

土木研究所資料

千葉県東方沖地震の加速度記録から
推定した長柄ダム堤体の動的物性

平成元年1月

建設省土木研究所
地震防災部振動研究室

Copyright © (1989) by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。

千葉県東方沖地震の加速度記録から 推定した長柄ダム堤体の動的物性

振動研究室 室 長 佐々木 康

部外研究員 西 村 正 夫

研 究 員 栗 原 徹 郎

要 旨

本資料は、昭和62年12月17日に発生した千葉県東方沖の地震により、震央から約29 kmの地点に位置する水資源開発公団の長柄ダムにおいて得られた9記録27成分の強震記録について検討したものである。

基盤および堤体内で観測された記録から堤体内での伝播時間を検討し、これから堤体材料のせん断波速度を求めた。このせん断波速度から求まるせん断剛性はひずみレベルならびに拘束応力の大きさに依存していると解釈されることを明らかにした。

なお、付録には、昭和9年に刊行された土木試験所報告第28号松村孫治著「地震動による土堰堤の変形、第一編 理論的研究」についてのノートを収録している。

キーワード：強震観測, 地震動, 加速度強震記録, ダムの動的挙動, 土木構造物

まえがき

昭和62年12月17日午前11時8分頃、千葉県東方沖を震源とするマグニチュード6.7の地震が発生した。この地震により、千葉県内をはじめ関東地方に設置してある工学用の強震計の多くが作動し、記録が得られた。震央から約29 kmの地点に位置する水資源開発公団の長柄ダムでも強震記録を得ている。

長柄ダムでは、堤体基盤、袖部地山および堤体内の合計10ヶ所に強震計を設置している。このうち9ヶ所の強震計が作動し、27成分の加速度記録が得られた。ダム天端で得られた記録によれば、堤体の上下流方向の水平最大加速度は369 galであった。地震によって堤体天端の舗装にヘアクラックが数カ所発生したほか、若干の沈下が計測された程度の軽微な変状を生じたものの、地震後の臨時点検により、大きな被害ではないことを確認したと報告されている。

近年築造されたダムが、地震によって崩壊した例はない。その理由は、近年造られたダムが大きな地震を経験していないからであって、最近の耐震設計技術の妥当性を被害がないという事実から直ちに帰結できるわけではない。設計に当たっての工学的判断の結果や用いられた仮定の確かさは、大きな地震動の作用下における実際のダムの挙動によって検証される。このため、堤体や周辺地盤に強震計を設置し、強震時のダムの挙動を観測しようとする試みがなされている。しかし、大きな地震動を記録した事例は少なく、また長柄ダムのように多点に設置した強震計による同時記録はほとんど得られていない。

この意味からも、今回長柄ダムで得られた記録は、ダムの耐震設計技術の進歩に貢献し得る貴重な資料と考えられる。得られた記録の数値データが水資源開発公団試験所から土木研究所に提供されたので、振動研究室では、この記録の特徴を分析し、整理しておくこととした。

この報告では、堤体に生じた最大加速度の分布、堤体内を伝播する地震波動、ならびにこれから推定される堤体材料のせん断剛性と減衰定数を紹介する。なお、この報告の付録には、昭和9年に刊行された松村孫治著「地震動による土堰堤の変形、第一編 理論的研究」についてのノートを収録しておく。

平成元年1月

振動研究室 室 長 佐々木 康
振動研究室 部外研究員 西村 正夫
振動研究室 研 究 員 栗原 徹郎

目 次

1. 地震の概要と長柄ダムの強震観測施設	1
1.1 地震の概要	1
1.2 長柄ダムの概要	2
1.3 強震計仕様とその設置位置ならびに収録装置	3
1.4 提供を受けた強震記録	4
1.5 用いた記号	4
2. 観測記録の一次処理	25
2.1 観測記録の時刻合わせ	25
2.2 $G-1$, $G-2$ の各 x , y 成分の入れ替え	26
2.3 一次処理した加速度記録とこれから求めた速度, 変位	26
3. 堤体の地震時挙動	46
3.1 最大値の分布	46
3.2 加速度, 変位オービット	46
4. 堤体内の波動の伝播	55
4.1 観測点間の波動の到達時刻差	55
4.2 観測記録の周波数応答特性	55
5. 堤体材料の動的物性の推定	83
5.1 位相速度, せん断剛性, 固有振動数の検討	83
5.2 ひずみレベル, 粘性係数, 減衰定数の検討	85
5.3 堤体およびカウンターウェイト内のせん断ひずみ	88
6. ま と め	101
謝 辞	102
参考文献	103
付録-1 加速度, 速度, 変位の時刻歴波形 (全記録時間波形)	105
付録-2 変位の時刻歴波形	135
付録-3 変位差の時刻歴波形	147
付録-4 任意深さにおけるせん断ひずみの時刻歴波形 (一層系地盤として地表の速度記録から 重複反射理論により算出したせん断ひずみ)	159
付録-5 土木試験所報告第28号 (昭和9年), 松村孫治著「地震動による土堰堤の変形, 第一編 理論的研究」についてのノート	181

1. 地震の概要と長柄ダムの強震観測施設

本資料で検討対象とする、千葉県東方沖の地震およびこのとき強震記録を得た長柄ダムについてその概要を紹介する。また、同ダムに設置されている強震観測施設と水資源開発公団から提供を受けた強震記録について述べる。

1.1 地震の概要^{1),2)}

昭和62年12月17日午前11時8分頃、千葉県東方沖を震源とするマグニチュード6.7の地震が発生した。

気象庁の発表によれば、³⁾この地震の震央位置は北緯35°21′，東経140°29′，震源深さは58kmとされており，地震のマグニチュードは6.7であった。

各地の震度は勝浦，千葉，銚子で震度Ⅴ，館山，東京，横浜，水戸，網代，熊谷，河口湖で震度Ⅳ，大島，三島，宇都宮，秩父，新島，前橋，日光，甲府，小名浜，静岡，白河，軽井沢，飯田，八丈島で震度Ⅲであった。

図-1.1に各地の震度を示す。同図には震度ⅤとⅣ，ⅣとⅢ，ⅢとⅡの地点の概略の境界も示す。震度Ⅴが観測された範囲はおおむね震央距離50km以内の千葉県内であった。この図で震度Ⅴの範囲に含まれる千葉県内でも，詳細に調べてみると地域により地震動の強さが異なっていたことが報告されている。

春川⁴⁾は，千葉県内47市町村の居住者を対象にしたアンケート調査により約2900件の回答から千葉県内の震度分布を求めている。図-1.2に春川の調査結果を示す。

この調査結果によれば，東金市周辺ならびに長南町周辺に局所的に地震動の強かった地域があったことが知れる。長柄ダムは局所に地震動の大きかった長南町に近い所に位置する。

なお，発震機構（メカニズム解）に関する検討結果から，溝上⁵⁾はこの地震がフィリピン海プレート内で生じたP軸（最大主応力軸）が北東-南西方向の横ずれ型の断層によるものであったことを報告している。節面（潜在的なせん断面）の一つはほぼ南北方向に向かい，余震域の分布方向を向いている。

この地震により，東京都内，千葉県内などに設置されていた多くの工学用強震計が作動した。得られた記録の最大値は速報としてまとめられている。⁶⁾

これらの記録のうち，土木研究所が関与する観測地点で得られた地盤上または地表近くの地中での記録を数値化し，計器補正を施した結果を図-1.3に示す。ただし，一部の記録については最大加速度値が大きくないので数値化処理をしていない。また，この図には東京ガス㈱が観測した最大加速度（水平2方向の合成値の最大値）も合わせて示した。

また，図-1.4には最大加速度と震央距離の関係を示す。同図には既往の強震記録から得られた水平最大加速度の距離減衰を示す次の回帰式⁷⁾のうち1種地盤の値を合わせて示した。

$$A_{\max} = \begin{cases} 987.4 \times 10^{0.216M} \\ 232.5 \times 10^{0.313M} \\ 403.8 \times 10^{0.265M} \end{cases} \times (D+30)^{-1.218} \quad \begin{matrix} (1 \text{ 種地盤}) \\ (2 \text{ 種地盤}) \\ (3 \text{ 種地盤}) \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (1.1)$$

ここに M : マグニチュード, d : 震央距離 (km) である。今回得られた記録の持つ傾向はおおむね既往の地震と変わりなく、同程度の大きさの加速度であったこと、ならびに多くの地震の記録に基づく回帰式に比べて距離による減衰の大きいことなどの傾向が読みとれる。

図-1.3, 1.4 から分かるように一部の地域では大きな最大加速度値が観測されている。局所的な地盤の良否が影響しているものと考えられる。

ある観測点で直交する水平2方向と鉛直方向の加速度を観測し、これをベクトル合成し、その合ベクトルの経時変化を追跡することによりその点の加速度ベクトルの軌跡を求めることができる。このような軌跡を加速度記録のオービットと呼ぶ。オービットは複雑な形をしているが、通常はある方向にひずんでいてその方向の加速度が大きい。この方向を地震動加速度の主軸または振動の卓越方向と呼ぶ。⁸⁾ 速度や変位に関しても主軸を求めることができる。

今回の地震によって得られた長柄ダム以外の記録の加速度の主軸と変位の主軸を図-1.5 に示す。主軸の方向に地震動が卓越しているわけであるが、この図に示す各観測点における地震動の卓越方向は震央方向に直交するものとそうでないものと混在し、規則性は見いだせない。観測点近傍の局所的な地形や地盤条件の影響を強く受けているためと考えられる。

後に述べるように長柄ダム基盤で得られた変位のオービットも図-1.5(b)と同様にほぼ北西-南東方向を向いている。

1.2 長柄ダムの概要^{9,10)}

千葉県長生郡長柄町に水資源開発公団が建設中の長柄ダムは堤高52m 傾斜コアを持つゾーン型アースダムである。

図-1.6 に長柄ダムの位置 (北緯 $35^{\circ}28'$, 東経 $140^{\circ}12'$) を示す。この位置と震央位置から次式によって求めた長柄ダムの震央距離は29km である。

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{\cos \phi \cdot \sin \frac{\Delta \lambda}{2}}{\sin \frac{\Delta \phi}{2} \cdot \cos \frac{\Delta \lambda}{2}} \\ \sin \frac{\beta}{2} &= \frac{\cos \phi \cdot \sin \frac{\Delta \lambda}{2}}{\sin \alpha} \\ A &= R \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.2)$$

ここに, ϕ : 計算地点と震央の平均北緯 (deg.)

$\Delta \phi$: 計算地点と震央の北緯差 (deg.)

$\Delta \lambda$: 計算地点と震央の東経差 (deg.)

R : 地球半径 (6370.3 km)

A : 計算地点と震央間の距離 (km)

また、表-1.1に長柄ダムの諸元を示す。昭和48年1月に着工し、昭和55年10月から60年5月にかけてダム本体が建設され、昭和61年4月から試験洪水を行っている。地震時の水位はEL.57.0m付近（カウンターウェイト表面EL.60.0mより低位置）であった。

図-1.7に長柄ダムの平面図を、また、図-1.8に断面図を示す。

地震直後の目視観測では、堤体のり面捨石張には変化は認められなかったものの天端アスファルトおよび天端近くの付替道路舗装面に数箇所のヘアクラックが確認された。図-1.9に確認されたヘアクラックの位置を示す。

また、洪水吐と堤体取付け部で数cmの堤体沈下の痕跡がみられたほか、洪水吐のコンクリートブロック継目の上端で若干開きが増加しているのが認められた。

堤体天端に認められたクラックについては昭和63年1月14日に追跡調査を行っている。天端アスファルトをはぎ取り、ヘアクラックに石灰水を注入した結果、石灰水の痕跡が認められる深さは最大で約1m、移植ゴデで切崩した時に不連続な面に沿ってはく離する範囲が最大約2mであった。また、ヘアクラックは上下流につながったものではなく、ヘアクラック直下の堤体の透水係数も施工管理基準値を満足し、遮水性は確保されていると報告されている¹⁰⁾。

堤体天端および上下流のり面には測量用の標点が設置されており、地震前の12月14日に計測が行われている。地震後の12月21日に実施した測量結果と比較して堤体の沈下量ならびに水平変位量を整理してみると図-1.7および図-1.9のようであった。

堤体天端の沈下量はおおむね20mmであり、また、上流のり先部で最大30mmの沈下が認められた。水平変位は、上下流のり面とも下流側へ生じており、下流側のり面での最大水平変位量は約23mmであった。

長柄ダムでは堤体内、地山の10箇所に強震計が設置されている。

強震計の位置、ならびに特性については次節でやや詳しく説明するが、得られた加速度は表-1.2のようであった。ダム天端に設置された強震計（G-6）では上下流方向369gal，ダム軸方向354gal，鉛直方向324gal，堤体直下の基盤面に設置された強震計（G-1）ではそれぞれ262gal，138gal，86galの最大加速度を記録している。

1.3 強震計仕様とその設置位置ならびに収録装置

長柄ダムには、堤体およびその周辺地盤の計10ヶ所に強震計が設置されている。図-1.10、図-1.11および表-1.3に強震計設置位置を示す。その配置は、堤体中央部横断面の下段、中央および天端の3ヶ所が鉛直線上に並んでおり、また、上下流法面およびカウンターウェイト上の3ヶ所に堤体中央を加えた4ヶ所が同一標高に並んでいる。さらに右岸副堤天端および左岸下流側集水口内の2ヶ所を加え、設置位置は計8ヶ所となっている。このうち、本堤天端および副堤天端にはほぼ同一箇所に2台の強震計が設置されていることから、強震計台数は10台となる。

設置されている強震計の機種は、G-1からG-7までが可動線輪型の電磁式強震計（勝島製作所製，PTK-130H，PTK-130V）であり、G-8からG-10までが普及型強震計（リオン製，PV20B）である。G-1～G-7の換振器から得られた記録は2台のアナログデータレコーダー（共和電業製，RTP

－800A）に収録される。このうち、G-1, G-2, G-4, G-6については10秒の遅延回路を有している。2台のアナログデータレコーダーには、同一のタイムコードジェネレーターから出力された時計信号が加速度記録と一諸に収録されるようになっている。また、G-8, G-9, G-10に設置された普及型強震計は換振器および記録部一体型であり、記録はアナログカセットテープに収録される。なお、普及型強震計は個別起動方式であり、絶対時刻は記録されない。2台のアナログデータレコーダーにそれぞれ収録される記録の強震計番号を表-1.4に示す。なお、表-1.5, 図-1.12に電磁式強震計換振器の仕様と周波数特性を、表-1.6, 図-1.13に普及型強震計の仕様と周波数特性を示す。

1.4 提供を受けた強震記録

千葉県東方沖の地震においては、右岸副堤天端のG-9を除く9台(27成分)で良好な強震記録が得られている。1.3で述べたように電磁式強震計および普及型強震計記録は、両者ともアナログ記録として磁気テープおよびカセットテープに収録されていることから、波形解析を行うため水資源開発公団試験所においてデジタルデータへの変換が実施されている。変換は12ビットAD変換器を用い、100Hzサンプリングによりデジタルデータが作成されている。図-1.14に水資源開発公団から提供を受けた強震記録波形を示す。

1.5 用いた記号

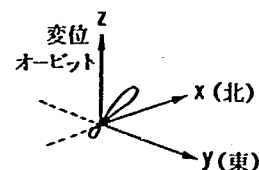
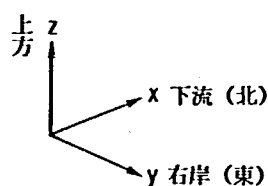
原則として本資料で使用する主要な記号を列挙し、説明を加える。

$$\left\{ \begin{array}{l} x : N(-S), \text{上下流方向}(TR.) \text{で下流の向きへ正とする}^{*)} \\ y : E(-W), \text{ダム軸方向}(LG.) \text{で右岸の向きへ正とする}^{*)} \\ z : U(-D), \text{鉛直方向}(U-D) \text{で上向きへ正とする}^{*)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a : \text{加速度} \\ v : \text{速度} \\ d : \text{変位} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} n \rightarrow m : G-n \text{ を入力波形とし,} \\ G-m \text{ を出力波形とみなす} \\ (\text{伝達関数, 相互相関関数など}) \end{array}$$

*) 座標系の正負

x 座標は上下流方向とし、 y 座標はダム軸方向とし、 z 座標は鉛直方向とする。正の方向をそれぞれ下流方向、右岸方向、上方向とした。



加速度記録波形をそれぞれこのような符号と考慮して求めた変位波形では、最大変位を示す方向は下流の左岸寄り(北西方向)へ大きなループ軌跡を描くことになる。図-1.9の水平変位図からその方向が下流側であることをあわせて考えると妥当な座標設定と思われる。

$$\begin{cases} v_s : S\text{波(せん断波)速度} \\ v_p : P\text{波(縦波)速度} \end{cases}$$

$$\begin{cases} G : \text{せん断弾性係数} \\ \rho : \text{密度(単位体積質量)} \\ \gamma : \text{単位体積重量} (\gamma = \rho g) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f : \text{振動数} \quad \omega = 2\pi f \\ T : \text{周期} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma_x : \text{せん断ひずみ} \gamma_{xz} \\ \gamma_y : \text{せん断ひずみ} \gamma_{yz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H : \text{高さ, 標高差} \\ \tau : \text{時刻, 時刻差} \quad \left(\frac{\tau}{T} = \frac{\phi}{2\pi} \text{などで使用} \right) \\ \phi : \text{位相, 位相差} \end{cases}$$

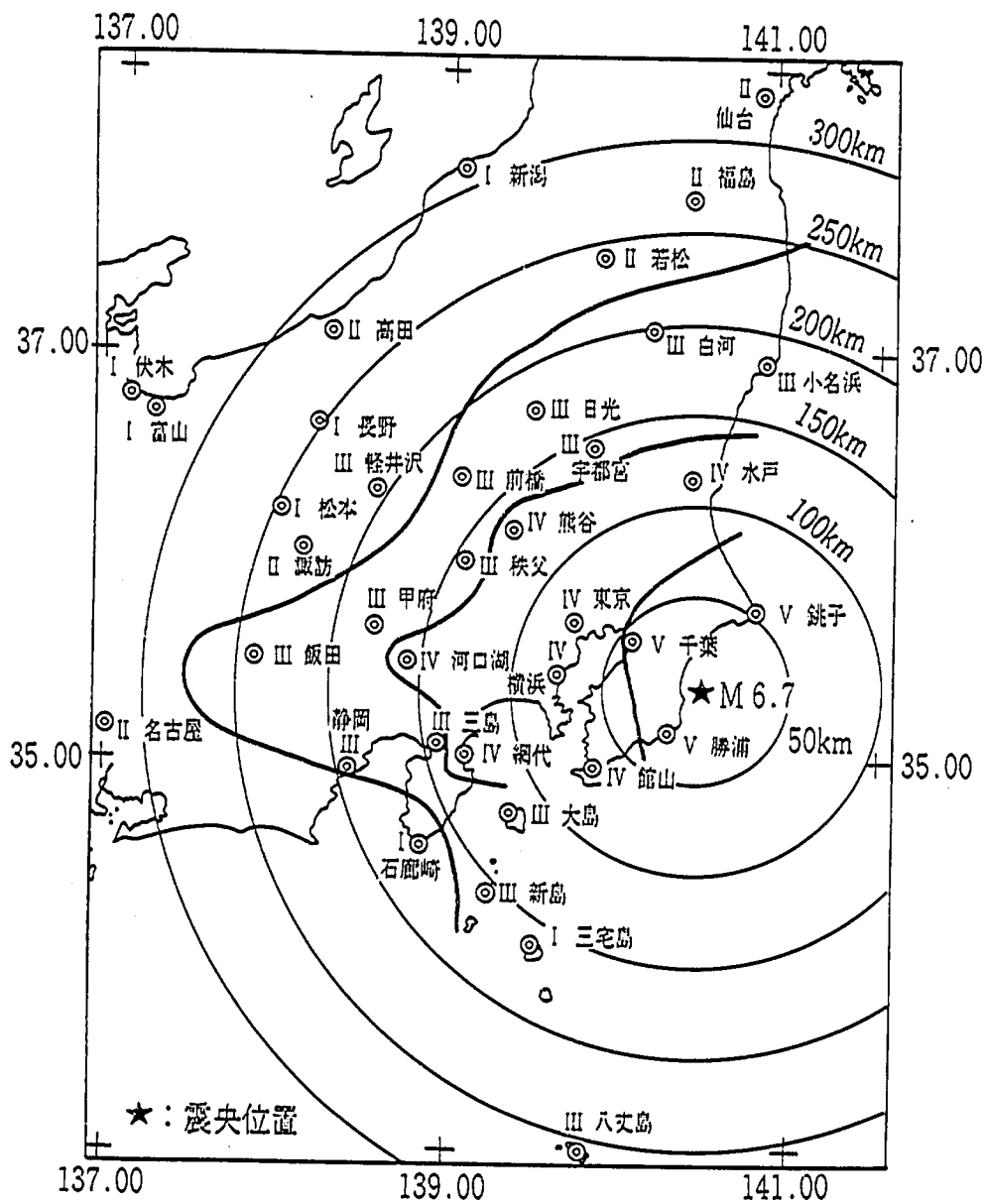
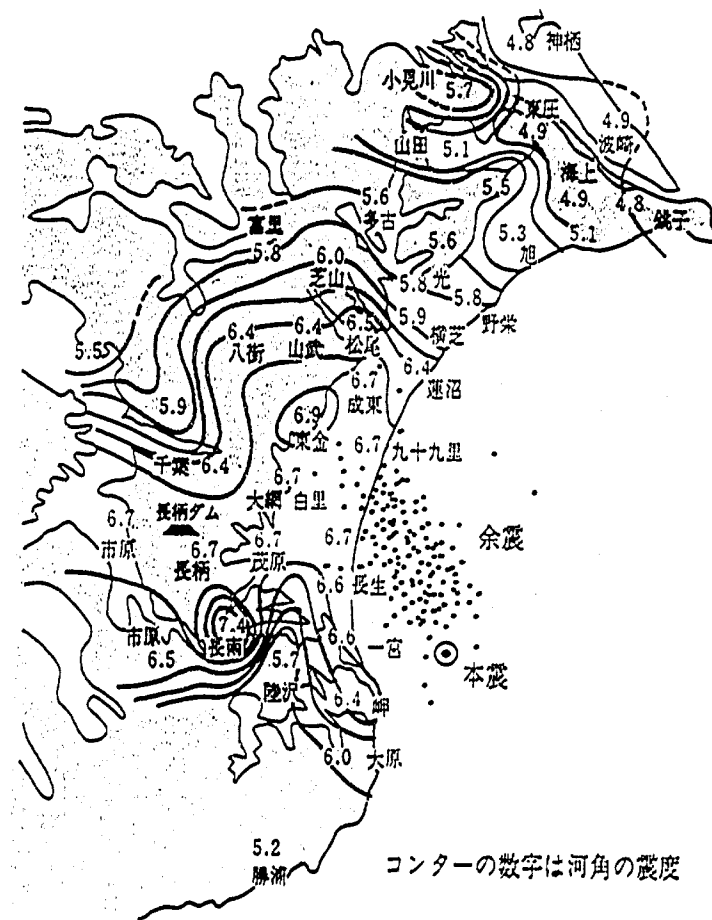


図-1.1 各地の震度



気象庁震度階 地震の加速度 (ガル)	0 無感	I 微震 0.8	II 軽震 2.5	III 弱震 8	
河角の震度	1	2	3	4	5

IV 中震 25		V 強震 80		VI 烈震 250		VII 激震 400	
6	7	8	9	10	11	12	

図-1.2 震央近傍の地震動分布(春川⁴⁾による)

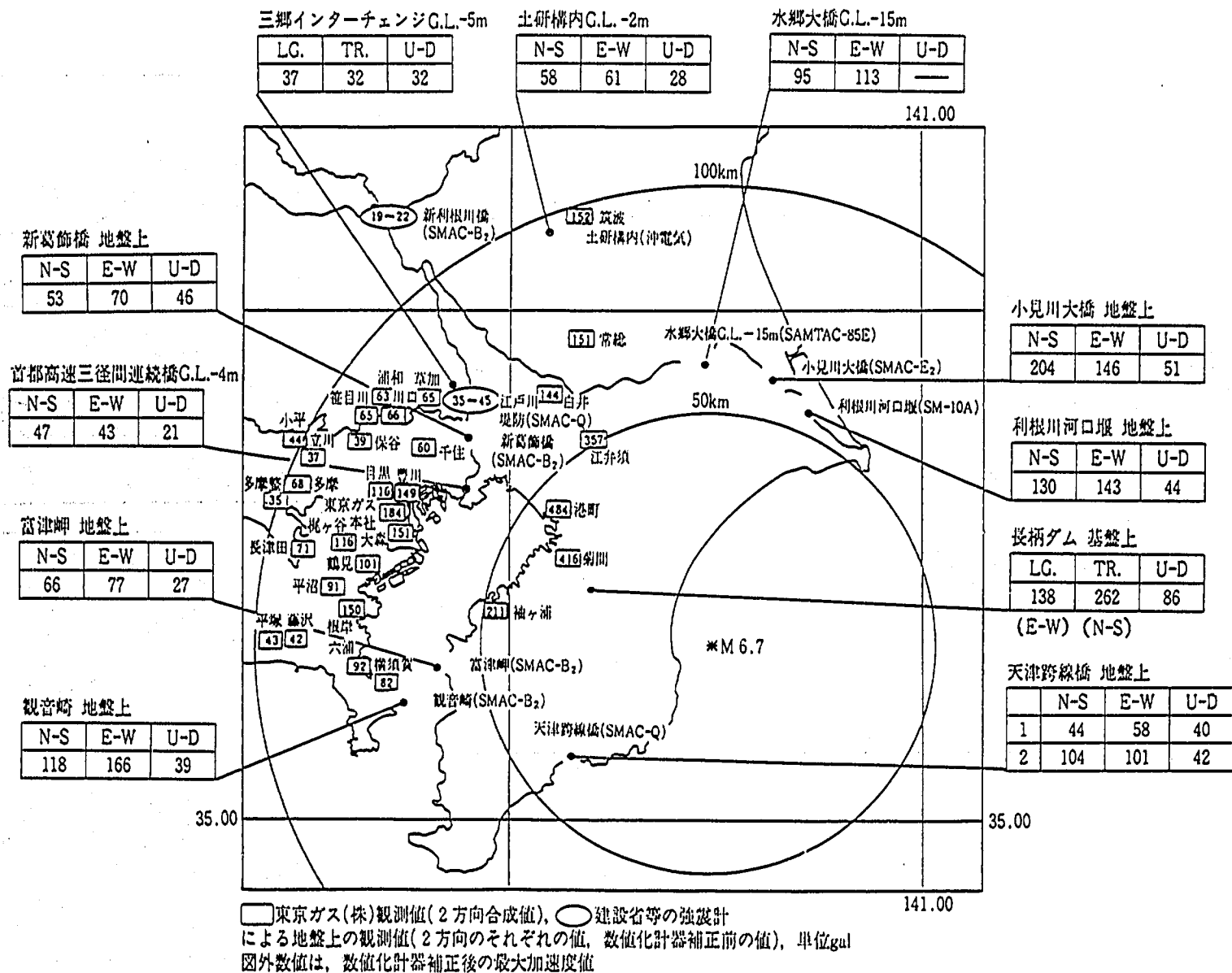


図 - 1.3 各地の最大加速度

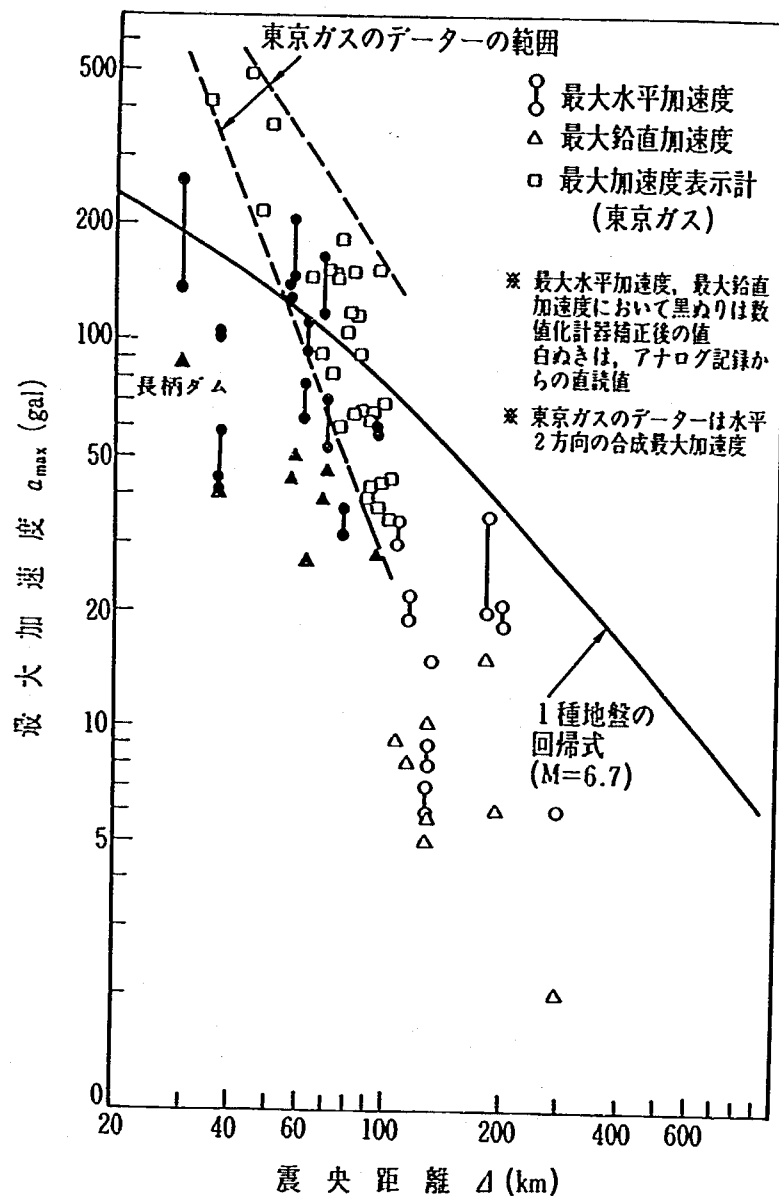


図-1.4 震央距離と最大加速度

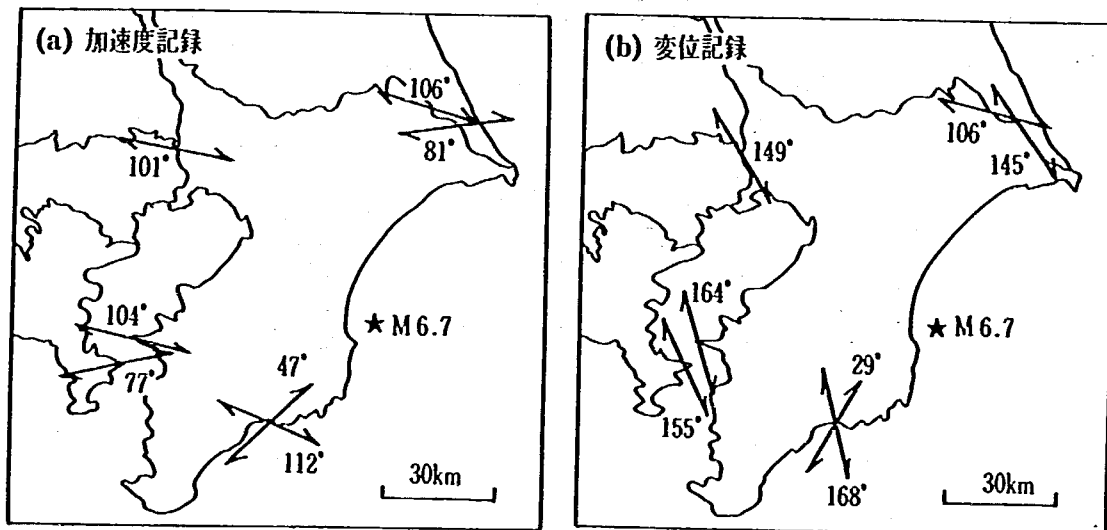


図-1.5 地震動の主軸 (卓越主軸の水平面への投影)

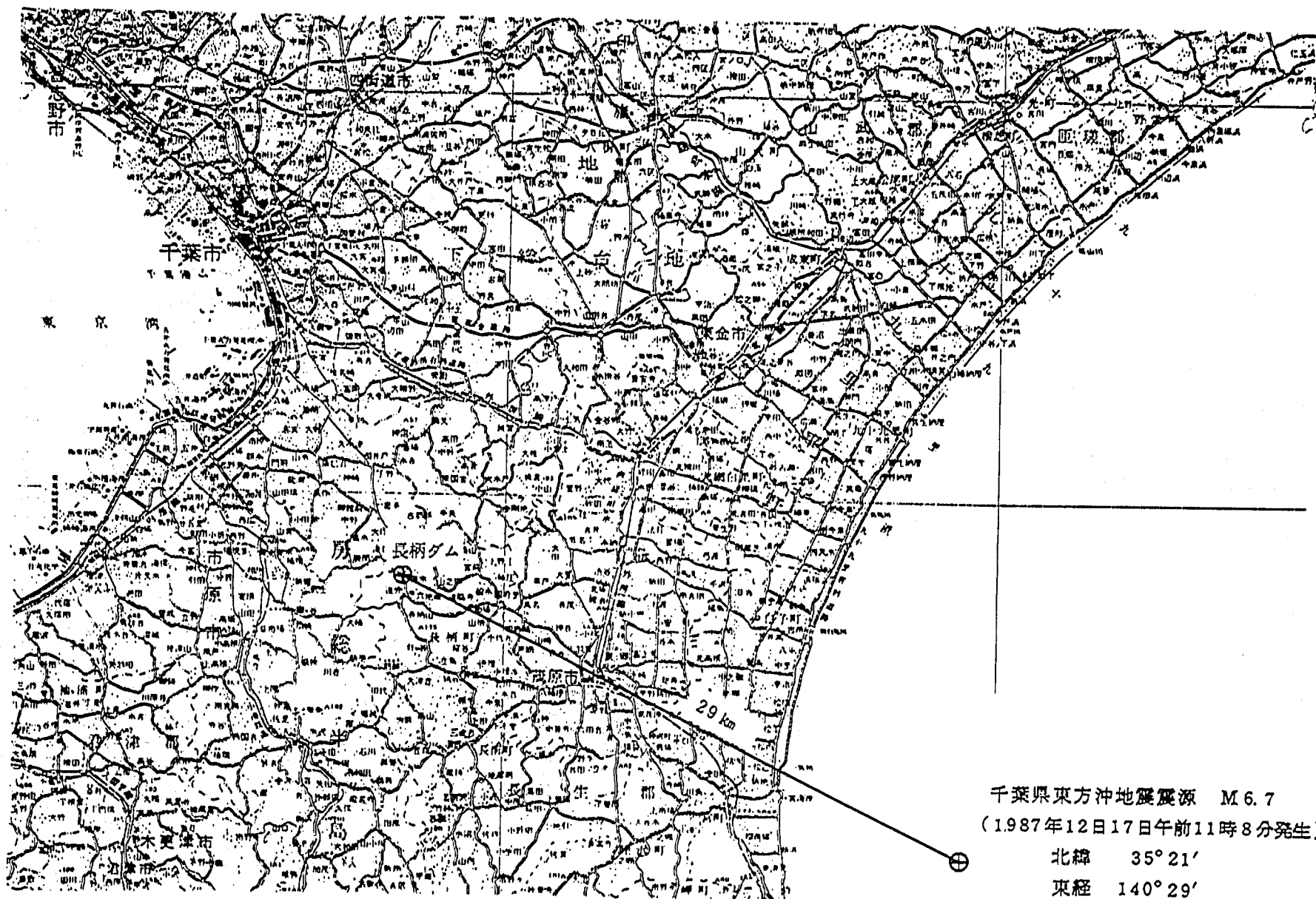


図-1.6 長柄ダムと千葉県東方沖地震震源の位置

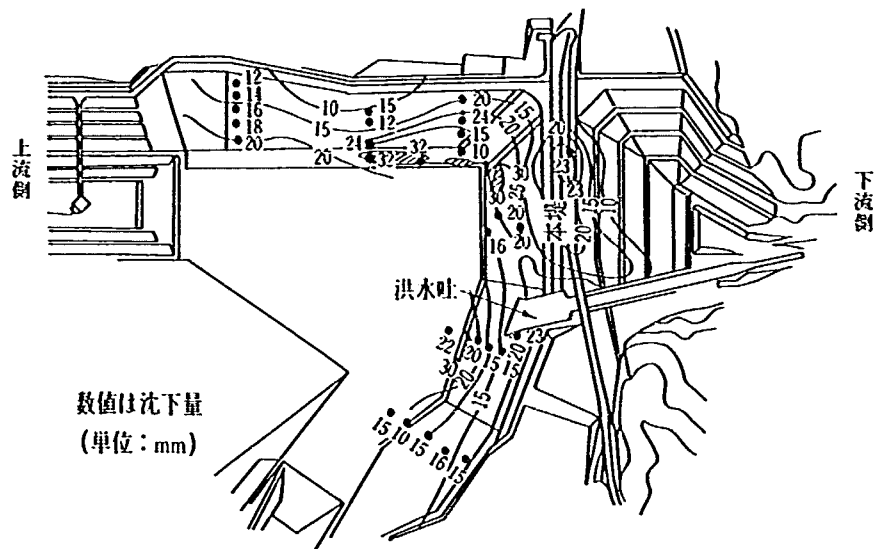


図-1.7 長柄ダム平面図(沈下量を含む)

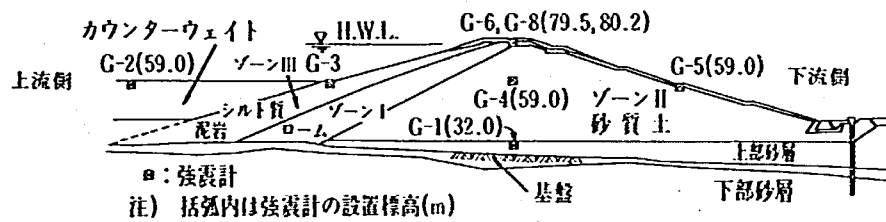


図-1.8 長柄ダム断面図(強震計位置を含む)

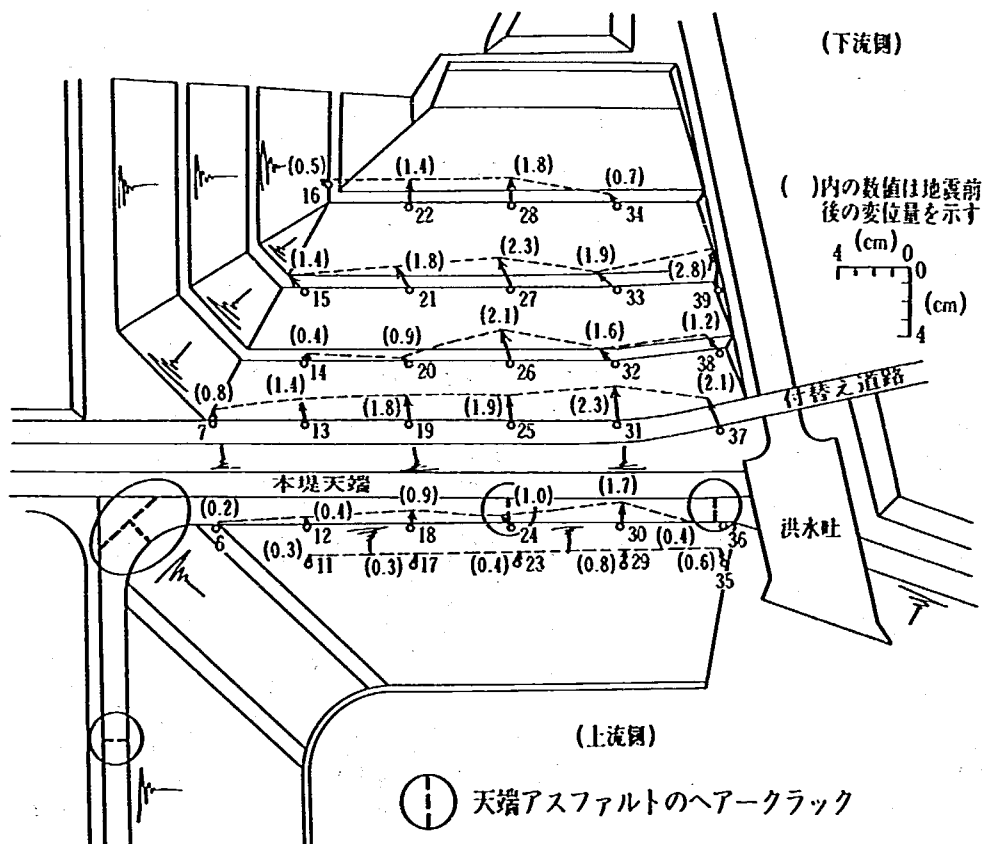


図-1.9 ヘアクラックの確認された位置と堤体の水平変位量分布

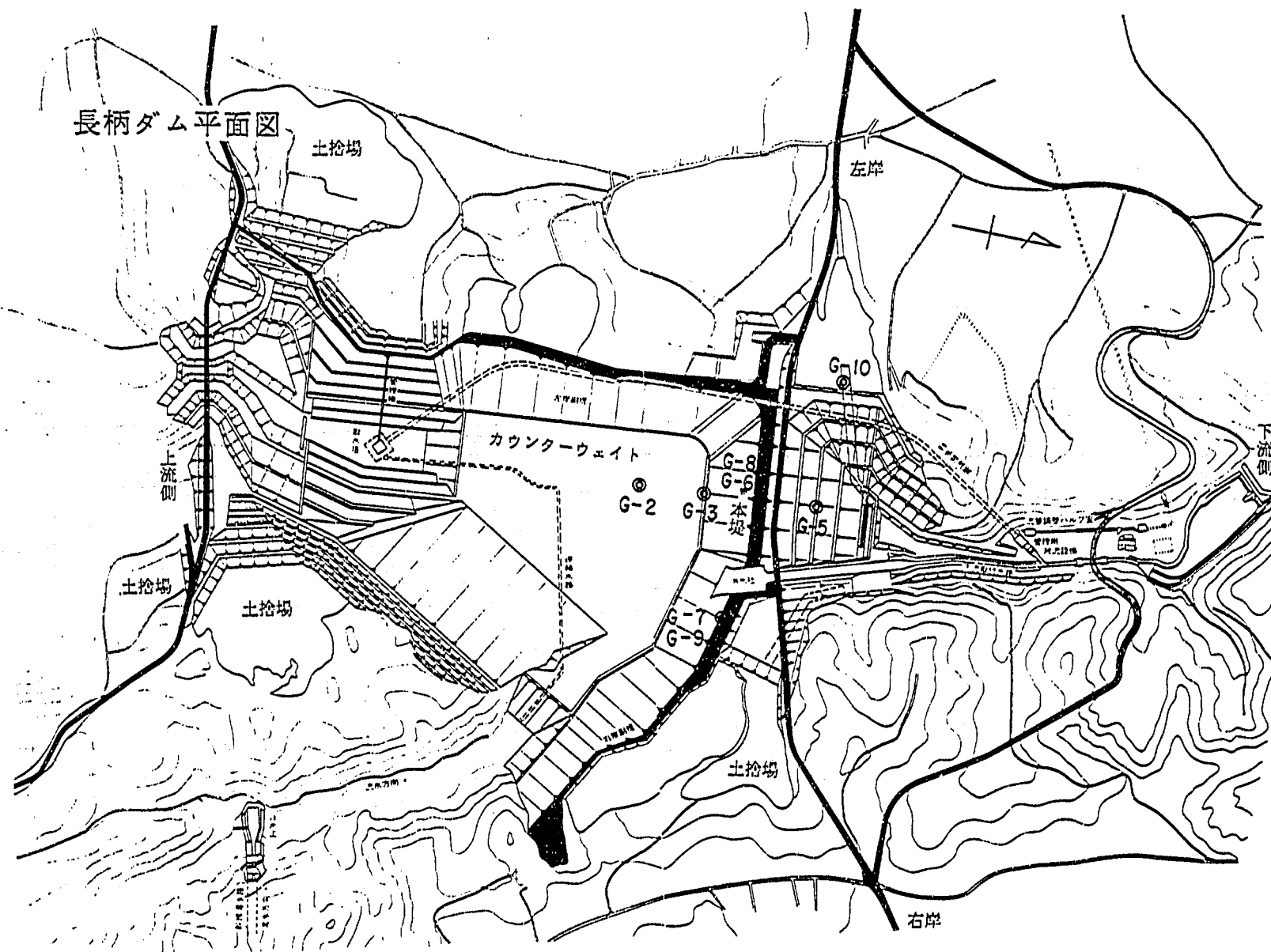


図-1.11 長柄ダム強震計配置(平面図)

表-1.1 長柄ダムの諸元

一 般	河 川 名 地 所 在 地	村田川水系支川村田川 千葉県長生郡長柄町山之郷 および市原市犬成地内
貯 水 池	総貯水量	10,000,000 m ³
	有効貯水量	9,600,000 m ³
	堆砂量	200,000 m ³
	設計満水位	EL 75.10 m
	設計洪水水位	EL 76.85 m
	設計低水位	EL 53.50 m
	貯水面積	808,000 m ²
	流域面積	3.4 km ²
本 堤	型 式	ゾーン型アースダム (傾斜コア型)
	堤頂標高	EL 79.50 m
	堤頂長	52.00 m
	堤頂幅	250.00 m
	堤頂体積	20.00 m
	堤体積	1,455,000 m ³
左 岸 副 堤	堤頂長	480.00 m
	堤頂幅	10.00 m
	堤体積	914,000 m ³
右 岸 副 堤	堤頂長	305.00 m
	堤頂幅	20.00 ~ 10.00 m
	堤体積	732,000 m ³
洪 水 吐 き	設計洪水量	185 m ³ /s
	越流頂標高	75.10 m
	設計越流水深	1.75 m
	減勢工型式	静水池型

表-1.2 長柄ダムの強震計で
得られた最大加速度

計 器 記 号	測定方向 記 号	最 大 加 速 度 (gal)
G-1	X	262
G-1	Y	138
G-1	Z	86
G-2	X	270
G-2	Y	208
G-2	Z	124
G-3	X	353
G-3	Y	288
G-3	Z	124
G-4	X	180
G-4	Y	151
G-4	Z	139
G-5	X	382
G-5	Y	298
G-5	Z	180
G-6	X	369
G-6	Y	354
G-6	Z	324
G-7	X	262
G-7	Y	294
G-7	Z	177
G-8	X	497
G-8	Y	386
G-8	Z	328
G-10	X	281
G-10	Y	148
G-10	Z	111

※測定方向記号

X : 上下流方向

Y : ダム軸方向

Z : 鉛直方向

表-1.3 長柄ダム強震計設置位置

計器番号	測 点	ダム軸からの距離	標 高	強震計機種
G-1	H. STA. 1+40	ℓ 0 m	EL. 32 m	電磁式強震計
" 2	" 1+40	U 180	" 59	"
" 3	" 1+40	U 86.5	" 59	"
" 4	" 1+40	ℓ 0	" 59	"
" 5	" 1+40	D 76	" 59	"
" 6	" 1+40	ℓ 0	" 79.5	"
" 7	R. STA. 3+30	ℓ 0	" 70	"
" 8	H. STA. 1+37.5	ℓ 0	" 80.2	普及型強震計
" 9	R. STA. 3+30	ℓ 0	" 79.7	"
" 10	集 水 工	D 104	" 47	"

表-1.4 アナログデータレコーダーに収録される記録の組み合わせ

レコーダー	チャンネル数	強 震 計 番 号	備 考
レコーダー-1	12+1=13	G-1, G-2, G-4, G-6	10秒の遅延回路あり
レコーダー-2	9+1=10	G-3, G-5, G-7	

表-1.5 電磁式強震計換振器仕様

加速度換振器	型 名	PTK-130H	PTK-130V
	方 式	電 磁 型	←
	振子固有周波数	3.0 Hz	←
	減 衰 定 数	11 以上	←
測 定 最 大 加 速 度		1,000 gal	←
測 定 周 波 数 範 囲		0.3~30Hz	←
測 定 位 置		G-1~G-7の X軸及びY軸方向	G-1~G-7の Z軸方向

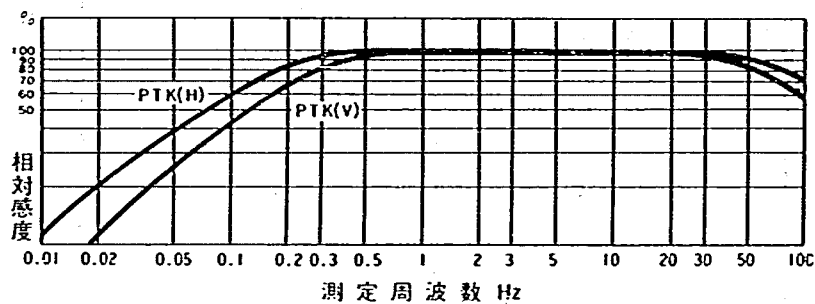


図-1.12 電磁式強震計換振器の振幅特性

表-1.6 普及型強震計仕様

型 式	加速度型強震計
換 振 器	せん断形圧電素子
測 定 成 分	水平2成分, 上下1成分
固 有 振 動 数	約1 kHz
測定加速度範囲	10~1,000gal (公称値)
測定周波数範囲	0.1~30Hz (公称値)
記 録 方 式	FM変調によるアナログ記録
校 正 信 号	3 Hz, 100gal に相当する正弦波
電 源	AC100 V 停電保障待機 15時間中5回起動
外 形 寸 法	390W×250 D×330 H mm
重 量	約20kg

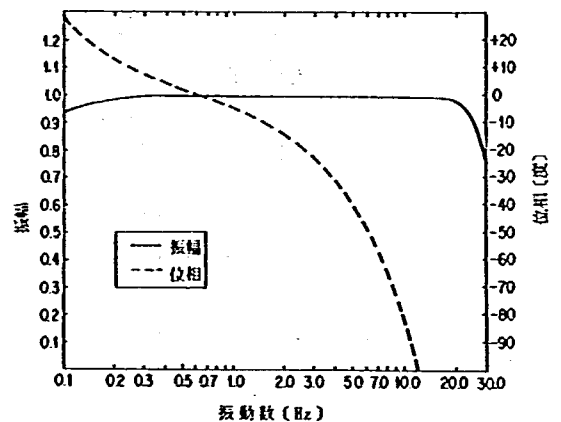


図-1.13 普及型強振計の振幅および位相特性

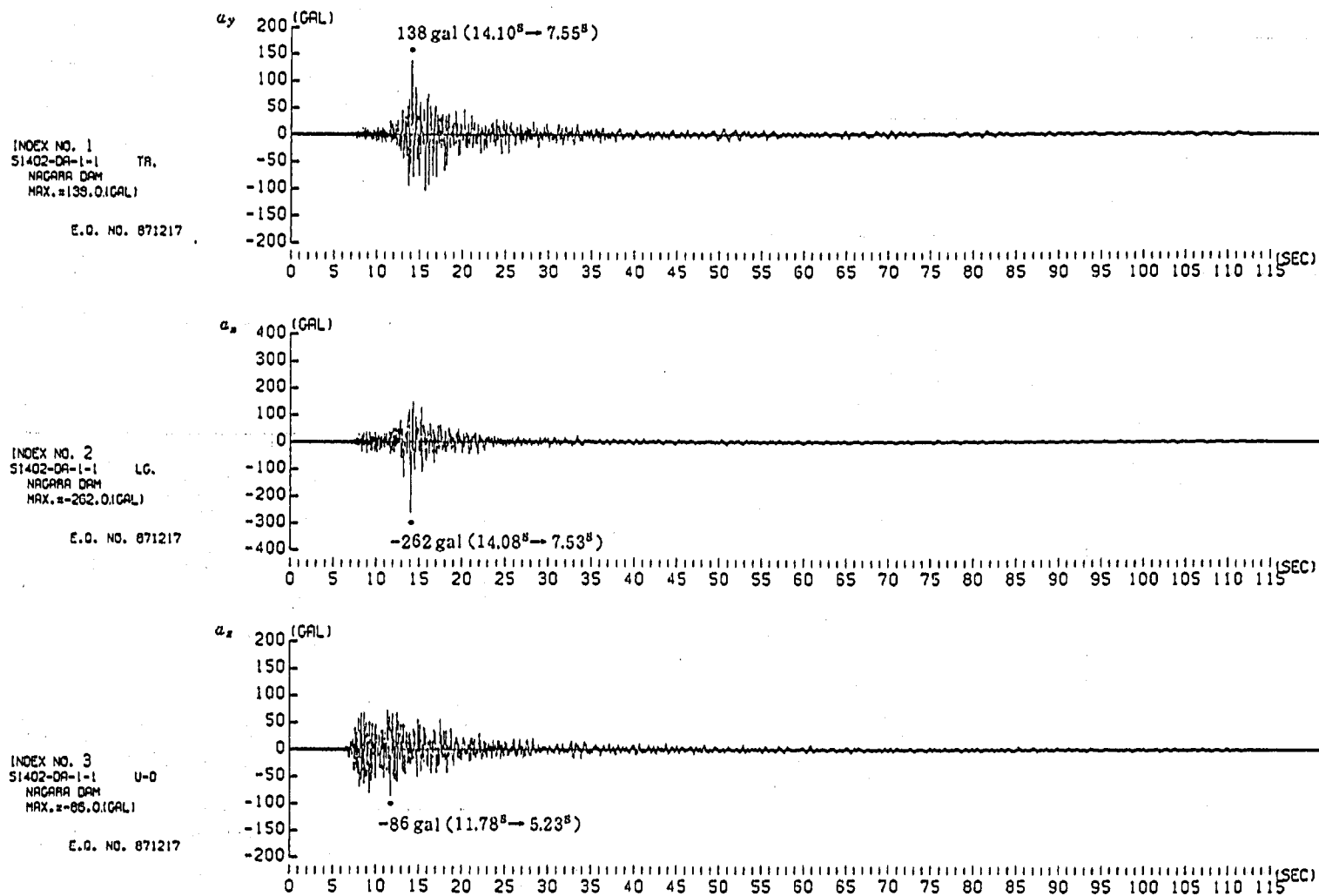
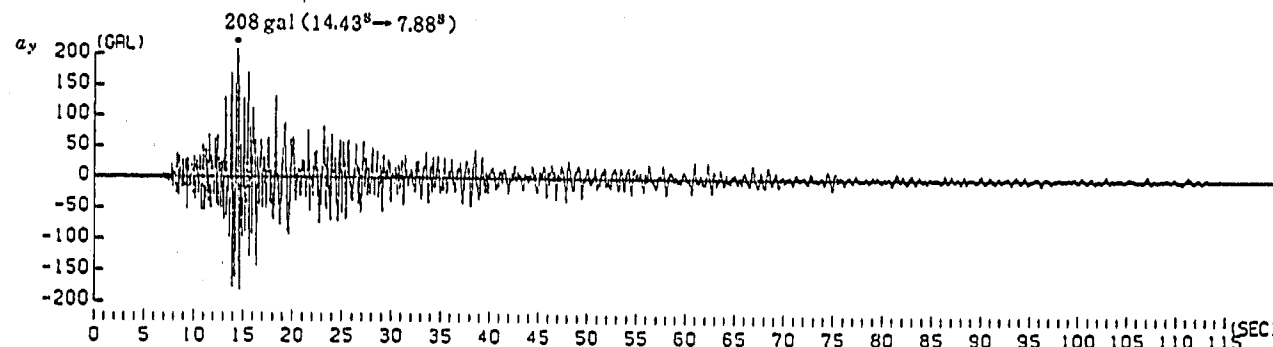
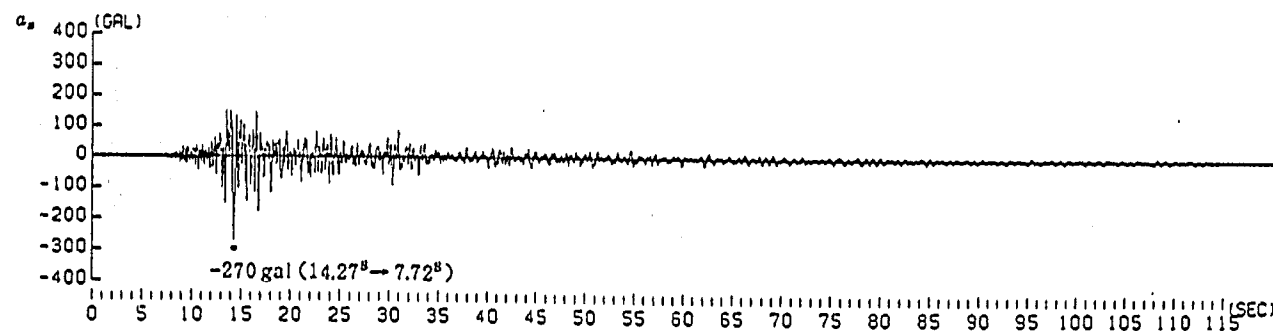


図-1.14 提供を受けた強震記録(1) G-1

INDEX NO. 4
S1402-DA-2-1 TA.
NAGARA DAM
MAX. = 208.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 5
S1402-DA-2-1 LG.
NAGARA DAM
MAX. = -270.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 6
S1402-DA-2-1 U-0
NAGARA DAM
MAX. = -124.0 (GAL)
E.O. NO. 871217

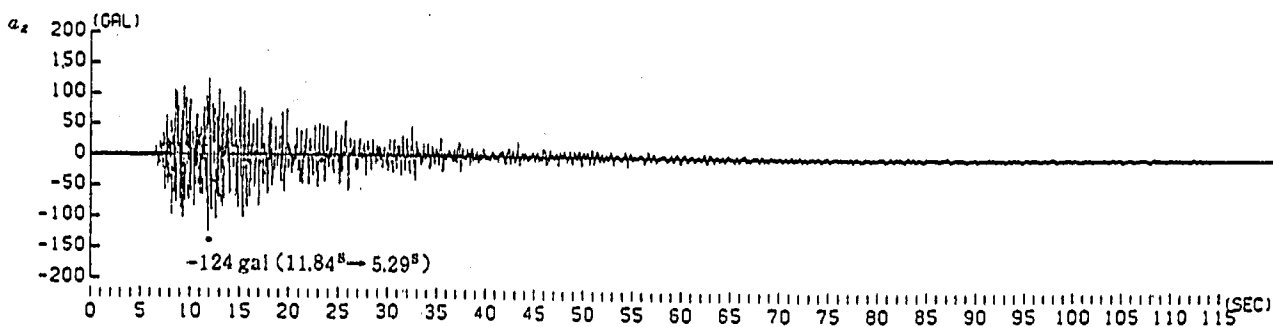
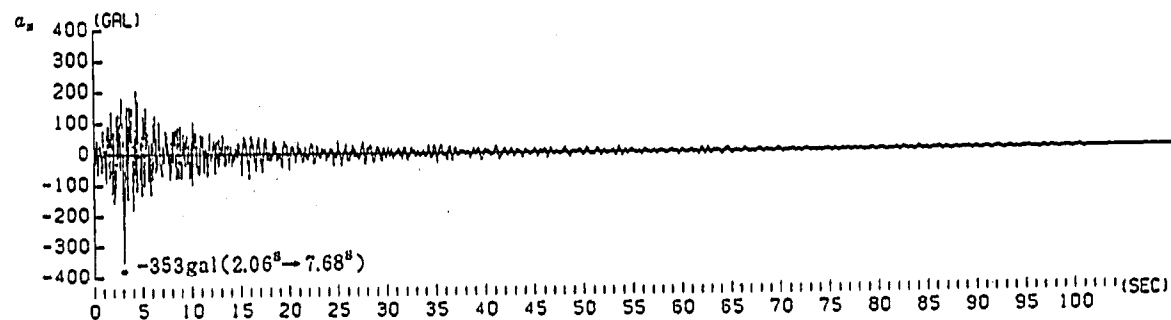


図-1.14 提供を受けた強震記録(2) G-2

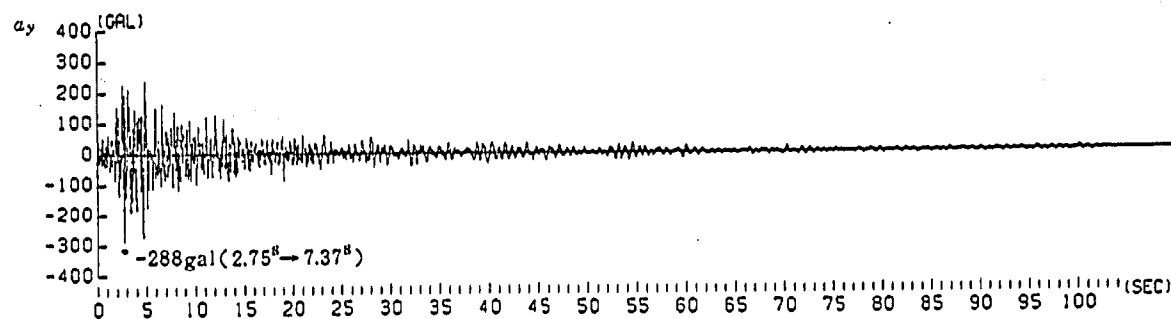
INDEX NO. 7
S1402-0A-3-1 TR.
NAGARA DAM
MAX. = -353.0 (GAL)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 8
S1402-0A-3-1 LG.
NAGARA DAM
MAX. = -288.0 (GAL)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 9
S1402-0A-3-1 U-D
NAGARA DAM
MAX. = 124.0 (GAL)

E.O. NO. 871217

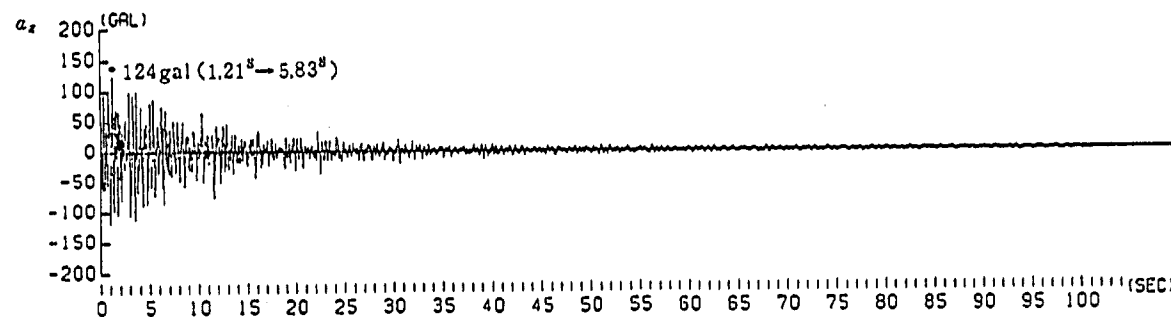


図-1.14 提供を受けた強震記録(3) G-3

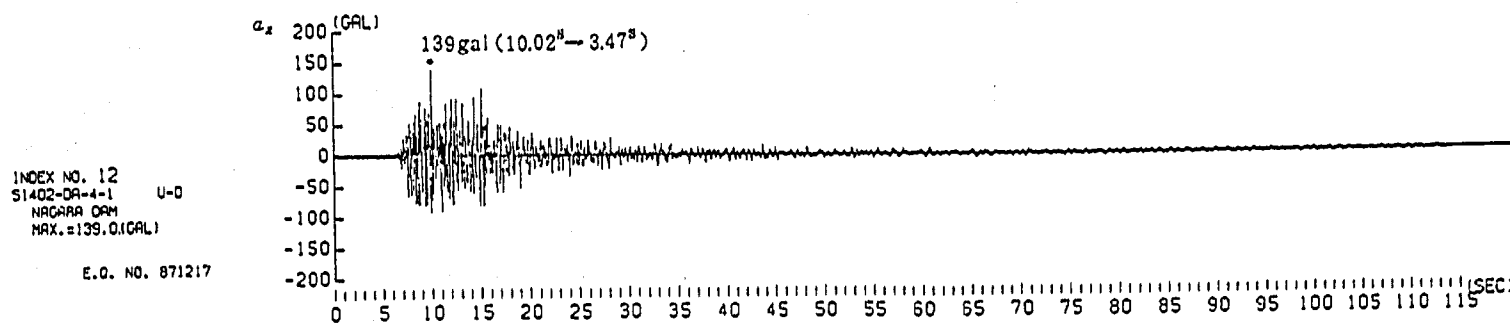
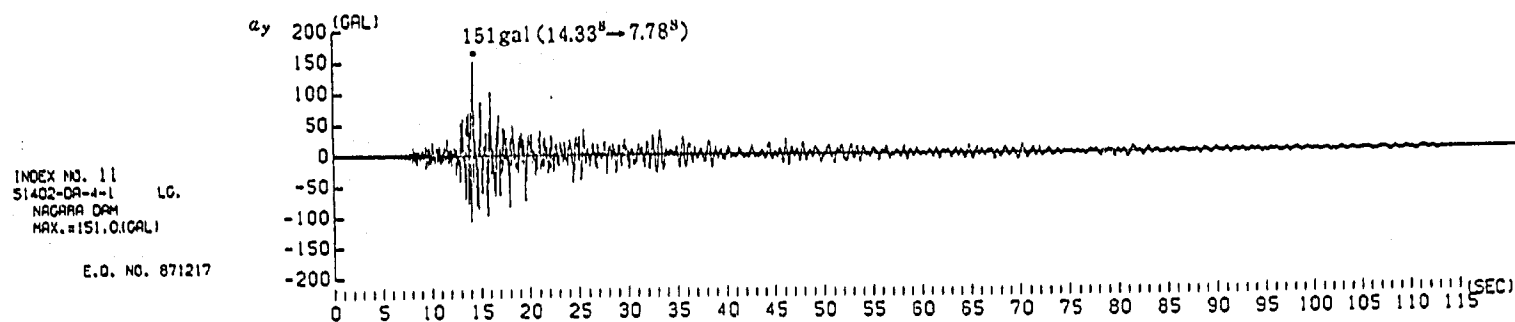
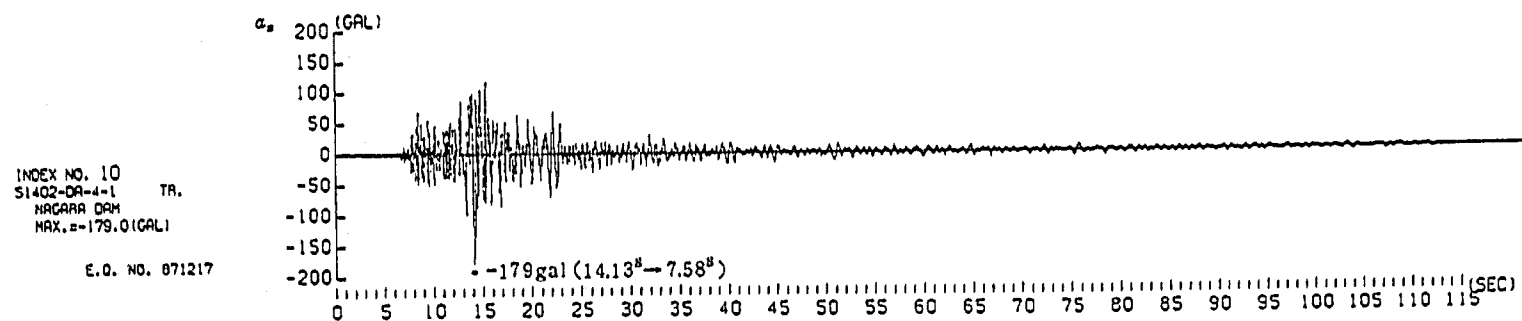


図-1.14 提供を受けた強震記録(4) G-4

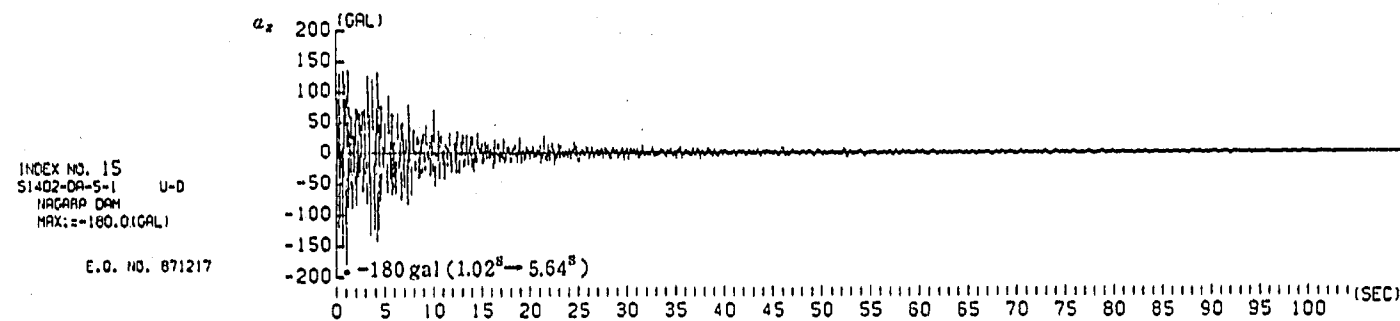
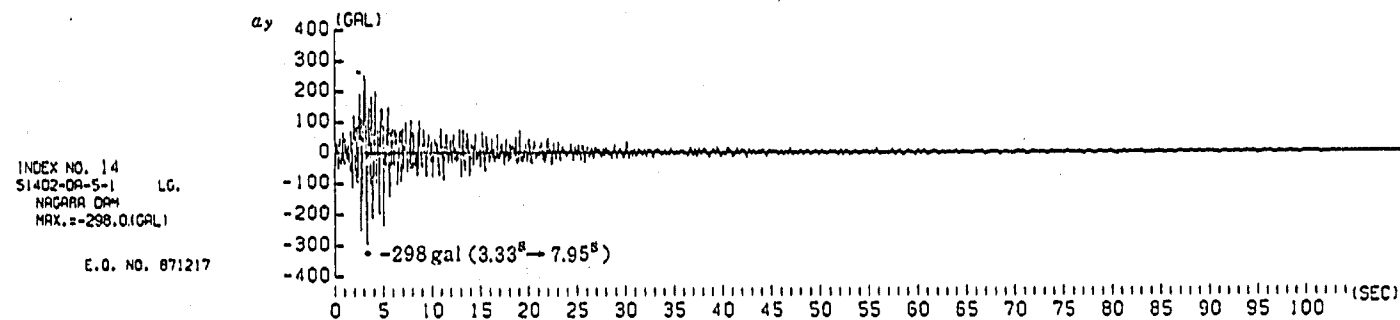
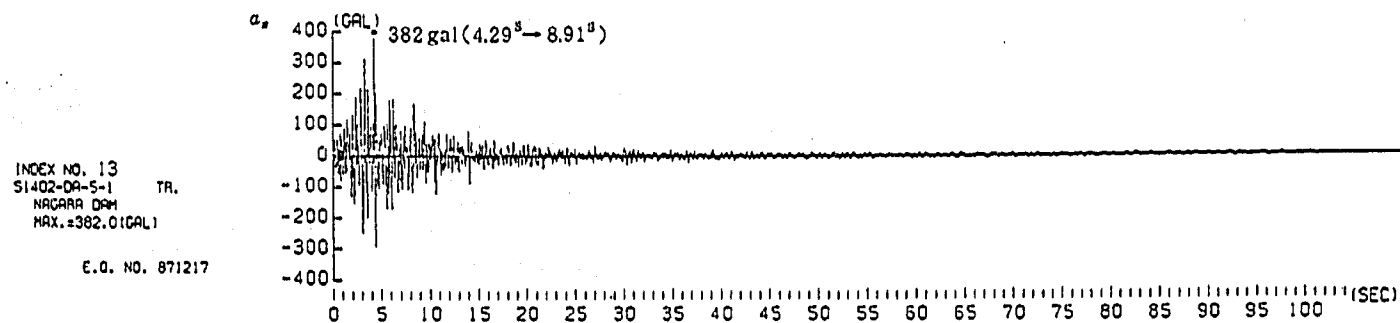
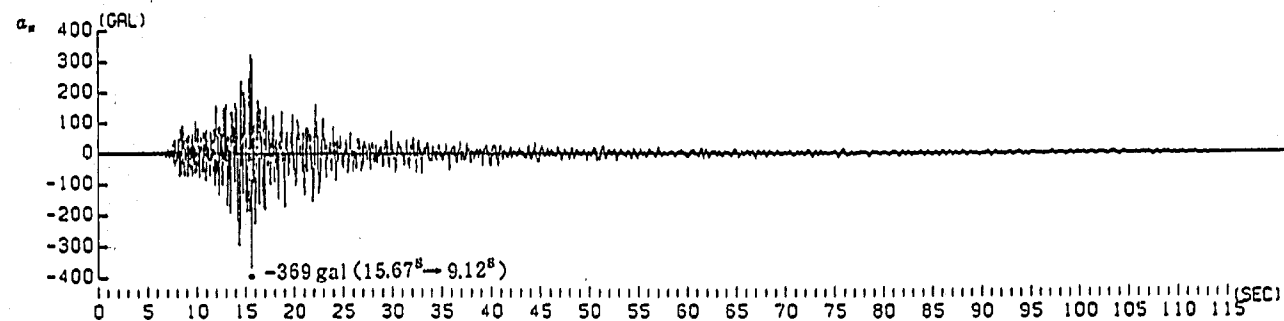
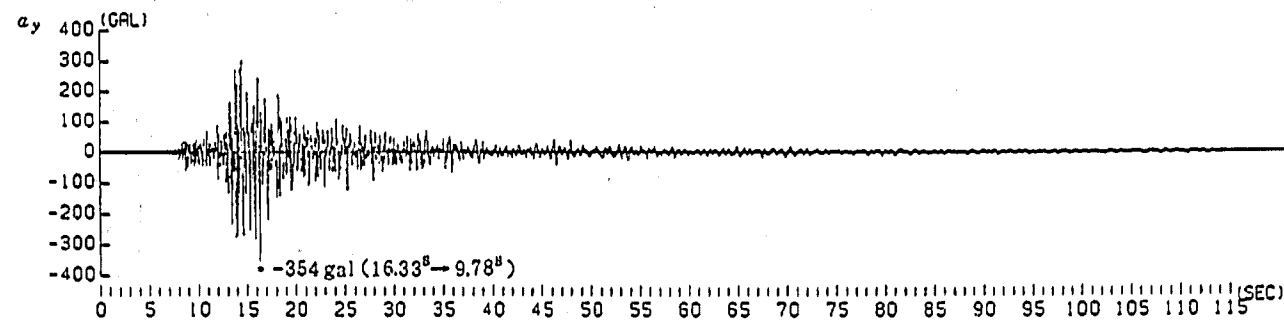


図-1.14 提供を受けた強震記録(5) G-5

INDEX NO. 16
S1402-DA-6-1 TA.
NIAGARA DAM
MAX. $a = 369.0$ (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 17
S1402-DA-6-1 LG.
NIAGARA DAM
MAX. $a = 354.0$ (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 18
S1402-DA-6-1 U-D
NIAGARA DAM
MAX. $a = 324.0$ (GAL)
E.O. NO. 871217

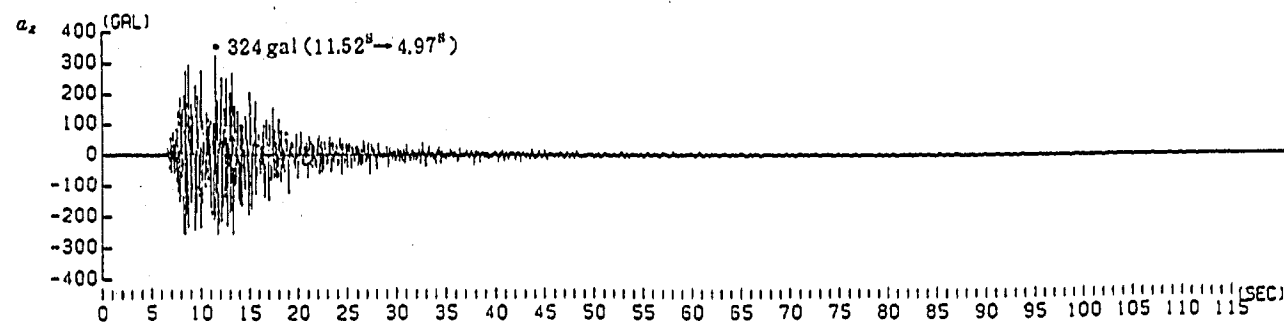
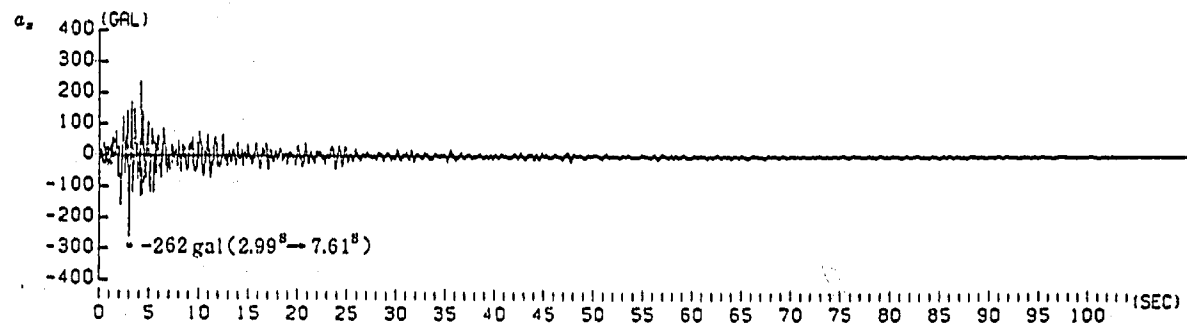
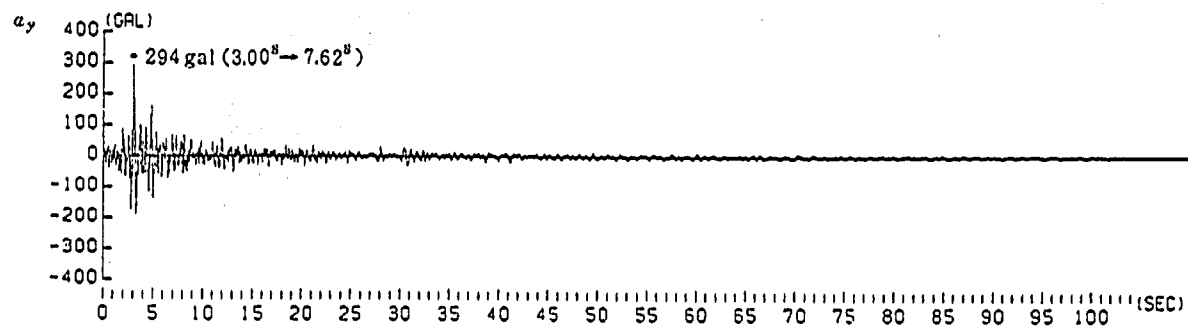


図-1.14 提供を受けた強震記録(6) G-6

INDEX NO. 19
S1402-DA-7-1 TR.
NAGARA DAM
MAX. = -262.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 20
S1402-DA-7-1 LG.
NAGARA DAM
MAX. = 294.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 21
S1402-DA-7-1 U-D
NAGARA DAM
MAX. = -177.0 (GAL)
E.O. NO. 871217

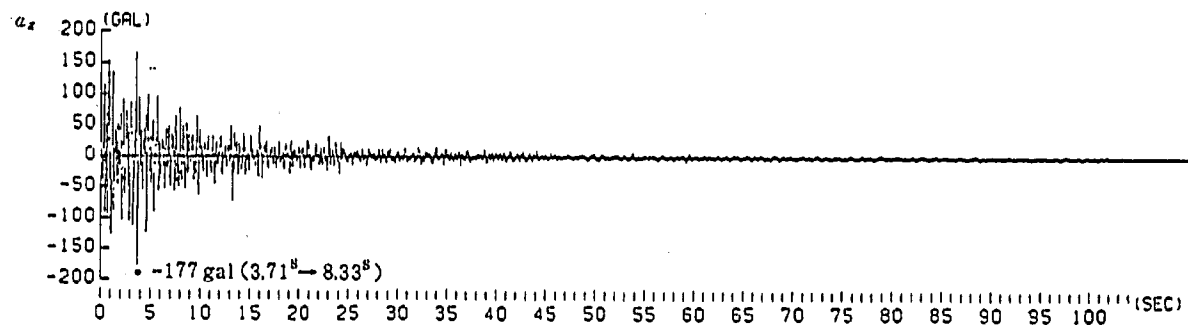
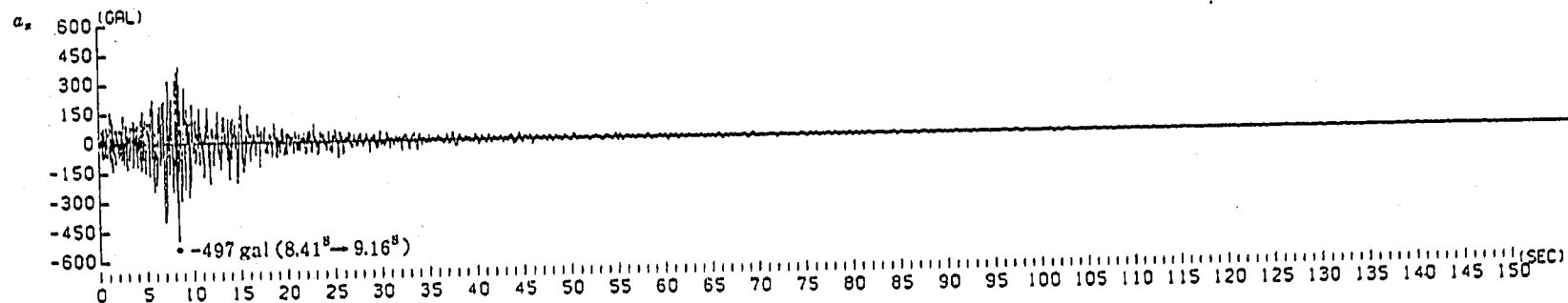
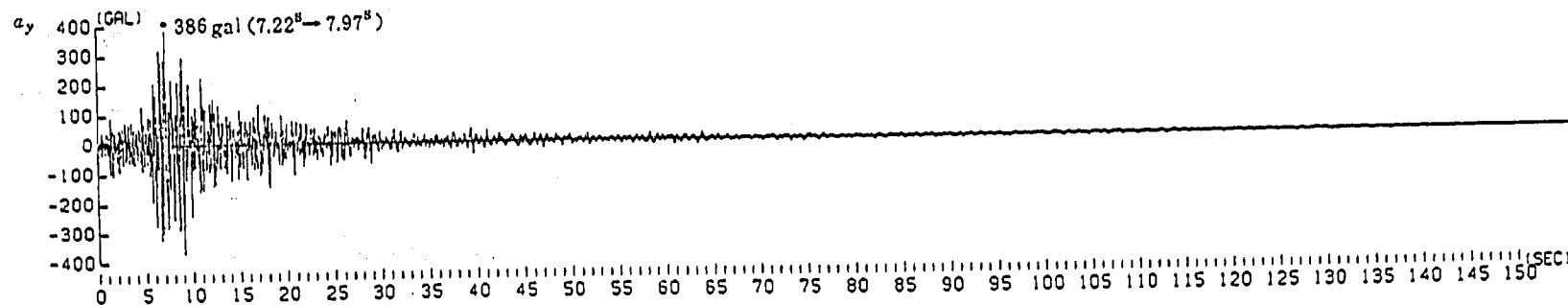


図-1.14 提供を受けた強震記録(7) G-7

INDEX NO. 22
S1402-DA-8-1 TA.
NAGARA DAM
MAX. ± 497.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 23
S1402-DA-8-1 LG.
NAGARA DAM
MAX. ± 386.0 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 24
S1402-DA-8-1 U-D
NAGARA DAM
MAX. ± 328.0 (GAL)
E.O. NO. 871217

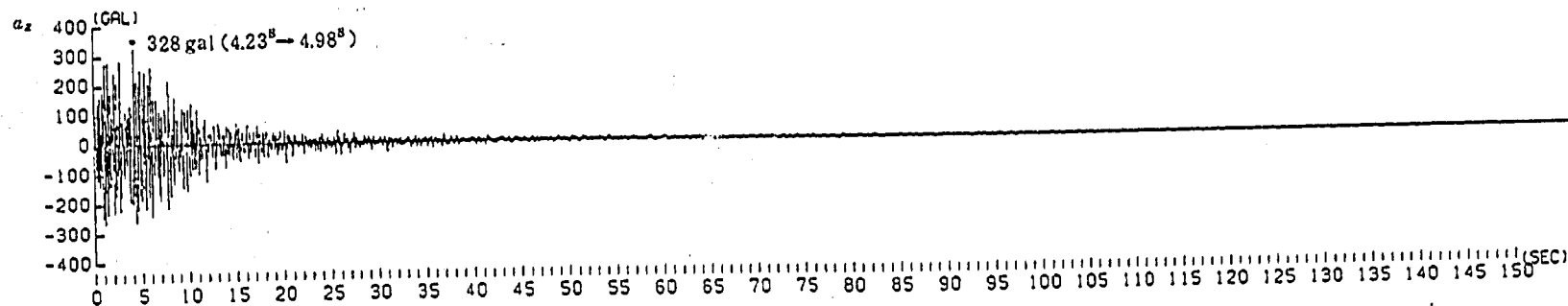


図-1.14 提供を受けた強震記録(8) G-8

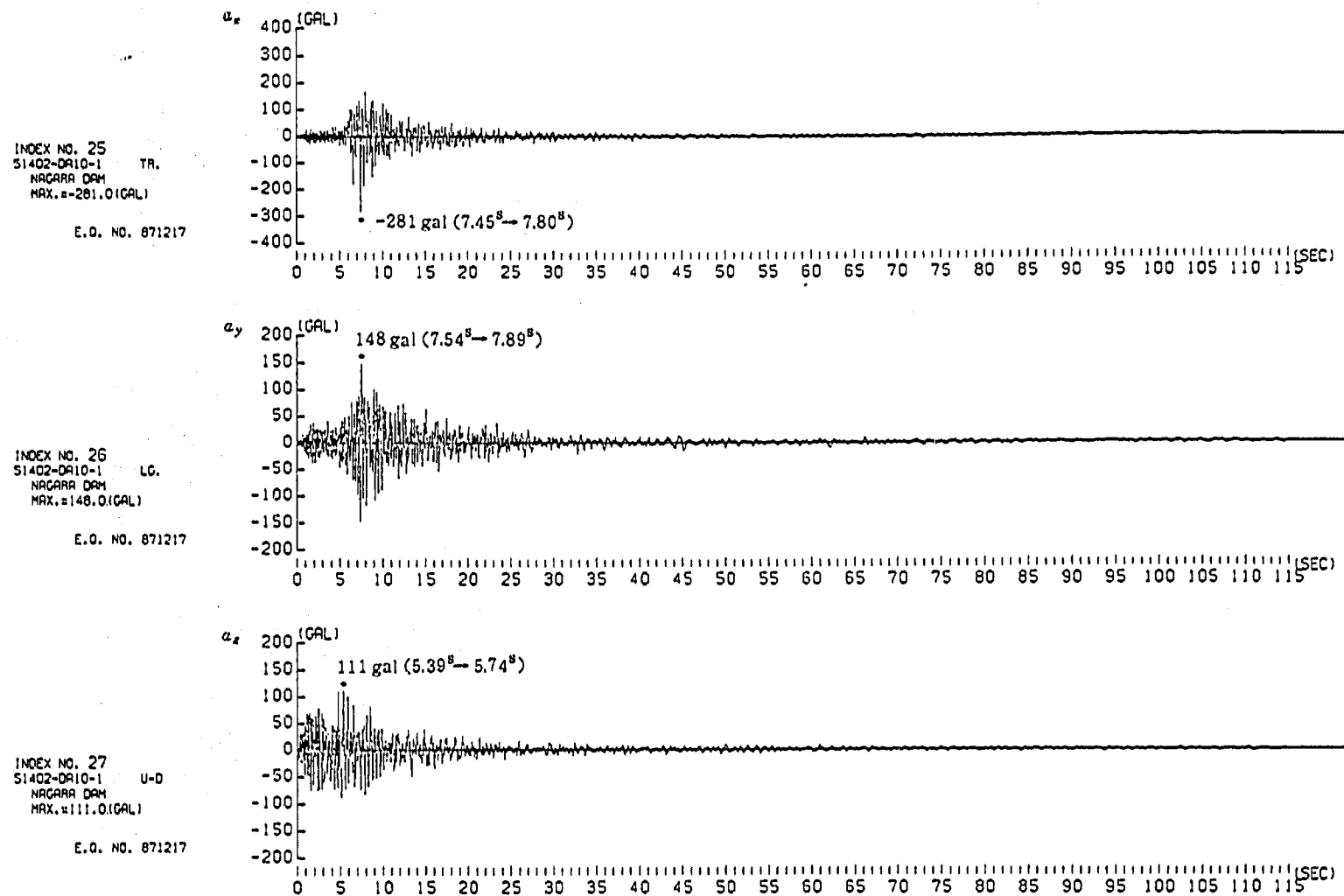


図-1.14 提供を受けた強震記録(9) G-10

2. 観測記録の一次処理

1.3で述べたように、得られた27成分の記録のすべてについて同期性が確保されていないので、各観測加速度記録の時刻合わせが水資源開発公団試験所で行われている。この時刻合わせについて説明するとともに、得られた記録にバンドパスフィルターによる補正を行い、算出した加速度、速度および変位（これらを検討対象の解析時入力波形とする）についてそれぞれの時刻歴波形を図化し、加速度のパワースペクトルを求める。

2.1 観測記録の時刻合わせ

得られた観測記録の時刻合わせについては水資源開発公団の報告書⁹⁾によると以下のようなものである。

- (1) 強震計G-1~G-7については収録装置が2台（G-1,2,4,6系とG-3,5,7系）あり、相互の同期はとられていない。
- (2) G-1,2,4,6系の計器には遅延装置がついており、トリガーレベル（5 gal）以前の加速度値も約11秒得られていた。加速度時刻歴としては、G-1zに縦波の現われる時刻（午前11時08分21.00秒）を原点とした。そのため、記録され始めてから6.55秒間のデータを削除した加速度時刻歴を観測記録とした。
- (3) G-3,5,7系の計器（遅延装置なし）は、G-1,2,4,6系のそれとタイムコード・ジェネレーターが共通であるので、そのパルスを合わせて時刻合わせを行った。その結果、データの初めに0 galを4.62秒間にわたって付け加えた。
- (4) 普及型強震計G-8の加速度記録は、ほぼ同一地点とみなせる堤頂の電磁式強震計G-6の鉛直方向加速度の最大値に着目し、その発生時刻が互いに一致するように時刻合わせを行った。その結果、記録データの初めに0 galを0.75秒間にわたって付け加えた。
- (5) 普及型強震計G-9の加速度記録は、今回、記録が得られていない。
- (6) 普及型強震計G-10の加速度記録は、電磁式強震計G-1の加速度記録と対比し、鉛直方向の初期の加速度の増加割合から起動時刻を合わせた。その結果、記録データの初めに0 galを0.35秒間にわたって付け加えた。

以上の手続きによって時刻合わせを行った結果、観測した原記録の最初の部分に時間調整が施されている。この調整時間を表-2.1に示す。

観測記録の時刻合わせを行った結果について、その妥当性を検討すると次のようである。

- (1) 強震計G-1~G-7については地震波伝播と設置位置（標高差）からみて妥当性がある。
- (2) 強震計G-8については、ほぼ同一地点とみなせるG-6と、 a_z （加速度鉛直方向成分）の最大値の発生時刻（4.98秒後）で一致させている。しかし、 a_x, a_y （加速度上下流、ダム軸方向成分）をみると、G-6に比べて0.04秒程度遅れて立上っている。強震計G-8とG-6の設置位置の標高差（80.2-79.5=0.7 m）を考慮しても a_x, a_y, a_z の全波形を一致させようとすれば約0.03秒だけG-

8の時刻を進める(具体的にはG-8の時刻歴波形の頭の部分の0.03秒を削除する)とよい。

- (3) 強震計に2種類(G-1~G-7:勝島製作所製電磁式, G-8~G-10:リオン製せん断圧電素子式)があるが,各計器特性を考慮した計器補正を行っていないので強震計特性による相違が考慮されていない。
- (4) 強震計G-10(左岸集水工に設置)については,最大振幅波(変位)の立上りをみると,他の強震計のそれとを比べてやや遅れて立上る。右岸側地山に設置した計器G-7と比べても約0.2秒程度遅れて立上っている。G-10の設置位置の標高EL.47m(G-7はEL.70m)を考慮すれば十分な検討をしていないが,時刻を進めるべきと考えられる(本時刻合せはEL.32mに設置したG-1の a_z と起動時刻を一致させて調整されている)。

2.2 G-1, G-2の各 x , y 成分の入れ換え

計器G-1の加速度記録については,報告書⁹⁾においても訂正されているようにG-1の上下流方向成分 x とG-1のダム軸方向成分 y とを入れ換えた。さらに,計器G-2についても同様に x , y 成分を入れ換えた。これは後述の全観測点の変位オービットを比較すればわかるように,地震動による各計器位置の運動方向,振幅や位相などからみてG-2についても x , y 成分を入れ換えた方が堤体全体としての地震動に妥当性があると判断したためである。 x , y 成分入れ換えによるオービットの変化を模式的に図-2.1に示す。

起動時刻調整およびデータ入れ換え後の観測加速度の諸元一覧を表-2.2に示す。

2.3 一次処理した加速度記録とこれから求めた速度, 変位

時刻合わせおよび x , y 成分入れ換え後の加速度記録をフーリエ変換し,計器特性による数値化精度を考慮^{11,12)}した図-2.2に示すバンドパスフィルターによる補正を行い,周波数領域で積分後,逆フーリエ変換によって加速度,速度,変位の時刻歴波形を算出した。これらは以後の検討対象波形としての入力データとなる。これら波形の諸元一覧および時刻歴波形図の最初の20秒間だけ(以後の波形解析で扱う対象継続時間)を示せば表-2.3,図-2.3~2.11のようである。なお,全記録時間波形は付録-1に収録している。

解析対象となる加速度について,そのパワースペクトルを求め,図-2.12に示した。

表-2.1 時刻合わせによる調整時間

-符号は記録データの初めを数値の時間分だけ削除し, +符号は記録データの前に 0 gal を数値の時間分だけ付け加えることを意味している。

計器番号	調整時間
G - 1	-6.55 秒
G - 2	-6.55 秒
G - 3	+4.62 秒
G - 4	-6.55 秒
G - 5	+4.62 秒
G - 6	-6.55 秒
G - 7	+4.62 秒
G - 8	+0.75 秒
G - 9	記録なし
G - 10	+0.35 秒

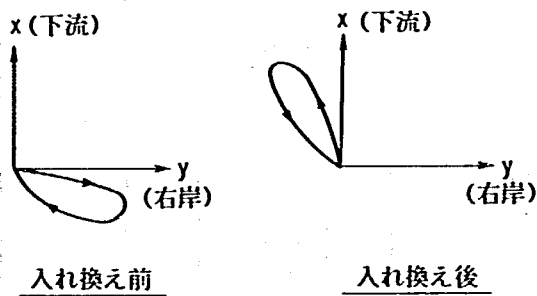


図-2.1 x, y 成分の入れ換えによる変位オービットの変化 (模式図)

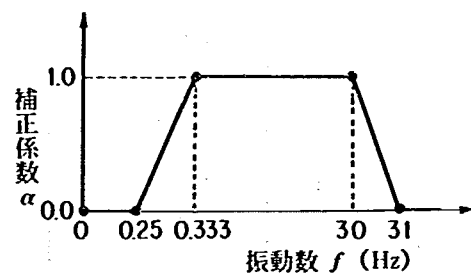


図-2.2 バンドパスフィルターの補正関数

表-2.2 観測加速度記録の諸元一覧

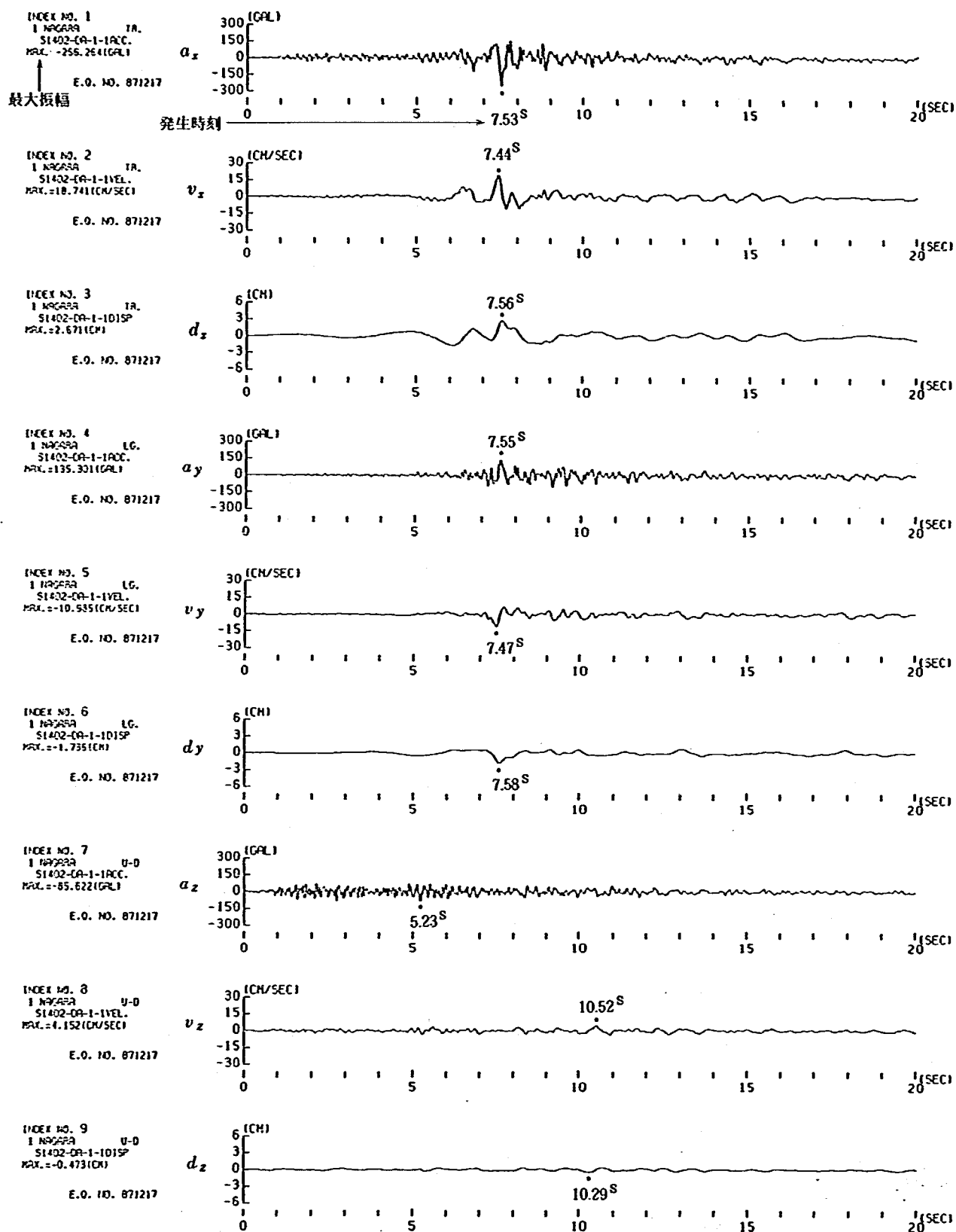
(ただし、時刻合わせ済みおよびG-1のxとy, G-2のxとyを入れ換え済みの記録)

INDEX No	RECORD NAME			MAX. ACCEL. (gal) (TIME(sec))	DURATION TIME(sec)	NUMBER OF DATA
1	G-1	a_x	TR.	-262(7.53)	108.33	10833
2		a_y	LG.	138(7.55)	108.33	10833
3		a_z	U-D	-86(5.23)	108.33	10833
4	G-2	a_x	TR.	-270(7.72)	108.25	10825
5		a_y	LG.	208(7.88)	108.25	10825
6		a_z	U-D	-124(5.29)	108.25	10825
7	G-3	a_x	TR.	-353(7.68)	108.22	10822
8		a_y	LG.	-288(7.37)	108.22	10822
9		a_z	U-D	124(5.83)	108.22	10822
10	G-4	a_x	TR.	-179(7.58)	108.15	10815
11		a_y	LG.	151(7.78)	107.85	10785
12		a_z	U-D	139(3.47)	107.85	10785
13	G-5	a_x	TR.	382(8.91)	108.22	10822
14		a_y	LG.	-298(7.95)	108.22	10822
15		a_z	U-D	-180(5.64)	108.22	10822
16	G-6	a_x	TR.	-369(9.12)	108.35	10835
17		a_y	LG.	-354(9.78)	108.35	10835
18		a_z	U-D	324(4.97)	108.35	10835
19	G-7	a_x	TR.	-262(7.61)	108.22	10822
20		a_y	LG.	294(7.62)	108.22	10822
21		a_z	U-D	-177(8.33)	108.22	10822
22	G-8	a_x	TR.	-497(9.16)	150.55	15055
23		a_y	LG.	386(7.97)	150.55	15055
24		a_z	U-D	328(4.98)	150.55	15055
25	G-10	a_x	TR.	-281(7.80)	115.15	11515
26		a_y	LG.	148(7.89)	115.15	11515
27		a_z	U-D	111(5.74)	115.15	11515

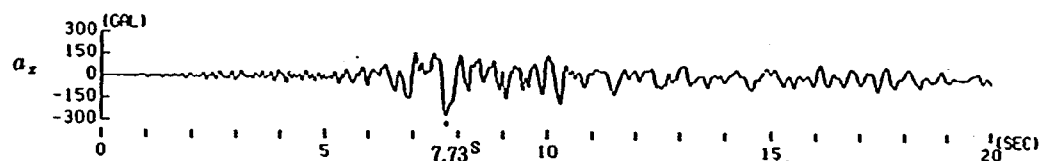
表-2.3 一次処理後の加速度, 速度, 変位波形の諸元一覧

INDEX No	RECORD NAME			MAX. (gal, cm/sec, cm) (TIME(sec))	DURATION TIME(sec)	NUMBER OF DATA
1	G-1	a_x	ACC. TR.	-256.264 (7.53)	108.33	10833
2		v_x	VEL. TR.	18.741 (7.44)	108.33	10833
3		d_x	DISP TR.	2.671 (7.56)	108.33	10833
4		a_y	ACC. LG.	135.301 (7.55)	108.33	10833
5		v_y	VEL. LG.	-10.985 (7.47)	108.33	10833
6		d_y	DISP LG.	-1.736 (7.58)	108.33	10833
7		a_z	ACC. U-D	-85.622 (5.23)	108.33	10833
8		v_z	VEL. U-D	4.152 (10.52)	108.33	10833
9		d_z	DISP U-D	-0.473 (10.29)	108.33	10833
10	G-2	a_x	ACC. TR.	-263.111 (7.73)	108.25	10825
11		v_x	VEL. TR.	32.063 (7.63)	108.25	10825
12		d_x	DISP TR.	6.099 (7.79)	108.25	10825
13		a_y	ACC. LG.	203.953 (7.88)	108.25	10825
14		v_y	VEL. LG.	23.021 (8.03)	108.25	10825
15		d_y	DISP LG.	-4.285 (7.87)	108.25	10825
16		a_z	ACC. U-D	-123.425 (5.29)	108.25	10825
17		v_z	VEL. U-D	7.115 (8.68)	108.25	10825
18		d_z	DISP U-D	-0.690 (8.55)	108.25	10825
19	G-3	a_x	ACC. TR.	-346.721 (7.68)	108.22	10822
20		v_x	VEL. TR.	31.980 (7.58)	108.22	10822
21		d_x	DISP TR.	5.896 (7.72)	108.22	10822
22		a_y	ACC. LG.	-288.185 (7.37)	108.22	10822
23		v_y	VEL. LG.	22.149 (7.95)	108.22	10822
24		d_y	DISP LG.	-3.624 (7.80)	108.22	10822
25		a_z	ACC. U-D	122.353 (5.83)	108.22	10822
26		v_z	VEL. U-D	9.208 (7.60)	108.22	10822
27		d_z	DISP U-D	1.048 (7.71)	108.22	10822
28	G-4	a_x	ACC. TR.	-174.376 (7.58)	108.15	10815
29		v_x	VEL. TR.	19.454 (7.51)	108.15	10815
30		d_x	DISP TR.	3.222 (7.66)	108.15	10815
31		a_y	ACC. LG.	149.840 (7.78)	107.85	10785
32		v_y	VEL. LG.	-13.924 (7.56)	107.85	10785
33		d_y	DISP LG.	-2.403 (7.73)	107.85	10785
34		a_z	ACC. U-D	136.748 (3.47)	107.85	10785
35		v_z	VEL. U-D	5.291 (5.57)	107.85	10785
36		d_z	DISP U-D	-0.480 (10.28)	107.85	10785
37	G-5	a_x	ACC. TR.	379.760 (8.91)	108.22	10822
38		v_x	VEL. TR.	27.836 (7.55)	108.22	10822
39		d_x	DISP TR.	4.158 (7.70)	108.22	10822

INDEX No	RECORD NAME			MAX. (gal, cm/sec, cm) (TIME(sec))	DURATION TIME(sec)	NUMBER OF DATA
40	G - 5	a_y	ACC. LG.	-302.967 (7.96)	108.22	10822
41		v_y	VEL. LG.	31.383 (7.85)	108.22	10822
42		d_y	DISP LG.	-3.931 (7.70)	108.22	10822
43		a_z	ACC. U-D	-181.946 (5.64)	108.22	10822
44		v_z	VEL. U-D	-7.932 (8.29)	108.22	10822
45		d_z	DISP U-D	-0.575 (8.38)	108.22	10822
46	G - 6	a_x	ACC. TR.	-370.895 (9.12)	108.35	10835
47		v_x	VEL. TR.	-34.051 (7.95)	108.35	10835
48		d_x	DISP TR.	5.997 (7.80)	108.35	10835
49		a_y	ACC. LG.	-352.980 (9.77)	108.35	10835
50		v_y	VEL. LG.	33.891 (7.96)	108.35	10835
51		d_y	DISP LG.	-4.403 (7.81)	108.35	10835
52		a_z	ACC. U-D	325.550 (4.98)	108.35	10835
53		v_z	VEL. U-D	-9.491 (8.50)	108.35	10835
54		d_z	DISP U-D	-0.673 (5.47)	108.35	10835
55	G - 7	a_x	ACC. TR.	-257.285 (7.61)	108.22	10822
56		v_x	VEL. TR.	19.350 (7.50)	108.22	10822
57		d_x	DISP TR.	3.427 (7.64)	108.22	10822
58		a_y	ACC. LG.	288.292 (7.62)	108.22	10822
59		v_y	VEL. LG.	27.435 (7.81)	108.22	10822
60		d_y	DISP LG.	-4.638 (7.66)	108.22	10822
61		a_z	ACC. U-D	-179.407 (8.33)	108.22	10822
62		v_z	VEL. U-D	9.412 (8.24)	108.22	10822
63		d_z	DISP U-D	0.621 (8.34)	108.22	10822
64	G - 8	a_x	ACC. TR.	-497.305 (9.16)	150.55	15055
65		v_x	VEL. TR.	45.417 (7.69)	150.55	15055
66		d_x	DISP TR.	8.139 (7.84)	150.55	15055
67		a_y	ACC. LG.	384.549 (7.97)	150.55	15055
68		v_y	VEL. LG.	35.306 (8.00)	150.55	15055
69		d_y	DISP LG.	-4.559 (7.86)	150.55	15055
70		a_z	ACC. U-D	328.880 (4.98)	150.55	15055
71		v_z	VEL. U-D	9.879 (8.75)	150.55	15055
72		d_z	DISP U-D	-0.872 (8.25)	150.55	15055
73	G - 10	a_x	ACC. TR.	-273.961 (7.80)	115.15	11515
74		v_x	VEL. TR.	20.487 (7.71)	115.15	11515
75		d_x	DISP TR.	3.016 (7.83)	115.15	11515
76		a_y	ACC. LG.	147.444 (7.89)	115.15	11515
77		v_y	VEL. LG.	-12.849 (7.77)	115.15	11515
78		d_y	DISP LG.	-1.768 (7.89)	115.15	11515
79		a_z	ACC. U-D	109.464 (5.74)	115.15	11515
80		v_z	VEL. U-D	4.740 (5.81)	115.15	11515
81		d_z	DISP U-D	0.650 (13.71)	115.15	11515

図-2.3 時刻歴波形G-1(a , v , d の各3方向成分)

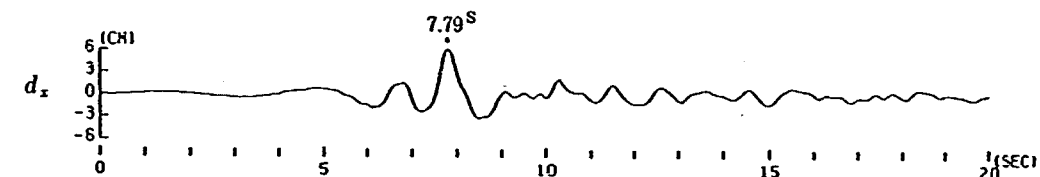
INDEX NO. 10
2 NAGARA TA.
S1402-DA-2-1ACC.
MAX. = 253.111(GAL)
E.O. NO. 871217



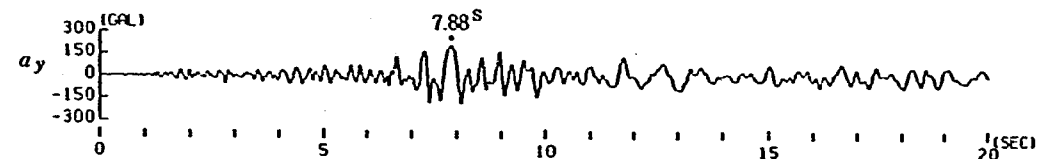
INDEX NO. 11
2 NAGARA TA.
S1402-DA-2-1VEL.
MAX. = 32.063(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



