

ISSN 0386-5878

土木研究所資料 第2487号

土木研究所資料

直交二偏波レーダによる降水観測に関する調査報告書

昭和62年3月

建設省土木研究所
河川部水文研究室

Copyright ©(1987) by P. W. R. I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor Translated into a machine language without the written permission of the Director General of P. W. R. I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の承認を得ずしてこれを行ってはならない。

直交二偏波レーダによる降水観測に 関する調査報告書

要旨

レーダによる降水量の定量評価には、レーダ雨量計のハードウェアの特性以外に、降水粒子群による電磁波の散乱特性が大きく影響する。特に降水粒子の形状特性および降水粒子群の粒径分布は、レーダアンテナによる受信電力を決定する主な要因となっている。

本報告書は、従来の研究報告ではあまりふれられなかった上記の様な問題について、第2章および第3章で基礎的な立場から再度検討を加え、第4章で現在世界各国で研究が進められている直交二偏波レーダのシステムの比較を行い、第5章および第6章で直交二偏波レーダを用いた降水強度の推定方法および降水粒子の形態判別手法の研究現況について取りまとめたものである。

キーワード：直交二偏波レーダ、レーダによる降水観測、降水粒子群の散乱特性

直交二偏波レーダによる降水観測に関する調査報告書

〔まえがき〕

レーダによる降水観測が開始されて既に約40年の歴史が経過した。この間における電磁気学や気象学、レーダ製作技術の進歩はめざましいものがある。特に近年のレーダ気象学の進歩は著しく、Multiple parameter Radar(以下MPレーダと称する)による降水現象の観測・降水機構の解明へと発展してきている。

土木研究所ではレーダによる降雨量の定量観測技術の開発に、関東地方建設局と協力して取組み、以下に示すような研究報告を発表してきた。

- (1) 土木研究所資料第1634号、レーダ雨量計の特性に関する調査報告書、石崎勝義、中尾宏臣、1981年2月
- (2) 土木研究所資料第2078号、レーダ雨量計の観測特性と精度向上に関する調査報告書、石崎勝義、中尾宏臣、吉野文雄、大倉博、河関大祐、1984年3月
- (3) 土木研究所報告第167号、レーダ雨量計の降雨観測特性に関する研究、石崎勝義、中尾宏臣、大倉博、吉野文雄、河関大祐、1986年1月
- (4) 土木研究所資料第2353号、降水現象のレーダ観測に関する調査報告書、吉野文雄、水野雅光、河関大祐、兪朝夫、1986年3月
- (5) 土木研究所資料第2406号、レーダ雨量計による短時間降雨予測に関する調査報告書、吉野文雄、水野雅光、兪朝夫、1986年10月

上記の報告書以外にも多数の研究報告が学会等で発表されている。

建設省ではレーダ雨量計の実用化研究を昭和40年代始めから開始し、実用第1号機を昭和51年赤城山に建設した。それ以後現在までに既に11基のレーダ雨量計を設置し、河川管理や道路管理の実務に活用してきている。このような技術背景をもとに昨今、レーダによる降雪量観測の調査・研究が実施されつつある。

レーダによる降水量の定量的評価には、レーダ雨量計のハードウェアの特性以外に、降水粒子群による電磁波の散乱特性が大きく影響する。特に降水粒子の形状特性(降水粒子が雨滴か氷粒か雪片か)は降水粒子群の粒度分布特性と共にレーダアンテナによる受信電力を決定する主要因となっている。

本報告書では従来の研究報告ではあまりふれなかった上記の様な問題について基礎的な立場から再度検討を加え、更に現在世界各国で研究が進められているMPレーダの研究現況をとりまとめて紹介している。

まず第2章においては電磁波の散乱理論を取扱い、レーレー散乱のみならず、ミー散乱の解も提示した。偏波による散乱現象の数値モデルを論じ、散乱マトリックスの計算にまで理論を発展させた。

第3章では第2章の成果をもとに非球形粒子群による散乱現象を数値モデルで評価した。この研究は土木研究所が試作した二重偏波ドップラレーダ(DNDレーダ)の理論的根拠をなすものと位置づけられる。

第4章では現在まで欧米諸国を中心に製作されてきた二重偏波レーダの概要を文献調査によりとりまとめた。14例が紹介され、土研のDNDレーダの仕様との対比を行ってある。

第5章では直交二偏波レーダによる降水強度の測定例を中心に、従来レーダとの対比を行い、降水強度の観測精度の向上をはかるための方法を論じた。

第6章では降水粒子の形態判別に偏波レーダを用いた例を紹介し、諸外国の研究現況を総括した。

本報告は従来のレーダ雨量計の研究とは異なったレーダシステムの研究の最初のものである。(なお上記の(4)の報告書に一部関連研究が掲載されている)。欧米諸国を中心に進められているMPレーダの研究の理解のため本書が役立てば幸いである。

昭和62年3月

水文研究室長	吉 野 文 雄
研 究 員	水 野 雅 光
技 官	河 関 大 祐
部外研究員	渡 辺 憲 司

目 次

1. 特殊レーダ	1
2. 散乱理論	3
2.1 平面波	3
2.2 双極子からの輻射	6
2.3 誘電体球の分極率	9
2.4 散乱波と偏波	11
2.5 散乱のマトリックス	15
2.6 極座標によるMaxwellの方程式の解	17
2.7 平面波の展開	21
2.8 散乱波, 透過波の基底	22
2.9 Mie散乱の解	23
2.10 散乱と吸収	27
3. 散乱の断面積と反射因子	30
3.1 反射因子	30
3.2 Rayleigh散乱の断面積	32
3.3 Mie散乱の断面積	37
3.4 反射因子差	40
3.5 Rayleigh散乱とMie散乱の比較	45
4. 直交二偏波レーダ	46
4.1 世界各国の直交二偏波レーダの現状	46
4.2 DNDレーダの仕様	55
5. 直交二偏波レーダによる降水強度の測定	65
5.1 概 説	65
5.2 降雨換算定数 B , β	65
5.3 Z_{DR} から降水強度を推定する方法	72
5.4 二偏波レーダによる降水強度の観測に関する研究例	76
5.5 直交二偏波レーダによる降水強度の観測のまとめ	99
6. 特殊レーダによる降水粒子の形態判別に関する研究現況	101
6.1 まえがき	101
6.2 偏波レーダによる降水粒子の形態判別	101
6.3 特殊レーダによる降水粒子の観測例	102

6.4	降水粒子の形態判別モデル	111
7.	ま と め	131
8.	あ と が き	132

第1章 特殊レーダ (Multiparameter radar)

1.1 はじめに

洪水時における降雨量の情報は、ダムや堰などの河川管理施設の適確な運用および河川沿川住民の適切な行動を行うにあたって、非常に重要な情報である。建設省では、洪水時に、より適確な洪水対応をとるため、レーダ雨量計を設置し観測を始めている。レーダにより観測される情報は、雨域の時々刻々の消長を5分単位で、かつ半径120 km²で把握できることから、面的な降雨量およびある一地域における集中豪雨のみならず、雨域の移動性もリアルタイムで監視できる。したがって、レーダによる洪水時の降雨量観測は、洪水防御上非常に有効な情報となる。

しかし、現在のレーダシステムには次のような問題がある。

- ① ブライトバンドの発生 上空の0℃層付近では、落下してきた氷粒の表面の融解により、氷粒どおしが付着しやすく大氷粒が形成される。また、表面が固相から液相に変化し、誘電率が大きくなる。このことにより、実際の降水量よりも反射電力が非常に大きくなり、あたかも強雨域のようなエコーが発生する。
- ② 雨滴と氷粒(ひょう、雪片等)の判別が不可能 雨滴と氷粒(ひょう、雪片、ice cloud等)は、密度、粒径、落下速度および誘電率が違うため、同じ降水量に対する反射電力が異なる。したがって、降水粒子の形態が判別できない現行のレーダでは、正確な降水量を測定できない。
- ③ 降雨換算定数 B 、 β の推定が困難 降水粒子群からの反射電力を降雨強度に変換する時に用いる降雨換算定数 B 、 β は、降水粒子群の粒径分布によって異なる。一般によく用いられている粒径分布を表わす式は $N(D) = N_0 \exp(-A \cdot D)$ で未知数が N_0 、 A の二つあり、現行のレーダシステムの情報量は一つであるため粒径分布の推定はできない。したがって、レーダ情報だけでは降雨換算定数 B 、 β の推定ができない。

最近、レーダによる降雨量観測の精度向上を図るため、単に受信電力値のみならず、周波数変化の特性や偏波特性を利用してレーダ観測の情報量を増すMultiparameter Radar(ここでは、特殊レーダと総称する)の応用が図られ、多数の研究成果が報告されている。この特殊レーダは、降水粒子の形態判別および粒径分布の推定、並びに上層風の測定等が可能なため、洪水時のより正確な降雨量の測定およびより信頼度の高い降雨予測が可能となり、洪水観測の有効な一手段となると考えられている。

1.2 特殊レーダについて

一般の気象レーダは、大気中の水物質に電磁波が当たって後方に散乱され、アンテナに受信される電力を計測するものである。したがって受信電力強度のみから対象物(例えば雨滴群)の性状(例えば降雨強度)を推定するのに用いられる。このようなレーダでは大気中の諸現象を観測するのには限界があり、近年、特殊なレーダが用いられるようになってきた。これらはいずれも受信電力値のみならず、周波数変化の特

性（ドップラ効果）や偏波特性を利用して、観測情報量を増すことにより、観測精度を高めようとするものである。

(1) 二波長レーダ

波長の異なる電波を用いて、雨滴からの反射特性の差を利用する。このレーダは、雨滴径に対し十分長い波長でレーレー散乱を生ずる程度の波長の電波を用い、その反射因子 Z_e を観測する一方、①降水中で減衰量が大い短い波長、あるいは、②非レーレー散乱を生じ反射電力が減少するような波長の電波を用いてその反射因子を観測するものである。原理的に、①は降水粒子群の粒径分布の観測に用いられ、②は降雨と雷の区別に用いられる。

(2) 円偏波レーダ

このレーダは円偏波をうけた物体からの反射信号の円偏波抑圧度比（および円偏波信号の相関）を観測するものである。このレーダにより大気中の水物質の種類を、水物質の形状特性と同様に、区別しうる可能性がある（この方法によって、降雨の粒径分布を求めることも原理的には可能である。）

(3) 二重偏波レーダ

このレーダは水平、垂直偏波の反射因子の差を計測するものである。このレーダにより、水物質の種類を判別し、また雨滴群の粒径分布を観測することができる。

(4) 垂直指向ドップラーレーダ

このレーダは大気が静止していると仮定したうえでの水物質の落下速度の分布を観測するためドップラースペクトルを計るものである。この計測値により雨滴群の粒径分布特性を把握できる。

以上が主な特殊レーダの計測項目と主要な観測対象であるが、これ以外に通常のドップラレーダがある。これらの各レーダに共通していることは、降水現象の観測を後方散乱される受信電力というひとつの量だけで行おうとするのではなく、電磁波の散乱特性、減衰特性、ドップラー効果、等を利用して、複数量の観測により情報量を増す方式を採用していることである。

通常、降雨量は大気中の雨滴の粒径分布とその落下速度の積に比例する。雨滴の落下速度は静止大気を仮定すると粒径の関数となる。粒径分布は、粒径の指数関数表現が可能で、マーシャル・パルマーによると

$$N(D) = N_0 e^{-\lambda D}$$

で表現される。

したがってレーダ受信電力により N_0 と λ が決められれば、降雨強度が求められることになるが、通常の気象レーダでは反射因子 Z のみの観測であることから、2変数（ N_0 、 λ ）を決めることができない。上述の特殊レーダはこの欠点を補う方式を採用しようとするものである。

第 2 章 散 乱 理 論

Rayleigh は、空の青さを研究して有名な逆 4 乗則を導いた。空が青く見えるのは、大気による散乱の強さが散乱光の波長の逆 4 乗に比例するため、波長の短い光（青色光）がより強く散乱される為である。電磁波の散乱も光の散乱も全く同じであるが、レーダーによる降雨観測を行う場合には、散乱強度と散乱粒子の大きさとの関係に Rayleigh 散乱は不満が残る。Rayleigh 散乱では、散乱強度は散乱粒子の直径の 6 乗に比例する。これは散乱の断面積が散乱粒子の直径の 6 乗に比例する為である。実際散乱粒子が散乱波の波長より十分に小さい時にはこの結果は正しいが、散乱粒子が散乱波の波長と同程度以上の時には、散乱の断面積は散乱粒子の幾何学的面積（直径の 2 乗）に比例する。この事実は Mie 散乱の理論によって初めて説明される。ここではこれら二つの散乱理論を電磁波の基礎から導くこととする。

2.1 平 面 波

真空中の電磁波の伝播の様子を、Maxwell の方程式を解いて求めると、互いに直交する電界と磁界が、これらに直交する方向に伝播することが分かる。ここでは、実際に Maxwell の方程式を解いて、これらの様子を見ることとする。

$$\left. \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t + \mathbf{i} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{Maxwell の方程式}$$

真空中では電流は流れないから電流密度 $\mathbf{i}$ を 0 とし、真空中の透磁率、誘導率を μ_0, ϵ_0 とすれば、 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}, \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ となるからつぎの式が得られる。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \partial \mathbf{H} / \partial t \dots\dots\dots (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t \dots\dots\dots (2.2)$$

この式を連立して得られた結果に、電荷のない真空中でなり立つ $\text{div } \mathbf{E} = 0$ を代入すると次の式を得る。

$$\epsilon_0 \mu_0 \partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2 = \Delta \cdot \mathbf{E} \dots\dots\dots (2.3)$$

$$\epsilon_0 \mu_0 \partial^2 \mathbf{H} / \partial t^2 = \Delta \cdot \mathbf{H} \dots\dots\dots (2.4)$$

これらの方程式は、各々 x, y, z の 3 軸成分を持つベクトルであるが、直交直線座標の場合には、3 軸成分の解は同形のスカラー方程式の解と一致する。そこでまず次のスカラー波動方程式を解くこととする。

$$\epsilon_0 \mu_0 \partial^2 \Psi / \partial t^2 = \Delta \cdot \Psi \dots\dots\dots (2.5)$$

この方程式は、 Ψ を x, y, z, t の関数 $X(x), Y(y), Z(z), T(t)$ の積で表されるとみなし変数分離すると解ける。まず $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ を 2.5 に代入する。

$$\epsilon_0 \mu_0 \partial^2 \Psi / \partial t^2 = (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2) \cdot \Psi \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

続けて $\Psi = T(t) \cdot X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$ を代入する。

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \mu_0 X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \partial^2 T(t) / \partial t^2 &= T(t) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \partial^2 X(x) / \partial x^2 \\ &+ T(t) \cdot X(x) \cdot Z(z) \partial^2 Y(y) / \partial y^2 + T(t) \cdot X(x) \cdot Y(y) \partial^2 Z(z) / \partial z^2 \end{aligned}$$

次に両辺を $T(t) \cdot X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$ でわると次式を得る。

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 T(t) / \partial t^2}{T(t)} = \frac{\partial^2 X(x) / \partial x^2}{X(x)} + \frac{\partial^2 Y(y) / \partial y^2}{Y(y)} + \frac{\partial^2 Z(z) / \partial z^2}{Z(z)} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

x, y, z, t が互いに独立なとき、この方程式が解を持つのは次の条件がなり立つ場合に限られる。

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 T(t) / \partial t^2}{T(t)} &= -k^2 \\ \frac{\partial^2 X(x) / \partial x^2}{X(x)} &= -k_x^2 \quad \text{etc} \end{aligned}$$

$$\text{但し } k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

これらの方程式はそれぞれ指数関数を解に持つから、 Ψ は次のようになる。

$$\Psi = \Psi_0 e^{j\{\omega \cdot t \pm (k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z)\}} \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\text{但し } \omega^2 = \frac{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$$

この結果 Ψ は、 $k = (k_x, k_y, k_z)$ とすると k ベクトルの方向またはその逆方向へ伝播する波動を表すものとなる。つまり x, y, z の各成分は、 k ベクトルで表される方向またはその逆方向に伝播する波動を表すものとなる。各成分の関数形が求まれば、後はそれぞれの大きさ Ψ_0 を求めるだけである。次にこれらの成分を求める事とする。

それぞれの成分を求める為には、 Ψ_0 を E_x, E_y, E_z として式 (2.1), (2.2) に代入すれば良い。この為には、この波動の伝播方向を決めて置くことが、大変便利である。

この波動の伝播方向を x 軸方向として各成分を求める事とすれば k ベクトルは $k = (k, 0, 0)$ と表せる。するとこの方程式の解 Ψ は、 x と t のみの関数となり次のようになる。

$$\Psi = \Psi_0 e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \quad \dots\dots\dots (2.9)$$

ここでこの式から分かる簡単な結果について述べることにする。この指数部の値を一定として $\partial x / \partial t$ を求めると電磁波の速度がもとまる。 $\omega \cdot t - k \cdot x = C$ より

$$\partial x / \partial t = \omega / k = 1 / (\epsilon_0 \cdot \mu_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

ここで求めた速度は指数部を一定とする条件で求めたものであるが、この条件からは、波動の位相が一定となる位置の移動速度が与えられる。そこでこの速度を位相速度と呼ぶ。

次に k を複素数として、 $k = \alpha - j\beta$ とする。

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_0 e^{j(\omega \cdot t - (\alpha - j\beta)x)} \\ &= \psi_0 e^{j(\omega \cdot t - \alpha \cdot x) - \beta \cdot x} \quad \dots\dots\dots (2.11) \end{aligned}$$

この指数部の虚部は振動を表すが、実部はその振幅が x の増加に伴い減少する減衰を表すものとなる。つまり波数 k の虚部 β は、波動の減衰を表す。この様な条件は電気伝導率が 0 とならない場合に発生する。最後にこのスカラー解を用いて x, y, z の各成分を求める事とする。まず E ベクトルを (E_x, E_y, E_z) とすると、各成分は次の式で表される。

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)}, & E_y &= E_{y0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)}, & E_z &= E_{z0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \\ H_x &= H_{x0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)}, & H_y &= H_{y0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)}, & H_z &= H_{z0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \end{aligned}$$

これらの式を (2.1) に代入し、各成分の大きさを求めるものとする。

$$\begin{aligned} (\text{rot } E)_x &= E_{z0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial y - E_{y0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial z = 0 \\ (\text{rot } E)_y &= E_{x0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial z - E_{z0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial x = j k E_{x0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \\ (\text{rot } E)_z &= E_{y0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial x - E_{x0} \partial e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} / \partial y = -j k E_{y0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \\ (-\mu_0 \partial E / \partial t)_x &= -j \mu_0 \omega H_{z0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \\ (-\mu_0 \partial E / \partial t)_y &= -j \mu_0 \omega H_{y0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \\ (-\mu_0 \partial E / \partial t)_z &= -j \mu_0 \omega H_{x0} e^{j(\omega \cdot t - k \cdot x)} \end{aligned}$$

これらの式の 3 軸成分を比較することで、以下の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} H_{x0} &= 0 \\ \mu_0 \cdot \omega H_{y0} &= -k E_{x0} \\ \mu_0 \cdot \omega H_{z0} &= k E_{y0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

更に (2.2) と組み合わせることで電界の x 成分を得る事ができる。

$$E_{x0} = 0$$

この結果に $k/\omega = (\mu_0 \epsilon_0)^{1/2}$ を代入すれば、真空中の電磁波の伝播状態を表す次の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} H_{x0} = E_{x0} = 0 \\ \epsilon_0^{1/2} E_{y0} = \mu_0^{1/2} H_{z0} \\ \epsilon_0^{1/2} E_{z0} = -\mu_0^{1/2} H_{y0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.13)$$

この結果は、 x 軸方向に伝播する電磁波にはその進行方向には電磁界の成分は持たず、進行方向に直交する平面上に電界と磁界が互いに直交しながら伝播する事を表す。ここで $H_{z0}/H_{y0} = C$ (一定)の時には、電界の向きは常に一定方向を向くこととなる。これを直線偏波と呼ぶ。また $E_{z0} = \pm j E_{y0}$ のとき、つまり電界の z 成分と y 成分の位相が 90 度ずれているときには、電界は回転しながら伝播することとなる。これを円偏波と呼ぶ。円偏波には、右ねじの方向に回転する右旋円偏波と、左ねじの方向に回転する左旋円偏波がある。

2.2 双極子からの輻射

前節では、真空中の等方的な場の中では、電磁波は進行方向に対して電磁界を持たず、進行方向に直交する平面上に、電界と磁界が互いに直交する方向を向いて伝播することが示された。ここでは簡単な輻射の例として、双極子からの輻射を取り上げる。これは次節で述べる Rayleigh 散乱の基礎となるものであり、双極子の向きを固定するとその輻射波は直線偏波の例となる。

今原点に大きさ P の双極子モーメントが z 軸を向いて置かれ、これが角周波数 ω で振動しているとする。このときの Hertz ベクトル Z は次式で定義される。

$$Z = \frac{P e^{j(kr - \omega t)}}{4 \pi \epsilon_0 r} \dots\dots\dots (2.14)$$

この Z を極座標で表し各成分を求める。

$$\left. \begin{aligned} Z_r &= \frac{P \cos \theta e^{j(kr - \omega t)}}{4 \pi \epsilon_0 r} \\ Z_\theta &= \frac{P \sin \theta e^{j(kr - \omega t)}}{4 \pi \epsilon_0 r} \\ Z_\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.15)$$

この式より遅延ポテンシャル ϕ , A を求める。

$$\phi = -\nabla \cdot Z = - \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \cdot Z_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta \cdot Z_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (Z_\phi)}{\partial \phi} \right\}$$

$$= -\frac{P \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0} e^{j(kr-\omega t)} \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{jk}{r} \right) \dots\dots\dots (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned} A_r &= \epsilon_0 \mu_0 \partial Z_r / \partial t = j \omega \epsilon_0 \mu_0 \frac{P \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r} e^{j(kr-\omega t)} \\ A_\theta &= \epsilon_0 \mu_0 \partial Z_\theta / \partial t = j \omega \epsilon_0 \mu_0 \frac{P \sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r} e^{j(kr-\omega t)} \\ A_\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.17)$$

続けて遅延ポテンシャルより，電界，磁界を求める。

$$\left. \begin{aligned} E_r &= (\partial \phi / \partial r + \partial A_r / \partial t) = \frac{P k^3 \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0} e^{j(kr-\omega t)} \cdot 2 \cdot \left(\frac{j}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3} \right) \\ E_\theta &= -(\partial \phi / \partial \theta + \partial A_\theta / \partial t) \\ &= \frac{P k^3 \sin \theta}{4 \pi \epsilon_0} e^{j(kr-\omega t)} \cdot \left(-\frac{1}{(kr)} - \frac{j}{(kr)^2} + \frac{1}{(kr)^3} \right) \\ E_\phi &= -(\partial \phi / \partial \phi + \partial A_\phi / \partial t) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} B_r &= \frac{1}{r \sin \theta} \partial (\sin \theta A_\phi) / \partial \theta - \frac{1}{r \sin \theta} \partial A_\theta / \partial \phi = 0 \\ B_\theta &= \frac{1}{r \sin \theta} \partial A_r / \partial \phi - \frac{1}{r} \partial (r A_\phi) / \partial r \\ B_\phi &= \frac{1}{r} \partial (r A_\theta) / \partial r - \frac{1}{r} \partial A_r / \partial \theta \\ &= \frac{\mu_0}{4 \pi} P \omega k^2 \sin \theta e^{j(kr-\omega t)} \left(-\frac{1}{kr} - \frac{j}{(kr)^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.19)$$

これらの式で $1/(kr)$ の項以外は $r \gg 1$ の時は 0 と見做せるから，これらの項を除いて取り出すと次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} E_r &= E_\phi = 0 \\ E_\theta &= \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} P k^3 \sin \theta e^{j(kr-\omega t)} \frac{1}{kr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.20)$$

$$\left. \begin{aligned} B_r = B_\theta = 0 \\ B_\phi = -\frac{1}{4\pi} P \omega k^2 \sin \theta e^{j(kr - \omega t)} \frac{1}{kr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.21)$$

この E_θ , B_ϕ が充分遠方まで伝播する, 双極子の輻射場と呼ばれるものである。この輻射場は動径方向に伝播し, 双極子と動径方向の作る面上に電界成分を持ち, この面の法線方向に磁界成分を持つ。

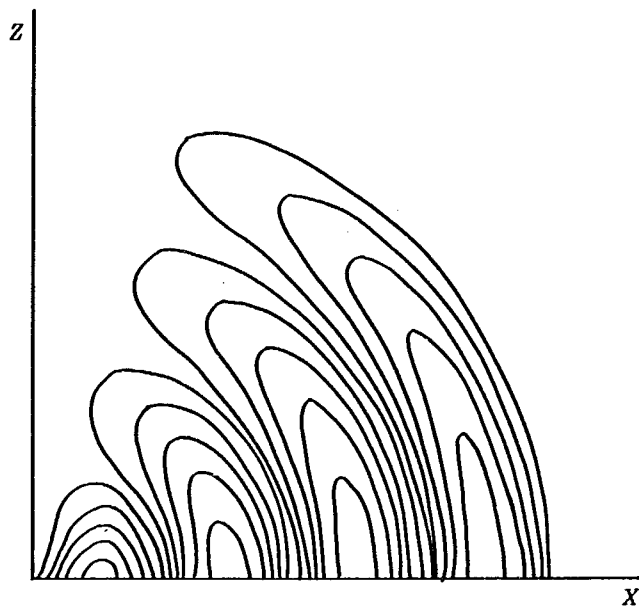


図 2. 1 (a)

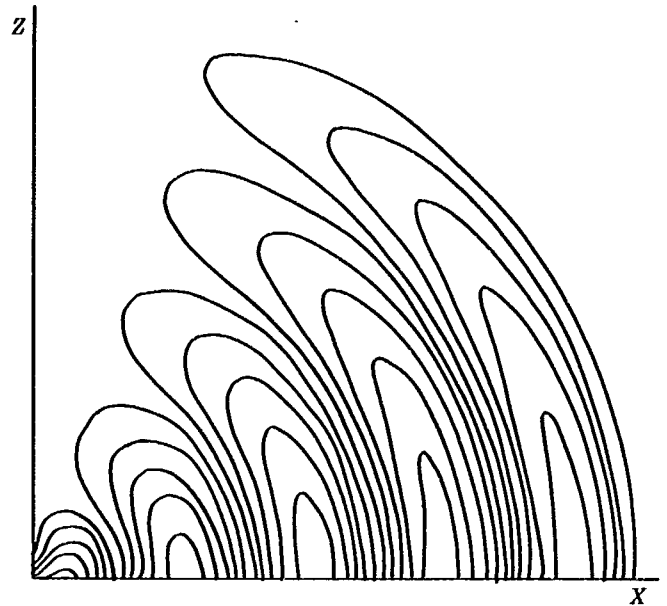


図 2. 1 (c)

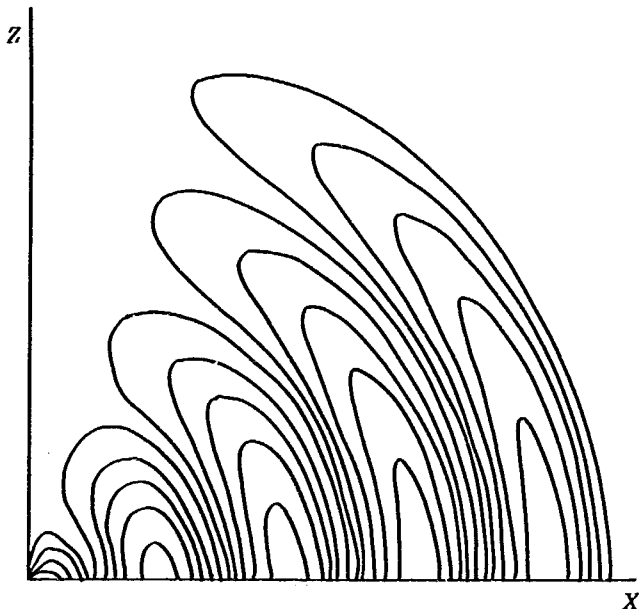


図 2. 1 (b)

Z 軸を向く双極子が, 原点に置かれて振動しているときの電気力線の時間変化を図示している。この場合電場は, Z 軸を対称軸とする回転対称な場となるのでこの Z - X 平面を表している。中心部の電場の発生, 成長に伴って外側の電場が動径方向に伝播している。双極子モーメントが 0 となったとき中心部の電気力線が原点を離れるから, 図(a)は丁度 2 波長分が描かれている。

磁界成分は, この面と直交する方向を向く。

図 2. 1 双極子からの輻射

2.3 誘電体球の分極率

一様電場中に置かれた誘電体中の電束密度は、外部のそれより小さくなる。それは誘電体中に発生する分極の効果である。Rayleigh 散乱は、この誘電体中に発生する双極子モーメントによって起こる。ここでは一様電場中に置かれた誘電体球に発生する双極子モーメントの大きさを、極座標によって Laplace の方程式を解いて求める。つまり Laplace の方程式を解きポテンシャル ϕ を求め、次に得られたポテンシャルによって与えられる誘電体球の電場から、誘電体球に発生する双極子モーメントを求める。ここでは、一様な z 軸方向を向く電界中に誘電体球が置かれた場合を考えることとする。極座標による Laplace の方程式は次の式で与えられる。

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} = 0$$

これを 2.1 節と同様に $\phi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Psi(\phi)$ として変数分離すると R, Θ, Ψ に関して次の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Psi + m^2 \Psi &= 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \left\{ -\frac{m^2}{\sin \theta} + n(n+1) \right\} \Theta &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) - n(n+1) R &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.22)$$

但し n, m は分離定数

θ に関する式は $x = \cos \theta$ とすると Legendre の陪微分方程式となるから、 Θ は Legendre の陪関数で表す事ができる。 r に関する解は、直ちに $R(r) = A_n r^n + B_n r^{-n-1}$ ともとまる。その結果 ϕ は次の式の組合せで表される。

$$\phi_n(r, \theta, \phi) = (A_n r^n + B_n r^{-n-1}) \left. \begin{aligned} &P_n^m(\cos \theta) \sin(m\phi) \\ &Q_n^m(\cos \theta) \cos(m\phi) \\ &e^{jm\phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.23)$$

P_n^m は第 1 種 Legendre 関数

Q_n^m は第 2 種 Legendre 関数

これらの中で $\theta = 0, \pi$ で有限な解を持つのは P_n^m だけである。更に一様電場中では、ポテンシャルは ϕ によらないから $m = 0$ として良い。よって求める一般解は次の様に与えられる。

$$\phi(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n-1}) \cdot P_n(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2.24)$$

これらの中、球の内部で発散しないのは $A_n r^n$ の項であり、外部の r が無限大のときに 0 となるのは $B_n r^{-n-1}$ の項である。更に Z 軸を向く一様な電場のポテンシャルは $-E_0 \cdot r \cdot P_1(\cos \theta)$ で与えられるから、*1 球の内部と外部のポテンシャルは次の様に与えられる。

$$\phi_1(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n r^n \cdot P_n(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2.25)$$

$$\phi_0(r, \theta, \phi) = -E_0 \cdot r \cdot P_1(\cos \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-n-1} \cdot P_n(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2.26)$$

境界条件を満たす様に A_n, B_n を与えるとポテンシャルが求まる。境界条件は、境界面上で $\phi_1 = \phi_0$, $\epsilon_1 \partial \phi_1 / \partial r = \epsilon_0 \partial \phi_0 / \partial r$ が成り立つ事である。その為には全ての n に対して P_n の係数が等しくなければならない。明らかに $n \geq 1$ の係数は 0 となる。

よって求めねばならない係数は、 A_1, B_1 のみとなる。球の半径を a とすると

$\phi_1 = \phi_0$ より

$$A_1 = -E_0 + B_1 \cdot a^{-3}$$

$$\epsilon_1 \partial \phi_1 / \partial r = \epsilon_0 \partial \phi_0 / \partial r \text{ より}$$

$$\epsilon_0 \cdot A_1 = \epsilon_1 \cdot (-E_0 - 2 \cdot B_1 \cdot a^{-3})$$

故に A_1, B_1 は

$$B_1 = a^3 \cdot E_0 \cdot (\epsilon_1 - \epsilon_0) / (\epsilon_1 + 2 \epsilon_0) \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

$$A_1 = -3 \cdot \epsilon_0 \cdot E_0 / (\epsilon_1 + 2 \epsilon_0) \quad \dots\dots\dots (2.28)$$

以上でポテンシャルは一意的に求められる。ここで得られたポテンシャルから導かれる電界は、一次電界と同じ向で一様となる。そこで次に誘電体球内部の電場から双極子モーメントを与え、分極率 α を求めることとする。内部の電場は Z 軸方向を向き一様だから、その大きさは $\theta = 0$ の時の $\partial \phi / \partial r$ で与えられる。よってその大きさは、 $3 \cdot \epsilon_0 \cdot E_0 / (\epsilon_1 + 2 \epsilon_0)$ となる。よって内部の分極 P_m は次式で与えられる。

*1 2.7 節参照

$$P_m = (\epsilon_1 - \epsilon_0) E_1$$

$$= 3 \cdot \epsilon_0 \cdot (\epsilon_1 - \epsilon_0) \cdot E_0 / (\epsilon_1 + 2 \epsilon_0) \quad \dots\dots\dots (2.29)$$

分極が与えられると誘電体球中の電場は一樣だから、双極子モーメント P は $P = V \cdot P_m$ (V は球の体積) によって求められる。

$$P = 4 \pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_1 + 2 \epsilon_0} \epsilon_0 E_0 \quad \dots\dots\dots (2.30)$$

よって誘電体球の分極率 α は

$$\alpha = 4 \pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_1 + 2 \epsilon_0} \epsilon_0 \quad \dots\dots\dots (2.31)$$

ここで ϵ_1 , ϵ_0 は球の内部と外部の誘電率である。

ここで求めた分極率 α は、一樣電場中に置かれた半径 a の球に発生する双極子モーメント P を求める為の係数となる。一次電界が一樣でない場合や、置かれたものが球でない場合などでは別の結果となる。例えば一次電界が一樣でない場合には、一次電界のポテンシャルは $-E_0 \cdot r \cdot P_1(\cos \theta)$ と表すことができない。この為まず一次電界のポテンシャルを 2.23 式で展開することが必要となる。逆にそれが出来なければ解は得られない。またここでは Laplace の方程式を極座標にして解いているから当然適応できる場も極座標に適したものとなる。

2.4 散乱波と偏波

散乱波の偏波特性は、その散乱方向によって異なる。ここでは Rayleigh 散乱を用いて、誘電体球からの散乱波の散乱方向による偏波特性の変化などを調べるものとする。Rayleigh 散乱の散乱波は、入射波の電界によって誘電体中に発生した双極子モーメントによって発生する輻射波である。よって入射波の電界(一次電界)によって誘電体中に発生する双極子モーメントの大きさが分かれば、散乱波の電磁界を求めることができる。

誘電率 ϵ_1 の球が ϵ_0 の空間中にあるとき、この誘電体球に発生する双極子モーメントが次式で与えられることを前節で示した。

$$P = 4 \pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2 \epsilon_0 + \epsilon_1} \epsilon_0 E_0 \quad \dots\dots\dots (2.30)$$

ここで、 $\alpha = 4 \pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2 \epsilon_0 + \epsilon_1} \epsilon_0$, $P = (P_x, P_y, P_z)$, $E_0 = (E_{0x}, E_{0y}, E_{0z})$ として各成分毎

に表しておく。

$$P_x = \alpha E_{0x}, \quad P_y = \alpha E_{0y}, \quad P_z = \alpha E_{0z}$$

2.2節では、双極子モーメントが z 軸を向くときの輻射場を求めたが、それはこの式の $E_{0x} = E_{0y} = 0$ の場合に相当する。散乱波の偏波特性を見る場合には、これらの成分が0でない場合の輻射波を求める必要がある。

2.2節同様、遅延ポテンシャルの各成分を求める。

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{4\pi} (P_x \sin \theta \cos \phi + P_y \sin \theta \sin \phi + P_z \cos \theta) e^{-j\omega t + jkr} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{jk}{r} \right) \\ A_r(r, \theta, \phi) &= -\frac{j\mu_0\omega}{4\pi} (P_x \sin \theta \cos \phi + P_y \sin \theta \sin \phi + P_z \cos \theta) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ A_\theta(r, \theta, \phi) &= -\frac{j\mu_0\omega}{4\pi} (P_x \cos \theta \cos \phi + P_y \cos \theta \sin \phi - P_z \sin \theta) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ A_\phi(r, \theta, \phi) &= -\frac{j\mu_0\omega}{4\pi} (-P_x \sin \phi + P_y \cos \phi) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.32)$$

2.2節では電界の全ての成分をもとめたが、これらのうち充分遠方まで伝播できる $1/r$ の項を含むものは θ, ϕ 成分であり、それらは A_θ, A_ϕ の時間微分から来たものであった。そこでここでは、これらの項のみを求めるものとする。

$$\left. \begin{aligned} E_\theta(r, \theta, \phi) &= \frac{j\mu_0\omega^2}{4\pi} (P_x \cos \theta \cos \phi + P_y \cos \theta \sin \phi) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ E_\phi(r, \theta, \phi) &= \frac{j\mu_0\omega^2}{4\pi} (-P_x \sin \phi + P_y \cos \phi) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.33)$$

以上で、誘電体中に発生する双極子モーメントによる輻射波が求められた。あとは入射波によって発生する双極子モーメントの各成分を求めると、入射波と散乱波の関係を求める事ができる。

入射波が θ_{in}, ϕ_{in} 方向から誘電体球に入射するものとし、その電界の θ, ϕ 成分を $E_{\theta in}, E_{\phi in}$ とすると、 P_x, P_y, P_z は次の様に与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \alpha E_{0x} = \alpha (E_{\theta in} \cos \theta_{in} \cos \phi_{in} - E_{\phi in} \sin \phi_{in}) \\ P_y &= \alpha E_{0y} = \alpha (E_{\theta in} \cos \theta_{in} \sin \phi_{in} + E_{\phi in} \cos \phi_{in}) \\ P_z &= \alpha E_{0z} = -\alpha E_{\theta in} \sin \theta_{in} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.34)$$

ここで入射方向を x 軸にすると、 $\theta_{in} = \pi/2, \phi_{in} = 0$ となるから双極子モーメントの各成分は次のようになる。

$$P_x = 0, \quad P_y = \alpha E_{\phi \text{ in}}, \quad P_z = \alpha E_{\theta \text{ in}}$$

よって散乱波の E_θ , E_ϕ は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} E_\theta(r, \theta, \phi) &= \frac{j \mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha (E_{\phi \text{ in}} \cos \theta \sin \phi - E_{\theta \text{ in}} \sin \phi) e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ E_\phi(r, \theta, \phi) &= \frac{j \mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha E_{\phi \text{ in}} \cos \phi e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \end{aligned} \right\} \dots \quad (2.35)$$

ここで求めた $\theta_{\text{in}} = \pi/2$, $\phi_{\text{in}} = 0$ の場合, $E_{\theta \text{ in}}$, $E_{\phi \text{ in}}$ はそれぞれ z 軸, y 軸を向く。

双極子モーメントが z 軸を向く場合は既に前節で求めたから, ここでは双極子モーメントが y 軸を向く (入射波が y 軸方向に偏波した) 場合を見ることとする。この時 $E_{\theta \text{ in}} = 0$ となるから上で求めた E_θ , E_ϕ は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} E_\theta(r, \theta, \phi) &= \frac{j \mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha E_{\phi \text{ in}} \cos \theta \sin \phi e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ E_\phi(r, \theta, \phi) &= \frac{j \mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha E_{\phi \text{ in}} \cos \phi e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.36)$$

この結果は $\theta = \pi/2$ のときには, $E_\theta = 0$ となるが, これは E_θ 方向が z 軸を向き双極子モーメントと直交するためである。ここでこの電界の大きさを求める。

$$\begin{aligned} \sqrt{E_\theta^2 + E_\phi^2} &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha E_{\phi \text{ in}} (\cos^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \phi)^{1/2} e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4 \pi} \alpha E_{\phi \text{ in}} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{1/2} e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \dots \dots \dots (2.37) \end{aligned}$$

この結果は, y 軸と散乱方向の成す角を χ とすれば $\sin \chi = \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi}$ だから前節と同じ結論を得たこととなる。つまり一次電界によって発生する双極子の向きは, 一次電界の向きに一致するから, 入射波が直接偏波の場合は偏波方向へは, 散乱波を生じない。散乱波が最大となるのは, χ が $\pi/2$ のとき即ち偏波方向と直交する面上となる。またこの時の偏波方向は, 入射波と散乱方向の作る面上になる。

最後に入射波が円偏波の場合に付いて述べることにする。この場合は, 電界の成分を $E_\theta = j E_\phi$ とすれば, 散乱特性を求める事ができる。この場合は, 入射電界の向きは, 入射方向を中心に回転するから特定の方向に散乱波が発生しなくなることはない。但し散乱波の偏波特性は, 散乱方向によって円偏波から直線偏波へと変化する。 $E_{\theta \text{ in}} = E_{\text{in}}$, $E_{\phi \text{ in}} = j E_{\text{in}}$ として散乱波の大きさを求める。

$$\begin{aligned}\sqrt{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2} &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \alpha E_{in} (\cos^2 \theta \sin^2 \phi + \sin^2 \theta + \cos^2 \phi)^{1/2} \cdot e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r} \\ &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \alpha E_{in} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \sin^2 \theta)^{1/2} \cdot e^{-j\omega t + jkr} \frac{1}{r}\end{aligned}$$

} (2.38)

この結果、散乱波が最大となるのは $\sin^2 \theta = 1$, $\sin^2 \phi = 0$ のときである。またこの時の散乱波の偏波は円偏波となる。散乱波が最小になるのは $\sin^2 \phi = 1$ の時で、この時には散乱波の大きさは θ によらない。これは入射波が円偏波で x 軸から入射しているため、散乱波は x 軸に対称に散乱しその最小となる方向は入射方向に直交する面上である事を示している。またこの時、散乱波は直接偏波となる。

次に偏波の回転方向について考える。誘電体中に誘起される双極子モーメントは一次電界の向きに一致するから、入射波が右旋円偏波のとき双極子モーメントもまた同じ方向に回転する。しかし散乱波は前方にも後方にも伝播するから、前方散乱の時には右旋円偏波となるが、後方散乱の時には左旋円偏波となる。

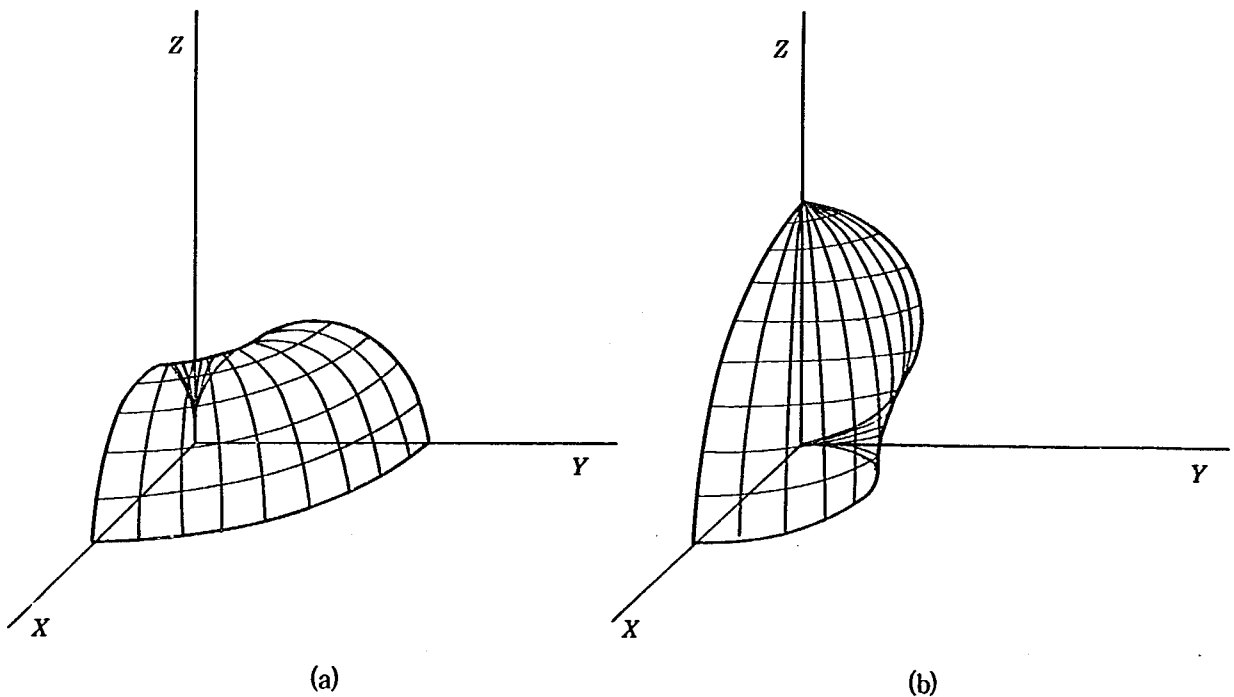


図 2.2 散乱波の振幅の角度特性

(a)は入射波が z 軸に偏波して入射した散乱波の振幅を r にして描いたもの、 z 軸を中心としてドーナツ状に散乱している事が分かる。同様に(b)は入射波が y 軸に偏波して入射した場合の図である。

2.5 散乱のマトリックス

楕円体からの散乱と球からの散乱の違いは、球の場合には一次電界によって誘起される双極子モーメントの大きさはその方向によらないが、楕円体の場合には一次電界の向きによって双極子モーメントの大きさが変化することにある。この為一次電界の入射方向によっては、円偏波で入射した場合の散乱波が楕円偏波となったり直線偏波になったりする。そこでここでは、任意方向から入射した場合の後方散乱のマトリックスを求め散乱波の振舞を調べる事とする。まず双極子モーメントをマトリックスで与えておく。

$$\begin{vmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_x \cos \theta \cos \phi, -\alpha_x \sin \phi \\ \alpha_y \cos \theta \sin \phi, -\alpha_y \cos \phi \\ -\alpha_z \sin \theta, 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_{\theta \text{ in}} \\ E_{\phi \text{ in}} \end{vmatrix} \frac{e^{-j\omega t + jkr}}{r} \dots\dots\dots (2.39)$$

次に散乱波をマトリックスで表す。

$$\begin{vmatrix} E_{\theta \text{ out}} \\ E_{\phi \text{ out}} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \begin{vmatrix} \cos \theta_{\text{out}} \cos \phi_{\text{out}}, \cos \theta_{\text{out}} \sin \phi_{\text{out}}, -\sin \theta_{\text{out}} \\ -\sin \phi_{\text{out}}, \cos \phi_{\text{out}}, 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{vmatrix} \dots\dots\dots (2.40)$$

以上の2式から、入射電界から散乱電界を与える散乱マトリックス式を求める事が出来る。

$$\begin{vmatrix} E_{\theta \text{ out}} \\ E_{\phi \text{ out}} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \begin{vmatrix} f_{11}, f_{12} \\ f_{21}, f_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_{\theta \text{ in}} \\ E_{\phi \text{ in}} \end{vmatrix} \frac{e^{-j\omega t + jkr}}{r} \dots\dots\dots (2.41)$$

$$\begin{vmatrix} f_{11}, f_{12} \\ f_{21}, f_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta_{\text{out}} \cos \phi_{\text{out}}, \cos \theta_{\text{out}} \sin \phi_{\text{out}}, -\sin \theta_{\text{out}} \\ -\sin \phi_{\text{out}}, \cos \phi_{\text{out}}, 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_x \cos \theta \cos \phi, -\alpha_x \sin \phi \\ \alpha_y \cos \theta \sin \phi, -\alpha_y \cos \phi \\ -\alpha_z \sin \theta, 0 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (2.42)$$

後方散乱の場合には入射角と散乱角は等しいから、散乱マトリックスの各要素は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f_{11} &= \alpha_x \cos^2 \theta \cos^2 \phi + \alpha_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi + \alpha_z \sin^2 \theta \\ f_{12} &= -\alpha_x \cos \theta \cos \phi \sin \phi + \alpha_y \cos \theta \sin \phi \cos \phi = (-\alpha_x + \alpha_y) \cos \theta \cos \phi \sin \phi = f_{21} \\ f_{22} &= \alpha_x \sin^2 \phi + \alpha_y \cos^2 \phi \end{aligned} \dots\dots\dots (2.43)$$

この結果は、 $\alpha_x = \alpha_y$ つまり楕円体がz軸に対称な場合には、直線偏波では、直交偏波成分は発生しないことを示している。これは今回の座標軸の取り方では、 E_ϕ がz軸に直交している為である。この場合でも $\alpha_x \neq \alpha_y$ であれば、円偏波で入射すれば楕円偏波となって散乱される。また $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z$ であれば、入

射角に依存しない後方散乱を得られる事が示される。以後 $\alpha_x = \alpha_z = \alpha_h$, $\alpha_y = \alpha_v$ として各要素を求めることとする。

$$\left. \begin{aligned} f_{11} &= \alpha_h \cos^2 \theta \cos^2 \phi + \alpha_v \cos^2 \theta \sin^2 \phi + \alpha_h \sin^2 \theta \\ &= \alpha_h (1 - \cos^2 \theta \sin^2 \phi) + \alpha_v \cos^2 \theta \sin^2 \phi \\ &= \alpha_h + (\alpha_v - \alpha_h) \cos^2 \theta \sin^2 \phi \\ f_{12} &= -\alpha_h \cos \theta \cos \phi \sin \phi + \alpha_v \cos \theta \sin \phi \cos \phi \\ &= (\alpha_v - \alpha_h) \cos \theta \sin \phi \cos \phi = f_{21} \\ f_{22} &= \alpha_h \sin^2 \phi + \alpha_v \cos^2 \phi \\ &= \alpha_h + (\alpha_v - \alpha_h) \cos^2 \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.44)$$

ここで求めた各要素は、散乱体がY軸対称となっている場合のものである。よってこれは、X-Z平面を水平面としY軸を垂直軸とする場合に対応する。まず簡単な $\phi = 0$ の場合を考える。この場合 f_{ij} は次のようになる。

$$f_{11} = \alpha_h, f_{12} = f_{21} = 0, f_{22} = \alpha_v \dots\dots\dots (2.45)$$

