

土木研究所資料

静的および動的地盤反力係数の算定法に関する資料調査

昭和 57 年 7 月

建設省土木研究所
地震防災部・振動研究室

Copyright © 1982 by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複写は土木研究所長の承認を得ずしてこれを行なってはならない。

目

次

まえがき	1
1. 概 説	2
2. 弾性論に基づく静的地盤反力ばね係数	6
2-1 半無限等方等質弾性体上の基礎	6
(1) 上下方向の地盤反力ばね係数	6
1) 円形基礎	6
a) Sadovsky の解 [1928]	6
2) 矩形基礎	7
a) Vogt の解 [1925]	7
b) Schleicher の解 [1926]	7
c) Gorbunov-Pasadov の解 [1940]	9
d) Bousinesq の解	10
(2) ロッキングに対する地盤反力ばね係数	10
1) 円形基礎	10
a) Borowicka の解 [1943]	10
2) 矩形基礎	10
a) Vogt の解 [1925]	10
b) Barkan-Teremnin の解 [1948]	11
(3) せん断に対する地盤反力ばね係数	12
1) 円形基礎	12
a) Bycroft の解 [1956]	12
b) Westmann の解 [1965]	12
2) 矩形基礎	13
a) Vogt の解 [1925]	13
b) Barkan の解 [1948]	13
2-2 半無限等方等質弾性体中に根入れされた基礎	15
(1) 上下方向の地盤反力ばね係数	15
1) 円形基礎	15
a) Kaldjian の研究 [1969]	15
2-3 弾性層状体上の基礎	15
(1) 上下方向の地盤反力ばね係数	15
1) 円形基礎	15
a) Bycroft の解 [1956]	15

2) 矩形基礎	15
a) Steinbrenner の解 [1934]	15
2-4 弾性層状体中に根入れされた基礎	16
(1) 上下方向の地盤反力ばね係数	16
1) 円筒形基礎	16
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	16
2) 帯状基礎	17
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	17
(2) ロッキングに対する地盤反力ばね係数	19
1) 円筒形基礎	19
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	19
2) 帯状基礎	19
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	19
(3) 水平方向の地盤反力ばね係数	19
1) 円筒形基礎	19
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	19
2) 帯状基礎	19
a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 [1975]	19
3. 弾性論に基づく動的地盤反力ばね係数	21
3-1 半無限等方等質弾性体上の基礎	21
(1) 上下振動	21
1) 円形基礎	21
a) Reissner の解 [1936]	21
b) Shekhter の解 [1948]	23
c) Quinlan の解 [1953] および Sung の解 [1953]	24
d) Arnold, Bycroft, Warburton の解 [1955]	25
e) Bycroft の解 [1956]	27
f) Hsieh の解 [1962]	27
g) Lysmer の解 [1965]	30
h) Lysmer の近似解 [1966]	32
i) Lysmer, Kuhlemeyer の研究 [1969]	35
j) Luco, Westmann の解 [1971]	35
2) 矩形基礎	36
a) Sung の研究 [1953]	36
b) Quinlan の解 [1953]	36

c) Thomson, 小掘の解〔1963〕	37
d) Elorduy, Nieto, Szekely の解〔1967〕	39
(2) ロッキング振動	39
1) 円形基礎	39
a) Arnold, Bycroft, Warburton の解〔1955〕	39
b) Hall の近似解〔1967〕	40
c) Luco, Westmann の解〔1971〕	42
(3) 水平振動	43
1) 円形基礎	43
a) Arnold, Bycroft, Warburton の解〔1957〕	43
b) Hall の近似解〔1967〕	44
c) Luco, Westmann の解〔1971〕	45
3-2 弾性層状体上の基礎	47
(1) 上下振動	47
1) 円形基礎	47
a) Bycroft の解〔1956〕	47
b) Warburton の解〔1957〕	47
3-3 半無限弾性体中に根入れされた基礎	49
(1) 上下振動	49
1) 円形基礎	49
a) Lysmer, Kuhlemeyer の解〔1969〕	49
b) Novak, Beredugo の研究〔1972〕	51
4. 弾性論に基づく地盤反力ばね係数の適用性	57
4-1 地盤反力ばね係数の定義	57
(1) 基礎底面で仮定した反力の分布形	57
(2) 基礎の変位の認定	59
4-2 弾性定数の選定	59
(1) 弾性係数, せん断弾性係数	59
(2) ポアソン比	60
4-3 適用し得る振動数の範囲(動的地盤反力係数の場合)	60
4-4 境界条件の影響	61
4-5 基礎の根入れの効果	61
5. ま と め	62
6. 参考文献	62

ま え が き

近年、数値解析手法の進歩により静的にも動的にも地盤との連成を考慮して構造物の解析を行う事例が非常に多くなり、また、こうした解析結果をもとに構造設計を行う場合も少なくない。地盤との連成を考慮して構造解析を行う際の地盤の取り扱い方の一つとして地盤反力係数を用いた解析方法がある。これは、地盤が構造物に与える影響を静的もしくは動的な地盤反力ばねによって置換して構造物の解析を行うものであり、このような地盤反力ばねの導入によって問題のとらえ方が直観的となり、また、一般に解析も容易となるため、現在広く用いられている。この解析手法では、地盤の効果と等価な地盤反力ばねの定め方が最も重要であるが、ばね係数の値が地盤の条件や構造物の形状、寸法等により複雑に変化するため、なかなか面倒な問題の1つである。

地盤反力係数の求め方としては、(i)実験的に求める方法、(ii)理論計算により求める方法の2つがある。後者の方法では理論計算できるレベルまで実際の地盤、構造物の状況をモデル化しなければならないため、実務への適用上は工学的な判断を交えなければならないことが多い。これに対して、前者の実験による方法では、直接、地盤反力係数が評価されるため特段の判断を交えなくてもよいという利点がある。しかしながら、この方法では、一般に実物に対する実験は困難であり小さな模型による実験結果から実物に対する地盤反力係数を推定しなければならないこと、また、実験の結果求められた地盤反力係数はその実物にだけしか適用できないものであり、他への適用等汎用性をもたないものであること、等の欠点もある。したがって、実験による方法を用いる場合でも、小さな模型による実験結果から実物に対する地盤反力係数を推定したり、あるいは、個々の実験データの積み重ねにより普遍的な地盤反力係数の評価方法を求めるためには、結局、上記(ii)の理論計算の助けを借りなければならない。また、現在までに地盤反力係数に関して多数の実験的な研究があるが、これらの多くは理論計算をその柱とし、理論の検証を目指したものが多い。したがって、条件の異なる実験結果を相互に比較検討し、これから地盤反力係数に関する定量的な評価を下すことは容易ではない。

このような観点から、ここでは、理論的な手法による地盤反力係数の評価手法に限定し、半無限弾性体上に置かれた円形および矩形の基礎を対象とし、上下、水平、ロッキングの3種類の静的および動的な地盤反力係数の求め方を中心として示すこととする。また一部については、半無限弾性体中に埋め込まれた基礎の地盤反力係数についても示す。なお、ここで、基礎の形状を円形および矩形に限定したのは、他の形状に対しては研究の例が少ないこと、および、これらの基本的な形状の基礎に対する地盤反力係数が求まれば、他の形状の基礎の地盤反力係数に対してもある程度の推定が加えられると考えたためである。

昭和57年 7 月

建設省土木研究所

地震防災部振動研究室

主任研究員 川 島 一 彦

1. 概 説

地盤の影響との連成を考慮した構造物の設計においては、力のつり合い条件から転倒、滑動、地盤の支持力のそれぞれに対する安全性の確認と同時に、構造物の自重やこれに作用する外力に伴う変位もしくは変形を適切に評価し、これに対して所要の安全性を付与しなければならない。このような際の解析法としては現在次の2つの方法がある。

- (i) 弾性論に基づき地盤～構造物を一体として解析する方法
- (ii) 地盤を等価ばねに置換して解析する方法

前者の方法は、弾性論に基づき、構造物、地盤の運動方程式を立て、これを解く方法で比較的簡単な系に対しては厳密解を数学的に得ることができ、また、複雑な系に対しては、有限要素法等の数値解析手法を用いることができる。これらの解析手法では、地盤と構造物の相互作用は、両者間の適合条件、つり合い条件の中に組み込まれている。これに対して、後者の方法では図1-1に示すように地盤と構造物との

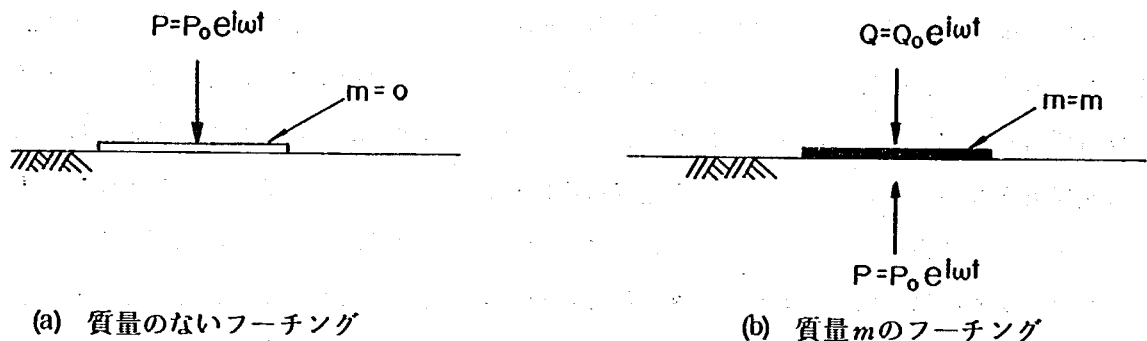


図1-1 半無限弾性体上のフーチング

かかわり合いを、等価ばねに置換するものであり、一般に一度これらの等価ばねが求められた後は、解析の対象が構造物に限定されるために、容易に解析できるばかりでなく、ばねという素材を介することにより問題を直観的な見通しのつけやすいものに変換できる特徴を有している。しかしながら、反力ばねへの置換は、ばねという実際には存在しない物理量を導入して、結果として構造物の静的もしくは、動的な応答を(i)の弾性論に基づく解に近似させるものであるため、常に対象とする構造物および地盤の特性が与えられない限り一義的に定めることはできない。

いま、静的な問題は動的な問題の一部であると考えて、基礎に作用する力 F とその変位 u の関係を考えよう。弾性論によれば、半無限弾性体の表面に置かれた基礎（質量は考えない）に $P = P_0 e^{i\omega t}$ の周期外力が作用した場合の基礎の定常振動解は、次式で与えられる。

$$u(\omega) = \frac{P}{k} (f_1 + i f_2) \quad \dots\dots\dots (1-1)$$

ここで、

$u(\omega)$: 基礎の変位

P : 基礎に作用する外力 ($P_0 e^{i\omega t}$) であり、いま基礎の質量を無視しているため、半無

限弾性体表面から基礎に作用する反力の合計に等しい。

ω : 外力の円振動数

k : 力/変位のディメンジョンを有する関数

f_1, f_2 : 無次元の変位関数で、 ω および基礎の形状の複雑な関数である。

上式において、 $(f_1 + if_2)/k$ に相当する項は Ground Compliance と呼ばれ、剛性の逆数の次元をもっている。グラウンドコンプライアンスが複素数で表わされるということは、基礎が受ける力の中に外力 P と同位相の成分とこれより $\pi/2$ だけ位相が進んだ成分があることを示している。ここで前者はばねによる復元力であり、後者は減衰力に相当している。この場合の減衰力は、振動エネルギーが波動として地中に逸散することに起因するものであり、このためこのような減衰を一般に地下逸散減衰と呼んでいる。なお、 f_2 は静的な場合 ($\omega = 0$) には零であり、また k を静的な状態での基礎の単位変位当りの作用力 (地盤反力係数) に等しくとった場合には $f_1(0) = 1$ となるから、式 (1-1) は次のようになる。

$$u(0) = \frac{P_0}{k}$$

式 (1-1) を用いると、

$$\begin{aligned} f_1 \omega u - f_2 \dot{u} &= f_1 \omega \frac{P}{k} (f_1 + if_2) - f_2 \frac{P}{k} i \omega (f_1 + if_2) \\ &= \frac{P \omega}{k} (f_1^2 + f_2^2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

となるから、これより基礎に作用する力と基礎に生じる変位の関係は次式のように書き改められる。

$$P = \frac{k}{\omega} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \dot{u} + k \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} u \quad \dots\dots\dots (1-3)$$

いま、

$$C = \frac{k}{\omega} \frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (1-4)$$

$$K = k \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2}$$

とおくと、式 (1-3) は、

$$P = C \dot{u} + K u \quad \dots\dots\dots (1-5)$$

あるいは、

$$u = \frac{P}{K + i \omega C} \quad \dots\dots\dots (1-6)$$

となり、式 (1-5) は、あたかも減衰係数 C 、ばね係数 K を有する一自由度系 (ただし、質量はない) の運動方程式と同じ形となる。ただし、式 (1-5) では、 C, K ともに振動数 ω および基礎の形状の関数である点が通常の 1 自由度の振動系と異なっている。したがって、周期外力が作用する場合の見かけ上の動的な地盤反力係数は式 (1-6) から $K + i \omega C$ となる。これより、動的な地盤反力係数は、式 (1-2)

による静的な地盤反力係数を求め、次に、変位関数 f_1, f_2 を求めた後に、式(1-4)、式(1-6)から求めることができる。

ここで、式(1-6)を減衰係数 c 、ばね係数 k の通常の1自由度系で近似する場合を考えよう、この場合の系の運動方程式は、

$$c\dot{u} + ku = P \quad \dots\dots\dots (1-7)$$

である。また、式(1-7)が、式(1-5)と等価であるためには式(1-4)で定義した C, K がそれぞれ c, k と等しくなければならない。この条件は、式(1-4)で次の条件が満足されることにより得られる。

$$\begin{aligned} \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} &= 1 \\ \frac{-f_2/\omega}{f_1^2 + f_2^2} &= \frac{c}{k} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-8)$$

ここで、次の無次元化した振動数 a_0 を定義すると、

$$a_0 = \frac{c}{k} \omega \quad \dots\dots\dots (1-9)$$

f_1, f_2 は式(1-8)から次のようになる。

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{1 + a_0^2} \\ f_2 &= \frac{-a_0}{1 + a_0^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-10)$$

以上は、基礎の質量がない場合であるが、基礎の質量 m を考慮した場合には、次のようになる。いま、図1-1に示すように、周期外力 $Q = Q_0 e^{i\omega t}$ が作用した場合の基礎の定常振動解は式(1-1)とのアナロジーにより以下のように表わされる。

$$u(\omega) = \frac{Q}{k} (\tilde{f}_1 + i\tilde{f}_2) \quad \dots\dots\dots (1-11)$$

ここで、 $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2$ は、 ω および基礎の形状の関数である。いま、基礎の反力 P と u の間には式(1-1)の関係があり、 P と Q のつり合いから、

$$m\ddot{u} = Q - P \quad \dots\dots\dots (1-12)$$

となる。式(1-1)および式(1-11)を微分すると、

$$\begin{aligned} m\ddot{u} &= -\frac{m\omega^2}{k} (f_1 + if_2) P \\ m\ddot{u} &= -\frac{m\omega^2}{k} (\tilde{f}_1 + i\tilde{f}_2) Q \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1-13)$$

となる。式(1-12)および式(1-13)から、

$$P = \frac{Q}{1 - \frac{m\omega^2}{k} (f_1 + if_2)} \quad \dots\dots\dots (1-14)$$

$$\tilde{f}_1 + i\tilde{f}_2 = \frac{f_1 + if_2}{1 - \frac{m\omega^2}{k} (f_1 + if_2)} \quad \dots\dots\dots (1-15)$$

となる。したがって、基礎の質量を考慮した場合には、

$$u = \frac{Q}{k} \cdot \frac{f_1 + if_2}{1 - \frac{m\omega^2}{k} (f_1 + if_2)} \quad \dots\dots\dots (1-16)$$

となり、見かけ上の動的地盤反力係数は式 (1-16) から $k \left\{ 1 - \frac{m\omega^2}{k} (f_1 + if_2) \right\} / (f_1 + if_2)$ となる。

2. 弾性論に基づく静的地盤反力ばね係数

2-1 半無限等方等質弾性体上の基礎

(1) 上下方向の地盤反力ばね係数

基礎の微少な面積 dA の沈下量 S が dA に作用する反力 dR に比例すると仮定すると,

$$dR = c(A) S dA \quad \dots\dots\dots (2-1-1)$$

となる [Barkan, 1948]。ここで, $c(A)$ は基礎の大きさと地盤の弾性定数のパラメータである。この場合には, 基礎に作用する全反力は基礎に働く外力 P_z に等しく, もし, 基礎が剛体の場合には次式となる。

$$P_z = \int_A dR = S \int_A c(A) dA \quad \dots\dots\dots (2-1-2)$$

この場合には, 単位面積当りの地盤反力 P_z は,

$$P_z = p_z A \quad \dots\dots\dots (2-1-3)$$

であるから, 式 (2-1-2) より次のようになる。

$$p_z = \frac{S}{A} \int_A c(A) dA \quad \dots\dots\dots (2-1-4)$$

さらに, もし, P_z がフーチング下で一定と仮定すると, この場合には $c(A) = \text{const} = C_u$ となり, 次式が成り立つ。

$$\int_A c(A) dA = C_u A \quad \dots\dots\dots (2-1-5)$$

式 (2-1-5) は地盤反力ばねは基礎の形状, 寸法によらず一定であることを示しているが, 実際の地盤では $c(A)$ は一定ではない。

上式に基づく上下方向の地盤反力ばね係数の算定には以下の研究がある。

1) 円形基礎

a) Sadovsky の解 [1928]

Sadovsky は半無限等方等質弾性体上に置かれた円形剛体基礎の場合の $c(A)$ を次式で与えた。

$$c(A) = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{r_0^2 - r^2}} \quad \dots\dots\dots (2-1-6)$$

ここで,

E : 土の弾性係数

ν : ポアソン比

r_0 : 基礎の半径

r : 対象としている点の中心からの半径 ($r \leq r_0$)

式 (2-1-6) を式 (2-1-4) に代入すると,

$$\begin{aligned}
 p_z &= S \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{A\pi} \int_A \frac{r dr d\varphi}{\sqrt{r_0^2 - r^2}} \\
 &= S \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \\
 &\simeq 1.128 \frac{E}{1-\nu^2} \frac{S}{\sqrt{A}} \dots\dots\dots (2-1-7)
 \end{aligned}$$

となる。したがって、単位面積、単位沈下量当りの反力、すなわち、地盤反力ばね係数 k_z^{SA} を求めると次式となる。

$$k_z^{SA} = \frac{p_z}{S} = 1.128 \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \dots\dots\dots (2-1-8)$$

また、式(2-1-8)に面積 A を乗じて、基礎円板の単位沈下量当りの地盤反力ばね係数 $\tilde{k}_z^{SA}$ を求めると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \tilde{k}_z^{SA} &= k_z^{SA} \cdot A = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{A}{\sqrt{A}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \\
 &= \frac{4G\nu_0}{1-\nu} \dots\dots\dots (2-1-9)
 \end{aligned}$$

2) 矩形基礎

a) Vogt の解〔1925〕

Vogt は半無限等方等質弾性体上に置かれた矩形基礎に作用する荷重と変位の関係から次のばね係数を求めている。

$$\tilde{k}_z^{vr} = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{b}{K_{21}} \dots\dots\dots (2-1-10)$$

ここで、

$$K_{21} = \frac{2}{\pi} \left[l_n(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2}) + \alpha l_n\left(\frac{1+\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha}\right) - \frac{(1+\alpha^2)^{3/2} - (1+\alpha^2)}{3\alpha} \right] \dots\dots\dots (2-1-11)$$

ここで、

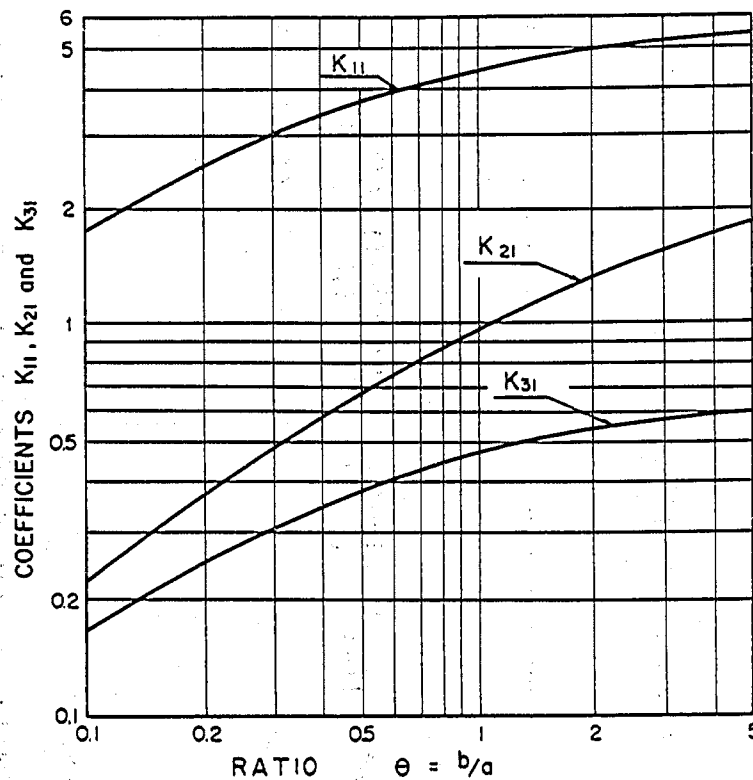
$$\alpha = \frac{b}{a}$$

a, b : 矩形基礎の長さおよび幅

式(2-1-11)の K_{21} と α の関係は図2-1-1に示す通りである。なお、図中には後述するロッキングばね、およびせん断ばねを求める係数 K_{11} および K_{31} も示されている。

b) Schleicher の解〔1926〕

Schleicher は半無限等方等質弾性体上に置かれた非常に軟かい矩形基礎の平均沈下量 Sav は次式で与えられることを示した。



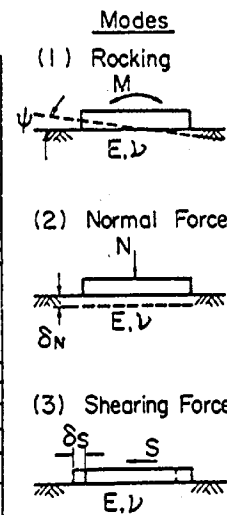
Note : $k_{11} = k_{11}(1-\nu^2)$
 $k_{21} = k_{21}(1-\nu^2)$
 $k_{31} = k_{31}(1-\nu^2)$
 $+ k_{31}\nu(1+\nu)$ } Vogt's Coefficients

$$k_{11} = \frac{24}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{1+\theta^2} (3-14\theta^2-2\theta^4) + 15\theta^2 + 2\theta^4 - 3}{15\theta} + \theta \ln \frac{1+\sqrt{1+\theta^2}}{\theta} \right\}$$

$$k_{21} = \frac{2}{\pi} \left\{ \ln(\theta + \sqrt{1+\theta^2}) + \theta \ln \frac{1+\sqrt{1+\theta^2}}{\theta} - \frac{(\sqrt{1+\theta^2})^3 - 1 - \theta^2}{3\theta} \right\}$$

$$k_{31} = \frac{2}{\pi} \left\{ \theta \ln \frac{1+\sqrt{1+\theta^2}}{\theta} - \frac{\sqrt{1+\theta^2} (2\theta^2 - 1) - 2\theta^2 + 1}{3\theta} \right\}$$

Values of k_{11} , k_{21} and k_{31} are Shown in the chart.

