

土 木 研 究 所 資 料

落石防災対策に関する調査報告書 (その1)

平成元年 2 月

建設省土木研究所
機械施工部動土質研究室

「Copyright © (1989) by P. W. R. I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director of P. W. R. I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。」

落石防災対策に関する調査報告書

(その1)

動土質研究室 室長 古賀 泰之

研究員 伊藤 良弘

森下 義

鷺田 修三

主任研究員 谷口 栄一*

要旨

落石防止柵の基礎に作用する衝撃土圧の実験を行い、衝撃による変位は基礎の中心を軸とした回転運動が主であり、地盤反力係数に衝撃の割増し係数を考慮すれば、落石防止柵にも適用できることがわかった。

また、斜面を落下する落石の軌跡を追跡する数値解析手法を用いて、室内実験、現場実験との比較を行い、単純な斜面・落石条件の室内実験では実験軌跡をよく追跡できること、現場実験結果においても、落石と斜面の間の反発係数などにばらつきをもたせることにより、実験軌跡に近い結果を得ることができることがわかった。

キーワード：落石防止柵基礎、落石軌跡、数値解析、室内実験、現場実験

*現：企画部企画課長

目 次

1. 落石対策に関する調査の経緯	1
2. 落石防止柵の基礎に作用する衝撃土圧に関する模型実験	3
2.1 実験の背景・目的	3
2.1.1 実験の背景	3
2.1.2 既往の設計法	3
2.1.3 実験目的	3
2.2 実験方法	5
2.2.1 実験装置	5
2.2.2 実験条件及び測定項目	5
2.2.3 実験№1	6
2.2.4 実験№2	10
2.3 実験結果	15
2.3.1 地盤の密度とコーン試験結果	15
2.3.2 衝撃载荷実験の特徴	16
2.3.3 载荷荷重とH鋼の変位	21
2.3.4 地盤の変形と模型の回転中心	24
2.3.5 土 圧	33
2.3.6 地盤反力係数	43
2.3.7 実験結果のまとめ	53
2.4 実験結果の考察	53
2.4.1 国鉄の方法による安定の検討	53
2.4.2 模型に作用する外力	60
2.4.3 考察のまとめ	63
2.5 設計方法の考察	64
2.5.1 衝撃载荷時の模型の運動の考察	64
2.5.2 設計方法の骨格	68
2.5.3 抵抗モーメントの計算方法	70
2.5.4 抵抗モーメント計算方法の検証	74
2.5.5 地盤反力係数の求め方	76
2.6 ま と め	77
3. 落石の跳躍量に関する模型実験および解析	78
3.1 実験・解析の背景・目的	78

3.1.1	背 景	78
3.1.2	目 的	78
3.2	実 験 方 法	78
3.2.1	実験概要	78
3.2.2	実験装置	78
3.2.3	撮影装置および方法	81
3.2.4	読み取り装置および方法	81
3.2.5	実験条件	81
3.2.6	物性試験	82
3.3	実験結果および考察	82
3.3.1	跳躍軌跡	84
3.3.2	衝突時の挙動	84
3.4	落石軌跡の数値解析	106
3.4.1	従来の研究	106
3.4.2	基本式の誘導	113
3.4.2.1	落石運動の発生と形態	113
3.4.2.2	落石運動のモデル化	114
3.4.3	落石軌跡の数値解析プログラム	126
3.4.3.1	入力データについて	126
3.4.3.2	数値解析プログラムのフロー	127
3.4.3.3	セグメントについて	127
3.4.3.4	出力される結果	129
3.5	落石軌跡の数値解析プログラムの室内実験への適用	130
3.5.1	物性実験による e 、 μ を用いた数値解析と室内実験との比較	130
3.5.2	室内実験結果より逆算した e 、 μ を用いた数値解析と室内実験との比較	132
3.6	落石軌跡の数値解析プログラムの現場実験への適用	140
3.6.1	現場実験の概要	140
3.6.2	基 本 式	145
3.6.3	実験結果に基いた斜面の物性値の推定	146
3.6.4	ばらつきを考慮した数値解析と現場実験との比較	149
3.7	ま と め	152
4.	あ と が き	153
	参 考 文 献	154

付録 1	衝突運動の式の誘導	155
付録 2	物性試験による e , μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡	169
付録 3	室内実験結果より逆算した e , μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡 ...	185
付録 4	物性のばらつきを考慮した数値解析による落石の跳躍軌跡	201

1. 落石対策に関する調査の経緯

道路沿いの上方斜面・のり面から発生する落石は、規模も多様で、発生時期も一般に予測し難く、従来より落石による災害を未然に防止すべく様々な方策がとられているが、対策は未だ十分ではなく、時として施設被害その他の災害を生じることがある。

落石現象は、その特性が局地的な地形や地質等に依存することが大きく、その現象が十分解明されているとは言えない。

道路沿いの落石対策の重要性に鑑み、既往の多くの技術的成果・知識をまとめ、実務者に供するため、昭和58年に日本道路協会から「落石対策便覧」¹⁾（以下便覧と呼ぶ）が発刊された。

当研究室においては、便覧の作成にあたって、関連する調査研究を実施し、それらの成果の一部を便覧に反映させた。又、便覧発刊後も、その時点で十分解明されておらず、さらに検討を必要とする課題のいくつかを取上げ、調査研究を継続している。

当研究室で行ってきた落石対策に関連する既往の調査は表-1.1のようにまとめられる。

本報告では、昭和57・58年度にわたって実施した落石防護柵の基礎に作用する衝撃土圧に関する実験及び、昭和55・59年度に実施した現場・室内における落石の軌跡に関する実験並びにその解析（昭和62・63年度）の結果をとりまとめたものである。

表-1.1 落石対策に関連する既往の調査

年度	昭和54年度	昭和55年度	昭和56年度	昭和57年度	昭和58年度	昭和59年度	昭和60年度	昭和61年度	昭和62年度	昭和63年度
課題名	構造物に作用する動土圧に関する試験調査	落石防護工の設計施工法に関する試験調査	同 左	同 左	同 左	落石防護工の設計指針に関する試験調査	同 左	同 左	同 左	同 左
調査項目	・落石防護工の被害実態調査（全国，昭和52・53年度中，98地点）	・実斜面を用いた落石跳躍量実験（高松市） ・上記実験のシミュレーション	・重錘を用いたサンドクッション上の衝撃力に関する室内実験 ・落石の運動軌跡の追跡 ・落石防護工の工種の選定に関する検討	・落石防止橋の基礎の耐力に関する室内模型実験 ・落石覆工のクッション材による衝撃緩和のシミュレーション解析	・落石防止橋の基礎に作用する衝撃土圧に関する室内模型実験 ・落石防災対策における妥当投資額の推定法の検討	・落石の跳躍軌跡に関する室内模型実験 ・落石防災対策における妥当投資額の推定法の検討（継続） ・落石防護工の建設費・復旧費・維持費に関する全国調査（アンケート）（道路防災対策室，土研）	・落石の跳躍量の推定手法の検討 ・妥当投資額及び落石事故の発生確率の推定手法の検討	・妥当投資額の推定に関する調査 ・落石の発生確率の調査 ・落石復土の設計荷重に関する実態調査（技術管理業務，土質部会）	・崩土による衝撃荷重の算定式の検討 ・落石の跳躍量の算定方法の検討 ・落石の発生確率の調査（技術管理業務，土質部会）	・崩土による衝撃荷重の算定式の検討 ・落石の跳躍量の算定方法の検討 ・落石の発生確率の調査（技術管理業務，土質部会）
成果発表	・落石防護工に関する実態調査（第1報），土研資料1572号，1980.3	・落石の跳躍量に関する実験，第14回道路会議，1981.10	・敷砂上の落石の衝撃力に関する実験報告書，土研資料1822号，1982.3 ・クッション材上の落石の衝撃力に関する実験，第17回土質工学研究発表会，1982.6 ・クッション材上の落石の衝撃力に関する考察同上 ・敷砂上の落石の衝撃力に関する実験，土木技術資料24-7，1982.7 ・敷砂上の落石の衝撃力に関する実験的研究，土木学会論文報告集，340，1983.12	・敷砂上の落石の衝撃現象の考察，第18回土質工学研究発表会，1983.6 ・敷砂上の落石の衝撃現象に関する考察，土木学会論文報告集，346，1984.6 ・落石防止橋の基礎に作用する土圧に関する模型実験，第15回日本道路会議，1983.10	・衝撃荷重により生ずる落石防止橋基礎の土圧に関する模型実験，研究業務担当者研究会（1）論文集，1984.4 ・落石防止橋の基礎に作用する衝撃土圧に関する模型実験，第20回土質工学研究発表会，1985.6	・模型斜面上での落石の跳躍軌跡に関する基礎実験，第20回土質工学研究発表会，1985.6 ・落石防災対策における妥当投資額の推定手法，第40回土木学会年次講演会，1985.10 ・落石防災対策における妥当投資額の推定方法，第16回日本道路会議，1985.10				・落石運動の予測手法について第27回土木研究所発表会論文集，1988.12 ・落石運動の予測手法について，第24回土質工学研究発表会，1989.6（投稿中） ・落石防災対策に関する調査報告書（その1）土木研究所資料第2770号，1989.2 ・落石防災対策に関する調査報告書（その2）土木研究所資料第2771号，1989.2
指針等		道路防災施設調査報告書，日本道路協会，1980.3			落石対策便覧，日本道路協会，1983.7			道路土工のり面工・斜面安定工指針，日本道路協会，1986.11		
担当者名	佐々木 康 谷口 栄一 舟見 清己 館山 悟	佐々木 康 谷口 栄一 舟見 清己	佐々木 康 古賀 奈之 谷口 栄一 舟見 清己	佐々木 康 谷口 栄一 小笠原 義 森下	佐々木 康 谷口 栄一 小笠原 義 森下	古賀 奈之 谷口 栄一 森下 義 鷲田 修三	古賀 奈之 谷口 栄一 森下 義 鷲田 修三	古賀 奈之 谷口 栄一 森下 義 鷲田 修三	古賀 奈之 伊藤 良弘 森下 義 鷲田 修三	古賀 奈之 伊藤 良弘 森下 義 鷲田 修三

2. 落石防止柵の基礎に作用する衝撃土圧に関する模型実験

2.1 実験の背景・目的

2.1.1 実験の背景

落石防止柵は図-2.1.1に示すように、基礎、支柱、ロープ、ネットの各部分からなる。落石防止柵の基礎は柵が許容最大変位量に達するときの落石による荷重に対して安定でなければならない。現在、一般に用いられている落石防止柵の基礎の安定計算方法は極限平衡法が主なものであり、これは、静的な土圧理論による地盤の極限支持力を求める方法である。この方法によって、落石防止柵の水平方向の滑動、あるいは転倒モーメントに対する安定を得るように設計を行っている。

しかし、落石による荷重は衝撃的なものであるから、静的な土圧理論による安定計算方法が妥当なものかを検証する必要がある。又、落石防止柵の基礎は地盤の変形による反力によって支持されるから、地盤の変形に対応する基礎の変位が過大なものとならないことも必要とされる。これらのことを考え、実際のような衝撃荷重を受ける落石防止柵基礎が荷重に対してどのような力を受け変位するかを把握し、それに基づき落石防止柵基礎の設計において衝撃荷重の影響をどのように取入れればよいかを提案するために、以下に述べるような模型基礎載荷実験を行った。

2.1.2 既往の設計法

落石防止柵の基礎が地盤に設けられる場合、道路関係には基準化された設計方法はないが鉄道関係には「落石対策の手引」²⁾（日本国有鉄道施設局土木課編，昭和53年3月，日本鉄道施設協会発行）のなかにクーロンの土圧理論による設計方法が示されている。この設計方法は前述の極限平衡法によるもので、2.4.1項に詳しく述べる。

一方、規模は全く異なるが地盤中の剛な基礎構造物としてケーソン基礎があるが、これは、基礎への作用荷重に対して生じる地盤反力を弾性的反力として考えた設計方法が用いられている。この方法はケーソンが弾性支承されると仮定するもので、例として「道路橋示方書・同解説、IV下部構造編」³⁾（日本道路協会，昭和55年5月）があげられる。この方法については2.5.2項に詳しく述べる。

2.1.3 実験目的

本実験の目的は次の通りである。

- (1) 衝撃荷重を受けたときの落石防止柵と地盤の挙動を知る。
- (2) 従来の静的な土圧理論による基礎の安定計算方法の適用性を検証する。
- (3) 衝撃荷重及び変形を考慮した弾性法による基礎の安定計算方法を考察する。

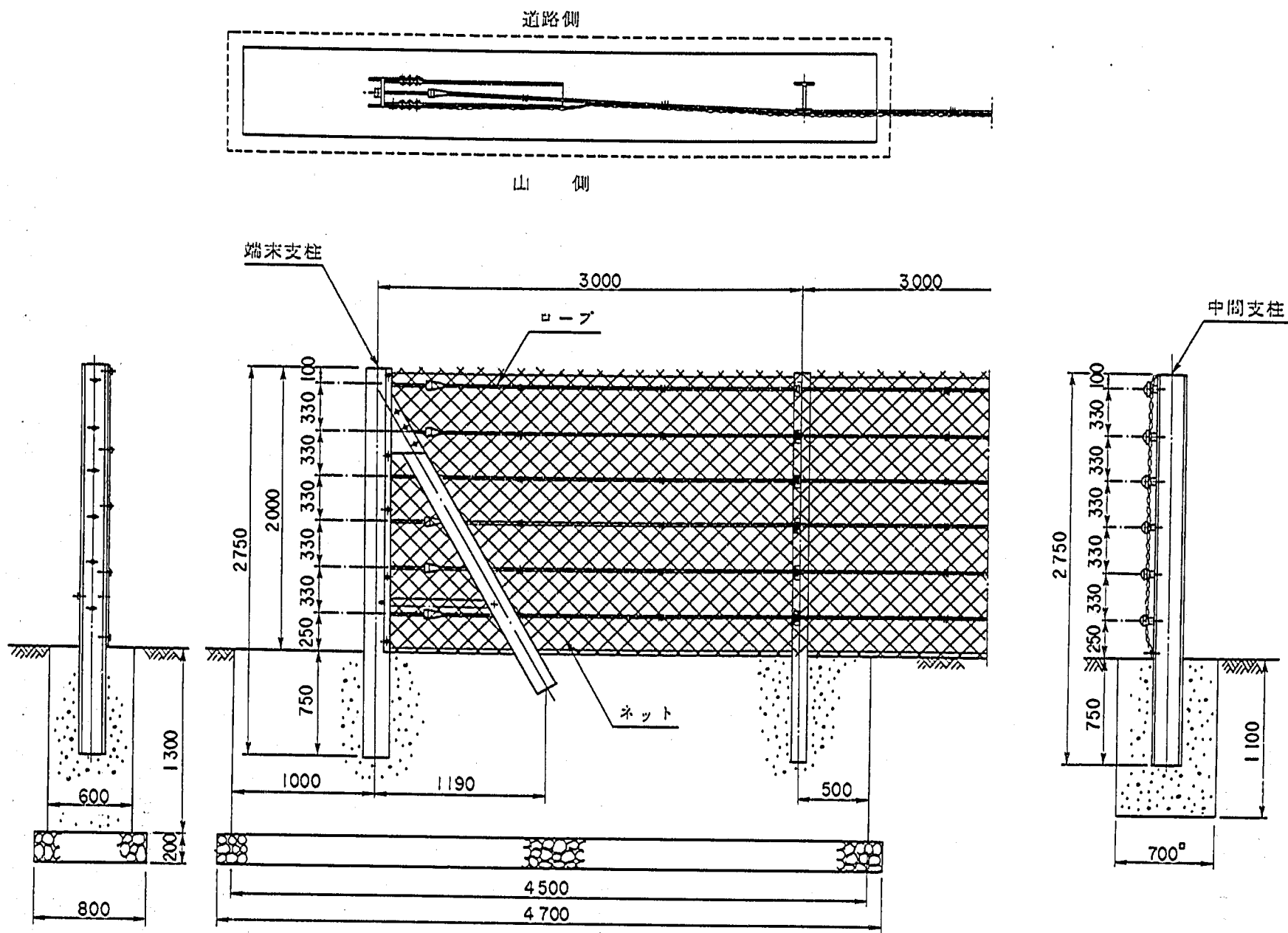


図-2 1.1 落石防止柵の例

2.2 実験方法

2.2.1 実験装置

実験装置の概要を図-2.2.1に示す。H鋼の支柱と鉄筋コンクリートの直方体形状の基礎からなる模型を砂地盤に設置し、静的荷重はジャッキによって、衝撃荷重は重錘の振り子によって支柱の突起に加えた。

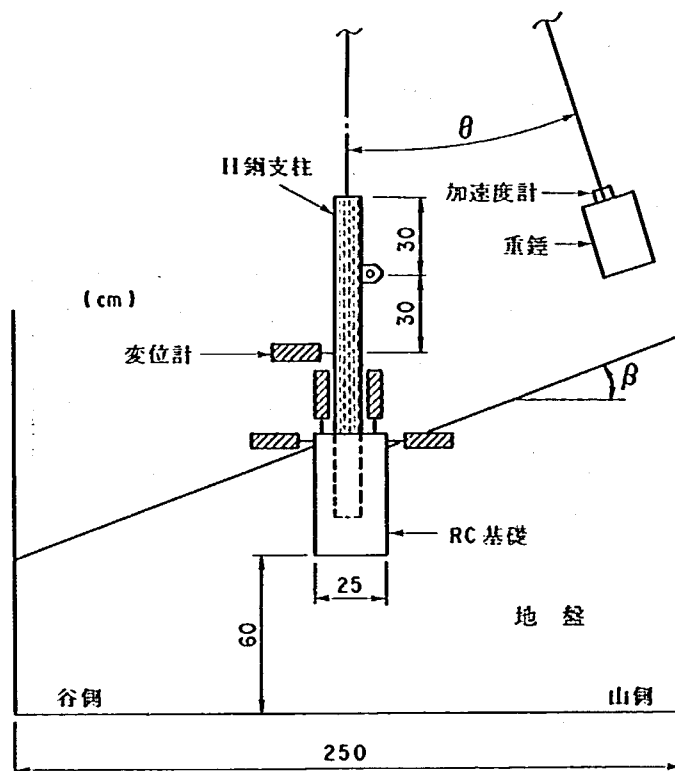


図-2.2.1 実験装置の概要

2.2.2 実験条件及び測定項目

実験パラメータは静的・衝撃荷重の大きさ、地盤の傾斜、地盤の密度（剛性）であり、これらを組合わせて計16ケースの実験を行った。各実験では、載荷荷重と落石防止柵模型（以下、模型とする）の基礎の受ける土圧、模型の変位、地盤の変形を測定した。

表-2.2.1に実験条件を示す。実験№1-1から1-9までは昭和57年度に行っており、№2-1から№2-7までは58年度に行った。両年度では実験の方法が若干異なるので、次項以降に分けて述べる。

表-2.2.1 実験条件

実験No	模型No	地盤の傾斜 β	地盤の相対 密度(%)	载荷方法
1-1	1	0°	55.1	静的载荷
1-2	1	0°	55.0	$\theta = 30^\circ$
1-3	1	0°	55.5	$\theta = 40^\circ$
1-4	1	20°	57.8	静的载荷
1-5	1	20°	57.0	$\theta = 30^\circ$
1-6	1	20°	57.5	$\theta = 40^\circ$
1-7	1	30°	52.5	静的载荷
1-8	1	30°	53.2	$\theta = 30^\circ$
1-9	1	30°	59.4	$\theta = 40^\circ$
2-1	2	0°	81.6	静的载荷
2-2	2	0°	67.5	$\theta = 5 \sim 40^\circ$
2-3	2	20°	73.0	静的载荷
2-4	2	20°	77.8	$\theta = 5 \sim 40^\circ$
2-5	2	30°	74.1	静的载荷
2-6	2	30°	72.4	$\theta = 5 \sim 40^\circ$
2-7	2	0°	セメント 安定処理	$\theta = 5 \sim 40^\circ$

2.2.3 実験 No 1

(I) 模型及びその作成法

図-2.2.2に基礎の模型を示す。模型側断面の寸法は実物の約1/2である。

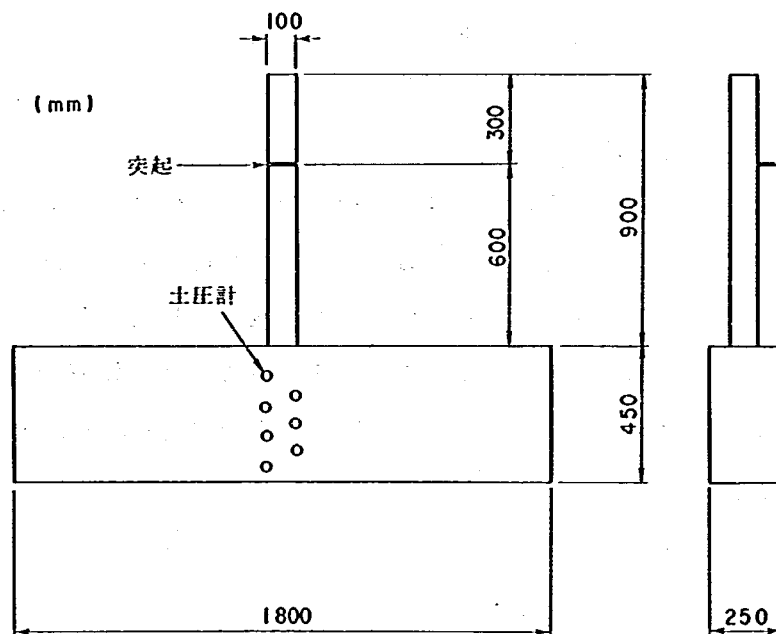


図-2.2.2 実験No 1 に用いた模型

地盤は勾配 β を 0° 、 20° 、 30° の3種類とし、湿潤した浅間山砂を用いて築造した。表-2.2.2に物理特性を、図-2.2.3に粒径加積曲線を示す。この地盤に模型を設置した様子を図-2.2.4に示す。地盤は相対密度 $D_r = 50\%$ を目標とし砂を厚さ20 cmにまき出し、足踏み1回で締め固めて築造した。基礎の側端面と土槽側面の間は砂を充填し、突き棒で締め固めた。

地盤築造中に、地盤の含水比と単位体積重量を5箇所について測定した。又、地盤築造後に2箇所においてコーン貫入試験を行った。これらの測定位置を図-2.2.5に示す。

表-2.2.2 浅間山砂の物理特性

土粒子比重(G_s)	2.698
最大間げき比(e_{max})	1.049
最小間げき比(e_{min})	0.647
10%粒径(D_{10})(mm)	0.129
60%粒径(D_{60})(mm)	0.211

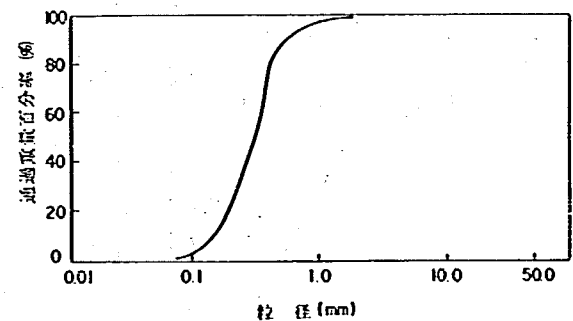


図-2.2.3 浅間山砂の粒度分布

基礎の長さ	土槽の幅	基礎の重量	振り子の半径 r
180 cm	190 cm	63.5 kgf	335 cm

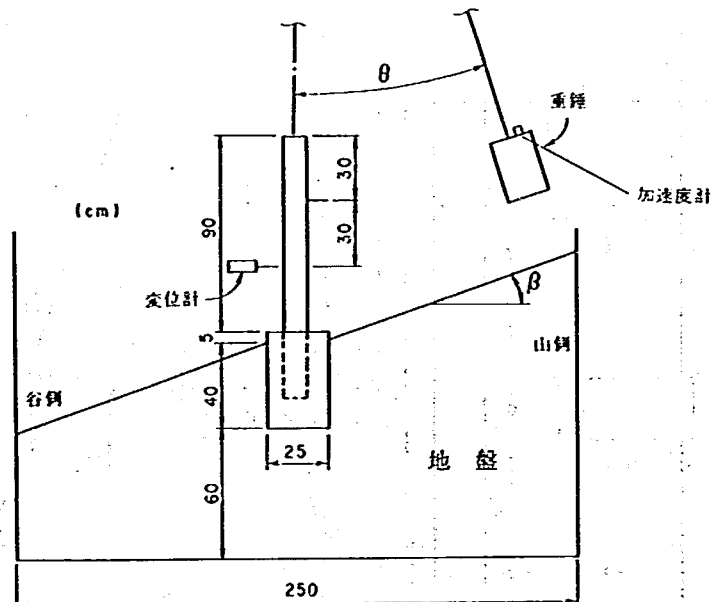
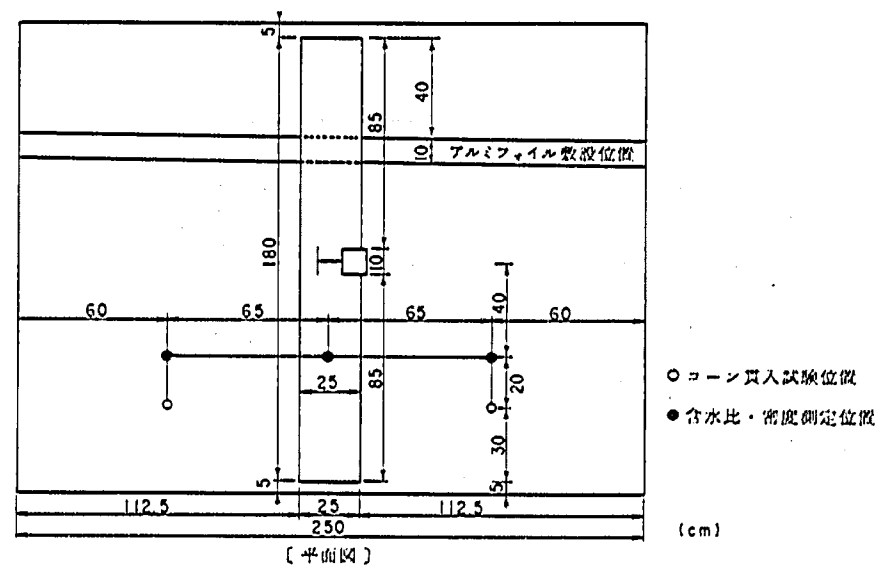


図-2.2.4 実験No.1の概要



(2) 測定項目

模型の基礎には歪ゲージ式の土圧計を図－2.2.6に示すように15個取り付けた。土圧計の受圧面は基礎の表面と同様にした。計測は図－2.2.5に示すように、静的荷重、模型とその変位、基礎の受ける土圧の他、地盤中にアルミフィルムを上下間隔10cmで敷設し、地盤の変形を測定した。アルミフィルムの敷設位置を前掲の図－2.2.5(4)に示す。

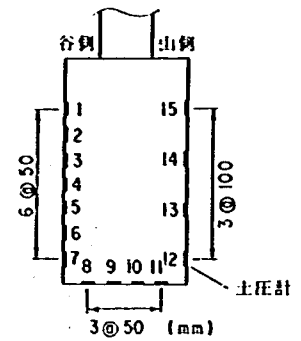


図-2.2.6 土圧計の配置

実験№ 1 に用いた測定器機を表- 2. 2. 3 に、測定システムを図- 2. 2. 7 に示す。

表-2.2.3 実験№1に用いた計測器機

項 目	測定点数	器 機	周波数特性 (Hz)
土 圧	15	共和 BE-2KA(3ヶ) BE-5KA(12ヶ)	—
変 位	1	共和 DLT-200A	0~2000
静 的 荷 重 (ロードセル)	1	丸東	—
加 速 度	1	共和 AS-100A	0~2100
動 歪 計		共和	0~2000
データレコーダー		TEAC 14CH	0~5000
ビ ジ グ ラ フ		三栄 6CH	0~1000
ダイヤルゲージ	4	ビーコック	—

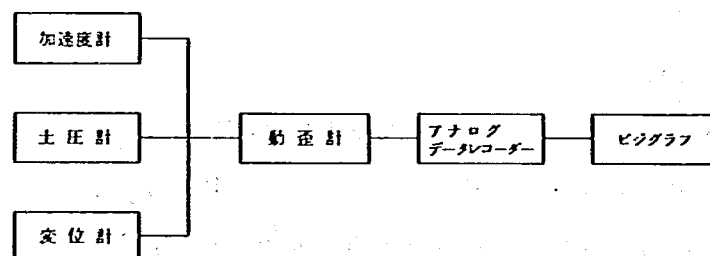
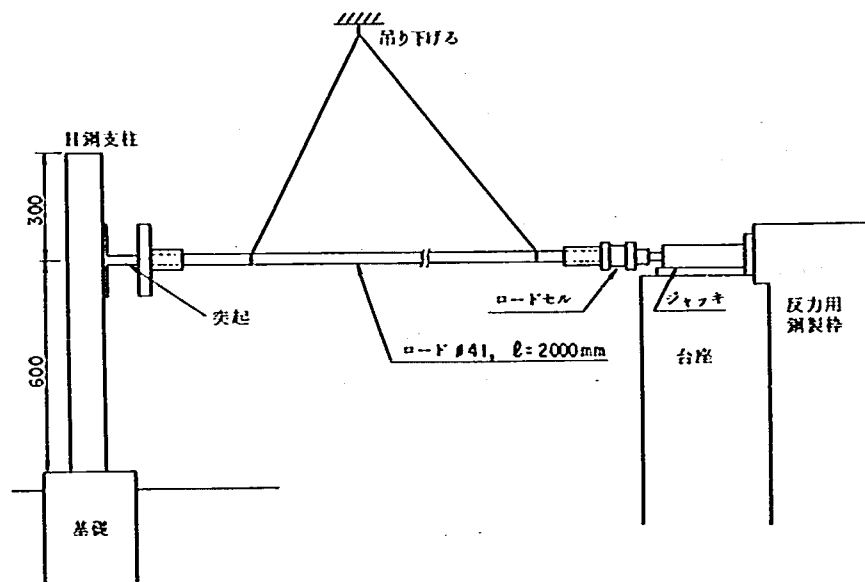


図-2.2.7 実験№1の計測システム

(3) 載荷方法

1) 静的載荷実験

静的載荷実験の様子を図-2.2.8に示す。ジャッキは手動油圧ポンプ式のものである。載荷は、荷重と変位の関係を比べつつ連続的に荷重を増加させる方法で行った。



図－ 2.2.8 静的載荷方法

2) 衝撃載荷実験

衝撃載荷実験は重錘の振り子を支柱の突起に衝突させて行った。一旦衝突した後は振り子を手でつかみ2回衝突しないようにした。振り子の半径は335 cm、重錘は直径20 cm、高さ28 cm、重量63.5 kgのものを用了。振り子の振り上げ角は30°と40°である。計測は静的載荷実験と同様に、模型の変位、基礎の受ける土圧、地盤の変形その他、重錘の頂部に加速度計を取り付けて加速度を測定し重錘の質量を乗じて作用衝撃力とした。

2.2.4 実験 No 2

(1) 模型及びその作成法

図－ 2.2.9 に基礎の模型を示す。模型及び土槽は57年度に用いたものを改造したものであり、基礎の長さは80 cmである。模型の概要を図－ 2.2.10 に示す。

地盤は実験No 1と同じ勾配で同じ材料を用いて築造した。セメント安定処理地盤は砂の重量の4%のポルトランドセメントを混合した。地盤の相対密度Drは80%を目標とし、砂を厚さ10 cmにまき出し、足踏み2回と突き棒によって締め固めた。地盤の三軸圧縮試験の結果を表－ 2.2.4 に示す。基礎の側端面と土槽側面の間は砂を充填し、突き棒で締め固めた。地盤の含水比、単位体積重量測定位置とコーン貫入試験実施位置を図－ 2.2.11 に示す。

(2) 測定項目

支柱の載荷点は図－ 2.2.12 に示すようなロードセルを取り付けてあり、衝撃と静的荷重を測定した。基礎には前掲の図－ 2.2.6 の様に土圧計を取り付けて、基礎の受ける土圧を測定した。模型の変位、加速度、地盤の変形を測定した。実験No 2に用いた測定機器を表－ 2.2.5

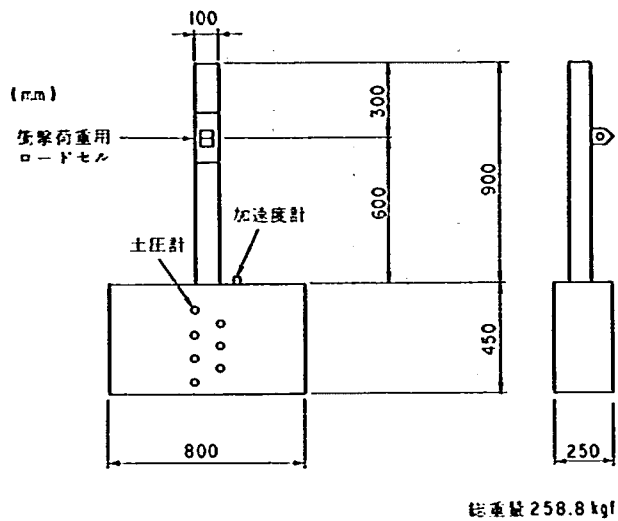


図- 2.2.9 実験№ 2 に用いた模型

基礎の長さ	土槽の傾	重錘の重量	振り子の半径 r
80	85	30.3 kgf	350 cm

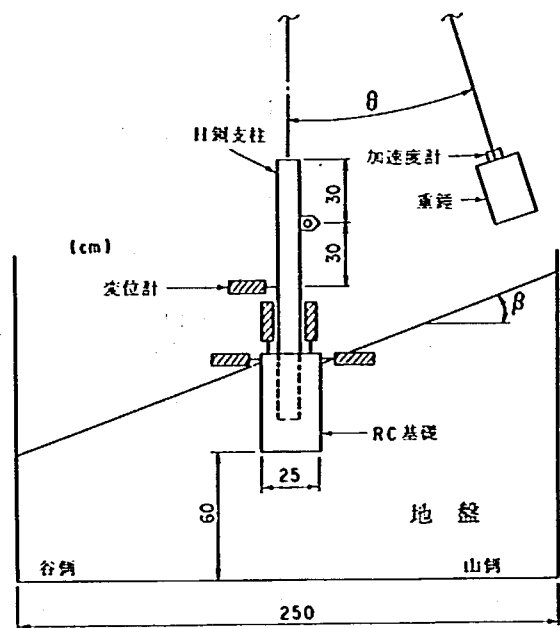
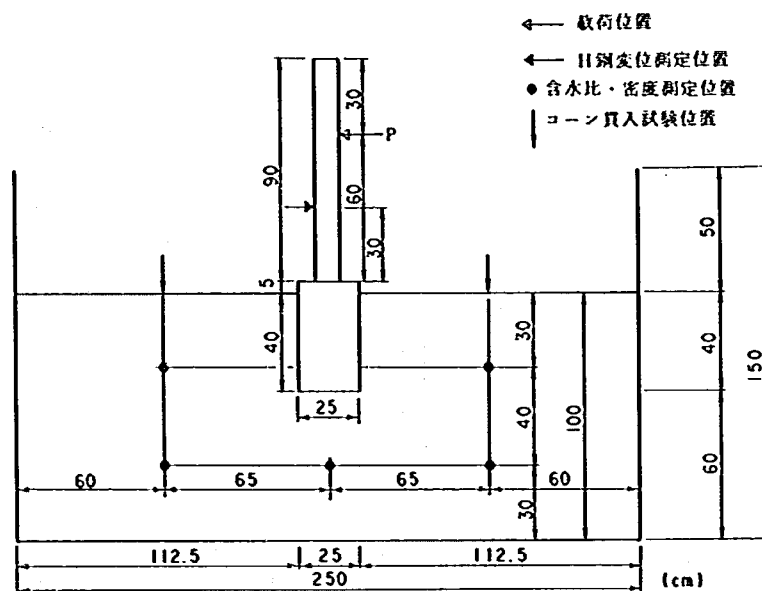


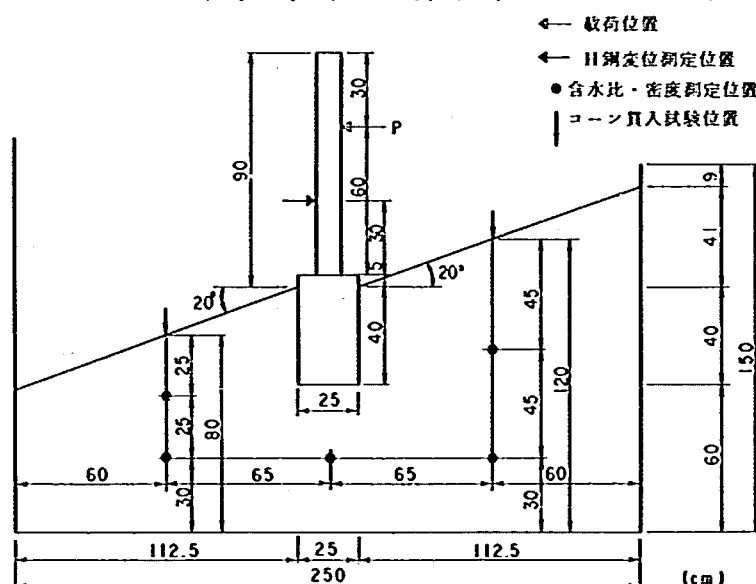
図- 2.2.10 実験№ 2 の概要

表- 2.2.4 三軸圧縮試験

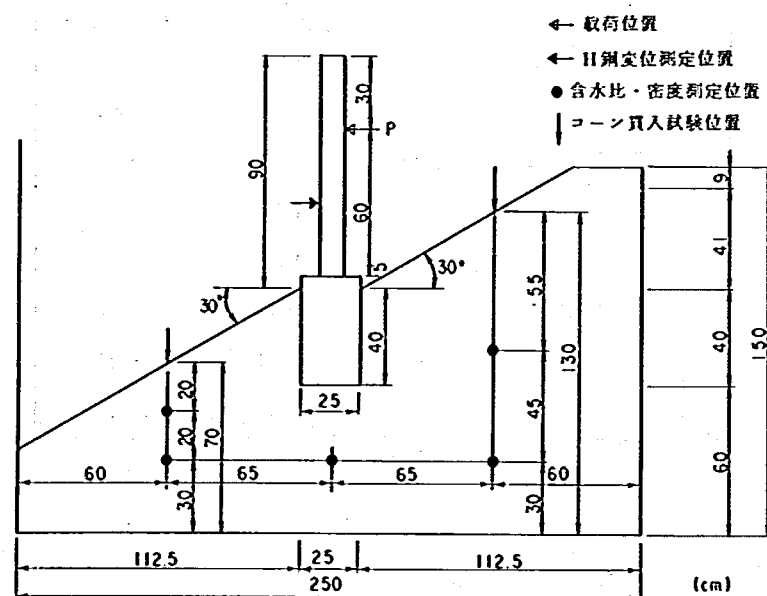
試 料		浅間山砂 $Dr \div 80\%$	セメント安定 処理 4%
土粒子の比重 G_s		2.698	
自然 状態	含 水 比 w_n %	11.4	8.7
	湿 潤 密 度 ρ_t g/cm ³	1.731	1.879
	間 隙 比 e	0.736	
	飽 和 度 S_r %	41.8	
三軸 圧縮 試験	試験の条件	UU	UU
	粘 着 力 c Kgf/cm ²	0.04	0.27
	せん断抵抗角 ϕ	$35^\circ 30'$	$33^\circ 10'$



図－2.2.11 (1) 含水比，単位体積重量，コーン貫入試験位置



図－2.2.11 (2) 含水比，単位体積重量，コーン貫入試験装置



図－2.2.11 (3) 含水比，単位体積重量，コーン貫入試験装置

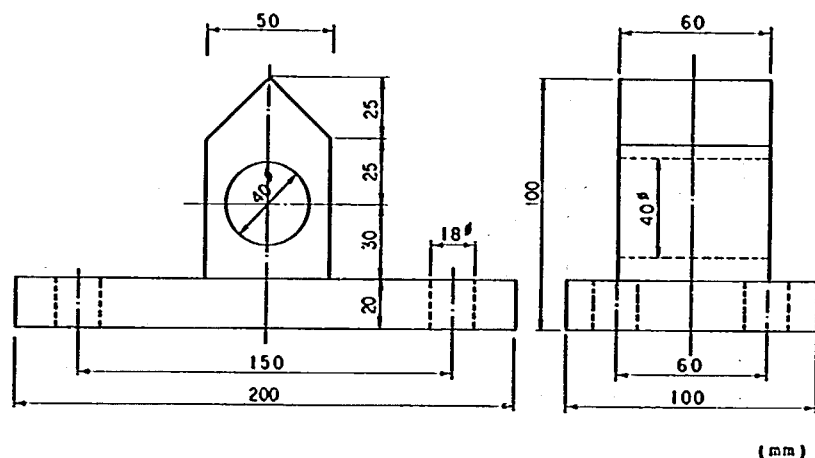


図- 2.2.12 ロードセル

表- 2.2.5 実験№ 2 に用いた計測器機

項 目	測定点数	器 機	周波数特性 (Hz)
土 圧	15	共和 BE-5 KA(9) BE-2 KA(6)	—
変 位	5	共和 DLT-200 A, 100 A(2) 三栄 D3-30(2)	0~2000 —
静 的 荷 重	1	丸東	—
加 速 度	2	共和 AS-100 A(2)	0~2100
動 歪 計		三栄	0~2000
データレコーダー		TEAC R-280, 280 S	0~5000
ビ ジ グ ラ フ		三栄 5 L-31	0~1000
ペン書きレコーダー		理化電機 R-108	—

に、測定システムを図- 2.2.13 に示す。図- 2.2.14 に示す地盤内の位置に色砂を設けて変形を測定した。

(3) 载荷方法

1) 静的载荷実験

静的载荷実験は図- 2.2.15 に示す様に行った。载荷は、地盤が降伏するまでは荷重を20 kgf ずつ上げて土圧、変位を測定し、降伏した後はジャッキの最大ストロークまで行った。

2) 衝撃载荷実験

衝撃载荷実験は重錘の振り子を支柱のロードセルに衝突させて行った。振り子の半径は350 cm, 重錘は直径20cm, 高さ12cm, 重量30.3 kgのものを用了。実験は重錘の振り上げ角 θ を 5° から 40° まで 5° きざみで同じ模型に繰り返し载荷した。

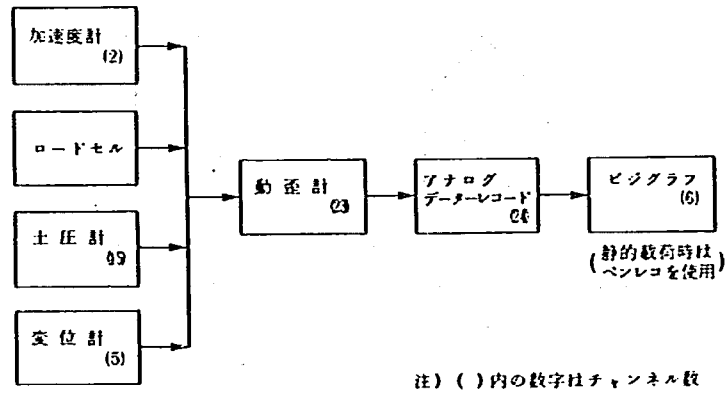


図- 2. 2. 13 実験№ 2 の計測システム

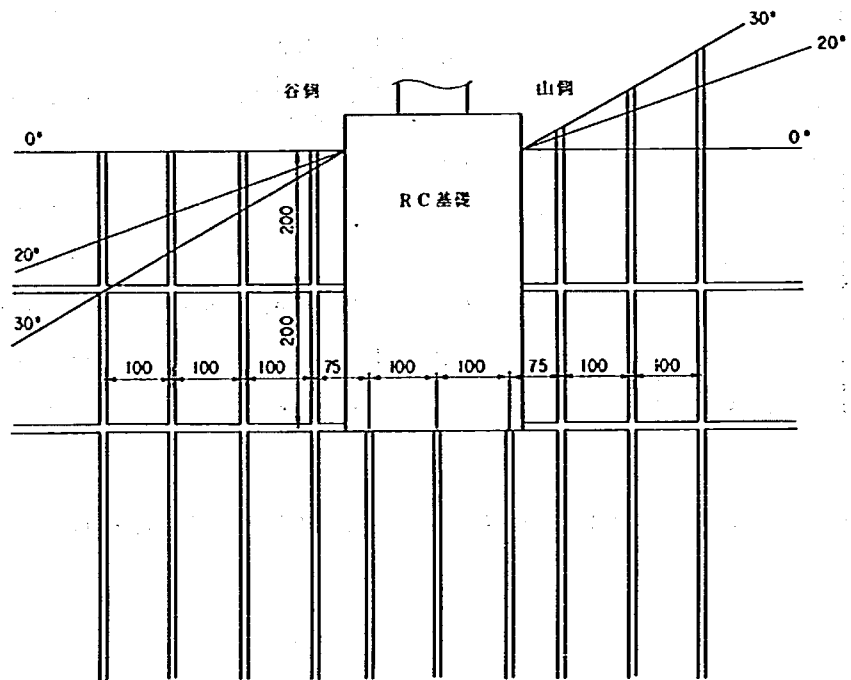


図- 2. 2. 14 着色砂位置

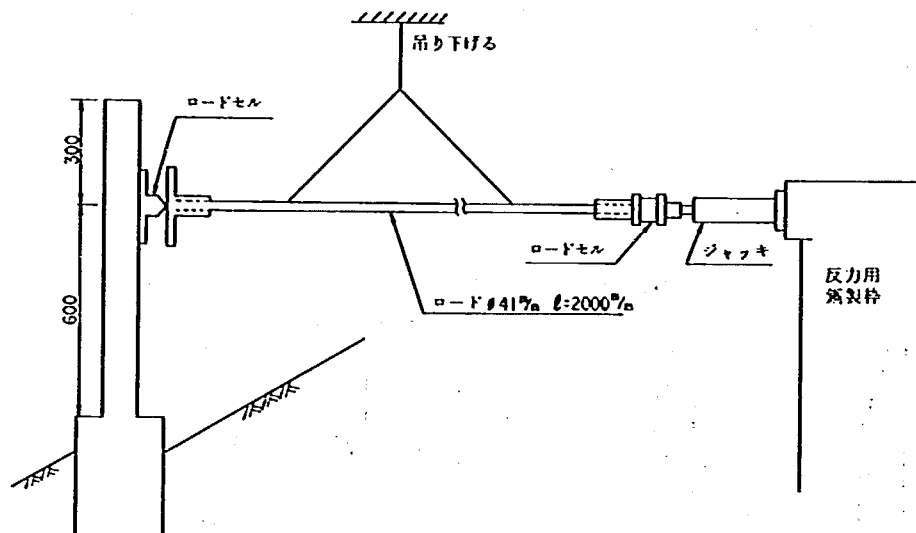


図- 2. 2. 15 静的載荷方法

2.3 実験結果

2.3.1 地盤の密度とコーン試験結果

表- 2. 3. 1 に地盤の密度の測定結果を示す。実験 № 1-1~1-9の含水比は7~9%, 相対密度は52.5~59.4%で, № 2-1~2-7の含水比は6~8%, 相対密度は67.5~81.6%であった。

表- 2. 3. 1 地 盤 の 密 度

実験№	湿潤密度 (gf/cm ³)	乾燥密度 (gf/cm ³)	相対密度 (%)	含 水 比 (%)
1-1	1.59	1.47	55.1	7.93
1-2	1.62	1.47	55.0	9.96
1-3	1.62	1.47	55.5	9.90
1-4	1.62	1.48	57.8	8.98
1-5	1.63	1.48	57.0	9.81
1-6	1.63	1.48	57.5	9.25
1-7	1.58	1.46	52.5	7.74
1-8	1.59	1.47	53.2	8.08
1-9	1.61	1.49	59.4	8.42
2-1	1.710	1.589	81.6	7.65
2-2	1.676	1.539	67.5	8.90
2-3	1.678	1.558	73.0	8.28
2-4	1.708	1.575	77.8	8.42
2-5	1.690	1.562	74.1	8.24
2-6	1.689	1.556	72.4	8.63
2-7	1.690	1.587		6.52

図-2.3.1にコーン試験結果の例を示す。実験№1-1～1-9は緩い地盤であるので平均 q_c は4～5 kg/cm²と小さく、№2-1～2-7は密な地盤であるので深さ30～40 cm以上から q_c は15 kg/cm²を上回っている。

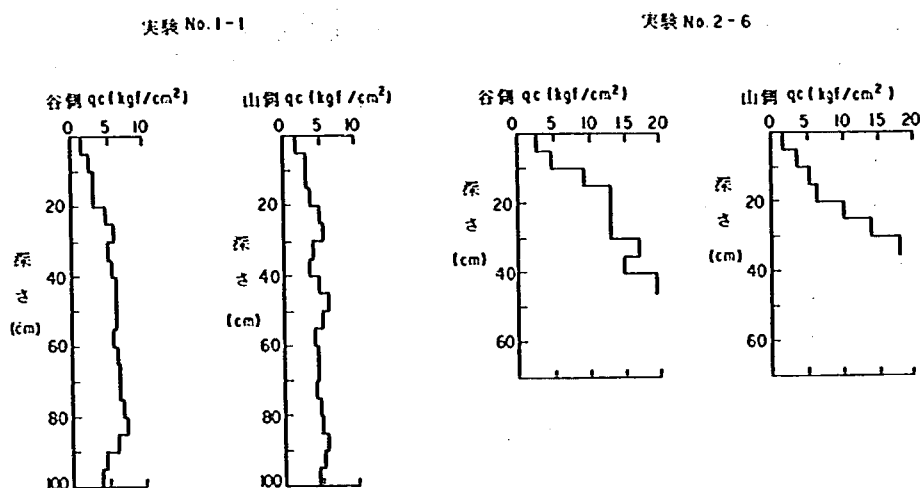


図-2.3.1 コーン貫入試験結果の例

2.3.2 衝撃载荷実験の特徴

(1) 衝撃载荷重

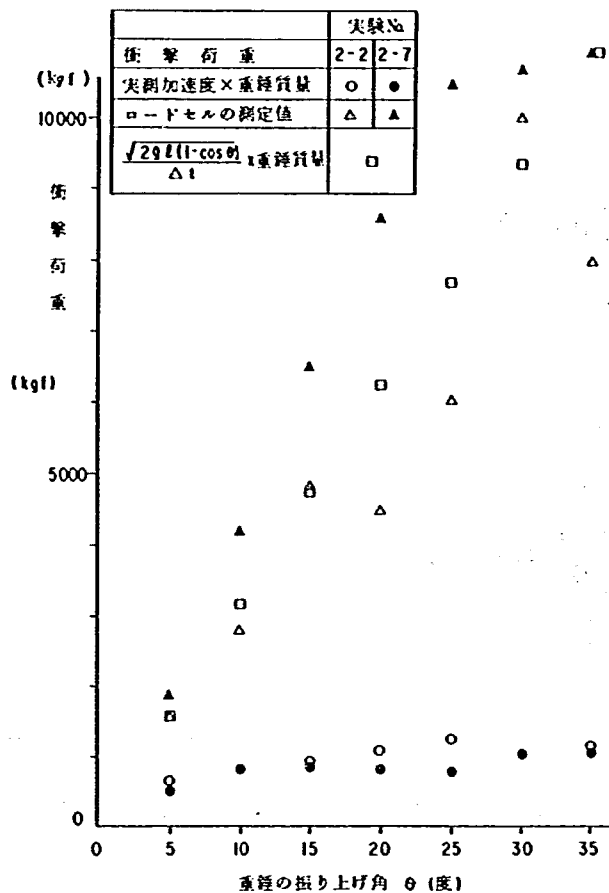
№1の衝撃载荷実験では衝撃荷重は重錘衝突時の重錘の加速度に質量を乗じた値とする。

№2の衝撃载荷実験では重錘の衝撃荷重を加速度と質量の積から求める方法とロードセルから求める方法があり、ここで、その二通りの方法の関係を考察する。

図-2.3.2に二通りの方法によって求めた衝撃荷重と重錘の振り上げ角 θ の関係を示す。地盤の剛性が低いと载荷による地盤の降伏が早期に現れ、 θ と衝撃荷重が比例しなくなると考えられるので、ここでは№2-2、2-7について示した。この図によると、加速度と重錘質量の積から求める方法では振り上げ角が大きくなると衝撃荷重はわずかに増加している。ロードセルが検出した衝撃荷重は振り上げ角の増加と比例的に大きくなっている。両方法を比較するためにエネルギー保存の法則から求められる重錘に加わる加速度^{注)}と重錘の質量との積を推定衝撃荷重として図に示す。この推定衝撃荷重に対してロードセルが検出した値がよく一致するので、№2の衝撃载荷実験では衝撃荷重はロードセルから検出した値を用いる。№1の衝撃载荷実験では重錘加速度から求めた値を参考的に用いざるをえない。

注) $mgh = 1/2 mv^2$, $h = \ell (1 - \cos \theta)$, $v = a \Delta t$

$\therefore a = (2g\ell(1 - \cos \theta))^{1/2} / \Delta t$ ことに、 m は重錘の質量、 v は衝突直前の速度、 ℓ は振子の腕の長さ、 a は重錘に加わる加速度、 Δt は接触時間($\Delta t = 0.002 \text{ sec}$)



図－ 2. 3. 2 重錘の振り上げ角と衝撃荷重

重錘の質量と加速度の積による衝撃荷重とロードセルが検出した衝撃荷重が一致しない理由としては、加速度の測定に用いた加速度計の取り付け方法の不適が考えられる。

(2) 衝撃載荷実験における測定波形の例

実験No 2-2の重錘の振り上げ角 $\theta = 20^\circ$ において測定された衝撃力、加速度、変位、土圧の波形を図－ 2. 3. 3 に示す。図の波形は電磁オシログラフの記録紙をトレースしたものである。重錘加速度は支柱に衝突した瞬間の第1波にのみ意味がある。衝撃的な荷重に対して模型は比較的ゆっくりと変位しており、土圧の変位は模型の変位と対応している。衝撃荷重と土圧の各波形の最大値は同時に現れていない。模型の変位は衝突後 0.1 秒で停止している。基礎の加速度は山側と谷側方向へ交互に変動しているから、基礎は微小に揺れながら谷側へ変位したようである。

図－ 2. 3. 3 の衝撃荷重の時間軸を拡大した時刻歴を図－ 2. 3. 4 に示す。図の波形は磁気テープの記録を再生したものである。衝撃荷重は第1波の約 1/1,000 秒の間に加わったとすると、図－ 2. 3. 3 に示した電磁オシログラフの衝撃荷重と加速度はオシログラフの応答特性のために真値の 105 % から 95 % を表示したにすぎないという可能性がある。しかし、すべての

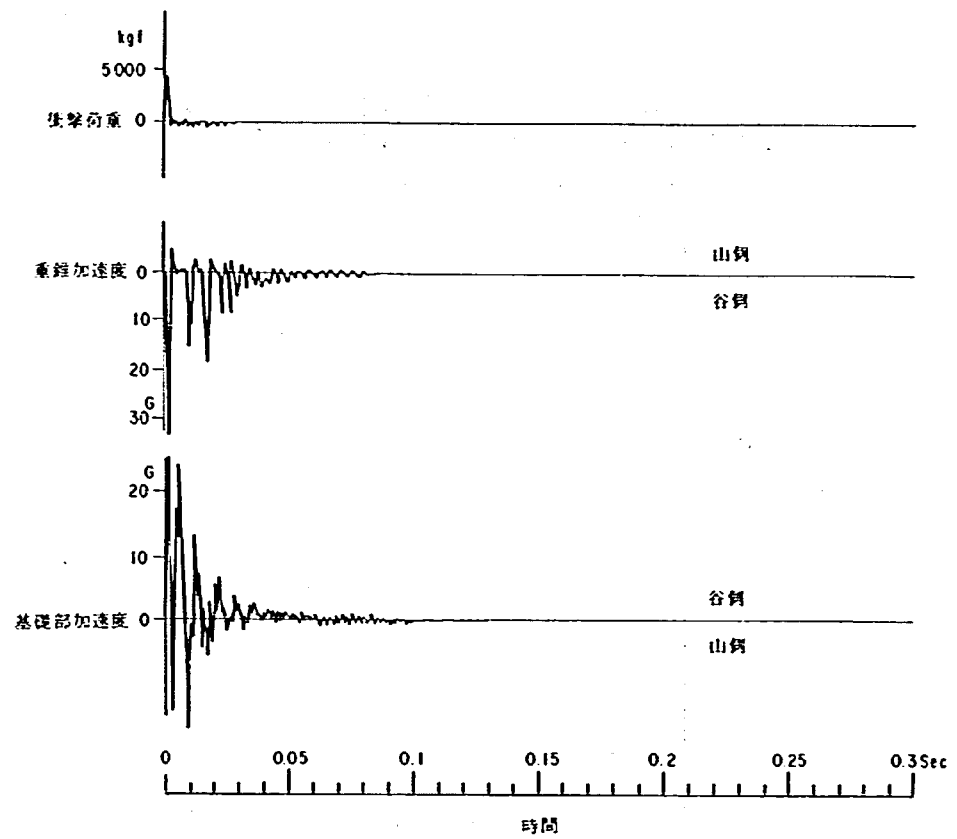


圖-2.3.3 (1) 測定波形例 (No. 2-2, $\theta = 20^\circ$)

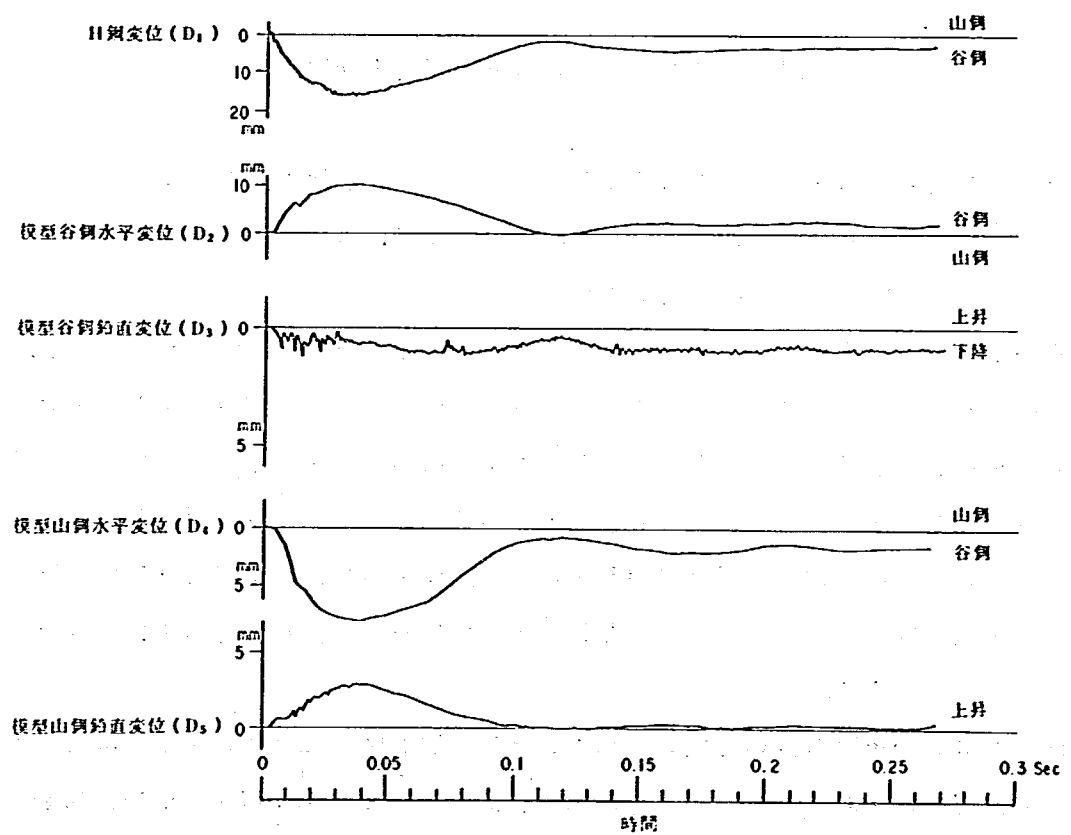


圖-2.3.3 (2) 測定波形例 (No. 2-2, $\theta = 20^\circ$)

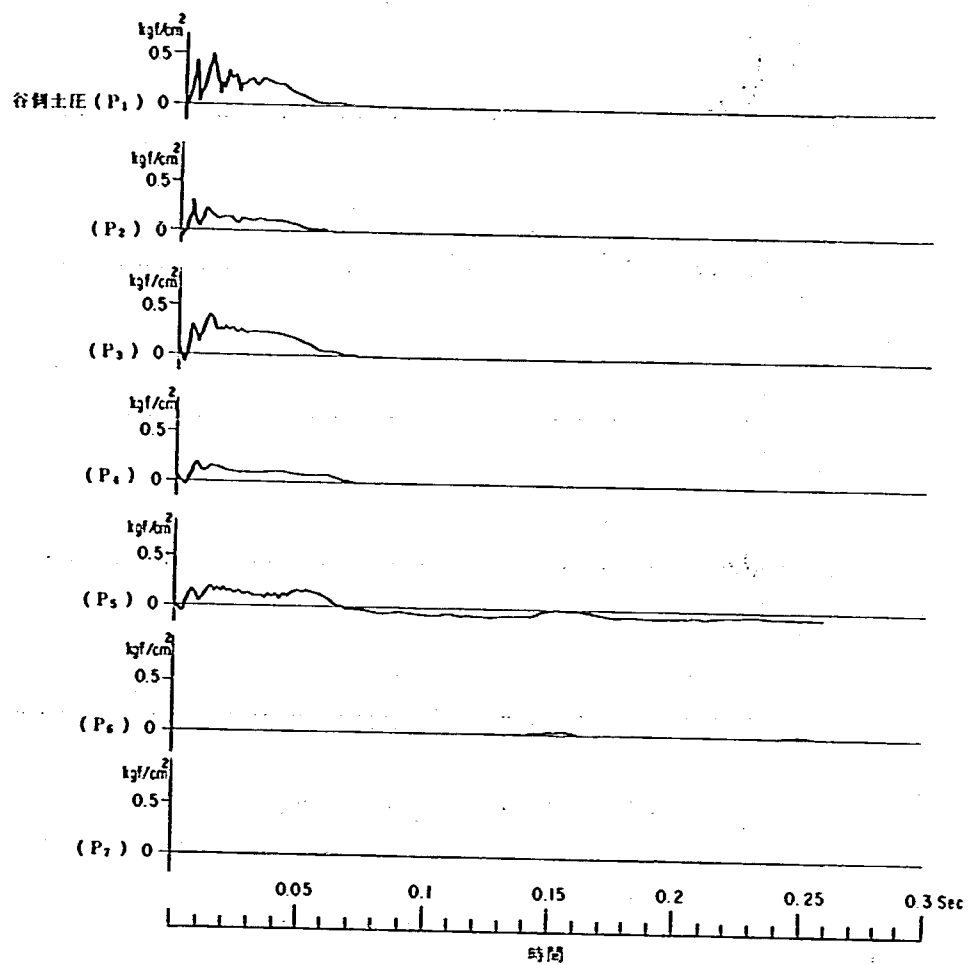


図 - 2.3.3 (3) 測定波形例 (No 2 - 2, $\theta = 20^\circ$)

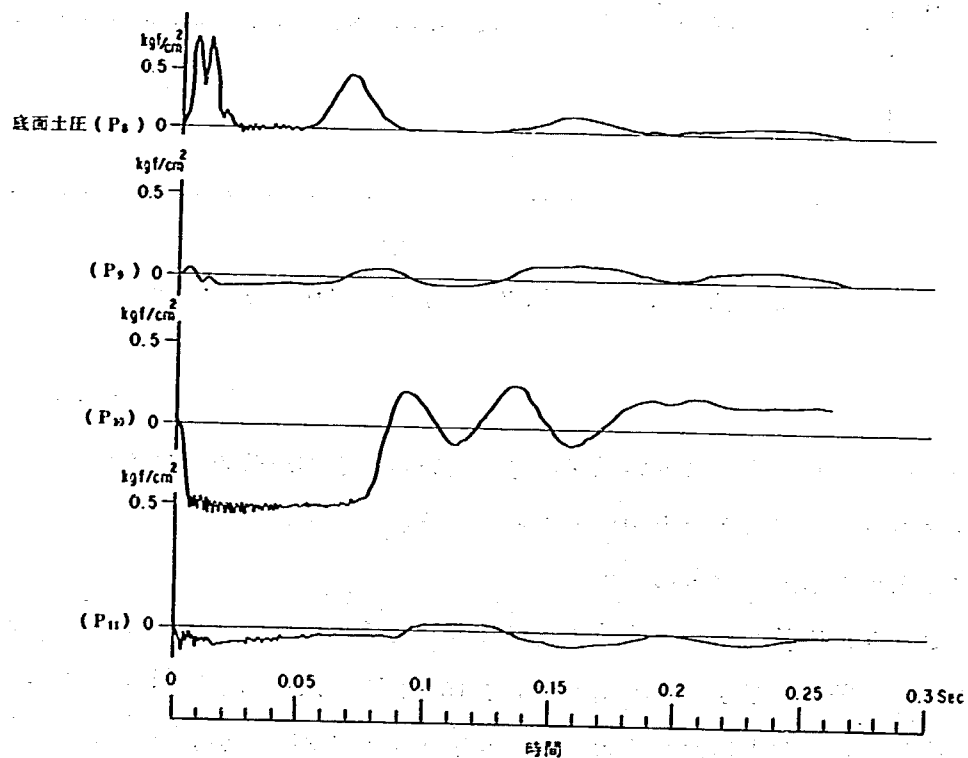


図 - 2.3.3 (4) 測定波形例 (No 2 - 2, $\theta = 20^\circ$)

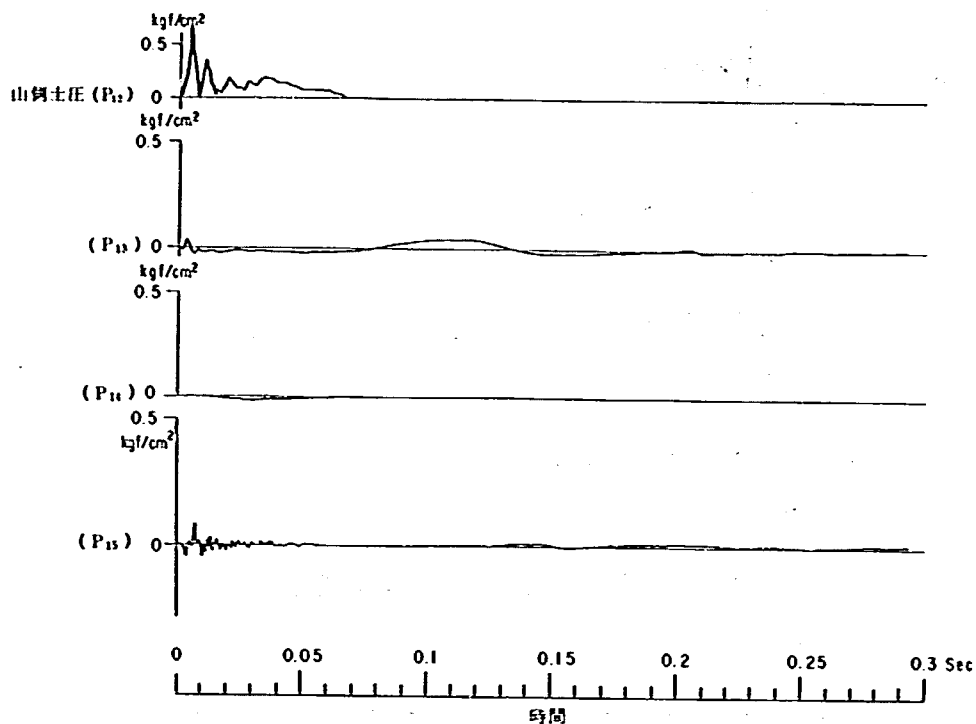


図- 2.3.3 (5) 測定波形例 (No 2 - 2, $\theta = 20^\circ$)

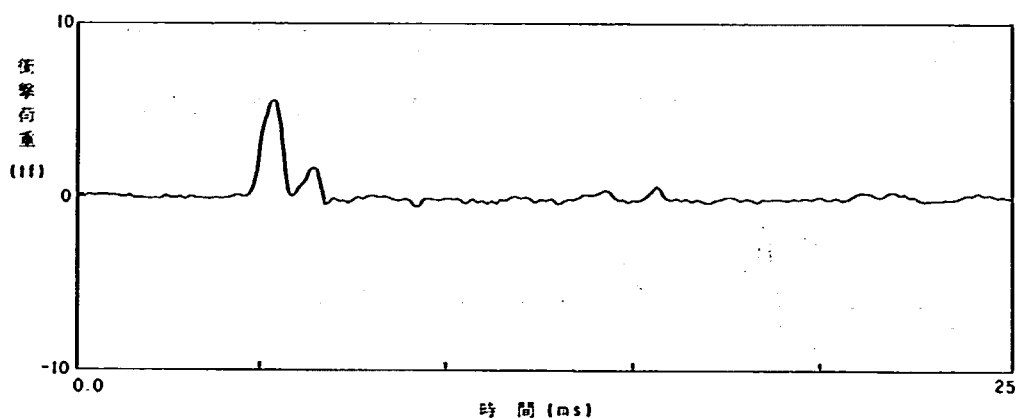


図- 2.3.4 実験No 2 - 2, $\theta = 20^\circ$ の衝撃荷重

実験のデータとして真値に近い磁気記録を用いることが現時点では不可能なので、電磁オシログラフから読み取った値を用いることとする。

(3) 衝撃荷重と振り上げ角の関係

図- 2.3.5 に実験No 2 の衝撃荷重実験における重錘の振り上げ角 θ と衝撃荷重 (ロードセルで計算) の関係を示す。振り上げ角 θ が 15° までは θ に比例して衝撃荷重が増大しているが、 θ が 20° 以上になると衝撃荷重の増加率が一定でなくなっている。これは、模型の地盤が降伏したために、衝撃力が緩和されたものと考えられる。

2.3.3 載荷荷重とH鋼の変位

(1) 静的載荷実験

図-2.3.6に静的載荷実験での載荷荷重とH鋼の載荷点の変位の関係を示す。実験№1-1, 1-4, 1-7では地盤が緩いため荷重のピークが現れるときの変化が30~60mmとなっているのに対して、№2-1, 2-3, 2-5では地盤が密なので荷重のピークは20mm前後の変位の時に現れている。それぞれにおいて、耐力は地盤の勾配が0°, 20°, 30°の順に大きい。図から、図示した実験条件に対して地盤が弾性的な挙動を示す範囲は模型の変位が2mm(模型の回転角度が2°)までである。

(2) 衝撃載荷実験

図-2.3.7に№2の衝撃載荷実験における衝撃荷重とH鋼の累積変位の関係を示す。№2-2, 2-4では振り上げ角が30°を越えたところで降伏しているが、№2-6, 2-7では塑性域にあるようだが明瞭な降伏が起きていない。

(3) 静的載荷実験と衝撃載荷実験の比較

図-2.3.8に実験№1での載荷荷重とH鋼の変位の関係を示す。衝撃載荷実験で生じた変位に対応する静的載荷実験の載荷荷重を比較すると、衝撃荷重/静的荷重は7~17倍となった。衝撃荷重と静的荷重の比を表-2.3.2に示す。

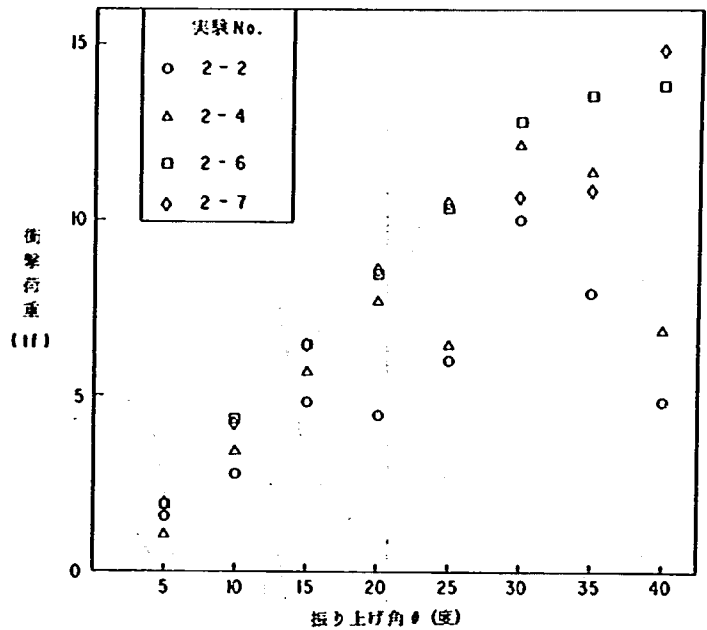


図-2.3.5 重錘の振り上げ角と衝撃荷重

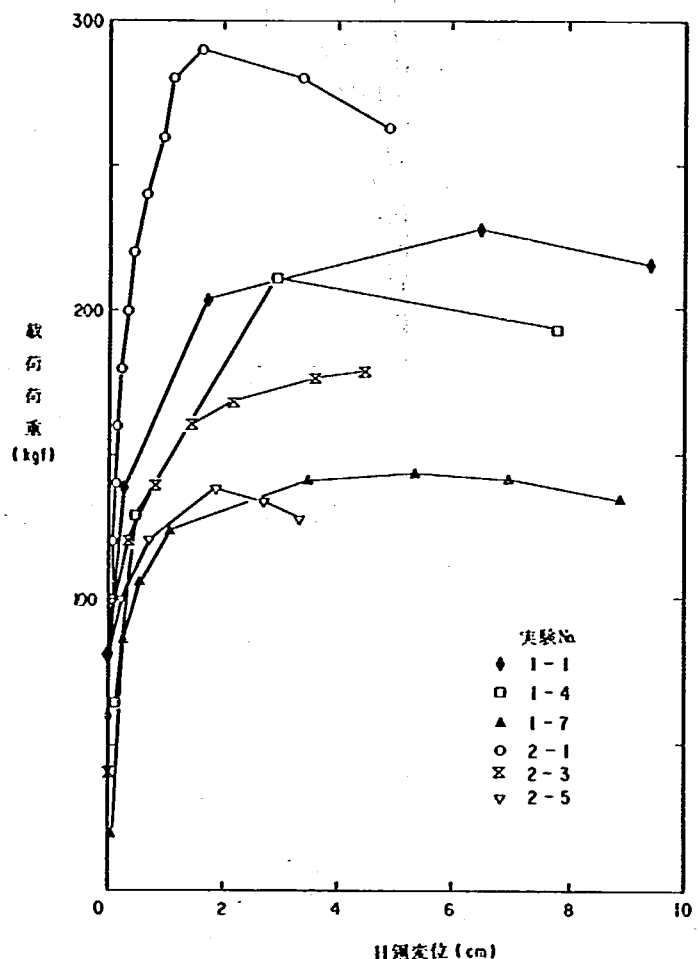
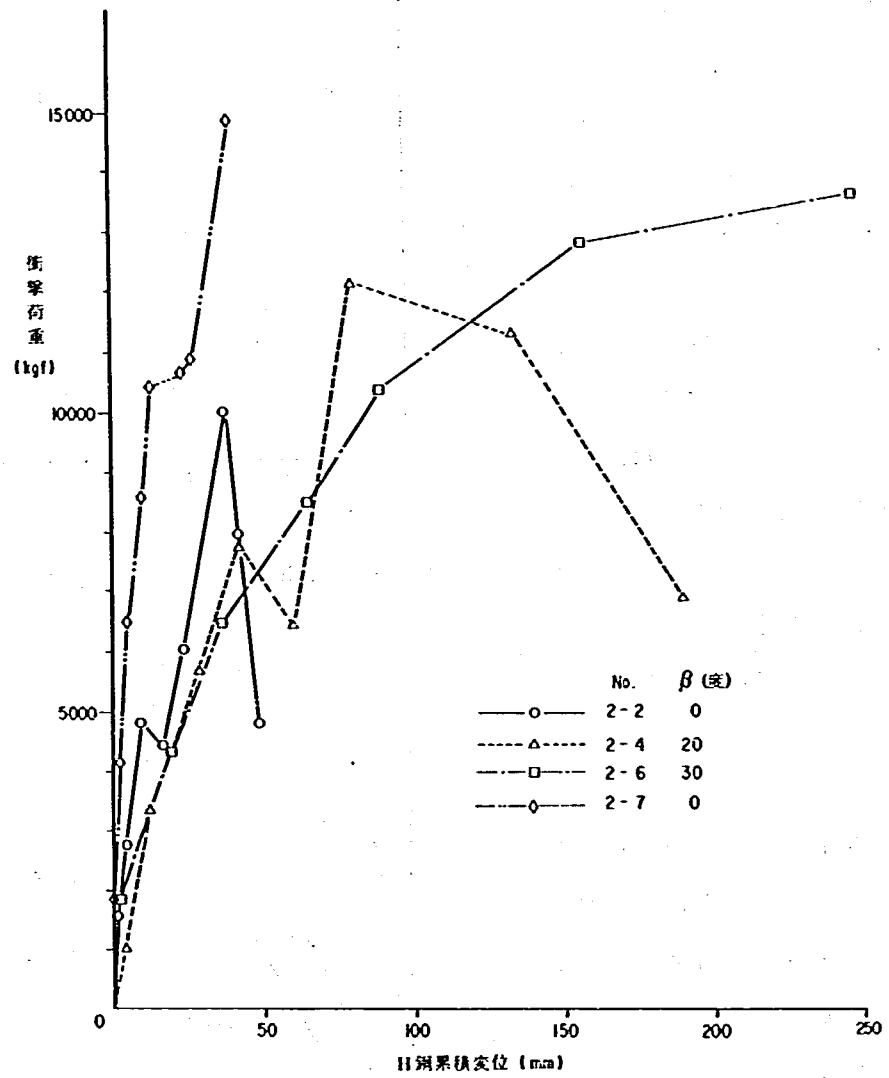


