

土 木 研 究 所 資 料

モデル解析から見た地すべり地内の地下水位の変動

昭和55年3月

建設省土木研究所
地すべり研究室

目 次

1	まえがき	1
2	地すべり地内の地下水現象のモデルの設定	2
3	地すべり地内の連通管タンクモデル	7
4	最適化問題のアルゴリズム	9
4-1	数学的基本アルゴリズム	9
4-2	Newton-Raphson 法	9
4-3	降下法	11
4-4	共役方向法	12
4-5	Powell の共役方向法の基本アルゴリズム	16
4-6	直線探索のアルゴリズム	19
4-6-1	関数比較法	19
4-6-2	曲線近似による方法	20
1)	Newton 法	20
2)	セカンド法	21
3)	2次補間法	21
5	ペナルティー関数法	24
6	数値実験	27
6-1	制約条件のない場合	27
6-2	制約条件のある場合	29
7	連通管タンクモデルの定数探索	34
7-1	決定変数の定式化	34
7-2	最適化される目的関数の定式化	34
7-3	ペナルティー関数の導入	35
8	連通管モデルでの数値実験	36
9	地すべりでの地下水連通管タンクモデルによる地下水変動	39
9-1	乙原地すべり	39
9-2	安代原地すべり	43
9-3	新宮地すべり	47
9-4	河崎地すべり	53
9-5	岩尾滝地すべり	56
10	あとがき	59

1 ま え が き

豪雨や融雪時に地すべりが多発していることは周知のことであり、地下水の変動と地すべり活動とは密接な関係があることが多くの調査研究報告で明らかにされている。しかしながら地すべり地内の地下水は複雑な挙動を示し、その定量的な把握が非常に困難となっている。したがって簡単な地下水変動モデルを設定し、そのモデルに従って地下水挙動について解析すれば容易に地すべり地内の地下水変動の定量的把握ができるであろうと考えられる。現在地下水変動解析においては、モデル構造が簡単で理解が容易で計算が簡単にでき、しかもある程度の物理的意味を持ち比較的精度が良いと考えられている連通管のタンクモデルが利用されている。しかしながらこの連通管モデルの定数探索に際しては、観測データと一致するまで試行を繰返し実施しなければならず限られた時間内に最適のモデル定数が探索されるとは限らず、又複雑なモデルになるとほとんど定数探索計算は困難で、さらにモデル定数に制約がつくとモデル定数探索は不可能である。このことはモデルの妥当性の検討以前の問題であり、モデル解析が一般に使用されていない大きな一因となっている。したがってモデル解析の本来の問題点であるモデルの妥当性のみについて検討することができるように一意的にモデル定数を探索する手法の確立が必要となる。これについて流出解析においてタンクモデルのモデル定数探索手法として非線形最適化の計算手法を適用し、非試行為で解析した事例があり¹⁾、筆者らもこの手法に着目し、連通管モデルに非線形最適化手法を適用し、モデル定数を探索し、このモデル定数から地すべり地内の地下水の変動について定量的把握を行なうことを試み、この定数から地すべり地内の地下水流動について考察してみたのでここに報告する。

なお非線形最適化手法としては、目的関数の第一微分が不可能又は困難な事例が多いことから微分形を使用しない Powell の共役方向法²⁾を用いることにし、その電算プログラムを当研究室で作成した。併せてこの非線形最適化手法は、オペレーション・リサーチの一手法であり、このアルゴリズムは、あらゆる分野で強力な解析手段となると思われることから若干の取りまとめを行なった。電算プログラム開発においては、地すべり研究室坂元技官の手伝いを得て、地すべり地内の地下水変動モデルの選定にあたっては当研究室の方々の貴重なる助言を得た。

地すべり研究室 室 長 藤 田 寿 雄
主任研究員 吉 松 弘 行

2 地すべり地内の地下水現象のモデルの設定

地すべり活動は、地下水の変動現象と密接な関係があるという^{4) 5) 6)}ことから地すべり地内の地下水変動現象について定量的把握を主眼に研究調査が続けられているが、しかしながら地すべり地内の地下水変動は、複雑な挙動をなすためその定量的把握が困難でまだ直観的経験的領域を出ていないのが実情である。しかしながら最近になって降雨と地下水変動の相関と特性を論じた申らの研究⁷⁾、連通管モデルを使用して地下水の変動を論じた岸本の研究⁸⁾、地すべり地内の地下水収支解析によった島らの研究⁹⁾といった地下水挙動の定量的把握を主眼としたすぐれた研究が報告されている。本研究は、これらの研究成果を参考に地すべり地内の各地下水位調査箇所の観測データを基に地下水位調査箇所間の地下水の挙動について定量的把握を主題にその解析手法の考え方とその結果について考察したものである。

ここで地下水の挙動については、単純なモデルを想定し、このモデル解析から地下水の挙動について考察するのが最も簡単で理解が早いであろうと考えられる。しかしながらモデル解析においては、採用したモデルは解析対象区域の特性を具備しており、なおかつ単純で普遍妥当なものが望ましく、モデル定数探索においては一意的に決定される必要がある。モデル定数探索については詳しく後述することとして、ここではモデルの物理的背景について論ずることにする。

一般に地下水変動現象は、解析対象地区の地盤の容水特性とそこに存在する地下水量等が影響を及ぼし、周辺地下水は、解析対象地区とその周辺地区間の透水性の影響を受けるものと考えられる。したがって岸本⁸⁾が提唱したように容水地盤特性を筒状のタンクで、地下水量を筒内で貯えられた水で、透水性を筒間の連結パイプで表わすことができると考えられる。この基本概念を示すと図-1のようになる。これは縦断的模式図であるが、横断方向に同様な考えを導入することにより平面的な考察も可能である。したがって筒内の地下水を地下水位観測調査地点の水位と考え、モデル解析を実施すれば調査地区間の地下水挙動の定量的相互特性を知ることができるものと考えられる。

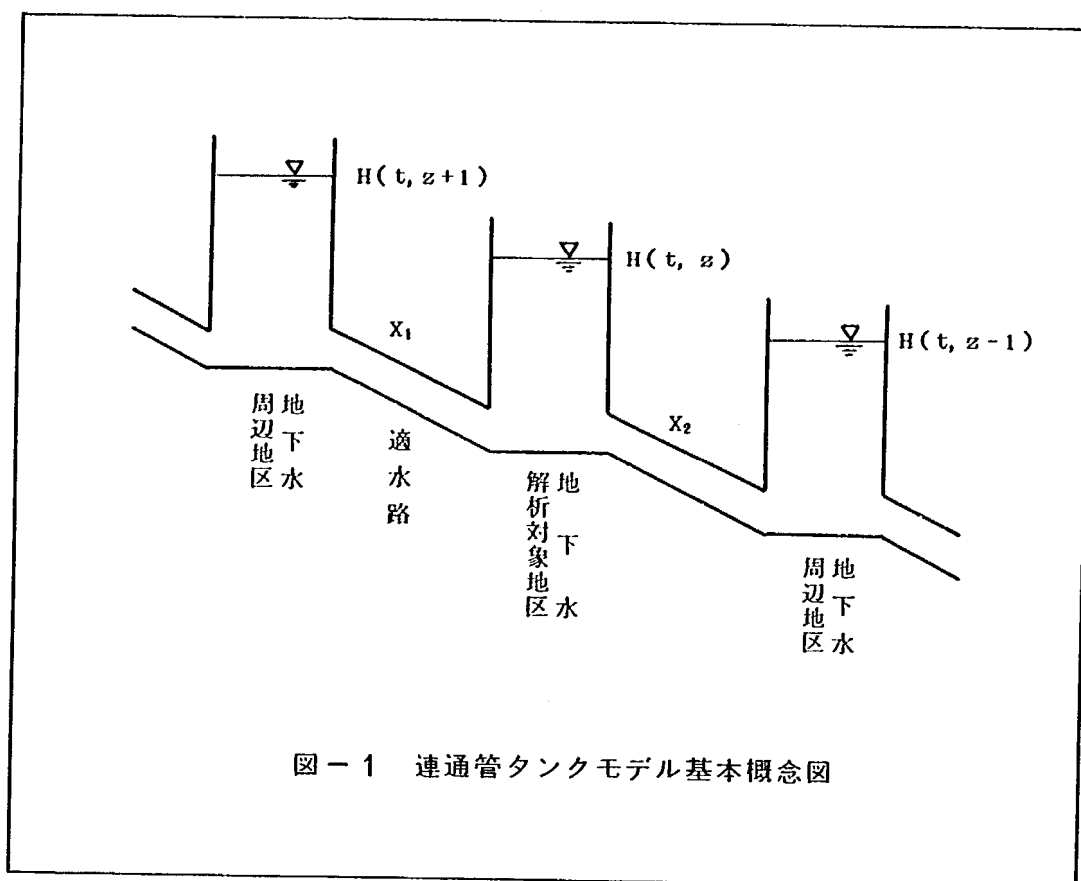


図 - 1 連通管タンクモデル基本概念図

一方不圧地下水の水収支式としては、一般に Siline-Beckhourine¹⁰⁾ のものがよく知られている。この式は、地表面、地下水不飽和層内の土中、および不圧地下水層中の水量変化から構成されている式であって次式で表わされる。

$$\pm D_1 \pm D_2 + \mu \frac{\Delta H}{\Delta t} = P + C - E + \frac{A_1 - A_2}{F} + \frac{Q_1 - Q_2}{F} + \frac{I_{ir} - I_{ret}}{F} \quad (2-1)$$

ここに

$\pm D_1$: 地表面における水量変化、河川、湖沼などにおける貯水量の変化

$\pm D_2$: 不飽和層内の土壌水の変化量

$\mu \frac{\Delta H}{\Delta t}$: 地下水貯留量の変化

ΔH : 時間 Δt 内の地下水位変化

μ : 飽和率あるいは排水率で、ほぼ有効空隙率に等しい

P : 降雨量

C : 地表と地中の凝縮量（一般に無視してもよい）

$\frac{A_1 - A_2}{F}$: 地表水流去（ A_1 は地表水流入、 A_2 は地表水流出、 F は水収支地区の面積）

$\frac{Q_1 - Q_2}{F}$: 地下水流去（ Q_1 は地下水流入、 Q_2 は地下水流出）

$\frac{I_{ir} - I_{ret}}{F}$: かんがい水流去 (I_{ir} はかんがい水流入, I_{ret} はかんがい水流出で還元水)

いま (2-1) 式の中を

$$P + C - E + \frac{A_1 - A_2}{F} + D_1 + D_2 = W \quad (2-2)$$

とすると W はほぼ不圧地下水のかん養量となり, かんがい水流去を

$$\frac{I_{ir} - I_{ret}}{F} = W_0 \quad (2-3)$$

とすると (2-1) 式は簡単になり, 次式で表わされる。

$$\mu \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Q_1 - Q_2}{F} + (W + W_0) \quad (2-4)$$

さらに $(W + W_0) = A$ とすれば (2-4) 式は次式で表わされる。

$$\mu \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Q_1 - Q_2}{F} + A \quad (2-5)$$

いま (2-5) 式を時系列形式に変化させれば

$$\mu \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{Q_1(t) - Q_2(t)}{F} + A(t) \quad (2-6)$$

となる。(2-6) 式は, 一般に良く知られた地下水の連続方程式であり, 満足すべき境界, 初期条件も不規則な値をとるのが普通であり解析的に解くことは困難であることから差分方程式で近似させ数値解析されることが多い。いま (2-6) 式の左辺を差分近似すれば次式で表わされる。

$$H(t + \Delta t) = H(t) + \frac{\Delta t}{\mu} q(t) + \frac{\Delta t}{\mu} A(t) \quad (2-7)$$

ここで $q(t)$ は, 解析対象地区での地下水の流去量を意味する。(2-7) 式の右辺の第 2 項は流去量を流出高に換算したものであり, これに洪水流出解析によく使用されるタンクモデルの仮定条件, つまり流出高は透水路管の径にその上の水深を乗じたものに等しいという考え¹¹⁾を導入し, それぞれ上流周辺地区, 解析対象地区, 下流周辺地区の地下水調査箇所的位置を $Z+1$, Z , $Z-1$ で表わし, 単位当たりの流出, 流入量を考えれば

$$\frac{q(t)}{\mu} = \frac{\lambda_1}{\Delta x_{Z+1, Z}} [H(t, Z+1) - H(t, Z)] - \frac{\lambda_2}{\Delta x_{Z, Z-1}} [H(t, Z) - H(t, Z-1)] \quad (2-8)$$

となる。ここで λ_1 , λ_2 はそれぞれ透水路管の径であり, H はそれぞれの調査箇所での地下水の標高を, Δx は調査箇所間の距離を表わす。(2-8) 式を (2-7) 式に代入すれば,

$$H_z(\Delta t) = H_z + \frac{\Delta t \lambda_1}{\Delta x_{z+1, z}} [H_{z+1} - H_z] - \frac{\Delta t \lambda_2}{\Delta x_{z, z-1}} [H_z - H_{z-1}] + \frac{\Delta t}{\mu} A \quad (2-9)$$

となり、(2-9)式は、地下水の連続方程式を連通管タンクモデルの条件に従い差分式近似したものである。

いま(2-9)式において単位当たり、 $\Delta t=1$ 、 $\Delta x=1$ という考えを導入すれば

$$H(t+1) = H_z(t) + \lambda_1 [H(t, z+1) - H(t, z)] - \lambda_2 [H(t, z) - H(t, z-1)] + \frac{A(t)}{\mu} \quad (2-10)$$

となり、これは岸本の提唱する連通管モデルでの計算手順と同じになる。この場合タンクの断面積を1とすればタンク内水量の増減は、地下水位の増減に等しくなり、(2-9)式を使用して地下水位の変動量の定量的解析が可能となる。しかしながら(2-9)式は、基本的には差分式であるため誤差が伝播しない範囲内で適用しなければならない。いま連通管タンクモデルでの2点間での地下水の流去量は次式で表わされる。

$$\frac{q_T}{\mu} = \lambda \Delta f \quad (2-11)$$

ただし λ は透水路管の径、 Δf は2点間の水位差である。一方ダルシー法則による地下水の流去量は

$$q_D = k \cdot H \frac{\Delta f}{\Delta x} \quad (2-12)$$

ただし R は透水係数、 H は透水層厚、 Δx は2点間の水平距離、 Δf は2点間の水位差、 μ は有効間隙率である(2-11)式と(2-12)式は本質的に同じであることから

$$\lambda = \frac{kH}{\mu \Delta x} \quad (2-13)$$

となる。ただし透水層厚は2点間ではほぼ一定と仮定する。(2-9)式で $\lambda_1 = \lambda_2$ とおき $\Delta x_{z+1, z} = \Delta x_{z, z-1} = \Delta x$ とおくと次式が得られる。

$$H_z(\Delta t) = H_z + \frac{\lambda \Delta t}{\Delta x} [H_{z+1} - 2H_z + H_{z-1}] + \frac{\Delta t}{\mu} A \quad (2-14)$$

(2-13)式の関係を用いて(2-14)式に代入すれば

$$H_z(\Delta t) = H_z + \frac{kH\Delta t}{\mu \Delta x^2} [H_{z+1} - 2H_z + H_{z-1}] + \frac{\Delta t}{\mu} A \quad (2-15)$$

となり、これは次の偏微分方程式の差分近似式である。

$$\mu \frac{\partial f}{\partial t} = kH \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + A \quad (2-16)$$

これは $H \gg f$ の条件のときの地下水流非定常基礎方程式として一般に良く知られる式である¹²。したがって(2-9)式は本質的に地下水流の非定常解析を実施していると解釈できよう。こ

こで(2-15)式において解が発散，振動しない条件は次式で与えられる。

$$\frac{kH\Delta t}{\mu\Delta x^2} < \frac{1}{2} \quad (2-17)$$

(2-17)式に(2-13)式の関係代入すると

$$\lambda < \frac{\Delta x}{2\Delta t} \quad (2-18)$$

の関係が得られる。(2-18)式は，観測間隔が1日，2点間の調査地点間隔が20 m以上の地すべり地事例が多いことからこれらの値を代入すると， λ は1.0よりも大きな値でも(2-18)式は満足されることが理解される。したがって(2-10)式は近似的に次式で表わされる。

$$H(\Delta t) = H_z + \frac{\lambda_1}{\Delta x_{z+1,z}} [H_{z+1} - H_z] - \frac{\lambda_2}{\Delta x_{z,z-1}} [H_z - H_{z-1}] + \frac{A}{\mu} \quad (2-19)$$

これは岸本の提唱する連通管モデルでの計算手順と基本的には同じであり，同氏の解析手法の妥当性を証明するものとなる。ここで注意しなければならないのは，筆者らの解析式では，単位当たりの地下水流入，流出量を考えているので，解析地区への全流入量，流出量は，解析対象地区の面積を乗じなければならないことである。また2地区間の地下水流の相互関係を評価するためには，2地区間の距離が長くなれば地下水の水位差は大きくなり，流入量，流出量が増大するため，透水管路の径 λ の値に影響を及ぼすことが考えられ，これらの影響を除いた透水路管の径 λ の値を求めることが望ましい。したがって筆者らの提唱する(2-19)式による解析が望ましいと思われる。筆者らが本研究において連通管タンクモデルを採用したのは，

- 1) モデルの物理的背景が簡明で理解しやすく，地下水変動の特性を説明できる機能を有すること。
- 2) モデルの構造が簡単で理解がしやすいこと。
- 3) モデルでの計算が簡単であること。
- 4) 地下水層の地盤の性状を簡単にモデル化でき，その評価が可能なこと。
- 5) 地下水調査地区間の地下水流の相互関係についての評価ができること。

の理由によるものである。この他に(2-19)式は(2-18)式を満足する範囲内では2地区間の距離は，任意に選択でき，(2-16)式の差分近似式と違って等間隔に設定する必要がなく，地すべり地での観測データをそのまま解析に適用でき，しかもその相互関連についての定量的評価が可能となる。