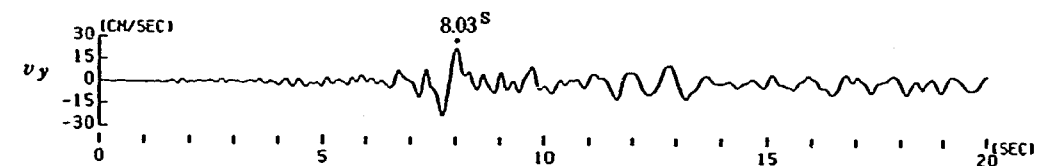
INDEX NO. 12
2 NAGARA TA.
S1402-DA-2-1DISP
MAX. = 5.099(CM)
E.O. NO. 871217



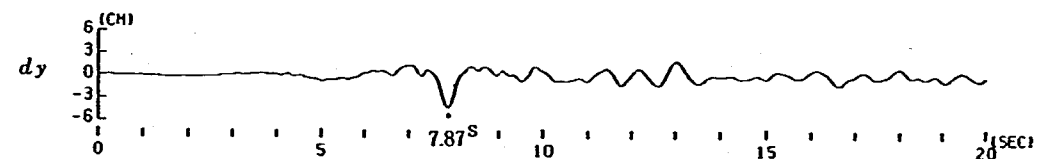
INDEX NO. 13
2 NAGARA LG.
S1402-DA-2-1ACC.
MAX. = 203.953(GAL)
E.O. NO. 871217



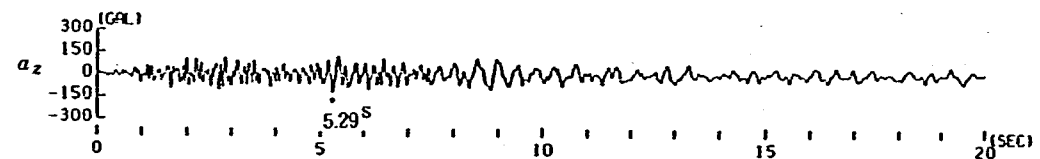
INDEX NO. 14
2 NAGARA LG.
S1402-DA-2-1VEL.
MAX. = 23.021(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



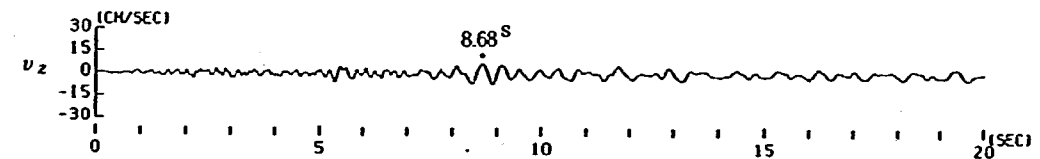
INDEX NO. 15
2 NAGARA LG.
S1402-DA-2-1DISP
MAX. = 4.265(CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 16
2 NAGARA U-D
S1402-DA-2-1ACC.
MAX. = 123.425(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 17
2 NAGARA U-D
S1402-DA-2-1VEL.
MAX. = 7.115(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 18
2 NAGARA U-D
S1402-DA-2-1DISP
MAX. = 0.693(CM)
E.O. NO. 871217

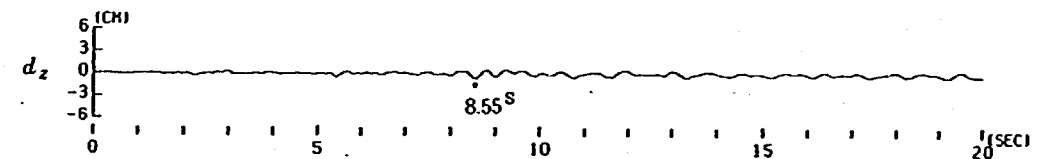
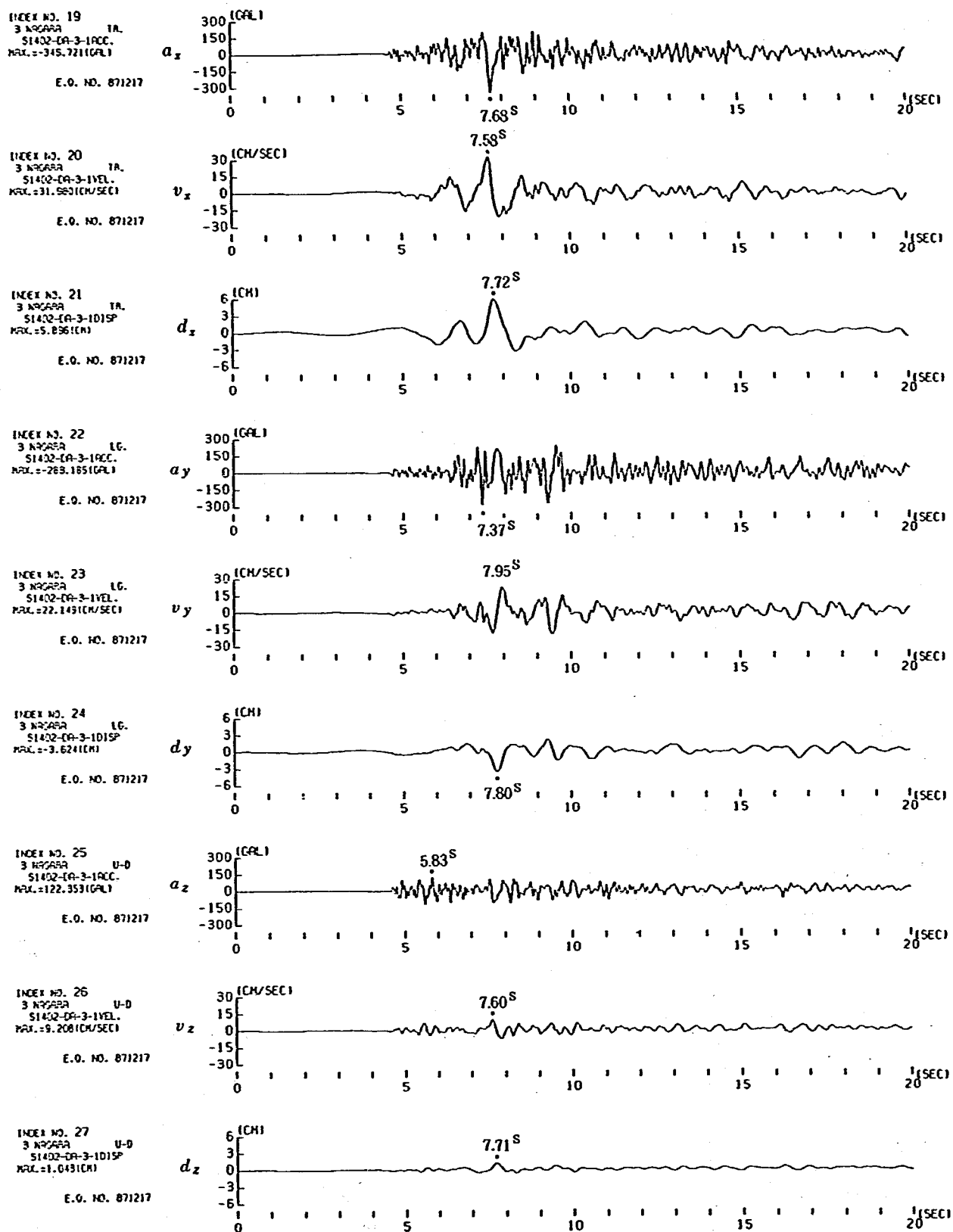
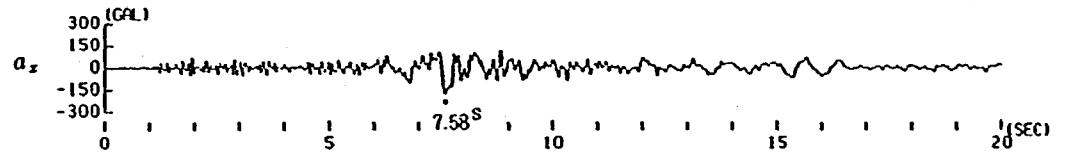


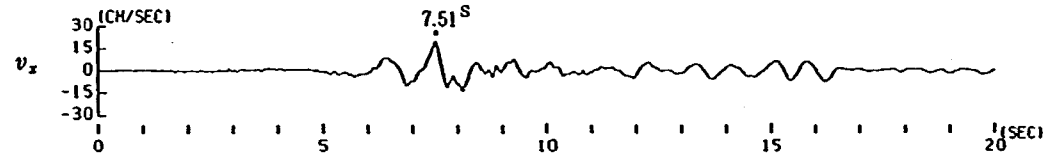
図-2.4 時刻歴波形G-2(a , v , d の各3方向成分)

図-2.5 時刻歴波形G-3(a , v , d の各3方向成分)

INDEX NO. 28
4 NAGARA TA.
S1402-DA-4-1ACC.
MAX. = 174.376 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 29
4 NAGARA TA.
S1402-DA-4-1VEL.
MAX. = 19.454 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



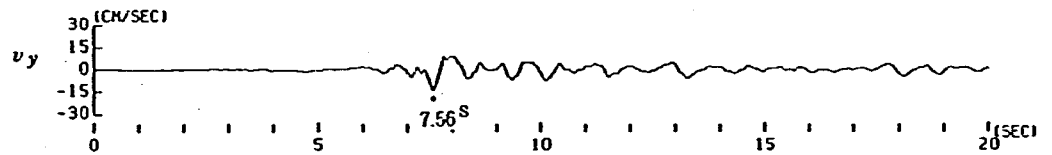
INDEX NO. 30
4 NAGARA TA.
S1402-DA-4-1DISP.
MAX. = 3.222 (CM)
E.O. NO. 871217



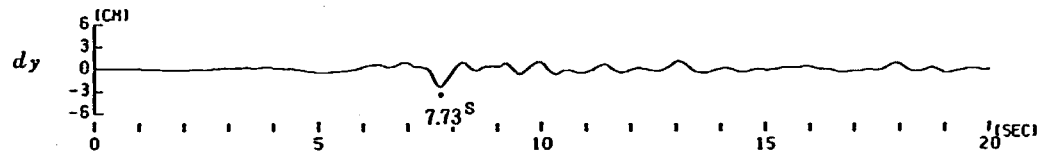
INDEX NO. 31
4 NAGARA LG.
S1402-DA-4-1ACC.
MAX. = 149.840 (GAL)
E.O. NO. 871217



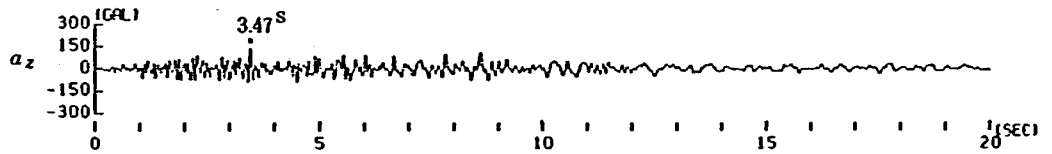
INDEX NO. 32
4 NAGARA LG.
S1402-DA-4-1VEL.
MAX. = 13.924 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



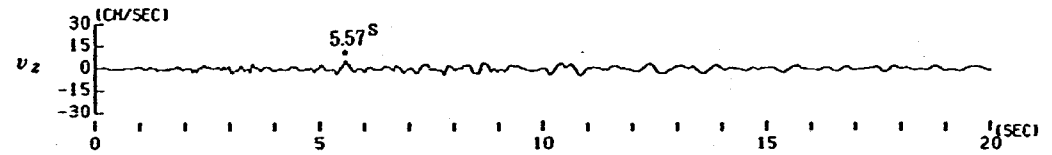
INDEX NO. 33
4 NAGARA LG.
S1402-DA-4-1DISP.
MAX. = 2.493 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 34
4 NAGARA U-D
S1402-DA-4-1ACC.
MAX. = 135.743 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 35
4 NAGARA U-D
S1402-DA-4-1VEL.
MAX. = 5.291 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 36
4 NAGARA U-D
S1402-DA-4-1DISP.
MAX. = 0.450 (CM)
E.O. NO. 871217

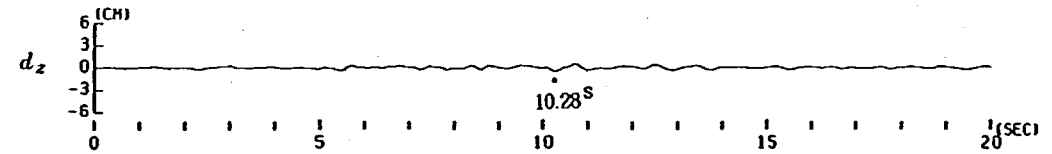
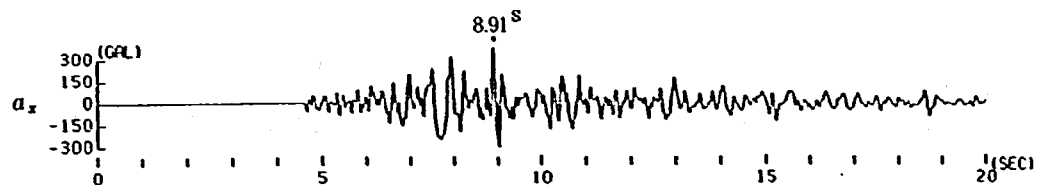
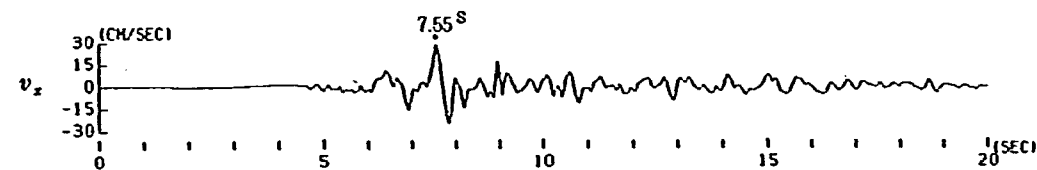


図-2.6 時刻歴波形G-4 (a , v , d の各3方向成分)

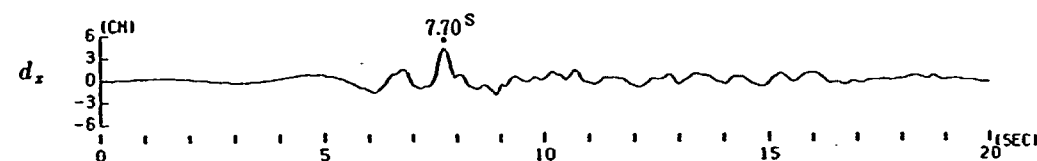
INDEX NO. 37
S NAGARA TR.
S1402-0A-S-1ACC.
MAX.=373.760(GAL)
E.O. NO. 871217



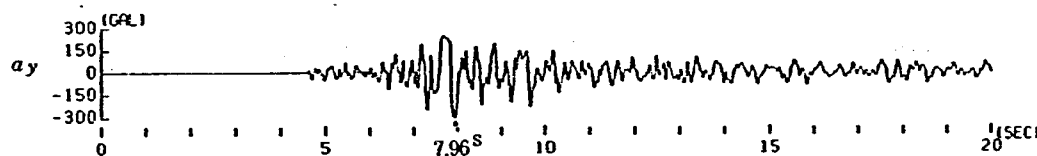
INDEX NO. 38
S NAGARA TR.
S1402-0A-S-1VEL.
MAX.=27.835(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



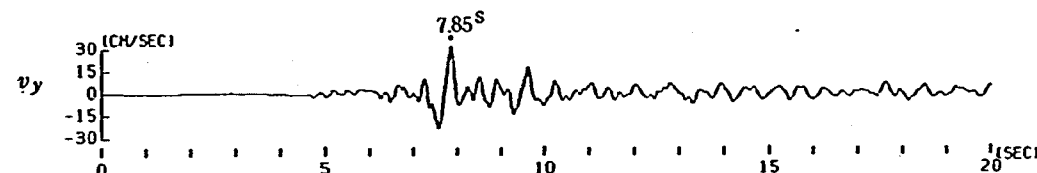
INDEX NO. 39
S NAGARA TR.
S1402-0A-S-1DISP
MAX.=4.158(CM)
E.O. NO. 871217



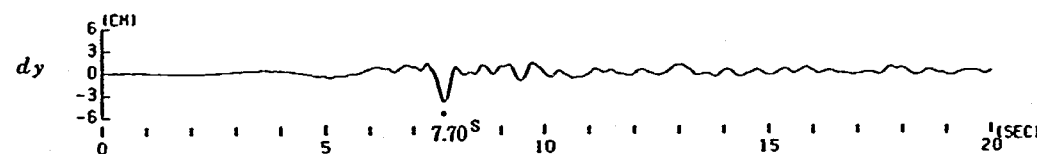
INDEX NO. 40
S NAGARA LG.
S1402-0A-S-1ACC.
MAX.=302.957(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 41
S NAGARA LG.
S1402-0A-S-1VEL.
MAX.=31.383(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



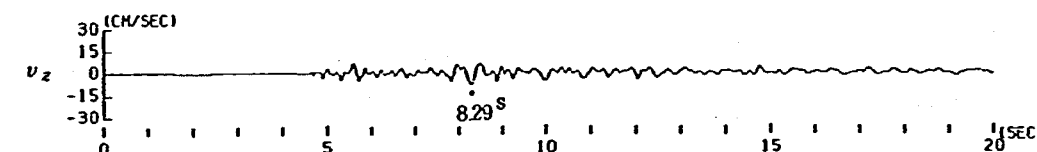
INDEX NO. 42
S NAGARA LG.
S1402-0A-S-1DISP
MAX.=3.531(CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 43
S NAGARA U-D
S1402-0A-S-1ACC.
MAX.=181.945(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 44
S NAGARA U-D
S1402-0A-S-1VEL.
MAX.=7.932(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 45
S NAGARA U-D
S1402-0A-S-1DISP
MAX.=0.575(CM)
E.O. NO. 871217

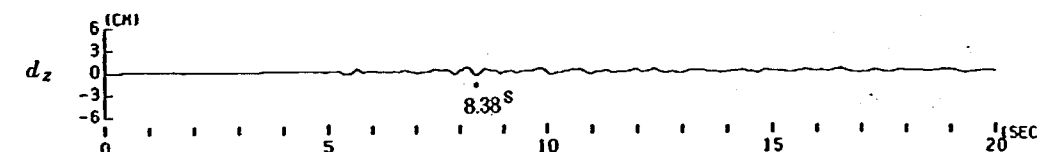
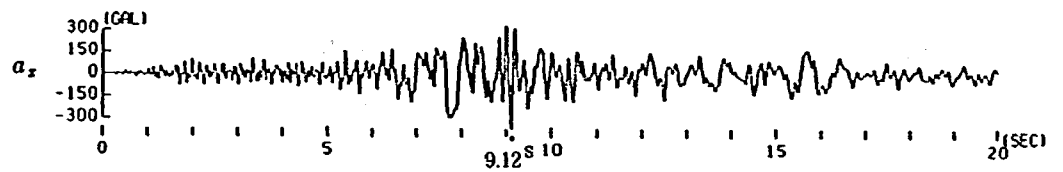
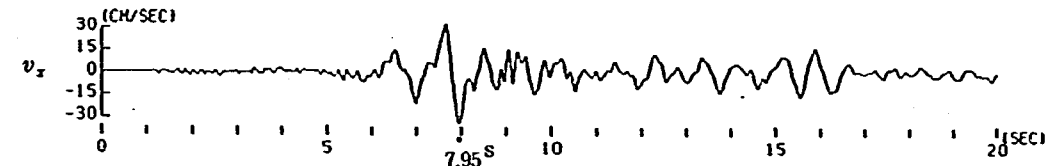


図-2.7 時刻歴波形G-5 (a, v, dの各3方向成分)

INDEX NO. 46
6 NAGARA TA.
S1402-0A-6-1ACC.
MAX. = -370.895(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 47
6 NAGARA TA.
S1402-0A-6-1VEL.
MAX. = -34.051(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



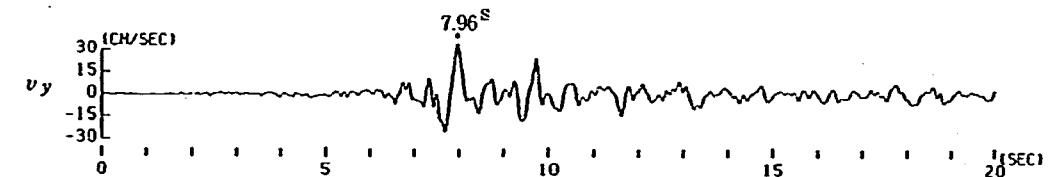
INDEX NO. 48
6 NAGARA TA.
S1402-0A-6-1DISP
MAX. = 5.997(CM)
E.O. NO. 871217



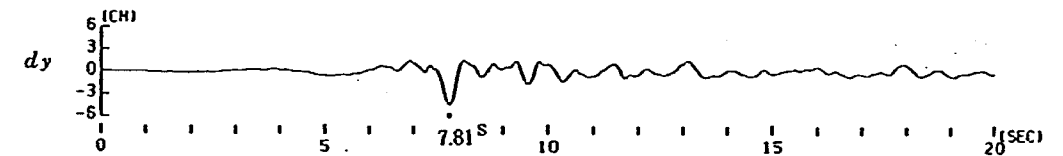
INDEX NO. 49
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1ACC.
MAX. = -352.930(GAL)
E.O. NO. 871217



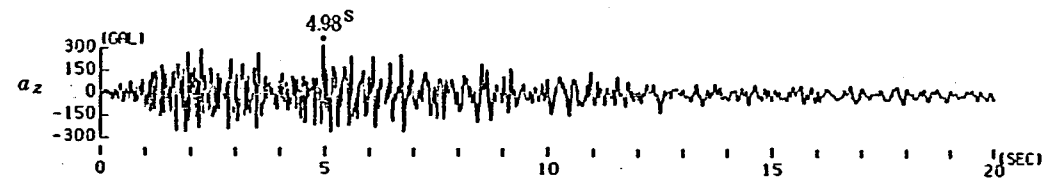
INDEX NO. 50
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1VEL.
MAX. = 33.891(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



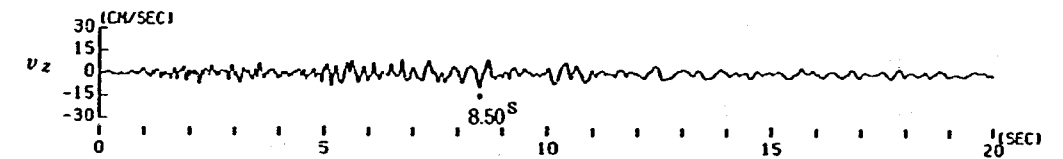
INDEX NO. 51
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1DISP
MAX. = -4.433(CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 52
6 NAGARA U-D
S1402-0A-6-1ACC.
MAX. = 325.550(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 53
6 NAGARA U-D
S1402-0A-6-1VEL.
MAX. = -9.431(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 54
6 NAGARA U-D
S1402-0A-6-1DISP
MAX. = -0.673(CM)
E.O. NO. 871217

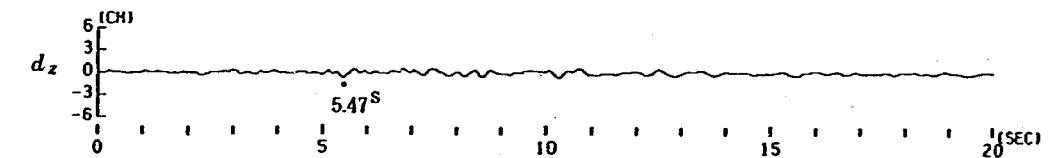
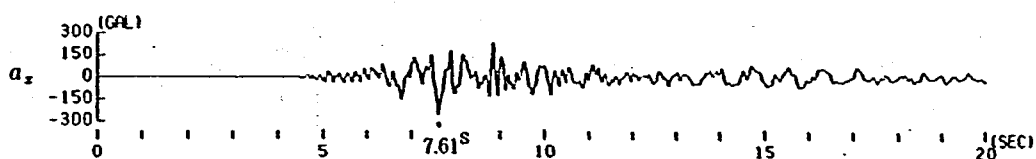
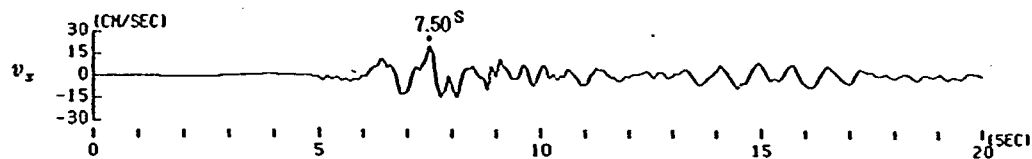


図-2.8 時刻歴波形G-6(a , v , d の各3方向成分)

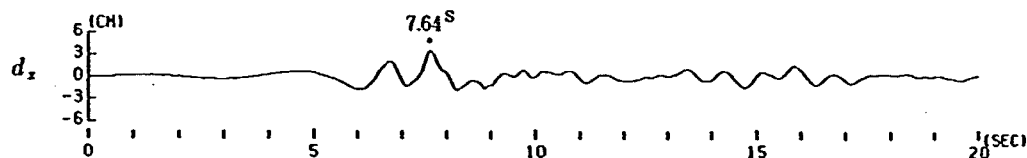
INDEX NO. 55
7 KAGASA TR.
S1402-0A-7-1ACC.
MAX. = 257.285(GAL)
E.O. NO. 871217



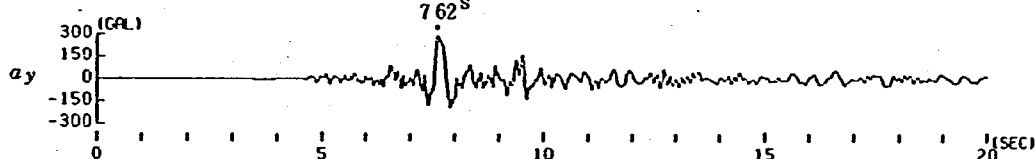
INDEX NO. 56
7 KAGASA TR.
S1402-0A-7-1VEL.
MAX. = 19.350(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



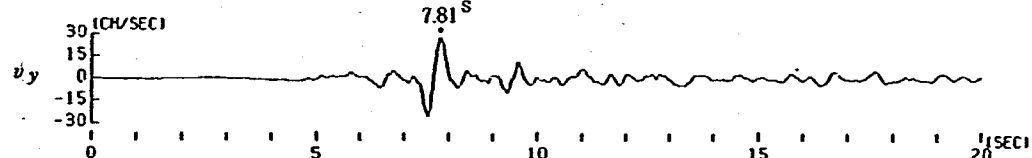
INDEX NO. 57
7 KAGASA TR.
S1402-0A-7-1DISP.
MAX. = 3.427(CM)
E.O. NO. 871217



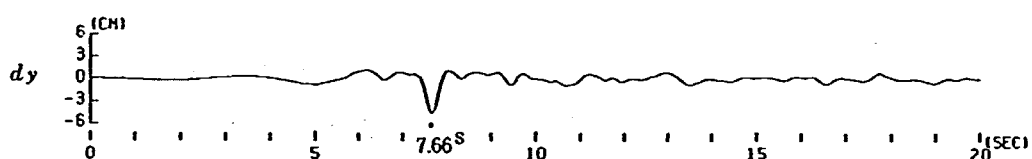
INDEX NO. 58
7 KAGASA LG.
S1402-0A-7-1ACC.
MAX. = 269.292(GAL)
E.O. NO. 871217



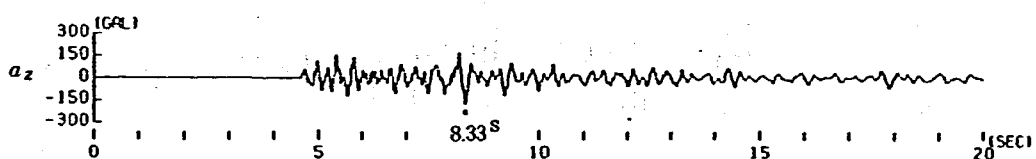
INDEX NO. 59
7 KAGASA LG.
S1402-0A-7-1VEL.
MAX. = 27.435(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



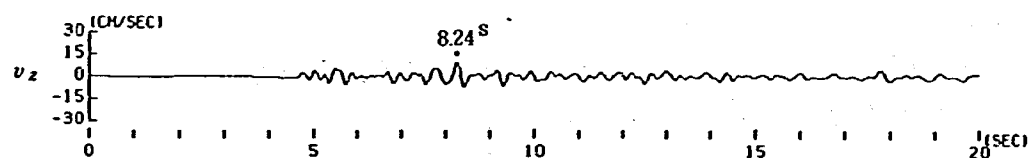
INDEX NO. 60
7 KAGASA LG.
S1402-0A-7-1DISP.
MAX. = 4.639(CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 61
7 KAGASA U-D
S1402-0A-7-1ACC.
MAX. = 179.407(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 62
7 KAGASA U-D
S1402-0A-7-1VEL.
MAX. = 9.412(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 63
7 KAGASA U-D
S1402-0A-7-1DISP.
MAX. = 0.621(CM)
E.O. NO. 871217

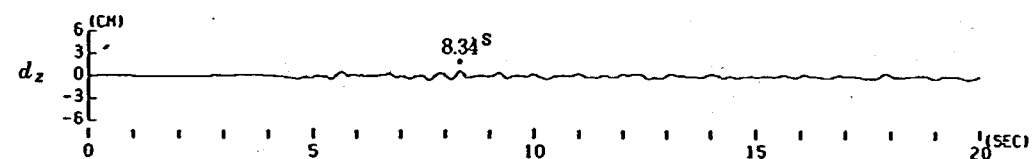
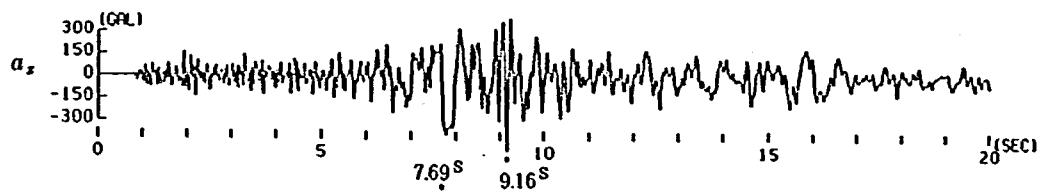
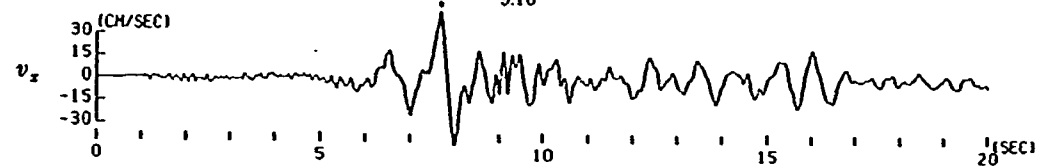


図-2.9 時刻歴波形G-7 (a , v , d の各3方向成分)

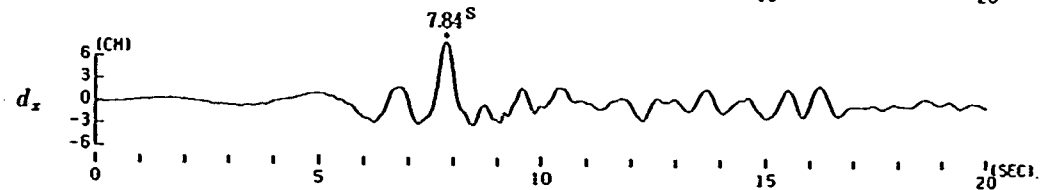
INDEX NO. 64
8 NAGARA TR.
S1402-DA-8-1ACC.
MAX. = 437.305 (GAL)
E.O. NO. 871217



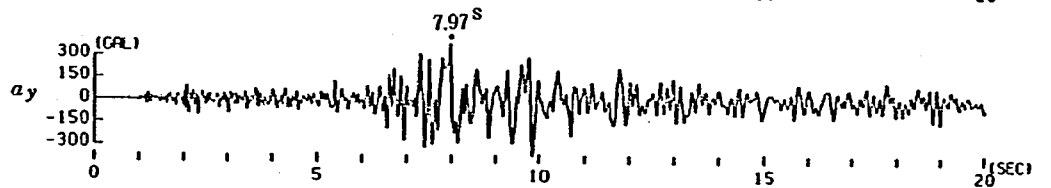
INDEX NO. 65
8 NAGARA TR.
S1402-DA-8-1VEL.
MAX. = 15.417 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



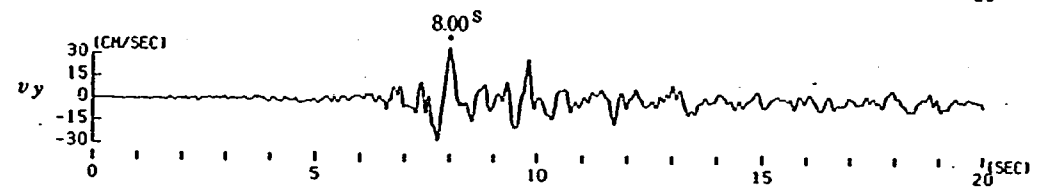
INDEX NO. 66
8 NAGARA TR.
S1402-DA-8-1DISP.
MAX. = 9.139 (CM)
E.O. NO. 871217



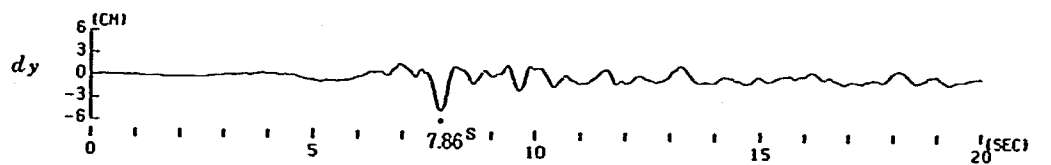
INDEX NO. 67
8 NAGARA LG.
S1402-DA-8-1ACC.
MAX. = 334.549 (GAL)
E.O. NO. 871217



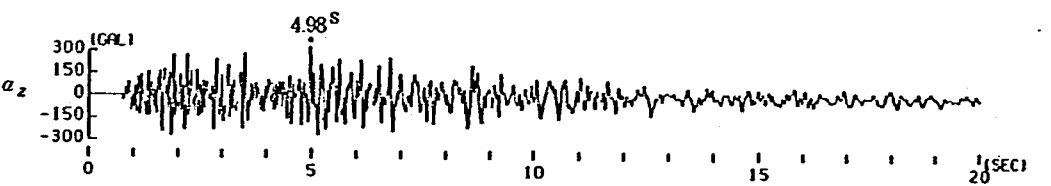
INDEX NO. 68
8 NAGARA LG.
S1402-DA-8-1VEL.
MAX. = 35.305 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



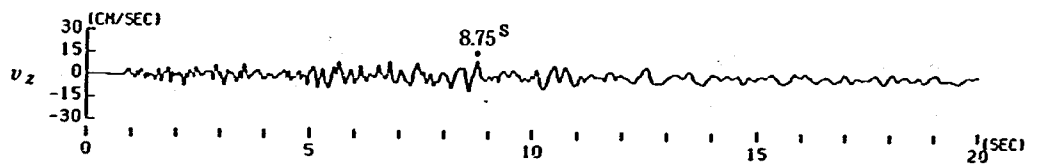
INDEX NO. 69
8 NAGARA LG.
S1402-DA-8-1DISP.
MAX. = 4.553 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 70
8 NAGARA U-D
S1402-DA-8-1ACC.
MAX. = 328.630 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 71
8 NAGARA U-D
S1402-DA-8-1VEL.
MAX. = 9.879 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 72
8 NAGARA U-D
S1402-DA-8-1DISP.
MAX. = 0.872 (CM)
E.O. NO. 871217

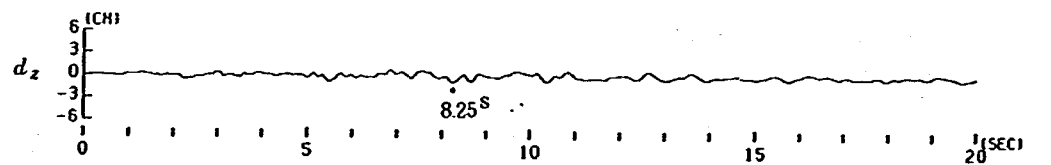
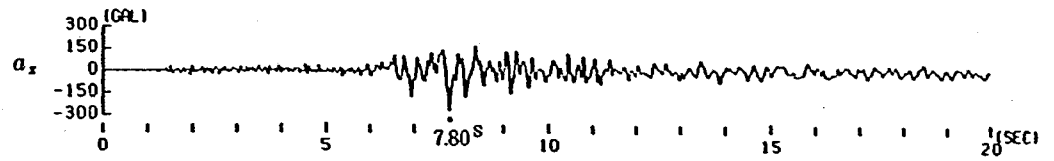
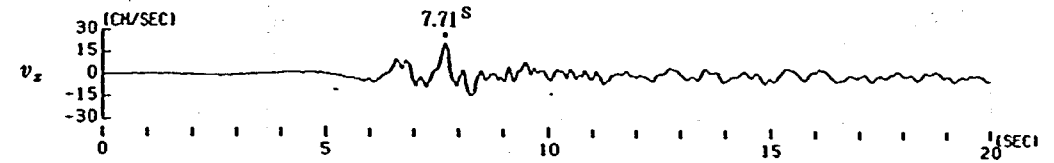


図-2.10 時刻歴波形G-8 (a, v, dの各3方向成分)

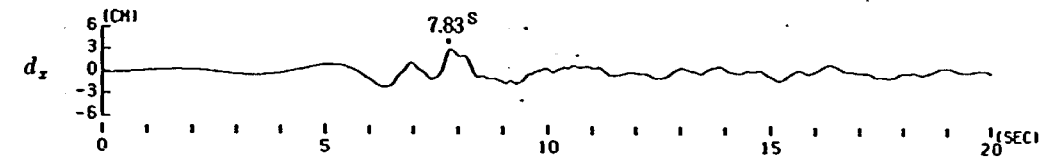
INDEX NO. 73
10 NAGARA TA.
S1402-DR10-1RCC.
MAX.=273.951(GAL)
E.O. NO. 871217



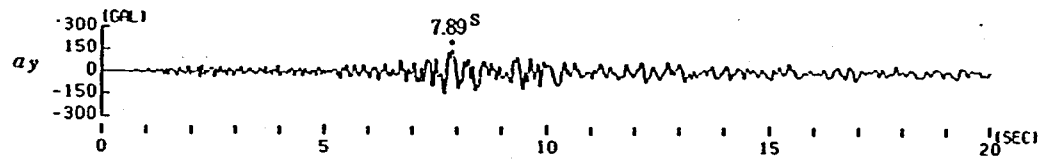
INDEX NO. 74
10 NAGARA TA.
S1402-DR10-1VEL.
MAX.=20.437(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



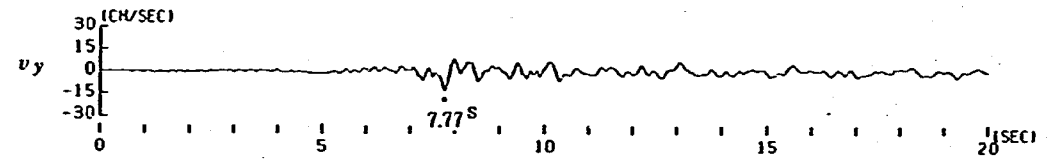
INDEX NO. 75
10 NAGARA TA.
S1402-DR10-1DISP.
MAX.=3.015(CM)
E.O. NO. 871217



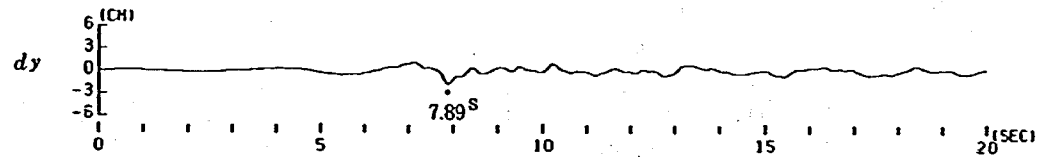
INDEX NO. 76
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1RCC.
MAX.=147.444(GAL)
E.O. NO. 871217



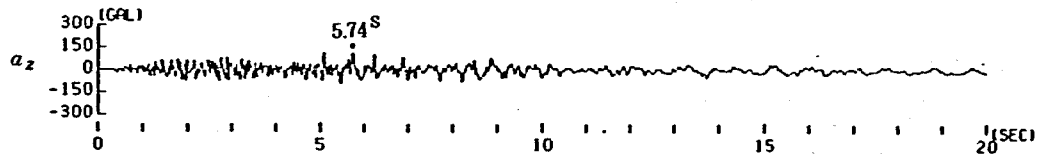
INDEX NO. 77
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1VEL.
MAX.=12.843(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



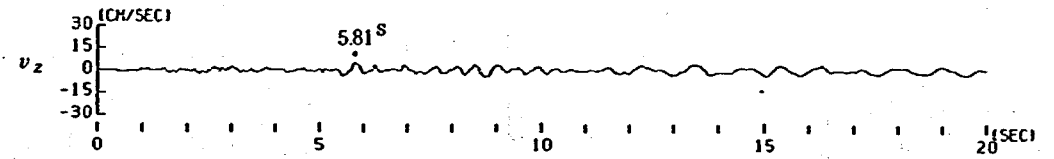
INDEX NO. 78
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1DISP.
MAX.=1.759(CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 79
10 NAGARA U-D
S1402-DR10-1RCC.
MAX.=103.454(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 80
10 NAGARA U-D
S1402-DR10-1VEL.
MAX.=4.743(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 81
10 NAGARA U-D
S1402-DR10-1DISP.
MAX.=0.650(CM)
E.O. NO. 871217

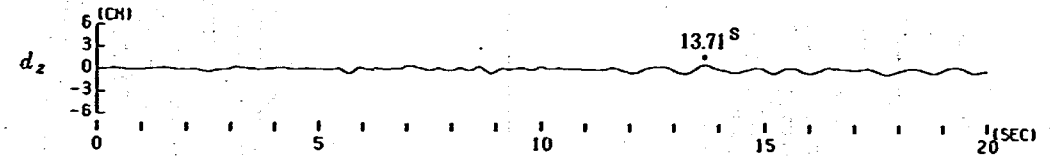
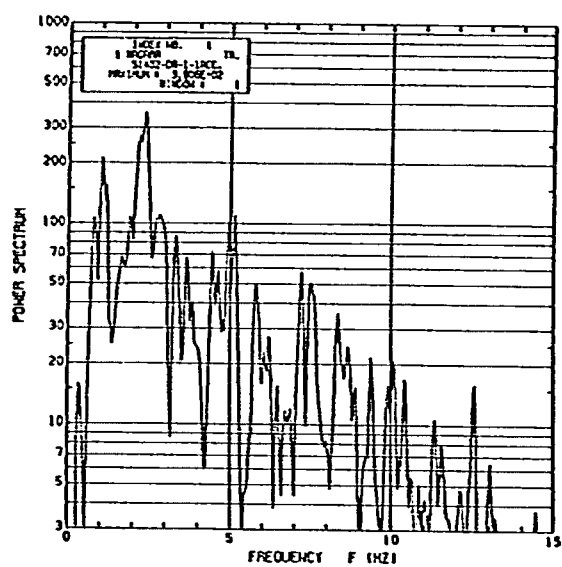
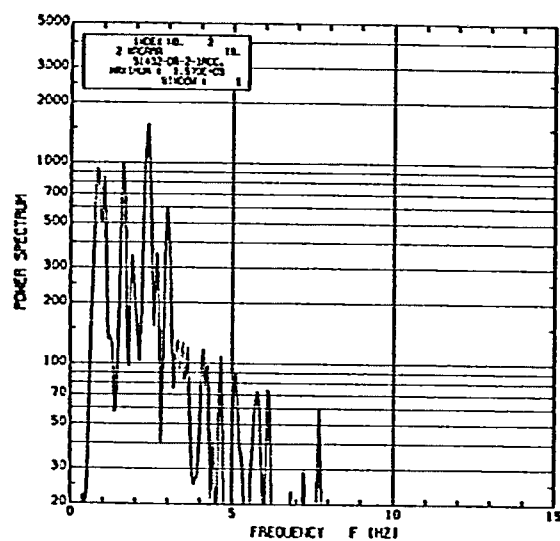


図-2.11 時刻歴波形G-10 (a, v, dの各3方向成分)

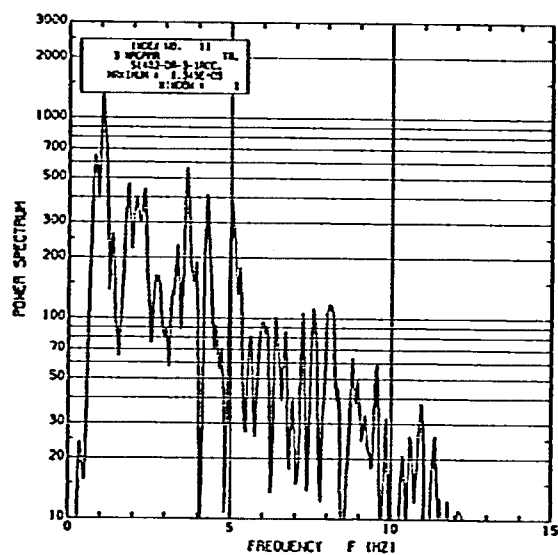
G-1



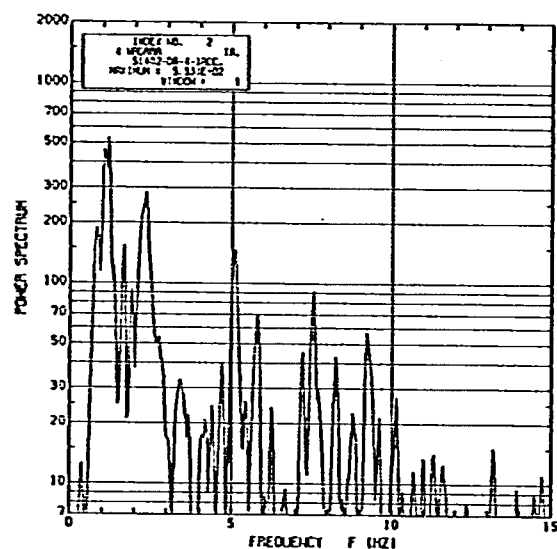
G-2



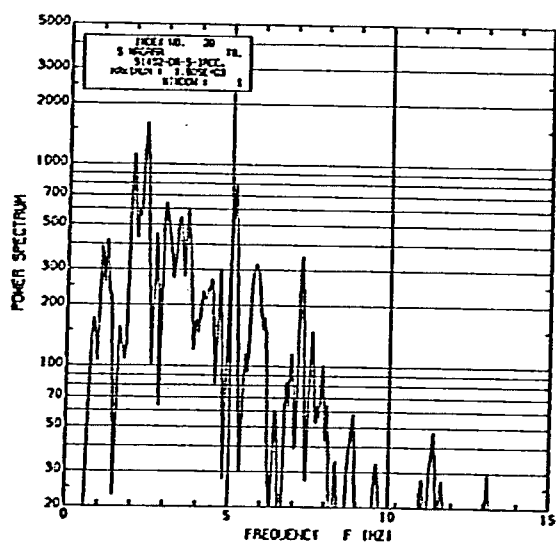
G-3



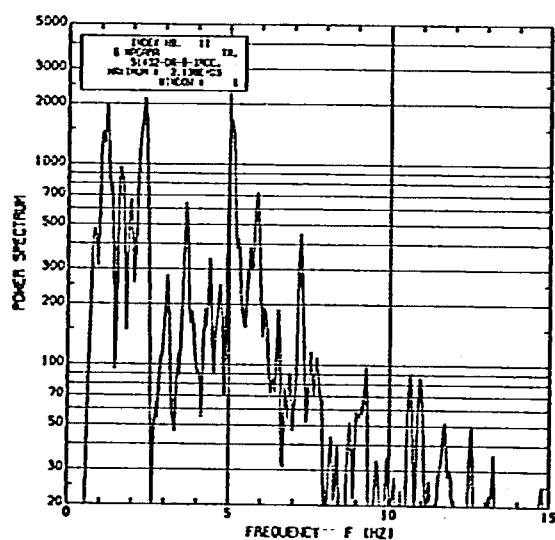
G-4



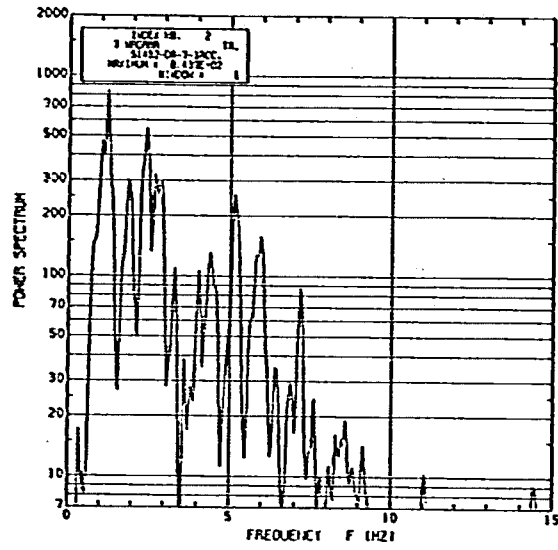
G-5



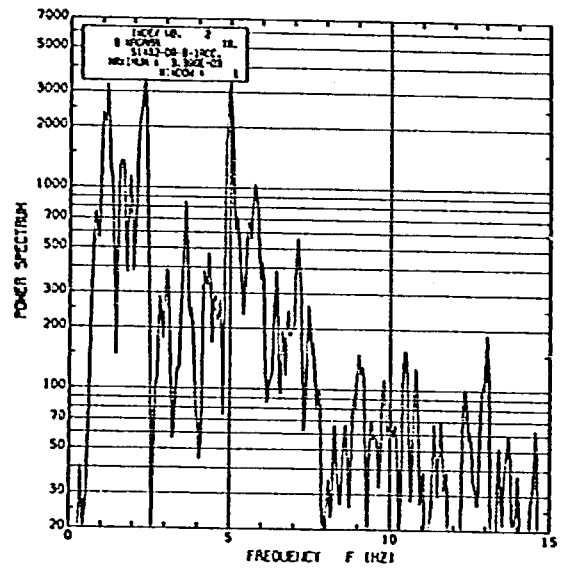
G-6

図-2.12 パワースペクトル(a)上下流方向 a_x (1)

G-7



G-8



G-10

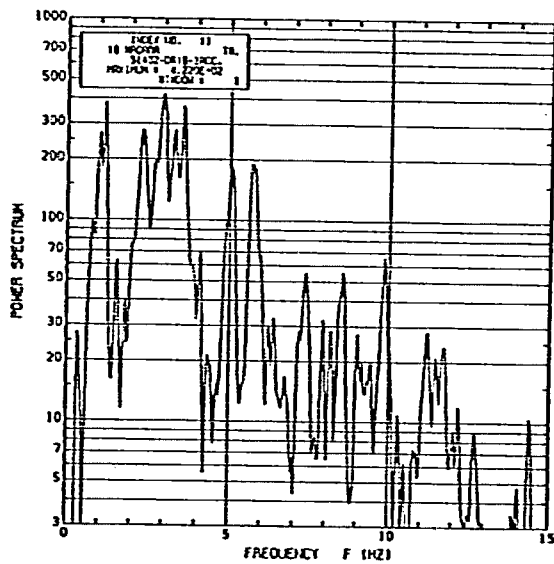


図-2.12 パワースペクトル(a)上下流方向 a_z (2)

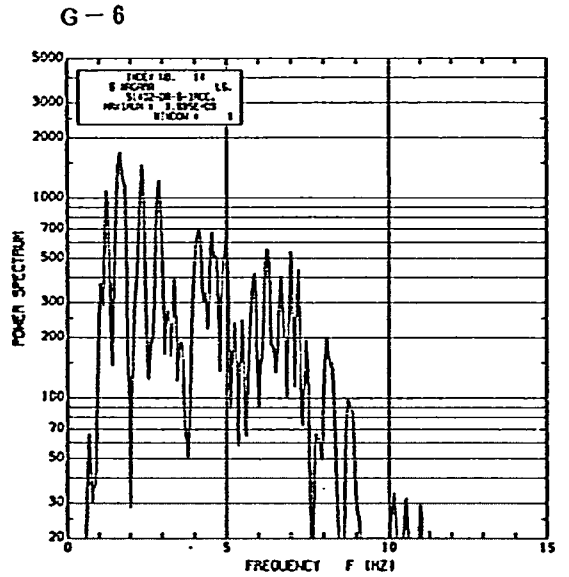
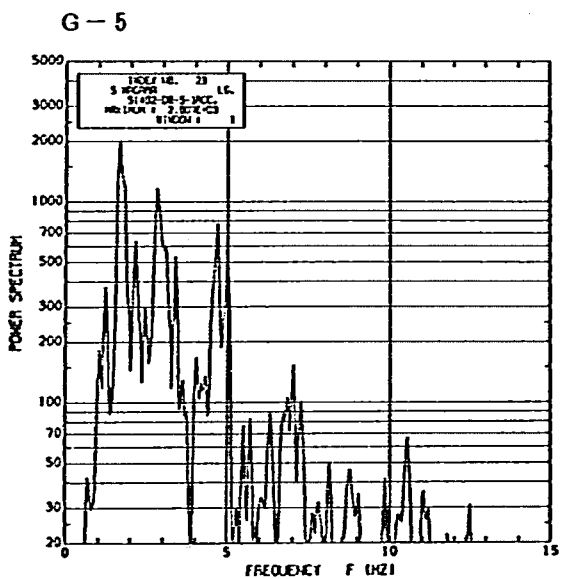
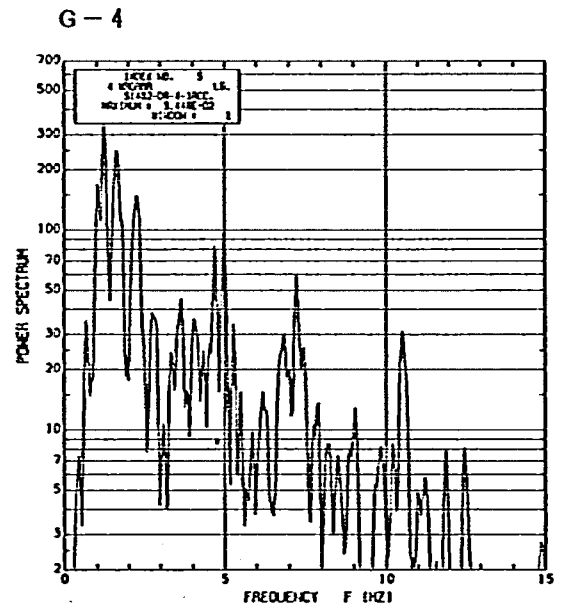
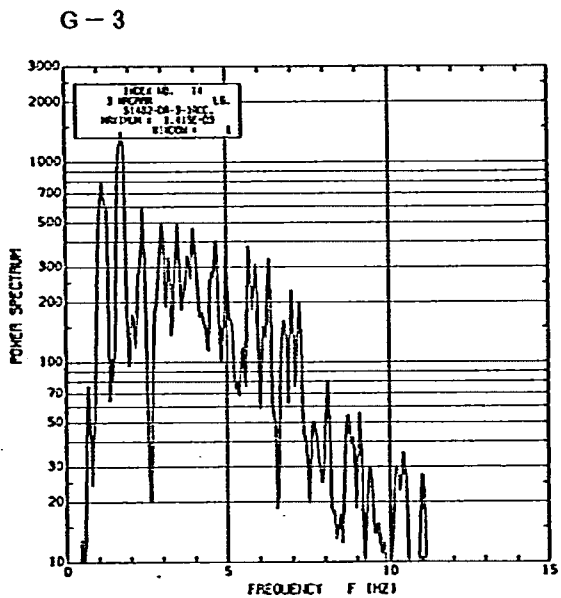
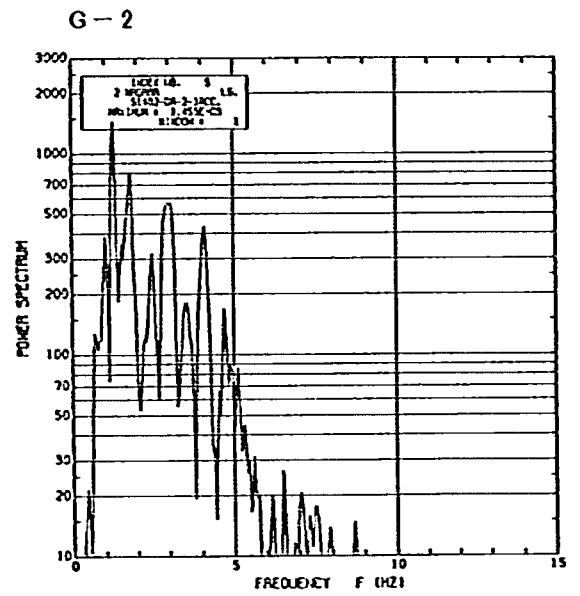
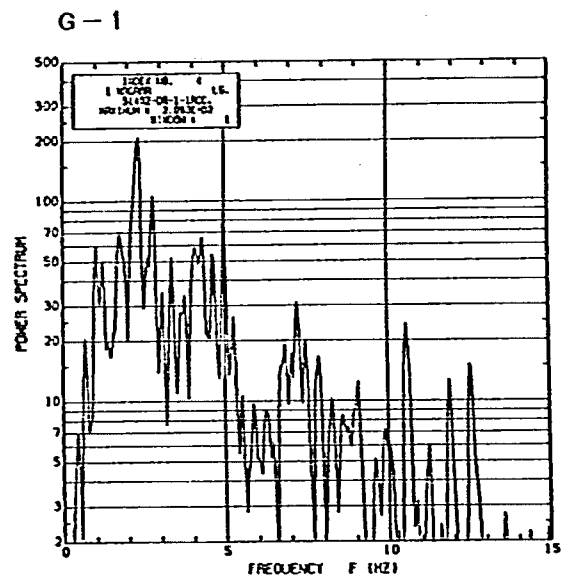
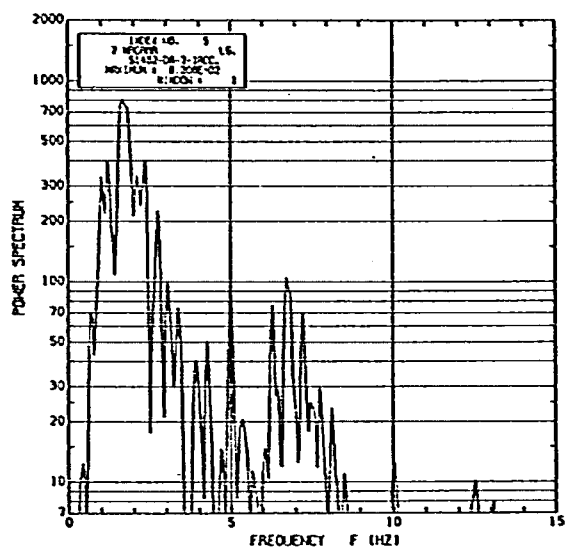
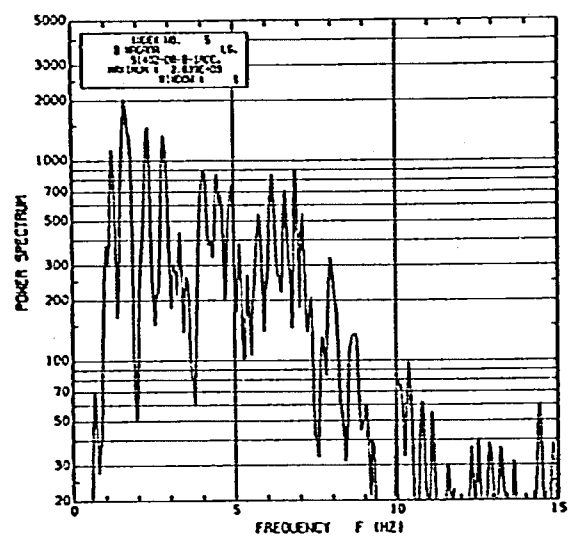


図-2.12 パワースペクトル(b)堤軸方向 a_y (1)

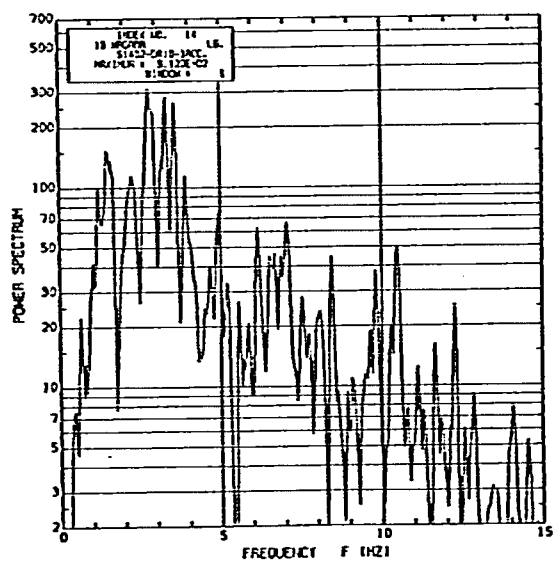
G-7



G-8



G-10

図-2.12 パワースペクトル(b)堤軸方向 a_y (2)

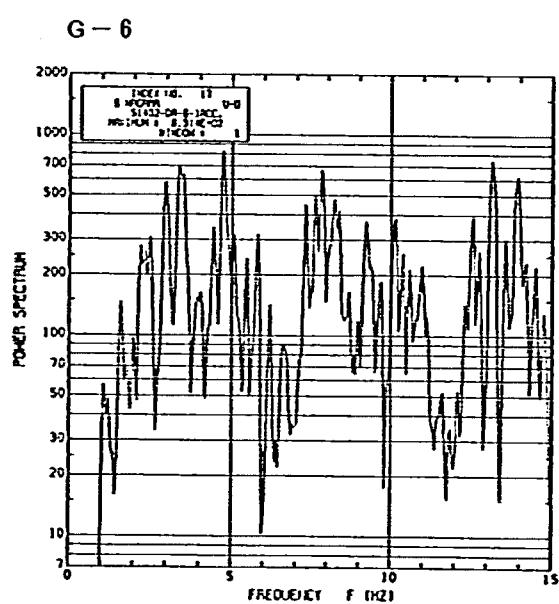
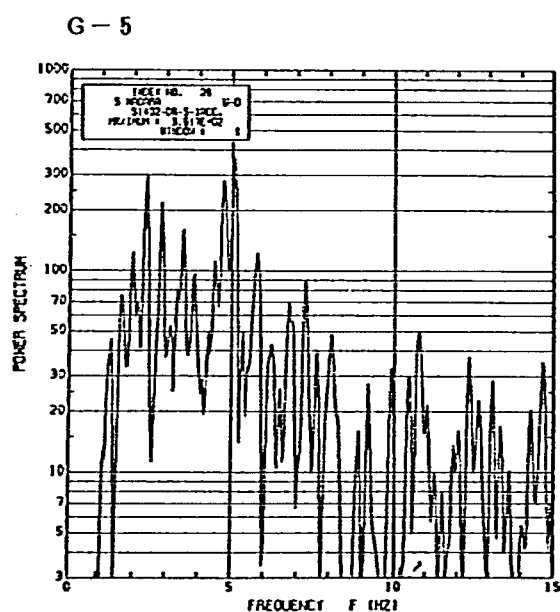
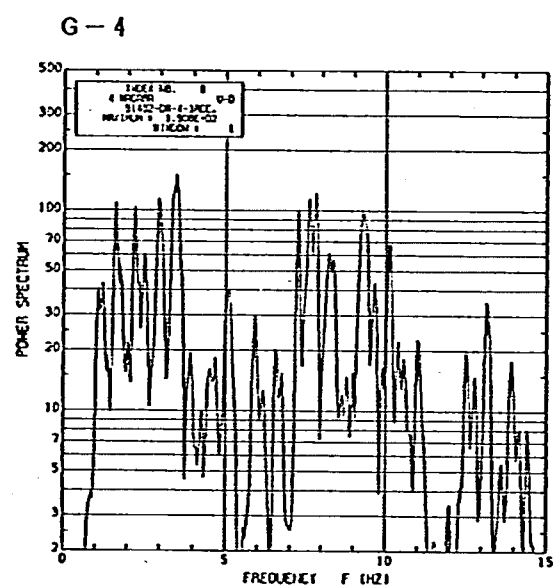
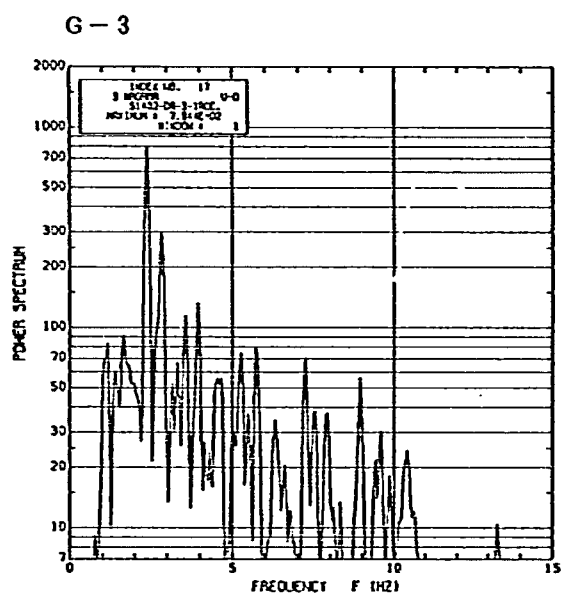
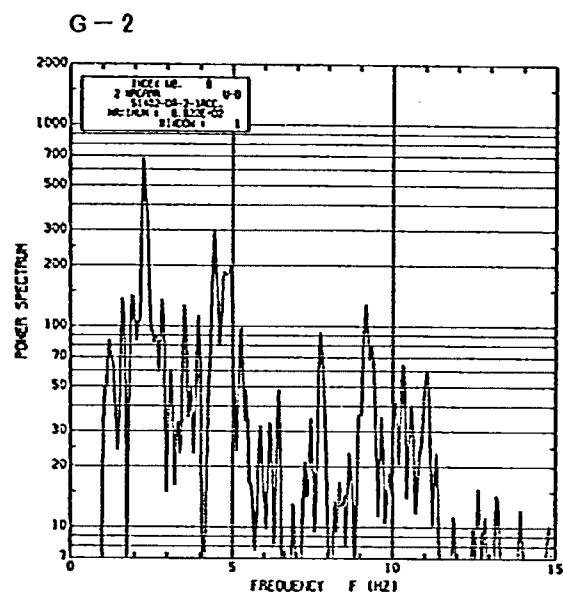
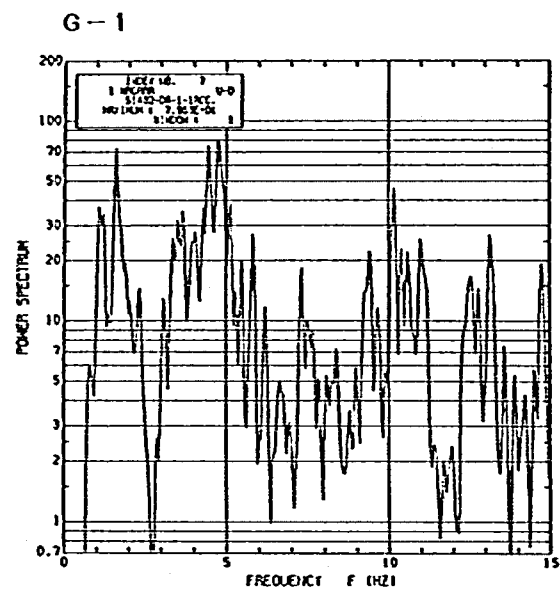


図-2.12 パワースペクトル(c)鉛直方向 a_z (1)

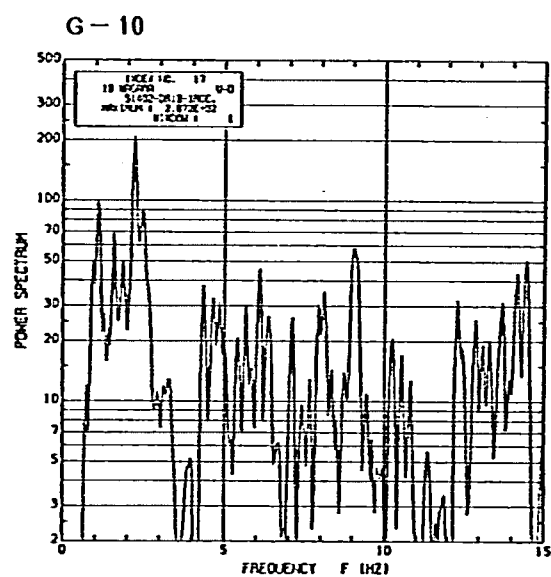
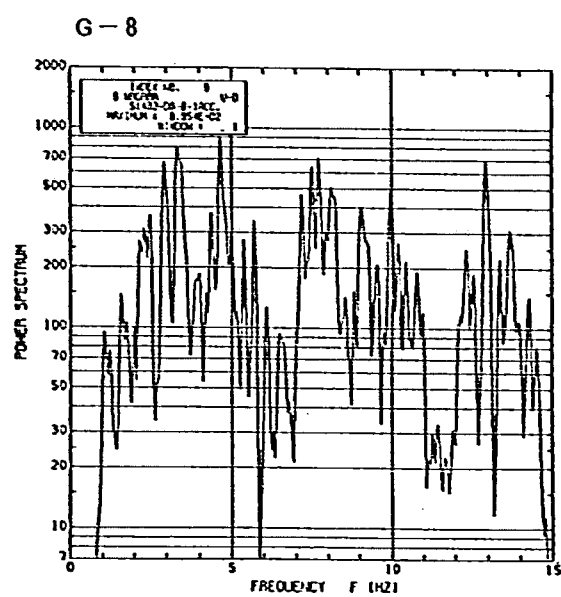
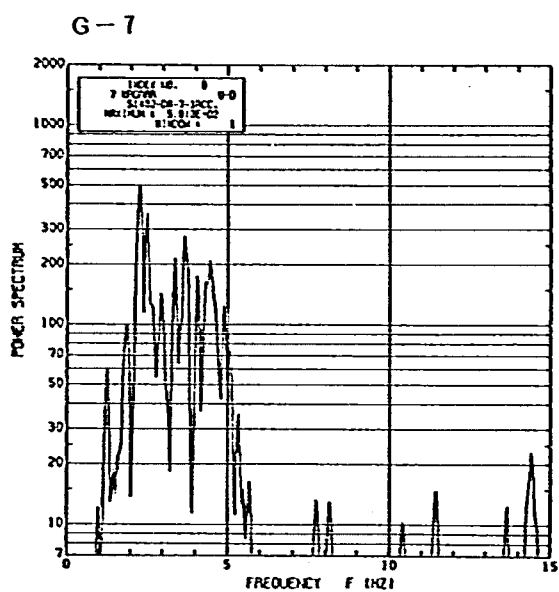


図-2.12 パワースペクトル(c)鉛直方向 a_z (2)

3. 堤体の地震時挙動

観測された地震動の各時刻歴波形ごとの最大値が堤体内で空間的にどのように分布しているのか、また、各観測点における地震動が時間的にどのようなオービット（軌跡）^{*1)}を描いているのか調べてみる。

3.1 最大値の分布

加速度 a 、速度 v および変位 d の時刻歴波形における最大振幅値 $a_{\max}$ 、 $v_{\max}$ および $d_{\max}$ について堤体内分布状況をプロットして直線で結んでみたのが、それぞれ図-3.1、図-3.2および図-3.3である。同図から、堤頂部で地震動が増幅されていること、また、堤体中央部中位標高のG-4で地震動の増幅割合がやや小さくなっていることがわかる。ただし、最大振幅値は必ずしも同一位相^{*2)}の地震動によって生じたものではない。最大振幅値を生じた時刻について、伝播時間を考慮して各波形を比較すると、以下のことがわかる。

- (1) 上下流方向の加速度最大振幅値 $a_{x,\max}$ についてはG-5、G-6、G-8が後続の別の位相の地震動によって生じたものであるが、同方向の変位最大振幅値 $d_{x,\max}$ についてはすべて同じ位相の地震動によって生じたものであり、変位増幅率の分布状況を示しているといえる。
- (2) ダム軸方向の加速度最大振幅値 $a_{y,\max}$ についてはG-3、G-5、G-6が別の位相の地震動によって生じたものであるが、同方向の変位最大振幅値 $d_{y,\max}$ についてはすべて同じ位相の地震動によって生じたものであり、変位増幅率の分布状況を示しているといえる。
- (3) 鉛直方向成分については初動部分の欠落した記録もあり、単純には最大値の比較はできない。また、最大振幅値の符号(±)も異なっているため、同じ位相の地震動によって生じたものではない。

3.2 加速度、変位のオービット

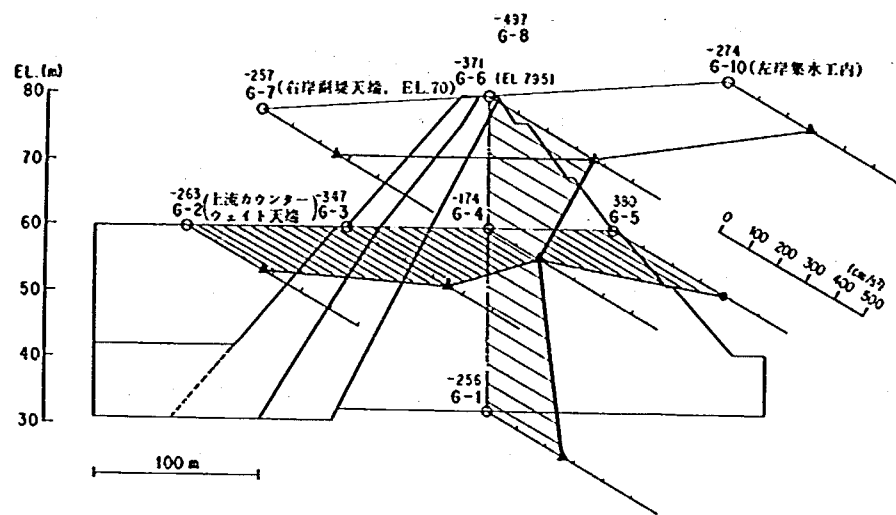
加速度および変位の時刻歴波形について、堤体内の計器位置における観測点のオービット（地震動軌跡）としてプロットしてみると、図-3.4に示すような鳥瞰図として表わせる。なお、オービットの図化時間は地震動の主要部分である3秒から13秒までを対象にしている。加速度についてはそのオービットから鉛直、水平両方向にはほぼ同程度の振幅で作用していることがわかる。一方、変位については、鉛直方向に比

*1) オービット …… ある観測点で記録された直交する水平2方向と鉛直方向の加速度をベクトル合成し、合ベクトルの経時的な変化を追跡することによって、その点の加速度ベクトルの軌跡を求めることができる。このような軌跡を加速度記録のオービットと呼ぶ。速度や変位に関しても同様にオービットを求めることができる。

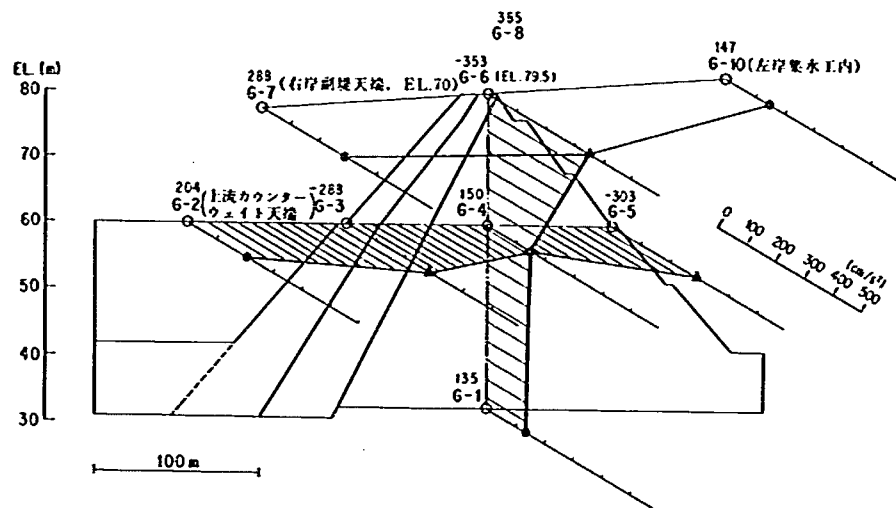
*2) 同一位相 …… 地震動の時刻歴波形のうち、特徴的なある一つの半波または一波の部分波形を位相と呼ぶことにする。時刻歴波形の中でこのような部分波形（位相）が伝播したものとみなせる各観測点における同一の部分波形（位相）をここでは仮に同一位相の地震動と呼ぶことにする。

べて水平方向の振幅が卓越しており、さらに水平方向では北西－南東方向への運動が大きいことがわかる。そこで観測点における地震動（変位オービット）について水平面への射影図として示すと図－3.5のようである。参考に鉛直面への射影図もプロットした。同図から、地震動の前半部である最初から7.4秒までは上下流方向の地震動が卓越していること、7.4秒から8.4秒にかけて北西（下流の左岸）方向へ大きな波が片振幅で次々に伝播していることがわかる。この波が最大変位を生じることになり、今回の地震動に特徴的な変位波形となっている。最大振幅を有する半波が伝播した後は、上下流方向、ダム軸方向の区別なくランダムに運動している。

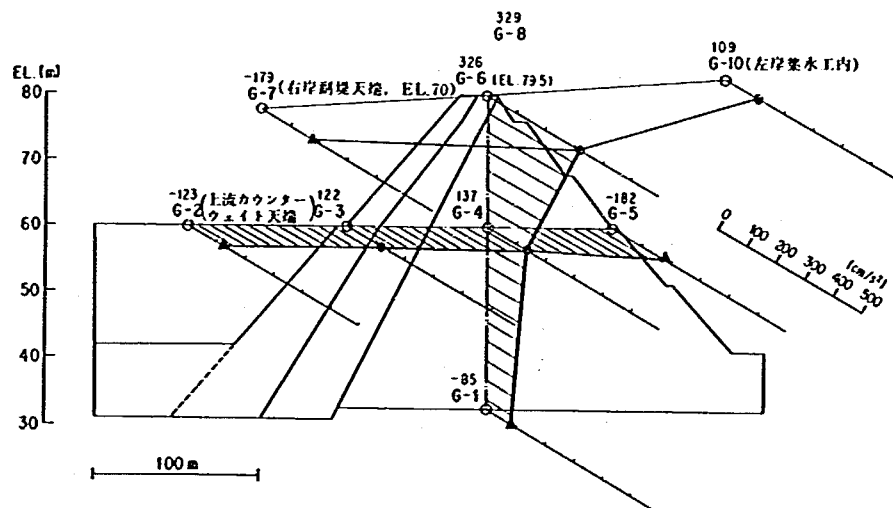
なお、前述した地震計G-2の x 、 y 成分を入れ換えることにしたのは変位オービットをプロットすることで観測点相互の地震動の相違が判断でき、視覚的に明確に入れ換えの妥当性が立証できたからである。



(a) $a_{x, \max}$ 分布

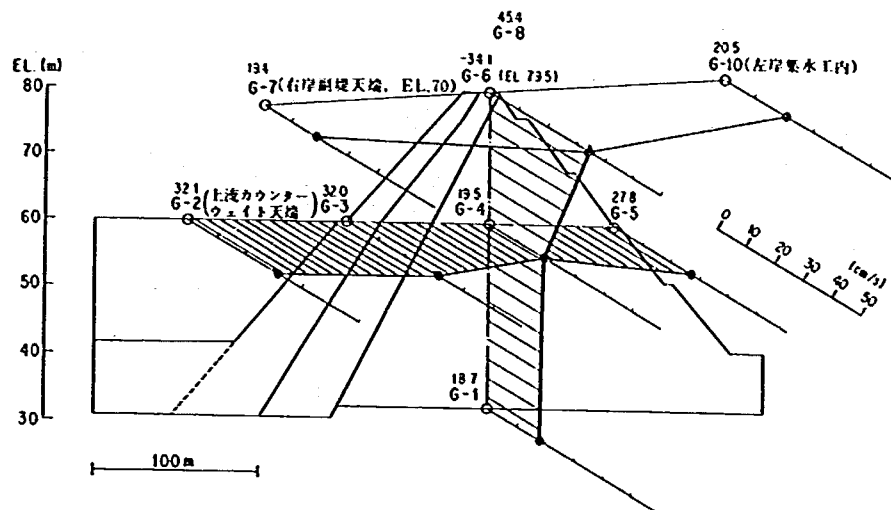


(b) $a_{y, \max}$ 分布

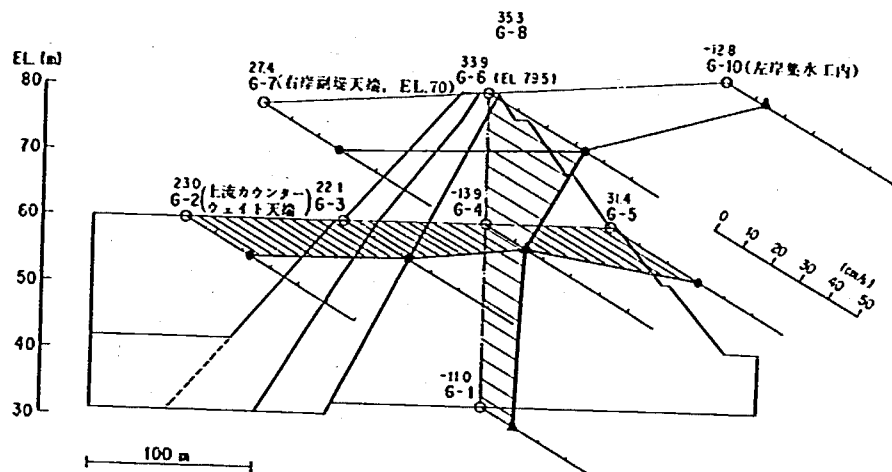


(c) $a_{z, \max}$ 分布

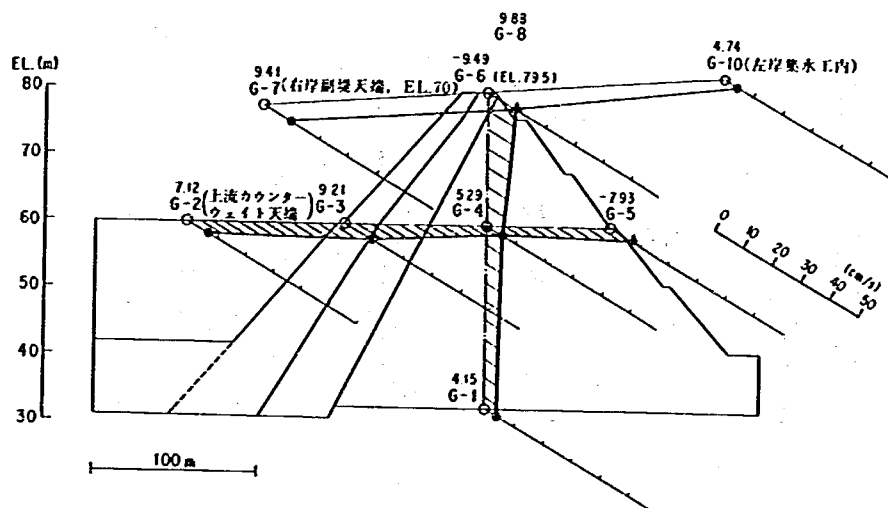
図-3.1 加速度最大値 $a_{\max}$ の分布 (単位: gal)



(a) $v_{x, \max}$ 分布

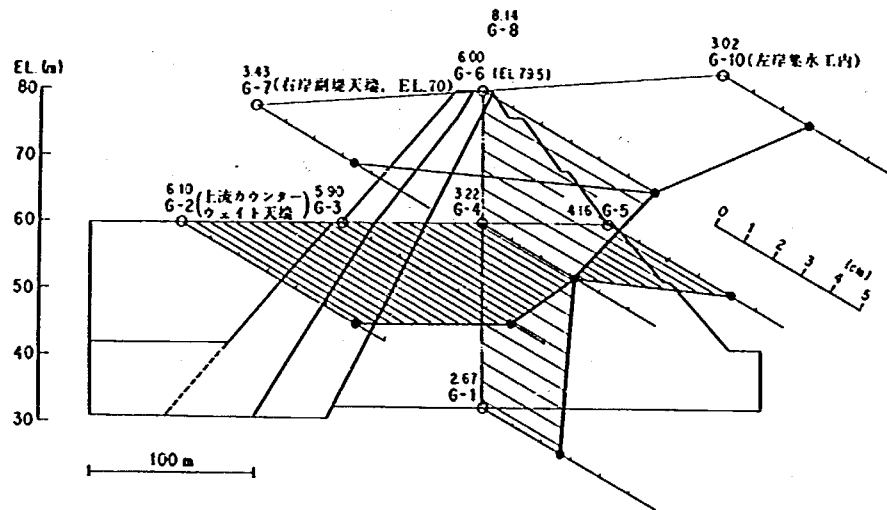


(b) $v_{y, \max}$ 分布

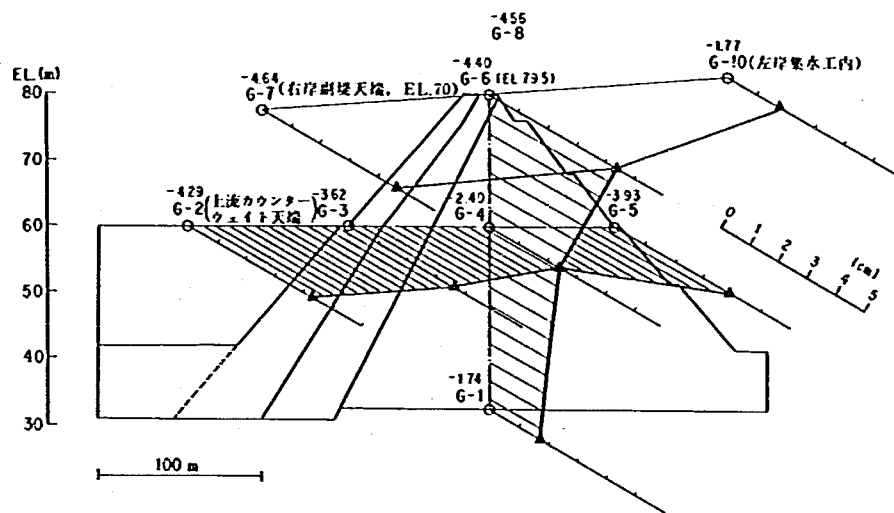


(c) $v_{s, \max}$ 分布

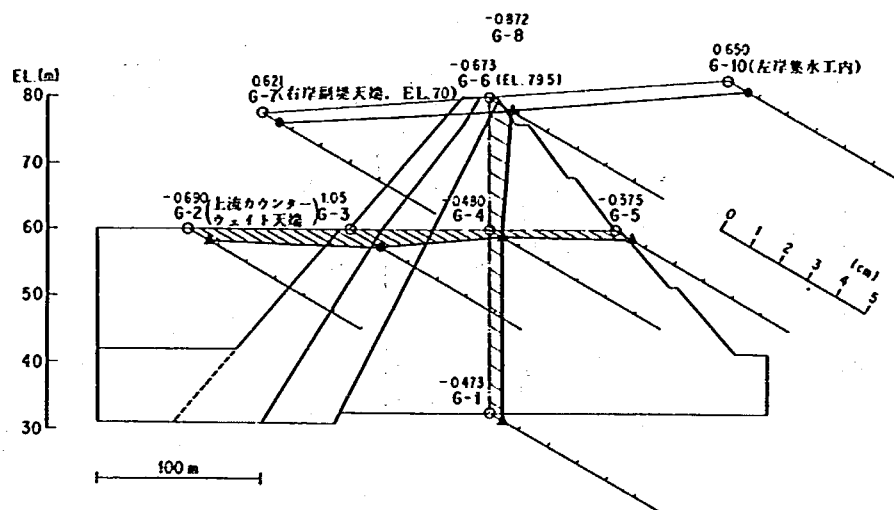
図-3.2 速度最大値 $v_{\max}$ の分布 (単位: cm/s)



(a) $d_{x, \max}$ 分布



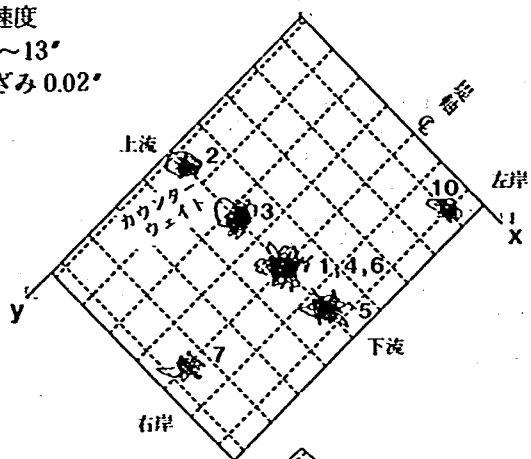
(b) $d_{y, \max}$ 分布



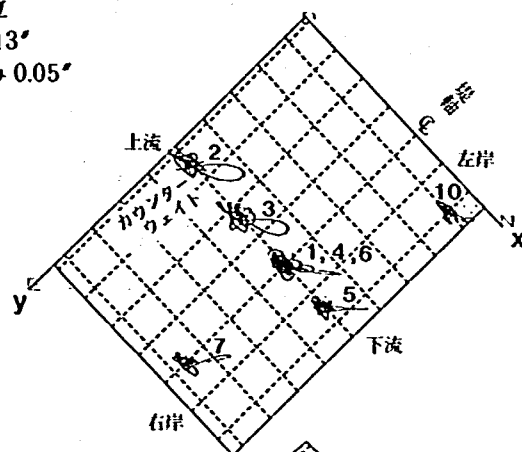
(c) $d_{z, \max}$ 分布

図-3.3 変位最大値 $d_{\max}$ の分布 (単位: cm)

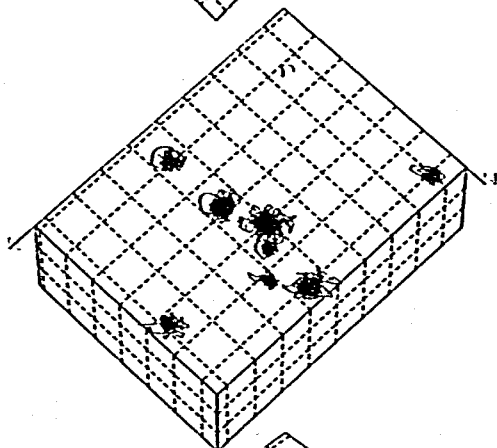
加速度
3'~13'
きざみ 0.02'



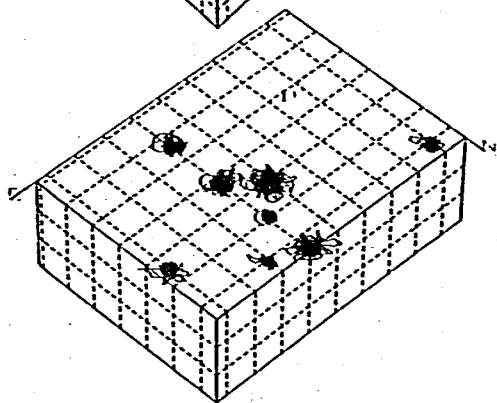
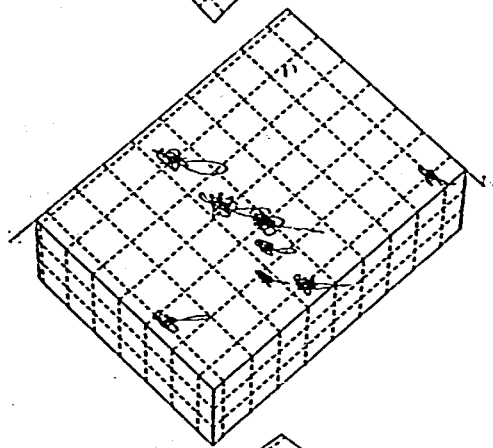
変位
3'~13'
きざみ 0.05'



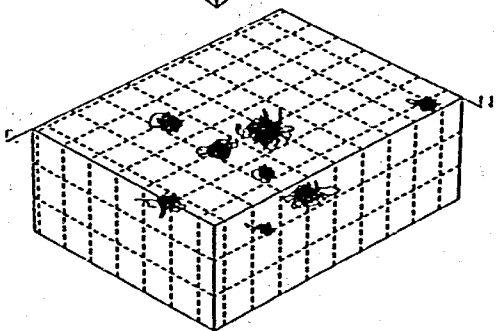
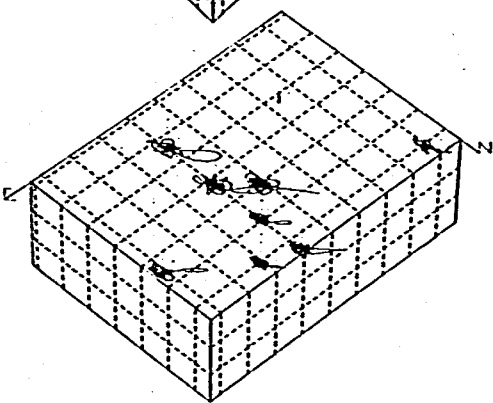
俯角 90°



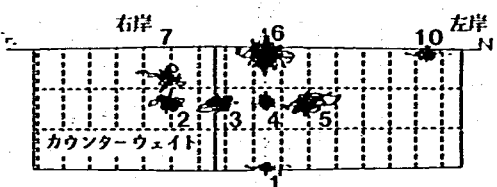
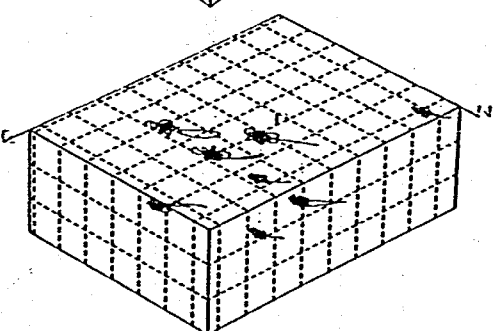
俯角 60°



俯角 45°



俯角 30°



俯角 0°

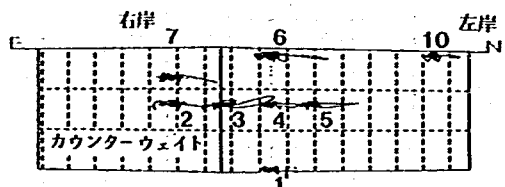


図-3.4 加速度および変位のオービット

観測点における変位オービット
(A) $x-y$ 面射影(水平面)
鉛直方向上から下を望む

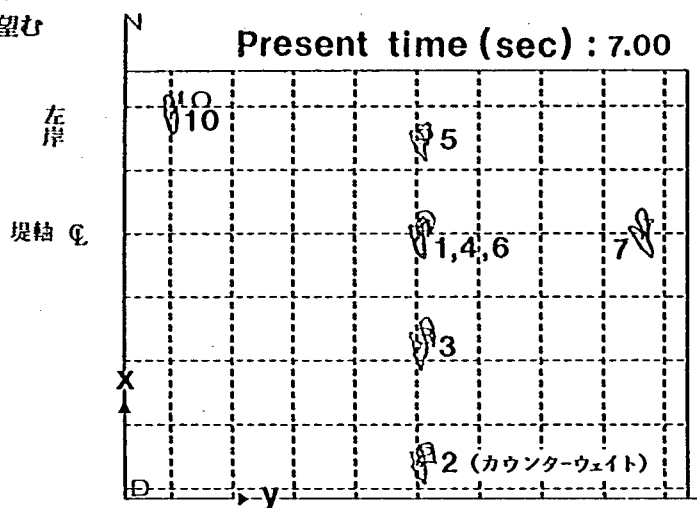
A-1

下流

最大振幅発生時刻

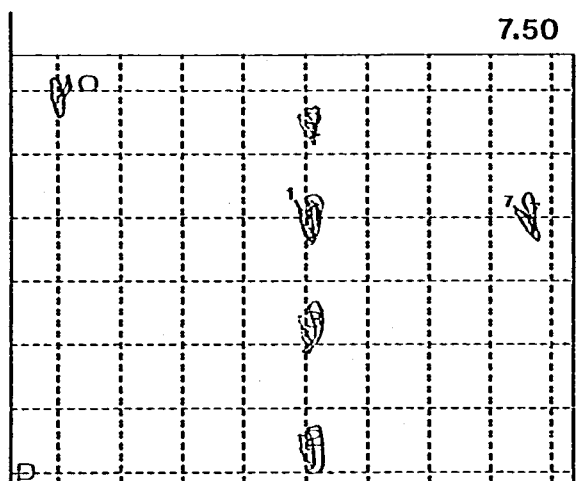
$x(N)$ $-y(W)$

G-1	7.56s	7.58s
G-2	7.79s	7.87s
G-3	7.72s	7.80s
G-4	7.66s	7.73s
G-5	7.70s	7.70s
G-6	7.80s	7.81s
G-7	7.64s	7.66s
G-10	7.83s	7.89s

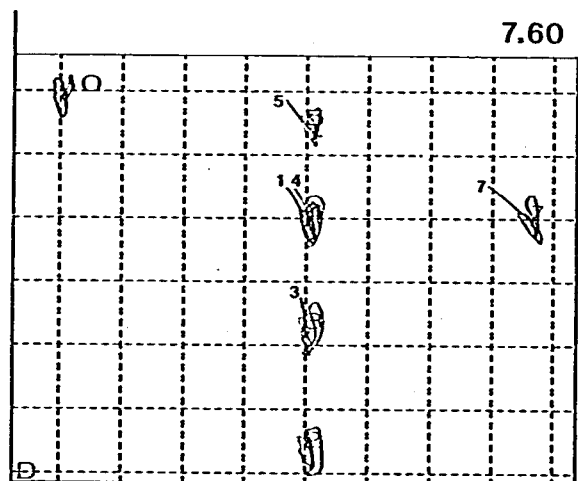


<注> 0秒~7.4秒では x (上下流)方向の地震動が卓越し、
7.5秒からは y (ダム軸)方向の地震動も加わり、半波
だけNW(下流の左岸)方向に最大振幅を有する大きな
変位オービット(7.4秒~8.4秒)をえがく。

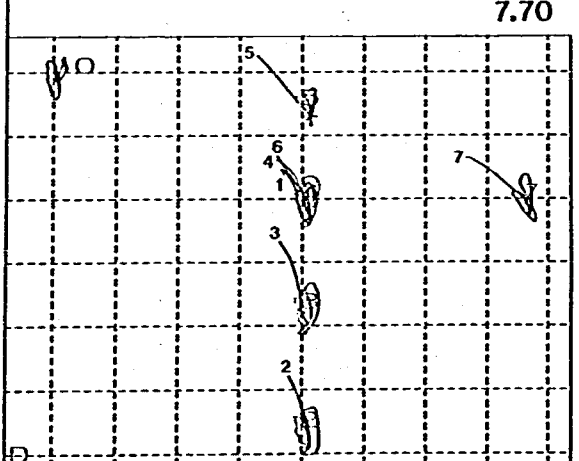
A-2



A-3



A-4



A-5

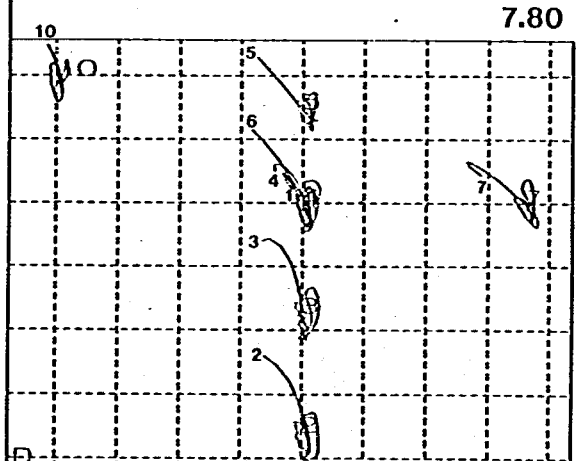
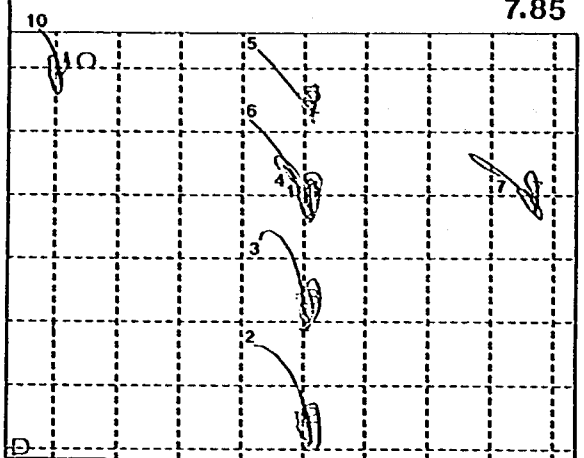


図-3.5(a)-1 観測点における変位のオービット

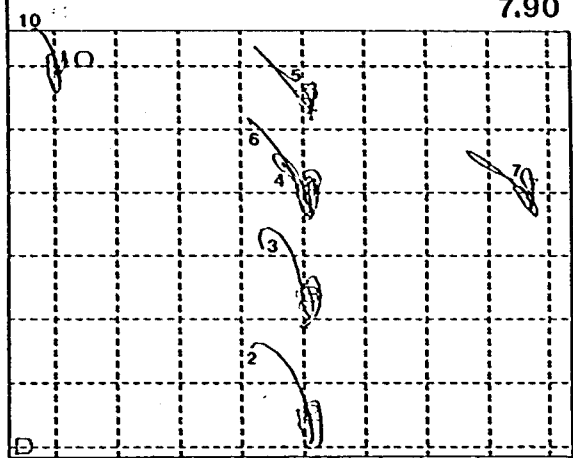
A-6

7.85



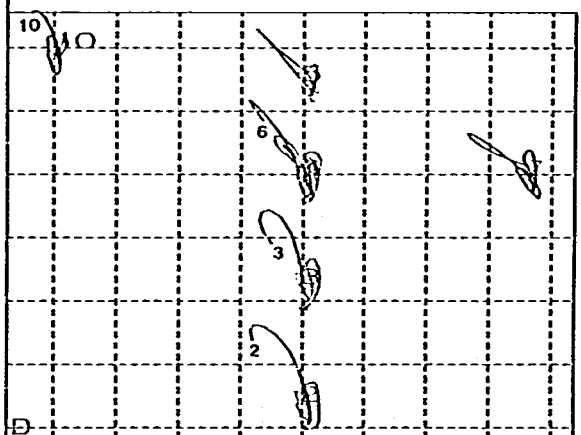
A-7

7.90



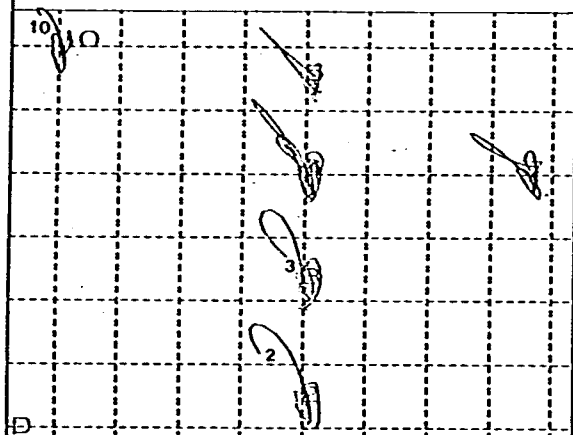
A-8

7.95



A-9

8.00



A-10

13.05

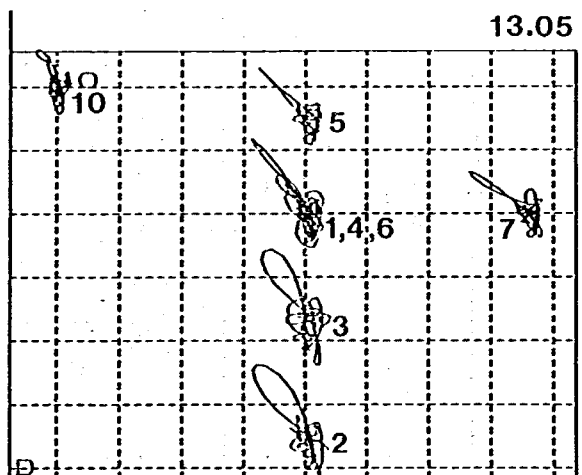


図-3.5(a)-2 観測点における変位のオービット

観測点における変位オービット
 (B) $y-z$ 面射影
 上流から下流を望む

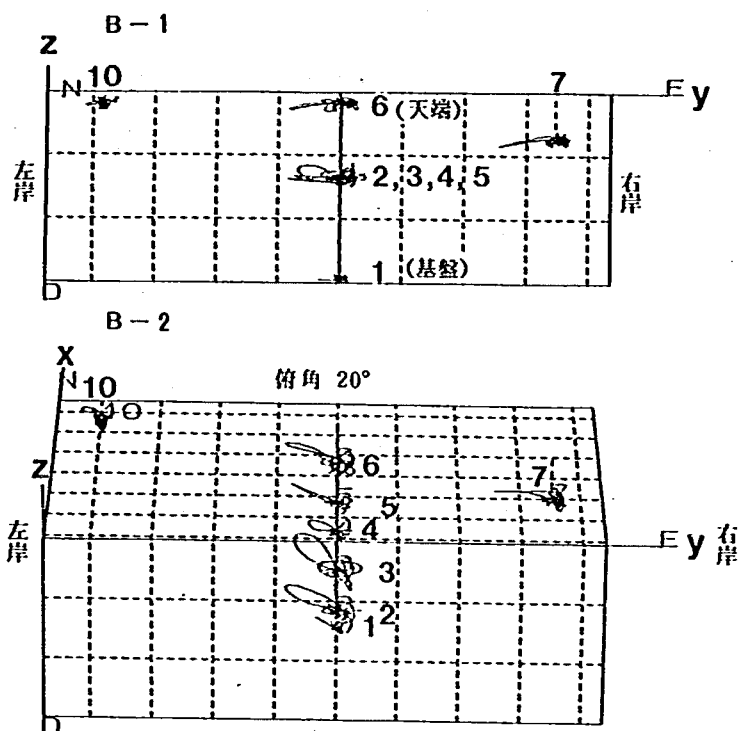


図-3.5(b) 観測点における変位のオービット

観測点における変位オービット
 (C) $x-z$ 面射影
 右岸から左岸を望む

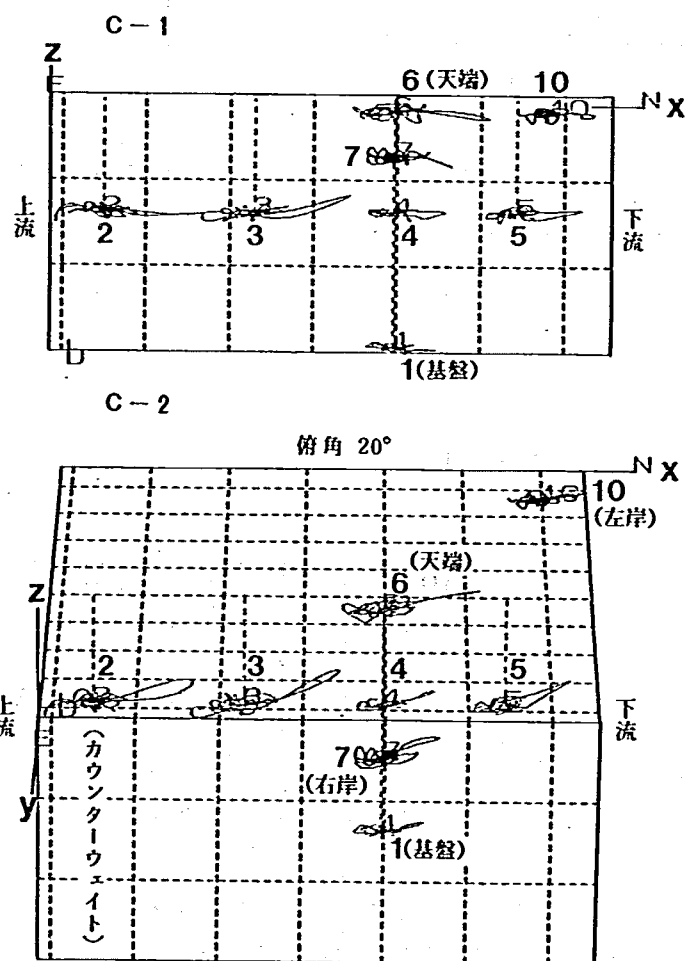


図-3.5(c) 観測点における変位のオービット

4. 堤体内の波動の伝播

長柄ダムにおいて観測された千葉県東方沖の地震による地震動について、9ヶ所の観測波形相互の波形解析を行う。鉛直方向に標高差のある2観測点における加速度、速度、変位の時刻歴波形を用いて、観測点間の地震動伝播の到達時刻差および周波数応答特性を求める。解体対象とする2観測点の組合せを図-4.1に示す。

4.1 観測点間の波動の到達時刻差

堤頂、堤体内、基盤内の観測網9ヶ所で得られた3方向加速度波形の計27成分を用いて、2観測点間相互の地震波の到達時刻差(タイムラグ)を次の2つの方法で求めてみた。

方法1: 全波形平均 …… 2観測点の加速度時刻歴波形の相互相関をとり、これから求まるピークを示すタイムラグを2観測点間の伝播時間とする方法^{*1)}であり、0~20秒間の時刻歴波形を対象に3方向成分についてそれぞれ求めた。

方法2: 最大振幅波形(図-4.2参照) …… x (上下流方向)、 y (ダム軸方向)成分の加速度時刻歴波形の中で、同一位相の地震動である最大振幅を示す半波(例えば図-4.2に示すG-1の a_x の時刻歴波形における7.44~7.67秒の波)をとり出す。2観測点間相互のタイムラグを、この半波の立上りのゼロクロス時刻、ピーク時刻、ゼロクロス時刻からそれぞれ3つの時刻差として求めた。ただし、 z (鉛直方向)成分については最大振幅波形の判別がむずかしいため、求めていない。

方法1について、まず、算出した相互相関係数を示せば、図-4.3のようであり、観測点相互の位置関係からその伝播時間を考えると妥当性のあるタイムラグである。なお、後述の伝達関数の位相スペクトルによって、その位相差の勾配から求まるタイムラグ^{*2)}を同図の()内に示したが、両者のタイムラグはほぼ一致していることがわかる。

方法2について、加速度時刻歴波形の最大振幅波のタイムラグを求めて示せば図-4.4のようであり、同様に変位時刻歴波形からも求めて示せば図-4.5のようである。

以上の結果を比較すると、方法1および方法2のそれぞれから求めた観測点間のタイムラグは概略同程度の値となっており、大差はなかった。しかし、方法2における最大振幅波の初めのゼロクロス点で求めたタイムラグは相対的に妥当な値を示しているが、終りのゼロクロス点で求めたタイムラグは負値になるところもあり、波形の乱れ(反射波の影響など)のため、タイムラグを算出するには不適切と考えられる。そこで方法2では最大振幅波の初めの立上りゼロクロス点を対象にして算出したタイムラグを採用することにする。

4.2 観測記録の周波数応答特性

堤頂、堤体内、基盤内の観測点9ヶ所で得られた3方向加速度波形の計27成分を用いて、観測点間相互

の伝達関数（周波数応答関数）を求め、堤体内の地震動伝播における卓越振動数を求める。ここで、2観測点間の伝達関数は地震動の伝播方向に2観測点の加速度記録をそれぞれ入力、出力波形と考えて、入出力波形の各パワースペクトルの比の平方根をもって算出している。原則として入力波形には堤体中央部基盤のG-1の観測波形を用いる。G-1波形を基盤部波形とした堤体内の地震動伝播特性を求めたことになる。一方、入力波形と出力波形が共通して持っている卓越振動数（入射地震波そのものの特性を含む）と対比するために、同様に基盤G-1波形と各観測点波形とのクロススペクトルについても求めた。加速度波形 a_x, a_y, a_z のそれぞれについての伝達関数を図-4.6に、クロススペクトルを図-4.7に示す。

*1) 方法1の説明

地震動の伝播時間、伝播速度の算出（2観測点の相互相関による位相遅れから求める方法）について
地震動の伝播方向に沿って得られた2つの観測点の波形記録から、伝播直交方向2成分および伝播方向成分の計3成分それぞれについて相互相関関数を算出する。2観測点間で、ある位相遅れを与えたとき、相互相関関数は最も大きな値になる。この位相遅れを与える時刻差（タイム・ラグ）は、2観測点間を地震動が伝播するに要した時間と考えることができることから、2観測点の距離をこの値（タイム・ラグ）で除することによって地震動の伝播速度を求めることができる。したがって、地震動の伝播速度を v とすると、

$$v = H / \tau_m$$

で求められる。ここで、 H は2観測点間の伝播方向距離（伝播方向への投影距離）であり、 τ_m は次式において相互相関係数 $R_{ij}(\tau)$ が最大値をとるときの時刻差 τ の値（位相遅れ）である。

$$R_{ij}(\tau) = \frac{\int_0^T a_i(t) \cdot a_j(t+\tau) dt}{\sqrt{\int_0^T a_i^2(t) dt \cdot \int_0^T a_j^2(t) dt}}$$

ここに、 $a_i(t), a_j(t)$ は2観測点 i, j で得られた同一成分の時刻歴波形記録であり、 T は対象地震動の継続時間である。

次にダム堤体内の地震動伝播速度について上下流方向、ダム軸方向および鉛直方向をそれぞれ x, y, z 方向としてせん断波速度、縦波速度として求めてみる。ダム堤体内へは地震動がほとんど鉛直下方から上方に向かって伝播すると考えられることから、標高差のある鉛直方向2観測点の波形記録から2点間の媒質の地震動伝播速度が次式のようにして求められる。

せん断波速度（ x, y 成分波から）

$$v_{s,x} = H / \tau_{m,x}$$

$$v_{s,y} = H / \tau_{m,y}$$

縦波速度（ z 成分波から）

$$v_{p,z} = H / \tau_{m,z}$$

*2) 位相差を ϕ 、時刻差（タイムラグ）を τ とすると $\phi/2\pi = \tau/T$ （ここに、 T ：周期）の関係から、 $\tau = (\phi/2\pi)T = \phi/2\pi f$ （ここに f ：振動数）としてタイムラグが求まる。

この検討から得られる伝達関数の卓越振動数の特性は次のようであった。

- (1) 加速度 a_x (上下流方向), a_y (ダム軸方向), a_z (鉛直方向) の伝達関数を比べると, 水平方向地震動である a_x, a_y については特に顕著な増幅のピークを示す振動数は認められず, 全体として, その応答倍率が低い。一方, 鉛直方向地震動である a_z については 2.7 ~ 3.0 Hz 付近の振動数の応答倍率が高く, 大きく増幅されている。
- (2) 伝達関数の増幅倍率が 5 倍以上で 5 Hz 以下の低周波領域の卓越振動数について, 加速度 a_x, a_y, a_z の各成分波ごとに列挙すると, 図 - 4.8 のようである。ただし, () 内に示す振動数は増幅倍率が 5 倍未満のものである。
- (3) 観測点 G - 2, G - 3, G - 5 に対する伝達関数の基盤入力波形として各観測点の直下ではなく, 中央部の G - 1 を用いている。このため, 厳密な意味では地震動の伝播方向と考えられる直下の該当媒質の周波数応答特性を表わしていないことも考えられる。

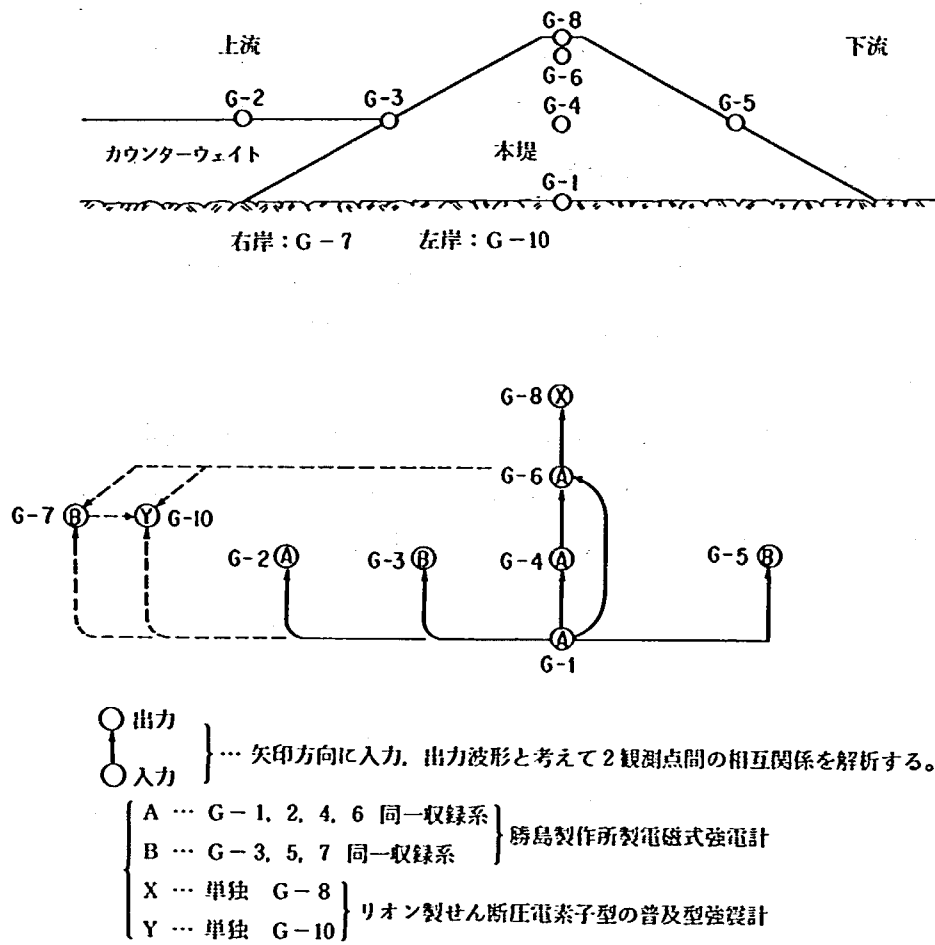


図-4.1 解析対象とする2観測点の組合せ

a_x (Acc. Tr.)