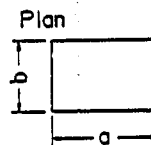


Spring Constants

$$K_r = \frac{M}{\phi} = \frac{a^2 b}{k_1} E (t-m)$$

$$k_n = \frac{N}{\delta_n} = \frac{b}{k_2} E (t/m)$$

$$k_s = \frac{S}{\delta_s} = \frac{b}{k_3} E (t/m)$$



E : Elastic Modulus of Supporting Layer (t/m^2), $E=2(1+\nu)G$

ν : Poisson's Ratio

a, b : Dimensions of Foundation(m)

$$\theta = b/a$$

図2-1-1 Vogt のばね定数

$$S_{av} = \frac{1-\nu^2}{E} \sqrt{A} \frac{1}{\pi \sqrt{\alpha}} \left[l_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha}{\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha} + \alpha l_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + 1}{\sqrt{1+\alpha^2} - 1} - \frac{2}{3} \frac{(1+\alpha^2)^{3/2} - (1+\alpha^2)}{\alpha} \right] p_z \quad (2-1-12)$$

ここで,

$$\alpha = \frac{2a}{2b}$$

$2a, 2b$: 矩形基礎の長さおよび幅

したがって, 単位面積当り, 単位沈下量当りの地盤反力ばね係数 k_z^{sc} は式 (2-1-12) から次のようになる。

$$k_z^{sc} = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} C_s \quad (2-1-13)$$

ここで,

$$C_s = \frac{\pi \sqrt{\alpha}}{l_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha}{\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha} + \alpha l_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + 1}{\sqrt{1+\alpha^2} - 1} - \frac{2}{3} \left[(1+\alpha^2)^{3/2} - \frac{1+\alpha^2}{\alpha} \right]} \quad (2-1-14)$$

C_s は矩形基礎の寸法比 α のみの関数であり, 主要な α に対する値を計算すると表 2-1-1 のようになる。

また, 式 (2-1-13) に面積 A を乗じて, 基礎の単位沈下量あたりの地盤反力ばね係数 $\tilde{k}_z^{sc}$ を求めると次式のようになる。

表 2-1-1 矩形基礎のばね係数の算定に用いる C_s

α	1	1.5	2	3	5	10
C_s	1.06	1.07	1.09	1.13	1.22	1.41
C'_s	1.08		1.10	1.15	1.24	1.41

(注) C_s : 式 (2-1-14) で定義した完全弾性矩形基礎の C_s
 C'_s : 次節に示す剛体矩形基礎に対する C_s

$$\tilde{k}_z^{sc} = k_z^{sc} \cdot A$$

$$= \frac{2C_s G \sqrt{A}}{1-\nu} \quad (2-1-15)$$

Whitman, Richart (1967) は $2C_s = \beta_z$ とおき, 式 (2-1-15) を次のように表わしている。

$$\tilde{k}_z^{sc} = \frac{G}{1-\nu} \beta_z \sqrt{A} \quad (2-1-16)$$

c) Gorbunov-Pasadov の解 [1940]

Gorbunov-Pasadov は半無限等方質弾性体上に置かれた剛体の矩形基礎に対する単位面積当り, 単位沈下量当りの地盤反力ばね係数 k_z^{op} を式 (2-1-13) と同じ形で求めている。ただし, この場合には式 (2-1-14) の形状係数 C'_s は表 2-1-1 の下段のようになる。 C_s と C'_s を比較することにより, 地盤反力ばね係数は, 剛体基礎の場合でも完全弾性体基礎の場合でも大きな違いのないことがわかる。

d) Bousinesq の解

Bousinesq は半無限等方等質弾性体上に置かれた $a \times b$ の矩形板に等分布荷重 P_z が作用した場合の原点における沈下量 S'_e は次式で与えられることを示した。

$$S'_e = \frac{1-\nu^2}{E} I_y B \cdot P_z \quad \dots\dots\dots (2-1-17)$$

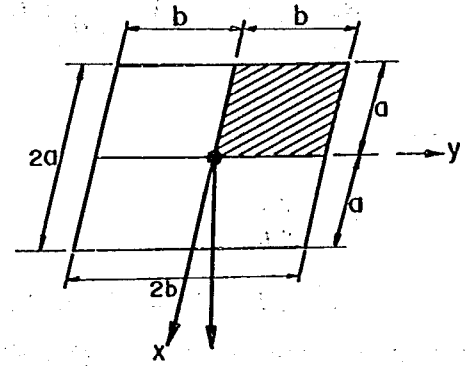


図 2-1-2 Bousinesq の解の座標系

ここで,

$$I_y = \frac{1}{\pi} \left[\alpha l_n \left(\frac{\sqrt{1+\alpha^2}+1}{\alpha} \right) + l_n (\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha) \right] \quad \dots\dots\dots (2-1-18)$$

$$\alpha = \frac{a}{b}$$

したがって, $2a \times 2b$ の矩形板に等分布荷重 P_z が作用した場合の原点における沈下量 S_e は,

$$S_e = 4S'_e = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \cdot I_y b P_z \quad \dots\dots\dots (2-1-19)$$

となる。これより, S_e をもとに単位面積当り, 単位沈下量当りの地盤反力ばね係数 k_z^{BQ} を求めると次のようになる。

$$k_z^{BQ} = \frac{S_e}{P_z} = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{2I_y} b \quad \dots\dots\dots (2-1-20)$$

ここで,

$$\frac{1}{2I_y} = \frac{1}{\frac{2}{\pi} \left[\alpha l_n \left(\frac{\sqrt{1+\alpha^2}+1}{\alpha} \right) + l_n (\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha) \right]} \quad \dots\dots\dots (2-1-21)$$

(2) ロッキングに対する地盤反力ばね係数

1) 円形基礎

a) Borowicka [1943] [Whitman, Hall (1967) から引用]

Borowicka は半無限等方等質弾性体上に置かれた円形剛体基礎のロッキングに対する地盤反力ばね係数 (単位回転角当り) を次式により与えている。

$$\tilde{k}_\phi^{BQ} = \frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (2-1-22)$$

2) 矩形基礎

a) Vogt の解 [1925]

Vogt は半無限等方等質弾性体上に置かれた $a \times b$ の矩形基礎のロッキングに対する地盤反力ばね係数

(単位回転角当り) を次式により与えている。

$$\tilde{k}_{\varphi}^{vr} = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{a^2 b}{K_{11}} \dots\dots\dots (2-1-23)$$

ここで,

$$K_{11} = \frac{24}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{1+\alpha^2} (3-14\alpha^2-2\alpha^4) + 15\alpha^3 + 2\alpha^5 - 3}{15\alpha} + \alpha l_n \frac{1+\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} \right\}$$

$$\alpha = \frac{b}{a} \dots\dots\dots (2-1-24)$$

式(2-1-24)の K_{11} と α の関係は図2-1-1に示した通りである。

b) Barkan-Teremninの解(1948)

非常に軟かい矩形板に対して, Polshin は y 軸まわりの回転角 $\varphi(y)$ を次式で与えた。

$$\varphi(y) = K \left[(a+y) l_n \frac{\sqrt{(a+y)^2 + b^2} + b}{\sqrt{(a+y)^2 + b^2} - b} + (a-b) l_n \frac{\sqrt{(a-y)^2 + b^2} + b}{\sqrt{(a-y)^2 + b^2} - b} \right]$$

$$\dots\dots\dots (2-1-25)$$

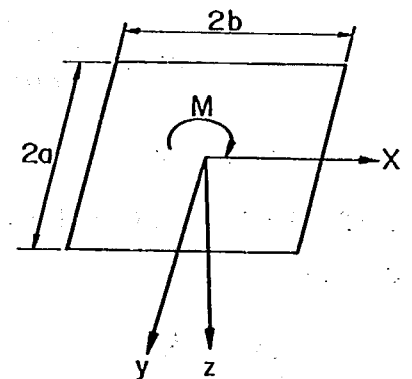


図2-1-3 Barkan-Teremnin 解の座標系

ここで,

$2a, 2b$: 矩形基礎の長さおよび幅

$$K \equiv \frac{1-\nu^2}{\pi E} \frac{M}{I}$$

M : 矩形基礎の $z-x$ 面内に作用するモーメント

I : y 軸まわりの回転慣性

式(2-1-25)に基づき, Barkan-Teremnin は次のように地盤反力ばね定数を誘導した。まず, 平均の回転角を求めると,

$$\varphi_{av} = \frac{1}{a} \int_0^a \varphi(y) dy$$

$$= \frac{K}{a} \left[2a^2 l_n \frac{\sqrt{4a^2 + b^2} + b}{\sqrt{4a^2 + b^2} - b} + b(\sqrt{4a^2 + b^2} - b) \right] \dots\dots\dots (2-1-26)$$

となる。式(2-1-1)と同じように, 基礎の微小な面積 dA が外力モーメント M を受けて φ だけ回転した場合の反力 dR は,

$$dR = C_{\varphi} L \varphi dA \dots\dots\dots (2-1-27)$$

ここで, C_{φ} は C_u と同様に基礎の形状, 寸法および地盤の弾性定数のパラメータである。

式(2-1-27)より,

$$M = \int_A dM = C_\varphi \varphi \int_A L^2 dA = C_\varphi I_\varphi \quad \dots\dots\dots (2-1-28)$$

であるから, $\varphi_{av} = \varphi$ とおくことにより, 単位面積, 単位回転角当りの地盤反力ばね係数 C_φ は次式で与えられる。

$$C_\varphi = k_\varphi \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad \dots\dots\dots (2-1-29)$$

ここで,

$$k_\varphi = \frac{2\pi\alpha\sqrt{\alpha}}{2\alpha^2 l_n \left(\frac{\sqrt{4\alpha^2+1}+1}{\sqrt{4\alpha^2+1}-1} \right) + \sqrt{4\alpha^2+1}-1} \quad \dots\dots\dots (2-1-30)$$

$$\alpha = 2a/2b$$

式(2-1-13)と式(2-1-29)を 表2-2-1 式(2-20)の係数 k_φ および C_φ/k_z^{sc} の値比較すると,

$$\frac{C_\varphi}{k_z^{sc}} = \frac{k_\varphi}{C_s}$$

$\dots\dots\dots (2-1-31)$

α	1	1.5	2	3	5	10
k_φ	1.984	2.254	2.510	2.955	3.700	4.981
k_z/C_u	1.87	2.11	2.31	2.63	3.04	3.53

となる。主要な α に対して, k_φ および C_φ/k_z を計算すると, 表2-2-1 のようになる。

また, 式(2-1-29)に矩形基礎の面積 A を乗じて, 基礎の単位回転角当りの地盤反力ばね係数 $\tilde{k}_\varphi$ を求めると,

$$\begin{aligned} \tilde{k}_\varphi &= k_\varphi \cdot A = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{A}{\sqrt{A}} \cdot k_\varphi \\ &= \frac{2k_\varphi G \sqrt{A}}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (2-1-32) \end{aligned}$$

となる。

(3) せん断に対する地盤反力ばね係数

1) 円形基礎

a) Bycroft の解 [1956] (Whitman, Richart [1967] から引用)

Bycroft は半無限等方等質弾性体上の円形基礎に対する地盤反力ばね係数を次式で与えている。

$$\tilde{k}_r = \frac{32(1-\nu)Gr_0}{7-8\nu} \quad \dots\dots\dots (2-1-33)$$

b) Westman の解 [1965] (Johnson, Christiano, Epstein [1975] から引用)

Westman は半無限等方等質弾性体上の円形剛体基礎に対する地盤反力ばね係数を次式で与えている。

$$\tilde{k}_r = \frac{4Er_0}{(1+\nu)(2-\nu)} = \frac{8Gr_0}{2-\nu} \quad \dots\dots\dots (2-1-34)$$

2) 矩形基礎

a) Vogt の解 [1925]

Vogt は半無限等方等質弾性体上に置かれた $a \times b$ の矩形基礎の併進に対する地盤反力ばね係数を次式で与えている。

$$\tilde{k}_r = \frac{bE}{K_{31}(1-\nu^2) + K_{31}\nu(1+\nu)} \quad \dots\dots\dots (2-1-35)$$

ここで,

$$K_{31} = \frac{2}{\pi} \left\{ l_n(\alpha + \sqrt{1+\alpha^2}) + \alpha l_n \frac{1+\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} - \frac{\sqrt{(1+\alpha^2)^3} - 1 - \alpha^3}{3\alpha} \right\}$$

$$K_{31} = \frac{2}{\pi} \left\{ \alpha l_n \frac{1+\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} - \frac{\sqrt{1+\alpha^2}(2\alpha^2-1) - 2\alpha^3+1}{3\alpha} \right\} \quad \dots\dots (2-1-36)$$

式 (2-1-36) の K_{31} , K_{31} と α の関係は図 2-1-1 に示した通りである。

b) Barkan の解 [1948]

半無限弾性体の 1 点に水平力 P_t を作用させた場合の変位 S'_{tot} は, P_t の作用点を原点にとると次式となる。

$$S'_{tot} = \frac{P_t}{\pi} \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{x^2}{(x^2+y^2)^{3/2}} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-1-37)$$

式 (2-1-37) を用いて $2a \times 2b$ の矩形基礎全体に水平方向の分布荷重が作用した場合の変位解を求めるために,

$$P_t = \tau_{av} dy d\xi$$

$$x = x^* - \eta \quad \dots\dots\dots (3-1-38)$$

$$y = y^* - \xi$$

とおくと, S'_{tot} は,

$$S'_{tot} = \frac{\tau_{av}}{\pi} \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{d\eta d\xi}{\sqrt{(\eta-x^*)^2 + (\xi-y^*)^2}} \right. \\ \left. + \frac{\nu}{1-\nu} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{(\eta-x^*)^2 d\eta d\xi}{[(\eta-x^*)^2 + (\xi-y^*)^2]^{3/2}} \right\} \quad \dots\dots\dots (2-1-39)$$

となる。これより, 矩形基礎の水平変位の平均値 S'_{av} を求めると,

$$S'_{av} = \frac{1}{ab} \int_0^b \int_0^a S'_{tot} dx^* dy^*$$

$$= \frac{4a}{\pi} \frac{1-\nu}{E} \left(\frac{1}{\alpha} \sinh^{-1} \alpha + \sinh^{-1} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3} \left[\frac{1}{\alpha^3} (\sqrt{1+\alpha^2} - 1) + \sqrt{1+\alpha^2} - \alpha \right] \right)$$

$$+\frac{\nu}{1-\nu}\left\{\frac{1}{\alpha}\sinh^{-1}\alpha+\frac{1}{3}\left[\sqrt{1+\alpha^2}-\alpha-\frac{2}{\alpha^2}(\sqrt{1+\alpha^2}-1)\right]\right\}\tau_{av} \quad \dots\dots\dots (2-1-40)$$

一方、矩形基礎に作用する等分布水平力 τ_{av} と水平変位 S'_e の関係は、

$$S'_e = \frac{\tau_{av}}{C_r} \quad \dots\dots\dots (2-1-41)$$

で与えられるから、 $S'_e = S'_{av}$ とおくことにより、単位面積、単位変位当りの地盤反力ばね係数 C_r は次式となる。

$$C_r = k_r \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad \dots\dots\dots (2-1-42)$$

ここで、

$$k_r = \frac{\pi}{2\sqrt{\alpha}\left(\frac{\sinh^{-1}\alpha}{\alpha} + \sinh^{-1}\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3}\left[\frac{1}{\alpha^2}(\sqrt{1+\alpha^2}-1) + \sqrt{1+\alpha^2}-\alpha\right] + \frac{\nu}{1-\nu}\left\{\frac{1}{\alpha}\sinh^{-1}\alpha + \frac{1}{3}\left[\sqrt{1+\alpha^2}-\alpha - \frac{2}{\alpha^2}(\sqrt{1+\alpha^2}-1)\right]\right\}\right)} \quad \dots\dots\dots (2-1-43)$$

主要な α に対して、 k_r を計算すると表2-1-3のようになる。

表2-1-3 式(2-1-43)の $k_r \sim \alpha \sim \nu$ の関係

ν	α						
	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10.0
0.1	1.040	1.000	1.010	1.020	1.050	1.150	1.250
0.2	0.990	0.938	0.942	0.945	0.975	1.050	1.160
0.3	0.926	0.868	0.864	0.870	0.906	0.950	1.040
0.4	0.844	0.792	0.770	0.784	0.806	0.850	0.940
0.5	0.770	0.704	0.692	0.686	0.700	0.732	0.940

また、式(2-1-42)に矩形基礎の面積 A を乗じて、基礎の単位水平変位当りの地盤反力ばね係数 $\tilde{k}_r$ を求めると、

$$\begin{aligned} \tilde{k}_r &= k_r \cdot A = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{A}{\sqrt{A}} k_r \\ &= \frac{2k_r GA}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (2-1-44) \end{aligned}$$

となる。

2-2 半無限等方等質弾性体内に根入れされた基礎

(1) 上下方向

1) 円形基礎

a) Kaldjian の研究 [1969]

Kaldjian は有限要素法を用いて半無限等方等質弾性体内に根入れされた円筒形剛体基礎（半径 r_0 ）の地盤反力係数を求め、これを根入れがない場合の地盤反力係数との比較で示した。彼が用いたのは、基礎の半径 r_0 の 17.6 倍の高さと 12.8 倍の半径を持つ、軸対称領域を 335 節点、599 の有限要素で分割したモデルであり、ポアソン比 $\nu = 0.4$ 、基礎と地盤の弾性係数比 $E/E_s = 1,000$ としている。

計算結果は図 2-2-1 に示す通りであり、基礎側面の摩擦が全くないとした場合とこれがある場合の両者の地盤反力係数の比によって示されている。この結果より、根入れされた基礎では側面の摩擦が重要な役割を果たしていることがわかる。

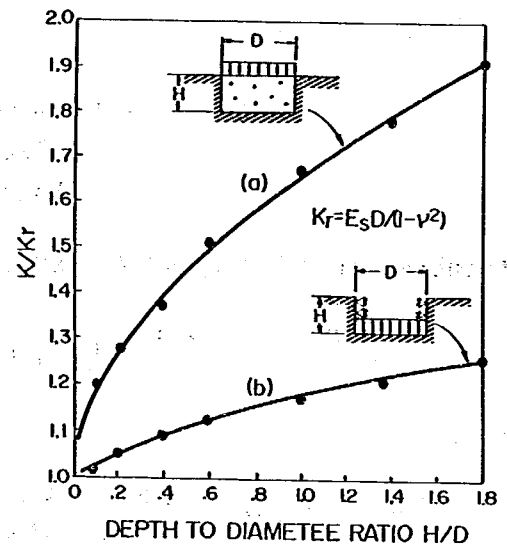


図 2-2-1 根入れ深さによるばね係数の変化

2-3 弾性層状体上の基礎

(1) 上下方向の地盤反力係数

1) 円形基礎

a) Bycroft の解 [1956]

Bycroft は円形剛体基礎底面下の反力分布を次式で仮定し、

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{P_0}{2\pi r_0 \sqrt{r^2 - r_0^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots (2-3-1)$$

剛な基盤上に半無限に水平に一樣な厚さ H で存在する弾性体上に円形剛体基礎が置かれた場合の平均静的変位を層厚比 H/r_0 を変化させて計算した。図 2-3-1 はこの平均変位量を半無限弾性体上のフーチング基礎の場合の静的変位量を基準として示したものである。この図によると下に横たわる剛な境界の存在はフーチング基礎の剛性を高めるうえに効果をもつことがわかる。図中の点線は層厚比 H/r_0 が減少すると静的ばね係数が増加することを示している。ここで k/k_∞ は H/r_0 が約 1 に減少するまでは 2 に達しないことが注目される。しかし H/r_0 が 1 よりも小さくなるとばね係数は急激に増加する。

2) 矩形基礎

a) Steinbrenner の解 [1934]

有限な厚さの弾性地盤上に矩形状の荷重（矩形基礎）を作用させた場合の地盤内の応力、変位の厳密解は Burmister により求められているが、Steinbrenner はこれを半無限の一樣地盤に対する同一荷重による隅角部の沈下と、その真下 h における沈下の差と考え、近似的な解を求めている。植下、Meyerhof は、Burmister の厳密解と Steinbrenner の近似解の比較を行い、両者の違いがおおむね 1 割以内であることを報告している。

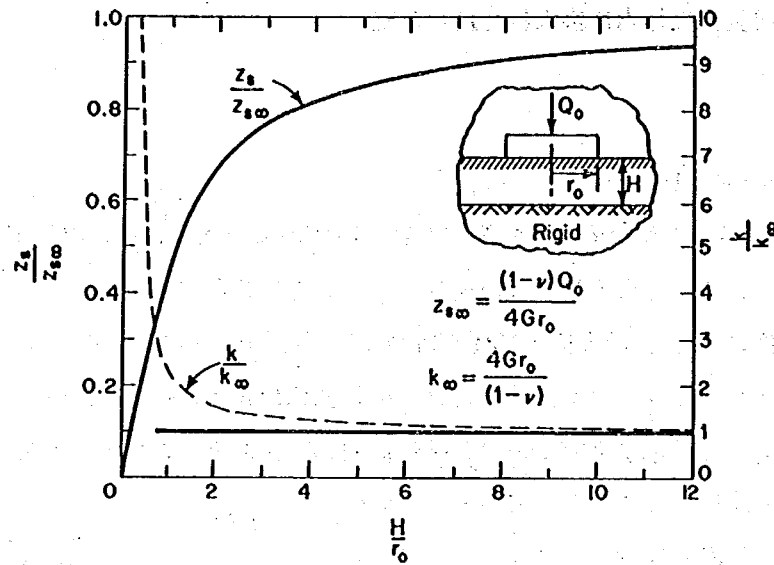


図 2-3-1 弾性層状体に支持された円形剛体基礎の鉛直載荷に対する静的ばね係数の関係 (Bycroft (1956) による)

Steinbrenner によれば、 $a \times b$ の矩形基礎の次下は次式で与えられる。

$$S = \frac{P_z - (1-\nu^2)b}{E} \left[K_{D1} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} K_{D2} \right] \quad \dots\dots\dots (2-3-2)$$

ここで、

$$K_{D1} = \frac{1}{\pi} \left[\alpha l_n \frac{(1+\sqrt{1+\alpha^2})\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\alpha(1+\sqrt{\alpha^2+\beta^2+1})} \right] + l_n \left[\frac{(\alpha+\sqrt{\alpha^2+1})\sqrt{1+\beta^2}}{\alpha+\sqrt{\alpha^2+\beta^2+1}} \right] \quad \dots\dots\dots (2-3-3)$$

$$K_{D2} = \frac{\beta}{2\pi} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{\beta}{\beta\sqrt{\alpha^2+\beta^2+1}} \right) \quad \dots\dots\dots (2-3-4)$$

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad \dots\dots\dots (2-3-5)$$

$$\beta = \frac{h}{b} \quad \dots\dots\dots (2-3-6)$$

h : 弾性地盤の厚さ

2-4 弾性層状体中に根入れされた基礎

(1) 上下方向の地盤反力ばね係数

1) 円筒形基礎

a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 (1975)

Johnson らは剛基礎上の層状の等方等質弾性体中に根入れされた円筒形基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析モデルは三角形の軸対称要素であり、最も大きいモデルでは対象領域を510節

点, 942要素に分割している。ポアソン比 $\nu = 1/4$ とし, 基礎底面および側面では, 基礎と地盤は一体として動く仮定されている。

このようにして求められた地盤反力係数を $1 \leq H_1/r_0 \leq 8$, $0 \leq H_2/r_0 \leq 1.5$ の範囲について図 2-4-1 に示す。ここで, H_1 , H_2 , r_0 はそれぞれ, 基礎底面から剛基盤までの深さ, 根入れ長, 基礎の半径である。また, 図 2-4-1 は, 半径 r_0 の円形基礎が半無限弾性体上に置かれた Boussinesq の解 $K_\infty = 2Er_0/(1-\nu^2)$ に対する比として示されている。

なお, 図中には Bycroft (1956) が求めた $H_2/r_0 = 0$ (根入れがない場合) に対する解も示されている。これと有限要素法による解とを比較すると, 後者の方が前者よりも 11~17% 程度, 地盤反力係数を高めに評価している。ただし, Bycroft の解は基礎底面での摩擦が無いとした場合の解であり, 有限要素法による解では摩擦を考慮しているので, この点において両者の条件は異なっている。そこで有限要素法で, 基礎底面の摩擦がないとした場合のばね反力係数を求めると, 摩擦力がある場合の値よりも 4% 程度小さくなることがわかった。従って, この分を見込むと, 上記より有限要素法によるばね反力係数は実際の値より約 10% 高めに, 評価していると考えられる。

なお, 図 2-4-1 は, ポアソン比 $\nu = 1/4$ の場合の解であるが, K_∞ 自身に ν の影響が入っているため, 図 2-4-1 の結果は ν によってほとんど変化しない。

2) 帯状基礎

a) Johnson, Christiano, Epstein の研究 (1975)

Johnson らは剛基盤上の層状の等方弾性体中に根入れされた帯状基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析は 2 次元平面ひずみ状態を仮定し, ポアソン比は $\nu = 1/4$ とされている。

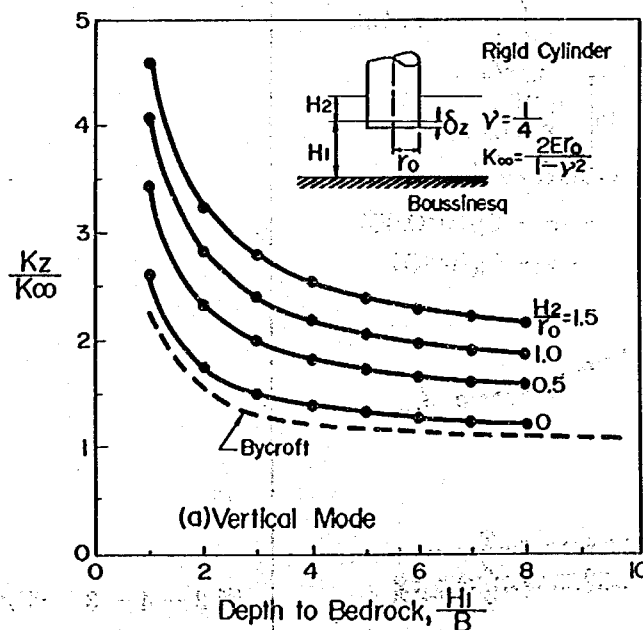


図 2-4-1) 層状弾性体中に根入れされた円筒形基礎の上下方向载荷に対する静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

$1 \leq H_1/B \leq 8$, $0 \leq H_2/B \leq 1.5$ の範囲について求められた地盤反力係数（地盤の弾性係数 E により無次元化）を図 2-4-2 に示す。ここで H_1 , H_2 , B はそれぞれ、基礎底面から剛基盤までの深さ、根入れ長、基礎の底面幅の $1/2$ である。

図 2-4-2 はポアソン比 $\nu = 1/4$ の場合の結果であるが、 $\nu = 0$ および 0.45 の場合についても同様の解析を伴い、図 2-4-2 のばね反力係数に対する補正項を求めたのが図 2-4-3 である。

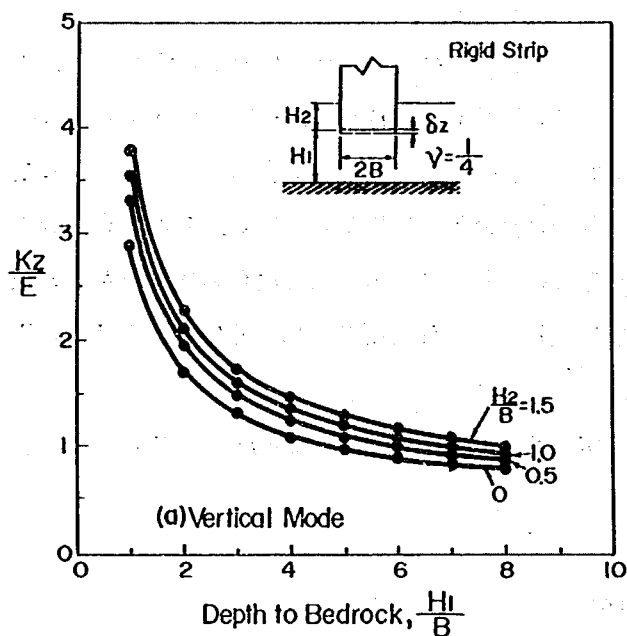


図 2-4-2 層状弾性体中に根入れされた半無限長帯状基礎の上下方向载荷に対する静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

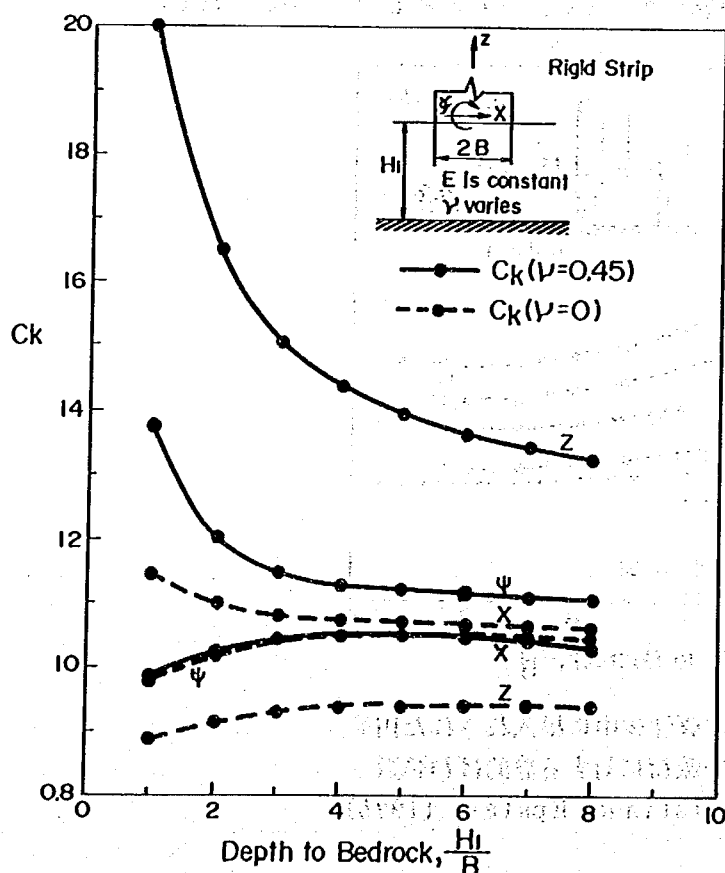


図 2-4-3 ポアソン比 $\nu = 0$ および $\nu = 0.45$ の場合の静的ばね係数に対する補正項 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

(2) ロッキングに対する地盤反力ばね係数

1) 円筒形基礎

a) Johnson, Christiano, Epsteinの研究〔1975〕

Johnson らは剛基盤上の層状の等方等質弾性体中に根入れされた円筒形基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析は軸対称有限要素を用い、ポアソン比は $\nu = 1/4$ として行われている。

