

土木研究所資料

3次元有限要素法による流れの数値解析

昭和56年10月

建設省土木研究所
道路部トンネル研究室

ま え が き

自動車トンネルでは、トンネル内で排出された排気ガスがトンネル坑口からまとめて排出されるため局所的な大気汚染が問題になる場合がある。そこで当研究室ではトンネル坑口付近で排気ガスがどのように拡散するかを数値計算で事前評価する手法の開発に努めている。

しかし、トンネル付近の地形は複雑でかつ高低差があるため、流れが3次元的な複雑な挙動を示すので、従来から行なわれている、プルームモデル・パフモデル等の手法では、十分な予測はできない。そこで、このような複雑な地形上の流れ場を予測するために、3次元ナビエ・ストークス式を有限要素法により解析した。また、数値計算の実施に合わせて、その数値解析の有効性を確かめるために、風洞実験を行い、両者の結果を比較検討した。

拡散の予測を完結するためには、上記の流れの場を解くプログラムの他にさらに拡散方程式を解くプログラムが必要であるが、流れ場の解析は水理など多方面に渡って有効であるので、とりあえず流れの解析について報告することにした。本資料が今後の流れの調査・研究に役立てば幸いである。

トンネル研究室長 水 谷 敏 則

研究員 猪 熊 明

目 次

1. は じ め に	1
2. 数値解析の概要	2
3. 有限要素法による流れ場の解析	3
4. 風 洞 実 験	14
5. 数値解析と風洞実験との比較	19
6. ま と め	21
付録1 要素マトリックス	23
付録2 プログラム・マニュアル	33

1. はじめに

近年路線選定等でトンネル坑口位置を決めるのに、トンネル坑口から拡散される自動車排ガスが周辺に与える影響を無視することができなくなってきた。このため、排ガスの拡散状況を予測することが急務となっている。予測手法としては(1)風洞実験、(2)数値解析、(3)経験にもとづく手法がある。

風洞実験は個別の事例について実験を行いとにかく拡散の結果を得るという利点があるが、相似律を設定することが難しいし、時間的にも経済的にも有利ではない場合が多い。経験にもとづく方法とは、過去に行った坑口拡散現場計測の結果を集積・要約して、将来の予測に使おうとするものである。この方法のためには、多量のデータの蓄積が必要であるが、現在のところ十分なデータが集まっていない。数値解析は計算手法の点で問題点は残るが、比較的手軽に行えるので、今後の研究が期待されるところである。

本報告書では数値解析のプログラムの開発について紹介するものである。数値解析は、まず最初に、(1)流れ場の解析を行い、その後(2)拡散の解析を行うのであるが、今回はそのうち(1)流れ場の解析についてのみ報告する。(2)拡散場の解析は現在進行中であり、自動車走行を考慮したプログラムを開発中である。

計算は3次元有限要素法を用いて、ナビエ・ストークスの式と連続式を連立させて解く。実計算の結果、節点4000点程度、土木研究所のコンピューター(日立製作所 M180)を用いて、プロセス・タイムで約24時間で発散しない解を得た。また計算の有効性を確認するため、計算結果と風洞実験の結果を比較した。流れの計算に関しては汎用性があるので、坑口拡散の計算以外にも使用できるものと思う。

2. 数値解析の概要

現在、粘性流を有限要素法で解く研究は各方面でなされているが、それらはおおまかにいて次の3手法に分類される。

- (1) u, v, w, p を変数とする方法
- (2) 流れ関数とうず度を用いる方法
- (3) ペナルティ関数を用いる方法

ここで、 u, v, w は流速の x, y, z 成分、 p は圧力である。

N-S式(ナビエ・ストークスの式)を解く場合、原始関数(u, v, w, p)を変数とすると、各節点につき未知数が4ということで、節点数が多くなるにつれ、計算時間が加速度的に上昇する。そこで従来からN-S式の未知数を減少させる努力がなされてきた。

2次元問題では、流れ関数 ψ とうず度 ω の式に変換して変数を u, v, p から ψ, ω に減らして計算する方法が行なわれ成果を上げている。この方法の長所は、変換の際に圧力の項が消え未知数が少なくなることである。短所は、流れ関数 ψ , うず度 ω が定まった後再度 u, v, p を計算しなおすことが必要であること、そして最大の欠点は、3次元計算への拡張が難しいことである。なぜなら、3次元になると流れ関数、うず度はそれぞれ次元を持ち、自由度を下げる長所がなくなるからである。

第3のペナルティ関数法は、圧力項を消去するために $p = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$ と近似して解く方法である。ここで λ は任意に定める定数であるが、非常に大きい値を与えることによって $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$ を0に近づけることができる。そしてその結果連続式が見掛け上満足されるようになる。この方法の長所は、圧力項が流速に置きかえられ、未知数が減少することにある。短所としては、 λ に大きな値を与えるために、explicitの解法(3次元解析においては計算機容量の点で有利である)が難しく計算時間が多くなる可能性がある。

そこで、本報では計算機容量が比較的少なくすむ(1)の方法を採用し、Hirt、郷田^{1),2)}と同様なアルゴリズムを用いた。ただし、本報で用いた手法は、郷田の方法において、圧力ポアソン方程式の誘導に修正を加え、3次元に拡張した手法である。なお使用した計算機は日立製作所のM180である。

3. 有限要素法による流れ場の解析

3.1. 基本方程式

基本方程式は、考えられる流速が音速と比較して十分小さいので、非圧縮性流体を仮定し、また、温度差による浮力を無視した運動方程式(ナビエ・ストークスの式)、および連続式を用いる。

ナビエ・ストークスの式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

ここに

x, y, z デカルト座標

u, v, w 流速成分

p 圧力

ν 動粘性係数

g 重力加速度

ρ 密度

t 時間

ここで、(1), (2), (3), (4)式の u, v, w, p は瞬時の値であるから、これらの値を時間平均値と変動量の値の和として次のように表わす。

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u' & v &= \bar{v} + v' \\ w &= \bar{w} + w' & p &= \bar{p} + p' \end{aligned} \quad (5)$$

ここに $\bar{\quad}$ は時間平均、 $'$ は変動量を表わす。

(5)式を(1), (2), (3), (4)式に代入して時間平均操作を施すと次のように書ける。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{u} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{v} - \left(\frac{\partial \overline{v'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \nabla^2 \bar{w} - \left(\frac{\partial \overline{w'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

ここで $-\rho \overline{u'^2}$, $-\rho \overline{u'v'}$, $-\rho \overline{u'w'}$ 等はレイノズル応力と呼ばれる。ブージネスクの仮定よりレイノズル応力を $-\rho \overline{u'v'} = \rho \epsilon \frac{d\bar{u}}{dy}$ と表わす。 ϵ は動粘性係数 ν に対応して渦動粘性係数と呼ばれ、 ν と

異なり流体の性質では定まらず場所の関数である。乱流では通常 $\epsilon \gg \nu$ であり、分子粘性項 ($\nu \nabla^2 \bar{u}$, $\nu \nabla^2 \bar{v}$, $\nu \nabla^2 \bar{w}$) は無視することができる。ここで(6), (7), (8)に渦動粘性係数を導入すると、次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad (12)$$

ここで圧力 $\bar{p}$ を静圧 $-\rho g z$ と動圧 p^* との和を考えると(10), (11), (12)式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad (15)$$

したがって数値解析に用いる基礎式は(13), (14), (15)および(9)式である。

3.2. 解 法

a) 解法のアプローチ

(13), (14), (15), (9)式の u , v , w , p^* をそれぞれ u , v , w , p と置きかえて書く。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \quad (13')$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial v}{\partial z} \quad (14')$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial w}{\partial z} \quad (15')$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (9')$$

(13)'式の時間項を前進差分により離散化する。すなわち $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t}$ とする。ここで流速 u が u^n から u^{n+1} へ変化する間に、 u^{n+1} と u^n の間の中間的な流速 $\hat{u}$ を想定して、(13)'式を次のように分解する。

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial u^n}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial u^n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial u^n}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial u^n}{\partial z} \quad (16)$$

$$\frac{\hat{u} - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} + w^n \frac{\partial u^n}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_x \frac{\partial u^n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_y \frac{\partial u^n}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_z \frac{\partial u^n}{\partial z} \quad (17)$$

ここで(16)–(17)より次式を得る。

$$u^{n+1} = \hat{u} - \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \hat{p} \quad (18)$$

ここに $\hat{p} = p^{n+1} - p^n$ である。

同様に(14)', (15)' 式に上記の操作を施すと、次式を得る。

$$v^{n+1} = \hat{v} - \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \hat{p} \quad (19)$$

$$w^{n+1} = \hat{w} - \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \hat{p} \quad (20)$$

次に連続式(9)'式に対しては、 $n+1$ ステップで満足するものとする。

$$\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

ここで(21)式に(18), (19), (20)式を代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} \right) \quad (22)$$

したがって、(17), y , z 方向については(17)式に準ずる式、(18), (19), (20)および(22)式に基づき計算を行う。

b) 有限要素法への形式化および有限要素形状

(17)式, (22)式および(18), (19), (20)式をアインシュタインの総和規約を用いて表わすと、次のように書ける。

$$\frac{\hat{u}_i - u_i^n}{\Delta t} + u_j^n u_{i,j}^n = -\frac{1}{\rho} p_{,i} + (\epsilon_j u_{i,j})_{,j} \quad (23)$$

$$\hat{p}_{,jj} = \frac{\rho}{\Delta t} \hat{u}_{j,j} \quad (24)$$

$$u_i^{n+1} = \hat{u}_i - \frac{\Delta t}{\rho} \hat{p}_{,i} \quad (25)$$

ここに i, j はそれぞれ 1 (x), 2 (y), 3 (z) を示し, i, j は微係数を示す。

(23), (24), (25)式に重み関数 u^* を乗じて領域 V で積分する。

$$\int_V u^* \frac{\hat{u}_i - u_i^n}{\Delta t} dV + \int_V u^* u_j^n u_{i,j}^n dV = -\frac{1}{\rho} \int_V u^* p_{,i} dV + \int_V u^* (\epsilon_j u_{i,j}^n)_{,j} dV \quad (26)$$

$$\int_V u^* \hat{p}_{,jj} dV = \frac{\rho}{\Delta t} \int_V u^* \hat{u}_{j,j} dV \quad (27)$$

$$\int_V u^* u_i^{n+1} dV = \int_V u^* \hat{u}_i dV - \frac{\Delta t}{\rho} \int_V u^* \hat{p}_{,i} dV \quad (28)$$

ここで(26)式の右辺第2項、(27)式の左辺の項にグリーンンの定理を用いる。

$$\int_V u^* (\epsilon_j u_{i,j})_{,j} dV = \int_S u^* \epsilon_j u_{i,j} n_j dS - \int_V u^*_{,j} \epsilon_j u_{i,j} dV \quad (29)$$

$$\int_V u^* \hat{p}_{,jj} dV = \int_S u^* \hat{p}_{,j} n_j dS - \int_V u^*_{,j} \hat{p}_{,j} dV \quad (30)$$

ここで n_j は方向余弦, S は境界を示す。

ここで(29), (30)式を(26), (27)に代入する。ただし(29)式の右辺第一項は境界条件より消去できる。

$$\int_V u^* \frac{\hat{u}_i - u_i^n}{\Delta t} dV + \int_V u^* u_j^n u_{i,j}^n dV = -\frac{1}{\rho} \int_V u^* p_{,i} dV - \int_V u^*_{,j} \epsilon_j u_{i,j}^n dV \quad (31)$$

$$\int_S u^* \hat{p}_{,j} n_j dS - \int_V u^*_{,j} \hat{p}_{,j} dV = \frac{\rho}{\Delta t} \int_V u^* \hat{u}_{j,j} dV \quad (32)$$

ここで各物理量を節点で内挿するために、形状関数 ϕ を導入する。

$$u_i = \phi_a u_{i,a} \quad (33)$$

$$p = \phi_k p_k \quad (34)$$

また、ガラーキン法を適用し、重み関数も同じ形状関数を用いて次のように表わす。

$$u^* = \Phi_\lambda u_\lambda^* \dots\dots\dots (35)$$

(33), (34), (35)式を(31), (32), (28)式に代入し、重み関数に節点で1、他の節点で0になる関数を選び整理すると次式のようなになる。

$$\bar{M}_{\lambda\alpha} \hat{u}_{i\alpha} = \bar{M}_{\lambda\alpha} u_{i\alpha}^n + \Delta t \left(-L_{\lambda\alpha\beta j} u_{j\alpha}^n u_{i\beta}^n - \frac{1}{\rho} N_{\lambda ki} \hat{p}_k - \epsilon_j \bar{O}_{\lambda j\alpha j} u_{i\alpha} \right) \dots\dots\dots (36)$$

$$S_{\lambda kj} \hat{p}_k - \bar{O}_{\lambda jkj} \hat{p}_k = \frac{\rho}{\Delta t} N_{\lambda\alpha j} \hat{u}_{j\alpha} \dots\dots\dots (37)$$

$$\bar{M}_{\lambda\alpha} u_{i\alpha}^{n+1} = \bar{M}_{\lambda\alpha} \hat{u}_{i\alpha} - \frac{\Delta t}{\rho} N_{\lambda ki} \hat{p}_k \dots\dots\dots (38)$$

ここに $\bar{M}$ は質量集中マトリックスを示す。また、それぞれの係数は次のとおりである。

$$\begin{aligned} M_{\lambda\alpha} &= \int_V \Phi_\lambda \Phi_\alpha dV & L_{\lambda\alpha\beta j} &= \int_V \Phi_\lambda \Phi_\alpha \Phi_{\beta,j} dV \\ N_{\lambda ki} &= \int_V \Phi_\lambda \Phi_{k,i} dV & O_{\lambda j\alpha j} &= \int_V \Phi_{\lambda,j} \Phi_{\alpha,j} dV \\ S_{\lambda\alpha j} &= \int_S \Phi_\lambda \Phi_{\alpha,j} n_j dS \end{aligned}$$

これらのマトリックスの具体的な形は付録に示す。

有限要素形状は、三角柱要素(図1)を主体とし、地表面での複雑な地形に対しては、四面体要素(図2)を用いる。

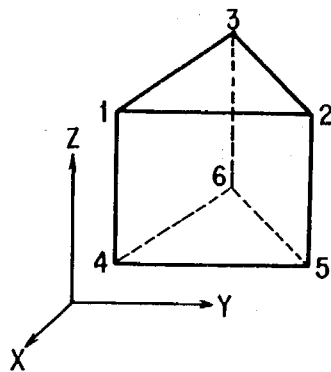


図1. 3角柱要素

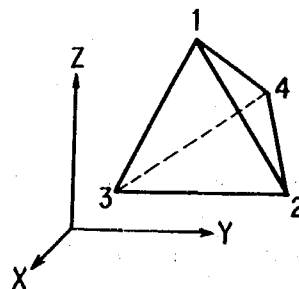


図2. 4面体要素

(1) 三角柱要素の形状関数

三角柱の形状関数は、次に示すような変数分離形を用いる。

$$\begin{aligned} u &= \Phi_\alpha u_\alpha \\ \Phi_\alpha &= \varphi_\alpha(x, y) \cdot \varphi_b(z) \\ (\because \alpha &= 1, 2, 3, 4, 5, 6) \end{aligned}$$

ここに、 φ_α , φ_b は次のようになる。

$$\varphi_\alpha = \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha 1} \\ \varphi_{\alpha 2} \\ \varphi_{\alpha 3} \\ \varphi_{\alpha 4} \\ \varphi_{\alpha 5} \\ \varphi_{\alpha 6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 + b_1 x + c_1 y \\ a_2 + b_2 x + c_2 y \\ a_3 + b_3 x + c_3 y \end{bmatrix}$$

ここに、

$$a_i = \frac{1}{2A}(x_j y_k - x_k y_j)$$

$$b_i = \frac{1}{2A}(y_j - y_k)$$

$$c_i = \frac{1}{2A}(x_k - x_j)$$

$i, j, k : 1, 2, 3$ の循環数列

$A : \triangle 123$ の面積

$$\varphi_b^T = \begin{bmatrix} \varphi_{b1} \\ \varphi_{b2} \\ \varphi_{b3} \\ \varphi_{b4} \\ \varphi_{b5} \\ \varphi_{b6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{z - z_l}{n} \\ \frac{z_u - z}{n} \end{bmatrix}$$

ここに

$n : \text{三角柱の高さ}$

$z_u : \text{三角柱の上底面の } z \text{ 座標}$

$z_l : \text{ " 下底面 "}$

形状関数の微分

$$\frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} \varphi_{b\alpha} \quad \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial y} = \frac{\partial \varphi_{\alpha\alpha}}{\partial y} \varphi_{b\alpha} \quad \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial z} = \varphi_{\alpha\alpha} \frac{\partial \varphi_{b\alpha}}{\partial z}$$

ここに、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{\alpha 1}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 2}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 3}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 4}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 5}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 6}}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{\alpha 1}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 2}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 3}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 4}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 5}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{\alpha 6}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{b1}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_{b2}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_{b3}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_{b4}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_{b5}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_{b6}}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(2) 四面体の形状関数

$$u = \Phi_\alpha u_\alpha$$

($\because \alpha = 1, 2, 3, 4$)

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 + b_1 x + c_1 y + d_1 z \\ a_2 + b_2 x + c_2 y + d_2 z \\ a_3 + b_3 x + c_3 y + d_3 z \\ a_4 + b_4 x + c_4 y + d_4 z \end{bmatrix}$$

ここに

$$a_k = \frac{1}{6V} \{ x_l (y_m z_n - y_n z_m) + x_m (y_n z_l - y_l z_n) + x_n (y_l z_m - y_m z_l) \} \epsilon_k$$

$$b_k = \frac{1}{6V} \{ y_l (z_n - z_m) + y_m (z_l - z_n) + y_n (z_m - z_l) \} \epsilon_k$$

$$c_k = \frac{1}{6V} \{ z_l (x_n - x_m) + z_m (x_l - x_n) + z_n (x_m - x_l) \} \epsilon_k$$

$$d_k = \frac{1}{6V} \{ x_l (y_n - y_m) + x_m (y_l - y_n) + x_n (y_m - y_l) \} \epsilon_k$$

