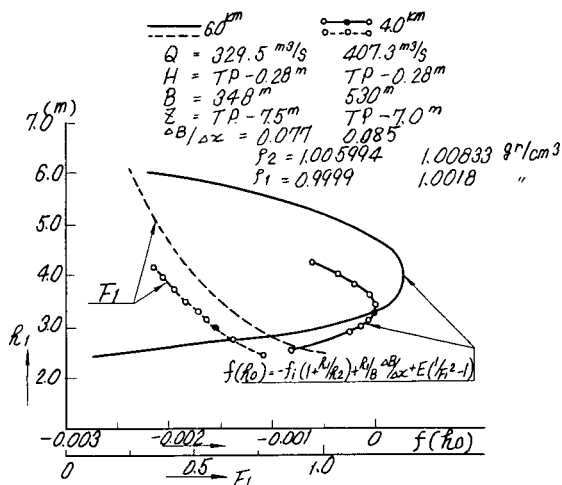


図 4.3.7 $f(h_0)$ と h_1 の関係

およびその他の内部渦の範囲を示している。等流水深は $\partial h_1 / \partial x$ を零とする条件であるが、二例とも h_0 が一つになるあたりで h_c に近づき、かつ界面形もそのあたりで、収束する傾向を有する。2つの h_0 が1つの h_0 になるあたりでは F_1 が0.5～0.6程度であり、これより下流の $\partial h_1 / \partial x$ の分母は非常に小さくなる。いっぽう、界面位置を示す縦断曲線と h_0 曲線との交点では分子が零になるわけであるから、界面位置は計算を真とすれば、水平に交わるのが真である。実際にはその上流に存在する内部渦や不定流の効果を考えなければならない。さて、図 4.3.6 の場合には、7～9 km にかけて弱い渦の存在が考えられるが、4 km あ

たりでは h_0 が1つになって F_1 が大きくなり、界面位置も h_c に近づいて、その下流では内部ジャンプがみられる。主要内部渦の予測を確認する一つの根拠でもある。内部ジャンプ発生条件は $\partial h_1 / \partial x$ の分母が零となることであるが、この場合に分子までを零とすることは計算上大変なことであった。すなわち、 $\partial B / \partial x$ がよほど大きくない限り、 h_c 曲線と h_0 曲線とは交わることはなく、 $\partial h / \partial x$ が0/0とはならない。図 4.3.6 a) の場合の2.5～4.5 km の渦は主要内部渦に近い渦であり、0 km より下流に存在する渦がおそらく主要内部渦なのであろう。なお、以上の議論は流れを定常状態として取扱い、河道を単純化した場合の計算結果に基づいており、実際の河道に存在する内部渦と厳密に合致させることは困難であるが、このような考え方の妥当性をほぼ認めることができるであろう。以上のことを要約すると次のようである。

- 上層水深は、常流の一層流とは逆に、下流に向けて小さい方の h_0 に近づく。そして、 F_1 の増大と共に連行が激増し2つの h_0 が1つになる直下流で急速に h_c に近づき内部ジャンプが発生する。
- 等流水深に対しては $\partial B / \partial x$ の影響が大きい。長良川で、成層時に主要内部渦が0～4 kmに安定するのは流路幅の変化の効果も考える必要がある。
- $\partial B / \partial x$ が負であると、界面形が下流に向かって上昇し、 F_1 や E の増大となって不安定になる。

表 4.3.1 内部渦先端における内部フルード数 F_1

測定日	測定の 順番	位置 km	ρ_1 gr/cm ³	ρ_2 gr/cm ³	ϵ	h_1 m	u_1 m/s	F_1	
11月23日	第1回目	3	1.0055	1.0187	0.0130	1.7	-0.09	-0.193	順流初期 順流
	2	4	1.0036	1.0154	0.0116	1.5	0	0	
	3	3	1.0047	1.0180	0.0131	1.5	0.29	0.661	
	4	3	1.0024	1.0151	0.0125	1.5	0.35	0.816	
	5	2	1.0017	1.0175	0.0155	1.6	0.08	0.162	
11月26日	1	4	1.0046	1.0081	0.0044	1.5	0.22	0.866	順流
	2	5	1.0033	1.0106	0.0073	1.7	-0.07	-0.576	順流 順流
	3	4	1.0079	1.0137	0.0057	1.4	0.20	0.715	
	4	4	1.0067	1.0129	0.0051	2.7	0.33	0.898	
	5								
12月7日	1	2	1.0052	1.0159	0.0105	2.7	0.58	1.100	順流
	2	3	1.0096	1.0153	0.0056	1.1	-0.07	-0.285	順流 順流末期
	3	3	1.0073	1.0178	0.0103	3.0	0.51	0.927	
	4	3	1.0043	1.0186	0.0142	2.7	0.27	0.440	
	5	3	1.0043	1.0186	0.0140	2.3	-0.04	-0.071	

(d) 主要内部渦以外の渦は、直接モデル計算の障害とはならない。しかし、 h_1 を小さくして h_c に近づけるようであると不安定となる。

以上は、二層流を h_o と h_c の点から考察したものである。この計算例では、非定常効果を除外して考察したが、この結果は近似的に非定常状態にも適用できると考えてよいであろう。

i 主要内部渦の頭部の水理条件

主要内部渦は、密度効果に基づいて成層流の界面付近に発達する内部渦の一種である。主要内部渦の頭部では、順流時に内部フルード数 $F_1 \div 1$ となり、二層流の基礎方程式において不連続となる。したがって、シミュレーション・モデルでは主要内部渦の頭部において境界条件を与えることができれば都合がよい。その他の渦で、まず先端渦はその規模がさほど小さくなく、濃度分布を大きく変化させるほどの混合を生じていないと考えてよい。また、河口出口付近に生じる内部ジャンプ渦は十分成層化した状態で生じるようであり、感潮河川においては必ずしも発生するとは限らない。それは河道内において、すでにみてきたように成層流の不定流特性に伴い、河道の内部において発達した渦が存在し、その下流においては混合が十分に行われてしまうからであると思われる。したがって境界条件を与える位置としてはこの大規模に発達した主要内部渦に注目する必要がある。このような内部渦は、成層化に伴い、上下層の流速差が大きくなると発達し、内部境界面に沿って移動する。順流時には、渦は発達する過程でその先端位置において内部フルード数がほぼ1となる。表4.3.1は流速測定

の行われた3日間の内部渦先端付近の内部フルード数である。内部境界面位置、 ϵ および流速 u_1 の測定に誤差が若干あるので必ずしも $F_1=1$ とはなっていないが、通常の定常状態の塩水くさびでは $F_1=0.2 \sim 0.4$ 程度の値を示す区間が長く、 $F_1 > 0.7$ の範囲は特別な河道条件を有する区間を除き、内部ジャンプ渦近傍に限られていることを考えると、順流時にはこの付近において $F_1 \div 1$ となっていると判断してよい。順流の初期と末期には $F_1 < 1$ であるが、初期には割合早く $F_1=1$ に近づき上層水深 h_{10} は急激に大きくなる。順流末期には渦は浮上する傾向にあるが、それまでは

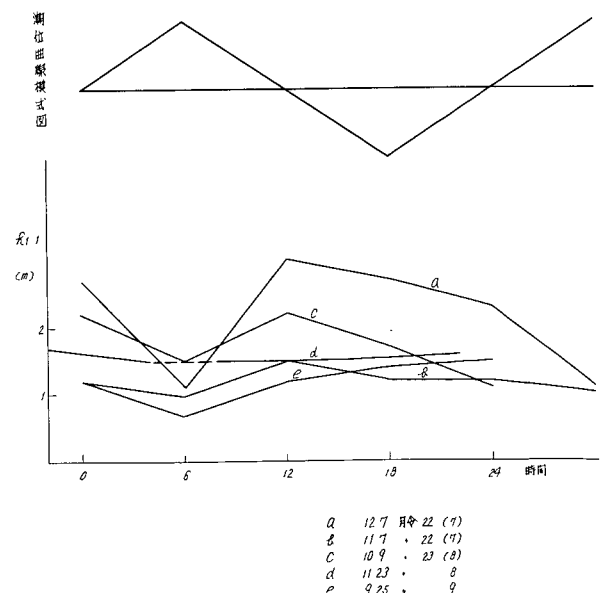


図 4.3.8 内部渦先端における上層水深の時間変化

比較的長く $F_1 = 1$ の状態が維持される。逆流時には渦はやや減衰過程にあり渦の高さにはあまり大きな変化はなく境界面に沿って流れと共に遡上するようであるが、上層水深 h_{10} は徐々に減少する。図 4.3.8 は極く簡単に読みとったものであり、あまり正確ではないが、弱混合時の実測例を示す。また、一般に先端部の渦では順流時においても内部フルード数は小さく、河口流出渦では F_1 はかなり大きいようである。

j ま と め

河道のなかの成層流における密度分布をみると、縦断的な波動や急変部があって、それが時間的に変化している。それらの原因の主要なものは、三次元性、履歴効果、および不定流効果などであり、互いに重って作用する。この点で、単純な実験水路内の現象とは相違する。その結果は、中間層の発達（密度分布と流速分布の問題）、ならびに内部渦の発達となって現われる。

シミュレーション・モデルでは、中間層は上層中に含めて取扱うこととしたが、内部渦については二層流の不安定性とその影響について考察する必要がある。もっとも、ここでいう二層流の不安定とは内部波の発達や界面の安定問題ではなく、数値計算において不安定を起すような規模の大きい現象をさす。計算における物理現象上の不安定原因は、内部フルード数 $F_1 = 1$ となることと、他の原因による発散である。内部渦はこれらに関係する。

二層流には大別して三種の内部渦がある。先端渦、内部渦、および主要内部渦である。ここでは、乱れのスケールと内部波のスケールの渦、および河床の小規模なくぼみなどに基づく局所渦などを除外した。したがって、これらの渦はいずれも密度効果に基づくものであり、成層度と上層下層の相対速度の増大とともに発達する。一層流では射流から常流に変化するときに跳水するが、二層流では通常、常流から射流が変わるときに主要内部渦が発生している。渦をはさんだ上下層の流れは連続変化とみなしうるが、基礎式ではこの付近で不連続となる。ただし、遡上時は上層流がほとんど零のとき、下層流の跳水現象が生じることがある。著者らの実験では、逆流時に、狭窄部の上流において二層流の跳水がみられた。このように主要内部渦は、モデル計算上に重要な条件を与えるが、二層流にはこれより弱い内部渦や先端渦が存在する。主要部渦以外の内部渦では $F_1 < 1$ であるが、密度の鉛直分布や界面位置に変化を与える不安定要素となる。これらは、主要内部渦や先端渦が移動し残存したもの、あるいは河道形状と不定流効果の総合作用の結果生じたものと考えられ、単純断面で水路幅変化が緩慢な水路ではみられないと思われる。先端渦は定常状態でも存在するが、特に遡上時に発達し、引き潮に減衰

する。先端渦では淡水を塩水層にとり入れ、また塩水を淡水層に混入させる。その結果、中間層の発達に寄与し、塩水くさび先端部の一次元性の仮定を問題とし、別途の検討を要求する。

この節では、まず実験水路において内部渦を発生させ、内部渦の中の非定常運動と内部渦全体の運動の特性を調べた。ついで、長良川における実測結果で、流速分布と濃度分布の実測の行われた3日間の資料から、長良川における内部渦の存在を確認した。内部渦が存在することによって、濃度分布や流速分布、および界面形状に特色ある特性が見出されたが、これは実験の場合と非常によく似ていた。そこで、この特性を利用して、長良川において濃度分布のみの実測が行われた他の14日間の資料から内部渦の存在を推定した。この結果に基づいて、月令や潮位変化に応じて運動する内部渦の特性を明らかにした。これに関連して、内部渦の定常運動と非定常運動との相違、および海部と河道内に存在する内部渦の相違点などについて考察した。また、月令に応じて変化する海水の遡上状況と対比させて内部渦の成長と減衰の過程を明らかにしたが、このモデルが対象としている成層の度合いが大きくて海水の侵入長が大きくなる塩水くさびでは、内部渦の位置の変動は小さくなり、河道下流端に安定して落ち着くことが明らかとなった。また、この位置は等流水深と限界水深から、内部渦の最も安定する場所であることが判明した。長良川以外の河川にもこの手法を適用できるものと考えられる。また、この位置に存在する主要内部の頭部では、順流時にはほぼ限界状態となることも明らかとなった。

4-4 下流端条件に関する考察

一次元の二層不定流モデルを適用する場合に、6つの未知量に対し、6つの境界条件が必要である。上流端における河川の淡水流量 Q_1 は、一次元一層流の不定流計算により求めることができ、そのときの淡水密度は実測値を与えればよい。 ρ_1 については、塩分濃度は小さいからほとんど無視しうるが、水温の影響は無視しえないことに留意すべきである。上流端における下層の流量 Q_2 は零とすればよい。このモデルでは河床からの正負の湧出量の影響は考慮していない。上流端における問題は、上流端の定義とその決定法にあるといえるであろう。理論的には複雑な問題があるが、実用上の問題に限定すれば、密度差が非常に小さくなる位置で、たとえば200 ppm程度の塩度イオン濃度を示す点とすればよいであろう。これは200 ppm以下の塩水は上水道および農業用水にほとんど無害と考えられるうえ、この程度の濃度になると境界面が急激に低下し遡上距離の相違が通常とられる計算メッシュ以下となるからである。

下流端における境界条件を考察するうえで問題となるのは、下流端位置の決定と上層水深のきめ方にある。水位は潮位変動曲線を与えればよく、下層の密度 ρ_2 には実測値を与える。ただし、下層密度は河口部が外洋に面している場合と湾である場合とで異なり、季節変化も考慮しておかなくてはならない。河口が外洋に面しているときには、その付近の海洋上の塩素イオン濃度と水温の実測値に基づいて決めることとなるが、水温には季節変化があるうえ、大規模な潮流の運動の影響を受けるので留意する必要がある。また、河口部が湾に接続している場合には、外洋の影響のほか、河川水と海水の交替の影響があり、かなり大幅な変動があるので単純ではない。この変化のタイムスケールはかなり長いものを考えておけばよいが、大きな洪水のあとでは急激な変化もあるので計算や実測等に基づいて湾の特性を十分に把握しておくことが必要である。湾の境界条件の例として伊勢湾と東京湾などの場合について付録A-2において一部簡単にふれた。

下流端位置として、定常流の場合には、河口位置で流路幅の急拡部とする。しかしながら、たとえば準定常状態と考えられる日本海側河口では、河川流量と海洋からの波浪によって、底質や導流堤等の構造物、あるいは人工的な要素などに応じて、河口砂州や通水断面形状が激しく変化するのでかなり困難な問題も存在する。著者はこのような問題についても調査等を行ってきたが、本論文においては取扱の範囲外として河口形状は与えられるものとしておく。

非定常流の場合には、境界条件を与える位置の決定が容易でない。このシミュレーション・モデルでは内部フルード数 $F_1 \div 1$ となる点が内部に含まれると計算されないの、 $F_1 \div 1$ となる点を見出す必要がある。計算はこの点

において境界条件を与え、その点より上流について行われることになる。内部フルード数 $F_1 \div 1$ となる点は内部渦の先端と考えられるので、内部渦の運動と移動とを知らなければならない。4-3において長良川（揖斐川）の実測値に基づき考察したが、この特性はほぼ一般に成り立つものと考えられる。しかしながら、より正確を期するためには他の河川においても実測を行い、調査検討を行うことが必要である。このシミュレーション・モデルは海水が長く侵入する場合に適用することを目標としているので、緩混合の状態から、弱混合状態の塩水くさびの場合を考える。このような状態では、長良川の場合には河口より3km程度の範囲にわたって内部渦が安定すると考えられた。このような例をひとつの目安として検討すればよい。実例がない場合には、等流水深や限界水深を求めて内部渦の安定する場所を推定することが可能である。この場合、川幅の効果が大きいので急に広がっている場所があれば留意すべきである。現在では、理論的研究が十分でなく、また詳細な実測が行われたのは長良川のみであるから、実際の河川の場合について検討するときには、実測による特性量の把握が必要である。

また、内部渦位置の移動に伴って、境界条件を与える位置を変化させる場合には、内部渦の移動速度を上層流速から定常時の場合の上層流速の絶対値を差し引いた速度に等しいと仮定して、試算することが考えられる。

そして、内部渦の頭部における条件として、順流時には $F_1 = 1$ を与えればよい。逆流時については、長良川における実測例とそれによる計算例を5-3に示したが、なお逆流時の内部渦の特性について検討を必要とする。

第5章 シミュレーション・モデルの検証計算

一次元二層不定流モデルの基本的な考え方、および基礎式については、第2章において述べた。シミュレーション・モデルによる数値計算に必要な内部抵抗係数や連行係数については、第3章においてそれらの関数形を定め、第4章において下流端位置や下流端上層水深などの境界条件について論じた。これらの結果を受けて、第5章においてシステムとしてのシミュレーション・モデルの機能について検証することにした。被検証現象としては、最も単純な塩水くさびの運動をする長方形断面の実験水路における現象と長良川における海水遡上現象で弱混合末期から緩混合状態の末期に至る4日間の現象とを選定した。前者はシミュレーション・モデルの仮定に最も近い状態であり、下層濃度が縦断的にも、時間的にも一定である点においては、シミュレーション・モデルの特殊な条件とすることもできる。これは、モデルの基本的な事項についての検証を主目的としたものである。いっぽう、後者は実際の河川における複雑な条件のもとでの、かつ成層の度合も低下した状態の場合で、適用性の検討を兼ねた検証目的を持たせた。

第5章における構成は次のようである。5-1において、数値計算上のテクニック、仮定および問題点などについて述べた後、5-2では長さ100mの実験水路の場合の検証計算、ついで5-3において河川の場合の例として長良川の計算を行って、計算結果と現象とを対比させ、5-4において差分計算に関する考察を行った。その結果、一次元二層不定流モデルの基本的な考え方と、計算手法の妥当性を明らかにし、実際面を重視した巨視的立場からのモデルの適用性に見通しを得ることができた。また、差分格子間隔のとり方により、計算結果が異なること、および現象を説明しうる $\Delta x/\Delta t$ の値が、潮位曲線の波形勾配とレイノルズ数によって関係づけられることを示した。

5-1 数値計算上の問題点と安定対策

数値計算実施上の問題点として、以下のことに留意すべきである。

(a) 塩水くさびの先端部における境界条件 $Q_i = Q_f$ は、感潮区域全体の現象をモデルに取り入れるか、あるいは別途の一層流の不定流計算結果を与えるべきであるが、あらかじめ潮位変動による Q_f の時間変化の概算曲線を作っておいて近似することも可能である。その際、円滑な曲線としておくとよい。

(b) 塩水くさび先端位置の検出は、下層水深 h_2 が存在するか否かで決定すればよいが、それには下層濃度も関係するので、厳密な議論では塩水くさびの先端位置の定義を

問題としなければならない。椎貝(1-79, 1966)によれば、定常的な塩水くさびの解析から先端付近の h_2 の小さいところでは内部波が不安定となり、特異点が一つ存在するとしている。しかし、ここではこのような内部機構に立ち入ることなく、単純に、たとえば塩素イオン濃度が $Cl^- = 50 \text{ ppm}$ とか 200 ppm を示す位置を先端と考えることにした。二層流では、実際上 Cl^- がこのように小さくなると $\partial h_1/\partial x$ が負の大きな値をとり、内部境界面の曲線が大きく曲って、結局先端位置としては大差ない結果が得られるので、先端位置の定義をそれほど重視しなくてもよいことになる。

(c) 塩水くさびの先端位置付近では上層流は二次元的になって、一次元流の仮定が崩れる。また、伝播速度 $C = dx/dt$ は、その平均値として計算に使用している $\Delta x/\Delta t$ の値と、局所的には異なることも考えられる。また、下層水深 h_2 は小さいので、逆にその変化率 $\partial h_2/\partial x$ は大きくなる。したがって、 $\partial Q_2/\partial x$ も大きくなり、計算上の不安定要因となる。差分間隔 Δx は縦断的に一定値として計算を実施することが便利であるから、計算安定対策として、変化の度合いが大きい塩水くさびの先端から下流側の数断面において、 Q_2 の変化に制約を与え、たとえば $Q_2 = 0$ などの仮定をしても実用上は差しつかえない。今回は、5断面において $u_2 = 0$ ($F_2 = 0$)とおいた。

(d) 下層水深 h_2 が小さくなると、摩擦項は大きくなる。極端な場合として $h_2 = 0$ となれば、この項は無限大であり、計算が不能となる。 h_2 が小さい範囲においてのみ Δx を小さくとることも不便であるから、上層順流時($u_1 - u_2 > 0$)には、たとえば、 $\delta \geq h_2/(h_1 + h_2) \geq 0$ のときには $h_2/(h_1 + h_2) = \delta$ としてよい。 δ としては河床の凹凸の度合いによるが、 $\delta = 0.05$ 程度の数値が試算の結果適当と認められた。しかしながら、逆流の場合にもこのようにしておくと、摩擦項の符号が逆転するため、内部境界面位置が上流に向かって上昇し、実際の現象からはなれて、計算結果として塩水くさびが異常に上流にまで遡上することになる。これは、先端部の遡上時の現象がシミュレーション・モデルにおいて適切に評価されていないためであり、先端渦や内部摩擦および河床との摩擦が問題とされなければならない。後述の長良川の計算では $\delta = 0.25$ 程度が適当と認められたが、これは先端渦の規模に関係し、その発達過程で変化させなければならないのであろう。長良川の計算では、順流時 $h_2 \leq 0.1 \text{ m}$ のとき $h_2 = 0.1 \text{ m}$ 、逆流時 $h_2 \leq 0.5 \text{ m}$ のとき $h_2 = 0.5 \text{ m}$ として満足すべき結果を得た。

(e) 下層密度 ρ_2 については、淡水が下層へ混入する機構を考慮せずに、拡散式によって表示することにした。現象としては、入退潮流に伴う高水敷を上下する横断方向の流れと先端渦の効果が卓越すると考えられるが、混入の現象を正確に反映させていない。理論では Dx を一定値として扱っているが、これを区間毎に変化させることは可能である。しかし、計算の煩雑さを考えて、境界面の形状等に大きな影響を及ぼさない限り、概略の適合度で当面満足しておいてもよいと思われる。なお、プログラムの中に、 ρ_2 は下流ほど大きく、かつ $\rho_1 < \rho_2$ の制約を入れておくとよい。長良川の計算では、さらに最小値についても制限を設け $\rho_2 \geq 1.005 \text{ gr/cm}^3$ とした。なお、 $\rho_2 = 1.005 \text{ gr/cm}^3$ は水温 15°C で約 $4,000 \text{ ppm}$ の塩素イオン濃度であるから、実測値の考察には大きな支障とならないと考えられる。

(f) 分母の水理量が計算上、非常に小さい値となることがあり、その影響で、現象とは無関係な特性が算出されたり、あるいはエラーとなって計算が停止することがある。たとえば、摩擦項で h_2 が小さくなるとこの項が非常に大きくなり過ぎたり、あるいは F_2 が実質的に無視しうほどの小さい値なのに、 u_2 がその項の分母にあって計算上不合理な結果を生じたりすることがある。このような場合には、プログラムに何らかの制約条件を入れておくことは実用上差しかえない。

(g) F_1 は一般に下流部ほど大きな値を示すので、河口付近の境界条件を与える位置においてほぼ 1 を超えないように留意する必要がある。また、河床に山が存在するようなとき、 F_2 についても大きくなることがあるので同様の取扱いを必要とする。長良川の計算では $F_2 \leq 0.2$ とした。これは、下層断面形の仮定や内部渦を無視したことに対する措置のひとつである。

(h) 初期値は計算不安定を起こしたり、安定するまでの時間をむやみに必要とすることがあるので、実測値や適当な計算値を与えることが望ましい。

(i) 水路幅 B については、実質的な流路幅をとることとし、できるだけ一次元流とみなしうる条件で計算をする必要がある。たとえば、流速分布が一様とみなしうる流路幅をとり、その幅で平均水深を求めることなども一法である。なお、 B や z の縦断変化については、あらかじめ滑らかな曲線とするなど、何らかの修正を加えておくとよい。

(j) 先端付近では ρ_2 が小さく (ϵ が小さい)、 F_1 が非常に大きな値となることがあるので、実用上は順流のとき $\partial F_1 / \partial x \geq 0$ とか、あるいは $|F_1| > 1$ となるときには、たとえば $|F_1| = 0.8$ とするとかの便宜上の対策を講じておく必要がある。このとき、 Δx を大きくすると誤差が増大するので注意が必要である。

(k) 合流、分流および堰等が存在する場合には、影響の度合に応じて判断し、その都度処理することとする。

(l) 河川の一次元流では、上層水深 h_1 が小さく、連行現象の影響で Q_1 や ϵ が激しく変化し、そのために二層潮流などと比較すると現象が著しく不安定であることが、ひとつの特徴となっている。計算上も h_1 には誤差の累積等により不安定となることがあるので、下流端水深 h_{10} より小さくならない条件 $h_1 \geq h_{10}$ などを入れておくとよい。ただし、河道の条件が縦断的に急変する場合には、この条件は不適当であることに留意しなければならない。

(m) 上層の密度 ρ_1 は、順流時には安定して算出できる。逆流時には、必ず上層の流れの方向に計算を行うことが必要である。ある時点において上下流の両方向に流れる場合には、 Δt 時間前の ρ_1 を不変として、その値を使用しとよい。

(n) 河床高は、流量の連続条件からすると平均河床高をとるべきであるが、河川ではみおが発達し、その流れが主体をなしているので、最深河床高が現象的には意味を持つ。計算上にも、 h_2 の小さいときの極端な下層流速 u_2 の変化を避けるため、大きな下層水深としておいた方が安定する。したがって、平均河床より深い河床高とした場合には、流速を合わせることはできるが、流量は長方形断面とする限り大きくなる。また、流速分布や界面幅と水面幅の相違による連行量の誤差も生じる。今回の検討計算では、これによる連行量の誤差を無視し、下層流量 Q_2 は仮想流量と考えたが、これは断面積の特性量を考慮することにより容易に修正しうる。

(o) $\Delta x / \Delta t$ の値については、5-4を参照するほか試算によりその現象に適した値を採用しなければならない。

なお、計算が安定して行われない場合には、基礎式の各項や重要な水理量についてプリントさせてみると問題点が明確になる場合が多い。

(p) 計算上は有効数字を考慮し、電子計算機の中での加減算において数字の最後の桁の意味を確認しておく必要がある。そのために、各水理量のオーダーをそろえるように差分式を書き替えると、いっそう計算が容易となる。たとえば、密度についてはあらかじめ 1 を差し引いた量に置き替えた計算式にするとよい。

5-2 実験水路内の塩水くさびの運動に関する検証計算

検証計算は二つの目的をもって行った。それらは、シミュレーション・モデルが実際の現象をよく説明しうることを証明すること、および数値計算上の問題点を解決すること、なかでも現象を正確に説明しうる計算結果が期待できる差

表 5. 2. 1. 塩水くさび不定流実験および数値実験諸元

実験 番号	淡水 流量 Q_f m^3/s	単位 幅 流量 q_{1M} m^2/s	密 度		潮 位 変 化				差 分 間 隔			備 考
			ρ_1 gr/cm^3	ρ_2 gr/cm^3	同期 T 時間	波 高 η m	平均潮位 (水深) m	η/T cm/hr	Δx m	Δt sec	$\Delta t/\Delta x$ sec/m	
Rum1	0.030	0.0375	0.9980	1.00419	2	0.10	0.55	5	0.5	75	150	検証計算に使用
# 2	0.025	0.0313	0.9980	1.00369	1	0.10	0.55	10	0.5	90	180	検証計算に使用
# 3	0.025	0.0313	0.9968	1.00077	1	0.05	0.55	5	0.5	45	90	
# 4	0.025	0.0313	0.9973	1.00165	1	0.025	0.55	2.5	1.0	30	30	検証計算に使用
# 5	0.025	0.0313	0.9976	1.0023	0.5	0.10	0.55	20	0.5	60	120	実験中にてちが いがあり一部除 いている。
# 6	0.025	0.0313	0.9973	1.0037	4	0.025	0.55	0.625	4	15	3.75	
数 値 実 験		0.28	1.0002	1.012	12	0.6	3.4	5	500	1500	3	長良川河道を模 式化して単純に している。

分格子間隔 Δx と Δt の関係を見い出すことであった。

実験は大型水路を使用し、6 ケース行った。水路は長さ 100 m であり、幅 0.8 m、深さ 1.0 m の長方形断面となっている水平河床の直線水路で片面ガラス張り、他面は鉄板ペンキ塗装である。この水路は上流より淡水、下流より塩水を通水させることができ、海部をはさんで最下流端に水位調節装置が取り付けられている。海部の大きさは、長さ 4 m、幅 1.6 m、深さ 1.5 m である。この水路においては、下流より塩水補給を十分に行えば、河口位置における断面急拡部において安定した内部ジャンプ渦が発生し、その主要内部渦の上流端において内部フルード数 $F_1 = 1$ となる。実験は上流から一定の淡水流量を通水し、下流端水位を時間的に変化させて不定流状態を出現させた。実験ケースは表 5.2.1 に示すように、淡水流量 Q_f および下流端の潮位波形を変化させた 6 種を選定した。

実験の結果、ほぼ理想的な成層状態が発生し、理論的に予想されたように水位は常にほぼ水平に保たれ、かつ下層塩水濃度の縦断変化を無視しうることが明らかとなった。これは、塩水くさびの非定常運動としては、一般性を失わない範囲内で、最も単純な現象と思われる。

したがって、実験水路内の現象に対する方程式として、(2.3.34) 式を採用し、 $u_1 \gg u_2$ および $F_1 \gg F_2$ とし、かつ $\partial \rho_1 / \partial t$ の影響を無視した。実験の範囲内では、これらの影響はほとんどないと考えることができた。水路下流端においては、 $F_1 \leq 1$ であり、水路内において $F_1 > 1$ となることはない。また、計算では塩水くさびの上流端において、いっぽう実験では 100 m 地点において一定流量 Q_f を与えたが、両者の差はわずかなものと思われる。また、内部抵抗係数は連行による付加摩擦力を考慮しない公式

(3.2.7) 式を適用したが、実験水路内の現象はこれによっても十分な精度を期待できる。計算では多くの場合、 $\Delta x = 0.5$ m とし、 Δt を種々変化させた。なお、塩水くさびの先端および下流端付近では、鉛直方向の流速を無視できないことがあり、また u_2 などの水理量の急変の影響が、計算不安定を起す原因ともなるので、先端付近の数断面において $Q_2 = 0$ とした。計算は表 5.2.1 に示す 7 ケースについて実施した。最後のケースは実験のケースではなく、現実の川を対象とした数値実験例である。

この節の記述内容は、実験内容と計算条件、計算の結果に及ぶ諸条件の影響、計算結果と実験結果の対比およびその考察などとした。

a 実験内容と計算条件

実験は不定流状態として 6 ケース行った。非定常性は潮位変化を与えることによって得ることとし、他の水理条件は一定とした。潮位曲線を

$$\xi = \frac{\eta}{2} \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (5.2.1)$$

としたときの波高 η と周期 T は表 5.2.1 のようである。

実験では、下流水槽中に濃度一定の塩水を一定量補給した。この補給量が十分である場合には、河川の状況と似た下流端条件が得られ、実験水路では第一近似として内部フルード数 $F_1 \div 1$ 、すなわち限界水深 h_{1c} に近づくように変化させた。しかし、今回の実験の場合には F_1 は 1 以下であった。そして、自然河川では遡上時に境界面位置が上昇して、下流端上層水深 h_{10} (なお、第 2 章では下流端水深を h_{11} と表示したが、下流端境界条件の意味で h_{10} と表示することとした) が小さくなるべきところであるが、実験水路では下流端からの塩水補給量が不足して、自然の

場合に見合うだけの h_{10} の減少がなく、 h_2 が大きくなりきれていない。また、順流時には河口における F_1 が 1 に近づき、すなわち h_1 が大きくなり h_2 は小さくなるべきところであるが、上流より下流してくる塩水が十分に下流端の水槽からぬけきれないので h_2 はそれほど小さくならない。このように実験水路では、下流端における塩水補給量の制約が存在するために、下流端における下層水深があまり大きく変化することが不可能であるので、 h_{10} は潮位曲線をやや偏平にしたような曲線形を示すこととなった。なお、 h_{10} の曲線と潮位曲線とは、わずかの位相差が生じるようである。

ここではこのような実験を行い、 $\partial \rho_2 / \partial x = 0$ とし、下流端境界条件としては実験値に近い h_{10} の曲線を与え、かつその他の水理量については実験の条件をあてはめて計算を行った。計算結果を実験値と照合する場合には、 $\Delta x / \Delta t$ のほか上流端流量 Q_f 、潮位変動曲線 $s(t)$ 、初期値、密度 (ρ_1 と ρ_2) および h_{10} などの諸水理量について、誤差の入る可能性とその影響とに注意をはらっておく必要がある。このうち、初期値の影響としては、たとえば塩水くさび先端位置の計算結果で当初位相がずれるが、次第に合致する方向に是正されるというように、極端に差がついていなければ潮位曲線の第 1 波程度でだいたい消えていた。また、 Q_f および $s(t)$ などの実験上の誤差は僅少であり、その影響がほとんどないことを確認した。また、水面はほぼ水平であり、下層密度 ρ_2 についても縦断的に一定としてよいようであった。なお、 Q_f は計算では塩水くさびの先端位置において一定としているので、潮位曲線の波高が大きい場合、および塩水くさびの長さが短い場合には実験条件との多少の相違が存在することとなる。実験では Run 1、Run 2 および Run 5 が波高の高いケースであるが、Run 5 では周期も短いので、なかでは計算と適合しにくいケースである。

密度については水温の影響を考慮すべきであり、特に夏季の屋外の実験では、実験中の水温変化の少くない場合もあった。計算では実験時間中の平均値によって ϵ を求めたが、その影響が多少現われているケースもみられるようであった。

b 計算結果に及ぼす条件の影響

試算によると、計算結果に対して各種の水理量が微妙な影響を与えることがわかった。そこで、代表例として密度差 ϵ 、および下流端境界条件 h_{10} などの効果について述べる。

密度差 ϵ は、基礎式のずい所に入っており、その影響の現われ方は単純ではない。しかし、総合した結果として計算上現われる ϵ の効果としては、たとえば ϵ の値が実験値

より大きい場合には、塩水くさび先端位置の振幅の中央位置が上流側にずれ、振幅や潮位曲線との位相差についても若干の影響があるということである。すなわち、密度が大きくなると、慣性が大きくなり、振幅の増大とともに位相差も大きなものとなる。図 5.2.1 は Run 5 に対する数値実験例である。ただし、 $\rho_2 = 1.0020 \text{ gr/cm}^3$ と 1.00215 gr/cm^3 の場合には下流端における境界条件 h_{10} を図中に示すようにやや変えている。しかし、そのための影響はあまりないと思われるので、おおよそ ϵ によってこのように大きく変わると考えてよい。

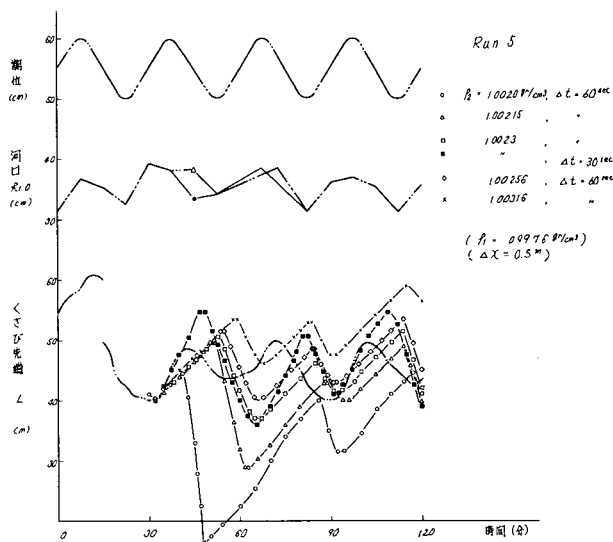


図 5.2.1 塩水くさび先端位置の計算曲線に及ぼす ϵ の影響

つぎに、下流端境界条件 h_{10} は計算では潮位曲線との位相差を無視し、かつ折線近似で与えた。このとき h_{10} の値としては、計算上は $F_1 < 1$ であればだいたい安定して計算できるが、一般に h_{10} を小さくすれば塩水くさびの先端位置は上流へ伸び、 h_{10} を大きくすれば縮むこととなる。そして、位相も極くわずかではあるがずれてくるようである。その一例を図 5.2.2 に示す。これは、図中に示す h_{10} の曲線を 1 cm づつ 5 回にわたり平行移動させた影響を調べた数値実験である。これからみる限り、 h_{10} を平行移動される効果は ϵ の影響と似ているとみなすこともできようが、塩水くさび先端位置の変動幅に関するかぎり、これはあまり変わらないようである。以上は h_{10} の時間変化曲線を平行移動させることによる現象変化の特徴であるが、 h_{10} の曲線形を変化させると逆の傾向が生じることもある。すなわち、 h_{10} を小さくすると一般には塩水くさびは伸びるが、たとえば引き潮時に h_{10} を小さくし、上げ潮時に大きくすると、塩水くさびの先端位置が大きく後退し、その後大きく前進することとなる。このような現象は非定常効果であり、下層の塩水容量の連続条件を考慮すると理解で

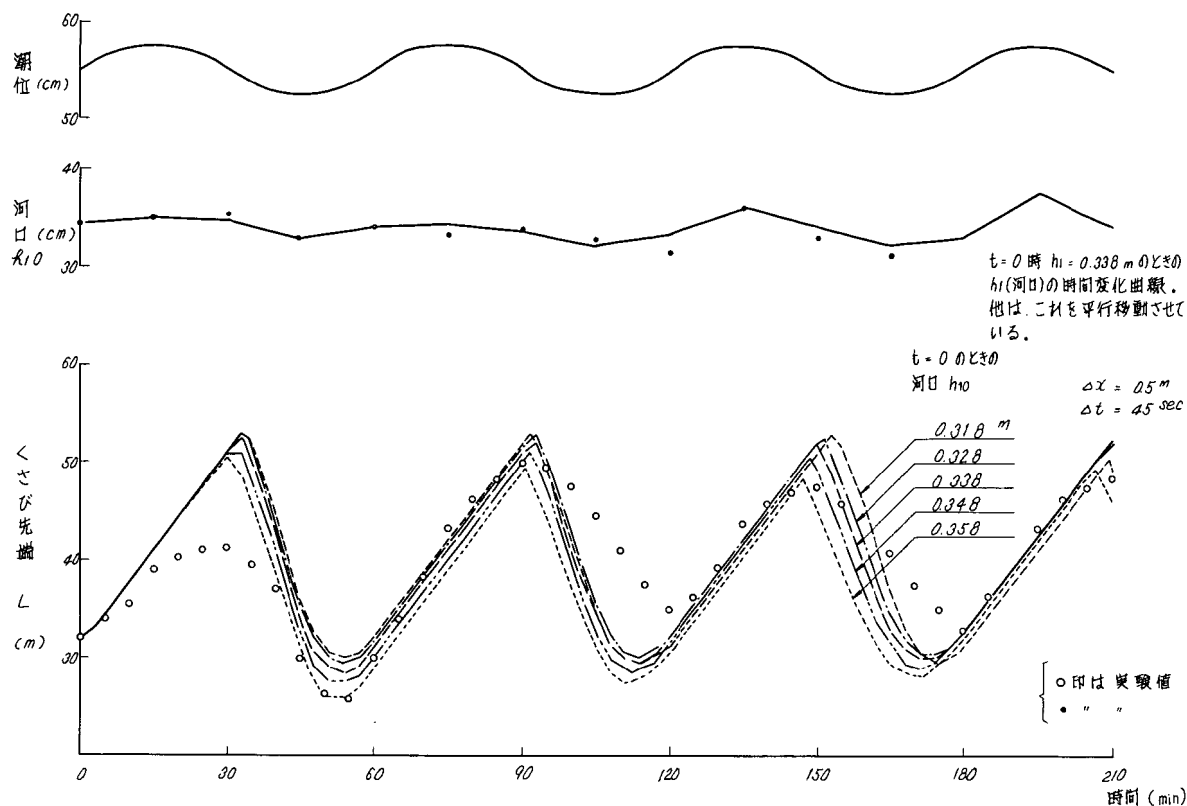


図 5.2.2 境界条件 h_{10} の影響 (Run 3)

きる。図 5.2.3 は第一波の影響がそれ以降も残っているという点で適切な例とはいえないが、 h_{10} を種々変化させた場合の塩水くさび先端位置の変化を調べた数値実験の結果

位置の変動に対して鈍感であるが、ある値を越えると急激に敏感となり、塩水くさびの先端位置が大きく上下することとなる。

c 計算結果と実験結果との対比

水路実験 6 ケースについて検証計算を行った。検証の結果は、5-4 で述べた適当な $\Delta x / \Delta t$ の値を採用すれば、実験水路内の現象が良くシミュレートできることが明らかとなった。また、シミュレーション・モデルの基本的な考え方の妥当性が認められた。

ここでは、6 ケースの全てについての記述は不必要と考え、Run 1, 2, および 4 の 3 ケースの計算結果について実験値と対比させた。他のケースについても大同小異であり、5-4 の検討に使用したので、ここでは省略した。この 3 ケースに関する計算曲線について、それぞれの実験値と対比させる内容として、塩水くさびの先端位置の変動状況と平均流速 (u_1 と u_2)、および内部境界面の縦断曲線の時間的な変化の状況を取りあげた。前者については、図 5.2.4 ~ 図 5.2.6 に、また後者については図 5.2.7 ~ 図 5.2.9 に示した。なお、定常状態の塩水くさびの形状は、その先端位置を含めて計算値と実験値とはよい一致をみせており、主要因である内部抵抗係数の妥当性は明らかであるとみてよい。計算によると、河口における境界条件 h_{10} の時間変化曲線の影響は特に重要であるが、実験ではこの部分においてガラス面がなく、特に Run 1 および Run 2 では下

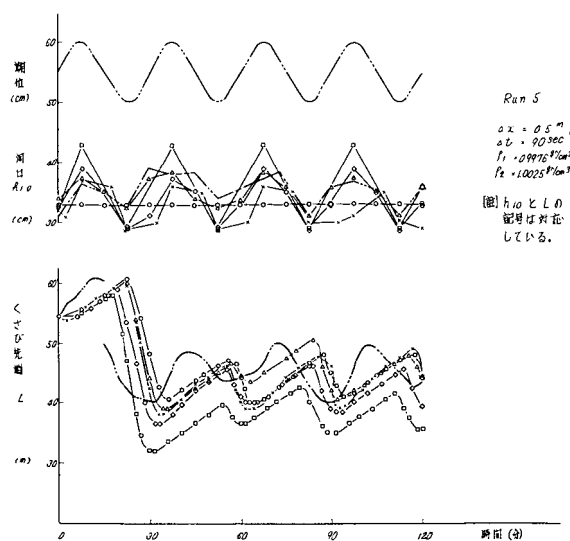


図 5.2.3 塩水くさび長 L に及ぶ h_{10} の影響

である。これは、 h_{10} の値の効果ではなく、下層塩水の全体の容積と関連し、 h_{10} の変化率 $\partial h_{10} / \partial t$ の影響が大きく関与していると考えられる。そして、数多くの試算の結果を総合すると、 $\partial h_{10} / \partial t$ のある範囲では塩水くさび先端

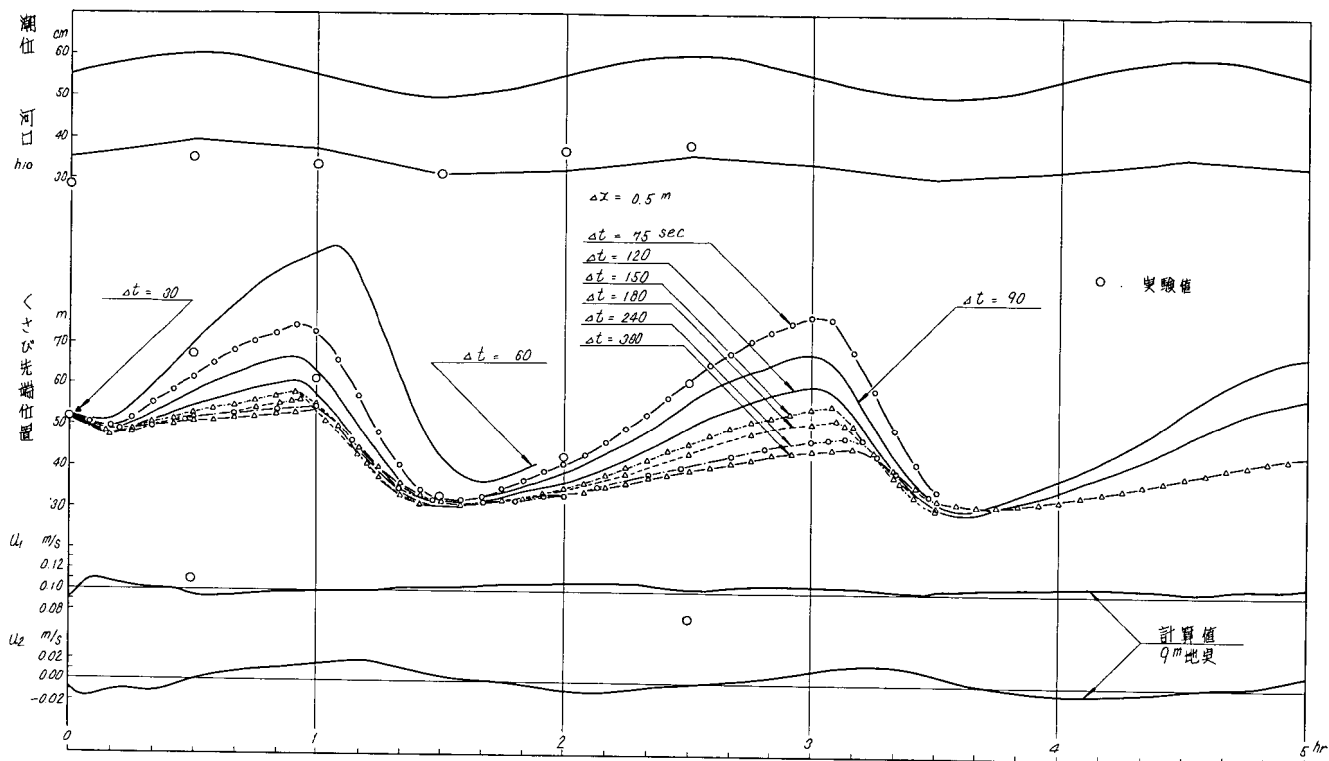


図 5. 2. 4 塩水くさびの先端位置の変動 (Run 1)

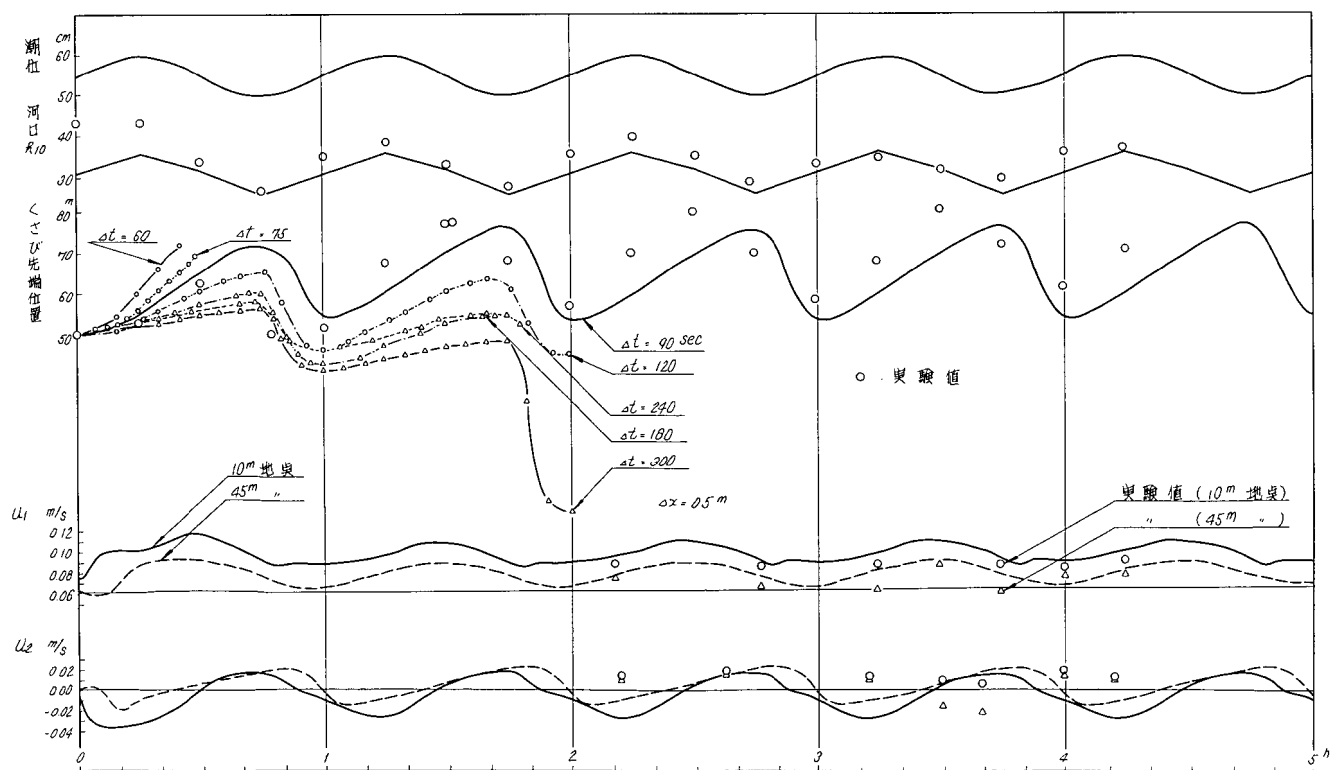


図 5. 2. 5 塩水くさびの先端位置の変動 (Run 2)

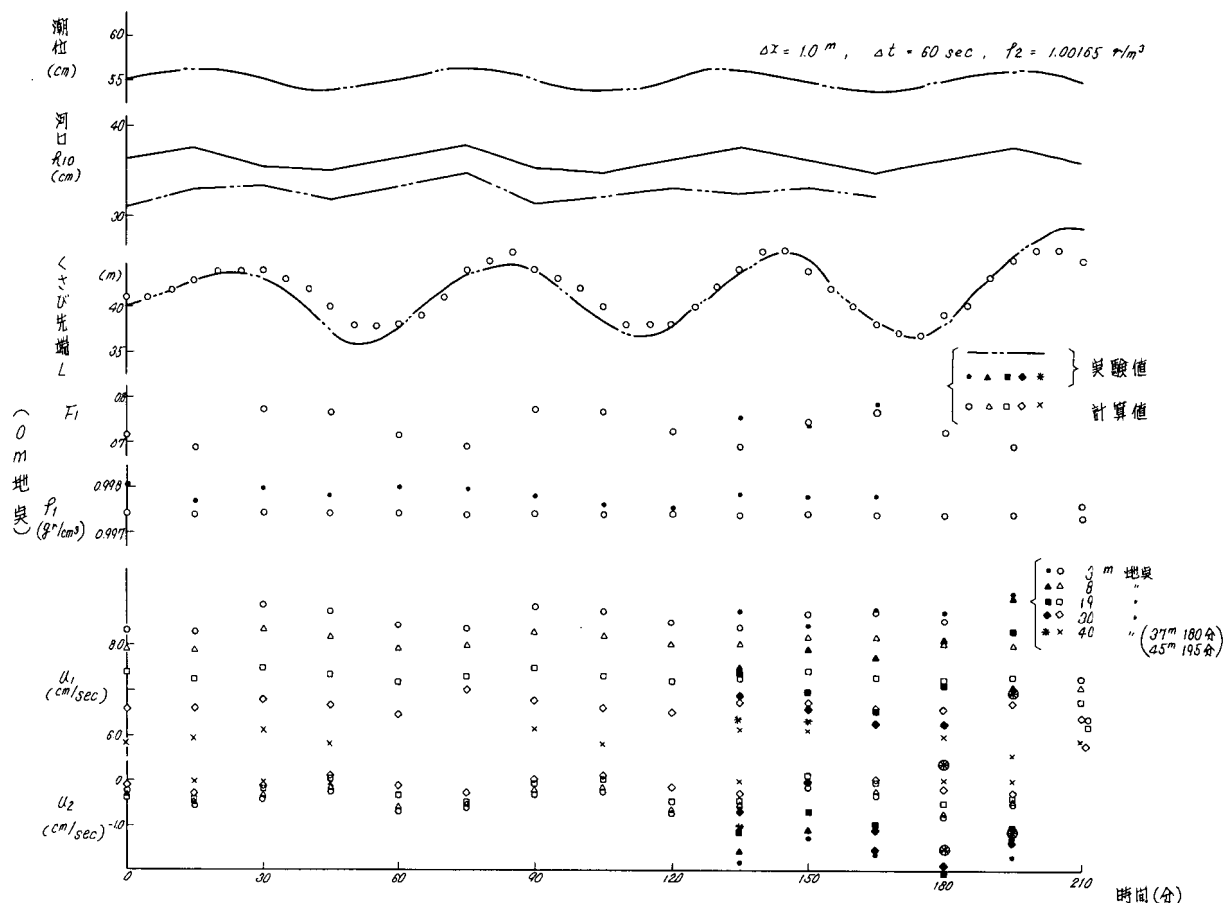


図 5.2.6 塩水くさびの先端位置の変動 (Run 4)

流端より10m地点における濃度分布の測定結果および目視による内部境界面位置の記録から推定したものであり、図 5.2.4～図 5.2.6 にもみられるように、計算において必ずしも忠実に実験結果を与えていなく、これによる影響の存在は否めない。殊に、実験開始直後のずれが大きいようである。塩水くさびの実験では1時間後あたりより安定した状態となるようであったが、長時間の実験が望ましいにも拘らず、塩水槽の容量不足と実験準備の不手際もあって、長時間の実験が不可能であったことなどの点で問題はある。また、計算においては塩水くさびの先端位置において一定流量 Q_f を与えているが、この条件は潮位変動量が大きいほど、および塩水くさびが短いほど計算値の方が位相差が大きく現われるなどの特性となり、この影響を無視しているので厳密性を欠くきらいはある。

したがって、単純に計算と実験の結果のみを比較するには問題はあるが、図 5.2.4～図 5.2.6 から次のことがわかる。

- (a) 塩水くさびの先端位置はかなり微妙な運動をし、わずかの水位や密度などの誤差の影響にも鋭敏であるが、実験値に近い計算結果が得られた。なお、実験では先端部の流下時に下層水深が非常に小さくな

って河床にへばりつくようになるが、この場合の河床との摩擦抵抗は必ずしも忠実シミュレートされていないと考えられる。

- (b) 計算値は $\Delta x / \Delta t$ によって変化する。この3ケースの範囲では、塩水くさびの変動は Δt が小さいほど大きく、特に先端位置の伸びが大きい。これに対し、最低後退位置(曲線の谷の位置)には相対的にみるとあまり顕著な差は生じていない。また、この位置における Δt による位相の変化はあまりないともてよさそうである。
- (c) Run 1 および Run 2 では、 $\Delta x = 0.5 \text{ m}$ に対する Δt の値として、それぞれ 75 sec および 90 sec 程度が実験値に近いようである。また、Run 4 では $\Delta x = 1.0 \text{ m}$ に対して、 $\Delta t = 15 \sim 60 \text{ sec}$ でほぼ実験値に合うようであり(5-4参照)、 $\Delta t = 30 \text{ sec}$ あたりがよいように思われる。しかし、 $\Delta t = 60 \text{ sec}$ の場合でも、図 5.2.6 に示すように実験値とかなりよく一致している。
- (d) 上下層の平均流速 u_1 および u_2 に対して、Run 1 ではオーダー的に一致しているとみなすことができ、

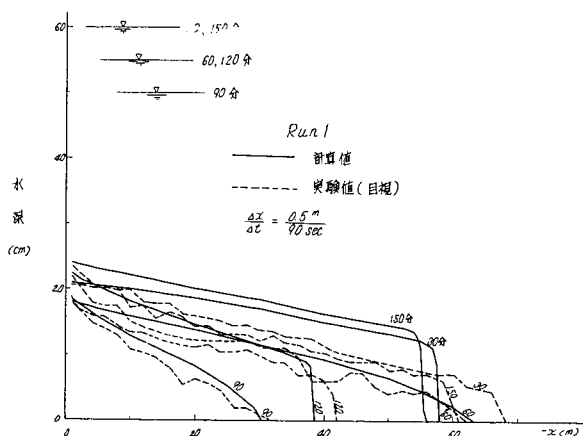


図 5.2.7 内部境界面位置の時間変化 (Run 1)

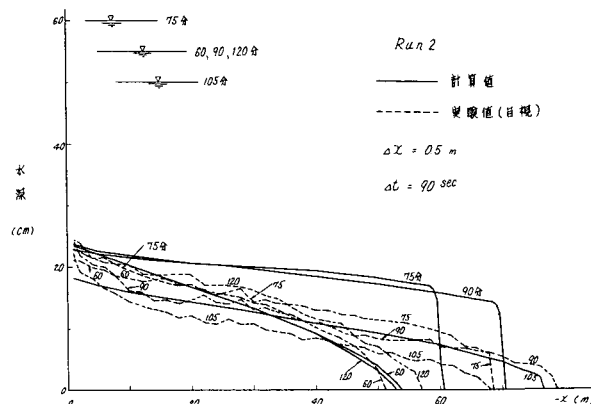


図 5.2.8 内部境界面位置の時間変化 (Run 2)

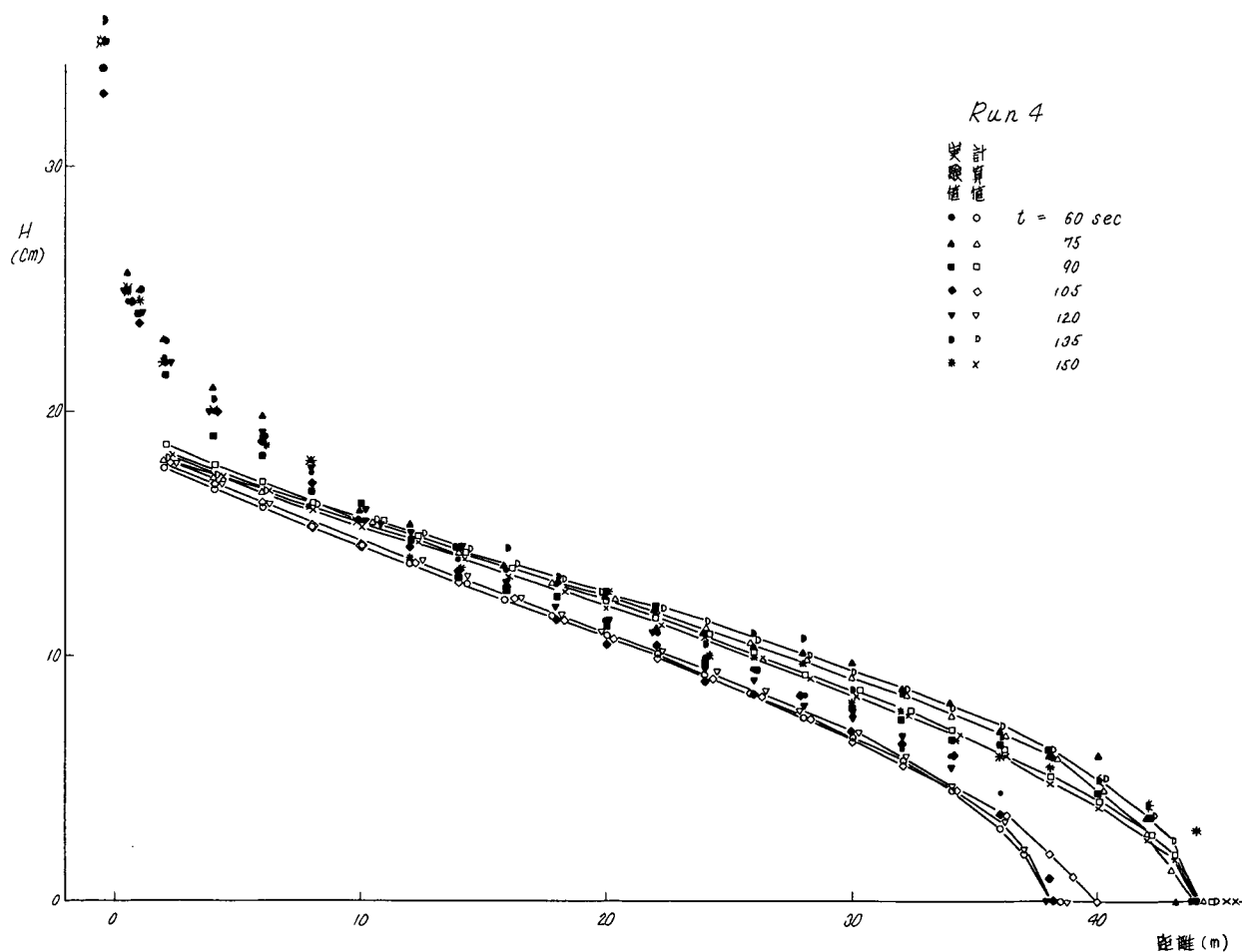


図 5.2.9 内部境界面位置の時間変化 (Run 4)

Run 2 では数値 そのものも相当程度一致していると
考えてよいであろう。Run 4 では実験値が多いの
でさらに詳しく比較することができた。 u_1 につい
ては非常によい計算結果が得られたとみなすことが

できようが、 u_2 については多少の差がでている。こ
れは実験では染料による追跡結果であり、流速の大
きい所を記録していることによる影響も含まれてい
ると思われる。

(e) Run4ではさらに河口地点における内部フルード数および上層密度について比較した。内部フルード数については下流端境界条件の与え方の検証結果を示している。計算では h_{10} として実験値よりやや大きい値を与えていることとなるが、中間層の評価の仕方がこれでよいことを示すものと思われる。上層密度については計算では極くわずかな変動であるのに対し、実験ではわずかの位相差は存在するが、遡上時に大きくなり、流下時に小さくなっている。これは、計算では中間層の発達をシミュレートしていないことに原因する。すなわち、中間層は遡上時に発達するが、このモデルでは中間層を上層に含めて考えているからである。

つぎに、内部境界面の縦断曲線については、Run 1 および Run 2 では $\Delta x / \Delta t = 0.5 \text{ m} / 90 \text{ sec}$ のときの計算値、また Run 4 では $\Delta x / \Delta t = 1 \text{ m} / 60 \text{ sec}$ のときの計算値と、実験の目視値との比較を行った。目視値は中間層の上面付近をとる傾向にあるので、実際の内部境界面より遡上時では下流端付近において 4～5 cm 程度の上方の値をとっているものと思われる。なお先端付近ではほぼ正確な内部境界面位置を示し、塩水くさびの流下時には中間層は徐々に薄くなっていくことを考慮すべきである。この結果をみると、Run 1 および Run 2 では全般に計算の内部境界面が高く出ているようであるが、これは下流端位置における境界条件や実験誤差および測定誤差なども存在する。図 2.4.6 では $\Delta t = 75 \text{ sec}$ のものではないのでこの誤差が多少あり、図 5.2.8 では境界条件 h_{10} の与え方が多少実験と異ったためと思われるずれなどが存在する。しかしながら、おおよその傾向はよく実験結果を説明していると考えてよいであろう。図 5.2.9 は、これに対し比較的良好に合っている例と思われる。ただし、下流端付近における相違は中間層の存在の影響を評価していないことによる。

なお、計算例について (2.3.34) 式の各項オーダーを調べてみると次のようである。いずれのケースについてもほぼ似た傾向を示すが、たとえば Run 1 において、 $\varepsilon (1 - F_1^2 - F_2^2) \partial h_1 / \partial x$ は負で 10^{-5} 程度のオーダーであるが、塩水くさびの先端付近では急激に変化し 10^{-3} 程度になる。 if_1 は先端付近で 2×10^{-6} 程度、下流端付近において $(3 \sim 5) \times 10^{-6}$ 程度である。 if_2 は負で下流端付近では $(4 \sim 9) \times 10^{-6}$ 程度であるが、塩水くさびの先端付近では急激に変化し 10^{-4} 程度にも達する。その他の項は以上の項に比して概して小さい値である。まず、 $(2u_2 / gh_2) \partial h_2 / \partial x$ は 10^{-6} 以下、 $(1 / gh_1) \partial Q_1 / \partial t$ は $10^{-6} \sim 10^{-7}$ のオーダーであるが塩水くさびの先端付近では小さい。また、 $(1 / gh_2) \partial Q_2 / \partial t$ は 10^{-6} 程度で

あるが、上流端および下流端において小さくなっている。なお、省略した $(h_1 / u_1 \rho_2) \partial \rho_1 / \partial t$ は 10^{-7} 以下のオーダーである。おおよそのようにして摩擦項の重要性は理解されるが、非定常項も無視しうほど小さいわけではなく、それ相応の作用があり、塩水くさびを变形移動させているわけである。

d 考 察

実験の観察結果によると、潮位が上昇するとき塩水くさび先端位置は上流へ遡るが、その速度はむしろ小さい。このとき、塩水くさびの形状がふくらんできて下層水深が増大する。この傾向は潮位がピークを過ぎると緩和されるが、依然としてしばらくの間先端位置の前進は継続し、そこに位相差が生じる。潮位が下り始めて上層の流速が増大すると、塩水くさびの中間層に相当する部分が減じ、ついで下層水深の減少が現われる。しかし、塩水くさびの先端位置はなお前進を続け、下流へ後退を開始するのは h_2 が十分小さくなってからのことである。このような状態になってからの先端位置の流下速度は大きくなる。おおよそのような塩水くさびの不定流特性はこの検証計算によってもよく説明できたようである。

なお、塩水くさびの上下流運動に関する計算結果をみると、時間変化の緩慢な Run 4 と Run 6 を除き、塩水くさびの先端部が流下する段階で実験値よりも計算結果の方が早い速度でさがった。これは既述のような Q_f の与え方の影響や h_{10} 曲線の影響も存在しようが、実験を観察すると特別な現象の効果も無視しえないことに気付く。すなわち、実験では引き潮に、先端渦が消えたあと下層水深が非常に小さくなり、頑強に河床にへばりつく状態が長く続き、ゆったりと徐々に流下する現象がみられる。したがって、河床との摩擦等の影響も考慮する必要があるのに、計算では下層水深が小さくなるとそれを無視し、かつ摩擦についても、下層水深がある程度の値を示す状態を想定した係数を取り、その係数を一定として扱ったことにもよる。計算結果の評価には、このような現象の特性も考慮しなければならないと思われる。

以上、多少精度上の問題は残されるものの、このシミュレーション・モデルによって塩水くさびの非定常的な運動の特性は、合理性あるかたちでよくシミュレートされたと結論づけることができた。

5-3 河川における塩水くさびの運動に関する検証計算

河川における塩水くさびの運動は複雑である。理想状態に近い実験水路内の現象とも異なる可能性がある。そこで、河川における実際の現象に対して検証計算を行った。計算は長良川の場合について4日間にわたる運動を追跡し、実測値と対比させた。その結果、このシミュレーション・モデルによる数値計算法はほぼ満足できる手法であることが判明した。

この節における記述内容は、検証目的、長良川における実測内容、計算条件、計算結果と考察、およびまとめであり、この順に述べることにした。

a 検証目的

単純な実験水路内の塩水くさびの運動による検証計算に引き続いて、二層流モデルによる数値計算で、なお問題となることは大別して現象上の問題と数値計算上の問題があり、それらを列挙すれば次のようである。

- (a) 河川ではレイノルズ数が大きい。
- (b) 水路の断面形状が複雑であるから、その一次元の仮定の成立条件に問題がある。すなわち、河川流の二次元性と三次元性の影響が、通常の河道であれば無視しうる程度のものであることの実例を提示する必要がある。
- (c) 理想的な塩水くさびの存在はなく、その混合形態も変化するが、内部境界面が若干明瞭でなくなる緩混合状態の、二層流としての取扱いの可能性を検討する。
- (d) 計算結果を大局的にみるかぎり、内部渦や中間層の存在が決定的な障害とならないことを確認する。
- (e) 下流端位置の固定と条件の取扱いが是認されることを確認する。

以上は、河川の状態が実験水路の場合と異なり、そのために検討を必要とする事項と考えられる。なお、これらの事項に関するモデルの適用限界は、実際の現象と計算結果とのずれを表現する尺度に基づいて定義されなければならない。したがって、適用限界を検証するためには、まず多数の事例検討が必要である。そのための多数の実測を得るには多額の費用と時間を要するので、この問題の最終結論は将来得られる。適用限界については、ここでは定性的な確信を得ることを目標とした。そのため、弱混合の末期から緩混合に移行し、さらに強混合状態が始まるまでの4日間にわたる実際の河川の現象をシミュレートすることとした。このように成層流の前提が完全には満足されない状況に対しても良好な結果が得られれば、本論文において開発され

たモデルは現実の河川の通例の状態に対して適用できると認定することができよう。また、数値計算上の問題として、

- (f) 陰型式による差分計算とはいえ、塩水くさびの非定常運動はあまり安定していないこともあり、安定した数値計算を実行するために特別の工夫を必要とする。

以上のような目的で、以下に考察を加えることとした。

b 長良川下流部の概要と資料の内容

長良川における実測資料の一部は、すでに4-3において非定常流の場合の河口境界条件を考察する際に紹介済みであるが、ここで詳しく河道条件および資料の内容等を明確にしておく。付図C.2.1は長良川の平面、および1km毎の横断形を示す。地形上の河口位置は距離標でほぼ-1km地点であるが、右岸には導流堤が2km余り伸びており、さらに左岸側に少し離れた木曽川右岸の導流堤があって、これも何らかの影響を有するであろう。本来的には、伊勢湾が一次の水路であり、揖斐川および木曽川の短い水路で挟められた部分が二次の水路をかたちづくり、それに揖斐川河道が接続しているとみなすべきところであるが、ここでは簡単のため揖斐川の-1km地点までを河道と考えておくこととする。なお長良川は揖斐川に合流する支川であるが、本論文では仮りに河口までを長良川と呼称することとした。

さて、この長良川の河口では、波浪による河口砂州の変動は顕著ではなく、入退潮流によりほぼ安定した河道形状が得られているとみなすことができる。川幅は相当大きく、たとえば0kmでは1.2kmである。このあたりでは極端な深掘れはないが、みお筋は左岸と右岸沿いに存在し、主流部はふた手に分かれている。大きな中州がところどころに存在し、なかでも1km付近および5km付近に存在する州は規模が大きい。揖斐川と長良川は14km地点より下流で隣り合わせに並んで流下し、背割堤先端の3km付近において実質的に合流する。図C.2.1の横断図は昭和50年3月に測量したものであるが、観測を行った昭和49年とはほぼ不変と考えてよく、そのまま解析に使用した。

図C.2.3は昭和48年3月撮影の航空写真に基づき得られた長良川の低水路幅の縦断変化である。ここでは視察により流向を調べ流線にほぼ直交する実質上の流路幅を0.5km毎に求めた。なお、写真および横断図より、明らかに死水域と考えられる部分を除外し、砂州部も考慮外とした。したがって中州が存在し、流路が2本存在する場合には、同じ距離標の二つの横断は必ずしも一直線上にはない。距離間隔はできる限り主流部の実質上の距離としたので、近い値ではあるが、必ずしも現地の距離標地点と一致していない。しかし、現地観測の距離は現地河川の距離標に基づ

いており、計算の距離と一致しないが、照合するときには同一とみなした。定めた低水路幅は、図C.2.3に示すように6kmより上流ではほぼ300m前後であるが、6kmより下流では0kmまではほぼ直線的に300mより1,100mまで拡大している。ただし、2.5～3.5kmおよび1.0～1.5kmは若干上下流より狭い。5km付近に中州が発達する理由、および3km地点の合流下流1km付近に流路がわかれて大規模な中州が発達する原因が理解されるようである。河床の縦断形状は図C.2.2のようである。また、平均水深（平均潮位時）はほぼ3m程度である。みお筋において河床が大きく下っている場所が3km, 6km, 8～9km, 10～11kmおよび12～13kmに存在し、そのおおよその水深はそれぞれ6m, 10m, 7m, 8m, および7mとなっている。13kmより上流では河床が上り始め17kmに頂上を有する山が存在する。いっぽう、平均河床高は大勢として、13kmあたり迄ほぼ水平といえる。しかし、海水の遡上現象では河道のみお筋にあたる最深河床高の縦断形状に注目すべきである。

長良川における実測資料は種々存在するが、今回の解析に主として使用した資料は、著者も観測計画に一部参画し、建設省中部地方建設局木曾川下流工事事務局が昭和49年秋に実施した実測資料（未発表）である。資料の内容は、-3km地点より上流1km毎に海水を感知する上流端まで、横断面内の主流部1点において、水面より河床まで0.5m間隔に塩素イオン濃度および水温、ただし最後の3日間（11月23日、11月26日および12月7日）については流速を加えた水量の実測結果である。塩素イオン濃度は主として電導度計を使用した。一部採水を行い測定値の調査を行っている。測定は一日に3時間間隔で5回行っている。1回の測定はできるだけ縦断上の各点での同時観測が望ましいところであるが、測定班の数に限りがあり、測定位置の移動に要する時間等のために、1時間45分ないし1時間55分を要した。このような観測を昭和49年9月17日から12月7日まで最小2日間の間隔で合計17回実施した。本来ならば連続観測が望ましいところであったが、観測員の都合と器材の準備のため、このような間隔をあけることもやむを得ぬことであった。

観測期間の城南（-0.6km）における潮位変動曲線は付図の図C.2.6のようである。また、長良川の自流量と考えられる上流40kmほどの墨俣における毎日朝9時の流量は付図C.2.4のようである。これによると、観測期間中では9月28日および10月9日が $150\text{m}^3/\text{s}$ 以上となっているほかは $100\text{m}^3/\text{s}$ 以下であり、 $60\text{m}^3/\text{s}$ 近辺が多い。

c 計算条件

シミュレーション・モデルによる数値計算の時間的な範囲は、長良川における昭和49年11月23日から26日迄の4

日間とした。この間、11月23日と26日に実測資料があり、それぞれの月令は8日および11日である。

つぎに、主要な計算条件を列挙し、それぞれの事項に関して若干の解説を加える。

(a) 水面は水平とした。すなわち、 $\partial S/\partial x = 0$ である。

すでに基礎方程式において微少項を省略した（2.2.15）式～（2.2.17）式により、水面勾配は二層流のときに零であり、水面は水平運動することが示唆されている。長良川における実測値をみると、すでに図4.3.4に示したように、弱混合の状態では理論の妥当性が明らかにされたが、ここで再びさらに詳細な資料を示しておくことにした。付図C.2.7は長良川下流部における縦断的な4～6地点の同時水位記録を示す。付図C.2.7の(a)～(c)は強混合時であり、図C.2.7の(d)～(f)は弱混合時の状態と考えられる。強混合状態においても4～6kmあたりまでは水面は水平に近い。弱混合時には6kmあたりまでは非常に厳密な意味で水平と考えられ、12km地点でもほぼ水平に近いとみなしてよい。これより弱混合時には完全に水面は水平であり、強混合時においても遡上距離が短いことを考慮するとかなり水平に近いと考えてよいようである。

(b) 断面形状は単断面と仮定した。水路幅は航空写真より判断した有効幅を採用したが、実際の河道はみおの存在する断面であり、その水深を用いれば過大な断面を与えていることになる。したがって、流量や流速には多少の誤差が生じる。また、河床高は平均河床高とすると海水の遡上距離を忠実に表現しえないのでほぼ最深河床高に近い値とした。また、 h_2 が小さいときの極端な u_2 の変化を避けるため、円滑な曲線形とした。こうすることによって、下層の流積に関しては特に過大となっている。そのため、下層流速はほぼ正しいが、下層流量は仮想のものである。なお、内部境界面位置がさがる上流部においては複断面河道としての計算を行う必要があるが、単断面としての近似計算を行った。そのため、内部境界面位置の下層流路幅は過大となっており、連行量は過大に見積っていることになるし、高水敷上の摩擦抵抗係数についても厳密性を欠く。この結果として遡上距離が過大となる。

(c) 3km地点を下流の基準点とした。長良川では3km付近において揖斐川が合流するので、こうすることによって、その影響を除くことにした。また、4～3で述べたように下流部の主要内部渦の上流端はこの期間にはほぼこの付近に固定され、その移動はわ

ずかであるので、このような近似的取扱いが是認される。そのための影響は境界条件のなかで取扱われるものであって、基本的には問題はない。

(d) 途中に存在する内部渦や中間層の影響は、このシミュレーション・モデルでは取扱うことができないので無視した。これに関連して内部抵抗係数や連行係数についても、ことさら補正を加えることなく、本論文の提案式をそのまま採用することにした。内部渦や中間層の存在により流速分布や濃度分布が定常流のそれと大きく異なる場合には、このようにして計算すると過少の抵抗係数を与えていることになり、海水の遡上距離が実際より長めに算出されることになる。しかし、計算結果をみると、それほど心配しなくてもよさそうである。なお、下層の濃度の鉛直分布が一様でないと、下層の平均濃度 ρ_2 と混入する水塊の密度の差だけ、連行水の密度の仮定が不適当となるが、資料によって判断すると、実際にはその影響は無視しうると考えてよい。

(e) Δx は 500 m とした。本来ならばこれは多少過大であるといえる。そのため、先端部付近、末端部付近および無次元密度 ϵ の急変部では、計算水理量が大きく変化し、計算不安定の原因となることもあった。

(f) 差分間隔比はこの 4 日間の潮位曲線の平均なところを考えて一定値を採用することとした。5.2 で述べた Run 7 の計算結果の経験から、 $\Delta t / \Delta x$ は 3 前後の値と推定された。そこで、 $\Delta x = 500$ m としているので $\Delta t = 1,200$ sec とした。これは、現象に近い計算結果が得られるばかりでなく、試算の結果によれば $\Delta t = 300, 600$, および $1,800$ sec では計算不安を起す可能性があり、 $\Delta t = 1,200$ sec あたりが最もよいことが判明した。

(g) 内部抵抗係数 f_i には付加摩擦力を考察した。現地河川の場合には付加摩擦力を考慮しないとよい結果が得られないことがわかったからである。河床における抵抗係数は $f_b = 0.01$ および動粘性係数は $\nu = 10^{-6}$ (m^2/sec) で一定としたが、この項の影響はあまり大きくないので実用上はこの程度の厳密さで値を決めておけば問題はない。

(h) 下層濃度 ρ_2 の縦断変化を定める拡散係数 D_x の係数 α は、不定流特性や河道の横断形ならびに河床上のスケールの大きい凹凸などの影響を受け、広い範囲に変化するようである。長良川の場合に、試算によると $\alpha = 10$ では過大、 $\alpha = 0.1$ では過小であることが明らかにされたので、ここでは $\alpha = 0.5$ と

した。

以上が計算を実施するうえでの基本条件と安定した計算を行うための対策である。つぎに初期値および境界条件について述べる。初期値は大きくはずれると計算不安定を起すので、11月23日9時の実測値に近い値が得られるように1時の値を推定した。境界条件としては6個の水理量を与える必要があり、基本的には次のような近似を行った。

(a) 潮位曲線は城南 (-0.4 km) における実測水位を与えた。

(b) 上流端上層流量 Q_f は、一層流の陰型式差分法による不定流計算により与えた。この際、 Q_f は簡単のため塩水くさび先端位置に無関係に13km地点の流量とした。そして、この地点の水位は潮位曲線と同一運動をすることとした。上流端条件としては、墨俣 (39km) における自流量を23日1時には 86.3 m^3/s 、26日24時には 65.3 m^3/s とし、この間を直線変化させた。なお、計算結果は差分のとり方により異なるので、種々条件を変えて計算を行った結果、流量の連続条件の収支が最もよい $\Delta x = 200$ m, $\Delta t = 900$ sec のときの計算値を採用し、計算曲線について若干の円滑化を行った。

(c) 上流端下層流量 $Q_{2M} = 0$ とした。

(d) 上流端上層流の密度 $\rho_{1M} = 0.999$ gr/cm^3 とした。これは水温の実測値からその平均として求めたもので一定値を与えることとした。

(e) 下流端における下層密度 ρ_{20} は、3km地点においては11月23日と26日の実測値では時間的にも多少変化している。実測の行われた第1日目と第4日目には実測値を与え、第2日目と第3日目は類推値として、この間の直線変化値を与えた。

(f) 下流端における上層水深 h_1 は、実測では主要内部渦の上流端位置が多少変動している。実測値のない第2日目と第3日目には類推値として、 h_{10} を試算により、ほどよい水理量が得られるように定めた。

d 計算結果

計算結果は時間変化量を図 5.3.1 に、また第1日目と第4日目の距離的な縦断変化量をそれぞれ実測時間毎に図 5.3.2(a)~(e) および図 5.3.3(a)~(e) に示した。また計算プログラムならびに数値表をそれぞれ付表 B.3.2, および B.4 に示した。

図 5.3.1 には、縦軸上で上方より順に、潮位、境界条件として与えた 3 km 地点における上層水深 h_{10} 、塩水くさびの先端位置において与えた淡水流量 (実際は 13 km 地点の別途の一層不定流の計算値) と一例として 5 km 地点の上層流量 Q_1 および下層流量 Q_2 、塩水くさびの先端位置、以下一例

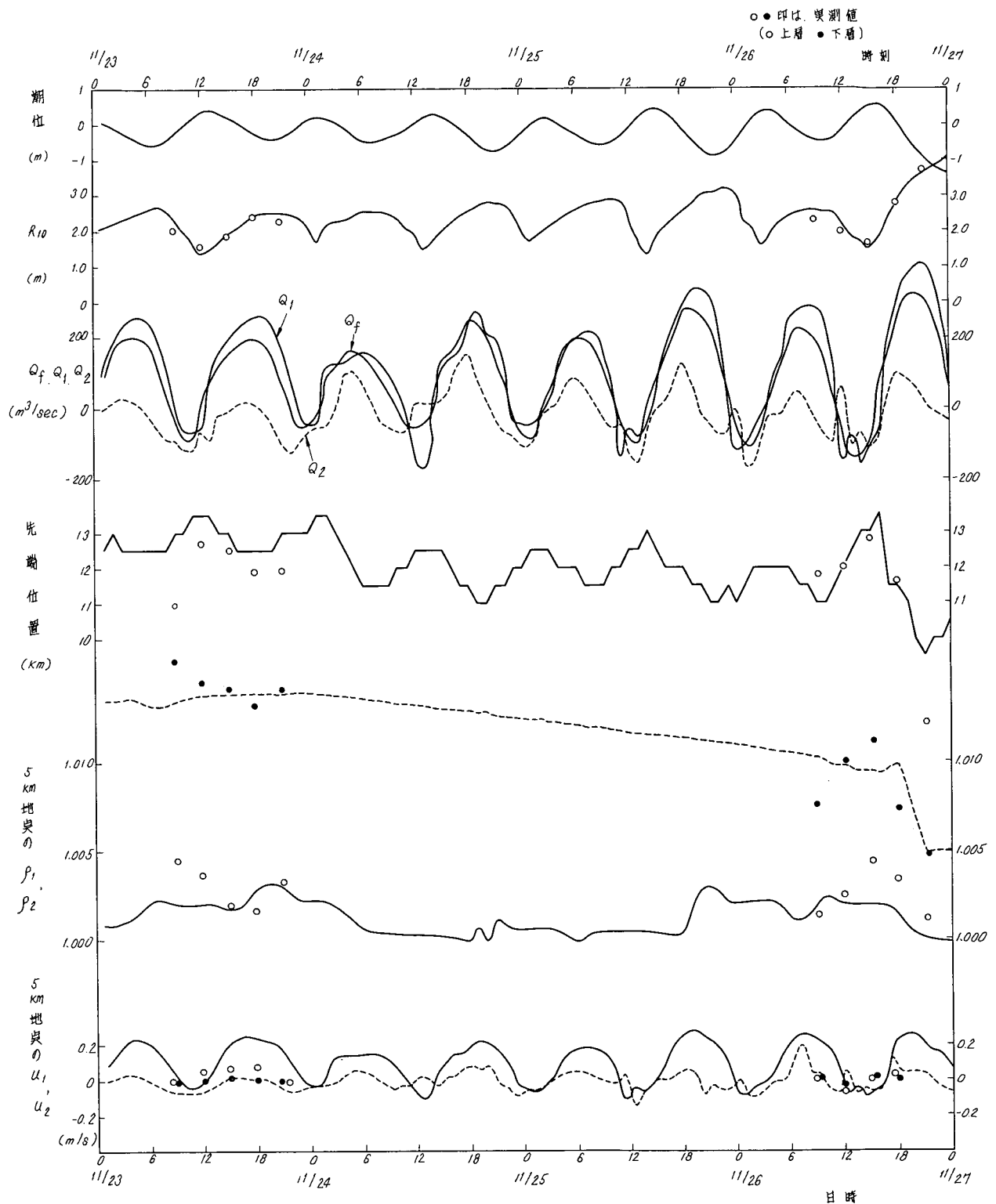


図 5.3.1 長良川成層流の数値計算結果(時間変化量)

として 5 km 地点の水理量として、上下層の密度 ρ_1 と ρ_2 、および上下層の流速 u_1 と u_2 とを示した。横軸には時間をとって、これらの諸量の時間変化の特性を計算値と実測値とで比較した。なお、塩水くさび先端位置の距離 L として、実測値では $C\ell^- = 1,000$ ppm 程度と推定される地点を、

また計算値では下層水深の存在する最上流端位置(ただし、 $\rho_2 \text{ min} = 1.005 \text{ gr/cm}^3$ としているので、 $C\ell^- \div 4,000$ ppm 程度以下の濃度である)を採った。実測における L の推定値には、主流線上の測点が必ずしも最深点と一致しないこと、および測点間隔が 1 km であることの二点で問題はある。

ここでは、付図C. 2.14を用いて縦断的な濃度変化を推定し、横断的には最深部濃度との合致性がかなり良いものと考えた。ただし、河床高は実測と計算とでは、計算の場合の方が低くしてあることが多いので、塩水くさび侵入長は計算値の方が大きくなる傾向にある。また、5 km地点の実測の水理量は、その測点における実測値の平均であって、断面平均量ではない。計算値を実測値と照合する場合にも以上のような問題はあがるが、概略の比較検討は可能である。

図5.3.2(a)～(e)および図5.3.3(a)～(e)には、それぞれ11月23日および11月26日の、各1日5回の実測時間帯毎に、水理量の縦断変化特性を示した。水理量としては、内部境界面位置ならびに上下層の流速と密度などを記し、この時間帯の中央に近い時間の計算水理量とを対比させた。また、それぞれの図には、計算に使用した有効流路幅と最深河床高、ならびに参考のため平均河床高を記した。このほか、各測点における塩素イオン濃度分布、流速分布および水温分布を示したが、これらは実測値や計算値の評価に重要である。

さて、11月23日から26日にかけての外力の変化をみると、潮位変動の幅は23日と24日では1 m弱であるが、26日後半には2 mにも達するようになっていく。3 km地点の下層密度でみると、23日には $\rho_2 = 1.014 \text{ gr/cm}^3$ 程度のもので26日には $\rho_2 = 0.008 \text{ gr/cm}^3$ 程度と大きく低下してい

る。流量は付図C. 2.4に示すように、この期間は小流量で安定していたとみてよい。この4日間では、第1日目は比較的成層度のよい塩水くさびがあり、第2日目および第3日目となるにしたがい徐々に混合が増えてゆき、第4日目に至って急に大きく乱れるというふうに変化した期間と考えてよい。

3 km地点における上層水深 h_{10} は、潮位変化に伴う入退潮流と密接な関係があり、結果として潮位曲線に依存する。すなわち、潮位下降時にはゆるやかに増大し、上昇時には比較的早く減少するが、その結果 h_{10} の曲線は潮位曲線の谷では遅れ、山に対しては早まる傾向となる。現象的にみると、 h_{10} は順流量の増大と共に増大し、逆流量の増大と共に減少する。したがって、上記の特性は潮位曲線の勾配の影響を受けるが、河川の河床高や貯溜量などの影響も考えられ h_{10} の曲線は河川毎に異なることとなる。図5.3.1にみられるように、今回の計算では境界条件としての h_{10} はほぼ実測の状態に近い値を与えることができたと思なう。

計算結果をみると、まず海水の侵入長 L はおおよそ13 kmから徐々にさがり、24日および25日では最低11 kmあたりとなるが、26日には大きく8～9 kmまで後退する一方、満潮時付近には13.5 kmまで遡上する。そして、潮位上昇時に前進、潮位下降時に後退の傾向があり、その変動幅は26日を除いて1～2 kmと極くわずかであり、位相差はたかだか

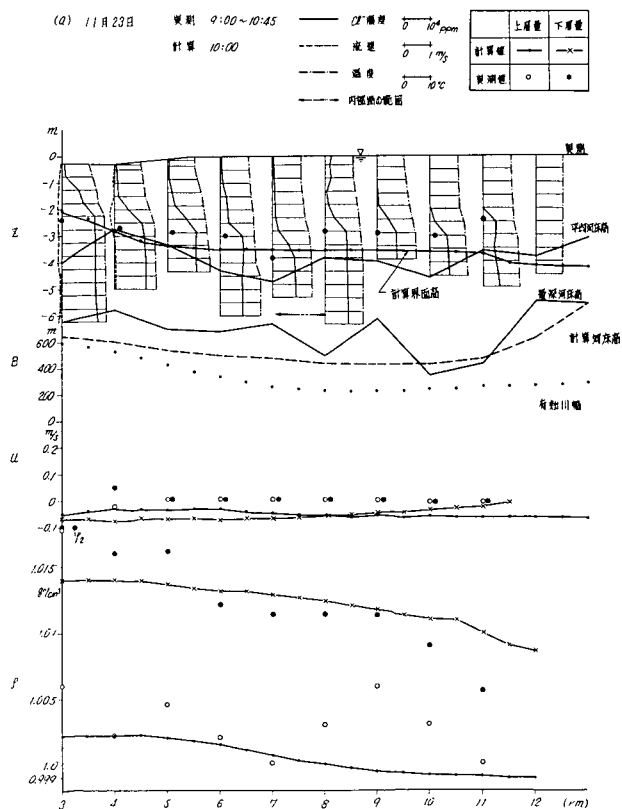


図5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(a)
(縦断変化量, 11月23日)

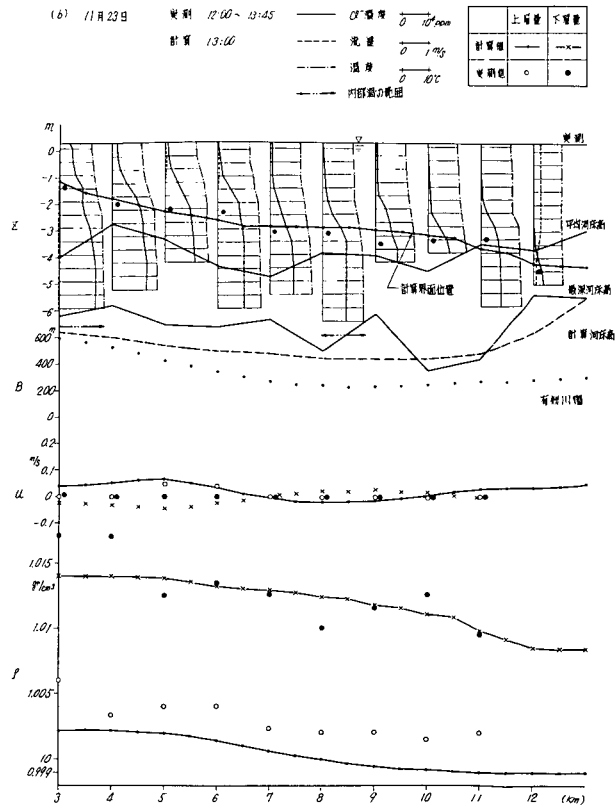


図5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(b)
(縦断変化量, 11月23日)

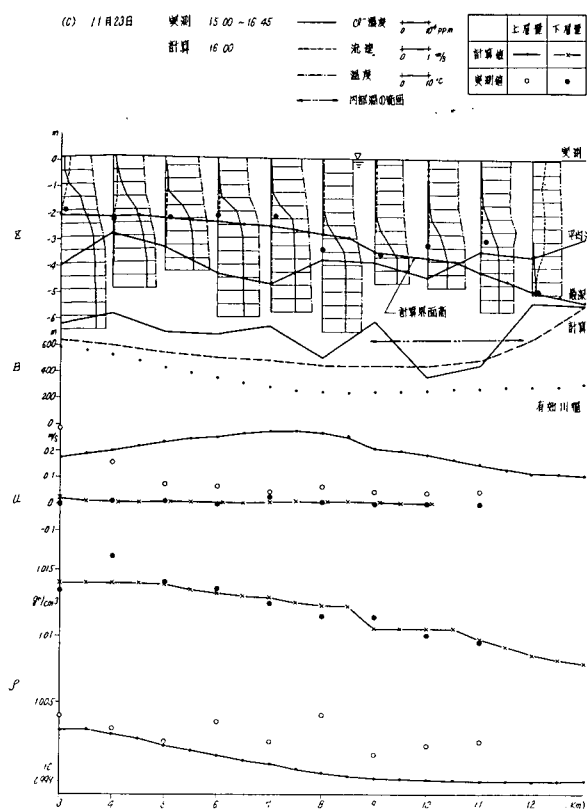


図 5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(c)
 (縦断変化量, 11月23日)

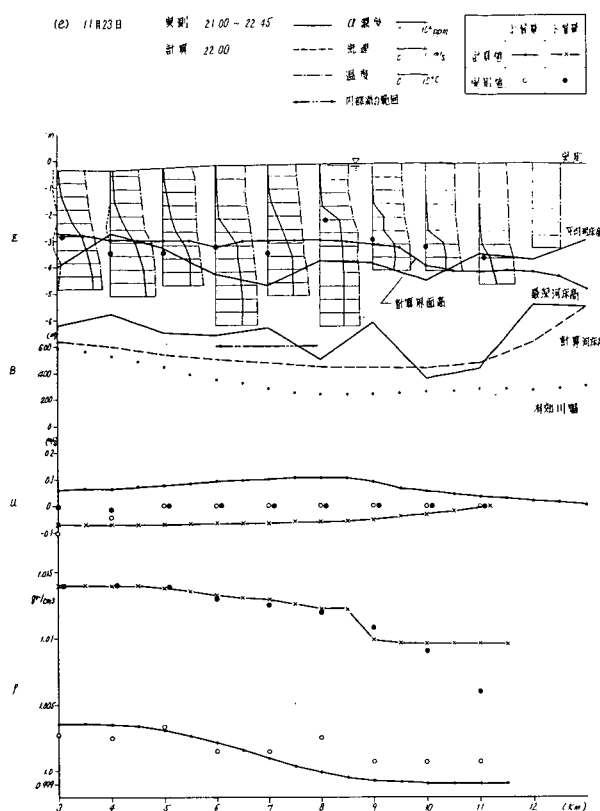


図 5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(e)
 (縦断変化量, 11月23日)

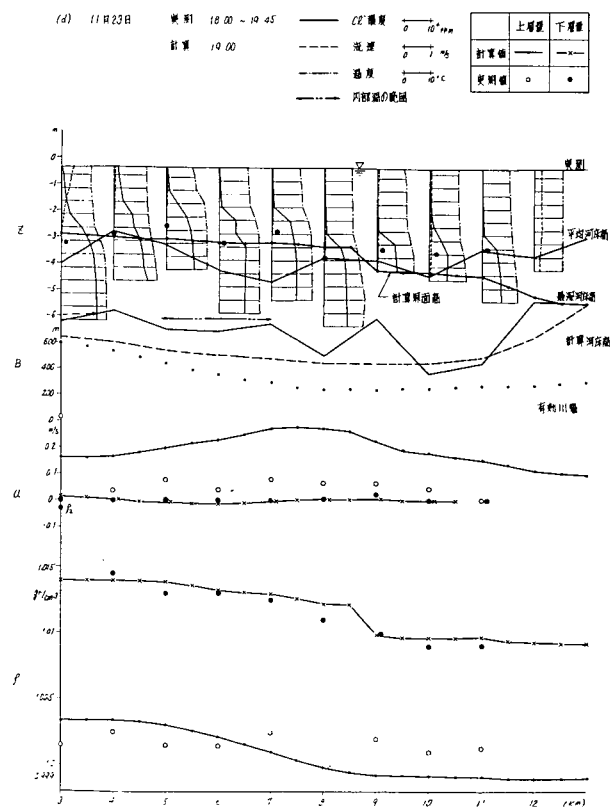


図 5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(d)
 (縦断変化量, 11月23日)

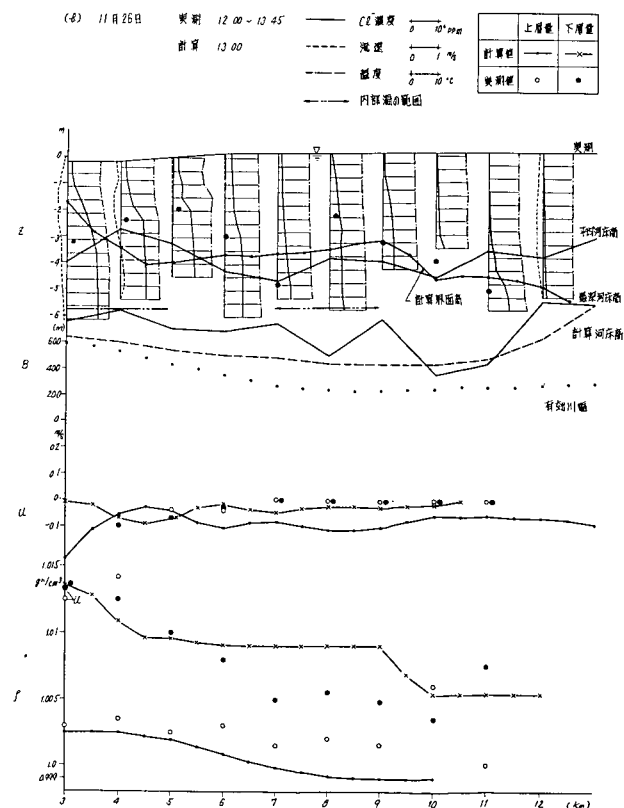


図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(f)
 (縦断変化量, 11月26日)

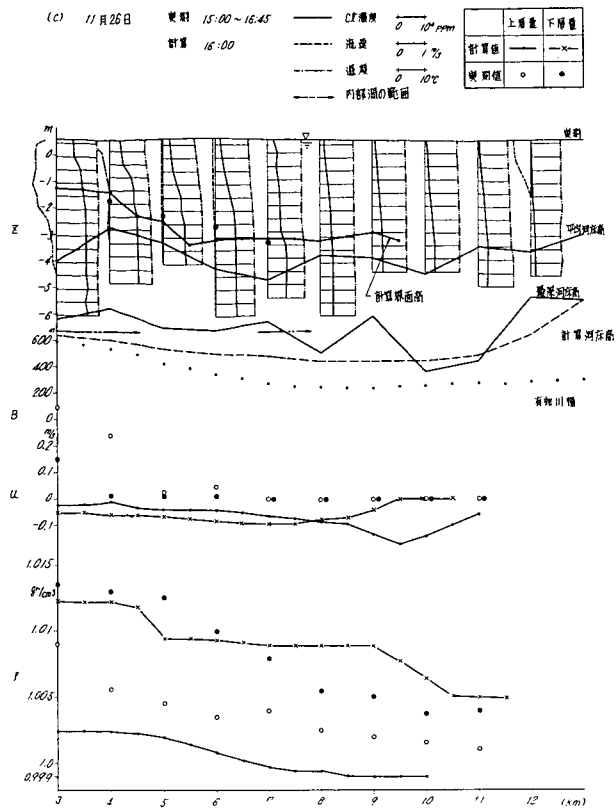


図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(b)
 (縦断変化量, 11月26日)

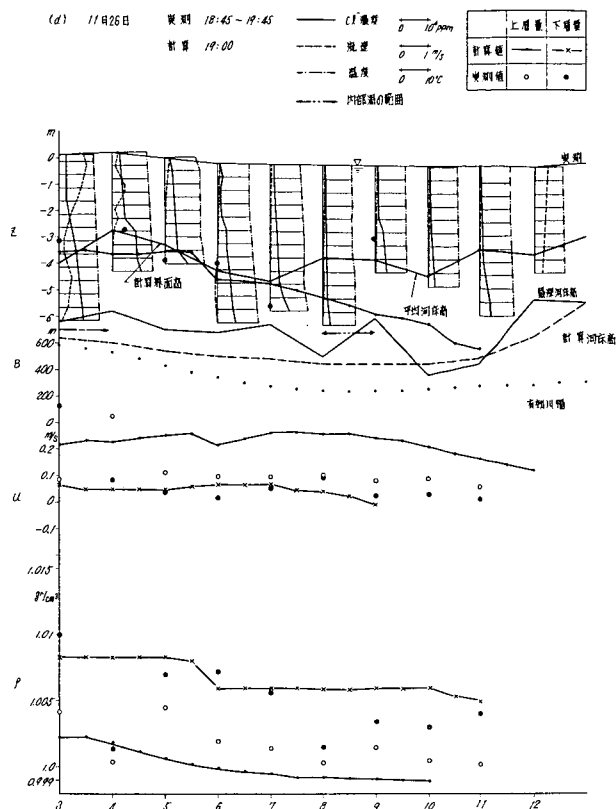


図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(d)
 (縦断変化量, 11月26日)

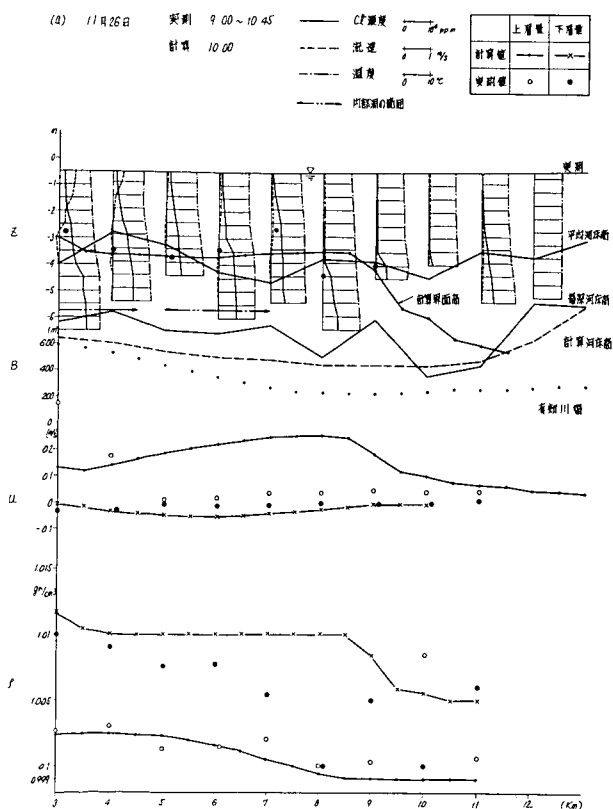


図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(c)
 (縦断変化量, 11月26日)

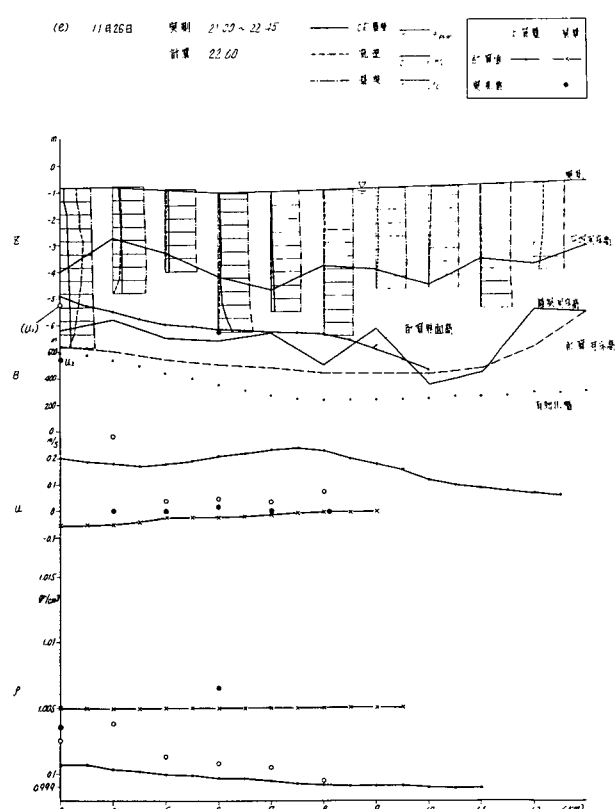


図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(e)
 (縦断変化量, 11月26日)

1～2時間程度である。いっぽう、計算精度は11月23日では、助走計算を省略しており、初期値の影響が残っているが、第1回目の観測値を除き0.5 km程度の差である。計算の河床高が若干低い影響もあり、また塩素イオン濃度の低いところまでを考えるとすれば、計算結果の精度を評価しうられると思われる。また、計算値においてその変動が遅いのは、単断面の仮定の影響が出ているとも判断できる。すなわち、現地では多少みおが発達しているので、連続条件からも推定されるように、塩水くさび先端部の移動は、計算条件の場合よりも容易である。このことを考慮すると、いっそう計算結果が納得されるであろう。第4日目の11月26日では、第5回目の観測値を除き、かなり良く合っていると判断できる。第5回目のケースは侵入していた海水が非常に大きく後退した緩混合状態の末期の場合であるが、計算結果はその定性的な傾向をよく説明している。計算結果で、塩水くさびの後退が実測値ほどでないのは、おそらく与えた条件の問題もある。以上の結果は、この時期の一般的な実測値から判断された特性からみても、現象をよく説明しているとみなし得る。塩水くさび先端位置の変動は、そのときの混合の状況、流量および潮位曲線などによるのであるが、計算結果には潮位曲線の勾配、上潮下潮のそれぞれの継続時間、および平均水位の標高などの効果が反映されており、潮位曲線の効果が計算結果に詳細に現われていると判断できる。

計算水理量については、図5.3.1において代表例として5 km地点の値で実測結果と対比させた。密度については、現実の河道では複雑である。河道では小規模な内部渦や、横断方向の流れも存在し、なかには非常に特異な資料もみられ、実測値のバラツキも少なくないが、計算値は平均的な傾向をよく表現しているとみなすことができよう。流速の実測値は主流部の値としては小さい。流速の測定値が小さくなる原因として考えられることは、(a)ブライス流速計では流速が10 cm/s以下では測定値が大幅に小さくなる。(b)短時間に測定内容が多く、また移動もあるので観測舟の固定が不十分になりがちである。また(c)測点が多いので測定時間が短かすぎる可能性があることなどである。したがって、小さな値を示す実測値は相対的な傾向を把握するためには利用しうるが、精度上の疑問は残る。これに対して、計算値には信頼性がある。たとえば、5 km地点の流量換算値は上流端流量に比し若干大きい程度で、下層からの連行量を考慮すると、十分納得しうる数値である。流速については計算値を尊重すべきであると考える。

図5.3.2および図5.3.3では、内部境界面位置の縦断変化の様子を、濃度分布、流速分布および温度分布の実測結果と対比させつつ、実測の界面形状と比較した。また、

同図では上下層の密度 ρ_1 、 ρ_2 および流速 u_1 、 u_2 についても、その縦断変化量を実測値と比較した。このほか、平均、最深および計算の河床高と測点位置の河床高、および有効流路幅とを図中に記入した。

界面形状の実測値には、第6章で論じたように内部渦、段波および不定流効果などの影響があって、界面曲線は縦断的に単調な曲線を描かないのが一般的である。また、測定は同時に行われているわけではなく、最大1時間55分のずれがあるので変化が大きい場合には多少のずれが生じる。この実測値にみられる界面が波状となる現象は順流時にも、逆流時にも存在するようで、波の位置は上下流に移動している。しかし、計算値はおおむね平均的なところにあつて、ほぼ満足しうるものである。満足度は11月23日の方が優るが、26日の順流時で流速が大きく、変化が大きいときでも、かなり良く合っているとみなしうる。界面位置に関する計算値と実測値とのずれは、内部渦が存在したと考えられる場合、および先端付近などの二、三の特異な場合を除き、おおそ50 cm以内であるとみなしうる。なお、図4.3.4に示した内部渦の範囲を図5.3.2および図5.3.3に参考のため再録した。

流速については、実測値が小さくなっていることが多いが、定性的にはほぼよいとみなすことができる。ただし、場合によって下流端で大きく異なることがあるのは、3 km地点に主要内部渦が存在すると仮定したにも拘らず、実際に内部渦が少し上流へ移動したような場合である。また、下流端位置における界面位置が計算と実測とで異なると、流速が大ききときには、流速の絶対値としては差が大きくなる。

密度分布については、下層密度 ρ_2 は11月26日10時の場合を除き、おおむね満足すべき値となっている。特に11月23日の場合には、初期値の与え方が適当でなかった11月23日10時の上流付近を除いて、実測値と計算値との合致性はよい。これに対して、11月26日の場合には7～9 km、あるいは8～10 kmあたりの計算の ρ_2 の値が若干大きい。これは α を23日、26日とも一定で0.5としたが、26日ではこれより大きくなっている可能性もある。なお、11月26日10時は実測値の散乱の度合いも大きい、若干計算値は大きすぎる。現地の水象変化に計算が追従できなかったケースである。しかし、それ以降の時間の計算値は徐々に実測値の傾向に近づいている。いっぽう、上層濃度 ρ_1 については定性的にはほぼ満足すべきものであるが、定量的には計算値が実測値より若干小さい。計算値に1,000～2,000 ppmの塩素イオン濃度相当分を上をせすると、ほぼ実測値と合致する。この原因は、先端渦、内部渦あるいは主要内部渦が、このシミュレーション・モデルで考えている連行以外の混合を行い、その分だけ余計に中間層を発達させている

からである。中間層を上層に含めることとしているので、実測の ρ_1 は大きくなる。このことは、すでに 3-3, 図 3.3.5 の最上川における定常流の場合の実測例で考察したのと同様である。

ここで、図 5.3.3 (d) に関する説明をつけ加えておく。これは一例として取りあげたものであるが、成層の度合が今回最も悪くなっている 11 月 26 日の第 4 回目の観測結果と計算による水理量の縦断変化の状況を比較したものである。この状態は、弱混合状態より濃度が上昇して緩混合の末期状態となっており、内部境界面は明確に判別しにくい状態であって、シミュレーション・モデルの適用限界に近い状態であると考えられる。しかし、図 5.3.3 (d) から判断されるように、上下層の密度差は非常に小さくなっているが、定義にしたがって下層濃度が急変する点を界面とすると、この縦断変化は計算値とかなりよく一致している。この計算について、一応の妥当性を認めてもよいであろう。

e 不定流特性に及す主要素の影響と計算結果の妥当性

計算結果には現象が反映される。海水遡上運動を計算する場合に、外力としての潮位変動を不動の条件として与えると、上流端における河川の自然量、および下流端における上層水深などを、計算安定上若干操作する必要があった。そこで、これらの要素による現象上の影響について述べ、計算の妥当性を示す。なお、主要内部渦をモデルにくみ入れていないので、安定した計算結果が得られることを第一の目標とし、順次近似度をあげてゆかなければならない。

まず、河川の自流量が有する効果は、たとえば Q_f が大きくなるとフルード数 F_1 が大きくなり、それにより F_1 の 3 乗に比例して連行量が增大し、その結果この効果による上層流量 Q_1 の増大と上層密度 ρ_1 の増大に伴う ε の減少により再びフルード数 F_1 が増大するという相乗効果に発展するということである。いっぽう、連行現象により下層流量 Q_2 も影響を受け、これがまた下層密度をも変化させるという結果となる。 Q_1 の増大に伴い、多くの場合 Q_2 は負の値として大きくなるようである。実際の現象もこのように変化の激しい不安定な現象であるといえる。

つぎに下層密度 ρ_2 は海水の遡上現象にとって支配的ともいえる効果を有する要素のひとつであるが、計算によると下層流速が正で順流のときに減少し、逆流のときに増大していることがわかる。そして、順流のときには比較的容易に大きく ρ_2 が減少するが、逆流時の ρ_2 の増大は緩慢のようであり、実際の現象をよく反映しているとみなしうる。計算ならびに基礎式によると、 u_2 の効果が定量的にみて相当大きく、 u_2 の変化率の大きい塩水くさびの先端付近において ρ_2 が急激に変わり、 u_2 の絶対値としては大きい縦断的な変化率としてはあまり大きくない下流部では ρ_2

の変化が緩慢となる。このことも、河川の実情をよく説明しているといえる。問題は塩水くさびの先端付近でみおが発達している場合が多く、下層流速 u_2 を適正に評価し、算出することがかなり困難であるということである。そのため、順流時に塩水くさびの上流端部付近において ρ_2 の値が急激に低下し、下流部の ρ_2 との連続性が極端におわる可能性がある。この結果は内部境界面の縦断形状の急激な変化をもたらす、計算不安定の原因となりうる。基礎方程式ならびに計算手法上のひとつの問題であると思われる。

境界条件として下流端上層水深の効果は、 h_{10} が小さくなると Q_1 は増大し、 h_{10} が大きくなると Q_1 は減少または、負で大きな値をとるように働く。長良川の実測では、主要内部渦の上流端の上層水深は、海水の遡上時には内部渦が浮上するため小さくなり、順流時にはここで限界水深となるように h_1 が増大するようである。したがって、 h_{10} を制御することにより、或る程度上流端の上層流量 Q_{10} を規制することが可能である。しかし、上の法則は潮位曲線の位置によって効き方が異なり、潮位の上昇末期にはこの法則が逆転することになるなど、至って曖昧な法則である。ところが、計算はやや不安定であって、実測値から得た特性と無関係に適当な値をおいた場合には計算不能となる場合が多く、妥当性あるかたちで計算された結果をみると、 h_{10} は図 5.3.1 にみられるように実測値と大変良く一致した数値を与えていたことになる。このことは現象のシステムが敏感なことを物語り、ひいては計算の妥当性を示唆するとみることもできよう。

f ま と め

二層流モデルの実用上の適用性を検証するため、弱混合から完全な緩混合状態へと変化する過程の、長良川における 4 日間に亘る塩水くさびの非定常運動を例として検討した結果、次のことがわかった。

- (a) 弱混合状態から内部境界面位置もあまり明確でない強度の緩混合状態に至るまでの広範な領域において、おおむね、この手法の妥当性を認めることができた。
- (b) このモデルに基づいて数値計算を行うことにより、塩水くさびの先端位置、内部境界面の位置、上下層の平均流速と流量、および上下層の塩分濃度(密度)などの水理量について、その縦断変化ならびに時間変化を知ることができる。
- (c) 主要内部渦以外の内部渦が存在しても、多くの場合にその影響を無視して計算することが可能である。内部渦が存在すると、界面が大きく波うち、その下流で濃度が大きくなる。このとき、連行に依らない効果として中間層を発達させることがあるが、中間

層は上層に含めているので、若干上層密度 ρ_1 が大きくなる。

- (d) 安定して計算を行うための種々の規制の影響は、ここで取りあげた範囲では無視しうる程度である。ちなみに塩水くさび全体の流量収支を調べたところ、最大で10%であったが、このなかには $\Delta x/\Delta t$ を一定として計算を行っていることの影響も含まれる。
- (e) 現象が不安定であり、計算も容易でないが、特に境界条件としての h_{10} の、計算安定上ならびに計算結果に与える影響は小さくない。そこで、下流端に存在する主要内部渦の位置や性質に関する研究が必要である。しかし、当面は実測により河川の特性を把握した後、ディスプレイなどを利用して対話方式で計算を実施すれば、大きな困難もなく、モデルの実用性は一層たかまってくるであろう。

5-4 現象を説明しうる差分間隔

数値計算に必要なことは、対象とする現象を説明しうる結果を得ることである。そこで、数値計算に用いる差分の格子間隔のとり方の問題について検討した。すでに考察してきたように、 Δx と Δt の値は差分計算上の安定条件や誤差の伝播の問題のほか、物理現象としての特性量から定める必要がある。したがって $\Delta x/\Delta t$ は、たとえば潮位曲線

(周期と振幅)や内部フルード数および水深 h_1 などの関数であるから、理論的には、縦断的、ならびに時間的に一定の Δx と Δt を採用した数値計算によって、現象を完全に説明することは不可能である。それは、内部フルード数や水深が場所的に変化し、また時間的に変化する潮位曲線の影響が存在するからである。しかし、実用上は一定の Δx 、 Δt の値をとることが便利であるから、厳密性を多少犠牲にしても、実際面において支障の少ない計算精度が得られる一定の Δx 、 Δt の関係を求めることが必要である。

Δx と Δt の関数形としては、無次元表示することが望ましいが、第一段階として次元を有するかたちで、 $\Delta x/\Delta t$ として調べてみた。

a 同一の $\Delta x/\Delta t$ で、 Δx と Δt のスケールの異なることによる影響

数値実験例で図5.4.1は、 $\Delta x/\Delta t$ として5ケース選んでおり、それぞれのケースでは Δx と Δt とをそれぞれ同じ比率で3回変化させたが、他の条件は全て同一にして計算を行った場合に、そのスケールの倍率によって計算結果の相違する程度を調べたものの一例である。これを見ると、それぞれ $\Delta x/\Delta t$ の5ケースの全てについて、記号で丸と三角の両ケースは非常によく一致しており、 Δx と Δt のスケールの倍率の影響はないものと解釈してよさそうである。ところが、四角のケースでは初期条件も多少異って

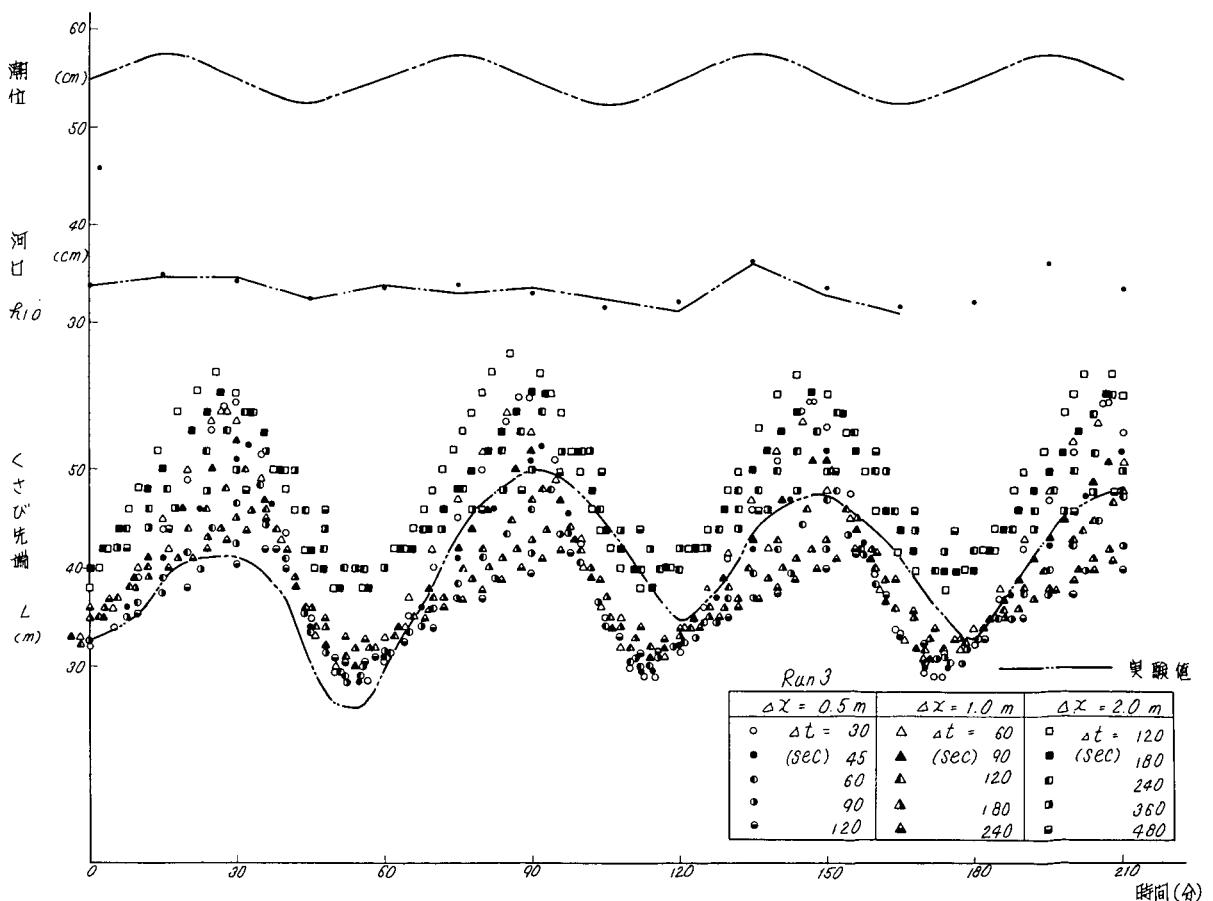


図5.4.1 $\Delta x/\Delta t$ を一定としたときの、 Δx 、 Δt の影響(数値実験その1)

はいるが、やや塩水くさびの侵入長が大きくなって同様な振幅運動する結果となっている。このことをさらに詳しく別途に表示すると図 5.4.2 のようである。ここでは $\Delta t / \Delta x = 90 \text{ sec/m}$ の場合のみとしスケールの倍率を 5 ケース変化させている。これを見ると山および谷に関する位相差および山の位置はほぼ同一とみなしうるが、谷の高さがスケールの倍率を小さくするほど低く、そしてスケールの倍率を大きくするほど高くなっている。 $t=0$ における初期値の誤差はあるが、潮位曲線の 3~4 波でもこのような特性は同じであるので、スケールの倍率の影響は存在するものと考えなければならない。この問題に関連して誤差論からの評価も必要であろう。確かに、 Δt が大きすぎれば潮位波形を忠実に表現することが不可能となるし、 Δt が小さすぎてもわずかの誤差を極端に表現することになり不安定の原因となる。しかし、ここでは同じ $\Delta x / \Delta t$ の値をとってもその $\Delta x, \Delta t$ のスケール倍率によって、ある範囲では異った結果が得られることを指摘するにとどめ、スケールの倍率による変化がほとんどない範囲内で計算をすすめることとした。

b $\Delta x / \Delta t$ の値と計算結果

そこで、表 5.2.1 に示す 7 ケースと長良川の検証結果に基づいて検討することにした。いずれの場合にも、縦断的および時間的に一定の $\Delta x / \Delta t$ の値を使用して計算を行っ

た。ただし、同じ $\Delta x / \Delta t$ の値でも Δx と Δt の倍率を倍程度変化させて再度計算を行い両者の相違がほとんどないことを確かめた。塩水くさびの場所的な変化量に対しては平均量として把握し現象の時間変化の特性を把握することに主眼をおく場合には、 $\Delta x / \Delta t$ に対する影響要素は、次元解析的考察によると、潮位曲線および Re 数の影響が卓越するはずである。ただし、縦断的に変化する水理量、たとえば F_1 については $1 > F_1 > 0$ の範囲で、これまでの検討結果よりその影響を無視できるものとした。

潮位曲線形の影響としては、それを代表する水理量として周期と波高をとりあげて検討することにした。潮位波形はおおよそ、この二つの量により表示しうるであろう。

それぞれ 6 回の実験の条件について $\Delta x / \Delta t$ を種々変化させて計算を行った結果を、塩水くさび先端位置の移動状況に関する実験結果と対比させて、それぞれ図 5.4.3~図 5.4.7 (Run 4 については 2 つの図) に示した。なお、これらの図はそれぞれ Run 3~Run 6 の実験に対応し、Run 1 および Run 2 の実験の場合についてはすでにそれぞれ図 5.2.4 および図 5.2.5 に示した。同図には、上方より潮位曲線、境界条件としての下流端における上層水深 h_{10} および塩水くさび先端位置の時間変化について記しており、それぞれ実験値と計算値とを対比させている。すでにみてきたように、潮位曲線の第 1 波では実験と計算の双

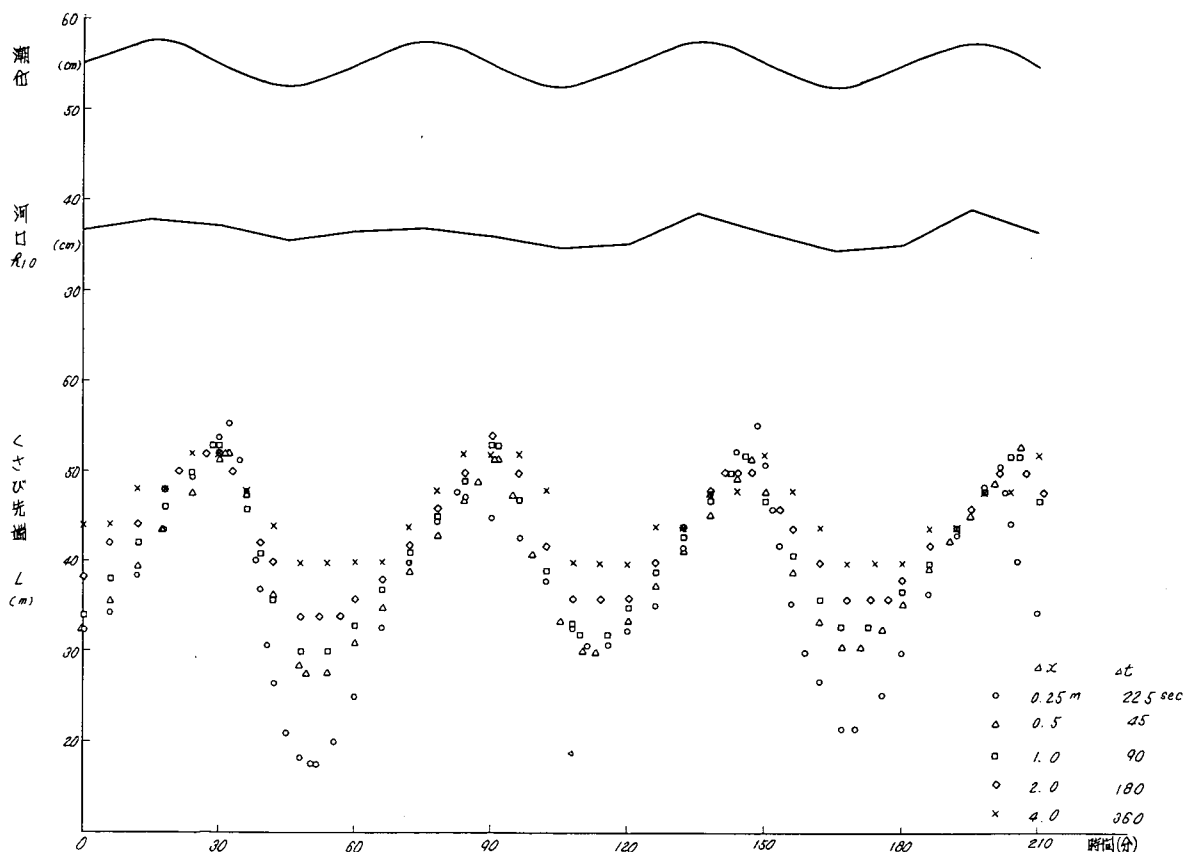


図 5.4.2 $\Delta x / \Delta t$ を一定としたときの、 $\Delta x, \Delta t$ の影響 (数値実験その 2)

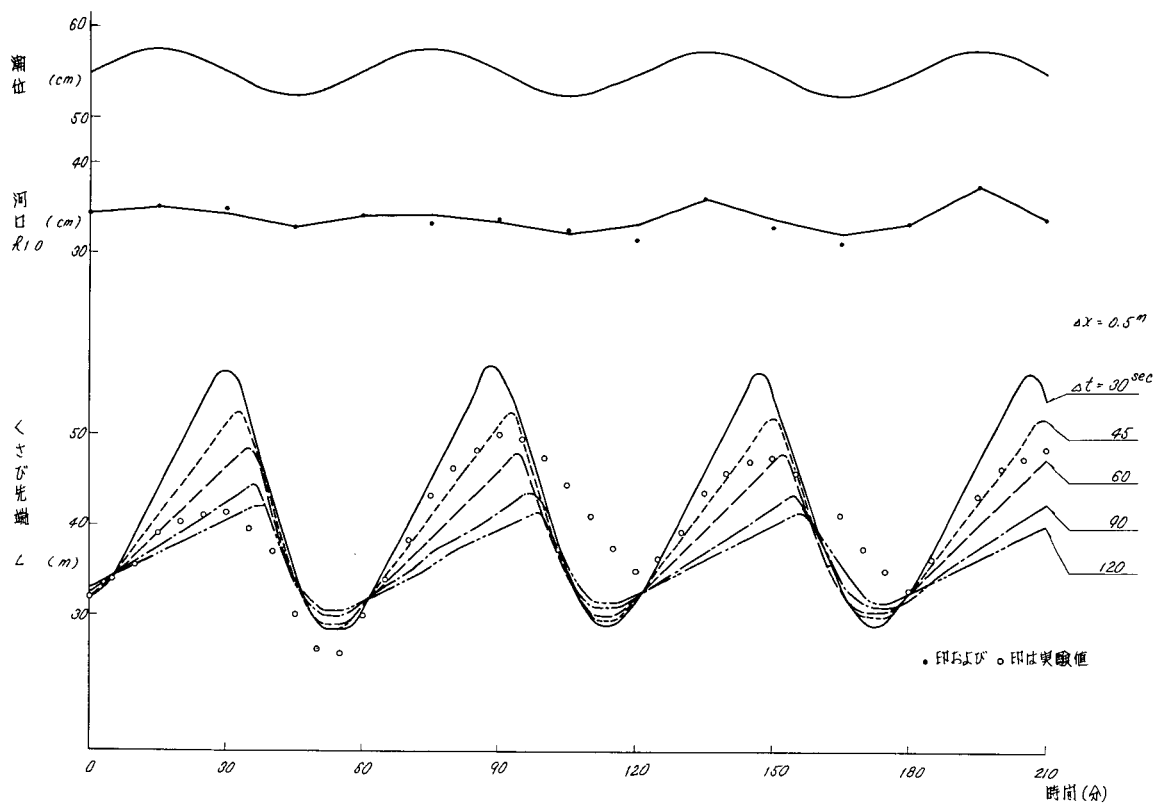


図 5.4.3 塩水くさび先端位置の変化 (Run 3)

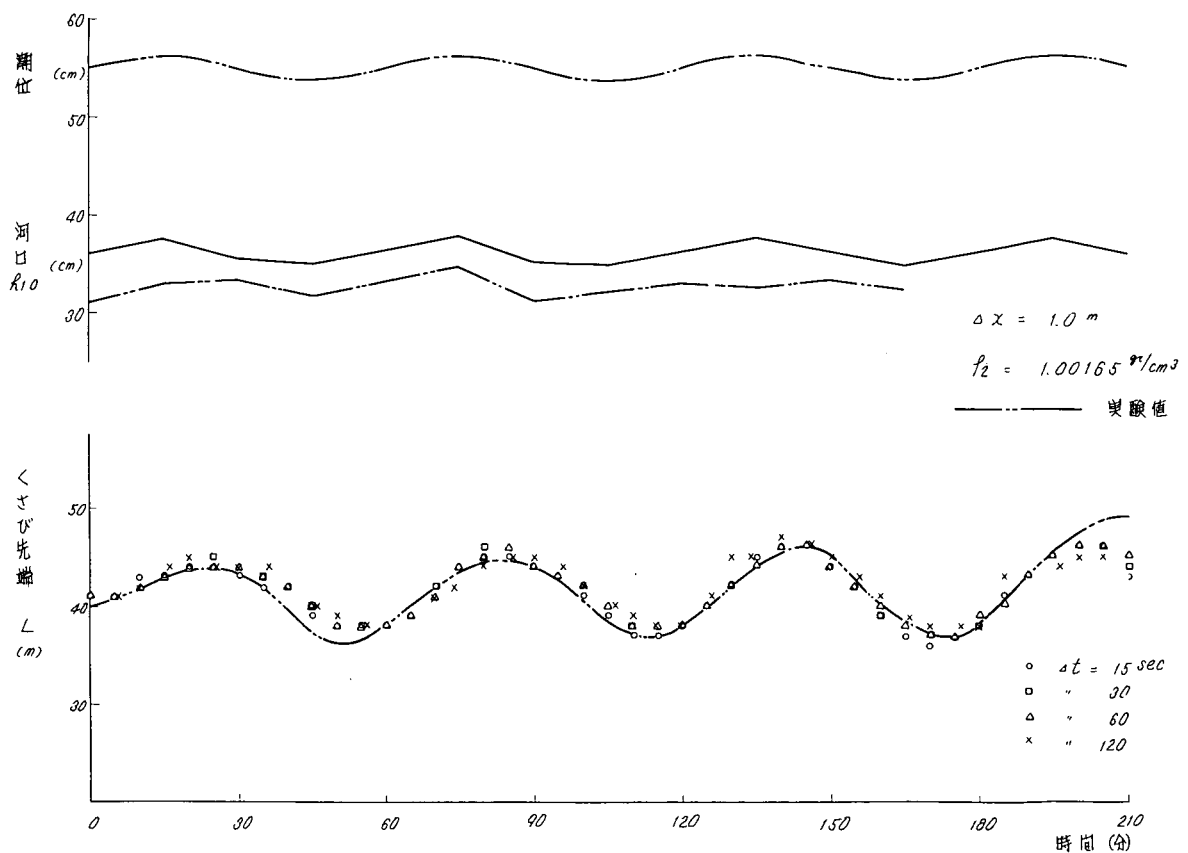


図 5.4.4 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その1)