$1 \leq H_1/r_0 \leq 8$, $0 \leq H_2/r_0 \leq 1.5$ の範囲について求められた地盤反力係数 (Borowicka (1943) による半無限弾性体上の円形基礎の地盤反力係数 $K_\infty = \frac{4Er_0^3}{3(1-\nu^2)}$ により無次元化) を図 2-4-4 に示す。ここで, H_1, H_2, r_0 はそれぞれ基礎底面から剛基盤までの深さ, 根入れ長, 基礎の半径である。

なお, 図 2-4-4 は $D=1/4$ の場合の結果であるが, K_∞ 自身に ν の影響が入っているため, 図 2-4-4 の結果は ν によってほとんど変化しない。

2) 帯状基礎

a) Johnson, Christiano, Epsteinの研究〔1975〕

Johnson らは剛基盤上の層状の等方等質弾性体中に根入れされた帯状基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析は 2 次元平面ひずみ状態を仮定し, ポアソン比は $\nu = 1/4$ とされている。

$1 \leq H_1/B \leq 8$, $0 \leq H_2/B \leq 1.5$ の範囲について求められた地盤反力係数 (地盤の弾性係数 E と基礎の底面幅 B の 1/2 の積 EB^2 により無次元化) を図 2-4-5 に示す。ここで, H_1, H_2 はそれぞれ基礎底面から剛基盤までの深さ, および根入れ長を示す。なお, 他のポアソン比の場合に対する補正係数は図 2-4-3 に示した通りである。

(3) 水平方向の地盤反力ばね係数

1) 円筒形基礎

a) Johnson, Christiano, Epsteinの研究〔1975〕

Johnson らは剛基盤上の層状の等方等質弾性体中に根入れされた円筒形基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析は軸対称有限要素を用い, ポアソン比 $\nu = 1/4$ として行われている。

$1 \leq H_1/r_0 \leq 8$, $0 \leq H_2/r_0 \leq 1.5$ の範囲について求められた地盤反力係数 (Westmann (1965) による半無限弾性体上の円形基礎の地盤反力係数 $K_\infty = \frac{4Er_0}{(1+\nu)(2-\nu)}$ により無次元化) を図 2-4-6 に示す。ここで H_1, H_2, r_0 はそれぞれ基礎底面から剛基盤までの深さ, 根入れ長, 基礎の半径である。

なお, 図 2-4-6 は $D=1/4$ の場合の結果であるが, K_∞ 自身に ν の影響が入っているため, 図 2-4-6 の結果は ν によってほとんど変化しない。

2) 帯状基礎

a) Johnson, Christiano, Epsteinの研究〔1975〕

Johnson らは剛基盤上の層状の等方等質弾性体中に根入れされた帯状基礎のばね反力係数を有限要素法により求めている。解析は 2 次元平面ひずみ状態を仮定し, ポアソン比は $\nu = 1/4$ とされている。

$1 \leq H_1/B \leq 8$, $0 \leq H_2/B \leq 1.5$ の範囲について求められた地盤反力係数 (地盤の弾性係数 E により無次元化) を図 2-4-7 に示す。ここで, H_1, H_2, B はそれぞれ基礎底面から剛基盤までの深さ, 根

入れ長，基礎の底面幅の1/2である。なお，他のポアソン比の場合に対する補正係数は図2-4-3に示した通りである。

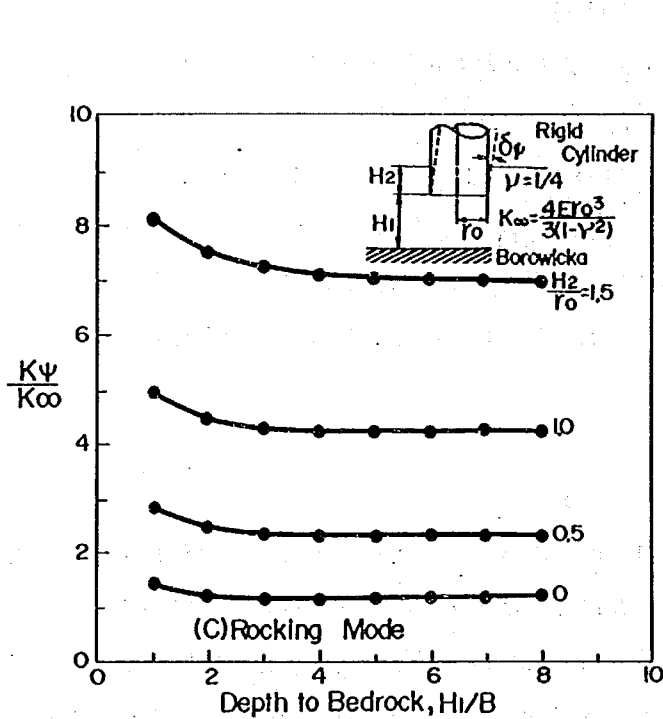


図2-4-4 層状弾性体中に根入れされた円筒形基礎のロッキングに対する静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

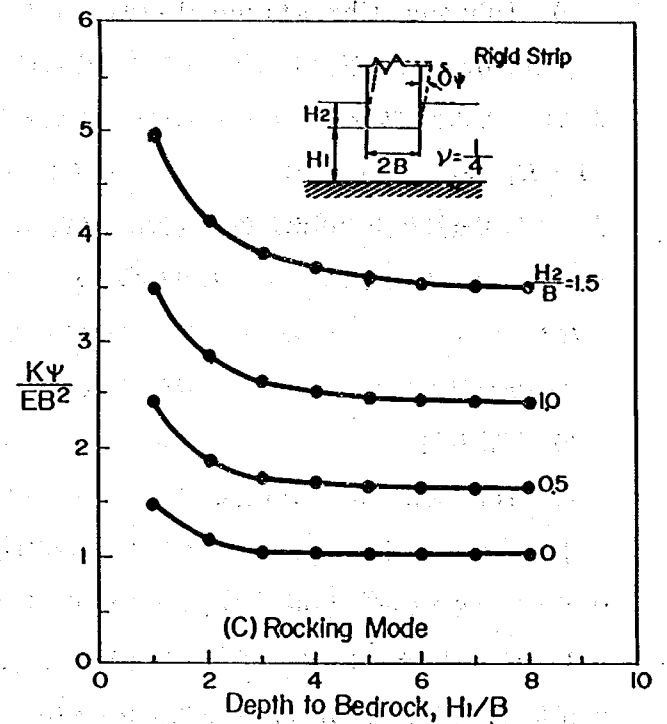


図2-4-5 層状弾性体中に根入れされた半無限長帯状基礎のロッキングに対する静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

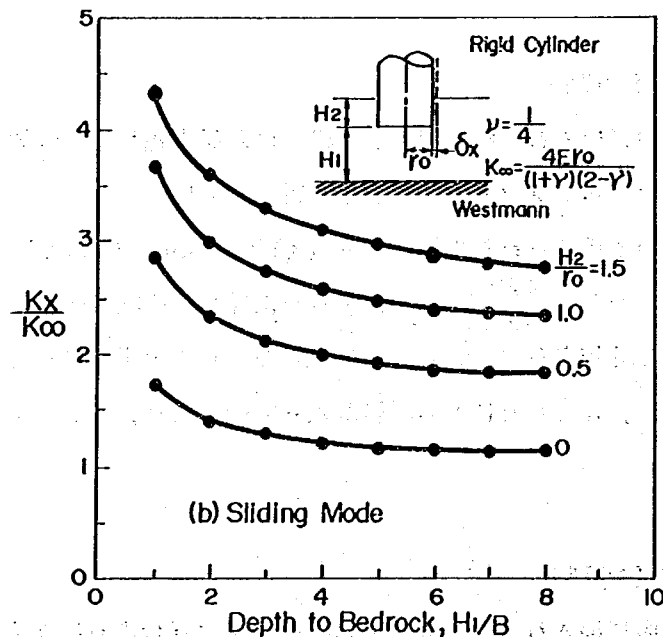


図2-4-6 層状弾性体中に根入れされた円筒形基礎の水平方向の静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

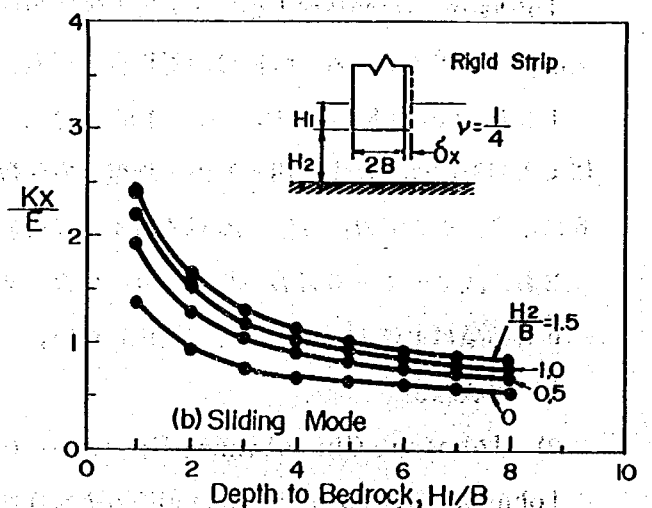


図2-4-7 層状弾性体中に根入れされた半無限長帯状基礎の水平方向の静的ばね係数 (Johnson, Christiano, Epstein (1975) による)

3. 弾性論に基づく動的地盤反力ばね係数

3-1 半無限等方弾性体上の基礎

(1) 上下振動

1) 円形基礎

a) Reissner の解 [1936]

半無限の等方弾性体上に置かれた基礎の動的応答の問題を最初に数学的に取扱ったのは Reissner である。彼は、弾性体表面に置かれた質量 0 の円形基礎に周期外力が作用する場合を取り上げ、これを弾性体の表面の半径 r_0 の領域において、

$$\sigma_z(r, \theta, 0) = \begin{cases} P_0 e^{i\omega t} & 0 \leq r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-1)$$

の周期外力を加えることによりモデル化した。ここで、 P_0 は円形基礎下面においては場所によらず一定としている。

このような仮定のもとに Reissner は、上記の混合境界値問題を Lamb の解を円形領域にわたって面積分することにより解き、円形接触領域の中央点における鉛直変位応答 z_0 を次式の形に求めた。

$$z_0 = \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{Gr_0} (f_1 + if_2) \quad \dots\dots\dots (3-1-2)$$

ここで、

P_0 : 円形接触領域に作用する全荷重振幅 (弾性体からの反力の合計)

ω : 作用する荷重の円振動数

G : 半無限体のせん断弾性係数

r_0 : 円形接触領域の半径

f_1, f_2 : Reissner の変位関数

式 (3-1-2) において変位と力は下向きを正とする。 f_1, f_2 はポアソン比と無次元振動数 a_0 の複雑な関数である。ただし、 f_2 の計算において、Reissner の原論文では 1箇所符号に誤りがあることが 1948 年に Shekhter により発見された。これについては次の Shekhter の解の項に示す。無次元振動数 a_0 は次のように表わされる。

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\omega r_0}{v_s} \quad \dots\dots\dots (3-1-3)$$

式 (3-1-2) のように質量のない基礎に対して底面での反力の合計 P_0 と基礎に作用する外力 $P_0 \exp(i\omega t)$ の関係が与えられた場合には、基礎の質量を考慮し、これに周期外力 $Q(t)$ が作用する場合の基礎の運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{z} + P_0 e^{i\omega t} = Q_0 e^{i(\omega t + \epsilon)} \quad \dots\dots\dots (3-1-4)$$

ここで、

m : 基礎の質量

P_0 : 基礎底面での総反力の大きさ

Q_0 : 周期外力の振幅

ϵ : 外力 Q と反力 P との間の位相差

式 (3-1-2) を式 (3-1-4) に代入すると、

$$\frac{P_0 m \omega^2}{G r_0} (f_1 + i f_2) e^{i \omega t} + P_0 e^{i \omega t} = Q_0 e^{i(\omega t + \epsilon)} \quad \dots\dots\dots (3-1-5)$$

となる。これを実数部と虚数部に分離すると、

$$\frac{m \omega^2 f_2}{G r_0} P_0 = Q_0 \sin \epsilon \quad \dots\dots\dots (3-1-6)$$

$$\left(\frac{m \omega^2 f_1}{G r_0} + 1 \right) P_0 = Q_0 \cos \epsilon$$

となり、これを解くと、

$$\tan \epsilon = \frac{(m \omega^2 / G r_0) f_2}{1 + (m \omega^2 / G r_0) f_1} \quad \dots\dots\dots (3-1-7)$$

$$P_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{\left[1 + \frac{m \omega^2 f_1}{G r_0} \right]^2 + \left[\frac{m \omega^2 f_2}{G r_0} \right]^2}} \quad \dots\dots\dots (3-1-8)$$

となる。また、変位 z と底面反力 P の間の位相差が $\tan \alpha = -f_1/f_2$ であるから、外力 Q と変位 z の間の位相差 φ は $\varphi = \alpha + \epsilon$ となり、式 (3-1-7) から、

$$\tan \varphi = - \frac{f_2}{f_1 + \frac{m \omega^2}{G r_0} (f_1^2 + f_2^2)} \quad \dots\dots\dots (3-1-10)$$

となる。ここで、無次元化した質量比 b を次式で定義すると、

$$b = \frac{m}{\rho r_0^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-11)$$

ここで、

ρ : 円形基礎を支持している弾性体の単位体積当りの質量

m : 円形基礎の全質量

r_0 : 円形基礎の半径

式 (3-1-9)、式 (3-1-10) は次のようになる。

$$A_z = \frac{Q_0}{G r_0} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad \dots\dots\dots (3-1-12)$$

$$\tan \varphi = - \frac{f_2}{f_1 + b a_0^2 (f_1^2 + f_2^2)} \quad \dots\dots\dots (3-1-13)$$

式(3-1-12)をポアソン比 $\nu=0, 1/4, 1/2$ の場合に対して求めると図3-1-1のようになる。これより、ポアソン比が小さくなると、同じ b および a_0 に対しても応答値は一般に大きくなることわかる。なお、図3-1-1は後述するShekhterにより発見された f_2 の符号の間違いは修正して求められたものである。

Reissnerの理論は半無限体に支持された振動体についてその後における理論的發展の基礎となったが、彼の理論は屋外試験結果と十分に一致しなかったので、土の動的問題の分野の技術者にはすぐにはとり入れられなかった。これについては次に挙げるような理由が考えられる。(1)多くの実験を行っている間に永久沈下が生じ、弾性体としての仮定条件が失われた、(2)加振機によりもたらされた振幅が非常に大きく(記録器類の感度が低かったために大きな振動が要求されたり、加速度はしばしば $2g$ から $3g$ 程度に達した。この場合には基礎面は地盤面よりはね上がり、ハンマーのような作用をすることになる、(3)基礎面と地盤の接触面において圧力が均等に分布するという仮定は現実的ではなかった、(4)結果の数値に影響を与える f_2 の計算に誤りがあった。

b) Shekhterの解〔1948〕

ShekhterはReissnerの解〔1936〕を検討し直した結果、 f_2 項の計算式において符号が1箇所間違っていることを発見した。Shekhterはこの誤りを修正するとともに、Reissnerが等分布の円形载荷領域の中心の変位を基礎の変位としたのに対し、中心から $r=r_0$ までの変位を単純平均した値を基礎の変位として式(3-1-2)の変位関数 f_1, f_2 をポアソン比 $\nu=0.5$ の場合に対して以下のように求め直している。

$$f_1 = -0.130 + 0.0536 a_0^2 - 0.0078 a_0^4 + \dots$$

$$f_2 = 0.0545 J_1(1.047 a_0) [1 + J_0(1.047 a_0)] + 0.0474 a_0 - 0.0065 a_0^3 + \dots$$

..... (3-1-14)

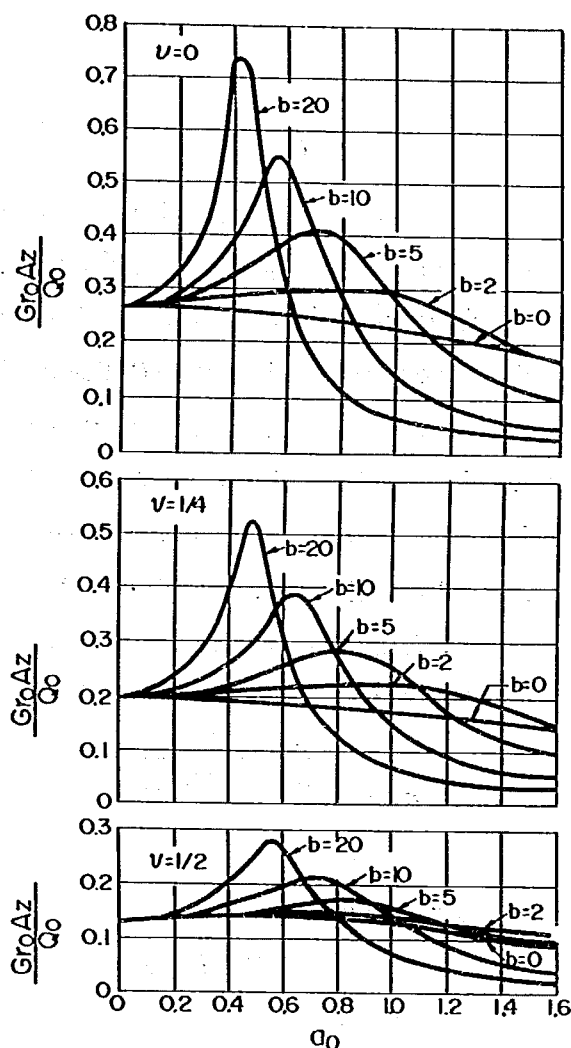


図3-1-1 動的応答倍率 $\frac{Gr_0 A_z}{Q_0}$
(Barkan (1962) による)

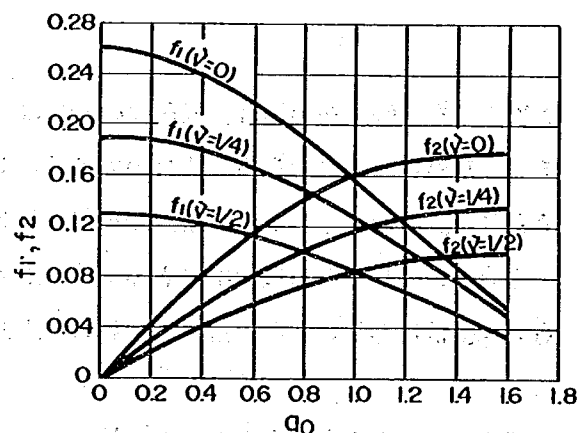


図3-1-2 Shekhterによる変位関数
 f_1, f_2 (Barkan (1962) による)

ここで,

$$a_0 = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \omega r_0 \quad (\text{無次元化した振動数}) \quad \dots\dots\dots (3-1-15)$$

J_1, J_0 : 1次および0次の第1種ベッセル関数

ポアソン比 $\nu = 0, 0.25, 0.5$ の場合につき, f_1, f_2 を求めると図 3-1-2 のようになる。

c) Quinlan の解 [1953] および Sung の解 [1953]

Reissner の解を拡張し半無限体表面上の円形接触面において圧力分布の変化を考慮した解として, Quinlan は振動接触圧が接触面の直径方向に変化するものとし, それが放物線分布をなす場合, 等分布をなす場合, および剛体底面分布をなす場合のおおのについて圧力分布の式を立てるとともに, 剛体底面分布の場合についてのみ解を導いた。一方, Sung もまたこの3つの圧力分布に対する基本的な式を立て, おおのの場合についての解を示した。

彼が用いた圧力分布は次のとおりである。

㊤ 剛体底面分布 (rigid base) の場合 (近似解)

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-16)$$

㊦ 等分布 (uniform) の場合

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{\pi r_0^2} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-17)$$

㊧ 放物線分布 (Parabolic) の場合

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{2P_0 (r_0^2 - r^2) \exp(i\omega t)}{\pi r_0^4} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-18)$$

放物線分布と等分布の場合, 載荷面の変位は縁よりも中央の方が大きい。この変形パターンは可撓性フーチング基礎においてのみ生ずるものである。剛体底面分布の場合, 静的条件のもとでは載荷面は均等の変位となる。このように3つの圧力分布により3つの異なった形の表面変位が生ずる。

Sung は円形載荷領域の中央点の変位を求めた後, フーチング基礎の重心点の変位応答は載荷領域中央点の変位量に等しいと仮定し, おおのの圧力分布について半無限体上のフーチング基礎の動的応答を求めた。

図 3-1-3 (a) は $b = 5$, $\nu = 1/4$, かつ回転質量型加振機を用いた場合の3つの圧力分布に対する振動体地盤系の応答 — 振幅と振動数の応答曲線 — を示している (式 (3-1-12) を参照)。図 3-1-3 (a) から明らかなように, 荷重が載荷域の中央付近に集中してくるにつれて, 最大振幅は増加し, これに対応する無次元振動数 a_0 は減少する。

図 3-1-3 (b) は剛体底面で $b = 5$ の場合に, 弾性地盤のポアソン比 ν の変化が定常状態の応答に及

ばす影響を示している。この図から $\nu=0$ の場合には振幅が大きくなり、最大振幅時の振動数は低くなる
ことがわかる。一般にこの種の解析では $\nu=0$ に対する解しか得られていないことがしばしばあるので、
この図は $\nu=0$ に対する解が、 $\nu=0.33$ や $\nu=0.4$ の場合からどの程度に変化するかの目安を
得る上で役立つ。一般に $\nu=0$ に対する解は低めの振動数で大きめの振幅を与える。

Sung は a_0 が 0 から 1.5 の範囲について、3 種の圧力分布を考慮して、 $\nu=0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ および $\frac{1}{2}$ とした
場合の変位関数 f_1, f_2 の値を求めた。これらの変位関数を式 (3-1-12) に代入すれば、質量比 b の
値に応じた振幅と振動数の関係すなわち応答曲線 (A_z と a_0 の関係) を得ることができる。図 3-1-4
は剛体底面分布の条件でポアソン比が $\frac{1}{4}$ の場合について応答曲線の形におよぼす質量比 b の影響を示して
いる。各応答曲線のピークにおける無次元振幅 $\bar{A}$ と無次元振動数 a_0 の値を用いることによって $\bar{A}_m$, およ
び b を関係づけるための一連の曲線が設定でき、これは最大振幅とそれに対応する振動数を求めるうえで
有用である。これらの曲線は解析や設計の役に立つよう Richart [1962] によって作成されたものである。

d) Arnold, Bycroft, Warburton の解 [1955]

Arnold らは半無限等方等質弾性体上に円形基礎が置かれた場合、および半無限等方等質の弾性体上に
これとは異なった弾性係数を持つ一定の厚さの等方等質弾性体があり、この上に円形基礎が置かれた場合
のそれぞれに対して、これらの基礎に調和外力が作用した場合の動的応答を求めている。

前者の場合には、円形基礎と弾性体の間にはすべりは全くないものとし、またチモシェンコによる円形
基礎下の静的な反力分布を利用して、 $P_0 e^{i\omega t}$ なる調和外力に対する normal stress σ_z を次式で与えた。

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{P_0 e^{i\omega t}}{2\pi r_0 (r_0^2 - r^2)^{1/2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-19)$$

式 (3-1-19) をフーリエベッセル積分することにより、上下方向の変位成分 z を求めることができる。
ここで、重みづけをした動的変位 z_0 を次式で仮定する。

$$z_0 = \int_0^{r_0} \frac{\omega r}{r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} dr \quad \dots\dots\dots (3-1-20)$$

式 (3-1-20) は半径 r における変位を円形基礎底面において仮定した反力分布に応じた重み付けをし
て平均することを意味している。これより、 z_0 は最終的に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} z_a &= R_e \left\{ \frac{P_0 e^{i\omega t}}{8\pi G r_0} \int_0^\infty \frac{\sqrt{s^2 - \eta^2} \sin^2 a_0 s}{a_0 s G(s)} dS - \frac{P_0 e^{i\omega t} i \sqrt{s_1^2 - \eta^2} \sin^2 a_0 s_1}{8 G r_0 a_0 s_1 G'(s_1)} \right\} \\ &= R_e \left\{ \frac{P_0 e^{i\omega t}}{G r_0} [f_{10}(a_0, \nu) + i f_{20}(a_0, \nu)] \right\} \\ &= \frac{P_z}{G r_0} (f_1 \cos \omega t - f_2 \sin \omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-21) \end{aligned}$$

ここで、

$$G(s) = (s^2 - \frac{1}{2})^2 - s^2 \sqrt{s^2 - 1} \sqrt{s^2 - \eta^2} \quad \therefore \text{コーシーの主値} \quad \dots\dots (3-1-22)$$

$s_1 : G(s) = 0$ の実根

$$a_0 = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \omega r_0 \quad (\text{無次元化した振動数}) \quad \dots\dots\dots (3-1-23)$$

ν : ポアソン比

G : せん断弾性係数

$$\eta = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \quad \dots\dots\dots (3-1-24)$$

f_1, f_2 : a_0 と ν の関数

式 (3-1-21) より, 変位振幅 A は次式となる。

$$A = \frac{P_0}{G r_0} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-25)$$

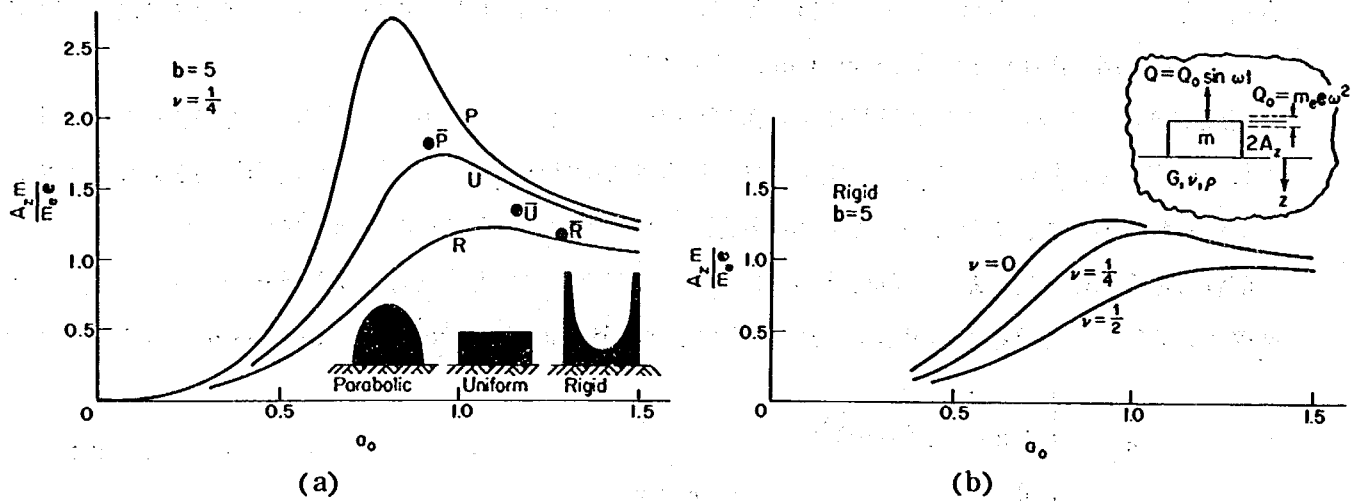


図 3-1-3 円形基礎の動的応答に及ぼす基礎底面下の反力分布およびポアソン比の影響 (Richart, Whitman (1967) による)