ここに

V : 体積

$k \cdot l \cdot m \cdot n$: 1, 2, 3, 4 の順環数列

$$\epsilon_k : \begin{cases} +1 & k=1, 3 \\ -1 & k=2, 4 \end{cases}$$

形状関数の微分

$$\frac{\partial \Phi_a}{\partial x} = b_a \quad \frac{\partial \Phi_a}{\partial y} = c_a \quad \frac{\partial \Phi_a}{\partial z} = d_a$$

c) 計算手順

計算手順は、(30)式によって $\hat{u}_i$ を求め、次に(31)式によって $\hat{p}$ を求める。そして(32)式、及び $p^{n+1} = p^n + \hat{p}$ によって u_i^{n+1} , p^{n+1} を求める。これを順次くり返すことによって定常解 u_i , p を求める。

d) 圧力に関する連立方程式の解法

(31)式の圧力に関する連立方程式は直接法により解く。これは連立方程式の係数行列を2つの三角行列(上三角, 下三角行列)に分け、順次解を求めて行く方法である。分解にはガウスの消去法を用いた。

3. 3. 計算条件

計算は風洞実験との比較を行うために、後に述べる風洞実験の条件を境界条件とした。境界条件の概要を図3に示す。これは、風洞中に一様風を吹かせその中に障害物(直方体およびその風上、風下に SINE-CURVE の整流板をつけたもの 図3-a)を置き、その周辺の流れ場を計算しようとするものである。障害物の寸法は 3 m × 3 m × 0.5 m、風洞の測定胴寸法は 3 m (高さ) × 6 m (幅) × 24 m (長さ) である。計算に用いる直交座標軸は、一様風の方に X 軸、鉛直上向きに Z 軸、それらに垂直に Y 軸をとる。座標原点は風洞底板上の障害物より上流側 1.5 m の所に、図3のように定める。

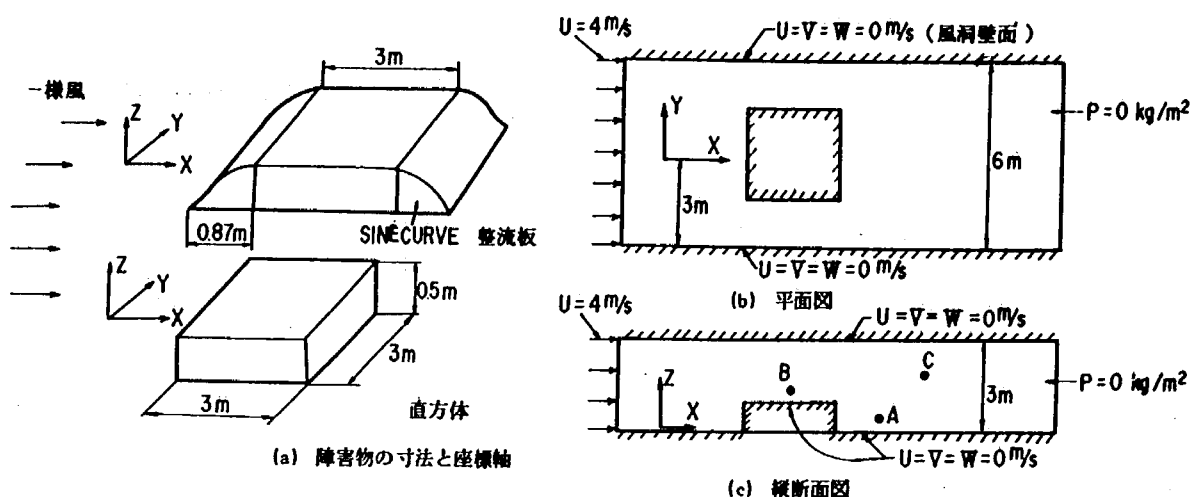


図 3. 計算および実験の障害物と境界条件

境界条件は、風洞壁面、物体表面では風速 0 m/s 、流入境界は一定風速、流出境界は静圧のみ働くものとした。

計算は 2 次元と 3 次元とについて行った。2 次元計算は縦断面(図 3 - c)と水平面(図 3 - b)について行った。計算は要素分割、渦動粘性係数、障害物形状を変えて 20 ケース行った。そのうち表 - 1 に示す計算条件の 7 ケースについて報告する。なお、表 - 1 でレイノズル数をもとめる際の代表長さには、風洞の測定洞の寸法を採用した。

表 - 1 計算条件一覧表

CASE NO	計算モデル (障害物形状)	節点数	風速 $V (\text{m/s})$	渦動粘性係数			レイノズル数		
				$\epsilon_x (\text{m}^2/\text{s})$	$\epsilon_y (\text{m}^2/\text{s})$	$\epsilon_z (\text{m}^2/\text{s})$	VD_x/ϵ_x	VD_y/ϵ_y	VD_z/ϵ_z
1	2 次元, 縦断 (直方体障害物)	1426	4	0.1		0.1	960		120
2	2 次元, 縦断 (直方体障害物)	1426	4	0.01		0.01	9600		1200
3	2 次元, 縦断 (直方体障害物)	1426	4	0.06		0.01	1600		1200
4	2 次元, 水平面 (直方体障害物)	1800	4	1	1		96	24	
5	2 次元, 水平面 (直方体障害物)	1800	4	0.1	0.1		960	240	
6	3 次元 (直方体障害物)	4336	4	0.06	0.06	0.01	1600	1400	1200
7	3 次元 (整流板付障害物)	2973	4	0.06	0.06	0.01	1600	1400	1200

($D_x = 24 \text{ m}$, $D_y = 6 \text{ m}$, $D_z = 3 \text{ m}$)

計算は時間的には非定常計算をくり返し、算出値がある値に収束するのを待ち、その収束値をもって定常解と考えた。したがって、解の収束状況については注意せねばならない。図4, 5にそれぞれCASE 1, 2に対応する2次元縦断の計算のA, B, C点(図3)の収束状況を示す。渦動粘性係数を小さくすると、収束性が悪くなることがわかる。

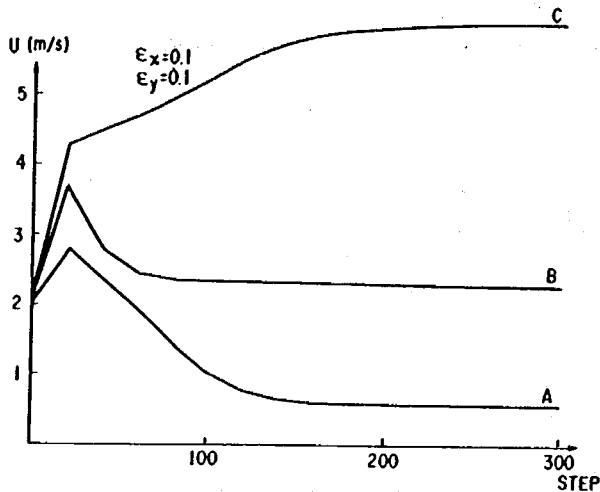


図4. case 1 における流速計算の収束状況

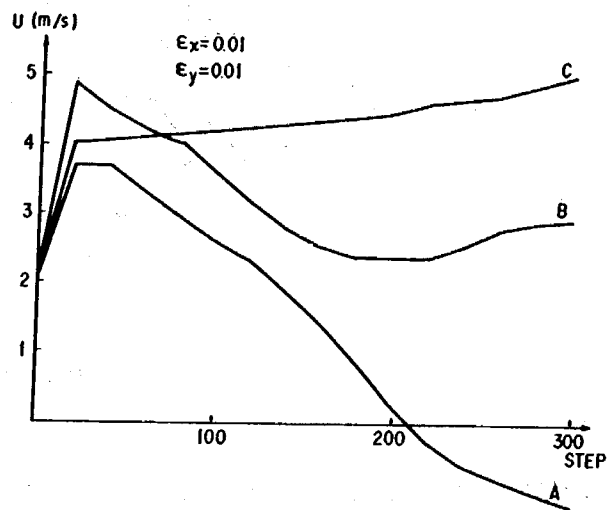


図5. case 2 における流速計算の収束状況

3.4. 計算結果

図6, 7, 8に2次元縦断の計算の流れの計算結果を、図9, 10に2次元水平面の流れの計算結果を、図11, 12に3次元の流れの計算結果を示す。各図ともベクトルの長さが風速を表わすが、8 m/s以上の風速は8 m/sの大きさに統一し、ベクトルの矢を白抜きとしてある。

300 STEP (3 SEC)

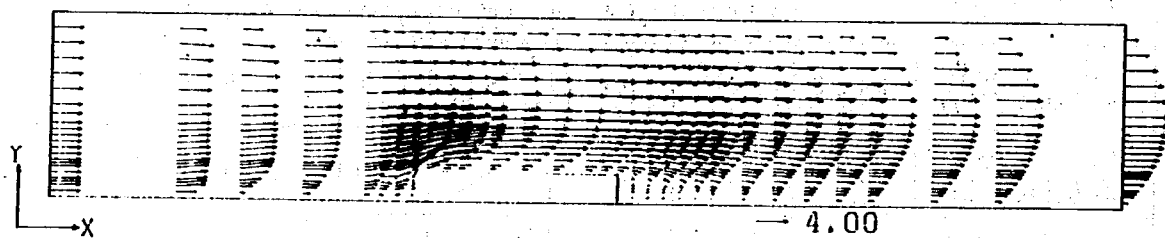


図6. case 1 の流速の計算結果 (2次元, 縦断面)

300 STEP (3 SEC)

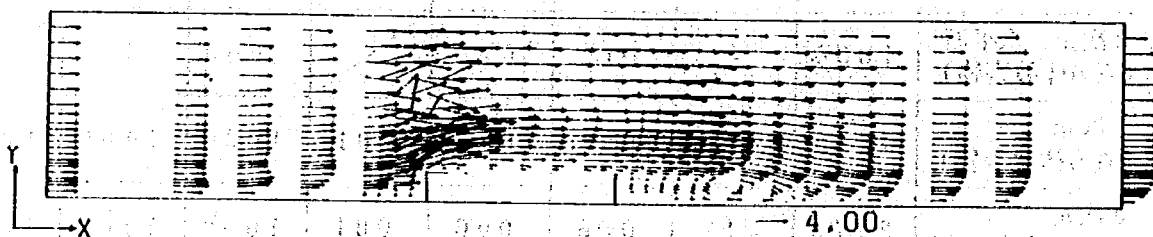


図7. case 2 の流速の計算結果 (2次元, 縦断面)

300 STEP (3 SEC)

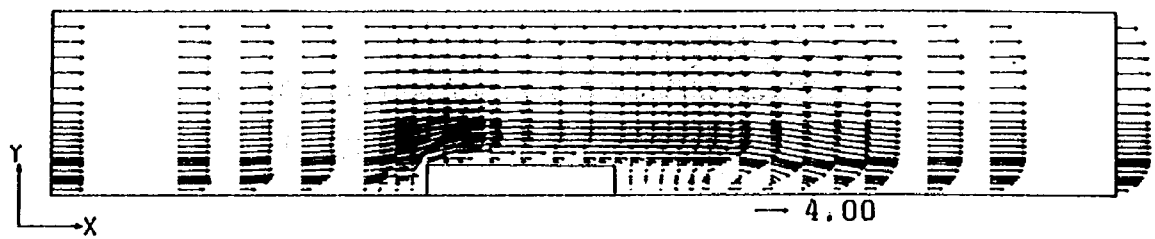


図 8. case 3 の流速の計算結果 (2 次元, 縦断面)

図 6, 7, 8 は渦動粘性係数のみを変化させた場合の 2 次元縦断の計算結果である。渦動粘性係数が高い場合(図 6)流出境界における速度分布が層流のようであり、障害物後方の渦も小さいのに対し、粘性係数が小さい場合(図 8)流出側では乱流のような速度分布を示し渦も発達し定性的には一般に認められている流況をよく示している。しかし、あまり小さくしすぎると(図 7)障害物前面上方に計算上の乱れを生じる。これはレイノルズ数が高いことに起因するが、こうした問題は、より細かく要素分割をすることにより解決される。しかし、それには電子計算機の必要記憶容量を増大させる必要があり限度がある。

図 9, 10 は渦動粘性係数だけを変えた 2 次元水平面の計算結果である。図 9 の方は粘性係数が高い

300 STEP (3 SEC)

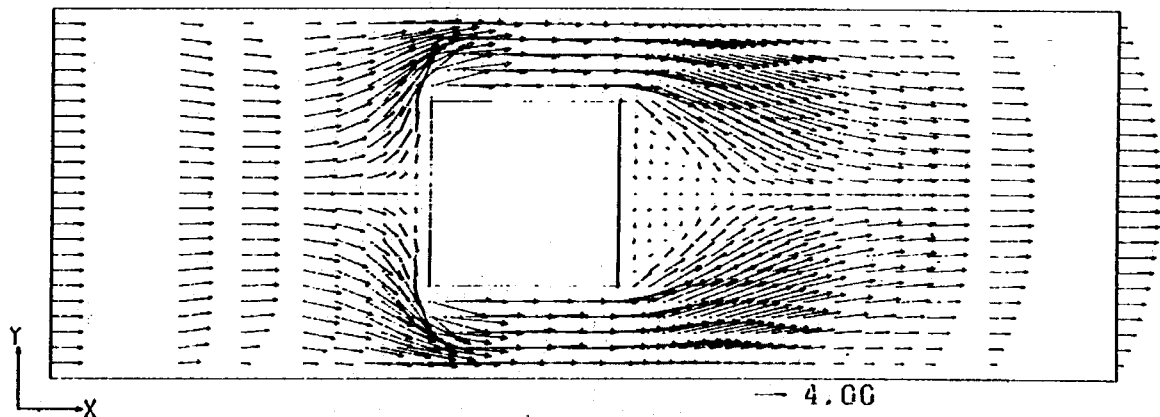


図 9. case 4 の流速の計算結果 (2 次元, 水平面)

300 STEP (3 SEC)

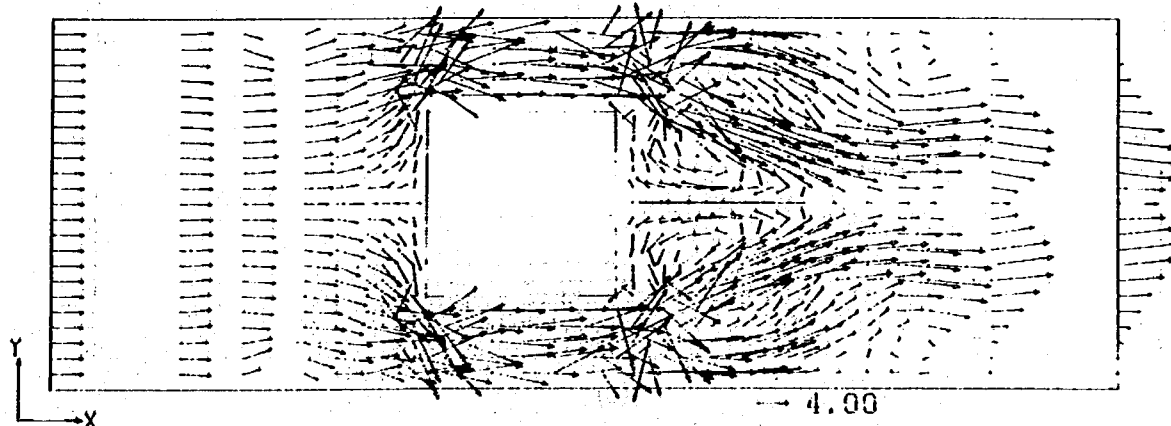


図 10. case 5 の流速の計算結果 (2 次元, 水平面)

め障害物後方の渦は小さく、流出境界の流速分布もなだらかな曲線となっている。これに対して図10の方は粘性係数が小さいため風洞の下流にも渦ができて、流れの乱れや流出境界における不自然な速度分布が生じた。

ここで縦断面の場合は渦動粘性係数が $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ でも解は安定している(CASE 1)が、水平面の場合は不自然な流れが存在する(CASE 5)。これは水平面の場合は、メッシュ間隔が大きいためであると考えられる。

図11, 12は障害物の形状を変えた場合の流れの変化を3次的に計算したものである。3次元の流れ場は、 $Z = 0.7 \text{ m}$ と $Z = 0.25 \text{ m}$ (SINE-CURVE整流板付障害物の実験では $Z = 0.2 \text{ m}$ とした) の2水平断面、 $Y = 0 \text{ m}$ の鉛直縦断面の3つの各断面に投影された流速ベクトルを示した。

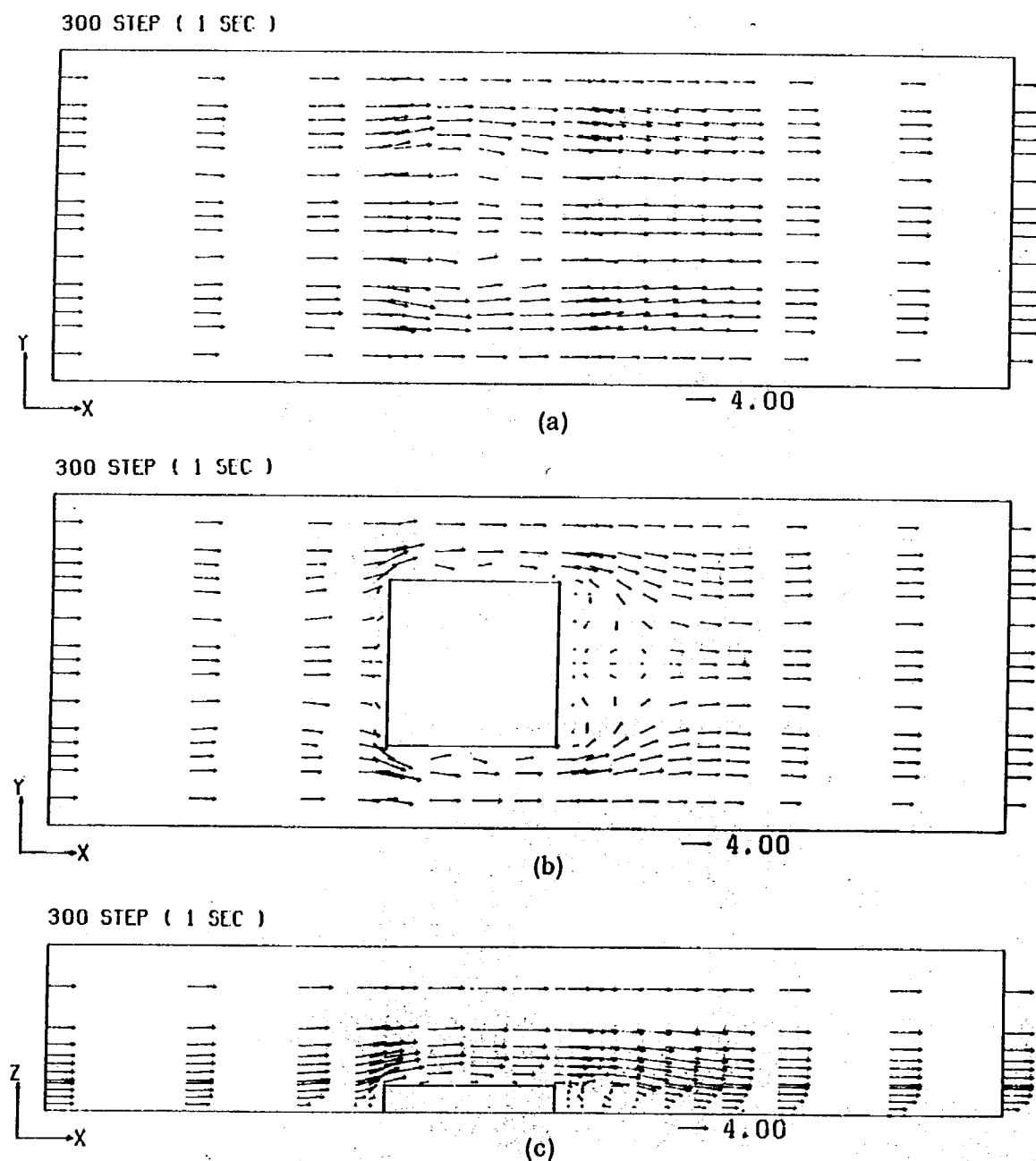


図11. case 6 の流速の計算結果 (3次元, a: $Z=0.7 \text{ m}$, b: $Z=0.25 \text{ m}$, c: $Y=0 \text{ m}$)