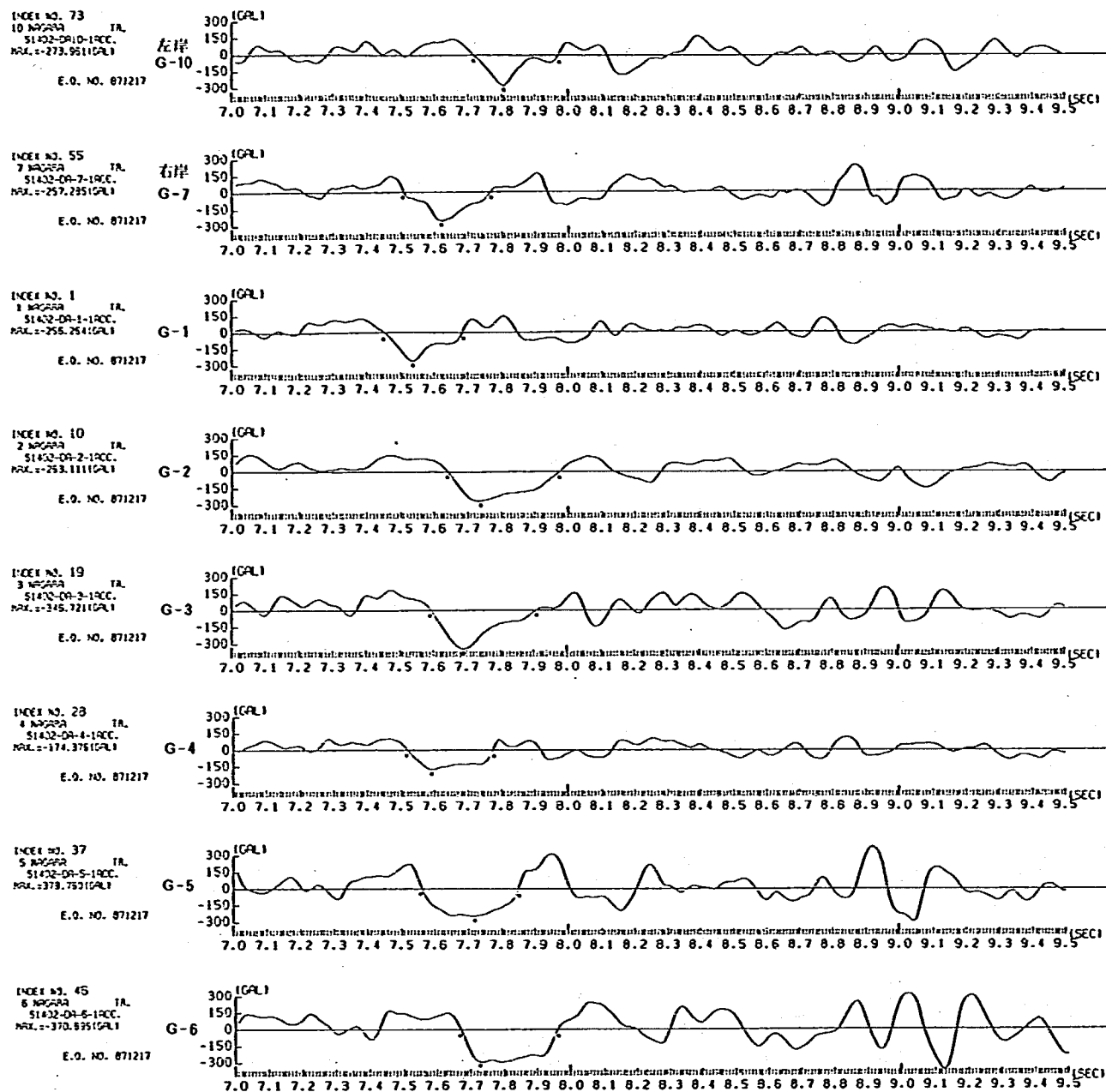


図-4.2 主要部分の時刻歴波形(a)加速度(1)

a_y (Acc. Lg.)

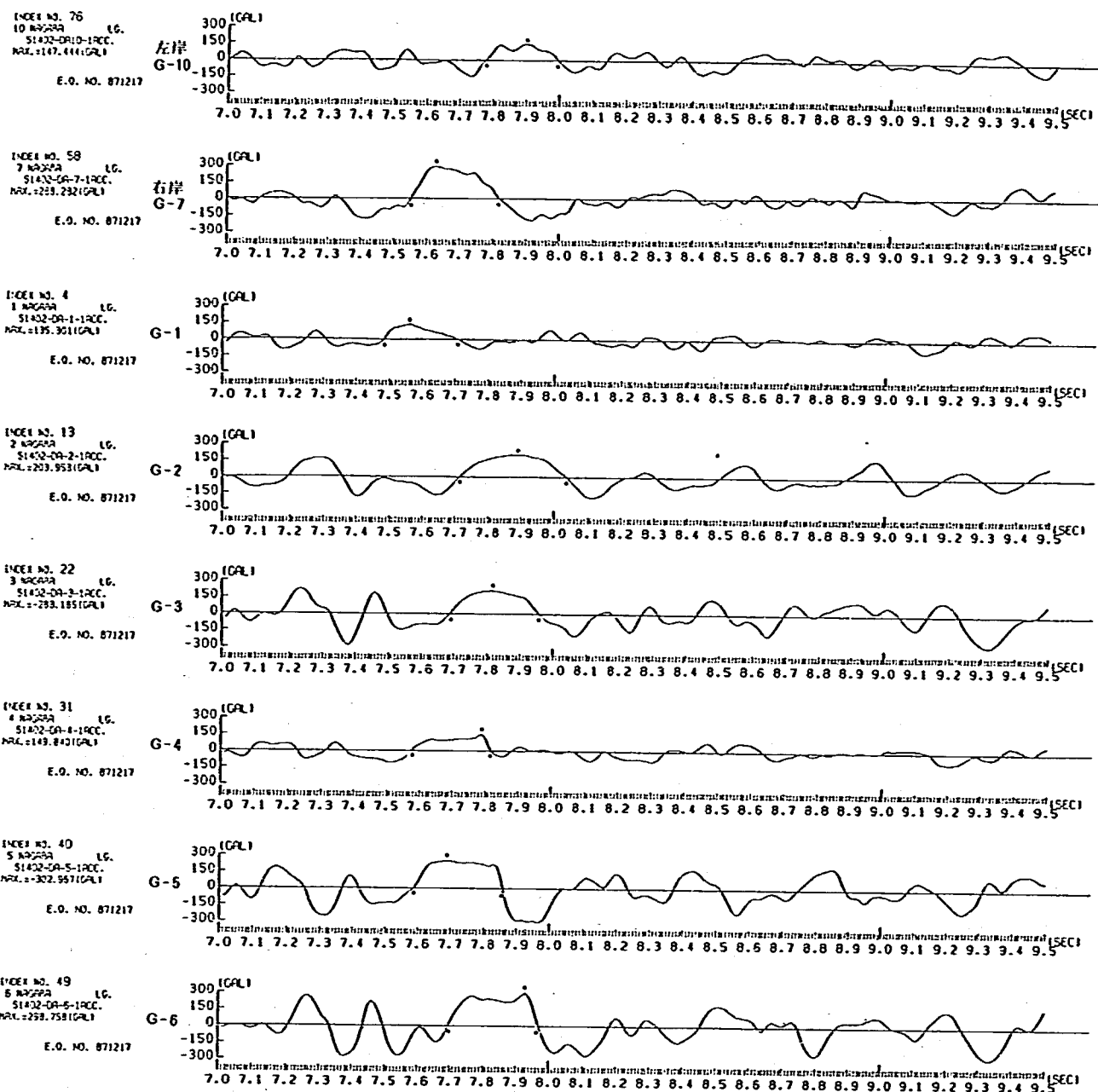
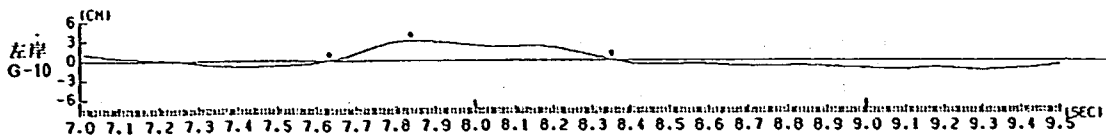


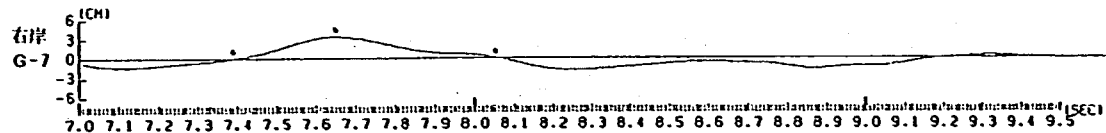
図-4.2 主要部分の時刻歴波形(a)加速度(2)

d_x (Disp. Tr.)

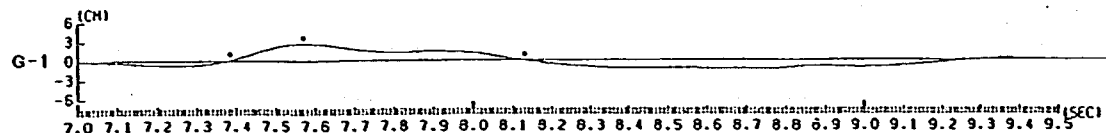
INDEX NO. 75
10 NAGARA
S1402-0A-1015P
MAX. = 3.015 (CM)
E.O. NO. 871217



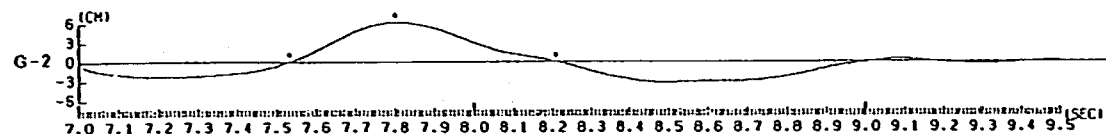
INDEX NO. 57
7 NAGARA
S1402-0A-7-1015P
MAX. = 3.427 (CM)
E.O. NO. 871217



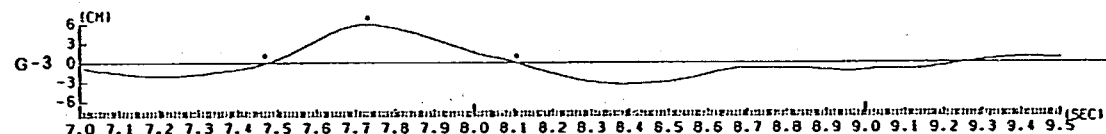
INDEX NO. 3
1 NAGARA
S1402-0A-1-1015P
MAX. = 2.671 (CM)
E.O. NO. 871217



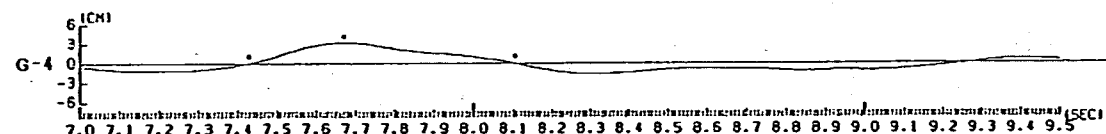
INDEX NO. 12
2 NAGARA
S1402-0A-2-1015P
MAX. = 5.099 (CM)
E.O. NO. 871217



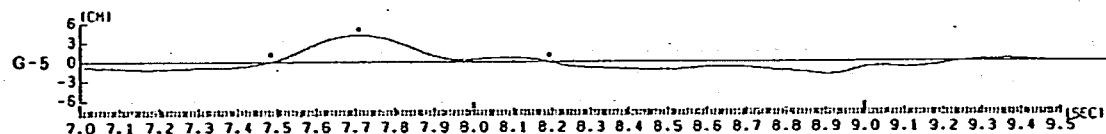
INDEX NO. 21
3 NAGARA
S1402-0A-3-1015P
MAX. = 5.836 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 30
4 NAGARA
S1402-0A-4-1015P
MAX. = 3.222 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 39
5 NAGARA
S1402-0A-5-1015P
MAX. = 4.158 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 48
6 NAGARA
S1402-0A-6-1015P
MAX. = 5.937 (CM)
E.O. NO. 871217

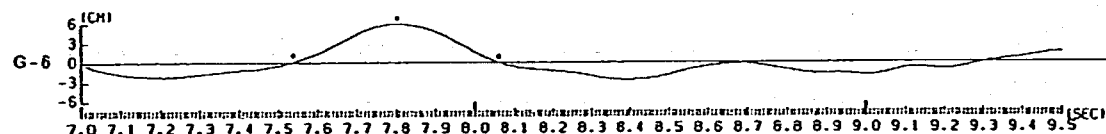
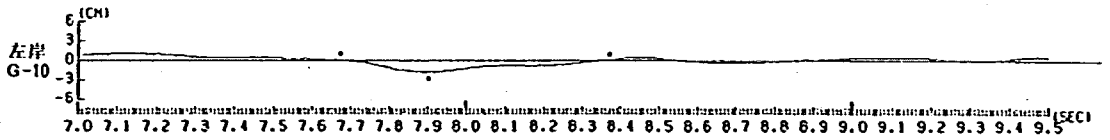


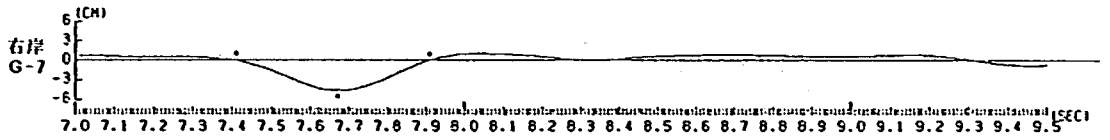
図-4.2 主要部分の時刻歴波形(b)変位(1)

d_y (Disp. Lg.)

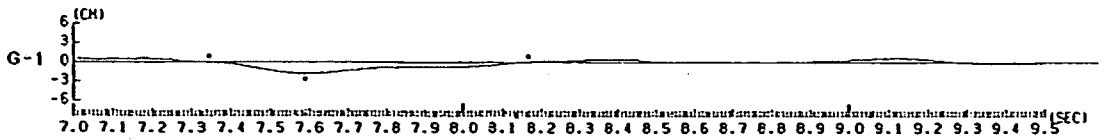
INDEX NO. 78
10 800000 LG.
S1402-0A-1015P
MRL = -1.753 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 60
7 800000 LG.
S1402-0A-7-1015P
MRL = -4.638 (CM)
E.O. NO. 871217



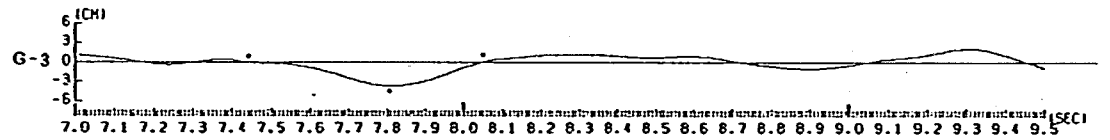
INDEX NO. 6
1 800000 LG.
S1402-0A-1-1015P
MRL = -1.735 (CM)
E.O. NO. 871217



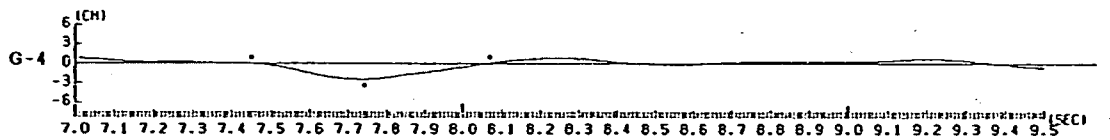
INDEX NO. 15
2 800000 LG.
S1402-0A-2-1015P
MRL = -4.285 (CM)
E.O. NO. 871217



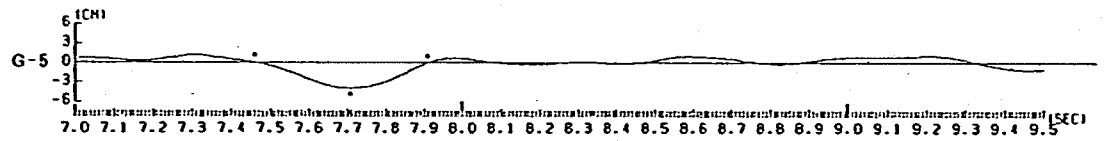
INDEX NO. 24
3 800000 LG.
S1402-0A-3-1015P
MRL = -3.624 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 33
4 800000 LG.
S1402-0A-4-1015P
MRL = -2.473 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 42
5 800000 LG.
S1402-0A-5-1015P
MRL = -3.931 (CM)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 51
6 800000 LG.
S1402-0A-6-1015P
MRL = -4.473 (CM)
E.O. NO. 871217

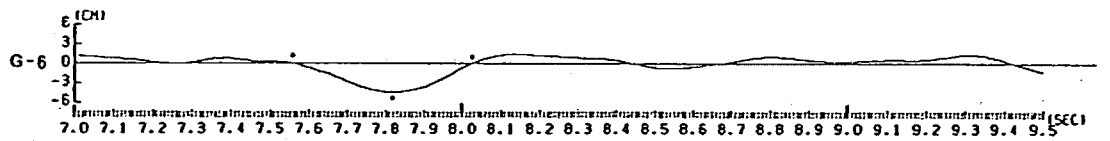
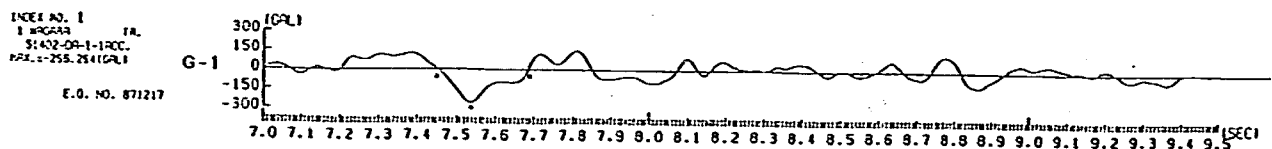
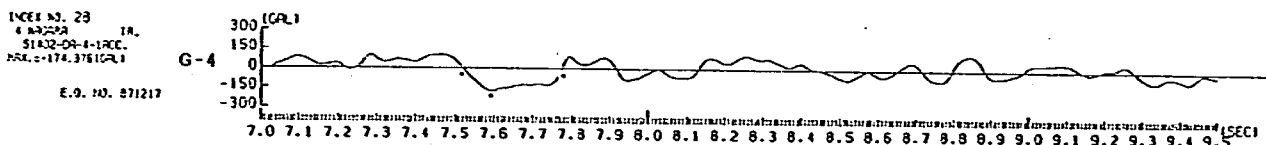
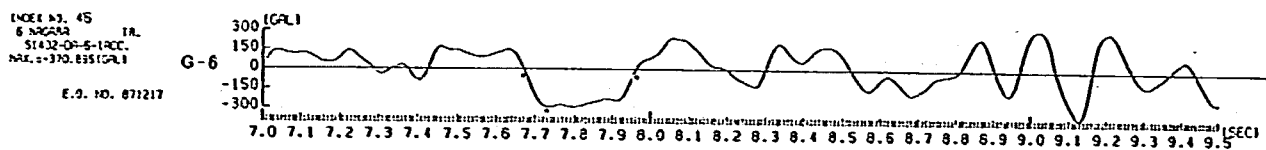
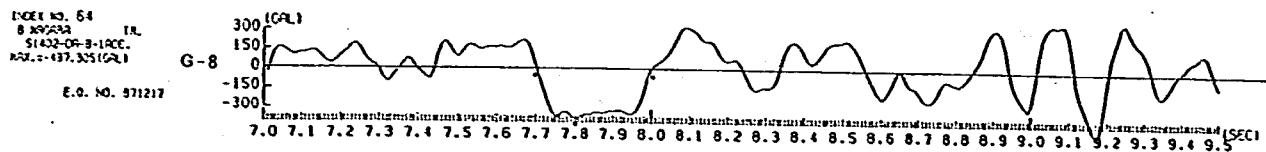


図-4.2 主要部分の時刻歴波形(b)変位(2)

a_x (Acc. Tr.)



d_x (Disp. Tr.)

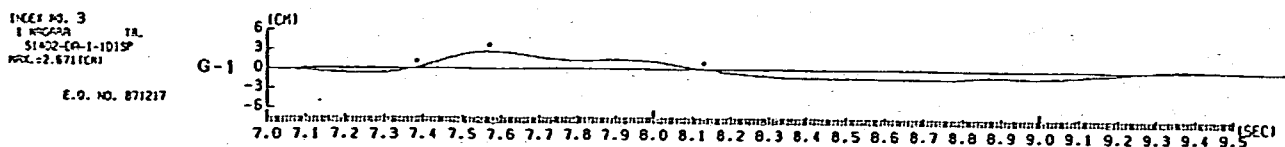
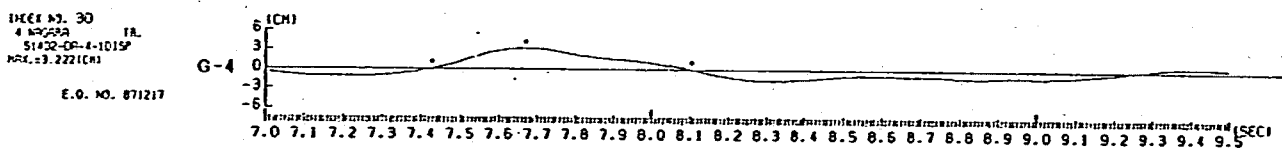
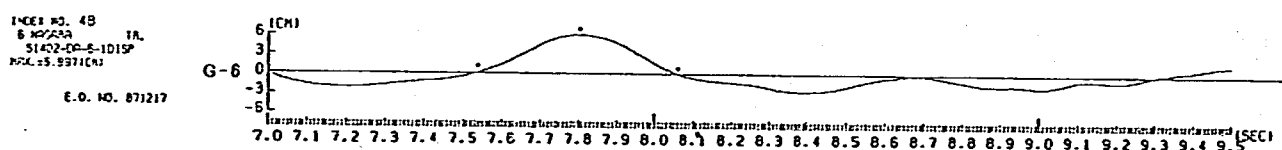
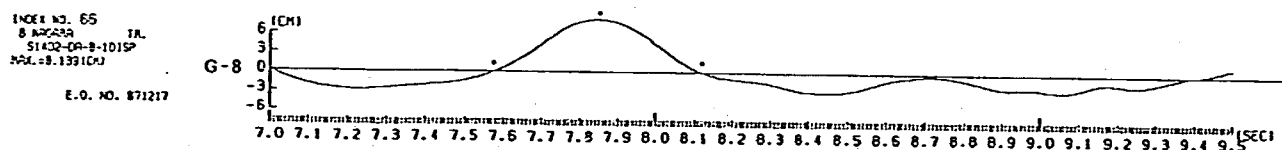
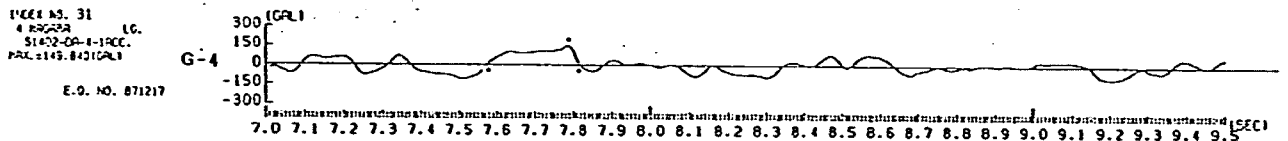
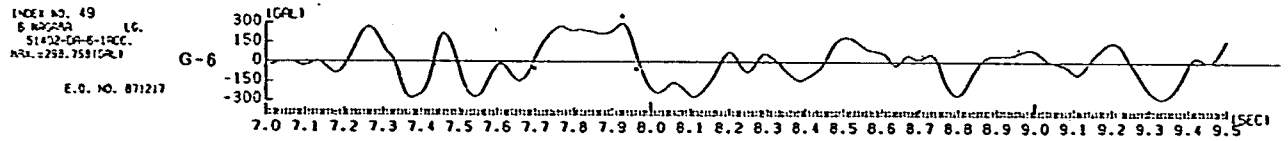
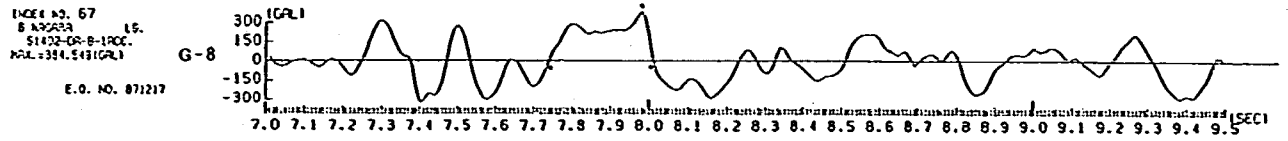


図-4.2の参考図(配列換えしたもの)(1)

a_y (Acc. Lg.)



d_y (Disp. Lg.)

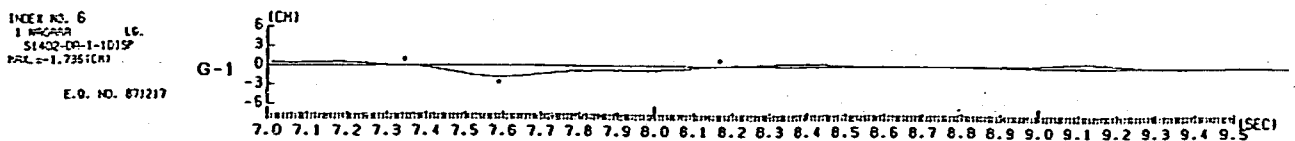
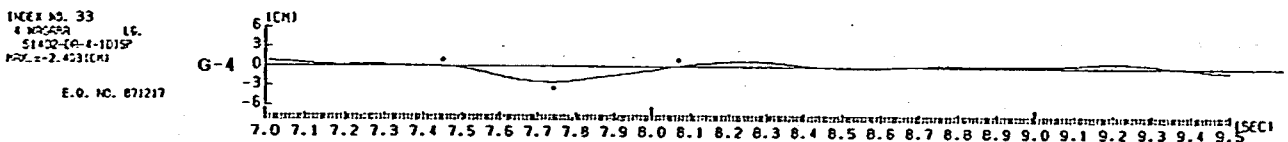
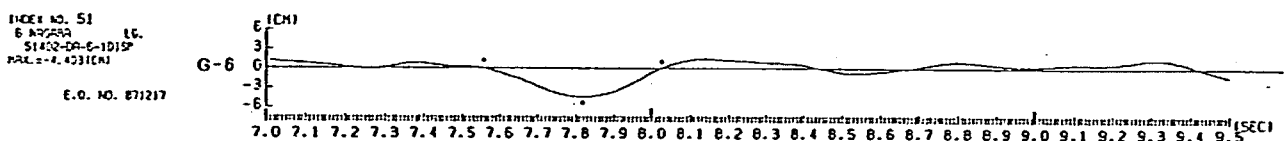
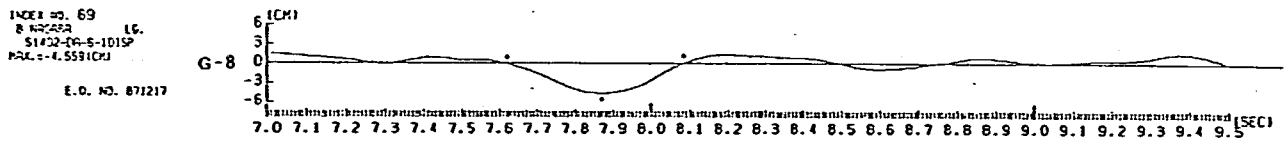
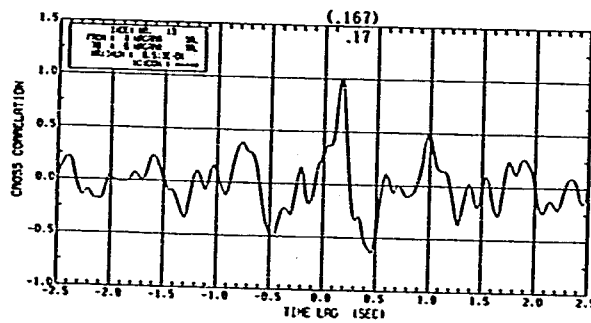
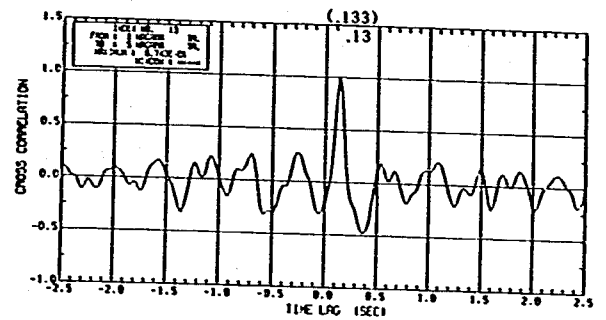


図-4.2の参考図(配列換えしたもの)(2)

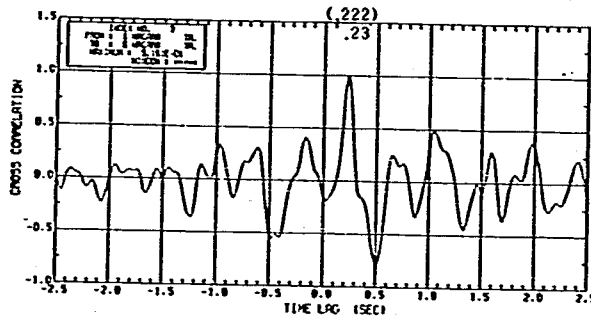
G-4 → G-6



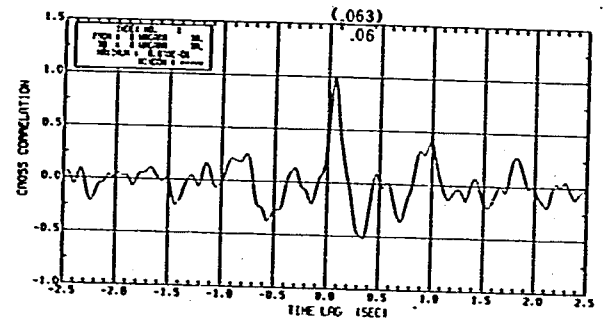
G-1 → G-5



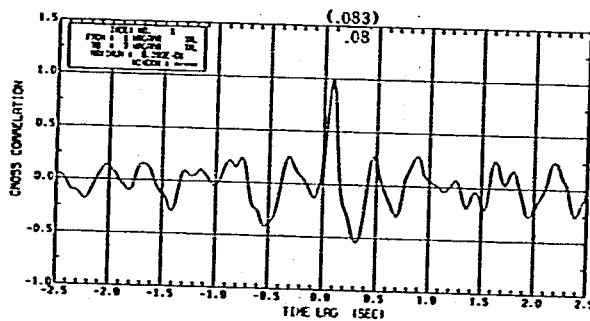
G-1 → G-6



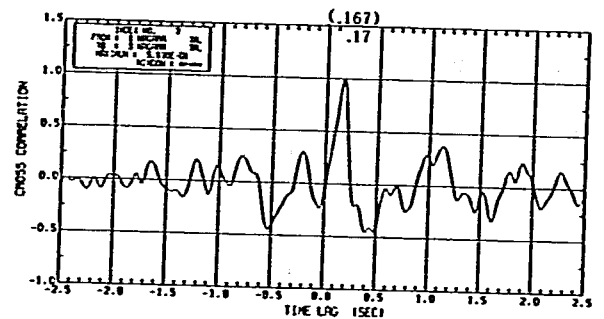
G-1 → G-4



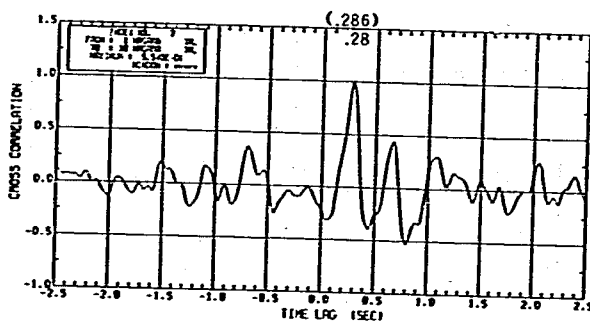
G-1 → G-7



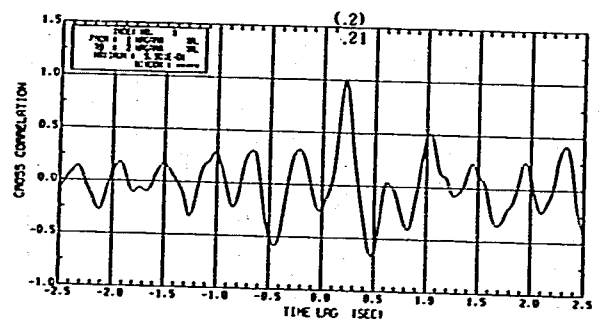
G-1 → G-3



G-1 → G-10



G-1 → G-2

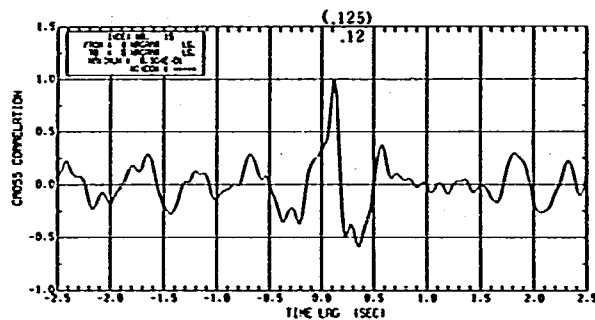


()内の数値は伝達関数(あるいはクロススペクトル)の位相スペクトルから求めたタイム・ラグを示す。
位相差と時刻差

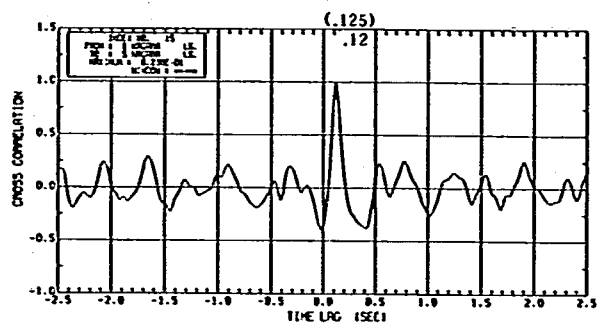
$$\left(\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\tau}{T} \right) \text{ の関係から } \tau = \frac{\phi}{2\pi} T = \frac{\phi}{2\pi f}$$

図-4.3 相互相関係数(a)上下流方向 a_x

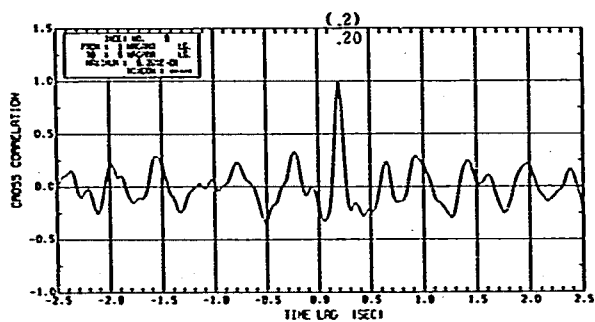
G-4 → G-6



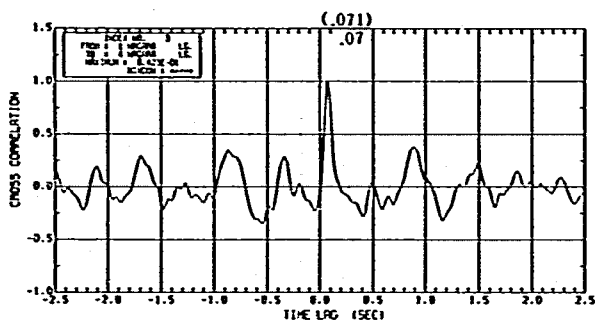
G-1 → G-5



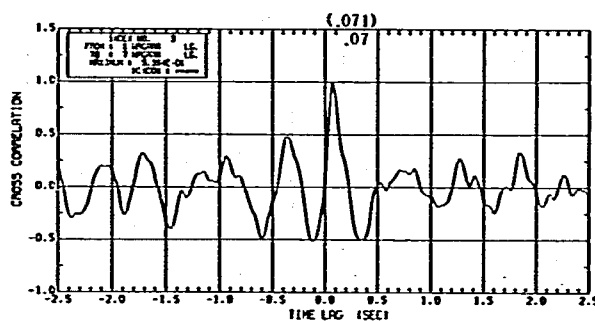
G-1 → G-6



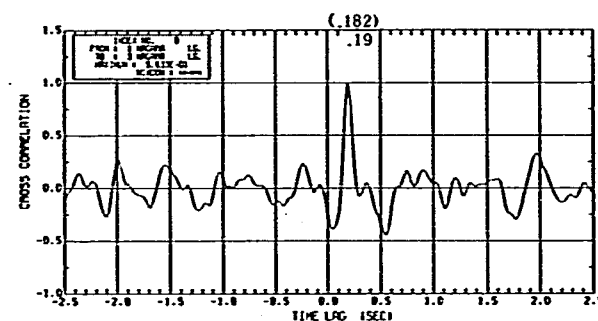
G-1 → G-4



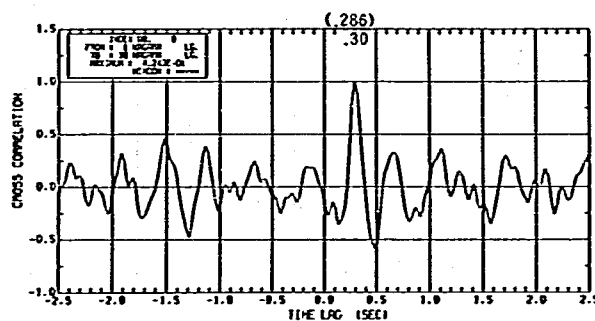
G-1 → G-7



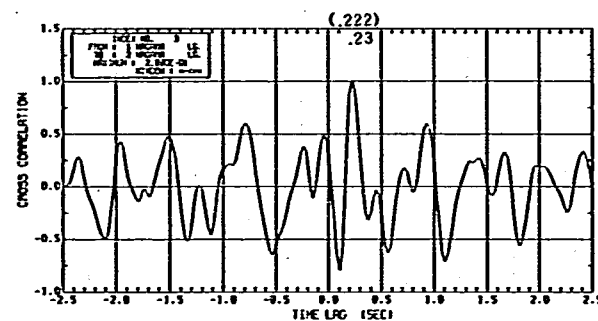
G-1 → G-3



G-1 → G-10



G-1 → G-2



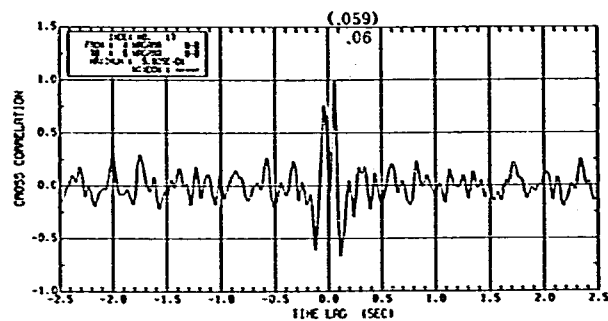
()内の数値は伝達関数(あるいはクロススペクトル)の位相スペクトルから求めたタイム・ラグを示す。

位相差と時刻差

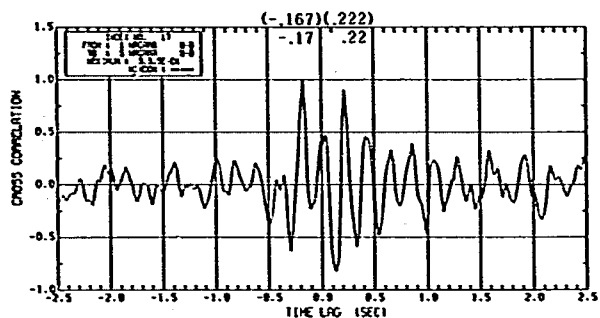
$$\left(\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\tau}{T} \right) \text{ の関係から } \tau = \frac{\phi}{2\pi} T = \frac{\phi}{2\pi f}$$

図-4.3 相互相関係数(b)堤軸方向 a_y

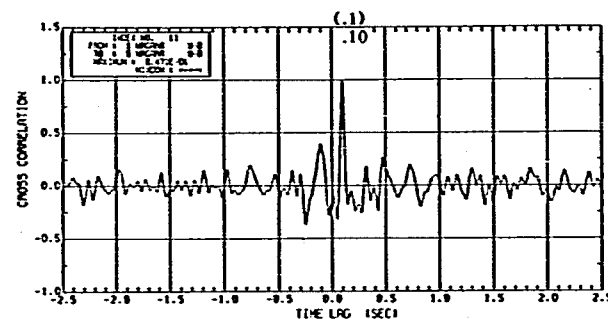
G-4 → G-6



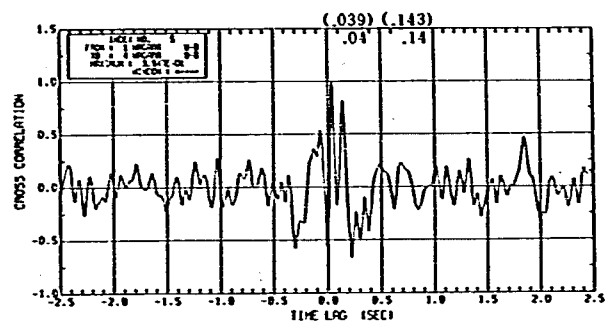
G-1 → G-5



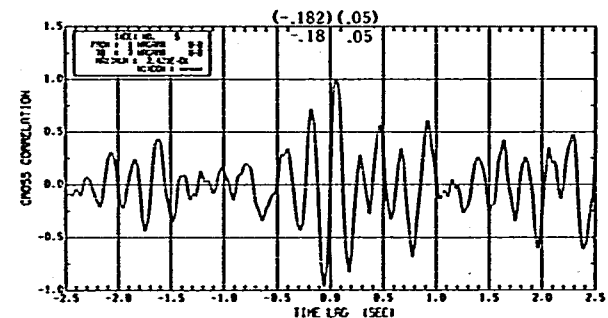
G-1 → G-6



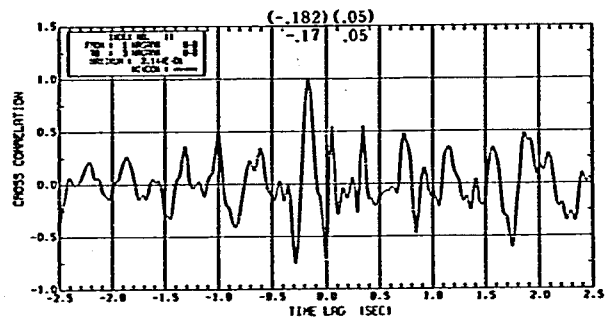
G-1 → G-4



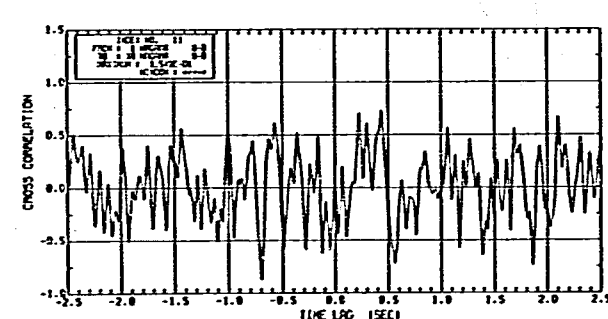
G-1 → G-7



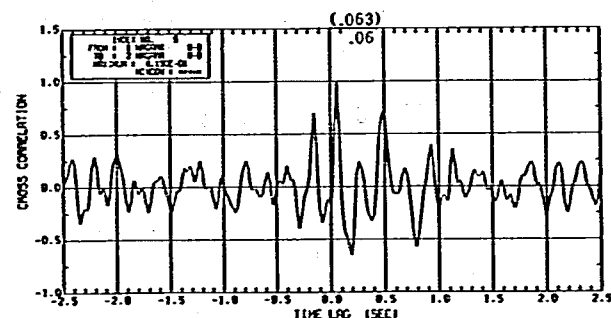
G-1 → G-3



G-1 → G-10



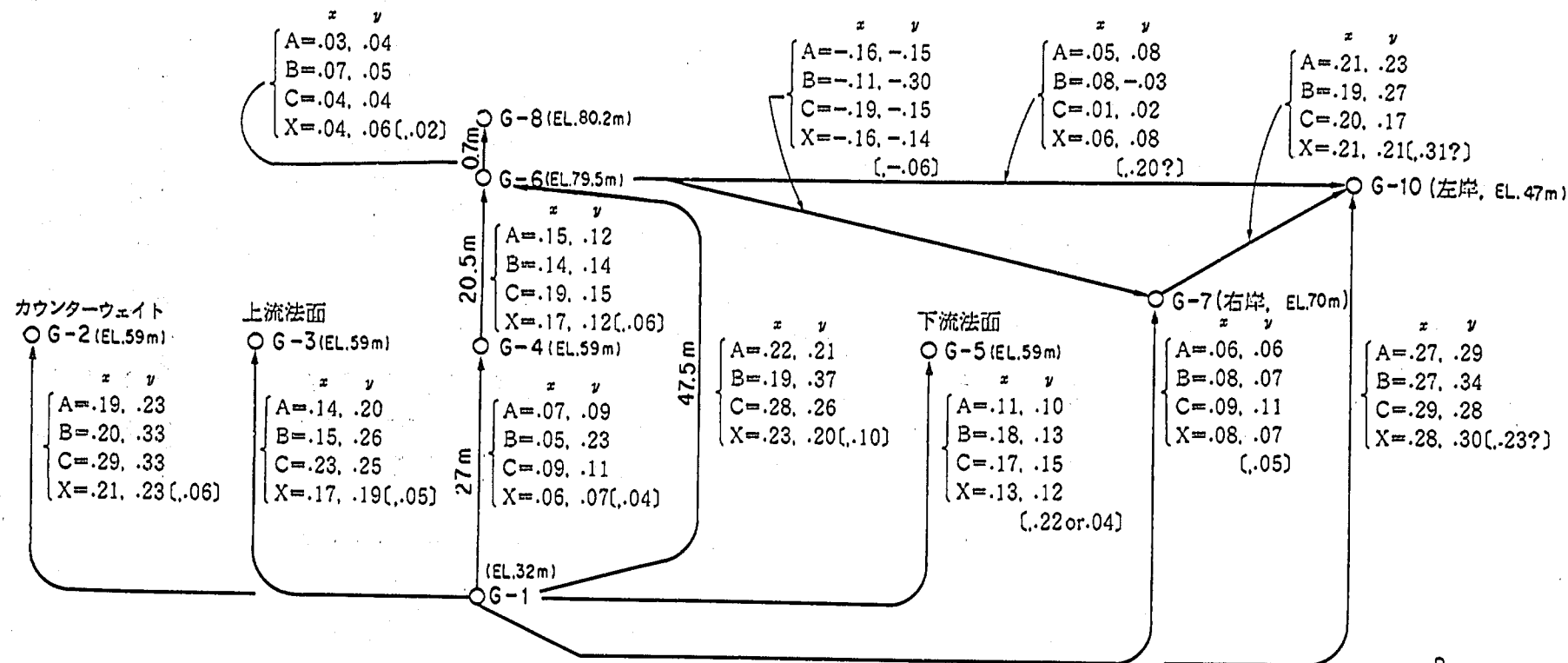
G-1 → G-2



()内の数値は伝達関数(あるいはクロススペクトル)の位相スペクトルから求めたタイム・ラグを示す。
位相差と時刻差

$$\left(\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\tau}{T} \right) \text{ の関係から } \tau = \frac{\phi}{2\pi} T = \frac{\phi}{2\pi f}$$

図-4.3 相互相関係数(c)鉛直方向 a_z



- 注1 A, B, C … 加速度波形の最大振幅の半波についてゼロクロス、ピーク、ゼロクロス
の到達時刻差
- 注2 X …… 2 測点間の相互相関から求めたタイム・ラグ (すなわち、全波形平均)
- 注3 数. 12 …… 0.12 秒のタイム・ラグを意味し、負値は矢印方向と逆方向に到達したこ
とを意味する。
- 注4 [] 内 …… 参考…鉛直 (U-D) 方向の相互相関から求めたタイム・ラグ

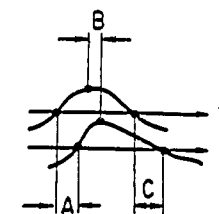


図-4.4 加速度の上下流, ダム軸方向成分 a_x, a_y から求めた
各測点間の伝播時間 (到達時刻差) τ (単位 sec.)

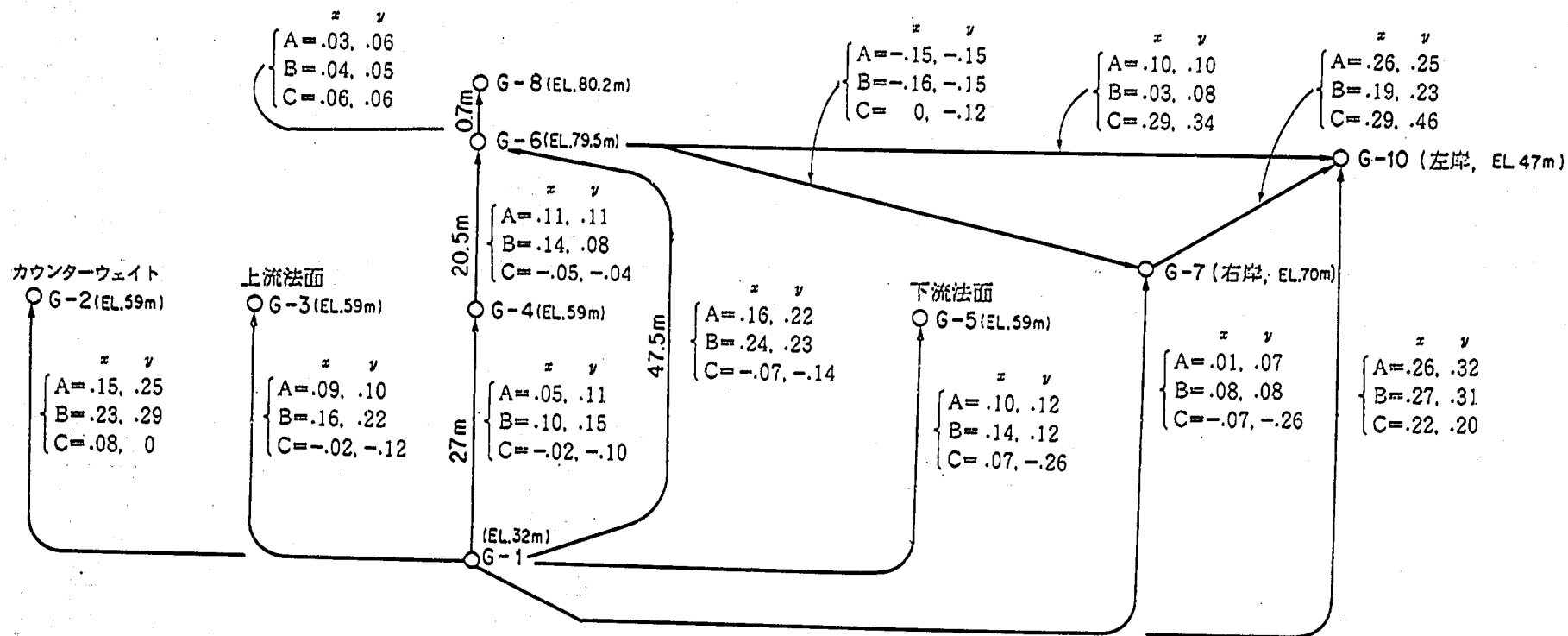
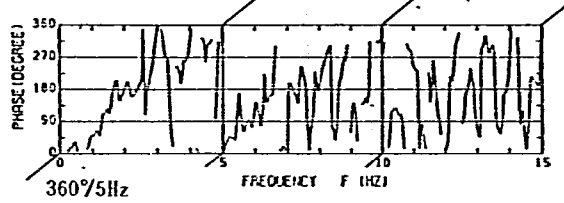
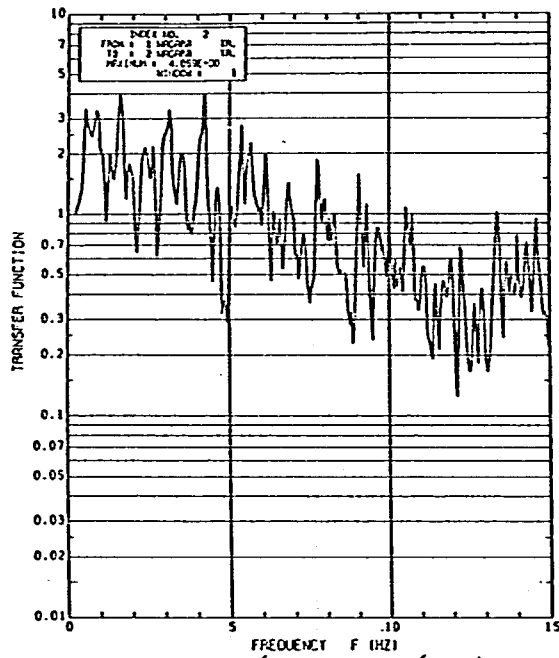
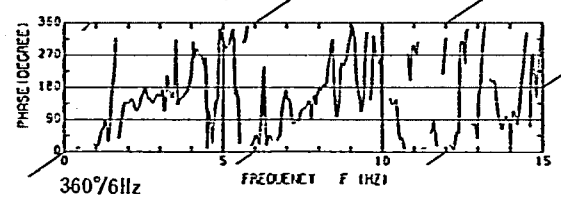
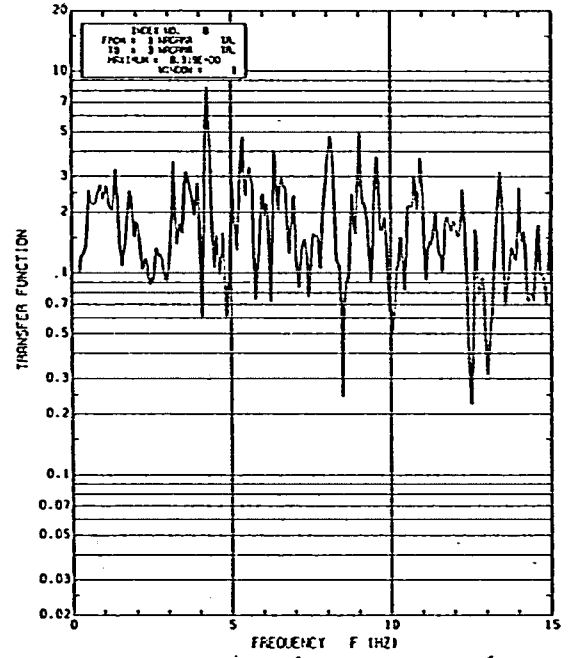


図-4.5 変位の上下流, ダム軸方向成分 d_x, d_y から求めた
各測点間の伝播時間 (到達時刻差) τ (単位 sec.)

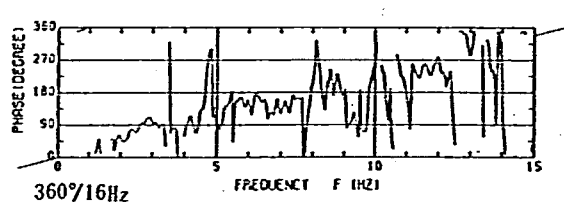
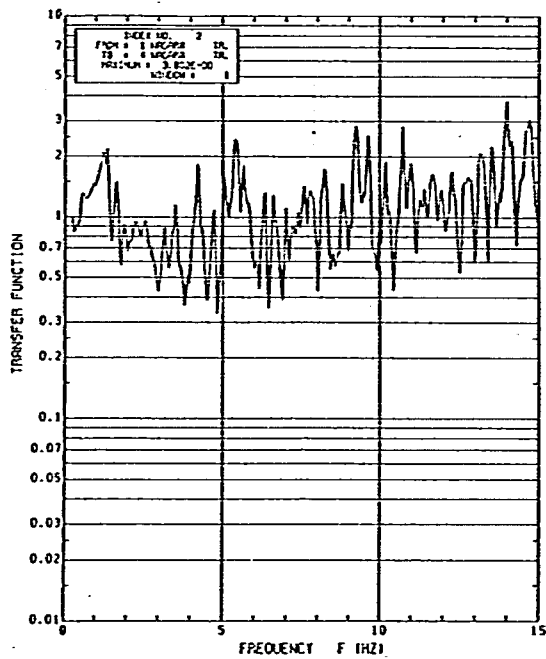
G-1→G-2



G-1→G-3



G-1→G-4



G-1→G-5

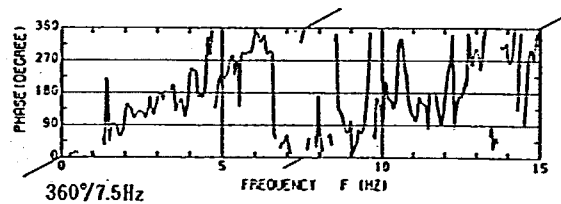
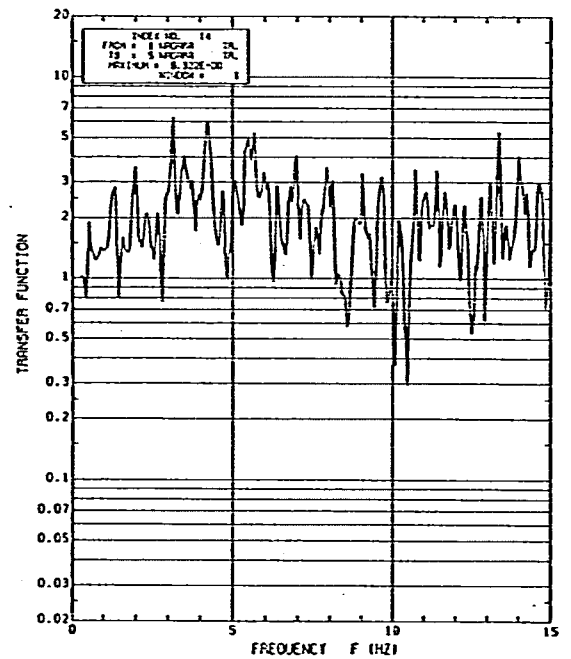
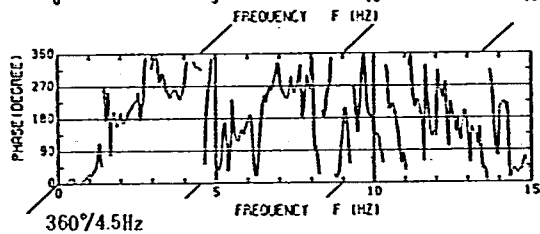
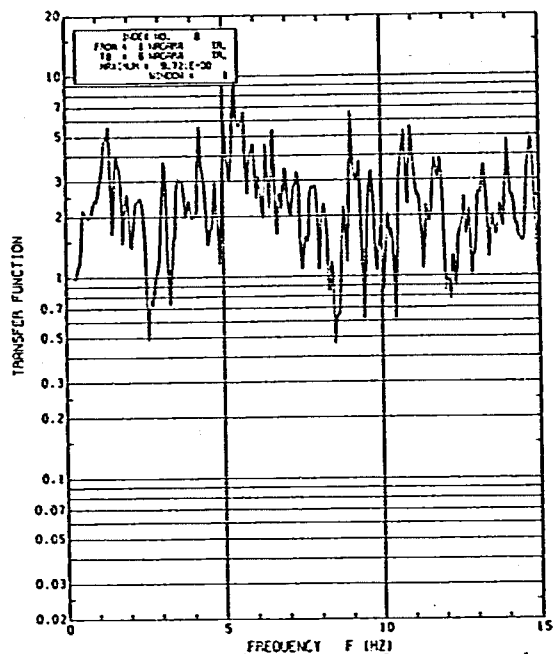
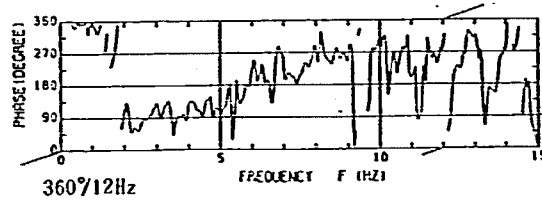
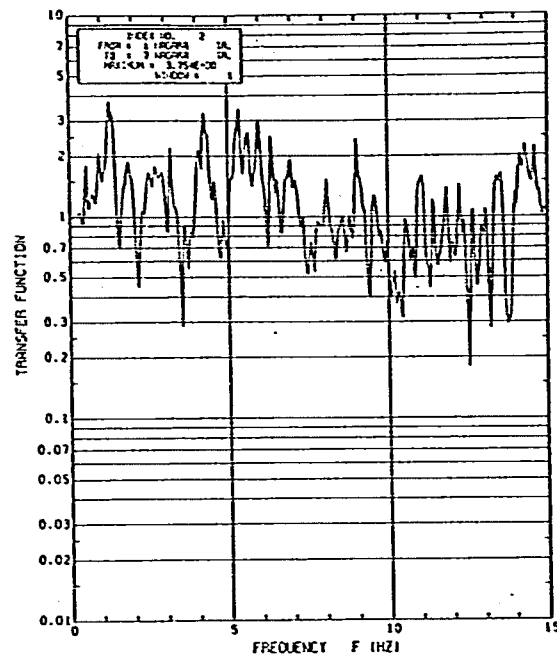


図-4.6 伝達関数(a)上下流方向 a_x (1)

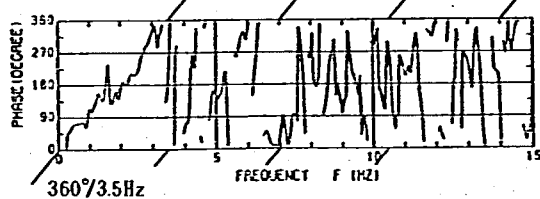
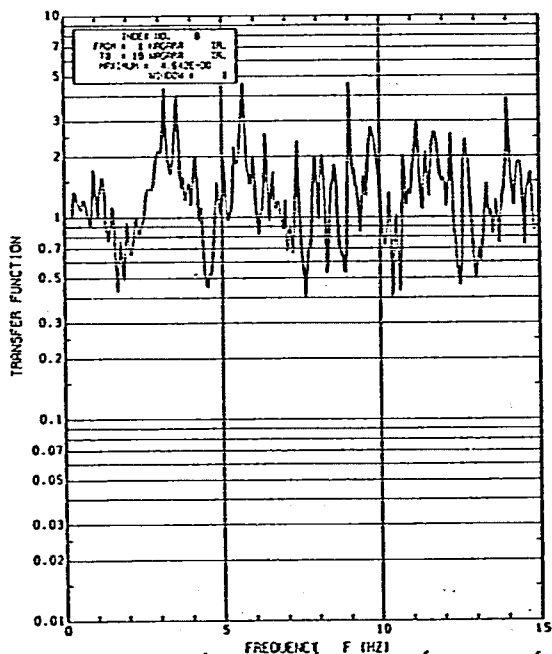
G-1→G-6



G-1→G-7



G-1→G-10



G-4→G-6

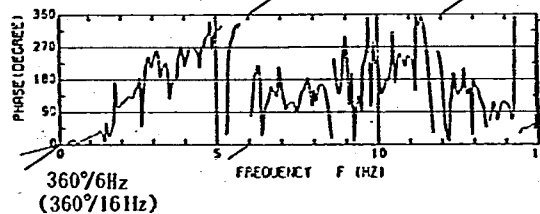
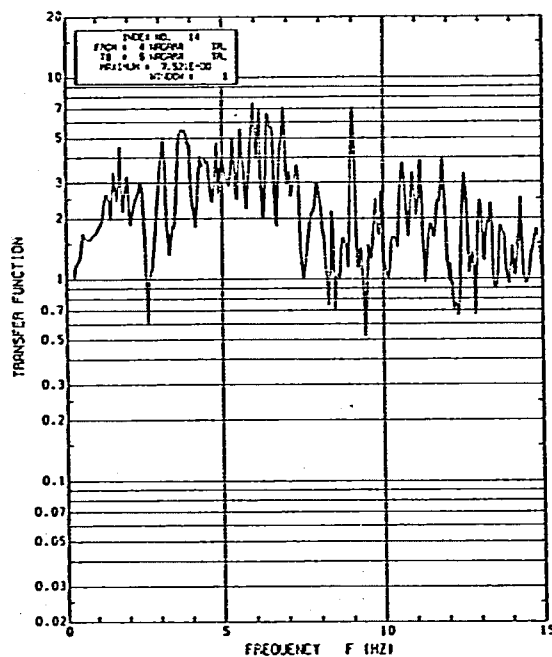


図-4.6 伝達関数(a)上下流方向 a_x (2)

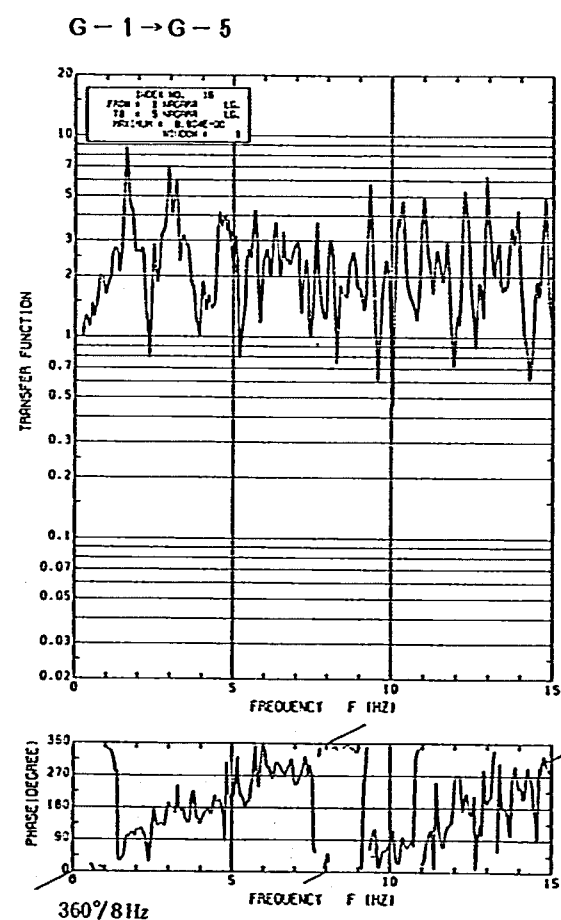
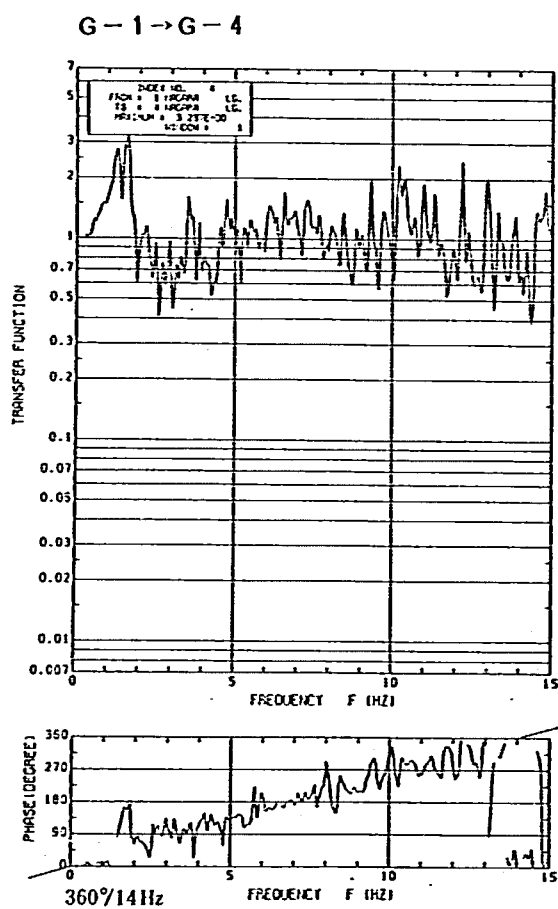
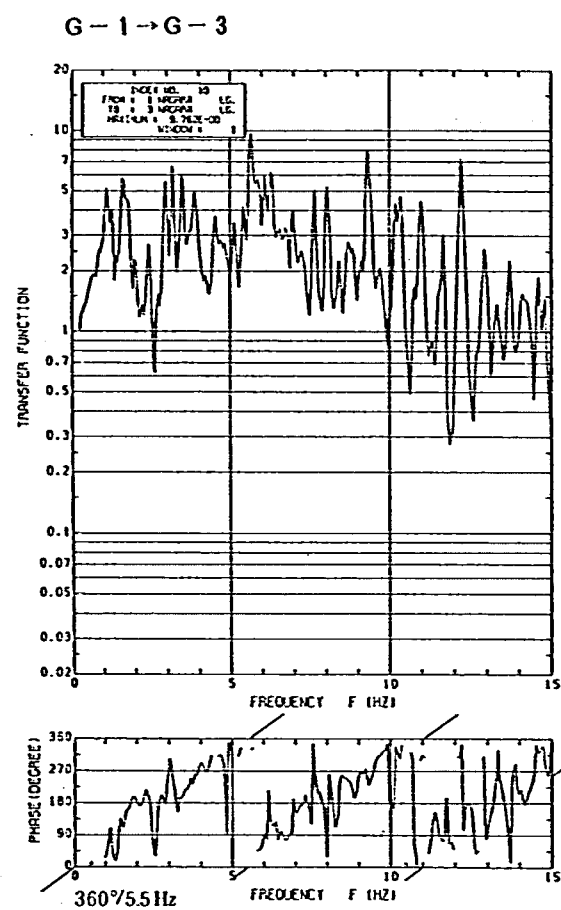
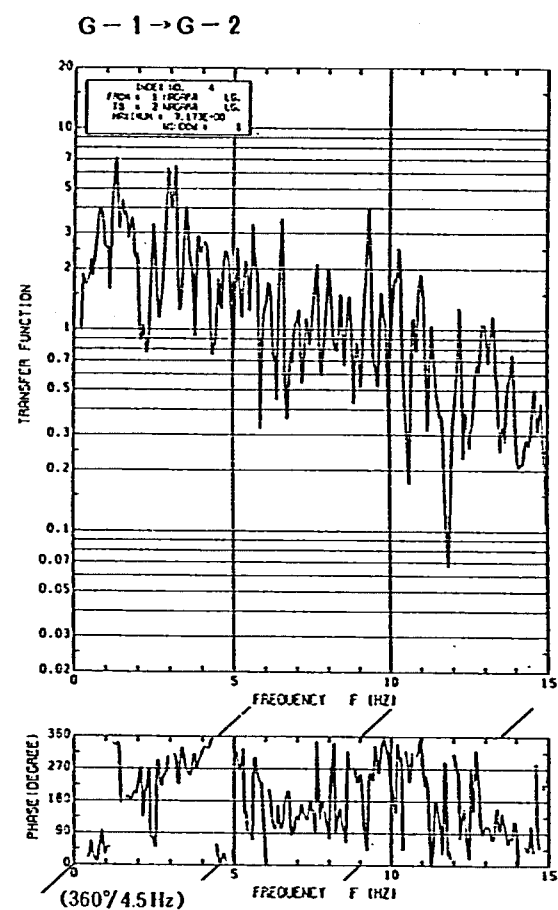
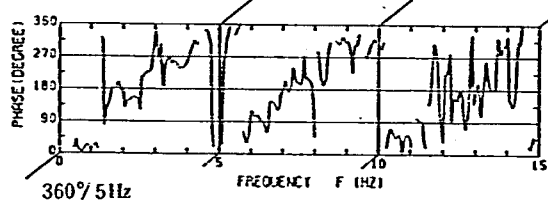
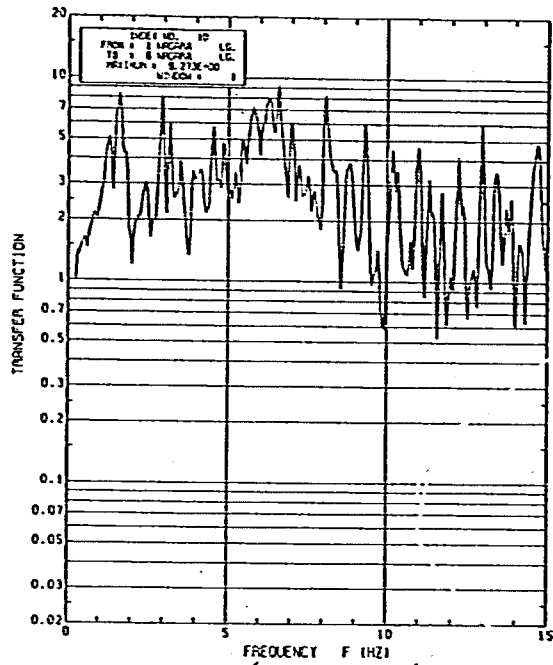
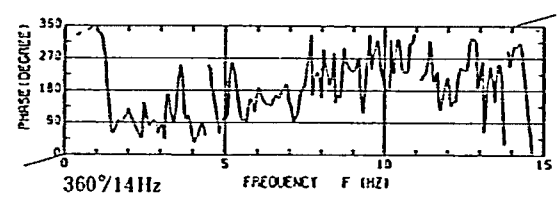
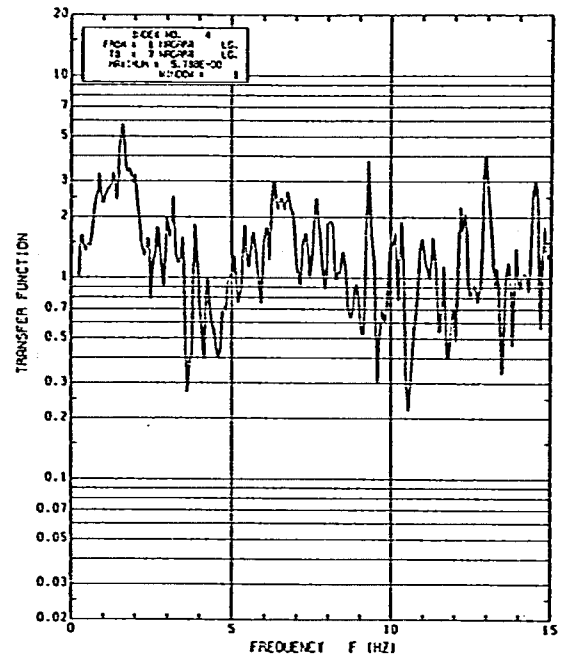


図-4.6 伝達関数(b)堤軸方向 a_y (1)

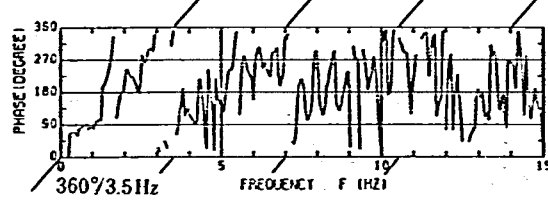
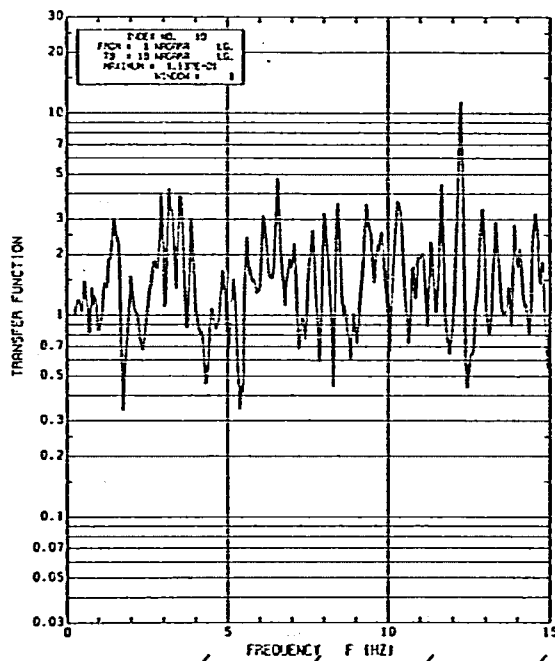
G-1→G-6



G-1→G-7



G-1→G-10



G-4→G-6

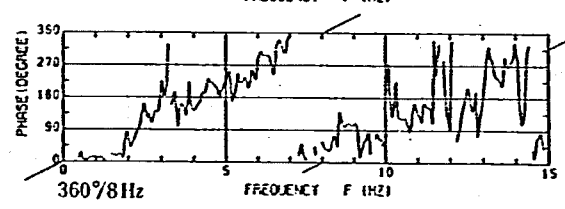
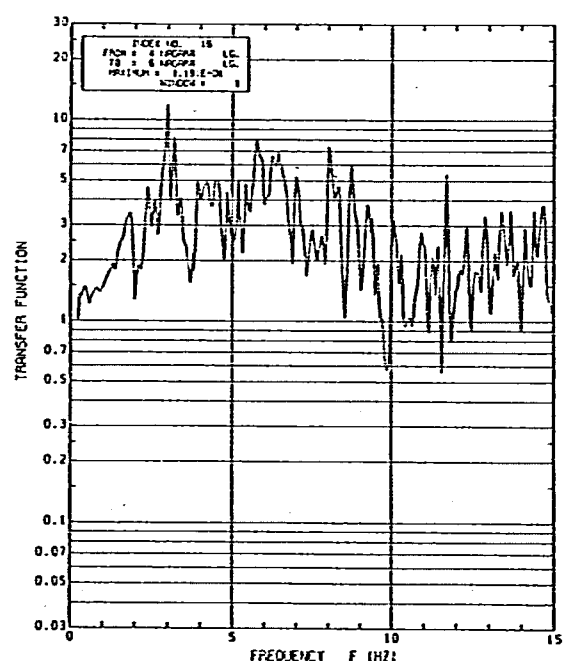
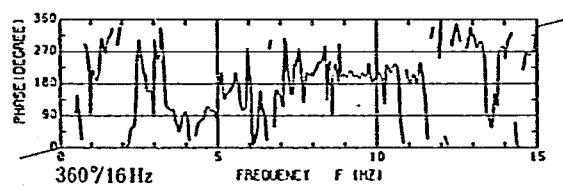
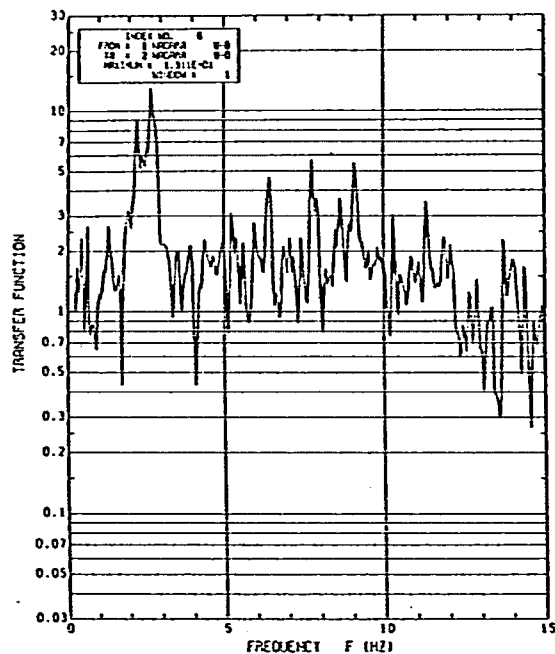
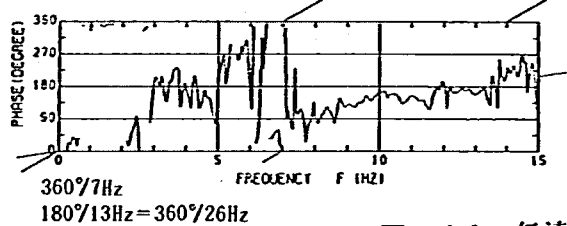
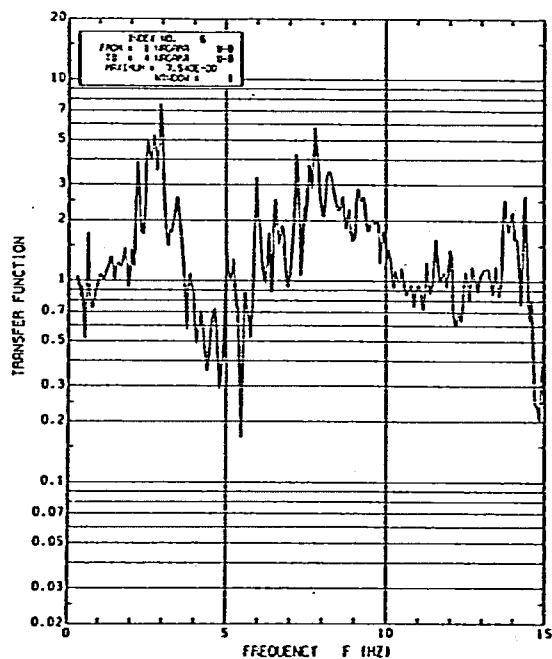


図-4.6 伝達関数(b)堤軸方向 a_y (2)

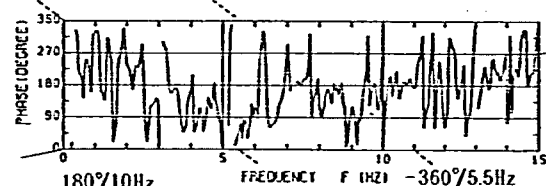
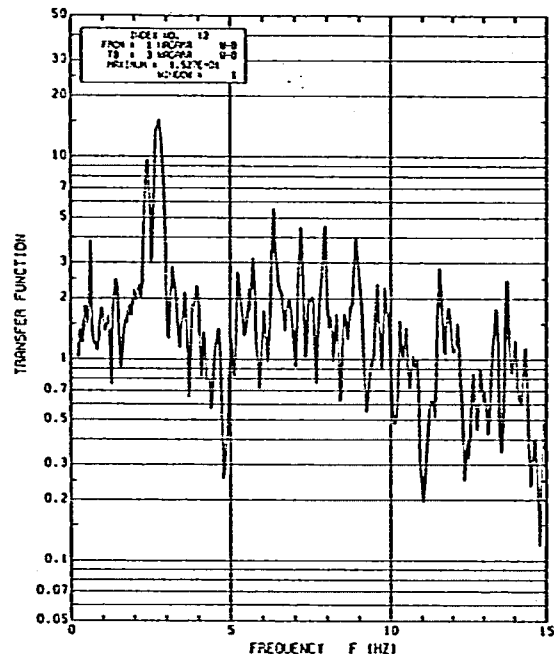
G-1→G-2



G-1→G-4



G-1→G-3



G-1→G-5

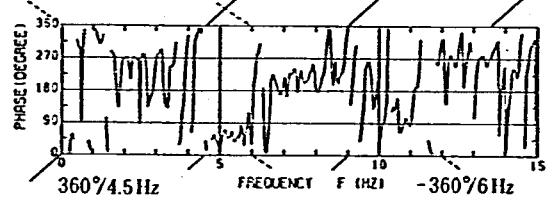
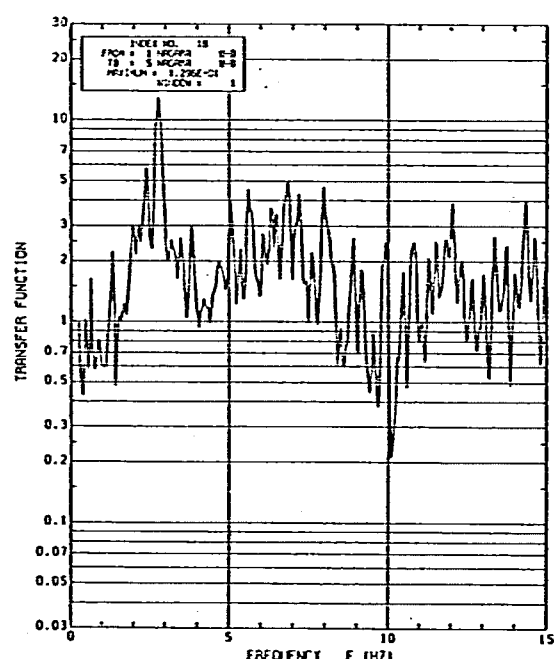


図-4.6 伝達関数(c)鉛直方向 $a_z(1)$

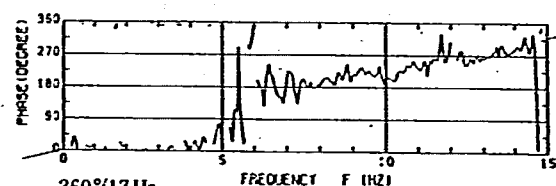
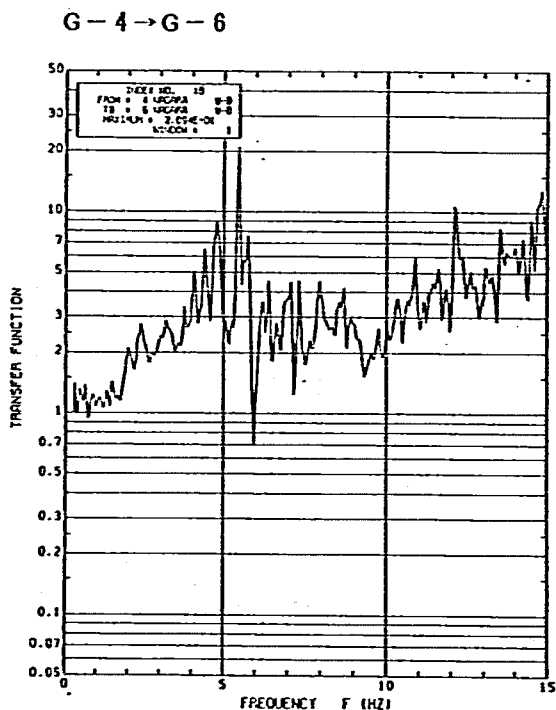
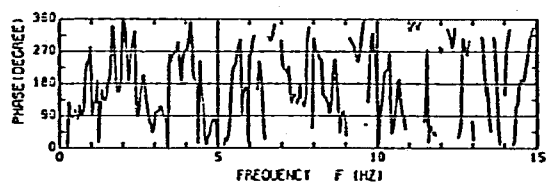
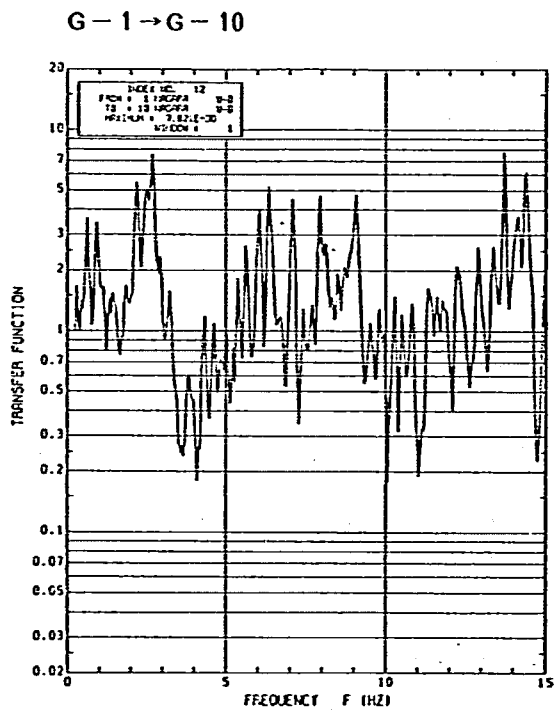
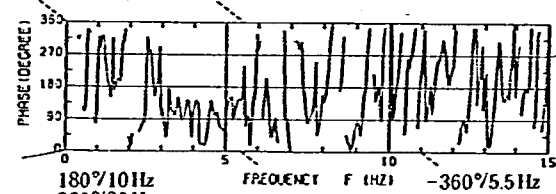
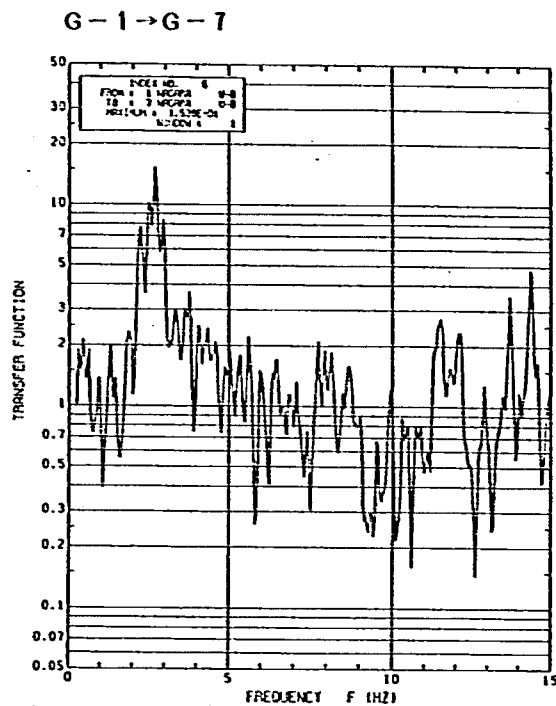
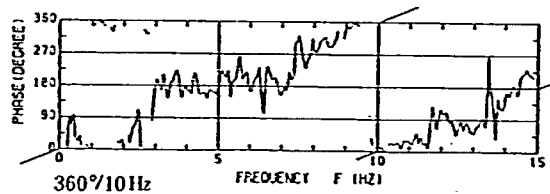
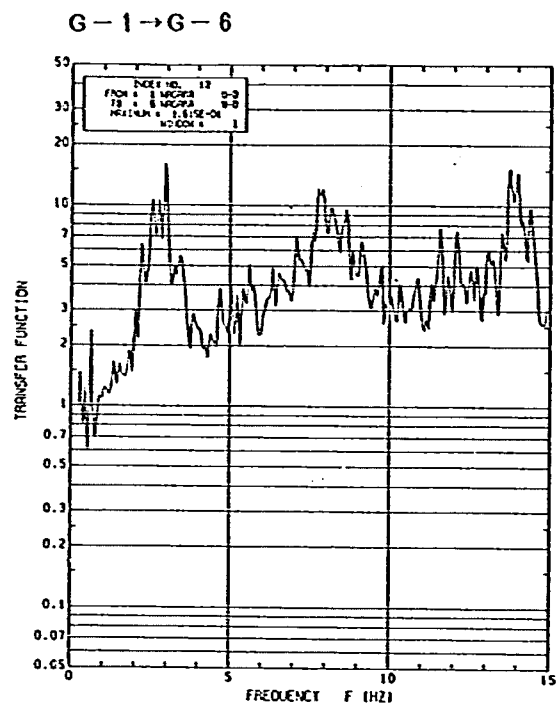
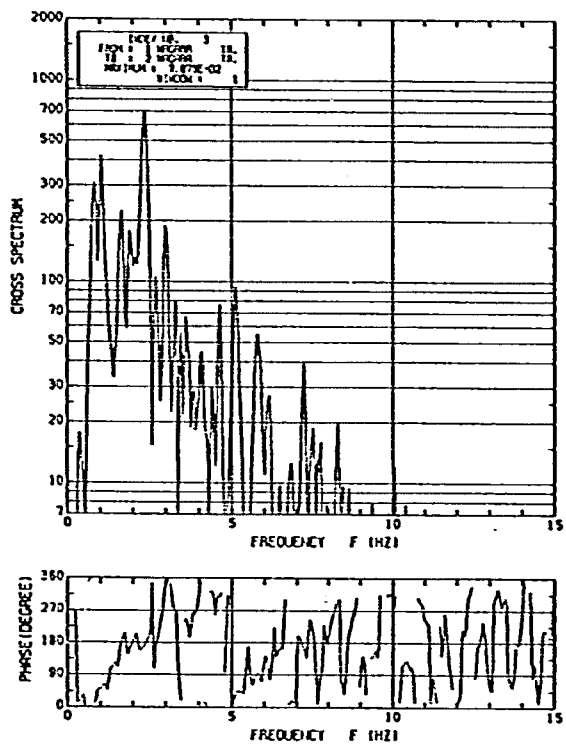
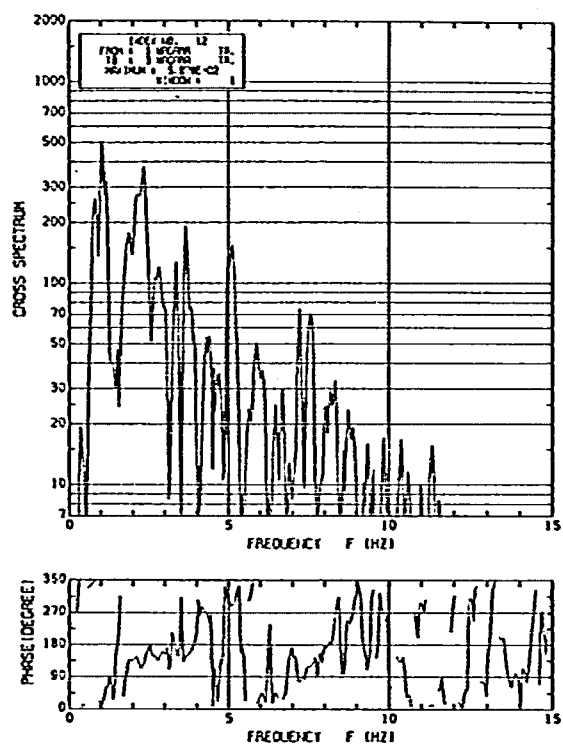


図-4.6 伝達関数(c)鉛直方向 $a_1(2)$

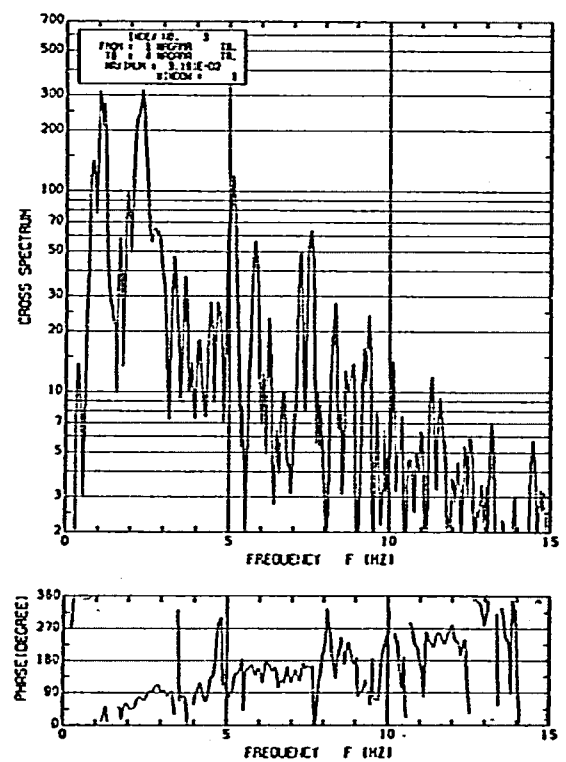
G-1 / G-2



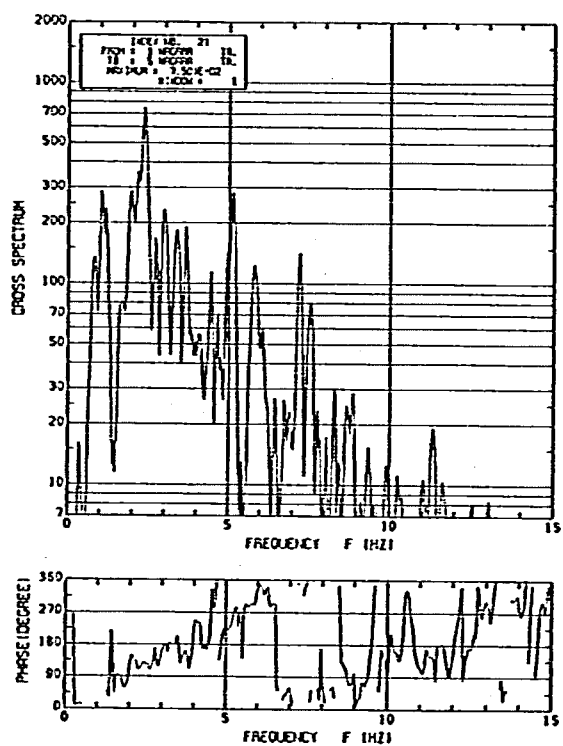
G-1 / G-3



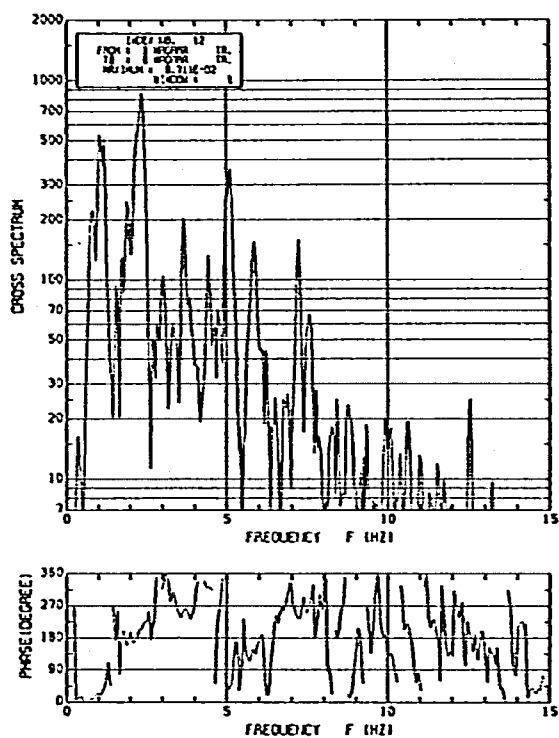
G-1 / G-4



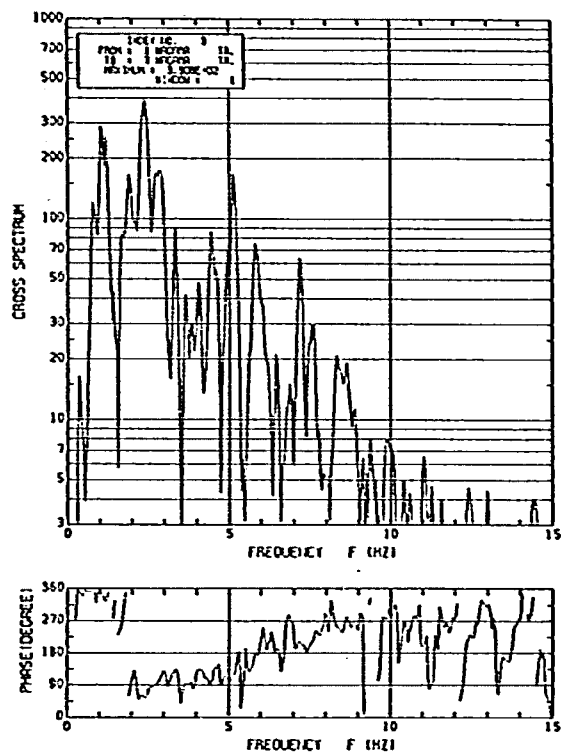
G-1 / G-5

図-4.7 クロススペクトル(a)上下流方向 α_z (1)

