

ISSN 0386—5878

土木研究所資料第2260号

Aero. 69/ST. Division

2

土 木 研 究 所 資 料

自然風を考慮した橋の耐風性調査報告書

昭和60年10月

建設省土木研究所
構造橋梁部構造研究室

Copyright © (1985) by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。
したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の承認を得ずしてこれを行ってはならない。

自然風を考慮した橋の耐風性調査報告書

構造研究室 室 長 横 山 功 一
主任研究員 佐 藤 弘 史
室 員 福 田 誠

要 旨

橋梁の耐風設計法をより合理的なものにするためには自然風の乱れの影響を考慮し、乱流中での橋梁の対風応答特性を精度よく推定する必要がある。本報告書では、乱流中で橋梁に作用する空気力にもとづき解析的に対風応答を推定する手法を示した。さらに、いくつかの代表的な橋梁断面の模型を用い、一様気流中および格子乱流中で変動揚力の測定および風による鉛直たわみ振動の測定を行った。その結果、一様気流中の高風速で桁高の高い橋桁に発現するギャロッピングは乱流の作用により発現しにくくなり、不規則な強制振動に特性が変化していくことなどの乱流の影響が明らかとなった。

キーワード：橋梁の耐風設計，乱流の影響，自励振動，強制振動，空気力測定，格子乱流

まえがき

わが国の長大橋梁の耐風設計は主として「本州四国連絡橋耐風設計基準（1976）」（以下「本四基準」と略す）を準用して実施されており、その考え方は次のとおりである。まず、架設地点周辺の風の観測データに基づき、設計の基本となる風速を定め、次に風洞実験等により橋梁の風による変形および振動を推定し、その変形性状あるいは振動性状が安全なものかどうかを評価し、必要な場合は橋梁諸元を変更する。

自然風は風速が時間的にも空間的にも変動するものであるが、「本四基準」ではこの変動特性を次のように考慮している。風の作用により橋梁は主として風の主流方向に変形するが、風速が時間的に変動するためこの変形は単なる静的な変形ではなく振動を含んだものとなっている。したがって、設計風荷重は、振動の影響も考慮した場合の橋梁断面力の最大値と等しい断面力を与える静的風荷重により定義されている。また、崩壊的なねじれ振動（フラッター）に対しては2次元剛体模型による一様気流中での風洞実験にもとづき橋梁の安全性が照査されているが、フラッターが発現しないことを確かめるべき風速と風の傾斜角の範囲は、主流方向風速および鉛直方向風速の変動特性を考慮して設定されている。

しかしながら、上述の耐風設計法はいずれも乱れのほとんどない一様気流中での風洞実験結果にもとづいているため、必ずしも自然風の乱れの影響を十分に反映させたものになっていない。とくに、風による長大橋梁のねじれ振動および主流直角方向の振動（橋桁の場合は鉛直たわみ振動）の推定に関し、現行の耐風設計法は改良すべき点があるものと考えられる。風による長大橋梁の振動は自励振動（構造物自身の振動によりさらにその振動が促進されるような空気力が構造物に作用し発現する振動）および強制振動（構造物背後の渦あるいは接近流の乱れによる変動空気力によって発現する振動）に大別されるが、一様気流中での風洞実験では接近流の乱れによる強制振動（バフエッティング）は観測できず、また、既往の実験結果^{1),2),3)}によれば自励振動の特性も一様気流中と乱流中とで異なることが示されている。

したがって、耐風設計法をより合理的なものにするためには自然風の変動特性の把握および乱流中での橋梁の振動応答特性の把握が重要と考えられる。構造研究室ではこのような観点より調査研究を実施しており、たとえば自然風の変動特性を把握するために、既設の長大橋梁で観測された自然風データの解析を行っている。また、乱流中での橋梁の振動応答特性を把握するために、既設の長大橋梁の風による振動データの解析、および境界層乱流中での風洞試験方法の開発を行っている。

自然風を相似させた境界層乱流中で、幾何学的形状および構造特性を相似させた橋梁模型の対風応答を測定すれば、自然風中での橋梁の振動応答を直接的に推定できるが、風および橋梁の条件両者とも同じでない場合にはその都度新たに実験を行う必要がある。一方、乱流中において自励空気力あるいは強制空気力を測定し、その結果から解析的に対風応答を推定する手法は、実験が比較的安価であり、空気力データの蓄積により推定の効率化を図れるという長所がある。

本報告書は、この後者の方法により乱流中の長大橋梁の応答を推定する手法についてとりまとめたものである。すなわち、第1章では風による振動を自励振動と強制振動とに分類し、それぞれについて解析的に推

定する方法を示し、また、このために必要な空力データを列挙した。次に第2章では、鉛直たわみ振動に関連の深い変動揚力について計測を行い、耐風設計に使用できるような形で示すとともに、乱流が橋梁の空気力特性におよぼす影響についても検討を行った。さらに、第3章ではとりまとめを行い、第4章に今後の課題を示した。

目 次

まえがき

1. 乱流中における橋梁の風による振動の推定方法	1
1.1 仮定	1
1.2 運動方程式	1
1.3 自励振動の推定方法	2
1.4 強制振動の推定方法	3
1.5 耐風設計において必要な空力データ	5
2. 風洞実験	6
2.1 実験の概要	6
2.2 乱流特性の調査	6
2.3 箱桁模型に作用する空気力の測定	23
2.4 箱桁模型のバネ支持模型実験	28
2.5 その他の橋梁模型に作用する空気力の測定	34
2.6 その他の模型のバネ支持模型実験結果	35
3. ま と め	62
4. 今後の課題	62
参 考 文 献	63

1. 乱流中における橋梁の風による振動の推定方法

1.1 仮定

本方法は以下の仮定にもとづく。

- 振動中の構造物に作用する空気力は、構造物静止時に作用する空気力（強制空気力）と振動によって生ずる空気力（自励空気力）との和で表わされる。
- 対象とする構造物は長大橋梁の橋桁のような細長い構造物であり、構造軸座標 x の断面に作用する空気力は他の場所の断面の空気力の影響を受けない（strip theory）。
- 簡単のため、連成フラッターのような鉛直たわみモードとねじれモードとの連成が主要な原因となる振動は扱わない。

1.2 運動方程式

長大橋梁橋桁の鉛直たわみモードの振動を例として説明を行う。基本となる運動方程式は次のとおりである。

$$M_i[\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2q_i] = P_i \quad (1.1)$$

ここに、 $M_i \equiv \int_0^l m(x)\Phi_i^2(x)dx$ 、 M_i ：第 i 次の換算質量、 m ：単位長さあたり質量、 l ：橋長、 x ：橋軸方向座標、 Φ_i ：第 i 次の固有振動モード、 $h(x,t) \equiv \sum_i q_i(t)\Phi_i(x)$ 、 h ：鉛直たわみ振動変位、 t ：時間、 q_i ：第 i 次の一般座標、 ξ_i ：第 i 次の構造減衰定数、 ω_i ：第 i 次の固有円振動数、 $(\dot{}) \equiv \frac{d}{dt}()$ 、 $P_i \equiv P_{Si} + P_{Ei}$ 、 $P_{Si} \equiv \int_0^l p_S\Phi_i(x)dx$ 、 $P_{Ei} \equiv \int_0^l p_E\Phi_i(x)dx$ 、 P_i ：第 i 次の換算外力（ P_{Si} は自励成分、 P_{Ei} 強制成分）、 p_S ：単位長さあたりの自励空気力、 p_E ：単位長さあたりの強制空気力。

自励空気力を次のように定式化する。

$$p_S \equiv \frac{1}{2} \rho U^2 B [C_{LH}^R(h/B) + C_{LH}^I(h/U)] \quad (1.2)$$

ここに、 ρ ：空気密度、 U ：平均風速、 B ：橋梁幅員、 C_{LH}^R ：振動変位と同位相の自励空気力係数、 C_{LH}^I ：振動速度と同位相の自励空気力係数。

固有振動モードの直交性より、第 i 次の換算外力の自励成分 P_{Si} は次のとおりである。

$$P_{Si} = q_i \left[\int_0^l \frac{1}{2} \rho U^2 C_{LH}^R \Phi_i^2 dx \right] + \dot{q}_i \left[\int_0^l \frac{1}{2} \rho U B C_{LH}^I \Phi_i^2 dx \right] \quad (1.3)$$

(1.3) 式を (1.1) 式に代入し、 P_{Si} を左辺に移項すると、

$$M_i[\ddot{q}_i + 2(\xi_i + \xi_{ai})\omega_i\dot{q}_i + \omega_{ai}^2q_i] = P_{Ei} \quad (1.4)$$

ここに、 $\xi_{ai} \equiv -\frac{1}{2M_i\omega_i} \left[\int_0^l \frac{1}{2} \rho U B C_{LH}^I \Phi_i^2 dx \right]$ 、 ξ_{ai} ：第 i 次の空力減衰定数、

$$\omega_{ai}^2 \equiv \omega_i^2 - \frac{1}{M_i} \left[\int_0^l \frac{1}{2} \rho U^2 C_{Li} \bar{h} \Phi_i^2 dx \right], \quad \omega_{ai}: \text{通風時のみかけの固有振動数。}$$

(1.4)式より明らかなように、一般に橋梁には自励空気力（式中の ξ_{ai} および ω_{ai} にその影響が反映されている）および強制空気力 P_{Ei} の両者が作用しているが、ここでは次のように自励振動と強制振動とを区別する。

$$\left. \begin{array}{l} \xi_i + \xi_{ai} \leq 0 \text{ の場合} \cdots \cdots \text{自励振動} \\ \xi_i + \xi_{ai} > 0 \text{ の場合} \cdots \cdots \text{強制振動} \end{array} \right\} \quad (1.5)$$

すなわち、構造減衰と空気減衰との和が負の場合には、仮に強制空気力が 0 としても発振するため、これを自励振動と呼び、そうでない場合は強制振動と呼ぶことにした。

さて、橋梁の構造特性に関するデータ、自然風に関するデータおよび橋梁の空力特性に関するデータが与えられれば、これらを(1.4)式に代入し、解き、各モードに対する一般座標を求め、重ね合わせれば橋梁の風による鉛直たわみ振動が計算されるわけであるが、(1.4)式を解くことは次の 2 つの点で困難である。1 つは、一般に空気力係数 $C_{Li} \bar{h}$ 、 $C_{Li} \bar{h}$ が鉛直たわみ振動振幅 $\bar{h}$ により変化すること（空気力係数の振幅依存性、あるいは、空気力の非線形性）、他の 1 つは、強制空気力 P_{Ei} が一般に不規則な変動を示すことである。以下では、1.1 の仮定に加え、さらに仮定を設け、近似的ではあるが、より簡単に応答を推定する手法を示す。

1.3 自励振動の推定方法

自励振動を推定する場合には、強制空気力を 0 として応答を推定することにする。この場合、振動応答を過少評価するおそれがあるが、例えば発散的な自励振動ではその発現風速が評価の対象となるため強制空気力を 0 としても影響は小さいと考えられる。また、振幅が限定的な自励振動の場合、橋梁の固有振動数に相当する強制空気力のパワーが小さいならば強制空気力の影響は無視できよう。

また、ここでは非連成の自励振動を扱っているため、単独のモードの振動のみを対象とすればよい。したがって、本項では下添字 i は省略する。

空気力係数 $C_{Li} \bar{h}$ および $C_{Li} \bar{h}$ は通常通風時の振動数 f_a を無次元化したもの $f_r (\equiv (f_a B)/U)$ および無次元化した振幅 $\eta (\equiv \bar{h}/B)$ の関数として与えられる。 f_r および q の振幅 $\bar{q}$ を指定したときの振動数比 $R (\equiv f_a/f_0)$ 、 f_0 は無風時の固有振動数）は次式で与えられる。

$$R = \left(1 + \frac{1}{8 \pi^2 f_r^2} \frac{C^R}{\sigma} \right)^{-1/2} \quad (1.6)$$

ここに、

$$C^R \equiv \frac{\int_0^l C_{Li} \bar{h} \Phi^2 dx}{\int_0^l \Phi^2 dx}, \quad \sigma \equiv \frac{1}{\rho B^2} \cdot \frac{\int_0^l m \Phi^2 dx}{\int_0^l \Phi^2 dx}.$$

また通風時の空力対数減衰率 δ_a は次式で与えられる。

$$\delta_a = -\frac{R}{4f_r} \cdot \frac{C'}{\sigma} \quad (1.7)$$

ここに、

$$C' \equiv \frac{\int_0^l C_{LH} \Phi^2 dx}{\int_0^l \Phi^2 dx}。$$

ただし、 C^R あるいは C' の計算にあたっては、その振幅依存性を考慮するために、例えば x においては、 $\eta = \bar{q} \cdot \Phi(x)/B$ に対応する C_{LH}^R 、 C_{LH}' を用いなければならない。

以上より、与えられた f_r および $\bar{q}$ に対し δ_a が計算されるが、これらの諸量と実際の橋梁諸元との対応は次のとおりである。

$$\text{実風速； } U = (f_a \cdot B) / f_r = (f_0 \cdot R \cdot B) / f_r \quad (1.8)$$

$$x = x_0 \text{ における振幅； } \bar{h}(x_0) = \bar{q} \Phi(x_0) \quad (1.9)$$

$$\text{通風時対数減衰率； } \delta = \delta_0 + \delta_a (\delta_0 \text{；無風時対数減衰率}) \quad (1.10)$$

$\delta = 0$ となる U と $\bar{h}(x_0)$ との関係をプロットすればいわゆる風速～振幅曲線が得られる。

空気力係数の振幅依存性が無視できる場合には、 $C^R = C_{LH}^R$ 、 $C' = C_{LH}'$ とおくことができ、また振動数変化が無視できる場合には $R = 1$ とおくことができる。

1.4 強制振動の推定方法

強制振動を推定する場合には、自励空気力による振動数変化の影響は無視し、また C_{LH}' の振幅依存性も無視する。前者については、既往の観測結果⁹⁾等によりその妥当性は示されている。後者に関し、円形断面構造物の渦励振のように自励空気力の非線形性が主要な役割りを果たす現象では例えば C_{LH}' を応答の標準偏差の関数として評価する⁵⁾などの配慮が必要であるが、長大橋梁のパフエッティングなどの現象では C_{LH}' の振幅依存性を無視してもかまわないと思われる。

以上の仮定により、強制振動は不規則振動論により推定することができる。主要な式を以下に示す。

$$\bar{h}(x)^2 = \sum_i \tilde{q}_i^2 \Phi_i^2(x) \quad (1.11)$$

$$\tilde{q}_i^2 = \int_0^\infty S_{q_i q_i}(f) df \quad (1.12)$$

$$S_{q_i q_i}(f) = \frac{1}{[M_i(2\pi f_i)^2]^2} \frac{S_{p_i p_i}(f)}{[\{ 1 - (f/f_i)^2 \}^2 + \{ (\delta_i + \delta_{ai})(f/f_i)/\pi \}^2]} \quad (1.13)$$

$$S_{p_i p_i}(f) = S_{pp}(f) |J_i(f)|^2 \quad (1.14)$$

$$|J_i(f)|^2 = \int_0^l \int_0^l coh_{pp}(f, x_1, x_2) \Phi_i(x_1) \Phi_i(x_2) dx_1 dx_2 \quad (1.15)$$

$$S_{pp}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\hat{p}_E \hat{p}_E^*] \quad (1.16)$$

ここに、 $\hat{\cdot}$ ：標準偏差を示す、 f ：振動数、 f_i ：第 i 次モードの固有振動数、 S ：パワースペクトル密度関数、 δ_i ：第 i 次モードの無風時の対数減衰率、 δ_{ai} ：第 i 次モードの空力対数減衰率($= -C_{LH}/(4f_i\sigma)$)、 $|J_i(f)|^2$ ：第 i 次モードのジョイントアクセプタンス関数、 coh ：コヒーレンス関数、 E ：アンサンブル平均、 $\hat{\cdot}$ ：フーリエ変換、 $*$ ：複素共役。

(1.12)式および(1.13)式に関しては、次の関係を用い近似式を導くことができる。

$$\int_0^\infty \frac{1}{[M_i(2\pi f_i)^2]^2} \cdot \frac{df}{[1 - (f/f_i)^2]^2 + \{(\delta_i + \delta_{ai})(f/f_i)/\pi\}^2} = \frac{\pi^2 f_i}{2(\delta_i + \delta_{ai})[M_i(2\pi f_i)^2]^2} \quad (1.17)$$

(1.17)式左辺の被積分関数は $f/f_i < 1$ では $[M_i(2\pi f_i)^2]^{-2}$ に近い値をとり、 $f/f_i = 1$ で急激に増大し、 $f/f_i > 1$ では急激に減少する。この性質を利用すると、次の近似式が得られる。

$$\hat{q}_i^2 \doteq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{[M_i(2\pi f_i)^2]^2} \left[\frac{\pi^2 f_i S_{p_i p_i}(f_i)}{2(\delta_i + \delta_{ai})} + \tilde{P}_{Ei}^* \right] \cdots \cdots S_{p_i p_i} \text{のピークが } f_i \text{ より小さいとき} \\ \frac{1}{[M_i(2\pi f_i)^2]^2} \cdot \frac{\pi^2 f_i S_{p_i p_i}(f_i)}{2(\delta_i + \delta_{ai})} \cdots \cdots S_{p_i p_i} \text{のピークが } f_i \text{ と同じあるいは大きいとき} \end{array} \right\} \quad (1.18)$$

上式中の $\tilde{P}_{Ei}^*$ は第 i 次の換算外力の標準偏差の 2 乗であり、 $S_{p_i p_i}$ を $f = 0 \sim \infty$ まで積分したものである。定義より

$$\tilde{P}_{Ei}^* = \int_0^l \int_0^l E[\hat{p}_E(x_1) \hat{p}_E(x_2)] \Phi_i(x_1) \Phi_i(x_2) dx_1 dx_2 = \tilde{p}_E^2 |J_i'|^2 \quad (1.19)$$

$$|J_i'|^2 = \int_0^l \int_0^l \gamma_{pp}(x_1, x_2) \Phi_i(x_1) \Phi_i(x_2) dx_1 dx_2 \quad (1.20)$$

となり、(1.14)式および(1.15)式と同様の形で示される。

ここに、 γ_{pp} ： x_1 と x_2 における強制外力の相互相関係数。

(1.15)式中のコヒーレンス関数の定義式は、

$$coh_{pp}(f, x_1, x_2) = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\hat{p}_E(f, x_1) \hat{p}_E^*(f, x_2)]}{S_{pp}(f)} \quad (1.21)$$

となり、一般に複素数である。本項において最終的に重要なのはスペクトルではなく、むしろ標準偏差であること、また本項ではスペクトルを正の周波数領域で定義しているが、一般には $-\infty \sim \infty$ で定義され、クロススペクトルの虚部は奇関数であるため標準偏差の計算には影響しないこと、などの理由よりここではコヒーレンス関数の代わりに、コ・コヒーレンス関数を用いることにする。

すなわち、

$$co-coh_{pp}(f, x_1, x_2) = \frac{C_{pp}(f, x_1, x_2)}{S_{pp}(f)} \quad (1.22)$$

$$C_{pp}(f, x_1, x_2) = \text{Real} \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\hat{p}_E(f, x_1) \hat{p}_E^*(f, x_2)] \right) \quad (1.23)$$

(1.11)式においてはとくにどの次数のモードまで考慮すべきかは示されていないが、(1.18)式より明らかのように、 $\hat{q}_i^2$ は f^{-2} に比例する。したがって、高次においてモードが大きくなる位置に着目する、あるいは、振動数に $S_{p_i p_i}$ のピークがある、といったことのない限り、低次の振動モードのみを考慮すれば十分であると考えられる。

強制空気力 p_E は空気力係数 C_p を用いて一般に次のように表わすことができる。

$$p_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_p \quad (1.24)$$

この場合、強制空気力のパワースペクトルは、

$$S_{pp}(f) = \left(\frac{1}{2} \rho U^2 B \right)^2 S_{c_p c_p}(f) \quad (1.25)$$

と書ける。とくに、強制空気力が変動風速 u （主流方向）、 w （鉛直方向）と線形的に関係づけられる場合には、周波数軸上で

$$\hat{p}_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B H_{au}(f) (\hat{u}/U) + \frac{1}{2} \rho U^2 B H_{aw}(f) (\hat{w}/U) \quad (1.26)$$

$$S_{pp}(f) = \left(\frac{1}{2} \rho U^2 B \right)^2 \left[|H_{au}(f)|^2 \frac{S_{uu}(f)}{U^2} + |H_{aw}(f)|^2 \frac{S_{ww}(f)}{U^2} \right] \quad (1.27)$$

と書ける。ここに、 H_{au} あるいは H_{aw} は空力アドミッタンス関数と呼ばれるものである。また、強制空気力の標準偏差も同様に、

$$\tilde{p}_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B \tilde{C}_p \quad (1.28)$$

と表わされる。

1.5 耐風設計において必要な空力データ

1.3 および 1.4 より風による橋梁の振動を推定するために必要な空力データは以下のとおりである。

- 自励空気力係数 C_{LH} および C_{LH}
- 強制空気力係数のパワースペクトル $S_{c_p c_p}$ およびその標準偏差 $\tilde{C}_p$
- 強制空気力のコ・コヒーレンス関数 $co-coh_{pp}$ および相互相関係数 γ_{pp}
- 接近流の乱れに起因する強制空気力の場合には、空力アドミッタンス関数 $H_{au}(f)$ および $H_{aw}(f)$

2. 風洞実験

2.1 実験の概要

実験ではまず使用する乱流の特性を調査し、次に箱桁橋模型を用い一様気流中および乱流中において静止模型あるいは振動模型に作用する空気力を計測し、1.5の a , b , d に示す諸量を計算した。とくに自励空気力係数 $C_{L,II}$ の妥当性を確かめるために、バネ支持模型実験もあわせて実施した。さらに同様の手法で他の橋梁模型についても空気力の計測を行った。ただし、1.5 c に関する計測は装置の都合上実施できなかった。

2.2 乱流特性の調査

2.2.1 実験方法

使用した風洞は土木研究所の非定常空気力風洞であり、その主要諸元を表 2-1 に示す。乱流発生のために用いた格子はメッシュサイズ 0.25 m, バーサイズ 0.05 m であり、設置位置および形状をそれぞれ図 2-1 および図 2-2 に示す。風速の計測は熱線風速計で行い、ミニコンピュータを用いデータの解析を行った。

2.2.2 解析方法

今回の実験では、パワースペクトル密度関数（以下 P.S.D と略す）、クロススペクトル密度関数（以下 C.S.D と略す）など不規則信号の変動成分を周波数領域で表示することが重要であるため、ここでこれらの計算方法を示しておく。

表 2-1 非定常空気力風洞主要諸元

風 洞 形 式			単 回 路 還 流 式
主 要 寸 法	測 定 胴	幅 (mm)	1,000
		高 (mm)	2,000
		長 (mm)	3,000
	縮 流 胴	入 口 (mm×mm)	3,000×5,000
		出 口 (mm×mm)	1,000×2,000
	縮 流 比	7.50	
	風 路 全 長 (mm)		55,000
送 風 機	形 式		固定ピッチ動翼軸流式
	動 翼 直 径 (mm)		1,500
	有 効 全 圧 (mmAg)		40.0
	風 量 (m³/s)		70.0
	回 転 数 (rpm)		1,250.0
	容 量 (kW)		50.0
気 流	最 大 風 速 (m/s)		30.0
	乱 れ 率 (%)		0.5%以下

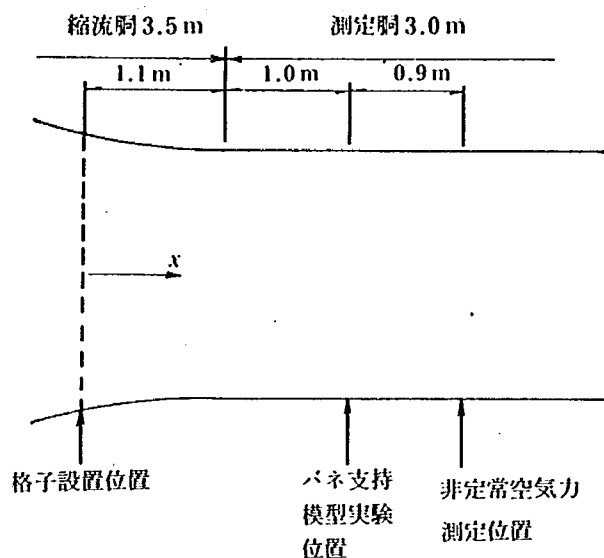


図 2-1 非定常空気力風洞実験位置図

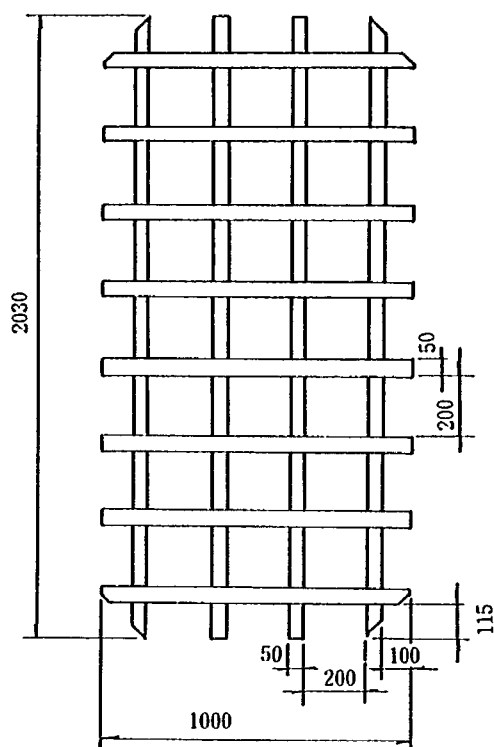


図 2-2 非定常空気力風洞用格子 (メッシュサイズ 0.25m)
(バーサイズ 0.05m)

P. S. DあるいはC. S. Dの計算方法としては、BT法、FFT法およびMEM法などがあるが⁶⁾、BT法は演算時間が長いこと、MEM法では予測誤差フィルターの打ち切り項数を決定する基準が不確かなこと、などの理由により、今回はFFT法を採用した。FFT法は時系列の信号をフーリエ変換し、P. S. Dの場合はその複素共役を掛け合わせ、またC. S. Dの場合は他の信号の複素共役を掛け合わせ、平滑化することによりスペクトルを求めるものである。主要な関係式は以下のとおりである。

$$\hat{x}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.1)$$

$$S_{xx}^{(2)}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\hat{x}(f) \hat{x}^*(f)] \quad (2.2)$$

$$S_{xy}^{(2)}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\hat{x}(f) \hat{y}^*(f)] \quad (2.3)$$

$$\hat{x}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}^{(2)}(f) df \quad (2.4)$$

$$\hat{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}^{(2)}(f) df \quad (2.5)$$

$$coh_{xy}(f) = \frac{|S_{xy}^{(2)}(f)|}{\sqrt{S_{xx}^{(2)}(f) \cdot S_{yy}^{(2)}(f)}} \quad (2.6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\widetilde{xy}}{\sqrt{\widetilde{x}\widetilde{y}}} \quad (2.7)$$

ここに、 $i \equiv \sqrt{-1}$ 、 $S_{xx}^{(2)}$ あるいは $S_{yy}^{(2)}$ ； $-\infty \sim \infty$ で定義された P. S. D あるいは C. S. D、 $\bar{x}^2$ ； x の 2 乗平均、 $\widetilde{xy}$ ； x と y の積を時間的に平均させたもの、 x あるいは y ；信号 X あるいは Y のうち平均成分を除いた変動成分、 $||$ ；絶対値。なお他の記号の意味は前節を参照されたい。

本章では P. S. D あるいは C. S. D として $0 \sim \infty$ で定義されたものを用いているが、この場合の諸関係式は以下のとおりである。

$$S_{xx}(f) = 2S_{xx}^{(2)}(f) \quad (2.8)$$

$$S_{xy}(f) = 2S_{xy}^{(2)}(f) \quad (2.9)$$

$$\bar{x}^2 = \int_0^\infty S_{xx}(f) df \quad (2.10)$$

$$\widetilde{xy} = \int_0^\infty \text{Real}(S_{xy}(f)) df \quad (2.11)$$

$$\text{co-coh}_{xy}(f) = \frac{\text{Real}(S_{xy}(f))}{\sqrt{S_{xx}(f)S_{yy}(f)}} \quad (2.12)$$

実際の計算にあたっては、データの定常性およびエルゴード性⁷⁾を仮定し、(2.2)、(2.3) 式のアンサンブル平均は時間平均を用いることとした。実際のデータは離散的であり、長さも有限であるため、フーリエ変換は大崎のプログラム⁸⁾に従い行った。大崎のプログラムによれば以下のようにフーリエ変換が与えられる。

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_m e^{-i2\pi m n / N} = \hat{x}(n\Delta f) \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (2.13)$$

$$x_m = x(m\Delta t) \quad (2.14)$$

$$T = N\Delta t \quad (2.15)$$

$$\Delta f = 1/(N\Delta t) = 1/T \quad (2.16)$$

ここに、 T ；データの時間長、 Δt ；サンプリングタイム、 N ；データ総数（2 のべき乗とする）、 Δf ；周波数のきざみ。

C_n と C_{N-n} は複素共役の関係にあるため、フーリエ変換される最大の周波数 f_{max} は $\Delta f \cdot N/2$ 、すなわち $1/(2\Delta t)$ となる。また、大崎のプログラムから直接計算されるのは $N \cdot C_n$ であり、ここではこれを C_n と表わす。

スペクトルの安定性を高めるために、所要のデータ長 T に対し上述の方法でフーリエ変換を求め、生のスペクトルを計算し、さらに $K-1$ 個の他のデータに対しこのような計算を繰返し、それぞれの生のスペクトルを平均した。この場合のスペクトルの標準誤差⁹⁾は $\sqrt{1/K}$ となる。スペクトルの計算式は以下のとおりである。

$$S_{xx}(n\Delta f) = 2 \cdot \frac{T}{N^2} \cdot \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_{x_k n} C_{x_k n}^* \quad (2.17)$$

$$S_{xy}(n\Delta f) = 2 \cdot \frac{T}{N^2} \cdot \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_{x_k n} C_{y_k n}^* \quad (2.18)$$

$$\bar{x}^2 = \sum_{n=0}^{N/2} \frac{1}{T} S_{xx}(n\Delta f) \quad (2.19)$$

$$\widetilde{xy} = \sum_{n=0}^{N/2} \frac{1}{T} \text{Real}[S_{xy}(n\Delta f)] \quad (2.20)$$

また、データ長が有限であることによる誤差を小さくするため、各データの前後に *cosine* 型のテーパ⁷⁾を付け、得られたスペクトルの値を 1.143 倍 (1/0.875) した。さらに、データが離散的であり、高周波数成分が同一視される (*Aliasing*) こと⁷⁾を防ぐため、 f_{max} を所要の周波数の倍とし、この $2f_{max}$ をカットオフ周波数とするローパスフィルターを通しデータを処理した。

2.2.3 乱流の特性

2.2.3.1 平均風速の分布

非定常空気力測定位置およびバネ支持模型実験位置において、主流直角水平方向に平均風速の分布を調べた。その結果を図 2-3 および図 2-4 に示す。図より平均風速はほぼ一様に分布していることが読み取れる。

2.2.3.2 変動風速の P. S. D, 乱れの強さ, および乱れのスケール

格子より下流 1 m ($x=1$ m) および 3 m ($x=3$ m) において測定した主流方向変動風速 u の P. S. D を図 2-5 および図 2-6 にそれぞれ示す。図より u の P. S. D は高周波数では f の $-5/3$ 乗に比例し、低周波数ではほぼ一定の値を示すことがわかる。0.39 HZ $\leq f \leq$ 100 HZ の範囲の乱れの強さは I_u はそれぞれ 20% ($x=1$ m) および 7.3% ($x=3$ m) であり、 I_u は x の増加とともに減少していくことがわかる。

乱れの凍結に関する仮説⁹⁾によれば、乱れの空間スケール L_x^u は、

$$L_x^u = \int_0^\infty \hat{R}_{uu}(r_x) dr_x = U \int_0^\infty \hat{R}_{uu}(\tau) d\tau \quad (2.21)$$

ここに、 $\hat{R}_{uu}(r_x)$; u の x 方向の相関係数、 $\hat{R}_{uu}(\tau)$; u の時間差 τ での相関係数。

$\hat{R}_{uu}(\tau)$ と $S_{uu}(f)$ とは互いにフーリエ変換の関係にあるため、

$$L_x^u = U \cdot S_{uu}(0) / (4\pi^2) \quad (2.22)$$

となる。 $S_{uu}(0)$ のかわりに低周波数領域の $S_{uu}(f)$ を用い L_x^u を計算すると、 $x=1$ m のとき $L_x^u=0.065$ m, $x=3$ m のとき $L_x^u=0.096$ m となり、 L_x^u は x の増加に従い増加していくことがわかる。

$x=3$ m (非定常空気力測定位置) において平均風速 U を変化させ、P. S. D を計算し、 I_u , L_x^u を求めた。その結果を表 2 に示す。この結果によれば、 $U=2\sim 8$ m/s の範囲では I_u および L_x^u はほぼ一定であり、それぞれ約 7%, 0.09 m となっている。