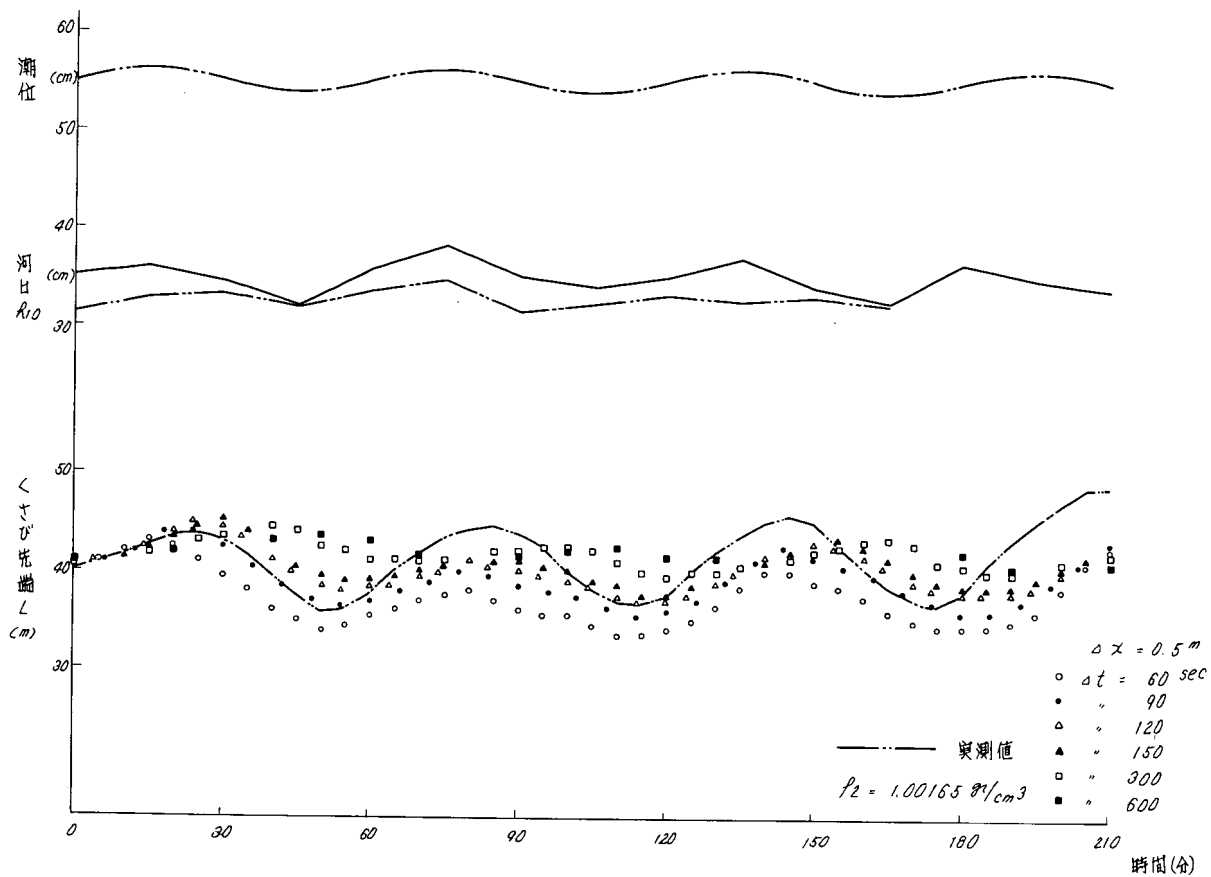


図 5.4.5 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その 2)

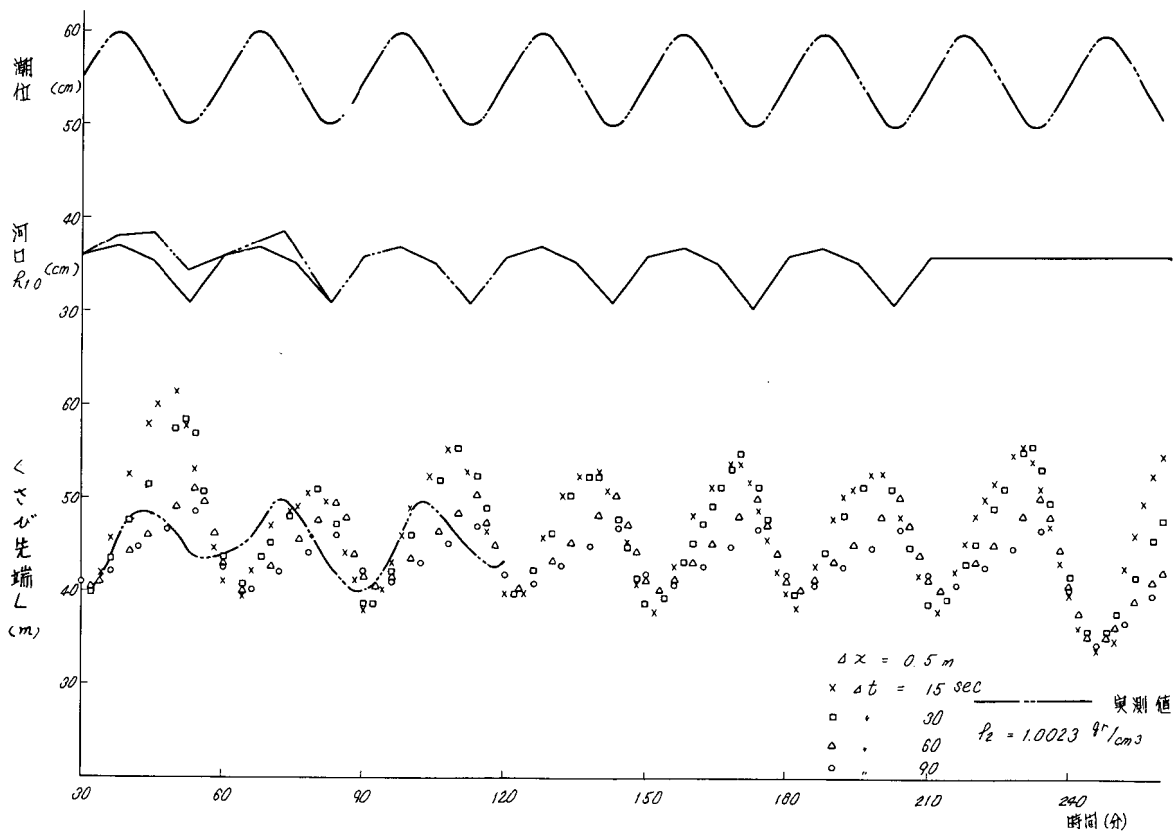


図 5.4.6 塩水くさび先端位置の変化 (Run 5)

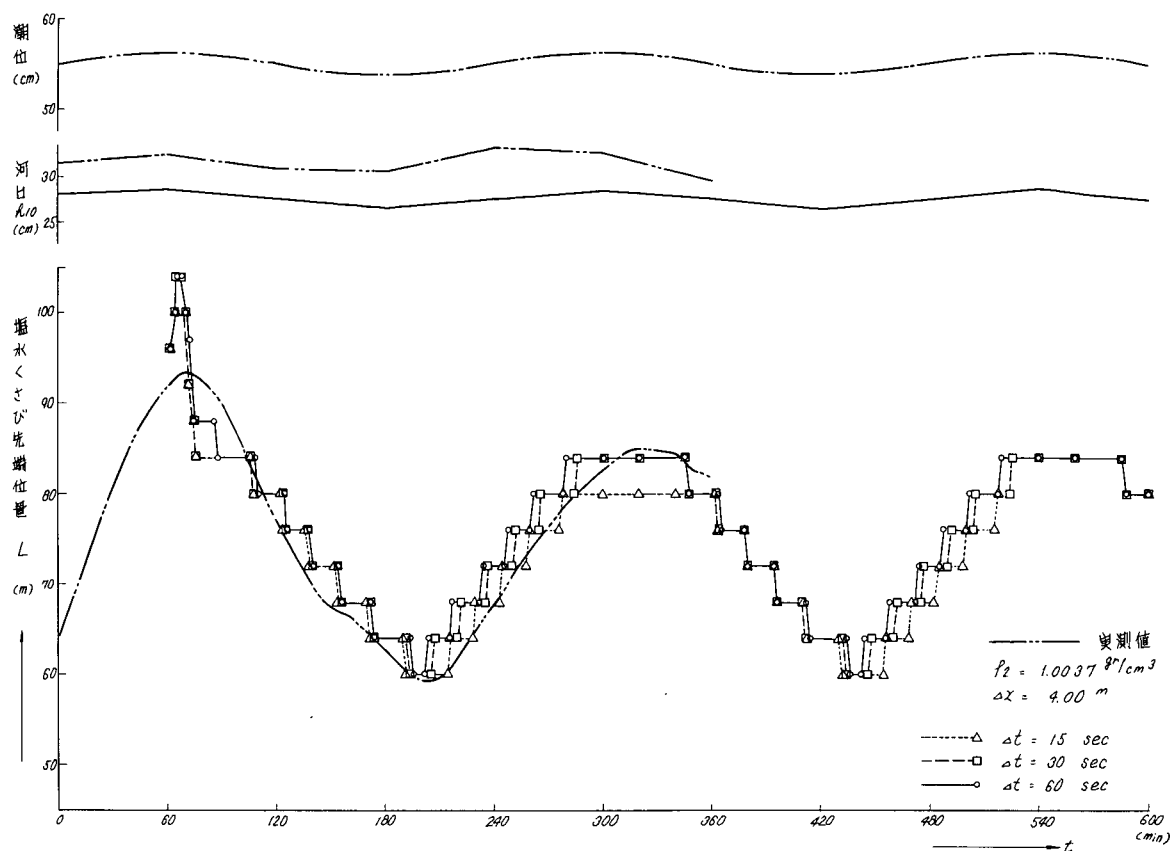


図 5.4.7 塩水くさび先端位置の変化 (Run 6)

方に初期値の影響があり、実験でも第2波以降と異なることが多いが、計算結果とはあまりよく合っていないのが普通である。また、 ϵ や h_{10} などの誤差のため、塩水くさび先端位置の振幅の中央値がずれていたり、その結果位相差が多少ついたりすることがある。あるいは、塩水くさびが流下する過程で先端付近の h_2 が非常に小さいときの h_2 の効果やまさつの程度を、モデルにおいて必ずしも忠実にシミュレートしていないことなどにより、この過程で実験値と計算値との相違が目立つことがある。この影響は周期が小さくなって動きが早くなるほど顕著に現われるように思われる。また、 Q_f を一定にして計算したことによる影響もある。実験上の問題として、さらに中間層の発達の影響の存在についても述べておく必要があると思われる。中間層は前述のように水路下流端に発生する内部渦に関係するので、下流からの塩水補給量の大小により影響の度合いが異ってくる。すなわち、塩水の補給が十分存在するときには順流時に下流端において発達する内部渦により遡上時に中間層の発達が顕著である。そして順流時には中間層が薄くなる。塩水の補給が小さいときには中間層の発達は弱くなる。このような中間層の発達の程度による塩水くさび先端位置の変動特性の変化は実験結果に含まれているはずであ

る。また、中間層に関しては先端渦の影響もある。このように、種々の問題点があるうえ、塩水くさびの先端位置の移動という大変微妙な現象を対象としているので、計算結果を実験値に基づいて評価する場合に、あまり細かくみることは適当でなく大局的に判断することが望ましいと思われる。

さて、計算結果に及ぼす $\Delta x / \Delta t$ に関して、実験のRun 1からRun 5までについては、おおよそ次のような特性があった。

- (a) $\Delta x / \Delta t$ を大きくすると、すなわち Δt を小さくすると、塩水くさび先端位置の変動幅が増大する。その仕方は、遡上距離が大きく伸び、最低位置は極くわずかの減少にとどまる。 $\Delta x / \Delta t$ を小さくする場合はその逆である。
- (b) $\Delta x / \Delta t$ を大きくすると、谷の位置はあまり変わらないが、山が左に寄り、塩水くさび先端位置の遡上速度が増大する。流下速度については減少みであるが、あまり大きな変化はないとみなしてよい。しかし、このような特性がRun 6のケースでは $\Delta x / \Delta t$ について逆の結果が現われていることは興味深い。また $\Delta x / \Delta t$ の値によって計算結果が大きく

変化する場合と、さほどの変化を示さず、感度がにぶくて $\Delta x/\Delta t$ について適当な値としても似たような計算結果が得られる場合とがある。Run 1, Run 2, および Run 3 は前者に属し, Run 4, Run 5 および Run 6 は後者に属すとしていくことができる。これは潮位波形の振幅と周期の比 η/T が大きい場合と小さい場合が後者に対応し, 中間の値の場合が前者に対応するとみなすことができるように思われる。

c $\Delta x/\Delta t$ の関数形

以上の考察結果を踏まえて, 実際の現象を説明しうる計算結果を得るため $\Delta x/\Delta t$ の関係を求めることが肝要である。本来ならば, 基礎式にもどって無次元表示し, $\Delta x/\Delta t$ について無次元の物理量によって表示することが望まれるが, ここでは簡単に $\Delta x/\Delta t$ の主変量を潮位曲線から η/T によって代表させるものとし, まず, 表 5. 2. 1 に示す Run 1 ~ Run 6 の 6 ケースの検討結果から求めることとした。そのため, それぞれ図 5. 2. 4, 図 5. 2. 5, および図 5. 4. 3 ~ 図 5. 4. 7 より最も適当と思われる $\Delta x/\Delta t$ の値を定めると, おおよそ表 5. 2. 1 に示す程度の値である。なお, Run 5 の実験は Q_f の与え方の影響を強く受けるケースであるが, それに加えて, 実験開始後まもなく潮位曲線を途中で誤るという不手際があり, その部分を切り取って図示してあるが, その影響が残存して実験結果においても変動がみられる。したがって, 計算結果との適合度についても必ずしも満足できるものではなく問題があるが, おおよその見当としてはこの程度のものと考えてよいであろう。さてこの節の最も重要な結論として, $\Delta x/\Delta t$ の関係を図 5. 4. 8 に示す。周期 T が無限大と無限小の場合は定常状態と等しい状況であるから, このとき $\Delta x/\Delta t = 0$ である。図においては左側および右側において上向きの曲線となり,

その中間において単数または複数個の極小値をとる筈である。これまでの検討結果では極小値は 1 個であり, おそらく Run 4 と Run 6 の実験条件の中間の η/T において極小となるものと思われる。 $\Delta x/\Delta t$ による塩水くさび先端位置の変動特性が実験 Run 6 とそれ以外とで逆の関係にあることと関連づけてみて興味深いところである。なお, 図 5. 2. 8 のこの実験に関する曲線は $Re = q_f/\nu \div 3 \times 10^4$ 程度 (q_f は単位幅あたりの上流流量で Q_f/B) の場合に相当するものであって, かつ概略の傾向を示すにとどまり, 極小点の位置とか η/T が実験点より大きい場合と小さい場合の勾配等についてはこれだけの実験結果からでは明確に定めるものではない。

陰型式差分式による計算格子点間隔は, 内部フルード数等の影響については平均的に取扱うこととしているので, 残る変量としてはレイノルズ数の影響が考えられる。そこで, 実際の現象に近い場合で最も単純な条件を想定して数値実験を行うこととした。幸いなことに, 長良川では塩水くさびで下層密度が縦断的にほとんど一定と考えられる観測資料が得られている。後述の資料によれば, 最も成層するときには, 14 km あたりまでの遡上があって, 潮位曲線と塩水くさび先端位置の遡上曲線との位相差が最大 2 ~ 3 時間程度であることが示されている。いっぽう計算条件としては表 5. 2. 1 に示すとおりであるが, 単位幅, 水平河床の長方形断面とし, 下層密度を一定と仮定し, かつ上流からは長良川の低水流量を考慮して計算を行った。実験の場合と同じく $\Delta x/\Delta t$ を種々変化させて計算を行った結果は図 5. 4. 9 に示すようである。長良川と計算の場合の河床縦断は図 5. 4. 10 のようであり, 下流部では計算条件の場合の方が下層水深は小さいが, この影響はあまり顕著ではないと考えられる。また, 長良川の 3 km あたりが, 計算の場合の河口位置と考えられ, 長良川で 14 km の海水遡上は計算で 11 km 程度の遡上に相当する。しかしながら, この場合についても塩水くさびの先端位置において河川の自流量 q_f を一定として計算を行っているの, 計算結果の方が位相差は大きくなる。図 5. 2. 9 では, $\Delta x/\Delta t$ を種々変化させ, かつ河口条件として h_{10} を仮定して計算を行った結果について図示した。これによると $\Delta t/\Delta x = 12 \text{ sec/m}$ では大きすぎ, $\Delta t/\Delta x = 1.2 \sim 3.5 \text{ sec/m}$ 程度であれば, ほぼ長良川の現象に近いのではないかと考えられた。この結果を図 5. 4. 8 に図示すると, レイノルズ数により非常に大きな影響を受けることがわかる。また, 5 - 3 で述べた長良川の変流計算では $\Delta t/\Delta x = 2.4 \text{ sec/m}$ であった。なお, 実河道では内部渦や河道の不整, およびその他の影響があるが, 現段階では無視しうる程度であると仮定した。

以上により, 実際にこのモデルを適用して数値計算を実

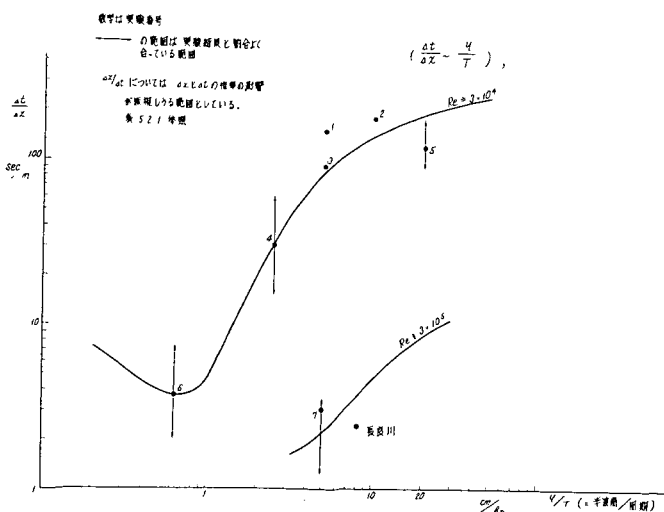


図 5. 4. 8 差分計算における格子間隔のとり方

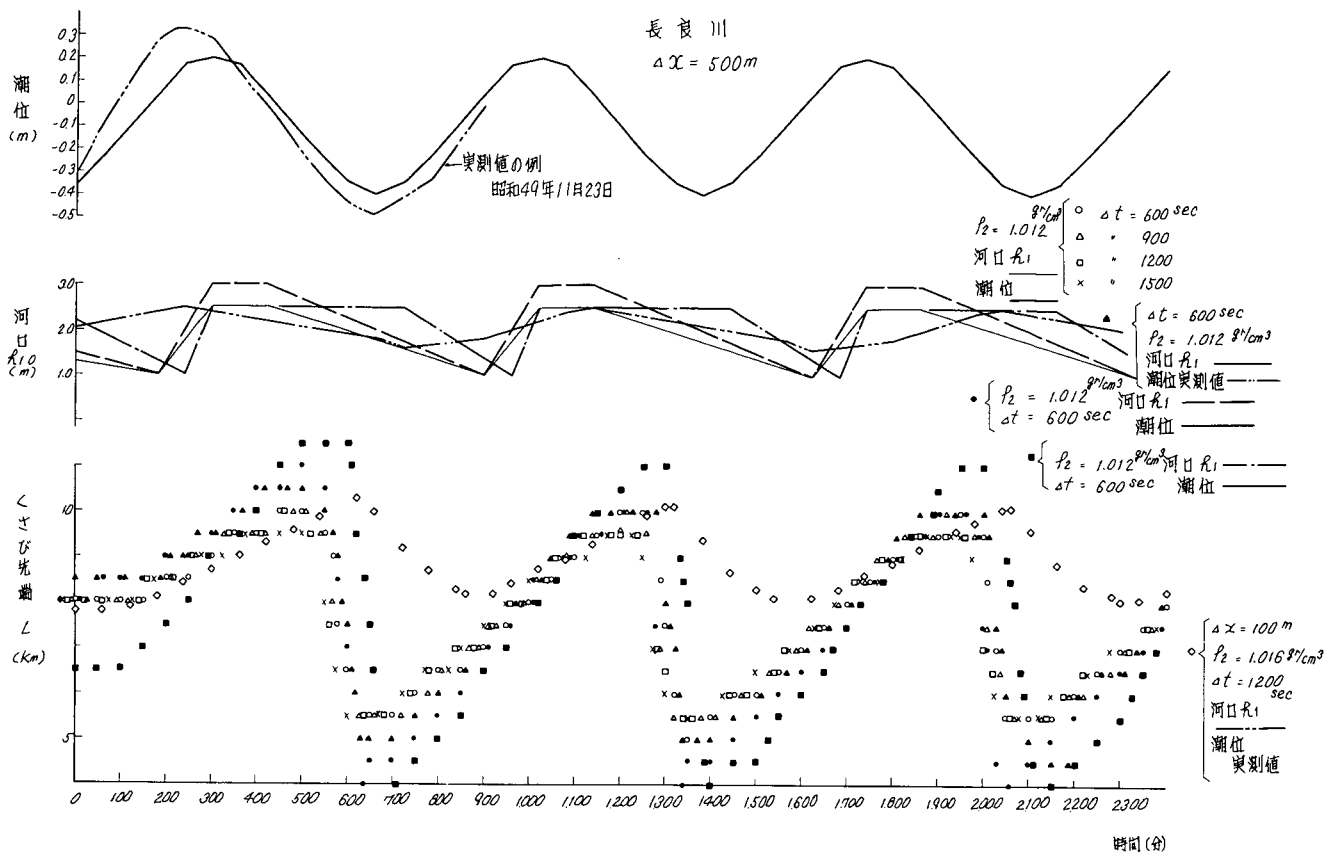


図 5. 4. 9 長良川河道を模擬した条件のもとでの数値実験

施する場合に、差分格子点間隔のとり方として概略の見当をつけることができると思われる。しかしながら、差分理論上にはなお多くの問題が残存している。たとえば、 $\Delta x / \Delta t$ 一定の場合でも Δt を小さくすると計算不能のケースが生じたり、 $\Delta x / \Delta t$ の値によって非常に敏感な場合と比較的鈍感な場合などが生じる原因、あるいは Δx と Δt の基準値に対する倍率による変化など、今後解明してゆかなければならない課題は少なくない。また、本論文においては同一の Δx と Δt の値により計算を実施することにしてるので、内部フルード数などによる影響を無視しうものとしたが、このような問題についてもなお考察が必要であらう。

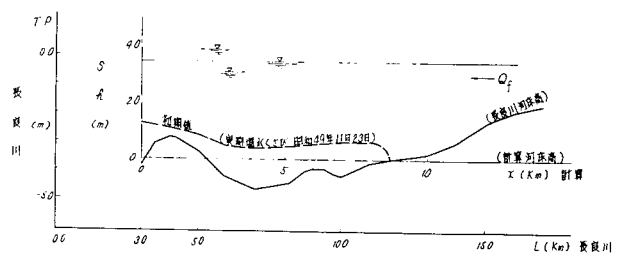


図 5. 4. 10 計算水路および長良川河道の縦断面図

第6章 シミュレーション・モデルの適用性

シミュレーション・モデルの妥当性は、5-2および5-3においてそれぞれ実験水路や長良川の現象によって検証した。しかし、完全無欠なモデルは存在しえないものであり、モデルが自然現象の種々な条件に全て対処しうることの証明は未だ行っていない。そこで、実測や実験で知り得た実際の現象を全て示すことにした。そして、シミュレーション・モデルによって説明できる現象と説明できない現象との仕分けを行った。その結果、モデルの適用性や適用範囲と適用限界がいっそう明確となった。

第6章では、まず6-1において河川における成層流の真実の姿を、実験ならびに長良川における実測の資料に基づいて追求した。その結果、実際の現象がモデルによく反映されていることがわかった。6-2では二層流モデルによって説明し得ない現象をとりあげ、その影響の度合に注目した。その結果、あるものはその影響を無視しえ、あるものは補正し得ることを明らかにし、また影響を有する現象については発生条件などについて考察した。ついで、適用範囲を定めるため混合形態の遷移現象を6-3において取扱った。ここでは、混合形態の変化の原因をあげ、下層密度の変化および上層密度の変化について考察し、これらを総合して混合形態の遷移現象の仕組みを明らかにし、実測値がない場合の混合形態の推定法について述べた。6-4ではモデルの適用性の内容をまとめた。すでに、シミュレーション・モデルの検証を行うことによって、計算精度と計算の安定性は満足しうるものであることを示した。計算結果の補足事項や適用範囲については6-1~6-3において考察したので、一次元性などの補足事項を加えて総合的な検討を行い、モデルの用途などについてもふれた。

以上をとりまとめると、表6.0.1のようである。表において横のラインには意味はない。この章にはモデルを適用するにあたっての各種の重要な事項が含まれている。これらを4つの節に分別し、それぞれ下段の項目においてとりまとめを行った。この章における全体のとりまとめは6-4において行った。

6-1 河川における成層流の一般的な特性

シミュレーション・モデルは、5-3において河川の例として、長良川の弱混合状態から緩混合状態の末期に至る4日間の現象を説明し、一般的な適用上の妥当性を示した。しかし、この検証計算は全ての河川の状態をカバーするものではないので、河川における現象のうち、なお次の事項について明らかにする必要がある。

(a) 実際の現象と計算上の対応

表6.0.1 第6章の内容の構成

第6章	6-1	6-2	6-3	6-4
モデルの適用性	河川成層流の一般特性	特殊な現象とその影響	混合形態の遷移	モデルの適用性
a	理想的な塩水くさびの非定常運動	内部渦と先端渦の影響	混合形態の変化の原因	適用しうる現象
b	長良川における海水侵入長とその変動の特性	中間層と連行現象	下層密度の縦断変化と変動	適用範囲
c	長良川における界面変動とその他の水理量の変動	界面の縦断変化と段波	混合形態の変化(長良川)	一次元性の検討
d	一般特性のまとめ	主要内部渦のポンプ作用	混合形態の変化の特性(一般の場合)	モデルの用途
e		まとめ	混合形態の推定法	

(b) 河川における海水遡上状況の時間変化とその特性

(c) 最大海水侵入となる条件と状況

以上の項目について、この節では実験と実測の資料に基づいて考察した。ただし、成層流の下層における密度勾配の時間変化、および河道と流れの二次元的ないし三次元的な問題などについては、この節では除外し、それぞれ6-3および6-4で扱うこととした。

まず、aでは実験における塩水くさびの潮位変動に基づく運動についての観察結果を述べた。これは河川における海水侵入現象の理想的な姿でもある。これをうけてbでは、一例として長良川における海水遡上現象について資料に基づいて考察した。この際、卓越する外力として河川の自流量、潮位変化および月令変化をとりあげ混合形態別に遡上現象の特徴を求めた。その結果、実験により得た一般的な特性を追認すると共に、さらに新しい知見を得た。このうち、成層状態では、5-3で行った検証計算の結果と類似しており、ここで得た現象の特性には一般性があると判断

することができた。cでは、同じ長良川の資料により、さらに詳細な現象を調べることとした。濃度分布と流速分布の両方の実測が行われた昭和49年11月23日、11月26日、12月7日の3日間の資料により、潮位変化に伴う上下層の濃度や流速の変化、ならびに内部フルード数の変化などに考察を加えた。そして、河川で実際に生じている現象が大筋において、シミュレーション・モデルの考え方と一致していることを示した。以上の内容をdにおいて取りまとめた。

a 実験水路における塩水くさびの非定常現象

すでに、5-2においてシミュレーション・モデルによる計算結果、ならびに実験結果の一部を示した。シミュレーションの結果、塩水くさびの先端位置、内部境界面位置、上下層の平均流速、および上下層の濃度などについては妥当性ある成果が得られることがわかった。

ここでは、シミュレーションの結果に補足する内容として、実験観察による、塩水くさび先端付近の渦ならびに先端位置に関する考察、界面の縦断曲線の時間変動、および中間層の厚さと連行現象などについて述べた。

100 m水路における実験で象徴的であったことは、塩水くさび先端部の運動であった。この先端部では、明確な先端渦が現われることがあった。生成の範囲は、潮位上昇時で内部境界面が上昇し、塩水くさび先端付近の勾配が大

きくなった状態から、潮位降下に転じたのち下層水深が十分小さく先端付近の勾配が小さくなる迄の間である。このとき、先端付近の上層流速は或る程度大きく、上下層の流速差ははっきりついていることが必要である。先端渦が発達するときには、この位置からの連行現象が活発である。下層流に色素を入れておくと、あたかも蒸気機関車がいっぱい煙をはきながら向い風の状態で非常にゆっくりと走っているのに似ている。先端位置は明確に識別することができ、流れは先端付近において上昇流となるので、この区間では、局部的に一次元流の仮定からのずれが増加する。

潮位曲線のピークを過ぎて潮位の低下に転じた後も、先端付近においては層厚を減じつつなおも遡上を続けるが、やがて停止し、継続して層厚が減少する。このような状態においても下層流向は負で、なおも遡上をつづけ、層厚は境界面付近の塩水が連行現象により削りとられるようにして下層層厚が減少してゆく。すなわち、順流時には下層流速も減少するが、層厚も減少するので下層流量としては大幅に減少し、逆に連行量は大きい。しかし、下層塩水量のバランスから、先端位置は執拗に粘り、下層層厚が十分薄くなるまであまりさがらない。その後しばらくして、やがて下層流向も正に転じた後は先端位置の流下速度は大きくなる。先端位置の流下時には下層が非常に薄くなるので実験でも先端位置の識別が困難なほどであった。

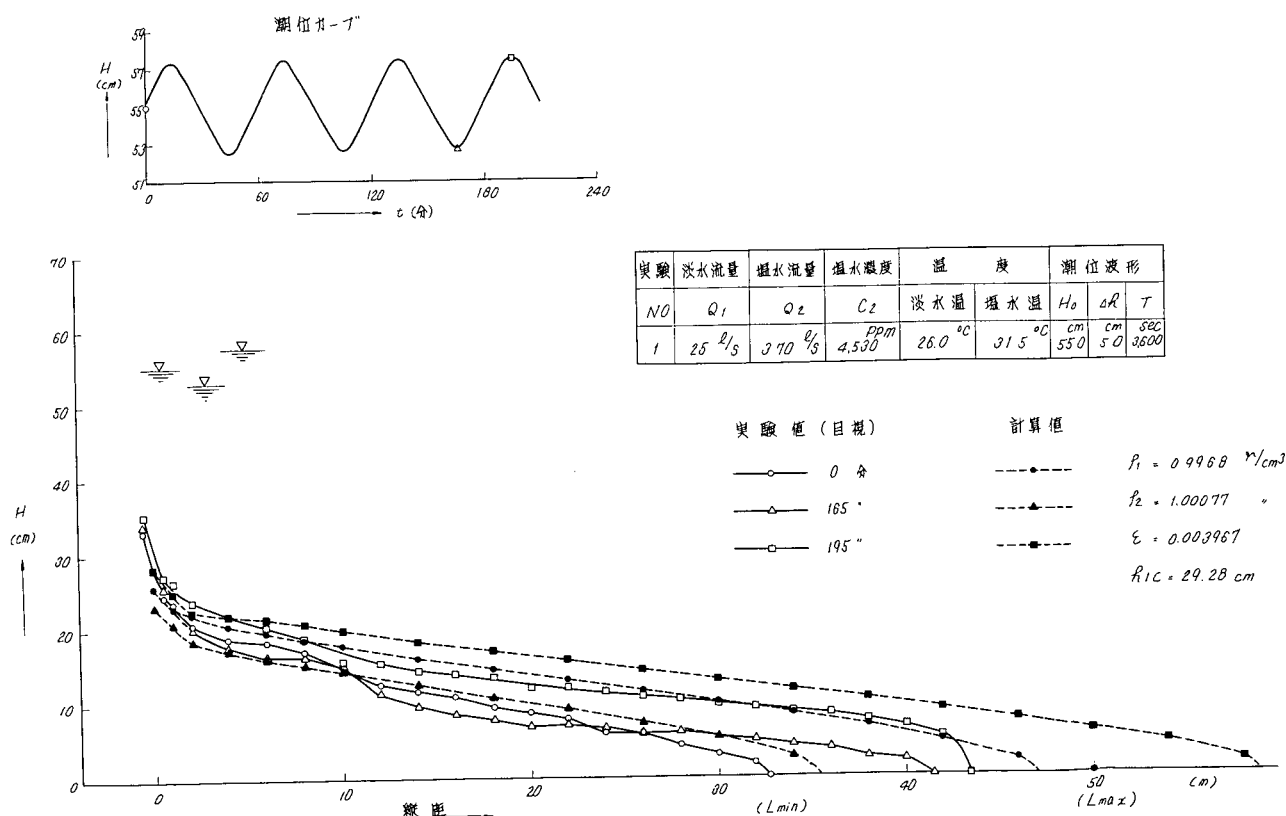


図 6.1.1 塩水くさび形状の時間変化図 (Run 3)

塩水くさびの流下が止ってから再び遡上し始めるまでの転換は早い。そして、内部境界面位置の上昇と共に先端位置もゆっくりと遡上し始める。

一般に、実験において塩くさびでは、先端位置の移動もさることながら、内部境界面位置の上下運動も活発である。下流部での境界面位置の変化は下流端の境界条件に大きく左右される。特に、塩水くさびの先端部では定常状態の内部境界面形状とは非常に異った形状となりうる。図 6.1.1 は内部境界面形状に関する定常流計算曲線と非定常流の実験値とを比較したものである。ただし、定常流の計算曲線は下流端において $F_1 = 1$ としているが実験では必ずしもそのようなっていない。また、実験値は目視による内部境界面であるから、理論上の境界面は下流部ほどこれより下に位置する。それは遡上時ほど中間層が発達するのでその差が存在し、下がり大きい。下流端条件が必ずしも同一でないので単純な比較はできないが、おおよそのところ、定常状態の方が $L_{\max}$ は大きく $L_{\min}$ にはあまり差がないといえそうである。また、内部境界面の形状にはこれまで述べてきたような差が存在するようである。そして、非定常状態では上流部において変化が大きいことがひとつの特徴のように思われる。

内部境界面における内部波は、内部フルード数の大きい末端部および遡上時の先端部において特に大きく発達する。実験観察によると、中間部は比較的滑らかであるが、上下層の相対速度が大きいときに波が発生する。丁度、砂面上の Ripple のようなものであり、実験水路では大きいときには波高 3 cm、波長 30 ~ 50 cm 程度にもなり水路平面上、上流および下流方向にやや斜めの 2 系統の線ができていた。このとき、塩水くさびは遡上時で $u_1 \div 0.07 \text{ m/s}$ および $u_2 \div -0.017 \text{ m/s}$ であり、波速は 0.04 m/s 程度で上流向きであった。もっとも、波の進行方向は条件によりまちまちであるが、下流端の内部フルード数が大きいときに生じる内部波の進行方向は下流向きである。なお、塩水くさび先端部に生じる波は先端渦に起因するものであり、このような内部波とは性格を若干異にする。また、ここでいう内部波は理想的な内部境界面があって、厚みをもたない面が波動しているのとは異なるようである。すなわち、3-2 で定義した内部境界面からやや上方に存在する層の波動現象を観察していたようである。この層は、下層を着色した場合に目視により判別する境界面であって、塩素イオン濃度は下層濃度にもよるがその 1 ~ 3 割程度の濃度である。目視による境界面では流速は、かなり大きく、上層における一様流速がこの位置まで持続されているが、この境界面より下方で急速に小さくなっている。3-2 で定義した内部境界面から目視境界面までの間を中間層と呼ぶこ

とにすれば、内部波は中間層内の全体に生じている。波長は下から上方に向かって大きくなっている。中間層から下層への連行現象はほとんど見い出せない。わずかである。

このような中間層は遡上時に発達し、流下時には非常に薄くなる。中間層は河口付近において、最も厚くなりこの実験では最大 10 cm 程度であった。そして、下流端における内部ジャンプとも関係があり、中間層内の濃度分布はこれと相互の関係を有する流速分布により規定されるはずである。中間層は遡上時に主として下流より発達し、塩水くさびの遡上とともに上流端にまで達するが、流下時にはこの中間層がまず削りとられるかたちで層厚を減じたのち、塩水くさびの流下速度が大きくなる。

b 河川における海水侵入長とその変動の特性

河道内における海水侵入に関係する要素としては、潮汐変動、平均海面高、河川流量、河道形状（縦断形、横断形、平面形）、海水および河川水の密度、気象要素（風向、風速、気圧など）、波浪、沿岸潮流および人工要素（取排水、船舶航行など）などがある。タイムスケールを時間ないし日程度とし、かつ波浪や沿岸潮流などの影響を無視すると、主として、潮汐変動、平均海面高、および河川流量の要素を考慮すればよいことになる。

河川流量の影響については、入退潮流量の影響と対比して考える。長良川の場合に、河川の自流量 Q_f が $100 \text{ m}^3/\text{s}$ より大きくなると海水の遡上距離が大幅に小さくなるが、 Q_f が $100 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下ではその影響がほとんどなくなる。付図 C.2.5 は建設省木曾川下流工事事務所が測定した昭和 33 年度の毎日朝 9 時の伊勢大橋（5.9 km）における流心部で水深の $1/2$ の点の塩素イオン濃度を墨俣流量との関係で整理したものである。塩素イオン濃度は入退潮流量に大きく左右され、これが月令変化するので点のパラッキはあるが、図 C.2.5 より墨俣流量がほぼ $100 \text{ m}^3/\text{s}$ のあたりで特性が 2 分され、 $100 \text{ m}^3/\text{s}$ 以上では伊勢大橋地点の塩素イオン濃度は主として墨俣流量によって変化するが、 $100 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下では流量の影響がほとんどなくなっていて、他の要素が卓越していることがわかる。

このように、感潮河川では河川の自流量が或る程度の値より小さくなると、入退潮流量の影響がまさるようになり、河川流量の影響を無視できるようになる。そこでつぎに、潮位変動とその月令変化の要素について考察する。

はじめに月令変化の影響について長良川における昭和 49 年の実測資料に基づいて調査した。表 6.1.1 は昭和 49 年の 17 回の観測諸元を示す。流量は河川の自流量と考えられる墨俣における流量であり、9 月 28 日および 10 月 9 日以外はその影響をほとんど無視してもよい。なお、墨俣流量が欠測の場合には参考値として長良成戸流量（24 km）を

表 6. 1. 1 長良川塩水調査諸元 (昭和49年)

(註) 流量で()内は長良成戸流量
水位は城南(- 0.6 km)における実測値

観測記号	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q
観測番号	1	9	5	10	2	6	14	17	11	7	15	3	12	16	8	4	13
観測月日	9月17日	11.1	10.3	11.4	9.21	10.6	11.21	12.7	11.7	10.9	11.23	9.25	11.10	11.26	10.12	9.28	11.15
月令	1	16(1)	17(2)	19(4)	5	20(5)	6	22(7)	22(7)	23(8)	8	9	25(10)	11	26(11)	12	30(15)
墨俣流量	95.6	64.0	89.4	52.9	65.3	67.9	100.4	62.7		182.1	86.3	95.6	41.8	(74.0)	(93.0)	230.7	36.7
最高水位 T. P. M.	1.39	0.73	1.18	0.65	0.96	0.79	0.50	0.48	0.59	0.64	0.31	0.63	0.63	0.57	0.97	0.99	0.77
最低水位 "	- 0.85	- 0.76	- 0.48	- 0.45	- 0.08	- 0.31	- 0.23	- 0.59	- 0.12	0.10	- 0.45	0.09	- 0.94	- 1.10	- 0.61	- 0.42	- 0.70
偏差 m	2.24	1.49	1.66	1.10	1.04	1.10	0.73	1.07	0.71	0.54	0.76	0.54	1.57	1.67	1.58	1.41	1.47
そ上上流端 km	7	10	8	10	11	10	10	12	13	9	13	15	14	13	13	7	12
そ上下流端 km	- 1	5	4	7	7	7	9	8	12	8	11	14	9	8	6	4	7
移動距離	8	5	4	3	4	3	1	4	1	1	2	1	5	5	7	3	5
先端より 2 km 下流	底濃度	9,841	76	4,452	2,056	3,771	1,553	2,670	2,720	4,094	5,462	7,336	8,627	2,226	7,437	60	5,601
	水面濃度	304	76	1,720	1,298	137	350	65	1,128	860	50	68	96	1,175	158	14	429
	濃度比	0.031	0.000	0.386	0.631	0.036	0.225	0.024	0.415	0.210	0.009	0.009	0.011	0.528	0.021	0.233	0.077
先端より 4 km 下流	底濃度	57	8,217	7,881	6,863	8,628	5,438	7,614	5,101	7,062	8,936	8,494	11,400	3,435	4,191	1,779	9,175
	水面濃度	51	89	4,156	2,080	620	1,032	838	2,373	1,135	126	255	491	1,664	488	1,351	883
	濃度比	0.090	0.011	0.527	0.303	0.072	0.190	0.110	0.465	0.161	0.014	0.030	0.043	0.484	0.116	0.795	0.096
先端より 6 km 下流	底濃度	601	12,279	9,759	12,257	9,193	11,522	11,795	7,336	8,409	11,665	9,179	12,583	6,269	5,391	4,629	11,002
	水面濃度	308	2,986	4,323	9,800	1,210	5,554	2,049	2,072	2,525	446	698	582	3,997	1,172	2,738	2,160
	濃度比	0.512	0.243	0.443	0.800	0.132	0.482	0.174	0.282	0.300	0.038	0.076	0.046	0.638	0.217	0.591	0.196
10 km 地点 塩素イオン 濃度	底濃度	70	65	51	669	1,552	213	13	2,720	5,365	53	8,141	11,898	3,435	3,687	1,147	92
	水面濃度	75	64	40	375	197	129	13	1,128	1,175	23	140	567	1,664	835	415	43
	濃度比	1.071	0.985	0.784	0.561	0.129	0.606	0.000	0.415	0.219	0.434	0.017	0.048	0.484	0.226	0.362	0.467
5 km "	底濃度	9,841	9,372	7,040	9,965	9,193	9,450	7,200	8,475	8,468	8,936	11,272	12,375	9,416	8,610	7,199	3,333
	水面濃度	304	411	2,520	2,628	1,210	1,863	1,088	3,680	3,615	126	1,170	1,762	5,846	3,011	3,687	1,024
	濃度比	0.031	0.044	0.358	0.264	0.132	0.197	0.151	0.434	0.427	0.014	0.104	0.142	0.621	0.350	0.512	0.307
0.0 km "	底濃度	10,412	12,830	13,004	14,004	12,731	14,069	12,109	14,348	13,980	12,060	13,615	12,616	15,001	13,841	13,399	11,216
	水面濃度	9,794	7,755	12,065	13,712	4,818	13,493	3,676	7,799	11,524	3,687	2,780	5,826	12,150	6,979	12,261	5,046
	濃度比	0.941	0.605	0.928	0.979	0.378	0.959	0.304	0.544	0.824	0.282	0.204	0.462	0.810	0.504	0.915	0.450
- 3.0 km "	底濃度	11,587	11,134	12,761	14,421	12,820	13,830	14,308	14,039	14,499	13,356	14,808	13,093	15,110	15,090	13,971	10,487
	水面濃度	9,197	11,134	11,814	14,097	9,899	13,187	10,724	14,039	13,288	5,312	3,708	7,542	15,144	11,843	10,599	9,518
	濃度比	0.794	0.000	0.926	0.978	0.772	0.954	0.750	0.000	0.916	0.398	0.250	0.576	1.002	0.785	0.759	0.908
- 3.0 底濃度	最大値	11,587	15,736	13,065	14,421	14,005	14,069	14,308	15,204	14,696	13,448	15,178	13,667	15,110	15,090	13,971	12,109
	最小値	3,217	9,317	11,585	13,173	12,398	13,734	13,159	10,769	13,534	12,939	13,350	13,093	11,252	5,888	11,131	11,699
	比	0.278	0.592	0.888	0.913	0.885	0.976	0.920	0.708	0.921	0.962	0.880	0.958	0.745	0.390	0.797	0.966
- 1.0 km "	最大値	10,202	15,557	13,035	14,181	14,069	13,662	14,049	15,510	14,369	13,028	14,374	12,967	15,077	14,397	13,670	11,404
	最小値	1,281	7,478	8,425	12,411	12,398	12,988	12,444	13,928	13,179	12,402	13,587	12,548	10,907	7,445	9,256	6,655
	比	0.126	0.481	0.646	0.875	0.881	0.951	0.886	0.898	0.917	0.952	0.945	0.968	0.723	0.517	0.677	0.584
1.0 km "	最大値	10,091	16,387	12,868	14,041	13,734	14,237	13,159	14,718	14,099	12,430	14,278	12,935	15,245	12,914	12,820	11,002
	最小値	601	4,629	5,223	11,657	12,121	12,711	11,602	10,992	11,927	10,599	13,700	12,139	8,109	4,758	6,514	4,171
	比	0.060	0.282	0.406	0.830	0.883	0.893	0.882	0.747	0.846	0.853	0.960	0.938	0.532	0.368	0.508	0.379
3.0 km "	最大値	10,521	13,797	15,581	13,295	12,820	13,248	12,661	13,774	12,883	12,088	13,567	12,457	14,517	11,866	11,559	9,175
	最小値	57	6,348	2,564	10,975	12,065	11,258	11,261	11,812	10,829	11,429	13,133	12,139	11,719	3,332	2,827	1,743
	比	0.005	0.460	0.165	0.825	0.941	0.850	0.889	0.858	0.841	0.945	0.968	0.974	0.807	0.281	0.245	0.190
5.0 km "	最大値	9,841	9,372	12,060	9,965	12,065	10,987	9,621	8,475	10,170	10,041	11,272	14,947	9,416	8,610	7,199	5,601
	最小値	56	165	728	4,464	9,193	9,450	7,200	6,915	8,029	8,104	10,660	12,375	3,311	1,594	608	118
	比	0.006	0.018	0.060	0.448	0.762	0.860	0.748	0.816	0.789	0.807	0.946	0.828	0.352	0.185	0.084	0.021

別途示した。潮位は城南（-0.6 km）における実測水位である。塩水くさび先端部の測点および先端より2 km, 4 km および6 km 下流地点の測点の塩素イオン濃度（ppm）はそれぞれ満潮時付近の測定値である。なお、ここでいう先端部測点とは下層濃度がほぼ1,000 ppm程度と考えられる地点付近の測点を指す。したがって、1 km 以内の誤差は含まれる。また、10 km, 5 km, 0 km および-3 km 地点の底および水面の塩素イオン濃度も満潮時付近の実測値であるが、その下の底濃度の最大および最小値とは5回の測定のうちのそれぞれ時間的変化値の最大および最小値のことである。

すでに、図4.3.4に長良川における17回の観測値を示したが、海水の遡上距離に関してこれとほぼ同様の関係を表6.1.1の数値に基づいて整理したものが図6.1.2および図6.1.3である。前者は海水の日最大遡上距離を観測日順に並べ潮位変動量および流量の影響について調べたものである。これによると遡上距離は小潮時の上下弦からやや遅れて最大となり、朔望時には遡上距離が小さくなる傾向にある。ここでも、前述のように流量が $100 \text{ m}^3/\text{s}$ 以上となる9月28日および10月9日以外ではあまり流量の影響が大きいとみなすことができる。このことをさらに明確に示したものが図6.1.3である。同図は最大遡上距離および一潮汐変動による先端位置の移動距離（時間的に連続観測を行ったものではなく、3時間毎の定時観測による各定測点における数値から直接求めたもので1 km 以内の誤

差が含まれる概算値である）について15日周期の月令と対応させて図示したものである。これによると、海水遡上距離の月令変化は上下弦後にピークを有する曲線で、朔望時期よりゆるやかに上昇し、最大値を示した後もしばらく持続の傾向を有するが、その後急激に遡上距離が減少する非対称な特性となる。いっぽう、一潮汐による先端位置の変

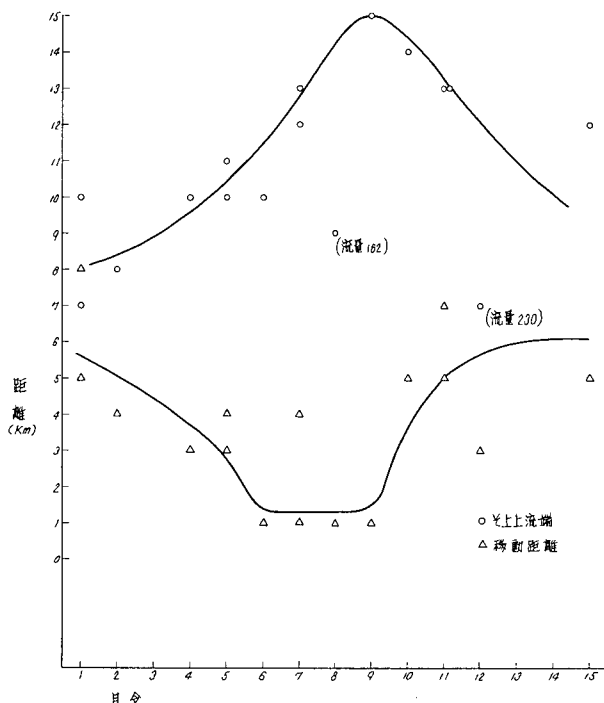


図6.1.3 最長遡上距離と変動距離の月令変化（長良川）

動幅は朔望で大きく上下弦で小さくなるが、朔望から上下弦に移る過程でやや徐々に小さくなり、上下弦より朔望へ移る過程では逆に比較的早く大きくなる傾向を有している。すなわち、遡上距離および変動幅ともに朔望から上下弦への変化の過程と上下弦から朔望への過程の現象とは異っているとみるべきである。

月令による以上のような遡上距離変化の特性は、濃度分布や成層化の特性と密接な関係にある。図6.1.4および図6.1.5は、一例としてそれぞれ満潮時付近の水路底および水面における塩素イオン濃度について、前者では海水遡上先端付近の測点より2, 4, および6 km 下流の測点における濃度比について、また後者では縦断的な変化を知る目的で10, 5, 0および-3 km 地点の水面と底の濃度を、それぞれ月令と対応させて記したものである。付録のA-3では水面濃度が底濃度の0.1以下の状態を弱混合、0.1～0.5の状態を緩混合および0.5以上の状態を強混合と定義したが、図6.1.4によると以上の混合形態が月令と対応していることがわかる。すなわち、月令にして4日から10日ないし11日の全体の約半分ほどの期間が弱混合の状態

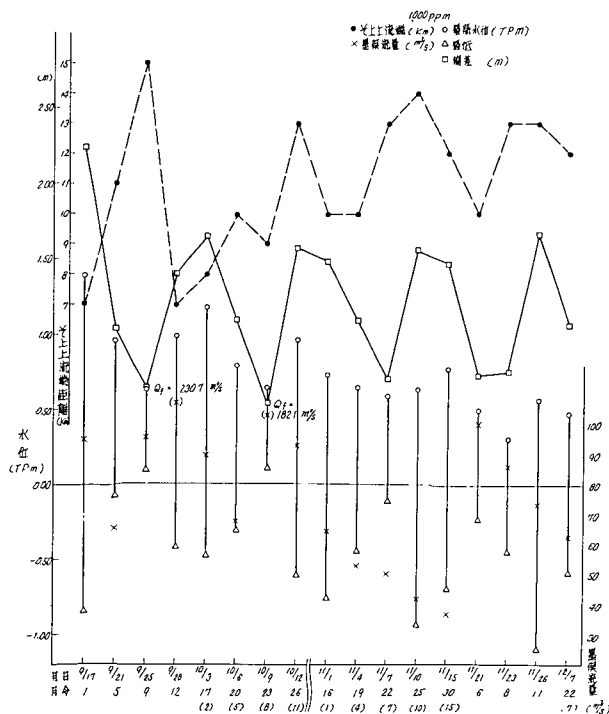


図6.1.2 遡上距離の変化（長良川）

とみなしうる期間である。そして、成層化が最も進行するのは上下弦の少しあとであり、海水遡上距離が最も大きくなる時期とほぼ一致する。しかしながら、成層化が最もすすんだ状態から混合が促進され、緩混合の状態へと移行するに要する日数は比較的わずかである。朔望時期をはさんで4～5日間は強混合の状態であり、残る緩混合状態の期間は比較的短いことが判断できた。このような特性は流量が小さいときにはかなり規則的に変化するようであるが、流量がやや大きくなると、上層のフラッシュが促進されて強混合および緩混合の時期でも成層化する傾向がみられる。また、弱混合、緩混合および強混合という混合形態は概念的なものと理解されてきたが、図6.1.4および図6.1.5によると質的内容は縦断的にかなり変化していることがわかる。これをみると、-3 km および0 km 地点の水路底付近の塩素イオン濃度は月令に関係なく、ほぼ一定値(10,000～15,000ppm)をとるが、上流ほど、塩水くさびの生成に比例して塩素イオン濃度が高くなる。水面付近の塩素イオン濃度は成層化と共に小さくなるが、その度合は上流ほど顕著である。したがって、上流端付近で弱混合でありながら、中流および下流で緩混合または強混合ということもありうるわけである。

つぎに、タイムスケールを少し短かくして、海水遡上現象の時間変化について考察する。一潮汐間の海水遡上距離の変化は図6.1.3のようである。この変動幅は弱混合時には1 km 程度であるが、朔望前後の強混合時には4～6 km

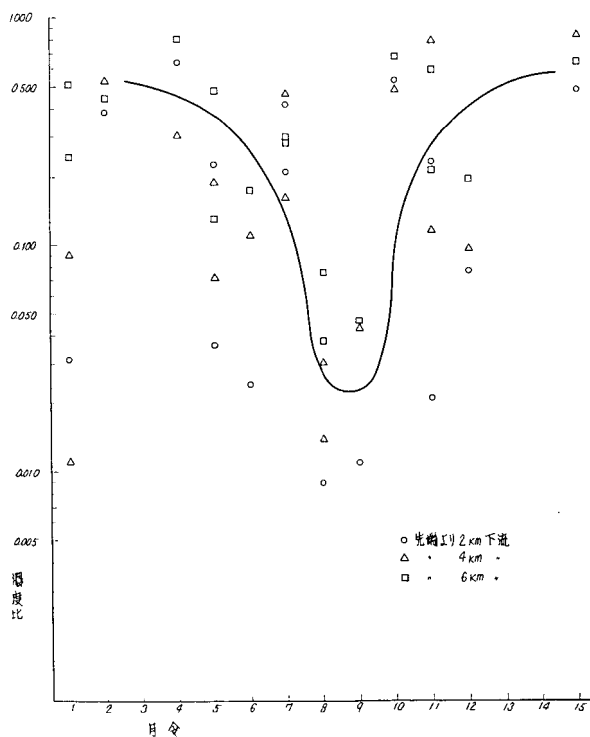


図 6.1.4 水面と河床の濃度比（満潮時付近，長良川）

になる。図6.1.6は一潮汐にわたる5回の観測値のうち、河床付近の塩素イオン濃度の最大値と最小値との比について、-3，-1，1，3 および5 km 地点の月令変化を調べたものである。これによると、河口における下層塩分濃度の時間変化は弱混合時にはほとんどないが、緩混合から強混合へ移行するにしたがって大きくなる。そして、その変動は上流部より順次下流に伝わってゆき、そこには距離

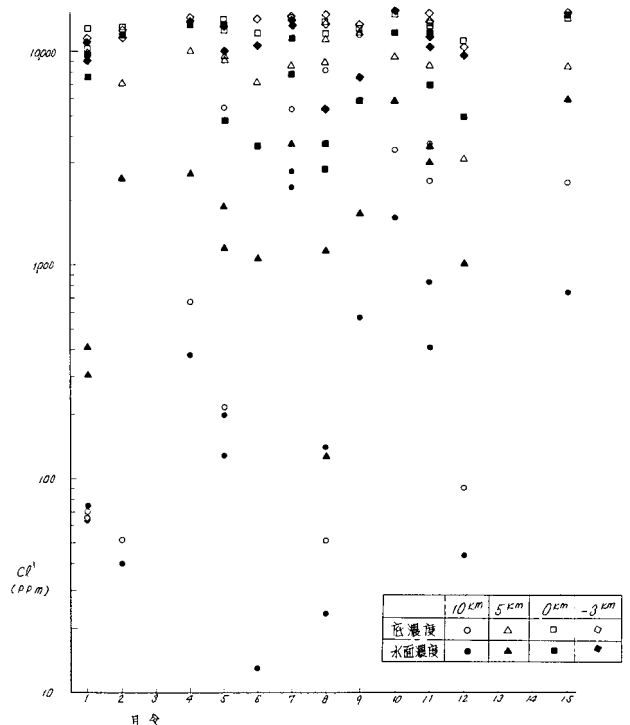


図 6.1.5 満潮時における水面濃度と底濃度（長良川）

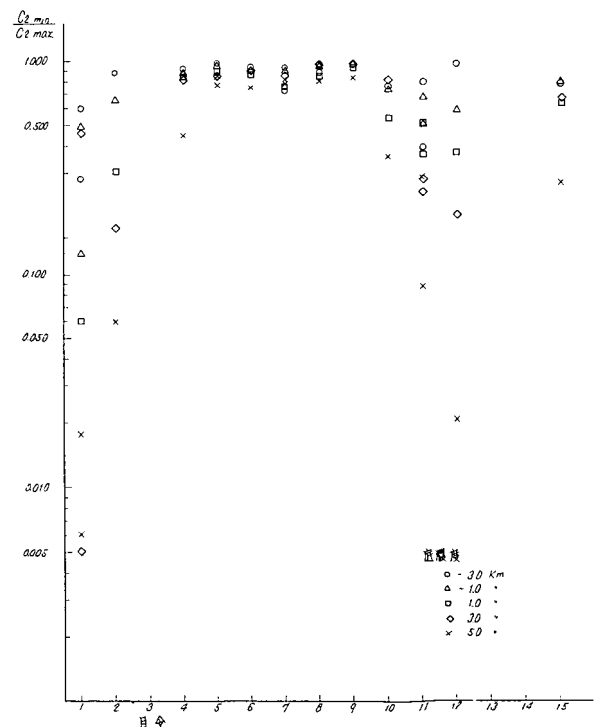


図 6.1.6 一潮汐における底濃度の変動（長良川）

によって時差（日差）が存在する。すなわち、変動が大きいのは海水遡上の先端部であるが、強混合へと移行するにつれて遡上距離が短くなり、それと共に下流部まで影響域に入ってゆく。このような傾向は干潮時に助長され、河口部といえども相当大きな変動がみられるようになる。

このように、一潮汐間の変化も月令による相違があるので3期間に分割して特徴を記す。まず、朔望前後の強混合状態では、河口における満潮時を過ぎて30～60分程度は先端部付近における水路底付近の塩水は上流への運動をとめないが、水面付近では満潮以前（1時間程度）にすでに流下が始まっている。水位も上流では多少の時差が生じており明らかな位相差がある。水面も水平ではなく勾配の時間変化もあるので、強混合状態では海水の運動に与える位相差の影響を無視し得ないであろう。河口付近の潮位が低下するにつれて、上流端付近の水位の上昇はとまるが、これと前後して下層の遡上はとまり、やがて全断面において流下する。このとき、一層流の流速分布とは異り、強混合でも流速は上層の方が大きいようである。そして、鉛直面ではかなり均一に近い濃度分布もやがて水面付近から鉛直方向の濃度勾配を生じてくる。縦断的にみると、下流の方が順流への転向が早いので、時間的には下流から順次上流へ変化が伝わるが、実際は順流となる水の塩素イオン濃度が大きい最下流地点ではこのような変化は少なく、水面付近の濃度が縦断的に急変する5～7 km あたりに最初の変化が現われ、上流へ波及するようである。干潮時をすぎても順流状態は1～2時間継続し、海水部は合計で4～6 km 流下するが、やがて逆流を開始する。このときに、満潮時から干潮時にかけては強混合でもかなり緩混合に近い濃度分布を呈するようになる。転流時には河口付近の河床近くの流速も大きく変化するのが特徴で、弱混合や緩混合状態にはない現象である。逆流を開始して3～4時間後、すなわち満潮前1時間にはふたたびもとの強混合状態にもどってゆき、このようなサイクルを繰り返す。

弱混合時には、成層化がすすみ遡上距離が大きくなると共に、潮汐による塩水くさび先端付近の変動は非常に小さくなる。しかしながら、塩水くさびの内部では特徴ある変化を示している。すなわち、逆流時には内部境界位置が水面近くに上昇し、その盛り上りが上流へ波及する。内部境界面の縦断曲線は多少波うっているが、比較的滑らかである。この曲線形は時間的に変動し、定常状態のものとは異なる。満潮時近くになると、塩水くさびの先端付近まで盛りあがるようになる。この状態では先端付近の内部境界面の縦断曲線は非常に急勾配である。潮位が下がり始めても塩水くさびはしばらく遡上を続けるが、この場合の時差は慣性に基づくものである。すなわち、塩水くさび先端付近の

高い位置にある境界面が下方に移動すると共に、くさびの先端では薄い層となってなおも遡上を続けるわけである。潮位が低下すると、やがて遡上も停止するが、上層流の連行により下層の層厚の減少が先に生じて後に、層厚が十分小さくなってから後退が始まる。この場合、先端付近に生じる先端渦は先端において海水の混入を促進させる効果を有し、引き潮の初期にはなお発達するが、やがて減衰する。そして、実験の場合と同じように、塩水くさびの後退までには時間がかかる。資料によると満潮から後退を始めるまでに要する時間は4～5時間かかるようである。よく成層した塩水くさび先端位置の後退量は1～2 km であるが、上層の厚さは塩水くさびの中央付近で2～3 m 程度大きくなるようである。塩水くさびの流下に伴い、その先端からはずれて河床の深くばみにとり残される高濃度の塩水は長時間停滞する。よく成層した塩水くさびでは潮位の上昇時にも上層では順流の状態が長く持続される。下層における逆流の流速は相当大きい。内部境界面位置が上方へ移動し、淡水深が減少することもそのひとつの原因である。塩水くさび先端部では強力な内部渦が発生し、この領域からの下層塩水の混入量は大きい。河床に突出部があると、塩水くさびがそれを持ち越えてさらに上流に侵入するまでに時間を要し、逆に平坦部では比較的早く遡上する。

緩混合状態は強混合と弱混合の状態の中間の月令時に1～3日間程度生じる。緩混合状態の現象は強混合と弱混合の中間にあるが、かなり成層流としての性格を保持している。その程度は順流時と逆流時では異っている。順流時には成層化がすすみ、逆流時には強混合の分布形に近づく。しかし、このような特性はここで緩混合状態と称する海水遡上形態の状態に全てあてはめられるわけではない。縦断的にみると、成層化といっても全長にわたって成層化しているわけではなく、ここでいう緩混合状態では上流部のみ成層化しており、下流部は成層化していない場合をも含んでいる。そして、強混合に近い緩混合状態では成層化する部分が上流部の比較的短い部分に限定されており、逆に弱混合に近い緩混合状態では成層化しない部分が下流部の極く短い部分に限られる。潮位が上昇して満潮時になると、表層は静止するが、表層以外では1～2時間程度侵入を続ける。まもなく、順流の表層流速の増大から、順次河床付近まで順流となるが、この状態の混合拡散は相当激しいものがある。河床付近の流体の移動距離は2～3 km であるが、表層付近の流体の移動距離は相当大きく4～6 km にも達する。干潮時を過ぎても、約2時間程度は塩水は後退を続けるが、その後急激に侵入を開始する。それは上層ほど激しい。順流時にゆるやかになった等濃度曲線が上流へ移動しながら鉛直の方向に変形する。緩混合状態ではほぼ

5,000ppm以上の高濃度の下流部と比較的濃度の小さい上流部との間に、順流と逆流とによって非常に変化の大きい遷移区間があると考えられることもでき、このような遷移区間が存在することがひとつの特徴となっているようである。

以上が長良川における海水遡上現象に関する月令および潮位変化の概要の記述であるが、このような特性のうち、弱混合ないし緩混合状態の内容は、5-3で述べた検証計算の結果と矛盾することがなく、したがって長良川のみに限らず、一般的な特性と考えてよいであろう。

c 河川における弱混合流の界面変動ならびにその他の水理量の変動の特性

シミュレーション・モデルによれば、界面や上下層の水理量の場所的ならびに時間的変化が算出できる。そこで、bの海水侵入長の特性に引続き、そのほかの水理量が変化する特性について、同じく長良川の資料に基づいて考察した。使用した資料は、流速分布の測定と濃度分布の測定が同時に行われた昭和49年12月7日（月令7）、11月23日（月令8）、および11月26日（月令11）の3資料である。

モデルでは、主要渦に基づいて下流境界条件を与えるが、その他の先端渦などに原因する渦の影響などについては考慮することができない。そのため、図6.1.7では各測点の濃度分布を縦断的にみて、あまり局所的な分布形にとらわれず平均的な内部境界面を定め、その時間変化を求めた。この内容について一部図5.3.2と図5.3.3の濃度分布図より細かな判断が可能であるが、図6.1.7では極く概念的な曲線であることを断っておかなければならない。11月23日では2回目と3回目の間で満潮であり4回目と5回目の間に干潮が現われている。月令は8であり、塩水くさびの発達はほぼ完了している。先端位置の変動は少ないが、先端から5km程度の範囲で内部境界面位置の変動が激しい。11月26日は月令11で弱混合の状態が急速にくずれ、緩混合となっている状態である。1回目は干潮で、3回目が満潮に近い。1回目、2回目、3回目と下流より内部境界面があがっていることがわかり、かなり移動量が多いが、弱混合の塩水くさびに近い運動をしている。ただし、引潮時のさがり方がかなり極端になっている。12月7日は月令7であり、なお塩水くさびが発達し、遡上距離が伸びる段階にある。2回目が満潮であり、4回目が干潮である。遡上はまだ十分ではないが引きがわずかになってきている。図6.1.7はこのような変化の様子を示しているが、大筋においてこれまでにみえてきた塩水くさびの時間変化の特性と矛盾するものではない。

さて、この3日間の資料について、濃度分布および流速分布の測定値から上下層の平均値を求め、内部フルード数

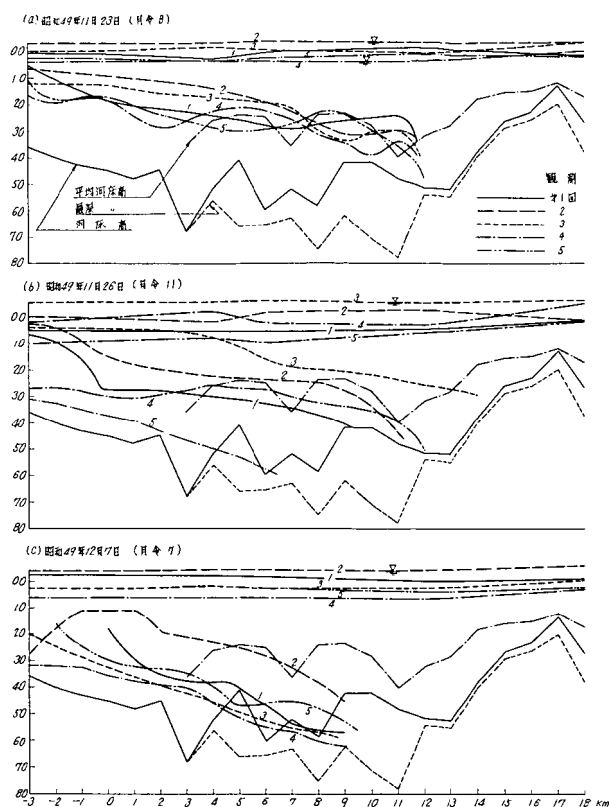


図 6.1.7 内部境界面形状の時間変化（長良川）

を計算するとそれぞれ付図C.2.11(a)~(e)、~図C.2.13(a)~(e)のようである。同図には内部境界面位置を仮りに図6.1.7の通りとし、上下層のそれぞれについて、水深 h 、平均流速 u 、平均濃度 c 、水温 T および内部フルード数 F_1 の縦断変化および時間変化を示した。以下において3日間の資料のそれぞれの特性について考察する。

月令7の12月7日は図4.3.4からも判るように、10,000ppmのラインは4km、5,000ppmラインは7~8kmあたりに存在し、1,000ppm以下のラインが8~12kmの間で変動している。塩水くさびが発達すると、この5,000および10,000ppmラインはずっと上流へ移動することになる。付図C.2.13からすると、上下層の平均流速は第1回目の逆流開始時にはすでにいずれも負であり逆流となっている。その値は4kmより上流では非常に小さいが、3kmより下流部では上層で40~60cm/s、下層で20~40cm/s程度であり、河口付近では上下層の流速差があまりない。第2回目は逆流から順流に転じるときであり、2kmより上流ではほとんど静止しているが、下流部上層では40cm/s程度の流速となっている。しかし、下流部下層では順流とはなっているが流速は非常に小さく10cm/s以下である。第3回目は順流の最盛期である。上層において、4kmより上流では依然として10cm/s程度と小さいが下流部では50~60cm/sとなっている。表層流速の大き

い範囲は主要内部渦の範囲と対応している。いっぽう、このときの下層流速は正の区間も負の区間もあり、絶対値は数 cm/s 以下である。順流時には成層化が非常に進んでいることがわかる。第4回目は順流末期であり、下層はほとんど静止、上層流速も非常に小さくなっているが、主要渦のところで流速が乱れている。第5回目は逆流開始時であり、上下層とも下流部では 10 cm/s くらいのほぼ同じ程度の流速となっている。このように流速からみると、順流時には典型的な二層流であるが、逆流時には上下層の流速差があまり大きくない。また、渦との関連が顕著である。一般に渦の区間では流れが乱れており、順流時の上層流速が大きい。

濃度分布は逆流時には下流部の上層濃度の上昇が顕著である。しかし、下層濃度の変化はあまりない。このことは順流時についてもいえることである。順流時には上層の高濃度部および中間層がフラッシュされ、成層化がすすむ。しかしながら、まだ12月7日の段階では上層濃度も下流部では相当に大きく、逆流後には $6,000 \sim 9,000\text{ ppm}$ 、順流後でも $4,000 \sim 6,000\text{ ppm}$ 程度の値を示している。ちなみに下層濃度は $12,000 \sim 14,000\text{ ppm}$ 程度である。先端部付近では濃度は小さくなっているが下層濃度の低下も大きいので、上下層の差は縮まっている。塩水くさびの発達の段階ではこのような理由により、濃度からみる限り、縦断的にみると、中間部で成層化がすすみ、先端部では成層化が遅れている。

図C.2.13には内部フルード数の計算値を同時に示した。これは、内部境界面位置や流速測定精度の問題もあり、あくまで参考値である。しかしながら、内部フルード数の絶対値は下流から上流に向かって上下層とも小さくなっており、順流時には主要内部渦の上流端付近において $F_1 \div 1$ となっていることはモデルの条件と一致している。

11月23日は月令8で塩水くさびがかなり発達している状態である。図4.3.4の $10,000\text{ ppm}$ ラインは 6 km 付近、 $5,000\text{ ppm}$ ラインは 11 km 付近と相当上流に遡り、なおも若干遡上をつづけている。12月7日よりはいちだんと成層化現象が進んでいるといえる。図C.2.11からすると、上層の平均流速は第1回目の逆流開始時には、すでにいづれも負であり逆流となっている。上下層ともほぼ同程度の流速で 10 cm/s 程度である。第2回目は逆流末期で下層はやや逆流となっているが、上層ではすでにやや順流気味となっている。そして、成層流の特性が現われている。第3回目は順流開始後しばらくたった時期である。下層流速は 3 km より上流では非常に小さい順流であるが、 3 km より下流の内部渦の範囲では 10 cm/s 程度の順流となっている。この部分が逆流ではないので渦はゆっくり

と移動しているのであろう。いっぽう上層流速は上流部ではあまり大きくないが、主要内部渦の先端部より下流部では急激に大きくなり、 $50 \sim 60\text{ cm/s}$ である。このような状態は、この次の第4回目の順流末期においてもほとんど変わらない。第5回目は逆流開始直後であり、下流部のみ上下層でほぼ同じ程度の逆流速が生じている。

平均濃度の下層縦断曲線は先端付近まで高濃度となっている。しかし、主要内部渦の上流端より上流において急に低下している様子は、12月7日の場合と同様である。そして、下層濃度の時間変化はほとんどないとみなしうる。上層濃度は第1回目から第2回目の遡上時には上昇するが、特に下流部の渦の区間の上昇が顕著である。第3回目の順流初期には上流部はほとんど変わらないが、下流部の渦の区間の減少が著しい。第4回目の順流末期にはこの傾向はさらに助長され、下流部で第2回目には $7,000\text{ ppm}$ であったものが $4,000\text{ ppm}$ 程度にまで低下した。逆流初期の第1回目と第5回目はほとんど同じである。

上層の内部フルード数は、12月7日の場合とほぼ同様に、順流時には上流より下流に向けて次第に大きくなり、主要内部渦に近づくにつれて急に大きくなったのち、主要内部渦先端において $F_1 \div 1$ とみなすことができる。

図C.2.12は11月26日の観測資料であり、塩水くさびが破壊され緩混合となる月令11のものである。 $10,000\text{ ppm}$ ラインは 3 km から 4 km あたりに後退し、干潮時には河口外に出ている。また、 $5,000\text{ ppm}$ ラインも 6 km から 11 km へと大きく変動し、しかもその位置を11月23日より大きく後退させている。付図C.2.12からすると、平均流速は第1回目の順流末期には下層においてはあまり大きくないが、上層においては渦の区間より下流において $30 \sim 50\text{ cm/s}$ となっている。それより上流では 5 cm/s 程度と急激に小さくなっている。第2回目は逆流開始直後であるが、下流部において上下層ほぼ同様の流速で $30 \sim 40\text{ cm/s}$ 程度となっており、 5 km より上流では上下層ともほとんど静止状態である。第3回目は順逆の転換期である。下層流速は下流部においても小さくなっているが、上層流速は依然逆流で 25 cm/s 程度の流速を保持している。ところが、渦先端部の 4 km あたりではすでに順流で、渦区間における流速の大きな縦断変化を示している。第4回目は順流の最盛期で、 5 km より上流では上下層とも流速は小さいが、渦先端の 4 km あたりより上層流速は急激に大きくなり $80 \sim 100\text{ cm/s}$ にもなる。下層流速も 2 km あたりより下流で 25 cm/s 程度と大きくなるので渦は非常に大きい速度で流下している。順流末期の第5回目には渦はすでに河口外へ出ており、上層流速は 50 cm/s 、下層流速は 10 cm/s 程度となっている。

濃度は第1回目のみ下層濃度の急変点と渦との対応がわるい。この場合には、0 km より下流の渦を図4.3.3にも示したように異常に強度の大きい渦であるので、この渦に下層濃度が支配されているのであろう。第1回目から第2回目にかけては上層濃度の上昇は0 km より下流部に限られるが、下層濃度は6 km にまで及んでいる。上層濃度は下層濃度に遅れて上昇するようである。その様子は第2回目と第3回目とを比較すると理解できる。第4回目は引き潮時であるから、上層濃度はさがる。このとき、下流部の流速の大きい部分の低下量が大きい。下層濃度が全般的にさがるのと対照的である。この傾向は第5回目になると一層顕著であり、下層濃度は大きく低下し上層濃度との差もわずかとなる。成層状態が崩れていく過程と理解されよう。

内部フルード数は、流速が大きく成層化が崩れてゆく状況にあるので、内部境界面位置の決定に適正を欠く面もあり付図C.12.12のグラフでは問題もあり、渦の範囲では乱れているが、主要内部渦の上流端付近ではやはり順流時には $F_1 \div 1$ となっていることがわかる。そして、全体として第5回目の(e)を除きほぼ二層流とみなしてよいようである。激しい潮位変化により順流末期の第1回目と第5回目とはかなりの相違点があり、この時期の混合形態の変化の著しいことが理解できた。

以上の3例は弱混合ないし緩混合で、図5.3.2と図5.3.3の濃度分布をみると、必ずしも塩水くさびとは単純にわりきりがたいものも含まれているが、それぞれかなり、成層流としての特徴ある運動をしていることがわかった。シミュレーション・モデルにより妥当性ある結果が得られたことも、この事実によるのである。

d まとめ

この節では現象の真実の姿を追求した。その結果、弱混合時には成層するが、そのときの長良川における海水遡上現象と実験水路における現象とは非常に類似点が多く、ともに二層流モデルにより良くシミュレートされる理由を追加することができた。また、このことは長良川の観測値には一般性があり、すなわち長良川のみに限られた現象ではなく、また長良川においても限られた特別の現象ではなく、極く一般的な現象であることを示している。したがって、長良川の例はモデルの検証例として適当であり、かつ十分であることを示唆した。

6-2 二層流モデルにより説明しえない現象とその影響

河川や実験水路において実際に生じている現象については、すでに見てきたとおりであり、成層時には大筋において二層流モデルにより良くシミュレートできることがわか

った。しかし、自然界の現象は単純な線型現象ではなく、各種の複雑な現象が非線型に混在した状態にあり、今回のモデルによってもこれらの現象を完全にシミュレートすることはできない。したがって、計算結果は真実の現象と異なることはあり得る。そこで、シミュレートできない現象について(a)それによる影響が無視しうることを実証し、(b)無視しえない場合には、その内容を調査することによって補正法を見出し、さらに(c)影響を有する現象の発生条件などについて検討しなければならない。

河川では、たとえば内部境界面形状をとりあげても、内部渦や不定流効果(たとえば段波)などの影響があって、界面が縦断的に波うつなど、複雑な現象が加味されたものである。このような個々の現象については、これまでも断片的な内容を記述し、特に6-1では実測資料によりその現象の一部を紹介した。この節では現段階のシミュレーション・モデルでは説明しえない現象とその影響について、モデルの適用性をみる立場から考察した。

モデルに含まれない現象として、ここでは(a)内部渦と先端渦、(b)中間層と連行現象、(c)界面の縦断変化と段波、および(d)主要内部渦のポンプ作用などの問題をとりあげて考察した。

a 内部渦と先端渦の影響

一次元流では、潮流などの平面的な二次元流と異って、河道の中に多くの内部渦が存在する可能性がある。内部渦は乱れや局所渦と異り、規模の大きいものである。内部渦には、主要内部渦や先端渦を含めることもできる。

実験水路では、渦の上流端において内部フルード数 $F_1 = 1$ となる主要内部渦が水路下流端において生じ、また塩水くさびの先端において、海水の遡上後半から後退前半にかけて先端渦が発生するのみであった。水路下流端の形状を水平および鉛直方向に急拡断面とし、主要内部渦の変動幅を規制すれば、下流端境界条件の問題はなく、bで述べる主要内部渦による中間層の発達とその影響を考慮すればよい。先端渦についても中間層の発達以外の問題を考える必要はない。長方形断面の一樣な直線水路では、その他の内部渦の発生はほとんどないので、主要内部渦および先端渦による連行以外の塩水混入現象を考慮すればよい。本論文においては中間層を上層に含めているので、定常状態では上層濃度として連行量のほか中間層の濃度を上層平均値に割りふって加算する必要がある。したがって、この量は下層濃度および上層水深などによる。100 m水路による実験結果では、たとえば $h_1 = 30$ cm および中間層厚5 cm とすると、加算量は下層濃度の5%程度であった。非定常状態では主要内部渦や先端渦は時間的に変化し、かつ中間層の発達も時間的に変化するが、平均値には定常状態の

場合と同様の程度の影響と考えてよい。

河道においては、以上のような実験水路の場合に加えて、複数個の内部渦の発生がみられることがある。このような内部渦の存在は一部について図4.3.4に示した。内部渦が存在することにより、界面位置や上層濃度に縦断変動が生じるが、その影響は巨視的にも若干現われる。長良川の場合には図5.3.1～図5.3.3のようであり、計算結果に比し明瞭な縦断変動がみられた。

しかし、内部渦は主要内部渦とは異り、不安定であるうえ渦区間の内部フルード数は大きくないので、縦断的に平均してみれば、界面形状についてはその存在を無視することができる。上層濃度については、若干の加算濃度を見込む必要がある。長良川の数値計算結果（図5.3.2，図5.3.3）によれば、内部渦を無視して得た計算値にさらに下層濃度の5%相当分を加算すれば、おおよそ実測値と合うことがわかった。

以上のように、内部渦と先端渦については、その存在を無視して得られたシミュレーション結果に、上層濃度を補正すれば、平均値的にはほぼ満足すべき結果が得られるとしてよい。なお、計算は内部渦が存在しても実施可能であり、内部渦に無関係に答えを出す。したがって、計算結果は補正されることを前提とする。

b 中間層と連行現象

中間層の発達に対する主要内部渦と先端渦の貢献が存在することはaにおいて述べた。中間層の発達は、このほか連行現象によって促進される。

まず、河川における中間層の例を示す。図6.2.1(a)～(d)は長良川において成層状態の度合いがよいと考えられた昭和49年9月25日、10月9日、11月4日および11月23日の満潮および干潮に近い観測時の中間層を描いたものである。図中の実線は濃度分布より判断した濃度の急変点をつらねた線、および点線は3-2において定義した内部境界面位置の縦断形状である。かりにこの両線の間を中間層に相当する層と考えると、中間層厚は満潮時の方が干潮時より大きい。逆流時に濃度が大きくなるのは中間層が発達するためで、モデルで考えた連行現象による効果は大きくない。また、満潮時から干潮時にかけての変化は、実線部の変化が支配的で、内部境界面の変化より大きい。これは実験の場合の傾向と一致する。このことは、順流時には中間層のフラッシュ現象が存在することを示す。

以上のように、シミュレーション・モデルで考えている連行現象以外の原因により、中間層が発達および減衰する現象がみられる。二層流モデルでは中間層の問題を考慮していないので、この現象をシミュレートすることはできない。しかし、資料でみる限り近似的に線型現象と考えるこ

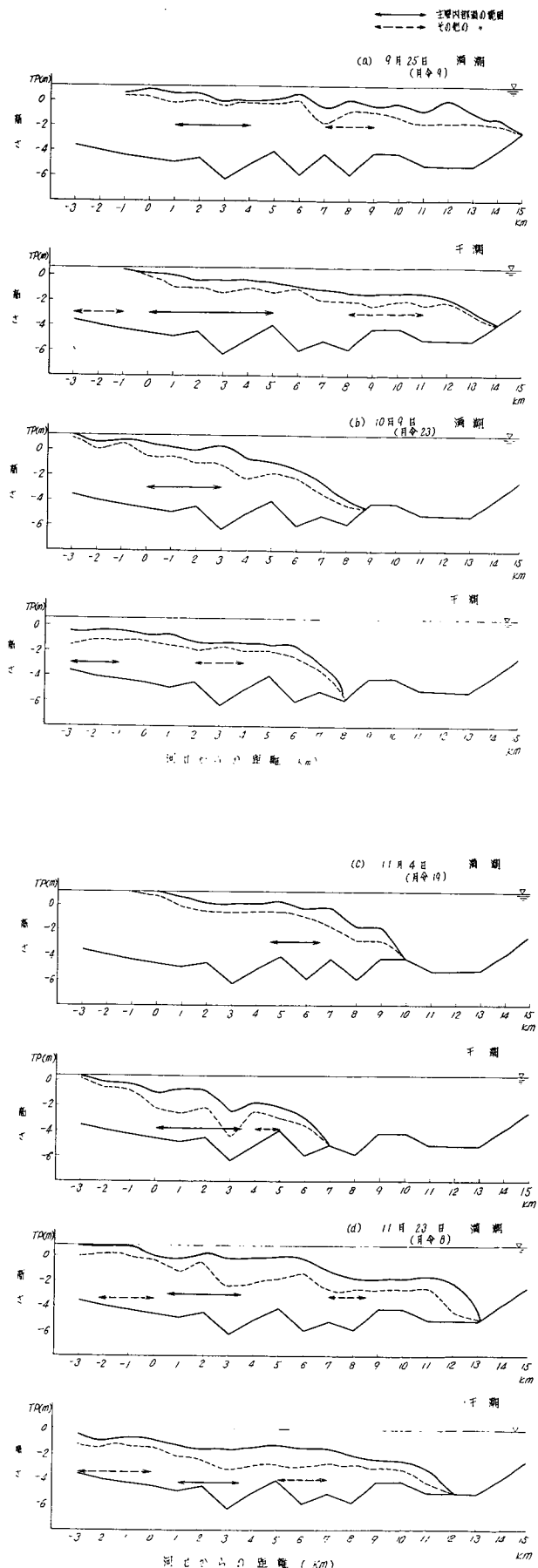


図6.2.1 中間層厚の変化（長良川）(a)～(d)

とができるので、潮汐程度のタイムスールの現象と考えれば、その影響を無視することができる。潮位変動に伴う現象を考える場合には、このような中間層の消長を加味しなければならない。

C 界面の縦断変化と段波

界面位置の縦断的波動現象は、例を図6.2.1に示すように長良川において存在するが、河川では一般に存在し、ある条件のもとでは実験水路においても発生する。

まず、図6.2.1より、塩水くさび先端位置の変動量の大きい(c)の11月4日を除くと、界面の縦断的な波動現象は満潮時に大きく、干潮時に小さくなっていることがわかる。この縦断的に境界面が波うつ現象は遡上時の方が大きい。その原因は、河道の縦断的形状の影響のほか、主因のひとつとして、混合現象に起因するものがあり、内部渦の影響を考慮することができる。図6.2.1には図4.3.4に示した内部渦の範囲を記入したが、ほぼ主要内部渦の前で、境界面の勾配が大きいようであり、殊に点線の変化が激しくなっている。このような渦は遡上時には浮力による運動もあるので縦断的に波うつこともあると思われる。また、その他の内部渦も境界面をいったん下げる効果を有している。9月25日には図には記入していない先端渦があって、その影響があるものと思われる。しかしながら、順流時にはフラッシュ作用により、出ている山は特に激しく削られ、また順流末期には先端渦のあらたな発達はなく、それまでに存在した渦の影響は下流にさがるので、全体として縦断線の円滑化が行われるものと思われる。

つぎに、他の要因として段波の影響が存在することを示す。流路幅変化の影響は成層しているときには二層流の基礎式中の $\partial B / \partial x$ 項のオーダー比較を行うことにより重要度が知れるが、無視しえないのが一般である。特に、局部的に顕著な狭窄部が存在する場合には、潮位変動に基づく入退潮流量と水位の変化の不定流効界により段波の発生がみられることがある。この段波は内部段波とも呼ばれるべきもので、成層流の内部境界面の高さの急変部があって、それが伝播する。これは、上流側の断面の水理量にダッシュを付して表現すると、 $|u_2 - c| h_2 B > |u_2'| h_2' B'$ 、(ここに、段波の波速 $(-C) = \sqrt{g(h_2 - h_2')}$) のとき発達し、いったん内部段波の発生をみると、その影響が持続するところに問題がある。急激な潮位上昇によって段波が発生し、それが上流へ伝播する場合を考えると、ほぼ計算値に近い波速で移動するが、やがて段波の境界面形状が変形して波状を呈するようになり、次第にこのような孤立波の数が増大する。この波は、塩水くさびの先端付近で下層水深が小さいところに侵入すると、急速に波高と波速を減少させるが、下層水深がなくなってもさらに前進し、結果として塩水く

さびの侵入長を大幅に増大させることがある。図6.2.2は、原因は段波のみではないが、先端位置が閉じずに発散している実験例である。河川においても、内部境界面が波状を呈することは長良川や利根川で観測されている。これは成層化の進行とともに顕著なものとなる。図6.2.3は長良川における弱混合状態時の内部境界面形状の時間変化の傾向を示す。内部境界面の波うち傾向は、逆流時に顕著であり、順流時には解消する方向である。このような波状模様が発現する原因として、内部渦、河道縦横断形状の影響、および段波などが考えられる。資料をみると、波の位置は固定しておらず移動しているように見られること、および内部渦の影響が強ければ引潮時の初期の相対流速の増大時に強く波うつはずであることなどにより、段波現象の存在が示唆される。なお、いわゆる内部波と呼ばれる現象とは波長や周期のオーダーが異なる。

以上のように、界面の波動現象には内部渦と内部段波の

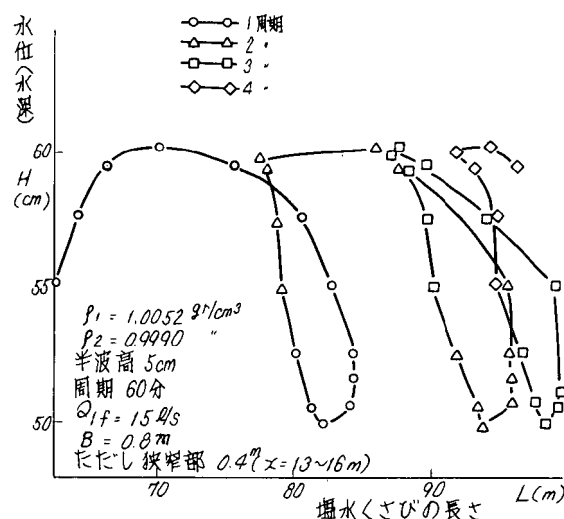


図6.2.2 実験水路における塩水くさび侵入長の発散

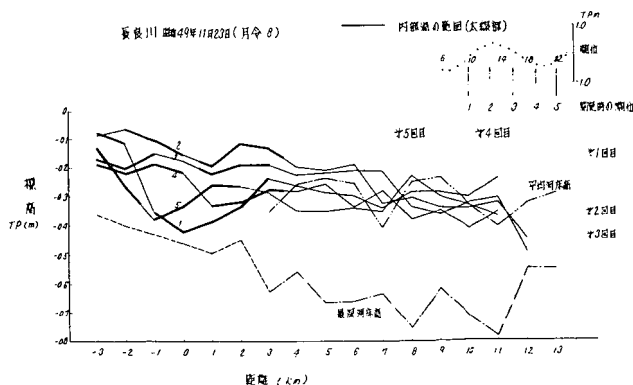


図6.2.3 内部境界面位置の縦断曲線とその時間変化

二つの主因があり、波動の伝播に伴う変形と流れによるフラッシュ作用があって複雑である。しかし、非常に極端な狭窄部がない限り、通常の現象では顕著ではなく、平均値

的にはシミュレーション・モデルの適用性の妥当性を認めたうえで、補足要素と考えておけばよい。

なお、界面の変動にはこのほかにタイムスケールの小さい変動がある。たとえば次のような事実がある。長良川の現地観測時には、同一地点でも淡水層厚が数分毎に変化し、干潮時にかけては淡水層厚が大きくなったり、小さくなったりしながら次第にその層厚が増大したことが観察された。これは派生する小さな渦、または内部波の伝播に原因するものと思われる。モデルではシミュレートできないが、時間平均値としては問題のない現象である。しかし、観測値の誤差原因にはなりうるので注意が必要である。

d 主要内部渦のポンプ作用

はじめに、ひとつの実験例を示す。長さ 100 m、幅 0.8 m で底勾配 $i_0 = 0$ の水路において、図 6.2.4 に示す位置に 0.4 m の狭窄部を設け、全水深 $h_1 + h_2 = 0.55$ m の定常状態で、密度がそれぞれ $\rho_1 = 0.9991 \text{ gr/cm}^3$ 、 $\rho_2 = 1.0053 \text{ gr/cm}^3$ の淡塩水を通水しておくと、上流端における淡水補給量 $Q_{1f} = 17.5 \text{ l/s}$ および $Q_{1f} = 15.0 \text{ l/s}$ のとき、塩水くさびの先端位置はそれぞれ 22 m および 65 m であった。内部境界面形状の実験曲線は図 6.2.4 のようである。計算曲線は通常の場合は非常によく合うのであるが、今回の実験結果では前者では勾配が急であり、後者では上流の方で特にゆるやかになっている。種々検討の結果、原因は狭窄部の下流部に発生する内部渦による下層の圧力上昇作用の結果であると推論された。このとき、下層に対するエネルギー式は、

$$\frac{\partial}{\partial x} (1-\varepsilon) h_1 + \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{p_0}{\rho_2 g} \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i_{f2} - i_0 = 0 \quad \dots (6.2.1)$$

となる。ここに p_0 は付加圧力で $\frac{\partial h_2}{\partial x} > 0$ であるから、 x 方向（河口方向が正）に圧力上昇が存在するという意味である。 p_0 が正のときは、見掛け上、内部抵抗係数 f_1 が減少したようにみえる。図 6.2.4 に示すように、 $p_0 = 0$ として逆算した f_1 は通常値の $1/3 \sim 1/4$ であった。内部境界面位置を示す表示式（ $\partial h_1 / \partial x$ ）は、 $\rho_2 = \text{Const.}$ 、 $u_2 = 0$ とすると

$$\left[\varepsilon (1 - F_1^2) - \frac{p_0}{\rho_2 g} \right] \frac{\partial h_1}{\partial x} = -(i_{f1} - i_{f2}) + \frac{p_0}{\rho_2 g} i_{f1} + \left[1 - \left(1 - \frac{p_0}{\rho_2 g} \right) F_1^2 \right] \varepsilon \frac{E}{u_1} - \frac{p_0}{\rho_2 g} i_0 + \left(1 - \frac{p_0}{\rho_2 g} \right) \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \quad \dots (6.2.2)$$

であり $p_0 = 0$ とすれば、微少項を省略した定常流の塩水くさびの式と一致する。さて、内部渦のポンプ作用について前者の実験では $p_0 < 0$ 、後者では $p_0 > 0$ であった。これは、内部渦の下層の水深が小さいと前者のように圧力が減少し、ポンプ作用が最大となる適度の水深があって、その後水深の増大と共に p_0 は 0 に近づくものと思われる。

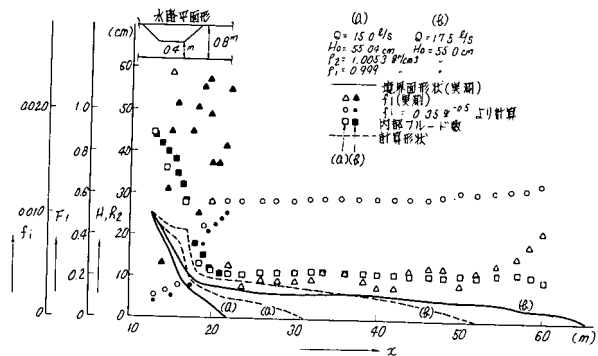


図 6.2.4 塩水くさび形状と内部渦のポンプ作用の関係を示す実験例

e まとめ

以上、実際の河川ではシミュレーション・モデルにおいて取扱っていない種々の現象がある。通常、これらの要因による影響はモデル計算の結果を根本的にくつがえすものではなく、これらの影響を無視して計算を実施しても近似的な回答は得られる。

しかし、計算の精度を高めるためには、内部渦、中間層、段波とその変形および主要内部渦とポンプ作用といった問題を解決しなければならない。このような問題は、理論ばかりでなく実際の現象の観測を行ってその内容を知ることが大切であり、将来の問題として残される。

このような現象の存在を知ることにより、観測値の評価、現地観測を実施するときの参考、およびシミュレーション・モデルの適用範囲の考察などを行うことができる。また、内部渦や中間層などについては、実測値を通じておおむねその特性を把握することができ、モデルによる計算結果に重要な補足事項をつけ加えることができる。

6-3 混合形態の遷移

シミュレーション・モデルの適用条件の一つとして、河道内の海水遡上現象の適用範囲を定めることが必要である。モデルは、これまでの検討により、成層状態であれば適用可能であることがわかったので、混合形態の遷移について考察しなければならない。

そこで、この節では(a)混合形態の変化の原因、(b)下層密度の縦断変化とその変動、(c)長良川における混合形態の変化などについて資料に基づいて検討し、一般的に(d)混合形態の変化の主因となる要素をあけて現象の考察を行い、最後に(e)実測値がない場合の混合形態の推定法を述べた。

a 混合形態とその変化の原因

混合形態は、河川の自流量がほぼ低水量以下で一定のとき、主として月令によって連続的に変化する。通常、これを三つに分類する。付録 A-3 の混合形態に関する定義によれば、水面の塩素イオン濃度が底付近の濃度の $1/10$ 以

下の場合を弱混合, $1/10 \sim 1/2$ の場合を緩混合, および $1/2$ 以上の場合を強混合と呼ぶことにした。したがって, この定義にしたがえば, 混合形態は距離的にも時間的にも変化する。場合によっては, 横断的にも同じではない。

そこで, このような厳密な定義に従えば, また煩雑な問題が生じるので, ここでは従来のような取扱い方も取り入れて考えることとした。すなわち, 横断的には主流部と考えられる場所で代表させ, 縦断的には海水侵入の総延長の中央部分考えた。なお, 時間変化量は1時間程度のタイムスケールであればモデルの中に組み入れて考えていくことができる。このようにすれば, 河口で強混合, 中流部で緩混合および上流部で弱混合などとする必要はなく, たとえば主要内部渦より上流において全体を通じて緩混合的特性が支配的であるとすれば, その状態を緩混合としてもよいであろう。

密度流において, 流速分布は濃度分布と密接な関係にあるので, 成層の度合を重視し, 濃度分布より混合の形態を判断する。この場合, 混合形態の変化の原因は, 上下層の相対密度を考慮し, (a)連行現象による ρ_1 の増大, (b)内部渦による ρ_1 の増大, (c)中間層の発達, (d)河道の三次元性と不定流効果による ρ_1 の増大, および(e)下層密度の減少などである。以下(e)を除くこれらの原因について若干の考察を行った。

上層と下層における混合過程は, 流れとその中の乱れおよび渦により影響を受ける。月令と潮位変動量とは定まった関係にあり, また水面勾配は成層状態により変化するが, これを無視して潮位変動量とタイダルブリズムとを関係づけるとすれば, 近似的には入退潮流量と月令との間に位相差を考える必要はない。月令によって, それに応じた実質的な流水の運動が生じるわけであるから, 成層問題を考察するにあたって, この流れによる混合過程を検討することが必要である。

流れがなければ分子拡散のみであるから混合は無視しうる。流れが存在するために混合現象が生じるが, その現象としては, 境界面における上下層の流速差や内部波に基づく連行現象, 内部渦による混合現象, および不定流効果と河道の三次元性に基づく混合などがある。下層濃度変化の原因については6-3, bにおいて述べた。混合の定量評価は今後の問題であり, 定性的記述にとどまっているが, 成層化問題は上下層濃度の相対性の問題であるから, 縦断的に変化する下層濃度に対する上層濃度分布という把握方をする必要がある。上層濃度に関する連行現象は定常状態でも生じており, これまでにも定量評価を行ってきた。内部渦による混合については, これまで研究が行われていないと思われるが, 混合形態の遷移現象にとって重要な効果

を有する現象と考えられる。定常流塩水くさびの先端付近において1,000ppm程度の上層濃度を有するということが実測により明らかにされたが, これは主として先端内部渦や主要内部渦によるものと思われる。非定常状態では先端渦以外にも内部渦が存在し, それが移動することを4-3において検討した。非定常流では, 連行現象のほか, 流れによる内部渦の移動とそれによる混合現象に注目する必要がある。

b 下層密度の縦断変化とその変動

本論文における二層流モデルでは, 下層の密度分布は鉛直の断面内において均一と仮定した。このことは, 実測値によると, 弱混合および緩混合状態では, 定常流および非定常流を問わず, ほぼ満足していることが明らかである。したがって, 下層密度としてはその平均値 ρ_2 の縦断変化が問題となる。下層密度変化は海水侵入長や混合形態の変化などの現象にとって重要である。そこで, 定流と不定流にわけて実測に基づいて考察を行った。

はじめに実例をあげる。図6.3.1は建設省の各河川担当工事々務所の測定例であり, 下層塩素イオン濃度の縦断変化を示す。それぞれ弱混合ないし緩混合の状態である。雄物川と最上川は日本海側, 芦田川は瀬戸内海および五ヶ瀬川は太平洋側に河口を有し, 混合状況はそれぞれの河道条件や潮位変動特性に支配される。下層密度 ρ_2 は, この例では, 河口より侵入長の6割くらいまで, ほぼ一定値をとり, 先端部付近で急に低下するケースが多いが, 最上川のように, 塩水くさびの先端付近まで高濃度が持続する場合もある。図6.3.2(a)と(b)は阿賀野川における下層塩素イオン濃度の縦断曲線である。図6.3.2の(a)は昭和47年の観測結果であり, 流量 $Q_f = 150 \text{ m}^3/\text{s}$ 程度, くさびの侵入長 $L = 2 \sim 5 \text{ km}$ 程度の場合である。流量が同じでも海水の遡上距離が大きく異なるのは, 潮位変動などの不定流の影響のほか, 河口砂州の変化の影響も含まれていると思われる。また, 蛇行の影響も加わって下層濃度は縦断的にかなり変化している。図6.3.2の(b)も同じ阿賀野川の実測値である。これは昭和48年のものであって流量は $Q_f = 67 \sim 244 \text{ m}^3/\text{s}$ と変化しているが, 9月26日測定のケースを除き下層塩素イオン濃度は塩水くさびの先端までかなり一定であるといえる。9月のデーターのみが非常に不規則な変動をしており, ρ_2 の縦断変化も激しい。これはむしろ(a)の資料の傾向と似ている。この両者の相違はおそらく8月の資料と9月以降の資料にあると思われる。すなわち, 8月には海が静かであるのに対し9月以降は荒天となることが多い。海上において波浪が発達し, 沿岸流があって河水と海水の混合が促進されると河口における ρ_2 が変化する。河口における遡上海水密度が時間的に変化するようであ

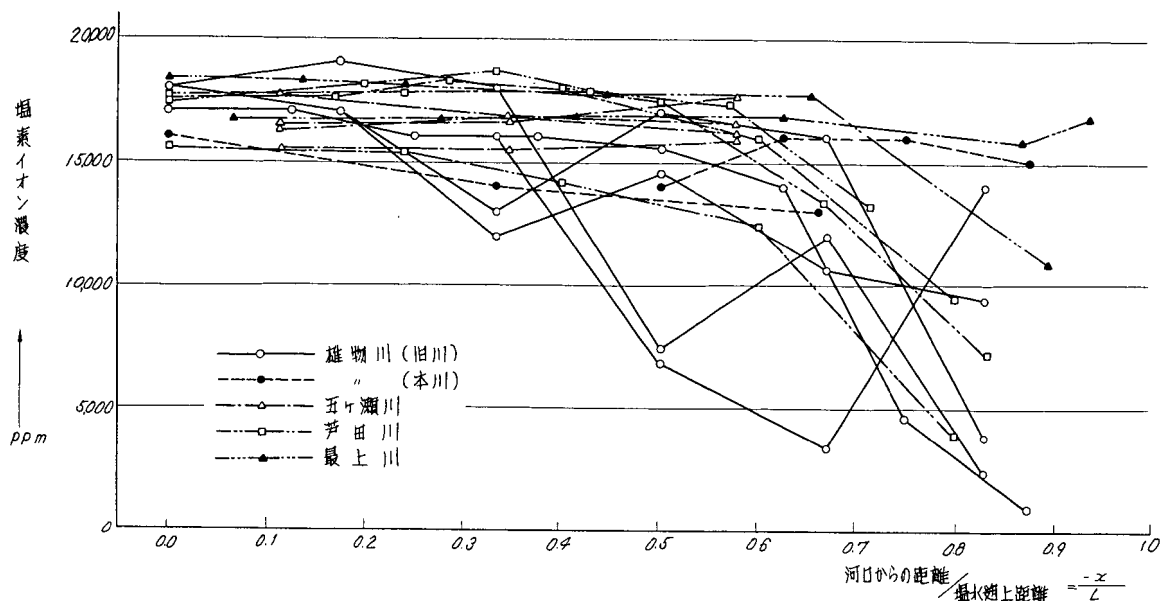


図 6.3.1 下層塩素イオン濃度の縦断変化

ば、河道内における ρ_2 の縦断変化が波うつことも説明できる。この河賀野川の例のように同じ河道であっても ρ_2 の縦断変化は必ずしも同様な形態をとらないことがある。

一般に、定常状態で潮位変化、海水密度および流量の変化がないときには、淡水は上層を流路として上流より下流へ、また海水は下層を流路として連行量に相当する流量が下流より上流へ流れるから、下層密度は河口から塩水くさびの先端まで海水と同じ密度になる。しかし、現実にはこれに種々の要素が加わり、 ρ_2 が縦断的に一定にならない。そこで、定常流と非定常流とを問わず、下層密度が縦断変化する原因をつぎに列挙する。

- 塩水くさびの先端部に発生する渦により、淡水が下層へ混入する。
- 塩水くさびの範囲内における周辺からの湧水により淡水が供給される。
- 合流の一部および排水が下層に混入する。
- 上層から下層への淡水の混入（逆連行現象）もわずかではあるが存在する。
- 風による波浪のため内部波の安定が崩れて下層へ淡水が侵入する。
- 砂州、河床のくぼみや突起、わん曲部および構造物周辺などの渦により下層へ淡水が侵入する。
- 塩水くさびの往復運動に伴い、その先端付近において、河床摩擦や凹凸により下層へ淡水が侵入する。
- 塩水くさびの往復運動に伴い、低水路部と高水敷部あるいは死水域部の流水の時差に基づき下層へ淡水が侵入する。
- 内部渦およびその移動に伴い混合の影響が下層へ

も及ぶ。

- 河口における海水密度変化の影響がある。これには、波による混合、沿岸流および河川流の影響が含まれる。

- その他、船の航行等人工要素による混合がある。

以上のように、下層密度 ρ_2 が縦断勾配を持つ原因はいろいろあって、大変複雑である。直線的な長方形断面水路では、潮位変化を与えても下層濃度の縦断変化は先端部を除いてほとんどないから(d)の上層から下層への淡水混入はわずかで無視しようと思われる。塩水くさびと考えられる準定常状態の河川の資料によれば、 ρ_2 が勾配を有するのはみお筋が発達している区間であることが多い。みお筋が交互砂州に基づくものであるときには、みお筋の河床縦断形は大きく波うっている。このような場合にはわずかの非定常性でもその影響が顕著に現われる。非定常状態で ρ_2 が大きく変化する主要原因は内部渦と河床の横断形であると思われる。内部渦は非常にスケールの大きい現象であり、十分下層濃度への影響力を有する。また、河道形状として平常時にも水面下となる高水敷がある場合、ないしはみおを有する場合には、主流部とそれ以外の部分とでは流れに時差が生じる。順流時には主流部のあとから高水敷あるいは死水域等より、横断方向の流れが生じて主流部へ流れ落ちる傾向があり、逆流時には反対に主流部からそれに遅れてそれ以外の部分へ流れ込むようになり、その結果下層濃度に縦断勾配を生じる。

河川に実在する二層流の下層密度縦断変化の原因は以上のように種々のものがあり、定性的評価は可能でもそれを定量評価することは大変困難である。本来ならば二層不定

流モデルの下層密度に関する質量の連続条件は現象を踏まえた理論構成をする必要があるが、これを後の問題とし、本論文では拡散式を代用した。その結果、縦拡散係数にすべての影響を受け持たせることとなった。拡散係数の D_x の数値は河川毎に異なるので、実測値から現象を分類してから定めてゆかなければならない。

また、 D_x は縦断的にも、そして時間的にも変化し、たとえば潮位曲線の上昇時と下降時では異なる。 D_x は実測によって個々の河川毎に求めなければならないが、計画上是 ρ_2 が一定値の場合の方が侵入長が大きくなることに留意すべきである。事実、海水の遡上距離が大きいほど下層密度は縦断的に一定の状態に近づき、先端付近の短い区間で急激に低下している。

下層濃度 ρ_2 の縦断変化は、潮位変動が大きいと不定流の効果による影響が卓越し、主として月令に支配される。付図 C.2.14 (a)~(g) の合計17図は、長良川における昭和49年の観測資料に基づいて、河床付近の塩素イオン濃度および水温の縦断変化の様子を各測定回毎に整理したものである。同図は月令順に並べた。また同図に記した水路底における塩素イオン濃度は弱混合ないし緩混合状態では下層密度 ρ_2 に相当する。これらの図によると大変興味深い特性を理解することができる。すなわち、月令の小さい1~4日あたりでは、海水の遡上距離が短かく、変動速度および変動幅が大きいことはすでに述べたとおりであるが、塩素イオン濃度も大きくなり、遡上時には河口付近の海水が急激に上流まで遡上する関係で密度のランダムな縦断変化がみられる。月令が5日から8日にかけては緩混合から弱混合状態へと変化する過程であり、海水の遡上距離はやや上流へと進むが、それと同時に、潮位変動による変動幅が小さくなってゆく。 ρ_2 曲線は滑らかな曲線となり、河口付近の塩素イオン濃度が高くなり、その時間的および縦断の変動も小さくなってある距離にわたって維持されるようになる。しかし、海水遡上の先端付近における塩素イオン濃度の縦断勾配 $\partial \rho_2 / \partial x$ はまだ大きくはなく、ゆるやかな曲線を描く。それが月令7~10日の弱混合状態の期間になるとこのような傾向は一層顕著になり、特に図 C.2.14 (f) にはそれが明瞭に現われている。すなわち、海水遡上距離は非常に大きくなると共に、先端位置の変動幅はほとんどなくなる。塩素イオン濃度も海水と同じ濃度となり、それはほとんど塩水くさびの先端まで一定である。これは定常時の塩水くさびとほとんど変わらないとみなしてよい。その後、月令の増大と共に海水の遡上距離が短くなり、その変動幅が増大し、 ρ_2 の縦断勾配が小さく、ゆるやかな曲線になると同時に、縦断曲線の滑らかさが失われ変動が大きくなる。塩素イオン濃度も河口部を除いて

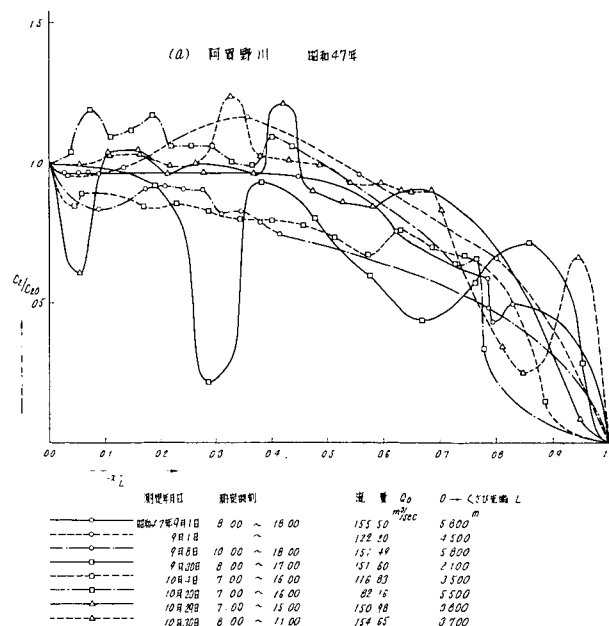


図 6.3.2 下層塩素イオン濃度の縦断変化 (阿賀野川)(a)

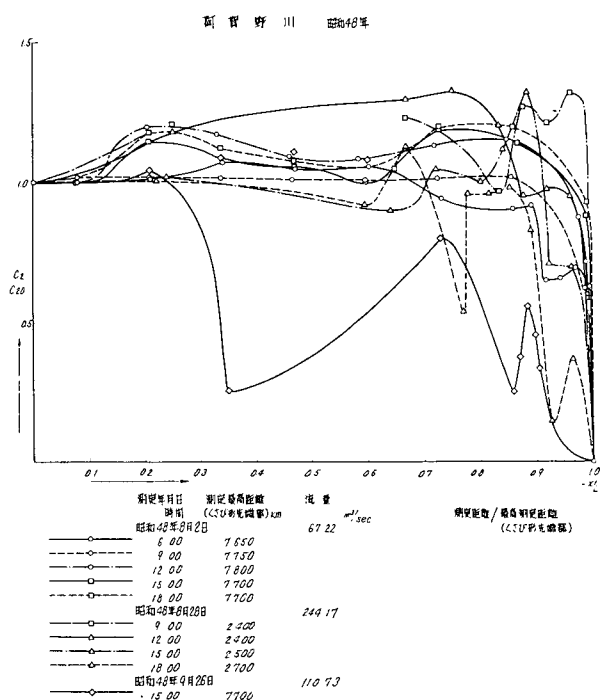


図 6.3.2 下層塩素イオン濃度の縦断変化 (阿賀野川)(b)

小さくなり、このような傾向は緩混合から強混合へとすすむにつれて助長されるようになる。

以上は長良川の場合についてみたわけであるが、このような特性はおそらく一般的にいえることと思われる。そして非常に重要なことは最も海水の侵入長が増大する弱混合の場合には ρ_2 の縦断変化が定常時の塩水くさびの場合のそれとほとんど同じになるということである。

C 長良川における混合形態とそれに関連する現象の月令による変化の特性について

これまでに、月令変化に伴う海水の侵入長、変動幅、水面勾配、内部渦の長さ、位置、変動幅、および移動速度、成層状況、上層濃度分布、下層濃度縦断分布などが月令によって特徴ある変化をすることを示した。

まず、成層過程においては、流量が小さくて変動が少いとき、朔望から上下弦への移行で潮位変動量が減少するにつれて、海水の侵入長が増大し、変動幅が減少し、水面勾配が水平となり、主要内部渦は下流へさがって河口付近に安定し、その変動幅と移動速度は小さくなり、成層化が促進され、上層濃度が小さくなると共に下層濃度は大きくなってその潮汐変化は少なく、かつ縦断変化が少なくなる。それと共に内部境界面位置は高くなって侵入した全塩分量は最大値に近づく。このような状態へ移行する現象を塩水くさびのウォーミングアップと呼ぶことにした。これは遡上エネルギーが蓄積された状態である。このような状態への移行速度は流量や潮位曲線、あるいは河口における境界条件などの影響を受ける。図 6.3.3 は、図 6.1.2 などをも補

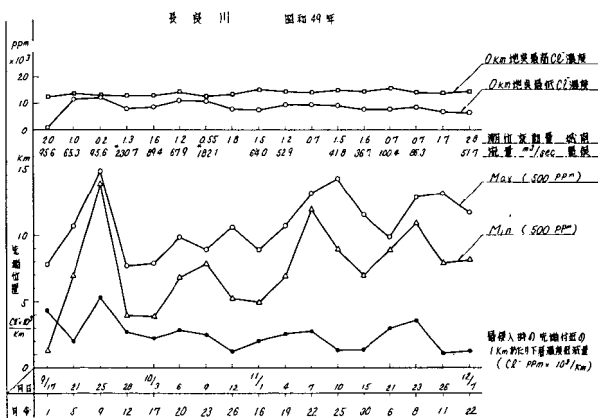


図 6.3.3 海水遡上状況の変化 (長良川)

足するものであるが、この場合は下層塩素イオン濃度が 500 ppm となる位置の最高と最低、先端付近の下層濃度の縦断的な勾配、および境界条件としての河口における下層塩素イオン濃度の最高値と最低値などを示した。17 回の観測のうちで、最も遡上距離が大きいのは 9 月 25 日であり、ついで 11 月 10 日である。前者は月令 9、後者は月令 10 である。前者においては、月令 5 の 9 月 21 日頃から河口における下層塩素イオン濃度の変動が小さく、先端付近においても海水が遡上しつつ、その変動幅が減少する過程にあったが、まだ先端付近の下層塩素イオン濃度の縦断勾配は小さく、いわばウォーミングアップの過程といえる。それが、2～3 日のうちに下層濃度が大きくなり、かつ均

一化が促進されて、ウォーミングアップが完了し、潮位変動量が非常に小さくなった 9 月 25 日に遡上距離が大きく伸びたと思われる。11 月 10 日の場合は、前日あるいは前々日に大きく伸びている可能性もあるが、河口における塩分濃度の変動幅および先端部における塩分の縦断勾配等から判断して、十分にウォーミングアップが完了しないうちに潮位変動量が大きくなってしまったということも考えられる。10 月 9 日は流量の大きい影響が顕著に現われており、11 月 23 日も同様であろう。以上は海水が最も遡上する付近の現象についてウォーミングアップの程度の差による影響の度合を考えた。そして、混合形態が質的に変化してゆく過程において、このように各種の要因が総合して働き、結果としていろいろな混合状態が生じる現象を理解することができた。これまでいわれてきた履歴現象のうちで短い時間スケールの現象には以上のような現象も含まれることは十分推察することができる。

いっぽう、上下弦から朔望への移行過程は塩水くさびが破壊されてゆく過程であり、上述のものと多少異なる。図 6.1.3 にそれを端的に表わした。すなわち、潮位変動量の増大に伴って、先端位置の潮汐変化が急増するが、下層濃度まで急激に減少することはないので遡上距離の最大値がただちに減少することはない。遡上距離そのものは逆に大きくなることもあり得る。しかし、やがて全体として遡上距離は徐々に小さくなってゆく。図 6.3.3 によると、先端位置の変動幅は上下弦後急に大きくなってから朔望後まであまり大きく変らない。場合によっては、むしろ上下弦直後の方が朔望より大きく変動することがある。先端付近の下層濃度の縦断勾配は、上下弦後相当小さくなった後も、なお朔望にかけてゆるやかに減少しつつ、朔望を過ぎてから徐々に大きくなる。河口付近の下層濃度の変動はタイダルリズムに関係し、上下弦後朔望にむかって増大する。この様子は湾に流出する河川と外洋に流出する河川とは定量的に異なる。

月令によって、混合形態が変化する様子は河川の特性によっても異なる。河川によっては強混合の状態が生じなかったり、弱混合の状態が発生しないということもありうる。長良川の場合には、たとえば図 6.1.4 により判断することができる。それをきめることは本論文の目的とするところではないが、極く雑駁に平均的な線を引くと図 6.1.4 の実線の如くであり、非常に大きなバラツキはあるが、弱混合は月令 7～10、緩混合は 3～6 および 11～13、強混合は 1～2 および 14～15 程度のようなものである。このように混合形態の遷移には月令との位相差がある。このことは一般的にいえるようである。すなわち、弱混合となるまでに時間を要し、上下弦をすぎても 2～3 日は弱混合状態が持

続するが、この状態を過ぎると弱混合状態は生成過程とは逆に、比較的容易に緩混合状態へと移行する。この際に、ほかの特性量として、たとえば海水の侵入長や水面勾配などにも、このような位相差が現われる。しかし、海水侵入長の変動幅や下層濃度縦断分布、あるいは内部渦の変動幅などの特性量は、これと若干異った変化を示す。以上の現象は長良川を例として考察したが、ここではこれらの現象が定性論としては物理的に説明しうることを示したつもりである。この限りにおいて、長良川における現象を一般性ある現象と考えてよい。

d 混合形態の変化の一般的な特性

長良川では、詳細な実測を行ったので混合形態変化の特性を知ることができた。混合形態変化の主要原因はaにおいて述べたが、内部渦や中間層、および下層密度変化など、非常に複雑な現象が主体であるから、この現象をシミュレートすることは容易でない。したがって、一般の場合の混合形態の変化の予測法はないから、当面個々の河川において実測を行って推定しなければならない。

しかし、これまでの知見により定性的な予測は可能である。ここでは、aで述べた原因についての現象の考察を行ったのち、混合形態の変化を予測するのに必要な定性的なとりまとめを試みた。

内部渦による混合効果を定量的に評価することは現段階では困難であるが、図4.3.4や付図C.2.8～図C.2.10などにより内部渦の動きに着目して混合現象を考えてみると、混合形態の変化のしくみが定性的にはある程度理解できる。すなわち、主要内部渦が遡上するとき、この渦より下流では上層において混合が活発であり、水面付近まで濃度が上昇する。また、この渦より上流においても渦の混合によって生じる中間層が影響を受け、中間層内の流速は非常に小さいが徐々に上流にまで及び、中間層状の濃度分布を有する混合形態をとるようになる。いっぽう海水の遡上が進行し内部境界面がふくらみを有するようになると先端渦も発達し、その影響も加わって、上流部における上層濃度も若干上昇する。この両者の渦の影響の度合は、前者の方が大きいので、逆に成層化がすすんで主要内部渦の移動が小さい場合の方が、河道内における上層濃度の変化は小さい。これは、主要内部渦の強度も小さくなく、流速も小さいので中間層の発達が抑えられるためであり、先端渦や連行現象の効果が主要内部渦の効果より小さいことを示す。潮位が下降状態にあるときには、流向は順流方向が支配的であるから主要内部渦に基づく上流部における中間層の発達はなく、また連行現象はあるが先端渦の影響は次第に小さくなって、上層における塩分濃度は減少してゆく。ちょうど、中間層が削りとられて薄くなるにしたがって、結果として

上層濃度が小さくなるということである。すなわち、上層の濃度分布は図6.3.4のように特徴ある形状となり、順流時には二層流化が促進されると考えてよい。

内部渦と中間層の発達と減衰、および連行現象の効果は以上のようなものである。潮位変動量が増えて、タイダルプリズムが増大し、流速が大きくなると、連行量が増大し、内部渦が発達して上層濃度が増大する。これに下層濃度の変化が加って、混合形態が変わってゆく。

下層濃度は一般に遡上時に上昇し、かつ均一化の方向にすすむ。これは海水が下層を流路として遡上するからであ

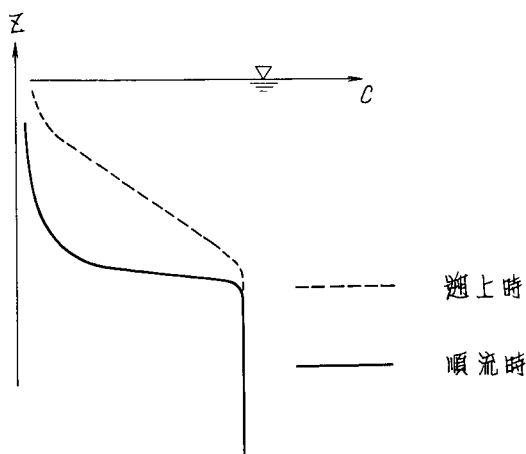


図6.3.4 濃度分布形状のパターン

り、上層との相対流速はあまり大きくないので混合による濃度の減少が少いためである。順流時には下層水深が増大している過程では下層濃度は依然高濃度化がすすむが、下層水深が十分小さくなると下層における流向も正となり、濃度が減少してゆく。これは先端位置の後退と共に大きくなる。このように、動きが大きくなると下層濃度も減少し、混合度が大きくなる。混合形態の遷移現象に関して、定性的な基本事項は以上のようなものである。

つぎに、緩混合状態から弱混合状態への遷移過程とその逆の過程では、現われる現象の特性が異なるので、この考え方をもとに、成層過程と混合過程とに分けて考察する。

成層過程では、潮位変動量が小さくなると共に入退潮流量が減少し、流速が小さくなる。重力により海水が下層から遡上するが、下層内部における混合は減少し、濃度の上昇と先端までの縦断濃度の均一が促進される。内部渦の変動は小さくなり、これは下流部の安定する場所に落ちつく。この位置が、河口位置であって、おおよそ内部渦の先端は渦の長さだけ上流ということになる。先端渦は遡上時に成層化が進んでいる内部境界面が急勾配な先端部に発生するが、順流後半にはその強度は減少し渦が残る場合には先端から離れる。主要内部渦は河口付近に定着するので、それ

より下流の混合は海水の遡上に影響を持たない。主要内部渦の先端より発生する中間濃度の海水は、中間層を形成して潮位上昇時に上流へ運ばれるが、主要内部渦の強度も以前ほど大きくはなく、また流速も減少過程にあるので、上層濃度は減少してゆく。潮位変動量がさらに減少すると、下層濃度の増大と上層濃度の減少の現象が助長され、それと共に遡上距離の振幅を減少させながら遡上距離が増大する。主要内部渦の上流端では順流時に $F_1 = 1$ となる。このとき ε は大きく、 Q は小さいので h_{ic} はかなり小さい。また、内部境界面の位置も高くなるが、不定流効果加って、定常状態の塩水くさびの形状とはやや異った曲線形で時間変化する。成層過程ではこのようにして成層化がすすむ。

混合過程では、このような状態を初期条件として、潮位変動量が次第に増大する。そして、流速が増大し、順流時のフラッシュが大きくなり、塩水くさび先端付近の下層水深が小さくなり、後退量が非常に大きくなる。下層では流向が正となると下層内の混合が促進されるので、下層濃度の減少と先端部を除く区間における縦断勾配の増大、ならびに先端付近の縦断勾配の減少がもたらされる。下層濃度が十分小さくならないうちは非常に大きな遡上距離となることもあるが、やがて変動幅の増大と共に遡上距離が減少する。いっぽう、内部渦は相対速度の増大により発達し、かつ移動運動も活発となる。主要内部渦の下流では濃度の均一化がすすみ、相対速度が小さくなるので、渦は存在しえなくなり、上流部に残るようになる。そして、潮位変化に伴って上流部において大きく上下運動をする。内部渦の発達とともに、中間層が発達し上層濃度は増大する。それと共に ε の増大、 h_1 の増大および F_1 の増大などにより、連行量も増大し、上下層の混合が大いに促進される。また、内部渦の下流では上層濃度が非常に大きくなるので、結局内部渦の上下流への大きな運動はまたたくまに河道全体の上層における高濃度をもたらす結果となる。高濃度化は下流の方から促進されるから内部渦は上流へおしやられ、このようにして緩混合から強混合へと連続的に移行する。混合過程では、内部渦の移動、中間層の発達および下層濃度の変化など困難な問題があるが、実測値等による部分的な現象を知って全体を推定することが大切である。

e 混合形態の概略的な定性的推定法

最後に、実測によらない場合の一般の河川における混合形態変化の概略の推定法について述べる。おおよその傾向は、1-2において全国主要河川の混合状況を明らかにしたので、これにより推定することができる。まず、大潮時の潮位変動量が70cm以下で、みおの河床高が平均海面高となる位置が河口より10km以内であれば、常時弱混合

状態と考えてよいが、潮位変動量が小さくても、河床高が長い区間に亘って低い場合には大潮を中心とした数日間緩混合となることがある。大潮時の潮位変動量が0.7~3mでは、感潮区間長が非常に短い場合を除いて緩混合状態である。ただし、小潮時を中心として数日間は弱混合状態である。また、感潮区間が10km以上になる場合には大潮時を中心として数日間強混合の状態になることがある。潮位変動量が3m以上の場合には、感潮区間長が短い場合を除いて強混合状態である。ただし、小潮時を中心として数日間緩混合または弱混合状態となることがある。以上の特性は河川の単位幅あたりの自流量 q_f がおおよそ $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ 以下の場合であって、これ以上になると混合が増大する。

混合形態の変化で、潮位変化や河川の自流量を考えたのは、流速の大小を問題とするからである。したがって、河道条件として、上流に大きな貯溜面積を有する河道や池があって、塩水くさびの上流端における入退潮流がある場合には、連行現象により混合が促進される。また、流路幅が変化に富む場合には、内部渦の発達が容易であり、中間層が成長するので混合度が増大する。4-3で述べたように、限界水深や等流水深の縦断形を計算すれば内部渦の安定する場所が推定でき、そういう場所の多い河道の方が内部渦も多く混合も活発であろうと考えられる。つぎに、下層における混合度は、みおの蛇行、みおの河床高の縦断変化および水面下に没する高水敷を有する河道の場合に増大する。したがって、このような河道特性の傾向が顕著なほど混合が促進されることになる。

以上を総合すれば、実測資料のない場合でも、月令に応じた混合形態を予測することが可能であり、予測しえない場合でも、簡単な実測資料を補足することにより、大略の特性を予測しえるようになる。

6-4 モデルの適用性に関する考察

モデルの適用性の評価は目的にもよる。目的は第1章において述べた。そして、シミュレーション・モデルの適用性については5-3において実証し、計算精度および計算の安定性も満足しうることを示した。計算結果の補足事項等については6-1および6-2などにおいて述べた。適用範囲は6-3においてとりまとめを行った。残る問題は適用条件である。

この節では、(a)モデルを適用しうる現象と問題点、(b)適用範囲と問題点、(c)一次元性の検討としての前の適用範囲を補足する事項、および(d)モデルの用途について述べた。

a 適用しうる現象と問題点

河川にはいろいろの現象がある。その主な現象について

考察し、一次元二層不定流モデルの適用性およびその問題点について検討した。

まず、最も単純な直線的な長方形断面水路における二層不定流では、下層濃度はほぼ一定であり、このモデルによってほぼ完全にシミュレートできることを5-2において示した。この場合に先端渦の影響をほとんど無視することができ、定常状態の条件で得られた内部抵抗係数と連行係数を適用して現象を説明することが可能である。しかしながら、水路の下流端付近において生じる主要内部渦に基づく混合によって内部渦先端部の内部境界面付近より濃度の小さい塩水が主として潮位の上昇時に遡上し、いわゆる中間層を形成する現象については未解決な問題が多い。たとえば混合によって生じる濃度分布や流速分布の詳細を知る必要があるため、今後に残された問題である。

自然水路においては、流路の平面形状や横断形状の影響があるが、準定常状態では下層濃度の縦断変化値の推定が可能であれば、良好な精度で海水遡上の状況をシミュレートすることができる。複断面河道においても同様である。下層濃度分布については多くの実測値に基づく拡散係数により推定する方法を考えた。さらに精度をあげるためには混合原因別の検討が必要であり、これも今後の研究課題である。なお、海水の侵入長が最大となるのは下層濃度が一定のときであり、このような条件は潮位変化が小さいときで、流量の変化がなく、また風などによる混合が大きくないときに得られる。

非定常状態の自然河道では、種々の原因に基づく混合と密度差による成層化現象があり、河道内における混合現象が着着くのは、この両者がバランスする方向に作用しあうことである。任意時点の現象はその変移の過程にあるといえる。したがって、モデル適用にあたっての重要な問題は、河川における種々の混合を質的にも量的にも精度よく見積り、その結果生じる現象を分類して、二層流として取扱いが可能な範囲を明確にすることである。これについては6-3において考察した。

これまで取扱ってきたシミュレーション・モデルでは、二層流の内部境界面を通じて生じる連行現象を主として考えてきたが、実験水路や長良川の資料によって明らかのように、先端渦や主要内部渦による混合が顕著であり、精度よく予測する場合には無視することができない。これは、渦に基づく混合によって発生する下層濃度より小さい濃度を有する塩水が、上層においては流れ方向下流に、また内部境界面付近においてはその付近の流れの方向に上流方向に輸送される現象であって、渦の下流一帯の上層濃度を高め、かつ中間層を発達させる。

このような現象を定量的に評価するためには、内部渦の

発生・発達と渦に基づく混合および第二近似として三層流モデルを考えるのが適切と思われるが、現段階において渦の現象を解析的に考察することは困難であり将来の課題として残すこととする。しかしながら、長良川における実測により実河川における混合特性とその遷移過程を把握することができたので、内部渦とその影響を踏まえながら、ここで開発した二層流モデルの適用性と適用範囲を考えておくことができると思われる。

シミュレーション・モデルの適用性については、5-3において長良川の場合について検討し、条件等についてはかなり簡略化した場合であるにも拘らず、ほぼ満足すべき結果が得られた。そして、この計算手法には一般性を認めることができる。今後実際の現象を考察するにあたってこのシミュレーション・モデルを適用し、さらに精度よい結果を得るためには次の事項を考慮するとよい。

- (a) 塩水くさびの上流では一層流の不定流計算を組み込み、潮位の影響の及ばない上流の地点において河川自流量を境界条件として与える。
- (b) 河道の上流部でみおが発達し、海水がみおにそって遡上するような場合には、複断面の計算式を組み込むとよい。ただし、この範囲では水面勾配を無視すべきではないので、ここで長良川についての計算例で示した微少項を省略した式ではなく、もとの省略のない式を適用すべきである。なお、下層水深については、遡上距離を求めるときには最深河床高により、また平均流速 u_d の計算には径深を用いるなどもひとつの方法であろう。
- (c) 下流端の上層水深については、主要内部渦や実測等により、なお検討しなければならない問題も少くないが、渦の移動を考慮して境界条件を与える位置を可変とすることもできる。また、順流時には限界水深 h_{lc} 、またはこれに近い条件を与えることもできよう。
- (d) その他、内部渦や中間層の影響を調べるため、実測により特性を把握し、計算結果の評価を行っておくと、一般化の精度を向上させることができる。

b 適用範囲と問題点

適用範囲は二層流の仮定が成り立つ範囲である。それは、内部渦が激しく生じたり、中間層が大きく発達して誤差が大きくならないところを考えておけばよい。このような状態では一般に遡上距離が短い。実際には海水の侵入長が大きい場合が問題となるので、6-3で論じたように上下弦の小潮付近を目標に検討すれば、多くの場合目的が達成できよう。

しかし、実際の河川における現象は大変に複雑であるか

ら、実測を行って諸特性を把握し、拡散係数などの諸係数の検討を行うことはもとより、このシミュレーション・モデルにおいて表現されない現象について、その内容と量的な効果などを考察しておく必要がある。そのなかには、内部渦や中間層の発達現象のほか、河川には多数の混合要因があるので、連行現象や内部渦以外の要素に基づく混合などもあり、定量的にみて大きな影響を与えるものについては検討しておかなければならない。また、実際の河川では、平面形状や縦断形状に明確な規則性を考えることは容易でなく、そこには人工要素もあるので、一次元性については技術判断を必要とする。これらの現象に関する一般的な考察は省略し、ここでは項目のみを次に挙げておく。

- (a) 風による混合および波浪による混合
- (b) 合流、分流取水・排水および湧水・漏水の影響
- (c) 河道の平面形および縦横断形に伴う三次元量の影響
- (d) 小・中規模河床形態の影響
- (e) 河川構造物（水制、橋脚および堰等）の影響
- (f) 人工要素（航行など）。

その他として、日射等による水温変化、底泥からの塩分補給、沈降土砂、あるいは魚の遊泳による影響などがあるが問題とするほどのことはない。なお、堰に水門が存在する場合には、水門操作は大きな影響を及ぼす。魚道や閘門、および水門などによる漏水や反射波などの影響も無視できないことが多い。

c 一次元性の検討

本論文においては流れを一次元として取扱ったので、bの補足として特別にこの事項の検討を加えた。河川は一般に平面的に蛇行しており、また横断的にも単断面とはみなしがたいので、一次元モデルの適用性の検討が必要である。河道の三次元効果としては、河道部と河口部に分けて考えるのがよい。河道部における問題点は、蛇行特性、大きい固定わん曲部、分流、合流、死水域、河川構造物として堰、水制、および橋脚等、また川の中の大きな砂州や河床の縦断的な大きな凹凸などの取扱がある。河道の横断形としても一般には複雑であるが、成層状態では内部境界面は横断的にほぼ水平と考えられるので、一層流よりは扱いが容易である。問題は複断面河道の場合の扱いが残る程度である。また、河口部は波と流れの作用により形状の変動が激しいのが一般的である。河口砂州は、入退潮流量が大きくて、それが支配的な大河川では大きな問題とはならないが、河川の規模が小さくなるほど大きな影響を有することとなる。