図-2.3.6 静的載荷実験における載荷荷重とH鋼変位



図一 2.3.7 衝撃荷重とH鋼累積変位

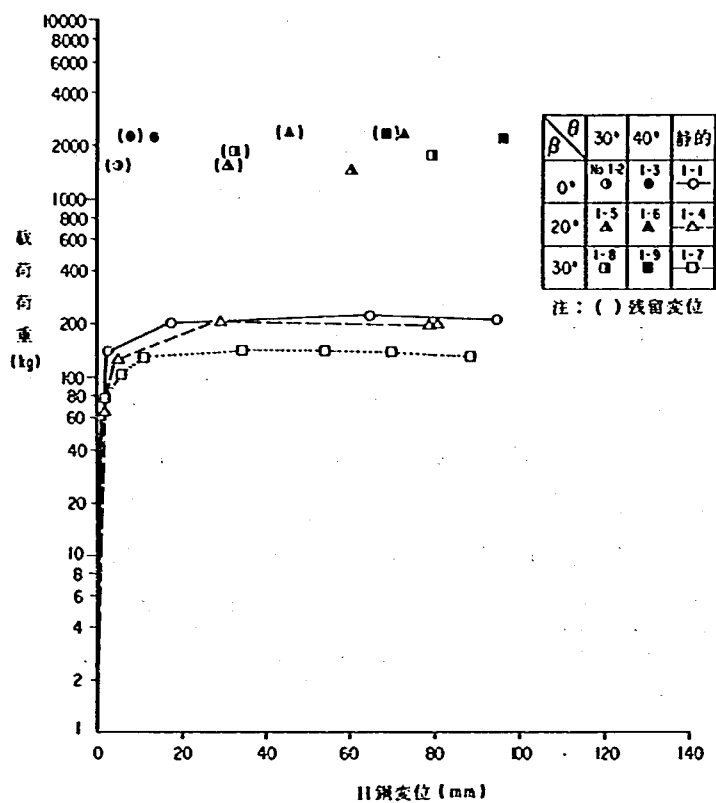


図-2.3.8 実験№1における载荷荷重とH鋼変位

表-2.3.2 実験№1の同一変位における荷重比較

地表面の勾配 β (度)		0				20				30			
衝撃荷重 (kgf)		1544.32	2222.5			1465.6		2332.4		1809.8		2264.4	
水平変位 Δl	種類	残留	最大	残留	最大	残留	最大	残留	最大	残留	最大	残留	最大
	測定値 (mm)	4.74 ¹⁾	12.39	7.32	59.91	31.09	71.79	45.37	78.83	32.48	106.73	68.52	
静的荷重 (kgf)		150	183	162	199	209	195	204	138	141	133 ²⁾	142	
衝撃荷重 静的荷重		10.3	12.1	13.7	7.4	7.0	12.0	11.4	13.1	12.8	17.0	15.9	

Δl : 水平変位

注) 1) 実験№1-2は変位測定を失敗のため、H鋼の傾斜角より推定
2) 実験№1-9の最大変位に対応する静的荷重が存在しないため、最終変位で算定

次に実験№2の静的荷重と衝撃荷重を静的載荷実験の最大負荷時の変位と同一レベルで比較した(表-2.3.3)。静的荷重と衝撃荷重の比は22から30倍であった。

(4) 載荷荷重—変位特性のまとめ

模型は地盤が降伏する直前に最大耐力を発揮した。

静的載荷実験と衝撃載荷実験の同一変位における載荷荷重を比較すると、静的荷重と衝撃荷重の比は7から30倍となった。

表-2.3.3 実験№2における静的—衝撃、荷重の比

地表面の勾配 (度)	0	20	30
静的載荷時における最大荷重 (Kgf)	289.5	168.7	138.5
最大荷重時の変位量 (mm)	15.87	21.54	18.77
上記変位量に対応する衝撃荷重 (Kgf)	6,400	4,750	4,200
静的・衝撃の荷重比	22.1	28.2	30.3

但 静的最大荷重時の変位量に対応する衝撃荷重値は図-2.3.7の傾向線より求めた。

2.3.4 地盤の変形と模型の回転中心

今回の実験では模型に静的または衝撃荷重を加えると、模型は基礎の中央付近を中心に回転する挙動を示した。

(1) 地盤の変形

図-2.3.9(1)から(4)に各実験後観察した地盤の変形状態を示す。実験№1-1~1-9は地盤中に敷設したアルミフォイルの上下方向変位を示しており、この変位には地盤作成中に生じた変位も含まれている。№2-1~2-7は土槽側面の透明板を通してスケッチした色砂の変状である。ただし№1-2は測定できなかった。これらの図によると、模型の基礎中央部を中心とした回転のために基礎の谷側上半部分、山側下半部分、底面谷側部分が地盤を圧縮し、山側上半部分に空隙が生じている。谷側の地盤は基礎によって圧縮され受動状態となり、基礎から40cm程の所にすべり面が表れている。山側の地盤は、勾配 β が 0° の場合に比較的大きな変形がみられるが、 β が 20° 、 30° の場合では変形が小さい。これは、勾配が大きいと谷側の抵抗が弱く模型が谷川へ倒れやすく山側には変形が及ばなくなるためである。№2-7はセメント安定処理地盤であり剛性が高いので他の実験に比べて変形が小さい。

(2) 模型の回転中心

1) 静的載荷実験

回転中心の位置は次のようにして求めた。図-2.3.10に示すように、載荷前の点A、Bと載荷後の点A'、B'を結ぶ線A-A'、B-B'の垂直2等分線の交点を回転中心とする。

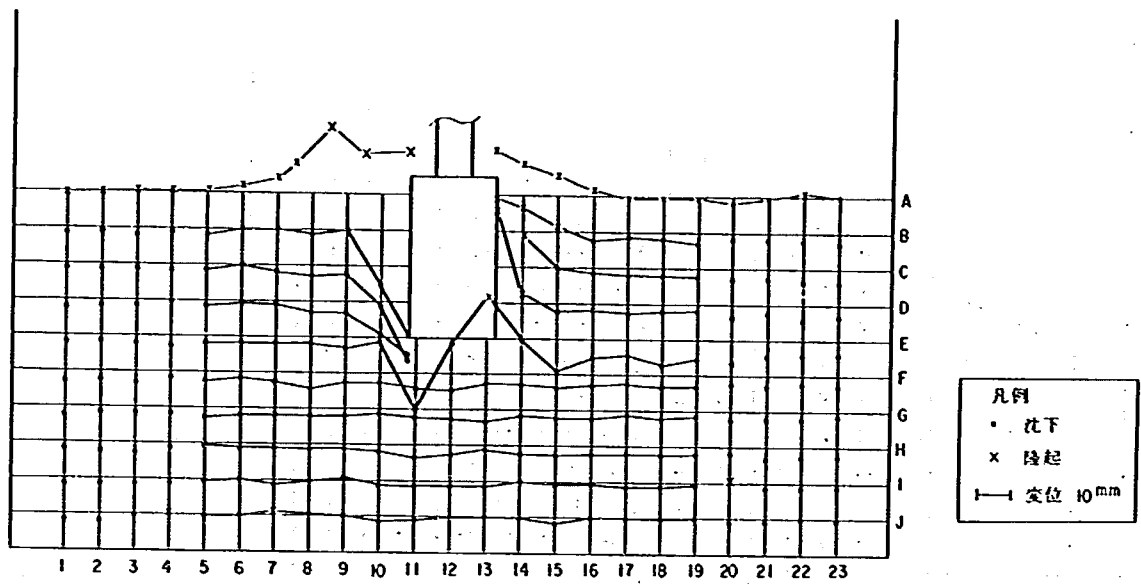


图-2.3.9 (1) 变位分布 (№ 1 - 1)

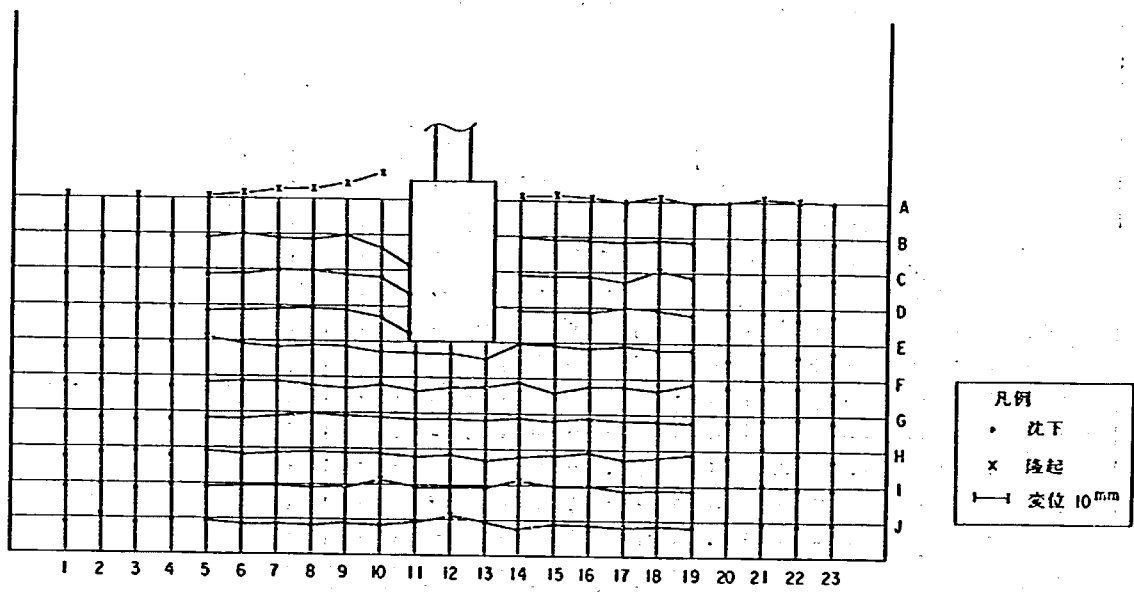


图-2.3.9 (2) 变位分布 (№ 1 - 3)

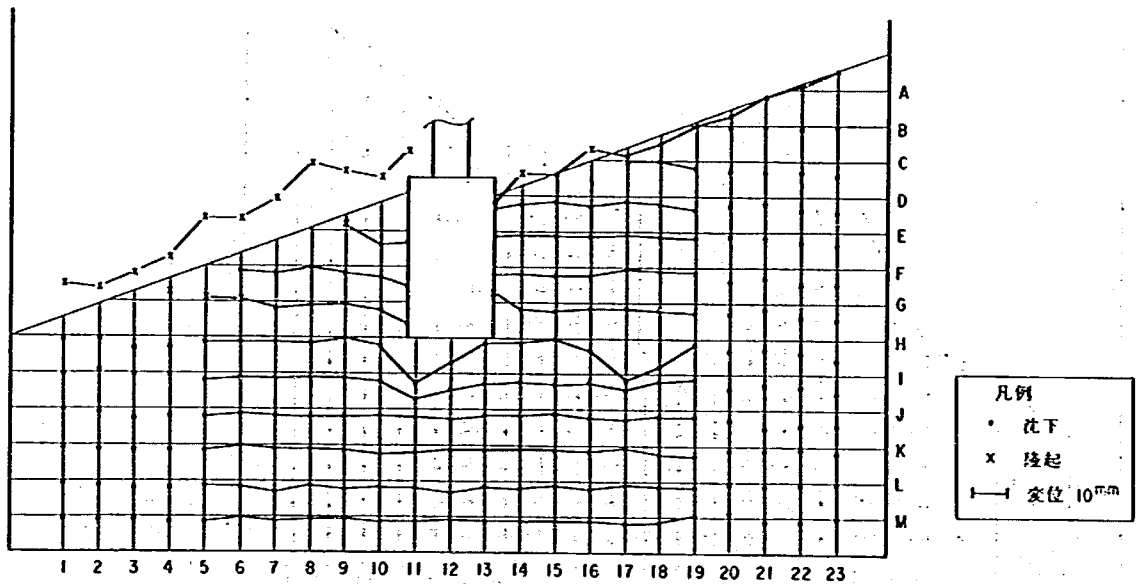
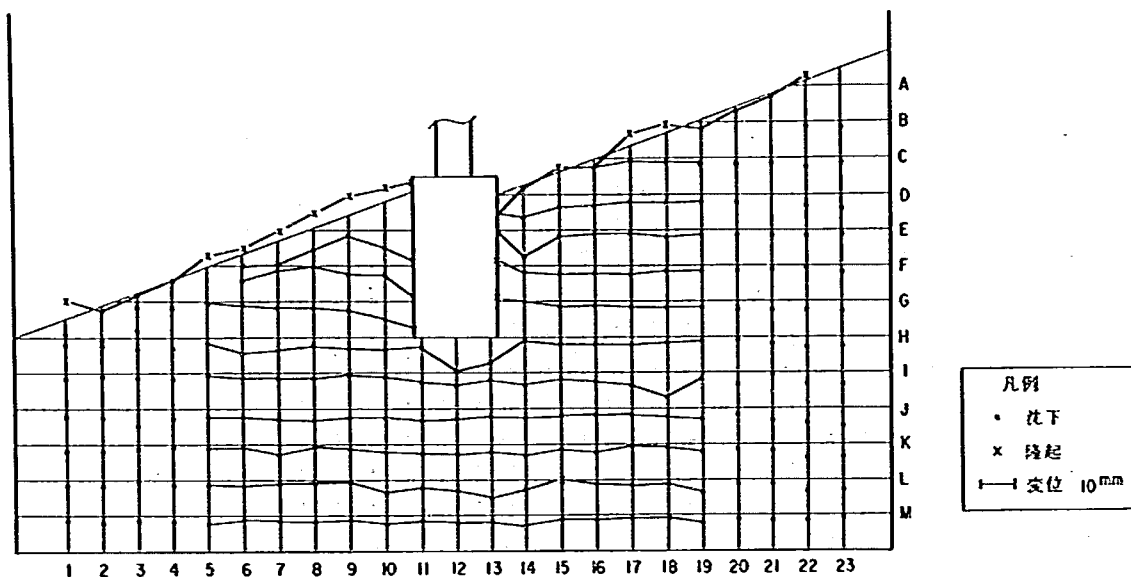
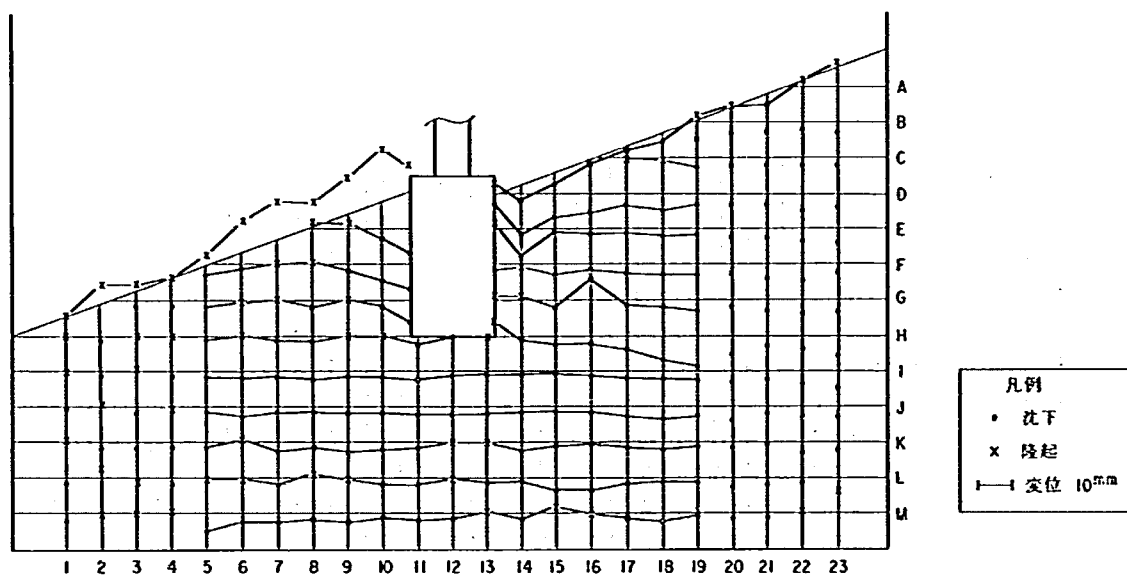


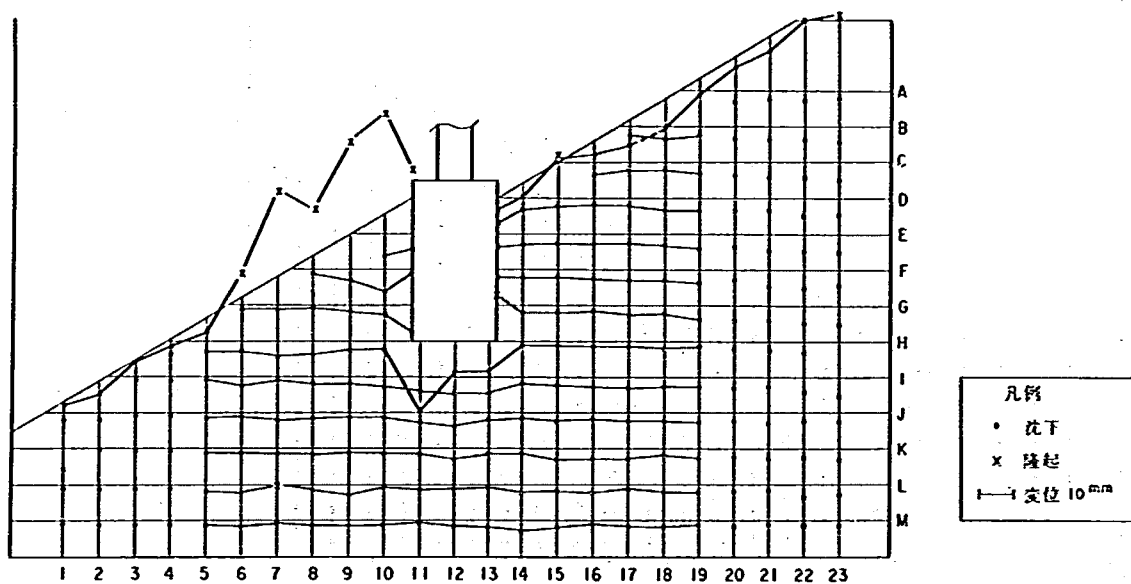
图-2.3.9 (3) 变位分布 (№ 1 - 4)



图— 2.3.9 (4) 变位分布 (№ 1 — 5)



图— 2.3.9 (5) 变位分布 (№ 1 — 6)



图— 2.3.9 (6) 变位分布 (№ 1 — 7)

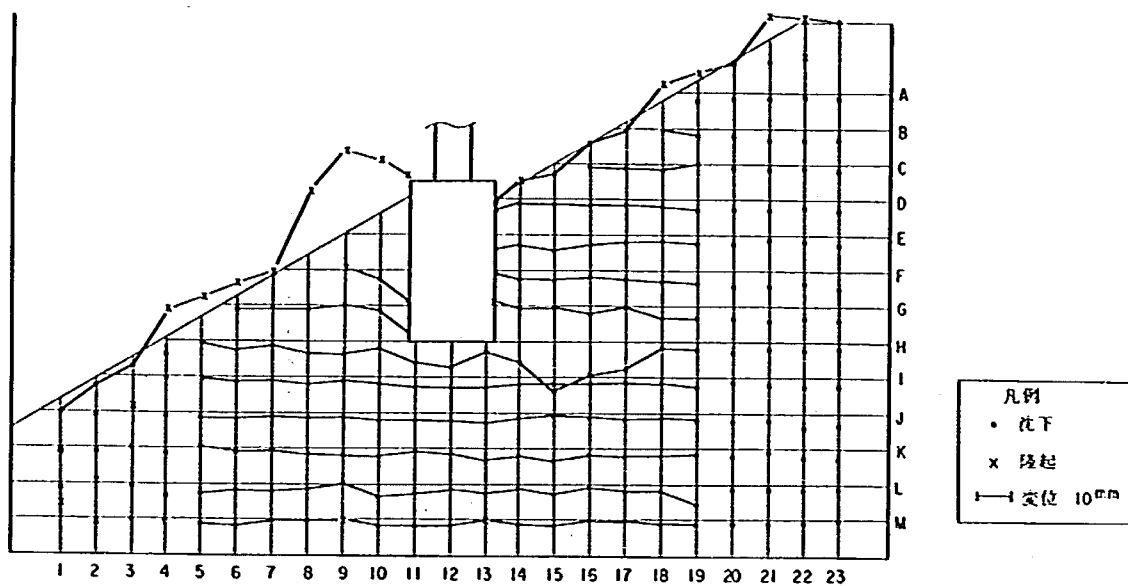


图-2.3.9(7) 变位分布 (№ 1 - 8)

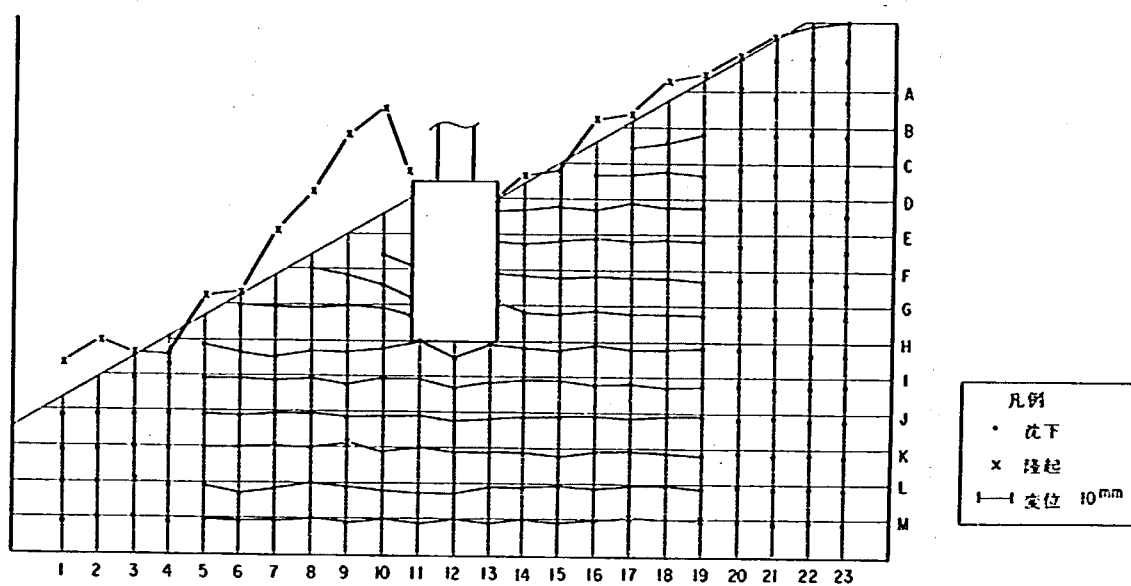


图-2.3.9(8) 变位分布 (№ 1 - 9)

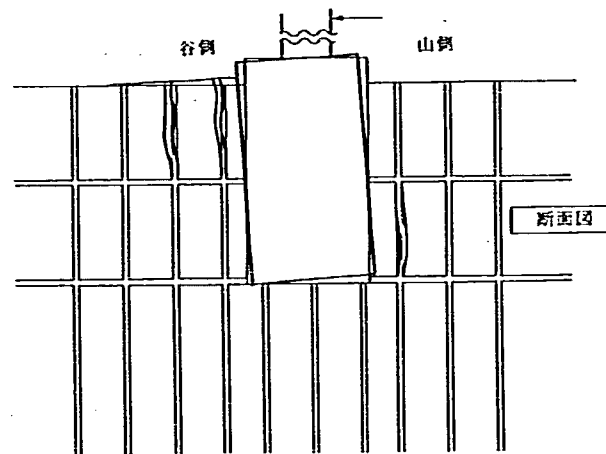
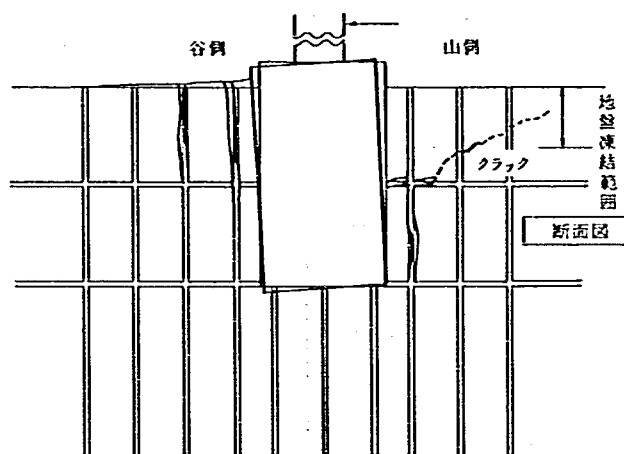
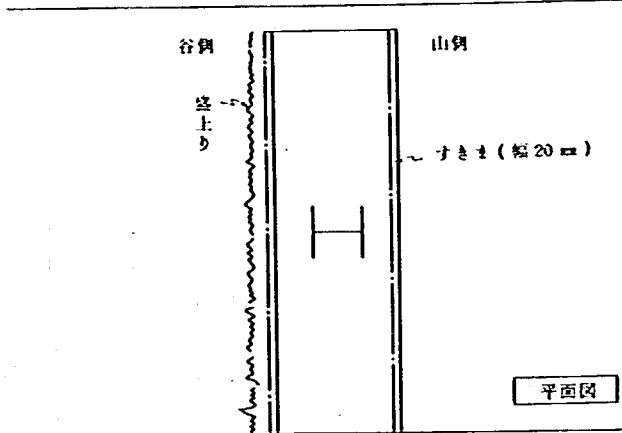
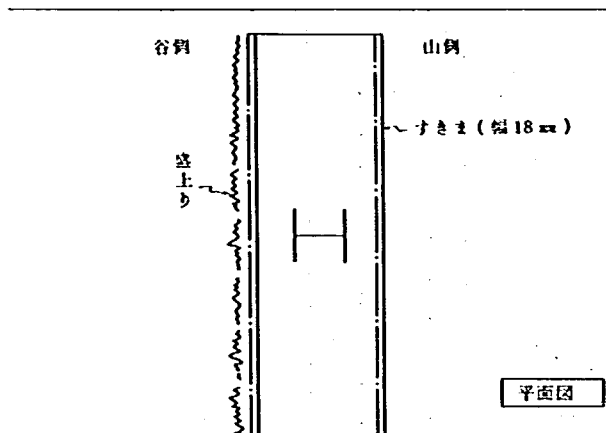


図-2.3.9(9) 地盤変位 (No 2-1)

図-2.3.9(10) 地盤変位 (No 2-2)

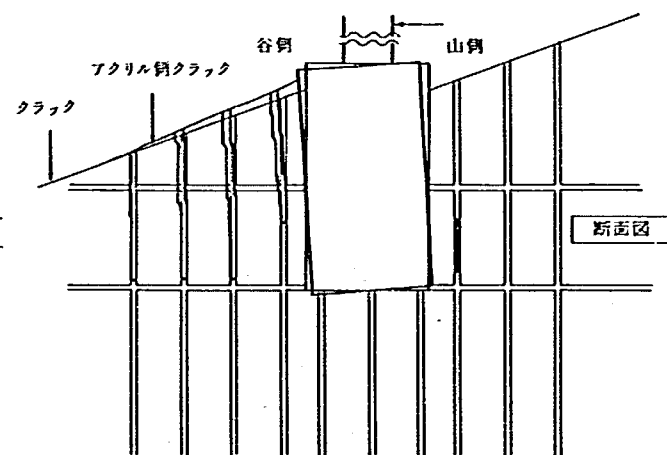
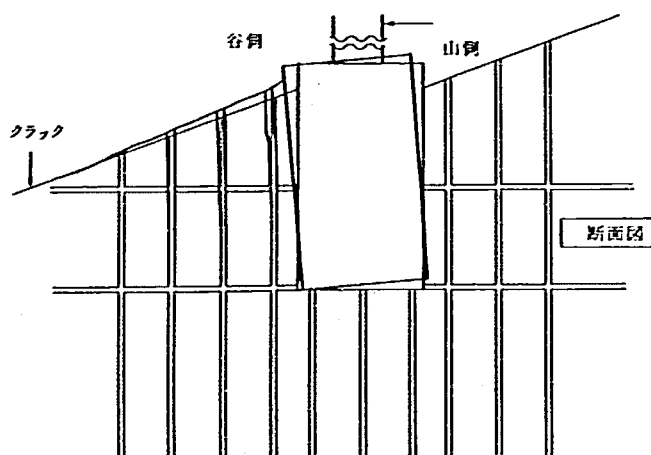
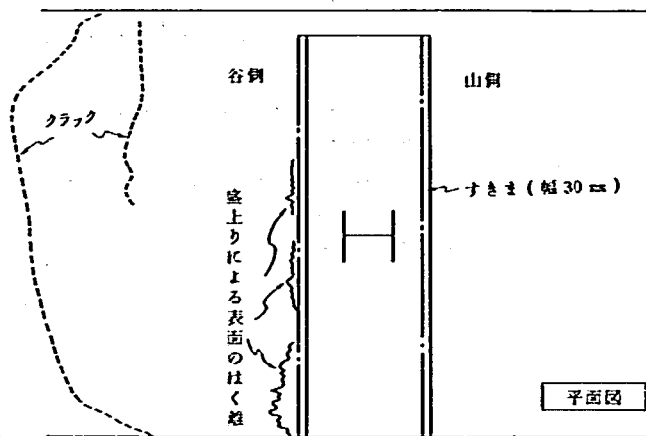
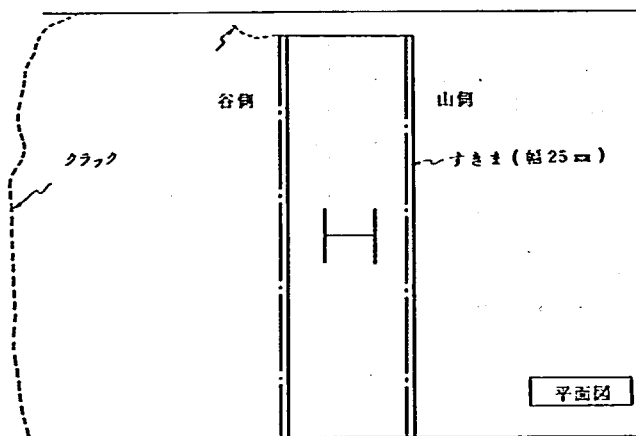


図-2.3.9(11) 地盤変位 (No 2-3)

図-2.3.9(12) 地盤変位 (No 2-4)

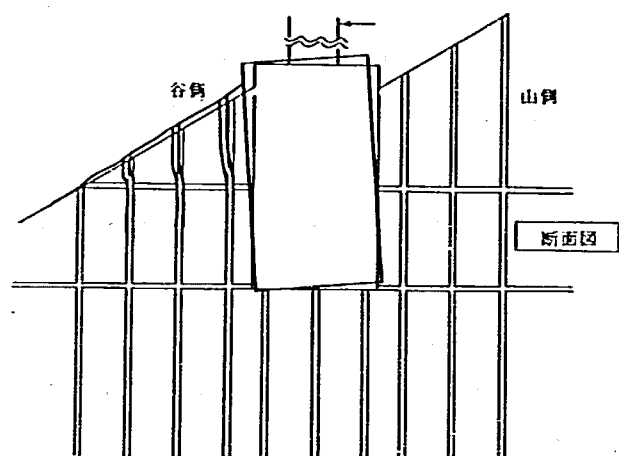
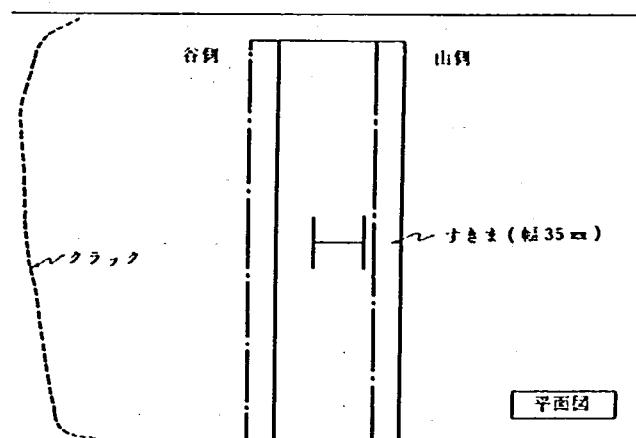
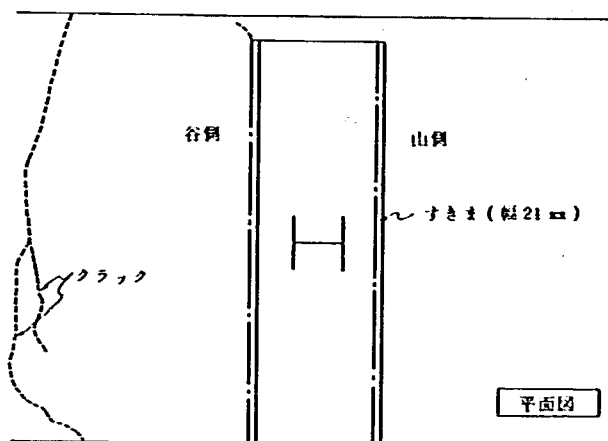


図-2.3.903 地盤変位 (No. 2-5)

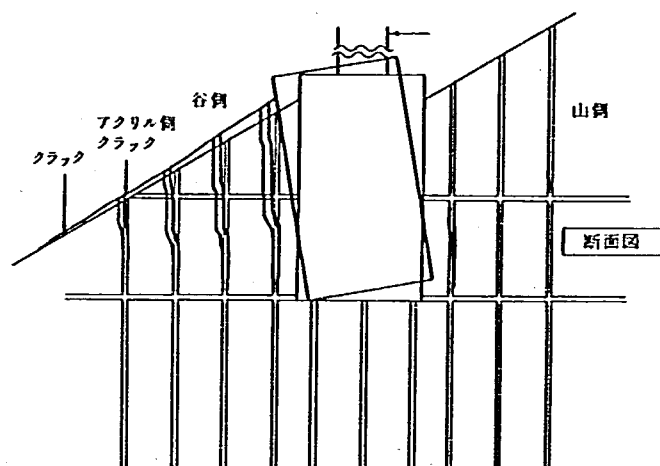


図-2.3.904 地盤変位 (No. 2-6)

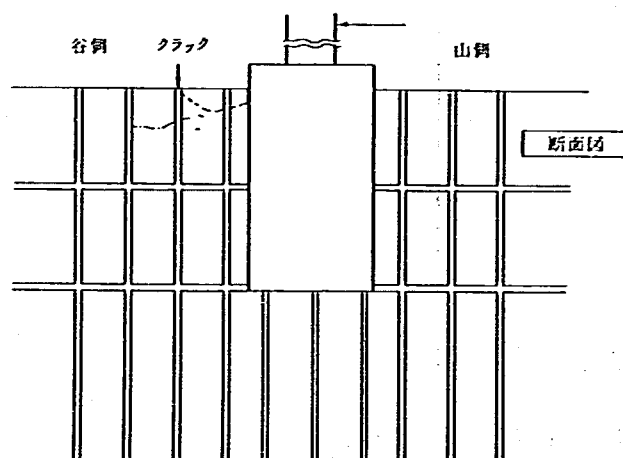
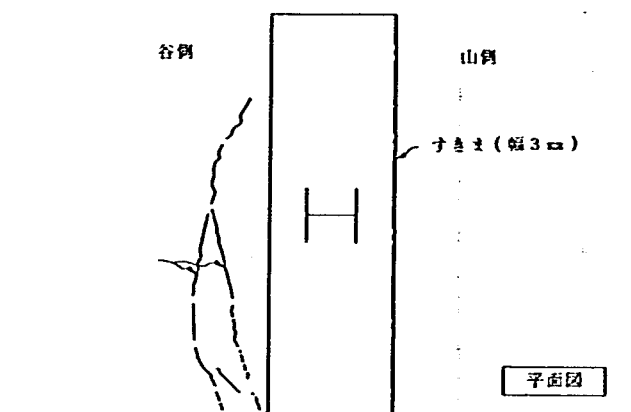


図-2.3.905 地盤変位 (No. 2-7)

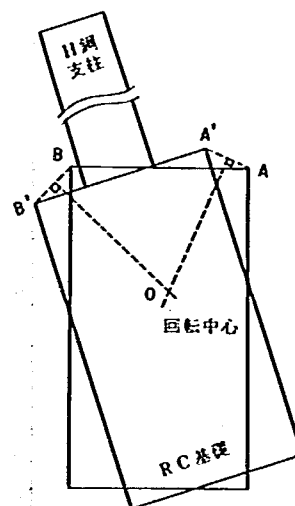


図-2.3.10 回転中心の求め方

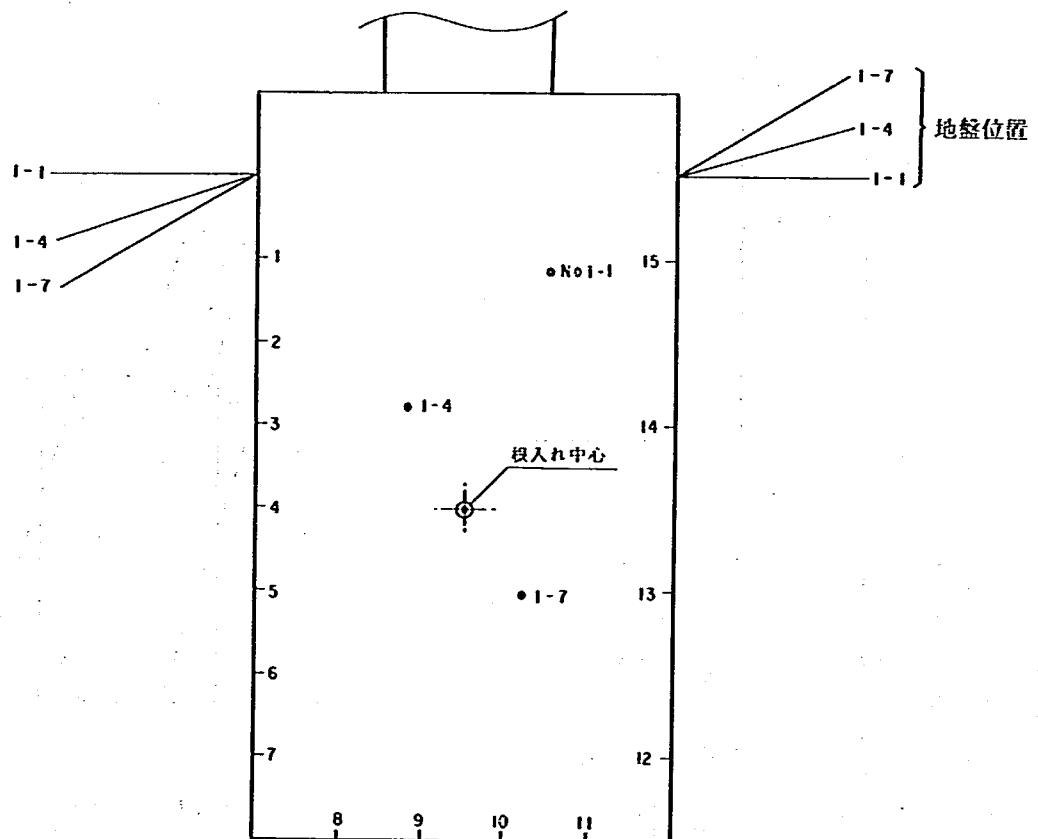
ただし、模型の変位は回転のみとして、水平と鉛直移動は無視する。

図－2.3.11 (1)に実験№1，(2)に№2の静的載荷実験における模型の回転中心の位置を示す。(1)は載荷最終時における位置であり，(2)は各荷重段階における位置である。この図によると，静的載荷実験の場合，地盤の勾配が大きくなると荷重の増加に伴って模型の回転中心位置は基礎の上部から下部へと移動している。これは前述の，地盤の変形の難易によるものである。

2) 衝撃載荷実験

図－2.3.12に№1の衝撃載荷実験の模型の回転中心位置を示す。位置の求め方は静的載荷実験と同様である。この位置は実験後のものである。図によると，地盤の勾配が同じ実験では，重錘の振り上げ角が大きくなると回転中心は模型の谷側下部方向へ移動している。

図－2.3.13 (1)，(2)に№2の衝撃載荷実験の模型の回転中心位置を示す。(1)は模型の土圧計が最大値を示すとき（厳密な最大ではなく，いくつかの測点が大きな値を示す時；衝突後約0.01秒）における位置であり，(2)は模型の変位が最大になるとき（衝突後約0.03秒）の位置である。(1)の土圧最大時では，№2－2，2－4（ $\theta = 10^\circ$ を除く），2－7の回転中心位置は基礎根入れ部分の中央谷寄りに集中しており，№2－6は谷側下半部分に分布している。(2)の変位最大時では，地盤の勾配 $\beta = 0^\circ$ の№2－2，2－7は回転中心位置が谷側上部分に移り，傾斜のある№2－4，2－6は谷側下部分に移動している。



図－2.3.11 (1) 回転中心位置（静的載荷実験）

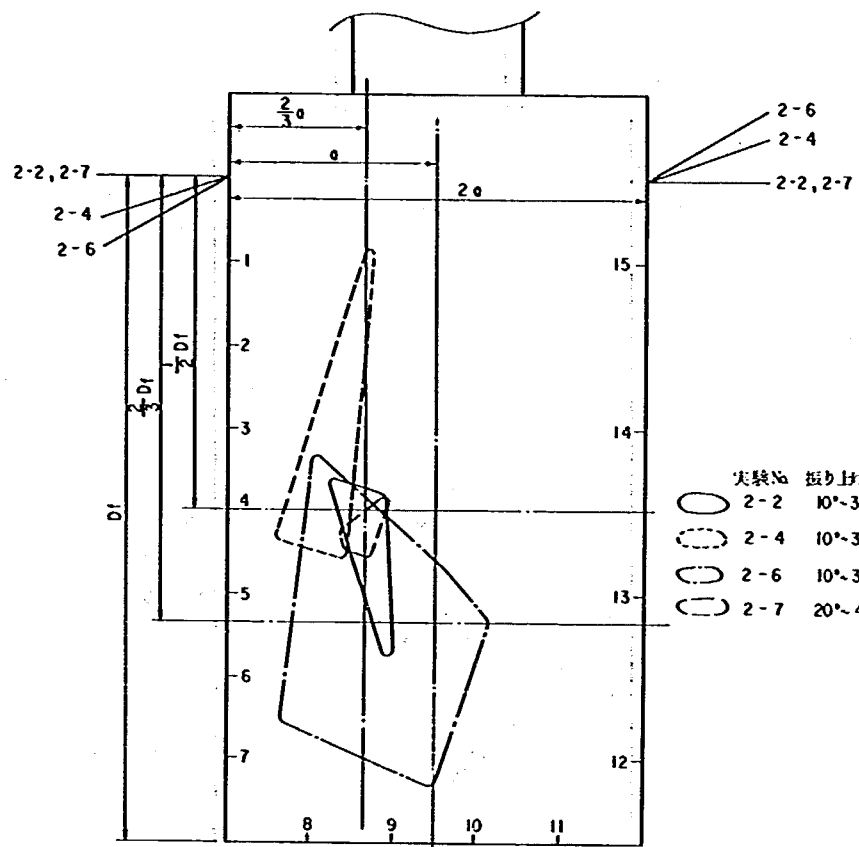


図-2.3.13 (1) 回転中心位置，土圧最大時

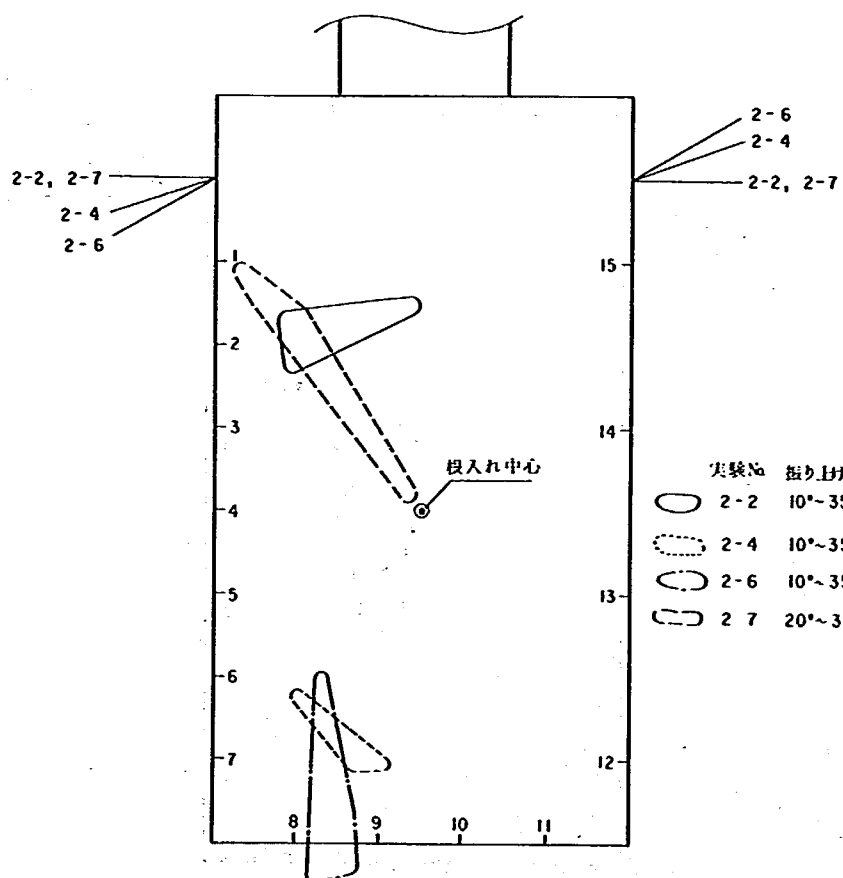


図-2.3.13 (2) 回転中心位置，変位最大時

(3) 地盤の変形と模型の回転中心位置のまとめ

今回の実験では、模型は荷重によって基礎の中心付近を中心として回転する変位を生じ、地盤は基礎の変位に対応するように変形した。回転中心位置は荷重の大きさ、地盤の剛性の違いによって移動する。

2.3.5 土 圧

(1) 静的載荷実験

静的載荷実験において基礎に作用した土圧を図-2.3.14~19に示す。図の土圧は載荷前土圧からの変化量である。No 1-1では載荷荷重が大きくなると谷側の土圧は地表面に近いほど大きくなっており、逆三角形分布といえる。山側の土圧は最下部の土圧のみ増加している。底面の土圧は荷重180 k_{gf}までは谷側端が正圧（圧縮）となっているが、その他の場合、すべて負圧となっている。基礎自重による底面応力は $r \cdot z \approx 0.11 \text{ k_{gf}/cm}^2$ であるが、底面土圧がこれより大きな負圧となった理由は不明である。山側、谷側の土圧は先に述べた基礎の回転によって生じた受働土圧といえる。

No 1-4では荷重が大きくなると谷側の土圧は地表面から15 cmの所で最大となって、地表面の近くの土圧はNo 1-1に比べて小さい。これは地表面が傾斜しているためであり、最下端の土圧を除くと谷側の土圧分布は山型といえる。山側では最下端に大きな土圧が生じている。底面では荷重が大きくなると谷側端にのみ圧縮を生じている。

No 1-7では地表面の勾配が大きいため、谷側の土圧はNo 1-1, 1-4に比べて小さい。地表面から10~20 cmの所で最大値が生じ、その上下はやや小さい土圧となっている。山側の土圧は荷重143.8 k_{gf}のとき最下端に圧縮を生じ、その他の場合に土圧の変化はない。底面では載荷初期に谷側端に圧縮が生じ、以後、負圧に転じている。

No 2-1では室温が低く地表面下約10 cmまで凍結していたので、谷側最上端の土圧が過大となったが、谷側の土圧分布はNo 1-1と同様の逆三角形といえる。山側の土圧は最下端に圧縮が生じている。底面の土圧は図の(2)に示すように載荷中一定の分布形となっているが、このような分布形となった理由は不明である。

No 2-3では谷側の土圧は地表面から25 cmの所で最大となっている。山側の土圧は最下端に圧縮が生じている。底面の土圧分布は荷重が120 k_{gf}まではNo 2-1と同様な形であるが、荷重が140 k_{gf}以上になると谷側端の土圧が負圧に転じている。

No 2-5では谷側の土圧分布は地表面下10 cmと20 cmの所にピークのある二山形になっている。これは、地盤に生じたすべり面が15 cmの位置に影響したと考えられる。山側の土圧は最下端に圧縮が生じている。底面の土圧は基礎中心寄りの所で負圧となった。

静的載荷実験6ケースの最大荷重時における谷側と山側の土圧をまとめて図-2.3.20に示す。このような分布形状になった理由は、模型が基礎の中央かそれより下部を中心として回

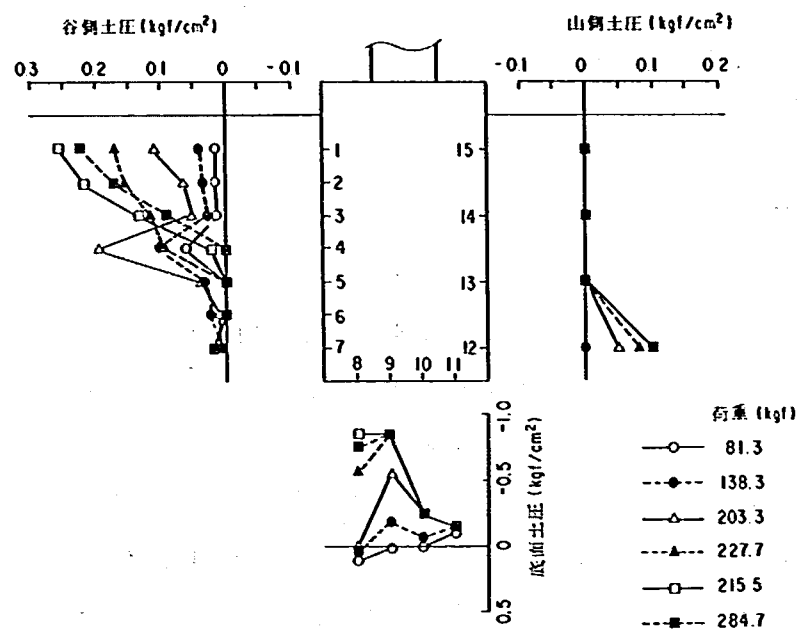


图-2.3.14 土压分布 (No. 1-1)

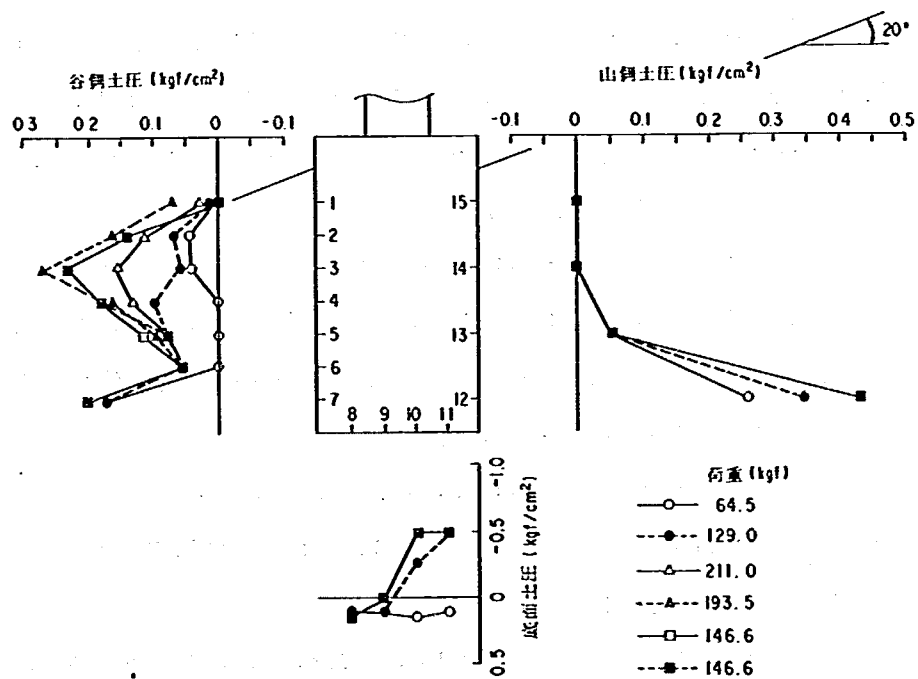


图-2.3.15 土压分布 (No. 1-4)

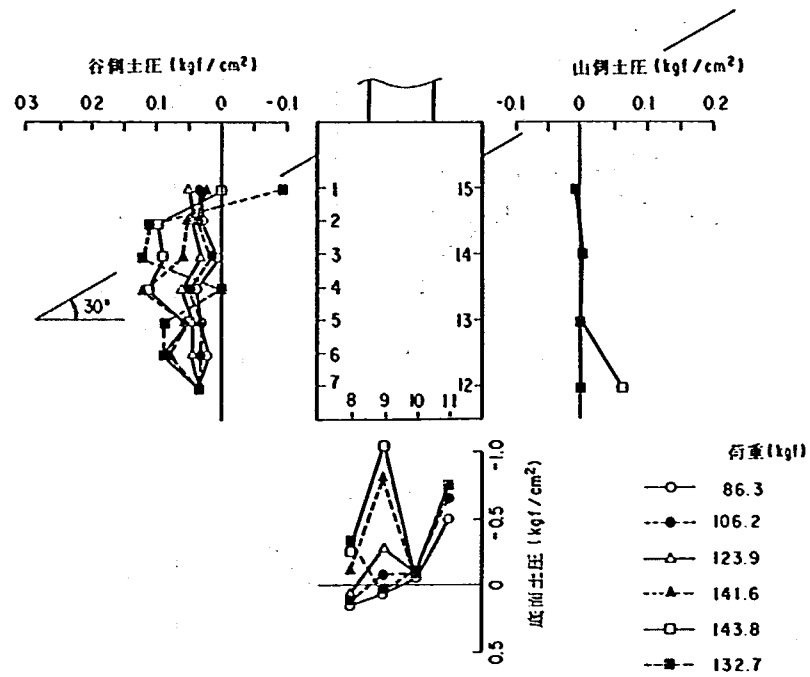


图- 2.3.16 土压分布 (No 1 - 7)

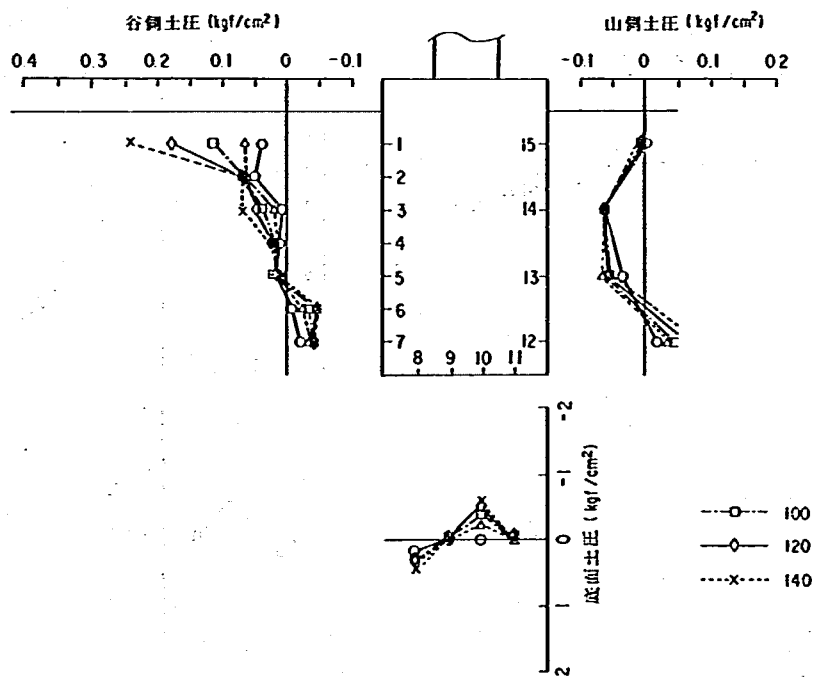
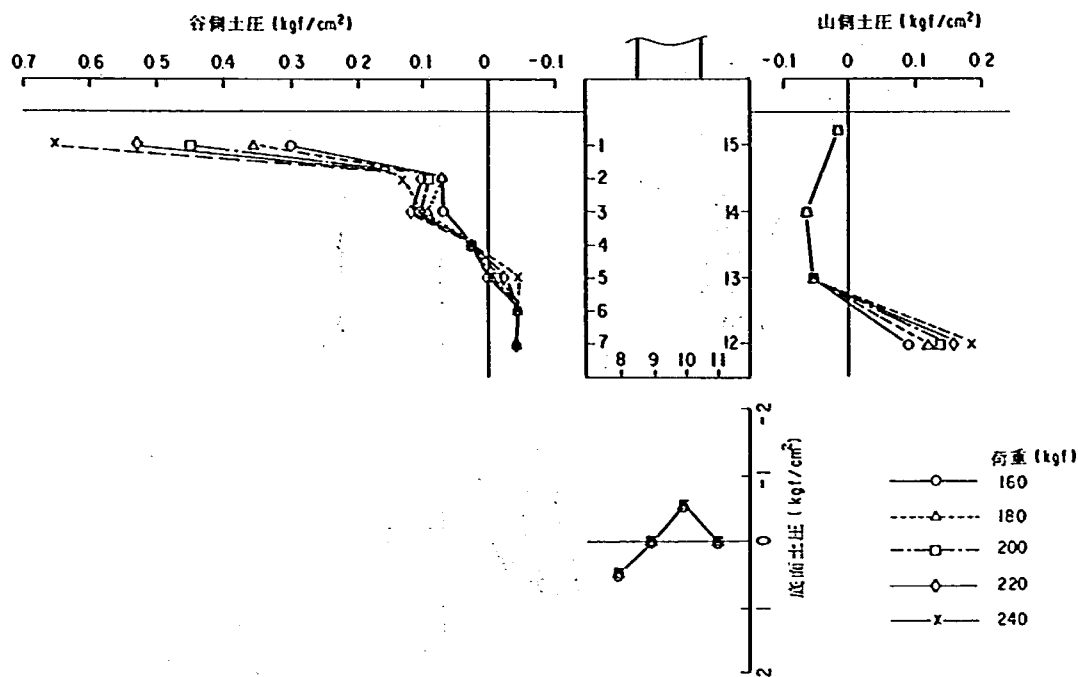
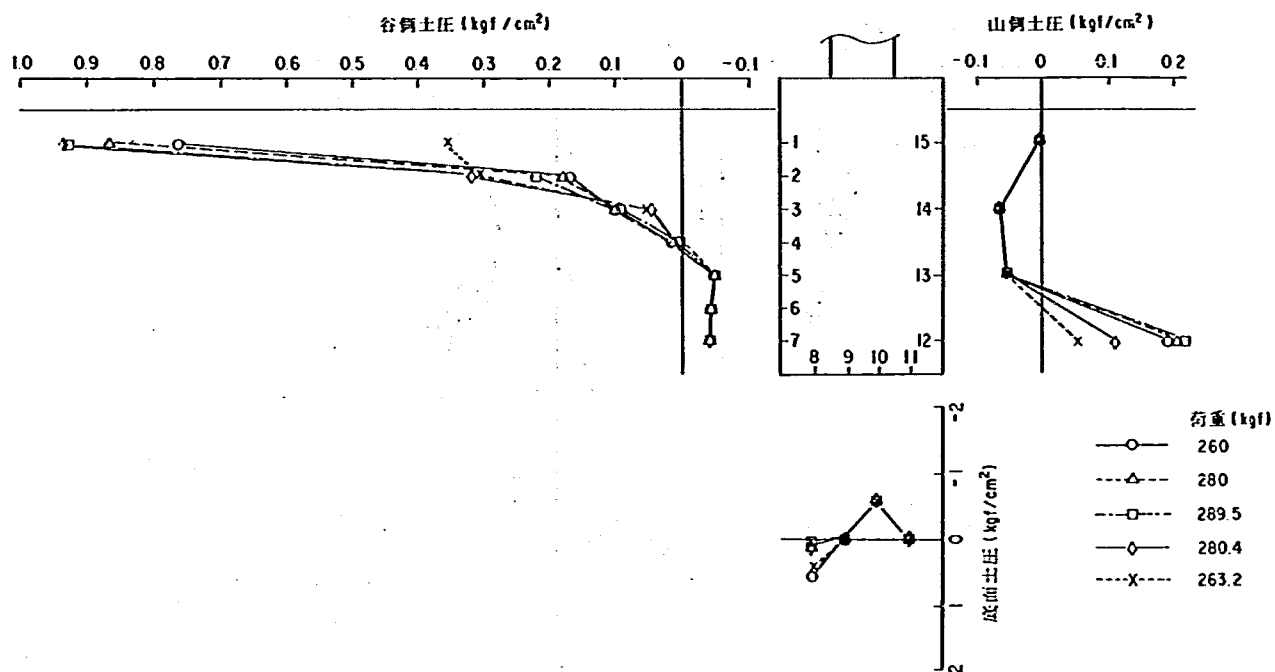


图- 2.3.17(I) 土压分布 (No 2 - 1)



图— 2.3.17(2) 土压分布 (№ 2-1)



图— 2.3.17(3) 土压分布 (№ 2-1)

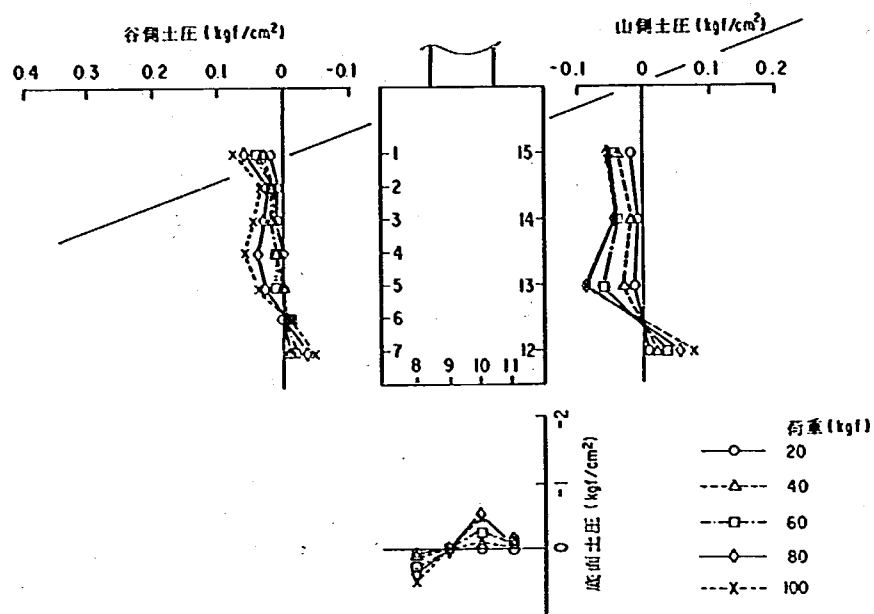


图-2.3.18 (1) 土压分布 (No. 2-3)

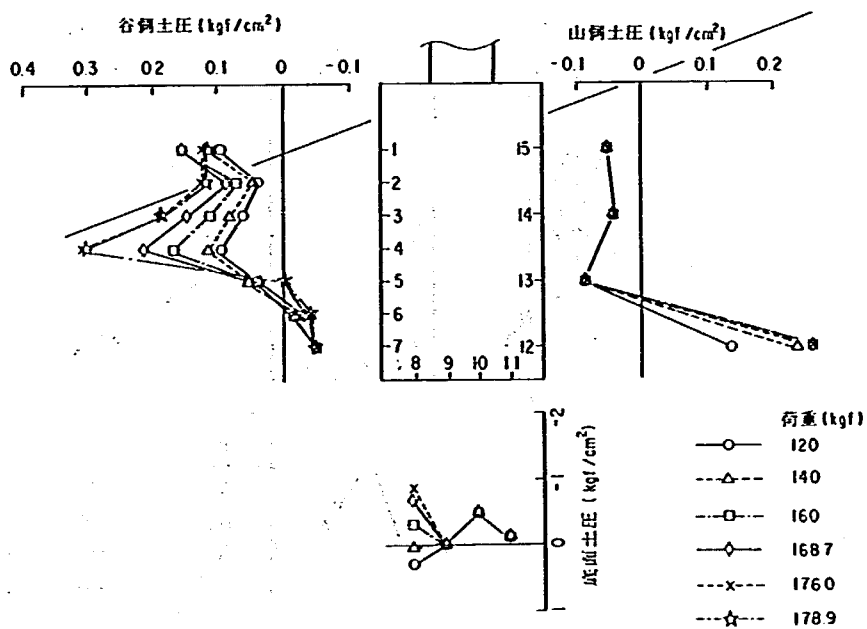


图-2.3.18 (2) 土压分布 (No. 2-3)

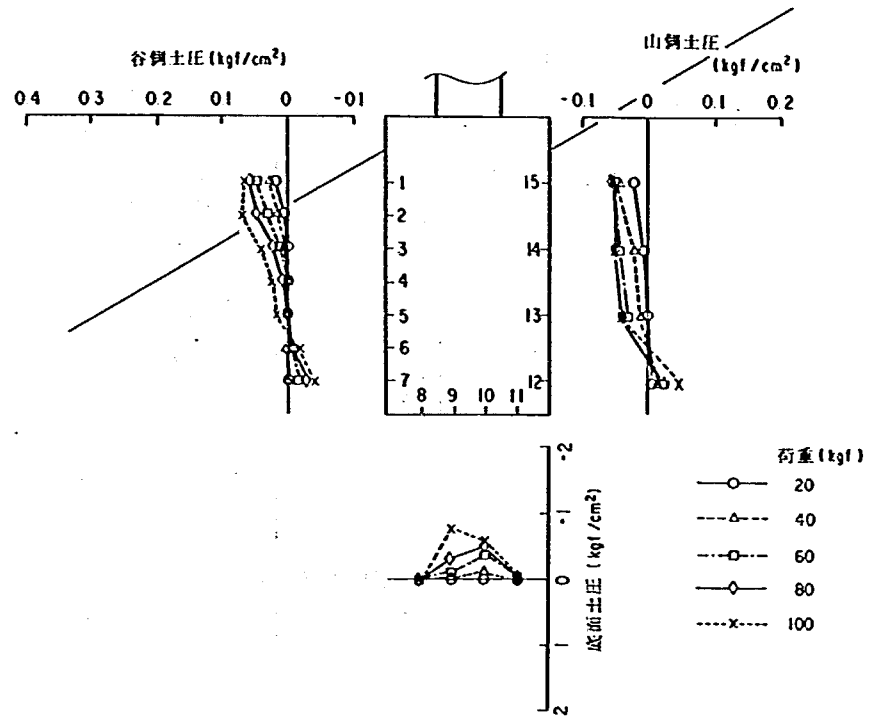


图-2.3.19 (1) 土压分布 (№ 2-5)

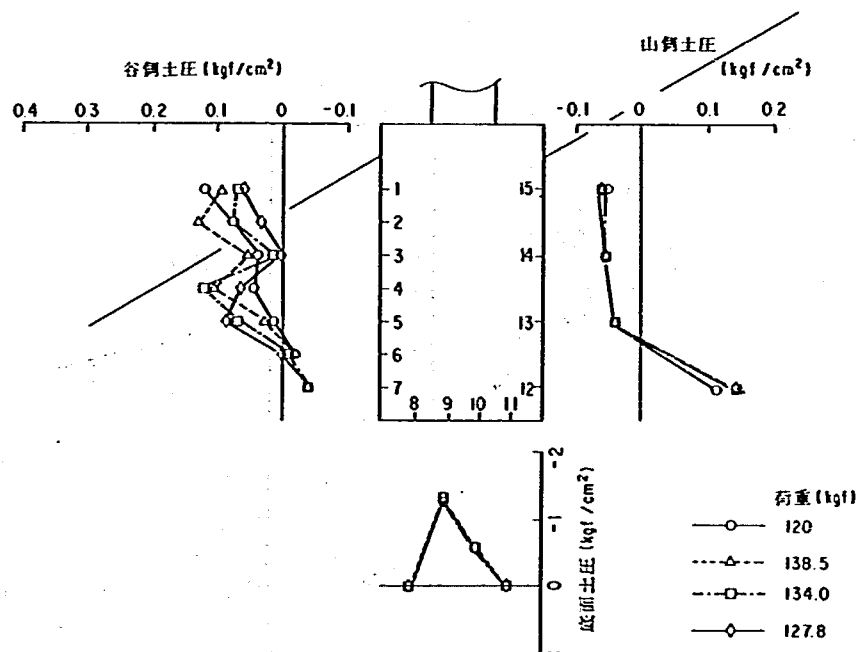


图-2.3.19 (2) 土压分布 (№ 2-5)

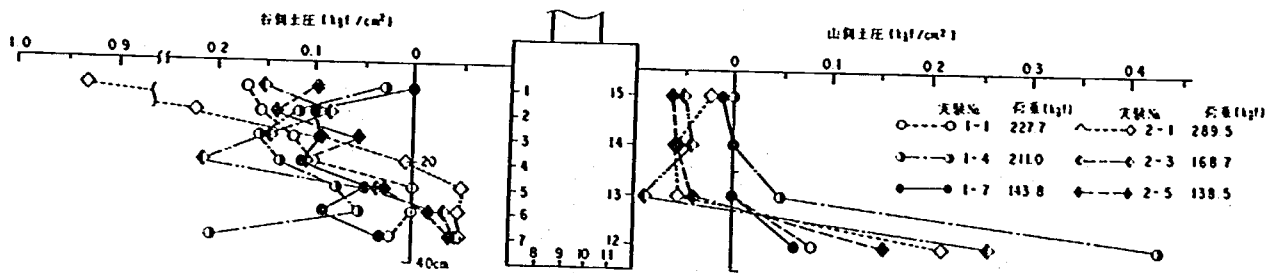


図- 2.3.20 静的載荷実験における土圧分布 (最大荷重載荷時)

転したためである。すなわち、基礎が地盤を圧縮する谷側上部と山側下部に受動土圧が作用する。また、回転中心の水平方向の位置によっては底面の谷側部にも受動土圧が作用する。

(2) 衝撃載荷実験

衝撃載荷実験における土圧を図- 2.3.21~27に示す。前出の図- 2.3.3に示すように、土圧の最大値は重錘の衝突後0.01秒前後に現れており、各土圧は必ずしも同時に最大とならない。載荷荷重の大きさ、斜面勾配の違いの影響を検証する目的にはこの非同時刻の土圧を用いても大きな問題は無いと考えられるので、各土圧計から得た時刻歴の最大または最小値を考察する。実験№1では載荷前の土圧からの変化量を、№2では各載荷段階前の土圧からの変化量を図に示した。

実験№1-2, 1-3を比べると、両者の違いは重錘の振り上げ角 θ の 30° と 40° であるが、図をみると土圧の大きさの違いはあまり顕著ではない。谷側土圧は浅い所が大きい逆三角形分布であり、山側土圧は最深部に圧縮が生じている。底面の土圧は谷側に圧縮を生じている。

№1-5, 1-6の土圧分布は地表面勾配が 0° の№1-2, 1-3と同様である。ただし、地表面勾配の影響のため、谷側最上部の値は小さく、山側最下部の値は大きくなっている。

№1-8, 1-9の土圧分布は№1-5, 1-6と大差ない。

№2-2の谷側土圧の分布は凹凸があるものの、浅い所の値が大きく三角形に近い。各面の土圧は重錘の振り上げ角 θ が大きくなる程大きくなっている。

№2-4の谷側土圧は二山形になっている。これは、地盤中のすべり面が $\theta = 30^\circ$ 以上のときに地表面下20cmの所へ影響したと考えられる。山側最下端の土圧は№2-2の値に比べて大きい。

№2-6の谷側土圧は二山形で、№2-4の土圧に比べて値が小さい。山側最下端には大きな圧縮が生じている。

№2-7は地盤を安定処理しており剛性が大きいので、他のケースに比べて大きな土圧が生じている。谷側土圧は台形分布となっている。山側では最下端に圧縮が生じている。底面

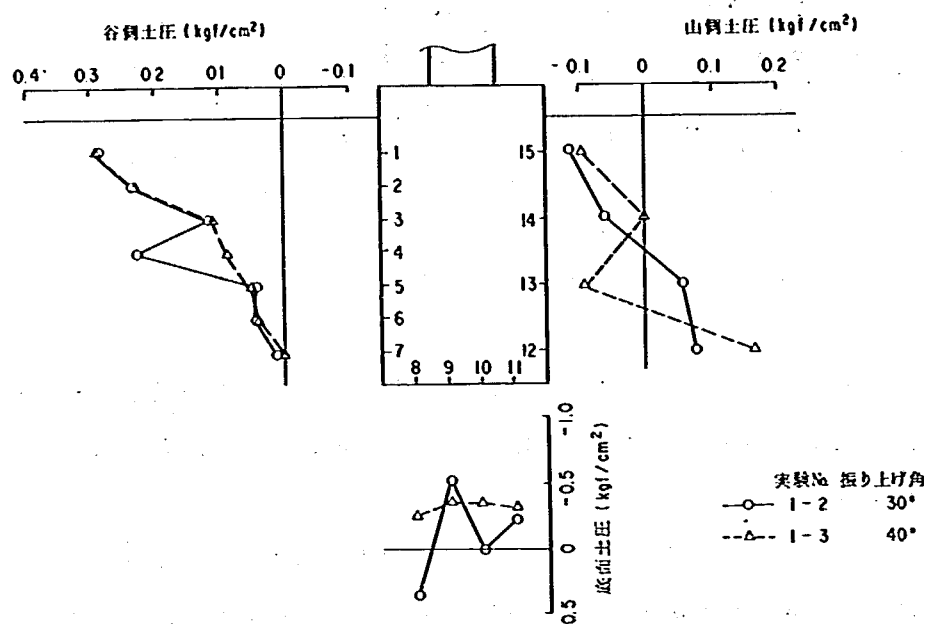


図- 2.3.21 土圧分布 (衝撃载荷実験)

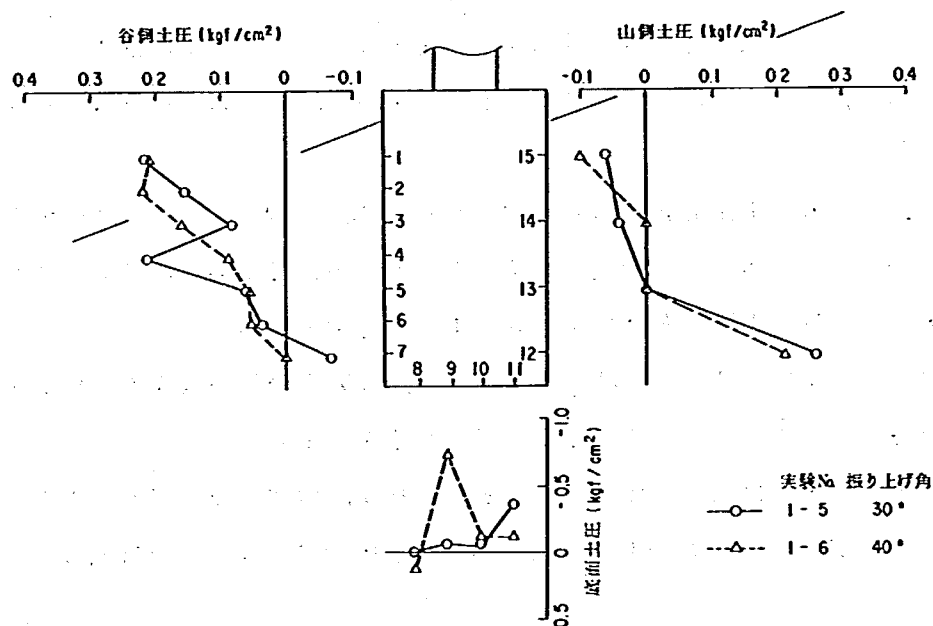


図- 2.3.22 土圧分布 (衝撃载荷実験)

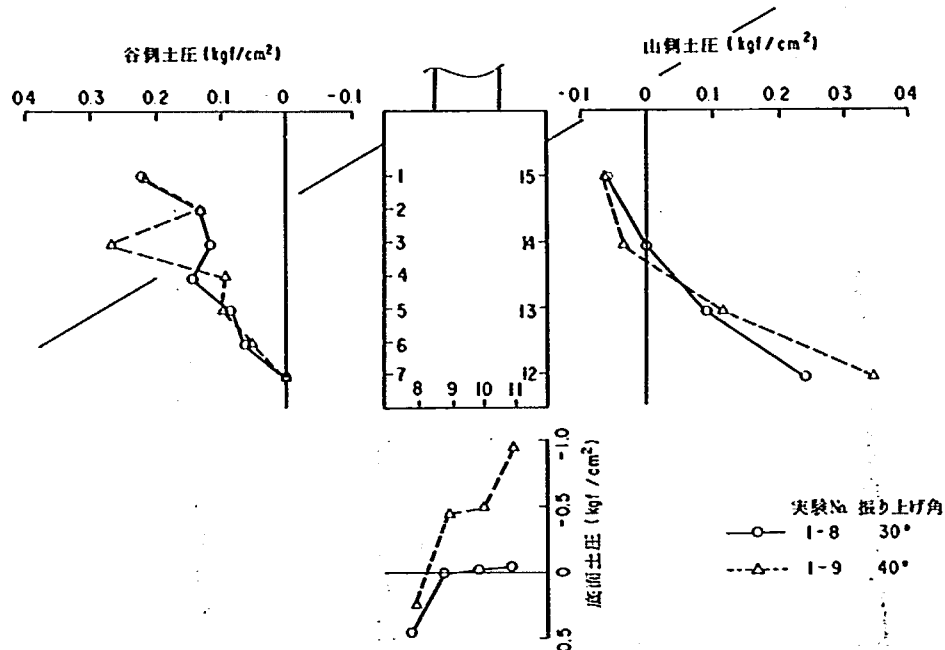


図- 2.3.23 土圧分布 (衝撃载荷実験)