3 地すべり地内の連通管タンクモデル

前章で基本的な連通管タンクモデルの性質について述べたが、ここでは本研究において使用した一般的な連通管タンクモデルについて述べることにする。

地すべり地内の地下水のかん養は、降雨と上流域からの地下水流入量であり、低減量は、同地域からの地下水流出量である。この地下水流入量及び流出量は、モデルの透水路管の径の太さと高の位置を決定することによって評価可能である。したがって図-2の様なモデルが想定

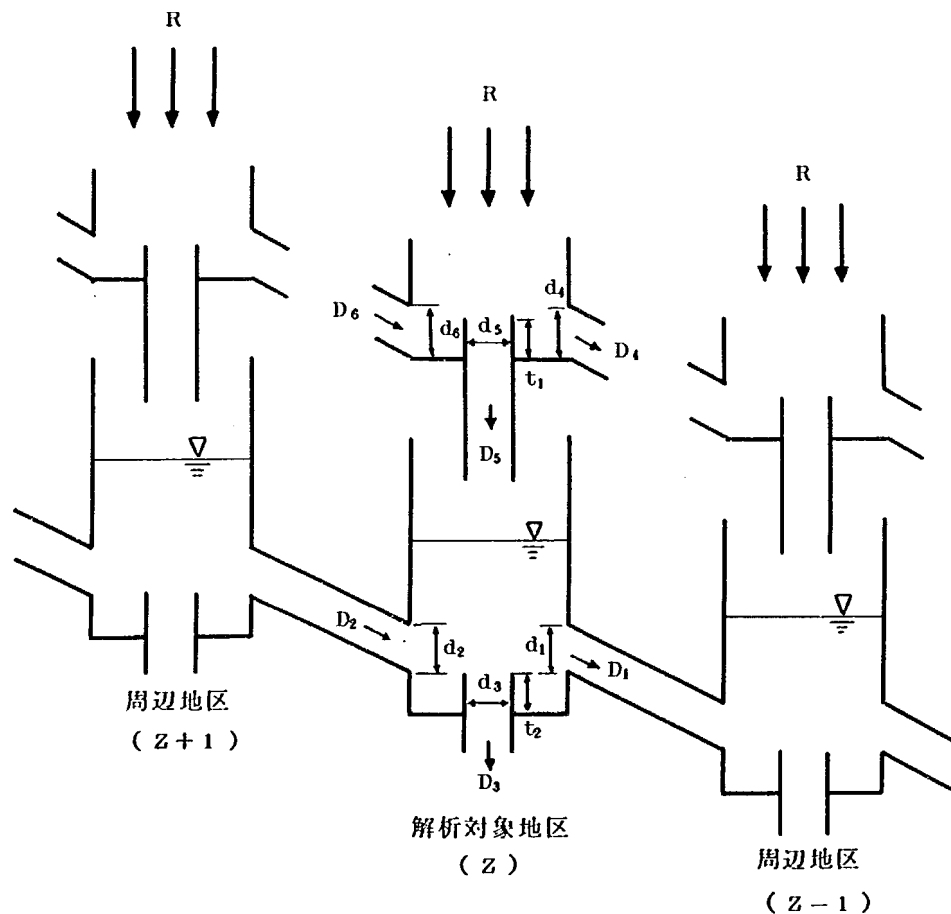


図 - 2 連通管タンクモデル

される。モデルの上部は地すべり地の上部地盤を意味し、 R は同地域へ降る降雨である。 D_6 は、地表面で集水され解析対象地域へ流入する地表水で、 D_4 は同地域での土湿不足、蒸発散、直接地表流下などの初期欠損量があり、一般にこれを無効降雨量と称するがこれを意味するとともに、この上部地盤では、降雨が地下浸透し、地下水塊に達するまでの時間のおくれがありこれを t_1 で表わしている。 D_5 はこれらの水収支の結果地下水となる量を表わす。下部では、帯水層地盤より深い地盤へ浸透していく亀裂水や斜面下方部への浸透水を D_3 で表わし、上流

周辺からの地下水流入量を D_2 , 下方周辺への地下水流出量を D_1 で表わしている。また地すべり地内では、地下水位がある標高まで低下するとそれ以下に低下しない基底水位があり、これを t_2 で表わしている。したがって D_5 と D_2 として供給される地下水量から D_3 および D_1 として流出される地下水量の残余分の量がその指標として水位 h で表わしている。また上部タンクを個々に独立にしてあるのは、地下水に影響を及ぼすのは地表流入量と地表流出量の残余分 ($D_0 - D_4$) であり、これを評価すれば地下水の挙動が定量的に把握できるということからあえて連続性を持たせていない。筆者らが使用する図-2の連通管タンクモデルは、島らが使用したタンクモデル⁹⁾と基本的には同型であり、あらゆる地すべりの地下水挙動の解析に適用できる最も普遍的基礎的モデルとして考えてよいであろう。この章で述べたモデルの性状は、前章で述べた基本的な連通管タンクモデルの物理的背景を原則的に何ら変更するものでない。したがって筆者らが使用する連通管タンクモデルの解析の背景は、地下水の連続方程式をモデルを通して解析していると解釈できるものと考えられる。

4 最適化問題のアルゴリズム

この最適化問題の数学的背景は、基本的には Newton-Raphson 法の収斂手法を基礎にし、これから発展研究された手法であると考えられ、以下これらのことについて若干の取まとめを行った。

4-1 数学的基本アルゴリズム

いま X_0 を内部に含む領域 R があり、次の条件を満たすとき X_0 を関数 $F(x)$ ($F(x)$ を目的関数という) の最小点または最小解であると解釈できる。

$$F(x) \geq F(X_0) \quad X \in R \quad (4-1-1)$$

X の成分の値が制約条件によって特に制限されていない時古典的な手法により、関数がある停留点 (最大, 最小値) が満たすべき必要条件は、

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} = \frac{\partial F}{\partial X_2} = \dots = \frac{\partial F}{\partial X_n} = 0 \quad (4-1-2)$$

であり、逆に言えば (4-1-2) 式で表わされる意味は、非線形方程式の組を解くことによって停留点が求められることになる。さらに非線形方程式を解く問題は、最適化の問題として考えることができるので、たとえば次の様な関数を考えると

$$f_i(X) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4-1-3)$$

これらの方程式の解は、関数

$$F(X) = \sum_{i=1}^n \{ f_i(X) \}^2 \quad (4-1-4)$$

を最小化するのと同義となることが理解される。

4-2 Newton-Raphson 法

この Newton-Raphson 法は、数学的に最も理解しやすいが目的関数の第一微分、第二次微分を実施しなければならないことが欠点となっている。

いま n 変数の関数 $f(X)$ を 2 次元の場合について最適解 X_0 のまわりで Taylor 級数に展開すれば、

$$\begin{aligned} f(X) &= f(X_0 + \theta) \\ &\simeq f(X_0) + \theta_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \theta_i \theta_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} + O(\theta^3) \end{aligned} \quad (4-2-1)$$

そこで X_0 において最小値をとるためには、次の条件が成り立つ必要がある。

$$\frac{\partial f}{\partial X_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-2-2)$$

$$\frac{1}{2} e_i e_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} > 0 \quad (e_i, e_j \neq 0 \text{ の場合}) \quad (4-2-3)$$

したがって変数 X が制約を受けていない場合に微分可能な X の関数 $f(X)$ の最小点を求める問題は方程式

$$g_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-2-4)$$

のすべての解を求めてそれらを比較することにより解きうる事が理解される。

いま $X^{(k)}$ を k 番目の繰返しにおける X の値とし、 e を X の変化とすれば Taylor 展開によって

$$g_i(X^{(k+1)}) = g_i(X^{(k)}) + e_j \frac{\partial g_i}{\partial x_j} + O(e^2) \quad (4-2-5)$$

ここで行列 G を導入して

$$G_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \quad (4-2-6)$$

とし、 $X^{(k+1)}$ が求める最適点であれば

$$g_i(X^{(k+1)}) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-2-7)$$

となる。したがって (4-2-5) 式は

$$G_{ij} e_j + g_i = O(e^2) \quad (4-2-8)$$

になり、 G が正則でかつ $O(e^2)$ の項を無視すれば (4-2-8) 式は e について解くことができる。

$$e = -G^{-1} g \quad (4-2-9)$$

そこで新しい推定値 $X^{(k+1)}$ は

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - G^{-1} g \quad (4-2-10)$$

となる。

この手法は、Newton-Raphson 法と言われるもので、実際の計算においては、(2-10) 式のかわりに方向ベクトル e^k を用いて

$$e^k = -G^{-1} g \quad (4-2-11)$$

とおき適当な直線探索のアルゴリズム M を用いて

$$X^{k+1} = X^k + \alpha^k e^k \in M(X^k, e^k) \quad (4-2-12)$$

として計算を行うことが多い。(4-2-12) 式を (4-2-10) 式に比べて修正 Newton-Raphson 法と呼ぶこともある。

しかしながらこの手法は、

(i) 各推定点 X において行列 G の要素の計算をしなければならない。

(2) G が正則でないと逆行列の計算は不可能となる。

に直面することが多い。つまりこの手法の困難性は、関数の 2 次導関数行列を計算しなければならないことであって、そのためには、すべての導関数の解析的表現を求めるか数値差分法によって微係数の近似計算が必要となる。これらのことからヘッセ行列 (G) に固有値ベクトルを導入して解析する固有値解析法等が研究発表されている。

4-3 降下法

この降下法は、制約条件なしに最適化問題を解く各手法の基本的なアルゴリズムになっており、非常に重要なものである。

いま目的関数 $f(X)$ の最小化

$$\text{最小化 } f(X) \quad X \in R^n \quad (4-3-1)$$

を考えた場合 (4-3-1) 式の典型的なアルゴリズムでは、点 $X^k \in R^n$ においてベクトル $d^k \in R^n$ を定め

$$X^{k+1} = X^k + \alpha^k d^k \quad (4-3-2)$$

によって最小点を定める手法であって、 d^k は方向ベクトル、 α^k はステップ幅であり、これを決定する手続を直線探索と呼んでいる。

(4-3-2) 式において、目的関数 f が減少するように

$$f(X^{k+1}) < f(X^k) \quad (4-3-3)$$

となるように列 (X^k) を生成するものを降下法 (Descend Method) という。さらに方向ベクトル d^k を決定するとき $\partial f / \partial x$ の値を利用するものを勾配法 (Gradient Method) という。したがって Newton-Raphson 法もこの勾配法的一种と考えることができよう。また (4-3-2) 式で点 X^k における方向ベクトル d^k として

$$d^k = -\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-3-4)$$

を採用した場合特に最急勾配法 (Steepest descend method) と呼ぶ。実際の計算における直線探索のアルゴリズムは Curry の規則によって

$$X^{k+1} = X^k + \alpha^k d^k \in M_0(X^k, -\frac{\partial f}{\partial x_i}) \quad (4-3-5)$$

によって計算する。この場合 $\partial f / \partial x$ と d のなす角度を $\cos \theta = -1$ のとき目的関数 f の減少率が最も大きくなる。

最適化の手法を適用する関数は、一般に最小点 X の近傍では 2 次形式で十分近似できるといふことから、次式で表わされる 2 次関数について考えてみる。

$$f(X) = a + C^T X + \frac{1}{2} X^T G X \quad (4-3-6)$$

最小点 X^* は一意的に

$$\frac{\partial f}{\partial x} = C + GX^* = 0 \quad (4-3-7)$$

により決定されて

$$X^* = -G^{-1} C \quad (4-3-8)$$

いま, $\partial f / \partial x = g^k$ とおくと X^{k+1} と X^k の関係は

$$X^{k+1} = X^k - \alpha^k g^k \quad (4-3-9)$$

となる。いま直線探索を Curry の規則によって行くと α^k は

$$\frac{\partial}{\partial x} f(X^k - \alpha^k g^k) g^k = 0 \quad (4-3-10)$$

を満たすから解析的に計算でき

$$\alpha^k = \frac{(g^k)^T g^k}{(g^k)^T G g^k} \quad (4-3-11)$$

を得る。

したがって

$$X^{k+1} = X^k - \frac{(g^k)^T g^k}{(g^k)^T G g^k} \cdot g^k \quad (4-3-12)$$

となり, 最急降下法の収束の様子が理解されうる。

ここで Curry の規則とは, $X^k + \alpha^k d^k$ の最小化において $h(\alpha) = f(X^k + \alpha^k d^k)$ とおいたとき, $h'(\alpha^k) = 0$, すなわち

$$\frac{\partial}{\partial x} f(X^k + \alpha^k d^k) d^k = 0 \quad (4-3-13)$$

を満たさなければならない。この場合 α^k は一義的には決定できないので (4-3-13) を満たす α のうちで最小のものを採用するが, この決定法を Curry の規則という。

4-4 共役方向法

前述のように Newton-Raphson 法は 2 次導関数行列の計算, 降下法は 1 次導関数の計算をしなければならない。

一方ではこの導関数を使用しない手法についても Powell によって研究された。この Powell の共役方向は, 最小点 X のまわりで目的関数を 2 次関数近似することを基礎にしている。いまこの関数を

$$f(X) = a + C^T X + \frac{1}{2} X^T G X \quad (4-4-1)$$

と表わすと、ここで G は正定であると仮定する。

(4-4-1) 式に Newton-Raphson 法を適用すれば、その結果から $X^{(0)}$ における勾配は

$$g^{(0)} = C + G X^{(0)} \quad (4-4-2)$$

$X^{(0)}$ において Newton-Raphson 法の推定を用いて得られた点を $X^{(1)}$ とすると

$$X^{(1)} = X^{(0)} - G^{-1} g^{(0)} \quad (4-4-3)$$

$$= X^{(0)} - G^{-1} [C + G X^{(0)}]$$

$$= X^{(0)} - G^{-1} C - X^{(0)} \quad (4-4-4)$$

$$= -G^{-1} C \quad (4-4-5)$$

$X^{(1)}$ の勾配は、 $g^{(1)} = C + G X^{(1)}$ で表わされ (4-4-5) 式を代入して

$$g^{(1)} = C + G (-G^{-1} C) = 0 \quad (4-4-6)$$

したがって $X^{(1)}$ は、勾配が零となるため求める最小点である。これが 2 次関数近似した場合の最適化手法における数学的アルゴリズムの基礎となるものである。

いま正定の 2 次関数はすべて互いに直交する 1 組の主軸をもっており、座標軸 $O X$ をこれらの主軸と平行になるまで回転すると

$$X = R Z \quad (4-4-7)$$

で与えられ、新しい座標 $O Z$ ができる。この座標軸を用いると近似 2 次関数 (4-4-1) 式は

$$f(Z) = a + C^T R Z + \frac{1}{2} Z^T R^T G R Z \quad (4-4-8)$$

となる。ここで行列 $R^T G R$ は、対角形であって

$$R G R = D = \begin{vmatrix} d_1 & & & & 0 \\ & d_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & d_n \end{vmatrix}$$

である。つまりいま d_i に対応する固有ベクトルを V_i とし、 $|V_i| = 1$ となるように正規化してあるとすれば、

$V_i (i = 1, 2, \dots, n)$ は互いに直交するから

$R = [V_1, V_2, \dots, V_n]$ とすれば

$R^T R = [V_i^T V_i] = 1$ となり、したがって $R^T = R^{-1}$ である。

また $G V_i = d_i V_i$ であるから

$$G R = G [V_1, V_2, \dots, V_n]$$

$$= [G V_1, \dots, G V_n]$$

$$= [d_1 V_1, \dots, d_n V_n]$$

$$= [V_1, \dots, V_n]$$

$$= R D$$

となり

$$R^T G R = R^{-1} G R = D \quad (4-4-9)$$

となる。このとき関数 $f(z)$ は Z_i について独立な項の和に展開できるので各項を別々に最小化することができる。したがって行列 G の n 個の固有値と固有ベクトルを求めて、これらの方向における n 個の一方探索を行うことによって2次関数(4-4-1)式の最小点を求めることが可能となる。したがって2次関数の主軸の計算による利点を利用すれば n 回の一方探索によって別々に最小化できる n 個の独立な項に関数を展開できる。このことは1組の共役方向を導入することによっても得ることができる。

いま k 個の方向 $t^{(1)}, \dots, t^{(k)}$ ($k \leq n$) は条件

$$t^{(i)T} G t^{(j)} = 0 \quad (i \neq j) \quad (4-4-10)$$

が満足されているとき共役であるという。この数学的証明は専門書を参照していただくとして、この場合ベクトル X および C をこの基底の一次結合として表わすことが可能で

$$\begin{aligned} X &= y_k t^{(k)} \\ C &= c_k t^{(k)} \end{aligned} \quad (4-4-11)$$

と表わすことができる。このとき近似2次曲面を

$$f(y) = a + c_k t^{(k)T} t^{(k)} y_k + \frac{1}{2} y_k t^{(k)T} G t^{(k)} y_k \quad (4-4-12)$$

とすれば定義によって

$$t^{(k)T} G t^{(k)} = 0 \quad (k \neq k) \quad (4-4-13)$$

$k = k$ のときにはある正の値、たとえば b_k を持つ。

すなわち

$$t^{(k)T} G t^{(k)} = b_k \quad (k = k) \quad (4-4-14)$$

となり、ここでベクトル C''' を

$$C''' = c_k t^{(k)T} t^{(k)} \quad (4-4-15)$$

とし、これを導入すれば

$$f(y) = a + c_k''' y_k + \frac{1}{2} b_k y_k^2 \quad (4-4-16)$$

$$= a + \frac{1}{2} b_k (y_k + C_k''' / b_k)^2 \quad (4-4-17)$$

となり、これは n 個の独立な2乗項の和である。もし y_k のおのをおのを順次変化させて $f(y)$ を最小にする値、すなわち

$$y_k = -C_k''' / b_k \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (4-4-18)$$

とするならば、関数の最小値が得られることになる。

しかし(4-4-10)式によって y_k が変化するとき点 X は $t^{(k)}$ の方向に移動する。したがって

1) n 個の共役方向のおのおのに沿って順次探索を行えば2次関数の最小点が求められる。

2) $(n-1)$ 個の共役方向が点 $X^{(0)}$ において2次曲面に接しているならば $X^{(0)}$ において

$$y_k = -C_k''' / b_k \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (4-4-19)$$