これは、 $\phi = 0$ の場合には E_ϕ が垂直軸 (Y軸) を向き E_θ が水平面 (X-Z平面) 上に位置し、更に散乱体がY軸対称である為、水平面内のどの方向から入射しても等しい後方散乱波を得られる事を意味している。

次に $\phi = \pi/2$ の場合を考える。

$$f_{11} = \alpha_h + (\alpha_v - \alpha_h) \cos^2 \theta, f_{12} = f_{21} = 0, f_{22} = \alpha_h \dots\dots\dots (2.46)$$

これは、この場合には E_ϕ は常に水平面内に位置するが、 E_θ は θ の値によって垂直方向から水平面上に向きを変える。但しこの場合にも $f_{12} = f_{21} = 0$ となるから直交偏波成分は発生しない。

更にここで求めた f_{ij} の対角成分は θ, ϕ 方向の散乱波の主偏波成分を表し、非対角成分は θ 方向から ϕ 方向へ、 ϕ 方向から θ 方向への直交偏波成分を表す。そこでこれらを用いると散乱体が一箇の粒子の時の Z_{DR} , LDR を求めることができる。

$$Z_{DR} = 10 \text{Log} \frac{|f_{11}|^2}{|f_{22}|^2} \dots\dots\dots (2.47)$$

$$LDR_1 = 10 \text{Log} \frac{|f_{21}|^2}{|f_{11}|^2} \quad (E_\theta \rightarrow E_\phi) \dots\dots\dots (2.48)$$

$$LDR_2 = 10 \text{Log} \frac{|f_{12}|^2}{|f_{22}|^2} \quad (E_\phi \rightarrow E_\theta) \dots\dots\dots (2.49)$$

最後に、ここで求めた f_{ij} を用いて円偏波の場合について考える。円偏波の場合は互いに直交する電界成分の位相が90度ずれるから、 $E_\theta = E_{in}$, $E_\phi = j E_{in}$ とすれば良い。

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} E_{\theta out} \\ E_{\phi out} \end{vmatrix} &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_{in} \\ j E_{in} \end{vmatrix} \frac{e^{-j\omega + jkr}}{r} \\ &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \begin{vmatrix} f_{11} + j f_{12} \\ f_{21} - j f_{22} \end{vmatrix} E_{in} \frac{e^{-j\omega + jkr}}{r} \\ &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \left[\left\{ \left(\frac{f_{11} + f_{22}}{2} \right) + \left(\frac{f_{12} - f_{21}}{2} \right) j \right\} \begin{vmatrix} 1 \\ j \end{vmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left(\frac{f_{12} + f_{21}}{2} \right) + \left(\frac{f_{22} - f_{11}}{2} \right) j \right\} \begin{vmatrix} j \\ 1 \end{vmatrix} \right] E_{in} \frac{e^{-j\omega + jkr}}{r} \end{aligned}$$

..... (2.50)

この式の第一項は右旋円偏波が左旋円偏波となって後方散乱する非直交偏波成分を表し、第二項が右旋円偏波となって後方散乱する直交偏波成分を表す。よって円偏波の場合のCDRも f_{ij} を用いて表すことができる。

$$CDR = 10 \text{Log} \frac{|(f_{12} + f_{21}) + (f_{22} - f_{11})j|^2}{|(f_{11} + f_{22}) + (f_{12} - f_{21})j|^2} \quad \text{..... (2.51)}$$

これは $f_{12} = f_{21} = 0$ であっても、 $f_{11} \neq f_{22}$ のときには、直交偏波成分は0とならない。つまり一次電界が円偏波の場合電界の向きが回転するため、散乱体がこの回転軸に対称でなければ電界の向きによって散乱波の大きさが変わり、その結果散乱波は楕円偏波になってしまう事を示す。

2.6 極座標によるMaxwellの方程式の解

直交座標の場合には、Maxwellの方程式の解は同形のスカラー方程式の解をそのまま各成分の解とすることができた。しかし極座標の場合には、スカラー方程式の解から次の式を用いて求める必要がある。但し ϕ はスカラー方程式の解とする。

$$\left. \begin{aligned} M_\phi &= \text{rot } r \phi \\ N_\phi &= \frac{1}{k} \text{rot } M_\phi = \frac{1}{k} \text{rot rot } r \phi \\ M_\phi &= \frac{1}{k} \text{rot } N_\phi \end{aligned} \right\} \quad \text{..... (2.52)}$$

$r\phi$ は動径方向に向くベクトルだから、 M_ϕ はそれと直交する面上にのみ成分を持つ。また N_ϕ は M_ϕ の rot だから動径方向にも成分を持つこととなる。ここで、一つのスカラー方程式の解から二つの互いに直

交する解が得られる事に注意しよう。

スカラー方程式の互いに独立な二組の解を u, v とし、それぞれに対応する M, N を M_u, N_v とすると、求める一般解は M_u, N_v の一次結合で表される。

$$\left. \begin{aligned} E &= M_u + j N_v \\ H &= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} (-M_v + j N_u) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.53)$$

ここでスカラー方程式の解を求めておこう。Maxwell の方程式と同形のスカラー方程式を極座標にすると次の式となる。

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2}$$

これを 2.1 節と同様に $\phi(r, \theta, \phi, t) = R(r) \Theta(\theta) \Psi(\phi) T(t)$ として変数分離すると R, Θ, Ψ, T に関して次の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} T + k^2 T &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \Psi + m^2 \Psi &= 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \left\{ -\frac{m^2}{\sin \theta} + n(n+1) \right\} \Theta &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \{ k^2 r^2 - n(n+1) \} R &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.54)$$

但し k, n, m は分離定数

θ に関する式は $x = \cos \theta$ とすると Legendre の陪微分方程式となるから、 Θ は Legendre の陪関数で表す事ができる。 r に関する式は $y(r) = \sqrt{kr} R(r)$, $x = kr$ とすると半整数次の Bessel の微分方程式となり、ここで求まる R の解は球 Bessel 関数と呼ばれるものとなる。その結果 ϕ は次の式の組合わせで表わされる。

$$\phi(r, \theta, \phi, t) = \begin{matrix} j_n(kr) \\ n_n(kr) \\ h_n^{(1)}(kr) \\ h_n^{(2)}(kr) \end{matrix} \begin{matrix} P_n^m(\cos \theta) \\ Q_n^m(\cos \theta) \end{matrix} \begin{matrix} \sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \\ e^{jm\phi} \end{matrix} e^{\pm j\omega t} \dots\dots\dots (2.55)$$

j_n は球 Bessel 関数

n_n は球 Neumann 関数

$h_n^{(1)}$ は第 1 種球 Hankel 関数

$h_n^{(2)}$ は第2種球Hankel関数

P_{nm} は第1種Legendre陪関数

Q_{nm} は第2種Legendre陪関数

表 2.1 スカラー方程式の基底関数

スカラー方程式の基底関数を三角関数で展開した式である。 j_n, n_n は次の式で求めた

$$j_n(x) = (-1)^n x^n \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \frac{\sin x}{x} \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$n_n(x) = (-1)^{n+1} x^n \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^n \frac{\cos x}{x} \quad n=0, 1, 2, \dots$$

またHankel関数は次の式で与えられる。

$$h_n^{(1,2)}(x) = j_n(x) \pm j \cdot n_n(x)$$

表 2.1(a) 球Bessel関数

$$j_1(x) = -x^{-1} \cos x + x^{-2} \sin x$$

$$j_2(x) = -3x^{-2} \cos x + (-x^{-1} + 3x^{-3}) \sin x$$

$$j_3(x) = (x^{-1} - 15x^{-3}) \cos x + (-6x^{-2} + 15x^{-4}) \sin x$$

$$j_4(x) = (10x^{-2} - 105x^{-4}) \cos x + (x^{-1} - 45x^{-3} + 105x^{-5}) \sin x$$

$$j_5(x) = (-x^{-1} + 105x^{-3} - 945x^{-5}) \cos x + (15x^{-2} - 420x^{-4} + 945x^{-6}) \sin x$$

表 2.1(b) 球Neumann関数

$$n_1(x) = -x^{-2} \cos x - x^{-1} \sin x$$

$$n_2(x) = (x^{-1} - 3x^{-3}) \cos x - 3x^{-2} \sin x$$

$$n_3(x) = (6x^{-2} - 15x^{-4}) \cos x + (x^{-1} - 15x^{-3}) \sin x$$

$$n_4(x) = (-x^{-1} + 45x^{-3} - 105x^{-5}) \cos x + (10x^{-2} - 105x^{-4}) \sin x$$

表 2.1(c) 第 1 種 Legendre 関数, 陪関数

Legendre 関数, 陪関数は次の式で定義される。

$$P_m(z) = \frac{1}{2^m m!} \frac{d^m}{dz^m} (z^2 - 1)^m \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$P_m^n(z) = (1 - z^2)^{n/2} \frac{d^n}{dz^n} P_m(z) \quad m \geq n \geq 0$$

$$P_1(z) = z$$

$$P_2(z) = 3z^2/2 - 1/2$$

$$P_1^1(z) = (1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_2^1(z) = 3z(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_2^2(z) = -3z^2 + 3$$

$$P_3(z) = 5z^3/2 - 3z/2$$

$$P_4(z) = 35z^4/8 - 15z^2/4 + 3/8$$

$$P_3^1(z) = (15z^2/2 - 3/2)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_4^1(z) = (35z^3/2 - 15z/2)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_3^2(z) = -15z^3 + 15z$$

$$P_4^2(z) = -105z^4/2 + 60z^2 - 15/2$$

$$P_3^3(z) = (-15z^2 + 15)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_4^3(z) = (-105z^3 + 105z)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_4^4(z) = 105z^4 - 210z^2 + 105$$

$$P_5(z) = 63z^5/8 - 35z^3/4 + 15z/8$$

$$P_5^1(z) = (315z^4/8 - 105z^2/4 + 15/8)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_5^2(z) = -315z^5/2 + 210z^3 - 105z/2$$

$$P_5^3(z) = (-945z^4/2 + 525z^2 - 105/2)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_5^4(z) = 945z^5 - 1890z^3 + 945z$$

$$P_5^5(z) = (945z^4 - 1890z^2 + 945)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_6(z) = 231z^6/16 - 315z^4/16 + 105z^2/16 - 5/16$$

$$P_6^1(z) = (693z^5/8 - 315z^3/4 + 105z/8)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_6^2(z) = -3465z^6/8 + 5355z^4/8 - 1995z^2/8 + 105/8$$

$$P_6^3(z) = (-3465z^5/8 + 2205z^3 - 945z/2)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_6^4(z) = 10395z^6/2 - 21735z^4/2 + 12285z^2/2 - 945/2$$

$$P_6^5(z) = (10395z^5 - 20790z^3 + 10395z)(1 - z^2)^{1/2}$$

$$P_6^6(z) = -10395z^6 + 31185z^4 - 31185z^2 + 10395$$

2.7 平面波の展開

散乱波が極座標で表される為、これと境界条件を解かなければならない平面波である入射波もまた極座標で展開しておく必要がある。ここではZ軸方向から入射した場合を考える。この条件では入射波はZのみの関数となり、次のように表される。

$$E_{in} = E_0 e^{jkz \pm \omega t} = E_0 e^{jkr \cos \theta \pm \omega t} \quad \dots\dots\dots (2.56)$$

但し $E_0 = (E_{0x}, E_{0y}, 0)$

一方X, Y軸方向の単位ベクトルは極座標では次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \sin \theta \cos \phi e_r + \cos \theta \cos \phi e_\theta - \sin \phi e_\phi \\ e_y &= \sin \theta \sin \phi e_r + \cos \theta \sin \phi e_\theta + \cos \phi e_\phi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.57)$$

よって入射波の各成分ベクトルは次のように表される。

$$\begin{aligned} E_{0x} e^{jkz \pm \omega t} e_x &= E_{0x} e^{jkr \cos \theta \pm \omega t} (\sin \theta \cos \phi e_r + \cos \theta \cos \phi e_\theta - \sin \phi e_\phi) \\ E_{0y} e^{jkz \pm \omega t} e_y &= E_{0y} e^{jkr \cos \theta \pm \omega t} (\sin \theta \sin \phi e_r + \cos \theta \sin \phi e_\theta + \cos \phi e_\phi) \end{aligned}$$

これらをMaxwellの方程式の極座標の解で展開する為には、次の公式を用いて e_r 成分を比較する。

$$e^{jkr \cos \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} j^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2.58)$$

これを θ で微分する。

$$-jkr \sin \theta e^{jkr \cos \theta} = - \sum_{n=1}^{\infty} j^n (2n+1) j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2.59)$$

まずX軸成分ベクトルの e_r 成分を取り出しておくが、これ以後時間項は省略する。

$$E_{0x} e^{jkr \cos \theta} \sin \theta \cos \phi = \frac{E_{0x}}{jkr} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} j^{n-1} (2n+1) j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \right\} \cos \phi \quad \dots\dots\dots (2.60)$$

ここで E_{0x} は平面波の大きさを表す係数だから、これから先暫くは $E_{0x} = 1$ として計算を進めることとする。

次に先にMaxwellの方程式の解の展開係数を求めるが、その前に上の式を見て用いるべき基底を決定しておく。使われるべき基底は、あきらかに $j_n(kr)$, $P_n^m(\cos \theta)$, $\cos m\phi$ であり更に m も1に限られる。また解ベクトルの内 e_r 成分を持つものは N の方だから、 N の e_r 成分を求めればこの展開係数は求め

られる。

$$v_n(r, \theta, \phi) = j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \quad \dots\dots\dots (2.61)$$

$$\begin{aligned} (N_{rn})_r &= \left(\frac{1}{k} \text{rot rot } r v \right)_r \\ &= \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} v \right) + k^2 r^2 v \\ &= \frac{1}{kr} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} j_n(kr) \right) + k^2 r^2 j_n(kr) \right\} P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \\ &= \frac{n(n+1)}{kr} j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \quad \dots\dots\dots (2.62) \end{aligned}$$

よって N_{rn} の展開係数は $j_n^{n-1}(2n+1)/n(n+1)$ となる。ところで Maxwell の方程式の一般解は、この N と独立な M_u との一次結合となるからこの展開係数もまた求めておく必要がある。この為には磁場に関して同様な計算を行う必要があるが、 X 軸方向に偏波した電場に対応する磁場は Y 軸方向を向くため、選ばれる基底の ϕ に関する項が $\sin \phi$ となる点異なる程度である。そしてその結果は、全く同じ係数が得られる。

$$\left. \begin{aligned} v_n(r, \theta, \phi) &= j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \\ u_n(r, \theta, \phi) &= j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.63)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{in} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j_n^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (M_{un} + j N_{vn}) \\ H_{in} &= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j_n^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (-M_{vn} + j N_{un}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.64)$$

最後に、ここで得られた結果は電場が X 方向を向いた場合であるが、これが Y 方向を向いた場合に変える事も簡単にできる。それには E_{oy} の e_r 成分を見るとよい。異なるのは ϕ に関する項のみだから、 ϕ に関する基底のみ異なる。その結果は上の式の n と v が入れ変わる事となる。

2.8 散乱波，透過波の基底

Mie 散乱の解を得る為には、散乱波及び散乱粒子内に入る透過波の基底を求めておく必要がある。入射波の基底は既に与えられているから、それらの基底は入射波との境界条件を満たし、更にそれらの物理的条件を満たす事が出来るものとなる。

まず透過波に関しては、原点で発散しないことが必要である。よって選ばれる基底は r に関して Bessel

関数となる、その他の基底は入射波と連続の条件から入射波と同じものを選ぶ。よってこれらは入射波の偏波状態によって決まる。ここでは先に求めた X 軸に偏波した場合を考える事とする。

以上から透過波の基底は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} O_n(r, \theta, \phi) &= j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \\ p_n(r, \theta, \phi) &= j_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.65)$$

$$\left. \begin{aligned} E_t &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (c_n M_{pn} + j d_n N_{on}) \\ H_t &= \sqrt{\epsilon_o/\mu_o} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (-d_n M_{on} + j c_n N_{pn}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.66)$$

散乱波について透過波と異なるのは、 r が充分大きい時 Rayleigh 散乱の時と同様に r に関して e^{jkr}/r の形で振る舞うことである。よって r に関して Hankel 関数を選べばよい。

$$\left. \begin{aligned} q_n(r, \theta, \phi) &= h_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \\ w_n(r, \theta, \phi) &= h_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.67)$$

$$\left. \begin{aligned} E_s &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (a_n M_{wn} + j b_n N_{qn}) \\ H_s &= \sqrt{\epsilon_o/\mu_o} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (-b_n M_{qn} + j a_n N_{wn}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.68)$$

2.9 Mie 散乱の解

境界条件は、境界面上で電磁界の接線成分が連続する事である。それは散乱波と入射波の和の θ, ϕ 成分が境界面内の透過波の θ, ϕ 成分と境界面上で等しくなることである。前節迄に得られた散乱波、透過波、入射波の θ, ϕ に関する基底は共通であったから、最終的には $j_n(kr)$ と $h_n(kr)$ 及び $\partial(r j_n(kr))/\partial r$ と $\partial(r h_n(kr))/\partial r$ の連続性のみとなる。更に金属の場合には、透過波が存在しないから未知数が一組み減ることとなる。ここでは誘電体球の場合について、 θ, ϕ に関する基底も含んだ式で計算を始める。最初に M_ϕ, N_ϕ の θ, ϕ 成分を求めておく。

$$\left. \begin{aligned} (M_\phi)_\theta &= (\text{rot } r \phi)_\theta \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r \phi)_r - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot (r \phi)_\phi) \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.69)$$

$$\begin{aligned}
(M_\phi)_\phi &= (\text{rot } r\phi)_\phi \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot (r\phi)_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r\phi)_r \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r\phi) \dots\dots\dots (2.70)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(N_\phi)_\theta &= (\text{rot } M_\phi)_\theta \\
&= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (M_\phi)_r - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot (M_\phi)_\phi) \\
&= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r\phi) \right) \right) \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r\phi) \dots\dots\dots (2.71)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(N_\phi)_\phi &= (\text{rot } M_\phi)_\phi \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot (M_\phi)_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_\phi)_r \\
&= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r\phi) \right) \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r\phi) \dots\dots\dots (2.72)
\end{aligned}$$

次に電界の θ 方向の連続条件から得られる式を求める。この条件からは、それぞれのMとNについて二本の式が得られる。

$$M_u + M_v = M_p \text{ より}$$

$$c_n \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r u_n) = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r w_n) + a_n \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r p_n)$$

θ, ϕ に関する基底は共通だから

$$c_n j_n(k_1 r) = j_n(k_0 r) + a_n h_n(k_0 r) \dots\dots\dots (2.73)$$

$$(N_v + N_q) = N_o \text{ より}$$

$$d_n \frac{k_o}{k_1} \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r o_n) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r v_n) + b_n \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r q_n)$$

θ に関する基底は共通だからここから得られる式は

$$d_n \frac{k_o}{k_1} \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(k_1 r)) = \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(k_o r)) + b_n \frac{\partial}{\partial r} (r h_n(k_o r)) \quad \dots\dots\dots (2.74)$$

次に ϕ 方向の連続条件となるが、 θ 、 ϕ に関する基底は共通であるため θ 方向と同じ条件しか得られない。この為電界の連続条件だけでは $a_n \sim d_n$ の全ての係数を決めることはできない。これを求める為には磁界の連続条件を用いる必要がある。

ここでは降雨散乱の場合に通常用いられる $\mu_o = \mu_1$ を仮定しておく。

この結果 $(\epsilon_o/\mu_o)^{1/2}/(\epsilon_1/\mu_1)^{1/2} = k_o/k_1$ となるから

$$(\epsilon_o/\mu_o)^{1/2} (N_u + N_w) = (\epsilon_1/\mu_1)^{1/2} N_p \text{ より}$$

$$c_n \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r p_n) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r u_n) + a_n \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r w_n)$$

θ に関する基底は共通だからここから得られる式は

$$c_n \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(k_1 r)) - \frac{\partial}{\partial r} (r j_n(k_o r)) + a_n \frac{\partial}{\partial r} (r h_n(k_o r)) \quad \dots\dots\dots (2.75)$$

$$(\epsilon_o/\mu_o)^{1/2} (M_v + M_q) = (\epsilon_1/\mu_1)^{1/2} M_o \text{ より}$$

$$d_n \frac{k_1}{k_o} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r o_n) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r v_n) + b_n \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r q_n)$$

θ 、 ϕ に関する基底は共通だから

$$d_n \frac{k_1}{k_o} j_n(k_1 r) = j_n(k_o r) + b_n h_n(k_o r) \quad \dots\dots\dots (2.76)$$

以上で全ての条件式が与えられ、あとは $a_n \sim d_n$ を求めれば良い。それは2組の連立2元1次方程式を解けば良いが、ここでは散乱の断面積の計算などに必要な、 a_n 、 b_n のみを求める事とする。

$$a_n = - \frac{j_n(k_1 r) \partial(r j_n(k_0 r)) / \partial r - j_n(k_0 r) \partial(r j_n(k_1 r)) / \partial r}{j_n(k_1 r) \partial(r h_n(k_0 r)) / \partial r - h_n(k_0 r) \partial(r j_n(k_1 r)) / \partial r} \bigg|_{r=a} \dots\dots\dots (2.77)$$

$$b_n = - \frac{(k_1/k_0) j_n(k_1 r) \partial(r j_n(k_0 r)) / \partial r - (k_0/k_1) j_n(k_0 r) \partial(r j_n(k_1 r)) / \partial r}{(k_1/k_0) j_n(k_1 r) \partial(r h_n(k_0 r)) / \partial r - (k_0/k_1) h_n(k_0 r) \partial(r j_n(k_1 r)) / \partial r} \bigg|_{r=a} \dots\dots\dots (2.78)$$

ここで $k_1/k_0 = n$ (n は複素屈折率), $\rho = k_0 a = 2\pi a/\lambda$ (λ は波長) とするとよく使われる次の式となる。

$$a_n = - \frac{j_n(n\rho)(\rho j_n(\rho))' - j_n(\rho)(n\rho j_n(n\rho))'}{j_n(n\rho)(\rho h_n(\rho))' - h_n(\rho)(n\rho j_n(n\rho))'} \dots\dots\dots (2.79)$$

$$b_n = - \frac{n^2 j_n(n\rho)(\rho j_n(\rho))' - j_n(\rho)(n\rho j_n(n\rho))'}{n^2 j_n(n\rho)(\rho h_n(\rho))' - h_n(\rho)(n\rho j_n(n\rho))'} \dots\dots\dots (2.80)$$

2.10 散乱と吸収

レーダーの反射因子、降雨減衰などを問題とするときには、散乱粒子の散乱断面積の計算が必要となる。ここでは散乱の断面積を求め、最後に全断面積が前方散乱の虚数部に比例することを示す。

前節までの結果から入射方向を固定すると、 θ 、 ϕ 方向への散乱波もまたマトリックスで表す事ができる。

$$\begin{vmatrix} E_{\theta \text{ out}} \\ E_{\phi \text{ out}} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \begin{vmatrix} f_{11}, f_{12} \\ f_{21}, f_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} E_{\theta \text{ in}} \\ E_{\phi \text{ in}} \end{vmatrix} \frac{e^{jkr}}{r} \quad \dots\dots\dots (2.81)$$

$$\begin{aligned} E_{\theta \text{ out}} &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} [f_{11} \cdot E_{\theta \text{ in}} + f_{12} \cdot E_{\phi \text{ in}}] \frac{e^{jkr}}{r} \\ E_{\phi \text{ out}} &= \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} [f_{21} \cdot E_{\theta \text{ in}} + f_{22} \cdot E_{\phi \text{ in}}] \frac{e^{jkr}}{r} \quad \dots\dots\dots (2.82) \end{aligned}$$

入射波を z 軸から入射し x 軸に偏波しているとすれば、 $E_{\theta \text{ in}} = E_0$ 、 $E_{\phi \text{ in}} = 0$ とでき、この結果散乱波は次の様に表される。

$$E_s = \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} E_0 \cdot F(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{jkr}}{r} \quad \dots\dots\dots (2.83)$$

$$\text{但し } (F(\theta, \phi))_x = f_{11} = \alpha_x \cos \theta \cos \phi$$

$$(F(\theta, \phi))_y = f_{21} = -\alpha_x \sin \phi$$

更に散乱波の磁界は、 θ 、 ϕ 方向の単位ベクトルを n とすると次の式となる。

$$H_s = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} E_0 n \times F(\theta, \phi) \frac{e^{jkr}}{r} \quad \dots\dots\dots (2.84)$$

一方入射電磁界は先の仮定から次の式となる。

$$\begin{aligned} E_i &= E_0 \cdot e_x \cdot e^{jkr} \\ H_i &= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0 n \times e_x \cdot e^{jkr} \quad \dots\dots\dots (2.85) \end{aligned}$$

散乱の断面積は、単位面積当りの入射エネルギーと散乱されるエネルギーの比で定義される。それらはそれぞれのポインティングベクトルで与えられる。

$$|P_{in}| = |E_i \times H_i^*| = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0^2 \quad \dots\dots\dots (2.86)$$

$$\begin{aligned} |P_s(\theta, \phi)| &= |E_s \times H_s^*| \\ &= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \frac{(\mu_0 \omega^2)^2}{(4\pi)^2} E_0^2 |F(\theta, \phi)|^2 / r^2 \end{aligned}$$

$$= P_{in} \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} |F(\theta, \phi)|^2 / r^2 \quad \dots\dots\dots (2.87)$$

この結果散乱の断面積は次の積分によって計算される。

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} \int_{(\text{全方向})} |F(\theta, \phi)|^2 d\Omega \\ &= \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |F(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad \dots\dots\dots (2.88) \end{aligned}$$

またレーダにとって重要な後方散乱の断面積は $\theta = \pi$, $\phi = 0$ の方向へのポインティングベクトルと入射波との比を単位立体角で積分すると得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} \int_{(\text{単位立体角})} |F(\pi, 0)|^2 d\Omega \\ &= 4\pi \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} |F(\pi, 0)|^2 \quad \dots\dots\dots (2.89) \end{aligned}$$

最後に次の関係式から、全散乱の断面積と前方散乱の関係を求める。

$$\frac{1}{2} \int_s (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \int \sigma |\mathbf{E}|^2 dv \quad \dots\dots\dots (2.90)$$

但し σ は電気伝導率とする。

この式の右辺は、電界によって発生する電流による損失を表す。 σ は大気中では 0 とみなせるから、この体積分は散乱体の内部とみなすことが出来る。この結果この右辺は散乱体の吸収の断面積となる。左辺は入射電界の発散の体積分をストークスの定理によって表面積分に変換したものである。この式に E_i , E_s を代入すると求める関係を得られる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \int_s (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_o / \mu_o} \frac{(\mu_o \omega^2)^2}{(4\pi)^2} E_o^2 \int \left[\left\{ \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}^{jkz} + F \frac{e^{jkr}}{r} \right\} \times \left\{ \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}^{jkz} + n \times F \frac{e^{jkr}}{r} \right\}^* \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}^{jkz} + F \frac{e^{jkr}}{r} \right\}^* \times \left\{ \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}^{jkz} + n \times F \frac{e^{jkr}}{r} \right\} \right] \cdot d\mathbf{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \frac{(\mu_0 \omega^2)^2}{(4\pi)^2} E_0^2 \int \left[\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x \times \mathbf{n} \times \mathbf{F}^* \frac{e^{jkr(1-\cos\theta)}}{r} \right. \\
&\quad + \mathbf{F} \times \mathbf{e}_y \frac{e^{jkr(1-\cos\theta)}}{r} + \mathbf{F} \times \mathbf{e}_y \frac{e^{jkr(1-\cos\theta)}}{r} + \mathbf{F} \times \mathbf{n} \times \mathbf{F}^* \frac{1}{r^2} + \mathbf{e}_z \\
&\quad \left. + \mathbf{e}_x \times \mathbf{n} \times \mathbf{F} \frac{e^{jkr(1-\cos\theta)}}{r} + \mathbf{F}^* \times \mathbf{e}_y \frac{e^{-jkr(1-\cos\theta)}}{r} + \mathbf{F}^* \times \mathbf{n} \times \mathbf{F} \frac{1}{r^2} \right] \cdot d\mathbf{s} \\
&= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} \frac{(\mu_0 \omega^2)^2}{(4\pi)^2} E_0^2 \left[2\pi j ((\mathbf{F} - \mathbf{F}^*) \cdot \mathbf{e}_x)_{\theta=0} + \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\mathbf{F}|^2 \sin\theta d\theta d\phi \right]
\end{aligned}$$

この式の第二項は散乱の断面積に対応し、第一項は前方散乱の虚数部に対応する。

よって最初の関係式から次の関係式が得られる。

$$2\pi j \frac{(\mu_0 \omega^2)^2}{(4\pi)^2} ((\mathbf{F} - \mathbf{F}^*) \cdot \mathbf{e}_x)_{\theta=0} + \sigma_{\text{scat}} = -\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \frac{1}{E_0^2} \int_V \sigma |\mathbf{E}|^2 dV \quad \dots\dots\dots (2.91)$$

この式の右辺は、散乱体の内部の電気抵抗によって発生する熱エネルギーを表す吸収の断面積である。よって散乱の断面積と吸収の断面積の和（全断面積）と前方散乱との間に次の関係式が得られる。

$$\sigma_{\text{scat}} + \sigma_{\text{abs}} = 4\pi j \frac{(\mu_0 \omega^2)^2}{(4\pi)^2} \text{Im}(\mathbf{F})_{\theta=0} \quad \dots\dots\dots (2.92)$$

参考文献

- (1) パノフスキー、フィリップス著 林忠四郎、西田稔訳 「パノフスキー 電磁気学」
- (2) 新楽和郎、田辺行人、権平健一郎編 「共立物理学公式」
- (3) DONALD E. KERR著 「PROPAGATION OF SHORT RADIO WAVES」

第3章 散乱の断面積と反射因子

第2章では、電磁波の散乱に関する基礎理論を説明した。しかしレーダのエコーは、多数の降雨粒子による散乱波が合成されたものである。そのためレーダによる降雨観測では、受信電力から反射因子を求めそれから降雨強度を算出する。ここではその反射因子の導入と反射因子の元となる、個々の粒子の散乱の断面積を求めることとする

3.1 反射因子

散乱体が一個の時には、レーダの受信電力 P_r は次の式で表される。

$$P_r = \frac{P_t G^2 \sigma \lambda^2}{64 \pi^3 r^4} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

ここで P_t は送信電力

G はアンテナ利得

σ は目標の散乱の断面積

λ は波長

散乱体が複数の場合には散乱体の位置等による位相差を考慮しなければならないが、降雨散乱の場合にはお互いにランダムに変化する位置から散乱される結果、散乱波の受信電力の平均値はこれらの単純な和となる事が知られている。そこで以下受信電力は個々の散乱粒子による反射波の和でこれを表すこととする。

よって複数の粒子による受信電力は

$$P_r = \sum_{i=1}^N \frac{P_t G_i^2 \sigma_i \lambda^2}{64 \pi^3 r_i^4} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

ここで G_i はアンテナの指向特性を考慮して i を付けた。

次に単位体積当りの散乱の断面積 η を定義しておく。

$$\eta = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

η は全目標体積中の散乱粒子の断面積の和を全目標体積で割ったもので、単位体積当りの反射量を示す。散乱粒子の空間分布を問題とするときには、この η を位置の関数とすればよい。よって3.2式の和は次の積分に変換できる。

$$P_r = \frac{P_t \lambda^2}{64\pi^3} \int_{\text{目標体積}} \frac{G(r)^2 \eta(r)}{|r|^4} dv \quad (3.4)$$

散乱粒子の空間分布を一樣とみなせば η は積分の外に出る。

$$P_r = \frac{P_t \lambda^2}{64\pi^3} \int_{\text{目標体積}} \frac{G(r)^2}{|r|^4} dv \cdot \eta \quad (3.5)$$

通常のパルスレーダでは、目標体積はアンテナのビーム幅とパルス幅で決まる。またパルス幅は msec 程度だから充分遠方の目標体積内の距離の差は無視できる。更にアンテナ利得は角度のみの関数だから体積積分は次のようになる。

$$P_r = \frac{P_t \lambda^2 \eta}{64\pi^3 r^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(\theta, \psi)^2 \sin \theta d\theta d\psi \quad (3.6)$$

この式で r^4 の項が体積積分の結果 r^2 となる事に注意しよう。アンテナから輻射された電磁波のエネルギーは、距離の 2 乗に反比例して減少する。散乱波もまた散乱点からの距離の 2 乗に反比例して減少するから、一般のレーダの場合反射波のエネルギーは距離の 4 乗に反比例して減少する。しかし散乱粒子が目標体積中に一樣に分布する気象レーダの場合には距離の増加に比例（距離の 2 乗）して目標体積が増加するため、距離の項が r^2 となるのである。これが気象レーダの距離補正を、距離の 2 乗で行う根拠である。残った積分はアンテナの指向特性のみで決まる量で、ガウスビームなどを仮定した値が使われたりする。これ以降 η と反射因子との関係に付いて述べる。

Rayleigh 散乱の場合には直径が D の粒子の散乱の断面積は次式で与えられる。

$$\sigma_b = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 D^6 \quad (3.7)$$

ここで n は屈折率（この式の導入は次節で行う。）

目標空間内にはいろいろな直径の粒子が存在するから、3.3 式の和は単位空間当りの粒径分布関数 $N(D)$ を用いて次の積分に変換する。

$$\eta = \int_0^\infty \sigma_b(D) \cdot N(D) dD \quad (3.8)$$

σ_b に 3.7 式を代入すると次の式となる。

$$\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 \int_0^\infty D^6 \cdot N(D) dD \quad (3.9)$$

この積分の部分は目標体積内の含水量と密接に関係する。降雨強度を求める為にはこの η よりも積分の項の方が重要である。この積分値が反射因子と呼ばれる量である。

$$Z = \int_0^{\infty} D^6 \cdot N(D) dD \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

Rayleigh 散乱以外の方法で散乱の断面積を計算した場合には、 η と Z の關係に注意が必要である。その場合反射因子 Z は次の式で計算される。

$$Z = \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \right|^2 \int_0^{\infty} \sigma_b(D) \cdot N(D) dD \quad \dots\dots\dots (3.11)$$

3.10式で計算された反射因子は散乱体の形状は考慮されておらず、二重偏波レーダで用いる反射因子差(Z_{DR})はむしろ二つの偏波状態に対する η_h 、 η_v の比を表している。最後に $N(D)$ を指数分布とした場合の計算をしておく。

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D} \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

3.12 式を 3.10 式に代入する。

$$\begin{aligned} Z &= \int_0^{\infty} D^6 \cdot N_0 e^{-\Lambda D} dD \\ &= N_0 \cdot 6! / \Lambda^7 \quad \dots\dots\dots (3.13) \end{aligned}$$

ここで Joss Marshall-Palmer 分布などで用いられる $\Lambda = a \cdot R^{-b}$ を代入すれば、レーダによる降雨観測で重要な $Z-R$ 関係を導くことができる。

$$Z = N_0 \cdot 6! \cdot R^{7b} / a^7 \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

この式からは $B = N_0 \cdot 6! / a^7$ 、 $\beta = 7 \cdot b$ となる。

3.2 Rayleigh 散乱の断面積

前節で述べたように、気象レーダにとって非常に重要な反射因子、 $Z-R$ 関係などは、Rayleigh 散乱によって得られる散乱の断面積をもとに導かれている。そこでここでは、2.10 節によって示された散乱の断面積の計算法を用いて 2.5 節迄で得られた Rayleigh 散乱の結果を代入し、反射因子の計算などに用いる後方散乱の断面積を求めることとする。

2.89 式の $F(x, 0) = (\alpha_x, 0)$ であるから

$$\sigma_b = 4\pi \left\{ \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \right\}^2 |\alpha_x|^2 \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

$$\alpha_x = 4\pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2\epsilon_0 + \epsilon_1} \epsilon_0 \quad \text{を代入すると}$$

$$= 4\pi \left\{ \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi} \right\}^2 \left| 4\pi a^3 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2\epsilon_0 + \epsilon_1} \epsilon_0 \right|^2$$

$$= 4\pi a^6 \epsilon_0^2 \mu_0^2 \omega^4 \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2\epsilon_0 + \epsilon_1} \right|^2$$

$$\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = k^2 = (2\pi/\lambda)^2 \quad \text{だから}$$

$$= \frac{64\pi^5 a^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2\epsilon_0 + \epsilon_1} \right|^2$$

$$= \frac{\pi^5 D^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{2\epsilon_0 + \epsilon_1} \right|^2 \dots\dots\dots (3.16)$$

但し D は球の直径である。($\epsilon_1/\epsilon_0 = n^2$ とすると 3.7 式が得られる。)

これが Rayleigh 散乱によって得られる後方散乱の断面積である。 $1/\lambda^4$ に比例しているのが逆 4 乗則を表している。また直径の 6 乗に比例しているが、これは散乱の断面積が幾何学的面積の 3 乗に比例することを意味し、直径が波長と同程度を越えたときの散乱の断面積の振る舞いは説明できない。これは Rayleigh 散乱は一様電界中に置かれた誘電体中に発生する双極子モーメントをもとに散乱波の大きさを求めているが、入射波の波長が散乱体の直径と同程度となると、一次電界が一様とする仮定と大きく外れてくる為である。これは Maxwell の方程式と同形のスカラー方程式と Laplace 方程式を比較すると、Laplace の方程式は Maxwell の方程式の左辺 ($\partial^2 \phi / \partial t^2$) が 0、即ち $k = 0$ (波長が無限大) の場合となっている事に对应している。

次に楕円体の場合の後方散乱の断面積を求める。この場合の α は、楕円体の式を $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ とすると次式で与えられる。

$$\alpha_j = \frac{4}{3} \pi a b c \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_0) \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_j} \quad (j = x, y, z) \dots\dots\dots (3.17)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但し } A_x &= \frac{a b c}{2} \int_0^\infty \frac{d s}{\{(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)\}^{1/2} (s+a^2)} \\ A_y &= \frac{a b c}{2} \int_0^\infty \frac{d s}{\{(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)\}^{1/2} (s+b^2)} \\ A_z &= \frac{a b c}{2} \int_0^\infty \frac{d s}{\{(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)\}^{1/2} (s+c^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.18)$$

また A_j の間には次の関係が成り立つ。

$$A_x + A_y + A_z = 1 \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

とくに $a < b = c$ (偏球面) の場合は $m = b/a$ とすると次の様に与えられる。

$$A_x = \frac{m^2}{m^2 - 1} \left\{ 1 - \frac{1}{(m^2 - 1)^{1/2}} \sin^{-1} [(m^2 - 1)^{1/2} / m] \right\} \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

$$A_y = A_z = \frac{1}{2(m^2 - 1)} \left\{ \frac{m^2}{(m^2 - 1)^{1/2}} \sin^{-1} [(m^2 - 1)^{1/2} / m] - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

これらの値は、 x 軸が偏球面の回転軸に一致する場合を表すから、電界の向きが x 軸を向く 2.5 節の場合は、 α_x が垂直偏波に対応するとみなせる。逆に水平偏波の場合を求めるときには、 α_x を α_y に代えれば良い。

$A_x = A_v$, $A_y = A_h$ として各々の偏波の場合の後方散乱の断面積を求めることとする。

$$\begin{aligned} \sigma_{bj} &= 4\pi \left(\frac{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{4}{3} \pi a b^2 \right)^2 \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_j} \right|^2 \quad (j = h, v) \\ &= \frac{4\pi}{9} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 (a b^2)^2 \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_j} \right|^2 \\ &= \frac{64\pi^5}{9\lambda^4} (a b^2)^2 \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_j} \right|^2 \quad \dots\dots\dots (3.22) \end{aligned}$$

ここで $a b^2 = (De/2)^2$ (De : 等価直径) とすると次式を得る。

$$\sigma_{bj} = \frac{\pi^5 D e^6}{9\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_j} \right|^2 \quad (j = h, v) \quad \dots\dots\dots (3.23a)$$

更に $\epsilon_1 / \epsilon_0 = n^2$ (n : 複素屈折率) とすれば

$$\sigma_{bj} = \frac{\pi^5 D e^6}{9\lambda^4} \left| \frac{n^2 - 1}{1 + (n^2 - 1) A_j} \right|^2 \quad (j = h, v) \quad \dots\dots\dots (3.23b)$$

ここで求めた散乱の断面積は、反射因子などの計算の基本となる量である。そこで次ページに軸比をパラメータとした散乱の断面積等の計算及び Green の式によって軸比を与えた場合の散乱の断面積等の計算の結果を図に示す。

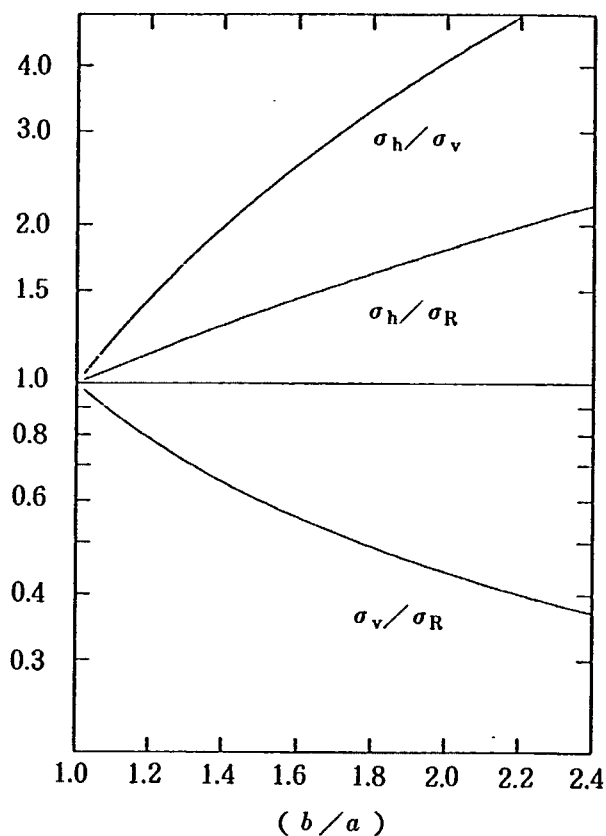


図 3.1 散乱の断面積と軸比

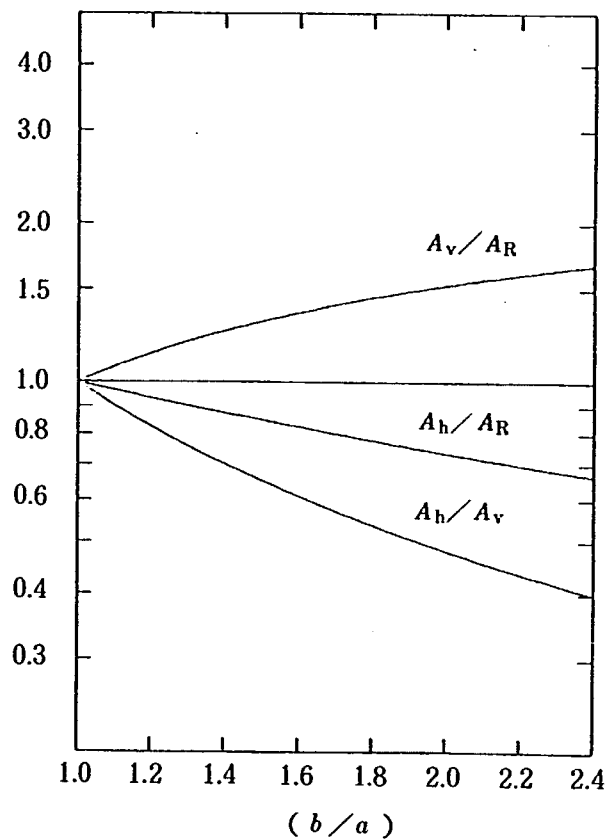


図 3.2 A_j と軸比

Rayleigh-Gansの散乱では、 σ_h/σ_v は A_h/A_v と大きく関係する。式 3.23 を変形して比誘電率 (ϵ_1/ϵ_0) で表すと、比誘電率が充分大きい時には $\sigma_h/\sigma_v \propto (A_v/A_h)^2$ となる事が示せる。実際比誘電率は 70~80 程度の値となるから、この関係がなり立つ。ここでは軸比をパラメータとしてこれらの比の値の変化を示してある。

但し σ_R, A_R は球の場合の値で、 $A_R = 1/3$ となる。

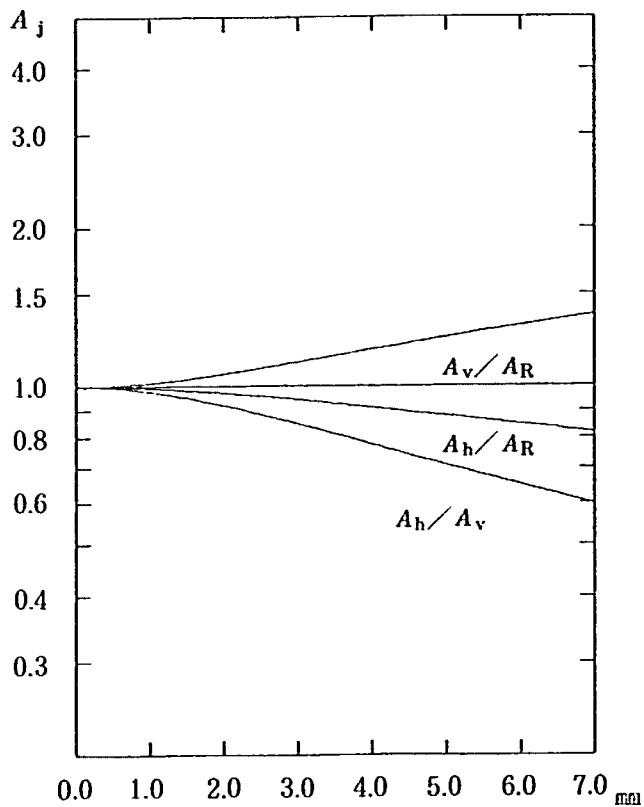


図 3.3 A_j と球径 (mm)

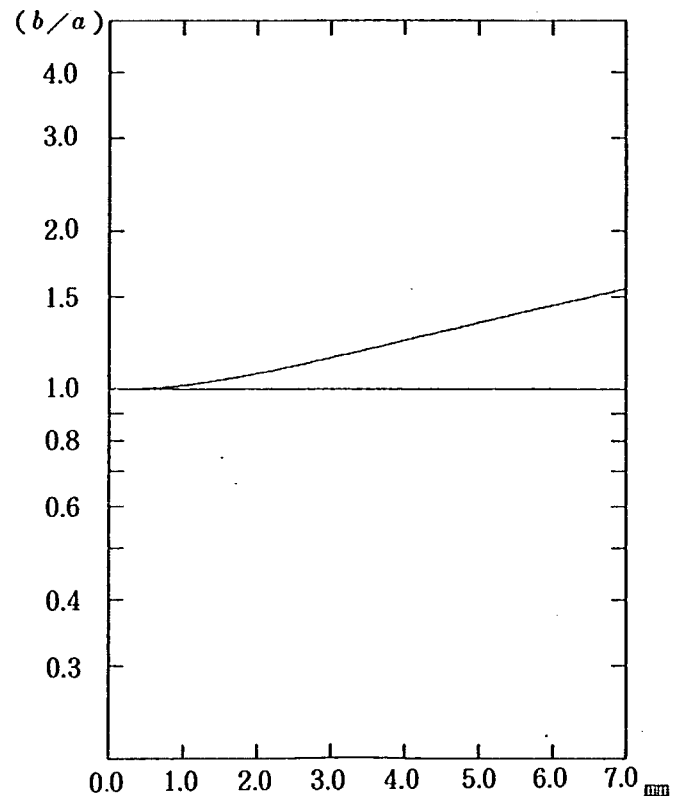


図 3.4 軸比 (b/a) と球径

前図では軸比をパラメータとして散乱の断面積の変化を見たが、実際の雨滴の場合、軸比は球径の関数として計算される。ここでは、球径をパラメータとし Green の式によって軸比を求めて、散乱の断面積などを求めた。

$$D_e = 2000 \left\{ \left(\frac{t_s}{g\rho} \right) \left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 2 \left(\frac{b}{a} \right)^{1/3} + 1 \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{1/3} \right\} \dots\dots\dots \text{Green の式}$$

D_e : 等価体積球の直径 (cm)

t_s : 水の表面張力 ($72.5 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$)

g : 重力加速度 (9.8 m/s^2)

ρ : 水の密度 (1000.0 kg/m^3)

b/a : 軸比 (長軸/短軸)

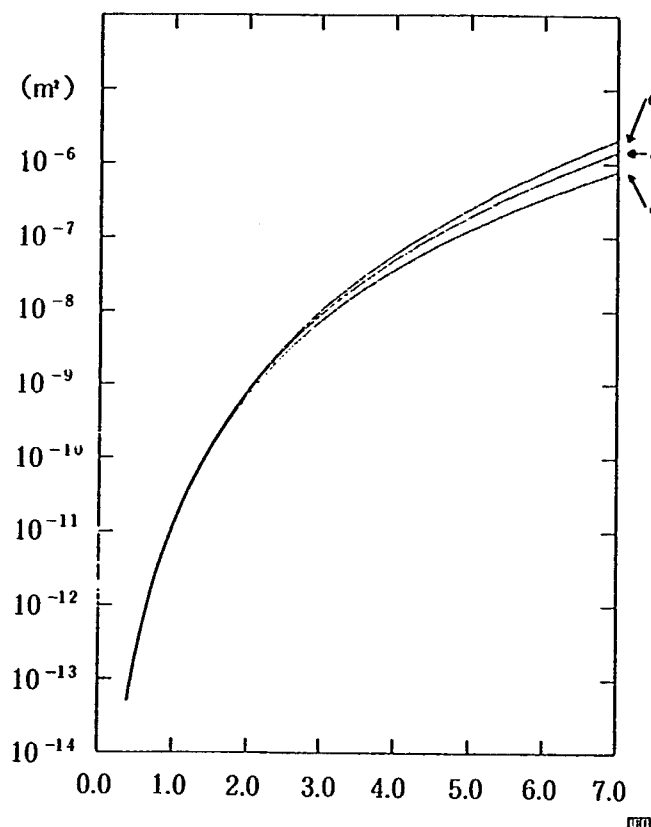


図 3.5 σ_j と球径 (mm)