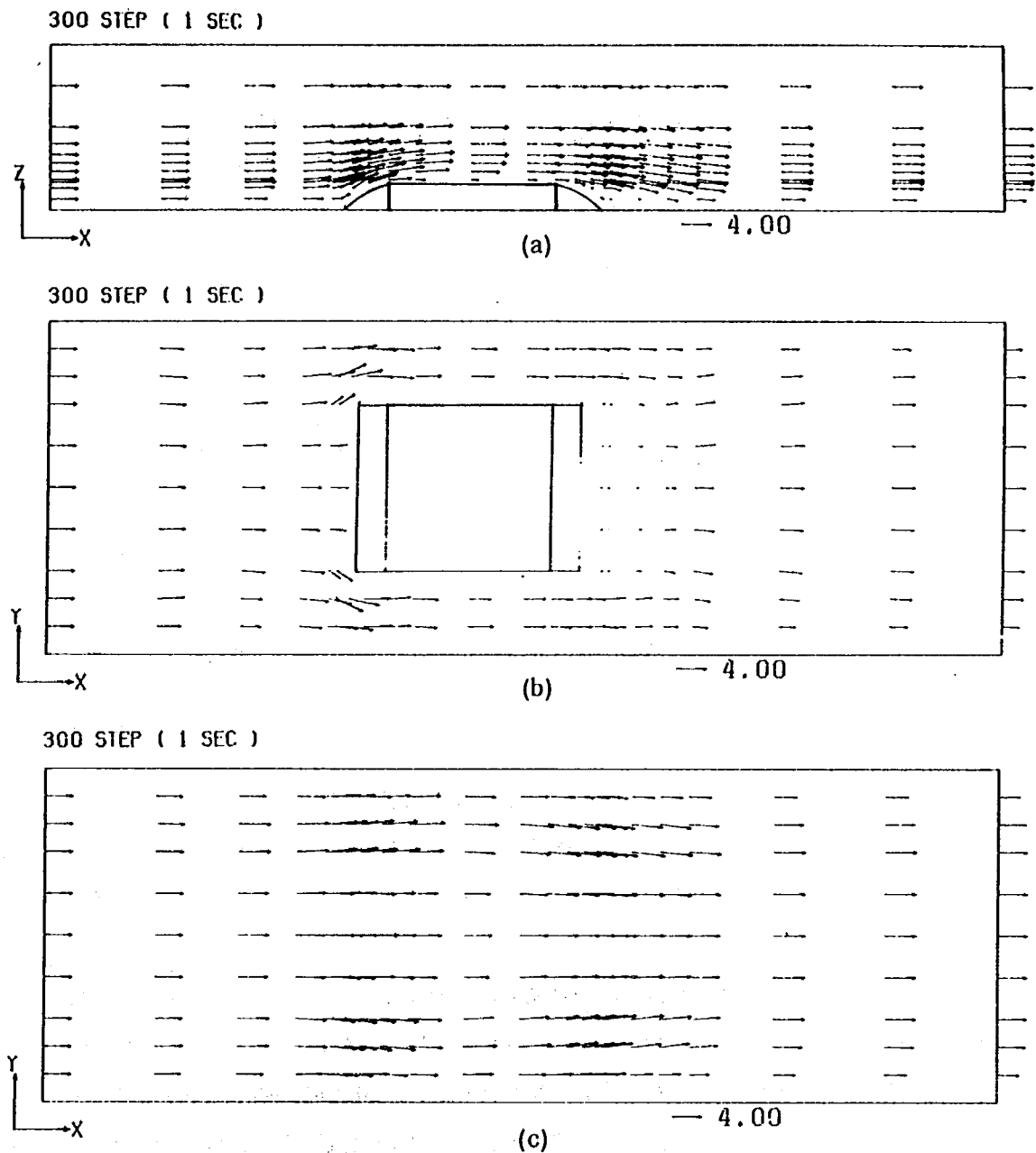


図 12. case7 の流速の計算結果 (3次元, a: $Z=0.7\text{ m}$, b: $Z=0.2\text{ m}$, c: $Y=0\text{ m}$)

3次元計算においては、2次元の縦断面計算の場合とほぼ同じ渦動粘性係数で収束性が比較的良好に計算できた。これは、3次元計算では、2次元計算と比較して流積が増加し、流速が小さくなることと、3次元計算においては、レイノルズ数の制約が若干ゆるくなることによるものと考えられる。逆に言えば3次元の計算に先だってあらかじめ適当な2次元計算をやっておけば、安定解を得る最も適当な渦動粘性係数を前もって推定することができるといえる。

4. 風洞実験

4.1. 計測の概要

数値計算の有効性を確かめるために、風洞を用いて実験を行った。実験では、一様風中におかれた障害物の周辺の風速分布を計測した。障害物には、図3に示すように直方体と直方体の風下、風上両側に SINE-CURVEの整流板を付けたものを用いた。障害物の形状寸法、風洞の測定胴寸法は本文3(3)と図3に記した通りである。流入側の風速は 4 m/s の一様風とした。障害物はその直方体の前面が測定胴の上流端から 6 m 下流になるよう設置された。

風速計測には熱線風速計を用いた。熱線風速計は、熱線に直角な方向の流れはよく把えることができるが、熱線方向の流れには、あまり反応を示さない。したがって熱線風速計で風速計測を行うには、あらかじめ流れの概況をとらえておいて、その流れの方向に直角な向きに熱線風速計を置いてやる必要がある。このため計測は次のような3つのStepで行った。

- step 1 タフト(気流系)、煙発生装置を用い、目視により障害物周辺の流れの概況を観察する。
- ↓
- step 2 { 熱線風速計と風速計回転装置を用い、測定点の水平面内で熱線風速計を回転させ、風速が最大となる方向を求める。
- ↓
- step 3 { step 2で測定した最大風速の方向を含む鉛直面内にX型熱線風速計を設置し、最大風速の仰角とその風速を求める。(X型熱線風速計は2本の熱線が 90° の角度で張っており、気流の方向と流速がもとめられる。ただし、気流が風速計の中心線上から $\pm 20^\circ$ 以上傾くと精度が悪くなる。)

直方体障害物の風洞実験の風速測定点は、図13にある流速ベクトルの起点で示す。それらは、 $Y = 0\text{ m}$ の鉛直縦断面内に48点、 $Z = 0.25\text{ m}$ の水平面内に36点、 $Z = 0.7\text{ m}$ の水平面内に40点の計124点である。SINE-CURVEの整流板を付けた障害物の実験では、 $Y = 0\text{ m}$ の鉛直縦断面内で34点、 $Z = 0.25\text{ m}$ の水平面内で35点、計69点の風速を測定した。測定点の位置は直方体障害物の実験の $Y = 0\text{ m}$ 、 $Z = 0.25\text{ m}$ の面の測定点と同じである。

また、煙発生装置やタフト(細い糸などを気流中に置きその動きを目視して流れを観察する最も簡単な風向計)によって流れを可視化し、その結果をVTRに収録した。

4.2. 計測結果とその問題点

直方体障害物の風洞実験の熱線風速計で計測した風速ベクトルを図13に、タフト観察の結果を図15に示す。また SINE-CURVEの整流板付の障害物の風洞実験の風速ベクトルを図14に、タフト観察を図15に示す。

熱線風速計による計測結果とタフト観察の結果を比較すると乱れの強い場所での不一致が見られる。すなわち直方体障害物の実験の場合障害物の直上で、熱線風速計では順風で $2\text{ m/s} \sim 3\text{ m/s}$ の流れが記録されているが、タフト観察では風向が一定しない、したがって平均風速はほとんど0に近い乱れ領域を示し