であり、 n 番目の方向は(4-4-19)式を(4-4-17)式に代入することにより

$$f(x) = a + \frac{1}{2} b_n (y_n + C_n''' / b_n)^2 \quad (4-4-20)$$

となり、その最小点は明らかに直線

$$X = X^{(0)} + y_n t^{(n)} \quad (4-4-21)$$

上にあることになる。

3) (4-4-19)式から既に最小点を通ることが判っている(4-4-21)式の直線は $X^{(1)}$ も通ることから $(n-1)$ 個の共役方向が2点 $X^{(0)}$ および $X^{(1)}$ において2次曲面に接しているならば最小点はこの2点を結ぶ直線上にあることになる。

4) いま k 個のベクトル $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(k)}$ と $(n-1)$ 個の独立なベクトル $u^{(j)}$ となる基底を考えると X の座標は

$$X = y_i t^{(i)} + z_j u^{(j)} \quad (4-4-22)$$

となり、2次関数は

$$f(y, z) = a + (y_i t^{(i)} + z_j u^{(j)})^T C + \frac{1}{2} (y_i t^{(i)} + z_j u^{(j)})^T G (y_l t^{(l)} + z_m u^{(m)}) \quad (4-4-23)$$

方向 $t^{(i)}$ ($i=1, 2, \dots, n$)に平行な一方向探索を行えば y_i の値は(4-4-23)式を最小にするためには、 $\partial f / \partial y_i = 0$ を満足しなければならず

$$\frac{\partial f}{\partial y_i} = C^T t^{(i)} + t^{(i)T} G (y_l t^{(l)} + z_j u^{(j)}) = 0 \quad (4-4-24)$$

が得られる。いま $t^{(i)}$ の集合は共役であるから(4-4-13), (4-4-14)式によって簡単にすることができる。

$$C^T t^{(i)} + b_i y_i + t^{(i)T} G z_j u^{(j)} = 0 \quad (4-4-25)$$

いま $X^{(0)}$ と $X^{(2)}$ のいずれにおいても(4-4-25)式は満足されなければならないから

$$X^{(2)} - X^{(1)} = d y_i t^{(i)} + d z_j u^{(j)} \quad (4-4-26)$$

とすると差をとることにより、

$$b_i d y_i + t^{(i)T} G d z_j U^{(j)} = 0 \quad (4-4-25)$$

となり、 $(X^{(2)} - X^{(1)})$ が集合 $t^{(i)}$ のすべての要素と共役であれば、これは零でなければならない。これは (4-4-24) 式によって次のようになる。

$$(X^{(2)} - X^{(1)})^T G t^{(i)} = t^{(i)T} G (d y_i t^{(i)} + d z_j U^{(j)}) \quad (4-4-26)$$

いま (4-4-13), (4-4-14) 式を用いれば

$$(X^{(2)} - X^{(1)})^T G t^{(i)} = b_i d y_i + t^{(i)T} G d z_j U^{(j)} \quad (4-4-27)$$

となり、(4-4-25) 式から

$$(X^{(2)} - X^{(1)})^T G t^{(i)} = 0 \quad (4-4-28)$$

となり、新しい方向は集合に属するすべての方向と共役になる。このことより k 個の共役方向 $t^{(1)}, \dots, t^{(k)}$ ($k < n$) を考え、この k 個の方向の一方向探索によって得られた 2 つの点を $X^{(1)}$ および $X^{(2)}$ とし、方向 $t^{(k+1)}$ を

$$t^{(k+1)} = X^{(2)} - X^{(1)} \quad (4-4-29)$$

のように定義すれば $t^{(1)}, \dots, t^{(k+1)}$ の集合も共役になる。

以上述べた 4 つの項は、共役方向を用いる際のアルゴリズムの基礎となすものであり、この 4 項を背景に目的関数の最適化が行われる。

4-5 Powell の共役方向法の基本アルゴリズム

Powell 法は共役方向を使用し、2 次関数を n 回の反復によって最小化する手法で、目的関数の導関数を計算する必要がないので微分計算を避けたい場合及びそれが不可能な場合非常に有用で、特に目的関数が 2 次関数近似できる場合十分信頼にたる精度を得ることができる。その基本アルゴリズムを示すと

[ステップ 0]

一次独立なベクトル $S_0^0, S_1^0, \dots, S_{n-1}^0$ と出発点 X_B^0 を用意して $k=0$ としてステップ 1 へ進む。この場合ベクトル S は一般に単位マトリックスが使用される。

[ステップ 1]

$X_0^k = X_B^k$ において $i=0, 1, \dots, n-1$ に対して

$$X_{i+1}^k = X_i^k + \lambda_i^k S_i^k = M_E(X_i^k, S_i^k)$$

を計算する。ここで M_E は直線上の最小化による直線探索である。

[ステップ 2]

$$|X_i^n - X_i^0| < \epsilon_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

を計算し満足すれば計算を終了する。さもなければステップ3へ進む。ここで ε は収斂の精度である。

[ステップ3]

$$S_n^k = X_n^k - X_0^k \text{ において}$$

$$X_{n+1}^k = X_n^k + \lambda_n^k S^k = M_E(X_n^k, S_n^k)$$

を求める。

[ステップ4]

$$S_{i+1}^{k+1} = S_{i+1}^k \quad (i=0, 1, \dots, n-1)$$

$k=k+1$ としてステップ1へ進む。

ここで上記 Powell の基本アルゴリズムを理解していただくために、今野氏³⁾の計算事例を引用させていただくことにする。

目的関数は2次関数で次式で表わされる。

$$f = \frac{3}{2}(x_1)^2 - x_1 x_2 + \frac{3}{2}(x_2)^2 \quad \rightarrow \text{MIN 化}$$

出発点は $X_0^0 = (1, 2)^T$ ，一次独立ベクトルは(ここでは S を d で表わす)単位マトリックスを使用する。

つまり， $d_0^0 = (1, 0)^T$ ， $d_1^0 = (0, 1)^T$ である。

したがって d_0^0 方向の直線探索は

$$f(X_0^0 + \alpha d_0^0) = \frac{3}{2}(1+\alpha)^2 - (1+\alpha) \cdot 2 + \frac{3}{2}(2)^2$$

より $\alpha_0^0 = -\frac{1}{3}$

$$X_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

を得る。 d_1^0 方向に対しては

$$f(X_1^0 + \alpha d_1^0) = \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3}(2+\alpha) + \frac{3}{2}(2+\alpha)^2$$

より

$$\alpha_1^0 = -\frac{16}{9}$$

$$X_2^0 = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \frac{16}{9} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2}{9} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を得る。次に

$$d_2^0 = \frac{2}{9} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 3 \\ 16 \end{pmatrix}$$

の方向に直線探索を行うと

$$f(x_2^0 + \alpha d_2^0) = \frac{3}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \alpha \right)^2 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \alpha \right) \left(\frac{2}{9} - \frac{16}{9} \alpha \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{2}{9} - \frac{16}{9} \alpha \right)^2$$

より

$$\alpha_2^0 = \frac{16}{233}$$

$$x_3^0 = \frac{2}{9} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{16}{233} \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix} = \frac{10}{699} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix}$$

を得る。これで第一回目の手続が終了し、第二回の直線探索の方向は $d_1^0 = (0, 1)^T$ だから

$$f(x_0^1 + \alpha d_0^1) = \frac{3}{2} \left(\frac{10 \times 45}{699} \right)^2 - \frac{450}{699} \left(\frac{70}{699} + \alpha \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{70}{699} + \alpha \right)^2$$

より

$$\alpha_0^1 = \frac{80}{699}$$

$$x_1^1 = \frac{10}{699} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix} + \frac{80}{699} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{50}{233} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を得る。次に探索方向は $d_1^1 = -\frac{1}{9} (3, 16)^T$ だから

$$f(x_1^1 + \alpha d_1^1) = \frac{3}{2} \left(\frac{150}{233} - \frac{1}{3} \alpha \right)^2 - \left(\frac{150}{233} - \frac{1}{3} \alpha \right) \left(\frac{50}{233} - \frac{16}{9} \alpha \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{50}{233} - \frac{16}{9} \alpha \right)^2$$

より

$$\alpha_1^1 = \frac{3600}{(233)^2}$$

$$x_2^1 = \frac{50}{233} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{3600}{(233)^2} \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix} = \frac{750}{(233)^2} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix}$$

を得る。ここで

$$d_2^1 = \frac{750}{(233)^2} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix} - \frac{10}{699} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{34200}{(233)^2} \begin{pmatrix} 45 \\ 7 \end{pmatrix}$$

だから

$$\begin{aligned} f(x_2^1 + \alpha d_2^1) &= \frac{3}{2} \left(\frac{750 \times 45}{(233)^2} + \frac{34200 \times 45}{(233)^2} \alpha \right)^2 \\ &\quad - \left(\frac{750 \times 45}{(233)^2} + \frac{34200 \times 45}{(233)^2} \alpha \right) \left(\frac{750 \times 7}{(233)^2} + \frac{34200 \times 7}{(233)^2} \alpha \right) \\ &\quad + \frac{3}{2} \left(\frac{750 \times 7}{(233)^2} + \frac{34200 \times 7}{(233)^2} \alpha \right)^2 \end{aligned}$$

より

$$\alpha_2^1 = -\frac{5}{228}$$

$$x_1 = \frac{750}{(233)^2} \binom{45}{7} - \frac{5}{288} \times \frac{34200}{(233)^2} \binom{45}{7} = 0$$

となり、2回の反復で最適解 $x = (0, 0)^T$ が求められる。

いま筆者らの開発プログラムで上記目的関数について計算を実施したところ第1回目の反復では x の値は $(0.643777, 0.100143)$ となり、第2回目の反復では、 $(0, 0)$ となり、この時電子計算機は 1×10^{-77} というアンダーフローを起こし、計算が終了した。したがって筆者らの開発したプログラムのアルゴリズムは妥当なものであると考えられる。

4-6 直線探索のアルゴリズム

最適化問題を解く際には、一変数関数 $f(x)$ の最適化のアルゴリズム(直線探索)が必要であり、ここでその代表的なものについて述べる。なおこの直線探索のアルゴリズムは、 n 次元の最適化問題を解くときの収束の速さ、精度に影響するので強力なアルゴリズムを作成、理解しておくことが必要である。

4-6-1 関数比較法

目的関数 f が区間 $L = [a, b]$ 内で最小点 x^* をもつものとし、任意の $x_1, x_2 \in L$, $x_1 < x_2$ に対して

$$\left. \begin{array}{l} x_2 \leq x^* \text{ ならば } f(x_1) > f(x_2) \\ x^* \leq x_1 \text{ ならば } f(x_1) < f(x_2) \end{array} \right\} \quad (4-6-1-1)$$

が成り立ち、 f は区間 L で単峰となる。単峰関数の重要な性質は最小点が区間 L 内で一意的存在することであって、 f が区間 L で単峰な場合、任意の $x_1, x_2 \in L$, $x_1 < x_2$ に対して

$$\left. \begin{array}{l} f(x_1) > f(x_2) \text{ ならば } x^* \in (x_1, b) \\ f(x_1) = f(x_2) \text{ ならば } x^* \in (x_1, x_2) \\ f(x_1) < f(x_2) \text{ ならば } x^* \in (a, x_2) \end{array} \right\} \quad (4-6-1-2)$$

が成立している。したがって $f(x_1)$, $f(x_2)$ の値によって最小点 x^* が存在する区間の幅を縮少することができる。

この場合一般に区間の幅を縮少するためのアルゴリズムとして黄金分割(Golden Section法)がよく利用される。この方法では、内点 x_1, x_2 を

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = a + \frac{\tau-1}{\tau} (b-a) \\ x_2 = a + \frac{1}{\tau} (b-a) \end{array} \right\} \quad (4-6-1-3)$$

とし、 τ は $\tau^2 - \tau - 1 = 0$ の正根で $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1.618$ の値をとる。このように内点を選ぶとその結果新しい区間の幅は元の区間の幅に 0.618 を乗じたものになっている。

この手法では、最初の反復では2つの点で関数値を計算しなければならないが、それ以降は1点だけ関数値を計算すればよく、この新しく求めた点は前の反復で使った点に関して対象な位置にある。

4-6-2 曲線近似による方法

いま目的関数 f が微分可能な場合、この事実を利用して非常に能率の良いアルゴリズムを考えることができることが理解され、この場合 f の曲線近似において何個の点の値を使用して計算するかによって手法が分類されている。

1) Newton 法

点 x^k において $f(x^k)$, $f'(x^k)$, $f''(x^k)$ の値を利用して、

$$P_2(x) = ax^2 + bx + C$$

の形に近似して $P_2(x)$ の最小点を x^{k+1} とすると

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f'(x^k)}{f''(x^k)}$$

の反復が得られる。(図-3)

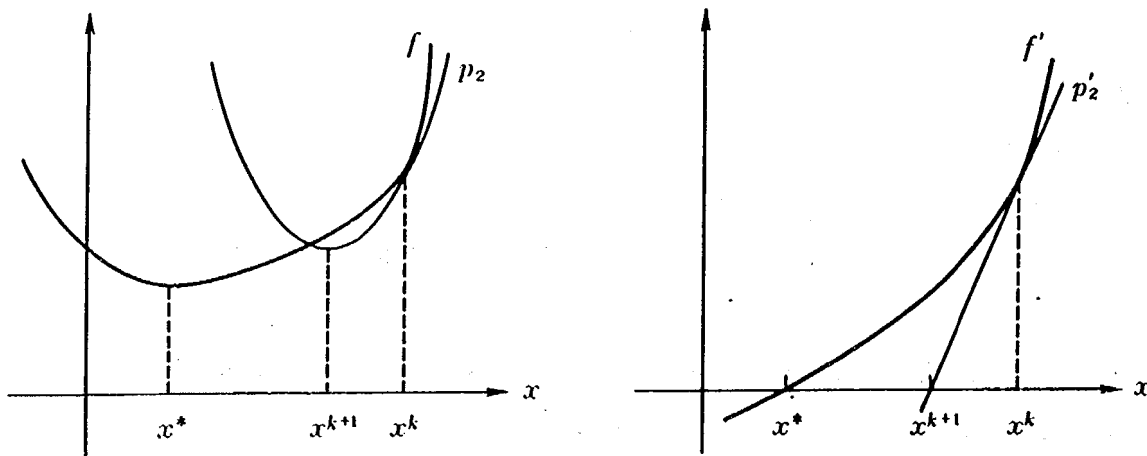


図-3 ニュートン法

2) セカンド法

二点 x^k, x^{k-1} において $f(x^k), f'(x^k), f(x^{k-1})$ を計算して 2 次関数近似して

$$x^{k+1} = x^k - f'(x^k) \frac{x^k - x^{k-1}}{f'(x^k) - f'(x^{k-1})}$$

を得る。(図-4)

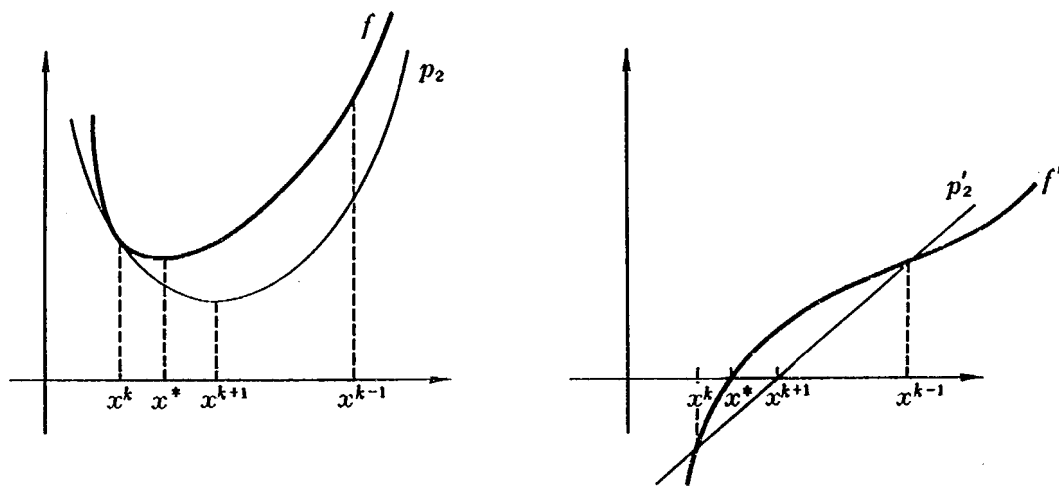


図-4 セカンド法

3) 2次補間法

この手法は、前二法と違って微係数を利用しないのが特色であって、一般に目的関数 f の微係数が得られないことが多いことから広く利用されている手法である。この手法ではまず系統的な探索法によって最小点を含む領域をある区間内に囲いこんだとき(この手法を囲み手法という)、つぎにこの囲みの内部で囲みを構成する点を通る 2 次補間多項式で目的関数を近似し、その多項式の最小点を求めることによって囲みを改善し、その結果新しい囲みが形成され最小点を探索する手法である。今回最適化問題において微係数を使用しない Powell の共役方向法を使用することから直線探索も微係数を使用しない手法を使用する意味から本手法を用いることにした。その具体的なアルゴリズムは、

(ステップ1)

$x^1 = x^0 + h$ において $f(x^1)$ を計算する。もし $f(x^1) < f(x^0)$ ならば $k=1$ として

(ステップ2) へ行く。もし $f(x^1) > f(x^0)$ ならば $h = -h$, $x^{-1} = x^1$, $x^1 = x^0 + h$ において $f(x^1)$ を計算する。 $k = 0$ において (ステップ3) へ行く。

(ステップ2)

$h = 2h$, $x^{k+1} = x^k + h$ において $f(x^{k+1})$ を計算する。

(ステップ3)

$f(x^{k+1}) \leq f(x^k)$ ならば $k = k + 1$ においてステップ2へ行く。 $f(x^{k+1}) > f(x^k)$ ならば囲みは x^{k-1} と x^{k+1} の区間となり, 3点を x^j ($j=1, 2, 3$) とする。