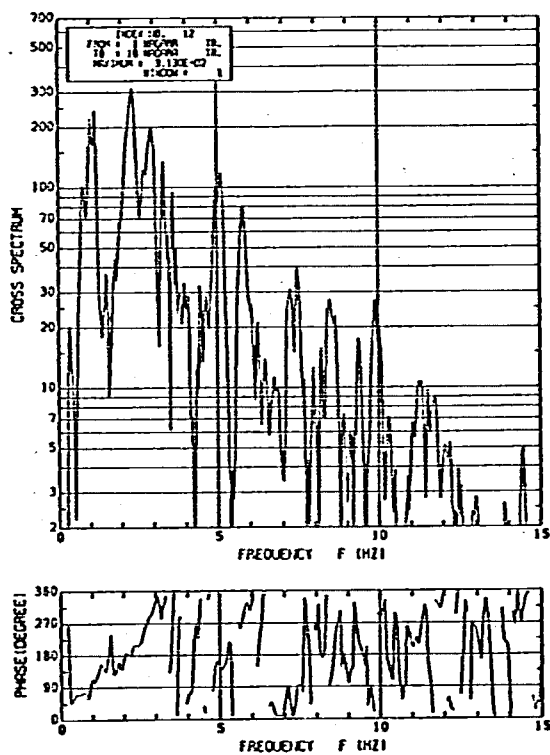
G-1 / G-6



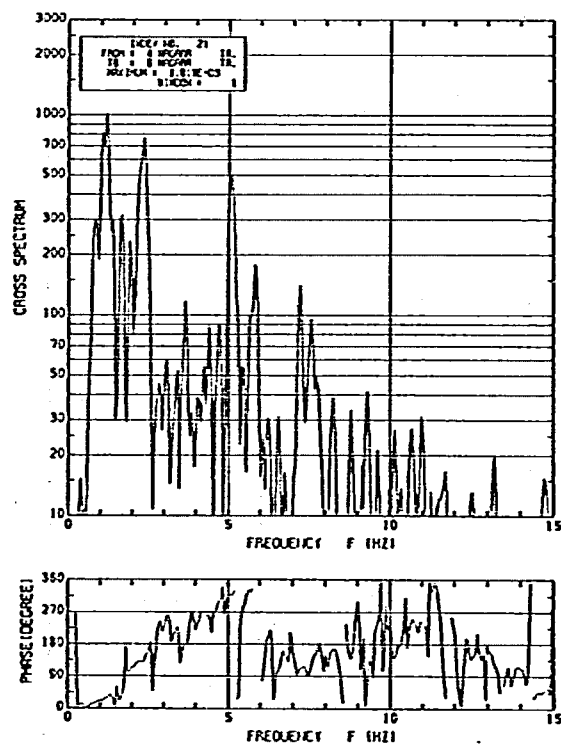
G-1 / G-7



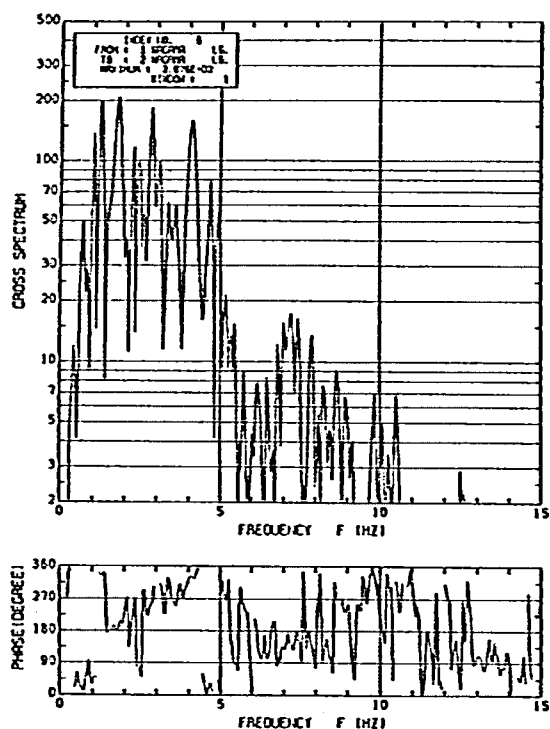
G-1 / G-10



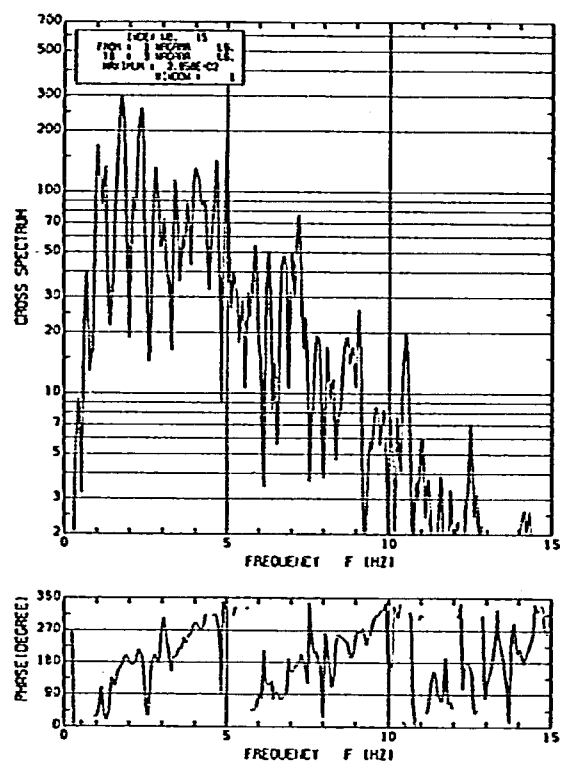
G-4 / G-6

図-4.7 クロススペクトル(a)上下流方向 a_x (2)

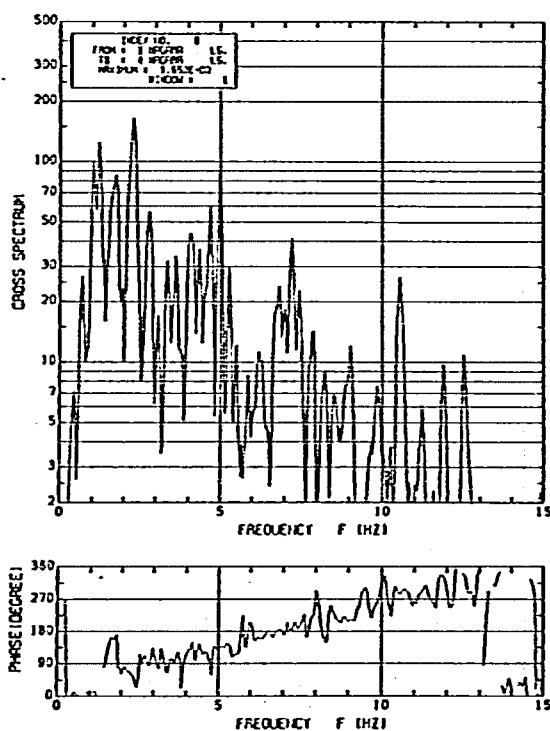
G-1 / G-2



G-1 / G-3



G-1 / G-4



G-1 / G-5

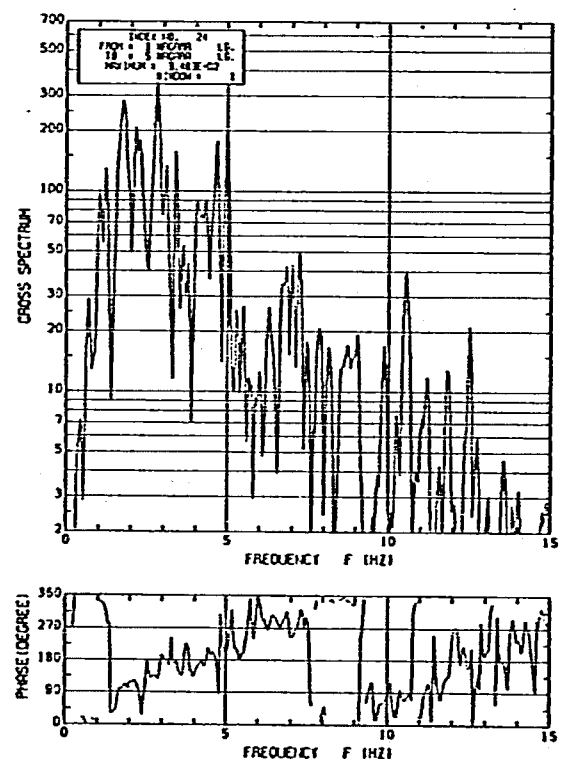
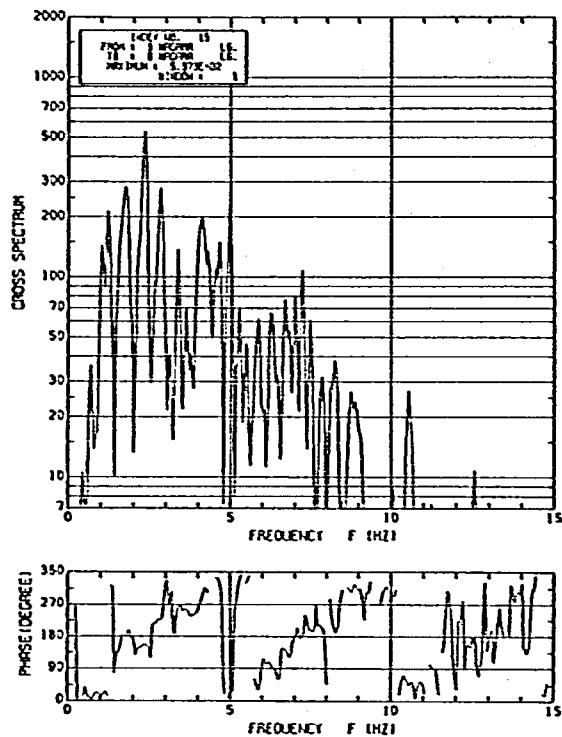
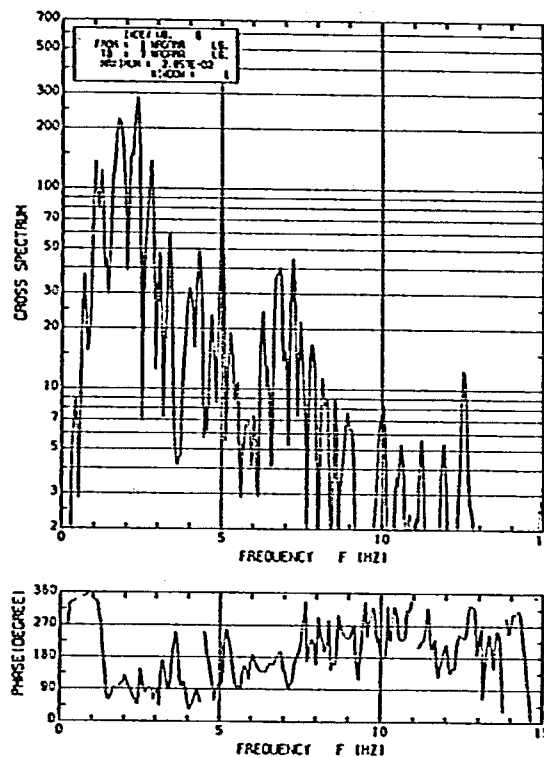


図-4.7 クロススペクトル(b)堤軸方向 a_y (1)

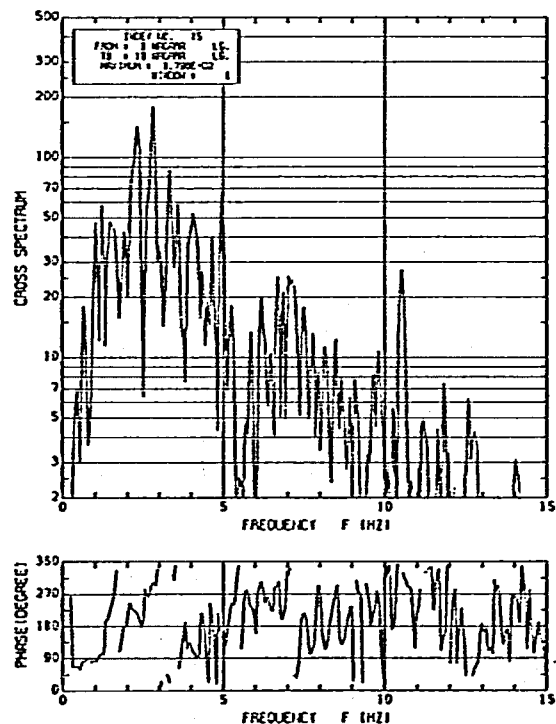
G-1/G-6



G-1/G-7



G-1/G-10



G-4/G-6

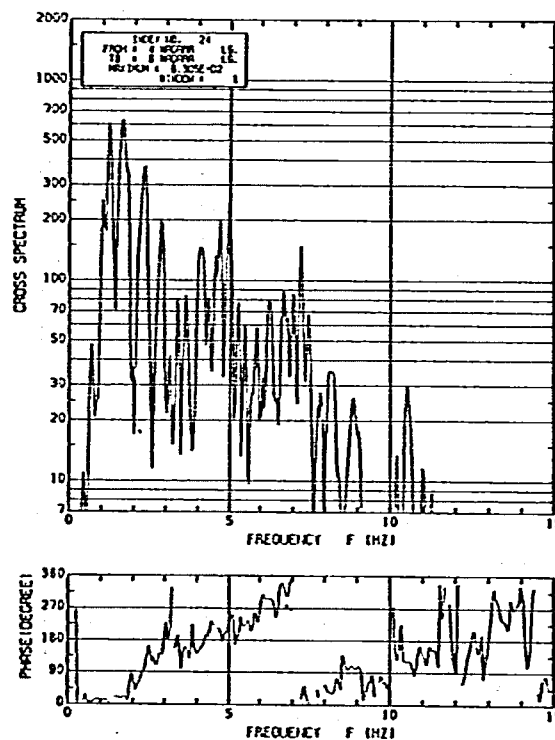
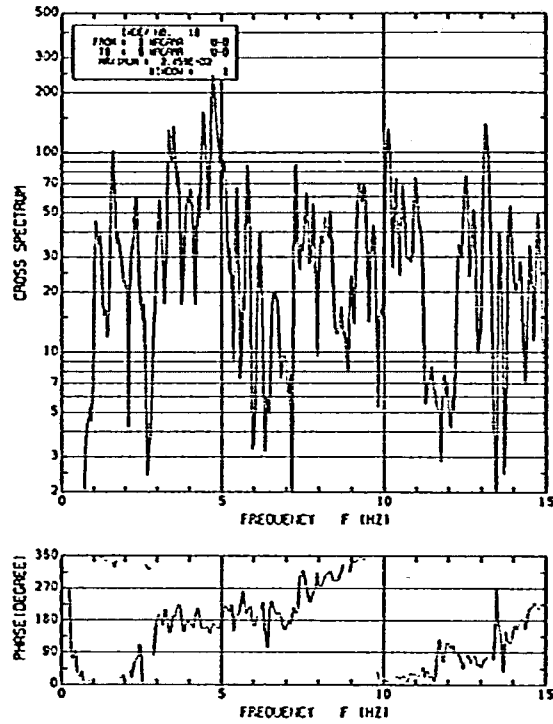
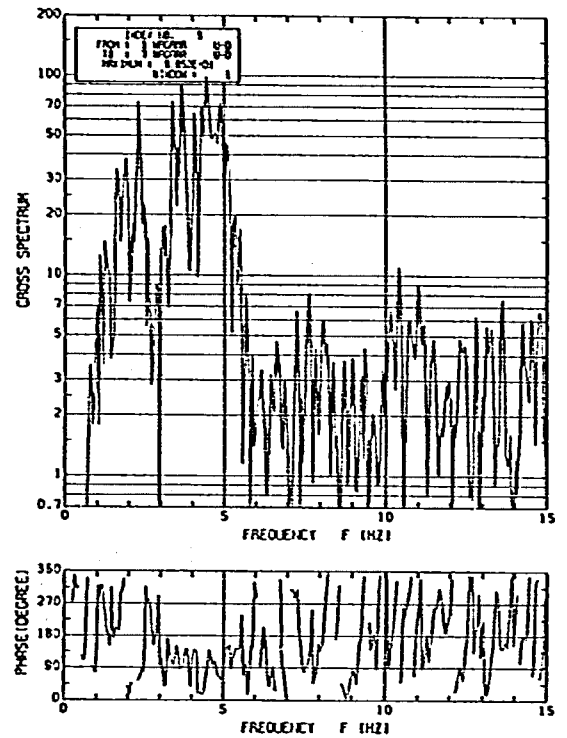


図-4.7 クロススペクトル(b)堤軸方向 a_y (2)

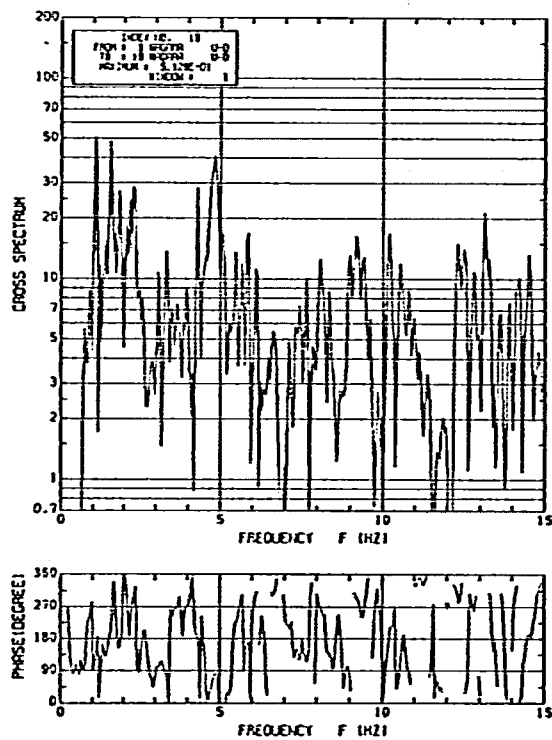
G-1 / G-6



G-1 / G-7



G-1 / G-10



G-4 / G-6

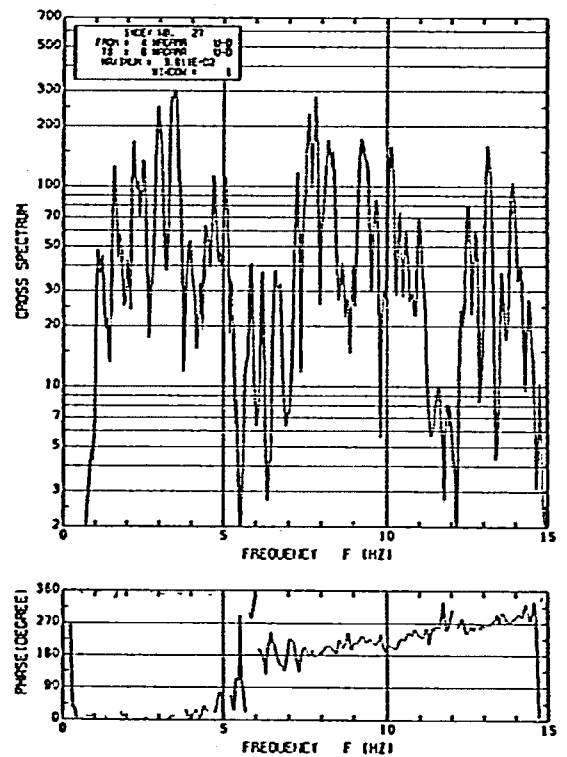


図-4.7 クロススペクトル(c)鉛直方向 a_z (2)

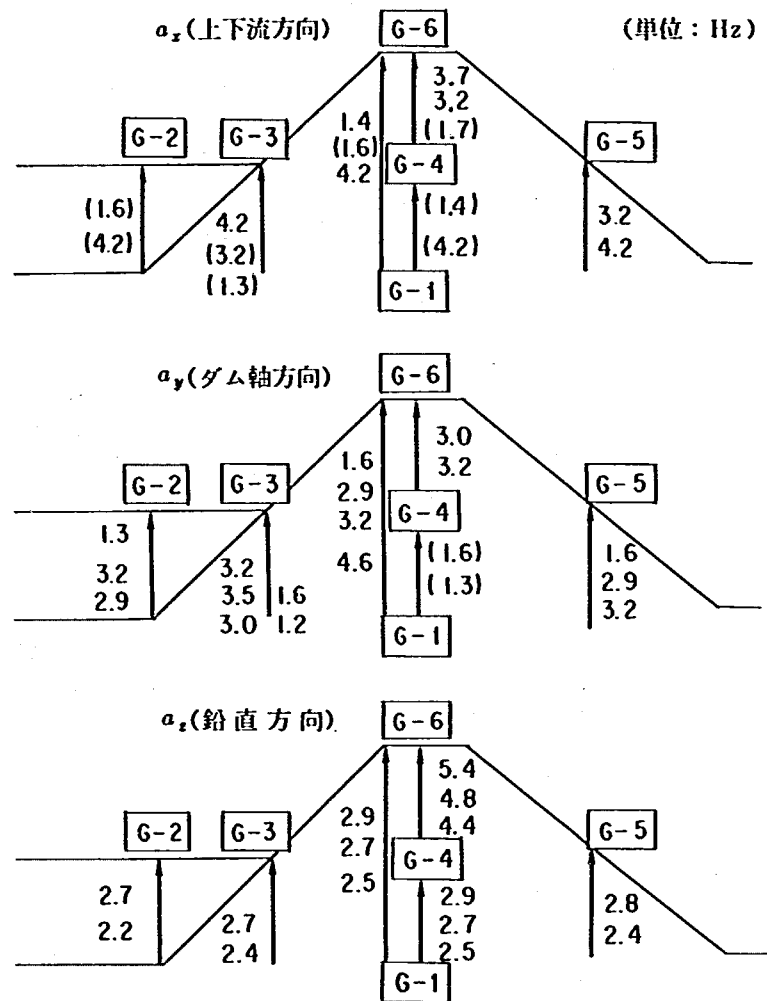


図-4.8 伝達関数から求まる卓越振動数

5. 堤体材料の動的物性の推定

地震動の伝播方向に沿う2観測点における加速度、速度、変位の時刻歴波形間の相互関係を解析し、図-5.1に示すような相互関連を踏まえて、2観測点間の媒質の動的物性の推定を行う。

5.1 位相速度、せん断剛性、固有振動数の検討

4.1において2つの方法で算出した観測点間の波動の到達時刻差（すなわち、2観測点間の伝播時間）を用いて、図-5.1に示す手順に従って位相（伝播）速度、せん断剛性、固有振動数を求めると、2つの方法それぞれについて図-5.2、図-5.3に示すようになる。記号および算定式は図中に示すとおりであるが、固有振動数については水平な均質地盤およびくさび状地盤と仮定した2つの理論解^{*1)}から試算している。

一方、比較のため、本堤で実施された弾性波探査によるせん断波速度およびせん断剛性の推定値¹⁴⁾を図-5.4に示す。また、各観測点における地震動のパワースペクトルの卓越振動数と、各観測点間相互の伝達関数の卓越振動数を拾い出し、図-5.5に示す。

以上のようにして求めた位相速度、せん断剛性、固有振動数から次のようなことが指摘できる。

(1) 堤体およびカウンターウェイトのせん断波速度 v_s (図-5.6 参照)について

堤体では、微小ひずみレベルである弾性波探査結果によると平均せん断波速度は $\bar{v}_s = 300 \text{ m/s}$ 程度であるが、

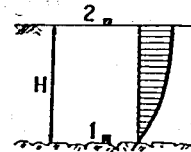
*1) 一次固有振動数の理論解

伝播方向に沿って地震観測記録が得られている2観測点間の地盤構造を層厚 H の表層とみなし、これと基盤との2層地盤モデルと考える。地震動記録の卓越振動数 f が表層地盤によるものであるとすれば4分の1波長則から一次固有振動数は次式で算定される。

$$f_z = \frac{v_s}{4H}, \quad f_y = \frac{v_s}{4H}, \quad f_z = \frac{v_p}{4H}$$

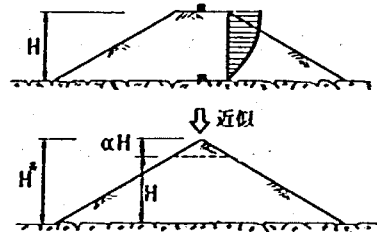
ここで v_s : せん断波速度

v_p : 縦波速度



一方、堰堤、盛土などのくさび状地盤の場合には、松村孫治のせん断振動の理論解¹³⁾から一次固有振動数は次式で算定される。

$$\begin{aligned} f_{zA} &= \frac{2.4048}{2\pi} \cdot \frac{v_s}{H^*} \\ &= \frac{v_s}{2.6128H^*} \\ &= \frac{0.3827 v_s}{H^*} \end{aligned}$$



なお、台形断面の f_z を三角形断面の f_{zA} で近似すると、 $\alpha = 0.1$ で 1.02 倍、 $\alpha = 0.2$ で 1.07 倍、 $\alpha = 0.3$ で 1.16 倍すれば台形断面へ補正できる。

本地震動では220 m/s程度と推測される。堤体を上下部で分けると、堤体下部では350~400 m/s程度、堤体上部では150 m/s程度と推測される。これら地震波形解析で求めた $\bar{v}_s$ を弾性波探査結果による推定式と比べると、地震動によって $10^{-4} \sim 10^{-3}$ レベルのせん断ひずみが堤体内に発生したことから v_s の低下が生じたと理解され、堤体上部でより小さく、下部でやや大きくなるといった妥当な値が求まっていると考えられる。なお、せん断ひずみの大きさについては次節以降で述べるが、堤体内およびカウンターウェイト内に発生した平均的なひずみは共に $10^{-3} \sim 10^{-4}$ のオーダーであったことが明らかである。

カウンターウェイトでは、平均 $\bar{v}_s = 120 \sim 130$ m/s程度と推測される。カウンターウェイトの材料物性が不明なため、比較することはできないが、微小ひずみレベルでは200 m/s程度はあったとして、地震動による $10^{-4} \sim 10^{-3}$ レベルのせん断ひずみの発生によってこれが低下したものと考えられる。

(2) 堤体およびカウンターウェイトのせん断剛性 G (図-5.6参照)について

堤体では、微小ひずみレベルである弾性波探査結果によると平均せん断剛性は $\bar{G}_0 = 1600 \text{ kgf/cm}^2$ 程度であるが、本地震動では 900 kgf/cm^2 程度と推測される。堤体を上下部で分けると、堤体下部で $2000 \sim 3500 \text{ kgf/cm}^2$ 程度、堤体上部では 400 kgf/cm^2 程度と推測される。 v_s と同様に $10^{-4} \sim 10^{-3}$ レベルのひずみが堤体内に発生したことから妥当な値が求まっていると考えられる。

カウンターウェイトでは $250 \sim 280 \text{ kgf/cm}^2$ と推測される。これも v_s と同様に $10^{-4} \sim 10^{-3}$ のひずみ発生により低下したものと考えられる。

(3) 地震動の卓越振動数について

入射地震波として、基盤 $G-1$ において観測された加速度波形のパワースペクトルを中心に卓越振動数をパワーの大きい振動数から順に列挙すると、

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ (上下流) 方向} \cdots \cdots 2.4 \text{ Hz}, 1.0 \sim 1.2 \text{ Hz}, 5.0 \sim 5.2 \text{ Hz} \\ y \text{ (ダム軸) 方向} \cdots \cdots 2.4 \text{ Hz}, 2.8 \text{ Hz} \\ z \text{ (鉛直) 方向} \cdots \cdots 4.4 \sim 4.7 \text{ Hz}, 1.6 \text{ Hz}, 10.2 \text{ Hz} \end{array} \right\} \text{ (図-2.12参照)}$$

となり、全体として水平動は比較的長周期(低振動数1~5 Hz)領域の成分が大きく、鉛直動は1~2 Hz, 4~5 Hz, 9~11 Hzと広範囲に卓越振動数が存在する。このことから、水平動についてはすでに長周期成分の波動を含んで堤体に入射していたことがわかる。

(4) 堤体およびカウンターウェイト部の固有振動数について

地震波が堤体内へ伝播し、堤体内で増幅された卓越振動数を伝達関数(周波数応答関数)から、 $G-1$ (基盤)→ $G-6$ (天端)を中心に伝達倍率の大きい振動数から順に列挙すると、

$$\left\{ \begin{array}{l} x \text{ (上下流) 方向 (図-4.6(a)参照)} \cdots \cdots 5.4 \text{ Hz}, 1.4 \sim 1.7 \text{ Hz}, 4.2 \text{ Hz}, 9.0 \sim 9.6 \text{ Hz}, 10.7 \sim 10.9 \text{ Hz} \text{ など広範囲の振動数で増幅されている。} \\ y \text{ (ダム軸) 方向 (図-4.6(b)参照)} \cdots \cdots 1.6 \text{ Hz}, 2.9 \sim 3.2 \text{ Hz (特に } G-4 \rightarrow G-6 \text{ の上部で),} \\ \quad 4.6 \sim 4.7 \text{ Hz}, 6.3 \sim 6.6 \text{ Hz}, 8 \text{ Hz}, 8.7 \sim 9.3 \text{ Hz など広範囲の振動数で増幅されている。} \\ z \text{ (鉛直) 方向 (図-4.6(c)参照)} \cdots \cdots 2.7 \sim 3.0 \text{ Hz}, 5.4 \text{ Hz (特に } G-4 \rightarrow G-6 \text{ の上部で),} \\ \quad 7.7 \sim 7.9 \text{ Hz}, 13.7 \sim 14.0 \text{ Hz と顕著な卓越振動数が存在} \end{array} \right.$$

する。

となり、堤体のせん断（水平）振動の固有振動数は x 、 y 方向ともに 1.6 Hz と考えられる。 x 方向についてはくさび状地盤の解析解からも 1.6 Hz^{*1)} となることから妥当性がある。

一方、堤体の鉛直動の固有振動数は 2.7~3.0 Hz と考えられる。

カウンターウェイト部での地震動の増幅特性を同様に伝達関数から求めてみる。G-1→G-2 の間の伝達関数の卓越振動数を列举すると、

- x (上下流) 方向 …… 1.6 Hz, 4.2 Hz など比較的長周期側で増幅が大きい。
- y (ダム軸) 方向 …… 1.3 Hz, 2.9~3.2 Hz など比較的長周期側で増幅が大きい。
- z (鉛直) 方向 …… 2.7 Hz, 2.2 Hz で約10倍と卓越している。

となっている。カウンターウェイト部の固有振動数は表層地盤の4分の1波長則から求めると x 方向で 1.2~1.3 Hz, y 方向で 1.0~1.1 Hz, z 方向で 4.1~4.2 Hz となるが、上記卓越振動数とはあまり一致していない。

5.2 ひずみレベル、粘性係数、減衰定数の検討

地震動の変位から堤体内およびカウンターウェイト内に発生したと考えられるひずみレベルを検討し、堤体変位の増幅倍率と粘性係数との間に成立する理論解を用いて減衰定数を試算する。

(1) 地震動の変位とひずみレベルについて

変位は加速度記録を周波数領域で積分（フーリエ変換による積分）して求めており、各観測点ともに最大で数 cm オーダーの水平方向の変位が生じている。各観測点の最大変位量と、基盤 G-1 における最大変位量を差し引いた、相対変位量とを共に表-5.1 に示す。なお、最大変位は、3章でみたように各観測点の水平変位のオービットから、北西（下流方向から30°~45°左岸寄りの向き）の方向へ7.4秒から8.4秒にかけて特徴的な大きな半波が伝播して生じたものである。したがって、同一位相の地震動で全観測点の最大変位を与えたことになり、各観測点の最大変位を比較すれば堤体内における変位増幅率がわかる。

水平変位の最大値から堤体内やカウンターウェイト部に発生した平均的なせん断ひずみを求めて図-5.7 に示す。上下流(x)方向およびダム軸(y)方向ともに少なくとも 10^{-4} 以上、最大 10^{-3} オーダーの平均せん断ひずみが生じていたことがうかがえる。このため、せん断波速度 v_s やせん断剛性 G はそのひずみ依存性によってかなり低下したものと考えられる。

堤体の変位モードについては、図-3.3 に示す最大変位 $d_{\max}$ 分布からもわかるように堤頂部へ向かうに従って急激に変位の増幅が大きくなっている。このような変位モードについては松村のせん断振動解¹³⁾ から、せん断剛性 G が堤体内で一様な場合には起こらず、 G が深さ方向に次第に大きくなる場合の変位

*1) 方法1から、 $1.52 \times 1.02 = 1.55 \text{ Hz}$
方法2から、 $1.59 \times 1.02 = 1.62 \text{ Hz}$
→ 1.6 Hz

松村の解を利用して、台形断面への補正を行った（図-5.5参照）。

モードと一致する。^{*1)} このことから堤頂部に近い程（深さが浅いところ程）， G が急激に低下しているものと考えられる。

(2) 堤体の粘性係数，減衰定数について

堤体を粘弾性体として，共振時の基盤に対する天端の変位増幅倍率を求めた，定常状態におけるせん断振動理論の解析解¹³⁾があり，これを利用して粘性係数を試算してみる。詳細は付録-5を参照されたい。この理論解では，共振時の堤体変位の増幅倍率と粘性係数との間に成立する関係式が求められており，その関係が図解されている。この関係を用いて粘性係数を逆算し，減衰定数を試算する。

基盤 $G-1$ における最大変位を地震動 $\delta \cos pt$ の振幅 δ とみなすと，変位時刻歴波形の図-5.8を参照して，変位増幅倍率は次のようになる。

$$\frac{\text{頭部の最大変形}}{\text{地震動の振幅}} = \frac{\delta_{G-6}}{\delta_{G-1}} = \frac{5.997 \text{ cm}}{2.671 \text{ cm}} = 2.245$$

この変位増幅倍率と，粘性係数 η によって決まる係数 r との関係を示す図-5.9から $r = 0.12$ となる。ここに，

$$r = \frac{\eta}{G} \cdot \frac{\eta}{\rho} \cdot \left(\frac{2.4048}{2H} \right)^2$$

であり，粘性係数 η は次のようになる。

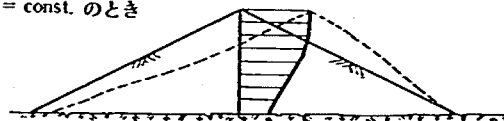
$$\eta = \frac{2H}{2.4048} \sqrt{\rho G r}$$

ここに，

*1) 一次固有振動の変位モード

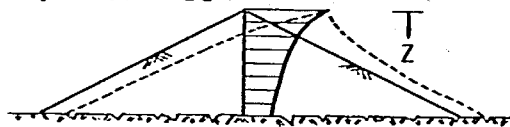
松村孫治のせん断振動の理論解¹³⁾から，くさび状地盤の堰堤の一次固有振動の変位モードは，せん断弾性係数の堤体内の変化によって次のように示される。

$G = \text{const.}$ のとき



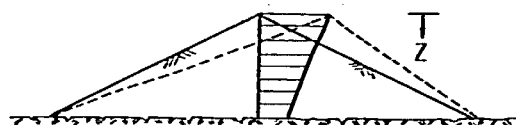
文献13)の
第8図 (p.15)
第12図 (p.22)

$G = G_0 z$ (線形) のとき



文献13)の
第10図 (p.16)
第14図 (p.24)

$G = G_1 + G_2 z$ など一般的な場合の予想



長柄ダムにおいても上図中段の変位モードに近いことから G は深さ z に無関係に一樣ではなく，深さ z と共に増大していることが推測される。すなわち，浅いところ程， G が急激に低下していると考えられる。

H : 堤体の三角形標準断面と考えた高さ

ρ : 堤体構成材料の単位体積の質量

G : 堤体構成材料のせん断剛性

であり, $H = 52\text{m}$, $\rho = 1.75 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $G = 800 \text{kgf/cm}^2 \approx 8 \times 10^7 \text{Pa}$ として,

$$\eta = \frac{2 \times 52}{2.4048} \sqrt{1.75 \times 10^3 \times 8 \times 10^7 \times 0.12}$$
$$= 5.6 \times 10^6 \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

として求まり, $\eta = 5.6 [\text{MPa} \cdot \text{s}]$ となる。

次に, 減衰定数 h は η と次の関係がある。

$$h = \frac{\eta \omega}{2G}$$

ここに, ω : 円振動数

基盤 G-1 の変位波形 (図-5.8 参照) から, 最大振幅を与える半波の立上りゼロクロス点と最大振幅点との時刻差を基にして周期 T に換算する。すなわち, $T/4 = 7.56 - 7.37 = 0.19 [\text{s}]$ であり, $T = 0.76 [\text{s}]$ となり,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.76} = 8.3 [1/\text{s}]$$

となる。したがって,

$$h = \frac{5.6 \times 10^6 \times 8.3}{2 \times 8 \times 10^7} = 0.29$$

として求まる。一方, 反射波による波形の乱れのない天端 G-6 の半波の両ゼロクロス点の時刻差を $T/2$ として周期 T に換算すると, $T/2 = 8.05 - 7.53 = 0.52 [\text{s}]$ であり, $T = 1.04 [\text{s}]$ となり

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.04} = 6.0 [1/\text{s}]$$

となる。したがって

$$h = \frac{5.6 \times 10^6 \times 6.0}{2 \times 8 \times 10^7} = 0.21$$

として求まる。

ここで試算した減衰定数 $h = 0.29$ および 0.21 は, 共振状態における堤体の変位増幅倍率と粘性係数との間に成立する関係に基づいて推定したものである。なお, 変位増幅倍率は変位時刻歴波形の最大振幅を与える半波を対象にして求めた。また, 減衰定数を求める場合に必要となる周期は, 基盤 G-1 が反射波の乱れを受けているため, 天端 G-6 から求めた。このように, 用いた変位波形が必ずしも共振時の波形とは限らないことに留意しておく必要がある。なお, 参考として, 堤体の一次固有振動数は 5.1 で述べたように 1.6Hz である。ここで用いた最大振幅を与える半波の振動数は $f = 1/T$ であり, G-1 では $f = 1/0.76 = 1.32 [\text{Hz}]$ であり, G-6 では $f = 1/1.04 = 0.96 [\text{Hz}]$ である。

5.3 堤体およびカウンターウェイト内のせん断ひずみ

地盤を均質な一層系地盤と仮定して、地表における水平方向の地震動の速度時刻歴波形 $v_0(t)$ から任意の深さ z におけるせん断ひずみ時刻歴波形 $\gamma(t, z)$ を求める。^{*1)} 一方、これと比較するため、基盤 G-1 における変位時刻歴波形 $d_1(t)$ に対する地表の相対変位の時刻歴波形 $d'_0(t) = d_0(t) - d_1(t)$ を求め、これを基盤 G-1 までとの鉛直距離 H で除すと地表から基盤までの平均的なせん断ひずみ $\bar{\gamma}(t) = d'_0(t)/H$ が求められる。ここに、 $d_0(t)$ は地表（たとえば G-2, G-6）における変位時刻歴波形である。

変位の時刻歴波形、および G-1 に対する相対変位（変位差）の時刻歴波形はそれぞれ付録-2, 付録

*1) 一層系地盤内の水平変位、せん断ひずみの時刻歴波形 $d(t, z), \gamma(t, z)$ の算出

一層系地盤とした地表における水平変位の時刻歴波形を $d_0(t)$ とすると、深さ z における地中の水平変位の時刻歴波形 $d(t, z)$ は重複反射理論から、

$$d(t, z) = \frac{1}{2} \left\{ d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right) + d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots ①$$

↓ 逆行波 ↑ 進行波

ここに、 v_s : せん断波の伝播速度 なお、 $d(t, 0) = d_0(t)$
として算出される。次に、深さ z における地中のせん断ひずみの時刻歴波形 $\gamma(t, z)$ はひずみの定義から、

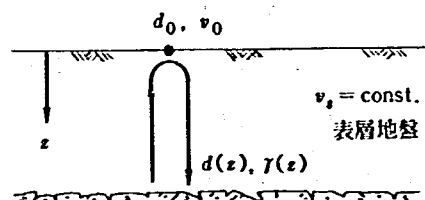
$$\gamma(t, z) \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\partial d(t, z)}{\partial z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{d(t, z + \Delta z) - d(t, z)}{\Delta z} \quad \dots\dots\dots ②$$

であり、式①を用いて地表面変位で表わすと次式のように表わされる。

$$\gamma(t, z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left[\frac{d_0 \left(t + \frac{z + \Delta z}{v_s} \right) + d_0 \left(t - \frac{z + \Delta z}{v_s} \right)}{2 \Delta z} - \frac{d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right) + d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right)}{2 \Delta z} \right] \quad \dots\dots\dots ③$$

地盤内のせん断波伝播速度 v_s を一定と考え、 $\frac{\Delta z}{v_s} = \Delta t$ とおくと、 $\Delta z \rightarrow 0$ のとき $\Delta t \rightarrow 0$ となる。したがって式③は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \gamma(t, z) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} + \Delta t \right) + d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} - \Delta t \right)}{2 v_s \cdot \Delta t} - \frac{d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right) + d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right)}{2 v_s \cdot \Delta t} \right] \\ &= \frac{1}{2 v_s} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} + \Delta t \right) - d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right)}{\Delta t} - \frac{d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} - \Delta t \right) - d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right)}{-\Delta t} \right] \\ &= \frac{1}{2 v_s} \left[\frac{\partial d_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right)}{\partial t} - \frac{\partial d_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right)}{\partial t} \right] \\ &= \frac{1}{2 v_s} \left[v_0 \left(t + \frac{z}{v_s} \right) - v_0 \left(t - \frac{z}{v_s} \right) \right] \end{aligned}$$



ここに、 $v_0(t) = \frac{\partial d_0(t)}{\partial t}$: 地表における水平方向の速度時刻歴波形

-3に収録している。一方、G-2およびG-6の水平方向の速度波形を用いて求めた、カウンターウェイト内および本堤内のせん断ひずみの時刻歴波形は付録-4に収録している。これらの図をそれぞれ対比し、その特色を検討した結果、以下の諸点が指摘できる。

A. せん断ひずみ時刻歴波形の形状

- (1) ある深さ z におけるせん断ひずみ波形 $\gamma(t, z)$ の時刻歴波形形状は、地表面近く ($z=0 \sim H/3$ 程度まで) を除くと、その振幅は異なるが深さ z によらずに互いに類似した形状を示している。また、これは相対変位波形 $d_0'(t)$ 、すなわち平均せん断ひずみ波形 $\bar{\gamma}(t)$ とも類似した形状を示している。
- (2) ある深さ z におけるせん断ひずみ波形 $\gamma(t, z)$ においてその振幅が最大値を示す時刻は、地表面近くだけを除けば、深さ z によらずにほぼ同一時刻に最大振幅を示すせん断ひずみが発生していることがわかる。また、 $d_0'(t)$ すなわち $\bar{\gamma}(t)$ についてもそれとほぼ同一時刻に最大値に達している。
- (3) 地表における変位および相対変位の最大値、地中におけるせん断ひずみの最大値について、それぞれの最大値発生時刻を比較すると、ほぼ同一時刻に一齐に最大値に達していることがわかる。これは地震動の伝播速度が数百 m/s であるのに対して、観測点の粒子速度が高々数十 cm/s 程度と約 $1/10^3$ であり、最大値を示す波動がほぼ一瞬の内に伝播したようにみなせるからであろうと考えられる。
- (4) 相対変位波形 $d'(t)$ の最大振幅は変位波形 $d(t)$ のその約 0.8 倍程度 (G-2, G-3, G-6) になっている。

各観測点における変位および相対変位の最大値とその発生時刻を表-5.2に示す。なお、せん断ひずみの最大値については付録-4の図中に示す。

B. 地中における深さ方向せん断ひずみ分布 (最大ひずみ発生深さとその大きさ)

カウンターウェイト内および本堤内に発生したせん断ひずみの時刻歴波形について、算出した深さごとの最大値分布を図-5.10に示す。なお、同図には上下流方向の変位成分により発生したせん断ひずみ γ_{xx} およびダム軸方向の変位成分により発生したせん断ひずみ γ_{xy} の両者を示す。共にほぼ同程度の大きさのひずみであるが、やや γ_{xx} の方が大きいことがわかる。

- (1) 基盤 G-1 に対する相対変位 $d_0'(t)$ を標高差で除した、平均的なせん断ひずみ $\bar{\gamma}(t)$ によって、地表との2観測点間に発生しているせん断ひずみの大きさのオーダーが把握できる。これは2観測点間の位相差によるタイムラグが小さいため、位相遅れを考慮しない相対変位波形 $d_0'(t)$ によって求めた $\bar{\gamma}(t)$ によって、発生ひずみの大きさの平均値を代表できるものとみなせる。
- (2) $\gamma(t, z)$ は一定のせん断波伝播速度 v_s を与えて地表の速度波形 $v(t)$ から算出している。 v_s による $\gamma(t, z)$ の変動を算出式から考えてみると、 v_s をより小さく仮定 (1/2倍に) すると、 γ は大きく (2倍に) なり、同一時刻歴波形の発生位置 (深さ) は上昇すること (1/2の深さ) になる。逆に v_s をより大きく仮定 (2倍に) すると、 γ は小さく (1/2倍に) なり、同一時刻歴波形の発生位置 (深さ) は下降すること (2倍の深さ) になる。^{*2)}
- (3) $\gamma(t, z)$ の深さ z 方向分布について、各深さにおける時刻歴波形の最大値 (最大振幅) の深さ方向

分布を求めると、地表近くでは深さと共に単調に増加する。深さが対象表層厚 H の $1/3 \sim 3/3$ 程度の中程度より深い下方でピークに達し、せん断ひずみが最大値になる。

- (4) $r(t, z)$ は v_s の値によってその大きさおよび深さ方向分布のピーク発生位置が移動するが、深さ方向のひずみ最大振幅の分布形状は v_s の値を変化させても相似であり、^{*2)}速度波形 $v(t)$ によって決定される。このため、深さ方向のひずみ分布、すなわち、変位モードの形状がわかる。^{*2)}

C. 地震時の発生せん断ひずみ

- (1) カウンターウェイト部でのせん断ひずみは伝播速度 $v_s = 200\text{m/s}$ と仮定すれば最大約 1×10^{-3} 程度まで発生し、深さと共に単調に大きくなっている。しかし、地震動の相互相関を用いて求めた伝播速度は $v_s = 100 \sim 150\text{m/s}$ 程度であり、このとき最大約 2×10^{-3} 程度のひずみが $z = \frac{2}{3}H$ 前後の深さでピークを示す分布で生じていることがわかった(図-5.10参照)。
- (2) 本堤でのせん断ひずみは地震動の相互相関を用いて求めた伝播速度が平均 $v_s = 200 \sim 250\text{m/s}$ であり、このとき最大約 1.5×10^{-3} 程度のひずみが $z = \frac{2H}{3}$ 前後の深さでピークを示す分布で発生していることがわかった。しかし、伝播速度 v_s は天端に近くなるに従い、低下していることがG-1, 4, 6の地震動記録波形の相互相関から求めた伝播時間からわかっている。上部G-4→G-6の相互相関から求めた伝播速度は $100 \sim 200\text{m/s}$ (上下流方向 $v_s = 121\text{m/s}$ ダム軸方向 $v_s = 171\text{m/s}$)であり、上部ではさらに大きなひずみが分布していたものと考えられる(前述の脚注*2)参照)。
- (3) 長柄ダム堤体およびカウンターウェイト内において、地震動によって 10^{-4} 以上のせん断ひずみが繰返し生じ、最大 10^{-3} オーダーのひずみが発生していたことが図-5.10からも確認できた。

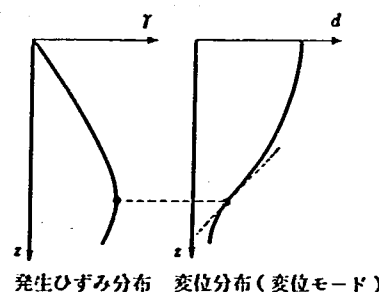
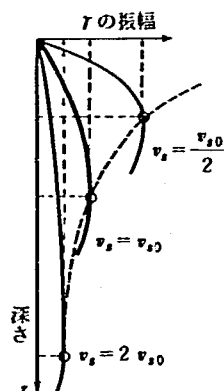
*2)

$$r(t, z; v_s) \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{1}{2v_s} \left[v\left(t + \frac{z}{v_s}\right) - v\left(t - \frac{z}{v_s}\right) \right]$$

であるから次の関係式が成立する。

$$r\left(t, \frac{z}{2}; \frac{v_s}{2}\right) = 2r(t, z; v_s)$$

$$r(t, 2z; 2v_s) = \frac{1}{2}r(t, z; v_s)$$



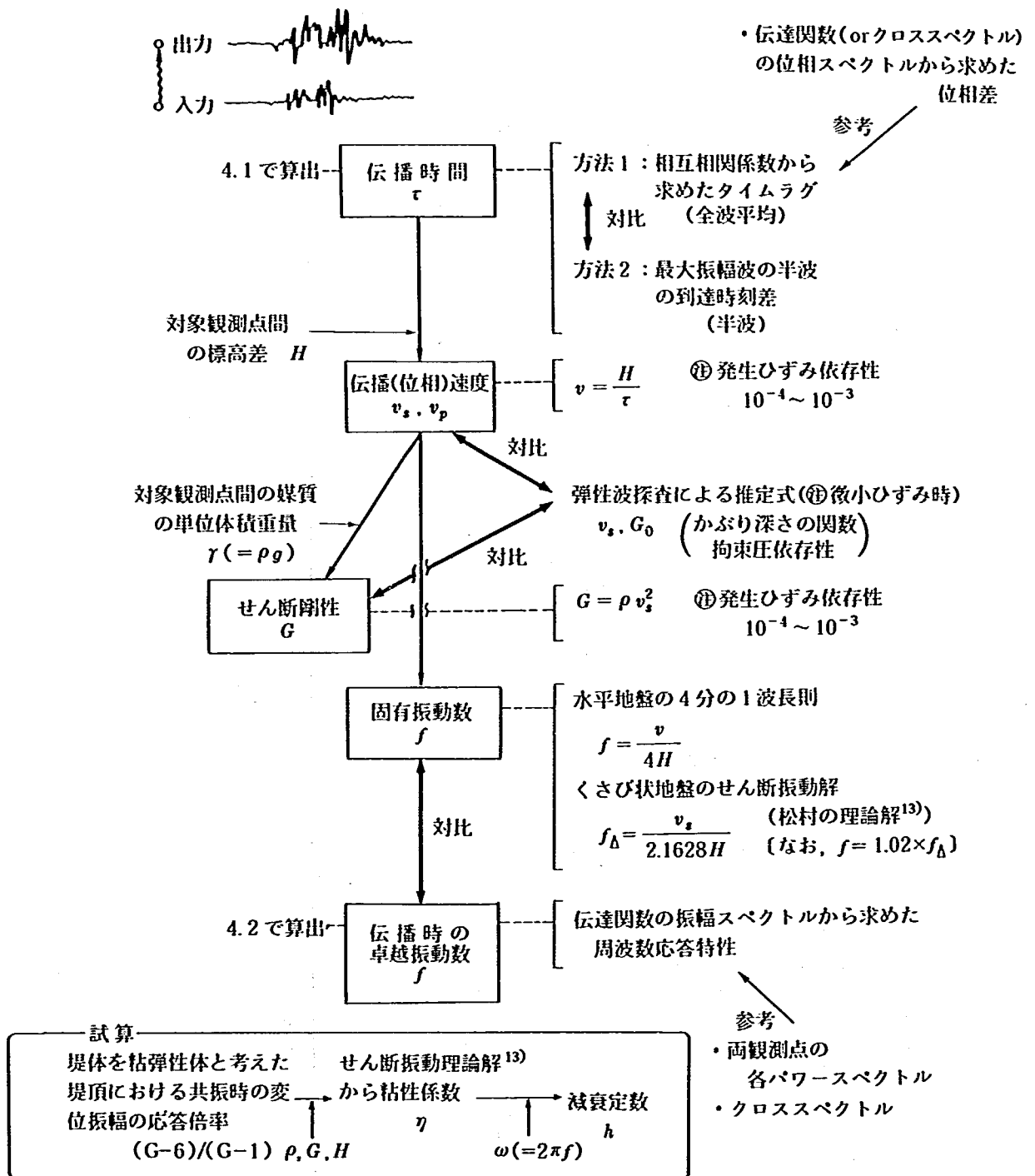
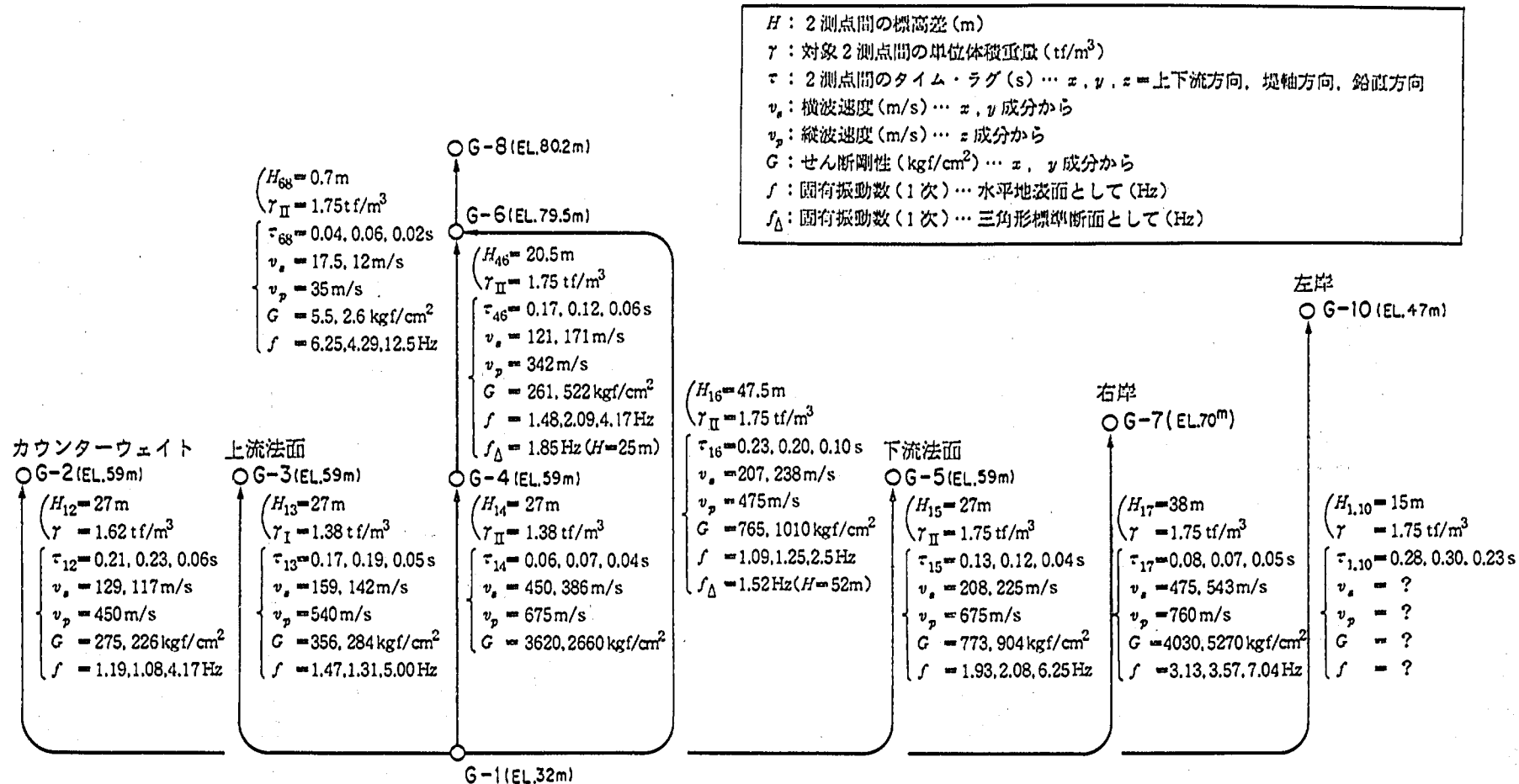


図-5.1 2観測点間相互の波形解析から動的物性推定の相互関連図



算定式

$$\begin{aligned}
 & \bullet v_x = \frac{H}{\tau} \quad (x, y \text{ について}) \quad v_z = \frac{H}{\tau} \quad (z \text{ について}) \\
 & \bullet G = \rho v_z^2 = \frac{\gamma}{g} v_z^2 \\
 & \bullet f = \frac{1}{T} = \frac{v_x}{4H} \quad (x, y \text{ について}) \quad f = \frac{v_z}{4H} \quad (z \text{ について}) \\
 & \bullet f_\Delta = \frac{1}{T} = \frac{v_x}{2.6128H} \quad (x \text{ についてのみ})
 \end{aligned}$$

図-5.2 観測記録からの諸物性推定(方法1)

— 2 測点の加速度成分の相互相関から求めたタイム・ラグ(全波形平均) —

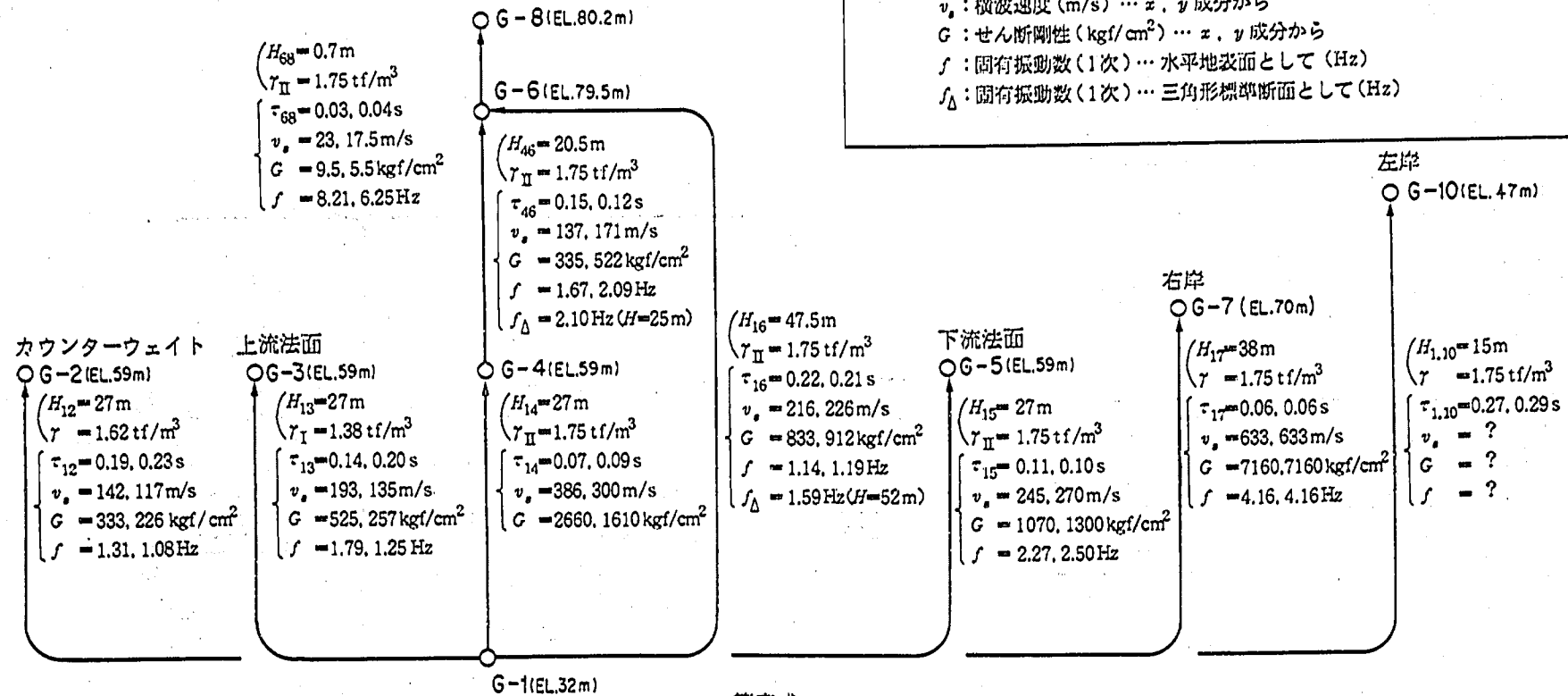
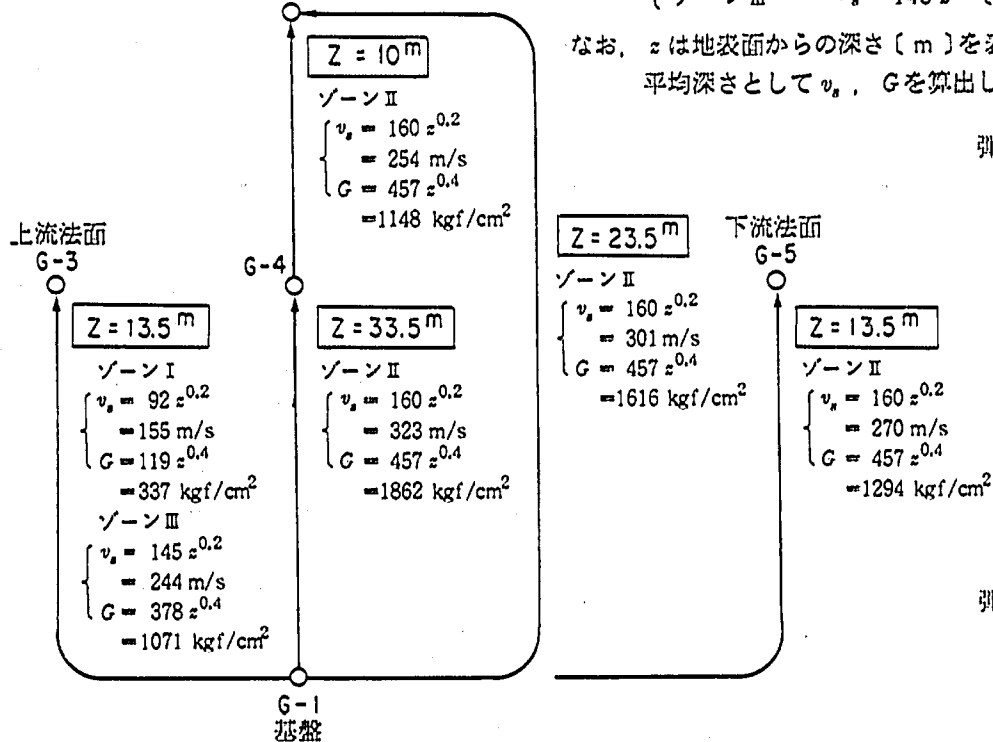
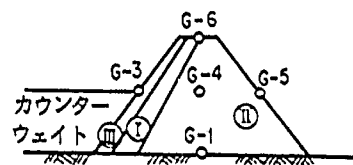


図-5.3 観測記録からの諸物性推定(方法2)

— 2測点の加速度成分の最大振幅を有する半波から求めたタイム・ラグ(最大半波) —



算定式

$$\begin{cases} \text{ゾーン I} \cdots \cdots v_s = 92 z^{0.2} \text{ (m/s)}, G = 119 z^{0.4} \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \\ \text{ゾーン II} \cdots \cdots v_s = 160 z^{0.2} \text{ (m/s)}, G = 457 z^{0.4} \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \\ \text{ゾーン III} \cdots \cdots v_s = 145 z^{0.2} \text{ (m/s)}, G = 378 z^{0.4} \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \end{cases}$$

なお、 z は地表面からの深さ [m] を表わすが、ここでは対象領域の平均深さとして v_s 、 G を算出した。

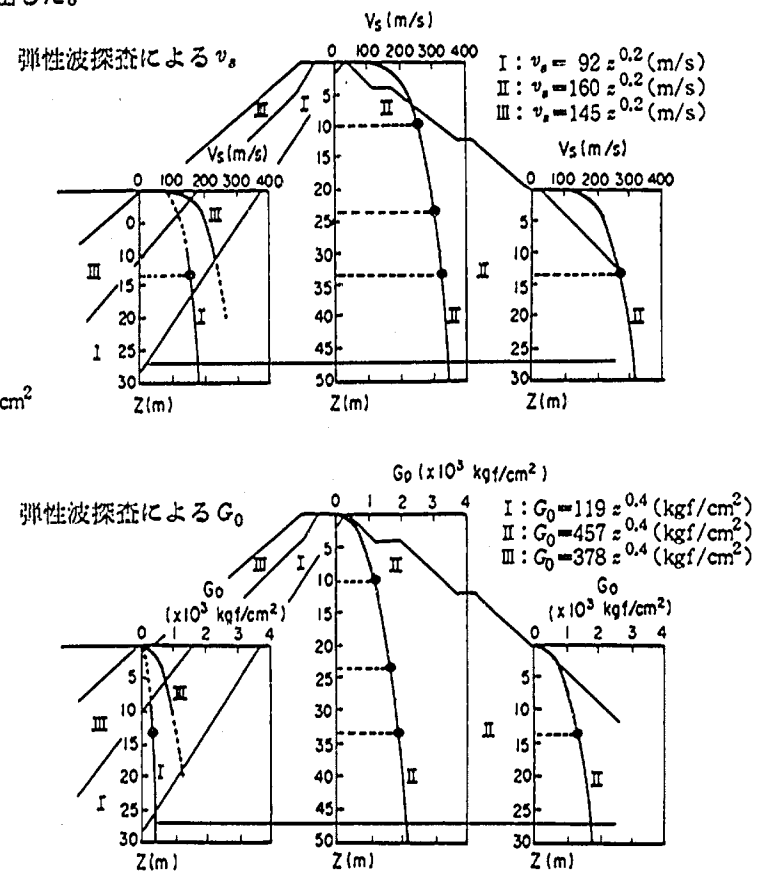
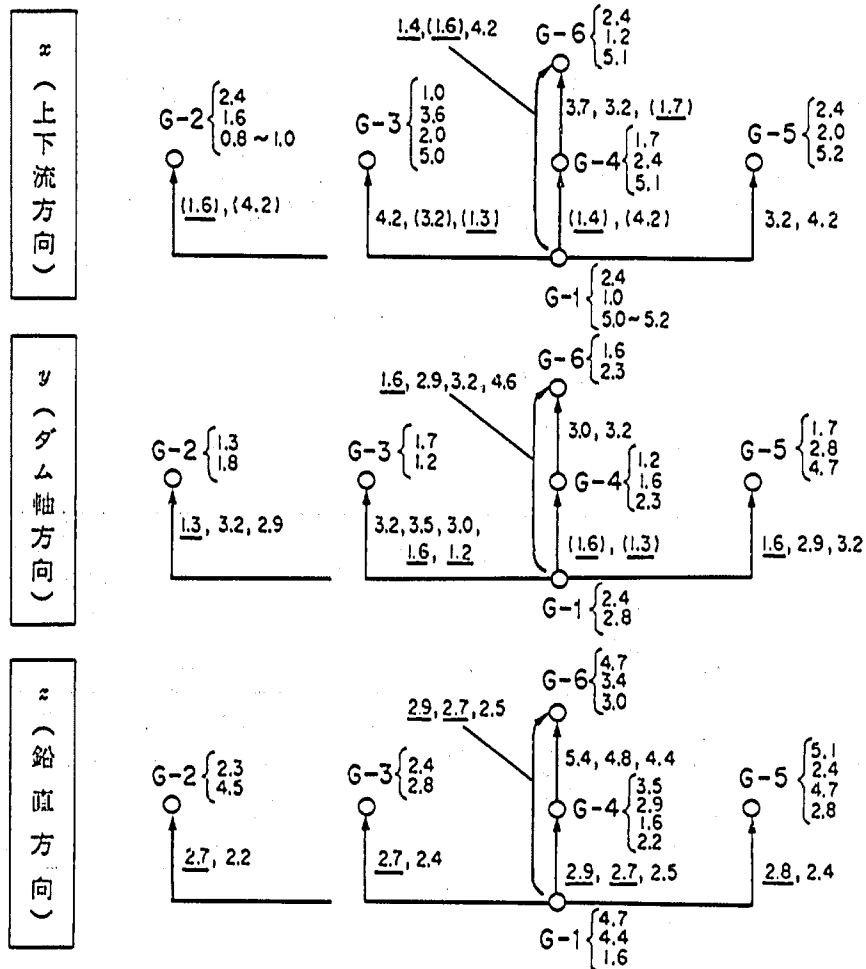


図-5.4 弾性波探査による諸物性 (v_s , G) の推定

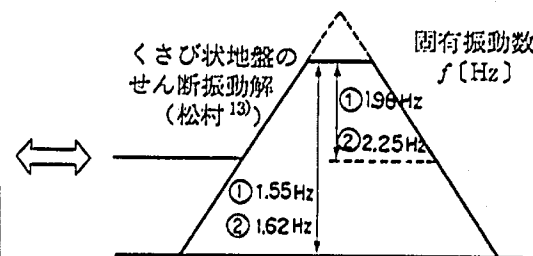
各観測点におけるパワースペクトルの卓越振動数〔Hz〕と各観測点間相互の伝達関数の卓越振動数〔Hz〕の一覧



伝達関数における顕著なピークは認められないが、堤体としては1.3~1.6 Hz付近の増幅がやや大きい。

伝達関数における顕著なピークは認められないが、堤体全体として1.2~1.6 Hz付近で増幅されている。

伝達関数における顕著なピークとして堤体全体を通して2.7~3.0 Hz付近で増幅されている。



①は方法1による v_s を、②は方法2による v_s を用いた。

台形断面への補正

$$\begin{aligned} & \frac{207 \text{ m/s}}{2.6128 \times 52 \text{ m}} = 1.52 \text{ Hz}, \quad 1.52 \times 1.02 = 1.55 \text{ Hz} \\ & \frac{216 \text{ m/s}}{2.6128 \times 52 \text{ m}} = 1.59 \text{ Hz}, \quad 1.59 \times 1.02 = 1.62 \text{ Hz} \\ & \frac{121 \text{ m/s}}{2.6128 \times 25 \text{ m}} = 1.85 \text{ Hz}, \quad 1.85 \times 1.07 = 1.98 \text{ Hz} \\ & \frac{137 \text{ m/s}}{2.6128 \times 25 \text{ m}} = 2.10 \text{ Hz}, \quad 2.10 \times 1.07 = 2.25 \text{ Hz} \end{aligned}$$

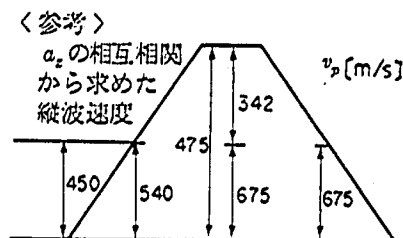


図-5.5 堤体における地震動の卓越振動数 f

		せん断波速度 v_s (m/s)	せん断剛性 G (kgf/cm ²)
地震波形解析	方法1 (全波形平均) 2点間の加速度 a_x, a_y の相互相関から求まるタイムラグを用いて算出		
	方法2 (最大振幅波形) 2点間の加速度 a_x, a_y の最大振幅を有する半波のタイムラグを用いて算出		
弾性波探査による推定式 かぶり厚さの関数として表わされた推定式を用いて平均深さで算出			

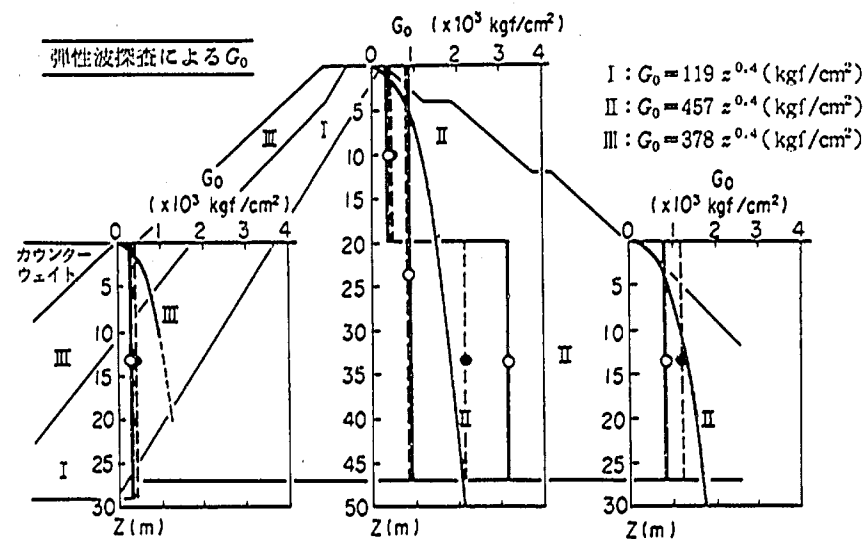
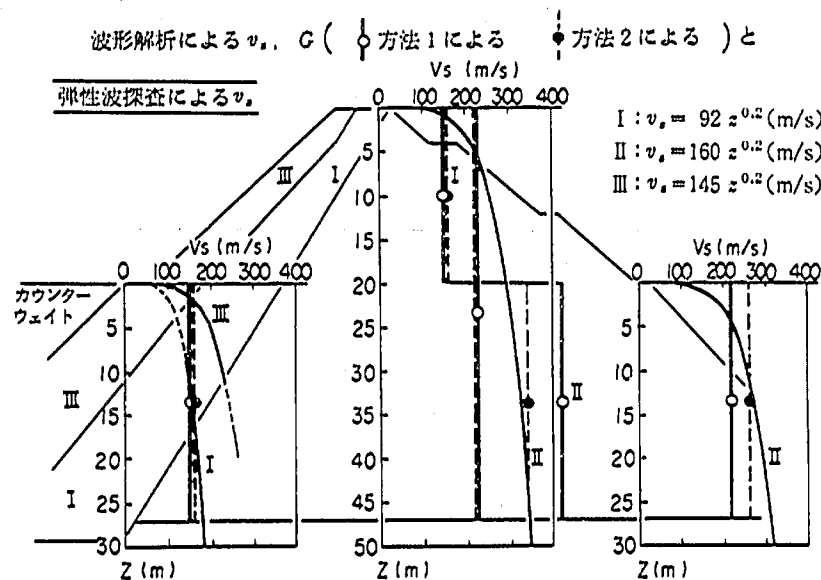
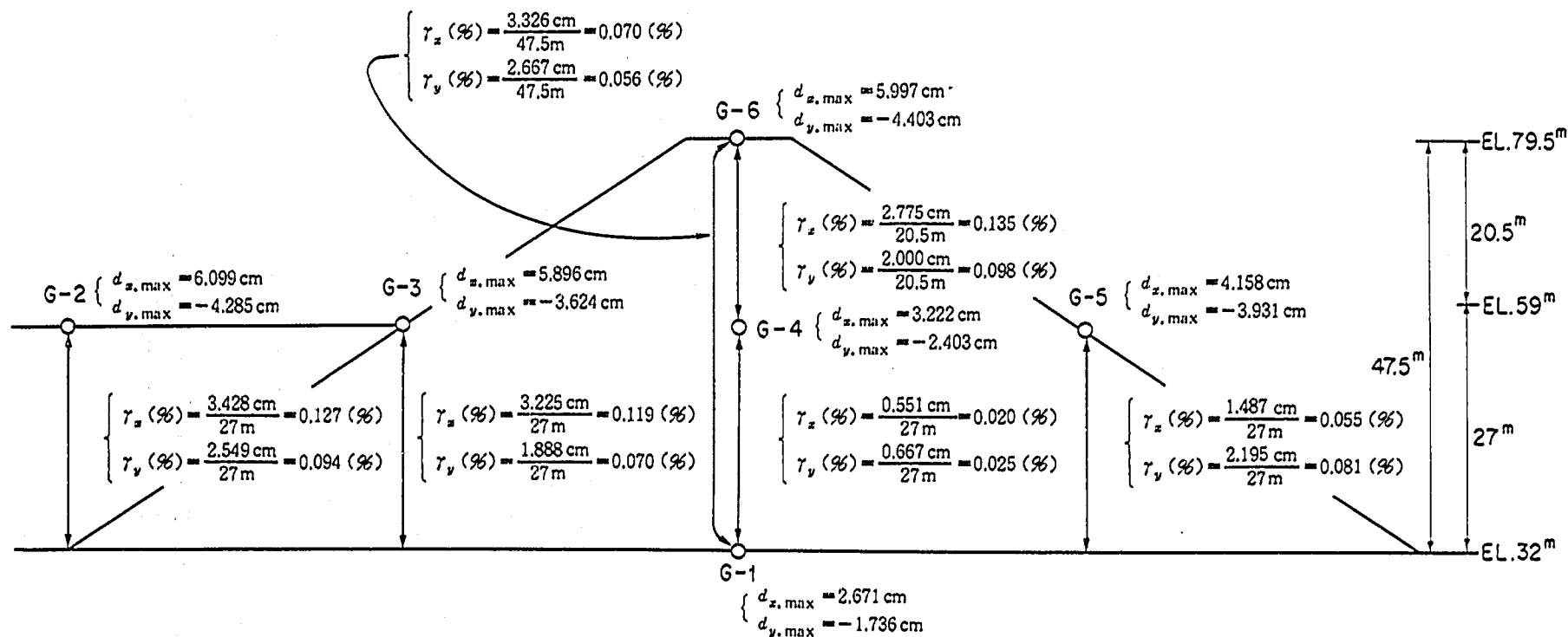


図-5.6 せん断波速度 v_s とせん断剛性 G

発生ひずみレベル

r_x, r_y : 各観測点の変位波形の最大振幅 $d_{x, \max}, d_{y, \max}$ について G-1
(あるいは G-4) の最大振幅に対する相対変位 (変位差) の
絶対値を求め、対象観測点間の標高差で割って求めた平均的な
せん断ひずみ (それぞれ r_{xz}, r_{zy} を意味する)



x (上下流) 方向, y (ダム軸) 方向ともに、
少なくとも 10^{-4} 以上のせん断ひずみが発生し、
最大 10^{-3} (0.1%) オーダーのせん断ひずみの生
じていたことがうかがえる。

図-5.7 最大変位の変位差から求めた平均せん断ひずみ r_x, r_y

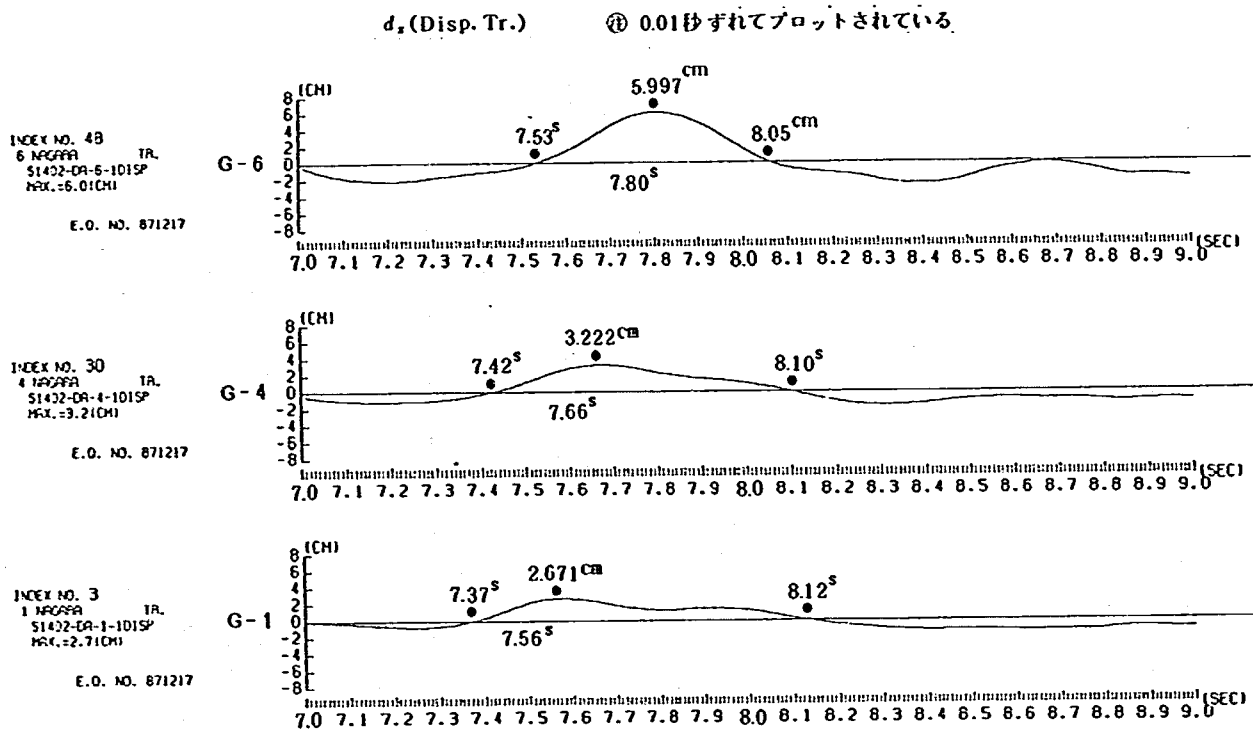


図-5.8 変位時刻歴波形

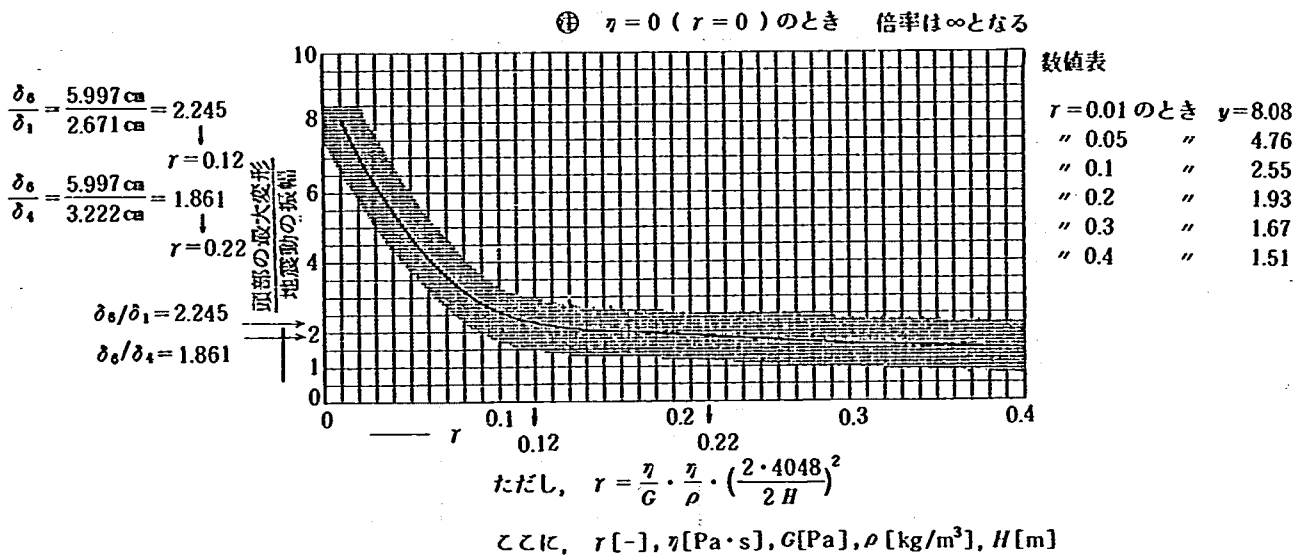


図-5.9 共振時の堤体天端の最大変位増幅倍率¹³⁾
(G , η が一定の場合)

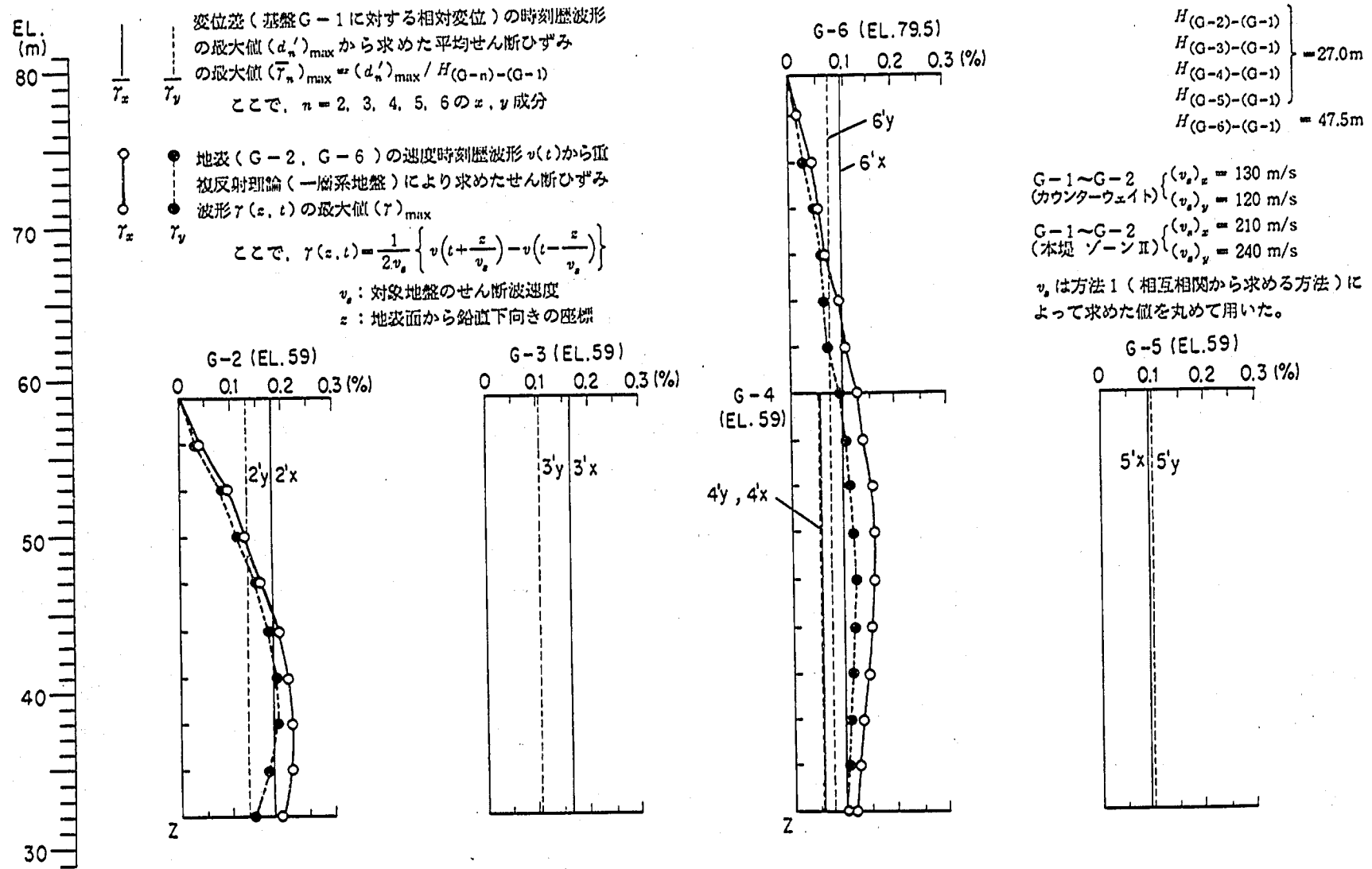


図-5.10 発生せん断ひずみ γ_x, γ_y の最大値分布

表-5.1 堤体各部の最大変位量(左欄)と基盤G-1の最大変位量を
差し引いた相対変位量(右欄)

観測点番号	上下流(x)方向 (cm)		ダム軸(y)方向 (cm)		鉛直(z)方向 (cm)	
G-1	2.671	—	-1.736	—	-0.473	
G-2	6.099	3.428	-4.285	-2.549	-0.690	
G-3	5.896	3.225	-3.624	-1.888	1.048	
G-4	3.222	0.551	-2.403	-0.667	-0.480	
G-5	4.158	1.487	-3.931	-2.195	-0.575	
G-6	5.997	3.326	-4.403	-2.667	-0.673	

表-5.2 変位およびG-1に対する相対変位の各時刻歴波形における
最大値〔単位: cm〕とその発生時刻〔() 内 単位: 秒〕

観測点 番 号	x (上下流方向)		y (ダム軸方向)		z (鉛直方向)	
	$d_{x,max}$	$d_{x',max}$	$d_{y,max}$	$d_{y',max}$	$d_{z,max}$	$d_{z',max}$
G-1	cm S 2.671(7.56)	cm S 0 ()	cm S -1.736(7.58)	cm S 0 ()	cm S -0.473(10.29)	cm S 0 ()
G-2	6.099(7.79)	4.881(7.80)	-4.285(7.87)	-3.557(7.87)	-0.690(8.55)	-0.806(10.74)
G-3	5.896(7.72)	4.430(7.74)	-3.624(7.80)	-2.848(7.81)	1.048(7.71)	1.170(7.71)
G-4	3.222(7.66)	1.487(7.72)	-2.403(7.73)	-1.453(7.76)	-0.480(10.28)	-0.349(8.60)
G-5	4.158(7.70)	2.586(7.73)	-3.931(7.70)	-2.778(7.73)	-0.575(8.38)	-0.843(8.36)
G-6	5.997(7.80)	4.780(7.80)	-4.403(7.81)	-3.629(7.81)	-0.673(5.47)	0.700(7.51)
G-7	3.427(7.64)	1.394(7.70)	-4.638(7.66)	-3.240(7.69)	0.621(8.34)	0.615(9.23)
G-8	8.139(7.84)	6.853(7.83)	-4.559(7.86)	-3.828(7.86)	-0.872(8.25)	-1.134(8.26)
G-10	3.016(7.83)	-3.291(7.54)	-1.768(7.89)	1.948(7.57)	0.650(13.71)	0.891(13.72)

6. ま と め

長柄ダムで観測された強震記録を基にして、カウンターウェイト部を含む堤体の地震時挙動、堤体内の波動伝播および堤体材料の動的物性の推定などの検討を行い、以下の事項が明らかとなった。

- (1) 千葉県東方沖の地震によって長柄ダムが経験した地震動は、堤体の下流方向から $30^{\circ} \sim 45^{\circ}$ 左岸寄りの向き（北西）の方向へ大きく変位する波動が一波だけ卓越しており、これが最大変位を与える。この波動の前後は比較的小さな変位を示すに過ぎないといった特徴的な衝撃型の地震動であった。
- (2) 堤体内およびカウンターウェイト内において発生したせん断ひずみは、地震動による上下流方向およびダム軸方向の水平変位によって生じ、ともに少なくとも 10^{-4} 以上のせん断ひずみが繰返し発生し、最大 10^{-3} オーダーの大きなひずみレベルに達していたことがわかった。
- (3) 堤体内のせん断波速度は本地震動では平均 220 m/s 程度であったと推定できる。これは地震動による $10^{-4} \sim 10^{-3}$ レベルのせん断ひずみの発生によって微小ひずみレベルでのせん断波速度 300 m/s からひずみ依存性によって低下したものと考えられる。一方、カウンターウェイト内では平均 $120 \sim 130 \text{ m/s}$ 程度であったと推定できるが、同様に $10^{-4} \sim 10^{-3}$ レベルのせん断ひずみの発生で低下していたものと推測される。
- (4) 堤体内のせん断剛性は本地震動では平均 900 kgf/cm^2 程度であったと推定できる。これも初期剛性の 1600 kgf/cm^2 程度からひずみ依存性によって低下したものと考えられる。一方、カウンターウェイト内では平均 $250 \sim 280 \text{ kgf/cm}^2$ 程度であったと推定され、同様に初期剛性より低下していたものと推測される。
- (5) 堤体の一次固有振動数は、上下流方向およびダム軸方向のせん断振動に対してともに 1.6 Hz 、鉛直動に対して $2.7 \sim 3.0 \text{ Hz}$ 程度と推定できる。一方、カウンターウェイト部の一次固有振動数は、上下流方向およびダム軸方向のせん断振動に対してそれぞれ 1.6 Hz 、 1.3 Hz 、鉛直動に対して 2.7 Hz あるいは 2.2 Hz であると推測される。
- (6) 堤体を粘弾性体として、共振時の基礎に対する天端の変位増幅倍率の定常状態における解析解を用いて試算した減衰特性は、粘性係数 $\eta = 5.6 \text{ MPa} \cdot \text{s}$ 、減衰定数 $h = 0.2 \sim 0.3$ と求められた。ただし、これらの値は共振時の堤体変位と粘性係数との間に成立する関係式から求めている点に留意する必要がある。

謝

辞

千葉県東方沖地震時に水資源開発公団・長柄ダムで観測された貴重な地震動の強震記録およびこれに関連する付属検討資料を提供していただいた水資源開発公団第二工務部、同房総導水路建設所ならびに同試験所をはじめとする公団の各位に深く敬意と感謝の意を表します。また、本検討にあたり、有益な意見をいただいた振動研究室の相沢興氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 佐々木康：千葉県東方沖の地震（62.12.17）の調査速報，土木技術資料，Vol. 30, No.1, pp.47～55, (1988.1)
- 2) 佐々木康，松本秀應，栗原徹郎，瀬古育二：千葉県東方沖の被害，土と基礎，Vol.36, No.12, pp.5～11, (1988.12)
- 3) 気象庁地震火山部：1987年12月地震火山概況，(1988)
- 4) 春川光男：千葉県東方沖地震の九十九里平野およびその周辺における震度分布とそれから推定される問題（第2報），日本地質学会関東支部シンポジウム講演要旨集，pp.18～24, (1988)
- 5) 溝上 恵：千葉県東方沖地震の概要，日本地質学会関東支部シンポジウム講演要旨集，pp.1～8, (1988)
- 6) 強震観測事業推進連絡会議：強震速報No.37，国立防災科学技術センター刊行，(1988)
- 7) 川島一彦，相沢 興，高橋和之：最大地震動および地震応答スペクトルの推定法－（その4）最大加速度，速度，変位および加速度応答スペクトルの距離減衰式の再検討－，土木研究所資料，第1993号，(1983.3)
- 8) 吉見精太郎，佐々木康，栗原徹郎：強震記録の3次元地震動主軸に関する検討，土木学会第43回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.936～937, (1988)
- 9) 瀬古育二，柏木順，齊藤明朗，青木美樹，向後和広：1987年12月17日千葉県東方沖地震長柄ダム観測記録，水資源開発公団試験所，第一試験課フィルダム材料試験室報告第8704号，昭和63年1月(1988.1)
- 10) 木本悦郎，山崎晃，福島玲，瀬古育二，田中博良：千葉県東方沖地震における房総導水路長柄ダムの状況について，水と土，第73号，農業土木技術研究会，pp.89～95, (1988.6)
- 11) 川島一彦，高木義和，相沢興：数値化精度を考慮したSMAC-B₂型強震計記録の計器補正法および変位計算法，土木学会論文報告集，第325号，pp.35～44, (1982.9)
- 12) 荒川直士，川島一彦，田村敬一，相沢興，高橋和之：高密度強震観測用デジタル強震計の記録精度に関する実験的検討，土木研究所資料，第2019号，昭和58年8月(1983.8)
- 13) 松村孫治：地震動による土堰堤の変形，内務省土木試験所報告，第28号，昭和9年10月(1934.10)および後掲の資料－5参照
- 14) 柏木順，青木美樹，塚本康二，向後和広：千葉県東方沖地震時の長柄ダムの挙動解析，「地盤と土構造物の地震時の挙動」に関するシンポジウム，土質工学会，pp.205～212, (1989.1)

付録－１ 加速度，速度，変位の時刻歴波形
(全記録時間波形)

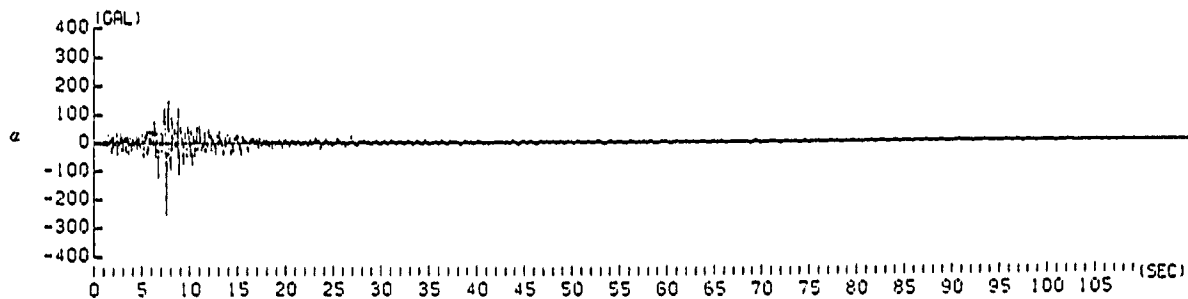
付録－1 加速度，速度，変位の時刻歴波形（全記録時間波形）

（注） pp.31-39の時刻歴波形は頭の0～20秒の解析対象とした主要部分波形である。

G-1 x

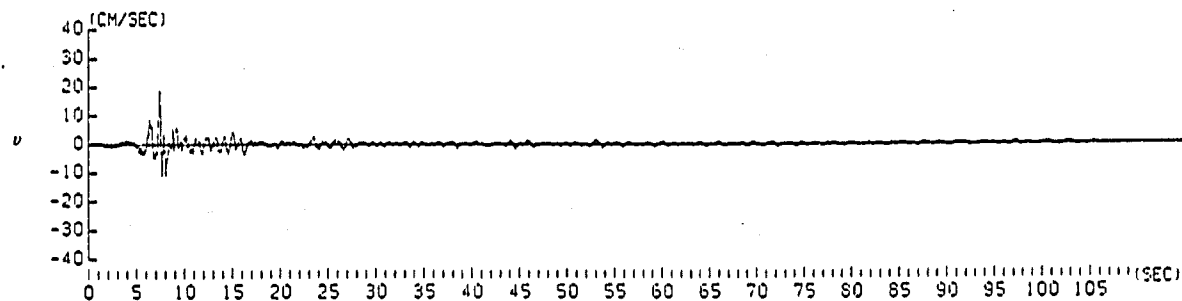
INDEX NO. 1
1 NACARA TR.
S1402-0A-1-1ACC.
MAX. ± 256.264 (GAL)

E.O. NO. 871217



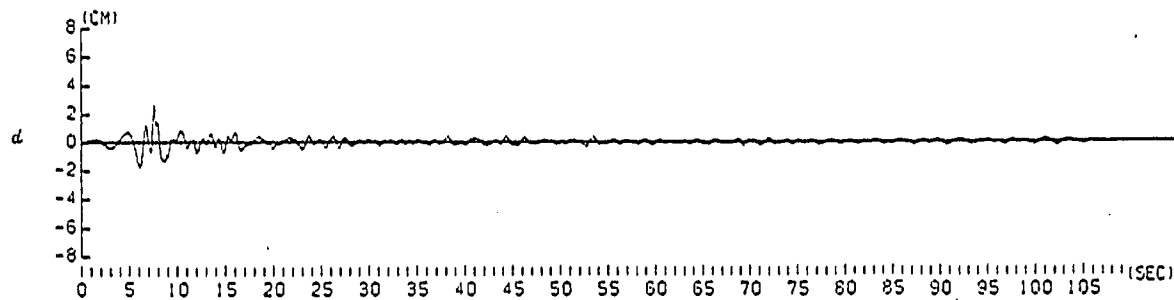
INDEX NO. 2
1 NACARA TR.
S1402-0A-1-1VEL.
MAX. ± 18.741 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
1 NACARA TR.
S1402-0A-1-101SP
MAX. ± 2.671 (CM)

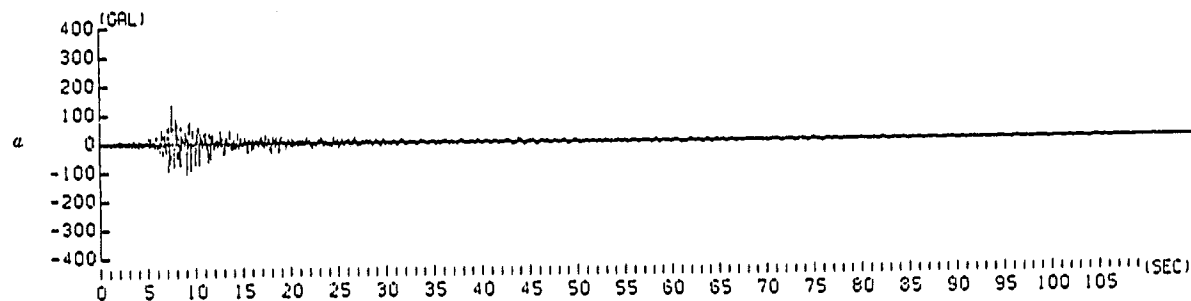
E.O. NO. 871217



G-1 y

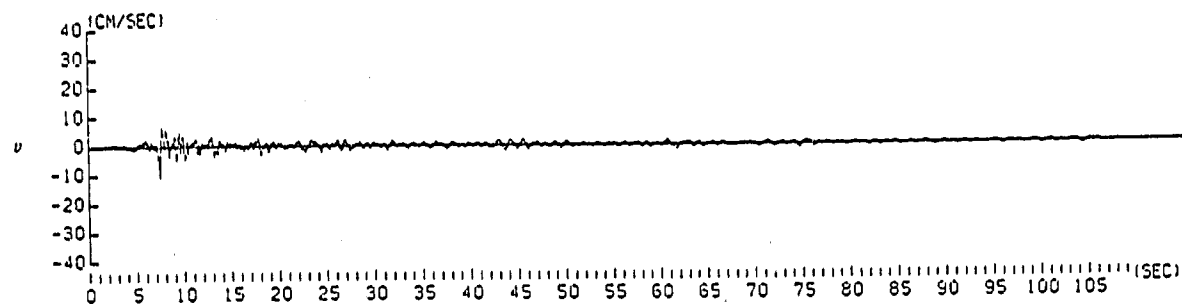
INDEX NO. 4
1 NAGARA LG.
S1402-0A-1-1ACC.
MAX. = 135.301 (GAL)

E.O. NO. 871217



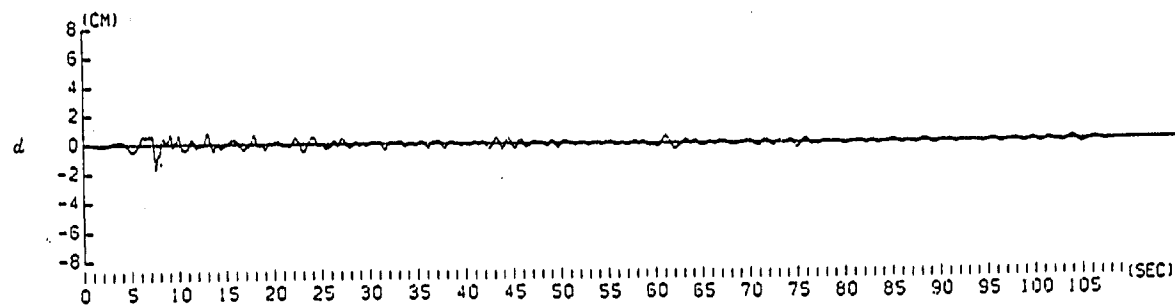
INDEX NO. 5
1 NAGARA LG.
S1402-0A-1-1VEL.
MAX. = 10.985 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 6
1 NAGARA LG.
S1402-0A-1-101SP
MAX. = 1.736 (CM)

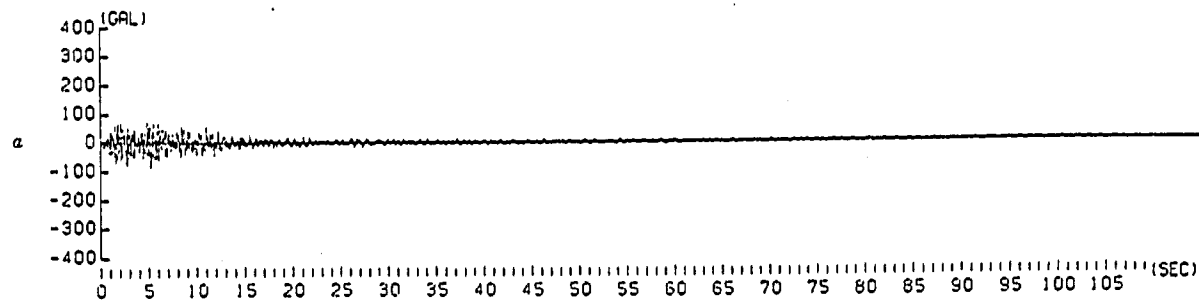
E.O. NO. 871217



G-1 z

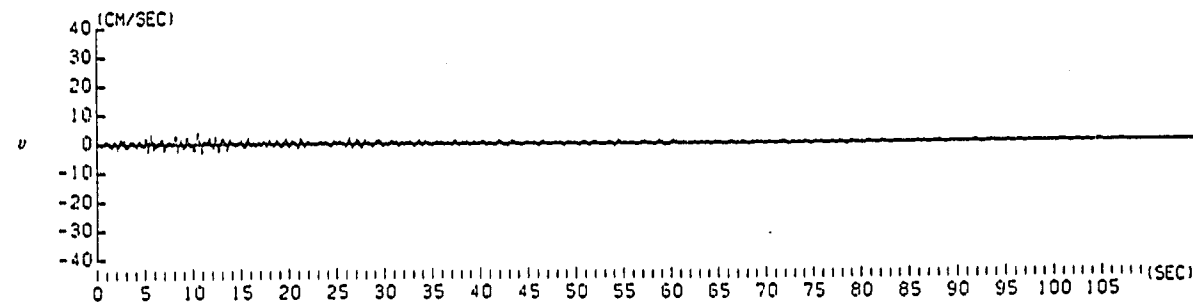
INDEX NO. 7
1 NACARA U-D
S1402-0A-1-1ACC.
MAX. $\dot{u}$ = 85.622 (GAL)

E.O. NO. 871217



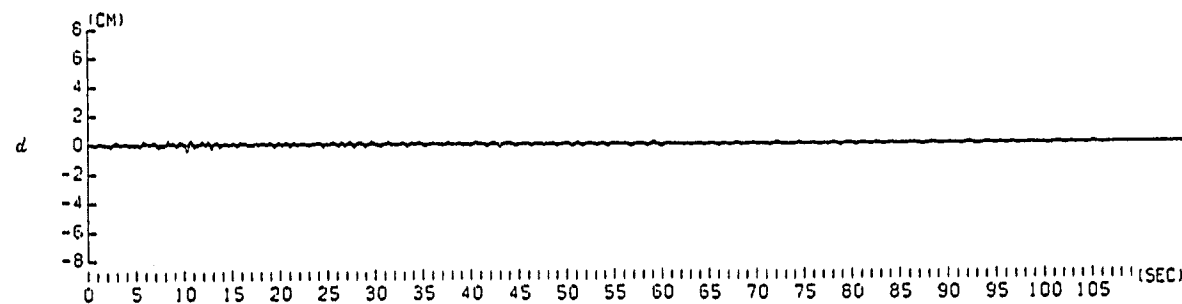
INDEX NO. 8
1 NACARA U-D
S1402-0A-1-1VEL.
MAX. $\dot{u}$ = 4.152 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 9
1 NACARA U-D
S1402-0A-1-101SP
MAX. $\ddot{u}$ = 0.473 (CM)

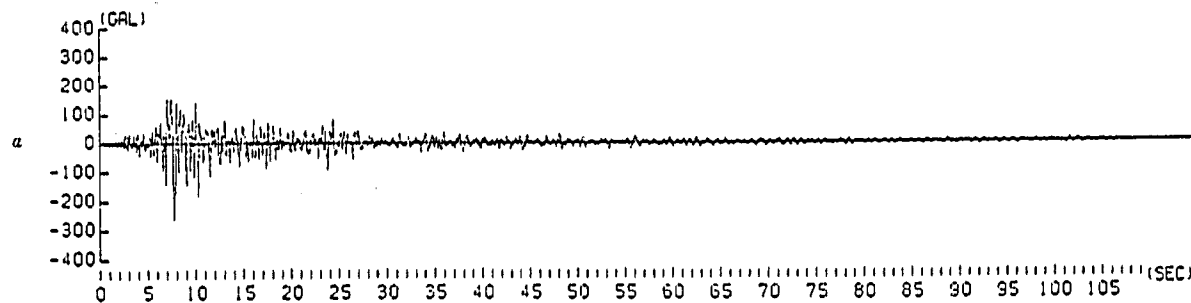
E.O. NO. 871217



G-2 x

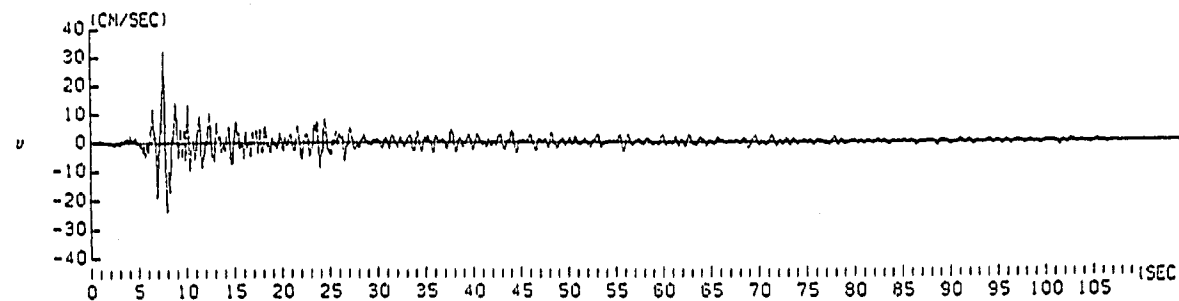
INDEX NO. 10
2 NIAGARA TA.
S1402-0A-2-1ACC.
MAX. a=263.111 (GAL)

E.O. NO. 871217



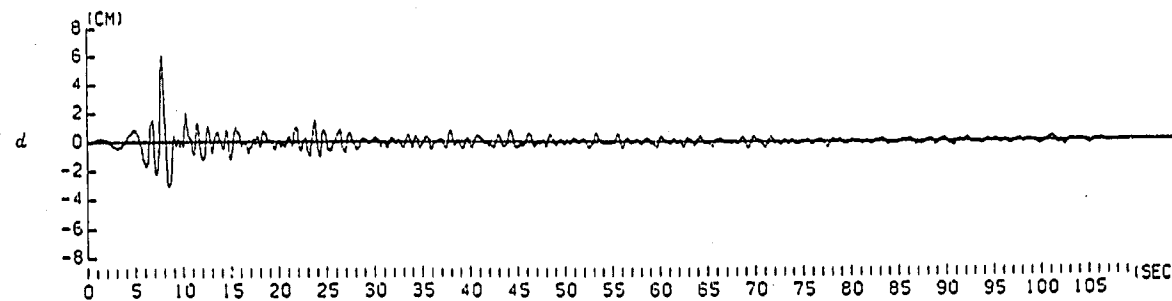
INDEX NO. 11
2 NIAGARA TA.
S1402-0A-2-1VEL.
MAX. a=32.0631CM/SEC

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 12
2 NIAGARA TA.
S1402-0A-2-1D15P
MAX. a=6.0991CM

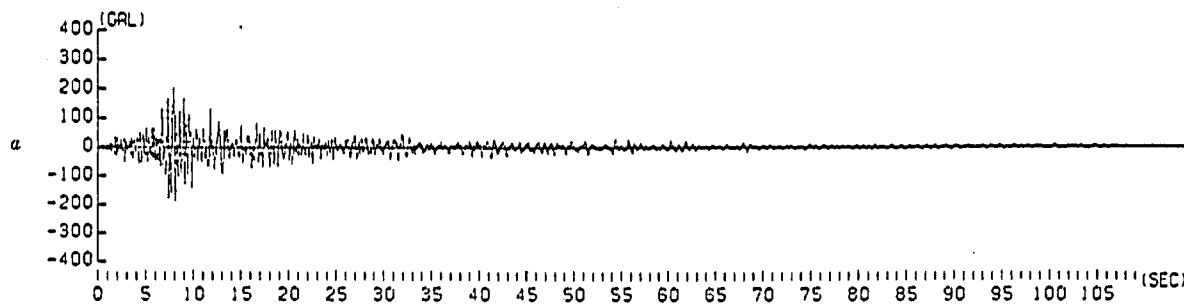
E.O. NO. 871217



G-2 y

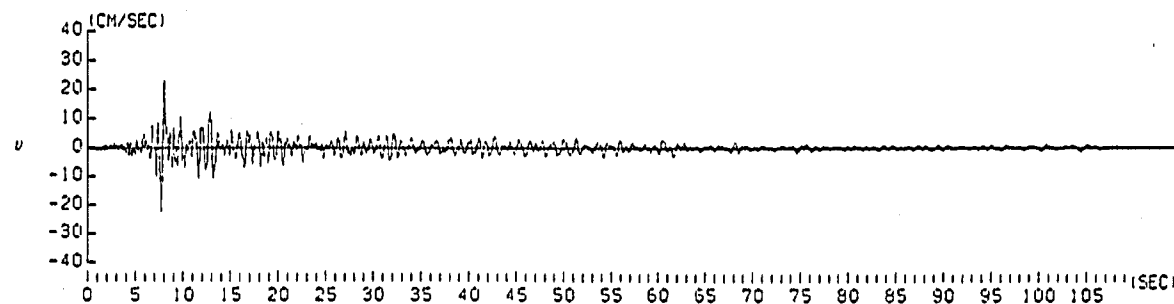
INDEX NO. 13
2 HAGAAR LG.
S1402-DA-2-1ACC.
MAX. = 203.9531 GAL