一層流としての扱いにおいては、局所的な形状損失については考慮することもあるが、多くの場合一次元流とし

て計算が行われている。この場合、不確定な要素を粗度係数 n の中にふくめるのに対し、二層流では、河床まさえ係数以外では n に相当するような全ての要素を包含した係数を考慮していない。しかし、内部境界面は横断的にほぼ水平であるとの実測結果もあり、近似的にほぼ一次元流としての取扱いが可能である。これに関連した長良川の実測資料を示す。長良川では極端なわん曲部ではなく、横断特性の縦断変化はあまり顕著ではない。一例として、昭和51年1月7日（月令5.5）実測の横断面内2点における特性量の比較を行った様子を図6.4.1～図6.4.3に示す。図6.4.1は、上層、中層、下層のそれぞれにおいてある濃度を示す点、たとえば20, 50, 500, 5,000および10,000 ppmの点の時間変化の様子を左岸側流心および右岸側流心測点について比較したものである。5 kmより上流では左岸側のみおが消えているので実測値はない。この日の干満は午前中に満潮があり、午後早目に干潮が現われており、混合形態としては緩混合と思われるが、満潮までの遡上過程ではかなり強混合に近い状態と考えられる。引き潮時には濃度の高い部分が早く後退し、遅れて低濃度部が引いていることがわかる。みおの規模が小さい左岸側において下層の10,000 ppmラインは引き潮時の反応がにぶい。長時間4 kmと5 kmの間にあって、ほとんど変化がなく、15時を過ぎて急に後退しているが、中層では5,000 ppmおよび10,000 ppmのラインは共に左岸右岸側でその差はわずかである。上層では右岸側の反応が敏感であり、左岸側の反応は下層ほどではないが、ややにぶくなっている。長良川では付図C.2.1に示すように、3 km地点において揖斐川の合流があり、1 kmから2 kmにかけては大きな中州などが存在するにも拘らず、この程度の左右岸側みお筋の特性差ですんだことはかなりの一次元性があると判断してよいと思われる。図6.4.2は縦断面内の等濃度曲線について引き潮と満ち潮時の様子を示して、左右岸側の特性を比較したものである。河道が複雑なわりには両者はかなり近い変化をしているとみなすことができる。図6.4.3は5 km地点の左岸右岸側流心における測点の上層、中層および下層のそれぞれの代表点における流速をベクトル表示したものである。流向は各層において時差があり、必ずしも同一方向とは限らない。また、流速が小さいときには流路と直角に近い方向に向っていたりする。しかしながら、左右岸の流心点における差はあまりないといえるようである。以上のように、横断面内では多少の差はあるものの、全体としてはほぼ一次的であるとみなしうる。

つぎに、よほど複雑な河道でない限り、一次元流としての取扱いが可能であるとしても、三次元的な形状を有する河道の影響はいろいろなかたちで現象に現われる。たとえ

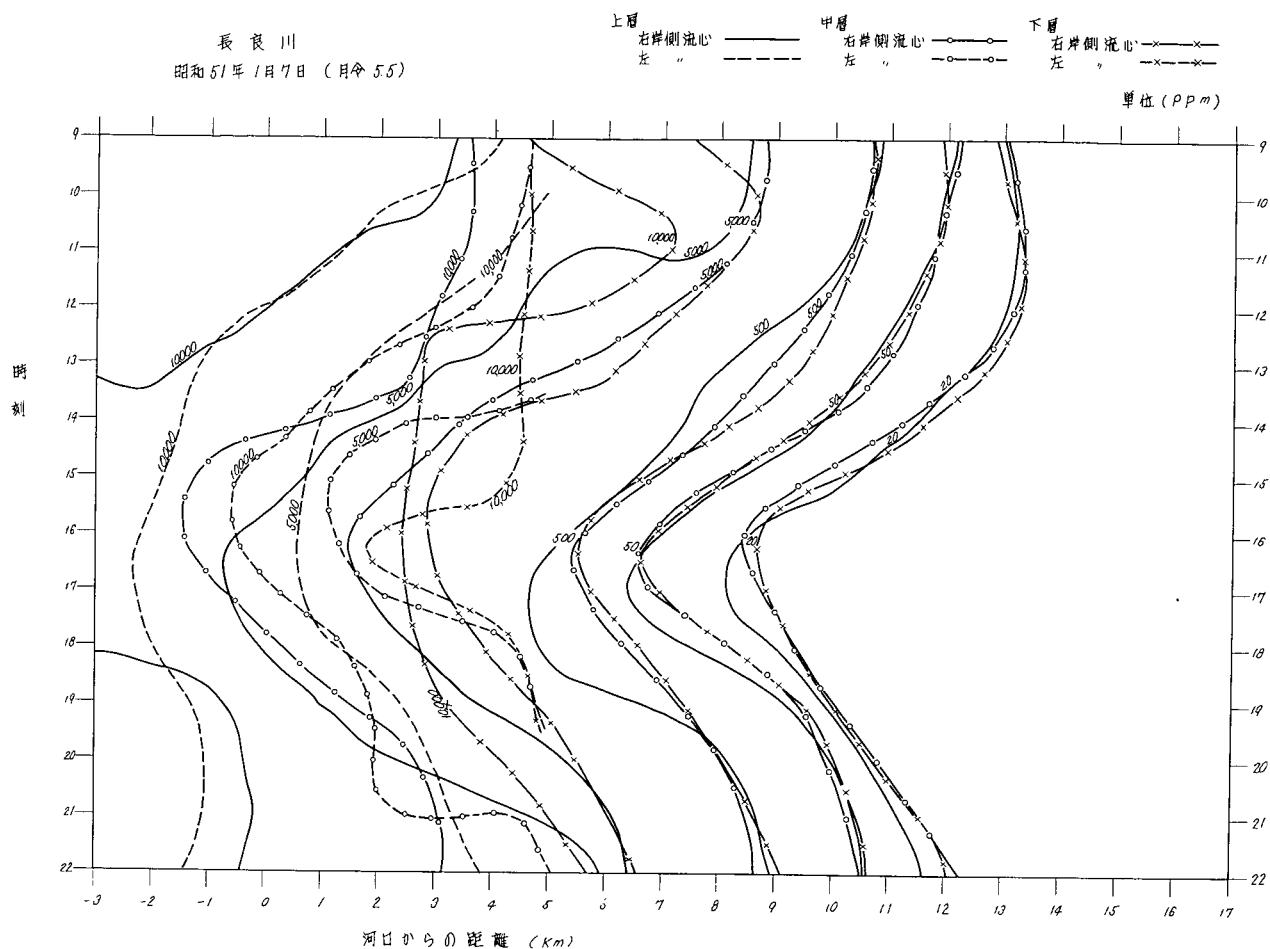


図 6.4.1 定濃度点の時間変化 (長良川)

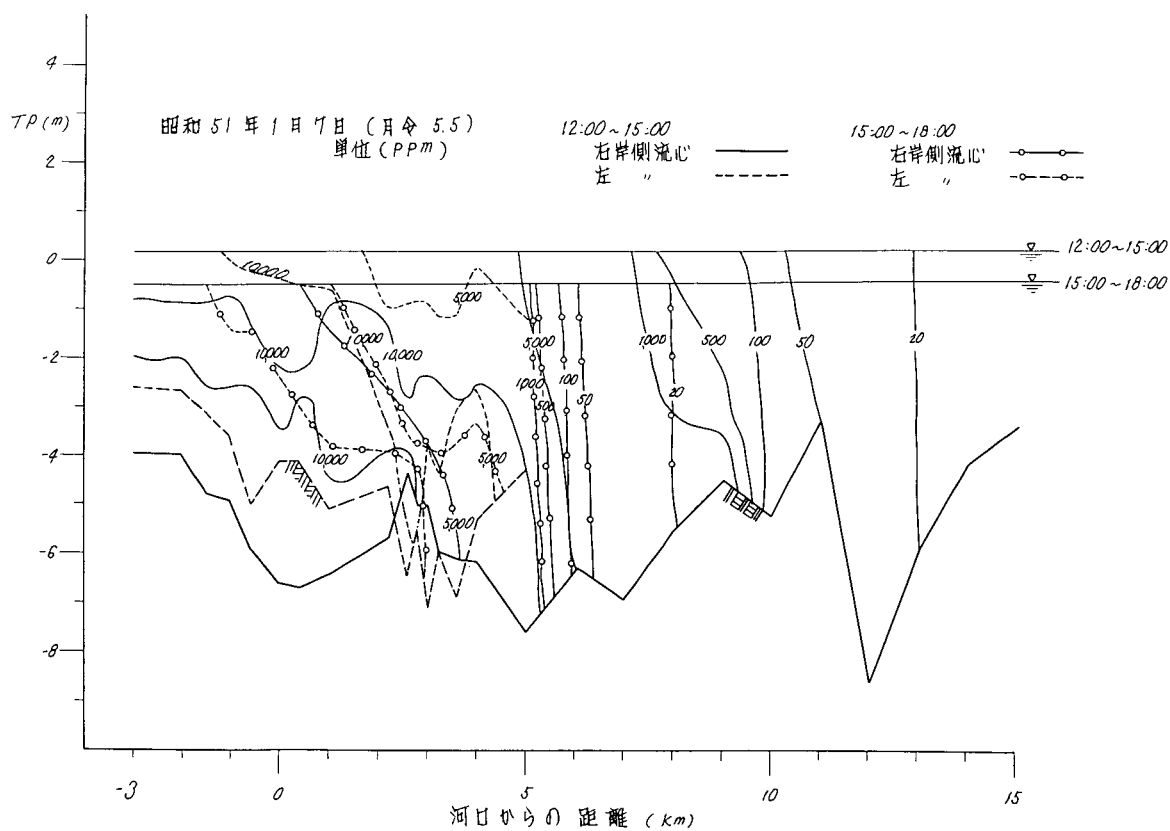


図 6.4.2 縦断等濃度曲線 (長良川)

長良川

昭和51年1月7日(月) 5.5)

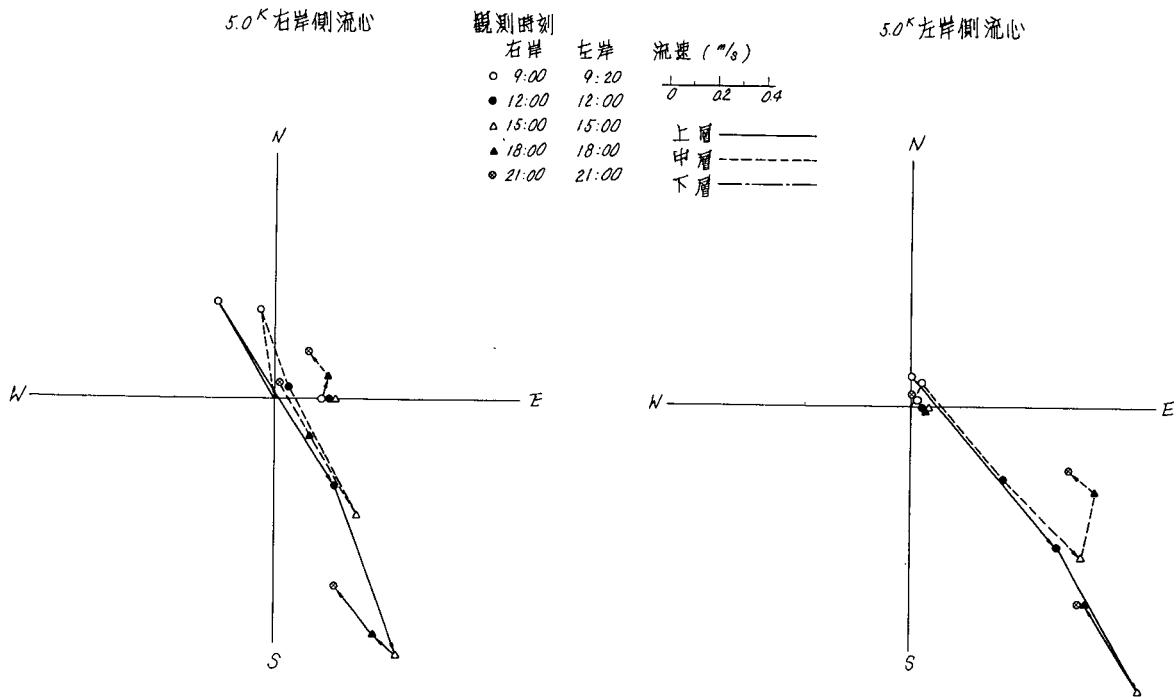


図 6.4.3 流速のベクトル表示 (長良川)

ば、下層濃度の縦断変化の特性などは種々の河道要素によって大きな影響を受ける。河道の要素としては、平面形関連で大きなわん曲部、蛇行に伴う砂州や砂礫堆および中州、死水域、分流および合流、横断形関連では複断面的河道で平常時に高水敷相当部分が水面下にぼさるような場合、および縦断形関連では大きな規模の河床の凹凸などの影響が少なくない。人工要素としては、取水や排水のほか水制、床固および堰などの影響が大きく、魚道や閘門の影響も無視すべきではない。このような三次元性について個々に考慮しなければならない。

その他の影響として、風による剪断力、吹送流、および風浪や底泥からの塩分補給や湧水などの要素がある。水路下流端からの波の侵入、河口砂州形状および河口外の海水の特性なども同様にして考慮しなければならない要素であるといえる。

以上のように考慮すべき要素は非常に多く存在するので現われる現象も千差万別といわなければならない。たとえば、風の影響は非常に大きい要素であり、塩分濃度を急速に変化させることが利根川河口堰管理所の観測資料に表われている。風は河道の平面形状と関連を有するものである。また、水門等が存在する場合ではその上流下流において混合の度合が異なる。河口砂州が季節的に変化する(たとえば)裏日本側の河川では、それに伴って塩水くさびの侵入長が変化する。また、入退潮流の大きい河道では河道形状の影

響が大きく出て来て、たとえば下層濃度の縦断変化特性が左右される。構造物が存在する場合にはそれに応じて海水の遡上特性が影響を受ける。ここでは、個々の問題は将来の課題とし、それぞれの影響要因に対応した検討が必要であることのみを述べておくことにした。しかしながら、通常の場合には、さきの長良川の昭和51年の実測資料からも明らかのように、ほぼ一次元的な取扱いが可能であると思われる。

d モデルの用途

最後に、このシミュレーション・モデルの実用上の用途についてふれておく。主なものを列挙すれば次のようである。

- 現在の条件における実情ならびに予測が可能である。これは実測によっても推定可能であるが、実測の労力を大幅に削減することができる。
- 異常遡上や可能最大遡上距離の検討ができる。
- 水門操作による海水侵入状況の変化に関する検討ができる。
- 外力条件の変化や河道形状および河口砂州等の条件の変化に対応した予測問題の検討に適用できる。
- 取水条件の検討に適用できる。
- 出水時の海水フラッシュの検討ができる。
- ヘドロの堆積の問題の検討ができる。

第7章 結 論

本論文では、海水が河道内に侵入する水理現象について考察した。これは実際の立場から多くの関心が寄せられている問題である。その理由は、この現象が取水、塩害、ヘドロの堆積、洪水初期の有効断面の阻害、しじみ等魚貝類の生息条件、あるいは植物等その他の環境保全などの最近とくに関心が持たれている問題とも密接な関連を有することによるからである。いっぽう、河川の下流部においては、計画洪水流量の増大に伴う河道掘削、河口部の改修、河川平常時流量の減少、あるいは取水量の増大など、河川を変化させる種々の要因が存在し、それに伴って海水の遡上現象は変貌をきたし、またはその変化が予想される場合も少なくない。そこで、河道内における海水の侵入現象の一般的な特性を知り、河道条件や外力の変化に対応した現象の反応を、目的に応じた精度で予測することが必要である。

この研究の目的は、海水の侵入現象の一般的な特性を明らかにしかつ予測手法を開発して、河川下流部の河道計画の策定に資することにある。したがって、現象の細部機構にわたる問題で、工学的には直接的に影響することが少い課題についてはふれていない。この研究を行うにあたって、工学的な見地から問題とされる事項は非常に多く、かつ複雑であると考えられた。しかし、全体の要素の間のバランスを考慮すると、残されていた問題で重要にして緊急度の高い課題としては、(a)実際の河川における海水の侵入状況の月令および潮汐による変化の特性の把握、(b)合理的なシミュレーション・モデルの策定、(c)内部抵抗係数、連行係数および拡散係数などの定数の評価、および(d)境界条件の決定などの課題があると思われた。

そこで、長良川および最上川などにおいて、詳細にして大規模な現地観測を行い、または観測に協力して重要な資料を得、また全国的な規模で既存の観測資料を蒐集して、実際の現象について考察した。現地資料では不十分な部分については、この種の施設としては大型な100 m水路を用いて実験を行って補完することとした。また、シミュレーション・モデルの検証を行うためにも実験を行った。いっぽう、シミュレーション・モデルとして、一次元の二層不定流モデルを考えた。ここでは、二層流において塩水が下層から上層へ混入する現象を考慮し、上下層の縦断密度変化の影響をとり入れたことに特徴がある。そして、実験ならびに実測資料による解析、およびシミュレーション・モデルによる数値計算等を通じて総合的に検討した結果、なお個々の内容には二・三の問題点は残されているとはいえ、一応所期の目的を達成することができた。

7-1 研究結果

河川における実測資料等を用いて、低水時の月令および潮位変動に基づく、海水の河道内への遡上特性を明らかにした。これまでの研究によれば、海水の侵入長が大きくなるのは小潮時であるとされているが、このときの混合形態は弱混合状態の塩水くさびであると判断される。おおよそ、弱混合ないし緩混合の状態では成層化が促進され、このような状態では二層流としての取扱いが可能である。そこで、海水の侵入長が比較的大きくなる状態を想定して、連行現象と密度の縦断変化を考慮した二次元二層不定流モデルを考え、その適用性と妥当性を明らかにした。また、実測資料等によって明らかとなった一般的な特性を考慮することにより、海水の遡上現象に関する予測精度と予測内容とをいっそう高度なものとすることができた。その結果は、河道条件や外力の変化に対応する海水の最大侵入長の予測、平常時の海水遡上状況の変化、出水初期の海水のフラッシュ、あるいは堰操作による海水遡上制御等の問題に適用できるものとする。

この研究により明らかにした主要事項は次のようである。

(a) 弱混合ないし緩混合の状態の海水遡上の現象に対し適用可能である一次元の二層不定流モデルを開発した。

このシミュレーション・モデルにおいては現象を巨視的に取扱い、塩水が下層から上層へ混入する現象、ならびに上下層の密度の縦断変化を考慮しており、これにより予測精度が向上した。

(b) 基礎式の差分方式としては、通常陽型式が適用されるが、これによつては計算が非常に困難であり、陰型式による差分法によつて安定した計算結果が得られることが判明した。また、基礎式においても Δx と Δt のとり方によつて計算結果が異なることを示唆したが、事実 $\Delta x / \Delta t$ によつて計算結果が異なることが判明した。現象を説明しうる $\Delta x / \Delta t$ の関数形は、6種の不定流実験、4日間にわたる長良川における海水侵入現象および実物大を想定した数値実験の結果と計算の結果とを照合することにより検討した結果、主として潮位曲線の波形勾配とレイノルズ数によつて表わされることがわかり、図5.4.8の結果を得た。

(c) 内部抵抗係数は、モデルの中でオーダー的にみて最も重要な係数である。内部境界面の位置(高さ)を図3.1.1の(f)に示すように明確に定義することにより、かつ広い範囲の水理量にわたる実験値ならびに実測値に基づいて検討した結果、従来の実用公式を修正して(3.2.16)式を提案した。これには、内部フルード数が1以下であつて、上層の流速分布が極端な三角形分布をしていない限り、十分な妥当性

を認めることができる。なお、内部フルード数が1以上であっても温度密度流のように流速分布が、淡塩水の場合の $F_1 < 1$ のときのような分布をしている場合には適用することが可能であると思われる。また、非定常流の場合であっても流速分布が定常流の場合と極端な相違がない場合には、適用することが可能である。

なお、従来の公式は、河川に適用する場合に、特に内部フルード数が大きくなって1に近い範囲となると適用性が悪いことを見出し、連行による付加摩擦力を考慮することにより、適用性を改善したことがひとつの特徴である。また、実験値の誤差について、水路側壁の影響、河床摩擦の影響および連行量の影響の点から検討した結果、たかだか数パーセント程度の誤差であることが判明した。

(d) 連行係数は、内部境界面位置を図3.1.1の(f)に示すように明確に定義することにより、かつ広い範囲の水理量にわたる実験ならびに実測値に基づいて検討した結果、従来の実用公式を修正して(3.3.5)式を提案した。これには、内部フルード数が1以下であって上層の流速分布が極端な三角形分布をしていない限り十分な妥当性が認められた。なお、内部フルード数が1以上であっても、温度密度流のように流速分布が淡塩水の場合の $F_1 < 1$ のときのような分布形の場合には、他研究者の資料の傾向と一致しているので、十分に適用することが可能であるといえる。また、非定常流の場合であっても流速分布が定常流の場合と極端に相違しないので適用することが可能であると判断した。

(e) 拡散係数 D_x は密度流なので小さい値である。Elder式とは、その理論の根拠となる流速分布等の条件が異なるが、長良川程度の河道ではほぼ同程度と考えてよい。

(f) 境界条件としては、特に下流端位置と下流端における上層水深 h_{10} が問題となる。定常流または裏日本側に河口を有する河川のように準定常流と考えられる場合には、河口出口の位置においてほぼ内部フルード数 $F_1 = 1$ とすればよい。ただし、上層密度および上層流量は下層からの連行量により変化するので、塩水くさびの侵入長が大きい等の場合には、これらの諸量の影響に留意する必要がある。いっぽう、非定常性が強い場合には、内部渦が存在し、それが強度と形状を変化させつつ入退潮に伴って上下流に移動するので取扱いが厄介である。しかし、成層の度合いが強い場合には主要内部渦はほとんど停止し、順流時には主要内部渦の先端においてほぼ $F_1 = 1$ になると考えてよい。逆流時には上層水深は次第に少さくなってゆくが、あまり急激に変化するわけではない。なお、長良川では小潮時の主要内部渦の先端位置はほぼ3kmあたりであった。また、この位置は等流水深と限界水深の縦断曲線が急に接近する位置であることから、内部渦が安定する場所であると判断した。

このような特性は、河道形状の特性のほか、入退潮流量や水深等により多少異なるので河川毎に実測等により調査しておくことが望ましい。緩混合時には内部渦は大きく移動する。移動速度は順流時には上層流速から定常時の上層流速を差し引いた程度の速度で流下し、逆流時にはほぼ上層流速程度で遡上するようであるが、なお個々の河川において実測等によりおよその特性を把握しておくことが必要である。

(g) 強混合状態では、各断面内で完全混合の仮定のもとに一層流的な解析が行われる。また、強混合と緩混合の中間の状態では Thatcher・Harleman の計算法を適用することが可能である。しかし、このような状態でも先端部付近では成層流となっていることが多いので、この範囲では二次元二層不定流モデルを適用することが可能であり、前記の計算法と組み合わせることにより予測精度の向上をはかることが可能である。

(h) 長良川における実測を通じて、内部渦の存在を確認した。これは実験水路においても下流端付近に存在し、水位変動に応じて若干移動する。また、等流水深と限界水深の縦断曲線が接近する場合は内部渦が安定する場所と考えられるが、河道形状が複雑な自然河川では一般に内部渦が存在し、発達や減衰、および移動等の運動をしていると判断した。主要内部渦は下流端境界条件に重大な影響を与えるほか、河道内における混合現象、ならびに中間層の発達の現象と関係を有し、混合形態の遷移現象にも重要な影響を及ぼす。したがって、シミュレーション・モデルを有効に活用するためにも、内部渦の発生、発達ならびにその運動の特性について、実態を明らかにすることが必要である。長良川の資料から得られた主要な内容は次のようである。すなわち、内部渦の発生場所は、多くの場合に河口流出部および塩水くさび上流端であり、淡塩境界面付近に存在して上下層の相対速度によって発達し、入退潮流の平均的な流れの方向に移動する。渦の長さは、遡上時で下流側が高濃度のときには短くなり、強度も弱まる。順流時には若干長くなるが、いったん海上に出ると相当短くなる。渦の平均的な長さは、長良川では、弱混合時で3 km 程度、緩混合で2.5 km 程度、および強混合の状態で2 km 以下であった。主要内部渦が存在する位置は、弱混合の状態では河口より3～4 kmの区間であり、あまり大きくは移動しない。緩混合の状態では渦位置の変動幅が大きくなり、渦の先端位置はかなり上流にまで遡ることもありうる。また、引き潮時には河口外に出ることもある。強混合の状態では先端部付近にへばりつき、先端部と同様な移動を示す。

(i) 中間層の発達は連行現象によるが、内部渦に原因するところも少なくない。すなわち、強力な回転渦によって発

生する上下層の中間的な密度を有する流体が内部境界面にもぐり込み、上流にまで達して中間層を形成する。これは混合形態の遷移に重大な影響を及ぼし、シミュレーション・モデルの適用範囲にも関係する。

(j) シミュレーション・モデルの適用範囲は成層状態による。長良川では低水時に小潮を中心になんかなり広い範囲の月令にわたって成層状態が観測されたが、個々の河川においては、実測等によりその特性を把握しておく必要がある。実測によると海水の最大侵入長が得られるのは、小潮時またはその直後である。しかし、下層濃度 ρ_2 の縦断勾配が等しければ潮位変動の大きい方が侵入長は大きく計算されるので、適切な下層濃度分布を得るためには拡散係数 D_x に関する十分な調査が必要である。この限りにおいて、長方形断面に近い形状を有する水路で下流部の水深が大きい場合には、潮位変動量の大きい時の方が遡上距離が大きくなることもありうる。

(k) 適切な予測計算を行うためには、各河川において適切な取扱いがなされなければならない。本論文においては長良川等の場合について、各種の特性量を把握した。その主要な事項は次のようである。すなわち、内部渦に関連する事項のほか月令ならびに潮位変化による混合状況、下層密度の縦断勾配、遡上距離とその変動幅、水面勾配、および成層流の現われる範囲等の特性を明らかにした。また、最大侵入長の生じる条件についても考察した。

(l) シミュレーション・モデルを長良川の場合に適用し、その妥当性を確認した。なお、個々の河川における特性量を実測等によって把握しておき、計算の結果と照合して総合評価をすると、予測精度をいっそう向上させることを期待できる。モデルに基づく計算によって、内部境界面、遡上先端位置、上下層の流速分布、および上下層の密度分布等の水理量の時間変化量が定量的に算出される。特に、定常状態では高精度の予測が可能である。これらの水理量は、河川の感潮部河道における河道計画の策定上に有益な資料となる。たとえば、最大侵入長および内部境界面形状を知って取水位置を決定すること、塩害問題の検討、河道しゅんせつ、砂利採取、河口部砂州の除去、河川流量の減少の影響等の考察、ヘドロ堆積の特性とヘドロしゅんせつの方法、上下層の流速変化による魚類等の生息条件の変化、洪水時の海水のフラッシュ、DOの予測および現地観測内容の縮小などの点において多大のメリットが期待される。また、河道を単断面とすること、河道のわん曲を是正することおよび河口砂州を除去することなど、河道計画の諸問題について、海水遡上の点からのデメリットの評価が可能となる。予測の問題としては、異常渇水や異常潮位に基づく海水遡上距離の増大などを知り、あらかじめ対策を講じ

ることも可能となる。

7-2 モデルの適用に際しての留意点

河川の現場では種々の問題をかかえている。そして、河道内の海水遡上現象の取扱いは、目的によってそれらの内容が個々に異なる。たとえば長良川では計画洪水流量に対処する一つの工法として、河道掘削が考えられているが、その場合の海水侵入状況の変化を予測し、かつ塩害、取水条件、ヘドロの堆積および生態系などに及ぼす影響を定量的に評価し、あわせて妥当性のある合理的な対策案を検討することがこの場合の課題である。また、利根川河口堰では、取水と生態系の調和を得るための最適な水門操作方法を検討することが主たる問題である。このような種々の現場の問題の解決をはかるうえで参考となる有力な情報は、本論文の一次元二層不定流モデル解析法ならびに一般的特性を踏まえた検討手法にならって作業することによって得られるであろう。ここでは、本論文において得られた成果を実際の問題に適用する場合の重要な留意事項について記述した。

まず、順序として当該河川における海水遡上問題の全体のプロジェクトの中に占める位置づけを明確にしておくことが必要であり、そのうえで調査計画が検討されなければならない。調査計画では、本調査、資料整理および解析法において、一貫したシステムが求められる。現地調査は、最小限必要な調査項目をすべて満たし、十分な精度を有する資料が得られるように計画しなければならない。

一般に、現場で関心が持たれる事がらとして、海水遡上の現象面からみて多く現われる問題、およびそれらの現象と密接な関係を有する具体的な治水、利水および河川環境上の主要な河川計画上の諸問題については1-1および1-2において述べた。そして、それらの諸問題を考察するにあたり、当該河川における海水遡上現象の特性と主要な影響要因について検討しなければならない。調査の手順としては、たとえば図7.2.1のようにすればよい。ある時点における海水遡上状況を知ることが、調査の目的である場合には、目的に合致した調査を実施すればよいが、多くの場合には、海水の遡上距離の変化などを予測するために行われる。予測精度は、シミュレーション手法の開発の程度と現地資料による補正の程度とに左右される。予測手法には、強混合として取扱う方法と弱混合ないし緩混合として取扱う方法がある。この限りにおいて、現地調査の目的は主として次の項目を知ることにある。それらは、

(a) 仮定の検証と特性量の把握

(b) 初期値および境界条件を決定するための資料をうる
こと

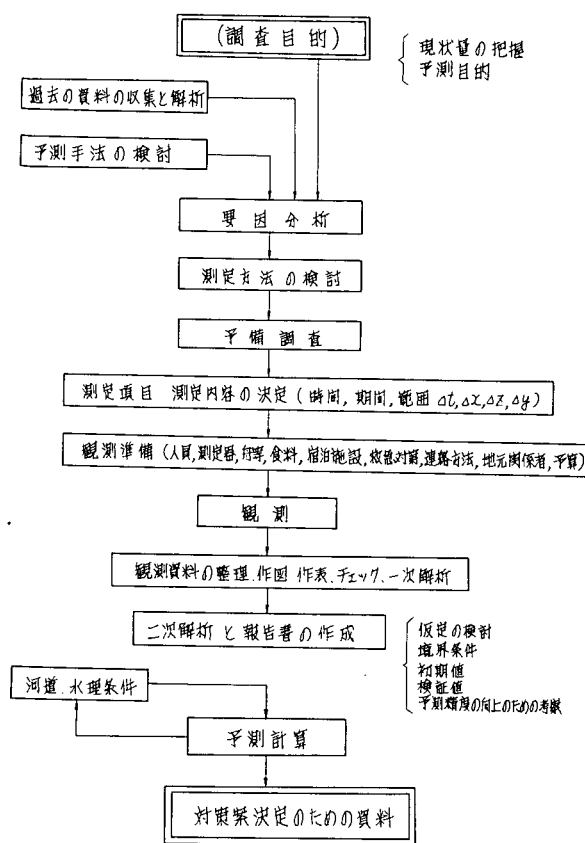


図 7.2.1 海水遡上調査フローチャート

(c) シミュレーション結果の検証

(d) 予測精度の検討ならびに三次元特性に基づく補正などであろう。これらの項目のうち、その細部の内容として主要なものを列挙すれば次のようである。

- (a) 混合形態とその出現条件
- (b) 水理量の横断変化特性と代表点の選定
- (c) たて拡散係数(下層密度の縦断変化とその時間変化)
- (d) 水面変位の同時性
- (e) 内部境界面位置とその変化の特性
- (f) 内部抵抗係数
- (g) 連行係数(混入速度)
- (h) 鉛直拡散係数
- (i) 下層塩水層の河床との摩擦係数, 粗度係数
- (j) 下流端位置の決定(主要内部渦の運動の検討)
- (k) 河口における海水密度(水温と塩分濃度)
- (l) 河口における上層水深の与え方の検討
- (m) 感潮上流端位置の決定
- (n) 初期値および検証対象値の測定
- (o) 風による混合特性の変化
- (p) 波による河口砂州形状の変化とその影響
- (q) その他, 三次元特性調査など。

これらの項目のうち、特に時間変化を考慮すべき問題、三次元的局所現象の特性および定量的な予測問題には、なお不十分な点が少くないので、詳細な調査を行うことが望まれる。

予測計算では、境界条件が独立事象でない場合が存在するので問題である。たとえば、河道掘削を行った場合に下流端の条件としての ρ_2 や h_1 が変化する場合もありうられる。すなわち、内部渦の運動は河道条件や外力の影響を受け、それによって混合形態の遷移現象も異ってくるであろう。したがって、諸条件の変化の度合が問題となるし、そこにまた新たな境界条件の予測が問題となる。境界条件があまり変わらない場合には、現地調査結果に基づいて本論文のシミュレーション・モデルにより予測計算を行うことが可能であり、特に最も海水侵入長の大きくなる現象を問題とする場合には、ほぼ妥当性のある解答が得られるであろう。境界条件が変化する場合には、それに合目的な調査や他の事例調査が必要である。いずれにせよ、現地調査により予測精度の向上をはかる必要のあることは付言するまでもない。

このようにして、実測により得られた条件をシミュレーション・モデルにおいて考慮することにより、モデルの仮定からみてあまり複雑な現象でなければ、十分な精度をもって予測することが可能である。しかしながら、三次元性の強い場合とか境界条件が複雑な場合には、実測等に基づいて十分にその特性を加味しておくことが必要である。また、風による影響等、他の外力による影響については別途の検討を必要とする。

7-3 今後の問題点

個々の河川に、それぞれの河相が存在するように、海水の遡上特性についても河川毎にそれぞれ特性が異なる。その主要な原因は、河川の縦横断平面形状、河口から海域にかけての状況、および河口砂州の変動特性などを含めた河道条件、ならびに潮位曲線、流量、波浪および風などの外力条件などがあり、構造物や取水などの人工要素もある。また、海水と河水の密度(塩素イオン濃度と水温)なども無視することはできなく、場合によっては河床の粗度などの影響もある。したがって、今後できるだけ多くの河川において現地観測を行い、また数値計算等を行って、一般的な特性について系統的な分類に基づく考察を行う必要がある。

なお、今回は一次元二層流の仮定で連行現象を考慮した非定常状態のシミュレーション・モデルを考えたが、これは河川における複雑な河道条件や外力の条件に対応することが可能である。今後、さらに精度のよいシミュレーション・モデルへと発展させるためには次のような諸点の検討

が必要である。

a 現在のシミュレーション・モデルに関する問題点

- (a) 差分格子点間隔 (Δx , Δt) のとり方については、実験水路と長良川における現象を検証値として検討したが、もう少し広範囲の条件のもとでの追加実験を行うことが望まれる。そして、潮位曲線 η/T 以外の水理量の影響など、現象面からの考察を行うことが必要である。また、基礎方程式の無次元表示による運動条件からの理論的考察と差分計算上の安定問題や誤差の伝播などに関する理論的検討が望まれる。
- (b) 下層密度 ρ_2 の縦断変化については、たて拡散係数 D_x によって表示することとしたが、現象の内容を検討のうえ、 D_x の関数形を決めるか、または別の合理的な ρ_2 の関数形を考察することが望まれる。
- (c) 下流端境界条件を与える位置ならびに下流端上層水深については実測によって特性量を把握することが不可欠であるが、これは河道条件等によって変わるので、主要内部渦などに関する研究を通じて一般的な法則を見い出すことが必要である。
- (d) 洪水初期における河道内の海水を排除する計算を行う場合の下流端条件については、利根川における洪水時の航測結果によると、河口においてほぼ内部フルード数 $F_1 = 1$ の条件を与えればよいことがわかったが、おおくの実測による検討が望まれる。
- (e) 数値計算上の誤差ののり積については、おおむね問題はないと思われるが、なお詳細な検討を必要とする。
- (f) 上層濃度分布については、付録 A-3 において、定常状態の拡散式を適用したが、非定常時の基礎式を適用すればさらに予測結果の精度が改善されるであろう。また、拡散係数についてはなお多くの実測に基づいた検討を行うことが必要である。
- (g) 中間層の発達と減衰の現象を、とりあえず実測を行って定量的に把握することが必要である。たとえば、中間層が発達する上げ潮時初期には上層濃度は上昇するが、これは連行現象のみでは説明できない。中間層による上層濃度の加算分は、当面実測値により推定する以外にない。

b 外力に関する問題点

- (a) 風による混合現象の検討が必要であり、解決がいそがれている。風に関しては、風浪、吹送流ならびに剪断力などの外力にわけられ、水面における剪断力、密度分布、流速分布ならびに内部境界面の安定性などに関する現象の考察を行うことが必要である。

- (b) 外力としての上流の一層流を、二層流モデルに連動させることが望まれる。

c 河道条件等に関する問題点

- (a) もぐり堰が存在する場合の海水侵入現象への影響を調べる必要がある。
- (b) 水門操作に伴う海水侵入特性の変化など局所的な流れの研究を行うことが必要である。
- (c) 堰下流部の海水のフラッシュ現象の検討を行うことが必要である。
- (d) 合流ならびに分流が存在する場合の局所的な現象の把握と影響を受ける範囲の考察を行うことが望まれる。
- (e) 魚道や閘門を通る海水の挙動ならびにその影響を調査することが必要である。
- (f) 水門越波および反射波の影響を調査することが必要である。

d シミュレーション・モデルの改良に関する問題点

- (a) 内部渦の現象に関する研究を行うことが必要である。それには、渦の内部および周辺部における流速分布ならびに密度分布などを明らかにしなければならない。大変複雑な問題となるが、当面は実測等による裏付けのもとに近似的な仮定を行って運動量の関係を求めることになる。なお、内部渦の観測等を行うことにより、渦の形状、強度および渦の移動と変形に関する特性を明らかにしておく必要がある。そして、下流端境界条件（位置と上層水深）を渦の特性により与えなければならない。
- (b) 内部渦による混合、ならびに渦の上下流の接続関係を明らかにする必要がある。また、内部渦による中間層の発達の現象と、順流時のフラッシュの現象を考察し、モデルにとり入れる必要がある。
- (c) シミュレーション・モデルによる予測精度を向上させる第一の方法は、二層流モデルを三層流モデルとすることである。三層流モデルについては付録に計算式を示したが、中間層の評価が一番大切である。この場合にも下流端における境界条件の与え方が問題となるわけであって、内部渦の究明が肝要といえる。
- (d) 河道諸元が縦断的に著しく変化する場合には、潮位や流量などの外力の変化に応じて、多くの内部渦が発生したり、内部段波の発生をみることがある。また、内部渦が発達する場合には、内部渦のポンプ作用により、圧力を静水圧とはみなしがたい場合もある。このような現象についてもシミュレーション・モデルの中にとり入れてゆくことが必要である。

- (e) 複断面河道の場合の横断方向への濃度拡散を考慮する必要がある。
- (f) 底泥に含有する塩分とその溶出と拡散を調査する必要がある。
- (g) 履歴現象と呼ばれるものの内容について現象面から明らかにすることが望まれる。多くは、海水密度の季節変化や波による混合に基づく短期的な海水の密度変化、および河口部断面の変化などに対応するものと思われるが、後二者の問題はシミュレーション・モデルの中にとり入れていくことも可能と思われる。
- (h) 二層流を三層流として取扱うのと同じ次元で、各層における流速分布や濃度分布を考慮して一次元か

ら二次元問題へと発展させることにも重要な意義が感じられる。この場合には運動量による解析が効力を発揮することとなる。このようにすることにより、たとえば一次元解析では $u_2 = 0$ なのに剪断力は働いているという類の矛盾は解消される。

- (i) たとえば、成層が発達している段階などでみられることがあるが、塩水くさびの先端付近で ρ_2 が小さいため成層が不十分であり、中間部では成層が進行しているような状態がある。また、強混合の場合のように、先端部のみが成層していることもある。このような、混合状態が縦断的にも変化する場合で、かつ全ての混合状態に適用できるシミュレーション・モデルを開発することが望まれる。

おわりに

この研究に着手したのは昭和44年頃で、建設省土木研究所前鹿島試験所に在勤中のことであった。当時は、定常時の塩水くさびを精度よく計算する手法を開発する目的で、主として内部抵抗係数の検討などを行っていた。鹿島試験所の高橋晃技官と100m直線水路を用いてよく実験を行った。その後、小川原湖の淡水化問題、最上川の河口部改修ならびに掘削計画、長良川の河道掘削ならびに河口堰建設計画、あるいは利根川河口堰の水門操作の影響調査など、数多くの実験面からの研究要請が続出した。そのため、昭和49年頃より、河道内への海水の遡上現象について、実験面の問題解決の目的をもって系統的な研究を行うこととした。しかしながら、土木研究所においては予算面での制約等もあり、かつ業務のあい間を見い出しては、少しずつ進めるということで遅々として研究がはかどらず、この間河川の各現場に対して少なからず迷惑をかけてきたことは否めない。

昭和54年12月、約5年間の研究成果をとりまとめて7-1に示すような結論を得、ひとまず所期の目的を達成したと思われるので、ここに報告して、ひろく御叱正をお願いすることとした。しかしながら、7-3に示すようにさらに高度の複雑な問題点も数多く存在し、引き続き検討を行う必要性を感じている。

さて、本稿をとりまとめるにあたり、東京大学堀川清司

教授、同玉井信行助教授、ならびに前東京工業大学吉川秀夫教授（現在早稲田大学教授）には、ひとかたならぬ激励と細部にわたる御指導をいただいた。特に玉井助教授からは、文献調査、実験誤差の取扱い、内部渦の安定条件、および長良川二層流検証計算の精度評価などの点において貴重な助言を受けた。河川の現場の技術者の方々からは貴重なはげましと資料の提供等をしていただいた。なかんずく、建設省木曽川下流工事々務所、同酒田工事々務所、および水資源公団長良川河口堰建設所からは非常に重要な現地観測資料の使用に許可を与えていただき、あるいは現地観測に御協力いただいた。また、実験ならびに資料整理では高橋晃研究員、数値計算では本間久枝研究員、現地観測では土木研究所河川研究室ならびに前鹿島試験所の職員、および資料整理ではアルバイト諸氏の助力ならびに協力を得た。計算は土木研究所の電子計算機（トスパック）を使用して行った。この研究を遂行するにあたり、数多くの先駆的な論文を参照させていただき、またひろく学会等より発表論文を通じて貴重な御討議が寄せられた。ここに厚く感謝の意を表する次第である。

また、長い間この研究にとりくみ、反面土木研究所の他の課題の研究の遂行に必ずしも完璧にして支障がなかったとはいきれぬ面を否定できないが、深い理解を示された土木研究所の関係者に対し敬意を表する次第である。

参考文献

- (0-1) 須賀堯三：河口からの塩水の遡上，土木技術資料，13-9，P.16~21とP.28，1971。
- (0-2) 須賀堯三・高橋晃：塩水くさびに関する大型水路実験による二・三の考察，土木学会年講，Ⅱ部，P.137~140，1971。
- (0-3) 須賀堯三・高橋晃：淡塩境界面からの塩水の混入速度，土木学会年講，Ⅱ部，P.135~138，1972。
- (0-4) 須賀堯三・高橋晃：混合を考慮した河口からの塩水くさびの遡上，土木学会水講，P.215~220，1974。
- (0-5) 須賀堯三・高橋晃：航空写真による河口流出機構の考察，土木学会年講，Ⅱ部，P.433~434，1974。
- (0-6) 須賀堯三・高橋晃：二層流における内部ジャンプの条件，土木学会年講，Ⅱ部，P.423~424，1974。
- (0-7) 須賀堯三・高橋晃：最上川河口における密度流特性，土木研究所所内研，P.83~88，1975。
- (0-8) Suga, K. : Salt wedge intrusion with entrainment, IAHR, D-22, P.172~179, (および, Discussion), 1975。
- (0-9) 須賀堯三：塩水くさびにおける混合の評価，土木学会年講，Ⅱ部，P.444~445，1975。
- (0-10) 須賀堯三・高橋晃：弱混合河川における内部抵抗係数，土木学会年講，Ⅱ部，P.470~471，1975。
- (0-11) 須賀堯三・高橋晃：混合を考慮した塩水くさびの計算法，土木技術資料17-10，P.3~9，1975。
- (0-12) 須賀堯三：河道内海水遡上現地調査法，土木技術資料18-6，P.26~32，1976。
- (0-13) 須賀堯三：混合を考慮した二層一次元不定流についての一考察，土木学会年講，Ⅱ部，P.353~354，1976。
- (0-14) 須賀堯三・高橋晃：淡塩二層流の連行係数，土木学会年講，Ⅱ部，P.383~384，1976。
- (0-15) Suga, K. : Unsteady, stratified flow with entrainment by tides, IAHR, A-37, P.287~294, 1977。
- (0-16) 須賀堯三：一次元二層不定流の数値計算，土木学会海講，P.544~548，1977。
- (0-17) 須賀堯三・高橋晃：河口流出流に関する実験に基づく考察，土木学会海講，P.539~543，1977。
- (0-18) 須賀堯三：海水最長遡上の条件，土木学会年講，Ⅱ部，P.374~375，1977。
- (0-19) 須賀堯三・高橋晃：二層定常流における下層濃度縦断変化とその影響，土木学会年講，Ⅱ部，P.346~347，1977。
- (0-20) 須賀堯三：一次元二層不定流の数値計算（その2），土木学会年講，Ⅱ部，P.443~444，1978。
- (0-21) 須賀堯三・高橋晃：河口流出流に関する実験に基づく考察（その2），土木学会年講，Ⅱ部，P.415~416，1978。
- (0-22) 須賀堯三：河川における塩水くさびと内部渦の特性，土木学会水講，P.369~374，1979。
- (0-23) Suga, K. : Field phenomena of salt wedge and features of internal vortex, IAHR, 1979。
- (0-24) 須賀堯三：河道特性によって生じる二・三の特異な海水遡上現象，土木学会年講，Ⅱ部，P.255~256，1979。
- (0-25) 須賀堯三・高橋晃：河道における二層流の不安定性と内部渦，土木学会年講，Ⅱ部，P.257~258，1979。
- (0-26) 須賀堯三：一次元二層不定流の数値計算（その3），土木学会海講，P.567~571，1979。
- (0-27) 須賀堯三・高橋晃：内部抵抗係数に関する再考，土木学会海講，P.572~576，1979。
- (1-1) Keulegan, G. H. : Laminar flow at the interface of two liquids, National Bureau of Standards, circ, 32, P.303~327, 1944。
- (1-2) Keulegan, G. H. : Interfacial instability and mixing in stratified flow, Jour. of Research of the National Bureau of Standards, P.487~500, 1949。
- (1-3) Stommel, H. : Recent developments in the study of tidal estuaries, Tech. Reports of the Woods Hole Oceanographic Institute, 1951。
- (1-4) Ippen, A. T. and Harleman, D. R. F. : Steady state characteristics of subsurface flow, National Bureau of Standards, Vol.521, P.79~93, 1951。
- (1-5) Pritchard, D. W. : Salinity distribution and circulation in the Chesapeake Bay estuary system, Jour. of Marine Research, 11-2, 1952。
- (1-6) Pritchard, D. W. : A review of our present knowledge of the dynamics and flushing of estuaries, Tech. Report 4, Chesapeake Bay Institute, 1952。
- (1-7) 福島久雄：石狩川河口の観測，日本海洋学会誌1-1，1942。

- (1-8) 浜田徳一：新潟港技術調査報告，新潟港技術調査委員会，1948。
- (1-9) 浜田徳一：河口港としての石巻港の研究，運輸省港湾技術研究課，1950。
- (1-10) Schijf, J.B. and Schönfeld, J.C. : Theoretical consideration on the motion of salt and fresh water, Minnesota Int. Hyd. Convention, IAHR, P.321~333, 1953.
- (1-11) Farmer, H.G. and Morgan, G.W. : The salt wedge, Proc. of 3rd cont. on Coastal Eng., 1952.
- (1-12) Harleman, D.R.F. : Stratified flow, Sec. 26-9 in "Handbook of Fluid Dynamics" edited by Streeter, V.L., 1st Ed. McGraw-Hill, 1961.
- (1-13) Stommel, H. and Farmer, H.G. : Abrupt change in width in two layer open channel flow, Jour. of Marine Research 11-2, P.205~214, 1952.
- (1-14) Stommel, H. and Farmer, H.G. : Control of salinity in an estuary by a transition, Jour. of Marine Research 12-1, P.13~20, 1953.
- (1-15) Keulegan, G.H. : Form characteristics of arrested saline wedge, National Bureau of Standards, Report 5482, 1957.
- (1-16) Keulegan, G.H. : The motion of saline fronts in still water, National Bureau of Standards, Report 5831, 1958.
- (1-17) Stommel, H. : The role of density currents in estuaries, Proc. of Minnesota intern. Hydr. Conf., IAHR, 1953.
- (1-18) Pritchard, D.W. : Estuarine circulation patterns, Proc. ASCE 81-717, 1955.
- (1-19) Akikusa, K., Sato, S., Kikkawa, H., Kishi, T., and Tominaga, M. : On the density currents in an estuary, IAHR, 8th congr., 1959.
- (1-20) Ketchum, B.H. : The exchange of fresh and salt waters in tidal estuaries, Jour. of Marine Research, Vol. 10, P.18, 1951.
- (1-21) Arons, A.B., and Stommel, H. : A mixing length theory of tidal flushing, Trans. AGU, Vol. 32, P.419, 1951.
- (1-22) Shinohara, K., Tsubaki, T., Awaya, Y., and Furumoto, K. : Numerical analysis on the salinity intrusion in the tidal estuary of well mixed type, Proc. 13th congress, IAHR, B-168, 1970.
- (1-23) Morton, B.R., Tayler, G. and Turner, J.S. : Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. of Royal Society, Series A, Vol. 234, P.1~23, 1956.
- (1-24) Otsubo, K. and Fukushima, H. : Density currents in a river mouth with a small tidal range, 8th congress, IAHR, Vol. 3, P.1~25, 1959.
- (1-25) 浜田徳一・堀口孝男：塩水くさびの性質について，土木学会海講，P.163~171, 1960。
- (1-26) Ito, T., Sato, S., Kishi, T. and Tominaga, M. : On the density currents in the estuary, Coastal Eng. in Japan, Vol.3, 1960.
- (1-27) 本間仁・堀川清司・影山正樹・鮮干徹：相模川河口について，土木学会海講，P.202~210, 1961。
- (1-28) 福島久雄・柏村正和・八畝功・高橋将：石狩川の河口構造，土木学会海講，P.211~218, 1961。
- (1-29) Murota, A. : Some hydraulic studies on estuaries, Tech. Report of Osaka Univ., Vol. 5-175, 1956.
- (1-30) 中村宏・稲村敏夫：神通川河口の塩水くさびについて，土木学会海講，P.295~301, 1966。
- (1-31) 福島久雄・八畝功・高橋将・大谷守正：石狩川河口の研究(1)~(5)，第11回~第16回土木学会海講，1964~1969。
- (1-32) 福島久雄・柏村正和・八畝功・高橋将：超音波による河口二重水層の研究，土木学会水講，P.37~42, 1963。
- (1-33) 金子安雄：二層流境界面抵抗係数の一例，土木学会海講，P.263~267, 1966。
- (1-34) 中村宏：海岸に放出する火力発電所放水路への海水侵入について，土木学会海講，P.307~312, 1968。
- (1-35) 中村宏：河口密度流に関する二・三の問題，土木学会海講，P.361~367, 1970。
- (1-36) 嶋祐之：長良川における塩水くさびの消長について，土木学会年講，Ⅱ部，P.72.1~72.4, 1964。
- (1-37) 陳内孝雄・寺蘭勝二・小林満男・前田武志：利根川下流部における塩水の遡上について，建設省技術研究発表会，P.1~81, 1964。

- (1-38) 長沢英雄：旧北上川の感潮部調査について，建設省技術研究発表会，P.699～710，1966。
- (1-39) 奥田節夫・金成誠一：河口地形の海水遡上に及ぼす影響，京大防災研年報9号，P.501～512，1966。
- (1-40) 嶋祐之・中村広昭：大野川における塩分遡上に関する研究，埼玉大建設基礎工学研究報告第1巻，P.35～58，1970。
- (1-41) 建設省木曾川下流工事々務所：干塩害調査報告書，昭和49年度資料編，1974。
- (1-42) Pettersson, H. : Göte Älvmynningens hydrografi, Göteborgs Litografiska Aktiebolag, Göteborg, Sweden, 1923.
- (1-43) Pritchard, D.W. : A study of the salt balance in a coastal plain estuary, Jour. Mar. Res., Vol.13, 1954.
- (1-44) Pritchard, D. W. : The dynamic structure of a coastal plain estuary, Jour. Mar. Res., Vol.15, 1956.
- (1-45) Ratray, M. Jr. and Hansen, D. W. : A similarity solution for circulation in an estuary, Jour. Mar. Res., Vol. 20, P.121～133, 1962.
- (1-46) Abbott, M.B. : On the spreading of one fluid over another, Houille Blanche, 16-6, P.827～846, 1961.
- (1-47) Abbott, M.B. and Torbe, I. : On flows and fronts in a stratified fluid, Proc. Royal Soc. London, Series A, Vol.273, P.12～40, 1963.
- (1-48) Abbott, M.B. and Larsen, I. : On the theory of modelling in a stratified fluid, IAHR, 1963.
- (1-49) Abbott, M.B. and Ionescu, F. : On the numerical computation of nearly horizontal flows, Jour. of Hy. Research, Vol. 5, No 2, 1967.
- (1-50) Abbott, M.B. and Grubert, J. : Towards a design system for stratified nearly horizontal flows, IAHR international symposium on stratified flows, Novosibirsk, 1972.
- (1-51) Abbott, M.B., Rodenhais, G.S. and Verwey, A. : System 11, Siva, a design system for rivers and estuaries, IAHR international symposium on river mechanics, Bangkok, B, P.207～213, 1973.
- (1-52) Abbott, M.B., Bertelsen, J. Aa., Kej, A. and Warren, I.R. : The mathematical model of the Danish Belt, IAHR, C-19, P.158～165, 1975.
- (1-53) 和田明：二成層潮汐モデルによる工業用水取排水問題の展開，土木学会海講，P.203～208，1969。
- (1-54) 和田明：沿岸海域における工業用水取排水問題のシミュレーション，土木学会海講，P.373～378，1970。
- (1-55) 堀口孝男・平出友信・川上善久：温度密度流による拡散の数値解法，土木学会海講，P.259～263，1972。
- (1-56) Mehrotra, S.C. : Boundary contractions as controls in two layer flows, Hy. 11, ASCE, P.2003～2012, 1973.
- (1-57) Dazzi, R. and Tomasino, M. : Mathematical model of salinity intrusion in the delta of the Po river, Coastal Eng., chapter 134, P.2302～2321, 1974.
- (1-58) Hyden, H. : Water exchange in two layer stratified waters, Hy.3, ASCE, P.345～361, 1974.
- (1-59) Wang, J.D. and Connor, J.J. : Finite element model of two layer coastal circulation, coastal Eng., chapter 141, P.2401～2420, 1974.
- (1-60) 南勲：塩分拡散を伴う内部境界面の形状，土木学会水講，P.67～72，1973。
- (1-61) 柏村正和：河口流出における密度流効果，土木学会水講，P.221～226，1974。
- (1-62) 橋本宏・宇多高明：二層潮流の計算法，土木学会海講，P.155～160，1975。
- (1-63) Bertelsen, J.Aa. and Warren, I.R. : Two layer modelling of the Danish Belts : Collection and processing of data and calibration of the models, IAHR, A-48, P.379～386, 1977.
- (1-64) 森平倫生・片岡真二・安井誠人・川原睦人・長谷川賢一：有限要素法による淡水海水二層流域の潮流と水質の解析，土木学会海講，P.452～456，1977。
- (1-65) Herrling, B. : Finite element model for estuaries with inter-tidal flats, Coastal eng., chapter 195, P.3396～3415, 1976.
- (1-66) Thatcher, M. L. and Harleman, D.R.

- F. : A mathematical model for the prediction of unsteady salinity intrusion in estuaries, Report No.144, Ralph M. Parsons Lab., MIT, 1972.
- (1-67) 日野幹雄・灘岡和夫：区界積分法による塩水くさびの一般解法(1), 土木学会海講, P.549~552, 1977。
- (1-68) 日野幹雄・大西外明・羽生正範：水中温水噴流の数値シミュレーション, 土木学会海講, P.179~184, 1975。
- (1-69) Shi-igai, H. : On the resistance coefficient at the interface between salt and fresh water, 土木学会論文報告集, No.123, P.27~31, 1965。
- (1-70) 浜田徳一：密度流の問題(1), 土木学会海講, P.259~262, 1966。
- (1-71) 玉井信行：二層流境界面の抵抗係数に関する一考察, 土木学会海講, P.449~452, 1974。
- (1-72) 玉井信行・浅枝隆：淡塩二層流境界面における抵抗係数について, 土木学会論文報告集, 第271号, P.67~81, 1978。
- (1-73) 嶋祐之・椎貝博美・玉井信行：河床勾配のある場合の塩水楔について, 土木学会年講, II部, P.71.1~71.2, 1964。
- (1-74) Valembos, J. : Courants de densité : tension tangentielle à l'interface, Essai d'interprétation des résultats de Lofquist, Bulletin du Centre de Recherches et d'Essais de Chatou, No.5, 1963。
- (1-75) Ellison, T.H. and Turner, J.S. : Turbulent entrainment in stratified flows, Jour. Fluid Mech., Vol.6, P.423~448, 1959。
- (1-76) Pedersen, F.B. : Gradually varying two-layer stratified flow, Hy.1, ASCE, P.257~268, 1972。
- (1-77) 岩崎敏夫・岸田州生・富岡亮一：二成層流における密度混合について, 土木学会年講, II部, P.5~6, 1962。
- (1-78) 岩崎敏夫・斉藤晃：二成層流における密度混合について, 土木学会年講, II部, P.23~24, 1963。
- (1-79) 椎貝博美：塩水楔に関する研究, 東工大土木科研究報告, No.1, P.19~62, 1966。
- (1-80) 玉井信行・西村司：成層流境界面における内部波及び混合の特性に関する一考察, 土木学会水講, P.32~37, 1973。
- (1-81) Liang, S.S. and Seidel, B.S. : Kelvin-Helmholtz instability of a bounded two-phase flow, Developments in mechanics, Proc. 11th Midwestern Mech. Conf., Vol.5, The Iowa State Univ. Press, P.135~152, 1969。
- (1-82) Lin, C.C. : Hydrodynamic Stability, Cambridge, New York, 1955。
- (1-83) Drazin, P. G. and Howard, L.N. : Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid, Advances in Applied Mech., Vol.9, Academic Press, New York, P.1~89, 1966。
- (1-84) Foote, J.R. and Lin, C.C. : Some recent investigations in the theory of hydrodynamic stability, Quart. Appl. Math. Vol.8, P.265~280, 1950。
- (1-85) Taylor, G.I. : Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid, Proc. Roy. Soc. London, A.132, P.499~523, 1931。
- (1-86) Howard, L.N. : Note on a paper of John W. Miles, Jour. Fluid Mech., Vol.10, Part 4, P.509~512, 1961。
- (1-87) Synge, J.L. : The stability of heterogeneous liquid, Trans. Roy. Soc. Canada, Vol.27, No.1, P.1~18, 1933。
- (1-88) Miles, J.W. : On the stability of heterogeneous shear flow, Jour. Fluid Mech., Vol.10, P.496~508, 1961。
- (1-89) 嶋祐之・椎貝博美：躍層の安定に関する研究, 土木学会年講, II部, P.21~22, 1961。
- (1-90) 和田明・片野尚明：冷却水の表層放出に伴う下層水加入現象, 土木学会年講, II部, P.275~278, 1968。
- (1-91) 日野幹雄・谷順一：二層密度流に関する一実験, 土木学会年講, II部, P.183~184, 1969。
- (1-92) Thorpe, S.A. : Experiments on the stability of stratified shear flows ; immiscible fluids, Jour. Fluid Mech., Vol.39, Part 1, P.25~48, 1969。
- (1-93) 岩崎敏夫・日下理：淡塩二層流界面における内部波の発達に関する研究, 土木学会年講, II部, P.129~132, 1971。
- (1-94) 岸力・加藤正道・小野正二：吹送流の乱流速度分布と二層流の混合に関する研究, 土木学会年講, II部, P.187.1~187.4, 1967。
- (1-95) Bolgiano, R.Jr. : Turbulence spectra

- in a stably stratified atmosphere, Jour. Geo-physical Res., Vol. 64, P.2226~2229, 1959.
- (1-96) Lumley, J.L.: Theoretical aspects of research on turbulence in stratified flows, Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation, P.105~111, 1965.
- (1-97) 岩崎敏夫・阿部至雄: 淡塩境界面付近の乱れ測定, 土木学会海講, P.163~169, 1969.
- (1-98) Phillips, O.M.: The dynamics of upper ocean, Camb. Univ. Press, 1966.
- (1-99) Tsubaki, T., Hamamura, M. and Hashimoto, M.: On the statistical properties of internal waves formed at the interface of arrested saline wedges, IAHR, C-17, P.157~164, 1969.
- (1-100) 岩崎敏夫・阿部至雄: 淡塩二層流における乱れ拡散に関する研究(1), 土木学会海講, P.343~347, 1970.
- (1-101) 和田明・片野尚明: 風波に対する密度成層の安定性(2), 土木学会年講, II部, P.115~116, 1970.
- (1-102) 井上和也: 二層流における混合に関する実験的研究, 土木学会年講, II部, P.188.1~188.2, 1967.
- (1-103) 岩佐義朗・井上和也・竹林征三: 成層密度流における内部波の特性について, 土木学会年講, II部, P.267~268, 1968.
- (1-104) 室田明・平田健正: 成層密度流における内部波特性と混合機構について, 土木学会水講, P.107~112, 1978.
- (1-105) 岸力・加藤正准: 二層流の風による混合に関する研究, 土木学会海講, P.240~245, 1967.
- (1-106) Lofquist, K.: Flow and stress near an interface between stratified liquids, The Physics of Fluids, Vol. 3, No.2, P.158~175, 1960.
- (1-107) Moore, M.T. and Long, R.R.: An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow, Jour. Fluid Mech., Vol. 49, part 4, P.635~655, 1971.
- (1-108) Kato, H. and Phillips, O.M.: On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid, Jour. Fluid Mech., Vol. 37, part 4, P.643~655, 1969.
- (1-109) 椿東一郎・小松利光: 密度差を伴う水平噴流について, 土木学会年講, II部, P.235~236, 1971.
- (1-110) 椿東一郎・小松利光: 密度噴流における連行作用について, 土木学会年講, II部, P.107~110, 1972.
- (1-111) 芦田和男・江頭進治: 密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究(1), 京大防災研年報, 18-B, P.1~18, 1975.
- (1-112) Abraham, G., Karelse, M. and Lases, W.B.P.M.: Data requirement for one-dimensional mathematical modelling of salinity intrusion in estuaries, IAHR, C-32, P.275~283, 1975.
- (1-113) Rees, A.J. van and Rigter, B.P.: Flume study on salinity intrusion in estuaries, Delft, IAHR, 1969.
- (1-114) Fischer, H.B.: Mass transport mechanisms in partially stratified estuaries, Jour. Fluid Mech., Vol. 53, part 4, P.671~687, 1972.
- (1-115) Harleman, D.R.F. and Thatcher, M.L.: Longitudinal dispersion and unsteady salinity intrusion in estuaries, La Houille Blanche, No.1/2, P.25~33, 1974.
- (1-116) Holley, E.R., Harleman, D.R.F. and Fischer, H.B.: Dispersion in homogeneous estuary flow, Hy. 8, ASCE, P.1691~1709, 1970.
- (1-117) Yih, C.S. and Guha, C.R.: Hydraulic jump in a fluid system of two layers, Tellus, Vol. 7, No.3, P.358~366, 1955.
- (1-118) 浜田徳一: 内部ジャンプについて, 土木学会海講, P.7~11, 1958.
- (1-119) Shi-igai, H.: Some aspects and experiments on the density current, Trans. JSCE, No.83, P.33~40, 1962.
- (1-120) Hayakawa, N.: Internal hydraulic jump in co-current stratified flow, Jour. Eng. Mech., Proc. of ASCE, Vol. 96, No.EM-5, P.797~800, 1970.
- (1-121) 岩崎敏夫・上原忠保: インターナルジャンプの変動スペクトルに関する研究, 土木学会海講, P.299~304, 1971.
- (1-122) Wood, I.R.: Horizontal two-dimensional density current, ASCE, Hy. 2, P.35~42, 1967.
- (1-123) Wilkinson, D.L. and Wood, I.R.: A

- rapidly varied flow phenomenon in a two-layer flow, Jour. of Fluid Mech., Vol. 47, P.241~256, 1971.
- (1-124) Stefan, H. : Stratification of flow from channel into deep lake, ASCE, Hy. 7, P.1417~1434, 1970.
- (1-125) Stefan, H. and Hayakawa, N. : Mixing induced by an internal hydraulic jump, Water Resources Bulletin, Vol. 8, No.3, P.531~545, 1972.
- (1-126) 早川典生・Stefan, H. : 混合を伴う内部ジャンプについて, 土木学会水講, P.44~49, 1973.
- (1-127) Simpson, J. E. : Effects of the lower boundary on the head of a gravity current, Jour. of Fluid Mech., Vol. 53, part 4, P.759~768 (772 写真を含む), 1972.
- (1-128) 福岡捷二・木村和正・加納敏行: 泥水密度流先端部の流動特性, 土木学会水講, P.63~68, 1977.
- (1-129) 加納敏行・木村和正・福岡捷二: 濁水密度流先端部の形成と流動機構, 土木学会年講, II 部, P.360~361, 1977.
- (1-130) 福岡捷二・福島祐介・村田和夫・荒井健: 成層化した貯水池に進入する density front の運動, 土木学会水講, P.101~106, 1978.
- (1-131) 嶋祐之: 密度流論, 土木学会水工シリーズ, 1965.
- (1-132) 柏村正和: 河口密度流論, 土木学会水工シリーズ, 1965.
- (1-133) 岩崎敏夫: 密度流の諸問題, 土木学会水工シリーズ, 1966.
- (1-134) 吉川秀夫: Estuary の水理, 土木学会水工シリーズ, 1970.
- (1-135) 嶋祐之: 地下水 (密度流的諸問題), 土木学会水工シリーズ, 1971.
- (1-136) 土木学会水理委員会密度流研究小委員会: 成層密度流の界面現象(1)および(2), 土木学会論文集 242 号, および 243 号, 1975.
- (1-137) 玉井信行: 水域における混合問題への水理学的アプローチ(I)~(IV), 水利科学, No.106, 19-5, P.1~61, 1975, No.107, 19-6, P.38~55, 1975, No.108, 20-1, P.60~87, 1976, No.109, 20-2, P.31~50, 1976.
- (1-138) 浅枝隆・玉井信行: 成層流界面における混合の特性について, 土木学会水講, P.381~386, 1979.
- (2-1) 中村宏・阿部宣行: 河口二層流の研究, 電研所報 66074, P.1~23, 1967.
- (2-2) Chow, V. T. : Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill, 1959.
- (3-1) 岩崎敏夫・片岡隆四・柴田信重: 二成層密度流における流速分布について, 土木学会年講, II 部, P.25~26, 1961.
- (3-2) 室田明・中辻啓二・橋本長幸: 表層密度流の界面における乱れ構造について, 土木学会水講, P.399~404, 1979.
- (3-3) 平田健正・室田明・沢田隆: 成層密度流における界面連行に関する実験的研究 (第1報), 土木学会年講, II 部, P.381~382, 1976.
- (3-4) 建設省関東地建: 利根川河口堰調査報告書(1), 1966.
- (3-5) Ippen, A.T. : Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill, New York, 1966.
- (3-6) 和田明・片野尚明: 工業用水の取放水問題, 土木学会海講, P.297~306, 1968.
- (3-7) 南勲・福島順: 淡水湖における淡水層中への塩分鉛直拡散, 土木学会海講, P.313~316, 1968.
- (3-8) 今酒誠・椿東一郎・小松利光: 二層流境界面における内部波特性と連行現象, 土木学会年講, II 部, P.435~436, 1978.
- (3-9) Pedersen, F.B. : Gradually varying two-layer stratified flow, ASCE, Hy. 1, P.257~268, 1972.
- (3-10) 江頭進治・芦田和男: 表層流れにおける流速分布と水温分布, 土木学会年講, II 部, P.350~351, 1977.
- (3-11) 日野幹雄: 密度流の流速分布および界面抵抗について, 土木学会水講, P.347~353, 1979.
- (3-12) Yotsukura, N., Fischer, H.B. and Sayre, W.W. : Measurement of mixing characteristics of the Missouri River between Sioux City, Iowa, and Plattsmouth, Nebraska, USGS Water Supply Paper, 1899-G, 29, 1970.
- (4-1) Stolzenbach, K.D. and Harleman D.R.F. : An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water, M.I. T. Ralph M. Parsons Lab. Rep. No.156, Sep. 1972.
- (4-2) 林泰造・有田正光: 海面上に放出された温排水の拡がりについての数値解第2報, 土木学会水講, P.173~182, 1975.
- (4-3) 岸力・板倉忠興: 河口における河水の拡がり,

土木学会年講, II 部, P.463~465, 1975。

(4-4) 玉井信行・池田清宏: 河道における二層流れの河口条件について, 土木学会年講, II 部, P.429~430, 1978。

写真一覧表

- 写真 4.2.1 利根川河口部における航空写真(昭和47年)
写真 4.2.2 利根川河口部における航空写真(昭和46年)
写真 4.2.3 実験水路の回転渦
写真 4.2.4 実験水路の回転渦
写真 4.3.1 遡上する横断的な水面の盛り上がり線(長良川)
写真 A.8.1 塩水不定流実験(三層流)

図一覧表

- 図 1.1.1 河川改修計画と海水侵入問題の位置づけ
図 1.2.1 最上川塩水くさび形状図(現状および計画断面)
図 1.2.2 塩水くさび遡上距離と流量の関係(定常状態)
図 1.2.3 長良川における塩水遡上距離と月令の関係(昭和49年)
図 1.2.4 筑後川における塩水の侵入状況(昭和33年3月6日)
図 1.2.5 筑後川における塩素イオン濃度の最高値の縦断変化
図 1.2.6 全国河川資料による混合形態の区分
図 1.2.7 長良川下流域における土壌塩分濃度
図 1.3.1 塩水くさび概念図と記号
図 1.4.1 研究のフロー
図 1.4.2 本論文の主たる取扱い範囲

図 2.3.1 差分の格子と記号
図 2.4.1 特性曲線の勾配

図 3.1.1 内部境界面位置の定義
図 3.1.2 $Z = Z_c = 0.9c_2$ を界面としたときの濃度分布曲線
図 3.1.3 100 m 水路における塩水くさび(実験 b-8)
図 3.1.4 実験水路下流端における限界水深の比較
図 3.2.1 内部抵抗係数 $f_i \sim \mathcal{P}$ の関係図
図 3.2.2 緩混合状態への適用(利根川)
図 3.2.3 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim \mathcal{P}$ の関係図
図 3.2.4 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim F_0'$ の関係図
図 3.2.5 内部抵抗係数 $\bar{f}_i \sim Re$ の関係図
図 3.2.6 水位と流速の横断分布(実験水路)
図 3.2.7 f_i におよぼす F_1 の効果
図 3.2.8 付加摩擦力を考慮した式としない式を適用した場合の界面形状の比較(阿賀野川)
図 3.2.9 (3.2.7) 式による計算結果の不安定と, 付加

摩擦力を考慮することによる安定化(最上川の計画断面河道における塩水くさび形状)

- 図 3.3.1 混入速度 E と上層の流速 u_1 の関係
図 3.3.2 $E \sim F_1$ 関係図
図 3.3.3 $E \sim Ri$ 関係図
図 3.3.4 最上川における連行係数
図 3.3.5 上層の塩分濃度(最上川における実測値と計算値)
図 3.3.6 最上川塩水くさび縦断図
図 3.3.7 連行係数 E/u_1 と $\mathcal{P}$ の関係図
図 3.4.1 河口外水理量縦断変化図(最上川)
図 3.4.2 ジャンプ渦区間の内部抵抗係数の定数(最上川昭和51年8月25日)

図 4.2.1 利根川河口流出流(表面流線, 表面流速分布, 河床高, 昭和47年9月洪水)
図 4.2.2 最上川の河口流出流
図 4.2.3 河口流出流の拡がり幅($B/B_0 \sim x$)
図 4.2.4 河口流出流の流線の拡がり幅
図 4.2.5 河口流出流の横断面内流速分布と濃度分布の例(最上川)
図 4.2.6 内部ジャンプ渦(実験水路)
図 4.2.7 底勾配を有する水路における内部ジャンプ
図 4.2.8 漸拡水路における塩水くさび形状
図 4.2.9 漸拡水路における内部ジャンプ
図 4.2.10 利根川河口流出流の表面流速(最大値)の縦断変化
図 4.2.11 利根川河口流出流の密度流模型実験
図 4.3.1 実験水路回転渦の特性
図 4.3.2 長良川の内部渦の範囲と形状
図 4.3.3 濃度・流速分布, 塩水くさび形状図(実験水路)
図 4.3.4 内部渦の範囲とその移動状況, および濃度分布と水位変化の関係(長良川)
図 4.3.5 先端渦の発生と消滅(長良川, 昭和49年9月17日)
図 4.3.6 等流水深, 限界水深および界面形状などと内部渦位置の関係
図 4.3.7 $f(h_0)$ と h_1 の関係
図 4.3.8 内部渦先端における上層水深の時間変化

図 5.2.1 塩水くさび先端位置の計算曲線に及ぼす ϵ の影響
図 5.2.2 境界条件 h_{10} の影響(Run 3)
図 5.2.3 塩水くさび長 L に及ぼす h_{10} の影響
図 5.2.4 塩水くさびの先端位置の変動(Run 1)
図 5.2.5 塩水くさびの先端位置の変動(Run 2)
図 5.2.6 塩水くさびの先端位置の変動(Run 4)
図 5.2.7 内部境界面位置の時間変化(Run 1)

- 図 5.2.8 内部境界面位置の時間変化 (Run 2)
- 図 5.2.9 内部境界面位置の時間変化 (Run 4)
- 図 5.3.1 長良川成層流の数値計算結果(時間変化量)
- 図 5.3.2 長良川成層流の数値計算結果(a)~(e), (縦断変化量, 11月23日)
- 図 5.3.3 長良川成層流の数値計算結果(a)~(e), (縦断変化量, 11月26日)
- 図 5.4.1 $\Delta x / \Delta t$ を一定としたときの $\Delta x, \Delta t$ の影響, (数値実験その1)
- 図 5.4.2 $\Delta x / \Delta t$ を一定としたときの $\Delta x, \Delta t$ の影響, (数値実験その2)
- 図 5.4.3 塩水くさび先端位置の変化 (Run 3)
- 図 5.4.4 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その1)
- 図 5.4.5 塩水くさび先端位置の変化 (Run 4, その2)
- 図 5.4.6 塩水くさび先端位置の変化 (Run 5)
- 図 5.4.7 塩水くさび先端位置の変化 (Run 6)
- 図 5.4.8 差分計算における格子間隔のとり方
- 図 5.4.9 長良川河道を模擬した条件のもとでの数値実験
- 図 5.4.10 計算水路および長良川河道の縦断図
- 図 6.1.1 塩水くさび形状の時間変化図 (Run 3)
- 図 6.1.2 遡上距離の変化 (長良川)
- 図 6.1.3 最長遡上距離と変動距離の月令変化 (長良川)
- 図 6.1.4 水面と河床の濃度比 (満潮時付近, 長良川)
- 図 6.1.5 満潮時における水面濃度と底濃度 (長良川)
- 図 6.1.6 一潮汐における底濃度の変動 (長良川)
- 図 6.1.7 内部境界面形状の時間変化 (長良川)
- 図 6.2.1 中間層厚の変化 (長良川)
- 図 6.2.2 実験水路における塩水くさび侵入長の発散
- 図 6.2.3 内部境界面位置の縦断曲線とその時間変化
- 図 6.2.4 塩水くさび形状と内部渦のポンプ作用の関係を
示す実験例
- 図 6.3.1 下層塩素イオン濃度の縦断変化
- 図 6.3.2 下層塩素イオン濃度の縦断変化 (阿賀野川)
- 図 6.3.3 海水遡上状況の変化 (長良川)
- 図 6.3.4 濃度分布形状のパターン
- 図 6.4.1 定濃度点の時間変化 (長良川)
- 図 6.4.2 縦断等濃度曲線 (長良川)
- 図 6.4.3 流速のベクトル表示 (長良川)
- 図 7.2.1 海水遡上調査フローチャート
- 図 A.1.1 塩水くさびの長さ (混合を考慮する場合としない場合の比較)
- 図 A.1.2 上層流量の縦断変化
- 図 A.1.3 塩水くさびの長さ F_{10} , q_f の関係
- 図 A.1.4 境界面形状 ($F_{10} = 0.1$)
- 図 A.1.5 境界面形状 ($F_{10} = 0.3$)
- 図 A.1.6 境界面形状 ($F_{10} = 0.5$)
- 図 A.1.7 連行量の縦断変化
- 図 A.1.8 塩水くさび (最上川, 昭和44年7月21日)
- 図 A.1.9 塩水くさび (最上川, 昭和46年10月20日)
- 図 A.1.10 混入塩水流量 (最上川)
- 図 A.1.11 上層の平均塩素イオン濃度 (最上川)
- 図 A.1.12 最上川塩水くさび形状図 (計画断面)
- 図 A.1.13 内部フルード数の縦断変化 (最上川計画断面)
- 図 A.1.14 塩水混入流量 (最上川計画断面)
- 図 A.1.15 上層平均塩素イオン濃度 (最上川計画断面)
- 図 A.1.16 阿賀野川塩水くさび形状図 (昭和48年8月2日)
- 図 A.1.17 緩混合状態への適用 (利根川)
- 図 A.1.18 阿賀野川塩素イオン濃度縦断分布図 (計11図)
- 図 A.1.19 塩水くさびの時間変化 (阿賀野川, 昭和48年8月2日) (a), (b)
- 図 A.2.1 長良川における塩水くさびと観測点位置
- 図 A.2.2 北伊勢工業用水取水口 (12km) における日最高塩素イオン濃度曲線の月間二波の最高値の年間変化 (昭和50年)
- 図 A.2.3 北伊勢工業用水取水口 (12km) における日最高塩素イオン濃度曲線の月間二波の最低値の年間変化 (昭和50年)
- 図 A.2.4 長良川塩水遡上記録と潮位変化 (昭和50年1月)
- 図 A.2.5 潮位波形 (長良川, 昭和50年)
- 図 A.2.6 潮位波形 (長良川, 昭和50年)
- 図 A.2.7 $\Delta L / L$ の $\Delta \varepsilon / \varepsilon$ と F_{10} による変化
- 図 A.2.8 水温の年間変化 (伊勢湾と長良川)
- 図 A.2.9 伊勢湾の平均的な水温分布
- 図 A.2.10 伊勢湾の塩素イオン濃度の月変化
- 図 A.2.11 伊勢湾の塩素イオン濃度分布
- 図 A.2.12 長良川における水位の月変化
- 図 A.2.13 日流量の変化 (長良川)
- 図 A.2.14 年間水温および濃度変化 (長良川, 伊勢大橋)
- 図 A.2.15 東京湾の水温変化
- 図 A.2.16 東京湾の塩素イオン濃度変化
- 図 A.2.17 各地の平均水温 (昭和50年)
- 図 A.3.1 上層の濃度分布のあてはめ
- 図 A.3.2 上層濃度分布の実測値と計算曲線の比較
- 図 A.3.3 信濃川下流における塩水くさび
- 図 A.3.4 信濃川下流平面図
- 図 A.3.5 長良川における上層濃度分布
- 図 A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川, 昭和49年)

11月23日)(a)~(e)

図A.3.7 連行係数(A.3.7)式の曲線形

図A.4.1 複断面水路のモデルと記号

図A.4.2 複断面水路の場合の境界面形状図(最上川)

図A.8.1 三層流モデル

図C.1.1 濃度,流速分布図(最上川,昭和49年7月17日)

図C.1.2 濃度,流速分布図(最上川,昭和50年8月28日)

図C.1.3 濃度,流速分布図(最上川,昭和51年8月25日)

図C.1.4 最上川河口最狭部横断面

図C.2.1 長良川平面図・横断面

図C.2.2 長良川の平均および最深河床高の縦断変化

図C.2.3 長良川の実質的な低水路幅の縦断変化

図C.2.4 長良川の墨俣流量(昭和49年9月~12月)

図C.2.5 長良川における流量と塩素イオン濃度の関係

図C.2.6 長良川潮位曲線(昭和49年9月~12月)

(a)~(d)の4図

図C.2.7 長良川同時刻水位(a)~(f)の6図

図C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図,

昭和49年11月23日(a)~(e)

図C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図,

昭和49年11月26日(a)~(e)

図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図,

昭和49年12月7日(a)~(e)

図C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならび

に時間変化,昭和49年11月23日(a)~(e)

図C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならび

に時間変化,昭和49年11月26日(a)~(e)

図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならび

に時間変化,昭和49年12月7日(a)~(e)

図C.2.14 長良川,下層塩素イオン濃度の縦断変化ならび

に時間変化,(a)~(q) 17図

表 一 覧 表

表1.2.1 全国一級河川の感潮区間長と混合形態

表1.2.2 長良川におけるシジミの生息範囲

表1.2.3 全国一級河川において問題を有する河川の割合

表2.1.1 各種の成層流モデル

表3.1.1 密度流水路諸元

表3.1.2 実験水理量諸元

表3.2.1 界面抵抗係数に関する既往の研究例

表3.2.2 側壁による抵抗係数 f_i の誤差率

表4.2.1 河口流出流の実測資料諸元

表4.3.1 内部渦先端における内部フルード数(F_1)

表5.2.1 塩水くさび不定流実験および数値実験諸元

表6.0.1 第6章の内容の構成

表6.1.1 長良川塩水調査諸元(昭和49年)

表A.1.1 最上川河口部横断の諸元

表A.1.2 最上川塩水くさび計算数値表

表A.2.1 長良川14.2km地点の塩素イオン濃度,(ピーク
値で200ppm以上の日)

表A.2.2 長良川における月間二波の最高塩素イオン濃度

表A.2.3 最高海水遡上時の状況(昭和50年,長良川)

表A.3.1 K の値

表A.3.2 塩水くさび先端部における上層塩素イオン濃度

表B.1.1 実験結果抵抗係数値

表B.1.2 河川における実測抵抗係数値

表B.1.3 実験結果平均抵抗係数値

表B.2.1 連行係数に関する実験数値表

表B.3.1 一次元二層不定流モデルの数値計算プログラム
(長良川の場合)

表B.3.2 計算プログラム(実験水路の場合)

表B.4.1 長良川海水遡上の計算結果の数値表

表B.5.1 全国一級河川塩水遡上状況一覧表

記 号 一 覧 表

A 断面積

a 内部抵抗係数 f_i の関数表示(3.2.3)式の定数

b 河床高の標高

b_o 基準点流路の半幅

B 流路幅

B_h 高水敷幅(左,右岸の合計)

B_i 内部境界面の高さの下層流の流路幅

B_o 基準点における流路幅

c 塩分濃度,または伝播速度 $c = dx/dt$

C 塩素イオン濃度の無次元表示 $C = c/c_2$

C' $C = C + (u_1 + u_2)/2$

C_h シェーの定数

$C_1 \sim C_4$ (A.6.16)式

c_z' 内部境界面から z' の高さの点の塩分濃度

$C\ell$ 塩素イオン濃度(ppm)

D 拡散係数

D_x たて拡散係数

D_z	鉛直拡散係数	p	圧力, または (A.6.10) 式
E	混入速度 (m/s), $E/ u_1 - u_2 $ は連行係数	$P_1 \sim P_{24}$	(2.3.28) 式 ~ (2.3.33) 式, または (2.3.35) 式 ~ (2.3.38) 式の定数
f_n	均一密度乱流中で n 乱子の存在する割合	P_0	付加圧力
F	フルード数, $F = U / \sqrt{g(h_1 + h_2)}$, または内部フルード数	q	(A.6.10) 式
F'	フルード数 $(u_1 + u_2) / \sqrt{g(h_1 + h_2)}$	q_f	単位幅あたりの淡水流量
Fr	内部フルード数	q_h	単位長さあたりの低水路と高水敷の交替流量
F_1, F_2	内部フルード数 $F_1 = u_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$, $F_2 = u_2 / \sqrt{\epsilon g h_2}$	q_x	x 点における下層からの塩水の連行による混入量 (単位幅あたり) の合計量
F_{10}	上流端における内部フルード数, $F_{10} = U / \sqrt{\epsilon g H_0}$, または $F_{10} = u_0 / \sqrt{\epsilon_0 g H_0}$	q_x^*	q_x / q_f
f_i	内部抵抗係数	Q	流量
$\bar{f}_i$	塩水くさび平均の内部抵抗係数	Q_f	河川の自流量 (淡水流量)
f_i'	(3.1.1) 式における内部抵抗係数	Q_s	塩水流量, または下層塩水の混入による上層流量の増加量
f_b	河床の抵抗係数	R	経深
f_n	均一密度乱流中で n 乱子の存在する割合	r	(A.6.10) 式
f_{ia}	(3.3.6) 式の抵抗係数	Re	レイノルズ数 ($Re = u_1 h_1 / \nu$)
g	重力加速度	Re_o	塩水くさび上流端におけるレイノルズ数
h	各層の水深, または内部境界面の標高	Ri	リチャードソン数
h_0	基準点の水深, 等流水深	s	水面高の標高, または整数
h_{1c}	上層における限界水深	t	時間軸, または (A.6.11) 式
h_{10} または h_{11}	上層における水深であるが, 特に下流端の境界条件, または出発水深をいう。	t'	$t' = t + \ell / 3$
H_0	水平河床水路における塩水くさび先端の水深 $H_0 \doteq h_1 + h_2$	T	潮位曲線の周期, または $T = X / N$
i_f	まさつ勾配	u	各層における平均流速
i_0	河床勾配	u_i	内部境界面上の流速
k	低水路の深さ	u_{ic}	内部境界面上の限界流速
K	Keulegan (クーリガン) による連行係数表示, (3.3.1) 式の定数, または拡散係数 (A.3.8) 式の定数	u_0	塩水くさび上流端における上層流速
$K_1 \sim K_{17}$	(2.2.12) 式 ~ (2.3.17) 式, または (2.2.39) 式の定数	u_{∞}	まさつ速度
K_i	複断面水路の等価まさつ係数 (中村) (A.4.40) 式	U	全体の平均流速 $U = (Q_1 + Q_2) / B(h_1 + h_2)$
ℓ	(A.6.11) 式	u_c	混入開始流速
L	河口から塩水くさび先端までの長さ, あるいは塩水くさび先端位置	v	y 方向流速成分
m	差分格子点 x 軸位置, または (A.6.11) 式	w	z 方向流速成分
m'	(A.6.12) 式	w_0	塩水塊の沈降速度
M	上層密度分布の指数関数表示式の定数, または差分格子点の上流端	w_h	乱子の静水中の沈降速度
n	差分格子点 t 軸位置, (3.2.3) 式の係数, (A.6.11) 式, または粗度係数	x	河川または水路の主流線上の上流からの距離
n'	(A.6.12) 式	X	無次元距離 $X = x / h_1$, または $X = x / H_0$
N	無次元の鉛直拡散係数の逆数 $N = u_1 h_1 / D_z$	y	平面における x 軸と垂直の軸距離
		z	鉛直軸 (上方为正)
		z'	内部境界面からの高さ $z' = z - h_2 - b$
		Z	無次元高さ $Z = z' / h_1$, または $Z = h_1 / H_0$
		α	(A.5.32) 式, または内部境界面位置の補正のための定数
		$\alpha_1 \sim \alpha_4$	(A.6.6) 式
		β	(A.5.34) 式
		$\beta_1 \sim \beta_7$	(A.6.6) 式

β_{nz} (3.3.3) 式中の x 方向渦拡散係数

$r_1 \sim r_2$ (A.6.6) 式

$\triangle$ 差分量, 微小量

ε 無次元相対密度 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$

ε_0 $\varepsilon_0 = (\rho_2 - \rho_0) / \rho_0$

$\varepsilon_{21}, \varepsilon_{31}, \varepsilon_{32}, \varepsilon_{21} = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2,$

$\varepsilon_{31} = (\rho_3 - \rho_1) / \rho_3, \varepsilon_{32} = (\rho_3 - \rho_2) / \rho_3$

κ カルマン定数

η 潮位曲線の波高 (半波高の 2 倍)

θ (3.3.1) 式の定数

ν 動粘性係数

ξ 平均海面からの潮位

ρ 密度

ρ_0 淡水密度または塩水くさび上流端における上層密度

τ 剪断力

τ_a 付加内部摩擦力

τ_b 河床における剪断力

τ_i 内部境界面における剪断力

τ_s 流路の側面における剪断力

τ_0 一層流の場合の河床摩擦力

ϕ_n (3.3.3) 式中の定数

$\emptyset$ (2.2.13) 式

$\emptyset_b, \emptyset_b', \emptyset_d, \emptyset_d', \emptyset_f, \emptyset_f',$

$\emptyset_3', \emptyset_3'', \emptyset_g, \emptyset_g',$ それぞれ (2.2.13)

式を基本として定められる関数

Ψ クーリガン数 $\Psi = \text{Re} \cdot F_1^2$

(註) 添字 1,2,3 は上層, 下層, または上層, 中間層, 下層の水理量を表わす。

添字 s, i は水面および内部境界面の水理量を表わす。

添字 ℓ, h は低水路および高水敷上の水理量を表わす。

付 録

付録には、本論文の骨子と直接的な関係は若干うすが、より詳細な内容を理解するために必要なもの、および必要な資料として長文を要するものなど、次の各項目に係わりを有するものを記述した。

- (a) シミュレーション・モデルを現地へ適用する場合に、補足する必要のあるもの、および参考となるもの
- (b) 本論文の内容を補足し、細部にわたる現象の内容や条件などの詳細な資料を追加する必要のあるもの
- (c) 実験資料および実測資料など、資料として有用なもの、および電算プログラムなど、証拠として必要なもの
- (d) 将来の研究の発展に参考になると考えられるもの、またはその方向を示唆するもの。

以上の項目に該当する事項として、A-1からA-8までの8節、B-1からB-5までの付表、およびC-1からC-2までの付図をとりあげ、付録として本論文に加えることにした。付録では、各節や付図付表において順番や内容の連続性には留意する必要はなく、付録のあいだではそれぞれを独立したものとして、本論文との二次的な係わりあいを考慮すればよい。付録について上述の(a)~(d)の各項目によって仕分けを行うと、各節の内容がこの項目では重複するものも含まれるが、(a)にはA-1、A-2、A-3、A-7、(b)にはA-3、A-4、A-7、B-4、B-5、C-1、C-2、(c)にはB-1、B-2、B-3、および(d)にはA-3、A-4、A-5、A-6、A-8が含まれると考えられる。

つぎに付録としてとりあげた各事項の概要について順に述べる。まず、A-1においては特別な場合として定常流の塩水くさびについて考察した。これは、本論文で開発した不定常流のシミュレーション・モデルの理解に役立つばかりでなく、現実に裏日本側に河口を有する河川では、このような取扱いが可能となるなど、本論文の内容を補足するものである。この節では

- a 理想的な定常塩水くさびの水理特性
- b 河川における定常状態の塩水くさびの特性
- c 裏日本側河川の塩水くさびの非定常性と三次元性の各項目について記述した。

A-2では河道内へ海水が異常に遡上する現象を把握、その条件について考察した。主として長良川における実測資料に基づいて、次の項目について一般的な検討を行った。

- a 海水の侵入長が大きくなる原因
- b 長良川における観測結果（潮位波形と密度差の効果）
- c 侵入長が大となる潮位波形の条件と問題点
- d 侵入長におよぼす密度差の効果
- e まとめ、およびその他の資料。

現実に潟水時などにおいて、海水が異常に遡上し、たとえば上水道に塩水が混入することがあるが、シミュレーションの結果を現地に適用するに際しては重要な留意事項と考えられる。

A-3では二層流の上層における密度分布について、理論的な取扱いを試み、実験と実測の結果に基づいてその適用性を確認したのち、混合形態の定義に言及した。この節の内容は次のようである。

- a 上層濃度分布に関する理論的考察
- b モデルの問題点
- c 実験ならびに実測に基づく検討
- d 適用性に関する考察
- e 鉛直拡散係数 D_z
- f このモデルに基づく連行量
- g 混合形態の定義
- h まとめ。

上層における流速分布や濃度分布に関する研究は、より高度の研究段階において重要であるが、上層の濃度分布が比較的簡単な理論構造によって近似しうることが明らかとなったことは興味深いことである。

A-4では複断面水路における海水遡上現象を一次元流と仮定して理論的に考察した。準定常状態の河川における現象に対する考察結果の適用性はよいが、非定常現象では横断方向の流れやその流れによる混合、および内部渦や縦断的な河道形状の変化などによる複雑な現象があつて、精度よくシミュレートすることは容易でない。この節では、実際の現象をいっそう高度に取扱う場合の、ステップとしてのひとつの示唆を与えた。

A-5では、一次元二層不定流を運動量方程式に基づいて考察した。これは、本論文のシミュレーション・モデルにおいてエネルギー式に基づいて基礎式を導いたことに対するものである。将来、流速分布や濃度分布に関する研究が進歩すると、この節におけるような理論的取扱いが必要とされるであろう。

A-6では、基礎式の内容を深く理解し、将来における数値計算法の発展を期すために、基礎式に関する特性曲線について考察した。これにより、本論文の2-3および2-4における数値計算法の検討の便をはかることができた。また、特性曲線法による計算式、ならびに特性曲線法によらない式で、同様な方法によって導かれた別の基礎式の紹介を行った。

A-7では、一層流解析と二層流解析の相違点について考察し、二層流的取扱いの必要性を述べ、従来の一層流解析の結果の適用上の留意点をあげた。

A-8では、三層流の一次元不定流のエネルギー方程式

について考察した。現実の塩水くさびには中間層が存在し、二層流よりは三層流と考えた方が適当である場合が少くない。将来、三層流としての取扱いにより予測精度の向上が期待される。この節で扱った項目は次のようである。

- a モデルの条件
- b 三層一次元不定流のエネルギー方程式
- c 三層一次元定常流
- d 三層流モデルの考察。

ついで、付表では内部抵抗係数や連行係数の算定の基礎とした実験ならびに実測資料、本論文で開発したモデルの数値計算の電子計算機プログラムと計算結果の一部の数値表、および全国一級河川における塩水遡上状況の一覧表をかかげた。また付図として、本論文において多くの資料を使用した長良川と最上川における実測図をのせ、本論文の記述内容を補足した。

以上、付録には本論文とは切り離すことのできない重要な資料や、本論文を補足する必要がある事項、および将来の研究の発展に必要となると考えられる資料を収録した。

A-1 一次元定常流の海水遡上特性

一次元定常流では、かなり理想的な二層流となり、現象は巨視的には比較的単純である。河口では安定した内部ジャンプ渦が生じ、ここではほぼ内部フルード数 $F_1 \approx 1$ となるので、境界条件としては比較的安定している。下層における流速は、塩水くさびの内部境界面において下層から上層への連行量に相当する下層流量 Q_2 から $u_2 = Q_2/h_2$ とし求められ、一般に下層水深が大きく、遡上距離が短い場合には、十分小さく無視しうるほどである。

日本においては、約半数近くの裏日本側に流出する河川で、ほぼ塩水くさびが出現していると思われる。そこでここでは、はじめに理想的な塩水くさびの特性について考察し、現実の河川における遡上状況と比較して、相違点を明らかにすると共に、モデルの適用上の問題点について考察した。ついで、不定流特性を考察するうえに必要な事項に検討を加えた。

a 理想的な定常塩水くさびの水理特性

塩水くさびの現象で、通常規模の実験水路では内部境界面における連行と混合の影響を無視することが可能であるが、河川においては弱混合の場合でも混合があり、連行の影響を把握しておくことが必要である。簡単のため、一定水路幅の水平河床長方形断面水路の場合で、内部抵抗係数を1定として(3.2.8)式を適用し、連行係数には(3.3.5)式を適用し、計算を行ってみた。水面は水平と近似できるので全水深 $H_0 = h_1 + h_2$ 、上層水深および距離の無次元量 $Z = h_1/H_0$ 、および $X = x/H_0$ 、ならびに塩水

くさびの長さ L などと置く。定常時の塩水くさびの形状を与える(2.2.18)式の無次元表示形は、

$$\frac{\partial Z}{\partial X} = -\frac{\bar{f}_1}{2(1-Z)} \frac{F_1^2}{1-F_1^2} + \frac{E}{u_1} \quad (\text{A.1.1})$$

と表わされる。この場合 $\partial B/\partial x = 0$ と考えている。ここで、この場合の種々の水理量の関係求めておく。上流からの単位幅あたりの自流量 $q_f = u_0 H_0$ 、下層からの連行混入量 q_x とし、 $q_* = q_x/q_f$ などとおけば、上層における質量の連続条件より

$$\rho_2 q_x + \rho_0 q_f = \rho_1 (q_x + q_f) \quad (\text{A.1.2})$$

$$\therefore \frac{q_x + q_f}{q_f} = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} = (1 + q_*) \quad (\text{A.1.3})$$

が得られるから内部フルード数は、くさび先端の内部フルード数 $F_{10} = u_0/\sqrt{\epsilon_0 g H_0}$ により、

$$\begin{aligned} F_1^2 &= \frac{(q_x + q_f)^2}{\epsilon g h_1^3} = \frac{\epsilon_0^2 q_f^2}{\epsilon^3 g Z^3 H_0^3} = \frac{\epsilon_0^3 F_{10}^2}{\epsilon^3 Z^3} \\ &= \frac{(1 + q_*)^3}{Z^3} F_{10}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

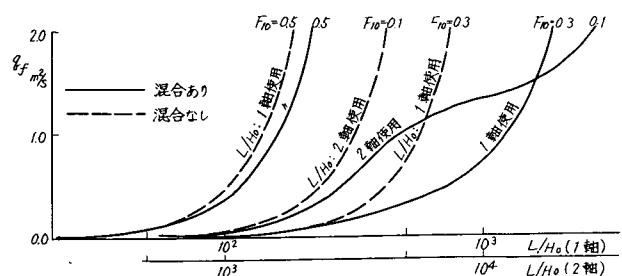
となる。ただし、 $\epsilon_0 = (\rho_2 - \rho_0)/\rho_2$ である。したがって、(A.1.1)式は(A.1.4)式を代入して

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial X} &= -\frac{\bar{f}_1}{2(1-Z)} \frac{(q_* + 1)^3 F_{10}^2}{Z^3 - (q_* + 1)^3 F_{10}^2} \\ &\quad + 2 \times 10^{-3} \frac{(1 + q_*)^{9/2}}{Z^{9/2}} F_{10}^3 \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

と表わすことができる。あと必要なのは q_* の式である。これは $\partial q_x/\partial x = E$ の関係式より

$$\frac{\partial q_*}{\partial X} = 2 \times 10^{-3} \frac{(1 + q_*)^{11/2}}{Z^{11/2}} F_{10}^3 \quad (\text{A.1.6})$$

となるので、(A.1.5)式および(A.1.6)式より、境界面高さの無次元表示 Z と距離 X の関係を求めることができる。内部まきつ係数(3.2.8)式の $\bar{f}_1 = 0.13 (Re_0 \times F_{10}^2)^{-0.415}$ とし、かつ塩水くさび先端の水理量で表示し、 $Z = 0.9$ のところを仮りに塩水くさびの先端と考えて、数値計算を実施した結果を図A.1.1および図A.1.2に示した。



図A.1.1 塩水くさびの長さ(混合を考慮する場合としない場合の比較)

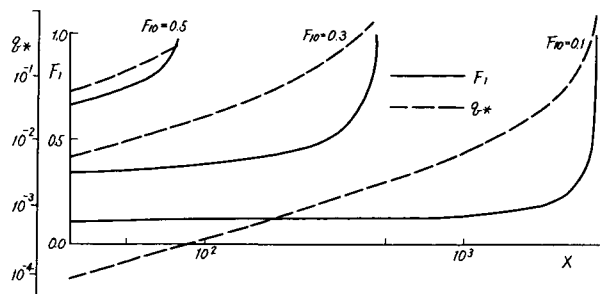


図 A.1.2 上層流量の縦断変化
($F_{10}, q_* \sim X$ の関係, $q_f = 1 \text{ m}^2/\text{s}$ のとき)

図 A.1.1 で混合がない場合の計算曲線は Farmer-Morgan の式

$$\frac{L}{H_0} = \frac{1}{2 \times 0.13 \left\{ (q_f / \nu) F_{10}^2 \right\}^{0.415}} \left\{ \frac{1}{5 F_{10}^2} - 2 + 3 F_{10}^{2/3} - \frac{6}{5} F_{10}^{4/3} \right\} \quad (\text{A. 1.7})$$

より, q_f と F_{10} の値による塩水くさびの長さ L の変化を調べたものである。

塩水くさびの長さについては, たとえば (A.1.1) 式からもただちに理解できるように, 混合の効果により内部境界面の縦断曲線の勾配が小さくなり, L は大きくなる。しかし, 水路末端部における限界水深は, $h_{1c}^3 = (q_* + q_f)^2 / \varepsilon g$ であるから ε と q_* の両方の効果により h_{1c} が大きくなり L を小さくする傾向はあるが, この方の影響はあまり大きくないのであって, 図 A.1.1 より全般的には結局 L が大きくなることがわかる。水深に対して流量が大きく, すなわち F_{10} が大きい場合には混合のある場合とない場合

の差はわずかであるが, 塩水くさび先端の内部フルード数 F_{10} が小さくなると両者の間には大変な差が生じることになる。 $\partial q_* / \partial X$ は下流にうつるにしたがい q_* の増大とともに急激に大きくなるので, 内部境界面の形状は塩水くさびの先端付近ではあまり相違しないが, 末端部に近づくにしたがい両者の差が増大する。末端部付近における変化は F_{10} が小さいほど顕著であり, 短い距離において急激な変化を示すこととなる。図 A.1.2 より内部フルード数 F_{10} が塩水くさびの末端部付近において, F_{10} が小さい場合ほど急激な変化を示すことが知られる。また, 下層から上層への混入量 q_* も決して無視できるような数値ではなく, $F_{10} = 0.1$ の場合には q_f に匹敵するほどの量となり, $F_{10} = 0.5$ の場合でも 2 割程度の値となる。図 A.1.3 は内部フルード数 F_{10} の縦断変化を示す曲線群である。これは $F_{10} = 0.1, 0.3$, および 0.5 の 3 つのグループにつき, $q_f = 0.025 \sim 2.0 \text{ m}^2/\text{s}$ までの変化の様子を示したものである。 $F_{10} = 0.1$ のグループで自流量が大きい場合に曲線形が異様な変化を示すのは (A.1.1) 式の第 2 項が急激に大きくなって上層水深の縦断変化が小さくなるために生じている。その様子は図 A.1.4 ~ 図 A.1.6 の内部境界面の縦断変化図からも判断できる。いずれの場合も自流量 q_f が大きくなると, 塩水くさびの末端付近の勾配が小さくなり, ときとしては逆勾配ともなる。特に先端における内部フルード数 F_{10} が 0.1 の場合にはこの傾向が非常に顕著である。なお, 水路末端における限界水深 h_{1c} は q_* の増大と ε の減少の効果により q_f の増大および L の増大とともに大きくなる傾向を有する。たとえば図 A.1.4 から h_{1c} が X の増大と共に, X の小さい値のうちは極くわずかであるが, X が大

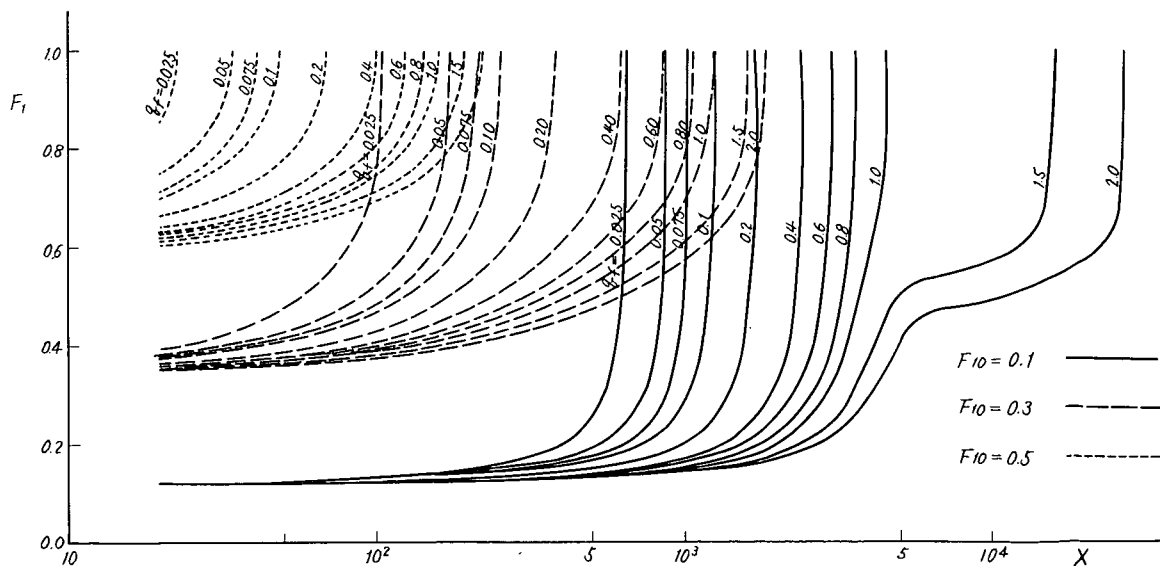
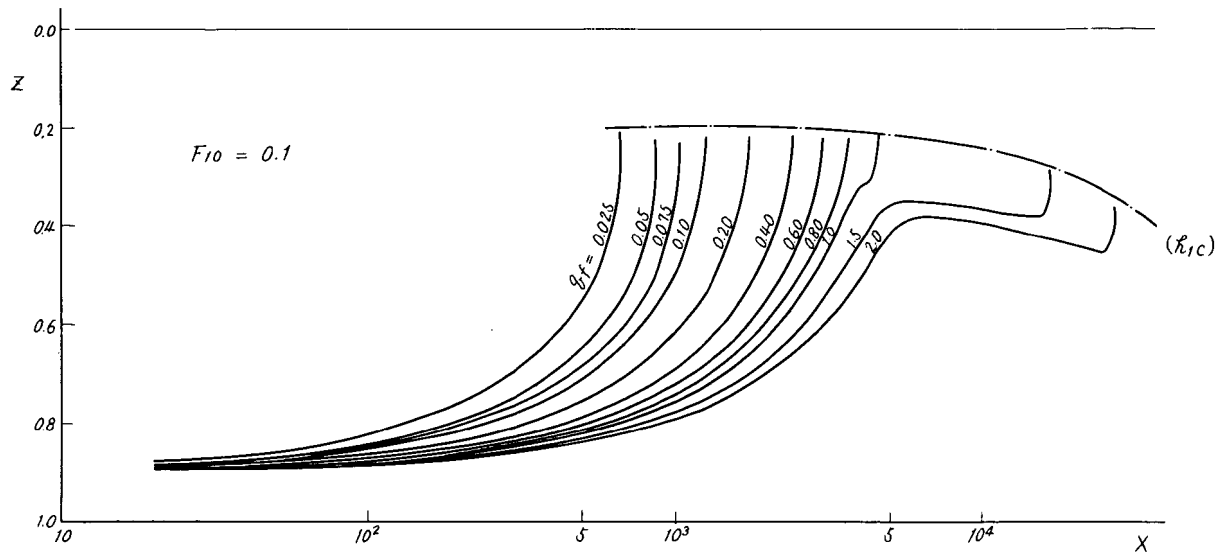
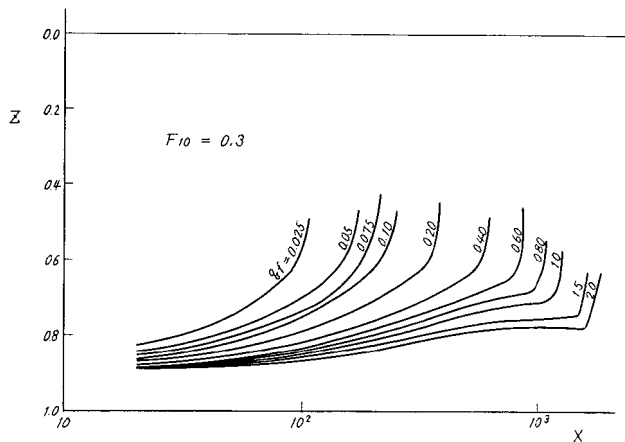


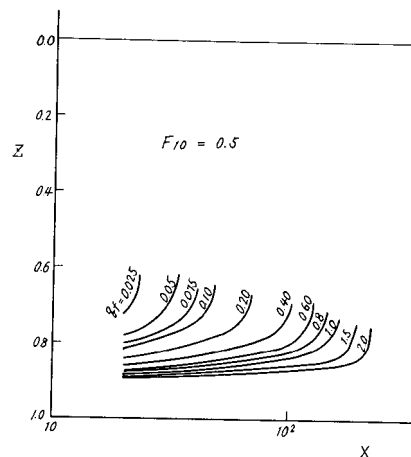
図 A.1.3 塩水くさびの長さ L と F_{10}, q_f の関係
($F_1 = 1$ となる点の X が塩水くさびの長さ L に相当する)



図A.1.4 境界面形状 ($F_{10} = 0.1$)



図A.1.5 境界面形状 ($F_{10} = 0.3$)



図A.1.6 境界面形状 ($F_{10} = 0.5$)

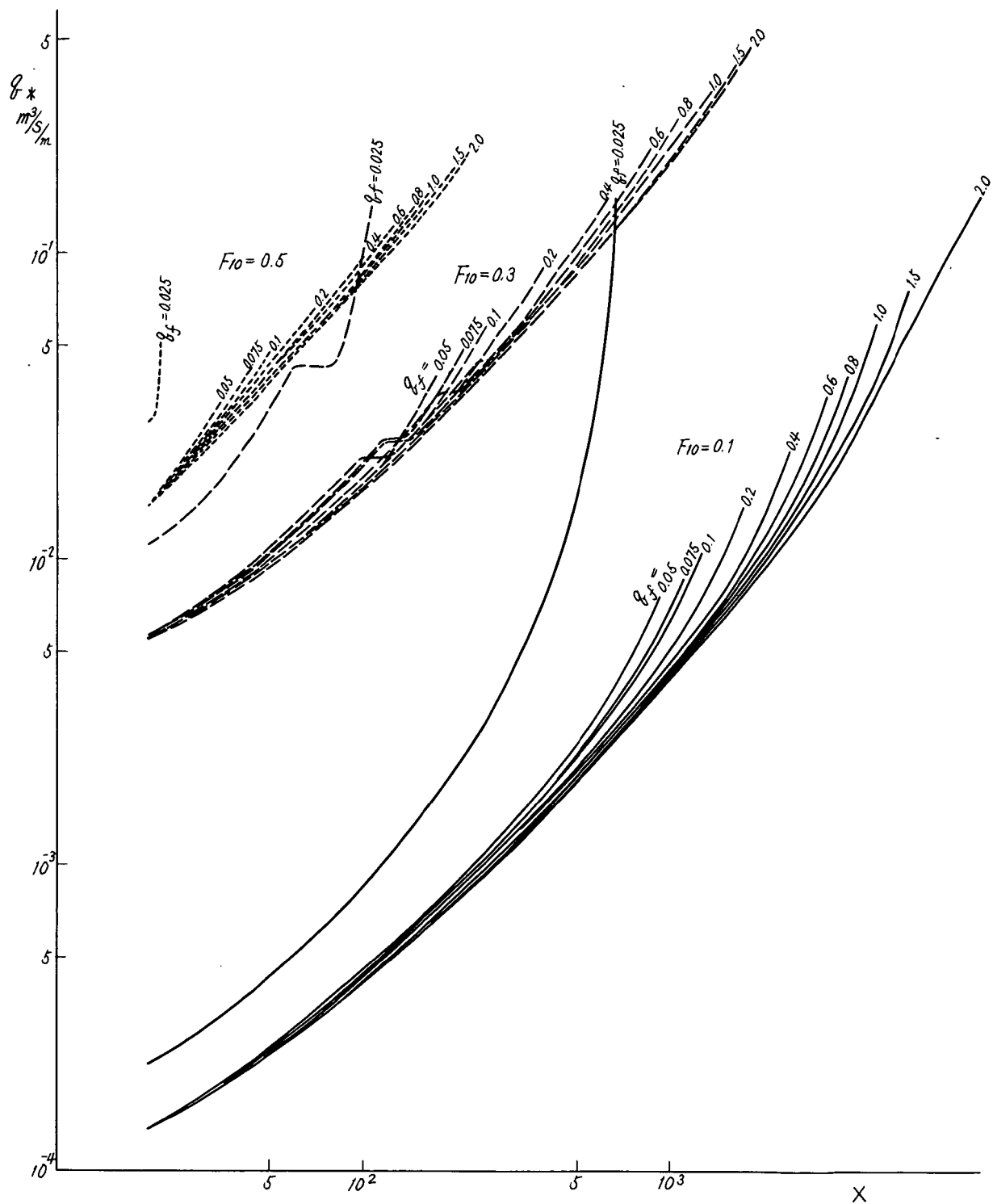
きな値となると相当大きくなっていく様子がわかる。図A.1.7は塩水混入量 q_* の変化の様子を示す。以上のように、単純な水路の場合にはかなり明瞭な塩水混入の特性の評価ができ興味深い。実験水路の現象も、このような混合の影響を考慮した計算結果と非常によく合致することが別途の検討で明らかとなっている。

b 河川における定常状態の塩水くさびの特性

塩水くさびも、次の段階では、実物の現象を考える必要がある。それは塩水くさびの現象が、主として内部境界面における抵抗に支配される現象であり、この抵抗の係数がレイノルズ数 Re の関数となっているからでもある。

河川における塩水くさびの実測例として、まず最上川の場合について考察する。図A.1.8および図A.1.9は昭和44年および46年における実測例である。淡塩境界面は推定による。境界面の計算値には、ここでは近似的に連行現象や水路幅変化の影響は小さいとみなして、摩擦項のみを考慮

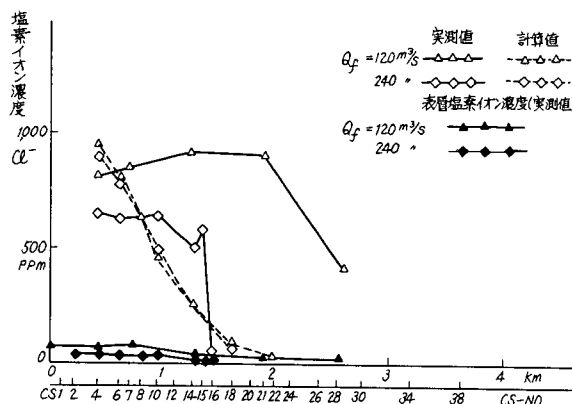
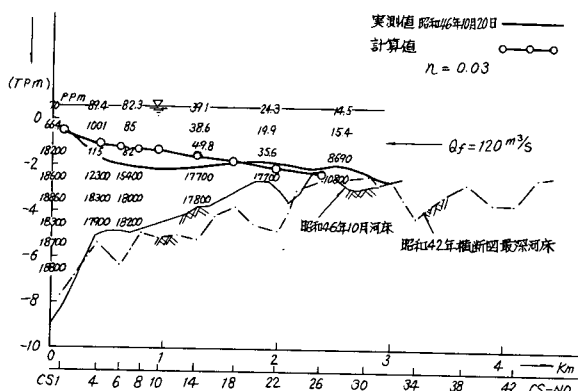
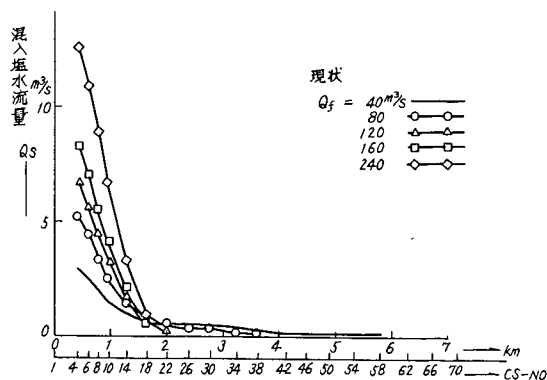
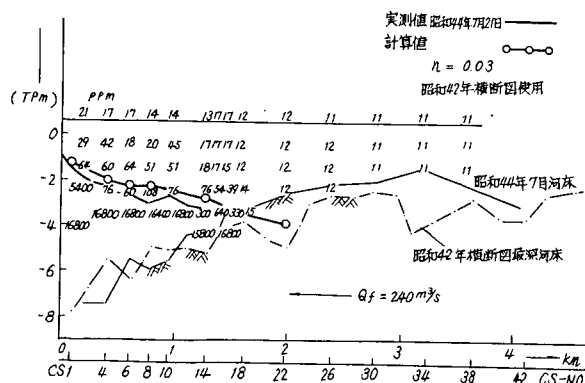
した。このとき、河口 (cs.1) においては限界水深が出現し、 $\rho_2 = 1.024$ (18,000 ppm, $\epsilon = 0.0234$) とした。最上川の場合には、塩水くさびの上流部において横断的にみただけの場合、淡水が直接河床に接する部分と塩水に接する部分とが共存する区間があるので、付録A-4において紹介した中村・阿部の方法による複断面河道としての取扱いをし、マンニングの粗度係数 $n = 0.03$ としての計算を行った。この方法は複断面形を仮定しているが、断面内の流速は一樣として取扱ったものである。河口の水位は平均潮位 $T P 0.60m$ 、横断形は昭和42年測量のものを用いた。水位や河床形状が塩水くさび観測時のものではないため、実測と計算の結果には若干の差はある。しかし以上のような事情を考慮すると、くさびの長さや形状はよく一致しているとみなすことができる。そこで、この計算結果に基づき、塩水の混入量を計算してみた。混入速度は F_1 によりかなり異なるが $10^{-6} m/s$ のオーダーである。ところが、境界面の面



図A.1.7 連行量の縦断変化

積が大きいと混入量は相当大きくなり、図A.1.10に示すように、河口地点では淡水流量のほぼ5%くらいになった。下層から上層に混入した塩水は、最上川の場合上層中において、ただちに完全に混合されることはない。その状況は図A.1.8および図A.1.9に示した。しかし、比較のため上層の平均塩分濃度を求めて計算値と照合すると、図A.1.11

のようである。塩分濃度の鉛直線上の測定間隔が1mであるうえ、淡塩境界面付近とそのやや上層とでは塩分濃度にかんがりの差があるため、上層の平均塩分濃度を求めることに精度上の疑問があった。また、境界面を、3章における定義と異って、この場合には変曲点として上層の塩分濃度を求めた。これらを図A.1.11に示した。本論文の定義に

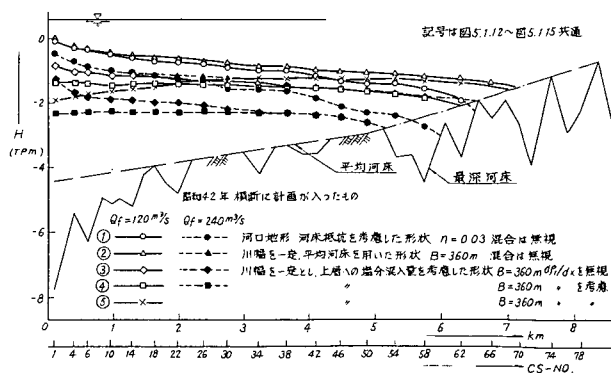


表A.1.1 最上川河口部横断の諸元

断面编号	断面面积 m ²	断面面积		最大水深		川 宽	
		现状	计算	现状	计算	现状	计算
CS		m ²	m ²	T _{10m}	T _{10m}	m	m
1	92.6	1.280	2.625	- 7.75	- 7.75	215	463
4	419.7	1.320	2.220	- 5.40	- 5.40	450	469
6	610.5	1.254	2.290	- 6.30	- 6.30	512	512
8	788.2	1.070		- 4.95	- 4.95	357	
10	953.3	1.022	2.185	- 5.15	- 5.15	417	491
14	1,276.7	859	2,210	- 5.20	- 5.20	375	525
18	1,621.9	805	2,005	- 3.75	- 4.00	387	446
26	2,384.0	753	1,500	- 2.60	- 3.75	411	411
34	3,220.2	620	1,380	- 4.20	- 4.20	346	346
42	4,111.0	650	1,090	- 3.60	- 3.60	353	354
50	4,868.7	594	940	- 2.15	- 2.95	290	290
54	5,314.7	710	860	- 3.70	- 3.70	224	251
62	6,292.2	420	732	- 3.70	- 3.70	294	311
70	7,158.6	221	450	- 2.70	- 2.70	154	247

よれば、これよりやや増大することになるが、測点の鉛直間隔が 1 m であるために、境界面の正確な位置を定めるのが困難であった。しかし、オーダー的には計算値とほぼ同程度とみなしうる。なお、 $Q_f = 240 \text{ m}^3/\text{s}$ の場合の方が、 $Q_f = 120 \text{ m}^3/\text{s}$ の場合より小さいのは遡上距離が短いためであって、境界面の勾配は淡水流量の大きい方が急になる。以上は、定常流の場合で摩擦項のみによって求めた内部境界面曲線に基づく従来行われてきた議論であったが、遡上距離が短い場合にはこのような方法によっても概略の性質を知ることができる。

ところが海水の侵入距離が長くなると連行現象の影響を無視しえぬようになる。はじめに数値実験例を示す。最上川下流部では表 A.1.1 のような断面拡大の計画がある。ここでとりあげる河道計画の諸元は表 A.1.1 のようであるが、試算の結果 $\partial B / \partial x$ の項の影響はわずかであるので、焦点を合わせるため、この項を省略して $B_1 = 360\text{m}$ (一定) と仮定して計算した。図 A.1.12 は $Q_f = 120\text{ m}^3/\text{s}$ および $240\text{ m}^3/\text{s}$ のそれぞれの場合について条件をかえて 4 種類の計算を実施し、(2.2.18) 式の摩擦項と混合項の影響の比較を行った。ただし、曲線①と②は混合を無視した従来



の計算法の場合で、川幅変化と河床摩擦とを、この場合に限り、考慮する場合としない場合とで比較した。河口では $F_1=1$ としたが、塩水くさび形状はほぼ同様の傾向を示し、くさびの先端付近に至って多少の差が生じた。このときの内部フルード数 F_1 、下層塩水の混入による上層流量の増加量 $Q_s = \int_0^x B_2 E dx$ 、および上層塩素イオン濃度の縦断変化の様子をそれぞれ図 A.1.13～図 A.1.15 に示す。これよりみると、内部フルード数が河口より上流に向かって急減はしているが、なお大きな値となっており、塩水流量および塩素イオン濃度が非常に大きな値をとり実情にそぐわないことがわかる。したがって、海水侵入長が大きい場合には、摩擦項のみによる計算法では、上層における密度まで考慮すると合理性に欠ける。

図 A.1.12 において、曲線③と④は混合を考慮した場合であるが、③では (2.2.18) 式で混合項

$$\varepsilon (1 - F_1^2) \frac{E}{u_1} = \frac{h_1}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - \frac{u_1}{gh_1} \frac{B_2}{B_1} E$$

のうち $\partial \rho_1 / \partial x$ の項の影響を無視している。河口付近で

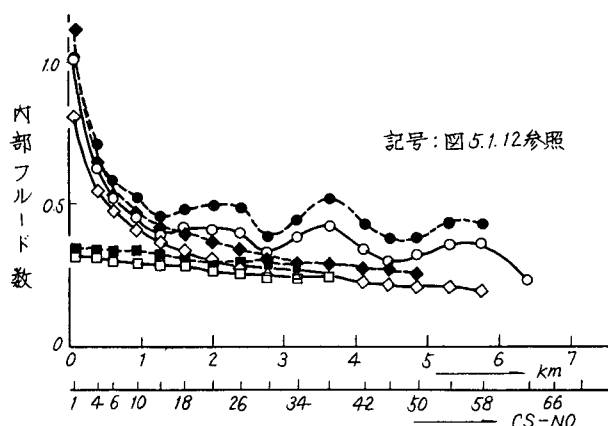


図 A.1.13 内部フルード数の縦断変化 (最上川計画断面)

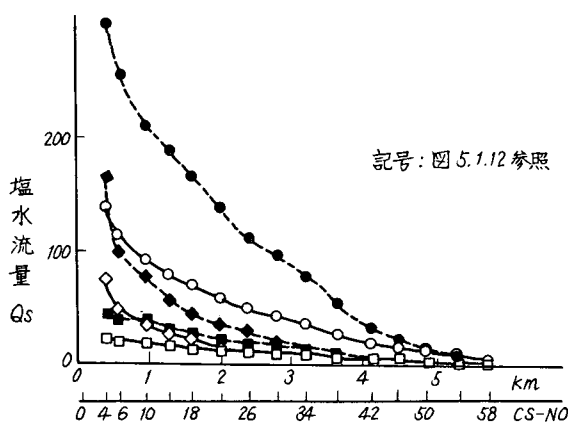


図 A.1.14 塩水混入流量 (最上川計画断面)

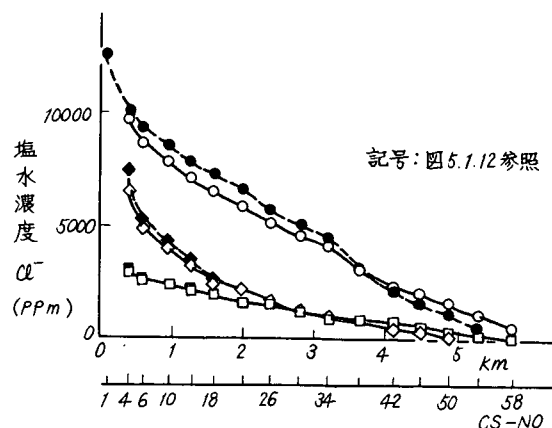


図 A.1.15 上層平均塩素イオン濃度 (最上川計画断面)

は上層の塩分濃度が急増し、これまで重視されていなかった $\partial \rho_1 / \partial x$ の項が大きな影響をもってくることがわかる。図 A.1.13 をみると、河口において③はほぼ $F_1=1$ となっているが、④はあまり大きな F_1 の値をとっていない。この場合の計算は河口において $F_1=1$ となることを目標として、上流より計算する必要があるので数回の試算を行ったが、たとえば④の場合では、上流端における h_1 をわずかに変化させても河口位置で大きく変わる結果となる。図 A.1.12 では④の曲線は河口付近で境界面が下流に向かってあまり上昇していない。計算によると、これはなお下降をたどり、十分下流のあるところで急激に上昇して $F_1=1$ となる。しかし、⑤のように十分上流まで遡上すると仮定して計算すると、cs 50 付近で曲線のピークを生じた後、下流に向かって非常に大きく下降してしまい、実際の現象を説明しきれない結果となる。これは、3-2 でみてきたように内部抵抗係数に付加摩擦力を考慮しなかったことにも原因する。表 A.1.2 は曲線④の場合についての各項のオーダーを示したものである。これによると、 E の項の影響は小さいが、 $\partial \rho_1 / \partial x$ の項の影響は、河口付近において上層濃度が大きくなると急激に大きくなり、摩擦項と匹敵するほどである。そして、 $\partial h_1 / \partial x$ の値は負から正の値に転ずるに至った。実際の現象は河口付近において F_1 が急激に 1 に近づくわけであるから、摩擦項のみを考慮した内部境界面形状の計算曲線に近い。しかし、それでは混入量が多くなり過ぎるわけであるから、④の曲線よりもう少し低い位置にあって、小さい内部フルード数で河口に近づき、この付近においていっきに内部ジャンプするような傾向をたどるのであろう。この計算例から、定常流においても河口付近における内部ジャンプの現象には非常に微妙な特性が存在することがわかる。

表 A. 1. 2 最上川塩水くさび計算数値表 (曲線④のケース, $Q_f = 120 \text{ m}^3/\text{s}$ 各項の比較)

CS - NO.	x m	h_1 m	Q_1 m^3/s	C_1 ppm	ρ_1 g/cm^3	ϵ	$i_1 \times 10^{-4}$	F_1	E $\times 10^{-4}$ m^3/s	$\theta'(x) =$ $\epsilon(1-F_1^2)$	$i_{F_1} - i_{F_2}$ $\times 10^{-4}$	$\frac{h_1}{\rho_2} \frac{d\rho_1}{dx}$ $\times 10^{-6}$	$E \frac{u_1}{gh_1}$ $\times 10^{-4}$
50	386.5	2.20	121.316	195	1.0	0.0234	20.59	0.2157	5.530	0.02231	2.934	0.8876	0.039
42	458.1	2.13	122.933	429	1.0	0.0234	18.80	0.2294	7.104	0.02217	2.633	1.050	0.055
34	447.6	2.07	123.353	770	1.0	0.0234	17.07	0.2441	9.176	0.02201	2.409	1.268	0.076
26	394.5	2.03	128.277	1,161	1.00025	0.0232	15.58	0.2583	11.55	0.02165	2.261	1.495	0.102
18	345.2	2.00	131.669	1,595	1.00089	0.0226	14.10	0.2746	14.80	0.02089	2.136	1.792	0.138
14	323.4	1.99	133.508	1,821	1.0012	0.0223	13.50	0.2827	16.57	0.02052	2.086	1.940	0.158
10	342.8	1.99	135.437	2,052	1.0015	0.0220	12.96	0.2887	18.05	0.02017	2.060	2.065	0.175
6	199.8	1.99	137.665	2,310	1.0019	0.0216	12.42	0.2961	19.96	0.01971	2.040	2.202	0.197
4	318.1	1.99	139.101	2,472	1.00208	0.0214	12.08	0.3006	21.19	0.01947	2.025	2.288	0.211
1		1.99	141.528	2,738	1.00247	0.0210		0.3068					

そこで、つぎに海水の遡上距離が長い場合の実測例を示す。図 A.1.16 は昭和48年8月2日の建設省阿賀野川工事事務所による実測例である。河道内の鉛直濃度分布は急激に変化しており、淡水部と塩水部の混合層は薄く、かなり明瞭な塩水くさびであるとみなすことができる。図中の淡塩塩境界面形状は混合の影響を考慮した場合とこれを無視した場合の計算曲線である。河口付近を除いて塩水の混入量はわずかであるので両者の差は少いが、前者が後者より少し水深の大きいところに位置することは前述の傾向と一致し、数値実験から得られた特性は実測によりうらづけされたとみてよい。図 A.1.16 において水面上の数字は上層平均濃度および上層流量の計算値である。この計算に用いた横断形は、昭和47年1月測量のものであって、河床形状が塩水くさび観測時のものではなく、したがって河口砂州の

形成等に基づく断面変化などによる誤差は多少入っていると思われる。また淡水流量は塩水くさび先端付近の流速分布より求めたが、これにも誤差は含まれていよう。しかしながら、塩水くさびの先端の断面を除き、実測値とほぼ同様の傾向を有し、混合を考慮した計算法の妥当性を示している。また、この場合には、河口部の測点0で川幅および断面積ともに小さくなっており、この地点において内部ジャンプしていると考えた。ここでは数値を示していないが、混合の影響を無視した場合の内部境界面曲線によって上層の平均濃度および流量を算出すると、これより非常に大きな値となり実情にそぐわない結果となることを付記しておく。図 A.1.17 は緩混合と考えられる例として、利根川の場合の実測値と計算曲線を示す。利根川では不定流の効果を無視しえないので、定常流計算と合致する必要はないが、

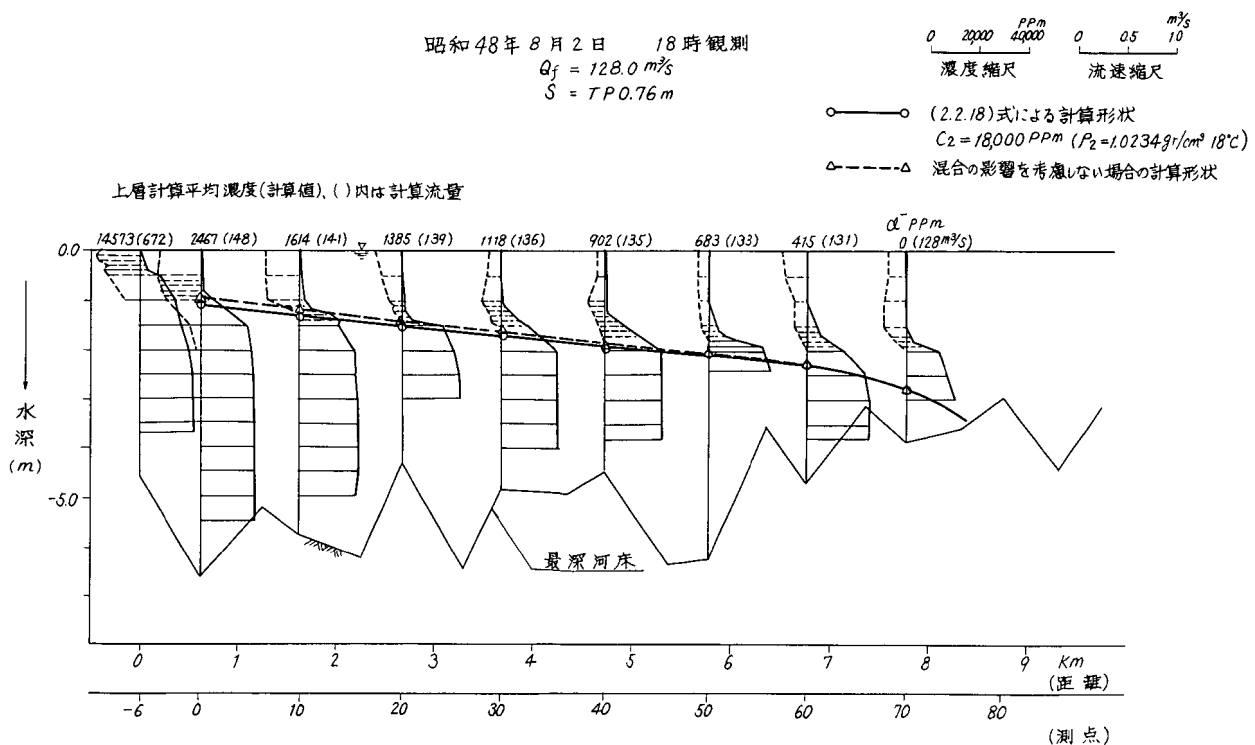


図 A.1.16 阿賀野川塩水くさび形状図 (昭和48年8月2日)