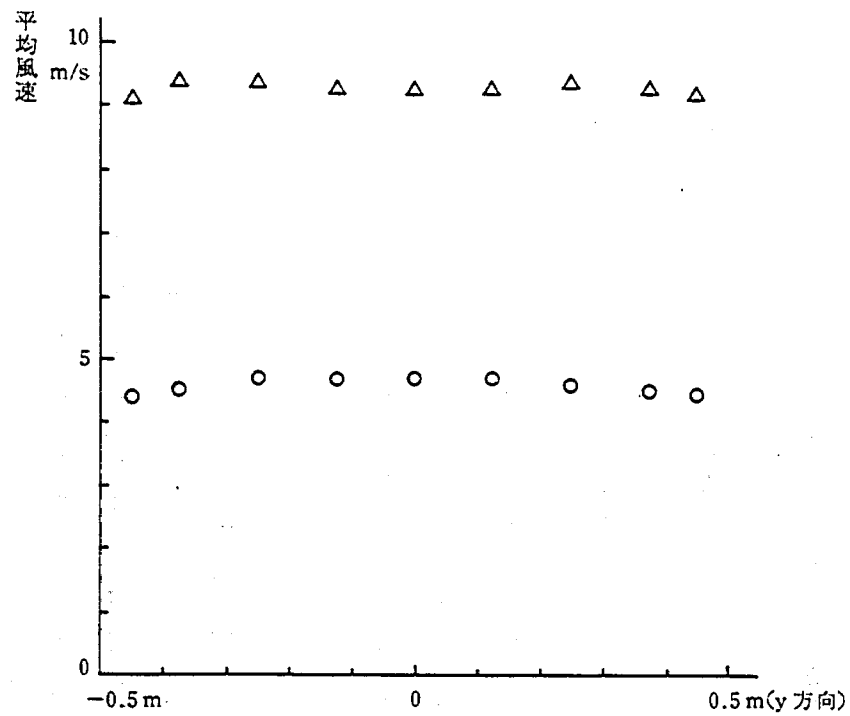


図 2-3 非定常空気力測定位置における平均風速の分布

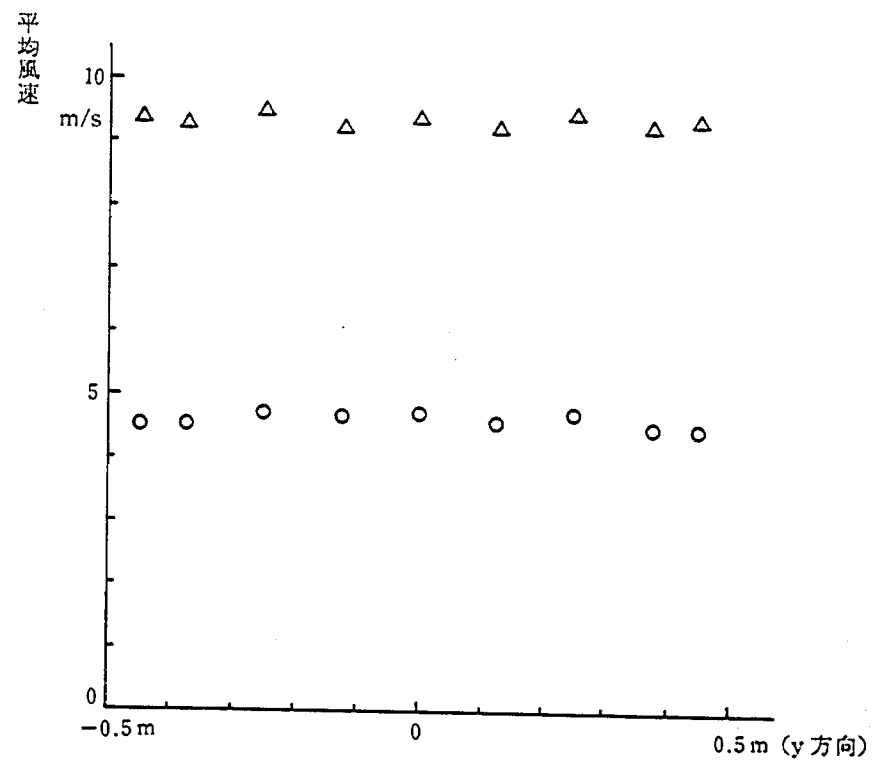


図 2-4 バネ支持模型実験位置における平均風速の分布

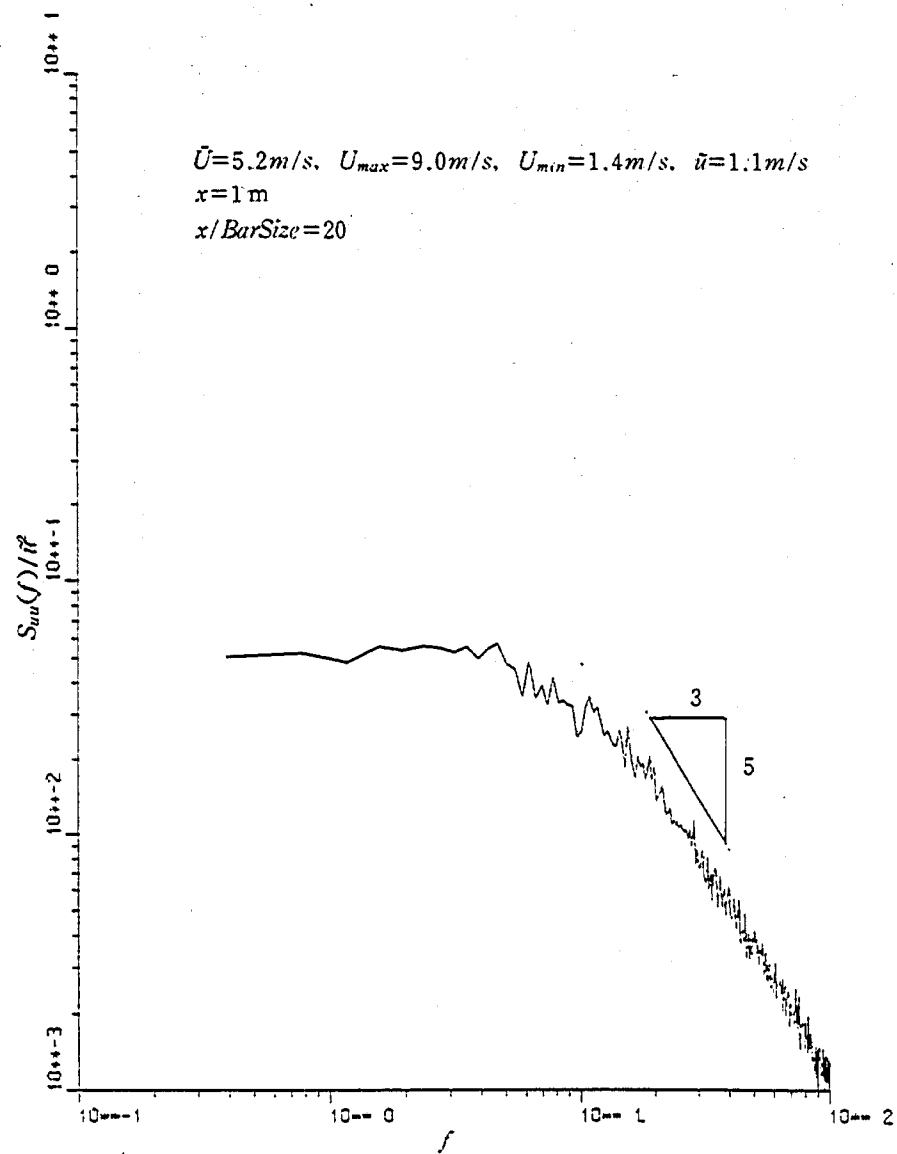


図 2-5 u の P. S. D

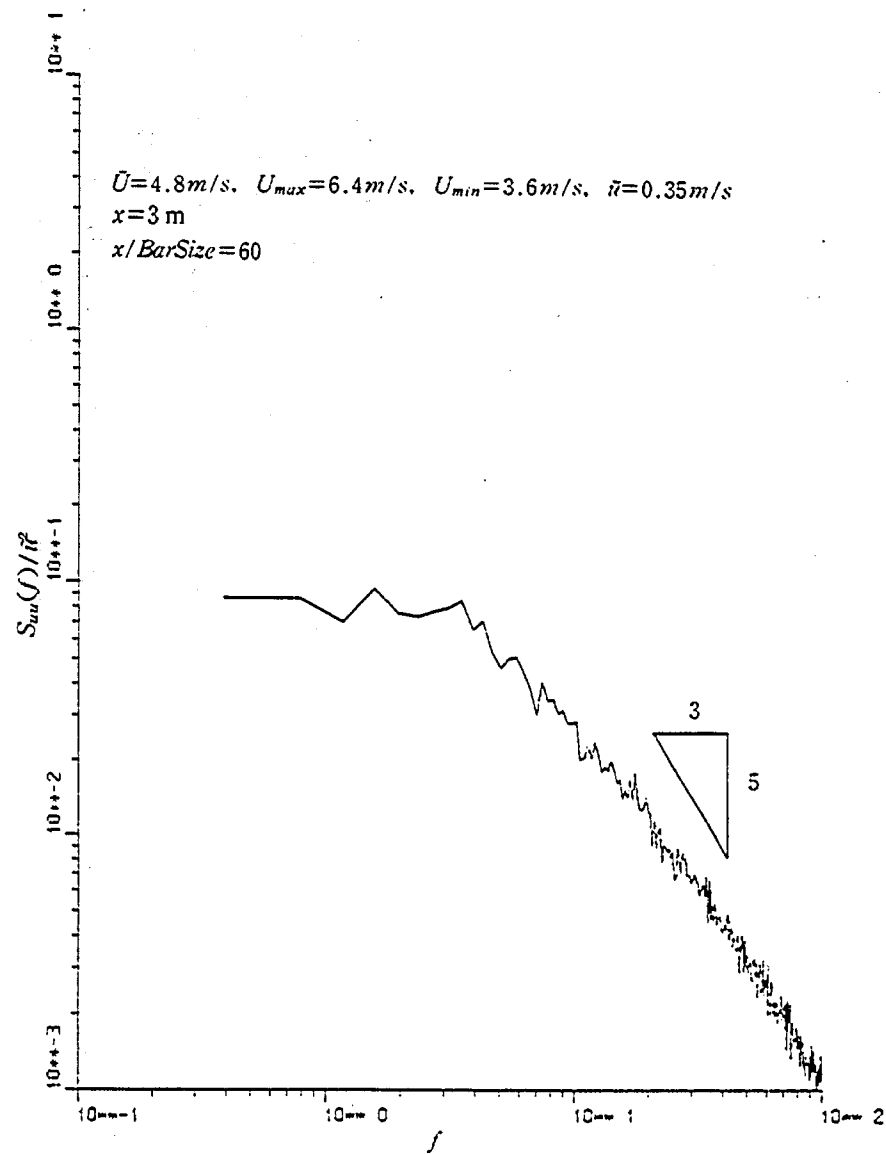


図 2-6 u の P. S. D

表 2-2 非定常空気力測定位置における乱れの強さ I_u
および乱れのスケール L_x^u

平均風速 U (m/s)	乱れの強さ I_u (%)	乱れのスケール (m)
1.8	7.8	0.090
3.8	7.8	0.095
5.9	7.1	0.081
7.9	7.1	0.109

次に、 $x=3\text{ m}$ における S_{uu} および S_{uw} (w は鉛直方向の変動風速を意味する)を自然風のそれと比較した。比較にあたっては、周波数を橋梁幅員 B および平均風速 U で無次元化し、また、 S_{uu} あるいは S_{uw} は U^2 および f で無次元化した。無次元振動数 fB/U の対数を横軸とし、無次元スペクトル $f \cdot S/U^2$ を縦軸にとると、横軸とスペクトル曲線との間の面積は乱れの強さの2乗に比例し、どの周波数成分のパワーが強いかが読み取れる。結果を図2-7および図2-8に示す。図で B としては、今回の空気力測定の主な対象となった箱桁橋の幅員(実橋18.25 m, 模型0.30 m)を用いた。実橋のP. S. DとしてはESDU¹⁰⁾のものを用いた。ESDUによれば、自然風のスペクトルは、高度および地面の粗度長(z_o)に依存するが、ここでは高度は50 mとし粗度長 z_o を 10^{-4} m から1 mまで変化させ、それぞれに対するP. S. Dを図化した。 $z_o=1\text{ m}$ は大都市、 $z_o=10^{-1}\text{ m}$ は効外あるいは農地、 $z_o=10^{-2}\text{ m}$ は平けた土地、草原、 $z_o=10^{-4}\text{ m}$ は静かな海上にそれぞれ相当する。風洞実験で使用した乱流の主流方向変動成分の乱れの強さは静かな海上のそれに相当するが、スケール比(乱れのスケールの橋梁幅員に対する比)は実橋の約1/30であり、また鉛直方向変動成分 w の乱れ強さは平けた土地、草原のそれに相当するが、スケール比は実橋の約1/10である。

2.2.3.3 乱流の空間変動特性

$x=3\text{ m}$ において主流直角水平方向(y 方向)に Δy だけ間隔をあけて設置した2体の熱線風速計 x プローブを用い、乱流の空間的な変動特性を調べた。 u および w の空間相関係数 γ_u および γ_w ($\gamma_u \equiv \widehat{u_1 u_2} / (\widehat{u_1} \widehat{u_2})$, $\gamma_w \equiv \widehat{w_1 w_2} / (\widehat{w_1} \widehat{w_2})$, u_1 および w_1 は $y=y_1$ における変動風速, u_2 および w_2 は $y=y_2=y_1+\Delta y$ における変動風速)と Δy との関係を図2-9に示す。同図中には指数形の近似式もあわせて記入しており、実測値との比較より、 y 方向の乱れのスケールは u 成分は $L_y^u \approx 0.04 \sim 0.05\text{ m}$, w 成分は $L_y^w \approx 0.03 \sim 0.04\text{ m}$ であることがわかる。主流方向の乱れのスケールは、 $L_x^u \approx 0.10\text{ m}$, $L_x^w \approx 0.04\text{ m}$ であり、等方性乱流の理論的($L_x^u=2 L_y^u=2 L_y^w=2 L_x^w$)とよい対応を示している。

次に、コヒーレンス関係 $co-coh$ により変動風速の空間変動特性を周波数別に調べた。 $\Delta y=0.025\text{ m}$, 0.05 m , 0.1 m , 0.2 m における u および w の $co-coh$ を図2-10および図2-11に示す。同図中には指数近似式($e^{-k\Delta y/U}$)の k を7としてあわせて示した。 Δy が小さい場合には $co-coh$ は概ね上式で近似しうるが、 Δy を大きくすると適合性が悪くなる。

一般に、等方性乱流では $co-coh$ は次式で表現される¹³⁾。

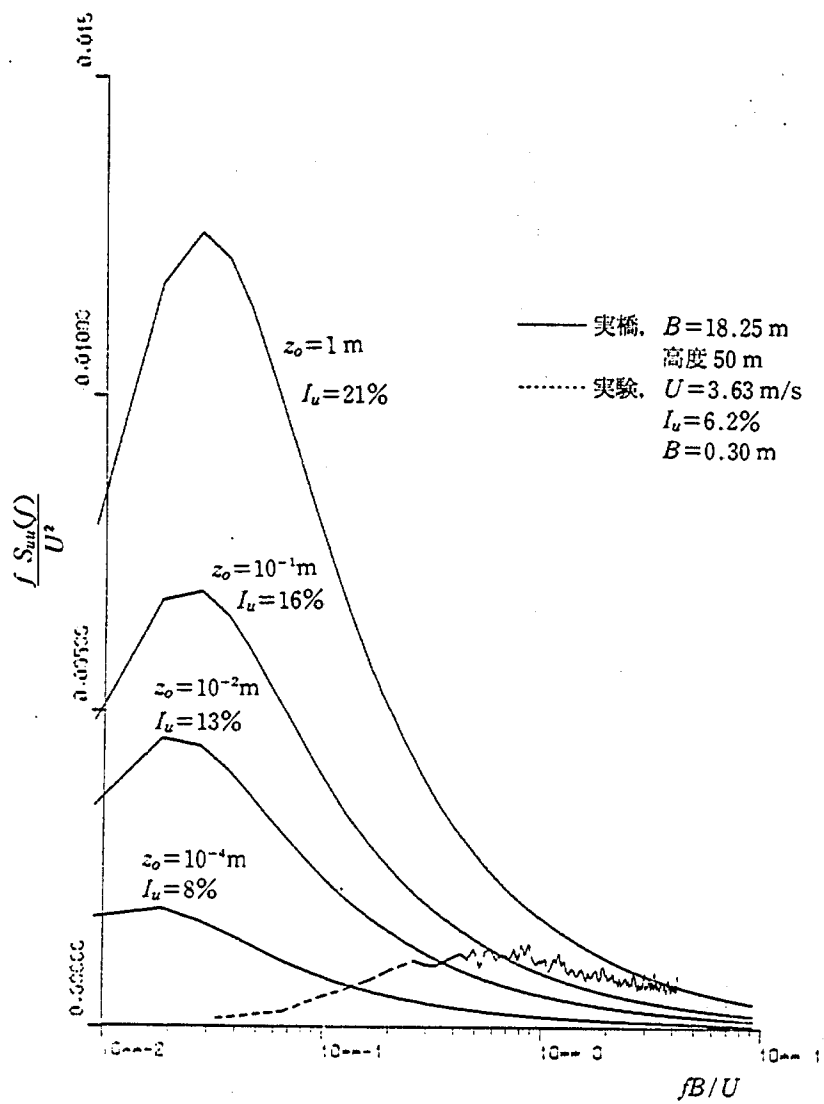


図 2-7 風速のスペクトル (u 成分)

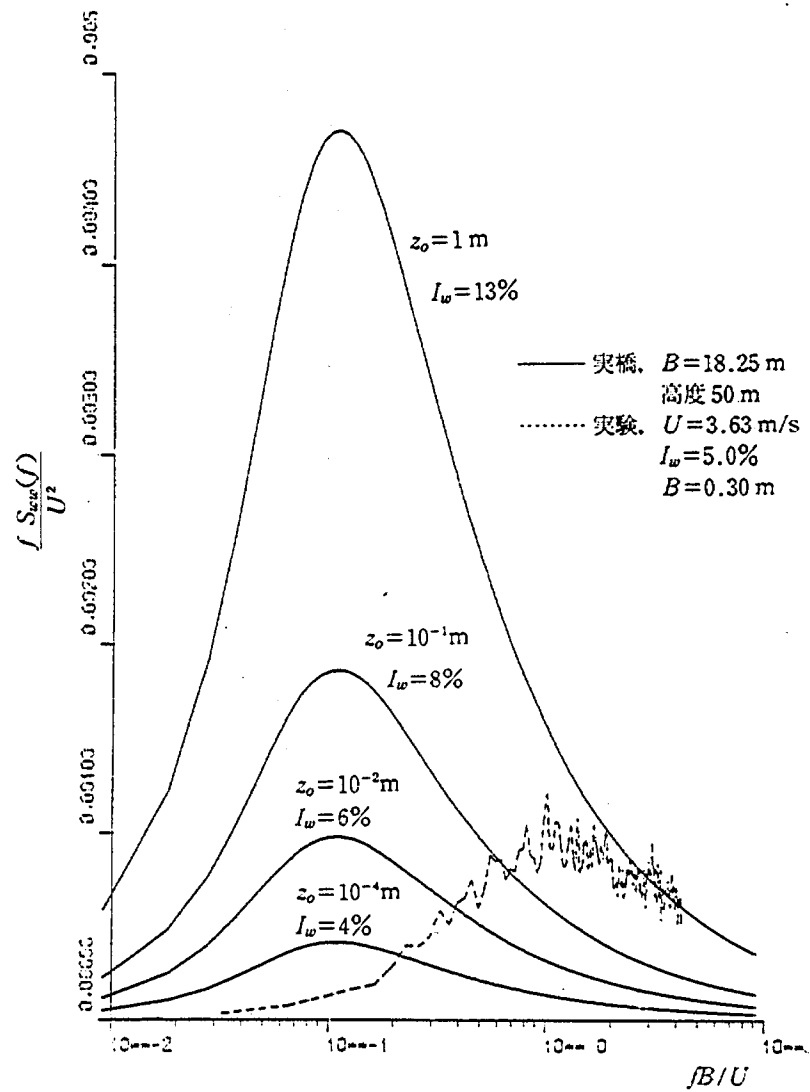


図 2-8 風速のスペクトル (w 成分)

$$co-coh_y^u = \theta k_1(\theta) - \frac{\theta^2}{2} k_0(\theta)$$

$$co-coh_y^w = \theta k_1(\theta) - \frac{\theta^2}{1+3\nu^2} k_0(\theta)$$

(2.23)

$$\text{ここに, } \theta = \frac{\Delta y}{L_x^u} \sqrt{1 + \frac{(2\pi f L_x^u)^2}{U^2}}$$

$$\nu = \frac{2\pi f L_x^u}{U}$$

$k_1(\theta)$, $k_0(\theta)$: 第2種 Bessel 関数

このため, $co-coh$ を θ' ($\theta' \equiv \theta/2\pi$) の関数として図化し, 図2-12 および図2-13 に示す。同図中には指数近似式 ($e^{-k\theta'}$) の k を 3.5, 7, 14 の3通りに変化させ, あわせて示した。図より, 本格子乱流の $co-coh$ は $e^{-k\Delta y/U}$ よりも $e^{-k\theta'}$ の指数関数でより精度よく近似できることがわかる。

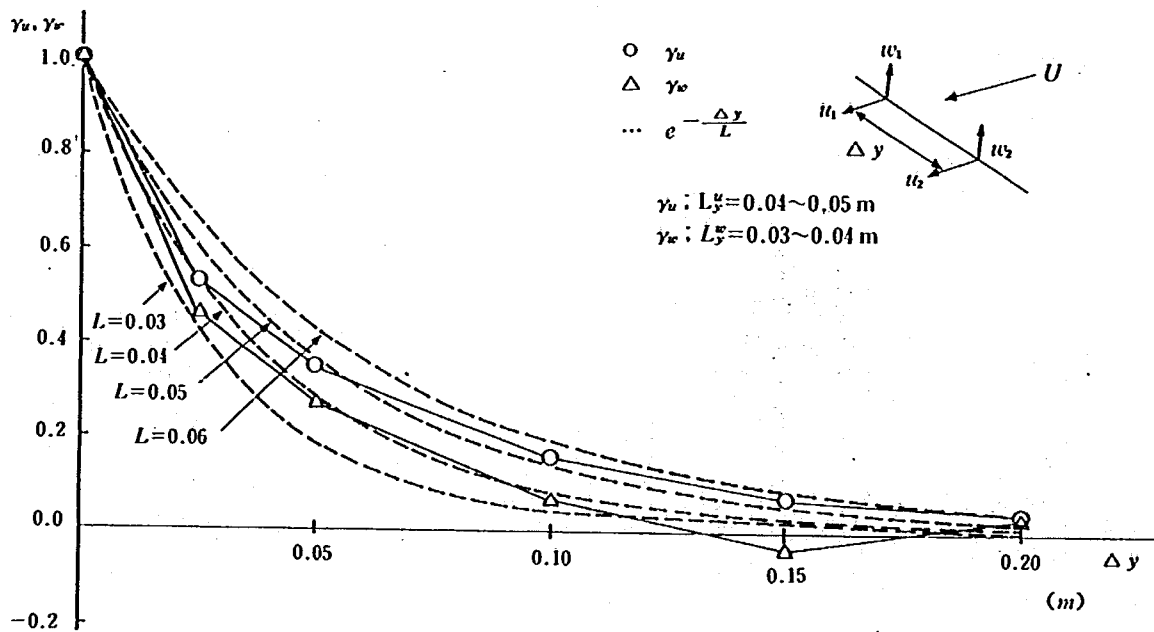


図2-9 空間相関係数 γ_u , γ_w ($U=4.4\text{m/s}$, 非定常空気力測定位置)

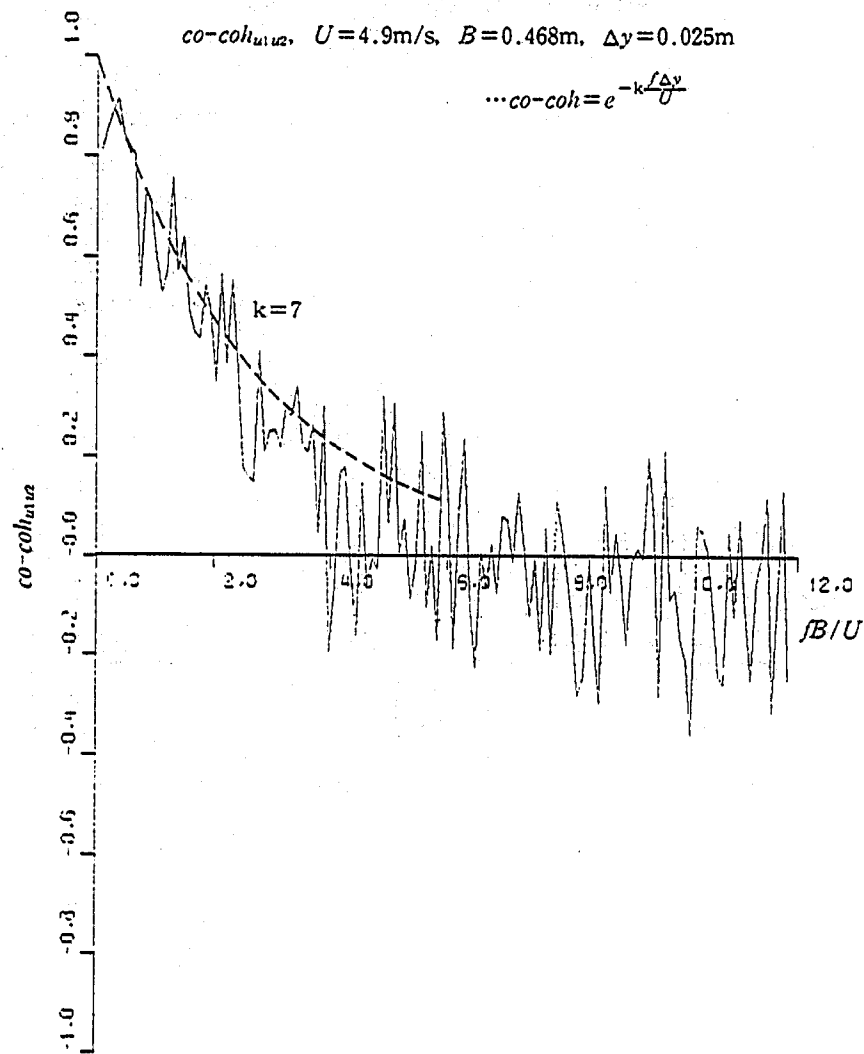


图 2-10-1 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.025\text{m}$)

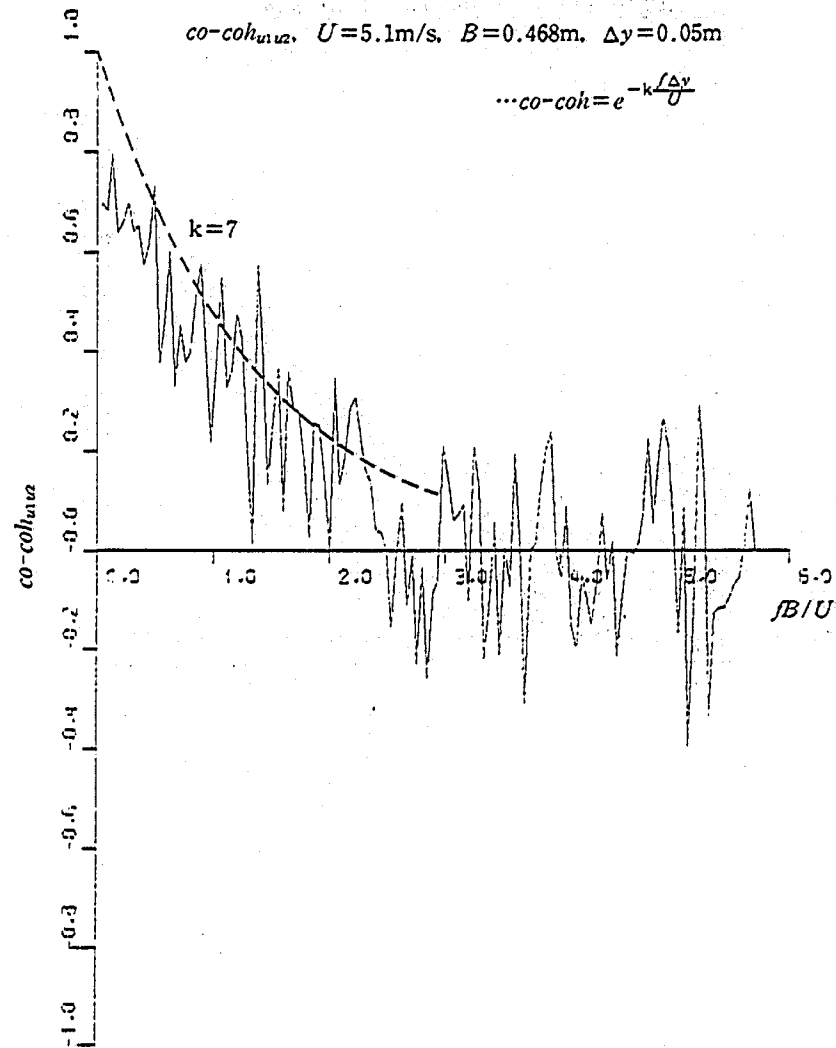


图 2-10-2 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.05\text{m}$)

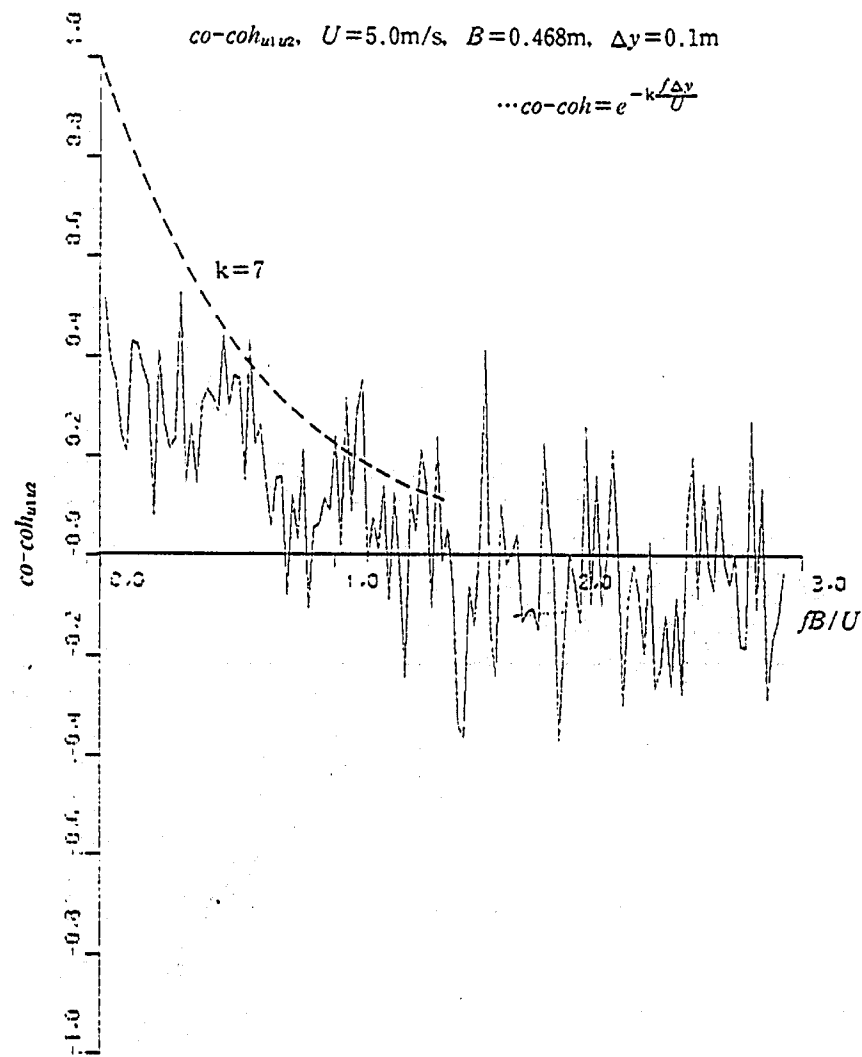


图 2-10-3 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.1\text{m}$)

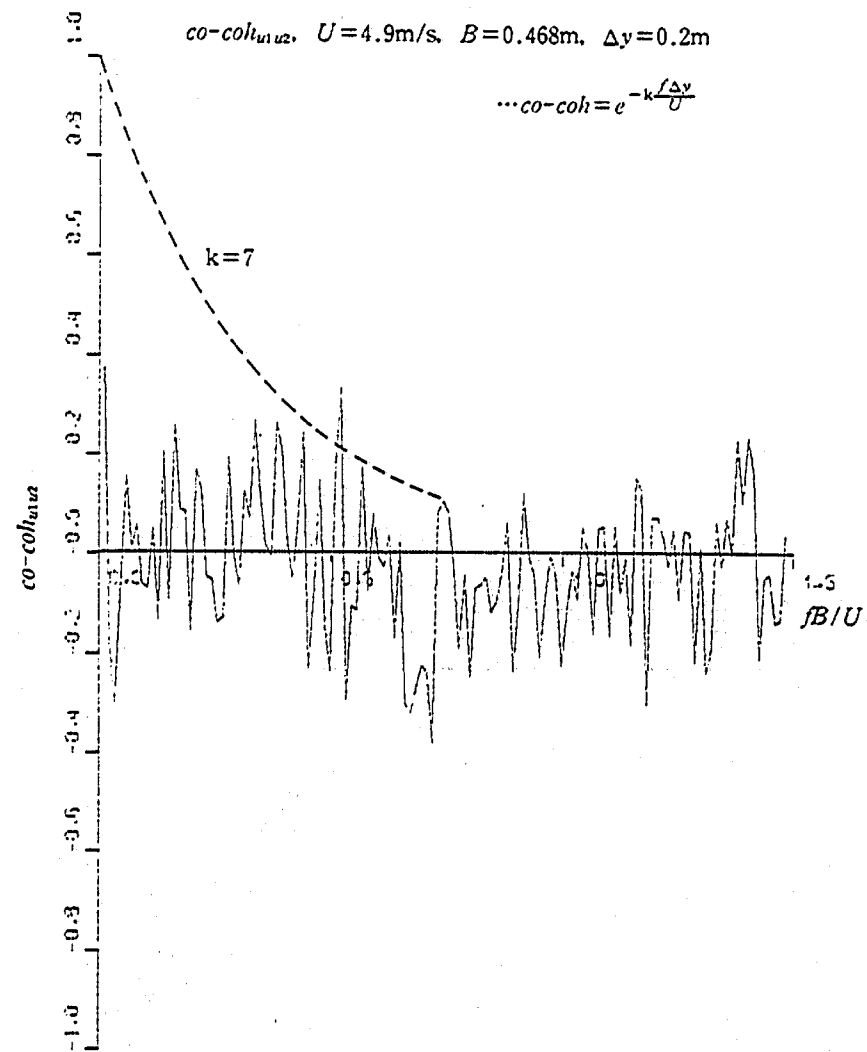


图 2-10-4 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.2\text{m}$)

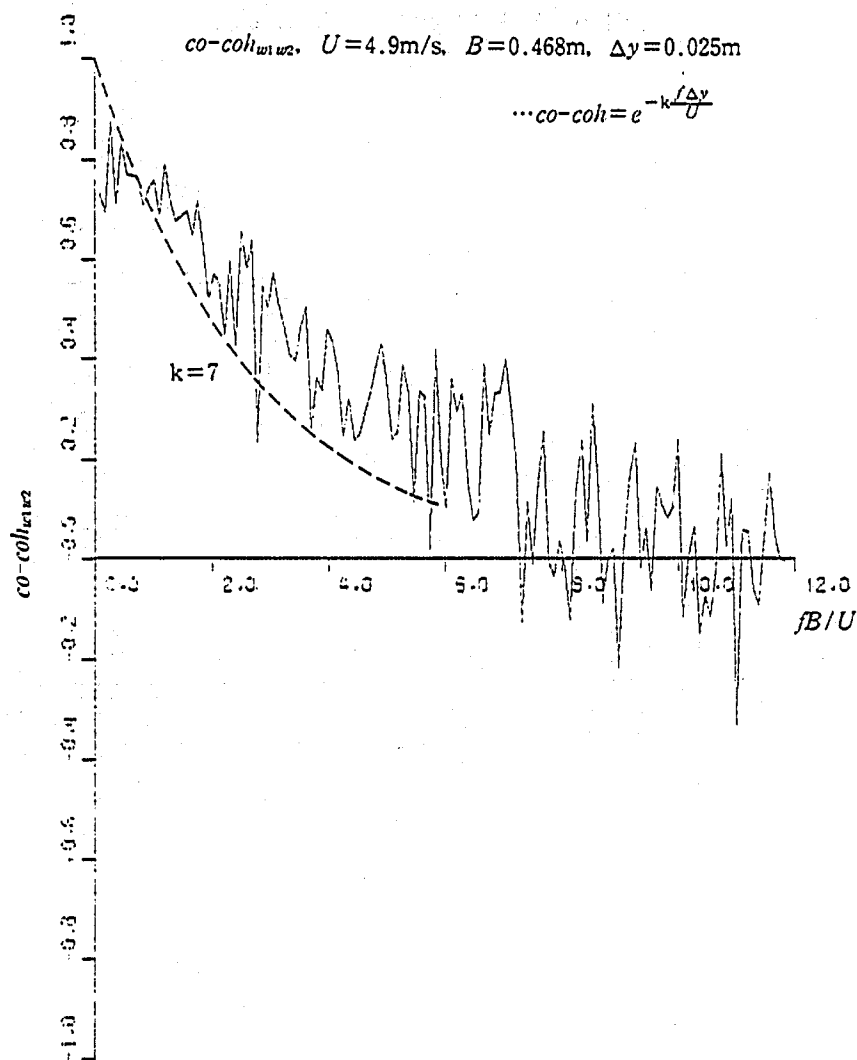


图 2-11-1 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.025\text{m}$)

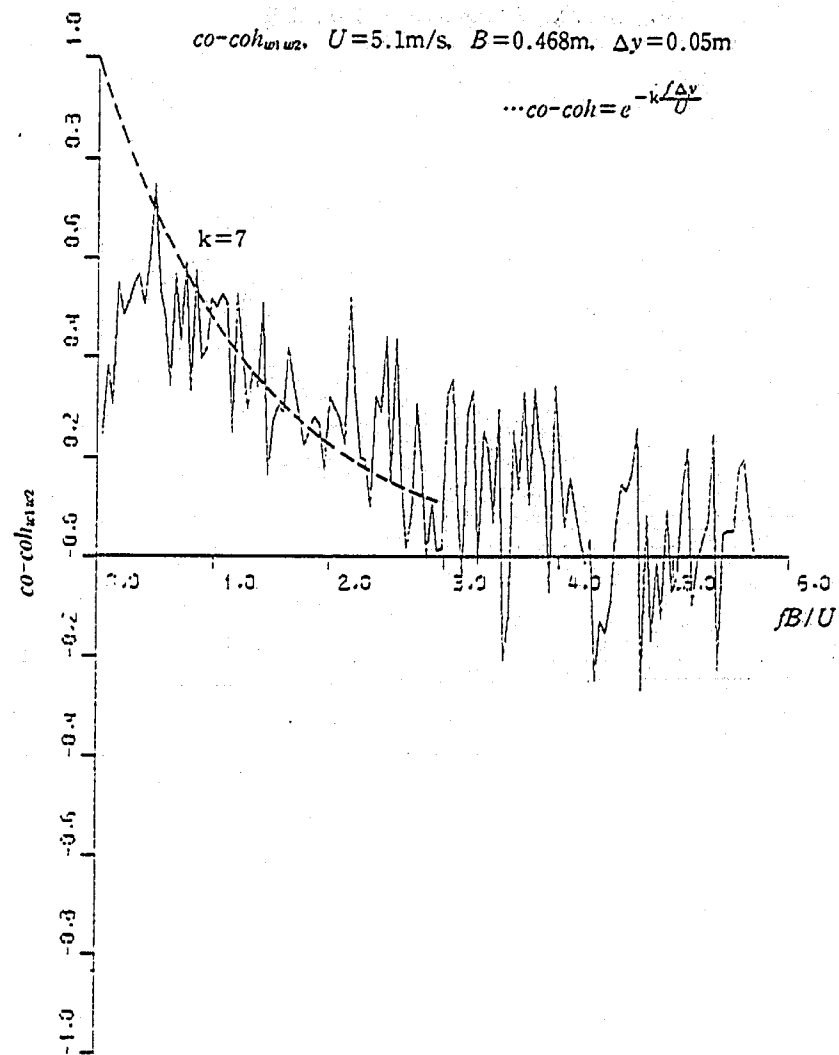


图 2-11-2 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.05\text{m}$)