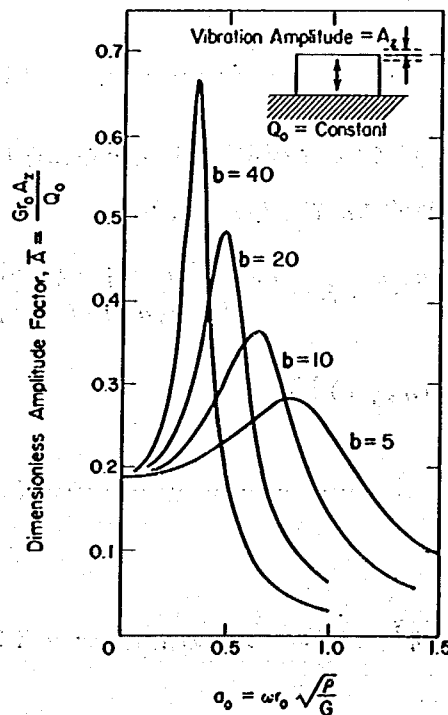
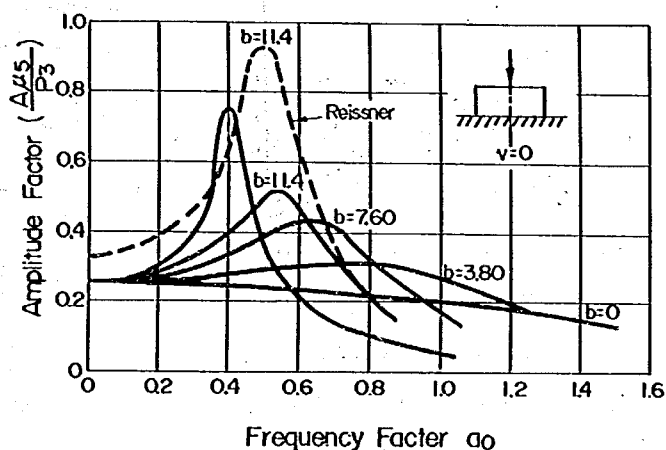
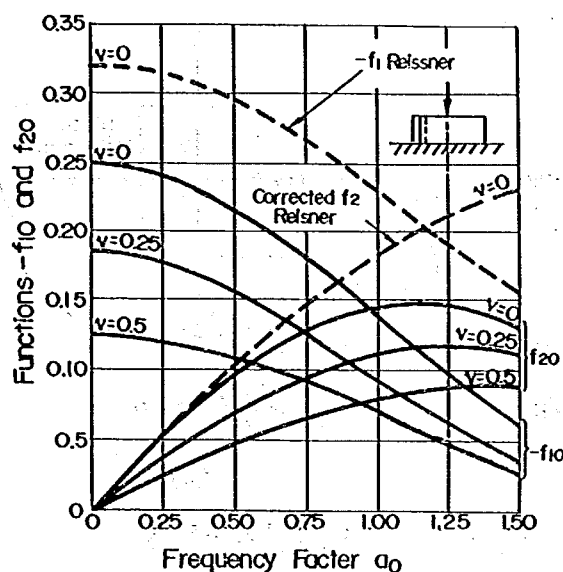


図 3-1-4 円形基礎の動的応答倍率曲線 A_z に及ぼす質量比 b の影響 (Richart (1962) による)



(a) 変位関数 f_1, f_2

(b) 動的応答倍率 $\frac{AGv_0}{P_0}$ に及ぼす質量比 b の影響

図 3-1-5 円形基礎の変位関数及び動的応答倍率 (Arnold, Bycroft, Warburton (1955) による)

f_1, f_2 は図 3-1-5 (a) に示す通りである。また、動的応答倍率 $\frac{AGr_0}{P_0} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ を $b = m_0 / \rho r_0^3 = 24.5, 11.4, 7.6, 3.8, 0$ に対して求めると図 3-1-5 (b) のようになる。ただし、ポアソン比 ν は 0 としている。

e) Bycroft の解 (1956)

Sung の研究では圧力分布は考えられる振動数の範囲において一定であると仮定した。剛体底面分布では静的条件のもとで載荷面が正確に均等な変位をなすとみなしうが、実際の動的条件下では均等変位は生じない。Bycroft (1965) はフーチング基礎直下の変位に重みをつけて平均し、変位関数 f_1 と f_2 の修正値を与えた。剛体底面で $\nu = 0, 1/4, 1/2$ に対する変位関数の値は図 3-1-6 に示されている。

図 3-1-6 からいくつかの重要な事項が指摘される。 $a_0 = 0$ (静的な場合) において、 $f_2 (= 0)$ と f_1 の値は式 (3-1-2) に代入されたときに正しい静的変位を生じなければならない。円形剛体フーチング基礎の場合、静的変位は次のとおりである。

$$z_s = \frac{P_0 (1-\nu)}{4G r_0} \quad \dots \dots \dots (3-1-26)$$

f_1 と f_2 の値は、 $0 < a_0 < 1.5$ の範囲について求められているが、これは共振点が応答曲線の中で生じするような実用範囲内にあり、かつ過去の大部分の定常共振振動の研究結果を満足するものである。

f) Hsieh の解 (1962)

Reissner の基本式に立脚し、Hsieh (1962) は弾性論から導かれた幾何減衰の表現法に改良を加えた。Hsieh は図 3-1-7 (a) に示すように最初に半無限弾性体上の重さのない剛な半径 r_0 の円板を考えた。円板は次式の鉛直振動荷重を受ける。

$$P = P_0 \exp(i\omega t) \quad \dots \dots \dots (3-1-27)$$

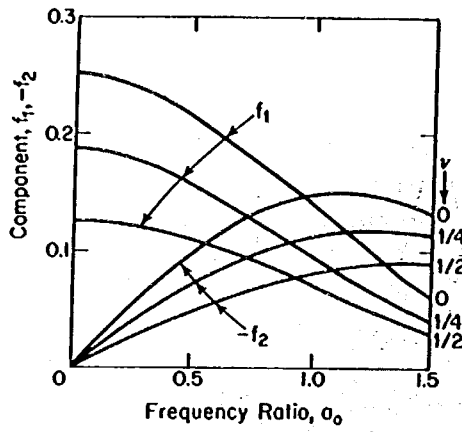


図 3-1-6 円形剛体基礎の変位関数 (Bycroft [1956] による)

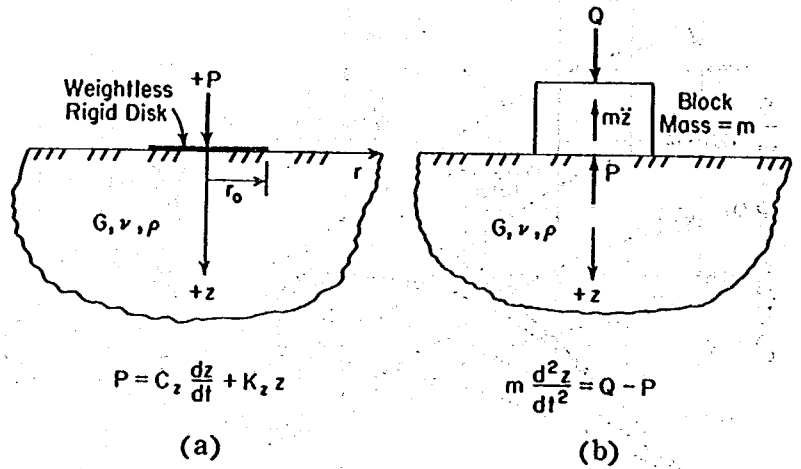


図 3-1-7 Hsieh の解の基本概念

式 (3-1-2) から鉛直変位は,

$$z = \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{G r_0} (f_1 + i f_2) \quad \dots\dots\dots (3-1-28)$$

これを時間で微分すると,

$$\frac{dz}{dt} = \frac{P_0 \omega \exp(i\omega t)}{G r_0} (i f_1 - f_2) \quad \dots\dots\dots (3-1-29)$$

これより,

$$f_1 \omega z - f_2 \frac{dz}{dt} = \frac{P_0 \omega}{G r_0} (f_1^2 + f_2^2) \exp(i\omega t) = \frac{P \omega}{G r_0} (f_1^2 + f_2^2) \dots\dots\dots (3-1-30)$$

すなわち,

$$P = -\frac{G r_0}{\omega} \frac{f_2}{(f_1^2 + f_2^2)} \frac{dz}{dt} + G r_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} z \quad \dots\dots\dots (3-1-31)$$

式 (3-1-31) は次のように単純化できる。

$$P = C_z \frac{dz}{dt} + K_z z \quad \dots\dots\dots (3-1-32)$$

ここに,

$$C_z = \frac{r_0^2}{a_0} \sqrt{G \rho} \left(\frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3-1-33)$$

$$K_z = G r_0 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-34)$$

C_z と K_z はともに f_1 と f_2 を含んでいるので, これらはまた a_0 と ν の関数である。

さて, もし底面半径 r_0 , 全重量 W の剛な円柱フーチング基礎が半無限弾性体上に置かれ, 周期的外力 Q によって鉛直に振動するとすれば, その動的釣合式は次のように表わすことができる (図 3-1-7 (b))。

$$\frac{W}{g} \frac{d^2 z}{dt^2} = Q - P \quad \dots\dots\dots (3-1-35)$$

式(3-1-32)と $m=W/g$ を代入すれば,

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + C_z \frac{dz}{dt} + K_z z = Q_0 \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-36)$$

となる。

以上は上下方向の場合であるが、水平方向の振動の場合にも水平変位を式(3-1-28)と同様な形に表現できれば、以後は基礎の質量を考慮することによって式(3-1-36)が誘導される。また、ロッキング振動の場合にも、回転角 ϕ を、

$$\phi = \frac{M e^{i\omega t}}{G r_0^3} (f_1 + i f_2) \quad \dots\dots\dots (3-1-37)$$

と表示できる場合には、上記と同様の過程により、円板に作用するモーメント M と回転角 ϕ および回転速度 $\frac{d\phi}{dt}$ の間に次の関係を求めることができる。

$$M = -\frac{G r_0^3}{\omega} \frac{f_2}{f_1^2 + f_2^2} \frac{d\phi}{dt} + G r_0^3 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \phi \quad \dots\dots\dots (3-1-38)$$

したがって、

$$C_\phi = \frac{G r_0^3}{\omega} \left(\frac{-f_2}{f_1^2 + f_2^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3-1-39)$$

$$K_\phi = G r_0^3 \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-40)$$

とおくことにより、

$$M = C_\phi \frac{d\phi}{dt} + K_\phi \phi \quad \dots\dots\dots (3-1-41)$$

となり、式(3-1-32)と同様な運動方程式をロッキング振動に対して次のように書くことができる。

$$I_\phi \frac{d^2 \phi}{dt^2} + C_\phi \frac{d\phi}{dt} + K_\phi \phi = M_0 \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-42)$$

式(3-1-36)および式(3-1-42)は、ともに、減衰1自由度系の運動方程式と同じ一般形を持っている。ただし、減衰項 C_z とばね反力項 K_z がともに振動数の関数である点が、一般の減衰1自由度系の運動方程式とは異なっている。しかしながら、弾性論から得られる運動方程式を1自由度の運動方程式に置換する道を切り開いた点で、Hsiehの研究は工学的に評価される。式(3-1-33)から明らかのように、弾性系の幾何減衰は主として変位関係 f_2 によって支配される。また式(3-1-34)から系の静的変位と弾性ばね応答は f_1 項によって支配されることがわかる。Hsiehは変位関数 $\tilde{f}_1$ 、 $\tilde{f}_2$ を次のように定義し、

$$\tilde{f}_1 = \frac{-f_1}{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-43)$$

$$\tilde{f}_2 = \frac{f_2}{f_1^2 + f_2^2}$$

Arnold, Bycroft, Warburton (1956) および Bycroft (1956) が求めた f_1 , f_2 に基づき, $\tilde{f}_1$, $\tilde{f}_2$ を次式により近似的に表わせることを示した。

i) 上下方向振動 ($0 < a_0 < 1.5$)

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= \begin{cases} 4.0 - 0.5 a_0^2 & \nu = 0 \\ 5.3 - 1.0 a_0^2 & \nu = 1/4 \\ 8.0 - 2.0 a_0^2 & \nu = 1/2 \end{cases} \dots\dots\dots (3-1-44) \\ \tilde{f}_2 &= \begin{cases} 3.3 + 0.4 a_0 & \nu = 0 \\ 4.4 + 0.8 a_0 & \nu = 1/4 \\ 6.9 & \nu = 1/2 \end{cases} \end{aligned}$$

ii) 水平方向振 ($0 < a_0 < 2.0$)

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= \begin{cases} 4.5 - 0.2 a_0^2 & \nu = 0 \\ 4.8 - 0.2 a_0^2 & \nu = 1/4 \\ 5.3 - 0.1 a_0^2 & \nu = 1/2 \end{cases} \dots\dots\dots (3-1-45) \\ \tilde{f}_2 &= \begin{cases} 2.4 + 0.3 a_0 & \nu = 0 \\ 2.5 + 0.3 a_0 & \nu = 1/4 \\ 2.8 + 0.4 a_0 & \nu = 1/2 \end{cases} \end{aligned}$$

iii) ロッキング振動 ($0 < a_0 < 1.5$)

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= 2.5 - 0.4 a_0^2 & \nu &= 0 \\ \tilde{f}_2 &= 0.4 a_0 & \nu &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (3-1-46)$$

g) Lysmer の解 (1965)

鉛直振動をする円形剛体フーチング基礎の動的応答を近似的に取り扱うために, Lysmer はフーチング基礎を一連の同心リングとみなした。おのこのリングに異なった大きさの均等圧力を作用させることによって, フーチング基礎の下に一定のたわみを発生させ, 周期的な加振力に対するフーチング基礎の動的応答を調べた。

解を展開する過程において Lysmer は以下のような表現の単純化を行った。すなわち, 変位関数,

$$f = f_1 + i f_2 \dots\dots\dots (3-1-47)$$

はポアソン比の関数であるが, いまこの式に $4/(1-\nu)$ を乗ずれば, 新しい変位関数は,

$$F = \frac{4}{1-\nu} f = F_1 + i F_2 \dots\dots\dots (3-1-48)$$

となり, これは実質上 ν とは無関係となる。図 3-1-8 は Bycroft の変位関数が式 (3-1-48) によって修正されるとほぼ 1 本の線上に重なることを示す。図中には, Lysmer が彼の理論を用いて $\nu = \frac{1}{3}$ に対して求めた F 値も示されている。上述したように, F 値に対するポアソン比の影響は小さいため, この

結果は、他のポアソン比に対しても近似的に用いることができる。この記号を用いて Lysmer は F_1 と F_2 を振動数比 $0 < a_0 < 8.0$ の範囲にわたって計算し、さらに 1 つの近似を入れて a_0 を無限大まで拡張した。図 3-1-9 の曲線は $0 < a_0 < 8.0$ の範囲における F_1 と F_2 の値を示す。

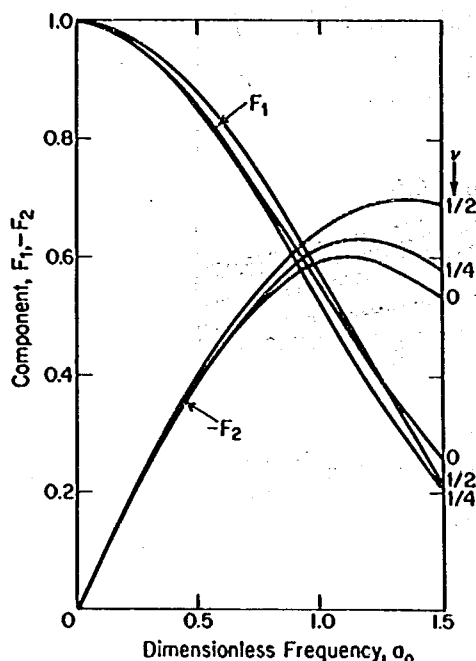


図 3-1-8 Lysmer の変位関数 F とポアソン比 ν の関係 (Lysmer [1966] による)

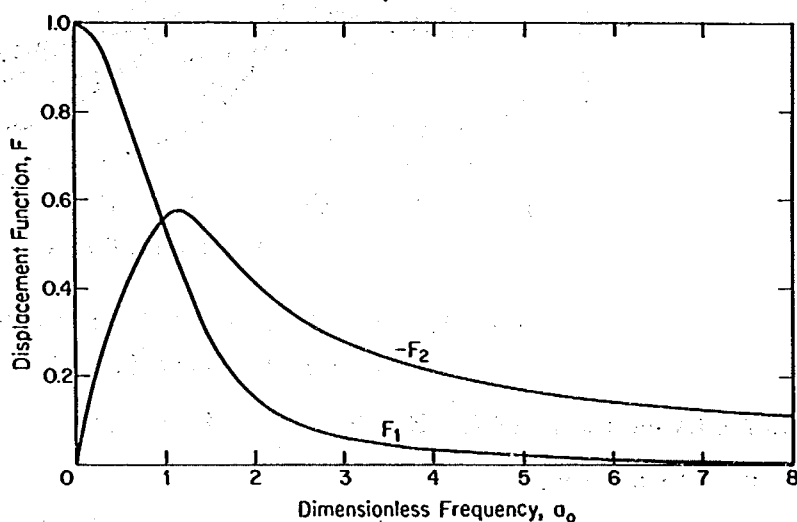


図 3-1-9 Lysmer の変位関数 F (Lysmer [1966] による)

式 (3-1-48) の変位関数 F を用い、力 P と変位 z は下向きを正の方向とすれば式 (3-1-28) は次式で表わされる。

$$z = \frac{P}{K_z} F \quad \dots\dots\dots (3-1-49)$$

ここにおいて作用力 P とその結果生ずる変位の方向は静的载荷に対しては同じである。ばね係数 K_z は式 (3-1-34) に式 (3-1-48) を代入すれば得られる。

Lysmer はさらに、円形剛体フーチング基礎の鉛直振動に対して修正無次元質量比、

$$B_z = \frac{1-\nu}{4} b = \frac{1-\nu}{4} \frac{m}{\rho r_0^3} \quad \dots\dots\dots (3-1-50)$$

を導入することにより、ポアソン比の影響を実質上消去できることを示した。そして修正値である F (式 3-1-48) と B_z (式 3-1-50) を導入して応答曲線を得た。これらを代入した場合、式 (3-1-12) は次式で表わされる。

$$A_z = \frac{(1-\nu) Q_0}{4Gr_0} M \quad \dots\dots\dots (3-1-51)$$

ここにおいて M は増幅係数であり、変位振幅 A_z は Q_0 によって生ずる等価静的変位と M との積になる。一定加振力 Q_0 に対応する応答曲線は図 3-1-10 に数種の B_z 値に対して実線で示されている (点線は後

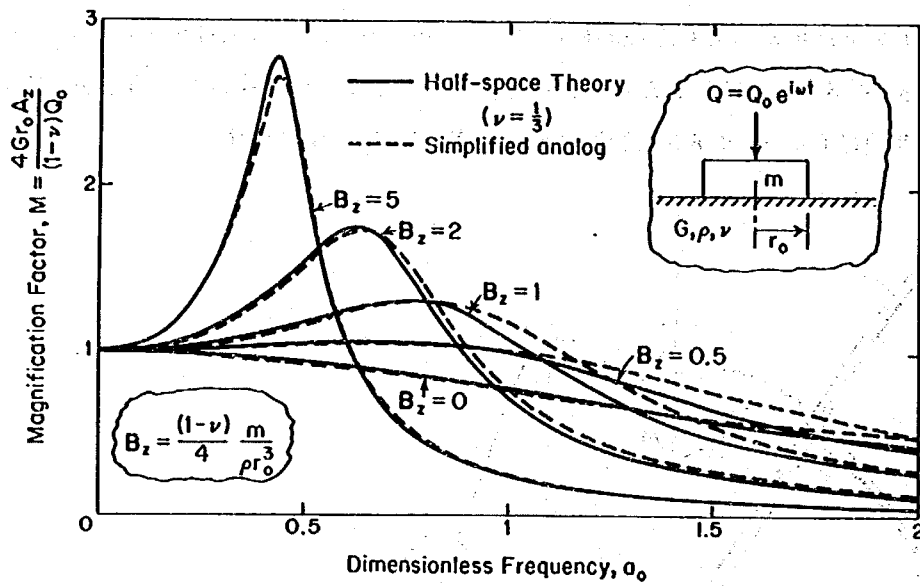


図 3-1-10 上下方向振動を受ける円形剛体基礎の動的応答 $\frac{Gr_0A_z}{Q_0}$
(Lysmer, Richart (1966) による)

述する Lysmer の近似的な取扱いをした場合の解である)。

h) Lysmer の近似解 (1966)

Lysmer は Hsieh の解 (1962) を応用し、半無限弾性体上の円形基礎の動的応答を 1 自由度のばね～質量～ダッシュポット系で近似させるための m, k, c の実用的な定め方を提案している。

式 (3-1-48) による Lysmer の変位関数を用いると、式 (3-1-28) は次式のようにになる。

$$z = \frac{P_0 \exp(i\omega t)}{k} (F_1 + iF_2) \quad \dots\dots\dots (3-1-52)$$

ここで、

$$k = \frac{4Gr_0}{1-\nu} \quad (\text{静的なばね係数}) \quad \dots\dots\dots (3-1-53)$$

式 (3-1-33) および (3-1-34) による減衰項 c_z およびばね反力項 k_z をそれぞれ 1 質点系の減衰係数 c およびばね係数 k と考えると、次のようになる。

$$k = K_z = \frac{F_1}{F_1^2 + F_2^2} \quad k = k_1 k \quad \dots\dots\dots (3-1-54)$$

$$c = C_z = \frac{-F_2}{F_1^2 + F_2^2} \frac{a_0}{V_s} \frac{k r_0}{V_s} = c_1 \frac{k r_0}{V_s} \quad \dots\dots\dots (3-1-55)$$

ここで、 k_1, c_1 はばね係数 k および減衰係数 c の振動数依存性を表わす無次元のパラメーターであり、ともに a_0, ν の関数で、次式で与えられる。

$$k_1 = \frac{-F_1}{F_1^2 + F_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-56)$$

$$c_1 = \frac{-F_2/a_0}{F_1^2 + F_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-57)$$

したがって、式(3-1-36)は式(3-1-54)および(3-1-55)を用いれば次のようになる。

$$m\ddot{z} + c_1 \frac{k r_0}{V_s} \dot{z} + k_1 k z = Q_0 \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-58)$$

上式の定常解は、

$$z = \frac{Q_0}{k} \bar{F} \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-59)$$

となる。ここで、

$$\bar{F} = \frac{1}{(k_1 - B_z a_0^2) + i c_1 a_0} \quad \dots\dots\dots (3-1-60)$$

ここで、 B_z は式(3-1-50)によるLysmerの無次元化質量比である。

図3-1-8に示したLysmerの解〔1965〕を用いて式(3-1-56)および(3-1-57)より k_1 、および c_1 を計算すると、図3-1-11のようになる。

また、 $Q = Q_0 \cos \omega t$ に対する解は式(3-1-59)の実数部をとれば、

$$z = \frac{Q_0}{k} M \cos(\omega t + \phi) \quad \dots\dots\dots (3-1-61)$$

となる。ここで、 M および ϕ は次式で与えられる。

$$M = |\bar{F}| = \frac{1}{\sqrt{(k_1 - B a_0^2)^2 + (c_1 a_0)^2}} \quad (\text{動的応答倍率}) \quad \dots\dots\dots (3-1-62)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{-c_1 a_0}{k_1 - B a_0^2} \right) \quad \dots\dots\dots (3-1-63)$$

ここで、Lysmerは静的載荷時にはばね係数 $K = k$ となるように $k_1 = 1.0$ とし、また、共振のピークが生じる $0.3 < a_0 < 0.8$ の領域では図3-1-11の関係から、 $c_1 \simeq 0.85$ ととれることから、以下のよう
に m 、 k 、 c をとることを提案した。

m = 基礎の質量

$$c = 0.85 \frac{k r_0}{V_s} = \frac{3.4}{1 - \mu} r_0^2 \sqrt{G \rho} \quad \dots\dots\dots (3-1-64)$$

$$k = \frac{4G r_0}{1 - \nu} \quad (= \text{静的なばね係数}) \quad \dots\dots\dots (3-1-65)$$

このように m 、 c 、 k を選んだ場合の1自由度系の運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{z} + \frac{3.4 r_0^2}{1 - \nu} \sqrt{\rho G} \dot{z} + \frac{4G r_0}{1 - \nu} z = Q \quad \dots\dots\dots (3-1-66)$$

この式から求める動的応答倍率を式(3-1-62)の動的応答倍率と比較すると図3-1-12のようになり、両者はよく一致していることがわかる。なお、図3-1-13は $k_1 = 1$ 、 $c_1 = 0.85$ とした場合の変位関数 F とLysmerの解〔1965〕による F の比較である。²⁾

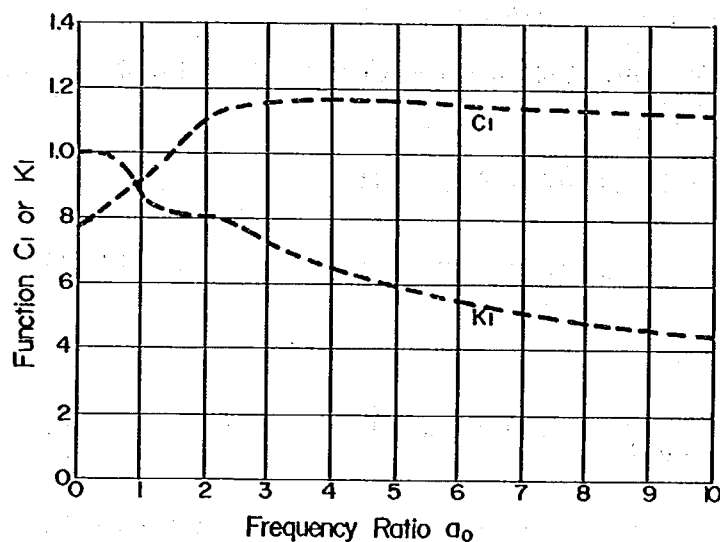
式(3-1-65)の場合には、臨界減衰 c_c は、

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2\sqrt{\frac{4Gr_0m}{1-\nu}} \quad \dots\dots\dots (3-1-67)$$

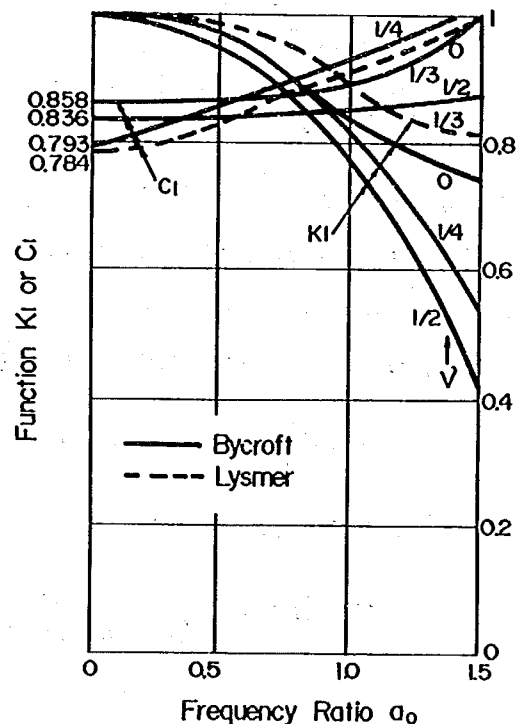
となり、これより減衰定数 h を求めると、

$$h = \frac{c}{c_c} = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} \quad \dots\dots\dots (3-1-68)$$