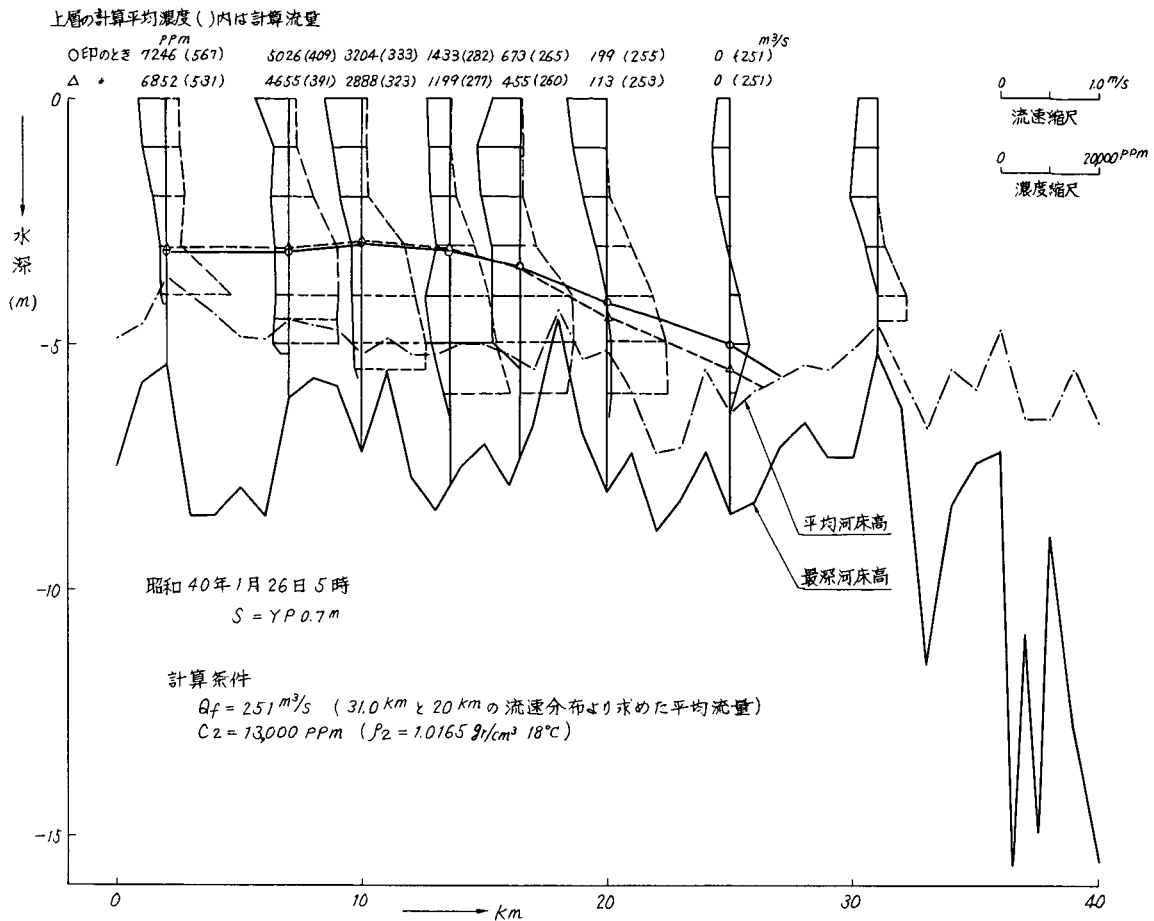


図 A.1.17 緩混合状態への適用 (利根川)

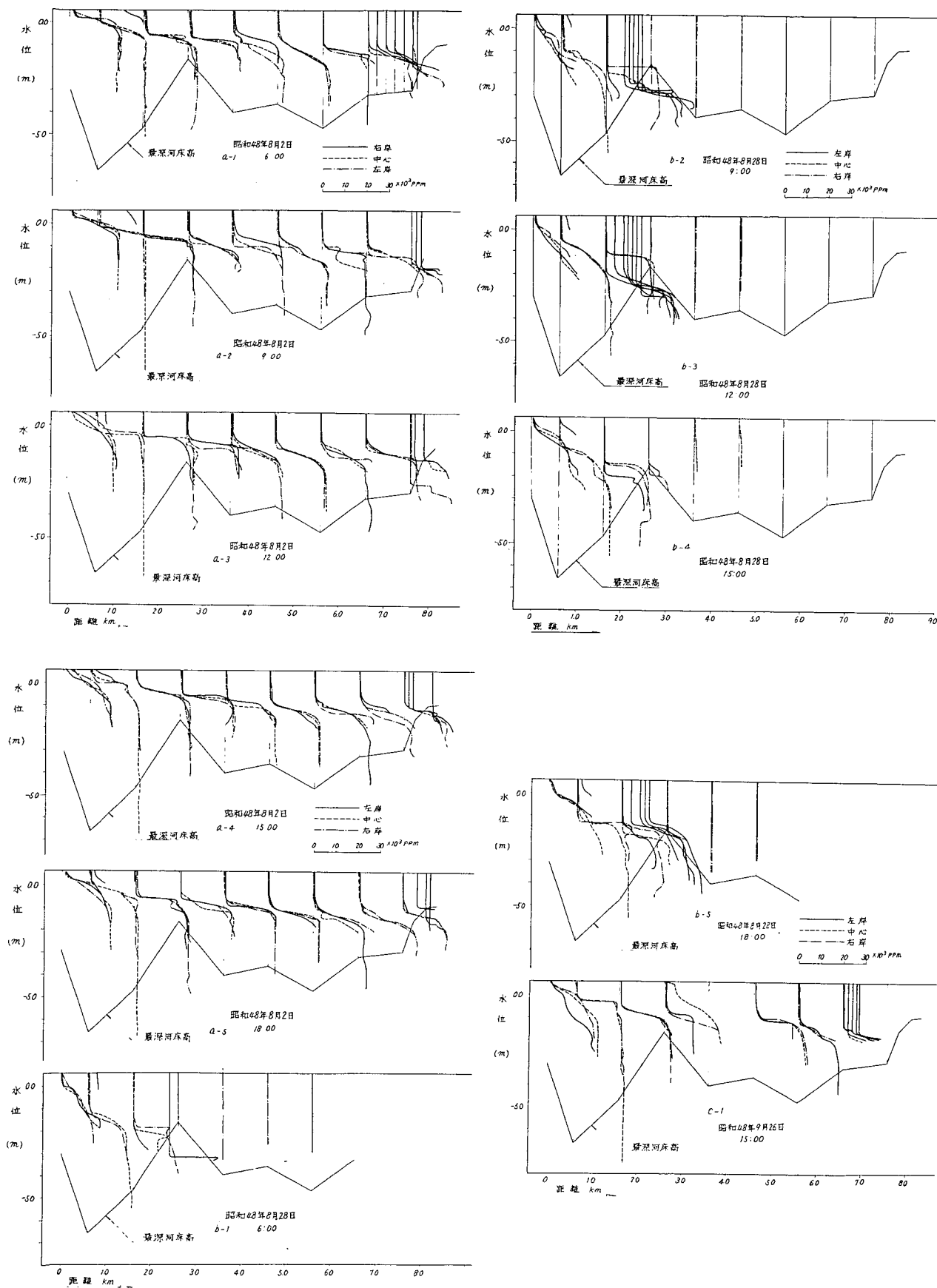
内部境界面形状はかなりよく合っており、上層濃度および、流量も実測の傾向と同様となっていることがわかる。なお、利根川の場合には、従来のように、摩擦項のみで計算を行うとよい結果が得られなかったことを付記しておく。

混合を考慮した場合の内部境界面の形状は、内部フルード数が小さい場合の塩水くさび先端付近では、混合を無視した場合とあまり差異はないが、内部フルード数が大きくなる末端部に近づくにしたがい、 $\partial \rho_1 / \partial x$ の項の影響が大きくなり、上層の淡水深の差が増大する。このことは、河川において内部フルード数が大きければ、混合も多くなることにより、河口で与えられる支配断面等からして、混合を無視した場合より塩水くさびの長さが短くなることを示している。実際の現象でも、混合の進んでいる方が遡上距離が短くなっている。ただし、下層から上層への混入が促進されると、 $\partial h_1 / \partial x$ も小さくなるので、河口における境界面位置が下がった効果がそのまま遡上距離の減少につながるものではないことに留意する必要がある。

C 裏日本側河川の塩水くさびの非定常性と三次元性

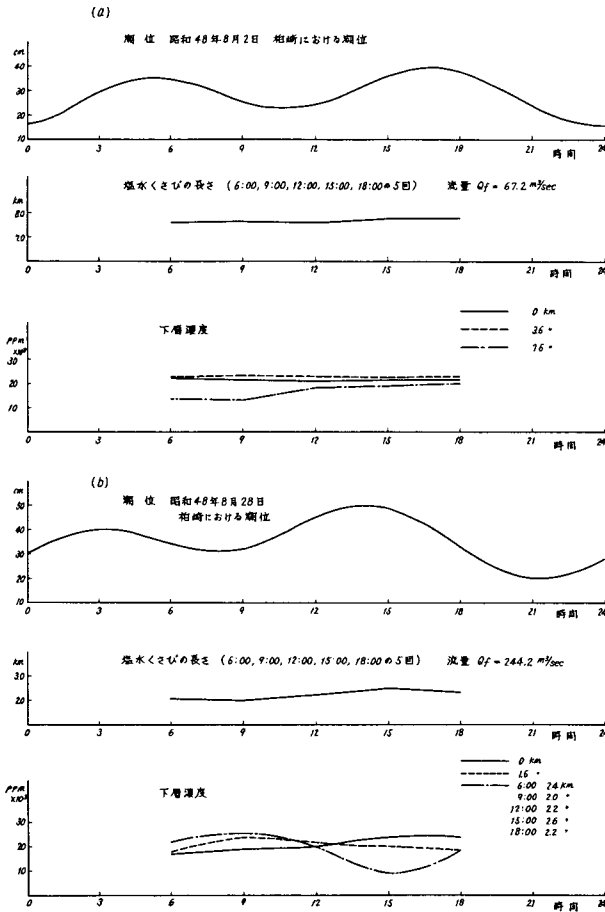
裏日本側河川において、安定して存在する塩水くさびの時間的ならびに場所的な変化について述べる。図 A.1.18

は建設省阿賀野川工事事務所が実測した昭和48年8月2日、28日および9月26日の塩素イオン濃度縦断面図(一部前出)である。前2者においては1日5回ほぼ同時に横断面で3地点づつ縦断的な測定が行われた。阿賀野川下流部は低水路が蛇行しており、5 km地点で左岸、3 km地点では右岸側にみおが存在する。また河口部には大規模な河口砂州が発達している。8月2日6時の図をみると、塩水くさびの先端付近ではかなり密に測定が行われた。濃度分布形は複雑であるが、6 km付近ではかなり理想的な塩水くさびの塩分分布となっている。ところが5 kmのやや下流では、内部境界面付近で濃度勾配が大きくなりかなり乱れているが、横断的差異があまりないのに、その1 kmほど下流では横断的にかなり顕著な差が生じている。5 km付近でいったん乱された流れが、右岸側ではすでに元に戻っているのに水衝部の左岸側下流では依然として乱されたままとなっているからである。このような傾向は9時の観測結果にも現われている。12時では横断面内の差異は減少し、6 km～4 kmの区間で濃度勾配が大きくなり乱れているのみである。そして、15時および18時の観測ではかなり落ち着いてきている。わん曲による影響は流量が大きいときに顕著となるが、こ



図A.1.18 阿賀野川塩素イオン濃度縦断分布図

のときには、塩水くさびの侵入長は短くなる。8月28日には流量が大きいので塩水くさびの長さが短い。くさび先端および河口の内部ジャンプ地点で多少横断上の差異がみられるがわずかである。この例は塩水くさびの長さが短く縦断変化が大きい例である。以上の結果を総合すると、蛇行河川にも拘らず横断変化は小さいといえる。図A.1.19は阿賀野川におけるこの実測結果について時間変化を調べた



図A.1.19 塩水くさびの時間変化
(阿賀野川 昭和48年8月2日)

ものである。8月2日の6時と9時における実測結果に横断差異が存在するのは引き潮時の影響で流速が大きくなったためであると思われる。12時は上げ潮の影響はわずかであり、15時および18時にはこの影響で横断変化がほとんどなくなった。このとき、この潮位変化による塩水くさび先端位置の移動距離は200 m程度であるが、塩水くさび先端付近の7.6 km地点における下層塩素イオン濃度は14,000 ppmから20,000 ppmと変化した。8月28日の塩水くさびの時間変化も極くわずかではあるが、潮位曲線の影響と思われる変化を示している。以上、塩水くさびの横断変化および日本海側の潮位変化の影響に関する実測例を示したが、このことは日本海側河川において極く一般的にいえる現象とみてよいであろう。

このように自然の現象には種々の影響が混在し、複雑であるが、内部境界面の高さは横断的にほぼ水平に維持されることもあって、河道平面形の影響は少く、一層流よりも一次元性の度合いが高いとみなすことができ、流速分布や濃度分布から考えてもモデルの適用にあまり問題はないと判断できる。裏日本側の小さい潮位変動量の影響については、詳しい解析を必要とするときにのみ不定流としての考察を行えばよい。これは、現地の調査や計画上の留意事項としてとどめておけばよいであろう。このようにすると、定常時のモデル適用上の残された問題点は、むしろ下層濃度の縦断変化や横断形状の影響にあると思われる。

A-2 異常遡上とその条件

海水が河道内へ遡上するとき、最も上流まで遡のぼる条件は、河川の自流量が零となることである。このときには、遡上距離は途中に構造物等の障害がないとすれば、みおの河床高がほぼ最高海水面高となる地点まで、海水が到達する。海水の遡上距離は河川流量の増大とともに減少するが、ここでは、河川流量が低水あるいは渇水程度で、かつほぼ一定の場合について、主として実測資料に基づいて考察した。長良川では、海水の遡上距離は淡塩水の混合の度合いに関係し、小潮時の弱混合状態のときに海水が最も上流に達することが報告されているが(1-36, 1964), このことは一般的にいえるようである。海水がくさび状に侵入するときには、その概略の遡上距離は一次元の二層定流または不定流計算により予測が可能である。しかし、年間数回程度の極くまれにみる高濃度の海水遡上現象が、通常塩水の及ばない上流地点にまで遡のぼることがあり、取水機能に水質上の障害を与えることがある。実際面ではこのような極端な現象がよく問題とされる。一次元二層非定常流を理解するうえに、非常に興味ある現象であるので少し詳しくみることにした。

a 海水の侵入長が大きくなる原因

このような異常な海水侵入現象の原因として、考えられることは次のようであろう。

- 異常海象 — 異常高潮位、高潮、津波、(波浪侵入の影響は小さい)
- 海水と河川水密度差 — 海水塩素イオン濃度、海水温度、河川水温度
- 小潮時の潮位波形
- 下流境界位置(内部フルード数がほぼ1となる地点)の遡上
- 河床変動 — 洪水直後の局所洗掘、砂利採取、地盤沈下、みお筋の変化
- 一時的な流量変化 — 河川自流量、取水

(g) 河口砂州変化

(h) 支川合流、および派川の影響

(i) 履歴現象。

これらの原因として挙げた事項のなかでは部分的に重複するものも存在するが、履歴などの不明確な原因もとありあつた。風は一般に混合を促進させるので遡上距離を減少させる。また、航行等の人工要素は遡上距離を短くする方向に作用することが多い。

以上の諸原因のうち履歴作用は物理的内容を更に追求する必要があり、(a)の異常海象については別途の取扱いが必要である。(e)の河床変動は洪水期間中のみの河床変動を除き、構造的な変化をきたすので、ここでは除外しておくことが適当である。また、(d)の下流端境界位置の問題は資料等を通じての詳細な検討を必要とする。そこでここでは、卓越要素の(b)の淡水水の密度差と(c)の潮位波形の問題をとりあげて考察を行った。

b 長良川における観測結果(潮位波形と密度差の効果)

一例として、長良川における塩水くさびの実測資料に基づいて考える。図A.2.1は長良川の最深および平均河床の縦断面に、定常状態の塩水くさびの計算値を記入したものである。計算は(2.2.18)式により海水が最も上流まで遡上すると思われる条件で行った。すなわち、潮位としては、上下弦平均満潮位の値TP 0.64 mを与え、河口において

表A.2.1 長良川14.2km地点の塩素イオン濃度
(ピーク値で200ppm以上の日、昭和50年)

観測日 昭和 年月日	時間帯	離陸 時間	底層 (TP-3.6m) ピーク値 (ppm)	表層 (TP 0.0m) ピーク値 (ppm)	月令	塩位(39km)の 朝9時の 流量(m ³ /s)
50.1.7	0:00~5:00	5	800	500	24	35.7
50.1.7	10:00~18:30	8.5	5,000以上	500	24	35.7
50.1.8	0:00~20:00	20	5,000以上	2,400	25	38.7
50.1.9	2:00~8:00	6	3,200	1,200	26	92.4
50.1.10	3:00~8:00	5	250	200	27	65.3
50.1.22	11:00~18:00	7	5,000以上	500	10	45.0
50.1.24	2:30~5:00	2.5	250	150	12	58.9
50.1.25	3:00~7:30	4.5	900	500	13	56.5
50.1.26	5:00~8:00	3	200	150	14	79.0
50.3.5	23:00~1:30	2.5	200	100	22	38.6
50.3.6	10:30~14:00	3.5	2,650	1,000	23	67.9
50.3.9	4:00~7:00	3	750	250	26	60.2
50.3.9	15:30~17:30	2	250	100	26	60.2
50.3.10	4:00~8:00	4	600	350	27	83.7
50.4.6	0:30~6:30	6	5,000以上	0	24	65.3
50.4.6	13:00~15:00	2	300	0	24	65.3
50.6.6	10:30~22:00	11.5	200	0	26	133.5
50.9.14	11:30~19:00	7.5	3,200	500	8	43.1
50.9.14	19:30~				8	43.1
50.9.15	~7:00	11.5	5,000以上	250	9	-
50.9.15	10:00~21:30	11.5	5,000	2,700	9	-
50.9.15	23:30~				9	-
50.9.16	~6:00	6.5	2,300	800	10	104.5
50.9.16	12:00~18:00	6	1,000	700	10	104.5
50.10.29	8:00~10:30	2.5	1,700	50	24	71.9
50.10.29	19:00~20:00	1	1,300	300	24	71.9
50.11.13	11:00~19:00	8	5,000以上	150	10	88.2
50.11.13	23:00~				10	88.2
50.11.14	~6:00	7	3,700	450	11	91.4
50.11.14	11:30~19:00	7.5	5,000以上	1,300	11	91.4
50.11.15	1:00~7:00	6	2,100	350	12	155.4

(注1) 観測開始 昭和50年1月6日

(注2) 欠測 昭和50年2月28日~3月3日

昭和50年5月8日~5月21日

内部フルード数を1とし、下層の密度は上流まで一定とした。長良川には3km地点において揖斐川を合流しているで、合流後は流量を増大させることにより、その影響を考慮した。長良川の自流量としては最濁水と思われる25m³/sと低水程度の60m³/sの二ケースについて、定常状態の内部境界面形状を求めた。図中に北伊勢工業用水取水口位置(1点)および水資源公団の観測塔検出器位置(鉛直線上4点)を示した。定常状態の塩水くさびの計算結果から判断すると、この両観測位置はかなり微妙なところにあることがわかる。すなわち、計算によると定常状態であれば、水資源公団の深い位置2点の検出器において海水の存在が確認されても、上流の北伊勢工水では観測されないことがあり得るということである。

つぎに、実際の観測結果を順に示す。ある任意の地点における日・塩素イオン濃度は流量一定のとき、主として月令によって変化し、月間二波の分布曲線が生じる。図A.2.2および図A.2.3は、北伊勢工業用水取水口(12km地点)における日最高塩素イオン濃度曲線の月間二つの最高値および最低値の昭和50年における年間変化を示したものである。両図から次のことが推定される。

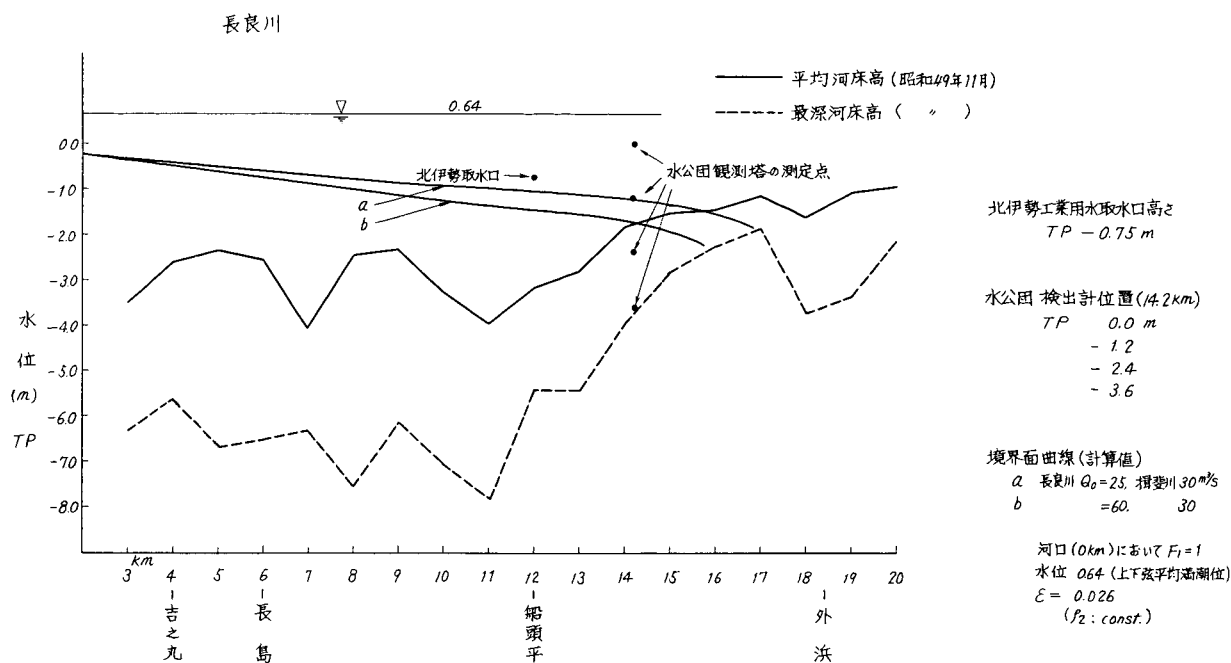
(a) 高濃度が出現するのは、流量が100m³/s程度以下で、月令が10~11日および25~26日(まれには8日および23日頃出現することもある)のときである。これは上下弦の直後(2~3日)ということになる。このときの混合状態は弱混合であると判断できる。

(b) 塩素イオン濃度は、最高値を示す日の2日前より高くなり始め、3日間くらいでもとに戻るケースが多い。このことから、上下弦後1日程度の時差をもって塩水くさびが形成され、3~4日間持続されるとみてよいであろう。ただし、これには月によってかなりの変動がある。

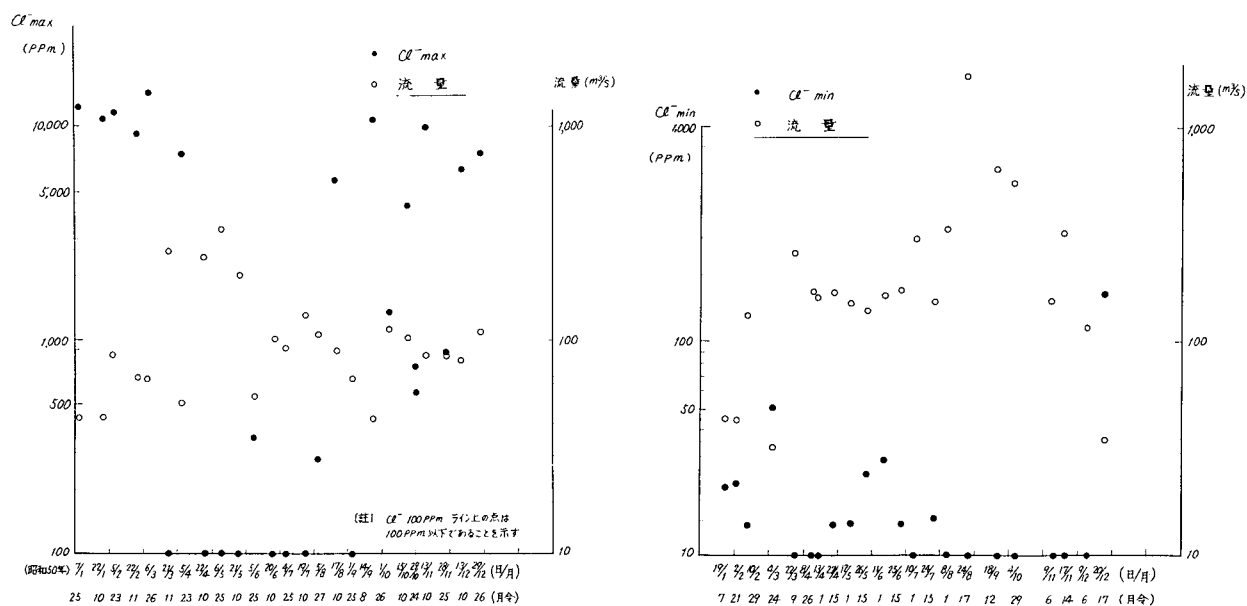
(c) 昭和50年の長良川では、夏季(6月~8月初旬)に流量が100m³/s以下であるにも拘らず、12km取水口に高濃度の塩水が遡上していない。

(d) 12km地点の塩素イオン濃度が低くなるのは、新月および満月の近傍である。

以上のことは、図A.2.1の定常状態の塩水くさびの計算値からは説明できない。すなわち、まず通常は12km地点の水面近くにある北伊勢工業用水取水口まで高濃度の海水が遡上するとは予想されないにも拘らず、夏季を除く通常時の上下弦の2~3日後には高濃度の海水が到達しているという事実がある。このことを更に詳しくみるために、14.2km地点に設置された水資源公団の観測塔の資料を調べてみる。表A.2.1は、14.2km地点の底層(下層-3.6m)および表



図A.2.1 長良川における塩水くさびと観測点位置



図A.2.2 北伊勢工業用水取水口 (12 km) における日最高塩素イオン濃度曲線の月間二波の最高値の年間変化 (昭和50年)

図A.2.3 北伊勢工業用水取水口 (12 km) における日最高塩素イオン濃度曲線の月間二波の最低値の年間変化 (昭和50年)

層 (TP 0 m) において昭和50年の1年間に塩素イオン濃度 200 ppm以上の値が観測された全資料を示す。

ただし註にあるように2回の欠測期間がある。これよりみると、底層において5,000 ppm以上の高濃度の海水が到達したのは1月上旬、1月下旬、4月上旬、4月上旬、11月中旬の5回である。継続時間から判断して1月上旬のものが最大規模であり、順次その規模が小さくなっている。そして秋から冬にかけて、再び規模が大きくなり、11月中旬のものは、1月上旬のものに匹敵する。いっぽう、北伊勢工

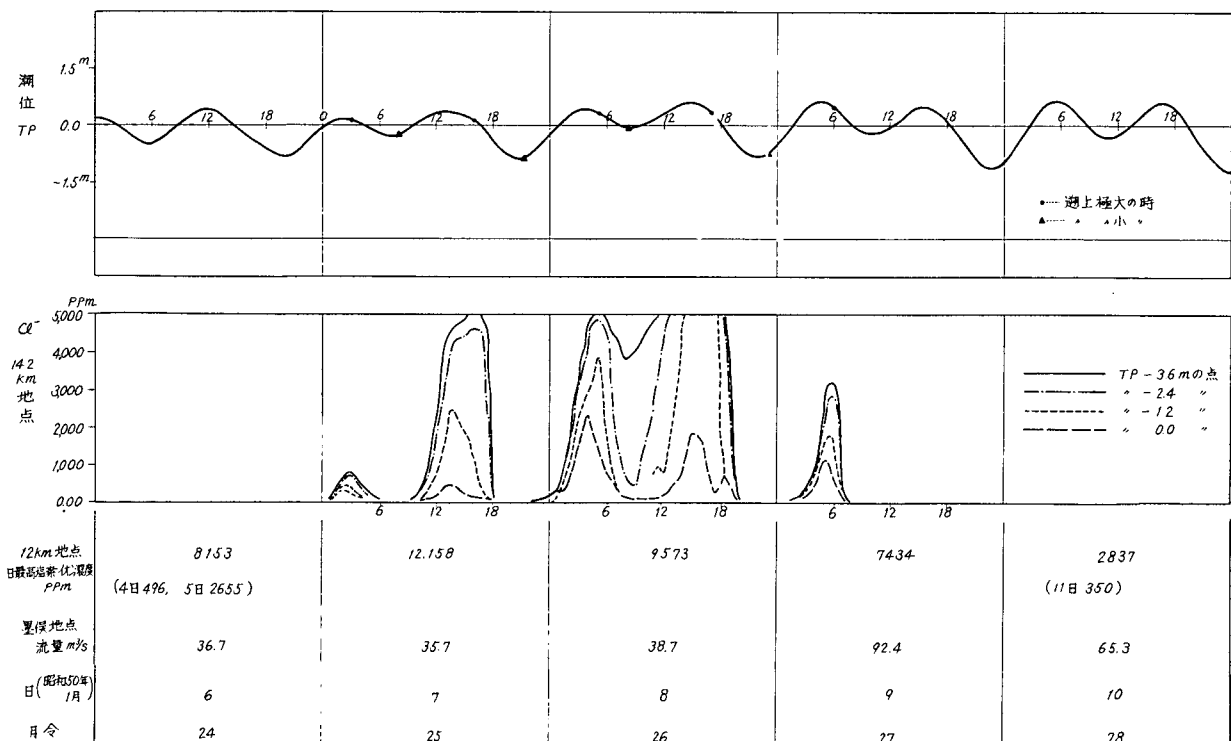
業用水資料では5,000～14,000 ppmにもものぼる高濃度の海水が4月下旬～8月上旬を除き遡上しており、これはまさしく塩水くさびと判断されるものである。ところが、これが14.2 km地点まで到達しているときと、到達していないときがあるということは、塩水くさびの形状が定常状態のものとは異っていることを示す。その例として2月5日、2月22日、8月17日、10月15日、12月13日、12月19日、のケースをあげることができる。このことは、図A.2.1を参照すると明らかなように、定常状態ではありえな

いことであり、非定常効果が現われていると考えなければならない。さきに述べたように、塩水くさびの不定流実験および不定流計算によると、海面の上昇時には、くさびの先端位置の遡上はゆるやかであり、この間境界面位置が上昇し、くさび先端部は非常に丸味を帯びる。北伊勢工業用水取水口で高濃度の塩素イオン濃度が検出されているにも拘らず、直上流の下層において海水が検出されないのは、丁度このような状態と判断できる。なお、塩水くさびの遡上は潮位変動曲線とは多少の位相差を保ちつつ、潮位の下降時にも厚みを減少させながら先端位置は、なおもゆるやかに前進をつづけ、下層下深が十分に小さくなってからの後に、はじめて先端位置が流下する経過をたどる。このときには、潮位の波形や河口における境界条件も問題となる。

潮位波形の影響を検討するにあたり、まず昭和50年の海水遡上現象のなかで最大規模であった1月上旬の海水遡上状況について考察する。図A.2.4は14.2km地点のみお筋部における鉛直上の4点の塩素イオン濃度の時間変化を示す。同図には城南（-0.5km）における水位変化も示している。14～15kmあたりまでは水面は水平に近く、多少の位相差は存在するが、くさび先端位置においても、小潮時付近では、ほぼこのような水位変動を示すものと考えてよい。このことは昭和49年度の同時水位記録、たとえば付図の図C.2.7(a)～(f)などからも明らかである。また、図A.2.4には同時に北伊勢工業用水の日最高塩素イオン濃度、午前9時の墨俣流量、月令、および海水遡上の極大と極小を示す時

間などを記入した。図A.2.4から次のことを読みとることができる。

- 潮位変動量は1月7日（月令25）の最後で約50cm、1月6日は90cm、そして1月8日は50～60cm、1月9日は70cm程度となっている。いずれも二山あり、前が大きく、後が小さい。最も谷のつぶれた形は8日に現われている。
- 12km地点の北伊勢工業用水取水口地点では、7日に塩素イオン濃度の最高値が出現しているが、まだ14.2km地点までは遡上していない。このことは、塩水くさびが厚みを増し、ふくらんだ形となってこの地点まで、遡上してきていることを示している。したがって、大きく遡上する準備は完了した状態にまで至ったが、やがて潮位が下降し始め、このときには上流までくさびの先端が伸びきらずに終わってしまったものと判断できる。
- ちなみに、潮位が上昇する継続時間は、7日が5時間、8日には7時間が2回現われている。そのため、1月8日には塩水くさびの先端部が大きく伸びたものと考えられる。水位の絶対高も8日の方が7日より20cm程度高い。特に、1月8日の第1波の下降時間が短かく（4時間）、下降量がわずか（50cm）であったことも大きく影響し、塩水くさびの先端が十分下流に後退しきらないでいるうちに潮位が上昇し始めたため、第二波のときに大きく上流まで遡上



図A.2.4 長良川塩水遡上記録と潮位変化（昭和50年1月）

したものと解釈できる。

- (d) 12km地点の最高塩素イオン濃度が8日(9,573ppm)に比し7日(12,158ppm)の方が高いのは塩水くさびの形状が異なることを示している。すなわち、7日の夜から8日の朝にかけて大きい水面上昇速度($\partial S/\partial t$)の状態が7時間近くも継続したために、塩水先端の移動速度も大きく、界面位置は7日のものほど高いところになかったものと判断できる。

- (e) 塩水くさびの遡上距離が極大および極小となる時間は、潮位曲線の極大および極小となる時間と多少ずれている。12～14km地点の水位時間曲線は不明であるが、城南水位曲線と海水遡上状況とは、だいたい2時間程度の位相差が存在する。ただし、これは水面変化率($\partial S/\partial t$)の影響があり、時間のずれは一定していない。そこには塩水くさびの移動の慣性の影響も含まれている。また、潮位波形の谷では、位相差はあまりない。

C 侵入長が大となる潮位波形の条件と問題点

長良川の資料では流量の影響はほとんどなく、また3km地点で、ほぼ $F_1 \div 1$ の条件が満足されていると考えられるので、潮位曲線の影響が支配的に現われていると判断してよい。したがって、以上のことから塩水くさびが出現し、流量が小さいときにその遡上距離が伸びる潮位波形の条件として、長良川の場合には次のことがいえる。

- 月令が上下弦付近の小潮時前に、潮位変動量の小さい日が続き、塩水くさびを発達させる。
- 潮位の下降時間が短かく、上昇時間が長いことが塩水くさびの伸延に効果大きい。すなわち、潮位曲線で二山波形があり、その谷のつぶれた形状のときに塩水くさびが大きく遡上している。このとき、潮位の絶体高が大きいことが必要であり、このような状態を出現させるきっかけとして、このような波形は上下弦直後の、いったん曲線が大きく振れるときに生じることが多い。なお、定常的な塩水くさびとすれば、長良川の例でいえば、この付近の位置では50cm水位が上昇したとしてもただか0.8km程度伸延するに過ぎないのであるから、この効果は不定流特性の影響と考えるべきである。

以上のように、塩水くさびが形成され、それが大きく遡上する現象に、潮位波形の影響が大きいと判断され、特徴的な性質について知ることができた。しかし、塩水くさびの運動は、なお一層複雑であることが、12km地点の図A.2.2の資料あるいは表A.2.2および14.2km地点の表A.2.1の資料を単純に比較してみてもわかる。大きな疑問点としては次のことが挙げられる。

表A.2.2 長良川における月間二波の最高塩素イオン濃度

昭和50年	月	日	月令	流況(水位39km)	C_{max} ppm 12km地点	14.2km地点下層(TP=3.6m)における200ppm以上の記録 (1日、観測時間、 C_{max} ppm)
1	7	25		35.7	12,158	(7.5, 800) (7.8.5, 5000以上), (8.20, 5000以上), (9.6, 3200), (10.5, 250)
1	22	10		45.0	10,730	(22.7, 5000以上), (24.2.5, 250) (25.4.5, 900) (26.3, 200)
2	5	23		105.3	11,800	
2	22	11		48.3	9,218	(5.2.5, 200) (6.3.5, 2650), (9.3, 750) (9.2, 250) (10.4, 600)
3	6	26		67.9	14,892	
3	21	11		399.4	10	(6.6, 5000以上) (6.2, 300)
4	5	23		56.5	7,431	
4	21	9		73.3	22	
5	6	25		(300)	7	(欠測)
5	21	10		176.8	10	(欠測)
6	5	25		69.1	350	(6, 11.5, 200)
6	20	10		48.7	17	
7	4	25		231.3	13	
7	19	10		137.3	9	
8	5	27		34.8	283	
8	17	10		49.9	5,674	
9	1	25		82.1	9	
9	14	8		43.1	10,730	(14.7.5, 3200) (14~15, 11.5, 5000以上), (15, 11.5, 5000) (15~16, 6.5, 2300) (16, 6, 1000)
10	1	26		96.2	1,357	
10	15	10		113.2	4,248	
10	29	24		76.2	567	(29, 2.5, 1700) (29.1, 1300)
11	13	10		88.2	9,928	(13.8, 5000以上) (13~14, 7.3700), (14.7.5, 5000以上) (15.6, 2100)
11	28	25		89.8	886	
12	13	10		80.6	6,382	
12	29	26		45.3	7,434	

- 1月上旬および11月中旬の塩水くさびが最大規模となった原因
- 12km地点の上層まで遡上するが、14.2km地点の下層にまでは遡上しないことが多いが、その原因
- 4月後半～8月前半では、流量が小さいときでも遡上距離が小さい原因。

このような問題について、年間の潮位変動曲線に基づいて以下に考察した。上下弦付近の潮位変動量が小さい期間の資料を通覧すると、一般的にみて次のことがいえるようである。

- まず、前述のように、上下弦前の小さい潮位波形が、しばらく続く期間に徐々に明瞭な塩水くさびが形成され、その厚みが増大(境界面位置が水面近くへ上昇)し、それと共に波形に合わせて上下動を繰り返す。そして、ゆっくりと上流へ遡る。
- 12km地点水面近くの取水口にまで、高濃度の塩素イオンが出現する日は、上下弦後の小さい波形がしばらく続いた後に現われることが多い。
- 14.2km地点にまで塩水くさびの先端部が到達するためには、このような厚みのある塩水くさびが12km地点に、二山波形で谷のつぶれた潮位波形が出現する以前に到達していることが必要である。
- 昭和50年の1年間に1月初旬のケース以外でこのような準備条件を満たしているか、もしくはそれに近いケースは、表A.2.3のようである。大略的にみて12km地点に高濃度の塩素イオン濃度の出現する

日と二山波形で谷のつぶれた波形の現われる日の関係、谷のつぶれ具合、潮位の下降時間に対する上昇時間と上昇速度、最高水位、および 12km 地点に現われる塩水くさびの程度とその規模などで 1 月初旬のものが最大規模となった理由の説明がつきそうである。

- (e) 図 A.2.5 に、9 月 14 日付近と 1 月初旬の潮位波形を比較している。9 月の場合には、塩素イオン濃度も多少低く、12km 地点の塩素イオン濃度の高まりが 1 日遅れていることが 1 月の場合と多少異なる。なお、

表 A.2.3 最高遡上時の状況 (昭和 50 年 長良川)

12 km 地点		14.2 km 地点		塩水くさびの規模が極端に大きくなかった理由
日/月	Cl ⁻ max ppm	日/月	Cl ⁻ max ppm	
22/1	10,730	22/1	5,000 以上	23 日につぶれた二山が現われたが最高水位が低い
5/2	11,800	-	(200 以下)	5 日が二山のつぶれた日であり、この日の午後大きく後退した
22/2	9,218	-	(計器故障)	
6/3	14,892	6/3	2,650	6 日が二山のつぶれた日であり、この日の午後の後退が大きく、7 日は水位が低い
5/4	7,431	6/4	5,000 以上	谷のつぶれ方が不足し、水位も低い
17/8	5,674	-	(200 以下)	この日が二山のつぶれた日である。水位も高いが 12km 地点の直度が低い
14/9	10,730	14~15/9	5,000 以上	(かなりスケールが大きい)
13/11	9,928	13~14/11	5,000 以上	(谷のつぶれ方は不足しているが、水位も高くスケールは大きい)
13/12	6,382	-	(200 以下)	14 日の二山のつぶれ方が不足
29/12	7,434	-	(200 以下)	29 日の二山のつぶれ方が不足

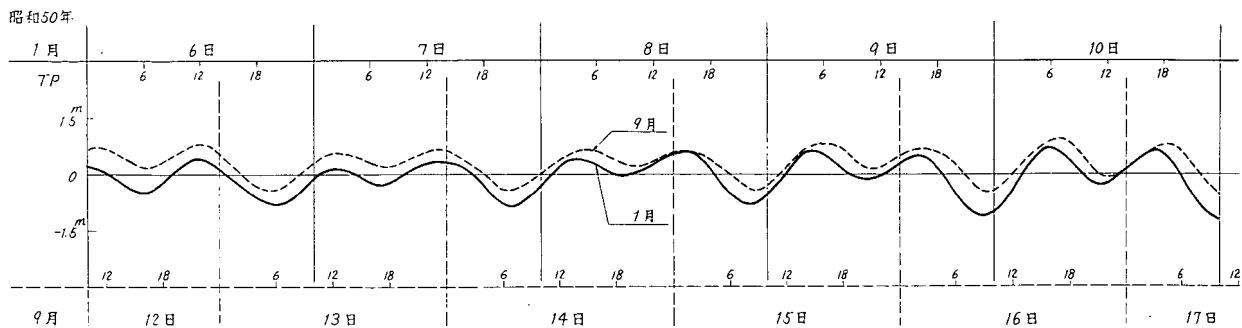


図 A.2.5 潮位波形 (長良川, 昭和 50 年)

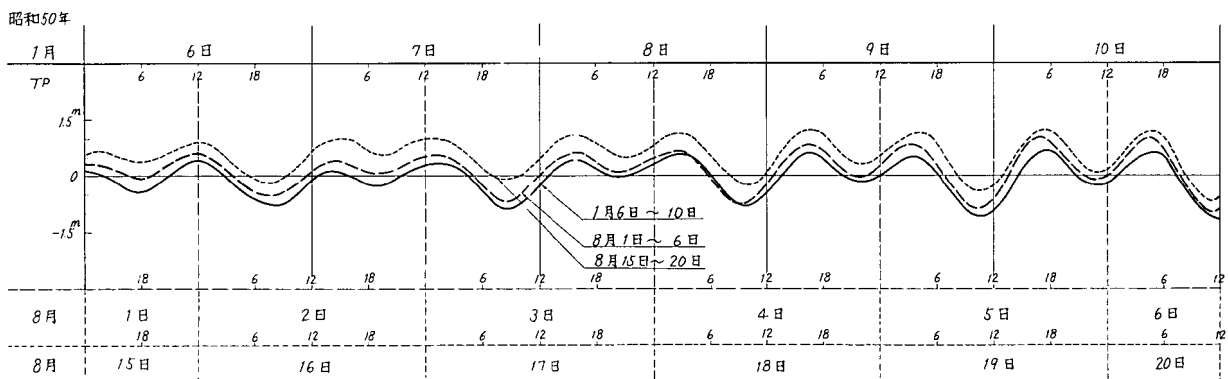


図 A.2.6 潮位波形 (長良川 昭和 50 年)

流量の影響ではないと思われる。

- (f) 図 A.2.6 に 8 月前半および後半の上下弦付近潮位波形と 1 月初旬のものとを比較している。波形はかなり似ているが夏期の塩水くさびの規模は小さい。これはもはや潮位波形のみの影響とは考えにくい。そこで、塩素イオン濃度および水温に基づく密度差の影響について考察する必要がある。

d 侵入長におよぼす密度差の効果

まず、塩水遡上距離に及ぼす密度差 ε の影響をみるために、最も単純な場合について考える。長方形一様断面で底勾配 $i_0 = 0$ の直線水路において、下流端で境界条件を与え、内部抵抗係数を一定とすれば、くさびの長さ L は (3.2.6) 式のように表わされる。したがって H_0 および Q_f を一定とし ε について偏微分すれば

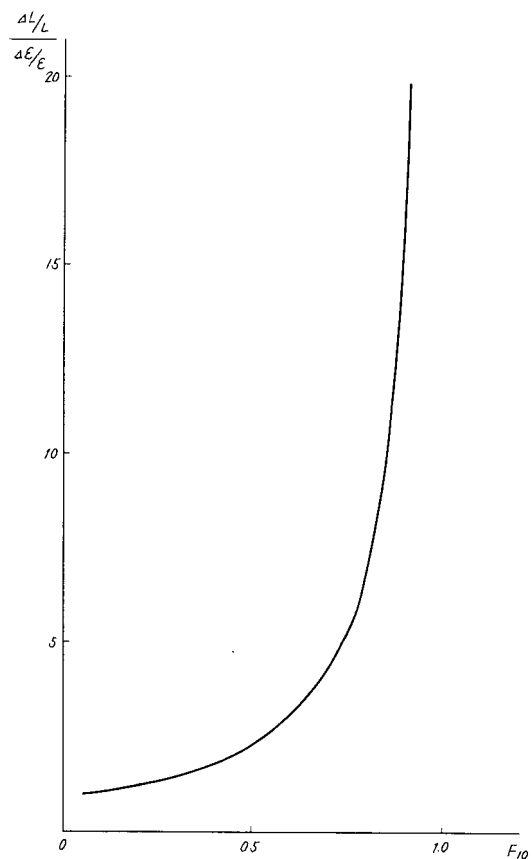
$$\frac{\partial L}{\partial \varepsilon} = \frac{H_0}{2 f_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{5 F_{10}^2} - F_{10}^{2/3} + \frac{4}{5} F_{10}^{4/3} \right) \quad (\text{A.2.1})$$

$$\frac{\Delta L/L}{\Delta \varepsilon/\varepsilon} = \frac{\frac{1}{5 F_{10}^2} - F_{10}^{2/3} + \frac{4}{5} F_{10}^{4/3}}{\frac{1}{5 F_{10}^2} - 2 + 3 F_{10}^{2/3} - \frac{6}{5} F_{10}^{4/3}} \quad (\text{A.2.2})$$

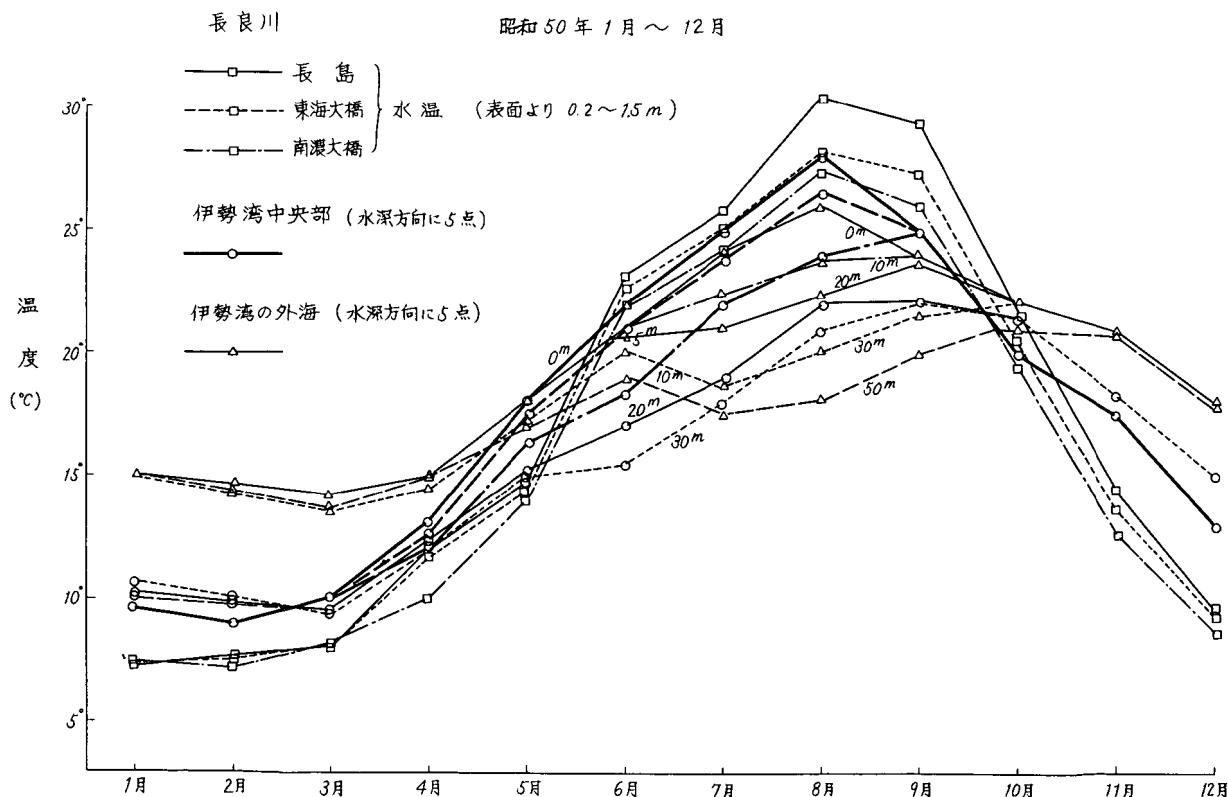
となる。したがって、 $(\Delta L/L)$ は $(\Delta \varepsilon/\varepsilon)$ に比例し、その比例係数は F_{10} により図 A.2.7 に示す値となる。たとえば、 $F_{10} = 0.45$ のとき、 ε が 1 割減少すれば、 L は 2 割減少することになる。このように密度差が変化することによっても、海水遡上状況が大幅に影響を受けることがわかる。

そこで、伊勢湾の塩素イオン濃度と水温および河川水の

水温の年間変化について調べてみた。図A.2.8は水温の年間変化を示し、昭和50年長良川三地点の表層（水面より0.2～1.5m）、および平均的な伊勢湾中央部と外海の水深別の水温^{*}を比較している。表層の水温はいずれの場合においても3月頃より上昇し始め、8月にその最高値を示したあと、ほぼ直線的に低下している。湾内および外海部においては水深の大きい場所ほど水温の最高値を示す月がずれて、外海の50m水深地点では10月にピーク値が現われている。表層のみで比較するといずれも同様の傾向であるが、数値の変動幅は河川水が最も大きく、7℃～30℃まで変化しているのに対し、伊勢湾中央部では9℃～28℃、外海部では14℃～26℃と外に向うにしたがい変動幅が縮小している。図A.2.9は2月と8月における伊勢湾の縦断面内の水温分布を示す。2月にはよく混合されているが、8月には成層化がすすんでいる。10月以降は上下層の海水は一樣化する。そして、わずかに下層が上層より高温になるという逆転現象がみられる。全般的に水温は下降しつつ、この状態は2月まで継続する。このような特性の年変化は湾奥が最大で湾口に近づくにつれ減少する。これは湾奥では海が浅く、河川の流量の影響を強く受けることが多いことを物語るものであろう。いっぽう外洋では図A.2.9に示すように、湾内とはかなり異り、水深が20mから50mの間では7月の



図A.2.7 $\Delta L/L$ の $\Delta \epsilon/\epsilon$ と F_{10} による変化



図A.2.8 水温の年間変化（伊勢湾と長良川）

* 産業公害防止協会の報告書より引用したもので、三重県および愛知県が1950～1973年の間に調査したものである（第17回建設省技術研究会，海域浄化に関する研究，昭和48年11月中部地建 参照）。

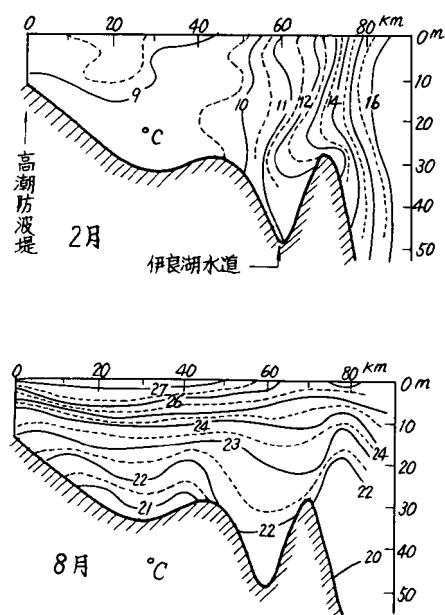
水温は前月に比し著しく低下する。このような状態は4ヶ月間継続し、10月になって元に復する。

塩素イオン濃度の季節変化および継断面分布の様子を図A.2.10および図A.2.11に示す。ほぼ温度分布の場合と対応する。水深20m以深では年間を通じて変化が小さいが、表層では伊勢湾全体を通じて極端に下る。特に4月から10月にかけては低下の度合いが大きい。このような傾向は低下量は小さいが外海においても現われている。長良川の海水遡上に直接関係する湾奥の塩素イオン濃度は7～8月には10,000 ppm 以下にもなる。この影響は小さくない。たとえば、10,000 ppm と18,000 ppm とでは、密度に換算すると、それぞれ25℃および10℃のとき、 $\rho_2 = 1.011$ および1.026程度であり、 $\epsilon = 0.01$ および0.025 ぐらいの値となる。遡上距離に及ぼすこの密度差の影響は非常に大きいとみなされる。

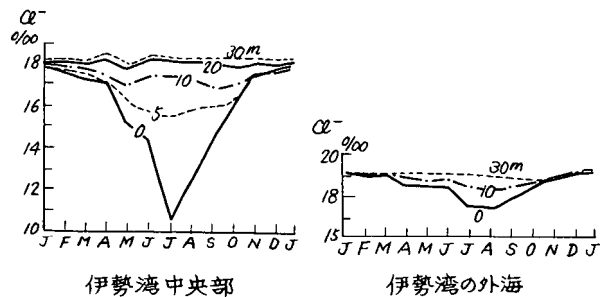
e まとめおよびその他の資料

以上、海水が大きく遡上する条件として、潮位波形と潮位および河口における密度差を大きな要因として重視すべきであることを述べた。この結果、大きな出水のあとでは伊勢湾の塩水濃度がしばらく薄められることも考えられ、履歴現象としてその影響が残ること、最も大規模な塩水くさは冬期の小潮時後で、流量が小さいときに現われることなどを説明することができた。

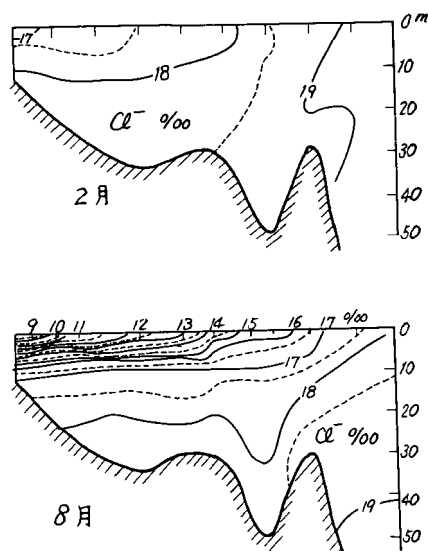
このほかに、昭和50年の他の資料を示す。図A.2.12は1日朝夕二回の観測値に基づく月平均水位の変化である。潮位波形と時間の関係があるから必ずしも正確な平均水位を与えていることにはならないであろうが、8月下旬の小潮



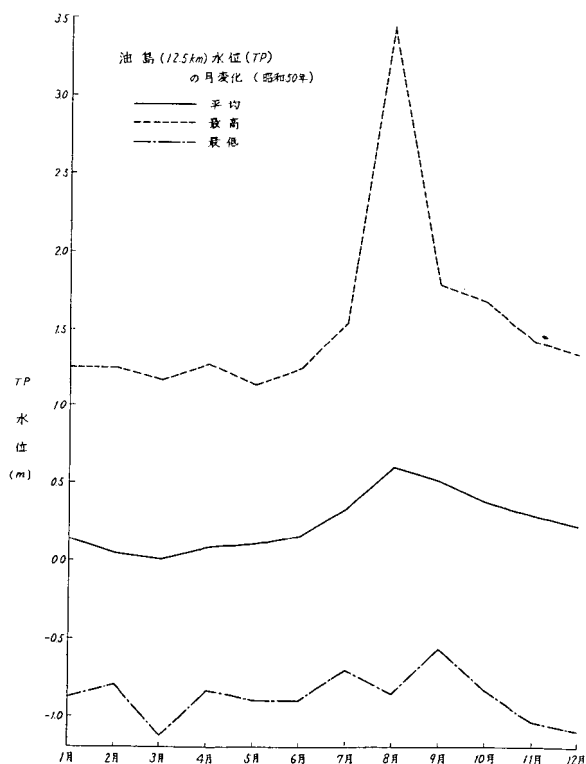
図A.2.9 伊勢湾の平均的な水温分布



図A.2.10 伊勢湾の塩素イオン濃度の月変化



図A.2.11 伊勢湾の塩素イオン濃度分布

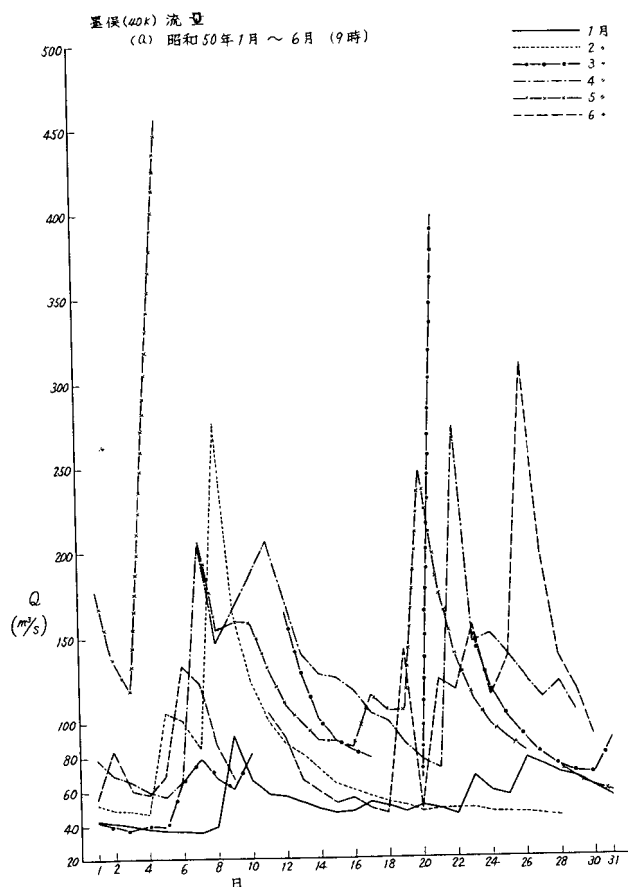


図A.2.12 長良川における水位の月変化

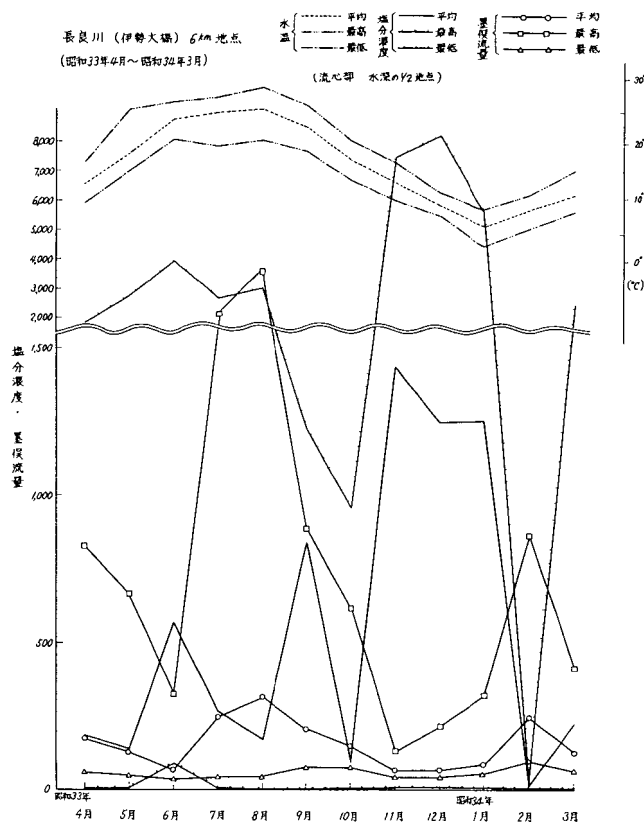
時の最高水位はかなり高い。わずかの水位差であっても塩水くさびの遡上距離に影響を与えるので留意が必要である。図A.2.13は墨俣における流量である。7月および8月に大きい流量が現われている。その他、風や波浪の侵入の影響は無視することにしてここでは省略した。

昭和50年と同様な傾向は昭和33年度の資料からも明らかである。図A.2.14は伊勢大橋（6km地点）における流心部、水深の1/2地点の水温および塩分濃度と墨俣流量の年間変化を示す。塩分濃度は10月～2月の冬期が大きく、水温は昭和50年とほぼ同様である。

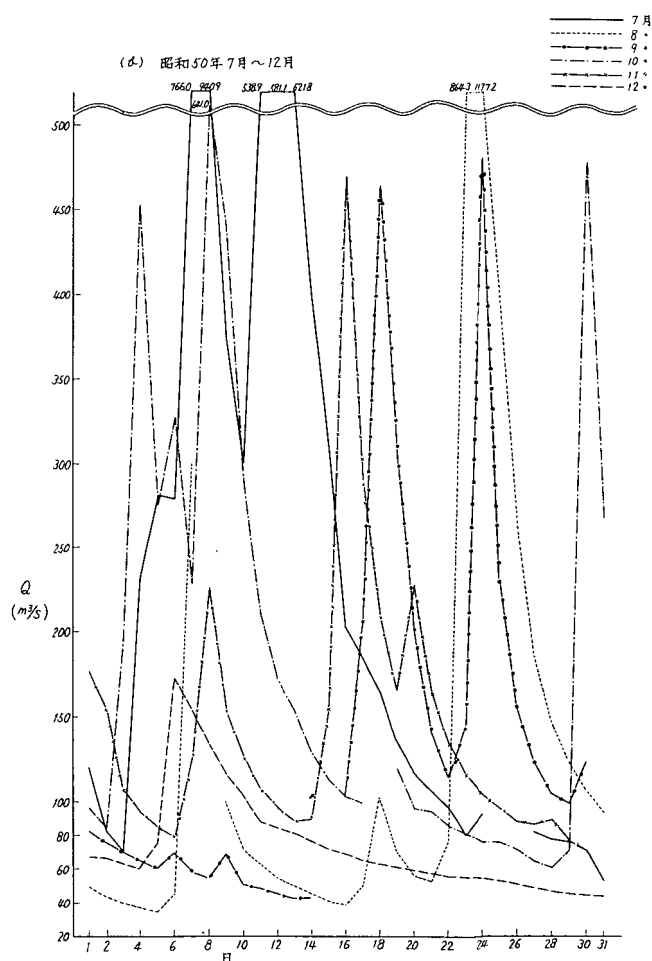
以上は長良川の場合についてのものである。河口の境界条件は河川毎に異なることが考えられる。ことに湾に流出する河川と外洋に直接流出する河川とでは特性を異にする。東京湾では、伊勢湾とほぼ同様な傾向がみられるが、変化の度合はやや緩慢である。東京湾汚濁現象調査委員会報告書（昭和48年関東地建企画部）によると東京湾のst.1（千葉市と市原市とを結ぶ直線を一辺とする正三角形の頂点の地点）における表層の温度と塩素イオン濃度の年間変化は図A.2.15および図A.2.16に示すようである。温度分布の経年変化は小さいが、塩素イオン濃度は夏期に、年によって、多少変動があるようである。また、図A.2.17に検潮所資料から各地の平均水温の変化の様子を示す。塩素イオン濃度については資料が十分でない。



図A.2.13 日流量の変化（長良川）



図A.2.14 年間水温および濃度変化（長良川，伊勢大橋）



A-3 上層における密度分布と混合形態の定義

これまでのシミュレーション・モデルにおいては、運動量に基づく解析を除いて、上層における密度分布を考慮せずに、密度 ρ_1 としては平均値として取扱ってきた。それは下層にとってみると、上層の総重量と下層塩水の混入量により、境界面現象があって、上層の濃度分布および流速分布による直接の影響を無視しうる現象と考えてきたからである。したがって、分布形は係数などに反映される現象であって、境界面位置の計算には無関係であるとの立場をとってきた。ところが、弱混合から緩混合状態への遷移現象とその逆の現象を考察する場合、および実際面においても、上層取水を検討する場合には、上層における密度分布が問題となる。

弱混合から緩混合状態へと移行し、下層から上層への塩水混入が存在する状態では、上層流によって連行された下層塩水塊は、上層における乱流拡散によって、鉛直面において、ある密度分布を有し、さらに縦断勾配を有する分布

形を形成する。このような現象は境界面付近の流速分布、密度分布および界面の状態（内部波の規則性と不規則性、安定、不安定および砕波の存否など）と密接な関係を有する。

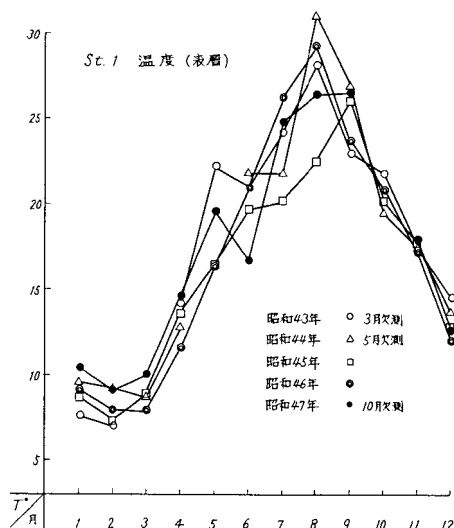
ここでは、上層における濃度分布の第1次近似解を求めてみた。

a 上層濃度分布に関する理論的考察

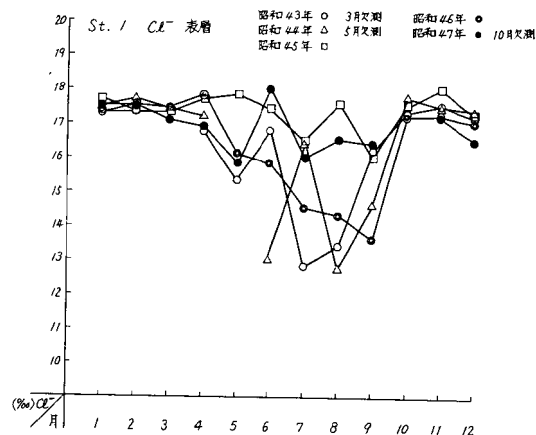
一般に濃度の連続条件は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) + \frac{\partial}{\partial y}(cv) + \frac{\partial}{\partial z}(cw) = \frac{\partial}{\partial x} D_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} D_y \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} D_z \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 \frac{\partial c}{\partial z} \quad (\text{A.3.1})$$

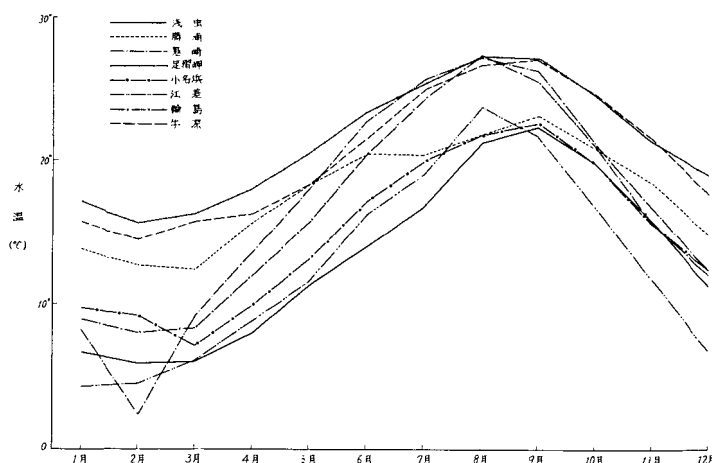
と表わすことができる。ここに、 D は拡散係数、 w_0 は塩水塊の沈降速度である。拡散方程式をそのまま数値積分することは不可能ではないので、(A.3.1)式によりかなり一般的な計算を実施することもできるであろう。しかし、ここでは一般特性の考察を行うことが目的であるから、現象を単純化して解析的な検討を行うこととした。まず、平均量を用いて上層の密度分布を考察するにあたり、次のよ



図A.2.15 東京湾の水温変化



図A.2.16 東京湾の塩素イオン濃度変化



図A.2.17 各地の平均水温（昭和50年）

うな仮定をおいた。

- (a) $\triangle x$ の区間毎に一樣流速 ($u = u_1 = \text{const.}$), 一樣上層水深 ($h_1 = \text{const.}$) とする
- (b) 流れおよび濃度の横断分布を一樣とする。また, $v = w = 0$ とする
- (c) 鉛直拡散係数 D_z を一定とする。また, 鉛直拡散のみを考慮することとして, 縦拡散の項を無視する
- (d) 塩水塊の沈降速度を無視する
- (e) 式のうへでは定常状態として取扱う
- (f) 下層における密度分布は縦断および鉛直面において一定とする。

このようにすると, (A.3.1) 式の多くの項は省略されて

$$u_1 \frac{\partial c}{\partial x} = D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \quad (\text{A.3.2})$$

となる。 w_0 は塩水塊の大きさに依存し一樣ではないが, 境界面の近傍を除けばその影響は大きくないと考えてよい。拡散係数としてはタテ拡散も小さくはないが $\partial^2 c / \partial z^2 \gg \partial^2 c / \partial x^2$ の範囲を取扱うものとすれば, 鉛直拡散に対してタテ拡散を省略することができる。したがって, 塩水くさびとすればその先端部付近および末端部付近では顕著な誤差が生じる可能性も考えられる。また, 水面付近で濃度が小さくその変化がほとんどない場合にも, 同様にして誤差の入ることを覚悟しておかなければならない。下層濃度を一定としていることも, 特に不定流の場合などでは誤差の原因となりうる。しかし, ここでは解析解により大略の特性を知り, モデルの妥当性を見当をつけることに主眼をおいており, またそのまま数値計算を行えばこれらの影響を全て考慮することもできるので, とりあえずこのような簡略式によって計算を行ってみた。

(A.3.2) 式を無次元表示とするために変量を改めて

$$N \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \quad (\text{A.3.3})$$

とする。ここに,

$$N = \frac{u_1 h_1}{D_z}, \quad C = \frac{c}{c_2}, \quad X = \frac{x}{h_1}, \quad Z = \frac{z}{h_1}, \quad T = \frac{X}{N} \quad (\text{A.3.4})$$

である。境界条件として

$$\begin{aligned} Z=0 \quad (z=0: \text{境界面}) \text{ において } C=1 \quad (c=c_2) \\ Z=1 \quad (z=h_1: \text{水面}) \text{ において } \partial C / \partial Z = 0 \\ X=0 \quad (x=0: \text{上流端}) \text{ において } C=f(Z) \end{aligned}$$

とすれば, (A.3.3) 式の解は

$$\begin{aligned} C = 1 - \sum_{s=0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 X}{4N}}}{\sin \frac{(2s+1)\pi Z}{2}} \\ \times \left(\frac{4}{(2s+1)\pi} - 2 \int_0^1 f(Z) \sin \frac{(2s+1)\pi Z}{2} dZ \right) \end{aligned}$$

(A.3.5)

であり, $f(Z)=0$ のときには

$$\begin{aligned} C = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{2s+1} e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 T}{4}} \\ \times \sin \frac{(2s+1)\pi Z}{2} \quad (\text{A.3.6}) \end{aligned}$$

となる。ここに, $T=X/N$ である。

また, このような拡散現象を考えると, 下層から上層に混入する塩水の混入速度 E は, このようなモデルにしたがって (A.3.6) 式を用いれば,

$$\begin{aligned} E = -\frac{D_z}{c_2} \left(\frac{\partial C}{\partial Z} \right)_{Z=0} = -\frac{u_1}{N} \left(\frac{\partial C}{\partial Z} \right)_{Z=0} \\ = \frac{2u_1}{N} \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 T}{4}} \quad (\text{A.3.7}) \end{aligned}$$

と表わすことができる。

拡散係数 D_z は Lane-Kalinske 分布および Rouse 分布とすれば, それぞれ

$$D_z = \frac{h_1 u_*}{K} \quad (\text{A.3.8})$$

$$D_z = u_* \kappa z \left\{ 1 - \left(\frac{z}{h_1} \right) \right\} \quad (\text{A.3.9})$$

である。ただし, K および κ は定数である。 D_z の鉛直変化を考えないので, ここでは近似的に Lane-Kalinske 型の (A.3.8) 式を適用する。同式においてはカルマン定数 $\kappa=0.4$ とすれば $K=15$ である。(A.3.8) 式において, u_* を消去するのに Manning 式, および Chezy 式を適用すれば, それぞれ

$$D_z = \frac{n \sqrt{g}}{K} h_1^{5/6} u_1 \quad (\text{A.3.10})$$

$$D_z = \frac{\sqrt{g}}{K C_h} h_1 u_1 \quad (\text{A.3.11})$$

となる。ここに, n および C_h はそれぞれ Manning 式および Chezy 式の定数である。界面剪断力 τ_i として, (2.2.19) 式を適用して下層流速 u_2 が十分小さく無視しうるとすれば,

$$\tau_i = \rho_1 u_*^2 \div f_i \frac{\rho_1}{2} u_1^2 \quad (\text{A.3.12})$$

であるから, f_i として簡単のため付加摩擦力を考慮しない (3.2.7) 式を適用するとき, (A.3.8) 式は

$$D_z = \frac{\sqrt{0.175}}{K} (\epsilon g \nu)^{1/4} h_1 u_1^{1/4} \quad (\text{A.3.13})$$

となる。したがって, (A.3.13) 式において (A.3.4) 式を用いて D_z を消去すれば,

$$N = \frac{K}{\sqrt{0.175}} \frac{u_1^{3/4}}{(\varepsilon g \nu)^{1/4}} \quad \left(\text{または } N = \frac{\sqrt{2} K}{\sqrt{f_1}} \right) \quad (\text{A. 3.14})$$

の関係が得られる。いっぽう、混入速度 E として (3.3.5) 式を適用し、同様にして u_2 を省略すれば、(A.3.7) 式より

$$N = 10^3 F_1^{-3} \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\frac{(2s+1)^2 \pi^2 T}{4}} \quad (\text{A. 3.15})$$

が得られる。なお、 N は拡散係数として (A.3.8) 式の Kalinske 型分布を仮定するとき、(A.3.4) 式より

$$N = \frac{u_1 h_1}{Dz} = K \frac{u_1}{u_*} \quad (\text{A. 3.16})$$

であるから、上層流の流速分布による抵抗の度合とカルマン定数 κ に関する量であることがわかる。なお、前述のように E は抵抗以外の水理量とも関連を有するので、直接 N のみと関係するものではなく境界面付近の性状が加味されるべきものであることを付記しておく。

b モデルの問題点

上層の濃度分布を推定する場合に、以上のようなモデルを仮定するに際して以下のような問題点があり、検討の必要がある。

- (a) 拡散係数 Dz は一定とし、その絶対値については Kalinske 型分布の仮定から求めることとしたが、これは近似的取扱いであり、流速分布や乱れの特性の影響をかなり受けて、特に境界面付近では異った傾向となることも考えられる。一般に、流速分布のわずかな変化により Dz の値は数倍程度は容易に変化するといわれており、ここでは $\partial u_1 / \partial z = 0$ としたが、流速分布のほか、濃度勾配 ($\partial c / \partial z$) やレイノルズ数および局所的なリチャードソン数などの

効果などについても検討することが必要である。

- (b) 下層から上層へ混入した塩水塊は、上層において乱流現象により徐々に拡散するが、それまでは塩水塊としての独自の運動をする。塩水塊の径は内部波の影響を受ける。その内部機構は複雑であり不明な点が多い。ここでは、その影響を無視し、水面での条件を $\partial c / \partial z = 0$ としたが、高度の精度が求められる場合には、水塊としての運動が残るかぎり $\partial c / \partial z + w_0 c / Dz = 0$ としなければならないであろう。

- (c) このモデルでは水理量の縦断変化を無視した。すなわち、 $\partial u_1 / \partial z = 0$, $h_1 = \text{const.}$, $C_2 = \text{const.}$ とおき、 Δx 毎に分布形の相似性を仮定した。したがって、水深変化の大きい先端部や末端部付近では誤差の増大が考えられ、また濃度分布を定量的に評価する場合には連続条件による補正が必要である。

- (d) このモデルでは二次元的取扱いで、 D_y は無視している。実際の河川では、わん曲河道の横断形、河床の凹凸などのほか、不定流特性や風の影響などが加わり、極めて複雑な現象となる。塩水の混入方向は下層から上層ばかりでなく、量的にはわずかであるが、逆の方向も存在し、境界面位置や界面における濃度 c_2 も不明瞭となる。特に、非定常時には下層流速分布の影響も考慮しなければならず、境界面付近の細部構造の研究が必要となる。このような境界面付近の特性は $\partial c / \partial z$ を小さくすると思われる。したがって、(A.3.7) 式の E にはかなりの問題点が含まれる。上層における密度分布から推定した抵抗係数 f_1 は Dz を一定とし、 E や $\partial \rho_1 / \partial x$ の効果を十分考慮せずに算出したものである。

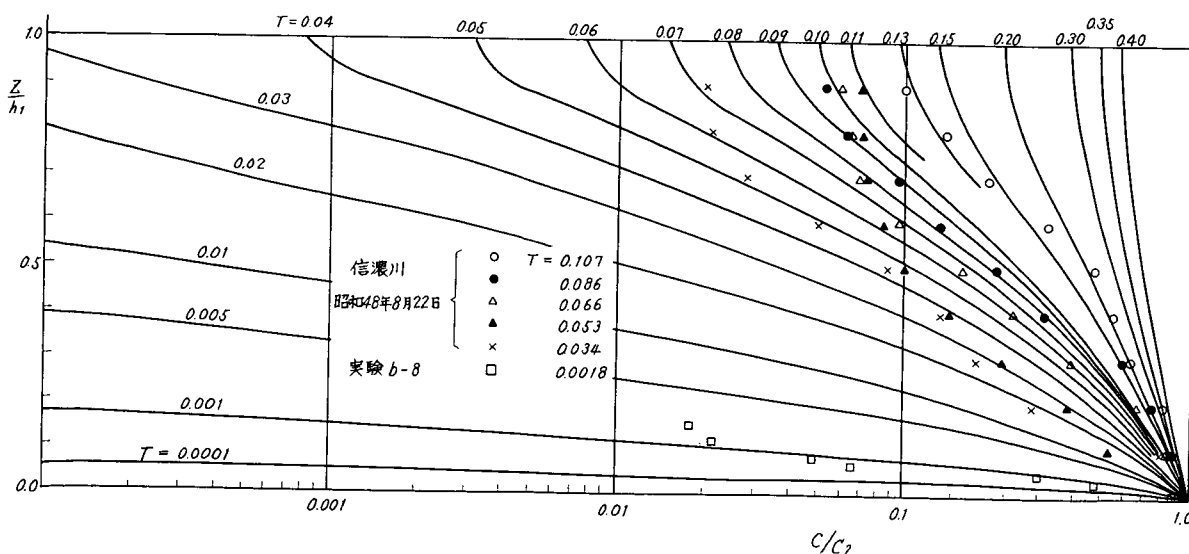
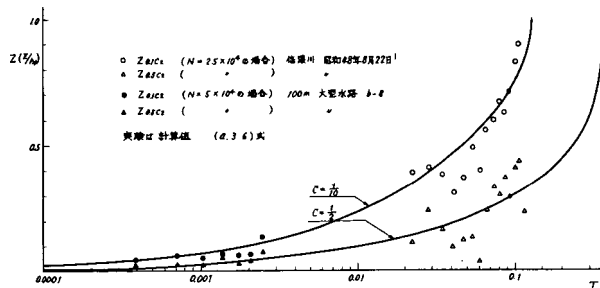


図 A.3.1 上層の濃度分布のあてはめ

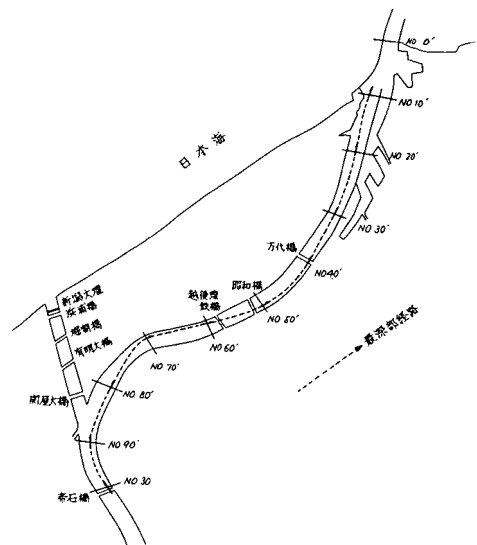
C 実験ならびに実測に基づく検討

モデルの適用性について実験および実測値に基づいて検討した。図A.3.1は(A.3.6)式に基づく鉛直濃度分布を示す。濃度分布は上流端における $f(Z)=0$ のとき、 $T=X/N$ によって一義的に定められる。 T の値によって相当変化する様子が同図からわかる。図A.3.2は鉛直濃度分布の形状から代表的濃度として下層の濃度の $1/10$ および $1/2$ となる点の位置 $Z_{0.1c_2}$ および $Z_{0.5c_2}$ を示すものである。建設省信濃川下流工事事務所が実施した信濃川下流における昭和48年8月22日の塩水くさびの実測の分布形状は図A.3.3に示すとおりである。参考のため平面図を図A.3.4に示した。河口のNo. 0'点は流れの真の河口ではなく、またNo. 10'点付近に新潟港の出口が存在することに留意すべきである。測点は朝8時(ほぼ満潮時)に河口より始めて、順次上流にさかのぼり、14時(ほぼ干潮時)に終了している模様である。この間、潮位は約20cm低下し二層流の解析が可能である。同図より、それぞれの測定点

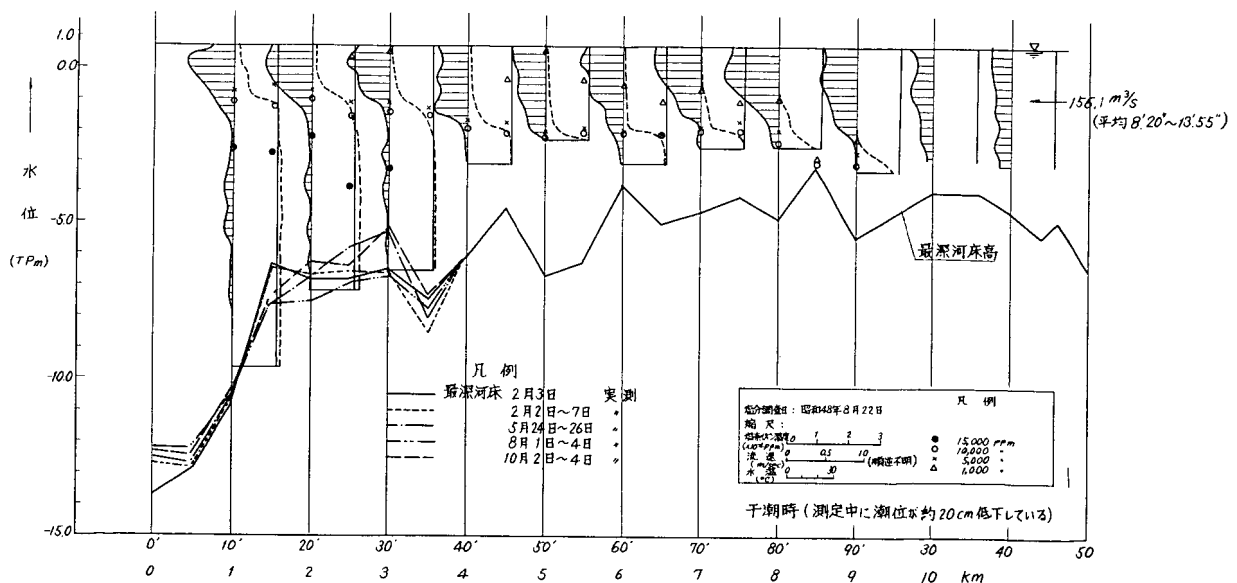
における上層水深 h_1 、 $Z_{0.1c_2}$ および $Z_{0.5c_2}$ を求め、くさび上流端を10km地点(No. 30)として X を計算した。この際それぞれの区間においてそれぞれ平均の h_1 を用いた。したがって、 h_1 は縦断的には変化している。このようにして得られた点を図A.3.2にプロットすると $N=2.5 \times 10^4$ のとき、計算曲線と最もよく合致した。この場合、 $Z_{0.1c_2}$ の点は $Z_{0.5c_2}$ の点よりばらつきは少く、塩水くさびの中央より下流部にかけての点はかなりよく計算曲線と一致した。また、同図には100m実験水路における塩水くさびの実験値(実験b-8, 図3.1.3)を同時に示した。このときには $Z_{0.5c_2}$ を重視すると $N=5 \times 10^4$ のときに最もよく計算曲線と一致した。 N の値が定まると濃度の鉛直分布が得られるので、その結果を図A.3.1にプロットした。



A.3.2 上層濃度分布の実測値と計算曲線の比較



図A.3.4 信濃川下流平面図



図A.3.3 信濃川下流における塩水くさび

信濃川の場合は、水面近くの塩素イオン濃度が計算値より大きくなっているが、 $Z_{0.1c_2}$ から $Z_{0.5c_2}$ の範囲ではおおそ理論曲線と一致しているとみなすことができるであろう。多少のばらつきと全体としての濃度分布が少し立っている傾向は現地における風浪や潮位変動などの影響のあらわれであると思われる。いっぽう、実験値の方は図A.3.1にみられるように、実測値と比較すると極めてよく一致しているとみなすことができる。

d 適用性に関する考察

以上の結果からこのようなモデルの考え方には、多くの問題点が存在するにも拘らず、実験値および実測値からみる限り、かなりよくその妥当性を認めることができた。このことから基礎式 (A.3.1) 式の適用性には十分の信頼性をおくことができると考えられ、高度の精度が要求される実際の適用に際しては数値計算を行えばよいが、このような簡単なモデルによる適用性の程度を知っておくことも必要と考える。

不定流の塩水くさびの例として、ふたたび長良川の場合を考える。図A.3.5および図A.3.6(a)~(e)は長良川下流部における昭和49年11月23日(月令8)の実測値を計算曲線と比較したものである。この日は緩混合から塩水くさびになりつつある状態で明確な塩水くさびとは見なしがたいが、信濃川下流部の場合と同様に1km毎の区間で定常流的な等流と仮定し、平均的な内部境界面を想定して上層の濃度分布について整理してみた。Nは5回の観測で有意の差は認めがたく、いずれの潮位段階においてもほぼ $N = 2.5 \times 10^4$ であって、信濃川の場合と同様であった。長良川の場合には、非定常性の影響を相当程度受けており、実験や信濃川の場合よりバラツキは多少大きい。また、水面付近の濃度は一般に計算値より大きい。これは河道の三次元性ならびに風などの影響のほか、不定流効果や履歴現象などが加わ

ったことも大きいと思われる。したがって、図A.3.6(a)~(e)では $Z_{c=0.1} \sim Z_{c=0.5}$ の間に注視すべきである。なお、実験および実測値では内部境界面を決めた上、適当に区間割を行い、その間での平均の h_1 をとって整理しているの、 $h_1 = \text{const.}$ の仮定からすると多少の問題はある。また、 h_1 の縦断変化のほかに、 ρ_2 の縦断変化の影響(特に長良川資料)や塩水遡上の先端位置の把握が必ずしも明確であるとはいえず、実測資料ではこういった誤差も含まれている。

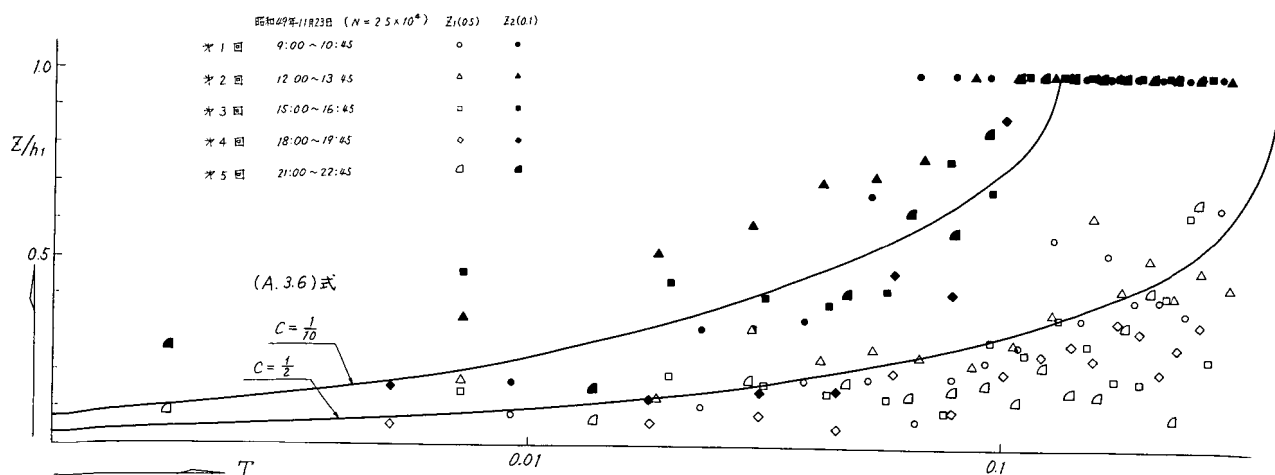
しかしながら、このようなモデルが非定常状態にまで適用可能であることが判明した。

e 鉛直拡散係数 D_z

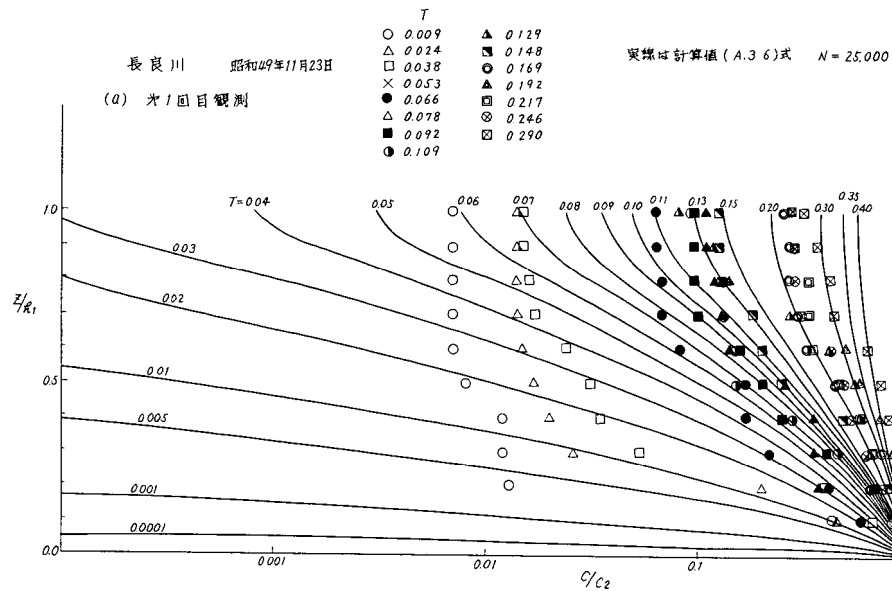
このような拡散現象を考えると、 D_z は内部抵抗係数 f_1 や連行係数 $E/|u_1 - u_2|$ とある関係を有することが示される。(A.3.14)式に基づくKの計算値は表A.3.1のようであり、実験と実測ではKの値は2倍程度の相違となっている。これは境界面における内部波高と水深の関係なども原因していると思われる。そして Lane-Kalinske の値 $K = 15$ ($\kappa = 0.4$) より格段と大きい。 D_z にするとかなり小さな値である。この現象は、密度差を有する水塊の拡散であるから、その沈降速度も関係し、成層流の界面現象とそれに伴う乱れの影響があって、 $1/K$ が小さくなったものと思われる。 D_z の鉛直分布の問題もあるが、平均値で議論しているので一層流の場合よりさらに精度はおちる。したがって、ここでは数値そのものについてあまり立ち入った検討を行う意味はうすい。

表A.3.1 K の 値

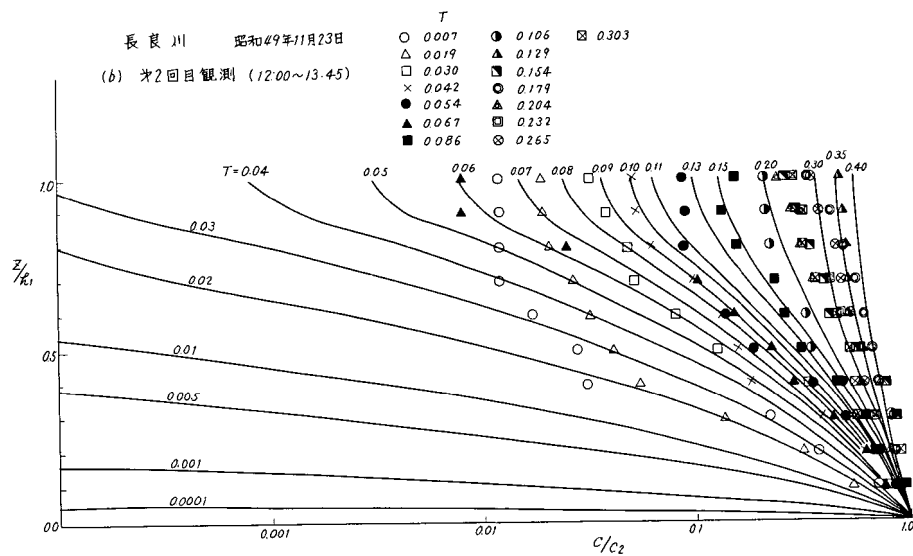
	ϵ	F_1	$Re F_1^2$	f_1	N	K
100 m 大型水路 (b=8)	0.011	0.49	$1.81 \cdot 10^4$	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^4$	$1.84 \cdot 10^3$
信濃川 昭和48年 8月22日	0.011	0.39	$7.39 \cdot 10^4$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^4$	$7.88 \cdot 10^2$
長良川 昭和49年11月23日	0.019~0.012	(時間と場所により変化)			$2.5 \cdot 10^4$	-



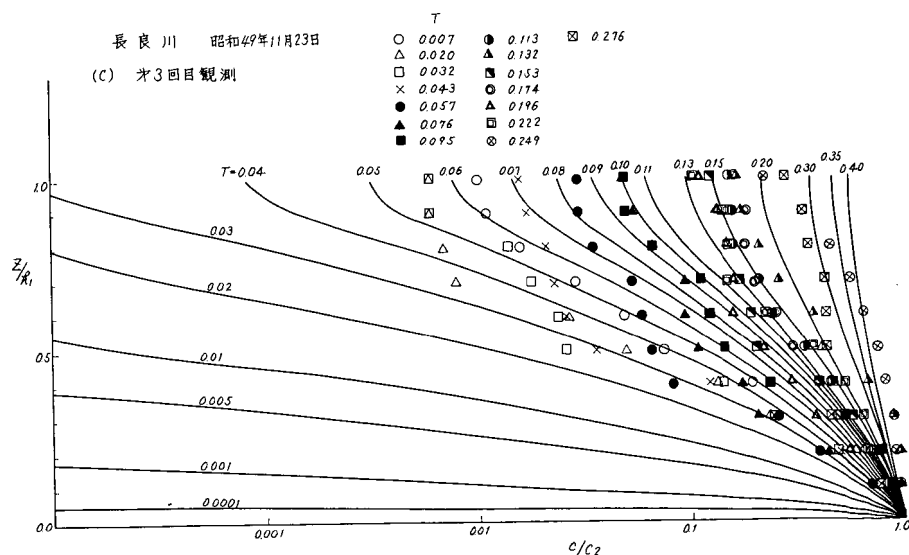
図A.3.5 長良川における上層濃度分布(濃度が $0.1C_2$ および $0.5C_2$ となる曲線)



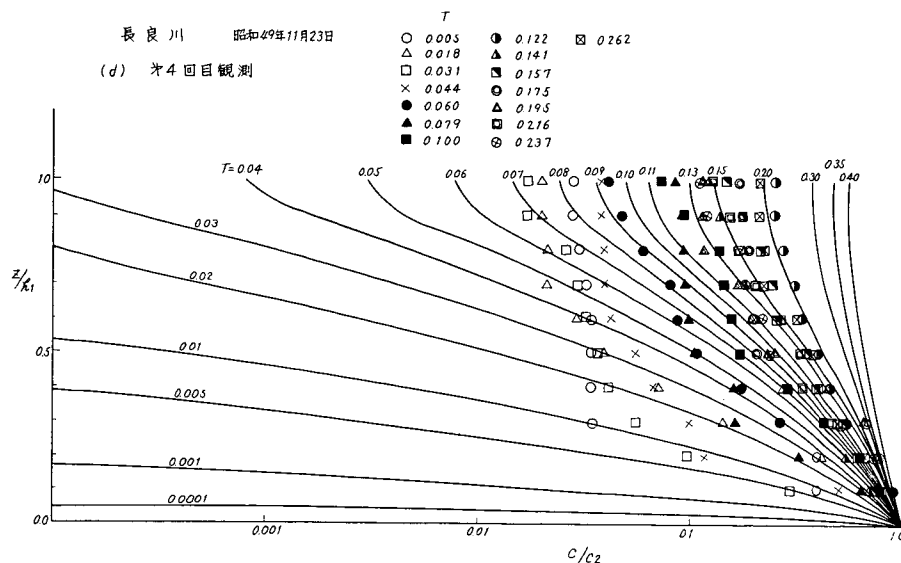
図A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日) (a)



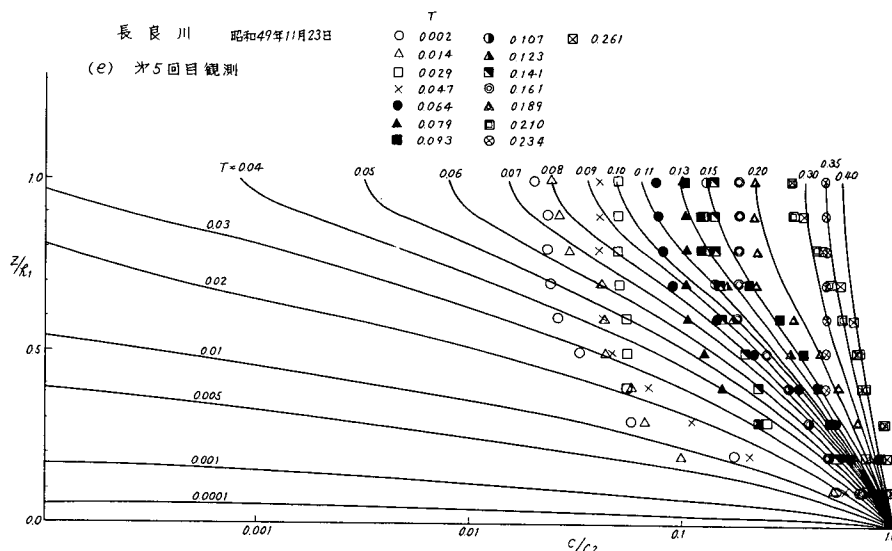
図A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日) (b)



図A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日) (c)



図A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)(d)



図A.3.6 上層濃度分布のあてはめ (長良川 昭和49年11月23日)(e)

また、たとえば層流の場合には混合現象が存在しなくても剪断力は生じているので、抵抗係数のみからKの値を定める方法は厳密ではないなどといった問題点もある。

しかし、このような非常に大胆な仮定にも拘らず、Kとして大略千程度の値を与えることにより、濃度の鉛直分布と縦断分布の推定が可能であることが明らかとなった。運動量の運動方程式を用いて塩水くさびの計算をするとき、求められる上層の濃度分布には信頼度がかなりあるとみなすことができるであろう。さらに精度をあげるには(A.3.1)式を適用して数値計算をすればよい。

f このモデルに基づく連行量

つぎに、参考のため(A.3.7)式に基づいて下層から上層への塩水の混入速度Eを計算すると図A.3.7が得られた。連行係数の(3.3.5)式によれば信濃川の実測(昭和48年8月22日)の場合は $E/u_1 \approx 1.2 \times 10^{-4}$ 、100 m大型水路bー

8の場合は 2.6×10^{-4} である。したがって、図A.3.7からオーダー的にはほぼ一致していることがわかる。(A.3.7)式ではEは $(\partial c / \partial z)_{z=0}$ に比例するとしているのでXの増大と共に減少することとなるが、実際はこのような熱伝導とは異なる現象も含まれ、境界面の波動現象の影響を強く受け、内部フルード数の増大とともに連行係数は飛躍的に増加するのである。したがって、(A.3.7)式は連続状態を考察するときのあくまでも参考値にとどめることが必要である。

g 混合形態の定義

混合形態としては、従来より弱混合、緩混合および強混合に分類されてきたが、これに関する明確な定義を知らない。また、混合状況は現象的には連続変化であり、このように分類する物理的根拠はあまりない。二層流モデルでは適用範囲の考察において関連を有するのみである。

したがって、従来のように、この用語は学術用語と考えずに用いるべきであるかも知れないし、本論文においても通常ひろく一般に用いられる内容を、そのまま踏襲したつもりである。

しかし、混合形態の内容を敢えて定義づけるとするならば、この節の記述内容より、次のようにすることができる。すなわち、水面の塩素イオン濃度が底付近の濃度の $1/10$ 以下の場合を弱混合、 $1/10$ から $1/2$ の間を緩混合、および $1/2$ 以上の場合を強混合状態と呼称することを提案する。密度や密度差 ϵ を用いなかったのは、この用語は使い易いものとする配慮が必要と考えたからである。このようにすれば、その内容は従来からの一般にいられている各形態の範囲とかけ離れたものではなく、簡単にして明確であり、かつ二層流モデルの適用上の便にもなり、いわば現状追認の内容であるとなることができよう。問題はこうにすると、混合形態は時間的場所的に変化し、厳密すぎるくらいにあることであろう。

h ま と め

以上、簡単な解析解に基づき、実験および実測の代表例として、定常流の場合に 100 m 水路と信濃川の場合を、また非定常として長良川の例をあてはめて考察した。この結果から、十分成層化がすすんでいる場合にはこのような考

え方の妥当性を知ることができた。なお、 D_z は中間層とそれ以外の上層とではオーダーが異なることも考えられるが、それを平均化してもほぼあてはまること、および長良川の塩水くさびの例から、このような状態では潮位変動による不定流の影響はあるが、濃度にとってその変動がわずかであれば、準定常的な取扱いができることを示唆した。

つぎに、これまでの資料解析は塩水くさび先端において上層塩分濃度がないと仮定したものであるが、場合によっては先端渦などが発生し、この付近において上層濃度が存在することもあるので、このような場合についてふれておく。さきに示した図 3.3.5 は最上川における実測結果の一例であり、先端付近において 1,000 ppm 程度の混入量が存在することを物語っている。これは主として先端渦による混合効果と思われるが、中間層の発達にも無関係ではない。内部境界面位置を 3-2 で論じたように定義したときにはこの中間層に相当する塩分が上層平均量としてのってくるのである。その他、風などによる混合や、非定常効果として先端部の微動の影響、上流のくぼみや高水敷等からの塩分の補給が考えられる。したがって、遡上時と流下時とは当然異ってくると思われる。定常状態と考えられる信濃川、阿賀野川および九頭竜川などの実測資料を調べると表 A.3.2 のようであり、いずれも 1,000 ppm 以下の上層濃度

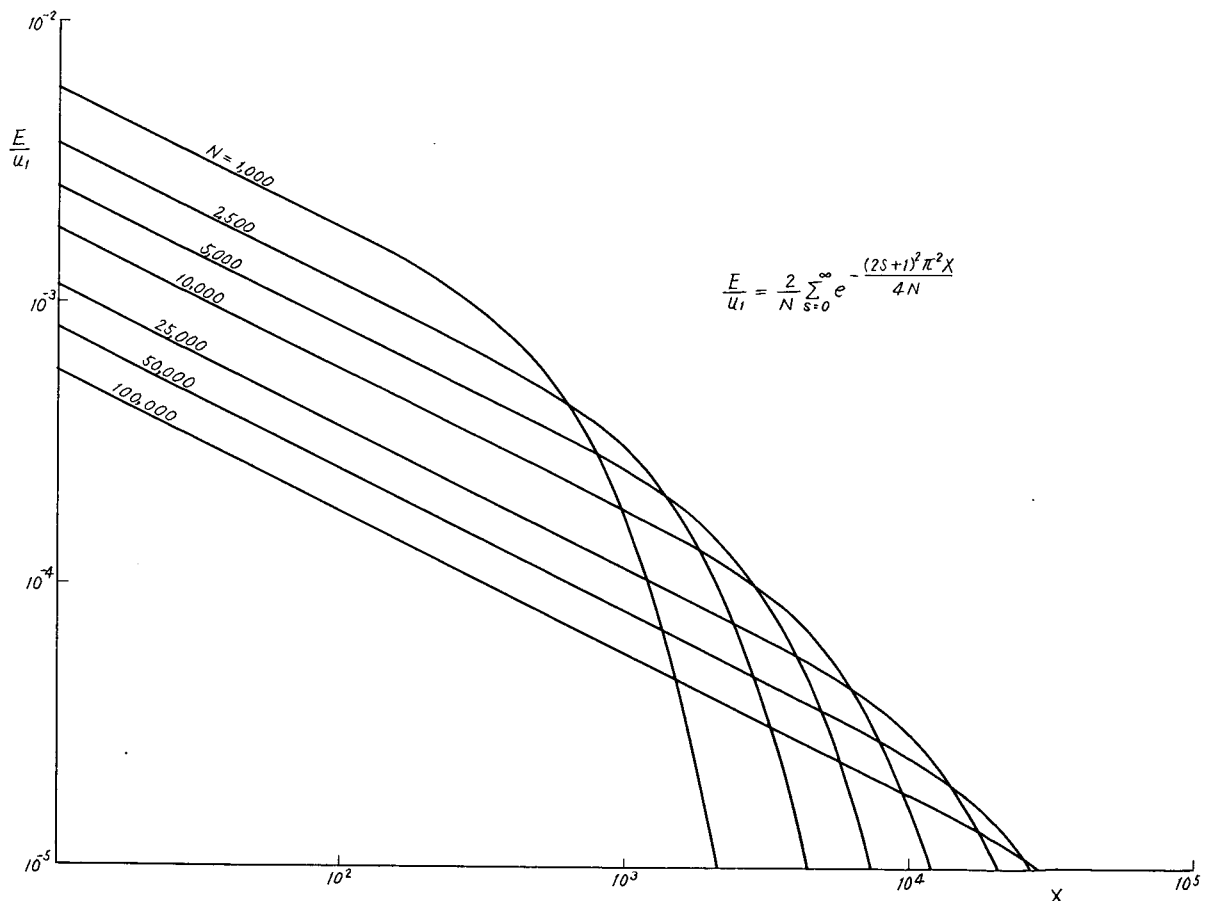


図 A.3.7 連行係数 (A.3.7) 式の曲線形

が観測されている。したがってより厳密には (A.3.6) 式の代わりに、もとへもどって (A.3.5) 式を考える必要があると思われる。しかし、ここではこのような現象の存在とその値のオーダーを示すのみにとどめておく。

表 A. 3.2 塩水くさび先端部における
上層塩素イオン濃度

河川名	観測日 昭和年月日	塩素イオン濃度 ppm	河川名	観測日 昭和年月日	塩素イオン濃度 ppm
い、森川	48. 8. 24	361	九頭竜川	44. 7. 27	600
	"	565		44. 8. 21	933
阿賀野川	47. 9. 1	472		44. 9. 4	655
	47. 9. 4	897		44. 9. 20	1,054
	47. 9. 8	989		44.10. 4	604
	47. 9. 30	467		44.10. 20	700
	47.10. 4	342		44.11. 3	920
	47.10. 20	963		44.11. 17	1,157
	47.10. 29	550			
	47.10. 30	282			
	48. 8. 24 (6~18時)	345~666			
	48. 8. 28 (6~18時)	912~2,400			
	48. 8. 28	400			

A - 4 複断面水路における海水遡上

複断面水路における二層不定流の計算法について述べた。河川の下流部においても、河道の横断面形状が複断面形状であり、またはみおが発達し、実質的に主流部とそれ以外の流れがわかれている場合は少ない。このような場合においても、二層流の淡塩境界面位置が高水敷上に存在する場合には、下層流速の分布が低水路と高水敷とで明確に異なる限り、単断面の場合の計算法を近似的に適用することが可能である。しかし、水面下に高水敷があって、淡塩境界面が低水路のみにおさまっている場合には、高水敷上の摩擦抵抗、上層の流速分布および淡塩境界面からの塩水の混入幅などの影響を考慮する必要がある。この場合の解析モデルは二層流単断面モデルに次の諸事項を加えたものとする。

(a) 横断面内の水位および内部境界面水位を横断的に一定とする。

(b) 内部境界面は高水敷にのらない範囲を取扱うものとし、下層は単断面として扱う。

(c) 左右の高水敷高は等しいとする。高水敷高の横断勾配を無視する。

(d) 上層における横拡散は非常に大きいものとし、 ρ_1 は上層横断面内で一定とする。

(e) 低水路上層および高水敷上の流速をそれぞれ一定と仮定し、それぞれの水路の川幅の広い場合を扱うものとして、境界上の剪断力を無視する。

これらの仮定のうち、左右の高水敷高やその粗度を変えることも解析上可能であり、また上層における密度分布を考慮することも可能であるが、基本的には全て同じである

ので式の誘導を省略し、ここでは簡単のためこのような取扱いとす。

以上のような複断面二層流モデルに関する基礎方程式は、水深 h_{11} , h_{1h} , h_2 , 流速 u_{11} , u_{2h} , u_2 , 流量 Q_{11} , Q_{1h} , Q_2 , 密度 ρ_1 , ρ_2 および高水敷上と低水路との交替流量 q_h の12箇の未知量に対し、次の12の方程式より成る。なお、記号は図 A.4.1 に示すようである。

$$B_1 \frac{\partial h_{11}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{11}}{\partial x} = B_1 E + q_h \quad (\text{A. 4.1})$$

$$B_h \frac{\partial h_{1h}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{1h}}{\partial x} = -q_h \quad (\text{A. 4.2})$$

$$B_1 \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\partial Q_2}{\partial x} = -B_1 E \quad (\text{A. 4.3})$$

$$B_1 \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 h_{11}) + B_h \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 h_{1h}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 Q_{11}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 Q_{1h}) = B_1 \rho_2 E \quad (\text{A. 4.4})$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial x^2}, \quad \left(\frac{\partial D_x}{\partial x} \div 0 \text{ とする} \right) \quad (\text{A. 4.5})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_{11}}{\partial t} + \frac{\partial h_{11}}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_{11}}{g} \frac{\partial u_{11}}{\partial x} + i_{11} - i_0 = 0 \quad (\text{A. 4.6})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_{1h}}{\partial t} + \frac{\partial h_{1h}}{\partial x} + \frac{u_{1h}}{g} \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} + i_{1h} + \frac{\partial k}{\partial x} - i_0 = 0 \quad (\text{A. 4.7})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (1 - \varepsilon) h_{11} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i_2 - i_0 = 0 \quad (\text{A.4. 8})$$

$$h_{1h} + k = h_{11} + h_2 \quad (\text{A.4. 9})$$

$$Q_{11} = B_1 \cdot u_{11} \cdot h_{11} \quad (\text{A.4.10})$$

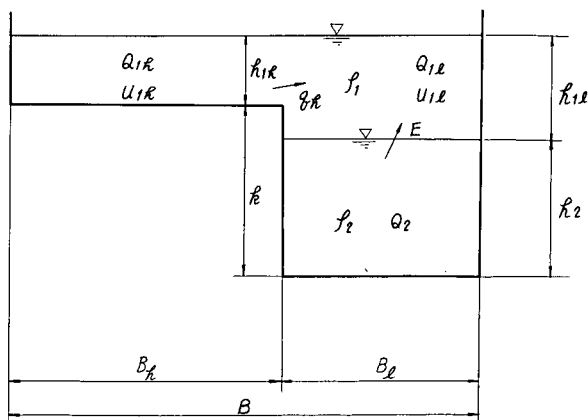


図 A.4.1 複断面水路のモデルと記号

$$Q_{1h} = B_h \cdot u_{1h} \cdot h_{1h} \quad (\text{A.4.11})$$

$$Q_2 = B_1 \cdot u_2 \cdot h_2 \quad (\text{A.4.12})$$

ここに、(A.4.1)式～(A.4.3)式は体積の連続条件、(A.4.4)式と(A.4.5)式は質量の連続条件、および(A.4.6)式～(A.4.8)式は運動条件を表すエネルギー式である。分布係数を1としているので運動量の関係も適用しても結果はほとんど同様である。(A.4.5)式は(2.2.4)式と、また(A.4.8)式は(2.2.6)式と同じである。なお、このモデルでは粗度係数を一定とした。

以上の基礎方程式に基づいて解析を行うにあたり、 $\partial \rho_1 / \partial x$ の消去から始めて流速による表現を流量による表現に統一する方向ですすめた。質量の連続条件(A.4.4)式は、(A.4.1)式および(A.4.2)式を代入すれば

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\rho_2 \varepsilon B_1 E}{Q_{11} + Q_{1h}} - \frac{B_1 h_{11} + B_h h_{1h}}{Q_{11} + Q_{1h}} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (\text{A.4.13})$$

となるので、(A.4.8)式の第2項は(A.4.13)式を用いることにより

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (1 - \varepsilon) h_{11} &= (1 - \varepsilon) \frac{\partial h_{11}}{\partial x} + \frac{\varepsilon h_{11} B_1 E}{Q_{11} + Q_{1h}} \\ &\quad - \frac{h_{11} (B_1 h_{11} + B_h h_{1h})}{\rho_2 (Q_{11} + Q_{1h})} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A.4.14})$$

と表わされる。(A.4.10)式～(A.4.12)式より流速と流量の微係数の関係は

$$\frac{\partial u_{11}}{\partial x} = \frac{1}{B_1 h_{11}} \frac{\partial Q_{11}}{\partial x} - \frac{u_{11}}{h_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial x} - \frac{u_{11}}{B_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} \quad (\text{A.4.15})$$

$$\frac{\partial u_{11}}{\partial t} = \frac{1}{B_1 h_{11}} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} - \frac{u_{11}}{h_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \quad (\text{A.4.16})$$

$$\frac{\partial u_{1h}}{\partial x} = \frac{1}{B_h h_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial x} - \frac{u_{1h}}{h_{1h}} \frac{\partial h_{1h}}{\partial x} - \frac{u_{1h}}{B_h} \frac{\partial B_h}{\partial x} \quad (\text{A.4.17})$$

$$\frac{\partial u_{1h}}{\partial t} = \frac{1}{B_h h_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} - \frac{u_{1h}}{h_{1h}} \frac{\partial h_{1h}}{\partial t} \quad (\text{A.4.18})$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} = \frac{1}{B_1 h_2} \frac{\partial Q_2}{\partial x} - \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{u_2}{B_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} \quad (\text{A.4.19})$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \frac{1}{B_1 h_2} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \quad (\text{A.4.20})$$

であるから、(A.4.14)式～(A.4.20)式より、(A.4.6)式～(A.4.8)式は

$$\frac{u_{11}}{g h_{11} B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial x} + \frac{1}{g h_{11} B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} &+ \left(1 - \frac{u_{11}^2}{g h_{11}}\right) \frac{\partial h_{11}}{\partial x} - \frac{u_{11}}{g h_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} + \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ &- \frac{u_{11}^2}{g B_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} + i_{11} - i_0 = 0 \quad (\text{A.4.21}) \\ &\frac{u_{1h}}{g h_{1h} B_h} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial x} + \frac{1}{g h_{1h} B_h} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} + \left(1 - \frac{u_{1h}^2}{g h_{1h}}\right) \frac{\partial h_{1h}}{\partial x} \\ &- \frac{u_{1h}}{g h_{1h}} \frac{\partial h_{1h}}{\partial t} - \frac{u_{1h}^2}{g B_h} \frac{\partial B_h}{\partial x} + i_{1h} + \frac{\partial k}{\partial x} - i_0 = 0 \quad (\text{A.4.22}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{u_2}{g h_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial x} + \frac{1}{g h_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial h_{11}}{\partial x} \\ &+ \left(1 - \frac{u_2^2}{g h_2}\right) \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{\varepsilon h_{11} B_1 E}{Q_{11} + Q_{1h}} \\ &- \frac{h_{11} (B_1 h_{11} + B_h h_{1h})}{\rho_2 (Q_{11} + Q_{1h})} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\ &- \frac{u_2^2}{g B_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} + i_2 - i_0 = 0 \quad (\text{A.4.23}) \end{aligned}$$

と書き改めることができる。(A.4.9)式および(A.4.1)式～(A.4.3)式を(A.4.21)式～(A.4.23)式に代入して Q_{1h} 、 Q_{11} 、 h_{1h} 、 q_h および Q_2 を消去すれば、 h_{11} 、および h_2 の関係を表わす2つの方程式が得られる。はじめに、(A.4.22)式に基づく次式

$$\begin{aligned} &\frac{u_{1h}}{g h_{1h} B_h} \frac{\partial Q_{11}}{\partial x} - \frac{1}{g h_{1h} B_h} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} - \left(1 - \frac{u_{1h}^2}{g h_{1h}}\right) \frac{\partial h_{11}}{\partial x} \\ &+ \left(2 + \frac{B_1}{B_h}\right) \frac{u_{1h}}{g h_{1h}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} - \left(1 - \frac{u_{1h}^2}{g h_{1h}}\right) \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ &+ \frac{2 u_{1h}}{g h_{1h}} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{u_{1h}}{g h_{1h}} \frac{B_1}{B_h} E + \frac{u_{1h}^2}{g B_h} \frac{\partial B_h}{\partial x} \\ &- \frac{u_{1h}^2}{g h_{1h}} \frac{\partial k}{\partial x} - i_{1h} + i_0 = 0 \quad (\text{A.4.24}) \end{aligned}$$

と(A.4.21)式より $\partial Q_{11} / \partial x$ を消去すれば、

$$\begin{aligned} &- \left\{ \frac{g h_{11} - u_{11}^2}{u_{11}} B_1 + \frac{(g h_{1h} - u_{1h}^2)}{u_{1h}} B_h \right\} \frac{\partial h_{11}}{\partial x} \\ &+ 2 (B_1 + B_h) \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\ &- \left\{ \frac{g h_{11} B_1}{u_{11}} + \frac{(g h_{1h} - u_{1h}^2)}{u_{1h}} B_h \right\} \frac{\partial h_2}{\partial x} + 2 B_h \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ &- \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} - \frac{1}{u_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} - B_1 E + h_{11} u_{11} \frac{\partial B_1}{\partial x} \\ &+ h_{1h} u_{1h} \frac{\partial B_h}{\partial x} - \frac{g h_{11} B_1}{u_{11}} i_{11} - \frac{g h_{1h} B_h}{u_{1h}} i_{1h} \\ &- B_h u_{1h} \frac{\partial k}{\partial x} + \left(\frac{g h_{11} B_1}{u_{11}} + \frac{g h_{1h} B_h}{u_{1h}} \right) i_0 = 0 \quad (\text{A.4.25}) \end{aligned}$$

が得られ、(A.4.23)式よりは

(A.4.27)

$$\begin{aligned}
 (1-\varepsilon) \frac{\partial h_{11}}{\partial x} + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
 + \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + (\frac{\varepsilon h_{11} B_1}{Q_{11} + Q_{1h}} - \frac{u_2}{gh_2}) E \\
 - \frac{h_{11}(h_{11} B_1 + h_{1h} B_h)}{\rho_2 (Q_{11} + Q_{1h})} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
 - \frac{u_2^2}{g B_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} + i_2 - i_0 = 0 \quad (A.4.26)
 \end{aligned}$$

が得られるので、(A.4.25)式および(A.4.26)式より

$\partial h_{11}/\partial x$ および $\partial h_2/\partial x$ は

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial h_{11}}{\partial x} = \frac{1}{\phi_g} \left[(1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{gh_{11}}{u_{11}^2} i_{11} \right. \\
 + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{gh_{1h}}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} - (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) i_2 + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial k}{\partial x} \\
 + \{ (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h}}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \} i_0 \\
 + \{ (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) - (\frac{\varepsilon h_{11} B_1}{Q_{11} + Q_{1h}} - \frac{u_2}{gh_2}) (\frac{gh_{11}}{u_{11}} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \} \frac{E}{u_{11}} + (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{h_{11}(h_{11} B_1 + h_{1h} B_h)}{\rho_2 (Q_{11} + Q_{1h})} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
 + (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
 - \{ (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{h_{11}}{B_1} - \frac{u_2^2}{g B_1} (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \} \frac{\partial B_1}{\partial x} \\
 - (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{u_{1h} h_{1h}}{u_{11} B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} \\
 - (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{2(B_1 + B_h)}{B_1 u_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
 - \{ 2(1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{B_h}{B_1} \\
 - (\frac{gh_{11}}{u_{11}} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{2u_2}{gh_2} \} \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
 + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{1}{u_{11}^2} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} \\
 + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{1}{u_{11} u_{1h} B_1} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} \\
 - (\frac{gh_{11}}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\phi_g} \left[-(1-\varepsilon) \frac{gh_{11}}{u_{11}^2} i_{11} - (1-\varepsilon) \frac{gh_{1h}}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} \right. \\
 + (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) i_2 \\
 - (1-\varepsilon) \frac{u_{1h} B_h}{u_{11} B_1} \frac{\partial k}{\partial x} - (\frac{\varepsilon gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} \\
 + \frac{\varepsilon gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) i_0 - \{ (1-\varepsilon) - (\frac{\varepsilon h_{11} B_1}{Q_{11} + Q_{1h}} \\
 - \frac{u_2}{gh_2}) (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \} \frac{E}{u_{11}} \\
 - (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{h_{11}(h_{11} B_1}{\rho_2 (Q_{11} \\
 + h_{1h} B_h)} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \{ (1-\varepsilon) \frac{h_{11}}{B_1} \\
 - \frac{u_2^2}{g B_1} (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \} \frac{\partial B_1}{\partial x} + (1 \\
 - \varepsilon) \frac{u_{1h} h_{1h}}{u_{11} B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} + 2(1-\varepsilon) \frac{B_1 + B_h}{u_{11} B_1} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
 + \{ 2(1-\varepsilon) \frac{B_h}{B_1} - (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} \\
 + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{2u_2}{gh_2} \} \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
 - (1-\varepsilon) \frac{1}{u_{11}^2} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} - (1-\varepsilon) \frac{1}{u_{11} u_{1h} B_1} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} \\
 + (\frac{gh_{11} - u_{11}^2}{u_{11}^2} + \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1}) \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \Big] \quad (A.4.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_g = 1 - \frac{u_2^2}{gh_2} - \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{gh_{11}}{u_{11}^2} \\
 - \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{gh_{1h} - u_{1h}^2}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \quad (A.4.29)
 \end{aligned}$$

となる。水面勾配 $\partial s/\partial x$ は (A.4.27) 式~(A.4.29) 式より、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{\phi_g} \left[\varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{gh_{11}}{u_{11}^2} i_{11} + \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{gh_{1h}}{u_{11} u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} - \frac{gh_{11}}{u_{11}^2} i_2 \right. \\
 + \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{u_{1h} B_h}{u_{11} B_1} \frac{\partial k}{\partial x} + \{ \frac{u_2^2}{gh_2} \\
 - \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2}) \frac{u_{1h} B_h}{u_{11} B_1} \} i_0 + \{ \varepsilon (1 - \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -u_{11} \left(\frac{\epsilon h_{11} B_1}{Q_{11} + Q_{1h}} - \frac{u_2}{gh_2} \right) \left\{ \frac{E}{u_{11}} \right. \\
& + \frac{h_{11}(h_{11}B_1 + h_{1h}B_h)}{\rho_2(Q_{11} + Q_{1h})} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
& - \left\{ \epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{h_{11}}{B_1} - \frac{u_2^2}{gB_1} \right\} \frac{\partial B_1}{\partial x} \\
& - \epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{h_{11}}{B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} \\
& - \epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{2(B_1 + B_h)}{B_1 u_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
& - \left\{ 2\epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{B_h}{B_1} - \frac{2u_{11}u_2}{gh_2} \right\} \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + \epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{1}{u_{11}^2 B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} \\
& + \epsilon \left(1 - \frac{u_2^2}{\epsilon gh_2} \right) \frac{1}{u_{11} u_{1h} B_1} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} - \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_{21}}{\partial t} \Bigg\} \quad (A.4.30)
\end{aligned}$$

となる。ここで、(A.4.27)式～(A.4.30)式において微少項を省略すれば、それぞれ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_{11}}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_g} \left[-i_{11} - \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} \right. \\
& + \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) i_2 - \epsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial k}{\partial x} \\
& + \epsilon \left\{ \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} F_{11}^2 - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) F_2^2 \right\} i_0 \\
& - \epsilon \left\{ F_{11}^2 - \left(\frac{h_{11} u_{11} B_1}{h_{11} u_{11} B_1 + h_{1h} u_{1h} B_h} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{u_{11}}{u_2} F_2^2 \right) \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \right\} \frac{E}{u_{11}} \\
& - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{h_{11}(h_{11}B_1 + h_{1h}B_h)}{\rho_2(h_{11}u_{11}B_1 + h_{1h}u_{1h}B_h)} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \epsilon \left\{ \frac{h_{11}}{B_1} F_{11}^2 \right. \\
& \left. - \frac{h_2}{B_1} F_2^2 \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \right\} \frac{\partial B_1}{\partial x} \\
& + \epsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{h_{1h}}{B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} + 2\epsilon F_{11}^2 \frac{(B_1 + B_h)}{B_1 u_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
& + 2\epsilon F_{11}^2 \left\{ \frac{B_h}{B_1} - \frac{h_{11}}{h_2} \frac{u_2}{u_{11}} - \frac{h_{1h}}{h_2} \frac{u_2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right\} \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& - \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} - \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} \\
& \left. + \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_{21}}{\partial t} \right] \quad (A.4.31)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\phi'_g} \left[i_{11} + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) i_2 + \epsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial k}{\partial x} \\
& + \epsilon \left\{ 1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} - \left(1 + \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \right) F_{11}^2 \right\} i_0 \\
& + \epsilon \left\{ F_{11}^2 - \left(\frac{h_{11} u_{11} B_1}{h_{11} u_{11} B_1 + h_{1h} u_{1h} B_h} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{u_{11}}{u_2} F_2^2 \right) \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \right\} \frac{E}{u_{11}} \\
& + \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{h_{11}(h_{11}B_1)}{\rho_2(h_{11}u_{11}B_1)} \\
& + \frac{h_{1h}B_h}{h_{1h}u_{1h}B_h)} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
& - \epsilon \left\{ \frac{h_{11}}{B_1} F_{11}^2 - \frac{h_2}{B_1} F_2^2 \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \right\} \frac{\partial B_1}{\partial x} \\
& - \epsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} - 2\epsilon F_{11}^2 \frac{B_1 + B_h}{B_1 u_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
& - 2\epsilon F_{11}^2 \left\{ \frac{B_h}{B_1} - \frac{h_{11}}{h_2} \frac{u_2}{u_{11}} - \frac{h_{1h}}{h_2} \frac{u_2}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right\} \frac{1}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} + \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t} \\
& \left. - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_{21}}{\partial t} \right] \quad (A.4.32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_g} \left[-\epsilon (1 - F_2^2) i_{11} - \epsilon (1 - F_2^2) \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} \right. \\
& + i_2 - \epsilon^2 (1 - F_2^2) F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial k}{\partial x} \\
& - \epsilon^2 \left\{ F_2^2 - (1 - F_2^2) \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \right\} F_{11}^2 i_0 \\
& - \epsilon^2 \left\{ (1 - F_2^2) - \left(\frac{h_{11} u_{11} B_1}{h_{11} u_{11} B_1 + h_{1h} u_{1h} B_h} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{u_{11}}{u_2} F_2^2 \right) \right\} F_{11}^2 \frac{E}{u_{11}} - \epsilon F_{11}^2 \frac{h_{11}(h_{11}B_1)}{\rho_2(h_{11}u_{11}B_1)} \\
& + \frac{h_{1h}B_h}{h_{1h}u_{1h}B_h)} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \epsilon F_{11}^2 \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} \\
& + \epsilon^2 \left\{ (1 - F_2^2) \frac{h_{11}}{B_1} - \frac{h_2}{B_1} F_2^2 \right\} F_{11}^2 \frac{\partial B_1}{\partial x} \\
& + \epsilon^2 (1 - F_2^2) F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{h_{1h}}{B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} \\
& + 2\epsilon^2 (1 - F_2^2) F_{11}^2 \frac{B_1 + B_h}{B_1 u_{11}} \frac{\partial h_{11}}{\partial t} \\
& + 2\epsilon^2 \left\{ (1 - F_2^2) \frac{B_h}{B_1} - \frac{u_{11}}{u_2} F_2^2 \right\} \frac{F_{11}^2}{u_{11}} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& - \epsilon (1 - F_2^2) \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{\partial Q_{11}}{\partial t} \\
& - \epsilon (1 - F_2^2) \frac{1}{gh_{11} B_1} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{\partial Q_{1h}}{\partial t}
\end{aligned}$$

$$+\varepsilon F_{11}^2 \frac{1}{gh_2 B_1} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \quad (\text{A. 4.33})$$

$$\phi'_g = \varepsilon \left\{ 1 - F_{11}^2 - F_2^2 + (1 - F_2^2) \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right\} \quad (\text{A. 4.34})$$

である。ここに、

$$F_{11}^2 = \frac{u_{11}^2}{\varepsilon gh_{11}}, \quad F_2^2 = \frac{u_2^2}{\varepsilon gh_2} \quad (\text{A. 4.35})$$

である。また、それぞれの摩擦勾配 i_{11} , i_{1h} および i_2 は、

$$i_{11} = \frac{\tau_{11}}{\rho_1 gh_{11}} = \frac{f_i}{2gh_{11}} (u_{11} - u_2) |u_{11} - u_2| \quad (\text{A. 4.36})$$

$$i_{1h} = \frac{n_h^2 u_{1h}^2}{h_{1h}^{4/3}} \quad (\text{A. 4.37})$$

$$i_2 = \frac{\tau_2 - \tau_{11}}{\rho_2 gh_2} = \frac{f_b}{gh_2} u_2 |u_2| - \frac{f_i}{2gh_2} (1 - \varepsilon) (u_{11} - u_2) |u_{11} - u_2| \quad (\text{A. 4.38})$$

とすればよいであろう。なお、下層流速が小さい場合 ($u_2 \div 0$) には、

$$i_{11} - i_2 = f_i \left(\frac{1}{h_{11}} + \frac{1}{h_2} \right) \frac{u_{11}^2}{2g} \quad (\text{A. 4.39})$$

とおくことも可能である。ただし、この式では $\rho_1 \div \rho_2$ とおいている。

$B_h = 0$ の場合は単断面水路のモデルとなるが、このときに (A.4.27) 式～(A.4.29) 式は当然のことながら (2.2.11) 式～(2.2.13) 式と一致する。また、中村・阿部 (2-1, 1967) は上層における流速が均一であると仮定し、すなわち $u_{11} = u_{1h}$ のときには、単断面の計算式で、たとえば (2.2.18) 式などを適用し、この式における内

部摩擦係数 f_i の代わりに次の K_i

$$K_i = \left[f_i h_{11} + \left(f_i \frac{B_1}{B} + \frac{2gn_h^2}{h_1^{1/3}} \frac{B_h}{B} \right) h_2 \right] / (h_{11} + h_2) \quad (\text{A. 4.40})$$