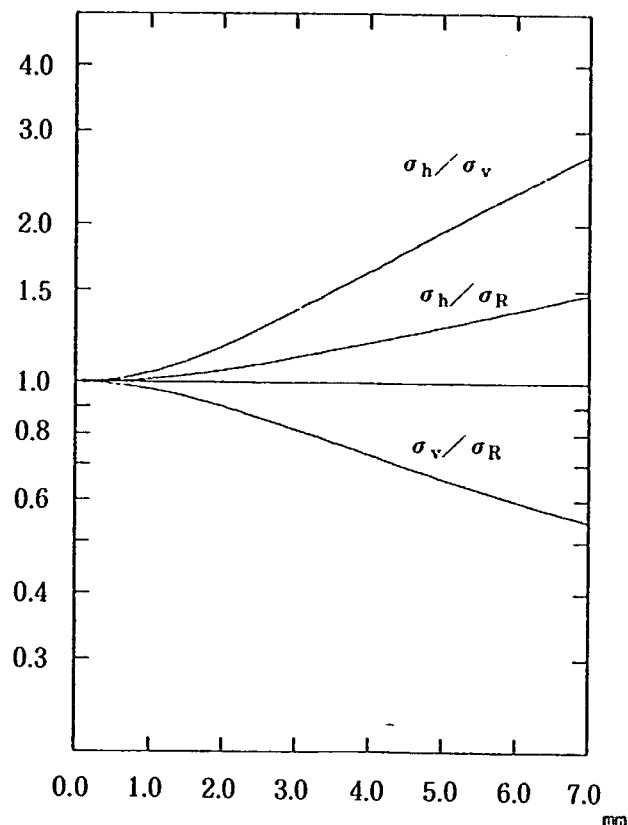


図 3.6 σ_j の比と球径

ここでは片対数のグラフとしてあるので明確には表れないが、両対数のグラフにすると散乱の断面積は直線となる。(Rayleigh 散乱では、散乱の断面積は直径の 6 乗に比例する。) σ_h/σ_v の値は、球径が 1 mm 以下の時にはほぼ 1 となるが、これは 1 mm 以下の雨滴は殆ど変形していない事を示している。

3.3 Mie 散乱の断面積

前節では Rayleigh 散乱による後方散乱の断面積を求めた。しかし Rayleigh 散乱による結果は、降雨散乱にとっては十分な解とは言えなかった。ここでは波長と直径が同程度の場合にも適切な結果をもたらす Mie 散乱による散乱の断面積を求める。

散乱の断面積には、後方散乱の断面積と全散乱の断面積の 2 種類がある。全散乱の断面積は、全ての方向に散乱される散乱波の全エネルギーと散乱体に入射する単位面積当りのエネルギーとの比である。レーダは、後方に散乱された散乱波を捕らえるから、後方散乱の断面積の方が重要である。ここでは、 θ 、 ϕ 方向への Poynting ベクトルから後方散乱の断面積を求めることとする。散乱波は次の式で表されるから、あとは $\text{Re}(\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*)$ を計算すればよい。

$$\left. \begin{aligned} q_n(r, \theta, \phi) &= h_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \phi \\ w_n(r, \theta, \phi) &= h_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.24)$$

$$\left. \begin{aligned} E_s &= E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (a_n M_{wn} + j b_n N_{qn}) \\ H_s &= \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j^{n-1}(2n+1)}{n(n+1)} (-b_n M_{qn} + j a_n N_{wn}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.25)$$

2.9節では入射波の E_0 を1として計算していたが、本節では E_0 を考慮して計算を進める。Rayleigh散乱では、 r が充分大きい時の輻射場を用いて各種の計算を行った。ここでも r を充分大とした場合で考える事とする。まず $h_n(kr)$ は r が充分大きい時、 $h_n(kr) \sim (-j)^{n+1} e^{jkr} / kr$ として振る舞うから、 $h_n(kr) = (-j)^{n+1} e^{jkr} / kr$ としておく。この場合には更にRayleigh散乱と同様に E_s, H_s の動径方向成分は0とみなす事ができる。この結果Poyntingベクトルの時間平均 $\overline{P_t}$ は、動径方向を向き、次の式で計算される。

$$\overline{P_t} = \frac{1}{2} \text{Re}(E_s \times H_s^*) = \frac{1}{2} \text{Re}(E_\theta H_\phi^* - E_\phi H_\theta^*) \cdot e_r \dots\dots\dots (3.26)$$

更に $\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{e^{jkr}}{kr} \right) = j e^{jkr}$ だから

$$\begin{aligned} (M_\phi)_\theta &= (\text{rot } r\phi)_\theta \\ &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} (r\phi) \\ &= \frac{1}{jr \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \phi} (r\phi) \\ &= \frac{k}{j} (N_\phi)_\phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (M_\phi)_\phi &= (\text{rot } r\phi)_\phi \\ &= -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r\phi) \\ &= -\frac{1}{jr} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r\phi) \\ &= -\frac{k}{j} (N_\phi)_\theta \end{aligned}$$

よって

$$\left. \begin{aligned}
E_{\theta} &= \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} H_{\phi} \\
&= \frac{e^{jkr}}{jkr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(a_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} + b_n \frac{\partial P_n^1(\cos \theta)}{\partial \theta} \right) \cos \phi \\
E_{\phi} &= -\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} H_{\theta} \\
&= \frac{e^{jkr}}{jkr} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(b_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} + a_n \frac{\partial P_n^1(\cos \theta)}{\partial \theta} \right) \sin \phi
\end{aligned} \right\} \dots (3.27)$$

よって任意方向への散乱波のPoyntingベクトルが与えられる。

$$\begin{aligned}
|\overline{P_t}| &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_{\theta} H_{\phi}^* - E_{\phi} H_{\theta}^*) \\
&= \frac{\sqrt{\epsilon_0 / \mu_0}}{2k^2 r^2} E_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{2m+1}{m(m+1)} \left[\left\{ a_n a_m \frac{P_n^1 P_m^1}{\sin^2 \theta} + a_n b_m \frac{P_n^1}{\sin \theta} \frac{\partial P_m^1}{\partial \theta} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + a_m b_n \frac{P_m^1}{\sin \theta} \frac{\partial P_n^1}{\partial \theta} + b_n b_m \frac{\partial P_n^1}{\partial \theta} \frac{\partial P_m^1}{\partial \theta} \right\} \cos^2 \phi + \left\{ a_n a_m \frac{\partial P_n^1}{\partial \theta} \frac{\partial P_m^1}{\partial \theta} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + a_n b_m \frac{\partial P_n^1}{\partial \theta} \frac{P_m^1}{\sin \theta} + a_m b_n \frac{P_n^1}{\sin \theta} \frac{\partial P_m^1}{\partial \theta} + b_n b_m \frac{P_n^1 P_m^1}{\sin^2 \theta} \right\} \sin^2 \phi \right]
\end{aligned}$$

よって $\theta = \pi$ 方向への散乱波のエネルギーは

$$\begin{aligned}
|\overline{P_t}|_{\theta=\pi} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_{\theta} H_{\phi}^* - E_{\phi} H_{\theta}^*)|_{\theta=\pi} \\
&= \frac{\sqrt{\epsilon_0 / \mu_0}}{2(kr)^2} E_0^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{2} (a_n - b_n) \right|^2 \dots (3.31)
\end{aligned}$$

よって後方散乱の断面積 σ_b は

$$\begin{aligned}
\sigma_b &= 4\pi r^2 \frac{P_t|_{\theta=\pi}}{P_i} \\
&= \frac{4\pi}{k^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{2} (a_n - b_n) \right|^2 \dots (3.32)
\end{aligned}$$

この式は、 $ka \ll 1$ の条件では Rayleigh 散乱と同様な振舞をする。しかし $ka > 1$ のときには、 a の増大につれて πa^2 の曲線を中心に振動しながらその曲線に収束する。つまり散乱の断面積は、散乱体の幾何学的面積に比例するようになる。これが Rayleigh 散乱と Mie 散乱の大きな違いとなる。

3.4 反射因子差 (Z_{DR})

降雨粒子は、その直径が大きくなると次第に扁平度を増してくる。その為電磁波の偏波状態が変わると散乱の断面積もまた変化する。この結果反射因子は電磁波の偏波状態を考慮して求める必要を生ずる。

Z_{DR} は垂直偏波の場合の反射因子と水平偏波の場合の反射因子との比として定義される。これを求めるためには、更に粒径と形状の関係を与える必要がある。Rayleigh-Gans 散乱を用いる場合、形状は回転楕円体を仮定し、この扁平度を等価直径の関数として計算する。

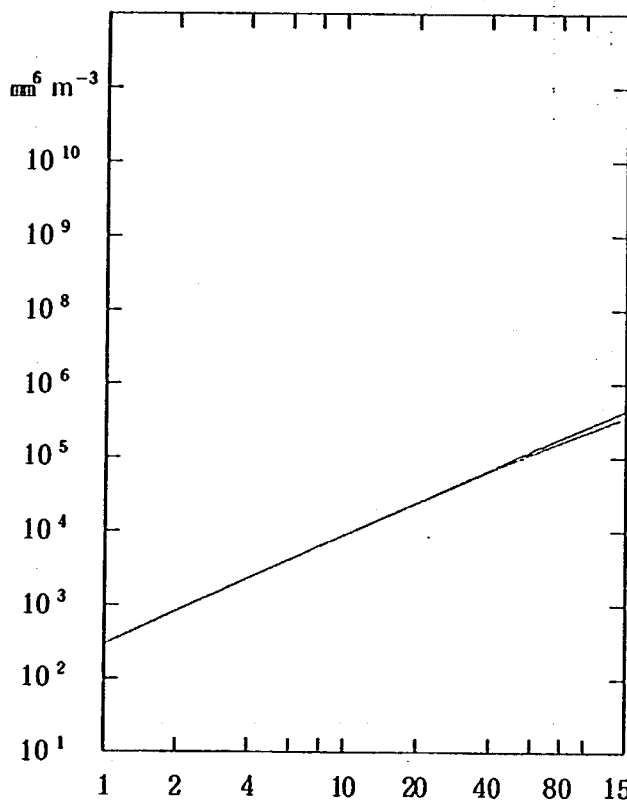
$$\sigma_{h,v}(D_e) = \frac{\pi^5 D_e^6}{9 \lambda^4} \left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_0 + (\epsilon_1 - \epsilon_0) A_{h,v}(m(D_e))} \right|^2 \quad \dots\dots\dots (3.34)$$

$$Z_h = \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \right|^2 \int_0^\infty \sigma_h(D) \cdot N(D) dD \quad \dots\dots\dots (3.35)$$

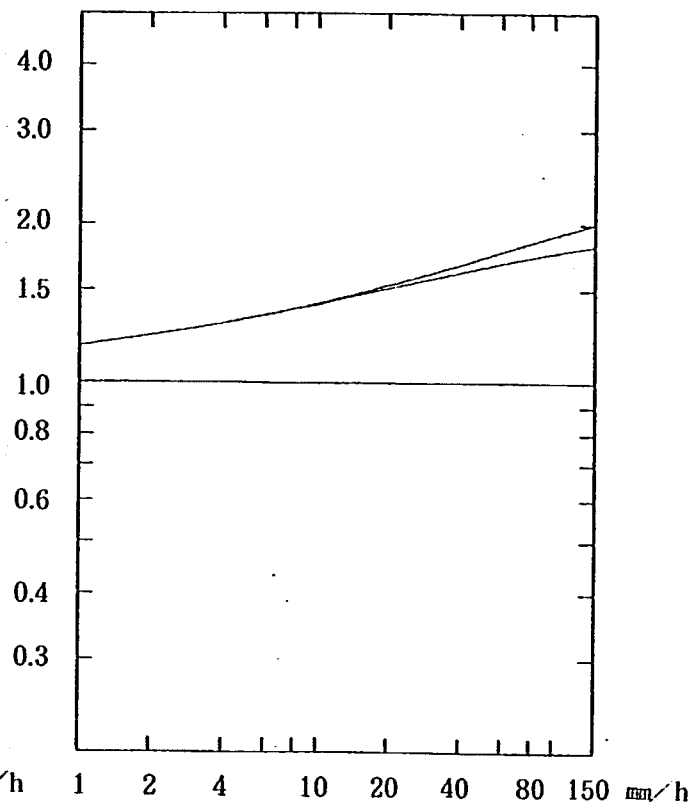
$$Z_v = \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} \right|^2 \int_0^\infty \sigma_v(D) \cdot N(D) dD \quad \dots\dots\dots (3.36)$$

$$Z_{DR} = 10 \log(Z_h / Z_v) \quad \dots\dots\dots (3.37)$$

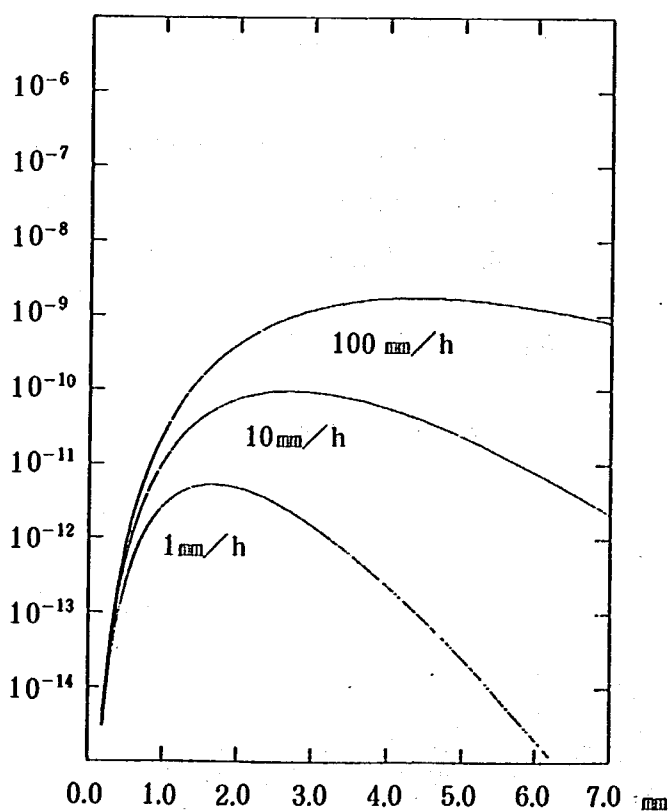
この式は積分の中に粒径分布関数を含むから、同じ $m(D_e)$ を用いても粒径分布が変わると（降雨が変わると） Z_{DR} も変化する。粒径分布を指数分布とすると、 N_0 の違いは Z_{DR} に影響しないが A が変わるために Z_{DR} が変化する。また雨滴の大きさは最大でも 6～8mm 程度であるから、指数分布とするときには積分を無限大までとせず適当な値で打ち切る必要がある。この最大値もまた Z_{DR} に影響する。更にここでは Rayleigh-Gans の結果を用いているが、これを Mie の散乱断面積に替えることでも Z_{DR} は変わる。この違いは降雨強度が強くなる程大きくなる。何れにせよ正確な粒径分布が与えられなければ、正確な Z_{DR} を求めることはできない。ここで軸比 (a/b) を Green の式によって求めた場合の、各種粒径分布式による反射因子の特性の差を図 3.7～10 に示す。各グラフの (a) は Rayleigh 散乱 (球) の場合の反射因子の降雨強度による変化を表し最大粒径 (D_{MAX}) を 6mm と 8mm とした場合の計算を行っている。(b) は Gans 散乱による Z_{DR} の降雨強度による変化を、反射因子と同様に最大粒径 (D_{MAX}) を 6mm と 8mm とした場合について計算している。当然これらのグラフは D_{MAX} を 8mm とした場合の方が大きな値を持つ。(c) は反射因子が、どの位の粒径の雨滴の影響を強く受けているかを見るために $\sigma(D) \cdot N(D)$ の変化を降雨強度が 1mm/h, 10mm/h, 100mm/h の場合について計算している。散乱の断面積は、Mie と Rayleigh とでは粒径 3mm 位から差が出るからこれ以上の粒径の影響が強い場合には、反射因子の差が大きくなる事が予想される。



(a) $Z - R$



(b) $Z_{DR} - R$



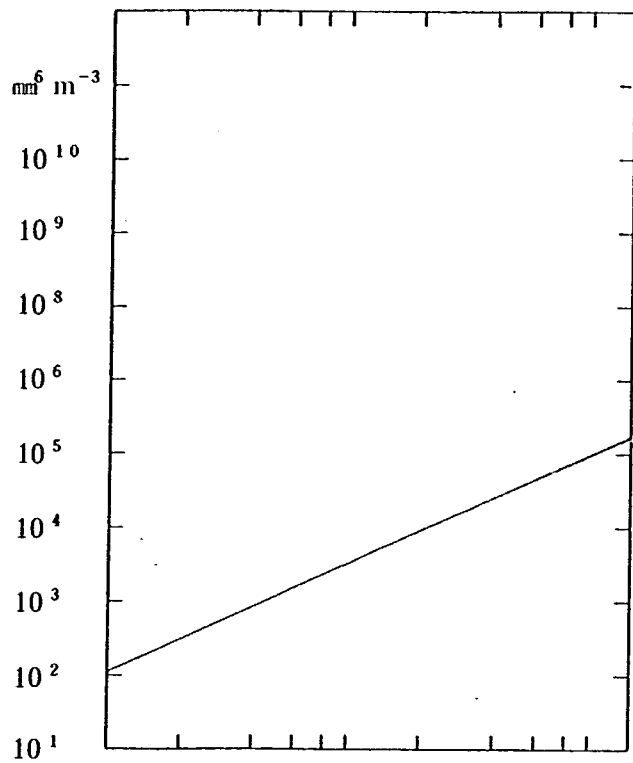
(c) $\sigma(D) \cdot N(D) - D$

図 3.7 Marshall-Palmer 分布

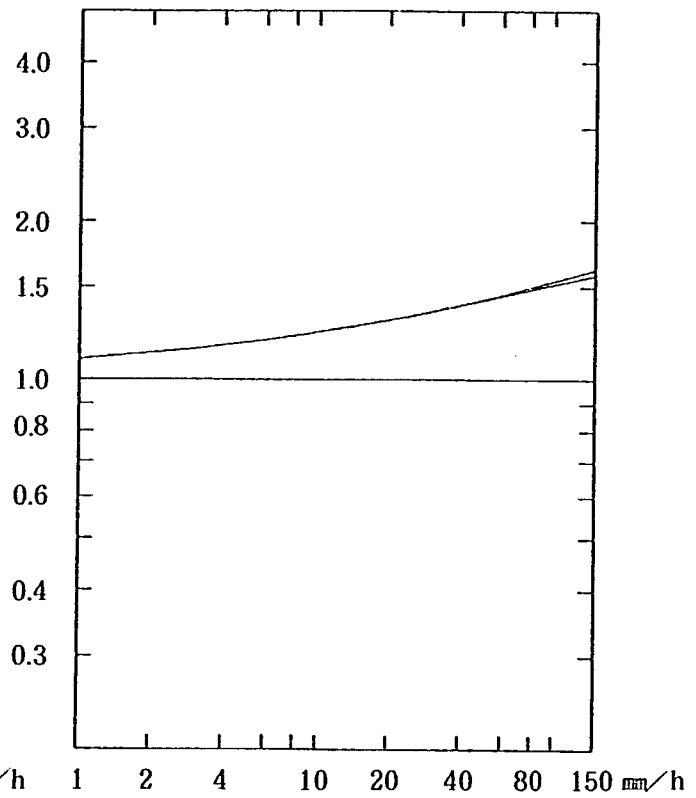
平均的な指数分布で次の値を持ち丁度 Joss
の霧雨と雷雨の中間的な特性を持つ。

$$N_0 = 8000 (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3})$$

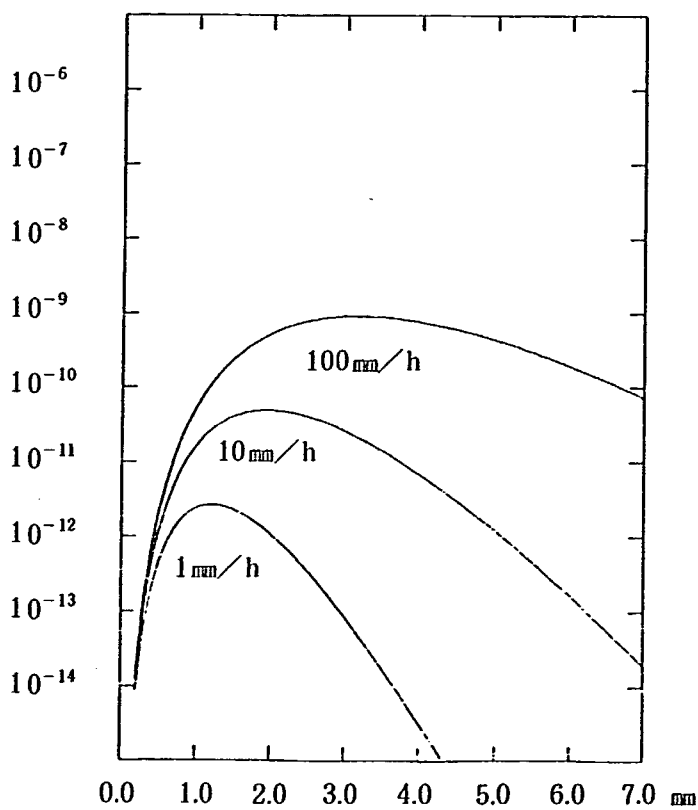
$$A = 4.1 \cdot R^{-0.21} (\text{mm}^{-1})$$



(a) $Z - R$



(b) $Z_{DR} - R$



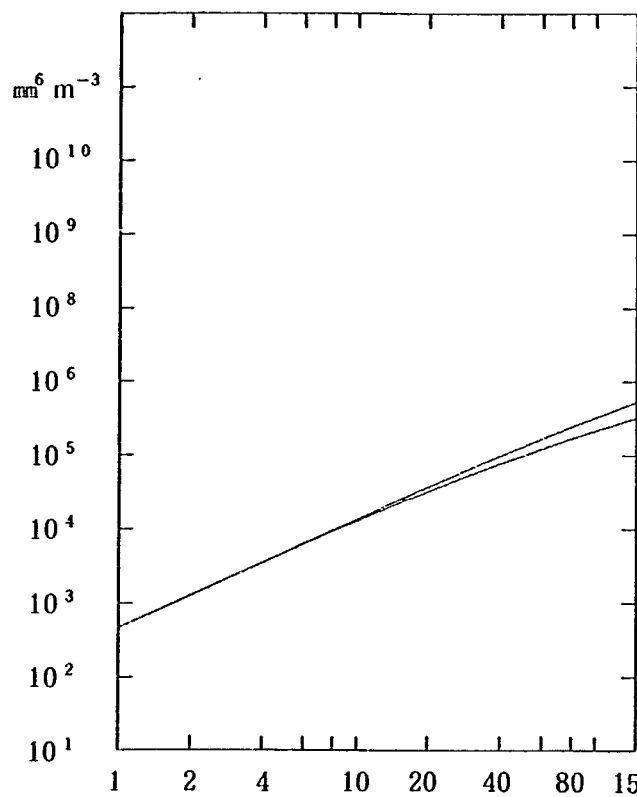
(c) $\sigma(D) \cdot N(D) - D$

図3.8 Joss (霧雨) 分布

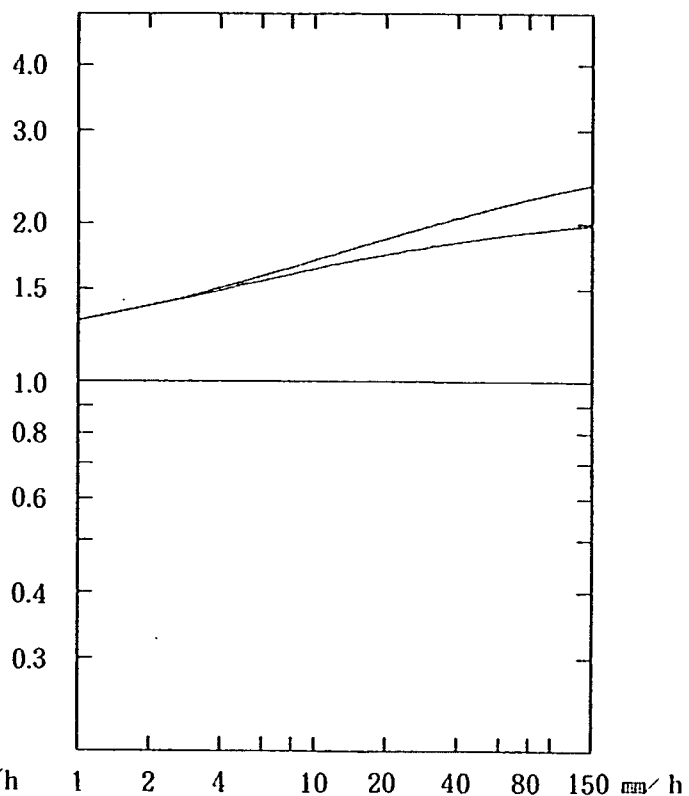
A が大きな値を持つため反射因子中の小さな雨滴の占める割合が最も少なく、 D_{MAX} を変えた時の差も Z_{DR} も最も小さな値となる。

$$N_o = 30000 (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3})$$

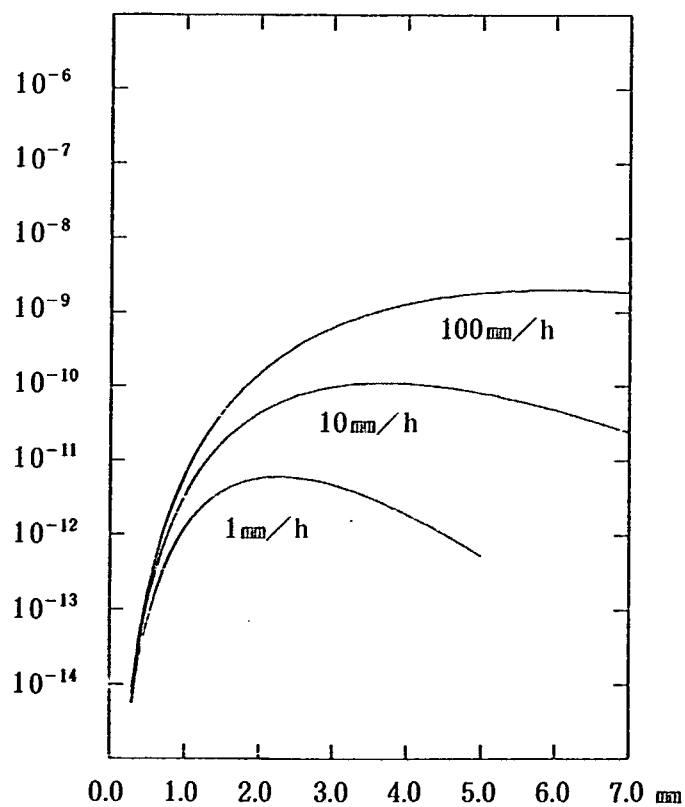
$$A = 5.7 \cdot R^{-0.21} (\text{mm}^{-1})$$



(a) $Z - R$



(b) $Z_{DR} - R$



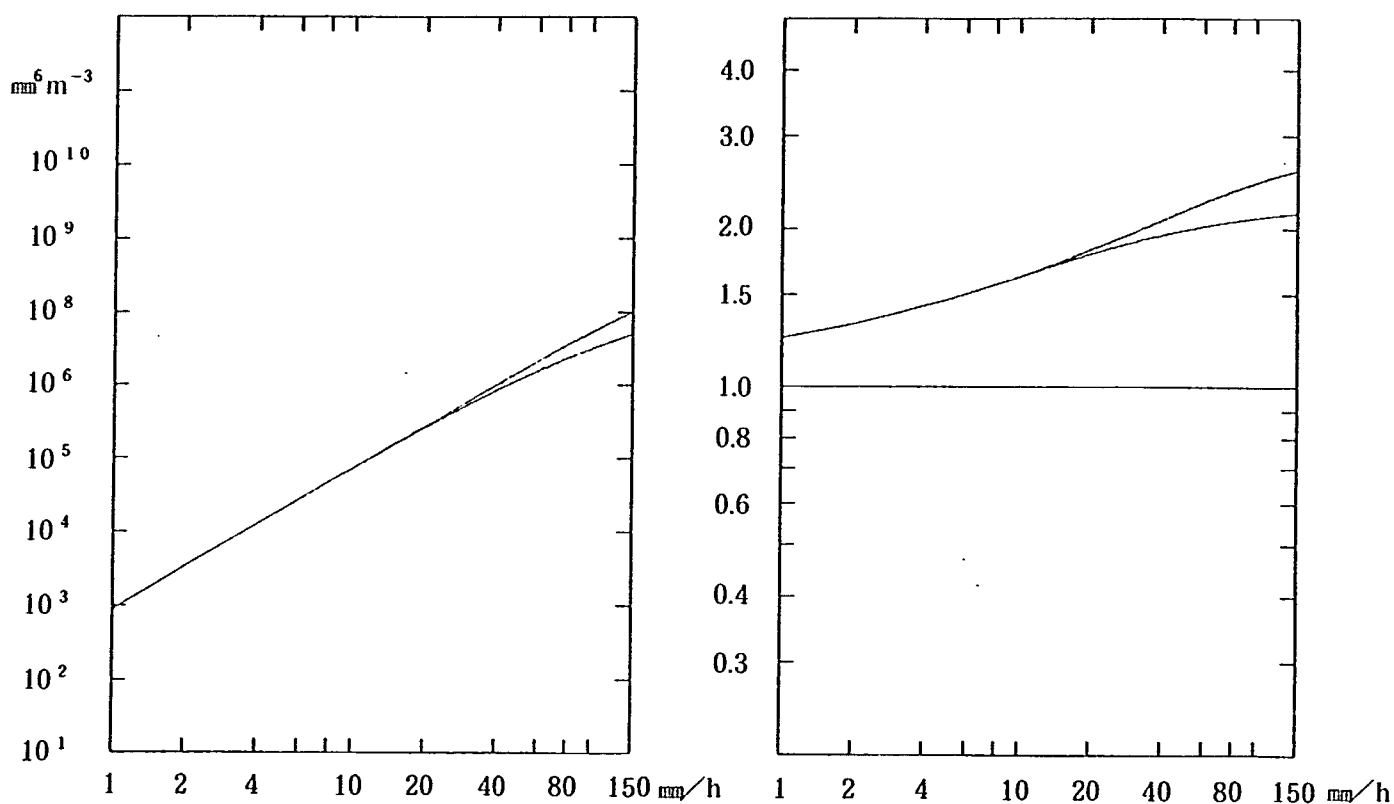
(c) $\sigma(D) \cdot N(D) - D$

図 3.9 Joss (雷雨) 分布

A が小さな値を持つため反射因子中の大きな雨滴の占める割合が高く、 D_{MAX} を変えたときの差も Z_{DR} も大きな値となる。

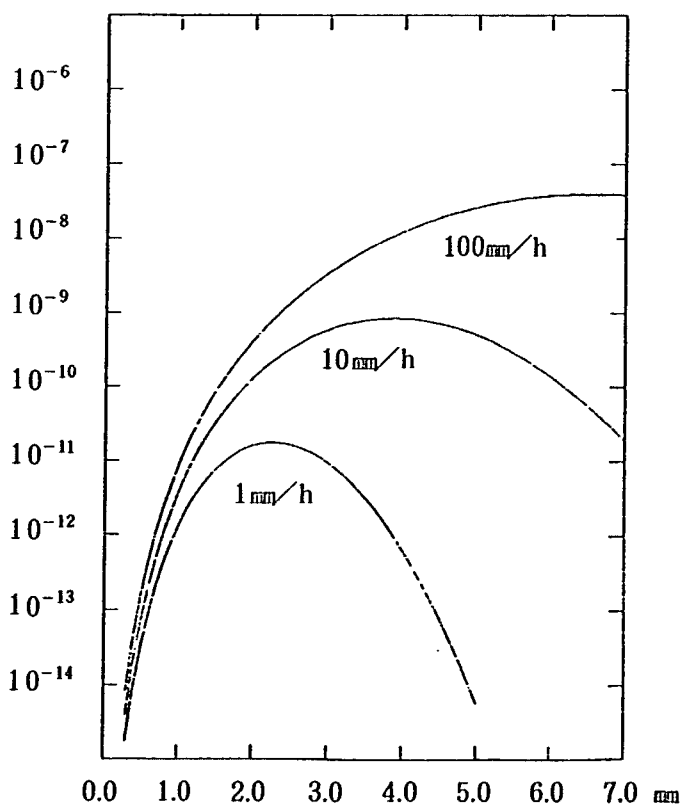
$$N_o = 1400 (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3})$$

$$A = 3.0 \cdot R^{-0.21} (\text{mm}^{-1})$$



(a) $Z - R$

(b) $Z_{DR} - R$



(c) $\sigma(D) \cdot N(D) - D$

図3.10 Best 分布

A と N_0 が共に降雨強度によって変わり、大きな雨滴の占める割合の変化の仕方も指数分布とは異なる。その為 Z_{DR} の変化も他の分布関数の場合とは異なる特性を持っている。また降雨強度が 10 mm/h の時の反射因子の内 6 mm 以上の雨滴の割合が急激に落ちており、 D_{MAX} を変えた時の反射因子の差が、降雨強度 20 mm/h でも少ない。

$$N_0 = 160 R^{0.324} D^{-1.75} (\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3})$$

$$A = 0.55 R^{-0.52} D^{1.25} (\text{mm}^{-1})$$

3.5 Rayleigh 散乱とMie散乱の比較

Rayleigh 散乱は、空間的に一様な一次電界中の散乱体に発生する双極子の大きさをもとに散乱波を求める。この為散乱体の大きさが一次電界の波長程度になったときには、この一様な一次電界の仮定が成立せず実際の散乱波との差が大きくなる。散乱体の大きさが一次電界の波長程度の場合まで散乱の断面積を求める為には、Mie 散乱による計算を行う必要がある。Mie 散乱は、Maxwell の方程式を極座標で解き、この解を基底として一次電界（平面波）を表し、これと散乱波と透過波との間で境界条件を立てて各々の基底の展開係数を求める。Mie 散乱によると散乱波は、散乱体の半径が波長の $1/10$ 以下の時には、ほぼ半径の 6 乗に比例し、波長を超えると半径の 2 乗に比例する。これは十分に大きな粒子の散乱の断面積は、その面積に比例した値を持つことを示す。一方気象レーダの波長は数センチのオーダーであり、降雨雨滴の大きさは数ミリのオーダーである。よって降雨散乱は丁度この変化点の付近で起こる。一般的に降雨雨滴の粒径分布は、雨が強くなるほど大きな雨滴の割合が大きくなるから、Rayleigh 散乱を用いて得られた反射因子などには、降雨が強くなればなるほど大きな誤差が発生する。図 3.11 に Rayleigh と Mie の散乱の断面積の比を計算した結果を示す。粒径が $3 \sim 4 \text{ mm}$ を越えるとかなり大きな差があることがわかる。

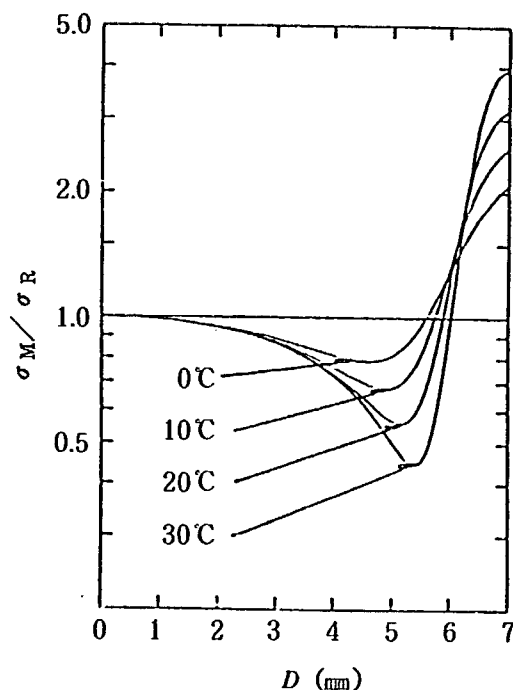


図 3.11 Rayleigh 散乱とMie散乱

参考文献

- (1) パノフスキー } 林 忠四郎 }
 } 著 } 訳 「パノフスキー 電磁気学」
 } フイリップス }
 } 西田 稔 }
- (2) 前田 憲一著 「電波工学」共立出版
- (3) DONALD E. KERR 「PROPAGATION OF SHORT RADIO WAVES」
- (4) E. E. Gossart and R. G. Strauch 「Radar Observation of Clear Air and Clouds」
- (5) 水野 雅光ほか 土木学会第 41 回年次学術講演会 II-3 「レーダ定数の理論的考察」

第4章 直交二偏波レーダ

レーダ気象においてマルチパラメータレーダの導入は観測精度の向上に対して大いに期待されている。その中でも特に二偏波レーダは、後方散乱マトリクスの算出、ブライトバンドの検出、降雨・降雪の判別等に利用されつつある。

4.1 世界各国の直交二偏波レーダの現状

本節では世界各国の研究機関で開発され、研究に使用中の二偏波レーダの主要なものについて紹介する。なお、本節で紹介する二偏波レーダと次節の土木研究所で製作した二偏波・ドップレーダ(略称DNDレーダ)の仕様の比較を表-4.1に示す。

この表はイリノイ大学のボーナー教授が作成中の草稿¹⁾に若干の修正を加えて作成したものである。

(1) CHILLレーダ

本レーダはシカゴ大学およびイリノイ州水調査所によって1972年に開発されたレーダである。当初は手動により偏波面の切り替えを行っていたが、その後電子式の偏波切替器により、高速で切り替えられるように改造されている。

CHILLレーダの基本構成は、Sバンド/Xバンドそれぞれ二つの送受信機およびアンテナを有している。このうちSバンドのレーダに前述の偏波切替器を組み込み Z_{DR} の測定を行っている。また、出力管に周波数安定性に優れたクライストロンを、局部発振部にコーホーを使用しドップラレーダを構成して降水粒子群の平均速度と分散の測定が可能である。

レーダより得られる生データはA/D変換され磁気ディスク、磁気テープに記録される。Sバンドレーダから出力、記録されるドップラ信号(I, Q)はデータ処理装置によりFFT解析が可能である。

図-4.1に1981年以後に導入されたサーキュレータスイッチとその偏波切換えシステムを示す²⁾。このレーダのデータ処理系を図-4.2に示す³⁾⁴⁾。

(2) CHILBOLTONレーダ

本レーダは英国ラザフォード・アップルトン研究所のHall等(1980)が開発した直交二偏波レーダである。このレーダは電波望遠鏡と兼用で使用され、そのためパラボラアンテナの直径は25mと大規模なものである。図-4.3はこのレーダのシステム構成を示したものである。偏波切替器はターンスタイルポラライザーおよびロータリーベーンスイッチで構成され、機械的に偏波面を切り替えている(図-4.4参照)⁵⁾。

CHILBOLTONレーダは主に Z 、 Z_{DR} の観測に使用されているがその成果の中にはブライトバンドの検出例がある。なお、1986年には偏波切替器をロータリーベーンとピンダイオードを組み合わせたスイッチに変更する予定である。

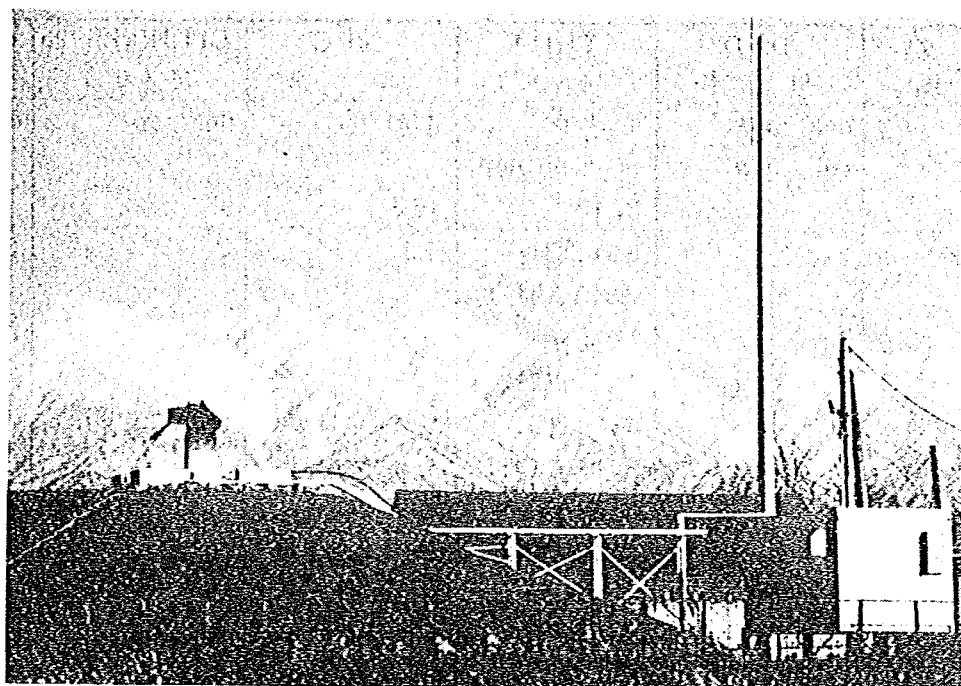


写真-4.1

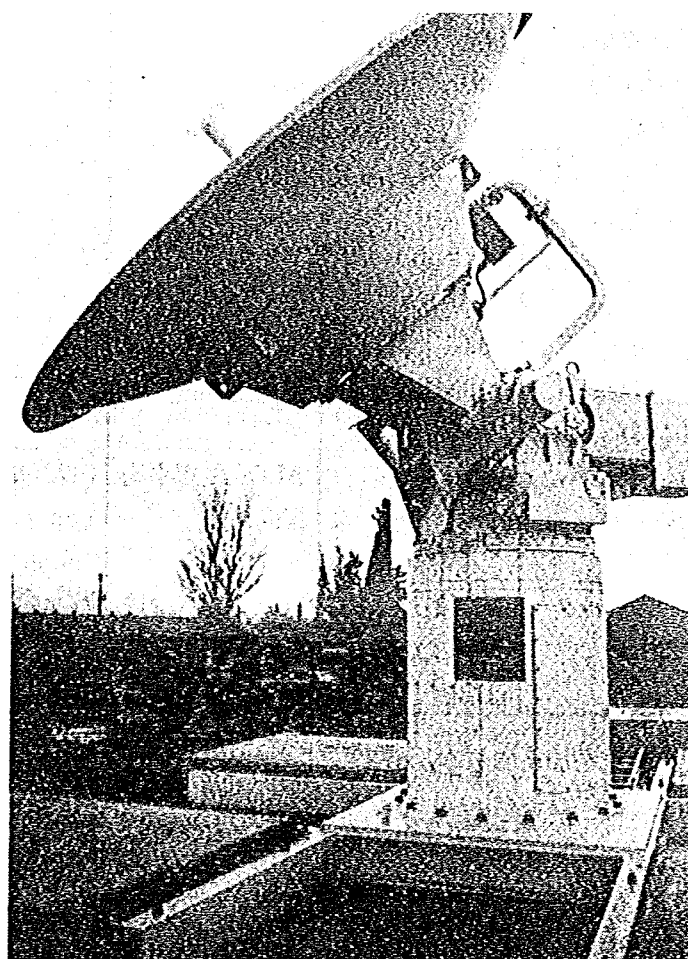


写真-4.2

表-4.1 世界各国の二偏波レーダ(その1)

レ ー ダ 開 発 国	DND 日 本	CHILL ア メ リ カ	NRC カ ナ ダ	GIT HIRES-95 ア メ リ カ	CHILBOLTON イ ギ リ ス
タイプ	dual-pol. coh.-dop.	dual-pol. non-coh.dop.	dual-pol.	dual-pol.	dual-pol.
周波数 (GHz)	5	3, 10	16.5	95	
アンテナ直径 (mφ)	2	8.5 (3GHz) 2.5 (10GHz)	1.5	?	25
ビーム幅 (°)	2	1 (3GHz) 1.1 (10GHz)	0.9	0.2	0.25
利得 (dB)	36	43.3 (3GHz) 39.0 (10GHz)	?	?	?
サイドローブ抑圧度 (dB)	23	25 (3GHz)	30	?	25
直交偏波抑圧度 (dB)	35	30 (10GHz)	26	?	30
偏波	H, V (Dual) H (Dop.)	H, V (3GHz) V (10GHz)	任意角度の直交 偏波	?	H, V
送信出力	75 kW	600 kW (3GHz) 100 kW (10GHz)	35 kW	1 mW	500 kW
パルス繰返周波数 (Hz)	280 (Dual) 1120 (Dual)	950 (3GHz) 950 (10GHz)	2000	?	610
パルス幅 (μs)	2.0 (Dual) 0.5 (Dop.)	1.0 (3GHz) 1.0 (10GHz)	0.4	?	0.5
受信出力信号	Z_H, Z_V (Dual) I, Q (Dop.)	$\log(3, 10\text{GHz})$	lin	?	?
雑音指数 (dB)	5	11 (coh) 4 (incoh) 13 (10GHz)	?	?	?
最小受信電力 (dB _m)	-110 (Dual) -104 (Dop.)	-103 (3GHz) -97 (10GHz)	?	?	-110
観測処理, その他	$Z_{DR}, (Z_H, Z_V)$ V, σ_V MTI フィルタ PPP 処理	Z_{DR}, V, σ_V FFT 処理 2 基のアンテナ は連動	ALD (仮想平均 指向角) 主成分, 直交成 分の同時受信可 能	CW, FM-CW coh-pulse incoh-pulse 散乱マトリクス	Z_{DR} 電波望遠鏡と共 用

註) 出典文献(1)に若干の修正を加えてある。

表-4.1 世界各国の二偏波レーダ(その2)

レ　　　　　ダ 開　　発　　国	BOEING アメリカ	DFVLR 西ドイツ	DARR オランダ	NOAA アメリカ	VPI & SU アメリカ
タイプ	dual-pol.	multi-pol.	dual-pol.	dual-pol.	dual-pol.
周波数(GHz)	8.9, 45	coh.-dop. 5.48~5.85	FM-CW 3.3	dop. 35	2.8
アンテナ直径(mφ)	9.8(8.9GHz) 3.6(45GHz)	5	?	1.2	?
ビーム幅(°)	3(8.9GHz) 1.5(45GHz)	1	?	0.5	2.5
利得(dB)	36(8.9GHz) 39(45GHz)	42.5	40	49	?
サイドローブ抑圧度(dB)	?	35	?	?	?
直交偏波抑圧度(dB)	20(both)	30	?	?	?
偏波	H, V(9.8GHz) H, V(45GHz)	any*	cross, (cir.)	H, V, cir.	?
送信出力	2kW(9.8GHz) 110mW(45GHz)	500kW	?	150kW	250kW
パルス繰返周波数(Hz)	5000(9.8GHz) CW(45GHz)	0.6, 1.2, 2.4k	—	2k	375
パルス幅(μS)	0.1(9.8GHz) —(45GHz)	2, 1, 0.5	—	0.25	0.8
受信出力信号	I Q lin. log ?(45GHz)	lin. log	?	6CH	?
雑音指数(dB)	5(9.8GHz) 9(45GHz)	4	?	(log.co- cross- log.co- cross- quad.co- cross-)	?
最小受信電力(dB _m)	?(both)	-108	?		-109
観測処理, その他	2基のレーダは 独立, 両者とも 散乱マトリクス 処理可 9.8GHz pulse 45GHz FM-CW	パルス毎に偏 波切替可 FFT 散乱マトリク ス *楕円偏波可	Z _{DR} 送受別アンテナ	dop. は二重パ ルスモード (32μS) (500μS) 送受別アンテナ	Z _{DR}

表- 4.1 世界各国の二偏波レーダ (その 3)

レ - ダ 開 発 国	NCAR CP-2 アメリカ	STC オランダ	NSSL CIM アメリカ	ANATOL フランス	RABELAIS フランス
タイプ	dual-pol.	multi-pol.	dual-pol.	dual-pol.	cross-pol.
周波数 (GHz)	dop. (2.8GHz) dual-pol. (9.4GHz)	9.5	dop. 3	2.8	dop. 35
アンテナ直径 (mφ)	8.5(S) 2.44(X)	1.8		?	1.4*
ビーム幅 (°)	0.96(S) 0.96(X)	1.2	0.88(H) 0.92(V)	1.8	0.4
利得 (dB)	45(S) ? (X)	42	44.5(H) 43.9(V)	?	?
サイドローブ抑圧度 (dB)	23(S), 35(X)	?		?	?
直交偏波抑圧度 (dB)	25(S), 33(X)	25		?	?
偏波	H, V(S) ? (X)	H, V cir. (R, L)	H, V	?	?
送信出力	coh-1.4MW(S) inco-50kW(X)	100kW	600-700W (mean)	250kW	70kW
パルス繰返周波数 (Hz)	500-1600(S) 500-1600(X)	(1), 10, 1000	?	500	1344(cross-) 3125, 2688(dop.)
パルス幅 (μS)	0.1-1.4(S) 1.0(X)	0.4-2.4	?	0.6	0.3
受信出力信号	?(both)	?	?	?	?
雑音指数 (dB)	?(both)	?	?	?	?
最小受信電力 (dB _m)	-120(S) -115(X)	?	?	?	?
観測処理, その他	Z _{DR} , L _{DR} (S)-2.8GHz (X)-9.4GHz	偏波 302 種 散乱マトリクス 送受別アンテナ	散乱マトリクス PPP	Z _H , Z _{DR}	* アンテナ 2 基 PPP, (FFT)