となる。



(a) k_1 および $c_1 \sim a_0$ の関係



(a) k_1 および $C_1 \sim C_0$ の関係

図 3-1-11 k_1 および C_1 と a_0 の関係 (Lysmer, Richart (1966) による)

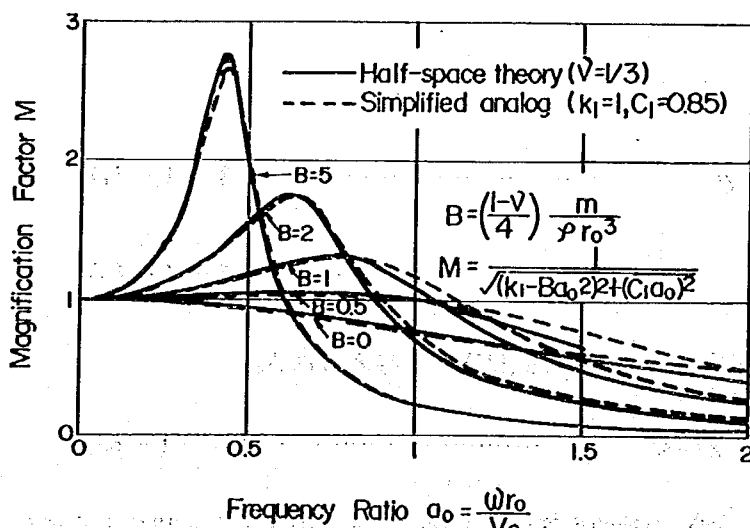


図 3-1-12 上下方向荷重を受ける円形剛体基礎の動的応答倍率 M (Lysmer, Richart (1966) による)

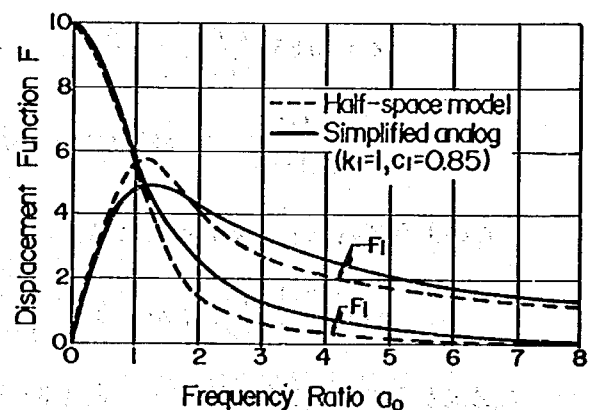


図 3-1-13 変位関数 F (Lysmer, Richart (1966) による)

表 3-1-1 変位関数 F に及ぼす円形剛体基礎底面の摩擦力の影響 (Lysmer, Kuhlemeyer (1969) による)

a_0 (1)	F_1		F_2	
	Smooth footing (2)	Rough footing (3)	Smooth footing (4)	Rough footing (5)
0.5	0.8312	0.8089	-0.3688	-0.3533
1.0	0.5593	0.5604	-0.5473	-0.5185
1.5	0.3115	0.3327	-0.5442	-0.5332

Lysmer の研究成果のうち最も重要なものは、半無限弾性体理論と質量～ばね～ダッシュポット系を関係づけて、減衰係数とばね係数の値を与えたことであり、また、変位関数 F は無次元化振動数 a_0 の関数であっても、 a_0 とは無関係に減衰係数およびばね係数の値を定めることにより a_0 の比較的広い範囲内で 1 自由度系の応答が弾性論による解を近似しうることを示した点にある。鉛直に载荷された剛体円形基礎の結果は式 (3-1-66) で表わされるので、この系の周期的および過渡的加振のどちらの応答でも算定することが可能である。

i) Lysmer, Kuhlemeyer の研究 [1969]

理論式を用いた弾性解では、円形基礎底面は摩擦が全くなく、半無限弾性体との間では水平方向の反力は生じないと仮定している。しかし、実際の基礎では多かれ少なかれ基礎底面と半無限弾性体の表面との間には摩擦力が作用し、両者間の水平方向の相対変位を拘束する。このような効果を検討するため、Lysmer らは彼らの開発した特殊な粘性境界を用いた有限要素解析を行っている。

対象領域を 682 の節点により分割した解析結果によれば、次式で定義する変位関数

$$z = \frac{P_0 (1-\nu) e^{i\omega t}}{4G r_0} (F_1 + iF_2) \dots\dots\dots (3-1-69)$$

ここで、

z : 剛体円形基礎の変位

F_1, F_2 : 変位関数

を基礎底面の摩擦がある場合とない場合で比較すると表 3-1-1 のようになる。これより基礎底面の摩擦は変位関数に著しい影響は無いと言えよう。

j) Luco, Westmann の解 [1971]

Luco らは円形剛体基礎が半無限等方弾性体上に置かれた場合の振動解を第 2 種の Fredholm 積分を用いて解いている。解析に際しては、円形剛体基礎と弾性体表面の間の摩擦はないものと仮定している。半径 r_0 の円形基礎の中心に円筒座標系 (r, θ, z) の原点をとると、振幅 A_v の上下方向振動をする場合には、

$$u_z(a r', \theta, 0) = A_v \quad (r' < 1) \dots\dots\dots (3-1-70)$$

$$\sigma_{zz}(a r', \theta, 0) = \frac{2G A_v}{\pi r_0 (1-\nu)} \left\{ \frac{\phi(1)}{\sqrt{1-r'^2}} - \int_{r'}^1 \frac{\frac{d}{dt} \phi(t)}{\sqrt{t^2-r'^2}} dt \right\} \quad (r' < 1) \dots\dots\dots (3-1-71)$$

$$Q = \frac{4G\Delta_V r_0}{1-\mu} - \int_0^1 \phi(t) dt \quad \dots\dots\dots (3-1-72)$$

となる。ここで、 $r' = r/r_0$ 、 Q は上下方向力の大きさである。また $\phi(t)$ は次のフレドホルム積分式を満足しなければならない。

$$\phi(t) + \int_0^1 K_V(t, t') \phi(t') dt' = 1 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad \dots\dots\dots (3-1-73)$$

式(3-1-72)より、Dynamic Compliance $C_{VV}(a_0)$ は次式となる。

$$C_{VV}(a_0) = \frac{1-\mu}{4Gr_0 \int_0^1 \phi(t) dt} \quad \dots\dots\dots (3-1-74)$$

ここで、

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\omega r_0}{V_s} \quad \dots\dots\dots (3-1-75)$$

式(3-1-74)の実数部および虚数部を示すと図3-1-14のようになる。なお、静的時には、

$$C_{VV}(0) = \frac{1}{4} \frac{1-\mu}{Gr_0} \quad \dots\dots\dots (3-1-76)$$

となる。

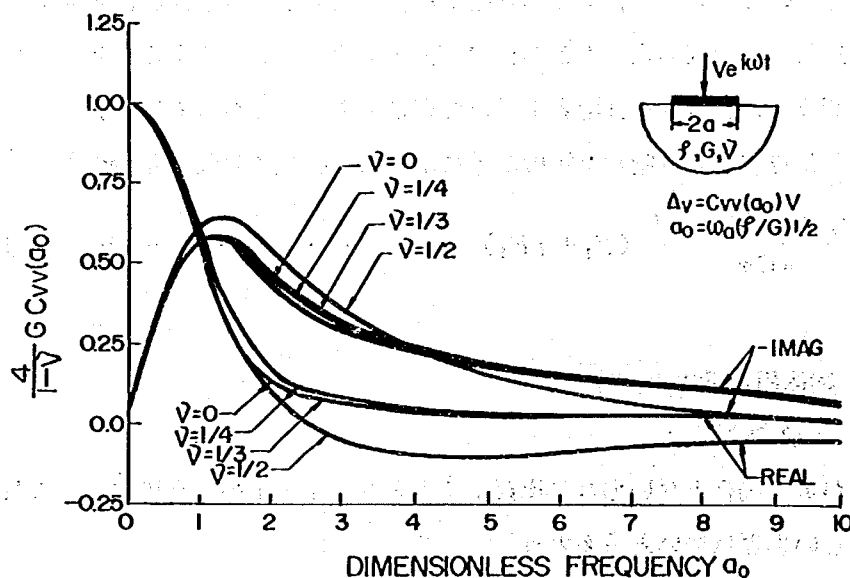


図3-1-14 上下方向に载荷される円形剛体基礎の変位関数 F (Luco Westman (1971)による)

2) 矩形基礎

a) Sungの研究〔1953〕

Sungは矩形領域に作用する等分布振動荷重に対して数学的表示を試みたが、数値解は得なかった。

b) Quinlanの解〔1953〕

Quinlan (1953)は帯基礎(幅 $2d$)で回転質量型加振により鉛直振動するときの共振振動数の解を与えた。このような2次元の場合には質量比は次式で与えられる。

$$b' = \frac{m'}{\rho d^2} \dots\dots\dots (3-1-77)$$

ここにおいて m' はフーチング基礎の単位長さ当りの質量, d は全幅の $1/2$ である。図 3-1-15 には $\nu = 1/2$ および $\nu = 1/3$ の2つの条件に対する質量比と無次元振動数の関係が示されている。

長さとの比が有限な矩形フーチング基礎においては, 共振振動数は, 円形 (あるいは正方形) 剛体フーチング基礎に対する解と, 無限長で幅 $2d$ の剛体帯の理論解との中間に位置するはずである。

c) Thomson, 小堀の解
[1963]

Thomson らは半無限等方弾性体上に図 3-1-16 に示すように $2b \times 2c$ の矩形基礎 (質量 0) が置かれた場合の基礎中心の変位を求める式を誘導し, これを数値解析により求めて Dynamic Compliance 関数を求めている。

基礎底面での反力分布は次のように仮定されている。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz}|_{z=0} = \tau_{yz}|_{z=0} = 0 \quad |x| < \infty, |y| < \infty \\ \delta_z|_{z=0} = -\frac{Q_0}{4bc} = -q_0 = \text{const} \\ |x| \leq b \\ |y| \leq c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-1-78)$$

矩形板の中心の変位を $\omega|_{z=0}$ とすれば, Dynamic Compliance は次式で与えられる。

$$\frac{\omega|_{z=0}}{Q_0} = \frac{-e^{i\omega t}}{\pi^2 b c G} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\alpha_1 \alpha^2}{F(\beta, r)} \frac{\sin \beta b \sin r c}{\beta r} d\beta dr \dots\dots\dots (3-1-79)$$

ここで, $F(\beta, r)$ はレイリー関数であり, 次式で与えられる。

$$F(\beta, r) = [2(\beta^2 + r^2) - \alpha^2]^2 - 4\alpha_1 \alpha_2 (\beta^2 + r^2) \dots\dots\dots (3-1-80)$$

Thomson らは $\alpha_0 = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 2.0, c/b = 1, 2, 4, 10$ に対して式 (3-1-79) を数値的に求めた。

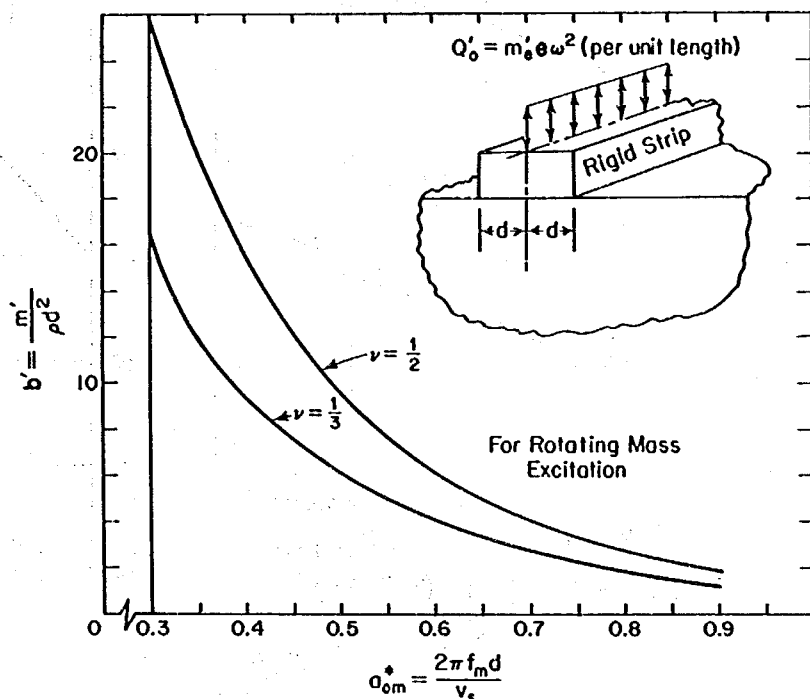


図 3-1-15 無限長の剛体帯基礎の鉛直振動に対する質量比と無次元化振動数の関係 (Quinlan [1953] による)

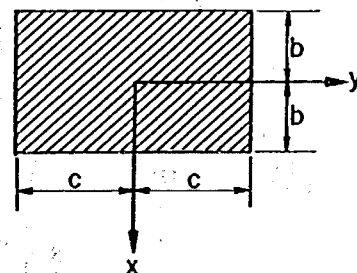
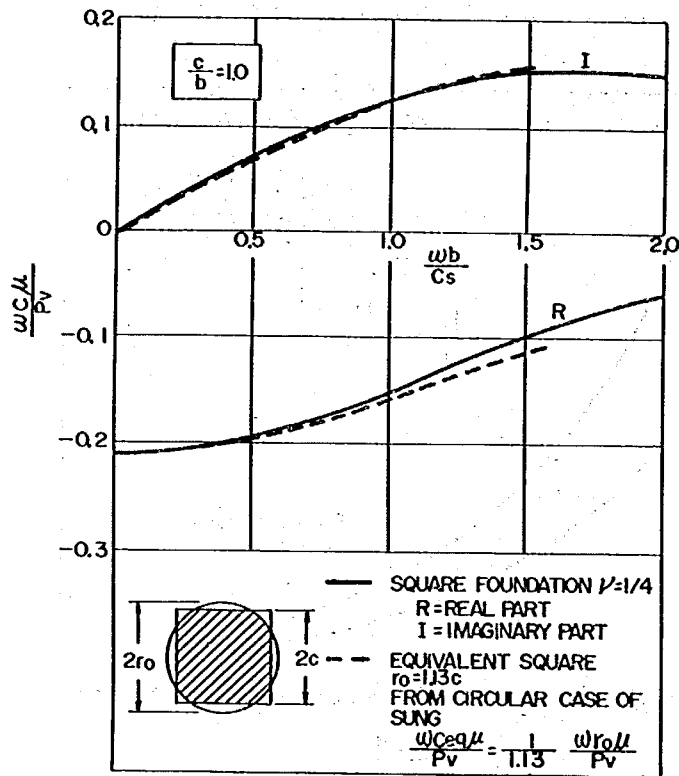
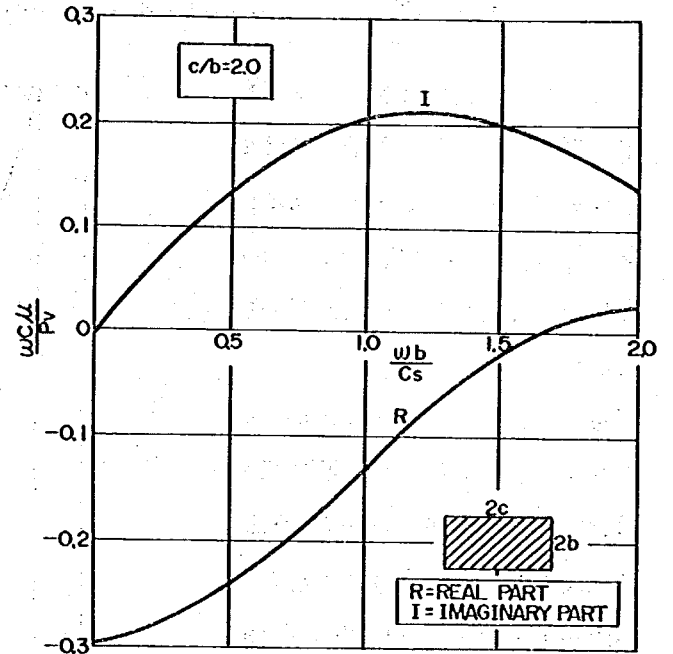


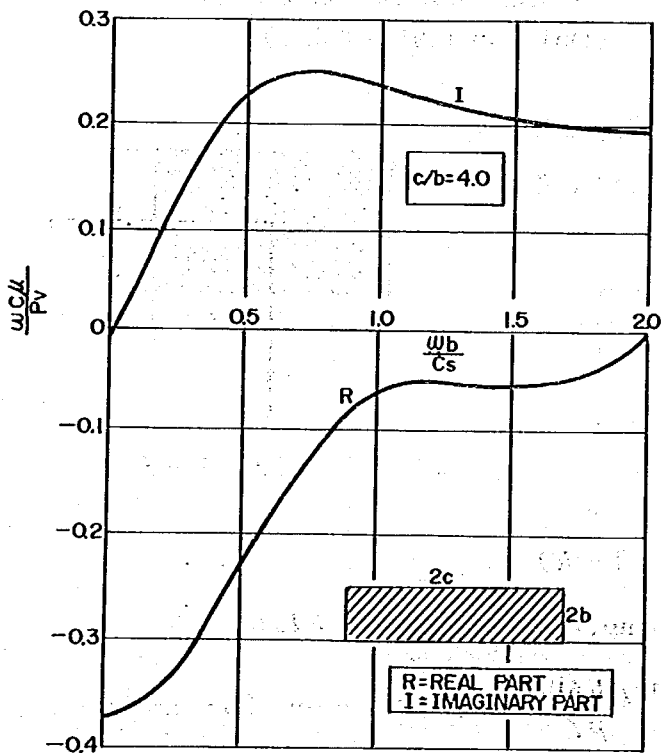
図 3-1-16



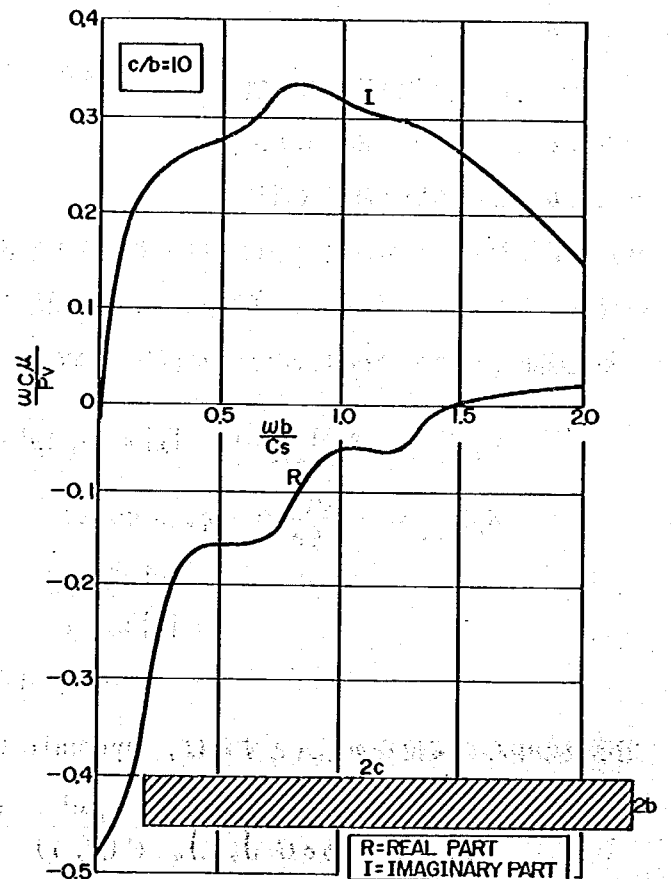
(a) $C/b = 1.0$



(b) $C/b = 2.0$



(c) $C/b = 4.0$



(d) $C/b = 10.0$

図3-1-17 上下方向荷重を受ける矩形基礎の変位関数

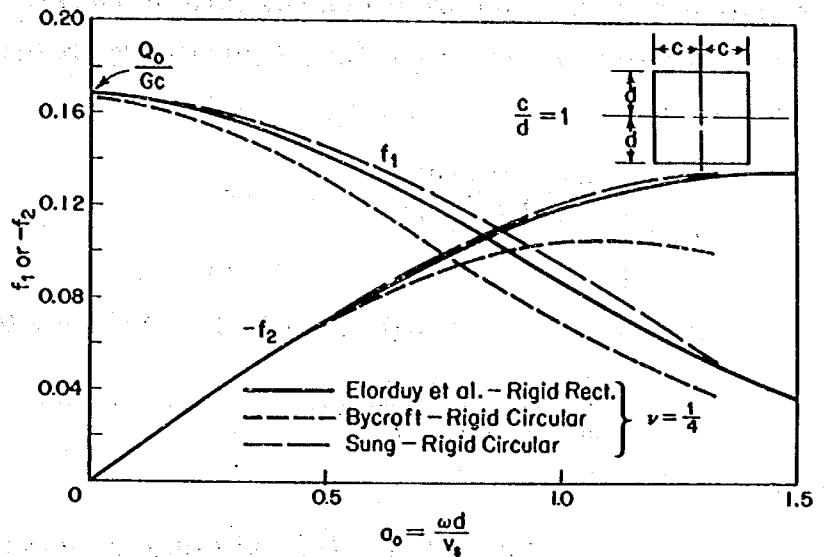
(Thomson, Kobori (1963) による)

この結果は図3-1-17に示す通りである。

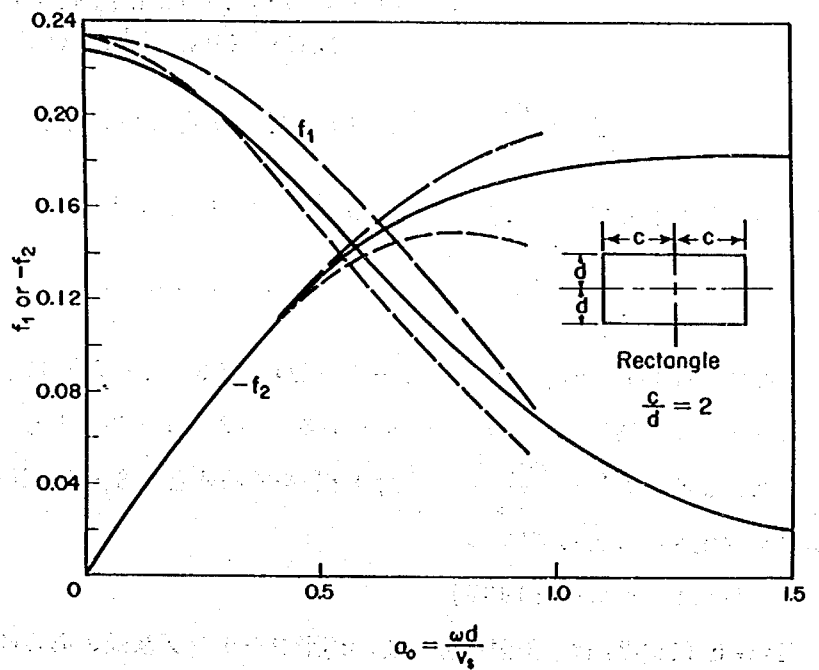
(d) Elorduy, Nieto, Szekelyの解〔1967〕

Elorduy, Nieto, Szekelyは半無限弾性体上の矩形剛体基礎(長さ $2c$, 幅 $2d$)の鉛直振動に対する解を示した。彼らは地表面の正方形領域上の等分布荷重の影響を重ね合わせることによって、載荷面における均等変位を得ることができた。Lysmerの場合と同様に、この均等変位を保つために必要な圧力分布は振動数とともに変わることがわかった。さらにこれらの圧力分布を検討して、ポアソン比 $\frac{1}{4}$ の場合の半無限弾性体上の正方形載荷面($c/d=1$)と矩形載荷面($c/d=2$)に対する変位関数 f_1 および f_2 を計算した。これらの関数は図3-1-18に実線で表示されている。図3-1-18にはSung (1953)やBycroft (1956)による対応曲線も同時に示されている。ただし、この場合、円の半径は円の面積が正方形あるいは矩形の面積と等しくなるように調整されている。これらの曲線はだいたい一致していることから

実用上、矩形剛体基礎(c/d が2.0まで)の鉛直振動を表わすためには、同じ面積の円形剛体基礎の解を用いることができると考えられる。



(a) $c/d = 1.0$



(b) $c/d = 2.0$

図3-1-18 上下方向荷重を受ける矩形剛体基礎の変位関数 (ポアソン比 $\nu=\frac{1}{4}$) (Elorduy, Nieto, Szekely (1967) による)

[2] ロッキング振動

1) 円形基礎

a) Arnold, Bycroft, Warburtonの解〔1955〕

Arnoldらは半無限等方質弾性体上の円形剛体基礎が周期外力 $T_\phi e^{i\omega t}$ 作用下で、ロッキング振動する場合の解を求めている。彼らは円形基礎と弾性体の間のせん断力はゼロと仮定し、 $M_y e^{i\omega t}$ なる力の下での基礎下面の応力 σ_z を次式で仮定した。

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{3T_\phi e^{i\omega t} r \cos \theta}{2\pi r_0^3 \sqrt{r_0^2 - r^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-81)$$

これより、求められる基礎の回転解 ϕ を、式(3-1-81)による反力分布の重み付けした平均回転角 ϕ_{av}

$$\phi_{av} = \int_0^{r_0} \frac{\phi r^2}{r_0^3 \sqrt{r_0^2 - r^2}} dr \quad \dots\dots\dots (3-1-82)$$

を求めると、

$$\begin{aligned} \phi_{av} &= R_e \left\{ \frac{9T_\phi e^{i\omega t}}{16\pi G r_0^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{s_1^2 - \eta^2} (\sin a_0 s - a_0 s \cos a_0 s)^2 ds}{(a_0 s)^3 G(s)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{9T_\phi e^{i\omega t} i \sqrt{s_1^2 - \eta^2} (\sin a_0 s_1 - a_0 s_1 \cos a_0 s_1)^2}{16G r_0^3 (a_0 s_1)^3 G'(s_1)} \right\} \\ &= R_e \left\{ \frac{T_\phi e^{i\omega t}}{G r_0^3} \{ f_1(a_0, \nu) + i f_2(a_0, \nu) \} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-1-83) \end{aligned}$$

となる。したがって、回転角の大きさ $\tilde{\phi}$ は、次式で与えられる。

$$\tilde{\phi} = \frac{T_\phi}{G r_0^3} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-1-84)$$

ここで、 $G(s)$ 、 s_1 、 η は式(3-1-22)、(3-1-24)に示した通りである。

式(3-1-83)から、 f_1 、 f_2 を求めると図3-1-19のようになる。

また、動的応答倍率 $\frac{\tilde{\phi} G r_0^3}{T_\phi} = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ を求めると図3-1-20のようになる。ただし、この図では、ポアソン比 $\nu=0$ としている。

b) Hallの近似解〔1967〕

Hsieh〔1962〕は半無限弾性体上の円形フーチング基礎のあらゆるモードの振動は、式(3-1-36)の形で表わされることを示した。この場合、減衰係数とばね係数は振動数の関数となる。Lysmerが半無限弾性体上のフーチング基礎の鉛直振動に対して、質量-ばね-ダッシュポット系による近似を成功させたので、Hallはこの方法をロッキング振動の問題へ適用することを試みた。このためには、次の運動方程式の減衰係数とばね係数を算定する必要がある。

$$I_\phi \ddot{\phi} + C_\phi \dot{\phi} + k_\phi \phi = T_\phi \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots (3-1-85)$$