を用いることにより計算する方法を提案した。

水面勾配は、微少項を省略した場合にも複断面水路のときには (A.4.34) 式のようになり、必ずしも水平とはならないが、非常に小さい値であることに変わりはない。したがって、実際に計算するときには水面高をほぼ水平と仮定して、たとえば (A.4.31) 式に基づいて行えばよいであろう。定常流で下層流速 $u_2 = 0$ とみなしうるときの計算法を一例として次に述べる。このとき、(A.4.31) 式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_{11}}{\partial x} = & \frac{1}{\varepsilon \{ 1 - F_{11}^2 + (h_{1h} u_{11} B_h / h_{11} u_{1h} B_1) \}} \\ & \times \left[-i_{11} - \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} i_{1h} + \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) i_2 \right. \\ & - \varepsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} \frac{\partial k}{\partial x} + \varepsilon \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_h}{B_1} F_{11}^2 i_0 - \varepsilon \{ F_{11}^2 \\ & - \frac{h_{11} u_{11} B_1}{h_{11} u_{11} B_1 + h_{1h} u_{1h} B_h} \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \} \frac{E}{u_{11}} \\ & - \left(1 + \frac{h_{1h}}{h_{11}} \frac{u_{11}}{u_{1h}} \frac{B_h}{B_1} \right) \frac{\rho_1 h_{11}}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \varepsilon \frac{h_{11}}{B_1} F_{11}^2 \frac{\partial B_1}{\partial x} \\ & \left. + \varepsilon F_{11}^2 \frac{u_{1h}}{u_{11}} \frac{B_{1h}}{B_1} \frac{\partial B_h}{\partial x} \right] \quad (\text{A.4.41}) \end{aligned}$$

となる。この他に u_{11} と u_{1h} を知る式が必要である。そのために、(A.4.1) 式および (A.4.2) 式から

$$\frac{\partial}{\partial x} (Q_{11} + Q_{1h}) = B_1 E \quad (\text{A.4.42})$$

および、たとえば (A.4.21) 式の定常時近似式を適用すれ

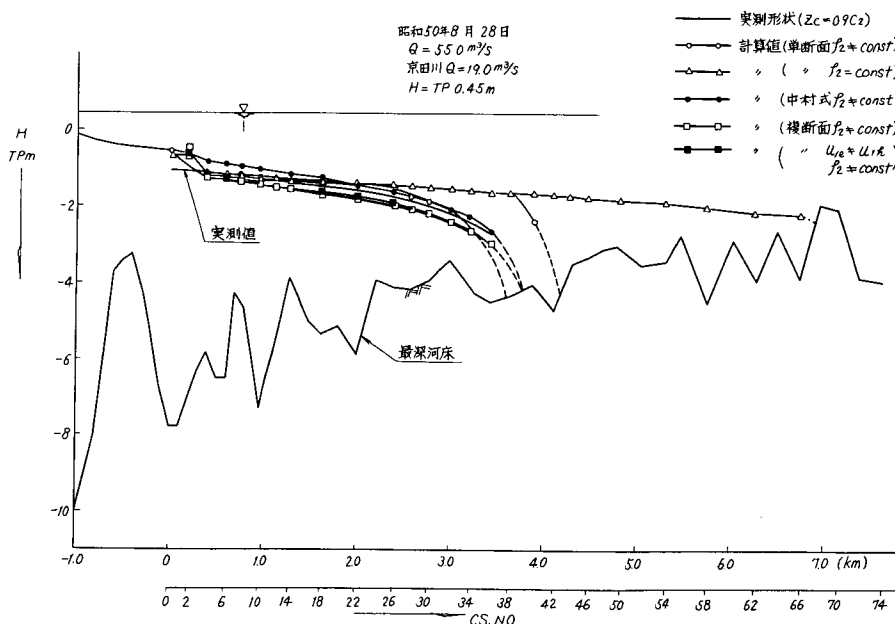


図 A.4.2 複断面水路の場合の境界面形状図 (最上川)

ばよいであろう。

図A.4.2は、ほぼ定常状態の塩水くさびと考えられる最上川の場合について、凡例に示す5種類の計算法による内部境界面位置の計算曲線と実測結果を比較したものである。河口に近い下流部では、この例ではいずれの計算法によっても大差はないが、塩水くさびの先端に近づくにしたがい大きな差が生じてくる。まず、下層濃度を一定とした場合には塩水くさびが上流にまで大きく伸びて実測値とは合わない。つぎに、断面形状については単断面形状として、かつ下層濃度 ρ_2 については実測の縦断変化を与えた場合には、塩水くさびの長さは短くなるが、なお実測値よりは長いという計算結果が得られた。これは、複断面形状の場合には単断面として計算したのでは不適当であることを示す。中村式を適用し、 ρ_2 については実測の縦断変化を与えると、内部境界面形状は実測値とかなりよく一致する。この節で論じた複断面形状の式については、中村式と同様に低水路と高水敷の流速を等しくおいた場合 ($u_{1l} = u_{1h}$) と、計算式に基づいて忠実に求めた場合との二通りの計算を行った。計算結果には大差なく、中村式との差もわずかであった。したがって、厳密にはここで提案した計算式を適用すべきであると思われるが、境界面形状のみを近似的に求める場合には、式の形が簡単な中村式を適用することも可能であると思われる。ただし、上層の低水路流量や高水敷流速が必要な場合には厳密な計算を行わなければならない。

なお、この計算は大変不安定なものとなり、安易な微少項の省略には細心の留意が必要なことを付記しておく。

A-5 二層一次元不定流の運動量方程式

これまで運動の式として、エネルギーの関係式を適用して考察をすすめてきた。このエネルギー式は流速分布が均一に近い場合には現象を適切に説明しうる。流速分布が複雑な場合にも係数の問題におきかえて取扱うことが可能である。塩水くさびの場合には、二層流として取扱うよりも、層の数を多くして、たとえば三層流として考察する方が一層精度よく現象を説明しうる。単純に、これを二層流と仮定した場合には、上下層の各層における流速分布および密度分布は一層流のそれらと多少異ったものであるとの認識が必要である。運動量の関係式は流速分布および濃度分布がわかった場合には現象を適切に表現しうる手法であり、将来の方向を示唆するものとなりうるので、ここにその基礎的な関係式のみ記述した。なお、これは原理的には二次元の二層流に関する玉井(1975)の考察結果を、一次元の場合に書き替え補足等を行ったものである。

原理的には一般性を失わないので、簡単のため下層濃度

ρ_2 を一定とした。基礎方程式のうち、体積の連続条件および質量の連続条件は(2.2.1)式～(2.2.3)式がそのまま適用可能である。現象の運動を表わす運動量の関係式は上下層に対してそれぞれ、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 Q_1) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 Q_1) + \frac{1}{B} \int_0^B \int_h^s \frac{\partial p}{\partial x} dz dy - \frac{1}{B} \int_h^s p dz \frac{\partial B}{\partial x} + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0 \quad (A.5.1)$$

$$\rho_2 \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial}{\partial x}(u_2 Q_2) + \frac{1}{B} \int_0^B \int_b^h \frac{\partial p}{\partial x} dz dy - \frac{1}{B} \int_b^h p dz \frac{\partial B}{\partial x} + (\tau_2 - \tau_1) B + 2\tau_{s2} h_2 = 0 \quad (A.5.2)$$

と表わすことができる。これらは運動量保存則の近似的表現である。(A.5.1)式および(A.5.2)式の第3項は直線的な水路では平面的な曲率の影響を無視すれば、それぞれ $\int_h^s (\partial p / \partial x) dz$ および $\int_b^h (\partial p / \partial x) dz$ としてよい。それぞれの式の第4項は側壁の反力のx方向成分である。x軸はここでも上流より下流向きを正としている。上層に混入した下層水を加速するために必要な運動量 ($-\rho_2 u_h B E$) は一般に境界面における抵抗の中を含めて考えるのでセン断応力項において取扱う。ここに、 p は圧力、 τ_{s1} および τ_{s2} はそれぞれ上層および下層の側面に作用するセン断力である。

このモデルではとりあえず、各層において流速の分布は一樣 ($\partial u / \partial z = 0$) と仮定し、上層における密度分布を考慮した。側面からの流入と流出はないものとしたが、これはモデルの一般性を失うものではない。運動量方程式(A.5.1)式および(A.5.2)式では、まず第3項の圧力項について考察しておく必要がある。これは、それぞれ境界面における偏微分を分離して、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_h^s p dz = \int_h^s \frac{\partial p}{\partial x} dz - p_h \frac{\partial h}{\partial x} \quad (A.5.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_b^h p dz = \int_b^h \frac{\partial p}{\partial x} dz + p_h \frac{\partial h}{\partial x} + p_b i_0 \quad (A.5.4)$$

であるから、圧力 p を

$$p = \int_z^s \rho g B dz = g B \int_z^s \rho dz \quad (A.5.5)$$

とすれば、(A.5.3)式および(A.5.4)式は、それぞれ

$$\int_h^s \frac{\partial p}{\partial x} dz = g \frac{\partial B}{\partial x} \int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz + g B \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz + g B \rho_1 h_1 \left(\frac{\partial h_2}{\partial x} - i_0 \right) \quad (A.5.6)$$

$$\int_b^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \left(\rho_1 g h_1 h_2 + \frac{\rho_2 g}{2} h_2^2 \right) \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$+gB\frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 h_1 h_2 + \frac{\rho_2}{2} h_2^2) - gB\rho_1 h_1 (\frac{\partial h_2}{\partial x} - i_0) \\ - gB(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) i_0 \quad (A.5.7)$$

となる。ここに、 z' は内部境界面からの高さで $z' = z - h_2 - b$ である。流速の微係数については、(2.1.5)式および(2.1.6)式に(2.2.1)式および(2.2.2)式を用いれば、それぞれ

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{E}{h_1} - \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x} - \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{u_1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (A.5.8)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x} = -\frac{E}{h_2} - \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x} - \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{u_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (A.5.9)$$

の関係があるので、(A.5.6)～(A.5.9)式を(A.5.1)式および(A.5.2)式に代入すれば、それぞれ

$$- \rho_1 u_1^2 B \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2\rho_1 u_1 B \frac{\partial h_1}{\partial t} + gB\rho_1 h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} + \rho_1 \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\ + (\rho_1 + \rho_2) u_1 B E + gB \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz' \\ - \rho_1 u_1^2 h_1 \frac{\partial B}{\partial x} - gB\rho_1 h_1 i_0 + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0 \quad (A.5.10)$$

$$gB\rho_1 h_2 \frac{\partial h_1}{\partial x} + (g\rho_2 h_2 - \rho_2 u_2^2) B \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ - 2\rho_2 u_2 B \frac{\partial h_2}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left\{ g(\rho_2 - \rho_1) \frac{h_2}{u_1} \right. \\ \left. - 2\rho_2 u_2 \right\} B E - \frac{gBh_1 h_2}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \rho_2 h_2 u_2^2 \frac{\partial B}{\partial x} \\ - gB\rho_2 h_2 i_0 + (\tau_2 - \tau_1) B + 2\tau_{s2} h_2 = 0 \quad (A.5.11)$$

となる。なお、下層の運動量方程式(A.5.11)式について、 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ は 10^{-2} 以下のオーダーでたかだか3%以下であるから、1に対して省略し、かつ同様にして1に対して εF^2 、(ここでは $F_1 = u_1^2/(gh_1)$, $F_2 = u_2^2/(gh_2)$) を省略することにすれば、

$$gh_2 \frac{\partial h_1}{\partial x} + gh_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} - 2u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\ + \left(\frac{\varepsilon gh_2}{u_1} - 2u_2 \right) E - \frac{gh_1 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - h_2 u_2^2 \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \\ - gh_2 i_0 + \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2} + 2 \frac{\tau_{s2}}{\rho_2} \frac{h_2}{B} = 0 \quad (A.5.12)$$

となる。上層に関する(A.5.10)式については、 ρ の分布

形を与えることにより、(A.5.11)式、あるいは(A.5.12)式と対になる関係式が求められる。上層密度の分布形は拡散方程式による理論解を適用することもできるが、工学的な実用上の見地より、ここでは4つの分布形の場合について式の変形を行った。ただし、上層における密度分布の影響は、水面ではなく、中間部の分布形により現われる。このことから運動量方程式において、水面における密度勾配の影響を無視した。すなわち、大気との質量交換は無視するので $(\partial \rho / \partial z)_{z=s}$ の項を省略でき、また下層との質量交換は convection で代表され、拡散型の寄与率は小さいと考えられるので $(\partial \rho / \partial z)_{z=h}$ の項を無視することができる。したがって、分布面積は厳密に考慮するのであるから、おおよその分布形を近似できれば、流速分布を一定と仮定する限り実用上の致命的な欠陥を生じない。

(a) 上層密度一定の場合

この場合、上層においては完全混合であり、 ρ は z に無関係であるから、(A.5.10)式は、 $\int_h^s \int_z^s \rho dz dz = \rho_1 h_1^2 / 2$ の関係を用いて、ただちに

$$\rho_1 B (gh_1 - u_1^2) \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2\rho_1 u_1 B \frac{\partial h_1}{\partial t} + gB\rho_1 h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} \\ + \rho_1 \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{gBh_1^2}{2u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \{ (\rho_1 + \rho_2) u_1 \\ + (\rho_2 - \rho_1) \frac{gh_1}{2u_1} \} B E - \rho_1 u_1^2 h_1 \frac{\partial B}{\partial x} - gB\rho_1 h_1 i_0 \\ + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0 \quad (A.5.13)$$

となり、下層の方程式に対する(A.5.12)式と同様の省略を行えば、

$$gh_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + gh_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{gh_1^2}{2u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ + \left(2u_1 + \frac{\varepsilon gh_1}{2u_1} \right) E - \frac{h_1 u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - gh_1 i_0 + \frac{\tau_1}{\rho_2} \\ + \frac{2\tau_{s1}}{\rho_2} \frac{h_1}{B} = 0 \quad (A.5.14)$$

である。

(b) 上層密度が直線分布の場合

水面において密度が1より小さくなる場合も生じ、多少の問題はあるが、密度分布を

$$\rho = \rho_s + \frac{\rho_2 - \rho_s}{s - h} (s - z) = \rho_s + \frac{\rho_2 - \rho_s}{h_1} (h_1 - z'), \\ (z' = z - h) \quad (A.5.15)$$

と仮定すれば、

$$\rho_1 = (\rho_2 + \rho_s) / 2 \quad (A.5.16)$$

$$\int_h^s \int_z^s \rho dz dz = \int_h^s \left[\left(\rho_s + \frac{\rho_2 - \rho_s}{s - h} s \right) (s - z) \right]$$

$$-\frac{1}{2} \frac{\rho_2 - \rho_0}{s - h} (s^2 - z^2) \Big] dz = (s - h)^2 \frac{\rho_2 + 2\rho_0}{6}$$

$$= (4\rho_1 - \rho_2) \frac{h_1^2}{6} \quad (\text{A. 5.17})$$

の関係があるから、(A.5.10)式は

$$\left(\frac{4\rho_1 - \rho_2}{3} g h_1 B - \rho_1 u_1^2 B \right) \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2\rho_1 u_1 B \frac{\partial h_1}{\partial t}$$

$$+ g B \rho_1 h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} + \rho_1 \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{2}{3} \frac{g h_1^2 B}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t}$$

$$+ \left\{ (\rho_1 + \rho_2) u_1 + \frac{2}{3} (\rho_2 - \rho_1) \frac{g h_1}{u_1} \right\} B E$$

$$- \rho_1 u_1^2 h_1 \frac{\partial B}{\partial x} - g \rho_1 h_1 B i_0 + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0$$

$$(\text{A. 5.18})$$

となる。この式についても、下層の方程式に対する(A.5.12)式の場合と同様の省略を行えば、

$$g h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + g h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t}$$

$$- \frac{2}{3} \frac{g h_1^2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left(2u_1 + \frac{2}{3} \frac{g h_1}{u_1} \right) E$$

$$- \frac{h_1 u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - g h_1 i_0 + \frac{\tau_1}{\rho_2} + \frac{2\tau_{s1}}{\rho_2} \frac{h_1}{B} = 0$$

$$(\text{A. 5.19})$$

となる。

(c) 上層密度が指数分布の場合

指数分布の場合は実際の密度分布に対する近似度がかなり高くなる。分布形を

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = \exp \frac{-M z'}{h_1} \quad (\text{A. 5.20})$$

と仮定する。ここに、 ρ_0 は密度の次元を有する標準状態の値(純水の密度)を示す。このとき、 $z' = 0$ で $\rho = \rho_2$ 、 $z' = h_1$ で $\rho = \rho_0 + (\rho_2 - \rho_0)e^{-M}$ であり、 M は混合の小さいとき大きな値、混合の大きいとき小さな値をとる正の定数である。このとき、

$$\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = \frac{1}{M} (1 - e^{-M}) \quad (M \neq 0) \quad (\text{A. 5.21})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = (\rho_2 - \rho_0) \frac{M e^{-M} + e^{-M} - 1}{M^2} \frac{\partial M}{\partial x} \quad (\text{A. 5.22})$$

$$\int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz = \left\{ \frac{\rho_0}{2} + \frac{\rho_2 - \rho_0}{M^2} \right.$$

$$\left. - \frac{(M+1)(\rho_2 - \rho_0)}{M^2} e^{-M} \right\} h_1^2 = \left(\frac{2\rho_1 - \rho_0}{2} \right.$$

$$\left. - \frac{\rho_2 - \rho_1}{M} \right) h_1^2 \quad (\text{A. 5.23})$$

などの関係があり、(A.5.22)式を用いれば(A.5.23)式より

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz = \left\{ \rho_0 + \frac{2(\rho_2 - \rho_0)}{M^2} \right.$$

$$\left. - \frac{2(M+1)(\rho_2 - \rho_0)}{M^2} e^{-M} \right\} h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x}$$

$$+ \frac{(M^3 + M^2 + M + 2)e^{-M} - 2}{M(Me^{-M} + e^{-M} - 1)} h_1^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x}$$

$$(\text{A. 5.24})$$

となるので、(A.5.21)式より M との関連において ρ_1

が把握されることとなる。したがって、(A.5.10)式は

$$\left\{ \left\{ \rho_0 + \frac{2(\rho_2 - \rho_0)}{M^2} - \frac{2(M+1)(\rho_2 - \rho_0)}{M^2} e^{-M} \right\} g h_1 \right.$$

$$\left. - \rho_1 u_1^2 \right\} B \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2\rho_1 u_1 B \frac{\partial h_1}{\partial t} + g B \rho_1 h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x}$$

$$+ \rho_1 \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \left\{ \frac{(M^3 + M^2 + M + 2)e^{-M} - 2}{M(Me^{-M} + e^{-M} - 1)} \right.$$

$$\times \frac{(\rho_2 - \rho_1) g h_1}{u_1} + (\rho_1 + \rho_2) u_1 \left\} B E$$

$$- \frac{(M^3 + M^2 + M + 2)e^{-M} - 2}{M(Me^{-M} + e^{-M} - 1)} \frac{g h_1^2 B}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t}$$

$$- \rho_1 u_1^2 h_1 \frac{\partial B}{\partial x} - g B \rho_1 h_1 i_0 + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0$$

$$(\text{A. 5.25})$$

となる。下層の方程式に対する(A.5.12)式の場合と同様の省略を行えば、(A.5.25)式は

$$\left(2 - \frac{\rho_0}{\rho_2} - \frac{2\varepsilon}{M} \right) g h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} - 2u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + g h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x}$$

$$+ \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \left\{ \frac{(M^3 + M^2 + M + 2)e^{-M} - 2}{M(Me^{-M} + e^{-M} - 1)} \frac{\varepsilon g h_1}{u_1} \right.$$

$$+ 2u_1 \left\} E - \frac{(M^3 + M^2 + M + 2)e^{-M} - 2}{M(Me^{-M} + e^{-M} - 1)} \frac{g h_1^2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t}$$

$$- \frac{h_1 u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - g h_1 i_0 + \frac{\tau_1}{\rho_2} + \frac{2\tau_{s1}}{\rho_2} \frac{h_1}{B} = 0$$

$$(\text{A. 5.26})$$

となる。

(d) 上層の密度分布として定常流の拡散解*を与えた場合

* (A-3において既述)

これは定常時の分布形であるから、非定常時の分布形にまで拡張するには多少の問題があるが、上層の塩分の絶対量については連続条件を考慮して求めており、単に分布形の決定のみに使用することとする。上層について、一様流速、一定水深、かつ一定の拡散係数を与える時、濃度 C の分布形は次式で与えられる。

$$\frac{c}{c_2} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{2s+1} e^{-(\frac{2s+1}{2}\pi)^2 T} \sin \frac{2s+1}{2} \pi Z \quad (\text{A. 5.27})$$

ここに、 $T = X/N$, $X = x/h_1$, $N = u_1 h_1 / Dz$, $Z = z'/h_1$ であり Dz は拡散係数である。この式は、 $x=0$ ($T=0$) のとき、 $C=0$, $z'=0$ ($Z=0$) のとき $C=C_2$, および $z'=s$ ($Z=1$) のとき $\partial C / \partial z = 0$ の条件のもとでの解である。濃度と密度のあいだには、ほぼ $\rho \div 1 + 1.74 C \ell^{-1} \times 10^{-6}$ の関係が存在するので、実際の二層流における上層の密度分布は、次式によりかなりよい近似が与えられる。

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{2s+1} e^{-(\frac{2s+1}{2}\pi)^2 T} \sin \frac{2s+1}{2} \pi Z \quad (\text{A. 5.28})$$

このとき、 $Z=0$ ($z'=0$, $z=h$) において $\rho = \rho_2$, $Z=1$ ($z'=h_1$, $z=s$) において $\partial \rho / \partial z = 0$, および $T=0$ ($x=0$) のとき $\rho = \rho_0$ である。Tと ρ_1 との関係は

$$\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = 1 - 2 \sum_{s=0}^{\infty} \left\{ \frac{2}{(2s+1)\pi} \right\}^2 e^{-\left\{ \frac{(2s+1)\pi}{2} \right\}^2 T} \quad (\text{A. 5.29})$$

により与えられ、 ρ_1 が x の関数として与えられるならば、そのときの上層の密度分布がTを介して定められ、実用上の意義を見出すことができよう。

上層の密度勾配は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} &= 2(\rho_2 - \rho_0) \sum_{s=0}^{\infty} e^{-\left\{ \frac{(2s+1)\pi}{2} \right\}^2 T} \frac{\partial T}{\partial x} \\ &= 2(\rho_2 - \rho_0) \int_0^{\infty} e^{-\pi^2 T \eta^2} d\eta \frac{\partial T}{\partial x} \\ &= 2(\rho_2 - \rho_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\pi^2 T}} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\sqrt{\pi T}} \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A. 5.30})$$

である。これまでの方法と同様に

$$\int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz' = \alpha h_1^2 \quad (\text{A. 5.31})$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\rho_2}{2} - \frac{16(\rho_2 - \rho_0)}{\pi^3} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(2s+1)^3} e^{-\left\{ \frac{(2s+1)\pi}{2} \right\}^2 T} \\ &\quad \times \sin \frac{2s+1}{2} \pi \end{aligned} \quad (\text{A. 5.32})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_1} \int_{z'}^{h_1} \rho dz' dz' &= 2\alpha h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + \beta h_1^2 \frac{\partial T}{\partial x} \\ &= 2\alpha h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + \beta h_1^2 \frac{\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \end{aligned} \quad (\text{A. 5.33})$$

$$\beta = \frac{4(\rho_2 - \rho_0)}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{2s+1} e^{-\left\{ \frac{(2s+1)\pi}{2} \right\}^2 T} \sin \frac{2s+1}{2} \pi \quad (\text{A. 5.34})$$

などの関係式を用いて、(A.5.10)式を書きなおすと、

$$\begin{aligned} (2\alpha g h_1 - \rho_1 u_1^2) B \frac{\partial h_1}{\partial x} + g \rho_1 h_1 B \frac{\partial h_2}{\partial x} - 2\rho_1 u_1 B \frac{\partial h_1}{\partial t} \\ + \rho_1 \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \left\{ \beta \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} \frac{g h_1}{u_1} \sqrt{\pi T} \right. \\ \left. + (\rho_1 + \rho_2) u_1 \right\} B E - \beta \frac{\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \frac{g h_1^2}{u_1} B \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\ - \rho_1 u_1^2 h_1 \frac{\partial B}{\partial x} - g \rho_1 h_1 B i_0 + \tau_1 B + 2\tau_{s1} h_1 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A. 5.35})$$

であり、下層の方程式に対する(A.5.12)式の場合と同様の省略を行えば、(A.5.35)式は

$$\begin{aligned} 2 \frac{\alpha}{\rho_2} g h_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + g h_1 \frac{\partial h_2}{\partial x} - 2 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\ + \left(\beta \frac{\epsilon}{\rho_2 - \rho_0} \sqrt{\pi T} \frac{g h_1}{u_1} + 2 u_1 \right) E \\ - \frac{\beta}{\rho_2} \frac{\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \frac{g h_1^2}{u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{h_1 u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - g h_1 i_0 \\ + \frac{\tau_1}{\rho_2} + \frac{2\tau_{s1}}{\rho_2} \frac{h_1}{B} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A. 5.36})$$

となる。

以上の上層密度分布に関する4つの仮定で、(a)の場合と(b)の場合の相違は $(\rho_1/2)h_1^2$ と $\{(4\rho_1 - \rho_2)/6\}h_1^2$ の差であり、その差は $(\rho_2 - \rho_1)/6$ のみであるから、(A.5.13)式と(A.5.18)式、および(A.5.14)式と(A.5.19)式とはほとんど同様の結果が得られた。(c)の場合は実際の密度分布に近い仮定であるが、Mの3次式となるので計算実行上の難点がある。(d)の場合は、密度分布が(c)の仮定より優れ、濃度分布まで同時に推定できるので、実用上の価値は最も高いと判断できる。なお、簡単な計算には(b)の仮定を適用してもよい。そのほか、放物線や指数分布として、 $z'=0$ で $\rho = \rho_2$ の条件のもとに

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = a z'^2 - 2a z' + 1 \quad (\text{A. 5.37})$$

$$\frac{\rho}{\rho_s} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_s} \right)^{1 - \frac{z'}{h_1}} \quad (\text{A. 5.38})$$

などの形を適用することもできるが、(b)や(d)の仮定より優れているということはない。

以下の解析では、(d)の仮定の分布形を主体に適用し、参考のため(b)の仮定の分布形をも考慮してゆくこととした。はじめに、上層密度分布が(b)の直線の場合の結果を示すと、(A.5.18)式および(A.5.11)式より、省略のない場合の上層と下層の水深の勾配は、それぞれ

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi_0} \left[-2(1-\epsilon)u_1 (g h_2 - u_2^2) \frac{\partial h_1}{\partial t} \right]$$

$$\begin{aligned}
& +2(1-\varepsilon)u_2gh_1\frac{\partial h_2}{\partial t}+(gh_2-u_2^2)\frac{1-\varepsilon}{B}\frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& -gh_1\frac{1-\varepsilon}{B}\frac{\partial Q_2}{\partial t}+\frac{1}{3}\{(1-3\varepsilon)gh_2 \\
& +2u_2^2\}\frac{gh_1^2}{u_1\rho_2}\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\{(gh_2-u_2^2)(\frac{2}{3}\varepsilon\frac{gh_1}{u_1} \\
& +2u_1-\varepsilon u_1)-(1-\varepsilon)gh_1(\frac{\varepsilon gh_2}{u_1}-2u_2)\}E \\
& -(1-\varepsilon)\{gh_1h_2(u_1^2-u_2^2)-h_1u_1^2u_2^2\}\frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial x} \\
& +(1-\varepsilon)gh_1u_2^2i_0+\{(1-\varepsilon)gh_1+gh_2-u_2^2\}\frac{\tau_1}{\rho_2} \\
& -(1-\varepsilon)gh_1\frac{\tau_2}{\rho_2}+(gh_2-u_2^2)\frac{2h_1}{\rho_2B}\tau_{s1} \\
& -(1-\varepsilon)gh_1\frac{2h_2}{\rho_2B}\tau_{s2}] \quad (A.5.39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_b} \left[2(1-\varepsilon)^2 gh_2u_1\frac{\partial h_1}{\partial t} - 2\{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 \right. \\
& - (1-\varepsilon)u_1^2\}u_2\frac{\partial h_2}{\partial t} - (1-\varepsilon)^2\frac{gh_2}{B}\frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& + \{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 - (1-\varepsilon)u_1^2\}\frac{1}{B}\frac{\partial Q_2}{\partial t} \\
& + \{(1-\varepsilon)u_1^2 - \frac{1}{3}(1-2\varepsilon)gh_1\}\frac{gh_1h_2}{\rho_2u_1}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} \\
& + \{\frac{\varepsilon}{3}(1-2\varepsilon)\frac{g^2h_1h_2}{u_1} - 2(1-\varepsilon)gh_2u_1 \\
& - 2u_2(gh_1 - \frac{4}{3}\varepsilon gh_1 - u_1^2 + \varepsilon u_1^2)E \\
& + \{(1-\varepsilon)^2gh_1h_2u_1^2 - (1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1h_2u_2^2 \\
& + (1-\varepsilon)h_2u_1^2u_2^2\}\frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial x} + \{(1-\varepsilon)gh_2u_1^2 \\
& - (\frac{2}{3}-\varepsilon)\varepsilon g^2h_1h_2\}i_0 - \{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 \\
& + (1-\varepsilon)gh_2 - (1-\varepsilon)u_1^2\}\frac{\tau_1}{\rho_2} + \{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 \\
& - (1-\varepsilon)u_1^2\}\frac{\tau_2}{\rho_2} - 2(1-\varepsilon)\frac{gh_1h_2}{B}\frac{\tau_{s1}}{\rho_2} \\
& \left. + 2\{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 - (1-\varepsilon)u_1^2\}\frac{h_2}{\rho_2B}\tau_{s2} \right] \quad (A.5.40)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_b &= (1-\varepsilon)^2 g^2h_1h_2 - \{(1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1 \\
& - (1-\varepsilon)u_1^2\}(gh_2-u_2^2) = (1-\frac{4}{3}\varepsilon)gh_1u_2^2 \\
& + (1-\varepsilon)gh_2u_1^2 - (\frac{2}{3}-\varepsilon)\varepsilon g^2h_1h_2
\end{aligned}$$

$$-(1-\varepsilon)u_1^2u_2^2 \quad (A.5.41)$$

となる。これらの式において微少項を省略すれば、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_b'} \left[-2gh_2u_1\frac{\partial h_1}{\partial t} + 2gh_1u_2\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{gh_2}{B}\frac{\partial Q_1}{\partial t} \right. \\
& - \frac{gh_1}{B}\frac{\partial Q_2}{\partial t} + \frac{g^2h_1^2h_2}{3u_1\rho_2}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + (2gh_1u_2 + 2gh_2u_1 \\
& - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon g^2h_1h_2}{u_1})E - (u_1^2-u_2^2)\frac{gh_1h_2}{B}\frac{\partial B}{\partial x} \\
& + gh_1u_2^2i_0 + g(h_1+h_2)\frac{\tau_1}{\rho_2} - gh_1\frac{\tau_2}{\rho_2} \\
& \left. + \frac{2gh_1h_2}{\rho_2B}\tau_{s1} - \frac{2gh_1h_2}{\rho_2B}\tau_{s2} \right] \quad (A.5.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_b'} \left[2gh_2u_1\frac{\partial h_1}{\partial t} - 2gh_1u_2\frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{gh_2}{B}\frac{\partial Q_1}{\partial t} \right. \\
& + \frac{gh_1}{B}\frac{\partial Q_2}{\partial t} - \frac{g^2h_1^2h_2}{3u_1\rho_2}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} - (2gh_1u_2 + 2gh_2u_1 \\
& - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon g^2h_1h_2}{u_1})E + (u_1^2-u_2^2)\frac{gh_1h_2}{B}\frac{\partial B}{\partial x} \\
& + (gh_2u_1^2 - \frac{2}{3}\varepsilon g^2h_1h_2)i_0 - g(h_1+h_2)\frac{\tau_1}{\rho_2} \\
& \left. + gh_1\frac{\tau_2}{\rho_2} - \frac{2gh_1h_2}{\rho_2B}\tau_{s1} + \frac{2gh_1h_2}{\rho_2B}\tau_{s2} \right] \quad (A.5.43)
\end{aligned}$$

$$\phi_b' = -\frac{2}{3}\varepsilon g^2h_1h_2 + gh_1u_2^2 + gh_2u_1^2 \quad (A.5.44)$$

となる。なお、あらかじめ省略を行った関係式である(A.5.12)式および(A.5.19)式からでは $\partial h_1/\partial x$ および $\partial h_2/\partial x$ は定まらない。

水面勾配 $\partial s/\partial x$ は(A.5.39)式および(A.5.40)式から求めると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} - i_0 = \frac{1}{\phi_b} \left[-2(1-\varepsilon)u_1(\varepsilon gh_2 \right. \\
& - u_2^2)\frac{\partial h_1}{\partial t} + \{\frac{2}{3}\varepsilon gh_1u_2 + 2(1-\varepsilon)u_1^2u_2\}\frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + (1-\varepsilon)(\varepsilon gh_2 - u_2^2)\frac{1}{B}\frac{\partial Q_1}{\partial t} - \{\frac{\varepsilon gh_1}{3} \\
& + (1-\varepsilon)u_1^2\}\frac{1}{B}\frac{\partial Q_2}{\partial t} + \{\frac{2}{3}h_1u_2^2 + (1-\varepsilon)h_2u_1^2 \\
& - \frac{1}{3}\varepsilon gh_1h_2\}\frac{gh_1}{\rho_2u_1}\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \{\frac{2}{3}\varepsilon gh_1u_2(1-\frac{u_2}{u_1}) \\
& + \varepsilon gh_2u_1 + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon^2 g^2h_1h_2}{u_1} + 2u_1^2u_2 - 2u_1u_2^2 \\
& \left. + \varepsilon(u_1u_2^2 - 2u_1^2u_2)\}E - \{\varepsilon(1-\varepsilon)gh_1h_2u_1^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\varepsilon}{3} g h_1 h_2 u_2^2 - (1-\varepsilon)(h_1+h_2)u_1^2 u_2^2 \left\{ \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\
& + \left(\frac{1}{3} \varepsilon g h_1 u_2^2 + (1-\varepsilon) u_1^2 u_2^2 \right) i_0 + \left\{ \frac{\varepsilon}{3} g h_1 \right. \\
& + \varepsilon g h_2 + (1-\varepsilon) u_1^2 - u_2^2 \left. \right\} \frac{\tau_1}{\rho_2} - \left\{ \frac{\varepsilon}{3} g h_1 \right. \\
& + (1-\varepsilon) u_1^2 \left. \right\} \frac{\tau_2}{\rho_2} - \frac{2 h_1 (u_2^2 - \varepsilon g h_2)}{\rho_2 B} \tau_{s1} \\
& - \frac{\frac{2}{3} \varepsilon g h_1 h_2 + 2(1-\varepsilon) h_2 u_1^2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right\} \quad (A. 5.45)
\end{aligned}$$

となる。各項の中で支配的な項が相殺され、微少項のみが残されているので、水面勾配は非常に小さいことがわかる。(A. 5.45)式のなかで、さらに微少項を省略すれば

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{\phi_b'} & \left[-2(\varepsilon g h_2 - u_2^2) u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \left(\frac{2}{3} \varepsilon g h_1 \right. \right. \\
& + 2 u_1^2 \left. \right) u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} + (\varepsilon g h_2 - u_2^2) \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& - \left(\frac{\varepsilon g h_1}{3} + u_1^2 \right) \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left(-\frac{2}{3} h_1 u_2^2 + h_2 u_1^2 \right. \\
& - \frac{1}{3} \varepsilon g h_1 h_2 \left. \right) \frac{g h_1}{\rho_2 u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left(-\frac{2}{3} \varepsilon g h_1 \left(\frac{\varepsilon g h_2}{2 u_1} \right. \right. \\
& + u_2 - \frac{u_2^2}{u_1} \left. \right) + \varepsilon g h_2 u_1 + 2 u_1^2 u_2 - 2 u_1 u_2^2 \left. \right) E \\
& - \left\{ \varepsilon g h_1 h_2 u_1^2 - \frac{\varepsilon}{3} g h_1 h_2 u_2^2 \right. \\
& - (h_1 + h_2) u_1^2 u_2^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \left(\frac{1}{3} \varepsilon g h_1 u_2^2 \right. \\
& + u_1^2 u_2^2 \left. \right) i_0 + \left(\frac{\varepsilon}{3} g h_1 + \varepsilon g h_2 + u_1^2 - u_2^2 \right) \frac{\tau_1}{\rho_2} \\
& - \left\{ \frac{\varepsilon}{3} g h_1 + u_1^2 \right\} \frac{\tau_2}{\rho_2} - \frac{2 h_1 (u_2^2 - \varepsilon g h_2)}{\rho_2 B} \tau_{s1} \\
& - \frac{\frac{2}{3} \varepsilon g h_1 h_2 + 2 h_2 u_1^2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right] \quad (A. 5.46)
\end{aligned}$$

となる。(A. 5.46)式と同様の関係を $\partial h_1 / \partial x$ および $\partial h_2 / \partial x$ について、省略の行われた (A. 5.42) 式および (A. 5.43) 式から求めると、 $\partial s / \partial x \approx 0$ となり、近似的には水面は水平変動をすることがわかる。また、初期の段階で省略を行っている関係式より水面勾配を求める場合には、(A. 5.12) 式および (A. 5.19) 式より、それぞれ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{2 u_2}{g h_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{1}{g h_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \left(\frac{\varepsilon}{u_1} - \frac{2 u_2}{g h_2} \right) E \\
+ \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\tau_2 - \tau_1}{g h_2 \rho_2} - \frac{2 \tau_{s2}}{g \rho_2 B} \quad (A. 5.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{2 u_1}{g h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{1}{g h_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{2}{3} \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
- \left(\frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{u_1} + \frac{2 u_1}{g h_1} \right) E + \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\tau_1}{g h_1 \rho_2} - \frac{2 \tau_{s1}}{g B \rho_2} \quad (A. 5.48)
\end{aligned}$$

となり、(A. 5.46) 式とは多少異った結果が得られる。このことは、水面勾配は非常に小さいが、省略された微少項の影響が無視し得ぬことを物語る。したがって内部境界面の位置の計算には微少項の省略のある式を適用することができるが、水位を正確に求める場合には出来る限り省略のない式を適用することが望ましい。

つぎに、上層の密度分布として (d) の仮定の形を与えた場合の解について考察する。(A. 5.35) 式および (A. 5.11) 式を連立させることにより

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi_d} & \left[-2(1-\varepsilon)(g h_2 - u_2^2) u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\
& + 2(1-\varepsilon) g h_1 u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1-\varepsilon}{B} (g h_2 - u_2^2) \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& - \frac{1-\varepsilon}{B} g h_1 \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left\{ (1-\varepsilon) \frac{\beta \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} g h_2 + \frac{B \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right. \\
& \times u_2^2 \left. \right\} \frac{g h_1^2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left\{ \left(\frac{\beta \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} + \varepsilon - 1 \right) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \right. \\
& - \frac{\beta \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \varepsilon g h_1 \frac{u_2^2}{u_1} + 2(1-\varepsilon) g h_1 u_2 + (2-\varepsilon) g h_2 u_1 \\
& - (2-\varepsilon) u_1 u_2^2 \left. \right\} E - \left\{ (1-\varepsilon) g h_1 h_2 (u_1^2 - u_2^2) \right. \\
& - (1-\varepsilon) h_1 u_1^2 u_2^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + (1-\varepsilon) g h_1 u_2^2 i_0 \\
& + \left\{ (1-\varepsilon) g h_1 + g h_2 - u_2^2 \right\} \frac{\tau_1}{\rho_2} - (1-\varepsilon) \frac{g h_1}{\rho_2} \tau_2 \\
& + \frac{2(g h_2 - u_2^2) h_1}{\rho_2 B} \tau_{s1} - \frac{2(1-\varepsilon) g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right] \quad (A. 5.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\phi_d} & \left[2(1-\varepsilon)^2 g h_2 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} - \left(\frac{4\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2 \right. \right. \\
& - 2(1-\varepsilon) u_1^2 u_2 \left. \right) \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{(1-\varepsilon)^2}{B} g h_2 \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& + \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 - (1-\varepsilon) u_1^2 \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\
& + \left\{ (1-\varepsilon) \frac{\beta \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} g h_1 h_2 - \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 h_2 \right. \\
& + (1-\varepsilon) h_2 u_1^2 \left. \right\} \frac{g h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left\{ \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} \right. \right. \\
& - (1-\varepsilon) \frac{\beta \sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \left. \right) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} - 2(1-\varepsilon) g h_2 u_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2 + 2(1-\varepsilon) u_1^2 u_2 \} E - \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 h_2 u_2^2 \right. \\
& - (1-\varepsilon)^2 g h_1 h_2 u_1^2 - (1-\varepsilon) h_2 u_1^2 u_2^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \left\{ (1-2\varepsilon+\varepsilon^2 - \frac{2\alpha}{\rho_2}) g^2 h_1 h_2 + (1-\varepsilon) g h_2 u_1^2 \right\} i_0 \\
& - \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 + (1-\varepsilon) g h_2 - (1-\varepsilon) u_1^2 \right\} \frac{\tau_1}{\rho_2} \\
& + \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 - (1-\varepsilon) u_1^2 \right\} \frac{\tau_2}{\rho_2} - \frac{2(1-\varepsilon) g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} \\
& + \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 - (1-\varepsilon) u_1^2 \right\} \frac{2 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right\} \quad (A.5.50)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_d &= (1-\varepsilon)^2 g^2 h_1 h_2 - (g h_2 - u_2^2) \left\{ \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 \right. \\
& - (1-\varepsilon) u_1^2 \left. \right\} = \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2^2 + (1-\varepsilon) g h_2 u_1^2 \\
& + \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - 2\varepsilon + \varepsilon^2 \right) g^2 h_1 h_2 - (1-\varepsilon) u_1^2 u_2^2 \quad (A.5.51)
\end{aligned}$$

が得られる。ここで、これらの関係式において微少項を省略すれば、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_d} \left[-2 g h_2 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + 2 g h_1 u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{g h_2}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \right. \\
& - \frac{g h_1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left(1 - \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right) \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + \left\{ 2 g h_1 u_2 + 2 g h_2 u_1 - \left(1 - \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \right\} E \\
& - g h_1 h_2 (u_1^2 - u_2^2) \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + g h_1 u_2^2 i_0 \\
& + g (h_1 + h_2) \frac{\tau_1}{\rho_2} - \frac{g h_1}{\rho_2} \tau_2 + \frac{2 g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} \\
& - \frac{2 g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right] \quad (A.5.52)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_d} \left[2 g h_2 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{4\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{g h_2}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \right. \\
& + \frac{2\alpha}{\rho_2} \frac{g h_1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} - \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right) \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& - \left\{ \frac{4\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2 + 2 g h_2 u_1 - \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} \right. \right. \\
& - \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \left. \left. \right) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \right\} E + \left\{ (1-2\varepsilon) g h_1 h_2 u_1^2 \right. \\
& - \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 h_2 u_2^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - \left\{ (2\varepsilon + \frac{2\alpha}{\rho_2} - 1) g^2 h_1 h_2 \right. \\
& - g h_2 u_1^2 \left. \right\} i_0 - \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 + g h_2 \right) \frac{\tau_1}{\rho_2} + \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 \frac{\tau_2}{\rho_2} \\
& - \frac{2 g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} + \frac{2\alpha}{\rho_2} \frac{2 g h_1 h_2}{\rho_2 B} \tau_{s2} \left. \right] \quad (A.5.53)
\end{aligned}$$

$$\phi'_d = \frac{2\alpha}{\rho_2} g h_1 u_2^2 + g h_2 u_1^2 - \left(2\varepsilon + \frac{2\alpha}{\rho_2} - 1 \right) g^2 h_1 h_2 \quad (A.5.54)$$

となる。(A.5.49)式～(A.5.54)式は $\frac{4\rho_1 - \rho_2}{3} = 2\alpha$, $\frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} = \frac{2}{3}$ とすれば、それぞれ(A.5.39)式～(A.5.44)式と一致する。水面勾配は(A.5.49)式および(A.5.50)式より

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_d} \left[- \left\{ 2(1-\varepsilon) \varepsilon g h_2 u_1 - 2 u_1 u_2^2 \right\} \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\
& + \left\{ \left(2 - \frac{4\alpha}{\rho_2} - 2\varepsilon \right) g h_1 u_2 + 2(1-\varepsilon) u_1^2 u_2 \right\} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + (1-\varepsilon) (\varepsilon g h_2 - u_2^2) \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 \right. \\
& + (1-\varepsilon) u_1^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right. \right. \\
& - \varepsilon \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \left. \left. \right\} g h_1 h_2 + \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} h_1 u_2^2 \\
& + (1-\varepsilon) h_2 u_1^2 \right\} \frac{g h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left\{ \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} - 1 + \varepsilon \right. \right. \\
& + \varepsilon \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \left. \left. \right\} \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} - \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \varepsilon g h_1 \frac{u_2^2}{u_1} \\
& + \left(2 - \frac{4\alpha}{\rho_2} - 2\varepsilon \right) g h_1 u_2 + \varepsilon g h_2 u_1 - (2-\varepsilon) u_1 u_2^2 \\
& + 2(1-\varepsilon) u_1^2 u_2 \left. \right\} E - \left\{ \varepsilon (1-\varepsilon) g h_1 h_2 u_1^2 \right. \\
& - \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 h_2 u_2^2 - (1-\varepsilon) (h_1 \\
& + h_2) u_1^2 u_2^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 u_2^2 \right. \\
& + (1-\varepsilon) u_1^2 u_2^2 \left. \right\} i_0 + \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 + \varepsilon g h_2 \right. \\
& + (1-\varepsilon) u_1^2 - u_2^2 \left. \right\} \frac{\tau_1}{\rho_2} - \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 \right. \\
& + (1-\varepsilon) u_1^2 \left. \right\} \frac{\tau_2}{\rho_2} + \left(2\varepsilon g h_1 h_2 - 2 h_1 u_2^2 \right) \frac{\tau_{s1}}{\rho_2 B} \\
& - \left\{ 2 \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 h_2 + 2(1-\varepsilon) h_2 u_1^2 \right\} \frac{\tau_{s2}}{\rho_2 B} \left. \right] \quad (A.5.55)
\end{aligned}$$

となる。ここで微少項を省略すれば

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_d} \left[-2 (\varepsilon g h_2 - u_2^2) u_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\
& + 2 \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 + u_1^2 \right\} u_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& + \frac{\varepsilon g h_2 - u_2^2}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon \right) g h_1 \right. \\
& + u_1^2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \left\{ \left(1 - \frac{2\alpha}{\rho_2} - \varepsilon - \varepsilon \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right) g h_1 h_2 \right. \\
& + \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} h_1 u_2^2 + h_2 u_1^2 \left. \right\} \frac{g h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + \left\{ \left(\frac{2\alpha}{\rho_2} - 1 + \varepsilon + \varepsilon \frac{B\sqrt{\pi T}}{\rho_2 - \rho_0} \right) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2-\rho_0}\varepsilon gh_1\frac{u_2^2}{u_1} + (2-\frac{2\alpha}{\rho_2}-2\varepsilon)gh_1u_2 \\
& + \varepsilon gh_2u_1 - 2u_1u_2^2 + 2u_1^2u_2 \} E - \{ \varepsilon gh_1h_2u_1^2 \\
& - (1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1h_2u_2^2 - (h_1+h_2)u_1^2u_2^2 \} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \{ (1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1u_2^2 + u_1^2u_2^2 \} i_0 \\
& + \{ (1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1 + \varepsilon gh_2 + u_1^2 - u_2^2 \} \frac{\tau_1}{\rho_2} \\
& - \{ (1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1 + u_1^2 \} \frac{\tau_2}{\rho_2} + 2(\varepsilon gh_2 \\
& - u_2^2)h_1 \frac{\tau_{s1}}{\rho_2 B} - \{ 2(1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1h_2 \\
& + 2h_2u_1^2 \} \frac{\tau_{s2}}{\rho_2 B} \} \quad (A.5.56)
\end{aligned}$$

となる。定常状態で下層流速が小さいときには、(A.5.52)式、(A.5.23)式、(A.5.54)式および(A.5.56)式より、それぞれ

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi'd} \left[g(h_1+h_2) \frac{\tau_1}{\rho_2} + \frac{2gh_1h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} \right. \\
\left. + \{ 2gh_2u_1 - (1-\frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2-\rho_0}) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \} E \right. \\
\left. - gh_1h_2u_1^2 \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \quad (A.5.57)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\phi'd} \left[-(\frac{2\alpha}{\rho_2}gh_1 + gh_2) \frac{\tau_1}{\rho_2} - \frac{2gh_1h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} \right. \\
\left. + g^2 h_1 h_2 i_0 - \{ 2gh_2u_1 - (\frac{2\alpha}{\rho_2} \right. \\
\left. - \frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2-\rho_0}) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \} E + gh_1h_2u_1^2 \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \quad (A.5.58)
\end{aligned}$$

$$\phi'd = gh_2u_1^2 - (2\varepsilon + \frac{2\alpha}{\rho_2} - 1)g^2 h_1 h_2 \quad (A.5.59)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{\phi'd} \left[\{ (1-\frac{2\alpha}{\rho_2}-\varepsilon)gh_1 + \varepsilon gh_2 + u_1^2 \} \frac{\tau_1}{\rho_2} \right. \\
\left. + \frac{2\varepsilon h_1h_2}{\rho_2 B} \tau_{s1} + \{ (\frac{2\alpha}{\rho_2} - 1 + \varepsilon \right. \\
\left. + \varepsilon \frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2-\rho_0}) \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} + \varepsilon gh_2u_1 \} E \right. \\
\left. - \varepsilon gh_1h_2u_1^2 \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \quad (A.5.60)
\end{aligned}$$

が得られる。(A.5.57)式はさらに、 $\frac{\beta\sqrt{\pi T}}{\rho_2-\rho_0} = \frac{2}{3}$ 、 $\frac{2\alpha}{\rho_2} = 1 - \frac{4}{3}\varepsilon$ とすれば

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon(\frac{2}{3} - F_1^2)} \left\{ -\frac{h_1+h_2}{gh_1h_2} \frac{\tau_1}{\rho_2} + \varepsilon \left(\frac{1}{3} \right. \right. \\
\left. \left. - 2F_1^2 \right) \frac{E}{u_1} + \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \right\} \quad (A.5.61)
\end{aligned}$$

と書き替えられる。

最後に、運動量式とエネルギー式の適応性について述べておく。二層不定流を表わす基本的関係は、運動量的に求めたものとエネルギー的に求めたものとは、多少その形が異なる。これは前述のように前者がベクトル量のx方向成分値であるのに対し、後者がスカラー量であることに起因する。しかし、開水路の流れは漸変流と考えられるものが多く、また単断面に近い水路の場合には、特に上層において形状がモデル通りの長方形に近い場合が多く、分布係数を1と近似できるので、実用計算では2つの方法の大きな性格の相違にも拘らず、ほぼ似かよった表示となっている。このなかで、結果として現わされた両者の相違点について列挙すれば次のようである。

(a) 運動量式では力として考えるため密度分布を考慮することができる。したがって密度分布が問題とされ、その推定法が見い出される場合には、エネルギー式より運動量式の方が表現内容が豊富であるといえる。上層での拡散を考慮し、密度分布をも同時に解析する場合には運動量の関係式を適用すべきであろう。

(b) 今回の解析では各層の流速分布を一様と仮定したが、流速分布の見積りが正確に行われれば運動量関係式により形状損失をも同時に算出することができる。

第4章において述べた内部渦の現象を考察するなど、将来更に細かな理論解析を行う場合には運動量式に基づいて検討されることであり、その意義は重要である。

A-6 特性曲線法による解法

エネルギーの基礎式に基づいて特性曲線の関係式を導いた。これは、2-3および2-4における検討の便をはかるためでもあった。

簡単のため、下層の密度 ρ_2 を一定として、(2.2.4)式は考えないこととするが、そのために一般性を失うものではない。なぜならば、 ρ_2 の応答は遅く、水理量が与えられれば独自に(2.2.4)式より算出できるからであり、また(2.2.8)式の $\partial\rho_2/\partial x$ は後述のように $\partial\rho_1/\partial t$ と同様に、係数の中で取扱うことができるからである。さて、エネルギー式に基づいて差分計算をする場合に、伝播速度を支配する方程式が不明のため不明朗な部分が存在することになる。この限りにおいて計算実施に多少の困難な手続きは必要であるが、原理からすると特性曲線法が最もよく、またこれにまさるものはないといえることができる。

特性曲線法による方法の考察を行うにあたり、基礎方程式は、体積の連続条件として(2.2.1)式と(2.2.2)式、および質量の連続条件(2.2.3)式を考慮した運動方程式として、(2.2.9)式と(2.2.10)式を適用する。ここで

は、上層の密度 ρ_1 については、未知量が多くなり解析が複雑になるので簡便的な取扱いとして、あらかじめ $\partial \rho_1 / \partial x$ を消去している。 ρ_1 は質量の連続条件より求めることができるので、特性曲線を求める場合にはこのような取扱いが認容される。また簡単のため ρ_2 を一定として扱ったが、原理的には同様に係数の中で考慮することができるので、これは基本的な問題とはならない。特性曲線を求めるとき、以上の4つの基礎方程式のほかに、 h_1 , h_2 , Q_1 , および Q_2 に関する次の全微分方程式が必要である。

すなわち、

$$dh_1 = \frac{\partial h_1}{\partial x} dx + \frac{\partial h_1}{\partial t} dt \quad (\text{A. 6.1})$$

$$dh_2 = \frac{\partial h_2}{\partial x} dx + \frac{\partial h_2}{\partial t} dt \quad (\text{A. 6.2})$$

$$dQ_1 = \frac{\partial Q_1}{\partial x} dx + \frac{\partial Q_1}{\partial t} dt \quad (\text{A. 6.3})$$

$$dQ_2 = \frac{\partial Q_2}{\partial x} dx + \frac{\partial Q_2}{\partial t} dt \quad (\text{A. 6.4})$$

であり、これらの (A.6.1) ~ (A.6.4) 式を加えて、以上の8つの基礎方程式をマトリックス表示すれば、

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 1 & 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & 0 & \beta_6 & \beta_7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial h_1 / \partial x \\ \partial h_1 / \partial t \\ \partial h_2 / \partial x \\ \partial h_2 / \partial t \\ \partial Q_1 / \partial x \\ \partial Q_1 / \partial t \\ \partial Q_2 / \partial x \\ \partial Q_2 / \partial t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ E \\ -E \\ dh_1 \\ dh_2 \\ dQ_1 \\ dQ_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6.5})$$

となる。ここに、

$$\alpha_1 = 1 - \frac{u_1^2}{gh_1}, \quad \alpha_2 = -\frac{u_1}{gh_1}, \quad \alpha_3 = \frac{u_1}{gh_1 B},$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{gh_1 B}$$

$$\beta_1 = 1 - \varepsilon, \quad \beta_2 = -\frac{1 - \varepsilon}{u_1}, \quad \beta_3 = 1 - \frac{u_2^2}{gh_2},$$

$$\beta_4 = -\frac{u_2}{gh_2}, \quad \beta_5 = -\frac{1 - \varepsilon}{u_1 B}, \quad \beta_6 = \frac{u_2}{gh_2 B},$$

$$\beta_7 = \frac{1}{gh_2 B}, \quad r_1 = -(i_{f1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}),$$

$$r_2 = -(\frac{E}{u_1} - \frac{h_1}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + i_{f2} - i_0 - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x})$$

$$(\text{A. 6.6})$$

である。特性曲線は次の行列

$$\Phi_f = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 1 & 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & 0 & \beta_6 & \beta_7 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6.7})$$

として、 $\Phi_f = 0$ の条件より得られる。

計算の結果は、

$$\begin{aligned} \Phi_f &= \alpha_4 \beta_7 (dx)^4 + (\frac{\alpha_4 \beta_4}{B} - \alpha_4 \beta_6 - \alpha_3 \beta_7 + \frac{\alpha_2 \beta_7}{B}) \\ &\quad \times dt(dx)^3 + (\alpha_3 \beta_6 - \frac{\alpha_2 \beta_6}{B} - \frac{\alpha_3 \beta_4}{B} + \frac{\alpha_2 \beta_4}{B^2} - \frac{\alpha_4 \beta_3}{B} \\ &\quad - \frac{\alpha_1 \beta_7}{B})(dt)^2(dx)^2 + (\frac{\alpha_1 \beta_6}{B} + \frac{\beta_2}{B^2} - \frac{\beta_5}{B} - \frac{\alpha_2 \beta_3}{B^2} \\ &\quad + \frac{\alpha_3 \beta_3}{B} - \frac{\alpha_1 \beta_4}{B^2})(dt)^3 dx + (\frac{\alpha_1 \beta_3}{B^2} - \frac{\beta_1}{B})(dt)^4 \\ &= \frac{(dt)^4}{g^2 h_1 h_2 B_2} [C^4 - 2(u_1 + u_2)C^3 \\ &\quad - \{g(h_1 + h_2) - u_1^2 - 4u_1 u_2 - u_2^2\}C^2 \\ &\quad + \{2g(u_1 h_2 + u_2 h_1) - 2u_1 u_2(u_1 + u_2)\}C \\ &\quad + \{\varepsilon g^2 h_1 h_2 - g(u_1^2 h_2 + u_2^2 h_1) + u_1^2 u_2^2\}] \end{aligned} \quad (\text{A. 6.8})$$

である。(A.6.8) 式を $\Phi_f = \frac{(dt)^4}{g^2 h_1 h_2 B^2} \Phi'_f$ とおき、微

少項を省略すれば

$$\begin{aligned} \Phi'_f &= (C^4 - 2(u_1 + u_2)C^3 - g(h_1 + h_2)C^2 \\ &\quad + 2g(u_1 h_2 + u_2 h_1)C - g(u_1^2 h_2 + u_2^2 h_1) \\ &\quad + \varepsilon g^2 h_1 h_2) \end{aligned} \quad (\text{A. 6.9})$$

が得られる。ここに、 $C = dx/dt$ である。省略のある (A.6.9) 式を用い、 $\Phi'_f = 0$ の式を $C = C' - (u_1 + u_2)/2$ とおくことにより、

$$C'^4 + PC'^2 + qC' + r = 0 \quad (\text{A. 6.10})$$

$$\begin{cases} P = -g(h_1 + h_2) - \frac{3}{2}(u_1 + u_2)^2 \\ q = -(u_1 + u_2)^3 - g(h_1 - h_2)(u_1 - u_2) \\ r = \varepsilon g^2 h_1 h_2 - \frac{g}{4}(h_1 + h_2)(u_1^2 + u_2^2) \\ \quad + \frac{g}{2}(h_1 + h_2)u_1 u_2 - \frac{5}{16}(u_1 + u_2)^4 \end{cases}$$

と変形することができる。(A.6.10)式の根は、次式

$$t^3 + \ell t^2 + m t + n = 0 \quad (\text{A.6.11})$$

$$\begin{cases} \ell = 2p = -2g(h_1 + h_2) - 3(u_1 + u_2)^2 \\ m = p^2 - 4r = \frac{7}{2}(u_1 + u_2)^4 + 4g(h_1 + h_2)(u_1^2 \\ \quad + u_1 u_2 + u_2^2) + g^2(h_1 + h_2)^2 - 4\varepsilon g^2 h_1 h_2 \\ n = -q^2 = -\{(u_1 + u_2)^3 + g(h_1 - h_2)(u_1 - u_2)\}^2 \end{cases}$$

の根を知ることにより求めることができる。そこで、ふたたび $t = t' - \ell/3$ とおくことにより、

$$t'^3 + m' t' + n' = 0 \quad (\text{A.6.12})$$

$$\begin{cases} m' = m - \frac{\ell^2}{3} = \frac{1}{2}(u_1 + u_2)^4 - 4g(h_1 + h_2)u_1 u_2 \\ \quad - \frac{g^2}{3}(h_1 + h_2)^2 - 4\varepsilon g^2 h_1 h_2 \\ n' = n - \frac{\ell}{3}(m - \frac{\ell^2}{3}) = -\frac{1}{2}(u_1 + u_2)^6 - \frac{g}{3}(u_1 + u_2)^2 \\ \quad \times (5u_1^2 h_1 + 10u_1 u_2 h_1 - 7u_2^2 h_1 - 7u_1^2 h_2 \\ \quad + 10u_1 u_2 h_2 + 5u_2^2 h_2) - \frac{g^2}{3}(h_1 + h_2)^2 \\ \quad \times (u_1^2 + 10u_1 u_2 + u_2^2) - g^2(h_1 - h_2)^2(u_1 - u_2)^2 \\ \quad - \frac{2}{9}g^3(h_1 + h_2)^3 \end{cases}$$

微少項を省略することにより、近似的に(A.6.12)式は

$$t'^3 - \frac{g^2}{3}(h_1 + h_2)^2 t' - \frac{2}{9}g^3(h_1 + h_2)^3 = 0 \quad (\text{A.6.13})$$

となる。(A.6.13)式には実根が2つ存在することがわかる。ここで、(A.6.11)式の ℓ は、 $\ell \div -2g(h_1 + h_2)$ と近似した。

$$t' = \frac{2}{3}g(h_1 + h_2), \quad -\frac{g}{3}(h_1 + h_2), \quad -\frac{g}{3}(h_1 + h_2) \quad (\text{A.6.14})$$

$$\therefore t = \frac{4}{3}g(h_1 + h_2), \quad \frac{1}{3}g(h_1 + h_2), \quad \frac{1}{3}g(h_1 + h_2) \quad (\text{A.6.15})$$

したがって、特性曲線は3本存在し、それらを表わす方程式は、

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \\ C_2 &= \frac{u_1 + u_2}{2} \\ C_3 = C_4 &= \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \end{aligned} \right\} (\text{A.6.16})$$

である。ちなみに、特性曲線の(A.6.16)式はかなりの微少項の省略の後に求められた結果であるので、もとの式(A.6.9)式との差について調べてみる。

$$\begin{aligned} & \left(C - \frac{u_1 + u_2}{2} \right) \left\{ C - \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right\} \{ c \\ & - \frac{u_1 + u_2}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \}^2 \\ & = C^4 - 2(u_1 + u_2)C^3 - \{ g(h_1 + h_2) - \frac{3}{2}(u_1 + u_2)^2 \} c^2 \\ & + \{ g(h_1 + h_2)(u_1 + u_2) - \frac{2}{3\sqrt{3}} g^{3/2}(h_1 + h_2)^{3/2} \\ & - \frac{(u_1 + u_2)^3}{2} \} C + \frac{(u_1 + u_2)}{3\sqrt{3}} g^{3/2}(h_1 + h_2)^{3/2} \\ & - g(h_1 + h_2) \frac{(u_1 + u_2)^2}{4} + \frac{(u_1 + u_2)^4}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.6.17})$$

であるから、(A.6.17)式と、(A.6.8)式または(A.6.9)式と比較してみると、 C^4 および C^3 の項では完全に一致し、 C^2 の項では極めてよく一致し、 C の項および定数項においてもオーダー的によい近似を示しているの、 Δx に対し、 Δt を極端に大きくすることは計算安定上不可能であるから、大きな C の値を用いる限り、実用上の問題はほとんどないと考えてよさそうである。

つぎに、上層水深 h_1 の勾配は

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{\begin{bmatrix} r_1 & \alpha_2 & 1 & 0 & \alpha_3 & \alpha_4 & 0 & 0 \\ r_2 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & 0 & \beta_6 & \beta_7 \\ E & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/B & 0 \\ dh_1 & dt & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ dh_2 & 0 & dx & dt & 0 & 0 & 0 & 0 \\ dQ_1 & 0 & 0 & 0 & dx & dt & 0 & 0 \\ dQ_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix}}{\div \phi_f}$$

$$= \frac{(dt)^4}{g^2 h_1 h_2 B^2} \frac{1}{\phi_f} \left[\left(\frac{dh_1}{dt} - E \right) C^3 + \{ (u_1 + 2u_2) E \right.$$

$$\begin{aligned}
& + gh_1 (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_1}{dt} \\
& + \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} \} C^2 + \{ (gh_1 + gh_2 - 2u_1 u_2 - u_2^2) E \\
& - 2gh_1 u_2 (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + (4u_1 u_2 + u_2^2 \\
& - gh_2) \frac{dh_1}{dt} + gh_1 \frac{dh_2}{dt} - \frac{2u_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \} C + \{ \varepsilon g^2 h_1 h_2 \\
& - u_1 (gh_1 u_2 + gh_2 u_1 - u_1 u_2^2) \} \frac{E}{u_1} + gh_1 u_2^2 (i_{f_1} \\
& - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - g^2 h_1 h_2 (i_{f_1} - i_{f_2} \\
& - \frac{u_1^2 - u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + 2(gh_2 u_1 \\
& - u_1 u_2^2) \frac{dh_1}{dt} - 2gh_1 u_2 \frac{dh_2}{dt} - (gh_2 - u_2^2) \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\
& + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \} \quad (A. 6.18)
\end{aligned}$$

である。同一項内におけるオーダー比較により微少項を省略すれば、(A. 6.18)式は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\phi' f} \left[\left(\frac{dh_1}{dt} - E \right) C^3 + \{ (u_1 + 2u_2) E \right. \\
& + gh_1 (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_1}{dt} \\
& + \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} \} C^2 + \{ (gh_1 + gh_2) E - 2gh_1 u_2 (i_{f_1} \\
& - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - gh_2 \frac{dh_1}{dt} + gh_1 \frac{dh_2}{dt} \\
& - \frac{2u_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \} C + \{ \varepsilon g^2 h_1 h_2 - u_1 (gh_1 u_2 \\
& + gh_2 u_1) \} \frac{E}{u_1} + gh_1 u_2^2 (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - g^2 h_1 h_2 (i_{f_1} - i_{f_2} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + 2gh_2 u_1 \frac{dh_1}{dt} - 2gh_1 u_2 \frac{dh_2}{dt} \\
& \left. - \frac{gh_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \right] \quad (A. 6.19)
\end{aligned}$$

となる。

特性曲線 C_1 , C_2 および C_3 上で成り立つ方程式を求めるに際して、微少項を省略した(A. 6.19)式に基づき、計算の途中においても煩雑さを避けるため微少項を省略していくものとする。特性曲線(A. 6.16)式においては二乗、三乗項として次の近似を行う。

$$C_1^2 = \frac{4}{3} g (h_1 + h_2) + \frac{2}{\sqrt{3}} (u_1 + u_2) \sqrt{g(h_1 + h_2)}$$

$$C_3^2 = \frac{1}{3} g (h_1 + h_2) - \frac{1}{\sqrt{3}} (u_1 + u_2) \sqrt{g(h_1 + h_2)}$$

$$C_1^3 = \frac{8}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2}$$

$$+ 2(u_1 + u_2) g (h_1 + h_2)$$

$$C_3^3 = - \frac{1}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2}$$

$$+ \frac{1}{2} (u_1 + u_2) g (h_1 + h_2)$$

このとき、 C_1 上の方程式として、

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{4}{3} g^2 h_1^2 + \frac{1}{3} g^2 h_1 h_2 + \frac{2}{\sqrt{3}} (u_1 - u_2) gh_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right\} i_{f_1} \\
& + g^2 h_1 h_2 i_{f_2} - \left\{ \frac{4}{3} g^2 h_1 (h_1 + h_2) + \frac{2}{\sqrt{3}} (u_1 \right. \\
& \left. - u_2) gh_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right\} i_0 - \left\{ \frac{u_1 - u_2}{6} g (h_1 + 7h_2) \right. \\
& \left. - \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} + \frac{2}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2} \right\} E \\
& - \left\{ \frac{4}{3} u_1^2 gh_1^2 + \frac{1}{3} u_1^2 gh_1 h_2 + u_2^2 gh_1 h_2 + \frac{2}{\sqrt{3}} (u_1 \right. \\
& \left. - u_2) u_1^2 h_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \left\{ \frac{8}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2} \right. \\
& \left. - \frac{2}{\sqrt{3}} gh_2 \sqrt{g(h_1 + h_2)} - \frac{2}{3} (u_1 + u_2) gh_1 + \frac{5}{6} (u_1 \right. \\
& \left. - u_2) gh_2 \right\} \frac{dh_1}{dt} + \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right. \\
& \left. + \frac{u_1 - 3u_2}{2} \right\} gh_1 \frac{dh_2}{dt} + \frac{2}{\sqrt{3}} (u_1 - u_2) \sqrt{g(h_1 + h_2)} \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\
& + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (A. 6.20)
\end{aligned}$$

C_2 上の方程式として、

$$\begin{aligned}
& - (i_{f_1} - i_{f_2}) g^2 h_1 h_2 + \left\{ \frac{\varepsilon gh_1 h_2}{u_1} + \frac{u_1 - u_2}{2} g (h_1 \right. \\
& \left. - h_2) \right\} E + (u_1^2 - u_2^2) \frac{gh_1 h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \frac{3u_1 - u_2}{2} gh_2 \frac{dh_1}{dt} + \frac{u_1 - 3u_2}{2} gh_1 \frac{dh_2}{dt} - \frac{gh_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\
& + \frac{gh_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (A. 6.21)
\end{aligned}$$

および C_3 上の方程式として、

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{1}{3} g^2 h_1^2 - \frac{2}{3} g^2 h_1 h_2 - \frac{1}{\sqrt{3}} (u_1 - u_2) g h_1 \right. \\
& \times \sqrt{g(h_1 + h_2)} \left. \right\} i_{f_1} + g^2 h_1 h_2 i_{f_2} - \left\{ \frac{1}{3} g h_1 (h_1 + h_2) \right. \\
& - \frac{1}{\sqrt{3}} (u_1 - u_2) g h_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \left. \right\} i_0 + \left\{ \frac{u_1 - u_2}{3} g (h_1 \right. \\
& - 2h_2) + \frac{1}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2} \\
& - \frac{1}{\sqrt{3}} g (h_1 + h_2) \sqrt{g(h_1 + h_2)} + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} \left. \right\} E \\
& + \left\{ \frac{u_1^2}{3} g h_1 (h_1 - 2h_2) + \frac{1}{\sqrt{3}} (u_1 - u_2) u_1^2 h_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right. \\
& - u_1^2 g h_1 h_2 \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} g h_2 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \right. \\
& - \frac{1}{3\sqrt{3}} g^{3/2} (h_1 + h_2)^{3/2} - \frac{1}{6} (u_1 + u_2) g h_1 \\
& + \frac{2}{3} (2u_1 - u_2) g h_2 \left. \right\} \frac{dh_1}{dt} + \left\{ \frac{u_1 - 3u_2}{2} g h_1 \right. \\
& - \frac{1}{\sqrt{3}} g h_1 \sqrt{g(h_1 + h_2)} \left. \right\} \frac{dh_2}{dt} + \left\{ \frac{g}{3} (h_1 - 2h_2) \right. \\
& - \frac{1}{\sqrt{3}} (u_1 + 3u_2) \sqrt{g(h_1 + h_2)} \left. \right\} \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} + \frac{g h_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \\
& - \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (A. 6. 22)
\end{aligned}$$

が成り立つ。未知量は4つ (h_1 , h_2 , Q_1 , Q_2) であり、特性曲線も本来4本存在し、その曲線上に成り立つ方程式もそれぞれ存在するので解が得られる。今回はたまたま2本の曲線が近似的に一致したので、このままでは解が得られない。そこで実際の計算には他に1つの条件を加える必要がある。それには、例えば連続条件(2.2.1)式などを考慮すればよいであろう。

特性曲線法は物理的内容を考慮しながら計算を実施できる利点があるが、この場合非常に煩雑である。そこで、特性曲線法によらないでも、 $\partial h_1 / \partial t$ に対する(A.6.19)式と同様の関係を他の未知量について知れば計算の実施が可能であるので、以下に $\partial h_2 / \partial x$, $\partial Q_1 / \partial x$ および $\partial Q_2 / \partial x$ を求めた。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{(dt)^4}{g^2 h_1 h_2 B^2} \frac{1}{\phi_f} \left[\left(\frac{dh_2}{dt} + E \right) C^3 + \{ -(2u_1 \right. \\
& + u_2) E + \varepsilon g h_2 \frac{E}{u_1} + g h_2 (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_2}{dt} + \frac{1}{B} \frac{dQ_2}{dt} - \frac{g h_1 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C^2 \\
& + \{ (2u_1 u_2 + u_1^2) E - g(h_1 + h_2) E - \varepsilon g h_2 E
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2g h_2 u_1 (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + (1 - \varepsilon) g h_2 \\
& \times \frac{dh_1}{dt} - (g h_1 - 4u_1 u_2 - u_1^2) \frac{dh_2}{dt} - \frac{2u_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \\
& + \frac{2g h_1 h_2}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C + \{ (g h_1 u_2 + g h_2 u_1 - u_1^2 u_2 \\
& - \varepsilon \frac{g^2 h_1 h_2}{u_1}) E - g h_2 (g h_1 - u_1^2) (i_{f_2} - i_0 \\
& - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + (1 - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 (i_{f_1} - i_0 \\
& - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + 2u_2 (g h_1 - u_1^2) \frac{dh_2}{dt} + (1 - \varepsilon) \frac{g h_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\
& - (g h_1 - u_1^2) \frac{1}{B} \frac{dQ_2}{dt} + \frac{g h_1 h_2 (g h_1 - u_1^2)}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\}] \\
& (A. 6. 23)
\end{aligned}$$

微少項を省略すれば、(A. 6. 23)式は、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\phi_f} \left[\left(\frac{dh_2}{dt} + E \right) C^3 + \{ -(2u_1 + u_2) E \right. \\
& + \varepsilon g h_2 \frac{E}{u_1} + g h_2 (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_2}{dt} + \frac{1}{B} \frac{dQ_2}{dt} - \frac{g h_1 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C^2 \\
& + \{ -g(h_1 + h_2) E - 2g h_2 u_1 (i_{f_2} - i_0 \\
& - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + g h_2 \frac{dh_1}{dt} - g h_1 \frac{dh_2}{dt} - \frac{2u_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \\
& + \frac{2g h_1 h_2}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C + \{ (g h_1 u_2 + g h_2 u_1 \\
& - \varepsilon \frac{g^2 h_1 h_2}{u_1}) E + g^2 h_1 h_2 (i_{f_1} - i_{f_2} \\
& - \frac{u_1^2 - u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + 2u_2 g h_1 \frac{dh_2}{dt} + \frac{g h_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\
& - \frac{g h_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} + \frac{g^2 h_1^2 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\}] \\
& (A. 6. 24)
\end{aligned}$$

となる。上層流量 Q_1 の縦断勾配は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_1}{\partial x} = & \frac{(dt)^4}{g^2 h_1 h_2 B^2} \frac{1}{\phi_f} \left[\left\{ \frac{dQ_1}{dt} + g h_1 B (i_{f_1} - i_0 \right. \right. \\
& - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) - u_1 B E \left. \right\} C^3 + \{ u_1 (u_1 + u_2) B E \\
& - g h_1 u_2 B (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x}) + (g h_1 \\
& - u_1^2) B \frac{dh_1}{dt} + g h_1 B \frac{dh_2}{dt} - 2u_2 \frac{dQ_1}{dt} \left. \right\} C^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{ -u_1 u_2 (u_1 + u_2) B E + g h_2 u_1 B E + \varepsilon g^2 h_1 h_2 B \frac{E}{u_1} \\
& - g h_1 (g h_2 - u_2^2) B (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& + g^2 h_1 h_2 B (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) - u_2 (g h_1 \\
& - u_1^2) B \frac{d h_1}{d t} - g h_1 u_2 B \frac{d h_2}{d t} - (g h_2 - u_2^2) \frac{d Q_1}{d t} \\
& + g h_1 \frac{d Q_2}{d t} - \frac{g^2 h_1^2 h_2 B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C + \{ (g h_1 \\
& - u_1^2) (g h_2 - u_2^2) B E - (1 - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 B E \\
& - (g h_1 - u_1^2) (g h_2 - u_2^2) B \frac{d h_1}{d t} + (1 \\
& - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 B \frac{d h_1}{d t} \} \quad (A. 6. 25)
\end{aligned}$$

微小項を省略すれば、(A. 6. 25) 式は、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_1}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_f'} \left[\left\{ \frac{d Q_1}{d t} + g h_1 B (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \right. \right. \\
& - u_1 B E \} C^3 + \{ u_1 (u_1 + u_2) B E - g h_1 u_2 B (i_{f_1} \\
& - i_0 - \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) + g h_1 B \frac{d h_1}{d t} + g h_1 B \frac{d h_2}{d t} \\
& - 2 u_2 \frac{d Q_1}{d t} \} C^2 + \{ (g h_1 u_1 + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1}) B E \\
& - g^2 h_1 h_2 B (i_{f_1} - i_{f_2} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - g h_1 u_2 B \frac{d h_1}{d t} - g h_1 u_2 B \frac{d h_2}{d t} - g h_2 \frac{d Q_1}{d t} \\
& + g h_1 \frac{d Q_2}{d t} - \frac{g^2 h_1^2 h_2 B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C + \{ \varepsilon g^2 h_1 h_2 B E \\
& - (g h_1 u_2^2 + g h_2 u_1^2) B E - (\varepsilon g^2 h_1 h_2 - g h_1 u_2^2 \\
& - g h_2 u_1^2) B \frac{d h_1}{d t} \} \quad (A. 6. 26)
\end{aligned}$$

となる。下層流量 Q_2 の縦断勾配は、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_2}{\partial x} &= \frac{(d t)^4}{g^2 h_1 h_2 B^2} \frac{1}{\phi_f'} \left[\left\{ \frac{d Q_2}{d t} + g h_2 B (i_{f_2} - i_0 \right. \right. \\
& - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) + u_2 B E + \varepsilon g h_2 B \frac{E}{u_1} - \frac{g h_1 h_2 B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C^3 \\
& + \{ - (u_2^2 + 2 u_1 u_2 + \varepsilon g h_2) B E - 2 g h_2 u_1 B (i_{f_2} \\
& - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) + \frac{2 g h_1 h_2 B}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + (1 - \varepsilon) g h_2 B \frac{d h_1}{d t} + (g h_2 - u_2^2) B \frac{d h_2}{d t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2 u_1 \frac{d Q_2}{d t} \} C^2 + \{ - (g h_1 u_2 + g h_2 u_1 \\
& + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1} - u_1^2 u_2 - 2 u_1 u_2^2) B E + (1 \\
& - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 B (i_{f_1} - i_0 - \frac{u_1^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) - g h_2 (g h_1 \\
& - u_1^2) B (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - (1 - \varepsilon) 2 g h_2 u_1 B \frac{d h_1}{d t} - 2 (g h_2 - u_2^2) u_1 B \frac{d h_2}{d t} \\
& + (1 - \varepsilon) g h_2 \frac{d Q_1}{d t} - (g h_1 - u_1^2) \frac{d Q_2}{d t} \\
& + \frac{g h_1 h_2 (g h_1 - u_1^2) B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C + \{ (1 \\
& - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 B E - (g h_1 - u_1^2) (g h_1 - u_2^2) B E \\
& + (1 - \varepsilon) g^2 h_1 h_2 B \frac{d h_2}{d t} - (g h_1 - u_1^2) (g h_2 \\
& - u_2^2) B \frac{d h_2}{d t} \} \quad (A. 6. 27)
\end{aligned}$$

微小項を省略すれば、(A. 6. 27) 式は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi_f'} \left[\left\{ \frac{d Q_2}{d t} + g h_2 B (i_{f_2} - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \right. \right. \\
& + (u_2 + \frac{\varepsilon g h_2}{u_1}) B E - \frac{g h_1 h_2 B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C^3 \\
& + \{ - (u_2^2 + 2 u_1 u_2 + \varepsilon g h_2) B E - 2 g h_2 u_1 B (i_{f_2} \\
& - i_0 - \frac{u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) + \frac{2 g h_1 h_2 B}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + g h_2 B \frac{d h_1}{d t} + g h_2 B \frac{d h_2}{d t} - 2 u_1 \frac{d Q_2}{d t} \} C^2 \\
& + \{ - (g h_1 u_2 + g h_2 u_1 + \frac{\varepsilon g^2 h_1 h_2}{u_1}) B E \\
& + g^2 h_1 h_2 B (i_{f_1} - i_{f_2} - \frac{u_1^2 - u_2^2}{g B} \frac{\partial B}{\partial x}) \\
& - 2 g h_2 u_1 B \frac{d h_1}{d t} - 2 g h_2 u_1 B \frac{d h_2}{d t} + g h_2 \frac{d Q_1}{d t} \\
& - g h_1 \frac{d Q_2}{d t} + \frac{g^2 h_1^2 h_2 B}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \} C + \{ - (\varepsilon g^2 h_1 h_2 \\
& - g h_1 u_2^2 - g h_2 u_1^2) B E - (\varepsilon g^2 h_1 h_2 - g h_1 u_2^2 \\
& - g h_2 u_1^2) B \frac{d h_2}{d t} \} \quad (A. 6. 28)
\end{aligned}$$

となる。

以上の結果により水面勾配を求めると、あらかじめ微小項の省略のある(A. 6. 19) 式および(A. 6. 24) 式を適用す

ることにすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} = & \frac{1}{\rho_f} \left[-i_0 C^4 + \left\{ \frac{dh_1}{dt} + \frac{dh_2}{dt} + 2(u_1 + u_2) i_0 \right\} C^3 \right. \\ & + \left\{ -(u_1 - u_2 - \frac{\varepsilon g h_2}{u_1}) E + g(h_1 i_{f1} + h_2 i_{f2}) \right. \\ & - \frac{h_1 u_1^2 + h_2 u_2^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_1}{dt} \\ & - 2(u_1 + u_2) \frac{dh_2}{dt} + \frac{1}{B} \frac{dQ_1}{dt} + \frac{1}{B} \frac{dQ_2}{dt} \\ & - \frac{g h_1 h_2}{u_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C^2 + \left\{ -2g(h_1 u_2 i_{f1} + h_2 u_1 i_{f2}) \right. \\ & + \frac{2(h_1 u_1^2 u_2 + h_2 u_1 u_2^2)}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{2u_2}{B} \frac{dQ_1}{dt} \\ & - \frac{2u_1}{B} \frac{dQ_2}{dt} + \frac{2g h_1 h_2}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \left. \right\} C \\ & + g h_1 u_2^2 i_{f1} + (g h_2 u_1^2 - \varepsilon g^2 h_1 h_2) i_0 \\ & \left. - \frac{h_1 u_1^2 u_2^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + 2g h_2 u_1 \frac{dh_1}{dt} \right] \quad (A. 6. 29) \end{aligned}$$

となる。

A-7 二層流解析と一層流解析の相違

通常、河口部などでは一層流としての解析が行われる。そこで、実際の現象が二層流のとき、一層流と仮定した場合の相違点について考察した。

一次元一層流については、簡単のため密度を一定(ρ_0)として水面勾配を求めた。運動量の基礎方程式は、連続条件および運動量保存則について、それぞれ

$$\frac{\partial}{\partial t} (h_1 + h_2) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} (Q_1 + Q_2) = 0 \quad (A. 7. 1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (Q_1 + Q_2) + \frac{\partial}{\partial x} U (Q_1 + Q_2) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x} B (h_1 + h_2)^2 \\ - \frac{g}{2} \frac{(h_1 + h_2)^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} - g(h_1 + h_2) B i_0 + \frac{B}{\rho_0} \tau_0 = 0 \end{aligned} \quad (A. 7. 2)$$

ここに、

$$U = \frac{Q_1 + Q_2}{B(h_1 + h_2)} = \frac{u_1 h_1 + u_2 h_2}{h_1 + h_2} \quad (A. 7. 3)$$

とおくことができる。(A. 7. 1)式～(A. 7. 3)式より、水面勾配 $\partial S / \partial x$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} = & \frac{1}{g(h_1 + h_2) - U^2} \left[U^2 i_0 - \frac{\tau_0}{\rho_0} + \frac{(h_1 + h_2) U^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\ & \left. + 2U \frac{\partial}{\partial t} (h_1 + h_2) - \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial t} (Q_1 + Q_2) \right] \end{aligned} \quad (A. 7. 4)$$

となる。いっぽう、エネルギー式の場合には、連続式

(A. 7. 1)式と運動方程式

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (h_1 + h_2) + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + i_f - i_0 = 0 \quad (A. 7. 5)$$

より求めると、水面勾配 $\partial S / \partial x$ は運動量の関係から求めた(A. 7. 4)式と一致した。このことは、流れは漸変流とし、係数を1としているので、たまたま合致したものである。

ここで、 $F = U / \sqrt{g(h_1 + h_2)}$ 、 $i_f = \tau_0 / \{ \rho_0 g(h_1 + h_2) \}$ とおけば、(A. 7. 4)式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} = & \frac{1}{1 - F^2} \left[-i_f + F^2 i_0 + F^2 \frac{h_1 + h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\ & + \frac{2U}{g(h_1 + h_2)} \frac{\partial}{\partial t} (h_1 + h_2) \\ & \left. - \frac{1}{g(h_1 + h_2) B} \frac{\partial}{\partial t} (Q_1 + Q_2) \right] \quad (A. 7. 6) \end{aligned}$$

と書き改められる。また、特性曲線法によれば、基礎方程式は(A. 7. 1)式、(A. 7. 2)式(または(A. 7. 5)式)および $d(Q_1 + Q_2)$ と $d(h_1 + h_2)$ に関する全微分の関係式を用いて

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \{g(h_1 + h_2) - U^2\} B & 0 & 2U & 1 \\ 0 & 1 & 1/B & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial(h_1 + h_2)/\partial x \\ \partial(h_1 + h_2)/\partial t \\ \partial(Q_1 + Q_2)/\partial x \\ \partial(Q_1 + Q_2)/\partial t \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} (h_1 + h_2) U^2 \partial B / \partial x + g(h_1 + h_2) B i_0 - (B/\rho_0) \tau_0 \\ 0 \\ d(h_1 + h_2) \\ d(Q_1 + Q_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (A. 7. 7)$$

が得られるから、特性曲線 $C = dx / dt$ は

$$\begin{aligned} \phi = & \begin{bmatrix} \{g(h_1 + h_2) - U^2\} B & 0 & 2U & 1 \\ 0 & 1 & 1/B & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{bmatrix} \\ = & (dx)^2 - 2U dx dt + \{U^2 - g(h_1 + h_2)\} (dt)^2 = 0 \end{aligned} \quad (A. 7. 8)$$

より、ただちに

$$\frac{dx}{dt} = C = U \pm \sqrt{g(h_1 + h_2)} \quad (A. 7. 9)$$

が得られる。 $\partial(h_1 + h_2) / \partial x$ および $\partial(Q_1 + Q_2) / \partial x$

は (A.7.7) 式より, それぞれ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(h_1+h_2) &= \frac{1}{\phi} \left[d(h_1+h_2) dx + \left(\frac{d(Q_1+Q_2)}{B} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2U d(h_1+h_2) \right) dt - \left\{ U^2 \frac{h_1+h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + g(h_1+h_2) i_0 - \frac{\tau_0}{\rho_0} \right\} (dt)^2 \right] \end{aligned} \quad (A.7.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(Q_1+Q_2) &= \frac{1}{\phi} \left[d(Q_1+Q_2) dx - \left\{ U^2 (h_1+h_2) \frac{\partial B}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + g(h_1+h_2) B i_0 - \frac{B}{\rho_0} \tau_0 \right\} dx dt \right. \\ &\quad \left. + \{ g(h_1+h_2) - U^2 \} d(h_1+h_2) dt \right] \end{aligned} \quad (A.7.11)$$

となる。(A.7.10) 式および (A.7.11) 式を C を用いて書き改めれば,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(h_1+h_2) &= \left[\frac{d(h_1+h_2)}{dt} C + \frac{1}{B} \frac{d(Q_1+Q_2)}{dt} \right. \\ &\quad \left. - 2U \frac{d(h_1+h_2)}{dt} - \left\{ U^2 \frac{h_1+h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + g(h_1+h_2) i_0 - \frac{\tau_0}{\rho_0} \right\} \right] / [C^2 - 2UC \\ &\quad + \{ U^2 - g(h_1+h_2) \}] \end{aligned} \quad (A.7.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(Q_1+Q_2) &= \left[\frac{d(Q_1+Q_2)}{dt} C - \left\{ U^2 (h_1+h_2) \frac{\partial B}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + g(h_1+h_2) B i_0 - \frac{B}{\rho_0} \tau_0 \right\} C + \{ g(h_1 \right. \\ &\quad \left. + h_2) - U^2 \} B \frac{d(h_1+h_2)}{dt} \right] / [C^2 - 2UC \\ &\quad + \{ U^2 - g(h_1+h_2) \}] \end{aligned} \quad (A.7.13)$$

である。特性曲線 $C_1 = U + \sqrt{g(h_1+h_2)}$ 上で成り立つ方程式は, (A.7.12) 式または (A.7.13) 式より

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(h_1+h_2) &= \left[-\frac{\tau_0}{\rho_0} + g(h_1+h_2) i_0 + U^2 \frac{h_1+h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{B} \frac{d(Q_1+Q_2)}{dt} \right] / \left[\sqrt{g(h_1+h_2)} - U \right] \end{aligned} \quad (A.7.14)$$

および特性曲線 $C_2 = U - \sqrt{g(h_1+h_2)}$ 上で成り立つ方程式は,

$$\frac{d}{dt}(h_1+h_2) = \left[\frac{\tau_0}{\rho_0} - g(h_1+h_2) i_0 - U^2 \frac{h_1+h_2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{B} \frac{d(Q_1+Q_2)}{dt} \right] / \left[\sqrt{g(h_1+h_2)} + U \right] \quad (A.7.15)$$

となる。

つぎに, 一層流解析と二層流解析の相違点について考察する。二層流解析の結果得られた水面勾配の近似式は, 運動量関係式およびエネルギー関係式について, それぞれ (A.5.46) 式および (2.2.14) 式である。これらの式は当然のこと乍ら, 形の上で一層流の (2.5.4) 式または (2.5.6) 式とよく似ている。特に, 二層流の場合に下層流速 u_2 が非常に小さいとすると (A.5.46) 式および (2.2.14) 式はそれぞれ

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} &= \frac{1}{\frac{2}{3} - F_1^2} \left[-i_{f1} + \left(\frac{1}{3} + F_1^2 \right) i_{f2} + \frac{u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon \left(\frac{1}{3} + F_1^2 \right) \frac{E}{u_1} + \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{3} - F_1^2 \right) \frac{h_1}{\rho_2 u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (A.7.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} &= \frac{1}{1 - F_1^2} \left[-i_{f1} + F_1^2 i_{f2} + \frac{u_1^2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{F_1^2 h_1}{\rho_2 u_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (A.7.17)$$

となる。(A.7.16) 式と (A.7.17) 式の相違は密度分布形の影響が現われているところが大きく, むしろ (A.7.16) 式の方が現象を忠実に表現していると思ふことができる。これらの関係式と一層流の場合の (A.7.6) 式とを比較すると, さらによく似た結果となっていることがわかる。実際には, u_2 は無視し得るほど小さくないときが多いが, その場合の方が一層流解析の結果に近いということは, 一層流解析の本質ともいうべきものである。一層流解析と二層流解析の差について, 特徴的なことを列挙すれば次のようである。

(a) 分母が零になる条件は, 一層流の場合に $F = 1$ であるのに対し, 二層流の場合には $F_1^2 + F_2^2 = 2/3$ である。この条件は一層流の場合には x のいずれの点で生じてもよいが, 二層流の場合には河口条件と重大な関係を持つことになる。また, 二層流の場合には, 上下層の内部フルード数は河口付近において急激な変化を示すが, 一層流の計算結果が定性的にはともかくも緩慢な値を示すのに対し, 二層流モデルによる計算結果の方が現象に忠実な結果を示す。

(b) 一層流解析では現象的にみて摩擦項の表現が適切でないのに対し, 二層流モデルには妥当性がみられる。

(c) 河床勾配の影響は二層流モデルでは下層式の中で吸収され直接的でないが, 一層流モデルではフルード数の増大と共に無視しえぬ効果を生じることとなる。特に, 河口付近においては流速も大きく, 河床勾配の変化も大きいこ

とがあるので、実際の結果とのずれが増大する危険がある。

(d) 川幅変化の影響は流速水頭に関係する。一層流モデルでは平均流速は小さいのでその影響が実際の現象に比し緩慢である。

(e) 水深の時間変化についても、流速と水深の両方の係数が一層流の場合に現象を緩慢にする。また、二層流ではこの他に、上下層のそれぞれの水深変化が独自に役割を有し、現象の説明により忠実といえる。

(f) 流量は、上下層で逆方向のこともあるが、一層流ではその効果が相殺され、不定流としての表現が不十分なものとなる。

(g) この他、上層の密度変化や混入流量の影響もあるが、特に河口付近や塩水の遡上先端付近では考慮の必要がある。

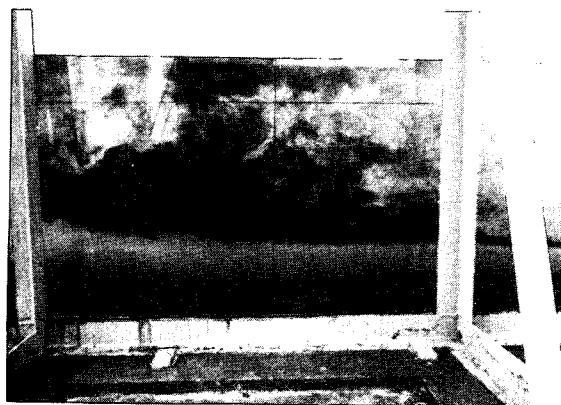
以上のように全般的に一層流解析では計算結果が実際の現象に比し、ゆるやかなものとなるが、特に河口付近においてその傾向が顕著である。たとえば、河口付近において川の中の水位が海の潮位より低下することがあるが、一層流解析では定性的にはそのような傾向がみられても、実測水位よりなお高い水位をアウトプットすることが多い。また、 h_2 とみられる水深の増大と共に誤差が大きくなる。通常、感潮河川においても一層流解析を行うことが多いが、一層流と二層流との差、ならびに現地における現象を踏えた考察が必要である。

A-8 三層一次元不定流のエネルギー方程式

本論文においては主として二層流について考察してきた。このような考え方によって、弱混合ないし境界面が比較的明瞭な緩混合の場合には、その現象の大方の説明がつくことはすでにみてきたとおりである。しかしながら、流速分布と濃度分布、およびマスの鉛直方向の輸送の状況等から判断して、多層流として取扱う方がより精度よくシミュレートできることも確かである。塩水くさびの実験によると、適当に鉛直面上の数点より色素を注入すると、これは拡散してゆくが、大局的にみて、見事に三層に分かれるようであり(写真A.8.1)、内部渦が存在する場合には、現実に三層流と考えるべき現象が少くないと思われる。したがって、将来の解析の方向としては三層流としての取扱いが示唆される。

そこで、ここでは三層流としての考え方の基本について述べておくこととした。aではモデルの条件として二層流モデルとの対比を行い、bにおいて一例としてエネルギー式に基づく基礎式とその変形過程について記述した。cでは定常流の場合に関する考察を行い、dではこのようなモデルの可能性と将来の発展の方向について検討した。

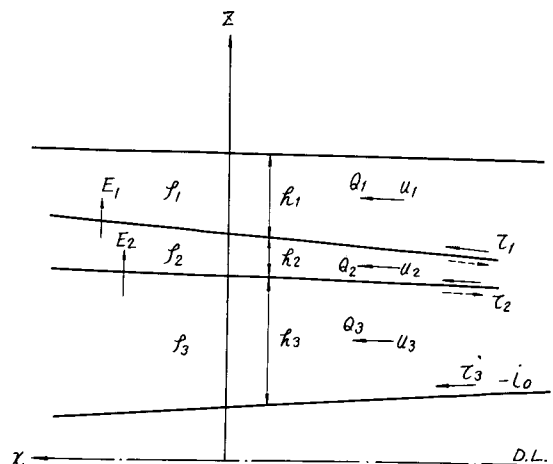
a モデルの条件



A.8.1 塩水くさび不定流実験(三層流)

基本的には二層流の場合と同様である。すなわち、漸変流として一次元的取扱いが可能な三層流で、ここでは簡単のため、下層の密度を一定とし、塩水は下層より中層、中層より上層へと混入し、その逆の混入現象を無視した。このような三層流は実験水路においても観察される。写真A.8.1は長さ100mの密度流水路において、不定流実験の三層流の様子を示す。これは塩水中にはフルオレッセン、最下層には更に過マンガン酸カリにて着色したものである。写真によると、各層内における混合現象は非常に活発であるが、各層間の混入現象はわずかであることがわかる。実際の河川においてもこのような現象が生じているものと思われるので、三層流としての取扱いが二層流としての取扱いより実際の現象により忠実であるとみなすこともできるであろう。

三層流一次元不定流の解析には図A.8.1のような状態についてエネルギーの関係式を適用した。運動量の関係式を適用しても分布係数を1とすればほぼ同様の結果が得られる。なお、二層流解析モデルではだいたいこのモデルの上層と



図A.8.1 三層流モデル

中層を上層とみなしたが、三層流モデルによれば、二層流モデルよりさらに細部の見方ができるわけで、緩混合流の状態を考察するときなどに役立つはずである。

b 三層一次元不定流のエネルギー方程式

混合を考慮した三層一次元不定流の基礎方程式は、エネルギーの関係を用いると、

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = E_1 \quad (\text{A. 8.1})$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = E_2 - E_1 \quad (\text{A. 8.2})$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_3}{\partial x} = -E_2 \quad (\text{A. 8.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 h_1) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 Q_1) = \rho_2 E_1 \quad (\text{A. 8.4})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 h_2) + \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 Q_2) = \rho_3 E_2 - \rho_2 E_1 \quad (\text{A. 8.5})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} + \frac{u_1}{g} \frac{\partial u_1}{\partial x} + i f_1 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.6})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_2} h_1) + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} + \frac{u_2}{g} \frac{\partial u_2}{\partial x} + i f_2 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.7})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_3} h_1) + \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_2}{\rho_3} h_2) + \frac{\partial h_3}{\partial x} + \frac{u_3}{g} \frac{\partial u_3}{\partial x} + i f_3 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.8})$$

である。ここに、(A. 8.1)式～(A. 8.3)式は体積の連続条件、(A. 8.4)式と(A. 8.5)式は質量の連続条件、および(A. 8.6)式～(A. 8.8)式は運動条件を表わす。未知量は上・中・下の三層について、それぞれ流速 u (または流量 Q)、水深 h および上層と中層の密度 ρ の合計8水理量であるから、(A. 8.1)式～(A. 8.8)式の8つの条件式により現象は表現される。

以上の8つの基礎方程式を用いて解析をすすめるにあたり、はじめに二・三の基礎的な予備計算を行う。質量の連続条件(A. 8.4)式および(A. 8.5)式はそれぞれ(A. 8.1)式および(A. 8.2)式を用いれば、それぞれ

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{Q_1} B E_1 - \frac{h_1 B}{Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (\text{A. 8.9})$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial x} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{Q_2} B E_2 - \frac{h_2 B}{Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \quad (\text{A. 8.10})$$

と置き換えることができる。運動式の(A. 8.7)式および(A. 8.8)式に含まれる密度量による水深補正項は、それぞれ

$$\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_2} h_1) = \frac{h_1}{\rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - \frac{h_1 \rho_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial h_1}{\partial x} \quad (\text{A. 8.11})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_3} h_1) = \frac{h_1}{\rho_3} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{\partial h_1}{\partial x} \quad (\text{A. 8.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_2}{\rho_3} h_2) = \frac{h_2}{\rho_3} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{\partial h_2}{\partial x} \quad (\text{A. 8.13})$$

である。ここに、 ρ_3 を一定と仮定した。運動方程式の中の流速(u_1, u_2, u_3)の含まれる項を流量(Q_1, Q_2, Q_3)で表わすこととして(A. 8.6)式～(A. 8.8)式を書き換えれば、

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{u_1^2}{gh_1}) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} - \frac{u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{u_1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial x} \\ & + \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + i f_1 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.14}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_2} h_1) + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} - \frac{u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ & + \frac{u_2}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial x} + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + i f_2 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.15}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_1}{\rho_3} h_1) + \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\rho_2}{\rho_3} h_2) + (1 - \frac{u_3^2}{gh_3}) \frac{\partial h_3}{\partial x} - \frac{u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} \\ & + \frac{u_3}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} + \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} - \frac{u_3^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + i f_3 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.16}) \end{aligned}$$

となる。

各層の水深の勾配を求めるため、(A. 8.1)式～(A. 8.3)式を用いて $\partial Q_1/\partial x$ 、 $\partial Q_2/\partial x$ および $\partial Q_3/\partial x$ を消去し、また(A. 8.9)式～(A. 8.10)式を用いて $\partial h_1/\partial x$ および $\partial h_2/\partial x$ を消去する。(A. 8.14)式～(A. 8.16)式に(A. 8.11)式～(A. 8.13)式を用いれば

$$\begin{aligned} & (1 - \frac{u_1^2}{gh_1}) \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} - \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\ & + \frac{u_1}{gh_1} E_1 - \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + i f_1 - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.17}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial h_1}{\partial x} + (1 - \frac{u_2^2}{gh_2}) \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\ & + (\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{h_1 B}{Q_1} - \frac{u_2}{gh_2}) E_1 + (\frac{u_2}{gh_2} - \frac{\rho_1(\rho_3 - \rho_2)}{\rho_2^2} \frac{h_1 B}{Q_2}) E_2 \\ & - \frac{h_1^2 B}{\rho_2 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 h_1 h_2 B}{\rho_2^2 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} - \frac{u_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + i f_2 \\ & - i_0 = 0 \quad (\text{A. 8.18}) \end{aligned}$$

が得られる。この3つの式、(A.8.17)式～(A.8.19)式より、各層の水深の勾配は

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\Phi_3} \left[- \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{u_3^2}{gh_3} \right) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \right. \\ & - \left(\frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} - \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_3^2}{gh_3} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_3^2}{gh_3} \right) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\ & \left. + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} \right) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_3}{\partial x} = & \frac{1}{\phi_3} \left[-\frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} - \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} \right) \right. \\ & \times \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \right) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} \\ & + \frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{1}{gh_1 B'} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} - \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} \right) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\ & \left. + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \right) \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \right) \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \right. \\
& + \frac{\rho_1(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2^2} \frac{h_1}{h_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_2^2}{gh_2} \\
& + \left. \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \right) \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} \frac{u_1}{u_2} \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} \right. \\
& \times \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1}{u_2} \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \left. \right) \frac{E_1}{u_1} \\
& + \left(\left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{h_1}{h_2} \right) \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} - \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{h_1}{h_2} \right) \right. \\
& \times \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{u_2}{u_3} \frac{u_3^2}{gh_3} \\
& + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{u_2}{u_3} \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{u_3^2}{gh_3} + \frac{u_2}{u_3} \frac{u_3^2}{gh_3} \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_2}{u_3} \frac{u_1^2}{gh_1} \\
& \times \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{u_3^2}{gh_3} \left. \right) \frac{E_2}{u_2} - \left(\frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{u_1^2}{gh_1} + \left(\frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} \right) \frac{u_2^2}{gh_2} \right. \\
& + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} - \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \right) \frac{u_3^2}{gh_3} \left. \right) \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \frac{\rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} i_{f1} - \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_3} - \frac{\rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} \right) i_{f2} + \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - \frac{u_1^2}{gh_1} \right. \\
& - \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \left. \right) i_{f3} + \left(\frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} + \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} \right. \\
& - \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \left. \right) i_0 \quad (A. 8.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_3 = & \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \frac{u_1^2}{gh_1} + \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3} \frac{u_2^2}{gh_2} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{u_3^2}{gh_3} \\
& - \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} - \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{u_3^2}{gh_3} - \frac{u_3^2}{gh_3} \frac{u_1^2}{gh_1} + \frac{u_1^2}{gh_1} \frac{u_2^2}{gh_2} \frac{u_3^2}{gh_3} \\
& - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \quad (A. 8.23)
\end{aligned}$$

となる。以上の計算はそれぞれ別個に求めたのち、(A.8.17)式により検算も行っている。(A.8.20)式～(A.8.23)式を、次の定義のフルード数および比密度

$$\begin{aligned}
F_{31}^2 = \frac{u_1^2}{gh_1}, \quad F_{32}^2 = \frac{u_2^2}{gh_2}, \quad F_{33}^2 = \frac{u_3^2}{gh_3} \quad (A. 8.24) \\
\epsilon_{21} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}, \quad \epsilon_{31} = \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3}, \quad \epsilon_{32} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3} \quad (A. 8.25)
\end{aligned}$$

を用いて書きなおすと、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} = & \frac{1}{\phi_3} \left[(\epsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2 + F_{32}^2 F_{33}^2) i_{f1} - (\epsilon_{32} \right. \\
& - F_{33}^2) i_{f2} + F_{32}^2 i_{f3} - F_{32}^2 F_{33}^2 i_0 + \{ (-\epsilon_{32} + F_{32}^2 + F_{33}^2 \\
& - F_{32}^2 F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gh_1} + (\epsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{u_2^2}{gh_2} - F_{32}^2 \frac{u_3^2}{gh_3} \left. \right) \frac{\partial B}{\partial x}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \{ -\epsilon_{21} \epsilon_{32} + \epsilon_{32} F_{31}^2 + (\epsilon_{31} - \epsilon_{32}) F_{32}^2 + \epsilon_{32} \frac{u_1}{u_2} F_{32}^2 \\
& + \epsilon_{21} F_{33}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2 - \frac{u_1}{u_2} F_{32}^2 F_{33}^2 - F_{33}^2 F_{31}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2 \\
& \times F_{33}^2 \} \frac{E_1}{u_1} + \left\{ -\frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 + \frac{u_3 - u_2}{u_3} F_{32}^2 F_{33}^2 \right. \\
& + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32}^2 \frac{h_1}{h_2} \left. \right) \frac{E_2}{u_2} - (\epsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2 + F_{32}^2 F_{33}^2) \\
& \times \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (\epsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - F_{32}^2 \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} \\
& + (\epsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2 + F_{32}^2 F_{33}^2) \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - (\epsilon_{32} - F_{33}^2) \\
& \times \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + F_{32}^2 \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} + \left(\frac{\epsilon_{32}}{1 - \epsilon_{32}} - F_{32}^2 \right. \\
& - \frac{1}{1 - \epsilon_{32}} F_{33}^2 \left. \right) \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \left(\frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} + F_{32}^2 \right. \\
& - \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 \left. \right) \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \quad (A. 8.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\phi_3} \left[\{ \epsilon_{21} - \epsilon_{31} + (1 - \epsilon_{21}) F_{33}^2 \} i_{f1} + (\epsilon_{31} - F_{31}^2 \right. \\
& - F_{33}^2 + F_{31}^2 F_{33}^2) i_{f2} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) i_{f3} + (\epsilon_{21} F_{33}^2 \\
& - F_{31}^2 F_{33}^2) i_0 + \{ (\epsilon_{31} - \epsilon_{21} - F_{33}^2 + \epsilon_{21} F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gh_1} \\
& - (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2 + F_{33}^2 F_{31}^2) \frac{u_2^2}{gh_2} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{u_3^2}{gh_3} \left. \right) \\
& \times \frac{\partial B}{\partial x} + \{ \epsilon_{21} \epsilon_{32} - \epsilon_{32} F_{31}^2 - \epsilon_{31} \frac{u_1}{u_2} F_{32}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2 \\
& + \frac{u_1}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 + \frac{u_1}{u_2} F_{32}^2 F_{33}^2 + F_{33}^2 F_{31}^2 - \frac{u_1}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \} \\
& \times \frac{E_1}{u_1} + \left\{ -\epsilon_{21} \epsilon_{32} - \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{31} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} + (\epsilon_{32} \right. \\
& + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2}) F_{31}^2 + \epsilon_{31} F_{32}^2 + (\epsilon_{21} \frac{u_2}{u_3} + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \\
& \times \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2}) F_{33}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2 - F_{32}^2 F_{33}^2 - \left(\frac{u_2}{u_3} + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \right. \\
& \times \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2}) F_{33}^2 F_{31}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \left. \right\} \frac{E_2}{u_2} - (\epsilon_{21} - \epsilon_{31} \\
& + F_{33}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2 + F_{33}^2 F_{31}^2) \\
& \times \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} + (\epsilon_{21} - \epsilon_{31} \\
& + F_{33}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2) \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2 + F_{33}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times F_{31}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} + \left\{ \frac{\epsilon_{32}}{1 - \epsilon_{32}} \right. \\
& \times F_{31}^2 + \frac{1}{1 - \epsilon_{32}} F_{33}^2 - \frac{1}{1 - \epsilon_{32}} F_{33}^2 F_{31}^2 - \frac{\epsilon_{32}}{1 - \epsilon_{32}} \left. \right\} \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \\
& \times \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \left\{ \epsilon_{21} + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{31} \frac{h_1}{h_2} - \left(\frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} + 1 \right) F_{31}^2 \right. \\
& \left. - \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 F_{31}^2 \right\} \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \Big] \\
& \quad (A.8.27)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_3}{\partial x} = \frac{1}{\phi_3} & \left[(1 - \epsilon_{31}) F_{32}^2 i_{f1} - (\epsilon_{32} - F_{31}^2 + \epsilon_{32} F_{31}^2) \right. \\
& \times i_{f2} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2) i_{f3} - (\epsilon_{21} \epsilon_{32} \\
& - \epsilon_{32} F_{31}^2 - \epsilon_{31} F_{32}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2) i_0 - \left\{ (1 - \epsilon_{31}) F_{32}^2 \frac{u_1^2}{gB} \right. \\
& - (\epsilon_{31} - \epsilon_{32} - F_{31}^2 + \epsilon_{32} F_{31}^2) \frac{u_2^2}{gB} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2 \\
& + F_{31}^2 F_{32}^2) \frac{u_3^2}{gB} \left. \right\} \frac{\partial B}{\partial x} + \left\{ (\epsilon_{31} - \epsilon_{32}) \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{32}^2 \right. \\
& - (1 - \epsilon_{32}) \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 \left. \right\} \frac{E_1}{u_1} + \left\{ \left(1 + \frac{h_1}{h_2} - \epsilon_{21} \frac{h_1}{h_2} \right) \right. \\
& \times \epsilon_{21} \epsilon_{32} - \left(1 + \frac{h_1}{h_2} - \epsilon_{21} \frac{h_1}{h_2} \right) \epsilon_{32} F_{31}^2 - \epsilon_{31} F_{32}^2 \\
& - \epsilon_{21} \frac{u_2}{u_3} F_{33}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2 + \frac{u_2}{u_3} F_{32}^2 F_{33}^2 + \frac{u_2}{u_3} F_{33}^2 F_{31}^2 \\
& \left. - \frac{u_2}{u_3} F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \right\} \frac{E_2}{u_2} - (1 - \epsilon_{31}) F_{32}^2 \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (\epsilon_{31} \\
& - \epsilon_{32} - F_{31}^2 + \epsilon_{32} F_{31}^2) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2 \\
& + F_{31}^2 F_{32}^2) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} + (1 - \epsilon_{31}) F_{32}^2 \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& - (\epsilon_{31} - \epsilon_{32} - F_{31}^2 + \epsilon_{32} F_{31}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + (\epsilon_{21} \\
& - F_{31}^2 - F_{32}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2) \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} + (F_{32}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2) \\
& \times \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \left\{ \epsilon_{21} + (1 - \epsilon_{21}) \epsilon_{21} \frac{h_1}{h_2} - (1 - \epsilon_{21}) \right. \\
& \times \frac{h_1}{h_2} F_{31}^2 - F_{31}^2 - F_{32}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2 \left. \right\} \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \Big] \\
& \quad (A.8.28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_3 = & -\epsilon_{21} \epsilon_{32} + \epsilon_{32} F_{31}^2 + \epsilon_{31} F_{32}^2 + \epsilon_{21} F_{33}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2 \\
& - F_{32}^2 F_{33}^2 - F_{33}^2 F_{31}^2 + F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \quad (A.8.29)
\end{aligned}$$

となる。ここに

$$i_{f1} = \frac{\tau_1}{\rho_1 gh_1}, \quad i_{f2} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2 gh_2}, \quad i_{f3} = \frac{\tau_3 - \tau_2}{\rho_3 gh_3} \quad (A.8.30)$$

である。また

$$\epsilon_{21} - \epsilon_{31} + \epsilon_{32} = \epsilon_{21} \epsilon_{32} \quad (A.8.31)$$

などの関係がある。

三層流の場合の水面勾配 $\partial S / \partial x$ は (A.8.26) 式 ~ (A.8.29) 式より

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial h_3}{\partial x} - i_0 = \frac{1}{\phi_3} & \left[(\epsilon_{21} + \epsilon_{32} - \epsilon_{31} \right. \\
& - \epsilon_{21} F_{33}^2 - \epsilon_{31} F_{32}^2 + F_{32}^2 F_{33}^2) i_{f1} + (\epsilon_{31} - 2\epsilon_{32} \\
& - \epsilon_{32} F_{31}^2 + F_{31}^2 F_{33}^2) i_{f2} + F_{31}^2 F_{32}^2 i_{f3} - F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 i_0 \\
& + \left\{ (\epsilon_{31} - \epsilon_{32} - \epsilon_{21} + \epsilon_{31} F_{32}^2 + \epsilon_{21} F_{33}^2 - F_{32}^2 F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} \right. \\
& + (\epsilon_{32} F_{31}^2 - F_{33}^2 F_{31}^2) \frac{u_2^2}{gB} - F_{31}^2 F_{32}^2 \frac{u_3^2}{gB} \left. \right\} \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \left\{ \frac{u_1 - u_2}{u_2} \epsilon_{32} F_{31}^2 F_{32}^2 - \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \right\} \frac{E_1}{u_1} \\
& + \left\{ \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} F_{31}^2 - \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 F_{31}^2 \right. \\
& + (1 - \frac{u_2}{u_3}) F_{31}^2 F_{32}^2 F_{33}^2 \left. \right\} \frac{E_2}{u_2} - (\epsilon_{21} + \epsilon_{32} - \epsilon_{31} \\
& - \epsilon_{31} F_{32}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2 + F_{32}^2 F_{33}^2) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (\epsilon_{32} F_{31}^2 \\
& - F_{33}^2 F_{31}^2) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - F_{31}^2 F_{32}^2 \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} + (\epsilon_{21} \\
& + \epsilon_{32} - \epsilon_{31} - \epsilon_{31} F_{32}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2 - F_{32}^2 F_{33}^2) \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} \\
& - (\epsilon_{32} F_{31}^2 - F_{33}^2 F_{31}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + F_{31}^2 F_{32}^2 \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} \\
& + \left(\frac{\epsilon_{32}}{1 - \epsilon_{32}} F_{31}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2 - \frac{1}{1 - \epsilon_{32}} F_{33}^2 F_{31}^2 \right) \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + \left(\frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} F_{31}^2 - F_{31}^2 F_{32}^2 + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 F_{31}^2 \right) \\
& \times \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \Big] \quad (A.8.32)
\end{aligned}$$

となる。これは各層の水深の勾配に比し 1 オーダー小さい値である。(A.8.32) 式において微少項を省略すれば、

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{1}{\phi_3} \left[(\epsilon_{21} \epsilon_{32} - \epsilon_{21} F_{33}^2 - \epsilon_{31} F_{32}^2) i_{f1} + (\epsilon_{31} - 2\epsilon_{32} \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\varepsilon_{32} F_{31}^2) i_{f_2} + \{ (-\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} + \varepsilon_{31} F_{32}^2 + \varepsilon_{21} F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} \\
& + \varepsilon_{32} F_{31}^2 \frac{u_2^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{u_1 - u_2}{u_2} \varepsilon_{32} F_{31}^2 F_{32}^2 \frac{E_1}{u_1} \\
& + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) F_{31}^2 \frac{E_2}{u_2} + (-\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} \\
& + \varepsilon_{31} F_{32}^2 + \varepsilon_{21} F_{33}^2) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \varepsilon_{32} F_{31}^2 \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} \\
& - (-\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} + \varepsilon_{31} F_{32}^2 + \varepsilon_{21} F_{33}^2) \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \varepsilon_{32} F_{31}^2 \\
& \times \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + \frac{\varepsilon_{32}}{1 - \varepsilon_{32}} F_{31}^2 \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} F_{31}^2 \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \} \quad (A. 8.33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi'_3 &= -\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} + \varepsilon_{32} F_{31}^2 + \varepsilon_{31} F_{32}^2 + \varepsilon_{21} F_{33}^2 \\
& \div -\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} \left\{ 1 - \left(\frac{F_{31}^2}{\varepsilon_{21}} + \frac{F_{32}^2}{\varepsilon_{21}} + \frac{F_{32}^2}{\varepsilon_{32}} + \frac{F_{33}^2}{\varepsilon_{32}} \right) \right\} \quad (A. 8.32)
\end{aligned}$$

となる。なお、各層の水深の勾配についても微小項を省略すれば、(7.2.26)式～(7.2.28)式は

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_3} \left[(\varepsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2) i_{f_1} - (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) i_{f_2} \right. \\
& + F_{32}^2 i_{f_3} - F_{32}^2 F_{33}^2 i_0 + \{ -(\varepsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} \\
& + (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{u_2^2}{gB} - F_{32}^2 \frac{u_2^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} - \{ \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} - \varepsilon_{32} F_{31}^2 \\
& - (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{32} + \frac{u_1}{u_2} \varepsilon_{32}) F_{32}^2 - \varepsilon_{21} F_{33}^2 \} \frac{E_1}{u_1} + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \\
& \times \frac{h_1}{h_2} (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{E_2}{u_2} - (\varepsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2) \frac{2u_1}{2g} \frac{\partial h_1}{\partial t} \\
& + (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - F_{32}^2 \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} + (\varepsilon_{32} - F_{32}^2 \\
& - F_{33}^2) \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} + F_{32}^2 \frac{1}{gh_3 B} \\
& \times \frac{\partial Q_3}{\partial t} + \left(\frac{\varepsilon_{32}}{1 - \varepsilon_{32}} - F_{32}^2 - \frac{1}{1 - \varepsilon_{32}} F_{33}^2 \right) \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& \left. - \left(\frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} + F_{32}^2 - \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 \right) \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \right] \quad (A. 8.35)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_3} \left[(\varepsilon_{21} - \varepsilon_{31} + F_{33}^2) i_{f_1} + (\varepsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) i_{f_2} \right. \\
& - (\varepsilon_{21} - F_{31}^2) i_{f_3} + (\varepsilon_{21} F_{33}^2 - F_{31}^2 F_{33}^2) i_0 + \{ (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{21} \\
& - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} - (\varepsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \frac{u_2^2}{gB} + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + (\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} - \varepsilon_{32} F_{31}^2 - \varepsilon_{31} \frac{u_1}{u_2} F_{32}^2 - \varepsilon_{21} F_{33}^2) \frac{E_1}{u_1} \\
& - \{ \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{31} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} - (\varepsilon_{32} + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2}) \\
& \times F_{31}^2 - \varepsilon_{31} F_{32}^2 - (\varepsilon_{21} \frac{u_2}{u_3} + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{32} \frac{h_1}{h_2}) F_{33}^2 \} \frac{E_2}{u_2} \\
& + (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{21} - F_{33}^2) \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - (\varepsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \\
& \times \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} - (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{21} - F_{33}^2) \\
& \times \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + (\varepsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\
& - (\varepsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} - \frac{1}{1 - \varepsilon_{32}} (\varepsilon_{32} - F_{33}^2) \\
& \times \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \{ \varepsilon_{21} + \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \varepsilon_{31} \frac{h_1}{h_2} - (\frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} + 1) F_{31}^2 \\
& - \frac{1 - \varepsilon_{21}}{1 - \varepsilon_{32}} \frac{h_1}{h_2} F_{33}^2 \} \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \} \quad (A. 8.36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial h_3}{\partial x} &= \frac{1}{\phi'_3} \left[F_{32}^2 i_{f_1} - (\varepsilon_{32} - F_{31}^2) i_{f_2} + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2) \right. \\
& \times i_{f_3} - (\varepsilon_{21} \varepsilon_{32} - \varepsilon_{32} F_{31}^2 - \varepsilon_{31} F_{32}^2) i_0 - \{ F_{32}^2 \frac{u_1^2}{gB} \\
& - (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{32} - F_{31}^2) \frac{u_2^2}{gB} + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2) \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} \\
& + \{ (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{32}) \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{32}^2 - \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 \} \frac{E_1}{u_1} \\
& + \{ (1 + \frac{h_1}{h_2}) \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} - (1 + \frac{h_1}{h_2}) \varepsilon_{32} F_{31}^2 - \varepsilon_{31} F_{32}^2 \\
& - \varepsilon_{21} \frac{u_2}{u_3} F_{33}^2 \} \frac{E_2}{u_2} - F_{32}^2 \frac{2u_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{32} \\
& - F_{31}^2) \frac{2u_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - (\varepsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2) \frac{2u_3}{gh_3} \frac{\partial h_3}{\partial t} \\
& + F_{32}^2 \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - (\varepsilon_{31} - \varepsilon_{32} - F_{31}^2) \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \\
& + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2 - F_{32}^2) \frac{1}{gh_3 B} \frac{\partial Q_3}{\partial t} + F_{32}^2 \frac{h_1^2 B}{\rho_3 Q_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \\
& \left. - (\varepsilon_{21} + \frac{h_1}{h_2} \varepsilon_{21} - \frac{h_1}{h_2} F_{31}^2 - F_{31}^2 - F_{32}^2) \frac{h_2^2 B}{\rho_3 Q_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} \right] \quad (A. 8.37)
\end{aligned}$$

となる。

c 三層一次元定常流

潮位変動の小さい日本海側では、三層定常流と考えてもよい河川が存在する。定常状態では各層間の混入速度は等しい。すなわち、

$$E_1 = E_2 = E \quad (\text{A. 8.38})$$

であるから、各層の水深の勾配は (A.8.26) 式～(A.8.28) 式よりただちに求まる。ここでは、微少項の省略したかたちを記すことにすると、(A.8.35) 式～(A.8.37) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = & \frac{1}{\phi'_3} \left[(\epsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2) i_{f_1} - (\epsilon_{32} - F_{33}^2) i_{f_2} \right. \\ & + F_{32}^2 i_{f_3} - F_{32}^2 F_{33}^2 i_0 + \{ -(\epsilon_{32} - F_{32}^2 - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} \\ & + (\epsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{u_2^2}{gB} - F_{32}^2 \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + \{ \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32}^2 \\ & \times \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1}{u_2} - \epsilon_{21} \epsilon_{32} + \epsilon_{32} F_{31}^2 + (\epsilon_{31} - \epsilon_{32} + \frac{u_1}{u_2} \epsilon_{32}) \\ & \times F_{32}^2 - (\frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1}{u_2} - \epsilon_{21}) F_{33}^2 \} \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.39}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\phi'_3} \left[(\epsilon_{21} - \epsilon_{31} + F_{33}^2) i_{f_1} + (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \right. \\ & \times i_{f_2} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) i_{f_3} + (\epsilon_{21} F_{33}^2 - F_{31}^2 F_{33}^2) i_0 \\ & + \{ (\epsilon_{31} - \epsilon_{21} - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} - (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \frac{u_2^2}{gB} \\ & + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + \{ \frac{u_2 - u_1}{u_2} \epsilon_{21} \epsilon_{32} \\ & - \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{31} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1}{u_2} + (\frac{u_1 - u_2}{u_2} \epsilon_{32} \\ & + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1}{u_2}) F_{31}^2 + (\frac{u_1 - u_3}{u_3} \epsilon_{21} \\ & + \frac{1 - \epsilon_{21}}{1 - \epsilon_{32}} \epsilon_{32} \frac{h_1}{h_2} \frac{u_1}{u_2}) F_{33}^2 \} \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.40}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_3}{\partial x} = & \frac{1}{\phi'_3} \left[F_{32}^2 i_{f_1} - (\epsilon_{32} - F_{31}^2) i_{f_2} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2 \right. \\ & - F_{32}^2) i_{f_3} - (\epsilon_{21} \epsilon_{32} - \epsilon_{32} F_{31}^2 - \epsilon_{31} F_{32}^2) i_0 \\ & + \{ -F_{32}^2 \frac{u_1^2}{gB} + (\epsilon_{31} - \epsilon_{32} - F_{31}^2) \frac{u_2^2}{gB} - (\epsilon_{21} \\ & - F_{31}^2 - F_{32}^2) \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + \{ (1 + \frac{h_1}{h_2}) \frac{u_1}{u_2} \epsilon_{21} \epsilon_{32} \\ & - (1 + \frac{h_1}{h_2}) \frac{u_1}{u_2} \epsilon_{32} F_{31}^2 + (-\epsilon_{31} - \frac{u_1 - u_2}{u_2} \epsilon_{32}) F_{32}^2 \\ & - \epsilon_{21} \frac{u_1}{u_3} F_{33}^2 - \frac{u_1 - u_2}{u_2} F_{31}^2 F_{32}^2 \} \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.41}) \end{aligned}$$

となる。なお、中村(1-35, 1970)は三層定流で、

$E_1 = E_2 = 0$, $B = \text{const.}$ および, $i_0 = 0$ の場合について考察している。

三層定流では、中央の層の流速が非常に小さくなる。たとえば、 $u_2 = 0$ と仮定すれば、(A.8.39) 式～(A.8.41) 式および (A.8.34) 式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = & \frac{1}{\phi''_3} \left[(\epsilon_{32} - F_{33}^2) i_{f_1} - (\epsilon_{32} - F_{33}^2) i_{f_2} \right. \\ & - (\epsilon_{32} - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - \{ \epsilon_{21} \epsilon_{32} - \epsilon_{32} F_{31}^2 - \epsilon_{21} F_{33}^2 \} \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.42}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\phi''_3} \left[-(\epsilon_{31} - \epsilon_{21} - F_{33}^2) i_{f_1} + (\epsilon_{31} - F_{31}^2 - F_{33}^2) \right. \\ & \times i_{f_2} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) i_{f_3} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) F_{33}^2 i_0 + \{ (\epsilon_{31} \\ & - \epsilon_{21} - F_{33}^2) \frac{u_1^2}{gB} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{u_3^2}{gB} \} \frac{\partial B}{\partial x} + (\epsilon_{21} \epsilon_{32} \\ & - \epsilon_{32} F_{31}^2 + \frac{u_1 - u_3}{u_3} \epsilon_{21} F_{33}^2) \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.43}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_3}{\partial x} = & \frac{1}{\phi''_3} \left[-(\epsilon_{32} - F_{31}^2) i_{f_2} + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) i_{f_3} \right. \\ & - (\epsilon_{21} \epsilon_{32} - \epsilon_{32} F_{31}^2) i_0 - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{u_3^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \\ & - \epsilon_{21} \frac{u_1}{u_3} F_{33}^2 \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.44}) \end{aligned}$$

$$\phi''_3 = -\epsilon_{21} \epsilon_{32} + \epsilon_{32} F_{31}^2 + \epsilon_{21} F_{33}^2 \quad (\text{A. 8.45})$$

となる。ここで、 E/u_2 については E が F_{32}^n の関数であり、 n は 3 程度の値と考えられるので、 $E/u_2 = 0$ とした。

これは、(A.8.38) の条件と矛盾するが、式の上の仮定にすぎない。なお、これについては実験などに基づく検討が必要である。

二層流の定流解析結果と比較するため、さらに $u_3 = 0$ とすると、(A.8.42) 式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_1}{\partial x} = & \frac{1}{(\epsilon_{21} - F_{31}^2)} \left[-(i_{f_1} - i_{f_2}) + \frac{u_1^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} \right. \\ & + (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.46}) \end{aligned}$$

となる。なお、この場合には水面勾配は非常に小さい値となるが、参考のため $\partial h_2/\partial x$ および $\partial h_3/\partial x$ について示すと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial x} = & \frac{1}{\epsilon_{21} - F_{31}^2} \left[(1 - \epsilon_{21}) i_{f_1} - \frac{\epsilon_{31}}{\epsilon_{32}} i_{f_2} + \frac{\epsilon_{21} - F_{31}^2}{\epsilon_{32}} i_{f_3} \right. \\ & - (1 - \epsilon_{21}) \frac{u_1^2}{gB} - (\epsilon_{21} - F_{31}^2) \frac{E}{u_1} \left. \right] \quad (\text{A. 8.47}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial x} = \frac{1}{\varepsilon_{21} - F_{31}^2} \left[\left(1 - \frac{F_{31}^2}{\varepsilon_{32}} \right) i_{f2} - \frac{\varepsilon_{21} - F_{31}^2}{\varepsilon_{32}} i_{f3} + (\varepsilon_{21} - F_{31}^2) i_0 \right] \quad (\text{A. 8. 48})$$

である。(A.8.46)式は二層流の定常流の場合の(2.2.18)式と非常によく似ている。 $\varepsilon_{21} = \varepsilon$, および $F_{31}^2 / \varepsilon_{21} = F_1^2$ の場合に一致する。ただし, (2.2.18)式と(A.8.46)式で u_1 の意味が異なることに留意すべきである。

d 三層流モデルの考察

三層流解析の場合の特性曲線は二層流の場合と同様な手法により算出することができるが, ここでは省略しておく。

定常流では各層間の混入速度は $E_1 = E_2 = E$ となるが, 非定常流では必ずしも等しくない。一般に, 下流河道では潮位変動により塩水遡上範囲の上流下流移動が繰り返されるが, 実験および実測結果によると, 遡上時には $E_2 > E_1$ となって h_2 が増大し, 流下時には逆に $E_1 > E_2$ となって h_2 が減少するようである。三層流モデルでは, このような中間層厚の変化もわかるので, 特に緩混合の状態の場合にかなり有効な細部にわたる情報を提供しうることになるであろう。内部渦に関する研究の結果, 下流端境界条件が明らかにされれば, この種の研究の発展が期待される。

付表 B.1.1 実験結果抵抗係数値

〔注〕 f_i は (3.2.5) 式に基づく逆算値 (付加摩擦力は加えていない)