E.O. NO. 871217



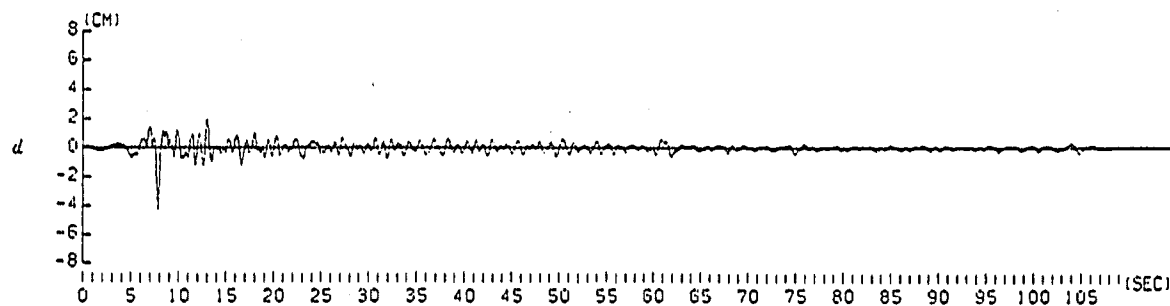
INDEX NO. 14
2 HAGAAR LG.
S1402-DA-2-1VEL.
MAX. = 23.021 CM/SEC

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 15
2 HAGAAR LG.
S1402-DA-2-1DISP
MAX. = 4.2851 CM

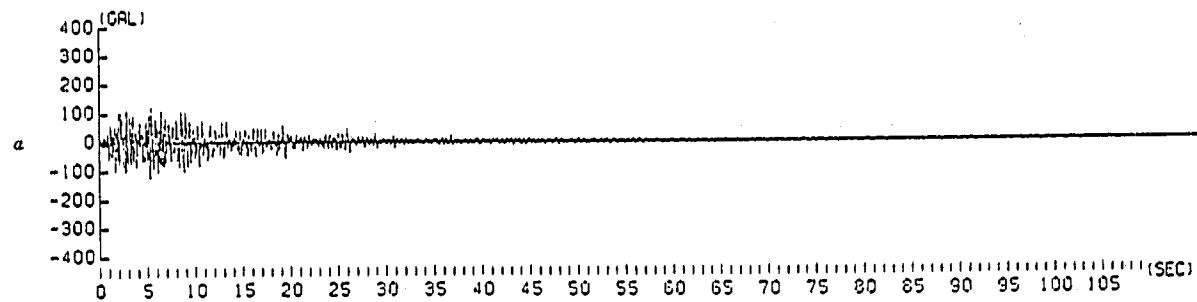
E.O. NO. 871217



G-2 z

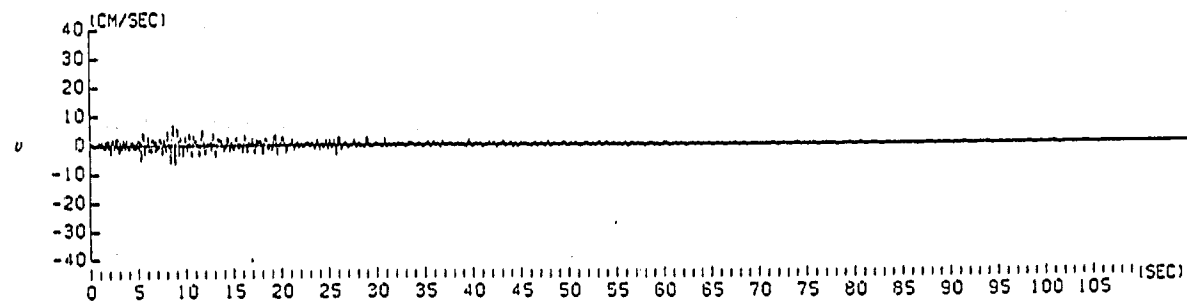
INDEX NO. 16
2 NAGARA U-D
51402-DR-2-1ACC.
MAX. a=123.425(GAL)

E.O. NO. 871217



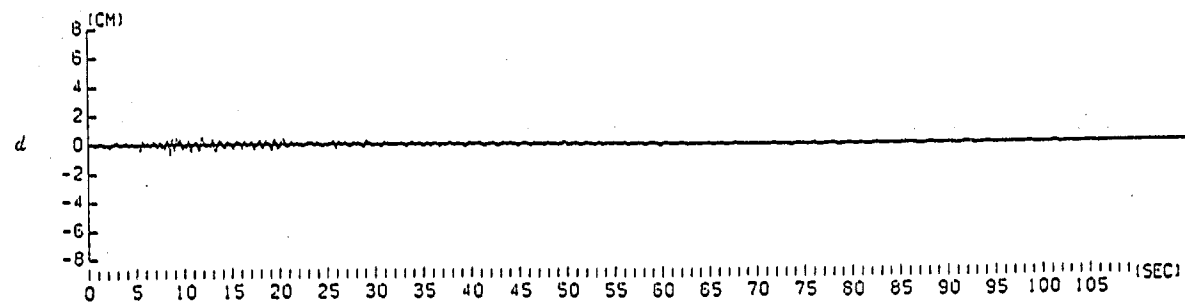
INDEX NO. 17
2 NAGARA U-D
51402-DR-2-1VEL.
MAX. a=7.115(CM/SEC)

E.O. NO. 871217



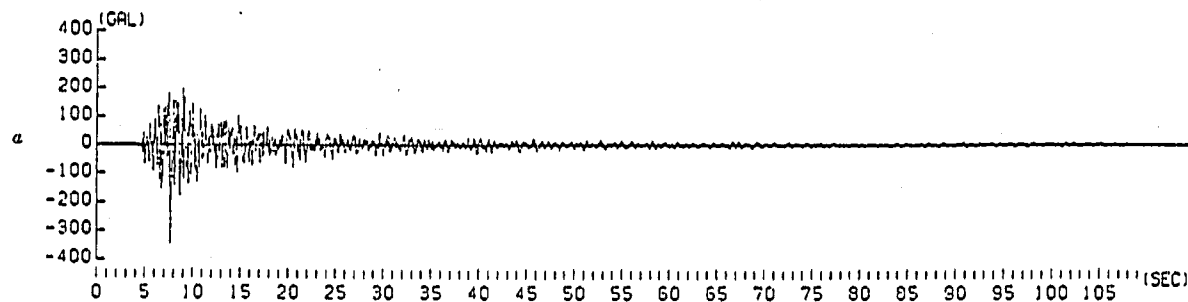
INDEX NO. 18
2 NAGARA U-D
51402-DR-2-101SP
MAX. a=0.690(CM)

E.O. NO. 871217

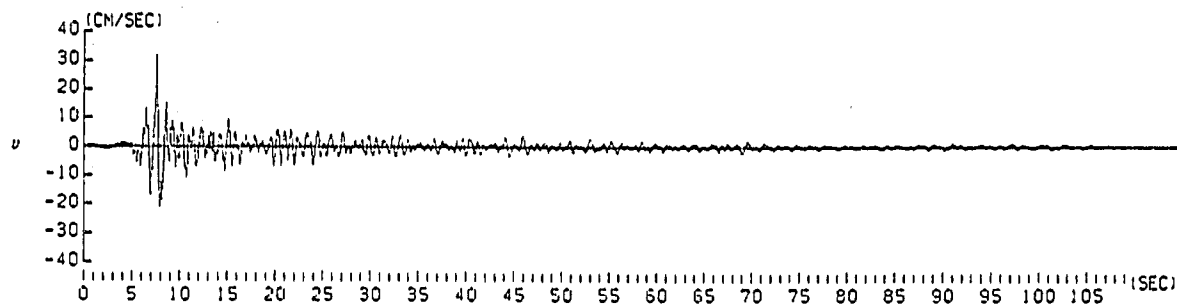


G-3 x

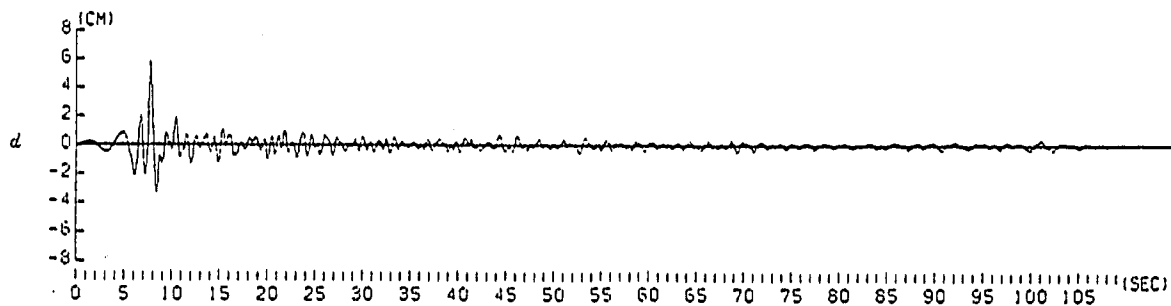
INDEX NO. 19
3 NAGARA TR.
S1402-0A-3-1ACC.
MAX. ± 346.721 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 20
3 NAGARA TR.
S1402-0A-3-1VEL.
MAX. ± 31.980 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



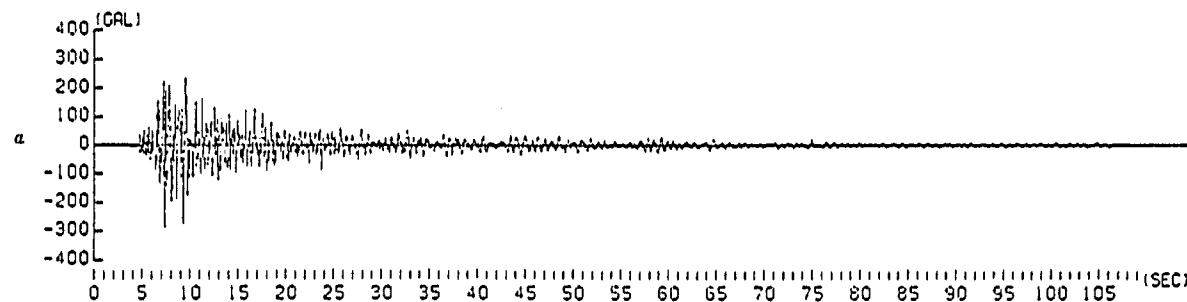
INDEX NO. 21
3 NAGARA TR.
S1402-0A-3-1DISP.
MAX. ± 5.896 (CM)
E.O. NO. 871217



G-3 y

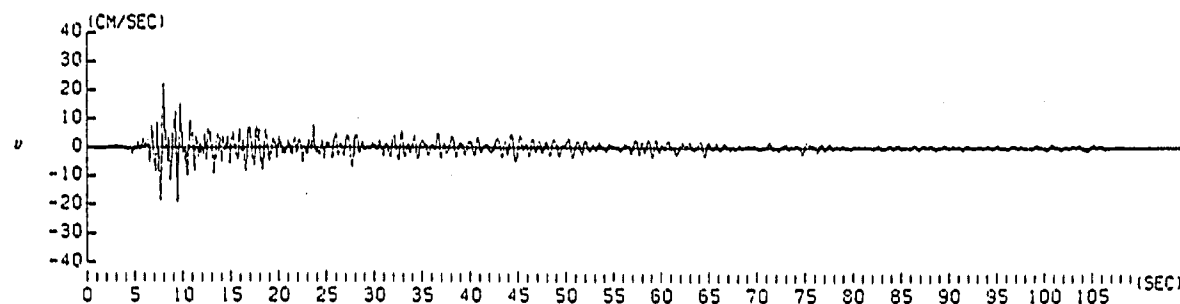
INDEX NO. 22
3 NAGARA LG.
S1402-0A-3-1ACC.
MAX. a=208.105(GAL)

E.O. NO. 871217



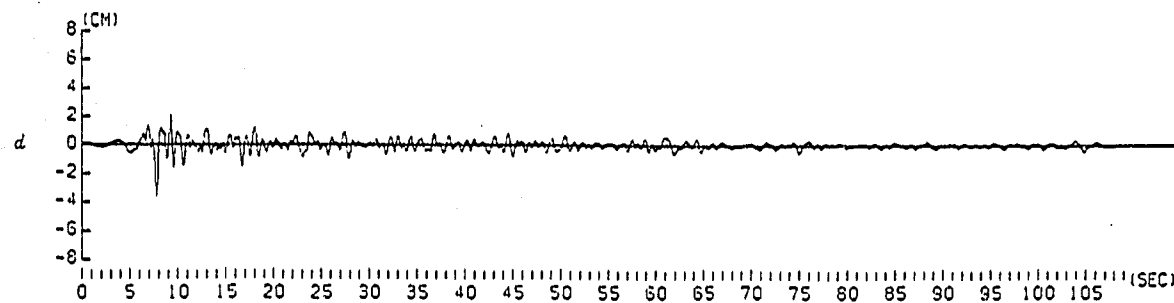
INDEX NO. 23
3 NAGARA LG.
S1402-0A-3-1VEL.
MAX. v=22.1491CM/SEC

E.O. NO. 871217



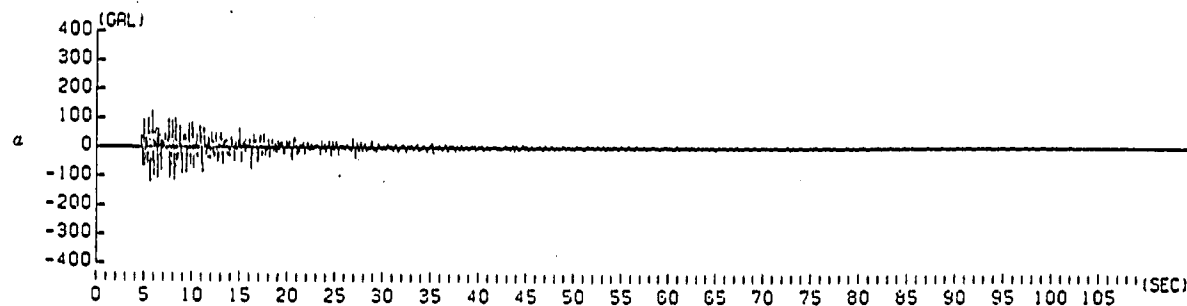
INDEX NO. 24
3 NAGARA LG.
S1402-0A-3-1015P
MAX. d=3.6241CM

E.O. NO. 871217

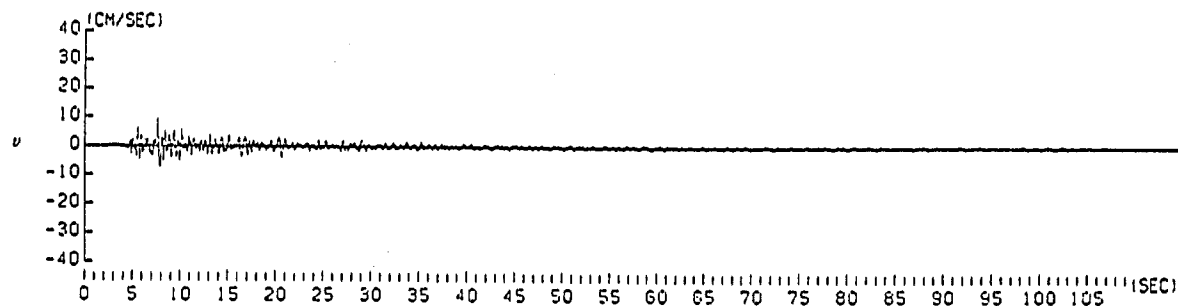


G-3 z

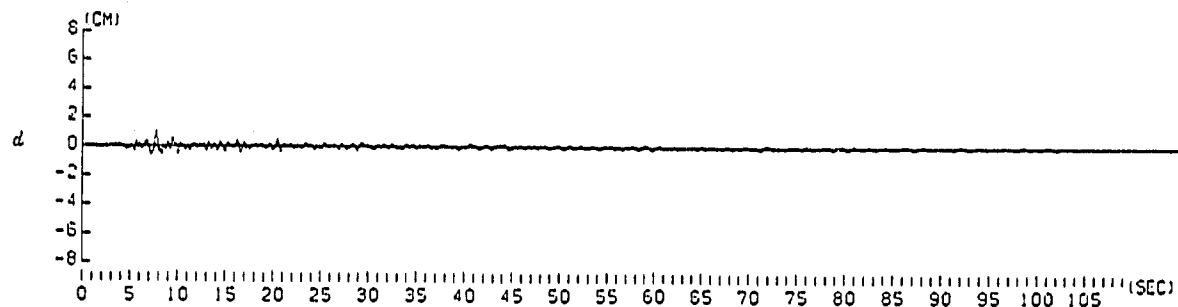
INDEX NO. 25
3 NAGARA U-D
S1402-DA-3-1ACC.
MAX. #122.353(GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 26
3 NAGARA U-D
S1402-DA-3-1VEL.
MAX. #9.208(CM/SEC)
E.O. NO. 871217



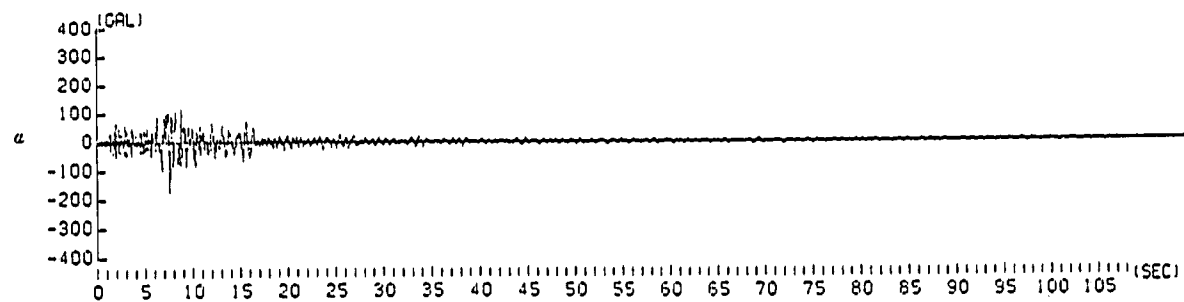
INDEX NO. 27
3 NAGARA U-D
S1402-DA-3-1DISP
MAX. #1.048(CM)
E.O. NO. 871217



G-4 x

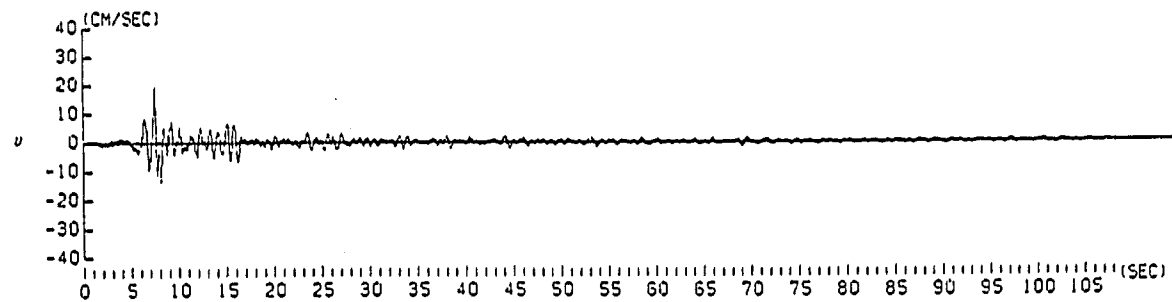
INDEX NO. 28
4 NAGARA TR.
S1402-0A-4-1ACC.
MAX. π = 174.376 (GAL)

E.O. NO. 871217



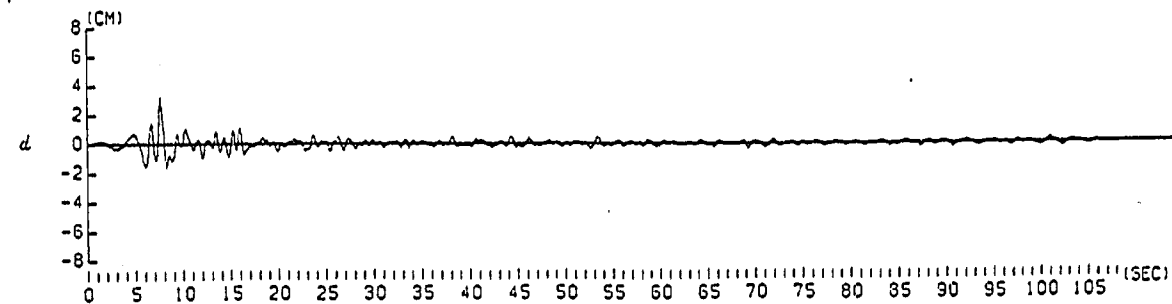
INDEX NO. 29
4 NAGARA TR.
S1402-0A-4-1VEL.
MAX. π = 19.454 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 30
4 NAGARA TR.
S1402-0A-4-101SP
MAX. π = 3.222 (CM)

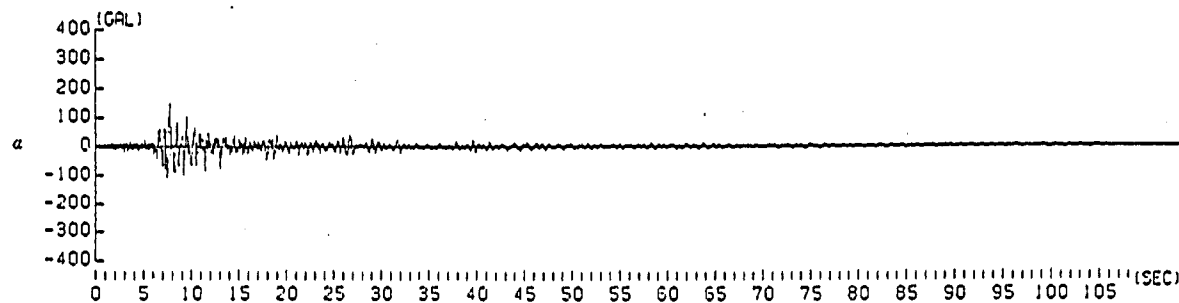
E.O. NO. 871217



G-4 y

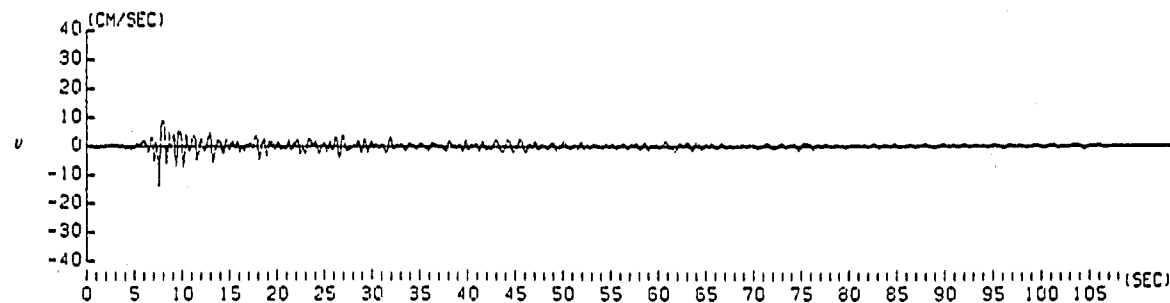
INDEX NO. 31
4 NAGARA LG.
S1402-DR-4-1ACC.
MAX. = 149.840 (GAL)

E.O. NO. 871217



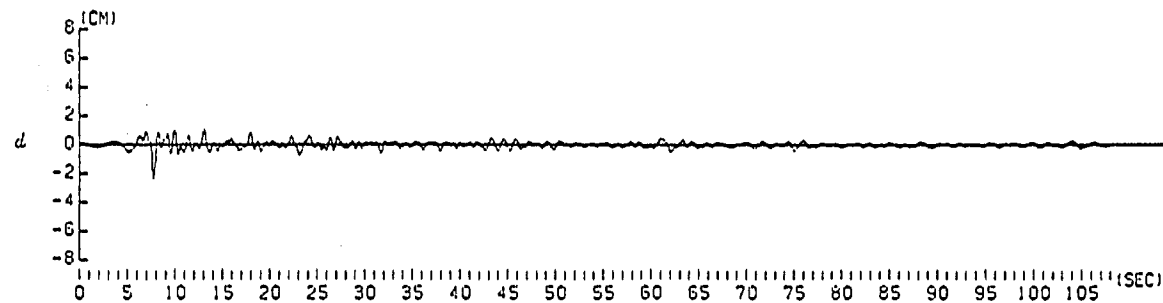
INDEX NO. 32
4 NAGARA LG.
S1402-DR-4-1VEL.
MAX. = -13.924 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 33
4 NAGARA LG.
S1402-DR-4-1DISP.
MAX. = -2.403 (CM)

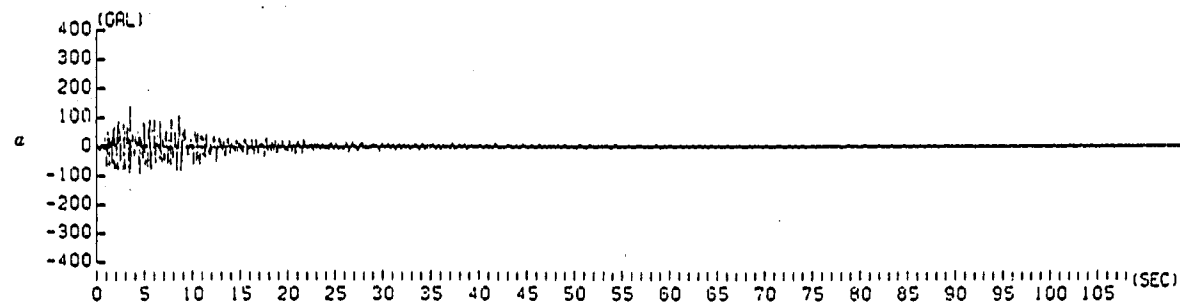
E.O. NO. 871217



G-4 z

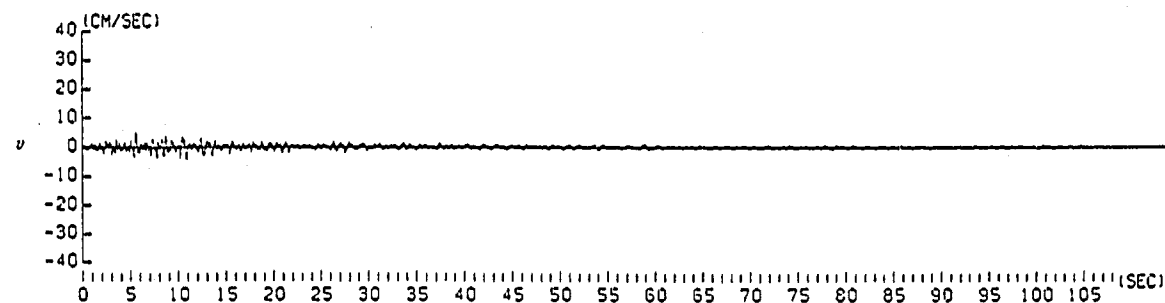
INDEX NO. 34
4 NACARR U-0
S1402-DA-4-1ACC.
MAX. = 138.748 (GAL)

E.O. NO. 871217



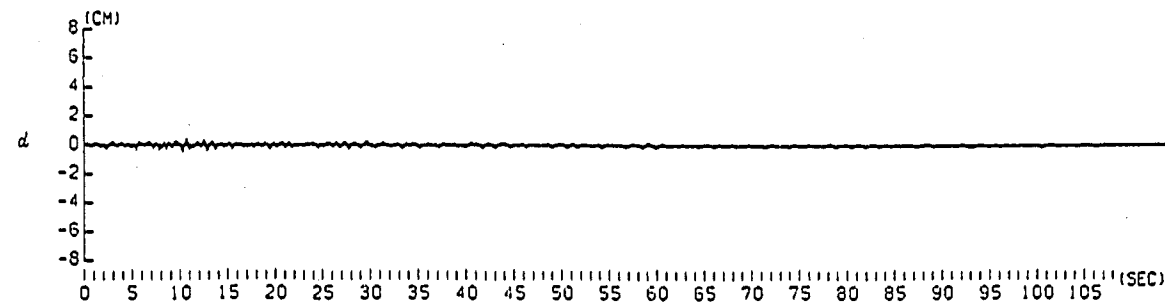
INDEX NO. 35
4 NACARR U-0
S1402-DA-4-1VEL.
MAX. = 5.291 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 36
4 NACARR U-0
S1402-DA-4-1DISP
MAX. = 0.480 (CM)

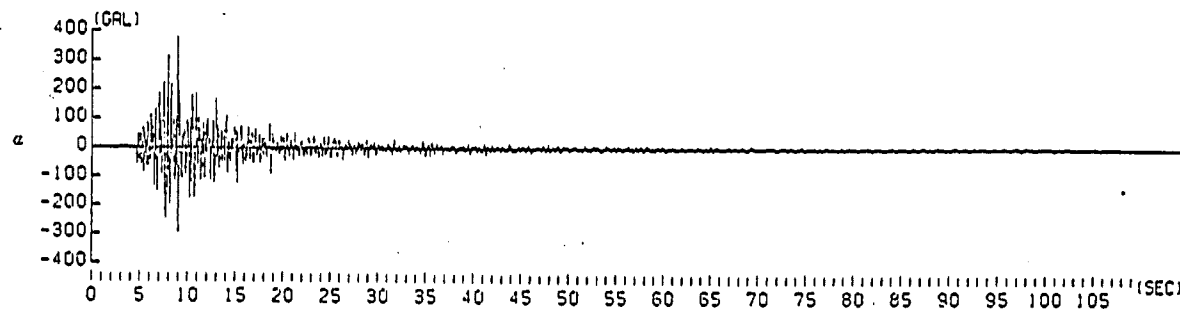
E.O. NO. 871217



G-5 x

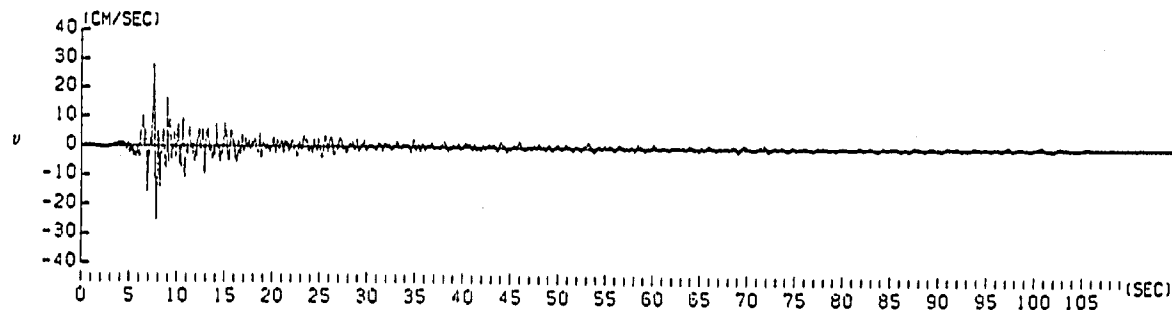
INDEX NO. 37
S NAGARA TR.
S1402-DA-5-1ACC.
MAX. #379.760 (GAL)

E.O. NO. 871217



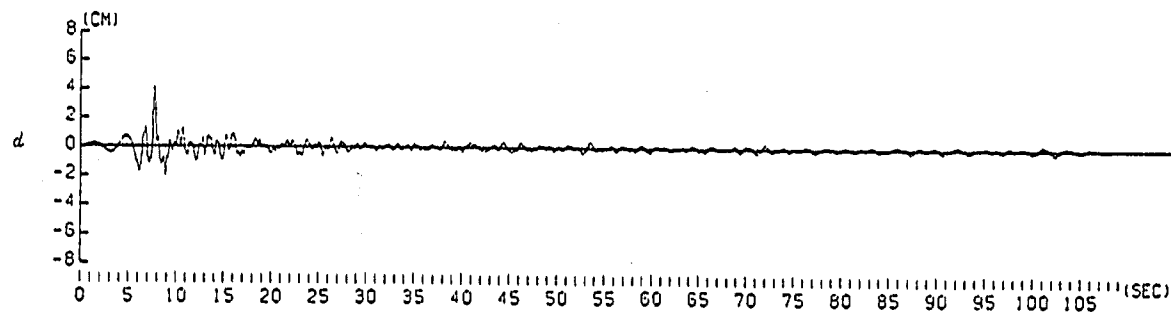
INDEX NO. 38
S NAGARA TR.
S1402-DA-5-1VEL.
MAX. #27.836 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 39
S NAGARA TR.
S1402-DA-5-1DISP
MAX. #4.158 (CM)

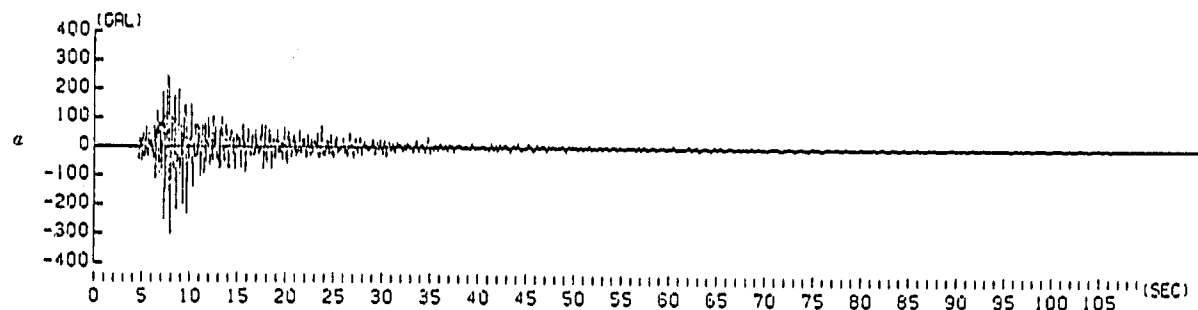
E.O. NO. 871217



G-5 y

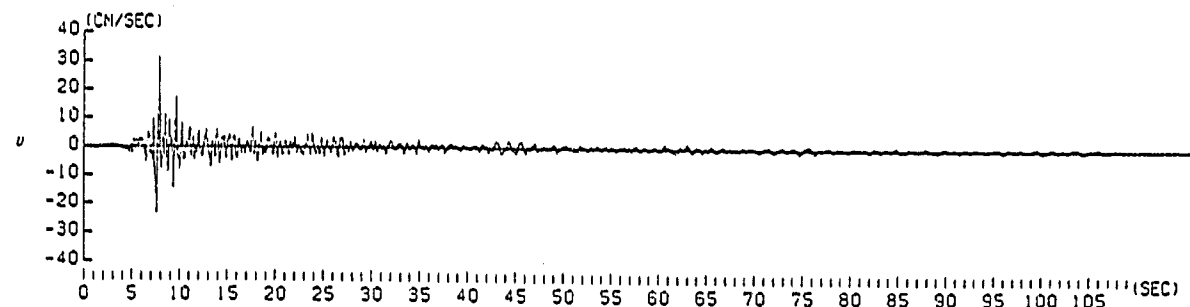
INDEX NO. 40
S NAGARA LG.
S1402-0A-5-1ACC.
MAX. = 302.967 (GAL)

E.O. NO. 871217



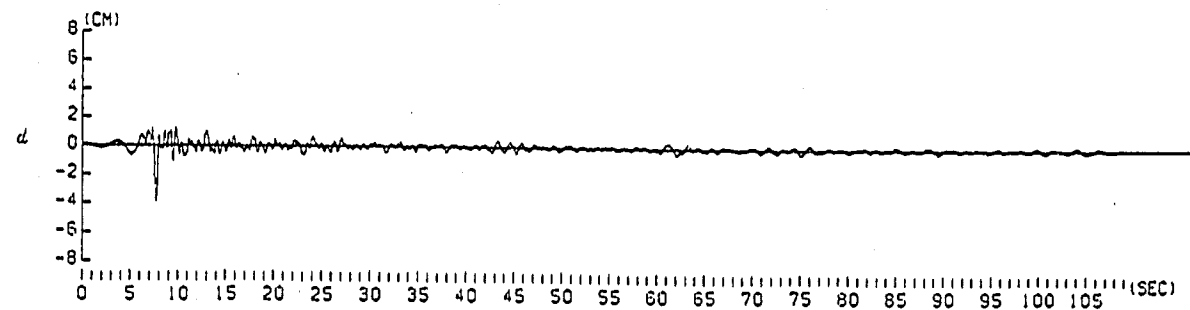
INDEX NO. 41
S NAGARA LG.
S1402-0A-5-1VEL.
MAX. = 31.383 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



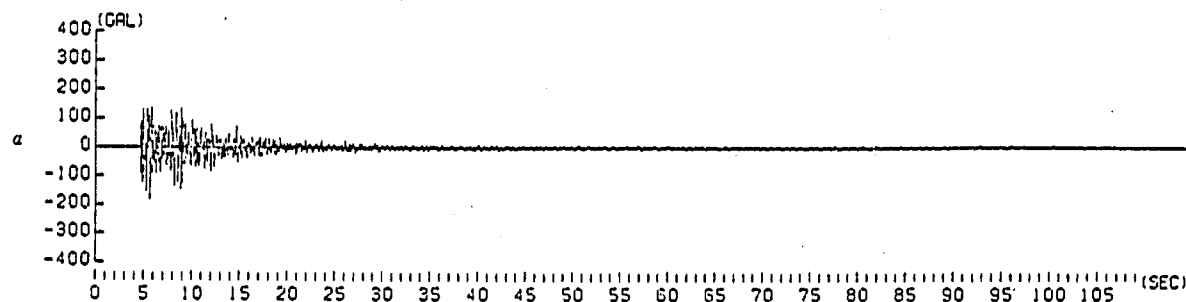
INDEX NO. 42
S NAGARA LG.
S1402-0A-5-101SP
MAX. = 3.931 (CM)

E.O. NO. 871217

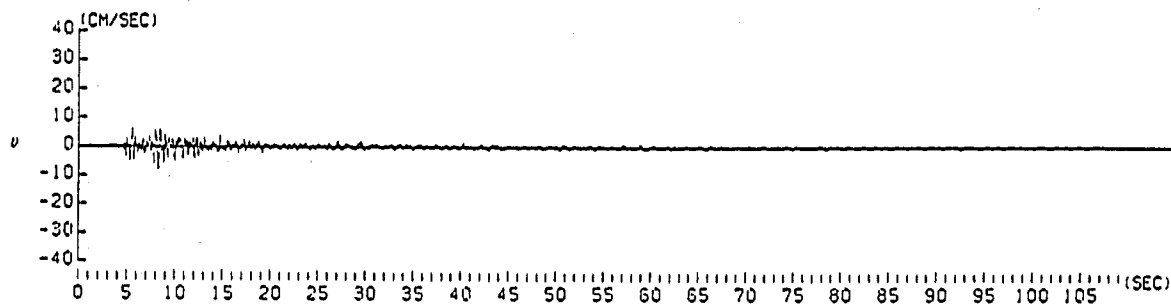


G-5 z

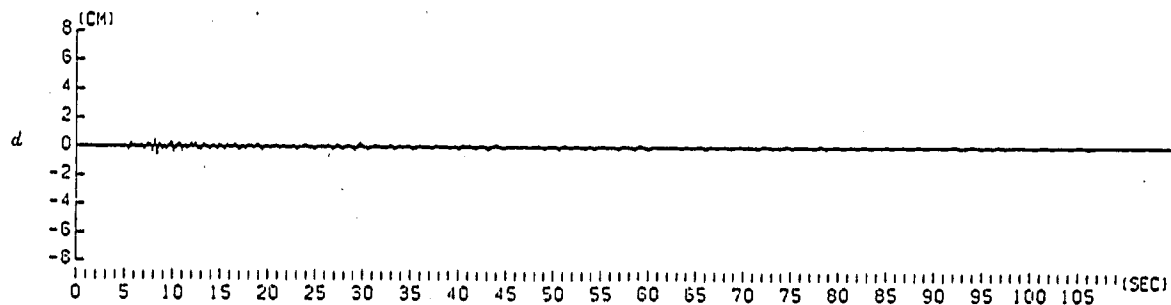
INDEX NO. 43
S NAGARA U-D
S1402-DA-5-1ACC.
MAX. a = -181.946 (GAL)
E.O. NO. 871217



INDEX NO. 44
S NAGARA U-D
S1402-DA-5-1VEL.
MAX. a = -7.932 (CM/SEC)
E.O. NO. 871217



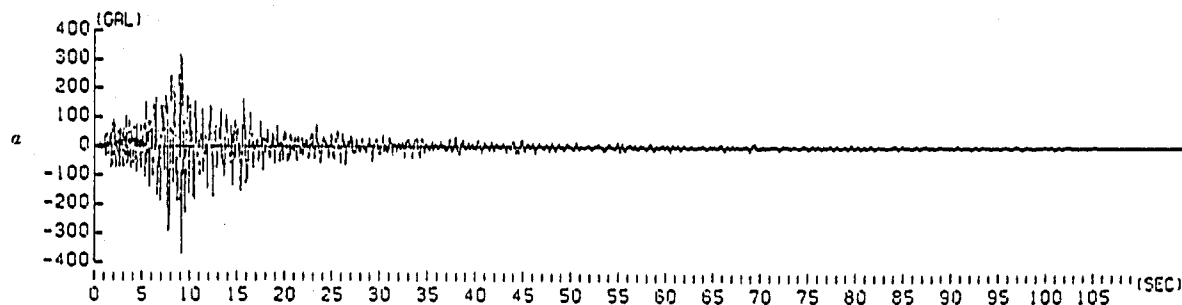
INDEX NO. 45
S NAGARA U-D
S1402-DA-5-1DISP
MAX. a = -0.575 (CM)
E.O. NO. 871217



G-6 x

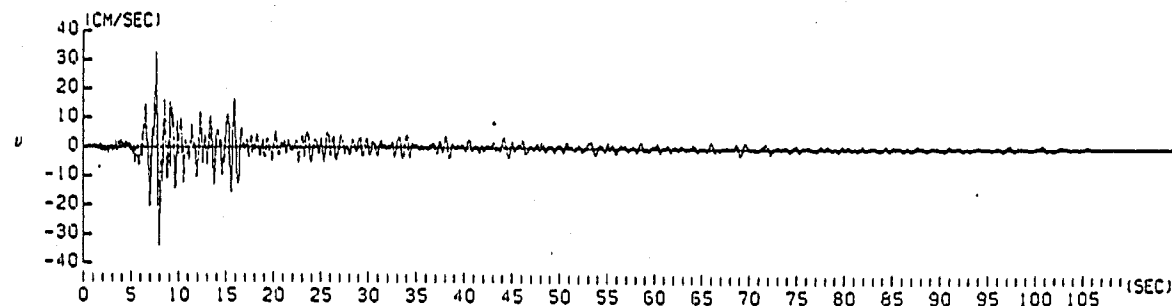
INDEX NO. 46
6 MACARA TR.
S1402-DA-6-1ACC.
MAX. $\dot{u}$ = 370.895 (GAL)

E.O. NO. 871217



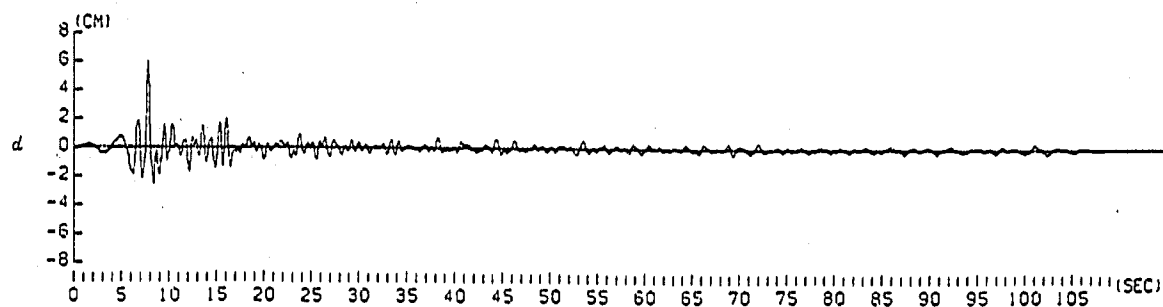
INDEX NO. 47
6 MACARA TR.
S1402-DA-6-1VEL.
MAX. $\dot{u}$ = 34.051 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 48
6 MACARA TR.
S1402-DA-6-1DISP.
MAX. $\dot{u}$ = 5.997 (CM)

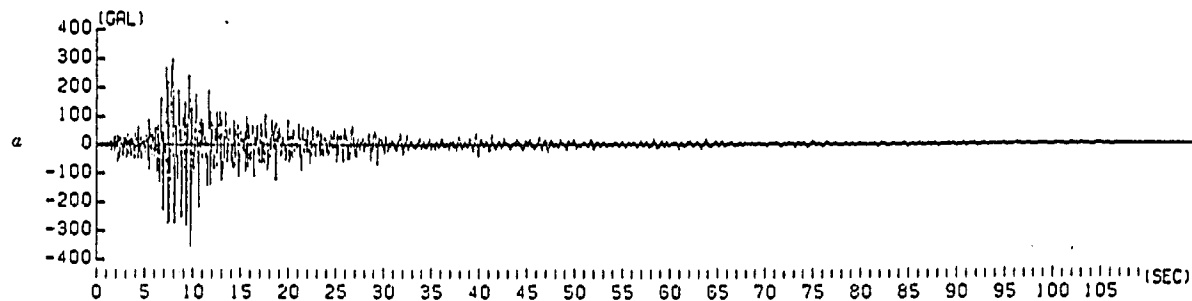
E.O. NO. 871217



G-6 y

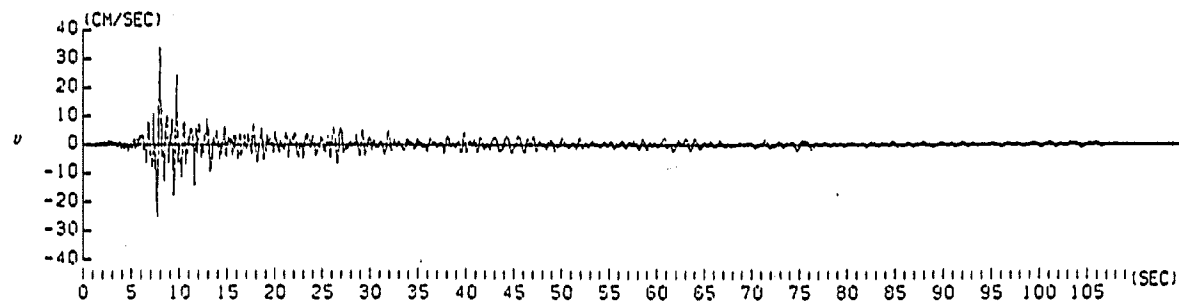
INDEX NO. 49
6 NIAGARA LG.
51402-0A-6-1ACC.
MAX. $\pm$ 352.980 (GAL)

E.O. NO. 871217



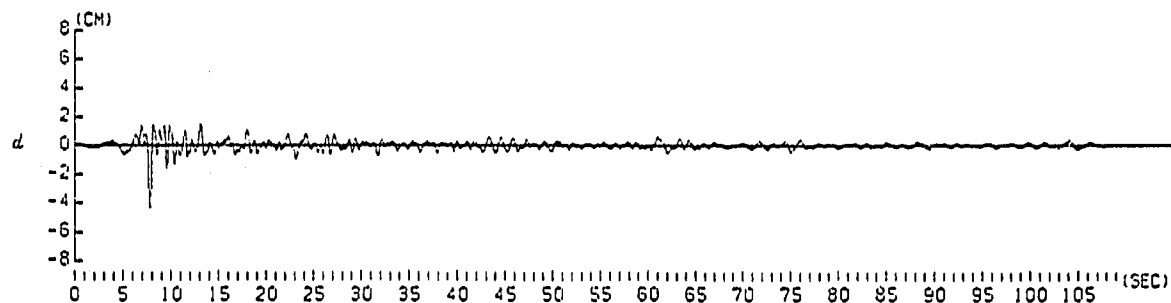
INDEX NO. 50
6 NIAGARA LG.
51402-0A-6-1VEL.
MAX. $\pm$ 33.891 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 51
6 NIAGARA LG.
51402-0A-6-1DISP
MAX. $\pm$ 4.403 (CM)

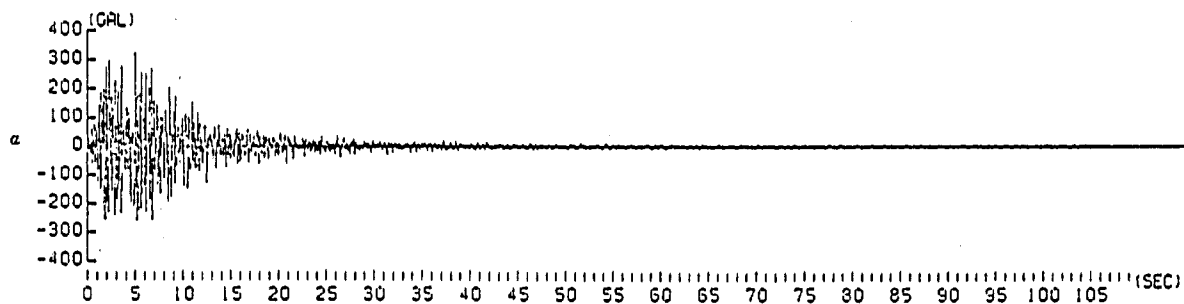
E.O. NO. 871217



G-6 z

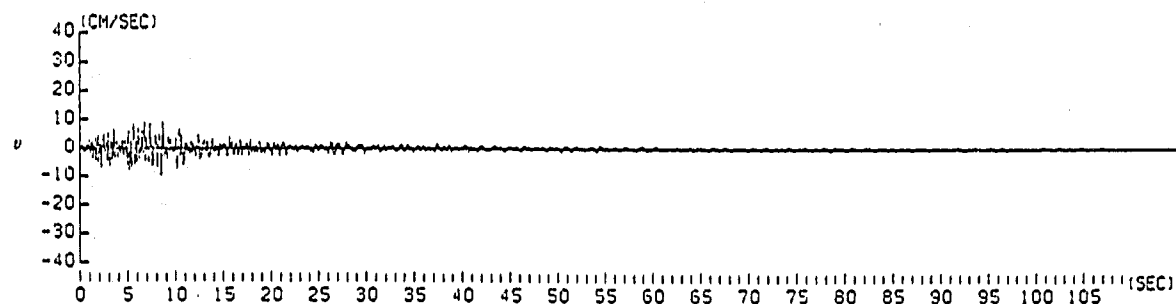
INDEX NO. 52
6 NAGARA U-D
S1402-OR-6-1ACC.
MAX. = 325.550 (GAL)

E.O. NO. 871217



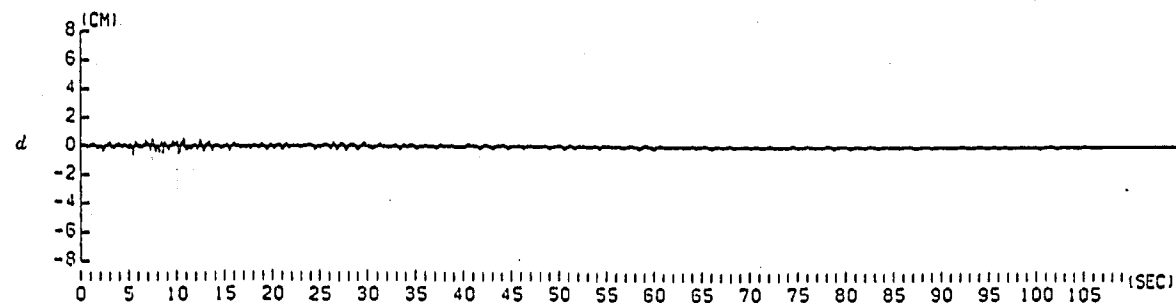
INDEX NO. 53
6 NAGARA U-D
S1402-OR-6-1VEL.
MAX. = 9.491 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 54
6 NAGARA U-D
S1402-OR-6-1015P
MAX. = 0.673 (CM)

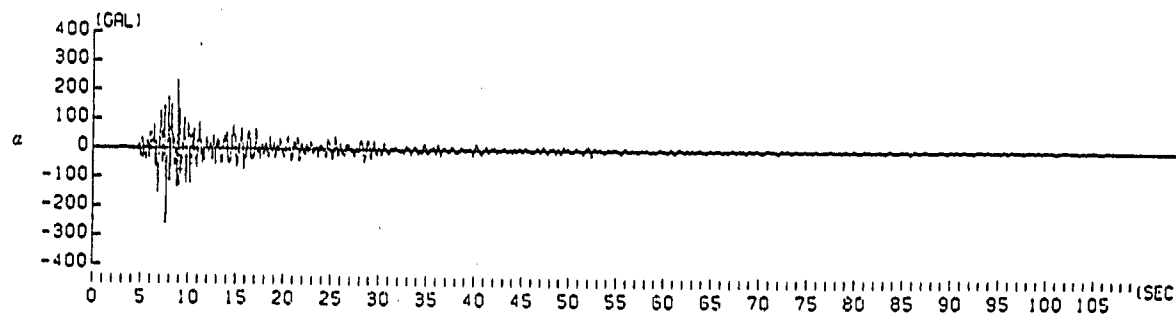
E.O. NO. 871217



G-7 x

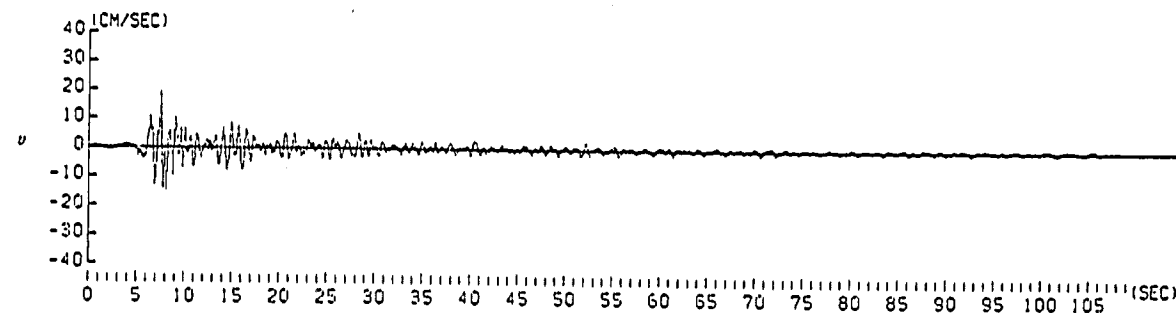
INDEX NO. 55
7 NAGARA TR.
S1402-0A-7-1ACC.
MAX. a = 257.285 (GAL)

E.O. NO. 871217



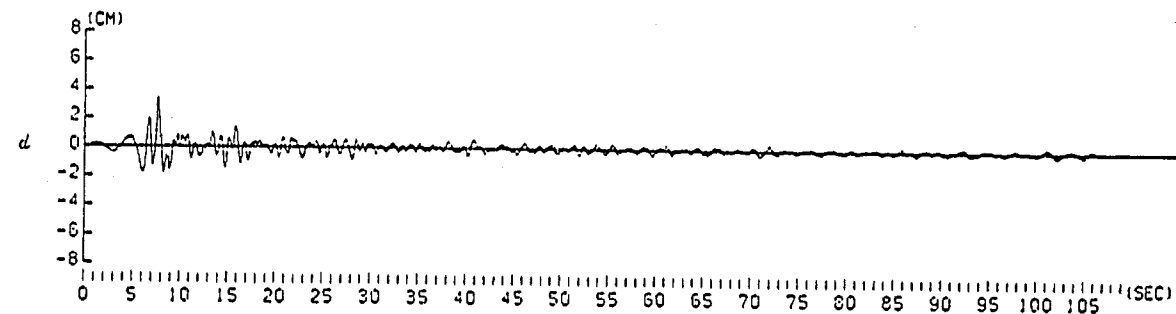
INDEX NO. 56
7 NAGARA TR.
S1402-0A-7-1VEL.
MAX. v = 19.350 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 57
7 NAGARA TR.
S1402-0A-7-101SP
MAX. d = 3.427 (CM)

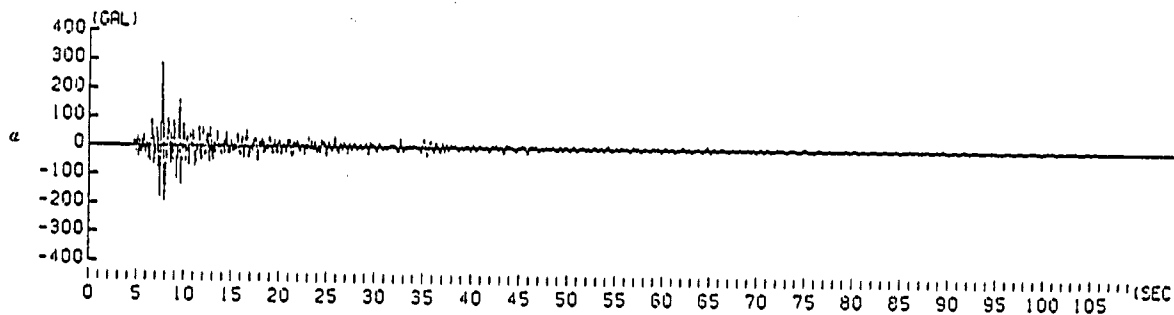
E.O. NO. 871217



G-7 y

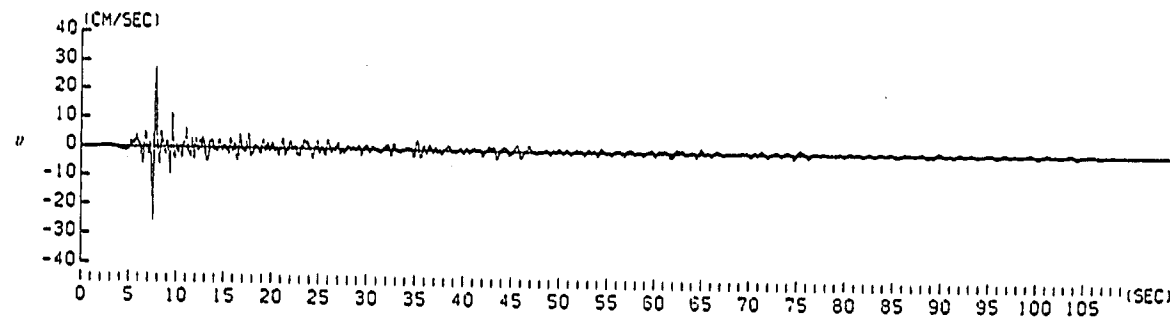
INDEX NO. 58
7 NAGARA LG.
S1402-0A-7-1ACC.
MAX. = 286.292 (GAL)

E.O. NO. 871217



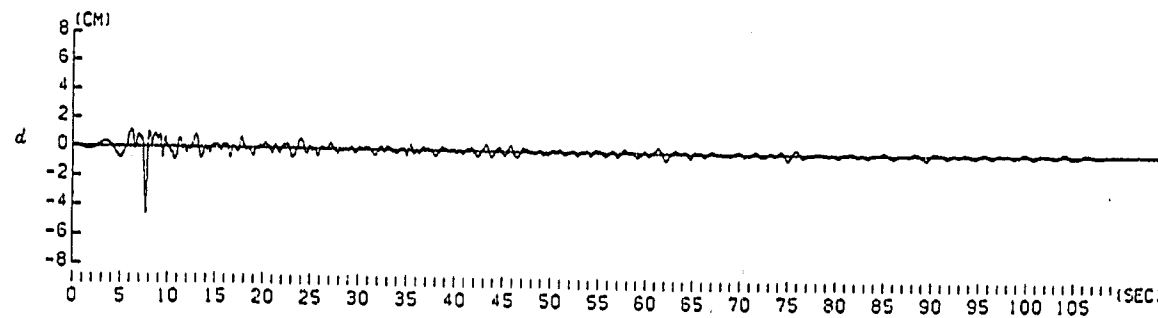
INDEX NO. 59
7 NAGARA LG.
S1402-0A-7-1VEL.
MAX. = 27.435 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 60
7 NAGARA LG.
S1402-0A-7-1DISP
MAX. = 4.638 (CM)

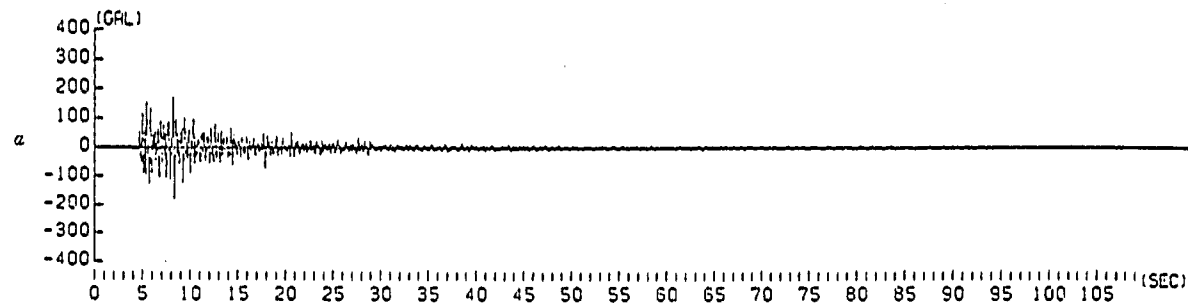
E.O. NO. 871217



G-7 z

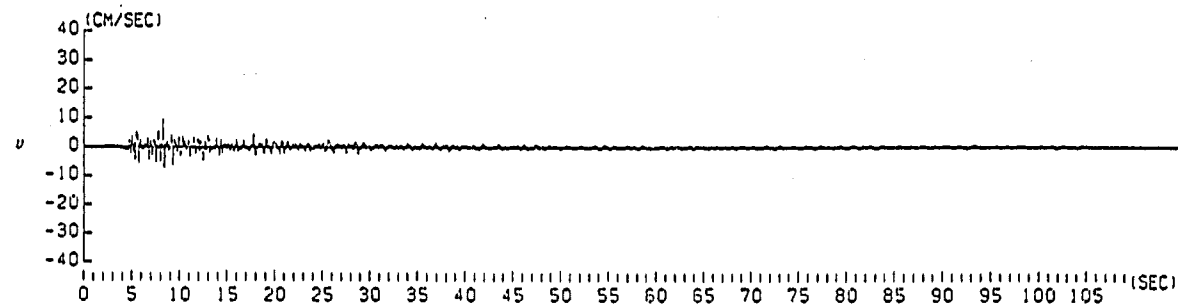
INDEX NO. 61
7 NAGARA U-D
S1402-DA-7-1ACC.
MAX. ± 179.407 (GAL)

E.O. NO. 871217



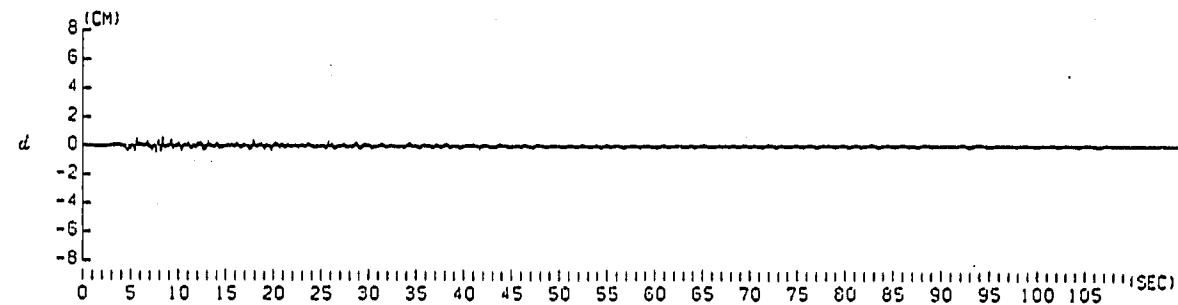
INDEX NO. 62
7 NAGARA U-D
S1402-DA-7-1VEL.
MAX. ± 9.412 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 63
7 NAGARA U-D
S1402-DA-7-10ISP
MAX. ± 0.621 (CM)

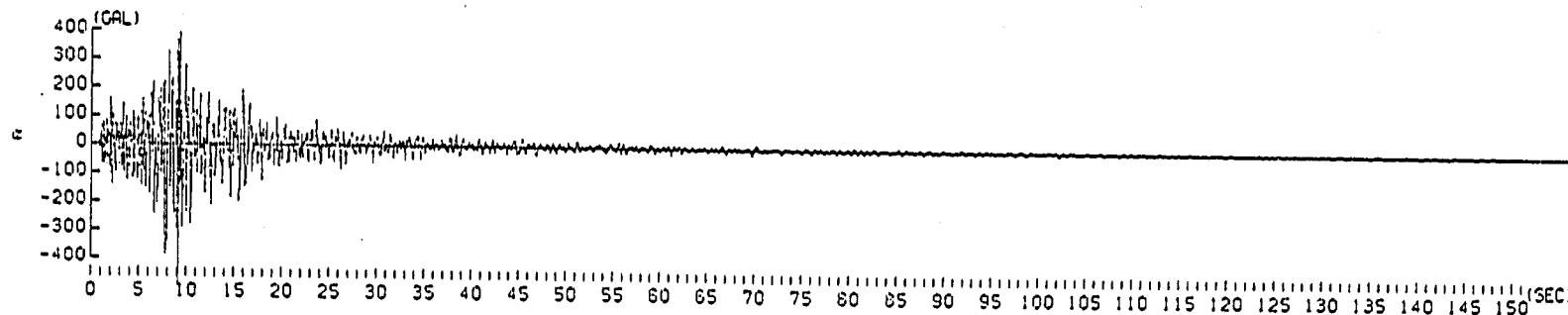
E.O. NO. 871217



G-8 x

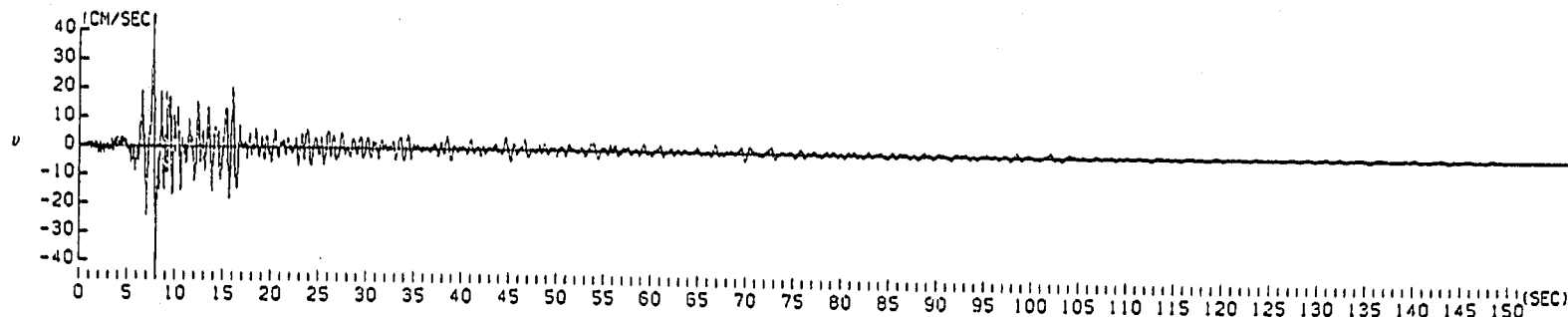
INDEX NO. 64
8 NIAGARA TR.
S1402-0A-8-1ACC.
MAX. = 497.305 (GAL)

E.O. NO. 871217



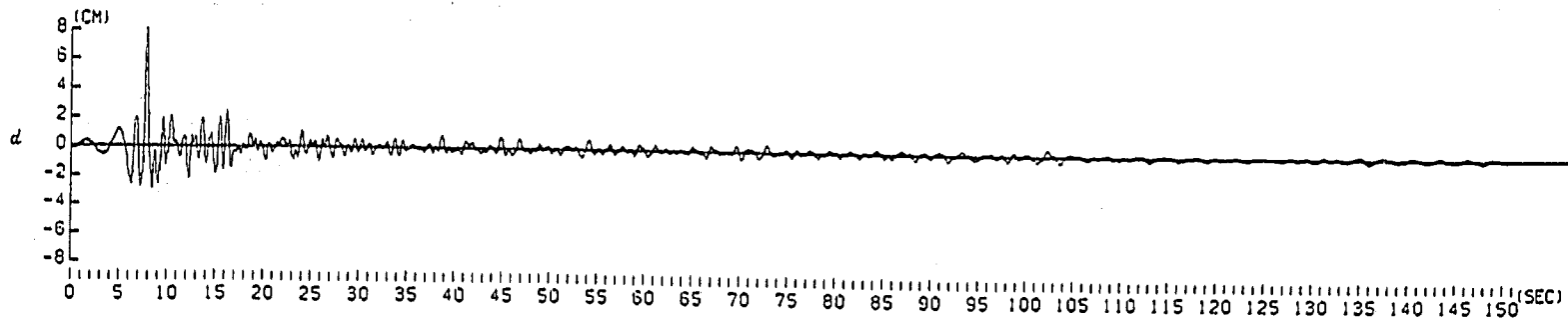
INDEX NO. 65
8 NIAGARA TR.
S1402-0A-8-1VEL.
MAX. = 45.417 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 66
8 NIAGARA TR.
S1402-0A-8-1DISP
MAX. = 8.139 (CM)

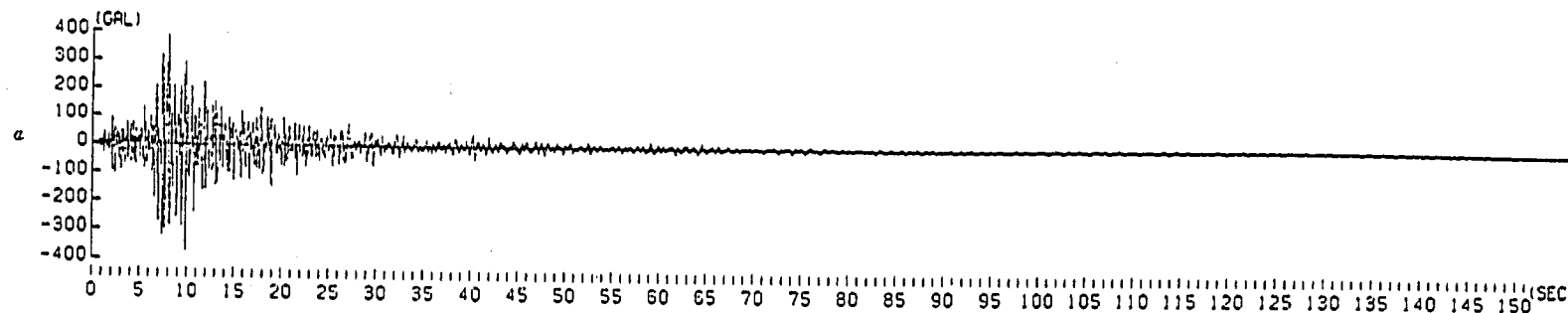
E.O. NO. 871217



G-8 y

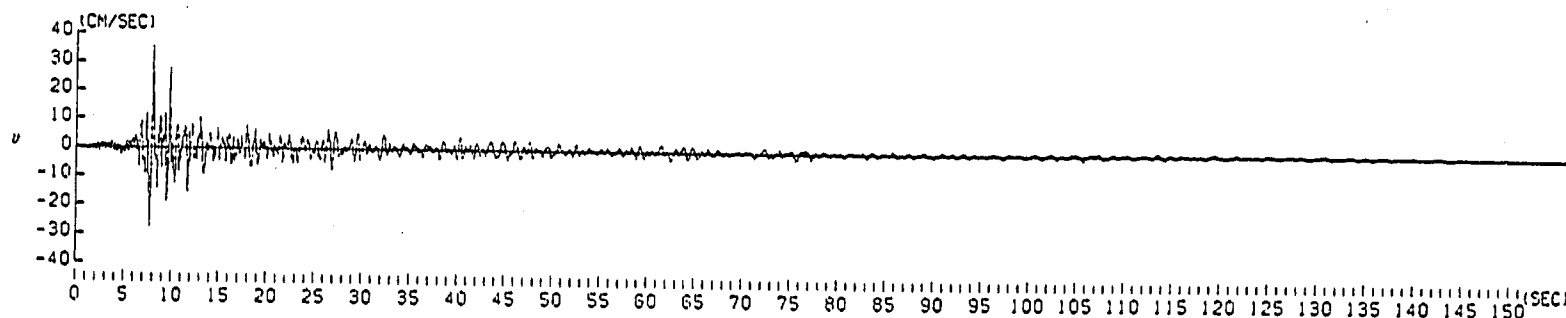
INDEX NO. 67
B NAGARA LG.
S1402-DA-8-1ACC.
MAX. = 384.549 (GAL)

E.O. NO. 871217



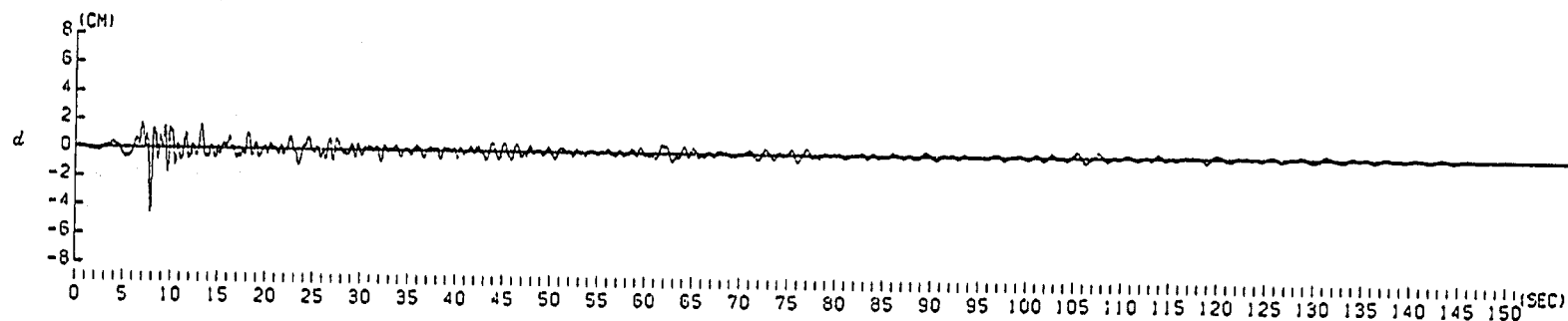
INDEX NO. 68
B NAGARA LG.
S1402-DA-8-1VEL.
MAX. = 35.306 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 69
B NAGARA LG.
S1402-DA-8-1DISP.
MAX. = 4.559 (CM)

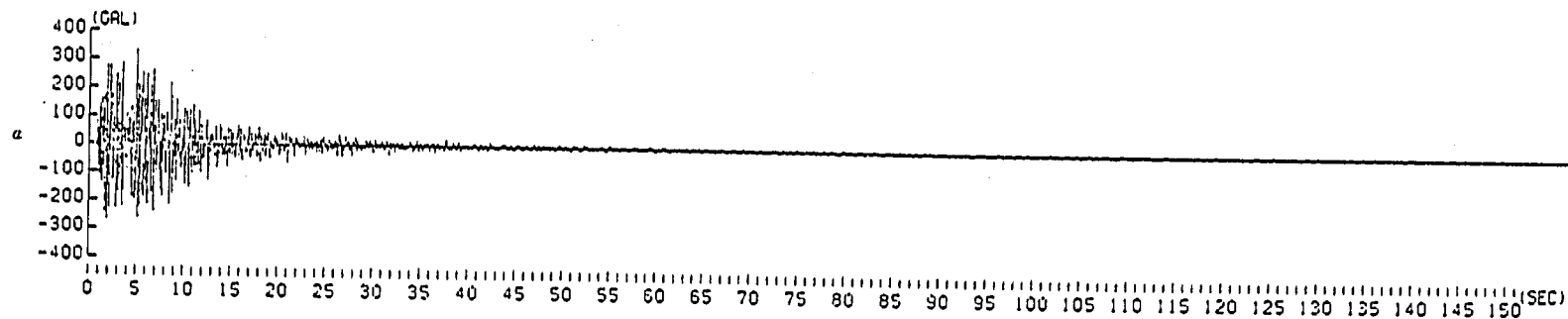
E.O. NO. 871217



G-8 z

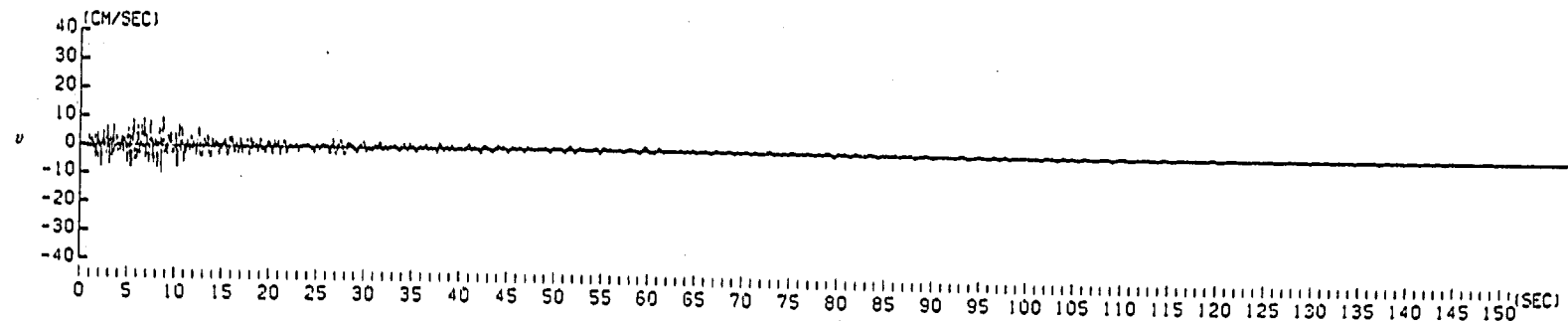
INDEX NO. 70
8 NIAGARA U-0
S1402-0A-8-1ACC.
MAX. = 328.880 (GAL)

E.O. NO. 871217



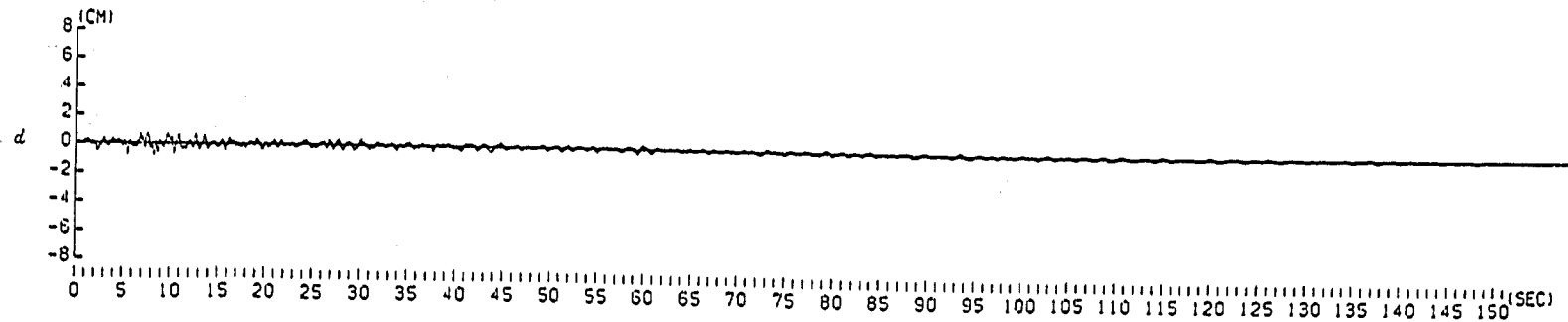
INDEX NO. 71
8 NIAGARA U-0
S1402-0A-8-1VEL.
MAX. = 9.879 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 72
8 NIAGARA U-0
S1402-0A-8-1013P
MAX. = 0.872 (CH)

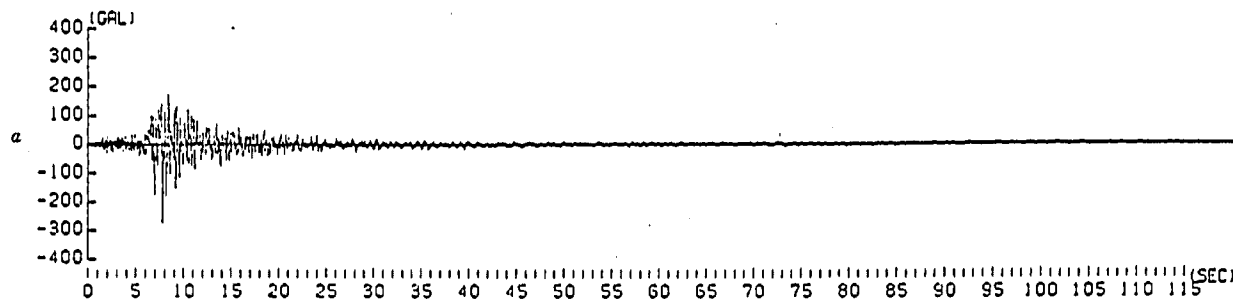
E.O. NO. 871217



G-10 x

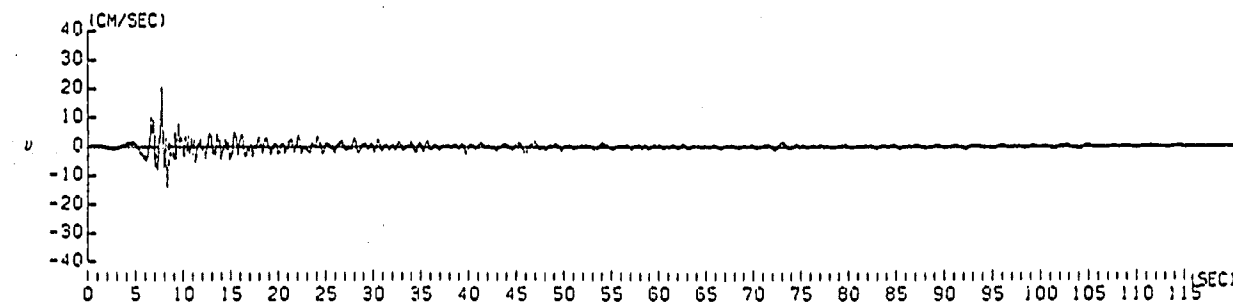
INDEX NO. 73
10 NAGARA TR.
S1402-DA10-1ACC.
MAX. = -273.961 (GAL)

E.O. NO. 871217



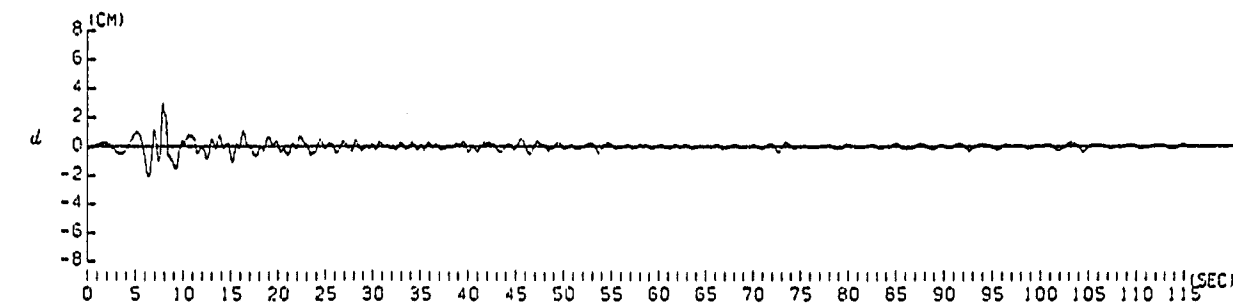
INDEX NO. 74
10 NAGARA TR.
S1402-DA10-1VEL.
MAX. = 20.487 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 75
10 NAGARA TR.
S1402-DA10-1D15P
MAX. = 3.016 (CM)

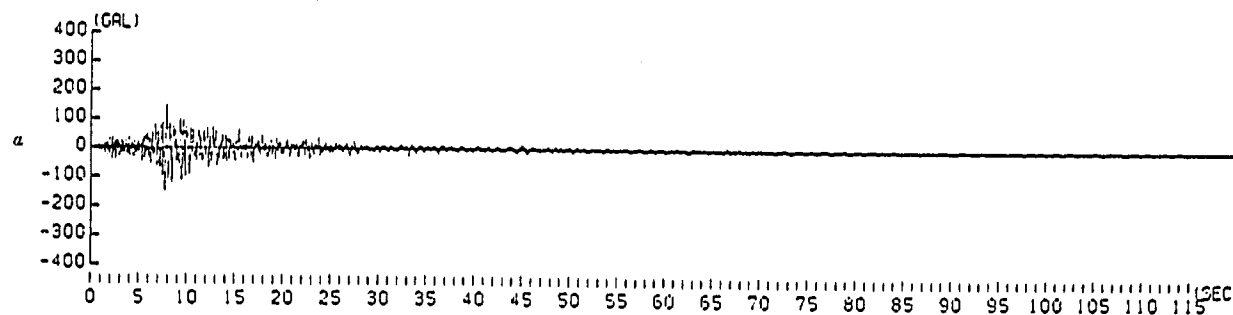
E.O. NO. 871217



G-10 y

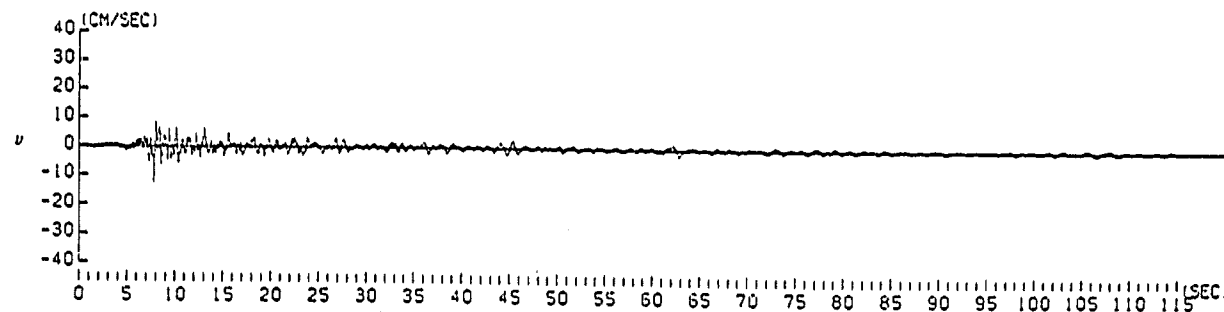
INDEX NO. 76
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1ACC.
MAX. ± 147.444 (GAL)

E.O. NO. 871217



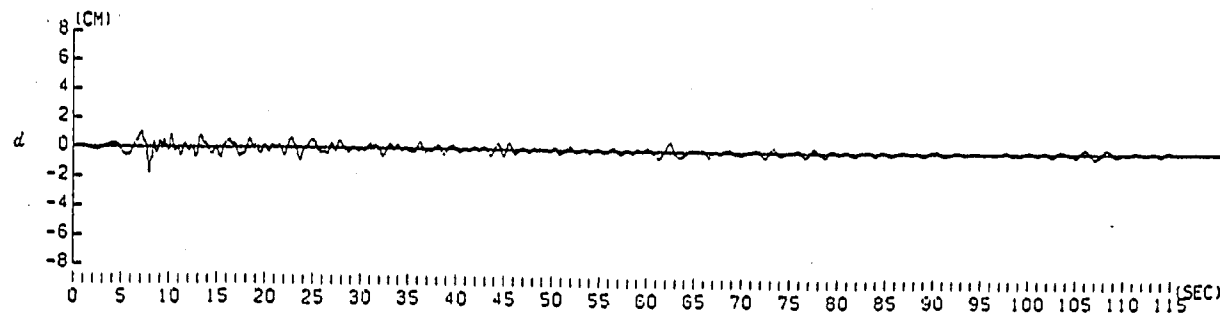
INDEX NO. 77
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1VEL.
MAX. ± 12.849 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 78
10 NAGARA LG.
S1402-DR10-1DISP
MAX. ± 1.768 (CM)

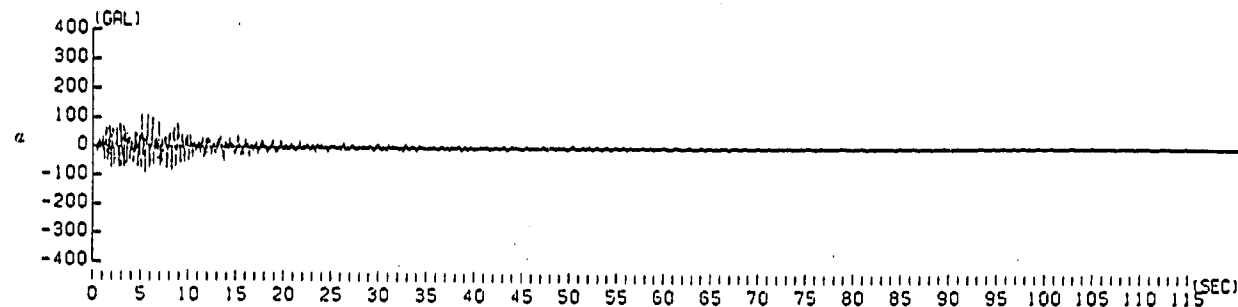
E.O. NO. 871217



G-10 z

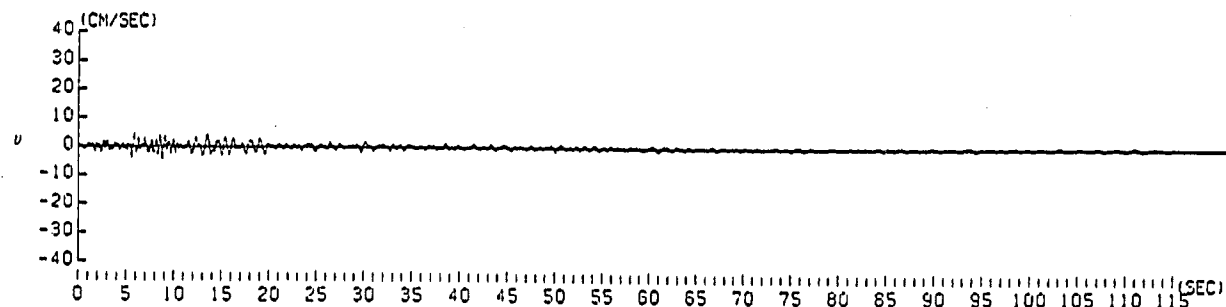
INDEX NO. 79
10 NACARA U-D
S1402-DR10-1ACC.
MAX. #109.464 (GAL)

E.O. NO. 871217



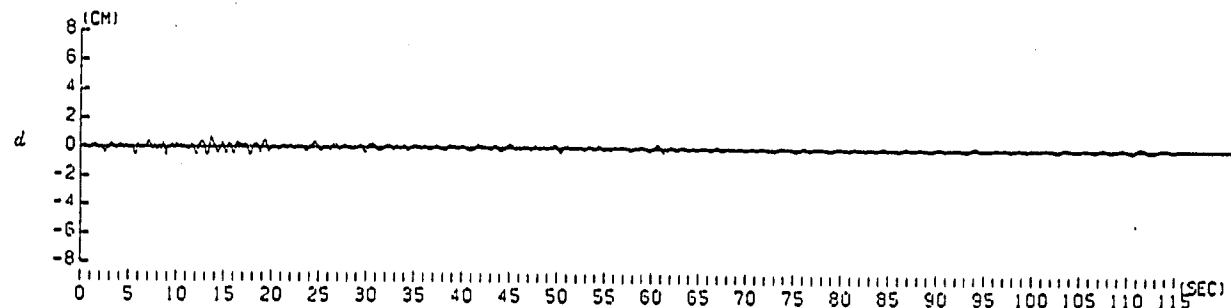
INDEX NO. 80
10 NACARA U-D
S1402-DR10-1VEL.
MAX. #4.740 (CM/SEC)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 81
10 NACARA U-D
S1402-DR10-1015P
MAX. #0.650 (CM)

E.O. NO. 871217



付録－２ 変位の時刻歴波形

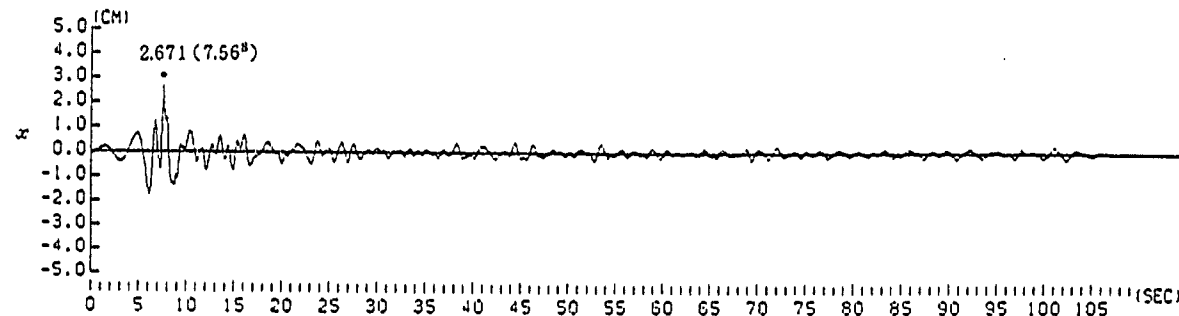
付録－2 変位の時刻歴波形（全記録時間波形）

（注） 付録－3 の変位差と比較対照するために，付録－1 の変位だけを取り出し，付録－3 の時刻歴波形と同一スケールで再度掲載する。

G-1

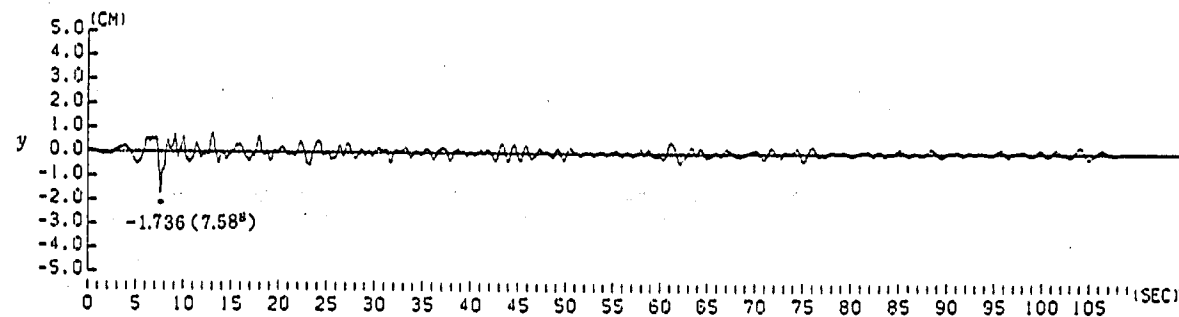
INDEX NO. 3
1 NAGARA TR.
S1402-0A-1-101SP
MAX. ± 2.671 (CM)

E.O. NO. 871217



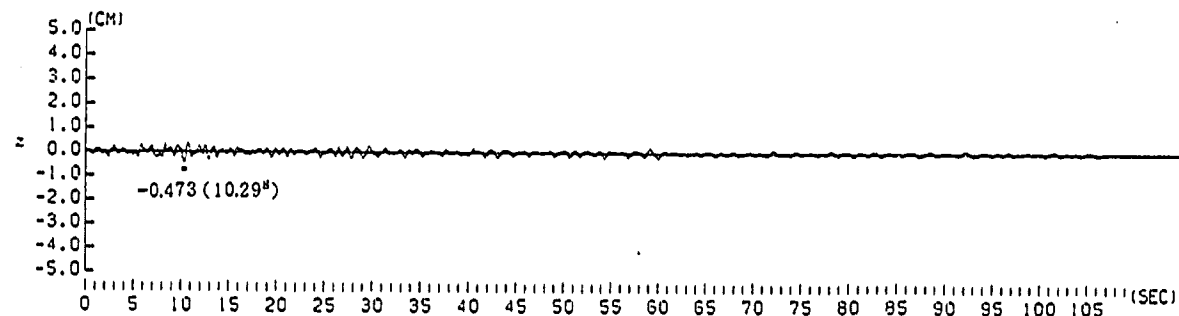
INDEX NO. 6
1 NAGARA LG.
S1402-0A-1-101SP
MAX. ± 1.736 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 9
1 NAGARA U-D
S1402-0A-1-101SP
MAX. ± 0.473 (CM)

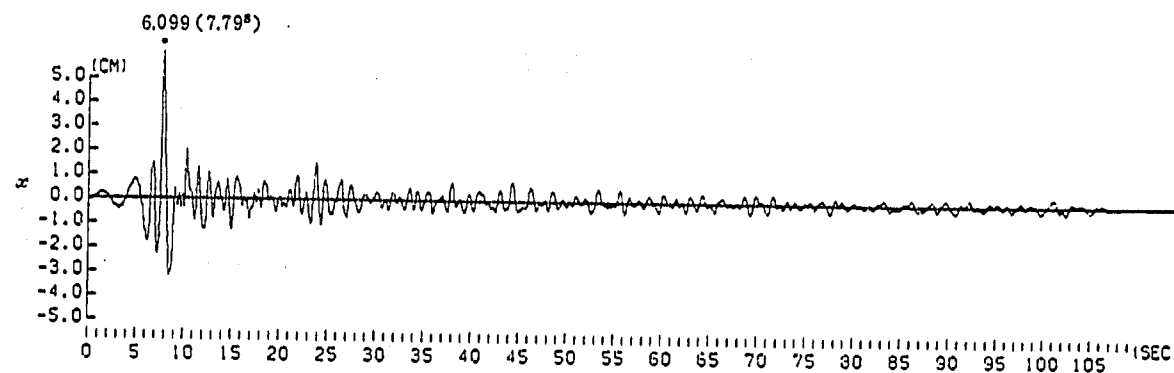
E.O. NO. 871217



G-2

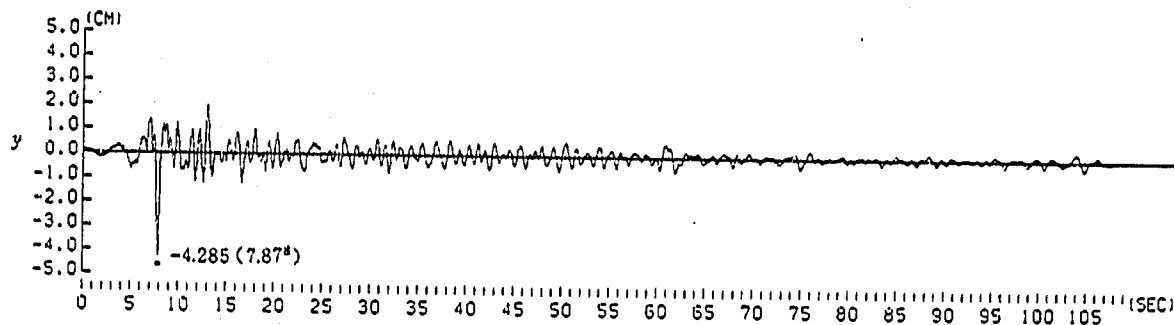
INDEX NO. 12
2 NACARA TR.
S1402-DA-2-101SP
MAX. = 6.099 (CM)

E.O. NO. 871217



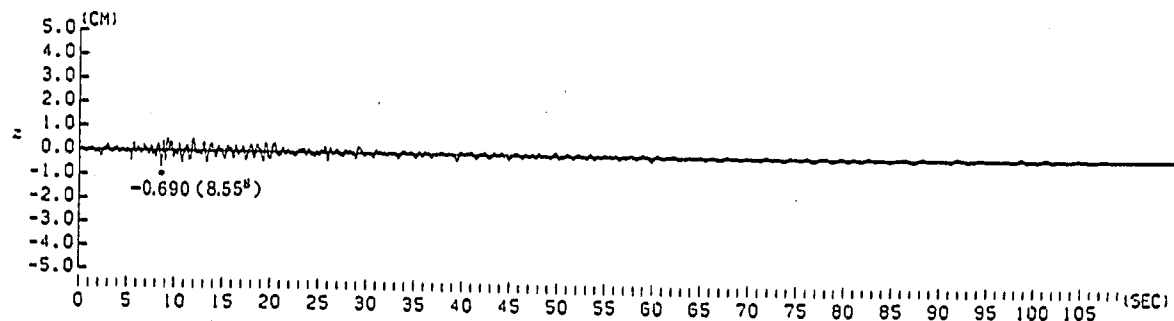
INDEX NO. 15
2 NACARA LG.
S1402-DA-2-101SP
MAX. = 4.285 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 18
2 NACARA U-D
S1402-DA-2-101SP
MAX. = 0.690 (CM)

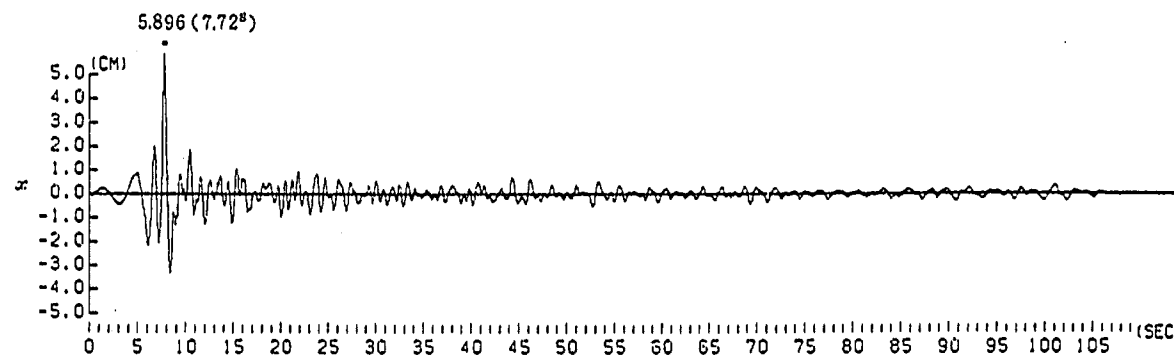
E.O. NO. 871217



G-3

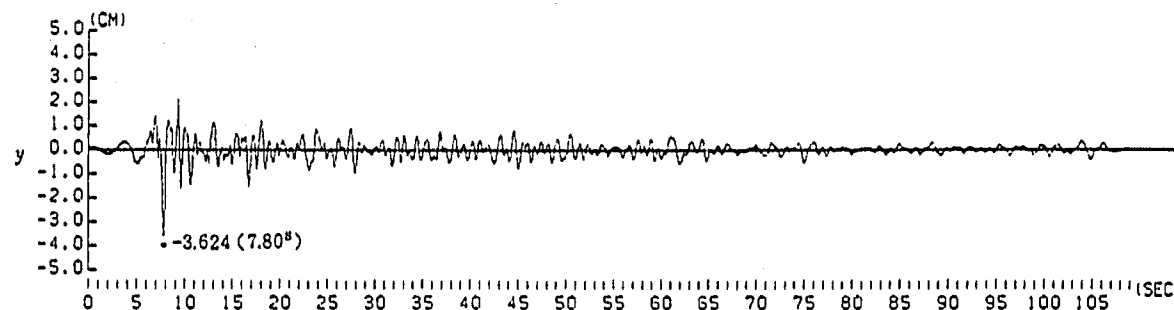
INDEX NO. 21
3 NAGARA TA.
S1402-DA-3-1015P
MAX. = 5.896(CM)

E.O. NO. 071217



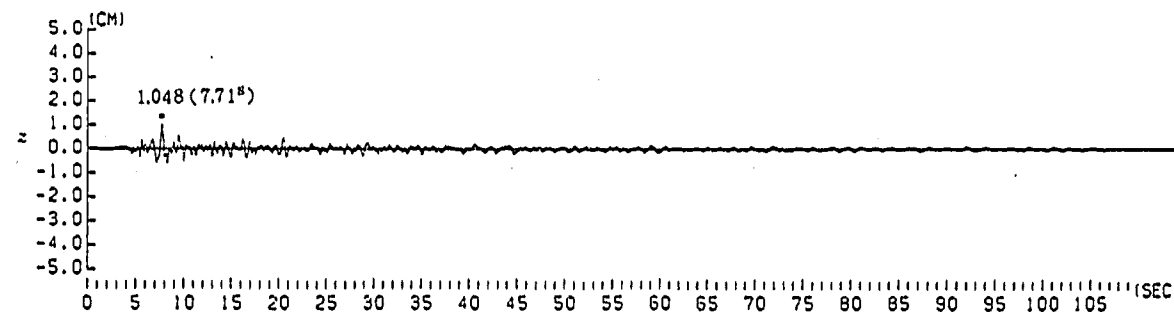
INDEX NO. 24
3 NAGARA LG.
S1402-DA-3-1015P
MAX. = -3.624(CM)

E.O. NO. 071217



INDEX NO. 27
3 NAGARA U-D
S1402-DA-3-1015P
MAX. = 1.048(CM)

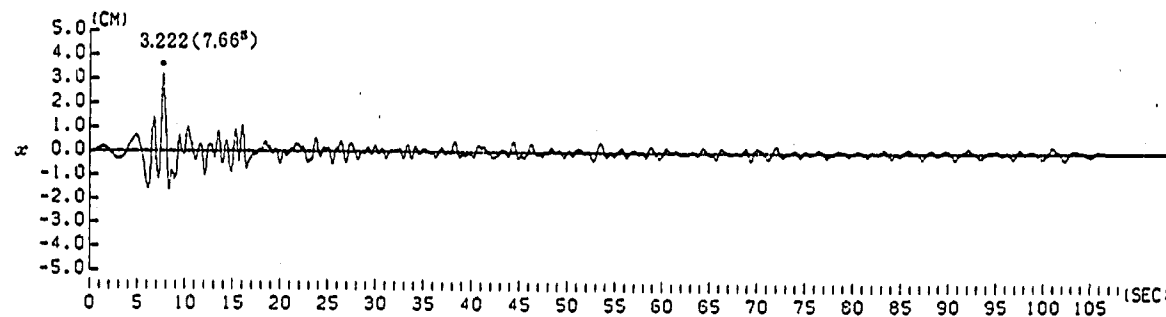
E.O. NO. 071217



G-4

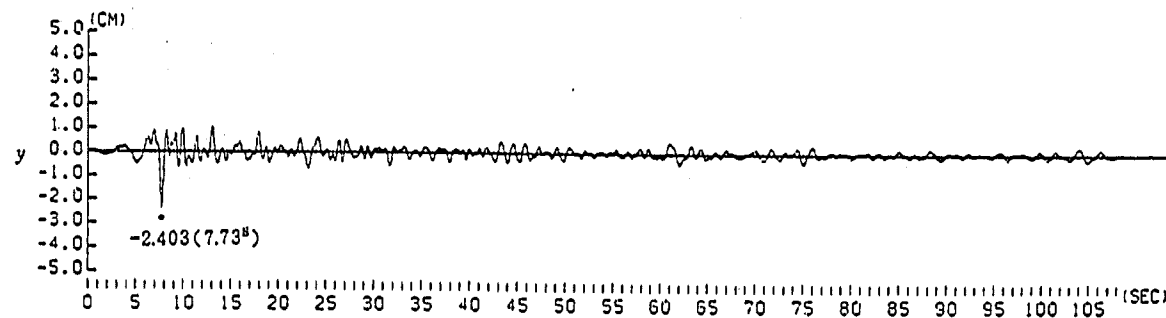
INDEX NO. 30
4 NAGARA TR.
S1402-DR-4-101SP
MAX. ± 3.222 (CM)

E.O. NO. 871217



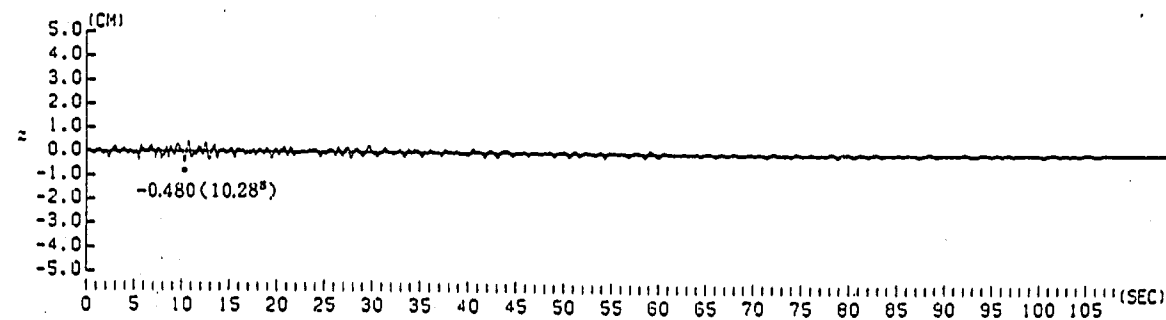
INDEX NO. 33
4 NAGARA LG.
S1402-DR-4-101SP
MAX. ± 2.403 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 36
4 NAGARA U-D
S1402-DR-4-101SP
MAX. ± 0.480 (CM)