式(3-1-85)において回転中心のまわりのフーチング基礎の慣性モーメントは I_ϕ で示される。半径 r_0 、高さ h の円筒形フーチング基礎で、密度分布が均一な場合、 I_ϕ は次式で表わされる。

$$I_\phi = \frac{\pi r_0^3 h r}{g} \left(\frac{r_0^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right) \quad \dots\dots\dots (3-1-86)$$

ここでHallは式(3-1-85)に静的なばね係数 $k_{\phi s}$ を導入するのが好都合であるとしている。 $k_{\phi s}$ と

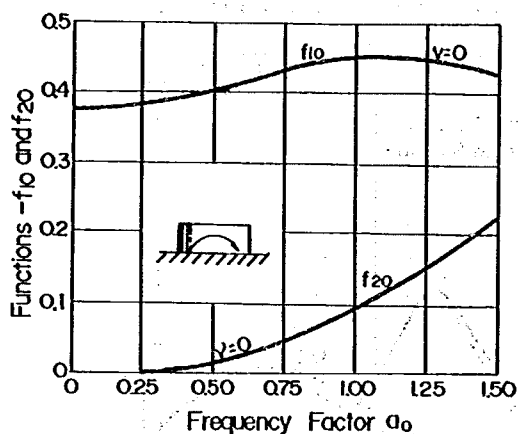


図 3-1-19 円形剛体基礎のロッキングに対する変位関数 f (Arnold, Bycroft, Warburton (1955) による)

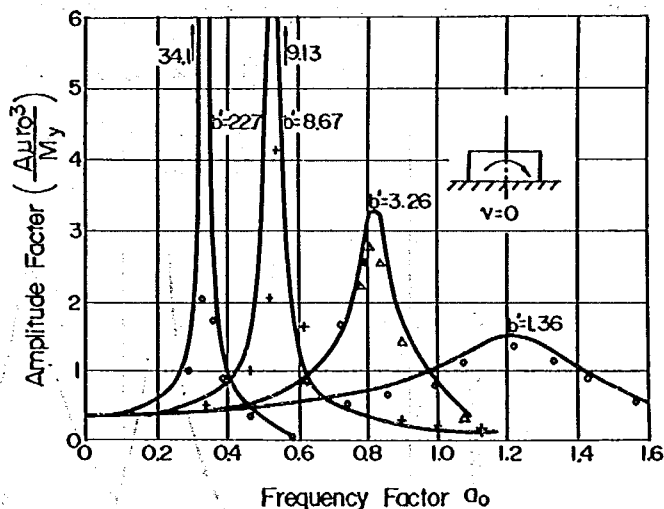


図 3-1-20 円形剛体基礎のロッキングに対する動的応答倍率 $\frac{\phi G r_o^3}{T_\phi}$ (ポアソン比 $\nu=0$) (Arnold, Bycroft, Warburton (1955) による)

しては Borowicka の解 (1943) から次式のように与えている。

$$k_{\phi s} = \frac{T_\phi}{\phi_s} = \frac{8Gr_o^3}{3(1-\nu)} \quad \dots\dots\dots (3-1-87)$$

次に減衰係数は次式で与える。

$$C_\phi = \frac{0.8r_o^4 \sqrt{G\rho}}{(1-\nu)(1+B_\phi)} \quad \dots\dots\dots (3-1-88)$$

式 (3-1-88) で示される減衰項はロッキング振動の最大振幅あるいは最大の動的増幅係数を定めるさいに有用となる。これは質量-ばね-ダッシュポット系の限界減衰、

$$C_{\phi c} = 2 \sqrt{K_\phi I_\phi} \quad \dots\dots\dots (3-1-89)$$

を用いて減衰定数を算定することによって調べることができる。この場合減衰定数は次式で表わされる。

$$D_\phi = \frac{C_\phi}{C_{\phi c}} = \frac{0.15}{(1+B_\phi) \sqrt{B_\phi}} \quad \dots\dots\dots (3-1-90)$$

質量-ばね-ダッシュポット系においては、共振時の振幅は減衰に支配され、一方最大振幅時の振動数は質量項とばね係数によって定められる。振動数の影響に対処するために、Hall はロッキング振動を行なうフーチング基礎の真の慣性モーメントに付加的な慣性モーメントを加えることによって、共振振動数を半無限弾性体理論から得られる値に一致させることが、いちばん簡単な方法であると考えた。これは B_ϕ (あるいは I_ϕ) にある係数を乗じて $B_{\phi eff}$ (あるいは $I_{\phi eff}$) とする方法であり、次式で示される。

$$B_{\phi eff} = n_\phi B_\phi \quad \dots\dots\dots (3-1-91)$$

n_ϕ の値は右の表に示される。

B_ϕ	5	3	2	1	0.8	0.5	0.2
n_ϕ	1.079	1.110	1.143	1.219	1.251	1.378	1.600

この修正を行なった $B_{\phi \text{ eff}}$ (あるいは $I_{\phi \text{ eff}}$) と式 (3-1-88) の減衰項を用いて, Hall は近似解と半無限弾性体理論解が, 図 3-1-21 に点線で示すように, よく一致することを見出した。

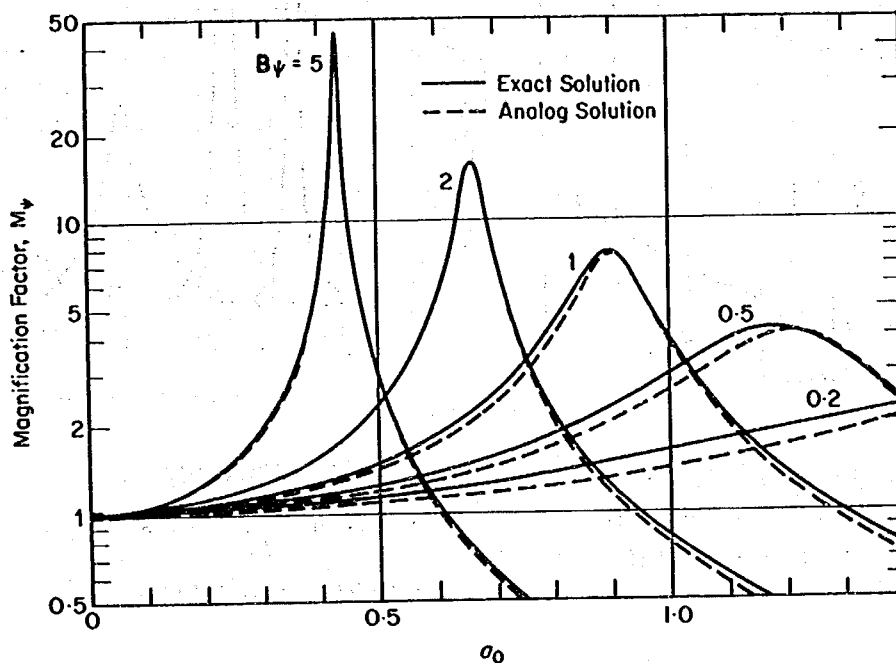


図 3-1-21 円形剛体基礎のロッキングに対する動的応答
倍率 M_{ϕ} (Hall (1967) による)

c) Luco, Westmann の解 (1971)

Luco らは円形剛体基礎が半無限等方弾性体上に置かれた場合の振動解を第 2 種のフレドホルム積分を用いて解いている。解析に際しては, 円形剛体基礎と弾性体表面の間の摩擦はないものと仮定している。

半径 r_0 の円形基礎の中心に円筒座標系 (r, θ, Z) の原点をとると, 振幅 α_M のロッキング振動する場合には,

$$u_z(r_0 r', \theta, 0) = \alpha_M r_0 r' \cos \theta \quad (r' < 1)$$

$$\sigma_{zz}(r_0 r', \theta, 0) = -\frac{4G\alpha_M}{\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{r' \phi(1)}{\sqrt{1-r'^2}} - \int_{r'}^1 \frac{dt}{\sqrt{t^2-r'^2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{t^{-1} \phi(t)}{\sqrt{t^2-r'^2}} \right) dt \right\} \cos \theta$$

$$M = \frac{8G\alpha_M r_0^3}{1-\nu} \int_0^1 t \phi(t) dt \quad (r' < 1) \quad \dots\dots\dots (3-1-92)$$

となる。ここで, $r' = r/r_0$, M はロッキングモーメントの大きさである。また, $\phi(t)$ は次のフレドホルム積分式を満足しなければならない。

$$\phi(t) + \int_0^1 K_T(t, t') \phi(t') dt' = t \quad (0 \leq t \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3-1-93)$$

式 (3-1-92) より, $C_{MM}(a_0)$ は次式となる。

$$C_{MM}(a_0) = \frac{1-\nu}{8G r_0^3 \int_0^1 t \phi(t) dt} \quad \dots\dots\dots (3-1-94)$$

ここで、 $a_0 = \omega r_0 \sqrt{\rho/G}$ は無次元化した振動数である。

式 (3-1-94) の実数部および虚数部を示すと図 3-1-22 のようになる。また、静的時には、

$$C_{MM}(0) = \frac{3}{8} \frac{1-\nu}{Gr_0^3} \quad \dots\dots\dots (3-1-95)$$

となる。

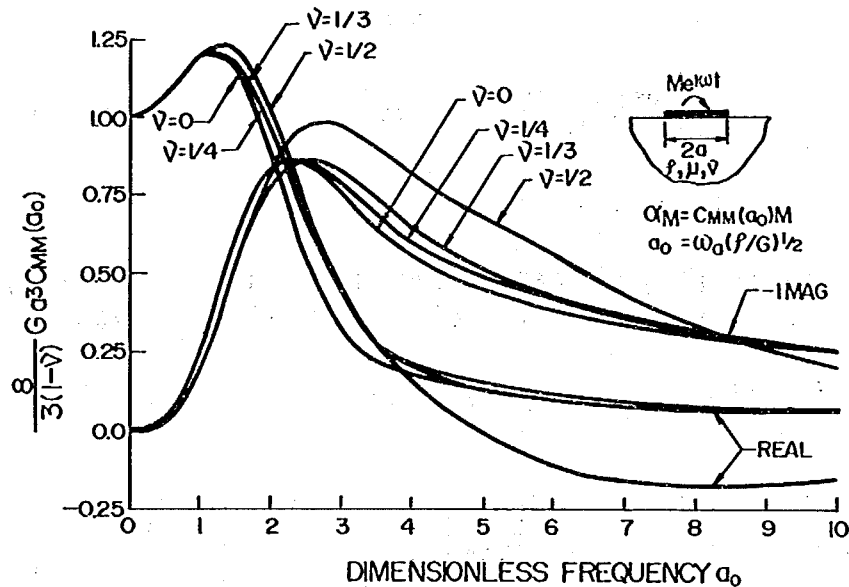


図 3-1-22 円形剛体基礎のロッキングに対する変位関数
(Luco, Westmann (1971) による)

(3) 水平振動

1) 円形基礎

a) Arnold, Bycroft, Warburton の解 [1955]

半無限等方等質弾性体上の円形剛体基礎が、同期外力の作用で水平振動する場合の解は Arnold らによって与えられている。彼らは円形基礎と弾性体表面の間の応力分布を次のように仮定した。

$$T_{zr} = \begin{cases} \frac{P_x e^{i\omega t} \cos \theta}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-1-96)$$

$$T_{z\theta} = \begin{cases} \frac{P_x e^{i\omega t} \cos \theta}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

このような仮定より、円筒座標 $(r, \theta, 0)$ での変位 u, v は次式となる。

$$u = R_e \left\{ \frac{P_x e^{i\omega t} \cos \theta}{2\pi G r_0} \int_0^\infty \left[\left\{ \frac{s}{\sqrt{s^2 - \eta^2}} - \frac{\sqrt{s^2 - 1}}{s} \right\} + \frac{\partial}{\partial r_0} J_1(r_0 s) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{s^2 \sqrt{s^2 - 1}} \frac{J_1(r_0 s)}{r_0} \right] \sin a_0 s ds \right\} \quad \dots\dots\dots (3-1-97)$$

$$v = R_e \left\{ \frac{P_x e^{i\omega t} \sin\theta}{2\pi G r_0} \int_0^\infty \left[\left(\frac{s}{\sqrt{s^2 - \eta^2}} - \frac{\sqrt{s^2 - 1}}{s} \right) \frac{J_1(r_0 s)}{r_0} + \frac{1}{s \sqrt{s^2 - 1}} \frac{\partial}{\partial r_0} J_1(r_0 s) \right] \sin a_0 s ds \right\}$$

これより、 P_x の作用方向の平均変位 u_{av} を次式で定義する。

$$u_{av} = \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{r (u \cos \theta + v \sin \theta)}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} dr d\theta \quad \dots\dots\dots (3-1-98)$$

式 (3-1-97) を式 (3-1-98) に代入すると、

$$\begin{aligned} u_a &= R_e \left\{ \frac{P_x e^{i\omega t}}{4\pi G r_0} \int_0^\infty \left\{ \frac{s^2 - \sqrt{s^2 - \eta^2} \sqrt{s^2 - 1}}{\sqrt{s^2 - \eta^2}} + \frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}} \right\} \frac{\sin^2 a_0 s}{a_0 s} ds \right\} \\ &= R_e \left\{ \frac{P_x e^{i\omega t}}{G r_0} \{ f_1(a_0, \nu) + i f_2(a_0, \nu) \} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-1-99) \end{aligned}$$

ここで、 s, η は式 (3-1-22)、
(3-1-24) に示した通りである。式
(3-1-99) より、水平変位の振幅
 $\tilde{u}_{av}$ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{av} &= \frac{P_x}{G r_0} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \\ \dots\dots\dots (3-1-100) \end{aligned}$$

f_1, f_2 は図 3-1-23 に示す通り
である。また動的応答倍率 $\frac{\tilde{u}_{av} G r_0}{P_x} =$
 $\sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ を $b = m/\rho r_0^3 = 60.4,$
18.3, 8.1, 4.0, 0.0 に対して示すと、
図 3-1-24 のようになる。ただし、
ここでは、ポアソン比 $\nu = 0$ としている。

b) Hall の近似解 [1967]

Hall は剛体円形基礎の水平振動についてもその動的応答を質量-ばね-ダッシュポット系によって近似的に表わしうることを見出した。近似に用いる質量としては半無限体上の質量に等しくとり、一方、ばね係数は Bycroft [1956] による水平荷重を受ける剛体円形基礎の静的変位から次式で与えている。

$$K_{xs} = \frac{32(1-\nu)}{7-8\nu} G r_0 \quad \dots\dots\dots (3-1-101)$$

次にこのモデルに対して動的応答を満足するような減衰係数を次式で与えている。

$$C_x = \frac{18.4(1-\nu)}{7-8\nu} r_0^2 \sqrt{\rho G} \quad \dots\dots\dots (3-1-102)$$

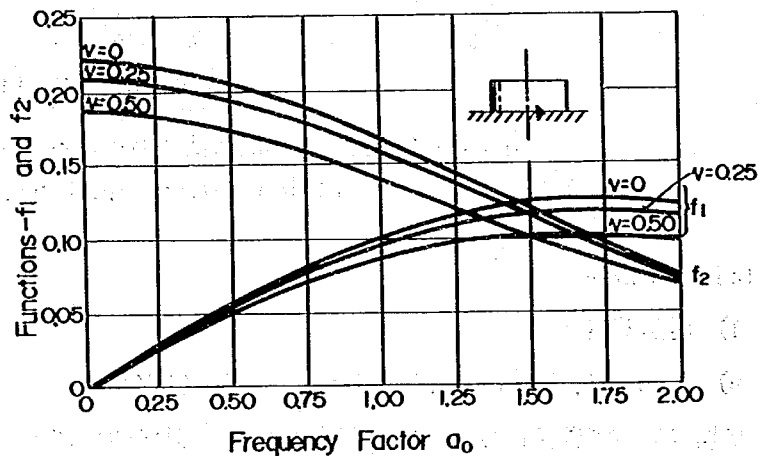


図 3-1-23 水平方向荷重を受ける円形剛体基礎の変位関数 f (Arnold, Bycroft, Warburton [1955] による)

図3-1-25は上記の近似解の応答曲線が半無限弾性体モデルによる厳密解と良く一致していることを示している。

c) Luco, Westmannの解 (1971)

Luco らは円形剛体基礎が半無限等方弾性体上に置かれた場合の振動解を第2種のフレッドホルム積分を用いて解析している。解析に際しては、円形剛体基礎と弾性表面の間の直応力は0と仮定している。

半径 r_0 の円形基礎の中心に円筒座標系 (r, θ, z) の原点をとると、振幅 d_H の水平方向振動をする場合には次の条件が与えられる。

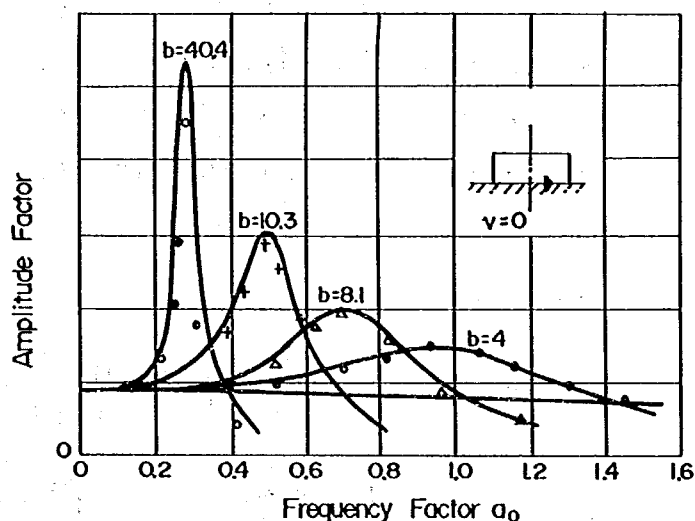


図3-1-24 水平荷重を受ける円形剛体基礎の動的応答倍率 $\frac{\tilde{u}_{av} G r_0}{P_x}$ (Arnold, Bycroft, Warburton (1955) による)

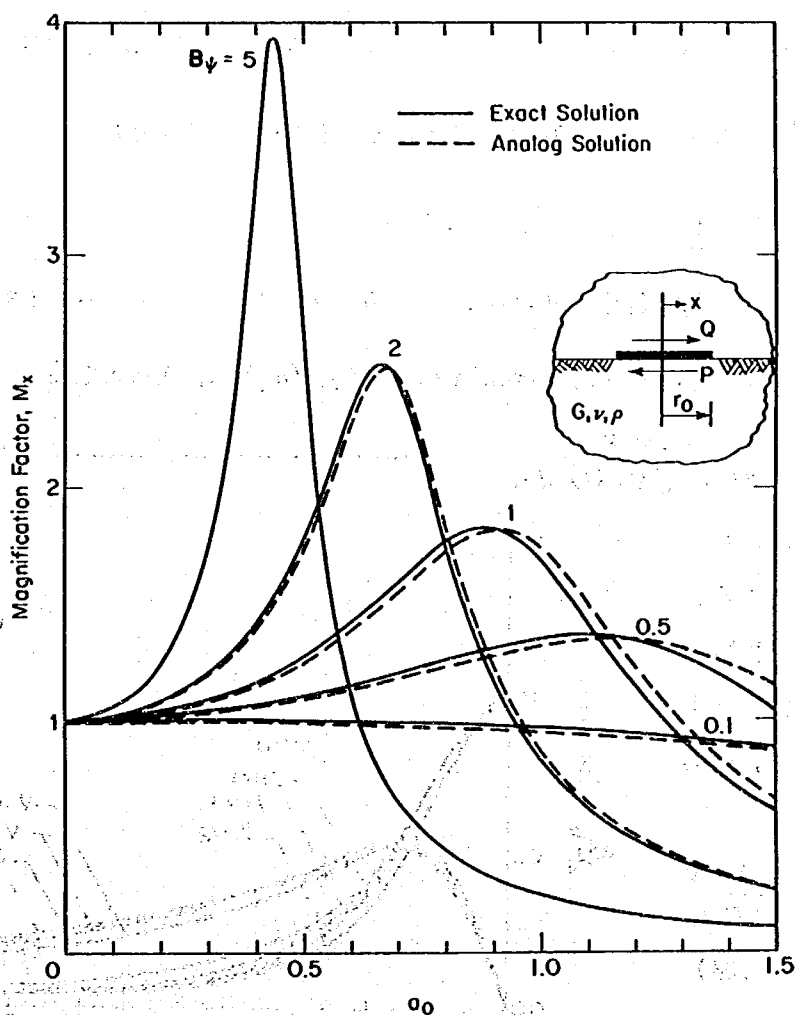


図3-1-25 水平荷重を受ける円形剛体基礎の動的応答倍率 M_x (Hall (1967) による)

$$\begin{aligned}
u_r(r_0 r', \theta, 0) &= \Delta_H \cos \theta & (r' < 1) \\
u_\theta(r_0 r', \theta, 0) &= -\Delta_H \sin \theta & (r' < 1) \\
\sigma_{rz}(r_0 r', \theta, 0) &= \gamma_{rz}^*(r') \cos \theta & (r' < 1) \\
\sigma_{\theta z}(r_0 r', \theta, 0) &= \gamma_{\theta z}^*(r') \sin \theta & (r' < 1)
\end{aligned}
\quad \dots\dots\dots (3-1-103)$$

ここで,

$$r' = r/r_0$$

$$\sigma_{rz}^* - \sigma_{\theta z}^* = -\frac{4G\Delta_H}{\pi r_0(2-\nu)} \left\{ \frac{2\phi_1(1) - \nu\phi_2(1)}{\sqrt{1-r'^2}} - \int_{r'}^1 \left[\frac{2\frac{d}{dt}\phi_1(t) - \nu t^{-1}\frac{d}{dt}(t\phi_2(t))}{\sqrt{t^2-r'^2}} \right] dt \right\}$$

$$\sigma_{rz}^* + \sigma_{\theta z}^* = \frac{4G\Delta_H}{\pi r_0} \left\{ \frac{r'^2\phi_2(1)}{\sqrt{1-r'^2}} - r'^2 \int_{r'}^1 \frac{\frac{d}{dt}[t^2\phi_2(t)]}{\sqrt{t^2-r'^2}} dt \right\} \quad (3-1-104)$$

また、円形基礎に作用する水平力 H は、

$$H = \frac{8G\Delta_H r_0}{2-\nu} \int_0^1 \phi_1(t) dt \quad \dots\dots\dots (3-1-105)$$

となる。ここで、 $\phi_1(t)$ 、 $\phi_2(t)$ は、次の2組のフレッドホルム積分式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned}
&\phi_1(t) + \int_0^1 [K_{11}(t, t')\phi_1(t') + K_{12}(t, t')\phi_2(t')] dt' = 1 \\
&(1-\nu)\phi_2(t) + \int_0^1 [K_{21}(t, t')\phi_1(t') \\
&\quad + K_{22}(t, t')\phi_2(t')] dt' = 0 \quad (0 \leq t \leq 1) \quad \dots\dots\dots (3-1-106)
\end{aligned}$$

式(3-1-105)より、Dynamic Compliance, $C_{HH}(a_0)$ は、次式となる。

$$C_{HH}(a_0) = \frac{2-\nu}{8G r_0 \int_0^1 \phi_1(t) dA} \quad \dots\dots\dots (3-1-107)$$

ここで、 $a_0 = \omega r_0 \sqrt{\rho/G}$

は無次元化した振動数である。

式(3-1-107)の実数部および虚数部を示すと図3-1-26のようになる。なお、静的時には、

$$C_{HH}(0) = \frac{1}{8} \frac{2-\nu}{G r_0} \quad \dots\dots (3-1-108)$$

となる。

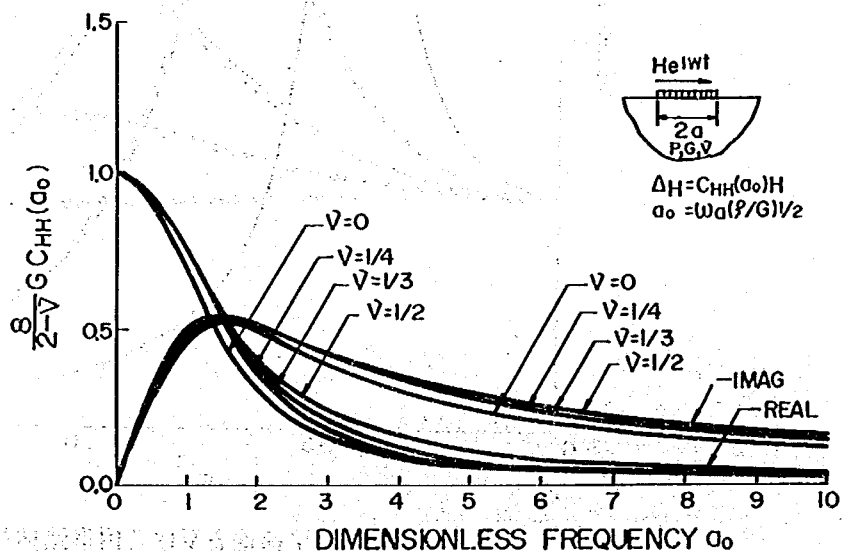


図3-1-26 上平荷重を受ける円形剛体基礎の変位関数
(Luco, Westmann (1971) による)

3-2 弾性層状体上の基礎

(1) 上下振動

1) 円形基礎

a) Bycroft の解 [1956]

Bycroft は $b = m / \rho r_0^3 = 0$ の場合は、底面が固定、頂面が自由でかつ横方向の動きの生じないように側方を拘束した弾性棒の振動に対応することを示した。この棒の振動の共振振動数は次式で与えられる。

$$f_0 = \frac{(2n-1) V_p}{4H} = \frac{(2n-1) V_s}{4H} \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad \dots\dots\dots (3-2-1)$$

これは次のように書きかえることができる。

$$a_0 = \frac{(2n-1) \pi r_0}{2H} \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad \dots\dots\dots (3-2-2)$$

弾性層上の重さのない剛体基礎の鉛直振動に対して、高次のモード（すなわち $n=1, 2, 3 \dots$ ）の共振振動が起こりうるという点が注目される。この層の中のいろいろな深さの粒子の鉛直変位は、各モードの振動に対して図 3-2-1 に示す曲線によって表わされる。

b) Warburton の解 [1957]

上述のように弾性層状体に支持された円形フーリング基礎の動的挙動の研究において、Bycroft [1956] は $b = m / \rho r_0^3$ の場合のみを考慮したが、一方 Warburton [1956] は以下のように $b = 0$ の場合の解を示した。

円形基礎に周期外力 $P_0 e^{i\omega t}$ の外力が作用した場合の底面下の応力 σ_z を式 (3-1-19) と同様に次式で仮定する。

$$\sigma_z = \begin{cases} \frac{P_0 e^{i\omega t}}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3-2-3)$$

式 (3-2-3) をフーリエベッセル積分することにより、Arnold, Bycroft, Warburton [1955] と同様の手法により、上下方向の変位成分 z を求めることができる。ここで、式 (3-2-3) の反力分布に応じた重み付けをした動変位 Z_{av} を次式により定義すると、

$$Z_{av} = \int_0^{r_0} \frac{Z r}{r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} dr \quad \dots\dots\dots (3-2-4)$$