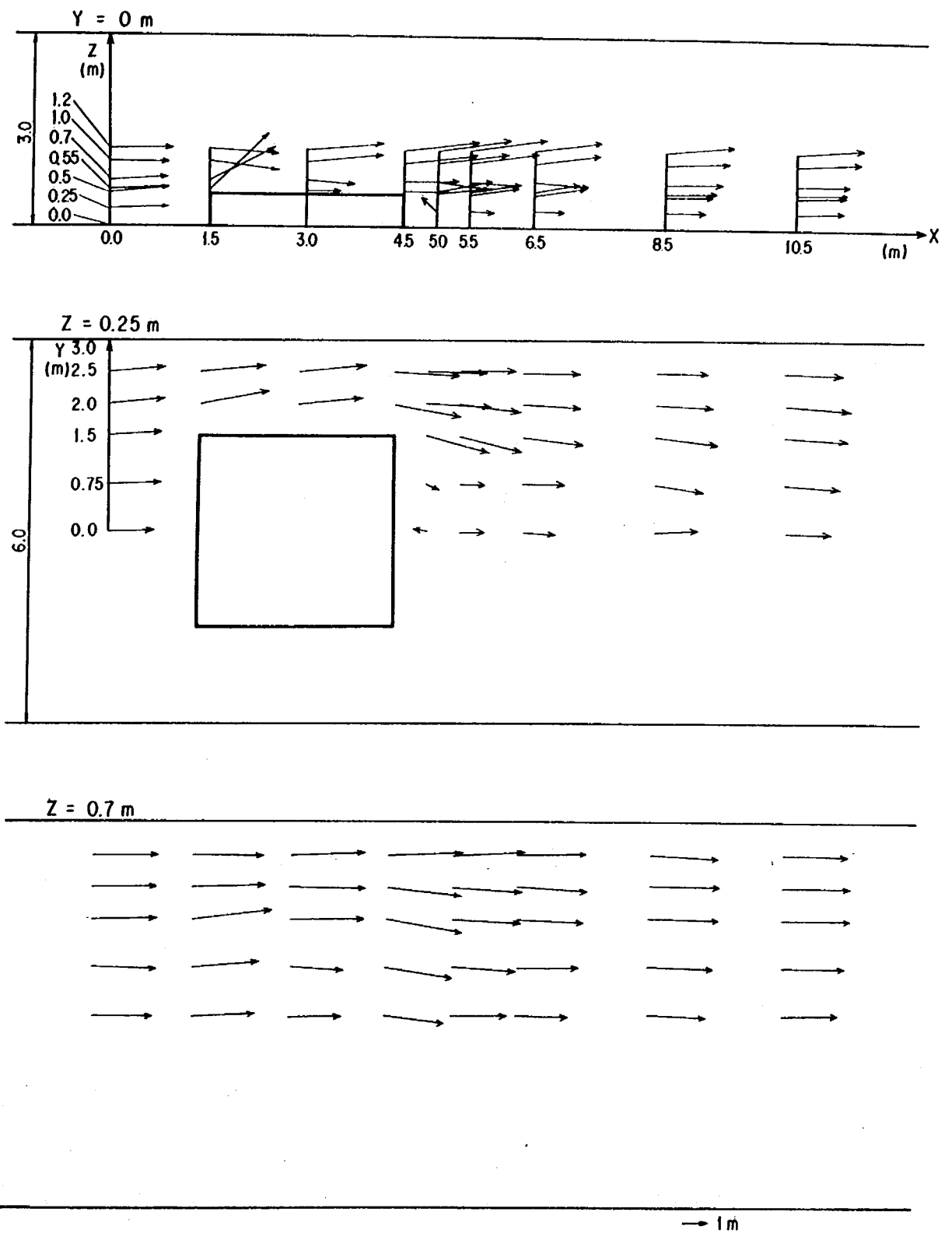


図 13. 風洞実験(直方体障害物)の流速の計測結果

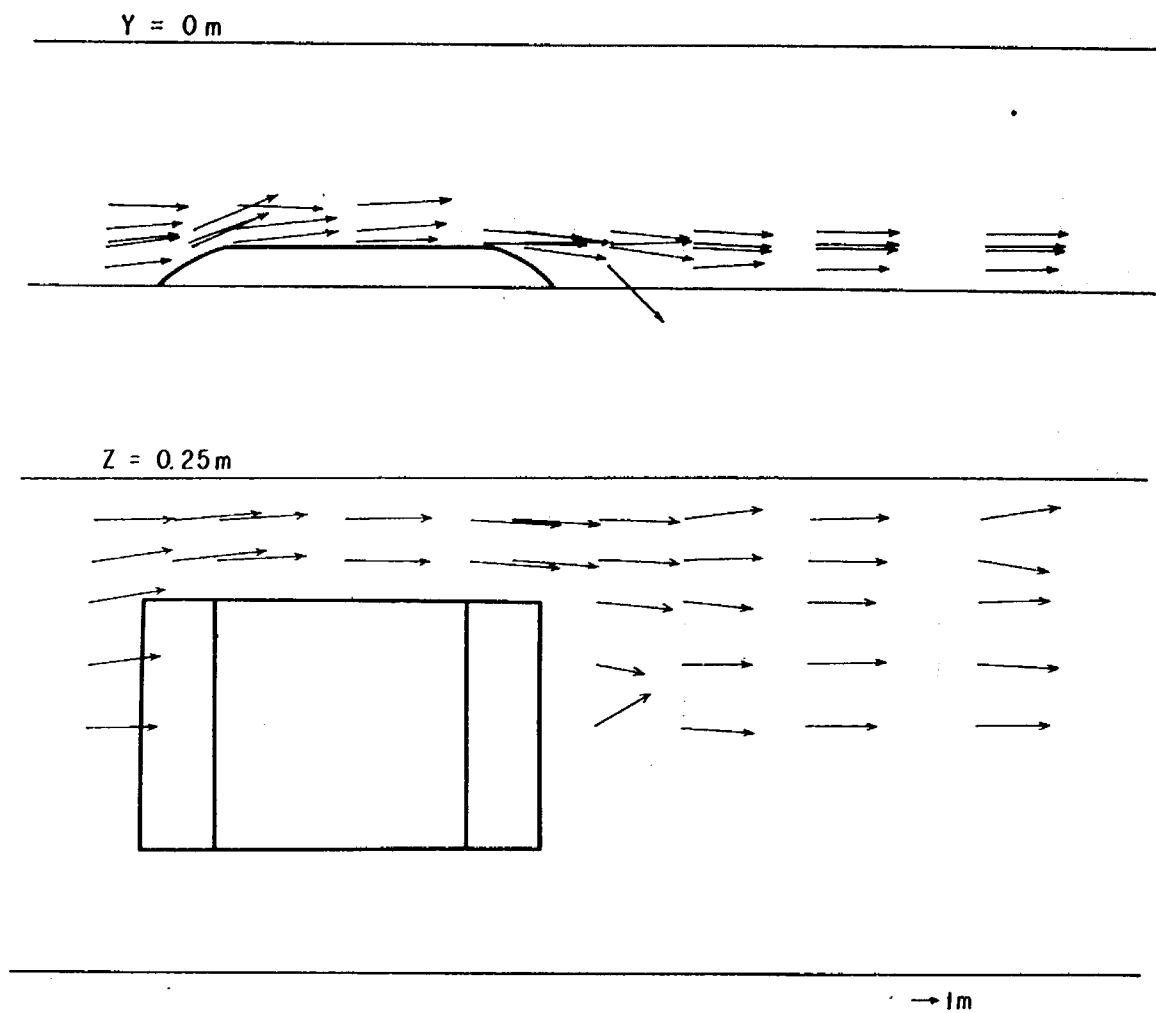


図 14. 風洞実験(整流板付障害物)の流速の計測結果

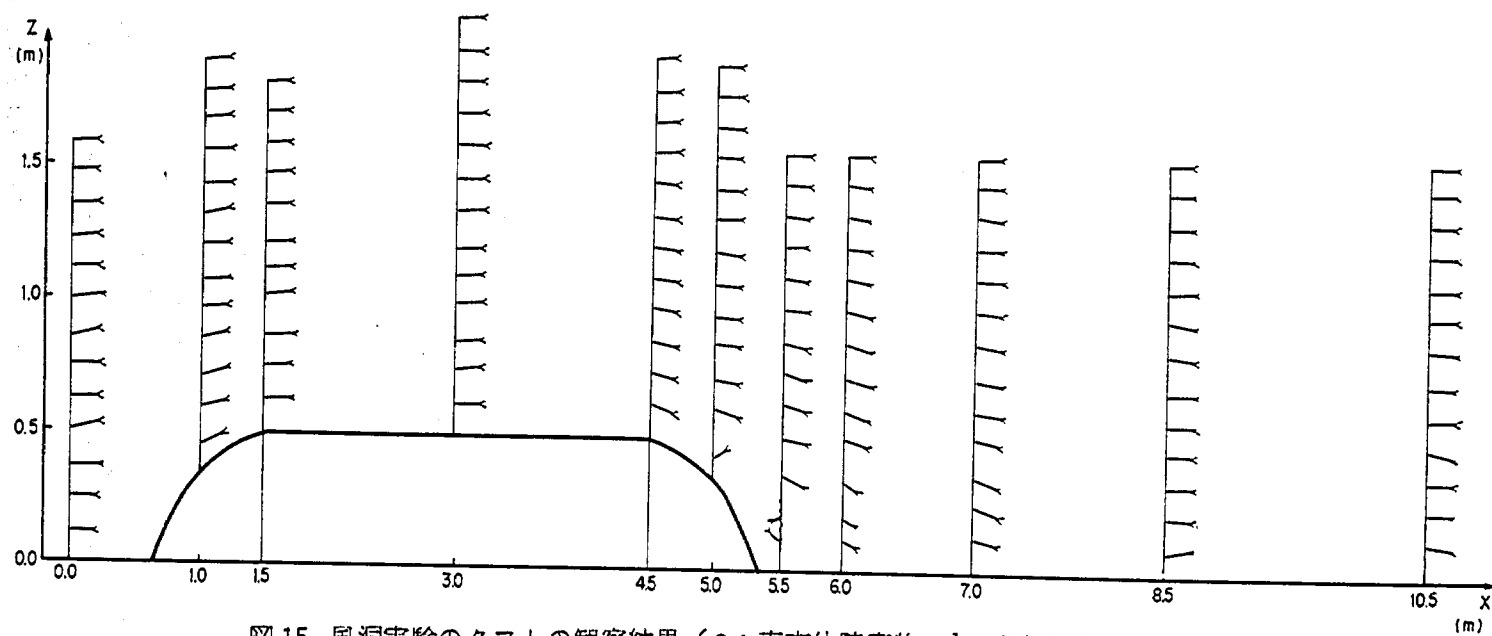
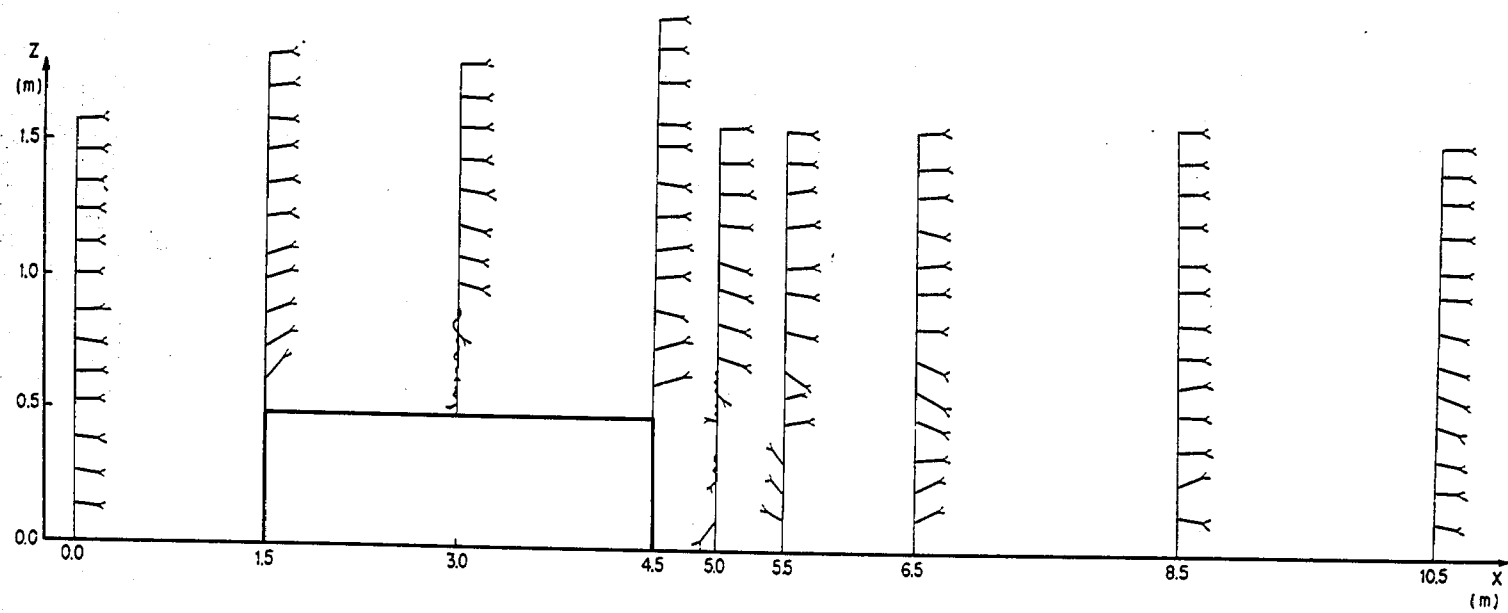


図 15. 風洞実験のタフトの観察結果 (a: 直方体障害物, b: 整流板付障害物)

ている。また障害物の後方付近でも熱線風速計では 2m/s 程度の流れが計測されているのに、タフト観察では平均風速が 0 に近い領域になっている。

この原因としては、次の様な測定法上の問題が考えられる。熱線風速計は逆風の場合も順風と同じく正の値で反応するため、瞬時には正確な風速を計測してもそれらを平均すると風速変動分が打ち消されずに累積加算されて熱線風速計の指示値として残るという点である。このため、単位時間内に数回風速を計測しそれを算術平均して平均風速を出すという方法を取るかぎり、乱れの大きい所では熱線風速計の指示値は実際の平均風速よりも大きくなる。

したがって、実際の流れの状況は熱線風速計による計測結果よりも、タフト観察に近いものと考えられる。数値解析結果を検証する際にも、タフト観察結果との比較が重要となる。

上記のようなことから、熱線風速計は乱れの強さを計測するのに適していることがわかる。これについて以下に述べる。

式(39)で定義される乱れの強さについて、熱線風速計で計測した。

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{\bar{u}} \dots\dots\dots (39)$$

この結果は、直方体障害物の場合、障害物直上で 0.8、後方で 0.6 であった。これに対し、SINE-CURVE 整流板付の障害物の場合、直上で 0.3、後方で 0.5 と乱れは小さくなっている。これは両者とも障害物後方での乱れの強いこと、直上では直方体障害物の方が乱れが強いことを示しており、定性的には、タフト観察結果と整合している。(図16)

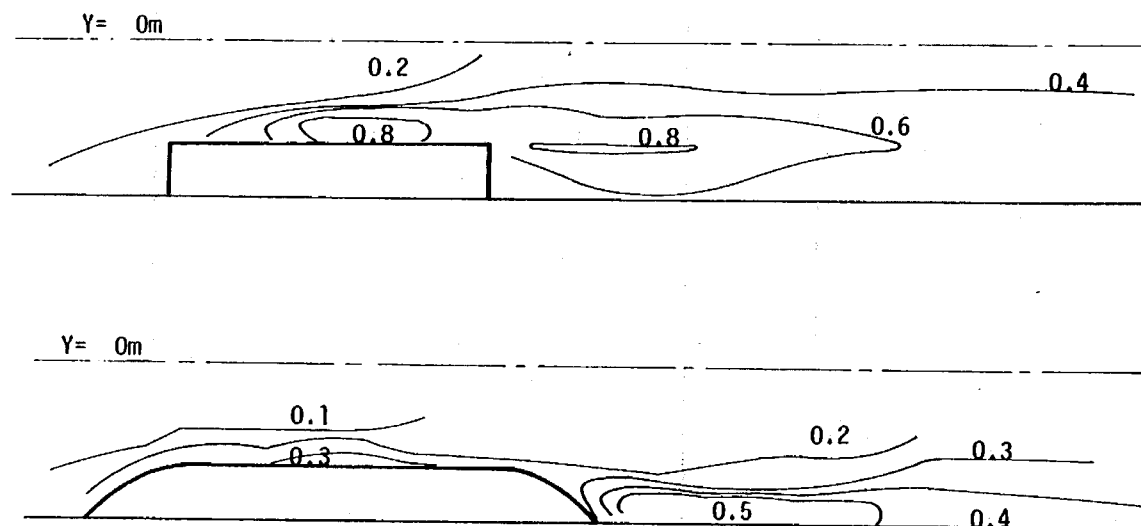


図 16. 風洞実験の乱れ強度の計測結果 (a: 直方体障害物, b: 整流板付障害物)

5. 数値解析と風洞実験との比較

風洞実験と数値解析の結果を比較した。実験が3次元であるので比較の対象はCASE-6、CASE-7の3次元数値解析結果にかぎった。比較は風速の相関係数と全体的な流況比較という観点から行った。

5.1. 相関係数

風洞実験の風速の計測値と、それに対応する点の計算値の相関を計算した。直方体障害物の場合(case 6)、風速成分 u 、 v 、 w の実験と計算の相関係数は0.78, 0.65, 0.21であった。 u が風洞の主風向の風速であるから、その相関係数が0.76というのはある程度評価できる。 u に関して、(実測値) $=A \cdot$ (計算値) $+B$ という回帰直線をもとめれば、 $A=0.48$, $B=1.97$ であった。傾きが小さく、切片が大きいのは、やはり4(2)で述べた熱線風速計の測定上の問題が原因していると思われる。

SINE-CURVE整流板付の障害物の風洞実験では、 u 、 v 、 w の相関係数はそれぞれ0.5, 0.24, 0.06であった。ただしcase 7では、実測断面と計算断面が一致しないので、case 7ではなく別の計算結果(節点数1516点、境界条件はcase 7に同じ)と実測結果との相関をとった。相関係数が直方体障害物の結果より悪いのは、比較の対象とした計測点が少なく(4(1)参照)しかもそれが乱れの大きい所に集っていたためである。対象とする測定点の障害物との相対的な位置関係を無視して相関係数を論じることあまり意味のないことである。さらに先に述べた熱線風速計の測定上の問題点を考え合せると数値解析の検証を風速ベクトルの相関係数だけで行うのには無理があると言える。

5.2. 流況比較

風洞実験における流況は、障害物後方の左右対称の立体的な渦が特徴的であった。直方体障害物の実験では大きい渦が発生したが、SINE-CURVE整流板付の障害物の場合には渦は小さかった。数値計算においても、この後方の渦を算出することができた。

直方体障害物の風洞実験で計測された風速 u の分布とCASE 6の計算値の u の分布との比較を図17に示す。障害物より離れた地点では比較的よくあっているが、乱れの大きい所では計測値の方が計算値よりも大きい。これは4.2で述べた熱線風速計は乱れの大きい所では実際よりも大きい値を出す傾向があるという性質によるものと考えられる。

タフト観察による渦領域(もしくは乱れ領域)と数値計算による渦領域の比較を図18に示す。ここで渦領域とは渦の最外周より内側を、乱れ領域とは平均風速が1m/s以下の領域をいうことにする。障害物後方の渦領域については比較的よくあっているといえる。SINE-CURVE整流板付の障害物に関して数値計算の方が後方の渦領域が若干大きい理由として、タフト観察だけで渦領域を判定するのが難しいこと、要素分割がまだ粗いことなどが考えられる。

問題は障害物直上の乱れ領域を数値計算で再現出来ていないことである。特に数値計算は直方体障害物とSINE-CURVE整流板付障害物とで同じような乱れ領域を示すのに対し、実験では直方体障害物直上の乱れの方がずっと大きくSINE-CURVE整流板障害物の直上では、ほとんど乱れが認められない。この部分については今後、要素分割の仕方、渦動粘性係数の与え方等の検討が必要である。

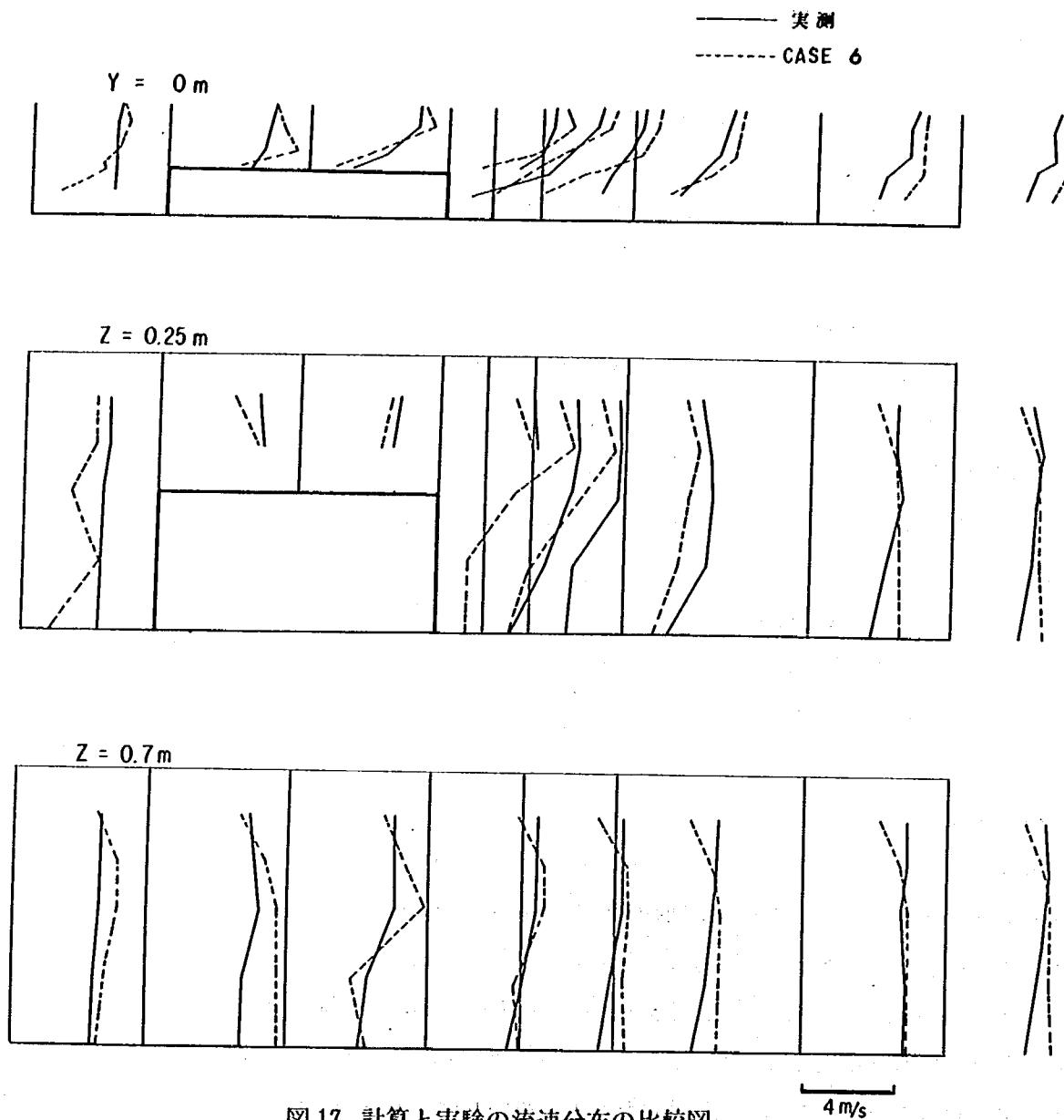


図 17. 計算と実験の流速分布の比較図

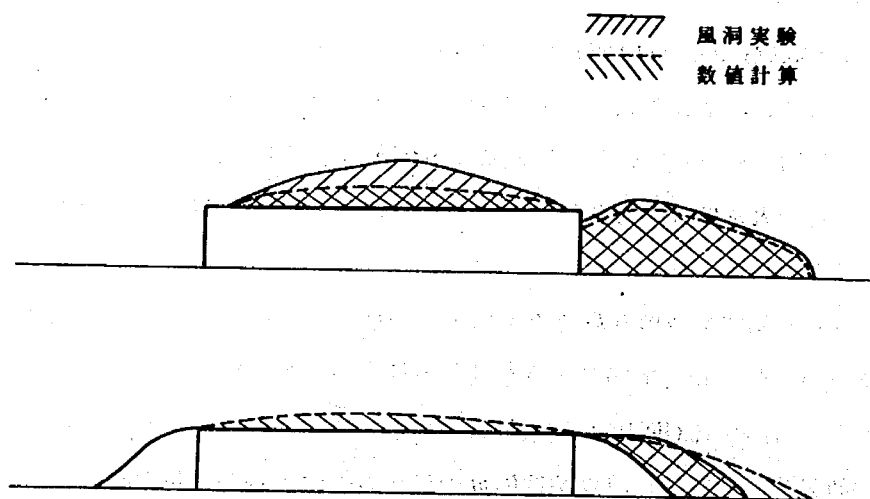


図 18. 計算と実験の渦領域(乱れ領域)の比較図 (a: 直方体障害物, b: 整流板付障害物)

6. ま と め

ナビエ・ストークスの式、連続の式を有限要素法を用いて3次元的に解いた。また、計算結果を風洞実験の結果と比較、検討した。これにより、次のような結論を得た。

- (1) 計算手法は郷田の方法を修正、拡張した有限要素法で行ない、一定の条件下で安定解を得た。その特徴は次のようなものである。
 - (i) 有限要素法を用いることによって複雑な地形上の流れに対処できる。
 - (ii) 運動方程式を陽な形で解くことができ、計算機容量が少なくすむ。
 - (iii) 中間的な流速($\hat{u}$, $\hat{v}$, $\hat{w}$)を導入することによって圧力ポアソン方程式が簡単になる。
- (2) 数値計算結果により、渦動粘性係数、要素分割、流況に関して、次のようなことがわかった。
 - (i) 渦動粘性係数が大きくなると、流れは渦を伴わないなめらかな流れとなり、要素分割を大きくしても安定な解が得られる。
 - (ii) 渦動粘性係数が小さければ、流れは渦を伴ない、この場合には、十分小さな要素分割をしない限り安定な解は得られない。
- (3) 風洞実験(風洞寸法 $3 \times 6 \times 24$ m、障害物寸法 $0.5 \times 3 \times 3$ m、流入流速 4 m/s)との整合性については要素分割 4000 節点程度、渦動粘性係数 $\epsilon_x = 0.06$ 、 $\epsilon_y = 0.06$ 、 $\epsilon_z = 0.01$ m²/s で計算すれば、総合的に評価して、ほぼ風洞内の流れは3次元的に再現できた。またこのとき要した計算時間は、CPU 時間で約1時間であった。
- (4) したがって、適切な渦動粘性係数が与えられれば、渦の発生しそうな場所で、その渦動粘性係数に応じた十分小さな要素分割を行ない、本論文の手法を用い、M180クラスの大型電子計算機で流れ場を予測することができる。
- (5) 計算のやり方では、有限要素法の理想的な計算手順としては、i) 現場の状況を再現できるような渦動粘性係数を推定する。ii) 定められた渦動粘性係数で安定な解が得られるように十分細かい要素分割を行う。iii) そうした要素分割で計算できるような電子計算機を選定する。という手順になる。
- (6) 得られた数値解析結果を評価するには、現地計測、風洞実験などと比較する必要がある。流速は定量的な比較ができるので重要であるが、乱れ領域と比較対象測点との位置関係、流れの非定常性などを考えると流速の相関性だけを比較して数値解析の評価を行うのは適切でない。評価するには、タフト観察や発煙装置などで実際の流況の概要を知ることが重要である。これから大まかな流れ、渦の大きさなどを把握し数値計算と比較を行い、流速の相関係数等の定量的な比較と合わせて総合的に数値解析結果を評価しなければならない。

参考文献

- 1) 郷田勝彦: Cavity Flow の計算、日科技連第2回有限要素法による流れの解析セミナー
- 2) C. W. Hirt; J. L. Cook: Calculating threedimensional flows around structures and over rough terrain, J. Computational phys, No 10, pp 324, 1972