(ステップ4)

2次補間法によって最小点 x^m を求める。

(ステップ5)

x^m が x^j ($j=1, 2, 3$) のうちで目的関数の値がもっとも小さい点に十分近ければ x^m を最小点として採用し計算を終了する。そうでなければ $f(x^m)$ を計算し, $f(x^j)$ を最大にする x^j と x^m を置きかえる。しかしこの $f(x^j)$ を最大にする点以外の点と x^m を置きかえても最小点を含む区間ができ, しかもこの点を置き換える以外に最小点を含む区間ができない場合はその点を x^m とおきかえて (ステップ4) へ行く。

このアルゴリズムは Powell の提唱する直線探索のアルゴリズムを改良した方法で, 囲み区間をまず探索した後2次補間法を適用している。したがって目的関数が単峰の場合必ずこの囲み区間で最小点を探索することができる。この方法と同じ系統に属するものに Davies, Swann, Campey の方法がある。この方法は必ず最小点を探索する方法で読者には, 筆者らの手法がこの Davies らの方法をおすすめしたい。この2次補間法について数学証明は以下の通りである。

3点 x_1, x_2, x_3 において $f_1 = f(x_1)$, $f_2 = f(x_2)$, $f_3 = f(x_3)$ とし, 二次曲線近似を

$$f(x) = u + vx + \frac{1}{2}wx^2 \quad (i)$$

とすればこの f_1, f_2, f_3 はこの2次曲線を通るから

$$f_1 = f(x_1) = u + vx_1 + \frac{1}{2}wx_1^2 \quad (ii)$$

$$f_2 = f(x_2) = u + vx_2 + \frac{1}{2}wx_2^2 \quad (iii)$$

$$f_3 = f(x_3) = u + vx_3 + \frac{1}{2}wx_3^2 \quad (iv)$$

(ii)~(iv)の式から

$$f(x_1) - f(x_2) = v(x_1 - x_2) + \frac{1}{2}w(x_1^2 - x_2^2) \quad (v)$$

$$f(x_2) - f(x_3) = v(x_2 - x_3) + \frac{1}{2}w(x_2^2 - x_3^2) \quad (vi)$$

$$f(x_3) - f(x_1) = v(x_3 - x_1) + \frac{1}{2}w(x_3^2 - x_1^2) \quad (vii)$$

したがって w を求める計算を行なうと

$$(f(x_1) - f(x_2))(x_2 - x_3) = \frac{1}{2}w(x_1^2 - x_2^2)(x_2 - x_3)$$

$$(f(x_2) - f(x_3))(x_1 - x_2) = \frac{1}{2}w(x_2^2 - x_3^2)(x_1 - x_2)$$

より

$$\begin{aligned} & f(x_1)(x_2 - x_3) + f(x_2)(x_3 - x_1) + f(x_3)(x_1 - x_2) \\ &= -\frac{1}{2}w(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1) \end{aligned} \quad (7)$$

よって

$$w = -2 \frac{f(x_1)(x_2 - x_3) + f(x_2)(x_3 - x_1) + f(x_3)(x_1 - x_2)}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} \quad (8)$$

一方 v についても同様に計算を行なうと

$$v = \frac{f(x_1)(x_1^2 - x_3^2) + f(x_2)(x_3^2 - x_1^2) + f(x_3)(x_1^2 - x_2^2)}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} \quad (9)$$

いま(4)式において最小点 $\hat{x}$ は $f'(x) = 0$ より

$$f'(x) = v + wx = 0$$

よって $\hat{x} = -\frac{v}{w}$ より

$$\hat{x} = \frac{1}{2} \frac{f(x_1)(x_2^2 - x_3^2) + f(x_2)(x_3^2 - x_1^2) + f(x_3)(x_1^2 - x_2^2)}{f(x_1)(x_2 - x_3) + f(x_2)(x_3 - x_1) + f(x_3)(x_1 - x_2)} \quad (10)$$

したがって(10)式より、目的関数の微係数を使用しないで最小点を探索することができる。(図 - 5)

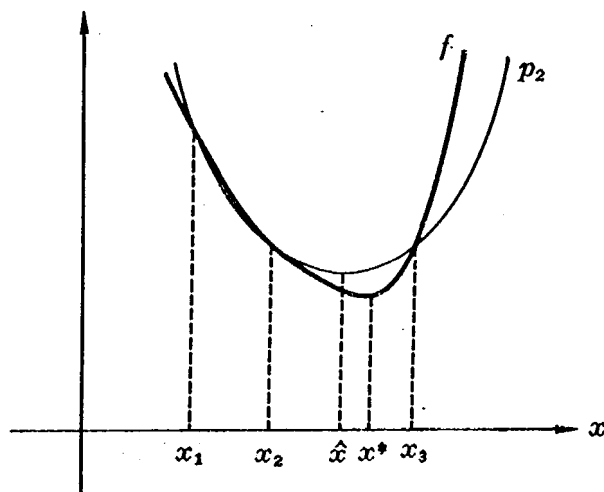


図 - 5 2次補間法

5 ペナルティ関数法

連通管タンクモデル定数探索に Powell の共役方向法を適用すると タンク定数が負数になったり、流出係数が 1 より大きな値になったりする場合がある。こういった場合でも連通管タンクモデルを使用し、地下水の変動計算は可能であるが、モデルの物理的意味は失われてしまう。したがってこういった制約を組み込んで Powell の共役方向を適用する必要がある。しかし Powell の共役方向法は、制約条件のない場合に限り有効な方法であってこれらの制約条件をそのまま計算過程に導入することはできない。したがって目的関数をペナルティ関数法により変数変換して制約条件を解消し、Powell の共役方向法を適用することにした。ペナルティ関数法は、その変数変換の違いにより外点法と内点法に大別される。

(1) 外点法 (Exterior penalty method)

外点法は目的関数 $M(x)$ を次の様に変換するものである。

$$PE(X, r) = M(x) + \frac{1}{r} \sum_{j=1}^m \varphi(g_j(x))^2$$

ここで $g_j(x)$ は等式、不等式の制約式であり、 $\varphi(g_j(x))$ は次の条件を満足するものとするものとする。

(1) $\varphi(g_j(x))$ は区間 $(-\infty, 0)$ で連続かつ凸であり、広義の単調減少関数である。

外点法では、計算の初期値点 X になんらの制限も必要としないが、反復の途中で得られる解が必ずしも実行可能な解であるとはかぎらない。しかし外点法は不等式制約も等式制約も同じ様に簡単に扱うことができる利点を有する。ここで $g_j(x)$ は一般に次の様な関数を使用される。

$$g_j(x) = \begin{cases} \min \{ g_j(x), 0 \} & j = 1, 2, \dots, m_1 \\ g_j(x) & j = m_1 + 1, \dots, m \end{cases}$$

外点法のアルゴリズムを図-6 に示す。

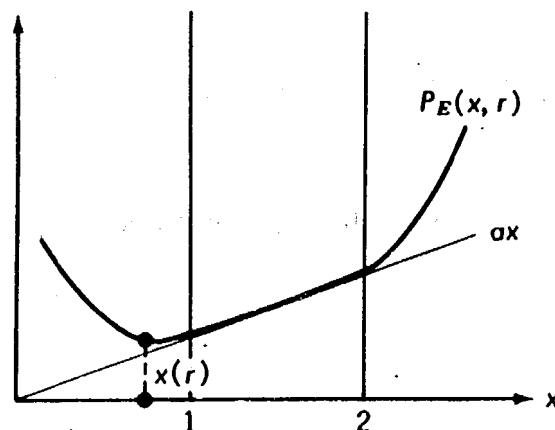


図-6 外点法

(2) 内点法 (Interior penalty method)

内点法は目的関数 $M(x)$ を次の様に変換するものである。

$$P_I(x, r) = M(x) + r \sum_{j=1}^m \varphi(g_j(x))$$

ここに $g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \geq 0$ の不等制約式で, $\varphi(g_j(x))$ は次の条件を満足するものである。

(i) $\varphi(g_j(x))$ は区間 $(0, \infty)$ で連続でかつ凸であり減少する関数である。

(ii) 実行可能領域の境界では, つまり $g_j(x) = 0$ のとき $\lim \varphi(g_j(x)) = \infty$ となる。

内点法では計算を開始するとき不等制約式を満足する実行領域内の出発点が必要となる。また等式制約はこの内点法では扱うことは困難で, あえて扱う場合外点法を併用する必要がある。一般に内点法の $\varphi(g_j(x))$ は次の様な関数を使用される。

$$\varphi(g_j(x)) = \log g_j(x)$$

$$\varphi(g_j(x)) = \frac{1}{g_j(x)}$$

内点法のアルゴリズムを図-7に示す。

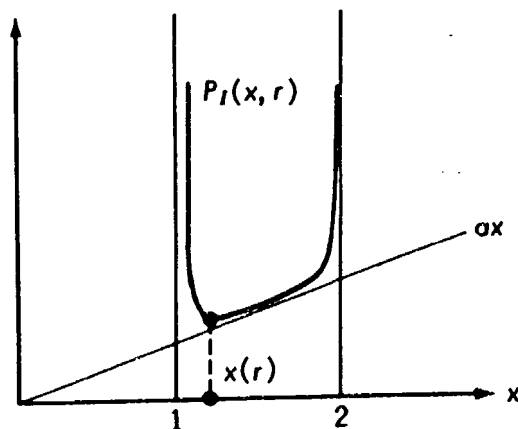


図-7 内点法

今回数値実験に用いるペナルティ関数法は, 制約式を超えないように制約なしの Powell の共役方向法を変更するだけでよいということから内点法を使用することにするが, 内点法では, 初期値は必ず実行可能領域内に存在しなければならない。したがって任意の初期値を与えてこれを実行可能領域内に存在する様に探索し, 改めて初期値の再設定が必

要である。この場合ペナルティ関数法自身を利用することができる。いま最初の初期値 x に対する不等式制約を次の様に設定する。

$$Ia(x) = g_j(x) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m_1$$

$$Ib(x) = g_j(x) < 0 \quad j = m_1 + 1, \dots, m$$

ここで $g_j(x)$ はそれぞれの不等式制約式である。

実行可能領域の初期値探索のために目的関数を

$$P(x, r) = r \sum_{j=1}^{m_1} \varphi(g_j(x)) + \sum_{j=m_1+1}^m g_j(x)$$

とし x の変化が十分小さくなるまで最小化の最適化計算を実施すれば実行可能領域内に存在する初期値点 x が求められる。

(3) ペナルティ関数法のアルゴリズム

この章では目的関数が r の関数として変数変換されているがこの r については、次の様な性質を有する変数である。いま不等制約式と目的関数を

$$g_1(x) = x - 1 \geq 0$$

$$g_2(x) = 2 - x \geq 0$$

$$M(x) = ax$$

とすれば内点法により目的関数は次の様に変数変換される。この問題に対する外点法と内点法のアルゴリズムは図-6, 図-7に図示してある。

$$P_I(x, r) = ax + r \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{2-x} \right)$$

いま r が十分小さい時上式を微分すれば

$$P'_I(x, r) \cong a - \frac{r}{(x-1)^2} = 0$$

これから

$$x(r) \cong 1 + \sqrt{\frac{r}{a}}$$

であって $r \rightarrow 0$ とすれば, $x(r) = 1$ となり, 図-7に示される実行可能領域内の x の値が求められる。したがって r を小さくすればするほど最適値解に達することができる。つまり r は, 外点法では目的関数 $M(x)$ を狭義単調増加して無限大に発散する正数列として, 拡張目的関数 $P_E(x, r)$ に対しての制約なしの最適化問題への変換を行なうための変数で, 内点法では狭義単調減少して零に収束する正数列として, 拡張目的関数 $P_I(x, r)$ に対しての変換を行なうための変数という意味を有するものである。

6 数 値 実 験

筆者らの開発した最適化プログラムの妥当性と収束速度の検討のため種々の問題について数値実験を行なった。

6-1 制約条件のない場合

(1) Rosenbrock の関数

$$f = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

これは最も広く用いられるテスト用の関数である。この f は $x = (1, 1)$ において最小点 $f(x) = 0$ を持ち、放物線 $x_2 = x_1^2$ にそって険しい谷がある。出発点は $x = (-1.2, 1.0)$ にとつてある。筆者らのプログラムによる計算結果を表-1に示す。これによれば探索方向が Powell の基準に従がって拾捨されていることが理解され、11回の反復で所要の精度 ($\varepsilon = 0.0001$) に収束している。計算機の CPU 時間は 4 秒という短時間であった。

表-1 Rosenbrock 式

反 復 回 数	方 向	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$	反 復 回 数	方 向	x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$
0	—	-1.2000	1.0000	24.2000	6	x_4	0.0559	-0.0088	0.9057
					6	n_5	0.1163	-0.0141	0.8574
					6	n_6	0.3430	0.0891	0.5127
1	x_1	-0.9947	1.0000	3.9899	7	n_5	0.3175	0.0914	0.4746
1	x_2	-0.9947	0.9899	3.9799		n_6	0.3711	0.1158	0.4435
1	n_1	-0.9896	0.9897	3.9693		n_7	0.5737	0.3078	0.2272
2	x_2	-0.9896	0.9794	3.9587	8	n_6	0.5522	0.2980	0.2052
	n_1	-0.9842	0.9791	3.9480		n_7	0.5980	0.3415	0.1877
	n_2	-0.7610	0.5397	3.2570		n_8	0.7730	0.5836	0.0710
3	x_2	-0.7610	0.5792	3.1013	9	n_7	0.7564	0.5679	0.0611
3	n_2	-0.7015	0.4620	2.9858		n_8	0.7926	0.6180	0.0535
3	n_3	-0.5028	0.2026	2.5100		n_9	0.9319	0.8622	0.0084
4	n_2	-0.5383	0.2725	2.3961	10	n_8	0.9223	0.8489	0.0063
4	n_3	-0.4655	0.1776	2.3014		n_9	0.9442	0.8873	0.0048
4	n_4	-0.1959	-0.0040	1.6102		n_{10}	0.9943	0.9897	0.0001
5	n_3	-0.2276	0.0373	1.5279	11	n_9	0.9989	0.9977	0.0000
5	n_4	-0.1617	-0.0070	1.4596		n_{10}	0.9999	0.9999	0.0000
5	n_5	0.0849	-0.0284	0.9643		n_{11}	0.9999	0.9999	0.0000

(2) Wood の関数

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_4 - x_3^2)^2 \\ + (1 - x_3)^2 + 10.1(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2 + 19.8(x_2 - 1)(x_4 - 1)$$

この関数は有名な Rosenbrock の関数を拡大したもので、なかなか解に達しないか、又は解でない点に行きついてしまうように作られている。この関数は $x = (1, 1, 1, 1)$ において最小値 $f(x) = 0$ をとる。初期値点を $x = (-3, -1, -3, -1)$ とする。この点で $f(x) = 19192.0$ になっている。

筆者らのプログラムによる計算結果を表-2に示す。これによれば13回の反復の所要の精度 ($\varepsilon = 0.000001$) に収斂し、計算時間で4秒であった。このときの目的関数の値は 10^{-11} であった。

なお Rosenbrock 関数, Wood 関数ともプログラムは修正 Powell の共役方向法によるものである。

表-2 Wood の関数

反 復 回 数	x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x)$
0	-3.00000	-1.00000	-3.00000	-1.00000	19192.0
1	0.00496	0.27159	0.00551	0.17296	36.2406
2	0.52545	0.41687	0.42483	0.32084	20.24507
3	0.90213	0.77730	0.87227	0.68546	3.55812
4	1.04287	1.07533	0.95238	0.91483	0.02815
5	1.04224	1.08587	0.95624	0.91399	0.00668
6	1.04194	1.08546	0.95599	0.91390	0.00664
7	1.04051	1.08300	0.95611	0.95102	0.00651
8	1.02490	1.05401	0.97386	0.94685	0.00039
9	1.00188	1.00346	0.99869	0.99636	0.00011
10	1.00009	1.00017	0.99991	0.99976	0.479×10^{-6}
11	1.00000	1.00000	0.99999	0.99999	0.142×10^{-8}
12	1.00000	0.99999	1.00000	1.00000	0.356×10^{-11}
13	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	0.294×10^{-11}

6-2 制約条件のある場合

$$f(x) = (x_1 - 80)^2 + (x_2 - 70)^2$$

制約式

$$g_1(x) = 75 - x_1 \geq 0$$

$$g_2(x) = 65 - x_2 \geq 0$$

$$g_3(x) = x_1 - 54 \geq 0$$

$$g_4(x) = x_2 - 5 \left(\frac{x_1}{25} \right)^2 \geq 0$$

$$g_5(x) = (x_2 - 50)^2 - 5(x_1 - 55) \geq 0$$

$$g_6(x) = x_1 x_2 - 700 \geq 0$$

この関数は、正值二次形式で表わされるが、制約式は非線形であり、実行可能領域の中央を狭くしている。この関係を図-8に示す。この解析結果を表-3に示す。なお出発点は $x = (0, 0)$ である。実行可能領域の出発点はペナルティ関数法を適用して $x = (54.0003, 49.993)$ を得た。この表から制約式を満足しながら最適解 $x = (75, 65)$ に近づいていくことが理解される。なお精度は $\varepsilon = 0.0001$ で計算に要した時間は6秒であった。