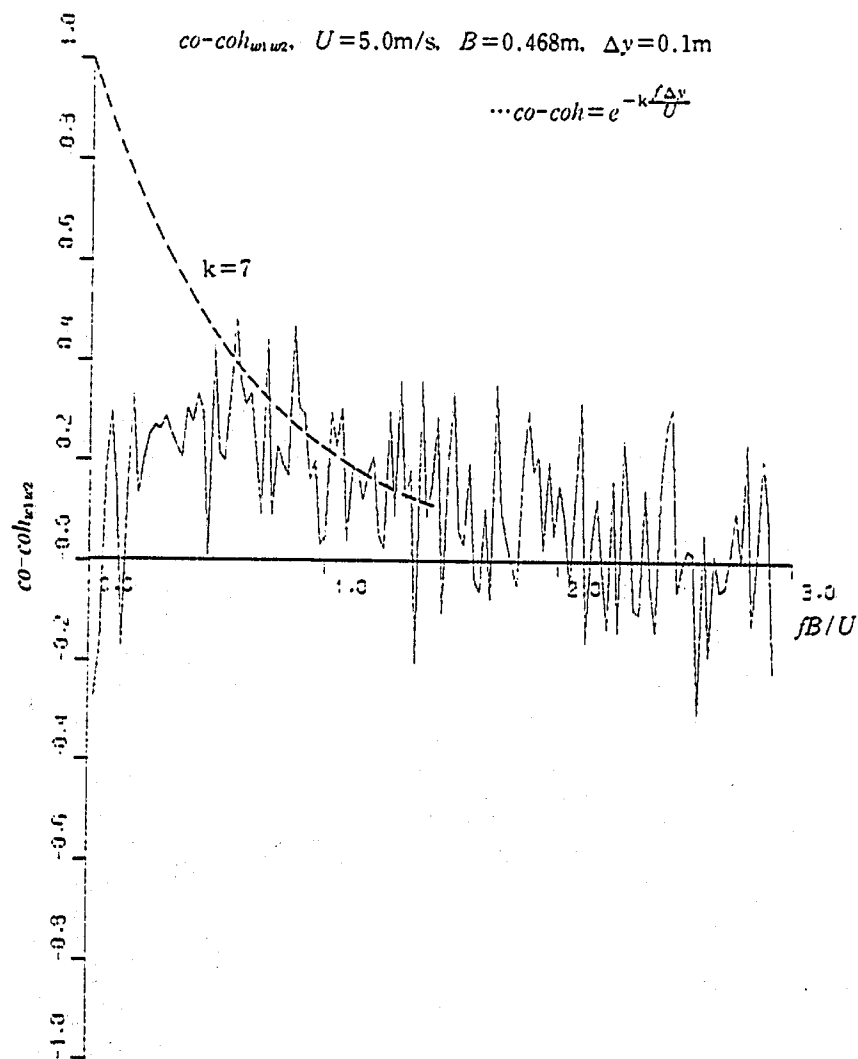


图 2-11-3 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.1\text{m}$)

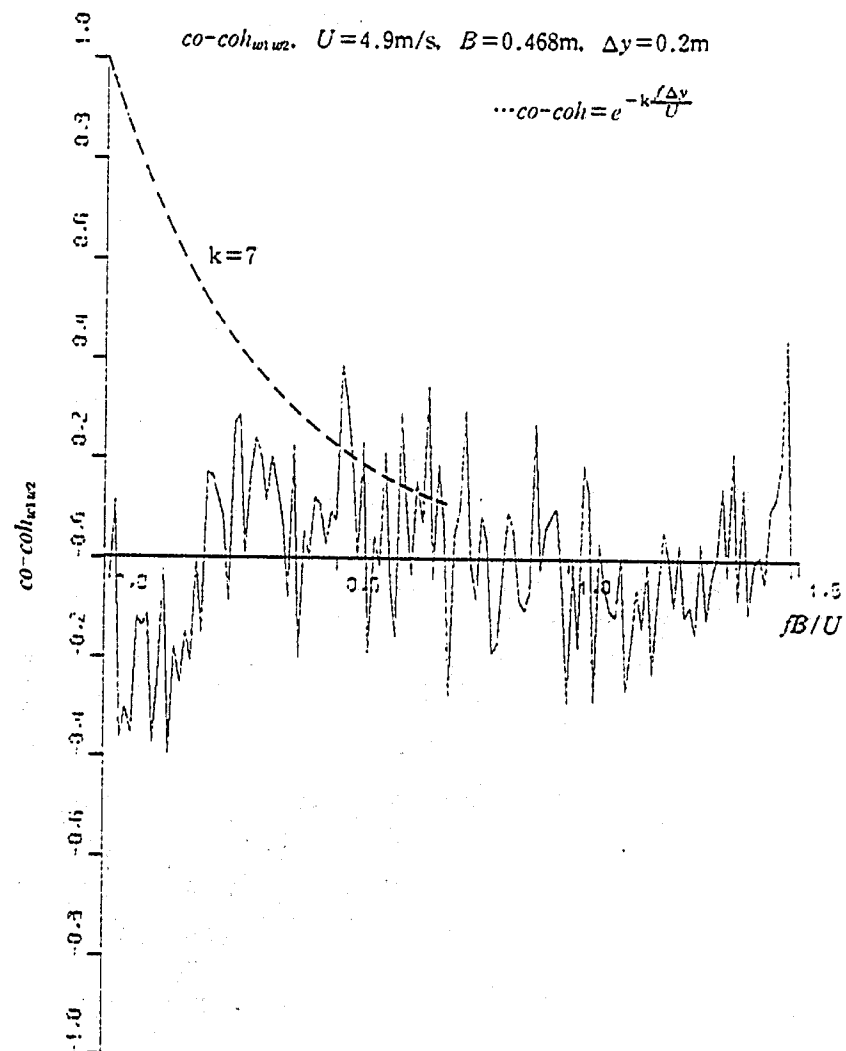


图 2-11-4 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.2\text{m}$)

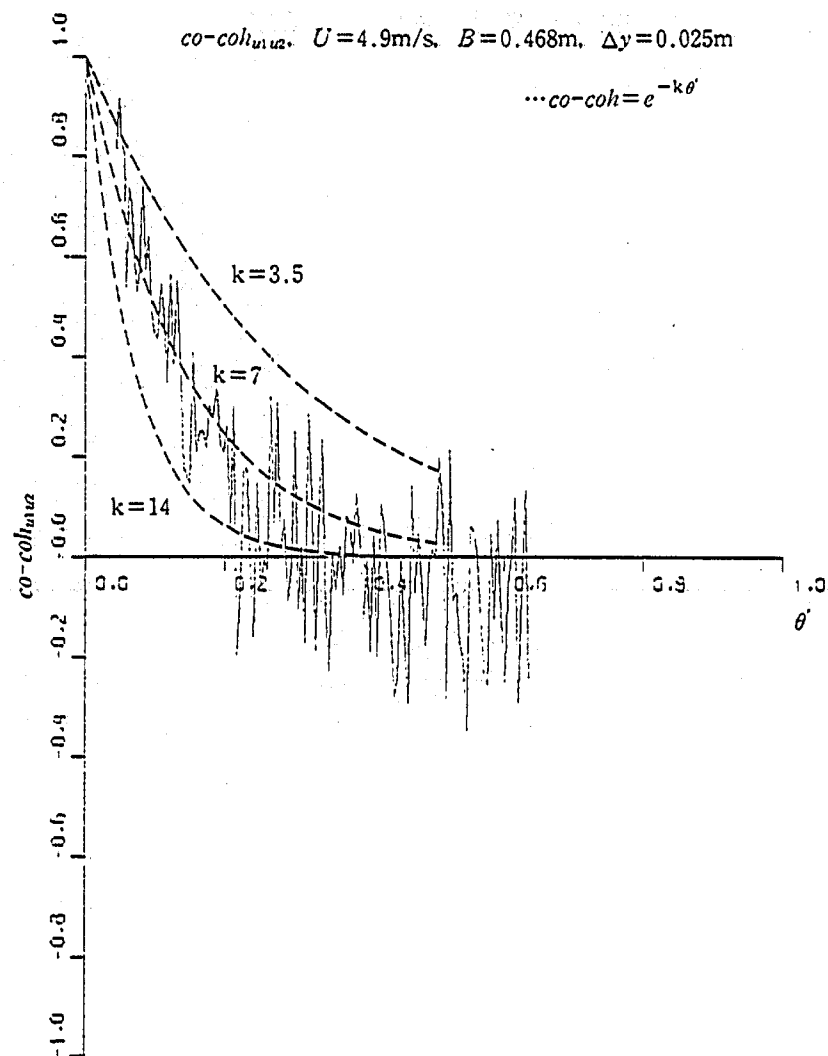


图 2-12-1 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.025\text{m}$)

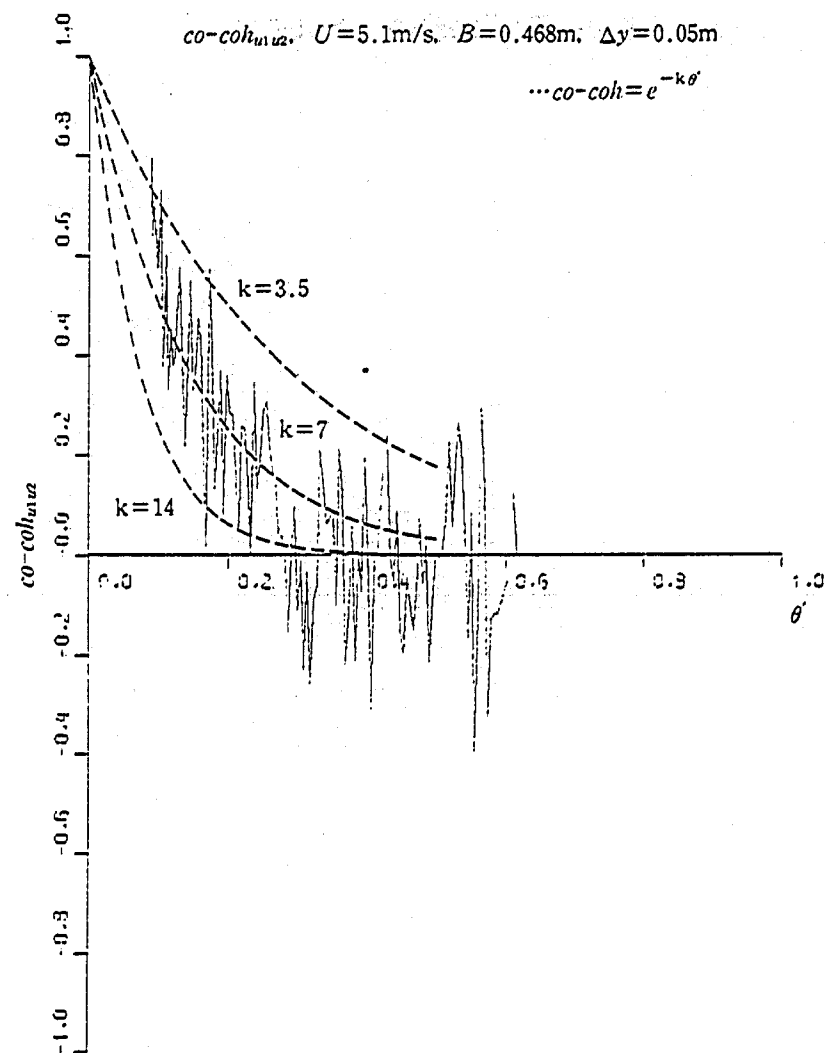


图 2-12-2 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.05\text{m}$)

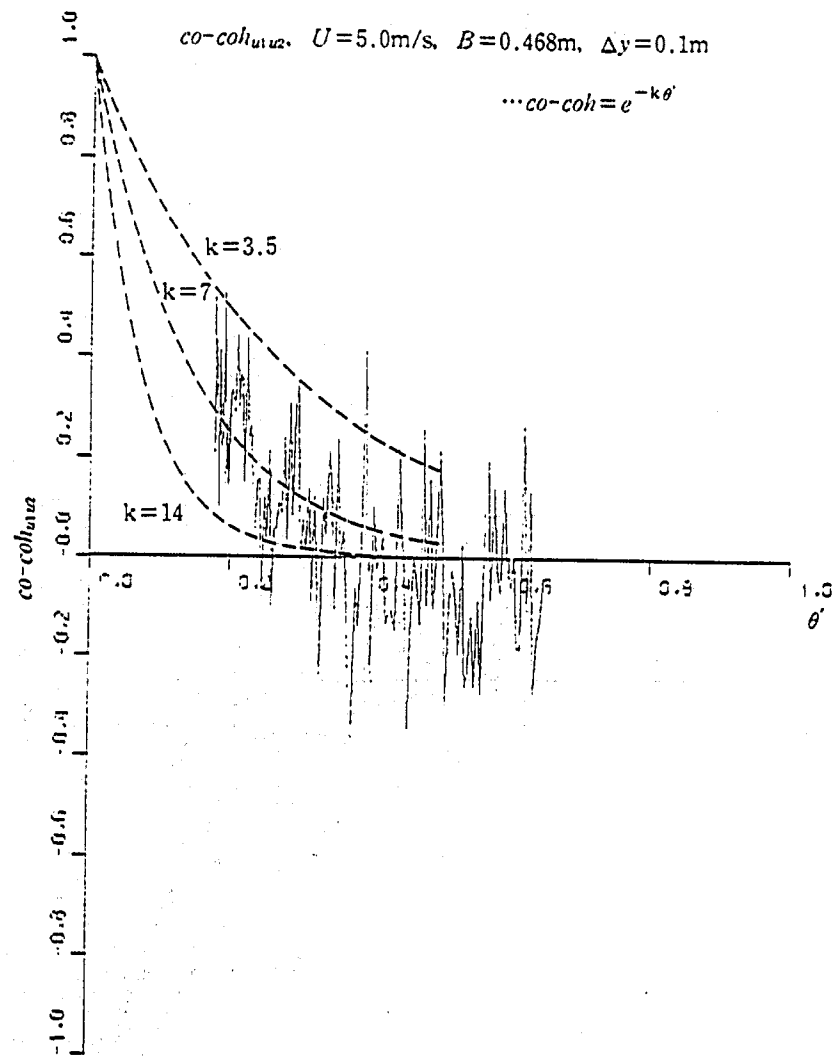


图 2-12-3 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.1\text{m}$)

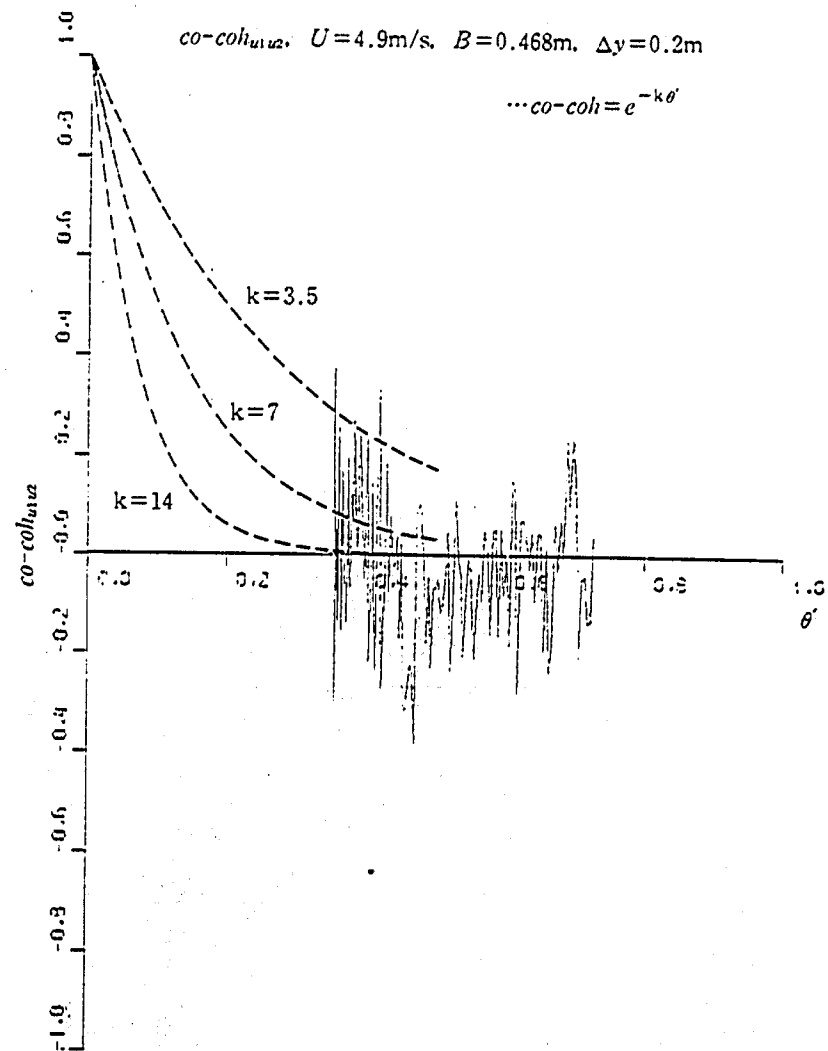


图 2-12-4 $co-coh_{u1u2}$ ($\Delta y=0.2\text{m}$)

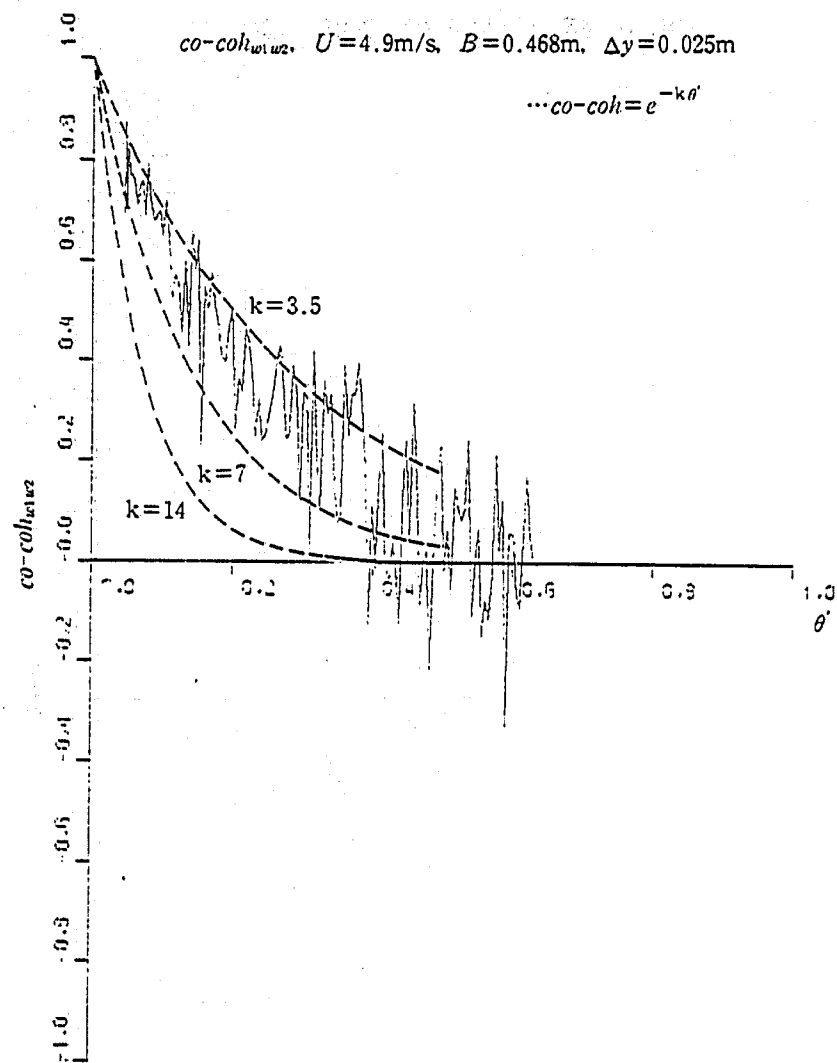


图 2-13-1 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.025\text{m}$)

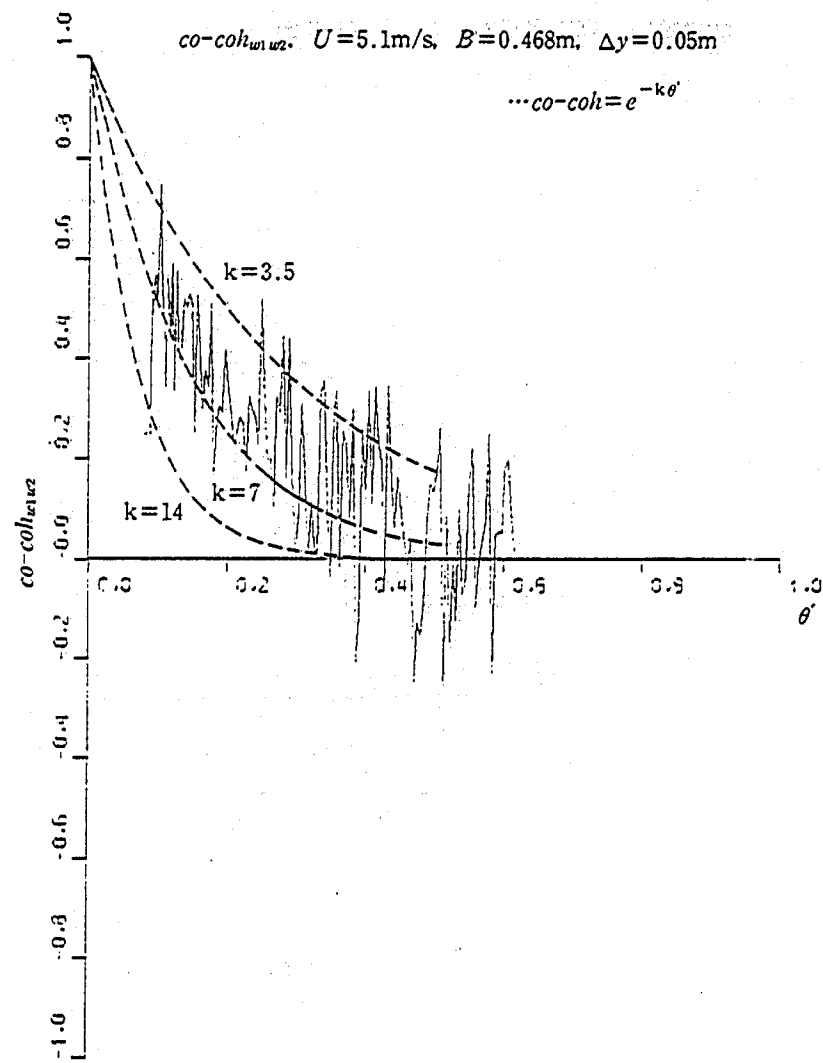


图 2-13-2 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.05\text{m}$)

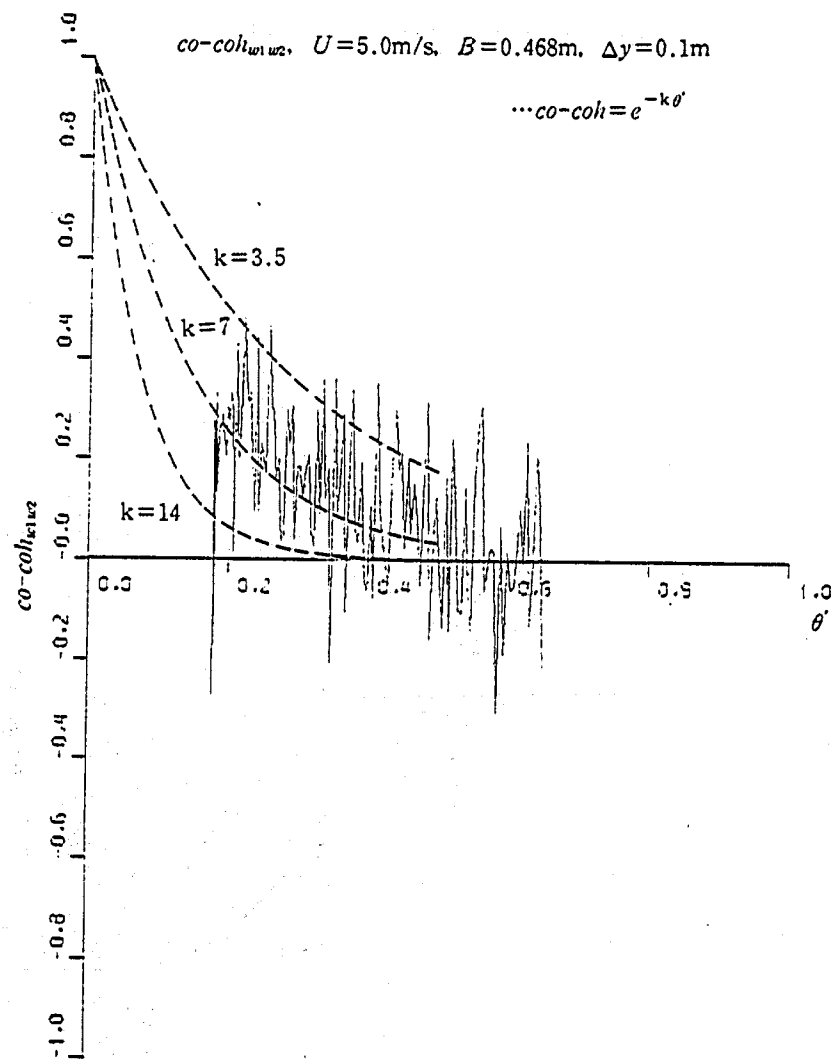


图 2-13-3 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.1\text{m}$)

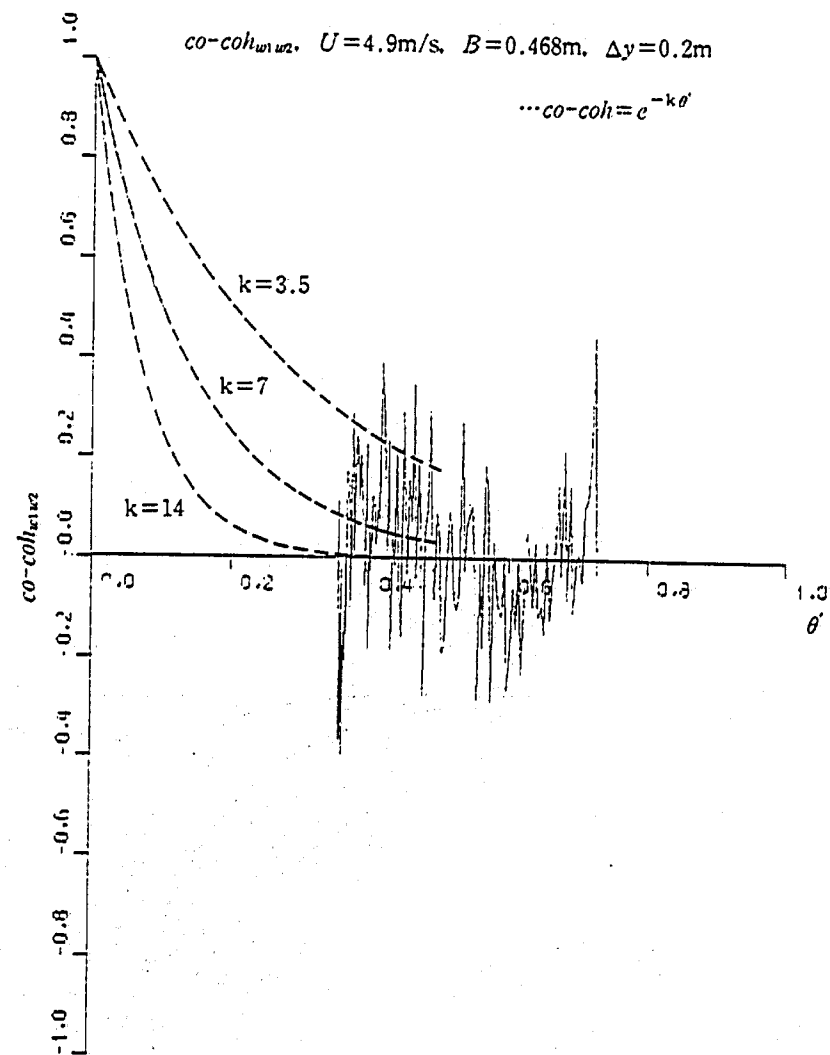


图 2-13-4 $co-coh_{w_1 w_2}$ ($\Delta y=0.025\text{m}$)

2.3 箱桁模型に作用する空気力の測定

2.3.1 実験方法

図2-14に示すような箱桁断面橋の模型を用いて、模型に作用する変動揚力の測定を行った。変動揚力は当研究室所有の非定常空気力検出器¹¹⁾により計測した。模型は静止あるいは模型幅負の1%で鉛直たわみ方向に強制加振させ、乱れのほとんどない一様気流中および2.2で述べた特性をもつ乱流中で、平均風速を低速あるいは高速に設定し、空気力を計測した。模型を強制加振させる場合には、検出器のカウンターウェイトの大きさおよび位置を調整し、慣性力を除去し、空気力のみを検出するようにした。加振振動数は0.1 Hz～5.0 Hz まで0.1 Hz きざみに変化させそれぞれ100波以上ずつ振動させた。このとき、空気力と同時に模型の振動変位も光学式変位計により記録した。また、空力アドミッタンスを計算するため、接近流の変動も熱線風速計により同時に記録した。

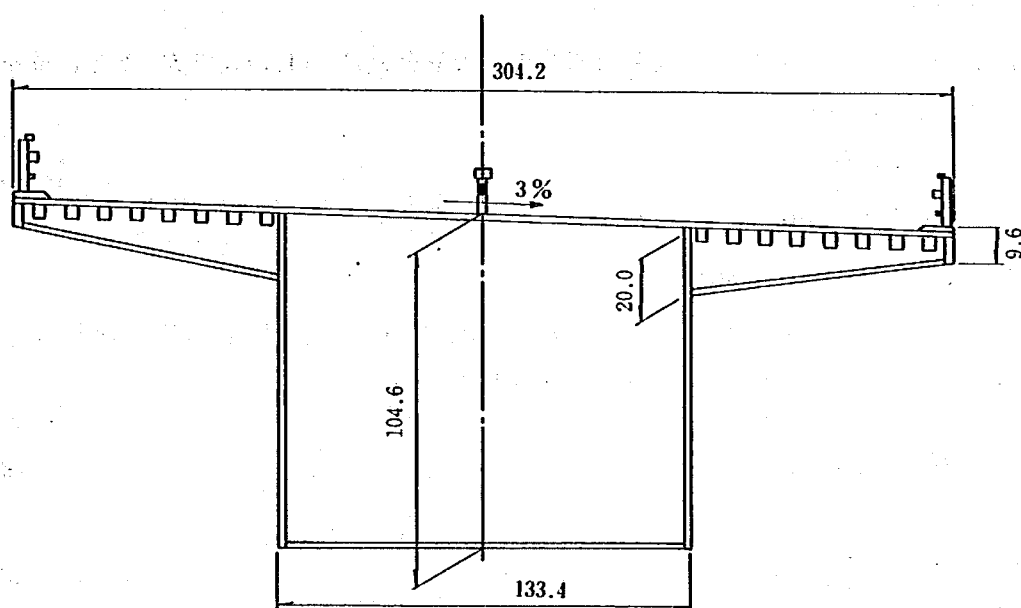


図2-14 門崎高架橋風洞模型断面図 ($x/l=1/6$, 縮尺1/60)

2.3.2 解析方法

データ解析は2.2.2に示したスペクトル解析法と基本的には同じであるが、自励空気力係数 C_{LH}^R および C_{LH}^I や空力アドミッタンス $H_{au}(f)$ および $H_{aw}(f)$ を求めるためには、振動変位と空気力あるいは変動風速と空気力との周波数応答関数 $H(f)$ を計算する必要がある。

x を入力とし y を出力とする線形システムでは、両者を関係づける $H_{yx}(f)$ は次のように求められる⁷⁾。

$$H_{yx}(f) = \frac{S_{yx}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (2.24)$$

振動中の模型には次の揚力 L が作用している。

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 B l [C_{L, \dot{h}}^R(h/B) + C_{L, \dot{h}}^I(h/U)] + p_E \cdot l \quad (2.25)$$

ここに、 l ：模型長。

振動変位 h と強制外力 P_E とは互いに独立と仮定すると、 L と h とのクロススペクトル S_{Lh} は、

$$S_{Lh} = \frac{1}{2} \rho U^2 B l \left(\frac{C_{L, \dot{h}}^R}{B} + i 2 \pi f \frac{C_{L, \dot{h}}^I}{U} \right) S_{hh} \quad (2.26)$$

となる。したがって、自励空気力係数 $C_{L, \dot{h}}^R$ および $C_{L, \dot{h}}^I$ は L と h との周波数応答関数 $H_{Lh}(f)$ から次のように求められる。

$$C_{L, \dot{h}}^R(f_r) = \text{Real}(H_{Lh}) / \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) \quad (2.27)$$

$$C_{L, \dot{h}}^I(f_r) = I_m(H_{Lh}) / \left[\left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right) \cdot (2 \pi f_r) \right] \quad (2.28)$$

ここに、 $f_r = (fB)/U$ 。

さらに、 $C_{L, \dot{h}}^R$ の影響が小さい場合の2次元剛体模型の空力減衰 δ_a は、(1.7)式で $R=1$ とし Φ を一定とおくことにより、次のように求められる。

$$\sigma \cdot \delta_a = - \frac{I_m(H_{Lh})}{(8 \pi f_r^2) \left(\frac{1}{2} \rho U^2 l \right)} \quad (2.29)$$

ここに、 σ ：無次元化質量($= m/(\rho B^2)$)。

一方、空力アドミッタンス $H_{au}(f)$ および $H_{aw}(f)$ も、 S_{uw} が S_{uu} あるいは S_{ww} に比べ小さいことを考慮し、(1.26)式を用いることにより同様に求められる。すなわち、

$$\overline{H_{au}}(f_r) = H_{L,u} / \left(\frac{1}{2} \rho U B l \right) \quad (2.30)$$

$$\overline{H_{aw}}(f_r) = H_{L,w} / \left(\frac{1}{2} \rho U B l \right) \quad (2.31)$$

ただし、(1.26)式あるいは(1.27)式で定義された空力アドミッタンスは、模型上のある断面に作用する変動揚力とその上流の変動風速を関係づけているのに対し、(2.30)式あるいは(2.31)式で求まる空力アドミッタンスは、模型に作用する全揚力を模型長で除した空間平均的な揚力とある一点での変動風速とを関係づけているものであるため、厳密には異なり、さらに補正する必要がある。上式ではこれを区別して、 $\overline{H_{au}}(f_r)$ あるいは $\overline{H_{aw}}(f)$ と定義した。両者を比較すると、例えば、

$$S_{L,u}(f) = \frac{1}{2} \rho U B H_{au}(f_r) S_{uu}(f) \int_{-l/2}^{l/2} \text{co-coh}_{u1u2}(f, y_1, y_2) dy_2 \quad (2.32)$$

$$S_{L,u}(f) = \frac{1}{2} \rho U B l \overline{H_{au}}(f_r) S_{uu}(f) \quad (2.33)$$

となる。ここに、 y_1 は変動風速を計測しているプローブの y 方向の位置。したがって、

$$H_{au}(f_r) = l \cdot \overline{H_{au}(f_r)} / \int_{-l/2}^{l/2} co-coh_{u1u2}(f, y_1, y_2) dy_2 \quad (2.34)$$

$$H_{aw}(f_r) = l \cdot \overline{H_{aw}(f_r)} / \int_{-l/2}^{l/2} co-coh_{w1w2}(f, y_1, y_2) dy_2 \quad (2.35)$$

という補正が必要になる。co-coh として指数近似式 $e^{-k\epsilon|y_1-y_2|}$ [$\epsilon = (2\pi L_x^y)^{-1} \sqrt{(1+2\pi f L_x^y/U)^2}$] を用い、 $y_1=0$ (プローブを模型中央に設置) すると、補正量は次のとおりである。

$$l / \int_{-l/2}^{l/2} e^{-k\epsilon|y_1|} dy_2 = k\epsilon l / [2(1-e^{-k\epsilon l/2})] \quad (2.36)$$

実際の計算では、 $k=7$ として空力アドミッタンスを求めた。

強制空気力係数のパワースペクトル $S_{c_p c_p}$ およびその標準偏差 $\tilde{C}_p$ を求めるには断面力を直接計測する、あるいは模型全体に作用する空気力を計測し、空気力の空間変動特性により上述の方法と同様に補正することが必要であるが、今回は模型全体に作用する空気力を模型長で単純に平均し無次元化したものにより定義した。これをここでは $S_{C_L C_L}$ および $\tilde{C}_L$ と呼ぶ。両者の関係は次のとおりである。

$$S_{c_p c_p}(f) = \frac{S_{C_L C_L}(f)}{\frac{1}{l^2} \int_0^l \int_0^l co-coh_{pp}(f, y_1, y_2) dy_1 dy_2} \quad (2.37)$$

$$\tilde{C}_p^2 = \frac{\tilde{C}_L^2}{\frac{1}{l^2} \int_0^l \int_0^l \gamma_{pp}(y_1, y_2) dy_1 dy_2} \quad (2.38)$$

co-coh_{pp} および γ_{pp} が 1 のとき両者は等しくなるが、実際は co-coh_{pp} および γ_{pp} 1 より小さいため、 $S_{c_p c_p}$ 、 $\tilde{C}_p^2$ はそれぞれ $S_{C_L C_L}$ 、 $\tilde{C}_L^2$ より大きくなる。