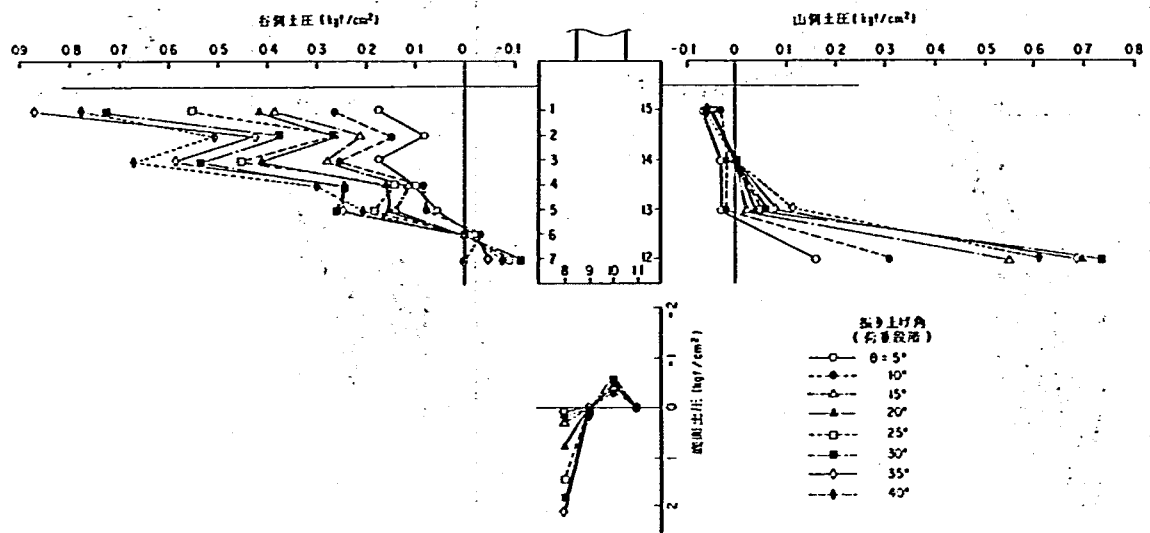


図- 2.3.24 土圧分布 (No. 2-2)

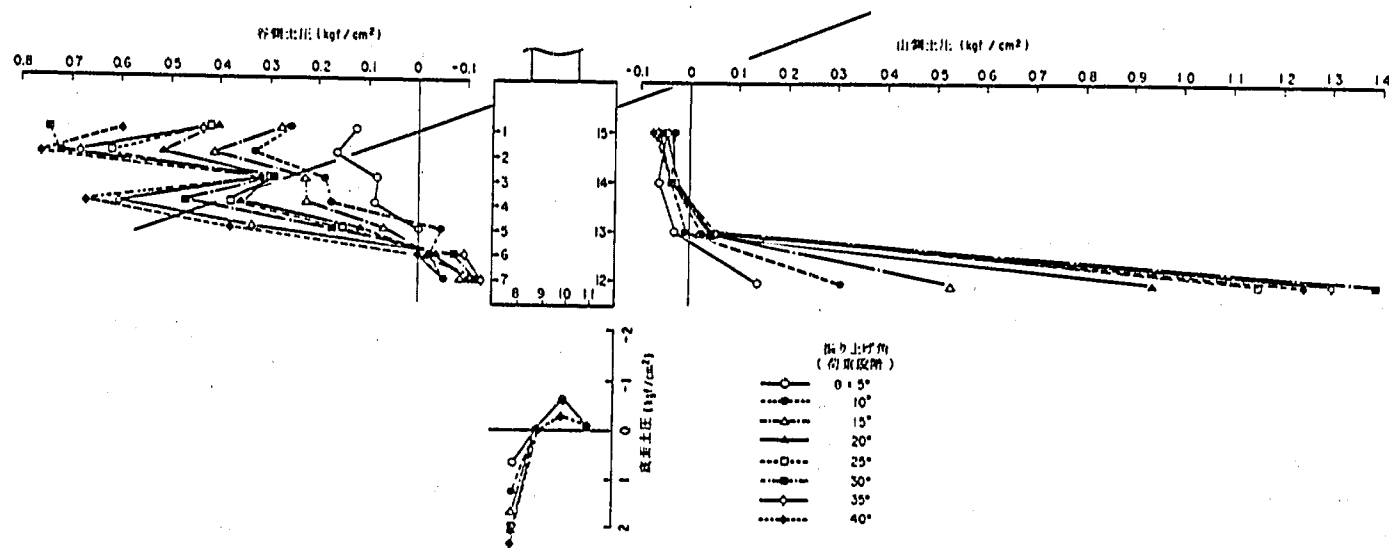


図-2.3.25 土圧分布 (No. 2-4)

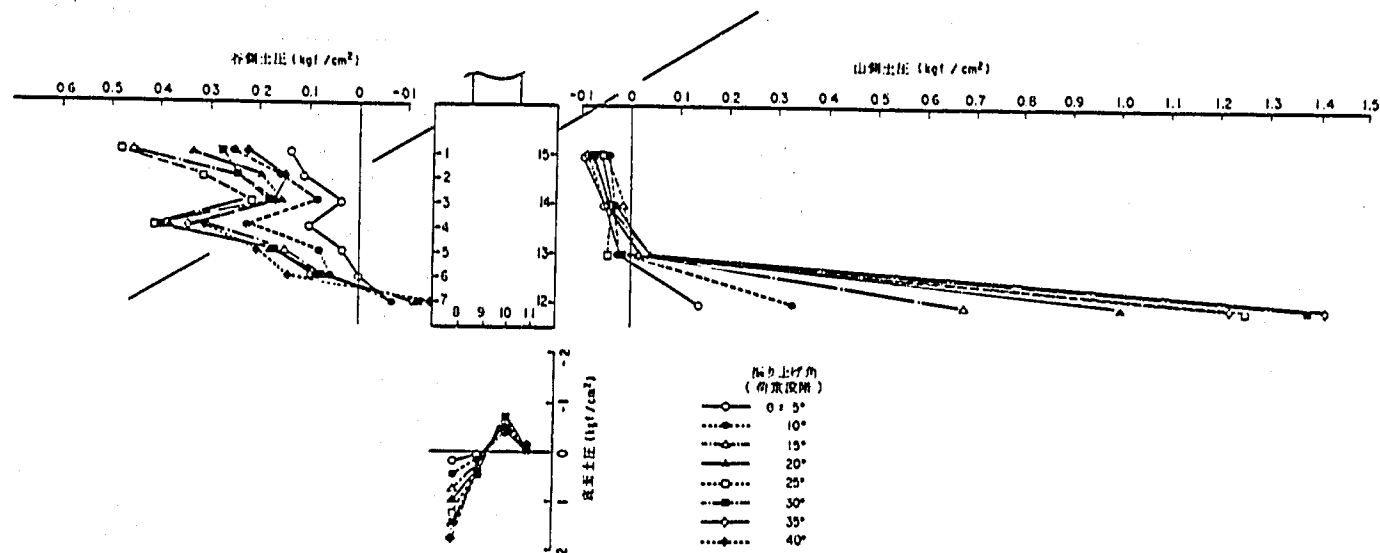


図-2.3.26 土圧分布 (No. 2-6)

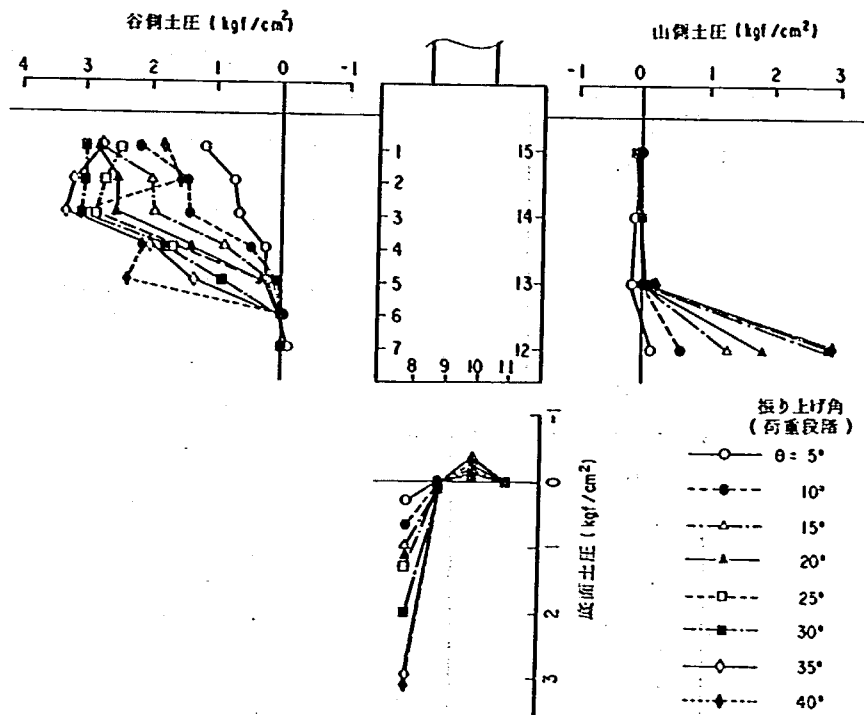


図-2.3.27 土圧分布 (No. 2-7)

では谷側端に圧縮が生じている。

2.3.6 地盤反力係数

(1) 地盤反力係数を求める方法

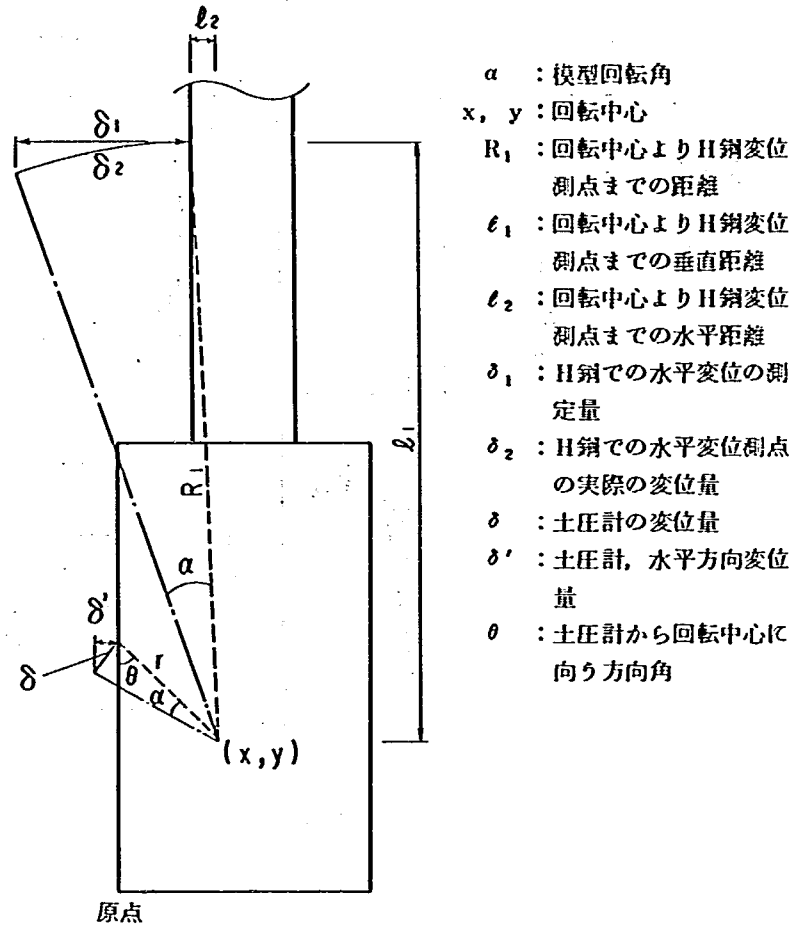
落石防止柵の基礎に生じる土圧は2.3.5.に述べたように、基礎の変位に応じたものとなっている。一般に、基礎構造物の変位と地盤の土圧反力との関係は地盤反力係数 k を用いて表される。ここでは各実験から地盤反力係数を求めて考察する。

土圧反力を P 、基礎の変位を δ とすると、

$$k = \frac{P}{\delta} \quad \dots\dots\dots (1)$$

これより、各土圧計から得られた土圧と土圧計の変位から地盤反力係数を求める。土圧計の変位 δ は模型の回転角 α に回転中心からの距離 r を乗じて求める。 δ 、 α 、 r の関係を図-2.3.28に示す。 α はH鋼の実測変位 δ_1 と回転半径 R_1 から求める。地盤反力係数は土圧と変位の関係から求めるので、回転中心は土圧分布図を基に推定する。

載荷時における模型の挙動を回転運動だけに支配されるものと考え、基礎の谷側、底面、山側のそれぞれの土圧分布は、回転中心においてゼロとなる。ただし、実際の模型の挙動は回転中心の移動や水平方向への変位等を含んだ複雑なものとなるため、山側と谷側の土



図－ 2.3.28 土圧計の変位 δ の算出に用いる記号

圧分布から推定する回転中心位置は、整合しない場合がある。ここでは土圧計間隔が短く密に配置された谷側の土圧分布を基に回転中心を推定した。

以下に実際の手順を示す。

(水平方向の位置)

谷側、底面の土圧分布より、その発生土圧の符号に注目し、符号が逆転する区間に土圧ゼロの点が存在すると考える。

(鉛直方向の位置)

底面土圧分布において、その発生土圧がすべての負の値を示している場合は実際の回転中心は模型左下端と土圧計No 8との間にあると考えられるが、ここでは便宜的に土圧計No 8の位置を土圧ゼロと考え回転中心とした。

次に

$$R_1 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$$

ここで、 $l_2^2 \ll l_1^2$ であるから $R_1 \approx l_1$

また、 $\delta_1 \approx \delta_2$ とすれば、模型の回転角 α は、

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\delta_2}{R_1} \approx \tan^{-1} \frac{\delta_1}{L_1}$$

土圧計の変位は図-2.3.28の δ の水平方向の変化分 δ' であり、

$$\delta' = \delta \cdot \cos \left(\theta + \frac{\alpha}{2} \right)$$

であるが、 α の影響は小さいので便宜的に、

$$\delta' = \delta \cdot \cos \theta$$

とした。

(2) 静的載荷実験における地盤反力係数

静的載荷実験における土圧と土圧計の変位の関係を図-2.3.29~31に示す。図に示した曲線の勾配が地盤反力係数 k である。

実験№2-1の土圧計№1は地表面の凍結のため過大な土圧を示した可能性がある。変位の小さいとき(載荷初期段階)は k が大きく、地盤が降伏する変位の大きいときは k が初期より小さくなっている。地表面が平坦な№2-1の谷側の k は地表面に勾配のある2-3, 2-5の値よりも若干大きい。載荷初期段階では、底面と山側の k は谷側よりも大きい。

(3) 衝撃載荷実験における地盤反力係数

衝撃載荷実験における土圧と土圧計の変位の関係を図-2.3.32~35に示す。実験№2-2, 2-4, 2-6の地表面勾配 β はそれぞれ 0° , 20° , 30° である。№2-2の谷側土圧計は変位が2cm以下で、 k は 0.3 kgf/cm^2 以上である。№2-4, 2-6の変位が2cm以下では k は 0.15 , 0.08 kgf/cm^2 以上であった。この k の大きさの違いは地表面の傾斜が影響したものと考えられる。各実験の底面、山側土圧計の変位が1cm以下のとき、 k は 1 kgf/cm^2 以上であり、谷側の k と比べて大きな値である。№2-7は地盤をセメント安定処理してあるので、変位が0.5cm以下のとき、 k は谷側で 1 kgf/cm^2 以上、底面と山側で 8 kgf/cm^2 以上と大きな値となっている。

(4) 静的、衝撃載荷実験の比較

谷側土圧計から得た地盤反力係数 k を表-2.3.4に示す。実験№2-1から2-6をみると、変位が小さい方が、また、地表面の勾配が小さい方が k は大きい。同じ地表面勾配の静的、衝撃載荷実験の k を比べると、比率の開きはあるもののそれぞれの値に大差はない。

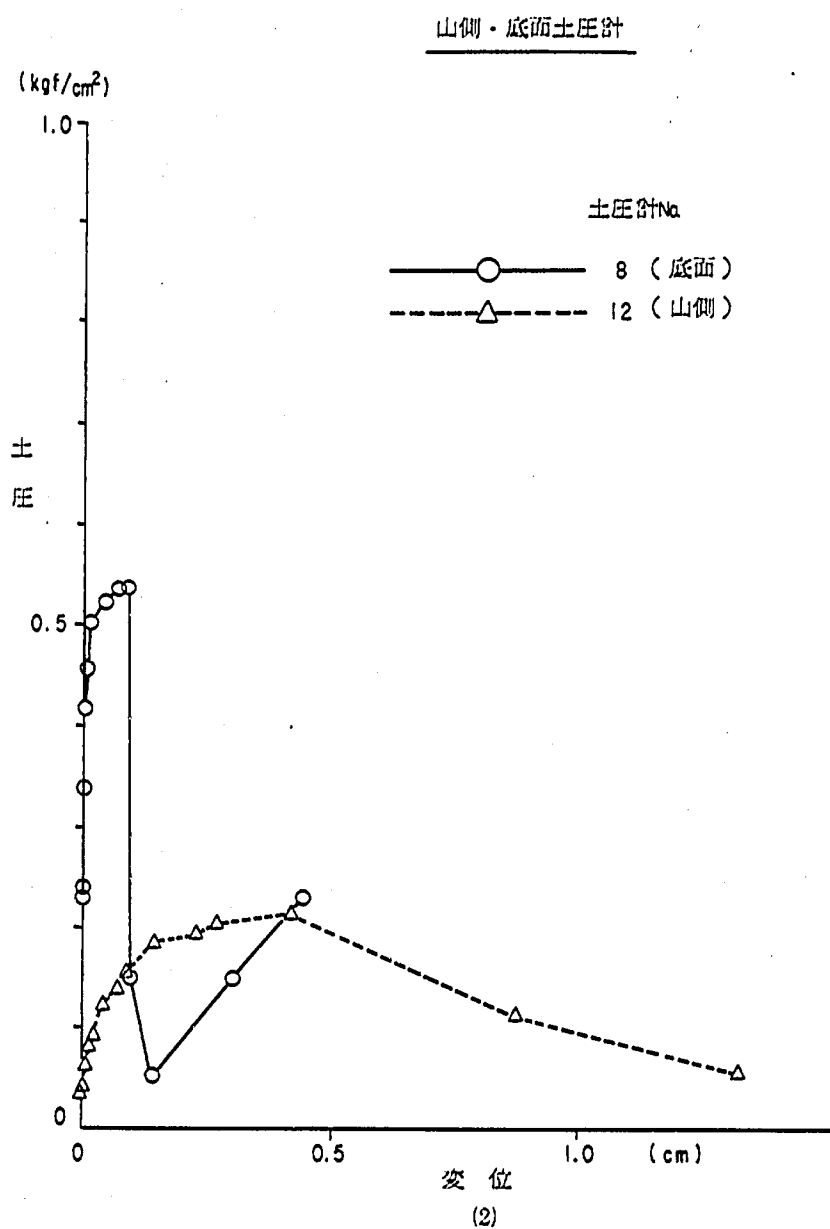
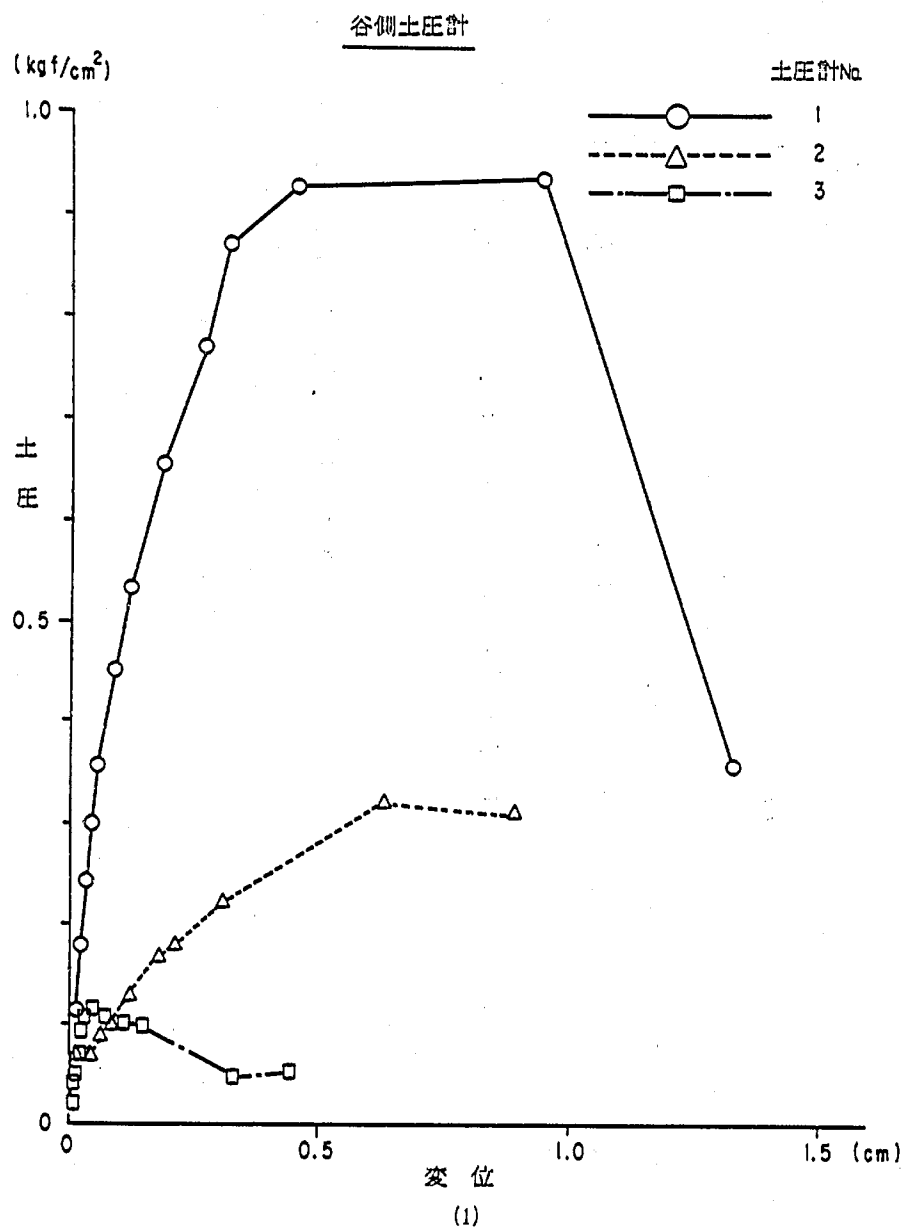


図- 2.3.29 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-1, $\beta = 0^\circ$)

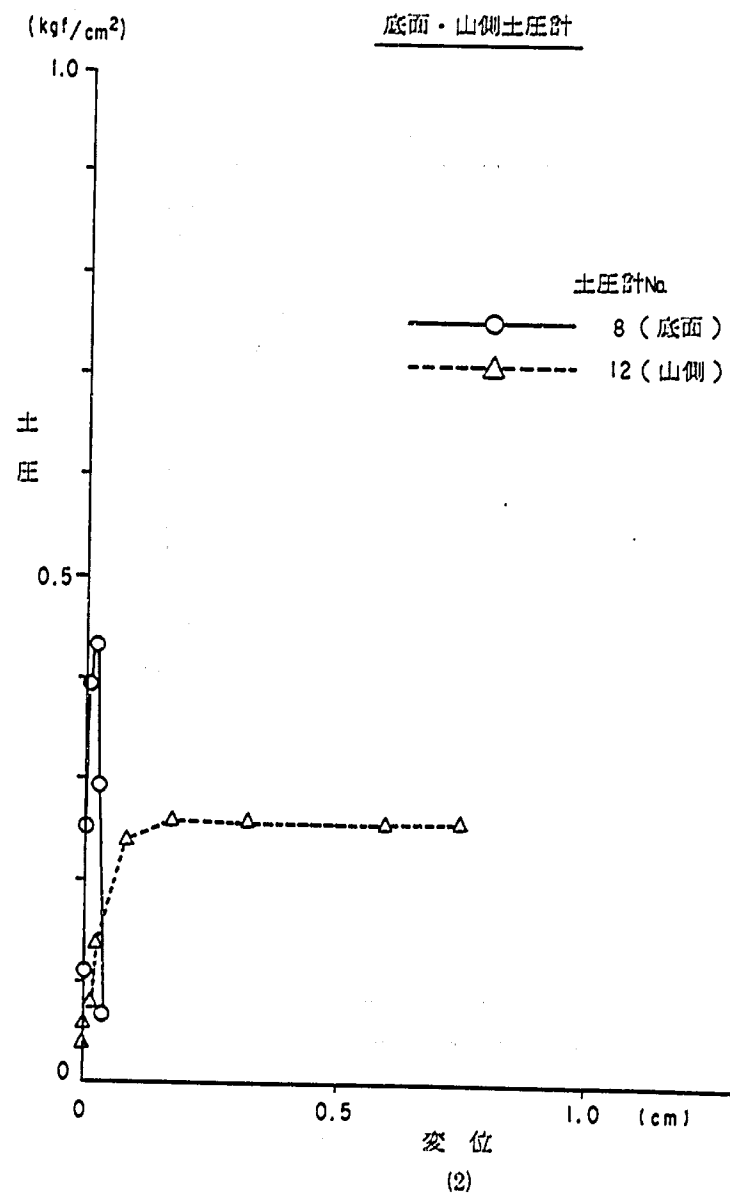
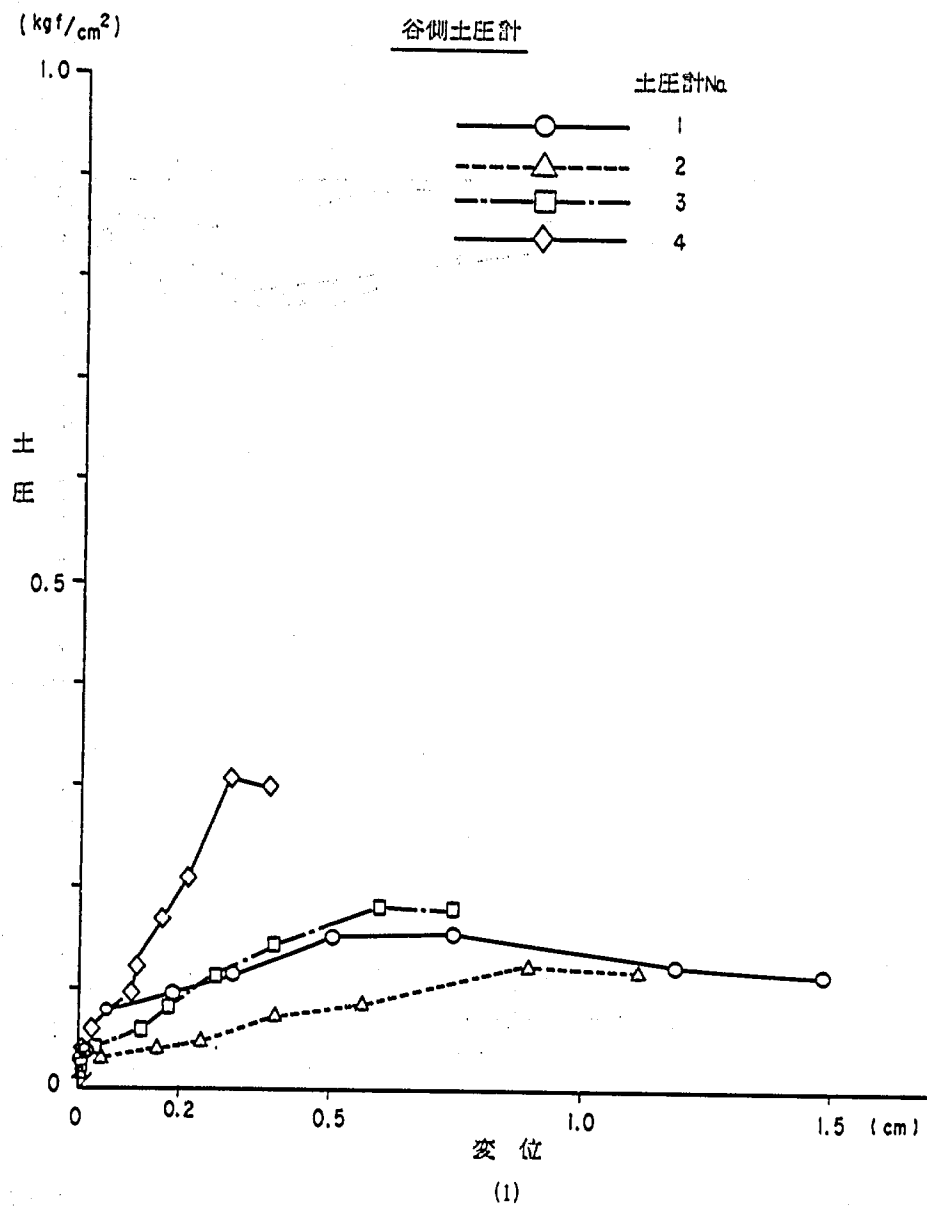


図-2.3.30 土圧と土圧計の変位 (実験No. 2-3, $\beta = 20^\circ$)

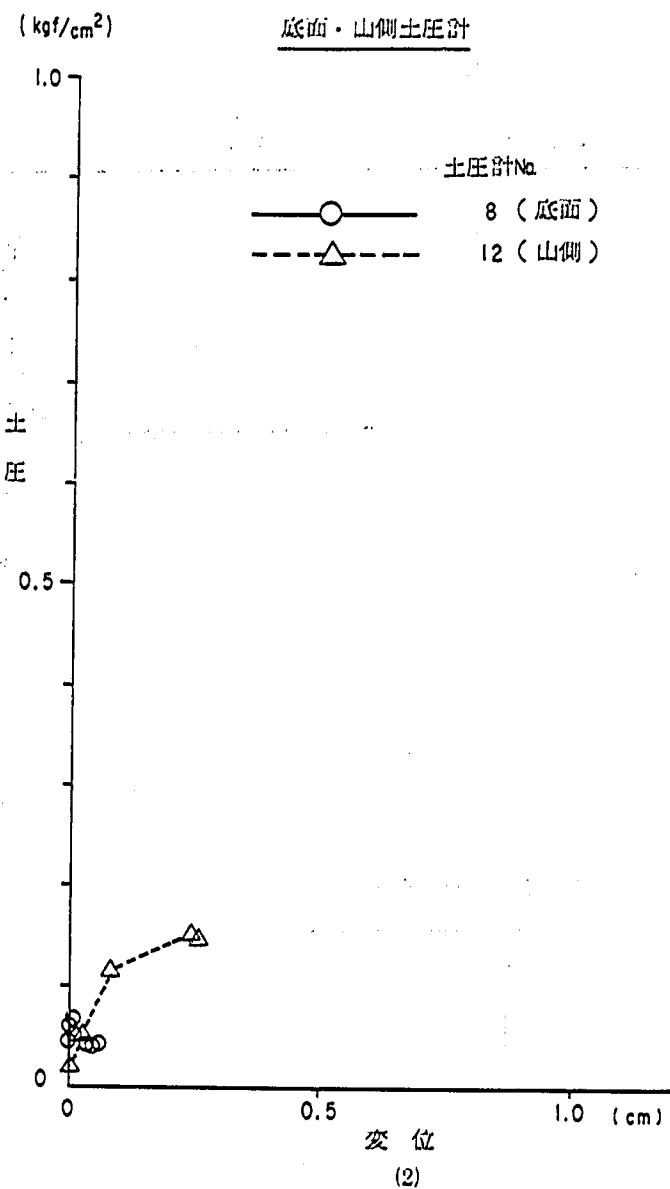
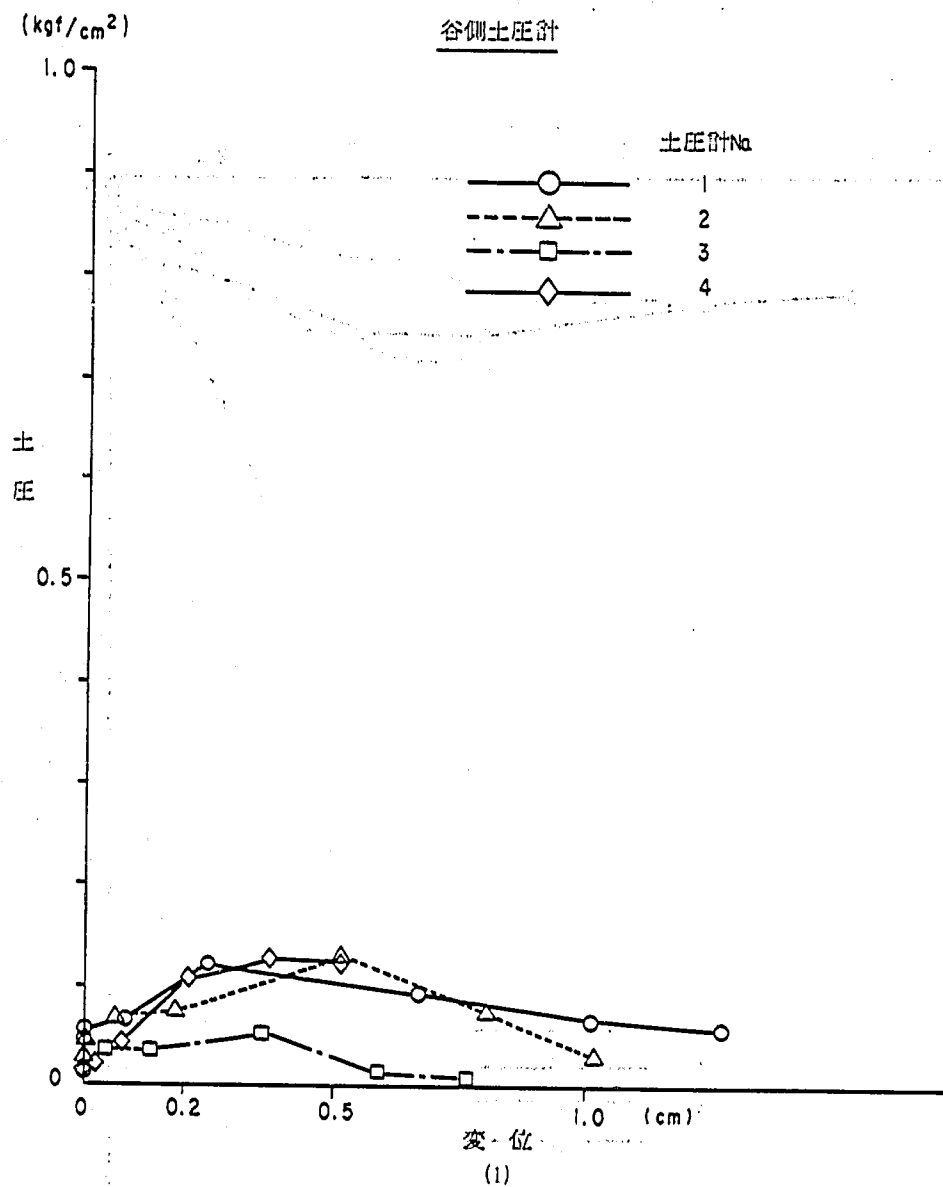


図 - 2.3.31 土圧と土圧計の変位 (実験 No. 2 - 5, $\beta = 30^\circ$)

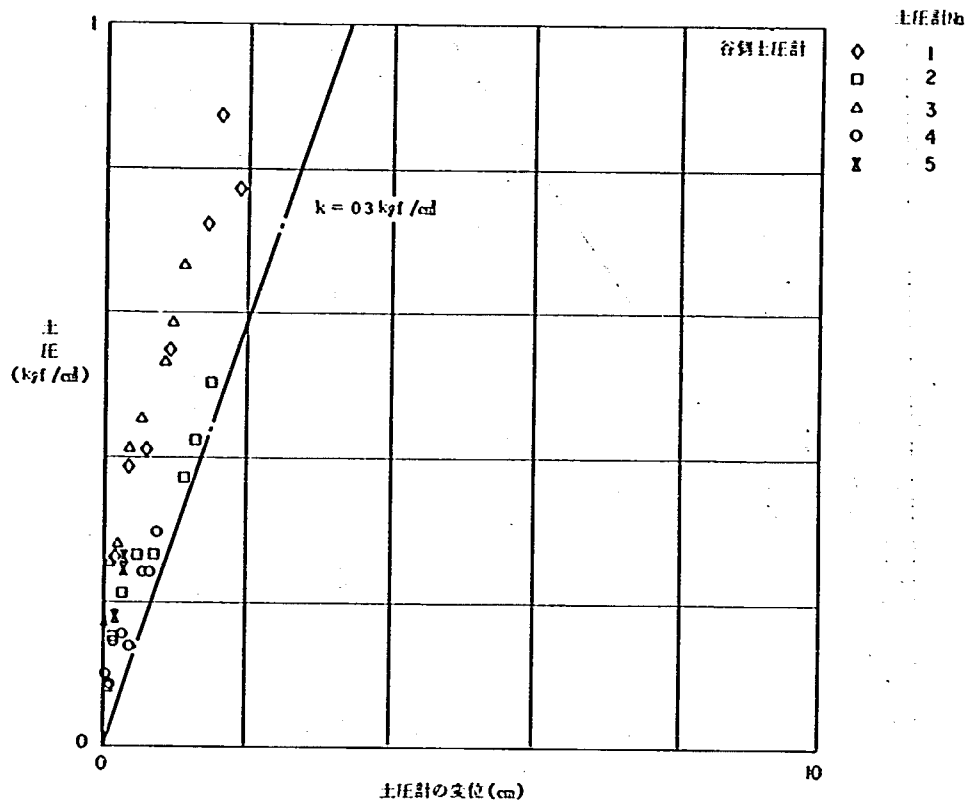


図- 2.3.32 (1) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-2, $\beta = 0^\circ$)

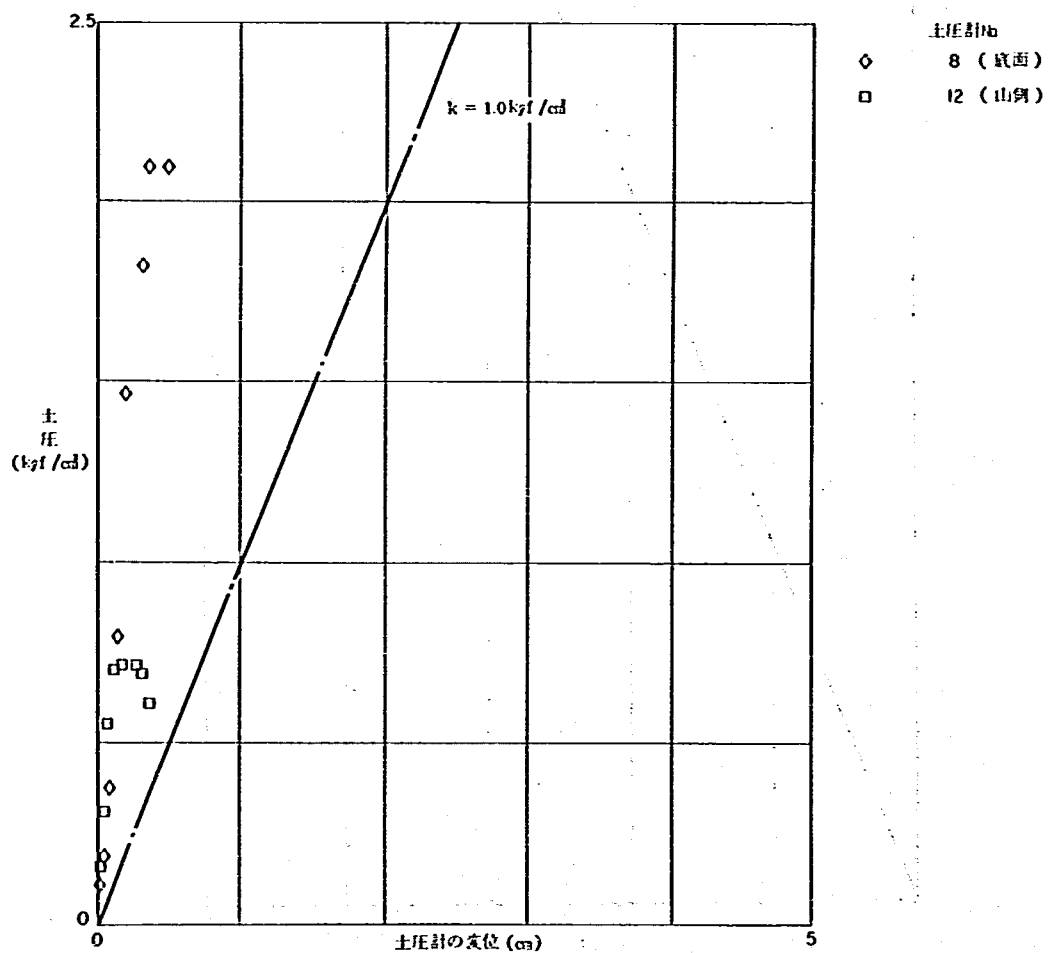


図- 2.3.32 (2) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-2, $\beta = 0^\circ$)

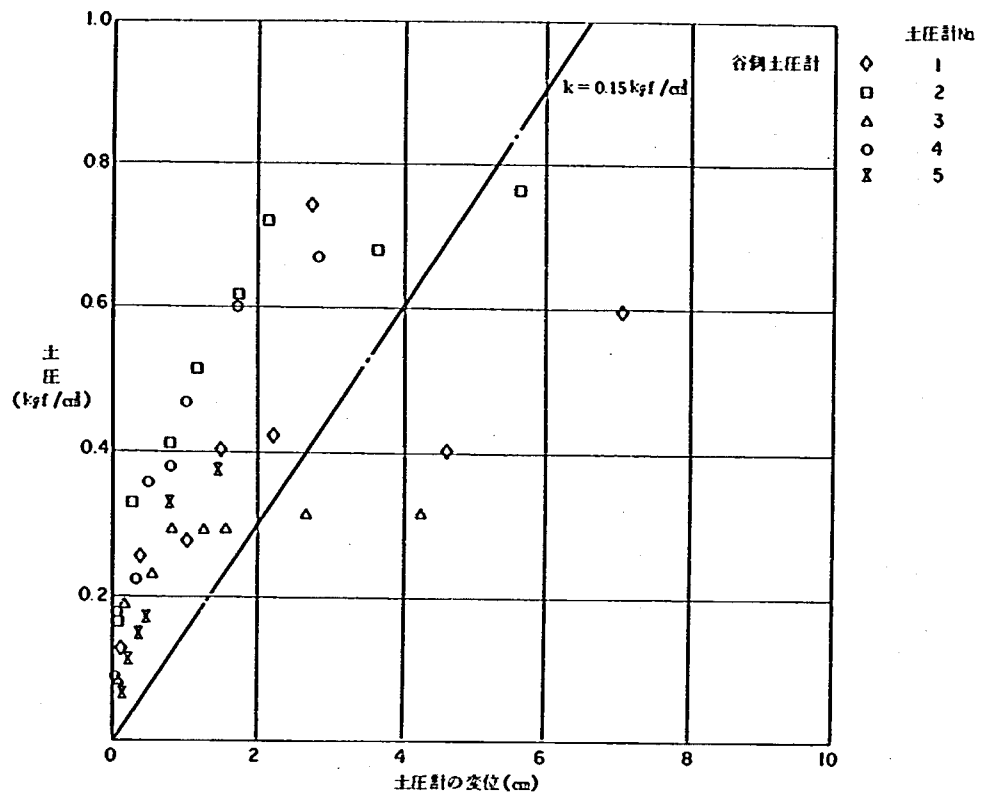


図- 2.3.33 (1) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-4, $\beta = 20^\circ$)

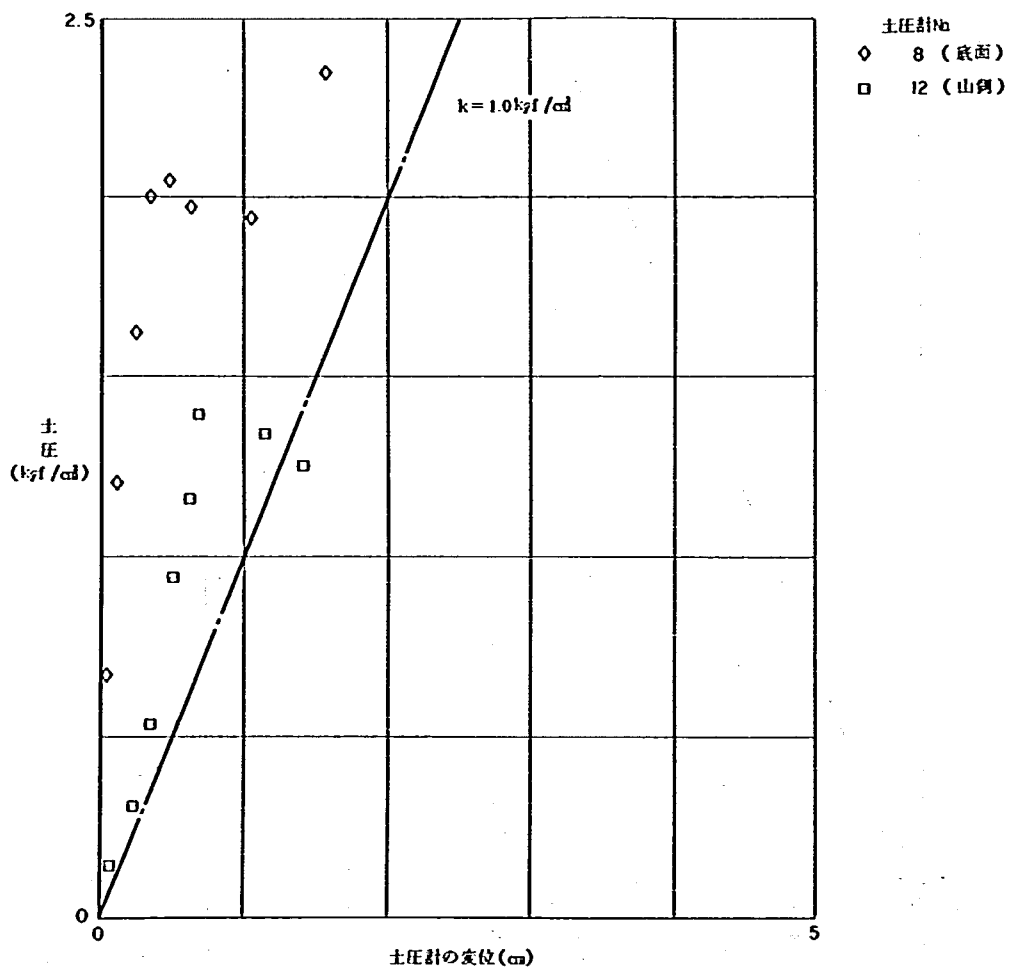


図- 2.3.33 (2) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-4, $\beta = 20^\circ$)

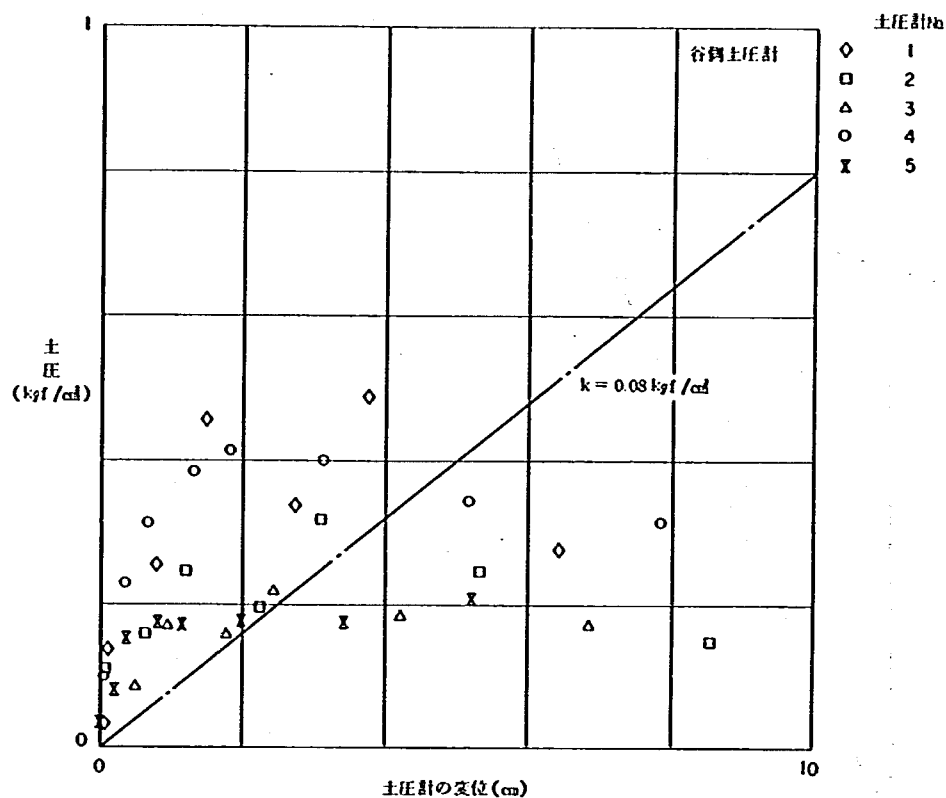


図 - 2.3.34 (1) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2 - 6, $\beta = 30^\circ$)

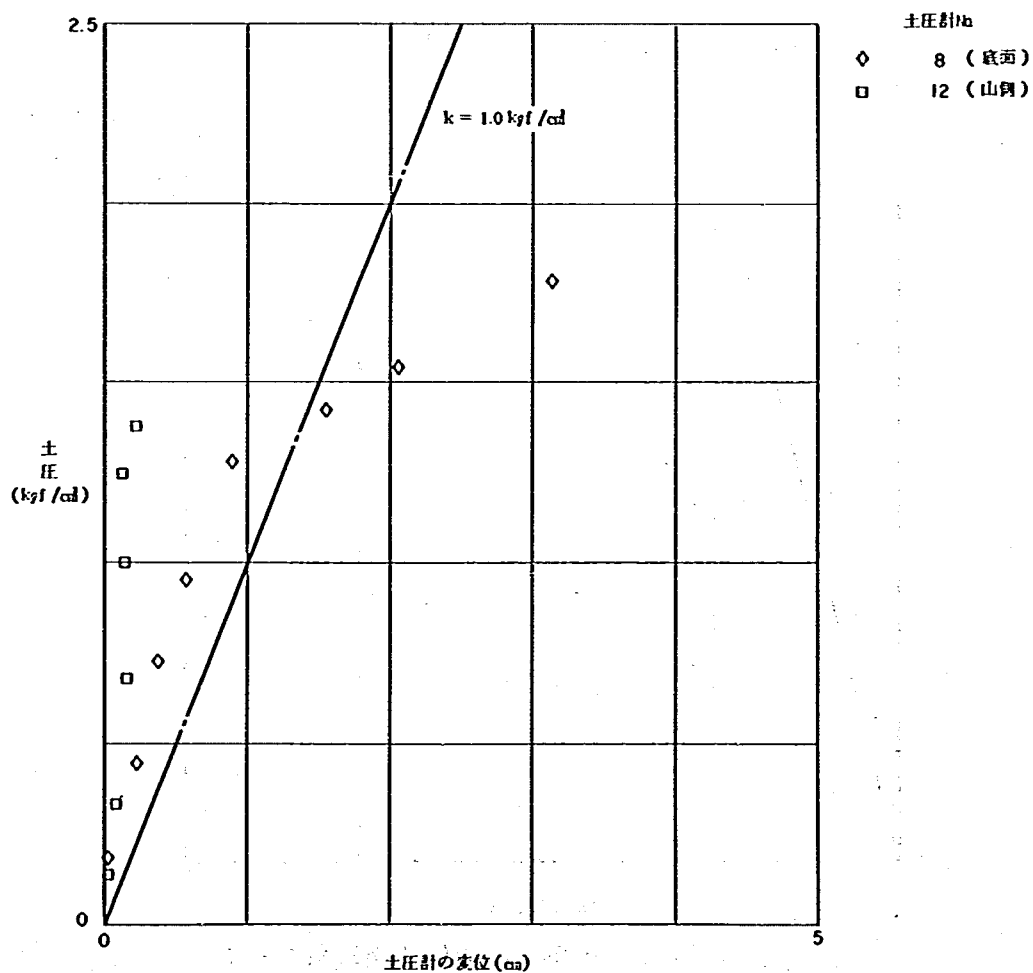


図 - 2.3.34 (2) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2 - 6, $\beta = 30^\circ$)

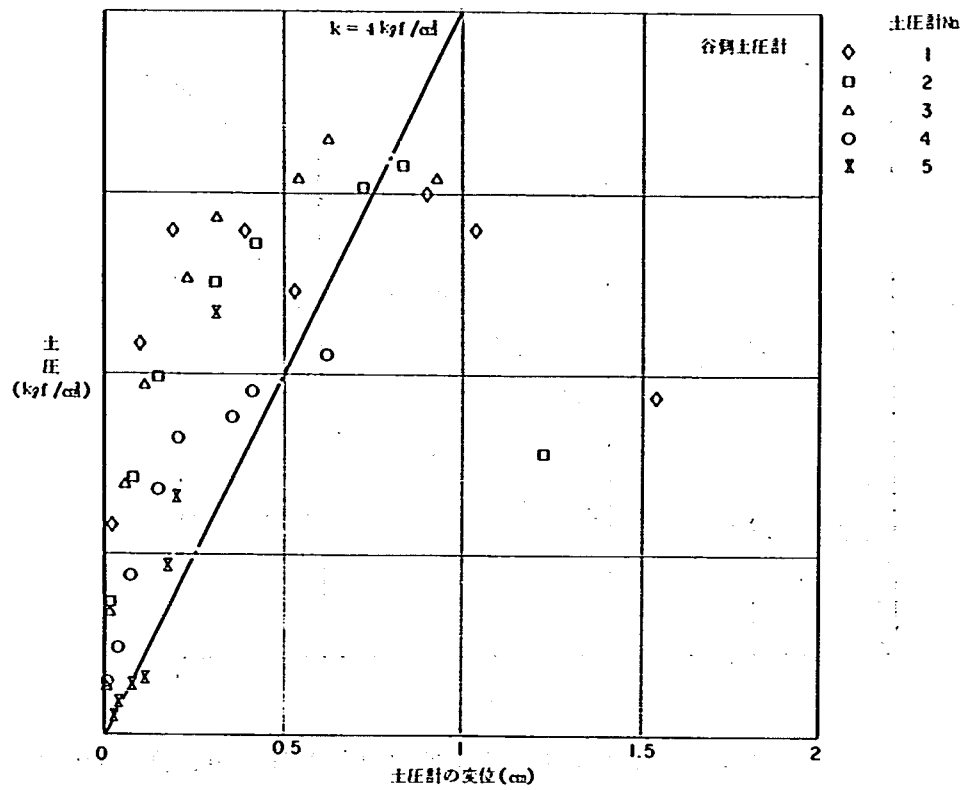


図- 2.3.35 (1) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-7, $\beta = 0^\circ$)

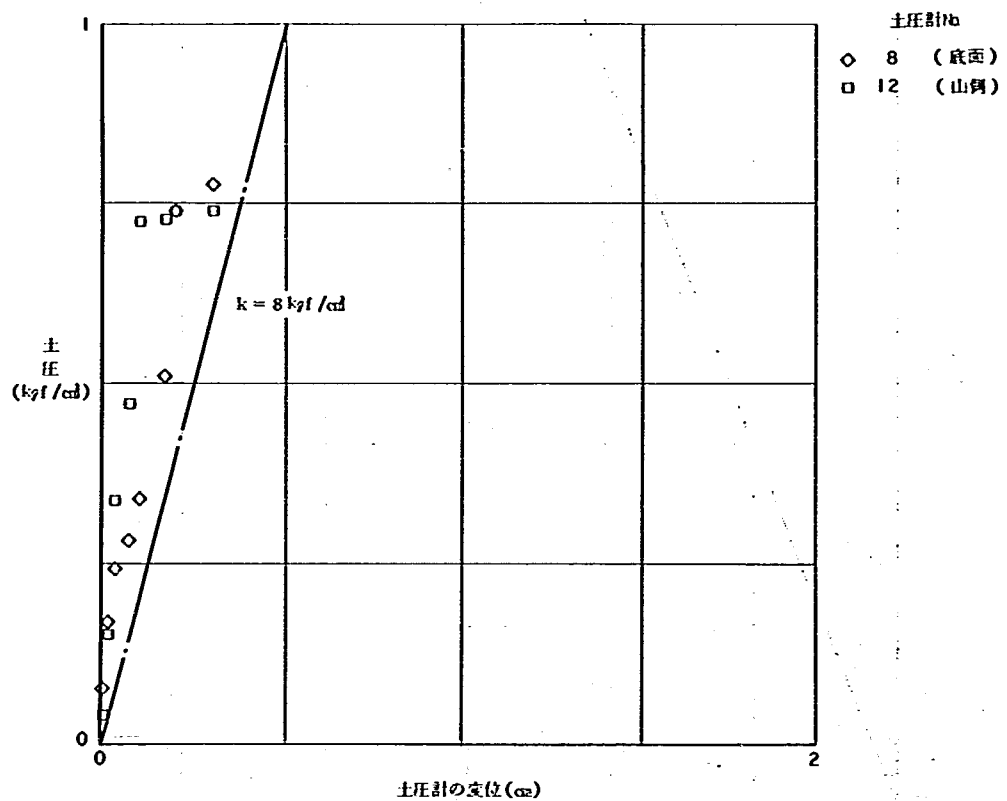


図- 2.3.35 (2) 土圧と土圧計の変位 (実験No 2-7, $\beta = 0^\circ$)

表- 2.3.4 谷側土圧計からの地盤反力係数 k

実験No	载荷方法	地表面の 勾配 (度)	地盤反力係数 k (kgf/cm ²)	
			土圧計の変位	
			0.2 cm	0.5 cm
2-1	静的	0	0.43~0.90	0.10~0.56
2-2	衝撃		0.53~1.38	0.37~0.86
2-3	静的	20	0.23~1.00	0.16~0.61
2-4	衝撃		0.53~1.28	0.40~0.72
2-5	静的	30	0.20~0.53	0.06~0.25
2-6	衝撃		0.25~0.83	0.17~0.54
2-7	衝撃	0	5.5 ~14.0	4.0 ~6.1

2.3.7 実験結果のまとめ

模型に静的あるいは衝撃荷重を加えると、荷重の小さい初期では模型は地盤によって弾性的に支持され、荷重が大きくなると地盤が次第に塑性変形している。荷重による模型の変位は主に回転であり、回転の中心は基礎の中央付近であった。基礎の各面に生じた土圧は模型の回転に応じた分布形状であり、その大きさは地盤の剛性に依存している。同じ地表面勾配の静的、衝撃载荷実験の k を比べると、両者の値はほぼ同じであった。

2.4 実験結果の考察

2.4.1 国鉄の方法による安定の検討

(1) 国鉄の方法²⁾

落石防止構の基礎の設計には次に示すような Coulomb の土圧式を元にした方法がある。これは日本国有鉄道で用いられていた「落石対策の手引：昭和53年3月、日本国有鉄道施設局土木課」に示されている。基礎の設計の安定計算方法は基礎の形式によって5種に分かれており、ここではその中の連続基礎の安定計算方法を紹介する。

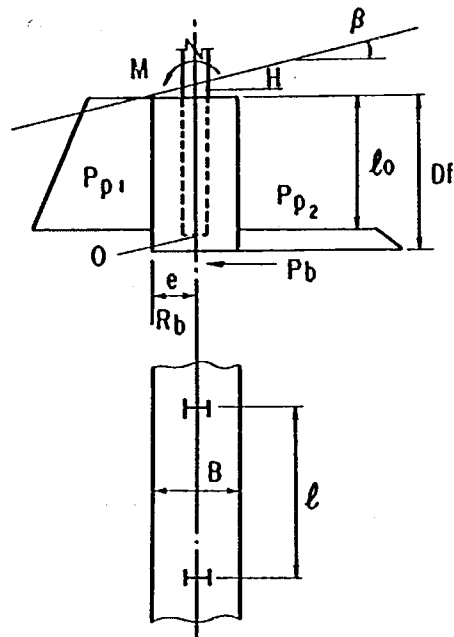
この方法は、支柱に荷重が加わると基礎が回転し、山側と谷側に受動土圧が加わって、荷重と土圧による抵抗力が平衡するとしている。底面には基礎の自重による鉛直方向の反力と摩擦力が働くとして、これらを抵抗力に加える。なお、山側、谷側の側面では摩擦角 δ を 0° としている。

計算に用いる記号を図-2.4.1.に示す。

ここに、

荷 重 M : 曲げモーメント ($t \cdot m$) (支柱下端部)

H : 水平力 (t)



図－ 2.4.1 連続基礎安定計算方法

基礎諸元	B : 基礎の幅 (m)
	Df : 基礎の根入れ長 (m)
	r_c : 基礎の単位重量 (t/m^3)
	ℓ : 支柱間隔 (m)
地盤条件	ϕ : 支持地盤の内部摩擦角 (度)
	c : 支持地盤の粘着力 (t/m^2)
	r : 支持地盤の単位重量 (t/m^3)
	β : 地表面の傾斜角 (度)
	O : 基礎の回転中心
	ℓ_0 : 基礎の回転中心の深さ (m)
	L : 基礎の抵抗長 ($= 1.0 \ell \sim 1.5 \ell$)

谷側と山側に生じる土圧の受動土圧係数を K_{P1} , K_{P2} とすると,

$$K_{P1} = \frac{\cos^2 \phi}{\left(1 - \sqrt{\frac{\sin \phi \cdot \sin (\phi - \beta)}{\cos \beta}}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (a)$$

$$K_{P2} = \frac{\cos^2 \phi}{\left(1 - \sqrt{\frac{\sin \phi \cdot \sin (\phi + \beta)}{\cos \beta}}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (b)$$

受働土圧における粘性土の自立高さを Z_0' とすると,

$$Z_0' = \frac{2c}{\gamma} \cdot \tan \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (c)$$

基礎底面の鉛直反力 R_b は基礎の自重とする。

$$R_b = r_c B L D_f \quad \dots\dots\dots (d)$$

底面の摩擦係数を $\tan \delta = \tan \phi$ とすると摩擦力 P_b は,

$$P_b = R_b \cdot \tan \delta = r_c B L D_f \cdot \tan \phi \quad \dots\dots\dots (e)$$

水平方向の力のつり合いは,

$$\Sigma H = H - P_{P1} + P_{P2} + P_b = 0 \quad \dots\dots\dots (f)$$

P_{P1} , P_{P2} はそれぞれ谷側土圧, 山側土圧の合力である。

$$P_{P1} = \frac{1}{2} \gamma L (\ell_0 + 2Z_0') \ell_0 K_{P1} \quad \dots\dots\dots (g)$$

$$P_{P2} = \frac{1}{2} \gamma L (D_f + \ell_0 + 2Z_0') (D_f - \ell_0) K_{P2} \quad \dots\dots\dots (h)$$

式 (f) を ℓ_0 について解くと,

$$\begin{aligned} \ell_0 = -Z_0' + \left(Z_0'^2 + \frac{K_{P2}}{K_{P1} + K_{P2}} (D_f + 2Z_0') D_f \right. \\ \left. + \frac{2(H + P_b)}{\gamma L (K_{P1} + K_{P2})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

式(i)から $D_f \leq \ell_0$ となったときは $D_f = \ell_0$ として次式を求める。

点 O 回りの抵抗モーメント M_R ^{注)} は,

$$\begin{aligned} M_R = \frac{1}{6} \gamma L (K_{P1} (3Z_0' + \ell_0) \ell_0^2 \\ + 2K_{P2} (D_f - \ell_0) (D_f + Z_0')^2) \\ + \frac{1}{2} R_b B + P_b (D_f - \ell_0) \quad \dots\dots\dots (j) \end{aligned}$$

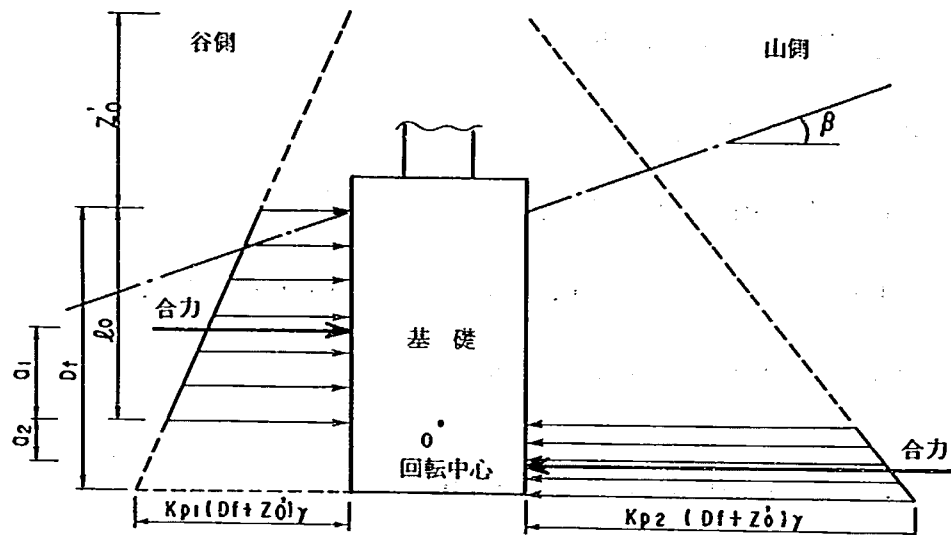
脚注 「落石対策の手引」には式(j)は次のように書かれている。

$$\begin{aligned} M_R = \frac{1}{6} \gamma L (K_{P1} (\ell_0 + 3Z_0') \ell_0^2 \\ + K_{P2} (\ell_0 + 2D_f + 3Z_0') (D_f - \ell_0)^2) \\ + \frac{1}{2} R_b B + P_b (D_f - \ell_0) \quad \dots\dots\dots (l) \end{aligned}$$

式(j)と(l)の違いは山側土圧の合力によるモーメントである。図-2.4.2から式(j)が導かれる。

安全率 F_s を定義し、 $F_s > 1.2$ となる D_f を求める。

$$F_s = \frac{M_R}{M + H \cdot L_0} \quad \dots\dots (k)$$



図－2.4.2 基礎に加わる土圧

(2) 模型への適用と実験結果との比較考察

国鉄の方法から水平抵抗力と抵抗モーメントを求めて実験№1の実測値と比較を試みる。

1) 計算条件

水平力 H は静的載荷実験では最大荷重とし、衝撃載荷実験では重錘の質量に加速度を乗じた衝撃力とする。基礎の抵抗長 L は基礎の長さ 1.8 m とする。他の条件は次の通り。

$$B = 0.25 \text{ m}$$

$$D_f = 0.40 \text{ m} \text{ (式(d)では } 0.45 \text{ m とする)}$$

$$r_c = 2.5 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 33.5^\circ$$

$$c = 0.21 \text{ t/m}^3$$

r は表－2.3.1の湿潤密度 (t/m^3) とする。

$$\beta = 0^\circ, 20^\circ, 30^\circ$$

2) 土圧分布の比較

図-2.4.3に実測の土圧と国鉄の方法による土圧を示す。実測の土圧には载荷前の土圧が含まれておらず、国鉄の方法による土圧は受動土圧であるという違いがある。地表面の勾配を 0° 、 $K_0 = 0.5$ とすると底面において、静止土圧 $P_0 = K_0 \cdot \gamma \cdot D_f = 0.032 \text{ kgf/cm}^2$ となる。これを考慮した上で図を見ると、 $\beta = 0^\circ$ の場合、谷側土圧は実測値と計算値が上下逆転したような形の分布になっている。実験№1-1の回転中心の深さは実測と計算がほぼ一致しており、山側土圧は計算値がやや大きい。 $\beta = 20^\circ$ の場合も谷側土圧は実測値と計算値が上下逆転したような形の分布になっている。山側土圧は回転中心が基礎根入れより浅い№1-4に計算されているが、その分布は実測値と異なっている。 $\beta = 30^\circ$ の場合も計算値と実測値は谷側、山側の両面で異なっている。静的载荷実験の場合に限っても、実測値と計算値は異なった分布になっている。この原因として土圧分布の仮定の違い、回転中心位置の違いが考えられる。

3) 水平抵抗力の比較

表-2.4.1に国鉄の方法による計算結果を実測値と合わせて示す。水平抵抗力 H_R を谷側土圧の合力とすると、

$$H_R = \frac{1}{2} \gamma L K_{P1} (L_0 + 2Z_0) L_0 \quad \dots\dots\dots (m)$$

表に示すように、地表面勾配 β が大きくなるにつれて H_R は小さくなっている。荷重 H_0 （計算に用いた水平力 H と同じ値）との比 H_R/H_0 静的载荷実験の場合、3~4倍と計算値が大きい。逆に、衝撃载荷実験の場合は計算値が荷重より小さい。

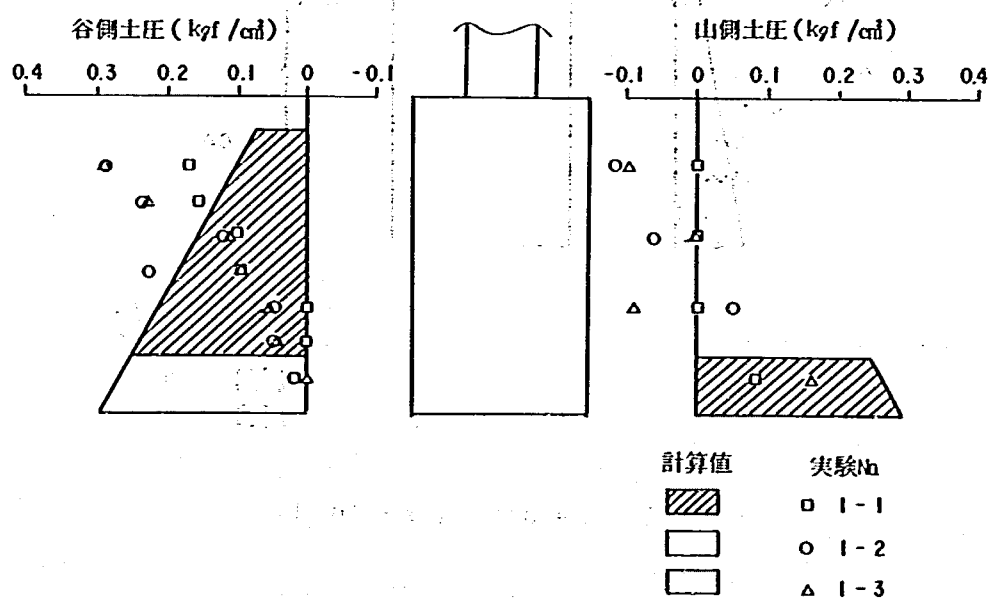


図-2.4.3 (I) 実験と国鉄の方法による土圧分布 ($\beta = 0^\circ$)

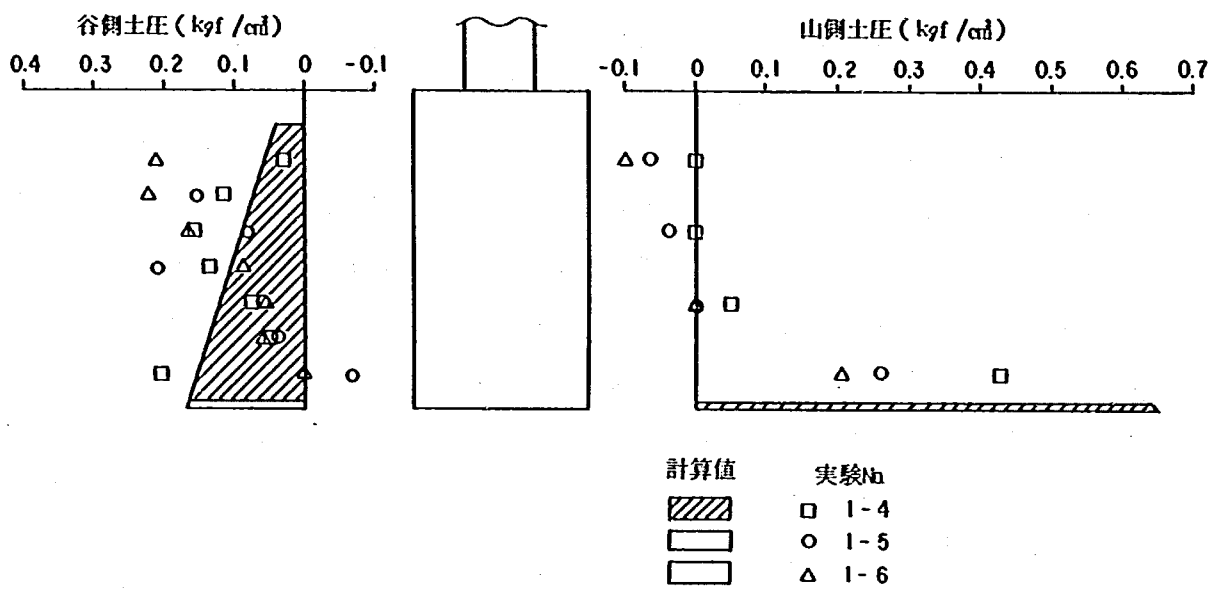


図-2.4.3 (2) ($\beta = 20^\circ$)

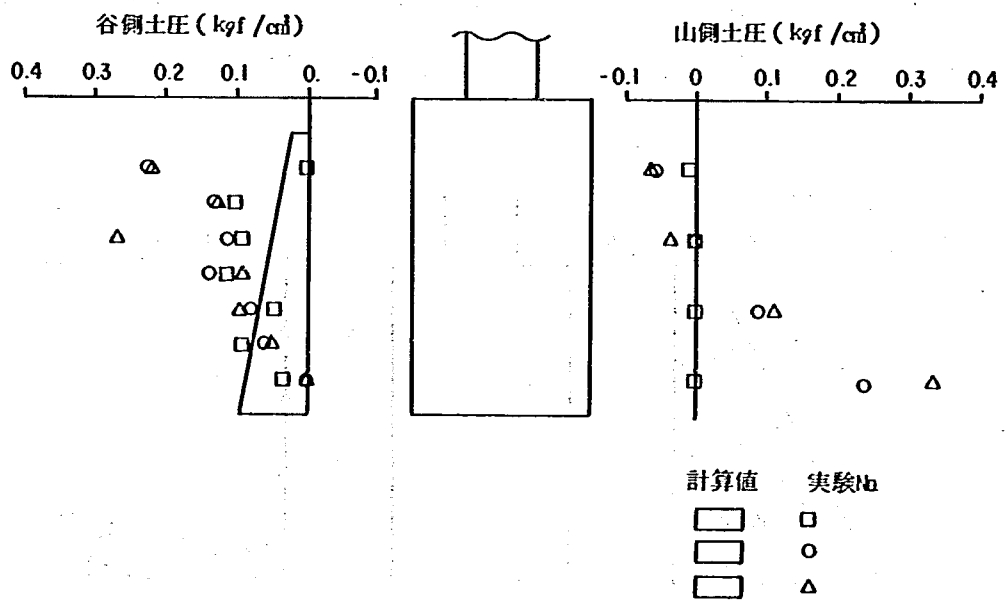


図-2.4.3 (3) ($\beta = 30^\circ$)

表-2.4.1 国鉄の方法による計算結果と実測値

実験No	勾配 β (度)	荷重 H_0 (t)	単位体積重量 γ (t/m ³)	自立高さ Z_0 (m)	受働土圧係数		回転中心 ℓ_0 (m)	水平抵抗力 H_R (t)	H_R / H_0	抵抗モーメント M_R (t·m)	荷重モーメント M_0 (t·m)	M_R / M_0
					K_{P1}	K_{P2}						
1-1	0	0.228	1.59	0.141	3.46	3.46	0.321	0.956	4.19	0.293	0.221	1.05
1-2	0	1.544	1.62	0.138			0.4	1.365	0.88	0.282	1.621	0.17
1-3	0	2.223	1.61	0.138			0.4	1.360	0.61	0.282	2.334	0.12
1-4	20	0.205	1.62	0.138	1.75	7.10	0.389	0.661	3.22	0.192	0.213	0.80
1-5	20	1.466	1.62	0.138			0.4	0.691	0.47	0.174	1.539	0.11
1-6	20	2.332	1.63	0.137			0.4	0.694	0.30	0.175	2.449	0.07
1-7	30	0.144	1.58	0.142	1.08	11.60	0.4	0.419	2.91	0.131	0.151	0.87
1-8	30	1.810	1.59	0.141			0.4	0.421	0.23	0.131	1.901	0.07
1-9	30	2.264	1.61	0.139			0.4	0.424	0.19	0.139	2.377	0.06
備考	-	実測値	実測値	式 (c)	式 (a)	式 (b)	式 (i)	式 (m)	-	式 (j)	実測値	-

4) 抵抗モーメントの比較

国鉄の方法による抵抗モーメント M_R も β の影響を受けており、 β が大きいと M_R は小さい。静的載荷実験の荷重モーメント M_0 (H_0 に回転中心までの距離を乗じた値) は M_R との比で 1~0.8 倍とよく一致している。衝撃載荷実験では M_R に比べて M_0 がはるかに大きな値を示している。