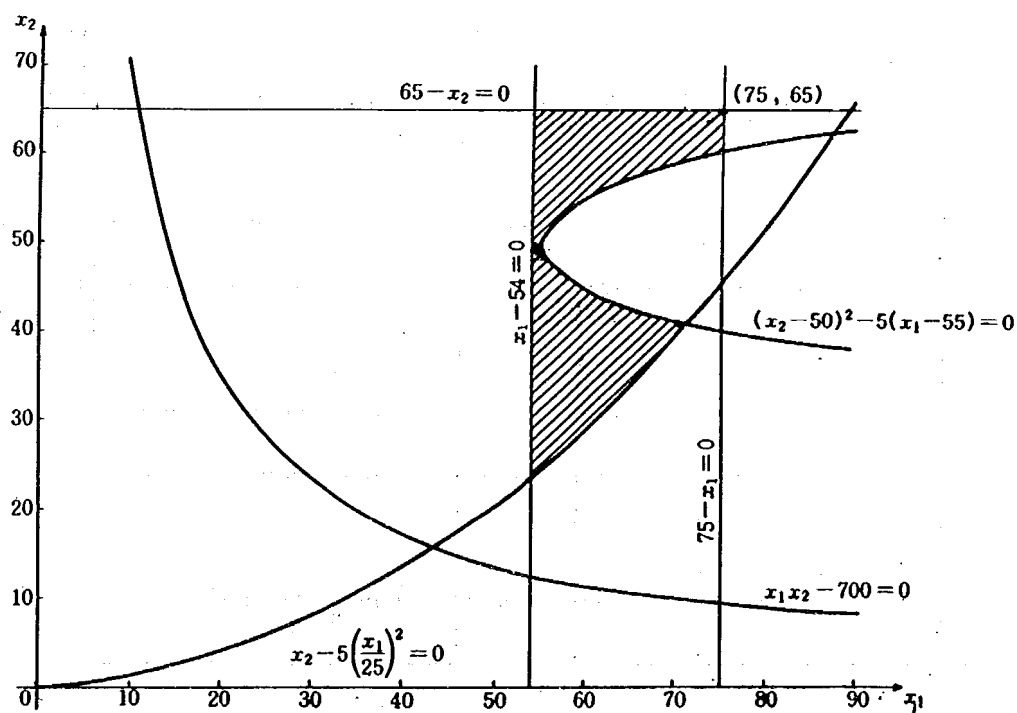


図-8 制約式のある関数の実行可能領域

表 - 3 制約式のある関数

r	反復 回数	x_1	x_2	$f(x)$	制 約 式 の 値					
					$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(x)$	$g_5(x)$	$g_6(x)$
0	0	54.0003	49.9933	10762503	20.9996	15.0066	0.0003	26.6650	4.9984	1999.6557
1	1	54.9819	64.9268	651.6394	20.0180	0.0731	0.9819	40.7427	222.9005	2869.8043
1	2	74.9013	64.8775	522.356	0.0986	0.1224	20.9013	19.9957	121.8334	4159.4163
1	3	74.9015	64.9047	51.9556	0.0984	0.0952	20.9015	20.0228	122.6440	4161.4672
1	4	74.9015	64.9047	51.9554	0.0984	0.0952	20.9015	20.0227	122.6440	4161.4685
0.1	1	74.9898	64.9899	50.2020	0.0101	0.0100	20.9898	20.0020	124.7489	4173.5878
0.1	2	74.9899	64.9900	50.2000	0.0100	0.0099	20.9899	20.0021	124.7528	4173.6012
0.1	3	74.9900	64.9900	50.1995	0.0099	0.0099	20.9900	20.0020	124.7514	4173.6047
0.01	1	74.9986	64.9990	50.0229	0.0013	0.0009	20.9986	20.0005	124.9766	4174.8405
0.01	2	74.9986	64.9989	50.0203	0.0012	0.0010	20.9987	20.0005	124.9754	4174.8380
0.001	1	74.9998	64.9998	50.0027	0.0001	0.0001	20.9998	20.0000	124.9972	4174.9807
0.001	2	74.9998	64.9998	50.0021	0.0001	0.0001	20.9998	20.0000	124.9972	4174.9850
0.0001	1	74.9999	64.9999	50.0002	0.0000	0.0000	20.9999	20.0000	124.9997	4174.9985
0.0001	2	74.9999	64.9999	50.0002	0.0000	0.0000	20.9999	20.0000	124.9996	4174.9984
0.00001	1	74.9999	64.9999	50.0000	0.0000	0.0000	20.9999	20.0000	124.9998	4174.9998

なおこれらの数値実験で使用した Powell の共役方向法のプログラムフローを図 - 9 ~ 図 - 11 に示す。

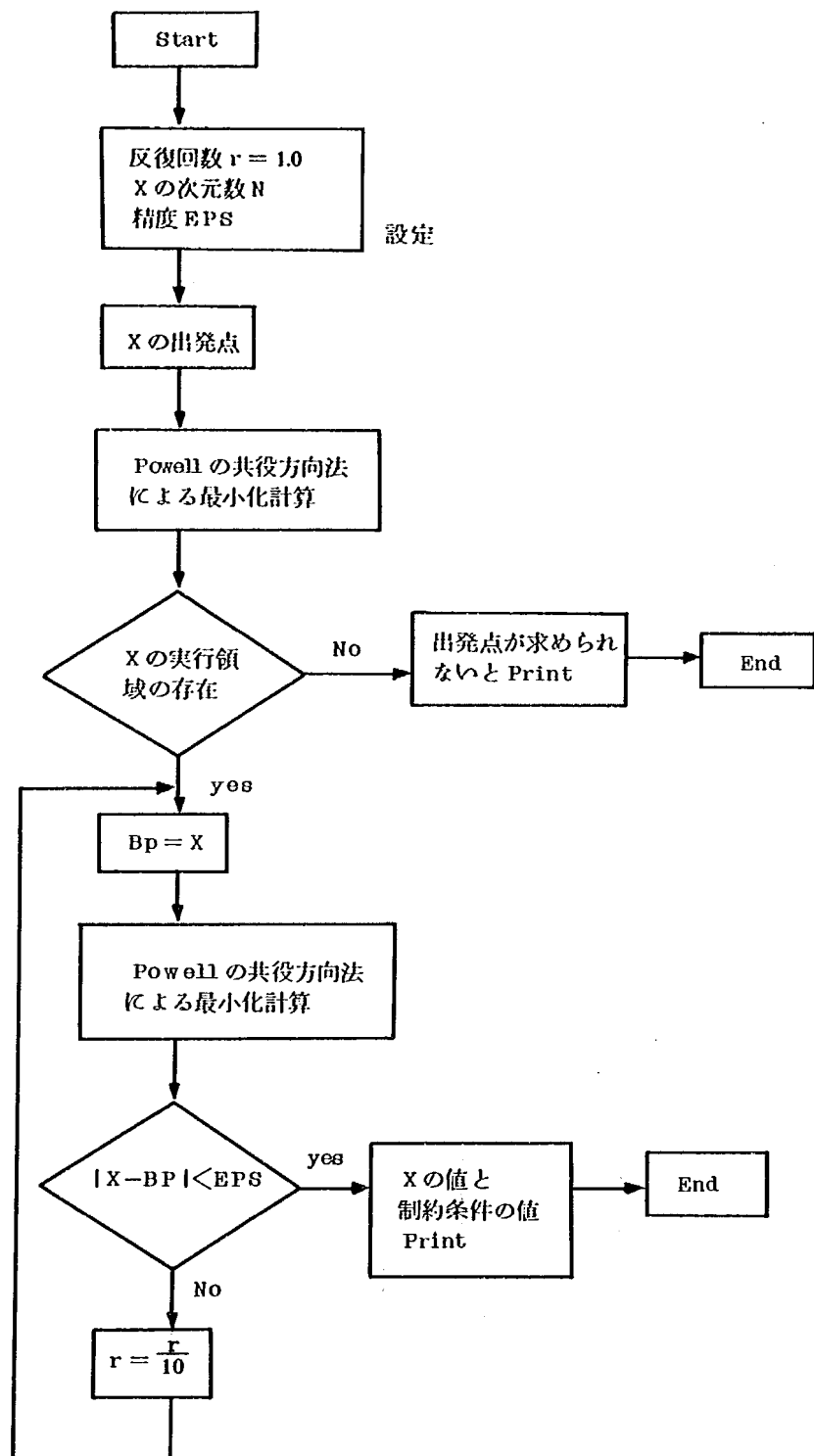


図-9 Mainプログラムフロー

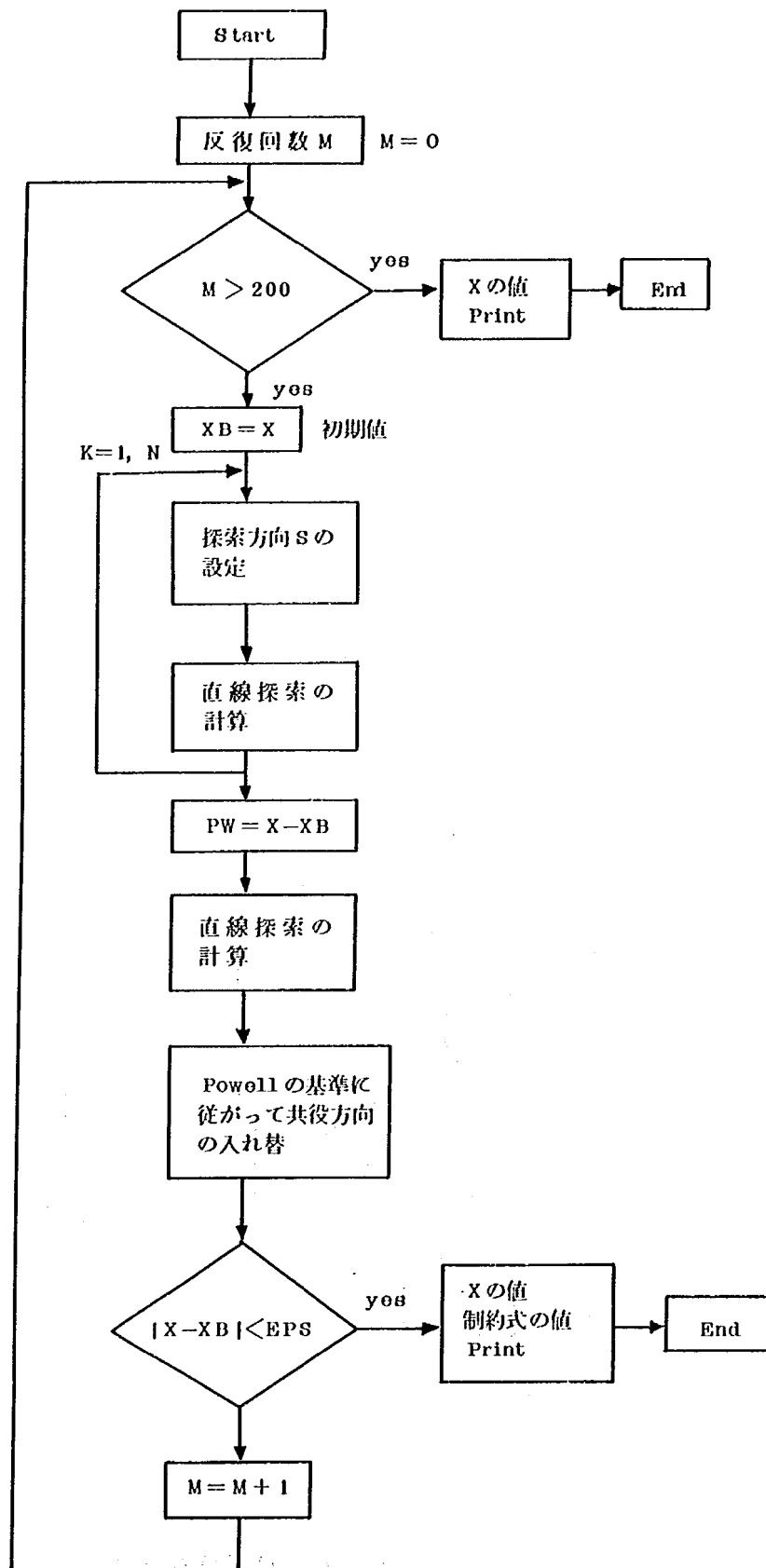


図-10 Powell の共役方向法の SUBROUTINE のフロー
(基本 Powell 法)

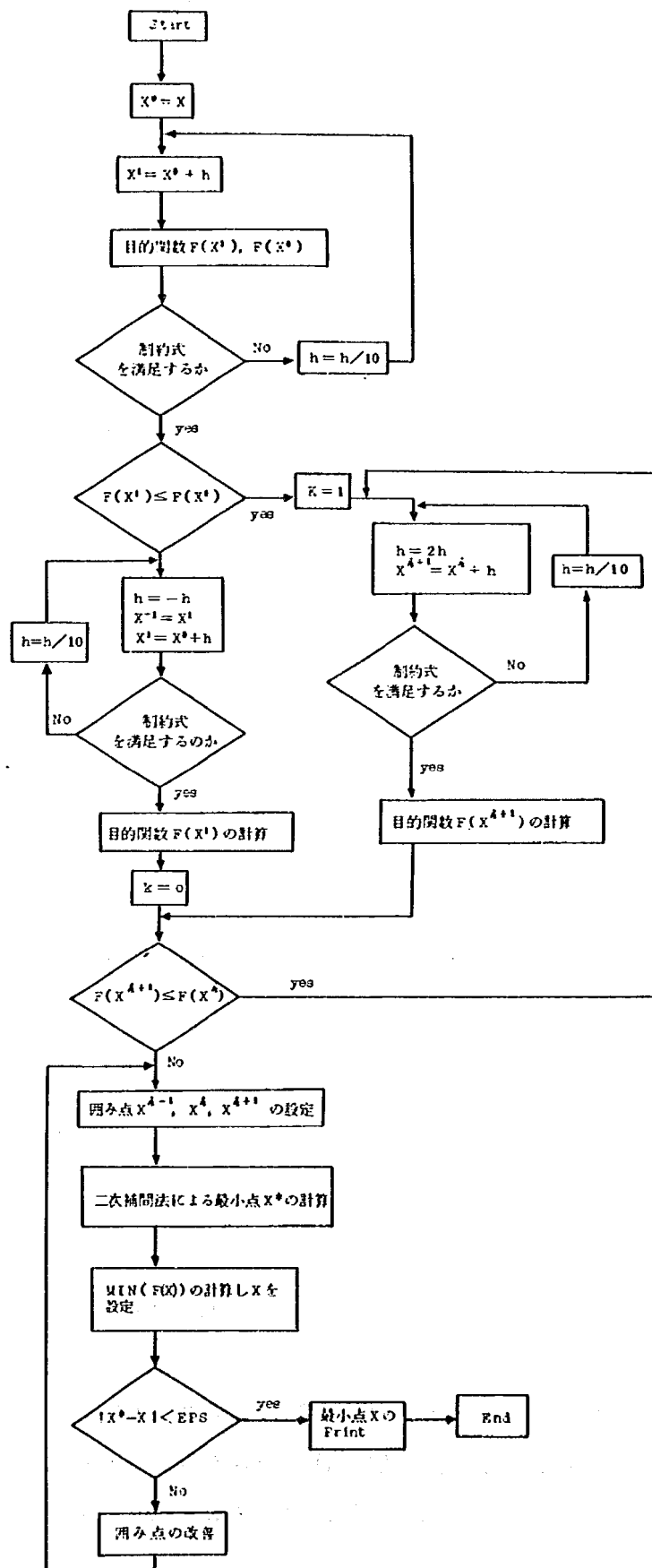


図-11 直線探索 SUBROUTINE フロー

7 連通管タンクモデルの定数探索

この章では、制約条件のある連通管タンクモデルの定数探索問題に Powell の共役方向法を適用した具体的な手法について述べることにする。

7-1 決定変数の定式化

3章において筆者らが使用する連通管タンクモデルについて詳述したが、Powell の共役方向法を適用するにあたりこれらを決定すべき変数として定式化しなければならない。そこで地下水位が基底水位に位置している場合、地下水位の変動は観測されないので地下水位が基底水位のときをベースに考えると図-2 の l_2 は無視することができる。したがって決定変数としては、流入量、流出量に関係する透水路管の径、上部タンクの地下へ浸透口の高さと管の径となる。さらに周辺地下水の連通管タンクモデルの定数は、解析対象地区へ影響を及ぼすのは当地区への流入量又は当地区からの流出量のみであって、流入量、流出量は、それぞれの地区間の水位差に透水路管の径を乗ずることにより計算されることから、周辺地下水地区の地下水位の観測データを使用することにより考察する必要はなくなる。したがって図-2 に示される連通管タンクモデルの定数を次の様な決定変数 $x_1 \sim x_6$ として定式化した。

$$d_1 = x_4, \quad d_2 = x_2, \quad d_3 = x_3, \quad d_6 - d_4 = x_4, \quad d_5 = x_5, \quad l_1 = x_6$$

7-2 最適化される目的関数の定式化

連通管タンクモデルの定数決定の決定規準としては、算出連通管タンクモデル定数を用いたシュミレーション結果と実測値の誤差の最小化が用いられる。

ここで誤差の表示式としては一般に次式が考えられる。

$$\begin{aligned} 1) \quad f_0 &= \sum_I |H_c(I) - H_o(I)| \\ 2) \quad f_0 &= \sum_I (H_c(I) - H_o(I))^2 \\ 3) \quad f_0 &= \sum_I |H_c(I) / H_o(I) - 1| \end{aligned} \quad (7-2-1)$$

ここで $H_o(I)$ は解析対象地区での観測水位、 $H_c(I)$ は、探索された定数により計算された水位である。

f_0 の値が零となる場合、観測値と計算値の間には誤差がないことになり、この時の探索された定数が求めるモデル定数となる。今回の目的関数の誤差の判定としては、計算が単純な 3) 式を使用することにした。また計算地下水位は図-2 より以下の計算式によった。

(1) D_5 の計算

$$(1) \quad \frac{R}{\mu} > l_1 \quad \text{のとき}$$

$$D_5 = d_5 \left(\frac{R}{\mu} - t_1 \right) - (d_6 - d_4) \frac{R}{\mu} = x_5 \left(\frac{R}{\mu} - x_6 - x_4 \cdot \frac{R}{\mu} \right)$$