- 3) M. Kawahara et.al. : Steady and Unsteady Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Fluid, Int. J. Num. Meth. Eng, Vol 10, pp 437, 1976
- 4) P. ローチェ コンピュータによる流体力学, 構造計画研究所, 1978
- 5) 戸川隼人 マトリックスの数値計算, オーム社, 1971
- 6) 今田, 猪熊, 秋山 一様風中の障害物周辺における風速分布, 土木研究所資料 1595 号
- 7) J. C. Heinrich, R. S. Marshall, O. C. Zienkiewicz : PENALTY FUNCTION OF COUPLED CONVECTIVE AND CONDUCTIVE HEAT TRANSFER
, International Conference, Swansea, July, 1978
- 8) 池ノ内昌弘, 木村憲明 : 粘性流れの解析, 日本造船学会誌 558 号 昭和 50 年 12 月
- 9) G. H. Gallagher, J. T. Oden, C. Taylor, O. C. Zienkiewicz : Finite Elements in Fluids,
Volume 1

付 録 1

要素マトリックス

要素マトリックスを付録に示す。ここでサフィックスの意味を記すと

λ = 重み関数をあらわしている。すなわち、節点で1、その他で0になる。付録のマトリックスは λ についてはすでに計算されている。

α, β = 節点を示す。三角柱の場合1~6であり、四面体の場合は1~4である。

$j = x, y, z$ の3方向をあらわす。(36)式では j について計算した結果をたし合わせる。

$i = x, y, z$ の3方向をあらわす。 i については j のようにたしあわせるのではなく、(36)式の形で、 $i = 1 \sim 3$ に応じて独立した3つの式が成立することになる。

三角柱係数マトリックス

$$M_{\lambda\alpha} = \frac{V}{72} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad M_{\lambda\alpha} = \frac{V}{6} \begin{matrix} \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad M_{\lambda\alpha}^{-1} = \frac{6}{V} \begin{matrix} & \xrightarrow{\lambda} \\ \alpha \downarrow \begin{bmatrix} 6 & -2 & -2 & -3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & -2 & 1 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & 6 & 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 & 6 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 1 & -2 & 6 & -2 \\ 1 & 1 & -3 & -2 & -2 & 6 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$L_{\lambda\alpha\beta j} \quad L_{\lambda\alpha 11} = \frac{V}{144} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 6b_1 & 3b_1 & 3b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 \\ 3b_1 & 6b_1 & 3b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 \\ 3b_1 & 3b_1 & 6b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 \\ 2b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 \\ b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 \\ b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 & 2b_1 & 2b_1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad L_{\lambda\alpha 31} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 6b_3 & 3b_3 & 3b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 \\ 3b_3 & 6b_3 & 3b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 \\ 3b_3 & 3b_3 & 6b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 \\ 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 \\ b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 \\ b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 51} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 \\ b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 \\ b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 \\ 2b_2 & b_2 & b_2 & 6b_2 & 3b_2 & 3b_2 \\ b_2 & 2b_2 & b_2 & 3b_2 & 6b_2 & 3b_2 \\ b_2 & b_2 & 2b_2 & 3b_2 & 3b_2 & 6b_2 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda\alpha 21} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 6b_2 & 3b_2 & 3b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 \\ 3b_2 & 6b_2 & 3b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 \\ 3b_2 & 3b_2 & 6b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 \\ 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 \\ b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 \\ b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 41} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 \\ b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 \\ b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 \\ 2b_1 & b_1 & b_1 & 6b_1 & 3b_1 & 3b_1 \\ b_1 & 2b_1 & b_1 & 3b_1 & 6b_1 & 3b_1 \\ b_1 & b_1 & 2b_1 & 3b_1 & 3b_1 & 6b_1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 61} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 \\ b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 \\ b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 \\ 2b_3 & b_3 & b_3 & 6b_3 & 3b_3 & 3b_3 \\ b_3 & 2b_3 & b_3 & 3b_3 & 6b_3 & 3b_3 \\ b_3 & b_3 & 2b_3 & 3b_3 & 3b_3 & 6b_3 \end{bmatrix}$$

$L_{\lambda\alpha\beta j}$

$$L_{\lambda\alpha 12} = \frac{V}{144} \begin{matrix} \xrightarrow{\alpha} \\ \downarrow \lambda \end{matrix} \begin{bmatrix} 6c_1 & 3c_1 & 3c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 \\ 3c_1 & 6c_1 & 3c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 \\ 3c_1 & 3c_1 & 6c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 \\ 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 \\ c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 \\ c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 32} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 6c_3 & 3c_3 & 3c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 \\ 3c_3 & 6c_3 & 3c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 \\ 3c_3 & 3c_3 & 6c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 \\ 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 \\ c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 \\ c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 52} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 \\ c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 \\ c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 \\ 2c_2 & c_2 & c_2 & 6c_2 & 3c_2 & 3c_2 \\ c_2 & 2c_2 & c_2 & 3c_2 & 6c_2 & 3c_2 \\ c_2 & c_2 & 2c_2 & 3c_2 & 3c_2 & 6c_2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 22} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 6c_2 & 3c_2 & 3c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 \\ 3c_2 & 6c_2 & 3c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 \\ 3c_2 & 3c_2 & 6c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 \\ 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 \\ c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 \\ c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 42} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 \\ c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 \\ c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 \\ 2c_1 & c_1 & c_1 & 6c_1 & 3c_1 & 3c_1 \\ c_1 & 2c_1 & c_1 & 3c_1 & 6c_1 & 3c_1 \\ c_1 & c_1 & 2c_1 & 3c_1 & 3c_1 & 6c_1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 62} = \frac{V}{144} \begin{bmatrix} 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 \\ c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 \\ c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 \\ 2c_3 & c_3 & c_3 & 6c_3 & 3c_3 & 3c_3 \\ c_3 & 2c_3 & c_3 & 3c_3 & 6c_3 & 3c_3 \\ c_3 & c_3 & 2c_3 & 3c_3 & 3c_3 & 6c_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha\beta j} = \frac{A}{360} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 12 & 4 & 4 & 6 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & 2 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 2 & 12 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad L_{\lambda\alpha 33} = \frac{A}{360} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 12 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 6 & 4 & 4 & 12 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda\alpha 53} = \frac{A}{360} \begin{bmatrix} -4 & -4 & -2 & -2 & -2 & -1 \\ -4 & -12 & -4 & -2 & -6 & -2 \\ -2 & -4 & -4 & -1 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -1 & -4 & -4 & -2 \\ -2 & -6 & -2 & -4 & -12 & -4 \\ -1 & -2 & -2 & -2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 23} = \frac{A}{360} \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 12 & 4 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 12 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda\alpha 43} = \frac{A}{360} \begin{bmatrix} -12 & -4 & -4 & -6 & -2 & -2 \\ -4 & -4 & -2 & -2 & -2 & -1 \\ -4 & -2 & -4 & -2 & -1 & -2 \\ -6 & -2 & -2 & -12 & -4 & -4 \\ -2 & -2 & -1 & -4 & -4 & -2 \\ -2 & -1 & -2 & -4 & -2 & -4 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda\alpha 63} = \frac{A}{360} \begin{bmatrix} -4 & -2 & -4 & -2 & -1 & -2 \\ -2 & -4 & -4 & -1 & -2 & -2 \\ -4 & -4 & -12 & -2 & -2 & -6 \\ -2 & -1 & -2 & -4 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -2 & -2 & -4 & -4 \\ -2 & -2 & -6 & -4 & -4 & -12 \end{bmatrix}$$

$$N_{\lambda\alpha 1} = \frac{V}{18} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 & b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad N_{\lambda\alpha 2} = \frac{V}{18} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & c_1 & c_2 & c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \end{bmatrix}$$

$$N_{\lambda\alpha 3} = \frac{A}{24} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad O_{\lambda\alpha 1} = \frac{V}{6} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow \begin{bmatrix} 2b_1^2 & 2b_1b_2 & 2b_1b_3 & b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 \\ 2b_2b_1 & 2b_2^2 & 2b_2b_3 & b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 \\ 2b_3b_1 & 2b_3b_2 & 2b_3^2 & b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 \\ b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & 2b_1^2 & 2b_1b_2 & 2b_1b_3 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & 2b_2b_1 & 2b_2^2 & 2b_2b_3 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & 2b_3b_1 & 2b_3b_2 & 2b_3^2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$O_{12\alpha 2} = \frac{V}{6} \begin{bmatrix} 2c_1^2 & 2c_1c_2 & 2c_1c_3 & c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 \\ 2c_2c_1 & 2c_2^2 & 2c_2c_3 & c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 \\ 2c_3c_1 & 2c_3c_2 & 2c_3^2 & c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 \\ c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & 2c_1^2 & 2c_1c_2 & 2c_1c_3 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & 2c_2c_1 & 2c_2^2 & 2c_2c_3 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & 2c_3c_1 & 2c_3c_2 & 2c_3^2 \end{bmatrix}$$

$$O_{13\alpha 3} = \frac{A}{12h} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

四面体系数行列

$$M_{\lambda\alpha} = \frac{V}{20} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow & \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$L_{\lambda\alpha\beta j}$

$$L_{\lambda\alpha 11} = \frac{V}{20} \begin{matrix} & \xrightarrow{\alpha} \\ \lambda \downarrow & \begin{bmatrix} 2b_1 & b_1 & b_1 & b_1 \\ b_1 & 2b_1 & b_1 & b_1 \\ b_1 & b_1 & 2b_1 & b_1 \\ b_1 & b_1 & b_1 & 2b_1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$L_{\lambda\alpha\beta j}$

$$L_{\lambda\alpha 12} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2c_1 & c_1 & c_1 & c_1 \\ c_1 & 2c_1 & c_1 & c_1 \\ c_1 & c_1 & 2c_1 & c_1 \\ c_1 & c_1 & c_1 & 2c_1 \end{bmatrix}$$

$$M_{\lambda\alpha}^{-1} = \frac{4}{V} \begin{matrix} & \xrightarrow{\lambda} \\ \alpha \downarrow & \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 21} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2b_2 & b_2 & b_2 & b_2 \\ b_2 & 2b_2 & b_2 & b_2 \\ b_2 & b_2 & 2b_2 & b_2 \\ b_2 & b_2 & b_2 & 2b_2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 22} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2c_2 & c_2 & c_2 & c_2 \\ c_2 & 2c_2 & c_2 & c_2 \\ c_2 & c_2 & 2c_2 & c_2 \\ c_2 & c_2 & c_2 & 2c_2 \end{bmatrix}$$

$$M_{\lambda\alpha} = F = \frac{V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 31} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2b_3 & b_3 & b_3 & b_3 \\ b_3 & 2b_3 & b_3 & b_3 \\ b_3 & b_3 & 2b_3 & b_3 \\ b_3 & b_3 & b_3 & 2b_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 32} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2c_3 & c_3 & c_3 & c_3 \\ c_3 & 2c_3 & c_3 & c_3 \\ c_3 & c_3 & 2c_3 & c_3 \\ c_3 & c_3 & c_3 & 2c_3 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 41} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2b_4 & b_4 & b_4 & b_4 \\ b_4 & 2b_4 & b_4 & b_4 \\ b_4 & b_4 & 2b_4 & b_4 \\ b_4 & b_4 & b_4 & 2b_4 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 42} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2c_4 & c_4 & c_4 & c_4 \\ c_4 & 2c_4 & c_4 & c_4 \\ c_4 & c_4 & 2c_4 & c_4 \\ c_4 & c_4 & c_4 & 2c_4 \end{bmatrix}$$

$L_{\lambda\alpha\beta j}$

$$L_{\lambda\alpha 13} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2d_1 & d_1 & d_1 & d_1 \\ d_1 & 2d_1 & d_1 & d_1 \\ d_1 & d_1 & 2d_1 & d_1 \\ d_1 & d_1 & d_1 & 2d_1 \end{bmatrix}$$

$$N_{\lambda\alpha 1} = \frac{V}{4} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$O_{\lambda 1\alpha 1} = V \begin{bmatrix} b_1^2 & b_1b_2 & b_1b_3 & b_1b_4 \\ b_2b_1 & b_2^2 & b_2b_3 & b_2b_4 \\ b_3b_1 & b_3b_2 & b_3^2 & b_3b_4 \\ b_4b_1 & b_4b_2 & b_4b_3 & b_4^2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 23} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2d_2 & d_2 & d_2 & d_2 \\ d_2 & 2d_2 & d_2 & d_2 \\ d_2 & d_2 & 2d_2 & d_2 \\ d_2 & d_2 & d_2 & 2d_2 \end{bmatrix}$$

$$N_{\lambda\alpha 2} = \frac{V}{4} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix}$$

$$O_{\lambda 2\alpha 2} = V \begin{bmatrix} c_1^2 & c_1c_2 & c_1c_3 & c_1c_4 \\ c_2c_1 & c_2^2 & c_2c_3 & c_2c_4 \\ c_3c_1 & c_3c_2 & c_3^2 & c_3c_4 \\ c_4c_1 & c_4c_2 & c_4c_3 & c_4^2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 33} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2d_3 & d_3 & d_3 & d_3 \\ d_3 & 2d_3 & d_3 & d_3 \\ d_3 & d_3 & 2d_3 & d_3 \\ d_3 & d_3 & d_3 & 2d_3 \end{bmatrix}$$

$$N_{\lambda\alpha 3} = \frac{V}{4} \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix}$$

$$O_{\lambda 3\alpha 3} = V \begin{bmatrix} d_1^2 & d_1d_2 & d_1d_3 & d_1d_4 \\ d_2d_1 & d_2^2 & d_2d_3 & d_2d_4 \\ d_3d_1 & d_3d_2 & d_3^2 & d_3d_4 \\ d_4d_1 & d_4d_2 & d_4d_3 & d_4^2 \end{bmatrix}$$

$$L_{\lambda\alpha 43} = \frac{V}{20} \begin{bmatrix} 2d_4 & d_4 & d_4 & d_4 \\ d_4 & 2d_4 & d_4 & d_4 \\ d_4 & d_4 & 2d_4 & d_4 \\ d_4 & d_4 & d_4 & 2d_4 \end{bmatrix}$$

面番号

 $S_{1\alpha 1}$ $S_{1\alpha 2}$ $S_{1\alpha 3}$

$$1 \quad \frac{A_1}{3} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} n_x \quad \frac{A_1}{3} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} n_y \quad \frac{A_1}{3} \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} n_z$$

$$2 \quad \frac{A_2}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix} n_x \quad \frac{A_2}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} n_y \quad \frac{A_2}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} n_z$$

$$3 \quad \frac{A_3}{3} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix} n_x \quad \frac{A_3}{3} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} n_y \quad \frac{A_3}{3} \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} n_z$$

$$4 \quad \frac{A_4}{3} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{bmatrix} n_x \quad \frac{A_4}{3} \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} n_y \quad \frac{A_4}{3} \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} n_z$$

 n は方向余弦である。

付録2. プログラム・マニュアル

目 次

1. 概 要	35
2. システムフロー	35
3. 特 徴	38
4. 入力データ仕様	39
4-1 プログラム別入力データ一覧表	39
4-2 プログラム別入力データ仕様	42
4-3 入力データ例	64
5. 操 作 仕 様	70
5-1 処 理 概 要	70
5-2 JOB CONTROL CARD 例	75

1. 概 要

この仕様書は、トンネル坑口部における自動車排ガスの拡散予測システムのうちの、流れ場を予測するシステムの仕様書である。流れ場の予測システムは、図-1に示すように、5つのサブシステムより成立っている。

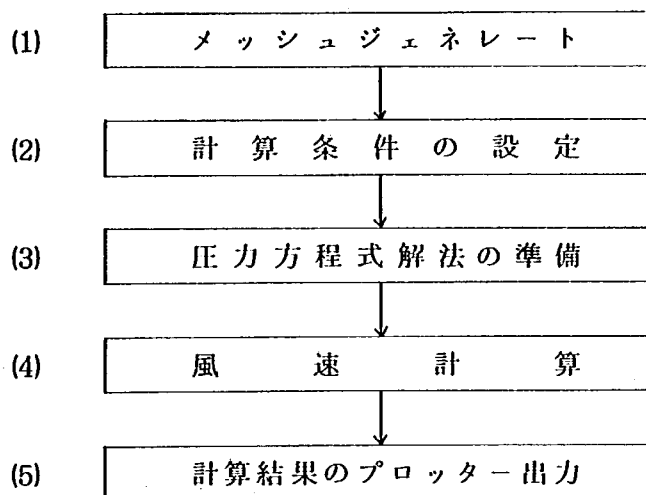
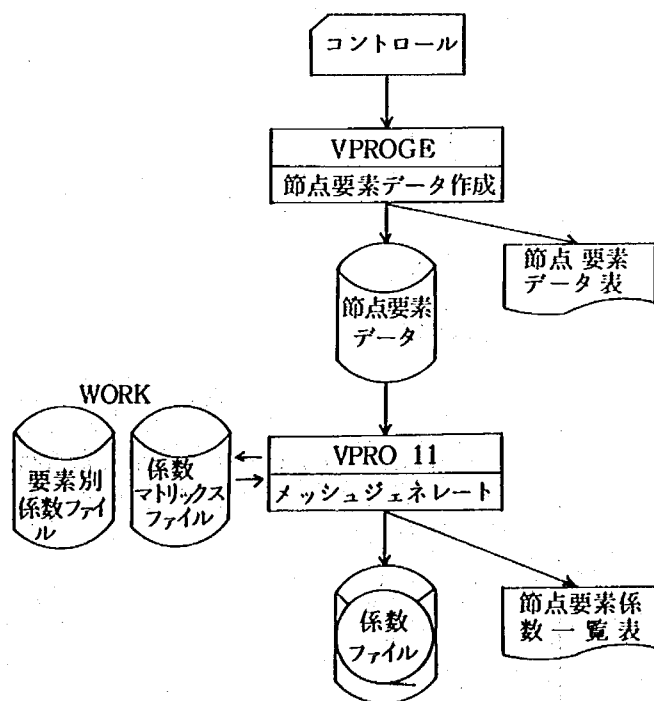