(3) 国鉄の方法に対する考察

表— 2.4.1 のように、静的な載荷モーメントに対する基礎の安定について国鉄の方法は安全率 1 近くを与える。この安全率 1 の力の平衡は基礎が地盤中において変位したために生じたもので、国鉄の方法ではこの変位量は得られない。基礎の設計条件の一つに許容変位量を加えることが望ましい。

2.3.3 に述べたように、基礎に一定変位を生じさせる衝撃荷重は静的荷重の 7~30 倍であるから、国鉄の方法から設計された基礎はより大きな衝撃荷重に耐えるであろう。

2.4.2 模型に作用する外力

ここでは、模型に作用する全外力を評価し、模型の変位・安定との関係について考察をする。この場合、次のような問題点がある。

- ① 模型に作用する外力は 3 次元的である。(奥行き方向の面に土槽との間に作用する摩擦力がある)。第 1 近似としては、2 次元的に扱うことになる。
- ② 外力を 2 次元的に扱うとしても、側面・底面に作用する力の成分すべて(垂直力とせん断力)が分かっているわけではない。実験時に計測したのは、垂直力に対応する土圧であるが、それほど詳細に測定されているわけではない。
- ③ 衝撃載荷時には、衝撃荷重及び土圧のピークは同時に生じない。
- ④ 衝撃載荷時には、模型にかなりの大きさの加速度、したがって慣性力が生ずる。以下に、このような問題点に留意しながら、模型に作用する外力を考察する。なお、模型の変位はある回転中心回りの回転が安定に対して最も重要と考えられるため、外力もその回転中心回りのモーメントとして評価する。

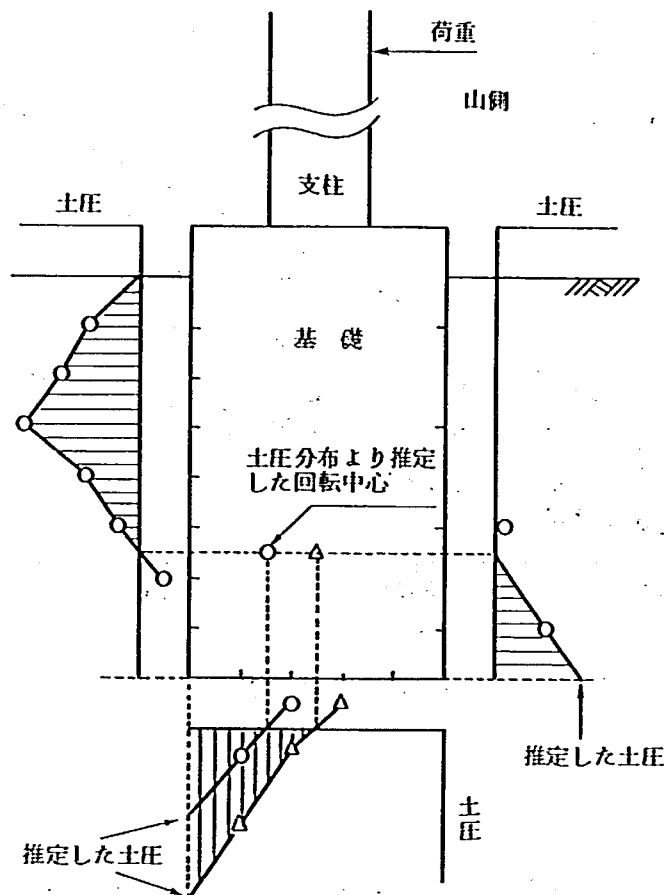
(i) 静的載荷実験

図— 2.4.4 に模型に加わる力を簡略化して示す。支柱に載荷した荷重による載荷モーメントと、基礎の谷側、山側、底面の土圧による抵抗モーメントと呼ぶことにする。以下の考察では、側面及び底面部に作用するせん断力によるモーメントは無視をしている。

抵抗モーメントの計算においては次のように仮定した。

1) 谷側土圧

地表面の土圧をゼロとする。負圧は抵抗力としない(以下同じとする)。



図－2.4.4 土圧分布と回転中心の仮定

2) 底面土圧

谷側端を最大とする三角形分布とする。

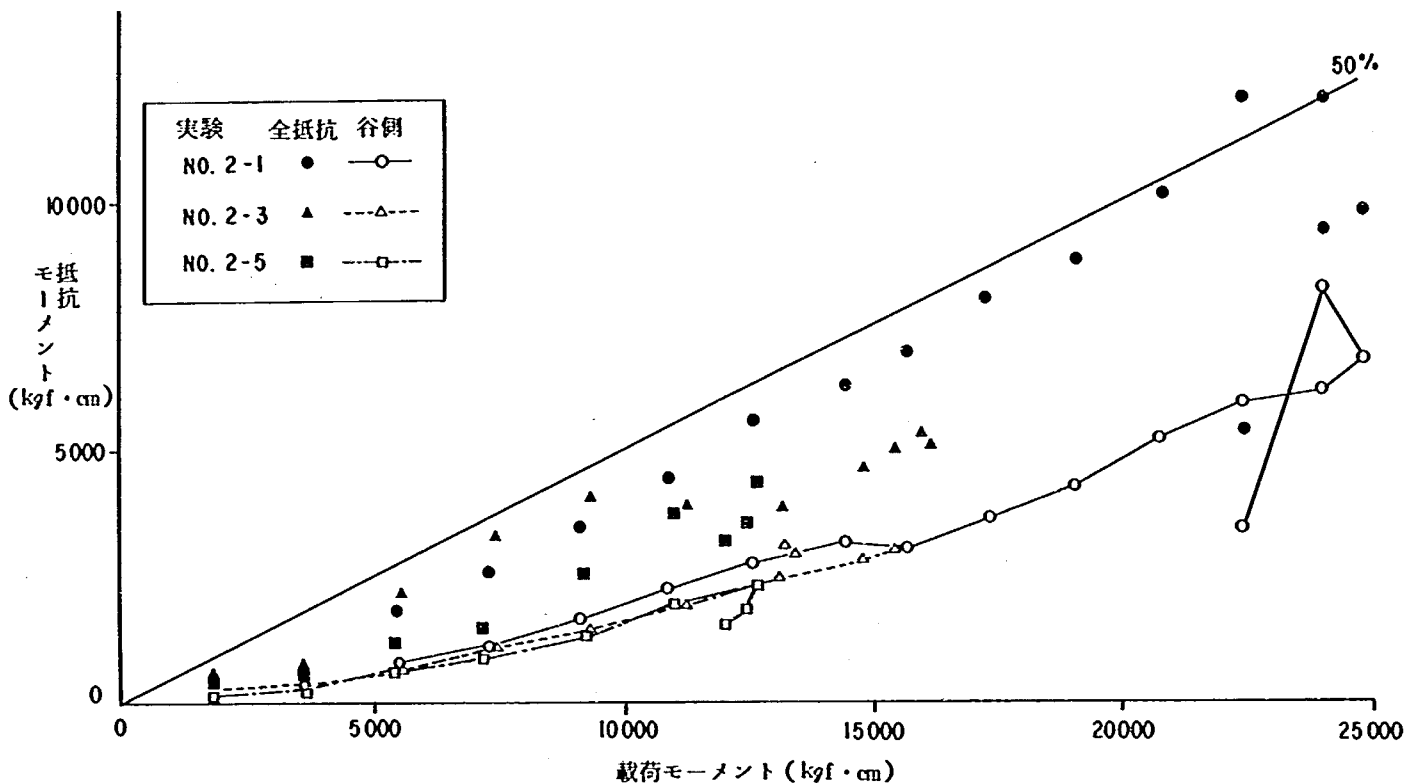
3) 山側土圧

基礎底面を最大とする三角形分布とする。

4) 回転中心の位置

回転中心は谷側土圧と底面土圧が載荷時に変化しない鉛直方向の位置とした。すなわち、図－2.4.4の各土圧値を結んだ線がゼロ線と交わる位置である。

図－2.4.5に実験№2の静的載荷試験における載荷モーメントを示す。この図から、載荷モーメントと抵抗モーメントにはほぼ一定の比例関係があることが分かる。抵抗モーメントは載荷モーメントの50%以下であるが、これはせん断抵抗を無視したことによる抵抗モーメントの過小評価と考えられる。抵抗モーメントの全抵抗に対する谷側の抵抗の比はほぼ50%である。



図一 2.4.5 実験№ 2 の静的載荷実験における実測値の載荷モーメントと抵抗モーメント

(2) 衝撃載荷実験

衝撃載荷実験における模型に作用する力の平衡を解くためには、模型の運動方程式から載荷荷重、抵抗土圧、模型の慣性力を求める必要がある。しかし、これらを正しく求めることはこの実験のように衝撃的な現象の場合、困難である。落石荷重を受ける落石防止柵を一つの力学的な系とすると、落石による衝撃的な入力と土圧による緩やかな出力には相関関係があると考えられる。これらのことから踏まえて、実験№ 2 の衝撃荷重によるモーメントと最大土圧による抵抗モーメントを比較する。

載荷モーメントはロードセルの衝撃荷重に回転中心までの距離を乗じた値である。抵抗モーメントを求めるときの土圧分布には静的な場合と同様の仮定を用いた。用いる土圧は最大値である。回転中心は土圧の最大値の分布図から求めた位置とする。

図一 2.4.6 に実験№ 2-2, 2-4, 2-6, 2-7 の載荷モーメントと抵抗モーメントの関係を示す。地盤の剛性の大きい№ 2-7 では抵抗モーメントと載荷モーメントの比はほぼ 10% であるが、№ 2-2, 2-4 では 5% 以下であり、№ 2-6 では地表面の勾配が大きいので 2.5% 以下となっている。抵抗モーメントと載荷モーメントとの間には比例関係が見られるが、その大きさはかなり違っている。抵抗モーメントには壁面垂直土圧の外にせん断抵抗も含まれるべきであり、基礎の慣性の影響、歪速度効果による地盤のみかけ剛性の増大も考えられる。抵抗モーメントの全抵抗に対する谷側土圧の比率は、№ 2-7 では約 80%, № 2-2, 2-4, 2-6 では約 50% となっている。

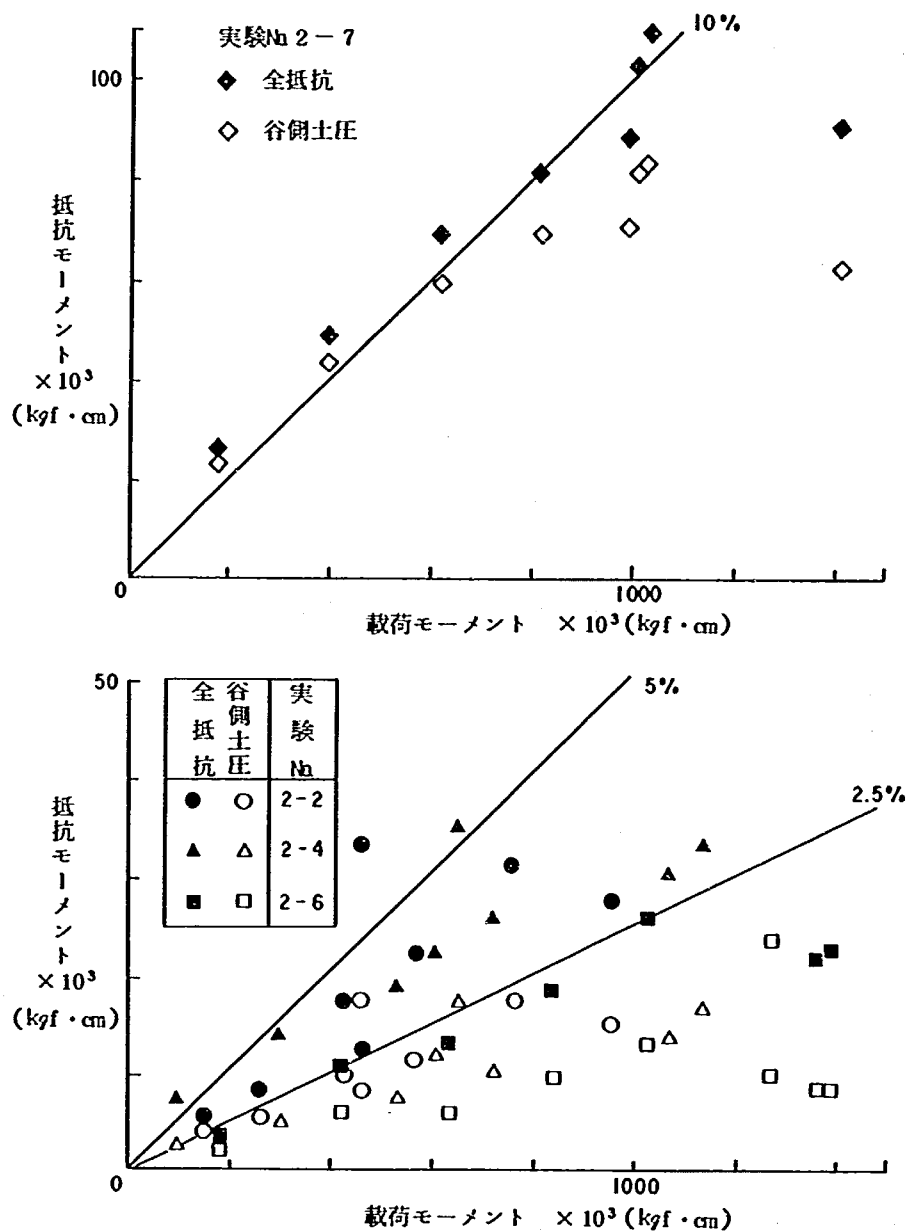


図-2.4.6 実験№ 2の衝撃載荷実験における実測値の抵抗モーメントと載荷モーメント

2.4.3 考察のまとめ

国鉄の方法から求めた抵抗モーメントは静的載荷実験における載荷モーメントと良く一致したが、衝撃載荷実験では抵抗モーメントと載荷モーメントが一致せず、土圧分布形状は実測のものと異なっている。基礎の谷側、底面、山側に作用した実測の壁面垂直土圧による抵抗モーメントと載荷モーメントを比較すると、静的載荷実験の場合、抵抗モーメントは載荷モーメントの50%以下であり、衝撃載荷実験の場合は10%を下回っている。これらのことから、基礎の設計における抵抗モーメントの推定は壁面垂直土圧抵抗、せん断抵抗の外、衝撃的な効果を考慮する必要がある。落石防止構基礎の設計条件には設計荷重と共に許容変位を定めるべきである。

2.5 設計方法の考察

2.5.1 衝撃载荷時の模型の運動の考察

(1) 一般

落石防止柵の基礎の設計には、次の項目が必要となる。

① 落石条件が与えられたときに、防止柵を介して基礎に作用する荷重の予測

② 予測された荷重に対して基礎が安定であるかどうかの判定

この内、防止柵に対する落石の衝突条件（支柱、支柱間のワイヤーロープ、金網への衝突）は、落石の重量と速度として与えられる。しかし、落石の衝突によって生ずる力は、この落石の衝突条件のみならず、防止柵（支柱、ワイヤーロープ、金網）基礎の変形性能によって異なる。このような特性を反映して、現在の落石防止柵の設計では、落石の運動エネルギーを、落石防止柵を構成するワイヤーロープの吸収エネルギー、支柱の吸収エネルギー、金網の吸収エネルギーで吸収するように考えている。それらの吸収エネルギーは、それぞれの降伏力と許容変形量から求められる。

したがって、基礎に作用する力は、それらの降伏力から求まることになる。

一方、上記の考えには、基礎の変形に伴う吸収エネルギーは考慮されていないが、もし、これを考慮すると同一の落石衝突条件に対して、基礎への作用力はより低下する。したがって、基礎の変形を考慮しないで、基礎に作用する荷重の最大値を求めることは、基礎の設計に対しては安全側である。

又、落石防止柵の様々な上部工の条件に対して生ずる衝撃力を求めることは本実験の目的ではないので、以降は、落石防止柵の支柱部にある衝撃的な力が与えられるものとして考察をする。すなわち、上記の①は本実験の研究の対象外とする。

したがって、上記の②の方法を検討・提示することが本研究の課題である。

ここで、②に含まれる問題を再述すると以下のようである。

(i) 外荷重が与えられたときに、基礎部の変形量を算定する方法を確立すること。このように算定ができることにより逆にこの変形量のある許容値以下に抑えるために必要な基礎寸法が定められることになる。

又は、より、簡略化していえば、

(ii) 外荷重が与えられたときに、基礎部が破壊一過大な変形を生ずるか否かを判定する方法を確立すること。このような判定ができることにより、逆にこのような破壊が生じないために必要な基礎寸法が定まることになる。

(2) 模型の運動方程式

落石により防止柵の上部工（支柱）に作用する荷重が衝撃的であることを考慮して、まず、支柱に衝撃载荷が行われた場合の模型の運動方程式を立て、この方程式から求まる模型の運動特性を一般的に把握し、設計に必要な特性を静的な力学系に置き換えて求めることを考察

する。

図－2.5.1のように支柱に衝撃载荷が行われた場合の模型の運動をある回転中心回りの回転運動として考えると、運動方程式は、次のようになる。

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + R\theta = M_d \quad (a)$$

ここに、

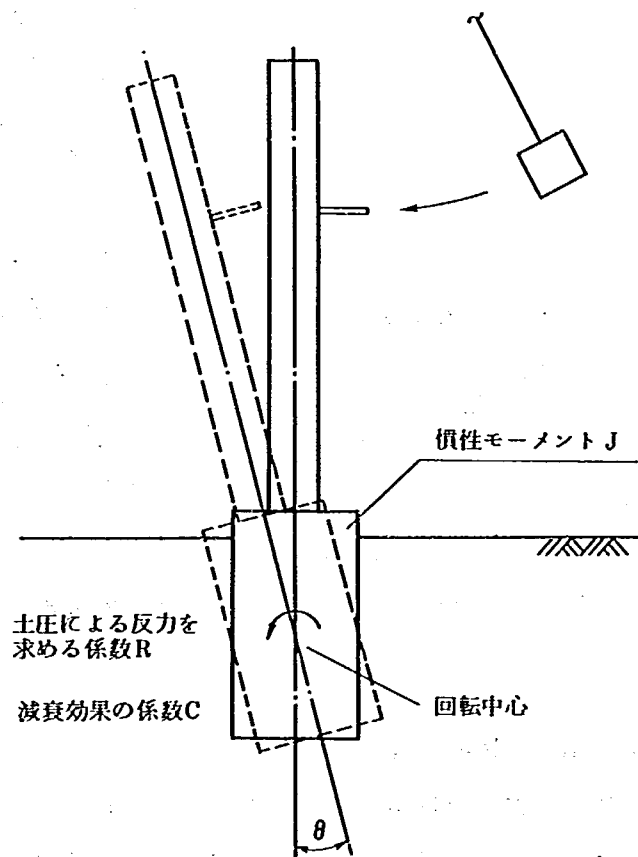
J : 模型の回転中心回りの慣性モーメント

C : 基礎が動的に地盤を押すことによって発生する波動等による見かけの減衰効果の係数

R : 土圧による反力を求める係数

θ : 回転角

M_d : 支柱に作用した衝撃力による回転中心回りの载荷モーメント、外荷重が作用するごく短時間のみ作用し、それ以外は0である。



図－2.5.1 落石防止構模型の回転運動

式(a)の解は、図－2.5.2のような特性を持つ。式(a)を簡略化して静的方法に置換した場合、次のような形に置き換える。

$$R^* \cdot \theta = M_d \quad (b)$$

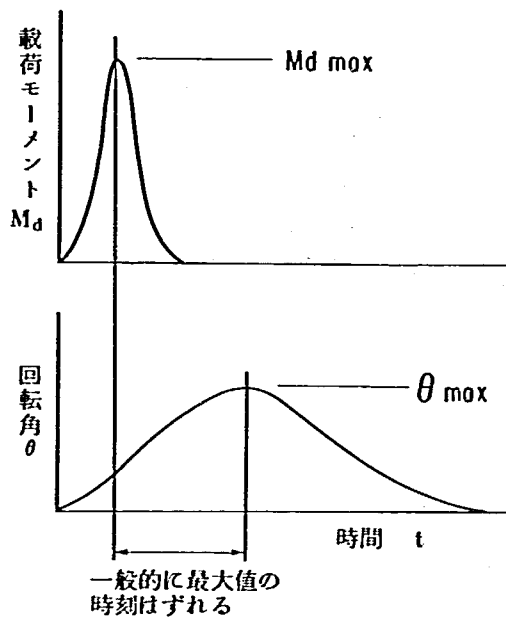
ここに、 R^* は J 、 C 、 R の関数

式(b)の解は図－2.5.3のような特性を持つ。したがって、式(a)の係数を定めて解を求めることはせずに R^* と R の間の関係を実験的に求めて、式(b)によって $\theta_{\max}$ を求めるという方法が考えられる。

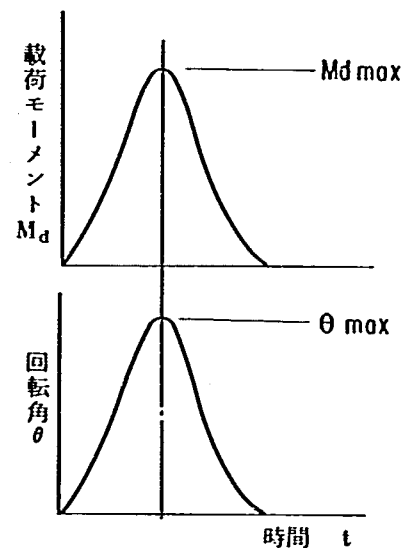
静的載荷実験における模型の運動方程式は式(c)となる。

$$R^* \cdot \theta = M_s \quad (c)$$

ここに、 M_s ：支柱に載荷した静的荷重による回転中心回りのモーメント



図－2.5.2 運動方程式(a)の解



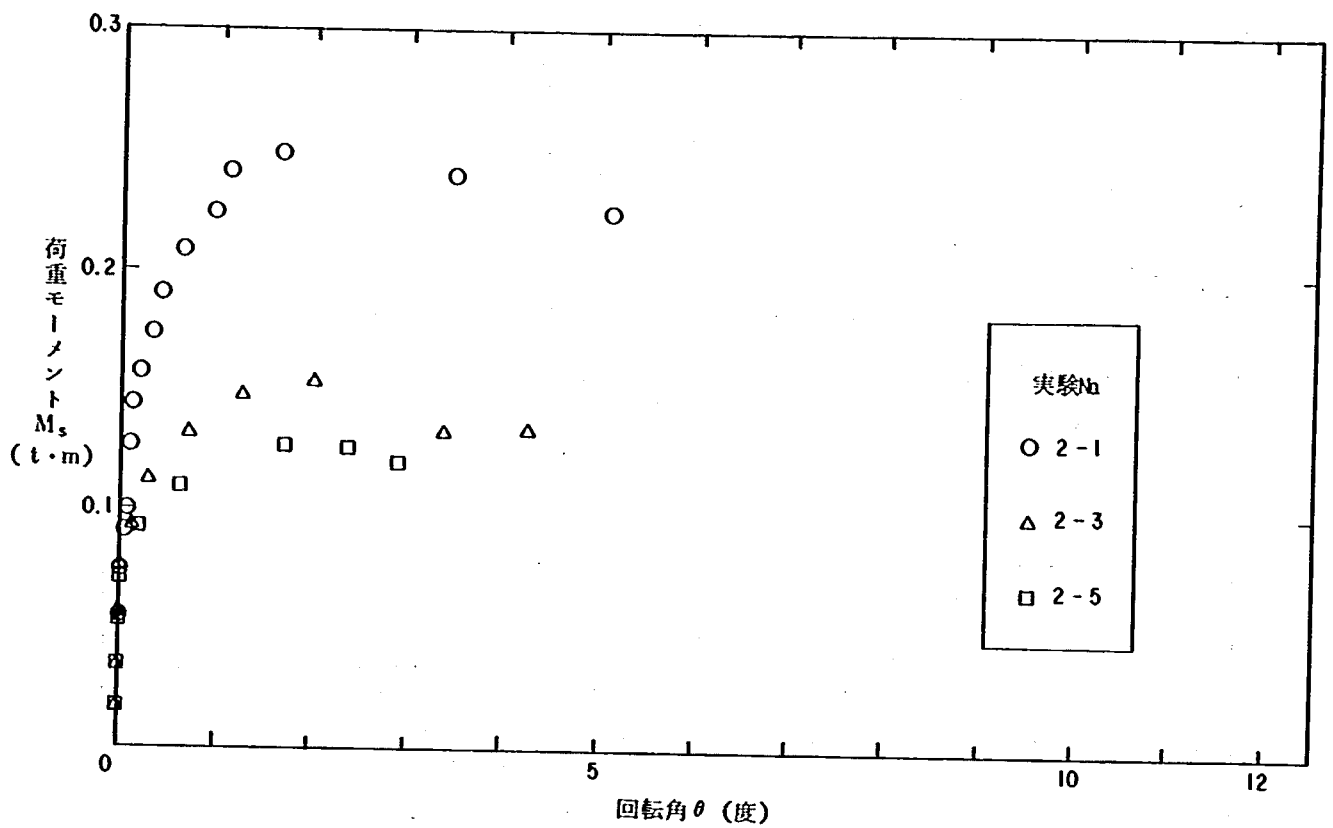
図－2.5.3 運動方程式(b)の解

(3) 実験結果の再考

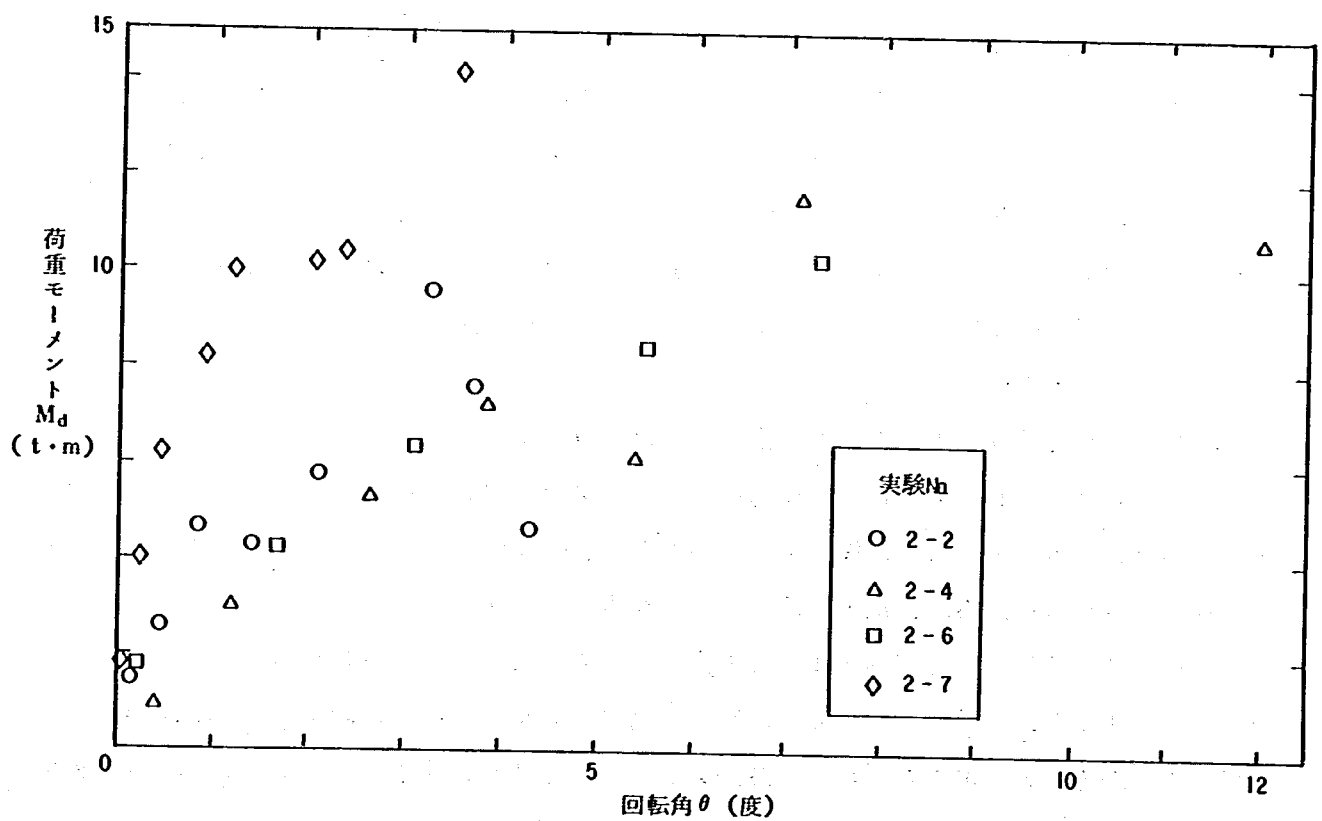
ここでは式(b)、(c)の R^* と R に注目し、両者を比較考察する。

図－2.5.4に静的載荷実験における載荷荷重モーメント M_s と模型の回転角 θ を示す。 M_s は支柱に載荷した荷重に載荷点から回転中心までの距離を乗じたもので、 θ は各荷重段階における支柱の変位から求めたものである。各実験において θ が $1 \sim 2^\circ$ の間に降伏していることがうかがえる。

図－2.5.5に衝撃載荷実験における載荷荷重モーメント M_d と模型の回転角 θ を示す。



図一 2. 5. 4 静的載荷実験における載荷荷重モーメントと模型の回転角



図一 2. 5. 5 衝撃載荷実験における載荷荷重モーメントと模型の回転角

M_d はロードセルが検出した衝撃荷重に回転中心までの距離を乗じたもので、 θ は各荷重段階における支柱の変位にそれ以前の荷重段階の変位を加えた累積変位から求めたものである。実験 No. 2-2 は $\theta = 3^\circ$ のところで降伏しているが、No. 2-4, 2-6 では明確な降伏が見られない。

図の各点を結んだ線の傾きが前述の R^* , R である。表-2.5.1 に回転角 θ が 3° のとき R^* , R を示す。地表面の勾配 β が 0° の R^* は β が 20° , 30° の R^* の約 2 倍で、同様に β が 0° の R は β が 20° , 30° の R の約 1.5 倍である。同一の β における R^* , R を比べると R^*/R は 36 ~ 50 であった。

表-2.5.1 各実験における R , R^*

地表面の勾配 β (度)	静的载荷実験		衝撃载荷実験		$C = R^*/R$
	载荷荷重モーメント $M_s^{1)}$ (t·m)	$R = M_s/3$ (t·m)	载荷荷重モーメント $M_d^{2)}$ (t·m)	$R^* = M_d/3$ (t·m)	
0	0.240	0.080	8.8	2.9	36
20	0.138	0.046	5.9	2.0	43
30	0.120	0.040	6.1	2.0	50

1) 2) モーメントは回転角 3 度における値

2.5.2 設計方法の骨格

これまでの考察とこの後に述べる設計方法についての考察の流れを表-2.5.2 に示す。

前章に述べたように、落石防止構基礎の設計方法は次の要素を考慮する必要がある。

- 外力に対する基礎の安定は回転中心回りのモーメントの平衡が支配的である。
- 基礎の支持地盤からの反力は壁面垂直土圧、壁面方向の摩擦力、せん断力である。
- 基礎に同一の変位を生じさせる衝撃荷重と静的荷重を比べると、衝撃荷重は静的荷重よりはるかに大きい。
- 落石荷重を受けたときの落石防止構の変位を設計条件の一つとする。

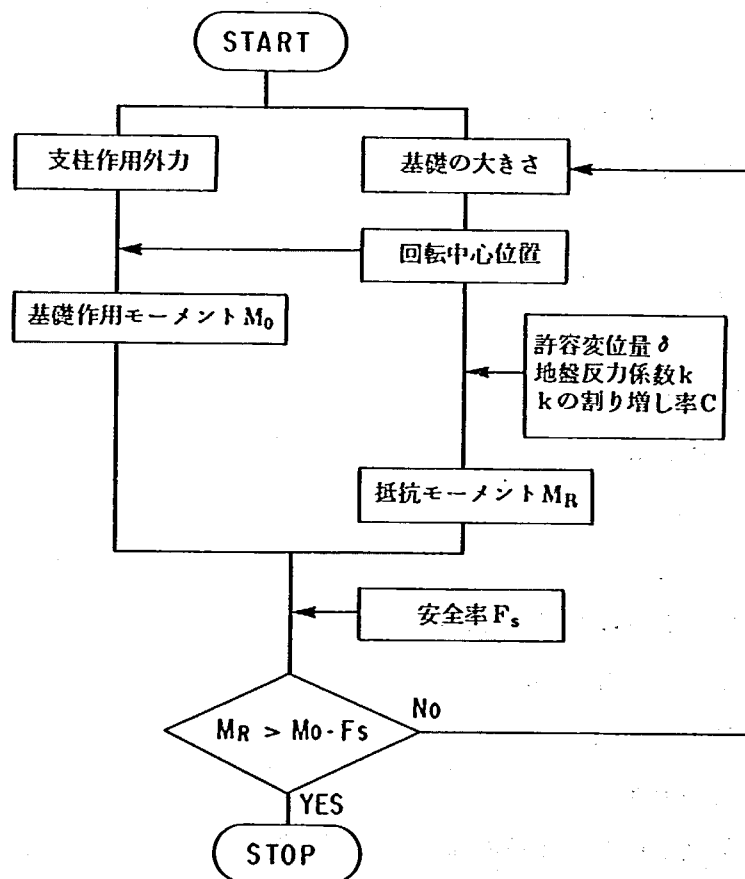
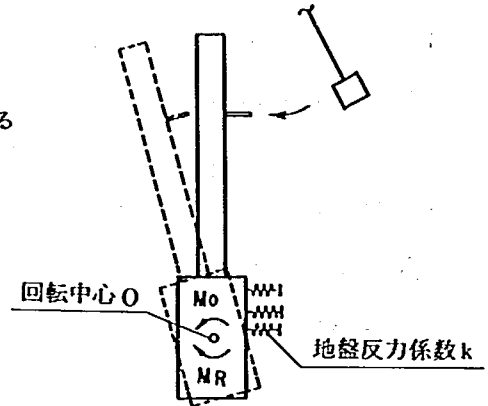
a, b, d を包含したものに、弾性法によるケーソン基礎の安定計算方法がある。一例として、「道路橋示方書・同解説、IV 下部構造編」²⁾ が挙げられる。この方法はケーソンの変位と地盤反力係数 k の積から地盤反力を求め、地盤反力が許容値以内におさまることを規定している。この方法は静的な土圧理論によるものであるから、前述 c を考慮していない。c を簡便な方法で定義すると、地盤反力係数 k に衝撃的な効果を表す割増し係数を乗じる方法がある。

以上のことをまとめて落石防止構の設計方法を図-2.5.6 に示す。これを説明すると次のようになる。

- 1) 支柱作用外力は支柱の基礎埋め込み部に塑性ヒンジを生じ支柱が 15° 傾くときの力であ

表－ 2.5.2 考察の流れ

項	内 容
2.3.6	土圧－変位 → 地盤反力係数 k
2.4.2	実測値の壁面垂直土圧による抵抗モーメント M_R 実測値の載荷荷重によるモーメント M_0
	$\frac{M_R}{M_0} < 50\%$ M_Rには壁面垂直土圧の外、摩擦力、せん断力を考慮する必要がある。衝撃荷重に対しては衝撃の効果を考慮する必要がある。
2.5.1	衝撃の効果を表わす k の割り増し率 C
2.5.2	地盤反力係数 k を用いた弾性法による抵抗モーメントには壁面垂直土圧、摩擦力、せん断力と
2.5.3	比較考察する
2.5.4	衝撃の効果を考慮する。 実測値の載荷荷重によるモーメント



図－ 2.5.6 落石防止柵の設計方法

る。これは前出の「落石対策便覧」に示されている。

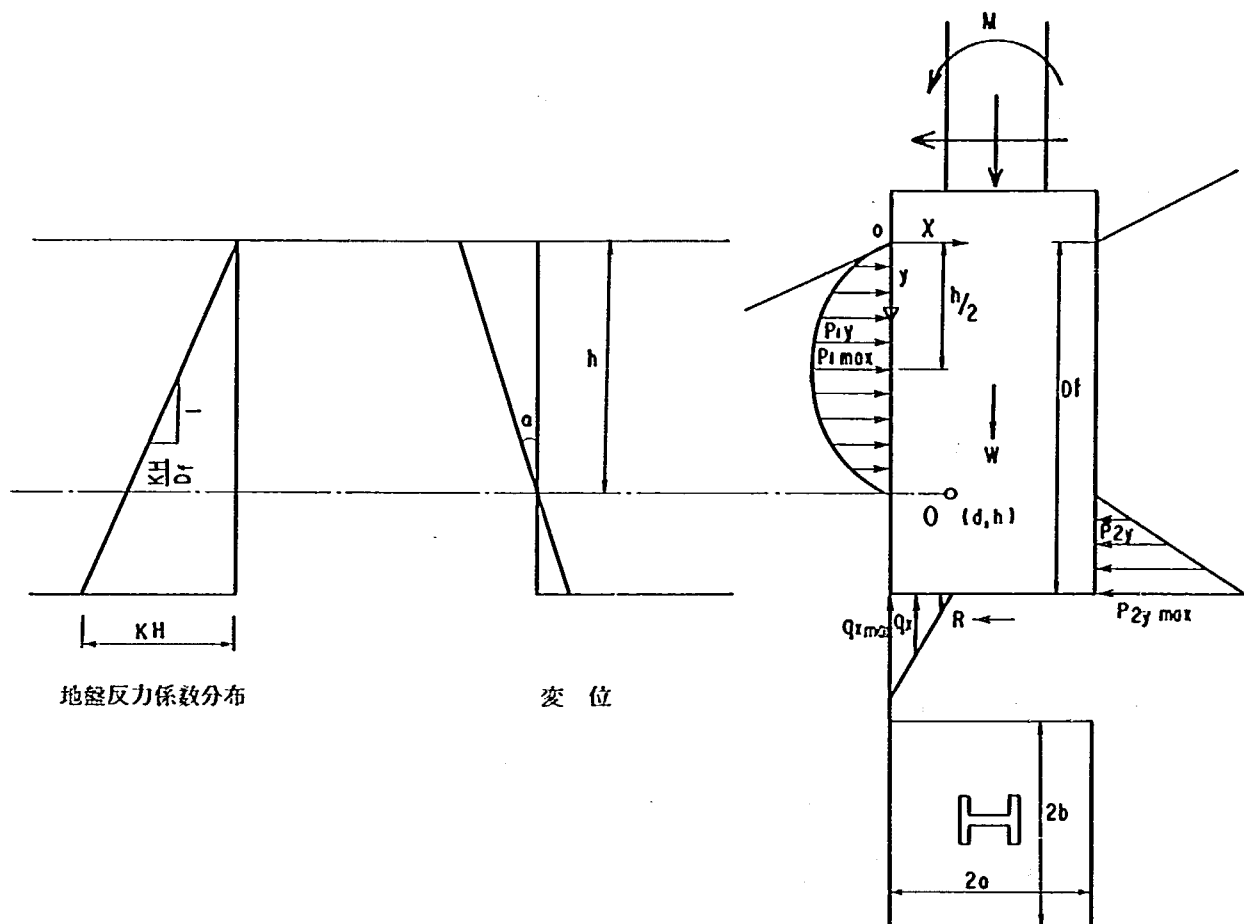
- 2) 基礎の大きさは落石の規模、構の大きさから適当に仮定する。
- 3) 回転中心位置は実験結果から基礎の根入れ部分の中心とする。
- 4) 支柱作用外力に作用点から回転中心までの距離を乗じて基礎作用モーメント M_0 とする。
- 5) 許容変位量 δ は 1) の支柱の傾きとは意味が異なるもので、 δ は基礎部分の変位である。
地盤反力係数 k はいくつかの方法から求められるが、地盤条件、設計条件などを考慮し総合的に定める。 k の割増し率 C は前述 2.5.1 の R^*/R を用いることが考えられる。
- 6) 抵抗モーメントは M_R は土圧反力による回転中心回りのモーメントである。計算方法は次項に詳しく述べる。
- 7) 安全率の規定は「落石対策便覧」に無い。1 以上の適当な値を定める。
- 8) M_R が $M_0 \cdot F_S$ より大きくなるように基礎の大きさを再び仮定し、2) 以下を繰り返す。
 M_R に大きな影響を与える k 、 c は地盤条件により変わるので、実設計に当たっては注意しなければならない。

2.5.3 抵抗モーメントの計算方法

まず、道路橋示方書・同解説²⁾のケーソン基礎の設計方法を基に、落石防止構の基礎に生じる地盤反力を求める。次に、回転中心における抵抗モーメントを求める。計算式に用いる記号を図-2.5.7に示す。

計算に用いる記号は以下のとおりである。

- N : 鉛直荷重
- H : 水平荷重
- M : 作用モーメント
- W : 基礎部自重
- D_f : 基礎部根入れ長
- l : 基礎部突出長
- O : 回転中心
- h : 回転中心深さ
- d : 谷側面からの回転中心距離
- α : 基礎の回転角 (rad)
- $2a$: 基礎の側面幅
- $2b$: 基礎の前面幅
- A' : 基礎底面の有効載荷面積
- d : 基礎底面の有効載荷側面幅
- k_{HH} : 谷側の水平方向地盤反力係数



図－ 2.5.7 落石防止構基礎の計算記号

k_{H2} : 山側の水平方向地盤反力係数

k_v : 鉛直方向地盤反力係数

k_s : 底面のせん断ばね係数

R : 底面のせん断抵抗力

μ_1 : 谷側壁面の摩擦係数

μ_2 : 山側壁面の摩擦係数

1) 谷側に生じる反力, 抵抗モーメント

谷側に生じる反力として壁面垂直土圧 P_{1y} , 壁面方向の摩擦力 f_1 を考慮する。

地盤反力係数を三角形分布とすると,

$$P_{1y} = k_{H1} \cdot \frac{y}{D_f} \cdot \delta_{H1}$$

ここに k_{H1} は基礎底面における地盤反力係数である。 P_{1y} が生じる位置は厳密には図－ 2.5.7 の範囲ではないが (基礎の側面幅 $2a$ のため), 便宜的に図のような土圧分布を仮定する。基礎の水平変位 δ_{H1} は,

$$\delta_{II} = (h - y) \times \alpha$$

であるから、 P_y は

$$P_{1y} = K_{II} \cdot \frac{y}{D_f} (h - y) \cdot \alpha$$

抵抗モーメントは、

$$\begin{aligned} & 2b \cdot \int_0^h P_{1y} (h - y) dy \\ &= 2b \cdot k_{II} \cdot \frac{1}{D_f} \cdot \alpha \int_0^h y \cdot (h - y)^2 dy \\ &= \frac{1}{6} \cdot b \cdot \frac{h^3}{D_f} \cdot k_{II} \cdot \alpha \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.5.1)$$

摩擦係数 f_1 は P_{1y} に摩擦係数 μ_1 を乗じて求められる。抵抗モーメントは、

$$\begin{aligned} & 2b \cdot \int_0^h P_{1y} \cdot \mu_1 \cdot d \cdot dy \\ &= 2b \cdot d \cdot k_{II} \cdot \frac{1}{D_f} \cdot \alpha \cdot \mu_1 \int_0^h y \cdot (h - y) dy \\ &= \frac{1}{3} b \cdot d \cdot \frac{h^3}{D_f} \cdot k_{II} \cdot \alpha \cdot \mu_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2.5.2)$$

2) 底面に生じる反力、抵抗モーメント

底面に生じる反力として壁面垂直土圧 q_x 、せん断抵抗力 R を考慮する。

壁面垂直土圧は直方向変位 δ_v から次式で表される。

$$q_x = k_v \cdot \delta_v$$

ここで δ_v を δ_{II} と同様に便宜的に表すと、

$$\delta_v = (d - x) \alpha$$

であるから、よって

$$q_x = k_v \cdot (d - x) \cdot \alpha$$

となり、最大鉛直反力 $q_{x\max}$ は、 $x = 0$ で

$$q_{x\max} = k_v \cdot d \cdot \alpha$$

抵抗モーメントは、

$$2b \cdot \frac{1}{2} q_{x\max} \cdot d \cdot \frac{2}{3} d = \frac{2}{3} b \cdot d^3 \cdot k_v \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (2.5.3)$$

底面の水平方向変位 δ_{H2} ，せん断反力係数を k_S とすれば，底面のせん断力 R は，

$$R = k_S \cdot \delta_{H2} \cdot A$$

となる。ここで A は，

$$A = 2b \cdot d$$

δ_{H2} は，

$$\delta_{H2} = (D_f - h) \cdot \alpha$$

となるため，(8)式は，下式となる。

$$R = k_S \cdot (D_f - h) \cdot \alpha \cdot A$$

抵抗モーメントは，

$$R \cdot (D_f - h) = 2k_S \cdot b \cdot d \cdot (D_f - h)^2 \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (2.5.4)$$

3) 山側に生じる反力，抵抗モーメント

山側に生じる反力として壁面垂直土圧 P_{3y} ，壁面方向の摩擦力 f_s を考慮する。

地盤反力係数を一定値の k_{H3} とすると，

$$P_{3y} = k_{H3} \cdot \delta_{H3}$$

となる。ここで δ_{H3} を δ_{H1} と同様に便宜的に表すと，

$$\delta_{H3} = (y - h) \cdot \alpha$$

となるため，山側の地盤反力 P_{3y} は，

$$P_{3y} = k_{H3} \cdot (y - h) \cdot \alpha$$

であり，最大反力は $y = D_f$ において

$$P_{3y\max} = k_{H3} (D_f - h) \cdot \alpha$$

抵抗モーメントは，

$$\begin{aligned} & 2b \cdot \frac{1}{2} P_{3y\max} \cdot (D_f - h) \cdot \frac{2}{3} (D_f - h) \\ &= \frac{2}{3} b \cdot (D_f - h)^3 \cdot k_{H3} \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (2.5.5) \end{aligned}$$

f_3 は P_{3y} に摩擦係数 μ_3 を乗じて求められる。抵抗モーメントは、

$$\begin{aligned} & 2b \cdot \frac{1}{2} \cdot P_{3y\max} \cdot (D_f - h) \cdot (2a - d) \cdot \mu_3 \\ & = b \cdot (2a - d) \cdot (D_f - h)^2 \cdot k_{H3} \cdot \alpha \cdot \mu_3 \quad \dots\dots\dots (2.5.6) \end{aligned}$$

4) 抵抗モーメントの総和

回転中心における抵抗モーメントは土圧反力によるものと基礎自重によるものの和である。
抵抗モーメント M_R は、

$$\begin{aligned} M_R = & \frac{1}{6} \cdot b \cdot \frac{h^4}{D_f} \cdot k_{H1} \cdot \alpha \\ & + \frac{1}{3} b \cdot d \cdot \frac{h^3}{D_f} \cdot k_{H1} \cdot \alpha \cdot \mu_1 \\ & + \frac{2}{3} \cdot b \cdot d^3 \cdot k_V \cdot \alpha + 2k_S \cdot b \cdot d \cdot (D_f - h)^2 \cdot \alpha \\ & + \frac{2}{3} \cdot b \cdot (D_f - h)^3 \cdot k_{H3} \cdot \alpha \\ & + b \cdot (2a - d) \cdot (D_f - h)^2 \cdot k_{H3} \cdot \alpha \cdot \mu_3 \\ & + (a - d) \cdot W \quad \dots\dots\dots (2.5.7) \end{aligned}$$

2.5.4 抵抗モーメント計算方法の検証

式—(2.5.7)の抵抗モーメント計算方法の妥当性を実験結果と対比することによって検証する。

1) 静的載荷実験

ここでは静的載荷実験における基礎作用モーメント M_0 と抵抗モーメント M_R を比較する。
 M_R の計算は次の仮定による。

- a. 回転中心位置は基礎の根入れ部分の中心とする。
- b. 許容変位量 δ は支柱の傾きを 3° とする。これは衝撃載荷実験と比較する上の都合による。
- c. 地盤反力係数 k は実験結果表—2.3.4の値の中間値を用いる。
- d. せん断反力係数 k_S は^{注)}

$$k_S = k \cdot 1/5$$
- e. 摩擦係数 μ_1, μ_3 は

注) 文献4)には $k_S = \lambda \cdot k_V$ (k_V は鉛直バネ定数)の λ を $1/3$ から $1/4$ の値を採用するとあるが、ここでは $1/5$ とした。

$$\mu_1 = \mu_3 = \tan \frac{2}{3} \phi$$

M_R の計算結果と M_0 を表-2.5.3 に示す。表の M_0 は図-2.5.4 の回転角 3° における荷重モーメントの内挿値である。表には k 値について 2 通りの M_R を示している。 k_{02} は表-2.3.4 に示す土圧計の変位が 0.2 cm のときの値であり、 k_{05} は同じく変位が 0.5 cm のときの値である。 M_R は k に比例しており、 k_{02} を用いた方が M_0 に近い。

表-2.5.3 静的載荷実験における作用モーメントと抵抗モーメント

実験No	作用モーメント M_0 (kgf/cm)	k_{02} (kgf/cm)	抵抗モーメント M_R (kgf·cm)	M_R / M_0	k_{05} (kgf/cm)	抵抗モーメント M_R (kgf·cm)	M_R / M_0
2-1	24000	0.67	16600	0.69	0.33	8200	0.34
2-3	13800	0.62	15400	1.12	0.39	9700	0.70
2-5	12000	0.37	9200	0.77	0.16	4000	0.33

基礎の谷側、底面、山側に働く抵抗力の抵抗モーメント M_R に対する比率を表-2.5.4 に示す。全抵抗モーメントの 45% を山側壁面垂直土圧成分が占めており、他の成分はすべて 20% 以下の比率となっている。谷側壁面垂直土圧の構成比率は 5% となっているが、これは 2.4.2 に述べた実測土圧による全抵抗モーメントに対する谷側壁面垂直土圧の構成比率 50% と大きく異なっている。この理由は、実測土圧による抵抗モーメントには壁面垂直土圧のみを考慮しているのに対して設計方法による抵抗モーメントには壁面垂直土圧と摩擦、せん断力成分を考慮していることと、両抵抗モーメントの計算時に回転中心を異なる位置に設定したためである。

表-2.5.4 実験No 2-1 における抵抗モーメント M_R の構成比率

	全抵抗	谷側壁面垂直土圧成分	摩擦成分	底面壁面垂直土圧成分	せん断力成分	山側壁面垂直土圧成分	摩擦成分
モーメント (kgf·cm)	16600	900	500	1800	2800	7500	3100
全抵抗モーメント に対する比 (%)	100	5	3	11	17	45	19

2) 衝撃載荷実験

M_R の計算は静的載荷実験と同様の仮定のもとに行った。 k の割り増し率 C は表-2.5.1 の値を用いる。

M_R の計算結果と M_0 を表-2.5.5 に示す。 C が 1 の場合はいずれの例も M_R / M_0 は 1 よりはるかに小さい。 C を大きくとると M_R は M_0 に近くなっている。

表－ 2. 5. 5 衝撃载荷実験における作用モーメントと抵抗モーメント

実験No	作用モーメント M_0 ($\text{kgf} \cdot \text{cm}$)	kの割り 増し率 C	k_{02} (kgf/cm)	抵抗モーメント M_R ($\text{kgf} \cdot \text{cm}$)	M_R / M_0	k_{05} (kgf/cm)	抵抗モーメント M_R ($\text{kgf} \cdot \text{cm}$)	M_R / M_0
2-2	880000	1	0.96	23800	0.03	0.62	15400	0.02
		36	34.56	858400	0.98	22.32	554400	0.63
2-4	590000	1	0.91	22600	0.04	0.56	13900	0.02
		43	39.13	971900	1.65	24.08	598100	1.01
2-6	610000	1	0.54	13400	0.02	0.36	8900	0.01
		50	27.0	670600	1.10	18.0	447100	0.73
2-7	11×10^5	1	9.9	242100	0.22	5.1	124700	0.11

3) まとめ

1) に述べたように抵抗モーメントはkに比例するので、kを適当に設定すれば抵抗モーメントと作用モーメントは一致する。衝撃の効果を考慮して地盤反力係数に割り増し率を乗ずれば、衝撃荷重による作用モーメントと抵抗モーメントは一致する。

2.5.5 地盤反力係数の求め方

前項で明らかなように、先に示した落石防止柵基礎の設計方法を用いる場合、地盤反力係数kは基礎の抵抗モーメントに大きな影響を与える。落石防止柵のように極く小さな基礎に直接用いることは適切ではないが、kを求める方法の一例を次に挙げる。

ケーソン基礎の水平方向地盤反力係数に関する文献³⁾に述べられている方法をここに示す。kの求め方は地盤調査結果に基づいて推定する方法と载荷試験による荷重と変位の関係から逆算する方法がある。表－ 2. 5. 6 にその方法を示す。

表－ 2. 5. 6 変形係数測定法および等値換算係数 α

	下記の試験方法による変形係数 E_0 (kg/cm)	等値換算 係数 α
1	直径30cmの剛体円板の平板载荷試験から求めた変形係数	1
2	ボーリング孔内载荷試験法から求めた変形係数	4
3	供試体の一軸または三軸圧縮試験から求めた変形係数	4
4	標準貫入試験のN値から28Nとして推定した変形係数	1

水平方向の地盤反力係数は次式から求められる。

$$k_H = k_{H0} \left(\frac{B_H}{30} \right)^{-\frac{3}{4}} = 12.8 k_{H0} (B_H)^{-\frac{3}{4}}$$

ここに、

k_H : 水平方向の地盤反力係数 (kg/cm^2)

k_{H0} : 直径30 cmの剛体円板による平板載荷試験の値に相当する水平方向の地盤反力係数 (kg/cm^2) で、側面の分担分20%を含めて次式で表される。

$$k_{H0} = \frac{12}{30} \alpha E_0 = 0.040 \alpha E_0$$

B_H : 基礎の換算載荷幅 (cm) で、次式より求める。

$$B_H = \sqrt{A_M}$$

E_0 : 表-2.5.5に示す方法で測定または推定した設計の対象とする位置での地盤の変形係数 (kg/cm^2)

α : 常時、地震時に用いる係数で表-2.5.6に示す。

A_M : ケーソン前面の面積 (cm^2)

2.6 ま と め

今回の実験から明らかになったことは次の通りである。

- 1) 模型に静的あるいは衝撃荷重を加えると、荷重の小さい初期では模型は地盤によって弾性的に支持される。荷重が大きくなると地盤が塑性変化している。
- 2) 載荷荷重による模型の変位は主に回転であり、回転中心は基礎の中央付近である。
- 3) 基礎の各面に生じた土圧は模型の回転に応じた分布形状であり、その大きさは地盤の剛性に依存している。
- 4) 同じ地表面勾配の静的、衝撃載荷実験の地盤反力係数 k はほぼ同じであった。
- 5) 国鉄の方法から求めた基礎の抵抗モーメントは静的載荷実験における作用モーメントと良く一致したが、衝撃載荷実験における作用モーメントとは一致しなかった。
- 6) 地盤反力係数 k を用いた弾性法による基礎の設計方法は落石による衝撃荷重を受ける落石防止柵基礎に適用し得る。設計にあたっては k のほか、衝撃の効果を表す k の割り増し係数 C を適切に設定しなければならない。

3. 落石の跳躍量に関する模型実験および解析

3.1 実験・解析の背景・目的

3.1.1 背景

落石対策便覧においては、既往の現場斜面での実測結果に基き、斜面からの落石の跳躍量（斜面からの重直距離）は、斜面の凹凸が大きい場合を除いて一般に2 m以下であるといわれることから、柵高を $2 \sec \theta$ (m) (θ = 斜面傾斜角) 以上とすべきであると述べられている。

さらに、実験データがまだ少ないので、今後の研究が必要であることと、斜面勾配が斜面の途中で変化している時には、落石が落石防止柵を飛びこえる可能性があるので防止柵の設置位置に注意を要するとも述べている。

したがって、どのような落石・斜面条件のときには、標準的な落石防止柵では不十分かという条件を見出すことが課題として残されている。

3.1.2 目的

本研究の目的は、落石防止柵を設計する上で必要な落石の跳躍量を推定する方法を求めることである。

3.2 実験方法

3.2.1 実験概要

実験は銅製の模型斜面にガラス球を落下させ、ガラス球の運動をハイスピードカメラで撮影した。実験終了後、モーションアナライザを用いてガラス球の軌跡を読み取り、考察および解析を行った。落石実験では落石の斜面に対する入射速度を3種類、斜面の勾配を3種類、斜面上の材質を4種類の組み合わせで実験を行った。

また、解析に用いるため、斜面上の材質とガラス球との反発係数、摩擦係数を測定する物性試験を行った。

3.2.2 実験装置

模型斜面を架台に据え付けた状態を図-3.2.1に示す。模型斜面A部はヒンジ構造によって自由に勾配を設けることができ、添え板によってA、B部を一直線にすることもできる。図-3.2.2に模型斜面を示す。材質は銅でC型銅で補強しており、厚さ9 mm、幅40 cm、長さ200 cmである。

架台右端上部には落下装置が取り付けられている。落下装置は電磁石を用いて球をつかむ部分を開閉し、球に回転を与えずに落下させることができる。

斜面上の材質は次のものである。

- 1) 銅（表面は黒皮：酸化第二鉄である）
- 2) カーペット：市販のニードルパンチ製のもの、厚さ 3 mm
- 3) 合成ゴム：厚さ約 3 mm
- 4) サンドペーパー：No 100，粒径 0.25 mm

カーペット，合成ゴム，サンドペーパーは模型斜面に両面テープ（リンレイ # 910 カーペット用）を用いて付着させた。

落石のモデル化では，銅，石，プラスチック，ガラスについて適当な跳躍運動をするものを選定した。この結果，落石のモデルとしてガラス球を用いることとした。ガラス球には直交する 3 本線を描いた。

ガラス球の直径： 2.4 cm

質量： 18.25 g

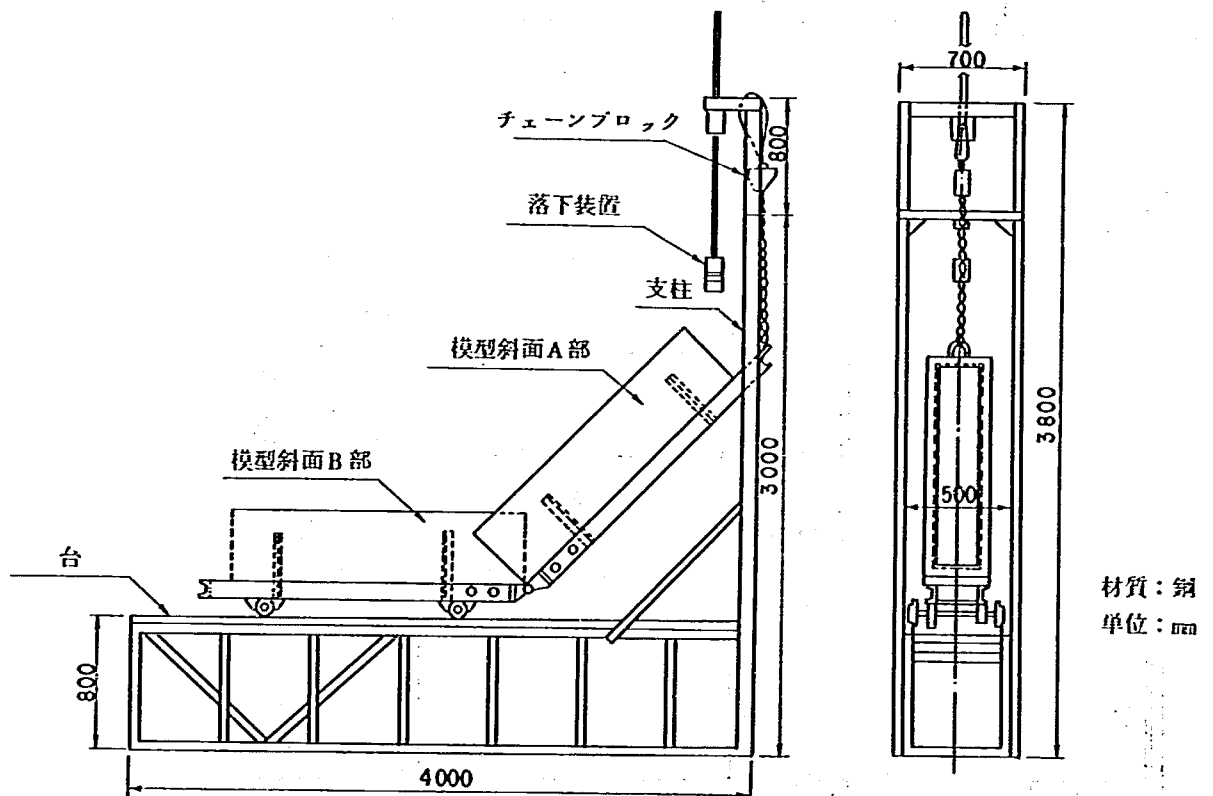
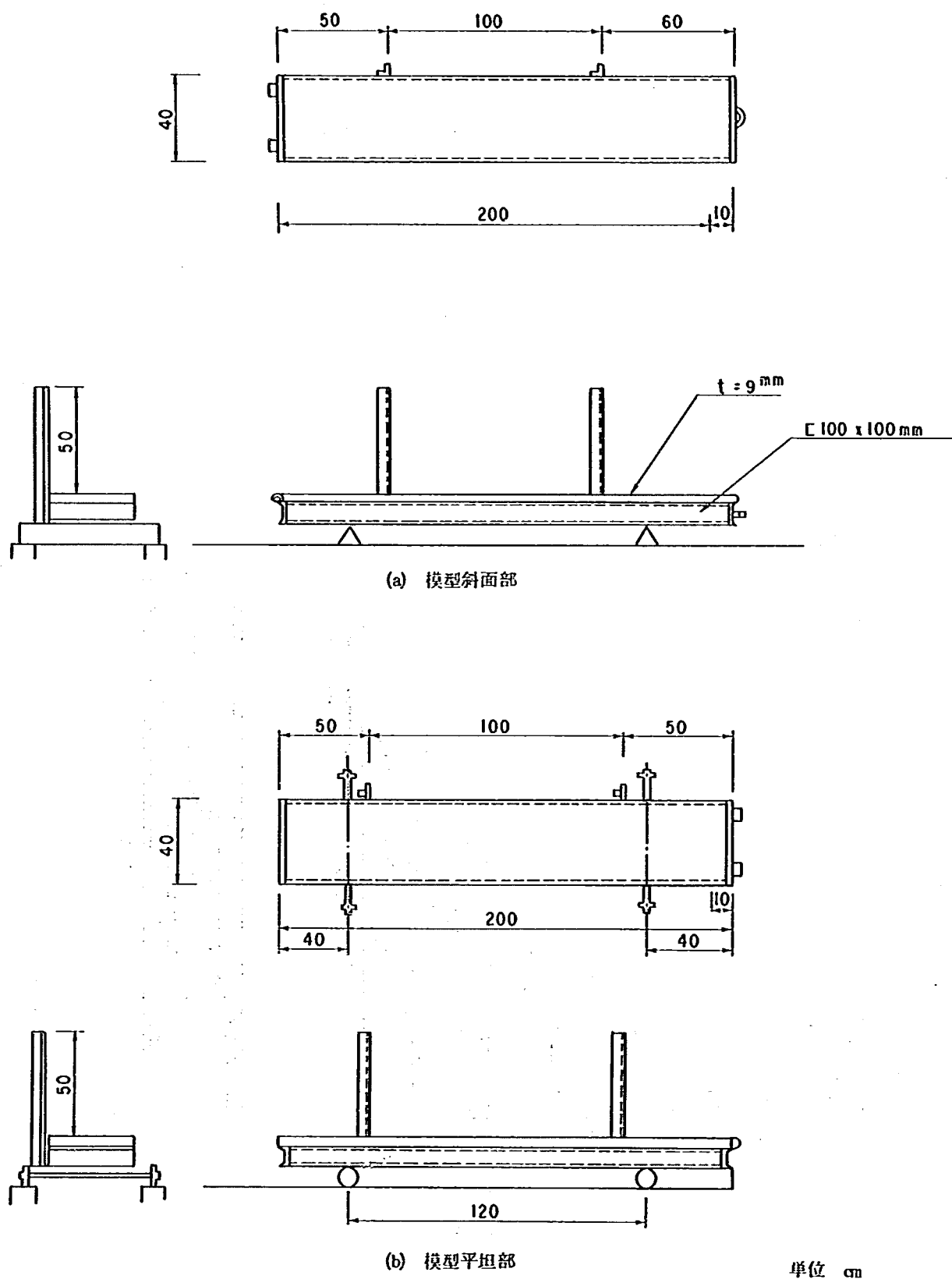


図- 3.2.1 台，支柱および全体



图— 3. 2. 2 模型斜面概略图

3.2.3 撮影方法

図-3.2.3に落石実験の撮影状況を示す。ハイスピードカメラはPHOTO-SONIC社製16mm-1PL型である。

表-3.2.1に撮影条件を示す。カメラは画角に落下装置、模型斜面が入る撮影距離で、レンズの中心の高さを模型斜面の中央になるように設置した。模型斜面上に100 cmのスケールを置き、軌跡の読み取りでの基準とした。撮影中のフィルムにはタイミングマークを記録した。

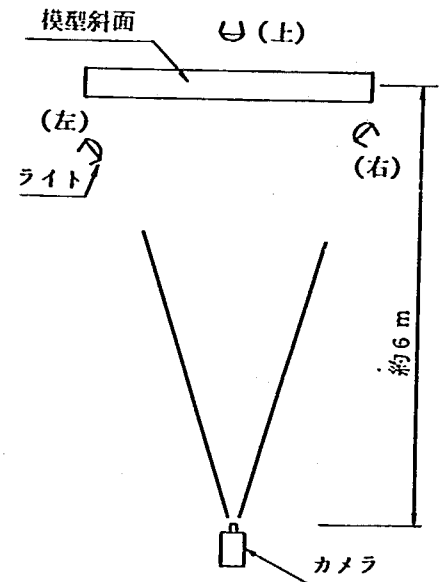


図-3.2.3 撮影状況

表-3.2.1 撮影条件

実験	撮影範囲	撮影距離(m)	フィルム速度(コマ/秒)		スクリーンに投影された球の大きさ (mm)
			設定	実速度	
A	全体	約6	100	97~100	2
B	部分	2.3	300	303~357	5

3.2.4 読み取り方法

落石実験で撮影されたガラス球の軌跡の読み取りにはモーションアナライザ (MOVIAS MODEL 300) を用いた。16 mmフィルムの大きさは横10 mm, 縦8 mmであり、モーションアナライザの画面上に横230 mm, 縦184 mmで投影される。この画面上に投影されたガラス球にクロスヘアカーソルを合せてその座標を読み取った。撮影速度はタイミングマークの間隔から求められる。

3.2.5 実験条件

落石実験はガラス球の落下高さ、模型斜面の勾配、斜面上の材質を次のように変えて行った。

落下高さ H : 30, 50, 70 cm

斜面勾配 β : 30, 45, 60 度

斜面材質 : 銅, 布, ゴム, サンドペーパー

これらを組み合わせて、表-3.2.2に示す条件で実験を38ケース行った。実験Aではガラス球が模型斜面上で跳躍する様子を撮影し、実験BではH = 30 cm, $\beta = 45^\circ$ の条件における第1, 第2バウンドのクローズアップを撮影した。

表－ 3. 2. 2 (1) 実験 A 一覧表

斜面傾斜角 β 落下高さ H		30°			45°			60°			計
		30 cm	50 cm	70 cm	30 cm	50 cm	70 cm	30 cm	50 cm	70 cm	
長斜面	銅 版	○	○	○							3
短斜面	① 銅 版				○	○	○	○	○	○	6
	② 銅版 + 布	○		○	○		○	○		○	6
	③ 銅版 + ゴム	○		○	○		○	○		○	6
	④ 銅版 + サンドペーパー	○	○	○	○	○	○	○	○	○	9
計		4	2	4	4	2	4	4	2	4	30

表－ 3. 2. 2 (2) 実験 B 一覧表

	斜面傾斜角 β	45°		計
	落下高 H	30 cm		
	撮 影 部 分	第 1 バウンド	第 2 バウンド	
短 斜 面	銅 版	○	○	2
	銅 版 + 布	○	○	2
	銅版 + ゴム	○	○	2
	銅版 + サンド ペーパー	○	○	2
計		4	4	8

3.2.6 物性試験

ガラス球の跳躍運動に影響すると考えられる球と模型斜面との反発係数、摩擦係数を調べた。

1) 反発係数

2つの物体が衝突する場合の反発係数は、衝突前後における2物体間の相対速度の変化率として定義される。反発係数を求めるために、模型斜面を水平に設置し、ガラス球を自然落下させ、跳ね返る高さを測定する試験を行った。

図－ 3. 2. 4 のように落下高さを h 、跳ね返り高さを h' 、衝突直前の速度を v 、衝突直後の速度を v' とすると反発係数 e は、

$$e = \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{h'}}{\sqrt{h}} \quad (3.2.1)$$

この式から、落下高さを4種類に変えて跳ね返り高さを測定し、4種類の斜面上の材質について反発係数を求めた。各落下高さについて10回づつ試験を行い、跳ね返り高さは VTR で撮影し読み取った。

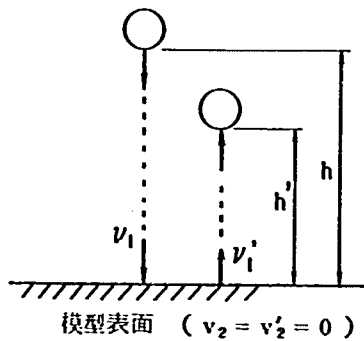


図- 3. 2. 4 反発係数を求める試験

図- 3. 2. 5 に試験結果を示す。図中の値は各落下高さ10回の平均値である。銅の値は他の3種類の値より大きく、布とゴムは同じ値であり、サンドペーパーは布、ゴムよりやや小さい。

2) 摩擦係数

物体が面上を滑る場合、物体に働く摩擦力 F は次式で表わせる。

$$F = \mu \cdot N \quad (3.2.2)$$

ここに、 F ：摩擦力

μ ：動摩擦係数

N ：垂直反力

動摩擦係数は図- 3. 2. 6 に示すような試験を行い求めた。模型斜面上の材質は前述の4種類のものである。各材質について垂直反力を5通りに変えて

試験を行った。引っ張り力 F はロードセルで検出し、ペンオシロに記録した。引っ張る速さはおよそ 7 cm/sec である。

図- 3. 2. 7 に試験結果を示す。ゴムは 0.973 と大きく、サンドペーパーは 0.559 であり、銅と布はほぼ同じ値である。

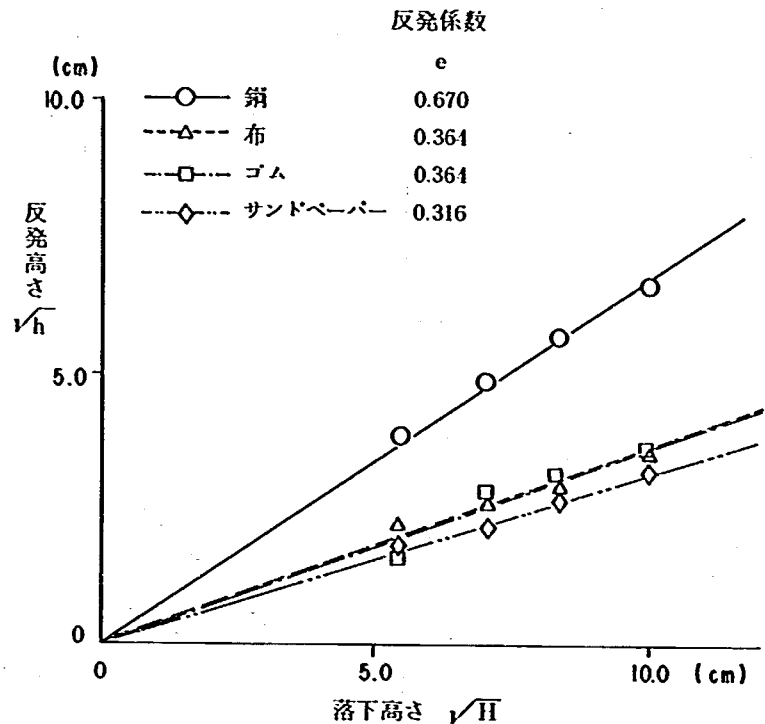


図- 3. 2. 5 落下高さと反発高さの関係

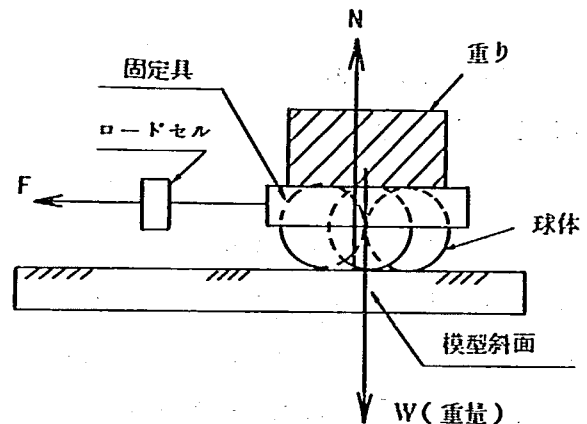
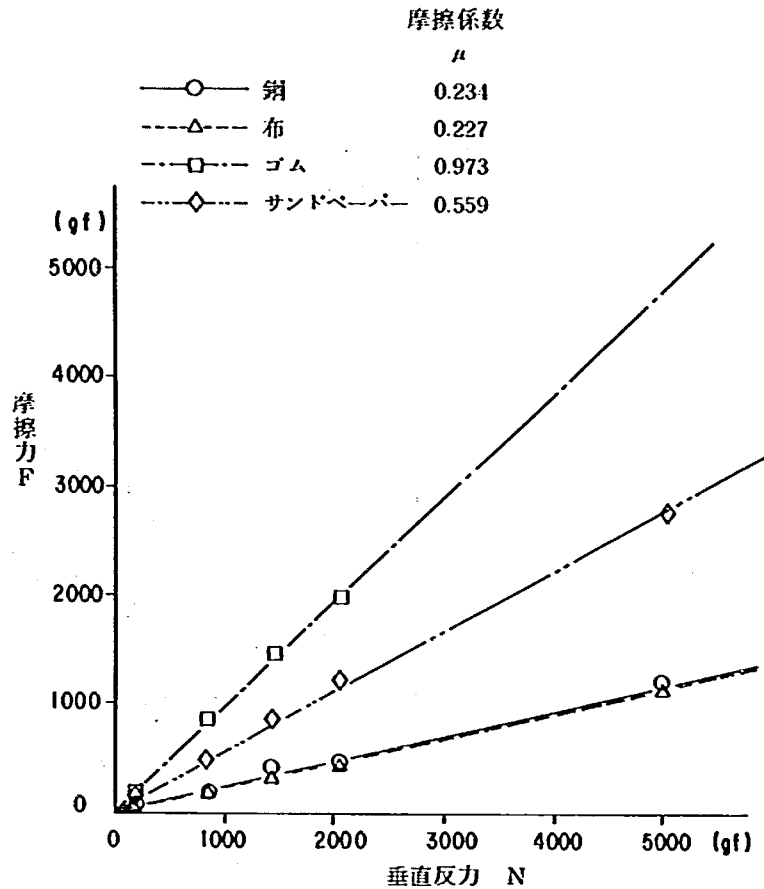


図- 3. 2. 6 摩擦係数を求める試験



図－ 3. 2. 7 垂直反力と摩擦力の関係

3.3 実験結果および考察

3.3.1 跳躍軌跡

図－ 3. 3. 1 に落下高さを变化させたときの跳躍軌跡を示す。図－ 3. 3. 2 に斜面上の材質を変化させたときの跳躍軌跡を示す。

図－ 3. 3. 1 (I) から、ガラス球の跳躍高さ、跳躍距離は落下高さの増加に伴って大きくなっていることが分かる。これは、落下高さが大きくなると、その位置エネルギーが大きくなり、ガラス球が落下し斜面に入射する速度が速くなるためである。ガラス球はバウンドを重ねる都度、跳躍距離は増加するが、跳躍高さは減少している。これらのことは他の斜面勾配、斜面上の材質においても同様である。

図－ 3. 3. 2 (I) から、落下高さを一定とすると、跳躍高さ、跳躍距離は銅、布、ゴム、サンドペーパーの順に小さくなっていることが分かる。これは反発係数の大小と一致している。布とゴムの反発係数は同じ値であるが、摩擦係数の小さい布の方が跳躍量は大きい。これらのことは他の斜面勾配、落下高さにおいても同様である。