(ア) $\frac{R}{\mu} < t_1$ のとき

$$D_5 = 0 = x_5$$

(2) D_1, D_2, D_3 の計算

$$D_1 = \frac{d_1}{\Delta x_{z, z+1}} (H_z - H_{z-1}) = \frac{x_1}{\Delta x_1} (H_z - H_{z-1})$$

$$D_2 = \frac{d_2}{\Delta x_{z+1, z}} (H_{z+1} - H_z) = \frac{x_2}{\Delta x_2} (H_{z+1} - H_z)$$

$$D_3 = d_3 (H_z - Z Z) = x_3 (H_z - Z Z)$$

(3) $H(\Delta t)$ の計算 ((2-19) 式による)

$$H(\Delta t) = D_2 - D_1 - D_3 + D_5$$

$$= \frac{x_2}{\Delta x_2} (H_{z+1} - H_z) - \frac{x_1}{\Delta x_1} (H_z - H_{z-1}) - x_3 (H_z - Z Z)$$

$$+ x_5 \left(\frac{R}{\mu} - x_6 - x_4 \frac{R}{\mu} \right) \quad \left(\frac{R}{\mu} > t_1 \text{ のとき} \right)$$

$$= \frac{x_2}{\Delta x_2} (H_{z+1} - H_z) - \frac{x_1}{\Delta x_1} (H_z - H_{z-1}) - x_3 (H_z - Z Z) \quad \left(\frac{R}{\mu} < t_1 \text{ のとき} \right)$$

ただし $Z Z$ は基底水位の標高を表わす。

7-3 ペナルティ関数の導入

連通管タンクモデルの特性からモデル定数が負数になったり, 1以上の値はとることはありえない。したがって次の制約条件を付して探索することにした。

$$g(1) = x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

$$g(2) = x_1, x_2, x_3, x_5 \leq 1.0$$

$$g(3) = |x_4| \leq 1.0$$

$$g(4) = x_1 + x_3, x_4 + x_5 \leq 1.0$$

8 連通管モデルでの数値実験

Powell の共役方向法を連通管タンクモデルの定数探索に適用するわけであるが、前章で述べた Wood 関数等による Powell の共役方向法は、目的関数が正値二次式であるためその収斂は精度が高いと考えられる。しかし連通管タンクモデルの場合、目的関数は正値二次式でなく探索の収斂精度等について議論しておく必要がある。しかしながら実際の地すべり地での透水路管の径入に相当する係数等についての解析実例はなく、またその解析手法も確立されてなく、筆者らの提唱する Powell の共役方向法が妥当なものであるかどうか実際の地すべり地で検証することができない。したがって図-2 のモデルで透水路管の径 d を最初に決定し、それぞれのタンクでの水位を逆算して求め、逆にこの水位を使用して Powell の共役方向法を使用して透水路管の径 d を求めてみることにした。この場合図-2 の連通管タンクモデルの解析対象地区の水位の変動量の変化を図-12 に示す(図-12 の左側)。決定した透水管路の径入等は、 $d_1=0.20$, $d_2=0.50$, $d_3=0.30$, $d_6-d_4=0.20$, $d_5=0.50$, $t_1=5.0$ である。それぞれのタンクの地下水位を使用して 7-2 章での計算式を使用し、制約条件付の Powell の共役方向法を適用し、探索定数を求めてみた。この場合初期値としては、連通管タンクモデルの物理的条件を満足しない値 $d_1=1.2$, $d_2=1.2$, $d_3=1.2$, $d_6-d_4=1.2$, $d_5=1.2$, $d_0=10.0$ を与えた。探索された値は、 $d_1=0.26$, $d_2=0.50$, $d_3=0.30$, $d_6-d_4=0.17$, $d_5=0.49$, $t_1=5.25$ であり、初期設定値と多少違う値が求められた。しかしながら探索された値を使用しての計算地下水位と初期設定地下水位とは 10^{-4} オーダーまで一致している。この初期設定値と探索された値との違いは目的関数が正値二次式でないためと制約条件付の Powell 共役方向法は、いくつかの刻み幅が零になったり、非常に小さくなった場合新しく得られた方向 X^n-X^0 を採用したため方向の一次独立性がこわされたためであると思われる。したがって探索方向の一次独立性がこわされたためであると思われる。したがって探索方向の一次独立性がこわされる場合には、この方向を採用しないように改良した修正 Powell 共役方向性を適用する必要がある。この場合修正 Powell 共役方向法は、制約条件を適用できないので何らかの方法で、制約条件の修正 Powell 共役方向法に変換する必要がある。前章で述べたペナルティー関数法は、修正 Powell 共役方向法において探索方向の拾捨の際、ペナルティー関数自身が障害となって探索方向の検討が不可能となり適用できない。これらのことから連通管タンクモデルの物理的条件を満足しない場合に目的関数に 10^8 の値を加え、目的関数の最小化に修正 Powell 共役方向法を適用することにした。この場合、求められる最小点が制約条件近傍の境界付近に存在するときには最小点がうまく求められない恐れがあるが、前述した制約条件付の Powell 共役方向で探索された定数値を初期値として探索を実施すれば制約条件内で定数探索を行なうため安全に最小点が求められる。この手法に従い初期値として制約条件付の Powell

共役方向法で求められた定数 $d_1 = 0.26$, $d_2 = 0.50$, $d_3 = 0.30$, $d_4 = 0.17$, $d_5 = 0.49$, $d_6 = 5.25$ を初期値として修正 Powell 共役方向法を適用したところ $d_1 = 0.21$, $d_2 = 0.50$, $d_3 = 0.30$, $d_6 - d_4 = 0.18$, $d_5 = 0.49$, $t_1 = 5.15$ が求められ、探索定数が改善されていることが理解される。 $d_6 \sim d_4$ の探索定数に多少の違いが見られるが、これは連通管タンクモデルで境界条件がなく上部タンクでの降雨量の連続方程式を満足すればよいという関係からのみで探索されたためと降雨量が $t_1 = 5$ の値付近では少なく、目的関数の最小化の誤差として影響が少なかったためであると考えられる。しかし $d_5 = 0.51 \sim 0.49$ という制約条件を付すと前述の連続方程式の影響が強く作用して一義的に $d_4 - d_6 = 0.2000$, $d_5 = 0.5000$, $t_1 = 5.000$ という初期設定値と同じ値が求められる。ここに修正 Powell を適用した場合の探索定数を使用した場合の計算地下水位と初期設定地下水位を電算結果を図-12に示す(図-12の右側)。なお図-13において左端が初期設定地下水位である。以上の事から制約条件付き Powell 共役方向法と修正 Powell 共役方向法を併用することにより、5%の誤差の範囲内で透水路管の径の定数は求められることになる。なお誤差の精度については今後多くの数値実験を待たなければならないが、筆者の数例の数値実験ではこの範囲内で収斂していた。なお連続方程式の関係である定数を1つでも決定できれば、その誤差は 10^{-4} 程度までは収斂するようである。ちなみにこの数値実験での電子計算機の計算時間は1分程度である。

XXXXXXXXXX

M=

6

0.26916422

0.50056553

0.29999949

0.15847482

0.47532810

5.25957970

0.120116470-04

30.000000	30.000000	I	I	I	I	I	I
30.000000	30.000000	I	I	I	I	I	I
30.000000	30.000000	I	I	I	I	I	I
31.500000	31.499979	I	I	I	I	I	I
32.550000	32.549980	I	I	I	I	I	I
41.285000	41.284990	I	I	I	I	I	I
43.399500	43.399490	I	I	I	I	I	I
40.879650	40.879636	I	I	I	I	I	I
37.615755	37.615761	I	I	I	I	I	I
66.831028	66.831046	I	I	I	I	I	I
54.781720	54.781739	I	I	I	I	I	I
47.347204	47.347217	I	I	I	I	I	I
42.143043	42.143052	I	I	I	I	I	I
38.500130	38.500136	I	I	I	I	I	I
35.950091	35.950095	I	I	I	I	I	I
51.665064	51.665066	I	I	I	I	I	I
50.665545	50.665540	I	I	I	I	I	I
65.965881	65.965896	I	I	I	I	I	I
80.676117	80.676144	I	I	I	I	I	I
64.473282	64.473308	I	I	I	I	I	I
53.131297	53.131315	I	I	I	I	I	I
46.191908	46.191920	I	I	I	I	I	I
41.334336	41.334344	I	I	I	I	I	I
37.934035	37.934041	I	I	I	I	I	I
37.053824	37.053808	I	I	I	I	I	I
70.437677	70.437700	I	I	I	I	I	I
75.806374	75.806394	I	I	I	I	I	I
62.564462	62.564464	I	I	I	I	I	I
70.295123	70.295139	I	I	I	I	I	I
57.206586	57.206607	I	I	I	I	I	I
49.044610	49.044624	I	I	I	I	I	I
43.331227	43.331237	I	I	I	I	I	I
74.831859	74.831885	I	I	I	I	I	I
60.382301	60.382324	I	I	I	I	I	I
50.267611	50.267627	I	I	I	I	I	I
44.187328	44.187338	I	I	I	I	I	I
39.931129	39.931137	I	I	I	I	I	I
36.951791	36.951796	I	I	I	I	I	I
34.866253	34.866257	I	I	I	I	I	I
34.906377	34.906359	I	I	I	I	I	I
33.434464	33.434467	I	I	I	I	I	I
32.404125	32.404127	I	I	I	I	I	I
33.182887	33.182868	I	I	I	I	I	I
37.728021	37.728007	I	I	I	I	I	I
48.909615	48.909613	I	I	I	I	I	I
44.736730	44.736719	I	I	I	I	I	I
45.815711	45.815703	I	I	I	I	I	I
41.076998	41.071006	I	I	I	I	I	I
37.749699	37.749704	I	I	I	I	I	I

9 地すべりでの地下水連通管タンクモデルによる地下水変動

9-1 乙原地すべり¹³⁾

9-1-1 地質概要

乙原地すべりは、別府市の西方小鹿山山麓に位置する地すべりで、地質は別府～由布院の温泉群を含む速見火山区に含まれ基盤岩は速見火山区的最下部を占める観海寺火山岩より構成されており、安山岩集塊岩及びその変質した緑青～青灰色の変朽安山岩である。火山岩は温泉化作用によって極めて軟弱化している。したがって当地すべりの地質状況は、硬質堅固な安山岩や集塊岩およびこれらの風化岩を基盤岩とし、これを覆って礫混川粘土等の崩積土が比較的厚く堆積している。これらのことから当地すべりの土層断面は、表層土及び攪乱土量を含めた広義の崩積土類の第Ⅰ層と礫混り粘土あるいは硬質粘土状を呈する強風化岩類の第Ⅱ層に大別される。

9-1-2 地すべり土層構造と連通管タンクモデル

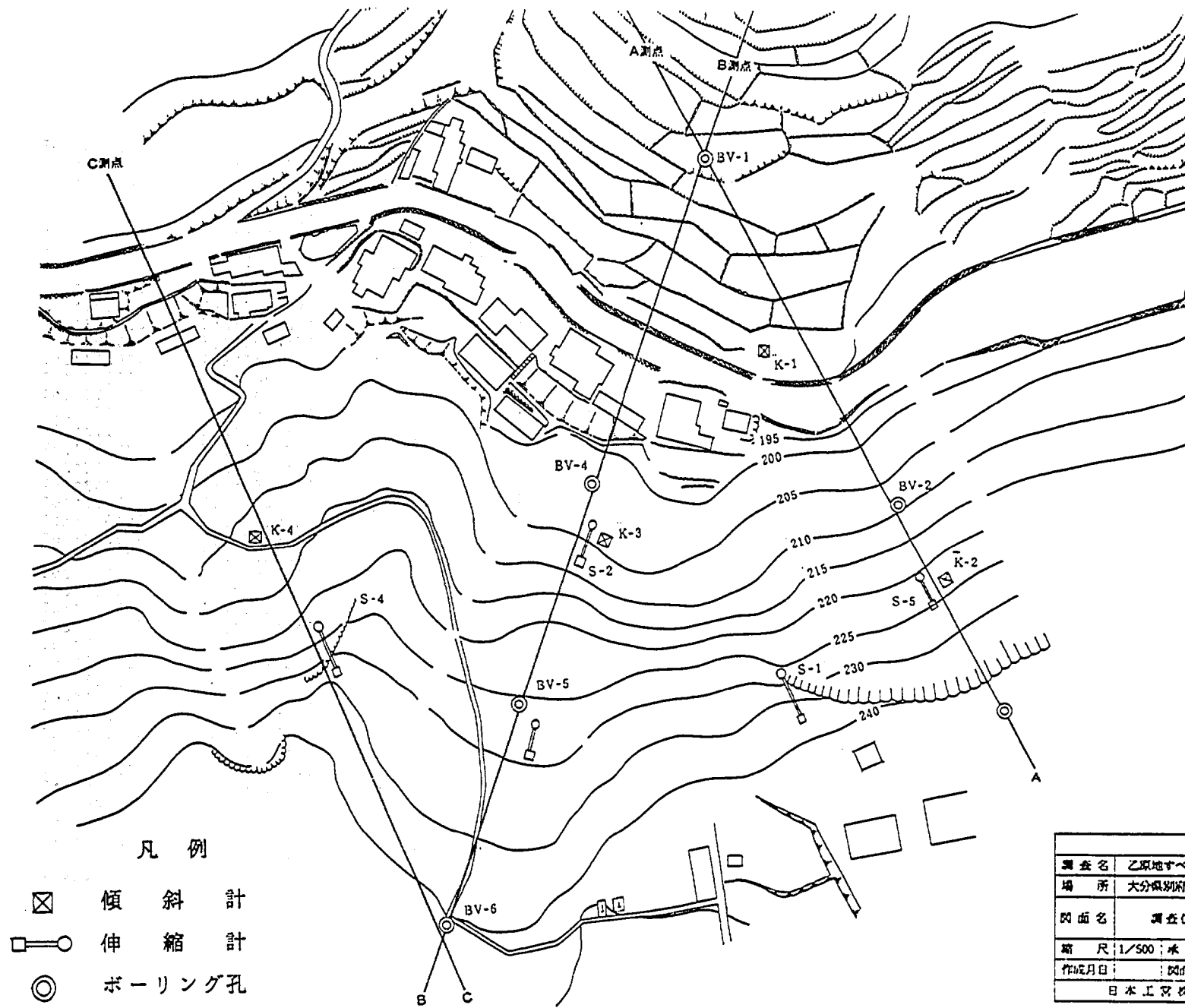
乙原地すべりの地すべり深度は、パイプ歪計で20 m程度のところにすべりが確認されている。この位置は強風化岩の第Ⅱ層に位置している。一方地下水位の変動ゾーンは、地表面より6～8 mの深度の主に第Ⅱ層の強風化帯に属し、最高水位のとき一部地下水位が第Ⅰ層に観測されるのみである。したがって連通管タンクモデルとしては、第Ⅰ層の崩積土を上部タンクに相当するものとして、透水路管の径の探索としては第Ⅱ層での解析を実施するものとした。

9-1-3 解析結果

解析に使用した地下水位の観測値は、BV-6、BV-4、BV-1でありその平面図を図-14に示す。BV-6は上流地区の地下水位観測地で地すべり滑落崖直上流部に位置し、BV-4は解析対象地区の地下水位観測地で地すべり中央部に、BV-1は地すべり末端部に位置している。したがってBV-6とBV-4の透水路管の径は、いわゆるテンションゾーンの地下水流動の透水性を、BV-4とBV-1の透水路管の径は、いわゆる地すべりコンプレッションゾーンの地下水流動の透水性を意味する。連通管タンクモデル定数探索の結果、コンプレッションゾーンの透水路管の径の値は0.0663で、テンションゾーンのそれは0.7123となり約10倍の値の違いが見られる。また地すべり面を通して地下へ浸透する量を意味する透水路管の径は、0.0103で非常に小さな値を示す。したがってBV-4の地下水変動の原因は、下流へ流出するよりも上流域つまり地すべり地外からの地下水流入による変動が大きいことが理解される。なお乙原地すべり報告書によればBV-4の地下水変動は降雨による影響は見られないという。筆者らの連通管タンクモデル解析でも上部タンクから地下の浸透する量は、タンクからの浸透径が0.0039と

いうことで非常に少なく降雨量との相関は直接的には見られないという結論が得られた。また無効雨量に相当する量としては、 7 mm といういくぶん小さな値が得られている。さらに上部タンクでの上流流入地表量と下流流出地表の差は 0.6779 という値が得られた。これは上部タンクのモデルに第1層の崩積土層の特性も含めて考案しているためで、連通管タンクモデルに第1層に相当する透水路を連結した上で解析検討する必要があると思われる。なお降雨量に対する地下水変動ゾーンでの有効間隙率は 0.01 の値を使用している。なお図-15に観測値(右欄)と探索により得られた連通管タンクモデル定数値を使用した時の地下水位シュミレーション値(左欄)を示す。多少のバラツキが見られるがこれは地下水位観測が cm 単位までしか観測されていなく、それ以上の目的関数の最小化が困難なこと、観測誤差の存在、地すべり土層構造と筆者らが用いた連通管タンクモデルとの違いに影響されたものと思われる。しかしながら概ね良い結果が得られていることから筆者らの提案する手法を用いることによって乙原地すべりの地下水の流動について検討することが可能であろう。

図-14 乙原地すべり平面図



M=	1	0.06628756	0.71233833	0.01033140	0.67795665	0.00388770	7.10081881
197.400000	197.399907I	I	I	I	I	I	I
197.400000	197.393629I	I	I	I	I	I	I
197.350000	197.397076I	I	I	I	I	I	I
197.400000	197.380445I	I	I	I	I	I	I
197.350000	197.379730I	I	I	I	I	I	I
197.350000	197.345294I	I	I	I	I	I	I
197.300000	197.345113I	I	I	I	I	I	I
197.250000	197.294968I	I	I	I	I	I	I
197.300000	197.244914I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.293969I	I	I	I	I	I	I
197.150000	197.195859I	I	I	I	I	I	I
197.100000	197.146804I	I	I	I	I	I	I
197.100000	197.112954I	I	I	I	I	I	I
197.300000	197.109416I	I	I	I	I	I	I
197.050000	197.302423I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.051055I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.232289I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.199991I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.200309I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.200218I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.200399I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.199491I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.198129I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.196619I	I	I	I	I	I	I
197.150000	197.198129I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.147349I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.196858I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.197221I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.187895I	I	I	I	I	I	I
197.200000	197.196676I	I	I	I	I	I	I
197.100000	197.196676I	I	I	I	I	I	I
197.000000	197.098566I	I	I	I	I	I	I
196.950000	197.000456I	I	I	I	I	I	I
197.000000	196.947678I	I	I	I	I	I	I
197.000000	196.996733I	I	I	I	I	I	I
196.950000	196.996733I	I	I	I	I	I	I
196.950000	196.947678I	I	I	I	I	I	I
196.950000	196.949948I	I	I	I	I	I	I
196.950000	196.949222I	I	I	I	I	I	I
196.900000	196.949222I	I	I	I	I	I	I