2.3.3 測定結果

2.3.3.1 空力減衰

(2.29)式で定義される無次元質量と空力減衰の積 ($\sigma \cdot \delta_a$) と無次元振動数 (fB/U) との関係を図 2-15 および図 2-16 に示す。図 2-15 は風洞風速が低い場合の結果であるが、 $fB/U=0.4 \sim 0.5$ において空力減衰が負となっている。これは渦励振の発生に対応しており、極小値の絶対値は気流の乱れにより若干小さくなっている。図 2-16 は風洞風速が高い場合の結果であるが、一様気流中では $fB/U < 0.2$ で空力減衰が負となっている。これはギャロッピングの発生に対応しており、気流の乱れによりギャロッピングの発現風速 (U/fB) は 5 から約 8 へ上昇していることが読み取れる。

2.3.3.2 強制空気力係数

静止模型に作用する変動空気力 (強制空気力) を無次元化し、その P. S. D を図 2-17 および図 2-18 に示す。図 2-17 は低風速での結果であるが、一様気流中では 2 つのピークが存在するが、乱れにより高振動数側のピークが消え、低振動数側のピークがやや低振動数側に移動し、パワーが増大する。係数の標準偏差も、気流の乱れにより 2.4 倍大きくなっている。高風速でも (図 2-18) 同様の結果が得られている。図 2-16 に示されているように、乱流中では $fB/U=0.12 \sim 0.20$ では空力減衰が正であるが、強制空気力係数のパワーは大きいので、この風速領域 ($U/fB=5 \sim 8$) では強制振動の発現が予測される。

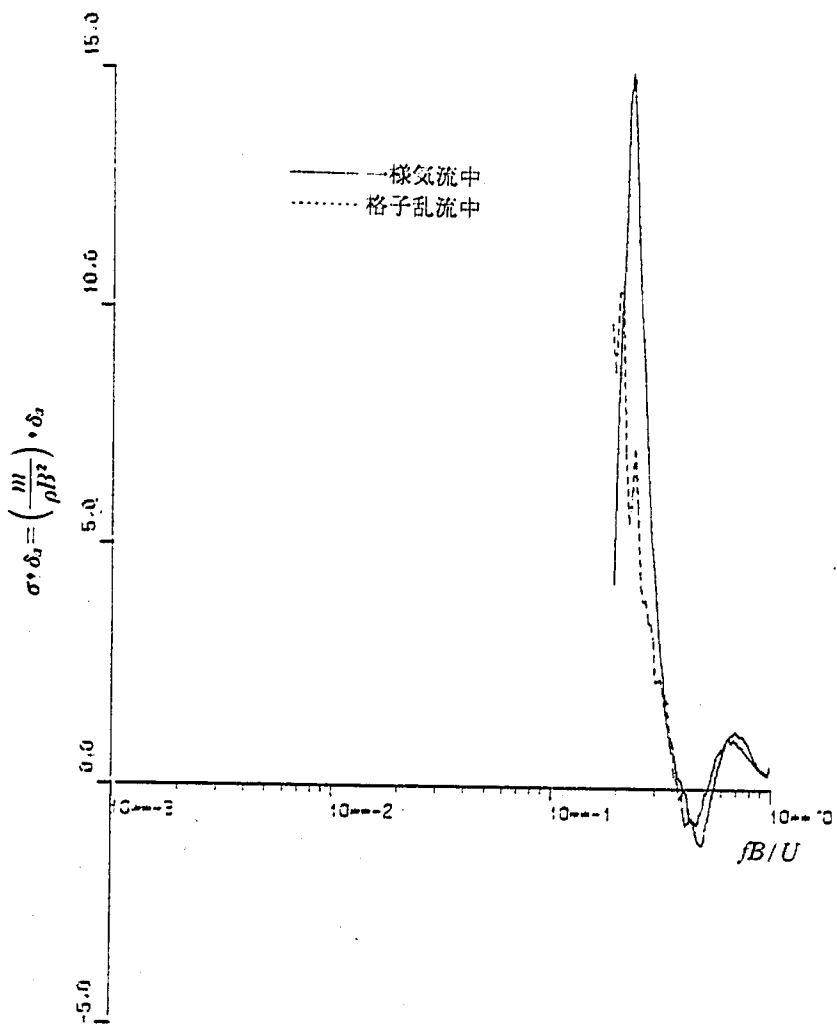


图 2-15 空力減衰（門崎模型， $x/l = 1/6$ ）

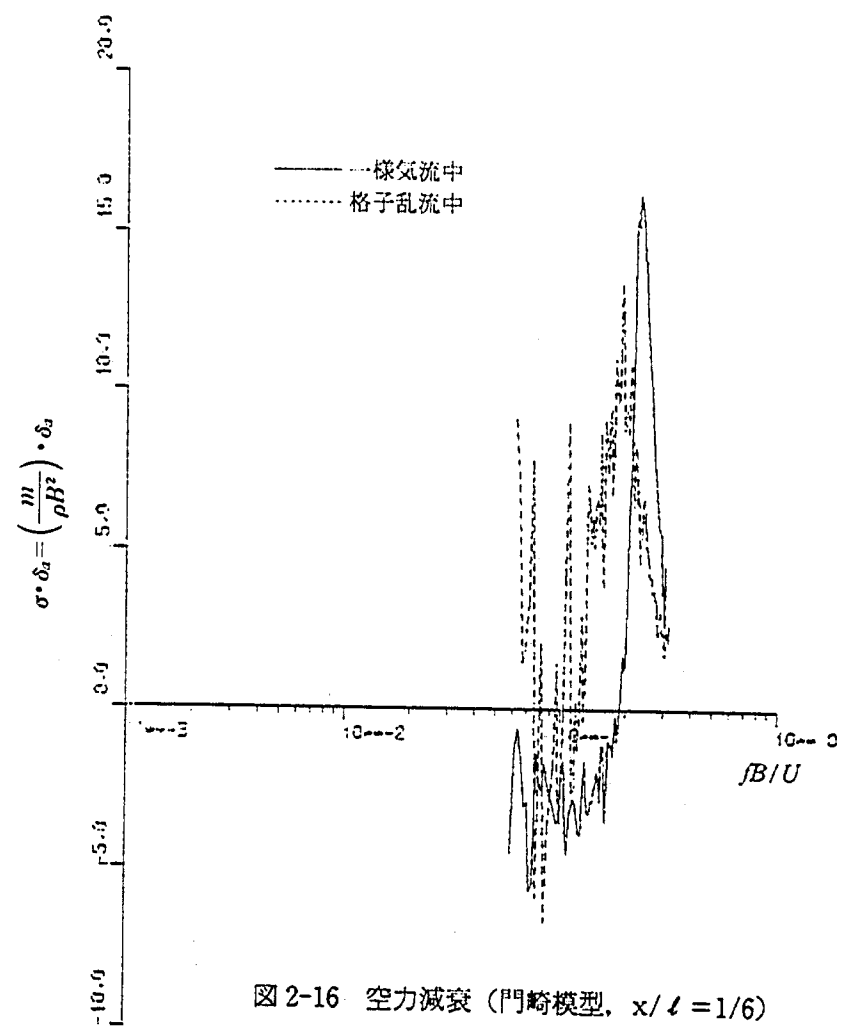


图 2-16 空力減衰（門崎模型， $x/l = 1/6$ ）

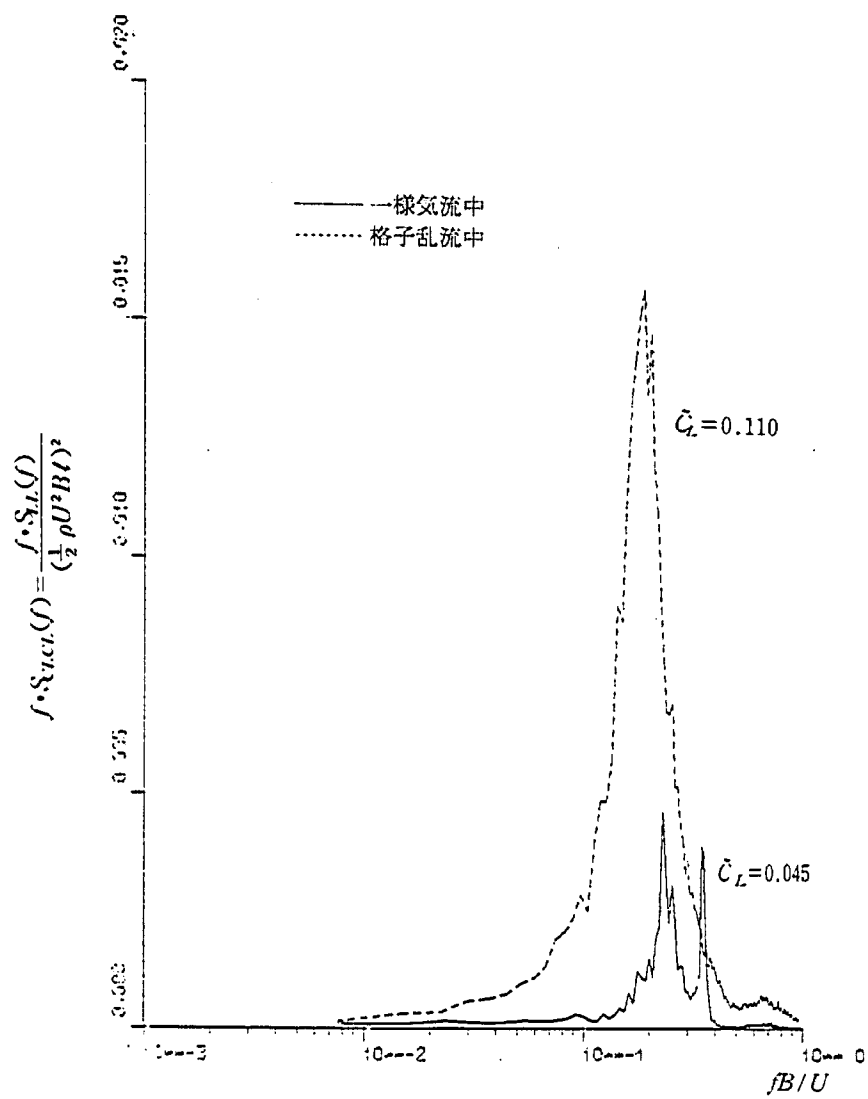


図 2-17 強制空気力係数のパワースペクトル (門崎模型, $x/l = 1/6$)

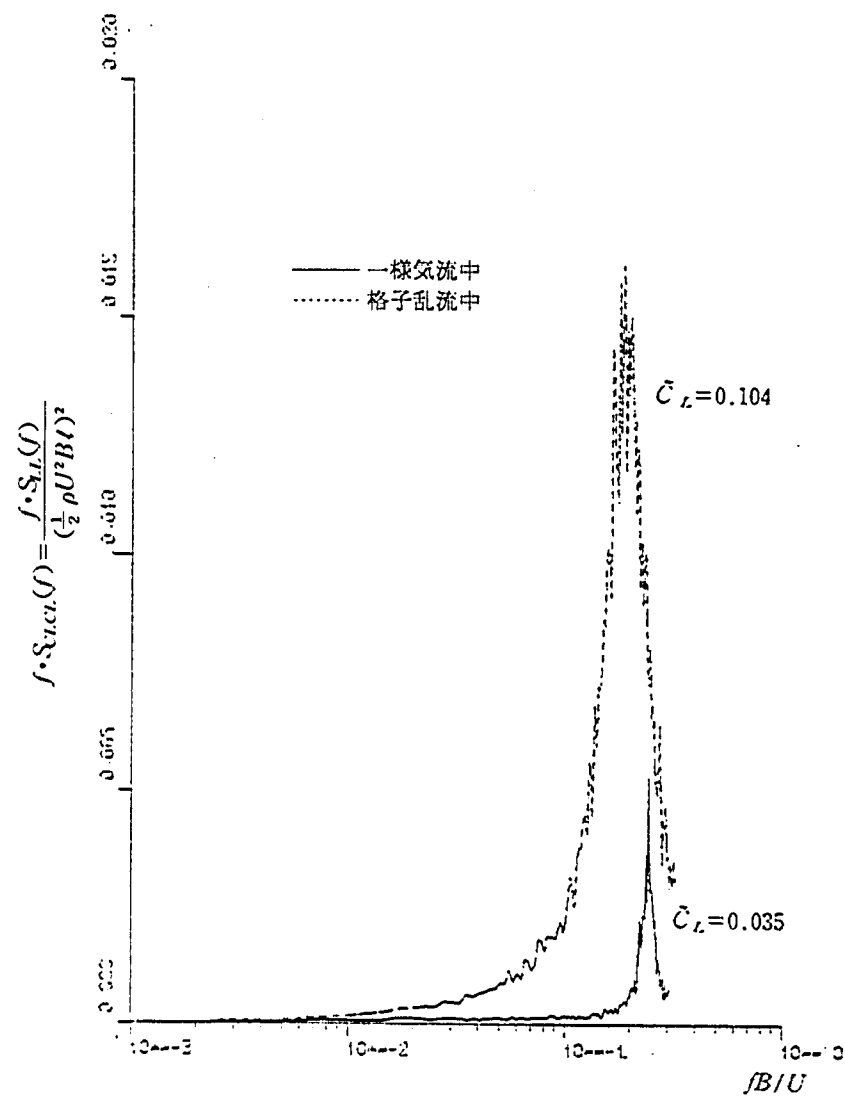


図 2-18 強制空気力係数のパワースペクトル (門崎模型, $x/l = 1/6$)

2.4 箱桁模型のパネ支持模型実験

2.4.1 実験方法

空気力測定に用いた模型と同じ模型をコイルパネで支持し、一様気流中および格子乱流中で風による模型の振動を計測した。振動は光学式変位計により計測し、気流はピトー管およびマノメータにより計測した。ただし、格子乱流中の実験では、予め模型のない状態で風洞送風機回転数と模型位置での主流方向平均風速との関係を熱線風速計により求めておき、送風機回転数により風速を設定した。この関係を図 2-19 に示す。同図中には一様気流中での関係、非定常空気力計測位置での関係もあわせて示しており、また、回帰式も示している。

2.4.2 実験条件

模型は鉛直たわみ 1 自由度に支持し、無次元化質量 ($\sigma = m/(\rho B^2)$) を 27、無風時対数減衰率を 0.017 (一様気流中での実験、模型幅の 0.5% における振幅で測定)、0.020 (格子乱流中での実験) にそれぞれ設定した。迎角は 0° とした。

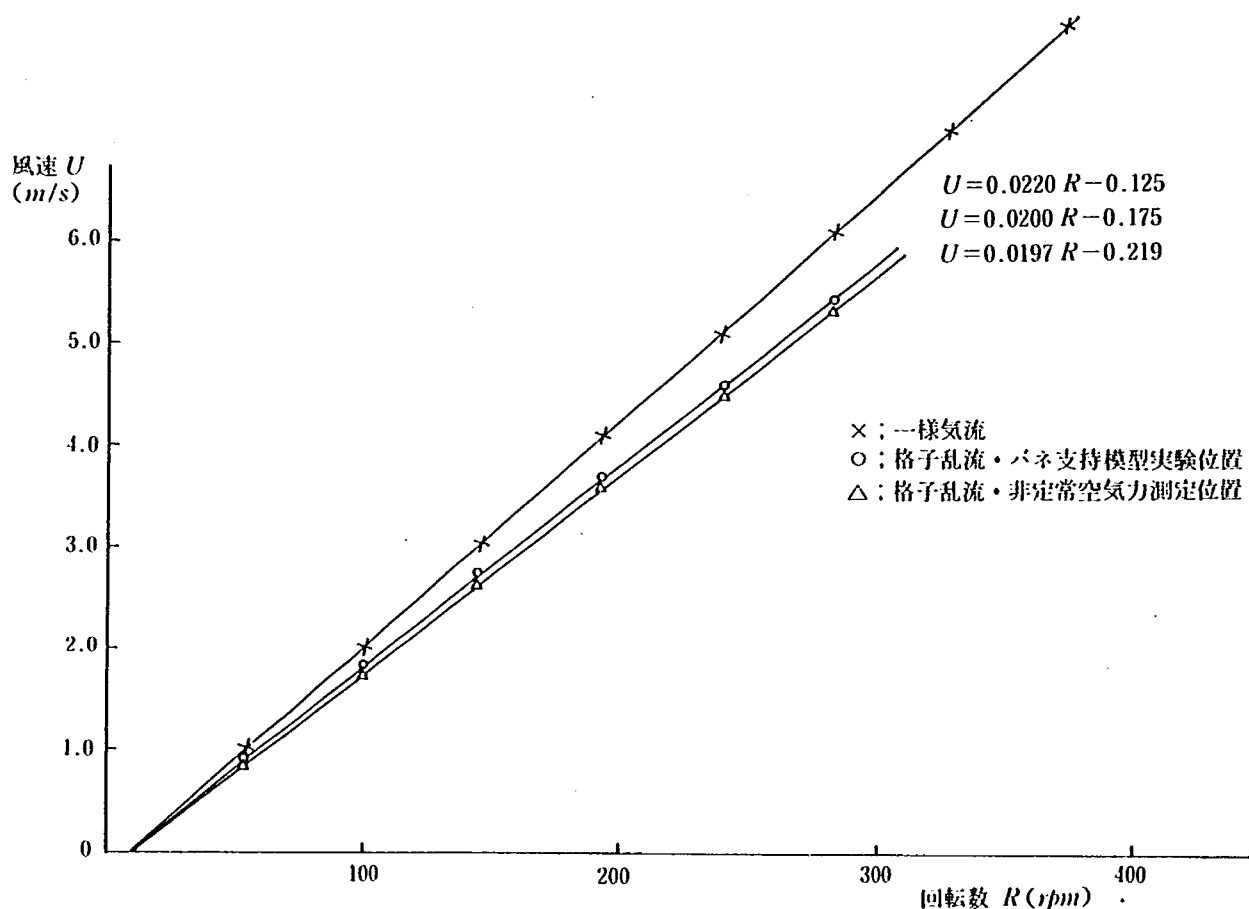


図 2-19 風洞送風機回転数と平均風速との関係 (非定常空気力風洞)

2.4.3 実験結果

風速と鉛直たわみ振動最大振幅との関係を図 2-20 に示す。一様気流中では、低風速 ($U/fB = 1.5 \sim 2.3$) で渦励振が、高風速 ($U/fB \geq 4.3$) でギャロッピングが発現する。格子乱流中では渦励振が一様流中に比べ小さくなり、また高風速ではギャロッピングのように規則的な振動は発現せず、不規則な振動が発現する。なお、格子乱流中の高風速の応答に関しては、その性状が不規則であったことを確認したのみで計測は行っていない。

まず、2.3 で用いた自励空気力を計測する手法（強制振動法）の妥当性を確かめるために、バネ支持実験より求めた一様気流中での空力減衰と強制振動法より求めた空力減衰とを比較する。2.3 で求めた $\sigma \cdot \delta_a$ は通風時と無風時との振動数比 R を 1 と仮定して得られたものであるが、ここではその他に R の変化を忠実に考慮し、(1.7) 式にもとづき求めた δ_a についても比較を行う。 $R=1$ という仮定のもとでは、通風時の振動数を無次元化したもの ($f_r = fB/U$) と無風時の振動数を無次元化したもの ($f_{r0} = f_0 B/U$) とは等しくなるが、 $R \neq 1$ の場合は両者は異なるため、 δ_a は f_{r0} を横軸とし比較を行った。また、バネ支持実験で得られた低風速での渦励振はほぼ正弦的な振動であったが、高風速での振動は一様気流中でもうなりを伴うものであった。このときの最大振幅と最小振幅とを図 2-21 に示す。したがって、渦励振については $\bar{h}/B = 0.01$ の振幅における減衰により比較が可能であるが、高風速での振動については、便宜振幅領域を最大振幅以上、最大振幅と最小振幅との間、最小振幅以下の 3 つに大別し、それぞれの領域で減衰を読み取った。その結果も図 2-21 に示してある。最大振幅と最小振幅との間の減衰は 0 と定義した。このようにして読み取った通風時の対数減衰率より、無風時対数減衰率 ($\delta_0 = 0.017$) を差し引き空力減衰 δ_a とした。結果を図 2-22 に示す。図 2-22 より、渦励振については振動数変化を考慮してもしなくても、強制振動法より求めた空力減衰はバネ支持実験より求めたそれとよく一致していることがわかる。ギャロッピングに関しても振動数変化の影響はさほど大きくないが、その影響を考慮した方が推定精度が高まることわかる。

低風速で発現した渦励振は、振幅が限定的な自励振動であるため、耐風設計においては振幅の推定が重要となり、振幅と自励空気力係数との関係を知る必要がある。図 2-22 より渦励振においては振動数変化の影響、すなわち C_{LH} の影響は無視し得るため、 C_{LH} と振幅の関係を知ればよい。この場合には、強制振動法よりむしろバネ支持実験による自由振動法の方が便利である。 C_{LH} と通風時対数減衰率 δ との関係は (1.7) 式で $\Phi=1$, $R=1$ とおくことにより、次のように求まる。

$$C_{LH} = 4 f_{r0} \sigma (\delta_0 - \delta) = 4 f_{r0} \cdot \frac{m}{\rho B^2} (\delta_0 - \delta) \quad (2.39)$$

一様流中および格子乱流中の渦励振動時の通風時対数減衰率 (δ) と無次元振幅 ($\bar{h}/B$) との関係を図 2-23 に示す。

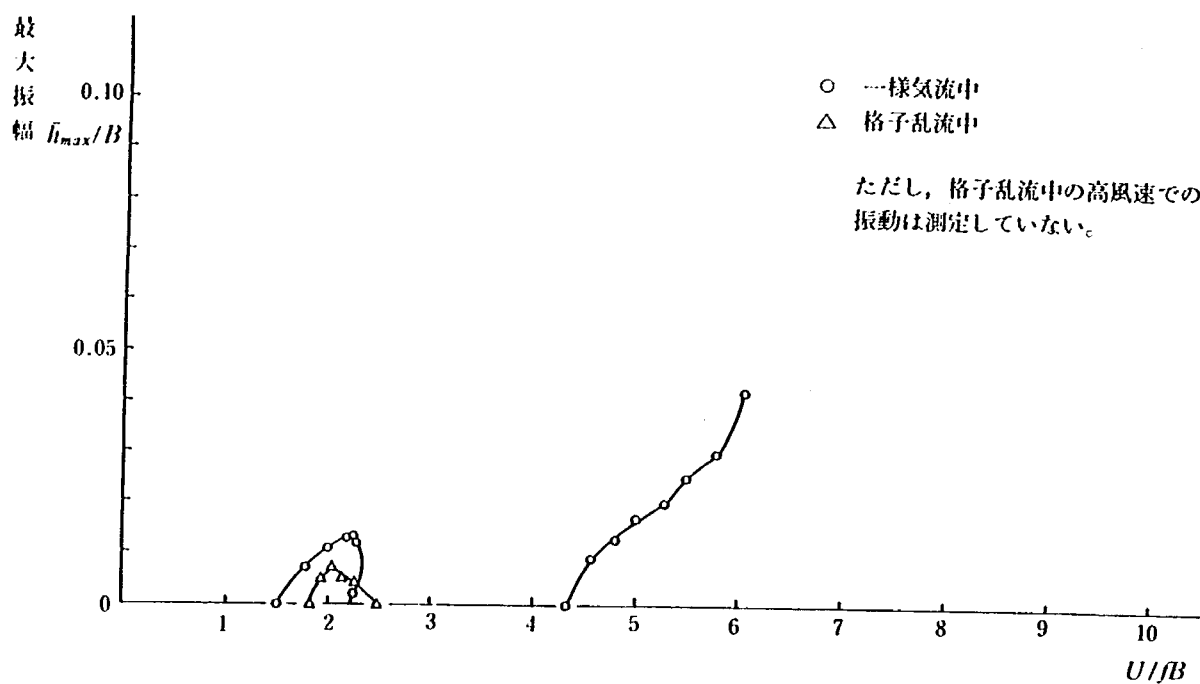


図 2-20 風速—振幅曲線（門崎模型, $x/l=1/6$ ）

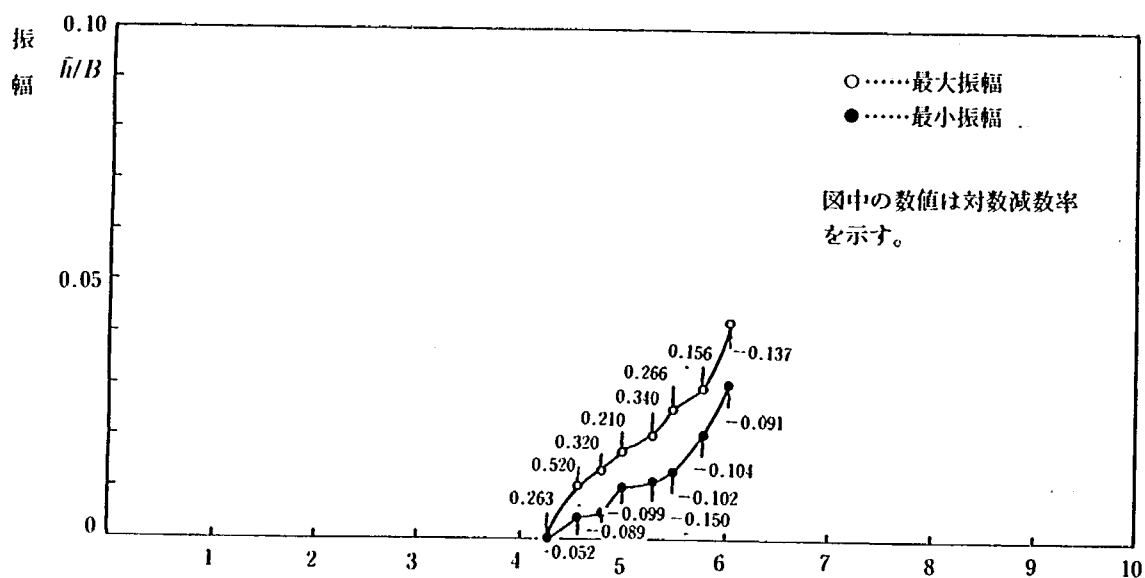


図 2-21 風速—振幅曲線（門崎模型, $x/l=1/6$, 一様気流中, 高風速）

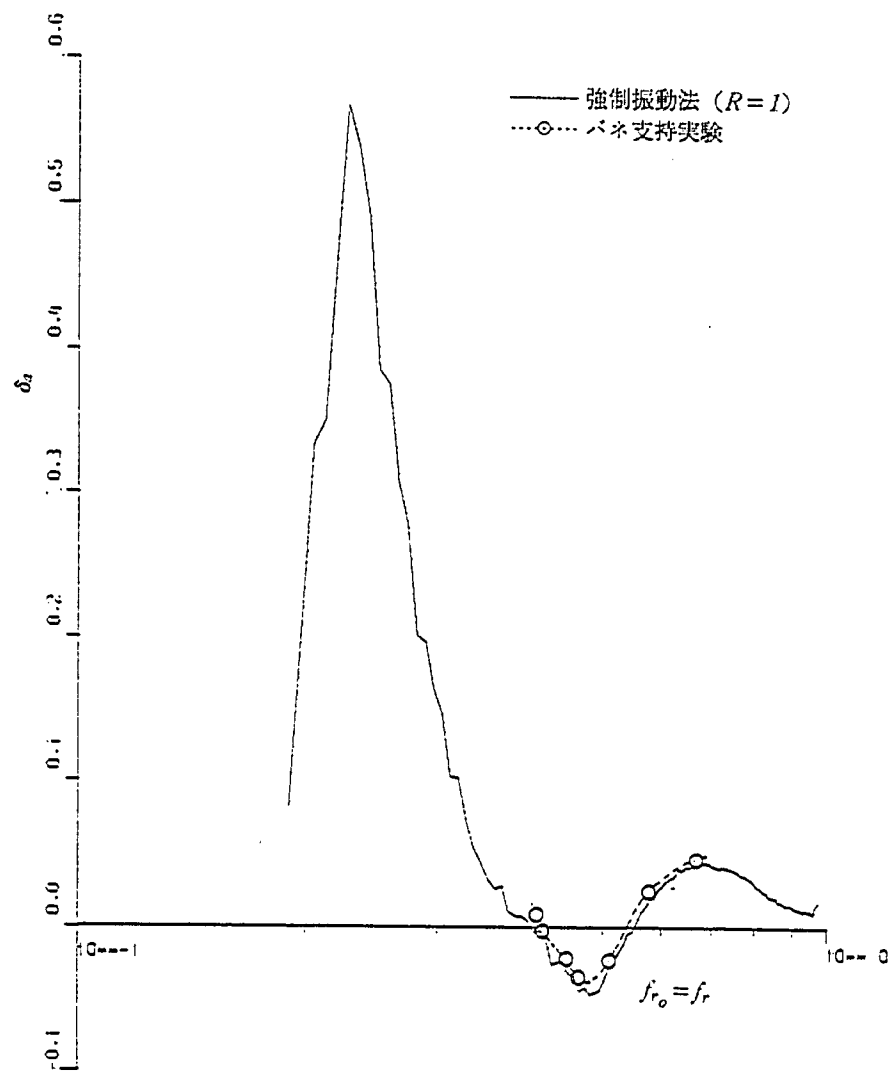


図 2-22-1 空力減衰の比較（一様流中の渦励振）

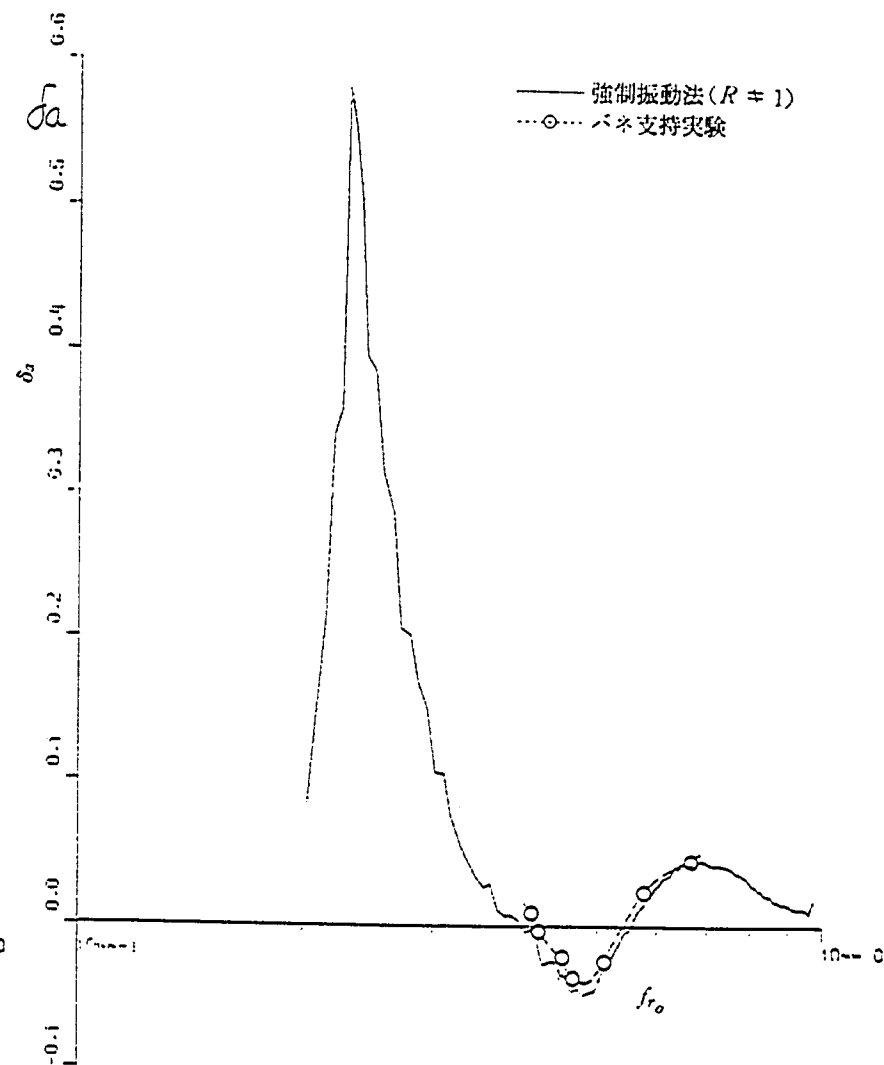


図 2-22-2 空力減衰の比較（一様流中の渦励振）

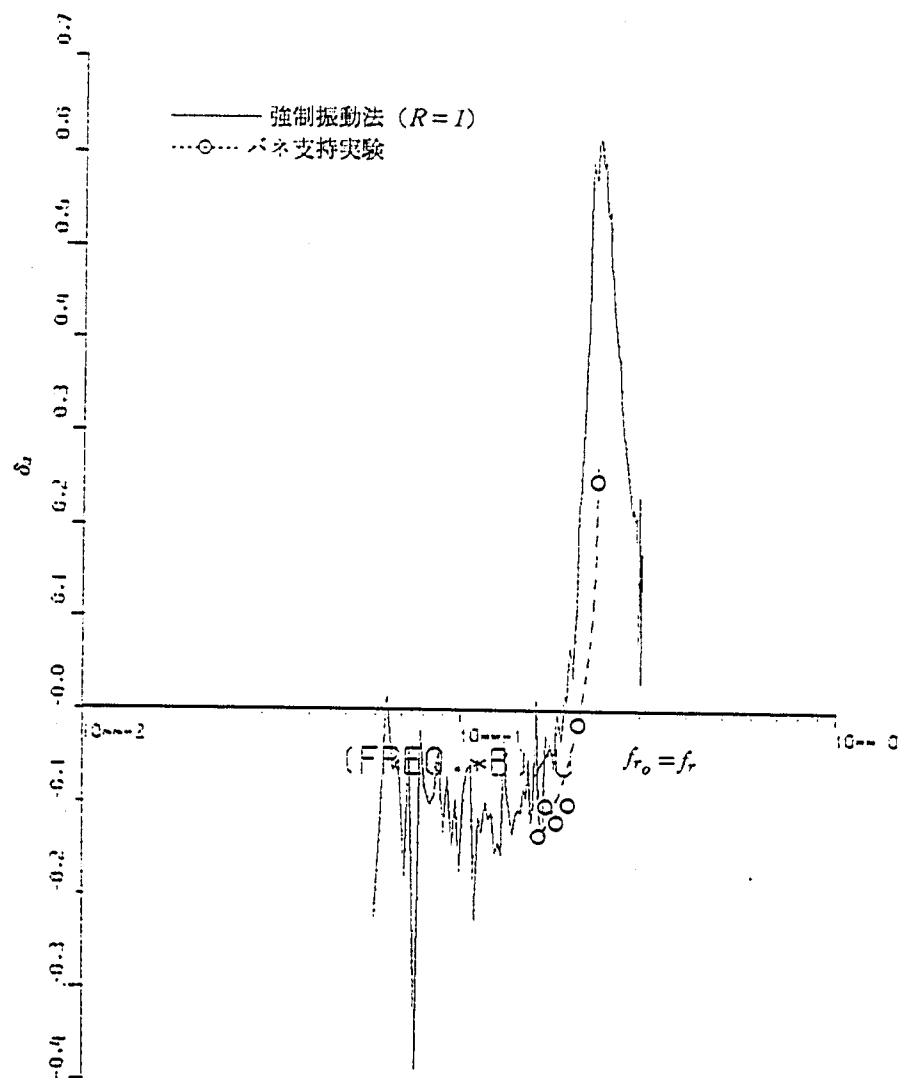


図 2-22-3 空力減衰の比較（一様流中のギャロッピング）

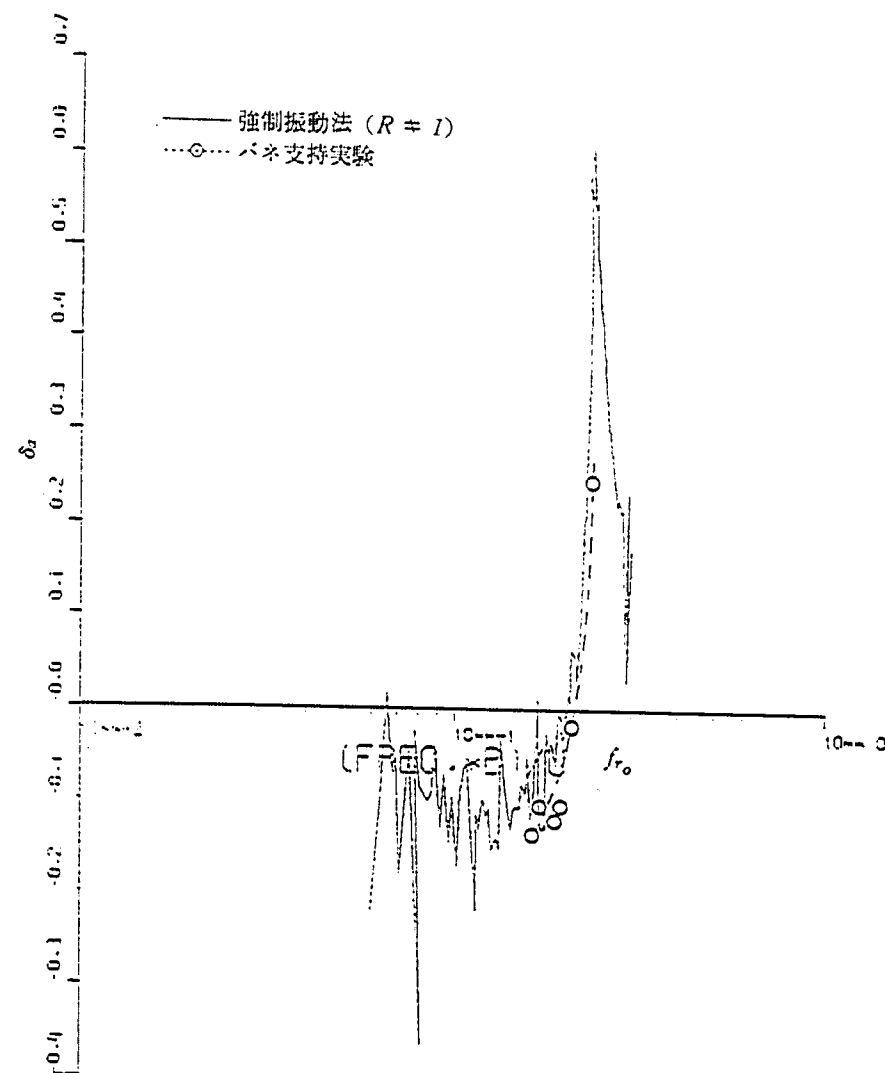


図 2-22-4 空力減衰の比較（一様流中のギャロッピング）

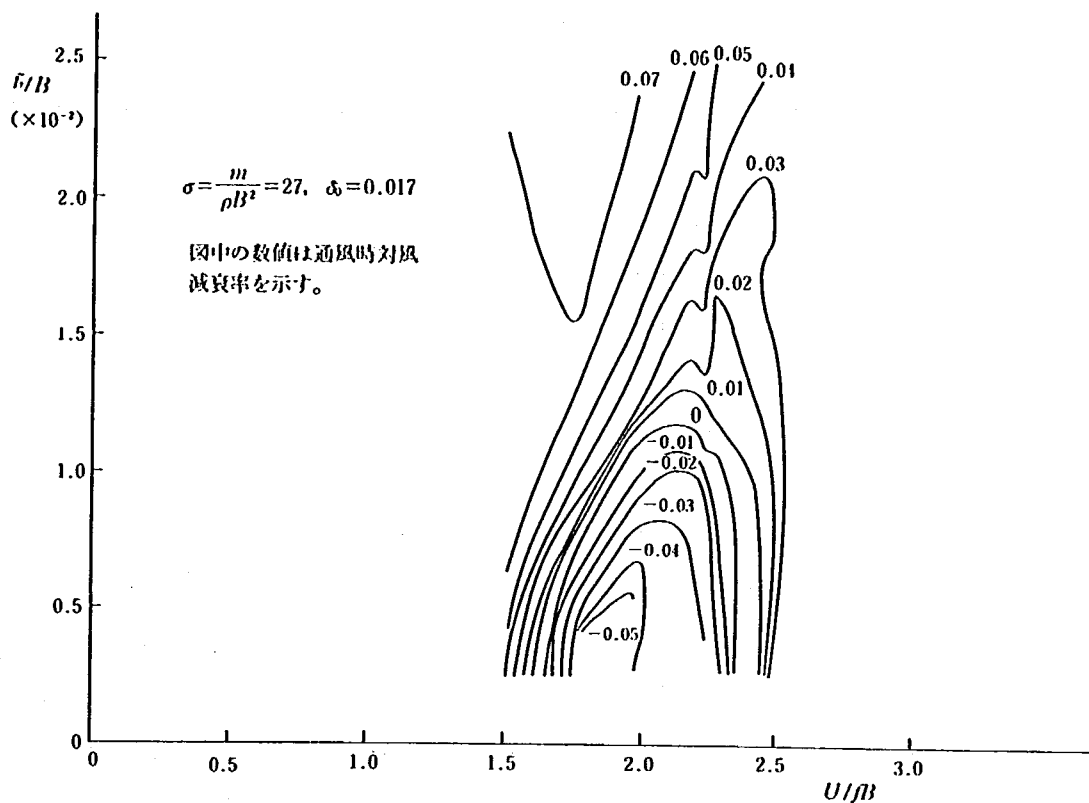


図 2-23-1 風速—振幅—減衰曲線 (門崎模型, $x/l=1/6$, 一様流)