各実験の第 1 バウンドの跳躍距離、跳躍高さと落下高さの関係を図－ 3. 3. 3、図－ 3. 3. 4 に、

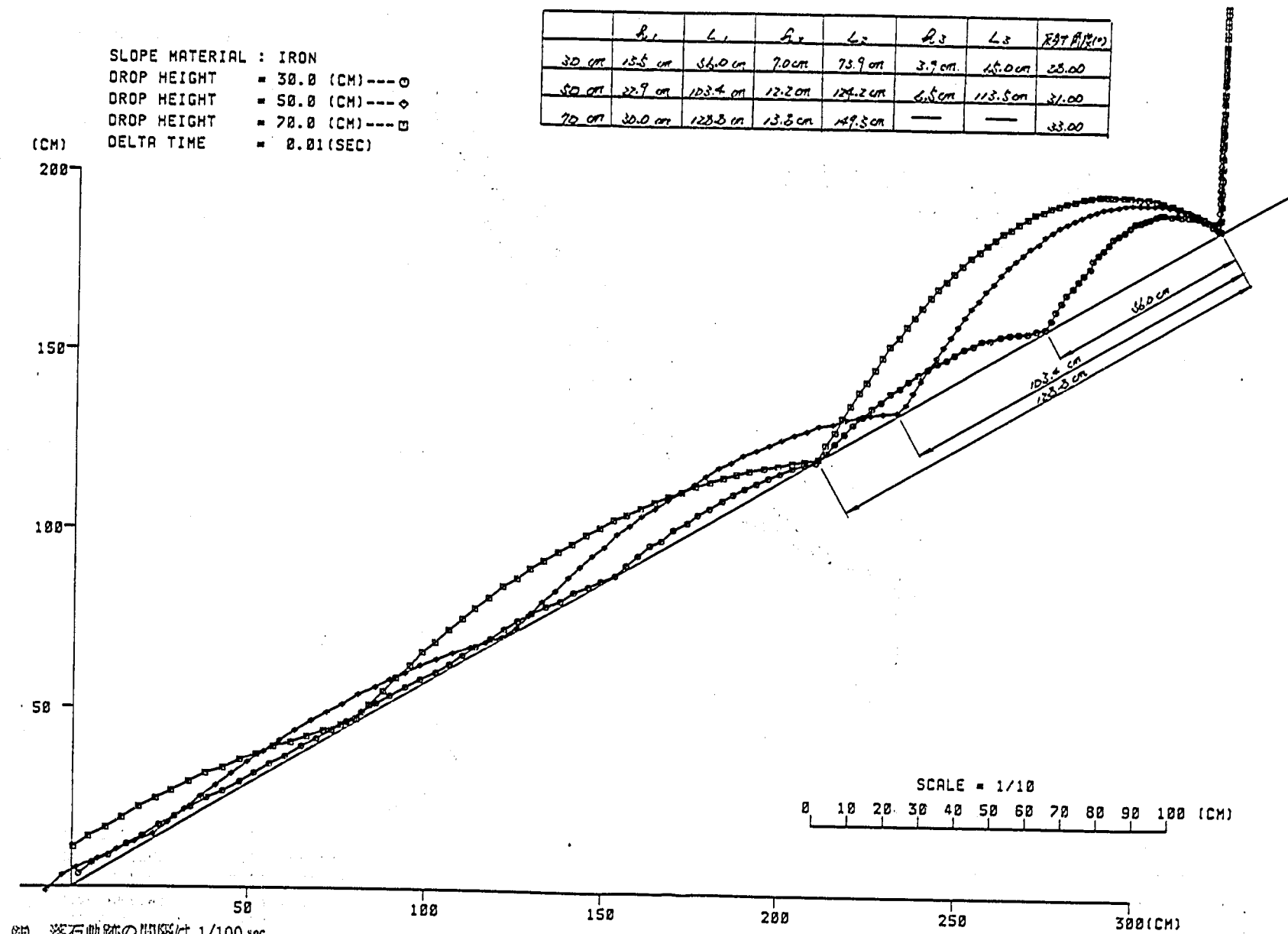


図 - 3.3.1 (1) 落下高さ と 落石軌跡 (鋼, $\beta = 30^\circ$)

SLOPE MATERIAL : IRON

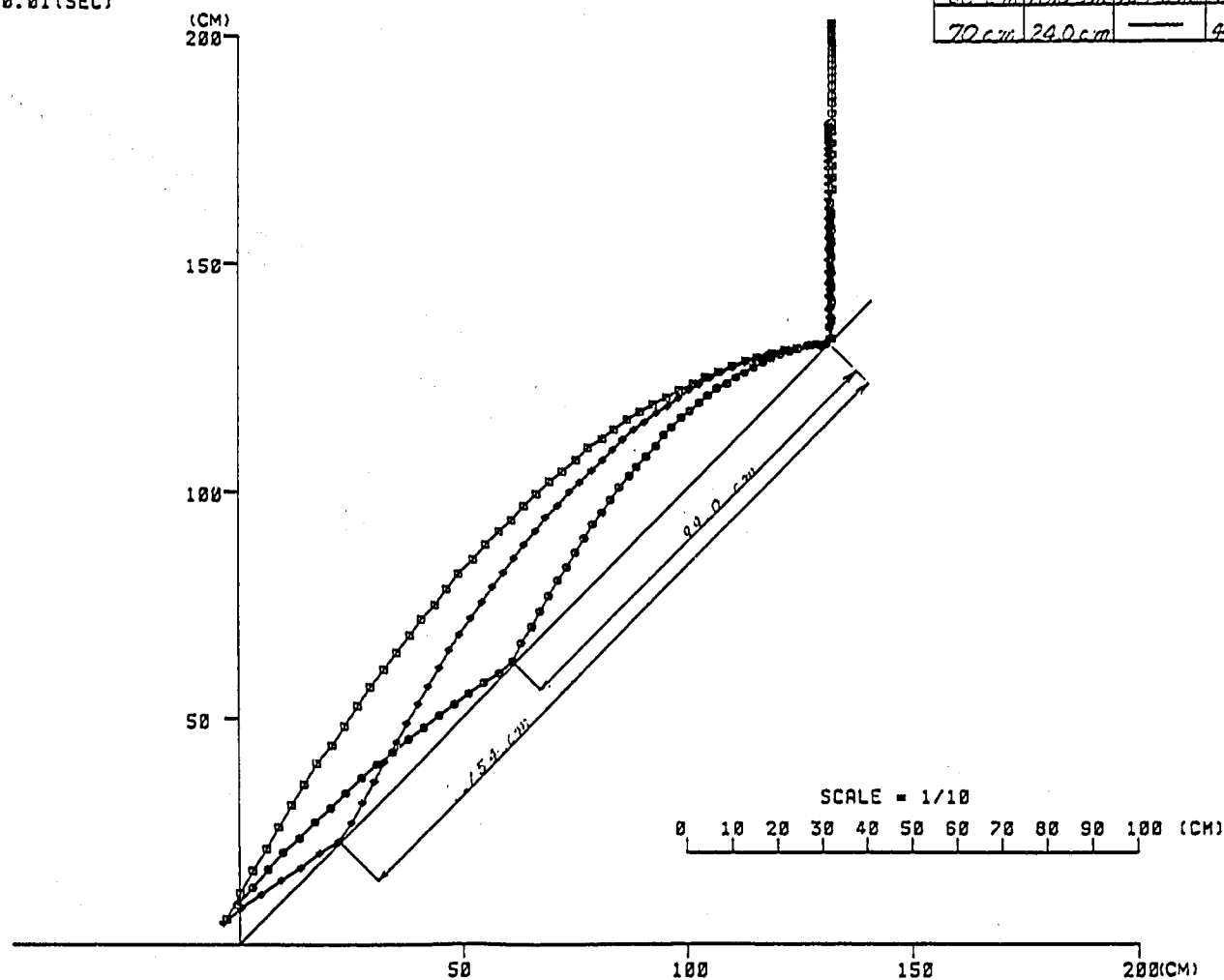
DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) --- ○

DROP HEIGHT ■ 50.0 (CM) --- ◇

DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) --- □

DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	$\bar{r}_s$	L_s	θ_s (°)
30 cm	12.0 cm	99.0 cm	48.40°
50 cm	18.0 cm	154 cm	47.92°
70 cm	24.0 cm	—	49.20°

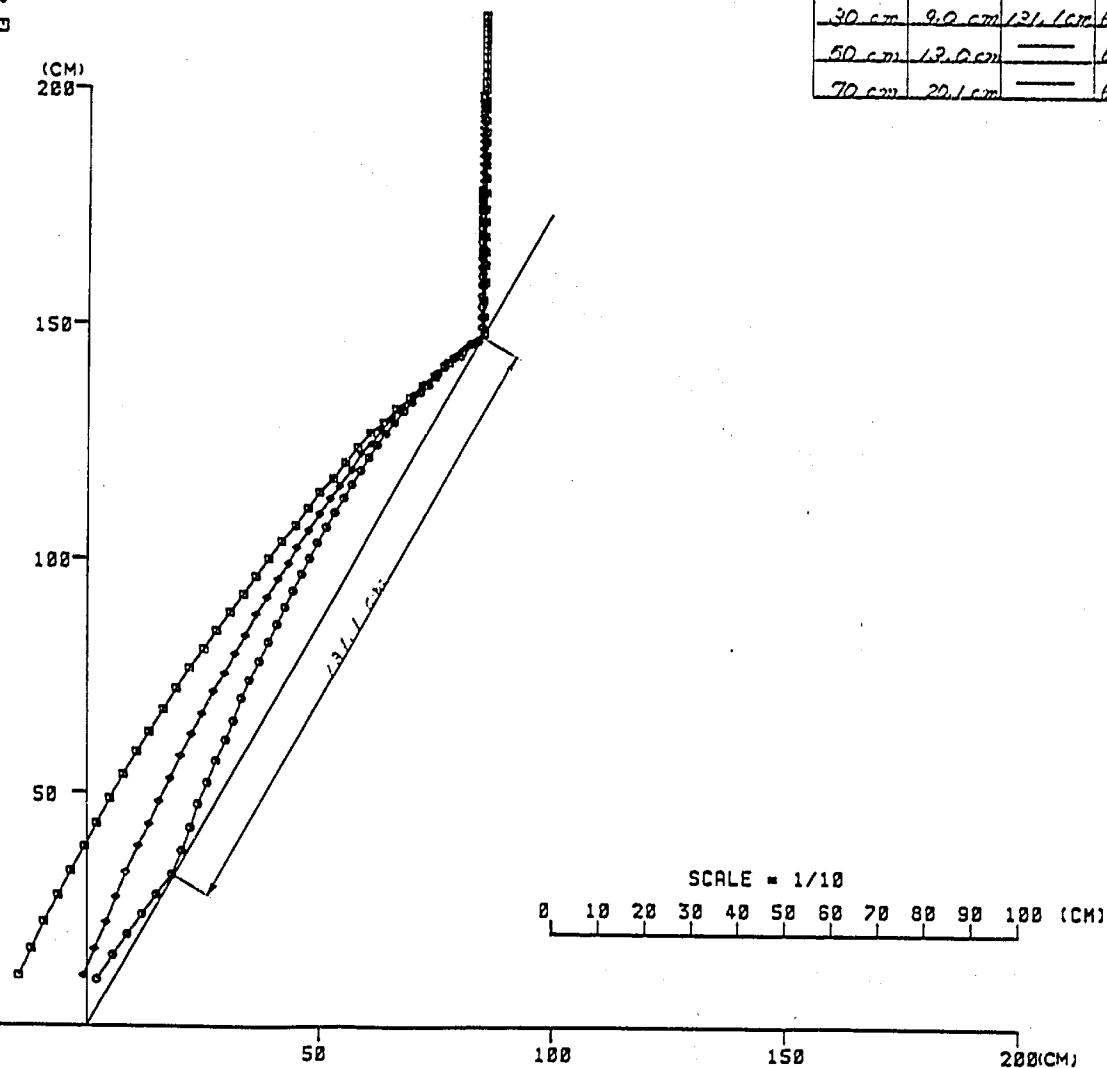


④ 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 1 (2) 落下高さと落石軌跡 (鋼, $\beta = 45^\circ$)

SLOPE MATERIAL : IRON
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT ■ 50.0 (CM) ---◇
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	h_s	h_d	入射角(°)
30 cm	9.0 cm	131.1 cm	61.90°
50 cm	13.0 cm	—	63.40°
70 cm	20.1 cm	—	67.20°



(注) 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図-3.3.1(3) 落下高さと落石軌跡 (鋼, $\beta = 60^\circ$)

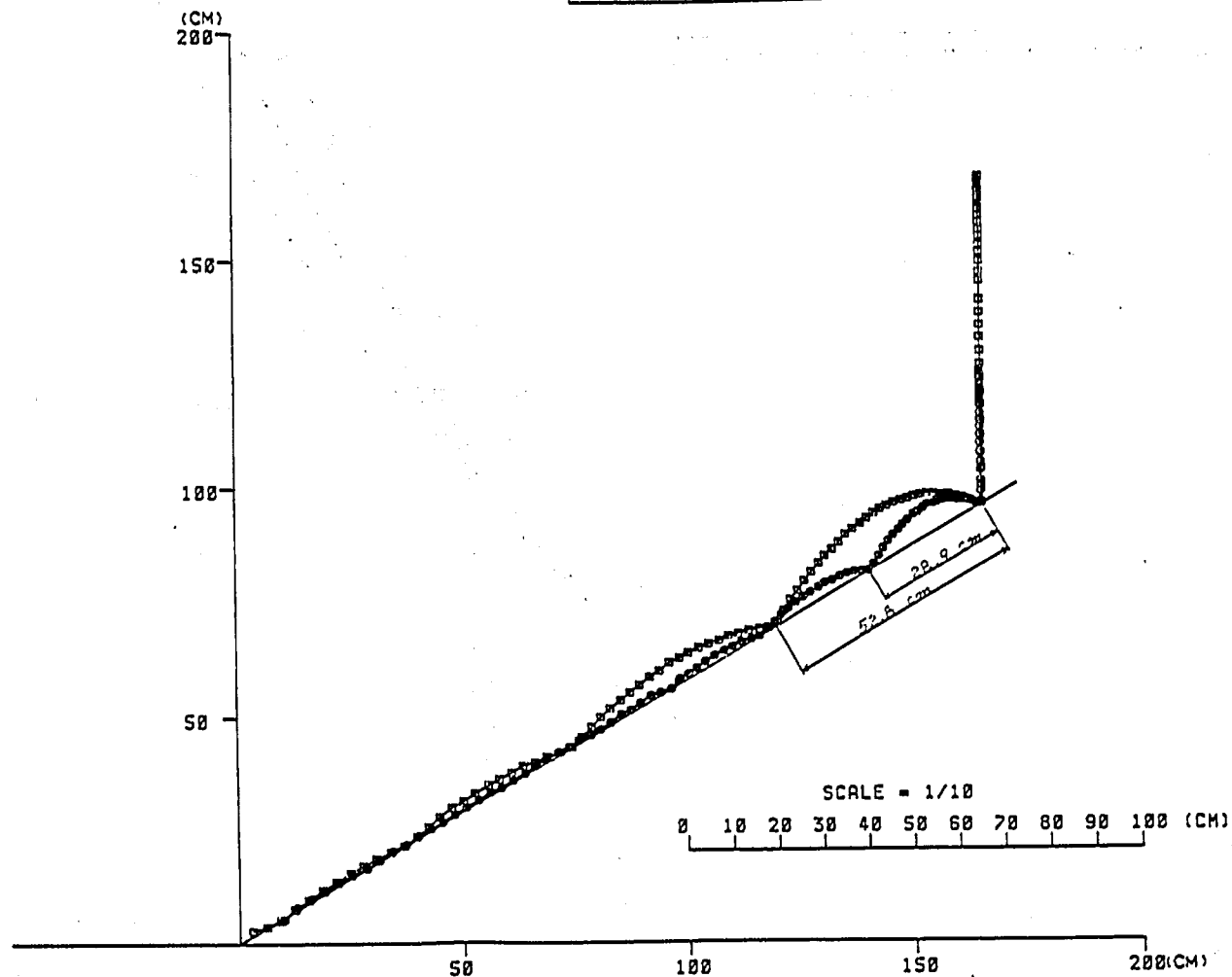
SLOPE MATERIAL : CLOTH

DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○

DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□

DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2	R_3	L_3	$R_4 (R_5)$
30 cm	6.5 cm	28.9 cm	3.1 cm	28.0 cm	1.5 cm	22.5 cm	48.00°
70 cm	10.5 cm	52.8 cm	5.0 cm	52.0 cm	2.1 cm	43.0 cm	42.50°



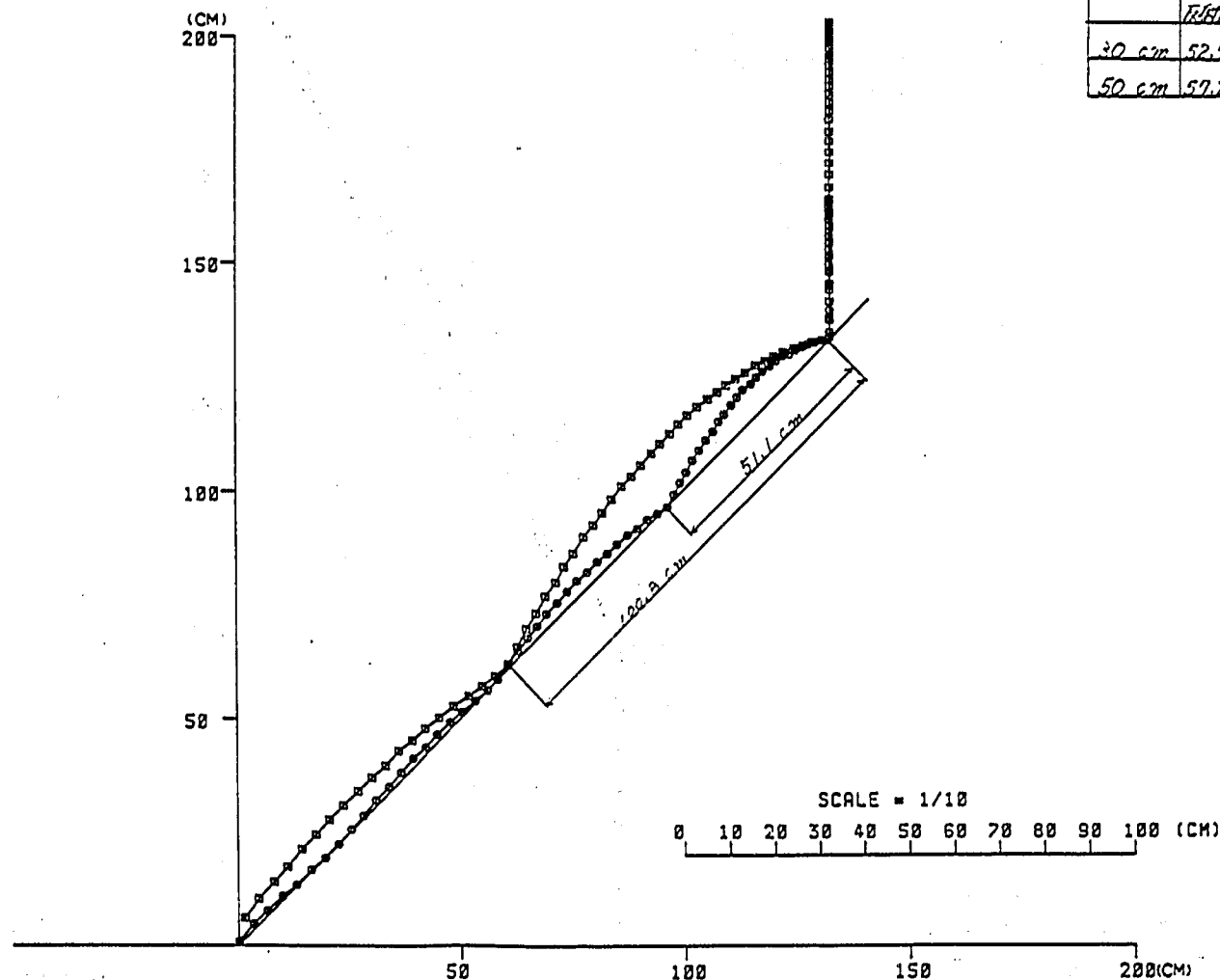
(注) 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 1 (4) 落下高さと落石軌跡 (布, $\beta = 30^\circ$)

SLOPE MATERIAL : CLOTH
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2
30 cm	6.0 cm	51.1 cm	—	—
70 cm	10.5 cm	100.8 cm	2.9 cm	55.0 cm

	傾斜角(°)
30 cm	52.70°
50 cm	57.20°



② 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図 - 3.3.1 (5) 落下高さと落石軌跡 (布, $\beta = 45^\circ$)

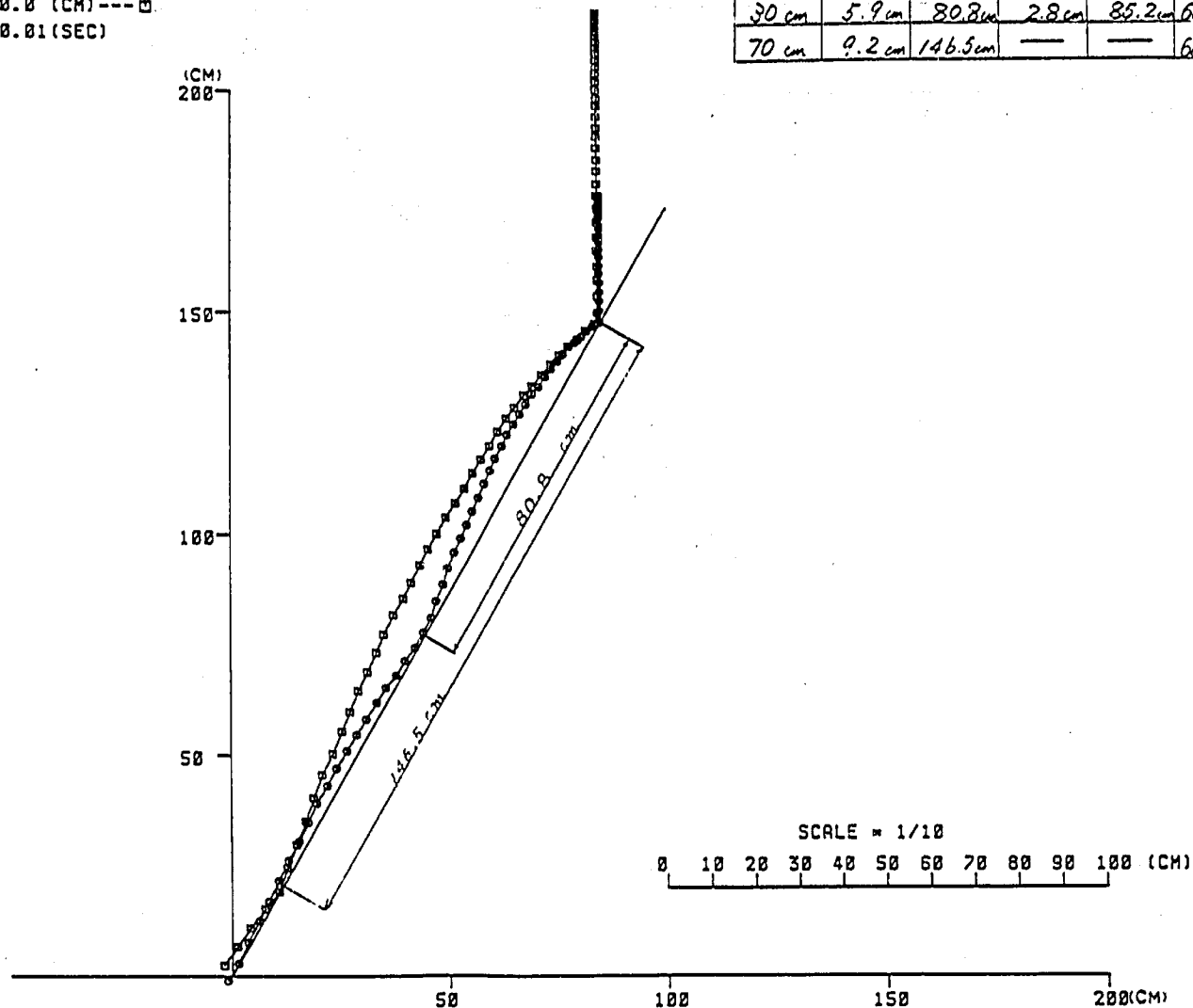
SLOPE MATERIAL : CLOTH

DROP HEIGHT = 30.0 (CM) ---○

DROP HEIGHT = 70.0 (CM) ---□

DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2	REMARK
30 cm	5.9 cm	80.8 cm	2.8 cm	85.2 cm	66.10°
70 cm	9.2 cm	146.5 cm	—	—	68.90°

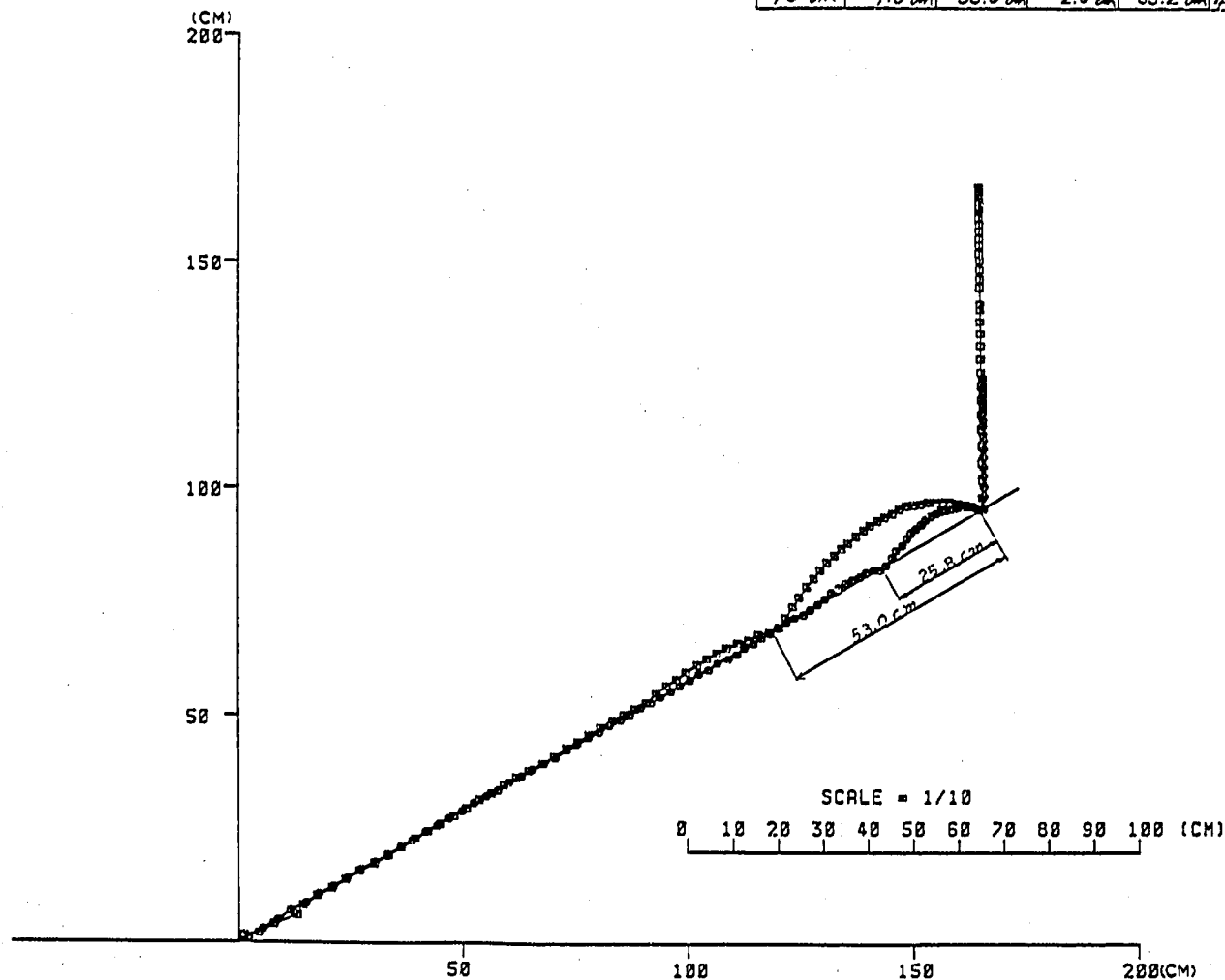


注 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図-3.3.1(6) 落下高さと落石軌跡 (布, $\beta = 60^\circ$)

SLOPE MATERIAL : RUBBER
 DROP HEIGHT = 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT = 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2	DEFLECTION
30 cm	4.5 cm	25.8 cm	—	—	43.50°
70 cm	9.5 cm	53.0 cm	2.0 cm	33.2 cm	42.90°

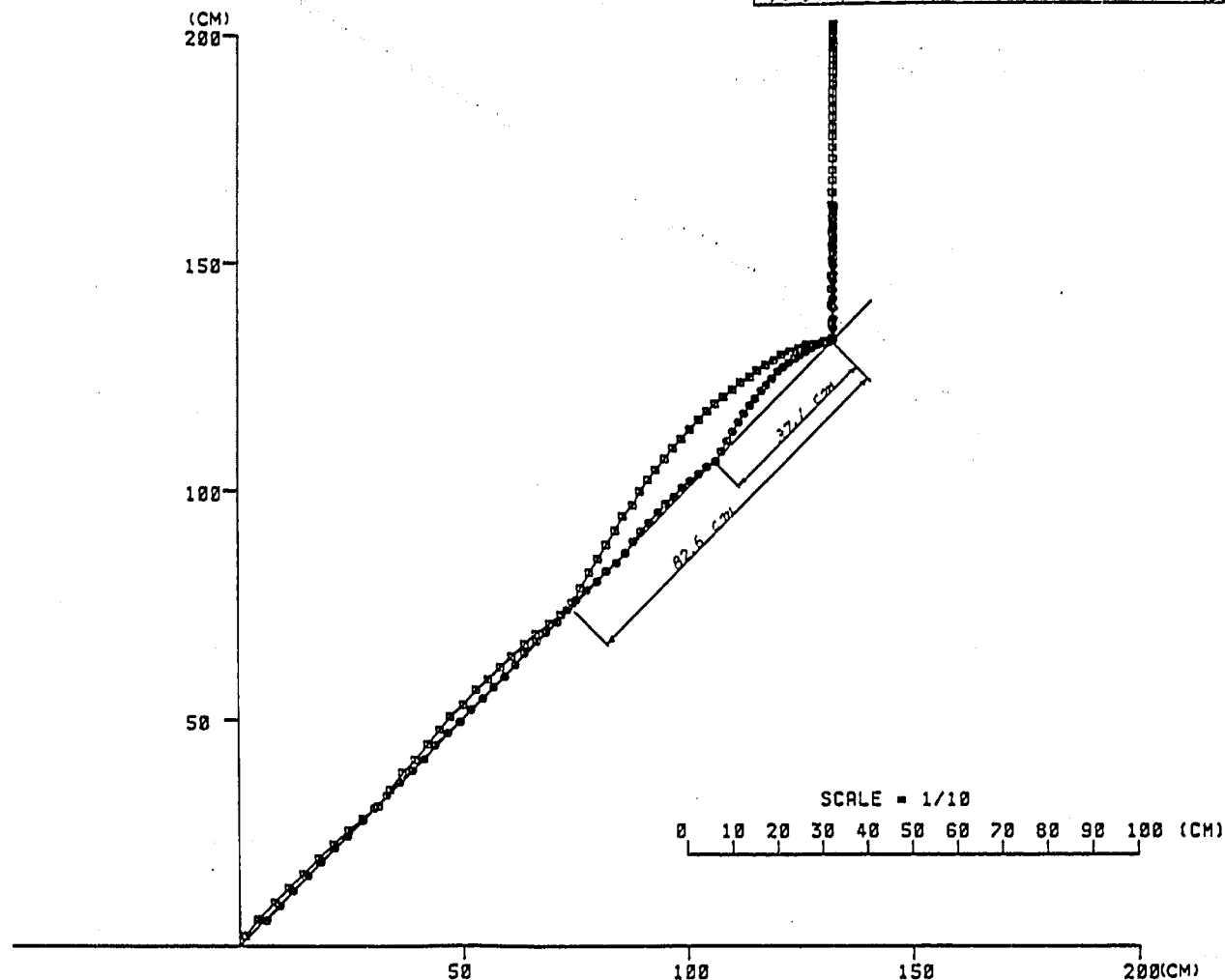


(注) 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図 - 3.3.1 (7) 落下高さ と 落石軌跡 (ゴム, $\beta = 30^\circ$)

SLOPE MATERIAL : RUBBER
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2	傾斜角(°)
30 cm	49 cm	37.1 cm	1.0 cm	20.1 cm	57.70°
70 cm	9.0 cm	82.6 cm	2.0 cm	51.5 cm	55.50°



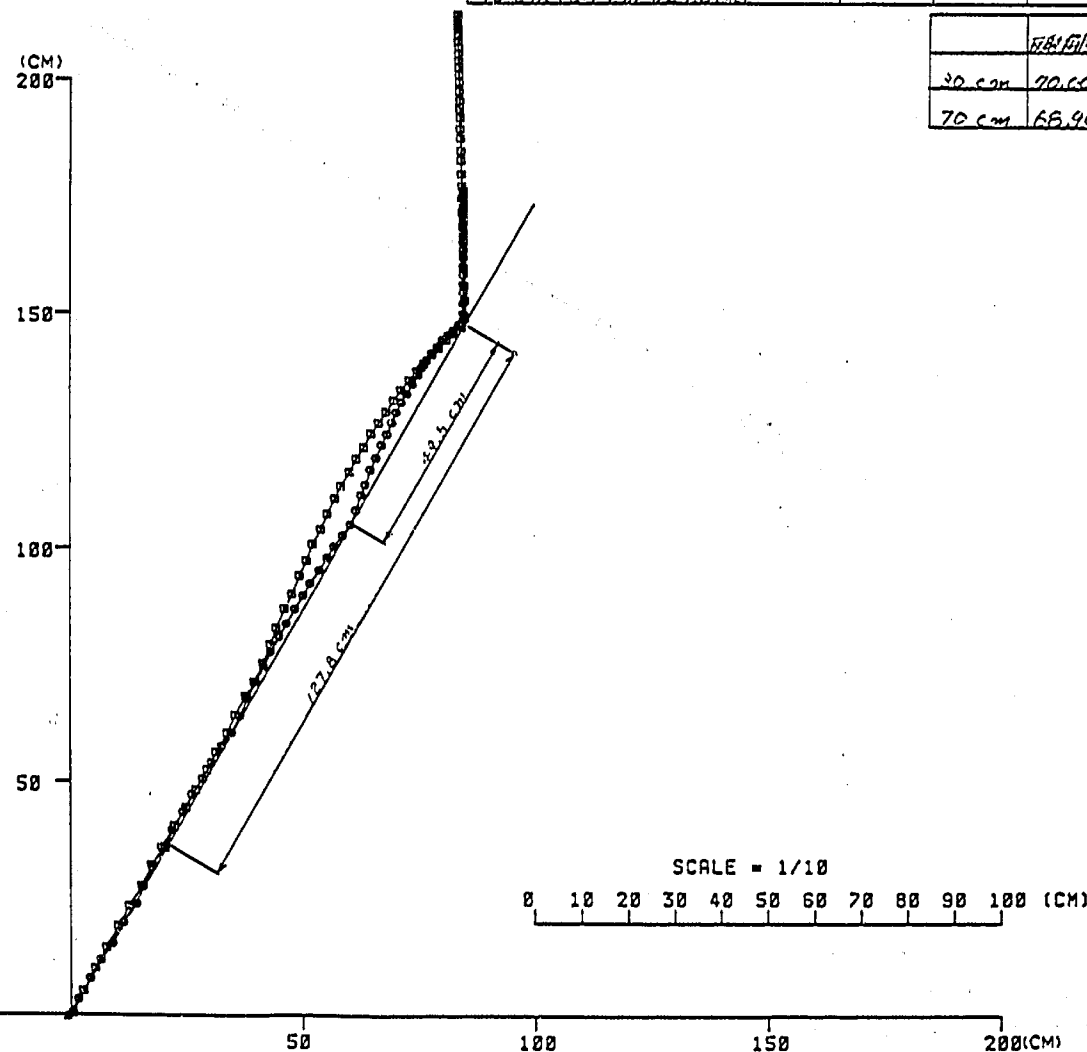
注 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図 - 3.3.1 (8) 落下高さ と 落石軌跡 (ゴム, $\beta = 45^\circ$)

SLOPE MATERIAL : RUBBER
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	f_{w1}	L_1	f_{w2}	L_2	f_{w3}	L_3
30 cm	3.3 cm	49.5 cm	1.5 cm	51.5 cm	1.2 cm	46.5 cm
70 cm	6.1 cm	127.8 cm	—	—	—	—

	58.5 (R1)
30 cm	70.60°
70 cm	66.90°

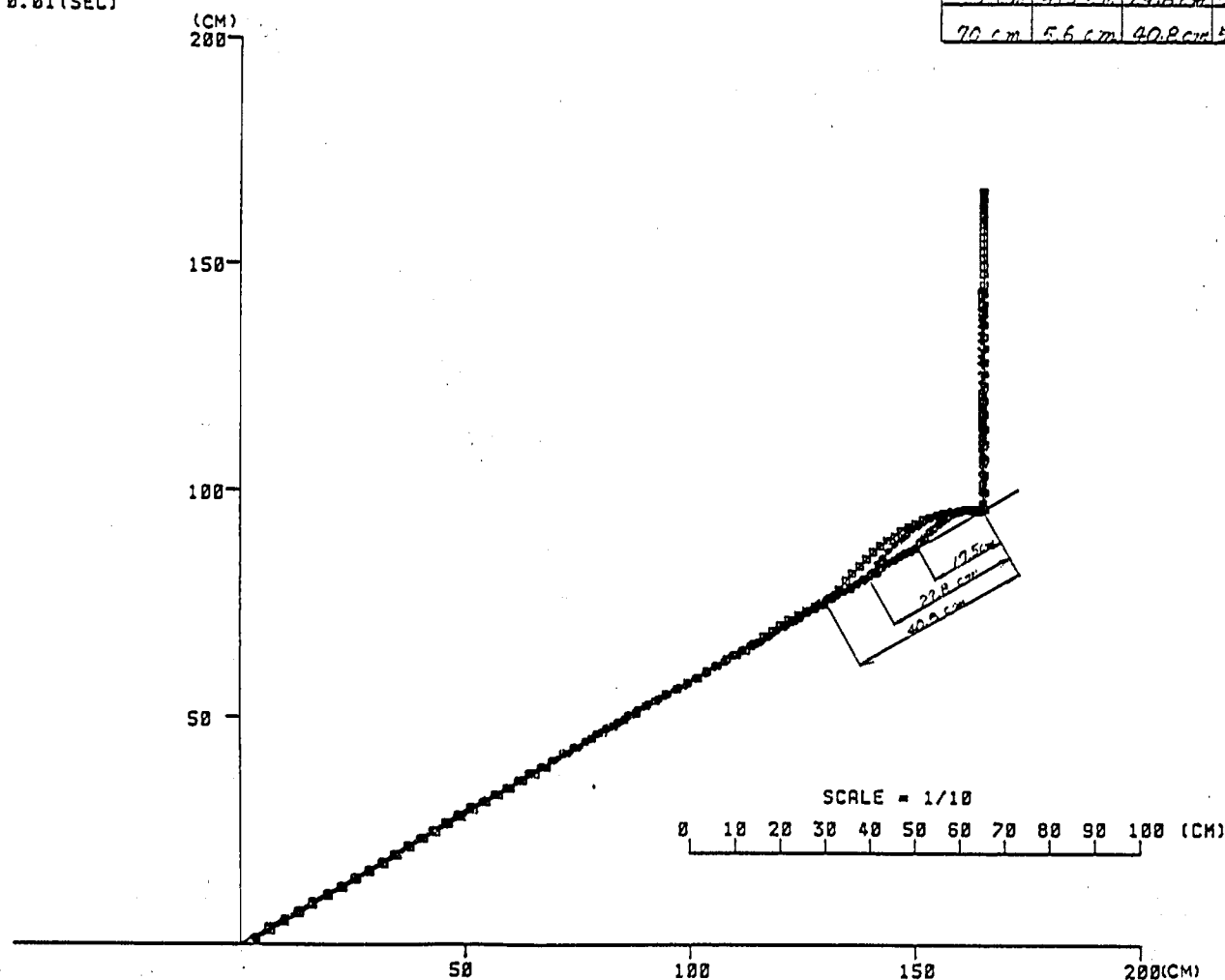


注 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 1 (9) 落下高さと落石軌跡 (ゴム, $\beta = 60^\circ$)

SLOPE MATERIAL : SAND PAPER
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT ■ 50.0 (CM) ---◇
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	t_{x1}	L_1	θ_1
30.0 cm	2.9 cm	17.5 cm	57.90°
50.0 cm	3.5 cm	29.8 cm	56.10°
70.0 cm	5.6 cm	40.8 cm	58.90°

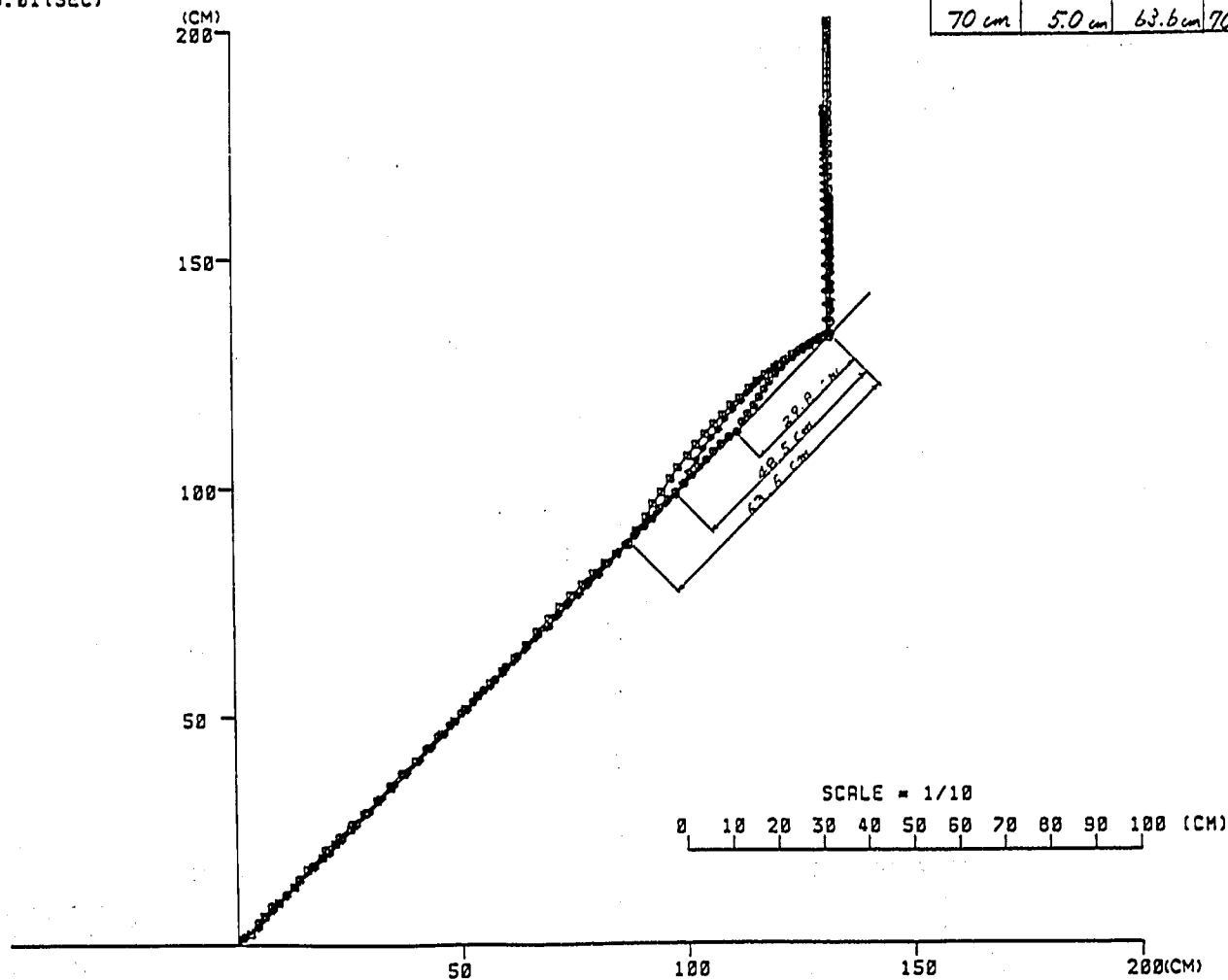


注 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図 - 3.3.1 (10) 落下高さ と 落石軌跡 (砂, $\beta = 30^\circ$)

SLOPE MATERIAL : SAND PAPER
 DROP HEIGHT ■ 30.0 (CM) --- ○
 DROP HEIGHT ■ 50.0 (CM) --- ◇
 DROP HEIGHT ■ 70.0 (CM) --- □
 DELTA TIME ■ 0.01 (SEC)

	R_n	L_n	θ_n
30 cm	2.9 cm	29.8 cm	64.10°
50 cm	4.2 cm	48.5 cm	66.10°
70 cm	5.0 cm	63.6 cm	70.00°

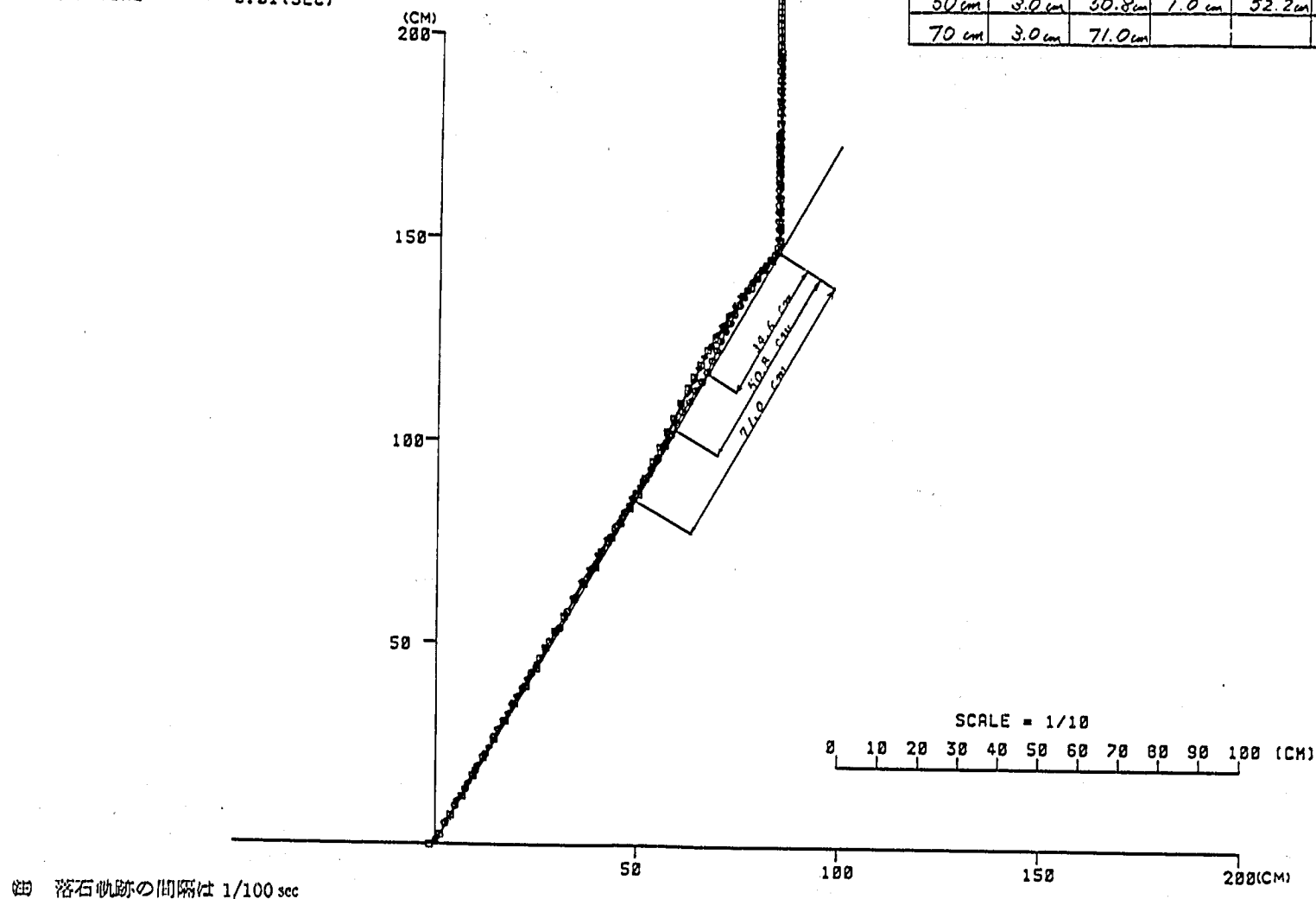


④ 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 1 (1) 落下高さと落石軌跡 (砂, $\beta = 45^\circ$)

SLOPE MATERIAL : SAND PAPER
 DROP HEIGHT = 30.0 (CM) ---○
 DROP HEIGHT = 50.0 (CM) ---◇
 DROP HEIGHT = 70.0 (CM) ---□
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2	ROTATION
30 cm	2.0 cm	34.6 cm			75.80°
50 cm	3.0 cm	50.8 cm	1.0 cm	52.2 cm	77.00°
70 cm	3.0 cm	71.0 cm			77.10°



注 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3.3.1 (12) 落下高さと落石軌跡 (砂, $\beta = 60^\circ$)

BETA = 30.0
 DROP HEIGHT = 30.0 (CM)
 SLOPE MATERIAL : IRON-----○
 SLOPE MATERIAL : CLOTH-----◇
 SLOPE MATERIAL : RUBBER-----□
 SLOPE MATERIAL : SAND PAPER--X
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	h_1	L_1	h_2	L_2
鋼	13.5 cm	56.0 cm	7.0 cm	73.9 cm
布	6.5 cm	28.9 cm	3.1 cm	28.0 cm
ゴム	4.5 cm	25.8 cm	—	—
砂紙	2.9 cm	17.5 cm	—	—

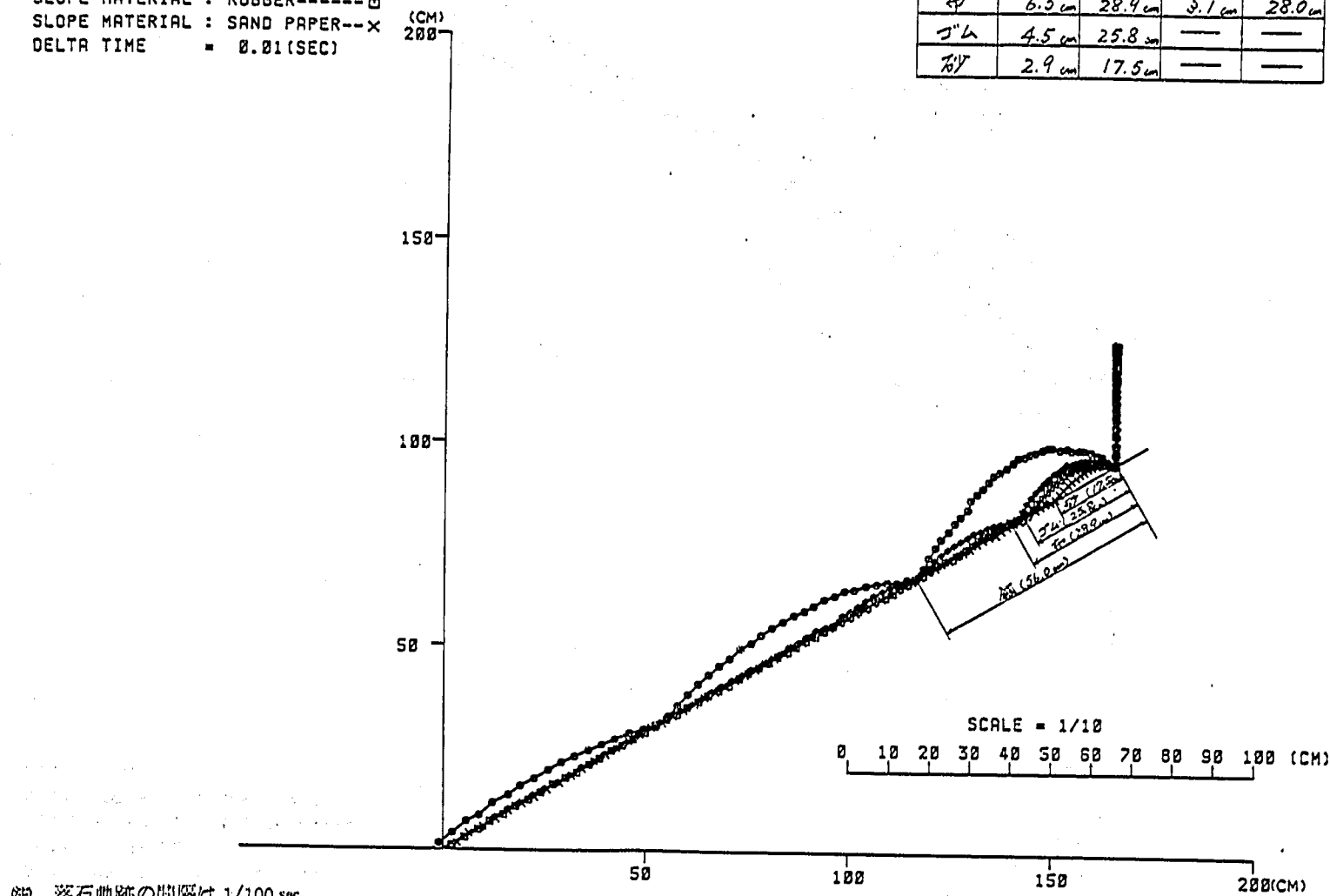
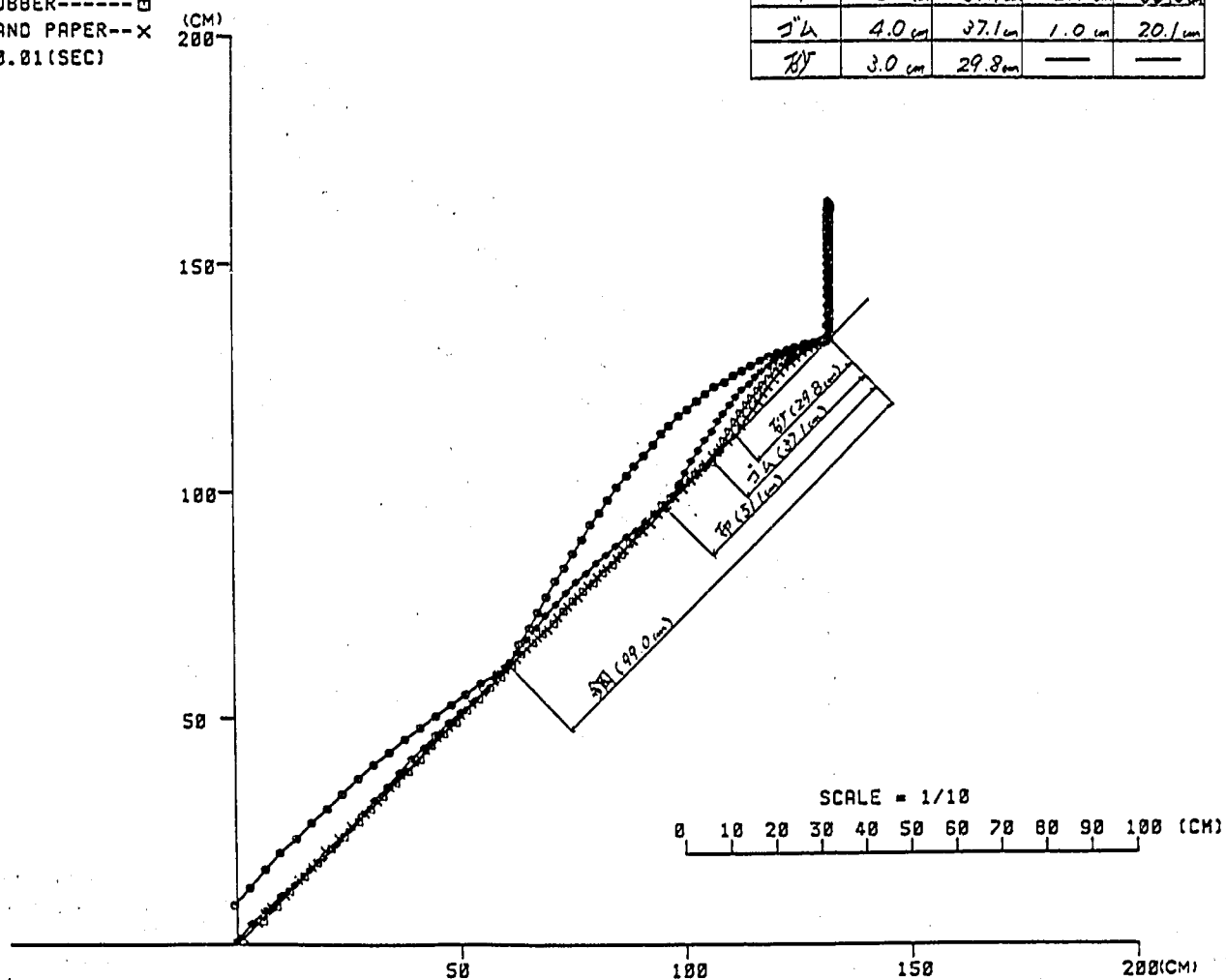


図 - 3. 3. 2 (1) 斜面材質と落石軌跡 ($\beta = 30^\circ$, $H = 30$ cm)

BETA = 45.0
 DROP HEIGHT = 30.0 (CM)
 SLOPE MATERIAL : IRON-----○
 SLOPE MATERIAL : CLOTH-----◇
 SLOPE MATERIAL : RUBBER-----□
 SLOPE MATERIAL : SAND PAPER--X
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	P_1	L_1	P_2	L_2
鉄	12.0 cm	99.0 cm	—	—
布	6.0 cm	51.1 cm	2.9 cm	55.0 cm
ゴム	4.0 cm	37.1 cm	1.0 cm	20.1 cm
砂紙	3.0 cm	29.8 cm	—	—



④ 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 2 (3) 斜面材質と落石軌跡 ($\beta = 45^\circ$, $H = 30$ cm)

BETA = 45.0
 DROP HEIGHT = 70.0 (CM)
 SLOPE MATERIAL : IRON-----○
 SLOPE MATERIAL : CLOTH-----◇
 SLOPE MATERIAL : RUBBER-----□
 SLOPE MATERIAL : SAND PAPER--X
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2
鉄	24.0 cm	—	—	—
布	10.5 cm	100.8 cm	—	—
ゴム	9.0 cm	82.6 cm	2.0 cm	51.5 cm
砂紙	5.0 cm	63.6 cm	1.2 cm	37.1 cm

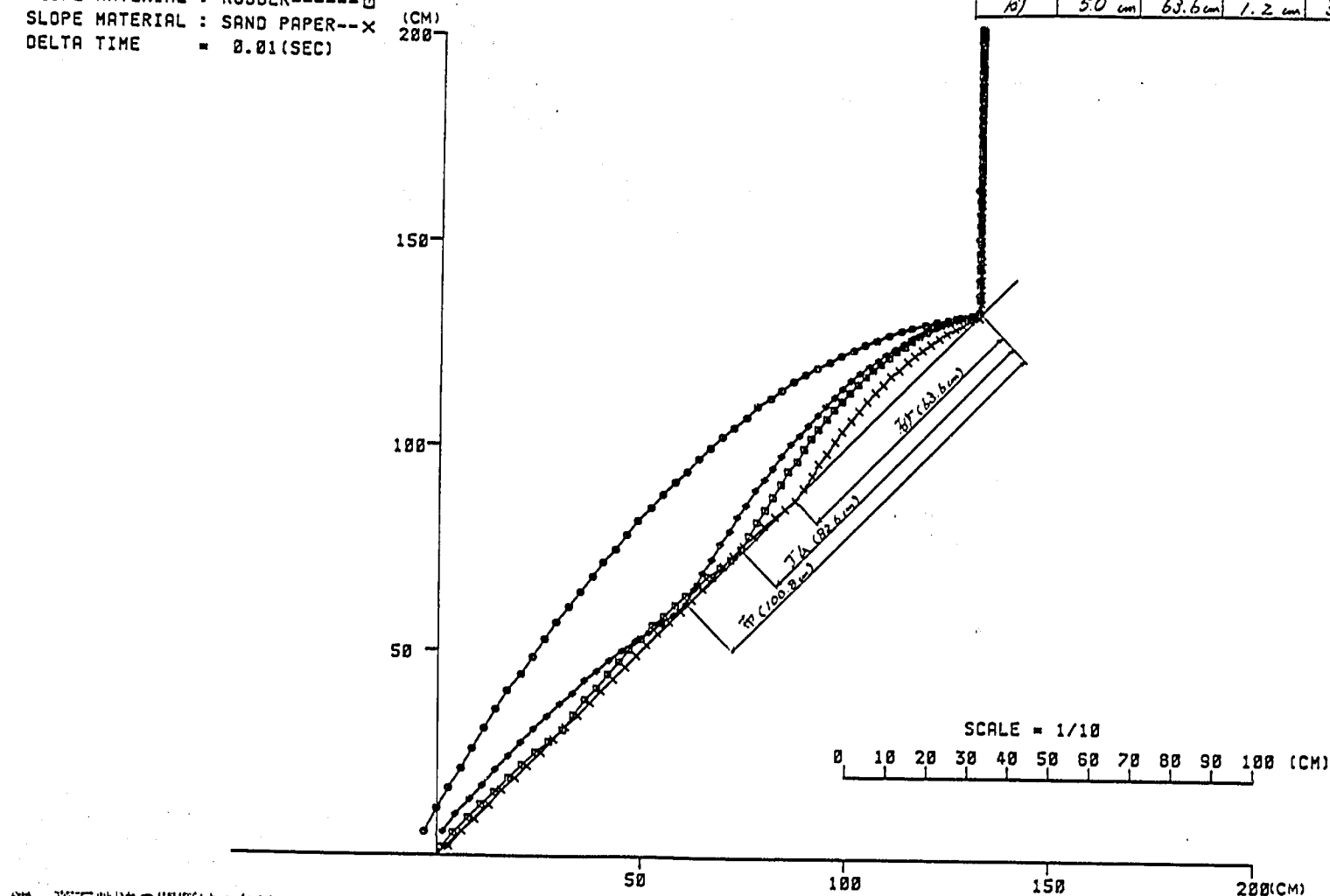
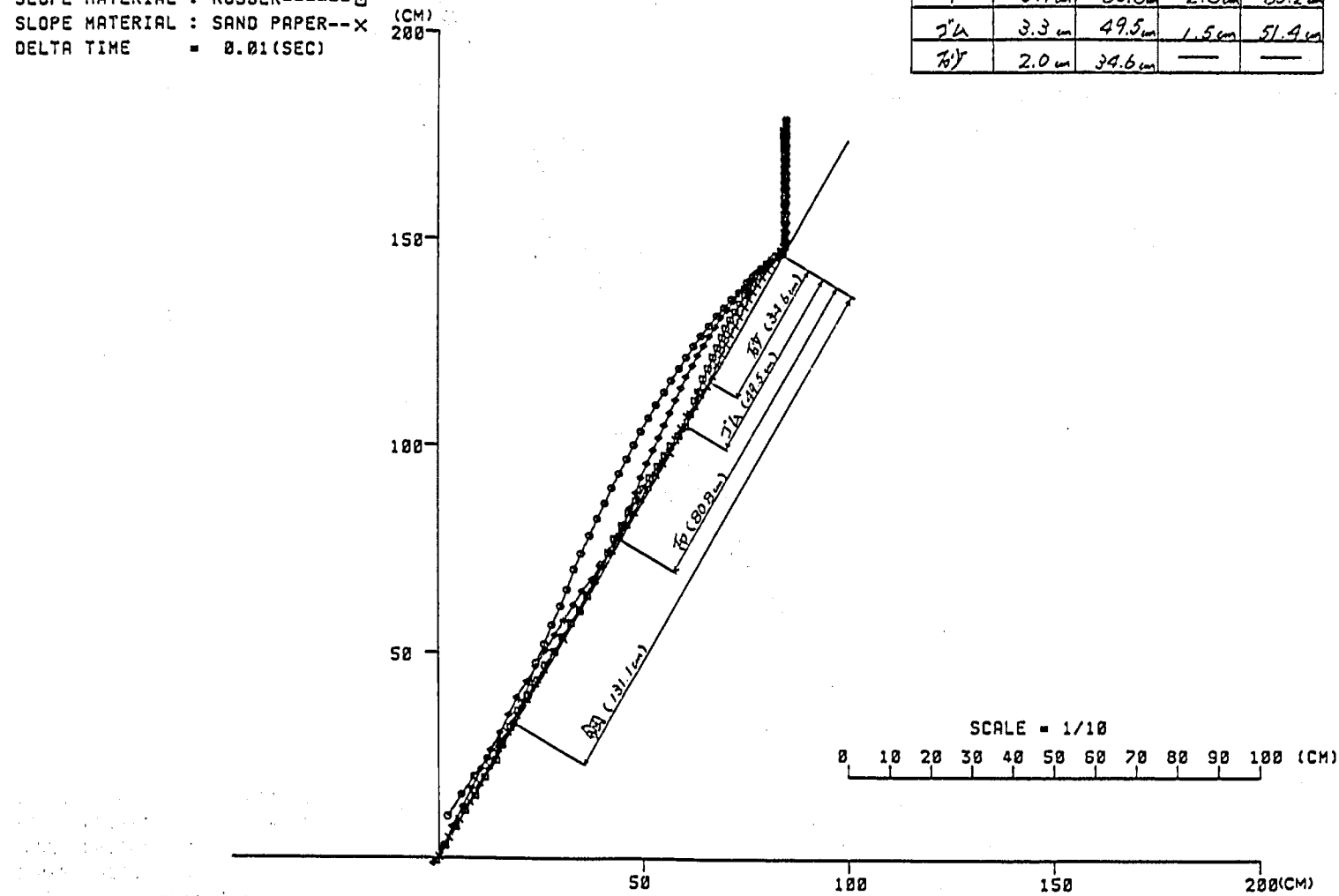


図 - 3. 3. 2 (4) 斜面材質と落石軌跡 ($\beta = 45^\circ$, $H = 70$ cm)

BETA = 60.0
 DROP HEIGHT = 30.0 (CM)
 SLOPE MATERIAL : IRON-----○
 SLOPE MATERIAL : CLOTH-----◇
 SLOPE MATERIAL : RUBBER-----□
 SLOPE MATERIAL : SAND PAPER--X
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	R_1	L_1	R_2	L_2
鉄	9.0cm	131.1cm	—	—
布	5.9cm	80.8cm	2.8cm	85.2cm
ゴム	3.3cm	49.5cm	1.5cm	51.4cm
砂紙	2.0cm	34.6cm	—	—



由 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 2 (5) 斜面材質と落石軌跡 ($\beta = 60^\circ$, $H = 30$ cm)

BETA = 60.0
 DROP HEIGHT = 70.0 (CM)
 SLOPE MATERIAL : IRON-----○
 SLOPE MATERIAL : CLOTH-----◇
 SLOPE MATERIAL : RUBBER-----□
 SLOPE MATERIAL : SAND PAPER--X
 DELTA TIME = 0.01 (SEC)

	r_1	L_1	r_2	L_2
鋼	20.1 cm	—	—	—
布	9.2 cm	146.5 cm	—	—
ゴム	6.1 cm	127.8 cm	—	—
砂紙	3.0 cm	71.0 cm	—	—

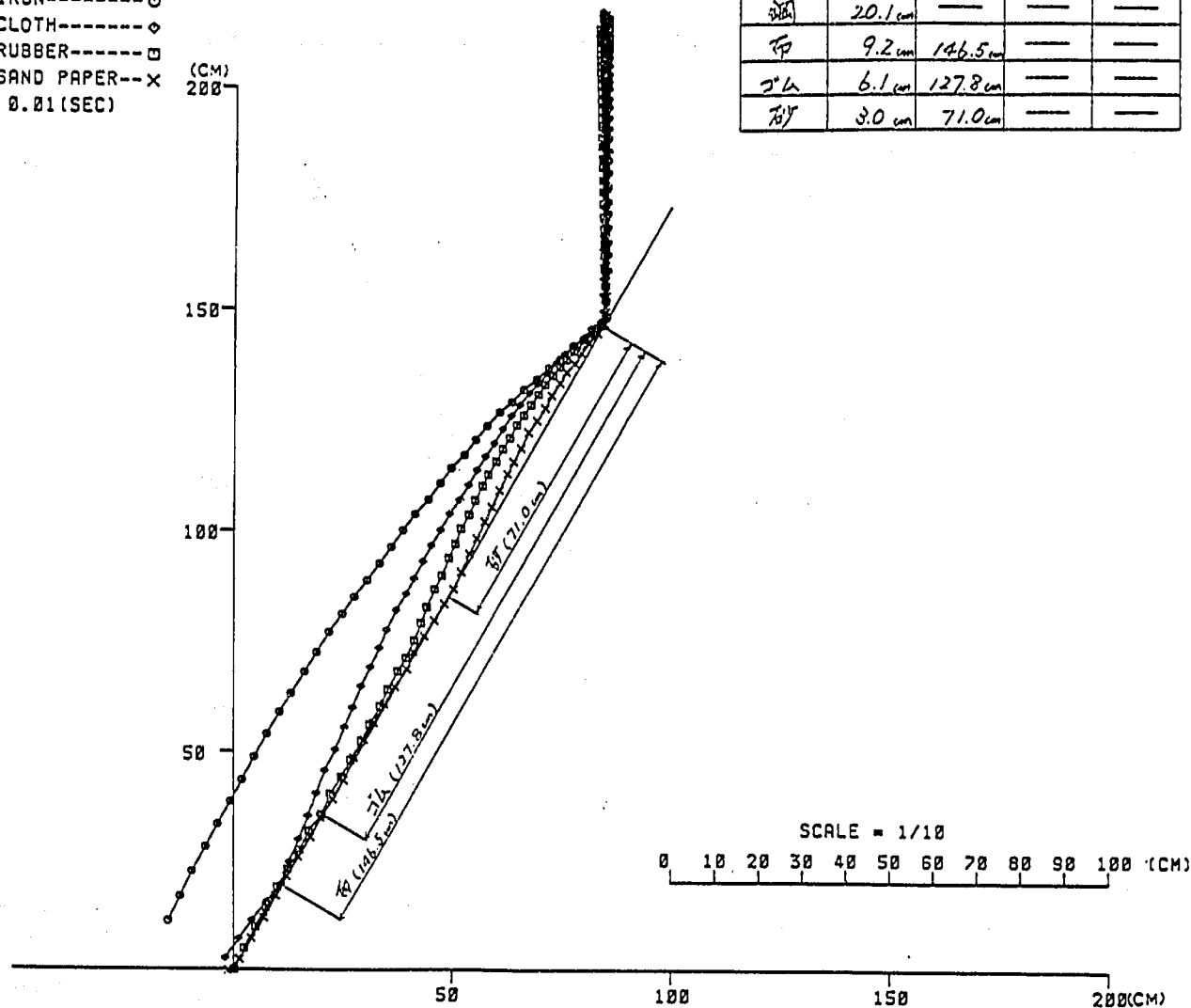


図 落石軌跡の間隔は 1/100 sec

図- 3. 3. 2 (G) 斜面材質と落石軌跡 ($\beta = 60^\circ$, $H = 70$ cm)

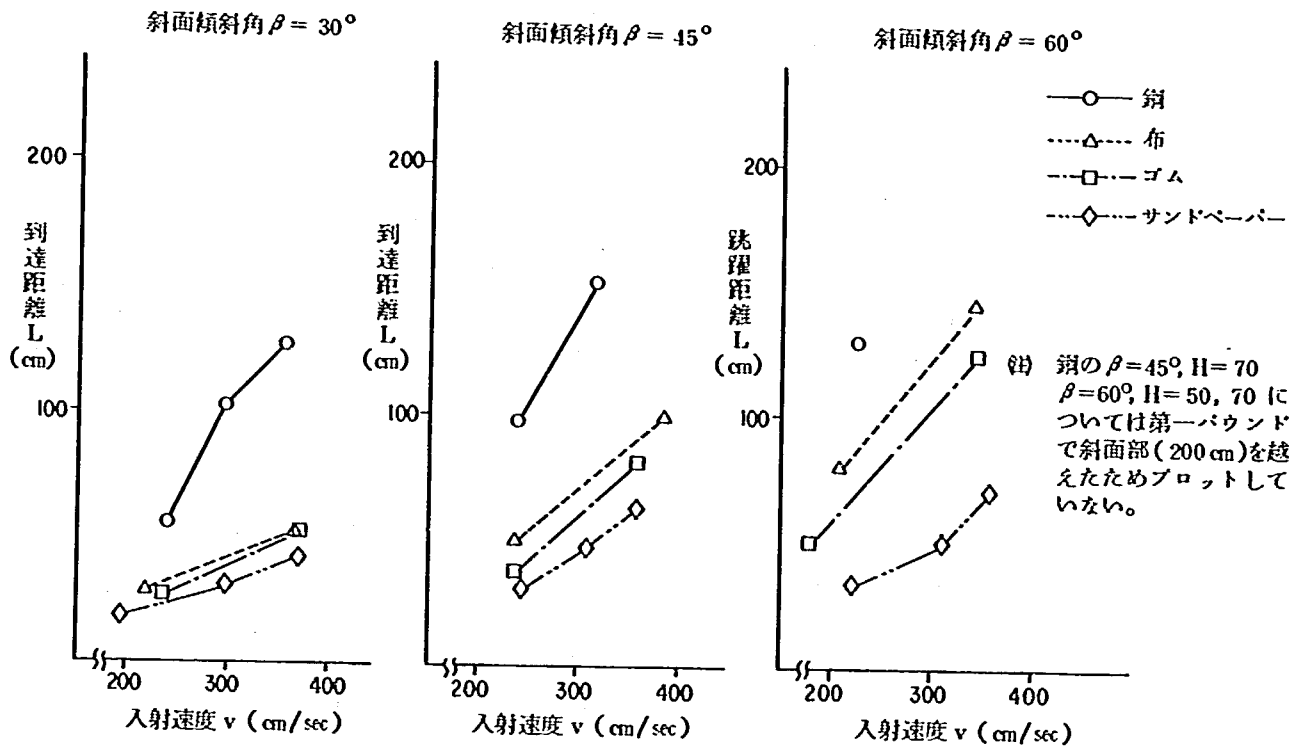


図- 3. 3. 3 入射速度と跳躍距離

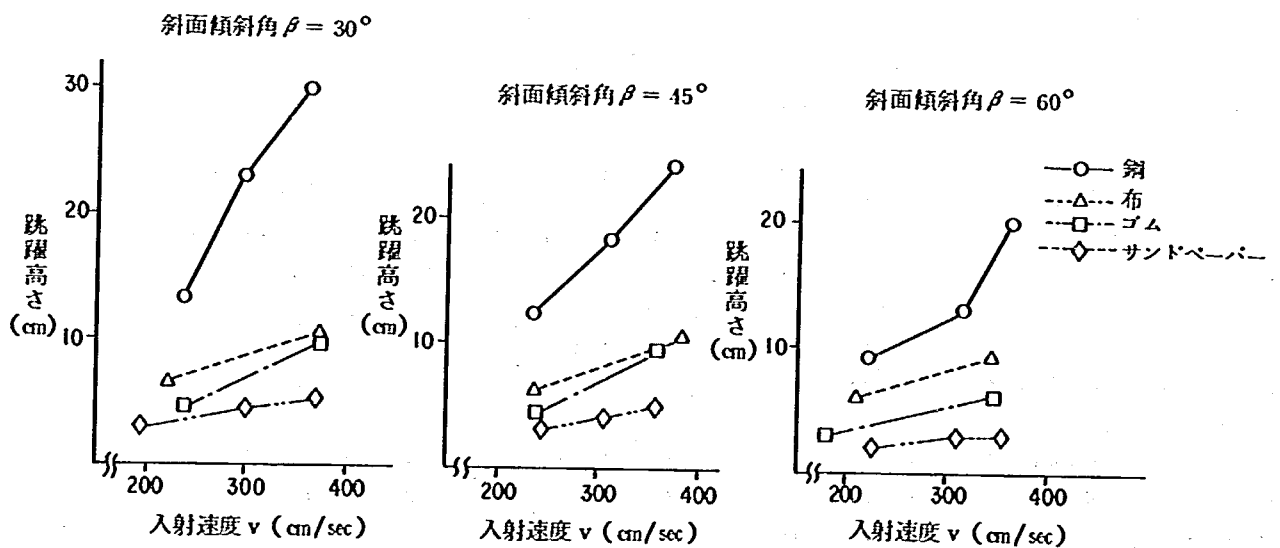
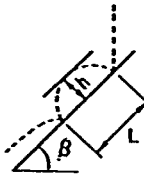


図- 3. 3. 4 入射速度と跳躍高さ

また、表-3.3.1に合わせて示す。この表から、針面勾配が大きくなると跳躍高さは小さくなるが、跳躍距離は大きくなることから分かる。

表-3.3.1 最大高さ h 、跳躍距離 L 一覧表 (実験結果)

斜面材質	落下高さ (cm)	$\beta = 30^\circ$		$\beta = 45^\circ$		$\beta = 60^\circ$		備 考
		h (cm)	L (cm)	h (cm)	L (cm)	h (cm)	L (cm)	
銅	30	13.5	56.0	12.0	99.3	9.0	131.1	数値は第一バウンドのもの。  (注) 銅の $\beta 45^\circ H 70$, $\beta 60^\circ H 50$, $\beta 60^\circ H 70$ については第一バウンドですでに設定した斜面をとり越えており、測定不能とした。
	50	22.9	103.4	18.0	154.0	13.0	—	
	70	30.0	128.8	24.0	—	20.1	—	
布	30	6.5	28.9	6.0	51.1	5.9	80.8	
	70	10.5	52.8	10.5	100.8	9.2	146.5	
ゴ ム	30	4.5	25.8	4.0	37.1	3.3	49.5	
	70	9.5	53.0	9.0	82.6	6.1	127.8	
サンド ペーパー	30	2.9	17.5	3.0	29.8	2.0	34.6	
	50	4.5	29.8	4.2	48.5	3.0	50.8	
	70	5.6	40.8	5.0	63.6	3.0	71.0	