9-2 安代原地すべり¹⁴⁾

9-2-1 地質概要

安代原地すべりは、石川県鳳至郡門前町の浅生田川左岸の町村道の東側に存在する安代原部落周辺部の山林に位置し、その面積は約5haである。当地区の基盤岩をなすものは新第三系中新統中部の北陸標準層序黒瀬谷階に相当し、能登門前、望月地区での層序でいう直下礫岩層相当層又はこれと同時異層の関係にあると見られる皆月砂岩層である。後者は道下礫層間に介在した淡緑灰の砂岩を主とした泥岩と互層している。又道下礫岩層は主として径10~20cmの垂円礫を含む分級不良の砂礫岩を主体とし、一部に泥岩を夾在する。礫質は安山岩礫が最も多く他に花崗岩、熔結凝灰岩、流紋岩等多種に及んでいる。当地すべりの地質断面は深度25mまでに概ね3層に分けることができる。即ち最上部の第Ⅰ層は表土又は崩積土層で、第Ⅱ層は砂岩泥岩及び一部凝灰岩の交ざった互層、そして第Ⅲ層は礫岩層となっている。

標高的には第Ⅰ層は、0.5~1.7m程度であり概ねローム又はシルトで構成されている。第Ⅱ層は1.0~17.0m程度で深いところでは23.0mを超え、地質は砂岩及び泥岩の互層で一部粘土化している。第Ⅲ層は20.0m以深であり、地質は安山岩の岩盤である。

9-2-2 地すべり土層構造と連通管タンクモデル

当地区の地すべり面深度は、地表面より12mの位置にあり、調査報告書によれば地下水位は地表面より4m付近で変動しており比較的地下水位は高い。したがって地すべり活動に影響する地下水位は12mより以浅のものであると考えられる。このことから地すべり地内の地層は前述したように概ね表土の第Ⅰ層と砂岩、泥岩の互層の2層に区分でき、表層の第一層は無効降雨量、地下への浸透の影響を表わす図-2の上部タンクに相当すると考えられる。したがって地下水位の変動帯は第Ⅱ層ゾーンであり、地すべり地外へ浸透する量としてすべり面の標高を基底水位と考えるとそのまま図-2の連通管タンクモデルが適用可能である。

9-2-3 解析結果

解析に使用した地下水位観測値は、BV-1、BV-2、BV-3である。この地すべり平面図を図-16に示す。BV-1は地すべり滑落崖直上流部に位置し、BV-2、BV-3は地すべりテンションゾーンに位置している。したがってBV-1、BV-2、BV-3の観測位置間の透水路管の径の値は、乙原地すべりに見られたようにコンプレッションゾーン、テンションゾーンの地下水に及ぼす影響による違いは見られないであろうと思われる。これについて連通管タンクモデル定数探索の結果、流入量に関係する透水路管の径は0.2532で、流出量に関係するそれは0.1986という値が得られ当初予想した通りの結果をえた。なお多少の値の違いが見られるが図-16で理解できるようにBV-1、BV-2の間の地下水流動帯は、丁度滑落崖部にあたり

いくぶん BV-2, BV-3 の地下水流動帯より透水性が良いためであると考えられる。また地すべり面を浸透していく地下水は乙原地すべりと同様非常に小さな値 0.0028 であり、すべり面が不透水層になっていることが考えられる。したがって解析対象地区への流入量と解析対象地区からの流出量は、ほぼ同じ量になる可能性が強いため、解析対象地区 BV-2 の地下水位変動は見られないが、地下水の流動は存在していることが理解される。このことは地下水検層でも流下水流動が観察されていることから理解され、自明のことではあるが単に地下水位の変動のみで地下水の流動及び降雨との相関について論議することは早計である。なお観測値と定数探索によるシュミレーション値の比較を図-17 に示す。

図-16 安代原地すべり平面図

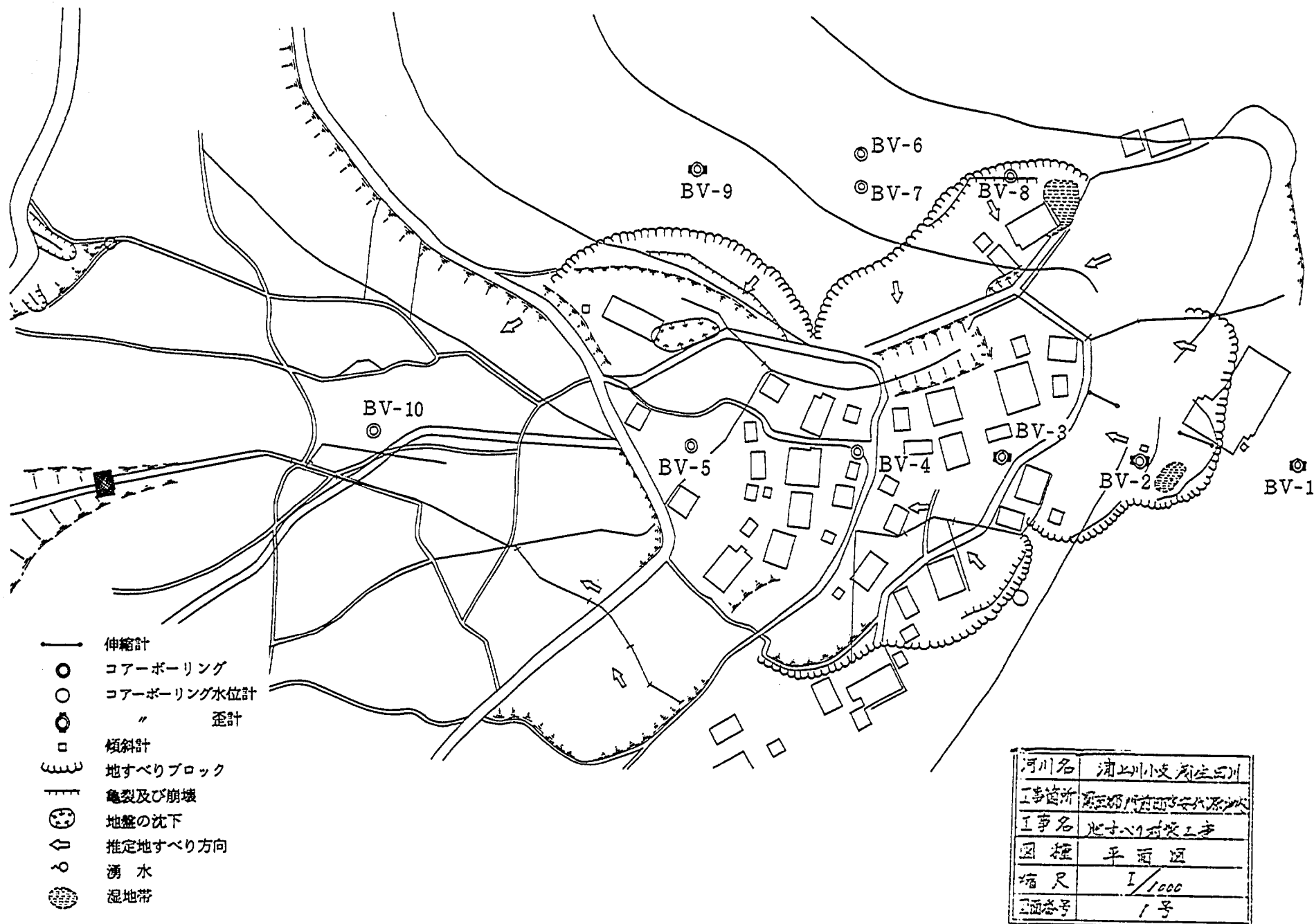


図-17 安代原シュミレーション

9-3 新宮地すべり¹⁵⁾

9-3-1 地質概要

新宮地すべりは、石川県羽咋郡志雄町の丘陵性の山林に位置し、昭和35年の集中豪雨によって発生した地すべりである。当地すべりの地質は、大局的に見ると下層より砂岩、凝灰質砂岩、砂岩と泥岩の互層及び崩積土層は大別されるが、一部には段丘礫層も介在している。砂岩層は八尾累層最上部に位置するもので新宮地すべり付近では層厚約50mで、下半部には粗粒砂岩が多く斜交層理が顕著で、基底部には円礫が散在する三尾砂岩層と呼ばれるもので、その上位の凝灰質砂岩、砂岩泥岩互層は、数m～10数m単位の砂岩とシルト質泥岩の互層からなり、黄白色～淡白色の軽石質凝灰質岩層の数枚をはさむ余川流域片畑から南東石動地域にかけて発達する葛葉互層と呼ばれ両者とも中新世東別所皆層に対比されている。当地すべりの表層土は礫混り粘土で全体的に軟質で一部10mを超えるところも存在しているが一般にその層厚はうすく1m前後である。表層土の下層の砂岩泥岩～凝灰質砂岩は、地表面より11m前後の深度まで存在しており、その下部に砂岩と泥岩の互層があり、この泥岩層にすべり面が存在している。

9-3-2 地すべり土層構造と連通管タンクモデル

当地区の地下水位変動帯は、表層土とその下層の砂岩、凝灰質砂岩層の境界付近であり、すべり面より12m前後にあることを考えれば、地すべり活動に影響を及ぼす地下水は、表層土からの浸透量と、砂岩、凝灰質砂岩層を流動する地下水であると考えられる。したがって連通管モデルとしては、表層土を上部タンクに、砂岩、凝灰質砂岩層を下部タンクと考えると図-2の連通管タンクモデルが適用できる。

9-3-3 解析結果

解析に使用した地下水観測地は、BV-1、BV-3、BV-5でその平面図を図-18に示す。BV-1は滑落崖直下流部に、BV-3は地すべり中央部に、BV-5は地すべり末端部に位置する。連通管タンクモデルの定数探索の結果BV-1とBV-3の連通路管の径の値は0.1685でBV-3とBV-5のそれは0.0946となっており、テンションゾーンの地下水の流動は、コンプレッションゾーンのそれに比べ2倍ほど流動しやすいことが理解され、地すべり活動によって地下水の透水性が変化することが判る。

なお地すべり面を通過して地下へ浸透する量を意味するタンクの径は0.0096で非常に小さく、砂岩、泥岩の互層の泥岩部が不透水層になっている為によるものであると考えられる。またこのことについて地下水検層によっても砂岩、泥岩互層部は地下水流動が見られないことから理解されうる。また無効降雨量は24mmという値が得られている。図-19に地下水観測値と定数探索による地下水シュミレーションの比較を示す。

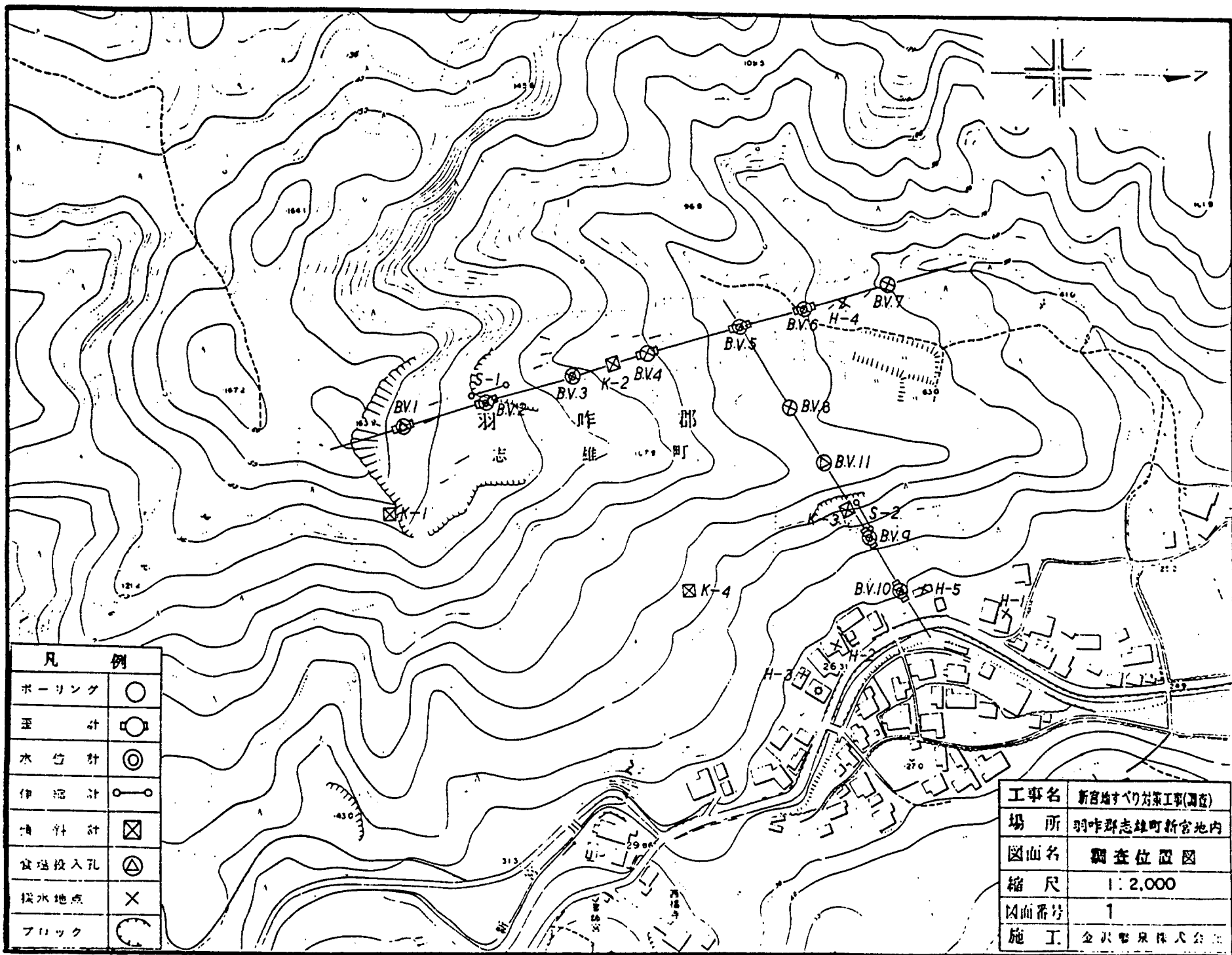


図-18 新宮地すべり平面図

M=	1	0.09459569	0.16846601	0.00087215	0.27712639	0.00962736	24.06942658	0.36800471D+00
	42.590000	42.580267I	I	I	●	I	I	I
	42.600000	42.590167I	I	I	●*	I	I	I
	42.580000	42.600118I	I	I	●0	I	I	I
	42.570000	42.580189I	I	I	●	I	I	I
	42.570000	42.570186I	I	I	●	I	I	I
	42.510000	42.570119I	I	I	●	I	I	I
	42.510000	42.522290I	I	I	*●	I	I	I
	42.510000	42.510915I	I	I	●	I	I	I
	42.490000	42.510820I	I	I	●	I	I	I
	42.450000	42.490722I	I	I	*0	I	I	I
	42.420000	42.450801I	I	I	*0	I	I	I
	42.410000	42.420707I	I	I	●	I	I	I
	42.480000	42.410561I	I	I	●	I	I	I
	42.460000	42.480217I	I	I	●	I	I	I
	42.460000	42.460235I	I	I	●	I	I	I
	42.460000	42.460368I	I	I	●	I	I	I
	42.430000	42.460166I	I	I	●	I	I	I
	42.450000	42.430274I	I	I	*0	I	I	I
	42.450000	42.450157I	I	I	●	I	I	I
	42.530000	42.450157I	I	I	●	I	I	I
	42.560000	42.529874I	I	I	*I	I	I	I
	42.560000	42.559767I	I	I	●I	I	I	I
	42.560000	42.559716I	I	I	●I	I	I	I
	42.560000	42.559699I	I	I	●I	I	I	I
	42.560000	42.559616I	I	I	●I	I	I	I
	43.480000	42.884640I	I	I	●	I	I	I
	43.480000	43.478937I	I	I	I	I	I	I
	43.480000	43.478249I	I	I	I	I	I	I
	43.480000	43.478345I	I	I	I	I	I	I
	43.480000	43.477628I	I	I	I	I	I	I
	42.560000	43.477485I	I	I	I	I	I	I
	42.560000	42.560492I	I	I	*I	I	I	I
	42.560000	42.560379I	I	I	●I	I	I	I
	42.680000	42.560539I	I	I	●I	I	I	I
	42.780000	42.706227I	I	I	0I	I	I	I
	42.830000	42.780521I	I	I	I	I	I	I
	42.910000	42.830571I	I	I	I	I	I	I
	43.330000	42.910116I	I	I	I	I	I	I
	44.000000	43.329287I	I	I	I	I	I	I
	44.000000	43.998257I	I	I	I	I	I	I
	44.050000	43.983744I	I	I	I	I	I	I
	44.130000	44.049822I	I	I	I	I	I	I
	44.130000	44.130083I	I	I	I	I	I	I
	44.180000	44.129901I	I	I	I	I	I	I
	43.910000	44.179714I	I	I	I	I	I	I
	43.680000	43.910643I	I	I	I	I	I	I
	43.510000	43.681411I	I	I	I	I	I	I
	43.430000	43.511966I	I	I	I	I	I	I
	43.430000	43.432216I	I	I	I	I	I	I
	43.430000	43.432235I	I	I	I	I	I	I
	43.470000	43.432267I	I	I	I	I	I	I
	43.480000	43.472142I	I	I	I	I	I	I
	43.630000	43.483196I	I	I	I	I	I	I

[illegible]