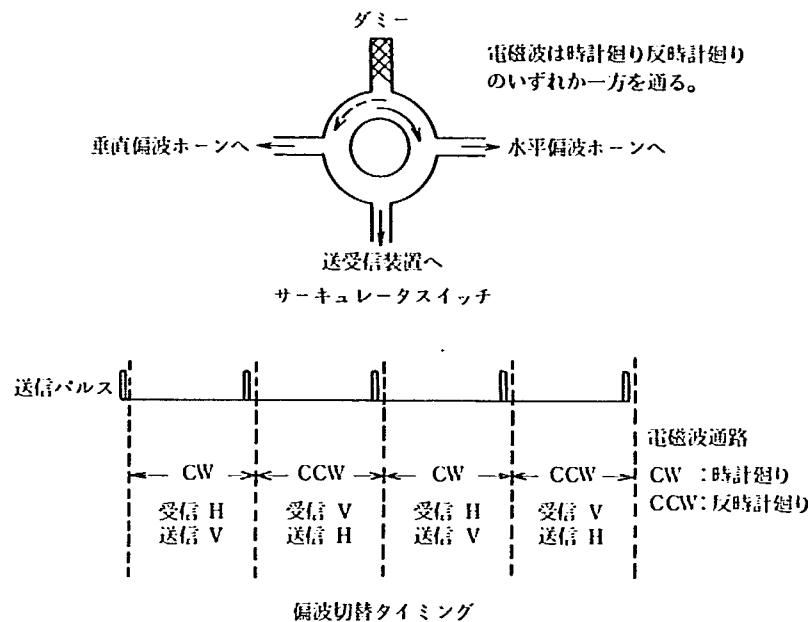


図- 4.1 偏波切替スイッチおよび切替タイミングの概念図

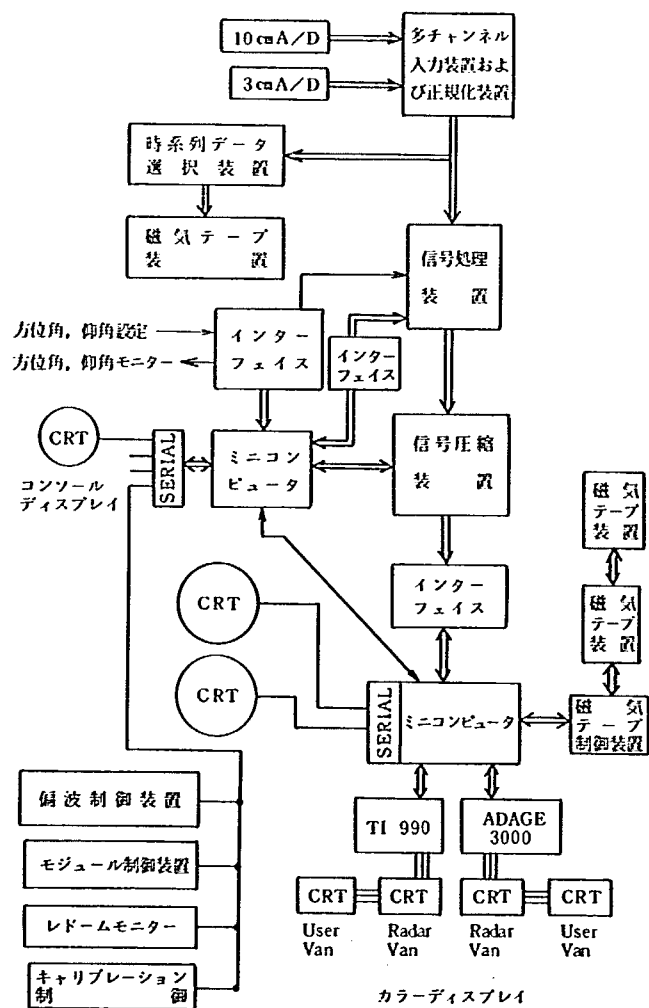


図- 4.2 CHILLレーダデータ処理システム

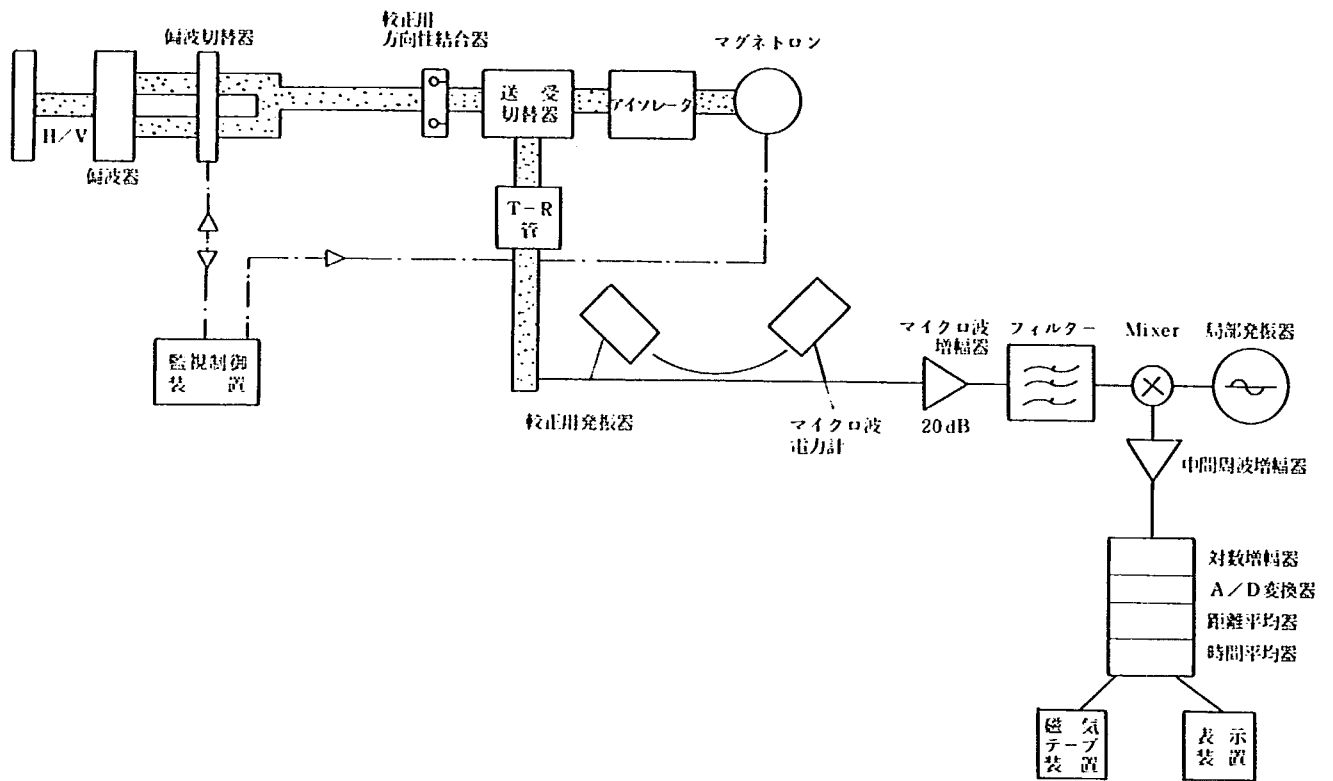


図- 4.3 CHILBOLTONレーダシステム図

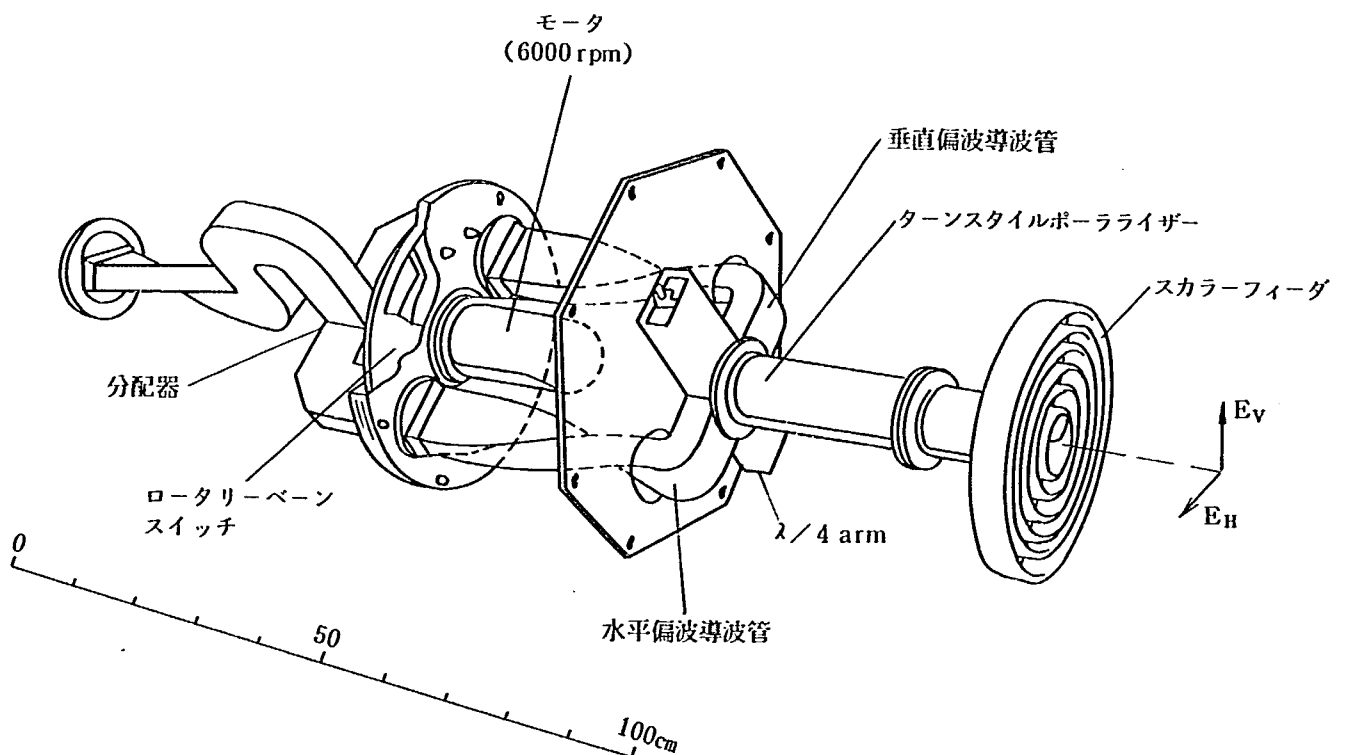


図- 4.4 CHILBOLTONレーダ二偏波切換器構造図

(3) DFVLRレーダ

本レーダは西ドイツのDFVLR (DEUTSCHE FORSCHUNGS-UND VERSUCHSANSTALT FÜR LUFT-UND RAUMFAHRT E.V.) で開発され雲物理や宇宙空間電波伝播の研究に用いられている。このレーダは各送信パルス毎に交互に直交な楕円偏波 (円偏波, 直交偏波を含む) を送信でき, 受信時は Z_{DR} , CDR, 散乱マトリクス並びにドップラ情報として速度, スペクトル幅, 全スペクトルの全時系列データを取得できる。また, このレーダではサイドローブの影響を低く抑えるためオフセット型のパラボラアンテナを使用している。

DFVLRレーダでは次のようなモードを持っている。

①監視走査モードではレーダ反射因子, 散乱粒子群の動径速度 (radial velocity) とそのスペクトル幅を観測, 表示する。②ストームモードでは監視用カラーディスプレイ状に降水域のような特定の区域を詳細に表示する。その他のモードとして③ドップラと降水強度走査モード, ④全スペクトル走査モード, ⑤散乱マトリクス走査モード, ⑥全時系列走査モード, ⑦任意方向走査モードがある。これらの詳細については Schroth (1983) の資料等に示されている⁶⁾。

(4) NOAAレーダ

本レーダはアメリカ NOAA の電波伝播研究所 Pasqualucci 等により開発された二偏波ドップラレーダである。このレーダは送信と受信に別のアンテナを有し, 発射可能な偏波は円偏波 (右旋, 左旋), 直線偏波 (垂直, 水平) から任意に選択することができる。このレーダの詳細については Pasqualucci 等の資料に示されている⁷⁾。このレーダのシステム図を図-4.5 に示す。

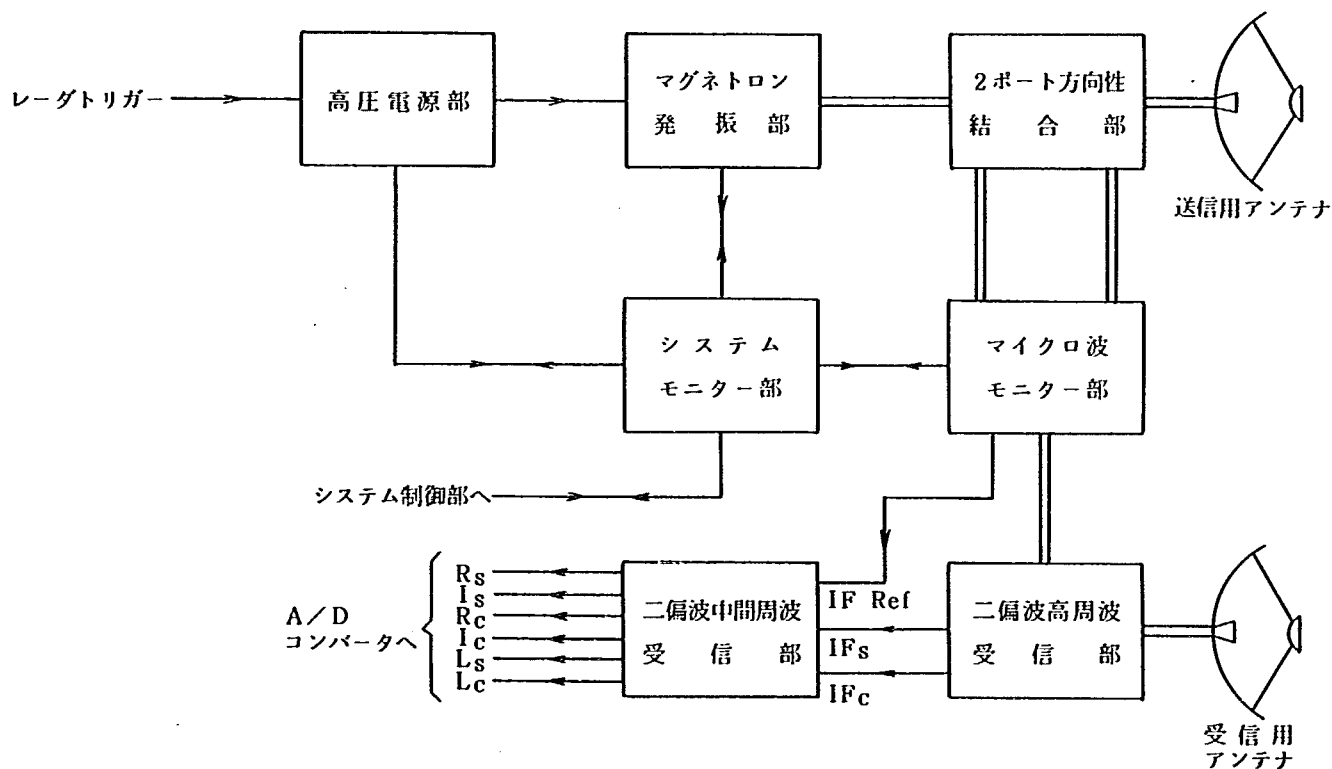


図-4.5 NOAAレーダシステム図

(5) VPI & SUレーダ

本レーダは衛星通信の伝播研究のため、アメリカVPI & SU衛星通信グループのMarshall等が使用しているレーダである。このレーダはSバンド気象用レーダを利用したもので、1982年3月に低速の偏波切替器を付加し、 Z_{DR} 等を観測してきた。現在は高速型の偏波切替器に改造中である。このレーダのブロック図を図-4.6に示す。詳細についてはMarshall等の資料に示されている⁸⁾。

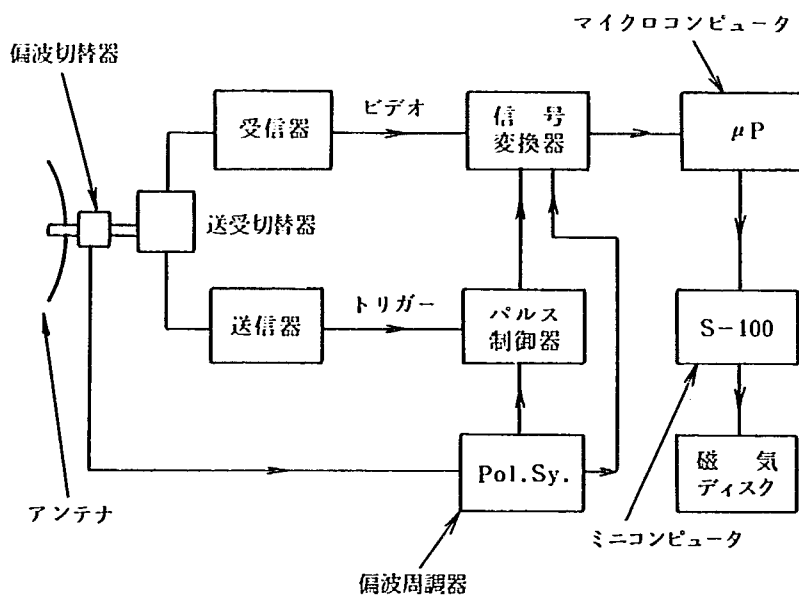


図-4.6 VPI & SUレーダシステム図

(6) NRCレーダ

本レーダはカナダ国立研究会議(NRC)のMcCormick, Hendryが設計し、1968年に完成し、降水特性の研究に用いられてきた。開発当初は2チャンネル非コヒーレント円偏波Xバンドレーダであったが、1981年に改造され任意の直交偏波を送受信できるようになった⁹⁾。

このレーダシステムは主にチャンネルとその直交チャンネルで受信電力を測定し、その相関(CAN)、優位な方向性の程度(ORTT)、対象セル内の粒子の仮想平均指向角(ALD)を求めることができる。

(7) NSSLレーダ

本レーダは米国NSSL(National Severe Storms Laboratory)で使用しているSバンド二偏波ドップラレーダである¹⁰⁾。図-4.7はCIMと呼ばれるレーダのシステムブロック図である。このレーダは平均出力600~700Wで、偏波切替器は切り替え速度12μS、挿入損失0.75dBのフェライトスイッチ式である。空中線は、ビーム幅0.92°(垂直偏波)0.88°(水平偏波)、ゲイン43.9dB(垂直偏波)44.5dB(水平偏波)である。

(8) ANATOLレーダ

本レーダはフランスIOPG(Institute et Observatoire de Physique du Globe)で使用しているSバンド二偏波(非ドップラ)レーダで、1970年より雨雲中水分の固相・液相の判別、降水粒子群の

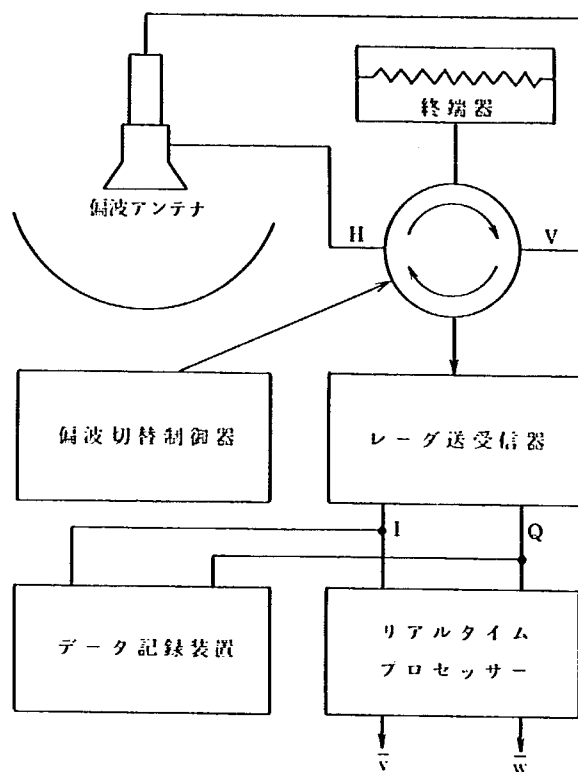


図-4.7 CIMレーダシステム図

特性パラメータ観測に用いられている。このレーダは尖頭出力 250kW、パルス繰り返し周波数 500PPS、パルス幅 $0.6\mu\text{S}$ 、ビーム幅 1.8° であり Z_H 、 Z_{DR} のデータ処理を行う¹¹⁾。

(9) RABELAISレーダ

本レーダはフランスLA (Laboratoire d' Aérologie) で使用している Ka バンド (35GHz) レーダで、垂直・水平の直交二偏波および左右両円偏波を使用して雲および降雨機構の解析、熱気塊の研究、前線の研究を行っている。このレーダは尖頭出力 70kW、パルス繰り返し周波数 1344PPS (偏波モード)、3125/2688PPS (ドップラモード)、パルス幅 $0.3\mu\text{S}$ で、空中線はビーム幅 0.4° ($1.4\text{m}\phi$) のパラボラ 2 基で構成される。2 基のアンテナは送信時に何れか一方を用い受信時は両方を同時に用いることができる。ドップラ観測ではパルスペア処理により実時間表示を行うと同時にドップラ信号を時系列で記録することができる¹¹⁾。

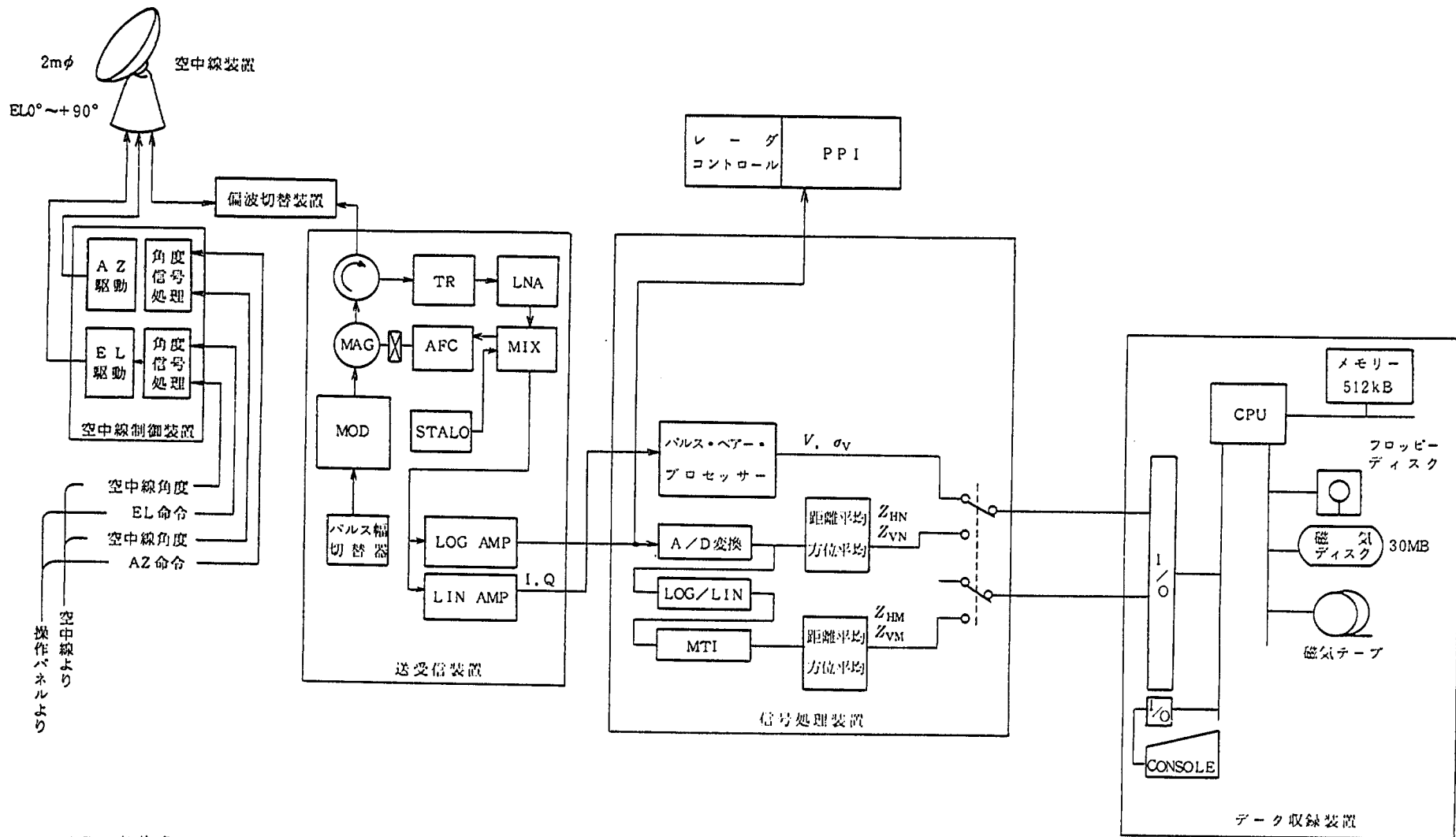
4.2 DNDレーダの仕様

DNDレーダ (写真-4.1 参照) は降雪観測および降水粒子群の構造研究を主目的に設計開発した。このレーダは移動可能な C バンドレーダであり、各地方建設局で設置しているレーダ (C バンド) と対比しながら観測することができる。

表-4.2 に DNDレーダの仕様を、図-4.8 にシステムブロックを示す。以下に各装置の特徴的な部分について紹介する。

表-4.2 DNDレーダ仕様

1. 空中線装置	
(1) 空中線径	2mφ円形パラボラ
(2) 偏 波	水平(H)/垂直(V)
(3) 主方向利得	36dB以上
(4) ビーム幅	2°以下(-3dB電力点)
(5) 副ビーム減衰量	23dB以上
(6) VSWR	1.2以下
(7) 給電方式	Rear feed方式
(8) 耐風強度	観測時: 15m/s 停止時: 40m/s
2. 空中線制御装置	
(1) 制御方式	トランジスタ制御方式
(2) 制御範囲	AZ: 0~360° EL: 0~90°
(3) PPI-SCAN速度	1rpm(ドップラ)/6rpm(二重偏波)
(4) 垂直停止精度	±0.3°以下(空中線機械軸対空中線角度表示器)
(5) 制御項目	PPI・SCANおよび手動, ELプログラム制御(ドップラ), PPI・SCANおよび手動, ELプログラム制御(二重偏波)
3. 送受信装置	
(1) 周 波 数	5280MHz
(2) 尖頭出力	75kW
(3) 電波の型式	P0N
(4) 送信パルス幅	0.5μS(ドップラ)/2.0μS(二重偏波)
(5) 繰り返し周波数	1120pps(ドップラ)/280pps(二重偏波)
(6) 中間周波数	30MHz
(7) 受信帯域幅	2.8MHz(ドップラ)/0.7MHz(二重偏波)
(8) 雑音指数	5dB以下
(9) 最小受信電力	-104dBm(ドップラ)/-110dBm(二重偏波)
(10) 出力ビデオ	I, Qビデオ/対数ビデオ
4. 指示装置	
(1) CRT直径, 特性	約30cm, P-7
(2) 距離範囲, 距離目盛	40km, 8km毎の目盛
(3) ノースマーク	画面の0°方向にフラッシュで入れること。
(4) 入 力	最大4V _{P-P} (75Ω)
5. 信号処理装置	
(1) 入 力	LOG/LIN Video
(2) 量 子 化	10ビット, 1.67μS毎(LOG Video) 8ビット, 1.67μS毎(LIN Video)



1. AZ : 方位角
2. EL : 仰角
3. TR : TR 管
4. LNA : ローノイズ増幅器
5. MAG : マグネトロン
6. AFC : 自動周波数調整器

7. MIX : 混合増幅器
8. MOD : 変調器
9. STALO : 周波数安定器
10. LOG AMP : LOG 増幅器
11. LIN AMP : 直線増幅器
12. PPP : パルスエアプロセッサ
(ドップラー速度 V , 分散 σ_V 検出器)

13. A/D 変換 : アナログデジタル変換
14. LOG/LIN : LOG - 直線変換器
15. MTI : 消去器 (Moving Target Indicator)
16. PPI : PPI 表示 (Plan Position Indicator)
17. Z_{HN}, Z_{VN} : ノーマル系データ (反射因子 Z)
18. Z_{HM}, Z_{VM} : MTI 系データ (")

図-4.8 DNDレーダシステムブロック図

4.2.1 空中線装置

空中線装置は本レーダの可搬性と指向特性を考慮して $2\text{m}\phi$ とした。また、両偏波（水平、垂直）に対して指向特性が同じになるようにリアフィード式の給電方法を採用した。本空中線の主方向利得は 36dB 以上、サイドローブ抑圧度は 23dB 以上である（写真－4.2 参照）。

4.2.2 偏波切替装置

偏波切替装置はフェライトを用いた電子式でパラボラ面背部に取り付けられている。本装置の切り替え動作は空中線の 1 スキャン（約 10 秒）毎又は 11 パルス（約 $11/280$ 秒）毎を指定できる。

4.2.3 空中線制御装置

空中線制御装置は空中線の動作および姿勢を制御する装置である。本装置により空中線はアジマス方向に $0\sim 360^\circ$ 、エレベーション $0\sim 90^\circ$ 、PP I スキャン速度 1rpm （ドップラ）／ 6rpm （二偏波）で動作する。また、信号処理用コンピュータからの命令により空中線のプログラム制御を行う。なお、エレベーション制御時の停止精度は $\pm 0.3^\circ$ 以下（空中線機械軸対空中線角度表示器）である。

4.2.4 送受信装置

本レーダはドップラ機能を有するため周波数が安定な電波を発射する必要がある。そのためドップラレーダの送信管はクライストロンが最適であるが近年、マグネトロンの周波数安定性が向上したこと、コストを大幅に低減できる等を考慮して本レーダにはマグネトロンの採用した。レーダの送信周波数は 5280MHz 、出力は 75kW である。また送信パルス幅は $0.5\mu\text{S}$ （ドップラ）／ $2.0\mu\text{S}$ （二偏波）、繰り返し周波数 1120PPS （ドップラ）／ 280PPS （二偏波）である。

受信装置ではドップラ信号検出のために周波数が安定な局部発振回路（STALO）を使用している。本受信装置の性能は雑音指数 5dB 以下、最小受信電力 -104dBm （受信帯域幅 2.8MHz ドップラ）／ -110dBm （受信帯域幅 0.7MHz 二偏波）であり、後段の信号処理装置に対して I, Q ビデオ（ドップラ用）と対数ビデオ（二偏波用）を出力する。

4.2.5 信号処理装置

信号処理装置は空中線のプログラム制御とレーダ受信信号の処理を行う。空中線のプログラム制御では 7 通りの運用パターンの登録が可能である（表－4.3，図－4.10 参照）。

レーダ受信信号処理ではドップラ／二偏波の両モードに対応し二偏波モードは大地クラッタノイズを含んだ Normal 信号処理とクラッタ除去フィルタを使用した MTI 信号処理を行う。

ドップラ信号処理では受信機から出力される I, Q ビデオ信号を $1.67\mu\text{S}$ （約 250m ）毎に 8 ビット A/D 変換し、PPP（Pulse Pair Processing）により平均速度と分散を算出の後、後段のデータ収録装置へ出力する。二偏波モードでは受信機からの対数ビデオ信号を $1.67\mu\text{S}$ 毎に 10 ビット A/D 変換し、空間平均（ $500\text{m}\times 1.40^\circ$ の扇状）と時間平均（1, 3, 5, 10, 15 分または 11 パルス、表－4.3 参照）を行った後、 Z_H 、 Z_V （MTI および Normal）情報を後段のデータ収録装置へ出力する。

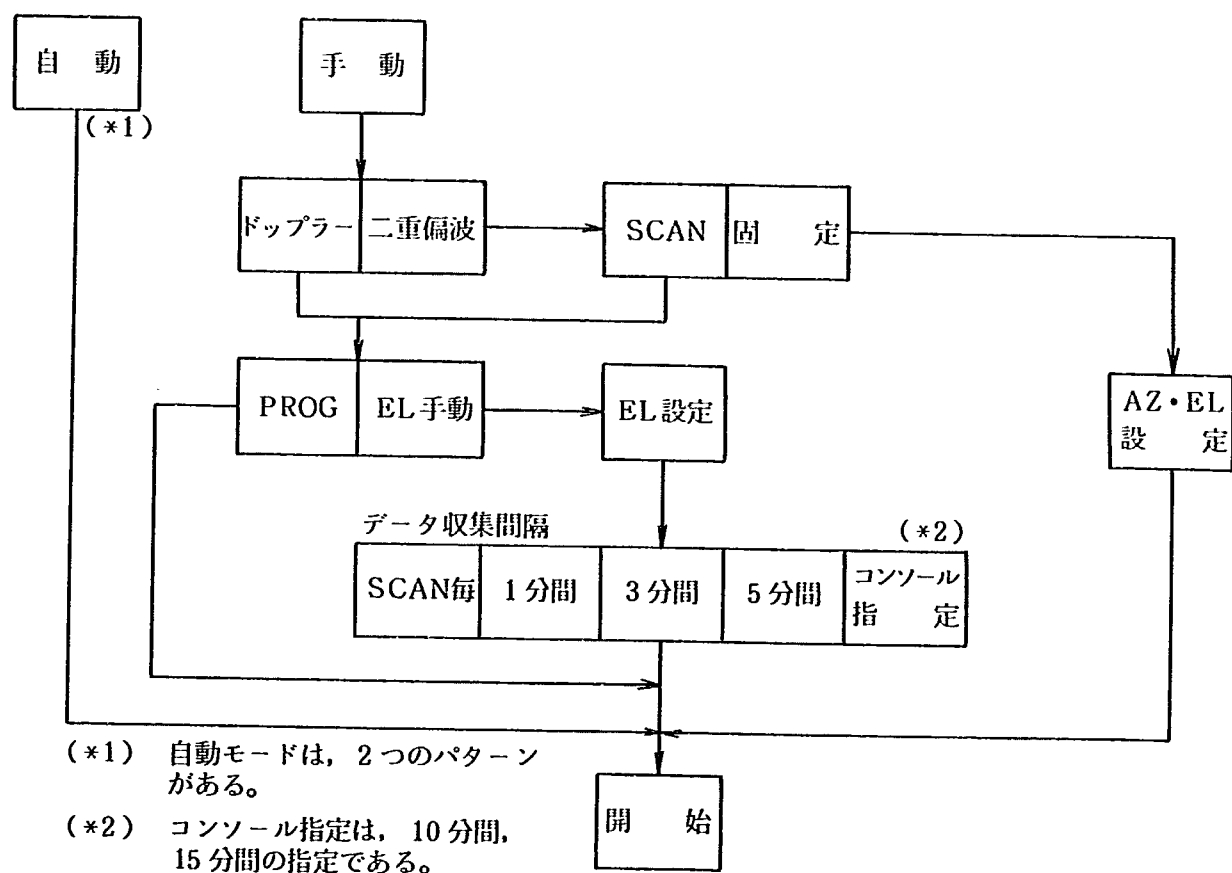
なお、ドップラ信号の FFT 解析は本装置では行わないが、将来対応可能なように受信機に I, Q ビデオ信号の予備出力端子を装備している。

4.2.6 データ収録装置

信号処理から出力される各種観測データは、本装置によりバッチ処理用の磁気テープに記録される。本装置は、信号処理装置の外部記憶装置を兼ねる磁気ディスク（3Mbytes）とバッチ処理用の磁気テープ装置（2400feet, 1600bpi, 9トラック）2台で構成されている。

4.2.7 DNDレーダのオペレーション

DNDレーダの運用は表－4.3に示す通り7つの運用パターンから選択する。このうち運用パターン1, 2が自動モードであり、3～7が手動モードである。手動モードを選択した場合、運用パターンに応じて図－4.9の操作フローに従い観測の動作設定を行う。



図－4.9 DNDレーダ操作フロー

表 - 4.3 DNDレーダ運用パターン一覧表

モード 切 換 方 法	運用パターン	運用 モード	1 サイクルの 時間 (分)	空中線回転数 (r. p.m)	仰角の設定法 仰角の設定数	収 録 デ ー タ	表示データ
自動-1	1	二重偏波	(5)	6	自動, 1仰角	5分間平均の Z_H, Z_V (1仰角分)	Z_H, Z_V, Z_{DR}
		ドップラ	(8)	1	自動, 8仰角	1分間平均の V, σ_V, Z_H (8仰角分)	V, σ_V, Z_H
自動-2	2	二重偏波	(3)	6	自動, 1仰角	3分間平均の Z_H, Z_V (1仰角分)	Z_H, Z_V, Z_{DR}
		ドップラ	(1)	1	自動, 1仰角	1分間平均の V, σ_V, Z_H (1仰角分)	V, σ_V, Z_H
手動-1	4	ドップラ	10	1	自動, 8仰角	1分間平均の V, σ_V, Z_H (8仰角分)	V, σ_V, Z_H
手動-2	6	ドップラ	任 意	1	手動, 1仰角	1分間平均(スキャン毎), 3分間平均, 5分間平均, 10分間平均, 15分間平均の V, σ_V, Z_H (1仰角分)	V, σ_V, Z_H
手動-3	3	二重偏波	5	6	自動, 4仰角	1分間平均の Z_H, Z_V (4仰角分)	Z_H, Z_V, Z_{DR}
手動-4	5	二重偏波	任 意	6	手動, 1仰角	スキャン毎, 1分間平均, 3分間平均, 5分間平均, 10分間平均, 15分間平均の Z_H, Z_V (1仰角分)	Z_H, Z_V, Z_{DR}
手動-5	7	二重偏波	任 意	一方向固定	手動, 1仰角	11パルス毎の Z_H, Z_V (1仰角分) 偏波切替間隔は, 11パルス毎	Z_H, Z_V, Z_{DR}

注) パターン1, 2, 5, 6の二重偏波モードの偏波切替間隔はスキャン毎である。

(1) 自動モード1 (運用パターン1)

図-4.10に示す通り、二偏波とドップラモードを1周期15分で観測を繰り返す。二偏波モードでは1スキャン10秒のアンテナ回転でスキャン毎に水平(H)・垂直(V)の偏波を交互に切り替え、合計30スキャンの動作を行う。なおアンテナ仰角は(EL固定)である。ドップラモードでは偏波を水平(H)固定とし、1スキャン1分のアンテナ回転でスキャン毎にアンテナ仰角変更(EL-1~EL-8)を行い、合計8スキャンの動作を行う。収集データは二偏波モード(Z_H , Z_V データ)とドップラモード(V , σ_V , Z_H データ)である。

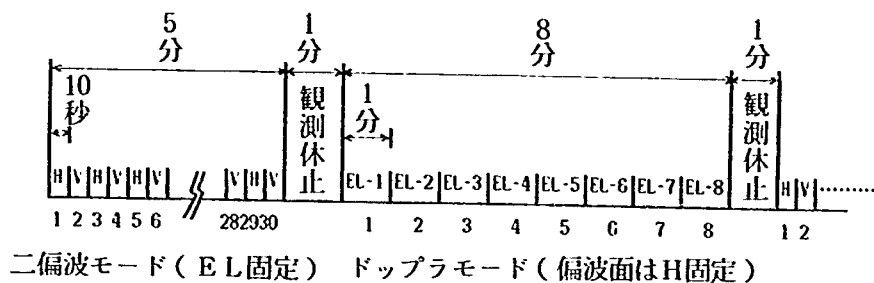


図-4.10 自動モード1 (運用パターン1)

(2) 自動モード2 (運用パターン2)

図-4.11に示す通り、二偏波とドップラモードを1周期5分で観測を繰り返す。二偏波モードでは1スキャン10秒のアンテナ回転で、スキャン毎に水平(H)・垂直(V)の偏波を交互に切り替え、合計18スキャンの動作を行う。アンテナ仰角は(EL固定)である。ドップラモードでは偏波を水平(H)固定とし、1スキャン1分のアンテナ回転でアンテナ仰角(EL-1固定)の動作を行う。収集データは二偏波モード(Z_H , Z_V データ)とドップラモード(V , σ_V , Z_H データ)である。

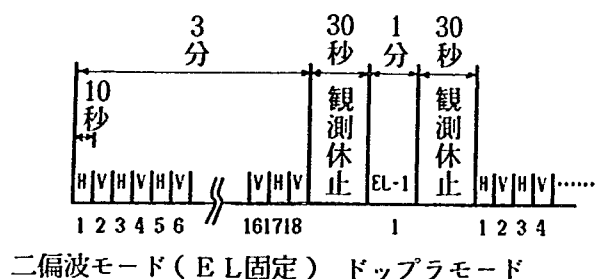
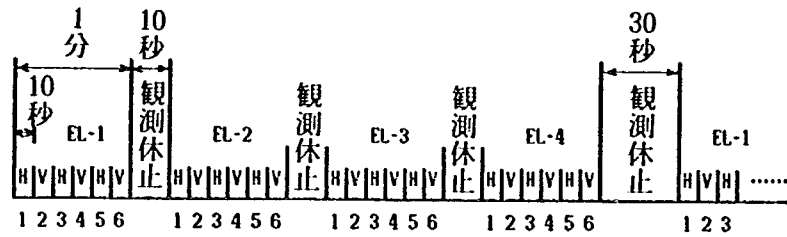


図-4.11 自動モード2 (運用パターン2)

(3) 手動モード1 (運用パターン4)

図-4.12に示す通り、ドップラ専用モードであり、1周期9分で観測を繰り返す。アンテナ回転は1スキャン1分で行い、スキャン毎にアンテナ仰角変更(EL-1~EL-8)を行い合計8スキャンの動作を行う。収集データはドップラモード(V , σ_V , Z_H データ)である。

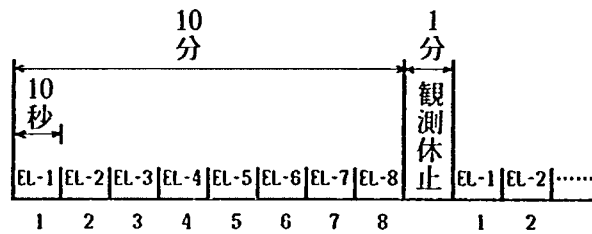


二偏波モード (EL可変)

図-4.12 手動モード1 (運用パターン4)

(4) 手動モード2 (運用パターン6)

図-4.13に示す通り、EL手動設定によるドップラ連続モードである。アンテナ回転は1スキャン1分で行い、アンテナ仰角はEL手動設定スイッチにより任意の1仰角の運用を行う。偏波は水平(H)固定である。収録データはドップラモード (V , σ_V , Z_H データ) である。なお収録データはデータ収録間隔を選択することにより、スキャン毎、3分間、5分間、10分間、15分間平均の何れかを選択できる。

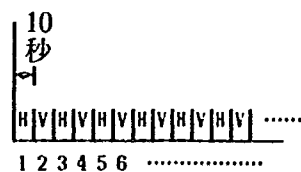


ドップラモード (偏波面はH固定)

図-4.13 手動モード2 (運用パターン6)

(5) 手動モード3 (運用パターン3)

図-4.14に示す通り、二偏波専用モードであり、1周期5分で観測を繰り返す。アンテナ回転は1スキャン10秒で行い、スキャン毎に水平(H)・垂直(V)の偏波を交互に切り替え、更に6スキャン毎にアンテナ仰角変更 (EL-1~EL-4) を行う動作をする。収集するデータは二偏波モード (Z_H , Z_V データ) である。



二偏波モード (仰角固定)

図-4.14 手動モード3 (運用パターン3)

(6) 手動モード4 (運用パターン5)

図-4.15に示す通り、EL手動設定による二偏波連続モードである。アンテナ回転は1スキャン10秒で行い、スキャン毎に水平(H)・垂直(V)の偏波を交互に切り替える。アンテナ仰角はEL手動設定スイッチにより任意の1仰角の運用を行う。収集データは二偏波モード(Z_H , Z_V データ)である。なお収集データはデータ収録間隔を選択することにより、スキャン毎、3分間、5分間、10分間、15分間平均の何れかを選択できる。

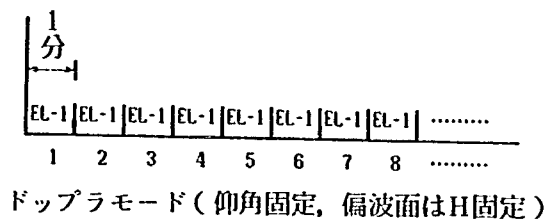


図-4.15 手動モード4 (運用パターン5)

(7) 手動モード5 (運用パターン7)

図-4.16に示す通り、EL, AZ (方位角) 共に手動設定による二偏波連続モードである。偏波切り替えは11パルス毎(40ms)に水平(H)・垂直(V)を交互に切り替えて運用する。アンテナの方位角および仰角はそれぞれAZ, EL設定スイッチにより任意の1方向固定である。収録データは二偏波モード(Z_H , Z_V データ)である。

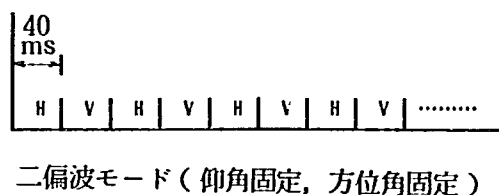


図-4.16 手動モード5 (運用パターン7)

参考文献

- 1) W.M. Boerner, D.W. Carnegie, and A.P. Agrawal Monostatic polarimetric radar backscatter model for rain, March 1986
- 2) E.A. Mueller, Implementation of differential reflectivity on the CHILL Radar, Radar meteorology conference
- 3) D. Brunkow and R. Lee, CHILL data system 23rd Conference on radar meteorology 1986
- 4) E.A. Mueller and D.W. Staggs, Capabilities of the CHILL radar after update, 23rd Conference on radar meteorology, 1986
- 5) V.N. Bringi, T.A. Seliga, M.P.M Hall, J.W.F Goddard and G.R. Kennedy, Dual-Polarization Radar: Techniques and Applications, Atmospheric Technology, 1981
- 6) A. Schroth, P. Meischner and H. Schuster, Coherent polarimetric C. Band Radar for atmospheric research, Proc. of IGARSS, 84 Symposium, August 1984
- 7) F. Pasqualucci, B.W. Bartram, R.A. Kropfli and W.R. Moninger, A millimeter-wavelength dual-polarization doppler radar for cloud and precipitation studies, Journal of Climate and Applied Meteorology, Vol.22, 1983
- 8) R.E. Marshall, T. Pratt, E.A. Manus, D.P. Stapor and J.H. Andrews, S band radar differential reflectivity measurements in multiple polarization planes along satellite slant paths, Radio Science, Vol.19, 1984
- 9) G.C. McCormick and A. Hendry, Techniques for the determination of the polarization properties of precipitation, Radio Science Vol.14, No.6, 1979
- 10) J.K. Carter, D. Sirmans and J. Schmidt Engineering description of the NSSL dual linear polarization doppler weather radar 23rd conference on radar meteorology and conference on cloud physics, 1986

第5章 直交二偏波レーダによる降水強度の測定

5.1 概 説

直交二偏波レーダによる降水強度の測定方法には大きく分けて2つある。1つは、既存型レーダと同様に反射因子 Z と R との関係式 $Z = B \cdot R^\beta$ を用いる方法、もう一つは、偏波特性を利用する方法である。

5.2で水平及び垂直偏波の反射因子 Z_H , Z_V から降水強度を推定する時に用いる B , β の理論値を求める。5.3で偏波特性を利用して降水強度を推定する理論について述べ、5.4で海外の研究例を示す。

5.2 降雨換算定数 B , β

既存のレーダによる降水強度の測定は、 $Z = B \cdot R^\beta$ という関係式を用いて行う。このため、降水強度の観測精度は、降雨換算定数 B , β の推定精度に依存することになる。しかし、降雨換算定数 B , β は降雨原因によって大きく異なる。そこで、降雨原因別に提案されている各種の雨滴の粒径分布モデルを用い、Cバンドレーダ(5.7 cm波)の水平偏波及び垂直偏波の降雨換算定数 B , β の厳密な理論値を求めた。また、比較のため、雨滴を球体と見なした場合の降雨換算定数 B , β の厳密な理論値も求めた。

(1) 後方散乱断面積 σ

雨滴の後方散乱断面積は第2章で導いた楕円体の後方散乱断面積の理論であるGansの式を用いる。また、球体の後方散乱断面積は、Gansの式と同様に粒子直径 D が波長 λ に比べて十分小さいとき($D \ll \lambda$)の近似解であるRayleighの式及び厳密解であるMie散乱の式の2種類を用いた。

a. Gansの式(楕円体の後方散乱断面積の近似解)

$$\sigma_{H,V} = \frac{16 \pi^3 D_e^6}{9 \lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{4 \pi + (m^2 - 1) P_{H,V}} \right|^2 \dots\dots\dots (5.1)$$

ここに、 λ : 波長[cm]

D_e : 等価体積球形体の直径[cm]

m : 複素屈折率

$P_{H,V}$: 形状因子

$$P_V = (4 \pi / e^2) \{ 1 - [(1 - e^2) / e^2]^{1/2} \sin^{-1} e \} = 4 \pi - P_H$$

e : 楕円体の離心

$$e^2 = 1 - (a/b)^2$$

a/b : 雨滴の縦横軸長比

b. Rayleigh の式 (球体の後方散乱断面積の近似解)

$$\sigma_R = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 D^6 \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

c. Mie の式 (球体の散乱断面積の厳密解)

$$\sigma_M = \frac{\pi D^2}{4 \alpha^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1) (a_n - b_n) \right|^2 \quad \dots\dots\dots (5.3)$$

ここで, $\alpha = \pi D / \lambda$

a_n, b_n : 変数が α, m である球ベッセル関数

(2) 複素誘電率 ϵ と複素屈折率 m

複素誘電率 ϵ は温度及び周波数の関数であり, 一般に $\epsilon = \epsilon_r - \epsilon_i$ と表される。P. S. RAY¹⁾ によれば, 複素誘電率の実数部 ϵ_r と虚数部 ϵ_i は, 波長が 1 mm 以上の場合は次式で表される。

$$\epsilon_r = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \{ 1 + (\lambda_s / \lambda)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2) \}}{1 + 2(\lambda_s / \lambda)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2) + (\lambda_s / \lambda)^{2(1-\alpha)}} \quad \dots\dots\dots (5.4)$$

$$\epsilon_i = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)(\lambda_s / \lambda)^{1-\alpha} \cos(\alpha\pi/2)}{1 + 2(\lambda_s / \lambda)^{1-\alpha} \sin(\alpha\pi/2) + (\lambda_s / \lambda)^{2(1-\alpha)}} + \frac{\sigma \lambda}{18.8496 \times 10^{10}} \quad \dots\dots\dots (5.5)$$

ここに, $\epsilon_s, \epsilon_\infty, \alpha, \lambda_s, \sigma$ は, 温度 t (°C) の関数で以下のように表される。

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= 78.54 [1.0 - 4.579 \times 10^{-3} (t - 25.0) \\ &\quad + 1.19 \times 10^{-5} * (t - 25.0)^2 - 2.8 \times 10^{-8} (t - 25.0)^3] \\ \epsilon_\infty &= 5.27137 + 0.0216474 t - 0.00131198 t^2 \\ \alpha &= -16.8129 / (t + 273) + 0.0609265 \\ \lambda_s &= 0.00033836 \cdot \exp [2513.98 / (t + 273)] \\ \sigma &= 12.5664 \times 10^8 \end{aligned}$$