実験 No.	x cm	h ₂ cm	h ₁ cm	dh ₁ /dx	u ₁ cm/s	F ₁	Ψ	f _i	
A-1 Q _t = 2,000 cm ³ /s H = 19.85 cm ε = 0.00596 B = 30 cm	0	10.65	9.20	0.015	7.246	0.988			
	100	9.05	10.80	0.016	6.173	0.777	4,027	0.0056	
	200	7.80	12.05	0.009	5.533	0.660	2,900	0.00918	
	300	7.10	12.75	0.006	5.229	0.606	2,447	0.0074	
	400	6.55	13.30	0.005	5.013	0.568	2,153	0.00692	
	500	6.10	13.75	0.004	4.848	0.541	1,953	0.00594	
	600	5.75	14.10	0.003	4.728	0.521	1,807	0.00468	
	700	5.45	14.40	0.003	4.630	0.505	1,700	0.00482	
	800	5.10	14.75	0.0040	4.520	0.487	1,580	0.00662	
	900	4.70	15.15	0.0045	4.400	0.468	1,460	0.0076	
	1,000	4.15	15.70	0.0065	4.246	0.443	1,307	0.0112	
	1,100	3.45	16.40	0.0075	4.065	0.415	1,147	0.0125	
	1,200	2.60	17.25	0.0095	3.865	0.385	987	0.0143	
	1,300	1.60	18.25	0.012	3.653	0.354	833	0.0135	
	1,390	0	19.85	0.0225	3.359	0.303	647		
A-2 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 19.99 cm ε = 0.00596 B = 30 cm	0	10.0	9.99	0.092	13.347	1.747			
	50	5.4	14.59	0.066	9.139	0.989	13,053	0.00076	
	100	3.45	16.54	0.029	8.061	0.820	8,960	0.00488	
	150	2.50	17.49	0.020	7.623	0.754	7,573	0.00380	
	200	1.45	18.54	0.047	7.192	0.691	6,360	0.00748	
	220	0	19.99	0.073	6.670	0.617	5,080	0	
A-3 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 30.00 cm ε = 0.00596 B = 30 cm	0	14.10	15.90	0.029	8.386	0.869	10,093	0.00874	
	50	12.65	17.35	0.02275	7.685	0.763	7,760	0.0138	
	150	11.00	19.00	0.0135	7.018	0.666	5,907	0.0124	
	250	9.95	20.05	0.0085	6.650	0.614	5,027	0.00932	
	350	9.30	20.70	0.0065	6.441	0.586	4,573	0.00772	
	450	8.65	21.35	0.0060	6.245	0.559	4,173	0.00750	
	550	8.15	21.85	0.0050	6.102	0.540	3,893	0.00658	
	650	7.65	22.35	0.00475	5.966	0.522	3,627	0.00648	
	750	7.20	22.80	0.00425	5.848	0.507	3,427	0.00590	
	850	6.80	23.20	0.00425	5.747	0.492	3,253	0.00598	
	950	6.35	23.65	0.00475	5.638	0.480	3,067	0.00672	
	1,050	5.85	24.15	0.0050	5.521	0.465	2,880	0.00708	
	1,150	5.35	24.65	0.00525	5.409	0.451	2,707	0.00736	
	1,250	4.80	25.20	0.00675	5.291	0.436	2,533	0.00784	
	1,350	4.20	25.80	0.0060	5.168	0.421	2,360	0.00782	
	1,450	3.60	26.40	0.0065	5.051	0.406	2,200	0.00790	
	1,550	2.90	27.10	0.0080	4.920	0.391	2,040	0.00856	
	1,650	2.00	28.00	0.01325	4.762	0.373	1,853	0.01094	
	1,750	0.25	29.75	0.01000	4.482	0.341	1,547	0.0128	
	1,755	0	30.00		4.444	0.336	1,507	0	
A-4 Q _t = 6,000 cm ³ /s H = 30.00 cm ε = 0.00596 B = 30 cm	0	11.00	19.00	0.037	10.526	0.999			
	50	9.15	20.85	0.034	9.592	0.869	15,100	0.0208	
	100	7.65	22.35	0.024	8.948	0.783	12,260	0.0122	
	150	6.80	23.20	0.014	8.620	0.740	10,960	0.00636	
	200	6.25	23.75	0.010	8.421	0.715	10,220	0.00416	
	250	5.80	24.20	0.0085	8.264	0.695	9,660	0.00328	
	300	5.40	24.60	0.0080	8.130	0.678	9,200	0.00288	
	350	5.00	25.00	0.0095	8.000	0.662	8,760	0.00318	
	400	4.45	25.55	0.0120	7.828	0.640	8,200	0.00356	
	450	3.80	26.20	0.0165	7.634	0.617	7,620	0.00420	
	500	2.80	27.20	0.0250	7.353	0.583	6,800	0.00466	
	550	1.30	28.70	0.080	6.97	0.538	5,780	0.00692	
	560	0	30.00	0.130	6.67	0.503	5,060	0	
A-5 Q _t = 2,000 cm ³ /s H = 18.34 cm ε = 0.00990 B = 30 cm	0	10.6	7.74	0.010	8.613	0.994			
	150	9.10	9.24	0.00825	7.215	0.762	3,874	0.0060	
	350	7.90	10.44	0.00525	6.386	0.635	2,687	0.0068	
	550	7.00	11.34	0.004	5.879	0.560	2,093	0.0066	
	750	6.25	12.09	0.0035	5.514	0.509	1,727	0.0068	
	950	5.60	12.74	0.00300	5.233	0.470	1,407	0.0064	
	1,150	5.00	13.34	0.00275	4.998	0.439	1,287	0.0062	
	1,350	4.55	13.79	0.0020	4.834	0.418	1,167	0.0046	
	1,550	4.10	14.24	0.00250	4.682	0.398	1,060	0.0060	
	1,750	3.55	14.79	0.00300	4.508	0.377	947	0.0070	
	1,950	2.95	15.39	0.00325	4.332	0.355	840	0.0072	
	2,150	2.20	16.14	0.00400	4.131	0.330	727	0.0078	
	2,350	1.30	17.04	0.0055	3.912	0.305	620	0.0076	
	2,500	0	18.34		3.635	0.272	493		
A-6 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 19.87 cm ε = 0.00990 B = 30 cm	0	9.8	10.07	0.064	13.241	1.339			
	50	6.6	13.27	0.043	10.048	0.885	10,453	0.00402	
	100	5.5	14.37	0.017	9.279	0.785	8,226	0.00412	
	150	4.9	14.97	0.012	8.907	0.739	7,280	0.00492	
	200	4.3	15.57	0.011	8.563	0.696	6,467	0.004596	
	250	3.8	16.07	0.011	8.297	0.664	5,880	0.005818	
	300	3.2	16.67	0.012	7.998	0.629	5,280	0.005896	
	350	2.6	17.27	0.016	7.721	0.597	4,747	0.009468	
	400	1.6	18.27	0.030	7.298	0.567	4,280	0.015374	
	440	0	19.87	0.040	6.710	0.484	3,120		
A-7 Q _t = 3,000 cm ³ /s H = 20.20 cm ε = 0.0090 B = 30 cm	0	10.3	9.90	0.006	10.101	1.031			
	100	9.25	10.95	0.0160	9.132	0.886	7,850	0.00402	
	200	8.0	12.20	0.0105	8.197	0.754	5,680	0.00632	
	300	7.10	13.10	0.0085	7.634	0.694	4,810	0.00644	
	400	6.40	13.80	0.0065	7.246	0.626	3,920	0.0064	
	500	5.75	14.45	0.0055	6.920	0.585	3,420	0.00602	
	600	5.25	14.95	0.0050	6.689	0.555	3,080	0.00584	
	700	4.8	15.4	0.0045	6.494	0.531	2,820	0.00544	
	800	4.3	15.9	0.0050	6.289	0.506	2,560	0.00618	
	900	3.80	16.4	0.0050	6.098	0.484	2,340	0.00616	
	1,000	3.25	16.95	0.0060	5.900	0.460	2,120	0.00718	
	1,100	2.65	17.55	0.0060	5.698	0.437	1,910	0.00666	
	1,200	2.05	18.15	0.0060	5.510	0.415	1,720	0.00686	
	1,300	0.90	19.3	0.090	5.181	0.378	1,430	0.0048	
	A-8 Q _t = 5,000 cm ³ /s H = 29.54 cm ε = 0.00990 B = 30 cm	0	15.3	14.24	0.026	11.704	0.995		
		150	12.65	16.89	0.0115	9.868	0.771	9,900	0.00674
		350	11.05	18.49	0.0065	9.014	0.673	7,550	0.00588
		550	10.0	19.54	0.004	8.530	0.620	6,400	0.00294
		750	9.35	20.19	0.0035	8.255	0.590	5,800	0.00416
		950	8.6	20.94	0.004	7.959	0.559	5,200	0.00514
1,150		7.8	21.74	0.004	7.677	0.528	4,650	0.00546	
1,350		7.0	22.54	0.004	7.394	0.500	4,167	0.00568	
1,550		6.2	23.34	0.00425	7.141	0.474	3,750	0.00614	
1,750		5.3	24.24	0.00475	6.876	0.448	3,350	0.00678	
1,950		4.3	25.24	0.00525	6.603	0.422	2,967	0.00706	
2,150		3.2	26.34	0.006	6.328	0.396	2,533	0.00698	
2,350		1.85	27.69	0.00775	6.019	0.367	2,250	0.00622	
2,520		0	29.54	0.0140	5.642	0.333	1,850	0	
A-9 Q _t = 6,000 cm ³ /s H = 29.70 cm ε = 0.0090 B = 30 cm	0	12.50	17.2	0.030	11.628	0.900	16,000	0.00592	
	100	10.1	19.6	0.015	10.204	0.740	10,960	0.00842	
	200	9.0	20.7	0.009	9.662	0.682	9,300	0.00628	
	300	8.25	21.45	0.0065	9.324	0.647	8,360	0.00502	
	400	7.7	22.0	0.0050	9.091	0.622	7,740	0.00410	
	500	7.2	22.50	0.0055	8.889	0.602	7,240	0.00470	
	600	6.6	23.1	0.0060	8.658	0.578	6,680	0.00532	
	700	6.0	23.7	0.0060	8.439	0.557	6,200	0.00540	
	800	5.4	24.3	0.0060	8.230	0.536	5,740	0.00542	
	900	4.75	24.95	0.0065	8.016	0.515	5,300	0.00676	
	1,000	4.05	25.65	0.0070	7.797	0.494	4,880	0.00592	
	1,100	3.35	26.35	0.0070	7.590	0.474	4,700	0.00514	
	1,200	2.5	27.2	0.0085	7.353	0.453	4,100	0.00556	
	1,300	1.5	28.2	0.0100	7.092	0.427	3,680	0.00448	
	1,400	0.35	29.35	0.0180	6.814	0.404	3,260	0.00218	
A-10 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 19.14 cm ε = 0.02913 B = 30 cm	0	10.6	8.54	0.0060	15.613	1.001			
	150	9.65	9.49	0.00675	14.050	0.854	9,720	0.00254	
	350	8.40	10.79	0.00500	12.415	0.709	6,706	0.00434	
	550	7.55	11.59	0.00375	11.504	0.632			

实 验 号	x cm	h ₂ cm	h ₁ cm	dh ₁ /dx	u ₁ cm/s	F ₁	Ψ	f _i
A-12 Q _t = 2,000 cm ³ /s H = 19.8 cm ε = 0.0990 B = 30 cm	0	10.00	9.80	0.022	6.803	0.698	3,247	0.0234
	50	8.90	10.90	0.017	6.116	0.595	2,360	0.0278
	100	8.30	11.50	0.012	5.797	0.539	1,933	0.0244
	150	7.70	12.10	0.011	5.510	0.515	1,767	0.0238
	200	7.20	12.60	0.0095	5.291	0.479	1,527	0.0232
	250	6.75	13.05	0.0085	5.102	0.449	1,347	0.0230
	300	6.35	13.45	0.0075	4.950	0.434	1,253	0.0208
	350	6.00	13.80	0.0065	4.831	0.417	1,160	0.0187
	400	5.70	14.10	0.0060	4.762	0.407	1,107	0.0173
	450	5.40	14.40	0.0060	4.630	0.391	1,020	0.0181
	500	5.10	14.70	0.0055	4.535	0.379	960	0.0188
	550	4.85	14.95	0.0050	4.454	0.370	913	0.0154
	600	4.60	15.20	0.0050	4.386	0.361	867	0.0155
	650	4.35	15.45	0.0055	4.310	0.352	827	0.0171
	700	4.05	15.75	0.0065	4.228	0.342	780	0.0200
	750	3.70	16.10	0.0070	4.141	0.332	733	0.0212
	800	3.35	16.45	0.0075	4.049	0.321	687	0.0216
850	2.95	16.85	0.0085	3.953	0.310	640	0.0238	
900	2.50	17.30	0.0095	3.854	0.297	587	0.0248	
950	2.00	17.80	0.0250	3.745	0.285	540	0.0574	
1,000	0	19.80	0.0400	3.367	0.243	393		
A-13 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 19.8 cm ε = 0.0990 B = 30 cm	0	14.30	15.40	0.020	8.658	0.709	6,693	0.01912
	100	12.30	17.40	0.016	7.663	0.590	4,640	0.02484
	200	11.00	18.60	0.010	7.168	0.534	3,800	0.01876
	300	10.30	19.40	0.0065	6.873	0.501	3,347	0.01346
	400	9.80	19.90	0.0045	6.700	0.482	3,093	0.00882
	500	9.40	20.30	0.004	6.568	0.468	2,920	0.00914
	600	9.00	20.70	0.0035	6.441	0.455	2,760	0.00812
	700	8.70	21.00	0.0025	6.349	0.445	2,639	0.00594
	800	8.50	21.20	0.0020	6.289	0.438	2,560	0.00482
	900	8.30	21.40	0.0020	6.231	0.432	2,493	0.00486
	1,000	8.10	21.60	0.00225	6.173	0.427	2,427	0.00652
	1,100	7.85	21.85	0.0025	6.102	0.412	2,347	0.00618
	1,200	7.60	22.10	0.00275	6.033	0.404	2,267	0.00686
	1,300	7.30	22.40	0.0030	5.952	0.396	2,173	0.00758
	1,400	7.00	22.70	0.0030	5.874	0.389	2,093	0.00760
	1,500	6.70	23.00	0.0030	5.797	0.381	2,013	0.00760
	1,600	6.40	23.30	0.0030	5.722	0.365	1,933	0.00762
1,700	6.10	23.60	0.00325	5.650	0.358	1,853	0.00826	
1,800	5.75	23.95	0.0035	5.567	0.349	1,773	0.00884	
1,900	5.40	24.30	0.00375	5.487	0.339	1,707	0.00930	
2,000	5.00	24.70	0.00425	5.398	0.329	1,627	0.01030	
2,100	4.55	25.15	0.0050	5.302	0.318	1,533	0.01180	
2,200	4.00	25.70	0.00575	5.188	0.303	1,440	0.01278	
2,300	3.40	26.30	0.0070	5.070	0.286	1,347	0.01426	
2,400	2.60	27.10	0.0095	4.920	0.265	1,227	0.01642	
2,500	1.50	28.20	0.013	4.728		1,093	0.01468	
2,548	0	29.70		4.489		933		
A-14 Q _t = 2,700 cm ³ /s H = 19.90 cm ε = 0.0990 B = 30 cm	0	10.0	9.90	0.032	9.091	0.927	2,991	0.00524
	50	8.4	11.50	0.026	7.826	0.728	1,789	0.01946
	100	7.4	12.50	0.016	7.200	0.653	1,441	0.01598
	150	6.8	13.10	0.011	6.870	0.609	1,252	0.01274
	200	6.3	13.60	0.009	6.618	0.576	1,121	0.01146
	250	5.9	14.00	0.0075	6.429	0.551	1,026	0.01018
	300	5.5	14.35	0.0065	6.272	0.532	955	0.00918
	350	5.25	14.65	0.0055	6.143	0.515	894	0.00805
	400	5.08	14.90	0.005	6.040	0.502	851	0.00746
	450	4.75	15.15	0.005	5.941	0.490	810	0.00756
	500	4.50	15.40	0.005	5.844	0.479	773	0.00762
	550	4.25	15.65	0.005	5.751	0.467	736	0.00766
	600	4.00	15.90	0.0055	5.660	0.456	702	0.00842
	650	3.70	16.20	0.007	5.556	0.443	662	0.01068
	700	3.30	16.60	0.008	5.422	0.428	618	0.01186
	750	2.90	17.00	0.008	5.294	0.412	573	0.01138
	800	2.50	17.40	0.009	5.172	0.397	533	0.01204
850	2.00	17.90	0.010	5.028	0.382	493	0.01176	
900	1.50	18.40	0.020	4.891	0.366	452	0.01948	
955	0	19.90	0.030	4.523	0.326	358		
A-17 Q _t = 2,000 cm ³ /s H = 28.37 cm ε = 0.00596 B = 30 cm	0	14.5	13.87	0.001	4.807	0.534		
	100	14.4	13.97	0.0035	4.772	0.528	1,860	0.00918
	200	13.8	14.57	0.0075	4.576	0.496	1,650	0.02236
	300	12.9	15.47	0.008	4.309	0.453	1,367	0.02420
	400	12.0	16.37	0.0065	4.072	0.416	1,153	0.02628
	500	11.4	16.97	0.006	3.929	0.395	1,040	0.02610
	600	10.8	17.57	0.005	3.794	0.374	933	0.02338
	700	10.4	17.97	0.004	3.710	0.362	853	0.01916
	800	10.0	18.37	0.004	3.629	0.351	820	0.02010
	900	9.6	18.77	0.004	3.552	0.339	767	0.02082
	1,000	9.2	19.17	0.004	3.478	0.329	730	0.02144
	1,100	8.8	19.57	0.004	3.407	0.318	673	0.02206
	1,200	8.4	19.97	0.004	3.338	0.308	633	0.02256
	1,300	8.0	20.37	0.0035	3.273	0.300	600	0.01998
	1,400	7.7	20.67	0.003	3.225	0.293	573	0.01730
	1,500	7.4	20.97	0.003	3.179	0.286	547	0.01754
	1,600	7.1	21.27	0.003	3.134	0.281	527	0.01780
1,700	6.8	21.57	0.003	3.091	0.276	507	0.01780	
1,800	6.5	21.87	0.003	3.048	0.270	487	0.01944	
1,900	6.2	22.17	0.003	3.016	0.265	467	0.01944	
2,000	5.9	22.47	0.003	2.985	0.261	453	0.01716	
2,100	5.6	22.77	0.003	2.932	0.255	433	0.01706	
2,200	5.3	23.07	0.0035	2.890	0.249	413	0.01978	
2,300	4.9	23.47	0.004	2.857	0.243	393	0.02200	
2,400	4.5	23.87	0.0045	2.801	0.237	373	0.02406	
2,500	4.0	24.37	0.006	2.710	0.228	347	0.03082	
2,600	3.3	25.07	0.007	2.659	0.219	320	0.03652	
2,700	2.6	25.77	0.0165	2.590	0.212	300	0.06418	
2,800	0	28.37		2.350	0.182	220		
A-18 Q _t = 4,000 cm ³ /s H = 29.80 cm ε = 0.01185 B = 30 cm	0	9.0	20.8	0.002	6.410	0.412	2,267	0.0068
	100	8.8	21.0	0.003	6.349	0.406	2,200	0.0090
	200	8.4	21.4	0.0045	6.231	0.395	2,080	0.0138
	300	7.9	21.9	0.0045	6.088	0.382	1,947	0.0140
	400	7.5	22.3	0.004	5.979	0.371	1,840	0.0126
	500	7.1	22.7	0.0035	5.874	0.367	1,800	0.0106
	600	6.8	23.0	0.003	5.797	0.355	1,680	0.0094
	700	6.5	23.3	0.003	5.722	0.348	1,613	0.0096
	800	6.2	23.6	0.003	5.650	0.341	1,547	0.0096
	900	5.8	23.9	0.003	5.579	0.335	1,493	0.0094
	1,000	5.6	24.2	0.003	5.510	0.329	1,440	0.0094
	1,100	5.3	24.5	0.003	5.442	0.322	1,387	0.0092
	1,200	5.0	24.8	0.003	5.376	0.316	1,333	0.0090
	1,300	4.7	25.1	0.003	5.312	0.311	1,293	0.0088
	1,400	4.4	25.4	0.0035	5.249	0.306	1,240	0.0100
	1,500	4.0	25.8	0.004	5.168	0.300	1,200	0.0108
	1,600	3.6	26.2	0.005	5.089	0.290	1,133	0.0130
1,700	3.0	26.8	0.006	4.975	0.281	1,053	0.0140	
1,800	2.4	27.4	0.0075	4.866	0.272	987	0.0152	
1,900	1.5	28.3	0.012	4.711	0.259	893	0.0168	
1,950	0	29.8		4.474	0.241	773	0	
a-1 Q _t = 2,000 cm ³ /s H = 11.04 cm ε = 0.02913 B = 30 cm	0	5.80	5.24	0.013	12.723	1.041	7,220	0.0104
	50	5.15	5.89	0.015	11.32	0.872	5,074	0.00336
	100	4.65	6.39	0.0095	10.433	0.774	3,987	0.00648
	150	4.20	6.84	0.0083	9.747	0.698	3,247	0.00666
	200	3.82	7.22	0.007	9.234	0.642	2,747	0.00692
	250	3.50	7.54	0.0062	8.842	0.598	2,387	0.00706
	300	3.20	7.84	0.005	8.503	0.558	2,147	0.00610
	350	3.00	8.04	0.005	8.292	0.541	1,947	0.00660
	400	2.70	8.34	0.0062	7.994	0.510	1,733	

实 验 号	x cm	h_2 cm	h_1 cm	dh_1/dx	u_1 cm/s	F_1	Ψ	f_1
a - 6 $Q_t = 700 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.34 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	3.05	5.29	0.0096	4.41	0.359	301.0	0.0396
	50	2.57	5.77	0.0065	4.04	0.315	230.9	0.0364
	100	2.40	5.94	0.0032	3.93	0.302	212.3	0.0184
	150	2.25	6.09	0.0025	3.831	0.290	196.0	0.01472
	200	2.15	6.19	0.0025	3.770	0.283	186.6	0.01484
	250	2.00	6.34	0.0030	3.680	0.274	175.0	0.01774
	300	1.85	6.49	0.0035	3.595	0.265	163.3	0.0206
	350	1.65	6.69	0.0045	3.488	0.252	149.3	0.0260
	400	1.40	6.94	0.0053	3.367	0.239	133.0	0.0294
	450	1.12	7.22	0.006	3.232	0.226	119.0	0.030
	500	0.80	7.54	0.0084	3.095	0.212	104.9	0.0342
	550	0.28	8.06	0.077	2.89	0.190	84.0	0.138
	570	0	8.34	0.140	2.80	0.182	77.0	
a - 7 $Q_t = 700 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.30 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.00	4.30	0.008	5.43	0.490	560	0.0244
	50	3.60	4.70	0.0065	4.96	0.429	429	0.0250
	100	3.35	4.95	0.0050	4.71	0.395	364	0.0218
	150	3.10	5.20	0.0045	4.487	0.369	317	0.0214
	200	2.90	5.40	0.0035	4.321	0.348	282	0.0178
	250	2.75	5.55	0.003	4.204	0.3348	261	0.0158
	300	2.60	5.70	0.0025	4.094	0.321	240	0.0136
	350	2.50	5.80	0.002	4.023	0.313	229	0.0112
	400	2.40	5.90	0.0025	3.955	0.305	217	0.0140
	450	2.25	6.05	0.0025	3.857	0.293	201	0.0144
	500	2.15	6.15	0.0025	3.794	0.286	191	0.0144
	550	2.00	6.30	0.0027	3.704	0.276	177	0.0158
	600	1.88	6.42	0.003	3.634	0.268	168	0.0176
	650	1.70	6.60	0.0038	3.535	0.257	154	0.0220
700	1.50	6.80	0.0035	3.431	0.247	142	0.0194	
750	1.35	6.95	0.004	3.357	0.239	134	0.0216	
800	1.10	7.20	0.006	3.241	0.225	119	0.0298	
850	0.75	7.55	0.0011	3.09	0.210	103	0.0432	
900	0	8.30	0.015	2.81	0.182	77		
a - 8 $Q_t = 1,000 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.51 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.28	4.23	0.0136	7.88	0.717	1,713	0.01294
	50	3.60	4.91	0.0108	6.79	0.574	1,097	0.0186
	100	3.20	5.31	0.007	6.277	0.510	866	0.0150
	150	2.90	5.61	0.005	5.942	0.469	733	0.01208
	200	2.70	5.81	0.0042	5.737	0.445	660	0.0108
	250	2.48	6.03	0.0040	5.528	0.421	593	0.01076
	300	2.30	6.21	0.0030	5.398	0.404	543	0.00836
	350	2.18	6.33	0.0027	5.266	0.393	513	0.0076
	400	2.03	6.48	0.0033	5.144	0.378	477	0.00944
	450	1.85	6.66	0.0045	5.005	0.3635	440	0.01286
	500	1.58	6.93	0.0067	4.810	0.342	390	0.01878
	550	1.18	7.38	0.0168	4.517	0.311	323	0.0434
	600	0	8.51	0.0236	3.92	0.251	210	
a - 9 $Q_t = 1,100 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.47 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.75	3.72	0.009	9.857	0.957		
	50	4.30	4.17	0.0085	8.793	0.806	2,384	0.00464
	100	3.90	4.57	0.007	8.023	0.702	1,808	0.00662
	150	3.60	4.87	0.006	7.529	0.639	1,496	0.0074
	200	3.33	5.14	0.0053	7.134	0.617	1,272	0.00784
	250	3.10	5.37	0.0045	6.828	0.551	1,115	0.00754
	300	2.88	5.59	0.004	6.559	0.520	990	0.00736
	350	2.70	5.77	0.0038	6.355	0.495	898	0.00746
	400	2.50	5.97	0.0030	6.142	0.470	810	0.00624
	450	2.40	6.07	0.0030	6.041	0.459	774	0.00636
	500	2.20	6.27	0.0040	5.848	0.437	700	0.00880
	550	2.00	6.47	0.0040	5.670	0.417	638	0.00896
	600	1.80	6.67	0.0050	5.497	0.399	583	0.01124
	650	1.50	6.97	0.0060	5.261	0.373	510	0.01316
700	1.20	7.27	0.0070	5.044	0.351	451	0.01414	
750	0.80	7.67	0.0080	4.781	0.3225	381		
a - 10 $Q_t = 1,200 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.72 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.12	4.60	0.0084	8.70	0.759	2,303.9	0.00360
	50	3.70	5.02	0.0082	7.97	0.666	1,771.9	0.00876
	100	3.30	5.42	0.0070	7.380	0.593	1,407.9	0.00976
	150	3.00	5.72	0.0065	6.993	0.547	1,195.9	0.0105
	200	2.65	6.07	0.0060	6.590	0.501	1,003.9	0.0109
	250	2.40	6.32	0.0045	6.329	0.471	888	0.00868
	300	2.20	6.52	0.0045	6.135	0.449	808	0.00896
	350	1.95	6.77	0.0055	5.908	0.425	724	0.0114
	400	1.65	7.07	0.0070	5.658	0.399	636	0.0140
	450	1.20	7.52	0.0165	5.32	0.363	528	0.0298
	500	0	8.72	0.0240	4.59	0.291	338	0
a - 11 $Q_t = 1,300 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.70 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.12	4.58	0.0010	9.46	0.828	2,968.3	0.00044
	50	3.62	5.08	0.0092	8.53	0.709	2,175.3	0.00622
	100	3.20	5.50	0.0082	7.879	0.629	1,716.0	0.00920
	150	2.80	5.90	0.0070	7.345	0.566	1,386.7	0.00958
	200	2.50	6.20	0.0052	6.989	0.525	1,196	0.00784
	250	2.28	6.42	0.0047	6.750	0.499	1,079	0.00744
	300	2.03	6.67	0.0053	6.497	0.471	962	0.00868
	350	1.75	6.95	0.0068	6.235	0.443	849.4	0.01122
	400	1.35	7.35	0.0087	5.896	0.407	719.3	0.01356
	450	0.88	7.82	0.0157	5.54	0.371	598	0.01984
	490	0	8.70	0.022	4.96	0.316	433.3	
a - 12 $Q_t = 1,400 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.80 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.50	4.30	0.0156	10.85	0.980	4,480	0.00066
	50	3.72	5.08	0.0142	9.211	0.765	2,730	0.00852
	100	3.08	5.72	0.0123	8.140	0.637	1,895	0.01260
	150	2.49	6.31	0.0113	7.407	0.552	1,423	0.01458
	200	1.95	6.85	0.0110	6.796	0.486	1,101	0.01578
	250	1.39	7.41	0.0126	6.306	0.434	877	0.01720
	300	0.69	8.11	0.01565	5.761	0.378	667	0.01470
	340	0	8.80	0.0173	5.30		523	
实 验 号	x cm	h_2 cm	h_1 cm	dh_1/dx	u_1 cm/s	F_1	Ψ	f_1
a - 13 $Q_t = 1,500 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.83 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.30	4.53	0.0204	11.04	0.970		
	50	3.28	5.55	0.0150	9.01	0.713	2,545	0.01076
	100	2.80	6.03	0.0095	8.287	0.632	1,996	0.00908
	150	2.33	6.50	0.0098	7.692	0.565	1,596	0.01104
	200	1.82	7.00	0.0111	7.143	0.505	1,275	0.01338
	250	1.22	7.61	0.0182	6.57	0.446	995	0.0202
	300	0	8.83	0.0244	5.66	0.356	635	
a - 14 $Q_t = 1,600 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.87 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.08	4.79	0.0192	11.13	0.950		
	50	3.12	5.75	0.0158	9.248	0.722	2,778	0.01022
	100	2.50	6.37	0.0124	8.377	0.621	2,059	0.01112
	150	1.88	6.99	0.0140	7.619	0.539	1,552	0.01446
	200	1.10	7.77	0.0189	6.867	0.462	1,136	0.01732
	250	0	8.87		6.01	0.378		
a - 15 $Q_t = 1,700 \text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 8.89 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$ $B = 30 \text{ cm}$	0	4.10	4.79	0.0214	11.83		4,987	0.0270
	50	3.03	5.86	0.0178	9.659	0.695	2,737	0.0130
	100	2.32	6.57	0.0143	8.629	0.586	1,944	0.0143
	150	1.60	7.29	0.0162	7.763	0.501	1,422	0.0174
	200	0.70	8.19	0.0207	6.911	0.421	1,003	0.01516
	230	0	8.89	0.0233	6.37	0.371	782	

実験 編	x _{cm}	h ₂ _{cm}	h ₁ _{cm}	dh ₁ /dx	u ₁ cm/s	F ₁	Ψ	f ₁	
B-5 Q _t = 30,000 cm ³ /s H = 49.95 cm ε = 0.00990 B = 80 cm	0	18.1	31.85	0.0020	11.77	0.669	16,800	0.00178	
	400	17.0	32.95	0.00425	11.38	0.639	15,188	0.00426	
	800	15.05	34.90	0.00275	10.74	0.584	11,775	0.0032	
	1,200	13.75	36.20	0.004375	10.36	0.553	11,475	0.00546	
	1,600	12.70	37.25	0.00250	10.07	0.530	10,538	0.00326	
	2,000	11.80	38.15	0.0020	9.83	0.511	9,788	0.00268	
	2,400	11.00	38.95	0.0020	9.63	0.495	9,188	0.00246	
	2,800	10.30	39.65	0.001625	9.46	0.483	8,738	0.00220	
	3,200	9.60	40.35	0.00150	9.29	0.469	8,250	0.00204	
	3,600	9.05	40.9	0.001375	9.17	0.460	7,950	0.00186	
	4,000	8.45	41.50	0.001625	9.04	0.451	7,613	0.00216	
	4,400	7.65	42.30	0.002375	8.86	0.437	7,163	0.00308	
	4,800	6.65	43.30	0.002875	8.66	0.423	6,713	0.00352	
	5,200	5.35	44.60	0.003875	8.41	0.435	6,113	0.00426	
	5,600	3.65	46.30	0.00662	8.10	0.382	5,475	0.00666	
	5,918	0	49.95	0.00925	7.508	0.341	6,225		
B-6 Q _t = 50,000 cm ³ /s H = 59.65 cm ε = 0.00990 B = 80 cm	0	18.8	40.85	0.0055	15.300	0.769	36,938	0.00240	
	400	16.0	43.65	0.00713	14.32	0.696	30,250	0.00408	
	800	13.90	45.75	0.00438	13.66	0.648	26,250	0.00282	
	1,200	12.35	47.30	0.00363	13.21	0.616	23,750	0.00246	
	1,600	11.00	48.65	0.00313	12.85	0.592	21,875	0.00214	
	2,000	9.90	49.75	0.00250	12.56	0.572	20,438	0.00172	
	2,400	8.90	50.75	0.00250	12.32	0.555	19,250	0.00168	
	2,800	7.95	51.70	0.00250	12.09	0.539	18,188	0.00162	
	3,200	6.60	53.05	0.00413	11.78	0.520	16,875	0.00246	
	3,600	4.65	55.0	0.0070	11.36	0.491	15,063	0.00344	
	3,920	0	59.65		10.48		11,875		
	B-7 Q _t = 60,000 cm ³ /s H = 64.18 cm ε = 0.00990 B = 80 cm	0	13.85	50.33	0.009	14.90	0.675	34,125	0.00466
		100	12.95	51.23	0.0117	14.64	0.657	32,325	0.00622
		200	11.50	52.68	0.0122	14.24	0.630	29,775	0.00664
		300	10.55	53.63	0.00975	13.99	0.613	28,200	0.00632
		400	9.60	54.58	0.0075	13.74	0.601	27,075	0.00398
500		9.00	55.18	0.006	13.59	0.587	25,875	0.0032	
600		8.40	55.78	0.0055	13.45	0.578	25,050	0.00288	
700		7.90	56.28	0.0052	13.33	0.570	24,375	0.00266	
800		7.35	56.83	0.005	13.20	0.562	23,700	0.00248	
900		6.90	57.28	0.0045	13.09	0.555	23,100	0.00218	
1,000		6.45	57.73	0.004	12.99	0.549	22,575	0.00186	
1,100		6.10	58.08	0.00375	12.91	0.544	22,200	0.00170	
1,200		5.70	58.48	0.004	12.83	0.538	21,675	0.00174	
1,300		5.30	58.88	0.0045	12.74	0.533	21,300	0.00188	
1,400		4.80	59.38	0.0017	12.63	0.526	20,775	0.00664	
1,565		0	64.18	0.029	11.69	0.468	16,425		
B-8 Q _t = 40,000 cm ³ /s H = 49.47 cm ε = 0.02913 B = 80 cm	0	10.65	38.82	0.00175	15.96	0.480	11,500	0.00252	
	400	9.30	40.17	0.00425	12.45	0.3675	6,750	0.01024	
	800	8.20	41.27	0.00212	12.12	0.353	6,250	0.00492	
	1,200	7.50	41.97	0.00125	11.91	0.343	5,900	0.00284	
	1,600	7.00	42.47	0.00125	11.77	0.337	5,700	0.00274	
	2,000	6.50	42.97	0.00125	11.64	0.337	5,500	0.00292	
	2,400	5.95	43.52	0.00150	11.49	0.325	5,300	0.00304	
	2,800	5.35	44.12	0.00162	11.33	0.319	5,100	0.00308	
	3,200	4.70	44.77	0.00162	11.17	0.313	4,900	0.00284	
	3,600	4.00	45.47	0.00187	11.0	0.305	4,650	0.00296	
	4,000	3.10	46.37	0.00275	10.78	0.295	4,400	0.00358	
	4,400	1.75	47.72	0.00625	10.48	0.2845	4,050	0.00502	
	4,540	0	49.47	0.00875	10.11		3,600		
	B-9 Q _t = 20,000 cm ³ /s H = 40.0 cm ε = 0.00891 B = 80 cm	0	19.70	20.30	0.0070	12.315	0.923	21,350	0.00118
		400	16.90	23.10	0.00575	10.823	0.762	14,525	0.00350
		800	15.20	24.80	0.0035	10.081	0.685	11,725	0.00302
1,200		14.20	25.80	0.001875	9.690	0.645	10,400	0.00196	
1,600		13.50	26.50	0.001625	9.434	0.620	9,600	0.00196	
2,000		12.95	27.05	0.001375	9.242	0.601	9,025	0.00158	
2,400		12.35	27.65	0.001625	9.042	0.581	8,450	0.00182	
2,800		11.60	28.40	0.0020	8.803	0.559	7,800	0.00256	
3,200		10.80	29.20	0.0020	8.562	0.536	7,175	0.00268	
3,600		10.00	30.00	0.0020	8.333	0.515	6,625	0.00278	
4,000		9.20	30.80	0.0020	8.117	0.495	6,125	0.00284	
4,400		8.35	31.65	0.00225	7.896	0.475	5,650	0.00322	
4,800		7.45	32.55	0.002375	7.680	0.436	4,750	0.00378	
5,200		6.40	33.60	0.00300	7.440	0.434	4,700	0.00314	
5,600		5.00	35.00	0.003875	7.143	0.410	4,200	0.00480	
6,000		3.20	36.80	0.0060	6.793	0.378	3,575	0.00594	
6,375	0	40.00		6.250	0.335	2,800			
B-10 Q _t = 40,000 cm ³ /s H = 50.65 cm ε = 0.00891 B = 80 cm	0	21.90	28.75	0.026	17.391	1.097	60,150	0.0038	
	200	17.50	33.15	0.0155	15.082	0.886	39,250	0.00294	
	400	15.10	35.55	0.0095	14.065	0.798	31,850	0.00322	
	600	13.60	37.05	0.007	13.495	0.750	28,100	0.00292	
	800	12.20	38.45	0.007	13.004	0.718	25,800	0.00316	
	1,000	10.90	39.75	0.006	12.579	0.686	23,550	0.00290	
	1,200	9.75	40.90	0.00525	12.225	0.647	20,900	0.00282	
	1,400	8.80	41.85	0.00425	11.947	0.616	19,000	0.00240	
	1,600	8.10	42.55	0.003	11.751	0.609	18,500	0.00162	
	1,800	7.50	43.15	0.003	11.587	0.597	18,250	0.00160	
	2,000	6.90	43.75	0.0035	11.429	0.585	17,100	0.00184	
	2,200	6.00	44.65	0.005	11.198	0.567	16,050	0.00250	
	2,400	5.00	45.65	0.005	10.953	0.549	15,050	0.00226	
	2,600	4.00	46.65	0.0055	10.718	0.531	14,100	0.00222	
	2,800	2.60	48.05	0.0095	10.406	0.508	12,900	0.00280	
	2,920	0	50.65	0.0163	9.872	0.469	11,000		
実験 編	x _{cm}	h ₂ _{cm}	h ₁ _{cm}	dh ₁ /dx	u ₁ cm/s	F ₁	Ψ	f ₁	
B-11 Q _t = 40,000 cm ³ /s H = 60.50 cm ε = 0.00891 B = 80 cm	0	28.00	32.5	0.015	15.385	0.913	41,650	0.0028	
	400	23.0	37.5	0.00825	13.333	0.737	27,150	0.0058	
	800	20.7	39.8	0.00475	12.563	0.675	22,750	0.0038	
	1,200	19.0	41.5	0.00325	12.048	0.632	20,000	0.0030	
	1,600	18.0	42.5	0.0025	11.765	0.612	18,750	0.0024	
	2,000	17.0	43.5	0.0025	11.484	0.589	17,350	0.0026	
	2,400	16.1	44.4	0.0020	11.261	0.574	16,500	0.0022	
	2,800	15.3	45.2	0.0020	11.062	0.559	15,650	0.0022	
	3,200	14.5	46.0	0.00225	10.870	0.545	14,850	0.0026	
	3,600	13.5	47.0	0.00225	10.638	0.528	13,950	0.0028	
	4,000	12.5	48.0	0.00225	10.417	0.509	12,950	0.0030	
	4,400	11.5	49.0	0.00225	10.240	0.498	12,400	0.0028	
	4,800	10.5	50.0	0.00225	10.000	0.480	11,500	0.0030	
	5,200	9.5	51.0	0.00225	9.839	0.467	10,900	0.0028	
	5,600	8.5	52.0	0.00225	9.615	0.452	10,200	0.0028	
b-1 Q _t = 20,000 cm ³ /s H = 40.40 cm ε = 0.00744 B = 80 cm	0	15.80	24.60	0.005	10.16	0.758	14,375	0.0029	
	200	14.3	26.10	0.0080	9.58	0.694	12,050	0.00608	
	400	13.1	27.3	0.0065	9.16	0.649	10,525	0.0058	
	600	12.0	28.4	0.0045	8.803	0.612	9,350	0.00448	
	800	11.2	29.2	0.004	8.562	0.587	8,600	0.00422	
	1,000	10.4	30.0	0.004	8.333	0.563	7,925	0.00444	
	1,200	9.6	30.8	0.004	8.117	0.544	7,400	0.00452	
	1,400	8.7	31.7	0.0050	7.886	0.519	6,725	0.00586	
	1,600	7.7	32.7	0.0060	7.645	0.495	6,125	0.00588	
	1,800	6.7	33.7	0.0060	7.418	0.473	5,600	0.00574	
	2,000	5.7	34.7	0.0060	7.205	0.453	5,125	0.00548	
	2,200	4.7	35.7	0.0060	7.003	0.434	4,700	0.00562	
	2,400	3.4	37.0	0.0085	6.76	0.411	4,225	0.00704	
	2,600	1.3	39.1						

試驗 №	x cm	h ₂ cm	h ₁ cm	d _{h1} /d _{h2}	n ₁ cm/s	F ₁	Ψ	f _i
h = 7 Q _L = 45,000 cm ³ /s H = 60.16 cm ε = 0.01049 B = 80 cm	0	27.0	33.16	0.016	16.979	0.947	50,400	0.00166
	400	22.3	37.86	0.0065	14.857	0.775	33,810	0.0032
	800	20.3	39.86	0.0045	14.068	0.716	28,800	0.00290
	1,200	18.6	41.56	0.004	13.535	0.674	25,540	0.00296
	1,600	17.1	43.06	0.00325	13.063	0.639	22,950	0.00268
	2,000	15.9	44.26	0.003	12.709	0.613	21,150	0.00264
	2,400	14.7	45.46	0.003	12.374	0.589	19,520	0.00306
	2,800	13.5	46.66	0.00275	12.055	0.567	18,060	0.00262
	3,200	12.7	47.46	0.0025	11.852	0.552	17,160	0.00240
	3,600	11.6	48.56	0.003	11.584	0.534	16,030	0.00290
	4,000	10.4	49.76	0.003	11.304	0.515	14,910	0.00288
	4,400	9.2	50.96	0.003	11.038	0.496	13,840	0.00282
	4,800	8.0	52.16	0.003	10.784	0.480	12,940	0.00268
	5,200	6.7	53.46	0.0035	10.522	0.462	11,980	0.00288
	5,600	5.3	54.66	0.0035	10.253	0.445	11,140	0.00250
	6,000	3.9	56.26	0.0045	9.998	0.428	10,290	0.00202
	6,400	2.1	58.06		9.688	0.415	9,680	
h = 8 Q _L = 60,000 cm ³ /s H = 70.20 cm ε = 0.01137 B = 80 cm	0	24.6	45.60	0.0065	16.447	0.730	39,975	0.0046
	200	23.3	46.90	0.0060	15.991	0.699	36,675	0.0042
	400	22.2	48.00	0.0055	15.625	0.675	34,200	0.0039
	600	21.1	49.10	0.0050	15.275	0.653	32,025	0.0038
	800	20.2	50.00	0.00425	15.000	0.636	30,300	0.0034
	1,000	19.4	50.80	0.003625	14.764	0.620	28,875	0.0031
	1,200	18.75	51.45	0.003125	14.577	0.609	27,825	0.0028
	1,400	18.15	52.05	0.003	14.409	0.598	26,850	0.0027
	1,600	17.55	52.65	0.002875	14.245	0.588	25,950	0.0027
	1,800	17.0	53.20	0.00275	14.098	0.579	25,125	0.00264
	2,000	16.45	53.75	0.00275	13.953	0.570	24,375	0.00268
	2,200	15.90	54.30	0.00275	13.812	0.561	23,625	0.0027
	2,400	15.35	54.85	0.00275	13.674	0.552	22,875	0.00274
	2,600	14.8	55.40	0.002625	13.538	0.545	22,275	0.00262
	2,800	14.3	55.90	0.002625	13.417	0.538	21,675	0.00264
	3,000	13.8	56.40	0.002625	13.298	0.530	21,075	0.00264
	3,200	13.3	56.90	0.002625	13.181	0.523	20,550	0.00264
	3,400	12.8	57.40	0.002375	13.066	0.517	20,025	0.00238
	3,600	12.35	57.85	0.002375	12.965	0.511	19,575	0.00236
	3,800	11.85	58.35	0.0025	12.853	0.504	19,050	0.00248
	4,000	11.35	58.85	0.0025	12.744	0.498	18,600	0.00236
	4,200	10.85	59.35	0.0025	12.637	0.491	18,075	0.00244
	4,400	10.35	59.85	0.002625	12.531	0.485	17,625	0.00232
	4,600	9.8	60.40	0.00275	12.417	0.479	17,175	0.00358
	4,800	9.25	60.95	0.002625	12.305	0.472	16,725	0.00242
	5,000	8.75	61.45	0.002625	12.205	0.467	16,350	0.00232
	5,200	8.2	62.00	0.002875	12.097	0.460	15,900	0.00250
	5,400	7.6	62.60	0.0030	11.981	0.454	15,450	0.00250
	5,600	7.0	63.20	0.00325	11.867	0.447	15,000	0.00260
	5,800	6.3	63.90	0.0035	11.737	0.439	14,475	0.00262
	6,000	5.6	64.60	0.003625	11.610	0.432	14,025	0.00244
	6,200	4.85	65.35	0.003875	11.477	0.425	13,575	0.00242
	6,400	4.05	66.15	0.004625	11.338	0.417	13,050	0.00254
	6,600	3.0	67.20	0.007375	11.161	0.407	12,450	0.00316
	6,800	1.1	69.10	0.0185	10.854	0.385	11,100	0.00334
	6,840	0	70.20		10.684			
h = 9 Q _L = 20,000 cm ³ /s H = 38.1 cm ε = 0.0990 B = 80 cm	0	17.0	21.1	0.0075	11.85	0.828	17,150	0.00306
	400	14.6	23.5	0.004	10.64	0.704	12,400	0.00312
	800	13.2	24.9	0.003	10.04	0.643	10,425	0.00290
	1,200	12.2	25.9	0.0025	9.653	0.609	9,275	0.00272
	1,600	11.2	26.9	0.0020	9.29	0.575	8,275	0.00238
	2,000	10.6	27.5	0.0015	9.09	0.557	7,750	0.00186
	2,400	10.0	28.1	0.0015	8.90	0.539	7,250	0.00192
	2,800	9.2	28.9	0.002	8.65	0.517	6,675	0.00266
	3,200	8.4	29.7	0.0025	8.42	0.496	6,150	0.00358
	3,600	7.4	30.7	0.0025	8.14	0.472	5,575	0.00362
	4,000	6.4	31.7	0.003	7.89	0.449	5,050	0.00430
	4,400	5.0	33.1	0.0035	7.55	0.435	4,725	0.00450
	4,800	3.6	34.5	0.0045	7.25	0.396	3,925	0.00456
	5,200	0.3	37.8	0.013	6.61	0.345	2,975	0.00152

实 验 №	x cm	h_2 cm	h_1 cm	d_{h1}/d_{h2}	u_1 cm/s	F_1	Ψ	f_i
h = 10 $Q_L = 40,000\text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 42.20\text{ cm}$ $\epsilon = 0.02960$ $B = 80\text{ cm}$	0	19.6	22.6	0.011	22.12	0.778	30,250	0.00666
	400	16.4	25.8	0.002	19.38	0.709	25,100	0.00154
	800	15.0	27.2	0.00325	18.38	0.654	21,400	0.00276
	1,200	13.8	28.4	0.00275	17.61	0.613	18,800	0.00298
	1,600	12.9	29.3	0.0025	17.06	0.568	17,150	0.00292
	2,000	11.9	30.3	0.002	16.50	0.557	15,500	0.00252
	2,400	11.1	31.2	0.002	16.03	0.534	14,250	0.00264
	2,800	10.3	31.9	0.0020	15.67	0.514	13,200	0.00272
	3,200	9.6	32.6	0.0015	15.34	0.499	12,450	0.00206
	3,600	9.0	33.2	0.0015	15.06	0.486	11,800	0.00208
	4,000	8.4	33.8	0.0015	14.79	0.472	11,150	0.00208
	4,400	7.8	34.4	0.00125	14.53	0.460	10,600	0.001374
	4,800	7.3	34.9	0.0015	14.33	0.451	10,150	0.00204
	5,200	6.7	35.5	0.00175	14.08	0.439	9,650	0.00266
	5,600	6.0	36.2	0.0015	13.81	0.427	9,100	0.00192
	6,000	5.3	36.9	0.0020	13.55	0.415	8,600	0.00242
	6,400	4.4	37.8	0.00225	13.23	0.400	8,000	0.00218
	6,800	3.5	38.7	0.00275	12.92	0.383	7,350	0.00288
	7,200	2.1	40.1	0.009	12.47	0.366	6,700	0.00900
h = 11 $Q_L = 40,000\text{ cm}^3/\text{s}$ $H = 72.67\text{ cm}$ $\epsilon = 0.00667$ $B = 80\text{ cm}$	0	32.6	40.07	0.00050	12.480	0.837		
	200	32.5	40.17	0.00050	12.446	0.833		
	400	32.4	40.27	0.0010	12.415	0.830	34,450	0.000402
	600	32.1	40.57	0.00175	12.323	0.821	33,700	0.000748
	800	31.7	40.97	0.002125	12.203	0.809	32,700	0.000980
	1,000	31.25	41.42	0.00250	12.070	0.796	31,650	0.00125
	1,200	30.7	41.97	0.00288	11.912	0.780	30,450	0.00152
	1,400	30.1	42.57	0.00300	11.744	0.764	29,150	0.00178
	1,600	29.5	43.17	0.00300	11.581	0.748	27,950	0.00192
	1,800	28.9	43.77	0.00313	11.422	0.733	26,850	0.00214
	2,000	28.25	44.42	0.00325	11.255	0.716	25,650	0.00240
	2,200	27.60	45.07	0.00338	11.093	0.701	24,600	0.00266
	2,400	26.90	45.77	0.00350	10.923	0.685	23,450	0.00294
	2,600	26.20	46.47	0.00338	10.758	0.669	22,400	0.00300
	2,800	25.45	47.22	0.00350	10.588	0.653	21,350	0.00330
	3,000	24.70	47.97	0.00375	10.422	0.639	20,400	0.00370
	3,200	23.95	48.72	0.00375	10.262	0.624	19,450	0.00388
	3,400	23.20	49.47	0.00388	10.106	0.610	18,600	0.00418
	3,600	22.40	50.27	0.00388	9.945	0.595	17,700	0.00436
	3,800	21.65	51.02	0.00375	9.799	0.582	16,950	0.00436
	4,000	20.90	51.77	0.00388	9.657	0.569	16,200	0.00476
	4,200	20.10	52.57	0.00400	9.510	0.557	15,500	0.00492
	4,400	19.30	53.37	0.00388	9.368	0.544	14,800	0.00490
	4,600	18.55	54.12	0.00388	9.238	0.533	14,200	0.00498
	4,800	17.75	54.92	0.00400	9.103	0.522	13,600	0.00524
	5,000	16.95	55.72	0.00400	8.973	0.510	13,000	0.00532
	5,200	16.15	56.52	0.00388	8.846	0.499	12,450	0.00520
	5,400	15.40	57.27	0.00375	8.729	0.490	12,000	0.00504
	5,600	14.65	58.02	0.00375	8.617	0.480	11,500	0.00506
	5,800	13.90	58.77	0.00388	8.507	0.470	11,050	0.00524
	6,000	13.10	59.57	0.00400	8.393	0.460	10,650	0.00532
	6,200	12.30	60.37	0.00400	8.282	0.453	10,250	0.00526
	6,400	11.5	61.17	0.00413	8.173	0.444	9,850	0.00532
	6,600	10.65	62.02	0.00425	8.061	0.435	9,450	0.00534
	6,800	9.8	62.87	0.00438	7.952	0.425	9,050	0.00534
	7,000	8.9	63.77	0.00450	7.840	0.417	8,700	0.00532
	7,200	8.0	64.67	0.00463	7.731	0.407	8,300	0.00512
7,400	7.6	65.62	0.00488	7.619	0.399	7,950	0.00500	
7,600	6.05	66.62	0.00500	7.505	0.390	7,600	0.00464	
7,800	5.05	67.62	0.00513	7.394	0.382	7,300	0.00488	
8,000	3.80	68.87	0.00700	7.200	0.371	6,900	0.00458	
8,200	2.25	70.42	0.00950	7.100	0.359	6,450	0.00764	
8,370	0	72.60		6.89				

付表B.1.2. 河川における実測抵抗係数値

〔注〕 f_i は(3.2.5)式から
の逆算値(Eを考慮して
いない)

信濃川実測抵抗係数値

実測 №	x_m	R_{2m}	h_{1m}	dh_1/dx	A_1 m^2	F_1	Ψ	f_i
昭和48年5月23日 $Q = 281.8 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0193 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.01893$ $\epsilon_R = 0.1856$ $H_0 = 0.44 m$	1,000	5.80	3.44	1.6×10^{-4}	910		160,000	0.00114
	1,500	2.58	3.52	1.3×10^{-4}	970		132,109	0.000741
	2,000	1.85	3.57	1.8×10^{-4}	850		196,331	0.000518
	2,500	2.33	3.70	3.3×10^{-4}	890		171,031	0.00149
	3,000	1.80	3.90	5.4×10^{-4}	870		183,099	0.00201
昭和48年6月20日 $Q = 351.3 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0221 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02162$ $\epsilon_R = 0.2119$ $H_0 = 0.66 m$	1,000	6.20	3.26	1.12×10^{-4}	850		333,155	0.000447
	1,500	2.57	3.82	8.0×10^{-4}	1,070		167,014	0.00419
	2,000	2.30	4.06	3.6×10^{-4}	950		238,634	0.00138
	2,500	2.40	4.18	2.8×10^{-4}	1,020		192,798	0.00132
	3,000	1.70	4.34	5.2×10^{-4}	960		231,254	0.00172
昭和48年7月18日 $Q = 184.4 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0207 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02028$ $\epsilon_R = 0.1987$ $H_0 = T.P. 0.64 m$	1,000	7.470	1.96	3.6×10^{-4}	500		252,450	0.00106
	1,500	2.970	2.14	3.3×10^{-4}	610		139,026	0.00140
	2,000	1.950	2.29	3.0×10^{-4}	620		132,407	0.00114
	2,500	2.280	2.44	2.9×10^{-4}	710		88,168	0.00173
	3,000	2.150	2.58	3.0×10^{-4}	620		132,407	0.00131
	3,500	3.300	2.74	3.3×10^{-4}	640		120,377	0.00200
	4,000	0.800	2.91	3.0×10^{-4}	700		92,000	0.00102
昭和48年8月22日 $Q = 156.1 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0193 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.01893$ $\epsilon_R = 0.1856$ $H_0 = T.P. 0.74 m$	2,000	1.90	2.54	3.4×10^{-4}	690		62,405	0.00239
	2,500	2.30	2.68	2.4×10^{-4}	760		46,701	0.00240
	3,000	2.05	2.78	1.4×10^{-4}	680		55,158	0.00105
	3,500	3.30	2.82	7.0×10^{-5}	670		68,133	0.00052
	4,000	0.94	2.85	7.0×10^{-5}	700		59,716	0.000335
	4,500	1.45	2.89	8.0×10^{-5}	600		94,887	0.000370
	5,000	1.57	2.93	8.0×10^{-5}	590		99,769	0.000378
	5,500	1.55	2.97	8.0×10^{-5}	580		104,953	0.000357
	6,000	1.03	3.01	8.0×10^{-5}	630		81,965	0.000317
	6,500	1.32	3.05	1.3×10^{-4}	580		104,989	0.000534
昭和48年8月24日 $Q = 218.8 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0193 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.01893$ $\epsilon_R = 0.1856$ $H_0 = T.P. 0.76 m$	2,000	1.91	2.57	6.7×10^{-4}	690		171,797	0.00214
	2,500	2.37	2.98	6.1×10^{-4}	820		102,358	0.00366
	3,000	1.85	3.18	2.8×10^{-4}	780		118,927	0.00134
	3,500	3.00	3.26	1.7×10^{-4}	730		145,076	0.000935
	4,000	0.81	3.35	2.0×10^{-4}	770		123,621	0.000522
	4,500	1.05	3.45	2.8×10^{-4}	690		171,797	0.000702
	5,000	1.49	3.63	4.6×10^{-4}	670		187,646	0.00142
昭和48年9月27日 $Q = 390 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0207 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02028$ $\epsilon_R = 0.1987$ $H_0 = T.P. 0.74 m$	1,500	1.97	3.49	6.3×10^{-4}	970		327,100	0.000150
	2,000	1.76	3.64	2.6×10^{-4}	910		396,161	0.000498
	2,500	2.25	3.75	2.9×10^{-4}	940		359,428	0.000724
	3,000	1.95	3.93	4.0×10^{-4}	910		396,161	0.000863
昭和48年10月20日 $Q = 120 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0217 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02081$ $H_0 = 0 m$	3,500	2.27	3.15	4.4×10^{-4}	900		409,514	0.000860

阿賀野川実測抵抗係数値

実測 №	x_m	R_{2m}	h_{1m}	dh_1/dx	A_1 m^2	F_1	Ψ	f_i
昭和48年8月2日(1) 6時 $Q = 126.4 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = 0.71 m$	0	1.91	1.00	0.0000836	933		10,404	0.00132
	598	2.52	1.05	0.0001393	374		161,521	0.000235
	1,623	1.66	1.25	0.0001941	871		12,788	0.00292
	2,658	1.01	1.45	0.0001799	1,201		4,878	0.00447
	3,678	1.19	1.62	0.0001446	1,065		6,995	0.00324
	4,738	0.92	1.75	0.0001334	1,010		8,201	0.00236
	5,778	1.51	1.90	0.0001933	913		11,103	0.00388
	6,768	1.12	2.14	0.0003998	861		13,238	0.00625
	7,773	0.52	2.70	0.000572	837		14,410	0.00491

阿賀野川実測抵抗係数値

実測 №	x_m	R_{2m}	h_{1m}	dh_1/dx	A_1 m^2	F_1	Ψ	f_i
昭和48年8月2日(2) 9時 $Q = 119.6 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = T.P. 0.63 m$	0	2.02	0.60	0.0005016	564		39,899	0.00169
	598	2.52	0.90	0.0004947	319		220,508	0.000387
	1,623	1.51	1.40	0.0007269	941		8,591	0.01487
	2,658	0.92	1.50	0.0000973	1,239		3,763	0.00277
	3,678	1.14	1.60	0.0001197	1,100		5,378	0.00312
	4,738	0.90	1.75	0.0001428	983		7,536	0.00264
	5,778	1.49	1.90	0.0001882	894		10,018	0.00403
昭和48年8月2日 12時 $Q = 69.6 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = T.P. 0.64 m$	0	1.92	0.88	0.0002006	822		2,540	0.00780
	598	2.51	1.00	0.000232	351		32,622	0.00168
	1,623	1.60	1.27	0.0002428	867		2,165	0.0125
	2,658	0.93	1.50	0.0002189	922		1,800	0.0104
	3,678	1.11	1.72	0.0001785	1,101		1,057	0.0143
	4,738	0.88	1.87	0.0001188	1,028		1,299	0.00734
	5,778	1.48	1.97	0.0001137	921		1,806	0.00794
昭和48年8月2日 15時 $Q = 84.0 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = T.P. 0.76 m$	0	1.95	0.92	0.000301	861		3,885	0.00904
	598	2.52	1.10	0.0002626	395		40,239	0.00176
	1,623	1.64	1.33	0.0001797	929		3,093	0.00752
	2,658	1.03	1.47	0.0001509	1,220		1,366	0.00909
	3,678	1.24	1.59	0.0001446	4,057		2,100	0.00750
	4,738	0.95	1.72	0.0001334	1,011		2,400	0.00656
	5,778	1.52	1.87	0.0001377	916		3,227	0.00644
昭和48年8月2日 18時 $Q = 128 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = T.P. 0.76 m$	0	1.89	1.12	0.0002341	861		13,747	0.00327
	598	2.50	1.26	0.0001853	535		57,302	0.00105
	1,623	1.59	1.40	0.0001165	971		9,585	0.00226
	2,658	1.01	1.50	0.0000973	1,244		4,558	0.00257
	3,678	1.24	1.60	0.0000961	1,052		7,326	0.00212
	4,738	0.96	1.70	0.0001096	1,001		8,748	0.00189
	5,778	1.53	1.83	0.0001281	902		11,957	0.00242
昭和48年9月26日 15時 $Q = 166.6 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.025 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02390$ $H_0 = T.P. 0.75 m$	0	1.98	0.80	0.0003344	751		45,678	0.00137
	1,623	1.51	1.53	0.0003406	1,044		17,003	0.00452
	2,658	0.86	1.70	0.0001703	1,405		6,976	0.00319
	3,678	1.10	1.88	0.0002344	1,205		11,058	0.00389
	4,738	0.83	2.19	0.0003913	1,172		12,018	0.00536

越上川実測抵抗係数値

実測 №	x_m	R_{2m}	h_{1m}	dh_1/dx	A_1 m^2	F_1	Ψ	f_i
昭和46年10月20日 $Q = 120 m^3/s$ $\rho + \Delta \rho = 1.0217 \frac{K}{cm}$ $\epsilon = 0.02081$ $H_0 = 0 m$	610.5	1.27	2.47	0.0004973	680		26,409	0.00524
	788.2	1.33	2.54	0.0003787	620		34,841	0.00341
	953.3	1.50	2.60	0.0002900	530		55,775	0.00203
	1,273.7	1.38	2.67	0.0002097	458		86,432	0.00101
	1,621.9	1.13	2.74	0.0001830	471		79,471	0.000832
	1,989.5	1.51	2.80	0.0001830	533		54,839	0.00135
昭和46年8月27日 $Q = 61 m^3/s$ $\epsilon_R = 0.2381$ $H_0 = T.P. 0.45 m$	194.7	3.47	1.48	0.0000962	350		50,397	0.002845
	40.5	2.52	1.52	0.0001211	595		10,566	0.003212
	953.2	2.95	1.53	0.0001657	608		9,646	0.004596
	1,276.7	1.80	1.54	0.0001942	600		4,455	0.00672
昭和46年8月28日 $Q = 55 m^3/s$ $\epsilon_R = 0.2381$ $H_0 = T.P. 0.46 m$	953.2	2.84	1.78	0.0000447	708		4,793	0.002345
	1,276.7	1.62	1.79	0.00003	654		2,497	0.001644
	1,621.9	1.71	1.80	0.0000553	640		2,665	0.003363
	1,989.5	1.78	1.83	0.000206	705		1,994	0.014489
昭和46年8月28日 $Q = 55 m^3/s$ $\epsilon_R = 0.2381$ $H_0 = T.P. 0.46 m$	2,384.0	1.02	1.96	0.00003	755		1,623	0.004965

付表B.1.3 実験結果平均抵抗係数値

case No.	Q_f cm/s	$\beta + \Delta\beta$ gr/cm ³	h_0 cm	L cm	u_0 $Q_f/\Delta\beta$ cm/s	ϵ	F_{01} $u_0/\sqrt{g h_0}$	$\bar{f}_1$	Ψ_0	h_0 cm 実験値	h_0 cm 計算値
B-1	20,000	1.006	50.15	6,560	4.985	0.00596	0.293	0.0064	2.145	23.35	22.0
-2	40,000	1.006	61.17	1,880	8.173	0.00596	0.432	0.0064	9.330	39.57	35.0
-3	60,000	1.006	78.53	1,266	9.551	0.00498	0.488	0.0074	1,785.0	48.23	48.7
-4	40,000	1.005	70.15	4,918	7.127	0.00498	0.385	0.0043	7.420	38.15	37.1
-5	30,000	1.010	49.95	5,918	7.508	0.00990	0.341	0.0038	4.361	29.75	24.4
-6	50,000	1.010	59.65	3,920	10.474	0.00990	0.436	0.0029	11.881	38.95	24.3
-7	60,000	1.010	64.18	1,565	11.687	0.00990	0.468	0.0058	16.448	49.18	38.7
-8	40,000	1.030	49.47	4,540	10.106	0.02913	0.269	0.0097	3.620	38.67	20.6
-9	20,000	1.009	40.00	6,375	6.25	0.00891	0.334	0.0030	2,790.0	20.30	19.26
-10	40,000	1.009	50.65	2,992	9.872	0.00891	0.469	0.0024	1,100.0	28.75	30.55
-11	40,000	1.009	60.50	7,420	8.264	0.00891	0.359	0.0031	6.445	32.50	30.55
b-1	20,000	1.0075	40.40	2,620	6.1881	0.007444	0.3604	0.00579	3,247.5	24.60	20.47
-2	30,000	1.0060	50.96	2,360	7.359	0.005964	0.4264	0.00447	6,817.5	29.76	28.88
-3	40,000	1.0050	63.10	1,890	7.924	0.004975	0.4518	0.00512	10,206.0	39.60	37.14
-3'	40,000	1.0060	60.50	475	8.264	0.004975	0.4812	0.01535	11,579.31	39.00	37.1
-4	50,000	1.0061	70.49	740	8.867	0.005074	0.4736	0.01294	14,018.75	41.49	42.80
-5	30,000	1.0123	40.78	2,330	9.196	0.012151	0.4173	0.00393	6,528.75	27.18	22.79
-6	40,000	1.0105	54.99	4,910	9.093	0.01039	0.3843	0.00389	7.385	31.79	29.07
-7	45,000	1.0106	60.16	6,580	9.3501	0.01049	0.3760	0.002977	7.954	32.56	31.34
-8	60,000	1.0115	70.20	6,840	10.684	0.011369	0.3820	0.00317	5,471.25	45.60	36.92
-9	20,000	1.010	38.10	5,220	6.562	0.00990	0.341	0.00327	2,912.5	20.70	18.61
-10	40,000	1.0305	42.20	7,350	11.848	0.02960	0.339	0.00264	5.735	21.80	20.50
-11	40,000	1.0057	72.67	8,370	6.880	0.00567	0.342	0.00384	5.865	40.07	35.58
a-1	2,000	1.03	11.04	600	6.039	0.02913	0.340	0.0083	770.7	5.24	5.38
-2	1.03	11.06	600	6.028	0.02913	0.339	0.0084	766.0	5.380	5.380	
-3	1.03	10.79	900	4.634	0.02913	0.264	0.0114	348.5	4.443	4.443	
-4	1.03	5.47	175	4.266	0.02913	0.341	0.0140	271.4	2.670	2.670	
-5	1.03	8.34	550	2.398	0.02913	0.155	0.0471	48.0	5.59	2.411	
-6	1.03	8.34	570	2.798	0.02913	0.181	0.0360	76.6	6.32	2.671	
-7	1.03	8.30	900	2.811	0.02913	0.183	0.0221	78.2	4.32	2.671	
-8	1.03	8.51	600	3.917	0.02913	0.251	0.0155	210.0	4.23	3.39	
-9	1.03	8.47	800	4.329	0.02913	0.278	0.0087	283.5	3.72	3.61	
-10	1.03	8.72	500	4.587	0.02913	0.291	0.0126	338.8	4.60	3.830	
-11	1.03	8.70	490	4.981	0.02913	0.316	0.0101	432.9	4.58	4.037	
-12	1.03	8.80	340	5.303	0.02913	0.335	0.0122	523.6	4.30	4.240	
-13	1.03	8.83	300	5.663	0.02913	0.357	0.0114	637.0	4.53	4.442	
-14	1.03	8.87	250	6.013	0.02913	0.378	0.0113	762.2	4.79	4.636	
-15	1.03	8.89	230	6.374	0.02913	0.400	0.0101	906.6	4.79	4.830	
A-1	2,000	1.006	19.85	1,390	3.356	0.00596	0.312	0.0084	647	9.25	9.129
-2	4,000	1.006	19.99	220	6.667	0.00596	0.617	0.0031	5,076	9.99	14.492
-3	4,000	1.006	30.00	1,755	4.444	0.00596	0.336	0.0080	1,503	16.30	14.492
-4	6,000	1.006	30.00	560	6.667	0.00596	0.504	0.0065	5,074	19.80	18.989
-5	2,000	1.010	18.34	2,500	3.635	0.00990	0.272	0.0065	493.4	7.64	7.708
-6	4,000	1.010	19.87	440	6.710	0.00990	0.483	0.0057	3,114	10.07	12.233
-7	3,000	1.010	20.20	1,310	4.950	0.00990	0.354	0.0061	1,250.4	10.40	10.102
-8	5,000	1.010	29.54	2,520	5.642	0.00990	0.333	0.0057	1,851	14.54	14.199
-9	6,000	1.010	29.70	1,415	6.734	0.00990	0.397	0.0057	3,147.1	18.10	16.033
-10	4,000	1.030	19.14	2,440	6.966	0.02913	0.298	0.0063	1,184.4	9.44	8.540
-11	6,000	1.030	20.55	1,165	9.732	0.02913	0.402	0.0045	3,229.6	12.35	11.176
-12	2,000	1.010	19.80	1,000	3.367	0.00990	0.243	0.0235	393.4	9.80	7.708
-13	4,000	1.010	29.70	2,548	4.489	0.00990	0.264	0.0110	932.5	15.40	12.238
-14	2,700	1.010	19.90	955	4.523	0.00990	0.325	0.0109	953.4	9.90	9.431
-15	3,000	1.006	21.55	170	4.640	0.00596	0.413	0.0295	1,710.0	13.25	11.96
-16	5,000	1.006	30.57	458	5.451	0.00596	0.408	0.0164	2,766.0	20.97	16.82
-17	2,000	1.006	28.37	2,800	2.350	0.00596	0.183	0.0250	220.0	13.87	9.13
-18	4,000	1.012	29.80	1,950	4.474	0.01185	0.240	0.0185	777.0	20.80	11.52

付表B.2.1 連行係数に関する実験数値表
(A-30 m水路, B, b-100 m水路)

実験条件	$u_1/\sqrt{g h_1}$ F_1	$1/F_1^2$ R_1	$\frac{E}{u_1 - u_2}$	E cm/s
ケース A-1 $Q_f = 2.0$ ℓ/s $h_0 = 19.85$ cm $\epsilon = 0.00557$	0.912 0.575 0.511 0.461	1.202 3.025 3.830 4.705	0.000668 0.000496 0.000225 0.000481	0.00478 0.0026195 0.0011095 0.00221
ケース A-2 $Q_f = 4.0$ ℓ/s $h_0 = 19.99$ cm $\epsilon = 0.00596$	0.937 0.714	1.139 1.962	0.00184 0.00206	
ケース A-3 $Q_f = 4.0$ ℓ/s $h_0 = 30.0$ cm $\epsilon = 0.00557$	0.786 0.593 0.530 0.494 0.427	1.619 2.844 3.560 4.098 5.485	0.00336 0.00235 0.000332 0.000296 0.000309	0.02981 0.01575 0.00207 0.00174 0.00168
ケース A-4 $Q_f = 6.0$ ℓ/s $h_0 = 30.0$ cm $\epsilon = 0.00567$	0.856 0.674 0.611	1.365 2.201 2.679	0.00162 0.00157 0.00138	0.0166 0.0137 0.0108
ケース A-5 $Q_f = 2.0$ ℓ/s $h_0 = 18.34$ cm $\epsilon = 0.00990$	0.874 0.521 0.409 0.345	1.309 3.684 5.978 8.402	0.000179 0.000164 0.000161 0.000398	0.00151 0.001004 0.000879 0.00200
ケース A-6 $Q_f = 4.0$ ℓ/s $h_0 = 19.87$ cm $\epsilon = 0.00990$	0.857 0.717 0.631	1.362 1.945 2.512	0.00323 0.00302 0.00141	0.0355 0.02825 0.011455
ケース A-7 $Q_f = 3.0$ ℓ/s $h_0 = 20.20$ cm $\epsilon = 0.00990$	0.878 0.622 0.514 0.438	1.297 2.585 3.785 5.213	0.000880 0.000770 0.000443 0.000406	0.00864 0.005925 0.002995 0.002445
ケース A-9 $Q_f = 6.0$ ℓ/s $h_0 = 30.0$ cm $\epsilon = 0.0090$	0.753 0.619 0.553 0.489	1.764 2.610 3.270 4.182	0.000697 0.000956 0.000658 0.000329	0.00786 0.00485 0.005823 0.002748
ケース A-10 $Q_f = 4.0$ ℓ/s $h_0 = 19.14$ cm $\epsilon = 0.02818$	0.911 0.592 0.460 0.387	1.205 2.853 4.726 6.677	0.000246 0.000261 0.000191 0.000189	0.00376 0.00299 0.001845 0.001615
ケース A-11 $Q_f = 6.0$ ℓ/s $h_0 = 20.55$ cm $\epsilon = 0.02818$	0.832 0.673 0.568 0.524	1.445 2.208 3.100 3.642	0.00116 0.00101 0.000745 0.000469	0.01966 0.014535 0.00956 0.005485
ケース A-1 $Q_f = 20.0$ ℓ/s $h_0 = 50.15$ cm $\epsilon = 0.00587$	0.733 0.595 0.520 0.467 0.424 0.394	1.861 2.825 3.698 4.585 5.562 6.442	0.000507 0.000397 0.000346 0.000407 0.000302 0.000501	0.00541 0.003705 0.003015 0.00327 0.002295 0.004425
ケース A-2 $Q_f = 40.0$ ℓ/s $h_0 = 61.17$ cm $\epsilon = 0.00596$	0.612 0.583 0.524	2.669 2.942 3.642	0.000552 0.000529 0.000419	0.00504 0.00853 0.00393
ケース A-3 $Q_f = 60.0$ ℓ/s $h_0 = 78.53$ cm $\epsilon = 0.00458$	0.738 0.653	1.836 2.345	0.00391 0.00331	0.0594 0.04285

実験条件	$u_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$ F	$1/F_1^2$ Ri	$\frac{E}{u_1 - u_2}$	E cm/s
ケース B-4 $Q_f = 40.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.15 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00498$	0.737 0.591 0.529 0.473	1.841 2.863 3.573 4.470	0.000166 0.000475 0.000772 0.000461	0.00198 0.00504 0.007355 0.003875
ケース B-5 $Q_f = 30.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 49.95 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00990$	0.668 0.555 0.520 0.479 0.443	2.241 3.246 3.698 4.358 5.096	0.000127 0.000124 0.000230 0.000292 0.000370	0.00165 0.00147 0.00263 0.00313 0.00379
ケース B-6 $Q_f = 50.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 59.65 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00990$	0.744 0.655 0.609 0.576 0.551 0.532 0.506	1.807 2.331 2.696 3.014 3.294 3.533 3.906	0.000279 0.000244 0.000128 0.000909 0.000203 0.000306 0.000512	0.00446 0.00360 0.018195 0.012595 0.00276 0.00405 0.006575
ケース B-7 $Q_f = 60.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 64.18 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00990$	0.622 0.588 0.566 0.548 0.533	2.585 2.892 3.122 3.330 3.520	0.000141 0.000450 0.000556 0.000622 0.00107	0.00220 0.006875 0.008245 0.00910 0.01499
ケース B-8 $Q_f = 40.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 49.47 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02913$	0.372 0.355 0.345 0.323 0.305 0.295	7.226 7.935 8.402 9.585 10.750 11.491	0.000599 0.000470 0.000296 0.000186 0.000083 0.000198	0.00655 0.006355 0.00388 0.0022795 0.001145 0.002345
ケース B-1 $Q_f = 20 \text{ t/s}$ $h_0 = 40.40 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00744$	0.668 0.572 0.544 0.488	2.241 3.056 3.379 4.199	0.00202 0.00139 0.000620 0.000635	0.0224 0.01292 0.005465 0.00499
ケース B-2 $Q_f = 30 \text{ t/s}$ $h_0 = 50.96 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00596$	0.719 0.662 0.598 0.563 0.547 0.524	1.934 2.282 2.796 3.155 3.342 3.642	0.000500 0.000989 0.00102 0.000488 0.000670 0.000686	0.00580 0.01095 0.01065 0.00479 0.00542 0.00625
ケース B-3 $Q_f = 40 \text{ t/s}$ $h_0 = 63.10 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00498$	0.676 0.618 0.594 0.577 0.560 0.541 0.522	2.188 2.618 2.834 3.004 3.189 3.417 3.670	0.000417 0.000875 0.0015 0.0016 0.00104 0.000322 0.000188	0.00477 0.009585 0.01575 0.01605 0.009855 0.00296 0.001685
ケース B-4 $Q_f = 50 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.49 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00507$	0.687 0.644 0.616 0.592	2.119 2.411 2.635 2.853	0.00202 0.00260 0.00235 0.00111	0.0245 0.0299 0.02575 0.011745
ケース B-5 $Q_f = 30 \text{ t/s}$ $h_0 = 40.78 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.01215$	0.743 0.666 0.613 0.580 0.548 0.525 0.511	1.811 2.255 2.661 2.973 3.330 3.628 3.830	0.000910 0.00101 0.000649 0.000237 0.000447 0.000423 0.000980	0.01407 0.014495 0.00867 0.003095 0.00570 0.005185 0.0119
ケース B-6 $Q_f = 40 \text{ t/s}$ $h_0 = 54.99 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.01039$	0.782 0.646 0.552 0.507 0.469	1.635 2.396 3.282 3.890 4.546	0.000614 0.000501 0.000360 0.000354 0.000352	0.00990 0.007075 0.00466 0.00430 0.004055
ケース B-7 $Q_f = 45 \text{ t/s}$ $h_0 = 60.16 \text{ cm}$	0.788 0.677 0.595	1.610 2.182 2.825	0.000500 0.000554 0.000382	0.00980 0.00835 0.005475

実験条件	$u_1 / \sqrt{\epsilon g h_1}$ F ₁	$1/F_1^2$ Ri	$\frac{E}{u_1 - u_2}$	E cm/s
$\epsilon = 0.01049$	0.539 0.471	3.442 4.508	0.000240 0.000402	0.003275 0.00502
ケース h-8 $Q_f = 60 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.20 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.01137$	0.694 0.592 0.550 0.528 0.491 0.469	2.076 2.853 3.306 3.587 4.148 4.546	0.000532 0.000460 0.000285 0.000175 0.000154 0.000277	0.00929 0.007205 0.00422 0.00249 0.00210 0.00365
ケース h-9 $Q_f = 20 \text{ t/s}$ $h_0 = 38.10 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.0990$	0.73 0.622 0.560 0.505 0.445	1.877 2.585 3.189 3.921 5.050	0.000814 0.000689 0.000385 0.000214 0.000593	0.0112 0.008185 0.004215 0.002185 0.006005
ケース h-10 $Q_f = 40 \text{ t/s}$ $h_0 = 42.2 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.02960$	0.699 0.619 0.544 0.499 0.465 0.418 0.404	2.047 2.610 3.379 4.016 4.625 5.723 6.127	0.000186 0.000205 0.000157 0.0000857 0.0000815 0.000127 0.000134	0.00378 0.00382 0.002655 0.00137 0.00124 0.001815 0.001815
ケース h-11 $Q_f = 5.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 69.08 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00547$	0.145 0.141 0.136 0.135	47.56 50.30 54.07 54.87	5.57×10^{-5} 9.37×10^{-6} 1.065×10^{-5} 9.99×10^{-6}	1.068×10^{-5} 1.760×10^{-5} 1.960×10^{-5} 1.825×10^{-5}
ケース h-12 $Q_f = 20 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.27 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00547$	0.409 0.349	5.98 8.21	6.39×10^{-5} 6.20×10^{-5}	3.879×10^{-4} 3.391×10^{-4}
ケース h-13 $Q_f = 10 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.5 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00547$	0.207 0.204	23.34 24.03	1.48×10^{-5} 1.80×10^{-5}	4.542×10^{-5} 5.458×10^{-5}
ケース h-14 $Q_f = 15 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.0 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00547$	0.349 0.317	8.21 9.95	5.61×10^{-5} 8.56×10^{-5}	2.79×10^{-4} 3.99×10^{-4}
ケース h-15 $Q_f = 2.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 69.80 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00577$	0.0586 0.0582	291.21 295.23	3.46×10^{-6} 6.96×10^{-6}	2.716×10^{-6} 5.440×10^{-6}
ケース h-16 $Q_f = 25.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 69.60 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00517$	0.444 0.377	5.09 7.04	1.36×10^{-4} 8.98×10^{-5}	9.213×10^{-4} 5.468×10^{-4}
ケース h-17 $Q_f = 2.67 \text{ t/s}$ $h_0 = 65.45 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00488$	0.0734 0.0714 0.0696	185.61 196.16 206.43	3.89×10^{-6} 4.49×10^{-6} 3.65×10^{-6}	3.681×10^{-6} 4.172×10^{-6} 3.339×10^{-6}
ケース h-18 $Q_f = 5.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.30 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00970$	0.101	98.03	6.64×10^{-6}	1.207×10^{-5}
ケース h-19 $Q_f = 20.0 \text{ t/s}$ $h_0 = 70.50 \text{ cm}$ $\epsilon = 0.00970$	0.274 0.254	13.32 15.50	4.46×10^{-5} 3.03×10^{-5}	2.509×10^{-4} 1.623×10^{-4}

付表B.3.1 一次元二層不定流モデルの数値計算プログラム（長良川の場合）

*** ALGOL-T COMPILATION LIST ***

```

1 1 .BEGIN
2 1 .REAL QU1,QU2,EE,TE,HH1,HH2,RH1,RH2,QQ1,QU1,QQ2,QU2,TF1,TF2,EPS,HIS,
3 1 ALP,U1L,U2L,H1L,H2L,R1L,R2L,EPL,H1H,H2H,F1L,F2L,R1H,R2H,V1,V2,V3,
4 1 V4,V5,V6,V7,V11,V12,V8,V9,V9,V9,V13,V14,V10,K1,K2,K3,K4,K5,K6,
5 1 K7,K8,K9,K10,K11,K12,K13,K14,K15,K16,K17,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,
6 1 A9,A10,A34,A89,B6,B9,PP1,PM1,PP2,PM2,PP3,PM3,PP4,PM4,PP5,PM5,PM3,
7 1 PP6,PM6,A11,A12,A13,A14,A15,A41,C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,C10,RT,
8 1 C11,C12,C13,C14,UMU,FI,PA,PB,PC,PD,PE,PF,PG,PH,PI,PJ,PK,PL,PM,PN,
9 1 .REAL P0,PP,P0,PH,P5,PT,PU,PV,PW,PX,HS,H0,X1,H,AN,AH,AX,DX,X1,Y,TEMP,
10 1 TX,RBC,ABC,DBC,EBC,FBC,CBB,ABR,DBB,EBB,FBB,QU,BK9,H10,H2U,
11 1 .REAL G1,G2,G3,G4,G5,G6,G7,G8,G9,G10,G11,G12,G13,G14,G15,G16,G17,G18,G19
12 1 G20,G21,G22,G23,G24,G25,G26,DRH,DRHL,AXI,DXI,DU2,BH2,ANQ,FB,
13 1 .INTEGER JJ,M,MN,DT,IN,SN,T,LINE,N,S,T,TH,IM,TT,TTT,MM,MS,TD,JK,JM,KA,
14 1 .INTEGER RK,J,
15 1 .ARRAY H1,H2,RH01,RH02,Z,TRH02,VIT,VI,TRH1,
16 1 Q1,Q2,U1,U2,EPS,F1,E,F2,DDX,B, TF1,TF2,P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,
17 1 P8,P9,P10,P11,P12,P13,P14,P15,P16,P17,P18,P19,P20,P21,P22,P23,
18 1 P24,F11,F12,TRH2(0..28), HH,YX,K1,R2,H11, BP, XB,
19 1 XZ,ZP,XQ,G1P,Q2P(0..25),
20 1 .ARRAY TQ,QS(1..98),AA,BB,T2,XIS(1..98),RHS,T3(1..10),T1,HS1(1..98),
21 1 .REAL TF2,H2,
22 2 .PROCEDURE TA1,
23 2 .BEGIN
24 2 .IF KA .EQ 0 .OR KA .EQ KA./2*2 .THEN NEWPAGE .ELSE CRLF(2),
25 2 PRINTS('T= S.49.11'), PRINTI(2,TD), PRINTI(2,TH),
26 2 PRINTS('I:'), PRINTI(2,IM),
27 2 PRINTS(' XI='), PRINTF(1.3,X1), CRLF(1),
28 2 PRINTS(' X Z B H1 Q1 U1 F1 RH01
29 2 H2 Q2 U2 F2 RH02 EPS E'),
30 2 CRLF(1), LINE=7,
31 1 .END,
32 1 .PROCEDURE TA2, .BEGIN PRINTS('HOMMA'), .END,
33 4 .PROCEDURE PR1,
34 4 .BEGIN
35 4 PRINTF(2.1,(3.0+M*0.5)), PRINTF(1.2,Z(M)), PRINTI(3,B(M)),
36 4 PRINTF(1.3,H1),
37 4 PRINTF(4.1,QU1), PRINTF(2.3,QU1), PRINTF(1.3,TF1), PRINTF(1.4, RH1),
38 4 SPACE(1), .IF HH2 .LE H22 .THEN PRINTS(' 0.0 ') .ELSE
39 4 PRINTF(1.3,HH2), PRINTF(4.1,QQ2), PRINTF(1.3,QU2),
40 4 PRINTF(1.3,F2(M)), PRINTF(1.6,RH2), PRINTR(4,TEPS), PRINTR(3,TE),
41 4 CRLF(1), N=1, NP(N),
42 1 .END,
43 5 .PROCEDURE NP(N),
44 5 .VALUE N, .INTEGER N,
45 5 .BEGIN
46 5 LINE=LINE+1, .IF LINE.EQ LINE./60*60 .THEN .BEGIN .IF N .EQ 1 .THEN TA1
47 5 .ELSE TA2, .END,
48 1 .END,
49 6 .PROCEDURE HOKAN(SN,AA,BB,VA,KOTAF),
50 6 .VALUE SN,VA, .INTEGER SN, .REAL VA,KOTAE, .ARRAY AA,BB,
51 6 .BEGIN
52 6 .FOR S=1 .STEP 1 .UNTIL SN-1 .DO
53 6 .BEGIN
54 6 .IF AA(S) .EQ VA .THEN .BEGIN KOTAE=BB(S), .GO TO LH, .END,
55 6 .IF (AA(S) .LE VA) .AND (VA .LT AA(S+1)) .THEN
56 6 .BEGIN
57 6 KOTAE=(BB(S+1)-BB(S))/(AA(S+1)-AA(S))*(VA-AA(S))+BB(S),
58 6 .GO TO LH,
59 6 .END,
60 6 .END,
61 6 KOTAE=BB(SN),
62 6 LH,
63 1 .END,
64 1 I=0, .FOR X1=3,4,5,6,7,8,9,10,11,11.5,12,13,14,15,16,17 .DO
65 1 .BEGIN I=I+1, XX(1)=X1, .END,
66 1 I=0, .FOR X1=2.1,2.4,2.7,3.0,3.3,3.75,4.1,4.5,4.8,5.0,5.1,5.51,
67 1 4.0,3.3,3.0,3.0 .DO
68 1 .BEGIN I=I+1, H11(1)=X1, .END,
69 1 I=0, .FOR X1=1.001,1.0009,1.0008,1.0007,1.0006,1.0005,1.0004,1.0003,
70 1 1.0002,1.0001,1.0, 0.999,0.999,0.999,0.999,0.999 .DO

```

```

71 1 .BEGIN I=I+1. R1(I)=X1. .END.
72 1 I=0. .FOR X1=1.014,1.014,1.0135,1.013,1.0125,1.012,1.0115,1.011,1.01,
73 1 1.009,1.009,1.008,0.000,0.000,0.000 .DO
74 1 .BEGIN I=I+1. R2(I)=X1. .END.
75 1 I=0. .FOR X1=-5,1,2,3,4,5,6,7,8,9,
76 1 10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,
77 1 28,29,30,32,33,
78 1 34,35,36,37,38,40,41,43,44,46,47,48,
79 1 49,50,51,54,55,57,58,59,60,61,62,63,65,67,68,69,70,71,
80 1 72,73,74,75,76,77,79,80,81,83,84,85,
81 1 86,87,88,89,90,91,92,93,94,96 .DO
82 1 .BEGIN I=I+1. T1(I)=(X1 )*3600. .END.
83 1 I=0. .FOR X1=2.1,2.1,2.2,2.3,2.4,2.5,2.6,2.7,2.8,2.9,
84 1 1.75,1.35,1.5,1.7,1.9,2.1,2.25,2.4,2.5,2.5,2.5,
85 1 2.4,2.14, 1.7 ,2.1,2.25,2.3,2.4,2.5,2.5,2.5,
86 1 2.3,2.1,1.9,1.45,1.75,2.2,2.35,
87 1 2.7,2.75,2.75,2.6,2.09,
88 1 1.7,1.95,2.1,2.6,2.7,2.8,2.85,2.85,2.4,1.8,
89 1 1.38,1.8,
90 1 2.3,2.7,3.0,3.05,3.1,3.7,3.05,2.2,2.1,
91 1 1.5,2.0,2.2,2.5,2.6,2.6,2.5,
92 1 2.1,1.0,1.75,1.45,1.7,2.2,2.6,3.2,3.4,3.7,3.8,3.6 .DO
93 1 .BEGIN I=I+1. HS1(I)=(X1 ) . .END.
94 1 JM=I.
95 1 T2(I)=-20*3600.
96 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 98 .DO T2(I)=(I-1)*3600.
97 1 I=0. .FOR X1=0.01,
98 1 0.01,-0.1,-0.24,-0.38,-0.5,-0.59,-0.58,-0.46,
99 1 -0.29,-0.06,0.12,0.25,0.35,0.26,0.15,0.01,-0.14,-0.28,-0.4,-0.45,-0.39,
100 1 -0.24,-0.07,0.08,0.18,0.16,0.09,-0.07,-0.25,-0.42,-0.53,-0.49,-0.42,
101 1 -0.31,-0.14,0.0,0.14,0.0,0.18,0.03,-0.13,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.7,
102 1 -0.51,-0.27,-0.02,0.1,0.12,0.04,-0.12,-0.3,-0.45,-0.55,-0.57,-0.5,-0.34,
103 1 -0.1,0.16,0.38,0.43,0.35,0.14,-0.17,-0.46,-0.69,-0.86,-0.89,-0.76,-0.5,
104 1 -0.14,0.13,0.32,0.35,0.25,0.05,-0.18,-0.36,-0.49,-0.52,-0.41,-0.17,0.09,
105 1 0.35,0.54,0.57,0.42,0.09,-0.28,-0.61,-0.89,-1.07,-1.1,-0.87,-0.87 .DO
106 1 .BEGIN I=I+1. XIS(I)=X1. .END.
107 1 I=0. .FOR X1=88,88,157,187,198,194,181,122,37,-23,-40,-90, 10,80,119,
108 1 142,171,188,191,186,147,72, 10,-52,-51,-19,71,109,150,160,150,125,89,
109 1 51,7,-51, -40, -50,-15,118,146,189,249,242,205,139,82,-40,- 45,- 50,-30,
110 1 50,102,165,193,189,166,117,48,-42,- 75,-100,5,50,140, 187,265,279,263,
111 1 237,157,38, -50,-110,-110,- 40, 35,108,184,221,210,188,129,22,-100,-140,
112 1 -140,-100,60,150,260,313,317,306,261,175,-14,-14 .DO
113 1 .BEGIN I=I+1. QS(I)=X1. .END.
114 1 I=0. .FOR X1=3.0,3.8,5.3,6.6,7.0,7.7,8.0,8.5,9.5,11.0,14,15,17,
115 1 17.5,18,18.5,19,19.5,20,20.5,21,21.5,22,22.5,23 .DO
116 1 .BEGIN I=I+1. XB(I)=X1. .END.
117 1 I=0. .FOR X1=590,550,400,300,275,245,240,235,240,265,320,330,370,
118 1 310,260,270,270,230,270,270,300,260,270,220,260 .DO
119 1 .BEGIN I=I+1. RP(I)=X1. .END.
120 1 I=0. .FOR X1=3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17 .DO
121 1 .BEGIN I=I+1. XZ(I)=X1. .END.
122 1 I=0. .FOR X1=6.8,7.0,7.3,7.5,7.6,7.8,7.8,7.8,7.6,6.8,5.5,4.0,3.3,3.0,
123 1 3.0 .DO
124 1 .BEGIN I=I+1. ZP(I)=-X1. .END.
125 1 I=0. .FOR X1=3.5,4.5,6,7,8,9,10,11,13.5,17 .DO
126 1 .BEGIN I=I+1. XQ(I)=X1. .END.
127 1 I=0. .FOR X1=97,97,96,95,94,93,92,91,90,89,88,88 .DO
128 1 .BEGIN I=I+1. Q1P(I)=X1. .END.
129 1 I=0. .FOR X1=-3.5,-3.5,-3.2,-3.0,-2.5,-2.0,-1.5,-0.0,0.0,0.0,0.0 .DO
130 1 .BEGIN I=I+1. Q2P(I)=X1. .END.
131 1 I=0. .FOR X1=-20,24,48,72,81,83,87,90,95,96 .DO
132 1 .BEGIN I=I+1. T3(I)=X1*3600. .END.
133 1 I=0. .FOR X1=1.014,1.014,1.0125,1.011,1.01025,1.0135,1.0135,1.01,1.005,
134 1 1.005 .DO
135 1 .BEGIN I=I+1. RNS(I)=X1. .END.
136 1 UT=1200. TN=345600. DX=500. ALP=0.5. T=3600. MN=28. XT=0.01.
137 1 FR=0.01.
138 1 NS=20.
139 1 Y=3.0.
140 1 .FOR M=0 .STEP 1 .UNTIL MN .DO
141 1 .BEGIN
142 1 HOKAN(15,XZ,ZP,Y,AN). Z(M)=AN. IF M .LE 20 .THEN .BEGIN
143 1 HOKAN(16,YX,H1,Y,AN). H1(M)=AH. H2(M)=X1-AN-AH. HOKAN(16,XX,R1,Y,AN)
144 1 . RHO1(M)=AN. HOKAN(16,XX,R2,Y,AN). RHO2(M)=AN. .END .ELSE .BEGIN
145 1 H1(M)=X1-7(M). H2(M)=0.0. RHO1(M)=0.999. RHO2(M)=1.008. .END.

```

```

146 1 HOKAN(25,XB,BP,Y,AN).. B(M)=AN..
147 1 HOKAN(12,XQ,Q1P,Y,AN).. Q1(M)=AN..
148 1 HOKAN(12,XQ,Q2P,Y,AN).. Q2(M)=AN..
149 1 Y=1+0.5..
150 1 .END..
151 1 L9..
152 1 TTT=360.. TH= 0.. TM=0.. TD=23.. KA=0..
153 1 Q0=H8..
154 1 NEWPAGE.. PRINTS(' SHOKI KEIJHO').. CRLF(1)..
155 1 PRINTS('H10').. CRLF(1)..
156 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 16 .DO PRINTF(2.2,XX(I)).. CRLF(1)..
157 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 16 .DO PRINTF(2.2,H11(I)).. CRLF(2)..
158 1 PRINTS('Q1,Q2').. CRLF(1)..
159 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 12 .DO PRINTF(2.2,XQ(I)).. CRLF(1)..
160 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 12 .DO PRINTF(3.1,Q1P(I)).. CRLF(1)..
161 1 .FOR I=1 .STEP 1 .UNTIL 12 .DO PRINTF(3.1,Q2P(I)).. CRLF(2)..
162 1 PRINTS('DT=').. PRINTF(4,DT).. CRLF(1)..
163 1 PRINTS('DX=').. PRINTF(4.1,DX).. CRLF(1)..
164 1 PRINTS('FB=').. PRINTF(1.3,FB).. CRLF(1)..
165 1 PRINTS('ALPHA=').. PRINTF(3.2,ALP).. CRLF(2)..
166 1 J=1.. JJ=18.. PRINTS('H10 T').. CRLF(1)..
167 1 L1234.. .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(4.1,I(1)/3600).. CRLF(1)..
168 1 .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(1.2,HS1(I)).. CRLF(1)..
169 1 .IF I .GE JM .THEN .GO TO L1235..
170 1 J=JJ+1.. JJ=JJ+18.. .IF JJ .GT JM .THEN JJ=JM.. .GO TO L1234..
171 1 L1235..
172 1 CRLF(2)..
173 1 J=1.. JJ=18.. PRINTS('QF').. CRLF(1)..
174 1 L567.. .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(4,T2(I)/3600).. CRLF(1)..
175 1 .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(1.2,QS(I)).. CRLF(1)..
176 1 .IF I .GT 97 .THEN .GO TO L568..
177 1 J=JJ+1.. JJ=JJ+18.. .IF JJ .GT 97 .THEN JJ=97.. .GO TO L567..
178 1 L568..
179 1 CRLF(2)..
180 1 J=1.. JJ=18.. PRINTS('X1').. CRLF(1)..
181 1 L678.. .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(4,T2(I)/3600).. CRLF(1)..
182 1 .FOR I=J .STEP 1 .UNTIL JJ .DO PRINTF(1.2,XIS(I)).. CRLF(1)..
183 1 .IF I .GT 97 .THEN .GO TO L679..
184 1 J=JJ+1.. JJ=JJ+18.. .IF JJ .GT 97 .THEN JJ=97.. .GO TO L678..
185 1 L679..
186 1 L9..
187 1 .COMMENT T NOT=0 NO TOKI..
188 1 M=MN.. QU1=QU.. QU2=0.0..
189 1 TM=T./60.. TT=TM./60.. TM=TM-60*TT.. .IF TTT .NE IT .THEN .BEGIN TH=TH+1
190 1 . TT=TT.. .END.. .IF TH .EQ 24 .THEN .BEGIN TD=TD+1.. TH=0.. .END..
191 1 .IF
192 1 T .EQ 1./3600*3600 .THEN .BEGIN TA1.. KA=KA+1.. .END..
193 1 .IF Q0 .GE 0.0 .THEN H22=0.1 .ELSE H22=0.5..
194 1 L10..
195 1 Q01=Q1(M).. Q02=Q2(M).. HH1=H1(M)..
196 1 HH2=H2(M).. RH1=RH01(M).. RH2=RH02(M)..
197 1 UU1=Q01/HH1/B(M)..
198 1 .IF HH2 .LE H22 .THEN UU2=Q02/H22/B(M) .ELSE
199 1 UU2=Q02/HH2/B(M)..
200 1 L11..
201 1 TEPS=(RH2-RH1)/RH2..
202 1 .IF TEPS.LE 0.0 .THEN TF1=UU1/SQRT(9.8*HH1) .ELSE
203 1 TF1=UU1/SQRT(TEPS*9.8*HH1)..
204 1 .IF TF1 .GT 0.8 .THEN .BEGIN TF1=0.8.. .IF TEPS.LE 0.0 .THEN UU1=TF1*
205 1 SQRT(9.8*HH1) .ELSE UU1=TF1*SQRT(TEPS*9.8*HH1).. Q01=UU1*HH1*B(M)..
206 1 .END..
207 1 .IF TF1.LT -0.8 .THEN .BEGIN TF1=-0.8.. .IF TEPS.LE 0.0 .THEN UU1=TF1*
208 1 SQRT(9.8*HH1) .ELSE UU1=TF1*SQRT(TEPS*9.8*HH1).. Q01=UU1*HH1*B(M)..
209 1 .END..
210 1 .IF HH2 .LE H22 .THEN F2(M)=UU2/SQRT(TEPS*9.8*H22) .ELSE
211 1 F2(M)=UU2/SQRT(TEPS*9.8*HH2)..
212 1 .IF F2(M) .GE 0.2 .THEN .BEGIN F2(M)=0.2.. .IF TEPS .LE 0.0 .THEN
213 1 UU2=F2(M)*SQRT(9.8*HH2) .ELSE UU2=F2(M)*SQRT(TEPS*9.8*HH2)..
214 1 Q02=UU2*HH2*B(M).. .END..
215 1 .IF F2(M) .LE -0.2 .THEN .BEGIN F2(M)=-0.2.. .IF TEPS .LE 0.0 .THEN
216 1 UU2=F2(M)*SQRT(9.8*HH2) .ELSE UU2=F2(M)*SQRT(TEPS*9.8*HH2)..
217 1 Q02=UU2*HH2*B(M).. .END..
218 1 TE=ABS(UU1-UU2)*2.0 * .EX -3*ABS(TF1)**3..
219 1 QU1=Q01.. QU2=Q02..
220 1 U1(M)=UU1.. U2(M)=UU2.. EPS(M)=TEPS.. F1(M)=TF1.. E(M)=TE..

```

```

221 1 UMU=UU1-UU2.
222 1 FI=0.35/SQRT(.EX 6*ABS(UU1*3)/ABS(TEPS)/9.8)+2.0*TE/ABS(UU1-UU2).
223 1 IF1(M)=FI/10.6/HH1*UMU*ABS(UMU).
224 1 .IF HH2 .LE H22 .THEN HH2=H22.
225 1 IF2(M)=FI /9.8/HH2*UU2*ABS(UU2)-FI/19.6/HH2*(1.0-TEPS)*UMU*ABS(UMU).
226 1 IFMD= FB *UU2*ABS(UU2)-FI/2.0*(1.0-TEPS)*UMU*ABS(UMU) .
227 1 US=SQRT(ABS(TEMP)).
228 1 UDX(M)=ALP*5.93*US*HH2.
229 1 L11.
230 1 .IF
231 1 T .EQ T./3000+3600 .THEN PR1.
232 1 M=M-1. .IF M .GE 0 .THEN .GO TO L10.
233 1 I=I+DT. RT=T.
234 1 AXI=XI.
235 1 HOKAN(98,T2,XIS,RT,AN). XI=AN. HUKAN(85,I1,HS1,RT,AN).
236 1 H1U=AN. H20=XI-AN-Z(0).
237 1 DXI=AXI-XI.
238 1 .FOR M=1 .STEP 1 .UNTIL MN .DO VIT(M)=H1(M)+DXI.
239 1 HOKAN(98,T2,US,RT,AN). Q0=AN.
240 1 ANQ=AN.
241 1 HOKAN(10,T3,RHS,RT,AN). RH02(0)=AN. TRH02(0)=TRH2(0)=AN.
242 1 .IF Q0 .GE 0.0 .THEN H22=0.1 .ELSE H22=0.5.
243 1 M=1. PB=PC=PD=PE=0.0. PA=1.
244 1 PF=0.0.
245 1 DRH=DRHL=0.0.
246 1 L12.
247 1 U1L=U1(M-1). U2L=U2(M-1). H1L=H1( M-1). H2L=H2( M-1).
248 1 R1L=RHU1( M-1). R2L=RHU2( M-1). EPL=EPS(M-1). H1H=H1( M).
249 1 H2H=H2( M). F1L=F1(M-1). F2L=F2(M-1).
250 1 R1H=RHU1(M). R2H=RHU2(M).
251 1 V1=DX*E(M).
252 1 V2=(U1(M)+U1L)/2.0.
253 1 V3=H1H+H1L.
254 1 V4=(U2(M)+U2L)/2.0.
255 1 V5=DDX(M-1)/DX.
256 1 V6=V2/9.8/H1L/DT.
257 1 .IF (H2L .GT H22 ) .THEN V7=V4/9.8/H2L/DT .ELSE V7=0.0.
258 1 V11=F1L*2. V12=F2L*2.
259 1 V8=EPL*(1.0-V11-V12)/DX.
260 1 V99=1.0/9.8/(B(M)+B(M-1)).
261 1 V9=V99/DT.
262 1 V91=V99/DX.
263 1 .IF M .EQ 1 .THEN V13=(Z(M+1)-Z(M-1))/2/DX .ELSE .BEGIN
264 1 .IF M .EQ MN .THEN V13=(Z(M)-Z(M-2))/2/DX .ELSE
265 1 V13=(Z(M+1)+Z(M)-Z(M-1)-Z(M-2))/4/DX. .END.
266 1 .IF (H2L .GE H22) .AND (U2L .GT 0.0) .THEN V14=U1L/U2L*V12 .ELSE V14=0.
267 1 V10=EPL*(1.0-V11-V14)*E(M-1)/U1L.
268 1 K1=DX/2.0/DT.
269 1 K2=2.0/(B(M)+B(M-1)).
270 1 K3=K1*V3+V1.
271 1 K4=-K1*(2.0*XI-2.0*AXI+H1H+H1L)-V1.
272 1 K5=K1-V2.
273 1 K6=K1+V2.
274 1 K7=(K1-2.0*V1/V3)*R1H+K1*R1L+2.0*V1/V3*R2H.
275 1 K8=K1-V4.
276 1 K9=K1+V4.
277 1 BK9=1.0/K9.
278 1 K10=(K1+V5)*R2H+(K1-2.0*V5)*R2L+V5. .IF M .EQ 1 .THEN RHU2(M-1) .ELSE
279 1 RHU2(M-2).
280 1 K11=-(V6+V7+V8).
281 1 K12=-(V6+V7+V8). K13=V9/H1L.
282 1 .IF H2L .GT H22 .THEN K14=-V9/H2L .ELSE K14=0.0.
283 1 K15=V3/4.0/V2/R2L/DT.
284 1 K16=R1L*V3/2.0/R2L*2/DX.
285 1 K17=-IF1(M-1)+IF2(M-1)-EPL*V12*V13+ V10+2.0*(U1L*2-U2L*2)*V91*(R(M-1
286 1 )-B(M))+K15*(R1H +R1L)-V6*(H1H+H1L)-V7*(2.0*XI-2.0*AXI+H1H+H1L
287 1 )+K13*(Q1(M)+Q1(M-1))+K14*(Q2(M)+Q2(M-1)).
288 1 PM1=PA. PM2=PB. PM3=PC. PM4=PD. PM5=PE. PM6=PF.
289 1 A1=K2*K7*PM1*PM1. A2=K1/K2. A3=K3/K2. A4=K4/K2. A5=K7/K6.
290 1 A6=K10*BK9. A7=K6-K5. A8=K8+K9. A9=K14-K13. A10=K13+K14.
291 1 A12=K5/K6. A11=K8*BK9.
292 1 .IF M .EQ 1 .THEN .BEGIN PP2=PP3=PP4=PP5=0.0. PP6= H10. .END .ELSE
293 1 .BEGIN
294 1 PP2=PM2/PM1. PP3=PM3/PM1. PP4=PM4/PM1. PP5=PM5/PM1. PP1=1.
295 1 PP6=PM6/PM1. .END.

```

```

296 1 G1=A2*A9., G2=A2*(K11-K12)*(PP3-PP2), PA=K11+G1+G2.,
297 1 PB= 2*K13-A2*PP2*A10-PP2*K12+2*A2*PP3*K13.,
298 1 PC= (2*K14-2*A2*PP2*K14+A2*PP3*A10-PP3*K12),
299 1 PD=1/K6*(A7*K15+A2*PP2*(K5-K6)*K15+A2*PP3*A7*K15+A2*PP4*A9*K5+PP4*K5*K12
300 1 ),
301 1 PE= 1/K9*(-A8*K16+A2*PP2*A8*K16-A2*PP3*A8*K16+A2*PP5*K8+A9+PP5*K8*K12)
302 1 .,
303 1 G3=A3*K13., G4=A4*K14., G5=A5*K15., G6=A6*K16., G17=-(G3+G4-K17+G5+G6),
304 1 G7=A2*K17., G8=A2*A3*K14., G9=A2*A4*K14., G10=A3*K12., G11=A2*A5*K15.,
305 1 G12=A2*A6*K16., G13=-(G7-G8-G9-G10-G11-G12)*PP2., G14=A2*A3*K13.,
306 1 G15=A2*A4*K13., G16=A4*K12., G18=-(G7+G14+G15-G16+G11+G12)*PP3.,
307 1 G20=A2*K13-K12-A2*K14., G25=A5*G20., G21=-G25*PP4.,
308 1 G22=A2*K13., G26=A2*K14., G23=-A6*(G22-G26-K12)*PP5., G24=-(G1+K12)
309 1 *PP6.,
310 1 PF=G17+G13+G18+G21+G23+G24.,
311 1 PG=1 -A2*PP2+A2*PP3.,
312 1 BBC=PB/PC., ABC=PA/PC., DBC=PD/PC., EBC=PE/PC., FBC=PF/PC., CBB=PC/PB.,
313 1 ABB=PA/PB., DBB=PD/PB., EBB=PE/PB., FBB=PF/PB.,
314 1 PH=A2*PP3*BBC -1-A2*PP3.,
315 1 PI=A2+A2*PP3*ABC.,
316 1 PJ=A2*PP3*DBC +A2*PP4*A17.,
317 1 PK=A2*PP3*EBC +A2*PP5*A11.,
318 1 PL=A2*PP3*FBC +A3+A2*A3*PP3+A2*A4*PP3+A2*PP4*A5+A2*PP5*A6-A2*PP6.,
319 1 PM=-1+ A2*PP2-A2*PP3.,
320 1 PN= 1 -A2*PP2+A2*PP7*CBB.,
321 1 PO=A2+A2*PP7*ABR.,
322 1 PP=A2*A12*PP4+A2*PP2*DBB.,
323 1 PQ=A2*A11*PP5+A2*PP2*EBB.,
324 1 PR=A2*PP2*FBB -A4+A2*A3*PP2+A2*A4*PP2+A2*A5*PP4+A2*A6*PP5-A2*PP6.,
325 1 P19(M)=K6., P20(M)=K5., P21(M)=K7.,
326 1 TRH02(M)=(K10-K9*TRH02(M-1))/K8.,
327 1 ITRH2(M)=TRH02(M),
328 1 .IF TRH02(M).GT TRH02(M-1) .THEN TRH02(M)=TRH02(M-1),
329 1 .IF H2(M).LE 0.0 .THEN TRH02(M)=TRH02(M-1),
330 1 .IF TRH02(M) .LE 1.005 .THEN TRH02(M)=1.005.,
331 1 P1(M)=PA., P2(M)=PB., P3(M)=PC., P4(M)=PD., P5(M)=PE., P6(M)=PF.,
332 1 P7(M)=PG., P8(M)=PH., P9(M)=PI., P10(M)=PJ., P11(M)=PK.,
333 1 P12(M)=PL., P13(M)=PM., P14(M)=PN., P15(M)=PO., P16(M)=PP.,
334 1 P17(M)=PQ., P18(M)=PR.,
335 1 M=M+1., .IF M .LE MN .THEN .GO TO L12.,
336 1 .FOR M=0 .STEP 1 .UNTIL MN .DO .BEGIN RH02(M)=TRH02(M),
337 1 TRH1(M)=RH01(M),
338 1 VI(M)=RH02(M)/ITRH2(M), .END.,
339 1 M=MN., RH01(MN)=R1H=0.9990.,
340 1 L121., .IF H1(M-1) .GE 0.0 .THEN .BEGIN RH01(M-1)=(P21(M)-P20(M)*R1H)/
341 1 P19(M), .GO TO L125., .END.,
342 1 .IF (M .EQ MN) .OR
343 1 ((H1(M) .GE 0.0) .AND (U1(M-1) .LT 0.0)) .THEN JJ=M.,
344 1 L122., .IF H1(M-1) .GE 0.0 .THEN .BEGIN J=M., RH01(M)=R1H=ITRH1(M),
345 1 M=M+1., .END .ELSE .GO TO L125.,
346 1 L126., RH01(M)=(P21(M)-P19(M)*R1H)/P20(M),
347 1 .IF M .EQ 1 .THEN .BEGIN .IF U1(0) .LT 0.0 .THEN RH01(0)=TRH1(0) .ELSE
348 1 RH01(0)=(P21(M)-P20(1)*RH01(1))/P19(1), .GO TO L127., .END.,
349 1 M=M+1., .IF M .LT JJ .THEN .BEGIN R1H=RH01(M-1), .GO TO L126., .END.,
350 1 M=J.,
351 1 L125., M=M-1., .IF M .GE 1 .THEN .BEGIN R1H=RH01(M), .GO TO L121., .END
352 1 .,
353 1 L127.,
354 1 .FOR M=MN .STEP -1 .UNTIL 1 .DO .BEGIN
355 1 R1H=RH01(M),
356 1 .IF RH01(M-1) .LE 0.9990 .THEN RH01(M-1)=0.9990.,
357 1 .IF (R1H .GT 0.999) .AND (RH01(M-1) .LE 0.999) .THEN RH01(M)=0.999.,
358 1 .IF RH01(M-1) .LT RH01(M) .THEN RH01(M-1)=RH01(M),
359 1 .END.,
360 1 M=MN., JM=0.,
361 1 Q1(MN)=Q0=A*Q., Q2(MN)=0.0.,
362 1 MS=20.,
363 1 L13.,
364 1 R1H=RH01(M), R2H=RH02(M),
365 1 .IF HH2 .LT 1.0 .THEN Q2(M)=0.0.,
366 1 RK=0.,
367 1 L123.,
368 1 HH1=(P6(M)-P2(M)*Q1(M)-P3(M)*Q2(M)-P4(M)*R1H-P5(M)*R2H)/P1(M),
369 1 .IF HH1 .LT 0.0 .THEN HH1=X1-Z(M),
370 1 .IF (M .LT MS) .AND (HH1 .LT H10) .THEN HH1=H10.,

```

```

371 1 HH2=XI-HH1-Z(M)..
372 1 .IF HH2 .LT 0.0 .THEN HH2=0.0..
373 1 .IF HH2 .LE 0.0 .THEN Q1(M-1)=Q1(M) .ELSE
374 1 Q1(M-1)=(P12(M)-P8(M)*Q1(M)-P9(M)*HH1-P10(M)*R1H-P11(M)*R2H)/P7(M)..
375 1 .IF HH2 .LT 0.0 .THEN .BEGIN HH2=0.0.. RHO1(M-1)=0.9990.. .END..
376 1 .IF H2(M+1) .LE 0.1 .AND HH2 .GT 0.1 .THEN MS=M..
377 1 .IF HH2 .LE 0.0 .THEN Q2(M-1)=Q2(M) .ELSE
378 1 Q2(M-1)=(P18(M)-P14(M)*Q2(M)-P15(M)*HH1-P16(M)*R1H-P17(M)*R2H)/P13(M)
379 1 ..
380 1 .IF M .GE MS-3 .THEN Q2(M-1)=0.0..
381 1 L14..
382 1 .IF HH2 .LE 0.0 .THEN HH2=0.0..
383 1 H1( M)=HH1.. H2( M)=HH2..
384 1 M=M-1.. .IF M .GE 1 .THEN .GO TO L13..
385 1 H1(0)=H10.. H2(0)=H20.. Z(MN+1)=Z(MN)..
386 1 RHU1(0)=RHU1(1)..
387 1 .FOR M=0 .STEP 1 .UNTIL MN .DO .IF H2(M) .LE 0.0 .THEN Q2(M)=0.0..
388 1 .IF T .LE TN .THEN .GO TO L9..
389 1 .END..

```

** 28K WAS USED TO COMPILE THIS PROGRAM. **

付表B.3.2 計算プログラム (実験水路の場合の例, $\rho_2 = \text{const.}$, $B = \text{const.}$)

16.349 *** ALGOL-T COMPILATION LIST ***

```

1 1 .BEGIN
2 1 .COMMENT ENSUI KUSABI NO FUTEIRYU KEISAN SO NO 2..
3 1 .INTEGER M,MN,T,TN,DT,JJ,LINE,N,I,I1,I2 ,II ,S
4 1 .REAL RHO2,H0,DV,CO,H,DX,TRH1,TE,EE,DQ1,DQ2,TEPS,TF1,DR1T,DR1M,R1,LF,
5 1 QU1,QU2,RHOU1,QQ1,QQ2,HH1,HH2,UU1,UU2,RH1P,F2,HS,JB,J,C1,C2,C3,C4,C5,C6,
6 1 C7,K27,K28,K36,K37,K46,K48,K56,K6P1,K6P2,C8,C9,K1,K2,K3,K4,K5,K6,K7,K8,
7 1 P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,LMR,P1L,P2L,P3L,RHU1 ,C10,H2B,K,I3,CBC,C3B ,
8 1 C3BB,UUU..
9 1 .INTEGER .ARRAY XX,TI(1..42)..
10 1 .ARRAY Q1,Q2,RHO1,H1,H2(0..1,1..301),XI(0..1),HK,HH(1..42),EPS,U1,U2,F1,
11 1 E,P1M,P2M,P3M,P4M,P5M,P6M,P7M,P8M,P9M (1..301)..
12 2 .PROCEDURE HOKAN(SN,AA,BB,VA,KOTAE)..
13 2 .VALUE SN,VA.. .INTEGER SN,VA.. .REAL KOTAE.. .ARRAY BB..
14 2 .INTEGER .ARRAY AA..
15 2 .BEGIN
16 2 .FOR S=1 .STEP 1 .UNTIL SN-1 .DO
17 2 .BEGIN
18 2 .IF AA(S) .EQ VA .THEN .BEGIN KOTAE=BB(S).. .GO TO LH.. .END..
19 2 .IF (AA(S) .LE VA) .AND (VA .LT AA(S+1)) .THEN
20 2 .BEGIN
21 2 KOTAE=(BB(S+1)-BB(S))/(AA(S+1)-AA(S))*(VA-AA(S))+BB(S)..
22 2 .GO TO LH..
23 2 .END..
24 2 .END..
25 2 KOTAE=BB(SN)..
26 2 LH..
27 1 .END..
28 1 I=0..
29 1 .FOR I1=2,6,10,20,30,96,98,100,300 .DO
30 1 .BEGIN I=I+1.. XX(I)=I1.. .END..
31 1 I=0..
32 1 .FOR K=0.40,0.41,0.42,0.435,0.5,0.51,0.52,0.55,0.55 .DO
33 1 .BEGIN I=I+1.. HH(I)=K.. .END..
34 1 I=0.. .FOR I2=0,15,30,45,60,75,90,105,120,135,150,165,180,195,210,225,
35 1 240,255,270,285,300,315,330,345,360,375,390,405,420,435,450,465,480,
36 1 495,510,525,540,555,570,585,600 .DO
37 1 .BEGIN I=I+1.. TI(I)=I2*60.0.. .END..
38 1 I=0.. .FOR I3=31,36,32,26,31,36,32,26,31,36,32,26,31,36,32,26,31,36,32,
39 1 26,31,36,32,26,31,36,32,26,31,36,32,26,31,36,32,26,31 .DO
40 1 .BEGIN I=I+1.. HK(I)=I3/100.0.. .END..
41 1 I=I-1..
42 1 MN=300..
43 1 XI(1)=H0=0.55.. RHO1(1,MN)=RHOU1=1.0.. DX=0.5..
44 1 T=0.. TN=18000.. DT=90.. DV=5*.EX -7.. CO=4.375*.EX -5/SQRT(9.8)..

```

```

45 1 .FOR M=2 .STEP 1 .UNTIL MN .DO
46 1 .BEGIN
47 1 HOKAN(9,XX,HH,M,H).. H1(1,M)=H.. H2(1,M)=X1(1)-H..
48 1 .END..
49 1 H1(1,1)=H1(1,2).. H2(1,1)=H2(1,2)..
50 1 L0..
51 1 M=NN.. JJ=0..
52 1 Q1(1,MN)=QU1=0.03125.. Q2(1,MN)=QU2=0.0.. RH02=1.0055..
53 1 H1(1,MN)=X1(1)..
54 1 L1..
55 1 TRH1=1.0.. EE=TE=0.0.. HH1=H1(1,M).. HH2=H2(1,M)..
56 1 .IF T.NE 0 .THEN .BEGIN RH1P=RH01(0,M).. QQ1=Q1(1,M).. QQ2=Q2(1,M)..
57 1 .END..
58 1 .IF HH2.LE 0.0 .THEN .BEGIN QQ1=QU1.. UU1=QQ1/HH1.. QQ2=UU2
59 1 TE=0.0.. TF1=UU1/SQRT(9.8*HH1).. TEPS=(RH02-TRH1)/RH02.. =0.0..
60 1 .GO TO L5.. .END..
61 1 JJ=JJ+1..
62 1 .IF T.NE 0 .THEN .GO TO L21..
63 1 L2..
64 1 DQ1=EE*DX.. DQ2=-EE*DX..
65 1 .IF JJ.LE 5 .THEN QQ1=QU1 .ELSE QQ1=QU1+DQ1..
66 1 .IF JJ.LE 5 .THEN QQ2=QU2 .ELSE QQ2=QU2+DQ2..
67 1 L21..
68 1 UU1=QQ1/HH1..
69 1 L3..
70 1 TEPS=(RH02-TRH1)/RH02..
71 1 TF1=UU1/SQRT(TEPS*9.8*HH1)..
72 1 TE=UU1*2*.EX -3*TF1*3..
73 1 .IF T.EQ 0 .THEN DR1T=0 .ELSE DR1T=(TRH1-RH1P)/DT..
74 1 DR1M=(TRH1-RHU1)/DX..
75 1 RI=(RH02-TRH1)*TE/HH1-UU1*DR1M..
76 1 LF=DR1T..
77 1 LMR=LF-RI.. .IF ABS(LMR).LE .EX -7 .THEN .GO TO L4..
78 1 TRH1=TRH1+DV..
79 1 .IF TRH1.GT RH02 .THEN .BEGIN TRH1=RH02 .. .GO TO L5.. .END..
80 1 .GO TO L3..
81 1 L4..
82 1 .IF T.EQ 0 .THEN .BEGIN .IF ABS((TE-EE)/TE).LE .EX -4 .THEN .GO TO L5
83 1 .ELSE .BEGIN EE=TE.. .GO TO L2.. .END.. .END..
84 1 L5..
85 1 .IF HH2.GT 0.0 .THEN UU2=QQ2/HH2 .ELSE UU2=0.0..
86 1 RH01(1,M)=RHU1=TRH1.. EPS(M)=TEPS.. E(M)=TE..
87 1 .IF T.EQ 0 .THEN .BEGIN Q1(1,M)=QQ1.. Q2(1,M)=QQ2.. .END..
88 1 QU1=QQ1.. QU2=QQ2.. U1(M)=UU1.. U2(M)=UU2.. F1(M)=TF1..
89 1 .IF HH2.LE 0.0 .THEN F2=0.0 .ELSE F2=UU2/SQRT(TEPS*9.8*HH2)..
90 1 M=M-1.. .IF M.GE 1 .THEN .GO TO L1..
91 1 .FOR M=1 .STEP 1 .UNTIL MN .DO
92 1 .BEGIN H1(0,M)=H1(1,M).. H2(0,M)=H2(1,M).. Q1(0,M)=Q1(1,M)..
93 1 Q2(0,M)=Q2(1,M).. .END..
94 1 PRINTI(5,T).. SPACE(3)..
95 1 PRINTF(1.3,X1(1)).. PRINTS("10").. PRINTF(1.4,U1(18))..
96 1 PRINTF(1.4,U2(15)).. PRINTF(1.6,RH01(1,20)).. SPACE(3)..
97 1 PRINTS("45").. PRINTF(1.4,U1(86)).. PRINTF(1.4,U2(88))..
98 1 PRINTF(1.6,RH01(1,90)).. CRLF(1)..
99 1 X1(0)=X1(1)..
100 1 T=T+DT..
101 1 X1(1)=H0+0.05*SIN(2*3.141592/3600*T)..
102 1 M=2.. P1L=P2L=0.0.. HOKAN(II,TI,HK,T,HS).. P3L=HS..
103 1 L6..
104 1 C1=EPS(M-1)*(1-F1(M-1))*2)/DX.. C2=U2(M)+U2(M-1)..
105 1 C3=2*9.8*(X1(0)-H1(0,M-1))*DT.. C4=H1(0,M)+H1(0,M-1)..
106 1 C5=X1(1)-X1(0).. C6=DX/2/DT.. C10=2*9.8*H1(0,M-1)*DT..
107 1 .IF C3.LE 0.0 .THEN CBC=0.0 .ELSE CBC=C2/C3..
108 1 .IF C3.LE 0.0 .THEN C3B=0.0 .ELSE C3B=1.0/C3..
109 1 K1=C1+CBC..
110 1 K2=C1-CBC..
111 1 K3=-1.0/C10..
112 1 K4=C3B..
113 1 .IF H2(0,M-1).LT 0.001 .THEN H2B=1/0.001 .ELSE H2B=1.0/H2(0,M-1)..
114 1 K5=CBC *(2*C5+C4)-1/C10*(Q1(0,M)+Q1(0,M-1))+C3B *(Q2(0,M)+Q2(0,M-1))+
115 1 C6*(SQRT(EPS(M))+SQRT(EPS(M-1)))*(SQRT(U1(M))+SQRT(U1(M-1)))*
116 1 (1/H1(0,M-1)+H2B)..
117 1 K6=-C6..
118 1 K7=-E(M)*DX-C6*C4..
119 1 K8=E(M)*DX+C6*(2*C5+C4)..