Z_{av} は最終的に次式となる。

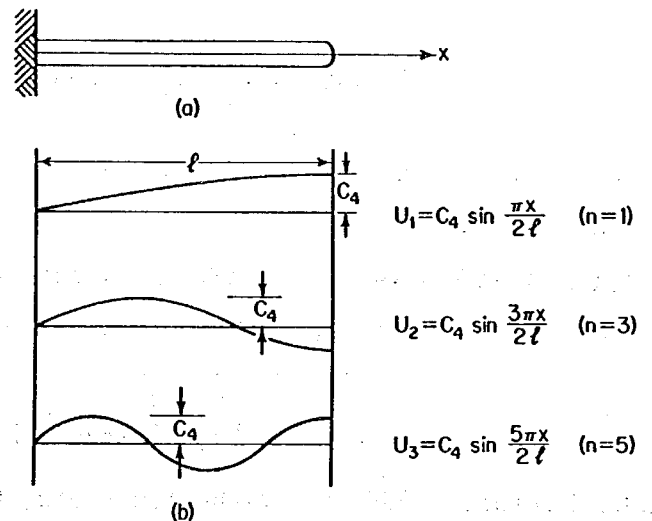


図 3-2-1 弾性体の振動モード (Richart, Hall, Wood [1970] による)

$$Z_a = R_e \left\{ \frac{P_0 e^{i\omega t}}{8\pi G r_0} \int_0^\infty \frac{\sqrt{s^2 - \eta^2} \sin^2 a_0 s}{a_0 s l(s)} ds - \frac{P_0 e^{i\omega t}}{8 G r_0} \sum_n \frac{\sqrt{s_n^2 - \eta^2} \sin^2 G_0 s_n}{a_0 s_n l'(s_n)} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-2-5)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} s_n : l(s) &= (s^2 - 0.5)^2 \coth \alpha H - s^2 \sqrt{s^2 - \eta^2} \sqrt{s^2 - 1} \coth \beta H \text{ の根} \\ l'(s_n) &= \left\{ \frac{dl(s)}{ds} \right\}_{s=s_n} \\ \eta &= \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-2-6)$$

式 (3-2-5) を整理すると,

$$\begin{aligned} Z_{av} &= R_e \left\{ \frac{P_0 e^{i\omega t}}{G r_0} \{ f_1(a_0, \nu, R) + i f_2(a_0, \nu, R) \} \right\} \\ &= \frac{P_0}{G r_0} (f_1 \cos \omega t - f_2 \sin \omega t) \quad \dots\dots\dots (3-2-7) \end{aligned}$$

となる。ここで $R = H/r_0$ である。式 (3-2-7) の変位関数 f_1, f_2 は、種々の R に対して図 3-2-2 に示す通りである。

式 (3-2-7) は質量のない円形剛体基礎の変位を与える式であるが、これより Reissner [1936] によれば、質量 m を有する円形剛体基礎の応答の変位振動 A_z は次式となる。

$$A_z = \frac{P_0}{G r_0} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 + b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad \dots\dots\dots (3-2-8)$$

なお、Bycroft [1956] も、Warburton [1957] も、振幅が無限大となる真の共振は $b = 0$ の場合に生じることを示した。Warburton によれば、 $b = 0$ の場合の共振は、 a_0 が次に示す値で、 $f_1 \rightarrow \infty$ の時に生ずる。

$$\left. \begin{aligned} \nu = 0 \text{ の場合 : } & f_1 \rightarrow \infty, a_0 \frac{H}{r_0} \rightarrow 2.1582 \\ \nu = \frac{1}{4} \text{ の場合 : } & f_1 \rightarrow \infty, a_0 \frac{H}{r_0} \rightarrow 2.5742 \\ \frac{1}{3} < \nu < \frac{1}{2} \text{ の場合 : } & f_1 \rightarrow \infty, a_0 \frac{H}{r_0} \rightarrow \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3-2-9)$$

重さを持つフーチング基礎 ($b > 0$) の振幅は、通常共振振動数においても有限である。Warburton はこの共振振動数に関する曲線を数種の $\frac{H}{r_0}$ に対して、質量比 b と a_0 を与えて $\nu = 0$ および $\nu = \frac{1}{4}$ の場合につき図 3-2-3 のように求めた。

Warburton はまた最大の動的変位について調べ、静的変位を基準とした倍率としてこれを示した。表 3-2-1 に示す値は半無限体上の剛体フーチング基礎の変位の静的値に対する Warburton の動的値の比を示しており、これは次式で示される。

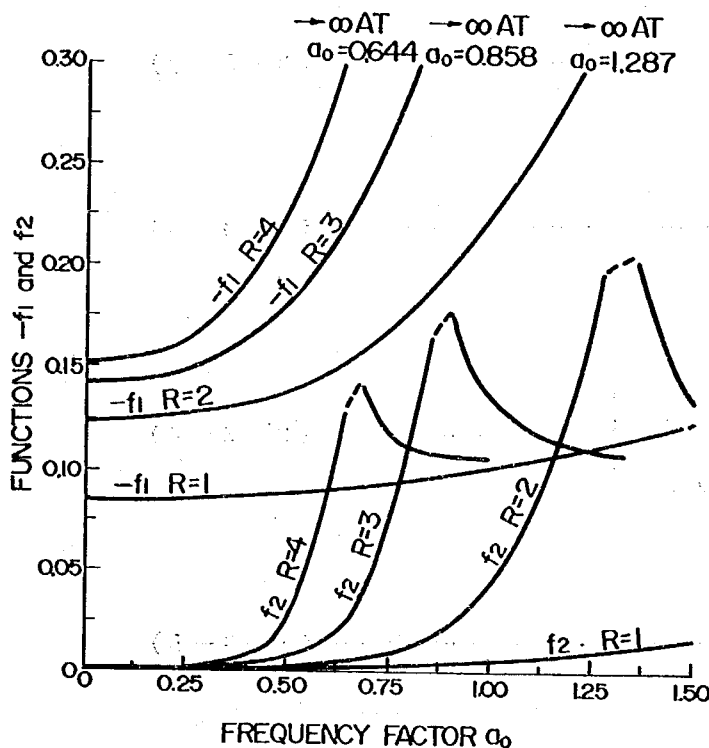


図 3-2-2 上下方向荷重を受ける弾性層
状体上の円形基礎の変位関数
(Warburton [1957] による)

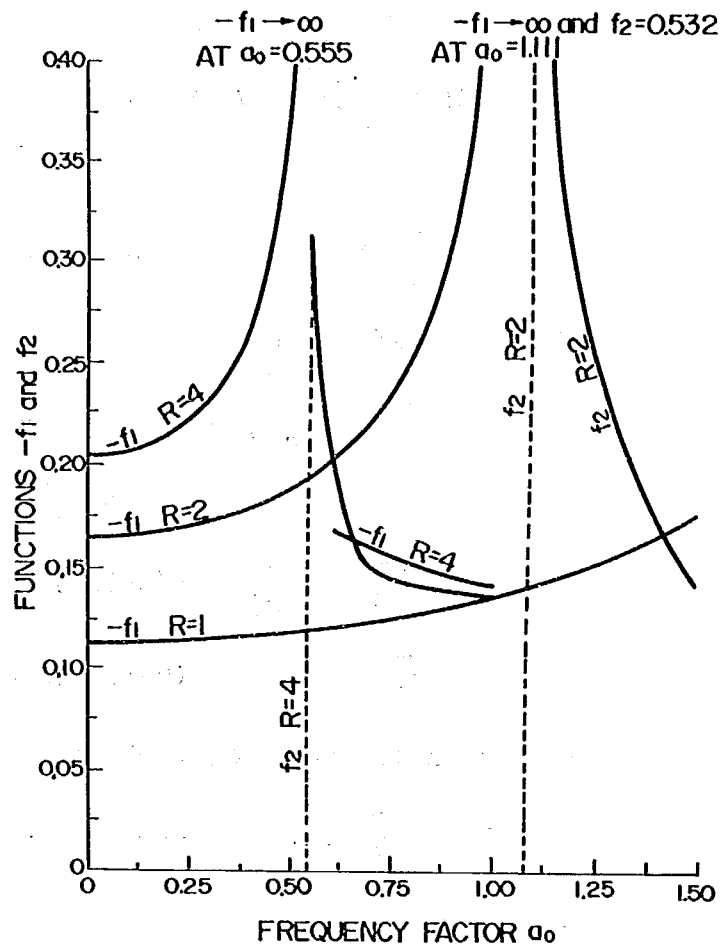


図 3-2-3 上下方向荷重を受ける弾性層
状体上の円形基礎の変位関数
(Warburton [1957] による)

$$M_{Lm} = \frac{A_{zLm} 4Gr_0}{(1-\nu) Q_0} \dots\dots\dots (3-2-10)$$

表 3-2-1 上下方向荷重を受ける弾性層状体
上の円形基礎の動的応答倍率 M_{Lm}
(Warburton [1957] による)

ここにおいて、 M_{Lm} は層状体における
共振時の変位の増幅係数である。

3-3 半無限弾性体中に根入れされた 基礎

(1) 上下振動

1) 円筒形基礎

a) Lysmer, Kuhlemeyer の研究 [1969]

Lysmer らは有限領域の境界において振動エネルギーを吸収し、半無限領域を近似するための特殊な粘性境界減衰を開発し、これを用いた有限要素解析により、底面において摩擦を有する円筒形剛体基礎（半径 r_0 ）に上下方向の周期外力が作用する場合の変位関数を求めた。

円筒形基礎の変位 $Z(t)$ は次式で与えられる。

$\frac{H}{r_0}$	M_{Lm} for				
	$b=0$	$b=5$	$b=10$	$b=20$	$b=30$
1	∞	5.8	11.4	20.5	28.9
2	∞	8.0	16.1	30.6	40.8
3	∞	4.7	9.5	23.7	36.0
4	∞	(5.4)	5.9	15.6	27.9
∞	1	1.21	1.60	2.22	2.72

$$Z(t) = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{K} (F_1 + iF_2) \quad \dots\dots\dots (3-3-1)$$

ここで,

$$K = \frac{4Gr_0}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (3-3-2)$$

基礎に質量 m がある場合には,

$$Z = \frac{P_0}{K} \frac{F}{1-B_z a_0^3 F} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3-3-3)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} B_z &= \frac{1-\nu}{4} \frac{m}{\rho r_0^3} && \text{(修正質量比)} \\ a_0 &= \frac{\omega r_0}{V_s} && \text{(無次元化振動数)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3-3-4)$$

となる。また、 Z の最大値は次式で与えられる。

$$Z_{max} = \frac{P_0}{K} M \quad \dots\dots\dots (3-3-5)$$

ここで,

$$M = \frac{F}{1-B_z a_0^3 F} = \sqrt{\frac{F_1^2 + F_2^2}{(1-B_z a_0^3 F_1)^2 + (B_z a_0^3 F_2)^2}} \quad \dots\dots\dots (3-3-6)$$

Lysmer らは、682 節点からなる有限要素モデルを用いて、半径 r_0 に対する根入れ長 H の比 $H/r_0 = 1/2, 1$ の場合に対する変位関数 F_1, F_2 を求め、これを $H/r_0 = 0$ の場合の変位関数と比較して図 3-3-

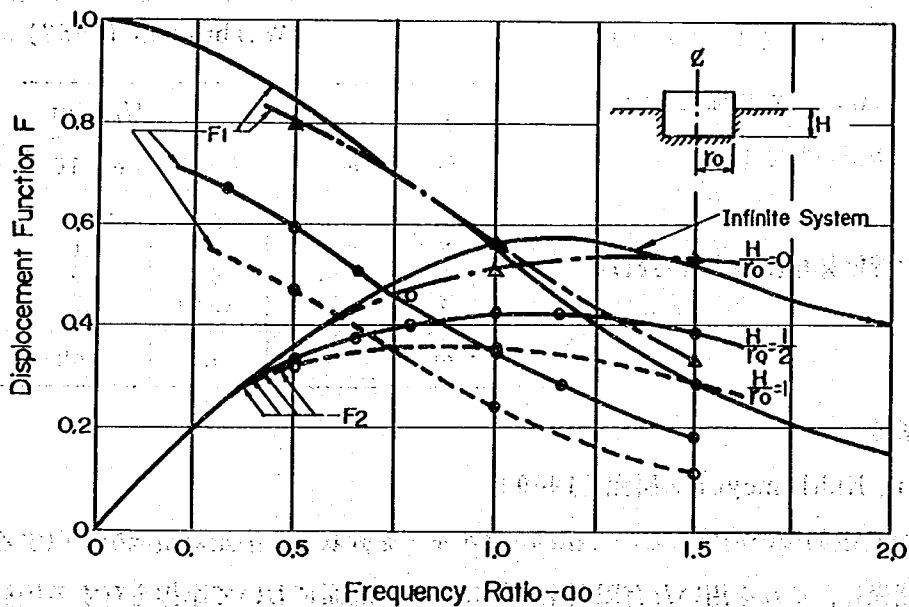


図 3-3-1 半無限弾性体中に根入れされた上下方向荷重を受ける円筒形基礎の変位関数 (Lysmer, Kuhlemeyer (1969) による)

1の結果を得た。さらに、式(3-3-6)の動的応答倍率 M に及ぼす根入れ長についても図3-3-2のような比較を行っている。

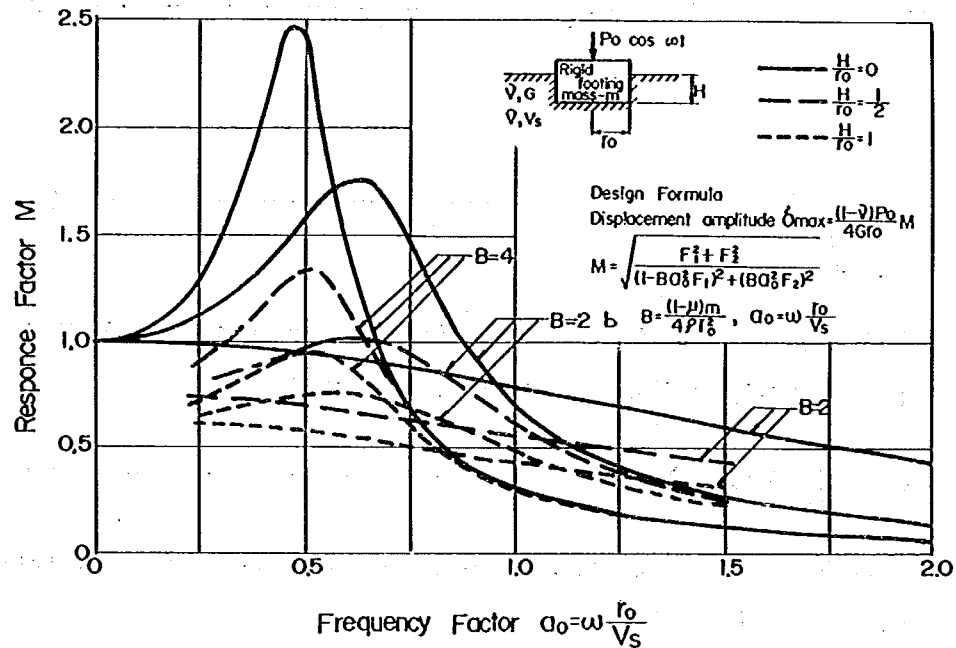


図3-3-2 半無限弾性体中に根入れされた上下方向荷重を受ける円筒形基礎の動的応答倍率 M (Lysmer, Kuhlemeyer (1969) による)

b) Novak, Beredugo の研究 (1972)

Novak, Beredugo は Baranov の仮定を用いて地盤中に根入れされた円形基礎に上下方向の周期外力が作用する場合の基礎の応答の近似的な取扱いを示した。

図3-3-3のように根入れされた円形基礎をモデル化すると、この運動方程式は次式となる。

$$m\ddot{z}(t) = P(t) - R_z(t) - N_z(t) \quad \dots\dots\dots (3-3-7)$$

ここで、

m : 基礎の質量

$P(t)$: 基礎に作用する上下方向の周期外力

$R_z(t)$: 基礎底面に作用する上下方向の動的反力

$N_z(t)$: 基礎側面に作用する上下方向の動的反力

式(3-3-7)を解くに際して以下の仮定を設ける。

- (i) 基礎は半径 r_0 の円筒形剛体とする。
- (ii) 完全弾性体を仮定する。
- (iii) $R_z(t)$ は根入れ深さによらないものとする。
- (iv) 基礎側面での地盤と基礎間の接触に常に確実に保たれるとする。

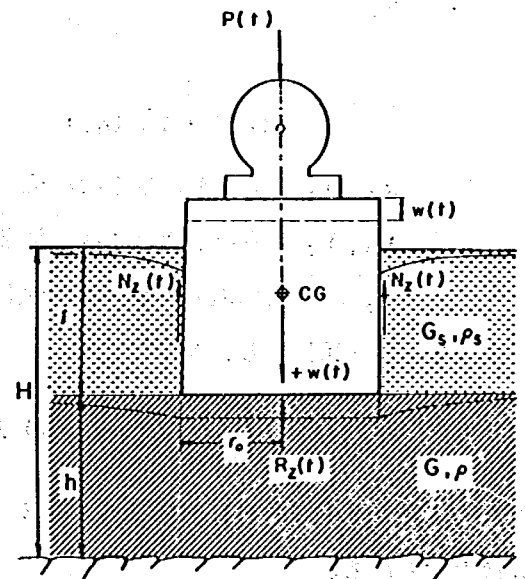


図3-3-3 半無限弾性体中に根入れされた上下方向荷重を受ける円筒形基礎の解析モデル (Novak, Beredugo (1972) による)

このような仮定を設けると、半無限弾性体理論によれば、基礎の変位 $Z(t)$ と $R_z(t)$ の関係は次式で与えられる。

$$R_z(t) = G r_0 (C_1 + i C_2) Z(t) \quad \dots\dots\dots (3-3-8)$$

ここで、

$$C_1 = \frac{-f_1}{f_1^2 + f_2^2} \quad \dots\dots\dots (3-3-9)$$

$$C_2 = \frac{f_2}{f_1^2 + f_2^2}$$

f_1, f_2 : 変位関数, 例えば, Reissner [1936], Bycroft [1956] 等により与えられる。

また, $S(Z, t)$ を根入れ部の単位長さ当りの動的反力とすれば,

$$N_z(t) = \int_0^l S(Z, t) dt \quad \dots\dots\dots (3-3-10)$$

となる。ここで, l は根入れ長である。いま, S が深さによらないと仮定すると, Baranov [1967] の解が利用でき, S は次式で与えられる。

$$S(t) = G_s (S_1 + i S_2) Z(t) \quad \dots\dots\dots (3-3-11)$$

ここで、

$$S_1 = 2\pi a_0 \frac{J_1(a_0)J_0(a_0) + Y_1(a_0)Y_0(a_0)}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)} \quad \dots\dots\dots (3-3-12)$$

$$S_2 = \frac{4}{J_0^2(a_0) + Y_0^2(a_0)}$$

J_0, J_1 : 0 次および 1 次の第 1 種ベッセル関数

Y_0, Y_1 : 0 次および 1 次の第 2 種ベッセル関数

G_s : 側面の地盤のせん断弾性係数 (図 3-3-3 参照)

式 (3-3-10) より, N_z は,

$$N_z(t) = \int_0^l G_s (S_1 + i S_2) Z(t) dz = G_s l (S_1 + i S_2) Z(t) \quad \dots\dots (3-3-13)$$

となり, 式 (3-3-11) および (3-3-12) を式 (3-3-8) に代入すると, 上下方向の運動方程式は次式となる。

$$m\ddot{z}(t) + G r_0 \left[C_1 + i C_2 + \frac{G_s}{G} \frac{l}{r_0} (S_1 + i S_2) \right] Z(t) = P(t) \quad \dots\dots (3-3-14)$$

ここで, ばね係数 k および減衰係数 C を次式で定義すると,

$$k = G r_0 \left(C_1 + \frac{G_s}{G} \frac{l}{r_0} S_1 \right) \quad \dots\dots\dots (3-3-15)$$

$$C = \frac{G r_0}{\omega} \left(C_2 + \frac{G_s}{G} \frac{l}{r_0} S_2 \right) \quad \dots\dots\dots (3-3-16)$$

式(3-3-14)は次のようになる。

$$m\ddot{z}(t) + (k + i\omega C)Z(t) = P(t) \quad \dots\dots\dots (3-3-17)$$

これより、 $P(t) = R_e[P_0 e^{i\omega t}] = P_0 \cos \omega t$ に対する解 $Z(t)$ は、

$$Z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \phi) \quad \dots\dots\dots (3-3-18)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= \frac{P_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} = \frac{P_0}{k} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4h^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{C\omega}{k - m\omega^2} \\ h &= \frac{C}{2m\omega_0} \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{Gr_0}{m} \left(C_1 + \frac{G_s}{G} \frac{l}{r_0} S_1\right)} \end{aligned} \right\} \quad (3-3-19)$$

となる。

Novak らは、上式を用いて根入れのある場合の動的応答に対して種々のパラメータスタディーを展開し、各定数の影響を検討している。

図3-3-4は式(3-3-15)および式(3-3-16)の S_1, S_2, C_1, C_2 と無次元化振動数 a_0 の関係を示したものである。図中で、変位関数 f_1, f_2 は、半無限弾性体理論に対しては Bycroft の解 [1956] を、また、層状弾性体理論に対しては、Warburton の解 [1957] を用いて求めている。図中の S_1, S_2, C_1, C_2 を a_0 の多項式で近似させると表3-3-1のようになる。

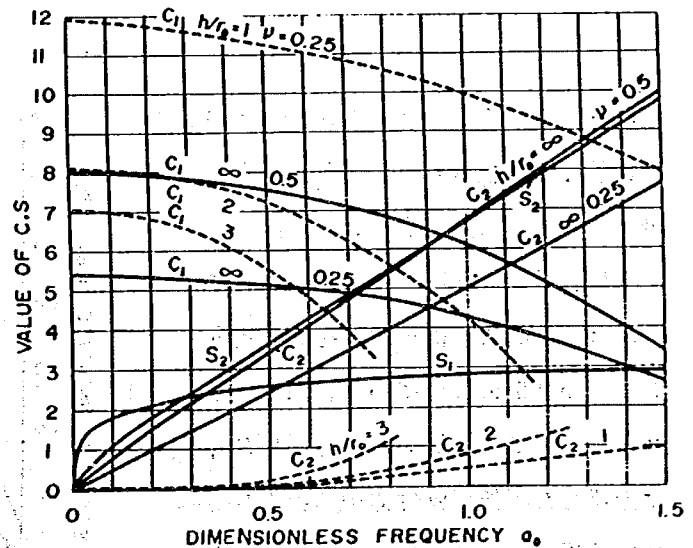


図3-3-4 S_1, S_2, C_1, C_2 と a_0 の関係 (Novak, Beredugo, [1972] による)

いま、根入れ深さ δ の場合の式(3-3-18)で与えられるばね係数 $k(\delta)$ を $\delta = 0$ の場合のばね係数 $k(0)$ で除した値 $k(\delta)/k(0)$ を求め、これを Kaldjian [1969] が有限要素法を用いて静的に求めた値と比較すると、図3-3-5のようになる。

半無限弾性体中に根入れされている場合の動的応答倍率曲線を、修正質量比 $B_z = 5$ の場合につき図3-3-6に示す。図中の実線は $\rho_s/\rho = 1$ の場合(図3-3-3参照)、破線は $\rho_s/\rho = 0.75$ の場合(基礎周辺の土の単位体積重量が底面下の土の単位体積重量の75%のフィル材により埋めもどされている場合に相当)を示している。根入れ長が δ の場合の共振応答振幅と根入れのない場合の共振応答振幅の比 R_a

表 3-3-1 S_1, S_2, C_1, C_2 の近似式 (Novak, Beredugo [1972] による)

ν (1)	Values (2)
(a) Half Space	
0.0	$C_1 = 4.00 - 0.08356 a_0 + 0.6346 a_0^2 - 2.600 a_0^3 + 1.801 a_0^4 - 0.3646 a_0^5$ $C_2 = 3.438 a_0 + 0.5742 a_0^2 - 1.154 a_0^3 + 0.7433 a_0^4$
0.25	$C_1 = 5.37 + 0.364 a_0 - 1.41 a_0^2$ $C_2 = 5.06 a_0$
0.5	$C_1 = 8.00 + 2.180 a_0 - 12.63 a_0^2 + 20.73 a_0^3 - 16.37 a_0^4 + 4.458 a_0^5$ $C_2 = 7.414 a_0 - 2.986 a_0^2 + 4.324 a_0^3 - 1.782 a_0^4$
(b) Side Layer	
any value	$S_1 = 0.2153 a_0 + 2.760 a_0 / a_0 + 0.06084$ $S_2 = 6.059 a_0 + 0.7022 a_0 / a_0 + 0.01616$

を図 3-3-7 に示す。この結果より共振応答振幅は根入れ長の増加とともに単調に減少することがよくわかる。

次に、層状弾性体中に根入れされている場合の動的応答倍率曲線を質量比 $b = 5$ および 2.5 の場合につき、図 3-3-8 に示す。ここで側面の反力係数 S_1, S_2 は上述した半無限弾性体中に根入れされている場合と同じ値である。図 3-3-9 は、共振応答変位振幅に及ぼす表層の厚さの影響を示したものである。 $\delta = l/r_0$ が 0.5 以上の場合には、共振応答変位振幅は、表層の厚さ H (H/r_0) にそれほどよらないことがわかる。

以上の議論では、 S_1, S_2, C_1, C_2 は a_0 の複雑な関数であるが、取扱いを簡単にするためには、次のような形にまとめることができれば便利である。

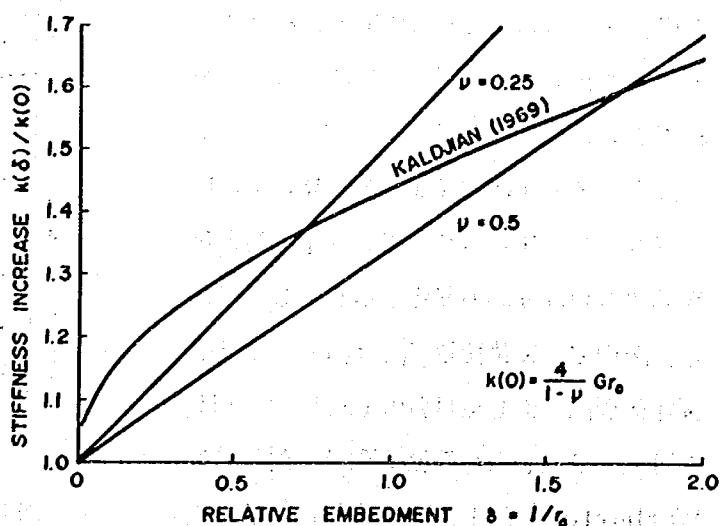


図 3-3-5 Kaldjian の解 (1969) との比較 (Novak, Beredugo [1972] による)