各実験の第1バウンドにおけるガラス球の模型斜面に対する入射角と入射速度を表-3.3.2、図-3.3.5、図-3.3.6に示す。図-3.3.5から、同一の入射角と斜面上の材質において入射速度に依存せずほぼ一定の反射角となっており、また、反発係数の小さい材質ほど反射角が大きくなっていることが分かる。図-3.3.6から、ガラス球が模型斜面上で跳躍すると反射速度は入射速度よりも遅くなり、反発係数、斜面勾配が小さいと跳躍による減速が強くなっていることが分かる。

表-3.3.2 入射角、入射速度、実測値一覧表

斜面材質		入射角度 $\beta = 30^\circ$			$\beta = 45^\circ$			$\beta = 60^\circ$		
		落下高さ $H = 30\text{cm}$	$H = 50\text{cm}$	$H = 70\text{cm}$	$H = 30\text{cm}$	$H = 50\text{cm}$	$H = 70\text{cm}$	$H = 30\text{cm}$	$H = 50\text{cm}$	$H = 70\text{cm}$
銅	反射角度(度)	28.00	31.00	33.00	48.40	47.90	49.20	61.90	63.40	67.20
	$\rho = 0.670$ 入射速度 (cm/sec)	239.50	295.50	360.67	235.50	319.50	375.00	224.00	318.00	365.50
	$\mu = 0.234$ 反射速度 (cm/sec)	175.36	241.73	258.17	203.17	236.11	278.81	210.11	275.41	328.89
布	反射角度(度)	48.00		42.50	52.70		57.20	66.10		68.90
	$\rho = 0.364$ 入射速度 (cm/sec)	224.00		370.00	234.50		378.00	213.50		344.00
	$\mu = 0.227$ 反射速度 (cm/sec)	127.24		160.20	137.99		226.04	177.69		247.04
ゴ ム	反射角度(度)	43.00		42.90	57.70		55.50	70.00		68.90
	$\rho = 0.364$ 入射速度 (cm/sec)	236.00		372.67	230.67		357.00	179.50		349.33
	$\mu = 0.973$ 反射速度 (cm/sec)	109.70		174.55	137.53		202.21	159.11		223.11
サンドペーパー	反射角度(度)	57.90	56.10	58.90	64.10	66.10	70.00	75.80	77.00	77.10
	$\rho = 0.316$ 入射速度 (cm/sec)	195.00	299.67	372.50	246.50	311.00	359.33	224.50	309.00	359.00
	$\mu = 0.559$ 反射速度 (cm/sec)	88.50	131.34	152.57	125.03	177.79	209.26	173.05	219.67	280.85

(注) 表中の ρ , μ は物性試験による値を示した。

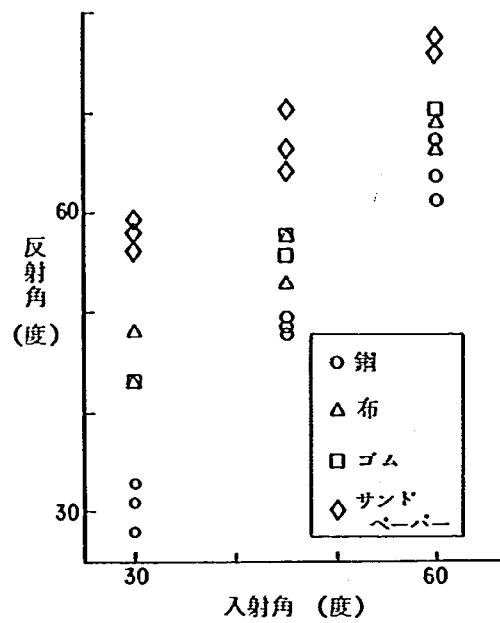


図- 3. 3. 5 入射角と反射角の関係

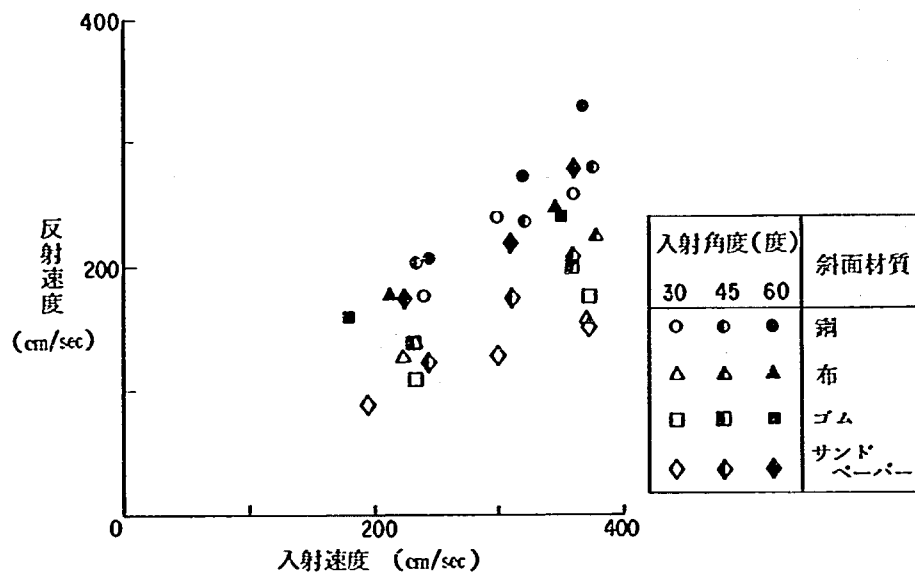
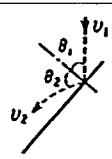


図- 3. 3. 6 入射速度と反射速度の関係

3.3.2 衝突時の挙動

ガラス球が模型斜面に衝突するときの挙動を把握するために、第1、第2バウンドのクローズアップを撮影した。表-3.3.3に第1、第2バウンドにおける入反射時の速度、角度と回転するガラス球の角速度を示す。この表から、入反射時の速度変化と角度変化は前述の跳躍軌跡におけるものと同じ傾向であることが分かる。第1バウンドにおける角速度の変化では、摩擦係数の大きいゴムにおいて最大となっており、摩擦係数の小さい銅が最小であった。

表-3.3.3 衝突部撮影読取り結果

	斜面材質	速 度 (cm/sec)		角 度 (度)		角速度 (rad/sec)		備 考
		入 射 時	反 射 時	入 射 時	反 射 時	入 射 時	反 射 時	
第 一 バ ウ ン ド	銅	241.0	195.0	45.00	52.16	0	70.26	 ・角速度の変化量
	布	232.2	165.1	44.73	64.07	0	94.87	
	ゴ ム	250.3	153.1	45.86	58.73	0	139.35	
	サンド ペーパー	243.6	136.5	44.51	68.38	0	110.13	
第 二 バ ウ ン ド	銅	417.5	401.0	72.78	76.20	56.10	93.44	+ 37.34
	布	275.0	225.5	74.17	75.99	107.77	177.65	+ 69.88
	ゴ ム	254.2	230.1	75.66	80.12	142.22	205.94	+ 63.72
	サンド ペーパー	202.1	194.8	73.95	82.39	129.10	174.43	+ 45.33

3.4 落石軌跡の数値解析

3.4.1 従来の研究

現実の落石の運動は滑動、衝突、飛行、衝突時の分割等多様な形態があることや、落石自体及び斜面の条件が多様であり、どこまで簡略化したモデル化が可能であるかという問題はあるが、従来より運動形態、落石・斜面の条件を簡略化した理論的研究がいくつかなされている。

これらのある程度まとめたものとして、文献1)においては以下のように述べられている。

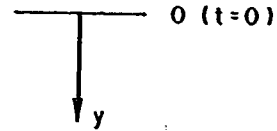
落石の運動は次のように分類される（記号等は一部修正している）。

- ・自由落下運動
- ・すべり運動
- ・回転運動
- ・飛行運動
- ・衝突運動

(1) 自由落下運動 (質点としてモデル化)

運動方程式:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg \quad (3.4.1)$$



鉛直落下距離:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.4.2)$$

(2) 一様斜面上の運動

これは表-3.4.1の3つの場合がある。

表-3.4.1 落石運動のモデル化

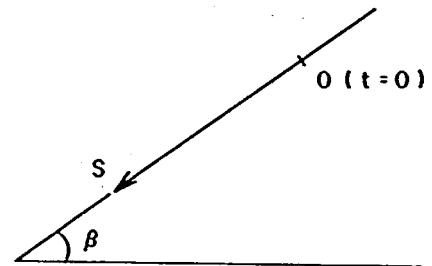
回 転	す べ り	モ デ ル
な し	あ り	質 点
あ り	な し	剛 体
あ り	あ り	、

1) 一様斜面上のすべり運動

運動方程式:

斜面方向について

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = mg \sin \beta - \mu N \quad (3.4.3)$$



斜面直角方向について

$$0 = mg \cos \beta - N \quad (3.4.4)$$

式 (3.4.3), (3.4.4) を合わせて

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = g (\sin \beta - \mu \cos \beta) \quad (3.4.5)$$

斜面に沿う落下距離:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 (\sin \beta - \mu \cos \beta) \quad (3.4.6)$$

2) 一様斜面上の回転運動 (すべらない場合, 半径 r , 慣性モーメント I の剛体としてモデル化)

運動方程式:

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = mg \sin \beta - F \quad (3.4.7)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = F \cdot r \quad (3.4.8)$$

ここに

$$I = mk^2 = Cmr^2 \quad (3.4.9)$$

(注) すべらない条件においては $F < \mu N$ $N = mg \cos \beta$

すべらないから

$$v_G = \frac{ds}{dt} = r \cdot \omega \quad (3.4.10)$$

v_G : 斜面方向の重心移動距離

式 (3.4.7), (3.4.8), (3.4.9), (3.4.10) を合わせて

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{r^2}{k^2 + r^2} \cdot g \sin \beta \quad (3.4.11)$$

斜面に沿う落下距離:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \frac{r^2}{k^2 + r^2} \sin \beta \quad (3.4.12)$$

回転角速度:

$$\omega = \frac{v_G}{r} = \frac{r^2}{k^2 + r^2} \cdot \frac{g t}{r} \sin \beta \quad (3.4.13)$$

摩擦力:

$$F = \frac{r^2}{k^2 + r^2} mg \sin \beta \quad (3.4.14)$$

すべらないための条件:

$F \leq \mu N$ すなわち,

$$\frac{r^2}{k^2 + r^2} mg \sin \beta \leq \mu mg \cos \beta$$

$$\mu \geq \frac{r^2}{k^2 + r^2} \tan \beta \quad (3.4.15)$$

3) 一様斜面上の回転運動 (すべりを伴う場合, 半径 r , 慣性モーメント I の剛体としてモデル化)

すべりが生ずるための条件:

$$\mu < \frac{r^2}{k^2 + r^2} \tan \beta \quad (3.4.16)$$

運動方程式

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = mg \sin \beta - F \quad (3.4.17)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = F \cdot r \quad (3.4.18)$$

$$F = \mu N, \quad N = mg \cos \beta \quad (3.4.19)$$

式 (3.4.17), (3.4.18), (3.4.19) を合わせて

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = g (\sin \beta - \mu \cos \beta) \quad (3.4.20)$$

斜面に沿う落下距離:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 (\sin \beta - \mu \cos \beta) \quad (3.4.21)$$

回転角速度:

$$\omega = \frac{\mu g}{C r} \cdot t \cdot \cos \beta \quad (3.4.22)$$

摩擦力:

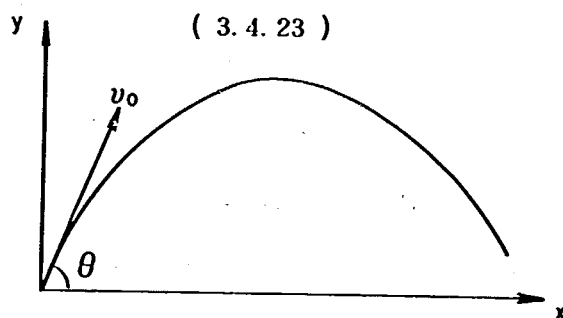
$$F = \mu mg \cos \beta \quad (3.4.23)$$

(3) 放物運動

運動方程式:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \quad (3.4.24)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -g \quad (3.4.25)$$



運動径路:

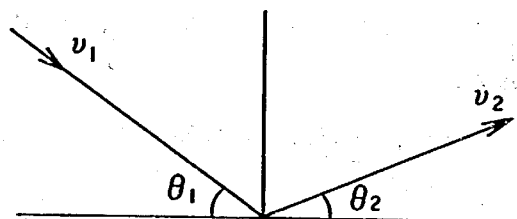
$$x = v_0 \cos \theta \cdot t \quad (3.4.26)$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \theta \cdot t \quad (3.4.27)$$

(4) 衝突運動

反発係数の定義から

$$e = \frac{v_2 \sin \theta_2}{v_1 \sin \theta_1} \quad (3.4.28)$$



(5) 飛行の開始

飛行の開始原因として次の3つを挙げている。

- 1) 斜面に突起又は窪地があって運動の方向を変え飛び出す場合
- 2) 角張った石が斜面と回転しつつ衝突し飛び出す場合
- 3) 斜面の曲線突起に従って運動してきた石が遠心力によって飛び出す場合

以上は、落石の運動形態を分類して、それぞれに対してやや詳細に運動方程式を書下したものである。

一方、簡略化のために運動形態を区別せずに半実験的な次のような定式化も行われている。²⁾
落石速度を自由落下速度と比べて次のように関係づけている。

$$V = \alpha \sqrt{2gH} \quad (3.4.29)$$

ここに、 V : 落石速度

$\sqrt{2gH}$: 自由落下速度

α : 残存係数

g : 重力加速度

H : 落下高さ

又、落石運動を等価な滑動運動に置換え、等価摩擦係数 μ_e を導入すると、式 (3.4.5) 又は式 (3.4.6) から次式を得る。

$$V = gt (\sin \beta - \mu_e \cos \beta)$$

$$s = \frac{1}{2}gt^2 (\sin \beta - \mu_e \cos \beta)$$

$$H = s \cdot \sin \beta$$

これから、

$$V = \sqrt{2gH \left(1 - \frac{\mu_e}{\tan \beta} \right)} \quad (3.4.30)$$

式 (3.4.29) と比較することにより

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{\mu_e}{\tan \beta}} \quad (3.4.31)$$

を得る。

ここに導入された残存係数 α 、等価摩擦係数 μ_e は、実験的に表-3.4.2, 3 のように与えられる。

上記は、落石による衝撃力やエネルギーを求めるための落石速度を経験的に定めるものである。

さらに、一つの落石が斜面を落下するときの跳躍量についても実験結果に基づいて設計用の値²⁾を定めることが行われている。

表- 3.4.2 残存係数の実験値²⁾

実験地点	残存係数 (α)	落石の形状	斜面の性質	斜面の勾配 (θ)
蘭 原 A	0.95	角~丸	軟岩, 凹凸大, 立木なし	55°
土研(高松)	0.92	角~丸	軟岩, 凹凸小, 立木なし	52°
蘭 原 B	0.85	角~丸	土砂崖すい, 凹凸小, 立木なし	40°
神 戸	0.85	円 柱	土砂, 凹凸小, 立木なし	45°
愛 岐	0.75	角~丸	崖すい, 凹凸中~小, 立木なし	32°
浅 利	0.75	角	崖すい, 凹凸大~中, 立木あり	40°
東 伊 戸	0.75	〃	〃 〃 〃	42°
岩 殿	0.65	〃	〃 〃 〃	36°
雷 電 岬	0.60	〃	巨礫まじり崖すい, 凹凸大, 立木なし	43°

表- 3.4.3 斜面の種類と等価摩擦係数 μ の値²⁾

区分	落石および斜面の特性	設計に用いる μ	実験から得られる μ の範囲
A	硬岩, 丸状: 凹凸小, 立木なし	0.05	0~0.1
B	軟岩, 角状~丸状: 凹凸中~大, 立木なし	0.15	0.11~0.2
C	土砂・崖すい, 丸状~角: 凹凸小~中, 立木なし	0.25	0.21~0.3
D	崖すい・巨礫まじり崖すい, 角状: 凹凸大~中, 立木なし~あり	0.35	0.31~

前出の式(3.4.28)では, 衝突時の斜面直角方向の速度変化のみを与えるものであるが, さらに衝突時の斜面方向の摩擦力によりエネルギー又は運動量の損失を考慮した以下のような式が導かれることがある。

衝突時のエネルギー損失を考慮した式³⁾：

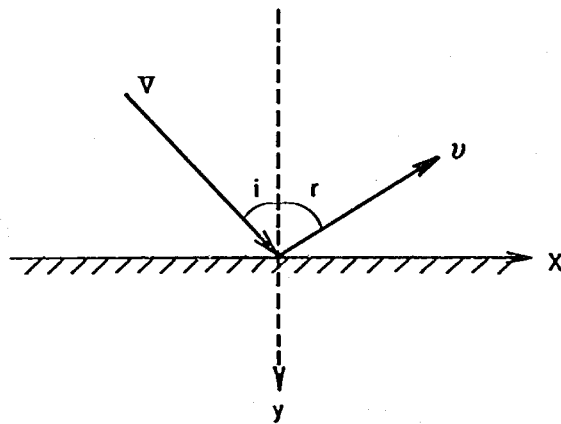
$$\frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) = \mu \cdot \frac{1}{2} m v_{n1}^2 \quad (3.4.32)$$

ここに, v_1 : 入射速度

v_2 : 反射速度

v_{n1} : 入射速度の斜面直角成分 = $v_1 \sin \theta_1$

衝突時の運動量変化を考慮すると以下のように導かれる。



$$x \text{ 方向の運動量変化} = m (V \sin i - v \sin r) = F_x \cdot \Delta t \quad (3.4.33)$$

$$y \text{ 方向の運動量変化} = m (V \cos i + v \cos r) = F_y \cdot \Delta t \quad (3.4.34)$$

通常の場合は、

$$F_x = \mu \cdot F_y \quad \mu : \text{摩擦係数} \quad (3.4.35)$$

としている。

このとき、

$$m (V \sin i - v \sin r) = \mu \cdot m (V \cos i + v \cos r) \quad (3.4.36)$$

となる。

一方、y 方向の速度変化について

$$v \cos r = e V \cos i \quad e : \text{反発係数} \quad (3.4.37)$$

これらから次式を得る。

$$\tan r = \frac{1}{e} \{ \tan i - \mu (1 + e) \} \quad (3.4.38)$$

$$v = V \cos i \sqrt{e^2 + \{ \tan i - \mu (1 + e) \}^2} \quad (3.4.39)$$

式 (3.4.37)、(3.4.39) から、 V 、 v 、 i 、 r が与えられれば、反発係数 e 、摩擦係数 μ が次式により求まる。

$$e = \frac{v \cos r}{V \cos i} \quad (3.4.40)$$

$$\mu = \frac{1}{1 + e} (\tan i - e \tan r) \quad (3.4.41)$$

すなわち、衝突前後の速度条件に適合するようにパラメータ e 、 μ を定めることが可能である。

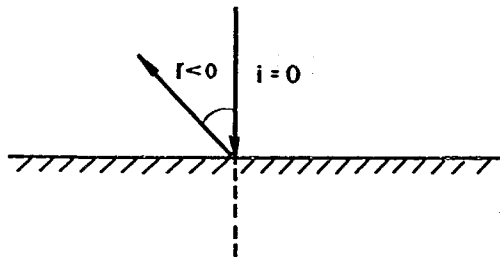
しかし、これらからは、若干不合理な結果に導かれることがある。

例えば、

$i = 0$ 入射のとき式 (3.4.38) から

$$\tan r = -\mu \cdot \frac{1+e}{e} < 0 \quad \therefore r < 0$$

これは、下図のような運動を示し、おかしい。



これは、式 (3.4.35) の仮定が原因である。そもそも式 (3.4.35) は、衝突全時間中、滑りが生じている場合にのみ成立するもので、一般には

$$F_x \leq \mu \cdot F_y \quad (3.4.35')$$

である。特に、 $i = 0$ のときは $F_x = 0$ のはずである。

これは、厳密には、衝突を剛体的に扱うことの不合理によるものである。衝突時間内において、すべりの有無、又その時間による解の様々については文献4) に詳しい。衝突時間内におけるすべりの有無等を考慮した解は、3.4.2において導く。

3.4.2 基本式の誘導

3.4.2.1 落石運動の発生とその形態

落石の発生形態を大まかに分類すると、

- ① 抜け落ち型落石 (転石型落石)
- ② はく離型落石 (浮石型落石)

の2種類に分けられる。²⁾

このような落石の生ずる原因としては、落石の元となる岩塊を支持する岩又は土層が風化や浸食によって岩塊を支えきれなくなる、あるいは地震動等による外力により岩塊が飛び出すことがある。

これらのことを考慮すると、落石の開始する初期条件として以下のようなものが考えられる。

- ・自由落下 オーバーハング部からの崩落
- ・斜面に沿う滑動又は回転 (初速度 = 0) 浸食部等からの拔出し
- ・斜面からの飛び出し (初速度 $\neq 0$) 地震等

落石の運動形態は次のように分類される。

① すべり運動

斜面上をずり落ちる形態で下方へすべる。

② 回転運動

斜面上を回転しながら下方へ移動する。

③ 飛跳運動

空中を飛跳しながら下方へ移動する。これには自由落下も含まれる。

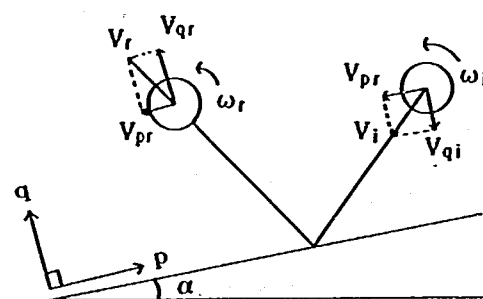
3.4.2.2 落石運動のモデル化

3.4.1 で述べた通り、現実の落石運動の形態や落石自体及び斜面条件が多様であるため完全なモデル化は困難である。このようなことから、ここでは種々の条件を簡略化して以下のように考えた。すなわち、落石の運動形態は落石が斜面へ衝突するときの運動（衝突運動）、落石の斜面上の移動（ころがり運動）、落石の飛行運動（自由落下も含む）の3つとし、落石自体は半径 R の剛体の球と仮定し、2次元平面内での運動を取扱った。以下にそれぞれの状態の運動方程式について詳しく述べる（以下、運動方程式の説明では落石を球と呼ぶ）。

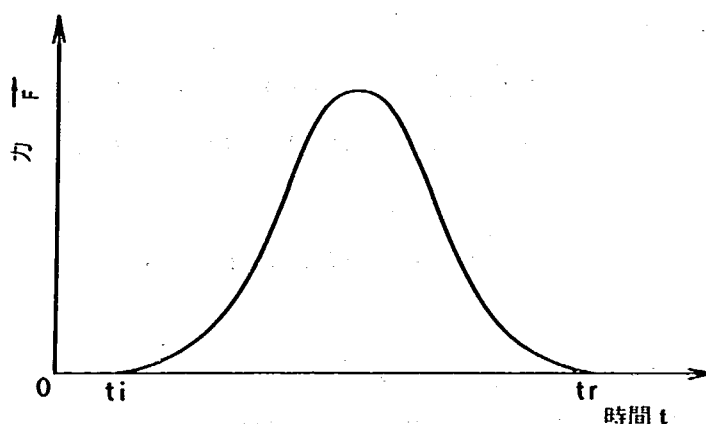
1) 衝突運動

衝突運動は、図－3.4.1 に示すように斜面平行方向と垂直方向の $p-q$ 座標系を用いて考える。微小有限時間内の衝突中には、球に働く力が急激に変化するので加速度に基づいて衝突運動を考えるのは困難である。そこで、衝突中に球に働く力積に注目して衝突運動を考える。

一般に球と斜面との衝突において球に働く力は図－3.4.2 のようになり、力積は次式で表わされる（2次元平面で考えた場合）。



図－3.4.1 衝突運動



図－3.4.2 衝突中に球に働く力

$$\vec{K} = \int_{t_i}^{t_r} \vec{F} dt = M (\vec{V}_i - \vec{V}_r) \quad (3.4.36)$$

$$L = \int_{t_i}^{t_r} N dt = I (\omega_i - \omega_r) \quad (3.4.37)$$

ここに、 $\vec{K}$: 球に働く衝撃外力の力積

$\vec{F}$: 球に働く衝撃外力

t_i : 衝突開始時刻 (入射時刻)

t_r : 衝突終了時刻 (反射時刻)

M : 球の質量

$\vec{V}_i$: 入射速度

$\vec{V}_r$: 反射速度

L : 球に作用する衝撃外力の力積のモーメント

N : 球に作用する衝撃外力による球の重心に関するモーメント

I : 球の慣性モーメント

ω_i : 入射時の球の重心に関する角速度

ω_r : 反射時の球の重心に関する角速度

いま、力積 $\vec{K}$ を斜面に垂直な成分 K_q と平行な成分 K_p に分けて考えると

$$\vec{K} = \begin{pmatrix} K_q \\ K_p \end{pmatrix}$$

となる。斜面に垂直な方向の力積 K_q は、図-3.4.3に示すように圧縮期間 $t_i \sim t_m$ と回復期間 $t_m \sim t_r$ に分けることができ、図-3.4.3の面積が衝突時の力積の垂直成分 K_q となる。

今回は、球と斜面との間の滑りが衝突時間内のどの時点で停止するかによって、以下の3つの状態に分けて考えた。⁴⁾

(1) 球の滑りが圧縮期間の途

中で止む場合

(2) 球の滑りが回復期間の途

中で止む場合

(3) 球の滑りが止まらずにはね返る場合

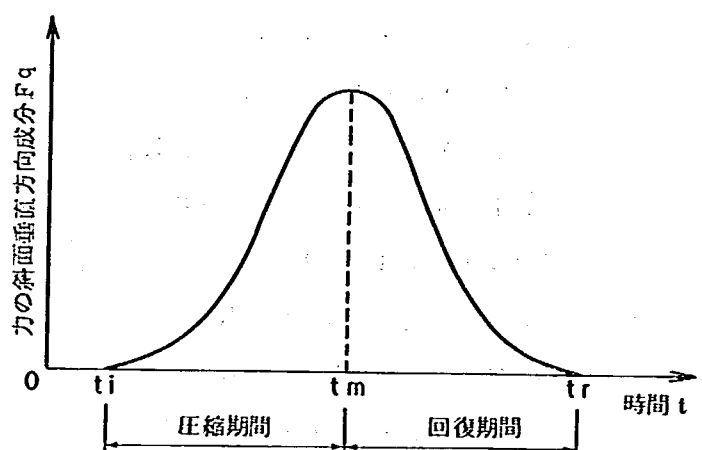


図-3.4.3 球に働く力の斜面垂直方向成分

以下の3つの状態についての運動方程式を立て、それぞれについて解いた（本文では、基本式と結果だけを述べ、詳細な誘導過程は付録1に記した）。

(ii) 球の滑りが圧縮期間の途中で止む場合

図-3.4.4に示すように球の滑りが圧縮期間の途中 $t = t_s$ で止まった場合を考えると、期間a, b, cでは V を球の速度、 ω を球の角速度として次のようになる。

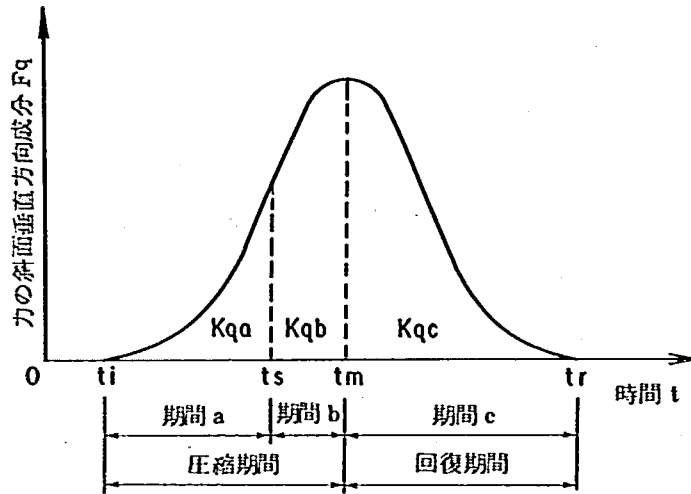


図-3.4.4 球の滑りが圧縮期間の途中で止む場合

期間 a (時間 $t_i \sim t_s$)

$$\begin{cases} M (V_{qs} - V_{qi}) = K_{qa} & (3.4.38) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M (V_{ps} - V_{pi}) = -\epsilon \mu K_{qa} & (3.4.39) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I (\omega_s - \omega_i) = -\epsilon \mu R K_{qa} & (3.4.40) \end{cases}$$

期間 b (時間 $t_s \sim t_m$)

$$\begin{cases} M (V_{qm} - V_{qs}) = K_{qb} & (3.4.41) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M (V_{pm} - V_{ps}) = K_{pb} & (3.4.42) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I (\omega_m - \omega_s) = R \cdot K_{pb} & (3.4.43) \end{cases}$$

期間 c (時間 $t_m \sim t_r$)

$$\begin{cases} M (V_{qr} - V_{qm}) = e (K_{qa} + K_{qb}) & (3.4.44) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M (V_{pr} - V_{pm}) = K_{pc} & (3.4.45) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I (\omega_r - \omega_m) = R \cdot K_{pc} & (3.4.46) \end{cases}$$

さらに、時間 t_s 以降は球と斜面との間の滑りは停止していることより、

$$\begin{cases} V_{ps} + R \cdot \omega_s = 0 & (3.4.47) \\ V_{pm} + R \cdot \omega_m = 0 & (3.4.48) \\ V_{pr} + R \cdot \omega_r = 0 & (3.4.49) \end{cases}$$

また、圧縮と回復の変化点である時間 t_m では、

$$V_{qm} = 0 \quad (3.4.50)$$

ここで、それぞれの添字は以下のようなものである。

- p, q : 座標軸 p, q 方向
- i : 入射時
- m : 圧縮期間から回復期間への変化点
- r : 反射時
- s : 球の滑べりが止まった時
- a, b, c : 期間 a, b, c

ここに、

- R : 球の半径
- M : 球の質量
- I : 球の慣性モーメント
- e : 球と斜面との反発係数
- μ : 球と斜面との摩擦係数
- V_p, V_q : 球の速度の p, q 軸方向成分
- ω : 球の重心に関する角速度

ところで、球と斜面との接触点における相対速度は次式で表わされる。

$$V_R = V_p + R \cdot \omega \quad (3.4.51)$$

ここに、

V_R : 球と斜面との接触点における相対速度

式 (3.4.39), (3.4.40) 式の ε は入射時の球と斜面との相対速度により以下のようになる。

$$\varepsilon = \begin{cases} +1 & (V_{Ri} = V_{pi} + R\omega_i > 0) \\ -1 & (V_{Ri} = V_{pi} + R\omega_i < 0) \end{cases}$$

(2) 球の滑りが回復期間の途中で止む場合

図-3.4.5 に示すように、球の滑りが回復期間の途中 $t = t_s$ で止まった場合を考えると、期間 a, b, c では次のようになる。

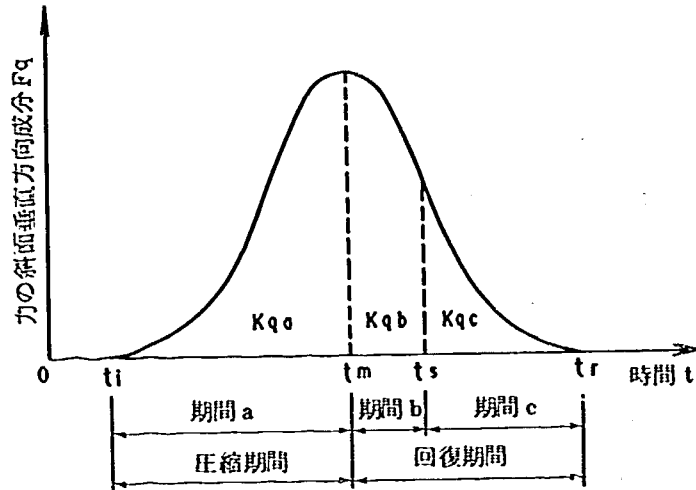


図- 3. 4. 5 球の滑りが回復期間の途中で止む場合

期間 a

$$\begin{cases} M (V_{qm} - V_{qi}) = K_{qa} & (3.4.52) \\ M (V_{pm} - V_{pi}) = -\epsilon \mu K_{qa} & (3.4.53) \\ I (\omega_m - \omega_i) = -\epsilon \mu R K_{qa} & (3.4.54) \end{cases}$$

期間 b

$$\begin{cases} M (V_{qs} - V_{qm}) = K_{qb} & (3.4.55) \\ M (V_{ps} - V_{pm}) = -\epsilon \mu K_{qb} & (3.4.56) \\ I (\omega_s - \omega_m) = -\epsilon \mu R K_{qb} & (3.4.57) \end{cases}$$

期間 c

$$\begin{cases} M (V_{qr} - V_{qs}) = K_{qc} & (3.4.58) \\ M (V_{pr} - V_{ps}) = K_{pc} & (3.4.59) \\ I (\omega_r - \omega_s) = R K_{pc} & (3.4.60) \end{cases}$$

時間 t_s 以降は球と斜面との間の滑りは停止していることより,

$$V_{ps} + R \omega_s = 0 \quad (3.4.61)$$

$$V_{pr} + R \omega_r = 0 \quad (3.4.62)$$

さらに,

$$K_{qb} + K_{qc} = \epsilon K_{qa} \quad (3.4.63)$$

また, 圧縮と回復の変化点である時間 t_m では

$$V_{qm} = 0 \quad (3.4.64)$$

(3) 球の滑りが止まらずにはね返る場合

図- 3. 4. 6 に示すように, 球の滑りが止まらずにはね返る場合を考えると期間 a, b

では次のようになる。

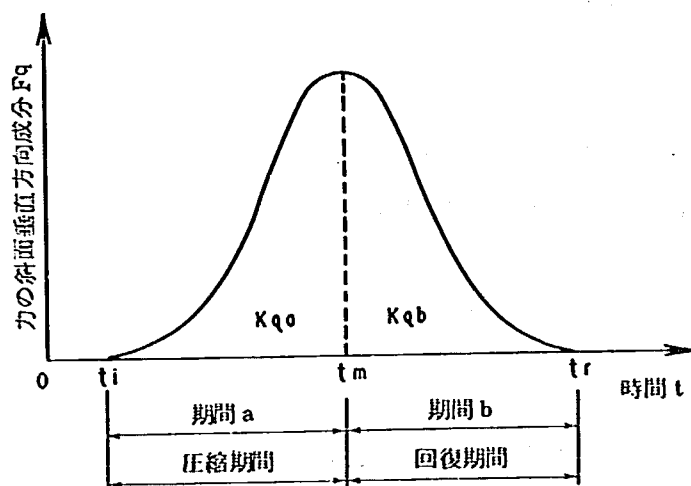


図- 3.4.6 球の滑りが止まらずにはね返る場合

期間 a

$$\begin{cases} M (V_{qm} - V_{qi}) = K_{qa} & (3.4.65) \\ M (V_{pm} - V_{pi}) = -\epsilon \mu K_{qa} & (3.4.66) \\ I (\omega_m - \omega_i) = -\epsilon \mu R K_{qa} & (3.4.67) \end{cases}$$

期間 b

$$\begin{cases} M (V_{qr} - V_{qm}) = e K_{qa} & (3.4.68) \\ M (V_{pr} - V_{pm}) = -\epsilon e \mu K_{qa} & (3.4.69) \\ I (\omega_r - \omega_m) = -\epsilon e \mu R K_{qa} & (3.4.70) \end{cases}$$

さらに、圧縮と回復の変化点である時間 t_m では、

$$V_{qm} = 0 \quad (3.4.71)$$

以上、(1)、(2)、(3)の3つの場合について解いてまとめると以下のようになる。

$$|V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1 + e) |V_{qi}| \quad (3.4.72)$$

のとき、(1)または(2)の状態になり、衝突中に球の滑りが止まり、

$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} & (3.4.73) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{pr} = -R \cdot \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} & (3.4.74) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_r = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} & (3.4.75) \end{cases}$$

となる。

$$|V_{pi} + R\omega_i| \geq (1 + \frac{MR^2}{I}) \mu (1 + e) |V_{qi}| \quad (3.4.76)$$

のとき、(3)の状態になり、衝突中に球の滑りは止まらず、

$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} & (3.4.77) \\ V_{pr} = V_{pi} + (1 + e) \varepsilon \mu V_{qi} & (3.4.78) \\ \omega_r = \omega_i + \frac{M}{I} (1 + e) \varepsilon \mu R V_{qi} & (3.4.79) \end{cases}$$

となる。

2) ころがり運動

ころがり運動は図-3.4.7に示すようにX-Y座標系と、この座標系に対して角度 α を成す斜面の平行方向、垂直方向のp-q座標系を用いて考える。

図-3.4.8に示すように、斜面をころがる球に働く力はそれぞれ、

$$\begin{cases} F_g = -Mg \sin \alpha & (3.4.80) \\ F_f = \pm \mu Mg \cos \alpha & (3.4.81) \\ F_p = F_g + F_f & (3.4.82) \end{cases}$$

となる。ここで、

F_p : 球に働くp軸方向の力の合計

F_g : 重力のp軸方向成分

F_f : 摩擦力

M : 球の質量

g : 重力加速度

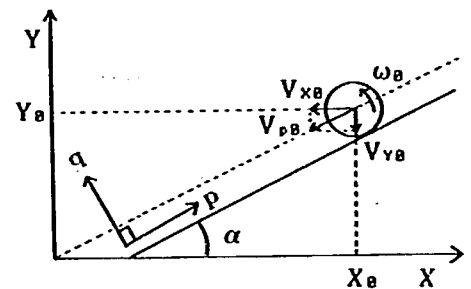


図-3.4.7 ころがり運動

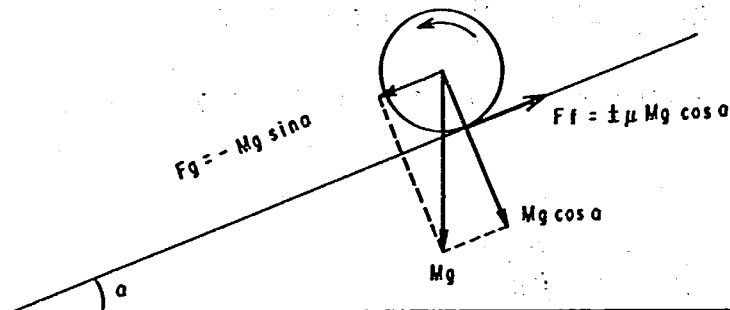


図-3.4.8 斜面をころがる球に働く力

μ : 摩擦係数 (動摩擦係数)

α : 斜面の傾斜角

図-3.4.7の添字0は初期状態を表わす。

式(3.4.81)の右辺の±の符号は初期状態における球表面と斜面との相対速度 V_{Ro} により使いわけ(詳細は後述)。

基礎方程式:

斜面方向について

$$F_p = M \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (3.4.83)$$

球の重心についてのモーメントより

$$R \cdot F_f = I \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (3.4.84)$$

ここに, R : 球の半径

I : 球の慣性モーメント

ω : 球の重心に関する角速度

t : 時間

初期条件:

$$t = 0 \text{ にて, } \begin{cases} V_p = V_{po} \\ p = p_o \\ \omega = \omega_o \end{cases}$$

ここに, V_p : 任意の時刻 t における球の p 軸方向の速度

V_{po} : 初期状態における球の p 軸方向の速度

p : 任意の時刻 t における球の p 軸方向の位置

p_o : 初期状態における球の p 軸方向の位置

ω_o : 初期状態における球の重心に関する角速度

以上, 式(3.4.83), (3.4.84)と初期条件より, 斜面をころがる球の重心の任意の時刻 t における速度と位置は以下のように導びかれる。

$$V_p = \frac{F_p}{M} t + V_{po} \quad (3.4.85)$$

$$p = \frac{F_p}{2M} t^2 + V_{po} t + p_o \quad (3.4.86)$$

$$\omega = \frac{R}{I} F_f t + \omega_o \quad (3.4.87)$$

$$V_x = V_p \cos \alpha, \quad X = p \cdot \cos \alpha \text{ より}$$

$$V_x = \frac{F_p \cos \alpha}{M} t + V_{x0} \quad (3.4.88)$$

$$V_y = V_x \tan \alpha \quad (3.4.89)$$

$$X = \frac{F_p \cos \alpha}{2M} t^2 + V_{x0} t + X_0 \quad (3.4.90)$$

$$Y = \tan \alpha X + b \quad (3.4.91)$$

ここに、 b : 定数

ところで、球表面に働く摩擦力 F_f は球と斜面との接触点の相対速度による。任意の時刻 t における球と斜面との接触点の相対速度 V_R は次式で表わされる。

$$V_R = V_p + R\omega \quad (3.4.92)$$

ちなみに、式 (3.4.92) で表わされる相対速度 V_R は衝突運動のところで述べた式 (3.4.51) と全く同じ意味である。

式 (3.4.92) と式 (3.4.85), (3.4.87), (3.4.82), (3.4.80) より、

$$V_R = \left(\frac{I + MR^2}{I} \cdot \frac{F_f}{M} - g \sin \alpha \right) t + V_{R0} \quad (3.4.93)$$

式 (3.4.93) で表わされる $V_R \approx 0$ のときは、球が滑りを伴ったころがり運動をしていることを意味し、 $V_R = 0$ のときは滑りを伴わないころがり運動をしていることを意味する。

ここで、ころがり運動を初期の相対速度 V_{R0} によって次の3つに分けて考える。

- (1) $V_{R0} > 0$ のとき
- (2) $V_{R0} < 0$ のとき
- (3) $V_{R0} = 0$ のとき

以下にそれぞれの場合について詳しく考える。

- (1) $V_{R0} > 0$ のとき

この場合は初期の摩擦力は負で次のようになる。

$$F_f = -\mu Mg \cos \alpha \quad (3.4.94)$$

任意の時刻 t における相対速度 V_R は、式 (3.4.93) より次のようになる。

$$\begin{aligned} V_R &= \left(-\frac{I + MR^2}{I} \cdot \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha \right) t + V_{R0} \\ &= -g \cdot \cos \alpha \frac{I + MR^2}{I} \left(\mu + \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha \right) t + V_{R0} \end{aligned} \quad (3.4.95)$$

式 (3.4.95) より、 $\mu + \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha \leq 0$ のときは $V_R > 0$ で、球の滑りは止まらない。

$\mu + \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha > 0$ のときは、球の滑りは徐々に止まり、すなわち、 $V_R = 0$ となり、

その時刻は次のようになる。

$$t = \frac{V_{R0}}{g \left(\frac{I + MR^2}{I} \mu \cos \alpha + \sin \alpha \right)} \quad (3.4.96)$$

まとめると、滑りを伴っているときの運動は、

$$\begin{cases} F_g = -Mg \sin \alpha & (3.4.80) \\ F_f = -\mu Mg \cos \alpha & (3.4.94) \\ F_p = F_g + F_f & (3.4.82) \end{cases}$$

として、式(3.4.85)～(3.4.91)に従う。

また、 $V_R = 0$ となったときは、それ以後は(3)の場合に従う。

(2) $V_{R0} < 0$ のとき

この場合は初期の摩擦力は正で次のようになる。

$$F_f = \mu Mg \cos \alpha \quad (3.4.97)$$

任意の時刻 t における相対速度 V_R は(1)と同様にして、

$$\begin{aligned} V_R &= \left(\frac{I + MR^2}{I} \cdot \mu g \cos \alpha - g \sin \alpha \right) t + V_{R0} \\ &= g \cos \alpha \frac{I + MR^2}{I} \left(\mu - \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha \right) t + V_{R0} \end{aligned} \quad (3.4.98)$$

式(3.4.98)より、

$\mu - \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha \leq 0$ のときは $V_R < 0$ で球の滑りは止まらない。

$\mu - \frac{I}{I + MR^2} \tan \alpha > 0$ のときは球の滑りは徐々に止まり、すなわち、 $V_R = 0$ となり、

その時刻は次のようになる。

$$t = \frac{-V_{R0}}{g \left(\frac{I + MR^2}{I} \mu \cos \alpha - \sin \alpha \right)} \quad (3.4.99)$$

まとめると、滑りを伴っているときの運動は、

$$F_g = -Mg \sin \alpha \quad (3.4.80)$$

$$F_f = \mu Mg \cos \alpha \quad (3.4.97)$$

$$F_p = F_g + F_f \quad (3.4.82)$$

として、式(3.4.85)～(3.4.91)に従う。

また、 $V_R = 0$ となったときは、それ以後は(3)の場合に従う。

(3) $V_{R0} = 0$ のとき

この場合は、初期状態が滑りを伴わないころがりを意味し、任意の時刻 t における

相対速度 V_R は式 (3.4.93) より次のようになる。

$$V_R = \left(\frac{I + MR^2}{I} \cdot \frac{F_f}{M} - g \sin \alpha \right) t \quad (3.4.100)$$

球が滑りを伴わないころがりを継続するための条件は、式 (3.4.100) より次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{I + MR^2}{I} \cdot \frac{F_f}{M} - g \sin \alpha &= 0 \\ F_f &= \frac{I}{I + MR^2} Mg \sin \alpha \end{aligned} \quad (3.4.101)$$

これは、球が滑りを伴わないころがりの状態にあるときに球に働く摩擦力を示している。

ところで最大摩擦力は次のように表わされる。

$$F_{f \max} = \mu_{\max} Mg \cos \alpha \quad (3.4.102)$$

ここに、

$F_{f \max}$: 最大摩擦力

$\mu_{\max}$: 最大静止摩擦係数

球がすべり出さないための条件は式 (3.4.101), (3.4.102) より次のようになる。

$$\begin{aligned} F_{f \max} &\geq |F_f| \\ \mu_{\max} &\geq \frac{I}{I + MR^2} |\tan \alpha| \end{aligned} \quad (3.4.103)$$

よって、 $\mu_{\max} < \frac{I}{I + MR^2} |\tan \alpha|$ のときは球は滑りを伴うようになり、

$\mu_{\max} \geq \frac{I}{I + MR^2} |\tan \alpha|$ のときは球は滑りを伴わないころがりを継続することになる。

$\mu_{\max} < \frac{I}{I + MR^2} |\tan \alpha|$ で滑り出す場合は、

$$F_g = -Mg \sin \alpha \quad (3.4.80)$$

$$F_f = \text{sign}(\alpha) \cdot \mu_{\max} Mg \cos \alpha \quad (3.4.102)$$

$$F_p = F_g + F_f \quad (3.4.82)$$

として、式 (3.4.85) ~ (3.4.91) にしたがう。すなわち、(1)または(2)の状態となる。

$\mu_{\max} \geq \frac{I}{I + MR^2} |\tan \alpha|$ で滑りを伴わないころがりを続ける場合は、

$$F_g = -Mg \sin \alpha \quad (3.4.80)$$

$$F_f = \frac{I}{I + MR^2} Mg \sin \alpha \quad (3.4.101)$$

$$F_t = F_g + F_f$$

(3.4.82)

として、式 (3.4.85) ~ (3.4.91) に従う。

3) 飛行運動

X-Y座標系を図-3.4.9のようにとり、落石を質点と考えると飛行中の速度Vと軌跡を考える。

基礎方程式：

X, Y方向について

$$\begin{cases} M \frac{d^2 X}{dt^2} = 0 & (3.4.104) \\ M \frac{d^2 Y}{dt^2} = -Mg & (3.4.105) \end{cases}$$

ここに、 M : 質量

g : 重力加速度

t : 時間

図-3.4.9の添字0は初期状態を表わす。

初期条件：

t = 0 にて

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = V_{x0} \\ X = X_0 \\ \frac{dY}{dt} = V_{y0} \\ Y = Y_0 \end{cases}$$

以上、式 (3.4.104)、(3.4.105) と初期条件より、任意の時刻tにおける飛行中の質点の速度と軌跡は次のように導びかれる。

$$\begin{cases} V_x = V_{x0} & (3.4.106) \\ V_y = -gt + V_{y0} & (3.4.107) \\ X = V_{x0} t + X_0 & (3.4.108) \\ Y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{y0} t + Y_0 & (3.4.109) \end{cases}$$

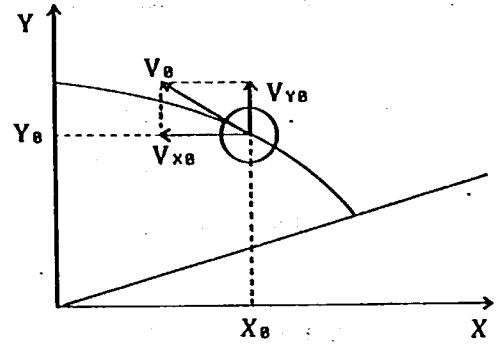


図-3.4.9 飛行運動

3.4.3 落石軌跡の数値解析プログラム

3.4.2 で述べた基本式を用いて、斜面を落下する落石の跳躍軌跡を予測できるような2次元の数値解析プログラムを作成した。以下にその内容について説明する。

3.4.3.1 入力データについて

1) 斜面形状

落石の運動解析を行う斜面全体を連続した1~17個の一樣勾配斜面区間の組合せから成るものとし、斜面区間の数と図-3.4.10に示すようにその折点の座標 (X_i, Y_i) を入力する。(注： $X_1=0$, $Y_1=0$ として入力すること。)

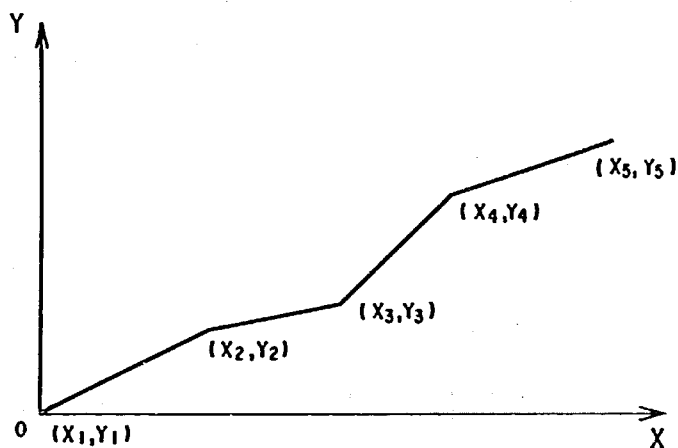


図-3.4.10 斜面形状

2) 斜面の物性値

斜面の物性値として与えるものは、各斜面区間における落石と斜面との反発係数 e 、摩擦係数 μ である。

3) 落石の物性値

実際の落石の形状には板状や球形に近いものなど様々なものがあるが、一般的な形状の落石が斜面に衝突した場合を取り扱うのは困難なので、今回の数値解析プログラムでは落石を剛体の球と仮定してその半径 R 、質量 M 、慣性モーメント I を与えるようにした。

4) 計算初期条件

落石の運動開始の状態は図-3.4.11に示すような3つを考えて入力データを考えた。(a)

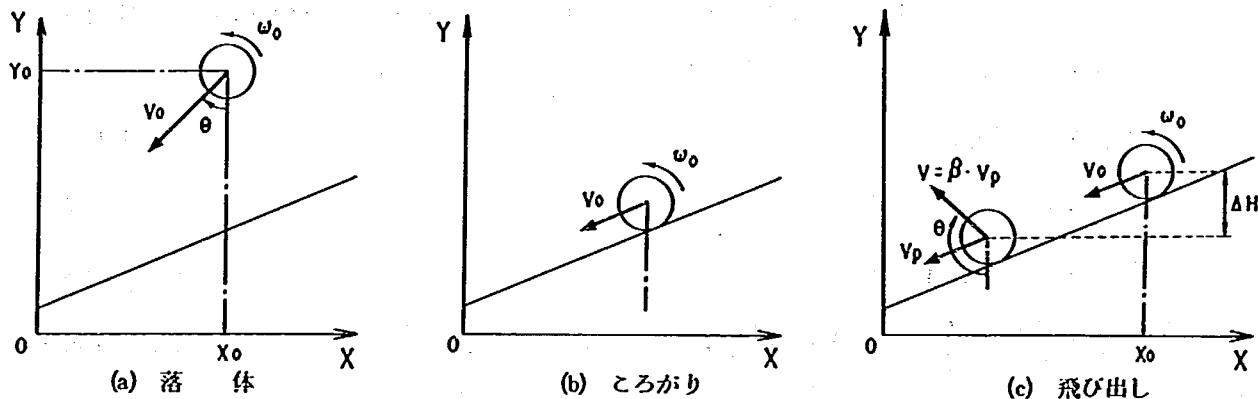


図-3.4.11 初期状態

の落体はオーバーハングの部分から石がはく離したり抜け落ちたりする場合を想定している。(b)のところがり、斜面にある石が回転しながら下方へ移動する場合を想定している。(c)の飛び出しは(b)の場合で石のすべり運動や回転運動のエネルギーが大きくなって跳躍運動に移る場合を想定している。

表-3.4.4 にそれぞれの初期状態について、初期条件として与える入力データの一覧表を示した。

各データの内容は図-3.4.11 を参照のこと。

表-3.4.4 初期条件入力データ一覧

初期状態 初期条件	(a) 落 体	(b) ところがり	(c) 飛び出し
初 期 位 置 X_0 (m)	○	○	○
初 期 位 置 Y_0 (m)	●		
初 速 度 V_0 (m/sec)	○	○	○
初期回転角速度 ω_0 (rad/sec)	○	○	○
落 差 ΔH (m)	●		○
飛 び 出 し 角 θ (DEG)	○		○
速度残存係数 β			○

注 ○は必ず入力する

●はどちらか一方を入力し、片方を0とする

空白はダミーデータを入力する

5) 時間設定

計算時間は落石の運動を追跡する時間間隔 Δt と計算打ち切り時間を入力する。

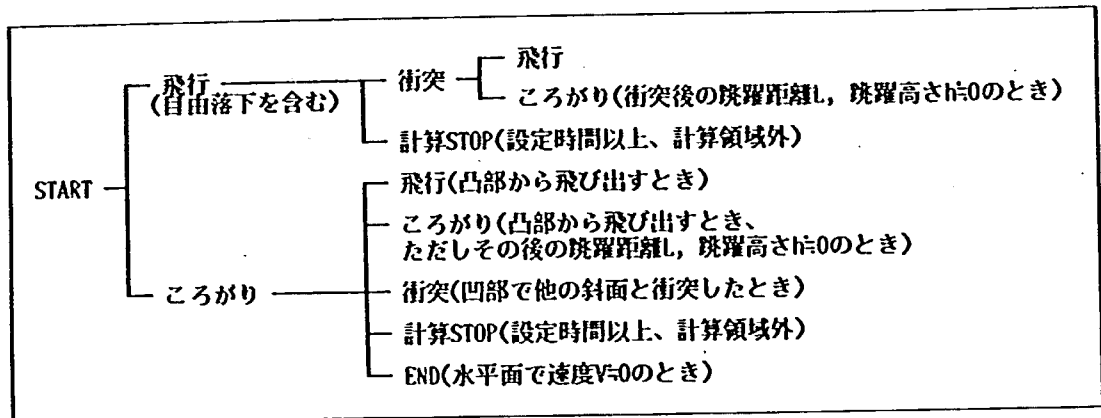
3.4.3.2 数値解析プログラムのフロー

これまで、衝突、ところがりおよび飛行の運動方程式と計算初期条件について説明したが、これらの運動形態は条件によって図-3.4.12 に示すように変化する。

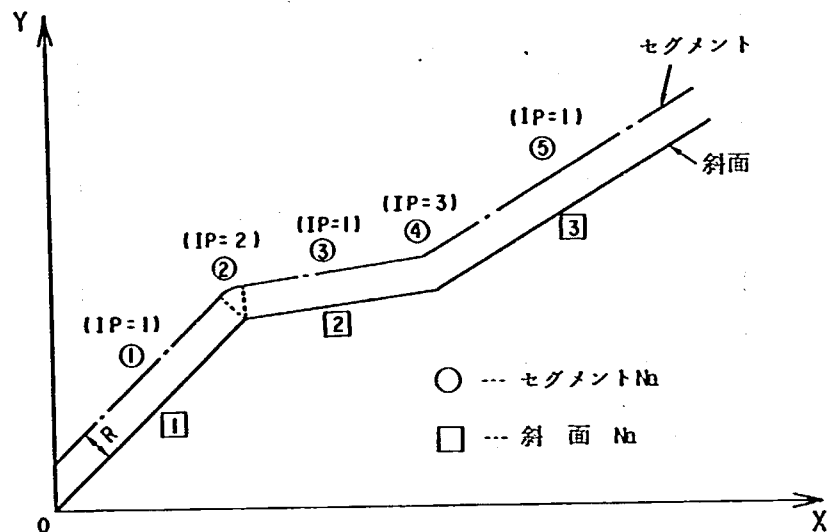
3.4.3.3 セグメントについて

球の運動を追跡するには、球の中心の座標を使うことになるが、はね返りやところがりの場合、球の中心は斜面そのものでなく、斜面から R (球の半径) だけ離れた点にある。一つの斜面上では斜面に平行な線になるが、斜面が折れ線になると、折点の所で円弧 (上に凸のとき) 又は、点 (下に凹) になる。これらをセグメントと呼ぶことにする。

従って「セグメント」は3つの形態に分けられ、図-3.4.13に示すようにそれを $IP = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ で区分する。



図－ 3. 4. 12 数値解析プログラムのフロー



図－ 3. 4. 13 セグメントについて

反発係数 e ，摩擦係数 μ は直線部（図－ 3. 4. 13 の①，③，⑤）では対応する斜面の値を使い，円弧部（図－ 3. 4. 13 の②），点（図－ 3. 4. 13 の④）ではその両側の直線部の平均値を用いている。

それぞれのセグメントでの衝突ところがりの計算は次のように行っている。

i) 斜面のセグメント（ $IP = 1$ ，直線部）

飛行中の球の軌道（放物線）と斜面のセグメント（直線）との交点を着地点として，はね返りの計算を行う。ころがり運動では，セグメントの端に達した場合，次のセグメントでの計算を行う。

ii) 凸部のセグメント（ $IP = 2$ ，円弧部）

飛行中の球の軌道（放物線）と円弧セグメントの交点を着地点とし，着地点を通る円弧の垂線を仮想斜面としてはね返りの計算を行う。ころがり運動では，摩擦の影響を無視し

て飛び出しの計算を行っている。

iii) 凹部のセグメント ($IP = 3$, 点)

飛行中の球の軌道 (放物線) と点セグメント (斜面セグメントの端で凹部) が交差し、着地点になった場合は、計算終了となる。ところがり運動で点セグメントに達した場合は、球は、点セグメントに隣り合う2つの直線セグメントの間で反射を繰り返し、空中に出たときに、球が点セグメントを抜け出すものとする。

3.4.3.4 出力される結果

入力データをそろえた後、数値解析プログラムを実行するとその結果として、計算結果のリストと図が出力される。

リストとして出力されるものは次のものである。

- 計算開始からの時刻 T
- 球の中心の位置 (X, Y)
- " 速度 (V_X, V_Y)
- 球の中心に関する角速度 ω (反時計回りが正)
- 球の運動状態 (図-3.4.14 参照)
- 球の中心がある斜面

なお、図-3.4.15 に出力図の例を示した。

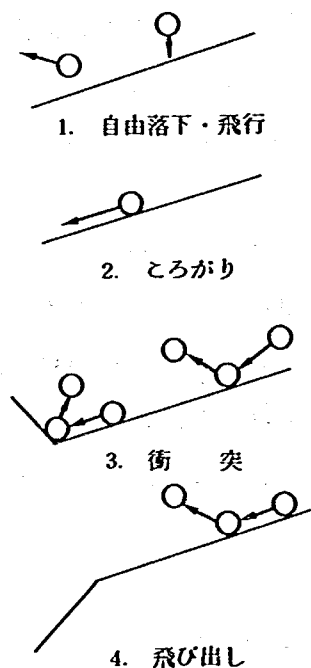


図-3.4.14 球の運動状態

TEST NAME : TEST ROCK1-2

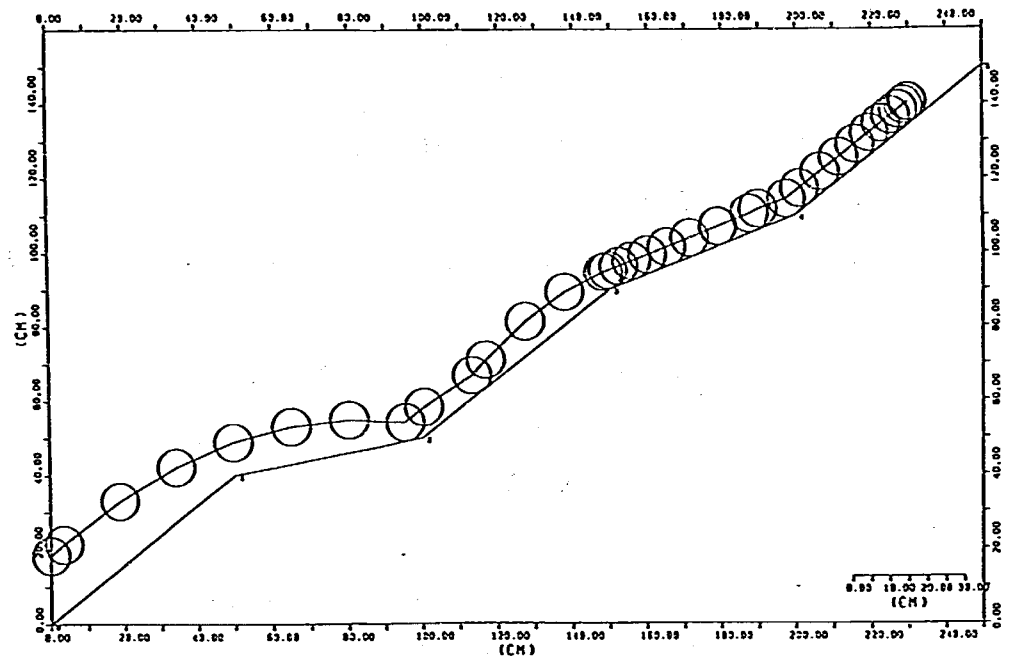
HIGHT (M) : 0.00

DT (SEC) : 0.050

NO.	ALFA (DEG)	LENGTH (M)	E	MYU
0-1	38.7	0.64	0.67	0.23
1-2	11.3	0.51	0.60	0.24
2-3	38.7	0.64	0.70	0.30
3-4	21.8	0.54	0.80	0.20
4-5	38.7	0.64	0.50	0.30

SPHERE

R(M) M(KG) I(KG*M**2)
0.05 3.00 0.003



図－ 3. 4. 15 出力図の例

3.5 落石軌跡の数値解析プログラムの室内実験への適用

3.5.1 物性試験による e , μ を用いた数値解析と室内実験との比較

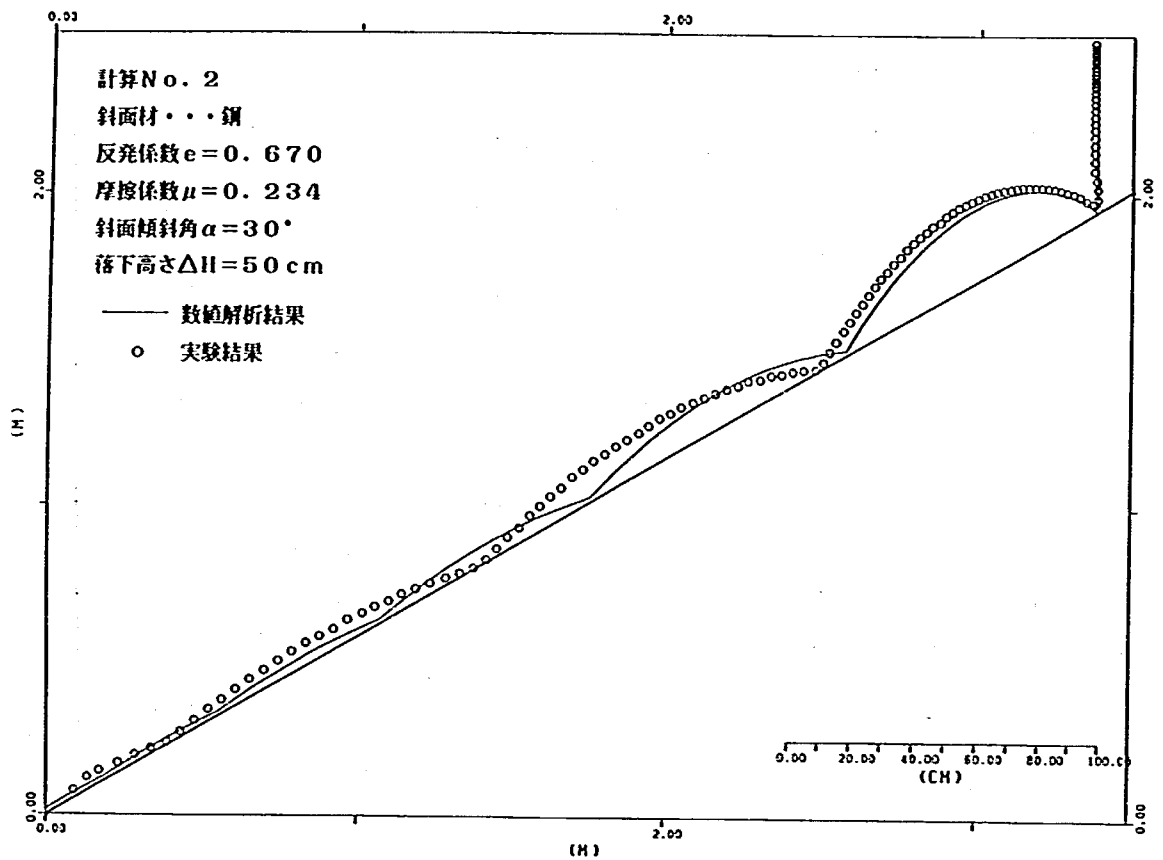
3.2.6 で述べた室内実験における各斜面材の物性試験より得られた反発係数 e , 摩擦係数 μ を用いて落石軌跡の数値解析を行い, 室内実験との比較を行った。表－ 3. 5. 1 に数値解析条件の一覧表を示す。

図－ 3. 5. 1 に数値解析と室内実験による落石の跳躍軌跡を重ね合わせたものの例を示す。図中の実線が数値解析結果で○印が室内実験結果である。他のケースについては付録 2 に示す。

これらの図によると, 斜面材がサンドペーパーの場合は計算結果と実験結果が比較的よく一致しているが, その斜面材については全般的に計算結果の跳躍量が実験結果より小さいことがわかる。これは物性試験時と落石実験時の物性値, 特に反発係数 e の違いに起因するものと考えられる。

表- 3.5.1 物性試験による e , μ を用いた数値解析条件一覧

計算No	斜 面 材	斜面傾斜角 α (DEG)	第1衝突点ま での落下高さ ΔH (cm)	反 発 係 数 e	摩 擦 係 数 μ
1	銅	30	30	0.670	0.234
2	銅	30	50	0.670	0.234
3	銅	30	70	0.670	0.234
4	銅	45	30	0.670	0.234
5	銅	45	50	0.670	0.234
6	銅	45	70	0.670	0.234
7	銅	60	30	0.670	0.234
8	銅	60	50	0.670	0.234
9	銅	60	70	0.670	0.234
10	布	30	30	0.364	0.227
11	布	30	70	0.364	0.227
12	布	45	30	0.364	0.227
13	布	45	70	0.364	0.227
14	布	60	30	0.364	0.227
15	布	60	70	0.364	0.227
16	ゴ ム	30	30	0.364	0.973
17	ゴ ム	30	70	0.364	0.973
18	ゴ ム	45	30	0.364	0.973
19	ゴ ム	45	70	0.364	0.973
20	ゴ ム	60	30	0.364	0.973
21	ゴ ム	60	70	0.364	0.973
22	サンドペーパー	30	30	0.316	0.559
23	サンドペーパー	30	50	0.316	0.559
24	サンドペーパー	30	70	0.316	0.559
25	サンドペーパー	45	30	0.316	0.559
26	サンドペーパー	45	50	0.316	0.559
27	サンドペーパー	45	70	0.316	0.559
28	サンドペーパー	60	30	0.316	0.559
29	サンドペーパー	60	50	0.316	0.559
30	サンドペーパー	60	70	0.316	0.559



図－ 3. 5. 1 物性試験による e ， μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡

3. 5. 2 室内実験結果より逆算した e ， μ を用いた数値解析と室内実験との比較

3. 5. 1 で述べたように物性試験により得られた反発係数 e ，摩擦係数 μ を用いた数値解析結果は室内実験結果に比べて跳躍量が小さくなる場合があることがわかった。そこで，室内実験の第 1 衝突点から第 2 衝突点までの間に注目し，図－ 3. 5. 2 に示すように，第 1 衝突点までの落差 ΔH ，第 1 衝突点から第 2 衝突点の間の斜面垂直方向の最大跳躍量 h ，跳躍距離 L より以下に示す方法で室内実験結果に整合する反発係数 e ，摩擦係数 μ の算出を行った。

まず，3. 4. 2. 2 で述べた質点の飛行運動を今回は図－ 3. 5. 3 に示すような斜面に垂直と平行な $p-q$ 座標系で考える。

基礎方程式：

p ， q 方向について

$$\begin{cases} M \frac{d^2 p}{dt^2} = -Mg \sin \alpha & (3.5.1) \\ M \frac{d^2 q}{dt^2} = -Mg \cos \alpha & (3.5.2) \end{cases}$$

ここに， α ：斜面傾斜角

図－ 3. 5. 3 の添字 0 は初期状態を表す。

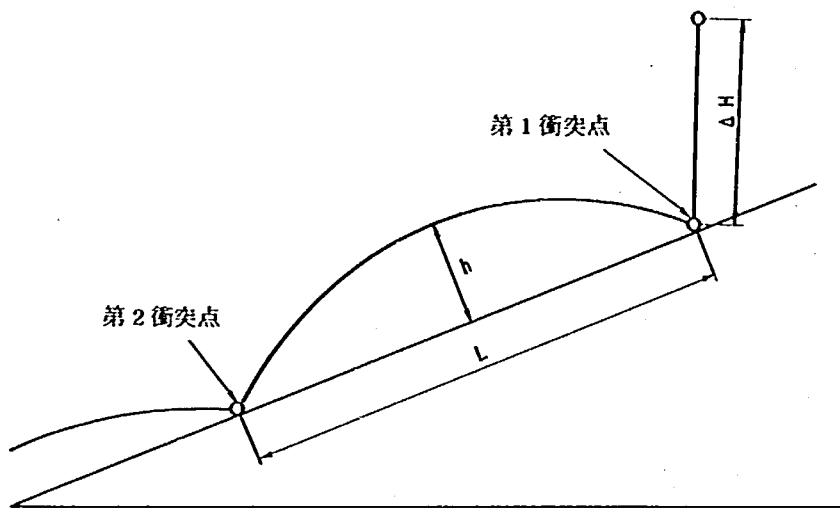
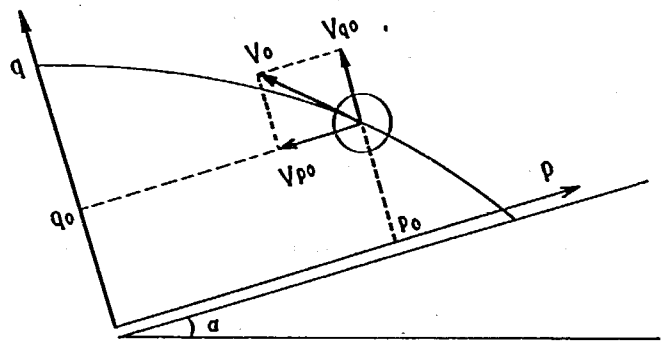


図-3.5.2 e, μ の逆算

初期条件：

$t = 0$ にて

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = V_{p0} \\ p = p_0 \\ \frac{dq}{dt} = V_{q0} \\ q = q_0 \end{cases}$$



以上、式 (3.5.1), (3.5.2) 図-3.5.3 $p-q$ 座標系における質点の飛行運動
と初期条件より、 $p-q$ 座標系にお
ける任意の時刻 t の飛行中の速度と軌跡は次のように導びかれる。

$$\begin{cases} V_p = -g \sin \alpha t + V_{p0} \end{cases} \quad (3.5.3)$$

$$\begin{cases} V_q = -g \cos \alpha t + V_{q0} \end{cases} \quad (3.5.4)$$

$$\begin{cases} p = -\frac{1}{2} g \sin \alpha t^2 + V_{p0} t + p_0 \end{cases} \quad (3.5.5)$$

$$\begin{cases} q = -\frac{1}{2} g \cos \alpha t^2 + V_{q0} t + q_0 \end{cases} \quad (3.5.6)$$

今、図-3.5.2 に示す第1衝突点を $p-q$ 座標系の原点 $(0, 0)$ と考える。

第1衝突点直後の反射を初期状態と考えると、 $p_0 = 0, q_0 = 0$ だから式 (3.5.3) ~ (3.5.6) より、

$$\begin{cases} V_p = -g \sin \alpha t + V_{pr} \\ = \end{cases} \quad (3.5.7)$$

$$\begin{cases} V_q = -g \cos \alpha t + V_{qr} \end{cases} \quad (3.5.8)$$

$$\begin{cases} p = -\frac{1}{2} g \sin \alpha t^2 + V_{pr} \end{cases} \quad (3.5.9)$$

$$\begin{cases} q = -\frac{1}{2} g \cos \alpha t^2 + V_{qr} \end{cases} \quad (3.5.10)$$

ここに、添字 r は反射を表わす。

最大跳躍点では、 $V_q = 0$ だから式 (3.5.8) より

$$\begin{aligned} 0 &= -g \cos \alpha t + V_{qr} \\ \therefore t &= \frac{V_{qr}}{g \cos \alpha} \end{aligned} \quad (3.5.11)$$

また最大跳躍点では、 $q = h$ だから式 (3.5.10) より

$$h = -\frac{1}{2} g \cos \alpha t^2 + V_{qr} t$$

式 (3.5.11) を代入して

$$\begin{aligned} h &= -\frac{1}{2} g \cos \alpha \left(\frac{V_{qr}}{g \cos \alpha} \right)^2 + V_{qr} \frac{V_{qr}}{g \cos \alpha} \\ &= \frac{V_{qr}^2}{2 g \cos \alpha} \\ \therefore V_{qr} &= \sqrt{2 g h \cos \alpha} \end{aligned} \quad (3.5.12)$$

第2衝突点では、 $q = 0$ だから式 (3.5.10) より

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{2} g \cos \alpha t^2 + V_{qr} t \\ \therefore t &= \frac{2 V_{qr}}{g \cos \alpha} \end{aligned} \quad (3.5.13)$$

また第2衝突点では、 $p = -L$ だから式 (3.5.9) より

$$\begin{aligned} -L &= -\frac{1}{2} g \sin \alpha t^2 + V_{pr} t \\ \therefore V_{pr} &= \frac{1}{t} \left(\frac{1}{2} g \sin \alpha t^2 - L \right) \end{aligned}$$

式 (3.5.13) を代入して

$$V_{pr} = \frac{g \cos \alpha}{2 V_{qr}} \left(\frac{2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha} V_{qr} - L \right)$$

式 (3.5.12) を代入して

$$V_{pr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{2 h}} (4 \tan \alpha h - L) \quad (3.5.14)$$

図-3.5.2に示すような斜面に平行と垂直な $p-q$ 座標系を考えると、第1衝突点における反発係数 e は次式で表わされる。

$$e = -\frac{V_{qr}}{V_{qi}} \quad (3.5.15)$$

ここに、添字 r は反射、 i は入射を表わす。

第1衝突点まで運動状態は自由落下であるから

$$V_{qi} = -\sqrt{2g \cdot \Delta H} \cos \alpha \quad (3.5.16)$$

ここに、

ΔH : 第1衝突点までの落下高さ

式(3.5.12)、(3.5.16)を式(3.5.15)に代入して、

$$e = \frac{\sqrt{2gh \cos \alpha}}{\sqrt{2g \cdot \Delta H \cos \alpha}} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\Delta H \cos \alpha}} \quad (3.5.17)$$

3.4.2によると球が斜面に衝突する場合

$$|V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) |V_{qi}| \quad (3.4.72)$$

のとき球の反射速度は摩擦係数 μ に関係なく決まる。

$$|V_{pi} + R\omega_i| \geq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) |V_{qi}| \quad (3.4.76)$$

のとき球の反射速度の p 軸方向成分は次式で求められる。

$$V_{pr} = V_{pi} + (1+e) \epsilon \mu V_{qi} \quad (3.4.78)$$

これを变形して、

$$\mu = \frac{V_{pr} - V_{pi}}{(1+e) \epsilon V_{qi}} \quad (3.5.18)$$

式(3.5.18)の右辺の各項を図-3.5.2の第1衝突点に注目して考えると次のようになる。

$$V_{pi} = -\sqrt{2g \cdot \Delta H} \sin \alpha \quad (3.5.19)$$

$$V_{qi} = -\sqrt{2g \cdot \Delta H} \cos \alpha \quad (3.5.20)$$

$$V_{pi} < 0, \quad \omega_i = 0 \text{ より, } V_{R0} = V_{pi} + R\omega_i < 0 \text{ だから } \epsilon = -1$$

$$V_{pr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{2h}} (4 \tan \alpha \cdot h - L) \quad (3.5.14)$$

これらを式(3.5.18)に代入して

$$\mu = \frac{4 \tan \alpha \cdot h - L}{4(1+e) \sqrt{h \cdot \Delta H \cos \alpha}} + \frac{\tan \alpha}{1+e} \quad (3.5.21)$$