```

```

120      1      K27=K2*K7., K28=K2*K8., K36=K3*K6., K48=K4*K8., K56=K5*K6.,
121      1      K46=K4*K6.,
122      1      K6P1=K6*P1L., K6P2=K6*P2L., C7=1+K6*(P1L-P2L).,
123      1      J=K1+(K36-K46)+(K1+K2)*K6*(P1L-P2L).,
124      1      JR=1.0/J.,
125      1      P1=JP*(2*K3+(K2+K36+K46)*P1L-2*K36*P2L).,
126      1      P2=JP*(2*K4+2*K46*P1L+(K2-K36-K46)*P2L).,
127      1      C8=C7*P1., C9=C7*P2.,
128      1      P3=JB*(K5+K37+K48+(K27+K56+K46*(K7+K8))*P1L+(K28-K56-K36*(K7+K8))*P2L
129      1      +(K2-K36+K46)*P3L).,
130      1      P4=(-K6P2-K6*P2)/C9.,
131      1      P5=((K6P2-1)*P2-K6P2*P1)/C9.,
132      1      P6=((K6P2*K7+K6P2*K8+K6*P3L-K7)*P2-K6P2*P3)/C9.,
133      1      P7=(K6P1+K6*P1)/C8.,
134      1      P8=(-(1+K6P1)*P1+K6P1*P2)/C8.,
135      1      P9=(-(K8+K6*P3L+K6P1*K7+K6P1*K8)*P1+K6P1*P3)/C8.,
136      1      P1M(M)=P1L=P1., P2M(M)=P2L=P2., P3M(M)=P3L=P3., P4M(M)=P4., P5M(M)=P5.,
137      1      P6M(M)=P6., P7M(M)=P7., P8M(M)=P8., P9M(M)=P9.,
138      1      M=M+1., IF M.LE MN .THEN .GO TO L6.,
139      1      MN=MN.,
140      1      JJ=0.,
141      1      L7.,
142      1      H1(1,M)=P3M(M)-P1M(M)*Q1(1,M)-P2M(M)*Q2(1,M).,
143      1      IF H1(1,M).GT XI(1) .THEN H1(1,M)=XI(1).,
144      1      H2(1,M)=XI(1)-H1(1,M).,
145      1      IF H2(1,M).GT 0.0 .THEN JJ=JJ+1.,
146      1      IF JJ.LT 5 .THEN Q1(1,M-1)=Q1(1,M) .ELSE
147      1      Q1(1,M-1)=P6M(M)-P4M(M)*H1(1,M)-P5M(M)*Q1(1,M).,
148      1      IF JJ.LT 5 .THEN Q2(1,M-1)=0.0 .ELSE
149      1      Q2(1,M-1)=P9M(M)-P7M(M)*H1(1,M)-P8M(M)*Q2(1,M).,
150      1      M=M-1., IF M.GE 2 .THEN .GO TO L7.,
151      1      H1(1,1)=HS., H2(1,1)=XI(1)-HS.,
152      1      H1(1,MN+1)=H1(1,MN)., H2(1,MN+1)=H2(1,MN).,
153      1      .FOR M=1 .STEP 1 .UNTIL MN .DO RHO1(0,M)=RHO1(1,M).,
154      1      IF T.LE TN .THEN .GO TO L0.,
155      1      .END.,

```

** 26K WAS USED TO COMPILE THIS PROGRAM. **

付表B-4 長良川海水遡上の計算結果の数値表

(a) 1= S.49.11月 23日 1時 0分

X	Z	B	H1	XI=	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	F
17.0	-3.00	320	3.010	0.010 (潮位)	0.091	0.178	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.103E-05
16.5	-3.00	323	3.010		0.091	0.177	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.999E-06
16.0	-3.00	325	3.010		0.090	0.175	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.969E-06
15.5	-3.15	326	3.160		0.085	0.162	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.719E-06
15.0	-3.30	326	3.310		0.081	0.150	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.541E-06
14.5	-3.45	325	3.660		0.074	0.131	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.331E-06
14.0	-4.00	320	4.010		0.069	0.116	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.213E-06
13.5	-4.75	311	4.740		0.059	0.092	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.931E-07
13.0	-5.50	302	5.510		0.053	0.076	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008000	.8929E-02	.474E-07
12.5	-6.15	293	5.305		0.057	0.084	0.9995	0.855	0.0	0.000	0.000	1.008500	.8924E-02	.667E-07
12.0	-6.80	283	5.100		0.061	0.092	1.0000	1.710	0.0	0.000	0.000	1.009000	.8920E-02	.950E-07
11.5	-7.20	274	5.000		0.065	0.099	1.0001	2.210	0.0	0.000	0.000	1.009000	.8821E-02	.124E-06
11.0	-7.60	265	4.800		0.070	0.104	1.0002	2.810	0.0	0.000	0.000	1.010000	.9703E-02	.155E-06
10.5	-7.70	257	4.650		0.075	0.110	1.0002	3.060	0.0	0.000	0.000	1.010500	.1014E-01	.201E-06
10.0	-7.80	248	4.500		0.081	0.118	1.0003	3.310	0.0	0.000	0.000	1.011000	.1058E-01	.264E-06
9.5	-7.80	240	4.300		0.088	0.130	1.0003	3.510	-0.3	-0.000	-0.001	1.011250	.1078E-01	.388E-06
9.0	-7.80	236	4.100		0.093	0.141	1.0004	3.710	-0.6	-0.001	-0.001	1.011500	.1097E-01	.525E-06
8.5	-7.80	235	3.925		0.099	0.151	1.0005	3.885	-1.0	-0.001	-0.002	1.011750	.1117E-01	.694E-06
8.0	-7.80	240	3.750		0.102	0.158	1.0005	4.060	-1.5	-0.002	-0.002	1.012000	.1136E-01	.821E-06
7.5	-7.70	254	3.525		0.103	0.164	1.0006	4.185	-1.8	-0.002	-0.002	1.012250	.1156E-01	.924E-06
7.0	-7.60	273	3.300		0.102	0.166	1.0006	4.310	-2.0	-0.002	-0.002	1.012500	.1175E-01	.957E-06
6.5	-7.55	308	3.150		0.096	0.159	1.0007	4.410	-2.3	-0.002	-0.002	1.012750	.1195E-01	.787E-06
6.0	-7.50	346	3.000		0.091	0.152	1.0007	4.510	-2.5	-0.002	-0.002	1.013000	.1214E-01	.641E-06
5.5	-7.40	385	2.850		0.086	0.147	1.0008	4.560	-2.8	-0.002	-0.002	1.013250	.1234E-01	.554E-06
5.0	-7.30	430	2.700		0.082	0.142	1.0008	4.610	-3.0	-0.002	-0.002	1.013500	.1253E-01	.478E-06
4.5	-7.15	480	2.550		0.078	0.138	1.0008	4.610	-3.1	-0.001	-0.002	1.013750	.1273E-01	.421E-06
4.0	-7.00	530	2.400		0.075	0.137	1.0009	4.610	-3.2	-0.001	-0.002	1.014000	.1292E-01	.396E-06
3.5	-6.90	565	2.250		0.076	0.143	1.0009	4.660	-3.5	-0.001	-0.002	1.014000	.1287E-01	.454E-06
3.0	-6.80	590	2.100		0.078	0.152	1.0010	4.710	-3.5	-0.001	-0.002	1.014000	.1282E-01	.563E-06

(b) 1= S.49.11月 23日 2時 0分

X	Z	B	H1	XI=	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	F
17.0	-3.00	320	6.819	-0.100 (潮位)	0.072	0.091	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9400E-02	.108E-06
16.5	-3.00	323	6.981		0.070	0.087	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9396E-02	.918E-07
16.0	-3.00	325	7.120		0.068	0.084	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.799E-07
15.5	-3.15	328	7.180		0.067	0.082	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.740E-07
15.0	-3.30	330	7.111		0.067	0.083	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.757E-07
14.5	-3.45	325	6.861		0.070	0.089	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.979E-07
14.0	-4.00	320	6.411		0.077	0.100	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.151E-06
13.5	-4.75	311	5.682		0.089	0.123	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.330E-06
13.0	-5.50	302	5.244		0.099	0.143	0.9990	0.156	0.0	0.000	0.000	1.008480	.9393E-02	.579E-06
12.5	-6.15	293	5.287		0.099	0.144	0.9992	0.763	0.0	0.000	0.000	1.008529	.9237E-02	.591E-06
12.0	-6.80	283	5.313		0.099	0.143	0.9997	1.387	0.0	0.000	0.000	1.008971	.9171E-02	.585E-06
11.5	-7.20	274	5.332		0.094	0.136	1.0001	1.568	0.0	0.000	0.000	1.008971	.8803E-02	.473E-06
11.0	-7.60	265	4.967		0.104	0.151	1.0002	2.533	0.0	0.000	0.000	1.010028	.9779E-02	.710E-06
10.5	-7.70	257	4.675		0.111	0.163	1.0002	2.925	7.2	0.010	0.018	1.010462	.1014E-01	.886E-06
10.0	-7.80	248	4.351		0.123	0.183	1.0003	3.349	11.4	0.014	0.023	1.011012	.1062E-01	.135E-05
9.5	-7.80	240	4.172		0.136	0.204	1.0003	3.528	12.6	0.015	0.024	1.011230	.1079E-01	.206E-05
9.0	-7.80	236	3.981		0.148	0.226	1.0004	3.719	12.1	0.014	0.022	1.011514	.1102E-01	.309E-05
8.5	-7.80	235	3.807		0.162	0.250	1.0004	3.893	11.0	0.012	0.018	1.011734	.1118E-01	.469E-05
8.0	-7.80	240	3.613		0.172	0.271	1.0005	4.087	10.2	0.010	0.015	1.012015	.1140E-01	.641E-05
7.5	-7.70	254	3.447		0.175	0.280	1.0005	4.153	9.9	0.009	0.014	1.012236	.1157E-01	.729E-05
7.0	-7.60	275	3.270		0.174	0.283	1.0006	4.230	10.6	0.009	0.013	1.012512	.1178E-01	.749E-05
6.5	-7.55	308	3.113		0.167	0.276	1.0006	4.337	11.9	0.009	0.013	1.012733	.1194E-01	.663E-05
6.0	-7.50	346	2.943		0.160	0.270	1.0007	4.457	13.8	0.009	0.012	1.013006	.1216E-01	.592E-05
5.5	-7.40	385	2.786		0.155	0.268	1.0007	4.514	15.7	0.009	0.012	1.013232	.1233E-01	.561E-05
5.0	-7.30	430	2.625		0.151	0.267	1.0008	4.575	17.3	0.009	0.012	1.013503	.1254E-01	.541E-05
4.5	-7.15	480	2.480		0.148	0.266	1.0008	4.570	19.4	0.009	0.012	1.013734	.1272E-01	.521E-05
4.0	-7.00	530	2.341		0.144	0.265	1.0009	4.559	23.9	0.010	0.013	1.014000	.1293E-01	.501E-05
3.5	-6.90	565	2.266		0.140	0.261	1.0009	4.534	32.4	0.013	0.017	1.014000	.1287E-01	.454E-05
3.0	-6.80	590	2.200		0.134	0.255	1.0009	4.500	46.1	0.017	0.023	1.014000	.1287E-01	.386E-05

(e) I = S.49.11月 23日 10時 0分

X1 = -0.060 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	5.009	-90.0	-0.056	-0.082	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9566E-02	.617E-07
16.5	-3.00	323	4.758	-90.0	-0.059	-0.088	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9566E-02	.795E-07
16.0	-3.00	325	4.559	-90.0	-0.061	-0.093	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9565E-02	.975E-07
15.5	-3.15	328	4.420	-90.0	-0.062	-0.097	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9563E-02	.117E-06
15.0	-3.30	330	4.341	-90.0	-0.063	-0.099	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9560E-02	.120E-06
14.5	-3.65	325	4.312	-90.0	-0.064	-0.101	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9558E-02	.133E-06
14.0	-4.00	320	4.304	-90.0	-0.065	-0.103	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9557E-02	.142E-06
13.5	-4.75	311	4.253	-90.0	-0.068	-0.108	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9557E-02	.171E-06
13.0	-5.50	302	4.104	-77.0	-0.062	-0.100	0.9990	1.336	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9556E-02	.126E-06
12.5	-6.15	293	4.048	-67.4	-0.057	-0.092	0.9990	2.042	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9553E-02	.901E-07
12.0	-6.80	283	4.040	-60.7	-0.053	-0.086	0.9990	2.700	0.0	0.000	0.000	1.008649	.9546E-02	.682E-07
11.5	-7.20	274	3.906	-56.6	-0.053	-0.086	0.9990	3.234	0.0	0.000	0.000	1.009055	.9931E-02	.664E-07
11.0	-7.60	265	3.684	-51.7	-0.053	-0.085	0.9991	3.856	-13.5	-0.013	-0.021	1.009965	.1080E-01	.485E-07
10.5	-7.70	257	3.552	-49.2	-0.054	-0.086	0.9991	4.088	-24.4	-0.023	-0.034	1.010637	.1141E-01	.384E-07
10.0	-7.80	248	3.494	-48.1	-0.055	-0.087	0.9992	4.246	-33.4	-0.032	-0.045	1.011087	.1176E-01	.318E-07
9.5	-7.80	240	3.488	-47.8	-0.057	-0.090	0.9993	4.252	-41.6	-0.041	-0.058	1.011380	.1192E-01	.235E-07
9.0	-7.80	236	3.483	-48.1	-0.058	-0.091	0.9995	4.257	-48.9	-0.048	-0.068	1.011689	.1204E-01	.146E-07
8.5	-7.80	235	3.473	-48.9	-0.060	-0.093	0.9997	4.267	-55.7	-0.056	-0.078	1.012017	.1213E-01	.711E-08
8.0	-7.80	240	3.467	-49.6	-0.060	-0.093	1.0000	4.273	-62.5	-0.061	-0.085	1.012339	.1216E-01	.212E-08
7.5	-7.70	254	3.473	-50.3	-0.057	-0.089	1.0003	4.167	-69.7	-0.066	-0.094	1.012571	.1207E-01	.126E-07
7.0	-7.60	275	3.470	-49.5	-0.052	-0.081	1.0007	4.070	-79.0	-0.071	-0.102	1.012817	.1196E-01	.201E-07
6.5	-7.55	308	3.435	-47.9	-0.045	-0.072	1.0011	4.055	-89.9	-0.072	-0.105	1.013065	.1182E-01	.198E-07
6.0	-7.50	346	3.445	-46.4	-0.039	-0.062	1.0015	3.995	-101.8	-0.074	-0.110	1.013138	.1151E-01	.169E-07
5.5	-7.40	385	3.390	-50.0	-0.038	-0.063	1.0018	3.950	-109.8	-0.072	-0.109	1.013273	.1132E-01	.166E-07
5.0	-7.30	430	3.290	-56.7	-0.040	-0.066	1.0020	3.950	-116.2	-0.068	-0.103	1.013637	.1144E-01	.163E-07
4.5	-7.15	480	3.085	-56.1	-0.038	-0.064	1.0022	4.005	-131.3	-0.068	-0.101	1.013924	.1158E-01	.160E-07
4.0	-7.00	530	2.771	-37.4	-0.025	-0.045	1.0022	4.169	-166.1	-0.075	-0.109	1.014000	.1162E-01	.928E-08
3.5	-6.90	565	2.273	-50.3	-0.039	-0.077	1.0022	4.567	-170.7	-0.066	-0.092	1.014000	.1162E-01	.247E-07
3.0	-6.80	590	2.000	-58.5	-0.050	-0.104	1.0022	4.740	-181.0	-0.065	-0.088	1.014000	.1162E-01	.339E-07

(d) I = S.49.11月 23日 13時 0分

X1 = 0.350 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	6.173	80.0	0.041	0.054	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9386E-02	.126E-07
16.5	-3.00	323	6.086	80.0	0.041	0.054	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9385E-02	.132E-07
16.0	-3.00	325	5.947	80.0	0.041	0.056	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9385E-02	.145E-07
15.5	-3.15	328	5.744	80.0	0.043	0.059	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9383E-02	.170E-07
15.0	-3.30	330	5.469	80.0	0.044	0.063	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9380E-02	.217E-07
14.5	-3.65	325	5.103	80.0	0.048	0.070	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9378E-02	.337E-07
14.0	-4.00	320	4.667	80.0	0.054	0.082	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9377E-02	.587E-07
13.5	-4.75	311	4.695	80.0	0.055	0.083	0.9990	0.405	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9376E-02	.637E-07
13.0	-5.50	302	4.649	67.6	0.048	0.073	0.9990	1.181	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9375E-02	.377E-07
12.5	-6.15	293	4.639	55.3	0.041	0.062	0.9990	1.861	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9373E-02	.198E-07
12.0	-6.80	283	4.587	44.9	0.035	0.055	0.9990	2.563	0.0	0.000	0.000	1.008465	.9366E-02	.104E-07
11.5	-7.20	274	4.161	40.2	0.035	0.055	0.9990	3.389	0.0	0.000	0.000	1.009239	.1011E-01	.117E-07
11.0	-7.60	265	4.001	32.8	0.031	0.048	0.9991	3.949	3.7	0.004	0.005	1.009849	.1068E-01	.596E-08
10.5	-7.70	257	3.618	18.1	0.020	0.030	0.9991	4.432	14.7	0.013	0.018	1.010877	.1164E-01	.368E-09
10.0	-7.80	248	3.527	6.4	0.007	0.011	0.9992	4.623	22.9	0.020	0.027	1.011052	.1173E-01	.382E-10
9.5	-7.80	240	3.368	-3.6	-0.004	-0.007	0.9993	4.782	29.5	0.026	0.034	1.011585	.1212E-01	.208E-10
9.0	-7.80	236	3.327	-10.4	-0.013	-0.021	0.9995	4.823	33.1	0.029	0.038	1.011800	.1214E-01	.778E-09
8.5	-7.80	235	3.238	-14.5	-0.019	-0.030	0.9997	4.912	33.9	0.029	0.038	1.012274	.1238E-01	.274E-08
8.0	-7.80	240	3.229	-14.3	-0.018	-0.030	1.0000	4.921	30.3	0.026	0.033	1.012466	.1229E-01	.228E-08
7.5	-7.70	254	3.176	-9.4	-0.012	-0.019	1.0003	4.874	22.1	0.018	0.023	1.012802	.1230E-01	.402E-09
7.0	-7.60	275	3.141	0.9	0.001	0.002	1.0007	4.809	8.0	0.006	0.008	1.013007	.1214E-01	.571E-13
6.5	-7.55	308	3.126	15.2	0.016	0.026	1.0011	4.774	-10.3	-0.007	-0.009	1.013102	.1185E-01	.815E-09
6.0	-7.50	346	2.969	37.0	0.036	0.062	1.0015	4.881	-36.6	-0.022	-0.029	1.013277	.1165E-01	.271E-07
5.5	-7.40	385	2.779	61.4	0.057	0.102	1.0018	4.971	-66.7	-0.035	-0.046	1.013586	.1167E-01	.195E-06
5.0	-7.30	430	2.578	77.5	0.070	0.129	1.0020	5.072	-87.8	-0.040	-0.053	1.013884	.1170E-01	.468E-06
4.5	-7.15	480	2.365	77.8	0.069	0.132	1.0021	5.135	-94.5	-0.038	-0.050	1.013987	.1167E-01	.489E-06
4.0	-7.00	530	2.129	64.5	0.057	0.116	1.0022	5.271	-88.2	-0.032	-0.041	1.014000	.1161E-01	.280E-06
3.5	-6.90	565	1.919	52.6	0.049	0.104	1.0022	5.331	-83.9	-0.028	-0.036	1.014000	.1160E-01	.171E-06
3.0	-6.80	590	1.500	42.0	0.047	0.115	1.0022	5.650	-81.4	-0.024	-0.030	1.014000	.1160E-01	.219E-06

(e) I = 5.49.11月 23日 16時 0分

XI = 0.010 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	370	0.340	171.0	0.052	0.055	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8838E-02	.168E-07
16.5	-3.00	373	9.763	171.0	0.054	0.059	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8838E-02	.224E-07
16.0	-3.00	375	9.157	171.0	0.057	0.065	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8838E-02	.309E-07
15.5	-3.15	376	8.518	171.0	0.061	0.071	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8837E-02	.446E-07
15.0	-3.30	370	7.843	171.0	0.066	0.080	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8836E-02	.601E-07
14.5	-3.65	375	7.117	171.0	0.074	0.094	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8835E-02	.124E-06
14.0	-4.00	370	6.341	171.0	0.084	0.114	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8831E-02	.248E-06
13.5	-4.75	311	5.557	171.0	0.099	0.143	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8828E-02	.577E-06
13.0	-5.50	302	5.429	171.0	0.104	0.152	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.007908	.8825E-02	.739E-06
12.5	-6.15	293	5.216	169.3	0.111	0.163	0.9990	0.944	0.0	0.000	0.000	1.008217	.9127E-02	.953E-06
12.0	-6.80	283	5.021	167.9	0.118	0.174	0.9990	1.789	0.0	0.000	0.000	1.008496	.9397E-02	.123E-05
11.5	-7.20	274	4.620	167.9	0.133	0.196	0.9990	2.590	0.0	0.000	0.000	1.009208	.1009E-01	.200E-05
11.0	-7.60	265	4.277	168.5	0.149	0.222	0.9990	3.333	0.0	0.000	0.000	1.009845	.1070E-01	.325E-05
10.5	-7.70	257	3.901	169.6	0.169	0.256	0.9991	3.809	0.0	0.000	0.000	1.010632	.1145E-01	.569E-05
10.0	-7.80	248	3.784	170.4	0.181	0.279	0.9991	4.026	4.1	0.004	0.006	1.010632	.1141E-01	.768E-05
9.5	-7.80	240	3.667	172.3	0.196	0.306	0.9992	4.143	7.0	0.007	0.010	1.010632	.1135E-01	.109E-04
9.0	-7.80	238	3.554	174.3	0.207	0.330	0.9993	4.256	9.6	0.010	0.014	1.010632	.1126E-01	.141E-04
8.5	-7.80	235	2.981	175.8	0.251	0.412	0.9994	4.829	12.7	0.011	0.014	1.012259	.1273E-01	.335E-04
8.0	-7.80	240	2.883	180.5	0.261	0.439	0.9996	4.927	12.7	0.011	0.014	1.012259	.1248E-01	.424E-04
7.5	-7.70	254	2.696	185.3	0.271	0.470	0.9999	5.014	12.7	0.010	0.013	1.012049	.1259E-01	.547E-04
7.0	-7.60	275	2.546	191.2	0.273	0.488	1.0003	5.064	11.9	0.009	0.011	1.012957	.1254E-01	.616E-04
6.5	-7.55	308	2.453	198.3	0.263	0.483	1.0006	5.107	10.5	0.007	0.009	1.013095	.1229E-01	.578E-04
6.0	-7.50	346	2.362	205.4	0.251	0.475	1.0010	5.148	9.7	0.005	0.007	1.013250	.1207E-01	.528E-04
5.5	-7.40	385	2.228	212.3	0.248	0.483	1.0014	5.182	9.9	0.005	0.006	1.013623	.1207E-01	.546E-04
5.0	-7.30	430	2.137	219.5	0.239	0.478	1.0018	5.173	10.6	0.005	0.006	1.013909	.1192E-01	.512E-04
4.5	-7.15	480	2.106	225.3	0.223	0.456	1.0023	5.054	13.7	0.006	0.007	1.013990	.1156E-01	.417E-04
4.0	-7.00	530	2.102	227.1	0.204	0.424	1.0026	4.908	21.7	0.008	0.011	1.014000	.1122E-01	.298E-04
3.5	-6.90	565	2.106	223.9	0.188	0.396	1.0029	4.804	35.6	0.013	0.018	1.014000	.1095E-01	.217E-04
3.0	-6.80	590	2.100	216.2	0.175	0.368	1.0029	4.710	54.5	0.020	0.028	1.014000	.1095E-01	.154E-04

(f) I = 5.49.11月 23日 19時 0分

XI = -0.400 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	370	1.573	186.0	0.050	0.049	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9126E-02	.121E-07
16.5	-3.00	373	0.924	186.0	0.053	0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9126E-02	.161E-07
16.0	-3.00	375	0.252	186.0	0.056	0.058	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9126E-02	.221E-07
15.5	-3.15	376	9.554	186.0	0.059	0.064	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9125E-02	.316E-07
15.0	-3.30	370	8.826	186.0	0.064	0.072	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9125E-02	.475E-07
14.5	-3.65	375	8.052	186.0	0.071	0.084	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9123E-02	.836E-07
14.0	-4.00	370	7.222	186.0	0.080	0.106	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9121E-02	.162E-06
13.5	-4.75	311	6.312	186.0	0.095	0.126	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9118E-02	.381E-06
13.0	-5.50	302	5.277	186.0	0.117	0.170	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9114E-02	.115E-05
12.5	-6.15	293	5.100	186.0	0.125	0.185	0.9990	0.650	0.0	0.000	0.000	1.008201	.9106E-02	.157E-05
12.0	-6.80	283	4.847	189.8	0.138	0.207	0.9990	1.553	0.0	0.000	0.000	1.008512	.9402E-02	.245E-05
11.5	-7.20	274	4.450	193.0	0.158	0.239	0.9990	2.350	0.0	0.000	0.000	1.009194	.1006E-01	.431E-05
11.0	-7.60	265	4.110	196.3	0.180	0.275	0.9991	3.090	0.0	0.000	0.000	1.009856	.1068E-01	.748E-05
10.5	-7.70	257	4.053	199.5	0.192	0.295	0.9991	3.247	0.0	0.000	0.000	1.009856	.1064E-01	.985E-05
10.0	-7.80	248	3.991	202.3	0.204	0.317	0.9992	3.409	1.4	0.002	0.003	1.009856	.1057E-01	.129E-04
9.5	-7.80	240	3.931	205.7	0.217	0.342	0.9993	3.469	2.6	0.003	0.005	1.009856	.1050E-01	.172E-04
9.0	-7.80	238	3.877	207.6	0.225	0.359	0.9994	3.523	4.2	0.005	0.008	1.009856	.1039E-01	.204E-04
8.5	-7.80	235	3.034	208.9	0.293	0.480	0.9995	4.566	6.8	0.007	0.009	1.012182	.1255E-01	.632E-04
8.0	-7.80	240	3.017	216.3	0.299	0.499	0.9999	4.383	3.3	0.003	0.004	1.012182	.1210E-01	.737E-04
7.5	-7.70	254	2.900	224.9	0.306	0.524	1.0004	4.400	-1.1	-0.001	-0.001	1.012579	.1198E-01	.884E-04
7.0	-7.60	275	2.818	235.4	0.304	0.534	1.0011	4.382	-7.7	-0.006	-0.008	1.012940	.1171E-01	.944E-04
6.5	-7.55	306	2.834	246.8	0.283	0.508	1.0018	4.316	-13.8	-0.010	-0.015	1.013090	.1118E-01	.770E-04
6.0	-7.50	346	2.839	255.6	0.260	0.475	1.0023	4.261	-17.1	-0.012	-0.017	1.013248	.1077E-01	.582E-04
5.5	-7.40	385	2.760	260.5	0.245	0.456	1.0027	4.240	-15.9	-0.010	-0.015	1.013591	.1070E-01	.483E-04
5.0	-7.30	430	2.687	262.3	0.227	0.426	1.0031	4.213	-11.0	-0.006	-0.009	1.013887	.1067E-01	.366E-04
4.5	-7.15	480	2.651	260.6	0.205	0.391	1.0033	4.099	-1.7	-0.001	-0.001	1.013985	.1054E-01	.247E-04
4.0	-7.00	530	2.614	256.0	0.185	0.357	1.0034	3.986	11.3	0.005	0.008	1.014000	.1045E-01	.164E-04
3.5	-6.90	565	2.560	250.3	0.173	0.338	1.0034	3.940	26.2	0.012	0.019	1.014000	.1042E-01	.125E-04
3.0	-6.80	590	2.500	245.1	0.166	0.329	1.0034	3.900	41.0	0.018	0.028	1.014000	.1042E-01	.106E-04

X	Z	B	H1
17.0	-3.00	370	9.338
16.5	-3.00	375	8.845
16.0	-3.00	375	8.308
15.5	-3.15	370	7.774
15.0	-3.30	370	7.254
14.5	-3.45	375	6.721
14.0	-4.00	370	6.148
13.5	-4.75	311	5.471
13.0	-5.50	302	4.730
12.5	-6.15	293	4.556
12.0	-6.80	283	4.146
11.5	-7.70	274	3.883
11.0	-7.60	265	3.656
10.5	-7.70	257	3.891
10.0	-7.80	248	3.914
9.5	-7.80	240	3.738
9.0	-7.80	236	3.191
8.5	-7.80	235	2.954
8.0	-7.80	240	2.878
7.5	-7.70	254	2.820
7.0	-7.60	275	2.672
6.5	-7.55	300	2.827
6.0	-7.50	340	2.808
5.5	-7.40	395	2.790
5.0	-7.30	430	2.790
4.5	-7.15	480	2.782
4.0	-7.00	530	2.740
3.5	-6.90	565	2.651
3.0	-6.80	590	2.500

11	U1
10.0	0.003
10.0	0.004
10.0	0.004
10.0	0.004
10.0	0.004
10.0	0.005
10.0	0.005
10.0	0.006
10.0	0.007
18.9	0.014
26.3	0.022
32.6	0.031
37.5	0.037
44.4	0.044
51.3	0.053
57.6	0.064
67.0	0.086
71.9	0.104
74.4	0.108
77.0	0.108
79.3	0.102
82.4	0.095
86.5	0.089
90.4	0.084
93.1	0.078
94.5	0.071
94.9	0.065
94.4	0.063
94.2	0.064

0.004	0.9990
0.004	0.9990
0.004	0.9990
0.005	0.9990
0.005	0.9990
0.006	0.9990
0.007	0.9990
0.009	0.9990
0.011	0.9990
0.023	0.9990
0.036	0.9990
0.050	0.9990
0.060	0.9991
0.072	0.9991
0.086	0.9991
0.105	0.9992
0.145	0.9997
0.171	0.9998
0.179	0.9998
0.181	0.9998
0.173	1.0003
0.162	1.0008
0.154	1.0013
0.148	1.0019
0.139	1.0024
0.130	1.0029
0.123	1.0033
0.122	1.0036
0.127	1.0036

0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.53
1.35
2.41
3.07
3.50
3.56
3.64
3.82
4.36
4.00
4.68
4.64
4.53
4.48
4.45
4.37
4.27
4.17
4.02
4.00
4.06

0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
-12.
-24.
-35.
-50.
-60.
-67.
-75.
-83.
-92.
-103.
-114.
-125.
-136.
-147.
-158.
-170.

[illegible]

000
000
000
000
000
000
000
000
000
000
000
000
013
027
039
048
056
060
064
067
067
067
068
069
069
069
070
071

[illegible][illegible]

0078
0078
0078
0078
0078
0078
0078
0078
0078
0078
0085
0091
0091
0091
0091
0099
0112
0121
0125
0128
0130
0132
0135
0138
0139
0139
0139
0140
0140
0140

0
0
6
6
6
6
6
6
6
6
7
6
6
6
6
1
7
7
5
6
6
0
2
2
8
6
0
0
0

2797
2797
2796
2796
2796
2795
2794
2792
2789
2783
9474
1000
9985
9957
9917
1029
1189
1265
1281
1287
1264
1234
1210
1179
1137
1092
1054
1028
1028

-02
-02
-02
-02
-02
-02
-02
-02
-02
-02
-01
-02
-02
-02
-01
-01
-01
-01
-01
-01
-01
-01
-01
-01
-01

33
45
62
86
12
19
34
79
18
32
21
74
15
43
10
23
83
15
19
20
17
13
11
99
78
61
49
48
55

[illegible]

λ	Z	B	$H1$
17.0	-3.00	320	9.954
16.5	-3.00	325	9.462
16.0	-3.00	325	8.929
15.5	-3.15	328	8.351
15.0	-3.30	330	7.718
14.5	-3.45	325	7.017
14.0	-4.00	320	6.232
13.5	-4.75	311	5.409
13.0	-5.50	302	5.377
12.5	-6.15	295	5.334
12.0	-6.80	285	5.285
11.5	-7.20	274	5.216
11.0	-7.60	265	5.118
10.5	-7.70	257	4.982
10.0	-7.80	246	4.680
9.5	-7.80	240	3.271
9.0	-7.80	238	2.997
8.5	-7.80	235	2.761
8.0	-7.80	240	2.521
7.5	-7.70	254	2.439
7.0	-7.60	275	2.402
6.5	-7.55	308	2.300
6.0	-7.50	346	2.300
5.5	-7.40	385	2.300
5.0	-7.30	420	2.300
4.5	-7.15	480	2.300
4.0	-7.00	530	2.300
3.5	-6.90	565	2.300
3.0	-6.80	590	2.300

U1	
150.0	0.047
150.0	0.049
150.0	0.052
150.0	0.055
150.0	0.059
150.0	0.066
150.0	0.075
150.0	0.089
150.0	0.092
149.2	0.096
148.6	0.099
148.9	0.104
149.7	0.110
151.3	0.118
141.8	0.122
126.3	0.161
123.4	0.173
123.3	0.190
123.7	0.204
125.4	0.203
124.6	0.189
124.7	0.176
124.9	0.157
125.0	0.141
124.4	0.126
122.9	0.111
119.9	0.098
114.0	0.088
110.1	0.081

0.054	0.9990
0.058	0.9990
0.062	0.9990
0.068	0.9990
0.076	0.9990
0.089	0.9990
0.109	0.9990
0.138	0.9990
0.144	0.9990
0.149	0.9990
0.156	0.9990
0.165	0.9990
0.176	0.9990
0.192	0.9991
0.204	0.9991
0.263	0.9991
0.289	0.9992
0.324	0.9992
0.357	0.9993
0.361	0.9995
0.341	0.9997
0.318	1.0000
0.287	1.0004
0.264	1.0008
0.239	1.0013
0.217	1.0019
0.196	1.0024
0.178	1.0029
0.165	1.0029

0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.74
1.44
1.91
2.41
2.64
3.05
4.45
4.73
4.96
5.20
5.19
5.12
5.18
5.13
5.03
4.93
4.78
4.63
4.53
4.43

0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
0.
15.
36.
44.
49.
54.
58.
65.
71.
78.
86.
95.
07.
21.
39.
56.

[illegible][illegible][illegible]

1

0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0069
0109
0115
0121
0128
0128
0128
0137
0137
0137
0137
0137
0137
0137
0137
0137

2
2
2
2
2
2
2
2
2
2
2
2
2
9
6
0
1
7
7
0
0
0
0
0
0
0

7858
7858
7858
7858
7857
7857
7856
7854
7851
7848
7842
7833
7822
7805
7778
1168
1226
1276
1331
1318
1297
1359
1321
1276
1225
1172
1121
1073
1073

02
02
02
02
02
02
02
02
02
02
02
02
02
01
01
01
01
01
01
01
01
01
01
01
01

.14
 .18
 .25
 .35
 .52
 .94
 .19
 .47
 .55
 .63
 .75
 .92
 .12
 .16
 .17
 .46
 .64
 .10
 .14
 .15
 .11
 .84
 .53
 .35
 .22
 .13
 .73
 .37
 .19

-07
-07
-07
-07
-07
-07
-06
-06
-06
-06
-06
-05
-05
-05
-05
-05
-04
-04
-04
-04
-05
-05
-05
-05
-05
-06
-06
-06

100

(i) I = 5.49.11月 24日 7 時 0 分 XI = -0.530 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RHO1(A)	H2	Q2	U2	F2	RHO2(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	3.980	125.0	0.028	0.031	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.165E-08
16.5	-3.00	323	3.311	125.0	0.029	0.033	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.209E-08
16.0	-3.00	325	2.628	125.0	0.030	0.035	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.271E-08
15.5	-3.15	326	1.931	125.0	0.032	0.038	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.359E-08
15.0	-3.30	330	1.224	125.0	0.034	0.042	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.488E-08
14.5	-3.65	325	0.503	125.0	0.037	0.047	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.747E-08
14.0	-4.00	320	9.770	125.0	0.040	0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.118E-07
13.5	-4.75	311	9.019	125.0	0.045	0.061	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.206E-07
13.0	-5.50	302	8.234	125.0	0.050	0.073	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5966E-02	.384E-07
12.5	-6.15	293	7.386	125.0	0.058	0.088	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5963E-02	.791E-07
12.0	-6.80	283	6.453	125.0	0.068	0.111	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5959E-02	.189E-06
11.5	-7.20	274	6.296	125.0	0.072	0.119	0.9990	0.374	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5953E-02	.247E-06
11.0	-7.60	265	6.261	126.9	0.076	0.127	0.9990	0.809	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5946E-02	.310E-06
10.5	-7.70	257	6.219	128.7	0.081	0.134	0.9990	0.951	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5937E-02	.388E-06
10.0	-7.80	248	4.652	133.0	0.115	0.189	0.9990	2.618	0.0	0.000	0.000	1.007204	.8099E-02	.156E-05
9.5	-7.80	240	3.754	139.0	0.154	0.255	0.9991	3.516	0.0	0.000	0.000	1.009084	.9927E-02	.514E-05
9.0	-7.80	236	3.725	145.9	0.165	0.275	0.9991	3.545	-3.3	-0.004	-0.007	1.009084	.9849E-02	.703E-05
8.5	-7.80	235	3.707	153.0	0.176	0.296	0.9993	3.563	-6.8	-0.008	-0.014	1.009084	.9722E-02	.948E-05
8.0	-7.80	240	3.699	159.0	0.179	0.304	0.9994	3.571	-9.1	-0.011	-0.018	1.009084	.9556E-02	.107E-04
7.5	-7.70	254	3.706	163.6	0.174	0.298	0.9996	3.464	-9.9	-0.011	-0.020	1.009084	.9369E-02	.985E-05
7.0	-7.60	275	3.671	160.6	0.159	0.277	0.9998	3.399	-2.9	-0.003	-0.006	1.009084	.9189E-02	.687E-05
6.5	-7.55	308	2.580	153.6	0.193	0.332	0.9999	4.440	8.6	0.006	0.008	1.013563	.1344E-01	.137E-04
6.0	-7.50	346	2.555	153.1	0.173	0.301	1.0002	4.415	14.0	0.009	0.012	1.013563	.1323E-01	.893E-05
5.5	-7.40	385	2.518	153.0	0.158	0.278	1.0003	4.352	19.7	0.012	0.016	1.013563	.1310E-01	.627E-05
5.0	-7.30	430	2.500	155.1	0.144	0.256	1.0004	4.270	23.9	0.013	0.018	1.013563	.1297E-01	.440E-05
4.5	-7.15	480	2.500	158.9	0.132	0.237	1.0007	4.120	27.0	0.014	0.019	1.013563	.1272E-01	.316E-05
4.0	-7.00	530	2.500	160.6	0.121	0.221	1.0011	3.970	32.9	0.016	0.023	1.013563	.1228E-01	.228E-05
3.5	-6.90	565	2.509	161.6	0.114	0.213	1.0017	3.861	40.7	0.018	0.028	1.013563	.1169E-01	.184E-05
3.0	-6.80	590	2.500	165.0	0.112	0.209	1.0017	3.770	45.7	0.021	0.031	1.013563	.1169E-01	.167E-05

(j) I = 5.49.11月 24日 10 時 0 分 XI = -0.310 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RHO1(A)	H2	Q2	U2	F2	RHO2(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	1.434	7.0	0.002	0.002	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.490E-13
16.5	-3.00	323	0.915	7.0	0.002	0.002	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.613E-13
16.0	-3.00	325	0.397	7.0	0.002	0.003	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.776E-13
15.5	-3.15	328	9.880	7.0	0.002	0.003	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.997E-13
15.0	-3.30	330	9.365	7.0	0.002	0.003	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.130E-12
14.5	-3.45	325	8.852	7.0	0.002	0.003	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.188E-12
14.0	-4.00	320	8.345	7.0	0.003	0.004	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.277E-12
13.5	-4.75	311	7.849	7.0	0.003	0.004	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.436E-12
13.0	-5.50	302	7.365	7.0	0.003	0.005	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.697E-12
12.5	-6.15	293	6.854	7.0	0.003	0.006	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.117E-11
12.0	-6.80	283	6.069	7.0	0.004	0.007	0.9990	0.421	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5962E-02	.260E-11
11.5	-7.20	274	5.775	15.2	0.010	0.017	0.9990	1.115	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5958E-02	.870E-10
11.0	-7.60	265	5.621	20.8	0.014	0.024	0.9990	1.669	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5953E-02	.401E-09
10.5	-7.70	257	5.470	25.6	0.018	0.032	0.9990	1.920	0.0	0.000	0.000	1.005122	.6067E-02	.120E-08
10.0	-7.80	248	3.961	28.1	0.029	0.049	0.9990	3.529	0.0	0.000	0.000	1.007991	.8889E-02	.659E-08
9.5	-7.80	240	3.991	29.2	0.030	0.052	0.9990	3.499	-4.8	-0.006	-0.010	1.007991	.8877E-02	.100E-07
9.0	-7.80	238	4.016	29.8	0.031	0.053	0.9991	3.474	-9.1	-0.011	-0.020	1.007991	.8854E-02	.126E-07
8.5	-7.80	235	4.033	30.5	0.032	0.055	0.9991	3.457	-13.4	-0.016	-0.030	1.007991	.8810E-02	.159E-07
8.0	-7.80	240	4.064	32.6	0.033	0.057	0.9992	3.426	-19.1	-0.023	-0.043	1.007991	.8733E-02	.205E-07
7.5	-7.70	254	3.897	34.9	0.036	0.062	0.9993	3.583	-25.1	-0.028	-0.049	1.008619	.9230E-02	.297E-07
7.0	-7.60	275	2.903	43.3	0.054	0.092	0.9995	4.387	-37.6	-0.031	-0.043	1.011828	.1223E-01	.137E-06
6.5	-7.55	308	2.596	46.7	0.058	0.099	0.9996	4.644	-45.4	-0.032	-0.040	1.013375	.1359E-01	.177E-06
6.0	-7.50	346	2.608	46.8	0.052	0.089	0.9998	4.582	-50.5	-0.032	-0.041	1.013375	.1339E-01	.116E-06
5.5	-7.40	385	2.620	47.1	0.047	0.081	1.0000	4.470	-56.5	-0.033	-0.043	1.013375	.1315E-01	.831E-07
5.0	-7.30	430	2.615	47.8	0.042	0.074	1.0003	4.375	-63.3	-0.034	-0.045	1.013375	.1294E-01	.611E-07
4.5	-7.15	480	2.581	49.9	0.040	0.071	1.0004	4.259	-72.5	-0.035	-0.049	1.013375	.1279E-01	.539E-07
4.0	-7.00	530	2.514	54.6	0.041	0.073	1.0006	4.176	-84.9	-0.038	-0.053	1.013375	.1265E-01	.629E-07
3.5	-6.90	565	2.449	66.1	0.048	0.088	1.0008	4.141	-104.7	-0.045	-0.063	1.013375	.1238E-01	.125E-06
3.0	-6.80	590	2.300	80.5	0.059	0.112	1.0008	4.190	-127.9	-0.052	-0.073	1.013375	.1238E-01	.315E-06

(b) 1 = 5.49.11月 24日 14時 0分 XI = 0.280 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	F
17.0	-3.00	370	5.012	-15.0	-0.009	-0.017	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.904E-10
16.5	-3.00	373	5.071	-15.0	-0.009	-0.017	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.876E-10
16.0	-3.00	375	5.146	-15.0	-0.009	-0.016	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.783E-10
15.5	-3.15	370	5.278	-15.0	-0.009	-0.016	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.644E-10
15.0	-3.30	370	5.311	-15.0	-0.009	-0.015	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.619E-10
14.5	-3.65	375	5.392	-15.0	-0.009	-0.015	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.606E-10
14.0	-4.00	370	5.468	-15.0	-0.009	-0.015	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.597E-10
13.5	-4.75	371	5.539	-15.0	-0.009	-0.015	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.625E-10
13.0	-5.50	372	5.608	-15.0	-0.009	-0.015	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.658E-10
12.5	-6.15	293	5.658	-19.8	-0.012	-0.021	0.9990	0.772	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.215E-09
12.0	-6.80	283	5.694	-25.3	-0.016	-0.027	0.9990	1.380	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5962E-02	.626E-09
11.5	-7.20	274	5.730	-31.0	-0.020	-0.034	0.9990	1.750	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5958E-02	.158E-08
11.0	-7.60	265	5.758	-37.0	-0.024	-0.042	0.9990	2.122	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5953E-02	.356E-08
10.5	-7.70	257	5.005	-43.9	-0.034	-0.059	0.9990	2.975	3.6	0.005	0.010	1.005988	.6923E-02	.157E-07
10.0	-7.80	240	4.245	-50.4	-0.048	-0.081	0.9990	3.815	6.9	0.007	0.013	1.007341	.8250E-02	.583E-07
9.5	-7.80	240	4.287	-54.8	-0.053	-0.091	0.9990	3.793	8.3	0.009	0.016	1.007341	.8239E-02	.926E-07
9.0	-7.80	238	4.326	-57.5	-0.056	-0.095	0.9991	3.754	8.0	0.009	0.016	1.007341	.8217E-02	.111E-06
8.5	-7.80	235	4.372	-58.3	-0.057	-0.096	0.9991	3.708	5.8	0.007	0.012	1.007341	.8176E-02	.117E-06
8.0	-7.80	240	3.722	-57.3	-0.064	-0.107	0.9992	4.358	1.9	0.002	0.003	1.009026	.9759E-02	.164E-06
7.5	-7.70	254	3.020	-54.0	-0.071	-0.117	0.9993	4.960	-4.5	-0.004	-0.005	1.011737	.1230E-01	.214E-06
7.0	-7.60	275	2.751	-48.3	-0.064	-0.106	0.9994	5.129	-13.5	-0.010	-0.012	1.013112	.1351E-01	.129E-06
6.5	-7.55	306	2.752	-38.7	-0.046	-0.076	0.9996	5.078	-24.7	-0.017	-0.021	1.013125	.1338E-01	.251E-07
6.0	-7.50	346	2.734	-23.7	-0.025	-0.042	0.9998	5.066	-45.8	-0.026	-0.032	1.013125	.1318E-01	.168E-09
5.5	-7.40	385	2.703	-7.6	-0.007	-0.013	1.0000	4.977	-68.5	-0.035	-0.044	1.013125	.1295E-01	.108E-09
5.0	-7.30	430	2.531	8.8	0.008	0.014	1.0002	5.069	-87.9	-0.041	-0.051	1.013125	.1273E-01	.286E-09
4.5	-7.15	480	2.493	8.7	0.007	0.013	1.0004	4.937	-93.6	-0.039	-0.051	1.013125	.1258E-01	.217E-09
4.0	-7.00	530	2.471	-40.2	-0.031	-0.050	1.0005	4.809	-51.0	-0.020	-0.026	1.013125	.1243E-01	.374E-08
3.5	-6.90	565	2.219	-113.7	-0.091	-0.176	1.0007	4.961	15.6	0.006	0.007	1.013125	.1222E-01	.105E-05
3.0	-6.80	590	1.750	-161.6	-0.157	-0.342	1.0007	5.330	56.4	0.018	0.022	1.013125	.1222E-01	.139E-04

(b) 1 = 5.49.11月 24日 20時 0分 XI = -0.730 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	F
17.0	-3.00	370	6.212	205.0	0.040	0.041	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.528E-08
16.5	-3.00	373	5.510	205.0	0.041	0.043	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.653E-08
16.0	-3.00	375	4.792	205.0	0.043	0.046	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.821E-08
15.5	-3.15	370	4.058	205.0	0.045	0.049	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.105E-07
15.0	-3.30	370	3.307	205.0	0.047	0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.138E-07
14.5	-3.65	375	2.526	205.0	0.050	0.059	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.205E-07
14.0	-4.00	370	1.717	205.0	0.055	0.066	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.315E-07
13.5	-4.75	371	0.858	205.0	0.061	0.076	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.538E-07
13.0	-5.50	372	9.932	205.0	0.068	0.090	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.900E-07
12.5	-6.15	293	8.916	205.0	0.079	0.109	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.203E-06
12.0	-6.80	283	7.774	205.0	0.093	0.138	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.490E-06
11.5	-7.20	274	6.439	205.0	0.116	0.189	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5960E-02	.158E-05
11.0	-7.60	265	6.155	212.2	0.130	0.217	0.9990	0.715	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5950E-02	.266E-05
10.5	-7.70	257	5.880	221.5	0.147	0.251	0.9990	1.090	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5939E-02	.463E-05
10.0	-7.80	248	5.628	231.2	0.165	0.289	0.9990	1.442	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5925E-02	.802E-05
9.5	-7.80	240	5.440	238.7	0.183	0.326	0.9991	1.630	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5905E-02	.126E-04
9.0	-7.80	238	5.374	242.6	0.190	0.342	0.9991	1.696	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5872E-02	.152E-04
8.5	-7.80	235	5.366	242.8	0.193	0.348	0.9991	1.704	4.1	0.010	0.033	1.005000	.5828E-02	.153E-04
8.0	-7.80	240	5.452	242.2	0.185	0.333	0.9992	1.618	9.0	0.023	0.076	1.005000	.5776E-02	.120E-04
7.5	-7.70	254	5.614	243.5	0.171	0.305	0.9992	1.356	12.1	0.035	0.127	1.005000	.5728E-02	.770E-05
7.0	-7.60	275	2.750	230.1	0.304	0.508	0.9993	4.120	30.3	0.027	0.036	1.012750	.1331E-01	.728E-04
6.5	-7.55	308	2.807	241.9	0.280	0.470	1.0000	4.013	23.7	0.019	0.027	1.012750	.1261E-01	.562E-04
6.0	-7.50	346	2.901	255.1	0.254	0.434	1.0006	3.869	16.4	0.012	0.018	1.012750	.1203E-01	.396E-04
5.5	-7.40	385	2.953	263.3	0.232	0.399	1.0010	3.717	14.8	0.010	0.016	1.012750	.1165E-01	.287E-04
5.0	-7.30	430	2.954	265.1	0.209	0.362	1.0011	3.616	20.3	0.013	0.020	1.012750	.1150E-01	.185E-04
4.5	-7.15	480	2.917	262.0	0.187	0.326	1.0011	3.503	31.6	0.019	0.030	1.012750	.1150E-01	.117E-04
4.0	-7.00	530	2.875	257.8	0.169	0.297	1.0011	3.395	45.0	0.025	0.040	1.012750	.1150E-01	.757E-05
3.5	-6.90	565	2.823	255.4	0.160	0.284	1.0011	3.347	57.2	0.030	0.049	1.012750	.1150E-01	.595E-05
3.0	-6.80	590	2.750	252.0	0.155	0.279	1.0011	3.320	71.1	0.036	0.059	1.012750	.1150E-01	.517E-05

④ I = 5.49.11月 25日 1時 0分

XI = -0.020 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01 (a)	H2	Q2	U2	F2	RH02 (a)	EPS (e)	E
17.0	-3.00	320	6.188	-50.0	-0.025	-0.042	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.373E-08
16.5	-3.00	323	5.921	-50.0	-0.026	-0.044	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.461E-08
16.0	-3.00	325	5.698	-50.0	-0.027	-0.047	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.552E-08
15.5	-3.15	326	5.526	-50.0	-0.028	-0.049	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.634E-08
15.0	-3.30	330	5.410	-50.0	-0.028	-0.050	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.691E-08
14.5	-3.65	325	5.355	-50.0	-0.029	-0.051	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.777E-08
14.0	-4.00	320	5.360	-50.0	-0.029	-0.052	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.822E-08
13.5	-4.75	311	5.406	-50.0	-0.030	-0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.881E-08
13.0	-5.50	302	5.439	-50.0	-0.030	-0.054	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.961E-08
12.5	-6.15	293	5.382	-54.2	-0.034	-0.061	0.9990	0.746	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.159E-07
12.0	-6.80	283	5.405	-60.8	-0.040	-0.071	0.9990	1.375	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.280E-07
11.5	-7.20	274	5.470	-69.2	-0.046	-0.082	0.9990	1.710	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5964E-02	.507E-07
11.0	-7.60	265	5.534	-77.5	-0.053	-0.093	0.9990	2.046	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5960E-02	.846E-07
10.5	-7.70	257	5.589	-84.7	-0.059	-0.103	0.9990	2.691	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5951E-02	.130E-06
10.0	-7.80	248	5.663	-89.7	-0.064	-0.111	0.9990	2.117	-3.7	-0.007	-0.020	1.005000	.5938E-02	.156E-06
9.5	-7.80	240	5.718	-94.6	-0.069	-0.120	0.9990	2.062	-7.3	-0.015	-0.043	1.005000	.5921E-02	.186E-06
9.0	-7.80	236	5.755	-99.1	-0.073	-0.126	0.9991	2.025	-11.1	-0.023	-0.067	1.005000	.5899E-02	.197E-06
8.5	-7.80	235	5.758	-101.9	-0.075	-0.131	0.9991	2.022	-16.5	-0.035	-0.102	1.005000	.5870E-02	.182E-06
8.0	-7.80	240	4.195	-91.5	-0.091	-0.156	0.9991	3.585	-35.1	-0.041	-0.076	1.007467	.8261E-02	.379E-06
7.5	-7.70	254	2.980	-72.4	-0.096	-0.161	0.9992	4.700	-62.8	-0.053	-0.071	1.011398	.1208E-01	.362E-06
7.0	-7.60	275	2.768	-67.2	-0.088	-0.148	0.9992	4.812	-77.2	-0.058	-0.074	1.012437	.1307E-01	.195E-06
6.5	-7.55	306	2.784	-67.5	-0.079	-0.133	0.9993	4.746	-87.0	-0.060	-0.077	1.012437	.1293E-01	.893E-07
6.0	-7.50	346	2.865	-70.3	-0.071	-0.119	0.9997	4.615	-95.6	-0.060	-0.079	1.012437	.1263E-01	.373E-07
5.5	-7.40	385	2.907	-80.7	-0.072	-0.122	1.0001	4.473	-97.8	-0.057	-0.078	1.012437	.1221E-01	.561E-07
5.0	-7.30	430	3.058	-88.9	-0.068	-0.114	1.0006	4.222	-103.8	-0.057	-0.082	1.012437	.1173E-01	.309E-07
4.5	-7.15	480	3.052	-96.1	-0.066	-0.113	1.0010	4.078	-112.4	-0.057	-0.085	1.012437	.1131E-01	.235E-07
4.0	-7.00	530	2.913	-98.2	-0.025	-0.044	1.0013	4.067	-187.8	-0.087	-0.131	1.012437	.1104E-01	.107E-07
3.5	-6.90	565	2.257	-39.5	-0.031	-0.063	1.0013	4.623	-205.5	-0.079	-0.112	1.012437	.1096E-01	.237E-07
3.0	-6.80	590	1.700	-74.1	-0.074	-0.173	1.0013	5.080	-191.0	-0.064	-0.086	1.012437	.1096E-01	.105E-06

⑤ I = 5.49.11月 25日 8時 0分

XI = -0.550 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01 (a)	H2	Q2	U2	F2	RH02 (a)	EPS (e)	E
17.0	-3.00	320	4.438	166.0	0.036	0.039	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.429E-08
16.5	-3.00	323	3.758	166.0	0.037	0.042	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.543E-08
16.0	-3.00	325	3.069	166.0	0.039	0.045	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.698E-08
15.5	-3.15	326	2.369	166.0	0.041	0.048	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.916E-08
15.0	-3.30	330	1.661	166.0	0.043	0.052	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.123E-07
14.5	-3.65	325	0.930	166.0	0.047	0.058	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.187E-07
14.0	-4.00	320	0.167	166.0	0.051	0.066	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.296E-07
13.5	-4.75	311	9.350	166.0	0.057	0.077	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.526E-07
13.0	-5.50	302	8.456	166.0	0.065	0.093	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.103E-06
12.5	-6.15	293	7.462	166.0	0.076	0.115	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.232E-06
12.0	-6.80	283	6.337	166.0	0.092	0.152	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.648E-06
11.5	-7.20	274	6.095	166.0	0.099	0.167	0.9990	0.555	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5961E-02	.917E-06
11.0	-7.60	265	5.910	172.4	0.110	0.187	0.9990	1.140	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5956E-02	.145E-05
10.5	-7.70	257	5.727	179.5	0.122	0.211	0.9990	1.423	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5951E-02	.230E-05
10.0	-7.80	246	5.590	185.1	0.135	0.234	0.9990	1.660	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5944E-02	.340E-05
9.5	-7.80	240	5.516	188.2	0.142	0.251	0.9990	1.734	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5932E-02	.449E-05
9.0	-7.80	238	5.477	189.1	0.145	0.258	0.9991	1.773	2.4	0.006	0.018	1.005000	.5915E-02	.480E-05
8.5	-7.80	235	5.460	190.0	0.148	0.264	0.9991	1.790	4.7	0.011	0.035	1.005000	.5893E-02	.503E-05
8.0	-7.80	240	5.451	192.0	0.147	0.262	0.9991	1.799	6.1	0.014	0.044	1.005000	.5869E-02	.478E-05
7.5	-7.70	254	2.784	187.1	0.265	0.450	0.9991	4.366	14.3	0.013	0.018	1.012000	.1272E-01	.459E-04
7.0	-7.60	275	2.830	194.6	0.250	0.429	0.9996	4.220	10.5	0.009	0.013	1.012000	.1227E-01	.380E-04
6.5	-7.55	308	2.881	201.5	0.227	0.393	1.0000	4.119	7.7	0.006	0.009	1.012000	.1186E-01	.269E-04
6.0	-7.50	346	2.906	205.8	0.205	0.356	1.0003	4.044	8.0	0.006	0.008	1.012000	.1159E-01	.180E-04
5.5	-7.40	385	2.886	206.2	0.186	0.326	1.0004	3.964	12.6	0.008	0.012	1.012000	.1150E-01	.123E-04
5.0	-7.30	430	2.844	204.2	0.167	0.295	1.0004	3.906	20.3	0.012	0.018	1.012000	.1150E-01	.794E-05
4.5	-7.15	480	2.801	201.2	0.150	0.266	1.0004	3.799	29.4	0.016	0.025	1.012000	.1150E-01	.504E-05
4.0	-7.00	530	2.766	197.6	0.135	0.242	1.0004	3.684	40.2	0.021	0.032	1.012000	.1150E-01	.322E-05
3.5	-6.90	565	2.750	194.6	0.125	0.225	1.0004	3.600	50.8	0.025	0.039	1.012000	.1148E-01	.229E-05
3.0	-6.80	590	2.750	191.3	0.118	0.212	1.0004	3.500	62.1	0.030	0.048	1.012000	.1148E-01	.167E-05

(6) T = 5.49.11月 25日 18時 0分 X1 = -0.170 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01 (A)	H2	Q2	U2	F2	RH02 (A)	EPS (e)	F
17.0	-3.00	370	4.310	265.0	0.058	0.063	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.293E-07
16.5	-3.00	373	3.711	265.0	0.060	0.067	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.359E-07
16.0	-3.00	375	3.071	265.0	0.062	0.071	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.453E-07
15.5	-3.15	370	2.388	265.0	0.065	0.077	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.590E-07
15.0	-3.30	370	1.653	265.0	0.069	0.083	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.801E-07
14.5	-3.45	373	0.845	265.0	0.075	0.094	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.126E-06
14.0	-4.00	370	9.952	265.0	0.083	0.109	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.216E-06
13.5	-4.75	311	8.951	265.0	0.095	0.132	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.435E-06
13.0	-5.50	302	7.819	265.0	0.112	0.166	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.103E-05
12.5	-6.15	293	6.541	265.0	0.139	0.224	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.377E-05
12.0	-6.80	283	6.465	265.0	0.145	0.235	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5960E-02	.456E-05
11.5	-7.20	274	6.432	267.0	0.151	0.247	0.9990	0.165	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5957E-02	.553E-05
11.0	-7.60	265	6.394	268.5	0.158	0.259	0.9990	1.030	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5952E-02	.704E-05
10.5	-7.70	257	6.305	271.1	0.168	0.276	0.9990	1.225	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5945E-02	.103E-04
10.0	-7.80	240	6.172	276.5	0.182	0.304	0.9990	1.508	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5936E-02	.156E-04
9.5	-7.80	240	5.836	281.9	0.201	0.345	0.9990	1.792	5.1	0.012	0.036	1.005000	.5923E-02	.190E-04
9.0	-7.80	230	5.631	284.3	0.215	0.372	0.9990	1.999	12.9	0.027	0.080	1.005000	.5905E-02	.132E-04
8.5	-7.80	235	5.687	276.8	0.207	0.361	0.9991	1.943	30.6	0.067	0.200	1.005000	.1216E-01	.121E-03
8.0	-7.80	240	2.995	253.3	0.352	0.590	0.9991	4.635	64.4	0.058	0.078	1.011375	.1174E-01	.142E-03
7.5	-7.70	254	2.897	267.3	0.357	0.619	0.9995	4.635	66.0	0.056	0.077	1.011375	.1141E-01	.155E-03
7.0	-7.60	275	2.763	269.2	0.354	0.637	0.9998	4.667	70.5	0.055	0.076	1.011375	.1114E-01	.138E-03
6.5	-7.55	308	2.650	274.1	0.330	0.625	1.0001	4.730	78.1	0.054	0.075	1.011375	.1096E-01	.103E-03
6.0	-7.50	346	2.577	275.6	0.309	0.587	1.0003	4.753	90.7	0.055	0.077	1.011375	.1084E-01	.739E-04
5.5	-7.40	383	2.523	275.2	0.284	0.548	1.0004	4.707	106.8	0.059	0.083	1.011375	.1074E-01	.487E-04
5.0	-7.30	430	2.500	275.0	0.257	0.500	1.0005	4.630	123.7	0.062	0.089	1.011375	.1062E-01	.293E-04
4.5	-7.15	480	2.500	274.8	0.229	0.449	1.0006	4.480	144.3	0.067	0.098	1.011375	.1049E-01	.165E-04
4.0	-7.00	530	2.500	269.1	0.203	0.401	1.0008	4.330	171.7	0.075	0.112	1.011375	.1038E-01	.946E-05
3.5	-6.90	565	2.500	259.4	0.184	0.364	1.0009	4.230	204.9	0.086	0.131	1.011375	.1038E-01	.476E-05
3.0	-6.80	590	2.500	245.4	0.160	0.330	1.0009	4.130	243.8	0.100	0.154	1.011375		

(p) T = 5.49.11月 25日 20時 0分 X1 = -0.690 (潮位)

X	Z	B	H1	Q1	U1	F1	RH01 (A)	H2	Q2	U2	F2	RH02 (A)	EPS (e)	F
17.0	-3.00	370	6.166	263.0	0.051	0.052	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.145E-07
16.5	-3.00	373	5.413	263.0	0.053	0.056	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.183E-07
16.0	-3.00	375	4.645	263.0	0.055	0.060	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.235E-07
15.5	-3.15	370	3.861	263.0	0.058	0.064	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.309E-07
15.0	-3.30	370	3.056	263.0	0.061	0.070	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.416E-07
14.5	-3.45	373	2.209	263.0	0.066	0.078	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.639E-07
14.0	-4.00	370	1.311	263.0	0.073	0.089	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.104E-06
13.5	-4.75	311	0.337	263.0	0.082	0.105	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.191E-06
13.0	-5.50	302	9.267	263.0	0.094	0.128	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.393E-06
12.5	-6.15	293	8.081	263.0	0.111	0.162	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5966E-02	.944E-06
12.0	-6.80	283	6.778	263.0	0.137	0.218	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5961E-02	.267E-05
11.5	-7.20	274	6.374	263.0	0.150	0.247	0.9990	0.136	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5950E-02	.453E-05
11.0	-7.60	265	6.196	269.5	0.164	0.273	0.9990	0.714	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5937E-02	.671E-05
10.5	-7.70	257	6.061	275.3	0.177	0.298	0.9990	0.949	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5924E-02	.949E-05
10.0	-7.80	248	5.985	279.3	0.188	0.319	0.9991	1.125	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5907E-02	.122E-04
9.5	-7.80	240	5.948	281.7	0.197	0.337	0.9991	1.162	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5884E-02	.151E-04
9.0	-7.80	236	5.996	279.6	0.196	0.335	0.9991	1.114	9.8	0.037	0.146	1.005000	.5853E-02	.119E-04
8.5	-7.80	235	6.176	278.0	0.192	0.322	0.9991	0.934	10.1	0.046	0.200	1.005000	.5831E-02	.975E-05
8.0	-7.80	240	3.156	257.7	0.340	0.559	0.9992	3.952	0.0	0.000	0.000	1.011250	.1196E-01	.119E-03
7.5	-7.70	254	3.119	264.6	0.335	0.572	0.9999	3.891	1.0	0.001	0.001	1.011250	.1121E-01	.125E-03
7.0	-7.60	275	3.128	279.7	0.325	0.576	1.0007	3.782	-5.7	-0.005	-0.009	1.011250	.1040E-01	.126E-03
6.5	-7.55	306	3.202	299.5	0.304	0.554	1.0016	3.658	-16.2	-0.014	-0.025	1.011250	.9584E-02	.108E-03
6.0	-7.50	346	3.268	317.4	0.281	0.524	1.0022	3.542	-23.6	-0.019	-0.035	1.011250	.8934E-02	.865E-04
5.5	-7.40	385	3.270	328.4	0.261	0.500	1.0026	3.440	-23.0	-0.017	-0.032	1.011250	.8525E-02	.695E-04
5.0	-7.30	430	3.216	331.6	0.240	0.467	1.0028	3.394	-13.1	-0.009	-0.017	1.011250	.8356E-02	.508E-04
4.5	-7.15	480	3.124	328.2	0.219	0.433	1.0028	3.336	4.8	0.003	0.006	1.011250	.8356E-02	.350E-04
4.0	-7.00	530	3.051	321.8	0.199	0.398	1.0028	3.259	27.4	0.016	0.031	1.011250	.8356E-02	.231E-04
3.5	-6.90	565	3.005	312.4	0.184	0.371	1.0028	3.205	34.2	0.030	0.058	1.011250	.8356E-02	.157E-04
3.0	-6.80	590	3.000	294.5	0.166	0.330	1.0028	3.110	90.6	0.049	0.098	1.011250	.8356E-02	.885E-05

(q) I = S.49.11月 25日 22 時 0分 XI = -0.890 (潮位)

X	Z	U	H1	Q1	U1	F1	RH01(ρ_1)	H2	Q2	U2	F2	RH02(ρ_2)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	6.017	157.0	0.031	0.032	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.194E-08
16.5	-3.00	323	5.260	157.0	0.032	0.034	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.246E-08
16.0	-3.00	325	4.493	157.0	0.033	0.036	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.316E-08
15.5	-3.15	326	3.717	157.0	0.035	0.039	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.415E-08
15.0	-3.30	330	2.929	157.0	0.037	0.042	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.557E-08
14.5	-3.65	325	2.121	157.0	0.040	0.047	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.845E-08
14.0	-4.00	320	1.290	157.0	0.043	0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.133E-07
13.5	-4.75	311	0.423	157.0	0.048	0.062	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.232E-07
13.0	-5.50	302	9.508	157.0	0.055	0.073	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.433E-07
12.5	-6.15	293	8.525	157.0	0.063	0.089	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.893E-07
12.0	-6.80	283	7.455	157.0	0.074	0.113	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.212E-06
11.5	-7.20	274	6.272	157.0	0.091	0.151	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5959E-02	.627E-06
11.0	-7.60	265	6.160	157.9	0.097	0.161	0.9990	0.550	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5945E-02	.815E-06
10.5	-7.70	257	6.164	157.1	0.099	0.166	0.9990	0.646	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5927E-02	.909E-06
10.0	-7.80	248	6.266	154.5	0.099	0.165	0.9991	0.644	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5908E-02	.889E-06
9.5	-7.80	240	6.411	150.9	0.098	0.161	0.9991	0.499	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5887E-02	.823E-06
9.0	-7.80	236	6.301	151.7	0.101	0.168	0.9991	0.609	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5863E-02	.968E-06
8.5	-7.80	235	5.888	164.3	0.119	0.203	0.9991	1.072	0.0	0.000	0.000	1.005064	.5902E-02	.200E-05
8.0	-7.80	240	3.100	177.1	0.238	0.397	0.9992	3.810	-11.8	-0.013	-0.019	1.011125	.1184E-01	.314E-04
7.5	-7.70	254	3.100	184.1	0.234	0.397	0.9996	3.710	-17.8	-0.019	-0.029	1.011125	.1143E-01	.317E-04
7.0	-7.60	275	3.100	190.7	0.224	0.389	1.0001	3.610	-23.7	-0.024	-0.038	1.011125	.1089E-01	.292E-04
6.5	-7.55	308	3.100	197.0	0.207	0.370	1.0008	3.560	-29.4	-0.027	-0.045	1.011125	.1025E-01	.237E-04
6.0	-7.50	346	3.192	212.7	0.193	0.351	1.0014	3.418	-44.1	-0.037	-0.066	1.011125	.9601E-02	.199E-04
5.5	-7.40	385	3.380	234.4	0.180	0.330	1.0020	3.130	-64.2	-0.053	-0.101	1.011125	.9012E-02	.168E-04
5.0	-7.30	430	3.496	247.8	0.165	0.306	1.0025	2.914	-75.9	-0.061	-0.123	1.011125	.8481E-02	.129E-04
4.5	-7.15	480	3.527	255.4	0.151	0.286	1.0030	2.733	-81.7	-0.062	-0.134	1.011125	.8061E-02	.995E-05
4.0	-7.00	530	3.453	258.6	0.141	0.275	1.0032	2.657	-82.7	-0.059	-0.130	1.011125	.7821E-02	.829E-05
3.5	-6.90	565	3.295	260.4	0.140	0.279	1.0033	2.715	-82.7	-0.054	-0.118	1.011125	.7759E-02	.844E-05
3.0	-6.80	590	3.100	258.5	0.141	0.291	1.0033	2.810	-77.9	-0.047	-0.102	1.011125	.7759E-02	.928E-05

(r) I = S.49.11月 26日 7 時 0分 XI = 0.130 (潮位)

X	Z	U	H1	Q1	U1	F1	RH01(ρ_1)	H2	Q2	U2	F2	RH02(ρ_2)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	5.515	-110.0	-0.062	-0.110	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.165E-06
16.5	-3.00	323	5.374	-110.0	-0.063	-0.113	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.184E-06
16.0	-3.00	325	5.306	-110.0	-0.064	-0.114	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.192E-06
15.5	-3.15	326	5.312	-110.0	-0.063	-0.113	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.184E-06
15.0	-3.30	330	5.389	-110.0	-0.062	-0.110	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.165E-06
14.5	-3.65	325	5.525	-110.0	-0.061	-0.108	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.153E-06
14.0	-4.00	320	5.702	-110.0	-0.060	-0.104	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.137E-06
13.5	-4.75	311	5.898	-110.0	-0.060	-0.102	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.128E-06
13.0	-5.50	302	6.095	-110.0	-0.060	-0.100	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.120E-06
12.5	-6.15	293	6.274	-110.0	-0.060	-0.099	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.116E-06
12.0	-6.80	283	6.356	-117.9	-0.065	-0.107	0.9990	0.574	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5966E-02	.162E-06
11.5	-7.20	274	6.388	-124.3	-0.071	-0.116	0.9990	0.942	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5962E-02	.222E-06
11.0	-7.60	265	6.424	-130.9	-0.077	-0.126	0.9990	1.306	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5952E-02	.305E-06
10.5	-7.70	257	6.374	-134.2	-0.082	-0.135	0.9990	1.456	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5936E-02	.402E-06
10.0	-7.80	248	6.291	-130.3	-0.083	-0.138	0.9991	1.639	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5917E-02	.439E-06
9.5	-7.80	240	5.253	-123.9	-0.098	-0.144	0.9991	2.677	-15.4	-0.024	-0.057	1.006103	.6987E-02	.651E-06
9.0	-7.80	236	4.035	-103.7	-0.108	-0.178	0.9991	3.895	-44.7	-0.048	-0.081	1.008569	.9394E-02	.672E-06
8.5	-7.80	235	3.240	-94.3	-0.124	-0.208	0.9991	4.690	-63.0	-0.057	-0.080	1.010402	.1117E-01	.120E-05
8.0	-7.80	240	3.163	-81.5	-0.107	-0.179	0.9991	4.767	-84.6	-0.074	-0.101	1.010833	.1158E-01	.386E-06
7.5	-7.70	254	2.987	-79.6	-0.105	-0.182	0.9993	4.843	-95.8	-0.078	-0.106	1.010833	.1146E-01	.324E-06
7.0	-7.60	275	3.183	-67.9	-0.078	-0.132	0.9996	4.547	-117.5	-0.094	-0.133	1.010833	.1115E-01	.744E-07
6.5	-7.55	308	2.952	-77.4	-0.085	-0.153	1.0001	4.728	-118.9	-0.082	-0.116	1.010833	.1065E-01	.249E-07
6.0	-7.50	346	3.314	-61.5	-0.054	-0.094	1.0007	4.310	-147.0	-0.098	-0.151	1.010833	.1001E-01	.745E-07
5.5	-7.40	385	3.037	-87.4	-0.075	-0.142	1.0014	4.493	-134.8	-0.078	-0.122	1.010833	.9297E-02	.182E-07
5.0	-7.30	430	3.503	-71.3	-0.067	-0.087	1.0021	3.927	-166.2	-0.098	-0.170	1.010833	.8669E-02	.667E-07
4.5	-7.15	480	3.128	-118.5	-0.079	-0.158	1.0026	4.152	-136.0	-0.068	-0.119	1.010833	.8136E-02	.840E-07
4.0	-7.00	530	3.708	-98.7	-0.050	-0.095	1.0030	3.422	-174.8	-0.096	-0.189	1.010833	.7720E-02	.787E-07
3.5	-6.90	565	2.864	-137.3	-0.085	-0.185	1.0033	4.166	-156.7	-0.067	-0.120	1.010833	.7496E-02	.231E-06
3.0	-6.80	590	2.100	-47.9	-0.039	-0.098	1.0033	4.830	-267.8	-0.094	-0.158	1.010833	.7496E-02	.105E-06

(a) $t = 5.49.11$ 月 20日 10時 0分 $x1 = -0.520$ (潮位)

X	Z	d	H1	Q1	U1	F1	RH01(ρ_1)	n?	Q2	U2	F2	RH02(ρ_2)	EPS(e)	F
17.0	-3.00	320	5.205	129.0	0.027	0.028	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.119E-08
16.5	-3.00	325	4.525	129.0	0.028	0.030	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.147E-08
16.0	-3.00	325	3.839	129.0	0.029	0.032	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.166E-08
15.5	-3.15	320	3.147	129.0	0.030	0.034	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.230E-08
15.0	-3.30	320	2.452	129.0	0.031	0.037	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.312E-08
14.5	-3.65	325	1.744	129.0	0.034	0.041	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.458E-08
14.0	-4.00	320	1.023	129.0	0.037	0.046	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.691E-08
13.5	-4.75	311	0.270	129.0	0.040	0.052	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.114E-07
13.0	-5.50	302	9.491	129.0	0.045	0.060	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.199E-07
12.5	-6.15	293	8.650	129.0	0.051	0.072	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.375E-07
12.0	-6.80	283	7.734	129.0	0.059	0.086	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.790E-07
11.5	-7.20	274	6.732	129.0	0.070	0.111	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5963E-02	.193E-06
11.0	-7.60	265	6.533	129.0	0.075	0.121	0.9990	0.547	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5958E-02	.262E-06
10.5	-7.70	257	6.309	134.9	0.083	0.137	0.9990	0.871	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5952E-02	.431E-06
10.0	-7.80	246	5.506	143.4	0.105	0.176	0.9990	1.774	0.0	0.000	0.000	1.005082	.6619E-02	.113E-05
9.5	-7.80	240	5.168	154.8	0.125	0.212	0.9990	2.112	0.0	0.000	0.000	1.005900	.6823E-02	.239E-05
9.0	-7.80	236	3.717	163.5	0.185	0.318	0.9991	3.563	0.0	0.000	0.000	1.008455	.9319E-02	.119E-04
8.5	-7.80	235	3.035	173.4	0.243	0.428	0.9991	4.245	-8.9	-0.009	-0.013	1.010126	.1087E-01	.394E-04
8.0	-7.80	240	3.033	165.3	0.255	0.450	0.9995	4.247	-19.8	-0.019	-0.029	1.010126	.1051E-01	.518E-04
7.5	-7.70	254	3.058	198.9	0.250	0.468	1.0000	4.122	-32.4	-0.031	-0.049	1.010126	.1004E-01	.588E-04
7.0	-7.60	275	3.096	213.3	0.250	0.466	1.0005	3.982	-45.7	-0.047	-0.069	1.010126	.9502E-02	.592E-04
6.5	-7.55	306	3.155	227.8	0.235	0.446	1.0011	3.875	-59.0	-0.049	-0.085	1.010126	.8947E-02	.505E-04
6.0	-7.50	340	3.199	240.3	0.217	0.422	1.0016	3.781	-70.1	-0.054	-0.096	1.010126	.8450E-02	.406E-04
5.5	-7.40	385	3.206	248.7	0.202	0.401	1.0020	3.674	-77.0	-0.055	-0.101	1.010126	.8053E-02	.331E-04
5.0	-7.30	430	3.181	252.0	0.184	0.374	1.0023	3.599	-78.6	-0.051	-0.097	1.010126	.7770E-02	.247E-04
4.5	-7.15	480	3.135	247.3	0.164	0.340	1.0024	3.495	-71.9	-0.043	-0.084	1.010126	.7624E-02	.167E-04
4.0	-7.00	530	3.105	250.8	0.140	0.292	1.0025	3.375	-53.4	-0.030	-0.060	1.010126	.7597E-02	.844E-05
3.5	-6.90	565	3.012	204.8	0.120	0.249	1.0025	3.366	-25.0	-0.013	-0.026	1.010425	.7891E-02	.414E-05
3.0	-6.80	590	2.550	195.5	0.130	0.269	1.0025	3.730	-13.4	-0.006	-0.010	1.011075	.9312E-02	.531E-05

(b) $t = 5.49.11$ 月 20日 13時 0分 $x1 = 0.090$ (潮位)

X	Z	d	H1	Q1	U1	F1	RH01(ρ_1)	H2	Q2	U2	F2	RH02(ρ_2)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	6.935	-140.0	-0.063	-0.099	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.123E-06
16.5	-3.00	325	6.582	-140.0	-0.066	-0.106	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.158E-06
16.0	-3.00	325	6.274	-140.0	-0.069	-0.113	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.200E-06
15.5	-3.15	320	6.022	-140.0	-0.071	-0.120	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.243E-06
15.0	-3.30	320	5.833	-140.0	-0.073	-0.125	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.281E-06
14.5	-3.65	325	5.712	-140.0	-0.075	-0.130	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.335E-06
14.0	-4.00	320	5.653	-140.0	-0.077	-0.135	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.377E-06
13.5	-4.75	311	5.674	-140.0	-0.080	-0.140	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.434E-06
13.0	-5.50	302	5.569	-140.0	-0.083	-0.146	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.519E-06
12.5	-6.15	293	5.439	-114.5	-0.072	-0.128	0.9990	0.801	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.299E-06
12.0	-6.80	283	4.971	-92.5	-0.066	-0.122	0.9990	1.919	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.238E-06
11.5	-7.20	274	4.704	-78.3	-0.061	-0.116	0.9990	2.586	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5965E-02	.189E-06
11.0	-7.60	265	4.572	-71.7	-0.059	-0.114	0.9990	3.118	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5960E-02	.178E-06
10.5	-7.70	257	4.529	-69.6	-0.060	-0.116	0.9990	3.261	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5955E-02	.189E-06
10.0	-7.80	246	4.647	-68.5	-0.059	-0.114	0.9990	3.243	-10.2	-0.013	-0.029	1.005000	.5949E-02	.139E-06
9.5	-7.80	240	3.731	-71.5	-0.080	-0.149	0.9990	4.159	-16.0	-0.016	-0.028	1.006988	.7904E-02	.418E-06
9.0	-7.80	236	3.182	-77.4	-0.102	-0.183	0.9990	4.708	-18.7	-0.017	-0.025	1.009143	.1001E-01	.106E-05
8.5	-7.80	235	3.387	-88.1	-0.111	-0.192	0.9991	4.503	-16.6	-0.016	-0.024	1.009143	.9975E-02	.135E-05
8.0	-7.80	240	3.576	-95.1	-0.111	-0.189	0.9992	4.314	-18.1	-0.018	-0.027	1.009143	.9853E-02	.125E-05
7.5	-7.70	254	3.707	-91.2	-0.097	-0.164	0.9995	4.083	-30.9	-0.030	-0.048	1.009143	.9604E-02	.596E-06
7.0	-7.60	275	3.763	-82.9	-0.080	-0.137	0.9998	3.927	-48.8	-0.045	-0.076	1.009143	.9221E-02	.181E-06
6.5	-7.55	306	3.812	-99.4	-0.085	-0.149	1.0003	3.826	-47.8	-0.056	-0.064	1.009143	.8722E-02	.317E-06
6.0	-7.50	340	3.764	-138.0	-0.106	-0.193	1.0009	3.826	-16.0	-0.017	-0.022	1.009143	.8167E-02	.135E-05
5.5	-7.40	385	3.892	-125.5	-0.084	-0.153	1.0015	3.596	-41.7	-0.030	-0.057	1.009370	.7841E-02	.387E-06
5.0	-7.30	430	4.045	-81.5	-0.047	-0.085	1.0020	3.345	-100.4	-0.070	-0.140	1.009626	.7601E-02	.286E-07
4.5	-7.15	480	4.154	-62.9	-0.032	-0.058	1.0023	3.086	-135.4	-0.091	-0.195	1.009626	.7236E-02	.235E-07
4.0	-7.00	530	3.524	-96.5	-0.052	-0.097	1.0025	3.566	-120.1	-0.064	-0.118	1.010848	.8260E-02	.215E-07
3.5	-6.90	565	2.978	-186.1	-0.111	-0.202	1.0025	4.012	-50.2	-0.022	-0.035	1.012907	.1026E-01	.146E-05
3.0	-6.80	590	1.800	-247.3	-0.233	-0.532	1.0025	5.090	-10.0	-0.003	-0.005	1.013500	.1084E-01	.693E-04

(u) I= 5.49.11月 26日 16時 0分

XI= 0.570 (潮位)

X	Z	b	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	5.459	60.0	0.034	0.061	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.154E-07
16.5	-3.00	323	5.500	60.0	0.034	0.060	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.143E-07
16.0	-3.00	325	5.512	60.0	0.033	0.059	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.137E-07
15.5	-3.15	320	5.481	60.0	0.033	0.059	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.137E-07
15.0	-3.30	330	5.393	60.0	0.034	0.060	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.146E-07
14.5	-3.65	325	5.229	60.0	0.035	0.064	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.184E-07
14.0	-4.00	320	5.006	60.0	0.037	0.069	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.248E-07
13.5	-4.75	311	5.200	60.0	0.037	0.067	0.9990	0.120	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.226E-07
13.0	-5.50	302	5.436	30.9	0.024	0.043	0.9990	0.034	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.391E-08
12.5	-6.15	293	5.808	10.2	0.006	0.010	0.9990	0.912	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.131E-10
12.0	-6.80	283	6.356	-27.0	-0.015	-0.025	0.9990	1.014	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.447E-09
11.5	-7.20	274	7.107	-71.9	-0.037	-0.057	0.9990	0.663	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.139E-07
11.0	-7.60	265	7.418	-124.8	-0.064	-0.096	0.9990	0.752	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.114E-06
10.5	-7.70	257	6.474	-157.3	-0.095	-0.154	0.9990	1.796	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.688E-06
10.0	-7.80	248	4.773	-164.8	-0.139	-0.236	0.9990	3.597	6.5	0.007	0.014	1.006449	.7401E-02	.387E-05
9.5	-7.80	240	3.808	-153.8	-0.168	-0.295	0.9990	4.562	-5.5	-0.005	-0.008	1.007818	.8749E-02	.836E-05
9.0	-7.80	230	3.499	-109.2	-0.131	-0.226	0.9990	4.871	-51.1	-0.044	-0.064	1.008996	.9906E-02	.700E-05
8.5	-7.80	235	3.663	-78.8	-0.092	-0.153	0.9990	4.707	-82.5	-0.075	-0.110	1.008996	.9906E-02	.122E-06
8.0	-7.80	240	3.816	-71.8	-0.078	-0.132	0.9995	4.554	-90.5	-0.083	-0.128	1.008996	.9428E-02	.200E-07
7.5	-7.70	254	3.763	-62.6	-0.066	-0.111	0.9995	4.507	-100.7	-0.088	-0.137	1.008996	.9428E-02	.620E-07
7.0	-7.60	275	3.775	-57.4	-0.055	-0.095	0.9998	4.395	-107.0	-0.089	-0.141	1.009066	.9146E-02	.571E-07
6.5	-7.55	306	3.735	-51.3	-0.045	-0.079	1.0003	4.385	-114.3	-0.085	-0.138	1.009247	.8824E-02	.389E-07
6.0	-7.50	346	3.754	-46.2	-0.036	-0.064	1.0009	4.316	-120.8	-0.081	-0.135	1.009405	.8425E-02	.236E-07
5.5	-7.40	385	3.894	-55.7	-0.037	-0.068	1.0015	4.076	-112.9	-0.072	-0.128	1.009462	.7931E-02	.215E-07
5.0	-7.30	430	4.045	-73.9	-0.043	-0.078	1.0020	3.825	-96.3	-0.059	-0.111	1.009462	.7439E-02	.154E-07
4.5	-7.15	480	2.868	-40.0	-0.029	-0.056	1.0023	4.852	-132.1	-0.057	-0.085	1.011888	.9455E-02	.992E-08
4.0	-7.00	530	2.136	-12.9	-0.011	-0.025	1.0025	5.434	-161.3	-0.056	-0.078	1.012333	.9706E-02	.144E-08
3.5	-6.90	565	1.876	-19.5	-0.018	-0.044	1.0025	5.594	-157.0	-0.050	-0.068	1.012333	.9706E-02	.514E-08
3.0	-6.80	590	1.700	-18.8	-0.019	-0.047	1.0025	5.670	-160.1	-0.048	-0.065	1.012333	.9706E-02	.589E-08

(v) I= 5.49.11月 26日 19時 0分

XI= -0.280 (潮位)

X	Z	b	H1	Q1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS(e)	E
17.0	-3.00	320	5.774	313.0	0.062	0.065	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.334E-07
16.5	-3.00	323	5.326	313.0	0.063	0.067	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.379E-07
16.0	-3.00	325	4.820	313.0	0.065	0.070	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.442E-07
15.5	-3.15	326	4.247	313.0	0.067	0.073	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.532E-07
15.0	-3.30	330	3.600	313.0	0.070	0.078	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.667E-07
14.5	-3.65	325	2.858	313.0	0.075	0.086	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.965E-07
14.0	-4.00	320	2.018	313.0	0.081	0.097	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.149E-06
13.5	-4.75	311	1.064	313.0	0.091	0.113	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.264E-06
13.0	-5.50	302	9.985	313.0	0.104	0.136	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.522E-06
12.5	-6.15	293	8.762	313.0	0.122	0.171	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5967E-02	.121E-05
12.0	-6.80	283	7.398	313.0	0.149	0.227	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5966E-02	.350E-05
11.5	-7.20	274	6.982	313.0	0.164	0.256	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5962E-02	.549E-05
11.0	-7.60	265	6.982	313.0	0.169	0.265	0.9990	0.338	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5957E-02	.629E-05
10.5	-7.70	257	6.744	312.5	0.181	0.280	0.9990	0.676	0.0	0.000	0.000	1.005345	.6294E-02	.792E-05
10.0	-7.80	246	6.039	315.5	0.210	0.328	0.9990	1.481	0.0	0.000	0.000	1.005994	.6931E-02	.149E-04
9.5	-7.80	240	5.851	319.0	0.227	0.361	0.9990	1.669	0.0	0.000	0.000	1.005994	.6906E-02	.214E-04
9.0	-7.80	238	5.634	320.4	0.239	0.390	0.9991	1.886	0.0	0.000	0.000	1.005994	.6839E-02	.283E-04
8.5	-7.80	235	5.281	316.4	0.255	0.431	0.9992	2.239	16.1	0.051	0.080	1.005994	.6762E-02	.359E-04
8.0	-7.80	240	4.969	315.4	0.264	0.464	0.9993	2.551	29.3	0.048	0.117	1.005994	.6670E-02	.432E-04
7.5	-7.70	254	4.714	316.7	0.265	0.481	0.9994	2.706	40.7	0.059	0.142	1.005994	.6559E-02	.459E-04
7.0	-7.60	275	4.507	320.3	0.258	0.485	0.9995	2.813	50.7	0.065	0.156	1.005994	.6422E-02	.441E-04
6.5	-7.55	306	4.373	324.7	0.242	0.468	0.9997	2.697	60.2	0.068	0.160	1.005994	.6253E-02	.357E-04
6.0	-7.50	340	4.303	329.5	0.271	0.438	0.9999	2.917	73.2	0.073	0.174	1.005994	.6052E-02	.250E-04
5.5	-7.40	385	3.338	331.4	0.258	0.514	1.0002	3.782	90.1	0.062	0.116	1.007970	.7706E-02	.534E-04
5.0	-7.30	430	3.290	358.6	0.253	0.511	1.0006	3.730	83.9	0.057	0.099	1.008333	.7640E-02	.536E-04
4.5	-7.15	480	3.347	383.1	0.238	0.496	1.0012	3.523	82.8	0.049	0.099	1.008333	.7039E-02	.463E-04
4.0	-7.00	530	3.347	407.3	0.228	0.493	1.0018	3.353	84.5	0.048	0.103	1.008333	.6489E-02	.434E-04
3.5	-6.90	565	3.216	426.2	0.235	0.538	1.0023	3.404	93.7	0.049	0.109	1.008333	.6028E-02	.579E-04
3.0	-6.80	590	3.200	409.3	0.217	0.499	1.0023	3.320	140.3	0.072	0.162	1.008333	.6028E-02	.360E-04

(w)	1= 5.49.11月 26日 22 時 0 分				λγ = -1.070 (潮位)									
	A	Z	B	U1	U1	F1	RH01(A)	H2	Q2	U2	F2	RH02(A)	EPS (e)	F
17.0	-3.00	320	9.166	261.0	0.043	0.040	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.597E-08
16.5	-3.00	323	6.504	261.0	0.044	0.042	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.650E-08
16.0	-3.00	325	7.637	261.0	0.045	0.044	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.771E-08
15.5	-3.15	320	7.143	261.0	0.046	0.046	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.924E-08
15.0	-3.30	320	6.479	261.0	0.048	0.049	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5970E-02	.117E-07
14.5	-3.45	325	5.771	261.0	0.051	0.053	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.152E-07
14.0	-4.00	320	5.034	261.0	0.054	0.058	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.210E-07
13.5	-4.75	311	4.256	261.0	0.059	0.064	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.316E-07
13.0	-5.50	302	3.433	261.0	0.064	0.073	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5969E-02	.494E-07
12.5	-6.15	293	2.561	261.0	0.071	0.083	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5968E-02	.809E-07
12.0	-6.80	283	1.633	261.0	0.079	0.096	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5966E-02	.140E-06
11.5	-7.20	274	0.636	261.0	0.090	0.114	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5964E-02	.262E-06
11.0	-7.60	265	9.536	261.0	0.103	0.138	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5959E-02	.547E-06
10.5	-7.70	257	8.271	261.0	0.123	0.177	0.9990	0.0	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5951E-02	.156E-05
10.0	-7.80	246	6.679	261.0	0.159	0.255	0.9990	0.101	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5937E-02	.528E-05
9.5	-7.80	240	6.143	270.2	0.183	0.307	0.9991	0.587	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5912E-02	.106E-04
9.0	-7.80	236	5.788	280.2	0.204	0.353	0.9991	0.942	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5877E-02	.179E-04
8.5	-7.80	235	5.476	290.3	0.226	0.403	0.9991	1.254	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5829E-02	.296E-04
8.0	-7.80	240	5.271	299.6	0.237	0.434	0.9992	1.459	0.0	0.000	0.000	1.005000	.5752E-02	.388E-04
7.5	-7.70	254	5.203	307.6	0.233	0.435	0.9993	1.427	-1.8	-0.005	-0.018	1.005000	.5642E-02	.391E-04
7.0	-7.60	275	5.158	315.6	0.223	0.422	0.9995	1.372	-3.3	-0.009	-0.032	1.005000	.5512E-02	.347E-04
6.5	-7.55	308	5.171	327.1	0.208	0.400	0.9996	1.359	-7.4	-0.018	-0.067	1.005000	.5372E-02	.288E-04
6.0	-7.50	346	5.058	339.3	0.194	0.380	0.9997	1.372	-11.5	-0.024	-0.092	1.005000	.5235E-02	.240E-04
5.5	-7.40	385	4.992	349.2	0.182	0.364	0.9999	1.338	-12.3	-0.024	-0.092	1.005000	.5103E-02	.199E-04
5.0	-7.30	430	4.972	360.6	0.171	0.350	1.0000	1.328	-13.5	-0.024	-0.093	1.005000	.4971E-02	.167E-04
4.5	-7.15	480	4.661	383.3	0.171	0.365	1.0002	1.419	-24.9	-0.036	-0.141	1.005000	.4821E-02	.202E-04
4.0	-7.00	530	4.351	411.1	0.178	0.402	1.0004	1.579	-40.0	-0.048	-0.179	1.005000	.4608E-02	.294E-04
3.5	-6.90	565	4.177	437.0	0.185	0.442	1.0007	1.653	-49.3	-0.053	-0.200	1.005000	.4297E-02	.410E-04
3.0	-6.80	590	3.800	455.1	0.203	0.507	1.0007	1.930	-55.9	-0.049	-0.172	1.005000	.4297E-02	.659E-04

代表B.5.1 全国一級河川塩水遡上状況一覧表

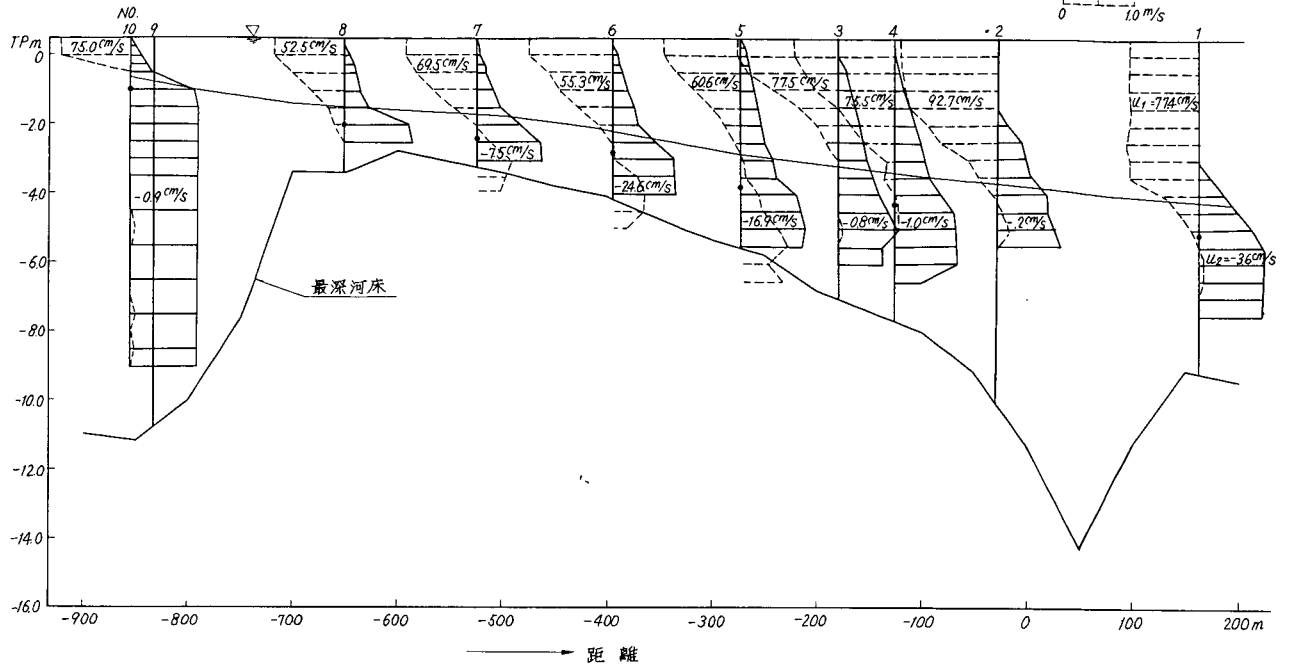
I かなり明瞭な弱混合
II 緩混合
III かなり強度の緩混合
IV 強混合

流出する海岸	地	河川名	混合形態 (通称)	感潮区間の長さ		低水時単位流量 m ³ /s	平均河川高 1km区間の T Pm	平均潮位 T Pm	潮位変動量		上流時最大 km		感潮域内の無 床因の有無	
				大	小				大	小	上流 遡上の 中	下流 遡上の 中		
日本海	北海道	後志利別川	I	弱	5	0.25	-3.9	0.18	0.06	0.06	2.7	1.4	なし	なし
		尻川	I	弱	28	0.84	-8	0.3	0.2	0.16	20	20	なし	なし
		留川	I	弱	6.8	0.16	-1.7	0.19	0.16	0.05	5.4	5.4	有	なし
		天塩川	II	弱	43.2	0.83	-4.5	0.1	0.14	0.03	16	(25)	なし	なし
日本海	東北	岩木川	I	弱	4	0.19	-2	0.34	0.2	-	16	-	なし	有
		代官川	I	弱	8.5	0.35	-1.5	0.3	0.3	-	7	-	なし	有
		雄物川	I	弱	3.4	-	-1.1	0.4	0.2	0.16	2	-	なし	有
		子吉川	I	弱	3	0.59	-2.9	0.33	0.42	0.26	-	6.2	なし	なし
		赤川	I	弱	2.1	0.15	-1.4	0.33	0.42	0.26	-	-	なし	床固
日本海	北陸	荒川	I	弱	2.5	0.13	-1.2	0.51	0.30	0.10	-	-	なし	なし
		賀野川	I	弱	10	0.37	-1.72	0.51	0.3	0.1	-	-	なし	なし
		旧阿倍川	II	弱	18	1.58	-8.89	0.48	0.05	5	10	-	なし	なし
		関川	IV	弱	0.2	0.5	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		大河津分水	III	弱	2.2	0.17	-1.12	0.2	0.23	0.19	2.2	1.6	なし	なし
		関川	I	弱	0.6	0.05	2.54	0.22	0.28	-	1.5	-	なし	なし
		黒部川	I	弱	6	-	-	-	-	-	5.5	5.5	なし	なし
		常盤寺川	I	弱	6	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		神通川	I	弱	6	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		床川	I	弱	0.8	-	0.76	0.29	-	-	-	-	なし	なし
		小矢部川	I	弱	6.0	0.20	-1.6	0.29	-	-	-	-	なし	なし
日本海	近畿	九頭竜川	I	弱	17	0.46	-4	0.21	0.15	0.07	11	11	なし	なし
		北川	I	弱	1.6	0.07	-0.5	0.25	-	-	-	-	なし	なし
		由良川	II	弱	17	0.10	-2.5	0.4	0.30	0.05	17	-	有	なし
		円山川	II	弱	-	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
日本海	中国	千代田川	II	弱	3.6	0.16	-3.18	0.18	0.416	-	3.6	1.5	有	なし
		天神川	II	弱	2.5	0.16	-0.89	0.19	0.43	-	2	2	なし	なし
		日野川	I	弱	6.6	0.25	-2.5	0.13	0.5	0.2	8	-	なし	なし
		斐伊川	I	弱	1.8	0.11	-2.7	0.13	0.5	0.2	-	-	なし	なし
		江津川	II	弱	2.5	0.16	-0.89	0.19	0.43	-	2	2	なし	なし
		高津川	II	弱	6.6	0.25	-2.5	0.13	0.5	0.2	8	-	なし	なし
		津川	II	弱	1.8	0.11	-2.7	0.13	0.5	0.2	-	-	なし	なし
日本海	九州	遠瀬川	II	弱	10.8	0.02	-3.6	-0.02	2.00	0.35	10.8	6.6	有	有
		加古川	II	弱	2.6	-	-2.3	1.1	0.7	4	2.6	2.4	有	なし
		加保川	II	弱	2.3	0.77	-3.0	1.7	0.9	2.8	2.4	-	有	なし
中国	中国	吉井川	IV	弱	7.4	0.04	-1.95	0.46	1.88	1.46	7.4	7.4	有	有
		旭川	IV	弱	7.97	0.06	-3.80	0.35	1.91	1.47	7.97	7.97	有	有
		高梁川	IV	弱	2.81	0.04	-2.0	0.32	2.75	2.03	2.81	2.81	有	有
		戸田川	IV	弱	7.9	0.01	-1.8	0.21	3.3	2.0	7.9	5.6	有	有
		太田川	IV	弱	-	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		太田川	IV	弱	-	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		太田川	IV	弱	-	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
		太田川	IV	弱	-	-	-	-	-	-	-	-	なし	なし
山口	四国	土器川	I	弱	0.9	0.02	0.6	2.65	1.72	0	0	-	なし	なし
		土器川	I	弱	9	0.12	-3	0	3.0	1.10	-	-	なし	なし
有明海	九州	本角川	IV	弱	5.1	0.02	-0.25	3.8	2.0	5.1	4.0	4.0	有	なし
		嘉瀬川	IV	弱	28.9	0.02	-2.87	+0.20	6.00	1.36	28.9	24.6	有	なし
		矢部川	IV	弱	6.9	0.04	-0.77	+0.20	6.00	1.36	6.9	6.9	有	有
		池田川	IV	弱	10.6	0.09	-3.5	4.12	2.15	28.7	23.4	23.4	有	有
		太田川	IV	弱	13	0.08	-0.65	3.88	1.62	4	5	5	有	なし
		白川	IV	弱	4.55	-	0	0.211	4.8	1.5	4.55	4.55	有	なし
		白川	IV	弱	8	-	-1.5	0.211	4.8	1.5	8	8	有	なし
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV	弱	6	0.16	-2.5	0.141	3.8	1.4	6	6	有	有
		白川	IV											

昭和49年7月17日 10:00~12:00 測定

$Q = 49.00 \text{ m}^3/\text{s}$
 $H = TP 0.48 \text{ m}$

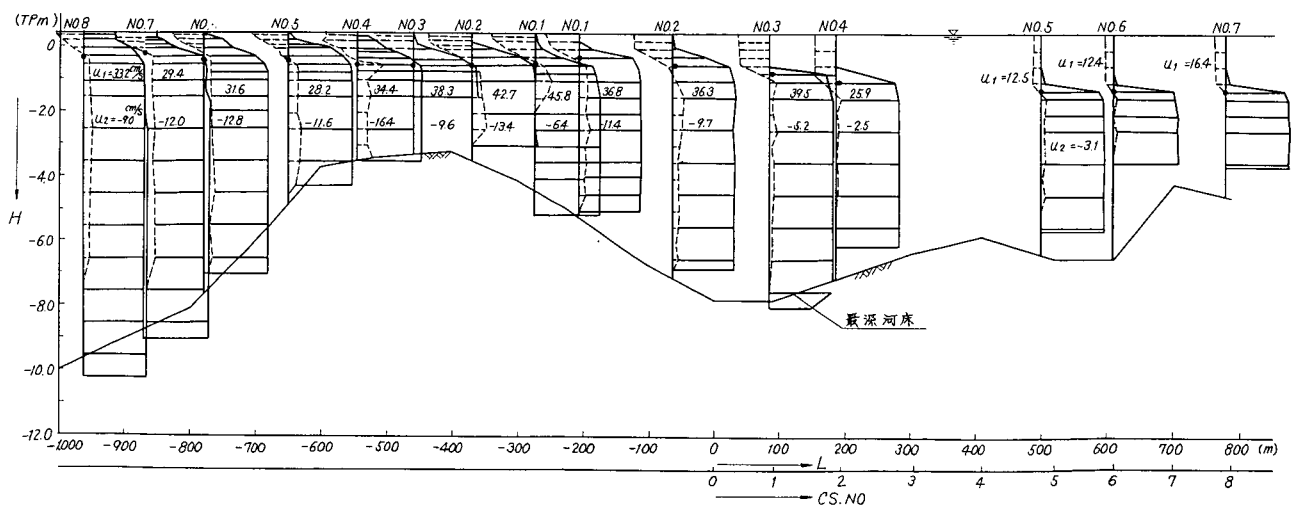
濃度縮尺
 0 20000 PPM.
 流速縮尺
 0 1.0 m/s



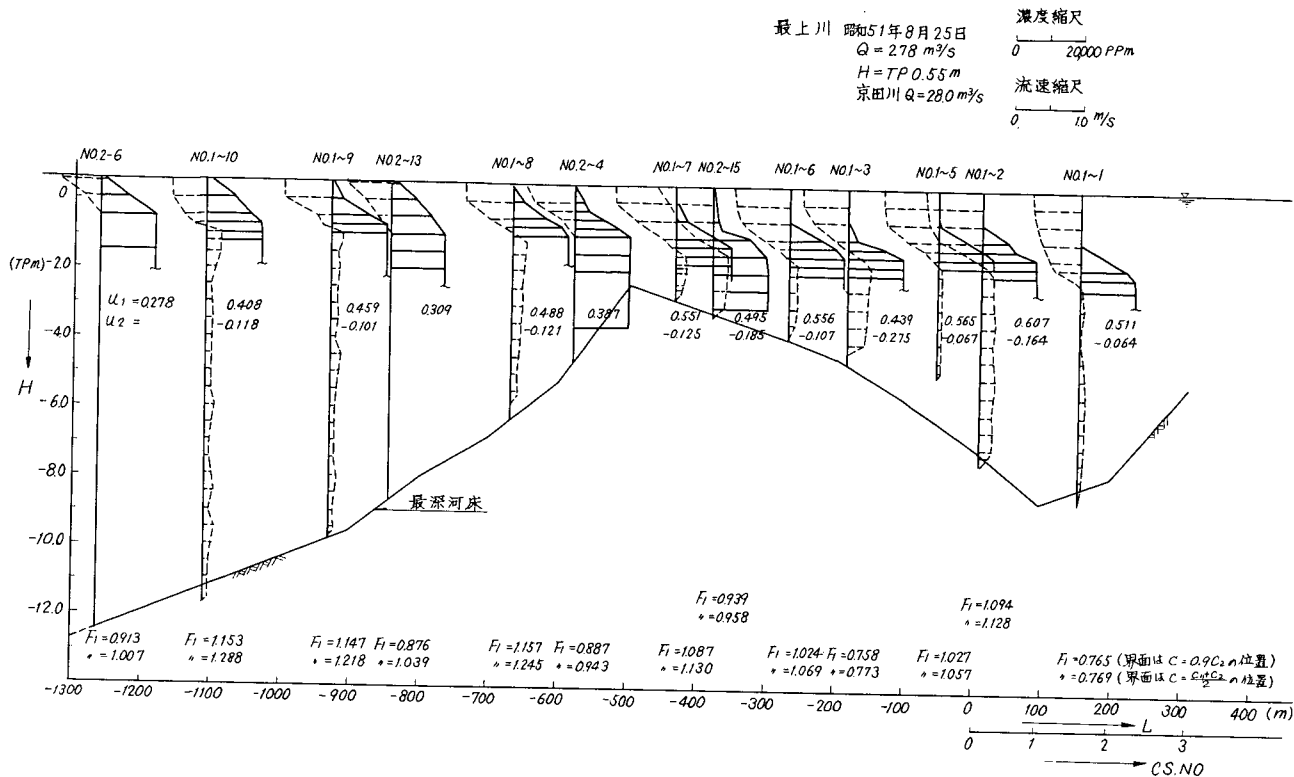
図C.1.1 濃度，流速分布図（最上川，昭和49年7月17日）

昭和50年8月28日 8:46~12:33 測定
 $Q = 55.0 \text{ m}^3/\text{s}$ 京田川 $Q = 19.0 \text{ m}^3/\text{s}$
 $H = TP 0.46 \text{ m}$

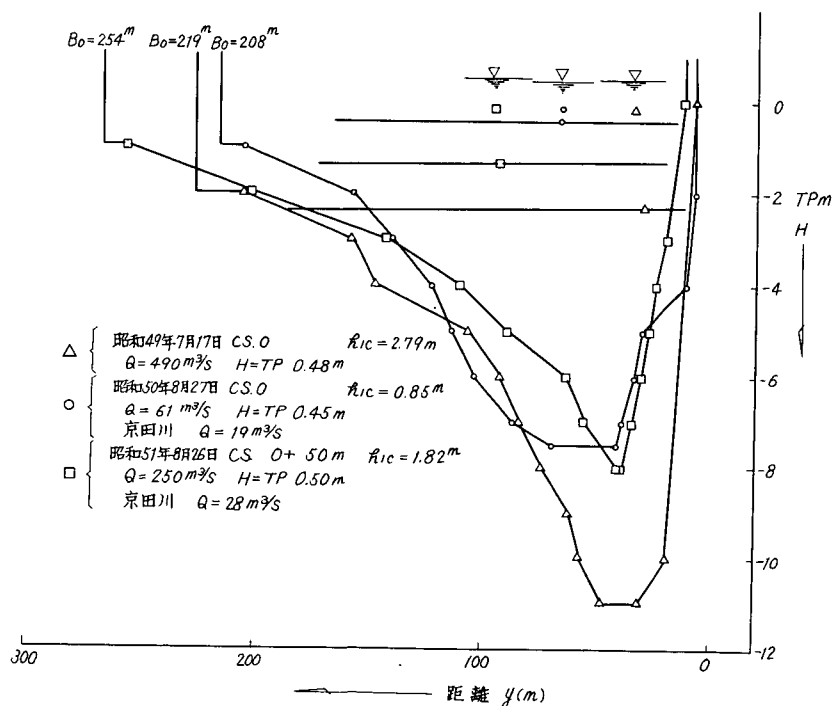
濃度縮尺
 0 20000 PPM
 流速縮尺
 0 1.0 m/s



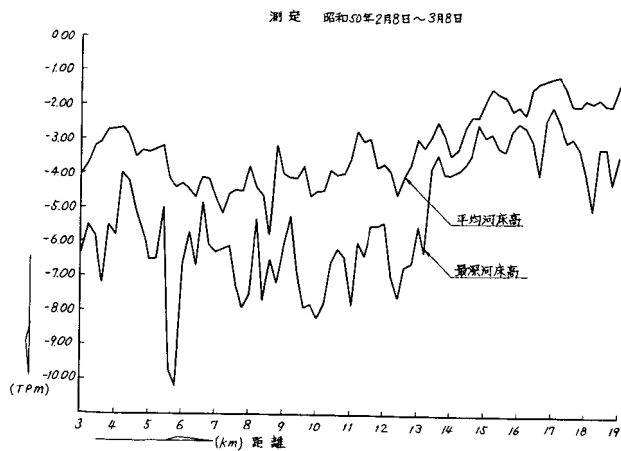
図C.1.2 濃度，流速分布図（最上川，昭和50年8月28日）



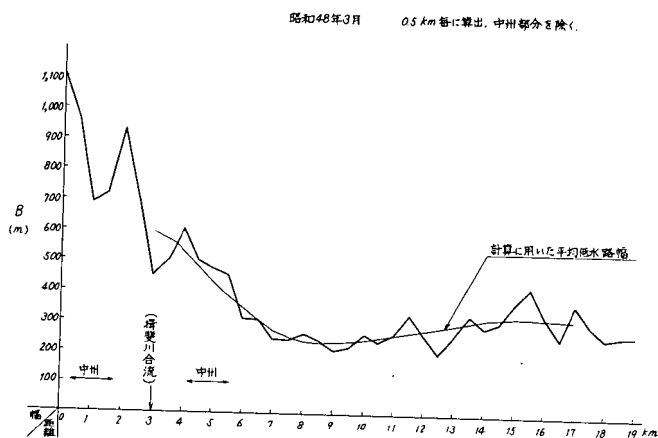
図C.1.3 濃度，流速分布図（最上川，昭和51年8月25日）



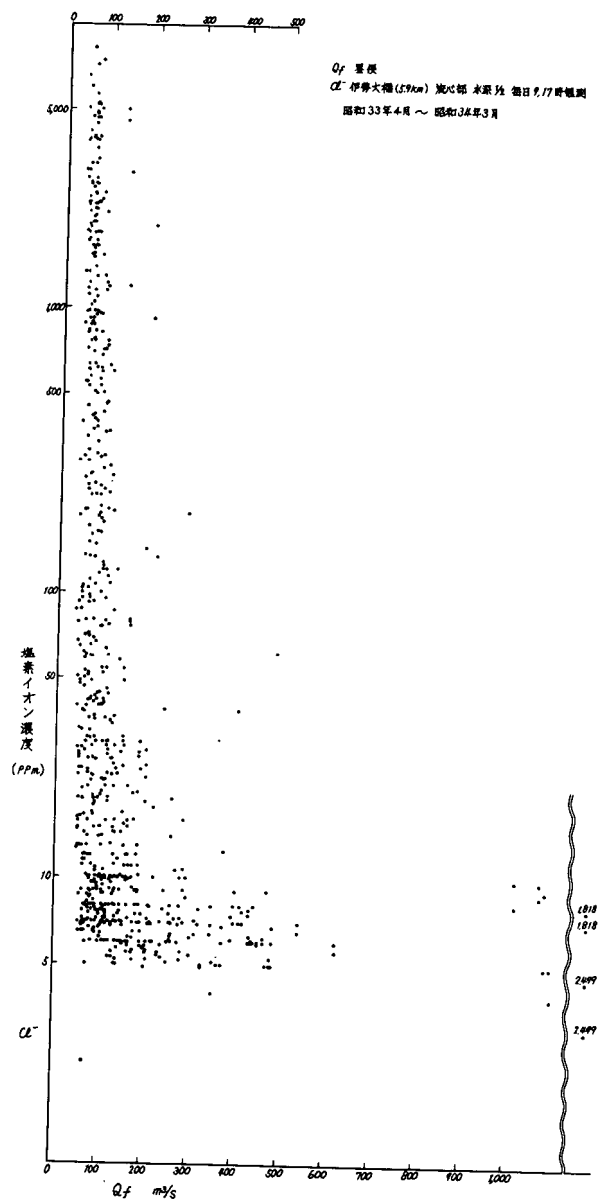
図C.1.4 最上川河口最狭部横断面



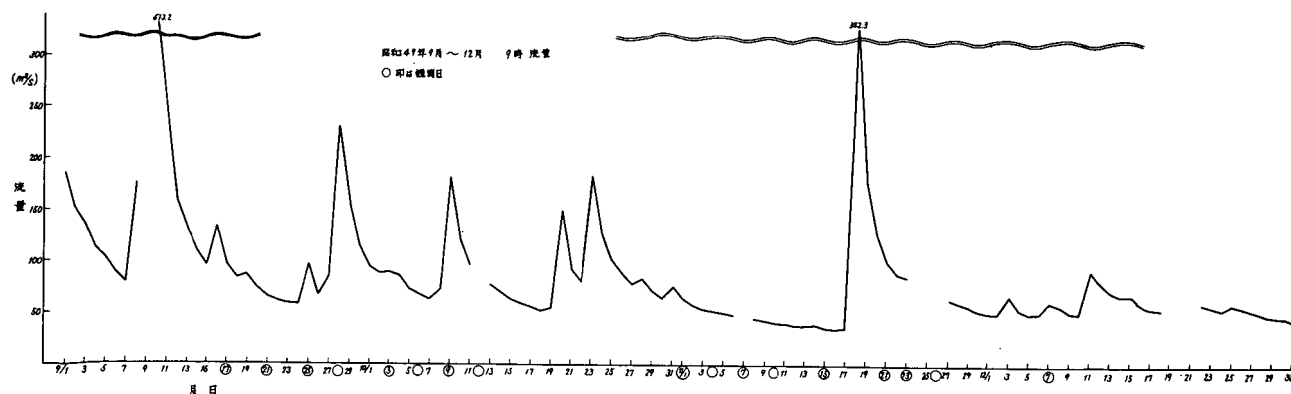
図C.2.2 長良川の平均および最深河床高の縦断変化



図C.2.3 長良川の実質的な低水路幅の縦断変化



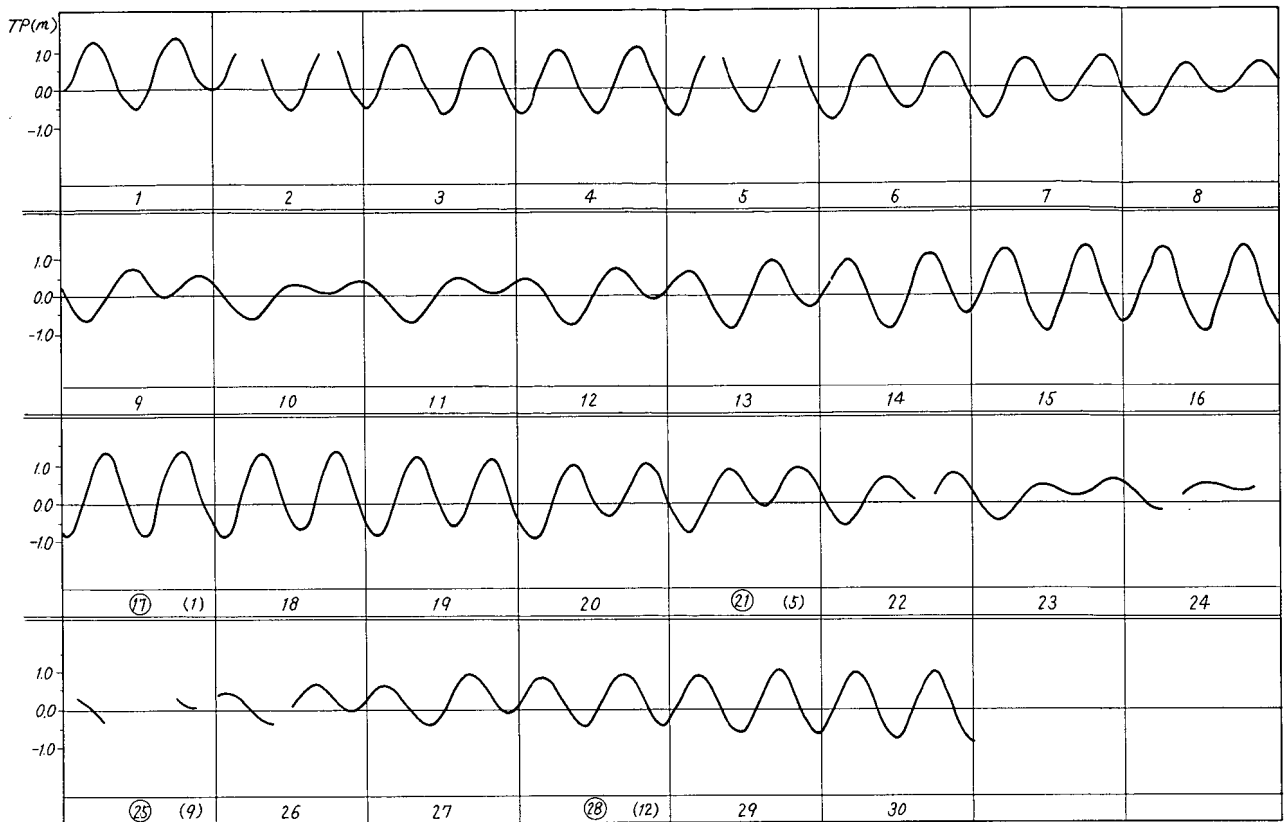
図C.2.5 長良川における流量と塩素イオン濃度の関係



図C.2.4 長良川の墨俣流量（昭和49年9～12月）

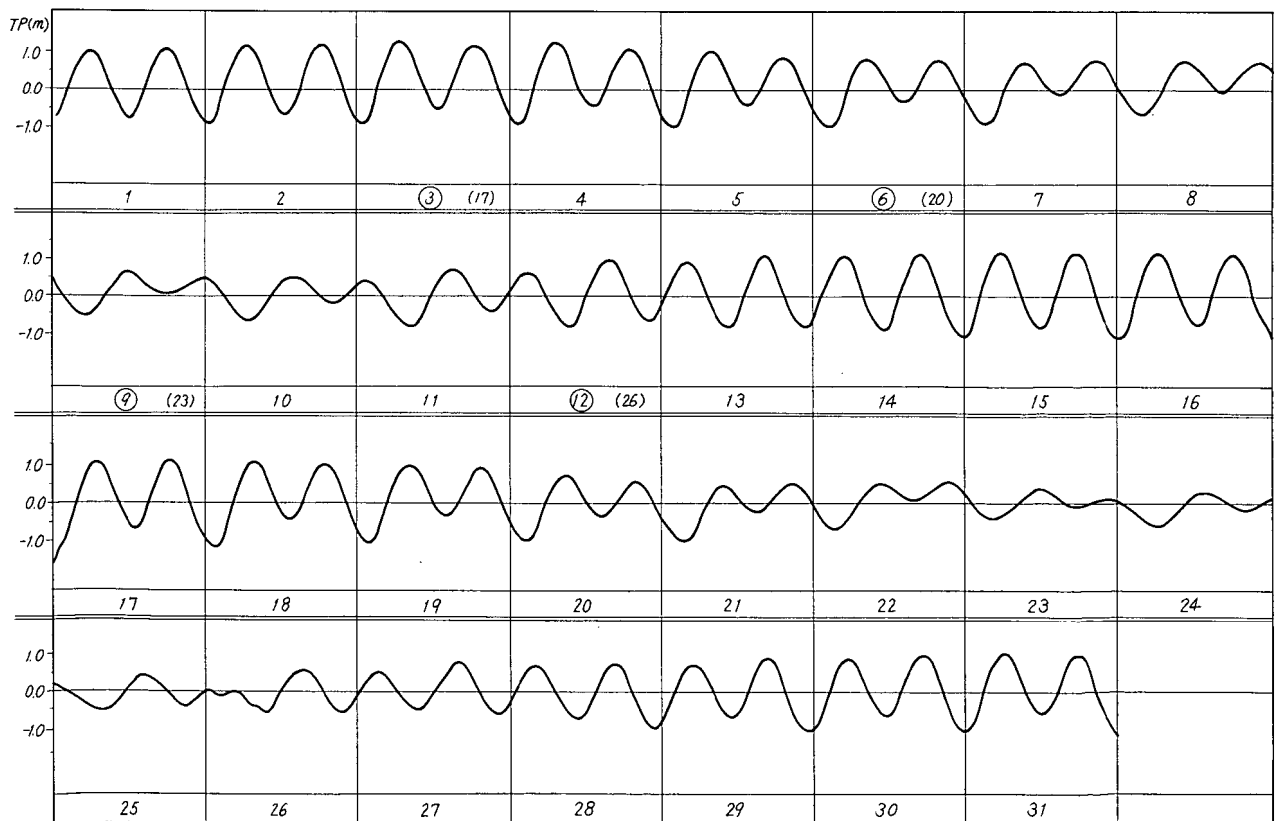
○印は観測日
(実測-0.6km) ()内は月令

(a) 昭和49年9月

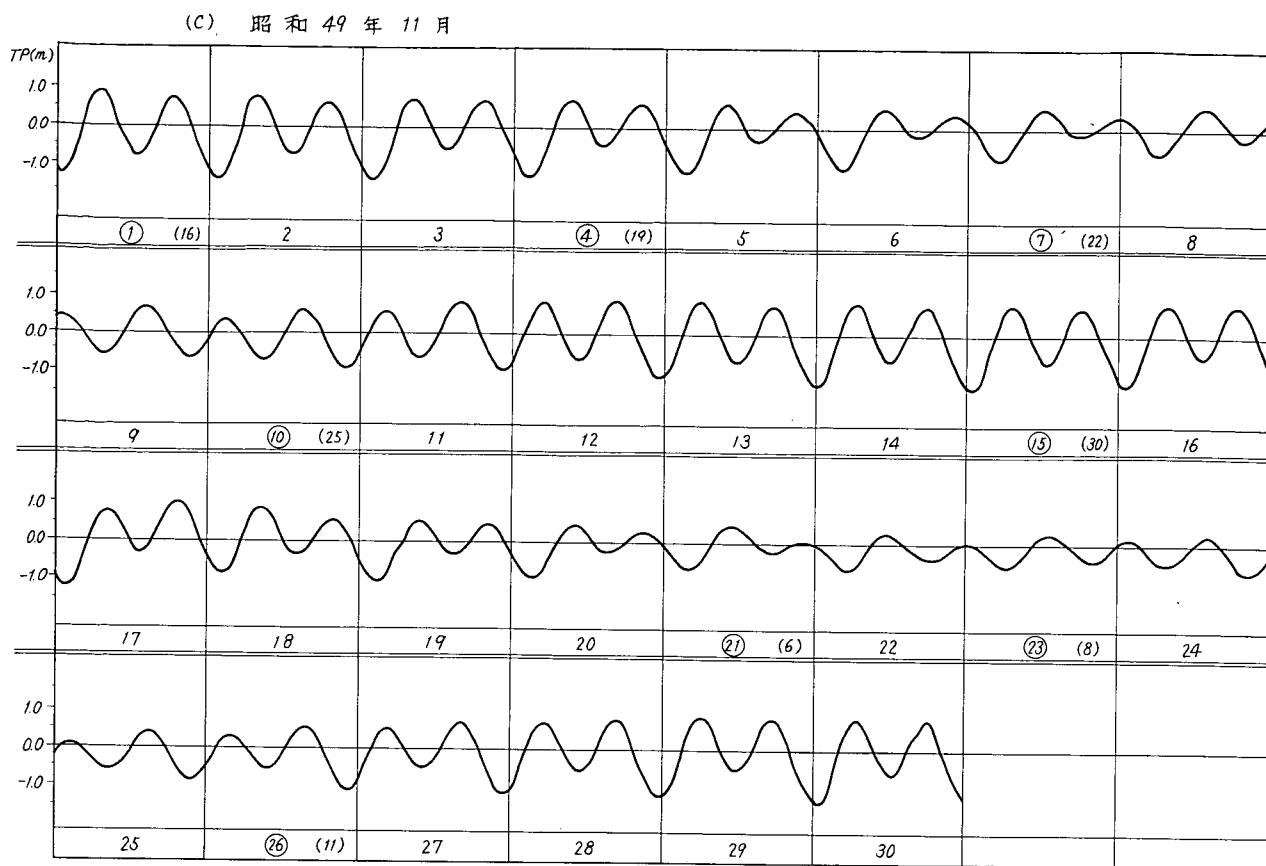


図C.2.6 長良川潮位曲線 (昭和49年9~12月)(a)

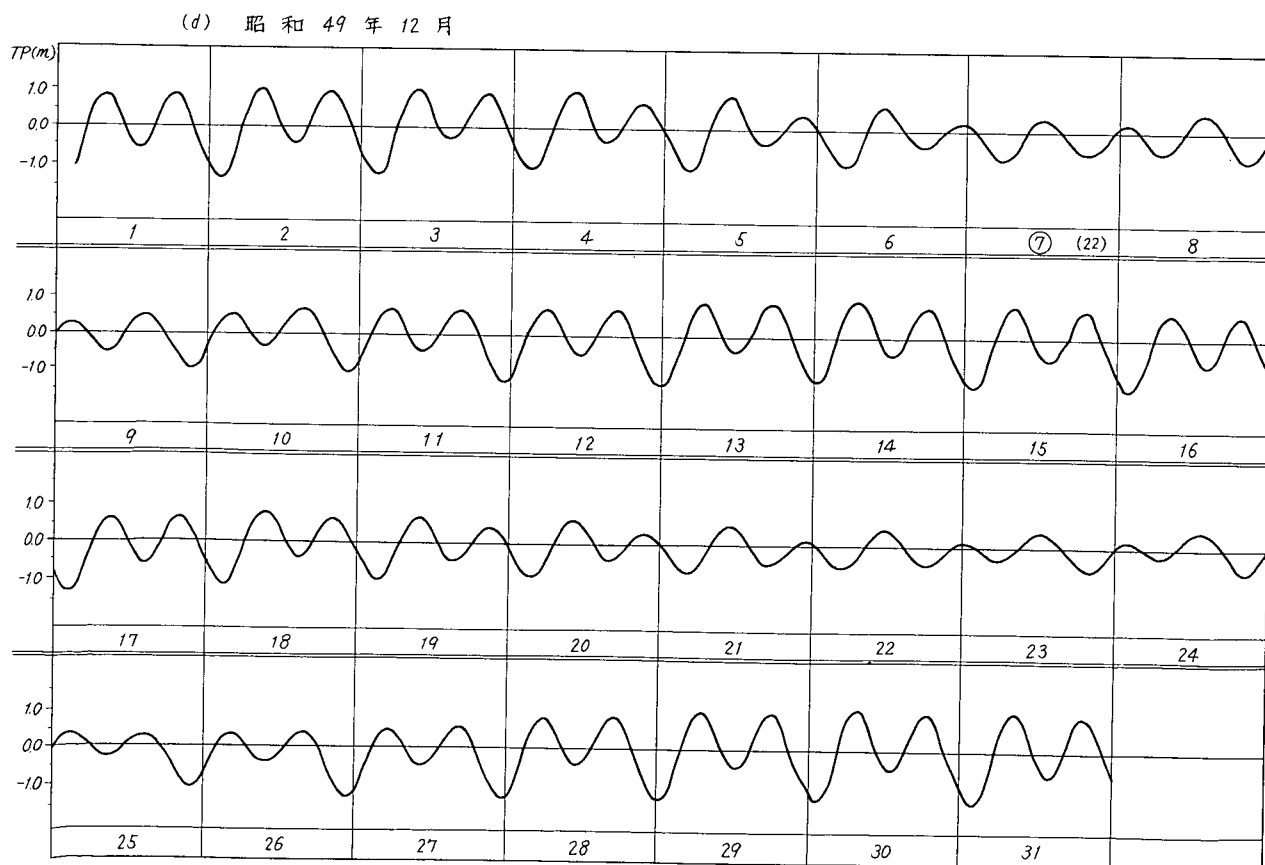
(b) 昭和49年10月



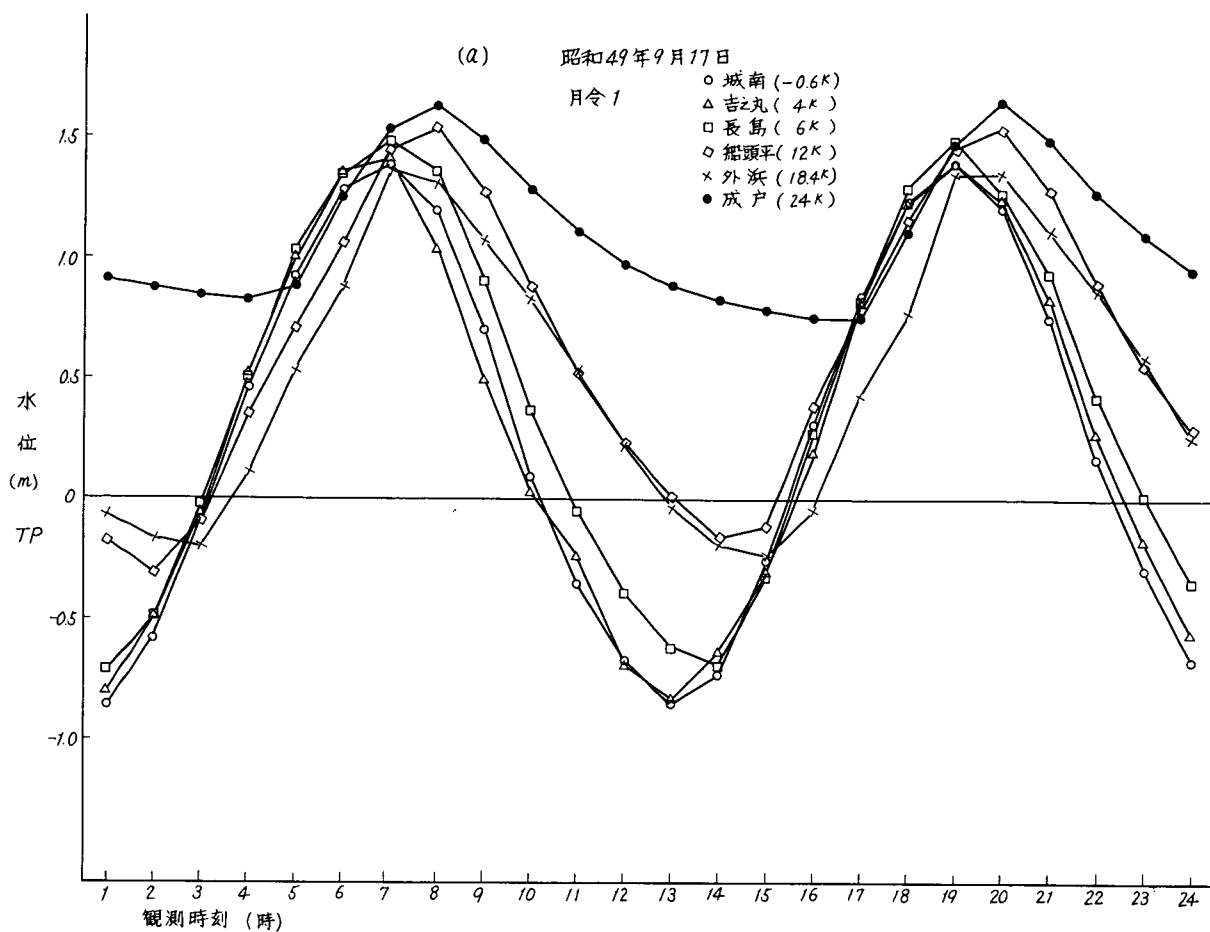
図C.2.6 長良川潮位曲線 (昭和49年9~12月)(b)



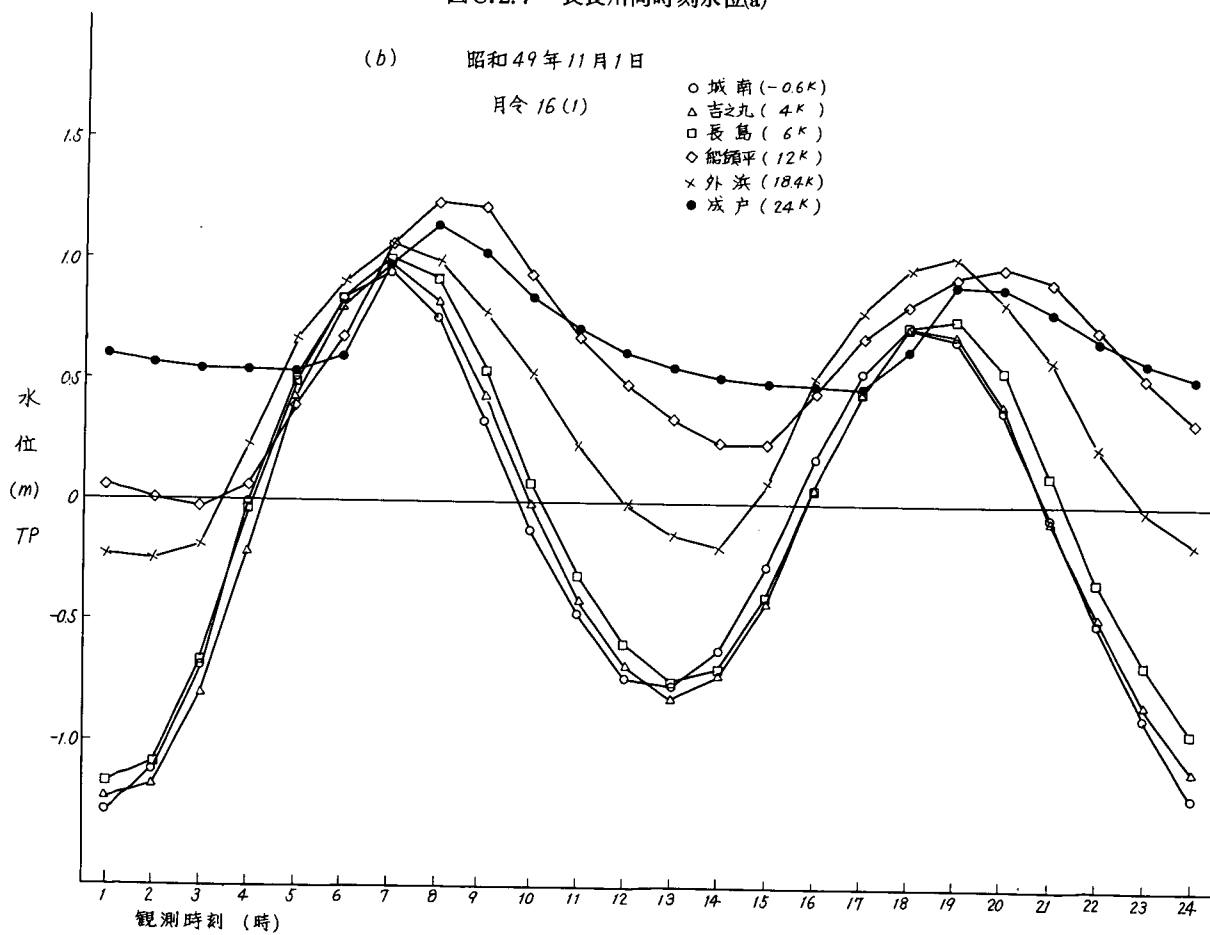
図C.2.6 長良川潮位曲線 (昭和 49 年 9 ~ 12 月) (c)



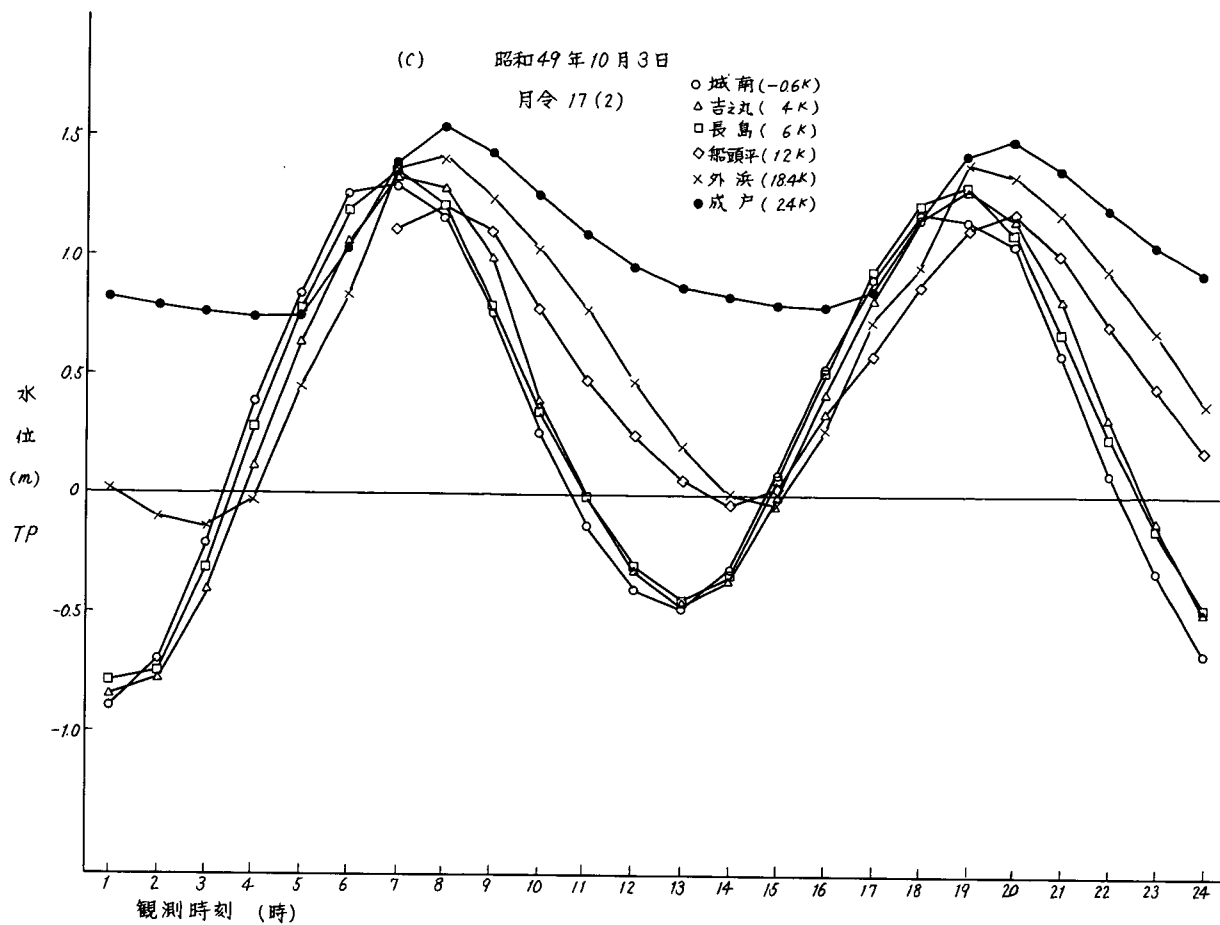
図C.2.6 長良川潮位曲線 (昭和 49 年 9 ~ 12 月) (d)



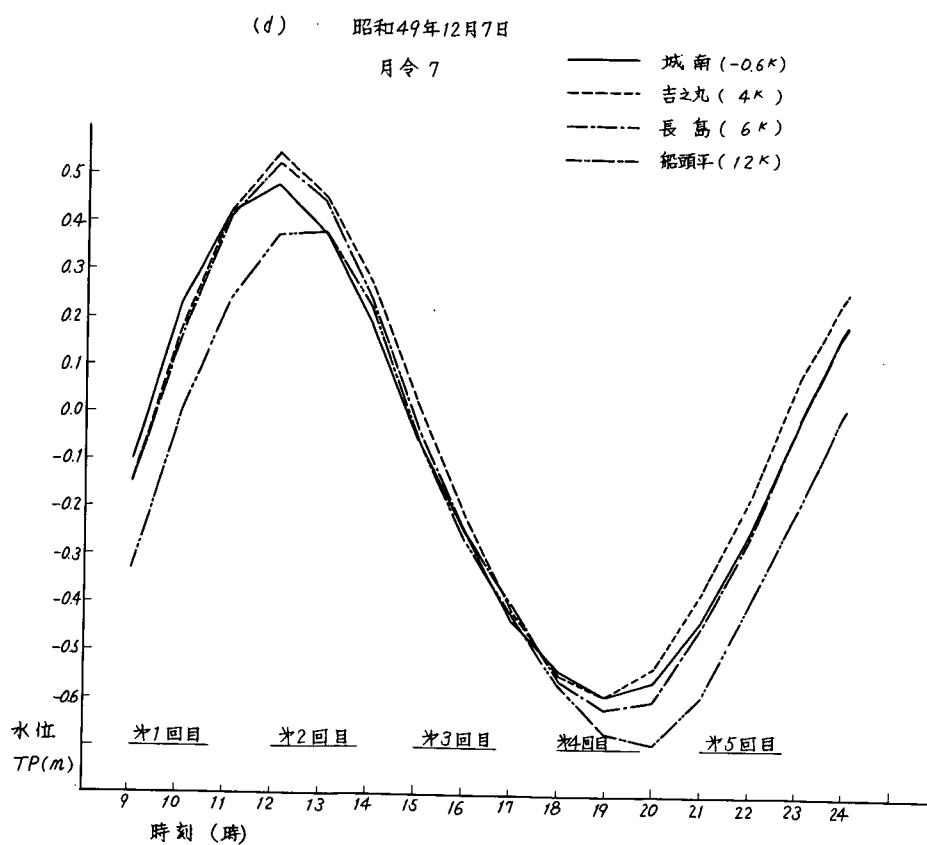
図C.2.7 長良川同時刻水位(a)



図C.2.7 長良川同時刻水位(b)



図C.2.7 長良川同時刻水位(c)



図C.2.7 長良川同時刻水位(d)

(e) 昭和49年11月23日

月令 8

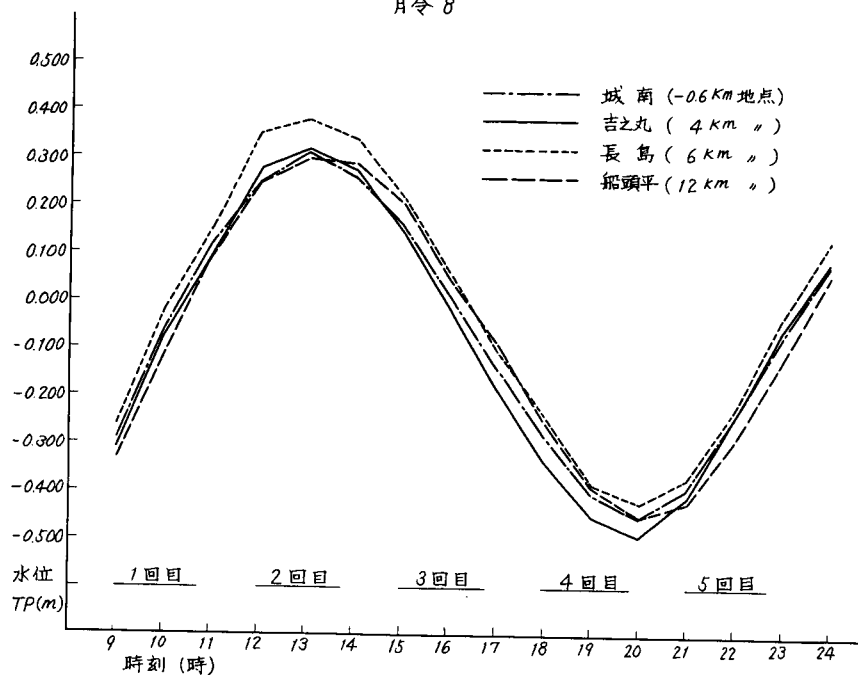


図 C.2.7 長良川同時刻水位(e)

(f) 昭和49年11月26日

月令 11

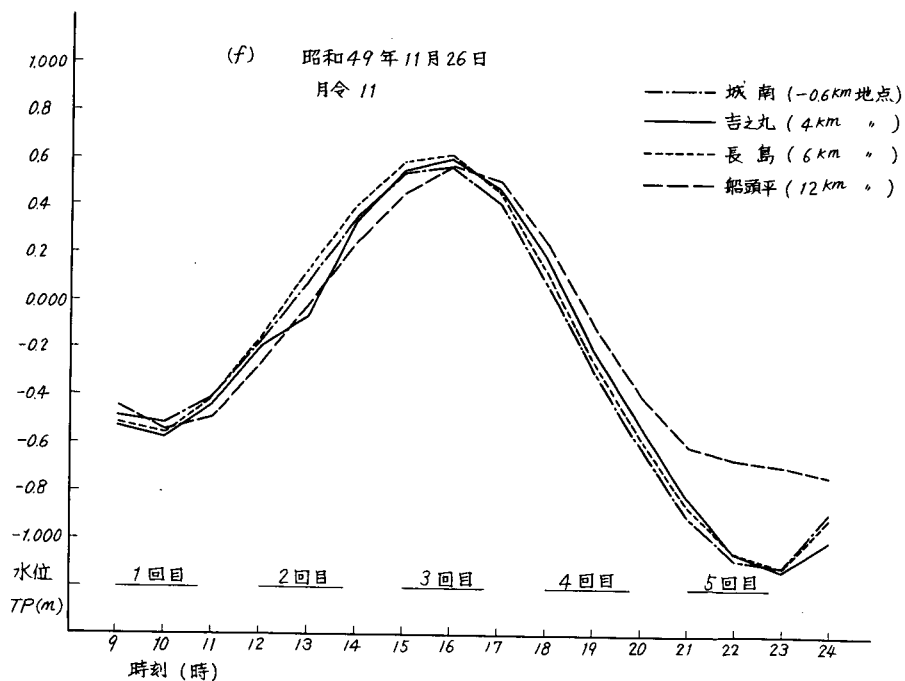


図 C.2.7 長良川同時刻水位(f)