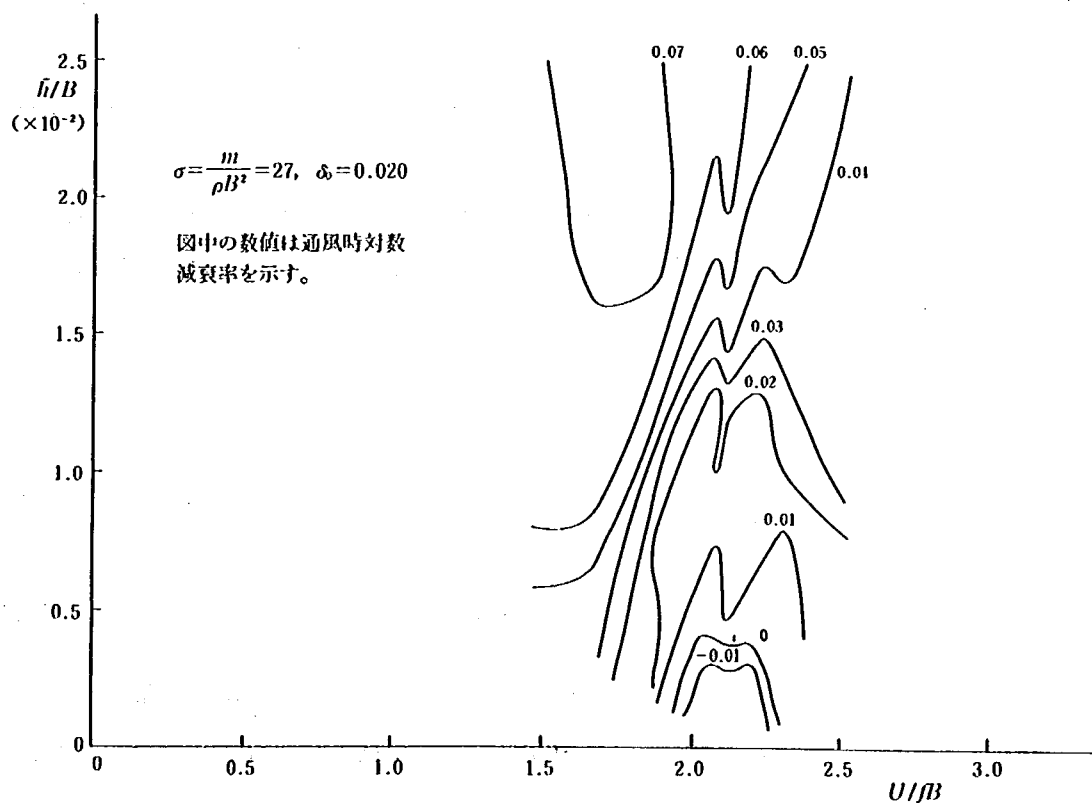


図 2-23-2 風速—振幅—減衰曲線 (門崎模型, $x/l=1/6$, 格子乱流)

2.5 その他の橋梁模型に作用する空気力の測定

2.3に示した方法により他の断面形状を有する模型に作用する空気力を測定した。対象とした断面および測定結果の示されている図番を以下に示す。

矩形断面（1：2）…………… 図 2-24

門崎高架橋（中央径間 1/3 点断面，1 box）…………… 図 2-25

門崎高架橋（中央径間 1/2 点断面，1 box）…………… 図 2-26

弥栄大橋（逆台形断面）…………… 図 2-27

弥栄大橋（2 box 断面）…………… 図 2-28

関門橋（トラス補剛桁）…………… 図 2-29

鶴見航路橋（偏平六角断面）…………… 図 2-30（低風速），図 2-31（高風速）

各図は，模型断面図，空力減衰，強制空気力係数，空中アドミッタンスより構成されている。断面形状の影響をみると，幅員に比較して桁高の高い橋桁（図 2-24，25，26）の一樣気流中での $\sigma \cdot \delta_a$ （無次元質量と空力減衰の積）は， f_r （無次元振動数）が小さくなると正から負へと変化する。これは鉛直たわみモードの自励振動，すなわちギャロッピングの発現に対応している。しかしながら，格子乱流中においては，実験を行った範囲での低い f_r では正のままであり，ギャロッピングが発現しにくくなることがわかる。

一方，幅員に比較して桁高の低い橋桁（図 2-27，28，29）およびトラス補剛桁（図 2-30）では，一樣気流中および格子乱流中で測定した $\sigma \cdot \delta_a$ がいずれも正であり，ギャロッピング発現のおそれのないことが読み取れる。また，非常に偏平な橋桁（図 2-29）およびトラス補剛桁（図 2-30）では，一樣気流中での空力減衰と格子乱流中での空力減衰との間にほとんど差が見られないことがわかる。

格子乱流中の強制空気力（ S_{CLCL} ， $\hat{C}_l$ ）は，幅員に比較して桁高の低い橋桁ほど小さくなることが読み取れる。

なお，ここで空力アドミッタンスについて，鶴見航路橋模型による測定を例にとり若干説明したい。気流の変動がゆるやかな場合（ fB/U が小さい場合）には，変動空気力は定常空気力係数を用いて準定常的に次のように表現される（準定常理論）。

$$P_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_F \quad (2.40)$$

$$p_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B (2 C_F) (u/U) + \frac{1}{2} \rho U^2 B (dC_F/d\alpha) (w/U) \quad (2.41)$$

$$\hat{p}_E = \frac{1}{2} \rho U^2 B (2 C_F) (\hat{u}/U) + \frac{1}{2} \rho U^2 B (dC_F/d\alpha) (\hat{w}/U) \quad (2.42)$$

ここに， P_E ；定常揚力， p_E ；気流の乱れによる変動揚力， C_F ；定常揚力係数， α ；迎角。

(2.40)式を(1.27)式と比較することにより， $fB/U \rightarrow 0$ のとき， $|H_{au}|$ ， $|H_{aw}|$ はそれぞれ次の値に近づくことがわかる。

$$|H_{au}(f)| \rightarrow |2C_F| \quad (2.43)$$

$$|H_{aw}(f)| \rightarrow |dC_F/d\alpha| \quad (2.44)$$

一方翼断面については w に関する空力アドミッタンスが理論的に与えられている。これを本章の記号で表わせば、次のようになる。

$$|H_{aw}(f_r)| = |2\pi \phi(f_r)| \doteq 2\pi \frac{1}{\sqrt{1+2\pi^2 f_r}} \quad (2.45)$$

ここに、 $\phi(f_r)$ は Sears 関数¹²⁾であり、第3番目の式は Sears 関数を Liepmann の近似式¹²⁾で置き換えたものである。 2π は翼断面の揚力傾斜 $dC_F/d\alpha$ であり、(2.43)式で 2π を橋梁断面の $dC_F/d\alpha$ に置き換えれば、 $f_r \rightarrow 0$ で準定常理論による値と一致する。鶴見航路橋模型で得られた $|H_{aw}|$ を、

$$|H_{aw}(f_r)| \doteq |dC_F/d\alpha| \frac{1}{\sqrt{1+2\pi^2 f_r}} \quad (2.46)$$

の式と比較し、図 2-32 に示す。ここで $dC_F/d\alpha$ としては本模型と形状の類似した断面の模型で得られた値を用いている。図より、実験値は $f_r > 0.5$ ではば(2.44)式と一致しているが、 $f_r < 0.5$ では(2.44)式の値より著しく小さい。この理由は現在のところ明らかでなく、今後の課題の一つと考えている。

さらに、鶴見航路橋模型の空力減衰について同様の比較を行った。準定常理論によれば $f_r \rightarrow 0$ で、

$$p_s = \frac{1}{2} \rho U^2 B (-dC_F/d\alpha) (h/U) \quad (2.47)$$

となり、(1.2)式との比較および(1.7)式で $R=1$ とおくことにより、次式が得られる。

$$\sigma \cdot \delta_a = -\frac{1}{4f_r} \cdot dC_F/d\alpha \quad (2.48)$$

翼断面では Theodorsen 関数¹²⁾の実数部 $F(f_r)$ により次のように $\sigma \cdot \delta_a$ が計算される。

$$\sigma \cdot \sigma_a = -\frac{1}{4f_r} \cdot F(f_r) \cdot 2\pi \quad (2.49)$$

$F(f_r)$ は $f_r \rightarrow 0$ で $F(f_r) \rightarrow 1$ となるため、次のように修正すれば準定常理論と整合する。

$$\sigma \cdot \delta_a = -\frac{1}{4f_r} \cdot F(f_r) \cdot dC_F/d\alpha \quad (2.50)$$

実験値と(2.47)式、(2.48)式とを比較し図 2-33 に示す。図によれば $f_r < 0.4$ で(2.50)式と実験値との対応がきわめてよいことがわかる。

2.6 その他の模型のバネ支持模型実験結果

2.4 に示した方法と同様な方法で、他の模型についてもバネ支持模型実験を行い、風速と振幅と減衰の関係を求めた。実験条件および結果の示されている図の番号を表 2-3 に示す。

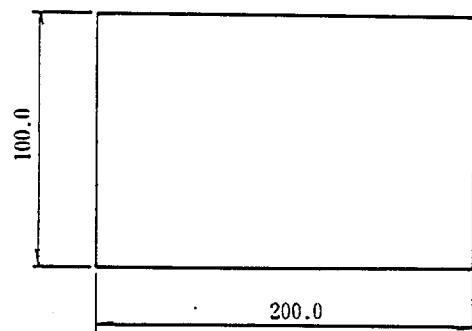


图 2-24-1 模型断面图 (矩形模型)

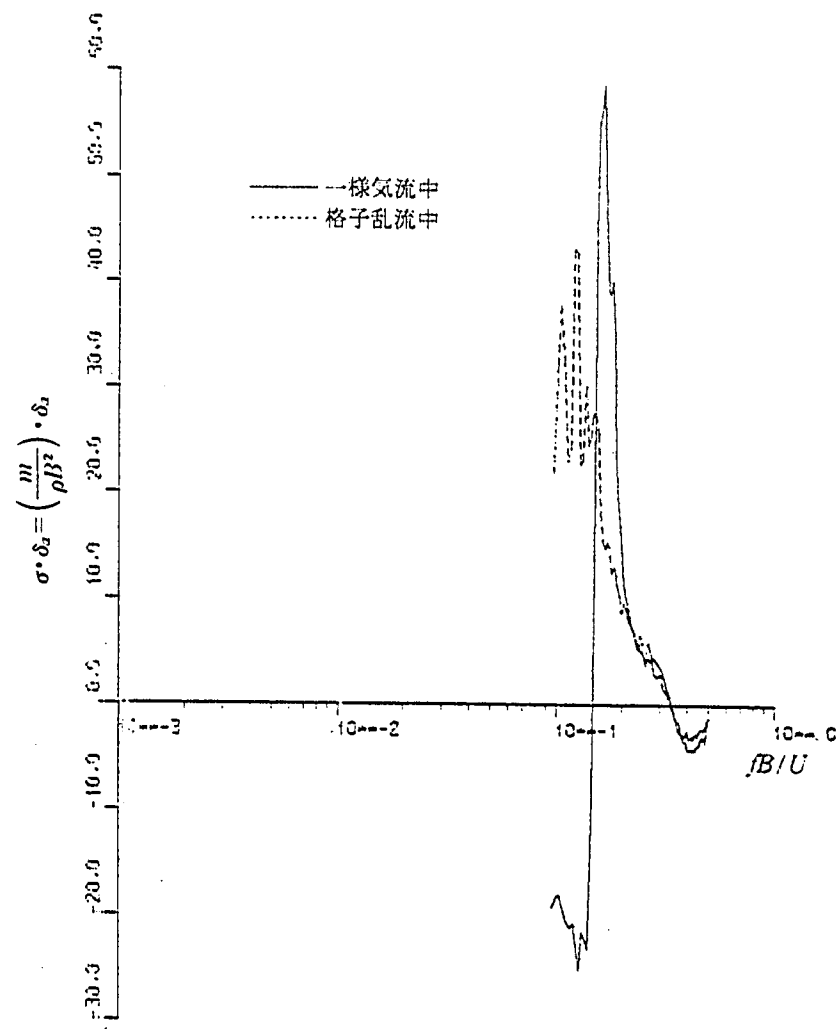


图 2-24-2 空力减衰 (矩形模型)

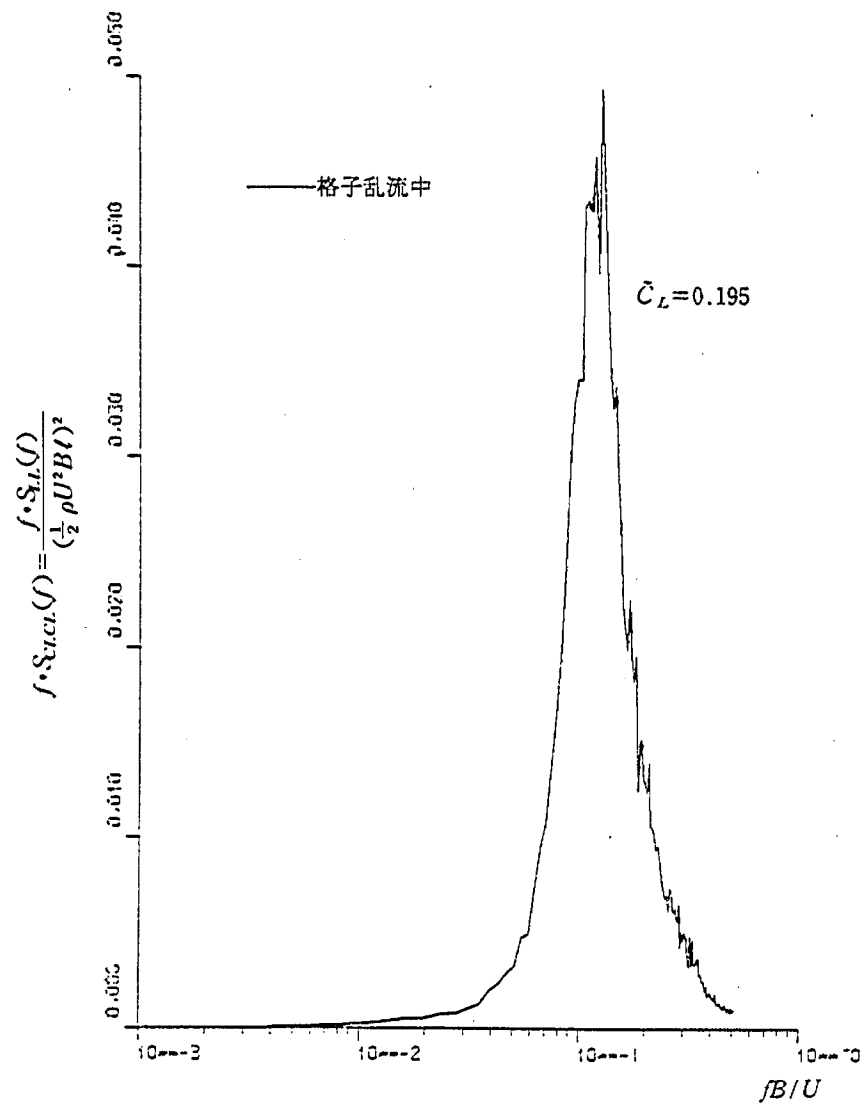


図 2-24-3 強制空気力係数のパワースペクトル (矩形模型)

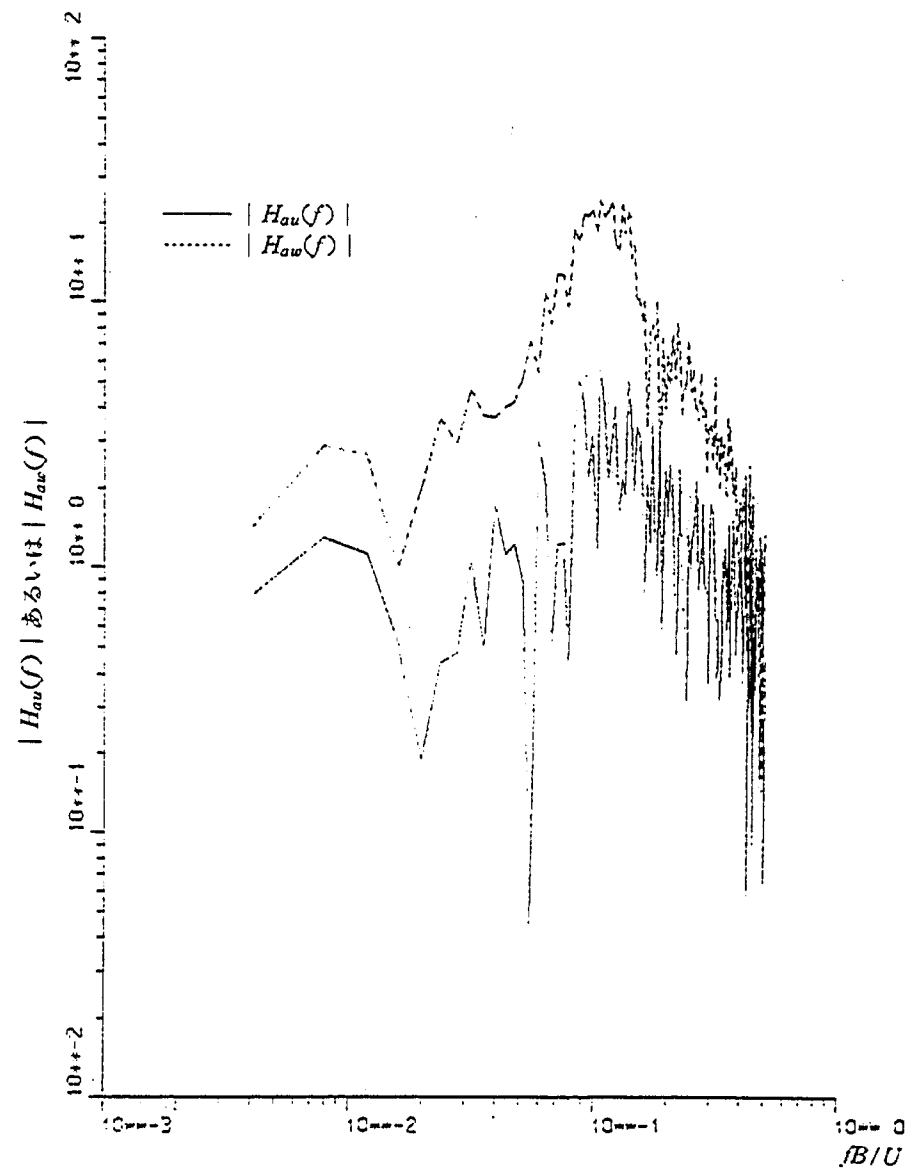


図 2-24-4 空力アドミッタンス (矩形模型)

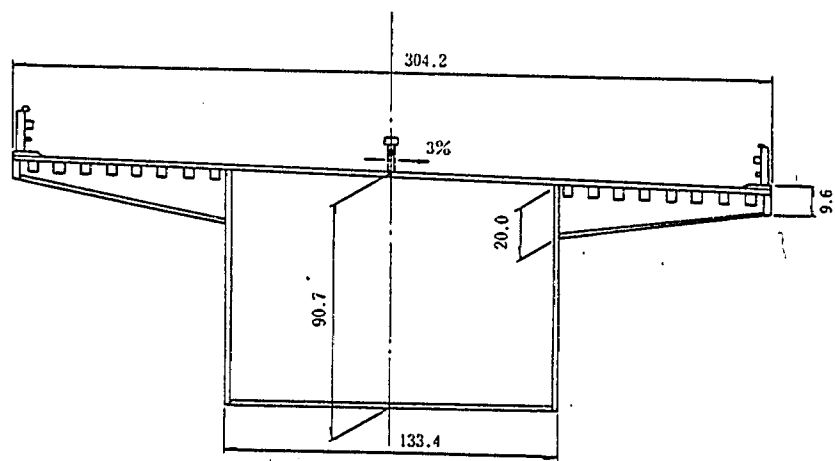


图 2-25-1 模型断面图 (門崎模型, $x/l=1/3$)

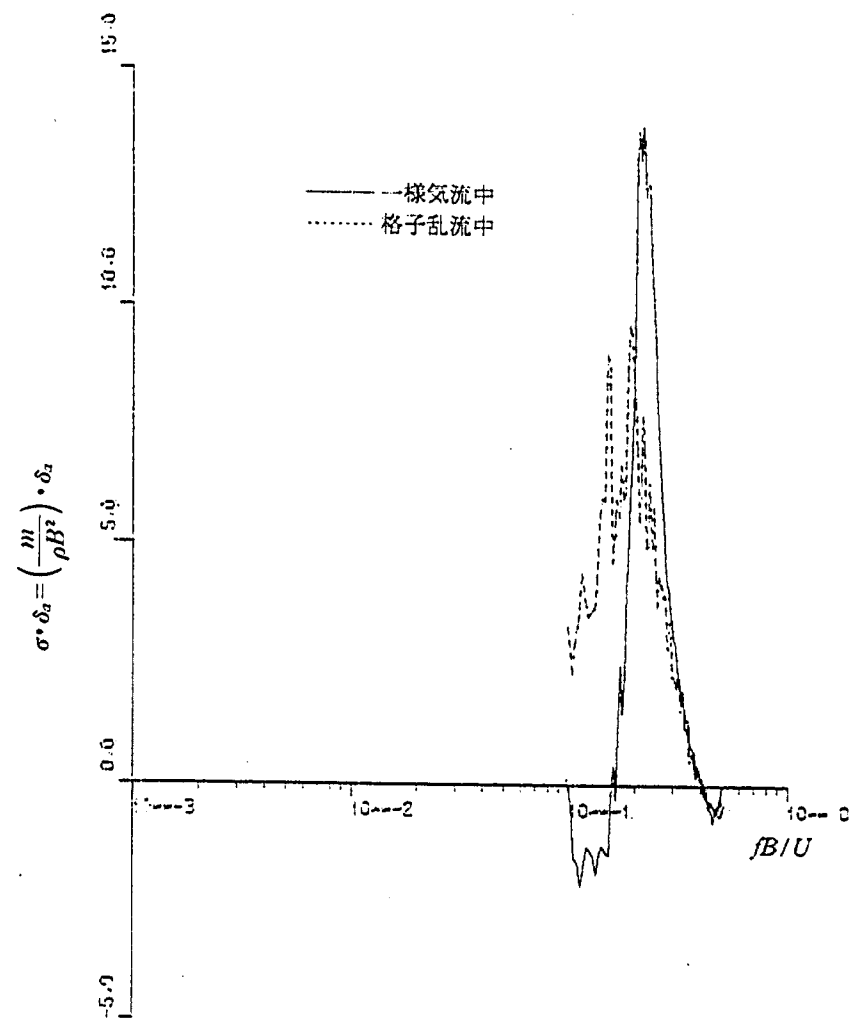


图 2-25-2 空力減衰 (門崎模型, $x/l=1/3$)

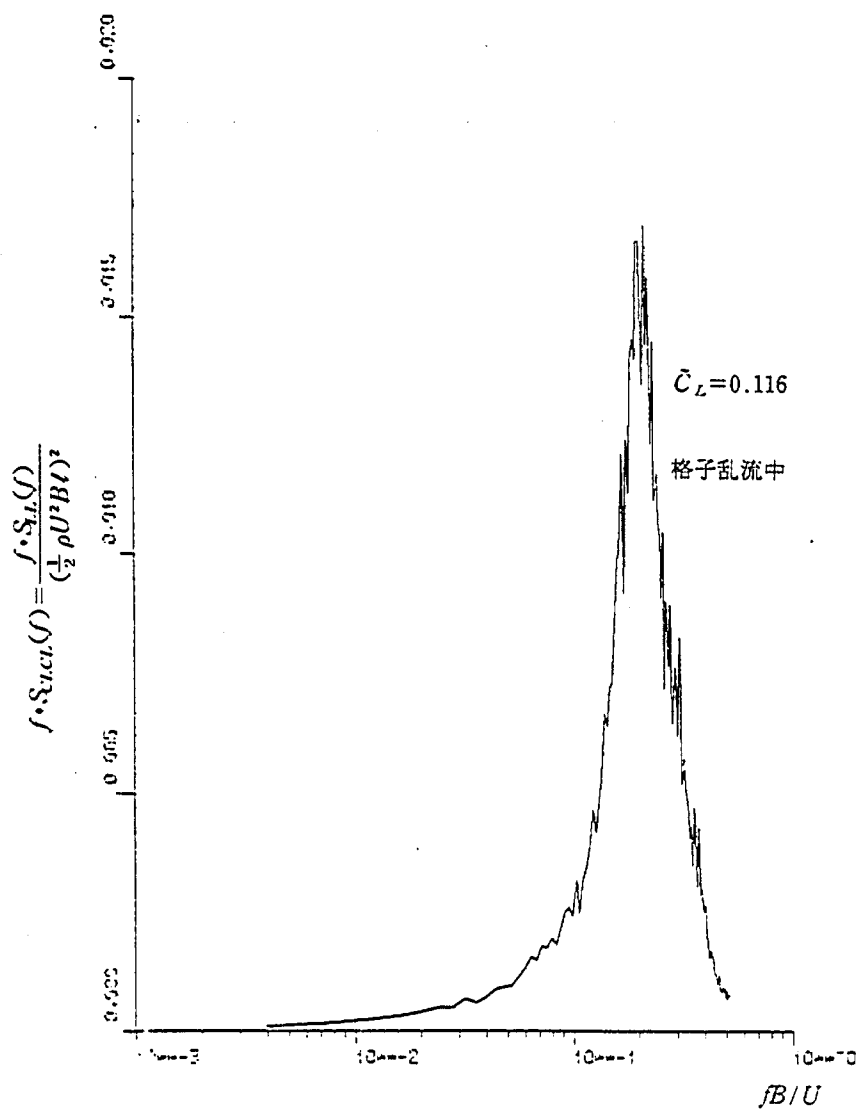


図 2-25-3 強制空気力係数のパワースペクトル (門崎模型, $x/l = 1/3$)

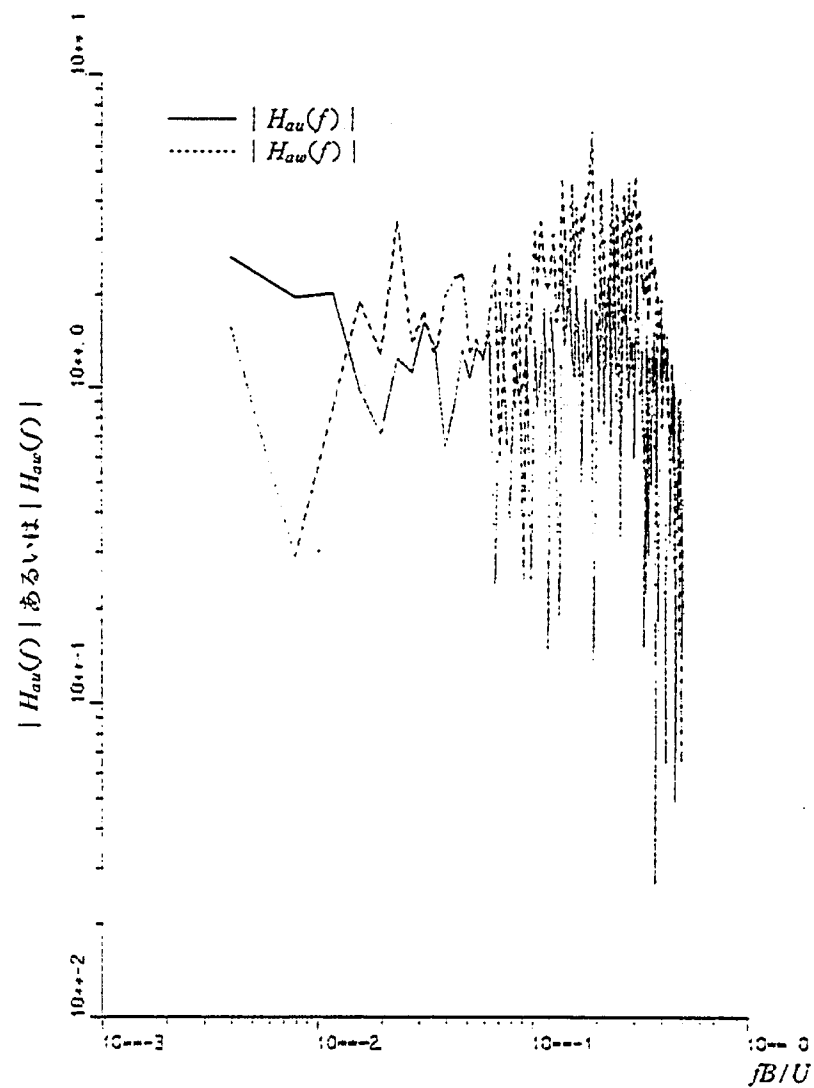


図 2-25-4 空力アドミッタンス (門崎模型, $x/l = 1/3$)

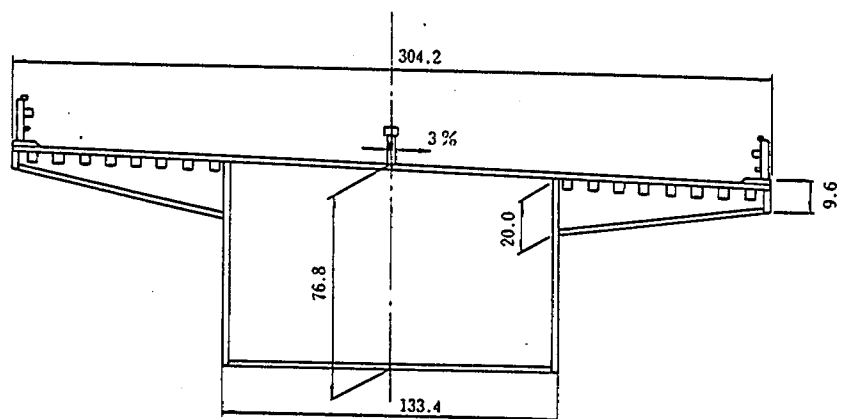


图 2-26-1 模型断面 (門崎模型, $x/l=1/2$)

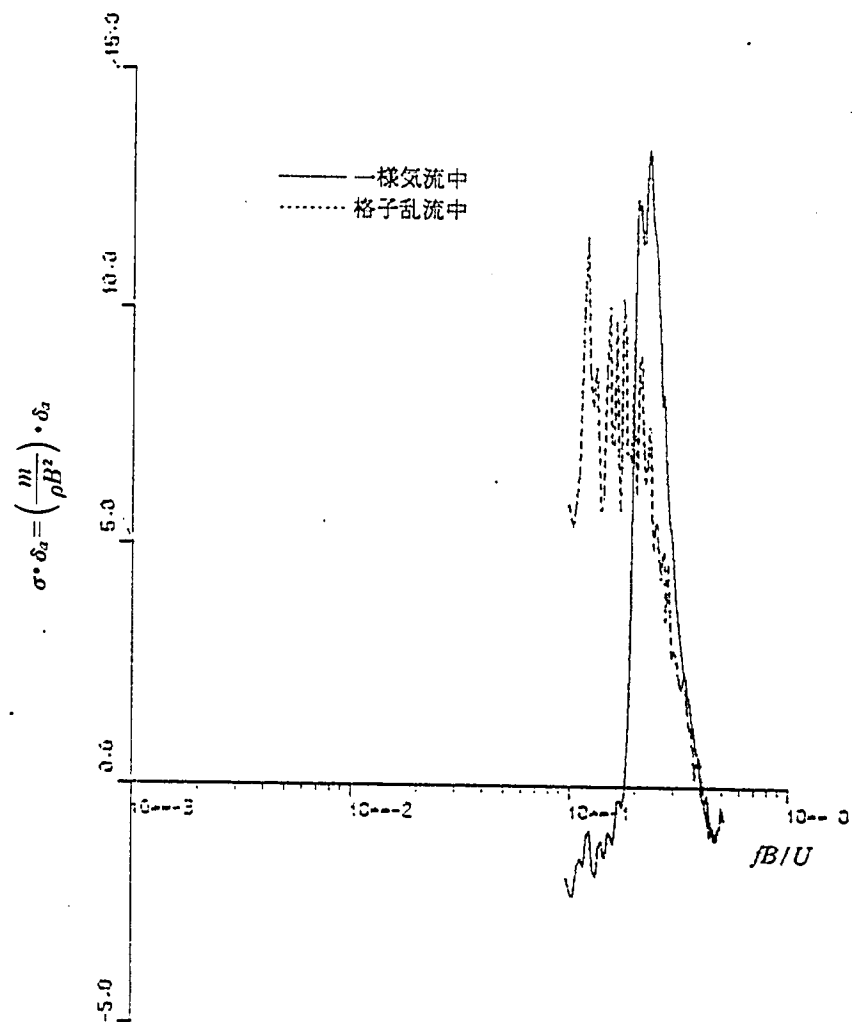


图 2-26-2 空力減衰 (門崎模型, $x/l=1/2$)