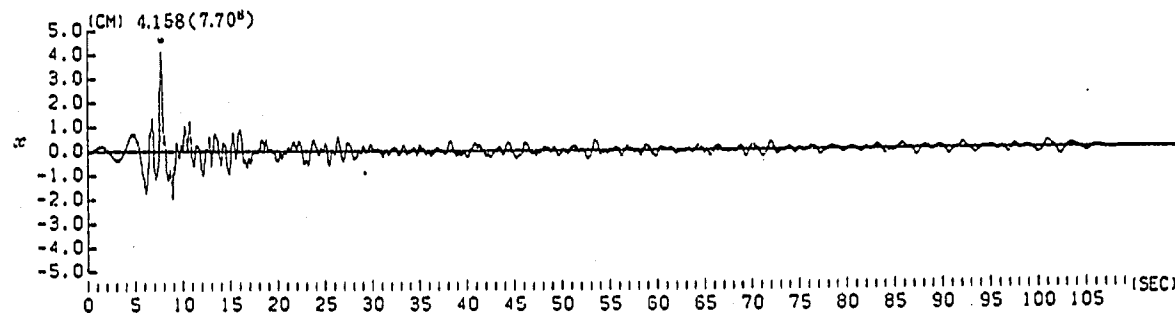
E.O. NO. 871217



G-5

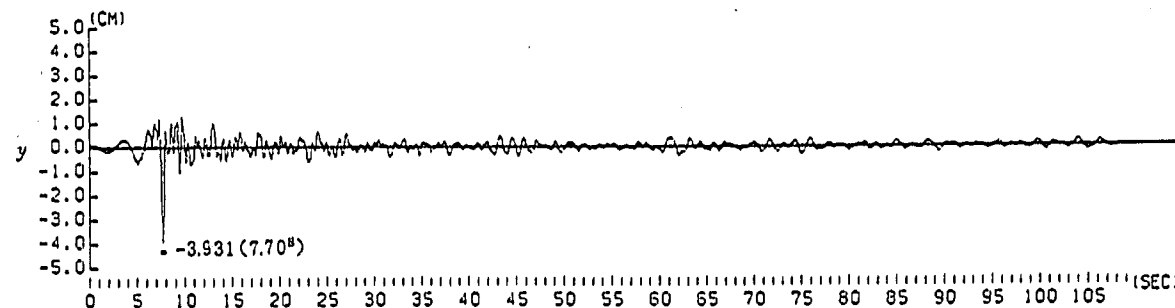
INDEX NO. 39
S NAGARA TA.
S1402-DA-5-1015P
MAX. ± 4.158 (CM)

E.O. NO. 871217



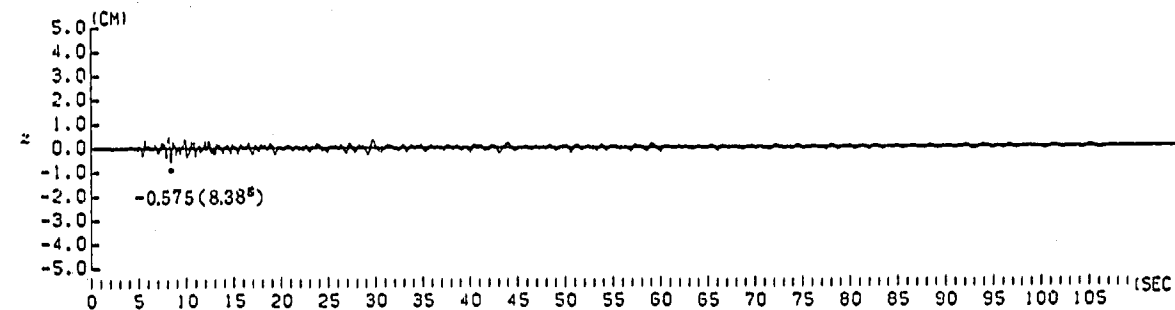
INDEX NO. 42
S NAGARA LG.
S1402-DA-5-1015P
MAX. ± 3.931 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 45
S NAGARA U-D
S1402-DA-5-1015P
MAX. ± 0.575 (CM)

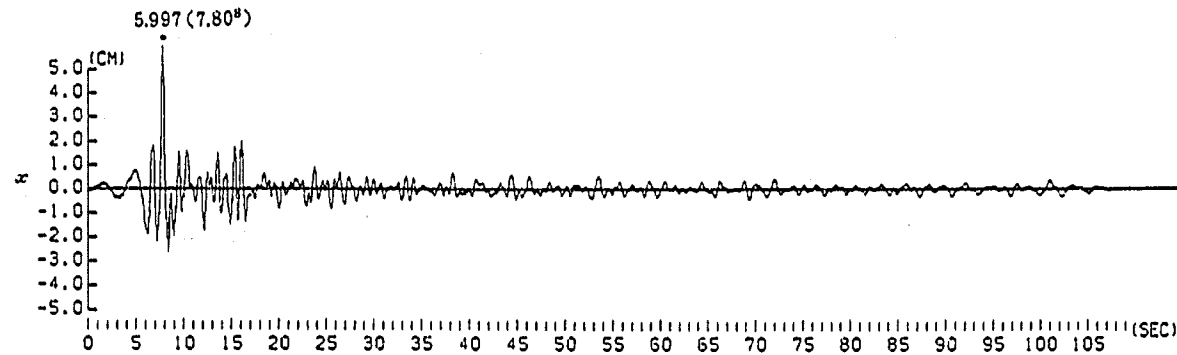
E.O. NO. 871217



G-6

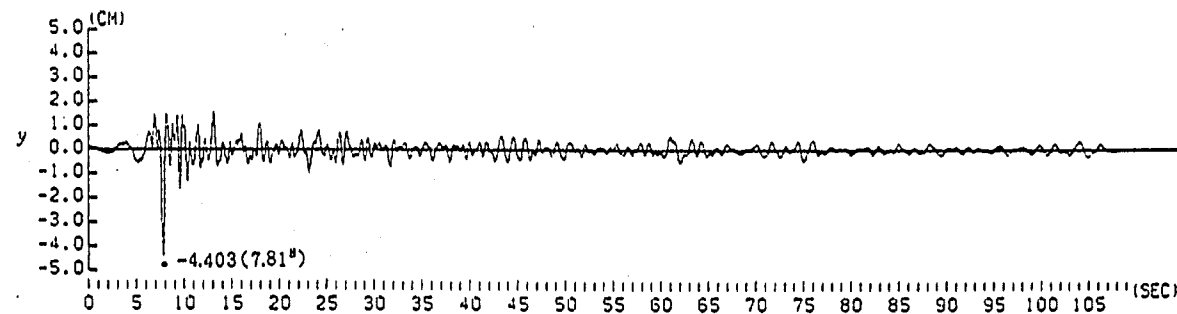
INDEX NO. 48
6 NACARA TR.
S1402-OR-6-101SP
MAX. ± 5.997 (CM)

E.O. NO. 871217



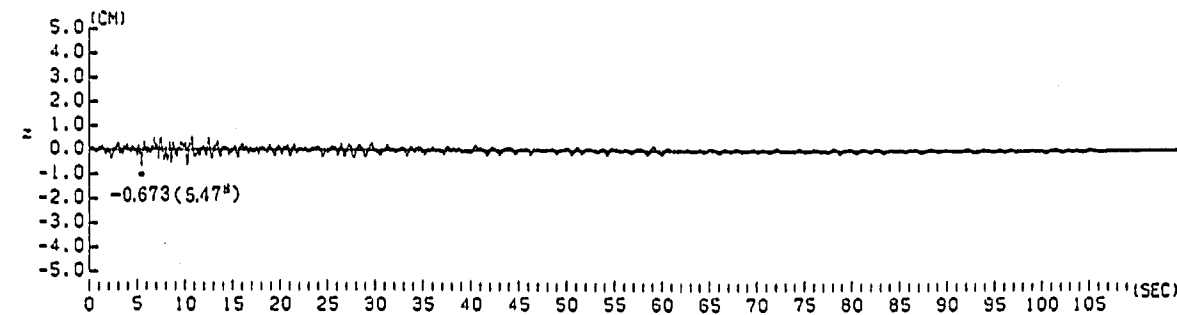
INDEX NO. 51
6 NACARA LG.
S1402-OR-6-101SP
MAX. ± 4.403 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 54
6 NACARA U-D
S1402-OR-6-101SP
MAX. ± 0.673 (CM)

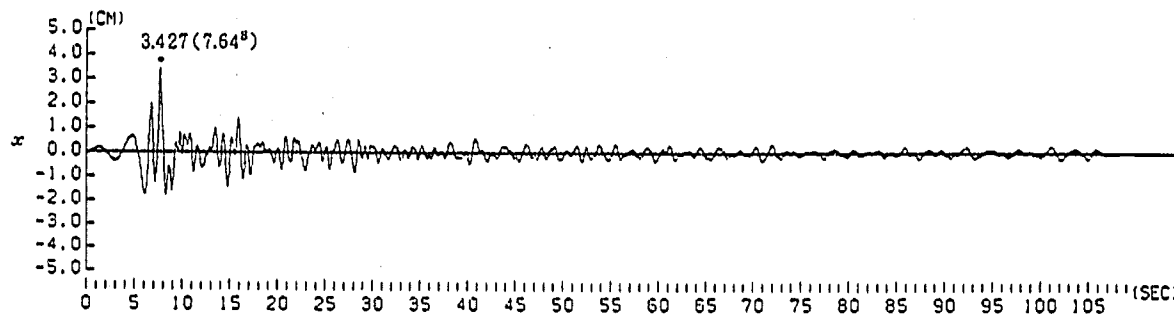
E.O. NO. 871217



G-7

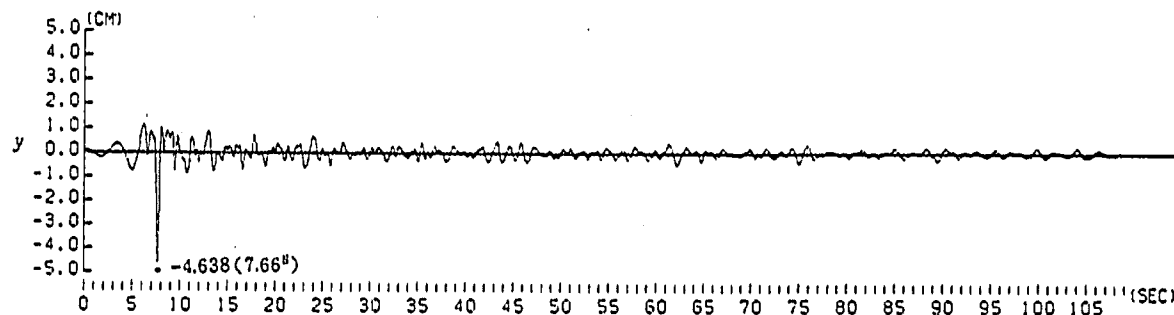
INDEX NO. 57
7 NAGARA TR.
S1402-DR-7-1015P
MAX. = 3.427 (CM)

E.O. NO. 871217



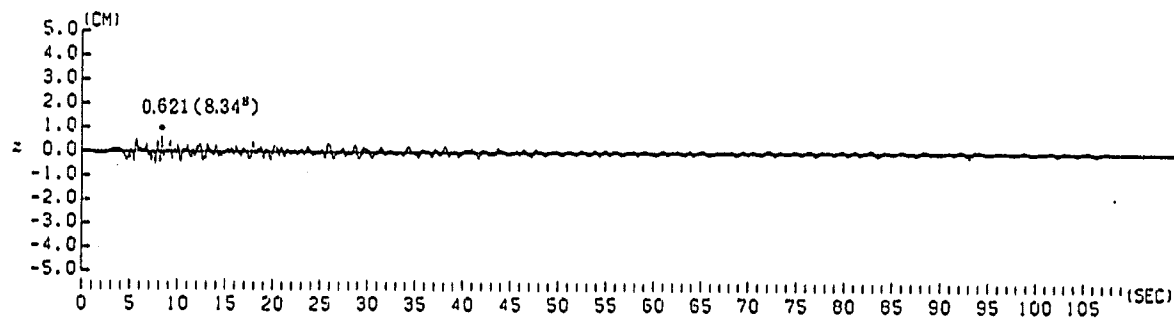
INDEX NO. 60
7 NAGARA LG.
S1402-DR-7-1015P
MAX. = -4.638 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 63
7 NAGARA U-0
S1402-DR-7-1015P
MAX. = 0.621 (CM)

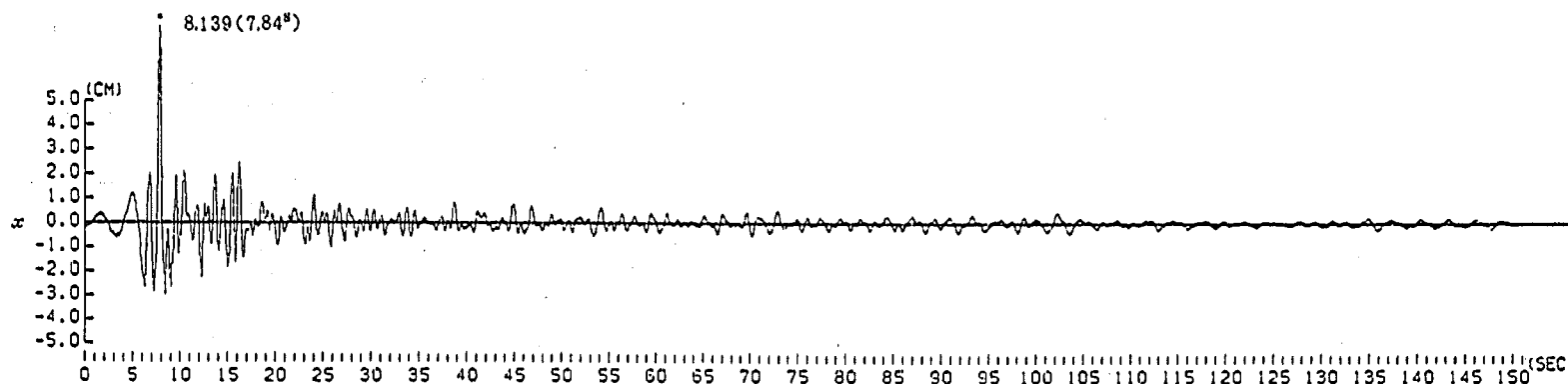
E.O. NO. 871217



G-8

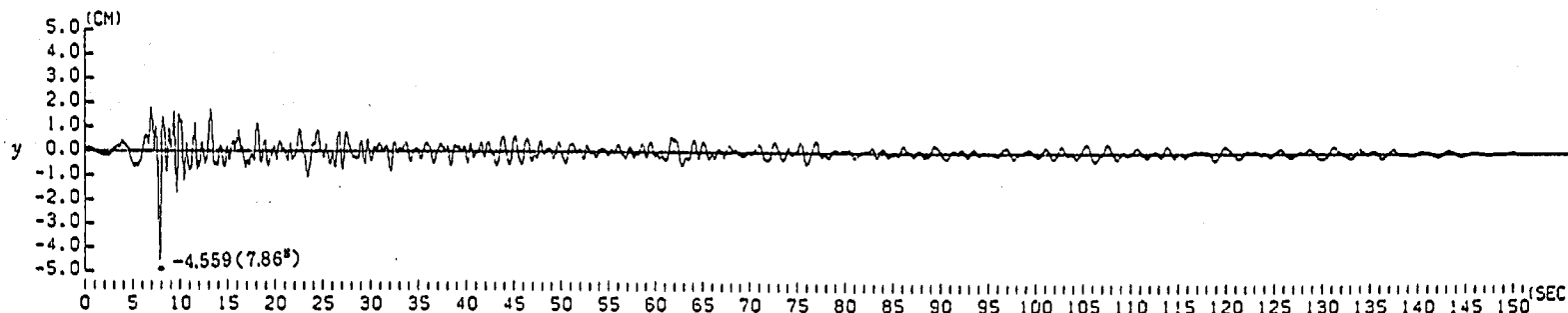
INDEX NO. 66
8 NAGARA TR.
S1402-0A-8-101SP
MAX. ± 8.139 (CM)

E.O. NO. 871217



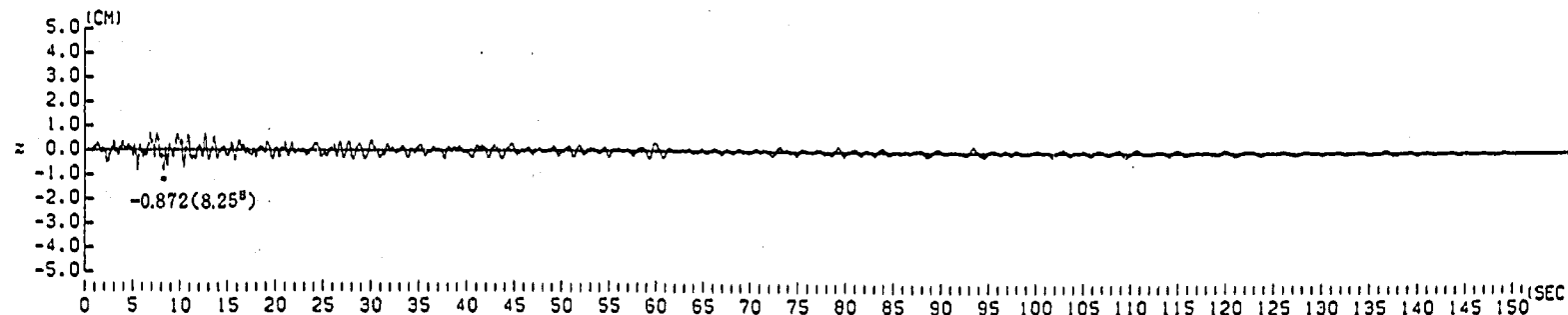
INDEX NO. 69
8 NAGARA LG.
S1402-0A-8-101SP
MAX. ± 4.559 (CM)

E.O. NO. 871217



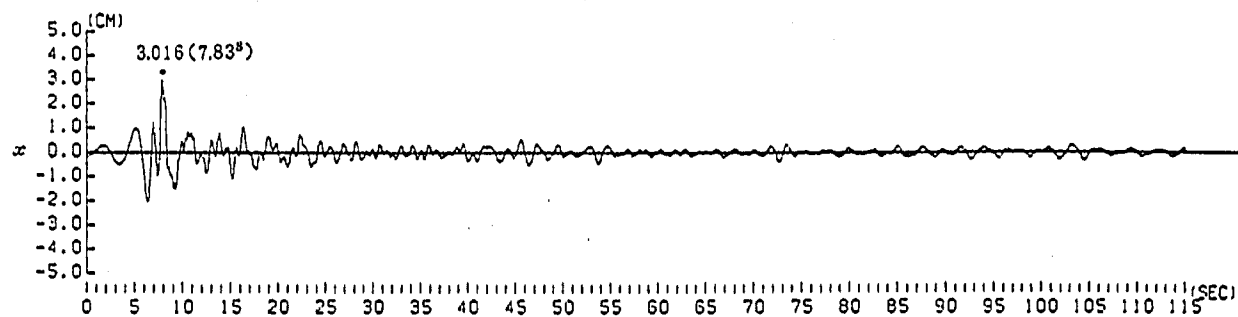
INDEX NO. 72
8 NAGARA U-D
S1402-0A-8-101SP
MAX. ± 0.872 (CM)

E.O. NO. 871217



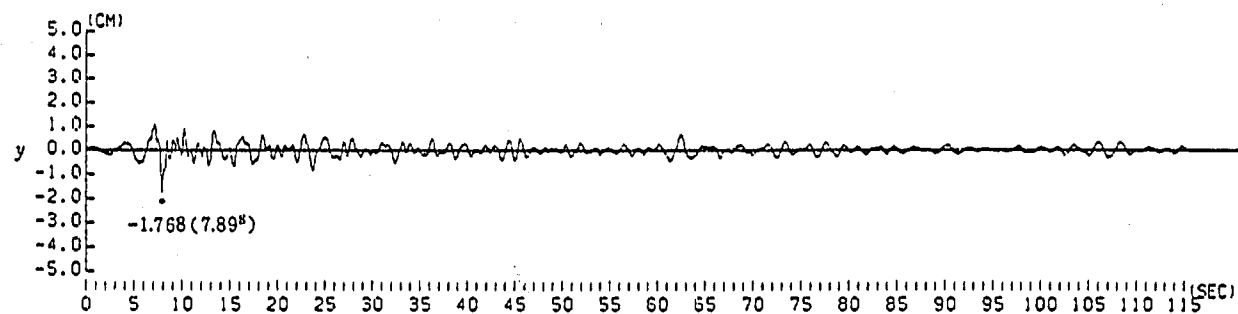
INDEX NO. 75
10 NACARA TA.
S1402-0A10-1015P
MAX. = 3.016 (CM)

E.O. NO. 871217



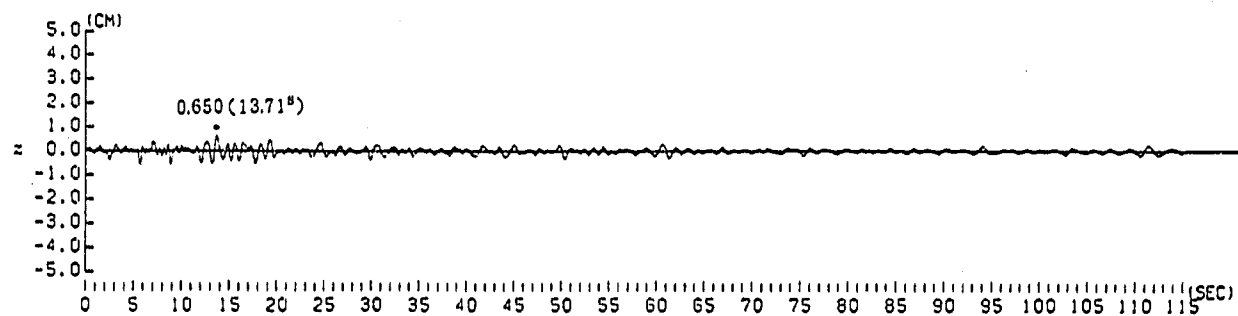
INDEX NO. 78
10 NACARA LG.
S1402-0A10-1015P
MAX. = 1.768 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 81
10 NACARA U-D
S1402-0A10-1015P
MAX. = 0.650 (CM)

E.O. NO. 871217



付録一 3 変位差の時刻歴波形

付録－3 変位差の時刻歴波形

◦ 基盤G－1に対する相対変位波形 ($G-n'$: $n = 2, 3, \dots, 7, 8, 10$)

$$\left\{ \begin{array}{l} x \cdots d_{nx}'(t) \stackrel{\text{def.}}{=} d_{nx}(t) - d_{1x}(t) \\ y \cdots d_{ny}'(t) \stackrel{\text{def.}}{=} d_{ny}(t) - d_{1y}(t) \\ z \cdots d_{nz}'(t) \stackrel{\text{def.}}{=} d_{nz}(t) - d_{1z}(t) \end{array} \right.$$

◦ 基盤G－1との間の平均ひずみ ($G-n'$: $n = 2, 3, \dots, 6$) ただし、最大値についてのみ付記

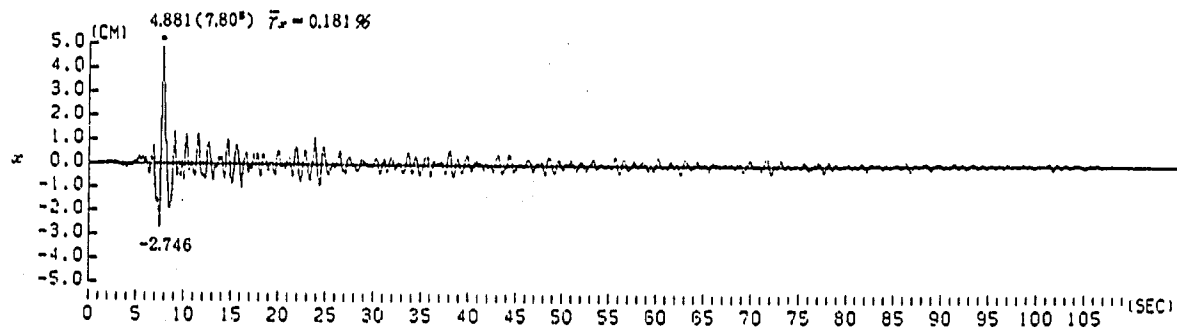
$$\left\{ \begin{array}{ll} x \cdots \bar{\gamma}_x(t) = d_{nx}'(t) / H_{n1} & \text{ここに, } H_{n1} \text{ は } G-1 \text{ との標高差であり,} \\ y \cdots \bar{\gamma}_y(t) = d_{ny}'(t) / H_{n1} & H_{21} = H_{31} = H_{41} = H_{51} = 27 \text{ m} \\ z \cdots \bar{\epsilon}_z(t) = d_{nz}'(t) / H_{n1} & H_{61} = 47.5 \text{ m} \end{array} \right.$$

〈注〉 $\bar{\gamma}_x, \bar{\gamma}_y$ はせん断ひずみ γ_{xz}, γ_{zy} に相当する。

G-2'

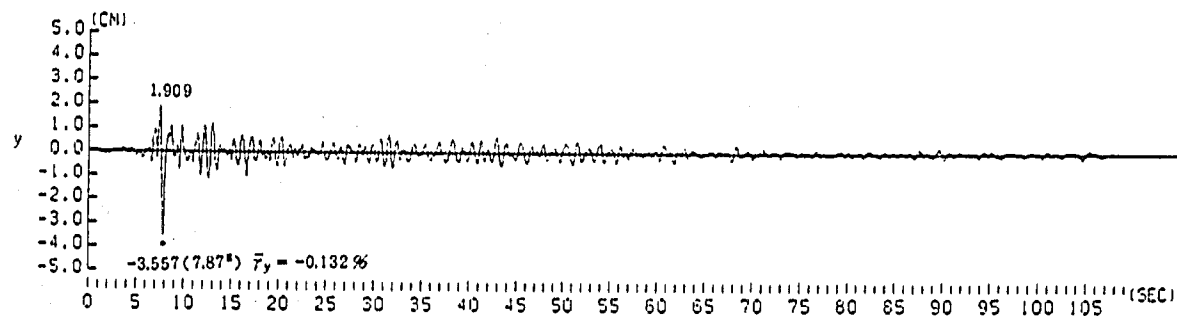
INDEX NO. 1
MARKET NO SA DISP
TA. = TA.
MAX. = 4.881 (CM)

E.O. NO. 871217



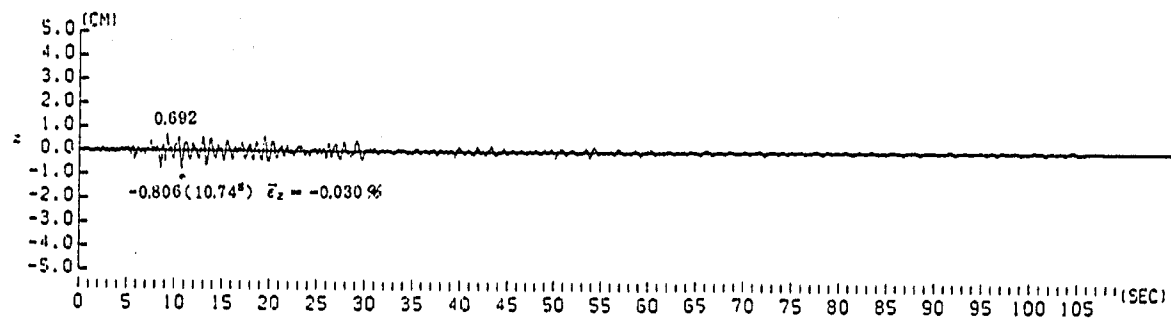
INDEX NO. 2
MARKET NO SA DISP
LC. = LC.
MAX. = 3.557 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MARKET NO SA DISP
U-D = U-D
MAX. = 0.806 (CM)

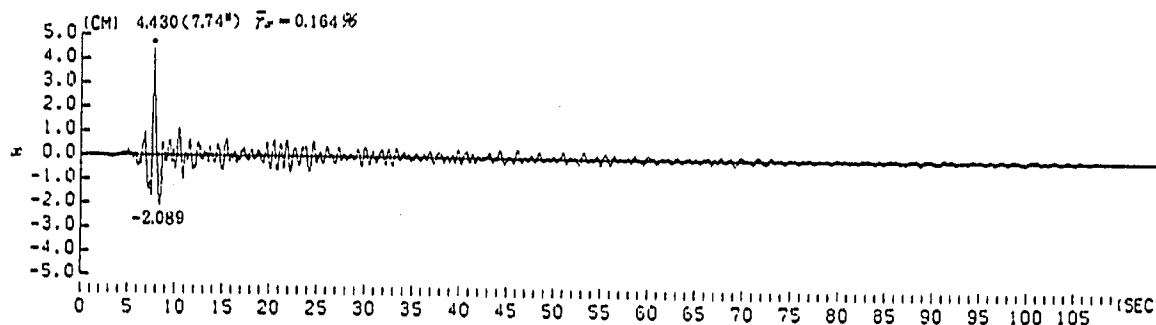
E.O. NO. 871217



G-3'

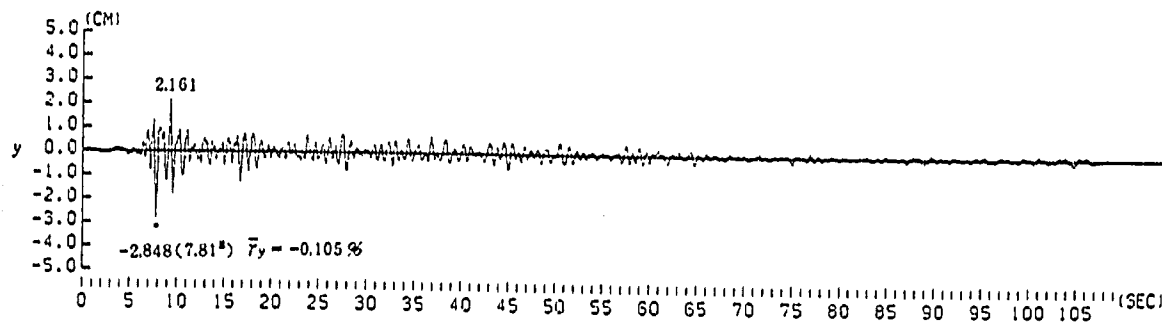
INDEX NO. 1
NAME: NO 5A DISP
TR. - TR.
MAX. = 4.430(CM)

E.Q. NO. 871217



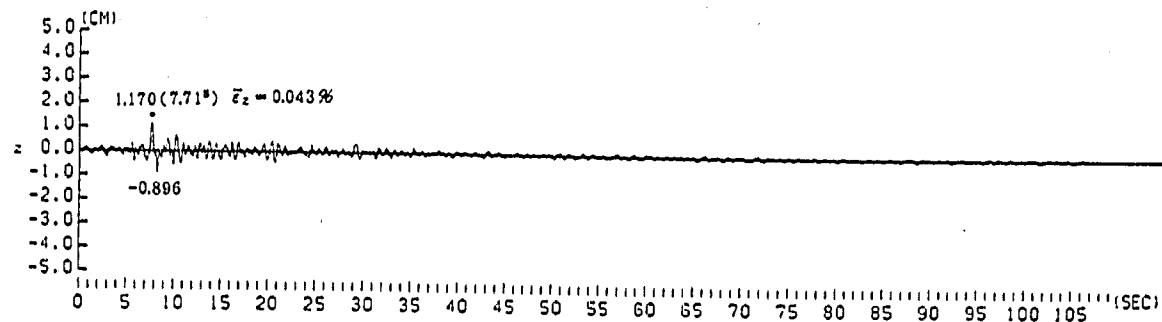
INDEX NO. 2
NAME: NO 5A DISP
LG. - LG.
MAX. = 2.848(CM)

E.Q. NO. 871217



INDEX NO. 3
NAME: NO 5A DISP
U-0 - U-0
MAX. = 1.170(CM)

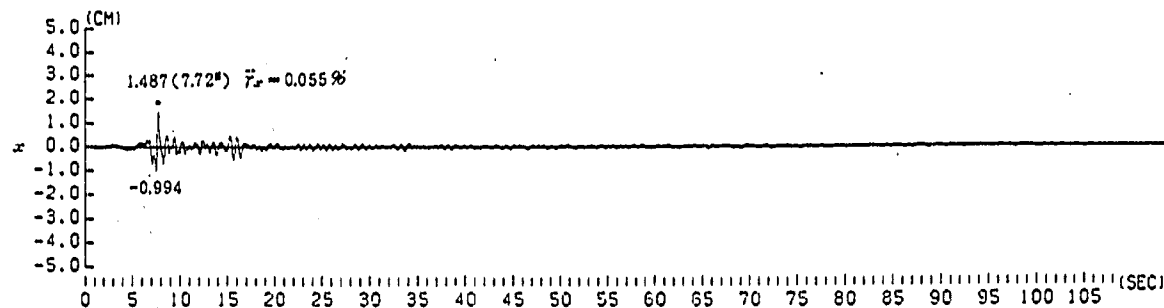
E.Q. NO. 871217



G-4'

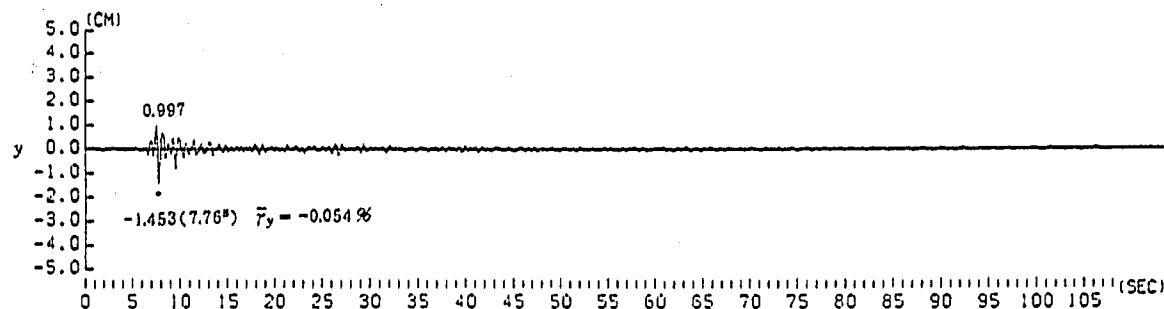
INDEX NO. 1
MAKE: NO SA DISP
TA. - TA.
MAX. = 1.487 (CM)

E.O. NO. 871217



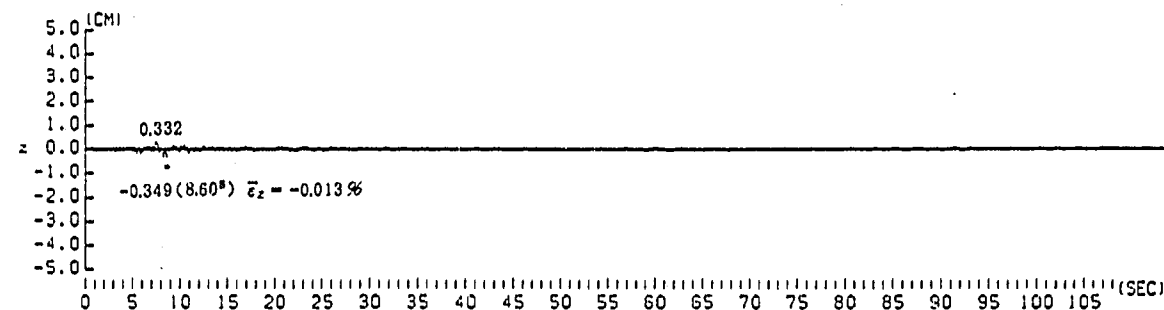
INDEX NO. 2
MAKE: NO SA DISP
LG. - LG.
MAX. = -1.453 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MAKE: NO SA DISP
U-D - U-D
MAX. = -0.349 (CM)

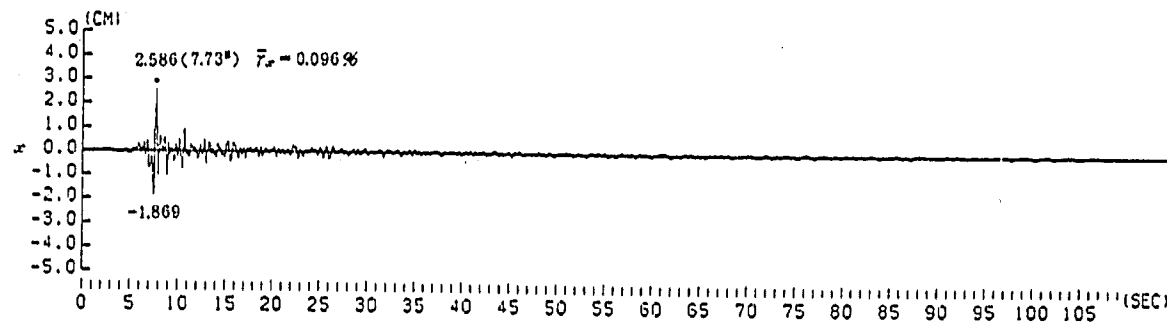
E.O. NO. 871217



G-5'

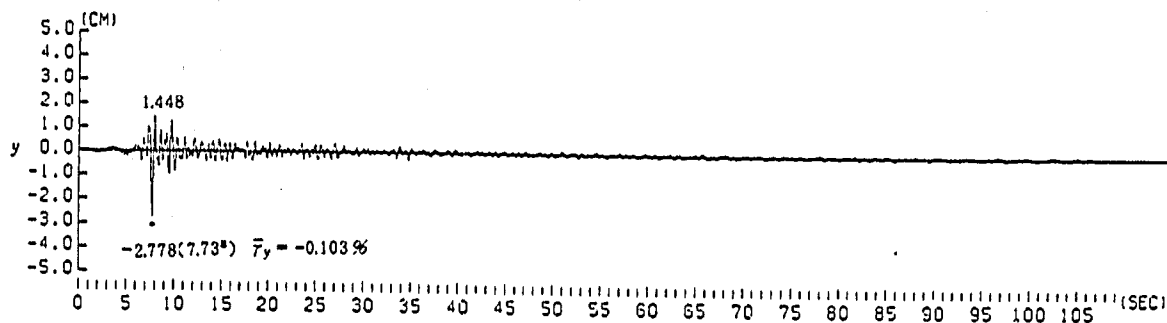
INDEX NO. 1
MARKET NO SA DISP
TR. - TR.
MAX. #2.586(CM)

E.O. NO. 871217



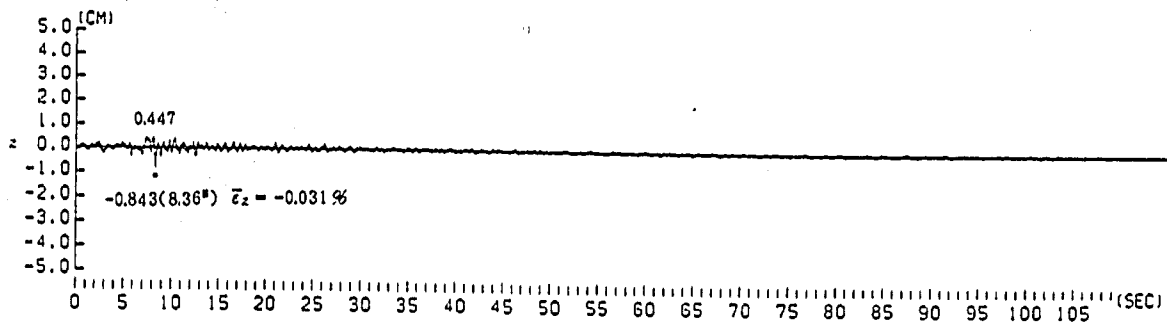
INDEX NO. 2
MARKET NO SA DISP
LG. - LG.
MAX. #2.778(CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MARKET NO SA DISP
U-O - U-O
MAX. #0.843(CM)

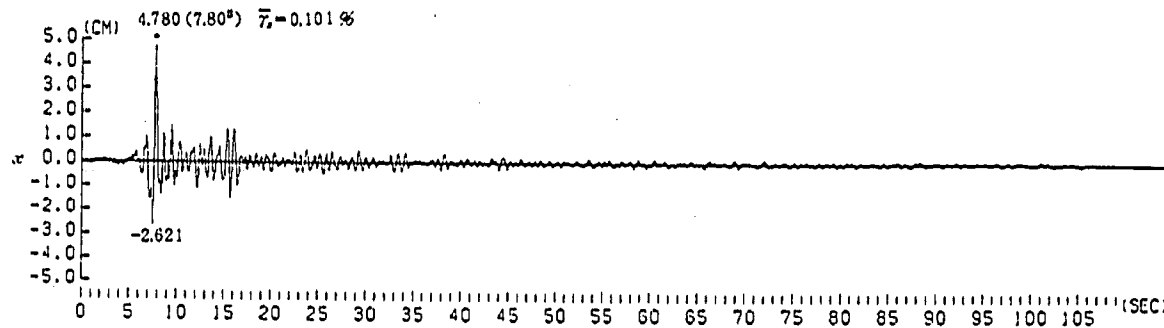
E.O. NO. 871217



G-6'

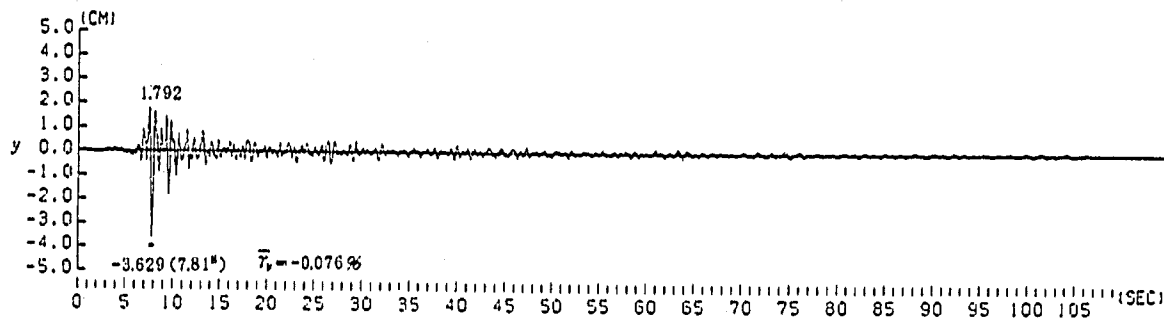
INDEX NO. 1
MARKET NO SA DISP
TR. = TR.
MAX. = 4.780 (CM)

E.O. NO. 871217



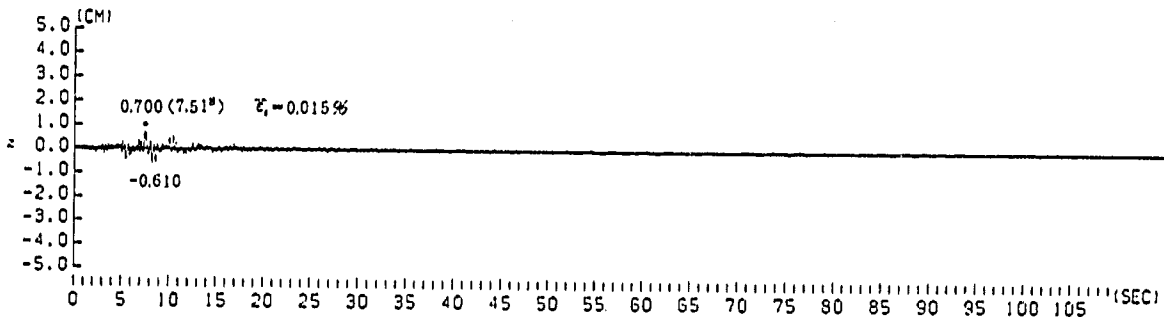
INDEX NO. 2
MARKET NO SA DISP
LG. = LG.
MAX. = -3.629 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MARKET NO SA DISP
U-O = U-O
MAX. = 0.700 (CM)

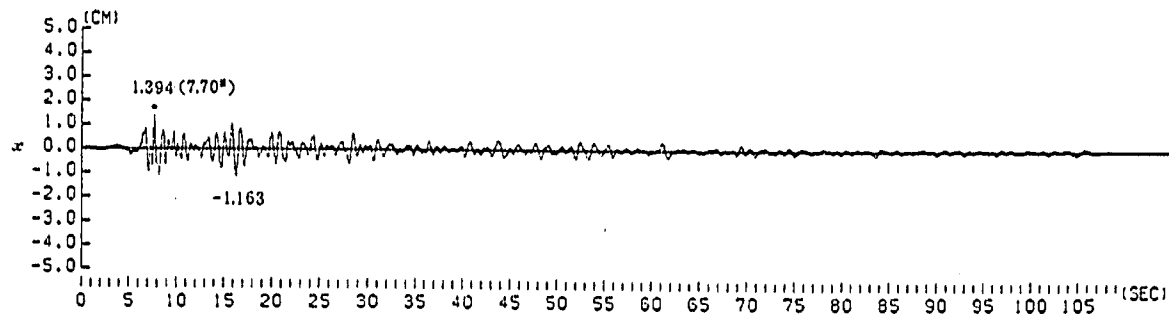
E.O. NO. 871217



G-7'

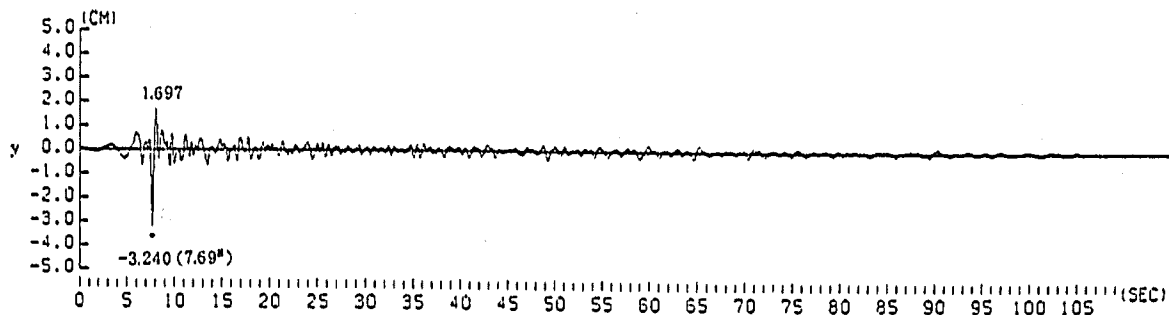
INDEX NO. 1
MARKET NO 5A
TR. = TR.
MAX. = 1.394 (CM)

E.O. NO. 871217



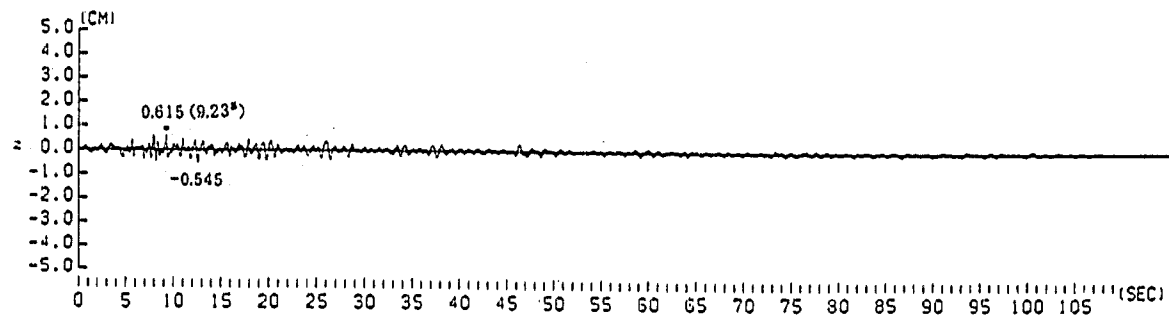
INDEX NO. 2
MARKET NO 5A
LG. = LG.
MAX. = -3.240 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MARKET NO 5A
U-O = U-O
MAX. = 0.615 (CM)

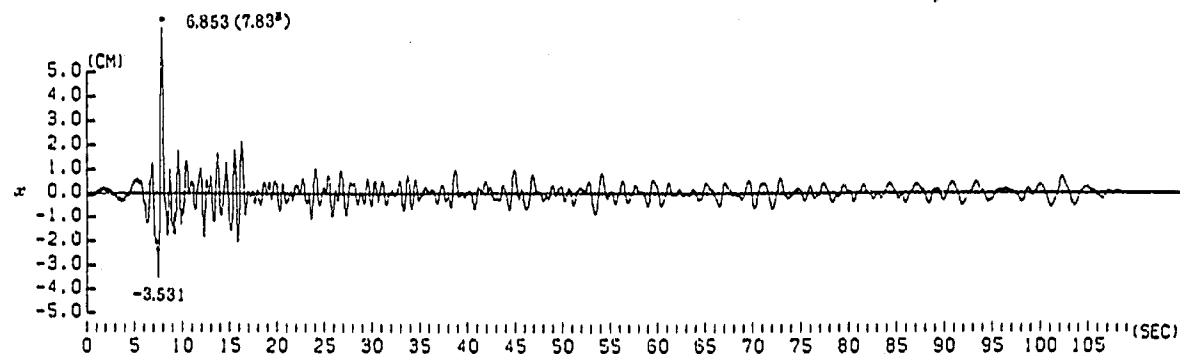
E.O. NO. 871217



G-8'

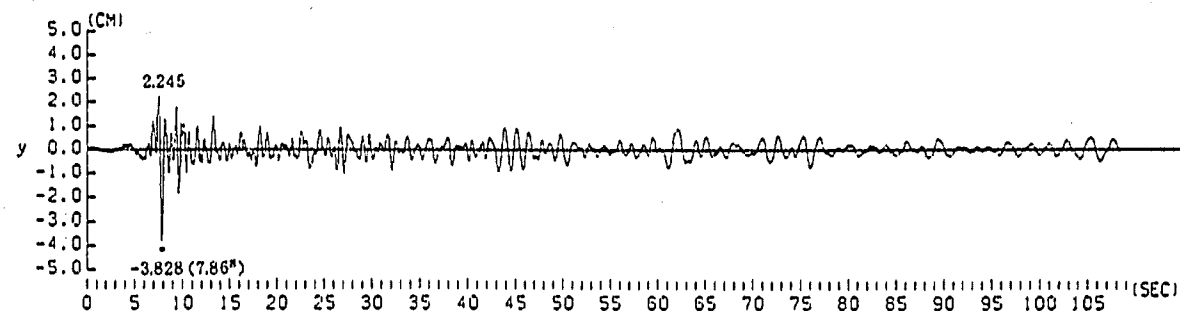
INDEX NO. 1
MAKEI NO SR DISP
TR. - TR.
MAX. = 6.853 (CM)

E.O. NO. 871217



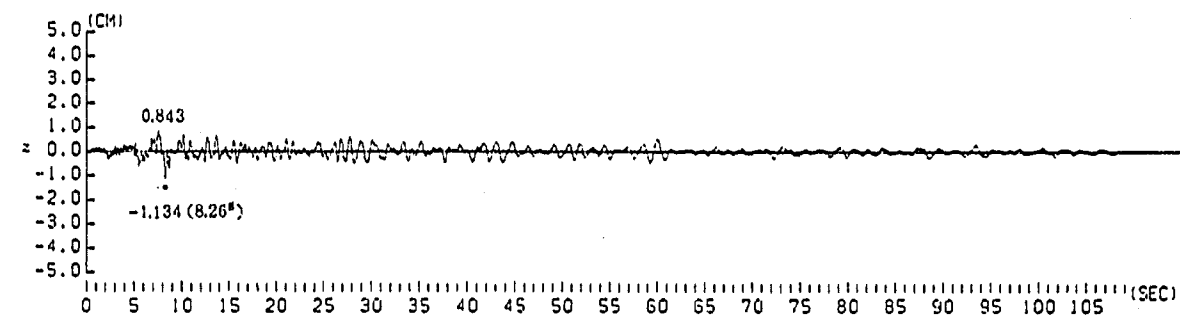
INDEX NO. 2
MAKEI NO SR DISP
LG. - LG.
MAX. = 3.828 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MAKEI NO SR DISP
U-D - U-D
MAX. = 1.134 (CM)

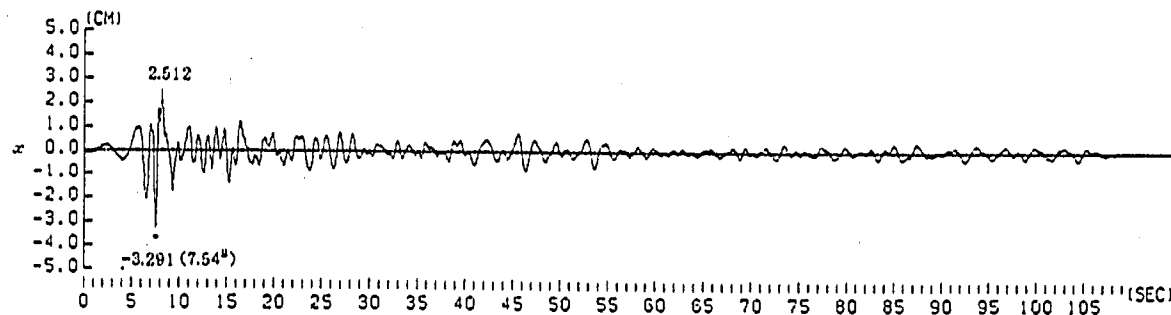
E.O. NO. 871217



G-10'

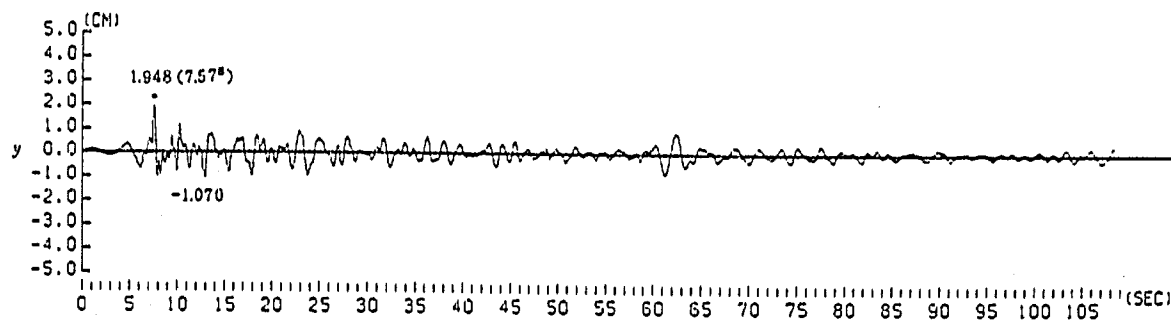
INDEX NO. 1
MAKEI NO SA DISP
TR. - TR.
MAX. = -3.291 (CM)

E.O. NO. 871217



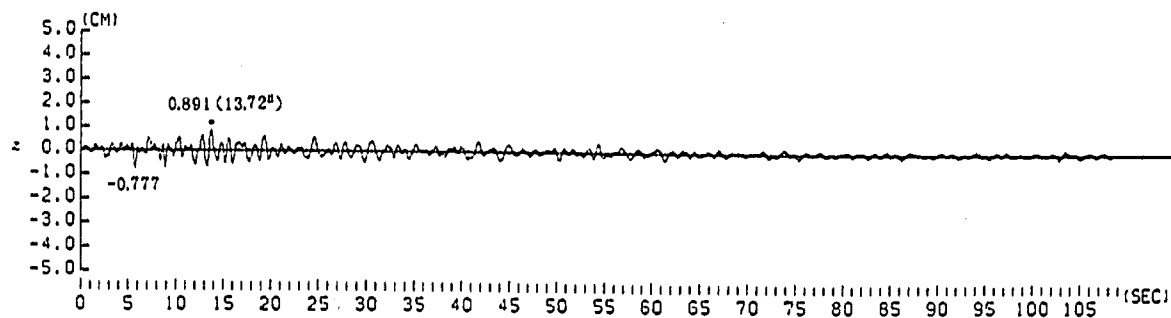
INDEX NO. 2
MAKEI NO SA DISP
LG. - LG.
MAX. = 1.948 (CM)

E.O. NO. 871217



INDEX NO. 3
MAKEI NO SA DISP
U-D - U-D
MAX. = 0.891 (CM)

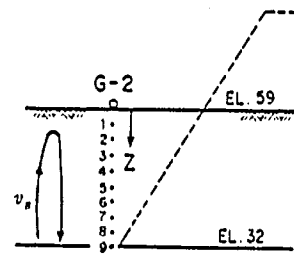
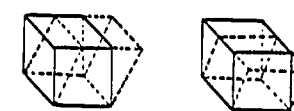
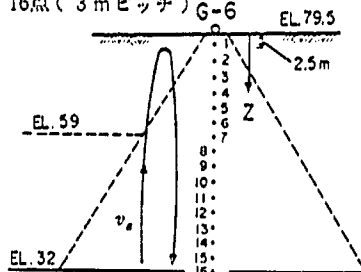
E.O. NO. 871217



付録－４ 任意深さにおけるせん断ひずみの時刻歴波形
(一層系地盤として地表の速度記録から重複反射
理論により算出したせん断ひずみ)

付録－４ 任意深さにおけるせん断ひずみの時刻歴波形

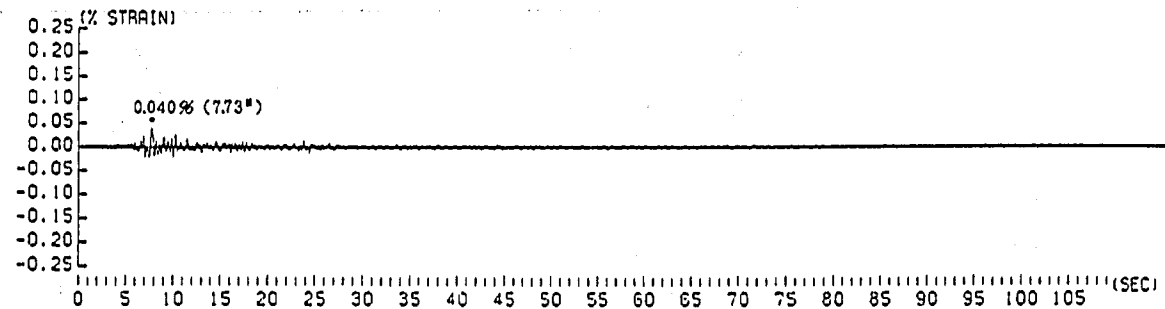
(一層系地盤として地表の速度記録から重複反射理論により算出したせん断ひずみ)

対 象 地 盤		カウンターウェイト	本 堤	備 考
入 力	地表速度波形	G-2 の $v_x(t)$, $v_y(t)$	G-6 の $v_x(t)$, $v_y(t)$	加速度観測波形から積分したもの
	せん断波伝播速度	$v_s = 130 \text{ m/s}$, 120 m/s	$v_s = 210 \text{ m/s}$, 240 m/s	方法 1 (相互相関によるタイムラグ使用) によって求めた全波の平均伝播速度を丸めた値
出 力	算 出 位 置	9 点 (3 m ピッチ)  $\gamma_x (= \gamma_{zx})$, $\gamma_y (= \gamma_{zy})$ 	16 点 (3 m ピッチ) G-6  $\gamma_x (= \gamma_{zx})$, $\gamma_y (= \gamma_{zy})$ 	G-6 EL. 79.5 Na 1 EL. 77 Na 2 EL. 74 ⋮ G-2 Na 7 EL. 59 Na 1 Na 8 EL. 56 Na 2 Na 9 EL. 53 ⋮ Na 8 Na 15 EL. 35 Na 9 Na 16 EL. 32

G-2の v_x から求めたカウンターウェイト内の r_x ($v_s = 130 \text{ m/s}$)

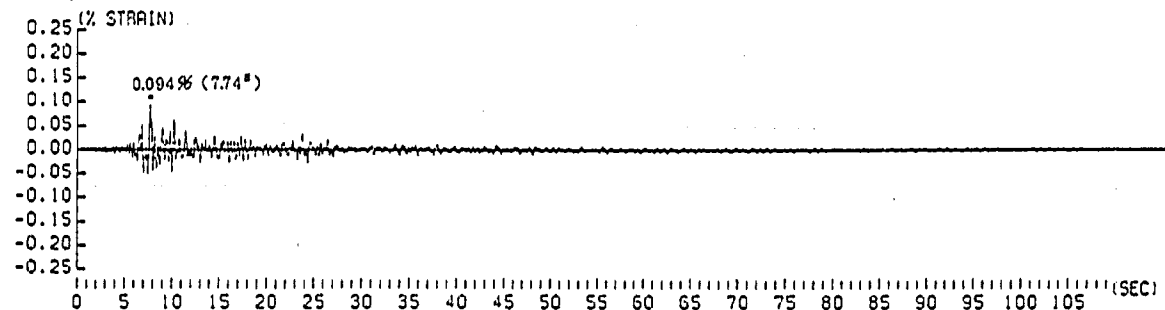
EL.56
INDEX NO. 1 (-3 m)
2 NIAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX.=0.0401% STRAIN

E.O. NO. 871217



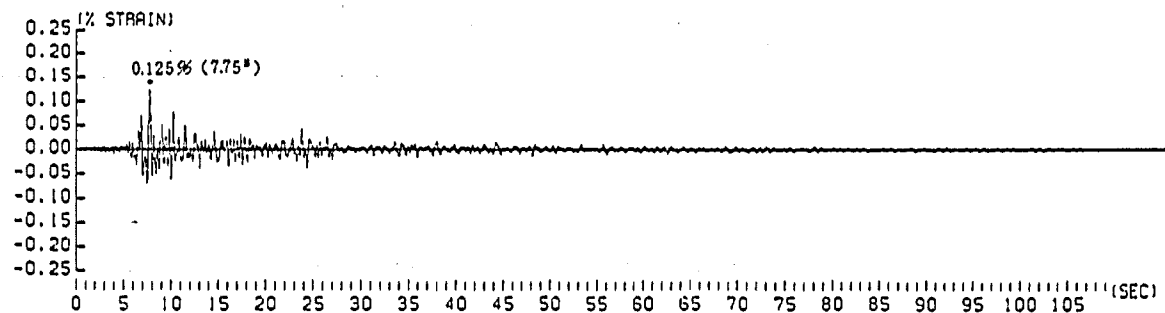
EL.53
INDEX NO. 2 (-6 m)
2 NIAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX.=0.0941% STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.50
INDEX NO. 3 (-9 m)
2 NIAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX.=0.1251% STRAIN

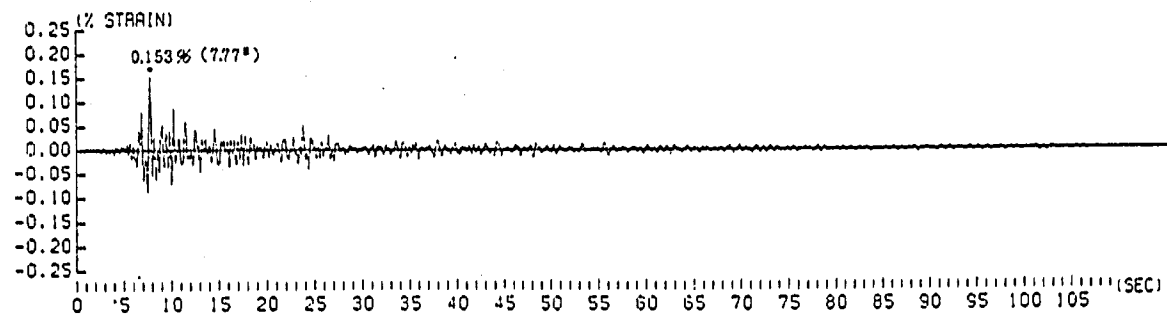
E.O. NO. 871217



G-2の v_x から求めたカウンターウェイト内の γ_x ($v_s = 130 \text{ m/s}$)

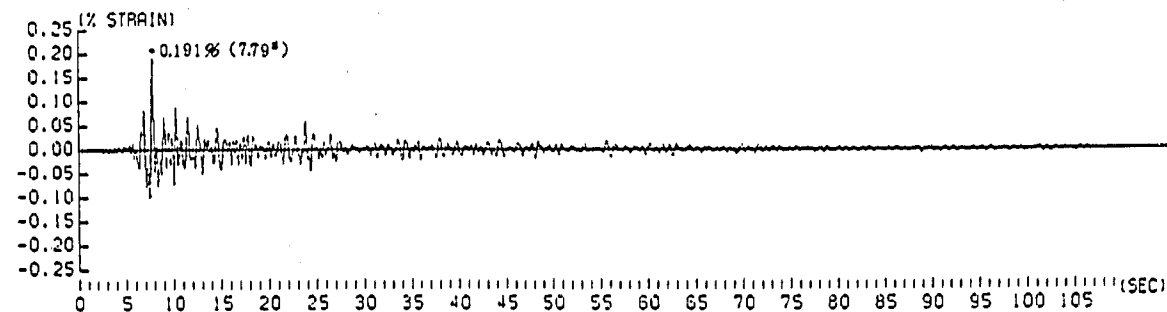
EL.47
INDEX NO. 4 (-12m)
2 NAGARA TR.
S1402-DA-2-1STR.
MAX. 0.1531% STRAIN

E.O. NO. 871217



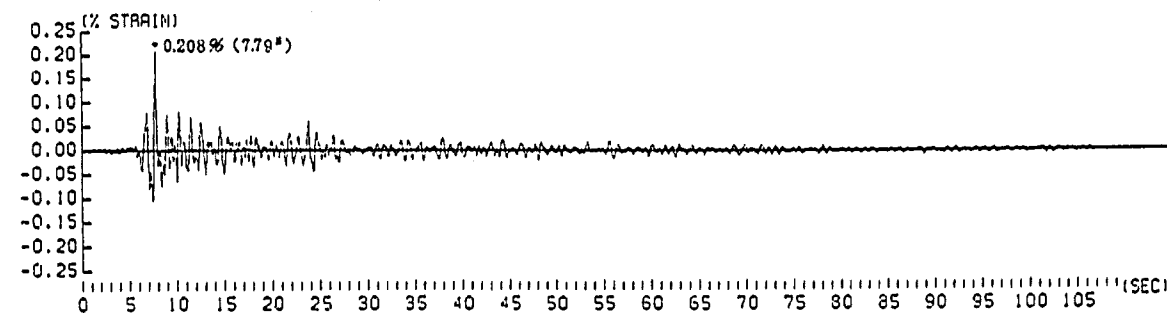
EL.44
INDEX NO. 5 (-15m)
2 NAGARA TR.
S1402-DA-2-1STR.
MAX. 0.1911% STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.41
INDEX NO. 6 (-18m)
2 NAGARA TR.
S1402-DA-2-1STR.
MAX. 0.2081% STRAIN

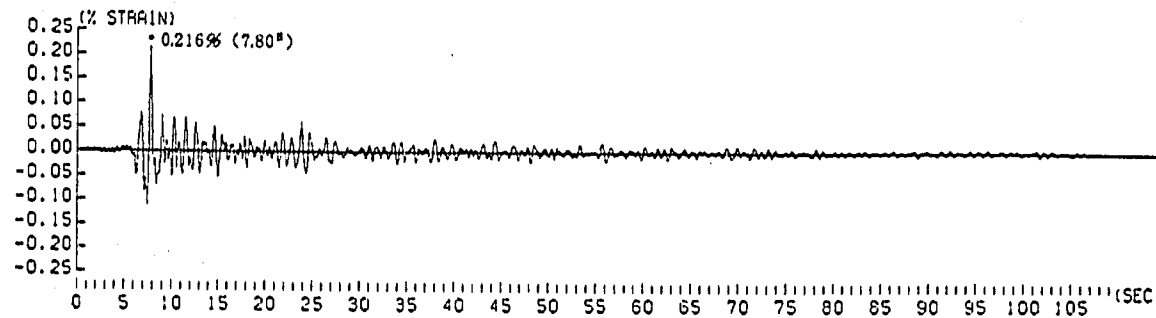
E.O. NO. 871217



G-2の v_x から求めたカウンターウェイト内の γ_x ($v_s = 130 \text{ m/s}$)

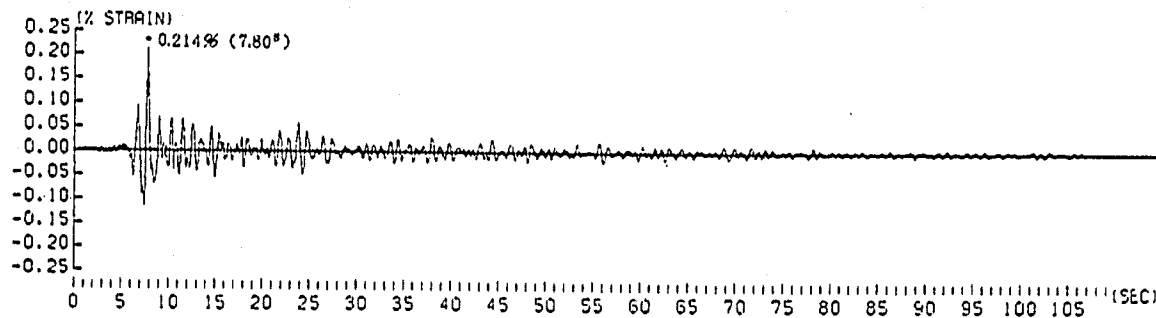
EL.38
INDEX NO. 7 (-21m)
2 NAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. = 0.2161% STRAIN

E.O. NO. 871217



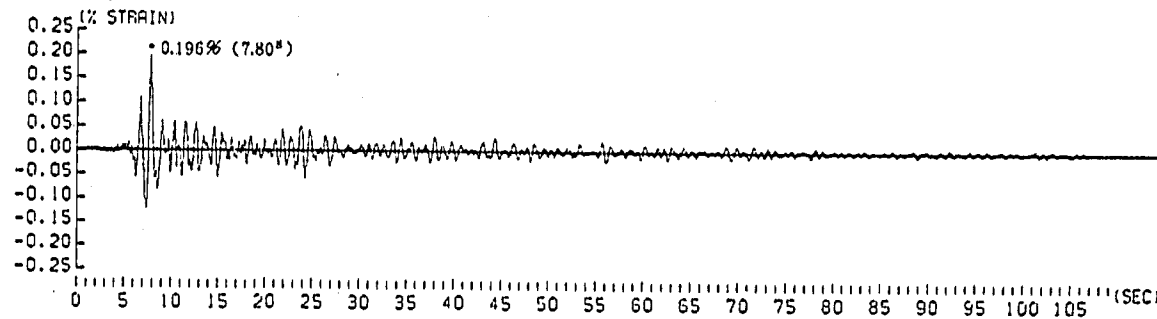
EL.35
INDEX NO. 8 (-24m)
2 NAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. = 0.2141% STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.32
INDEX NO. 9 (-27m)
2 NAGARA TR.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. = 0.1961% STRAIN

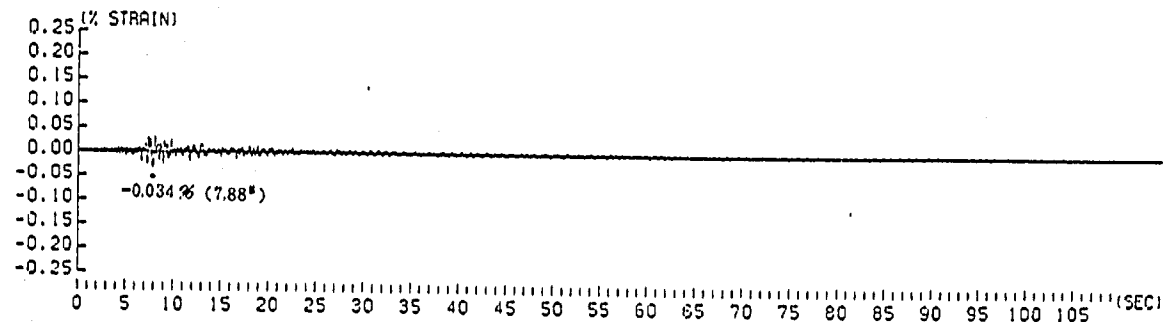
E.O. NO. 871217



G-2の v_y から求めたカウンターウェイト内の r_y ($v_s = 120 \text{ m/s}$)

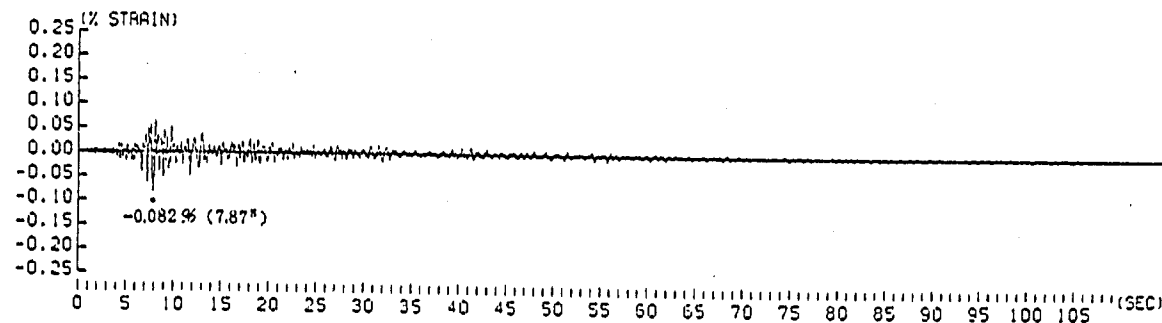
EL.56
INDEX NO. 1 (-3m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-1STA.
MAX. $\epsilon = -0.034\%$ (7.88°)

E.O. NO. 871217



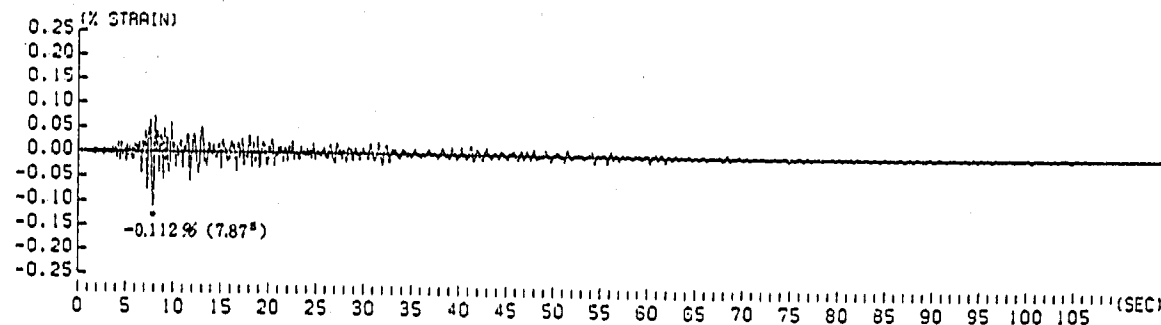
EL.53
INDEX NO. 2 (-6m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-1STA.
MAX. $\epsilon = -0.082\%$ (7.87°)

E.O. NO. 871217



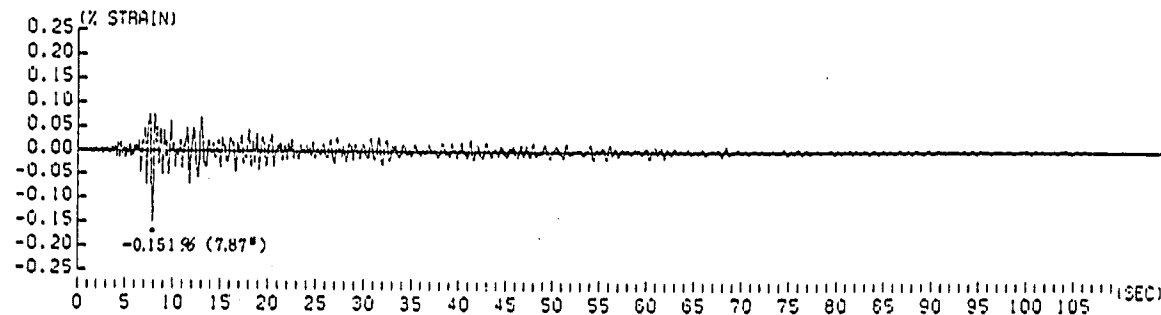
EL.50
INDEX NO. 3 (-9m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-1STA.
MAX. $\epsilon = -0.112\%$ (7.87°)

E.O. NO. 871217

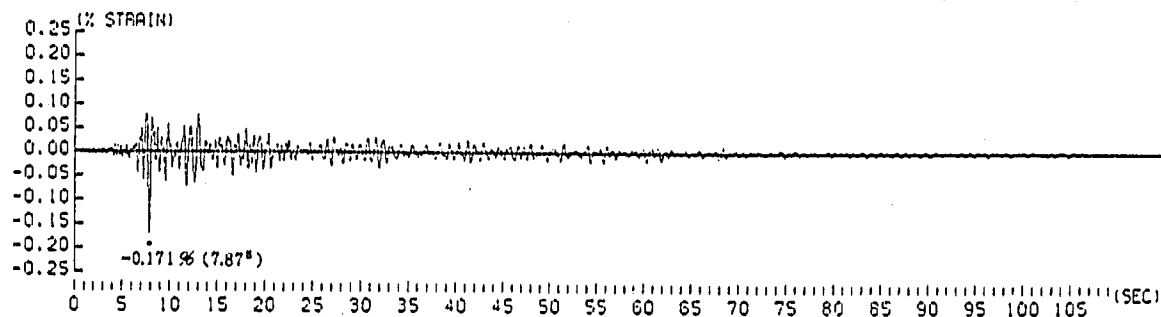


G-2の v_y から求めたカウンターウェイト内の γ_y ($v_s = 120 \text{ m/s}$)

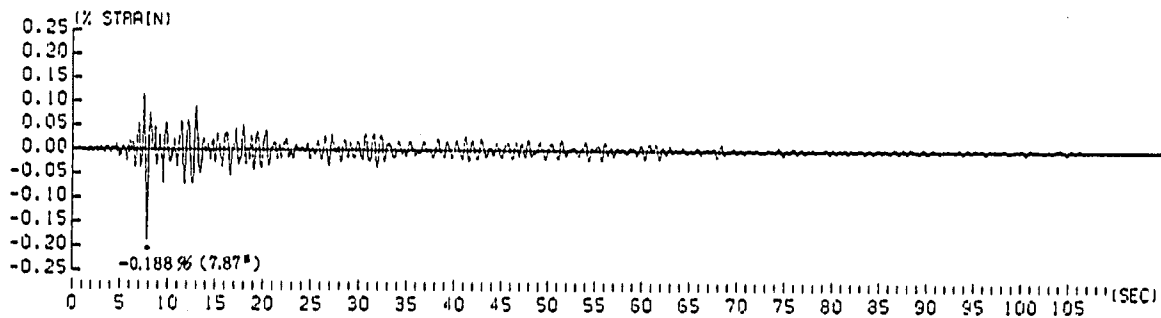
EL.47
INDEX NO. 4 (-12m)
2 NIAGARA LG.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. $\pm 0.151\%$ STRAIN
E.O. NO. 871217



EL.44
INDEX NO. 5 (-15m)
2 NIAGARA LG.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. $\pm 0.171\%$ STRAIN
E.O. NO. 871217



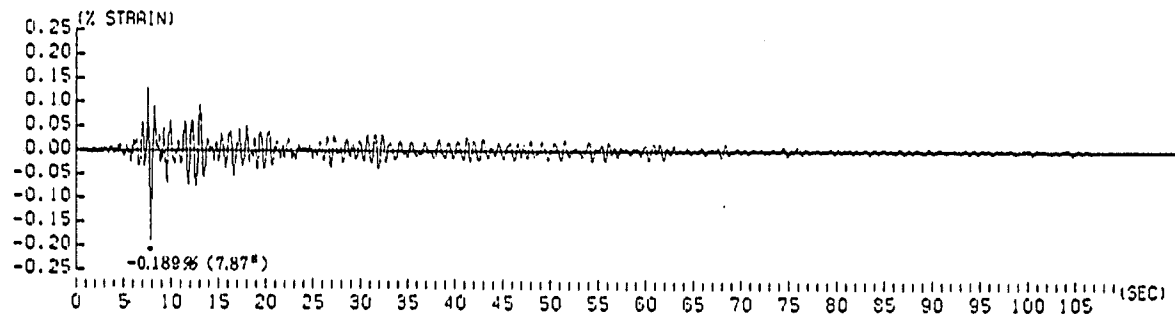
EL.41
INDEX NO. 6 (-18m)
2 NIAGARA LG.
S1402-0A-2-15TR.
MAX. $\pm 0.188\%$ STRAIN
E.O. NO. 871217



G-2 の v_y から求めたカウンターウェイト内の γ_y ($v_0 = 120 \text{ m/s}$)

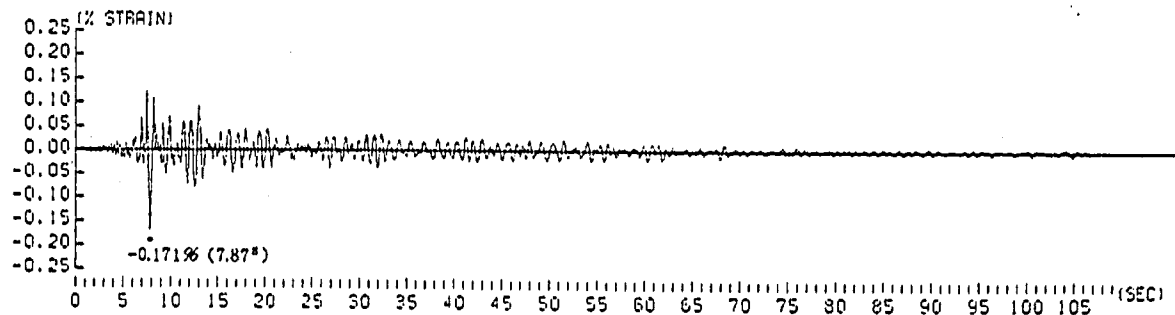
EL.38
INDEX NO. 7 (-21m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-15TA.
MAX. $\mu = 0.189\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



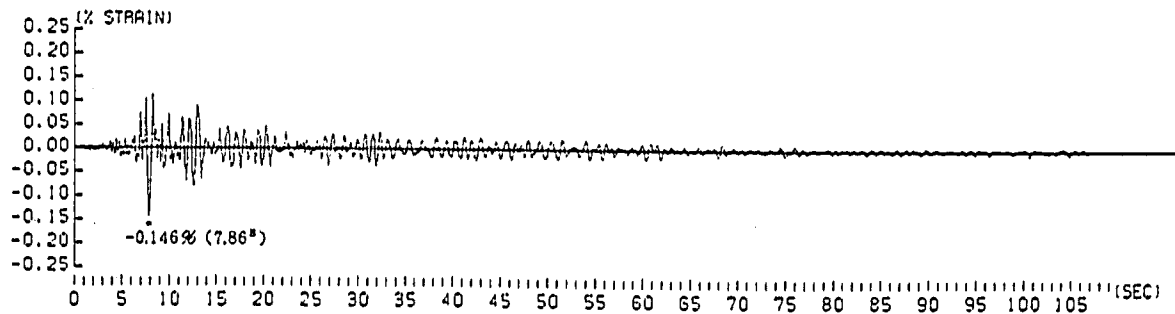
EL.35
INDEX NO. 8 (-24m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-15TA.
MAX. $\mu = 0.171\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



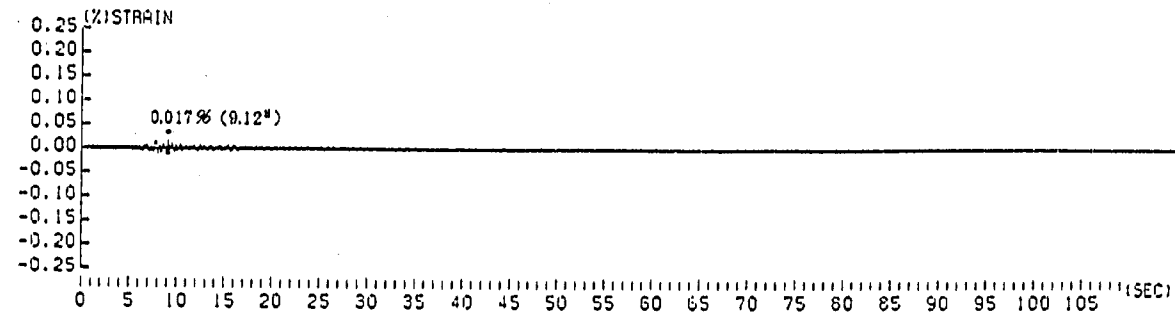
EL.32
INDEX NO. 9 (-27m)
2 NAGARA LG.
S1402-0A-2-15TA.
MAX. $\mu = 0.146\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217

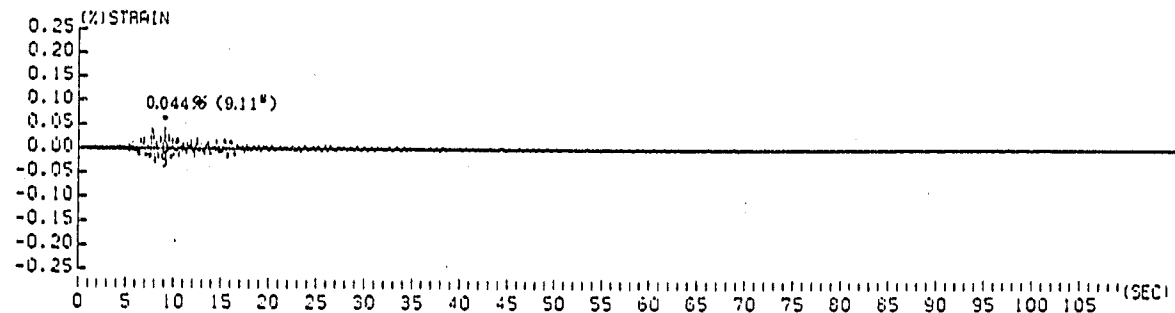


G-6 の v_x から求めた本堤内の r_x ($v_s = 210 \text{ m/s}$)

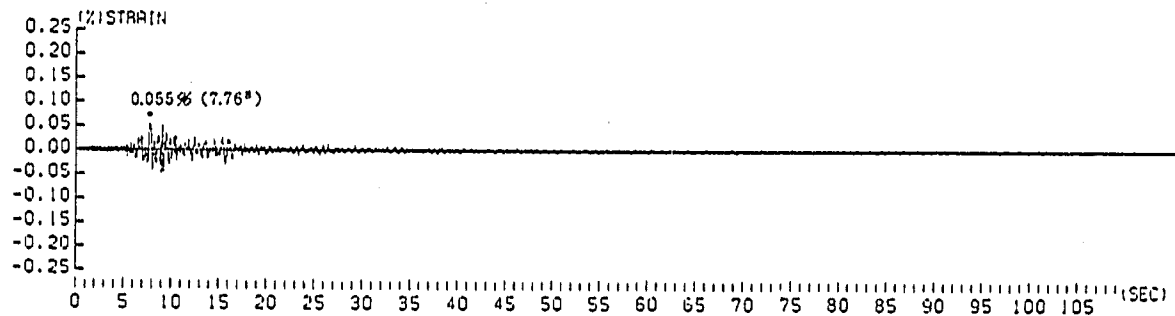
EL.77
INDEX NO. 1 (-2.5m)
6 NIAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.0171(%) STRAIN
E.O. NO. 871217



EL.74
INDEX NO. 2 (-5.5m)
6 NIAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.0441(%) STRAIN
E.O. NO. 871217



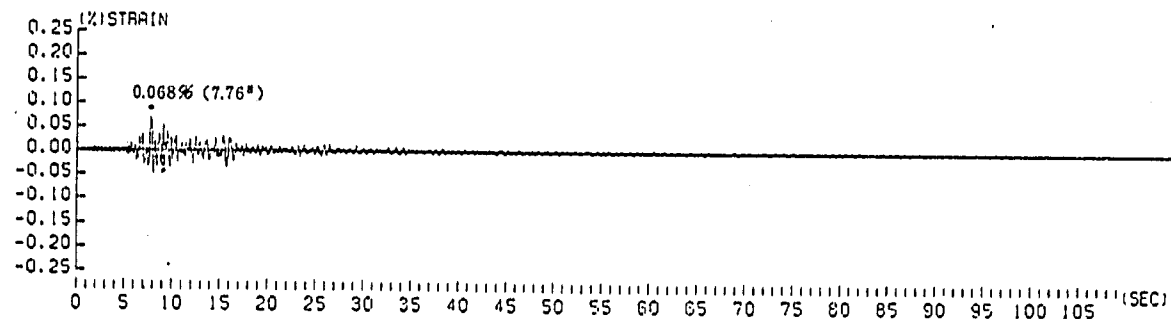
EL.71
INDEX NO. 3 (-8.5m)
6 NIAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.0551(%) STRAIN
E.O. NO. 871217



G-6の v_x から求めた本堤内の r_x ($v_s = 210$ m/s)

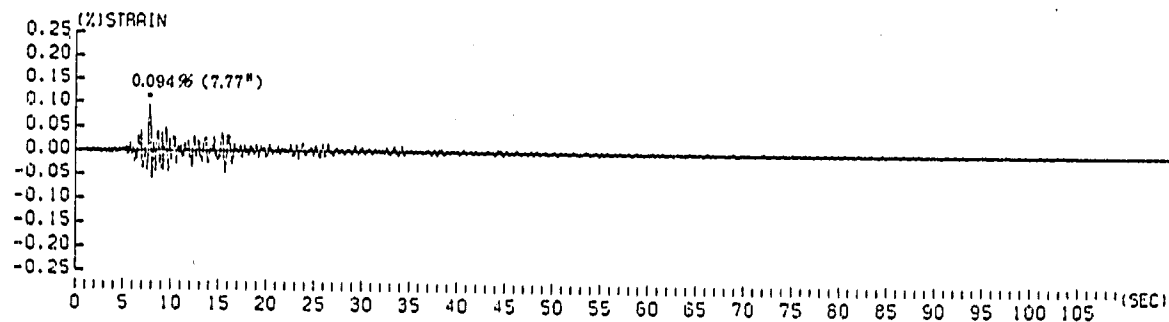
EL.68
INDEX NO. 4 (-11.5m)
G NACARA TR.
S1402-DA-6-1 STR.
MAX. ±0.068 (%) STRAIN

E.O. NO. 871217



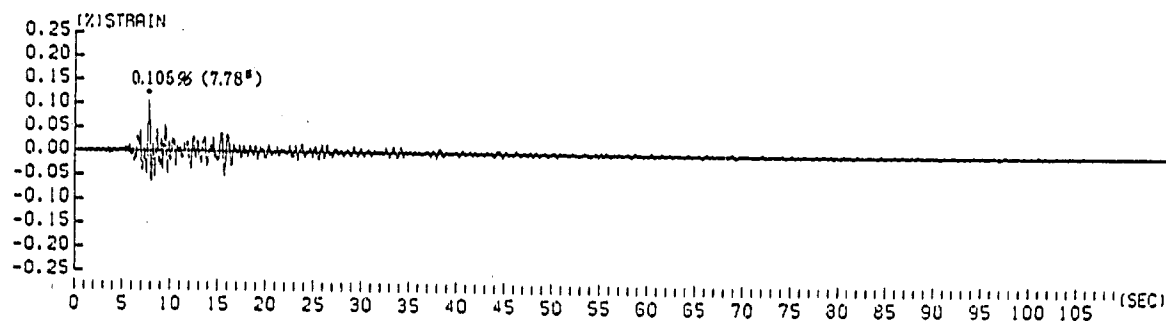
EL.65
INDEX NO. 5 (-14.5m)
G NACARA TR.
S1402-DA-6-1 STR.
MAX. ±0.094 (%) STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.62
INDEX NO. 6 (-17.5m)
G NACARA TR.
S1402-DA-6-1 STR.
MAX. ±0.105 (%) STRAIN

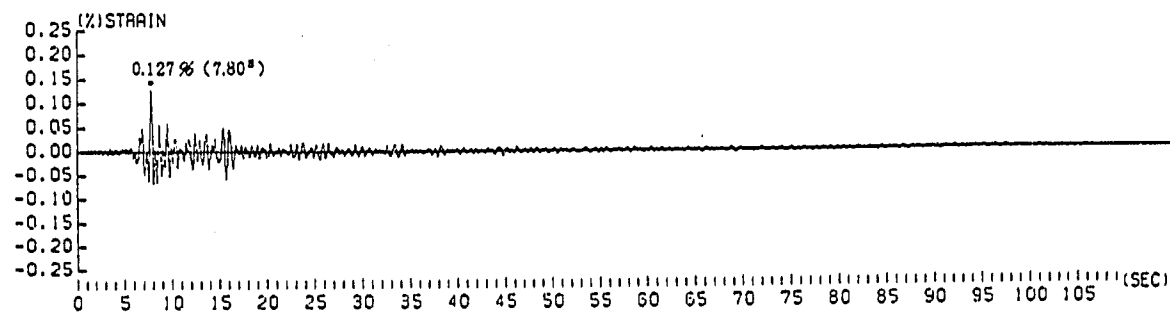
E.O. NO. 871217



G-6の v_x から求めた本堤内の γ_x ($v_s = 210 \text{ m/s}$)

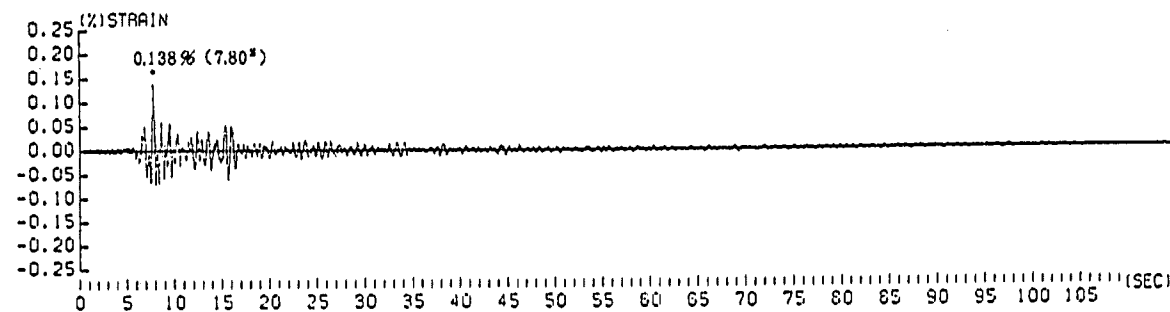
EL.59
INDEX NO. 7 (-20.5m)
G NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.127(%) STRAIN

E.O. NO. 871217



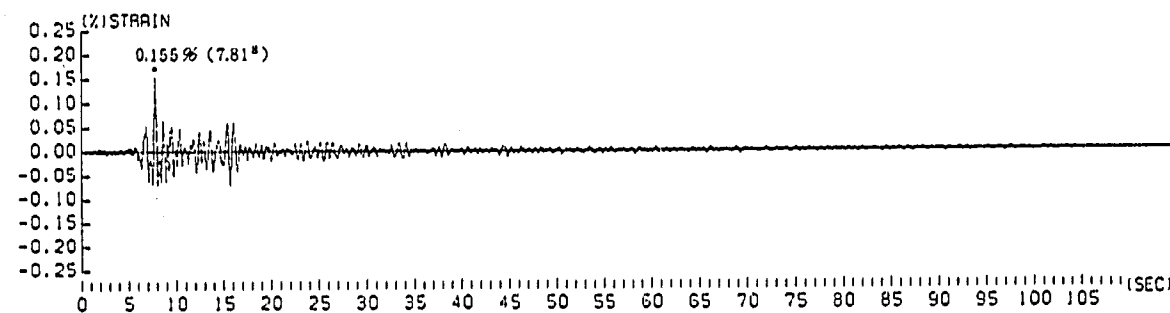
EL.56
INDEX NO. 8 (-23.5m)
G NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.138(%) STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.53
INDEX NO. 9 (-26.5m)
G NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. = 0.155(%) STRAIN

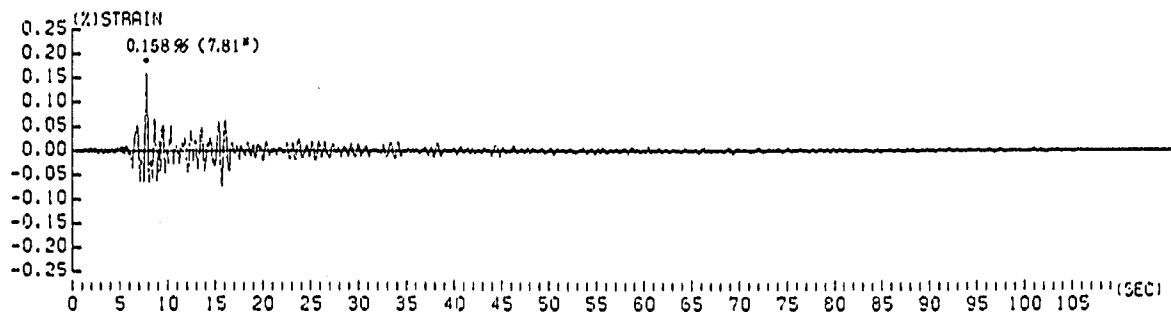
E.O. NO. 871217



G-6の v_x から求めた本堤内の r_x ($v_s = 210$ m/s)

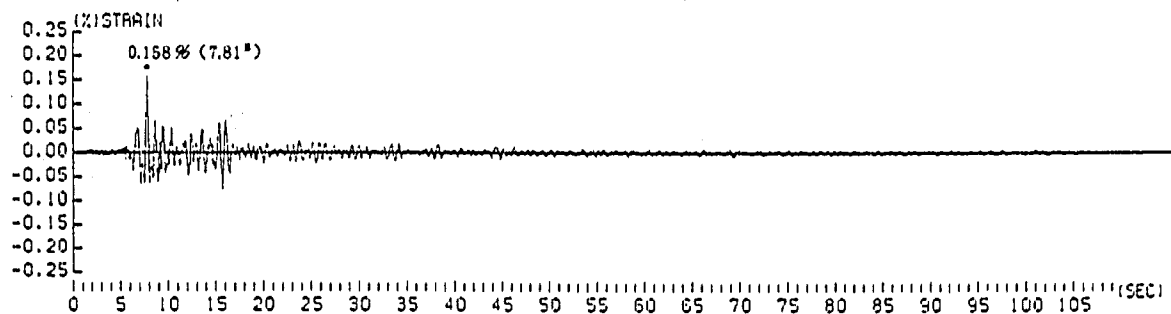
EL.50
INDEX NO. 10 (-29.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.158(%) STRAIN

E.O. NO. 871217



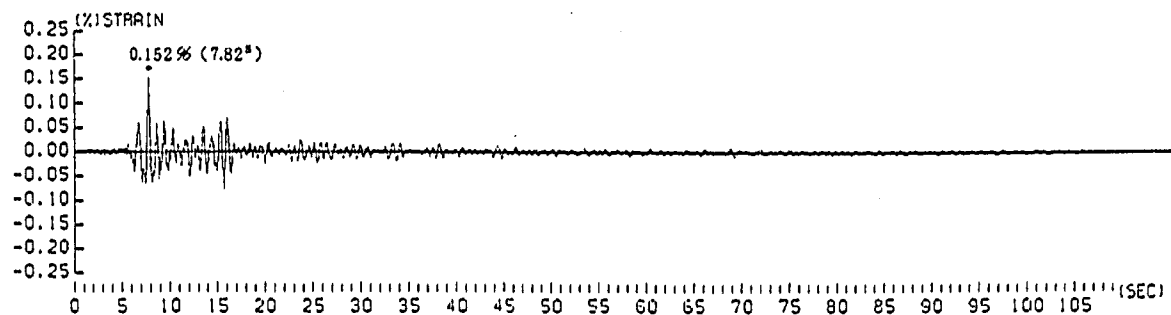
EL.47
INDEX NO. 11 (-32.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.158(%) STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.44
INDEX NO. 12 (-35.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.152(%) STRAIN

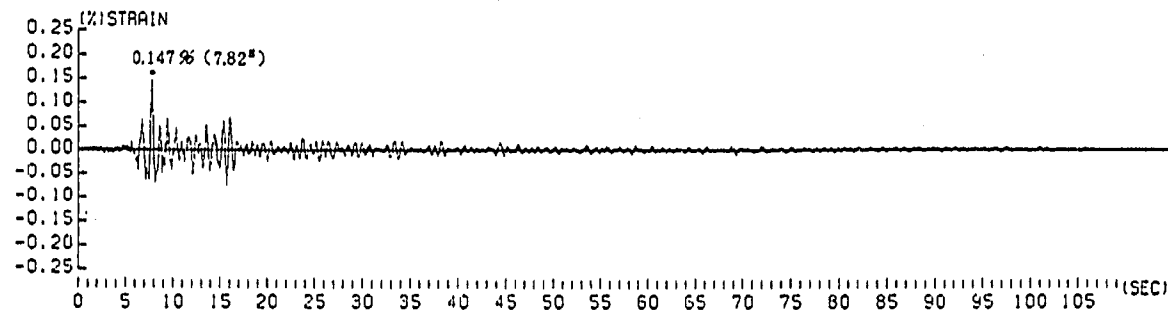
E.O. NO. 871217



G-6 の v_x から求めた本堤内の γ_x ($v_s = 210 \text{ m/s}$)

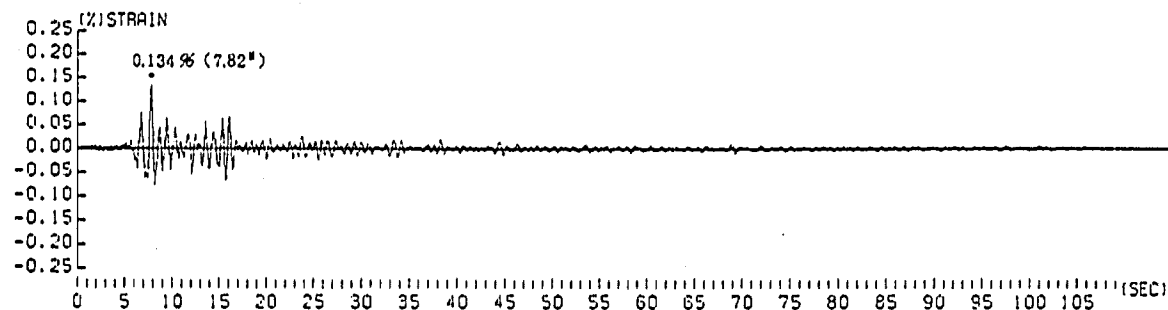
EL.41
INDEX NO. 13 (-38.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.147(%) STRAIN

E.O. NO. 871217



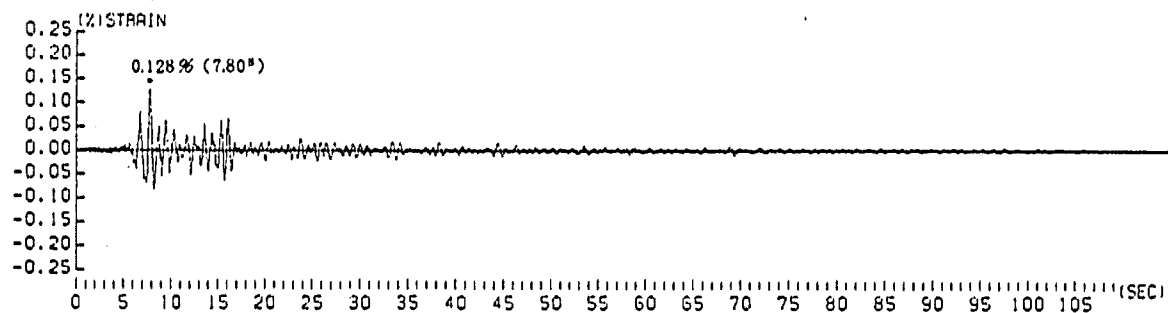
EL.38
INDEX NO. 14 (-41.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.134(%) STRAIN

E.O. NO. 871217

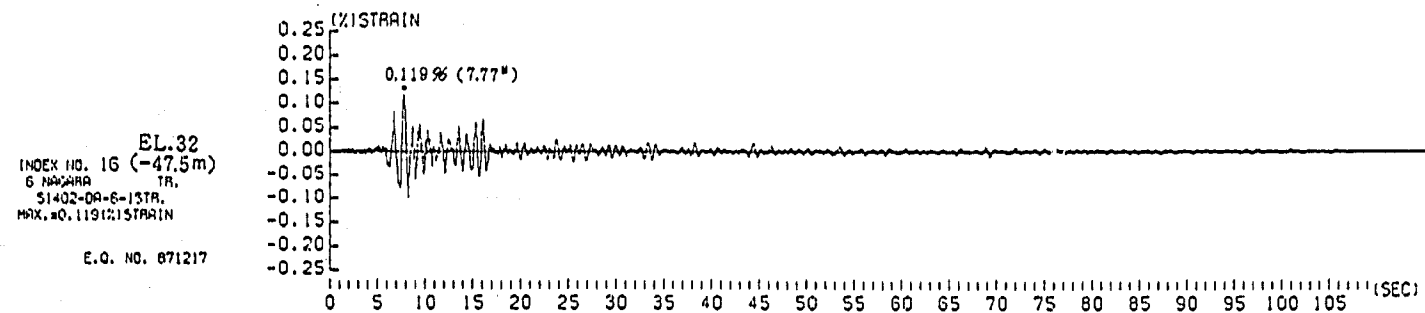


EL.35
INDEX NO. 15 (-44.5m)
6 NAGARA TR.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.128(%) STRAIN

E.O. NO. 871217

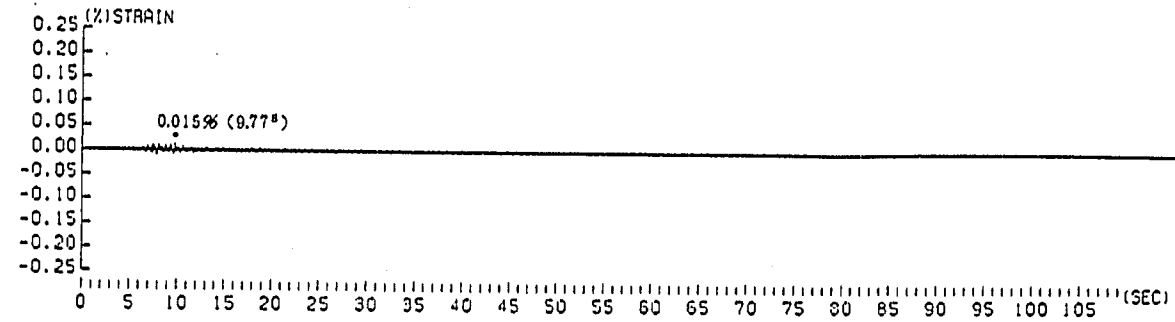


G-6 の v_x から求めた本堤内の γ_x ($v_s = 210 \text{ m/s}$)

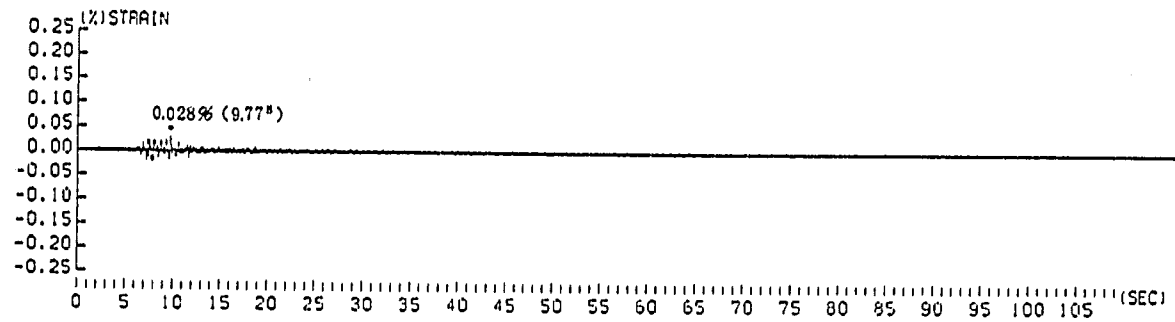


G-6の v_y から求めた本堤内の γ_y ($v_s = 240$ m/s)

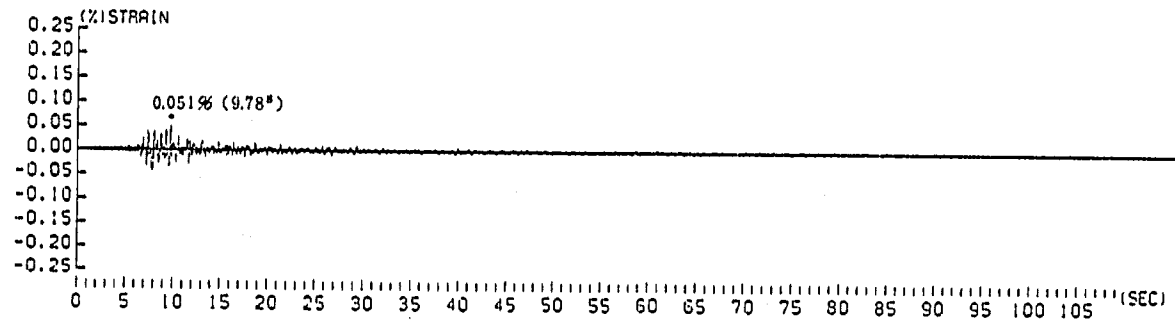
EL.77
INDEX NO. 1 (-2.5m)
G MAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.0151% STRAIN
E.O. NO. 871217



EL.74
INDEX NO. 2 (-5.5m)
G MAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.0281% STRAIN
E.O. NO. 871217



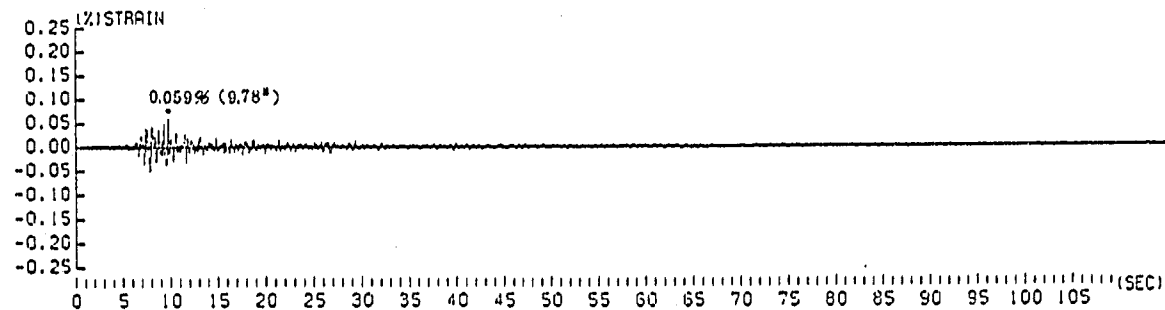
EL.71
INDEX NO. 3 (-8.5m)
G MAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. ±0.0511% STRAIN
E.O. NO. 871217