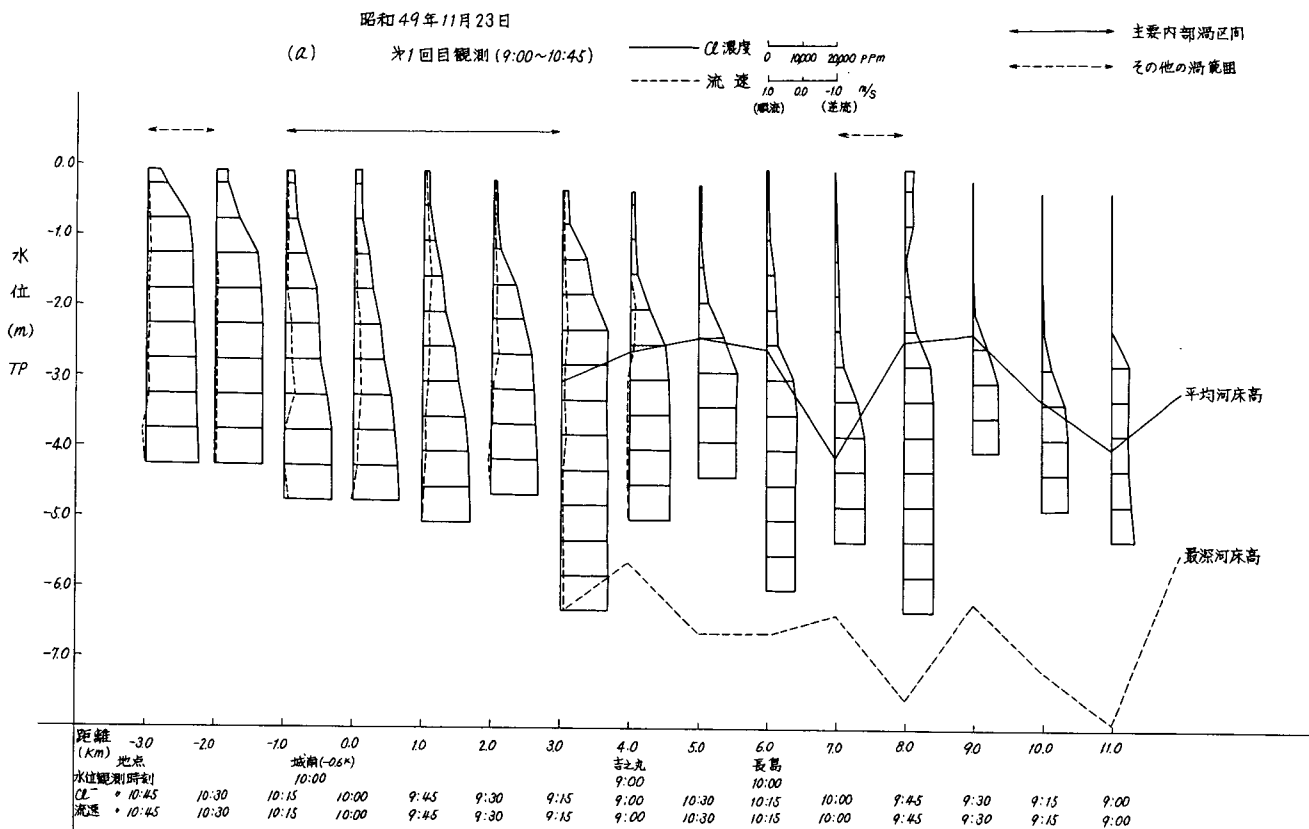


図 C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和 49 年 11 月 23 日 (a)

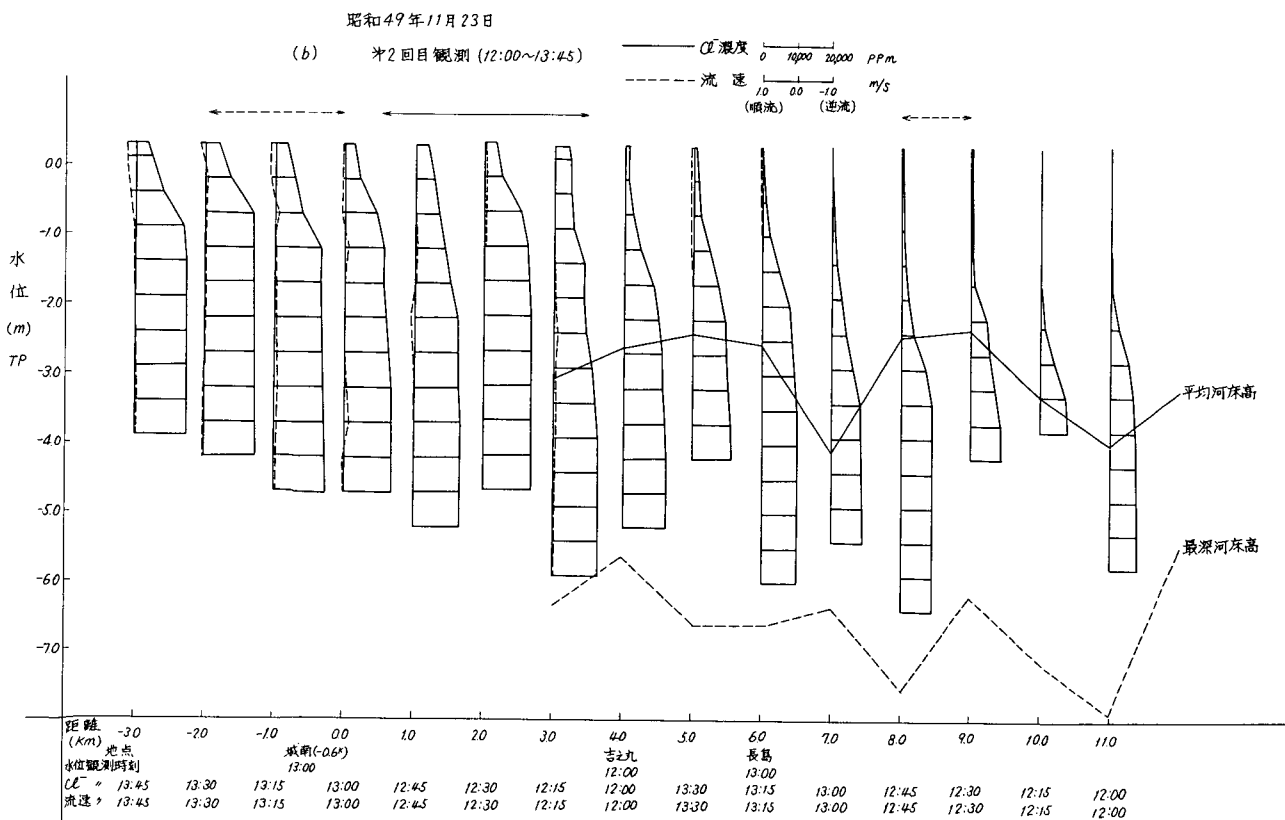
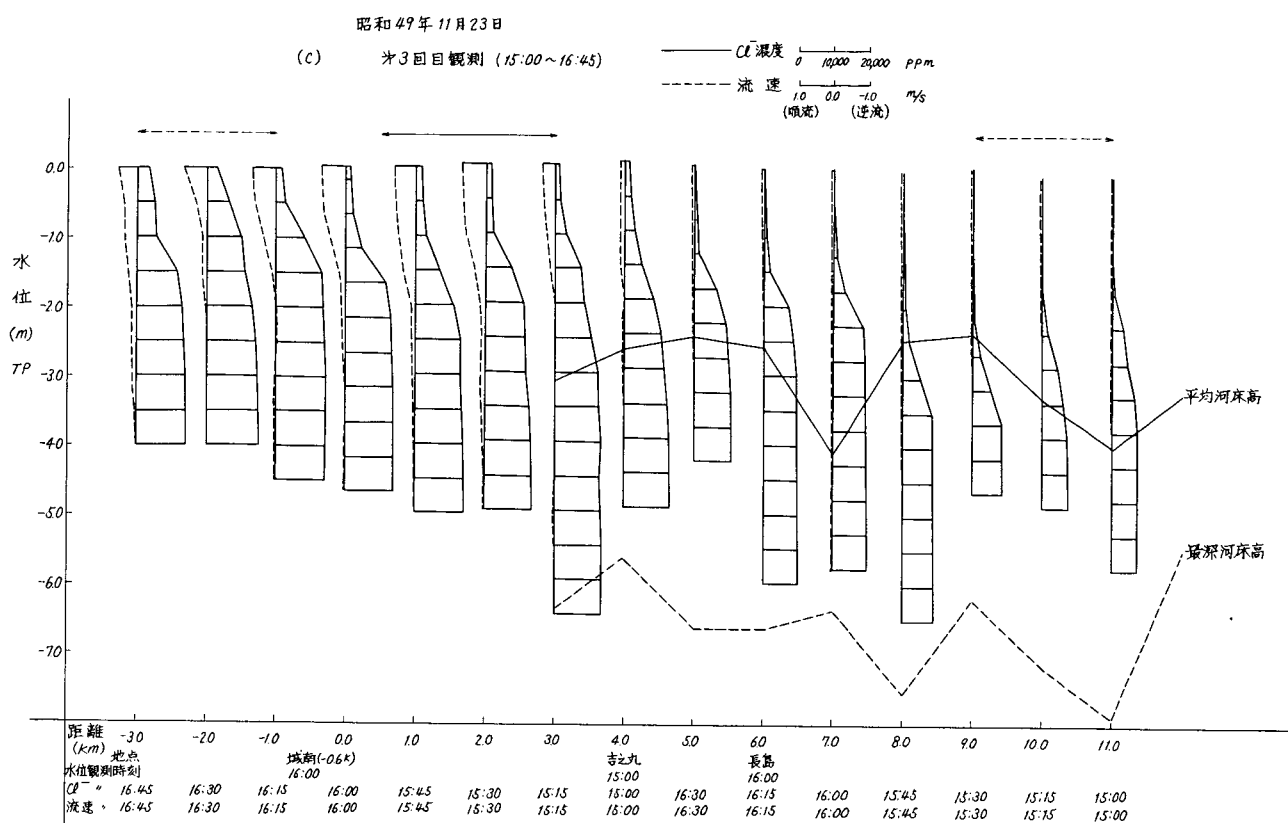
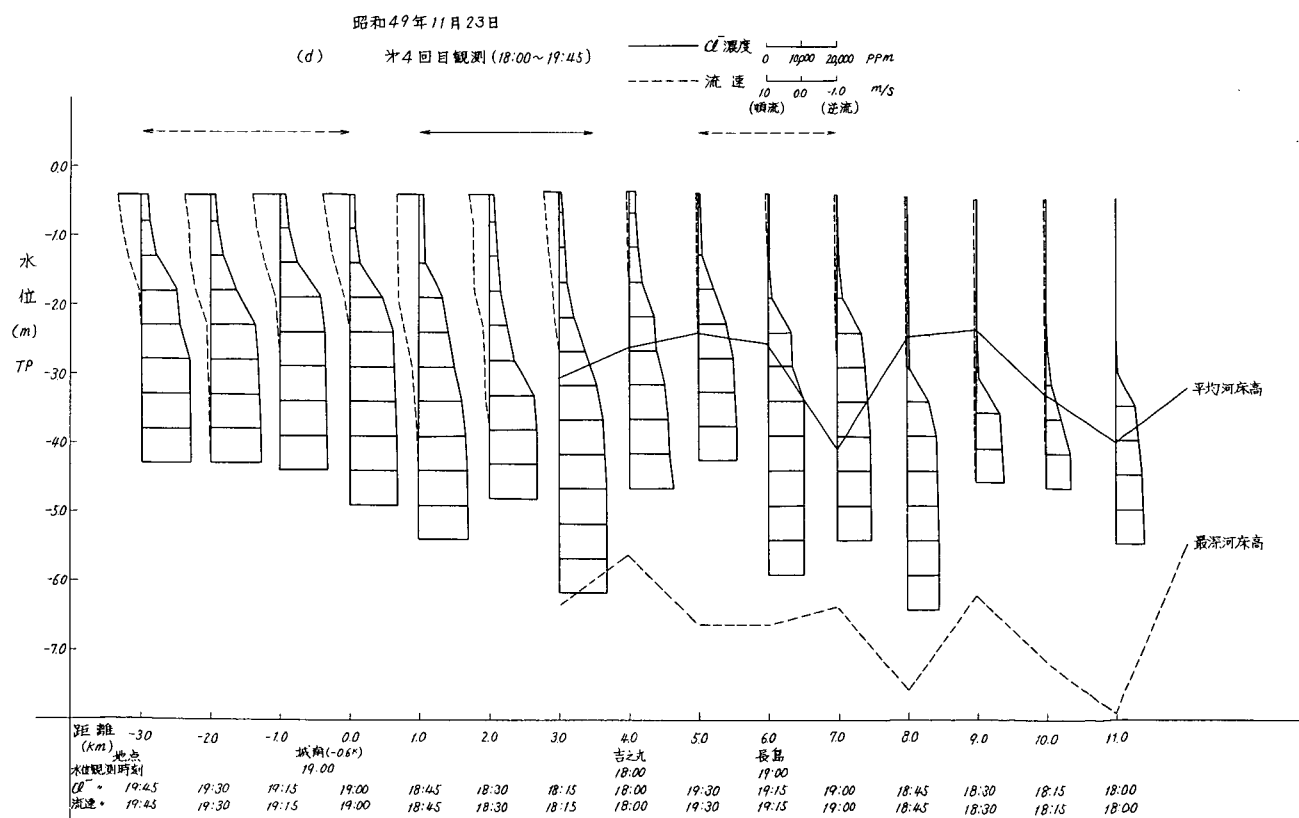


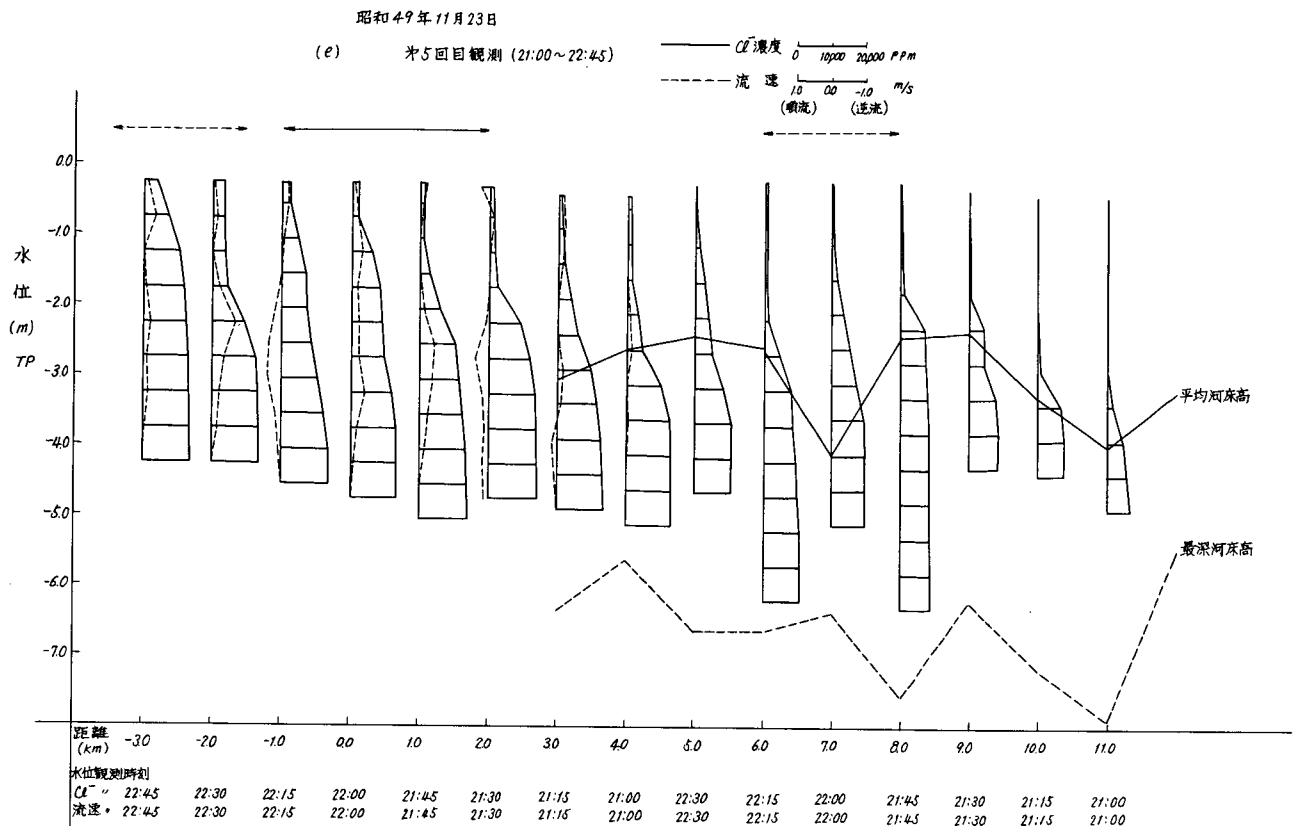
図 C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和 49 年 11 月 23 日 (b)



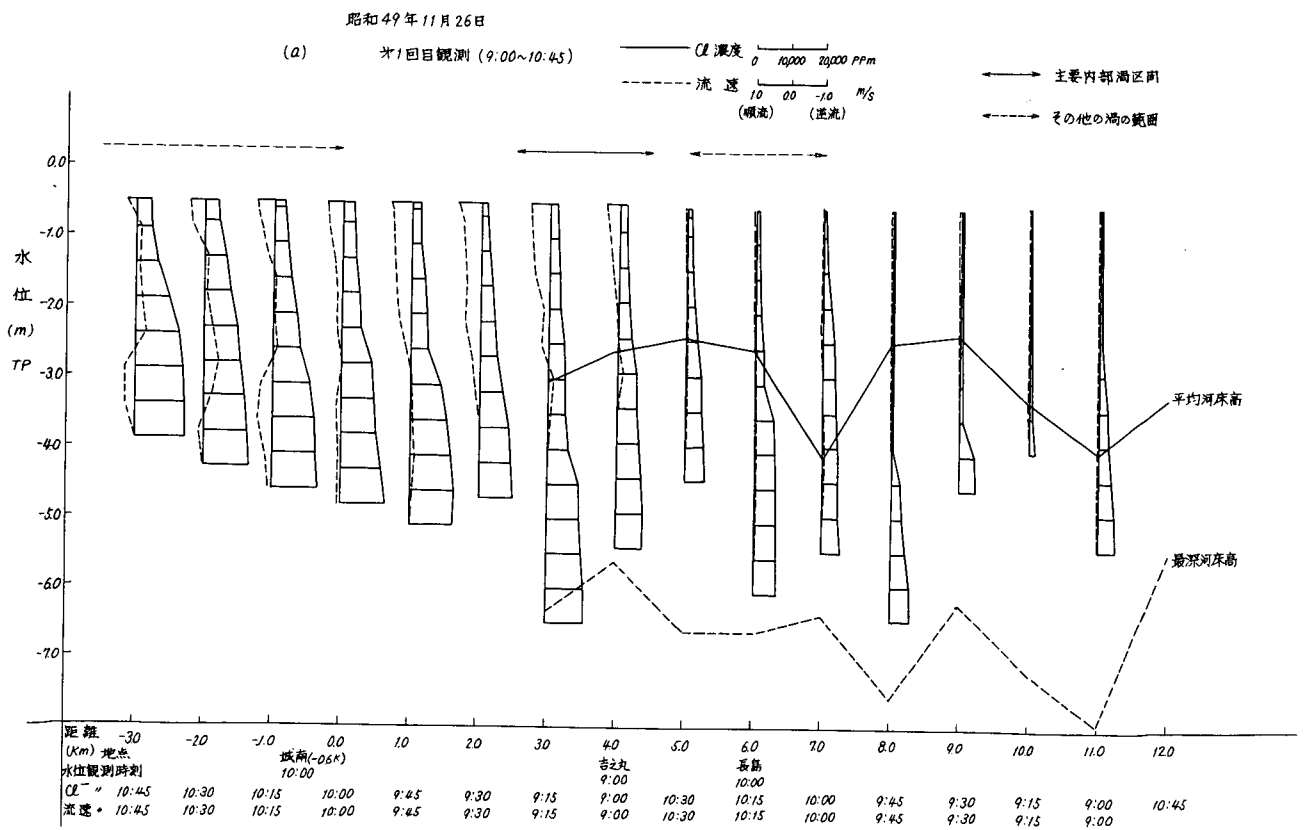
図C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月23日 (c)



図C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月23日 (d)



図C.2.8 長良川下流部における流速および濃度分布図、昭和49年11月23日 (e)



図C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図、昭和49年11月26日 (a)

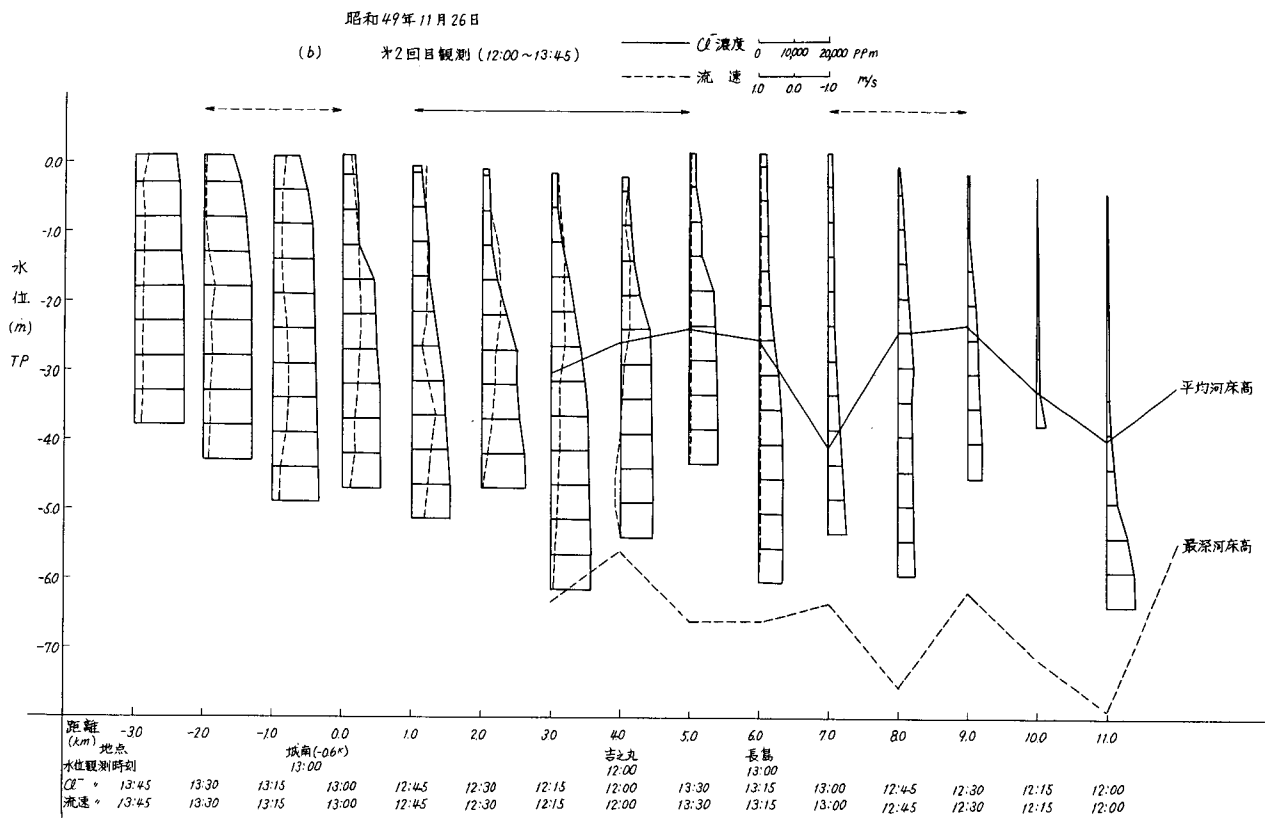


図 C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月26日 (b)

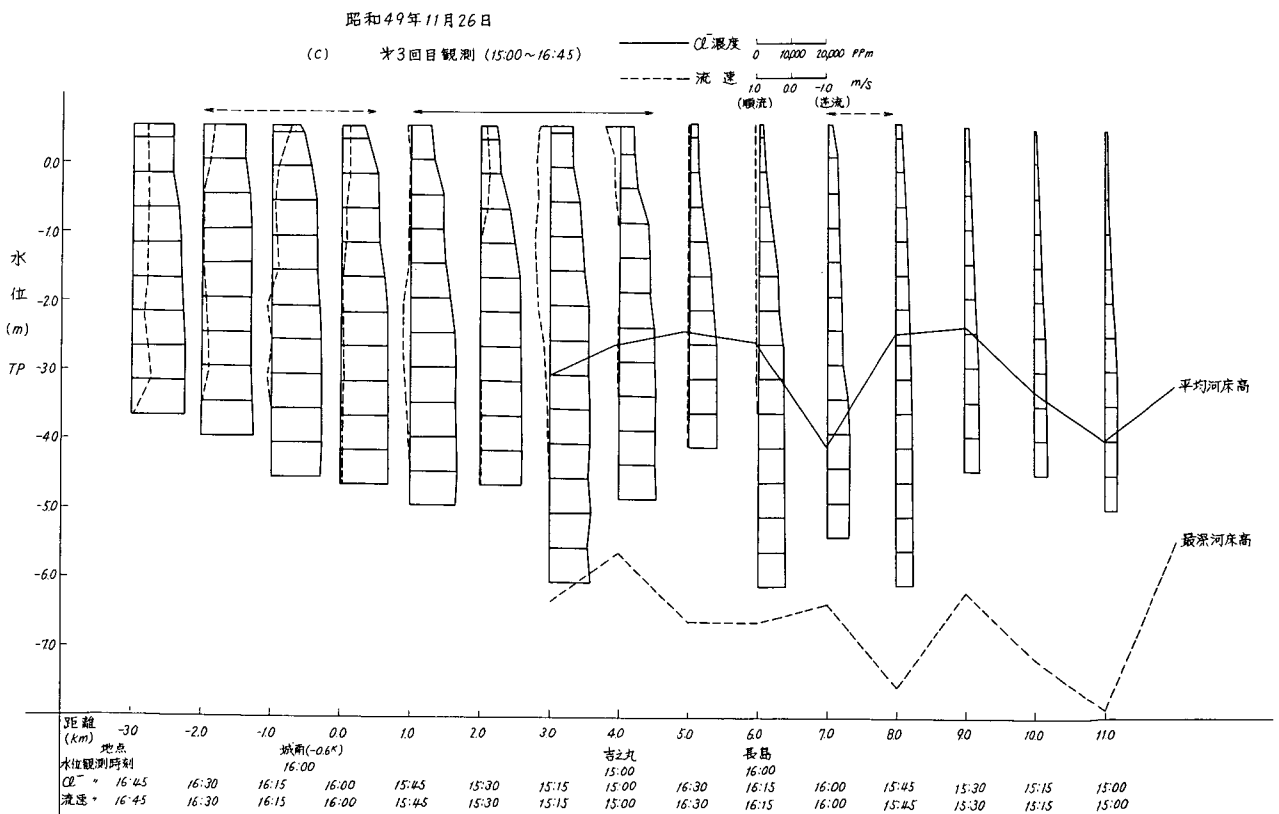
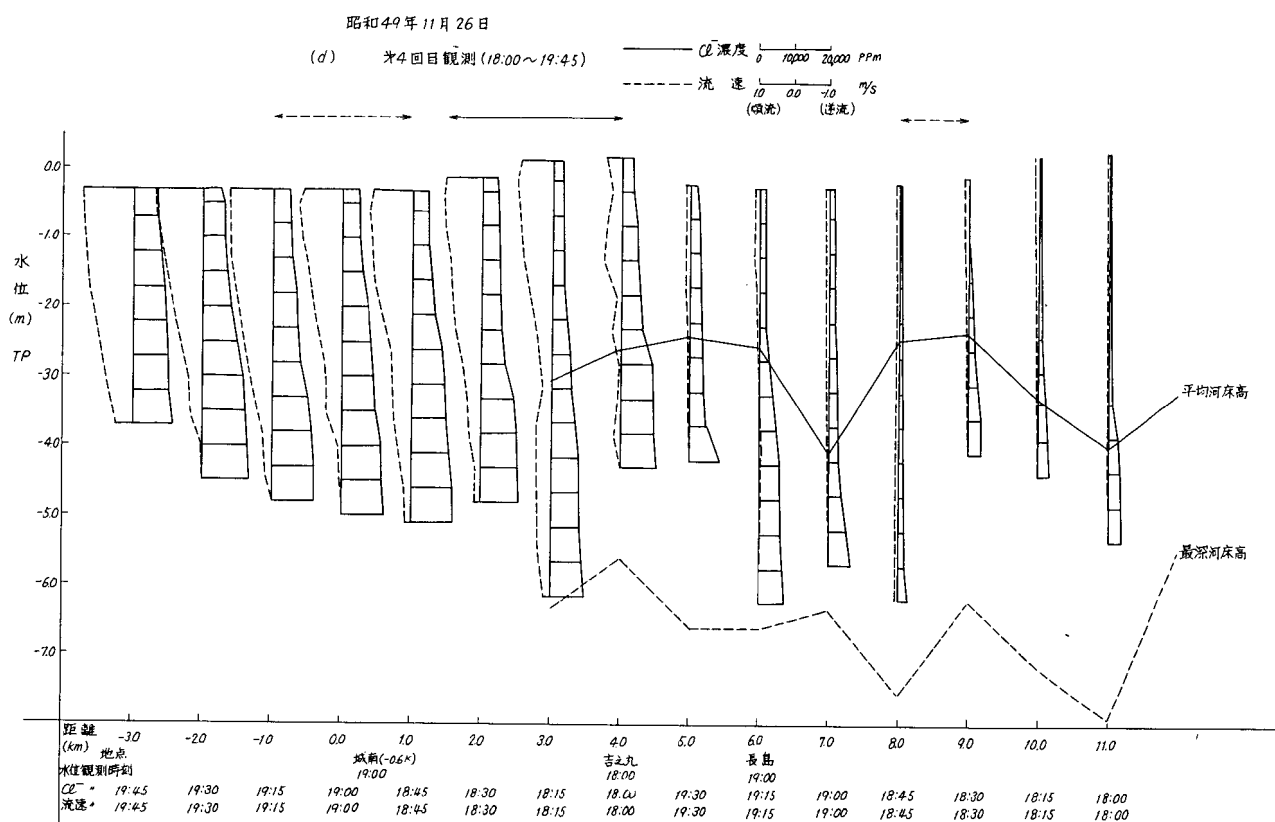
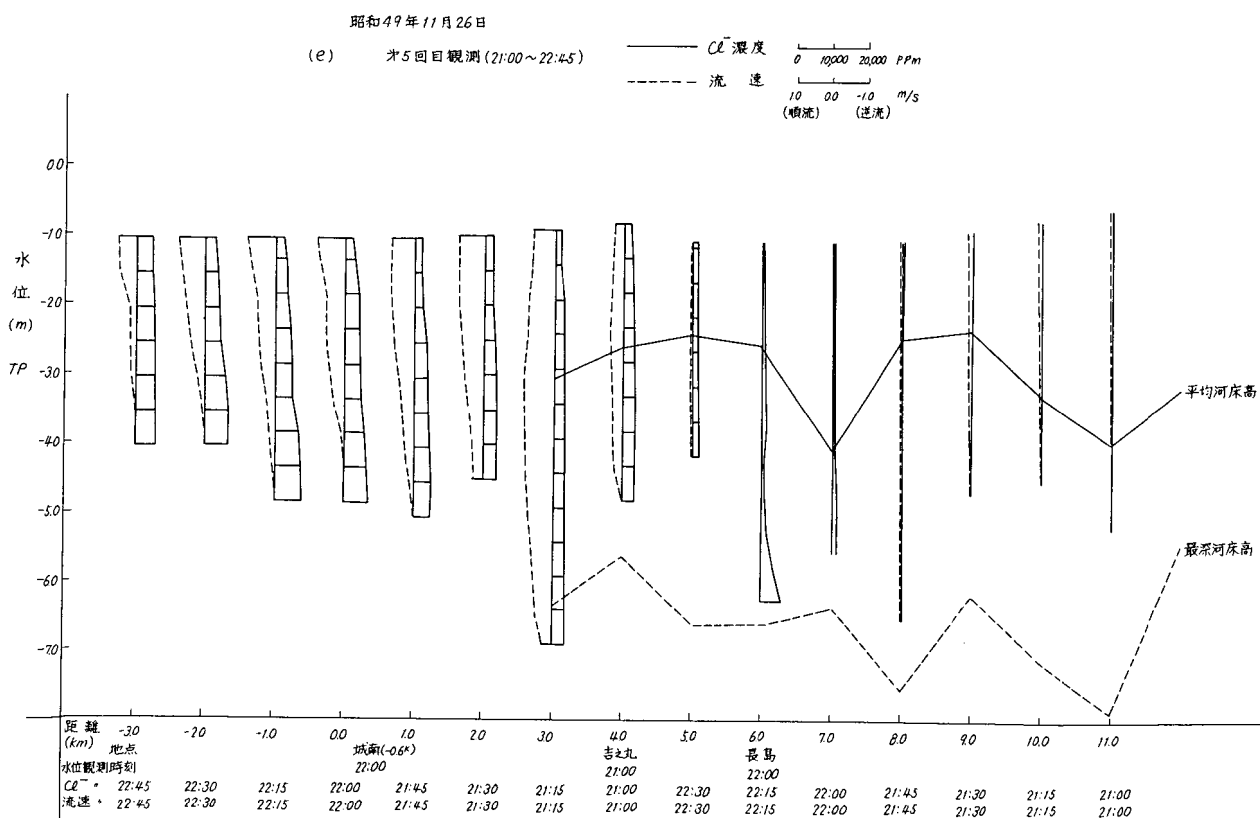


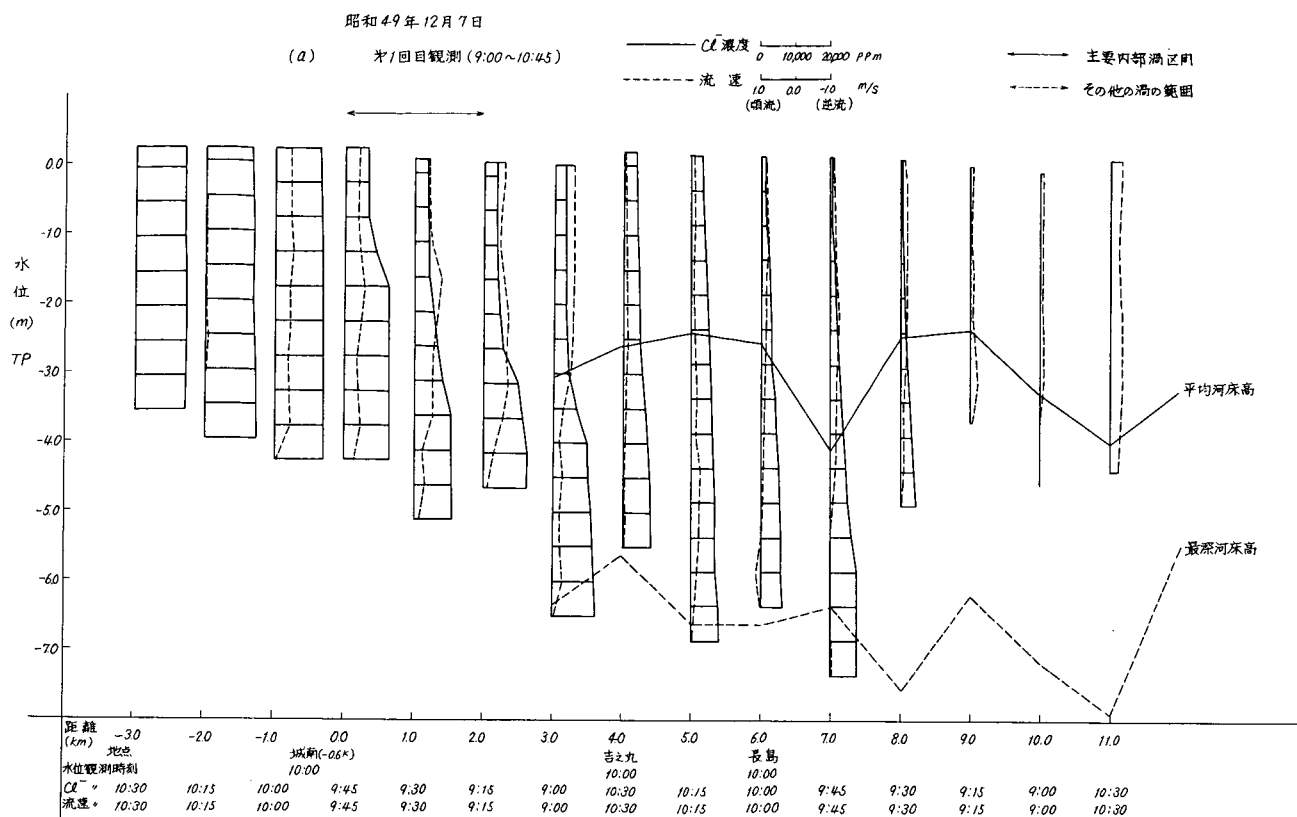
図 C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月26日 (c)



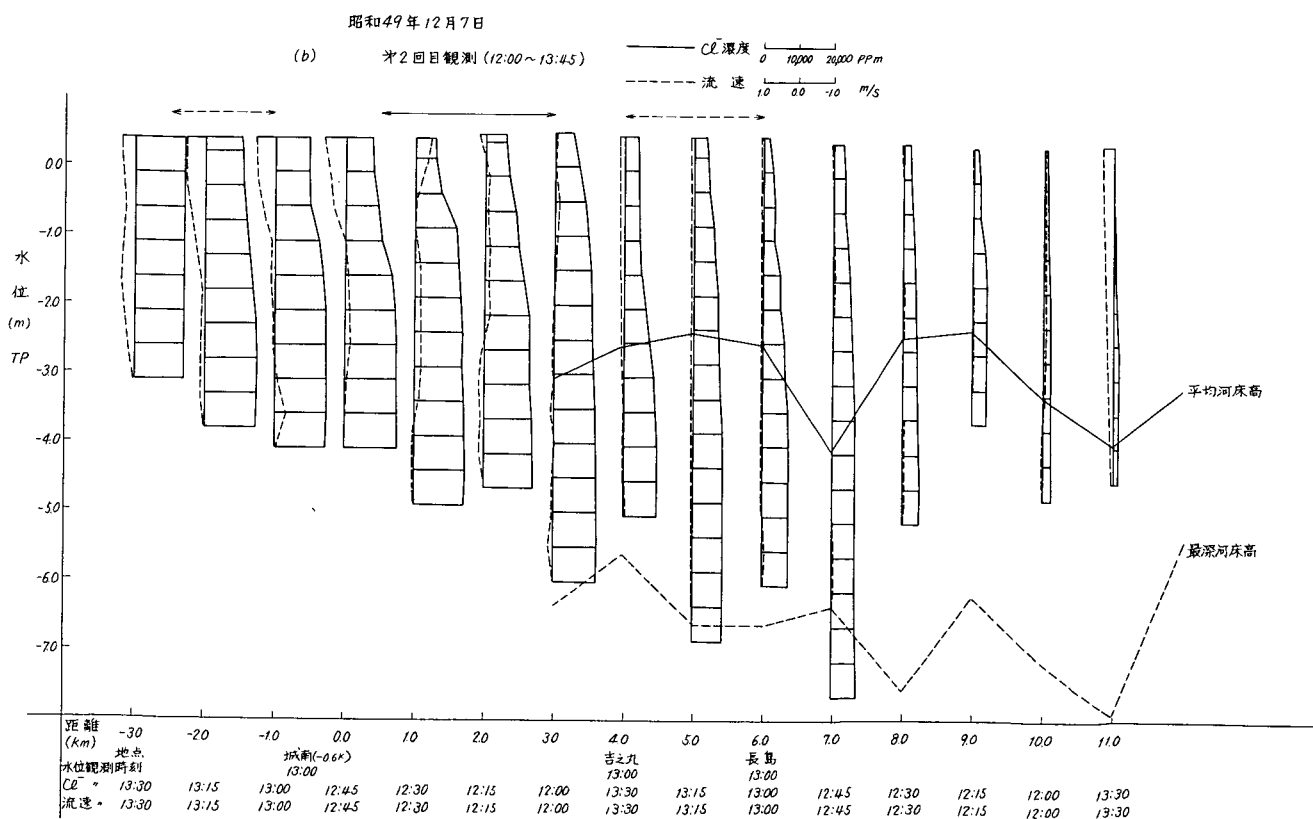
図C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月26日 (d)



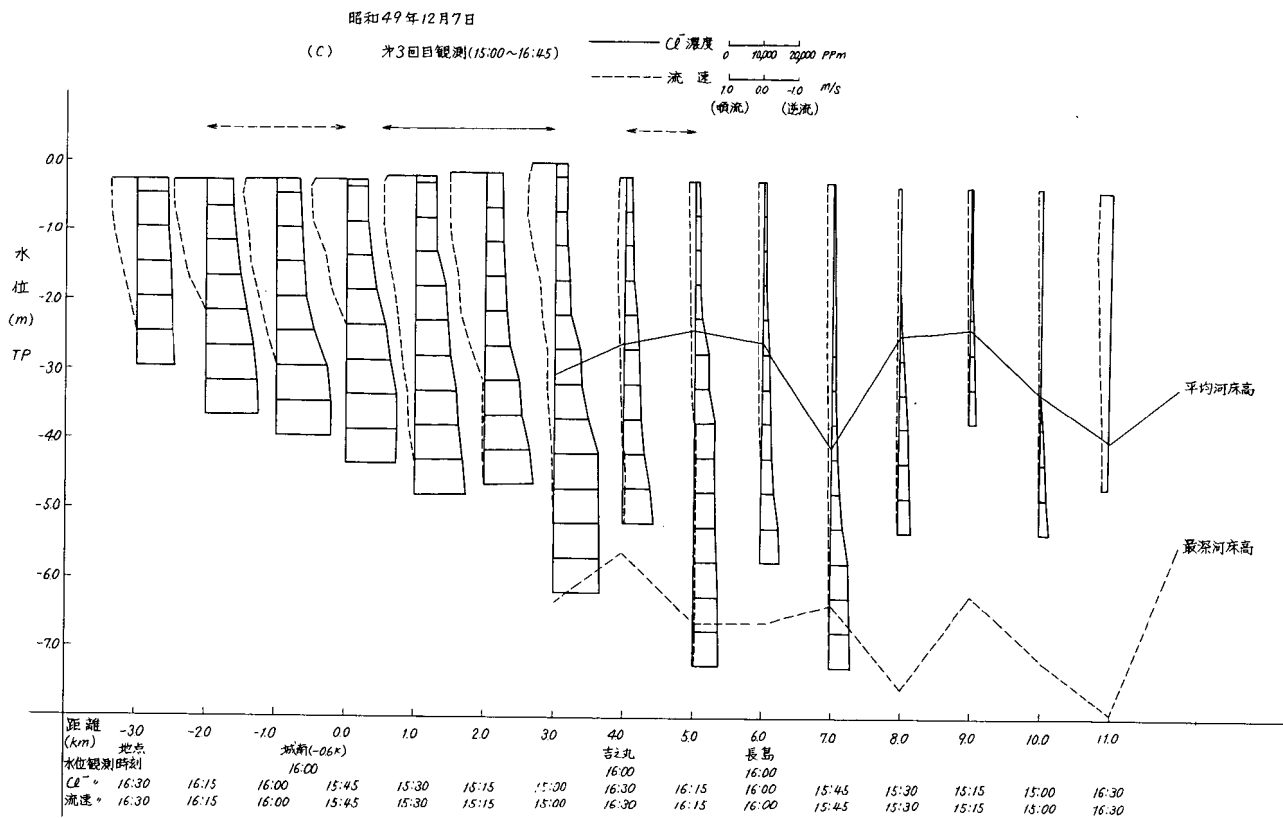
図C.2.9 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年11月26日 (e)



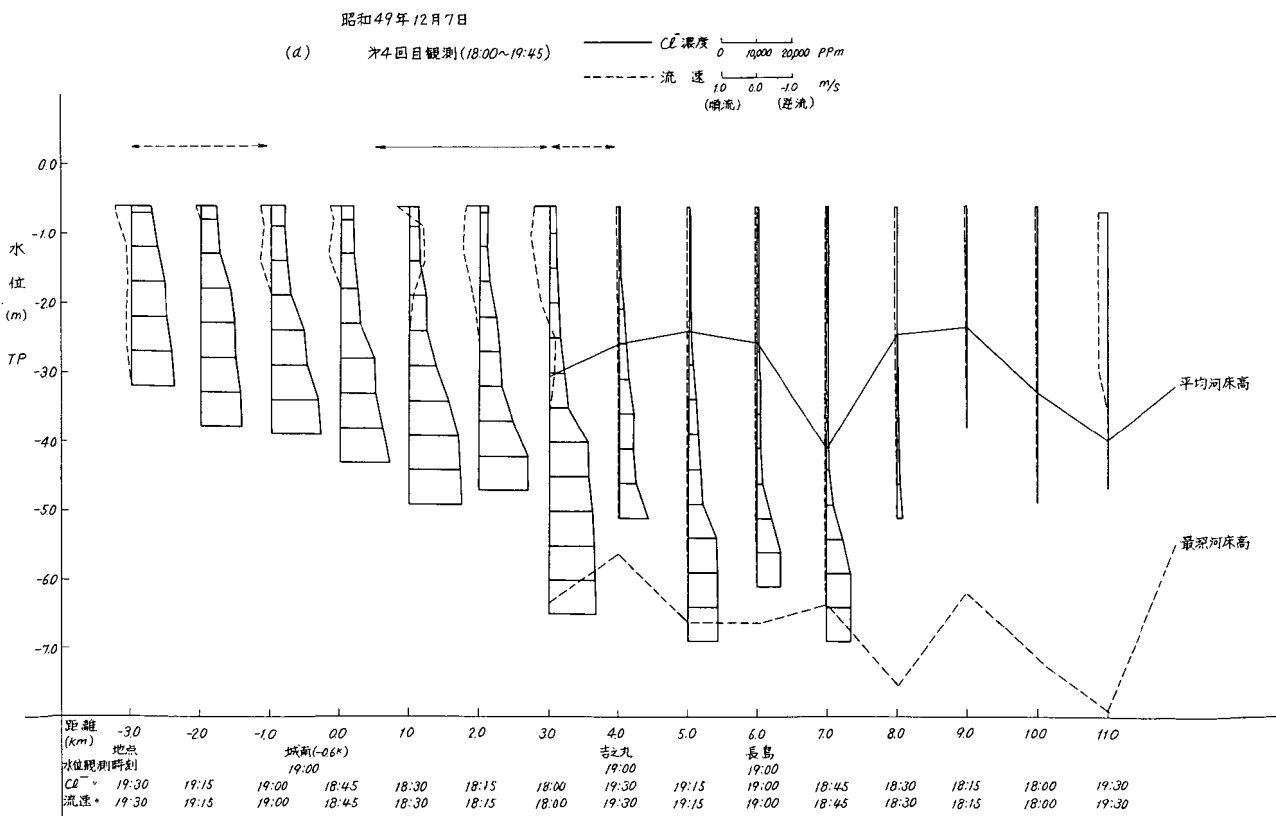
図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年12月7日 (a)



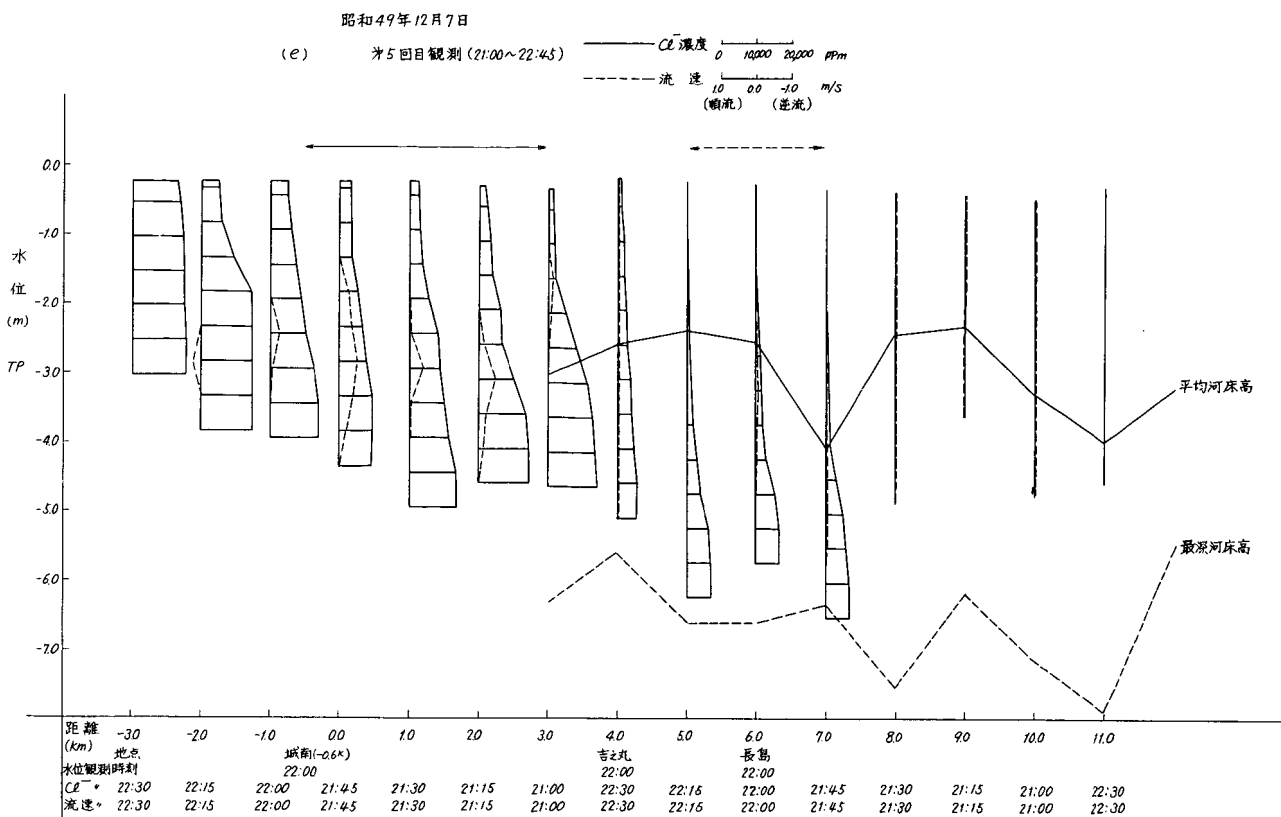
図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年12月7日 (b)



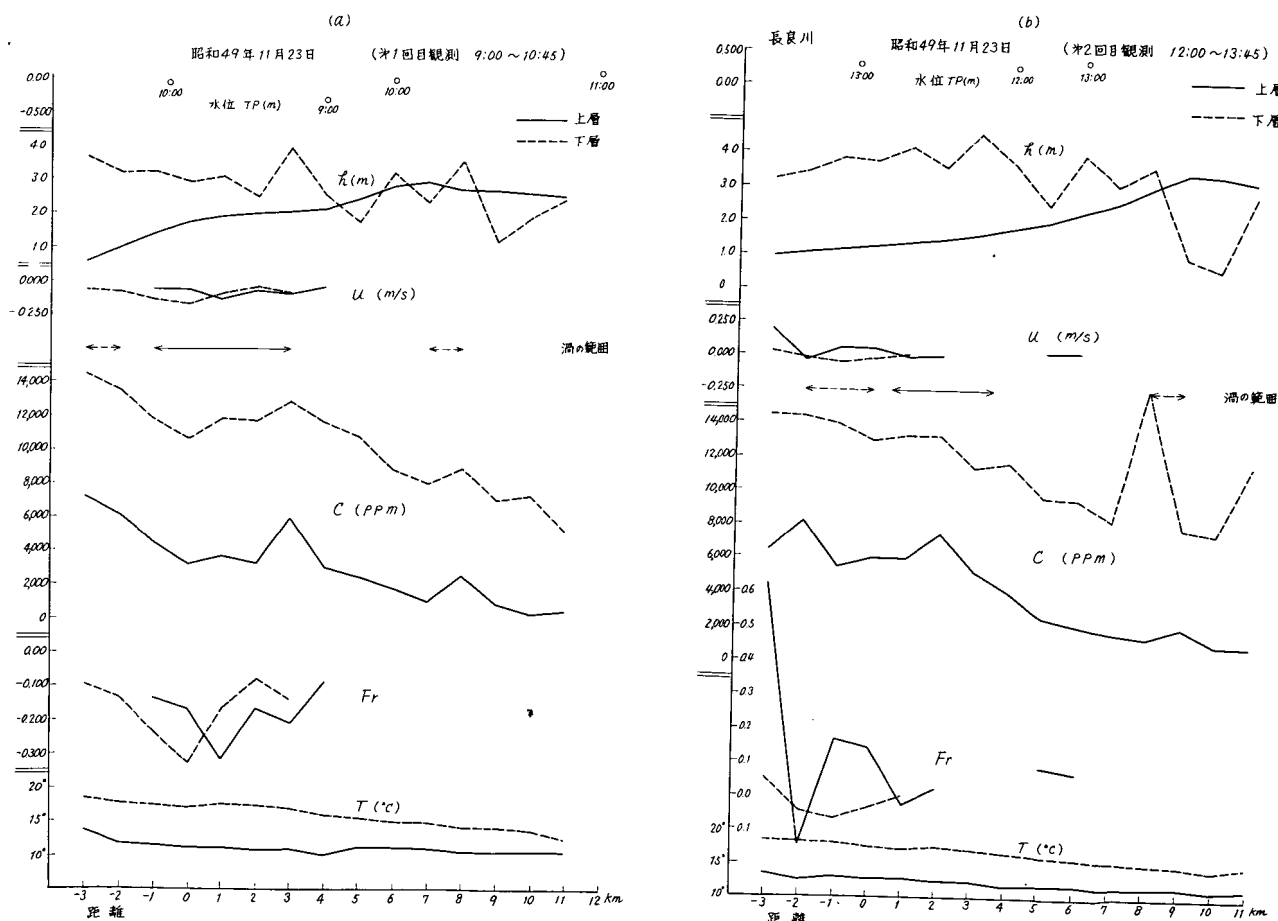
図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年12月7日 (c)



図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年12月7日 (d)



図C.2.10 長良川下流部における流速および濃度分布図, 昭和49年12月7日 (e)



図C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならびに時間変化 昭和49年11月23日 (a)

図C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならびに時間変化 昭和49年11月23日 (b)

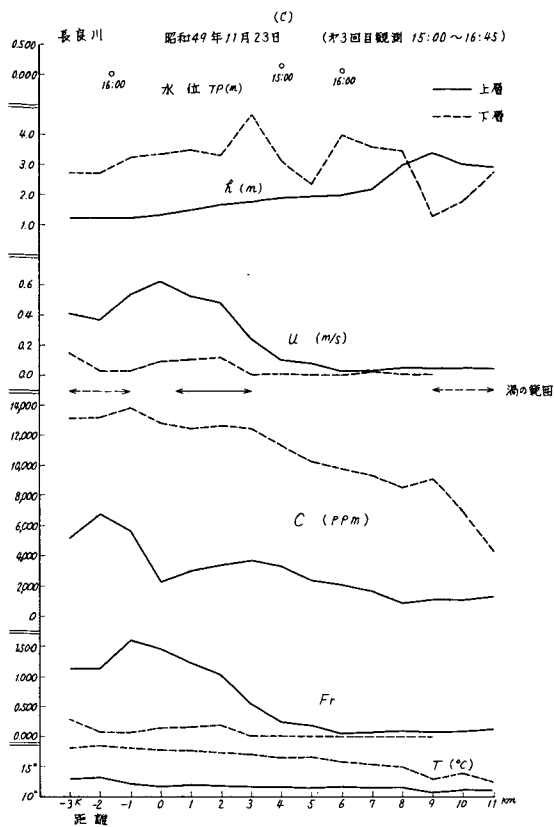


図 C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月23日 (c)

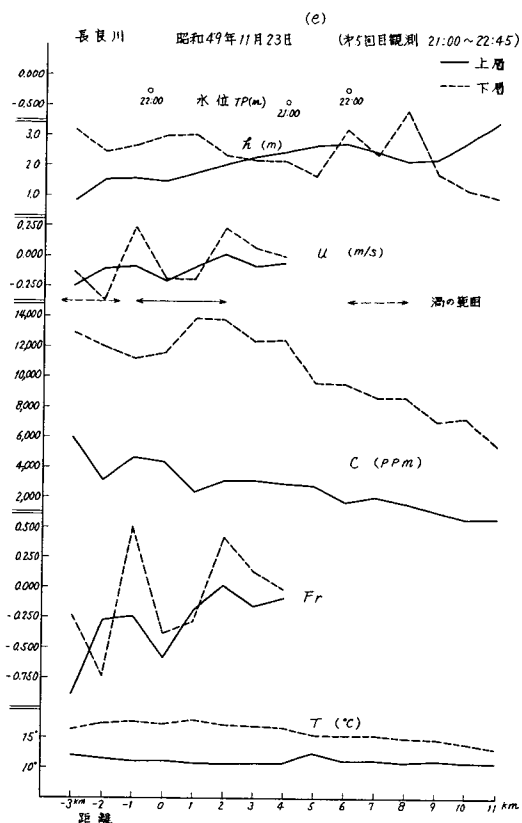


図 C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月23日 (e)

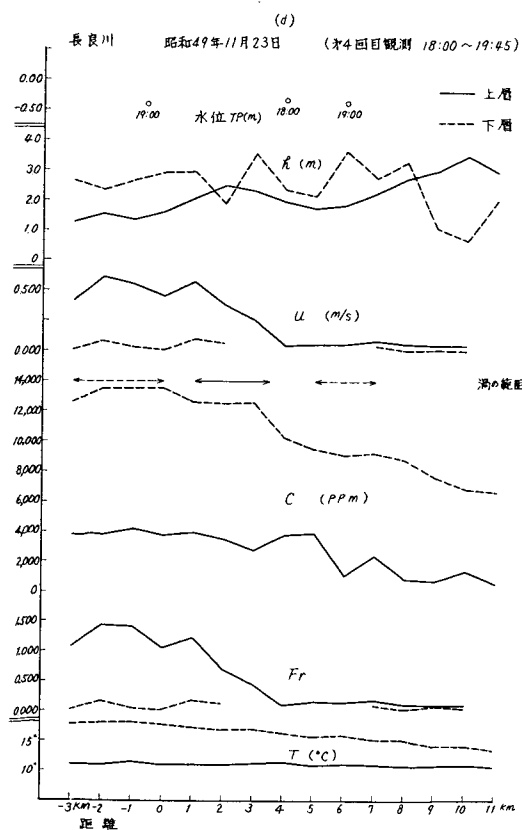


図 C.2.11 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月23日 (d)

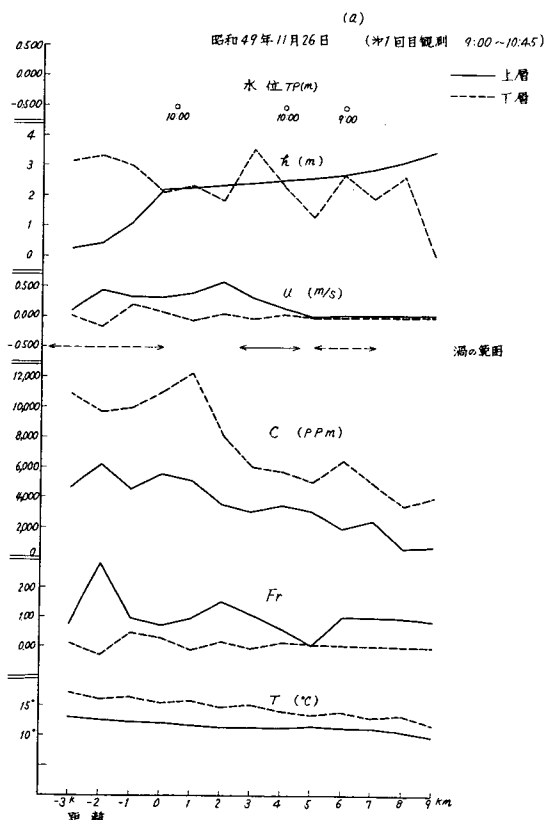


図 C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月26日 (a)

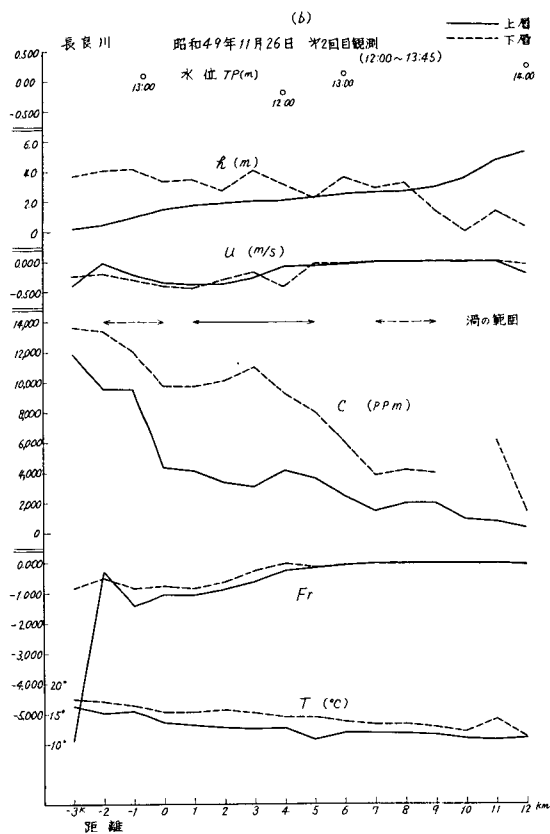


図 C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月26日 (b)

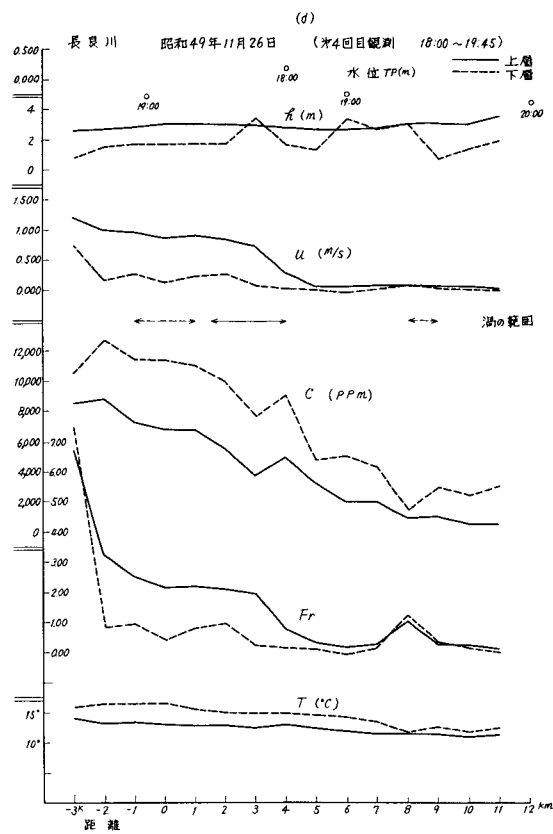


図 C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月26日 (d)

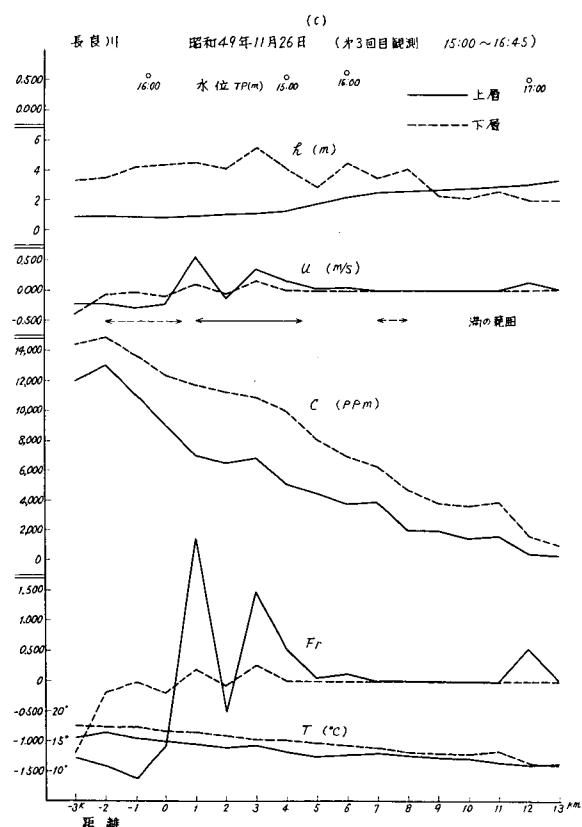


図 C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月26日 (c)

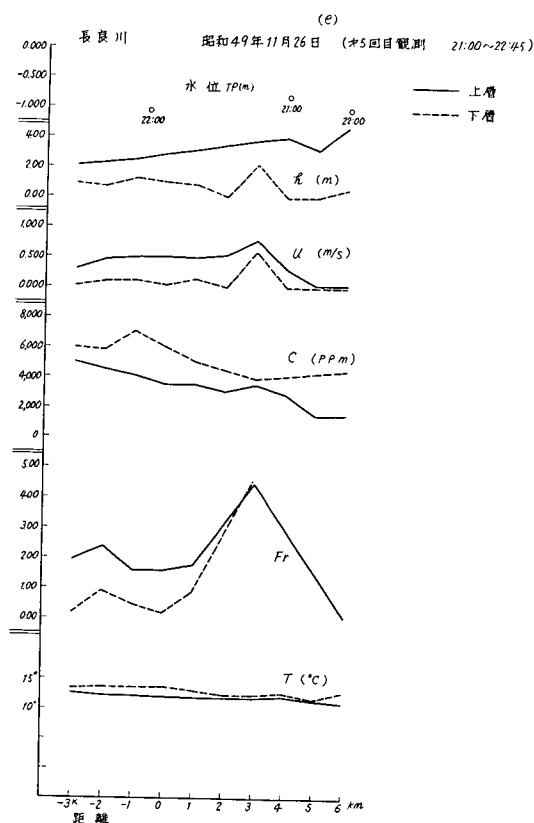
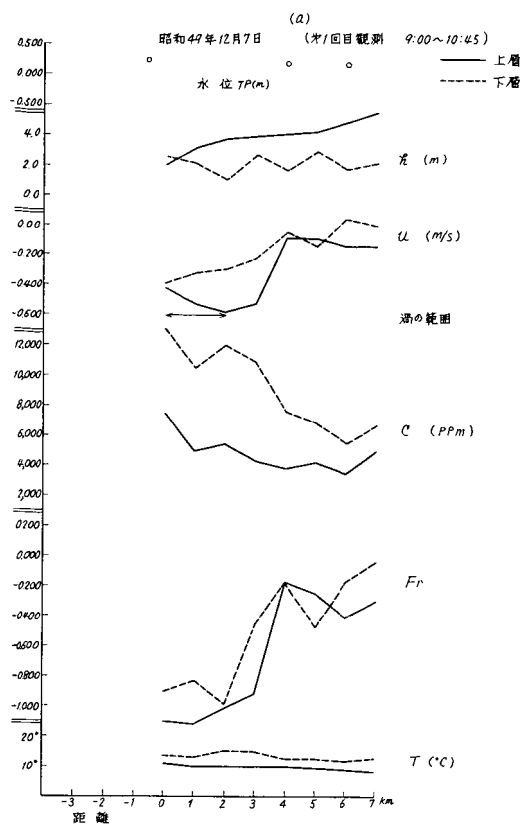
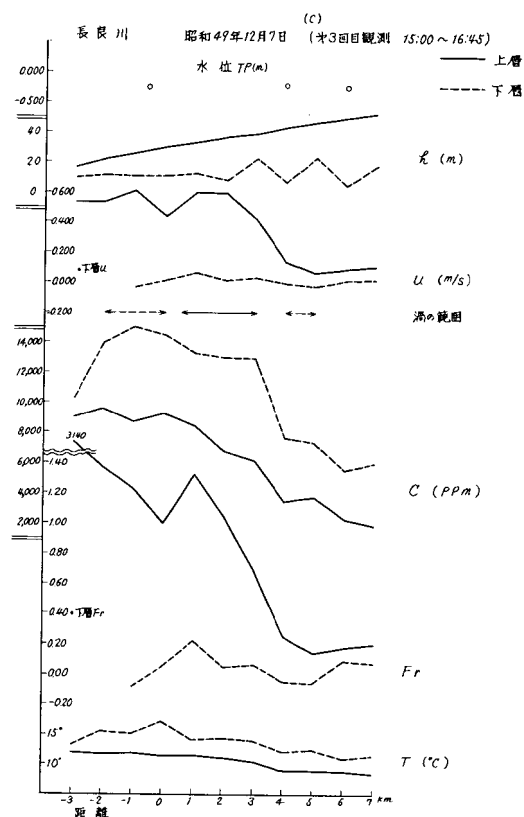


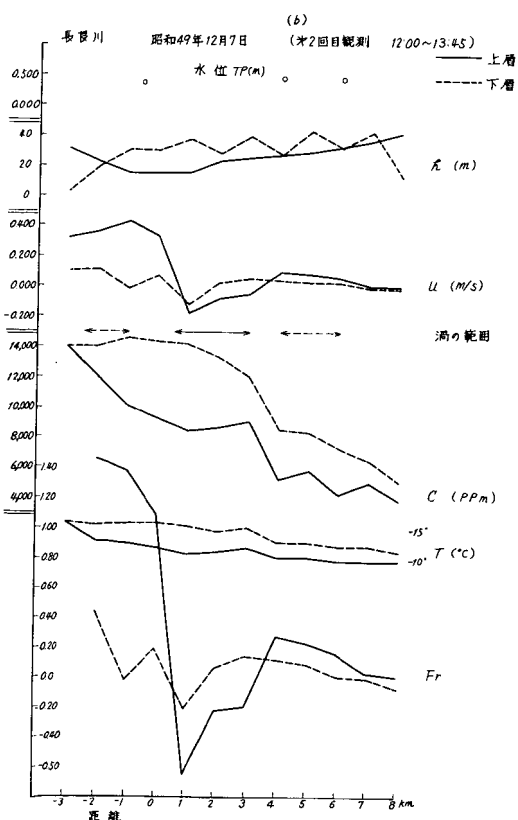
図 C.2.12 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年11月26日 (e)



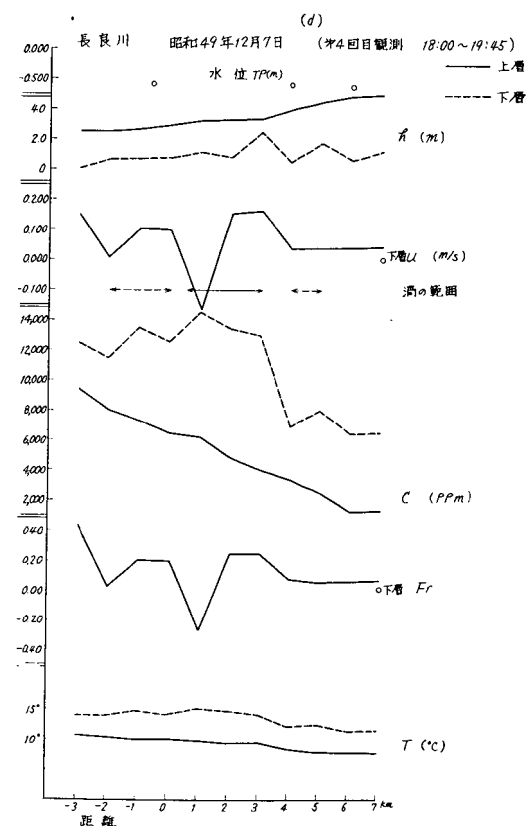
図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年12月7日 (a)



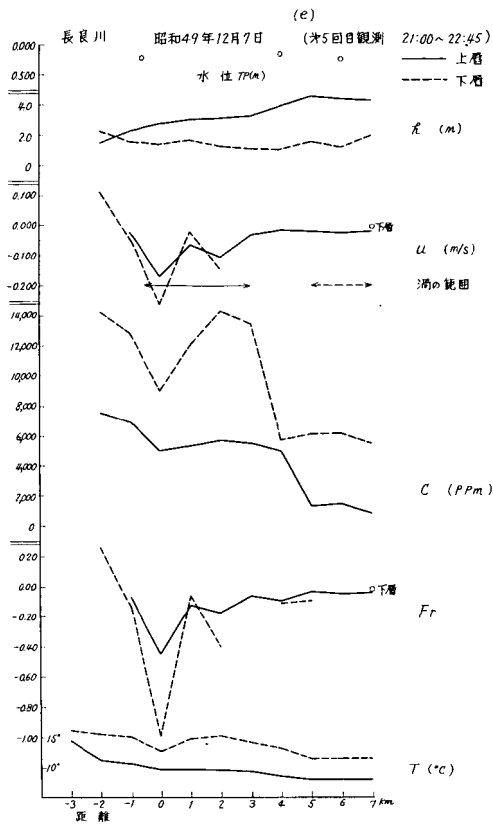
図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年12月7日 (c)



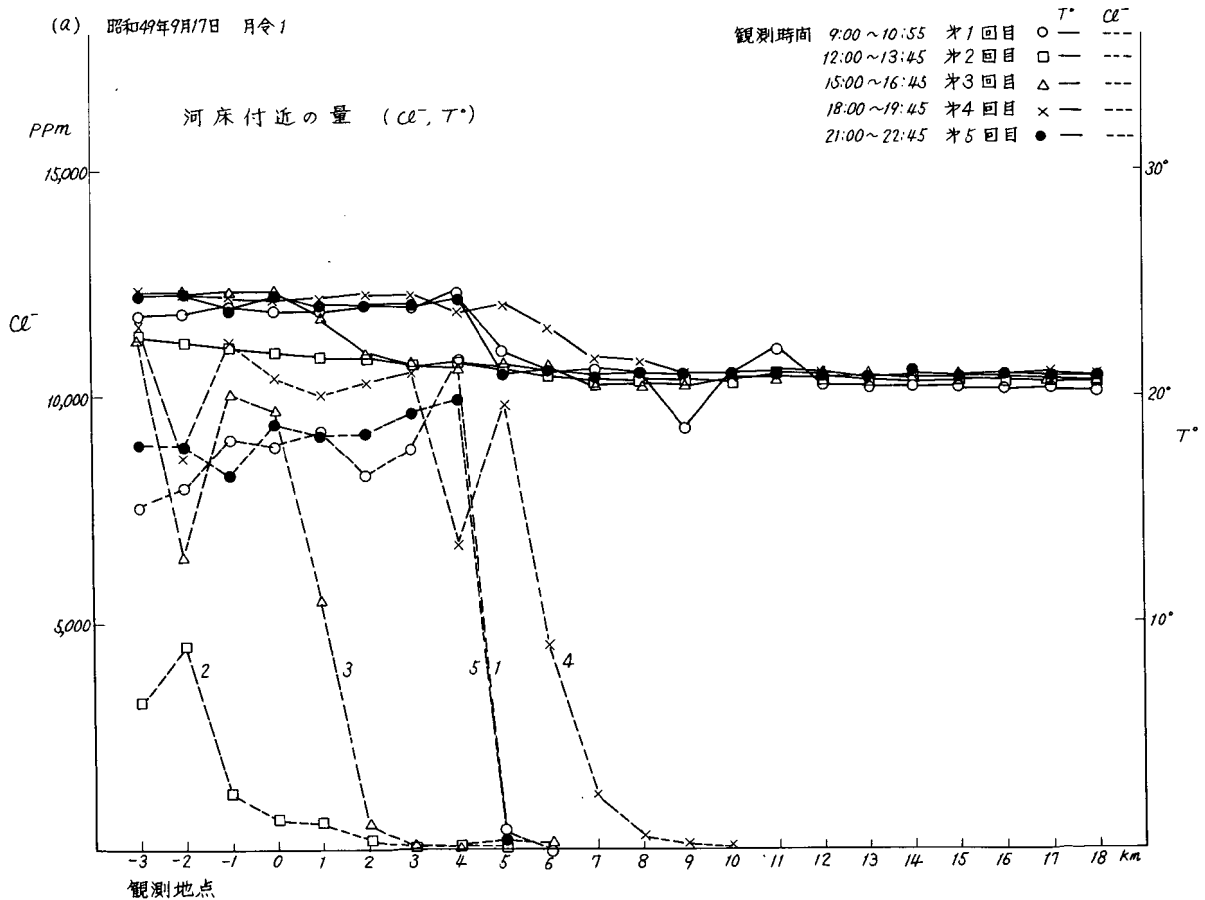
図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年12月7日 (b)



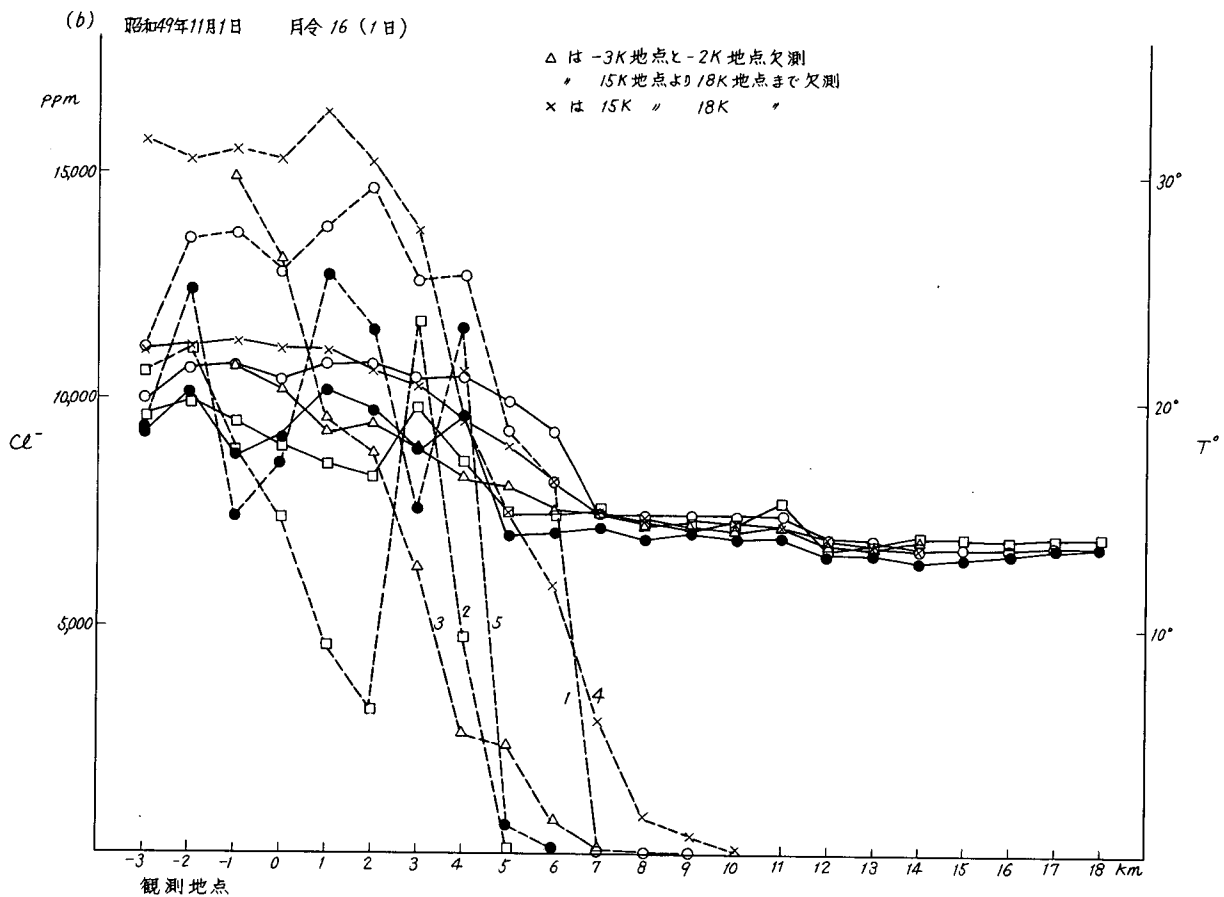
図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化
ならびに時間変化 昭和49年12月7日 (d)



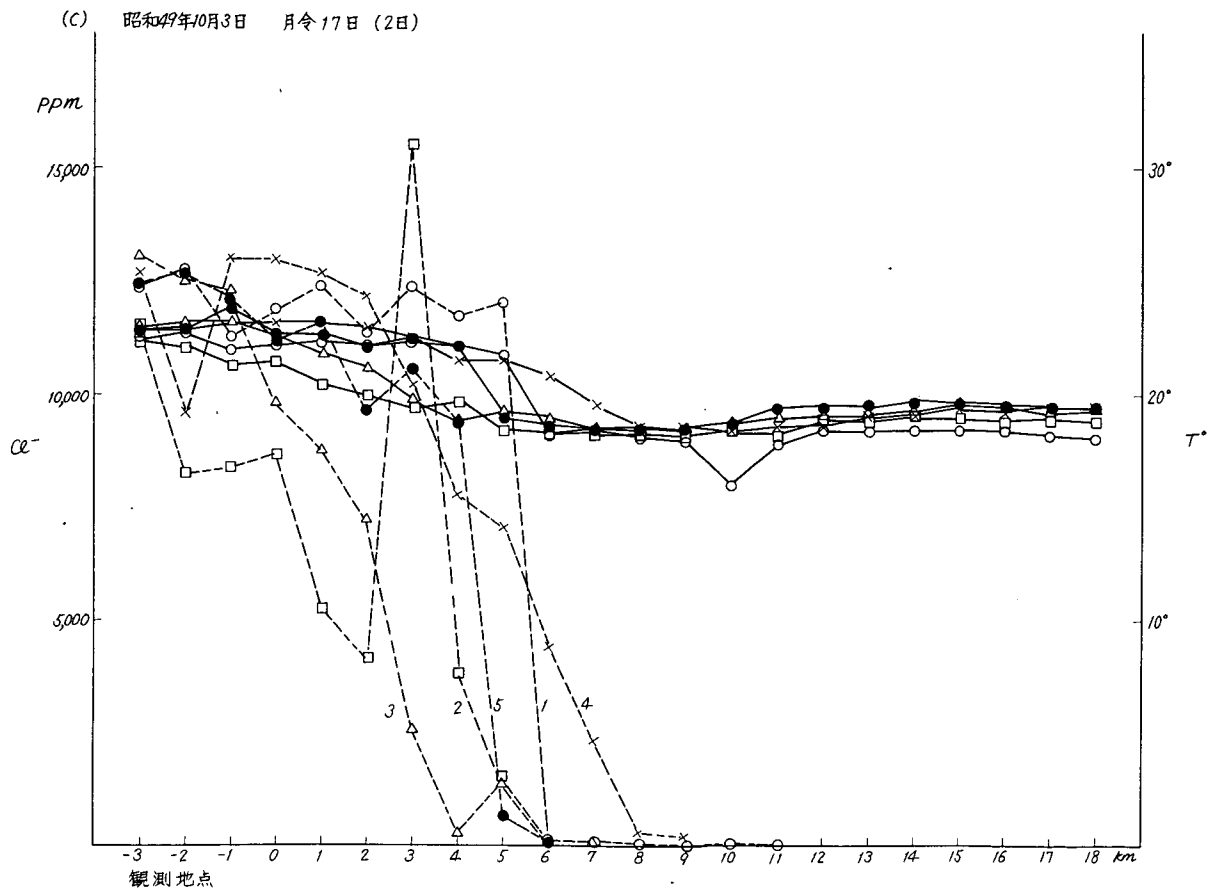
図C.2.13 長良川塩水くさび内の水理量の縦断変化ならびに時間変化 昭和49年12月7日 (e)



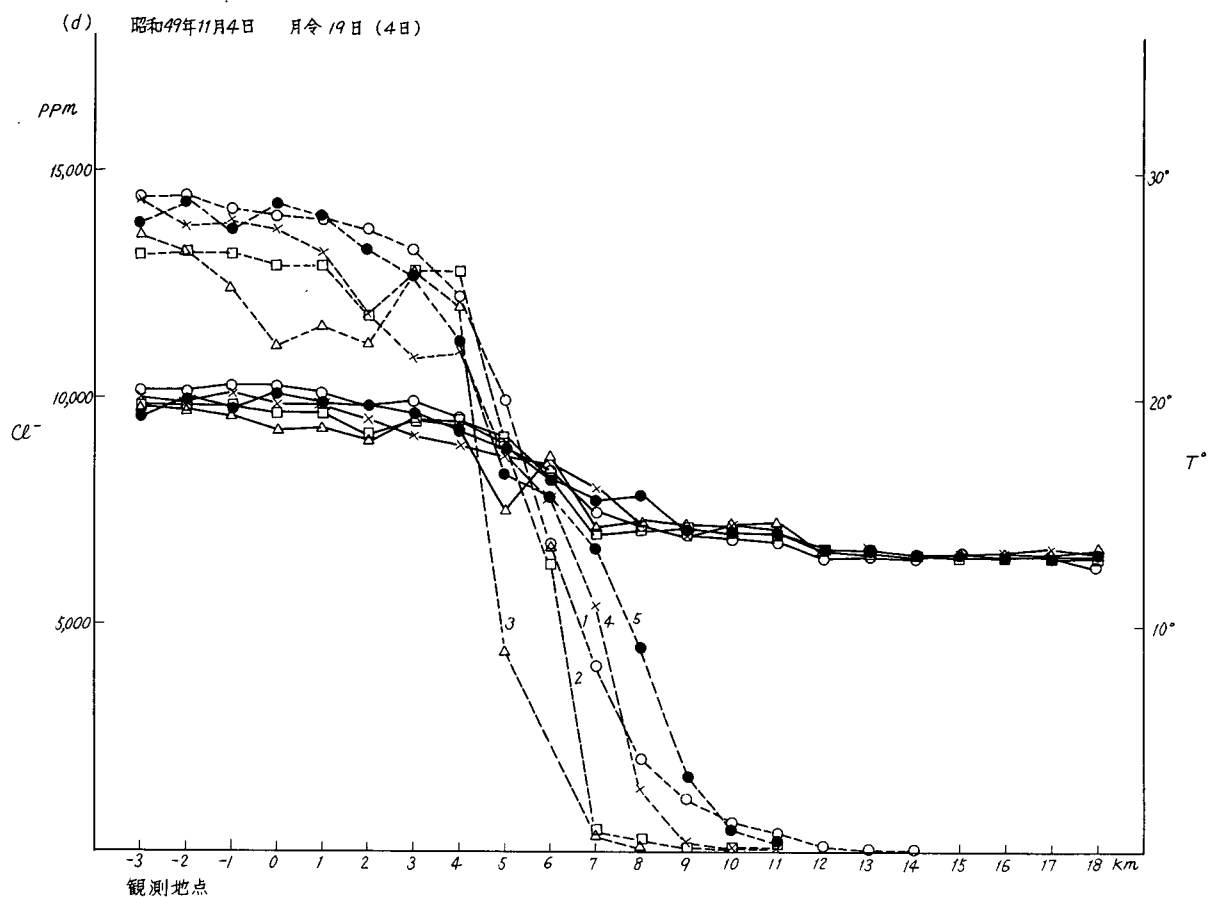
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (a)



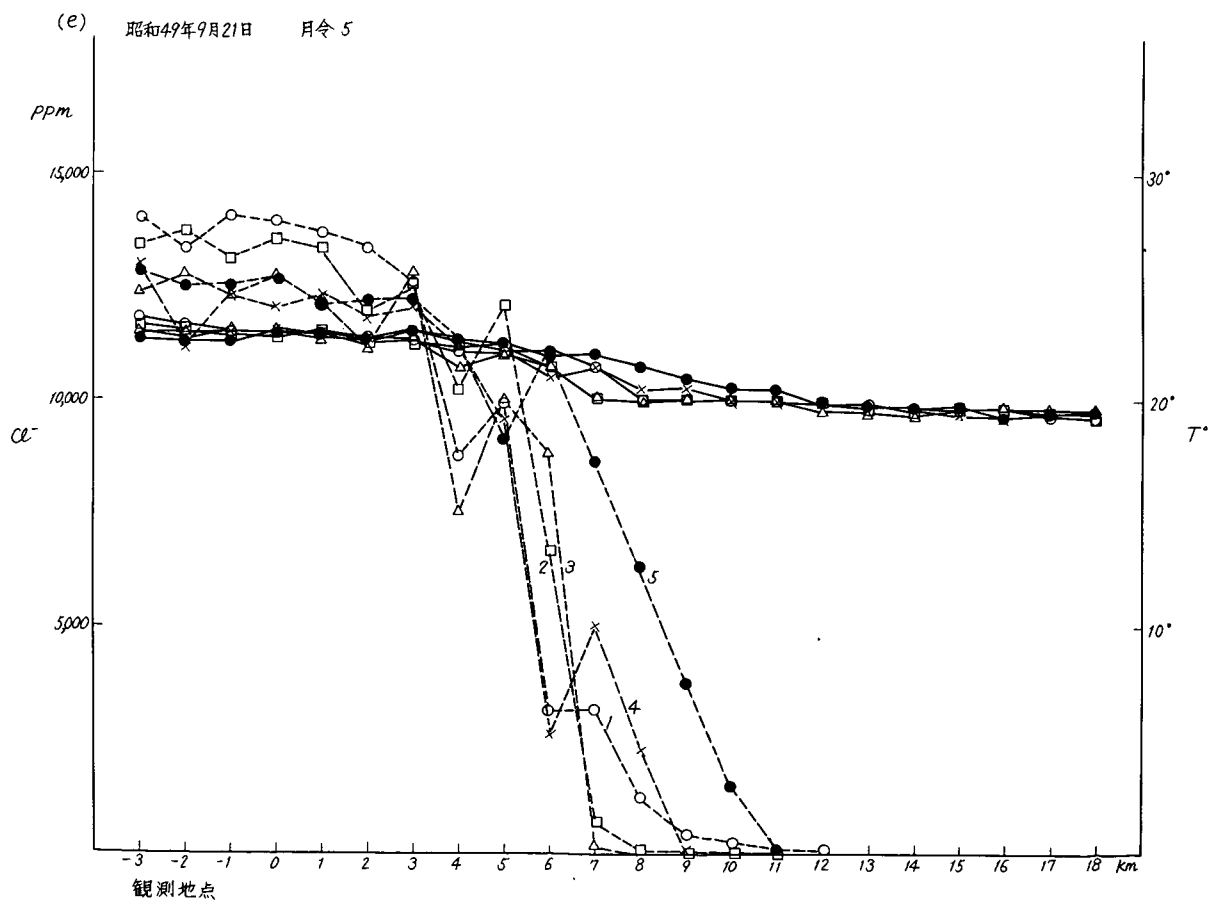
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (b)



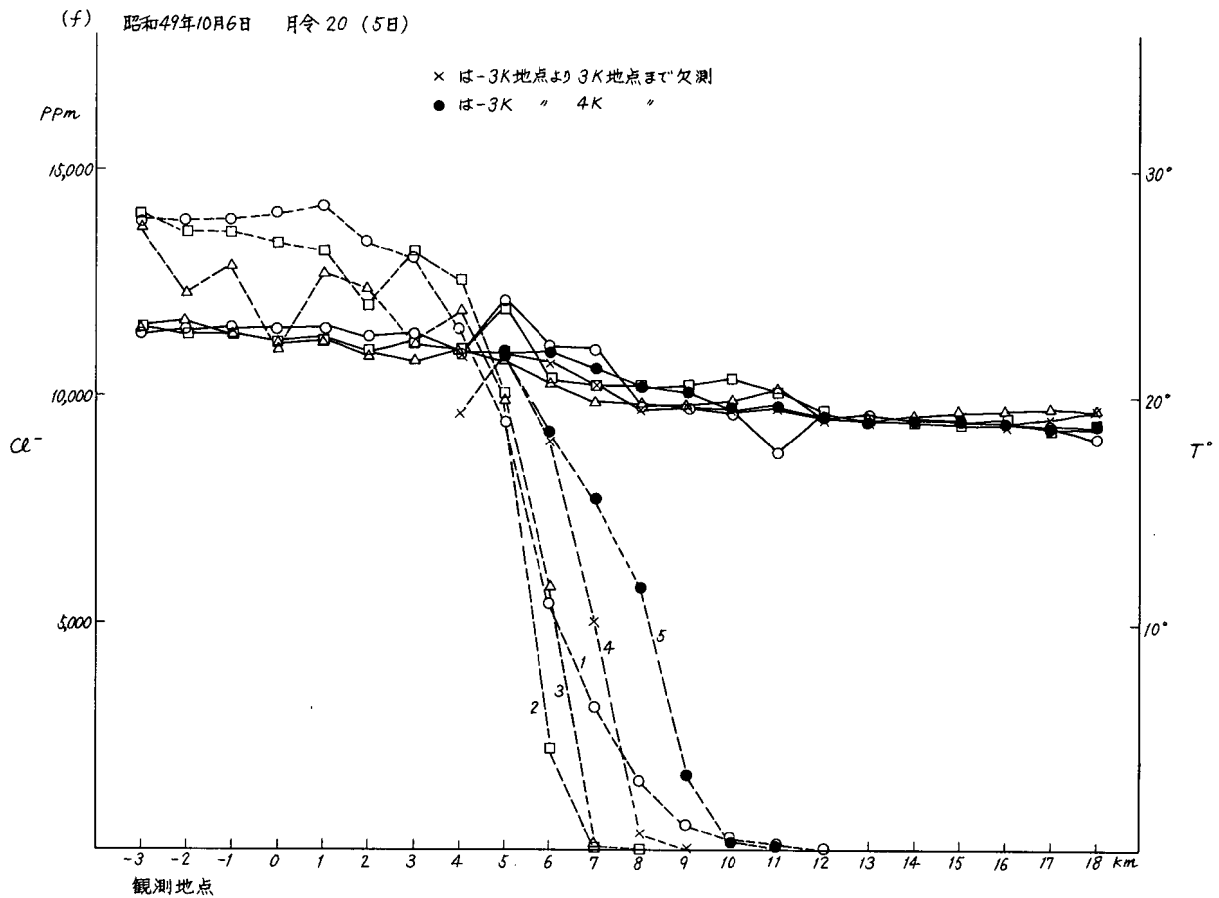
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (c)



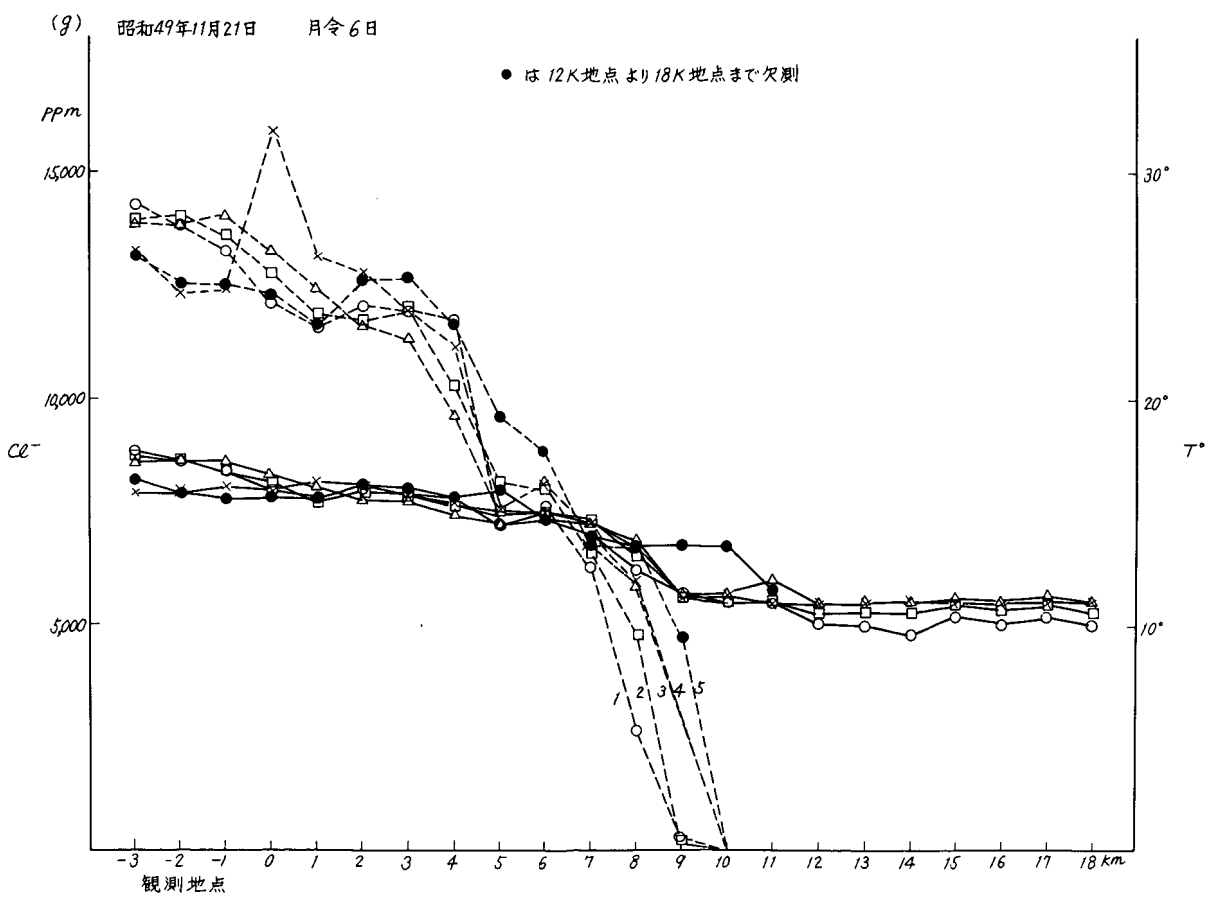
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (d)



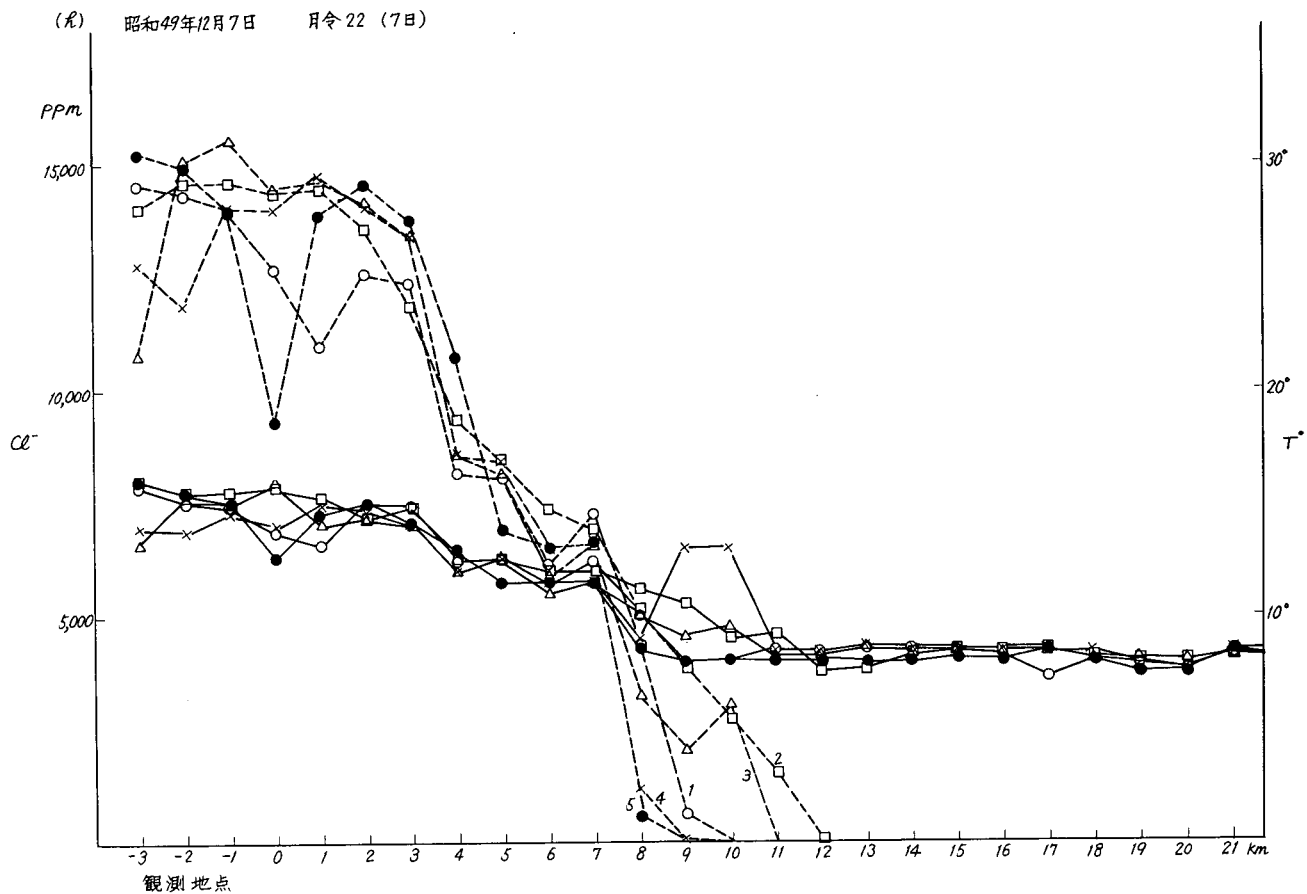
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (e)



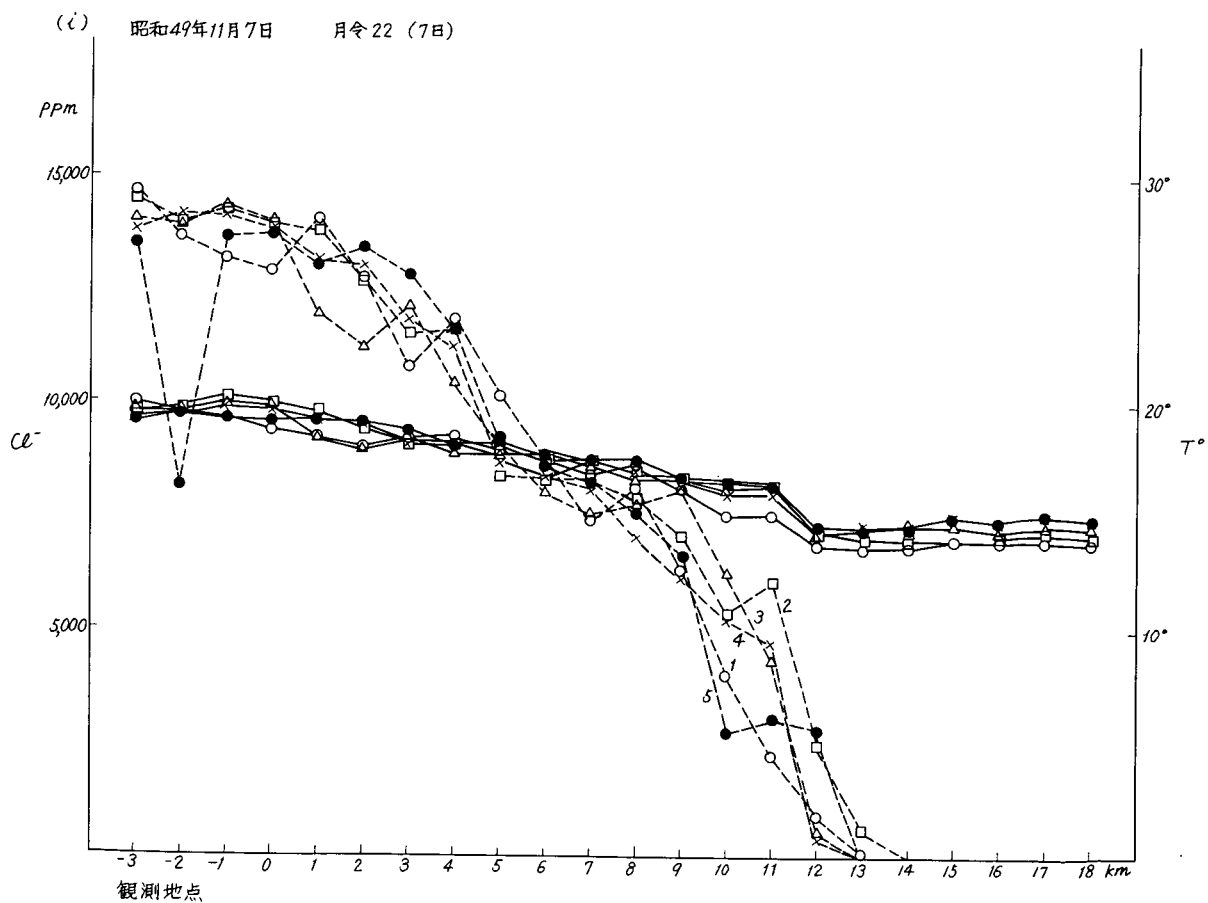
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (f)



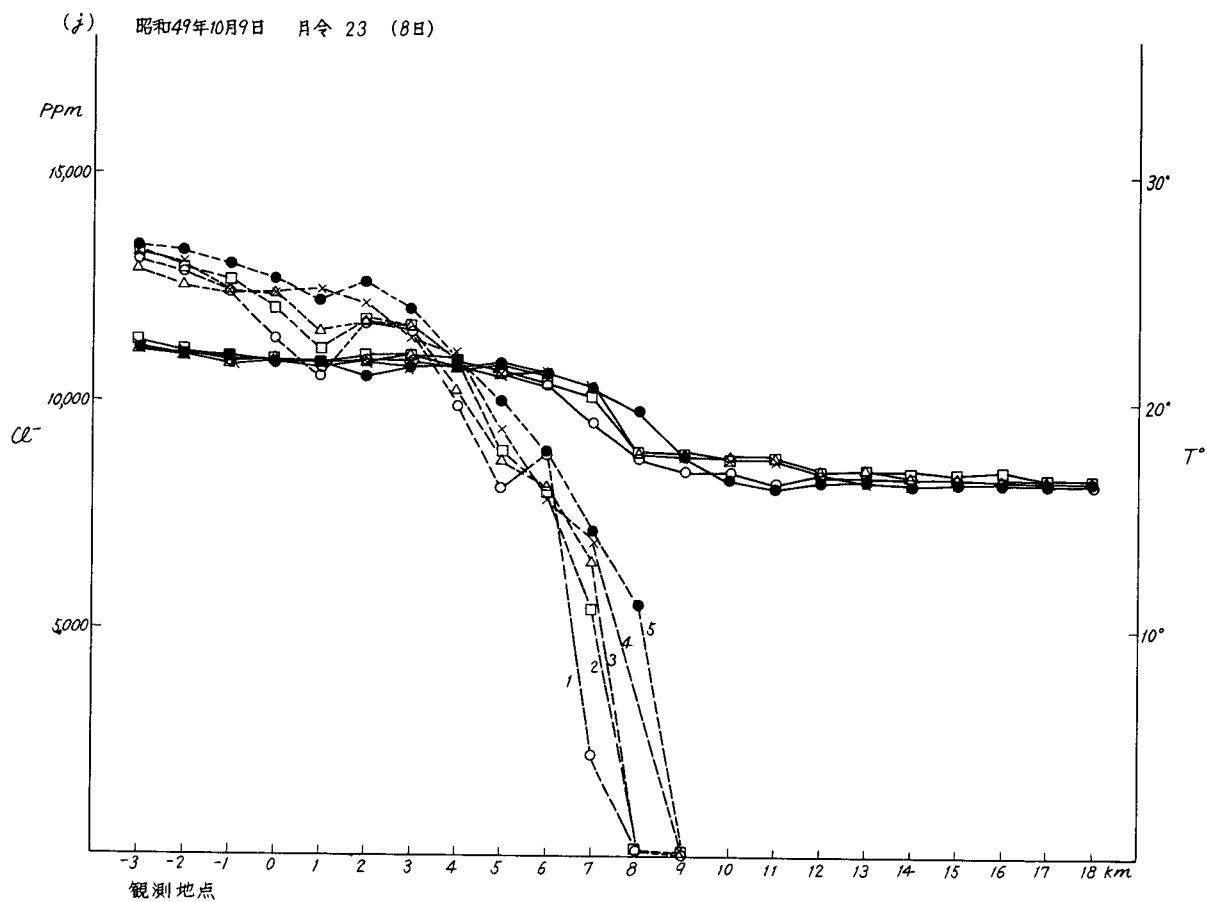
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (g)



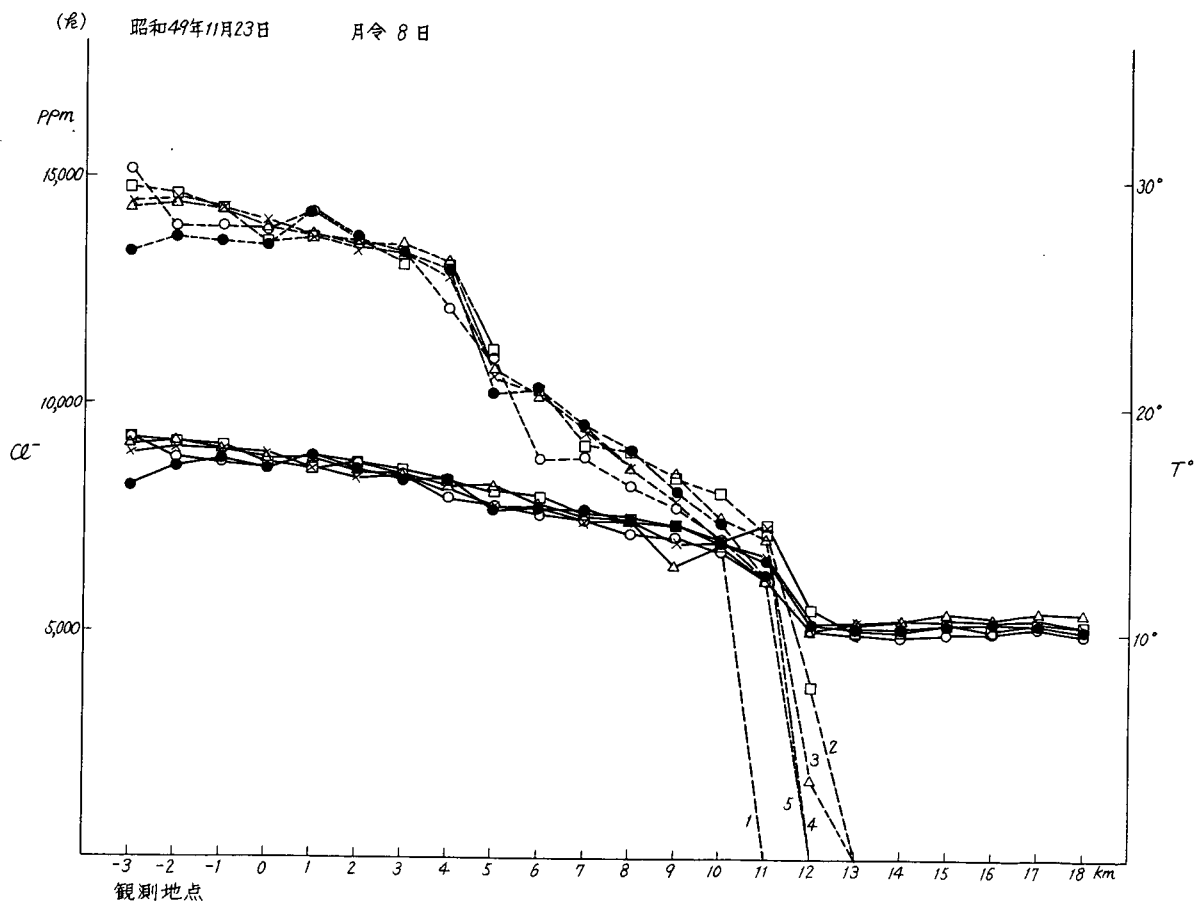
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (h)



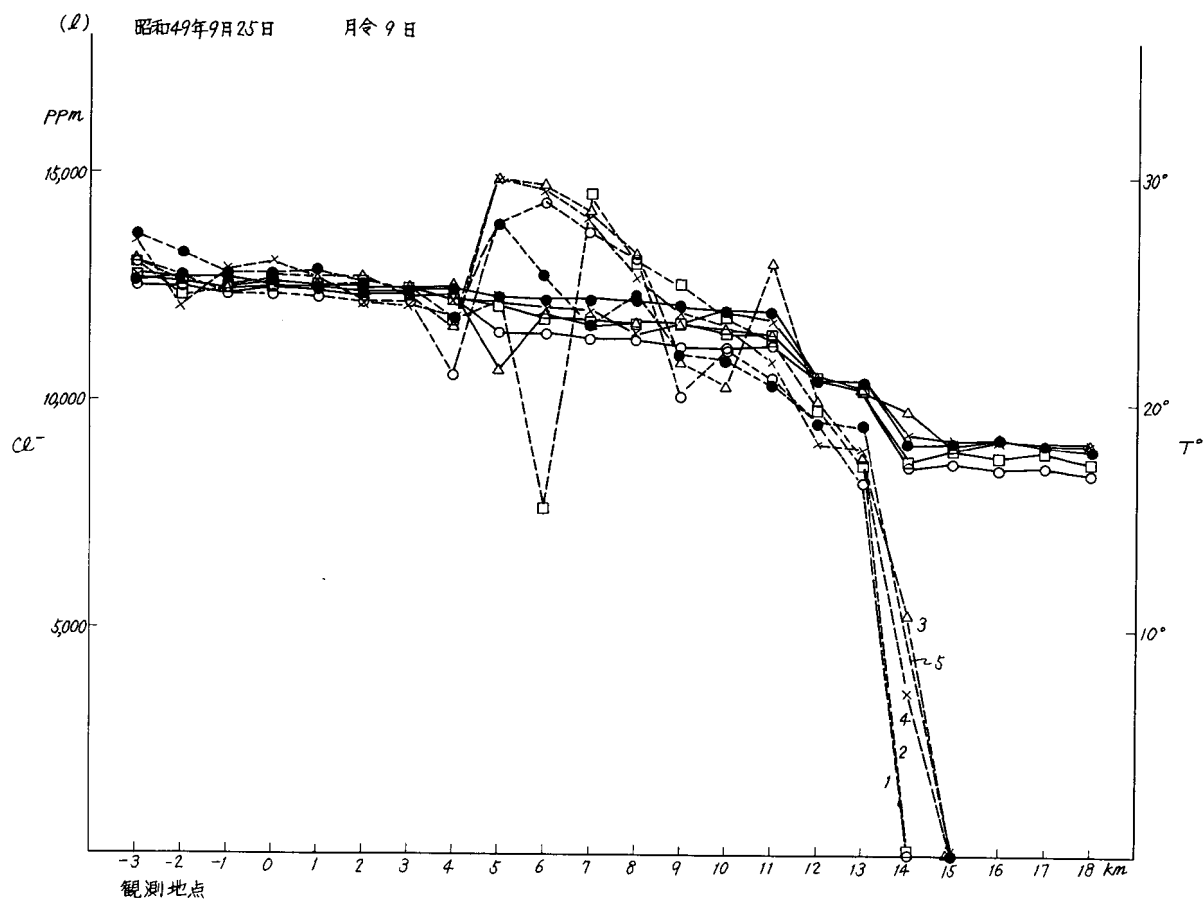
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (i)



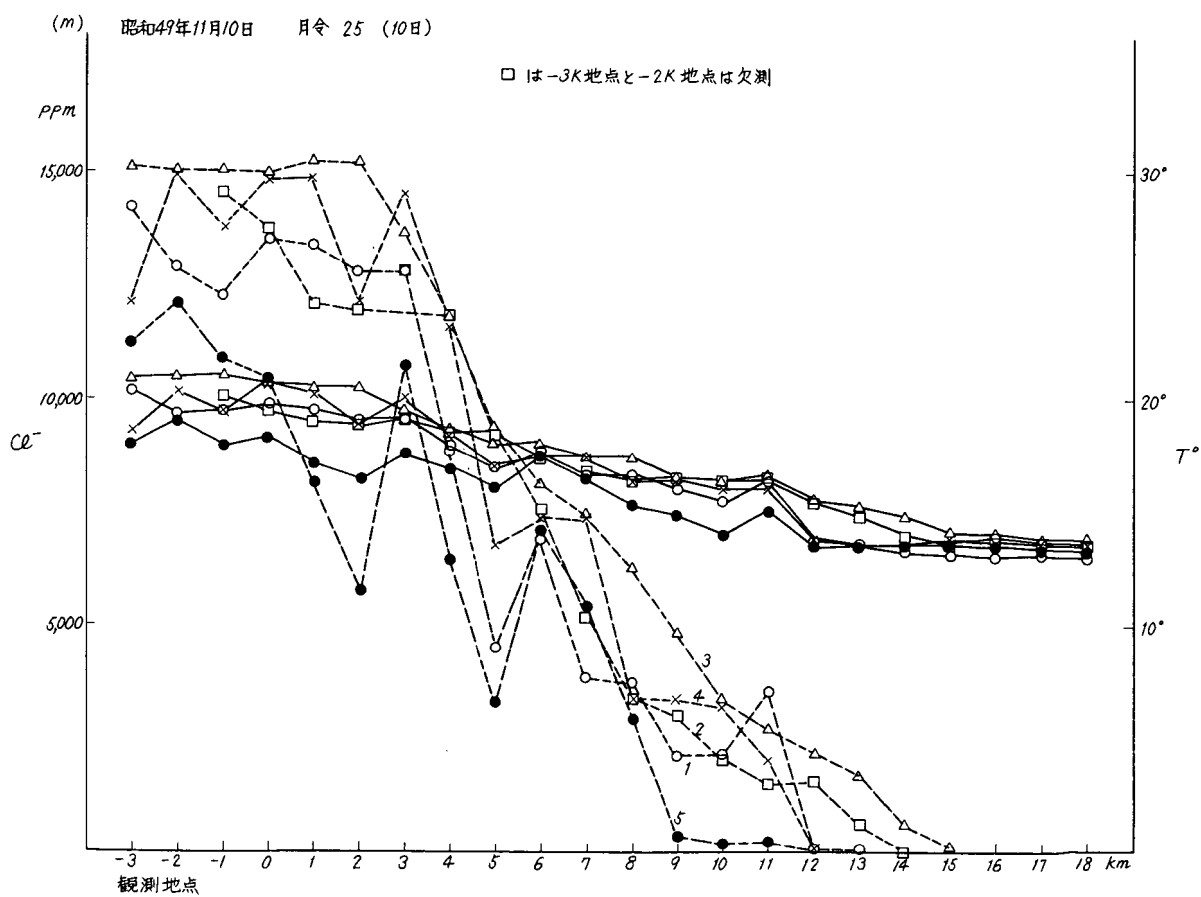
図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (j)



図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (k)



図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (1)



図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (m)

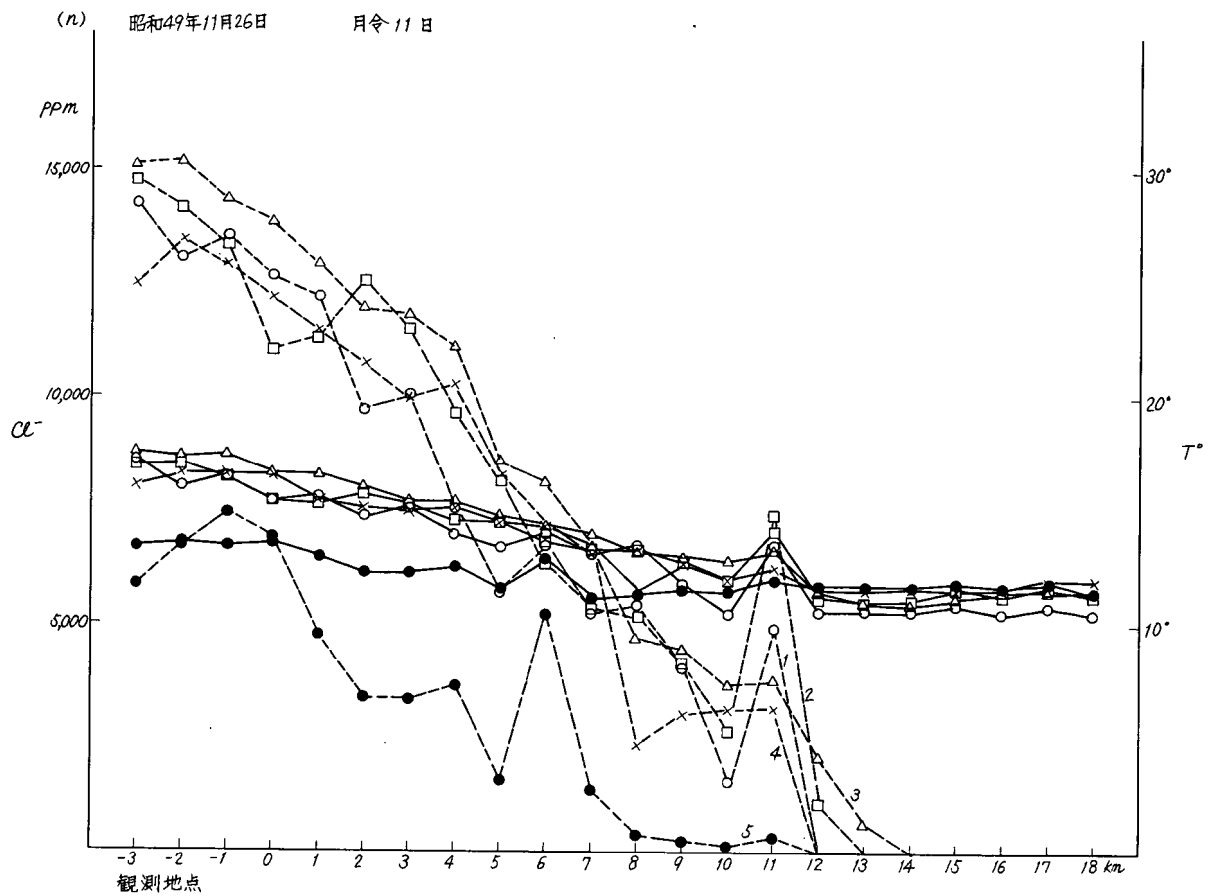


図 C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (n)

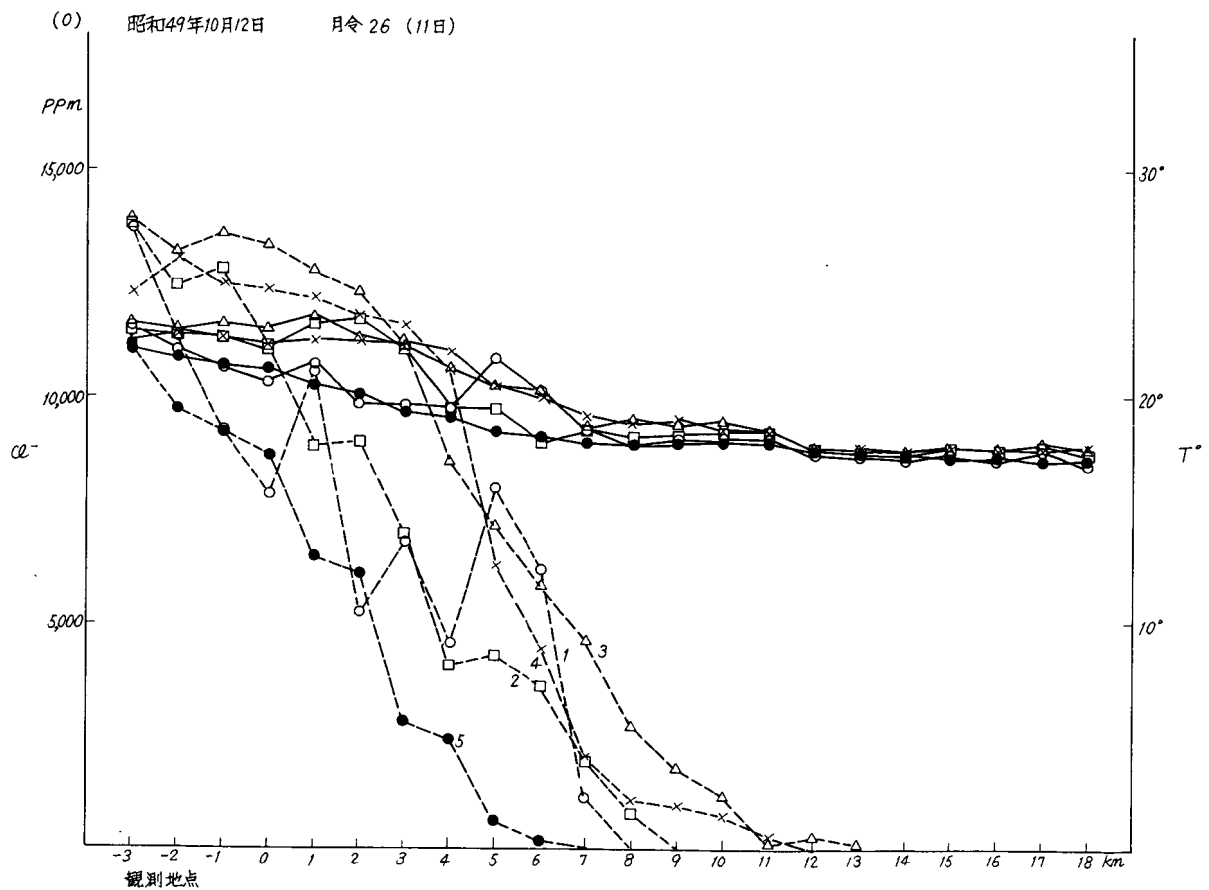
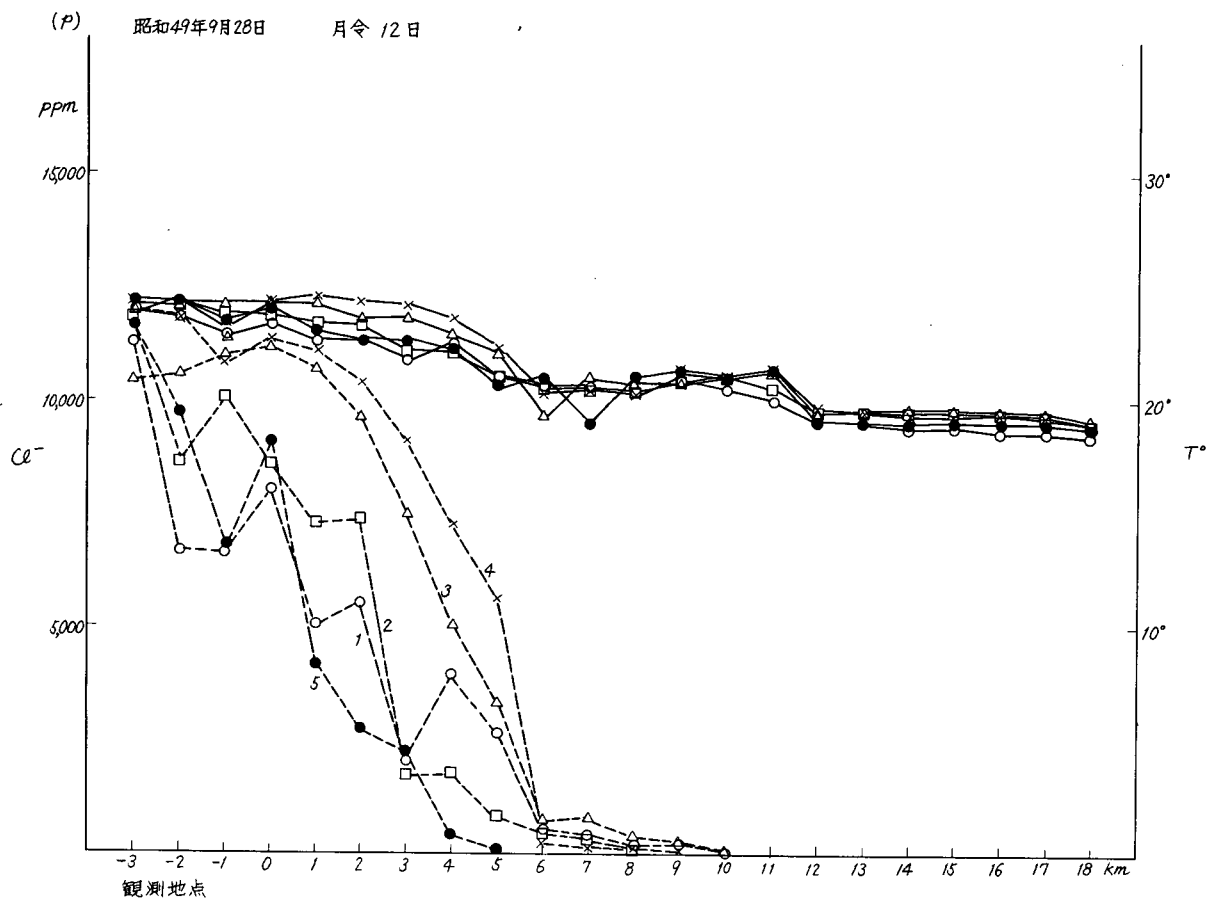
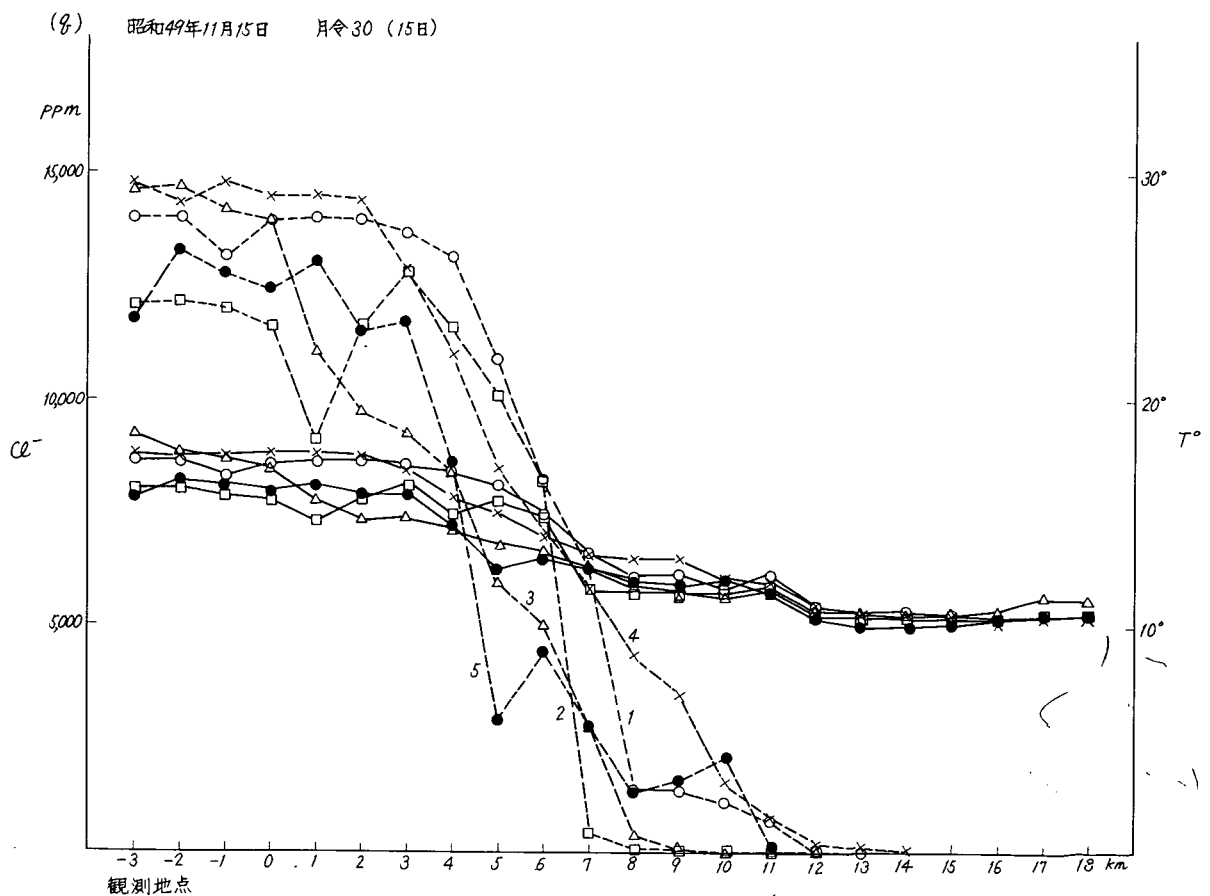


図 C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (o)



図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (p)



図C.2.14 長良川の下層塩素イオン濃度の縦断変化ならびに時間変化 (q)

感潮河川における塩水くさびの水理に関する
基礎的研究

ISSN
土研資料第1537号
昭和54年12月(1979)

キーワード 感潮河川, 塩水くさび, 海水侵入, 成層流
Key words Tidal River, Salt Wedge, Saline Water Intrusion,
Stratified Flow

要旨

感潮河川における海水侵入の運動について, 水理的な検討を行なった。海水侵入長の最大となる成層流に関する従来のモデルを改良し, 予測手法を改善して河川への適用の妥当性を明らかにした。

郵便はがき

二十円切手
をはって
さい

3 0 5 - □ □

建設省土木研究所
河川研究室御中

茨城県筑波郡豊里町大字旭一番地

No. C65

No. C65

土研資料 第1537号

配布先氏名

配布先住所

土木研究所資料第1537号 部

上記のとおり受領しました。

所 属（住所）

氏 名

印