図1 流れ場の予測システム

2. システム フロー

2-1 メッシュ ジェネレート



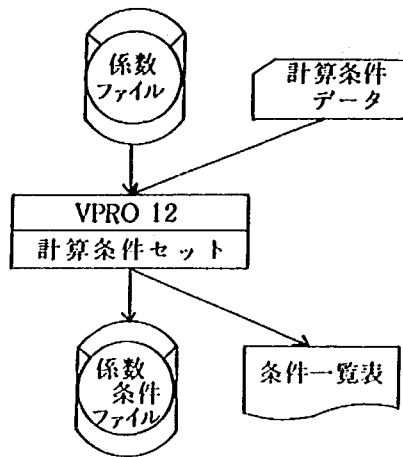
◦ VPROGE

VPRO 11に入力するデータを作成する。

◦ VPRO 11

節点・要素データを入力し、メッシュ・ジェネレートおよび風速計算に必要な各種係数マトリックスを作成し、係数ファイルに出力する。

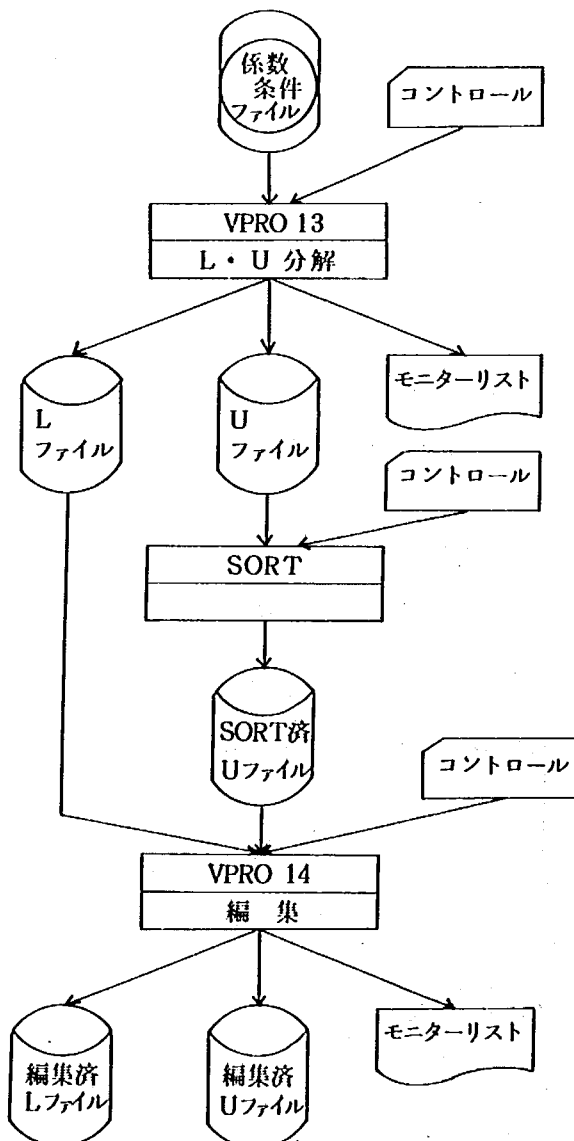
2-2 計算条件の認定



◦ VPRO 12

初期条件、境界条件、渦動粘性係数等、各種計算条件を入力し、該当する節点あるいは要素別に展開し、係数ファイルに追加して、係数条件ファイルを作る。

2-3 圧力方程式解法の準備



◦ VPRO 13

係数条件ファイルから、圧力に関するポアソン方程式の係数行列を入力し、二つの三角行列(上三角、下三角行列)に分解して、Lファイル、Uファイルに出力する。

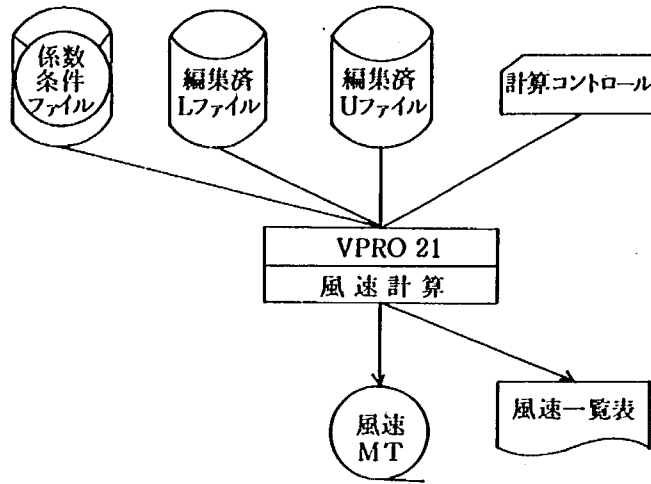
◦ SORT

上三角行列を計算しやすいように最終行から並びかえる。

◦ VPRO 14

Lファイルおよび SORT済Uファイルを入力し、コントロールで指示した行数ずつ編集しなおす。

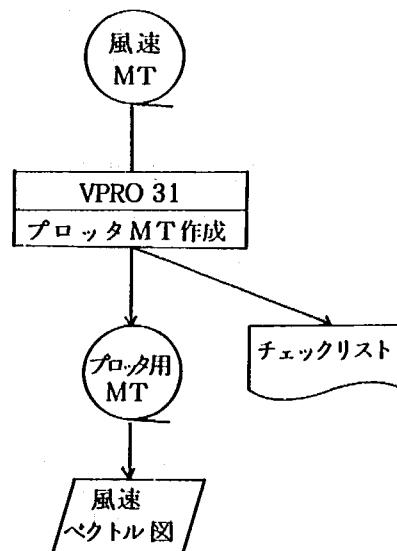
2-4 風速計算



◦ VPRO 21

三次元、風速場の計算を行なう。

2-5 計算結果のプロッター出力



◦ VPRO 31

風速の計算結果をベクトル図としてプロッターに出力する。

3. 特 徴

本システムは、三次元ナビエ・ストークス式の有限要素法による解析システムである。三次元解析による計算容量、計算時間の増大に対して、本システムでは次のような工夫を行なっている。

1) メッシュ・ジェネレート

上空面での分割情報および地表面の座標を入力することによって、自動的に三角柱と四面体に分割し、各種係数マトリックスを作成し、要素種類別に展開する。

2) 計算条件設定

初期条件、境界条件は、座標と節点番号によって与えることができる。また、渦動粘性係数は、 x 、 y 、 z の方向別および節点別に座標によって与えることができる。

3) 圧力ポアソン方程式の解法の準備

ポアソン方程式の係数行列をガウスの消去法によって $L \cdot U$ 分解するが、すべての係数がMEMORYに入りきらない場合は、部分的な消去をくりかえして、 $L \cdot U$ 分解を行う。

Uファイルは、計算しやすいように最終行から記憶する。

Lファイル、Uファイルは風速計算プログラムのMEMORYに入るように数行ずつ編集を行なう。

4) 風速計算

風速計算は、節点数に応じてIN MEMORY、OUT MEMORY両方で計算が可能である。ポアソン方程式の解法においては、ベクトル演算機能(IAP)を用いて、計算の迅速化をはかっている。また、計算時間が非常に長くなる場合には、一度計算結果を出力し、その結果を初期値としてリスタートが可能である。

5) 計算結果のプロット

プロットしたい断面の座標を入力することによって、その断面での風速をベクトルによって表示することができる。

4. 入力データ仕様

4-1 プログラム別入力データ一覧表

(1) VPROGE

このプログラムは、VPRO 11のデータの $\sqrt{\text{GEN. XYZ}}$ 、 $\sqrt{\text{GEN. Z}}$ 、 $\sqrt{\text{GEN. ELM}}$ の入力カードを作成するプログラムであり、次のカードを上記の3種類のカードのかわりに入力する。

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
$\sqrt{\text{GEN. XY}}$	このカードを識別することによってVPRO 11の入力カードをジェネレートする。	必ず入力
$\sqrt{\text{NO}}$	ジェネレートタイプおよび各入力データ個数	〃
$\sqrt{\square}$	$\square = \text{X or Y or Z}$ 分割座標データ	$\sqrt{\text{NO}}$ のデータにより入力しない場合がある。
$\sqrt{\text{PINT. Z}}$	節点別地表データ	$\sqrt{\text{NO}}$ により個数指定
$\sqrt{\text{ELM. Z}}$	要素別地表データ	〃

(2) VPRO 11

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
$\sqrt{\text{TITLE}}$	プリント時のタイトルの文字列	必ず入力
$\sqrt{\text{OPTION}}$	ジェネレートの有無、節点数、要素数 プリント指定等	〃
$\sqrt{\text{GEN. NO}}$	ジェネレート断面内の節点数、要素数 ジェネレート断面数、追加節点、要素数	〃
$\sqrt{\text{GEN. XYZ}}$	ジェネレート断面内の座標	$\sqrt{\text{OPTION}}$ によって指定しデータ数は $\sqrt{\text{GEN. NO}}$ で指定される。
$\sqrt{\text{GEN. Z}}$	ジェネレート断面のZ座標	〃
$\sqrt{\text{GEN. ELM}}$	ジェネレートする断面内の要素データ	〃
$\sqrt{\text{XYZ}}$	追加節点の座標	$\sqrt{\text{GEN. NO}}$ でデータ数指定
$\sqrt{\text{ELM}\square}$	追加要素データ、 $\square = 6$ 三角柱 $\square = 4$ 四面体	〃
$\sqrt{\text{PR. ELM}}$	係数マトリックスをプリントする要素番号	$\sqrt{\text{OPTION}}$ でデータ数指定
$\sqrt{\text{BXYZ}}$	境界断面座標データ	必ず入力

(3) VPRO 12

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
/TITLE	プリント時のタイトル文字列	必ず入力
/NO	各入力データの個数	"
/COE	密度	"
/INITIAL	初期条件	/NOでデータ数指定
/BC.UVW	風速固定境界データ	"
/BC.P	圧力 "	"
/BC.P.□	□=V 風速固定節点番号 □=P 圧力 "	"
/COE.K	渦動粘性係数データ	"
/BC.GR	地表面要素データ	"
/BC.PF	圧力自由面要素データ	"
/BC.VF	風速 "	"
/INI.PR	初期条件出力節点番号	"

(4) VPRO 13

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
/TITLE	プリント時のタイトル文字列	必ず入力
/CNTL	プリント指定	"

(5) VPRO 14

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
/TITLE	プリント時のタイトル文字列	必ず入力
/ROW.NO	編集行数	"

(6) VPRO 21

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
／TITLE	プリント時のタイトル文字列	必ず入力
／PRINT	プリント指定	〃
／TIME	計算条件	〃
／PR . NODE	プリント節点番号	／PRINTでデータ数指定
／DEBUG	デバッグ指定	必ず入力

(7) VPRO 31

カード識別記号	内 容	入 力 条 件
／TITLE	プリント時、プロット時のタイトル文字列	必ず入力
／PLOT . NO	プロット断面数の指定	〃
／TIME	プロットする計算ステップ指定	〃
／PLOT . S	プロットサイズの指定	〃
／ORIGIN	原点座標の指定	〃
／□	□= x or y or z プロット断面座標	／PROT . NOでデータ数指定
／DEBUG	デバック指定	必ず入力

/GEN.XY						

1~8CLM ' / GEN. XY '

このカードの前にVPROGEの/VTITLE, /VOPTION, /VGEN.NOを入力する。

VPROGE (1)

2. 個数データ

[illegible]

```
FORMAT (10X, 6I5, 3F10.0)
```

NGT : ジェネレートタイプ $\begin{cases} 0 & z, y \text{ 及び } z \text{ 方向を } DX, DY \text{ 及び } DZ \text{ 間隔で分割} \\ 1 & \text{ " の分割座標を } \text{"/}x, \text{"/}y, \text{"/}z \text{ のカードで入力} \end{cases}$

NX : x 方向の分割数

NY : y "

NZ : 2 "

NPZ : ジェネレート断面の節点に対応する Z 座標の入力個数

NEZ : 要素に対応する地表面のZ座標の入力個数

VPROGE (2)

3. 分割座標

	分割座標 1	2	3	4	5	6	
/							

FORMAT (10X, 6F10.0)

2CLM 'X', 'Y' 又は 'Z'

入力する場合はX, Y, Z順に入力するが、NG.Tの値により入力しないことがある。

NGT = 0 入力しない

1 入力する

枚数はそれぞれNX, NY, NZ枚入力する NX, NY, NZは ' / NO ' カードで指定

VPROGE (3)

4. 節点別地表面データ

	IP	Z1							
/PINT.Z									

FORMAT (10X, I5, F10.0

IP 節点番号

Z1 地表面の節点に対応するZ座標

NPZ枚入力 NPZは ' / NO ' カードで指定

VPROGE (4)

5. 要素別地表面データ

	IE	Z:1	Z:2	Z:3					
/ELM.Z									

FORMAT (10X, I5, 3F10.0)

IE : 要素番号

Z1 :

Z2 : } 地表面の節点に対応するZ座標

Z3 :

NEZ枚入力 NEZは▼/NO ▼カードで指定

VPROGE (5)

1. タイトルカード

タイトルの文字列									
/TITLE									

FORMAT (A8, 2X, 15A4

1~8CLM : ▼/TITLE ▼

① 各ページの先頭にプリントする文字列 (60字以内)

VPRO11 (1)

2. オプションカード

		GENERATE	節点数	要素数	PRINT指定				
		TYPE			節点	要素	係数	要素別	
					データ	データ	データ1	係数データの数	
/OPTION									

FORMAT (A8, 2X, 8I5-

1~8CLM : ▼/OPTION▼

① 未使用

② $\begin{cases} 0 & : \text{節点, 要素データをジェネレートしない。} \\ 1 & : \quad \quad \quad " \quad \quad \quad \text{する。} \end{cases}$

③ 少し多めに入力すればよい。($n_1 \times n_3 + n_4$ 程度) ④

⑤ $\begin{cases} 0 & : \text{ 節点データ(座標)をプリントしない。} \\ 1 & : \text{ " する。} \end{cases}$

⑥ $\begin{cases} 0 & : \text{要素データ(節点番号, 要素の種類)をプリントしない。} \\ 1 & : \text{〃} \end{cases}$ する。

⑦ $\begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$: ポアソン方程式の係数行列をプリントしない。
 : " する。

⑧ 要素別係数行列をプリントする要素数を指定する。プリント対象の要素番号は ' / PR. ELM ' のカードで入力する。

VPRO11 (2)

3. ジェネレート指定カード

[illegible]

FORMAT (A8., 2X, 12 I 5

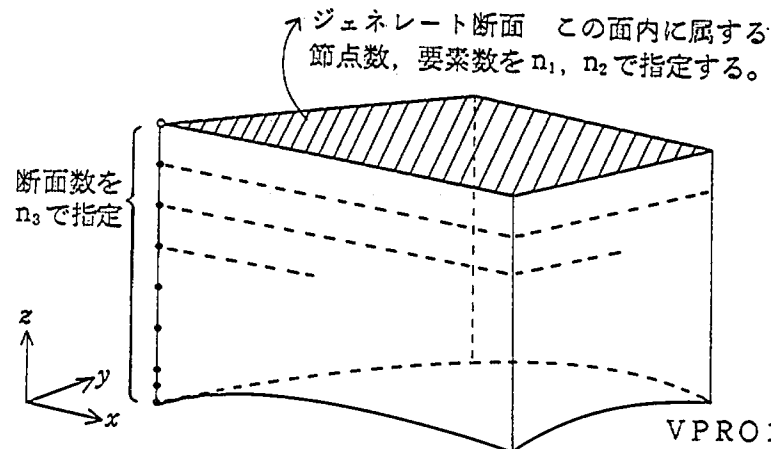
1~8 CLM : ' / GEN. NO '

① ジェネレート断面の節点数(右図参照)

④ ジェネレート対象外の追加節点数を指定

⑤ “ 追加三角柱要素数を指定

⑥ “ 追加四面体要素数を指定



VPRO11 (3)

—46—

```
FORMAT (A8, 2X, I5, 3F10.0)
```

(注) 当カードは n_1 枚入力する。

① ジェネレートする領域の天井面に属する節点番号

③ " y座標

④ (②, ③)で与えた x , y 座標に対応する地表面の z 座標

5. ジェネレート節点座標2

```
FORMAT (A8, 2X, 6F10.0)
```

① ジェネレートする断面の z 座標を降順に入力

当カードは $(n_3 + 5) / 6$ (切り捨て) 枚入力する (n_3 は /GEN.NOカードで入力)

VPRO 1 1 (5)

6. ジェネレート要素データ

要素	節点1	節点2	節点3	z 座 標			
番号				z_1	z_2	z_3	
/GEN.ELM							
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	

FORMAT (A8, 2X, 4I5, 3F10.0)

1~8CLM : ' /GEN.ELM'

① ' /GEN.XYZ' で入力した節点が属する平面上での要素番号

② }
③ } ①の要素に属する節点の番号 (反時計回りに与える)
④ }

⑤ }
⑥ } 節点1, 2, 3に対応する地表面のz座標
⑦ }

(注) 当カードは n_2 枚入力する (n_2 は /GEN.NO で入力する)

VPRO11 (6)

7. 追加節点データ

節点	X	Y	Z				
番号							
/XYZ							
①	②	③	④				

FORMAT (A8, 2X, I5, 3F10.0)

1~8CLM : ' /XYZ'

① 追加する節点番号 (ジェネレートされる節点番号+1 から始まらなければならない)

(注) 当カードは n_4 枚入力する。(n_4 は / GEN. NO カードで入力)

8. 追加要素データ

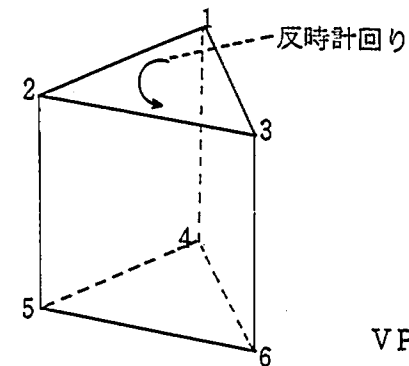
	要素	節点 1	節点 2	節点 3	節点 4	節点 5	節点 6			
	番号									
/ELM6										
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦			

1~8CLM : ▽/ELM6 ▽

① 追加する要素番号（1番から付ければよいがプログラムにより番号が付けかえられる）

② } ①の要素に属する節点番号（入力順は右図参照）
⑦ }

(注) 当カードは n_5 枚入力する。(n_5 は / GEN. NO で入力)



VPRO11 (8)

9. 追加四面体要素データ

[illegible]

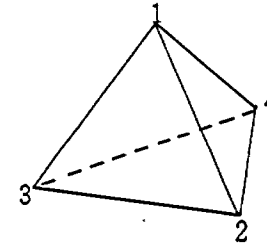
FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM : ▽/ELM4 ▽

① 追加四面体要素番号 (1番から付ければよいがプログラムにより付けなおされる)

② }
⑤ } 番号の入力方法については右図参照

(注) 当カードは n_0 枚入力する。 (n_0 は /GEN.NOカードに)



VPRO11 (9)

10. 係数マトリックスプリント指定要素番号

	要素	要素											
	番号	番号											
/PR.ELM													

FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM : ▽/PR.ELM ▽

① 要素番号 : 係数マトリックスをプリントする要素番号を指定

(注) 当カードは $(n_0 + 11) / 12$ (切り捨て) 枚入力する。 (n_0 は /OPTIONカードで)