G-6 の v_y から求めた本堤内の γ_y ($v_s = 240 \text{ m/s}$)

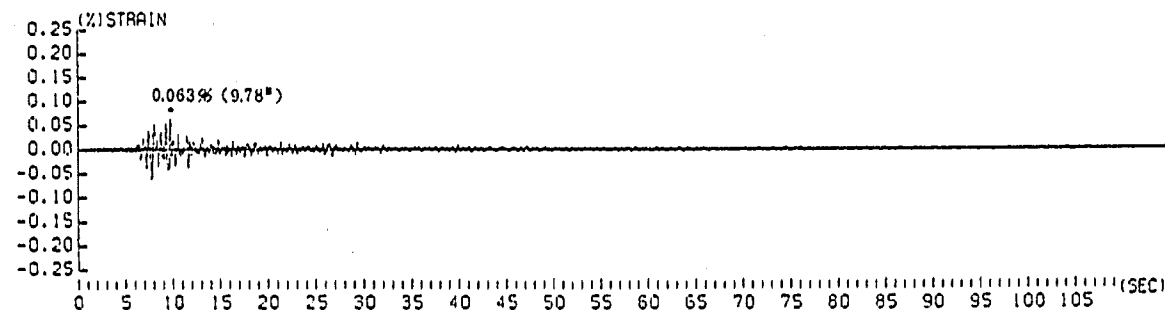
EL.68
INDEX NO. 4 (-11.5m)
S NAGARA LG.
S1402-DR-6-1STR.
MAX.=0.059(%)STRAIN

E.O. NO. 871217



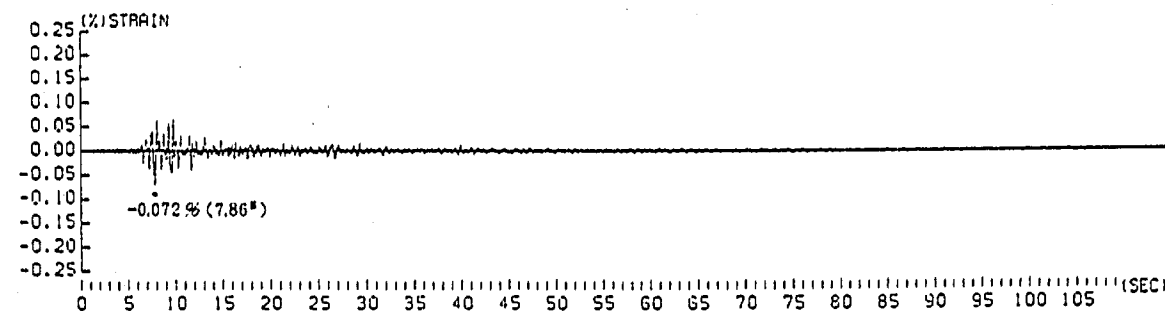
EL.65
INDEX NO. 5 (-14.5m)
S NAGARA LG.
S1402-DR-6-1STR.
MAX.=0.063(%)STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.62
INDEX NO. 6 (-17.5m)
S NAGARA LG.
S1402-DR-6-1STR.
MAX.=0.072(%)STRAIN

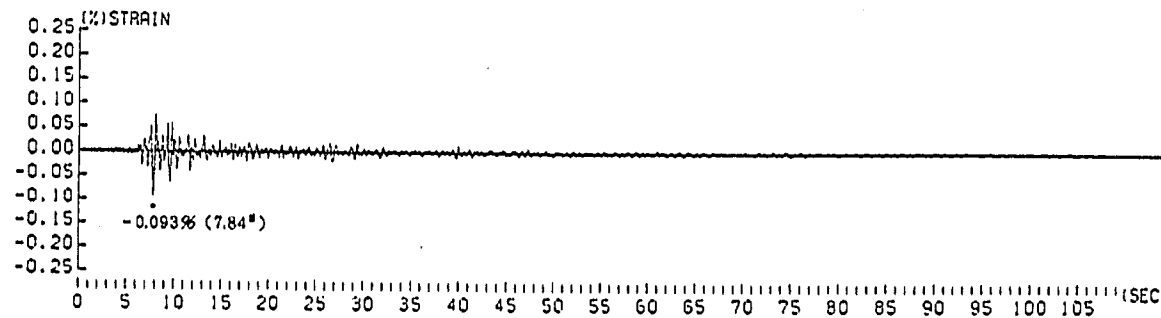
E.O. NO. 871217



G-6の v_y から求めた本堤内の γ_y ($v_s = 240 \text{ m/s}$)

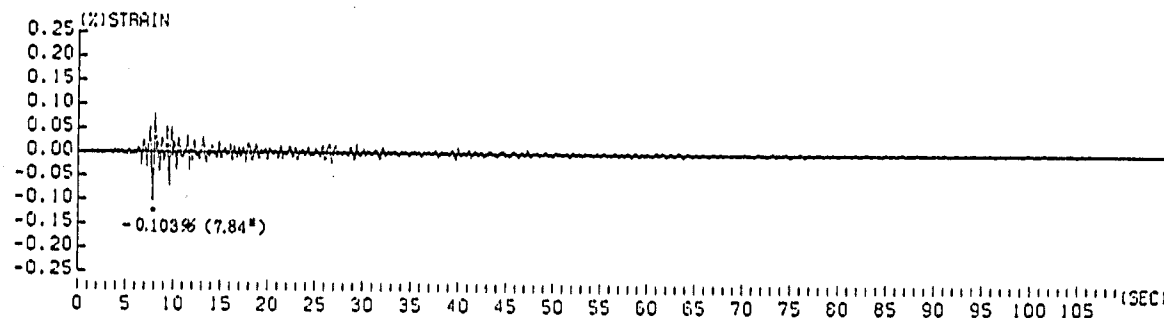
EL.59
INDEX NO. 7 (-20.5m)
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. $\epsilon = -0.0931\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



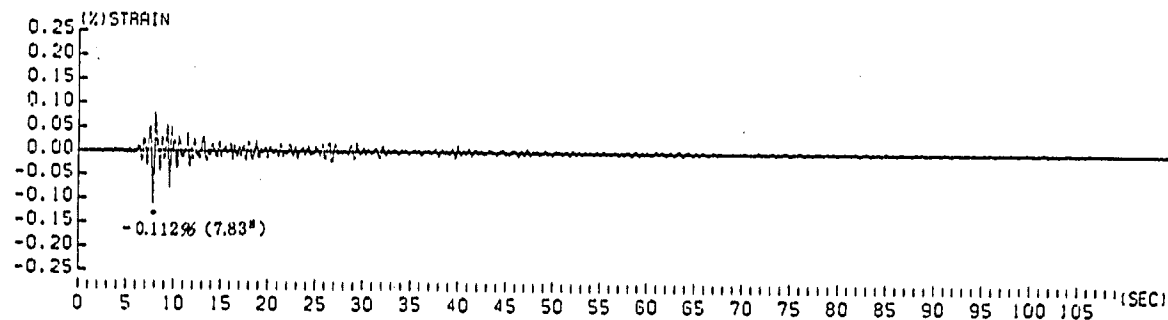
EL.56
INDEX NO. 8 (-23.5m)
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. $\epsilon = -0.1031\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



EL.53
INDEX NO. 9 (-26.5m)
6 NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STR.
MAX. $\epsilon = -0.1121\%$ STRAIN

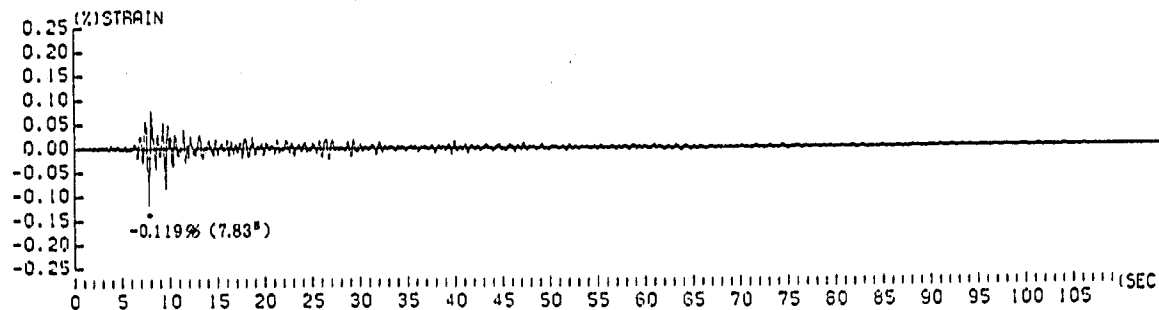
E.O. NO. 871217



G-6 の v_y から求めた本堤内の γ_y ($v_s = 240 \text{ m/s}$)

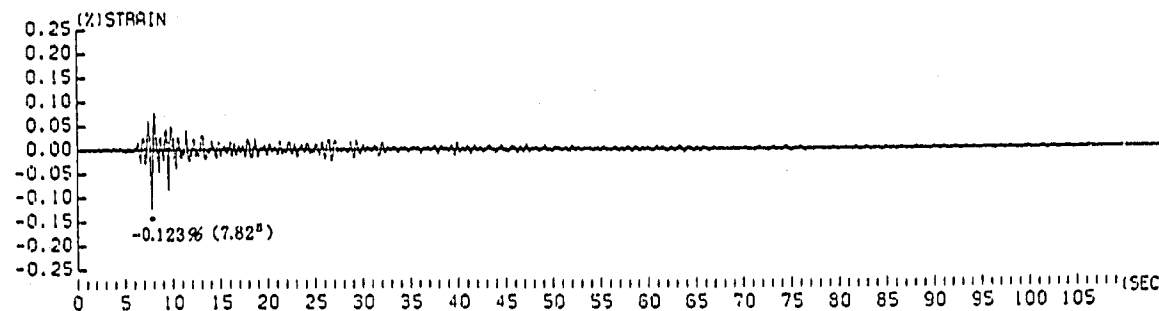
EL.50
INDEX NO. 10 (-29.5m)
G. NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STA.
MAX. $\gamma = -0.119\%$ (7.83°)

E.O. NO. 871217



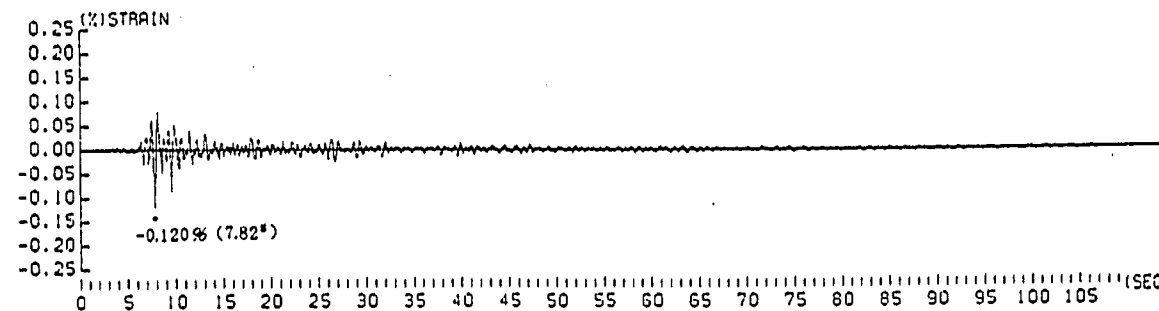
EL.47
INDEX NO. 11 (-32.5m)
G. NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STA.
MAX. $\gamma = -0.123\%$ (7.82°)

E.O. NO. 871217



EL.44
INDEX NO. 12 (-35.5m)
G. NAGARA LG.
S1402-0A-6-1STA.
MAX. $\gamma = -0.120\%$ (7.82°)

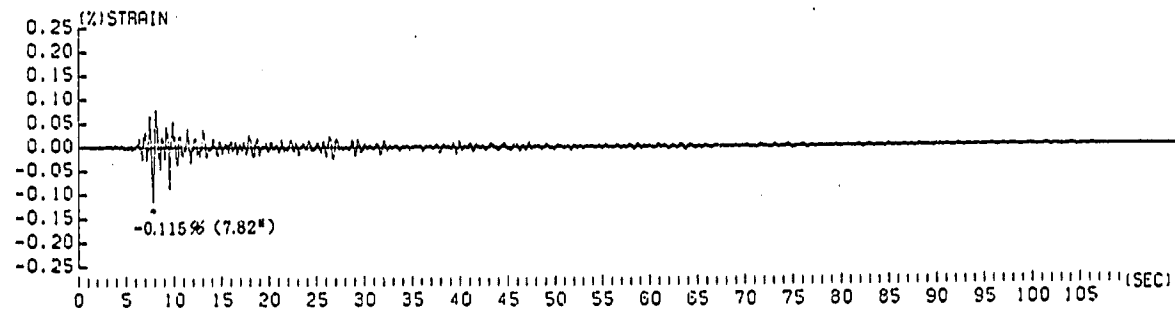
E.O. NO. 871217



G-6の v_y から求めた本堤内の γ_y ($v_s = 240 \text{ m/s}$)

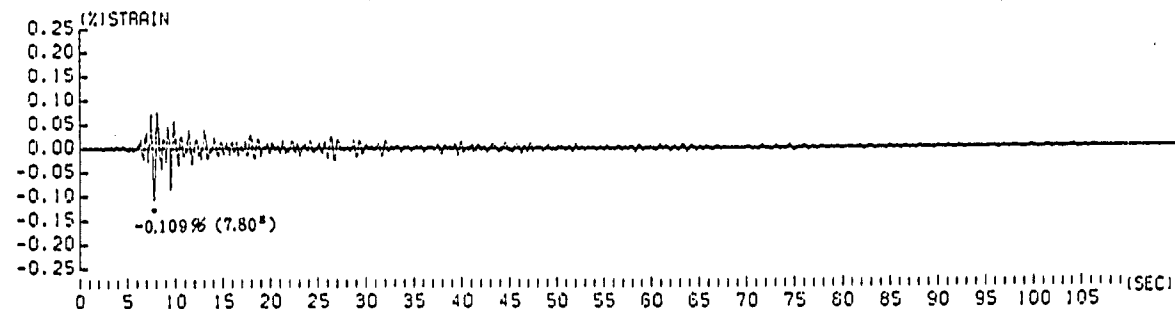
EL.41
INDEX NO. 13 (-38.5m)
G NAGARA LG.
S1402-0A-6-15TR.
MAX. $\epsilon = -0.115\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



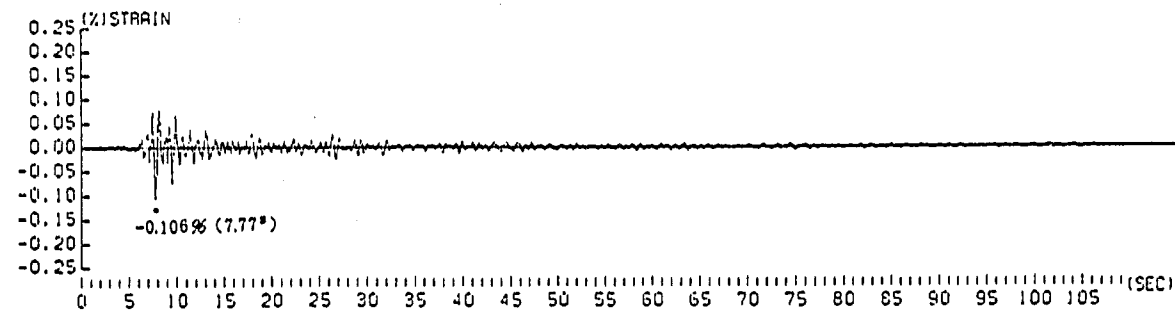
EL.38
INDEX NO. 14 (-41.5m)
G NAGARA LG.
S1402-0A-6-15TR.
MAX. $\epsilon = -0.109\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217

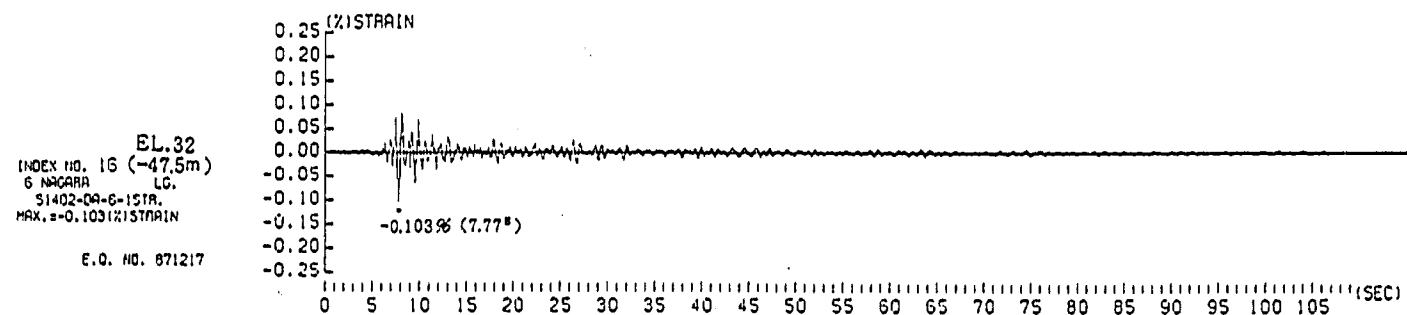


EL.35
INDEX NO. 15 (-44.5m)
G NAGARA LG.
S1402-0A-6-15TR.
MAX. $\epsilon = -0.106\%$ STRAIN

E.O. NO. 871217



G-6の v_y から求めた本堤内の r_y ($v_s = 240 \text{ m/s}$)



付録－5 土木試験所報告第28号(昭和9年),

松村孫治著「地震動による土堰堤の変形,

第一編 理論的研究」についてのノート

付録－5 土木試験所報告第28号（昭和9年），松村孫治著 「地震動による土堰堤の変形，第一編 理論的研究」についてのノート

土堰堤を対象にした，地震時のせん断振動の解析解について，詳細に述べた論文[＊]が数少ない中で，内務省土木試験所（現建設省土木研究所の前身）の内務技師であった松村孫治によって昭和9年に著わされた「地震動による土堰堤の変形」は現在でも広く参考に使われている貴重な文献である。ところが，著述文は旧かなづかいの文語調であり，読みにくい。そこで，これを現代かなづかいの口語調に書き改めると共に，解析解の誘導，理論展開の追跡を通して発見した誤植や誤りも正し，補足説明を加えて掲載することにした。ただし，原論文は2編に分かれ，第一編 理論的研究，第二編 実験的研究として構成されているが，ここでは前半部の理論的研究についてとりあげる。

内容は土堰堤の横断面を解析対象断面として，堤体の自由振動，および地震動 $\xi = \delta \cos pt$ による堤体の強制振動について定常状態の解析解を求めたものである。はじめに道案内として(1)振動方程式の誘導，(2)弾性（ $G = \text{一定}$ ）解，(3)粘弾性（ $G, \eta = \text{一定}$ ）解，(4)弾性（ $G = G_0 z$ ）解，(5)粘弾性（ $G = G_0 z, \eta = \eta_0 z$ ）解について要約を示し，原著の図表や式を参照する場合の便宜をはかった。なお，図表式の番号は原著と同一にした。

＊）たとえば，次のような文献がある。

- a) 畑野 正：重力堰堤に作用する地震力の影響，土木学会誌臨時増刊昭和22，23年度論文集，（1949.3），pp.80～89，pp.174～183，および土木学会論文集，第5号，（1950.11），pp.83～90.
- b) 畑中元弘：土堰堤の振動に関する3次元考察，土木学会誌，第37巻，第10号，（1952.10），pp.423～428.

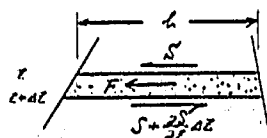
目 次

要約(1)~(5)	i~vii
A. 緒 言	1
B. 土堰堤のせん断振動	3
1. せん断振動の基本式	3
2. せん断振動の可能性	6
C. 自由振動周期	10
3. 標準形の自由振動周期	10
4. 剛性係数の深さによる変化の影響	15
5. 切頭の影響	16
6. 剛性係数が水平面を境界として変化する場合	21
7. 内部摩擦抵抗の影響	25
8. 土堰堤の自由振動周期	35
D. 地震動による土堰堤の変形	38
9. 標準形の強制振動	38
10. 切頭の影響	46
11. 内部摩擦抵抗の強制振動に及ぼす影響	53
12. 土堰堤に作用する地震力	74

要約

(1) 振動方程式の誘導

土壌のせん断振動の基本式



$$S = l \left(G \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right)$$

$$F = \rho \left(l + \frac{2l}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \Delta z \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\rho(z) \cdot l(z) \frac{\partial^2 \xi(z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ l(z) G(z) \frac{\partial \xi(z,t)}{\partial z} + l(z) \eta(z) \frac{\partial^2 \xi(z,t)}{\partial t \partial z} \right\}$$

$$\text{すなわち } \xi_{,tt} = \frac{1}{\rho l} (l G \xi_{,z} + l \eta \xi_{,tz}), z //$$

$$l = l_0 z$$

$$\xi_{,tt} = \frac{1}{\rho z} (z G \xi_{,z} + z \eta \xi_{,tz}), z //$$

① $G = \text{const}, \eta = \text{const}$

$$\xi_{,tt} = \frac{G}{\rho z} (z \xi_{,z}), z + \frac{\eta}{\rho z} (z \xi_{,tz}), z //$$

$$z = 0$$

$$\xi_{,tt} = \frac{G}{\rho z} (z \xi_{,z}), z //$$

② $G = G_0 z, \eta = \eta_0 z$

$$\xi_{,tt} = \frac{G_0}{\rho z} (z^2 \xi_{,z}), z + \frac{\eta_0}{\rho z} (z^2 \xi_{,tz}), z //$$

$$\eta = 0$$

$$\xi_{,tt} = \frac{G_0}{\rho z} (z^2 \xi_{,z}), z //$$

<注> 弾性体 ($\eta = 0$) の運動方程式から求める

$$\rho l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1+\alpha) l G \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right\}$$

$$\text{i.e. } \bar{v}_{,tt} = \frac{1}{\rho l} [(1+\alpha) l G \bar{v}_{,z}], z //$$

$$\text{ここで } \alpha = \frac{2G_{max}}{l G_0} = \frac{2 \rho k_{max} z}{\rho k_{max} l_0 z} = \frac{4G}{E l_0}$$

$$l_0 = l/z \quad E = 2(1+\nu)G \quad \text{であるから}$$

$$\alpha = \frac{2}{(1+\nu)} \left(\frac{z}{l_0} \right)^2 //$$

α : せん断振動に対する 荷重振動の影響度合い

上述の式と比較するため
 $\bar{v} = \xi, \alpha = 0$ とすると
 $\xi_{,tt} = \frac{1}{\rho z} (2G \xi_{,z}) z //$
 と(5)式(2)における $\eta = 0$ とした
 ものと同じ(15)。

流勾配 L/E	1割(1:1)	2割(1:2)	3割(1:3)	4割(1:4)
	2	4	6	8
$\alpha_{\nu=0}$	1/2=0.5	1/8=0.125	1/18=0.055	1/32=0.03125...
$\alpha_{\nu=0.5}$	1/3=0.3	1/12=0.083	1/27=0.037	1/64=0.015625...

(2) 弾性解 その1

弾性体 $G = \text{const.}$



$$\tau = \frac{4H}{\sqrt{P}} \cdot \frac{G}{P}$$

$$1^\circ \text{ せん断振動基本式: } \xi_{,tt} = \frac{G}{\rho z} (z \xi_{,z}), z = \frac{G}{\rho} (\xi_{,zz} + \frac{1}{z} \xi_{,z}) \quad (4)_1$$

$$2^\circ \text{ 自由振動 } \left\{ \begin{array}{l} \text{振動数: } p_0 = 2.4048 \times \frac{z}{H} = 2.4048 \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} \\ \text{周期: } T_0 = \frac{2\pi}{2.4048} \times \frac{H}{z} = 2.6128 \times H \sqrt{\frac{\rho}{G}} \end{array} \right. \quad (11)$$



$H_0 = \alpha H$ 台形(切頭)の影響

$$(p_0)_{\alpha=0.1} = 1.02 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

$$(p_0)_{\alpha=0.2} = 1.07 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

$$(p_0)_{\alpha=0.3} = 1.16 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

$$3^\circ \text{ 強制振動 } \left\{ \begin{array}{l} \text{地盤動 } (\xi)_{z=H} = \delta \cdot \cos p t \\ \text{土壌底 } \xi = f_1(z) \cdot \cos p t \end{array} \right.$$

$$f_1(z) = \frac{\delta}{J_0(\frac{p}{\alpha} H)} \cdot J_0(\frac{p}{\alpha} z) \quad (30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{頭部の減位応答倍率} \\ C_0 \frac{d f_1(z)}{d z} \Big|_{z=0} = \frac{f_1(0)}{\delta} = \frac{1}{J_0(\frac{p}{\alpha} H)}, |C_0| > 1 \quad \text{図7} \\ \text{高さZの} \dots \frac{d f_1(z)}{d z} \Big|_{z=H} = \frac{f_1(H)}{\delta} = \frac{J_0(\frac{p}{\alpha} z)}{J_0(\frac{p}{\alpha} H)} \quad \text{図8} \end{array} \right.$$

* 台形(切頭)の影響

$$z = H_0 \text{ における減位振動比 } \left[\frac{\text{台形利得の逆位モデル}}{\text{三角形標準モデル}} \right] \quad \text{近似解: } \Delta \text{ (利得) } = 0 \text{ (利得) } = 0$$

$$S_1 \frac{d f_1(z)}{d z} \Big|_{z=H_0} = \frac{z}{\pi \alpha z} \cdot \frac{1}{J_0(\alpha z)} \left\{ J_1(\alpha z) J_0(\alpha z) - J_1(\alpha z) J_0(\alpha z) \right\} \quad (36)$$

$$\text{ただし } \alpha = \frac{H_0}{H} \quad z = \frac{H}{\alpha} p = H \sqrt{\frac{\rho}{G}} p$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z=1 \text{ のとき } (S_1)_{\alpha=0.1} = 0.985, (S_1)_{\alpha=0.2} = 0.963, (S_1)_{\alpha=0.3} = 0.939 \\ z=2 \text{ のとき } (S_1)_{\alpha=0.1} = 0.939, (S_1)_{\alpha=0.2} = 0.858, (S_1)_{\alpha=0.3} = 0.752 \\ z=2.4048 \text{ のとき } \text{標準形モデル共振} \end{array} \right.$$

(3) 粘弾性解その1



粘弾性体 $\begin{cases} G = \text{const.} \\ \eta = \text{const.} \end{cases}$

$$\gamma = \frac{4\mu}{\pi} \left(2.4048 \times \frac{\eta}{2H\sqrt{PG}} \right)^2 = 5.7832 \times \frac{\eta^2}{4H^2 PG}$$

1° セン断振動基本式: $\xi_{,zz} = \frac{G}{\rho z} (z \xi_{,z}), z + \frac{\eta}{\rho z} (z \xi_{,zz}), z$ (3)
 $= \frac{G}{\rho} (\xi_{,zz} + \frac{1}{z} \xi_{,z}) + \frac{\eta}{\rho} (\xi_{,zz} + \frac{1}{z} \xi_{,z})$

2° 自由振動 { 振動数: $p_0 = 2.4048 \times \frac{1}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \cdot \sqrt{1 - \left(2.4048 \times \frac{\eta}{2H\sqrt{PG}} \right)^2}$
 $= 2.4048 \times \frac{1}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \cdot \sqrt{1 - \gamma}$
 周期: $T_0 = \frac{2\pi}{2.4048} \cdot H \sqrt{\frac{\rho}{G}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma}}$ (24)
 $= 2.6127 \times H \sqrt{\frac{\rho}{G}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma}}$

<参考> $(p_0)_\eta = \sqrt{1 - \gamma} (p_0)_{\eta=0} \leq (p_0)_{\eta=0}$
 $(T_0)_\eta = \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma}} (T_0)_{\eta=0} \geq (T_0)_{\eta=0}$ 表7

3° 強制振動 { 変位 $(\xi)_{t=H} = \delta \cos pt$
 土圧域 $\xi = \delta \sqrt{\frac{v_1^2(z) + v_2^2(z)}{v_1^2(H) + v_2^2(H)}} \cos(pt + \varepsilon)$ (44)

ただし, $\tan \varepsilon = \frac{v_1(H)v_2(z) - v_1(z)v_2(H)}{v_1(H)v_2(z) + v_1(z)v_2(H)}$

$v_1(z) = J_0(\alpha z) J_0(i\beta z) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\alpha z) J_{2n}(i\beta z)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{※12} \\ \text{※13} \end{array} \right.$
 $v_2(z) = -2i \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(\alpha z) J_{2n+1}(i\beta z)$

$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PG}{G}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta P}{G}\right)^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\eta P}{G}\right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$
 $\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PG}{G}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta P}{G}\right)^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\eta P}{G}\right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$

★ 共振時 $p = p_0 = 2.4048 \times \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} \cdot \sqrt{1 - \gamma}$ のとき,
 このとき $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{2.4048}{\sqrt{2}H} \sqrt{1 - \gamma} \left\{ \sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} / \sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} \\ \beta = \frac{2.4048}{\sqrt{2}H} \sqrt{1 - \gamma} \left\{ \sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} / \sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} \end{array} \right.$

iii

iv

現部($z=0$)の最大変位 $= \frac{(\xi)_{t=0, \max}}{(\xi)_{t=H, \max}} = \frac{\delta \sqrt{\frac{v_1^2(0) + v_2^2(0)}{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}$
 高さ z における最大変位 $= \sqrt{\frac{v_1^2(z) + v_2^2(z)}{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}$ $\left\{ \begin{array}{l} v_1(0)=1 \\ v_2(0)=0 \end{array} \right.$ 図11 表12
 図12

★ γ の求め方 ... $\gamma(\propto \eta^2)$ と変位振幅の減衰率との関係を用いる

$\delta_n \frac{d}{dt} (\xi)_{t=\frac{nT_0}{2}}$ として

$\left(\frac{\delta_n}{\delta_0} = \frac{(\xi)_{t=\frac{nT_0}{2}}}{(\xi)_{t=0}} = (-1)^n \exp \left(-n\pi \sqrt{\frac{\gamma}{1 - \gamma}} \right) \right)$ (26)

$t = \frac{nT_0}{2}$ 後の変位振幅の減衰度合い

図5

表8

(4) 弾性解 その2



弾性体 $G = G_0 Z$

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho}}$$

1° セン断振動基本式: $\xi_{,tt} = \frac{G_0}{\rho Z} (Z^* \xi_{,z}), z = \frac{G_0}{\rho} (Z \xi_{,zz} + 2 \xi_{,z})$ (4)₂

2° 自由振動 { 振動数: $p_0 = 3.8317 \times \frac{c}{2\sqrt{H}} = 3.8317 \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho H}}$

周期: $T_0 = \frac{4\pi}{3.8317} \times \frac{\sqrt{H}}{c} = 3.2796 \times \sqrt{\frac{\rho H}{G_0}}$ (13) 表3

<参考> 平均値 $\bar{G}$ を用いる

$$G_0 = \frac{3\bar{G}}{H} \text{ とする}$$

$$p_0 = 3.8317 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\bar{G}/\rho}{H}} = 2.7094 \times \frac{\sqrt{\bar{G}/\rho}}{H}$$

$$T_0 = 3.2796 \times \frac{1}{\sqrt{2}} H \sqrt{\frac{\rho}{\bar{G}}} = 2.3190 \times H \sqrt{\frac{\rho}{\bar{G}}}$$



$H = \alpha H$ 台形(切頭)の影響

$$(p_0)_{\alpha=0.1} = 1.04 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

$$(p_0)_{\alpha=0.2} = 1.13 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

$$(p_0)_{\alpha=0.3} = 1.26 \times (p_0)_{\alpha=0}$$

表5
図4

3° 強制振動 { 変位 $(\xi)_{z=H} = \delta \cos pt$

土抵抗 $\xi = f_0(z) \cdot \cos pt$

$$f_0(z) = \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{z}\right)}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)} \quad (32)$$

頭部の変位応答係数

$$c_0 \frac{df_0(0)}{f_0(H)} = \frac{f_0(0)}{\delta} = \frac{\frac{\rho}{c}\sqrt{H}}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)}, |c_0| > 1 \quad \text{図9}$$

高さ z における

$$c_z \frac{df_z(z)}{f_z(H)} = \frac{f_z(z)}{\delta} = \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{z}\right)}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)} = \frac{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{z}\right)/\sqrt{z}}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)/\sqrt{H}}$$

* 台形(切頭)の影響

$z=H_0$ における変位振動比 $\left[\frac{\text{台形相当の近似モデル}}{\text{三角形標準モデル}} \right]$

$$\beta_2 = \frac{f_0 \cdot \Delta C H_0}{f_0 \cdot \Delta C H_0} = \frac{\pi \beta x}{\pi \beta x} \left\{ \frac{J_1(x)/J_1(\beta x)}{J_1(x)/J_1(\beta x)} \right\}$$

$$\text{while } \beta = \sqrt{\frac{H_0}{H}}, x = \frac{2\rho}{c}\sqrt{H} = 2\rho\sqrt{\frac{\rho H}{G_0}} \quad (33)$$

表11

(5) 粘弾性解 その2



粘弾性体 $G = G_0 Z, \eta = \eta_0 Z$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{4\rho G_0 H} Z_0^2$$

1° セン断振動基本式: $\xi_{,tt} = \frac{G_0}{\rho Z} (Z^* \xi_{,z}), z = \frac{G_0}{\rho} (Z \xi_{,zz} + 2 \xi_{,z})$ (3)₂

$$= \frac{G_0}{\rho} (Z \xi_{,zz} + 2 \xi_{,z}) + \frac{\eta_0}{\rho} (Z \xi_{,tzz} + 2 \xi_{,tz})$$

2° 自由振動 { 振動数: $p_0 = \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho H}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{\eta_0^2}{4\rho G_0 H}}$

$$= \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho H}} \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

周期: $T_0 = \frac{4\pi}{3.8317} \sqrt{\frac{\rho H}{G_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

<参考> $(p_0)_\eta = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot (p_0)_{\eta=0} \leq (p_0)_{\eta=0}$

$$(T_0)_\eta = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot (T_0)_{\eta=0} \geq (T_0)_{\eta=0}$$

表7
 $\sigma = \frac{\eta}{G}$ とした
0.2 ~ 0.4

3° 強制振動 { 変位 $(\xi)_{z=H} = \delta \cos pt$

土抵抗 $\xi = \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{v}_1'(z) + \dot{v}_2'(z)}{\dot{v}_1'(H) + \dot{v}_2'(H)}} \cdot \cos(pt + \xi) \quad (47)$

$$\text{while } \tan \xi = \frac{\dot{v}_1(H) \dot{v}_2(z) - \dot{v}_2(H) \dot{v}_1(z)}{\dot{v}_1(H) \dot{v}_1(z) + \dot{v}_2(H) \dot{v}_2(z)}$$

$$\dot{v}_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\alpha \sqrt{z}) \{ J_{2n}(\beta \sqrt{z}) - J_{2n+2}(\beta \sqrt{z}) \}$$

$$\dot{v}_2(z) = i \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\beta \sqrt{z}) \{ J_{2n}(\alpha \sqrt{z}) - J_{2n+2}(\alpha \sqrt{z}) \}$$

$$\alpha = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\rho \rho^*}{G_0}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2\rho \rho^*}{G_0} \right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\rho \rho^*}{G_0}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2\rho \rho^*}{G_0} \right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

* 共振時 $\left(p = p_0 = \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{H}} \sqrt{1-\bar{\sigma}} \text{ のとき} \right)$

このとき $\alpha = \frac{3.8317 \sqrt{1-\bar{\sigma}}}{\sqrt{2} \sqrt{H}} \cdot \frac{\{\sqrt{1+4\bar{\sigma}(1-\bar{\sigma})} + 1\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1+4\bar{\sigma}(1-\bar{\sigma})}}$

$\beta = \frac{3.8317 \sqrt{1-\bar{\sigma}}}{\sqrt{2} \sqrt{H}} \cdot \frac{\{\sqrt{1+4\bar{\sigma}(1-\bar{\sigma})} - 1\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1+4\bar{\sigma}(1-\bar{\sigma})}}$

頂部 ($z=0$) の最大変位 $(\xi)_{z=0, \max} = \frac{3.8317}{2} \cdot \frac{\sqrt{1-\bar{\sigma}}}{\{1+4\bar{\sigma}(1-\bar{\sigma})\}^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\bar{v}_1^2(H) + \bar{v}_2^2(H)}}$

波表面の変位 $(\xi)_{z=H, \max}$

高さ z における最大変位 $= \frac{\sqrt{H}}{\sqrt{z}} \sqrt{\frac{\bar{v}_1^2(z) + \bar{v}_2^2(z)}{\bar{v}_1^2(H) + \bar{v}_2^2(H)}}$ 図-14

図-13

* $\bar{\sigma}$ の求め方 $\bar{\sigma} (\propto \bar{v}_0^2)$ と変位振幅の減衰率との関係を用いる。

$\delta_n \frac{d\xi}{dz} (\xi)_{z=\frac{H}{2}} \text{ とし}$

$\frac{\delta_H}{\delta_0} = \frac{(\xi)_{z=H/2}}{(\xi)_{z=0}} = (1)^n \exp\left(-n\pi \frac{\sqrt{\bar{\sigma}}}{\sqrt{1-\bar{\sigma}}}\right)$

図-5
表-8
に於いて $\bar{\sigma}$ を
 $\bar{\sigma}$ と読みかえて
用いる

A. 緒言

各種の堤堤中で土堤堤は基礎沈下の比較的軟弱な個所に築造されることが多く、したがって最も大きな沈下作用を受け、過去の経験からも沈下のためには決壊し、下流側の方へ大さな傾斜を及ぼした例もあり、特にわが国のような沈下国においてはその耐震的研究は大いに必要である。

土堤堤を構成する材料は一般に赤土、粘土、砂まじり粘土および砂利などであり、これらの力学的性質はまだ明らかでなく、また従来の土の力学的計算は破壊の限界を目的とすることが多く、力による変形は全く考慮されていなかった。したがって自由振動周期、沈下による土堤堤の変形、すなわち高度の高さによる分布等を求めるのには適しない。これらの量を求めるには他の見方から出発する必要がある。赤土の実験室内の振動結果から推定すると地耐力のように周期的外力の作用を受けたとき、赤土、砂まじり粘土などは特にそれらに水を含み場合は弾性体に似た力学的変形をすると仮定できる。このため、本文における耐震計算は土堤堤が弾性体と等しい材料から築造されるものとして行った。

地耐力は堤堤に対して45°の方向に作用するが、一般に鉛直方向と水平2方向とに分け、各方向の作用を別々に取り扱うことができる。本文においては横振動、すなわち堤堤の中心軸を直線とみなして、これに直交する^(水平)方向の振動力について耐震計算を行う。多くの場合、土堤堤の高さ、幅は長さに対して小さいため、兩岸の影響もまた小さく、かつ一般に堤堤は中央部において^(面心)振動であるため作用する地耐力もまたその部分において最も大きい。

一般に最高部分は沈下の影響を受けるのも最大であり、かつ兩岸の影響を無視することは定本側の誤差となる。^(中心)耐震計算は堤堤最高部分である箇所における単位幅の堤堤について論ずれば十分である。また土堤堤の横断面は法面の安定のために斜面の傾斜は2割(1:2)以上にも及び、中央鉛直軸

の変形に及ぼすせん断力の影響は曲げモーメントに比べ小さいため、土堤堤の水平断面に沿う平均的地耐力を求めるために、水平方向の平均の変形を近似的に一端固定した梁のせん断振動による変形として求められる(2参照)。

土堤堤の横断面は、一般に三角形の頂部を切り取った切頭三角形(台形)であり、その両斜面は上流側と下流側として傾斜が異なり、また一斜面についてもその傾斜が頂部から底部まで一様ではなく一般に傾斜が上流側となっている。実在するような傾斜断面を有する土堤堤のせん断振動を計算するのはいづらに算式を法能とするに過ぎないので、二等辺三角形の横断面を有するものを標準形とし、計算は主として標準形について行った。特別の場合についてのみ切頭の増減を考慮した。一般に土堤堤を構成する材料は含水率、地耐力の影響によって密度、剛性係数、内部摩擦係数(粘着係数)などは深さ、応力の大きさ、上流側、下流側等によって異なり、これらを考慮するとき算式を求めることが全く不可能となる。本文においてはわが国で多く用いられる土堤堤は堤堤のほとんど全部が^(中心)面心からなること多い。密度は一律とし、剛性係数および内部摩擦係数(粘着係数)が深さの関数である場合について計算を行った。

B 土 堤 の せん断振動

1. せん断振動の基本式

図-1 に示すように土堤の標準形の断面において、原点Oを頂点にとり、y軸を水平に、z軸を垂直にとり、下向きを正の方向とする。

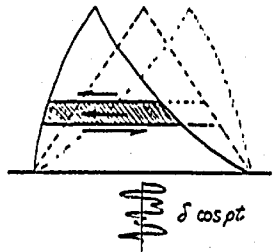
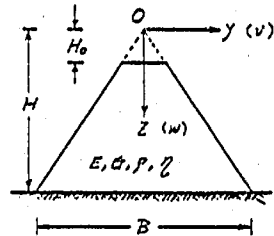


図-1

記号の説明

- v : y の方向の変位 [m]
- w : z の方向の変位 [m]
- ξ : せん断振動による中立軸の水平変位 [m]
- ξ_0 : 頂点 ($z=0$) における ξ の値 [m]
- E : 土堤を構成する材料の弾性係数 [Pa]
- G : " 剛性係数 [Pa]
- P : " 単位体積の質量 [kg/m³]
- H : 土堤の標準形 (三角形) の高さ [m]
- H_0 : 頭部を切断された高さ [m]
- B : 底部における幅 [m]
- T : 地震動の振動周期 [s]
- p : " 円振動数, $p = 2\pi/T$ [1/s]
- T_0 : 土堤の自由振動周期 [s]
- p_0 : " の円振動数, $p_0 = 2\pi/T_0$ [1/s]

δ : 土堤の底部、すなわち基礎地盤における地震動の振幅 [m]

η : 土堤を構成する材料のせん断変形に対する内部摩擦係数、粘弾性係数 [Pa·s]

土堤を構成する物質の内部摩擦抵抗 (粘弾性抵抗) が固体のそれと等しいとすれば、 ϕ をせん断変形によるせん断ひずみ ($\partial v / \partial z$) とすると水平の方向に $\eta \frac{\partial \phi}{\partial z} (= \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial z})$ に示される内部摩擦力が作用する。

1-1
3

図-2 に示す高さ Δz の微小部分の y の方向に作用する外力は次のようである。

単位長さ ($\Delta z=1$) 当たりについて

$$\begin{cases} AB \text{ 面: } -S = -G \left(\xi \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) \\ CD \text{ 面: } S + \frac{\partial S}{\partial z} \Delta z \end{cases}$$

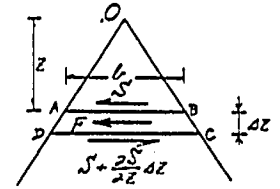


図-2

$$= G \left(\xi \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \xi \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) \Delta z$$

ABCD 内部の慣性力: $-F = -\rho \left(l + \frac{\partial l}{\partial z} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta z \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$

以上より $-S + \left(S + \frac{\partial S}{\partial z} \Delta z \right) - F = 0$ すなわち $F = \frac{\partial S}{\partial z} \Delta z$

外力の総和 $\frac{\partial S}{\partial z} \Delta z$ は慣性力 F に等しいことから ABCD 部分の運動方程式は次のようである。

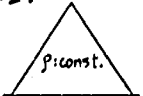
$$\rho \left(l + \frac{\partial l}{\partial z} \cdot \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(G \xi \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right)$$

$\Delta z \rightarrow 0$ と高さを無限小

$$\rho l \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(G \xi \frac{\partial \xi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

標準形 (三角形) においては幅 l は高さ z の一乗に比例することから、 ρ が z に依存しなくて一定であるときには (1) 式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho z} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(z G \frac{\partial \xi}{\partial z} + z \eta \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) \quad \dots \dots (2)$$



(1) G, η が z に依存しなくて一定である場合

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho z} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) + \frac{\eta}{\rho z} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial z} \right) \quad \dots (3)$$



特に $\eta = 0$ であるとき、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{G}{\rho z} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \quad \dots \dots \dots (4) \\ &= \frac{G}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \end{aligned}$$



(2) G, η が高さ z の一乗に比例する場合

$G = G_0 z, \eta = \eta_0 z$, すなわち G_0, η_0 を単位高さ ($z=1$) におけるそれぞれ G, η の値とし、(2) 式に代入すれば

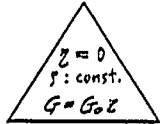
1-2
4

1-3
5

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{G_0}{\rho Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(Z \cdot \frac{\partial \xi}{\partial Z} \right) + \frac{Z_0}{\rho Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(Z \cdot \frac{\partial \xi}{\partial Z} \right) \dots (3)_2$$

特に $Z_0 = 0$ のとき,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= \frac{G_0}{\rho Z} \cdot \frac{\partial}{\partial Z} \left(Z \cdot \frac{\partial \xi}{\partial Z} \right) \dots \dots \dots (4)_2 \\ &= \frac{G_0}{\rho} \left(Z \frac{\partial^2 \xi}{\partial Z^2} + \frac{\partial \xi}{\partial Z} \right) \end{aligned}$$



式(3)₁, (3)₂ および $Z=0$ の場合の式(4)₁, (4)₂ が土壌のせん断振動の基本式である。

上記の諸式を計算するにあたって必要になる諸量は、土壌を構成する物質の単位体積の質量 ρ , 剛性係数 G および 内部摩擦抵抗の係数 (粘弾性係数) Z の値である。これらの諸量の内、 ρ は一般に含水量、空隙率などにより著しい変化がなく、また生成された母岩の性質によってもあまり著しくその値を変化させないため 上式においては定数とした。これに反して、 G , Z は材料の種類、含水量、粒の大きさ・形状、作用する応力などによって著しくその値が変化するため、本報においては G , Z はかなり広範囲に変化するものとして計算を行った。

2-1
6

2. せん断振動の可能性

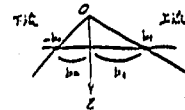


土壌の底の幅 B は高さ H に比べて著しく大きい ($B > H$) として 仮定によってせん断振動を起こすものとし、それらの基本式を 1. において求めた。本節においては弾性体の基本式から 1. の(1)式に相当する式を誘導し、(1)式の右の意味およびせん断振動の可能性について計算を行った。

源点 Z における土壌の上流および下流側の幅をそれぞれ l_1, l_2 に示すときは下流側の源点 Z における斜面上の点の座標は $-l_2$ に示される。

二次元の弾性体の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \text{y 方向} \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \text{z 方向} \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$



なお、 $\tau_{xy} = \tau_{yz}$ の関係がある。

応力および変位の Z に垂直な面内の平均値をそれぞれ $\overline{\tau_{yz}}, \overline{\sigma_z}, \overline{v}, \overline{w}$ に示すときは、(5)式を y について $-l_2$ から l_1 まで積分 $\left(\int_{-l_2}^{l_1} dy \right)$ し、上流および下流両面には外力が全く作用しないという条件、

$$\begin{aligned} \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy &= \left(\sigma_y \right)_{-l_2}^{l_1} = 0, \quad \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} dy = \left(\tau_{xz} \right)_{-l_2}^{l_1} = 0, \dots \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dy &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{-l_2}^{l_1} \tau_{yz} dy = \frac{\partial}{\partial z} \{ (l_1 + l_2) \overline{\tau_{yz}} \}, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dy &= \frac{\partial}{\partial z} \{ (l_1 + l_2) \overline{\sigma_z} \}, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dy &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ (l_1 + l_2) \overline{v} \} = (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial t^2}, \quad \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dy = (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

を用いて、 $\sigma_y, (\tau_{xy}), \tau_{yz}, \sigma_z, v, w$ の代わりに $\overline{\tau_{yz}}, \overline{\sigma_z}, \overline{v}, \overline{w}$ によって (5)式は次のように示される。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \{ (l_1 + l_2) \overline{\tau_{yz}} \} &= \rho (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} \{ (l_1 + l_2) \overline{\sigma_z} \} &= \rho (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial t^2} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} (l_1 + l_2) \cdot \frac{\partial \bar{\tau}_{yz}}{\partial z} + \bar{\tau}_{yz} \cdot \frac{\partial (l_1 + l_2)}{\partial z} &= \rho (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} \\ (l_1 + l_2) \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} + \bar{\sigma}_z \cdot \frac{\partial (l_1 + l_2)}{\partial z} &= \rho (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial t^2} \end{aligned} \right. \quad \dots\dots\dots (6)$$

すなわち

また、応力と変位との間には次の関係があり、

$$\sigma_z = (1 + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \tau_{yz}$$

ただし、 λ, μ (G) はフーメの定数

λ, μ と y, z に依存しない定数とすると、上式を y について $-l_2$ から l_1

まで積分して $v|_{y=l_1} = v|_{y=-l_2} = \bar{v}$, $l_1 = l_2$, $w|_{y=l_1} = w|_{y=-l_2} = w_{max}$

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{-l_2}^{l_1} \sigma_z dy &= (l_1 + l_2) \bar{\sigma}_z, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial w}{\partial z} dy &= (l_1 + l_2) \frac{\partial \bar{w}}{\partial z}, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial v}{\partial y} dy &= [v]_{l_1} - [v]_{-l_2} = \bar{v} - \bar{v} = 0, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \tau_{yz} dy &= (l_1 + l_2) \bar{\tau}_{yz}, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial w}{\partial y} dy &= [w]_{l_1} - [w]_{-l_2} = w_{max} + w_{max} = 2w_{max}, \\ \int_{-l_2}^{l_1} \frac{\partial v}{\partial z} dy &= (l_1 + l_2) \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} (l_1 + l_2) \bar{\sigma}_z &= (1 + 2\mu) (l_1 + l_2) \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \\ (l_1 + l_2) \bar{\tau}_{yz} &= \mu \left[2w_{max} + (l_1 + l_2) \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] \end{aligned} \right.$$

$$\text{よって} \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= (1 + 2\mu) \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \\ \bar{\tau}_{yz} &= \frac{2\mu}{l_1 + l_2} w_{max} + \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \end{aligned} \right. \quad \text{と(6),}$$

$$\text{ここで} \quad \bar{w} = 0 \text{ とすると} \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= 0 \\ \bar{\tau}_{yz} &= \frac{2\mu}{l_1 + l_2} w_{max} + \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \end{aligned} \right. \quad \dots\dots (7)$$

(7) 式の関係を(6)式に代入すると、その第2式は $\bar{w} = 0$, $\bar{\sigma}_z = 0$ より満足され、第1式は次のようになり y 軸方向の運動方程式に相当する。すなわち、式(6)の第1式は $\rho (l_1 + l_2) \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = (l_1 + l_2) \frac{\partial \bar{\tau}_{yz}}{\partial z} + \bar{\tau}_{yz} \frac{\partial (l_1 + l_2)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \{ (l_1 + l_2) \bar{\tau}_{yz} \}$

$$\rho l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \cdot w_{max} + l\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] \quad \leftarrow \text{ただし、} l = l_1 + l_2 \text{ とおき、式(7)を代入して}$$

$$\rho l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2G w_{max} + lG \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots (8)$$

(8) 式の右辺の第1項を省略するときは (1) 式において $\gamma = 0$ と置いたもの

$$\rho l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(lG \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)$$

と等しく、これは v の各水平断面の平均値 $\bar{v}$ を示していることがわかる。

微分方程式において項の絶対値が小さい場合といっても容易にこれを省略できないが、今仮りに(8)式の右辺の第1項および第2項の値を比較するために上図の断面を固定した梁とみなし、 $k_n g$ の加速度が水平方向に作用するとして、 $\bar{v}$ をせん断応力による中心軸の変位、 w_{max} を曲げモーメントによる梁の縁の変位とすればこれらの値は次のようである。

$$l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = \frac{\rho k_n g}{2G} l z$$

$$= \frac{\rho k_n g}{2G} l_0 z^2$$

ただし、 $l = l_0 z$ とした。

$$2 w_{max} = \frac{2 \rho k_n g}{E} \cdot \frac{z^3}{6}$$

$$= \frac{2 \rho k_n g}{E} \cdot \frac{z^3}{6}$$

ただし、 $l = l_0 z$ とした。



$$\left\{ \begin{aligned} \because Q &= GA \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \\ Q &= \rho \cdot k_n g \cdot \frac{l z}{2} \cdot 1 \\ A &= l \cdot 1 \\ \therefore \frac{1}{2} \rho \cdot k_n g \cdot l z &= G l \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \\ \text{すなわち} \quad l \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} &= \frac{\rho k_n g}{2G} l z \\ \therefore M &= EI \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ 2 w_{max} &= 2 \cdot \frac{l}{2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = 2 \cdot \frac{l}{2} \int_0^z \frac{M}{EI} dz \\ M &= Q z = \frac{1}{2} \rho k_n g l z^2 \cdot 1 \\ EI &= E \cdot \frac{l^3}{12} \cdot 1 \\ \int_0^z \frac{M}{EI} dz &= \int_0^z \frac{1}{2} \rho k_n g l z^2 / \frac{E l^3}{12} dz \\ &= \frac{6 \rho k_n g}{E l^2} \int_0^z z^2 dz = \frac{6 \rho k_n g}{E l^2} \cdot \frac{z^3}{3} = \frac{2 \rho k_n g z^3}{E l^2} \\ \therefore 2 w_{max} &= 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2 \rho k_n g z^3}{E l^2} = \frac{2 \rho k_n g z^3}{E l} \end{aligned} \right.$$

両者の比

$$\alpha = \frac{2G W_{max}}{4G \frac{2\bar{v}}{2\bar{z}}} = \frac{2 W_{max}}{4 \frac{2\bar{v}}{2\bar{z}}} = \frac{2 P k_0 g \cdot \frac{E'}{E} \cdot \frac{1}{b_0}}{\frac{P k_0 g}{2G} \cdot \frac{1}{b_0} \cdot \frac{1}{2\bar{z}}} = \frac{4G}{E b_0^2} = \frac{4G}{E (b/2)^2}$$

となり $2(1+\nu)G=E$ であり,

$$\alpha = \frac{2}{(1+\nu) b_0^2} = \frac{2}{(1+\nu) (L/2)^2}$$

斜面の勾配 (1: $b_0/2$) と α との関係を示めれば 表-1 に示すようである。

表-1 $\left(\begin{array}{ll} \nu=0 \text{ と } 3 & 2G=E \quad \alpha = \frac{2}{b_0^2} \\ \nu=0.5 \text{ と } 3 & 3G=E \quad \alpha = \frac{4}{3b_0^2} \end{array} \right)$

勾配 $b_0 = b/2$	1割 1:1 2	1割5分 1:1.5 3	2割 1:2 4	2割5分 1:2.5 5	3割 1:3 6	3割5分 1:3.5 7	4割 1:4 8
α							
$\alpha_{\nu=0}$	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{9} = 0.222$	$\frac{1}{8} = 0.125$	$\frac{2}{25} = 0.08$	$\frac{1}{18} = 0.055$	$\frac{2}{49} = 0.041$	$\frac{1}{32} = 0.03125$
$\alpha_{\nu=0.5}$	$\frac{1}{3} = 0.333$	$\frac{4}{27} = 0.148$	$\frac{1}{12} = 0.083$	$\frac{4}{125} = 0.032$	$\frac{1}{27} = 0.037$	$\frac{4}{167} = 0.0239$	$\frac{1}{68} = 0.0147$

α : 曲げモーメントによる曲げ振動変形
せん断力によるせん断振動変形

表-1 から (8) 式における 第1項 $2G W_{max}$ は 第2項 $4G \frac{2\bar{v}}{2\bar{z}}$ より小さく、その比 α は 勾配が緩やかになると共に小さくなり、3割勾配 (1:3, $b_0 = L/2 = 6$) においては 第1項は第2項のわずか $1/18 \sim 1/27$ となることかわかる。

② α について

$$P \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = \frac{2}{2\bar{z}} \left\{ (1+\alpha) 4G \frac{2\bar{v}}{2\bar{z}} \right\}$$

ここで $\bar{v} = \bar{v}_s$, $\alpha = 0$ とすると

$$\text{せん断振動基本式} (\nu=0 \text{ の場合}) : P \frac{\partial^2 \bar{v}_s}{\partial z^2} = \frac{2}{2\bar{z}} (4G \frac{2\bar{v}_s}{2\bar{z}}) \text{ となる。}$$

C. 自由振動周期

3. 標準形の自由振動周期

自由振動周期は B の (3) および (4) 式を解き、適当な境界条件を与えれば容易に求められる。一般に内部摩擦抵抗の自由振動周期に及ぼす影響は、その係数 η の値が極めて大きい場合を除けば、小さく、かつ本章においては自由振動周期 T_0 の大体の他の算定を目的とするため、主として内部摩擦抵抗の存在しない場合 ($\eta=0$) について計算を行い、特別の場合についてのみ、その影響を考慮した。

まず、標準形の土壌堤について $\eta=0$ である場合の (4)₁ および (4)₂ 式から T_0 の値を求め、剛性係数の深さによる変化の影響、台形断面の影響および内部摩擦係数の影響は後部 (4., 5., 7.) において求めることとした。

3-1 剛性係数 G が深さに依存しない場合 ($G = \text{const.}$, $\eta = 0$)

$$(4)_1 \text{ 式: } \bar{v}_{,tt} = (G/PZ) (Z \bar{v}_{,z})_{,z}$$

に $\bar{v} = f(z) \cos \frac{p_0 z}{c \cdot \eta}$ と置き、解くと $\bar{v}$ は次のようになる。

$$\bar{v} = \left\{ A J_0 \left(\frac{P_0}{2} z \right) + B Y_0 \left(\frac{P_0}{2} z \right) \right\} \cos \frac{p_0 z}{c \cdot \eta} \quad a = \sqrt{\frac{G}{P}} \quad \dots (9)$$

(9) 式において J_0 , Y_0 はそれぞれ零次の第一種の円柱関数 (ベッセル関数), 第二種の円柱関数 (ノイマン関数) であり, A, B は境界条件から定められる積分定数である。

したがって 自由振動周期は次のようになる

$$T_0 = 2\pi/p_0$$

$Y_0(0) = -\infty$
 $Y_0 \left(\frac{P_0}{2} z \right)$ は $z=0$ において無限大となる。ところが $\bar{v}$ は一般に有限の値であるため、標準形に (9) 式を適用するときには Y_0 の項を含むことができないので $B=0$ である必要がある。 $\rightarrow \bar{v} = A J_0 \left(\frac{P_0}{2} z \right) \cos p_0 t \quad \dots (9)'$
土壌堤は頭部において外力の作用はよく、かつ底部において基礎地盤に固

定するから、境界条件は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} G \frac{\partial \xi}{\partial z} &= 0, \quad \text{at } z=0 \\ \xi &= 0, \quad \text{at } z=H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

(9)式を(10)式に代入し、定数Aを0とすれば、自由振動周期を与える p_0 は次のように求められる。^(*)1)

$$J_0\left(\frac{p_0}{H}\right) = 0$$

第一次の自由振動周期を与える p_0 は上式から

$$\begin{aligned} p_0 &= 2.4048 \times \frac{2}{H} \\ &= 2.4048 \times \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} \end{aligned}$$

したがって T_0 は次式のようなのである。

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{2\pi}{p_0} \\ &= \frac{2\pi}{2.4048} \times H \sqrt{\frac{\rho}{G}} = 2.6128 \times H \sqrt{\frac{\rho}{G}} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

今土壁を構成する材料の単位体積の質量 $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とすると

$$T_0 = 1.1685 \times 10^{-2} \times \frac{H}{\sqrt{G}} \quad T_0: [s] \quad H: [m] \quad G: [Pa] \quad \dots\dots (11)_1$$

(11)₁式によって、剛性係数 G 、土壁の高さ H および自由振動周期 T_0 との間の関係を求めれば表-2に示すようである。

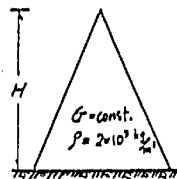
表-2 T_0 と G, H との関係 (T_0 : 第一次の自由振動周期)

<条件> $G = \text{const.}$ $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = \text{const.}$

G [MPa] H [m] [kgf/cm ²]	5 50	10 100	50 500	100 1000	500 5000
10	0.523	0.370	0.165	0.117	0.052
20	1.045	0.739	0.331	0.234	0.105
30	1.567	1.109	0.496	0.351	0.157
40	2.090	1.478	0.661	0.467	0.209
50	2.613	1.848	0.826	0.584	0.261

②

T_0 の単位: [s]



3-2 剛性係数が深さに比例する場合 ($G = G_0 z$, $\gamma = 0$)

$$(4)_2 \text{式 } \xi_{,tt} = (G_0/\rho z) (z^2 \xi_{,z}), z$$

に $\xi = f_z(z) \cos p_0 t$ と置く、解くと ξ は次のようになる。

$$\xi = \frac{C}{2 p_0 \sqrt{z}} \left\{ A J_1\left(\frac{2 p_0 \sqrt{z}}{C}\right) + B Y_1\left(\frac{2 p_0 \sqrt{z}}{C}\right) \right\} \cos p_0 t \quad \text{ただし } C = \sqrt{\frac{G_0}{\rho}} \quad \dots\dots (12)$$

(12)式において J_1, Y_1 はそれぞれ第一次のベッセル関数、ノイマン関数であり、 A, B は任意定数である。

3-1の場合と同様に標準形において、 $B=0$ ($\because Y_1(0)=-\infty$)であり、かつ(10)式の境界条件を満足する必要があり、(12)式を(10)式に代入して定数Aを0とすれば

$$J_1\left(\frac{2 p_0 \sqrt{H}}{C}\right) = 0 \quad (*)2$$

第一次の自由振動周期を与える p_0 は上式から

$$\begin{aligned} p_0 &= 3.8317 \times \frac{C}{2 \sqrt{H}} \\ &= 3.8317 \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho H}} \\ \text{したがって } T_0 \text{ は次式に示すようである。} \\ T_0 &= \frac{2\pi}{p_0} \\ &= \frac{4\pi}{3.8317} \times \sqrt{\frac{\rho H}{G_0}} \\ &= 3.2796 \sqrt{\frac{\rho H}{G_0}} \quad \dots\dots (13) \end{aligned}$$

(11)式と同様に $\rho = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とすると(13)式から

$$\begin{aligned} T_0 &= 1.4667 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{H}{G_0}} \\ H: [m] \quad G_0: [Pa] \quad \dots\dots (13)_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (*)2 \quad x &= \frac{2 p_0 \sqrt{z}}{C} \text{ とおき} \\ \xi &= \frac{A J_1(x)}{z} \cos p_0 t \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &= -\frac{2 A p_0^2}{C^2 x^2} J_1(x) \cos p_0 t \\ \left[\because \frac{dx}{dz} &= \frac{p_0}{C} \frac{1}{\sqrt{z}} = \frac{2 p_0^2}{C^2 x} \right. \\ &\quad \left. \frac{d}{dx} \left(\frac{J_1(x)}{x} \right) = -\frac{J_2(x)}{x} \right] \\ \text{境界条件} \quad \left\{ \begin{aligned} G \frac{\partial \xi}{\partial z} &= 0 \quad \text{at } z=0 \quad (\text{i.e. } x=0) \\ \xi &= 0 \quad \text{at } z=H \end{aligned} \right. \\ \text{したがって } \frac{J_2(x)}{x^2} &= \frac{1}{2^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+2)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n} \\ \text{である} \quad \frac{J_2(x)}{x^2} \Big|_{x=0} &= \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2!} = \frac{1}{8} \neq 0 // \\ \left(\text{一般に } \frac{J_n(x)}{x^n} = \frac{1}{2^n} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m} \right. \\ &\quad \left. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_n(x)}{x^n} = \frac{1}{2^n n!} \right) \\ (10) \text{式} \text{ の } (*)1 \text{式} &\text{ は } G=G_0 z \text{ が } z=0 \text{ のとき } G=0 \\ &\text{である。} \\ (10) \text{式} \text{ の } (*)2 \text{式} &\text{ から} \\ 0 &= \frac{A J_1\left(\frac{2 p_0 \sqrt{H}}{C}\right)}{\frac{2 p_0 \sqrt{H}}{C}} \cos p_0 t \\ \therefore J_1\left(\frac{2 p_0 \sqrt{H}}{C}\right) &= 0 // \quad \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{2 A p_0^2}{C^2} \neq 0 \right) \end{aligned}$$

(13) 式から H, G_0 と T_0 との関係と求め、表-3に示す。

表-3 T_0 と G_0, H との関係 (T_0 : 第一次の自由振動周期)

H [m]	G_0 [MPa/m] [kg/cm ²]	0.3	0.6	1	1.5	3	15
		0.03	0.06	0.1	0.15	0.3	1.5
10		0.847	0.599	0.463	0.379	0.268	0.120
20		1.198	0.847	0.656	0.536	0.379	0.169
30		1.467	1.037	0.803	0.656	0.464	0.207
40		1.694	1.198	0.928	0.757	0.536	0.240
50		1.894	1.339	1.037	0.847	0.599	0.268

(単位)
 $G = G_0 Z$
 $\rho = 2 \times 10^3$
kg/m³
 T_0 の単位: [s]

$G = G_0 Z$	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	($\times 10^3$ kg/cm ²)
$Z = 10m$	3	6	10	15	30	150	
$Z = 20m$	6	12	20	30	60	300	
$Z = 30m$	9	18	30	45	90	450	
$Z = 40m$	12	24	40	60	120	600	
$Z = 50m$	15	30	50	75	150	750	

式 3-2

$$\xi = \frac{A J_1 \left(\frac{2\rho_0}{c} \sqrt{z} \right)}{\frac{2\rho_0}{c} \sqrt{z}} \cos p_0 t$$

$$\therefore c = \sqrt{\frac{G_0}{\rho}}$$

$$p_0 = 3.8317 \times \frac{c}{2\sqrt{H}}$$

$$\therefore 7.0156$$

$$\therefore 10.1735$$

$$\therefore 13.3237$$

$$\therefore 16.4706$$

式 3-1

$$\xi = A J_0 \left(\frac{\rho_0}{\sqrt{G/\rho}} z \right) \cos p_0 t$$

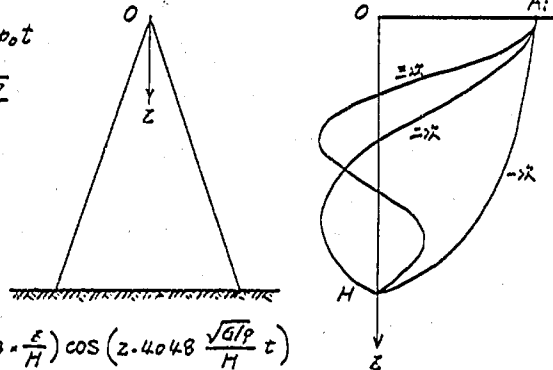
$$\therefore p_0 = 2.4048 \times \frac{\sqrt{G/\rho}}{H}$$

$$\therefore 5.5201$$

$$\therefore 8.6537$$

$$\therefore 11.7915$$

$$\therefore 14.9309$$



$$\xi_1(z, t) = A_1 J_0 \left(2.4048 \times \frac{z}{H} \right) \cos \left(2.4048 \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} t \right)$$

$$\xi_2(z, t) = A_2 J_0 \left(5.5201 \times \frac{z}{H} \right) \cos \left(5.5201 \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} t \right)$$

$$\xi_3(z, t) = A_3 J_0 \left(8.6537 \times \frac{z}{H} \right) \cos \left(8.6537 \frac{\sqrt{G/\rho}}{H} t \right)$$

$$\therefore J_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n}, \quad J_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n+1}$$

$$Y_0(z) = \frac{z}{\pi} J_0(z) \left(\log \frac{z}{2} + C \right) - \frac{z}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

$$Y_1(z) = \frac{z}{\pi} J_1(z) \left(\log \frac{z}{2} + C \right) - \frac{z}{\pi} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \left(\frac{z}{2} \right)^{2n+1} \left\{ 2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{n+1} \right\} \right]$$

4. 剛性係数の深さによる変化が自由振動周期に及ぼす影響

剛性係数 G は、作用する応力、含水率、空隙率等によって若しくはその値が相違するため、土壌の全高にわたってどのように変化するかを推定するのは極めてむずかしい。しかし、水平断面の平均の G の値は深さと共に漸次増大すると思ふのが妥当であり、近似的に $G = \alpha + \beta z$ (α, β 定数) を示されると仮定できる。しかし、 G が上記に示す値をとるとしたその算式は極めて複雑となり、実用上このような場合の解を求めるのは不可能である。ところが 3 に示したように $G = \alpha + \beta z$ において $\beta = 0$ または $\alpha = 0$ の両極端の場合については比較的簡単に解式が得られ、両極端の場合における自由振動周期が求められるときは、両者の値の差からその中間の状態である $G = \alpha + \beta z$ に相当する T_0 の値を推定するのが極めて容易である。

今 剛性係数 G が全高にわたって一樣な場合の値を T_{00} 、 G が深さに比例して増大する場合の値を T_{01} とすれば、 T_{00} 、 T_{01} は (11) 式、(13) 式から

$$T_{00} = \frac{2\pi}{2.4048} \times H \sqrt{\frac{\rho}{G_{const.}}} \dots G = G_{const.}$$

$$T_{01} = \frac{4\pi}{3.8317} \times \sqrt{\frac{PH}{G_0}} \dots G = G_0 z$$

となり、比較のため $G = G_0 z$ の場合の頂点から底部までの G の平均値を $\bar{G}$ とすれば $2\bar{G} = G_0 H$

となり、 $G_0 = 2\bar{G}/H$ を代入して

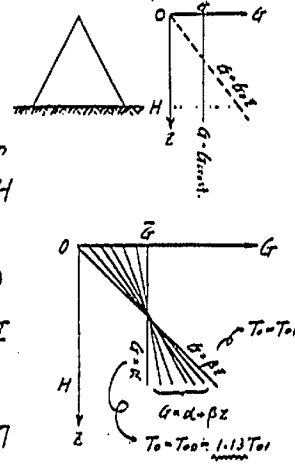
$$T_{01} = \frac{4\pi}{3.8317} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times H \sqrt{\frac{\rho}{\bar{G}}} \dots (14)$$

(14) 式および (11) 式において単位体積の質量 ρ を等しいとし、かつ $\bar{G} = G_{const.}$ とすれば、

$$\frac{T_{00}}{T_{01}} = \frac{2\pi/2.4048}{4\pi/(3.8317 \times \sqrt{2})} = \frac{2.6128}{2.3190} = 1.1267$$

となり両者の差はわずか 13% に過ぎない。したがって、剛性係数 G が深高に対して $G = \alpha + \beta z$ の変化をする場合の自由振動周期を求めるときの剛性係数の値として全高の平均値を用いてもその誤差は最大 13% に過ぎない。

$G = \alpha + \beta z$ のとき $T_0 = T_{00} \sim T_{01} = (1 \sim 0.886) T_{00} \rightarrow$ 実際の周期 T_0 は平均値として求めた近似周期 T_{00} より短周期になる。



5. 切頭の影響

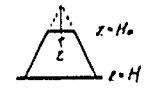
一般に土壌は顶部が多少切れ 、その横断面は台形となり、標準形と異なる。このため、(11) 式および (13) 式から直ちに自由振動周期を求めることはできない。ところが一般に高さの大きな土壌において、切頭された部分の高さ H_0 は全高 H に比べて小さいので T_0 に及ぼす影響もまた小さいと考えられる。今 標準形の顶部が切頭された場合の一般式を求め、切頭の影響の大体の傾向を求めることにする。

5.1 剛性係数が深さに無関係な場合

この場合 顶部において外力の作用はなく、また底部は基礎地盤に固定されているため 境界条件は次のように示される。

$$\frac{\partial z}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = H_0 \quad \text{顶部でせん断ひずみ (すなわちせん断力) が 0}$$

$$\xi = 0 \quad \text{at } z = H \quad \text{底部で変位が 0}$$



(9) 式と (15) 式に代入し、積分定数 A, B を消去すると自由振動周期 T_0 を与える ρ_0 は次式によって与えられる。^{*}(1)

$$\begin{aligned} & \text{*(1) したがって } \xi = \left\{ A J_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} z \right) + B Y_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} z \right) \right\} \cos \rho_0 z \\ & \frac{\partial \xi}{\partial z} = - \frac{\rho_0}{\alpha} \left\{ A J_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} z \right) + B Y_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} z \right) \right\} \cos \rho_0 z \\ & \therefore z = \alpha \sqrt{G/\rho} \\ & \text{(15) 式から } 0 = A J_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) + B Y_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) \\ & 0 = A J_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) + B Y_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) \\ & \text{すなわち } \begin{bmatrix} J_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) & Y_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) \\ J_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) & Y_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ & \left| \begin{bmatrix} J_1 & Y_1 \\ J_0 & Y_0 \end{bmatrix} \right| = 0 \quad \text{なら} \\ & J_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) Y_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) - J_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) Y_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) = 0 \end{aligned}$$

$$J_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) Y_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) - J_0 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H \right) Y_1 \left(\frac{\rho_0}{\alpha} H_0 \right) = 0$$

また 上式において $\rho_0 H/\alpha = x$ $H_0/H = \alpha$ とおけば 次式のようになる。

$$J_1(\alpha x) Y_0(x) - J_0(x) Y_1(\alpha x) = 0 \quad \dots (16)$$

(16)式を満足する α の値を求めると、自由振動周期 T_0 は次式に示すようになる*1)

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{p}{G}} H \quad \dots\dots (17)$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{p_0} = \frac{2\pi H}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{p}{G}} H$$

$$p_0 = \frac{p}{H} \quad \omega = \sqrt{\frac{p}{G}}$$

*1) H, H_0 : given $\Rightarrow G, p$: given
 $\alpha = H_0/H$
 $J_1(\alpha x)Y_0(x) - J_0(x)Y_1(\alpha x) = 0$
 $\downarrow$
 α 求める
 p_0 求める $p_0 = \frac{\alpha x}{H} = \frac{x}{H} \sqrt{\frac{p}{G}}$
 $\downarrow$
 $\left[\begin{array}{l} x = \frac{H}{\alpha} \cdot \frac{p_0 H}{\alpha} \\ \alpha = \sqrt{\frac{p}{G}} \end{array} \right]$
 T_0 求める $T_0 = \frac{2\pi}{p_0} = \frac{2\pi H}{\alpha x} = \frac{2\pi H}{x} \sqrt{\frac{p}{G}}$

$\alpha = H_0/H$ が与えられるとき、(16)式から α の値が求められるわけであるが、直接 α を α のみの関数として示すことができない。このため、 $\alpha = 0$ の場合を除き、図式的に求める。

$$\left(\begin{array}{l} \alpha = 0 \text{ かつ } (i.e. H_0 = 0) \\ J_1(0)Y_0(x) - J_0(x)Y_1(0) = 0 \\ \therefore J_0(0) = 1 \quad J_1(0) = 0 \quad Y_0(0) = -\infty \quad Y_1(0) = -\infty \\ J_0(x)Y_1(0) = 0 \\ \therefore J_0(x) = 0 \quad \therefore x = 2.40483, 5.52008, 8.65373, \dots \end{array} \right)$$

$\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ に相当する α の値を求め、表-4、図-3に示す。

表-4 α の値 (G :一定のとき)

$\alpha (= H_0/H)$	0 	0.1 	0.2 	0.3 
$x (= p_0 H / \alpha)$	2.41	2.45	2.58	2.79
$x/(x)_{\alpha=0}$	1	1.02	1.07	1.16

*1) $\frac{x}{(x)_{\alpha=0}} = \frac{p_0 H / \alpha}{(p_0 H / \alpha)_{\alpha=0}} = \frac{p_0}{(p_0)_{\alpha=0}} \dots\dots \Delta$
 切線に近づくほど p_0 が小さくなり、 T_0 が小さくなる。すなわち、自由振動周期になる。

5-2. 剛性係数が深さに比例する場合

5-1. α 全く同様に(12)式と(15)式に代入し、定数 A, B を消去すれば T_0 は次式のように示される。

$$T_0 = \frac{4\pi}{\omega} \sqrt{\frac{pH}{G_0}} \quad \dots\dots (18)$$

上式の α は次式から求められる。すなわち、 $\alpha = \frac{2p_0}{c} \sqrt{H} = \frac{2p_0}{c} \sqrt{\frac{H_0 p}{G_0}}$ とおくと

$$J_1(x)Y_1(\sqrt{\alpha}x) - J_1(\sqrt{\alpha}x)Y_1(x) + \frac{\sqrt{\alpha}x}{2} \{ Y_1(x)J_0(\sqrt{\alpha}x) - Y_0(\sqrt{\alpha}x)J_1(x) \} = 0 \quad \dots\dots (19)$$

$$\therefore \alpha = H_0/H$$

(18), (19)の整理
 (2)式から

$$\xi = \frac{c}{2p_0 \sqrt{H}} \{ AJ_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) + BY_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) \} \cos p_0 t$$

$$\cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{J_0(x)}{x} \right) = - \frac{J_1(x)}{x} \quad Y_0(x) \text{ についても同様の関係があり}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{J_1(x)}{x} \right) = - \frac{J_2(x)}{x} \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{Y_1(x)}{x} \right) = - \frac{Y_2(x)}{x}$$

$$\cdot \alpha = \frac{2p_0}{c} \sqrt{H} \quad \therefore \frac{d\alpha}{dH} = \frac{p_0}{c} \frac{1}{\sqrt{H}}$$

$$\therefore \frac{\partial \xi}{\partial t} = \left[\frac{d\alpha}{dH} \frac{d}{d\alpha} \left\{ A \frac{J_1(x)}{x} + B \frac{Y_1(x)}{x} \right\} \right] \cos p_0 t$$

$$= \frac{p_0}{c \sqrt{H}} \cdot \left\{ - \frac{AJ_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H})}{\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}} - \frac{BY_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H})}{\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}} \right\} \cos p_0 t$$

$$= - \frac{1}{2H} \{ AJ_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) + BY_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) \} \cos p_0 t //$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \quad \text{at } t = H_0 \rightarrow 0 = - \frac{1}{2H_0} \{ AJ_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0}) + BY_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0}) \} \cos p_0 t \\ \xi = 0 \quad \text{at } t = H \rightarrow 0 = \frac{c}{2p_0 \sqrt{H}} \{ AJ_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) + BY_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) \} \cos p_0 t \end{array} \right.$$

$$\text{すなわち} \quad \left| \begin{array}{cc} J_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0}) & Y_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0}) \\ J_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) & Y_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) \end{array} \right| = 0$$

$$J_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0})Y_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H}) - J_1(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H})Y_2(\frac{2p_0}{c} \sqrt{H_0}) = 0$$

$$\therefore \alpha = \frac{H_0}{H} \quad \therefore \alpha = \frac{H_0}{H} \quad \therefore \alpha = \frac{H_0}{H} \quad \therefore \alpha = \frac{H_0}{H} \quad \therefore \alpha = \frac{H_0}{H}$$

$$J_2(\sqrt{\alpha}x)Y_1(x) - J_1(x)Y_2(\sqrt{\alpha}x) = 0 //$$

5-4
19

(7)より $\frac{1}{2} J_0(x) = \frac{1}{2} \{J_{0-1}(x) + J_{0+1}(x)\}$

より $J_{0-1}(x) = \frac{2}{x} J_0(x) - J_{0+1}(x)$

$x=1$ のとき $J_1(x) = \frac{2}{x} J_0(x) - J_0(x)$

Y (同様にして) $Y_1(x) = \frac{2}{x} Y_0(x) - Y_0(x)$

$J_1(\sqrt{x}) Y_1(x) - J_1(x) Y_1(\sqrt{x}) = 0$

$\left\{ \frac{2}{\sqrt{x}} J_1(\sqrt{x}) - J_0(\sqrt{x}) \right\} Y_1(x) - J_1(x) \left\{ \frac{2}{\sqrt{x}} Y_1(\sqrt{x}) - Y_0(\sqrt{x}) \right\} = 0$

$\therefore \frac{2}{\sqrt{x}} \{ J_1(\sqrt{x}) Y_1(x) - J_1(x) Y_1(\sqrt{x}) \} - J_0(\sqrt{x}) Y_1(x) + J_1(x) Y_0(\sqrt{x}) = 0$

より $J_1(\sqrt{x}) Y_1(x) - J_1(x) Y_1(\sqrt{x}) + \frac{\sqrt{x}}{2} \{ J_1(x) Y_0(\sqrt{x}) - J_0(\sqrt{x}) Y_1(x) \} = 0$
式(19) 同様にして

$\frac{1}{2} = \frac{2p_0}{c} \sqrt{H} = \frac{2p_0}{c} \sqrt{\frac{H}{G_0}}$

$\therefore T_0 = \frac{2\pi}{p_0} = \frac{2\pi}{c\sqrt{2H}} = \frac{4\pi\sqrt{H}}{c\sqrt{2}} = \frac{4\pi}{c} \sqrt{\frac{PH}{G_0}}$ 式(18)

$\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ に相当する x の値を図式的に(19)式から求め表-5, 図-4 に示す。

5-5 7-7(11)へ

表-5 x の値 ($G = G_0$ のとき)

$\alpha (= H_0/H)$	0	0.1	0.2	0.3
$x (= 2p_0\sqrt{H}/c)$	3.83	3.98	4.32	4.81
$x/(x)_{\alpha=0}^*$	1	1.04	1.13	1.26

より $\frac{x}{(x)_{\alpha=0}} = \frac{2p_0\sqrt{H}/c}{(2p_0\sqrt{H}/c)_{\alpha=0}} = \frac{p_0}{(p_0)_{\alpha=0}}$

③ 表-4, 表-5 から切取することによって p_0 がより小さく T_0 がより小さくなることわかる。
すなわち、実際の堤防(切取された三角形断面)の T_0 を求めるとき 標準形の三角形断面で $(T_0)_{\alpha=0}$ として
近似値として求めると 実際より長周期となるため、短周期側への補正が必要である。

5-5
20

α と x との関係は図-3, 図-4 に与えられるので自由液面周期 T_0 は(17)式および(18)式から容易に求められる。一般に土堤堤の傾斜は多くは道路等に使用される傾斜上、高さによって著しい差異はなく、大体10m以下と考えられる。このため、両側の法を2割(1:2 あるいは2割以上に及び)とすればそれに相当する荷重は2.5m,

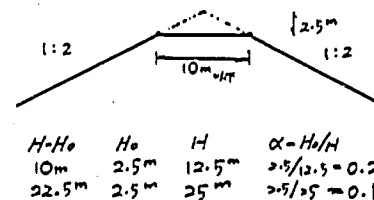
したがって土堤堤の高さ $H-H_0$ を10mとすれば, $\alpha (= H_0/H) = 0.2$, 22.5mとすれば, $\alpha = 0.1$ とする。

このため、大地震と共振する危険のある高さの土堤堤においては一般に $\alpha < 0.1$ であり、切取しない場合には比

べて誤差は 5-1 の場合($G=G_0$)では約2%以下 $\left[\therefore \frac{(x)_{\alpha=0.1}}{(x)_{\alpha=0}} = 1.02 \right]$
5-2 の場合($G=G_0/2$)では約4%以下 $\left[\therefore \frac{(x)_{\alpha=0.1}}{(x)_{\alpha=0}} = 1.04 \right]$
であるので、頭部の傾斜が著しく大きな場合を除いて、切取の影響は一般に考慮する必要はない。

$\frac{(x)_{\alpha=0.1}}{(x)_{\alpha=0}} = \frac{(p_0)_{\alpha=0.1}}{(p_0)_{\alpha=0}}$

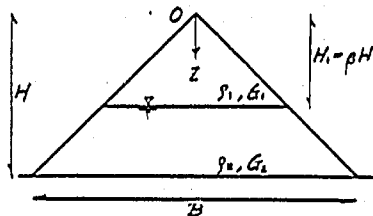
Δ の周期 T_0 を近似すると 実際 Δ の周期は $\frac{1}{1.02}, \frac{1}{1.04}$ 倍する必要がある。
すなわち、近似値(標準形 Δ) による短周期側の値として与えている。



21

6. 剛性係数が水平面を境界として急激に変化する場合

土堆堤を構成する粘土、赤土等含水量によって剛性係数が著しく異なる。ところで、水面を境界として上、下部における含水量が異なるので、剛性係数の値もまた異なるものと考えるのが妥当であり、その値は水面を境として漸次に変化する。しかし、本節においては計算の便宜上、水面を境として剛性係数が急激に変化するものとして、その影響を標準形の土堆堤について求めた。

 $H_1 = BH$: 頂点から水面までの深さ

ρ_1, ρ_2 : 水面上, 水面下の土層の
単位体積の質量

 G_1, G_2 : 水面上, 水面下の剛性係数 ξ_1, ξ_2 : 水面上, 水面下における

土曜日の水平変形

ϵ_1, ϵ_2 は次式のように示される.

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= A_1 J_0 \left(\frac{\rho_0}{a_1} z \right) \cos p_0 t \quad *1) \\ \xi_2 &= \left\{ A_2 J_0 \left(\frac{\rho_0}{a_2} z \right) + B_2 Y_0 \left(\frac{\rho_0}{a_2} z \right) \right\} \cos p_0 t \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

*1) $Y_0\left(\frac{z}{z_1}z\right)$ ist $z=0$ ein Pol $Y_0(0)=-\infty$ und für $(z_1)_{n \rightarrow \infty} = \sqrt[n]{n!}$ und $Y_0 \rightarrow 1$ $\forall z$

A_1, A_2, B_2 はそれぞれ複合変数であり, 次の境界条件から求められる.

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \xi_2, \quad G \frac{\partial \xi_1}{\partial z} = G \frac{\partial \xi_2}{\partial z} & \text{at } z = H_1 \\ \xi_2 &= 0 & \text{at } z = H \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

(1) 式に (20) 式を代入し、変数 A_1, A_2, B_2 を消去すると自由振動周期 T_0 は次のように求められる。

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{\frac{\rho_0}{G_2}} H \quad \dots (22) \quad \left[\because \omega = \frac{2\pi}{T_0} \quad \rho_0 \frac{H}{a_1^2} = \rho_0 H \sqrt{\frac{\rho_0}{G_2}} \quad \downarrow \quad \frac{2\pi H}{T_0} \sqrt{\frac{\rho_0}{G_2}} \right]$$

4-2

22

$$\begin{vmatrix} J_0(\alpha\beta x) & -J_0(\beta x) & -Y_0(\beta x) \\ \frac{d_1}{d_2} J_1(\alpha\beta x) & -\frac{1}{\alpha} J_1(\beta x) & -\frac{1}{\alpha} Y_1(\beta x) \\ 0 & -J_0(x) & -Y_0(x) \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (23)$$

$$\therefore \alpha = \beta \sqrt{\frac{G_2 \rho_2}{G_1 \rho_1}} = \sqrt{\frac{G_2 \rho_1}{G_1 \rho_2}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

(21) 武の志士

$$\begin{cases} E_1 = E_2 \text{ at } z=H_1 & A_1 J_0 \left(\frac{\rho_{c1}}{a_1} H_1 \right) \cos p_0 z = \left\{ A_2 J_0 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H_1 \right) + B_2 Y_0 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H_1 \right) \right\} \cos p_0 z \\ \frac{\partial E_1}{\partial z} = \frac{\partial E_2}{\partial z} \text{ at } z=H_1 & -A_1 \frac{\rho_{c1}}{a_1} J_1 \left(\frac{\rho_{c1}}{a_1} H_1 \right) \cos p_0 z \\ & = -\frac{\rho_{c2}}{a_2} \left\{ A_2 J_1 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H_1 \right) + B_2 Y_1 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H_1 \right) \right\} \cos p_0 z \\ E_2 = 0 \text{ at } z=H & 0 = \left\{ A_2 J_0 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H \right) + B_2 Y_0 \left(\frac{\rho_{c2}}{a_2} H \right) \right\} \cos p_0 z \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial_2 H}{\partial z} &= \alpha \\ \frac{H_1}{H} &= \beta \\ \frac{\partial_2}{\partial z} &= \gamma \end{aligned} \right\} \text{etc.} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial_2 H_1}{\partial z} &= \frac{\partial_2 H}{\partial z} \cdot \frac{H_1}{H} = \alpha \beta \gamma \\ \frac{\partial_2 H_1}{\partial z} &= \frac{\partial_2 H}{\partial z} \cdot \frac{H_1}{H} = \alpha \beta \end{aligned} \right\} \text{etc.}$$

$$A_1 J_0(\gamma \beta x) = A_2 J_0(\beta x) + B_2 \gamma_0(\beta x)$$

$$A_1 J_1(\gamma \beta x) = \left(\frac{\gamma}{\beta^2} \right) \{ A_2 J_1(\beta x) + B_2 \gamma_1(\beta x) \} + \frac{A_2}{\beta^2}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \quad 0 = A_2 J_0(x) + B_2 \gamma_0(x)$$

$$\begin{bmatrix} J_0(\gamma\beta x) & -J_0(\beta x) & -\gamma_0(\beta x) \\ \frac{4}{45}J_1(\gamma\beta x) & -\frac{1}{\gamma}J_1(\beta x) & -\frac{1}{\gamma}\gamma_1(\beta x) \\ 0 & -J_0(x) & -\gamma_0(x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{また、} \begin{vmatrix} J_0(\alpha\beta x) & -J_0(\beta x) & -Y_0(\beta x) \\ \frac{d}{dx} J_1(\alpha\beta x) & -\frac{1}{\alpha} J_1(\beta x) & -\frac{1}{\alpha} Y_1(\beta x) \\ 0 & -J_0(x) & -Y_0(x) \end{vmatrix} = 0 //$$

β , ρ が与えられ (23) 式から α が求められ, T_0 は (22) 式から容易に求められる。

$$\left. \begin{array}{l} G_1, \rho_1 \\ G_2, \rho_2 \\ H, H_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{given}} \left. \begin{array}{l} \alpha_1 = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} \\ \alpha_2 = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \\ \beta = \frac{H_1}{H} \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{(23) 式}} \alpha \rightarrow \left. \begin{array}{l} p_0 = \frac{\alpha \cdot \alpha}{H} = \frac{\alpha}{H} \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}} \\ T_0 = \frac{2\pi}{p_0} = \frac{2\pi H}{\alpha \cdot \alpha} = \frac{2\pi H}{\alpha} \sqrt{\frac{\rho_2}{G_2}} \end{array} \right\}$$

今, (23) 式から図式的に α の値を求め, $\nu=1$ すなわち剛性係数および密度が一樣の場合 ($G_1=G_2, \rho_1=\rho_2$) の α の値との比を求め, 表-6 に示す。

表-6 $\frac{\alpha}{(\alpha)_{\nu=1}} = \frac{\rho_0 \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}{(\rho_0 \frac{\alpha_1}{\alpha_2})_{\nu=1}} = \frac{\rho_0}{(\rho_0)_{\nu=1}}$ の値 $\nu=1$ のとき $\alpha_1=\alpha_2$ (すなわち $G_1/\rho_1 = G_2/\rho_2$)

$\beta (= \frac{H_1}{H})$ $\nu (= \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{G_2/\rho_2}{G_1/\rho_1}})$	0.1	0.2	0.3	0.4
1 (-12%)	1	1	1	1
0.8	1.01	1.03		
0.5	1.01	1.05		
0.2	1.01	1.06		
0 [$\left. \begin{array}{l} \alpha_2 \ll \alpha_1 \\ \alpha_1 G_1 \ll G_2 \\ G_1 \rho_1 \gg \rho_2 \end{array} \right\}$]	1.02	1.06	1.16	1.28

表-6 によつて 水面から上部の剛性係数 G_1 の大きな部分が自由振動周期に及ぼす影響は, $\beta = H_1/H = 0.4$  としてその剛性係数 G_1 が水面以下の部分 G_2 に対して非常に大きい場合 ($\nu=0$) においても 工堰堤の全高にわたり剛性係数および単位体積の質量が水面以下の部分と等しい場合 ($G_1=G_2, \rho_1=\rho_2$) の T_0 の値の 0.78 倍であり 約 25% の差異があるに $\frac{1}{1.28} = 0.78125$

違ふない。更に $\beta=0.2$ とすると 0.94 倍となり 約 6% の差異となる。
 $\frac{1}{1.06} = 0.9434$

したがつて, 水面を境として上下の部分の剛性係数および単位体積の質量に変化があるとしても それらによる影響は無視して差し支えない。また, 全高にわたつて水面下の部分と同一であるという仮定の下に求めた値で自由振動周期とみなすことができる。

$$\left(\begin{array}{l} \text{全高で } \rho_0, G_2 \text{ であるとして求めた } \dot{\rho}_0 \text{ は } \rho_0 \text{ より小さい} \\ \dot{T}_0 \text{ は } T_0 \text{ より大きい} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \dot{\rho}_0 = 1.28 \times \rho_0 \text{ at } \beta=0.4 \\ \dot{\rho}_0 = 1.06 \times \rho_0 \text{ at } \beta=0.2 \\ \dot{T}_0 = 0.78 \times T_0 \text{ at } \beta=0.4 \\ \dot{T}_0 = 0.94 \times T_0 \text{ at } \beta=0.2 \end{array} \right.$$

7. 内部摩擦抵抗 (粘性抵抗) の影響

自由振動周期に及ぼす内部摩擦抵抗 η の影響は、その値が若く大きな場合のほかに一般に小さい。しかし、土層を構成する材料にはその内部摩擦抵抗のかなり大きなものも存在するため、その影響の大きさを求める必要がある。本節においては、標準形の土層について内部摩擦抵抗の存在する場合の自由振動周期を算定した。

7-1 G および η が深さに無関係で一定である場合

土層のせん断振動を示す (3) 式 $\xi, \eta = (G/\rho z) (z \xi, z) + (\eta/\rho z) \cdot (z \xi, z)$ に $\xi = f_1(z) e^{i p_0 t}$ と置くと、

$$-p_0^2 f_1(z) = \left(\frac{G}{\rho} + \frac{i p_0 \eta}{\rho} \right) \left(\frac{d^2 f_1(z)}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d f_1(z)}{dz} \right)$$

$$\text{すなわち } \frac{d^2 f_1(z)}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d f_1(z)}{dz} + \frac{\rho p_0^2}{G \left(1 + \frac{i \eta p_0}{G} \right)} f_1(z) = 0$$

$$\text{或 } \left[\frac{d^2 f_1(z)}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d f_1(z)}{dz} + \frac{\rho p_0^2}{\sqrt{G^2 + (\eta p_0)^2}} e^{-i \varphi} f_1(z) \right] = 0$$

微分方程式を解けば $f_1(z)$ は次のように示される。

$$f_1(z) = A J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} z \right\} + B Y_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} z \right\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \varphi &= \tan^{-1} \frac{\eta p_0}{G} \\ \therefore \frac{1}{a + i b} &= \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} e^{-i \varphi} \\ \begin{cases} \cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \tan \varphi = \frac{b}{a} \end{cases} \end{aligned}$$

一方 Y_0 は $z=0$ において無限大となるため、有限値とするため $B=0$

$$\text{すなわち } \xi = A J_0 \left(\frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} z \right) e^{i p_0 t} \quad [\because Y_0(0) = -\infty]$$

次に (10) 式に示す境界条件を満たすようにすると、第一次の自由振動に相当する変形 ξ および自由振動周期 T_0 が得られ、次のようになる。

まず、境界条件 (10) 式より

$$\begin{cases} G \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0 & \text{at } z=0 \quad (*) \\ \xi = 0 & \text{at } z=H \end{cases}$$

この2式より

$$0 = A J_0 \left(\frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} H \right) e^{i p_0 t}$$

$$\text{したがって, } J_0 \left(\frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} H \right) = 0$$

$$\text{すなわち, } \frac{\sqrt{\frac{\rho p_0^2}{G}}}{\sqrt{1 + \frac{i \eta p_0}{G}}} H = j_n \quad \text{ただし 第1次の自由振動の場合は } j_1 = 2.40483$$

上式を p_0 について解くと (詳細は次ページ参照)

$$p_0 = \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 \eta^2}{4 H^2 \rho G}} + i \cdot \frac{j_n^2 \eta}{2 H^2 \rho}$$

であり、 $\xi = A J_0(\quad) e^{i p_0 t}$ に上式を代入し p_0 を消去すると

$$\xi = A J_0 \left(j_n \frac{z}{H} \right) \exp \left\{ i \cdot \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 \eta^2}{4 H^2 \rho G}} t \right\} \cdot \exp \left\{ - \frac{j_n^2 \eta}{2 H^2 \rho} t \right\}$$

とある。また自由振動数、自由振動周期は実数部をとり

$$p_0 = \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 \eta^2}{4 H^2 \rho G}}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{p_0} = \frac{2\pi}{j_n} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \frac{H}{\sqrt{1 - \frac{j_n^2 \eta^2}{4 H^2 \rho G}}}$$

26.5

$$J_0 \left(\frac{\sqrt{\frac{P P_0^2}{G}}}{1 + i \frac{2 P_0}{G}} H \right) = 0 \quad \text{よって} \quad \frac{\sqrt{\frac{P P_0^2}{G}}}{1 + i \frac{2 P_0}{G}} H = j_n \quad \begin{matrix} j_1 = 2.40483 \\ j_2 = 5.52008 \\ j_3 = 8.65273 \\ \vdots \end{matrix}$$

このとき

$$P_0 = \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 Z^2}{4 H^2 P G}} + i \cdot \frac{j_n^2 Z}{2 H^2 P}$$

$\pi=1$ のとき

$$P_0 = \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{5.7832}{4 H^2 P G} \cdot \frac{Z^2}{P}} + i \cdot \frac{5.7832}{2 H^2 P} \cdot \frac{Z}{P}$$

$$\sqrt{\frac{P P_0^2}{G + i 2 P_0}} H = j_n \quad \text{両辺を二乗して}$$

$$\frac{P H^2 P_0^2}{G + i 2 P_0} = j_n^2$$

$$P H^2 P_0^2 - j_n^2 G = i j_n^2 2 P_0$$

$$\text{すなわち} \quad P_0^2 - i \cdot \frac{j_n^2 Z}{P H^2} P_0 - \frac{j_n^2 G}{P H^2} = 0$$

上の公式から

$$P_0 = \frac{1}{2} \left[i \cdot \frac{j_n^2 Z}{P H^2} \pm \sqrt{i^2 \left(\frac{j_n^2 Z}{P H^2} \right)^2 + 4 \frac{j_n^2 G}{P H^2}} \right]$$

$$= i \cdot \frac{j_n^2 Z}{2 P H^2} \pm \sqrt{\frac{j_n^2 G}{P H^2} - \left(\frac{j_n^2 Z}{2 P H^2} \right)^2}$$

$$= i \cdot \frac{j_n^2 Z}{2 P H^2} \pm \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 Z^2}{4 P H^2 G}}$$

 P_0 は振動数であり、+符号をとる

$$P_0 = \frac{j_n}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{j_n^2 Z^2}{4 H^2 P G}} + i \cdot \frac{j_n^2 Z}{2 H^2 P} //$$

* $\pi=1$ (1次自由振動数) のとき

$$P_0 = \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G}} + i \cdot \frac{(2.4048)^2 Z}{2 H^2 P} //$$

* $\pi=2$ (2次自由振動数) のとき

$$P_0 = \frac{5.5201}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{(5.5201)^2 Z^2}{4 H^2 P G}} + i \cdot \frac{(5.5201)^2 Z}{2 H^2 P} \quad (26)$$

第1次の自由振動について ($\pi=1, j_n=j_1=2.40483$) をとめる。

変位

$$\xi = A \cdot J_0 \left(2.4048 \frac{Z}{H} \right) \cdot \exp \left\{ i \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G}} t \right\} \\ \times \exp \left\{ - \frac{(2.4048)^2 Z}{2 H^2 P} t \right\}$$

5.7832

自由振動数

$$P_0 = \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{P}} \sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G}}$$

自由振動周期

$$T_0 = \frac{2\pi}{P_0} = \frac{2\pi}{2.4048} \sqrt{\frac{P}{G}} \frac{H}{\sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G}}}$$

2.6127

... (24)

(24)式に示すように T_0 の値は内部摩擦抵抗の存在しない場合 ($\eta=0$) に比べて一般に大きく (長周期) となる。今内部摩擦抵抗の存在する場合の自由振動周期を $T_0(Z)$, 存在しない場合の値を $T_0(0)$ とすれば (11)式 および (24)式 から 次の関係がある。

$$T_0(Z) = T_0(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G}}} = \frac{T_0(0)}{\sqrt{1 - \gamma}}$$

ただし, $\gamma = \frac{(2.4048)^2 Z^2}{4 H^2 P G} = \frac{5.7832}{4 H^2} \cdot \frac{Z^2}{P G}$

(25)式から $T_0(Z)/T_0(0)$ と γ との関係を求めれば 表-7 に示すようになる。

表-7 $\frac{T_0(Z)}{T_0(0)} \left(= \frac{1}{\sqrt{1-\gamma}} \right)$ の値 $\oplus Z$ が大きくなるにしたがって、
より長周期になる。

$\gamma \left(= \frac{5.7832}{4 H^2 P G} Z^2 \right)$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$T_0(Z)/T_0(0)$	1.005	1.026	1.054	1.118	1.195	1.291	1.444

(24)式に示すように ξ の値は時間 t の経過すると共に減少する。
したがって、 σ の大きさ (あるいは $\left[e^{-\frac{(2.4048)^2 \eta t}{2H^2 \rho}} \leq 1 \right]$ の項が
 η^2 の大きさ) を示すには 振幅の減衰 (あるいは) 減衰率
を示すのが最も適切である。④ η の値は ξ の振幅の減衰率から逆算して求める
(今までのため (24)式の ξ について η の代わりに σ で表記すると)

$$\xi = A J_0 \left(2.4048 \frac{\eta}{H} \right) \cdot \exp \left\{ i \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \sqrt{1-\sigma} t \right\} \cdot \exp \left\{ - \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{\rho}{G}} \sqrt{\sigma} t \right\}$$
 したがって $\sigma = \left(\frac{2.4048 \eta}{2H \sqrt{\rho G}} \right)^2$

今 $t=0$ における ξ の値を δ_0 , $t = \frac{\pi}{2} T_0$ における ξ の値を δ_n と
すれば δ_0, δ_n は次に示すようになる。

$$\begin{aligned} \delta_0 &\stackrel{\text{def}}{=} (\xi)_{t=0} = A J_0 \left(2.4048 \frac{\eta}{H} \right) \left(\begin{aligned} &t = \frac{\pi}{2} T_0 = \frac{\pi \pi}{\rho G} \\ &= \frac{\pi \pi}{2.4048 \sqrt{\frac{\rho}{G}}} \frac{H}{\sqrt{1-\sigma}} \end{aligned} \right) \\ \delta_n &\stackrel{\text{def}}{=} (\xi)_{t=\frac{\pi}{2} T_0} = (\xi)_{t=\frac{\pi \pi}{2.4048 \sqrt{\frac{\rho}{G}}} \frac{H}{\sqrt{1-\sigma}}} \\ &= A J_0 \left(2.4048 \frac{\eta}{H} \right) \cdot \underbrace{\exp(i n \pi)}_{\substack{\cos(n\pi) = (-1)^n \\ \sin(n\pi) = 0}} \exp \left(-n \pi \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \right) \\ &= (-1)^n A J_0 \left(2.4048 \frac{\eta}{H} \right) \cdot \exp \left(-n \pi \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \right) \end{aligned}$$

または 両者の比と求めれば

$$\frac{\delta_n}{\delta_0} = \frac{(\xi)_{t=\frac{\pi}{2} T_0}}{(\xi)_{t=0}} = (-1)^n \cdot \exp \left(-n \pi \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \right) \quad \dots \dots (26)$$

(26)式に示すように δ_n/δ_0 は n および σ のみの関数として示される。

今 $\sigma = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ の場合について δ_n/δ_0
の絶対値 (変位振幅の減少率) を求めれば 表-8, 図-5に示すよう
になる。

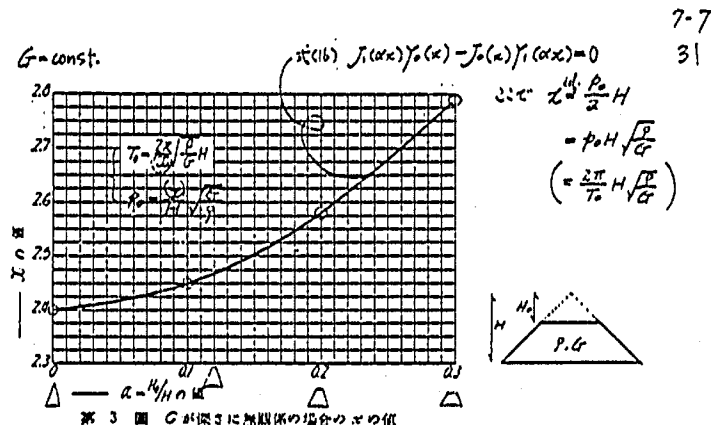
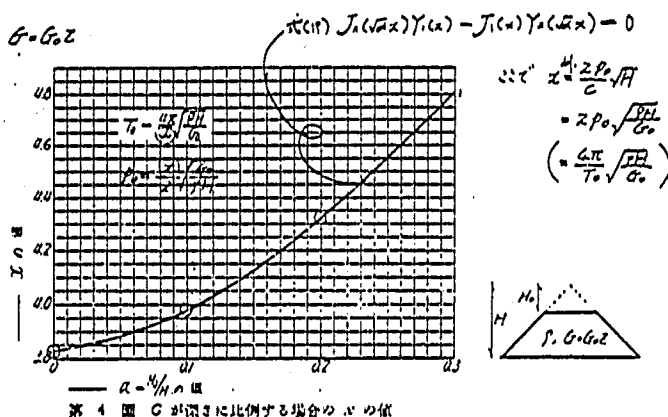
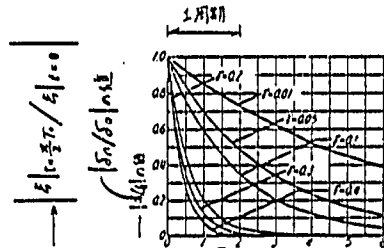
表-8 $|\delta_n/\delta_0|$ の値

$$\left(\begin{aligned} &|\frac{\delta_n}{\delta_0}| = |(-1)^n e^{-n \pi \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}}}| = \exp \left\{ -n \pi \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \right\} \\ &\text{したがって, } \sigma = \left(\frac{2.4048 \eta}{2H \sqrt{\rho G}} \right)^2 \leq 1 \end{aligned} \right)$$

σ	n	0	1	2	3	4	5	6
0.01	1		0.854	0.729	0.623	0.522	0.434	0.388
0.05	1		0.698	0.487	0.339	0.237	0.165	0.115
0.1	1		0.592	0.351	0.208	0.123	0.073	0.041
0.2	1		0.208	0.043	0.019	0.002	0.000	0.000
0.3	1		0.128	0.016	0.002	0.000	0.000	0.000
0.4	1		0.077	0.006	0.000	0.000	0.000	0.000

(50)
表-8から σ と振幅の減少との間の関係を求めることができる。すなわち、
一周期後 ($n=2$) において $\sigma=0.01$ のときの振幅は 最初の振幅の 0.73 倍
になるが、 $\sigma=0.05$ の場合は 0.49 倍、 $\sigma=0.2$ において 0.04 倍、 $\sigma=$
 0.4 になると 1/100 以下に減少し、 σ の増加するとともに振幅の減少率は著
しく増大する。ところで 表-7に示すように ほとんど定常し得る程度に
内部摩擦抵抗の大きな 0.4 の場合においても 自由振動周期の増大は 約 30
% に過ぎず、 $\sigma=0.1$ の場合は わずかに 5% であり 無視できる程度であ
る。

表-7 から $\sigma=0.4$ で T_0 は 30% 長周期側へ
 $\sigma=0.1$ で T_0 は 5% 長周期側へ

第 3 圖 C が完全に無関係の場合の α の値第 4 圖 C が α に比例する場合の β の値

第 5 圖
内部摩擦抵抗と振幅の経緯

乙バツメ-7 乙11c 炭化地層の減衰の割合変化

$$\begin{aligned} \therefore \sigma &= \left(\frac{2.4048 \times \pi}{2H \sqrt{\rho G}} \right)^2 \\ &= \frac{5.7832}{4H^2 \rho G} \pi^2 \end{aligned}$$

$$n = \frac{2t}{T_0} \quad \left(\text{i.e. } n = 2 \text{ when } t = T_0 \right)$$

7-2 G のよび η が深さに比例する場合 ($G = G_0 z$, $\eta = \eta_0 z$)

(3)式に $E = f_2(z) e^{i p_0 z}$ と置き, (10)式に示す境界条件を満たすと,
 第1項の軌道に相当する α および T_0 は次のようになる.

$$\begin{aligned} \langle \frac{\partial \varphi}{\partial t} \rangle(t, \vec{x}) &= \frac{G_1}{\rho_1} (Z^1 \xi, e) \cdot e + \frac{Z_0}{f^2} (Z^2 \xi, e t) \cdot e \\ &= \frac{G_1}{\rho_1} (Z \xi, e e + 2 \xi, e) + \frac{Z_0}{f} (Z \xi, t e + 2 \xi, t e) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{E}_{,tt} &= -p_0^2 f_2 e^{ip_0 t} \\ 2\dot{E}_{,tz} + 2\dot{E}_{,z} &= (2f_2'' + 2f_2') e^{ip_0 t} \\ E_{,tzz} + 2\dot{E}_{,tz} &= ip_0 (2f_2'' + 2f_2') e^{ip_0 t} \end{aligned} \right.$$

$$- \rho_0^2 f_2 e^{i\rho_0 t} = \frac{G_0}{\rho} (z f_2'' + z f_2') e^{i\rho_0 t} + \frac{i \gamma_0 \rho_0}{\rho} (z f_2'' + z f_2') e^{i\rho t}$$

$$\frac{G_0 + i\eta_0 \rho_0}{\rho} (2f_2'' + 2f_2') + \rho_0^2 f_2 = 0$$

$$\therefore f_2'' + \frac{2}{z} f_2' + \frac{\rho \rho_0^2}{G_0 + i\eta_0 \rho_0} \frac{f_2}{z} = 0$$

$$\frac{d^2 f_2}{dz^2} + \frac{2}{z} f_2 + \frac{\rho p_0^2}{G_0 (1 + i \eta \rho p_0 / G_0)} \frac{f_2}{z} = 0 //$$