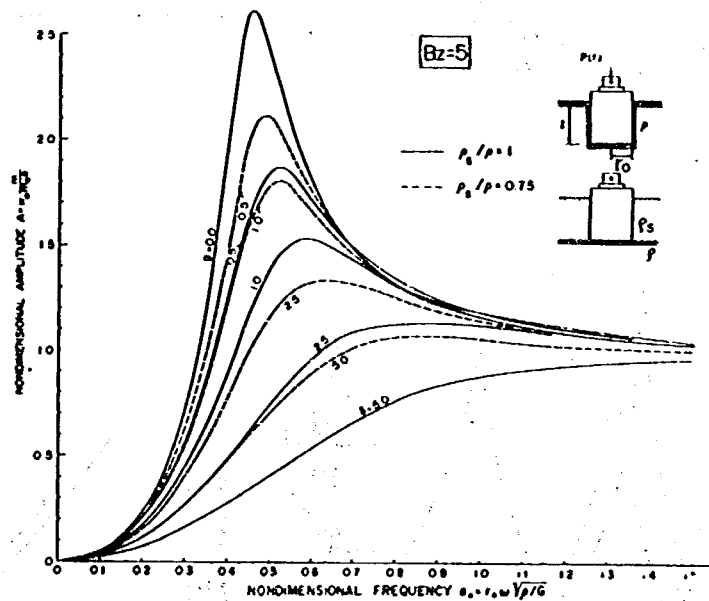


図 3-3-6 半無限弾性体中に根入れされた上下方向荷重を受ける円筒形基礎の動的応答倍率
(Novak, Beredugo (1972) による)

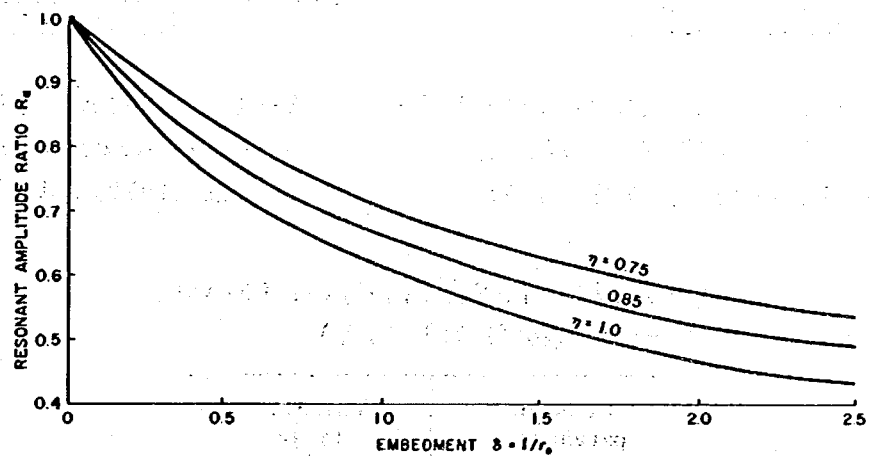


図 3-3-7 共振時の変位振幅に及ぼす根入れ長の効果
(Novak, Beredugo (1972) による)

$$\begin{aligned} C_1 &= \bar{C}_1, \quad S_1 = \bar{S}_1 \\ C_2 &= \bar{C}_2, \quad S_2 = \bar{S}_2 \end{aligned} \quad \dots \quad (3-3-20)$$

ここで、 $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ は a_0 の範囲を限定することにより、表 3-3-2 のように与えることができる。式 (3-3-20) を式 (3-3-16) に代入すると、減衰係数は、次式のように与えられる。

$$C = r_0^2 \sqrt{\rho G} \left(\bar{C}_2 + \bar{S}_2 \frac{\omega l}{r_0 \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho} \frac{G_s}{G}}} \right) \dots \quad (3-3-21)$$

したがって、減衰定数 h は、

$$h = \frac{1}{2\sqrt{b_0}} \frac{\bar{C}_2 + \bar{S}_2 \frac{l}{r_0} \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho} \frac{G_s}{G}}}{\sqrt{\bar{C}_1 + \frac{G_s}{G} \frac{l}{r_0} \bar{S}_1}} \quad (3-3-22)$$

と与えられる。

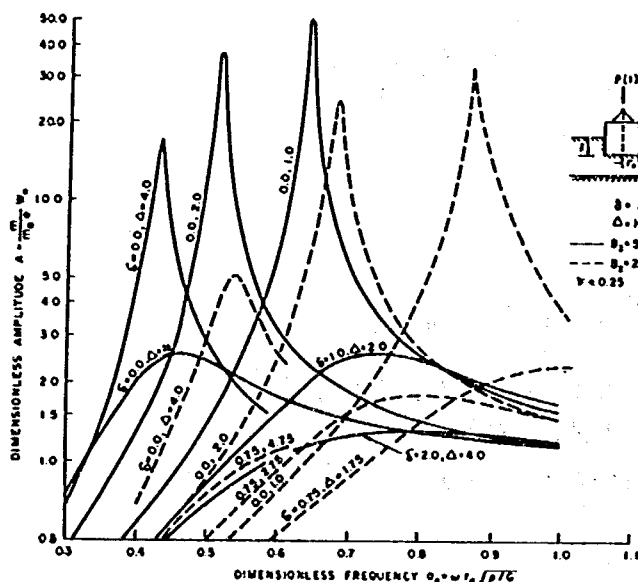


図 3-3-8 層状弾性中に根入れされている上下方向荷重を受ける円筒形基礎の動的応答 (Novak, Beredugo [1972] による)

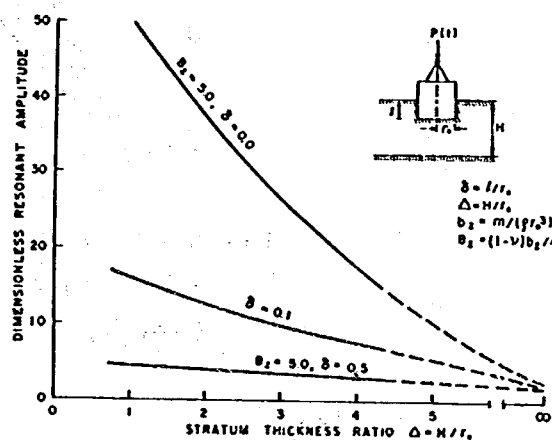


図 3-3-9 共振時の変位振幅に及ぼす根入れ長の効果 (Novak, Beredugo [1972] による)

表 3-3-2 $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ の値 (Novak, Beredugo [1972] による)

Constant parameters (3)	Validity range (4)
$\bar{C}_1 = 3.90$ $\bar{C}_2 = 3.50$ $\bar{C}_1 = 5.20$ $\bar{C}_2 = 5.00$ $\bar{C}_1 = 7.50$ $\bar{C}_2 = 6.80$	$0 \leq a_0 \leq 1.5$
$\bar{S}_1 = 2.70$ $\bar{S}_2 = 6.70$	$0 \leq a_0 \leq 2.00$

4. 弾性論に基づく地盤反力ばね係数の適用性

前章までに弾性論に基づく静的および動的な地盤反力ばね係数の評価方法を示したが、実務の設計に反映する際には、以下の点から理論の適用性を検討する必要がある。

4-1 地盤反力ばね係数の定義

弾性論に基づく地盤反力ばね係数の算出に際しては、数学上の取り扱いからその定義が個々の研究者により少しずつ異なっている。前章の理論値を適用するに際して考慮しなければならない条件としては一般に次のようなものがある。

(1) 基礎底面で仮定した反力の分布形

弾性論では、弾性体上もしくは弾性体中に基礎が置かれ、これに荷重が作用した場合の変位を求める際に、基礎の底面で期待される反力の分布に等しい分布荷重を弾性体に加えることにより基礎の効果を表わしている。基礎底面の反力分布形は、基礎の剛性、形状、等によって変化するものであり、求めようとする基礎の変位も基礎底面の反力分布に依存しているため、両者を一度に定めることができない。そのため、前章までに示した研究では、先に基礎底面での反力分布形を仮定して、これによる基礎の変位を求めている。したがって、地盤反力係数の評価に際しては、どのような反力の分布形が用いられているかを把握しなければならない。一般的によく用いられているのは、図4-1-1に示すように、

- a) 剛体底面反力分布
- b) 等反力分布
- c) 放物線反力分布

の3つである。仮に、基礎中央の変位をもって基礎の変位をみなすものとすれば、基礎に作用する荷重が同一でも、その分布形の違いにより基礎の変位は、図4-1-2に示すようにa), b), c)の順で大きくなる。

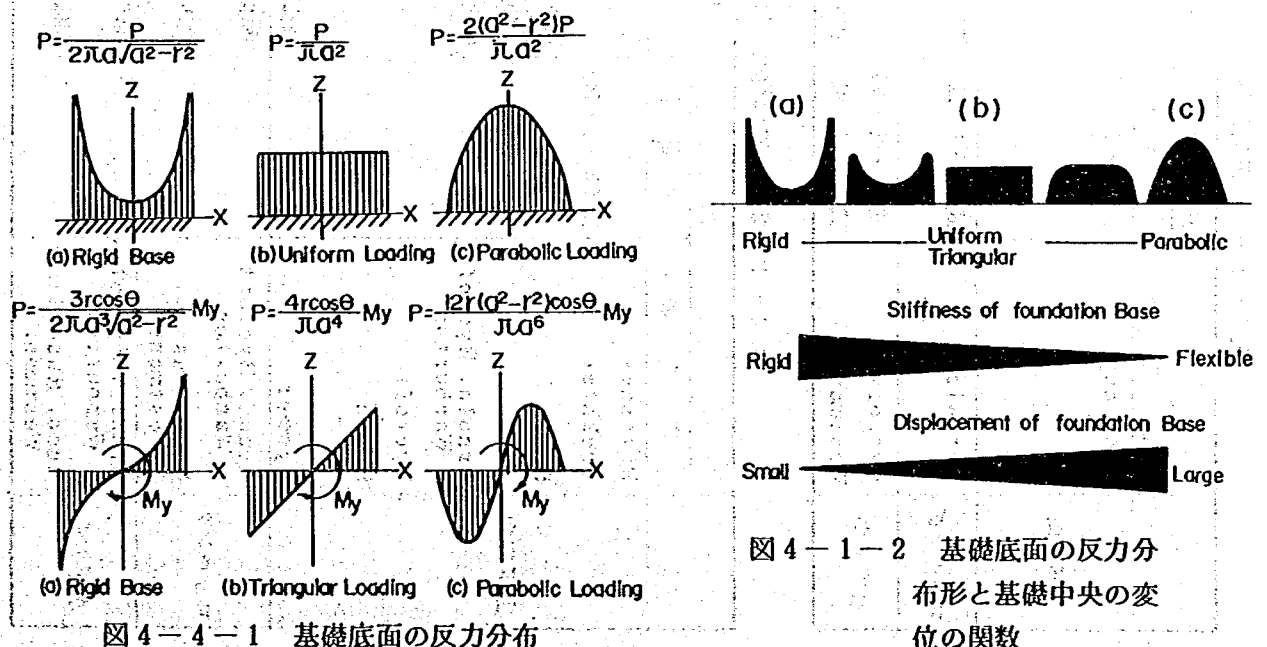


表4-1-1 静的地盤反力ばね係数 (半無限等方等質弾性体上の基礎)

	円形基礎			矩形基礎		
	研究者	式番号	解の特徴	研究者	式番号	解の特徴
上下方向	Sadovsky	式(2-1-9)	剛体基礎, 基礎中心の変位	Vogt Schleicher Gorbunov-Pasadov Bousinesq	式(2-1-10) 式(2-1-16) 式(2-1-20)	非常に軟かい基礎, 基礎の平均変位 剛体基礎 非常に軟かい基礎, 基礎の中心の変位
ロッキング	Borowicka	式(2-1-22)	剛体基礎, 基礎中心の回転角	Vogt Barkan-Tereimin	式(2-1-23) 式(2-1-32)	非常に軟かい基礎, 基礎中心の回転角
水平方向	Bycroft Westmann	式(2-1-23) 式(2-1-24)	剛体基礎, 基礎中心の変位	Vogt Barkan	式(2-1-35) 式(2-1-44)	等反力分布, 基礎中心の変位

表4-1-2 動的地盤反力ばね係数 (半無限等方等質弾性体上の基礎)

	円形基礎			矩形基礎		
	研究者	式番号	解の特徴	研究者	式番号	解の特徴
上下方向	Reissner Shekhter Sung Arnold, Bycroft Warburton Bycroft Hsieh Lysmer	式(3-1-14)	等反力分布 基礎中心の変位 " 平均変位 剛体底面反力分布 } 基礎中心の変位 等反力分布 } 放物線反力分布 } 剛体底面反力分布, 底面反力分布の重み付をした平均変位 " " " " ($0 < a_0 < 1.5$) 剛体基礎	Sung Quinlan Thomson 小堀 Elorduy		
ロッキング	Arndt, Bycroft Warburton Luco, Russell Westmann		剛体底面反力分布, 基礎中心の回転角 剛体基礎 基礎中心の回転角			
水平方向	Arnold, Bycroft, Warburton Luco, Russell, Westmann		剛体底面反力分布 底面反力分布の重み付をした平均変位 剛体基礎 基礎中心の変位			

従って、この場合には結果として求められる地盤反力ばね係数は、a), b), c) の順に小さくなり、反力分布が地盤反力ばね係数に影響を与えることがわかる。

以上は、地盤反力ばね係数を評価する際の留意事項があるが、解析の対象となる構造物の特徴に応じて、いずれの反力分布に基づく解が最も実際の現象に近いかを判断することが必要である。

また、たとえば上下方向もしくは、ロッキングに対する地盤反力ばね係数を誘導する際に、大部分の研究は、半無限弾性体表面に垂直方向の応力のみを取扱い、これに平行する方向の応力成分は0としている。これは数学的な取扱いを容易にするためにとられた仮定であるが、このような条件は、基礎の底面と半無限弾性体表面との間に摩擦力がなく、基礎が地盤の水平方向への変形を拘束しないことを意味している。実際の構造物では、基礎底面と地盤との間には摩擦力が作用し、上記の仮定が満足されない場合が多いことにも注意しなければならない(ただし、Lysmer, Kuhlemeyer [1969]によれば、このような効果は、それほど著しい影響を持たないとの研究もある)。

(2) 基礎の変位の認定

上記1)と同様に、弾性論では仮定した分布形に従う応力条件の下での弾性体の変形を求めたものであり、したがって、地盤反力係数の算定に際して、どの点の変位を基礎の変位と認定しているかに注意しなければならない。たとえば図4-1-2では、基礎の中心(厳密には、仮定した分布形に従う応力載荷領域の中心)の変位をもって基礎の変位とみなした場合の地盤反力ばね係数の大きさを示したものであるが、仮に載荷領域の端の点の変位を基礎の変位と認定した場合には、基礎の変位の大きさは恐らくa), b), c) の順に小さくなる。したがって、地盤反力係数はa), b), c) の順に大きくなって、図4-1-2の結果と反対の傾向を持つことになる。このように、基礎の変位をどのように認定しているかは、地盤反力係数の評価に大きな影響を与えるものであり、理論解の適用に際してはこのような点に留意しなければならない。

一般によく用いられるのは次の4種類である。

- a) 載荷領域の中心の変位
- b) 載荷領域下の変位の単純平均した変位
- c) 載荷領域下の変位を仮定した反力の分布形の重みにより平均した変位
- d) 載荷領域下の最大の変位

これらのうち、いずれに対する解が最も適当であるかは、対象とする構造物の特性、解析の目的に応じて選択することが必要である。なお、上記の1)ともあわせて、研究例の多い半無限等方質弾性体上の円形および矩形基礎の地盤反力ばね係数を、基礎底面下の反力分布、変位の求め方に着目して整理した結果を表4-1-1(静的地盤反力ばね係数)および表4-1-2(動的地盤反力ばね係数)に示す。

4-2 弾性定数の選定

(1) 弾性係数、せん断弾性係数

弾性論に基づく地盤反力ばね係数は、地盤が弾性体に近似できる場合にしか適用できない。一般に地盤を弾性体として近似することが適当ではない条件としては以下のものがある。

- a) 構造物の変位が非常に大きく、地盤が破壊に達する場合
- b) 地盤が流動化等により、その物性を大きく変化させる場合
- c) 基盤が激しく振動し、ジャンプして地盤から離れるような場合
- d) 地盤の特性が場所ごとに著しく変化し、等方等質とは近似できない場合

こうした条件以外の場合は、以下の点に留意して地盤を弾性体によって近似することが可能である。

- a) 地盤の剛性のひずみ依存性を等価線形等の考え方により考慮し、解析対象とする基礎の変位量に応じた地盤の弾性定数を選択する。
- b) 基礎の影響が及ぶ範囲を検討し、この領域内のできるだけ平均的な弾性定数を選択する。この領域内の弾性定数の変化が比較的大きい場合には、基礎の影響の及ぶ割合による重みを付けて平均した弾性定数を選定することも考えられる。

(2) ポアソン比

前章までに示した地盤反力係数は、数学的な取扱いを容易にするため、ポアソン比 $\nu=0$ の場合に限定したり、あるいは、特定の ν の値に対してしか試算結果が示されていないものもある。ポアソン比 ν が結果に及ぼす影響は、たとえば、図3-1-3(a)などにみることができるが、ある程度無視できない場合もある。したがって、地盤反力係数の適用に際しては、解析のものとなっているポアソン比を確認することが必要である。一般に地盤のポアソン比は、 $\nu \div 0.4 \sim 0.45$ 程度とされているため、 $\nu=0$ あるいは $\frac{1}{2}$ 等に対して求められた地盤反力係数に対しては必要に応じてポアソン比に対する補正を加えて結果を利用することが必要である。

4-3 適用し得る振動数の範囲（動的地盤反力ばね係数の場合）

動的地盤反力ばね係数は振動数の関数である。前章に示した地盤反力ばね係数は、無次元化した振動数 $a_0 = \frac{\omega r_0}{V_s}$ によって表示されているが、一般の構造物の地震応答解析では、 $V_s = 100 \sim 300 \text{ m/sec}$ 、 $\omega = 2\pi f = 2\pi(1 \sim 5) \text{ 1/sec}$ 、 $r_0 = 5 \sim 15 \text{ m}$ 程度であり、また、構造物の規模(r_0)が大きくなれば、対象とする振動数(ω)の範囲は一般に下がるため、 a_0 としては2程度以下である場合が多い。

a_0 項に対する近似を含んだ解には以下のものがある。

- a) Lysmerの修正変位関数 $F = \frac{1}{1-\nu} f$ を使用する解
- b) Hsiehらのように、変位関数の厳密解のある振動数 a_0 の領域内で多項式等により近似している場合

c) Lysmer, Hallらの近似解のようにし、1自由度のばね～ダッシュポット系で近似している解
 上述したように、構造物の地震応答解析では、一般に、 $0 < a_0 < 2$ 程度である場合が多く、この程度の範囲に a_0 がある場合には、上記の大方の地盤反力ばね係数は問題ないが、 a_0 がこれよりも著しく大きい場合には a_0 の近似度に対する解の精度を検討することが必要である。

4-4 境界条件の影響

弾性論に基づく地盤反力係数では、地盤を半無限弾性体、弾性層状体、剛基盤上の層状弾性体等に理想化している。しかしながら、実際の地盤は一般に複雑な特性を有しており、かたさが深さ方向に増加していたり、あるいは、基盤層が傾斜していたりして必ずしも上記の理想化された状態とは適合しない場合がある。このような場合に対しては、地盤のモデル化と対応させて、前章に示した地盤反力ばね係数に工学的な判断を加え、多少の修正を施して適用していくことが必要とされよう。

なお、Bycroftの解〔1956〕に見られるように、剛基盤上の成層地盤上に基礎が設けられる場合には、基礎の半径 r_0 と成層地盤の厚さ H の比 H/r_0 が1よりも大きい範囲では、剛基礎の存在は、それ程問題とはならないが、 H/r_0 が1以下の領域では、 H/r_0 に応じて地盤反力ばね係数が変化することに注意しなければならない。

4-5 基礎の根入れの効果

Kaldianの研究〔1969〕からもわかるように、基礎が弾性体中に根入れされている場合の地盤反力ばね係数は、基礎が弾性体上に置かれている場合の地盤反力ばね係数と非常に大きく異なっており、基礎の根入れが地盤反力ばね係数に及ぼす影響は無視できない。残念ながら根入れがある場合の地盤反力ばね係数に対する解析解は少ないが、基礎の形状から根入れが小さくないと判断される場合には、弾性体上に基礎があるとして解析的に地盤反力ばね係数を用いることは適当ではない。

5. ま と め

地盤反力係数は、対象とする構造物が与えられて決まるものである。したがって、一般に統一的な評価方法はなく、たとえば、杭の設計に用いる地盤反力係数、あるいはケーソンの設計に用いる地盤反力係数といったように個々の構造物ごとに評価されるのが普通である。さらに、その評価手法も実物の構造物を使った載荷実験から、平板載荷試験、孔内載荷試験、数値解析、理論解析と各種の手法がある。

このうち、地盤反力ばね係数の評価を目的とした小規模な実物基礎構造物や載荷板を用いた実験は、現在までに数多く実施されてきており、理論との対応もよく吟味されている。これに対して、大規模な構造物を設計する際の地盤反力ばね係数の評価方法に対する研究はほとんどなく、上記の比較的資料の豊富な小規模構造物に対する地盤反力ばね係数を形状の効果を加味して外挿して求めている例が多い。したがって、大規模構造物に対する地盤反力ばね係数の評価手法は、今後の体系的な研究が最も必要とされている分野の一つであり、このような構造物に対しては、実物を用いた載荷実験は困難であるため、理論的な解析が必要とされている。

このような観点から本文においては、弾性論に基づく円形および矩形基礎の地盤反力係数に限定し、その評価手法と適用上の問題点を検討した。この結果、構造物の基礎が地盤上に浅く設置されている場合には、自由表面を有する弾性体表面に置かれた平板として基礎をモデル化することにより地盤反力ばね係数の算出ができ、またこのような条件下の研究も比較的多くあることが示された。しかしながら、構造物が地盤中に根入れされている場合には、根入れの効果は地盤反力ばね係数に著しい影響を与えるにもかかわらず、こうした条件下での理論解が少ないことがわかった。今後こうした方面の研究が必要とされよう。

引用文献

- 1) Barkan, D.D.: Dynamics of Bases and Foundations, McGraw-Hill, 1962.
- 2) Richart, Jr. F.E., Hall, Jr., J.R. and Woods, R.D.: Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, 1970.
- 3) Hsieh, T.K.: Foundation Vibrations, Proc. of Institution of Civil Engineers, Vol. 22, 1962, pp. 211-226.
- 4) Westmann, R.A.: Asymmetric Mixed Boundary Problems of the Elastic-Half-Space, Journal of Applied Mechanics, 1965, pp. 411-417.
- 5) Karasudhi, P., Keer, L.M. and Lee, S.L.: Vibratory Motion of a Body on an Elastic Half Plane, Journal of Applied Mechanics, 1968, pp. 697-705.
- 6) Whitmann, R.V. and Richart, Jr., F.E.: Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations, Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM6, 1967, pp. 169-193.
- 7) Sarrazin, M.A., Roesset, J.M. and Whitmann, R.V.: Dynamic Soil-Structure Interaction, Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST7, 1972, pp. 1525-1544.
- 8) Johnson, G.R., Christiano, P. and Epstein, H.I.: Stiffness Coefficients for Embedded Footings, Proc. ASCE, Vol. 101, No. GT8 1975, pp. 789-800.
- 9) Parmelee, R.A. and Wronkiewicz, J.H.: Seismic Design of Soil-Structure Interaction Systems, Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST10, 1971, pp. 2503-2517.
- 10) Johnson, G.R., Epstein, H.I. and Christiano, P.: Some Comparison of Dynamic Soil-Structure Analyses, International Symposium on Earthquake Structural Engineering, St Louis, Missouri, U.S.A., 1976, pp. 199-214.
- 11) Luco, J.E. and Westmann, R.: Dynamic Response of Circular Footings, Proc. ASCE, Vol. 97, No. EM5, 1971, pp. 1381-1395.
- 12) Krizek, R.J., Gupta, D.C. and Parmelee, R.A.: Coupled Sliding and Rocking of Embedded Foundations, Proc. ASCE, Vol. 98, No. SM12, 1972, pp. 1347-1358.
- 13) Lysmer, J. and Richart, Jr., F.E.: Dynamic Response of Footings to Vertical Loading, Proc. ASCE, Vol. 92, No. SM1, 1966, pp. 65-91.
- 14) Anandakrishnan, M. and Krishnaswamy, N.R.: Response of Embedded Footings to Vertical Vibrations, Proc. ASCE, Vol. 99, No. SM10, 1973, pp. 86-883.
- 15) Novak, M.: Prediction of Footing Vibrations, Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM3, 1970, pp. 837-861.

- 16) Novak, M. and Beredugo, Y.O.: Vertical Vibration of Embedded Footings, Proc. ASCE, Vol. 98, No. SM12, 1972, pp. 1291-1310.
- 17) Warburton, G.B.: Forced Vibration of a Body on an Elastic Stratum, Journal of Applied Mechanics, 1957, pp. 55-58.
- 18) Arnold, R.N., Bycroft, G.N., and Warburton, G.B.: Forced Vibration of a Body on an Infinite Elastic Solid, Journal of Applied Mechanics, 1955, pp. 391-400.
- 19) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L.: Finite Dynamic Model for Infinite Media, Proc. ASCE, Vol. 95, No. EM4, 1969, pp. 859-877.
- 20) Kaldjian, M.V.: Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations, Discussion, Proc. ASCE, Vol. 95, No. SM1, 1969, pp. 364-366.
- 21) Høeg, K. and Balakrishna, H.A.: Dynamic Strip Load on Elastic-Plastic Soil, Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM2, 1970, pp. 429-438.
- 22) Thomson, W.L. and Kobori, T.: Dynamic Compliance of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space, Journal of Applied Mechanics, 1963, pp. 579-584.
- 23) Awojobi, A.O. and Grootenbuis, P.: Vibration of Rigid Bodies on Semi-infinite Elastic Media, Proc. of the Royal Society of London, Series A. Mathematics and Physical Science, Vol. 287, 1965, pp. 27-63.
- 24) Kaldjian, M.J.: Torsional Stiffness of Embedded Footings, Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM7, 1971, pp. 969-980.
- 25) Kausel, E., Roesset, J.M. and Waas, G.: Dynamic Analysis of Footings on Layered Media, Proc. ASCE, Vol. 101, No. EM5, 1975, pp. 679-693.
- 26) Veletsos, A.S. and Wei, Y.T.: Lateral and Rocking Vibration of Footings, Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM9, 1971, pp. 1227-1248.
- 27) Ratay, R.T.: Sliding-Rocking Vibration of Body on Elastic Medium, Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM1, 1971, pp. 177-192.
- 28) Beredugo, Y.O. and Novak, M.: Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footing, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9, 1972, pp. 477-497.
- 29) Bycroft, G.N.: Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum, Philosophical Transaction, Royal Society of London, Vol. 248, pp. 327-368.
- 30) Urlich, C.M. and Kuhlemeyer, R.L.: Coupled Rocking and Lateral Vibrations of Embedded Footings, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 10, 1973, pp. 145-160.
- 31) Reissner, E. and Sagoci, H.F.: Forced Torsional Oscillations of an Elastic Half-Space I, Journal of Applied Physics, Vol. 15, 1944, pp. 652-662.

静的および動的地盤反力係数
の算定法に関する資料調査

ISSN 0386-5878

土研資料第 1840 号

昭和 57 年 7 月

建設省土木研究所

振動研究室 川島 一彦

キーワード：動的解析，地盤反力係数

要旨

本資料は弾性論に基づく静的および動的地盤反力係数に関する
既往の研究成果をとりまとめたものである。

郵便はがき

四十円切手
をはって下
さい

3 0 5 - □ □

茨城県筑波郡豊里町大字旭一番地

建設省土木研究所

地震防災部・振動研究室御中

No. 74

配布先氏名

配布先住所

土木研究所資料第1840号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名

印