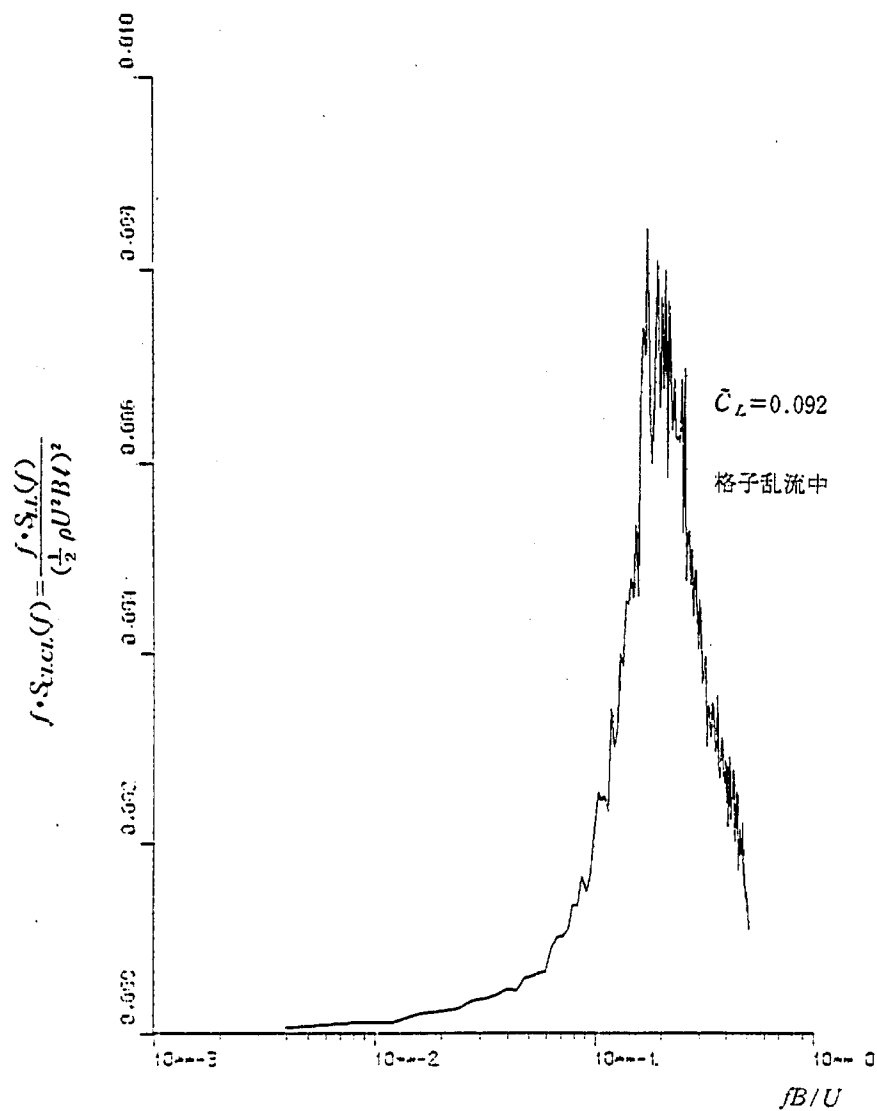


図 2-26-3 強制空気力係数のパワースペクトル (門崎模型, $x/l = 1/2$)

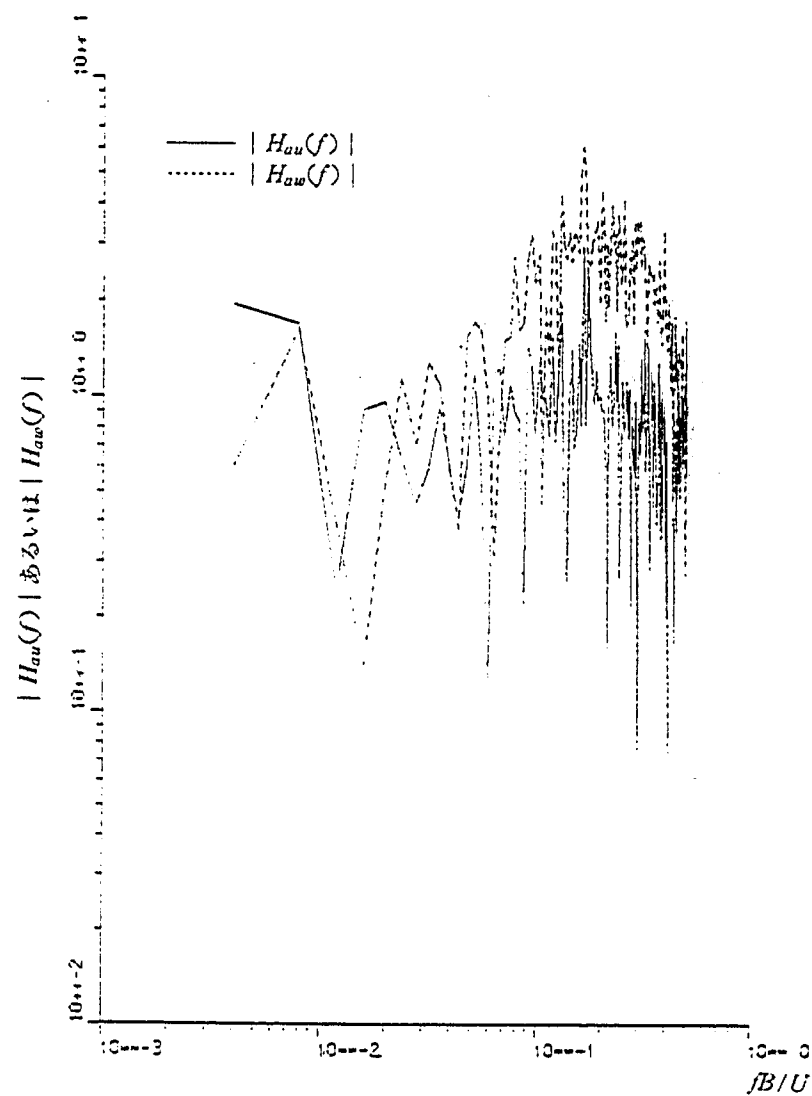


図 2-26-4 空力アドミッタンス (門崎模型, $x/l = 1/2$)

Figure 1 is a log-log plot showing the normalized standard deviation of the velocity fluctuation, $\sigma \cdot \delta_a = \left(\frac{m}{\rho B^2} \right) \cdot \delta_a$, versus the normalized frequency, fB/U . The y-axis ranges from 0.0 to 10.0, and the x-axis ranges from 10^{-3} to 10^{-0} . Two curves are plotted: a solid line for '一様気流中' (Uniform flow) and a dotted line for '格子乱流中' (Grid turbulence). Both curves show a sharp peak around $fB/U \approx 0.05$ and a smaller peak around $fB/U \approx 0.01$.

图 2-27-2 空力減衰 (弥栄模型, 逆台形)

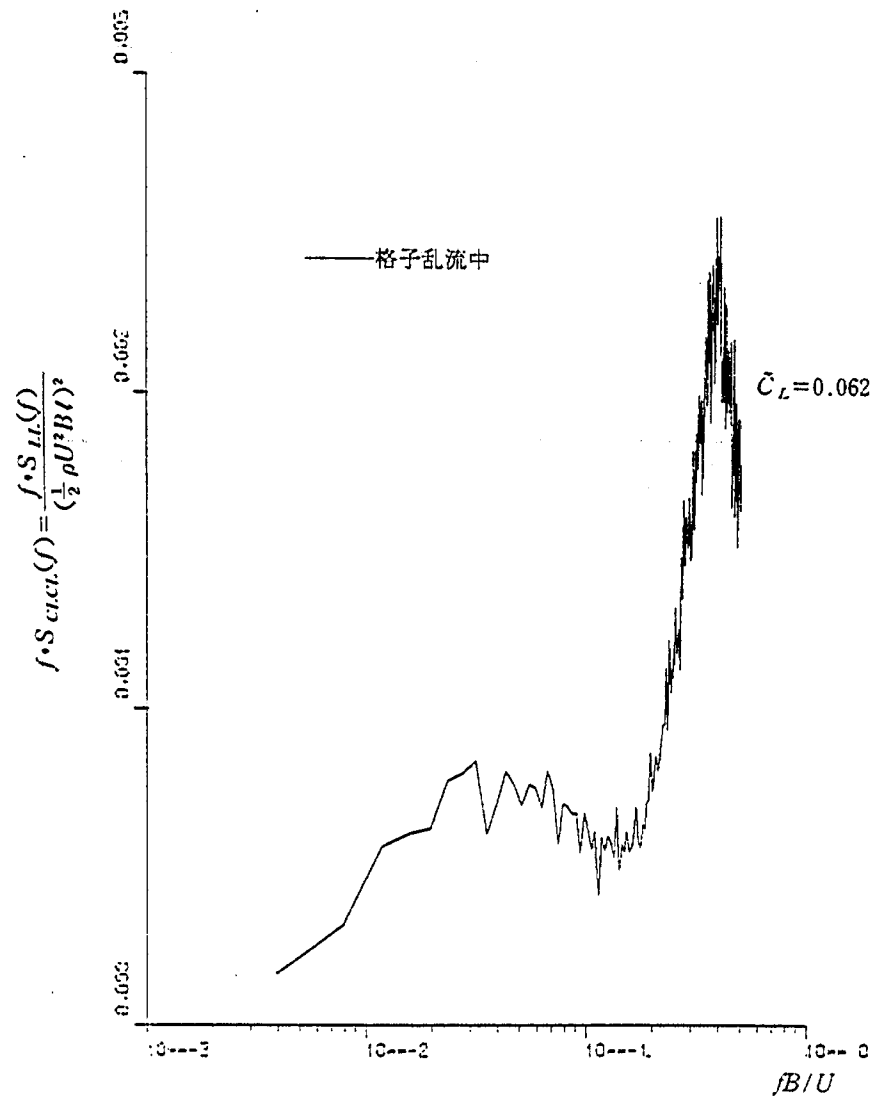


図 2-27-3 強制空気力係数のパワースペクトル (弥栄模型, 逆台形)

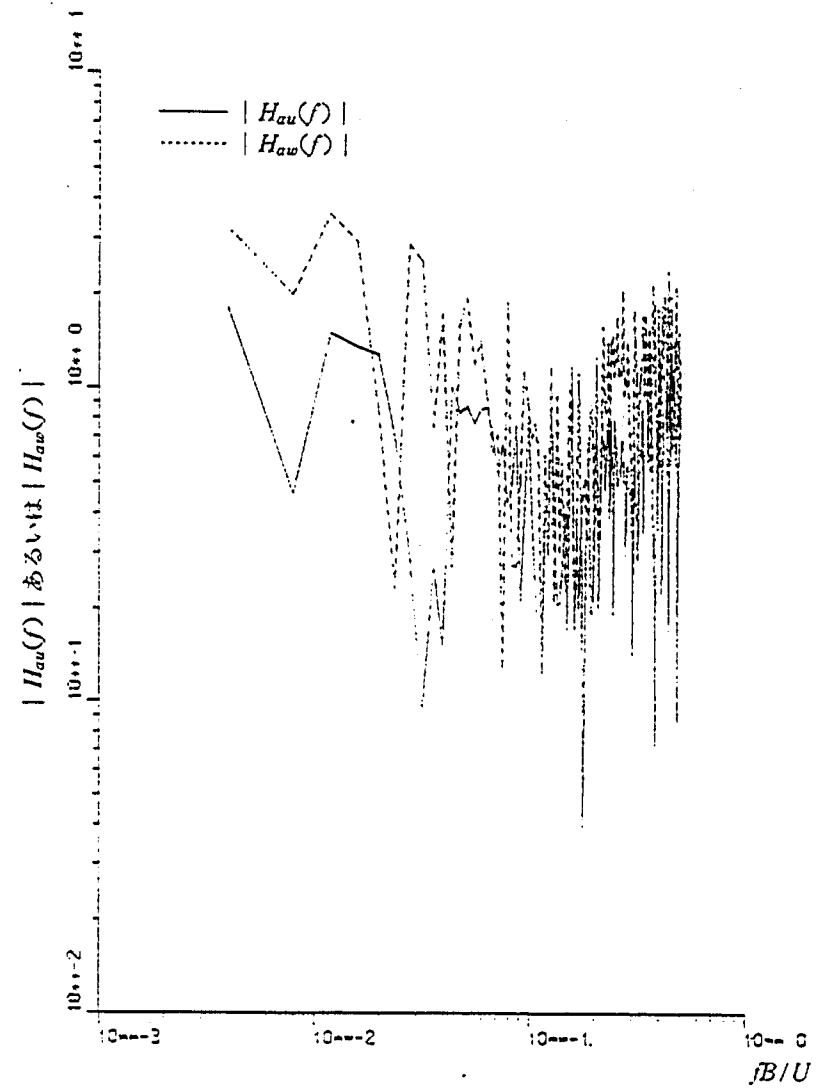


図 2-27-4 空力アドミッタンス (弥栄模型, 逆台形)

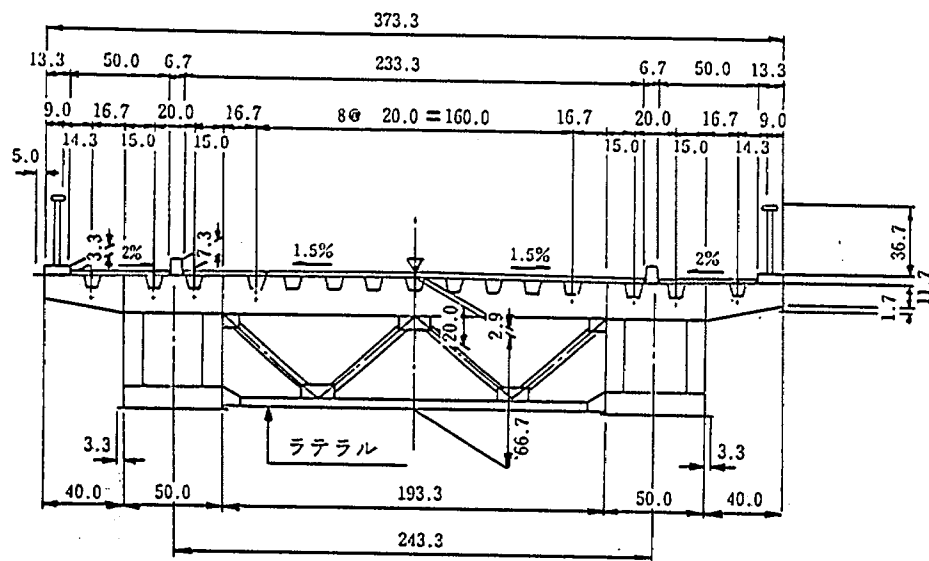


図 2-28-1 模型断面図 (弥米模型, 2box)

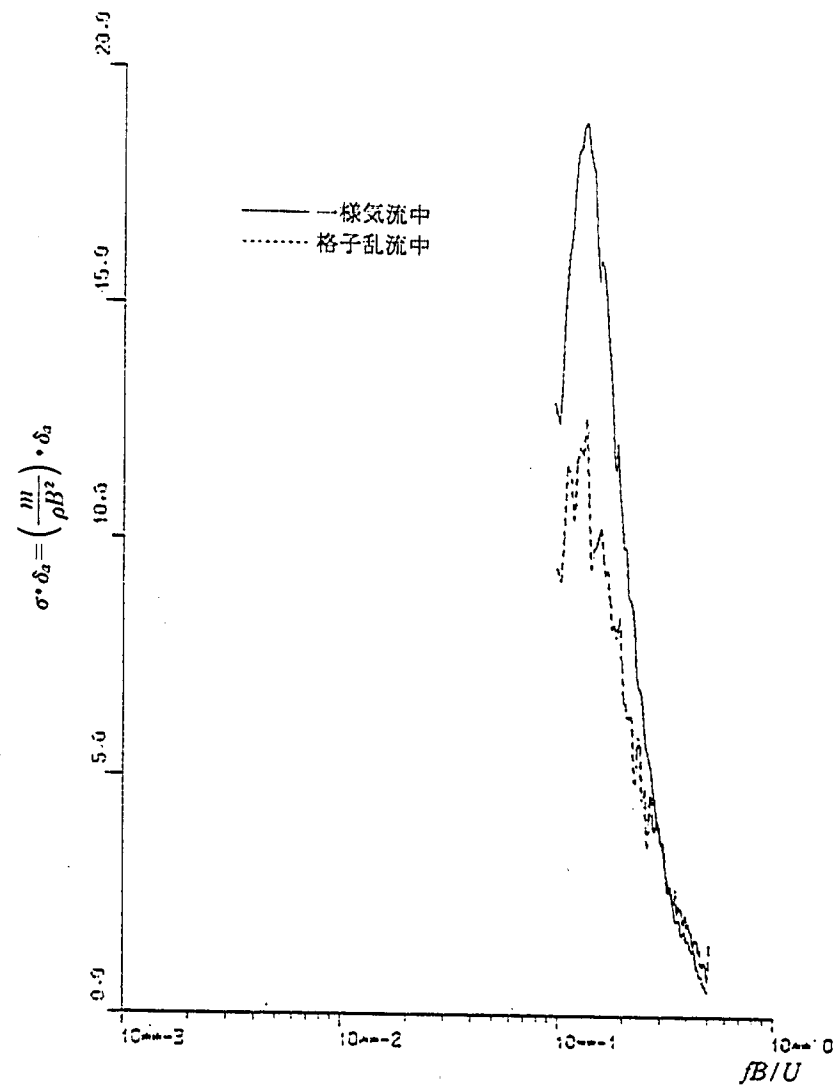


図 2-28-2 空力減衰 (弥米模型, 2box)

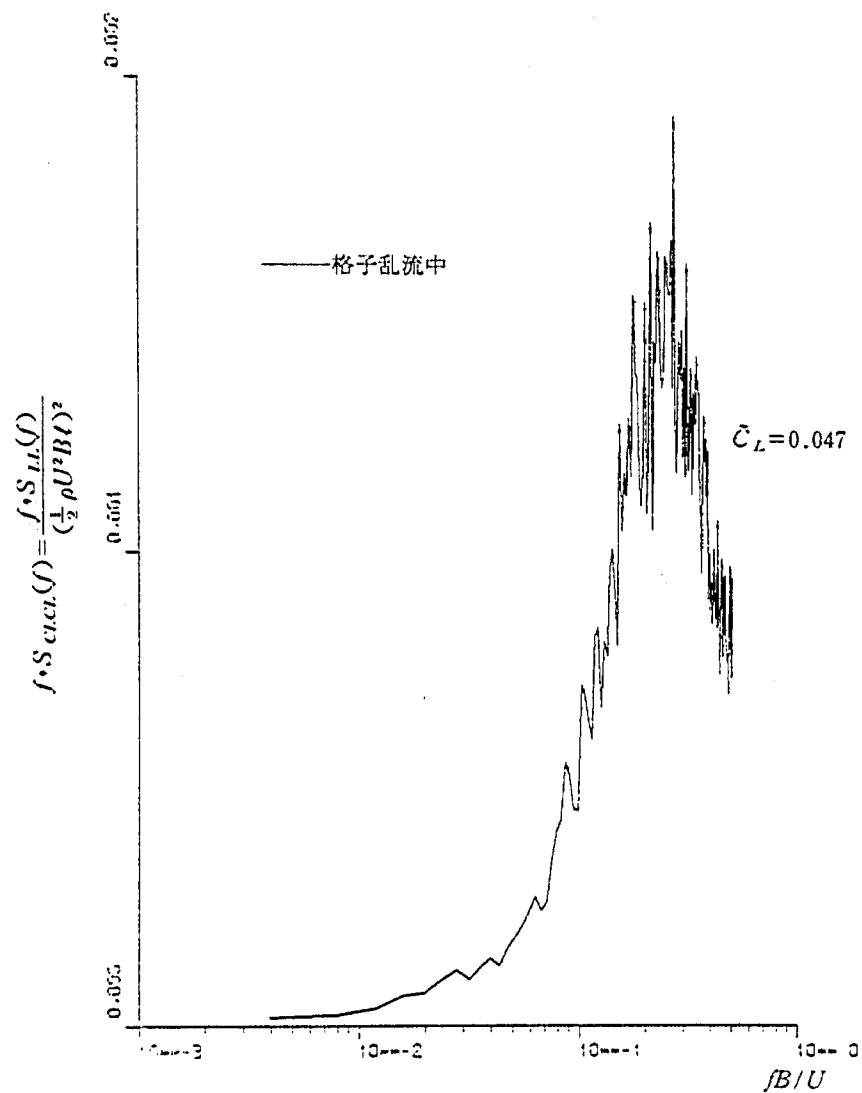


図 2-28-3 強制空気力係数のパワースペクトル (弥栄模型, 2box)

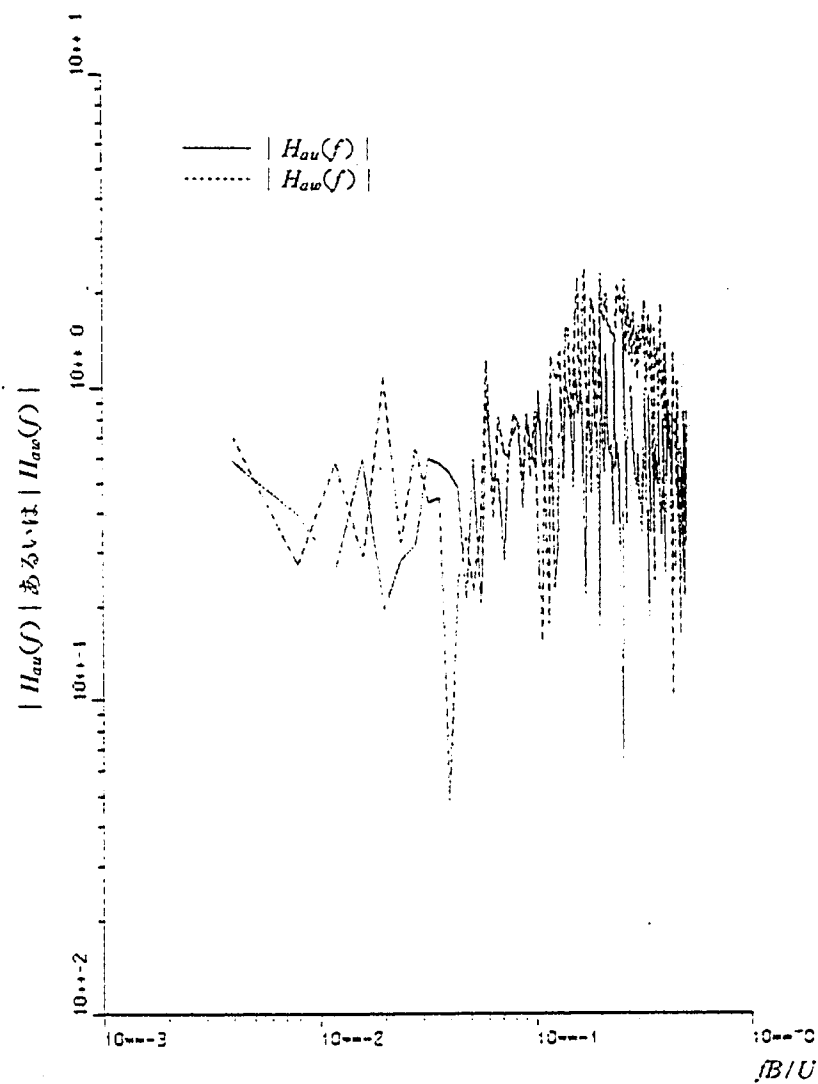
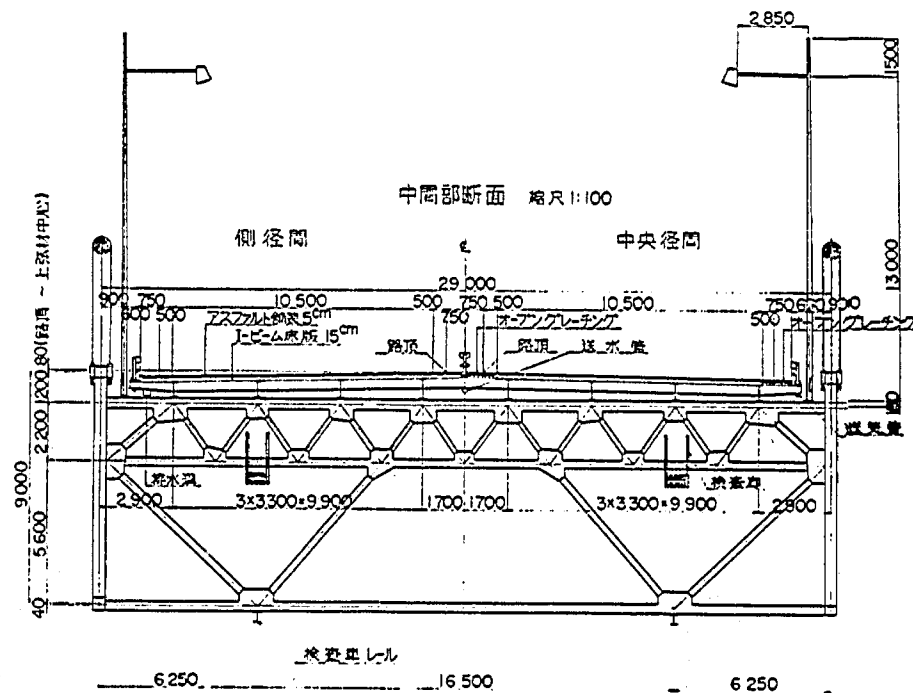


図 2-28-4 空力アドミッタンス (弥栄模型, 2box)



実験では、上図の補剛桁のみを 1/84 の縮尺で模型化し、使用した。

図 2-29-1 実物断面図（関門物）

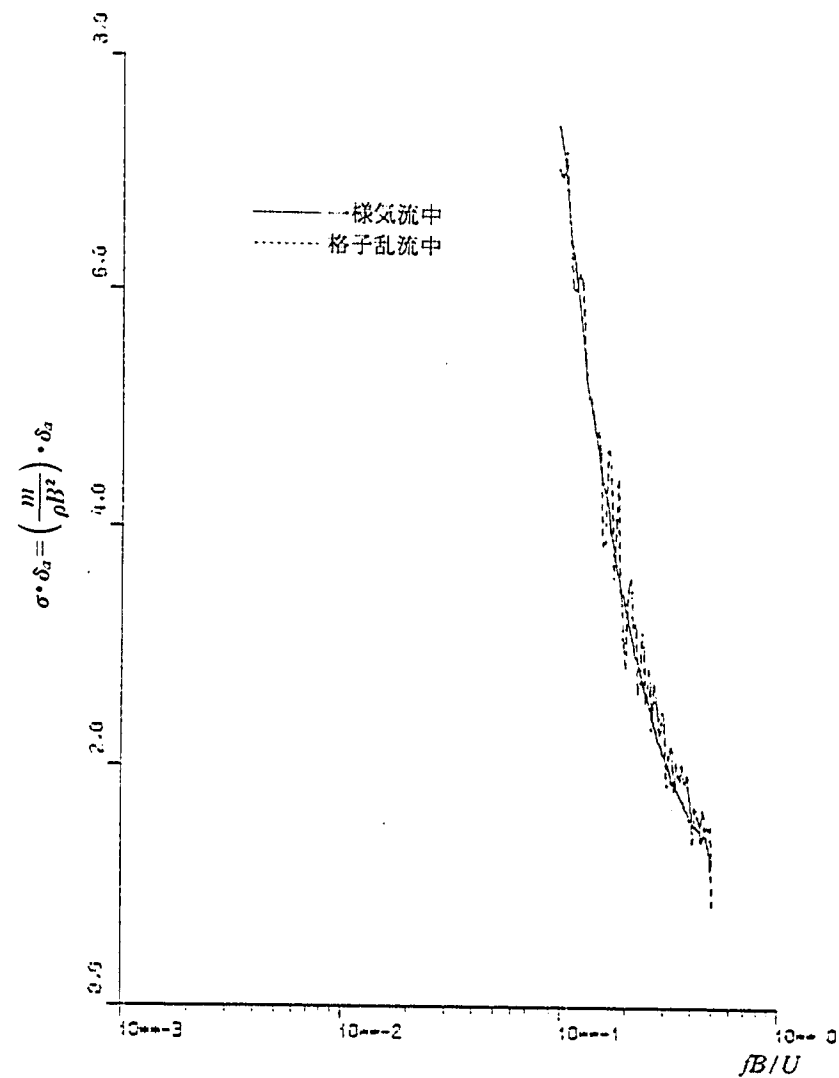


図 2-29-2 空力減衰（関門模型）

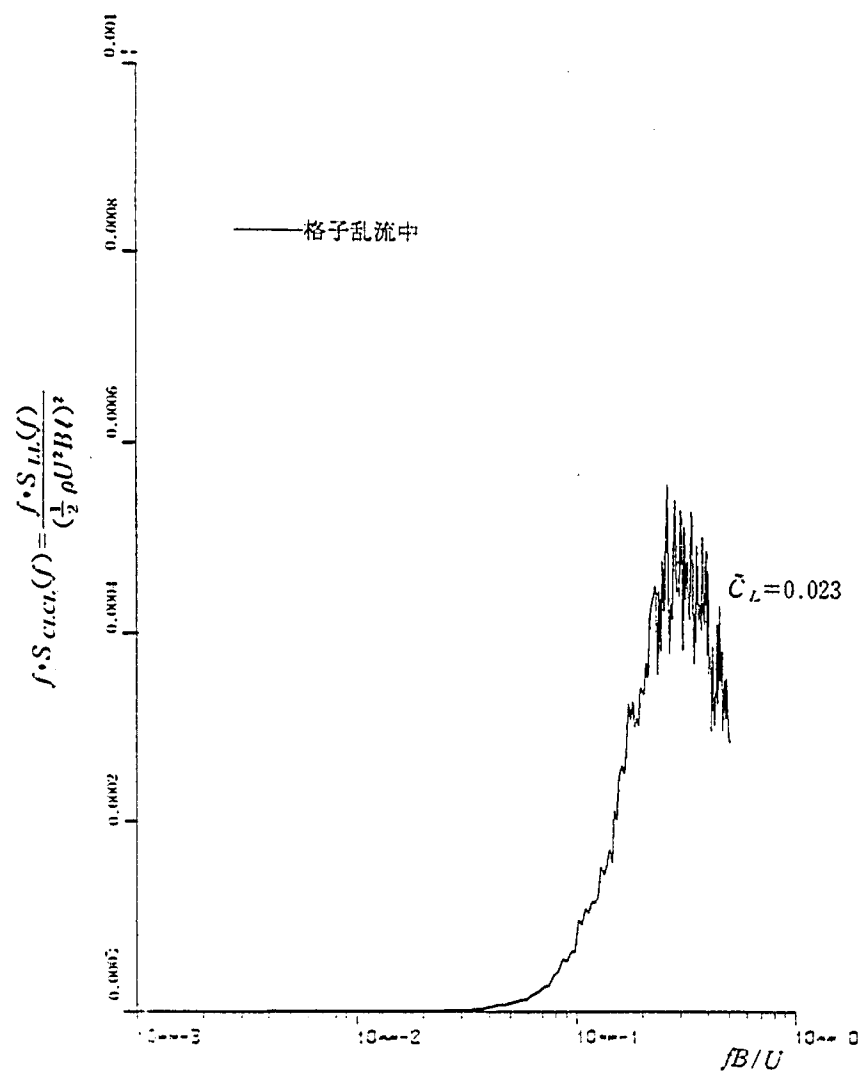


図 2-29-3 強制空気力係数のパワースペクトル (関門模型)

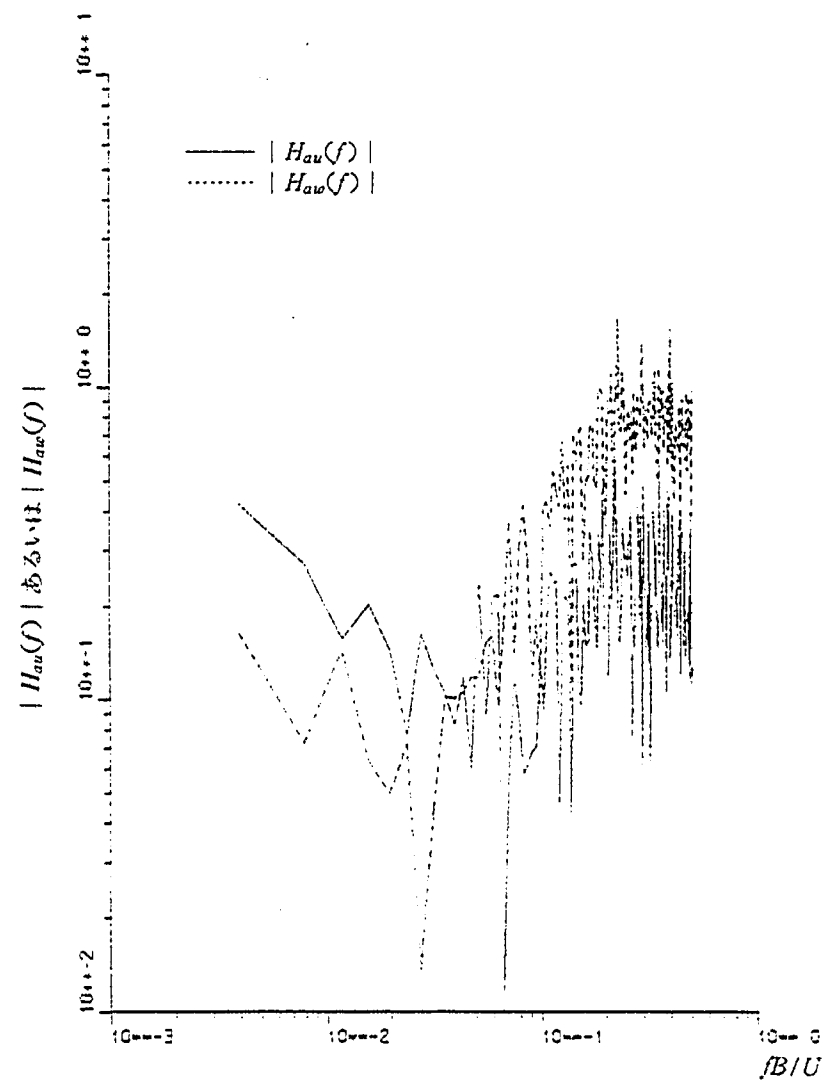


図 2-29-4 空力アドミッタンス (関門模型)

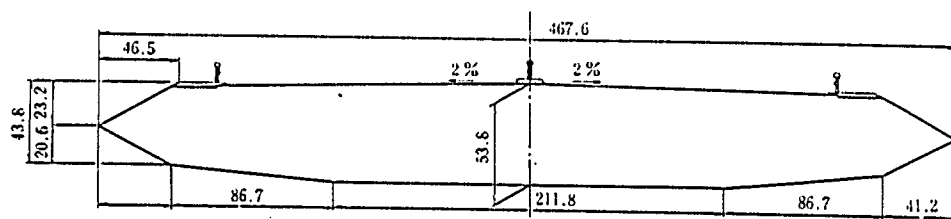


图 2-30-1 模型断面图 (鹤见模型)