この解より

$$f_2 = \frac{1}{C\sqrt{\epsilon}} \left\{ A J_1(C\sqrt{\epsilon}) + B Y_1(C\sqrt{\epsilon}) \right\}$$

$\uparrow$
A, Bは定数

また $C^2 = \frac{4900^2 / \text{cm}^2}{1 + i(700 / \omega_0)}$

7-1 同様に Y_1 は $Z=0$ に近づく無限大と Z の有限値とが成り
 $B=0$ $\therefore Y_1(0)=-\infty$ }

$$\begin{aligned} \xi &= f_2(z) e^{i\omega t} \\ &= \frac{A}{\sqrt{z}} J_1 \left\{ \frac{2\sqrt{\frac{\rho_p \rho_0^2}{\epsilon_0}}}{\sqrt{1 + i \frac{z_0 \rho_0}{\epsilon_0}}} \sqrt{z} \right\} e^{i\omega t} \end{aligned} //$$

边界条件 $G \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0$ at $z=0$ $G = G_0 z = 0$ (28') 自动的能满足
 $\xi = 0$ at $z=H$ 2

$$J_1 \left\{ \frac{2\sqrt{\frac{P_0^2}{G_0}}}{\sqrt{1+i\frac{Z_0 P_0}{G_0}}} \sqrt{H} \right\} = 0$$

$$\frac{2\sqrt{H} \sqrt{\frac{P_0^2}{G_0}}}{\sqrt{1+i\frac{Z_0 P_0}{G_0}}} = Z_n \text{ と置く}$$

$$\begin{cases} J_1(x) = 0 \text{ となる } x_n \\ \pi & x_n \\ 1 & 3.8317 \\ 2 & 7.0155 \\ 3 & 10.1734 \\ 4 & 13.3236 \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{Z_n}{2\sqrt{H}} \sqrt{\frac{G_0}{P}} \sqrt{1 - \frac{Z_n^2 Z_0^2}{16HPG_0}} + i \cdot \frac{Z_n^2 Z_0}{8HP}$$

$$\begin{aligned} \xi &= f_2(x) e^{i p_0 t} \\ &= \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot J_1 \left(x_n \sqrt{\frac{P}{H}} \right) \cdot \exp \left\{ i \frac{x_n \sqrt{G_0}}{2\sqrt{PH}} \sqrt{1 - \left(\frac{x_n}{2} \right)^2 \frac{Z_0^2}{4HPG_0}} t \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ - \left(\frac{x_n}{2} \right)^2 \frac{Z_0}{2HP} t \right\} \end{aligned}$$

* $n=1$ 第1次自由振動のとき

$$Z_n = Z_1 = 3.8317$$

$$\xi = \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot J_1 \left(3.8317 \sqrt{\frac{P}{H}} \right) \cdot \exp \left\{ i \cdot \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{1 - \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{Z_0^2}{4HPG_0}} t \right\}$$

$$\times \exp \left\{ - \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{Z_0}{2PH} t \right\}$$

$$= \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot J_1 \left(3.8317 \sqrt{\frac{P}{H}} \right) \cdot \exp \left\{ i \times \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{1 - \frac{\sigma}{2}} t \right\}$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{\frac{\sigma}{2}} t \right\}$$

$$\text{ここで } \frac{d}{dt} \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{Z_0^2}{4PG_0H} \parallel$$

P_0 の実数部をとる

$$P_0 = \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{1 - \frac{\sigma}{2}} \parallel$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{P_0} = \frac{4\pi}{3.8317} \sqrt{\frac{PH}{G_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma}{2}}} \parallel$$

3.2796

... (27)

したがって T_0 の値は 内部摩擦 (粘性) 抵抗の存在しない場合より大きく、両者の比は $\sqrt{1-\sigma}$ と同様に

$$\frac{T_0(\sigma)}{T_0(0)} = \frac{\frac{4\pi}{3.8317} \sqrt{\frac{PH}{G_0}} \frac{1}{\sqrt{1-\sigma}}}{\frac{4\pi}{3.8317} \sqrt{\frac{PH}{G_0}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\sigma}}$$

式(13)より

であり、表-7 において σ の代わりに $\frac{\sigma}{2}$ とおけば同様に示すことができる。また、 σ の大きさの概念を得るために $t=0$ において ξ の振幅と π する振動が $\frac{\pi}{2} T_0$ 後において振幅が ξ_n とすれば (27) 式から

$$\begin{aligned} \frac{\xi_n}{\xi_0} &= \frac{(\xi)_{t=\frac{\pi T_0}{2}}}{(\xi)_{t=0}} = \exp \left\{ i \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{1 - \frac{\sigma}{2}} \frac{\pi T_0}{2} \right\} \cdot \exp \left\{ - \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{PH}} \sqrt{\frac{\sigma}{2}} \frac{\pi T_0}{2} \right\} \\ &= \exp \{ i n \pi \} \cdot \exp \left\{ - n \pi \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{1-\sigma}} \right\} \\ &\quad \underbrace{\exp \{ i n \pi \}}_{\substack{\cos(n\pi) = (-1)^n \\ \sin(n\pi) = 0}} \\ &= (-1)^n \exp \left\{ - n \pi \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{1-\sigma}} \right\} \end{aligned}$$

と表わされ、(26) 式で σ の代わりに $\frac{\sigma}{2}$ とおいたものと全く同様であり、表-8 および 図-5 は σ の代わりに $\frac{\sigma}{2}$ を用いれば適用できる。

(参考)

$$\begin{aligned} \left[\begin{aligned} \sigma &= \left(\frac{2.4048}{2} \right)^2 \frac{1}{9GH^2} Z^2 = 1.6658 \times \frac{1}{9GH^2} Z^2 \parallel \\ \frac{\sigma}{2} &= \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{1}{4PG_0H} Z^2 = \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2P \left(\frac{G_0H}{2} \right) H^2} \left(\frac{Z_0H}{2} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{1}{9GH^2} \left(\frac{Z}{2} \right)^2 \\ &= 1.8352 \times \frac{1}{9GH^2} Z^2 \parallel \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

8. 土堤堤の自由振動周期

3から7までの結果を総合すると、土堤堤の自由振動周期を算定するにあたり、多少の誤差を許すならば、その横断面を二等辺三角形と仮定し、算定に使用する単位体積の質量 ρ および剛性係数 G の値として全高にわたる平均値を用いて差し支えない。また、普通の土堤堤においては、切取、剛性係数および含水量の深さによる変化および内部摩擦係数 μ の自由^{Ho}振動周期に及ぼす影響を考慮できるとはわかっていない。

土堤堤の自由振動周期を算定するにはそれを構成する材料の単位体積の質量および剛性係数を求める必要がある。これらの値は材料の種類によって異なることはもとより、同一材料においても含水量の多少、空隙率、生成の方法のいかんによってその値を異にする。ところで、単位体積の質量は赤土、粘土および砂等にあつてはあまり著しい差異はなく、大体 $1.5 \times 10^3 \sim 2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ の範囲内で変化する。これに反して剛性係数は上述の原因に形勢されることが著しく、同一材料においても非常に差異がある。

実際の土堤堤を構成する材料がどのような力学的性質を有するかは、前述に述べたように明らかでなく、またその性質は静荷重を受けた場合と動荷重の作用による場合とは異なるわけである。しかし、これらに関する実験資料はまだあまり発表されていない。したがって土堤堤の剛性係数は大体どの程度の大きさを有するかを知るために、それを構成する材料である粘土および赤土の剛性係数を表-9に示す。

表中(1)〜(4)まではテルツァギの著書^{*1)}から引用したものであり、 $G = E/2$ (i.e. $\nu = 0$) であるとし仮定の下に求めた値である。5は内部摩擦角 ϕ と空隙率 e の両方とも既知の結果であり天然のままの赤土を使用したものであり、垂直の方向とは重力の方向に載荷した場合、水平方向とは

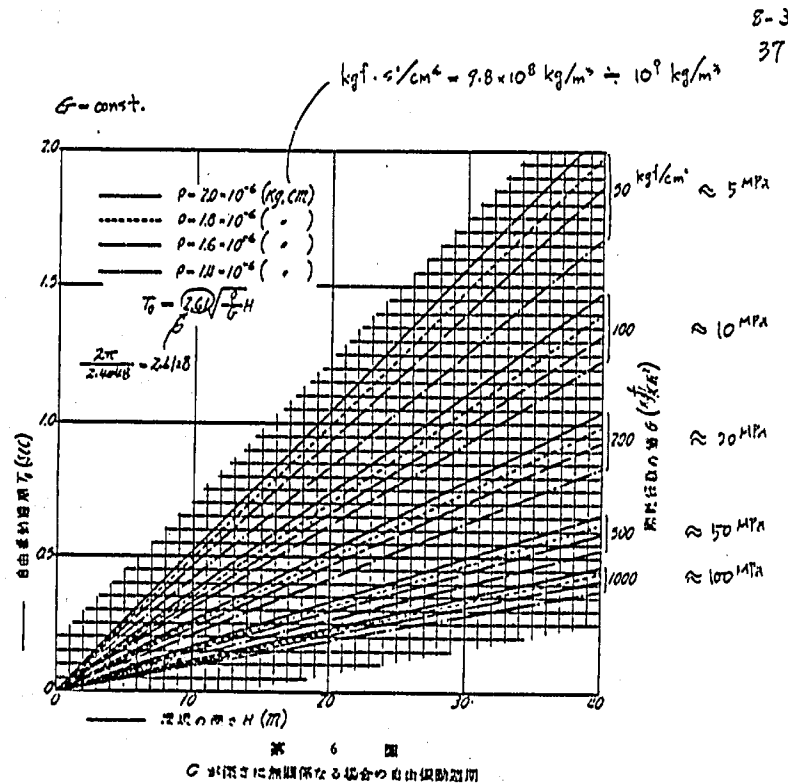
*1 Karl Terzaghi : "Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage", (1925)
*2 土木試験所報告, 第20号, 昭和6年6月(1931)

水平面方向に載荷した場合を示す。表-9はいずれも静荷重による実験から得た資料であるが G の大体の値を推定するには十分である。同表に示すように同じ粘土であっても剛性係数は著しく異なり、特に含水量によって形勢されることが大である。一般に土堤堤においては、止水層が存在する場合においても含水量は相当大きいと考えなければならぬ。ところで、同表からわかるように含水量の増加と共に剛性係数は著しく減少する。今、表-9から推定すると赤土、粘土および砂等からなる土堤堤は 1000 kgf/cm^2 以下の剛性係数を有すると考えなければならぬ。

G の値が 50 kgf/cm^2 から 1000 kgf/cm^2 , ρ の値が $2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $1.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $1.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $1.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である場合の T_0 と H との関係を(11)式からボメ図-6に示す。

図-6から高さが大きい土堤堤は、地表面に共振しうな危険のあることがわかる。

		第9表 剛性係数の値		剛性係数 (kgf/cm^2)
		含水量	空隙率	
K. Terzaghi (1925)	1. 粘 土	26.9%	0.792	57~38
		23.2%	0.681	155~97
		14.6%	0.490	1580~1730
		3.0%	0.480	3650~3050
		26%	0.741	28.5~20.9
	2. 粘 土	18.9%	0.539	157~135
		16.3%	0.465	242~225
		4.2%	0.390	2600
		—	0.70	525~305
	3. Gelber Ton	—	0.70	104~70
		—	0.70	49
		—	0.70	49
土木試験所 高田俊博 (1931)	5. 赤 土	(垂直の方向)……重力方向		69~116.2
		(水平の方向)		51.5~60.2



式(11)より $T_0 = 2.6128 \sqrt{\frac{p}{G}} H$

(参考) $[T_0]_{\alpha, \beta, \gamma} = (1 \sim 0.8876) \cdot [T_0]_{\alpha, \gamma}$

$$\begin{cases} [T_0]_{\alpha, \beta, 0.1} = \frac{1}{1.02} T_0 \\ [T_0]_{\alpha, \beta, 0.2} = \frac{1}{1.07} T_0 \\ [T_0]_{\alpha, \beta, 0.3} = \frac{1}{1.16} T_0 \end{cases} \quad \begin{cases} [T_0]_{\alpha, \beta, 0.1} = \frac{1}{1.04} [T_0]_{\alpha, \beta, 0.2} \\ [T_0]_{\alpha, \beta, 0.2} = \frac{1}{1.13} [T_0]_{\alpha, \beta, 0.3} \\ [T_0]_{\alpha, \beta, 0.3} = \frac{1}{1.26} [T_0]_{\alpha, \beta, 0.4} \end{cases}$$

$$T_0(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1-\gamma}} T_0(\gamma=0) \quad T_0(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1-\gamma}} T_0(\gamma=0)_{\alpha, \beta, \gamma}$$

D. 地震動による土圧の变形

9. 標準形の強制振動

土圧の強制振動を計算するに先立ち、地震動に対して仮定を設ける必要がある。地震記録の示すところによれば一般の地震動はいろいろな周期を有する振動の重なり合ったものであり、振幅も力も速度も規則正しい形状をなしてはいない。しかし工学的に実際の地震動をそのまま使用することは不可能であるので、本文においては一般の耐震計算と同様に一定の振動周期の振動を地震動とし、このような理想的な地震動の作用したときの定常状態 (stationary state) における土圧の变形を計算しよう。構造物に地震動が作用したとき生じる变形の大きさ、定常状態において必ずしも最大ではなく、静止状態にこのような地震動が急激に作用した場合の变形の大きさも求める必要がある。しかし、土圧の底部と頂部の变形の大きさの比の大体の傾向を求め、共振時における变形と内部摩擦 (粘性) 抵抗との関係を探ることが目的であるので計算を定常状態にとどめた。

まず標準形の土圧について内部摩擦抵抗の存在しない場合、上記の仮定による $\delta \cos pt$ によって示される地震動の作用を受けたときの土圧の各高さにおける变形の大きさを求める。8. に示すように高さの大きな土圧は大地震と共振する危険があるのでこのような場合は内部摩擦抵抗の影響を考慮する必要がある。しかし、この計算は 11. に示すように極めて複雑で数値計算を行うには多大の時間を要するのですべての場合について計算することは不可能である。一方、共振しない場合の变形は、内部摩擦抵抗を考慮する場合における共振時における最大の变形と、内部摩擦抵抗の存在しない場合の变形とから推定することができ、このため、内部摩擦抵抗の存在しない場合の計算もまた必要である。

9-1 剛性係数が深さに無関係で一定である場合

土壌の中立軸の変位 ξ を次のように示す。

$$\xi = f_1(z) \cos pt$$

上式を(4)式に代入すれば $f_1(z)$ の満足すべき微分方程式は次のように得られる。⁽¹⁾

$$\frac{d^2 f_1}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{df_1}{dz} + \frac{p}{G} p^2 f_1 = 0$$

上記の微分方程式から $f_1(z)$ は次のようである

$$f_1(z) = A J_0\left(\frac{p}{a} z\right) + B Y_0\left(\frac{p}{a} z\right), \quad a = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \dots \dots \dots (28)$$

(28)式 の A, B は積分定数であり、境界条件から定められる。(28)式において z が零であるとき $Y_0\left(\frac{p}{a} z\right)$ は無限大となる ($Y_0(0) = -\infty$) ので、土壌の頂部 ($z=0$) の変位は有限であることから $B=0$ であることが必要である。

$$\text{すなわち } f_1(z) = A J_0\left(\frac{p}{a} z\right) \quad \dots \dots \dots (28)^*$$

土壌は基礎地盤に固定されているため、その底部は地振動と同一の運動を行い、かつ頂部すなわち $z=0$ においては外力の作用がないため、境界条件は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} G \frac{df_1}{dz} &= 0 \quad \text{at } z=0 \text{ (頂部)} \\ f_1 &= \delta \quad \text{at } z=H \text{ (底部)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

(28)式を(29)式に代入し、 A を求め⁽²⁾

(28)式に代入すれば $f_1(z)$ は次のようである。

$$f_1(z) = \frac{\delta}{J_0\left(\frac{p}{a} H\right)} \cdot J_0\left(\frac{p}{a} z\right) \quad \dots (30)$$

(30)式から各点における変位が求められる。

地振動 $\delta \cos pt$ の p が (30)式の分母、すなわち $J_0\left(\frac{p}{a} H\right)$ が 0 とするようになる場合がいわゆる共振時であり、 $f_1(z)$ は無限大となる。

$$\left. \begin{aligned} (1) \xi_{1,11} &= z^2 \frac{1}{2} (\xi_{1,2}, \xi_{1,2})_{,2} \text{ に代入して} \\ -p^2 f_1 &= z^2 \frac{1}{2} (f_1'' + z f_1'') \\ \therefore f_1'' + \frac{1}{z} f_1' &= -\frac{p^2}{G} f_1 = 0 \\ \therefore r^2 a' &= \frac{p^2}{G} \end{aligned} \right\}$$

今 頂部における最大変位 $f_1(0)$ と地振動の振幅 δ との比を C_0 とすれば

$J_0(0) = 1$ であることから C_0 は

$$C_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{f_1(0)}{\delta} = \frac{1}{J_0\left(\frac{p}{a} H\right)}$$

$$\left[\because f_1(0) = \frac{\delta}{J_0\left(\frac{p}{a} H\right)} J_0(0) = \frac{\delta}{J_0\left(\frac{p}{a} H\right)} \right]$$

頂部の変位振幅の共振係数 $\rightarrow |f_1(0)| \leq 1$

であり、常に (その絶対値は) 1 より大である。すなわち、土壌の頂部の変位は底部より大きくなる。換言すれば 土壌の頂部には底部より大きな加速度が作用することがわかる。 p (地振動の振動数), $a = \sqrt{G/\rho}$ (せん断波速度), H (土壌の高さ) から C_0 の値がどのように変化するかと知るために 地振動の周期 $T = \frac{2\pi}{p}$ を 0.5, 1.0 および 1.5 sec, $G = 100 \sim 5000 \text{ kgf/cm}^2$ および $\rho = 2 \times 10^{-6} \text{ kgf}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4$ ($\div 2 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$) に相当する C_0 の値を求め 図-7 に示す。

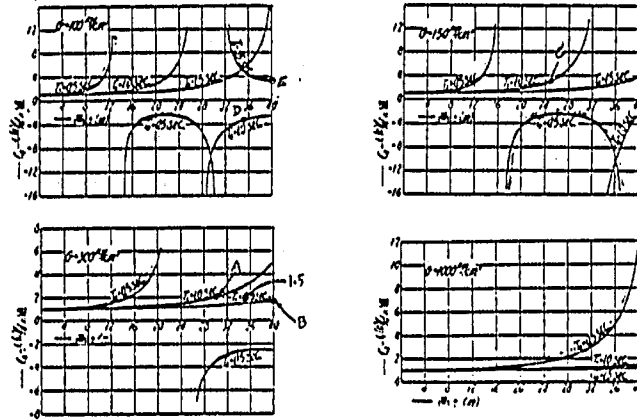
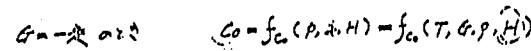
図-7において C_0 の符号の変化する箇所は 地振動に共振する土壌の高さであり、その付近においては内部摩擦 (粘性) 抵抗が重大な影響を及ぼす。したがって実際の C_0 の値は図-7 に示すものより小さくなる。しかし、共振時の高さとはかなり異なる高さである土壌においても 頂部の変位が底部に比べて 2~3 倍とより得ることは 図から容易に認められる。かつ C_0 の値は G が小さい程大きくなる。

各高さにおける変位を求めるために 次の五つの場合について

$C_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{f_1(z)}{\delta} = \frac{J_0\left(\frac{p}{a} z\right)}{J_0\left(\frac{p}{a} H\right)}$ の値を求めて 図-8 に示す。

A	$\dots$	$G = 300 \text{ kgf/cm}^2$	$T = 1 \text{ sec}$	$H = 30 \text{ m}$	図において A, B, C はいずれも 土壌の自由振動周期が地振動より小さい場合であり、 D, E はいずれも振動周期が地振動より大きい場合に相当する。
B	$\dots$	$G = 300$	$T = 1.5$	$H = 40$	
C	$\dots$	$G = 150$	$T = 1$	$H = 25$	
D	$\dots$	$G = 100$	$T = 1$	$H = 35$	
E	$\dots$	$G = 100$	$T = 0.5$	$H = 40$	

(注)



(c) 図中の T_0
はすべて
 $T_0 = T_0$
 $T_0 = T_0$
 $T_0 = T_0$

7

・強制保助による頂部の型位
(剛性保助に引調保の場合)

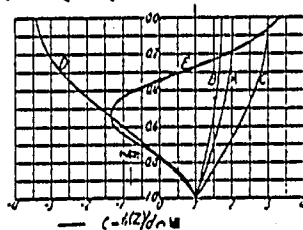
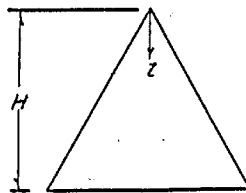
② C_0 が小さい程 C_0 が大きくなる。
 C_0 の減少の減化部で英仏する

频轴: 顶部的变位响应比率 $C_0 = \frac{f_1(0)}{f_1(H)} = \frac{f_1(0)}{S} = \frac{1}{\int_0^{\frac{P}{2}H}$

横軸：土圧域の高さ H (m)

$\therefore p = \frac{\Delta p}{T} \dots 0.5, 1.0, 1.5 \text{ sec}$
 $\alpha = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \dots 100, 150, 300, 1000$
 $\dots 2 \times 10^{-6} \text{ kg f.s/cm}^2$
 $\dots 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

古事記の如し



第 8 圖
中立軸の變形曲線 (変位モード)
(C が四角に穴開きの場合)

A, B, C ... $T > T_0$
D, E ... $T < T_0$
↑ ↑
代衣勤同期 自由依勤同期

補袖: 變位応答倍率 $G_z \triangleq \frac{f_1(r)}{f_1(1)} = \frac{f_1(r)}{\delta} = \frac{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} z\right)}{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} 1\right)}$

比例: $1/2$

$$G_x = f_{G_x}(c; p, a, H) \\ = f_{G_x}(c; T, G, p, H)$$

9-2 刚性係数が深さに比例する場合 ($G=G_0 z$)

9-1と同様に $\xi = f_2(x) \cos pt$
と置き、(4)式に代入すれば $f_2(x)$ の
満足すべき微分方程式は次のようであ
る。⁽⁴⁾

$$2. \quad \frac{d^2 f_2}{dz^2} + \frac{2}{z} \frac{df_2}{dz} + \frac{1}{z} \frac{\rho}{\epsilon_0} p'' f_2 = 0$$

次に、次のように示される^{*)}

$$f_k(t) = \frac{c}{2p\sqrt{t}} \left\{ A J_1 \left(2\frac{p}{c}\sqrt{t} \right) + B Y_1 \left(2\frac{p}{c}\sqrt{t} \right) \right\}, \quad c = \sqrt{\frac{g_0}{\rho}} \quad \dots (9)$$

$$\begin{aligned} +1) \quad f_{,tt} &= \frac{g}{c^2} (x^0 f_{,t} + f_{,t} x^0) = \frac{g}{c^2} \lambda \lambda \gamma \\ -p^0 f_{,t} &= \frac{g}{c^2} (2x^0 f_{,t} - x^0 f_{,t}) \stackrel{**}{=} c^2 = \frac{g}{\gamma} \\ \therefore f_{,t} - \frac{1}{c^2} f_{,t} &= \frac{g}{c^2} \frac{1}{\gamma} f_{,t} = 0 \quad / \\ x &= x^0 \quad f_{,t} = g/\gamma = g/\lambda \quad \text{when} \\ g'' &= \frac{1}{\lambda} g' + \left(\frac{2x^0}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda} \right) g = 0 \\ \therefore g &= \frac{g_0}{\lambda^2} \quad x = \frac{c^2}{g_0} \lambda \quad \text{when} \\ g' &= \frac{1}{\lambda} g' + \left(1 - \frac{1}{\lambda} \right) g = 0 \\ \therefore g(x) &= A f_1(x) + B f_2(x) \end{aligned}$$

$$g(x) = \frac{c}{2p} \left\{ A J_1 \left(\frac{2p}{c} x \right) + B Y_1 \left(\frac{2p}{c} x \right) \right\}$$

$$f_2(r) = \frac{c}{2\rho\sqrt{\epsilon}} \left\{ A J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{\epsilon}\right) + B Y_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{\epsilon}\right) \right\}_{//}$$

(31) 式の A, B は複素定数であり、標準形の土屋梁においては $q=1$ の場合と同様に頭部すなわち $z=0$ において $f_z(z)$ は有限であることが必要であらねば $B=0$ とする。^(*)2) $\int_{-1}^{+1} J_1(z) dz = 0$ $J_1(0) = -\infty$ であり (31) 式は

$f_2(x) = \frac{c}{2p\sqrt{e}} A J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{x}\right)$

従って変数 A は (29) 式と同様の境界
 条件から定められる。今 (31) 式の f_2
 の値を (29) 式の f_1 に代入し、 A を求
 め (31) 式に代入すれば $f_2(z)$ は
 次のようである。^{*)}

$$f_2(z) = S \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{J_1\left(\frac{2p}{c} \sqrt{z}\right)}{J_1\left(\frac{2p}{c} \sqrt{H}\right)} \dots (32)$$

$$\begin{aligned} \text{*) } \frac{2\rho\sqrt{x}}{c} &= x \text{ 且 } x < c \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{2\rho}{c} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\rho}{c\sqrt{x}} \\ f_1(x) &= \frac{A J_1(x)}{x} \\ \frac{df_1(x)}{dx} &= -\frac{A J_2(x)}{x} \\ \text{1) } x \rightarrow 0 \\ \frac{df_1(x)}{dx} &= \frac{dx}{dt} \cdot \frac{df_1}{dx} = \frac{\rho}{c\sqrt{x}} \cdot \left(-\frac{A J_2(x)}{x}\right) \\ &= -\frac{1}{2x} A J_2\left(\frac{2\rho\sqrt{x}}{c}\right) // \\ \text{2) } x \rightarrow c \\ f_1(x) &= 0 \text{ 且 } x < c \\ \frac{c}{2\rho\sqrt{x}} A J_1\left(\frac{2\rho\sqrt{x}}{c}\right) &= 0 \therefore A = \frac{0 \cdot \frac{c}{2\rho\sqrt{x}}}{J_1\left(\frac{2\rho\sqrt{x}}{c}\right)} \\ \text{1) } x \rightarrow 0 \quad f_1(x) &= \frac{\sqrt{x}}{J_1\left(\frac{2\rho\sqrt{x}}{c}\right)} // (**) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{dJ_1(x)}{dx}\right)_{x=0} = \left[-\frac{1}{2} A J_2\left(\frac{2\pi f}{c}\right)\right]_{x=0} = \left[-\frac{2\pi f}{c^2} A J_2(x)\right]_{x=0} = -\frac{2\pi f}{c^2} A \left[\frac{J_2(x)}{x^2}\right]_{x=0} = -\frac{2\pi f}{c^2} A \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3!} \cdot \frac{1}{2^3} + \dots\right]_{x=0} = -\frac{2\pi f}{4c^2} A$$

9-6
43

地震動の振動数 p が $J_1(\frac{2p}{c}\sqrt{H}) = 0$ を満足するとき、いわゆる共振時であり $f_2(z)$ は無限大となる。頭部における最大変位 $f_2(0)$ と地震動の最大振幅 δ との比を c_0 とすれば

$$c_0 = \frac{f_2(0)}{\delta} = \left\{ \sqrt{\frac{H}{z}} J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) \right\}_{z=0} / J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) = \frac{p}{c}\sqrt{H} \frac{1}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)} \quad *1)$$

$$*1) \quad \frac{J_1(x)}{x} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1}}{x} = \frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{1!2!}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{1}{2!3!}\left(\frac{x}{2}\right)^5 - \dots}{x}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{1!2!} \frac{x^2}{2^3} + \frac{1}{2!3!} \frac{x^4}{2^5} - \dots$$

$$\left(\frac{J_1(x)}{x}\right)_{x=0} = \frac{1}{2} \text{ であるから}$$

$$\sqrt{\frac{H}{z}} J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) = \frac{2p}{c}\sqrt{H} \frac{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right)}{\frac{2p}{c}\sqrt{z}} \xrightarrow{z \rightarrow 0} \frac{2p}{c}\sqrt{H} \cdot \frac{1}{2} = \frac{p}{c}\sqrt{H} \quad (\text{分子})$$

となり、常に 1 より大きくなるので、9-1 と同様に、頭部には大きな速度が作用することがわかる。

$p, c, \sqrt{g}, H$ によって c_0 の値がどのように変化するかを求めるために図-7 と同様に地震動の周期 $0.5, 1.0$ および 1.5 sec , $G_0 = 0.03 \sim 1.5 \text{ kgf/cm}^2$ および $\rho = 2 \times 10^{-6} \text{ kgf.s/cm}^4$ に相当する c_0 の値を求め、図-9 に示す。

図-9 から c_0 についても c_0 と同様のことがいえ、共振時の高さよりかなり異なる高さの土壌堤においても頭部の変形が底部に比べ、2~3 倍となり得ることがわかる。

各高さにおける変形を求めるために次の五つの場合について

$$c_0 = \frac{f_2(0)}{\delta} = \sqrt{\frac{H}{z}} \frac{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right)}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)} = \frac{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right)/\sqrt{z}}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)/\sqrt{H}} \text{ の値を求め、図-10 に示す。}$$

9-7
44

$$G = G_0 Z \text{ のとき } c_0 = f_{c_0}(p, c, H) = f_{c_0}(T, G_0, \rho, H)$$

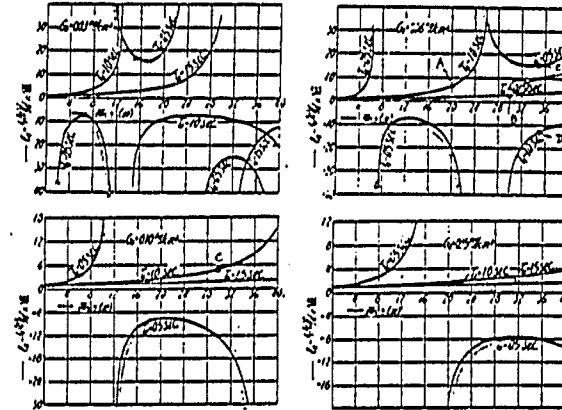


図 9
強制振動による頭部の変形
(別添係数が図に比例する場合)

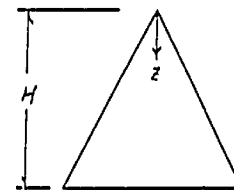
$$\text{土壌軸: 頭部の変位応答倍率 } c_0 = \frac{f_2(0)}{f_2(H)} = \frac{f_2(0)}{\delta} = \frac{p}{c}\sqrt{H} \frac{1}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)}$$

横軸: 土壌堤の高さ H [cm].

$$p = \frac{2\pi}{T} \quad 0.5, 1.0, 1.5 \text{ sec} \quad \text{kg/cm}^2$$

$$c = \sqrt{\frac{g}{\rho}} \quad 0.03, 0.06, 0.1, 0.15 \quad 2 \times 10^{-6} \text{ kgf.s/cm}^4$$

$$2 \times 10^{-5} \text{ kgf.s/cm}^4$$



A, B, C ... $T > T_0$
D, E ... $T < T_0$

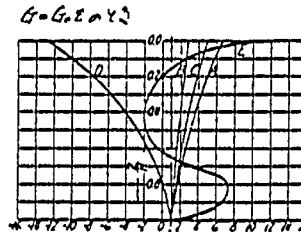


図 10
中立軸の変形曲線(土壌・砂)
(別添係数が図に比例する場合)

$$\text{横軸: 変位応答倍率 } c_0 = \frac{f_2(z)}{f_2(H)} = \frac{f_2(z)}{\delta} = \frac{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right)/\sqrt{z}}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)/\sqrt{H}}$$

土壌軸: z/H

$$c_0 = f_{c_0}(z; p, c, H) = f_{c_0}(z; T, G_0, \rho, H)$$

A ... $G_0 = 0.06 \text{ kgf/cm}^2$	$T = 1 \text{ sec}$	$H = 20 \text{ m}$	$T_0 = 0.85 \text{ sec}$	} $T > T_0$
B ... $G_0 = 0.06$	$T = 1.5$	$H = 30 \text{ m}$	$T_0 = 1.04$	
C ... $G_0 = 0.1$	$T = 1$	$H = 30 \text{ m}$	$T_0 = 0.80$	
D ... $G_0 = 0.06$	$T = 1$	$H = 35 \text{ m}$	$T_0 = 1.12$	} $T < T_0$
E ... $G_0 = 0.06$	$T = 0.5$	$H = 35 \text{ m}$	$T_0 = 1.12$	

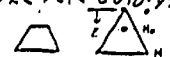
$$\text{よて } T_0 = 2.2796 \sqrt{\frac{RH}{G_0}} = 4.638 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{H}{G_0}} \text{ sec}$$

$\uparrow$
式(13)より
 $R = 2 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^2$

図において A, B, C の土堤の自由振動周期 T_0 が 地震動の周期 T より小さい場合, D, E は大きい場合に相当する。

10. 切頭の影響

実際の土堤は 頭部が多少切頭され 標準形と異なり 一般に同一地震動を受ける場合, 標準形のものに比べて頭部の変形が減少するので, 本節においては その減少の程度を算定してみる。

この影響を算定するために 切頭された土堤と同一の底面および法面を有する標準形の土堤について その切頭されたものの頭部の高さと同じ点の変位と頭部の変位との比を求めた。  $\xi(H)/\xi(0)$

比較するにあたり, 標準形の土堤が共振する周期に近い周期を有する地震動をとるときは, 切頭されたために生じる自由振動周期の ^(共振周期からの) 変化によって 変位の大きさに著しい影響が生じるため, 計算はその付近以外の点について行った。
(共振周期より長周期側)

10-1. 剛性係数が深さに無関係の場合 ($G = \text{一定のとき}$)

土堤の変位 ξ を $\xi = f_1(z) \cos pt$

とすると $f_1(z)$ の値は (28) 式に示される。 $f_1(z) = A J_0(\frac{p}{a} z) + B Y_0(\frac{p}{a} z)$

この場合 頭部に外力の作用はなく, また土堤の底部が基礎地盤に固定し, 地震動と同一の運動を行うので 境界条件は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \text{A- } z=0 \text{ } G \frac{d^2 f_1}{dz^2} &= 0 \quad \text{at } z=H_0 \\ f_1 &= \delta \quad \text{at } z=H \end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

(28) 式と (33) 式に代入し, 定数 A, B を求めれば $f_1(z)$ は次のように求められる。(*)

$$A = \frac{\delta Y_1(\frac{p}{a} H_0)}{J_0(\frac{p}{a} H) Y_1(\frac{p}{a} H_0) - J_1(\frac{p}{a} H_0) Y_0(\frac{p}{a} H)}$$

$$B = \frac{-\delta J_1(\frac{p}{a} H_0)}{J_0(\frac{p}{a} H) Y_1(\frac{p}{a} H_0) - J_1(\frac{p}{a} H_0) Y_0(\frac{p}{a} H)}$$

$$\frac{d^2 f_1(z)}{dz^2} = -\frac{p^2}{a^2} \left\{ A J_0(\frac{p}{a} z) + B Y_0(\frac{p}{a} z) \right\}$$

$$0 = A J_1(\frac{p}{a} H_0) + B Y_1(\frac{p}{a} H_0)$$

$$\delta = A J_0(\frac{p}{a} H) + B Y_0(\frac{p}{a} H)$$

$$\begin{bmatrix} J_1 & Y_1 \\ J_0 & Y_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{-\delta Y_1}{J_1 Y_0 - J_0 Y_1}$$

$$B = \frac{\delta J_1}{J_1 Y_0 - J_0 Y_1}$$

$$\therefore f_1(z) = \delta \frac{Y_1(\frac{p}{a} H_0) J_0(\frac{p}{a} z) - J_1(\frac{p}{a} H_0) Y_0(\frac{p}{a} z)}{J_0(\frac{p}{a} H) Y_1(\frac{p}{a} H_0) - J_1(\frac{p}{a} H_0) Y_0(\frac{p}{a} H)} \dots\dots (34)$$

(34)式から各点の変位が得られる。

今、 $z=H_0=\alpha H$ である頭部 $\triangle$ を求める $\therefore \alpha = \frac{H_0}{H}$

$$f_1(H_0) = f_1(\alpha H) = \delta \cdot \frac{Y_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) - J_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) Y_0\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right)}{Y_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right) - J_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) Y_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)}$$

ところが $-J_0(x)Y_1(x) + Y_0(x)J_1(x) = \frac{2}{\pi x}$ という関係式を用いて

$$\left[\begin{array}{l} \text{Bessel 関数の基本的性質として Wronsky の行列式から (数学公式 p.315 参照)} \\ 1. -J_\nu(x)J_{-\nu}'(x) + J_\nu'(x)J_{-\nu}(x) \\ \quad = J_\nu(x)J_{-\nu+1}(x) + J_{-\nu+1}(x)J_{-\nu}(x) = \frac{2\sin \nu x}{\pi x} \\ 2. J_\nu(x)Y_\nu'(x) - J_\nu'(x)Y_\nu(x) \\ \quad = J_\nu(x)Y_{\nu+1}(x) - J_{\nu+1}(x)Y_\nu(x) = \frac{2}{\pi x} \quad \dots \nu=1 \text{ と } x \ll 1 \text{ のとき} \end{array} \right]$$

$$f_1(H_0) = f_1(\alpha H) = \delta \cdot \frac{-\frac{2}{\pi \cdot \frac{\rho}{\alpha} \alpha H}}{Y_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right) - J_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) Y_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)} = \frac{\frac{2\delta \alpha}{\pi \rho \alpha H}}{J_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) Y_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right) - Y_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)}$$

$$= \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{\rho \alpha H} \cdot \frac{\delta}{J_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) Y_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right) - Y_1\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right) J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)}$$

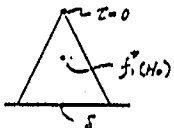
また $f_1(\alpha H)$ の次のように示される

$$\left. \begin{array}{l} \text{c.g. } f_1(H_0) = f_1(\alpha H) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha x} \cdot \frac{\delta}{J_1(\alpha x) Y_0(x) - Y_1(\alpha x) J_0(x)} \dots (35)_1 \\ \therefore x = \frac{\rho}{\alpha} H = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \rho H \end{array} \right\}$$

標準形の土堤の $z=H_0-\alpha H$ における変位を $f_1^*(\alpha H)$ とすれば

式(30)より

$$\left. \begin{array}{l} f_1^*(H_0) = f_1^*(\alpha H) = \delta \cdot \frac{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H_0\right)}{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)} = \delta \cdot \frac{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} \alpha H\right)}{J_0\left(\frac{\rho}{\alpha} H\right)} \\ \quad = \delta \cdot \frac{J_0(\alpha x)}{J_0(x)} \\ \therefore x = \frac{\rho}{\alpha} H = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \rho H \end{array} \right\} \dots (35)_2$$



今、 $f_1(\alpha H)$ および $f_1^*(\alpha H)$ の比を S_1 にて示すと (35)₁ および (35)₂ より

$$S_1 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{f_1(H_0)}{f_1^*(H_0)} = \frac{f_1(\alpha H)}{f_1^*(\alpha H)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha x} \cdot \frac{J_0(x)}{J_0(\alpha x) \{J_1(\alpha x) Y_0(x) - Y_1(\alpha x) J_0(x)\}}$$

$$\therefore \alpha = \frac{H_0}{H} \quad x = \frac{\rho H}{\alpha} = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \rho H \dots (36)$$

のように示される。

(36)式から S_1 を計算すれば 切頭の影響が求められる。前節の自由振動周期を求めたように、 $x=2.4048$ である場合、標準形の土堤堤す地震動と共振することがわかっているから 本節においては $x=1$ および 2 の場合について $\alpha=0.1, 0.2, 0.3$ に相当する S_1 の値を求め 表-10 に示す。表-10 から S_1 の変化の大体の傾向が求められる。

表-10 S_1 の値		α の値		
振動数 $x (= \frac{\rho H}{\alpha} = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \rho H)$	$\alpha (= \frac{H_0}{H})$	0.1	0.2	0.3
		0.985	0.963	0.939
1	②	0.939	0.838	0.752
2				

2.4048 ... のとき 標準形土堤 $\triangle$ は共振

$$S_1 = \frac{\text{切頭(台形)断面の頭部 } z=H_0 \text{ における変位振幅の近似値 } f_1(H_0)}{\text{標準形(三角形)断面の } z=H_0 \text{ における変位振幅 } f_1^*(H_0)}$$

$z=H_0$ における変位振幅比であり

切頭に比し断面形に相当する近似モデル
標準形モデル

$$\left[\frac{\text{台形断面}}{\text{三角形断面}} \approx \frac{\text{三角形断面}}{\text{三角形断面}} \left(\begin{array}{l} z=0.25 \rightarrow 0 \text{ at } x=H_0 \\ z=0.25 \rightarrow 0 \text{ at } x=0 \end{array} \right) \right]$$

三角形断面で $z=H_0$

において 外力=0

すなわち

$$z|_{r=H_0} = G \frac{\partial f}{\partial z} \Big|_{r=H_0} = 0$$

とした近似解

10-2 剛性係数の増減に比例する場合 ($G = G_0 Z$ のとき)10-1 と同様に $\xi_j = f_2(z) \cos pt$ とおけば $f_2(z)$ は (31) 式に示される。

$$f_2(z) = \frac{c}{2p\sqrt{z}} \left\{ A J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) + B Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) \right\}, \quad c = \sqrt{\frac{G_0}{\rho}}$$

境界条件は (33) 式と全く同様にして f_1 の代りに f_2 とおいたものになおしく (31) 式を (33) 式に代入して A, B を求めれば $f_2(z)$ は次のように得る。

$$[\text{条件}] \quad \textcircled{1} \left[G \frac{df_2}{dz} \right]_{z=H_0} = 0$$

$$\textcircled{2} [f_2]_{z=H} = \delta$$

$$\frac{df_2}{dz} = \frac{dx}{dz} \frac{d}{dx} \left\{ A \frac{J_1(x)}{x} + B \frac{Y_1(x)}{x} \right\} \quad x = \frac{2p}{c}\sqrt{z}$$

$$= \frac{p}{c\sqrt{z}} \left\{ -\frac{A J_2(x)}{x} - \frac{B Y_2(x)}{x} \right\}$$

$$= -\frac{1}{2z} \left\{ A J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) + B Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) \right\}$$

$$\textcircled{1} \text{より} \quad A J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) + B Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) = 0$$

$$\textcircled{2} \text{より} \quad A J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) + B Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) = \frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta$$

$$\begin{Bmatrix} J_2(x) & Y_2(x) \\ J_1(x) & Y_1(x) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta \end{Bmatrix}$$

$$\therefore A = \frac{-\frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta Y_2(x)}{J_2(x) Y_1(x) - J_1(x) Y_2(x)}$$

$$= \frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta \cdot \frac{Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right)}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) - J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)} //$$

$$B = \frac{\frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta J_2(x)}{J_2(x) Y_1(x) - J_1(x) Y_2(x)}$$

$$= -\frac{2p\sqrt{H}}{c} \delta \cdot \frac{J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right)}{J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) - J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)} //$$

$$\therefore f_2(z) = \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) - J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right)}{Y_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)} //$$

$$\left. \begin{aligned} J_0(x) &= \frac{2}{x} J_1(x) - J_0'(x) \\ Y_0(x) &= \frac{2}{x} Y_1(x) - Y_0'(x) \end{aligned} \right\} \text{の關係を用いて}$$

$$J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) = \frac{c}{p\sqrt{H_0}} Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) - Y_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right)$$

$$J_2\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) = \frac{c}{p\sqrt{H}} J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right)$$

$$\begin{aligned} f_2(z) &= \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{\frac{c}{p\sqrt{H_0}} \left\{ Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) - J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) \right\} - \left\{ Y_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) - J_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{z}\right) \right\}}{\frac{c}{p\sqrt{H_0}} \left\{ Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) \right\} - \left\{ Y_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) \right\}} \quad (37) \end{aligned}$$

上境界の取捨 すなわち $z = H_0 = \beta^2 H$ (② β の値を定めて 2 次使用) である点の値 $f_2(H_0)$ を求める ②は $H_0 = \rho H$ とするこのとき $-J_0(x) Y_1(x) + Y_0(x) J_1(x) = \frac{2}{\pi x}$ という関係式を用いる

$$\text{すなわち} \quad -J_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) + Y_0\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H_0}\right) = \frac{c}{\pi p\sqrt{H_0}}$$

$$f_2(H_0) = f_2(\beta^2 H)$$

$$= \delta \sqrt{\frac{H}{H_0}} \cdot \frac{\frac{c}{p\sqrt{H_0}} \{ 0 \} - \frac{c}{\pi p\sqrt{H_0}}}{\frac{c}{p\sqrt{H_0}} \{ Y_1 J_1 - J_1 Y_1 \} - \{ Y_0 J_1 - J_0 Y_1 \}}$$

$$= \frac{-\delta \cdot \frac{c}{\pi p} \frac{1}{\beta^2 \sqrt{H}}}{\frac{c}{p\beta \sqrt{H}} \left\{ Y_1\left(\frac{2p}{c}\beta \sqrt{H}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_1\left(\frac{2p}{c}\beta \sqrt{H}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) \right\} - \left\{ Y_0\left(\frac{2p}{c}\beta \sqrt{H}\right) J_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) - J_0\left(\frac{2p}{c}\beta \sqrt{H}\right) Y_1\left(\frac{2p}{c}\sqrt{H}\right) \right\}}$$

$$x \frac{dH}{d\epsilon} \cdot \frac{2\rho\sqrt{H}}{c} \text{ とおくと } \left(\beta^2 = \frac{H_0}{H} \right)$$

$$\begin{aligned} f_2(H_0) &= f_2(\beta^2 H) \\ &= \frac{-\delta \cdot \frac{2}{\pi \beta^2 x}}{\frac{2}{\beta x} \{ \gamma_1(\beta x) J_1(x) - J_1(\beta x) \gamma_1(x) \} + \{ \gamma_0(\beta x) J_1(x) - J_0(\beta x) \gamma_1(x) \}} \end{aligned} \quad \dots\dots (38)_1$$

標準形の土堤堤の $x = H_0 = \beta^2 H$ における変位を $f_2^*(\beta^2 H)$ とすれば

(32)式から

$$\begin{aligned} f_2^*(H_0) &= f_2^*(\beta^2 H) = \delta \sqrt{\frac{H}{H_0}} \frac{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H_0}\right)}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)} = \frac{\delta}{\beta} \cdot \frac{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\beta\sqrt{H}\right)}{J_1\left(\frac{2\rho}{c}\sqrt{H}\right)} \\ &= \frac{\delta}{\beta} \cdot \frac{J_1(\beta x)}{J_1(x)} \quad \left(\begin{array}{l} \text{ただし} \\ x = \frac{2\rho}{c}\sqrt{H} \\ \beta^2 = \frac{H_0}{H} \end{array} \right) \quad \dots\dots (38)_2 \end{aligned}$$

したがって 両者の比 S_2 は (38)₁式 および (38)₂式 から

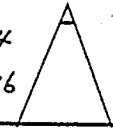
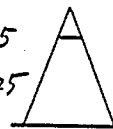
$$\begin{aligned} S_2 \frac{dH}{d\epsilon} \cdot \frac{f_2(H_0)}{f_2^*(H_0)} &= \frac{f_2(\beta^2 H)}{f_2^*(\beta^2 H)} \\ &= \frac{\frac{2}{\pi \beta x} \cdot \frac{J_1(x)}{J_1(\beta x)}}{\frac{2}{\beta x} \{ \gamma_1(\beta x) J_1(x) - J_1(\beta x) \gamma_1(x) \} + \{ \gamma_0(\beta x) J_1(x) - J_0(\beta x) \gamma_1(x) \}} \\ &\quad \left(\begin{array}{l} \text{ただし} \\ x = \frac{2\rho}{c}\sqrt{H} = 2\rho\sqrt{\frac{PH}{G_0}} \\ \beta = \sqrt{\frac{H_0}{H}} \end{array} \right) \quad \dots\dots (39) \end{aligned}$$

標準形の土堤堤においては $x = 3.8317$ であるときに共振するので $J_1(x) = 0$ の値 $3.8317, 7.0156, 10.1735$ れより小さい $x = 1, 2, 3$ の場合について $\beta = 0.3, 0.4, 0.5$ すなわち $H_0/H = 0.09, 0.16, 0.25$ に相当する S_2 の値を求めて 表-11 に示す。

表から S_2 の変化の大体の傾向が求められる。

表-10 および 表-11 の S_1, S_2 の値の変化を見ると α または β の増加する程 (すなわち H_0/H が増加する程), x が共振時の値に近づく程, S_1, S_2 は小さくなる。 x が共振時に近づくとき, α または β の値が大きい場合に S_1, S_2 が 1 に比べてかなり小さくなる。これは 切頭によって自由振動周期が変化しのために生じたものであり, それらの点を除くときは 大体 S_1, S_2 の値は 0.9 より大きいとみられて差し支えない。 したがって 切頭された土堤堤の頭部の変位は, 共振時に近い場合を除いて 標準形のその高さに相当する点の変位でもって代表させることができ, その際生じる誤差は大体 10% 以内にとどまる。

表-11 S_2 の値

$\beta = \sqrt{\frac{H_0}{H}}$ $\beta^2 = \frac{H_0}{H} = (\alpha)$ $x (= \frac{2\rho H}{G} = \rho \sqrt{\frac{PH}{G_0}})$	0.3	0.4	0.5
			
1	0.09	0.16	0.25
2	0.989	0.982	0.976
3	0.953	0.920	0.751
	0.855	0.751	0.658

3.8317 ... このとき 標準形 土堤堤 Δ が共振

0.887?

11. 内部摩擦(粘性)抵抗の強弱に及ぼす影響

8. に述べたように 高さが大い土堆は大変表と共に滑る危険があるため、共振時における変位の値を求める必要がある。ところが 10. に述べたように、内部摩擦(粘性)抵抗を無視するときは 定常状態において変位は無限大となるために、内部摩擦抵抗の影響を考慮する必要がある。この場合における計算は、かなり面倒であるため、標準形の土堆についてのみ行った。しかし、地盤の影響等は、内部摩擦抵抗の存在しない場合の計算から容易に推定できる。

11-1 G, η が深さに無関係の場合 (G, η が一定の場合)

変位 ξ を $\xi = f_1(z) e^{ipt} + f_2(z) e^{-ipt}$

と置き、(3)式に代入すれば $f_1(z), f_2(z)$ の満足すべき微分方程式は

次のように得られる*

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \left(z \frac{df_1}{dz} \right) + \frac{\frac{p\rho^2}{G}}{1+i\frac{\eta\rho}{G}} z f_1 = 0 \\ \frac{d}{dz} \left(z \frac{df_2}{dz} \right) + \frac{\frac{p\rho^2}{G}}{1-i\frac{\eta\rho}{G}} z f_2 = 0 \end{cases}$$

あるいは

$$\begin{cases} \frac{d^2 f_1}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{df_1}{dz} + \frac{\frac{p\rho^2}{G}}{1+i\frac{\eta\rho}{G}} f_1 = 0 \\ \frac{d^2 f_2}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{df_2}{dz} + \frac{\frac{p\rho^2}{G}}{1-i\frac{\eta\rho}{G}} f_2 = 0 \end{cases}$$

微分方程式を解けば $f_1(z), f_2(z)$ は次のように示される

$$\begin{cases} \textcircled{1} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + c^2 y = 0 \\ y = A J_0(cx) + B Y_0(cx) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{*1} \textcircled{(3)} \text{式より} \\ & \xi_{,tt} = \frac{G}{\rho z} (\xi_{,z}, t)_{,t} + \frac{\eta}{\rho z} (\xi_{,z}, t)_{,t} \\ & \xi_{,tt} = -p^2 \{ f_1(z) e^{ipt} + f_2(z) e^{-ipt} \} \\ & (\xi_{,z}, t)_{,t} = z \xi_{,zz} + \xi_{,z}, t \\ & = z (f_1' e^{ipt} + f_2' e^{-ipt}) \\ & \quad + f_1' e^{ipt} + f_2' e^{-ipt} \\ & = (z f_1' + f_1') e^{ipt} + (z f_2' + f_2') e^{-ipt} \\ & (\xi_{,z}, t)_{,t} = z \xi_{,zz} + \xi_{,z}, t \\ & = ip (z f_1' + f_1') e^{ipt} \\ & \quad - ip (z f_2' + f_2') e^{-ipt} \\ & e^{ipt}, e^{-ipt} \text{ をそれぞれ } z = z \\ & -p^2 f_1 = \frac{G}{\rho z} (z f_1'' + f_1') + \frac{\eta}{\rho z} ip (z f_1' + f_1') \\ & -p^2 f_2 = \frac{G}{\rho z} (z f_2'' + f_2') - \frac{\eta}{\rho z} ip (z f_2' + f_2') \\ & \frac{G+ip\eta}{\rho z} (z f_1' + f_1') + p^2 f_1 = 0 \\ & \frac{G-ip\eta}{\rho z} (z f_2' + f_2') + p^2 f_2 = 0 \\ & \begin{cases} z f_1'' + f_1' + \frac{p\rho^2}{G+ip\eta} z f_1 = 0 \\ z f_2'' + f_2' + \frac{p\rho^2}{G-ip\eta} z f_2 = 0 \end{cases} // \end{aligned}$$

$$f_1(z) = A J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\} + A_2 Y_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\}$$

$$f_2(z) = B J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1-i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\} + B_2 Y_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1-i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\}$$

ところが、前節に述べたように、頭部すなわち $z=0$ において ξ は有限であることを要するから、定数 A_2, B_2 は共に零となる。[$\because Y_0(0) = -\infty$]

よって、標準形の場合

$$f_1(z) = A J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\}, \quad f_2(z) = B J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1-i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\}$$

であり、 ξ は次のように示される。

$$\xi = A J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\} \cdot e^{ipt} + B J_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1-i\frac{\eta\rho}{G}}} z \right\} \cdot e^{-ipt} \quad \dots\dots (40)_1$$

次に表式法を簡略化するため、次のように ξ を書き換えると、

$$\xi = A J_0 \{ (\alpha - i\beta) z \} \cdot e^{ipt} + B J_0 \{ (\alpha + i\beta) z \} \cdot e^{-ipt} \quad \dots\dots (40)_2$$

$$\text{ただし} \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+(\frac{\eta\rho}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1+(\frac{\eta\rho}{G})^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{p\rho^2}{G}}}{\sqrt{1+(\frac{\eta\rho}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1+(\frac{\eta\rho}{G})^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad \dots\dots (43)$$

(注) $\alpha > \beta \geq 0$ であり、この場合は $\textcircled{補1}$ 参照 (p.55)

と表わせ、また次のように ξ を表わせる。

$$\xi = A \{ v_1(z) + i v_2(z) \} \cdot e^{ipt} + B \{ v_1(z) - i v_2(z) \} \cdot e^{-ipt} \quad \dots\dots (40)_3$$

$$\text{ただし, } \left\{ \begin{aligned} v_1(z) &= J_0(\alpha z) J_0(i\beta z) + 2 \sum_{s=1}^{\infty} J_{2s}(\alpha z) J_{2s}(i\beta z) \\ v_2(z) &= -2i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(\alpha z) J_{2s+1}(i\beta z) \end{aligned} \right\} \dots (42)_T$$

② $v_1(z), v_2(z)$ はともに
実数値をとる。→ (新2) (p. 67) この計算は (新2, 3) 参照
(p. 67, 68)

上部には外力の作用がなく、底部は基礎地盤に固定され、地盤動 $\delta \cos pt$
と同一の運動を行うとす。境界条件は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \xi \frac{\partial \xi}{\partial z} &= 0 \quad \text{at } z=0 \\ \xi &= \delta \cos pt \quad \text{at } z=H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

$$\begin{aligned} & \text{*1) (40) 式から} \\ & \xi = A J_0(G_1 z) e^{ipt} + B J_0(G_2 z) e^{-ipt} \\ & \text{とす} \\ & \frac{d\xi}{dz} = -A G_1 J_1(G_1 z) e^{ipt} - B G_2 J_1(G_2 z) e^{-ipt} \\ & J_1(0) = 0 \text{ であるから} \\ & \left(\frac{d\xi}{dz} \right)_{z=0} = 0 \text{ となり} \\ & \text{境界条件 (41) の第一式は満足されている} \end{aligned}$$

(40) 式 2 式では (40)₃ 式を (41) 式
に代入し、定数 A, B を求めれば
次のようである。ここでは (41) 式
の第 2 式を用いて求める。詳細は (新4) 参照 (p. 69)

$$A = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1(H) - i v_2(H)}{v_1^*(H) + v_2^*(H)}, \quad B = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1(H) + i v_2(H)}{v_1^*(H) + v_2^*(H)} \dots (42)_E$$

(42) 式に与えられる A, B を (40)₃ 式に代入すれば ξ は次のように
示される。詳細は (新4) 参照 (p. 69)

$$\xi = \frac{\delta}{v_1^*(H) + v_2^*(H)} \left\{ \begin{aligned} & \{ v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \} \cos pt \\ & - \{ v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z) \} \sin pt \end{aligned} \right\}$$

または

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \delta \sqrt{\frac{v_1^*(z) + v_2^*(z)}{v_1^*(H) + v_2^*(H)}} \cos(pt + \varepsilon) \\ \text{ただし, } \tan \varepsilon &= \frac{v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z)}{v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (44)$$

(44) 式から土層内の各高さにおける変位を求めることができる。しかし、
(42) 式に示すように $v_1(z), v_2(z)$ はいずれもベッセル函数の複雑な級数
であるため、数値計算を行う場合にはかなりの手数を要する。ところで、
先に述べたように内部摩擦(粘性)抵抗の影響を考慮したのは土層が地
盤動と共振する場合の変位を求めるためであり、共振しない場合の変位は共
振時と比べて一般に小さくまた β の計算から推定できる。かつ、工事
上の目的に於て土層に生じ得る最大の変位を求めればよいことから本稿の
数値計算は共振時における ξ の値を求めるにとどめた。

G, ρ, η, H が既知であるとき、これに共振する地盤動の振幅数 p
は (24) 式から

$$\begin{aligned} p &= p_0 = \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{(2.4048)^2 \eta^2}{4H^2 \rho G}} \\ &= \frac{2.4048}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{1 - \gamma} \end{aligned} \dots \dots \dots (45)$$

$$\text{ただし } \nu = \frac{(2.4048)^2 \eta^2}{4H^2 \rho G} = \frac{5.7832 \eta^2}{4H^2 \rho G}$$

$$\left(\begin{aligned} \text{よって } \sqrt{\frac{\rho p^2}{G}} &= \frac{2.4048}{H} \sqrt{1 - \gamma} \\ \eta &= \frac{2H \sqrt{\rho G}}{2.4048} \sqrt{\gamma} \\ \eta \rho &= 24 \sqrt{\gamma(1 - \gamma)} \\ \left(\frac{\eta \rho}{G} \right)^2 &= 4\gamma(1 - \gamma) \end{aligned} \right.$$

(43) 式に与えられる α, β 中に (45) 式に示す p を代入すると

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2.4048}{H} \sqrt{1 - \gamma} \cdot \frac{\{\sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} + 1\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)}} \\ \beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2.4048}{H} \sqrt{1 - \gamma} \cdot \frac{\{\sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)} - 1\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 4\gamma(1 - \gamma)}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

(44) 式に示す ξ は (45) 式 (7-1 節) に示す ν と同一であり、 ν の大

さの概念は図-5に示す自由振動の減衰の程度から求められる。

現部における変位は (44) 式から

$$(\xi)_{z=0} = \frac{\delta}{\sqrt{v_1^2(H) + v_2^2(H)}} \cos(pt + \varepsilon)$$

③ ε は t の関数 $\varepsilon = \varepsilon(t)$ である。

したがって 現部における変位の最大値と地表面の振幅 δ との比は

$$\frac{(\xi)_{z=0, \max}}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}$$

で示され、 $\nu = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ に相当する値を計算し、表-12、図-11に示す。

表-12 現部の最大変位と地表面の振幅の比 $\frac{(\xi)_{z=0, \max}}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}$

$\nu (= \frac{5.7832}{4H \cdot G_p} \nu^2)$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
$(\xi)_{z=0, \max} / \delta$	8.08	4.76	2.55	1.93	1.67	1.51

内部摩擦 (粘性) 抵抗の存在する場合、土壌の各高さにおける変位を示すために $\nu = 0.01, 0.05, 0.1$ の3つの場合について各高さの最大の変位と地表面の振幅 δ との比

$$\frac{(\xi)_{\max}}{\delta} = \sqrt{\frac{v_1^2(z) + v_2^2(z)}{v_1^2(H) + v_2^2(H)}}$$

の値を図-12に示す。

11-2 G, η が深さに比例する場合 ($G = G_0 z, \eta = \eta_0 z$)

11-1 と同様 $\xi = g_1(z) e^{ipt} + g_2(z) e^{-ipt}$

とおき、(6) 式に代入すれば

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \left(z^2 \frac{dg_1}{dz} \right) + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{1 + i \frac{\eta_0 p}{G_0}} z g_1 = 0 \\ \frac{d}{dz} \left(z^2 \frac{dg_2}{dz} \right) + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{1 - i \frac{\eta_0 p}{G_0}} z g_2 = 0 \end{cases}$$

あるいは

$$\begin{cases} \frac{d^2 g_1}{dz^2} + \frac{2}{z} \frac{dg_1}{dz} + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{1 + i \frac{\eta_0 p}{G_0}} \cdot \frac{g_1}{z} = 0 \\ \frac{d^2 g_2}{dz^2} + \frac{2}{z} \frac{dg_2}{dz} + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{1 - i \frac{\eta_0 p}{G_0}} \cdot \frac{g_2}{z} = 0 \end{cases}$$

となり、これら微分方程式から $g_1(z), g_2(z)$ が求められ、 ξ が現部 $z=0$

において有限である条件から $\gamma_1()$

の項を除き ξ は次のようになる。 $\therefore \gamma_1(0) = -\infty$

$$\xi = \frac{A}{\sqrt{z}} \cdot J_1 \left\{ 2 \sqrt{\frac{\rho p^2}{G_0}} \sqrt{z} \right\} e^{ipt} + \frac{B}{\sqrt{z}} \cdot J_1 \left\{ 2 \sqrt{\frac{\rho p^2}{G_0}} \sqrt{z} \right\} e^{-ipt}$$

② 仮定 A_1, B_1 は定数として $\left\{ \begin{aligned} \frac{dy}{dz} + \frac{2}{z} \frac{dy}{dz} + \frac{C^2 y}{z} &= 0 \quad \frac{\rho p^2}{12 \cdot \eta_0 p / G_0} \\ \xi &= A_1 \cdot \frac{J_1(2C\sqrt{z})}{2C\sqrt{z}} e^{ipt} + B_1 \cdot \frac{J_1(2C\sqrt{z})}{2C\sqrt{z}} e^{-ipt} \\ \therefore g &= \frac{A_1}{1 + i \frac{\eta_0 p}{G_0}}, \quad g_2 = \frac{B_1}{1 - i \frac{\eta_0 p}{G_0}} \end{aligned} \right.$

③ 仮定 $\left\{ \begin{aligned} y &= \frac{1}{2C\sqrt{z}} \{ A_1 J_1(2C\sqrt{z}) + A_2 Y_1(2C\sqrt{z}) \} \\ \therefore y &= \frac{A_1}{2C\sqrt{z}} J_1(2C\sqrt{z}) \parallel \quad \begin{matrix} z=0 \text{ かつ } -\infty \\ \text{かつ } A_2=0 \end{matrix} \end{aligned} \right.$

*1) (3) 式より

$$\begin{aligned} \xi_{,tt} &= \frac{G_0}{f^2} (\xi'' \xi_{,t})_{,t} + \frac{\eta_0}{f^2} (\xi' \xi_{,tt})_{,t} \\ \xi_{,tt} &= -p^2 \{ g_1 e^{ipt} + g_2 e^{-ipt} \} \\ (\xi' \xi_{,tt})_{,t} &= \xi' \xi_{,ttt} + 2 \xi' \xi_{,t} \\ &= \xi' (g_1'' e^{ipt} + g_2'' e^{-ipt}) \\ &\quad + 2 \xi (g_1' e^{ipt} + g_2' e^{-ipt}) \\ (\xi' \xi_{,tt})_{,t} &= \xi' \xi_{,ttt} + 2 \xi' \xi_{,t} \\ &= ip z^2 (g_1' e^{ipt} - g_2' e^{-ipt}) \\ &\quad + 2ip z (g_1' e^{ipt} - g_2' e^{-ipt}) \\ e^{ipt}, e^{-ipt} \text{ は } t \text{ の関数として} \\ -p^2 g_1 &= \frac{G_0}{f^2} (\xi' g_1'' + 2 \xi g_1') \\ &\quad + \frac{\eta_0}{f^2} (ip \xi' g_1'' + 2ip \xi g_1') \\ &= \frac{G_0 + i \eta_0 p}{f^2} (\xi' g_1'' + 2 \xi g_1') \\ -p^2 g_2 &= \frac{G_0 - i \eta_0 p}{f^2} (\xi' g_2'' + 2 \xi g_2') \\ \left\{ \begin{aligned} g_1'' + \frac{2}{z} g_1' + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{G_0 + i \eta_0 p} \cdot \frac{g_1}{z} &= 0 \parallel \\ g_2'' + \frac{2}{z} g_2' + \frac{\frac{\rho p^2}{G_0}}{G_0 - i \eta_0 p} \cdot \frac{g_2}{z} &= 0 \parallel \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

等について表記法を簡略化する

$$\xi = \frac{A}{\sqrt{z}} \cdot J_1 \{ (\alpha - i\beta) \sqrt{z} \} \cdot e^{ipt} + \frac{B}{\sqrt{z}} \cdot J_1 \{ (\alpha + i\beta) \sqrt{z} \} e^{-ipt}$$

ただし α, β は 前述の (43) 式の α, β を参考にして

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \sqrt{z} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\rho \rho^*}{G_0}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta_0 \rho}{G_0}\right)^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\eta_0 \rho}{G_0}\right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \sqrt{z} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\rho \rho^*}{G_0}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta_0 \rho}{G_0}\right)^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\eta_0 \rho}{G_0}\right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \dots (48)$$

また, *1)

$$\xi = \frac{A}{\sqrt{z}} \{ \tilde{v}_1(z) + i \tilde{v}_2(z) \} \cdot e^{ipt} + \frac{B}{\sqrt{z}} \{ \tilde{v}_1(z) - i \tilde{v}_2(z) \} e^{-ipt}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{v}_1(z) = \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(\alpha \sqrt{z}) \{ J_{2s}(i\beta \sqrt{z}) - J_{2s+2}(i\beta \sqrt{z}) \} \\ \tilde{v}_2(z) = i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(i\beta \sqrt{z}) \{ J_{2s}(\alpha \sqrt{z}) - J_{2s+2}(\alpha \sqrt{z}) \} \end{array} \right\} \dots (47)_T$$

*1)

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \{ (\alpha - i\beta) \sqrt{z} \} = \tilde{v}_1(z) + i \tilde{v}_2(z) \\ J_1 \{ (\alpha + i\beta) \sqrt{z} \} = \tilde{v}_1(z) - i \tilde{v}_2(z) \end{array} \right\} \text{ の逆等式としておく}$$

$$\alpha \sqrt{z} \stackrel{\text{def}}{=} z_1 \quad i\beta \sqrt{z} \stackrel{\text{def}}{=} z_2 \quad \text{とすると (46) から}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \{ (\alpha - i\beta) \sqrt{z} \} = J_1(z_1 - z_2) \\ = -J_0(z_1) J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ J_1 \{ (\alpha + i\beta) \sqrt{z} \} = J_1(z_1 + z_2) \\ = J_0(z_1) J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \end{array} \right\} \dots \textcircled{1}$$

一方 式(47)_T から $\tilde{v}_1(z), \tilde{v}_2(z)$ は

$$\tilde{v}_1(z) = \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_1) \{ J_{2s}(z_2) - J_{2s+2}(z_2) \}$$

$$\tilde{v}_2(z) = i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_2) \{ J_{2s}(z_1) - J_{2s+2}(z_1) \}$$

から (46) から (47)_T から

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{v}_1(z) + i \tilde{v}_2(z) = -J_0(z_1) J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ \tilde{v}_1(z) - i \tilde{v}_2(z) = +J_0(z_1) J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \end{array} \right\} \dots \textcircled{2}$$

とすると

①, ② から

$$\begin{aligned} J_1 \{ (\alpha - i\beta) \sqrt{z} \} &= J_1(z_1 - z_2) \\ &= -J_0(z_1) J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ &= \tilde{v}_1(z) + i \tilde{v}_2(z) \quad // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_1 \{ (\alpha + i\beta) \sqrt{z} \} &= J_1(z_1 + z_2) \\ &= J_0(z_1) J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ &= \tilde{v}_1(z) - i \tilde{v}_2(z) \quad // \end{aligned}$$

から

その値を境界条件の(4)式に代入し、定数 A, B を求める

$$G \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=0 \rightarrow G=G_0 z=0 \text{ の } z'(1) \text{ 自動的に満足}$$

$$\xi = \delta \cos p t \quad \text{at } z=H \quad \curvearrowright$$

$$\delta \cos p t = \frac{A}{\sqrt{H}} \{ \dot{v}_1(H) + i \dot{v}_2(H) \} e^{i p t} + \frac{B}{\sqrt{H}} \{ \dot{v}_1(H) - i \dot{v}_2(H) \} e^{-i p t}$$

$$\frac{\delta}{2} (e^{i p t} + e^{-i p t})$$

$e^{i p t}, e^{-i p t}$ をそれぞれ $e^{i p t}$ と $e^{-i p t}$ とする

$$\frac{\delta}{2} = \frac{A}{\sqrt{H}} \{ \dot{v}_1(H) + i \dot{v}_2(H) \} \quad \frac{\delta}{2} = \frac{B}{\sqrt{H}} \{ \dot{v}_1(H) - i \dot{v}_2(H) \}$$

$$\therefore A = \frac{\delta \sqrt{H}}{2} \cdot \frac{1}{\dot{v}_1(H) + i \dot{v}_2(H)} \quad B = \frac{\delta \sqrt{H}}{2} \cdot \frac{1}{\dot{v}_1(H) - i \dot{v}_2(H)}$$

$$= \frac{\delta \sqrt{H}}{2} \cdot \frac{\dot{v}_1(H) - i \dot{v}_2(H)}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} \quad // \quad = \frac{\delta \sqrt{H}}{2} \cdot \frac{\dot{v}_1(H) + i \dot{v}_2(H)}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} //$$

これを代入して A, B を消去すると,

$$\xi = \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{H}{z}} \frac{\{ \dot{v}_1(H) - i \dot{v}_2(H) \} \{ \dot{v}_1(z) + i \dot{v}_2(z) \}}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} e^{i p t}$$

$$+ \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{H}{z}} \frac{\{ \dot{v}_1(H) + i \dot{v}_2(H) \} \{ \dot{v}_1(z) - i \dot{v}_2(z) \}}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} e^{-i p t}$$

$$= \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{H}{z}} \frac{1}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} \left[2 \{ \dot{v}_1(H) \dot{v}_1(z) + \dot{v}_2(H) \dot{v}_2(z) \} \cos p t \right.$$

$$\left. + 2 \{ \dot{v}_2(H) \dot{v}_1(z) - \dot{v}_1(H) \dot{v}_2(z) \} \sin p t \right]$$

$$= \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \cdot \frac{1}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)} \left[\{ \dot{v}_1(H) \dot{v}_1(z) + \dot{v}_2(H) \dot{v}_2(z) \} \cos p t \right.$$

$$\left. - \{ \dot{v}_1(H) \dot{v}_2(z) - \dot{v}_2(H) \dot{v}_1(z) \} \sin p t \right] //$$

また、

$$\xi = \delta \sqrt{\frac{H}{z}} \sqrt{\frac{\dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z)}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}} \cos(p t + \tilde{\epsilon})$$

$$\therefore \cos \tilde{\epsilon} = \frac{\dot{v}_1(H) \dot{v}_1(z) + \dot{v}_2(H) \dot{v}_2(z)}{\sqrt{\{ \dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H) \} \{ \dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z) \}}} \quad \dots (47) \pm$$

$$\sin \tilde{\epsilon} = \frac{\dot{v}_1(H) \dot{v}_2(z) - \dot{v}_2(H) \dot{v}_1(z)}{\sqrt{\{ \dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H) \} \{ \dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z) \}}}$$

$$\tan \tilde{\epsilon} = \frac{\sin \tilde{\epsilon}}{\cos \tilde{\epsilon}} = \frac{\dot{v}_1(H) \dot{v}_2(z) - \dot{v}_2(H) \dot{v}_1(z)}{\dot{v}_1(H) \dot{v}_1(z) + \dot{v}_2(H) \dot{v}_2(z)}$$

11-1 と同様の理由により、共振時における変位の α を求める。共振する波数の振動数 p は (27) 式から

$$p = p_0 = \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{G_0}{\rho H}} \sqrt{1 - \tilde{\sigma}} \quad \dots (49)$$

$$\text{ただし } \tilde{\sigma} = \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2 \frac{Z_0^2}{4 \rho G_0 H} = 3.6705 \frac{Z_0^2}{4 \rho G_0 H}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{そこで } \sqrt{\frac{\rho p^2}{G_0}} = \frac{3.8317}{2} \sqrt{\frac{1 - \tilde{\sigma}}{H}} \\ Z_0 = \frac{2}{3.8317} \cdot 2 \sqrt{\rho G_0 H} \cdot \sqrt{\tilde{\sigma}} \\ Z_0 p = 2 G_0 \sqrt{\tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})} \\ \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2 = 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma}) \end{array} \right.$$

(48) 式の α, β に (49) 式の p を代入すれば

$$\alpha = \sqrt{2} \cdot \frac{3.8317}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 - \tilde{\sigma}}{H}} \cdot \frac{\{ \sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})} + 1 \}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})}}$$

$$= \frac{3.8317}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \tilde{\sigma}}}{\sqrt{H}} \cdot \frac{\{ \sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})} + 1 \}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})}} //$$

$$\beta = \frac{3.8317}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \tilde{\sigma}}}{\sqrt{H}} \cdot \frac{\{ \sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})} - 1 \}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma})}} //$$

となり、その大きさの概算は $\tilde{\sigma}$ と同様に 図-5 に示す自由振動力の減衰の程度から求められる。

共振時における変位は (47) 式から

$$(\xi)_{z=0} = \left[\delta \sqrt{\frac{H}{z}} \sqrt{\frac{\dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z)}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}} \cdot \cos(p t + \tilde{\epsilon}) \right]_{z=0}$$

$$= \frac{\delta \sqrt{H}}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}} \left[\sqrt{\frac{\dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z)}{z}} \cdot \cos(p t + \tilde{\epsilon}) \right]_{z=0}$$

$$\downarrow \text{ (415) } \text{ (477) } \frac{\delta \sqrt{H}}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}} \cdot \frac{3.8317}{2 \sqrt{H}} \frac{\sqrt{1 - \tilde{\sigma}}}{\{ 1 + 4 \tilde{\sigma} (1 - \tilde{\sigma}) \}^{\frac{1}{4}}} \cdot \cos(p t + \tilde{\epsilon}_{t=0})$$

11-11
63

$$= \delta \cdot \frac{3.8317}{2} \cdot \frac{\sqrt{1-\bar{\gamma}}}{\{1+4\bar{\gamma}(1-\bar{\gamma})\}^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}} \cos(\phi t + \varepsilon_{r.o.})$$

頭部における最大変位 $(\xi)_{r.o., \max}$ と波浪力の振幅 δ との比

$$\frac{(\xi)_{r.o., \max}}{\delta} = \frac{3.8317}{2} \cdot \frac{\sqrt{1-\bar{\gamma}}}{\{1+4\bar{\gamma}(1-\bar{\gamma})\}^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}}$$

を表-13, 図-13に示す。

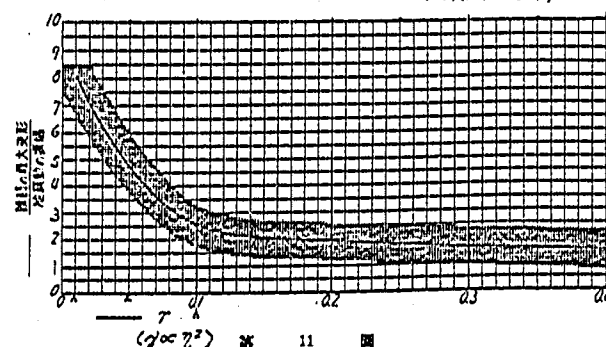
$\bar{\gamma} = 0.01, 0.05, 0.1$ の3つの場合について各高さの最大変位と δ との比を図-14に示す。

$$\frac{(\xi)_{\max}}{\delta} = \sqrt{\frac{H}{\delta}} \sqrt{\frac{\dot{v}_1^2(z) + \dot{v}_2^2(z)}{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}}$$

表-13 頭部の最大変位 $(\xi)_{r.o., \max}$ と波浪力の振幅 δ との比

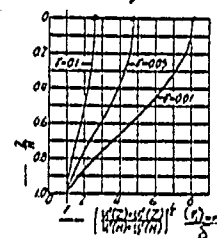
$\bar{\gamma} = \left[\frac{(3.8317)^2}{4H^2} \cdot \frac{v_0^2}{G_0} \right]$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4
$(\xi)_{r.o., \max} / \delta$	12.44	6.80	3.48	2.45	2.09	1.90

$G = \text{一定}, \eta = \text{一定} の場合 \quad \frac{(\xi)_{r.o., \max}}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}}$



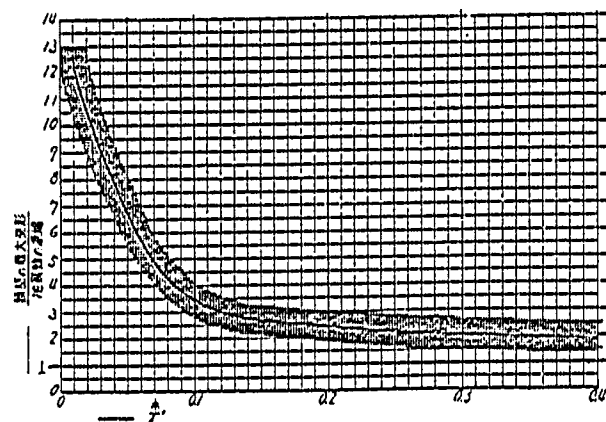
第 11 図
波浪時の頭部の最大変位 $(\xi)_{r.o., \max} / \delta$
の G, η 値に比例する場合

$$\therefore \bar{\gamma} = \frac{\eta^2}{G^2} \cdot \frac{2.4008^2}{4H^2}$$



第 12 図
波浪時の各高さの最大変位
の G, η 値に比例する場合

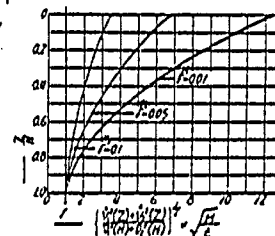
$G = G_0, \eta = \eta_0 の場合 \quad \frac{(\xi)_{r.o., \max}}{\delta} = \frac{3.8317}{2} \cdot \frac{\sqrt{1-\bar{\gamma}}}{\{1+4\bar{\gamma}(1-\bar{\gamma})\}^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dot{v}_1^2(H) + \dot{v}_2^2(H)}}$



第 13 図
波浪時の頭部の最大変位 $(\xi)_{r.o., \max} / \delta$
の G, η 値に比例する場合

$$\therefore \bar{\gamma} = \frac{\eta_0^2}{4G_0^2} \left(\frac{3.8317}{2} \right)^2$$

$\left\{ \begin{array}{l} G = G_0 \\ \eta = \eta_0 \end{array} \right. \quad \eta_0^2 > 0.705$



第 14 図
波浪時の各高さの最大変位 $(\xi)_{r.o., \max} / \delta$
の G, η 値に比例する場合

補1

$$\frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 \pm i \frac{2P}{G}}} = \alpha \mp i\beta \quad \begin{cases} \alpha < \beta & \alpha > \beta \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

<誘導>

$$\frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 \pm i \frac{2P}{G}}} = \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \cdot \sqrt{1 \mp i \frac{2P}{G}} \quad \dots \textcircled{1}$$

一方、

$$\sqrt{1 \mp i \frac{2P}{G}} = A \mp iB \quad \dots \textcircled{2}$$
 とすると両辺2乗して $\left(\textcircled{2} \right)$ のように符号±を付けると

$$1 \mp i \frac{2P}{G} = A^2 + (iB)^2 \mp i2AB$$

$$= A^2 - B^2 \mp i2AB$$

実数、虚数をそれぞれ等しいとして

$$\begin{cases} A^2 - B^2 = 1 \\ 2AB = \frac{2P}{G} \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \textcircled{3} \text{ 2式より } AB \geq 0 \\ \text{1式より } A^2 = B^2 + 1 > B^2 \\ A, B \geq 0 \text{ とすると } A > B \geq 0 \end{array} \right)$$

両式からBを消去して

$$A^2 - \left(\frac{2P}{2G} \right)^2 \frac{1}{A^2} = 1 \quad \text{i.e. } A^4 - A^2 - \left(\frac{2P}{2G} \right)^2 = 0$$

根の公式から

$$A^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(\frac{2P}{2G} \right)^2} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} \right\}$$

ところが A は実数であり $A^2 > 0$ とするから (⊖ 符号は $A^2 < 0$ となり不適)

$$A^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} \right\}$$

$$\therefore B^2 = A^2 - 1 = \frac{1}{2} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} \right\}$$

$A > B \geq 0$ の条件から

$$\begin{cases} A = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ B = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad \dots \textcircled{3}$$

11-13
65

補1 n 2/2

11-14
66

補1 n 2/2

②, ③ 式を①式に代入して

$$\frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 \pm i \frac{2P}{G}}} = \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} i \right]$$

よってこれを $\alpha \mp i\beta$ ($\alpha > \beta \geq 0$) とおくと

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} + 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{PP^*}{G}}}{\sqrt{1 + (\frac{2P}{G})^2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2P}{G} \right)^2} - 1 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

とす。(誘導終り)

例2

$$J_0\{\alpha \pm i\beta x\} = v_1(x) \mp i v_2(x) \quad x > 0$$

$$\begin{cases} v_1(x) = J_0(\alpha x) J_0(i\beta x) + 2 \sum_{s=1}^{\infty} J_{2s}(\alpha x) J_{2s}(i\beta x) \\ v_2(x) = -2i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(\alpha x) J_{2s+1}(i\beta x) \end{cases}$$

↓ ↑

$$\begin{aligned} J_0\{\alpha x \pm i\beta x\} &= J_0(\alpha x) J_0(i\beta x) + 2 \sum_{s=1}^{\infty} J_{2s}(\alpha x) J_{2s}(i\beta x) \\ &\quad \mp 2i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(\alpha x) J_{2s+1}(i\beta x) \end{aligned}$$

↓ ↑

$$\begin{cases} J_0\{\alpha x + i\beta x\} = J_0(\alpha x) J_0(i\beta x) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(\alpha x) J_m(i\beta x) \\ J_0\{\alpha x - i\beta x\} = J_0(\alpha x) J_0(i\beta x) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\alpha x) J_m(i\beta x) \end{cases}$$

↓ ↑

$$\begin{cases} J_0(z_1 + z_2) = J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) J_m(z_2) \\ J_0(z_1 - z_2) = J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_m(z_2) \end{cases}$$

この関係式について、は 22 の 例3 参照

 $v_1(x), v_2(x)$ について検討

$$J_n(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(n+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m}$$

$$J_n(iz) = i^n \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(n+m)! m!} \cdot i^{2m} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} = i^n \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(n+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m}$$

$$\begin{cases} J_{2s}(iz) = i^{2s} \left(\frac{z}{2}\right)^{2s} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2s+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} = (-1)^s \left(\frac{z}{2}\right)^{2s} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2s+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} \\ J_{2s+1}(iz) = i^{2s+1} \left(\frac{z}{2}\right)^{2s+1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2s+1+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} = -i (-1)^s \left(\frac{z}{2}\right)^{2s+1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2s+1+m)! m!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2m} \end{cases}$$

(22)より $J_{2s}(iz), i J_{2s+1}(iz)$ はともに実数値をとる。式(42)の $v_1(x), v_2(x)$ もともに実数値をとることになる。

例3

$$J_0(z_1 + z_2) = J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) J_m(z_2)$$

$$J_0(z_1 - z_2) = J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_m(z_2)$$

<誘導>

円柱関数の加法定理 2.14 (p.199*)

$$J_n(z_1 + z_2) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z_1) J_{n-m}(z_2)$$

 $n=0$ のとき

$$J_0(z_1 + z_2) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z_1) J_{-m}(z_2)$$

$$= J_0(z_1) J_0(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_{-m}(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_{-m}(z_2)$$

$$= J_0(z_1) J_0(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_{-m}(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} J_{-m}(z_1) J_m(z_2)$$

円柱関数の基本的関係式 (p.196*) から

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z), \quad n=0, 1, 2, \dots$$

を用いて

$$\begin{aligned} J_0(z_1 + z_2) &= J_0(z_1) J_0(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) \cdot (-1)^m J_m(z_2) + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) J_m(z_2) \\ &= J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) J_m(z_2) // \end{aligned}$$

一方,

$$J_0(z_1 - z_2) = J_0(z_1) J_0(-z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) J_m(-z_2)$$

円柱関数の基本的関係式 (p.196*) から

$$J_n(-z) = (-1)^n J_n(z), \quad n=0, 1, 2, \dots$$

を用いて

$$J_0(z_1 - z_2) = J_0(z_1) (-1)^0 J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(z_1) \cdot (-1)^m J_m(z_2)$$

$$= J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{2m} J_m(z_1) J_m(z_2)$$

$$= J_0(z_1) J_0(z_2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_m(z_2) // \quad (\text{誘導終})$$

11-17
69

補4. 1/2

補4

$$\xi = A \{ v_1(z) + i v_2(z) \} e^{ipt} + B \{ v_1(z) - i v_2(z) \} e^{-ipt}$$

において境界条件 $\xi = \delta \cos pt$ at $z=H$ とす

$$A = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1'(H) - i v_2'(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)}, \quad B = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1'(H) + i v_2'(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)}$$

$$\begin{aligned} & \langle \text{補4} \rangle \quad A \{ v_1(H) + i v_2(H) \} e^{ipt} + B \{ v_1(H) - i v_2(H) \} e^{-ipt} \\ & = \delta \cos pt = \frac{\delta}{2} (e^{ipt} + e^{-ipt}) \end{aligned}$$

$$e^{ipt} \text{ の項に } A \{ v_1(H) + i v_2(H) \} = \frac{\delta}{2}$$

$$e^{-ipt} \text{ の項に } B \{ v_1(H) - i v_2(H) \} = \frac{\delta}{2}$$

$$\therefore A = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{1}{v_1'(H) + i v_2'(H)} = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1'(H) - i v_2'(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)} //$$

$$B = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{1}{v_1'(H) - i v_2'(H)} = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{v_1'(H) + i v_2'(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)} //$$

(補4. 1/2)

$$\therefore A+B = \frac{\delta v_1(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)}$$

$$A-B = \frac{-i \delta v_2(H)}{v_1''(H) + v_2''(H)}$$

$$\text{準備として } \{ v_1(H) \mp i v_2(H) \} \{ v_1(z) \pm i v_2(z) \}$$

$$= v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \pm i v_1(H) v_2(z) \mp i v_2(H) v_1(z)$$

$$= v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \pm i \{ v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z) \}$$

ξ の式に, A, B を代入して整理すると

$$\xi = \frac{\delta}{2} \frac{1}{v_1''(H) + v_2''(H)} \left[\{ v_1(H) - i v_2(H) \} \{ v_1(z) + i v_2(z) \} e^{ipt} + \{ v_1(H) + i v_2(H) \} \{ v_1(z) - i v_2(z) \} e^{-ipt} \right]$$

$$= \frac{\delta}{2} \frac{1}{v_1''(H) + v_2''(H)} \left[\underbrace{v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z)}_{\alpha \text{ 項}} + i \underbrace{\{ v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z) \}}_{\beta \text{ 項}} \right] e^{ipt} + \left[\underbrace{v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z)}_{\alpha \text{ 項}} - i \underbrace{\{ v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z) \}}_{\beta \text{ 項}} \right] e^{-ipt}$$

11-18
70

補4. 1/2

さて $\{ \}$ の中に入る

$$\begin{aligned} \{ \} &= (\alpha + i\beta) e^{ipt} + (\alpha - i\beta) e^{-ipt} = \alpha (e^{ipt} + e^{-ipt}) + i\beta (e^{ipt} - e^{-ipt}) \\ &= \alpha \cdot 2 \cos pt + i\beta \cdot 2i \sin pt \\ &= 2 (\alpha \cos pt - \beta \sin pt) \end{aligned}$$

この係数を用いて

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\delta}{v_1''(H) + v_2''(H)} \left[\{ v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \} \cos pt - \{ v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z) \} \sin pt \right] \\ &= \frac{\delta}{v_1''(H) + v_2''(H)} \left[\{ v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \} \cos pt + \{ v_2(H) v_1(z) - v_1(H) v_2(z) \} \sin pt \right] // \end{aligned}$$

準備として

$$\begin{aligned} & \{ v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z) \}^2 + \{ v_2(H) v_1(z) - v_1(H) v_2(z) \}^2 \\ &= v_1'^2(H) v_1'^2(z) + v_2'^2(H) v_2'^2(z) + 2 v_1'(H) v_2'(H) v_1'(z) v_2'(z) \\ & \quad + v_2'^2(H) v_1'^2(z) + v_1'^2(H) v_2'^2(z) - 2 v_1'(H) v_2'(H) v_1'(z) v_2'(z) \\ &= \{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} v_1'^2(z) + \{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} v_2'^2(z) \\ &= \{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} \{ v_1'^2(z) + v_2'^2(z) \} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos \varepsilon = \frac{v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z)}{\sqrt{\{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} \{ v_1'^2(z) + v_2'^2(z) \}}}$$

$$\sin \varepsilon = \frac{v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z)}{\sqrt{\{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} \{ v_1'^2(z) + v_2'^2(z) \}}}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} = \frac{v_1(H) v_2(z) - v_2(H) v_1(z)}{v_1(H) v_1(z) + v_2(H) v_2(z)} //$$

したがって

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\delta}{v_1''(H) + v_2''(H)} \sqrt{\{ v_1'^2(H) + v_2'^2(H) \} \{ v_1'^2(z) + v_2'^2(z) \}} \left[\cos \varepsilon \cos pt - \sin \varepsilon \sin pt \right] \\ &= \delta \sqrt{\frac{v_1'^2(z) + v_2'^2(z)}{v_1''(H) + v_2''(H)}} \cos (pt + \varepsilon) // \quad \text{式(4)} \end{aligned}$$

補5

11-19
71

$$\left[\sqrt{\frac{\tilde{v}_1^2(z) + \tilde{v}_2^2(z)}{z}} \right]_{z=0} = \frac{\sqrt{\frac{p p^*}{G_0}}}{\left\{ 1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.8317}{2\sqrt{H}} \cdot \frac{\sqrt{1-\tilde{\sigma}}}{\{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})\}^{\frac{1}{4}}}$$

<誘導>

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{v}_1^*(z) + \tilde{v}_2^*(z)}{z} &= \frac{\{\tilde{v}_1(z) + i\tilde{v}_2(z)\} \{\tilde{v}_1^*(z) - i\tilde{v}_2^*(z)\}}{z} \\ &= \frac{J_1\{(\alpha^* - i\beta^*)\sqrt{z}\} \cdot J_1\{(\alpha + i\beta)\sqrt{z}\}}{z} \\ &= (\alpha^2 + \beta^2) \cdot \frac{J_1\{(\alpha - i\beta^*)\sqrt{z}\}}{(\alpha - i\beta^*)\sqrt{z}} \cdot \frac{J_1\{(\alpha + i\beta)\sqrt{z}\}}{(\alpha + i\beta)\sqrt{z}} \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{J_1(x)}{x} &= \frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{1!2!}\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{1}{3!4!}\left(\frac{x}{2}\right)^5 - \dots + \frac{(-1)^m}{m!(m+1)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2m+1}}{x} \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{1!2!}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{3!4!}\left(\frac{x}{2}\right)^4 - \dots + \frac{(-1)^m}{m!(m+1)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2m} \right] \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1(x)}{x} = \frac{1}{2} \quad \langle \text{誘導} \rangle \text{一般に } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_n(x)}{x^n} = \frac{1}{2^n \cdot n!}$$

1. 誘導

$$\left[\frac{\tilde{v}_1^*(z) + \tilde{v}_2^*(z)}{z} \right]_{z=0} = (\alpha^2 + \beta^2) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{4}$$

$$\stackrel{*1}{=} \frac{\frac{p p^*}{G_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2}} \stackrel{*2}{=} \frac{3.8317^2}{4H} \cdot \frac{1-\tilde{\sigma}}{\sqrt{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})}}$$

$$\begin{cases} *1 & (48) \text{式より } \alpha^2 + \beta^2 = 2 \times 2 \cdot \frac{\frac{p p^*}{G_0}}{1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2} = 4 \cdot \frac{\frac{p p^*}{G_0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2}} \\ *2 & (48) \text{式より } \alpha^2 + \beta^2 = 2 \times \frac{(3.8317)^2}{2} \cdot \frac{1-\tilde{\sigma}}{H} \cdot \frac{\sqrt{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})}}{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})} \\ & = \frac{(3.8317)^2}{H} \cdot \frac{1-\tilde{\sigma}}{\sqrt{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})}} \end{cases}$$

$$\therefore \left[\sqrt{\frac{\tilde{v}_1^2(z) + \tilde{v}_2^2(z)}{z}} \right]_{z=0} = \frac{\sqrt{\frac{p p^*}{G_0}}}{\left\{ 1 + \left(\frac{Z_0 p}{G_0} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.8317}{2\sqrt{H}} \cdot \frac{\sqrt{1-\tilde{\sigma}}}{\{1+4\tilde{\sigma}(1-\tilde{\sigma})\}^{\frac{1}{4}}} //$$

11-20
72

補6

$$\begin{aligned} J_1(z_1 + z_2) &= J_0(z_1)J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ J_1(z_1 - z_2) &= -J_0(z_1)J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \end{aligned}$$

<証明> 補3参照

同様にして $n=1$ のとき

$$\begin{aligned} J_1(z_1 + z_2) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(z_1) J_{1-m}(z_2) \\ &= \underbrace{\sum_{m=1}^{\infty} J_m(z_1) J_{1-m}(z_2)}_{\parallel} + \underbrace{\sum_{m=-\infty}^0 J_m(z_1) J_{1-m}(z_2)}_{\parallel m=-n \text{ とおす}} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \cdot (-1)^{n-1} J_{n-1}(z_2) \parallel \sum_{n=0}^{\infty} J_{-n}(z_1) J_{1+n}(z_2) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \cdot (-1)^{n-1} J_{n-1}(z_2) \parallel \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore J_1(z_1 + z_2) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} J_n(z_1) J_{n-1}(z_2) + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \\ &= J_0(z_1)J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} \{ (-1)^{n-1} J_n(z_1) J_{n-1}(z_2) + (-1)^n J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \} \\ &= J_0(z_1)J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n+1}(z_2) - J_{n-1}(z_2) \} // \end{aligned}$$

$J_n(-z) = (-1)^n J_n(z)$ を用いる

$$\begin{aligned} J_1(z_1 - z_2) &= J_0(z_1)J_1(-z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n+1}(-z_2) - J_{n-1}(-z_2) \} \\ &= -J_0(z_1)J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n+1}(z_2) - J_{n-1}(z_2) \} // \end{aligned}$$

まとめると

$$\begin{aligned} J_1(z_1 \pm z_2) &= \pm J_0(z_1)J_1(z_2) + \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_1) \{ J_{2s}(z_2) - J_{2s+2}(z_2) \} \\ &\quad \mp \sum_{s=1}^{\infty} J_{2s}(z_1) \{ J_{2s-1}(z_2) - J_{2s+1}(z_2) \} \end{aligned}$$

(例7)

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_1) \{ J_{2s}(z_2) - J_{2s+2}(z_2) \} \\ v_2 &= i \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_2) \{ J_{2s}(z_1) - J_{2s+2}(z_1) \} \end{aligned} \right\} \text{とす} \quad \text{と}$$

$$\begin{aligned} v_1 + i v_2 &= -J_0(z_1) J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \\ v_1 - i v_2 &= +J_0(z_1) J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} \end{aligned}$$

<計算>

$$\begin{aligned} v_1 \pm i v_2 &= \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_1) \{ J_{2s}(z_2) - J_{2s+2}(z_2) \} \\ &\quad \mp \sum_{s=0}^{\infty} J_{2s+1}(z_2) \{ J_{2s}(z_1) - J_{2s+2}(z_1) \} \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \left[J_{2s+1}(z_1) J_{2s}(z_2) - J_{2s+1}(z_1) J_{2s+2}(z_2) \right. \\ &\quad \left. \mp J_{2s}(z_1) J_{2s+1}(z_2) \pm J_{2s+2}(z_1) J_{2s+1}(z_2) \right] \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} \left[J_{2s+1}(z_1) J_{2s}(z_2) \pm J_{2s+2}(z_1) J_{2s+1}(z_2) \right] \\ &\quad - \sum_{s=0}^{\infty} \left[\pm J_{2s}(z_1) J_{2s+1}(z_2) + J_{2s+1}(z_1) J_{2s+2}(z_2) \right] \\ &= [J_1(z_1) J_0(z_2) \pm J_2(z_1) J_1(z_2) + J_3(z_1) J_2(z_2) \pm J_4(z_1) J_3(z_2) + \dots] \\ &\quad - [\pm J_0(z_1) J_1(z_2) + J_1(z_1) J_2(z_2) \pm J_2(z_1) J_3(z_2) + J_3(z_1) J_4(z_2) \pm \dots] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 + i v_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) J_{n-1}(z_2) - \sum_{n=0}^{\infty} J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \{ J_n(z_1) J_{n-1}(z_2) - J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \} - J_0(z_1) J_1(z_2) \\ &= -J_0(z_1) J_1(z_2) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 - i v_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} J_n(z_1) J_{n-1}(z_2) - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} J_n(z_1) J_{n+1}(z_2) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} - (-1) J_0(z_1) J_1(z_2) \\ &= J_0(z_1) J_1(z_2) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(z_1) \{ J_{n-1}(z_2) - J_{n+1}(z_2) \} // \end{aligned}$$

12. 土壌に作用する地震力

9. から 11. までにおいて振動周期の異なる地震力が作用し、変位曲線となつたときの土壌の各高さにおける変位を求めた。したがってその変位曲線から土壌の各点に作用する加速度の大きさ、すなわち地震力の大きさが与えられる。このため、地震時における土壌の変位は一般の構造物の耐震計算と同様に各地震力と等しい力が水平方向に作用するものとして近似的に計算できる。

前節の式に示すように変位曲線は、剛性係数 G 、内部摩擦係数の係数（粘性係数） η 、単位体積の質量 ρ 、土壌の高さ H 、切段の大きさ H_0 などによってその大きさのみならず、曲線の形状も異なるために、各場合についてそれぞれ算出する必要がある。標準形（三角形断面）の内部摩擦係数の存在しない場合を除いて、これらの値を求めるにはかなり面倒な計算を必要とする。かつ上記の場合はいずれも理想的な場合の計算であり、実際の土壌にはそのまゝ適用するのは不可能であり、また適用が可能な場合においても必ずしも合せる土の性質を示す G 、 η 、 ρ などの値を正確に求めるのはかなり困難である。本文の諸計算は土壌に生じ得る地震力の大きさを推定する一手段に過ぎず、工学的には地震力の大きさを推定できればよいので、計算も近似的な値と与えることができる十分目的といふ。

実際の土壌はすべて切段された形状（台形）であるが、10. の計算によれば切段された場合の変位は標準形のものに比べ、常に小さくなり、土壌がすべて標準形と同一形状を有すると考えることも合理的な結果となる。また、高さが大きなものでは切段の高さ H_0 と全高 H の比が小さくなり、その差も小さくなる。したがって標準形から得た結果を実際の土壌に適用しても著しい誤差は生じない。

剛性係数 G 、内部摩擦係数の係数 η 、単位体積の質量 ρ 、土壌の高さ H 、切段の大きさ H_0 などによってその大きさのみならず、曲線の形状も異なるために、各場合についてそれぞれ算出する必要がある。標準形（三角形断面）の内部摩擦係数の存在しない場合を除いて、これらの値を求めるにはかなり面倒な計算を必要とする。かつ上記の場合はいずれも理想的な場合の計算であり、実際の土壌にはそのまゝ適用するのは不可能であり、また適用が可能な場合においても必ずしも合せる土の性質を示す G 、 η 、 ρ などの値を正確に求めるのはかなり困難である。本文の諸計算は土壌に生じ得る地震力の大きさを推定する一手段に過ぎず、工学的には地震力の大きさを推定できればよいので、計算も近似的な値と与えることができる十分目的といふ。

剛性係数 G 、内部摩擦係数の係数 η 、単位体積の質量 ρ 、土壌の高さ H 、切段の大きさ H_0 などによってその大きさのみならず、曲線の形状も異なるために、各場合についてそれぞれ算出する必要がある。標準形（三角形断面）の内部摩擦係数の存在しない場合を除いて、これらの値を求めるにはかなり面倒な計算を必要とする。かつ上記の場合はいずれも理想的な場合の計算であり、実際の土壌にはそのまゝ適用するのは不可能であり、また適用が可能な場合においても必ずしも合せる土の性質を示す G 、 η 、 ρ などの値を正確に求めるのはかなり困難である。本文の諸計算は土壌に生じ得る地震力の大きさを推定する一手段に過ぎず、工学的には地震力の大きさを推定できればよいので、計算も近似的な値と与えることができる十分目的といふ。

それらの諸式中に含まれる G, γ, ρ の値を具体的に求めるのは ほぼほぼ困難であり、一般的には実験値から推定する以外に方法はない。前章に示したように剛性係数があまり大きくない場合に限り 高い土壌は地表面と共振する。このような場合の最も安全な方法として 土壌に共振する地表面が絶えず作用しているものとするれば、剛性係数、内部摩擦抵抗の係数などの大きさ並びに高さによる変化状態を知ら、図-11 および 図-13 を用いて 起り得る最大変位が推定できる。これに反し、剛性係数が大きく共振の危険がないときは (30) 式 または (32) 式からその大きさが求められるが、このような場合は一般に頭部の変位は底部に比べてあまり大きくなく、全高にわたって一様な地表面力が作用するものと考えて差しつかえない。

頭部の変位と共に変位の高さによる変化を求める必要があり、これらの値は (30) 式, (32) 式, (44) 式, (47) 式に示される。(i) 内部摩擦抵抗の影響を重視した場合の変位曲線は G, ρ が全高にわたって定数であるときは 図-8 に、 $G=G_0 \varepsilon$ で ρ が一定であるときは 図-10 に示す。今、土壌の自由振動周期が地表面の周期より小さい場合、それらの曲線 (図の A, B, C 曲線) を見ると 図-8 および 図-10 に示すように、前者 ($G=\text{const.}$) において頭部に近づく程変位の増加率減少し、後者 ($G=G_0 \varepsilon$) ではこれに反して頭部に近づく程増加する。実際の土壌の剛性係数の最も一般的なものには先に述べたような $G=\alpha+\beta \varepsilon$ にて示され、丁度 前の兩者の中間の位置にある。したがって $G=\alpha+\beta \varepsilon$ の場合の変位曲線も兩者の中間にあると考えるのが妥当であり、一次の近似値として変位の増加率が全高にわたって一様であるとすれば直線 Δ を示すことができる。(ii) 内部摩擦力の存在する場合、共振時における変位の各高さにおける最大値を仮りに変位曲線 (最大値は一般に同一時刻に生じないため、其の変位曲線とはならない) とすれば、それらの曲線は、 G, γ が定数の場合 図-12 に、 $G=G_0 \varepsilon, \gamma=\gamma_0 \varepsilon$ の場合は 図-14 に示される。これら両図の曲線形状は内部摩擦抵抗

の存在しない場合と全く同一であるため、この場合も近似的に変位曲線は直線と示すことができる。

土壌の頭部の最大変位を δ_0 とし、地表面の振幅を δ 、振動周期を T 、土壌の高さを H とすれば土壌の変位 ξ は 上記の仮定から次式のように示される。

$$\xi(z, t) = \left\{ \delta + (\delta_0 - \delta) \frac{H-z}{H} \right\} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

各点に作用する加速度の最大値 a_m は ξ と t について二重微分し、その絶対値で示される。

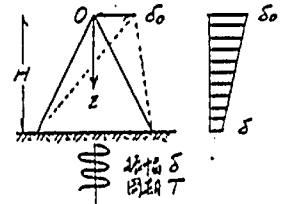
$$a_m = \left| \ddot{\xi}_z, t \right|_{\max} = \left\{ \delta + (\delta_0 - \delta) \frac{H-z}{H} \right\} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

一方、地表面の最大加速度 $a = 4\pi^2 \delta / T^2$ であるため、

$$a_m = a \left\{ 1 + \frac{\delta_0 - \delta}{\delta} \cdot \frac{H-z}{H} \right\} \quad \dots \dots \dots (50)$$

地表面によって生じる最大加速度 a_m は (50) 式に示されるため 一般の構造物の耐震計算と同様に土壌の各部に a_m 質量である水平力が作用するものとして地震時における応答を近似的に算定できる。

加速度が最大である頭部における値 a_{m0} は式 (50) で $z=0$ とおき、 $a_{m0} = a \frac{\delta_0}{\delta}$ となり、 a_{m0} は a および δ_0/δ に比例することになる。 a は各地に起り得る推定最大加速度から求められるが、 δ_0/δ は先に述べたように G, γ, ρ, T および 土壌の形状などに関係し、各別には推定できない。土壌を構成する材料の剛性係数の値は明らかではないが 表-9 に示すような値をとるものとするれば一般の土壌は、仮に止水壁が存在するとしても水圧、土圧より大きいと考えなければならない。したがって、 G は 50~200 kgf/cm² の間で変化する考えても不当でなく、土壌の剛性係数が上記の値であるときは 図-6 に示すように 1秒前後の地震に共振する可能性がある。もし、その自由振動周期が大地震の周期と同じくらいの値であるときは共振するものとして耐震計算を行うのが最も安全である。共振するものとする



δ_0/δ の値は $\gamma \left[= \left(\frac{3.4048}{2H\sqrt{G}} \right)^2 \cdot \gamma^2 \right]$ あるいは $\gamma' \left[= \left(\frac{3.8317}{4\sqrt{G_0H}} \right)^2 \cdot \gamma'^2 \right]$ のみの関数となり、 γ と G, γ, ρ, H との関係は(46)式 (γ' と G, γ, ρ, H の関係も γ と類似する) に示される。先にはべるように γ の大きさは図-5に示す自由振動の振幅の減衰度から大体を推定できる。実際の土壌中の γ の値はいかなるものかは不明であるが表-12に示すように $\gamma = 0.01$ とすれば $\delta_0/\delta = 8.08$, $\gamma = 0.1$ のときは $\delta_0/\delta = 2.55$, $\gamma = 0.2$ で $\delta_0/\delta = 1.93$ となる。図-5から $\gamma = 0.1$ のときは一周期後 振幅は約 $1/3$, $\gamma = 0.2$ のときは $1/20$ 以下となり、内部摩擦低減としては非常に大きな値となる。今 γ, γ' の値を 0.1 とすれば $\delta_0/\delta = 2.55$ (G, γ : 定数), 3.48 ($G=G_0, \gamma=\gamma_0$) となり、頭部の加速度は底部の 2.5 あるいは 3.5 倍となる。これらの計算から実在する土壌中の G, γ, ρ の値は明らかでないが最悪の状態において 頭部には底部の少なくとも $2 \sim 3$ 倍の加速度の作用する可能性のあることがわかる。

($\gamma = 0.1$ 程度とすると 頭部において 変位および加速度は 底部の $2 \sim 3$ 倍に増幅されるが、粘性 γ の作用で一周期後には減衰されて $1/3$ 程度にまでその振幅が小さくなっている。)

千葉県東方沖地震の加速度記録
から推定した長柄ダム堤体の
動的物性

ISSN 0386-5878
土木研究所資料 第2702号
平成元年1月(1989年)

佐々木 康, 西村 正夫, 栗原 徹郎

要 旨

本資料は、昭和62年12月17日に発生した千葉県東方沖の地震により、震央から約29kmの地点に位置する本資源開発公社の長柄ダムにおいて得られた9記録27成分の強震記録について検討したものである。

基盤および堤体内で観測された記録から堤体内での伝播時間を検討し、これから堤体材料のせん断波速度を求めた。このせん断波速度から求まるせん断剛性は、ひずみレベルならびに拘束応力の大きさに依存していると解釈されることを明らかにした。

なお、付録には、昭和9年に刊行された土木試験所報告第28号松村孫治著「地震動による土壌変形、第一編 理論的研究」についてのノートを収録している。

キーワード：強震観測, 地震動, 加速度強震記録, ダムの動的挙動, 土木構造物

郵便はがき

305-□□

40円切手
をはって
下さい

建設省土木研究所

振動研究室

御中

茨城県つくば市大字旭一番地

No. 190

No. 190

配布先氏名

配布先住所



土木研究所資料第2702号 部

上記のとおり受領しました。

所 属(住所)

氏 名

印

土木研究所資料第 号