また, 複素誘電率 ϵ と複素屈折率 m との関係は $\epsilon = m^2$ である。表- 5.1 に, Ray の式で求めた 5.7 cm 波の温度別の複素誘電率 ϵ , 複素屈折率 m , $[(\epsilon + 2) / (\epsilon - 1)]^2$ の値を示す。

(3) 雨滴の縦横軸長比 a / b

雨滴の縦横長比 a / b は, 図- 5.1 に示す通り, Pruppacher - Pitter, Spilhaus, Jones 等によって測定や理論計算が行われている。本研究では, 圧力の釣合から求めた Pruppacher - Pitter の雨滴形状の理論値の結果を近似する Green の式を用いた。

表- 5.1 複素誘電率と複素屈折率

(波長: 5.7cm)

温 度	複素誘電率 ϵ	複素屈折率 m	$\left \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right ^2$
- 5	6 2.1 0 6 - 4 0.1 8 9 i	8.2 4 9 - 2.4 3 6 i	0.9 3 4
0	6 6.6 3 5 - 3 6.4 1 5 i	8.4 4 3 - 2.1 5 7 i	0.9 3 3
5	6 9.8 3 4 - 3 2.4 2 1 i	8.5 6 8 - 1.8 9 2 i	0.9 3 2
10	7 1.8 7 8 - 2 8.5 1 9 i	8.3 6 7 - 1.6 5 1 i	0.9 3 1
15	7 2.9 8 9 - 2 4.8 9 7 i	8.6 6 4 - 1.4 3 7 i	0.9 2 9
20	7 3.3 8 3 - 2 1.6 4 6 i	8.6 5 7 - 1.2 5 0 i	0.9 2 8

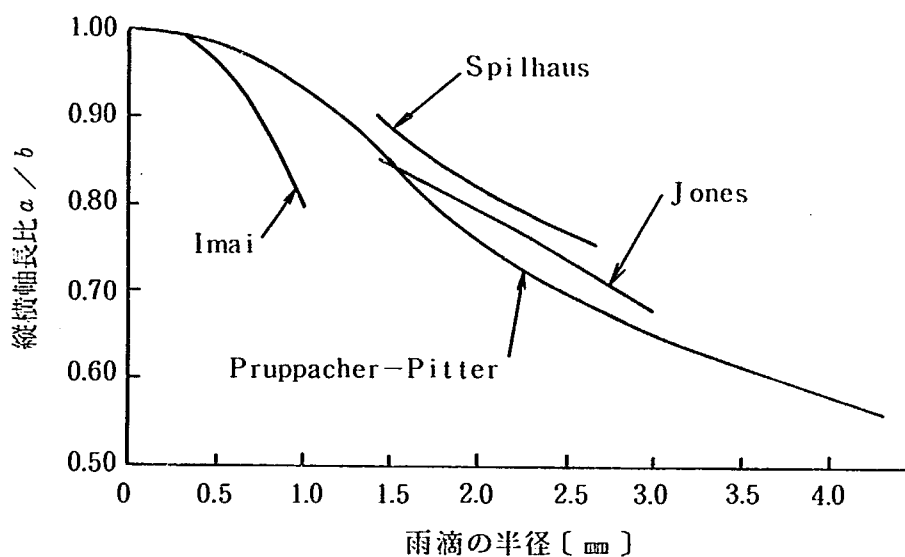
図- 5.1 雨滴の縦横軸長比 a / b

表- 5.2 雨滴の粒径分布

提 案 者	降雨原因	N_0	A
Marshall-Palmer	地 雨	8 0 0 0	$4.1 R^{-0.21}$
Joss	霧 雨	3 0 0 0 0	$5.7 R^{-0.21}$
Joss	雷 雨	1 4 0 0	$3.0 R^{-0.21}$
Best	雷 雨	$160 R^{0.324} D^{-1.75}$	$0.55 R^{-0.52} D^{1.25}$

a. Green の式²⁾

$$D_e = 2000.0 \{ (T_s / g \rho) [(b/a)^2 - 2(b/a)^{1/3} + 1] (b/a)^{1/3} \}^{1/2} \dots\dots\dots (5.6)$$

ここに, D_e : 等価体積球体の直径 [cm]

T_s : 水の表面張力 (72.75×10^{-3} [J・m⁻²])

g : 重力加速度 (9.8 [m/s])

ρ : 水の密度 (1000.0 [kg/m³])

b/a : 雨滴の長軸長/短軸長

この時, 体積の関係から等価体積球体形の直径 D_e と雨滴の短軸長 a , 長軸長 b との間には, $D_e^3 = 8 b^2 a$ の関係がある。

(4) 雨滴の粒径分布モデルと落下速度式

気象レーダの場合, 電波の散乱, 吸収はビーム体積中の雨滴群によるものである。したがって, 反射因子 Z を計算するには, 雨滴の粒径分布 $N(D)$ に関する情報が必要である。雨滴の粒径分布は, 一般に指数分布形の $N(D) = N_0 \cdot \exp(-\Lambda D)$ で表され, 定数 N_0 , Λ は降雨状態によって異なる。ここで, D は粒径 [mm] である。本研究では, 降雨原因別に B , β を検討するため, 表-5.2 の4種類の分布形を用いた。

また, 降雨強度 R は粒径分布と落下速度 $V(D)$ の積である。したがって, $Z \sim R$ 関係を求めるには, 雨滴の落下速度の情報が必要である。雨滴の落下速度は Gunn-Kinzer の観測値が一般的によく用いられている。本研究は Gunn-Kinzer の観測値とよく一致する Best の式を用いた。

$$V(D) = 9.58 \{ 1.0 - \exp \{ -(D/1.77)^{1.147} \} \} \dots\dots\dots (5.7)$$

ここに, $V(D)$: 落下速度 [m/s]

D : 粒径 [mm]

(5) 降雨換算定数 B , β

B , β は, レーダ反射因子 Z を降雨強度 R に換算するときに求める定数で, Z と R の関係は $Z = BR^\beta$ と表される。レーダ反射因子 Z と降雨強度 R は次式で定義される。

$$Z = 10^{-6} \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{m^2 + 2}{m^2 - 1} \right|^2 \int_0^{D_{MAX}} \sigma \cdot N(D) dD \dots\dots\dots (5.8)$$

$$R = 3.6 \times 10^{-3} \frac{4}{3} \pi \int_0^{D_{MAX}} \left(\frac{D}{2} \right)^3 \cdot N(D) \cdot V(D) dD \dots\dots\dots (5.9)$$

ここに, Z : 反射因子 [mm³/m⁶]

R : 降水強度 [mm/h]

λ : 波長 [cm]

m : 複屈折率

D : 雨滴の直径 [mm]

σ : 後方散乱断面積 [cm^2]

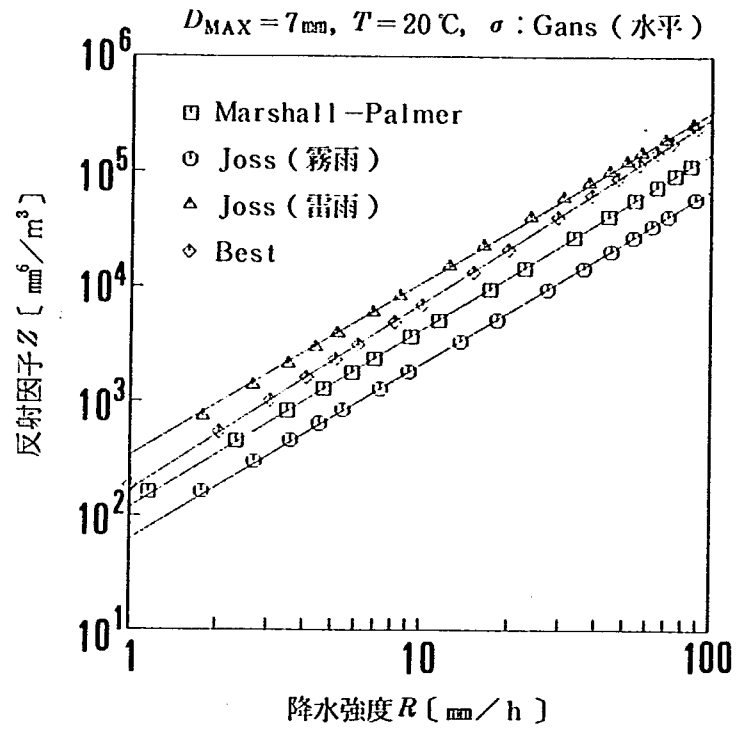
N : 粒径分布 [$1/\text{mm} \cdot \text{m}^3$]

V : 落下速度 [m/s]

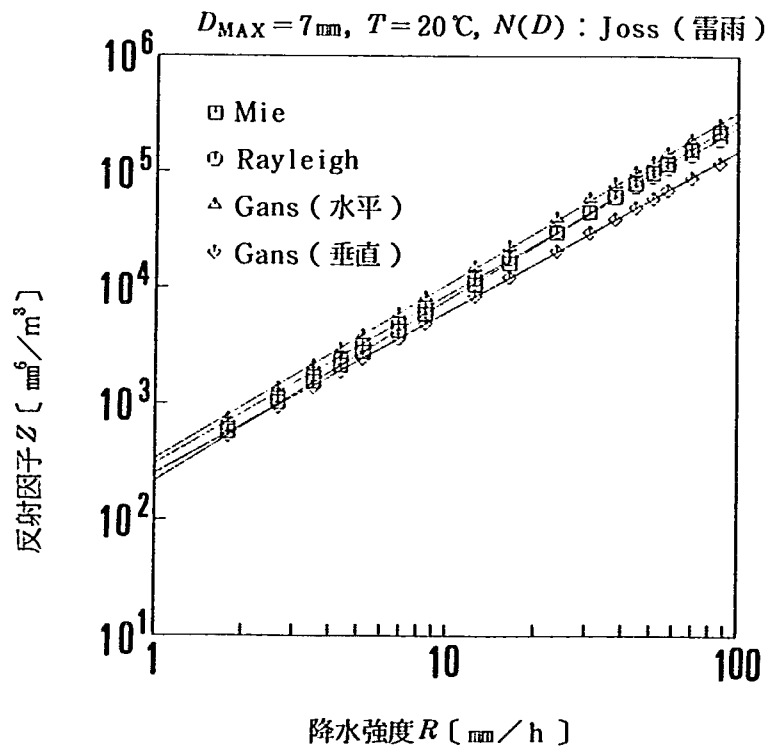
Z 及び R は、雨滴の最大粒径によって異なる。雨滴の最大粒径は $6\text{ mm} \sim 8\text{ mm}$ 程度であるという既往の研究結果から、本研究では雨滴の最大粒径は、中央値の 7 mm と、 B 、 β が大きくなる 6 mm の2種類を用いた。

B 、 β の算出結果を表-5.3、図-5.2 に示す。これから、次のことが分かった。

- ① B 、 β は、温度によってほとんど変わらない。
 - ② β は降雨原因によってほとんど変わらず、 $1.3 \sim 1.6$ になる。
 - ③ B は降雨原因によって大きく異なる。また、同じ降雨原因でも分布形によって大きく異なる。
 - ④ 水平偏波と垂直偏波の B を比較すると、霧雨の B はほぼ同じであるが、地雨や雷雨の B は、水平偏波の方が垂直偏波に比べ、 $8 \sim 36\%$ 程度大きい。
 - ⑤ 水平偏波と垂直偏波の β を比較すると、水平偏波の方が垂直偏波と比べ $0.08 \sim 0.15$ 大きい。
 - ⑥ 最大粒径 D_{MAX} が 7 mm と 6 mm の B を比較すると、霧雨の B はほぼ同じであるが、地雨や雷雨の B は、 7 mm の方が 6 mm に比べ、 $5 \sim 15\%$ 程度小さい。
 - ⑦ 最大粒径 D_{MAX} が 7 mm と 6 mm の B を比較すると、 7 mm の方が 6 mm に比べ $0.01 \sim 0.07$ 大きい。
 - ⑧ 雨滴を球形とした時の Mie 散乱と Rayleigh 近似の B を比較すると、霧雨の B はほぼ同じであるが、地雨や雷雨の B は、Mie 散乱の方が Rayleigh 近似に比べ、 $7 \sim 52\%$ 程度小さい。
 - ⑨ 雨滴を球形とした時の Mie 散乱と Rayleigh 近似の β を比較すると、最大粒径 D_{MAX} が 7 mm の場合は、Mie 散乱の方が Rayleigh 近似に比べ、霧雨を除き、 $0.02 \sim 0.12$ 程度大きい。また、最大粒径 D_{MAX} が 6 mm の場合は、Mie 散乱の方が Rayleigh 近似に比べ、 $0.00 \sim 0.05$ 程度小さい。最大粒径の設定で、 β の傾向が異なるのは、Mie 散乱と Rayleigh 近似の後方散乱断面積の大小関係が、図-5.3 に示すように 6 mm 程度で逆転する為と考えられる。
 - ⑩ 前記⑧⑨より最大粒径 D_{MAX} が 7 mm の場合、Mie 散乱の B 、 β は、 B が Rayleigh 近似より小さく、 β が Rayleigh 近似より大きいので、 $Z \sim R$ 関係は Mie 散乱と Rayleigh 近似ではあまり変わらない。
- 以上より、 $Z \sim R$ 関係を用いて降水強度を測定する場合は、全降雨一様の B を用いれば測定精度は悪くなる。したがって、地上値とレーダ値を対比して、または、降水粒子の粒径分布を測定して、 B を毎時校正する必要があることが言える。また、地上観測値とレーダ観測値とを対比して降雨換算定数 B 、 β を推定する場合は、 β を $1.4 \sim 1.6$ の間の値に固定し、 B のみを正確に推定すればよいと言える。



(a) 雨滴の粒径分布 $N(D)$ の比較



(b) 後方散乱断面積 σ の比較

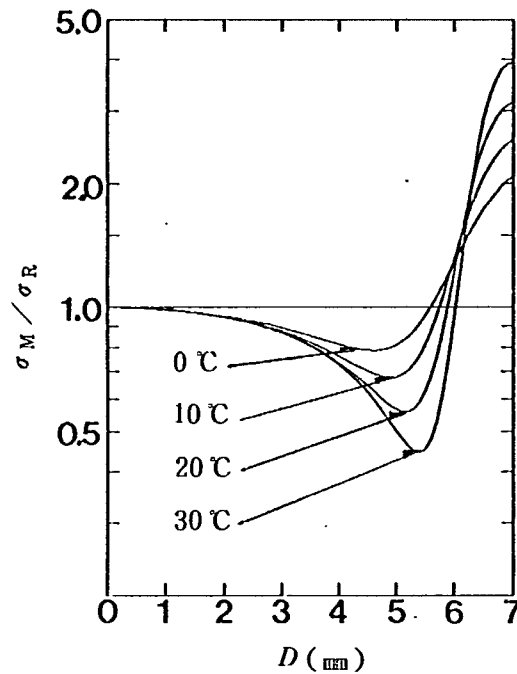
図-5.2 $Z \sim R$ 関係

表- 5.3 (1) 降雨換算定数 B , β (計算条件: $D_{\text{MAX}} = 7 \text{ mm}$)

粒徑分布形	温 度 ($^{\circ}\text{C}$)	Mie 散乱		Rayleigh 近似		Gans 水平		Gans 垂直	
		B	β	B	β	B	β	B	β
Marshall -Palmar	0	101	1.52	117	1.50	119	1.54	110	1.43
	10	97	1.52	116	1.50	118	1.54	109	1.43
	20	95	1.52	115	1.50	117	1.54	109	1.43
Joss (霧雨)	0	62	1.47	63	1.49	63	1.52	62	1.43
	10	62	1.46	63	1.49	62	1.52	62	1.43
	20	62	1.45	62	1.49	62	1.52	62	1.43
Joss (雷雨)	0	247	1.52	303	1.45	336	1.50	253	1.39
	10	230	1.54	302	1.45	334	1.50	252	1.39
	20	216	1.57	300	1.45	333	1.50	250	1.39
Best (雷雨)	0	125	1.63	164	1.56	167	1.62	154	1.47
	10	115	1.64	163	1.56	166	1.62	154	1.47
	20	107	1.66	163	1.56	166	1.62	153	1.47

表- 5.3 (2) 降雨換算定数 B , β (計算条件: $D_{\text{MAX}} = 6 \text{ mm}$)

粒徑分布形	温 度 ($^{\circ}\text{C}$)	Mie 散乱		Rayleigh 近似		Gans 水平		Gans 垂直	
		B	β	B	β	B	β	B	β
Marshall -Palmar	0	118	1.45	126	1.46	130	1.50	117	1.40
	10	119	1.43	125	1.46	129	1.50	116	1.40
	20	123	1.41	124	1.46	128	1.50	115	1.40
Joss (霧雨)	0	64	1.45	64	1.48	64	1.51	63	1.42
	10	65	1.44	64	1.48	63	1.51	63	1.42
	20	66	1.43	64	1.48	63	1.51	62	1.42
Joss (雷雨)	0	286	1.40	323	1.40	361	1.43	266	1.35
	10	279	1.39	321	1.40	360	1.43	265	1.35
	20	278	1.36	320	1.40	357	1.43	263	1.35
Best (雷雨)	0	167	1.50	184	1.51	194	1.55	169	1.43
	10	168	1.48	184	1.51	193	1.55	168	1.43
	20	175	1.45	185	1.51	192	1.55	167	1.43



図－5.3 後方散乱断面積のMie 理論 σ_M と Rayleigh 近似 σ_R の比

5.3 Z_{DR} から降水強度を推定する方法

前記 5.2 の検討から分かるように、レーダ雨量計で降水量を精度良く測定するには、降水粒子の粒径分布を測定する必要がある。 Z_{DR} から降水強度を推定する方法は、二重偏波の反射因子を用いて雨滴の粒径分布を推定し、式 (5.9) を用いて降水強度を算出するものである。

まず、降水粒子の粒径分布の推定法について述べる。水平及び垂直偏波によって得られるレーダ反射因子 Z_H 、 Z_V はそれぞれ次式で表される。

$$Z_{H,V} = C \cdot \int_0^{D_{MAX}} \sigma_{H,V}(D) \cdot N(D) dD \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

ここで、 D : 雨滴の直径

C : レーダシステムによって決まる定数

$\sigma_{H,V}$: 雨滴の水平、垂直偏波に対する後方散乱断面積

$N(D)$: 雨滴の粒径分布

雨滴の粒径分布は、一般に用いられている指数分布を拡大したガンマ分布を用いる。

$$N(D) = N_0 \cdot D^m \exp(-A \cdot D) \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

ここで、 N_0 、 m 、 A は降雨状態を示す定数で、粒径分布は $m = 0$ で指数分布になり、Ulbrich-Atlas³⁾ は $m = 2$ を提案している。

この雨滴の粒径分布を用いると Z_H と Z_V との比 Z_{DR} は、次式になる。

$$Z_{DR} = 10 \log (Z_H / Z_V)$$

$$= 10 \log \left\{ \frac{\int_0^{D_{MAX}} \sigma_H \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD}{\int_0^{D_{MAX}} \sigma_V \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD} \right\} \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

m を設定し、 σ_H 、 σ_V をあらかじめ理論計算によって求めておけば、式(5.12)より A が求まり、続いて式(5.10)の Z_H の式または Z_V の式から N_0 が求まる。こうして二重偏波レーダによって上空の雨滴の粒径分布を推定できる。

図-5.4に $Z_{DR} \sim A$ の関係を示す。計算条件は、雨滴の水平・垂直偏波に対する後方散乱断面積 $\sigma_{H,V}$ はGansの式、雨滴の縦横軸比 a/b はGreenの式、雨滴の粒径分布は指数分布($m=0$)、雨滴の最大粒径 D_{MAX} は6mmと8mmである。また、 A と降水強度 R の関係を把握するため、横軸の下にMarshall-Palmerが提案した雨滴の粒径分布(表-5.1)の定数 $A=4.1R^{-0.21}$ で求めた降水強度を示した。

図-5.4から、① Z_{DR} は理論上4以上にはならない、② Z_{DR} を高精度で観測しないと降水強度の観測誤差は大きくなる、③ $Z_{DR} > 2$ 以上の場合、雨滴の最大粒径によって Z_{DR} の値が異なる、ことがわかった。

いったん雨滴の粒径分布が得られれば、それから降雨強度や電波の降雨減衰等も得ることができる。このことを以下に示す。

式(5.8~9)から、次式が得られる。

$$\frac{Z_H}{R} = \frac{10^{-6} \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{m^2 + 2}{m^2 - 1} \right|^2 \int_0^{D_{MAX}} \sigma_H \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD}{3.6 \times 10^{-3} \cdot (3/4) \pi \cdot \int_0^{D_{MAX}} (D/2)^3 \cdot V(D) \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD} \quad \dots\dots\dots (5.13)$$

したがって、雨滴の粒径分布の形状を示す定数 m 、雨滴の最大粒径 D_{MAX} 、雨滴の落下速度 $V(D)$ を設定すれば、式(5.12)と式(5.13)から $Z_{DR} \sim Z_H/R$ の関係が求まり、 Z_{DR} 、 Z_H の測定値から降水強度 R が推定できる。

図-5.5に、 $Z_{DR} \sim Z_H/R$ の関係を示す。計算条件は、図-5.4の計算と同じである。これより、 $Z_{DR} \sim Z_H/R$ の関係は、 $Z_H/R = a \cdot Z_{DR}^{1/b}$ 、つまり、 $R = a \cdot Z_H \cdot Z_{DR}^{-b}$ と近似できると推測される。

降雨による電波の減衰量 K_R は、式(5.14)で定義されるので、 Z_H/K_R は式(5.15)となる。

$$K_R = 0.4343 \cdot \int_0^{D_{MAX}} N(D) \cdot Q_t dD \quad \dots\dots\dots (5.14)$$

ここで, K_R : 降雨による電波の減衰量 [dB/km]

Q_t : 雨滴の全吸収断面積 [cm²]

$$\frac{Z_H}{K_R} = \frac{10^{-6} \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{m^2 + 2}{m^2 - 1} \right|^2 \int_0^{D_{MAX}} \sigma_H \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD}{0.4343 \cdot \int_0^{D_{MAX}} Q_t \cdot D^m \cdot \exp(-A \cdot D) dD} \dots\dots (5.15)$$

したがって, $Z_{DR} \sim Z_H/R$ の関係と同様に, m , D_{MAX} , $V(D)$ を設定すれば, 式 (5.12) と式 (5.15) から $Z_{DR} \sim Z_H/K_R$ の関係が求まり, Z_{DR} , Z_H の測定値から降雨による電波の減衰量 K_R が推定できる。

図-5.6 に, $Z_{DR} \sim Z_H/K_R$ の関係を示す。計算条件は, 雨滴の全吸収断面積は Mie 散乱の値を用い, その他は図-5.4 の計算と同じである。

以上の $Z_{DR} \sim Z_H/R$ の関係及び $Z_{DR} \sim Z_H/K_R$ の関係を用いれば, 二重偏波レーダによる降水強度並びに降雨減衰量の測定は, 雨滴の粒径分布を直接測定して行うので, より降水強度の観測精度の向上が望める。

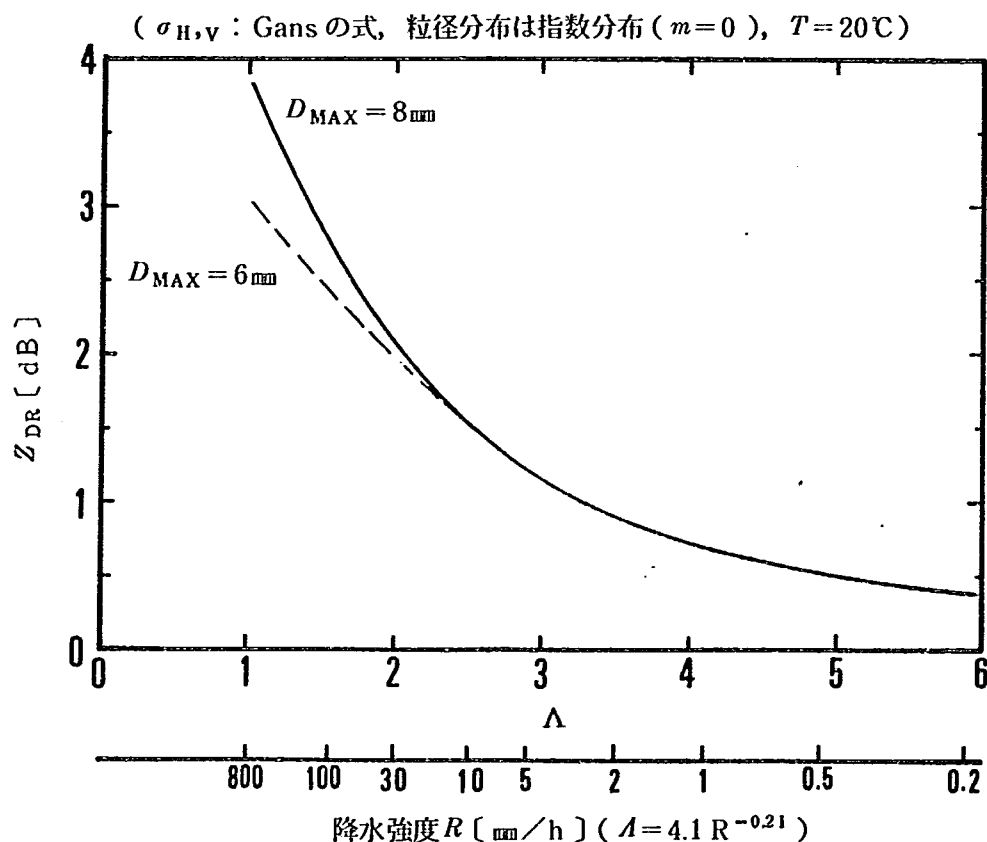


図-5.4 Z_{DR} と A との関係

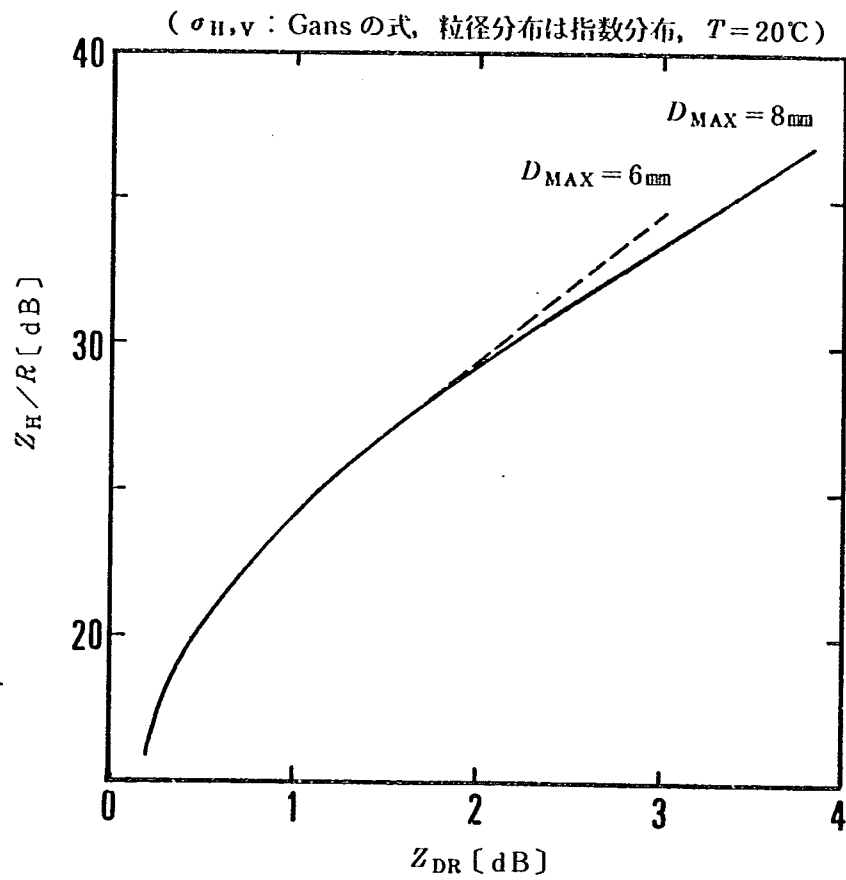


図-5.5 Z_{DR} と Z_H/R との関係

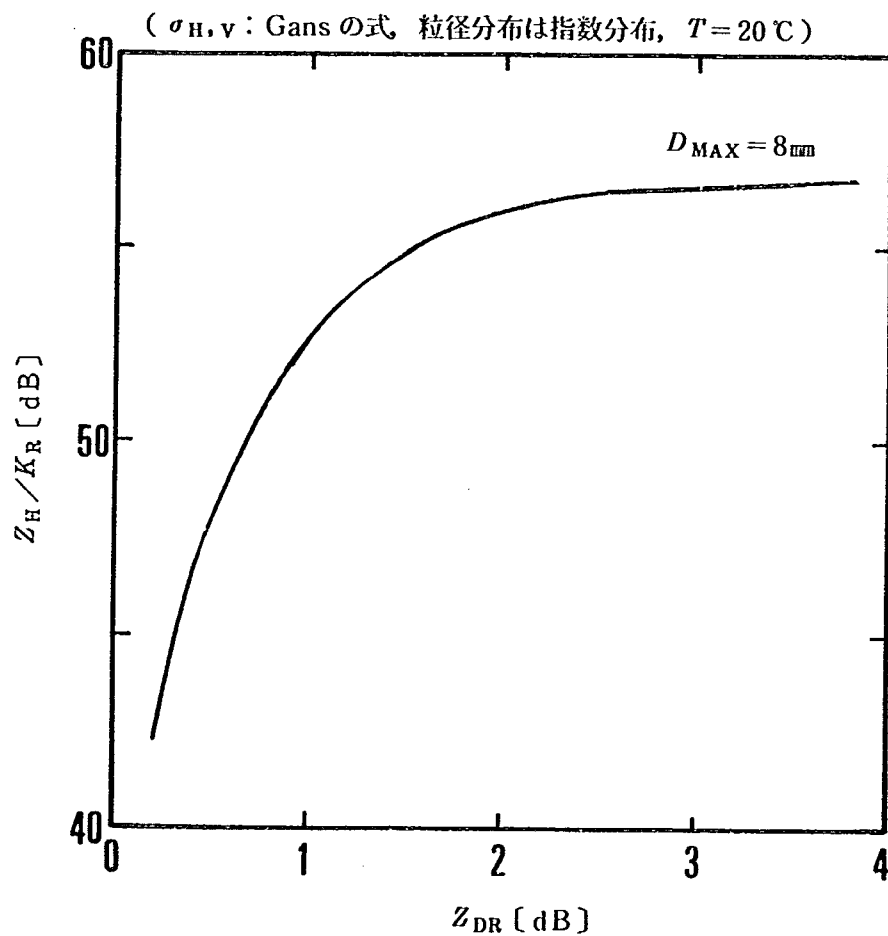


図-5.6 Z_{DR} と Z_H/K_R との関係

5.4 二重偏波レーダによる降水強度の観測に関する研究例

二重偏波レーダを用いた降水強度の観測に関する研究は、NCARのCP-2レーダを用いたSliga等の研究、Chilboltonレーダを用いたGoddard & Cherryの研究、NSSLのレーダを用いたBumgarner & Dooleyの研究、NSSLのレーダを用いたSachidananda & Zrnicの研究がある。ここでは、これらの研究のレビューを行う。

5.4.1 SLIGAとBRINGI等の研究

二重偏波レーダを用いて降水強度を測定する研究は、米国ペンシルバニア州立大のSligaとBringi等によって始められた。彼らは、ディストロメーター及びNCAR(National Center for Atmospheric Research)のCP-2レーダ等を用いて、降水強度 R とレーダ観測値 Z_{DR} との関係並びに観測精度について研究をしているので、ここで紹介する。

(1) ディストロメーターの観測による研究⁴⁾

降水強度 R とレーダ観測値 Z_{DR} の関係を、ディストロメーターの観測結果から求め、その観測精度について検討している。ディストロメーターは、Joss等によって開発された雨滴の落下時の衝撃を利用して雨滴の粒径分布を測定する装置で、0.3~5.0 mm 間を20サイズに分類して測定できる。なお、観測データは30秒間の累加値である。Sliga等は、式(5.8)、(5.10)にディストロメーターで観測した粒径分布を代入して、 R 、 Z_H 、 Z_{DR} を求め、 R と Z_{DR} の関係を検討した。ディストロメーターによる粒径分布の観測は、1982年10月6日イリノイ州で行った。図-5.7は、 R/Z_H と Z_{DR} の散布図である。この図から、 $R/Z_H \sim Z_{DR}$ の関係式を1直線で近似した式(5.16)と折れ線で近似した式(5.17)を導いた。また、ディストロメーターの観測結果から、式(5.11)に示した雨滴の粒径分布の定数 N_0 、 A 、 m を推定し、この粒径分布を用いて、 R 、 Z_H 、 Z_{DR} を算出し、式(5.18~19)の $R/Z_H \sim Z_{DR}$ の関係式を導いた。なお、 Z_H 、 Z_{DR} は、Sバンド(10 cm波)レーダに対する値である。また、 R/Z_H の単位は[mm/h/mm⁶/m³]、 Z_{DR} の単位は[dB]である。

a. ディストロメーターで観測した粒径分布を用いた場合

$$R/Z_H = 1.51 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.55} \quad (0.2 \leq Z_{DR} \leq 2.6) \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

$$R/Z_H = 1.95 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.04} \quad (0.2 \leq Z_{DR} \leq 0.7) \quad \dots\dots\dots (5.17-1)$$

$$R/Z_H = 1.59 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.67} \quad (0.7 \leq Z_{DR} \leq 2.6) \quad \dots\dots\dots (5.17-2)$$

b. 粒径分布を指数分布($m=0$)と仮定した場合

$$R/Z_H = 1.93 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.5} \quad \dots\dots\dots (5.18)$$

c. 粒径分布をガンマ分布($m=2$)と仮定した場合

$$R/Z_H = 1.70 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.5} \quad \dots\dots\dots (5.19)$$

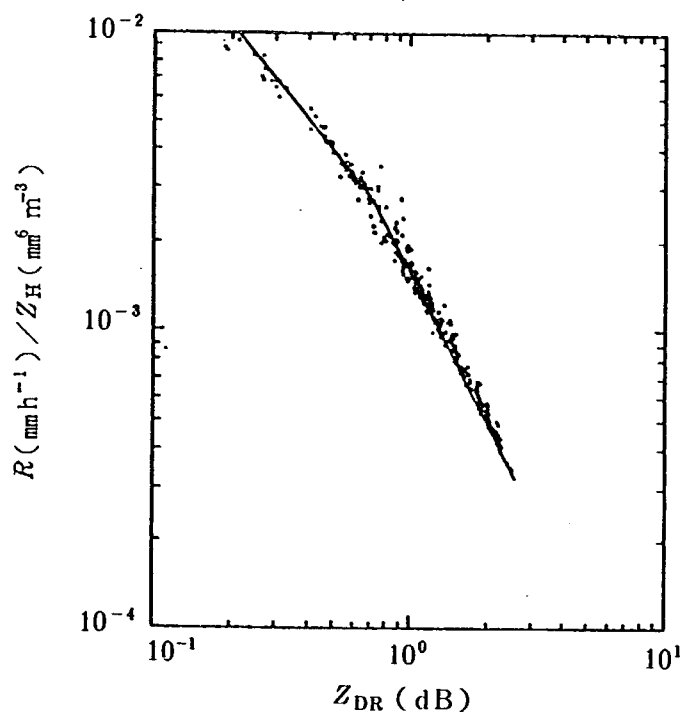


図- 5.7 Z_{DR} と Z_H/R の散布図

(Z_{DR} と Z_H はディストロメーターの観測値から算出した値で)
(ある。また、直線は、折れ線で近似した式 (5.17) である。)

レーダによる降水強度の観測精度を、独立な観測データ (コロラド州ボルダーにおける 1983 年 6 月 8 日と 13 日のディストロメーターによる観測データ) を用い、ディストロメーターの観測データから理論計算して求めたレーダ値 (Z_H , Z_{DR}) から推定した降水強度とディストロメーターで観測した粒径分布から算出した降水強度を対比することにより行った。精度平価の指標は、 NB (Normalized bias) と $NSED$ (Normalized standard error of the difference) の 2 つである。

$$NB = (\hat{R}_R - \hat{R}_D) / \hat{R}_D \quad \dots\dots\dots (5.20)$$

$$NSED = (1/\hat{R}_D) \left[(1/n) \cdot \sum_{i=1}^n \{ (R_{Ri} - R_{Di}) - (\hat{R}_R - \hat{R}_D) \} \right] \quad \dots\dots\dots (5.21)$$

ここで、 R : 降水強度 (30 秒平均) [mm/h]

記号 $\hat{}$: 全サンプルの平均を示す

下添字 D : ディストロメーターの観測値から算出した値を示す

下添字 R : レーダ値から算出した値を示す

n : サンプル数

レーダ値から降水強度を算出方法は、 $R = a \cdot Z_H \cdot Z_{DR}^b$ による方法と $Z_H = B \cdot R^\beta$ による方法で、定数は、式 (5.16~19), 式 (5.22~23) に示す 6 通りである。

a. 粒径分布をMarshall - Palmer 分布とした時の式

$$Z_H = 200 \cdot R^{1.6} \quad \dots\dots\dots (5.22)$$

b. 粒径分布を Joss (地雨) 分布とした時の式

$$Z_H = 300 \cdot R^{1.5} \quad \dots\dots\dots (5.23)$$

精度比較の結果を表－ 5.4 に示す。 $R = a \cdot Z_H \cdot Z_{DR}^b$ による方法は $Z_H = B \cdot R^{\beta}$ による方法に比べ、平均値のずれ (NB) および推定値 (NSDE) のばらつきが小さくなるので、観測精度の向上が期待できる。また、この表では、定数 a 、 b は折れ線の経験式が最も精度が良く、粒径分布形を指数分布と仮定した場合が最も悪くなっているが、これは評価にディスドロメーターの観測特性 (粒径が 0.3 mm 以下及び 5.0 mm 以上の粒子の測定ができない並びに 20 サイズの分類しかできない等) の影響を受けていると考えられる。

表－ 5.4 降水強度の観測精度比較

降水強度推定法	6 月 8 日		6 月 13 日	
	$R_{MAX} = 7.7 \text{ mm/h}$ $R = 1.17 \text{ mm/h}$ 観測時間 = 134 分間		$R_{MAX} = 6.1 \text{ mm/h}$ $R = 2.42 \text{ mm/h}$ 観測時間 = 96 分間	
	NB (%)	NSDE (%)	NB (%)	NSDE (%)
Z_H , Z_{DR} の一直線経験式 式 (5.16)	1.9	12.4	7.5	8.9
Z_H , Z_{DR} の折線経験式 式 (5.17)	0.1	11.8	3.5	8.5
Z_H , Z_{DR} の指数分布による式 式 (5.18)	27.8	33.0	19.2	13.9
Z_H , Z_{DR} のガンマ分布による式 式 (5.19)	12.4	16.0	4.8	7.8
Z_H の Marshall - Palmer の式 式 (5.23)	2.2	28.1	43.5	22.5
Z_H の Joss (地雨) の式 式 (5.23)	21.9	40.2	19.9	21.1

(2) 偏波レーダ観測による研究

NCARのCP-2レーダを用いて、1983年6月4日と1984年6月15日の2回、偏波モードで観測を行っている。NCARのCP-2レーダは、Sバンドの Z_H 、 Z_{DR} 及びドップラ速度、並びにXバンドの Z_H 、 LDR が測定できるレーダである。NCARのCP-2レーダの詳細は第4章に示した。ここでは、2回の観測結果について述べる。

① 1983年6月4日の観測結果⁵⁾

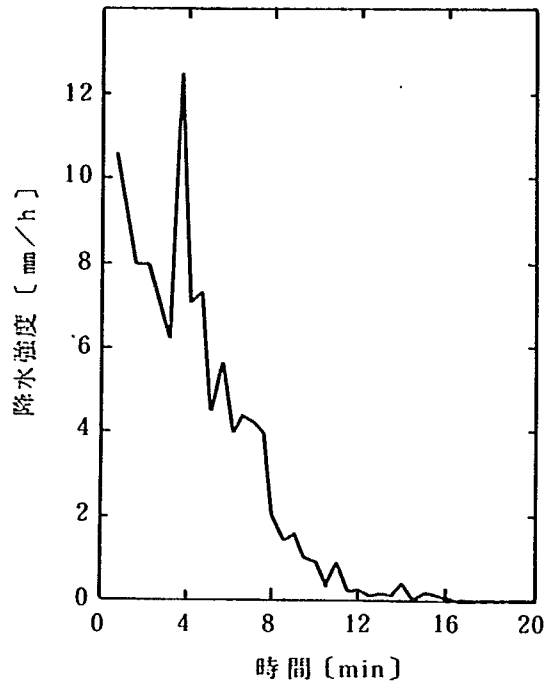
1983年6月4日のディストロメーターによる降水強度の観測結果を図-5.8に示す。ディストロメーターは、前記(1)と同じ装置で、レーダから北3.5 kmに位置するボールダー大気観測所の気象タワーに設置してある。観測は30秒平均である。

レーダは、1, 2, 3, 4, 5, 6°の6仰角で観測されている。レーダ観測は各仰角それぞれ160秒に1回の割合で行われている。観測時間は約15分である。したがって各仰角のサンプル数は6で、合計のサンプル数は36である。

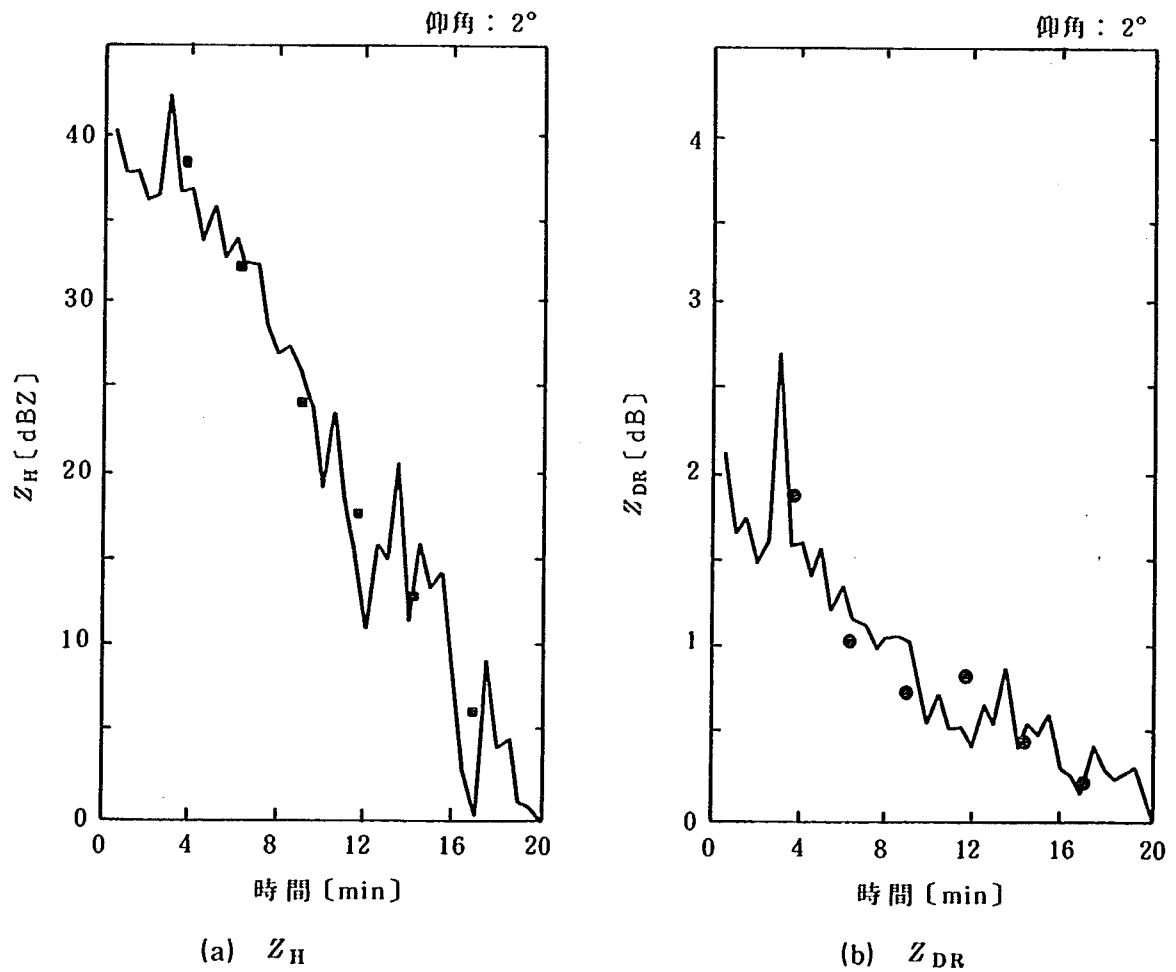
図-5.9に仰角2°の Z_H 、 Z_{DR} レーダ観測値(点)とディストロメーターの観測値から算出した値(直線)の時系列を示す。レーダ観測値と地上観測値との一致は非常に良い。各仰角のディストロメーターの観測値から算出した Z_H 、 Z_{DR} は、高度によって雨滴の落下速度が異なることを考慮して算出している。

図-5.10は、式(5.16)と同様な式 $R/Z_H = 1.65 \cdot 10^{-3} \cdot Z_{DR}^{-1.56}$ を用いて算出した降水強度 R_R とディストロメーター観測による降水強度 R_D の散布図である。 R_R と R_D の平均値の差は0.02 mm/h, R_R と R_D の相関係数は0.973, 回帰直線は $R_D = 0.973 \cdot R_R + 0.023$ である。図-5.11は、式(5.22)の $Z_H = 200 \cdot R^{1.6}$ を用いて算出した降水強度 R_R とディストロメーター観測による降水強度 R_D の散布図である。 R_R と R_D の平均値の差は0.77 mm/h, R_R と R_D の相関係数は0.950, 回帰直線は $R_D = 1.577 \cdot R_R + 0.006$ である。これから、 Z_{DR} による降水強度推定は $Z \sim R$ による方法より精度が良いことがわかる。

図-5.12は、 $D_0 = 1.56 \cdot Z_{DR}^{0.76}$ を用いて算出した中央体積直径 D_0^R とディストロメーター観測による中央体積直径 D_0^D の散布図である。 D_0^R と D_0^D の平均値の差は0.16 mm, D_0^R と D_0^D の相関係数は0.834, 回帰直線は $D_0^R = 0.874 \cdot D_0^D - 0.040$ である。これから、 Z_{DR} による粒径分布の推定は、精度が良いことがわかる。



図－ 5.8 降水強度の時間変化図



図－ 5.9 レーダ値（点）とディストロメーターの観測値から算出した値（直線）の比較

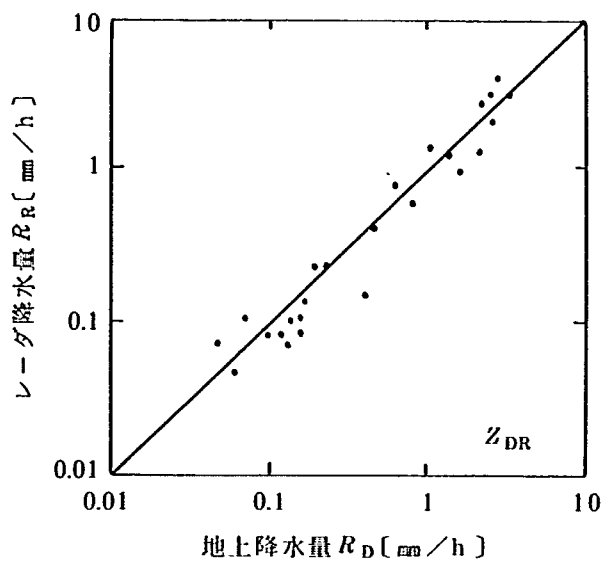


図-5.10 レーダ降水量と地上降水量の散布図
(レーダ降水量: Z_{DR} 法
地上降水量: ディスドロメーター)

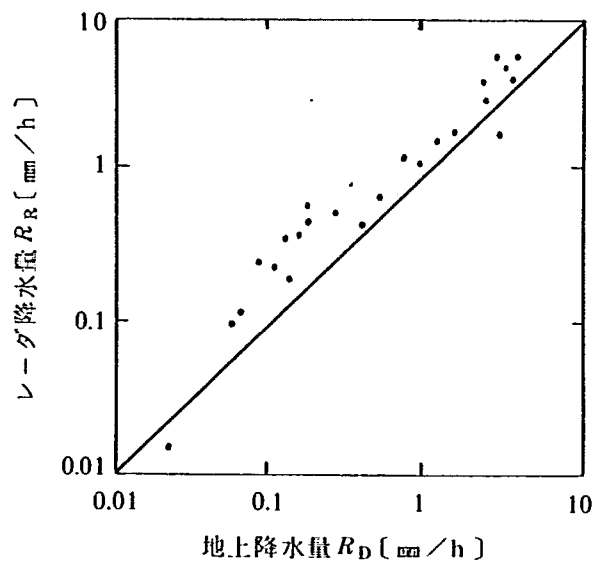


図-5.11 レーダ降水量と地上降水量の散布図
(レーダ降水量: $Z \sim R$ 法
地上降水量: ディスドロメーター)

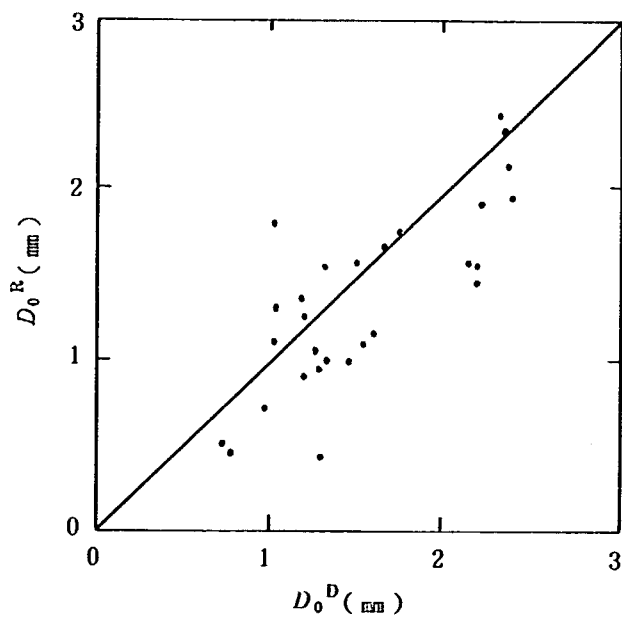


図-5.12 等価球体直径のレーダ値 D_0^R と地上値 D_0^D の散布図

② 1984年6月15日の観測結果⁶⁾

レーダサイトと地上観測地点の位置関係を図-5.13に示す。レーダサイトの標高は1.75 km、地上雨量計の標高は1.5 kmである。地上雨量計は1分間の降水量が記録できる転倒ます雨量計である。