ここで入力データ作成時は正確な要素番号はわからない $n_0 = 9999$ をすれば /PR.ELMのカードはせず、すべての要素種類の係数をプリントする。

なお要素番号は次のように付けられる。

- (1) ジェネレート三角柱要素
- (2) 追加三角柱要素
- (3) ジェネレート四面体要素
- (4) 追加四面体要素

VPRO11 (10)

11. 境界断面座標データ

	x 方向		y 方向		z 方向		
	座標1	座標2	座標1	座標2	座標1	座標2	
/BXYZ							
	①	②	③	④	⑤	⑥	

FORMAT (A8, 2X, 6F10.0)

1~8CLM : ▽/BXYZ ▽

①② x座標=一定で表わされる境界断面を入力

③④ y "

⑤⑥ z "

但しz=-9999は地表面に対応する。

VPRO11 (11)

1. タイトルカード

	タイトルの文字列															
/TITLE																
	①															

FORMAT (A8, 2X, 15A4)

1~8CLM : ▽/TITLE ▽

① 各ページの先頭にプリントする文字列

VPRO12 (1)

2 データ個数カード

境界条件データ数							初期条件	固定風速	固定圧力	拡散係数	初期値	境界値プリント指定	
風速固定	圧力固定	圧力自由境	風速自由境	地表面	地表面		データ数	データ数	データ数	データ数	プリント指定	風速	圧力
ノード数	ノード数	界要素数	界要素数	要素数	ノード数						データ数	固定	固定
① n_1	② n_2	③ n_3	④ n_4	⑤ n_5	⑥ n_6	⑦ n_7	⑧ n_8	⑨ n_9	⑩ n_{10}	⑪ n_{11}	⑫ n_{12}	⑬ n_{13}	

FORMAT (A8, 2X, 11I5, 2I3)

1~8CLM ↓ノ

- ① } それぞれのデータ数を指定 ただし⑩が0の場合は計算式 $\epsilon_z = ku_*(z - z_0)$ を用いる。
- ⑪ }
- ⑫ } 0 プリントしない。
- ⑬ } 1 " する。

VPRO12 (2)

3. 係数データ

①					
		ρ			
ノ	COE				

FORMAT (A8, 2X, 2F10.0)

1~8CLM ↓ノ

① 21~30CLM ρ : 密度

VPRO12 (3)

4 初期条件カード

	1			2			u	v	w	p
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2				
/INITIAL										
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	

FORMAT (A8, 2X, 6F5.0, 4F8.0)

1~8CLM : ' /INITIAL '

このカードで2通りの入力ができる。

方法1

④~⑥がブランク又はゼロの場合

次式で各節点の u , v , w , p を補間する。

$$(\sum_i s_i / r_i^2) / (\sum_i 1 / r_i^2)$$

ここで r_i : 節点と①②③で与えた点との距離

s_i : 補間しようとするデータ

方法2

$\left. \begin{array}{l} x_1 \leq x < x_2 \\ y_1 \leq y < y_2 \\ z_1 \leq z < z_2 \end{array} \right\}$ の範囲に属する節点の初期値を⑦, ⑧, ⑨で与えたデータとするとき

(注) 当カードは n_7 枚入力する。

n_8 は /NOカードで入力

VPRO12 (4)

5 風速固定境界データ

	1			2						
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2	U_B	V_B	W_B	
/BC-UVW										

FORMAT (A8, 2X, 6F5.0, 3F8.0)

1~8CLM : ' / BC . UVW '

当データの入力方式も ' / INITIAL ' のカードと同様である。

(注) 当カードは n_8 枚入力する。 (n_8 は / NO カードで入力)

VPRO12 (5)

6. 圧力固定境界データ

		1 (座標)			2 (座標)			p			
		x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2				
/ BC . P											

FORMAT (A8, 2X, 6F5.0, F8.0)

1~8CLM : ' / BC . P '

当データの入力方式は ' / INITIAL ' や ' / BC . UVW ' と同様である。

(注) 当データは n_9 枚入力する。 (n_9 は / NO で入力)

VPRO12 (6)

7. 風速, 圧力固定節点番号データ

		節点	節点										
		番号	番号										
/ BC . P .													

FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM : { ' / BC . P . V ' : 風速を固定する節点番号を入力する場合で $(n_1 + 11) / 12$ (切り捨て) 枚入力
 ' / BC . P . P ' : 圧力 " $(n_2 + 11) / 12$ "

VPRO12 (7)

7.5 渦動粘性係数

(1)

	1			2			ϵ_x	ϵ_y	ϵ_z
	x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2			
/COE.K									

FORMAT (A8, 2X, 6F5.0, 3F8.0)

1~8CLM ▽/COE.K ▽

当データは n_{10} 枚入力する。ただし $n_{10} = 0$ の場合は下記のカードを入力する。

(2)

	k	u^*	z_0	α_x	α_y		
	= 0.4						
/COE.K	0.41						

FORMAT (A8, 2X, 5F8.0)

$$\epsilon_x = k u^* (z - z_0)$$

$$\epsilon_x = \alpha_x \cdot K_x$$

$$\epsilon_y = \alpha_y \cdot K_x$$

(1)または(2)を入力する。

VPRO12 (8)

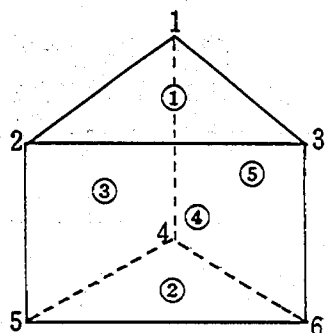
8. 地表面 (滑り面) 要素データ

	地表面データ											
	要素番号	面番号										
/BC.GR												

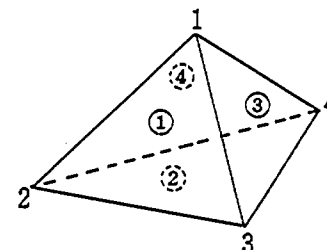
FORMAT (A8, 2X, 12I5

1~8CLM : ▽/BC.GR ▽

当データは $(n_5 + 5) / 6$ (切り捨て) 枚入力する。
各要素の面番号のつけからは下図参照



面番号	節点番号
①	1, 2, 3
②	4, 5, 6
③	1, 2, 4, 5
④	2, 3, 5, 6
⑤	1, 3, 4, 6



面番号	節点番号
①	1, 2, 3
②	2, 3, 4
③	1, 3, 4
④	4, 1, 2

VPRO12 (9)

9. 圧力自由境界面データ

地表面データ											
要素番号	面番号										
1/BC.PF											

FORMAT (A8, 2X, 12 I 5)

1~8 CLM : 1/BC.PF

当データは $(n_3 - n_5 + 5) / 6$ (切り捨て) 枚入力する。

(注) n_3, n_5 は 1/NO カードで指定する。

VPRO12 (10)

風速自由境界面データ

地表面データ											
要素番号	面番号										
1/BC.VF											

FORMAT (A8, 2X, 12 I 5)

(注) n_4 は $\nabla \times \text{NO}$ ∇ カードで指定する。

10. 初期値のプリント指定データ

[illegible]

当カードは $(n_s + 11) / 12$ (切り捨て) 枚入力する。

1. タイトルカード

/TITLE	各ページにプリントする文字列

①

① 各ページの先頭にプリントする文字列（60文字以内）

VPRO 13 (1)

2. コントロールカード

	入力係数	L 行 列	U 行 列						
	行列プリ	プリント	プリント						
/CNTL	ント指定	指定	指定						

FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM ▽ /CNTL ▽

①~③ 0 プリントしない。

1 " する。

VPRO13 (2)

1. タイトルカード

	タイトルの文字列								
/TITLE									

FORMAT (A8, 2X, 15A4)

1~8CLM ▽ /TITLE ▽

① 各ページの先頭にプリントする文字列 (60字以内)

VPRO (1)

2. 行数指定カード

	下三角	上三角							
	編集行数	編集行数							
/ROW.NO									

①

②

FORMAT (A8, 2X, 2I5)

1~8CLM ' /ROW.NO'

① 下三角行列の編集行数を指定する。

② 上 "

VPRO14 (2)

1. タイトルカード

	タイトルの文字列				
/TITLE					

FORMAT (A8, 2X, 15A4)

1~8CLM : ' /TITLE '

① 各ページの先頭にプリントする文字列 (60字以内)

VPRO21 (1)

2. プリント指定データ

	① 地表面	② プリント指	
	プリント	定節点数	
/PRINT	IG	IP	

FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM : ' /PRINT '

① $IG = \begin{cases} 0 & \text{地表面節点上の計算結果をプリントしない。} \\ 1 & \text{" " する。} \end{cases}$

② プリントしたい節点の数を指定する。

VPRO21 (2)

3. 時間指定データ

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
	リスタート	計算開始	計算終了	OLDファイルコピー開始ステップ	ファイル出力間隔 (ステップ)	リスト出力間隔1 (ステップ)	リスト出力間隔2 (ステップ)	慣性項計算間隔 (ステップ)	計算間隔	
	指定	ステップ	ステップ						(秒)	
/TIME	IRESTA	ITS	ITE	IOS	IFILE	LIST1	LIST2	INERT	DT	

FORMAT (A8, 2X, 8I5, F8.3)

1~8CLM : /TIME

- ① IRESTA { = 0 : 最初から計算を行う。
= 1 : リスタート処理を行う。

- ②③ 計算する範囲のステップを指定する。

- ④ リスタート時にOLDファイルからNEWファイルへコピーを開始するステップ数を指定 ▼ 9999を入れる ▼

- ⑤ 計算結果をファイルに出力する間隔をステップ数で指定

- ⑥ 計算結果をすべてプリントする間隔をステップ数で指定

- ⑦ 指定した節点の計算結果をプリントする間隔をステップ数で指定

- ⑧ 慣性項を計算する間隔を指定

INERT { = 0 : 慣性項を計算しない。
= n ≠ 0 : nステップ毎に慣性項を計算し、次のステップまでは一定とする。

- ⑨ 計算時間間隔を指定 ▼ 1 ▼ を入力

DTは次の2つの条件を満足するように決定する。

$$DT < \frac{1}{\frac{\epsilon_x}{\Delta x^2} + \frac{\epsilon_y}{\Delta y^2} + \frac{\epsilon_z}{\Delta z^2}} \quad \text{かつ} \quad DT < \frac{1}{\frac{|U|}{\Delta x} + \frac{|V|}{\Delta y} + \frac{|W|}{\Delta z}}$$

VPRO21 (3)

4. プリント指定節点番号データ

	節点																		
	番号																		
/PR.NODE	IPRINT																		

①

2

2

- 2

2

2

2

2

2

- 2

2

2

2

2

2

- 2

2

2. プロット断面数指定データ

	x方向の	y方向の	z方向の	地表面	プリント指定		
	プロット	プロット	プロット	の要素分	プロット	プロット	
/PROT.NO	断面数	断面数	断面数	割図のプ	断面内節	風速	
	① n ₁	② n ₂	③ n ₃	④ ロット指定	⑤ 点一覧表	⑥ 一覧表	

FORMAT (A8, 2X, 3I5)

1~8CLM : ' /PROT.NO '

①②③ x, y, z方向のプロットする断面の数を指定

④ { 0 又は blank : 地表面の要素分割図をプロットしない。
1 : " する。 } z方向の断面の場合にのみ有効

⑤ { 0 又は blank : プリントしない。

⑥ { 1 : " する。

VPRO31 (2)

3. プロット時間指定データ

	プロット対象ステップ									
	ステップ									
/TIME	番号									
	①									

FORMAT (A8, 2X, 12I5)

1~8CLM : ' /TIME '

① プロット対象の時間をステップ番号で指定 (10個まで指定可能)

(注) ステップ番号は風速MT出力ステップと一致しなければならない。

VPRO31 (3)

4. プロットサイズ指定データ

	図面の縮尺		ベクトルの縮尺		プロット対象	プロット対象	外ワクの大きさ		
	R_1	R_2	R_3	R_4	風速の上限	風速の下限	L	M	N
/PLOT.S					V_{max}	V_{min}	x方向	y方向	z方向
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	

FORMAT (A8, 2X, 4F5.0, 2F10.0, 2F5.0)

1~8CLM : ▽/PROT.S ▽

- ①② 図面の縮尺を分数 (R_1/R_2) で指定
 ③④ 風速ベクトルの縮尺を (R_3/R_4) で指定 } 但し R_1, R_3 は図面上の cm で指定
 ⑤ プロットする風速の上限値を指定 単位 (m/s)
 ⑥ " 下限値を指定 "
 ⑦⑧⑨ 外ワクの大きさを cm で指定

VPRO31 (4)

5. 原点データ

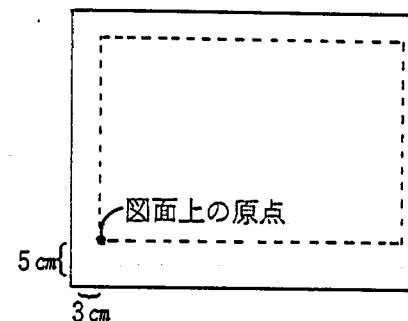
	x 断面		y 断面		z 断面	
	y_0	z_0	z_0	x_0	x_0	y_0
/ORIGIN						
	①	②	③			

FORMAT (A8, 2X, 6F10.0)

1~8CLM : ▽/ORIGIN ▽

- ① x断面 (y_0, z_0): 図面上の原点に対する実座標
 ② y断面 }
 ③ z断面 } x断面の場合と同様

(注) 通常右図のように原点を定めでは空白でよい。



VPRO31 (5)

	x, y, z は					
	z 座表					
/						

FORMAT (A8, 2X, 6F10.0

1~8CLM : $\left\{ \begin{array}{l} \nabla / X \\ \nabla / Y \\ \nabla / Z \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla x \text{ 方向} \\ \nabla y \text{ " } \\ \nabla z \text{ " } \end{array} \right\} \text{ の断面座標を与える場合}$

(注) 当カードは $(n+5)/6$ (切り捨て) 枚入力する。

n は n_1 , n_2 又は n_3 で / PROT. NO カードで入力

図は指定した断面に投影されたベクトル図である。

VPRO3 1 (6)

7. デバッグ

[illegible]

```
FORMAT (A8, 2X, 10I2
```

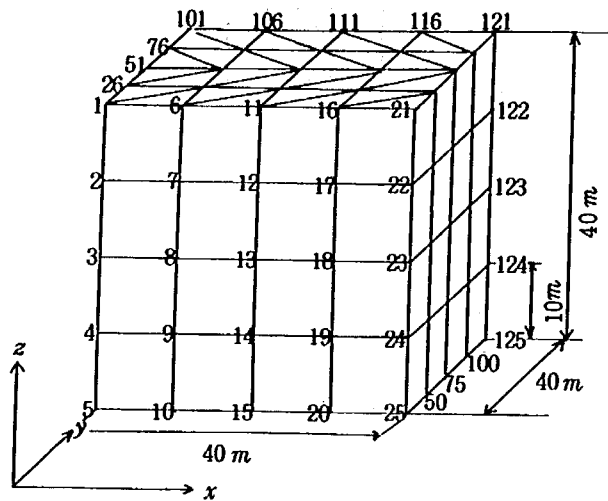
1~8CLM /DEBUG

①～⑥ '1'を記入することによってプロッター出力に対するデバッグ情報を出力する。

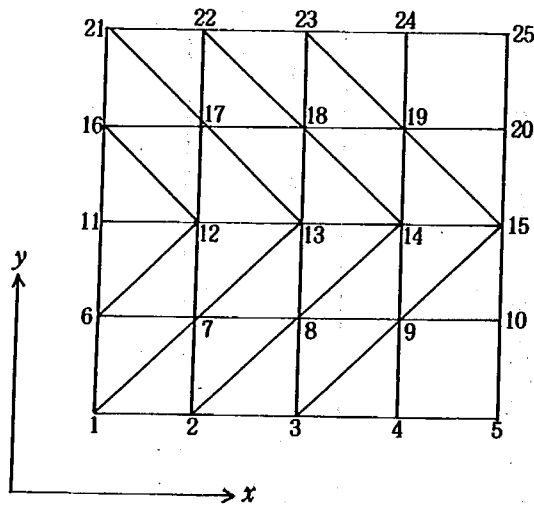
VPRO3 1 (7)

4-3 入力データ例

入力データ例は、下図のような要素分割で上空 ($Z = 40 \text{ m}$) で風速が 2 m/s である場合のキャビテーションフローで行なう。



要素分割図



ジェネレート断面図

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

VPRO1,1

/TITLE CAVITY FLOW

/OPTION 1 1 2 5 2 0 8 1 1 1 1

/GEN. NO 2 5 3 2 5 0 0 0

/GEN. XY

/NO 0 5 5 5 0 0 1 0 1 0 1 0

/BXYZ 0 4 0 4 0 0 0 0 4 0

/NO 1 5 5 5 0 0

/X 0 1 0 2 0 3 0 4 0

/Y 0 1 0 2 0 3 0 4 0

/Z 4 0 3 0 2 0 1 0 0

OR

—66—

X CNTL	1	1	1
--------	---	---	---

VPRO 14

X ROW. NO	1 2 5	1 2 5
-----------	-------	-------

VPRO 2.1

XPRINT	0	0
--------	---	---

TIME	0	1	200	9999	10	10	9999	1	1.0
------	---	---	-----	------	----	----	------	---	-----

☒ **DEBUG**

VPRQ 3 1

TITLE	CAVITY	FLOW
-------	--------	------

✓PLOT. NO 1 1 1 0 1 1

X TIME	200
--------	-----

X PLOT . S 1 . 5 . 1 . 1 . 5 . 0 . 3 0 . 3 0 . 3 0 .

X ORIGIN 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.