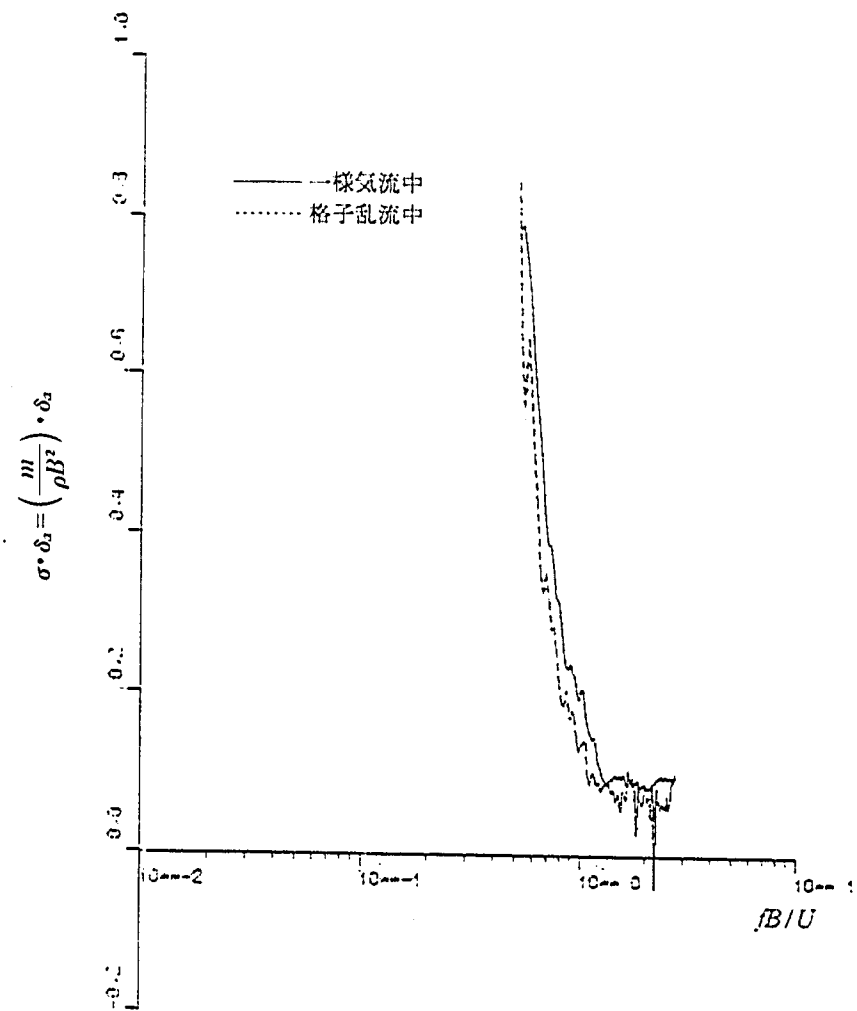


图 2-30-2 空力衰减 (鹤见模型, 低风速)

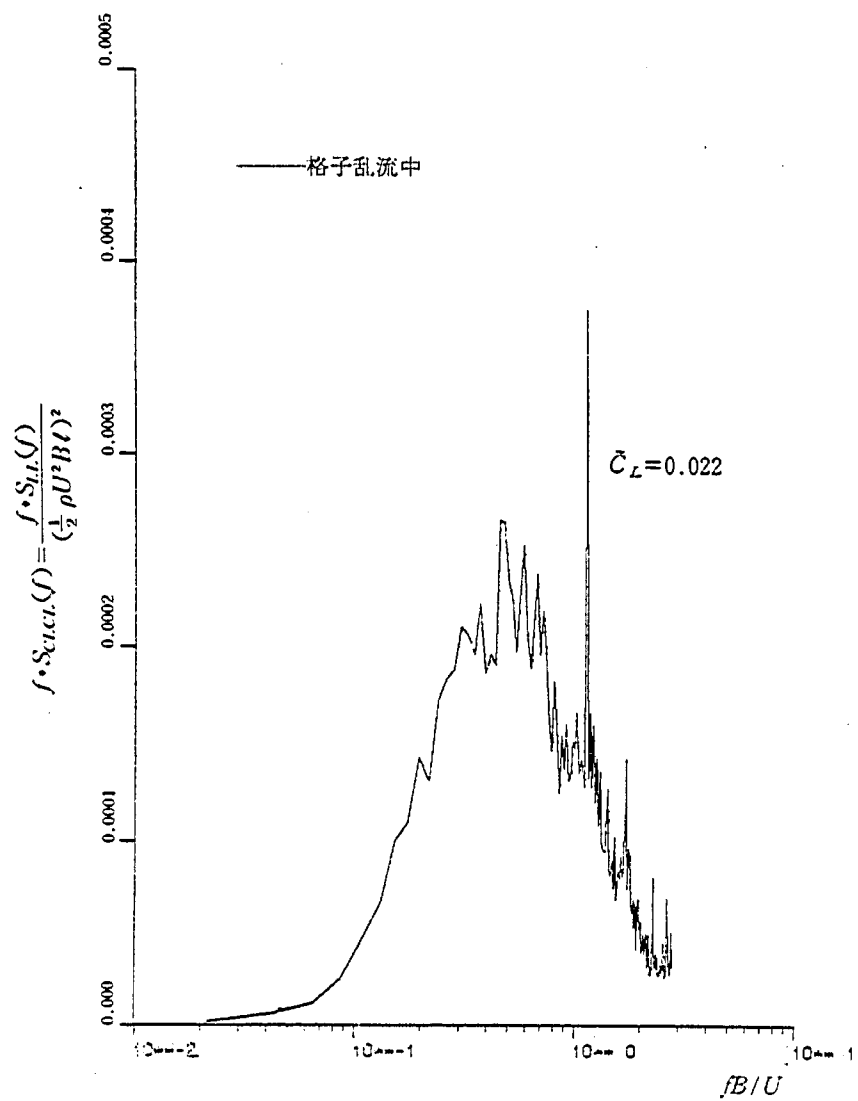


図 2-30-3 強制空気力係数のパワースペクトル（鶴見模型，低風速）

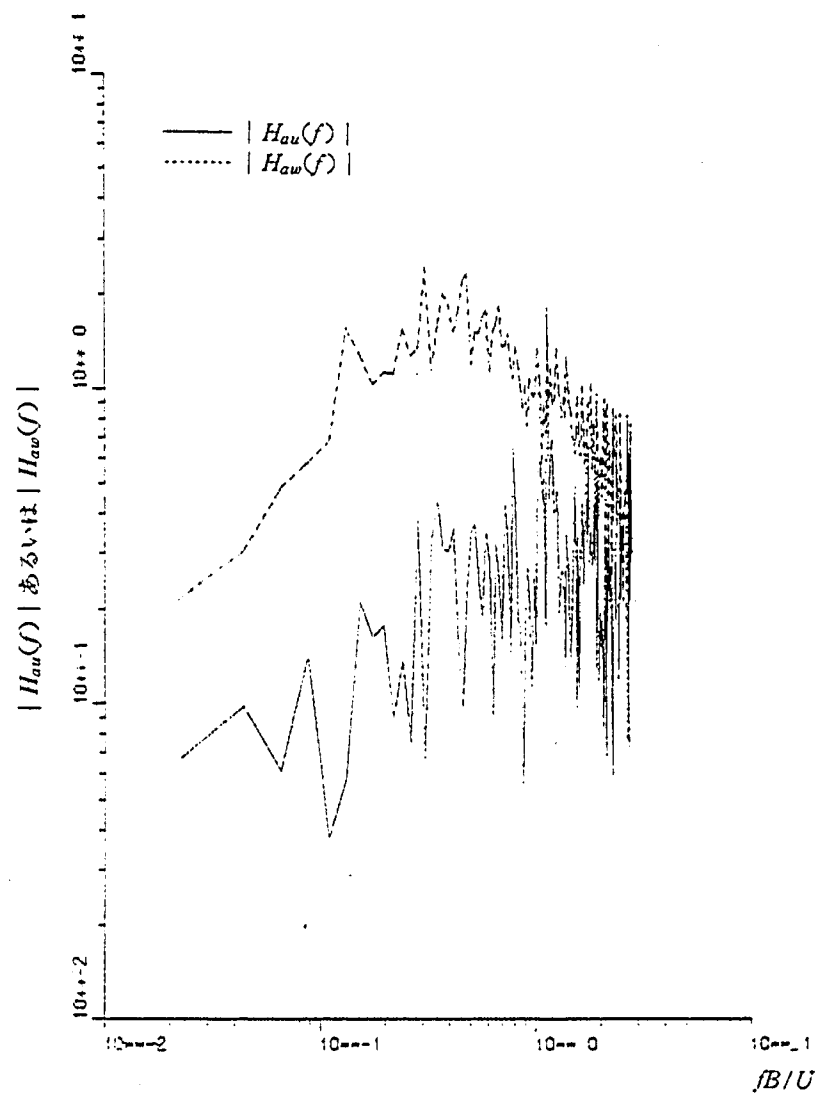


図 2-30-4 空力アドミッタンス（鶴見模型，低風速）

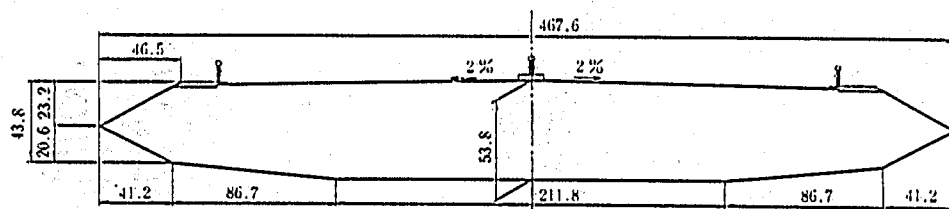


图 2-31-1 模型断面图 (鹤见模型)

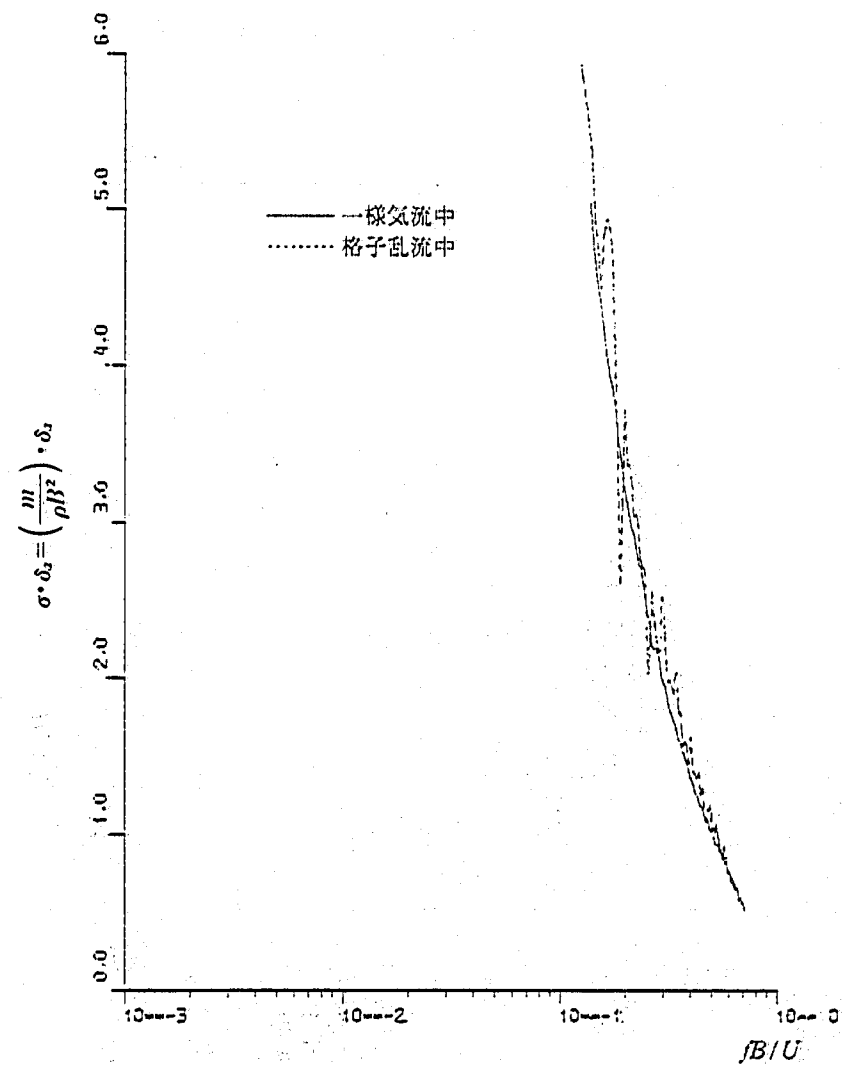


图 2-31-2 空力減衰 (鶴見模型, 高風速)

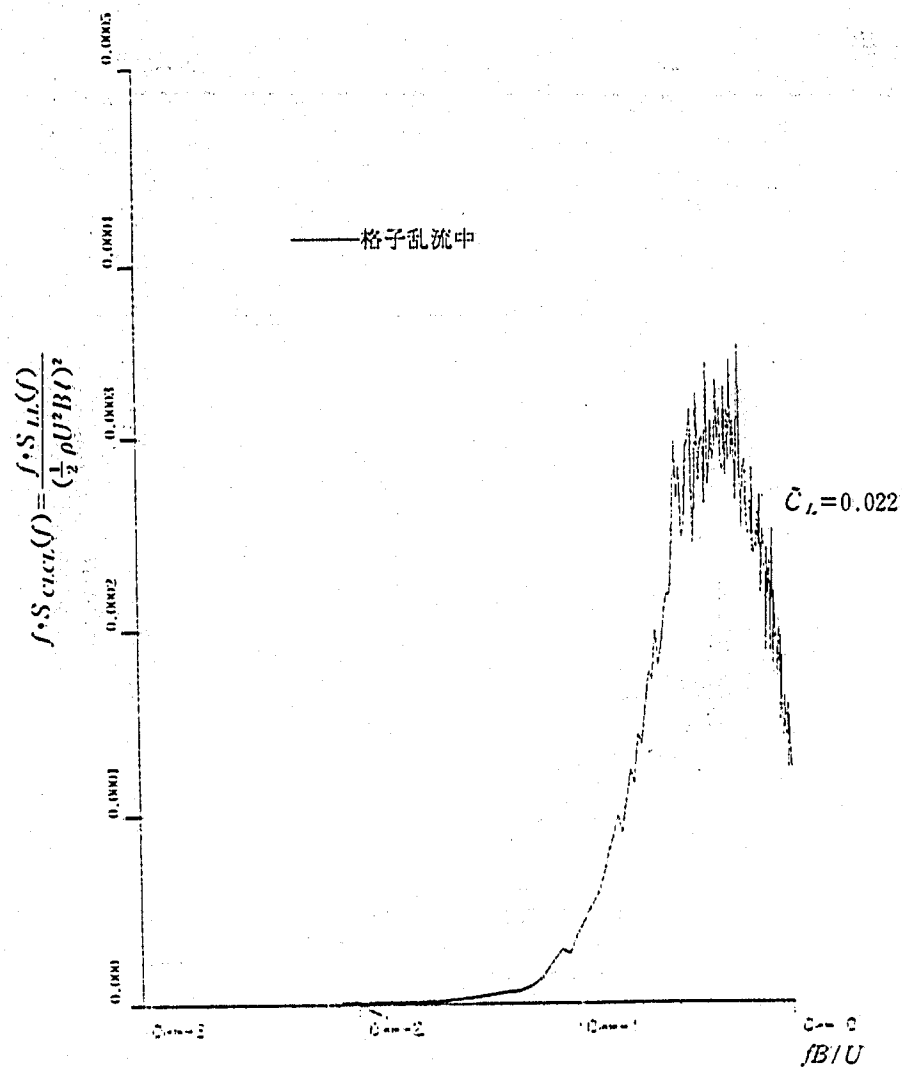


図 2-31-3 強制空気力係数のパワースペクトル (鶴見模型, 高風速)

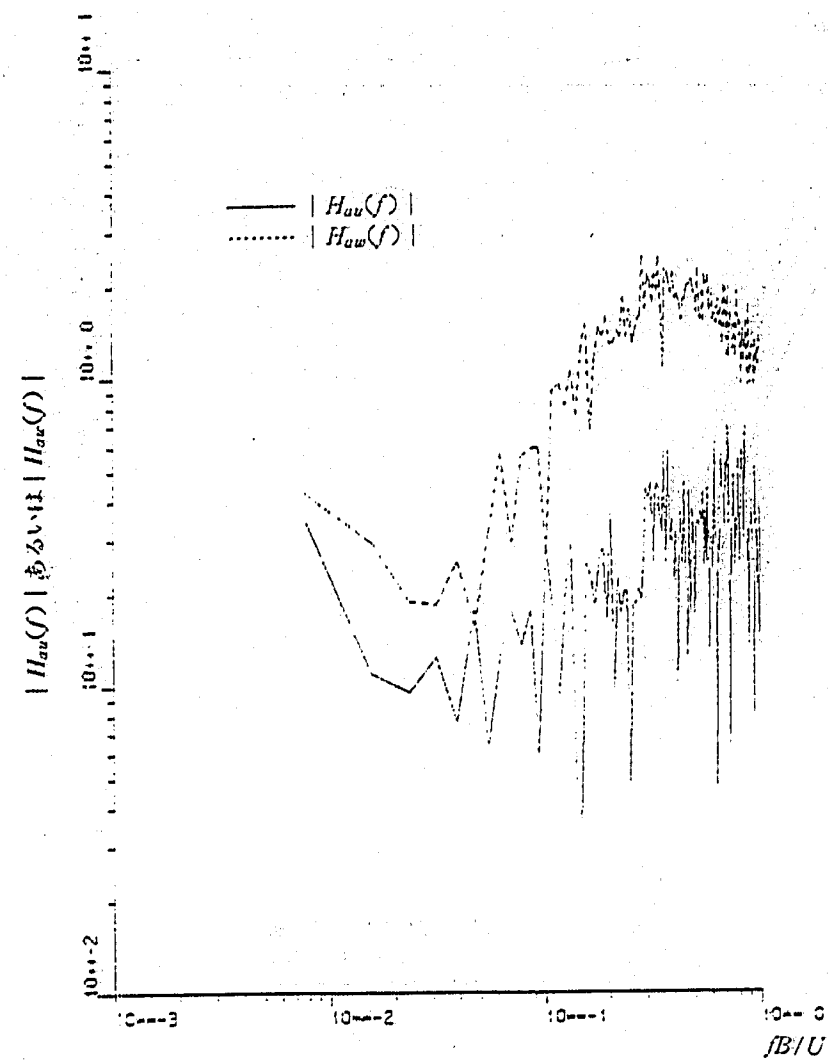


図 2-31-4 空力アドミッタンス (鶴見模型, 高風速)

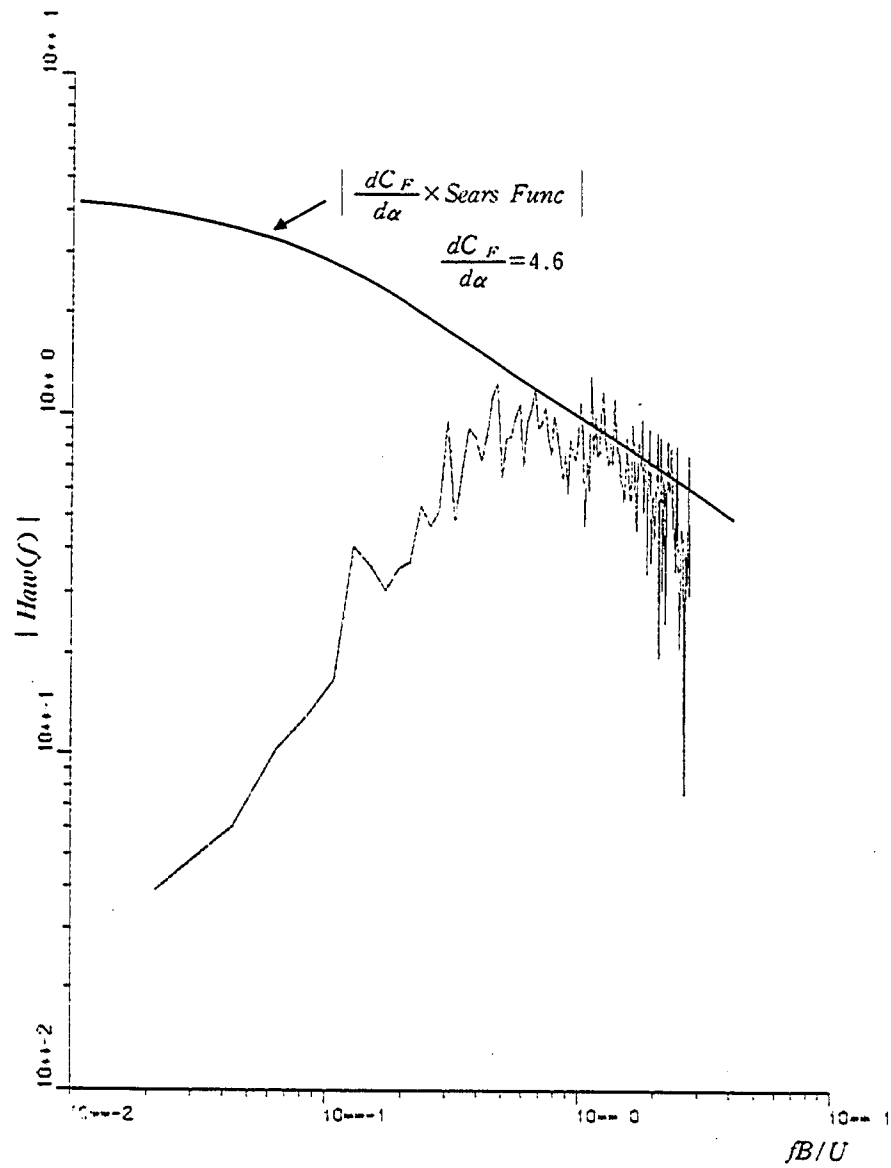


図 2-32 空力アドミッタンス (鶴見航路橋模型)

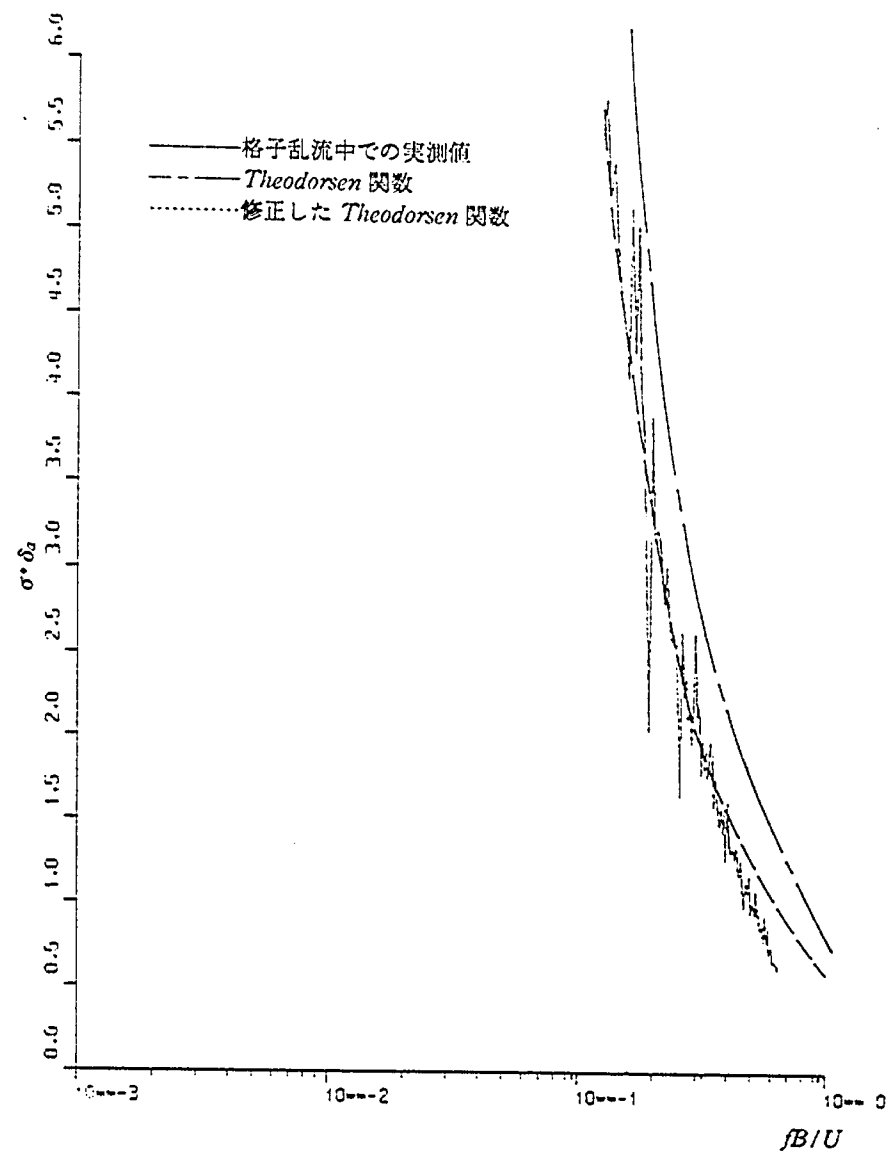


図 2-33 空力減衰 (鶴見航路橋模型, 格子乱流中)

表 2-3 バネ支持模型実験条件および結果の図番

模型	実 験 条 件							実 験 結 果 の 図 番	
	支持方法	$\sigma = \frac{m}{\rho B^2}$	$\frac{\delta \sigma h}{(\bar{h}/B=0.005)}$	$\gamma = \frac{I}{\rho B^4}$	$\frac{\delta \theta}{(\bar{\theta}=0.5^\circ)}$	迎角	気流	風速—振幅	風速—振幅—減衰
門崎高架橋 ($x/l=1/3$)	鉛直たわみ 1 自由度	26	0.017	—	—	0°	一様気流	—	図 2-34-1(高風速) 図 2-34-2(低風速)
		26	0.018	—	—	0°	格子乱流	—	図 2-34-3(低風速)
門崎高架橋 ($x/l=1/2$)	鉛直たわみ 1 自由度	26	0.023	—	—	0°	一様気流	—	図 2-35-1(高風速) 図 2-35-2(低風速)
		26	0.025	—	—	0°	格子乱流	—	図 2-35-3(低風速)
矩形断面(1:2)	鉛直たわみ 1 自由度	63	0.014	—	—	0°	一様気流	図 2-36-1	図 2-36-2(高風速) 図 2-36-3(低風速)
		63	0.016	—	—	0°	格子乱流		図 2-36-4(低風速)
	ねじれ 1 自由度	—	—	39	0.016	0°	一様気流	図 2-37-1	図 2-37-2(高風速) 図 2-37-3(低風速)
		—	—	39	0.017	0°	格子乱流		図 2-37-4(低風速)