[illegible]

9-4 河崎地すべり¹⁶⁾

9-4-1 地質概要

河崎地すべりは、石川県鹿島郡中島町に位置、地質的には、第三紀中新世中期（黒瀬谷階）に堆積した泥岩より構成されている。したがって地すべり土塊は暗褐色のシルト質粘土から構成されている表層土と暗灰色～暗灰褐色をした風化泥岩の2層に大別できる。この表層土は一般に非常に薄く0.5 m程度の層厚を有しているにすぎないが、下層の泥岩は風化の状態によって概ね3層に区分することができる。地すべり土塊はこのうち表層直下部の強風化泥岩より構成されており、深度は10 m前後である。

9-4-2 地すべり土層と連通管タンクモデル

当地すべりの地質断面は2層に分けることができると述べたが、地下水の変動帯は下層の風化泥岩層であり、その変動幅も非常に少ない。したがって地下水の流動特性については、表層を図-2の連通管タンクモデルの上部タンクに、下層の風化泥岩を下部タンクに相当するものとすれば、図-2のモデルがそのまま利用できる。

9-4-3 解析結果

連通管タンクモデル定数探索に用いた地下水観測地はBV-5、BV-3、BV-1である。その平面図を図-20に示す。新宮地すべりと同様にそれぞれ滑落崖直下流、地すべり中央部、地すべり末端部にそれぞれ位置している。したがって新宮地すべりと同様に上部透水路管の径は、下部のそれに比べ大きい値が得られている。ちなみにその値は、0.6251、0.2271である。またBV-1とBV-5の地下水検層によれば、食塩投入365分後の風化泥岩の平均比抵抗値はそれぞれ0.75K Ω 、0.2K Ω となっており、ほぼ3倍程度の差があることが確認されている。筆者らのモデル定数探索でもほぼ3倍程度の透水性の違いが見られる。なおモデル定数探索より得られた値の方がいくぶん地下水検層より小さな差を示すが、これは地下水検層がその観測地点の透水性の難易を検討しているのに対して、連通管タンクモデルでは、地下水2観測地点間の透水性の難易を検討する意味を有することを考えればその違いが理解できる。なお観測水位と定数探索後の地下水位シュミレーションの比較を図-21に示す。

昭和47年度
地すべり対策工事(調査)

平面図

鹿島郡中島町河崎地区

S=1000

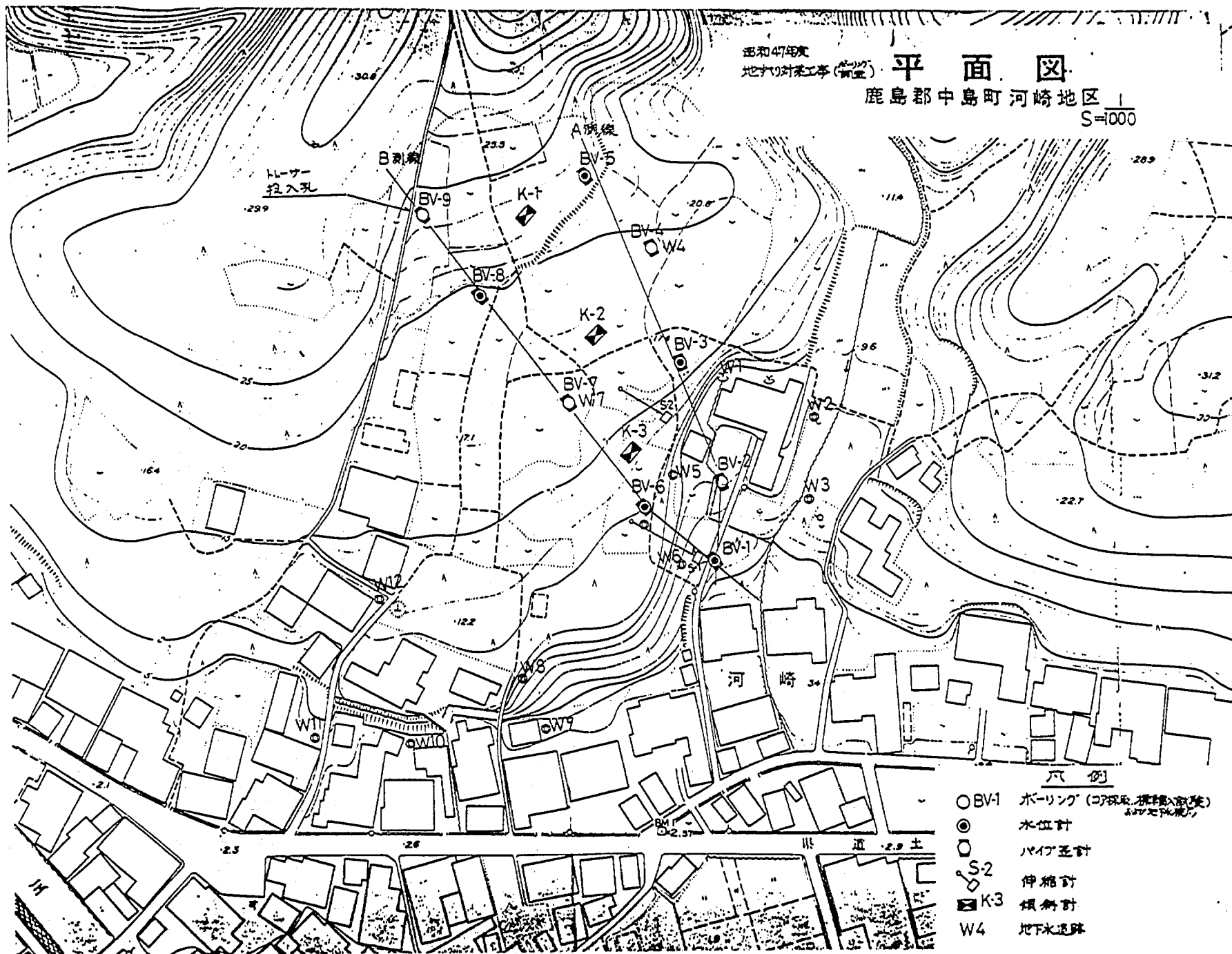


図-20 河崎地すべり平面図

図-21 河崎シュミレーション

M=	1	0.22714746	0.62512976	0.01623192	0.27718769	0.27620275	25.00306665	0.984424310-01	
	9.950000	9.756796I	0	I	I	I	I	I	I
	9.920000	9.963012I		I	I	I	I	I	I
	9.880000	9.932457I		I	I	I	I	I	I
	9.840000	9.889821I		I	I	I	I	I	I
	9.790000	9.846143I		I	I	I	I	I	I
	9.760000	9.793892I		I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.761940I	#	0	I	I	I	I	I
	9.780000	9.749938I	0	I	I	I	I	I	I
	9.810000	9.779994I		I	I	I	I	I	I
	9.850000	9.809631I		I	I	I	I	I	I
	9.900000	9.850112I		I	I	I	I	I	I
	9.910000	9.900742I		I	I	I	I	I	I
	9.650000	9.911123I		I	I	I	I	I	I
	9.740000	9.848955I		I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.7405550	#	I	I	I	I	I	I
	9.740000	9.750241I	0	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.7405550	#	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.750241I	0	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.750473I	0	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.750473I	0	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.750241I	0	I	I	I	I	I	I
	9.750000	9.750589I	0	I	I	I	I	I	I
	9.770000	9.750241I	0	I	I	I	I	I	I
	9.850000	9.771234I		I	I	I	I	I	I
	9.780000	9.849186I		I	I	I	I	I	I

9-5 岩尾滝地すべり¹⁷⁾

9-5-1 地質概要

岩尾滝地すべりは、富山県小矢部市岩尾滝に位置する地すべりで、地質的には第三紀中新世永見層群の砂岩、砂岩泥岩互層、泥岩および凝灰岩を含む砂岩泥岩互層より成り立っており、いずれも地表近くでは風化し、粘土状又は砂質土状を呈している。これらの第三紀基盤岩上には山体の斜面から脚部にかけて崖錐層が堆積している。これらの崖錐層は5.0~7.0m程度であり比較的厚い。その下部は砂岩、泥岩の強風化帯で層厚は1~2m、その下部に10~15mの風化泥岩帯がある。

9-5-2 地すべり土層構造と連通管タンクモデル

当地すべりのすべり面は、表層の崖錐堆積層下部の強風化砂岩、泥岩層内にあり、深さは地表面より7.5mの位置にある。したがって地すべり活動に影響を与える地下水流動帯は崖錐堆積層内であると考えられる。このことから連通管タンクモデルの下部タンクがこの崖錐堆積層に相当するものとして、この層内の地下水の流動特性について連通管タンクモデルを通して検討することにした。

9-5-3 解析結果

定数探索に用いた地下水位観測地は、BV-18、19、20であり、それぞれ地すべり滑落崖下部、地すべり中央部、地すべり末端部に位置している。したがって新宮地すべり、河崎地すべりと同様な結果が得られると推定され、定数探索により得られた値もこれらを裏付ける結果となった。上流部透水路管の径の値は0.2616、下流部のそれは0.6754であった。これについて地下水観測地での地下水検層の結果を見ると投入直後120分後の地表面より7mまでのBV-18とBV-19の平均値は $10\Omega\text{cm}$ で、BV-19とBV-20の平均値は $25\Omega\text{cm}$ である。したがって連通管タンクモデルでの透水性の違いは $0.6754 / 0.2616 = 2.58$ となり地下水検層と非常に良い一致を見ている。なおすべり面を通して地下へ浸透する量は非常に少ない(透水管の径は0.0001)。図-22に観測地下水位と定数探索後の地下水位シュミレーションの比較を示す。

図-22 岩尾滝シュミレーション(昭和45年)

Y=	2	0.09586121	0.59028787	0.01224811	0.75179342	0.00005662	18.27420480	0.233700810-01	
157.420000	157.533523I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.320000	157.413443I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.220000	157.314114I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.100000	157.214844I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.000000	157.096045I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.020000	156.996358I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.020000	157.015703I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.030000	157.015566I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.040000	157.025169I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.050000	157.034673I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.980000	157.043376I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.920000	156.973528I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.913257I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.800000	156.853323I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.793152I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.740000I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734182I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734219I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734429I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.791088I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734640I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734814I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.734988I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.735161I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.740000	156.735372I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.790000	156.735509I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.840000	156.784849I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.890000	156.851324I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.950000	156.883429I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.990000	156.942547I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.970000	156.982147I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.962313I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.930000	156.952319I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.900000	156.922918I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.900000	156.893481I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.850000	156.893228I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.830000	156.844362I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.800000	156.824818I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.829632I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.730000	156.756370I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.670000	156.727085I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.600000	156.668668I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.540000	156.600252I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.480000	156.541751I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.400000	156.483234I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.540000	156.405325I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.720000	156.710790I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.080000	156.727439I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.250000	157.074183I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.140000	157.241464I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.020000	157.132880I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.900000	157.014618I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.780000	156.896320I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.670000	156.788166I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.670000	156.695004I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.660000	156.669574I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.660000	156.660033I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.670000	156.685800I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.680000	156.712605I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.720000	156.735094I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.770000	156.720210I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.800000	156.796715I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.850000	156.801036I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.890000	156.851234I	I	I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.891566I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.010000	156.964748I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.070000	157.020688I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.120000	157.085064I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.200000	157.116860I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.220000	157.220782I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.240000	157.214359I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.280000	157.235416I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.300000	157.275547I	I	I	I	I	I	I	I	I
157.340000	157.315872I	I	I	I	I	I	I	I	I

図-22 岩尾滝シュミレーション(昭和48年)

H=	16	0.26161885	0.67536773	0.01198556	0.51166392	0.00017738	25.55787030 0.207148420-01
156.910000	156.858950I	I	I	0I	I	I	I
156.960000	156.907736I	I	I	0I	I	I	I
156.960000	156.956522I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.956522I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.956522I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.956060I	I	I	I	I	I	I
156.910000	156.956364I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.907578I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.858792I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.858792I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.858792I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.858792I	I	I	I	I	I	I
156.860000	156.858792I	I	I	I	I	I	I
156.810000	156.800093I	I	I	I	I	I	I
156.810000	156.809391I	I	I	I	I	I	I
156.810000	156.809391I	I	I	I	I	I	I
156.810000	156.809701I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.809239I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.760915I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.760915I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.760915I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.760611I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.759997I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.759382I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.759844I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.760003I	I	I	I	I	I	I
156.760000	156.842091I	I	I	I	I	I	I
156.910000	156.773098I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.906665I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.955451I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.955147I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.954222I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.954222I	I	I	I	I	I	I
157.010000	156.975979I	I	I	I	I	I	I
156.960000	157.025069I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.956060I	I	I	I	I	I	I
156.910000	156.955439I	I	I	I	I	I	I
157.010000	156.906653I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.004377I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.004687I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.053936I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.151508I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.151356I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.151508I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.150583I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.150735I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.150887I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.102101I	I	I	I	I	I	I
157.160000	157.151343I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.216107I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.107149I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.205158I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.122496I	I	I	I	I	I	I
156.960000	157.005758I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.956972I	I	I	I	I	I	I
156.960000	157.108669I	I	I	I	I	I	I
156.960000	156.987246I	I	I	I	I	I	I
157.110000	156.961259I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.103945I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.134060I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.162772I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.054544I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.103330I	I	I	I	I	I	I
157.110000	157.168247I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.107459I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.054544I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.067183I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.292553I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.084508I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.035569I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.148178I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.130702I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.005302I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.004687I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.004383I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.003920I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.008208I	I	I	I	I	I	I
157.010000	157.008208I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.008512I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.204555I	I	I	I	I	I	I
157.060000	157.091947I	I	I	I	I	I	I

10 あ と が き

地下水の連続方程式を連通管タンクモデルを通して差分近似させ、連通管タンクモデルに地すべり土層構造特性を導入することにより、地すべり地内の地下水の収支及び流動特性を検討することができるとして、連通管タンクモデルの定数探索に非線形の最適化手法を適用した。その結果得られた連通管タンクモデル定数を使用しての地下水位と観測地下水位とは非常に良い一致を見、その精度は平均して0.005以下である。またこの定数と地下水検層の観測値と対比検討した結果、地下水検層の観測結果を十分説明することができる。したがって筆者らが提案する連通管タンクモデルの解析手法は、地すべり地での地下水の流動及び収支を検討する際の一手段となり得ると思われる。今回は比較的簡単な連通管タンクモデルでの土層構造との対比を考え検討したためいくぶんの誤差は得られたが、これは連通管タンクモデルを改良又は十分な土層構造との対比を考察することにより改善できるであろう。また地下水は三次元的な流動をするためこれらを考慮した解析が必要であろう。しかしこの三次元的解析については横断方向における連結を考察するので容易に考慮することができる。今後はこういった点での実例解析を実施していきたい。なおこの研究で実施した連通管タンクモデルでの結果の一覧表を表-4に示す。

表 - 4

地すべり名	反 復 回 数	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	個数	$F(x)$	精 度
岩 尾 滝 S45	6	0.0958	0.5903	0.0122	0.7518	0.0000	18.274	75	0.23370 E-1	0.3116 E-3
岩 尾 滝 S48	3	0.2616	0.6754	0.0119	0.5117	0.0001	25.558	83	0.20715 E-1	0.2495 E-3
安 代 原	7	0.1986	0.2532	0.0002	0.3789	0.0028	19.401	70	0.28414 E-1	0.40591 E-3
河 崎	4	0.2271	0.6251	0.0162	0.2771	0.2762	25.003	26	0.98442 E-1	0.37862 E-2
乙 原	7	0.0663	0.7123	0.0103	0.6779	0.0039	7.100	41	0.81448 E-1	0.19865 E-2
新 宮	7	0.0946	0.1685	0.0009	0.2771	0.0096	24.069	190	0.36800 E 0	0.19368 E-4

S45の岩尾滝の地下水調査箇所はS48と違う箇所である。

参 考 文 献

- 1) 小林慎太郎, 丸山利輔「Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索」農土論集 65号, 1976.10
- 2) M.J.D. Powell「An efficient method for finding the Minimum of a function of several uaviable without caluculating deviuatioes」Computer Journal Vol 7 pp155~162 (1964)
- 3) 今野浩, 山下浩「非線形計画法」日科技連, 1978
- 4) 谷口敏雄「地下水位の地すべり速度に及ぼす影響について」土木学会論文集 №46, 1957
- 5) G.T. Stepanian「On the Long-Term Stability of Slopes」N.G.I. №52 1963年 1~13p
- 6) 高野秀夫, 小橋澄治らの研究報告, 各地すべり現場での調査報告に地すべり運動と地下水変動の相関が数多く述べられている。
- 7) 申潤植他「降雨と地下水変動の相関と特性」第11回治山研究発表会予稿集, 昭和47年11月
- 8) 岸本良次郎「地下水変動現象のモデルによる解析」日本地下水学会誌 Vol 16, 第1号, 1974年
- 9) 島通保, 中川鮮「上嵯峨地すべり地の地下水について(続)」京大防災研年報 21号 13-1, 昭和53年4月
- 10) 「地下水資源学」水収支研究グループ, 共立出版, 昭和48年10月
- 11) 水理公式集 119p 土木学会編 技報堂
- 12) 松尾新一郎他著「地下水低下工法」鹿島出版会
- 13) 乙原地すべり調査報告書 大分県 昭和50年
- 14) 安代原地すべり調査報告書 石川県 昭和46年
- 15) 新宮地すべり調査報告書 石川県 昭和49年
- 16) 河崎地すべり調査報告書 石川県 昭和48年
- 17) 岩尾滝地すべり調査報告書 富山県 昭和48年

要 旨 本報告は, モデル解析を通して地すべり地内の地下水位変動について土木研究所資料としてまとめたものである。

○

郵便はがき

20円切手
をはって
下さい。

3 0 5 - □ □

茨城県筑波郡豊里町大字旭一番地
建設省土木研究所砂防部

地すべり研究室
行

No. _____

No. _____

配布先氏名

配布先住所

○

○

土木研究所資料第 1559 号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名 ㊟

○