さらに、式 (3.4.76) を図-3.5.2 の第1衝突点に注目して考えると以下のようになる。

$$\mu \leq \frac{|V_{pi} + R\omega_i|}{|V_{qi}| (1+e) \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right)}$$

式 (3.5.19), (3.5.20) を代入して

$$\mu \leq \frac{\tan \alpha}{(1+e) \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right)} \quad (3.5.22)$$

式 (3.5.21) で求めた μ が式 (3.5.22) を満足すればこの μ は妥当であり、満足しないときはこの値より大きい値となる。

以上まとめると、落石実験結果より求められる反発係数 e の逆算値と摩擦係数 μ の逆算値は次式で求められる。

$$e = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\Delta H \cos \alpha}} \quad (3.5.17)$$

$$\mu = \frac{4 \tan \alpha h - L}{4 (1+e) \sqrt{h \cdot \Delta H \cos \alpha}} + \frac{\tan \alpha}{1+e} \quad (3.5.21)$$

$$\mu \leq \frac{\tan \alpha}{(1+e) \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right)} \quad (3.5.22)$$

式 (3.5.21) で求めた μ が式 (3.5.22) を満足すればこの μ は妥当であり、満足しないときはこの値より大きい値となる。

式 (3.5.17), (3.5.21), (3.5.22) を用いて、室内実験の第1衝突点における反発係数 e 、摩擦係数 μ を逆算した。

図-3.5.4 に室内実験の第1衝突点における摩擦係数 μ の逆算値を示す。図中の $\circ \rightarrow$ 印は摩擦係数 μ がこれより大きい値をとることを意味し、 $\bigcirc$ 印はこの値が妥当であることを意味する。図-3.5.4 によると逆算した摩擦係数 μ は物性試験値と比較的整合していると考えられる。

図-3.5.5 (I)~(IV) に室内実験の第1衝突点における反発係数 e の逆算値と入射速度の斜面垂直方向成分の関係を示す。図中に示す斜面傾斜角 $\alpha = 0$ は物性試験の結果である。図-3.5.5 によると、反発係数 e は斜面への入射速度の斜面垂直方向成分が大きくなるほど小さくなるということがわかる。これは実際の衝突現象では入射速度の斜面垂直方向成分がある程度大きくなると、衝突に際して落石と斜面の変形が大きくなるためと考えられる。

そこで、反発係数 e は図-3.5.5 より第1衝突点の入射速度に対応する値を用い、摩擦係数 μ は物性試験により得られた値を用いて落石軌跡の数値解析を行い、室内実験との比較を行った。表-3.5.2 に数値解析条件の一覧表を示す。

図-3.5.6 に数値解析と室内実験による落石の跳躍軌跡を重ね合わせたものの一例を示す。

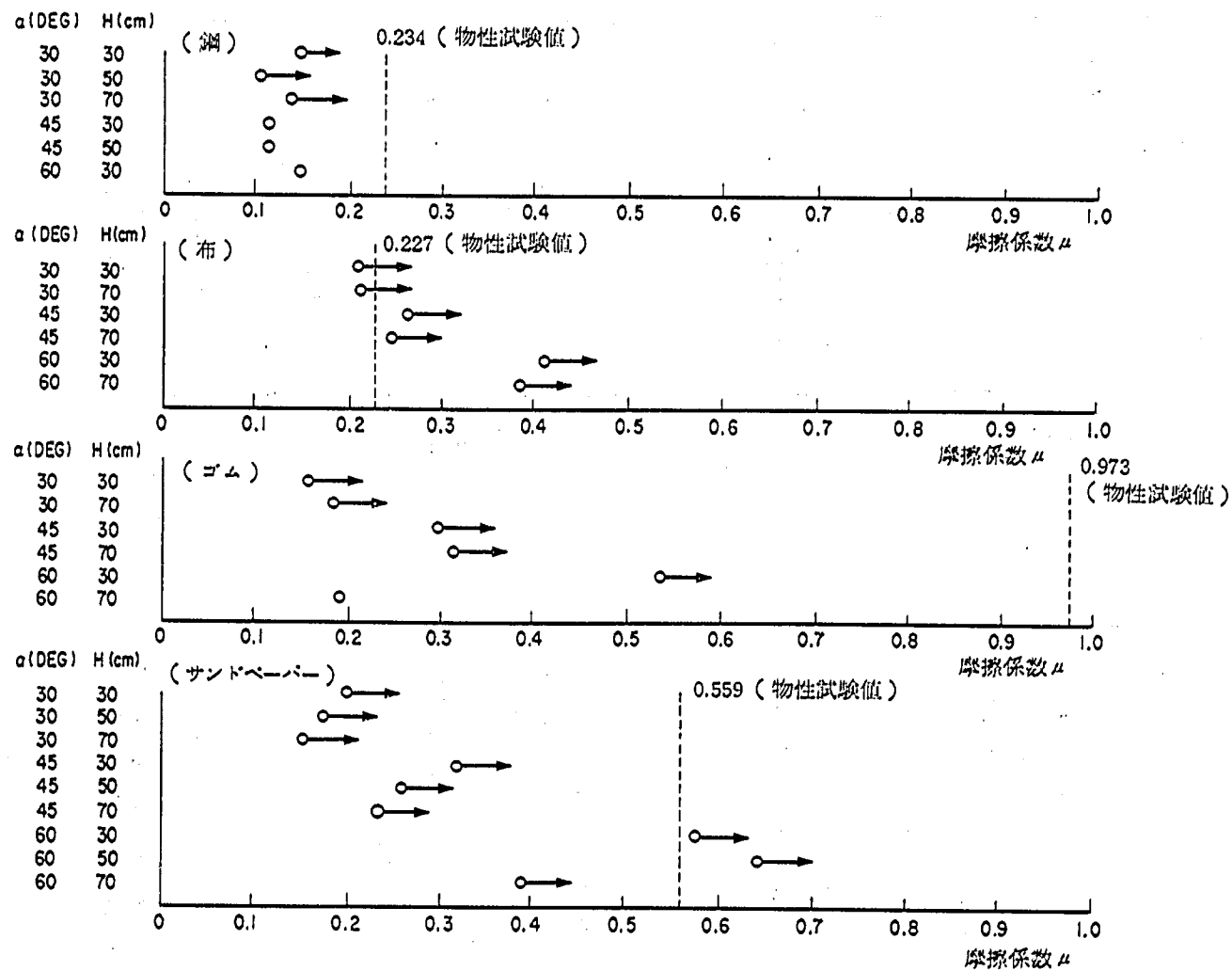
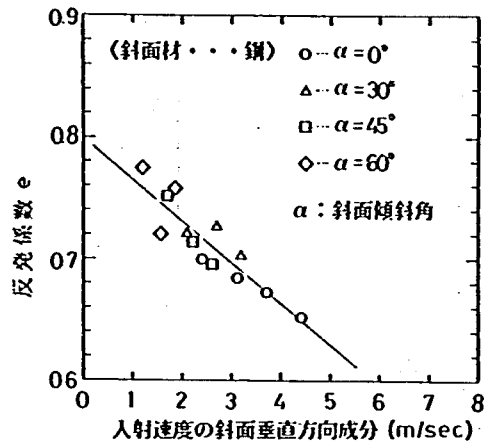
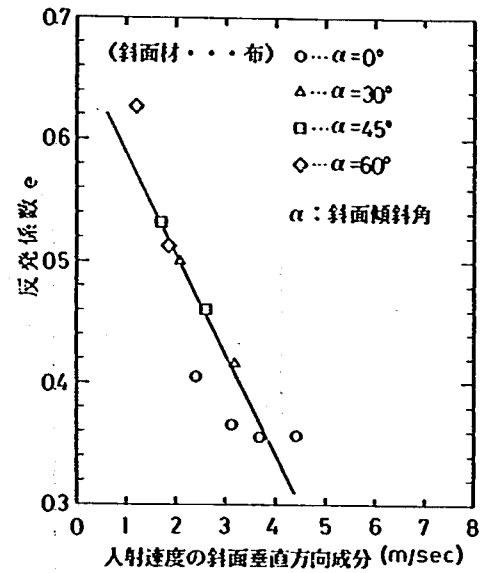


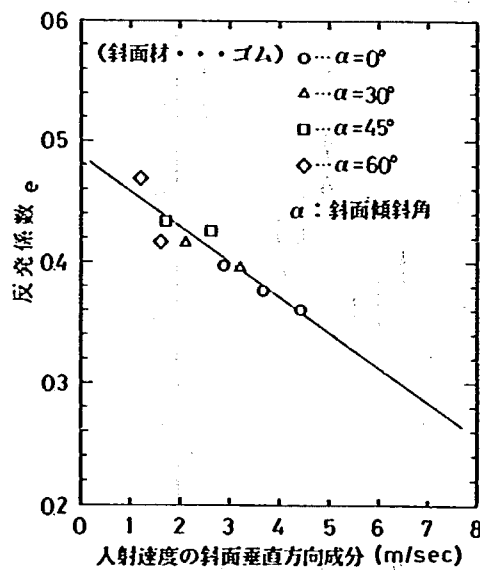
図- 3. 5. 4 室内実験の第 1 衝突点における摩擦係数 μ の逆算値



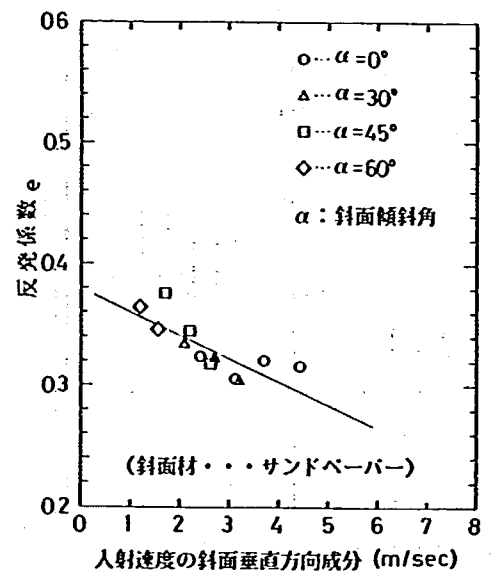
(1)



(2)



(3)

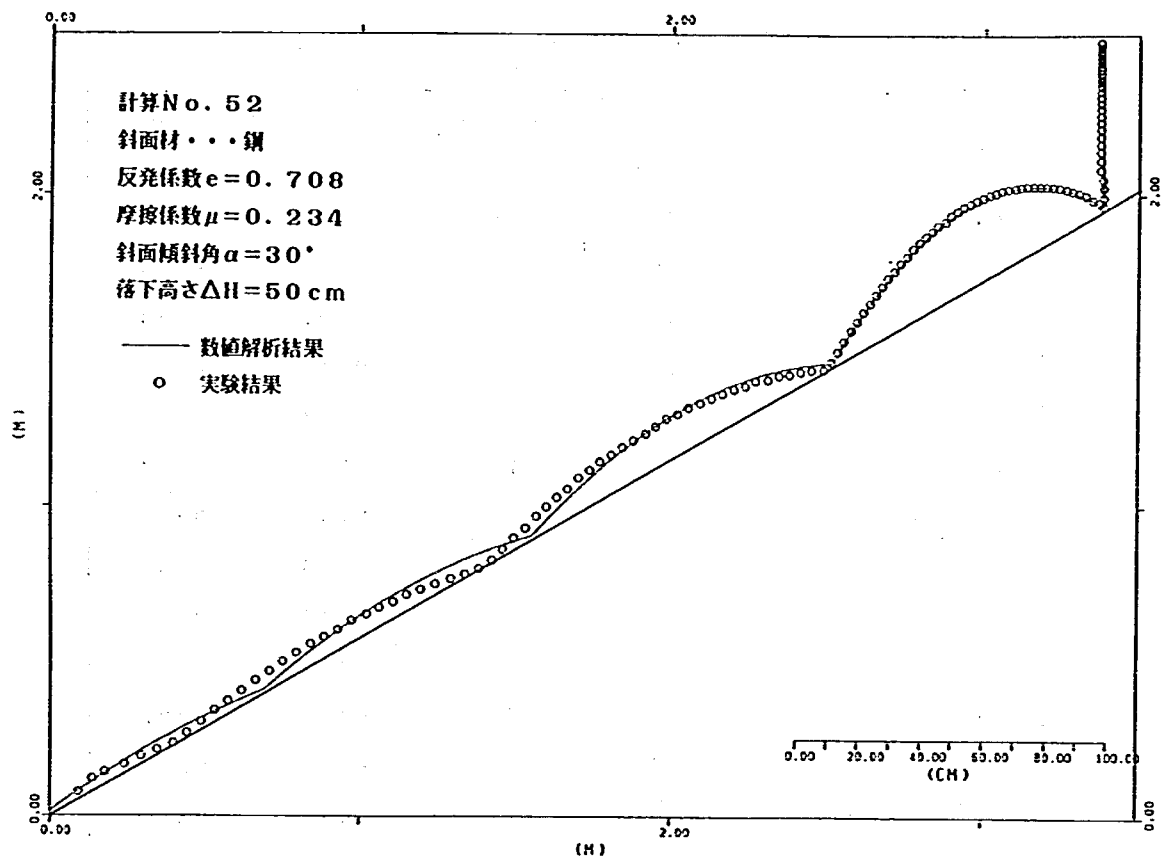


(4)

図- 3.5.5 逆算した反発係数と入射速度の斜面垂直方向成分の関係

表- 3.5.2 室内実験結果より逆算した e , μ を用いた数値解析条件

計算No	斜面材	斜面傾斜角 α (DEG)	第1衝突点までの落下高さ ΔH (cm)	反発係数 e	摩擦係数 μ
51	銅	30	30	0.728	0.234
52	銅	30	50	0.708	0.234
53	銅	30	70	0.691	0.234
54	銅	45	30	0.741	0.234
55	銅	45	50	0.724	0.234
56	銅	45	70	0.711	0.234
57	銅	60	30	0.758	0.234
58	銅	60	50	0.746	0.234
59	銅	60	70	0.737	0.234
60	布	30	30	0.498	0.227
61	布	30	70	0.406	0.227
62	布	45	30	0.530	0.227
63	布	45	70	0.455	0.227
64	布	60	30	0.571	0.227
65	布	60	70	0.518	0.227
66	ゴム	30	30	0.427	0.973
67	ゴム	30	70	0.395	0.973
68	ゴム	45	30	0.438	0.973
69	ゴム	45	70	0.412	0.973
70	ゴム	60	30	0.453	0.973
71	ゴム	60	70	0.434	0.973
72	サンドペーパー	30	30	0.341	0.559
73	サンドペーパー	30	50	0.329	0.559
74	サンドペーパー	30	70	0.320	0.559
75	サンドペーパー	45	30	0.348	0.559
76	サンドペーパー	45	50	0.338	0.559
77	サンドペーパー	45	70	0.331	0.559
78	サンドペーパー	60	30	0.357	0.559
79	サンドペーパー	60	50	0.351	0.559
80	サンドペーパー	60	70	0.345	0.559



図－ 3.5.6 室内実験結果より逆算した e 、 μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡

図中の実線が数値解析結果で○印が室内実験結果である。他のケースについては付録 3 に示す。これらの図より、室内実験結果より逆算した e 、 μ を用いた数値解析と実験の跳躍軌跡はよい整合性を示しており、単純な状態での斜面および落石においては解析的に落石の跳躍軌跡を推定することが可能であることがわかった。

3.6 落石軌跡の数値解析プログラムの現場実験への適用

3.6.1 現場実験の概要⁵⁾

1) 実験場所

実験場所は高松市近郊の土取場跡地の斜面である。

2) 実験斜面

斜面は風化花崗岩から成っていて、斜面勾配は約 60° 、斜面長は約 35m である。斜面の表面にはかなり顕著な凹凸が存在している。実験は斜面の 4 つのライン（投石線）で行った。

図－ 3.6.1 (i)～(d) にそれぞれの断面図を示す。

なお、投石線 No. 1 の斜面の上部には図－ 3.6.2 に示すようなコンクリートの人工斜面を構築した。

DL=80.00

DL=70.00

DL=60.00

DL=50.00

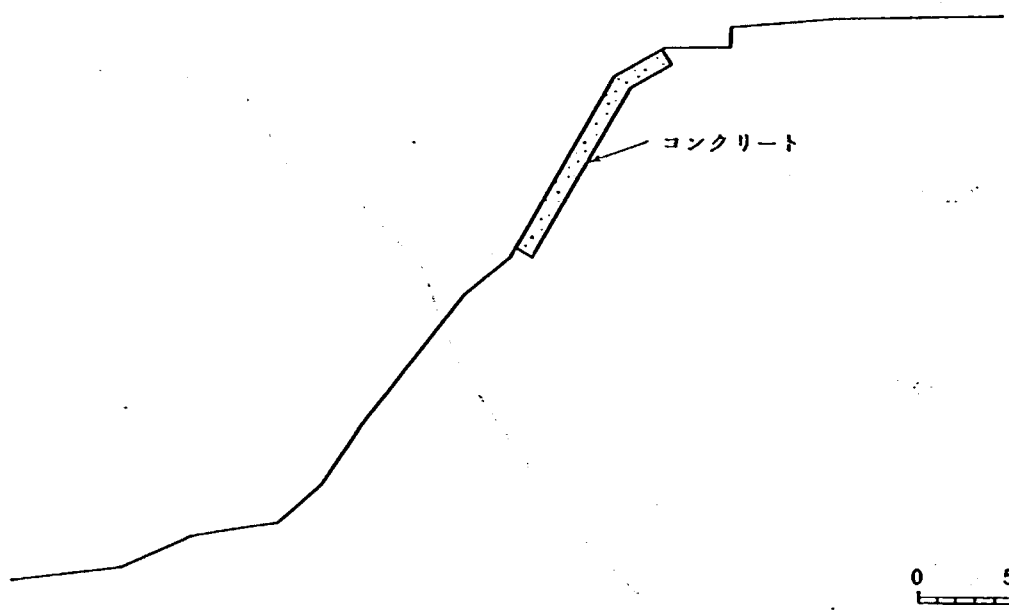


図- 3. 6. 1 (I) 投石線№ 1

DL=80.00

DL=70.00

DL=60.00

DL=50.00



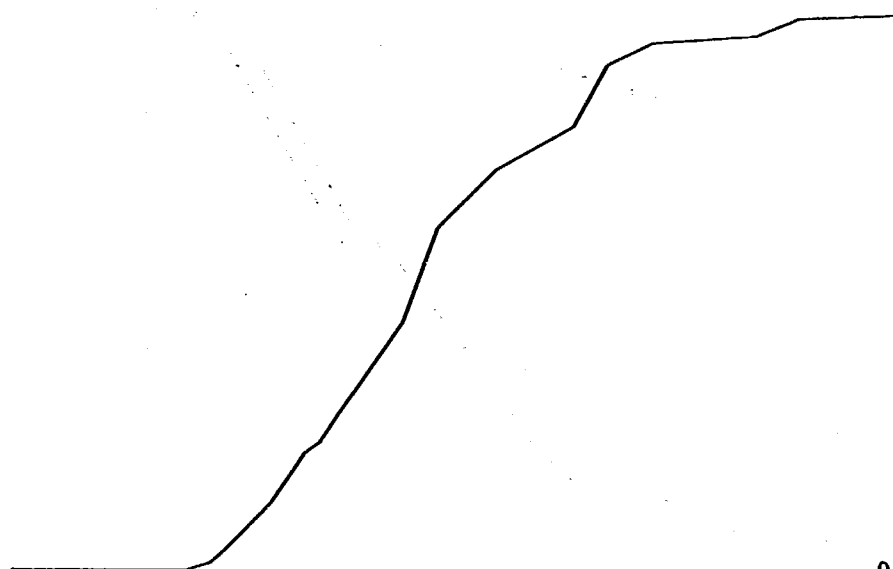
図- 3. 6. 1 (2) 投石線№ 2

DL = 80.00

DL = 70.00

DL = 60.00

DL = 50.00



0 5m

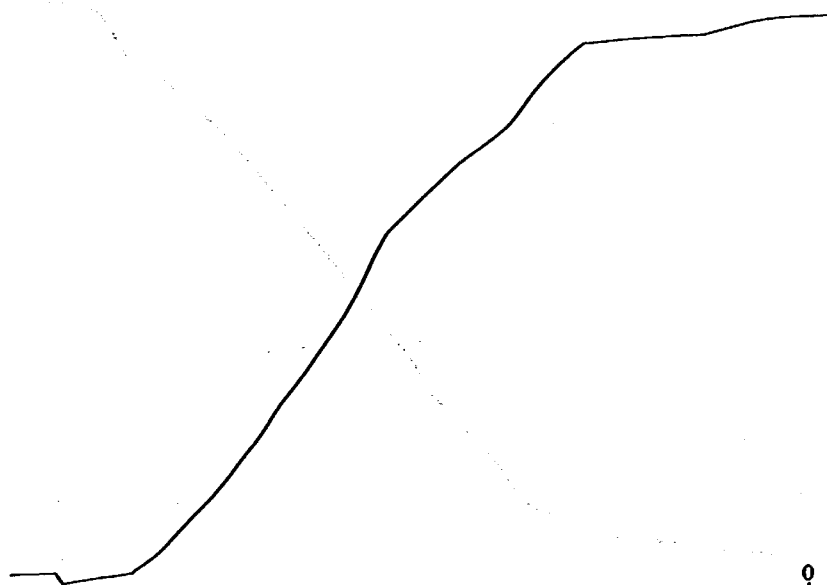
図 - 3.6.1 (3) 投石線 № 3

DL = 80.00

DL = 70.00

DL = 60.00

DL = 50.00



0 5m

図 - 3.6.1 (4) 投石線 № 4

3) 実験に用いた石

実験に用いた石は、実験現場付近から産出する自然の花崗岩でできるだけ硬いものを使用した。石の形状は概略で板状のものと塊状のもの、また大きさは概ね30 cm級、50 cm級、70 cm級のものとし、各々約20個を用意した。なお、石の重量は最小のもので15 kg、最大のもので750 kgであった。

4) 実験方法

実験は図-3.6.3 (1)~(4)に示すような実験A~Cの4種類の方法で行った。

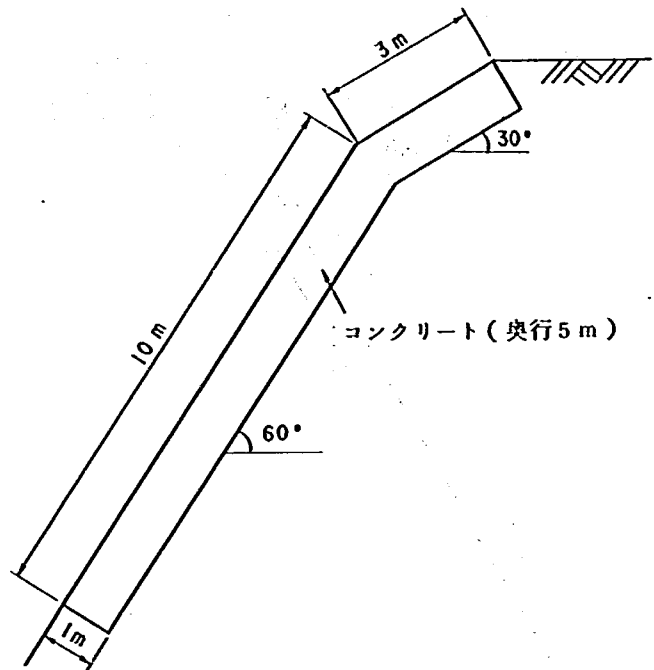


図-3.6.2 人工斜面

〔実験A〕 (図-3.6.3 (1))

落石の第1衝突点までの落下高さ ΔH を3 m, 6 m, 9 mの3種類で、落石を投石線№1の勾配60°のコンクリート斜面に落下させた。

〔実験B〕 (図-3.6.3 (2))

落石を投石線№1の勾配30°のコンクリート斜面より、人の手により回転を与えて落下させた。

〔実験C〕 (図-3.6.3 (3))

落石の第1衝突点までの落下高さ ΔH を9 mとし、落石を投石線№1の勾配30°のコンクリート斜面に落下させた。

〔実験D〕 (図-3.6.3 (4))

投石線№2, 3, 4の自然斜面において、落石を人の手により回転を与えて落下させた。なお、若干第1衝突点までの落下高さを3 mにした場合も行った。

表-3.6.1に各実験のケース数を示す。

落石の運動は斜面の4ヶ所に設置した16mm撮影機を用いて撮影した。

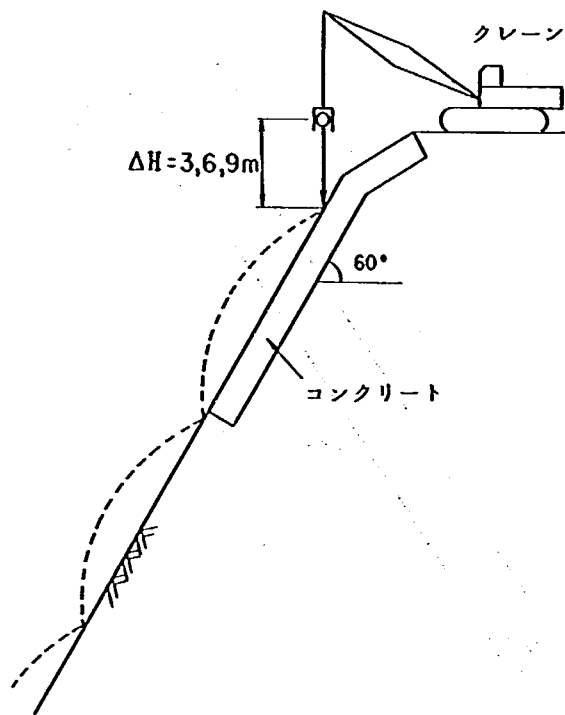


図- 3. 6. 3 (1) 実験 A の概略

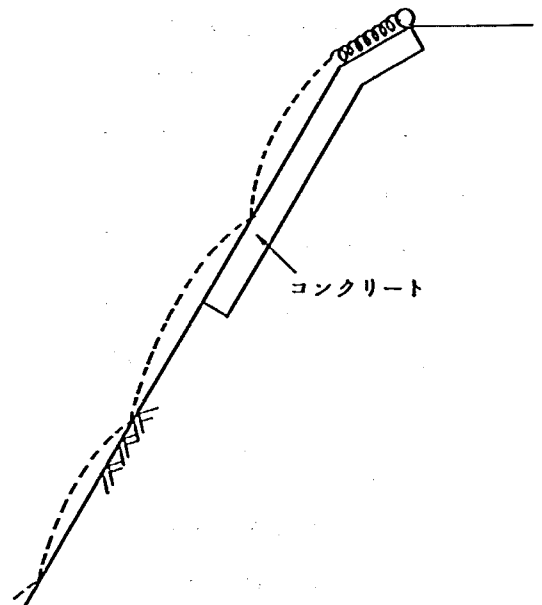


図- 3. 6. 3 (2) 実験 B の概略

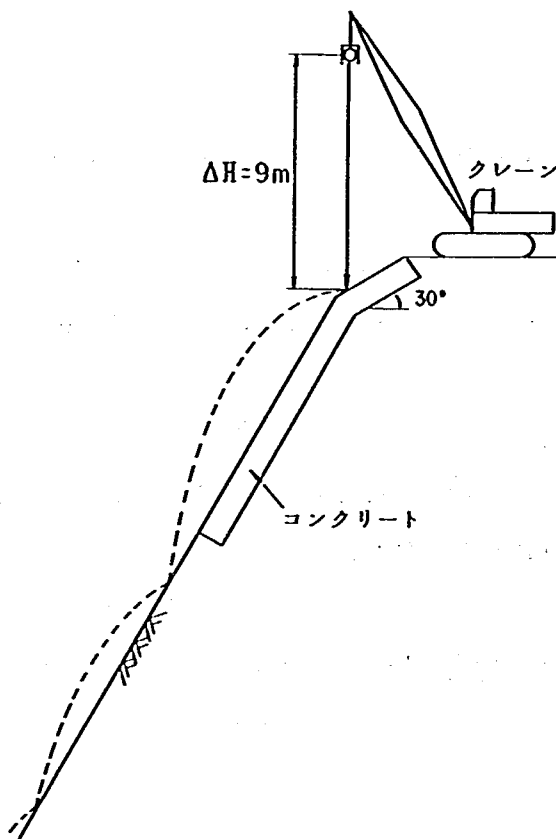


図- 3. 6. 3 (3) 実験 C の概略

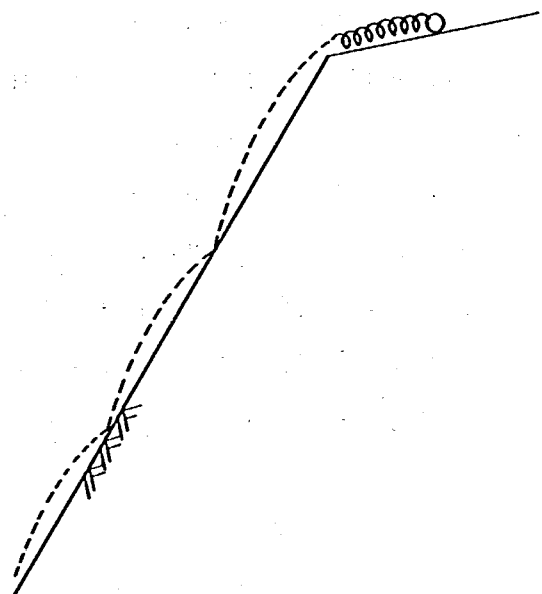


図- 3. 6. 3 (4) 実験 D の概略

表- 3.6.1 実験のケース数

実験の 種 類	投石線 No	投石の 高 さ (m)	板 状			塊 状			計
			30 cm	50 cm	70 cm	30 cm	50 cm	70 cm	
A	1	3	—	—	5	—	—	5	10
		6	—	—	5	—	—	5	10
		9	5	5	5	5	5	5	30
B	1	0	5	5	5	5	5	5	30
C	1	9	6	6	6	6	6	6	36
D	2	0	13	13	13	13	13	13	78
		3	2	1	—	—	—	—	3
	3	0	2	2	2	2	2	2	12
	4	0	2	1	—	—	—	—	3
計			35	33	41	31	31	41	212

3.6.2 基 本 式

現場実験の落石軌跡の数値解析を行うに当たっての基本式は、基本的には室内実験のときに用いたものと変わらない。しかしながら、この基本式は落石が剛体の球で斜面状況が一樣である場合を想定しているので、石の形、斜面の状況が必ずしも一樣でない現場実験にそのまま適用するのは適当でないと考えられる。

そこで次のような考え方で現場実験の数値解析を行った。まず石の形状についてであるが、複雑な形状の落石の飛行中の回転エネルギーに関しては計算によって求めることが可能であると考えられるが、斜面への衝突に際して落石と斜面の接点面等を考慮して衝突後の速度等を求めるのは非常に困難であると考えられるので、今回は室内実験と同様落石のモデルは、半径 R 、慣性モーメント I の球であると仮定した。

次に斜面の勾配及び物性値は、現場の斜面においては必ずしも一樣であるとはいえない。そこで落石と斜面の衝突点における斜面勾配 α 、反発係数 e 、摩擦係数 μ は確率論的なばらつきをもつものとした。

具体的には今回の数値解析では、落石と斜面の衝突点における斜面勾配 α 、反発係数 e 、摩擦係数 μ は式 (3.6.1) に示すような正規分布の確率密度関数であると仮定して95%信頼区間で乱数を発生させて求め、その値を計算に用いるようにした。

$$f(x) = N(m, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.6.1)$$

ここで m : 平均値

σ : 標準偏差

X : 確率変数 (反発係数 e , 摩擦係数 μ)

3.6.3 実験結果に基づいた斜面の物性値の推定

まず、斜面勾配 α に関しては平均値 m をとり、ばらつきはないものと仮定した。

反発係数 e 、摩擦係数 μ に関しては、落石実験総数 212 ケースの中から任意に抽出した 28 ケースの落石の跳躍軌跡に最もよく整合するような値を 3.5.2 と同様な方法で逆算してその平均値 m と標準偏差 σ を求めた。図-3.6.4 (1)~(6)にその結果を示す。

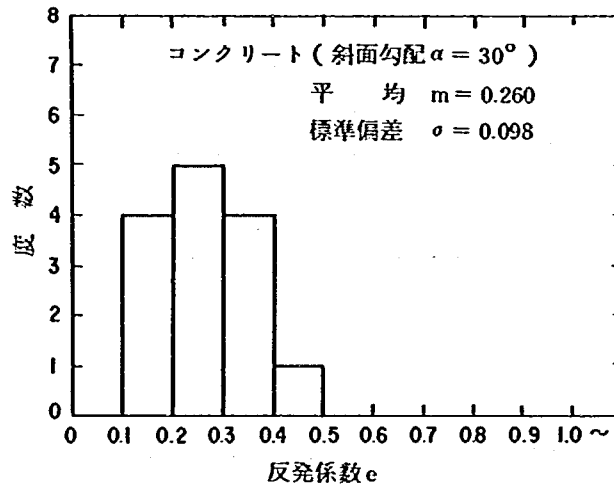


図-3.6.4 (1) コンクリート (斜面勾配 $\alpha = 30^\circ$) の反発係数

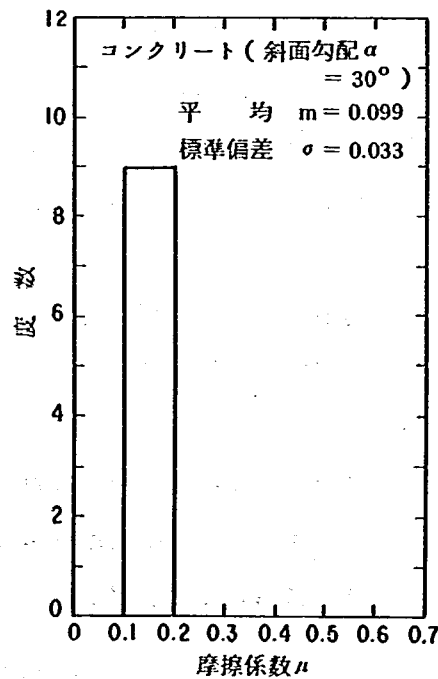


図-3.6.4 (2) コンクリート (斜面勾配 $\alpha = 30^\circ$) の摩擦係数

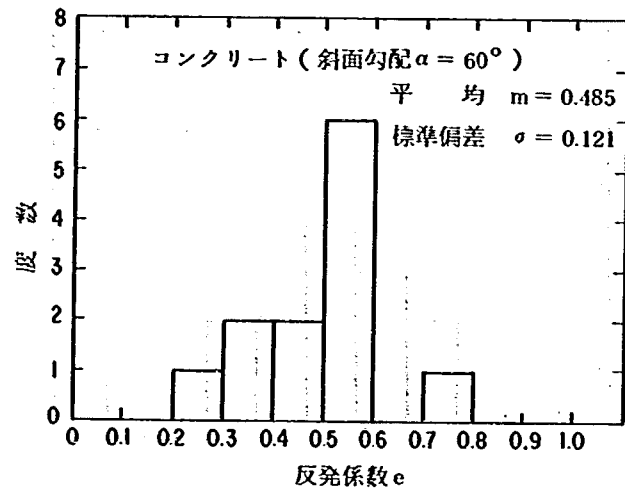


図-3.6.4 (3) コンクリート (斜面勾配 $\alpha = 60^\circ$) の反発係数

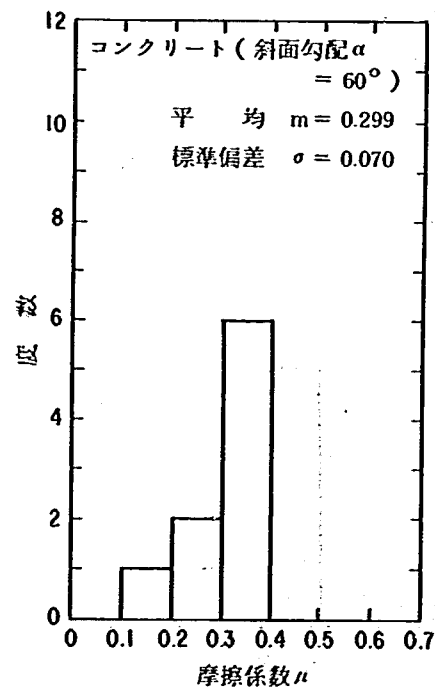


図-3.6.4 (4) コンクリート (斜面勾配 $\alpha = 60^\circ$) の摩擦係数

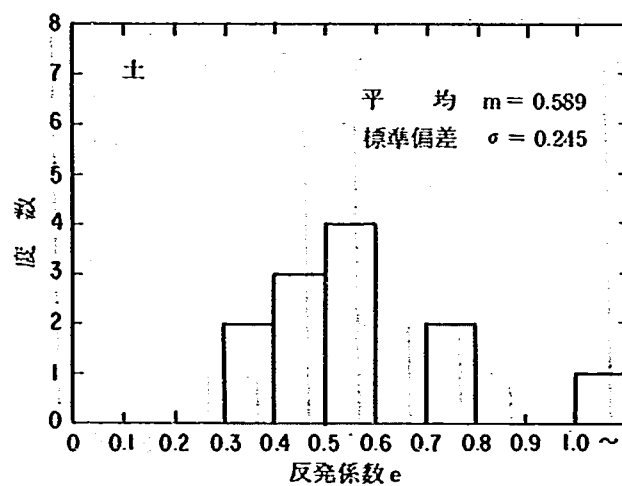


図-3.6.4(5) 土の反発係数

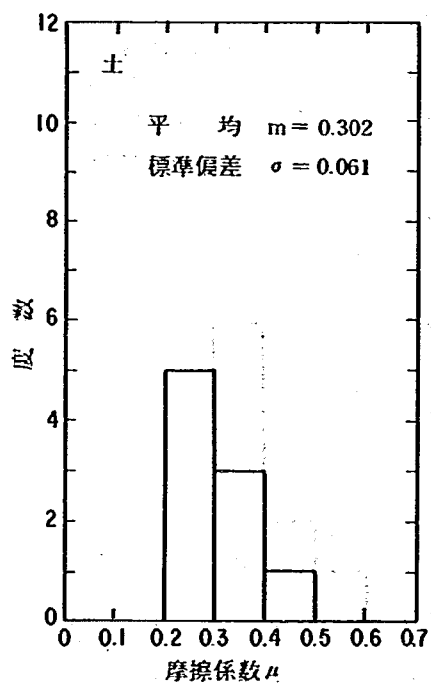


図-3.6.4(6) 土の摩擦係数

3.6.4 ばらつきを考慮した数値解析と現場実験との比較

1) 数値解析条件

3.6.3で述べた斜面の物性値の平均値と標準偏差を用いて確率論的なばらつきを考慮した数値解析を行った。表-3.6.2に計算条件を示す。表-3.6.2に示すように、計算は実験とほぼ同じ条件で同じ数だけ行った。図-3.6.5にはらつきを考慮した数値解析結果の落石の跳躍軌跡の一例を示す。他のケースは付録4に示す。

これらの図より落石と斜面との衝突点における反発係数 e 、摩擦係数 μ が確率論的なばらつきをもつことによって跳躍軌跡がかなり変化することがわかる。

2) 落石の跳躍量と落差の関係

現在、落石対策工の手引として日本道路協会より「落石対策便覧」が発行されているが、これによると、落石防止柵の高さ決定のために必要な落石の跳躍量は斜面からの垂直跳躍が2mを標準とするという考え方になっている。このことを踏えて、数値解析結果と落石実験の落石の跳躍量に関する比較を行った。

1つの石が斜面を落下するとき数回にわたって跳躍することがあるが、これら各々の跳躍の斜面垂直高さの最大値 h と落石の落下運動の開始位置からの落差 H との関係について数値解析結果と落石実験の結果との比較を行った。

図-3.6.6(1)、(2)に数値解析と落石実験の跳躍量 h と落差 H の関係を示す。図中の実線はそれぞれのデータの90%包絡線を示している。この2つの図を比べてみると比較的よく一致していると見ることができる。ちなみに、落石実験における落石の跳躍量の最大値は5.7mで跳躍量が2mを超えるものは全体の約16%である。一方、計算による落石の跳躍量の最大値は6.2mで、跳躍量が2mを超えるものは全体の約9%であった。

3) 落石の速度と落差の関係

「落石対策便覧」によると落石の運動エネルギーは落石の速度より推定するようになっている。そこで跳躍量と落差の関係と同様にして、斜面への入射速度 V と落石の落下運動の開始位置からの落差 H の関係について数値解析結果と落石実験の結果との比較を行った。

図-3.6.7(1)、(2)に数値解析と落石実験の速度 V と落差 H の関係を示す。図中に示してある実線は、以下に示す落石対策便覧の落石速度を表わしている。

$$V = \alpha \cdot \sqrt{2gH} \quad (3.6.2)$$

ここに、 V ：落石速度

α ：残存係数

g ：重力加速度

H ：落差

式(3.6.2)の $\alpha = 1.0$ が自由落下運動に相当する。

表-3.6.2 数値解析条件

実験の 種 類	投石塊 No	投石の 高 さ △ H(m)	計 算 No	反 発 係 数 e						摩 擦 係 数 μ						計 算 回 数
				コンクリート				土		コンクリート				土		
				30°斜面		60°斜面				30°斜面		60°斜面				
				平 均 値	標準偏差	平 均 値	標準偏差	平 均 値	標準偏差	平 均 値	標準偏差	平 均 値	標準偏差	平 均 値	標準偏差	
A	1	3	1	0.260	0.098	0.485	0.121	0.589	0.245	0.099	0.033	0.299	0.070	0.302	0.061	10
		6	2	0.260	0.098	0.485	0.121	0.589	0.245	0.099	0.033	0.299	0.070	0.302	0.061	10
		9	3	0.260	0.098	0.485	0.121	0.589	0.245	0.099	0.033	0.299	0.070	0.302	0.061	30
B	1	0	4	0.260	0.098	0.485	0.121	0.589	0.245	0.099	0.033	0.299	0.070	0.302	0.061	30
C	1	9	5	0.260	0.098	0.485	0.121	0.589	0.245	0.099	0.033	0.299	0.070	0.302	0.061	36
D	2	0	6	/	/	/	/	0.589	0.245	/	/	/	/	0.302	0.061	78
		3	7	/	/	/	/	0.589	0.245	/	/	/	/	0.302	0.061	3
	3	0	8	/	/	/	/	0.589	0.245	/	/	/	/	0.302	0.061	12
	4	0	9	/	/	/	/	0.589	0.245	/	/	/	/	0.302	0.061	3
			計													212

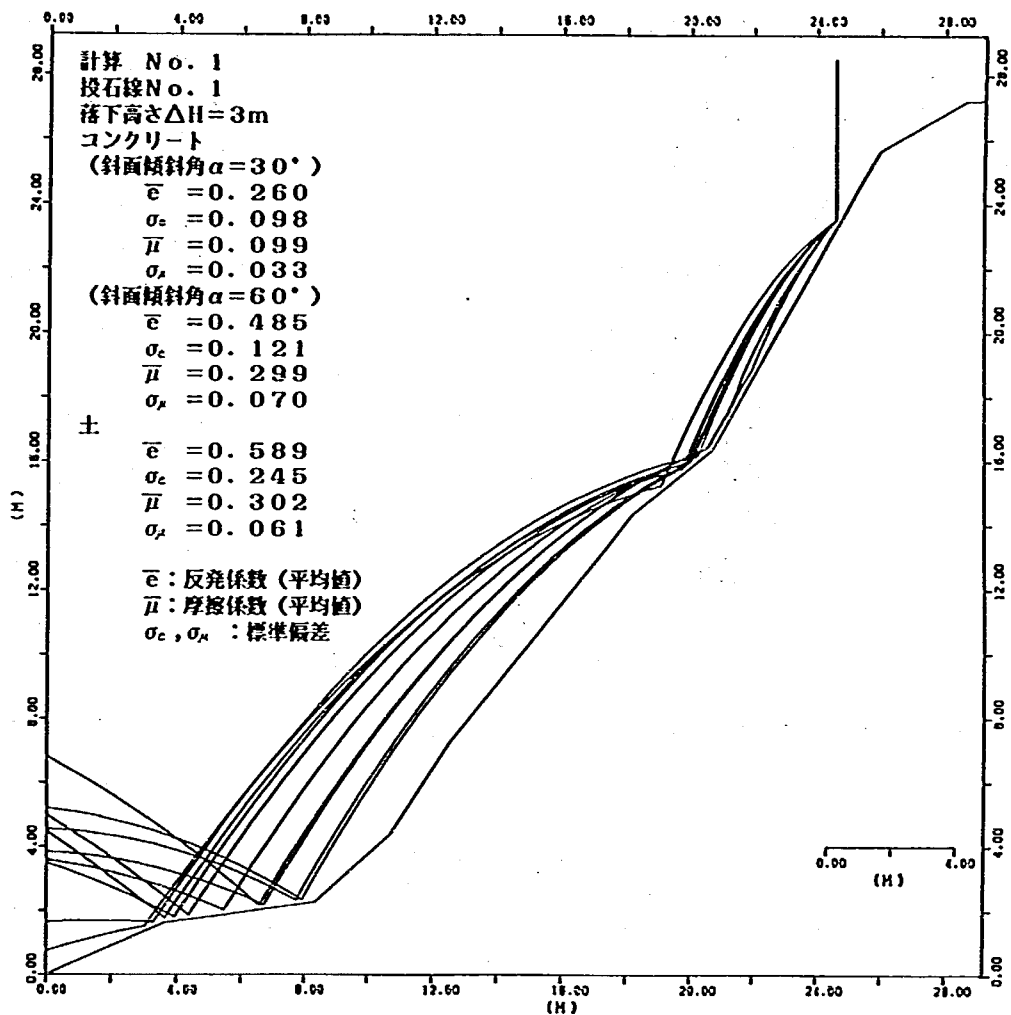


図-3.6.5 ばらつきを考慮した数値解析による落石の跳躍軌跡

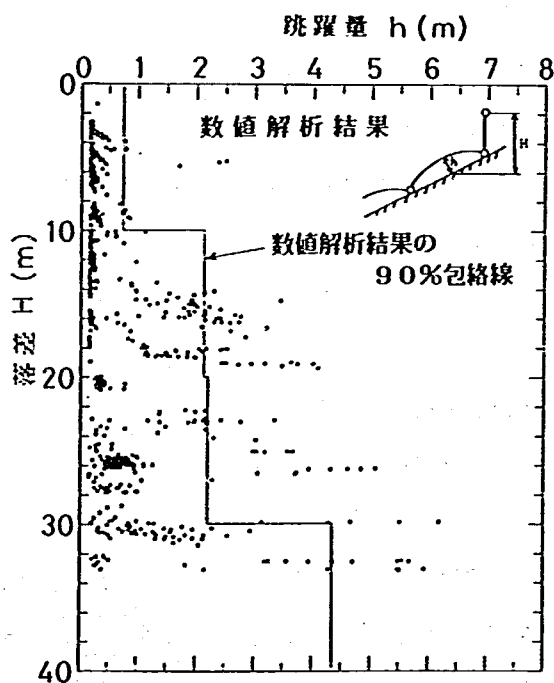


図-3.6.6(1) 計算による跳躍量と落差の関係

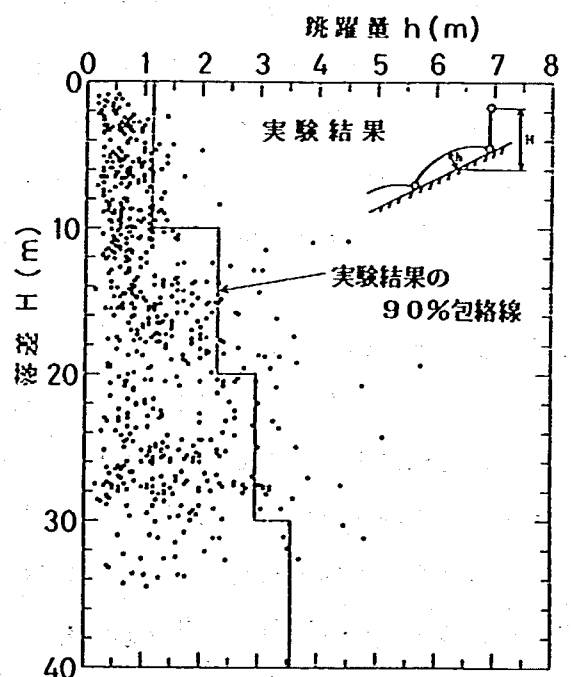


図-3.6.6(2) 実験による跳躍量と落差の関係

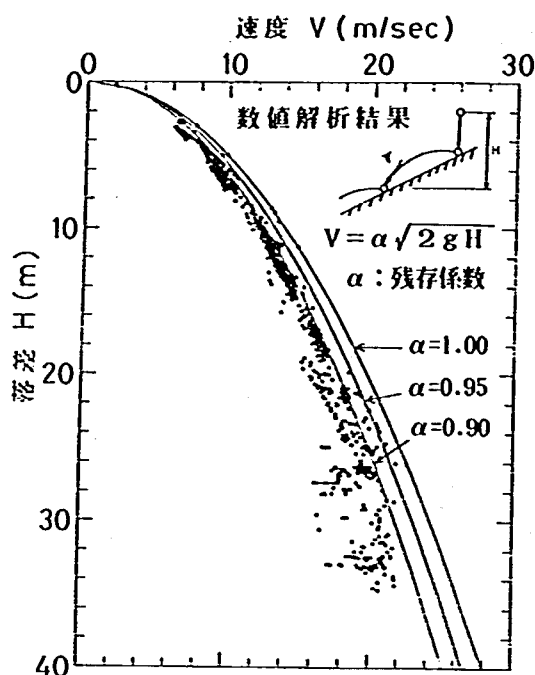


図- 3. 6. 7 (1) 計算による落石の速度と
落差の関係

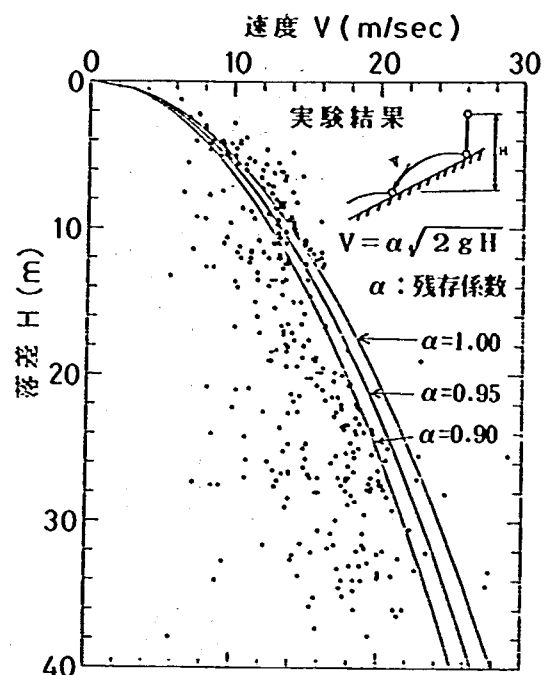


図- 3. 6. 7 (2) 実験による落石の速度と
落差の関係

図- 3. 6. 7 によると、落差が大きくなるにしたがって落石の速度が自由落下に比べて小さくなっていることがわかる。これは、落石が斜面と衝突することによって落石の速度エネルギーが減少していることを示す。

図- 3. 6. 7 (2) の落石実験の落石速度と落差の関係をみると落差が小さいところで落石速度が自由落下速度を超えているものがみられるが、これは、実際の実験では落石の運動開始において人為的な力を加えていることによると考えられる。

また、図- 3. 6. 7 (1), (2) を比べるとデータのばらつきぐあいにかなり差がみられる。これは、落石の形状を球と仮定していることと、ところがり運動途中における突然の飛び出し運動が計算では再現できないことに起因していると思われる。落石の形状が球体でないことによる影響の評価は今後の検討課題である。しかしながら、実験も計算も落石速度は残存係数 α がおおむね 0.9 ~ 0.95 の間であると見ることができる。

3.7 ま と め

本章では、複雑多様な現実の落石運動を、落石の剛体球、斜面を 2 次元とし、衝突・回転・すべり・飛行運動を対象とした数値解析手法を考察した。この解析手法により、室内で実施した単純斜面上の単純な球体の運動軌跡はよく追跡できること、又、現場斜面における落石実験の結果も、落石と斜面の間の反発係数や摩擦係数にばらつきがあるものとして解析すると実測された跳躍量の特性にある程度近い結果が得られた。今後は、現地での斜面の物理定数に関するデータの集積をはかること、落石の形状が球体でないことによる影響の評価法等に関する研究が課題として残されている。

4. あ と が き

本報告では、衝撃的荷重を受ける落石防止柵の基礎の挙動に関する模型実験及び斜面上を落下する落石の軌跡を追跡する数値解析法について述べた。落石の場合、基礎の問題に限らず、衝撃的荷重に対する挙動は重要であるが、例えば、コンクリートの耐衝撃特性等は未だ、実験成果は十分とはいえ今後検討が必要とされる。落石軌跡の数値解析についても、本調査では、落石を球体として扱ったが、衝突時やころがり時の運動においては、落石の形状がいびつであることの影響はかなり影響を有するものと考えられ、今後、そのような特性も考慮することが必要である。

参 考 文 献

1. 1) 日本道路協会，落石対策便覧，昭和 58 年 7 月 25 日
2. 1) 日本国有鉄道施設局土木課編，落石対策の手引，日本鉄道施設協会，昭和 53 年 3 月
2) 日本道路協会，道路橋示方書・同解説Ⅳ下部構造編，昭和 55 年 5 月
3) 吉田 巖，足立義雄，ケーソン基礎の静的水平抵抗に関する実験研究，土木研究所報告第 139 号，建設省土木研究所，昭和 46 年 2 月
3. 1) 高速道路調査会，落石防護施設の設置に関する調査研究報告書，昭和 49 年 2 月
2) 日本道路協会，落石対策便覧，昭和 58 年 7 月 25 日
3) 斉藤，吉田，榎谷，落石の落下位置及び速度に関する一推定法，第 2 回落石の衝動およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム，1986 年 7 月
4) 国井修二郎，千田香苗，力学Ⅱ，丸善，1962 年 11 月
5) 佐々木，谷口，舟見，谷本，堀口，落石の跳躍量に関する実験，第 14 回日本道路会議論文集，昭和 56 年 10 月

付 録 1

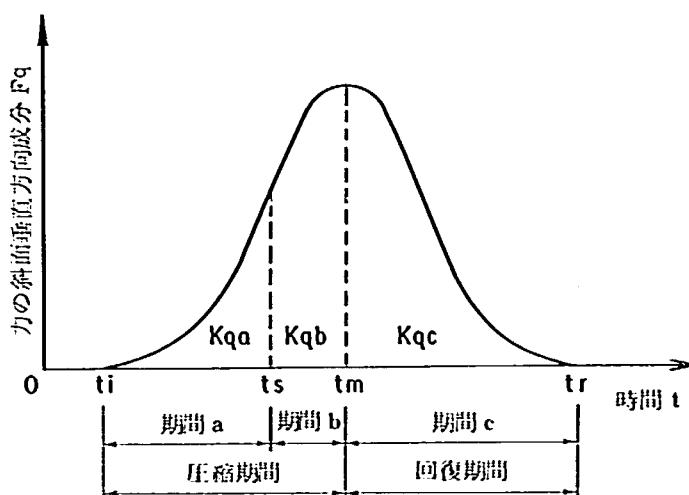
衝突運動の式の誘導

付 録

1. 衝突運動の式の誘導

1) 球の滑りが圧縮期間の途中で止む場合

付図-1.1に示すように球の滑りが圧縮期間の途中で止まった場合を考えると、期間a, b, cでは、 V を球の速度、 ω を球の角速度として次のようになる。



付図-1.1 球の滑りが圧縮期間の途中で止む場合

期間 a (時間 $t_i \sim t_s$)

$$\begin{cases} M(V_{qs} - V_{qi}) = K_{qa} & (\text{付 1.1}) \\ M(V_{ps} - V_{pi}) = -\epsilon \mu K_{qa} & (\text{付 1.2}) \\ I(\omega_s - \omega_i) = -\epsilon \mu R K_{qa} & (\text{付 1.3}) \end{cases}$$

式(付1.2), (付1.3)は、期間aでは球が滑っていることから作用摩擦力を μF_q と考えて導かれる。

期間 b (時間 $t_s \sim t_m$)

$$\begin{cases} M(V_{qm} - V_{qs}) = K_{qb} & (\text{付 1.4}) \\ M(V_{pm} - V_{ps}) = K_{pb} & (\text{付 1.5}) \\ I(\omega_m - \omega_s) = R \cdot K_{pb} & (\text{付 1.6}) \end{cases}$$

期間 c (時間 $t_m \sim t_r$)

$$\begin{cases} M(V_{qr} - V_{qm}) = e(K_{qa} + K_{qb}) & (\text{付 1.7}) \\ M(V_{pr} - V_{pm}) = K_{pc} & (\text{付 1.8}) \\ I(\omega_r - \omega_m) = R \cdot K_{pc} & (\text{付 1.9}) \end{cases}$$

さらに、時間 t_s 以降は球と斜面との間の滑りは停止していることより、

$$\begin{cases} V_{ps} + R \cdot \omega_s = 0 & (\text{付 1.10}) \\ V_{pm} + R \cdot \omega_m = 0 & (\text{付 1.11}) \\ V_{pr} + R \cdot \omega_r = 0 & (\text{付 1.12}) \end{cases}$$

また、圧縮と回復の変化点である時間 t_m では、

$$V_{qm} = 0 \quad (\text{付 1.13})$$

ここで、それぞれの添字について説明する。

- p, q : 座標軸 p, q 方向
- i : 入射時
- m : 圧縮期間から回復期間への変化点
- r : 反射時
- s : 球の滑りが止まった時
- a, b, c : 期間 a, b, c

ここに、

- R : 球の半径
- M : 球の質量
- I : 球の慣性モーメント
- e : 球と斜面との反発係数
- μ : 球と斜面との摩擦係数
- V_p, V_q : 球の速度の p, q 軸方向成分
- ω : 球の重心に関する角速度

ところで、球と斜面との接触点における相対速度は次式で表わされる。

$$V_R = V_p + R \cdot \omega \quad (\text{付 1.14})$$

ここに、

V_R : 球と斜面との接触点における相対速度

式 (付 1.2), (付 1.3) の ε は、入射時の球と斜面との相対速度 V_{Ri} により以下のようになる。

$$\varepsilon = \begin{cases} +1 & (V_{Ri} = V_{pi} + R\omega_i > 0) \\ -1 & (V_{Ri} = V_{pi} + R\omega_i < 0) \end{cases}$$

式 (付 1.1), (付 1.2) より K_{qa} を消去する。

$$\begin{aligned} V_{ps} - V_{pi} &= -\varepsilon \mu (V_{qs} - V_{qi}) \\ V_{ps} &= V_{pi} - \varepsilon \mu (V_{qs} - V_{qi}) \end{aligned} \quad (\text{付 1.15})$$

式 (付 1.1), (付 1.3) より K_{qa} を消去する。

$$I (\omega_s - \omega_i) = -\varepsilon \mu R M (V_{qs} - V_{qi})$$

(付 1. 10) より, $\omega_s = -\frac{V_{ps}}{R}$ だから,

$$I \left(-\frac{V_{ps}}{R} - \omega_i \right) = -\epsilon_{\mu} RM (V_{qs} - V_{qi})$$

式 (付 1. 15) を代入して,

$$-\frac{I}{R} \{ V_{pi} - \epsilon_{\mu} (V_{qs} - V_{qi}) \} - I \omega_i = -\epsilon_{\mu} RM (V_{qs} - V_{qi})$$

$$\epsilon_{\mu} \left(\frac{I}{R} + RM \right) V_{qs} = \epsilon_{\mu} \left(\frac{I}{R} + RM \right) V_{qi} + \frac{I}{R} (V_{pi} + R \omega_i)$$

$$\epsilon_{\mu} \cdot \frac{I + MR^2}{R} V_{qs} = \epsilon_{\mu} \cdot \frac{I + MR^2}{R} V_{qi} + \frac{I}{R} (V_{pi} + R \omega_i)$$

$$\therefore V_{qs} = V_{qi} + \frac{I (V_{pi} + R \omega_i)}{\epsilon_{\mu} (I + MR^2)} \quad (付 1. 16)$$

式 (付 1. 16) を式 (付 1. 15) に代入して,

$$\begin{aligned} V_{ps} &= V_{pi} - \frac{I (V_{pi} + R \omega_i)}{I + MR^2} \\ &= \frac{MR^2 V_{pi} - I R \omega_i}{I + MR^2} \end{aligned} \quad (付 1. 17)$$

式 (付 1. 10) より

$$\omega_s = -\frac{V_{ps}}{R} = \frac{I \omega_i - MR V_{pi}}{I + MR^2} \quad (付 1. 18)$$

式 (付 1. 5), (付 1. 6) より K_{pb} を消去する。

$$I (\omega_m - \omega_s) = RM (V_{pm} - V_{ps})$$

式 (1. 11) より, $\omega_m = -\frac{V_{pm}}{R}$ だから,

$$I \left(-\frac{V_{pm}}{R} - \omega_s \right) = RM (V_{pm} - V_{ps})$$

$$-\left(\frac{I}{R} + RM \right) V_{pm} = I \omega_s - RM V_{ps}$$

$$-\frac{I + MR^2}{R} V_{pm} = I \omega_s - RM V_{ps}$$

式 (付 1. 10) $V_{ps} = -R \omega_s$ より

$$-\frac{I + MR^2}{R} V_{pm} = (I + MR^2) \omega_s$$

$$V_{pm} = -R \cdot \omega_s$$

$$= -R \cdot \frac{I \omega_i - MR V_{pi}}{I + MR^2} \quad (付 1. 19)$$

式 (付 1.11) より,

$$\omega_m = -\frac{V_{pm}}{R} = \omega_s = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (\text{付 1.20})$$

式 (付 1.1), (付 1.4), (付 1.7) より K_{qa} , K_{qb} を消去する。

$$V_{qr} - V_{qm} = e (V_{qm} - V_{qi})$$

式 (付 1.13) より $V_{qm} = 0$ だから

$$V_{qr} = -e V_{qi} \quad (\text{付 1.21})$$

式 (付 1.8), (付 1.9) より K_{pc} を消去する。

$$I (\omega_r - \omega_m) = RM (V_{pr} - V_{pm})$$

式 (付 1.12) より $V_{pr} = -R\omega_r$ だから

$$I (\omega_r - \omega_m) = RM (-R\omega_r - V_{pm})$$

$$(I + MR^2) \omega_r = I\omega_m - RMV_{pm}$$

式 (付 1.11) より $V_{pm} = -R\omega_m$ だから

$$(I + MR^2) \omega_r = (I + MR^2) \omega_m$$

$$\omega_r = \omega_m = \omega_s = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (\text{付 1.22})$$

式 (付 1.12) より

$$V_{pr} = -R \cdot \omega_r = -R \cdot \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (\text{付 1.23})$$

式 (付 1.1) に式 (付 1.16) を代入して,

$$K_{qa} = \frac{MI (V_{pi} + R\omega_i)}{\varepsilon_\mu (I + MR^2)} \quad (\text{付 1.24})$$

式 (付 1.4) に式 (付 1.13), (付 1.16) を代入して,

$$K_{qb} = -M \left(\frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\varepsilon_\mu (I + MR^2)} + V_{qi} \right) \quad (\text{付 1.25})$$

ところで衝突中に球に働く力積の斜面垂直方向成分 K_{qa} , K_{qb} , K_{qc} は常に正でなければならないから,

$$K_{qa} > 0 \quad (\text{付 1.26})$$

$$K_{qb} > 0 \quad (\text{付 1.27})$$

$$K_{qc} = e (K_{qa} + K_{qb}) > 0 \quad (\text{付 1.28})$$

式 (付 1.26) は式 (付 1.24) 及び ε の定義より常に満足されることがわかる。

式(付 1. 27)は式(付 1. 25)より次の条件が満足されているときに成り立つ。

$$-M \left(\frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\epsilon \mu (I + MR^2)} + V_{qi} \right) \geq 0$$

$$\frac{V_{pi} + R\omega_i}{\epsilon} \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I} \right) \mu (-V_{qi})$$

左辺は常に正、右辺は $V_{qi} < 0$ より常に正だから、書き換えると、

$$|V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I} \right) \mu |V_{qi}| \quad (\text{付 1. 29})$$

となる。

式(付 1. 28)は、 $K_{qa}, K_{qb} > 0$ ならば、常に満足されることは明らか。

以上、球の滑りが圧縮期間の途中で止む場合についてまとめると、

$$|V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I} \right) \mu |V_{qi}| \quad (\text{付 1. 29})$$

のとき、球の滑りは圧縮期間の途中で止み、

$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} \end{cases} \quad (\text{付 1. 21})$$

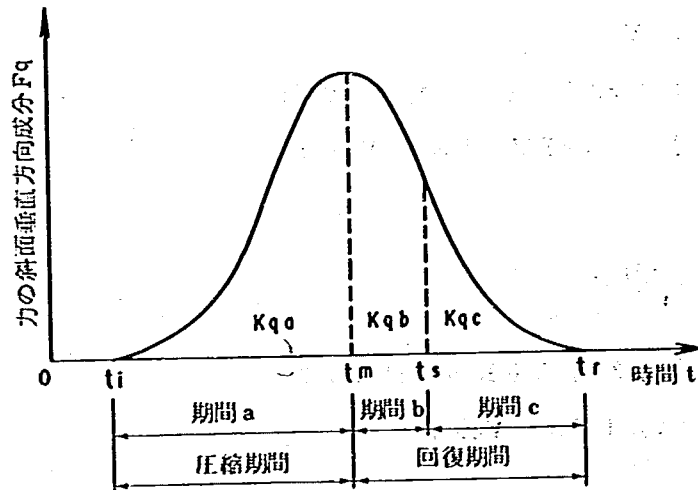
$$\begin{cases} V_{pr} = -R \cdot \omega_r = -R \cdot \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \end{cases} \quad (\text{付 1. 23})$$

$$\begin{cases} \omega_r = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \end{cases} \quad (\text{付 1. 22})$$

となる。

2) 球の滑りが回復期間の途中で止む場合

付図-1. 2.に示すように、球の滑りが回復期間の途中 $t = t_s$ で止まった場合を考えると、期間 a, b, c では次のようになる。



付図-1. 2 球の滑りが回復期間の途中で止む場合

期間 a

$$\begin{cases} M (V_{qm} - V_{qi}) = K_{qa} & (\text{付 1.30}) \\ M (V_{pm} - V_{pi}) = -\varepsilon \mu K_{qa} & (\text{付 1.31}) \\ I (\omega_m - \omega_i) = -\varepsilon \mu R K_{qa} & (\text{付 1.32}) \end{cases}$$

期間 b

$$\begin{cases} M (V_{qs} - V_{qm}) = K_{qb} & (\text{付 1.33}) \\ M (V_{ps} - V_{pm}) = -\varepsilon \mu K_{qb} & (\text{付 1.34}) \\ I (\omega_s - \omega_m) = -\varepsilon \mu R K_{qb} & (\text{付 1.35}) \end{cases}$$

式 (付 1.31), (付 1.32), (付 1.34), (付 1.35) では球が滑っていることから作用摩擦力 μF_q と考えて導かれる。

期間 c

$$\begin{cases} M (V_{qr} - V_{qs}) = K_{qc} & (\text{付 1.36}) \\ M (V_{pr} - V_{ps}) = K_{pc} & (\text{付 1.37}) \\ I (\omega_r - \omega_s) = R K_{pc} & (\text{付 1.38}) \end{cases}$$

時間 t_s 以降は球と斜面との間の滑りは停止していることより,

$$V_{ps} + R \omega_s = 0 \quad (\text{付 1.39})$$

$$V_{pr} + R \omega_r = 0 \quad (\text{付 1.40})$$

さらに,

$$K_{qb} + K_{qc} = e K_{qa} \quad (\text{付 1.41})$$

また, 圧縮と回復の変化点である時間 t_m では,

$$V_{qm} = 0 \quad (\text{付 1.42})$$

式 (付 1.30), (付 1.31) より K_{qa} を消去する。

$$V_{pm} - V_{pi} = -\varepsilon \mu (V_{qm} - V_{qi})$$

式 (付 1.42) より $V_{qm} = 0$ だから,

$$V_{pm} = V_{pi} + \varepsilon \mu V_{qi} \quad (\text{付 1.43})$$

式 (付 1.30), (付 1.32) より K_{qa} を消去する。

$$I (\omega_m - \omega_i) = -\varepsilon \mu R M (V_{qm} - V_{qi})$$

$V_{qm} = 0$ より

$$\omega_m = \omega_i + \frac{\varepsilon \mu R M}{I} V_{qi} \quad (\text{付 1.44})$$

式 (付 1.33), (付 1.34) より K_{qb} を消去する。

$$V_{ps} - V_{pm} = -\varepsilon \mu (V_{qs} - V_{qm})$$

$V_{qm} = 0$ だから,

$$V_{ps} - V_{pm} = -\varepsilon_{\mu} V_{qs}$$

$$V_{ps} = V_{pm} - \varepsilon_{\mu} V_{qs} \quad (\text{付 1.45})$$

式 (付 1.33), (付 1.35) より K_{qb} を消去する。

$$I (\omega_s - \omega_m) = -\varepsilon_{\mu} RM (V_{qs} - V_{qm})$$

$V_{qm} = 0$ だから

$$I (\omega_s - \omega_m) = -\varepsilon_{\mu} RM V_{qs}$$

式 (付 1.39) より $\omega_s = -\frac{V_{ps}}{R}$ だから,

$$I \left(-\frac{V_{ps}}{R} - \omega_m \right) = -\varepsilon_{\mu} RM V_{qs}$$

式 (付 1.45) を代入して,

$$I \left\{ -\frac{I}{R} (V_{pm} - \varepsilon_{\mu} V_{qs}) - \omega_m \right\} = -\varepsilon_{\mu} RM V_{qs}$$

$$\varepsilon_{\mu} \left(\frac{I}{R} + RM \right) V_{qs} = \frac{I}{R} V_{pm} + I \omega_m$$

式 (付 1.43), (付 1.44) を代入して,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mu} \left(\frac{I + MR^2}{R} \right) V_{qs} &= \frac{I}{R} (V_{pi} + \varepsilon_{\mu} V_{qi}) + I \left(\omega_i + \frac{\varepsilon_{\mu} RM}{I} V_{qi} \right) \\ &= \varepsilon_{\mu} \left(\frac{I}{R} + RM \right) V_{qi} + \frac{I}{R} (V_{pi} + R \omega_i) \end{aligned}$$

$$\therefore V_{qs} = V_{qi} + \frac{I (V_{pi} + R \omega_i)}{\varepsilon_{\mu} (I + MR^2)} \quad (\text{付 1.46})$$

式 (付 1.43), (付 1.46) を式 (付 1.45) に代入して,

$$\begin{aligned} V_{ps} &= V_{pi} - \frac{I (V_{pi} + R \omega_i)}{I + MR^2} \\ &= \frac{MR^2 V_{pi} - I R \omega_i}{I + MR^2} \end{aligned} \quad (\text{付 1.47})$$

式 (付 1.39) より

$$\omega_s = -\frac{V_{ps}}{R} = \frac{I \omega_i - MR V_{pi}}{I + MR^2} \quad (\text{付 1.48})$$

式 (付 1.41) より

$$K_{qc} = e K_{qa} - K_{qb}$$

式 (付 1.30), (付 1.33) を代入して

$$K_{qc} = e M (V_{qm} - V_{qi}) - M (V_{qs} - V_{qm})$$

$V_{qm} = 0$ だから,

$$K_{qc} = -M (e V_{qi} + V_{qs})$$

これを式 (付 1. 36) に代入して,

$$M (V_{qr} - V_{qs}) = -M (e V_{qi} + V_{qs})$$

$$\therefore V_{qr} = -e V_{qi} \quad (付 1. 49)$$

式 (付 1. 37), (付 1. 38) より K_{pc} を消去する。

$$I (\omega_r - \omega_s) = RM (V_{pr} - V_{ps})$$

式 (付 1. 40) より $V_{pr} = -R\omega_r$ だから

$$I (\omega_r - \omega_s) = RM (-R\omega_r - V_{ps})$$

$$(I + MR^2) \omega_r = I \omega_s - RMV_{ps}$$

式 (付 1. 39) より $V_{ps} = -R\omega_s$ だから

$$(I + MR^2) \omega_r = (I + MR^2) \omega_s$$

$$\omega_r = \omega_s = \frac{I \omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (付 1. 50)$$

式 (付 1. 40) より

$$V_{pr} = -R\omega_r = -R \cdot \frac{I \omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (付 1. 51)$$

式 (付 1. 33) より

$$K_{qb} = MV_{qs}$$

式 (付 1. 46) を代入して

$$K_{qb} = M \left\{ V_{qi} + \frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\epsilon \mu (I + MR^2)} \right\} \quad (付 1. 52)$$

式 (付 1. 36) に式 (付 1. 49), (付 1. 36) を代入して

$$\begin{aligned} K_{qc} &= M \left\{ -e V_{qi} - V_{qi} - \frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\epsilon \mu (I + MR^2)} \right\} \\ &= -M \left\{ (1 + e) V_{qi} + \frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\epsilon \mu (I + MR^2)} \right\} \end{aligned} \quad (付 1. 53)$$

ところで衝突中に球に働く力積の斜面垂直方向成分 K_{qa} , K_{qb} , K_{qc} は常に正でなければなら
ないから,

$$K_{qa} = \frac{1}{e} (K_{qb} + K_{qc}) > 0 \quad (付 1. 54)$$

$$K_{qb} > 0 \quad (付 1. 55)$$

$$K_{qc} > 0 \quad (付 1. 56)$$

式 (付 1. 55) は式 (付 1. 56) より次の条件が満足されているときに成り立つ。

$$M \left\{ V_{qi} + \frac{I (V_{pi} + R\omega_i)}{\epsilon \mu (I + MR^2)} \right\} \geq 0$$

$$\frac{V_{pi} + R\omega_i}{\varepsilon} \geq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (-V_{qi})$$

左辺は常に正、右辺は $V_{qi} < 0$ より常に正だから書き換えると、

$$|V_{pi} + R\omega_i| \geq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu |V_{qi}|$$

式(付 1.56)は式(付 1.53)より、次の条件が満足されているときに成り立つ。

$$-M \left\{ (1+e)V_{qi} + \frac{I(V_{pi} + R\omega_i)}{\varepsilon \mu (I + MR^2)} \right\} \geq 0$$

$$\frac{V_{pi} + R\omega_i}{\varepsilon} \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) (-V_{qi})$$

書き換えると

$$|V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) |V_{qi}|$$

まとめると、式(付 1.55)、(付 1.56)は次の条件が満足されているときに成り立つ。

$$\left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu |V_{qi}| \leq |V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) |V_{qi}|$$

(付 1.58)

式(付 1.54)は、 $K_{qb}, K_{qc} > 0$ ならば常に満足されることは明らか。

以上、球の滑りが回復期間の途中で止む場合についてまとめると、

$$\left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu |V_{qi}| \leq |V_{pi} + R\omega_i| \leq \left(1 + \frac{MR^2}{I}\right) \mu (1+e) |V_{qi}| \quad (\text{付 1.58})$$

のとき、球の滑りは回復期間の途中で止み、

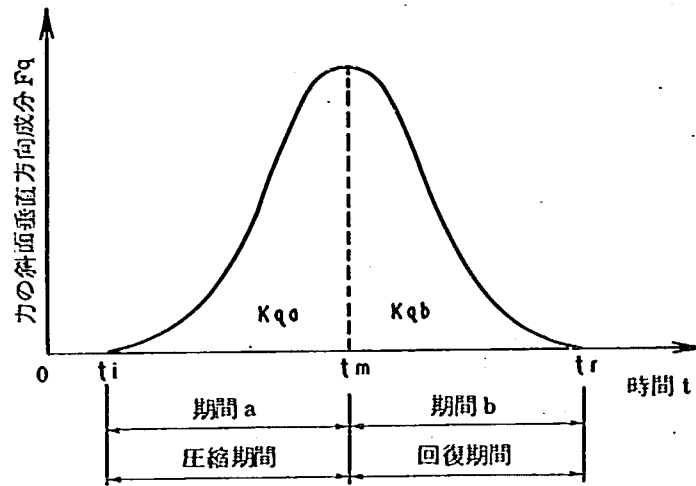
$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} & (\text{付 1.49}) \\ V_{pr} = -R \cdot \omega_r = -R \cdot \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} & (\text{付 1.51}) \end{cases}$$

$$\omega_r = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \quad (\text{付 1.50})$$

となる。

3) 球の滑りが止まらずにはね返る場合

付図-1.3に示すように、球の滑りが止まらずにはね返る場合を考えると期間 a 、 b では次のようになる。



付図- 1.3 球の滑りが止まらずにはね返る場合

期間 a

$$\begin{cases} M (V_{qm} - V_{qi}) = K_{qa} & (\text{付 1.59}) \\ M (V_{pm} - V_{pi}) = -\epsilon \mu K_{qa} & (\text{付 1.60}) \\ I (\omega_m - \omega_i) = -\epsilon \mu R K_{qa} & (\text{付 1.61}) \end{cases}$$

期間 b

$$\begin{cases} M (V_{qr} - V_{qm}) = e K_{qa} & (\text{付 1.62}) \\ M (V_{pr} - V_{pm}) = -\epsilon e \mu K_{qa} & (\text{付 1.63}) \\ I (\omega_r - \omega_m) = -\epsilon e \mu R K_{qa} & (\text{付 1.64}) \end{cases}$$