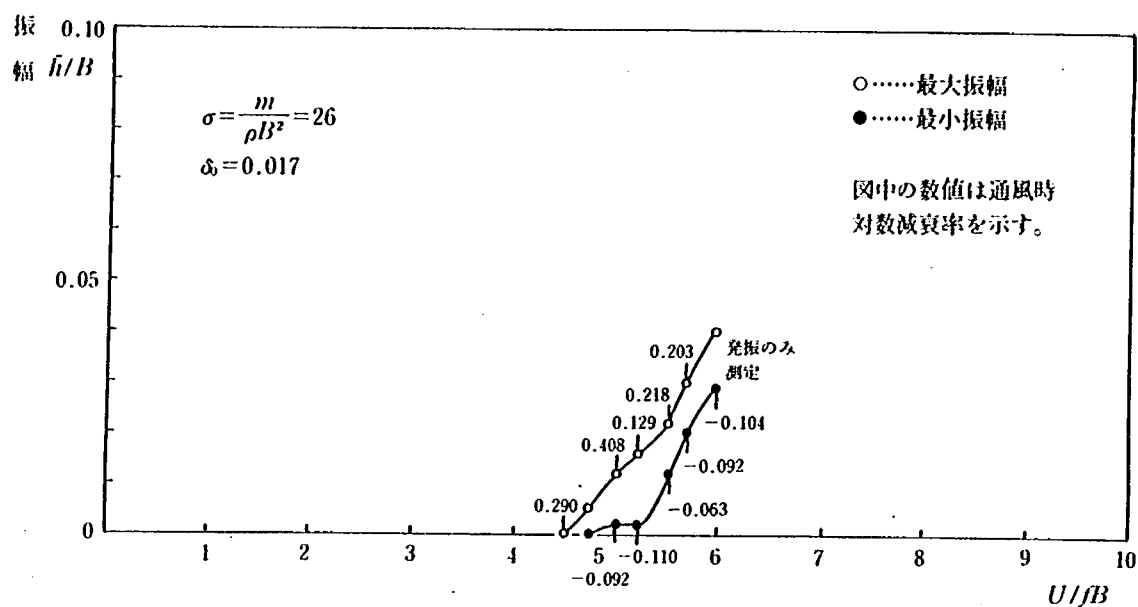


図 2-34-1 風速－振幅曲線（門崎模型, $x/l=1/3$, 一様気流）

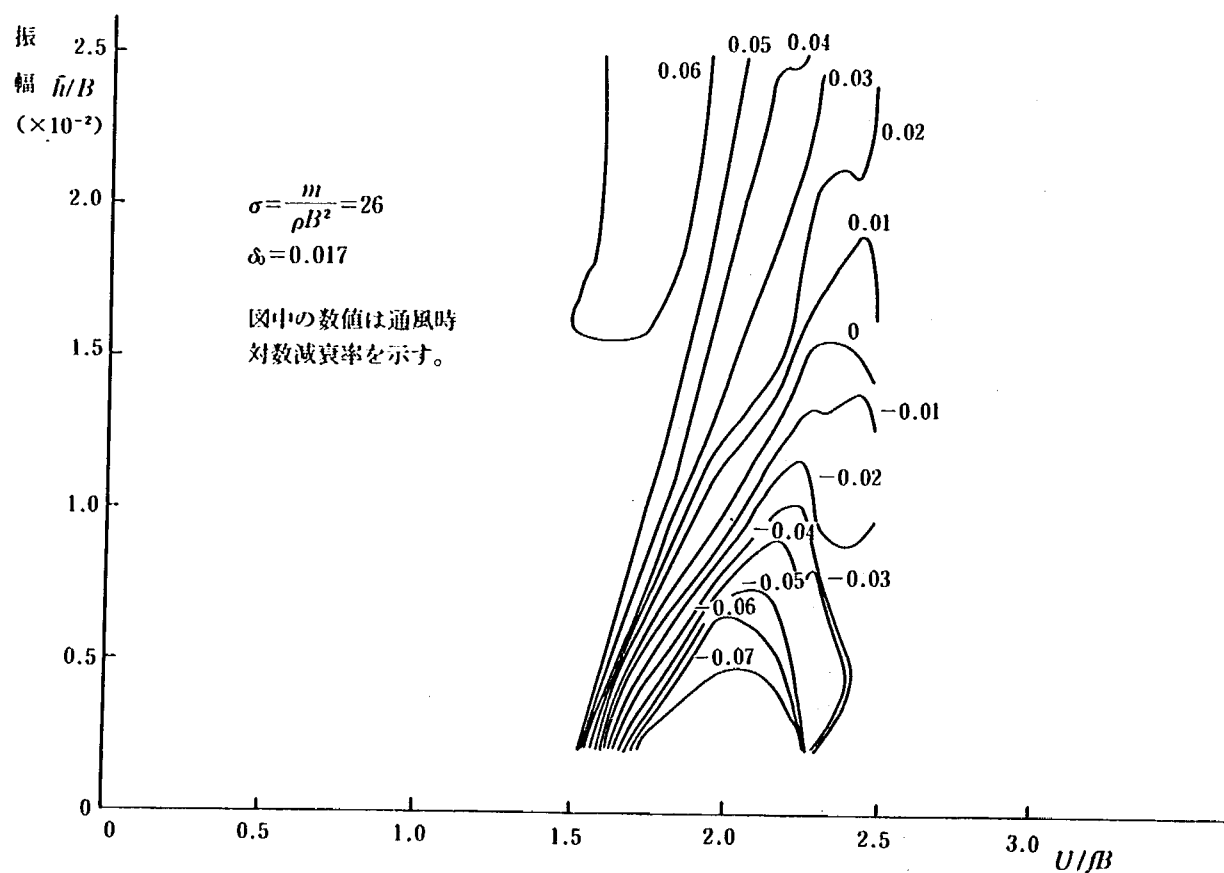


図 2-34-2 風速－振幅－減衰曲線（門崎模型, $x/l=1/3$, 一様気流）

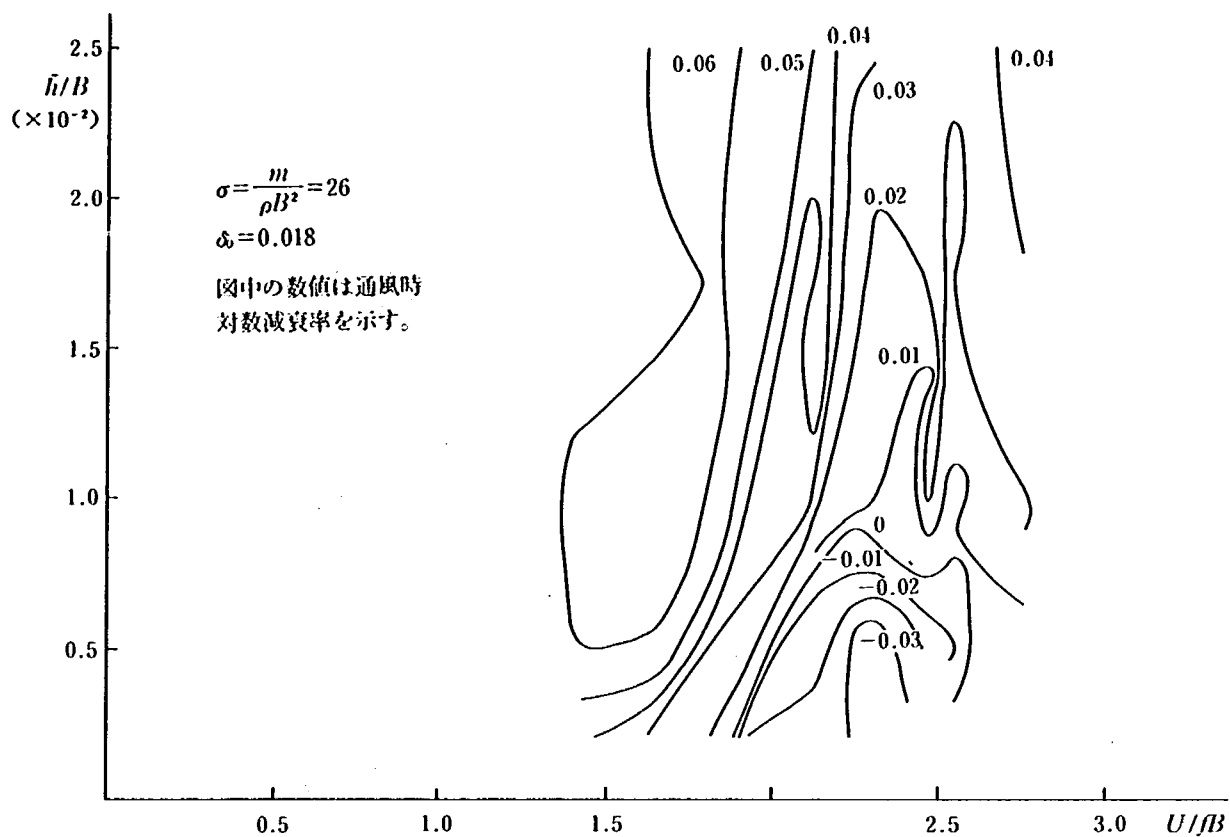


図 2-34-3 風速—振幅—減衰曲線（門崎模型， $x/l=1/3$ ，格子乱流）

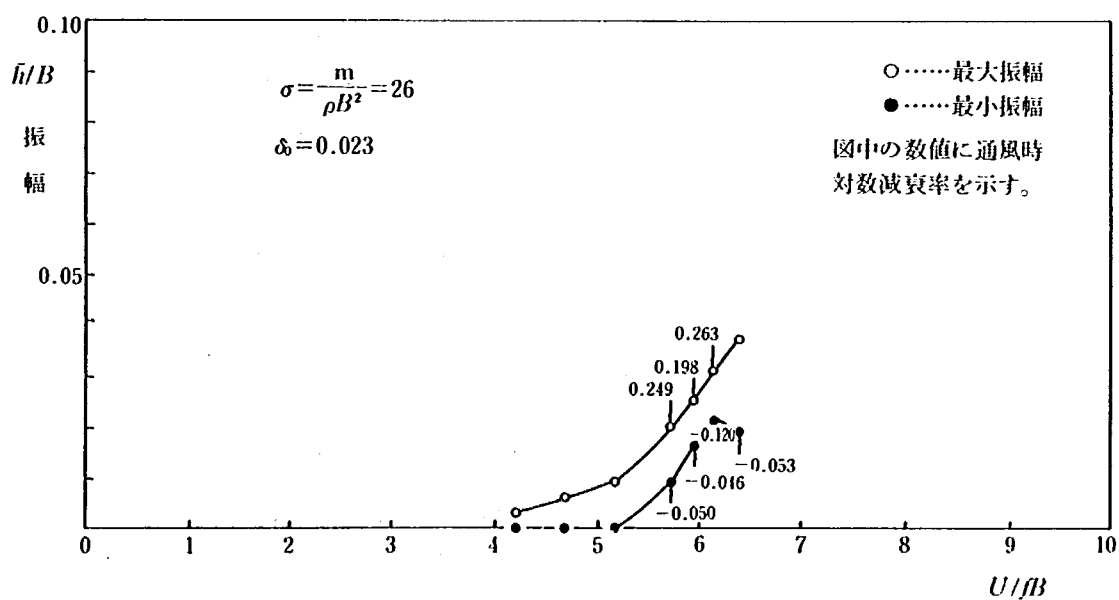


図 2-35-1 風速—振幅曲線（門崎模型， $x/l=1/2$ ，一様気流）

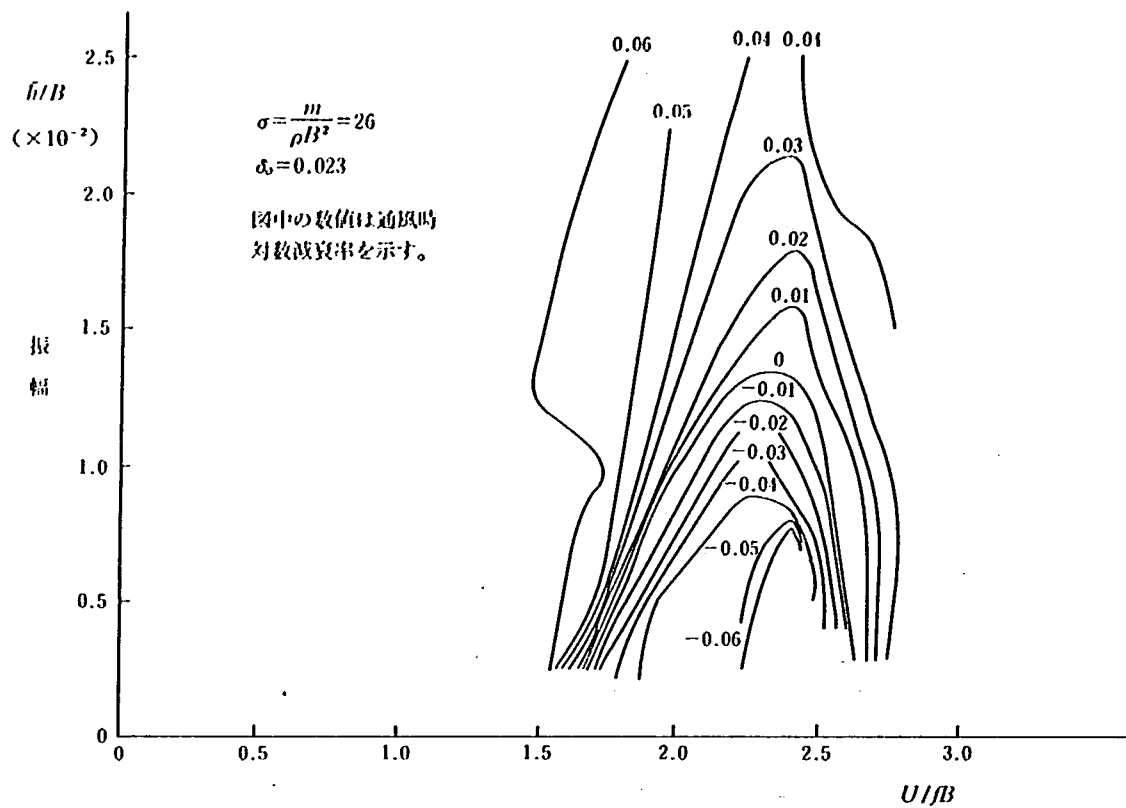


図 2-35-2 風速—振幅—減衰曲線（門崎模型， $x/l=1/2$ ，一樣気流）

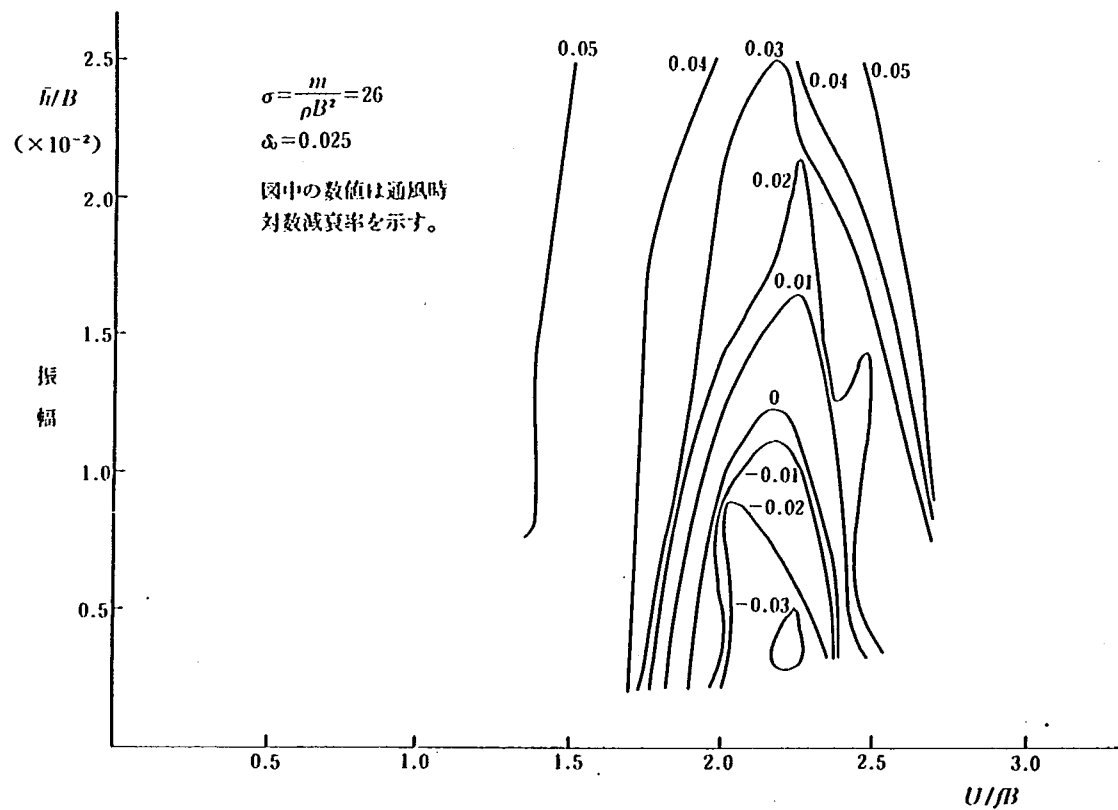


図 2-35-3 風速—振幅—減衰曲線（門崎模型， $x/l=1/2$ ，格子乱流）

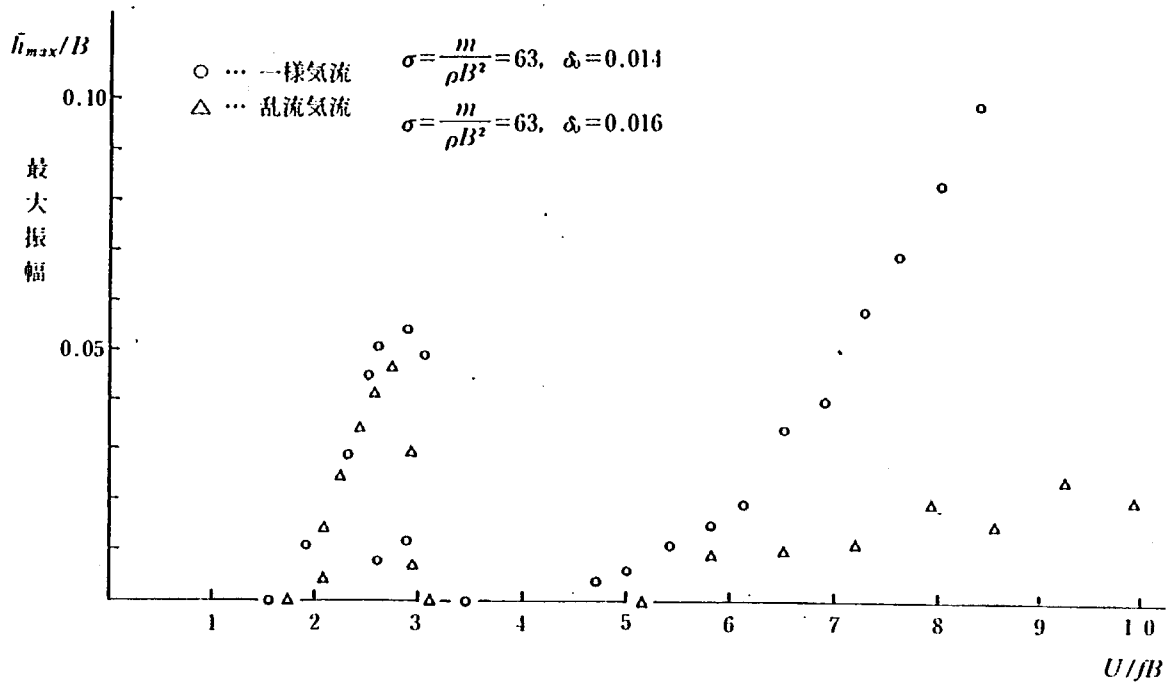


図 2-36-1 風速—振幅曲線（矩形模型，1：2）

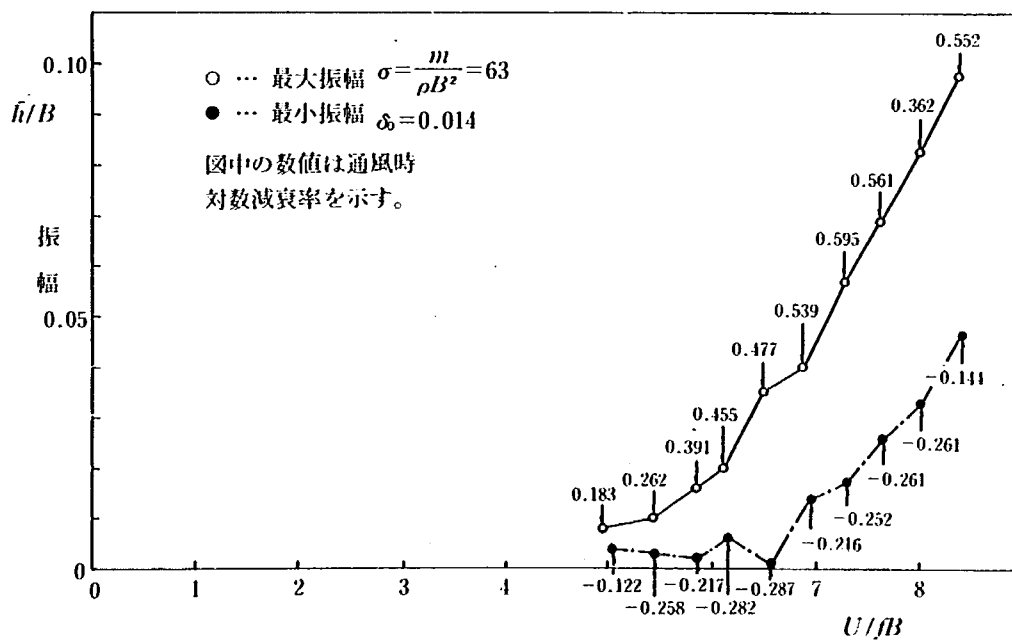


図 2-36-2 風速—振幅曲線（矩形模型，1：2，一様気流）

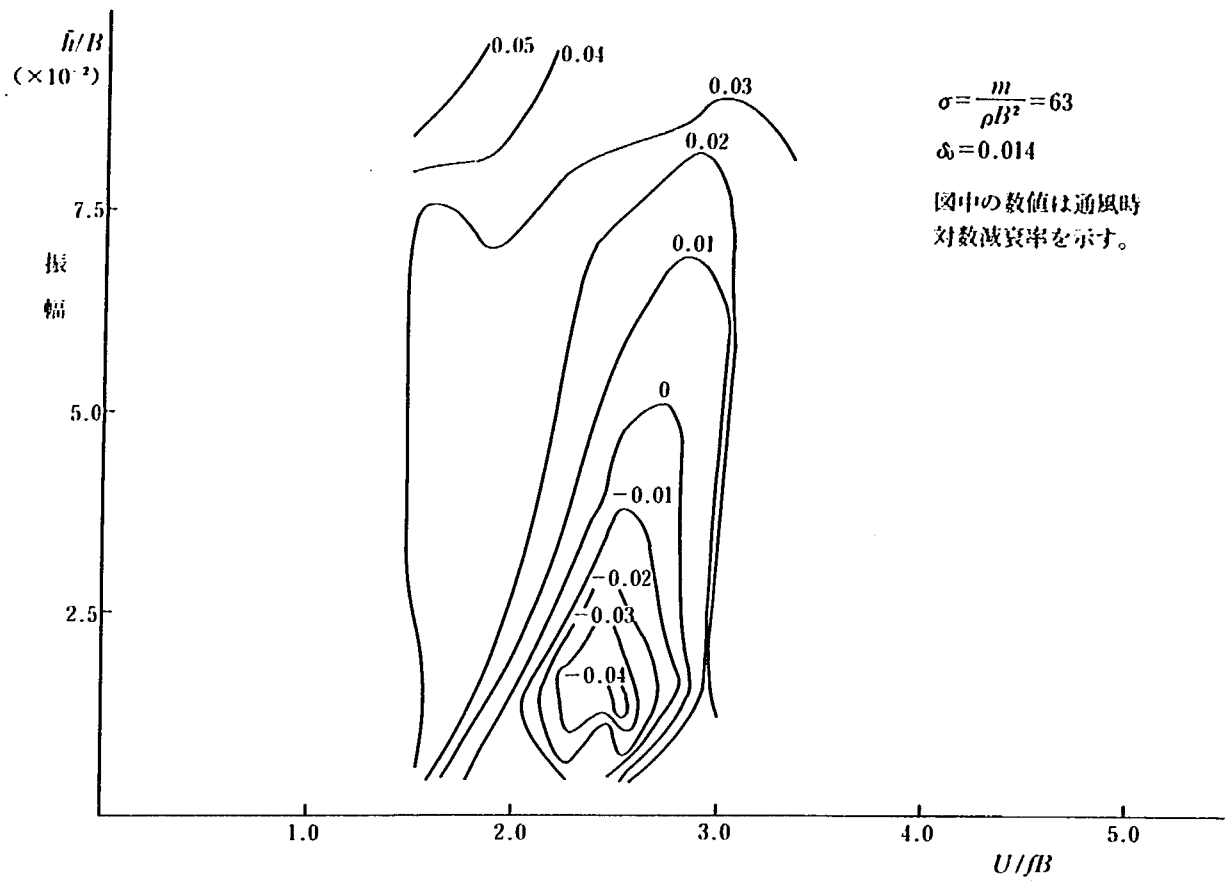


図 2-36-3 風速—振幅—減衰曲線 (矩形模型, 1 : 2, 一樣気流)

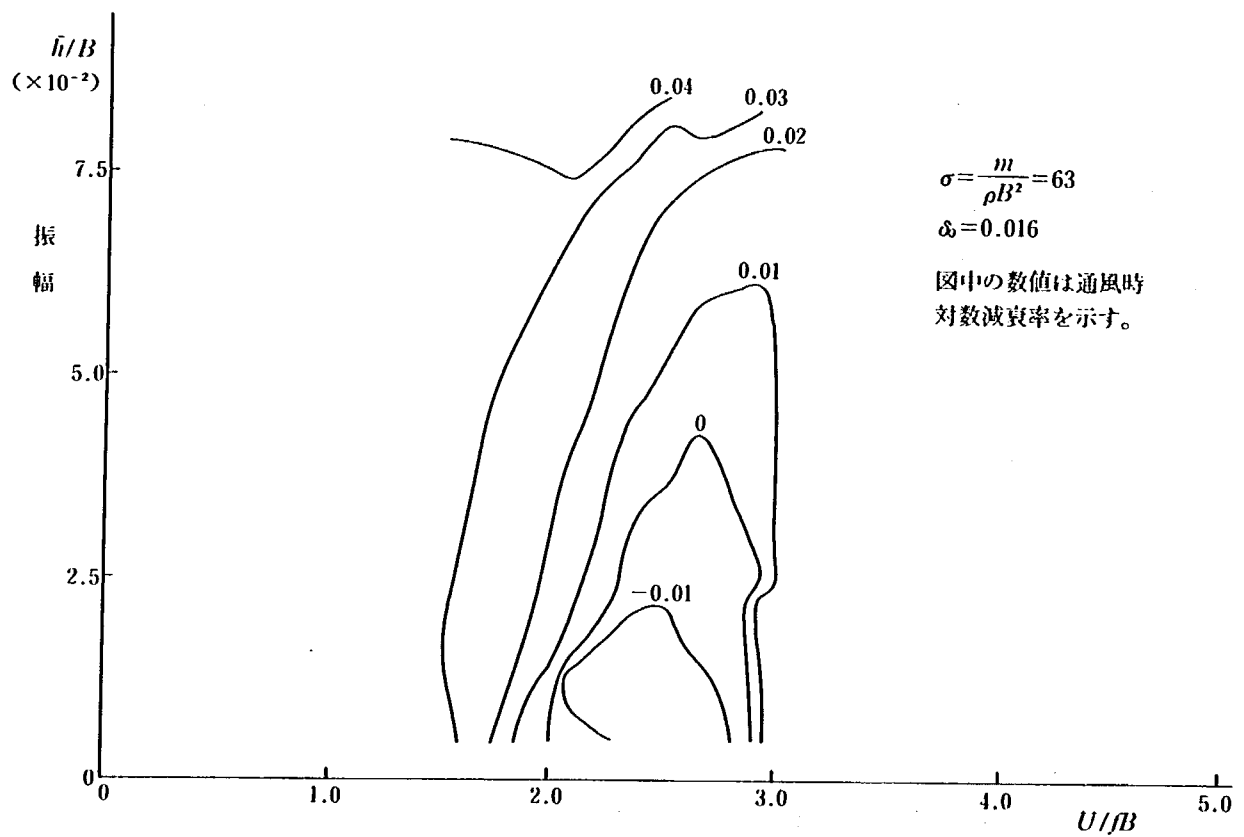


図 2-36-4 風速—振幅—減衰曲線 (矩形模型, 1 : 2, 格子乱流)

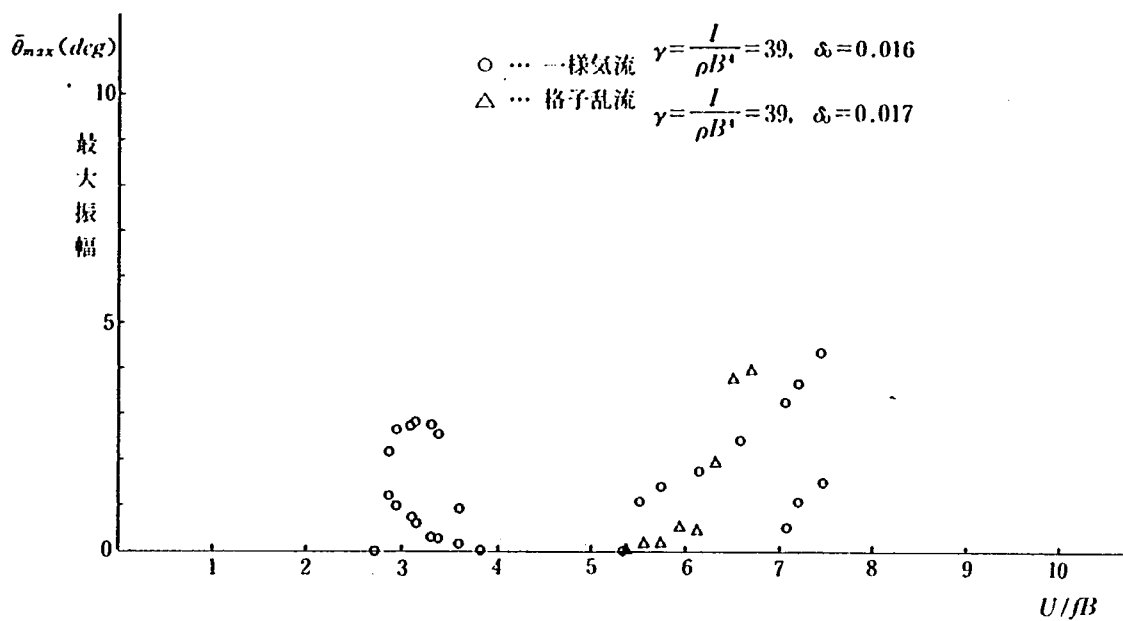


図 2-37-1 風速—振幅曲線（矩形模型，1：2）

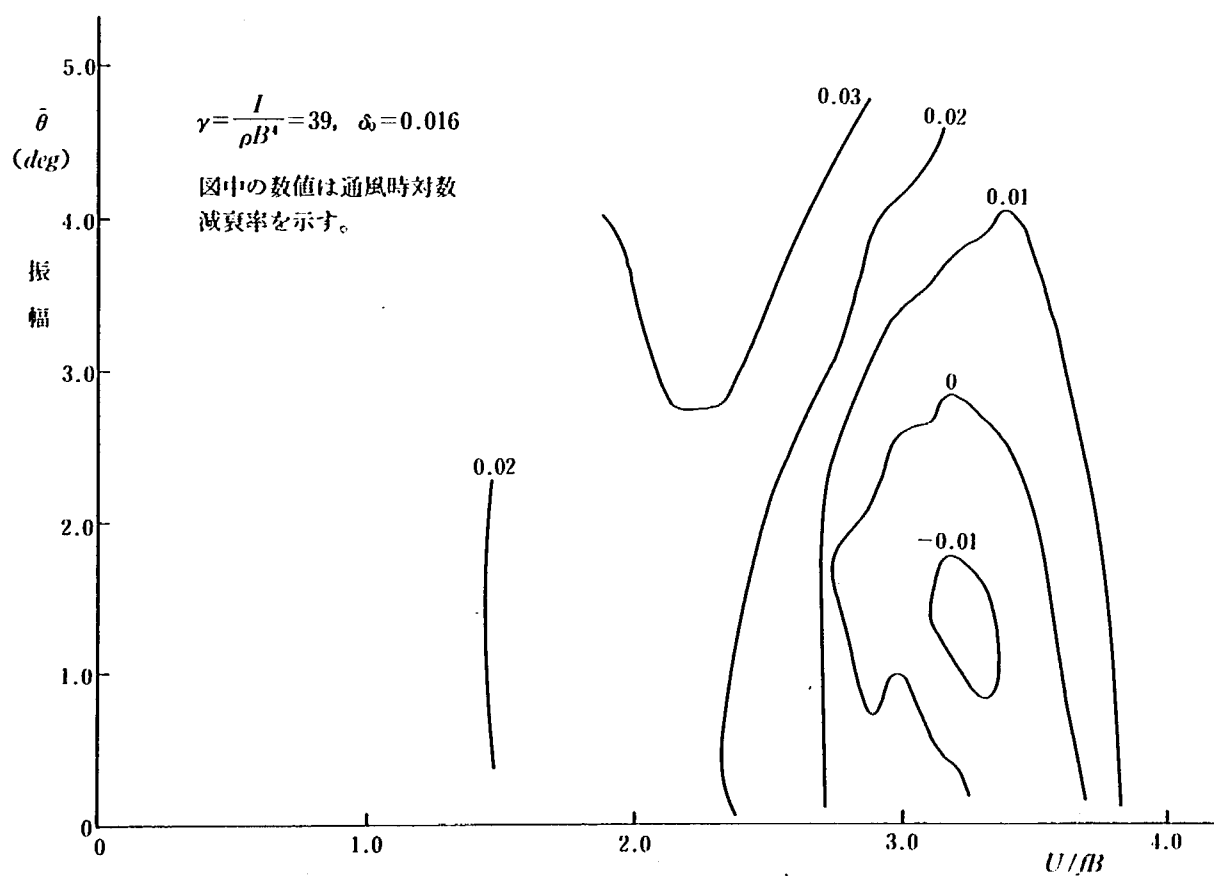


図 2-37-2 風速—振幅—減衰曲線（矩形模型，1：2，一様気流）

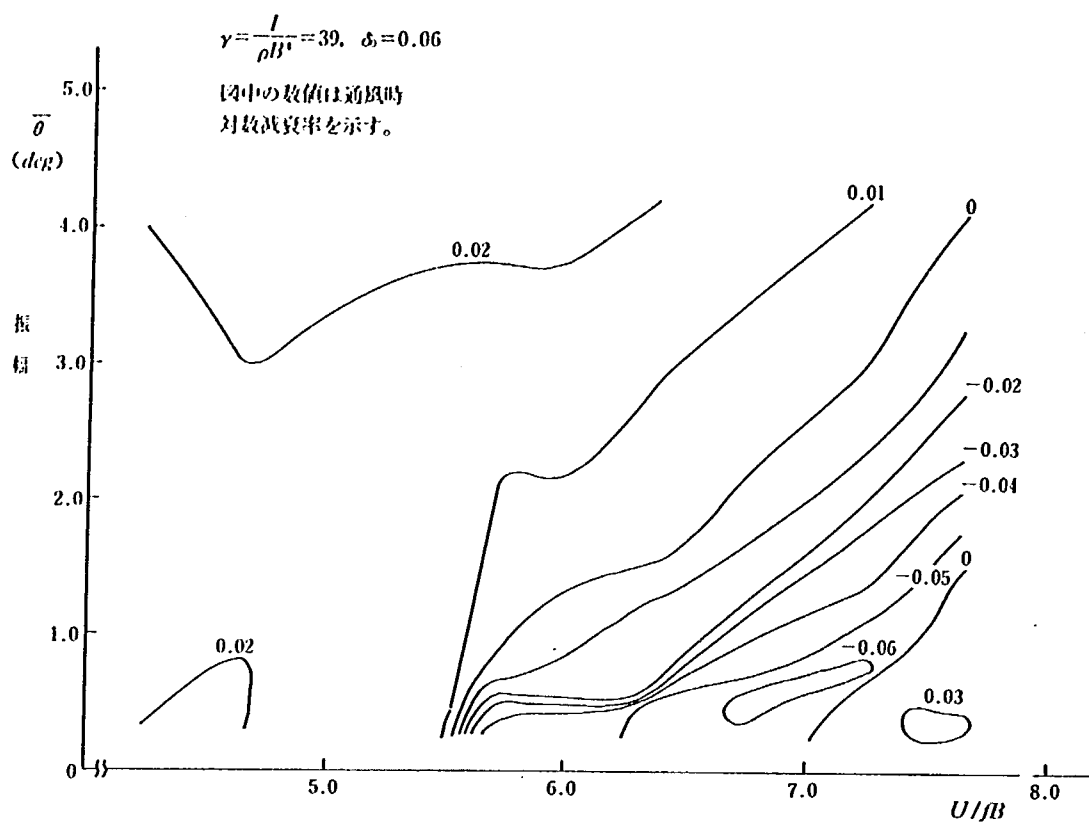


図 2-37-3 風速—振幅—減衰曲線（矩形模型，1：2，一樣気流）

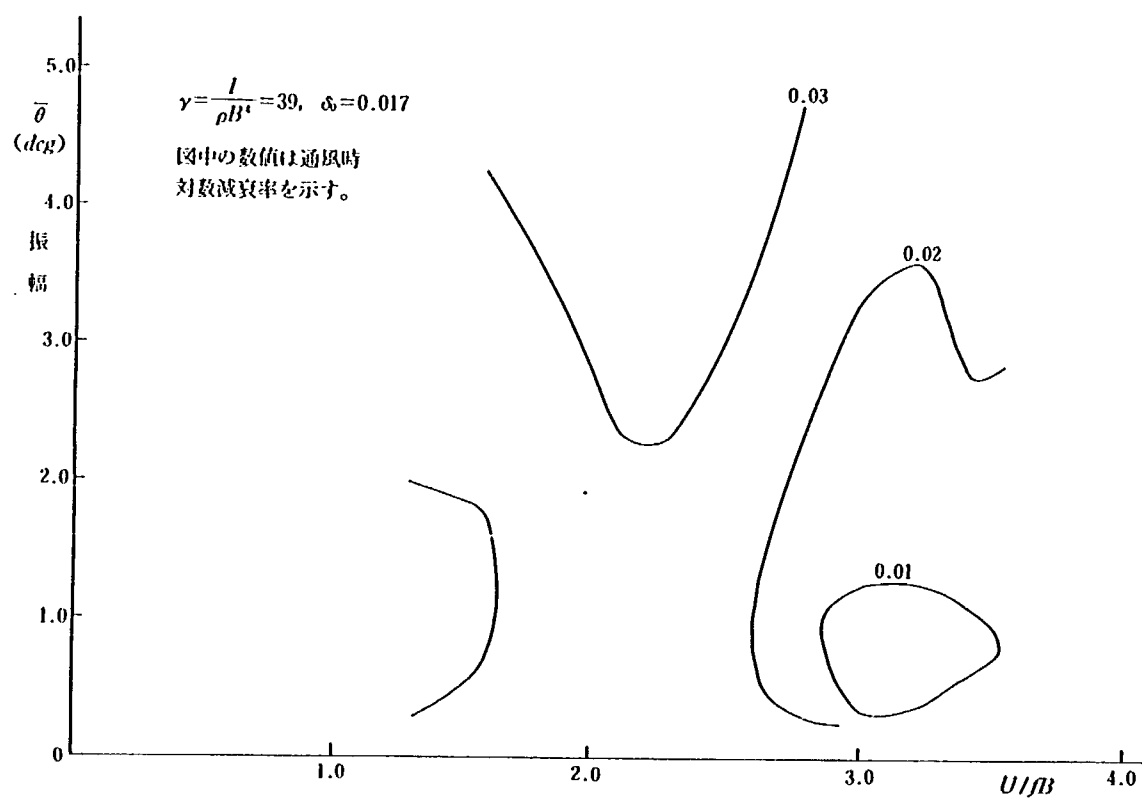


図 2-37-4 風速—振幅—減衰曲線（矩形模型，1：2，格子乱流）

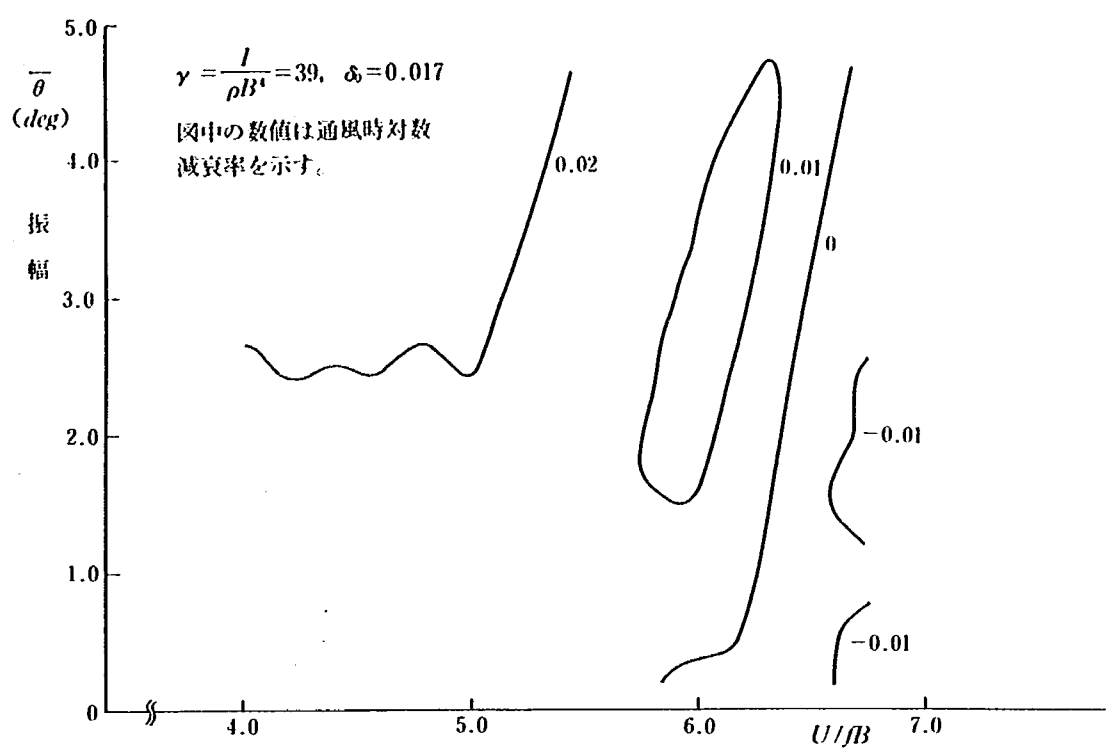


図 2-37-5 風速—振幅—減衰曲線（矩形模型，1：2，格子乱流）

門崎模型 ($x/l=1/3, 1/2$) および 1:2 矩形模型の鉛直たわみ振動におよぼす乱流の影響は門崎模型 ($x/l=1/6$) の場合とほぼ同じであり、渦励振振幅を小さくし、高風速のギャロッピングを不規則な振動に変える。また、1:2 矩形模型のねじれモードの渦励振は格子乱流中で抑制されるが、ねじれフラッターは風速-振幅特性が若干変化するものの、格子乱流中においても発現することが確認された。

3. まとめ

3.1 自然風の影響を考慮しより合理的な耐風設計法を確立させるため、風洞実験で測定した空気力を用いて自然風中での橋梁の対風応答を推定する手法を示した。

3.2 この手法において必要とされる空気力のうち変動揚力に着目し、いくつかの代表的な橋梁模型を用いて一様気流中および格子乱流中で自励空気力（空力減衰）および変動空気力を計測した。その結果以下の事項が明らかとなった。

1) 桁高の比較的高い断面は、一様気流中では高風速で負の空力減衰が作用し、鉛直たわみモードの自励振動、すなわちギャロッピングが発現するおそれがあるが、格子乱流中ではギャロッピングが発現しにくくなるような空気力特性を示す。

2) 極めて偏平な断面あるいはトラス補剛桁断面では高風速における空力減衰は一様気流中と格子乱流中とではほとんど変化せず、みかけの減衰が増加するような効果を与える。

3) 桁高の比較的高い断面に作用する強制的な変動揚力は、格子乱流中では一様気流中に比べ著しく増大する。

4) 格子乱流中での強制的な変動揚力は、断面が偏平になるほど小さくなる。

3.3 バネ支持模型実験を行い、渦励振に関連した自励空気力の振幅依存性を調べた。

3.4 一様気流中における空力減衰について、バネ支持模型実験より求めたものと、直接空気力を測定して求めたものとを比較し、両者がよく一致することを確認した。

3.5 バネ支持模型実験より、以下の事項が明らかとなった。

1) 桁高の比較的高い断面の鉛直たわみモードの渦励振振幅は格子乱流中では一様気流中に比べ減少する。

2) 桁高の比較的高い断面で一様気流中の高風速において発現するギャロッピングは、格子乱流中では不規則な振動に変化する。

4. 今後の課題

4.1 3.1の手法で推定される対風応答と実際の3次元構造物の乱流中での応答とを比較し、推定方法の妥当性を確認する必要がある。

4.2 実験で使用した乱流はとくに乱れのスケールの点で自然風とは特性の異なるものであったため、自然風の特性により相似させた乱流を作成し、その中で空気力を測定する必要がある。

- 4.3 今回測定した空力アドミッタンスは低振動数で準定常理論値と異なっているため、その原因を明らかにする必要がある。
- 4.4 強制空気力の空間変動特性を把握するための測定手法を開発する必要がある。
- 4.5 ねじれ振動に関連した空気力に及ぼす乱れの影響を明らかにする必要がある。

参 考 文 献

- 1) A. G. Davenport, N. Isymov and T. Miyata ; The experimental determination of the response of suspension bridge to turbulent wind, Proc. 3rd Int. Conf. on Wind Effects on Bldgs. and Sts., 1971
- 2) W.H. Melbourne ; West Gate Bridge wind tunnel tests, Aug. 1973
- 3) H. P. A. H. Irwin and G. D. Schuyler ; Experiments on a full aeroelastic model of Lions' Gate Bridge in smooth and turbulent flow, Laboratory Technical Report, National Research Council Canada, Oct. 1977
- 4) T. Okubo, N. Narita, K. Yokoyama and H. Sato ; Field observation of aerodynamic behaviour of long-span bridges, Proc. 5th ICWE, 1979
- 5) B. J. Vickery and R. I. Basu ; Across-wind vibrations of structures of circular cross-section. Part I. Development of a mathematical model for two-dimensional conditions, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 12, 1983
- 6) 日野幹雄；スペクトル解析，朝倉書店，1977
- 7) J. S. Bendat and A. G. Piersol ; Random Data, Wiley-Interscience, 1971
- 8) 大崎順彦；地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1976
- 9) 岡内 功，伊藤 学，宮田利雄；耐風構造，丸善株式会社，1977
- 10) ESDU : Engineering Science Data, Wind Engineering, Volume 1 Wind and turbulence data, Engineering Science Data Unit Ltd., 1982
- 11) 成田信之；充腹断面橋桁を有する斜張橋の耐風設計に関する基礎的研究，東京大学学位論文，1978
- 12) Y. C. Fung ; Aeroelasticity, Dover Publications, Inc.
- 13) B. J. Vickery ; On the flow behind a coarse grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads on buildings, NPL Aero Report 1143, 1965

自然風を考慮した橋の耐風性
調査報告書

I S S N 0386 - 5878

土木研究所資料 第 2260 号

昭和 60 年 10 月 (1985)

横山功一・佐藤弘史・福田 誠

要 旨 乱流中で橋桁に作用する空気力にもとづき解析的に対風
応答を推定する手法を示した。さらに、いくつかの代表的な橋桁
断面の模型を用い、一様流中および格子乱流中で変動揚力および
風による鉛直たわみ振動を測定した。

キーワード: 乱流の影響, 自励振動, 強制振動, 空気力測定, 格子乱流



郵便はがき

40円
を
は
つ
切
て
下
さ
い

305-□□

茨城県筑波郡

豊里町大字旭一番地

建設省土木研究所

構造研究室 御中

No. 2

No. 2

配布先氏名

配布先住所





土木研究所資料第 2260 号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名

印