図-5.14はレーダサイトから北を見た17:05:36～17:07:31の約2分間の Z_H 、 Z_{DR} のRHI図(CAPPI観測)である。これより、高度3 km下の地域は氷晶域でないことが分かる。

図-5.15、16はレーダ観測値と地上値の比較である。地上観測値は、高度1.5 kmの観測値で、1分間毎に測定しているが上空から雨滴が落下してくる時間を考慮して3分間の移動平均している。レーダ観測値は、高度2.4 kmの観測値を次式(5.24～27)で算出したものである。

a. Z_{DR} を用いる方法

$$R_{ZDR} = 1.69 \cdot 10^{-3} \cdot Z_H \cdot Z_{DR}^{-1.55} \quad \dots\dots\dots (5.24)$$

b. $Z \sim R$ 関係(粒径分布はMarshall-Palmer分布)を用いる方法

$$Z_H = 200 \cdot R_{MP}^{1.6} \quad \dots\dots\dots (5.25)$$

c. $Z \sim R$ 関係(粒径分布はJoss<雷雨>分布)を用いる方法

$$Z_H = 486 \cdot R_J^{1.37} \quad \dots\dots\dots (5.26)$$

図-5.15は、PAN15観測地点での比較で、降雨は15分間継続し、ピークは122 mm/h、総降水量は、9.9 mm/hである。図-5.16は、PAN11観測地点での比較で、降雨は23分間継続し、ピークは60 mm/hである。レーダ観測値(R_{ZDR} 、 R_{MP} 、 R_J)は、地上値と良く一致していることが分かる。

図-5.17は、レーダ観測値(R_{ZDR} 、 R_{MP} 、 R_J)と地上観測値 R の散布図である。また、表-5.5は、レーダ観測値(R_{ZDR} 、 R_{MP} 、 R_J)と地上観測値 R の統計解析結果である。 NB 、 $NSED$ は式(5.18～19)に示した通りである。これより、 Z_{DR} を用いる方法は、 $Z \sim R$ 関係を用いる方法に比べ、平均値のずれ及びばらつきが小さく精度が良いことが分かる。

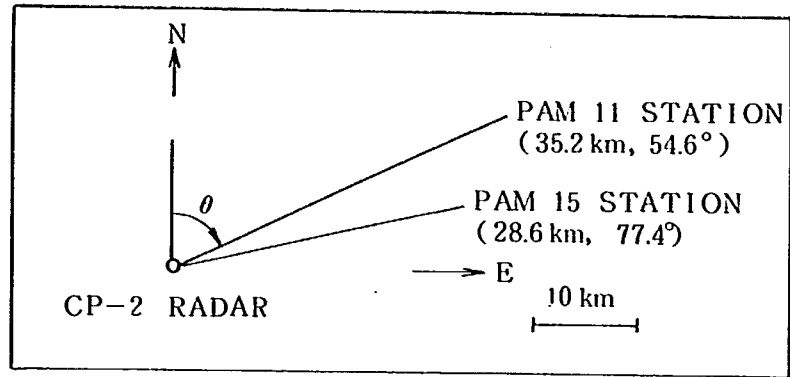


図-5.13 CP-2レーダと地上観測の位置

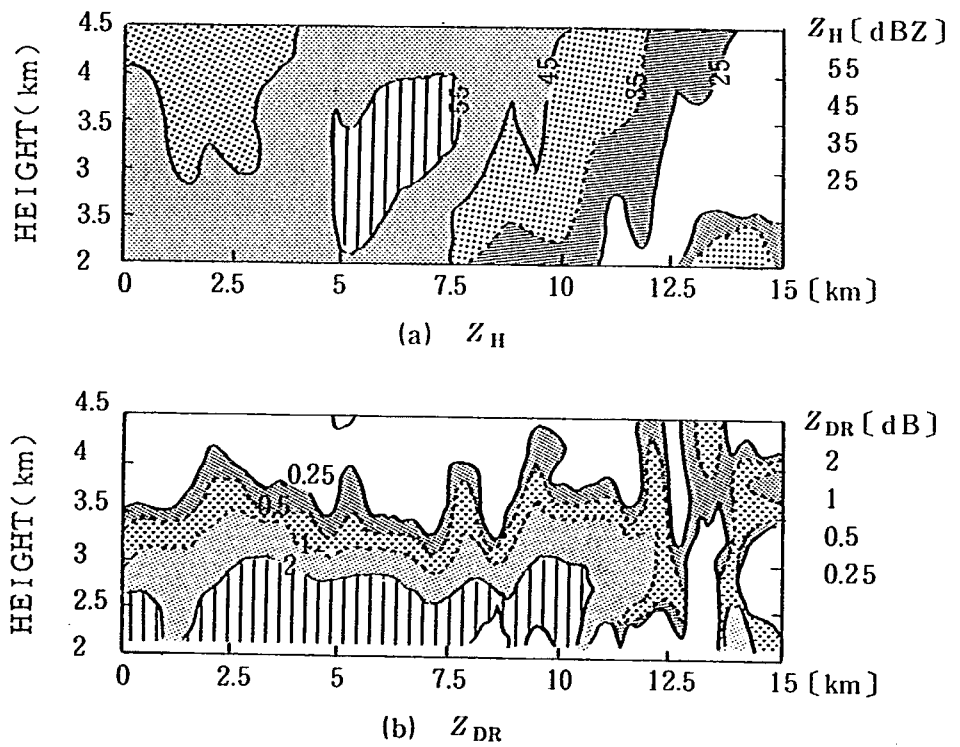


図-5.14 Z_H , Z_{DR} のRHI図(CP-2の北方向)

表-5.5 レーダ値の精度

	R_{ZDR}	R_{MP}	R_J
NB (%)	7	15	17
NSED (%)	31	45	54

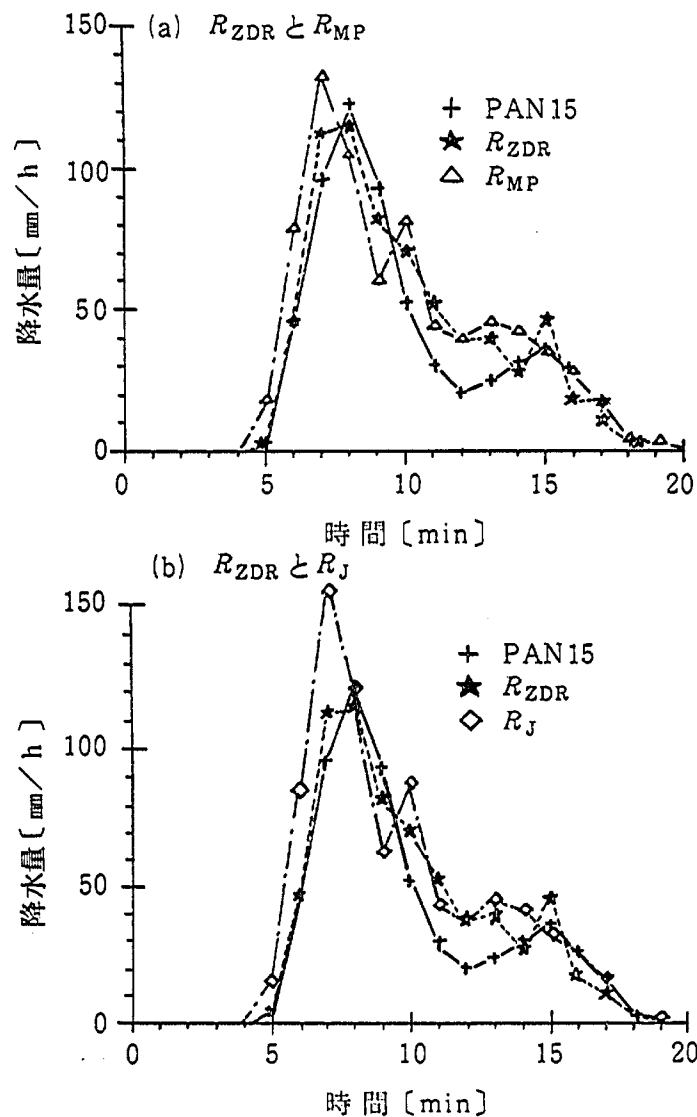


図-5.15 レーダ雨量値と地上雨量値の時間変化図 (PAN15雨量計)
(R_{ZDR} は式(5.24)で, R_{MP} は式(5.25)で, R_J は式(5.26)で求めた。)

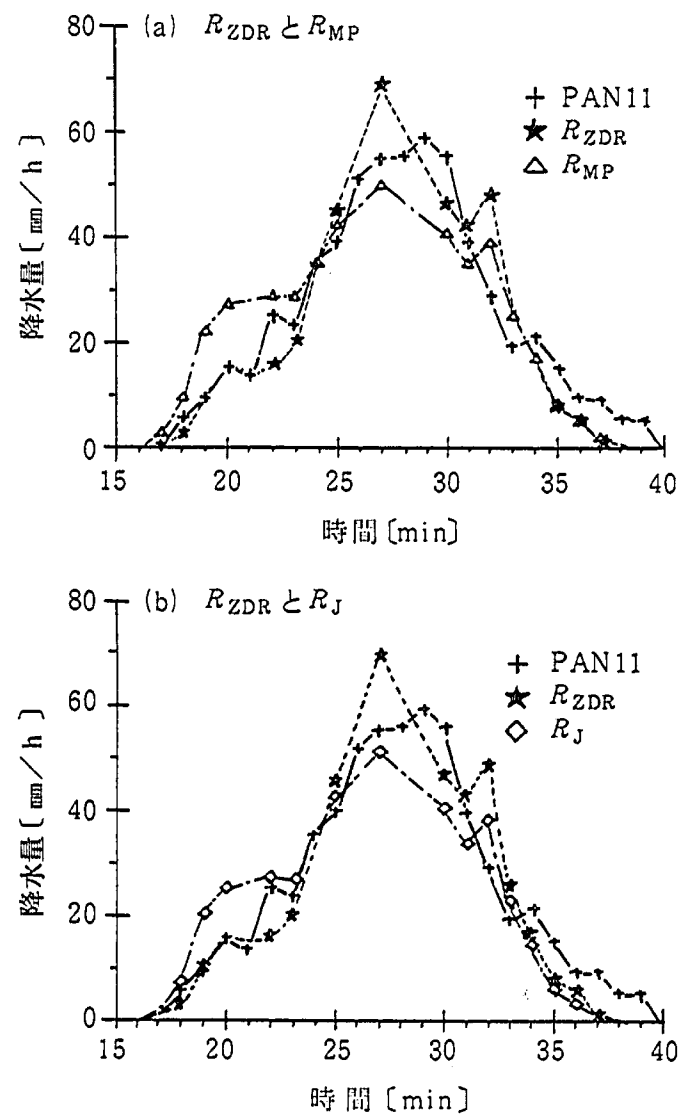
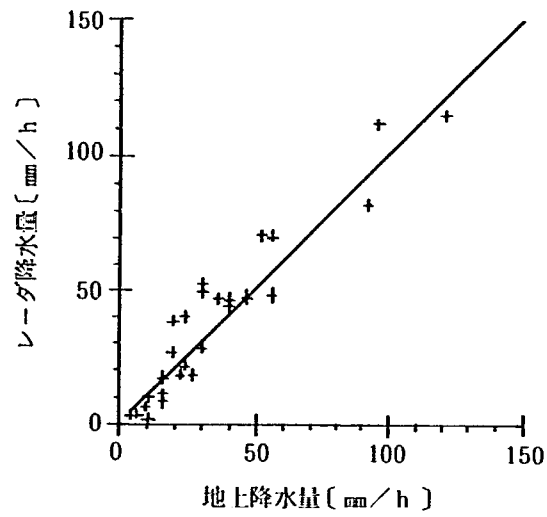
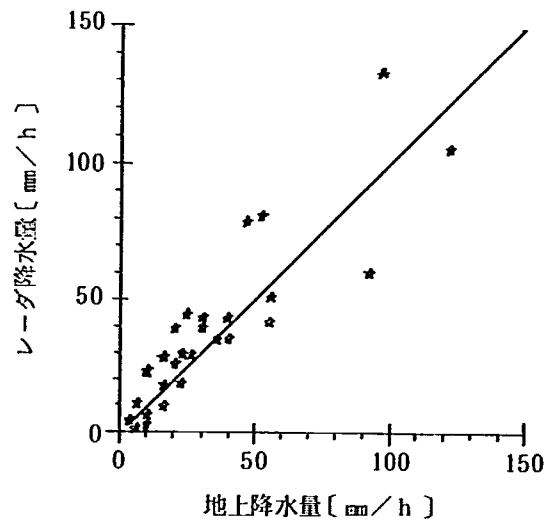


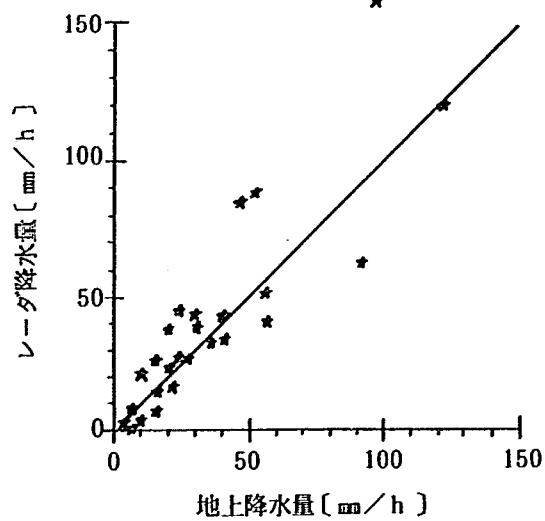
図-5.16 レーダ降水量と地上降水量の時間変化図 (PAN11雨量計)
(R_{ZDR} は式(5.24)で, R_{MP} は式(5.25)で, R_J は式(5.26)で求めた。)



(a) R_{ZDR} <式 (5.24) > と地上降水量



(b) R_{MP} <式 (5.24) > と地上降水量



(c) R_J <式 (5.24) > と地上降水量

図 5.17 レーダ降水量と地上降水量の散布図

5.4.2 GODDARDとCHERRYの研究⁷⁾

英国のラザフォードアップルトン研究所(RAL)のGoddardとCherryは、 Z_{DR} を用いた降水強度の観測精度を、Sliga等と同様に、ディストロメーターの観測データのみを用いた評価と、レーダ観測値とディストロメーターおよび地上雨量計の観測値との対比による評価を用い、その上で、衛星とリンクして Z_{DR} を用いた降雨減衰量の推定精度を評価している。

ディストロメーターは、Sliga等が用いたものと同様なJoss型で、30秒毎に20分類した粒径分布が測定できる。レーダは、Chilboltonレーダで、Sバンド(波長10cm)の空中線径が25mのレーダである。レーダシステムの詳細は第4章に示した。観測データは、1981年9月14日から1982年12月7日のうち23日間収集した。

雨滴の粒径分布は式(5.27)に示すガンマ分布を用いている。また、雨滴の形状はPruppacher-Pitterの式を用いているが、更にディストロメーターとレーダの観測値が一致するように粒径が3mm以下でより球に近い形状になるように修正した。

$$N(D_e) = N_0 D_e^{-m} \exp\{-(3.61 + m) D_e / D_0\} \quad \text{..... (5.27)}$$

まず、ディストロメーターの観測データのみを用いた評価の結果について述べる。

図-5.18(a)は、ディストロメーターの観測値を用いて Z_H を計算し、 $Z = 284 R^{1.47}$ (粒径分布はMarshall-Palmer分布を仮定)を用いて降水強度を推定したものと、ディストロメーターの観測値から直接降水強度を求めたものとの散布図である。レーダ観測値と地上値は良く一致しているが、ばらつきが大きく標準偏差は33%である。

いま、雨滴の粒径分布を指数分布と仮定して(式(5.27)の $m=0$)、ディストロメーターの観測結果から、 Z_{DR} が30秒毎に求まれば、 Z_{DR} から推定した降水強度と地上降水量との標準偏差は20%に減少する。しかし、平均値のずれは30%は残っている。この平均値のずれを減少させるには、データの平均時間を長くすれば良く、平均時間を7分間にすれば24%になる。しかし、平均時間を長くすると降雨の変動特性が捉え難くなる。この問題を解決する方法は、式(5.27)の m を大きい値にすれば良い。

図-5.18(b)は、 $m=5$ として30秒毎に求めた Z_{DR} を用いて降水強度を推定した結果である。標準偏差は14%に、平均値のずれは1%に減少する。

また、 m を固定する弊害を取り除く方法として、 m と N_0 との経験的な関係式、 $N_0 = 3981 \cdot 10^{0.38m}$ を用いる方法がある。この場合、標準偏差は14%に、平均値のずれは6%に減少する。

これらの結果より、 Z_{DR} による降水強度の推定は、 $Z \sim R$ 関係を用いるより精度が良い。特に、雨滴の粒径分布がガンマ分布の $m=5$ としたときが、平均値の差および標準偏差が最も小さくなることが分かった。

次に、レーダ観測値とディストロメーターおよび地上雨量計の観測値との対比による評価の結果について説明する。

表-5.6は、レーダの Z_{DR} の観測精度を検証するため、ディストロメーターの観測結果から算出した Z_{DR} とレーダ観測の Z_{DR} との対比である。雨滴の形状は、粒径3mm以下を修正したPruppacher-Pitter

の半経験式を用いている。これより、レーダ観測による Z_{DR} は、どの範囲でも少なくとも 0.1dB 以内の観測精度があることが言える。

Z_{DR} の観測精度が良いことは、図-5.19 から分かる。この図は、ディスドロメーターで観測した中央体積径 D_0 と Z_{DR} から求めた中央体積径 D_0 の散布図である。平均の差は 5%，標準偏差は 15% と小さい。

図-5.20 は、レーダ観測による降水強度と地上雨量計による降水強度の比較である。(a)図は、 Z_{DR} (粒径分布形は $m=5$) を用いて降水強度を推定した場合で平均の差は 11% (レーダが過大評価) 標準偏差は 32% と、レーダ値と地上値は良く一致している。(b)図は $Z=284 R^{1.47}$ (粒径分布は Marshall-Palmer 分布を仮定) を用いて降水強度を推定した場合で標準偏差は 40% と大きい。これから、 Z_{DR} を用いた降水強度の推定は観測精度が良いことが言える。

最後に、衛星とリンクして Z_{DR} を用いた降雨減衰量の推定精度を評価した結果について述べる。

図-5.21 が、衛星による測定値と Z_{DR} 、 Z_H による推定値 (粒径分布形は $m=5$) の比較である。観測期間は、1983 年 8 月 21 日である。衛星は 11.6GHz の受信機で、レーダで衛星の電波の通り道を融解層までスキャンして観測した。スキャンに要する時間は 14 秒で、60 秒毎に観測を繰り返した。衛星による測定値と Z_{DR} 、 Z_H による推定値が非常に一致しており、 Z_{DR} によって降雨減衰量の推定が可能であることが言える。

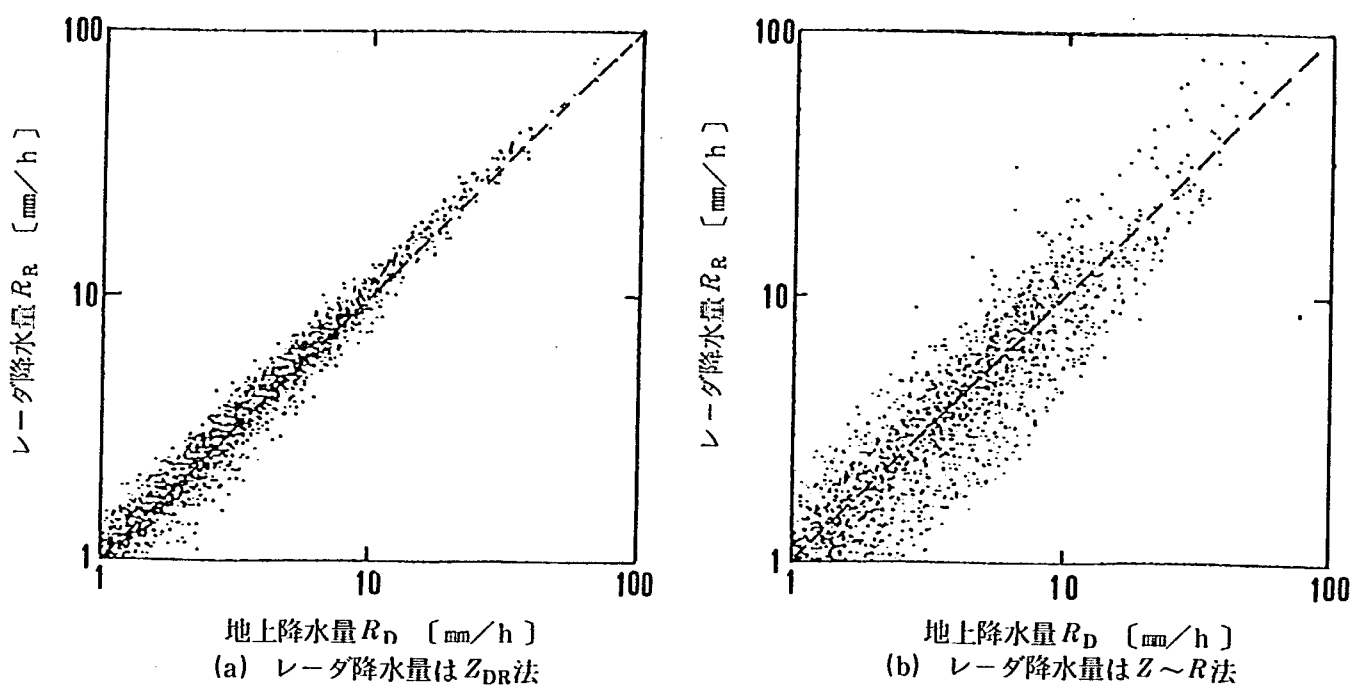


図-5.18 レーダ降水量と地上降水量の散布図

(Z_{DR} と Z_H はディストロメーターの
観測値から算出した値である。)

表-5.6 Z_{DR} のレーダ値とディストロメーター値
の範囲別の平均の差 [dB]

観測年	Z_{DR} の 範 囲 [dB]			
	0-0.5	0.5-1.0	1.0-1.5	1.5-2.0
1981	0.09	0.01	-0.03	-0.13
1982	0.07	0.05	0.03	-0.07

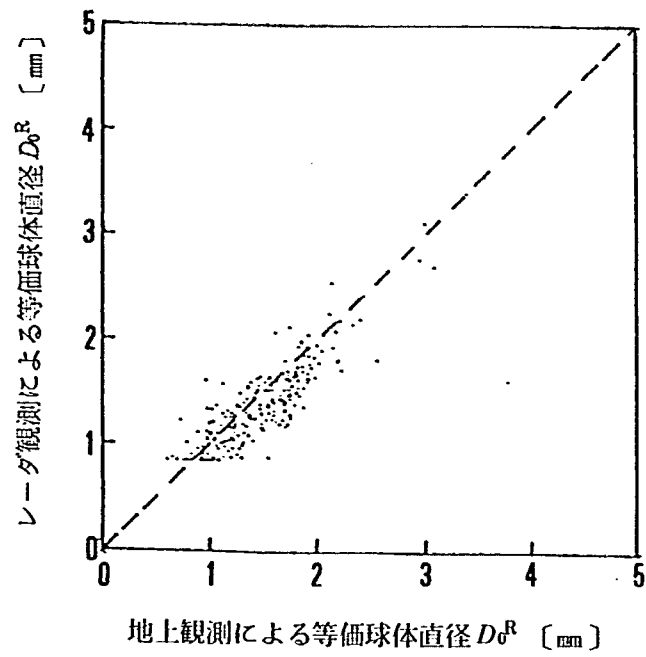
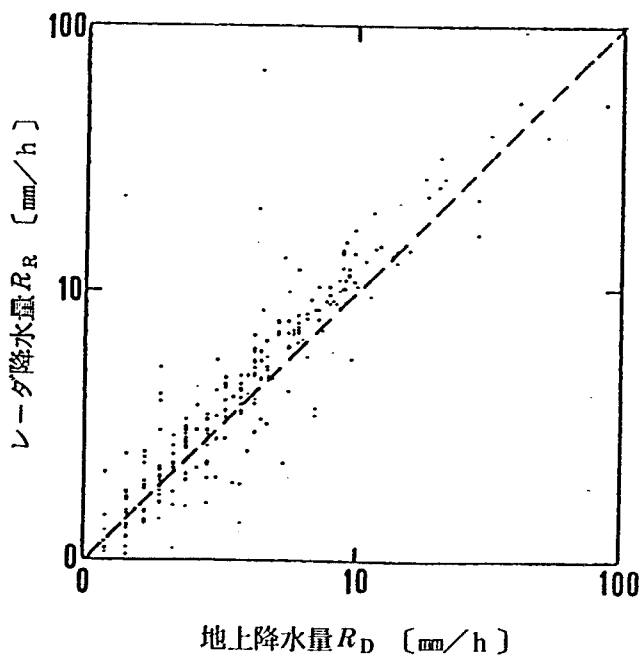
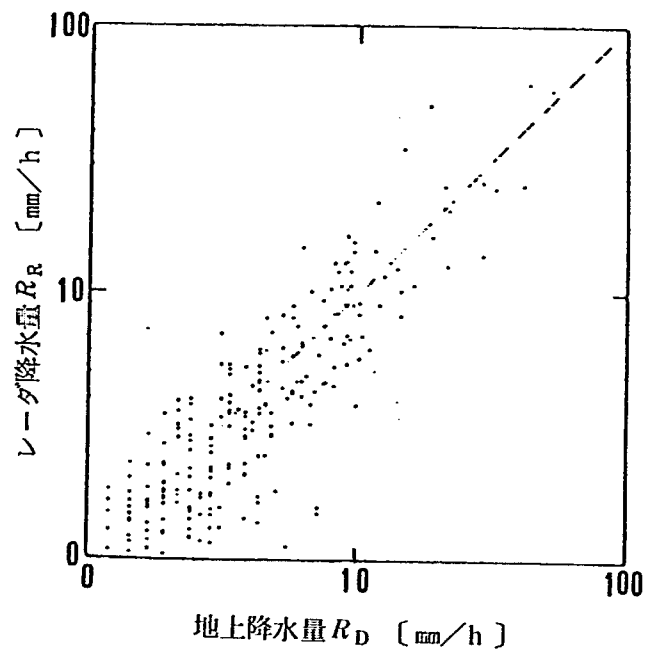


図-5.19 等価球体直径のレーダ値
と地上値の散布図

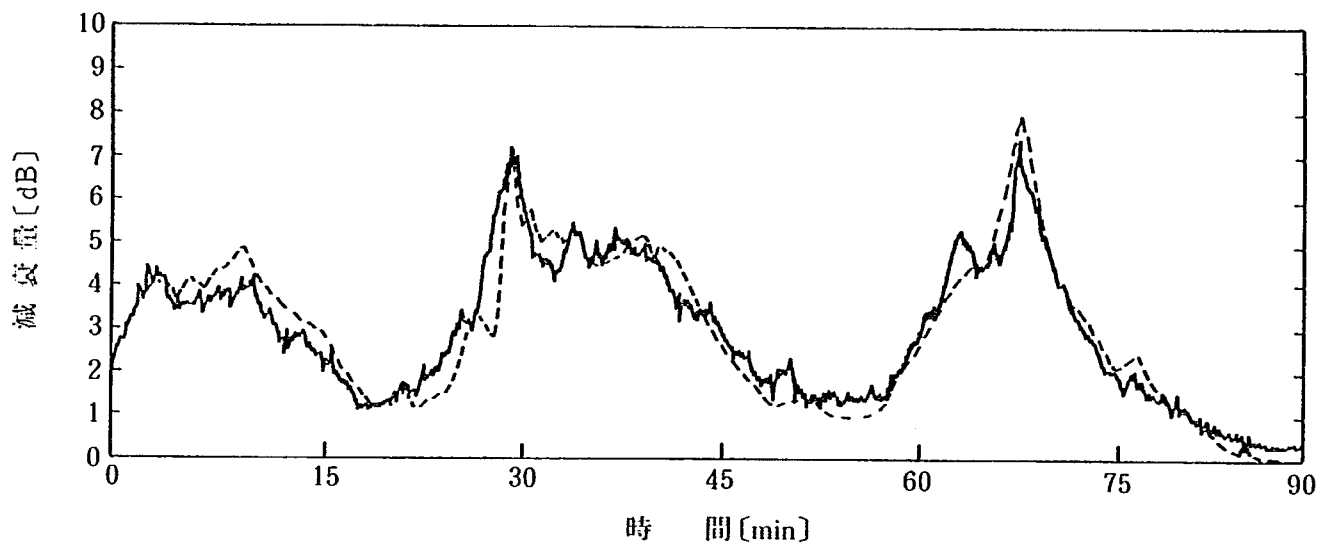


(a) レーダ降水量は Z_{DR} 法



(b) レーダ降水量は $Z \sim R$ 法

図-5.20 レーダ降水量と地上降水量の散布図
(Z_{DR} と Z_H はレーダ観測値である。)



図－5.21 降雨減衰量の Z_{DR} の推定値（破線）と衛星による観測値（直線）の時間変化図

5.4.3 BUMGARNERとDOOLEYの研究⁸⁾

米国NSSL(National Severe Storms Laboratory)のBumgarnerとDoooleyは、NSSLのレーダを用いて、 Z_{DR} を用いた降水強度の観測精度を評価している。

NSSLのレーダはオクラホマ州のPage Fieldに位置する10 cm波レーダで、空中線は $0.35^\circ/S$ の速度で回転する。レーダデータは、方位 0.5° 、距離150 mの間隔でサンプリングできる。レーダシステムの詳細は第4章に示した。

観測範囲を図-5.22(a)に示す。地上観測地点は10箇所、レーダデータは4分毎に収集できる。

観測期間は、1985年5月20日15時10分～16時33分の83分間である。図-5.22(b)に、ある1スキンの Z_H のPPI図を示す。

レーダ観測による降水量は次式によって算出した。

a. Z_{DR} を用いる方法：雨滴の粒径分布は指数分布(EXP)

$$R = 0.0205 \cdot (10^{-1.04 \cdot Z_{DR}}) \cdot Z_H \quad (0.05 \leq Z_{DR} \leq 0.90) \quad (5.28-1)$$

$$R = 0.006 \cdot (10^{0.448 \cdot Z_{DR}}) \cdot Z_H \quad (0.9 \leq Z_{DR} \leq 4.0) \quad (5.28-2)$$

b. Z_{DR} を用いる方法：雨滴の粒径分布はガンマ分布 $m=2$ (GAM)

$$R = 1.698 \cdot 10^{-3} \cdot Z_H \cdot Z_{DR}^{-1.5} \quad (0.05 \leq Z_{DR} \leq 4.0) \quad (5.29)$$

c. $Z \sim R$ 関係を用いる方法：粒径分布はMarshall-Palmer分布(MP)

$$Z = 200 \cdot R^{1.6} \quad (5.30)$$

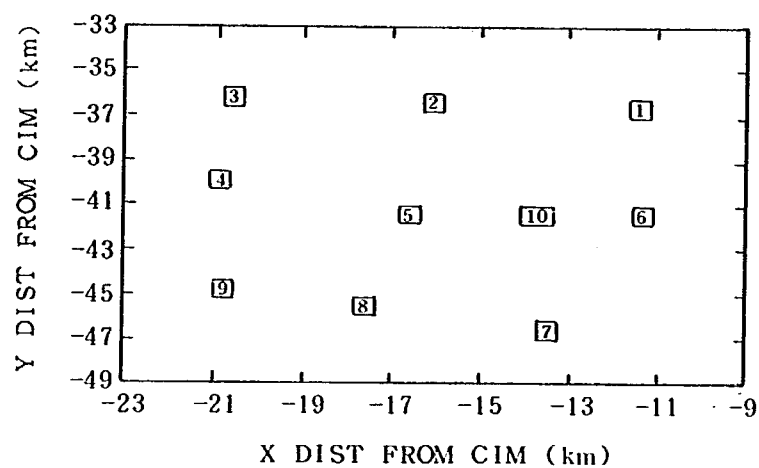
d. $Z \sim R$ 関係を用いる方法：粒径分布はJoss<地雨>分布(JOSS)

$$Z = 300 \cdot R^{1.5} \quad (5.31)$$

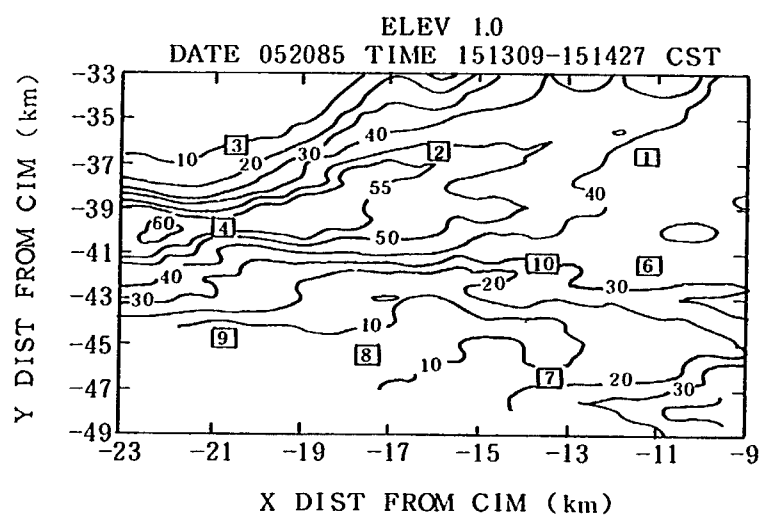
レーダ値と地上値の対比は、半径0.65 kmの地域の平均値で行った。表-5.7にレーダ観測による総降水量と地上観測による総降水量の一覧を、表-5.8にレーダ観測による総降水量 R と地上観測による総降水量 G との比 G/R の一覧を示す。 Z_{DR} を用いる方法は、 $Z \sim R$ 関係を用いる方法に比べ、標準偏差(G/R のばらつき)が大きい。 Z_{DR} が4.0 dB以上のデータを含めるともっと悪くなる。

図-5.23は、Gage1, 2, 4, 5, 8の Z_{DR} と Z_H の散布図である。また、図-5.24は、全観測所の Z_{DR} と Z_H の散布図である。Gage4に見られるように、 Z_{DR} は現在の理論(Z_{DR} の最大値は4dB)より大きい値(6dB程度)が観測されており、降水強度を過大に算出する原因になっていることが分かる。また、Gage8は、 Z が10dB以下で Z_{DR} が負になる。これは、現在の Z_{DR} の理論では説明がつかない。

以上のように、BumgarnerとDoooleyの研究では、 Z_{DR} を用いて降水強度を方法が有効でない事例が示されているが、RALのGoddardとCherryの研究で指摘した「 Z_{DR} は0.1dBの観測精度が必要である。」という条件を、BumgarnerとDoooleyが用いたNSSLのレーダが満足していないことも考えられる。



(a) 地上雨量計の位置



(b) Z_H のPPI図

図-5.22 Z_H のPPI図

表-5.7 総降水量

〔単位: mm/h〕

GAGE	地上値	Z~R法		Z _{DR} 法	
		MP	JOSS	EXP	GAM
1	16.5	17.8	16.9	17.0	15.3
2	21.3	20.8	20.3	14.4	15.1
3	9.7	5.4	4.7	3.6	3.1
4	53.3	40.2	42.0	116.9	93.9
5	16.5	18.0	17.8	17.6	16.5
6	6.4	10.4	10.0	15.3	13.9
7	1.5	1.7	1.4	1.3	1.4
8	2.3	1.7	1.4	2.2	2.2
9	4.3	3.9	3.4	3.3	2.5
10	10.1	11.7	11.2	23.5	20.3

表-5.8 地上値 G とレーダ値 R との比 G/R

GAGE	Z~R法		Z _{DR} 法	
	MP	JOSS	EXP	GAM
1	0.93	0.97	0.97	1.08
2	1.02	1.05	1.48	1.41
3	1.80	2.04	2.63	3.11
4	1.32	1.27	0.46	0.57
5	0.91	0.93	0.93	1.00
6	0.61	0.64	0.42	0.46
7	0.87	1.03	1.09	1.06
8	1.35	1.62	1.03	1.04
9	1.10	1.26	1.29	1.67
10	0.86	0.90	0.43	0.50
平均	1.08	1.17	1.07	1.19
標準偏差	0.32	0.38	0.62	0.74

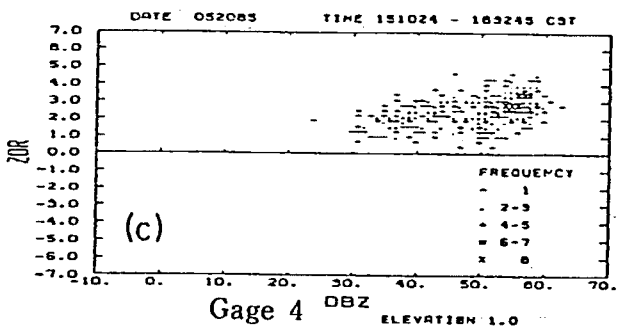
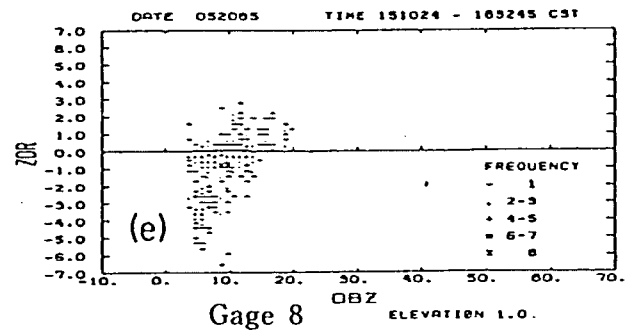
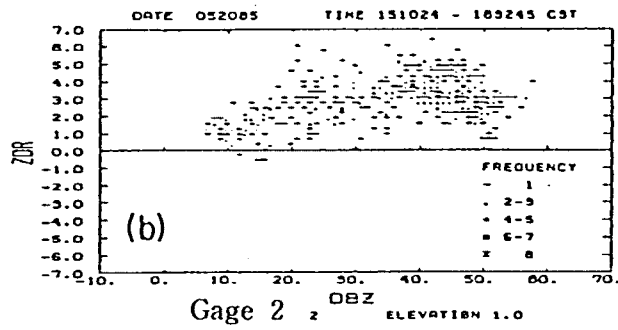
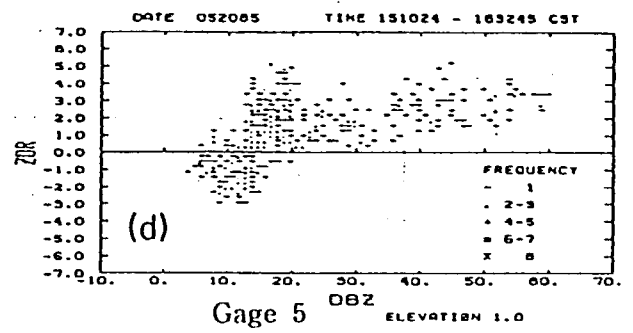
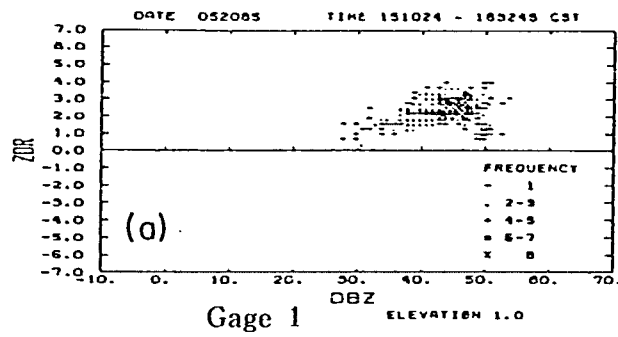


図-5.23 観測地点別の Z_H と Z_{DR} の散布図

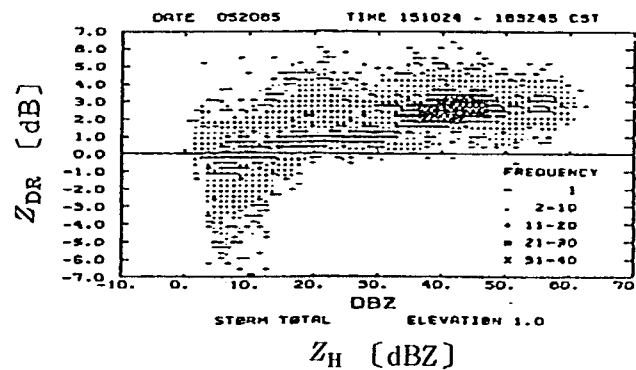


図-5.24 全地点の Z_H と Z_{DR} の散布図

5.4.4 SACHIDANANDAとZRNICの研究⁹⁾

米国NSSL(National Severe Storms Laboratory)のSachidanandaとZrnicは、コヒーレント二偏波レーダで測定できる $\Delta\phi$ (伝搬による位相差定数: Differential Propagation Phase Constant)を用いた降水強度の推定法の研究を行っている。この方法は、ある区間の前後から反射してきた電波は、その区間の雨滴粒子群によって位相のずれに差が生ずることを利用して、位相のずれの差を測定し、これから降水強度を推定するものであり、 $\Delta\phi$ と降水強度の関係が雨滴の粒径分布を規定する N_0 , A , m , D_{MAX} という定数の影響を受け難いという利点がある。 $\Delta\phi$ はドップラスpektramuの広がり σ_v の影響を受けるため、降水強度を10%以内の精度で推定できるのは降水強度が50 mm/h以上の場合に限られるという欠点がある。したがって、 $\Delta\phi$ を用いた降水強度の推定法はあまり有効でないと考えるので、ここでは詳細な説明は除く。

Z_{DR} による降水強度の推定法は、雨滴の粒径分布を規定する N_0 , A , m , D_{MAX} の4変数の内、降雨原因および降水強度によって大きく変化する N_0 と A を、偏波レーダの観測値から推定し、残りの2変数 m , D_{MAX} は、降雨原因および降水強度によってあまり大きく変化しないとして、一定値としている。

SachidanandaとZrnicは、 $\Delta\phi$ を用いた降水強度の推定法の精度評価の研究の中で、 Z_{DR} を用いて降水強度を推定するとき一定値としている m , D_{MAX} が、降水強度の推定の精度におよぼす影響について研究しているので、ここで述べる。

雨滴の粒径分布形 $N(D)$ は式(5.28)のガンマ分布とすると、雨滴の粒径分布を規定する定数は、 N_0 , A , m , D_{MAX} の4つになる。

$$N(D) = N_0 \cdot D^m \exp(-A \cdot D) \quad (5.32)$$

図-5.25, 26から、 Z_{DR} と降水強度 R の関係が、 m , D_{MAX} の設定によってどの程度影響するかが読み取れる。 Z_{DR} と R の計算式を以下に示す。

$$Z_{DR} = 10 \log(Z_H / Z_V) \quad (5.33)$$

$$Z_{H,V} = 10^{-6} \frac{\lambda^4}{\pi^5} \left| \frac{m^2 + 2}{m^2 - 1} \right|^2 \int_0^{D_{MAX}} \sigma \cdot N(D) dD \quad (5.34)$$

$$R = 3.6 \times 10^{-3} \frac{4}{3} \pi \int_0^{D_{MAX}} \left(\frac{D}{2} \right)^3 \cdot N(D) \cdot V(D) dD \quad (5.35)$$

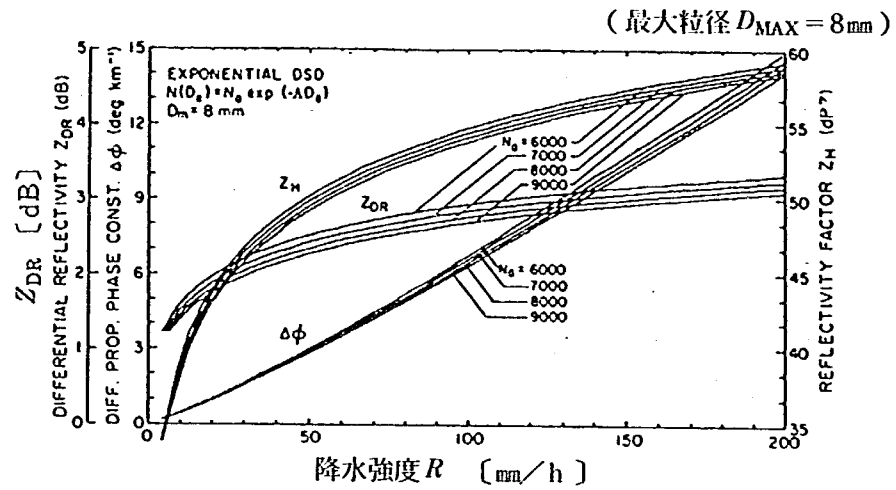
図-5.25は、雨滴の最大粒径 D_{MAX} を8 mmとして、(a)図は粒径分布を指数分布($m=0$)とした場合、(b)図は粒径分布をガンマ分布($m=2$)とした場合の Z_{DR} と降水強度 R の関係である。(a)図では、 $Z_H = 51$ dB, $Z_{DR} = 2.4$ dBで降水強度は70 mm/hになる。しかし、(b)図では、同じ Z_H , Z_{DR} で降水強度は57 mm/hになり、 m の設定の相違で13 mm/hの差がでる。

また、この図から Z_{DR} が0.1 dB変化すれば、降水強度はおおよそ10%変化することが分かる。

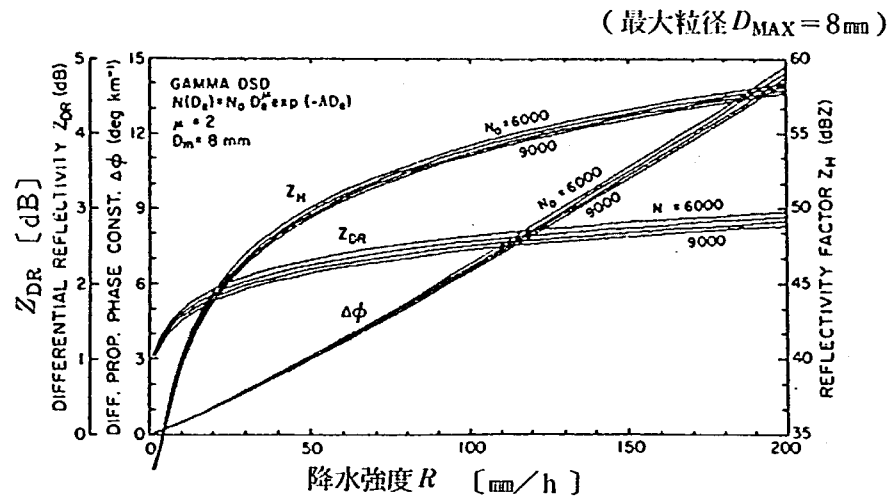
図-5.26は、粒径分布は指数分布($m=0$)として、雨滴の最大粒径 D_{MAX} によって Z_{DR} と降水強度 R

の関係がどの程度変化するかを見た図である。(a)図は $0 \sim 200 \text{ mm/h}$ の範囲、(b)図は $0 \sim 20 \text{ mm/h}$ の範囲である。これから、 Z_{DR} は雨滴の最大粒径 D_{MAX} によって大きく値が異なることが分かる。たとえば、降水強度が 10 mm/h のとき、最大粒径が 5 mm から 6 mm にわずかに変化することによって、 Z_{DR} は 0.1 dB 変化する。

以上の結果から、 Z_{DR} による降水強度の推定法の精度は、雨滴の粒径分布形を表す m および最大粒径 D_{MAX} の変化の影響を大いに受けるので、 Z_{DR} による降水強度の推定を行う場合は、ディスドロメーター等で降水粒子の粒径分布を調査する必要がある。



(a) 粒径分布は指数分布 ($m=0$)



(b) 粒径分布はガンマ分布 ($m=2$)

図-5.25 粒径分布形 m に対する Z_{DR} 法による
降水強度 R の感度分析

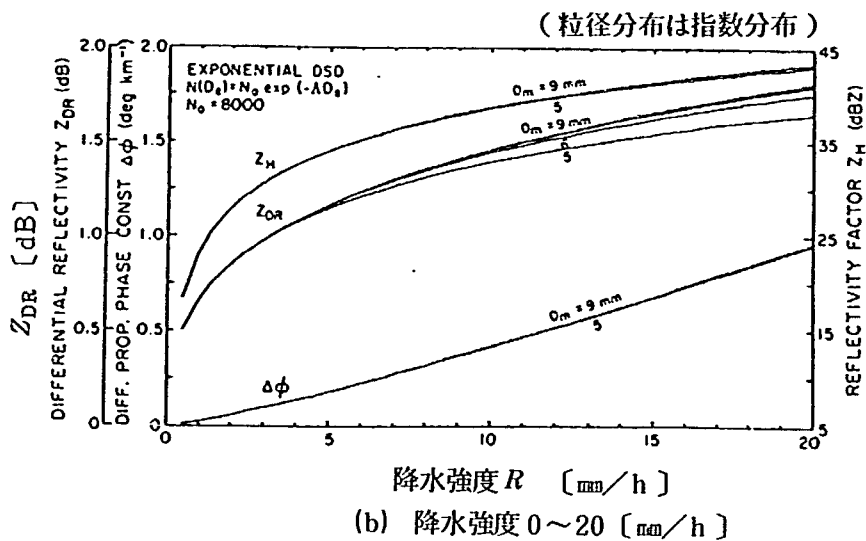
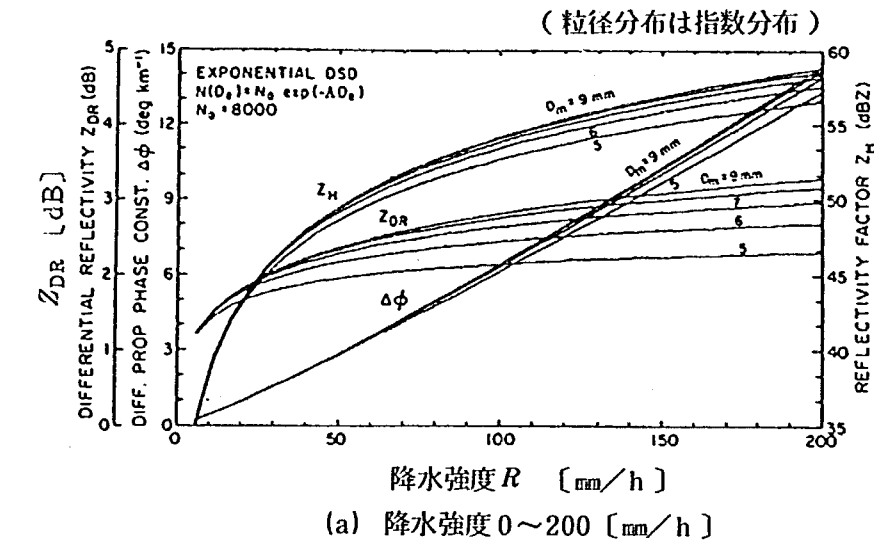