$\times X$	20.
------------	-----

X Y	20.
-----	-----

$\times Z$	20.
------------	-----

☒ DEBUG

5. 操作使用

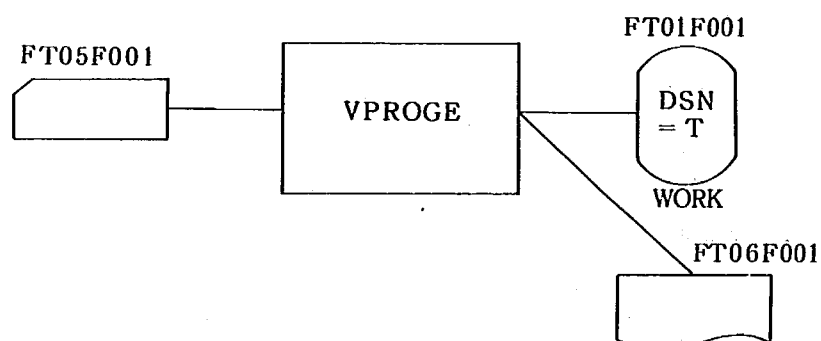
JOB CONTROL CARD は下図の処理概要の例で示す。なお、各プログラムのロード・モジュールは、恒久ファイルに次のように入っている。

ロードモジュール

データセット名	メンバー名
ELIB 54	VPROGE VPRO 11 VPRO 12 VPRO 13 VPRO 14 VPRO 21 VPRO 31

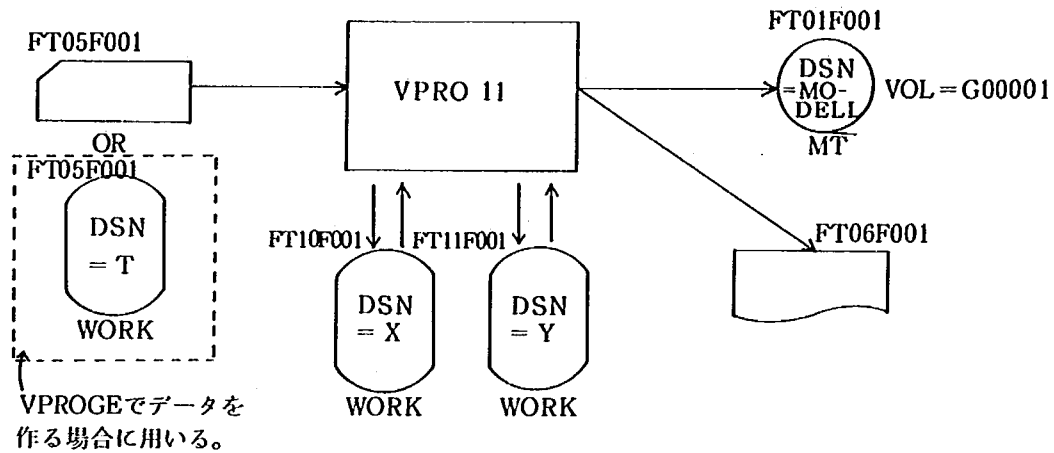
5-1 処理概要

VPROGE



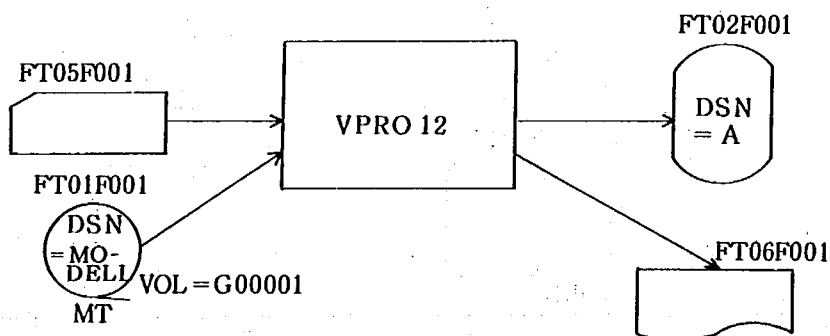
装置名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD	コントロール	I
FT01F001	DA(WORK)	節点要素データ	O
FT06F001	LP	節点要素データ一覧表	O

VPRO 11



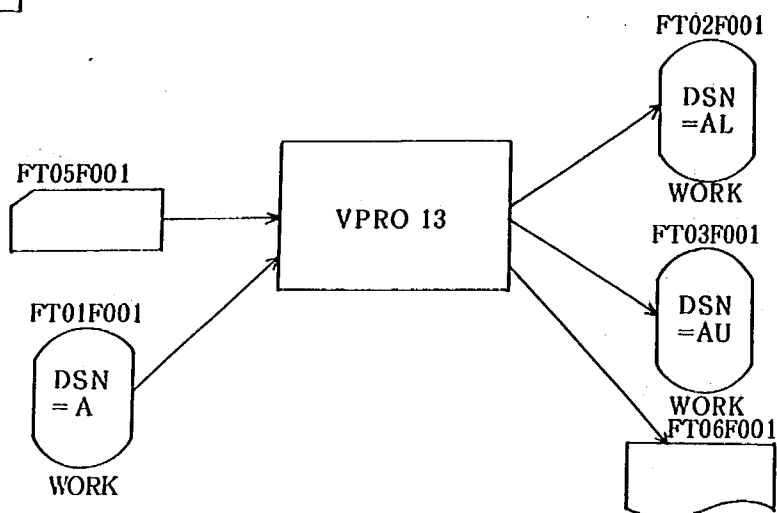
装置名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD or DA (WORK)	節点要素データ	I
FT01F001	MT	係数ファイル	O
FT06F001	LP	節点要素係数一覧表	O
FT10F001	DA (WORK)	要素別係数ファイル	I/O
FT11F001	DA (WORK)	係数マトリックスファイル	I/O

VPRO 12



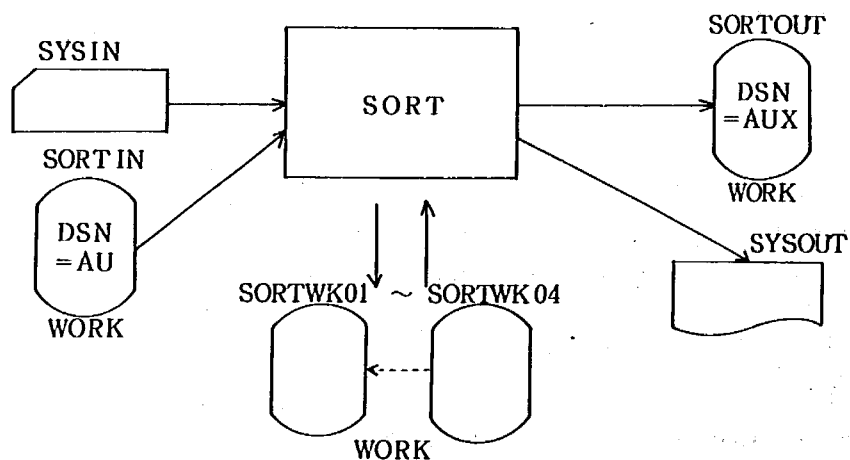
装置名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD	計算条件データ	I
FT01F001	MT	係数ファイル	I
FT02F001	DA (WORK)	係数条件ファイル	O
FT06F001	LP	条件一覧表	O

VPRO 13

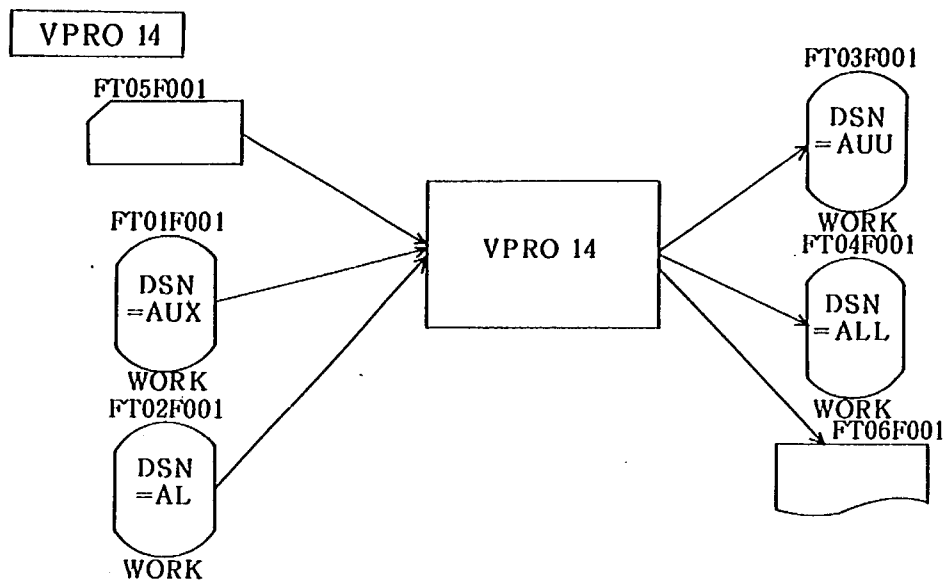


装置名	UNIT	内容	I/O
FT05F001	CD	コントロール	I
FT01F001	DA(WORK)	係数条件ファイル	I
FT02F001	DA(WORK)	Lファイル	O
FT03F001	DA(WORK)	Uファイル	O
FT06F001	LP	モニターリスト	O

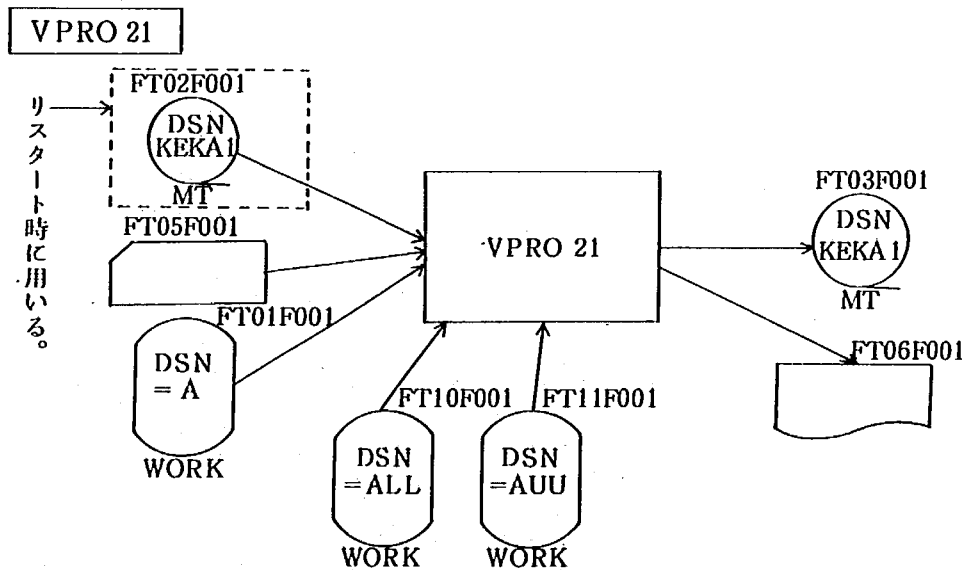
SORT



装置名	UNIT	内容	I/O
SYSIN	CD	コントロール	I
SORTIN	DA(WORK)	Uファイル	I
SORTOUT	DA(WORK)	ソート済Uファイル	O
SYSOUT	LP	モニターリスト	O
SORTWK01 SORTWK01	DA(WORK)	ワークとして用いるファイル	I/O

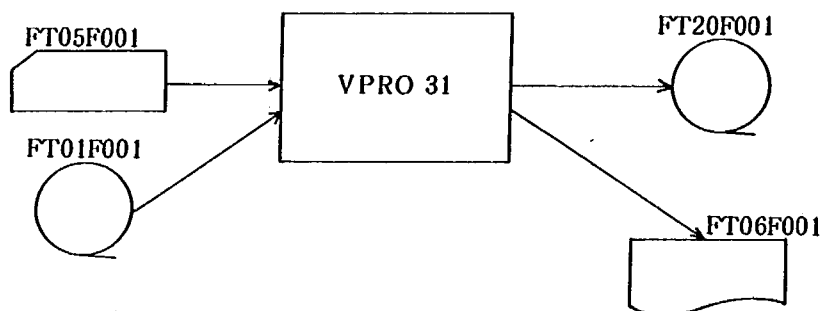


装置名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD	コントロール	I
FT01F001	DA(WORK)	ソート済Uファイル	I
FT02F001	DA(WORK)	Lファイル	I
FT03F001	DA(WORK)	編集済Uファイル	O
FT04F001	DA(WORK)	編集済Lファイル	O
FT06F001	LP	モニターリスト	O



装置名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD	コントロール	I
FT01F001	DA(WORK)	係数条件ファイル	I
FT02F001	MT	風速MT(リスタート用)	I
FT03F001	MT	風速MT	O
FT10F001	DA(WORK)	編集済Lファイル	I
FT11F001	DA(WORK)	編集済Uファイル	I
FT06F001	LP		O

VPRO 31



装 置 名	UNIT	内 容	I/O
FT05F001	CD	コントロール	I
FT01F001	MT	風速MT	I
FT20F001	MT	プロッタMT	O
FT06F001	LP	チェックリスト	O

5-2 JOB CONTROL CARD 例

[illegible]

[illegible]

VPRO 1.1

```

//GO11 EXEC PGM=VPRO11, REGION=512K

```

```

//STEPLIB DD DSN=ELIB54.(VPRO11),UNIT=SAVE,DISP=SHR

```

~~FT05F001~~ DD *

VPRO11	データカード
--------	--------

FT06F001 DD SYSOUT=A

```

//FT01F001 DD DSN=MODEL1,UNIT=MT,DISP=(NEW,KEEP) LABEL=(1,SL),

```

VOL=SER=G00001

```

//FT10F001 DD DSN=&&X,UNIT=WORK,SPACE=(TRK,(100,10)).

```

```

// DCB= (RECFM=FB,LRECL=128,BLKSIZE=128,DSORG=PS)

```

```

/FT11F001 DD DSN=&&Y,UNIT=WORK,SPACE=(TRK,(200,20)).

```

```

//      DCB= (RECFM=FB,LRECL=688,BLKSIZE=688,DSORG=PS)

```

VPRO1.1のデータカードがVPROGEによって作られる場合にはFT05F001は次のようになる。

```

//FT05F001 DD DSN=&&T,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

```

[illegible]

```
X/GO12 EXEC PGM=VPRO12, REGION=512K
```

EXEC

```
PGM=VPRO12, REGION=512K
```

```

//STEPLIB DD DSN=ELIB54 (VPRO12) ,UNIT=SAVE,DISP=SHR

```

DD

DSN=ELIB54 (VPRO:12) , UNIT=SAVE , DISP=SHR

XX FT0,5 F001 DD *

DD

— *

VPRO12 データ カード

データ カード

XX	FT06F001	DD	SYSOUT=A
----	----------	----	----------

DD

SYSOUT=A

```

//FT01F001 DD DSN=MODEL1,UNIT=MT,LABEL=(1,SL),DISP=(OLD,KEEP),

```

DD

```
DSN=MODEL1, UNIT=MT, LABEL=(1, SL), DISP=(OLD, KEEP)
```

VOL=SER=G00001

VOL=SER=G,00001

```

//FT02F001 DD DSN=&&A, DISP=(NEW,PASS), UNIT=WORK, SPACE=(TRK,(200,20))

```

DD

```
DSN=&&A, DISP= (NEW, PASS) , UNIT=WORK, SPACE= (TRK, (200,20))
```

DCB= (RECFM=VBS)

DCB= (RECFM=VBS)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

VPRO13

//GO13 EXEC PGM=VPRO13,REGION=512K

//STEPLIB DD DSN=ELIB54(VPRO13),UNIT=SAVE,DISP=SHR

//FT05F001 DD *

GO13 データ カード

//FT06F001 DD SYSOUT=A

//FT01F001 DD DSN=&&A,DISP=(OLD,PASS),UNIT=WORK,DCB=(RECFM=VBS)

//FT02F001 DD DSN=&&AL,DISP=(NEW,PASS),UNIT=WORK,SPACE=(TRK,(200,10)),

//DCB=(RECFM=VBS,LRECL=1224,BLKSIZE=1224)

//FT03F001 DD DSN=&&AU,DISP=(NEW,PASS),UNIT=WORK,SPACE=(TRK,(200,10)),

//DCB=(RECFM=VBS,LRECL=1224,BLKSIZE=1224)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
SORT

// SORT EXEC PGM= SORT, REGION=256K

// SYSOUT DD SYSOUT=A

// SORTIN DD DSN=&&AU, DISP=(OLD,DELETE), UNIT=WORK

// SORTOUT DD DSN=&&AUX, UNIT=WORK, DISP=(NEW,PASS), SPACE=(TRK,(100,10)),

// DCB=(RECFM=VBS)

// SORTWK01 DD SPACE=(TRK,(100)), UNIT=WORK

// SORTWK02 DD SPACE=(TRK,(100)), UNIT=WORK

// SORTWK03 DD SPACE=(TRK,(100)), UNIT=WORK

// SORTWK04 DD SPACE=(TRK,(100)), UNIT=WORK

// SYSIN DD *

SORT FIELDS=(5,4,CH,D,9,4,CH,A), SIZE=E20000

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

VPRO14

//GO14 EXEC PGM=VPRO14,REGION=512K,IAP=YES

//STEPLIB DD DSN=ELIB54(VPRO14),UNIT=SAVE,DISP=SHR

//FT05F001 DD *

//FT06F001 DD SYSOUT=A

//FT01F001 DD DSN=&&AUX,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

//FT02F001 DD DSN=&&AL,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

//FT03F001 DD DSN=&&AUU,UNIT=WORK,DISP=(NEW,PASS),SPACE=(TRK,(15,0))

// DCB=(RECFM=VS,BLKSIZE=13000)

//FT04F001 DD DSN=&&ALL,UNIT=WORK,DISP=(NEW,PASS),SPACE=(TRK,(15,0))

// DCB=(RECFM=VS,BLKSIZE=13000)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80

VPRO21

//GO21 EXEC PGM=VPRO21,REGION=1800K

//STEPLIB DD DSN=ELIB54(VPRO21),UNIT=SAVE,DISP=SHR

//FT05F001 DD *

VPRO21 データ カード

//FT06F001 DD SYSOUT=A

//FT01F001 DD DSN= &&A,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

//FT02F001 DD DUMMY

//FT03F001 DD DSN=KEKA1,UNIT=MT,LABEL=(1,SL),DISP=(NEW,KEEP),

// VOL=SER=G00002

//FT10F001 DD DSN= &&ALL,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

//FT11F001 DD DSN= &&AUU,UNIT=WORK,DISP=(OLD,DELETE)

リスタートする場合には、データカードの//TIMEでリスタート指定を行い、リスタート用MT FT02F001を次のように指定する。

//FT02F001 DD DSN=KEKA1,UNIT=MT,LABEL=(1,SL),DISP=(OLD,KEEP),

// VOL=SER=G00003

VPRO3.1

~~XX~~ GO 3, 1

~~XX~~STEPLIB

~~FT~~05F001

VPRO31: データカード

~~XX~~ FT06F001

~~FT01F001~~

FT 20 F 001

11

3次元有限要素法による流れの数値解析

ISSN 0386-5878
土研資料第1719号
昭和56年10月

キーワード
流体力学
ナビエ・ストークスの式
有限要素法

水谷敏則
猪熊明

要 旨

本報告は、ナビエ・ストークスの式と連続の式を連立させて3次元有限要素法で解析するプログラムの内容及びその計算結果と風洞実験結果との比較について述べたものである。



郵便はがき

3 0 5 - □ □

40円切手
をはって
下さい

茨城県筑波郡豊里町大字旭一番地

建設省土木研究所

トンネル研究室 御中

No. 2

No. 2

配布先氏名

配布先住所



土木研究所資料第 1719 号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名

印