図-5.26 最大粒径 D_{MAX} に対する Z_{DR} 法による
降水強度 R の感度分析

5.5 直交二偏波レーダによる降水強度観測のまとめ

本章では次のような検討を行った。

- (1) 水平偏波および垂直偏波の降雨換算定数 B , β の理論値を温度別, 降雨原因毎に求めた。
- (2) Z_{DR} から降水強度を算出する方法を導いた。
- (3) 海外の観測事例から Z_{DR} から降水強度を算出する方法の有効性に検討した。

その結果次のことが分かった。

- ① 降雨換算定数 B は, 温度によってはほとんど変化しない。しかし, 降雨原因によっては $60 \sim 360$ の間で非常に大きく変化する。
- ② 降雨換算定数 β は, 温度および降雨原因によってあまり変化せず, $1.3 \sim 1.6$ の値になる。
- ③ Z_{DR} , 反射因子 Z と降水強度 R には $R = a \cdot Z \cdot Z_{DR}^b$ という関係がある。 Z_{DR} , 反射因子 Z と電波の降雨減衰量 K_R には $R = a \cdot Z \cdot K_R^b$ という関係がある。したがって, Z_{DR} から理論的に降水強度, 降雨換算定数, 電波の降雨減衰量が精度良く推定できる。
- ④ 英国 Chilbolton レーダや米国 NCAR の CP-2 レーダの観測結果によれば, Z_{DR} から降水強度を算出する方法は既存の方法に比べ観測精度は向上している。
- ⑤ Z_{DR} は $0 \sim 4\text{dB}$ と非常に小さい値であるので, Z_{DR} の観測精度は 0.1dB 以上にする必要がある。
- ⑥ Z_{DR} と降水強度の関係は, 雨滴の最大粒径や雨滴の分布形状 (指数分布かガンマ分布か) の影響を非常に受ける。 Z_{DR} による降水強度の推定を行う場合は, ディスドロメーター等で降水粒子の粒径分布を調査する必要がある。

参考文献

- 1) P.S. Ray: Broadband complex refractive indices of ice and water, *Applied Optics*, vol.11 No.8, 1972
- 2) A.W. Green: An approximation for the shapes of large raindrops, *Journal of Climate and Applied Meteorology*, vol.14, 1975
- 3) C.W. Ulbrich, D. Atlas: Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements, *Radio Science*, vol.19 No.1, 1984
- 4) T.A. Seliga, K. Aydin, H. Direskeneli: Disdrometer measurements during an intense rainfall event in Central Illinois. Implications for differential reflectivity radar observations, *Journal of Climate and Applied Meteorology*, vol.25, 1986
- 5) T.A. Seliga, K. Aydin, H. Direskeneli: Comparison of disdrometer-derived rainfall and radar parameters with differential reflectivity radar measurements during MAYPOLE '83, *Proceedings of the 22nd conference on radar meteorology*, 1984
- 6) H. Direskeneli, K. Aydin, T.A. Seliga: Radar estimation of rainfall rate using reflectivity factor and differential reflectivity measurements obtained during MAYPOLE '84. Comparison with ground-based raingages, *Preprints of the 23rd conference on radar meteorology*, 1986
- 7) J.W.F. Goddard, S.M. Cherry: Quantitative precipitation measurements with dual linear polarization radar, *Proceedings of the 22nd conference on radar meteorology*, 1984
- 8) W.C. Bumgarner, J.T. Dooley: Radar differential reflectivity measurements in an Oklahoma thunderstorm, *Preprints of the 23rd conference on radar meteorology*, 1986
- 9) M. Sachidananda, D.S. Zrnic: Differential propagation phase shift and rainfall rate estimation, *Radio Science*, vol.21 No.2, 1986

第6章 特殊レーダによる降水粒子の形態判別に関する研究現況

6.1 まえがき

特殊レーダ (Multiple parameter radar) では従来のレーダに比較して計測される量が増えるため、大気中の降水粒子の性状についての情報を得ることが可能となってきた。大気中の降水粒子は雲粒や氷晶、水滴、雪片、ひょう、あられ、等といった多様な形態をとるが、現在、これらを識別するためのいろいろな研究が特殊レーダを用いて進められてきている。ここではこれらの研究現況を文献調査により紹介し、今後の研究動向をさぐってみることとしたい。

6.2 偏波レーダによる降水粒子の形態判別

(1) 二偏波レーダによる判別の研究

表-6.1は、英国のChilboltonレーダを用いて得られた降水粒子形態毎の Z と Z_{DR} の特性を示すものである¹⁾。この結果は10cm波のレーダで Z と Z_{DR} を観測し、それらの鉛直分布を調べた結果に基づき推定されたものである。この表は降水粒子の形態判別について体系的に提示された最初のものであって、偏波による降水現象の観測に注目させるものであった。

(2) 円偏波レーダによる研究

カナダでは円偏波レーダによる降水現象の研究が1970年頃より進められてきた。これらの研究から、図-6.1に示すような評価図がHendryらによって提案されている²⁾。

これらの結果を得た時の観測例について若干、以下に記載する。

表-6.1 降水粒子の Z 及び Z_{DR} の特性

降水粒子の形態	Z	Z_{DR}	備 考
雨	High	High	大きな楕円粒子
霧 雨 , 雲 , 霧	Low	Low	小さな球形粒子
乾 雪	Medium-Low	Medium-Low	大きな低密度の群体
み ぞ れ , 湿 雪	High	High	大きな楕円体
あ ら れ	High	Negative	大きな円錐形
乾 雹	High	Variable	大きな粒子
湿 雹	Medium	Low	

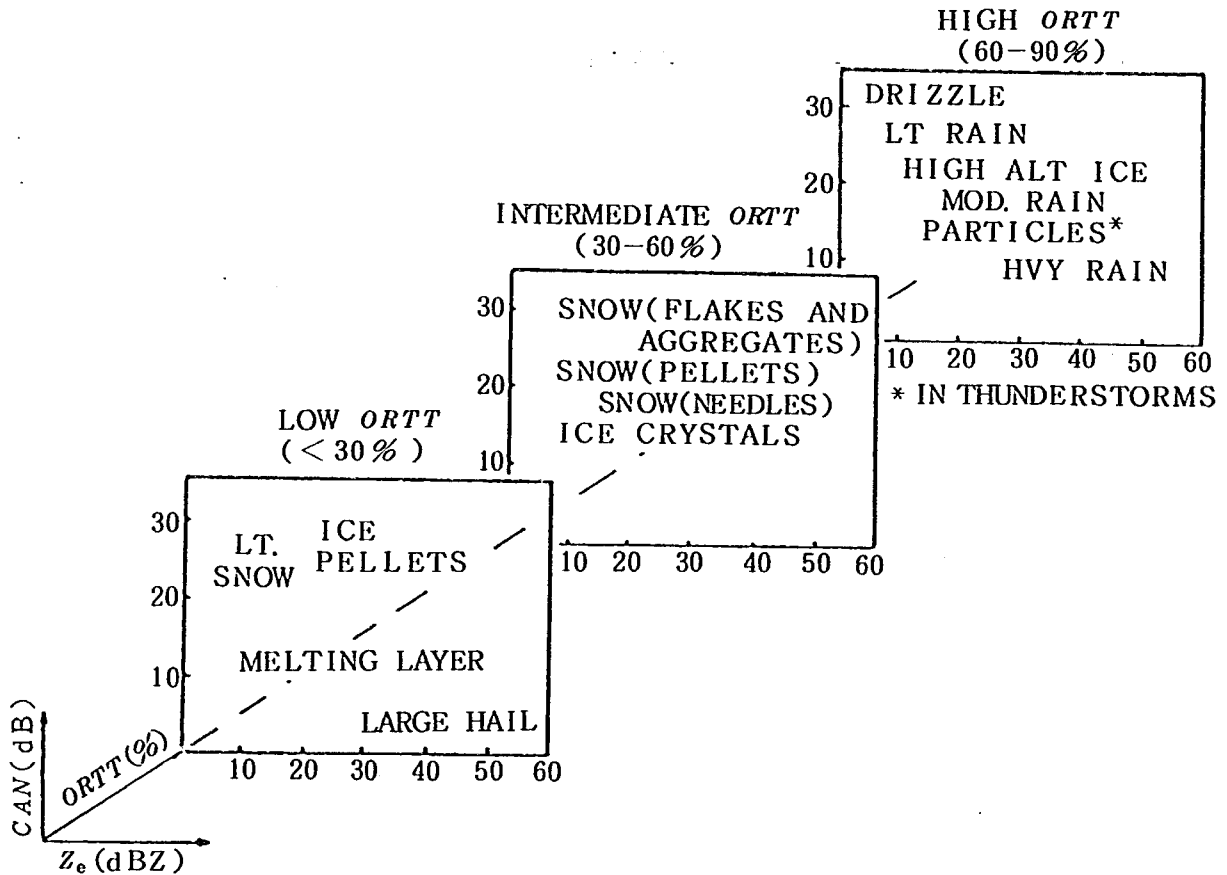


図- 6.1 種々の降水粒子の典型的な固有の偏波特性

6.3 特殊レーダによる降水粒子の観測例

6.3.1 二重偏波レーダ

英国Chilboltonレーダで行われた大気水象の観測結果を以下に略述する。このレーダの仕様等は第4章に述べられている。

図- 6.2 は、このレーダで観測された結果の一例である。ここには Z_H 、 Z_{DR} の鉛直分布とその時に同時に行われたゾンデ観測による気温の鉛直分布が示されている。この分布形から以下の様に降水粒子の形態が区分されるものと考えられている³⁾。

領域 a : Z_{DR} は最大 4 dBで Z は 5 ~ 15 dBZであり、非常に非対称な氷晶(針状あるいは平板状)で指向性が大で水平な配列をしている。

領域 a ~ b : Z が 16 dB増大しこれは結晶の成長をうかがわせる。 Z_{DR} は 0.3 dBまで減少する。指向性の減少、密度の減少による誘電定数の減少等の複合結果である。

領域 b ~ c : Z が若干増大し結晶の成長をうかがわせるが Z_{DR} は大きくは変化しない。

領域 c ~ d : Z が 300mで 8 dBだけ急激に増大する。大きな雪片への結晶の附着のためと考えられる。

領域 d ~ e : Z 、 Z_{DR} 共に増大する。雪片の表面が水膜でおおわれるための誘電定数の増大による。粒子

はある程度優位な水平指向性を有している。

領域 e ~ f : Z が 9 dB 減少する。小さな雪片は完全に融解し落下速度が雨滴に相当する値にまで増大する。このため密度が減少し、 Z が減少することとなる。逆に Z_{DR} はまだ大きい。部分的に融解した大きな粒子が残存していて比較的大きな扁平な球の形状をしているためと考えられる。

領域 f ~ g : Z と Z_{DR} が減少する。大きな粒子も完全に溶けて、水滴の分裂が生じる。

領域 g ~ h : Z と Z_{DR} に大きな変化はない。2.5 mm/h の降雨強度の雨である。

上述の領域区分と Z および Z_{DR} の分布はたいいていの降雨が一般に認められるが、細部に異なった構造となっていることがある。一般に Z_{DR} は Z のピーク直下の融解層に生じるが、同一の高さであることも多い。

Z_{DR} 信号はグラントクラッターの判別にも用いられる。調査事例では Z は降雨中では 15~40 dBZ に変化しているが Z_{DR} は 0~1.2 dB で変化している。 Z の標準偏差は 1.0~3.0 dB, Z_{DR} の標準偏差は 0.13 dB より小さい。一方グラントエコーを含む領域では Z_{DR} の値の範囲は降雨に対するものより広く -4.3~+4.6 dB の範囲にある。多くの場合 Z_{DR} は負の値となっている。以上の結果から、Hall 等は Z と Z_{DR} の平面上で予熱される降水粒子の形態を図-6.3 に示すように区分して示している。

Z_{DR} とその標準偏差によれば融解層とグラントエコーの区別や降雨域との区別も可能となる。グラントエコーは Z_{DR} の広い範囲に分布し、空間変動も大きい。いろいろな形状の大気水象が共存しているが一般に次のように考えられる。

- ① 湿ったひょうはその粒径が大きいので Z 値も大きい。 Z_{DR} はひょうが回転しているかどうかにより広い範囲に分布する。
- ② 乾いた密度の大きい大粒径の氷粒は Z_{DR} 値が広い範囲にあり（円錐形のあられでは負値になることもある）、 Z は中程度である。
- ③ 密度の小さな氷粒あるいは小さな密度の大きい氷粒で球形に近く回転しているものでは、 Z も比較的小さく、 Z_{DR} も小さい。
- ④ 小さな寸法の針状あるいは平板状の密度が大な氷粒は、水平に最大寸法を有して落下する傾向があり、 Z_{DR} は大きい、 Z は小さい。
- ⑤ 雨は Z_{DR} の正の広い範囲に分布し、 Z と Z_{DR} は相関がある。0.1 dB より小さな Z_{DR} は霧雨か雲あるいは霧、を示す。
- ⑥ 融解層あるいは湿った雪は一般に Z_{DR} が中程度から大きい値を示す。これは融解しているのがどんな粒子かで非常に異なる。大きな雪片がとける Z も大きく Z_{DR} も大である。小さな氷粒がとけると、 Z は小さいが Z_{DR} は比較的大きい。この融解層中ではそれより下の降雨の領域に比べて Z_{DR} の標準偏差は 3 倍以上大きい。

以上の様な結果を総括して表-6.1 に示した分類表が作成されたものである。

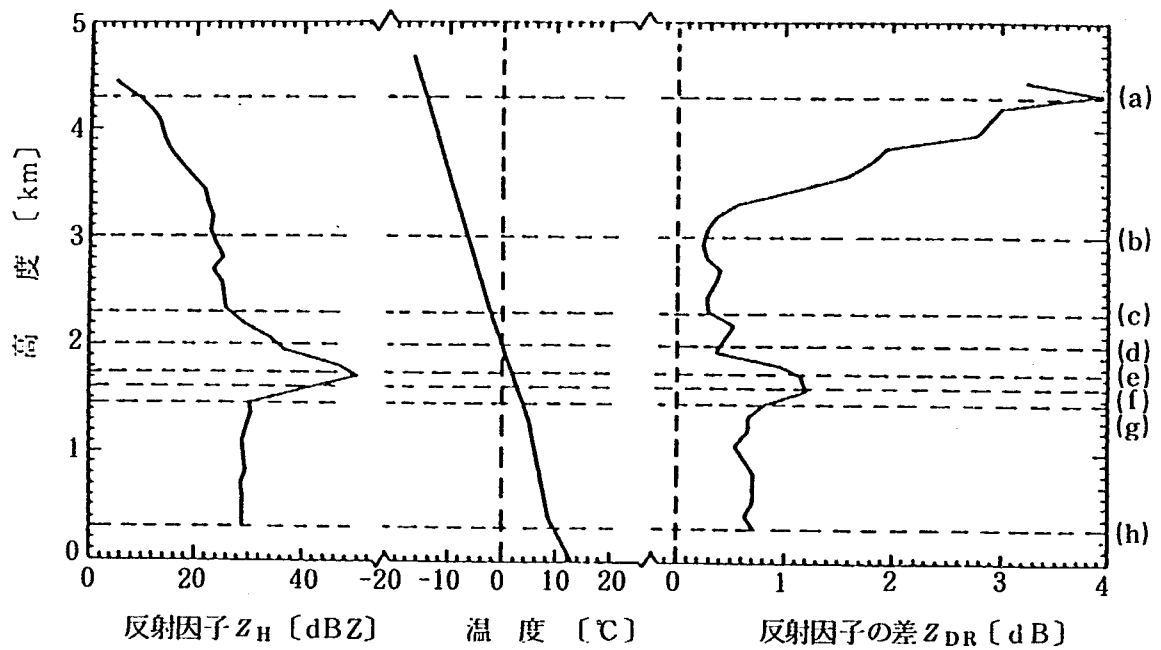


図-6.2 33 km地点の Z_H と Z_{DR} の高度による変化
(温度は88km地点のゾンデ観測による値)

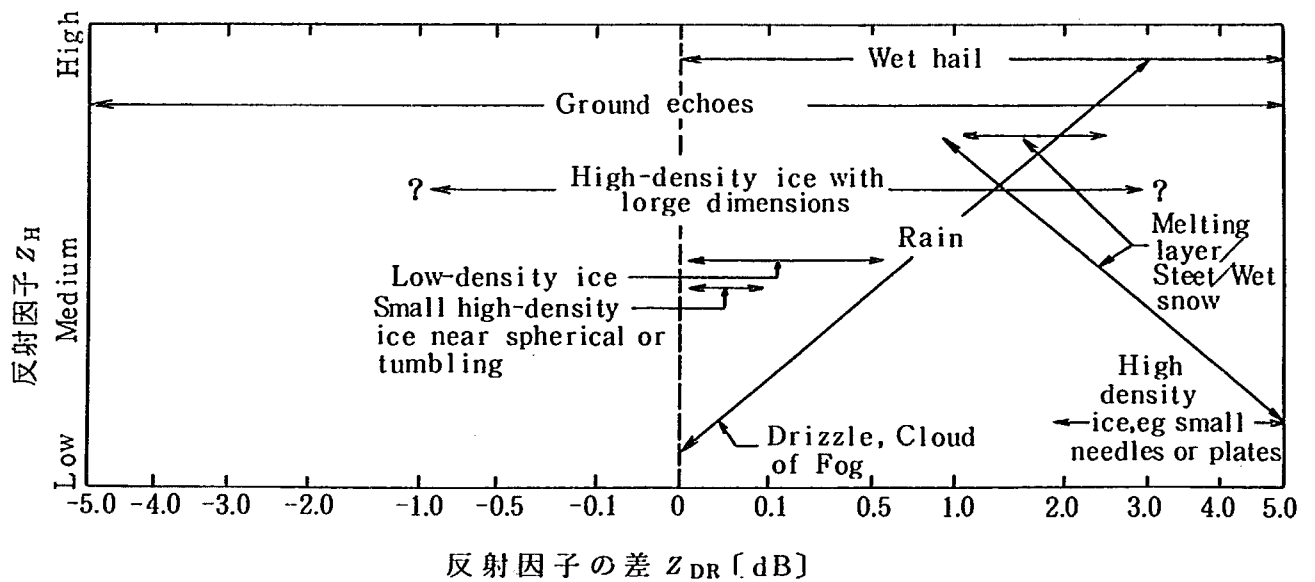


図-6.3 種々の降水粒子に対する10cm波の Z_H と Z_{DR} の期待される特性

6.3.2 円偏波レーダ

カナダのアルバータ州研究委員会所有のSバンドレーダは偏波面が切変えられる二チャンネルの受信系をもつレーダである。このレーダでは左旋偏波(LHC)の受信により受信電力を主成分(RHC)とその直交成分(LHC)に別けて受信できる。このレーダはまた二直交成分の位相角と相関を測定できる。すなわち4要素、反射因子 Z_e 、円偏波抑圧度比(circular depolarization ratio: CDR)、相関と指向性を測定するものである。Barge(1972)は反射因子と CDR からひょうの探査をする基準を開発した⁵⁾。Torlaschi等(1984)は雨滴、ひょう、およびこれらの混合体に対する理論モデルを作成し、 Z_e 、 CDR を計算している⁶⁾。ここではこのモデル(モデルについては6.4.2項を参照されたい)を測定値で検証した結果を述べる⁷⁾。

(1) 降雨からのレーダデータの解析

レーダサイトから67kmはなれた地上観測車で、最大降雨強度4.5 mm/hrの時の観測値を以下に示す。図-6.4はレーダからみて横断的な偏波パラメータを示している。上の図は Z_e [dBZ]、 CDR [dB]を、下の図は後方散乱楕円体の相関と指向性を表わす。観測車の近傍の Z_e は32dBZ、平均指向角は6度、相関は44%で、これらの値から見て弱い雨のデータとみなせるが、相関は予想されるものより若干小さく、地上に到達する前に融解してしまう、あられの存在を暗示しているように考えられる。Torlaschi等(1984)の降雨モデルによれば、 $Z_e = 34$ dBZ、 $CDR = -22$ dBでは5 mm/hr程度の弱雨になるが、このモデルでの相関は83%であり、実測値の倍程度となる。

(2) 降雨とひょうの混合体からの反射

中程度の降雨強度でエンドウマメ大のひょうを含む時の観測例を以下に述べる。

図-6.5によれば40 dBZを越える Z_e のところで相関値(84~92%)、指向角(1~12度)となっており、降雨の存在をうかがわせる。観測車のところでは Z_e が50 dBZに増大し、相関は60%以下に減少すると同時に指向角43°から増大し、30°以下に減少している。これらのことは降雨とひょうの混在を示すものとみられる。

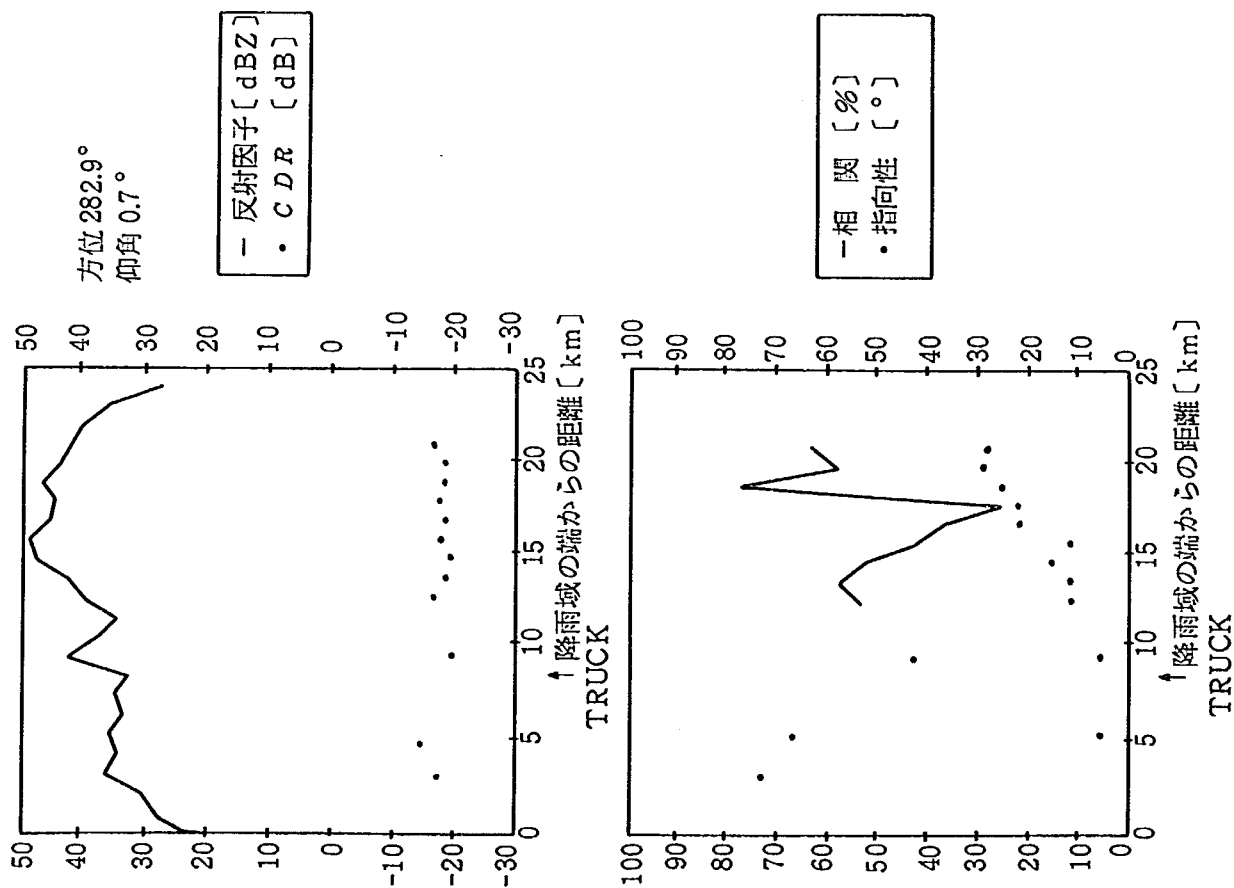


図-6.4 偏波観測結果 (1983.7.28 17:12)

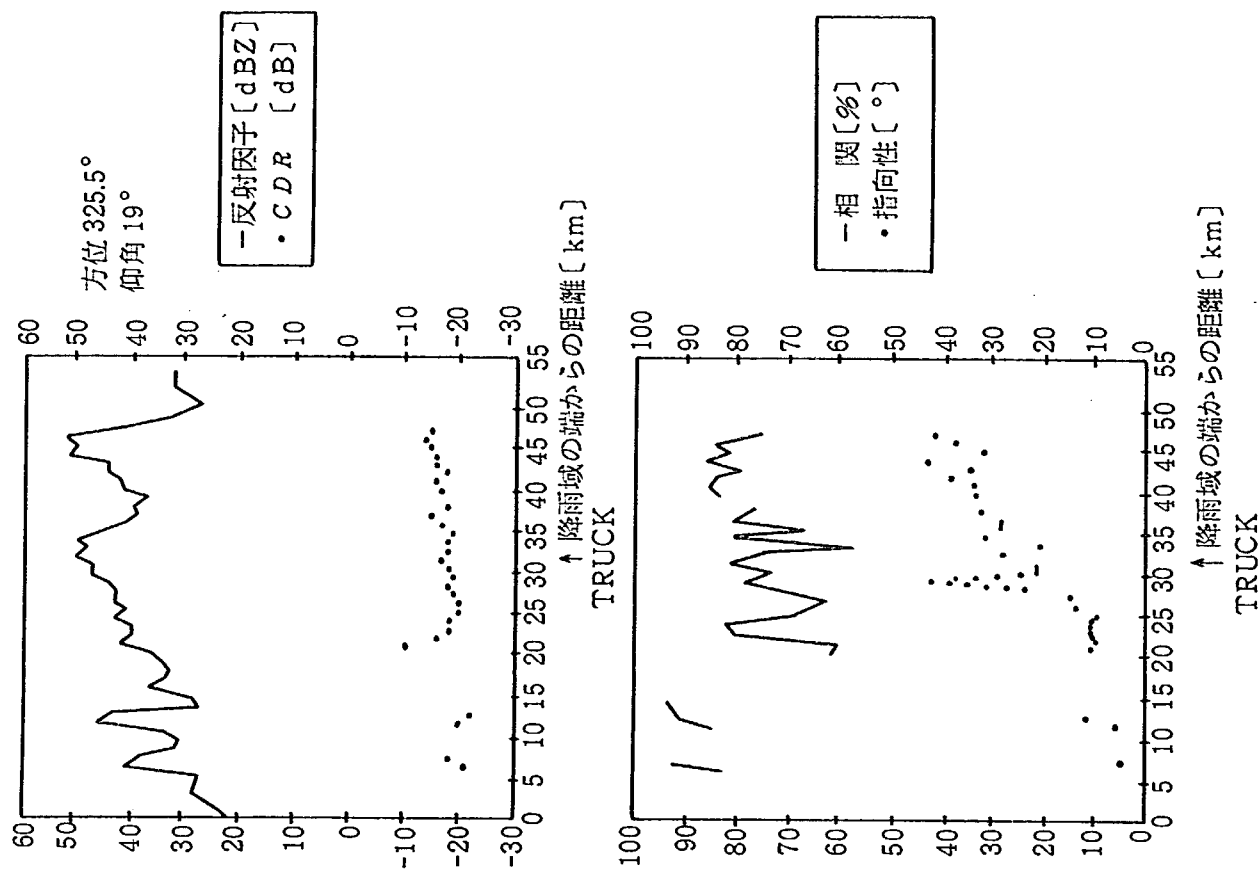


図-6.5 偏波観測結果 (1982.7.31 18:50)

(3) Ze - P 関係

Barge (1972) はいろいろな降水の Z_e の関数として CDR の散布図を提案した。しかしこの関係は伝播効果により影響される。そこで相関測定値を用いて、形質判別をすることを考えた。図-6.6 は、降雨のみの場合、エンドウマメ大のひょうと雨の混在した場合、あられ大のひょうと雨の混在の測定値を示している。この図から、降雨のみの場合は相関値が大 ($> 50\%$) であることがわかる。大きなひょうの場合にはこの値は非常に小さくなる。

一方 Hendry 等は波長 3.1 cm の円偏波レーダで観測した結果を以下の様に示している²⁾。この結果等を要約して、上述の図-6.1 の降水粒子特性の分類が行われている。ここでは、Hendry 等の報告のうち層状をなす降水中での粒子の判別について円偏波で得られた結果のみ示す。

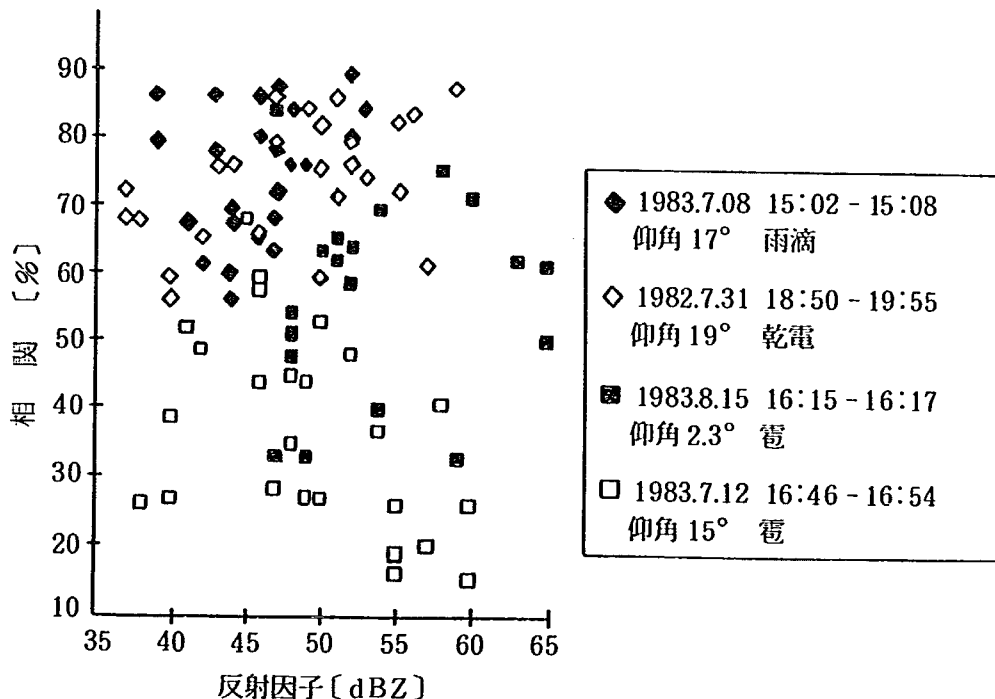


図-6.6 種々の降水粒子についての反射因子を関数とした相関

図-6.7 は 1982 年 3 月 13 日に層状をなす降雨を高度角 20.1° で観測した時の反射因子、消去度比 (cancellation ratio), 指向度 (ORTT, degree of preferred orientation) を示す。この測定では、空間分解能を良くするため、緩速での距離スキャンを用いた。データ採取時間間隔は 8 秒であった。この図から、反射因子の適度なピークが 2570 m の高さにあること、降雨中の指向度がそこで大きいこと、この例や他の例でも見られるが抑圧度比の顕著な低下が、反射因子のピークより 100 から 150 m 下のところに生じることがわかる。この結果は以前の観測例とも一致している [Humphries and Barge, 1979]。融解層は 2350 と 2650 m 間の指向度の低いところおよびこの部分での消去度比が低い (≈ 11 dB) ことで判定される。この融解層中の抑圧については Ku バンドと以前の X バンドでのものに若干の相違がある。X バンドのものでは比較的大きくなる傾向にあり、これは 1.8 cm では非レーラー粒子の効果が著し

くなることを暗示するものである。図- 6.7 のもののほぼ 25 分後にとられた垂直指向時のデータを図- 6.8 に示す。雪中の消去度は降雨によるものより著しく小さく、降雨のものはアンテナに対する消去限界に近い。雪の部分ではそれ程大きいものではないが消去度比の明瞭な減少が高度の増加と共に生じている。これは伝播効果ではなく、したがって高さによる雪粒子の形状の変化を示すものと考えられる。冬季の雪では消去度比は高さと共に増加したり減少したりするが、我々のデータによると減少する方が良く認められている。これは雪の粒子が高度と共に非対称性が大になることを意味している。

図- 6.9 は図- 6.6 と同じ例について、高度角 20.1° で融解層の上部の雪をも観測した時の W/W_2 を示している。これによれば、0.5 km の間隔で連続したデータが示されている。この図では三つの部分、すなわち降雨のデータ (5 ~ 16) 融解層 (17), 雪のデータ (18 ~ 32), に分けられる。融解別は左方への点の移動で特徴づけられるが、雪の点は正の虚数軸の方向に近づく傾向をもつ。これと同様なことは図- 6.10 でも認められ、この例は 1981 年 12 月 23 日のそれ程強くない雪の降った時に LHC 偏波を用いて観測されたものである。示してはいないが RHC 偏波で得たデータもこの LHC データと同様な結果であった。したがって RHC と LHC のプロットはほぼ同じ結果を示す。示されている範囲は 22.8 km である。1 km あたりの平均位相変位は 0.2° で、減衰は小さい。

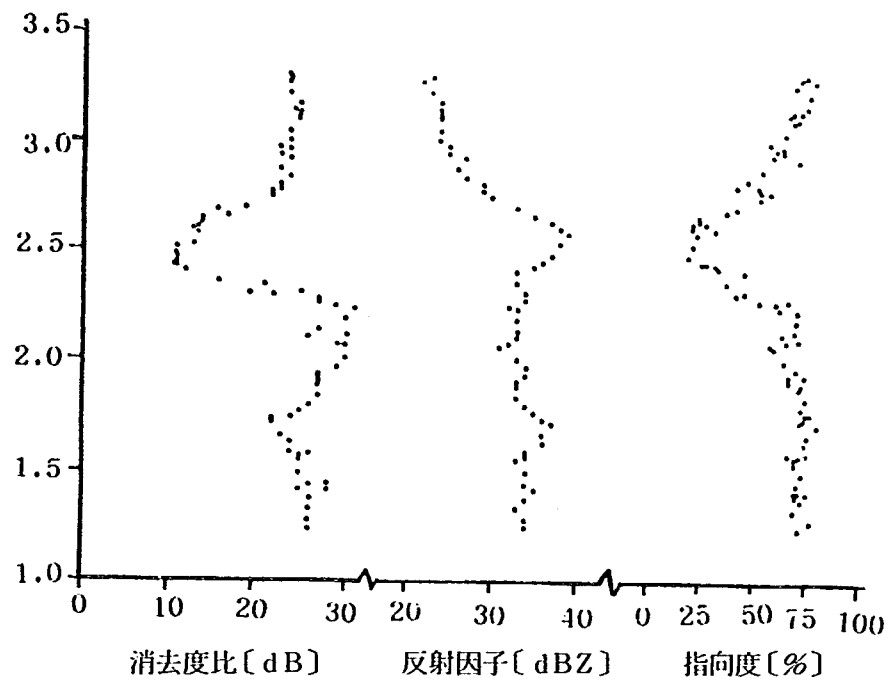


図-6.7 消去度比 (CAN), 反射因子 (Z), 指向度 ($ORTT$) の観測値
(1982.3.13 仰角 20.1°)

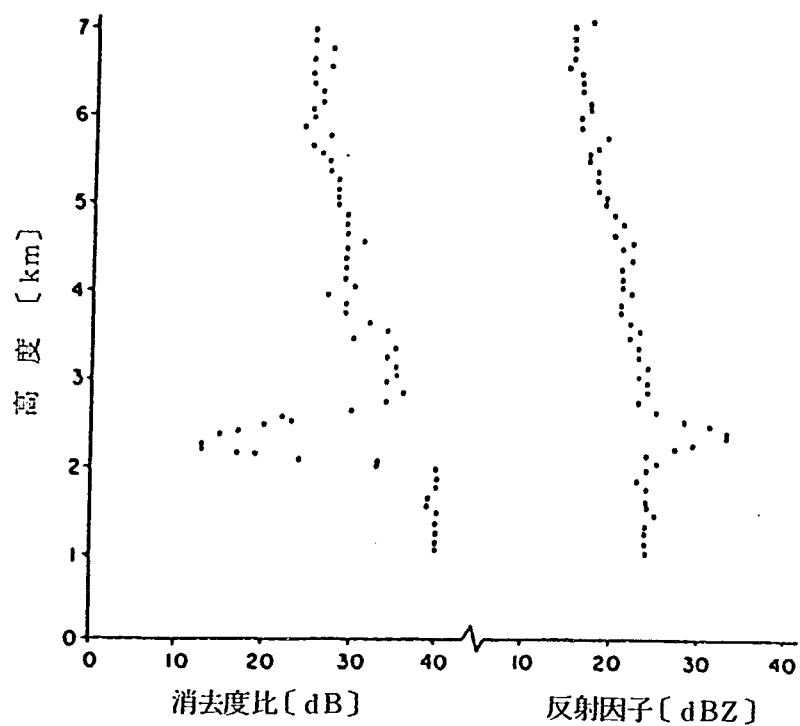


図-6.8 1982.3.13 の垂直指向時の消去度比 (CAN), 反射因子 (Z) の観測値

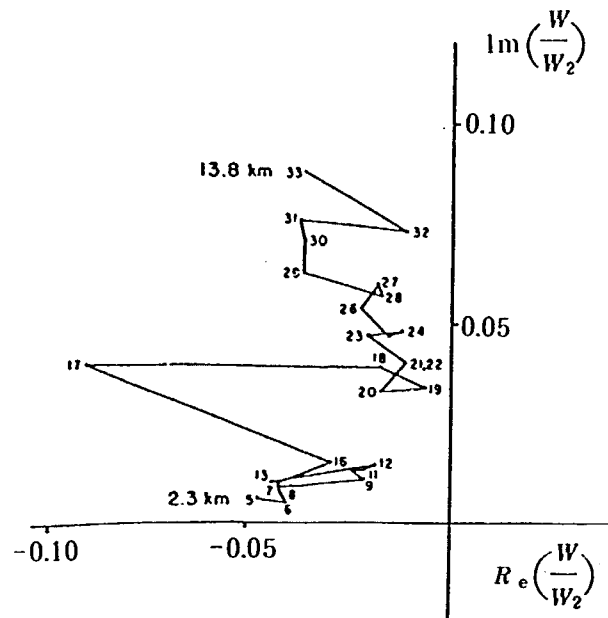


図- 6.9 降雨，融解層，雪の W/W_1 の複素平面上的プロット
(1983.3.13, 仰角 20.1° , 最初と最後の点の距離は同じ)

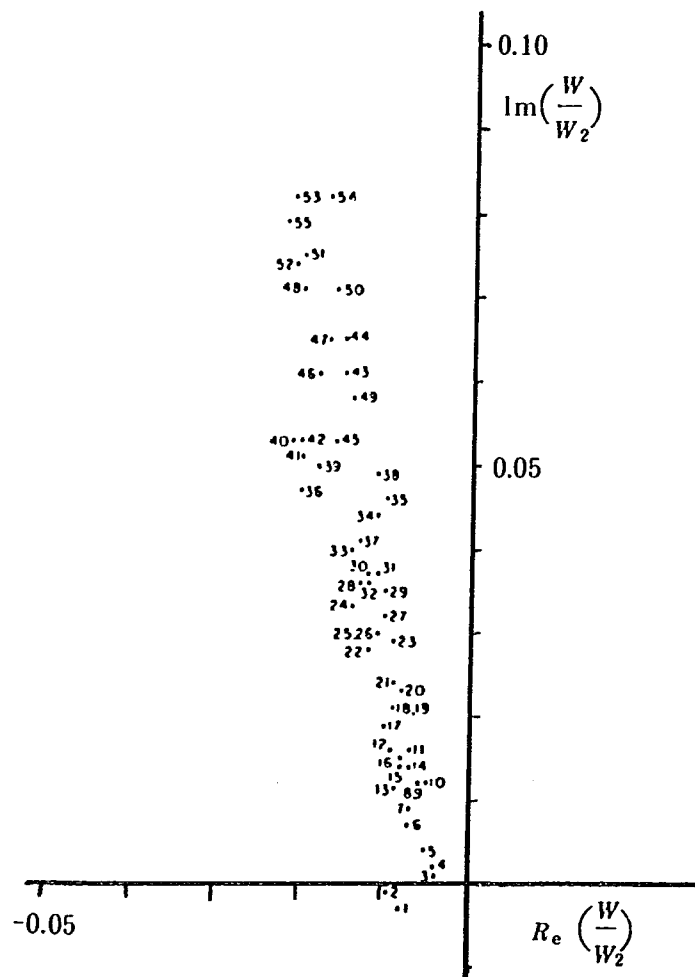


図- 6.10 中規模の雪の W/W_1 の複素平面上的プロット
(1981.12.23, 仰角 4° , 0.5 km 間隔のデータ)

6.4 降水粒子の形態判別モデル

6.4.1 ひょうの識別関数

レーダでひょうの探査ができれば豪雨の発生・発達を理解がより一層進展するものと期待される。このため近年偏波の利用が計られてきている。ひょうの判別の手段として Aydin は H_{DR} なる指標を提案した^{9), 11)}。これは次の式で与えられる。

$$H_{DR} = Z_H - F(Z_{DR}) \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

ここに,

$$F(Z_{DR}) = \begin{cases} 27 & Z_{DR} \leq 0 \quad [\text{dB}] \\ 19 Z_{DR} + 27 & 0 \leq Z_{DR} \leq 1.74 \\ 60 & Z_{DR} > 1.74 \end{cases}$$

$F(Z_{DR})$ は図-6.11 に示すように (Z_H, Z_{DR}) 平面上で降雨に対する Z_H の上限を定めたものである。実証されていないが、 H_{DR} が大きくなる程、ひょう探査の可能性は大きくなり、ひょうの強度も大きくなり、ひょうの強度も大きくなるものと考えられている。

この H_{DR} によるひょうの識別の程度を判断するため波長の異なることによる散乱理論の違い(レーレー散乱とミー散乱)に注目した研究も同時に進められている¹⁰⁾。

ここでは H_{DR} と二波長レーダひょう信号 ($DWHS$) (これは S バンドと X バンドの反射因子の比で定義される) の比較を述べる。

$$DWHS = Z_H^{(10)} - Z_H^{(3)} \quad [\text{dB}] \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

ここで、上添字(3), (10) は波長を示す。

$Z_H^{(10)}$ と $Z_H^{(3)}$ は一般に同一値とみなせるが、ミー散乱領域の粒子では非常に異なった値となる。この原理を用いたひょう探査のアイデアは、Atlas と Ludlam (1961) により提示され多数の研究が実施されている¹²⁾。10cm 波および 3cm 波では、最大径 0.8cm までの雨滴はレーレー散乱とみなせるが、1.6cm より大きなひょう粒子ではミー散乱となる。X バンドの反射因子は減衰を考慮する必要がある。

S バンドでのひょう信号 (H_{DR}) は次式で定義される。

$$H_{DR} = Z_H^{(10)} - F(Z_{DR}^{(10)}) \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

$$F(Z_{DR}^{(10)}) = 19 Z_{DR}^{(10)} + 27 \quad \dots\dots\dots (6.4)$$

図-6.12 は 2200 ケース以上の雨滴計による雨滴分布測定から求められた、 $Z_H^{(10)}$ と $Z_{DR}^{(10)}$ の関係を示すもので、上式はこの関係から定められたものである。この図の領域を越えた $Z_H^{(10)}$ と $Z_{DR}^{(10)}$ の値のところで、ひょうが存在すると考えられる。また H_{DR} が大きくなればなる程、ひょうの存在することが想像される。この間の関係を得る時、雨滴計のサンプリング誤差や雨滴の振動による誤差が考慮されている。

この両信号を対比した結果、傾向は類似しているが、まだ差は大きいことがわかった。 $DWHS$ 信号はXバンドの反射因子の減衰の補正に非常に敏感であって、ひょうの領域を軸方向に延長する傾向がある。

$DWHS$ より H_{DR} の方が実時間観測に利用するには容易であって特に融解層下部で有効である。融解層上では $Z_{DR}^{(10)}$ の平均値は0に近いので H_{DR} は単に $Z_H^{(10)}$ と同様な意味をもつにすぎなくなる。この両者共、長所、短所をあわせてもつことを考慮しておく必要がある。

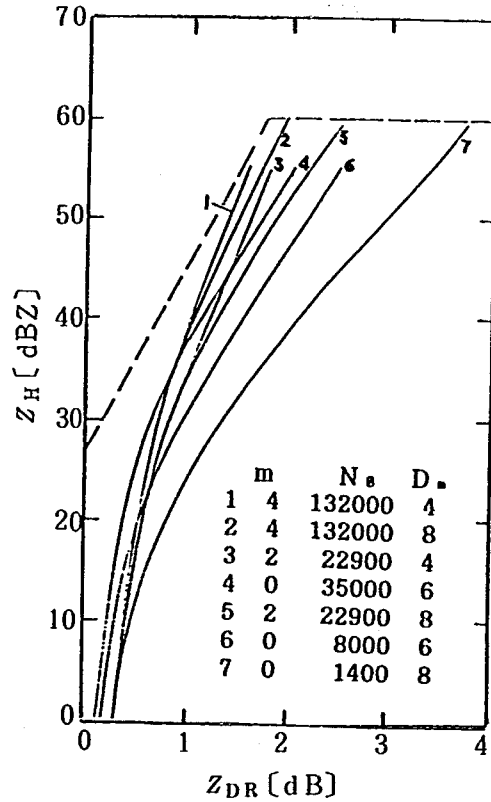


図-6.11 ガンマ分布の粒径分布を関数とした Z_H と Z_{DR} の振舞い
 (粒径分布の変数は既往文献の値の極限值)
 (破線は電信号 H_{DR} で定義される降雨域の境界)

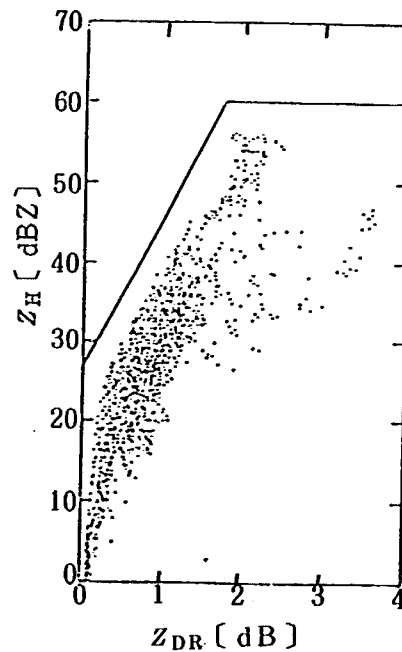


図-6.12 ディスドロメーター観測値から算出した Z_H と Z_{DR} の散布図
 (観測データ数は2200以上)
 (観測地点はコロラド州中央イリノイ)

6.4.2 Z_{DR} を用いた降水粒子の種類と強度の関係

R. C. Lipschutz 等は PROFS 計画において降水粒子の形態と降水強度の積の形で Z_{DR} を用いた形状判別図 (PTI) を提案している¹⁴⁾。

降雨とひょうの判別については最初 $Z_{DR} = 0.6 \text{ dB}$ の線が用いられていたが、Aydin 等は先述したような関数形を提案している。しかし、Lipschutz 等によれば、この $(Z_{DR} - Z_H)$ 対では判別がつかない例が多いことを指摘している。その理由として、彼等は Z_{DR} の小さなところでは Z_{DR} 値が零に近づく傾向をもつためであろうと類推している。すでに Goddard 等^{15), 16)} も指摘しているように、これは降水粒子の形状やその指向性に与える乱れ等の影響によるものと考えられる。

Leitao 等は次式で与えられる判別式を提案している¹⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} Z_H (\text{dBZ}) &= -4 Z_{DR}^2 + 19 Z_{DR} + 37.5, & 0.0 < Z_{DR} < 2.5 \text{ dB} \\ Z_H (\text{dBZ}) &= 60 & 2.5 \leq Z_{DR} < 4.0 \text{ dB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6.5)$$

この式は Lipschutz 等のデータによく合うことから、彼等はこの式の Z_H を越える場合で、かつ Z_H が 36 dBZ 以上の場合にひょうが観測されるものとした。また反射強度が弱い場合の雨では $Z_{DR} < 0$ も観測されていることから、 $Z_{DR} = -0.3$ まで曲線を延長して用いている。

Z_{DR} を用いた降水強度の測定については第 5 章でも述べたように多数の研究が発表されてきた。Ulbrich 等は次式を提案している¹⁸⁾。

$$R (\text{mm/hr}) = 1.698 \times 10^{-3} Z_H \cdot Z_{DR}^{-1.5}, \quad (0.05 \leq Z_{DR} \leq 4.0 \text{ dB}) \dots\dots\dots (6.6)$$

ここに Z_H は $\text{mm}^6 \text{ m}^{-3}$, Z_{DR} は dB の単位をもつ。ここに雨滴の粒度分布式としてガンマ分布が仮定されている。

しかし先述したように Z_{DR} が小さい場合、レーダで得られる Z_{DR} 値は粒度分布式から求められるものより若干小さいことが知られている。そこで Lipschutz 等は Z_{DR} が 1.5 dB より小さい時、次式で修正することを提案している。

$$\left. \begin{aligned} Z_{DR} (\text{dB}) &= 0.62 Z_{DR\text{-}r} + 0.6 \\ -0.3 \leq Z_{DR\text{-}r} \leq 1.5 \text{ dB} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6.7)$$

ここに $Z_{DR\text{-}r}$ はレーダ観測 Z_{DR} 値、 Z_{DR} は理論式で予測される値、である。

この関係を用いて Lipschutz 等は表-6.2 に示すように降雨強度を大別して分類すると共に、図-6.13 のように降雨強度一定の線を Z_{DR} , Z_H 図上に表現した。

このようにして求められた PTI モデルの妥当性を検証するため、 600 m の距離分解能データを 8 km^2 にわたって観測した結果で評価した。図-6.14 は降雨強度の大な雨の例で、PTI 図は良く実測値を説明している。この時の 5 分間降水強度は地上観測で 85 mm/hr である。図-6.15 は 1.5 インチ の半径のひょうが観測された時もので、この時にはひょうの区域の周囲に、降雨強度の大な雨域があった。これらの結果から、PTI モデルの妥当性が証明されたと報告されている。

表-6.2 PTIとNWSの降水強度の分類

PTI	NWS	Rainfall Rate (mm/hr)	NWS Reflect.	
			(dBZ)	(VIP)
Light	Light	1-5	18.5-29.5	1
Moderate	Moderate	5-30	29.5-40.5	2
Heavy	Heavy	30-56	40.5-45.5	3
	Very Heavy	56-114	45.5-50.5	4
Intense	Intense	114-180	50.5-56.5	5
	Extreme	>180	>56.5	6

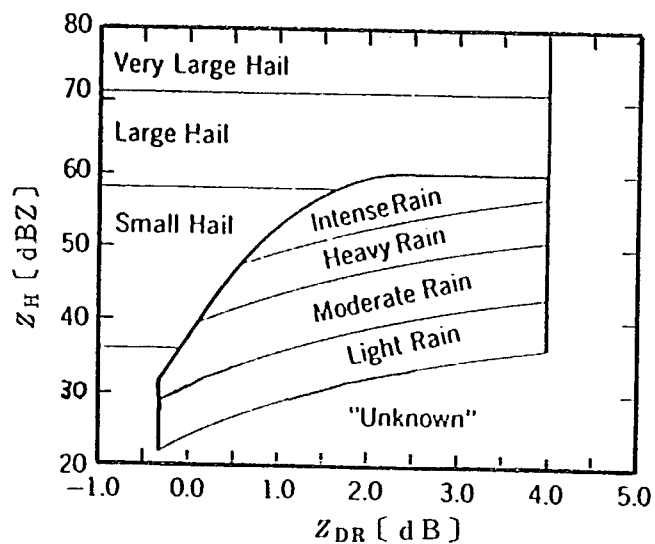


図-6.13 降水粒子の形態と降水強度のモデル

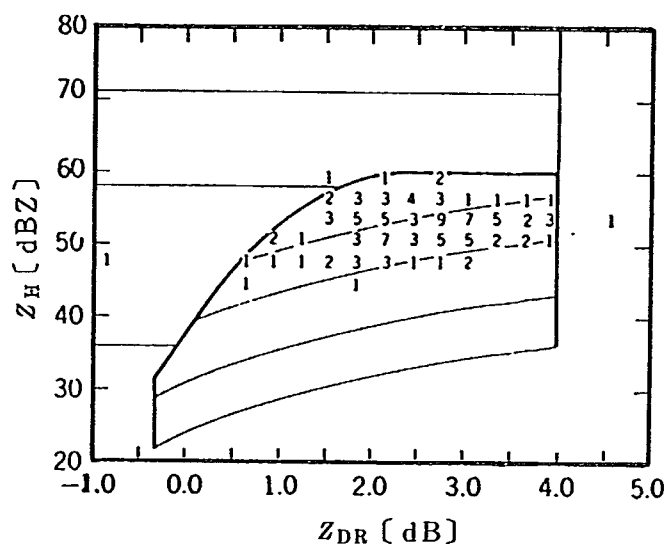


図-6.14 豪雨の Z_H と Z_{DR} の散布図
(観測日時: 1985.7.19 23:00
(Z_H は3dBZ, Z_{DR} は0.3dB間隔))

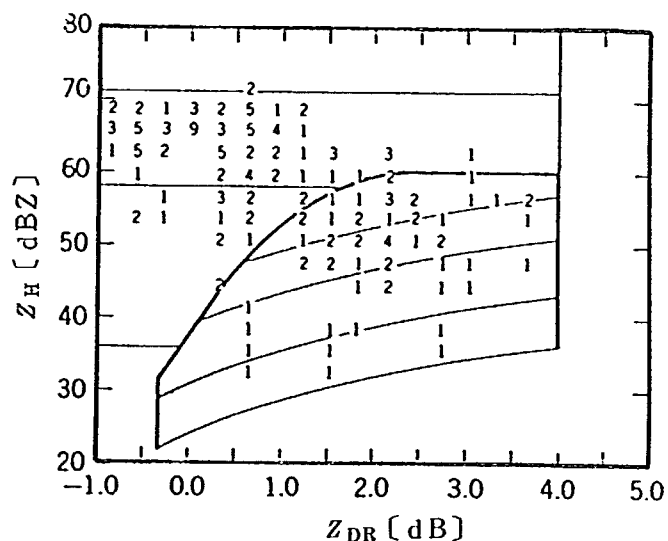


図-6.15 Z_H と Z_{DR} の散布図
(激しい降雹域を除く
観測日時: 1985.6.25 23:00
(Z_H は3dBZ, Z_{DR} は0.3dB間隔))

6.4.3 円偏波レーダによる降水モデル

円偏波で降雨とひょうを判別する研究が行われている⁶⁾。その降水モデルを以下に述べる。二チャンネルレーダで円偏波の送受信を行い、主チャンネルでのデータ以外に直交円偏波の受信を別のチャンネルで行う。このようにして散乱マトリックスの研究をカナダのアルバータのSバンドレーダで実施している。

6.4.3.1 レーダ観測値と偏波パラメータ

Z_e , $C D R$, ρ_a は次式で定義される。

$$Z_e = \frac{\lambda^4}{\pi^4 |K|^2} \int_{D_{MIN}}^{D_{MAX}} N(D) \sigma dD \quad \dots\dots\dots (6.8)$$

$$C D R = W_1 / W_2 \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

$$\rho_a = |W| / (W_1 W_2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (6.10)$$

ここに, λ : 波 長

$|K|^2$: 誘電定数で値は 0.93

σ : 後方散乱断面積

ρ_a : 見かけの指向度

伝播効果が無視しうる場合は、大気水象から受信される直交成分は、

$$W_1 = |C|^2 \int_{D_{MIN}}^{D_{MAX}} N(D) \sigma D^2 dD \quad \dots\dots\dots (6.11)$$

主成分は、

$$W_2 = |C|^2 \int_{D_{MIN}}^{D_{MAX}} N(D) \sigma dD \quad \dots\dots\dots (6.12)$$

で与えられ、この両成分の相関は、

$$W = |C|^2 \int_{D_{MIN}}^{D_{MAX}} N(D) \sigma \nu \rho \{ \exp [j (\delta + 2 \bar{\alpha})] \} dD \quad \dots\dots\dots (6.13)$$

となる。ここに C はレーダ定数、 D_{MIN} , D_{MAX} は粒子の最小・最大相等径、である。 $N(D)$ は粒度分布関数、 ν は円偏波抑圧度比、 ρ は指向度、 δ は散乱による位相差、 $\bar{\alpha}$ は平均傾斜角である。ここでは降雨の時 $D_{MIN} = 0 \text{ mm}$, $D_{MAX} = 6 \text{ mm}$, ひょうの時 $D_{MIN} = 3.75 \text{ mm}$, $D_{MAX} = 65 \text{ mm}$ を用いる。傾斜角は粒子の対称軸と電波伝播方向に垂直な面内の垂直軸とがなす角、と定義する。

指向度は次式で定義される。

$$\rho = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos 2(\alpha - \bar{\alpha}) T(\alpha - \bar{\alpha}) d(\alpha - \bar{\alpha}) \quad \dots\dots\dots (6.14)$$

ここに $T(\alpha - \bar{\alpha})$ は粒径 $-dD/2 \sim dD/2$ の粒子の平均傾斜角 $\bar{\alpha}$ のまわりの傾斜角 α の分布である。この T はガウス分布とみなしうる。

$$\cos 2(\alpha - \bar{\alpha}) \text{ を } \text{Re} \{ \exp [j 2(\alpha - \bar{\alpha})] \}$$

と表わすと,

$$\rho = \exp (- 2 \sigma^2 \text{Re} \{ \text{erf} \frac{\pi}{2 \sqrt{2} \sigma} + j \sqrt{2} \sigma_{\alpha} \}) \quad \dots\dots\dots (6.15)$$

で表わされる。ここに σ_{α} は傾斜角の標準偏差である。

散乱体群の固有指向度 ρ_i は伝播効果が無視できれば見かけの指向度に等しい。

$$\rho_i = \rho_{\alpha} \frac{|\bar{W}|}{(W_1 W_2)^{1/2}} = \bar{\rho} \frac{|\nu|}{(\bar{\nu}^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (6.16)$$

ρ は $-dD/2 \sim dD/2$ の範囲の粒子の傾斜角の実際の分布を表わす。見かけの指向度 ρ_{α} はレーダにより観測される値で、非レーレー散乱と伝播効果を含むものである。一方 ρ_i は ρ 粒子の寸法とその形状や熱力学的状態に左右される指向度の計算値である。

図-6.16 は式(6.15)による ρ と ρ_{α} の関係を示していたものである。参考までに、任意の平均傾斜角をもつ雨滴群で、降雨強度 10 mm/hr のマーシャル・パルマー分布をもち、ブルパッカー・ピッターモデルを近似した時の固有指向度の計算値を示している。

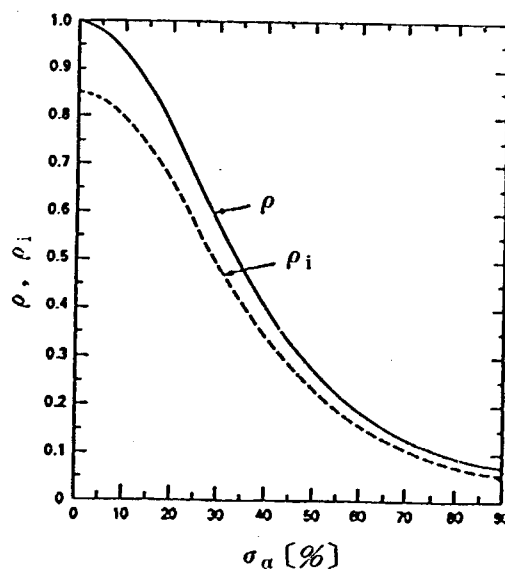


図-6.16 指向度 ρ と固有指向度 ρ_i の傾斜角の標準偏差 σ_{α} に対する値

6.4.3.2 降雨とひょうのモデル

(1) 降雨モデル

① 粒径分布

非常に細粒分を除いてMarshall-Palmer 分布

$$N(D) = N_0 \exp(-\lambda D) \quad \dots\dots\dots (6.17)$$

が成立すると仮定する。 $N_0 = 8000 [\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3}]$, $\lambda = 4.1 R_R^{-0.21} [\text{mm}^{-1}]$ を用いる。

② 形状と粒径の関係

Pruppachei-Pitter の経験式を適用する。粒径は等価の球の直径とする。

③ 後方散乱断面積

この解析では 10cm波を用いレーレー近似が成立するとする。球粒子からの散乱では、

$$\sigma = \pi (S_{xx} + S_{yy})^2 \quad \dots\dots\dots (6.18)$$

で与えられる。円偏波抑圧度比 ν は、

$$\nu \cdot \exp(i\delta) = \frac{S_{xx} - S_{yy}}{S_{xx} + S_{yy}} \quad \dots\dots\dots (6.19)$$

で与えられる。ここに S_{xx} , S_{yy} は散乱粒子に与えられた座標系に関する後方散乱マトリックスの要素である。レーレー散乱では δ は数分の 1 程度程度の定数となる。

④ 傾斜角

風のシェアーのため一般に最大寸法を水平軸とする雨滴が傾斜することが観測されている。通信経路や理論モデルから送定されるこの傾斜角の平均値は 0 に近い。傾斜角のガウス分布は $\alpha = 0^\circ$ で $\sigma_\alpha = 2^\circ$ で近似可能と考えられる。

⑤ 偏波パラメータ

図-6.17 に気温 10℃での雨滴群に対する Z_{eR} , CDR_R , ρ_{iR} を R_R の関数で表示した。

(2) ひょうモデル

① 粒径分布

Cheng と English は指数分布モデルで近似できることを明らかにした。この時、

$$N_0 = 115 A^{3.63} \quad \dots\dots\dots (6.20)$$

及び、ひょうの降水強度 $R_H [\text{mm/hr}]$ との間に、

$$\lambda = \ln \frac{88}{R_H} (3.45)^{-1} \quad \dots\dots\dots (6.21)$$

が成立する。

② 粒径と形状モデル

Barge と Isaac によれば 1920 個のひょう粒子から、83 % は軸比が 0.6 から 1.0 の間にあり、15 % が 0.4 ~ 0.6 であり 2 % が 0.4 以下としている。

③ 後方散乱断面積

ひょうのような大きな物体には非レーレー散乱理論を用いなければならない。

④ 傾斜角

観測結果によれば降雨よりもひょうの方が指向度は小さいことがわかっており、卓越した指向性はないように考えられる。ここでは平均傾斜角 0° で標準偏差 45° を仮定した。

⑤ 偏波パラメータ

図-6.18 に湿ったひょう粒子群の R_H に対する Z_{eH} , $C D R_H$, ρ_{iH} を示した。

(3) 降雨・ひょうの共存モデル

共存した時の偏波観測値は $W_R + W_H$, $W_{iR} + W_{iH}$ および $W_{2R} + W_{2H}$ で与えられる。これは R_H と R_R の各種の組み合わせで計算され図-6.19 にその例を示す。

(4) モデルの応用

表-6.3 に観測値と計算値を要約して示す。

(5) 偏波観測値の問題点

① 航空機による雨滴粒子の観測結果との比較

Chilbolton レーダを用いた降雨の観測時に飛行機に搭載した雨滴計による降雨粒子の観測も同時に実施された。その比較結果を以下に述べる⁴⁾。

図-6.20~22 は雨滴計の観測値とレーダ観測値を対比して示したものである。一般に良好な一致を見ている。図-6.20, 21 では 7 km と 9 km に各々、航空機自身からの反射が明瞭にとらえられている。レーダによる粒度分布定数 N_0 と D_0 の値は Z_H と Z_{DR} から求められたものである。

これらの結果は比較的良好な一致を示していることから二重偏波レーダによる降水観測の実用性、特に降水強度の観測に有力な手段といえるであろう。

一方、二重偏波信号による降水粒子の形態判別に疑問を投げかける結果も報告されている。

Jin-Li Liu 等は Chilbolton レーダや粒国の NCAR レーダによる Z_{DR} の観測値が粒子形状との関係で論じられているが、適切な実例で実証されていないことに着目し、航空機による粒子形状の観測を実施した⁸⁾。

航空機に直交方向の氷の粒子形状を撮影するカメラをとりつけデータをとってその結果と第4章に述べた CP-2 レーダでの Z_{DR} の観測値を比較した。その結果 Z_{DR} が大なところで得られた氷の粒子形状は必ずしも偏平度が大ではなく、従来いわれてきた Z_{DR} が大な時は粒子の偏平度が大になるという結果とは一致しないこと。逆に Z_{DR} が小さなところでも粒子の偏平度が大な場合もあることを指摘している。この結果は氷粒子について得られるものであるが、形状の計測方法等について今後議論を

呼ぶものと考えられる。

② 偏波信号に及ぼす気温および過飽和の影響

偏波信号による降水粒子の形態判別については多数の研究報告があるが、この偏波信号にはまた粒子の形状が反映されているため、大気中の粒子形状と気温の関係について、偏波信号から分科する試みが、フランスのRabelaisレーダで行われた¹³⁾。このレーダの仕様は別に述べることとして、観測結果を以下に総括しておく。

図- 6.23, 24は Z_e と Z_{DR} の成層雲中の垂直断面分布を示している。 Z_e は通常大気水象のサイズに依存し、非降水成層雲中では大気水象は小さくレーレー散乱体とみなせる。 Z_{DR} は大気水象の形状とその共通した方向性の程度に左右される。

図- 6.23, 24から、 Z_e と Z_{DR} が単純な形で相関を有しないことがわかる。等値線の水平性から明らかなように Z は成層的な分布をしていて、 Z_{DR} の成層性と対応するが、 Z_{DR} の成層性には、その最大値と最小値が垂直方向に互層的な分布をしていることがみられる。

図- 6.25は図- 6.23, 24を一緒にして平均的な Z_e と Z_{DR} の垂直分布を横軸に気温を縦軸に表現したものである。この図から、 Z_e と Z_{DR} の垂直分布に相違があること、 Z_{DR} の変化がある特定の気温レベルで生じていることがわかる。

図- 6.26は異なった10日間の10回の観測結果を Z_{DR} が2dB以上のケースの回数と気温の関係で頻度分布図にしたものである。この図から、 Z_{DR} が小さい領域が -3°C から $-7\sim-8^{\circ}\text{C}$ のところにあり、 -19°C 以下の低温域ではデータが少なく確定的なことがいえないことがわかる。

これらの気温値は氷晶の性質の変化によるものと考えられる。氷の結晶の性質は結晶軸aとcの生長率に左右される。これは気温に依存している。基本的に氷の結晶は $0\sim-35^{\circ}\text{C}$ の気温範囲で、図- 6.27に示すように三形態に変化する。この形状のうち平板形の κ は軸比が0.01から0.5、柱状のものが0.05から0.07と非常に大きな異方性を有している。しかし、この異方性は結晶形状の変数が生ずる気温が最小となる。そして Z_{DR} の大きな値は異方性が最大のところで生じる。 Z_{DR} の小さな値は結晶の遷移に伴って生じる。図- 6.23~26でわかることは、 $Z_{DR} > 2\text{dB}$ の出現数が $-12, -13^{\circ}\text{C}$ 附近であること、この温度は過飽和水蒸気圧の差が最大となる温度領域であることを示している。すなわち氷の結晶の成長が最大であるところである。気温 $> 0^{\circ}\text{C}$ で観測される Z_{DR} の大きな値はブライドバンド現象によるものである。

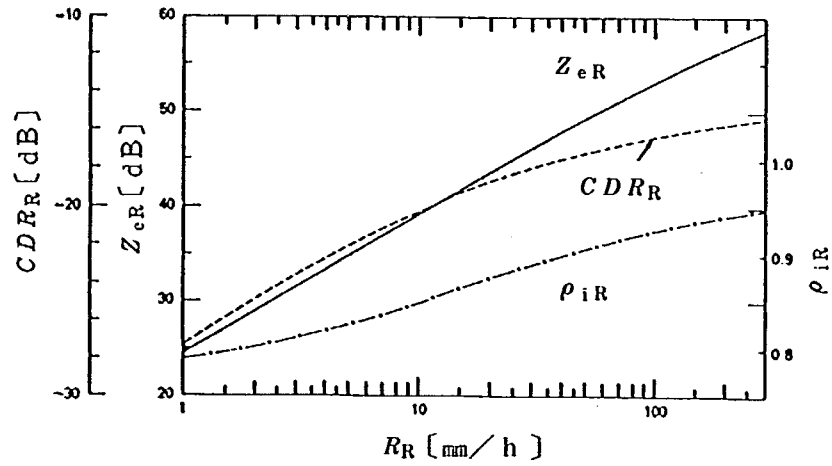


図-6.17 気温 10℃における雨滴の CDR_R , Z_{eR} , ρ_{iR} と降水強度 R_R との関係

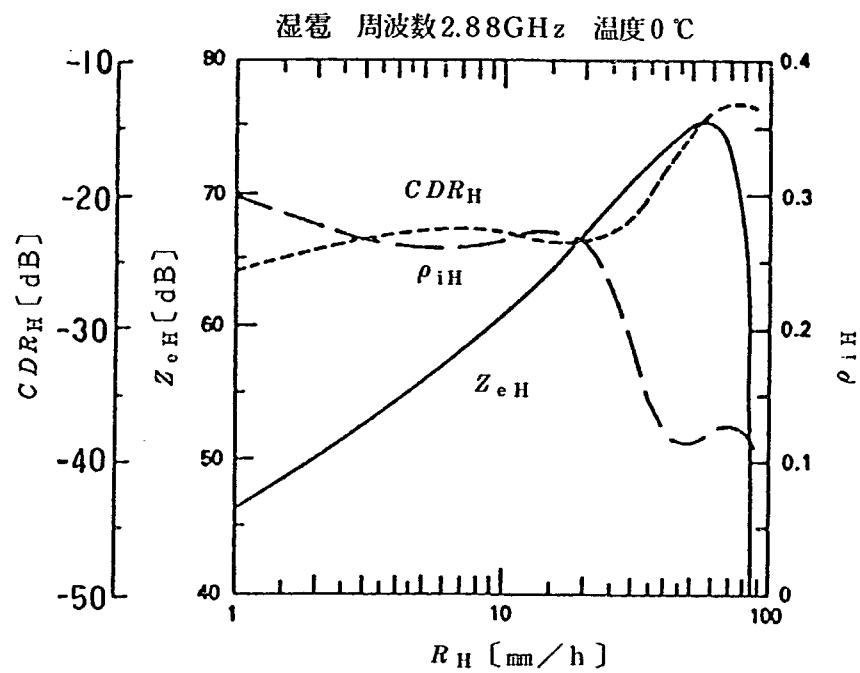


図-6.18 湿雪の CDR_H , Z_{eH} , ρ_{iH} と降水強度 R_H との関係

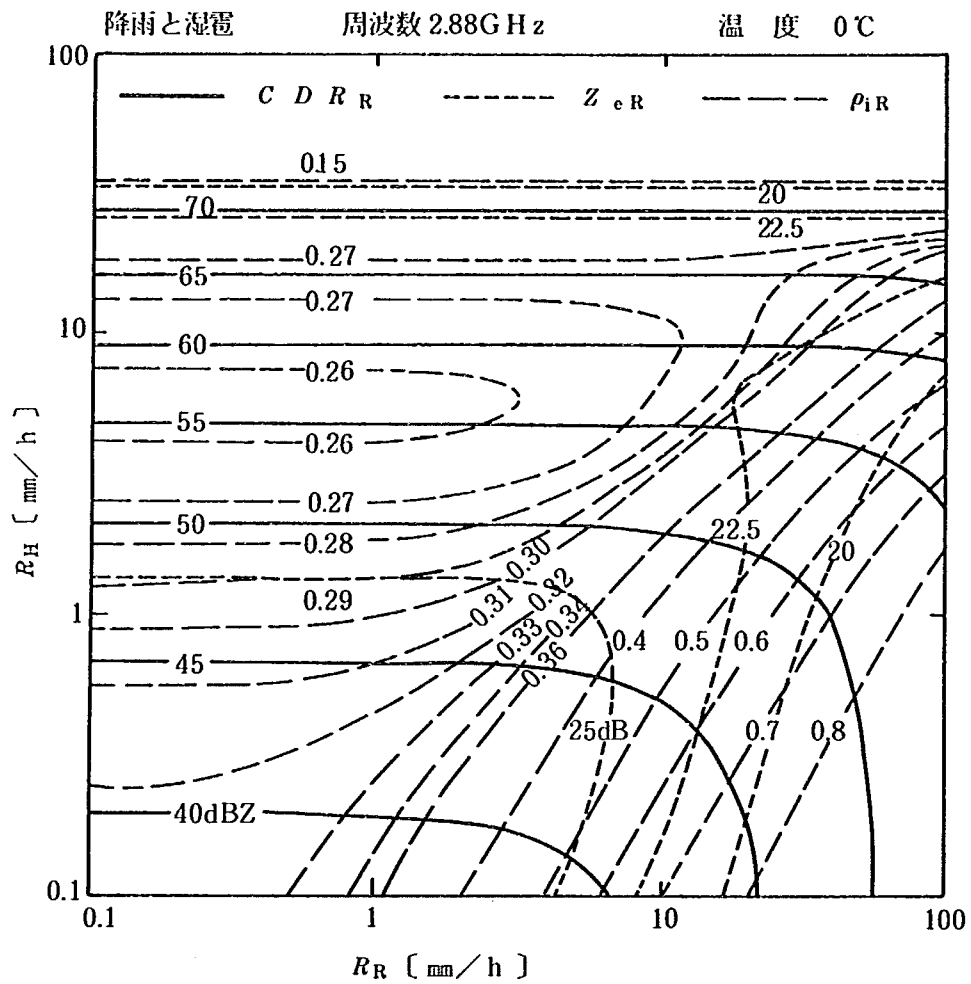


図- 6.19 湿電の CDR_R , Z_{eR} , ρ_{iR} と
降水強度 R_R , R_H との関係

表- 6.3 4 降雨成因の計算値と観測値

Date	Surface Observation	Z dBZ	CDR, -dB		ρ_a , %	R_{MP} , mm h^{-1}	R_R , mm h^{-1}	R_H , mm h^{-1}
			Observed	Calculated				
Aug. 8, 1977	small surface hail, heavy rain	35-39	17	24	50-60	8	5	0.1
		40-44	19	21	65-75	16	14	0.2
		45-49	18	18	70-80	34	30	4
		50-54	17	18	75-85	70	70	1
Sept. 6, 1977	small surface hail, light rain	35-39	20	26	40-45	8	2.5	0.1
		40-44	21	26	40	16	4	0.3
		45-49	21	24	35	34	6.5	1.2
		50-54	21	23	30	70	10	3
Aug. 8, 1977	large hail, heavy rain	35-39	14	27	30-35	8	0.5	0.1
		40-44	19	24	50	16	7	0.3
		45-49	20	23	50	34	15	1
		50-54	19	22	40	70	23	3
		55-59	19	21	40-50	140	65	6
		60-64	19	20	40-50	290	130	10
Aug. 16, 1978	widespread rain	36	21	21	75	6.5	6	0.02
Aug. 30, 1977	widespread rain	30	21	24	65	2.7	2.3	0.006

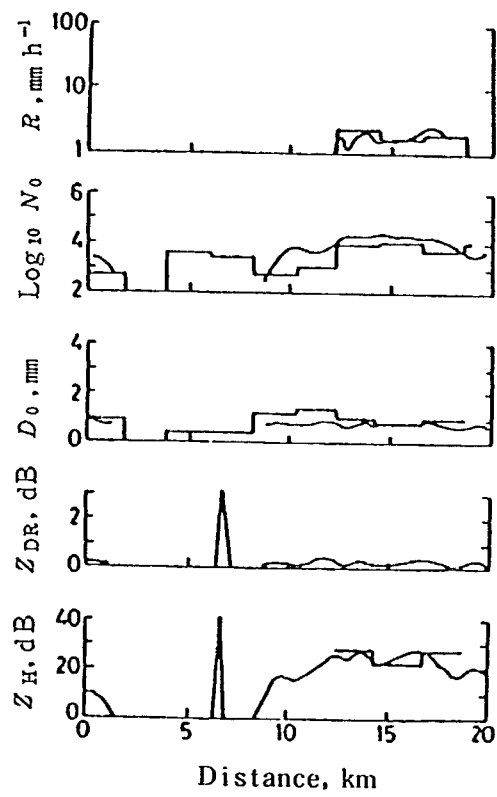


図- 6.20 14:00~14:06 の観測値の比較
 階段状直線：飛行機による観測
 曲 線：レーダによる観測

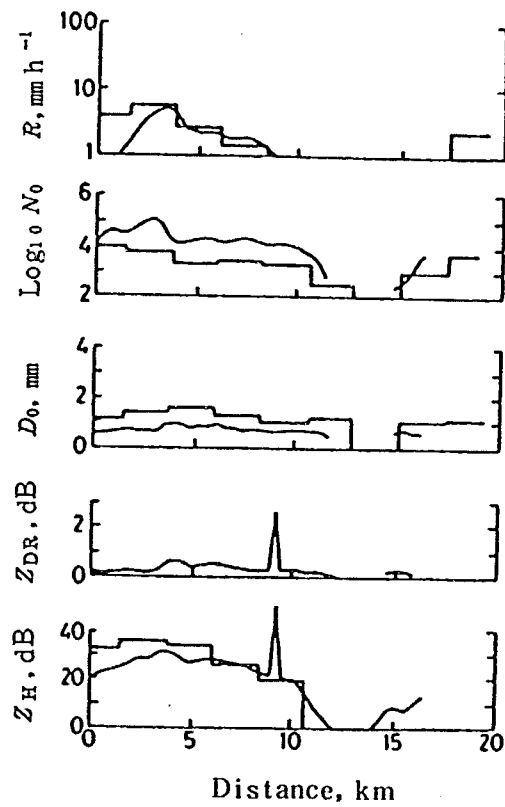


図- 6.21 14:15~14:17 の観測値の比較
 階段状直線：飛行機による観測
 曲 線：レーダによる観測

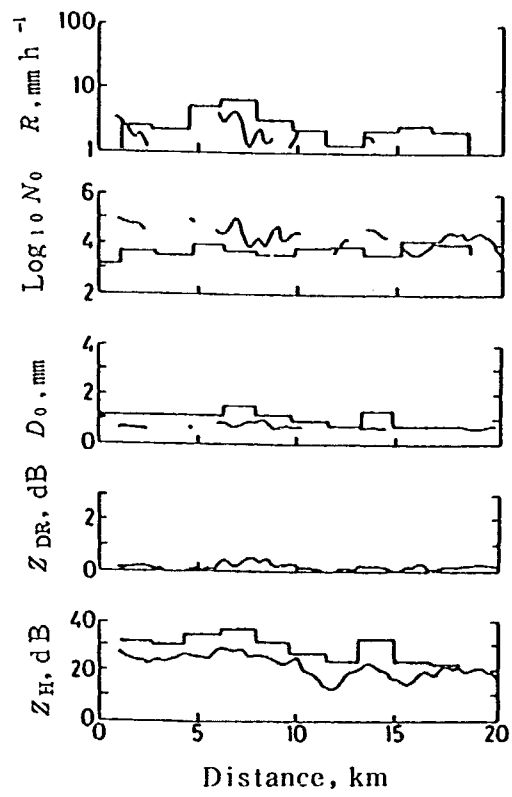


図- 6.22 14:25~14:29 の観測値の比較
 階段状直線：飛行機による観測
 曲 線：レーダによる観測

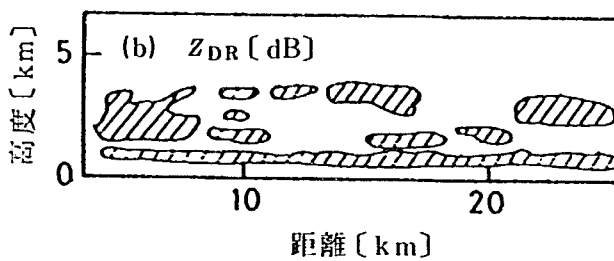
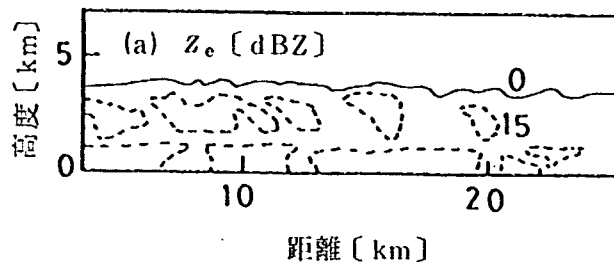


図-6.23 1985.4.5 11:20 の Z_e , Z_{DR} の RHI 図の等高線
(b 図の斜線域は $Z_{DR} > 2$ dB)

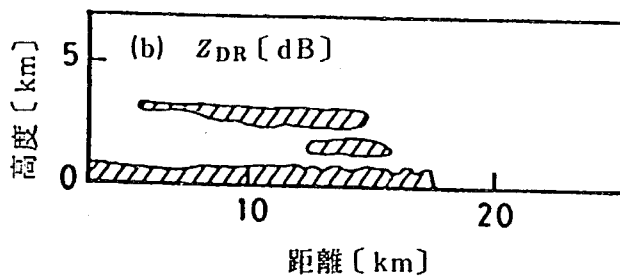
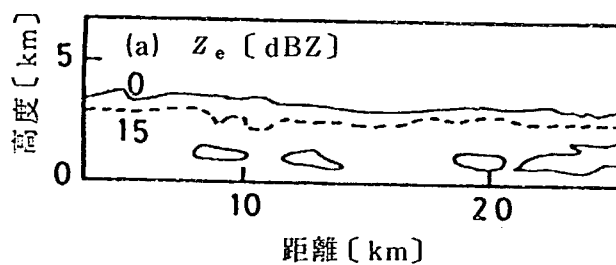


図-6.24 1985.3.21 9:00 の Z_e , Z_{DR} の RHI 図の等高線
(b 図の斜線域は $Z_{DR} > 2$ dB)

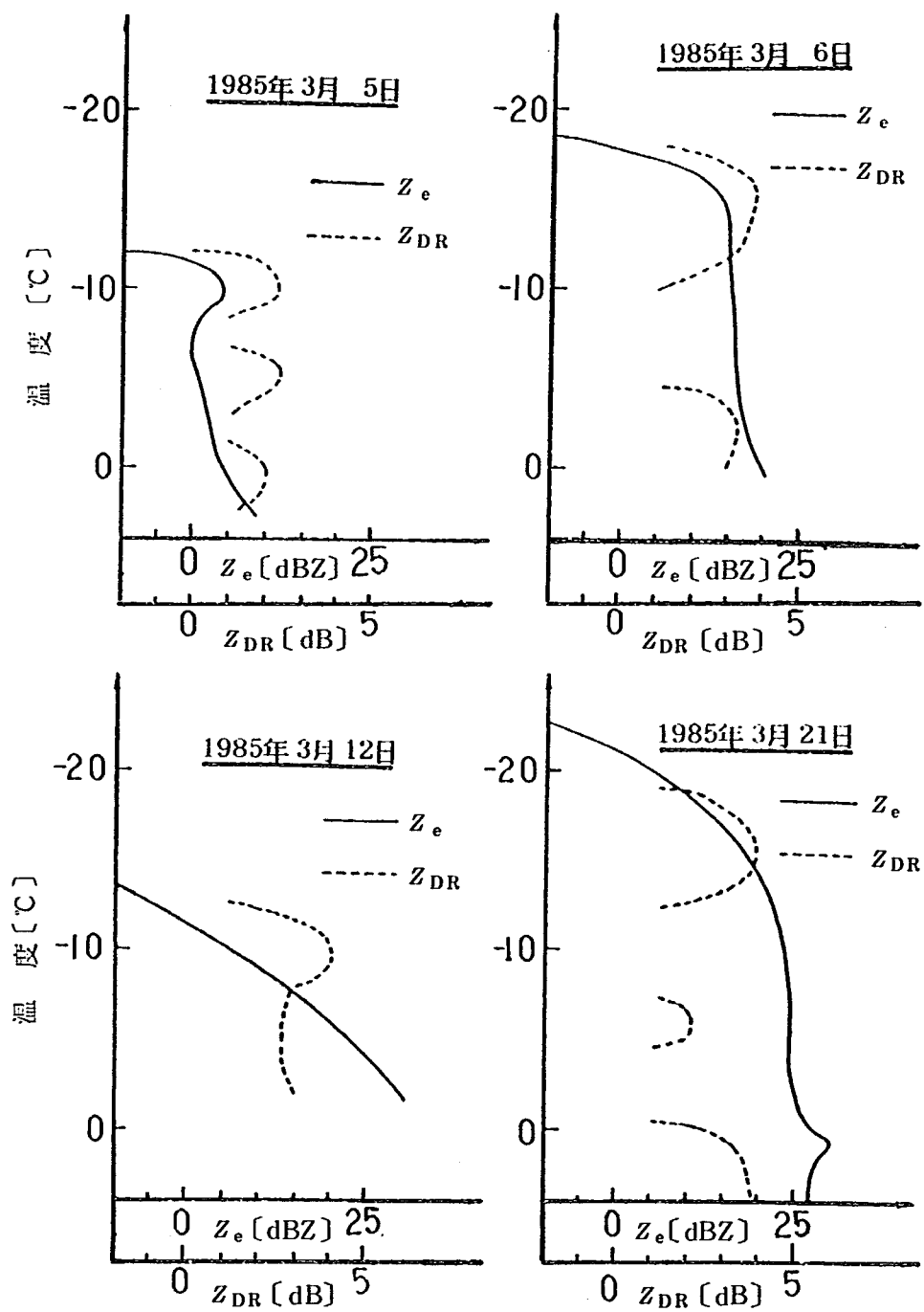


図- 6.25(1) Z_e , Z_{DR} の平均的な鉛直プロフィール

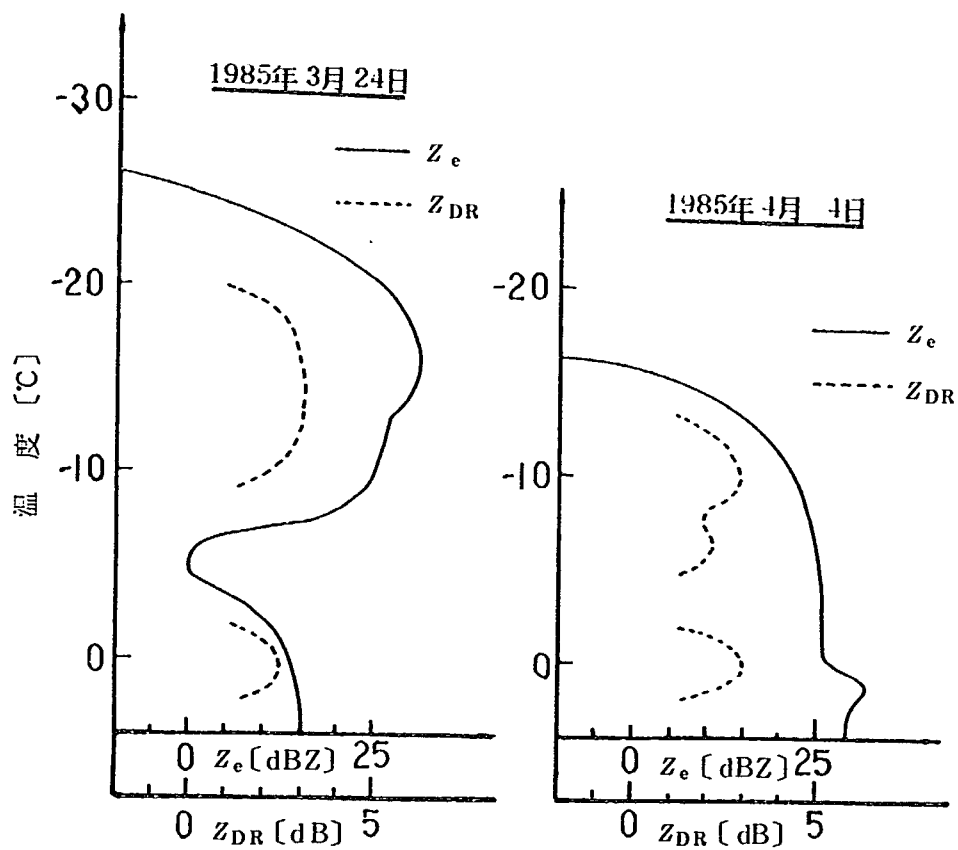


図- 6.25(2) Z_e , Z_{DR} の平均的な鉛直プロフィール

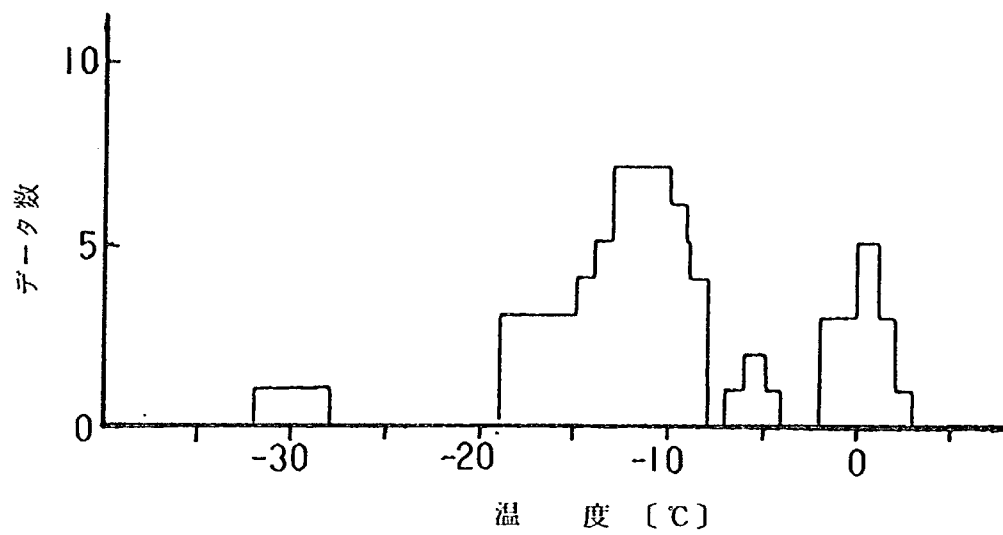


図- 6.26 $Z > 2$ dBの温度別データ数

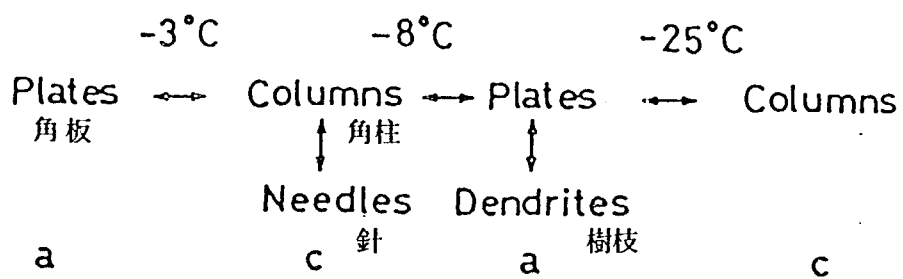


図- 6.27 温度による氷晶の形状の変化

参考文献

- 1) S.M. Cherry, J.W.F. Goddard and M.P.M. Hall: Examination of rain drop sizes using a dual-polarization radar, 19th conf. of Radar Meteor., 1980
- 2) A. Hendry and Y.M.M. Antar: Precipitation particle identification with centimeter wavelength dual-polarization radars, Radio Science, Vol.19, No.1, 1984
- 3) M.P.M. Hall, J.W.F. Goddard and S.M. Cherry: Identification of hydrometeors and other targets by dual-polarization radar, Radio Science, Vol.19, No.1, 1984
- 4) S.M. Cherry, J.W.F. Goddard and M. Ouldrige: Simultaneous measurements of rain by airborne distrometer and dual-polarization radar, Radio Science, Vol.19, No.1, 1984
- 5) B.L. Barge: Hail detection with a polarization diversity radar, Sci. Rep. MW-71, Stormy Weather Group, McGill University Montreal, 80PP, 1972
- 6) E. Torlaschi, R.G. Humphries and B.L. Barge: Circular polarization for precipitation measurement, Radio Science, Vol.19, No.1, 1984
- 7) K.J.Al-Jumily, R.G. Humphries and L.D. Phillips: Discrimination between rain and hail with polarization diversity radar, 23rd Conf. of Radar Meteor., 1986
- 8) Jin-Li, Liu and P.H. Herzegh: Differential reflectivity signatures in Ice-phase precipitation; Radar-Aircraft comparisons, 23rd conf. of Radar Meteor., 1986
- 9) K. Aydin, T.A. Seliga and V. Balaji: Remote sensing of hail with a dual linear polarization radar, J. Climate Appl. Meteor., 1986
- 10) V. Balaji, K. Aydin and T.A. Seliga: Comparison of dual-polarization and dual-wavelength radar hail signals using data obtained during Maypole 1984, 23rd conf. of radar meteor., 1986
- 11) T.A. Seliga, K. Aydin and V. Balaji: Dual polarization radar observations of a hail producing supercell storm during Maypole '83, 23rd conf. radar meteor., 1986
- 12) P. Atlas, and F.H. Ludlam, Multi-wavelength radar reflectivity of hail storms, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., Vol.87, 1961

- 13) H. Sauvageot, K. Kouadio and C.A. Etty: The influence of temperature and supersaturation on the polarization of radar signals, 23rd conf. Radar Meteor., 1986
- 14) R.C. Lipsschutz, J.F. Pratte and J.R. Smart, An operational Z_{DR} -Based Precipitation Type/Intensity Product, 23rd Conference on Radar Meteorology, Vol.3, 1986
- 15) J.W.F. Goddard, S.M. Cherry and V.N. Bringi, Comparison of dual-polarization radar measurements of rain with ground-based disdrometer measurements, J. Appl. Meteor., Vol.21, 1982
- 16) J.W.F. Goddard, S.M. Cherry: The ability of dual polarization radar (copolar linear) to predict rainfall rate and microwave attenuation, Radio Sci., Vol.19, 1984
- 17) M.J. Leitao, and P.A. Watson: Application of dual linearly polarization radar data to prediction of microwave path attenuation at 10-30 GHz. Radio Sci., Vol.19, 1984
- 18) C.W. Ulbrich, and D. Atlas, Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements, Radio Sci., Vol. 19, 1984

第7章 ま と め

本報告書で取りまとめた内容は次の通りである。

- (1) 電波の降水粒子からの散乱断面積を求める計算手法を整理した。これを用いて雨滴の散乱特性を検討した。これから次のことがわかった。
 - ① Rayleigh - Gans の理論を用いると、雨滴の縦横の軸長比が1.5になると水平偏波と垂直偏波の散乱断面積の比は2以上、縦横の軸長比が2になると水平偏波と垂直偏波の散乱断面積の比は4以上と非常に大きくなる。
 - ② 降水粒子群からの電波の散乱は、粒径分布にMarshall - Palmer 分布を仮定すると、降水強度が1 mm/hの場合は粒径が1～2 mmの雨滴からの反射が主である。降水強度が10 mm/hの場合は粒径が2～3 mm程度の雨滴からの反射が主である。降水強度が100 mm/hの場合は粒径が3～6 mm程度の雨滴からの反射が主である。
 - ③ Rayleigh 理論による散乱断面積とMie 理論による散乱断面積を比較すると、雨滴の粒径が3 mm以上になると散乱断面積が大きく異なる。
- (2) 世界各国の研究機関で開発され、現在研究に利用されている直交二偏波レーダのシステムについて調査し取りまとめた。現在世界には15機の二偏波レーダがある。多くのレーダは土木研究所の二重偏波・ドップラレーダと同様に偏波機能のみでなくドップラ機能も有している。
- (3) 二重偏波レーダの観測値 Z_{DR} から降水強度を推定する手法について検討した。これから次のことがわかった。
 - ① Z_{DR} から降水強度、降雨換算定数、電波の降雨減衰量が精度良く推定できることが理論的に示された。また、英国Chilboltonレーダ等の観測結果によれば、 Z_{DR} から降水強度を算出する方法は既存の方法に比べ観測精度は向上している。
 - ② Z_{DR} は0～4 dBと非常に小さい値であるので、降水強度の観測精度を良くするには Z_{DR} の測定精度は0.1 dB以上にする必要がある。また、 Z_{DR} と降水強度の関係は、雨滴の最大粒径や雨滴の分布形状（指数分布かガンマ分布か）の影響を非常に受ける。したがって、 Z_{DR} による降水強度の推定を行う場合は、地上で降水粒子の粒径分布を調査する必要がある。
- (4) 偏波レーダによる降水粒子の形態判別手法について検討した。これから次のことがわかった。
 - ① 雨滴、雹、雪片等の Z_{DR} と反射因子 Z の特性が研究されており、これによると降水粒子の形態判別が可能である。
 - ② Z_{DR} と反射因子 Z の鉛直プロファイルから融解層（ブライトバンド）の位置の推定が可能である。
 - ③ Z_{DR} と Z を用いて降雨状況（小雨、並雨、豪雨）や降雹状況（小さな雹、大きな雹）を判別するモデルが観測結果より作成されている。

第8章 あ と が き

土木研究所水文研究室は、レーダによる降雪観測手法を開発研究するために降雪観測用レーダ「DNDレーダ（土木研究所二重偏波・ドップラレーダ）」を試作した。本報告書の「直交二偏波レーダによる降水観測に関する研究」は、二重偏波・ドップラレーダによる降水量（雪及び雨）の観測手法の開発研究の基礎資料としてとりまとめたものである。

この開発研究は、建設本省電気通信室の協力を得て、降雪観測用レーダ研究会（会員は㈱東芝、日本無線㈱、三菱電機㈱の3社）と共同研究を行っている。

また、(社)建設電気技術協会内に設置した特殊レーダ研究会（委員長：科学技術庁国立防災科学技術センター木下武雄第1研究部長）から、二重偏波・ドップラレーダの降水現象の観測特性及びその性能についての評価並びに降水現象の定量評価に関する技術指導を受けながら開発研究を進めている。

二重偏波・ドップラレーダによる降雪観測は、東北地方建設局河川管理課及び道路管理課並びに北陸地方建設局河川部及び道路部の支援を受け、北陸地方建設局富山工事事務所の協力を得て実施している。

第2章及び第3章で用いた散乱断面積を求めるプログラムは郵政省電波研究所小口知宏第三特別研究室長から提供して頂いた。

本研究を進めるにあたり御協力、御助言、御支援を頂いた上記の皆様に対し、深く感謝の意を表します。

直交二偏レーダによる降水
観測に関する調査報告書

ISSN 0386-5878
土木研究所資料第2487号
昭和62年3月 (1987)
河川都水文研究室

要 旨 レーダによる降水量の定量評価には、レーダ雨量計のハードウェアの特性以外に、降水粒子群による電磁波の散乱特性が大きく影響する。特に降水粒子の形状特性および降水粒子群の粒径分布は、レーダアンテナによる受信電力を決定する主な要因となっている。

本報告書は、従来の研究報告ではあまりふれられなかった上記の様な問題について、第2章および第3章で基礎的な立場から再度検討を加え、第4章で現在世界各国で研究が進められている直交二偏波レーダのシステムの比較を行い、第5章および第6章で直交二偏波レーダを用いた降水強度の推定方法および降水粒子の形態判別手法の研究現況について取りまとめたものである。

キーワード：直交二偏波レーダ、レーダによる降水観測、降水粒子群の散乱特性

郵便はがき

四十円切手
をはって下
さい

3 0 5 - □ □

茨城県筑波郡豊里町大字旭一番地

建設省土木研究所

河川部水文研究室 御中

No. _____

No. _____

配布先氏名

配布先住所

土木研究所資料第2487号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名 印