式 (付 1.60), (付 1.61), (付 1.63), (付 1.64) は, 球の滑りが止まっていないことより明らか。

さらに, 圧縮と回復の変化点である時間 t_m では,

$$V_{qm} = 0 \quad (\text{付 1.65})$$

式 (付 1.59), (付 1.60) より K_{qa} を消去する。

$$V_{pm} - V_{pi} = -\epsilon \mu (V_{qm} - V_{qi})$$

$V_{qm} = 0$ だから

$$V_{pm} = V_{pi} + \epsilon \mu V_{qi} \quad (\text{付 1.66})$$

式 (付 1.59), (付 1.61) より K_{qa} を消去する。

$$I (\omega_m - \omega_i) = -\epsilon \mu R M (V_{qm} - V_{qi})$$

$V_{qm} = 0$ だから

$$\omega_m = \omega_i + \frac{\epsilon \mu R M}{I} V_{qi} \quad (\text{付 1.67})$$

式 (付 1.59) , (付 1.62) より K_{qa} を消去する。

$$V_{qr} - V_{qm} = e (V_{qm} - V_{qi})$$

$V_{qm} = 0$ だから

$$V_{qr} = -e V_{qi} \quad (付 1.68)$$

式 (付 1.62) , (付 1.63) より K_{qa} を消去する。

$$V_{pr} - V_{pm} = -\epsilon \mu (V_{qr} - V_{qm})$$

$V_{qm} = 0$ だから

$$\begin{aligned} V_{pr} &= V_{pm} - \epsilon \mu V_{qr} \\ &= V_{pi} + \epsilon \mu V_{qi} + \epsilon e \mu V_{qi} \\ &= V_{pi} + (1 + e) \epsilon \mu V_{qi} \end{aligned} \quad (付 1.69)$$

式 (付 1.63) , (付 1.64) より K_{qa} を消去する。

$$I (\omega_r - \omega_m) = RM (V_{pr} - V_{pm})$$

$$\begin{aligned} \omega_r &= \omega_m + \frac{RM}{I} (V_{pr} - V_{pm}) \\ &= \omega_i + \frac{\epsilon \mu RM}{I} V_{qi} + \frac{RM}{I} \{ V_{pi} + (1 + e) \epsilon \mu V_{qi} - V_{pi} - \epsilon \mu V_{qi} \} \\ &= \omega_i + \frac{M}{I} (1 + e) \epsilon \mu R V_{qi} \end{aligned} \quad (付 1.70)$$

以上、球の滑りが止まらずにはね返る場合についてまとめると、1), 2) 以外するとき、すなわち、

$$| V_{pi} + R \omega_i | \geq (1 + \frac{MR^2}{I}) \mu (1 + e) | V_{qi} | \quad (付 1.71)$$

のとき、球の滑りが止まらずにはね返り、

$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} & (付 1.68) \\ V_{pr} = V_{pi} + (1 + e) \epsilon \mu R V_{qi} & (付 1.69) \\ \omega_r = \omega_i + \frac{M}{I} (1 + e) \epsilon \mu R V_{qi} & (付 1.70) \end{cases}$$

となる。

以上、1), 2), 3) の3つの場合についてまとめると以下のようになる。

$$| V_{pi} + R \omega_i | \leq (1 + \frac{MR^2}{I}) \mu (1 + e) | V_{qi} | \quad (付 1.72)$$

のとき、1) または 2) の状態になり、衝突中に球の滑りが止まり、

$$\begin{cases} V_{qr} = -e V_{qi} & (付 1.21) , (付 1.49) \\ V_{pr} = -R \cdot \frac{I \omega_i - MR V_{pi}}{I + MR^2} & (付 1.23) , (付 1.51) \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_r = \frac{I\omega_i - MRV_{pi}}{I + MR^2} \end{array} \right. \quad (付 1.22), (付 1.50)$$

となる。

$$\left| V_{pi} + R\omega_i \right| \geq \left(1 + \frac{MR^2}{I} \right) \mu (1 + e) \left| V_{qi} \right| \quad (付 1.71)$$

のとき、3)の状態になり、衝突中に球の滑りは止まらず、

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{qr} = -e V_{qi} \end{array} \right. \quad (付 1.68)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{pr} = V_{pi} + (1 + e) \varepsilon_{\mu} V_{qi} \end{array} \right. \quad (付 1.69)$$

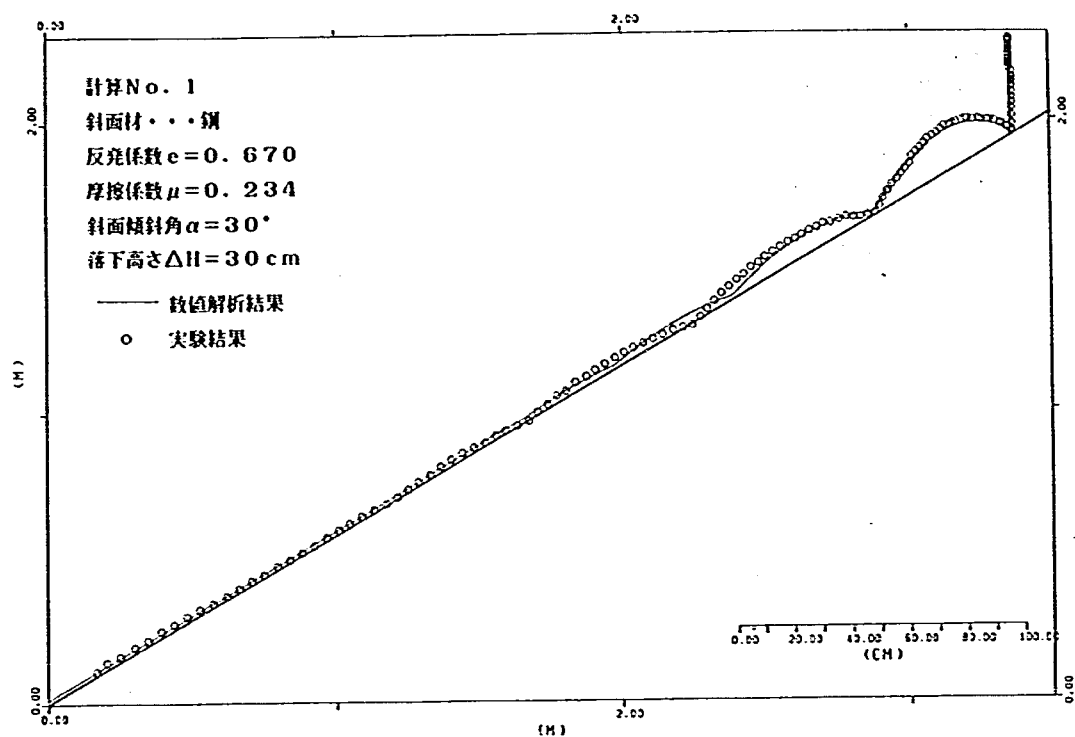
$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_r = \omega_i + \frac{M}{I} (1 + e) \varepsilon_{\mu} R V_{qi} \end{array} \right. \quad (付 1.70)$$

となる。

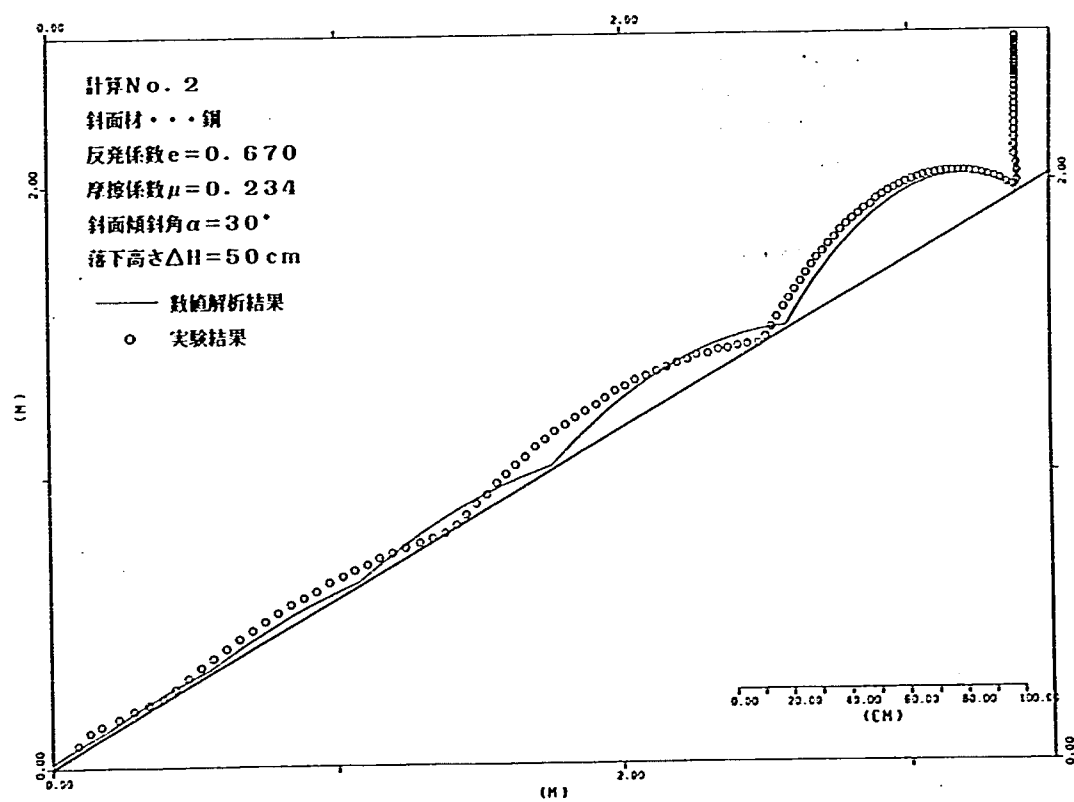
付 録 2

付図－2.1～付図－2.30

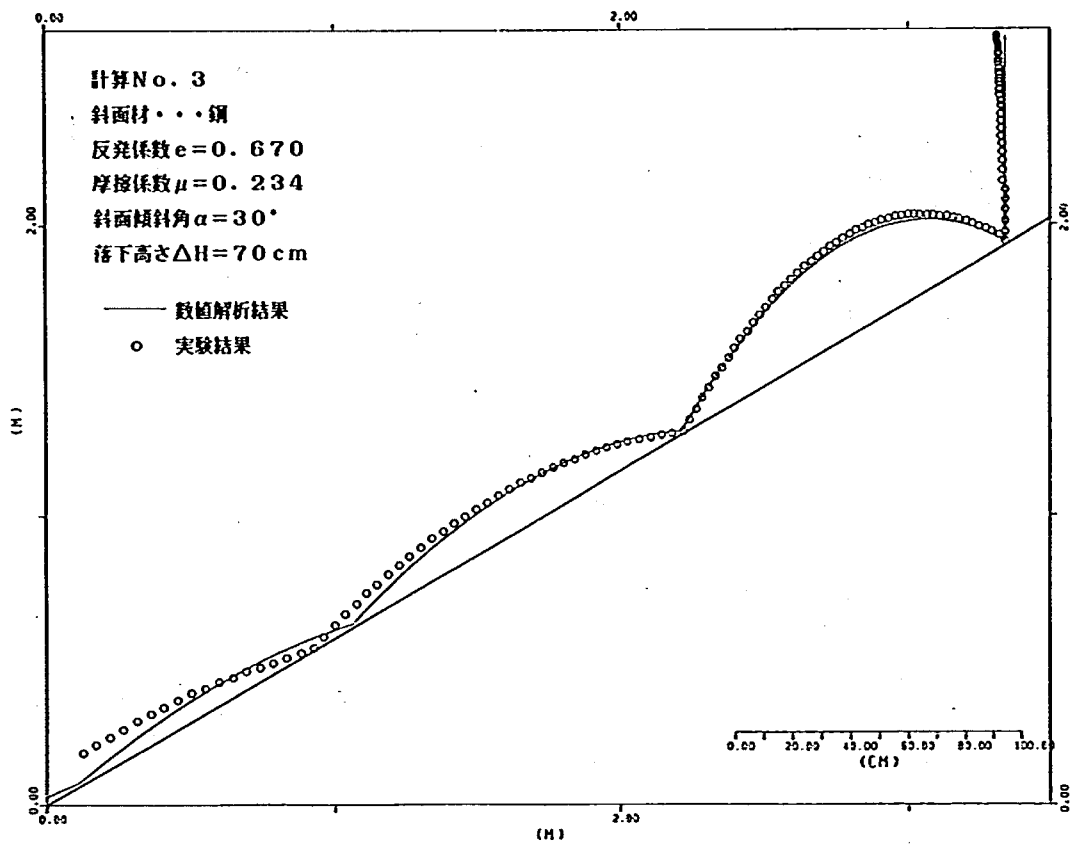
物性試験による e ， μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡



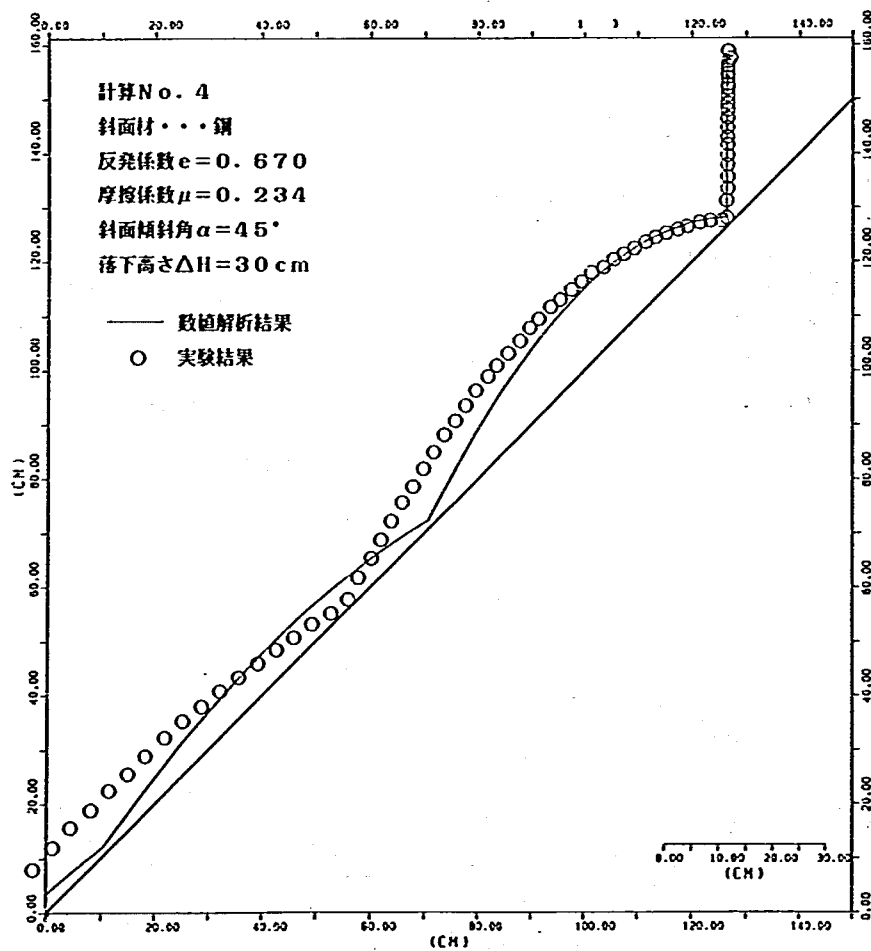
付図－2.1



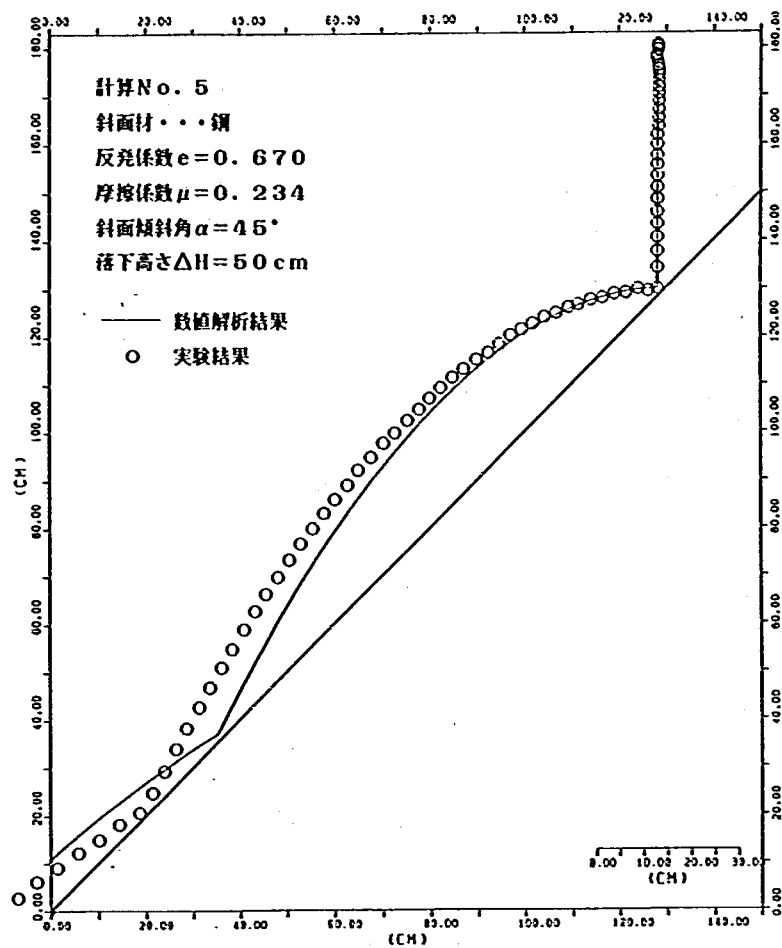
付図－2.2



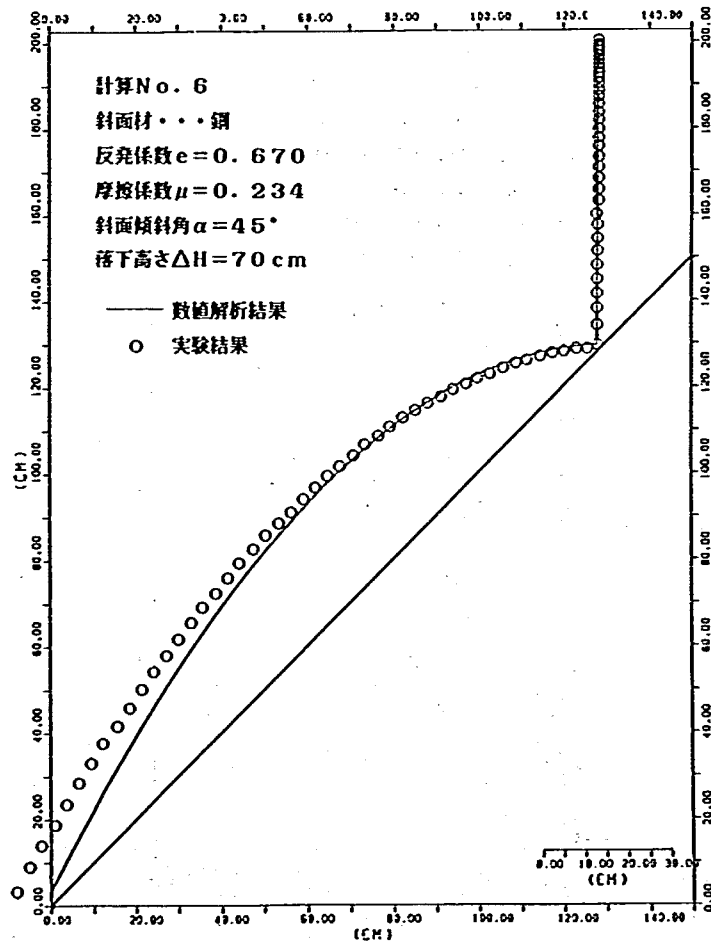
付図－ 2.3



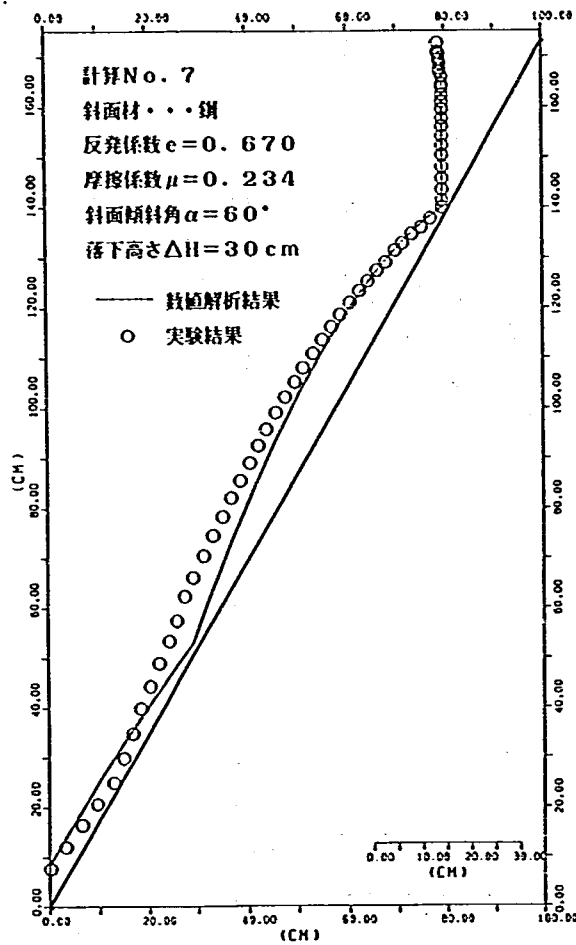
付図－ 2.4



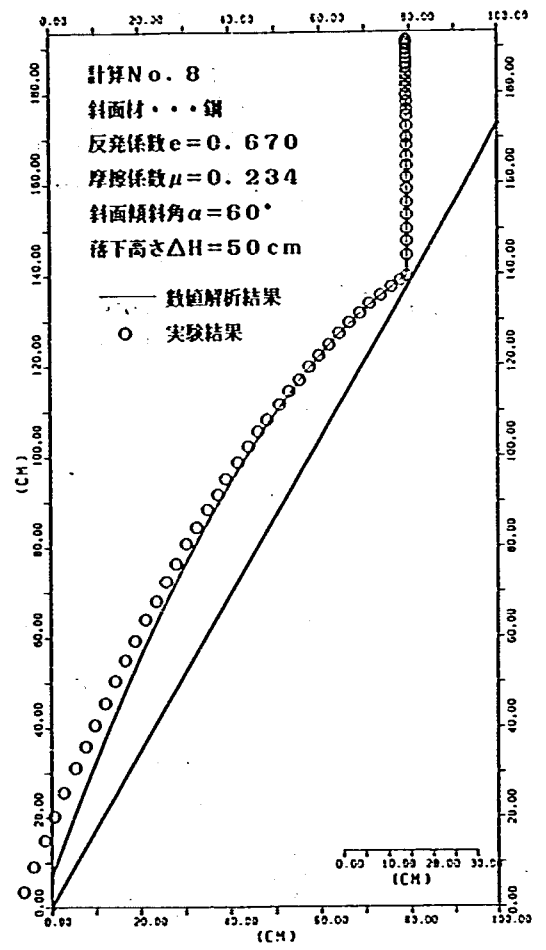
付図－2.5



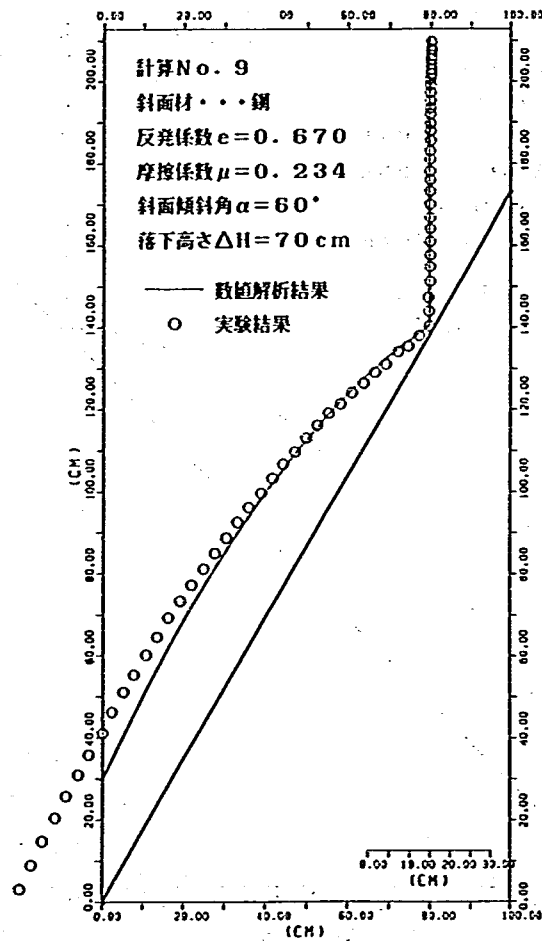
付図－2.6



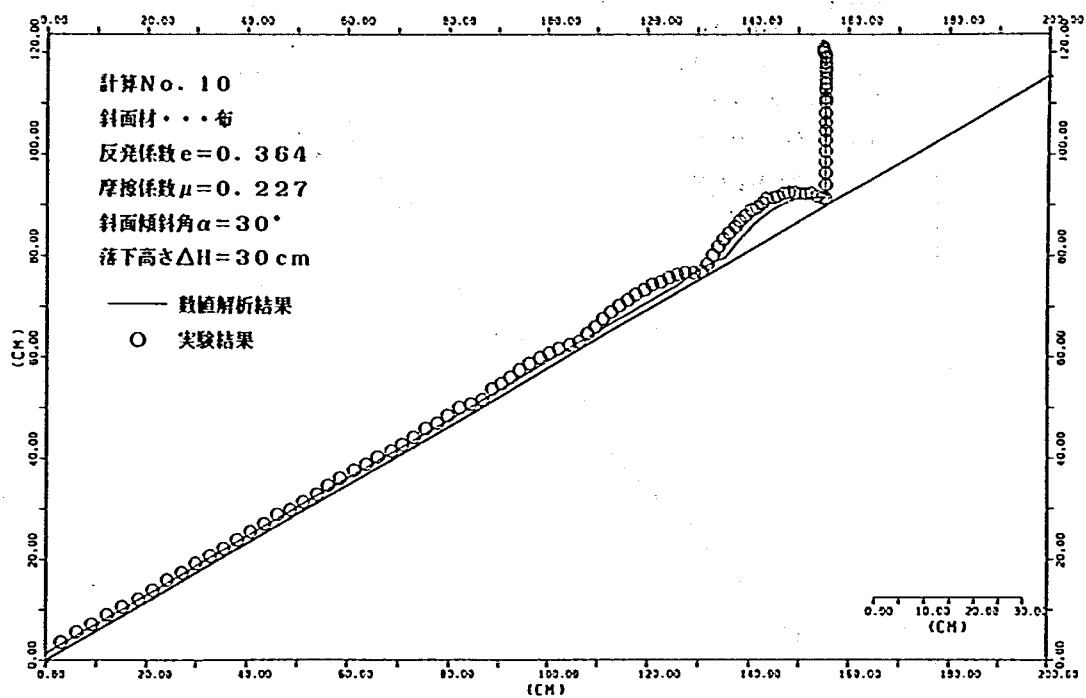
付図-2.7



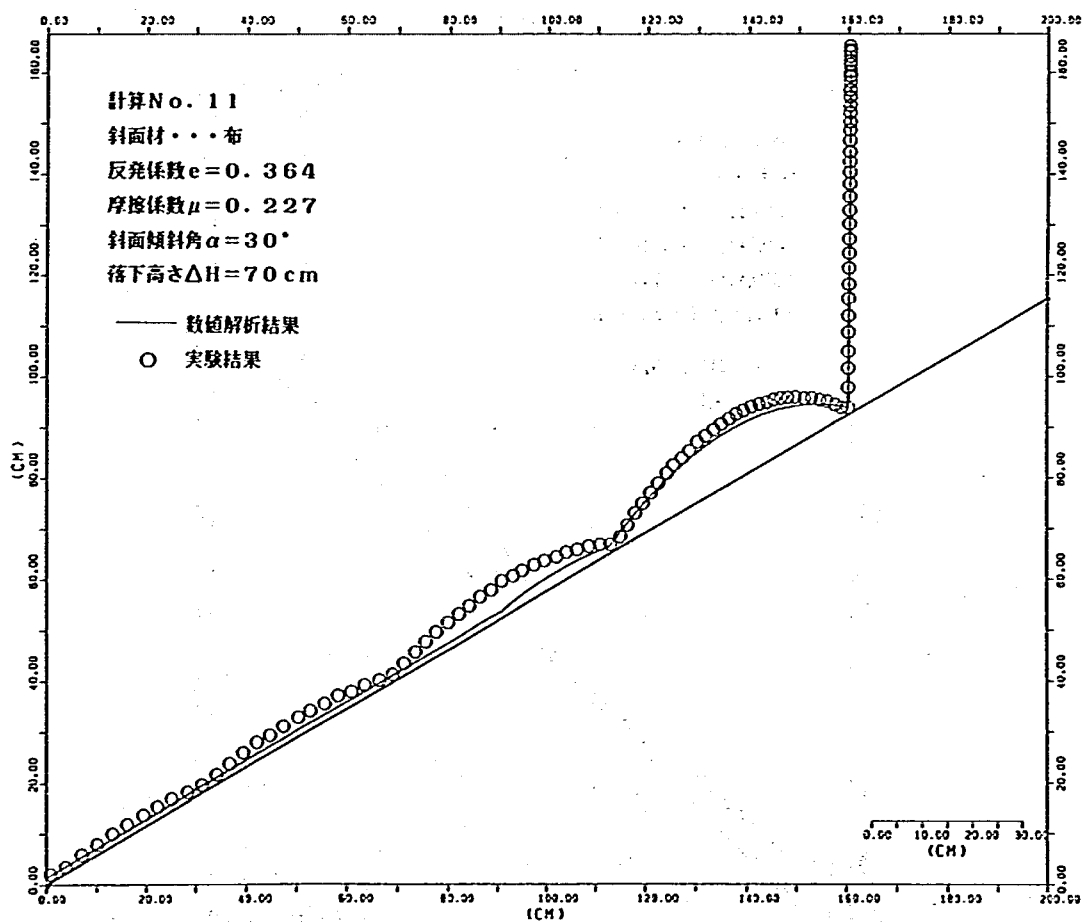
付図-2.8



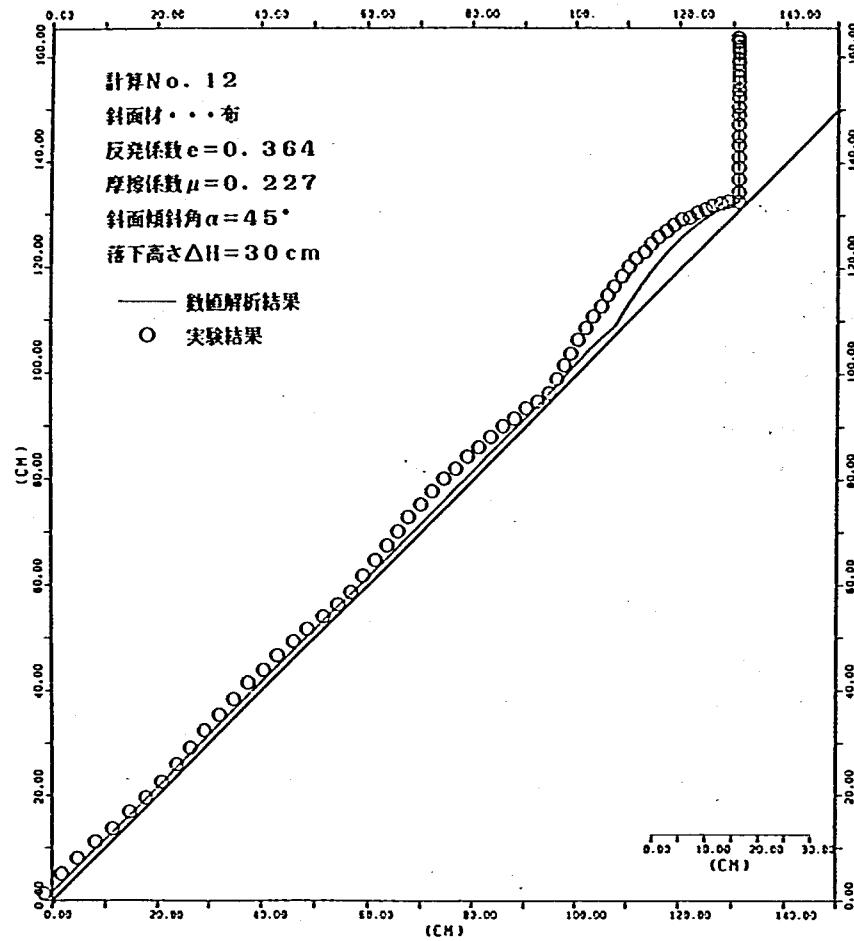
付図-2.9



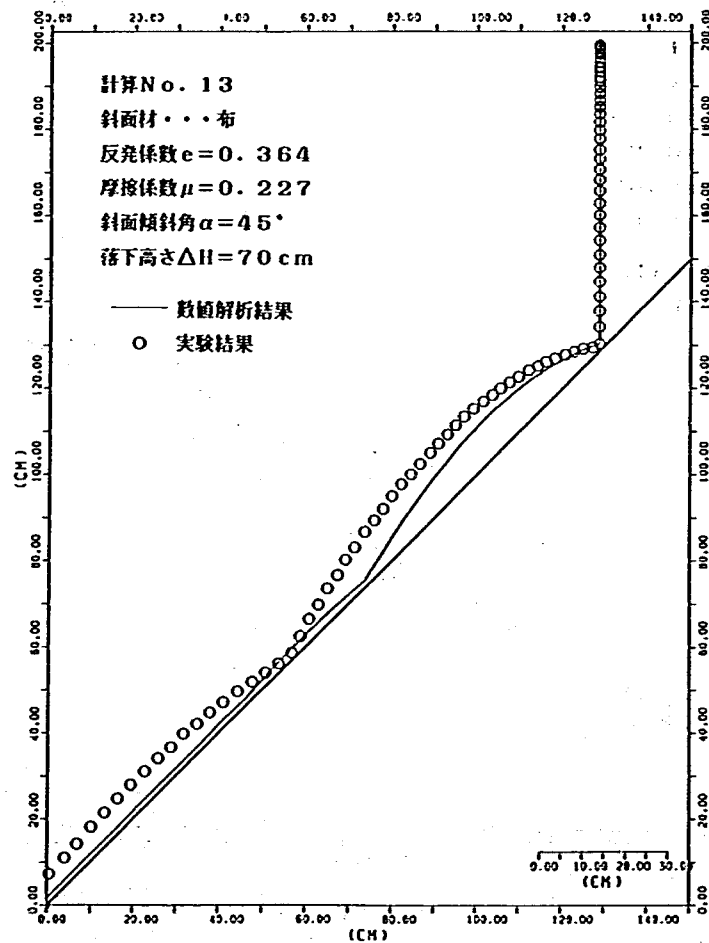
付図-2.10



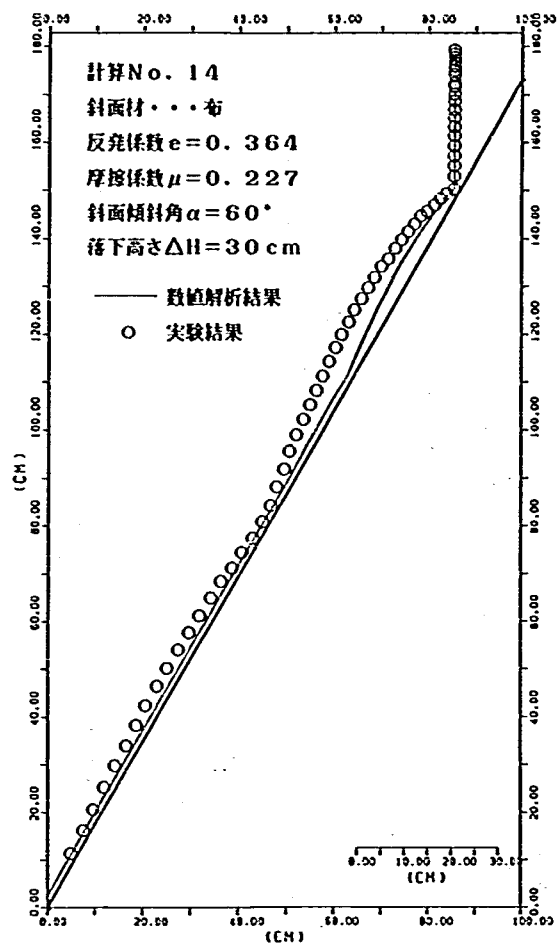
付図-2.11



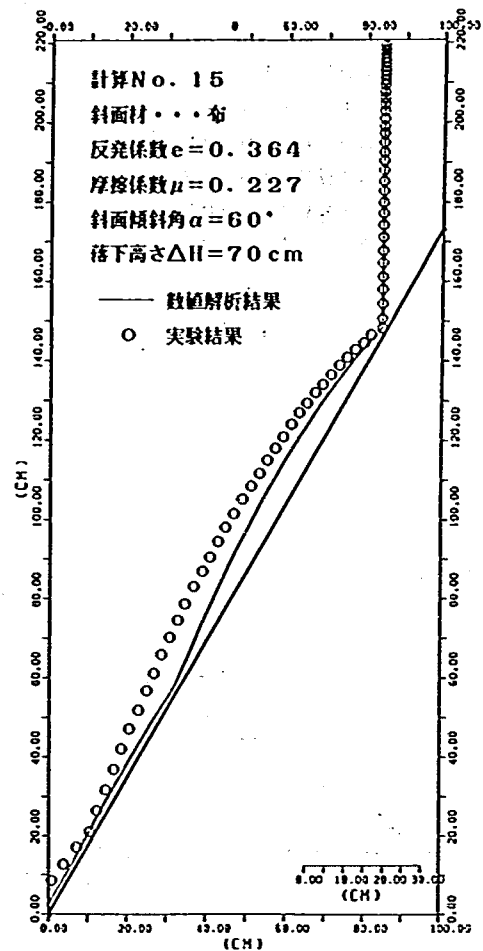
付図－2.1 2



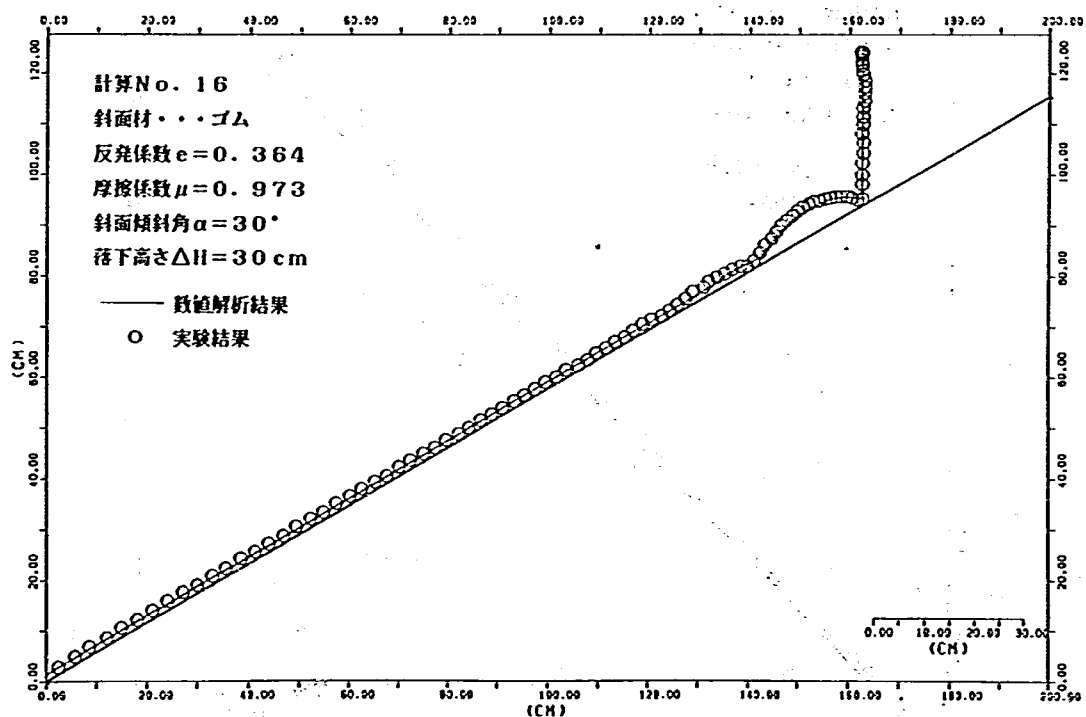
付図－2.1 3



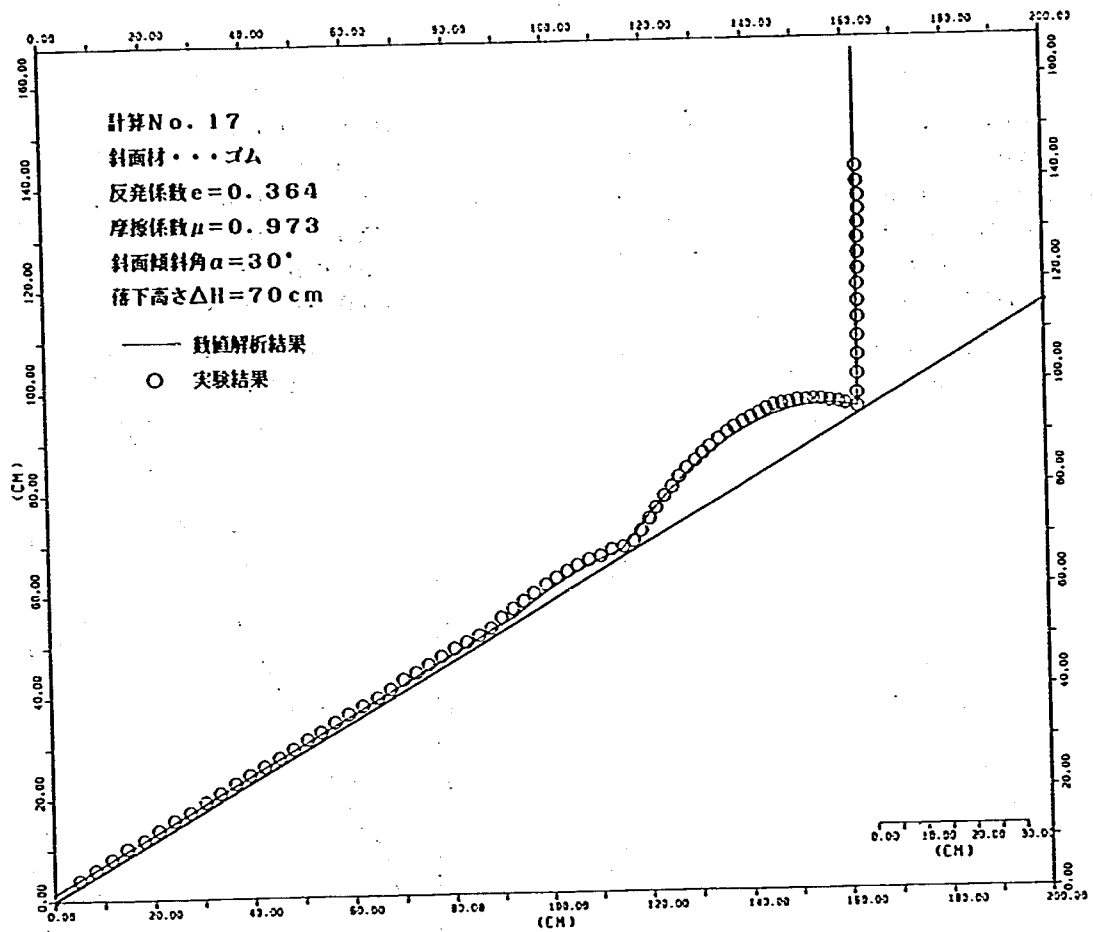
付図-2.14



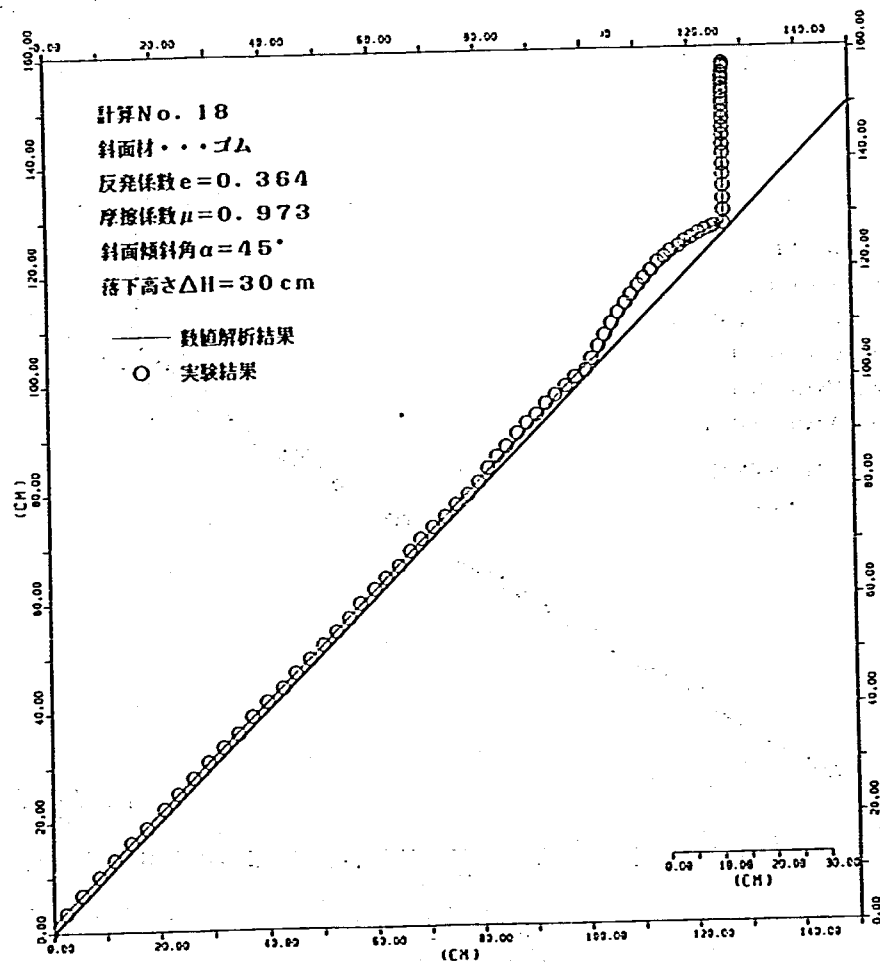
付図-2.15



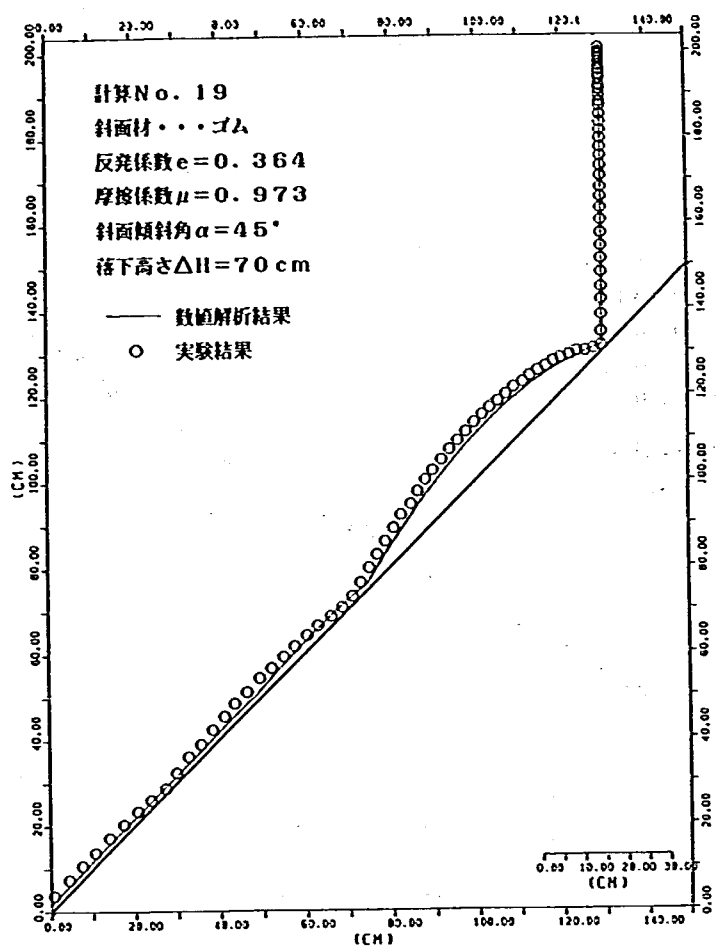
付図-2.16



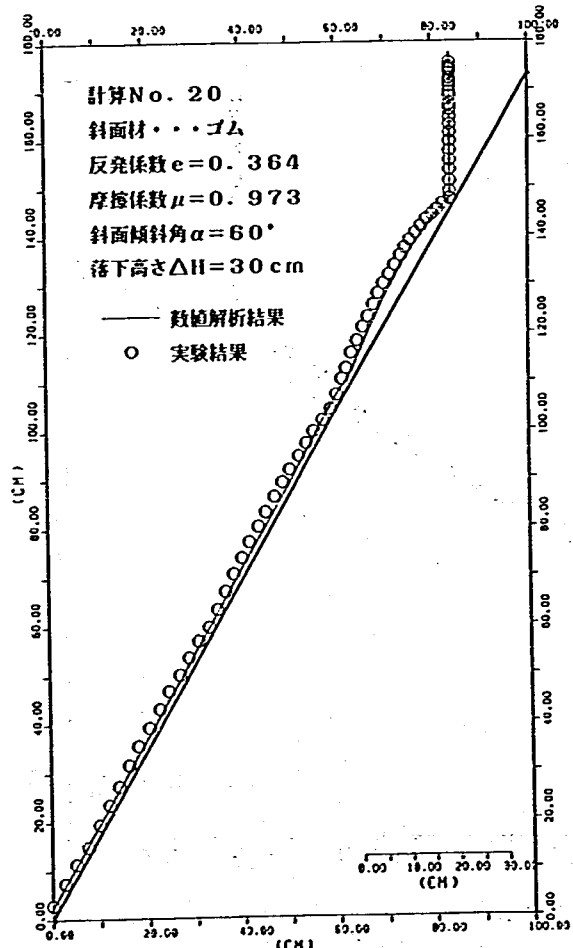
付図-2.17



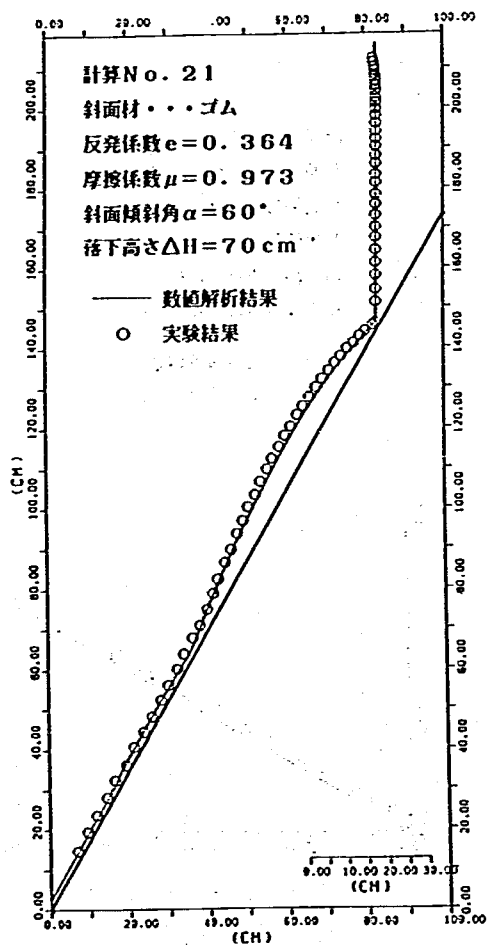
付図-2.18



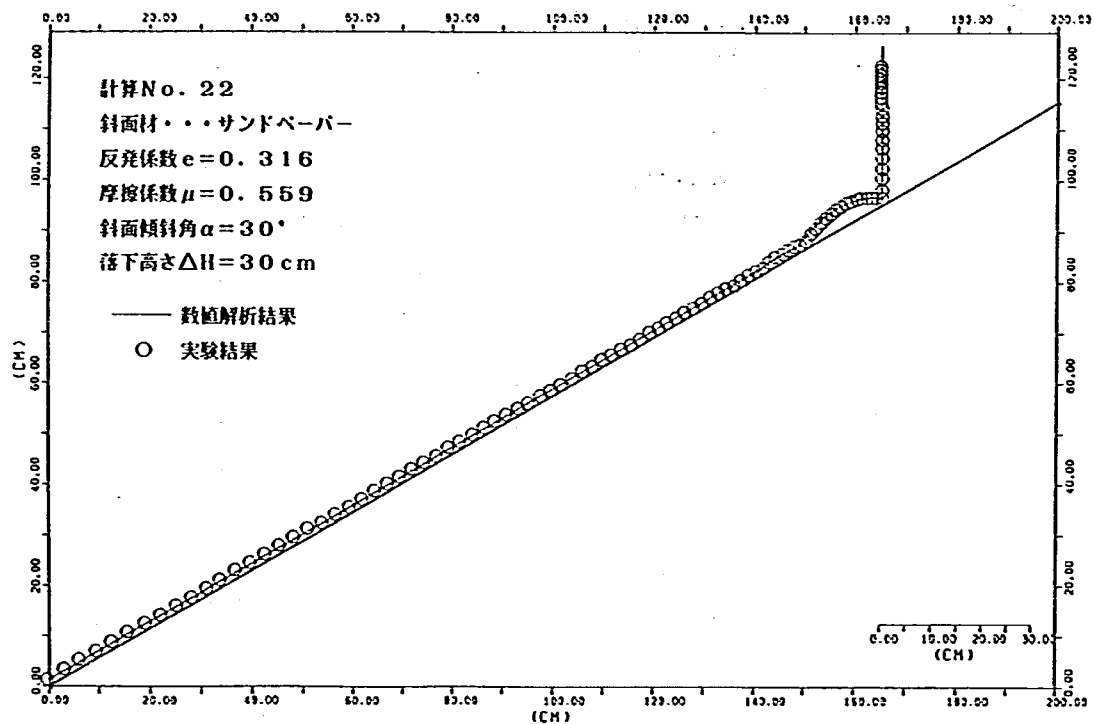
付図-2.19



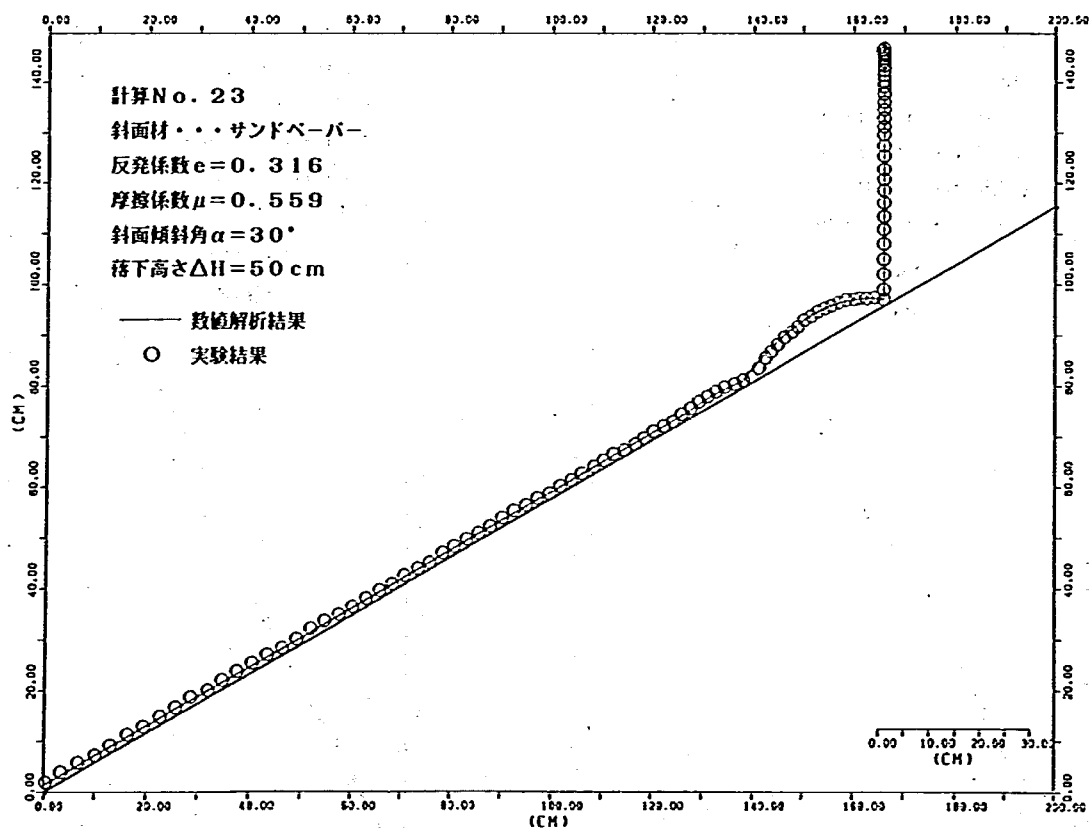
付図-2.20



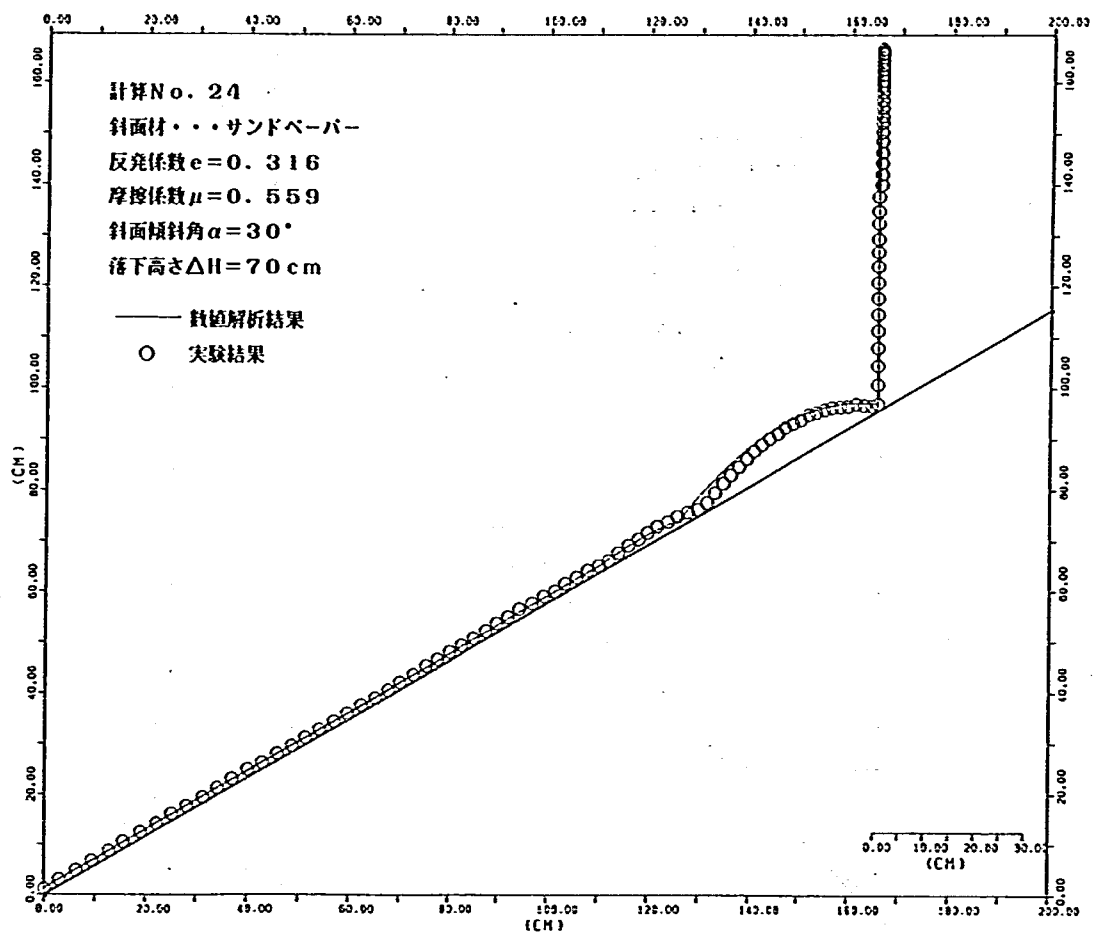
付図-2.21



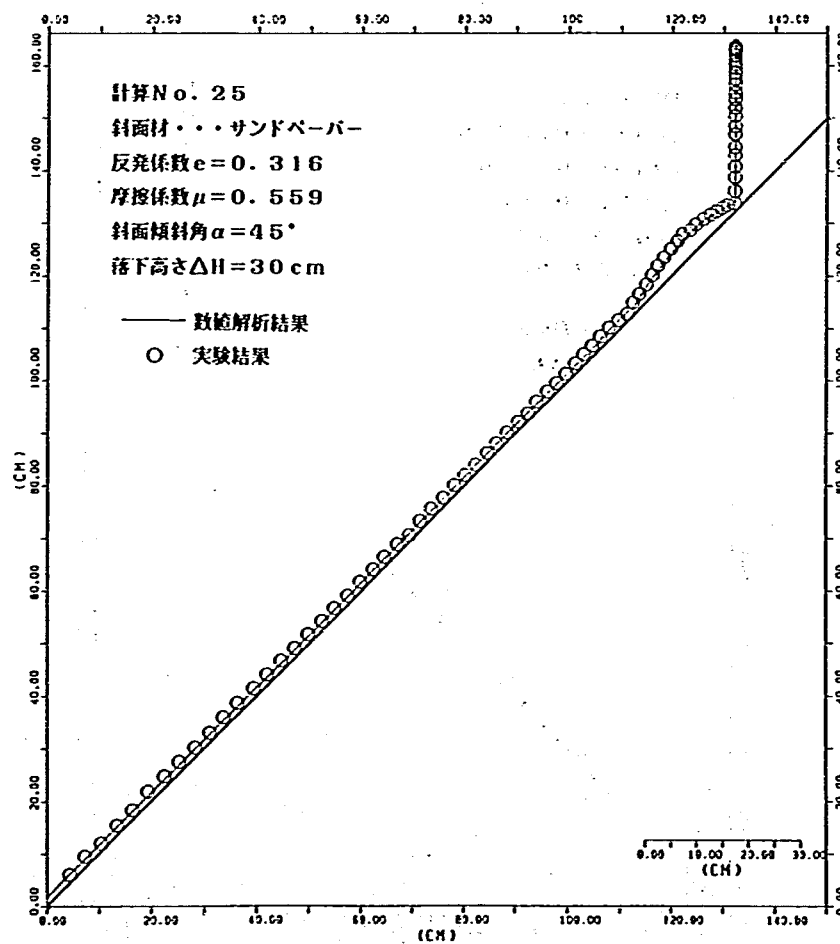
付図－ 2.2 2



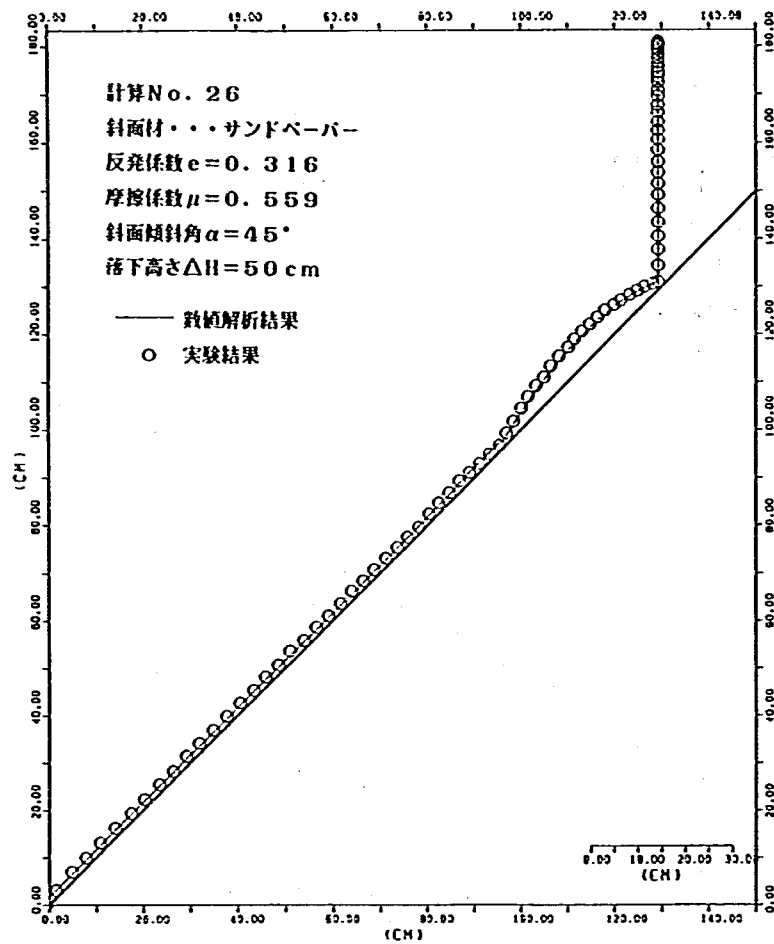
付図－ 2.2 3



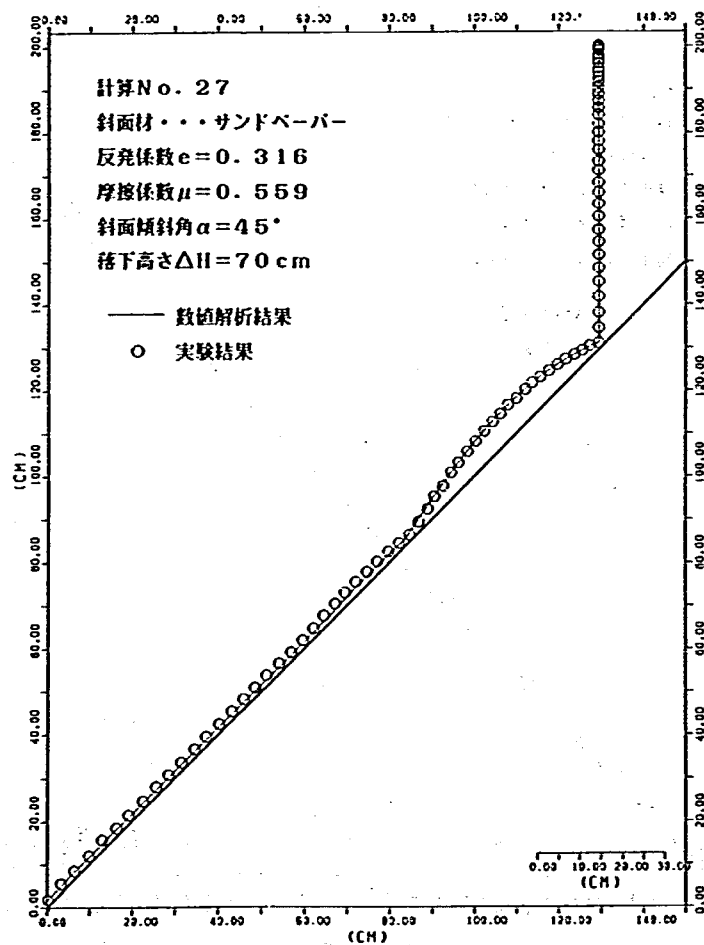
付図- 2.2 4



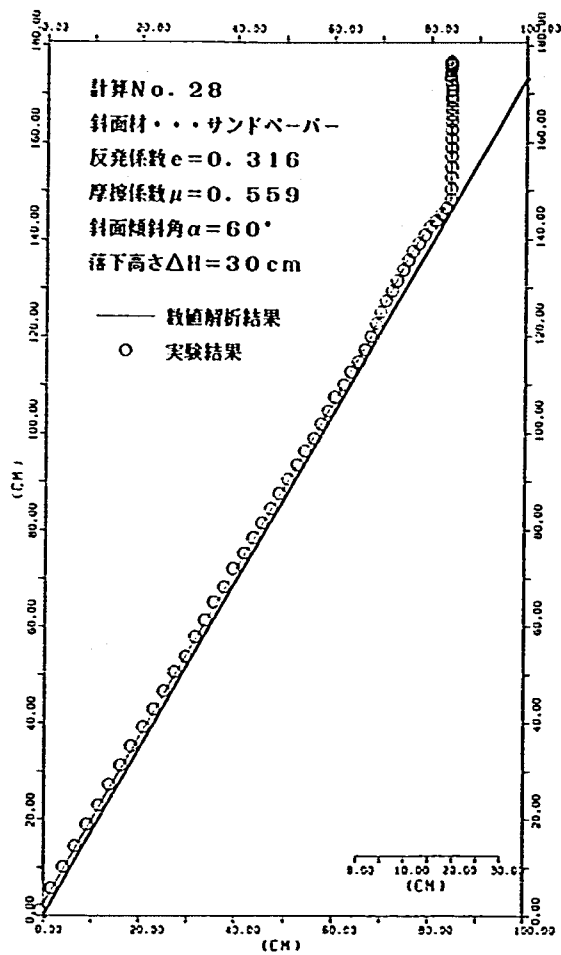
付図- 2.2 5



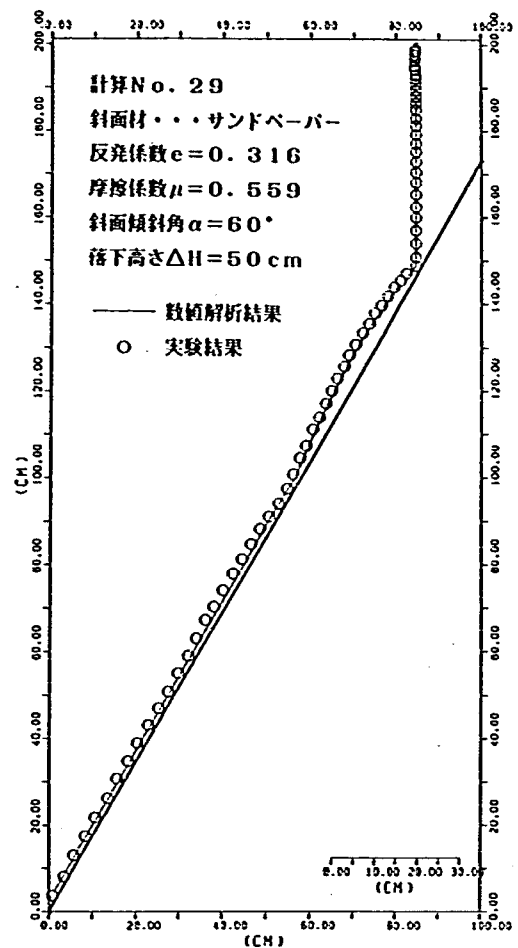
付図-2.26



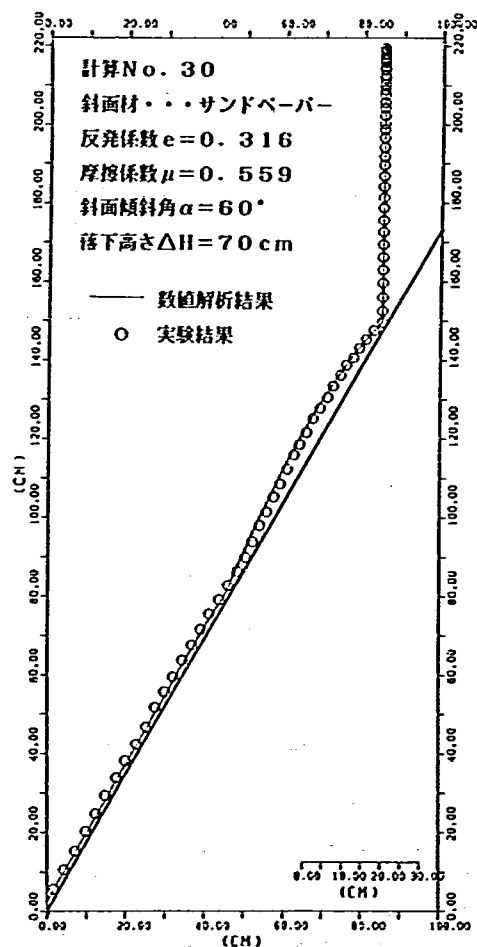
付図-2.27



付図-2.28



付図-2.29

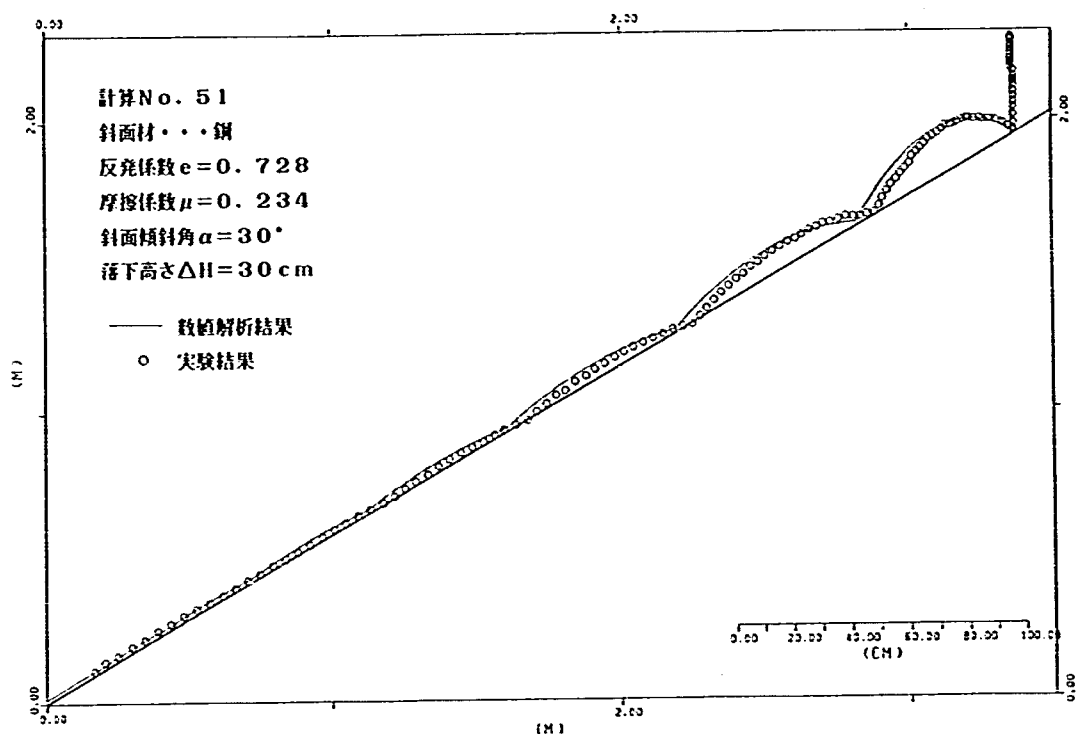


付図-2.30

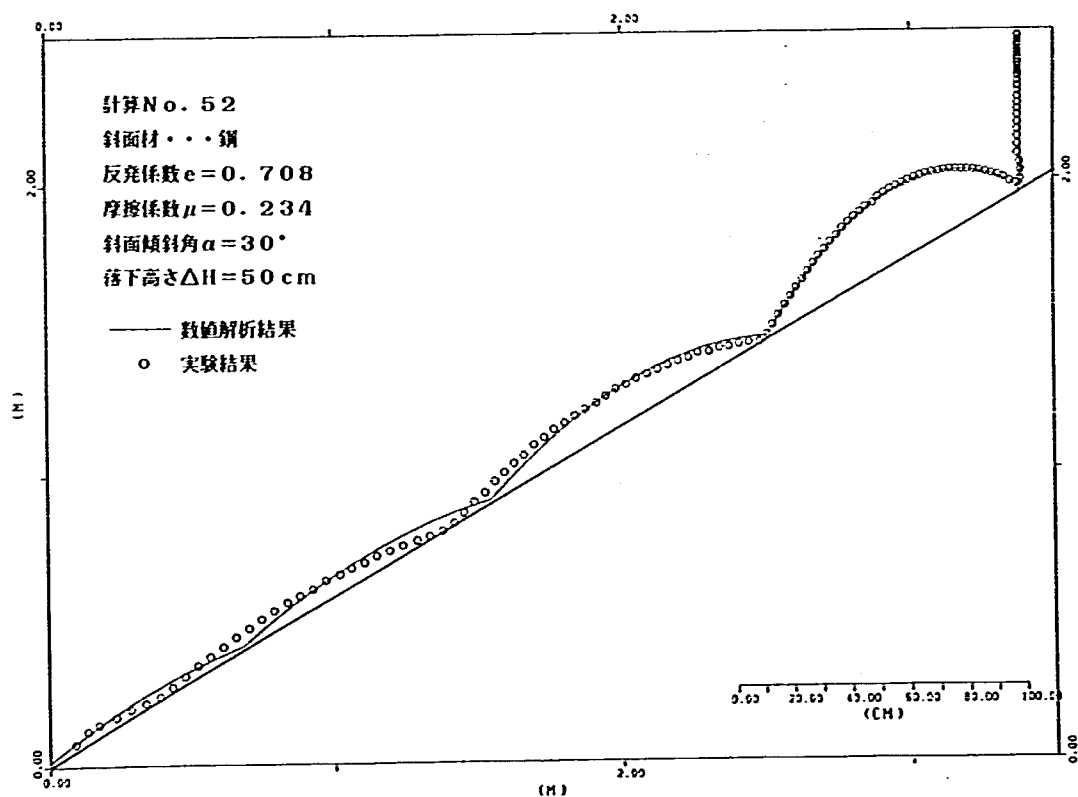
付 録 3

付図－3.1～付図－3.30

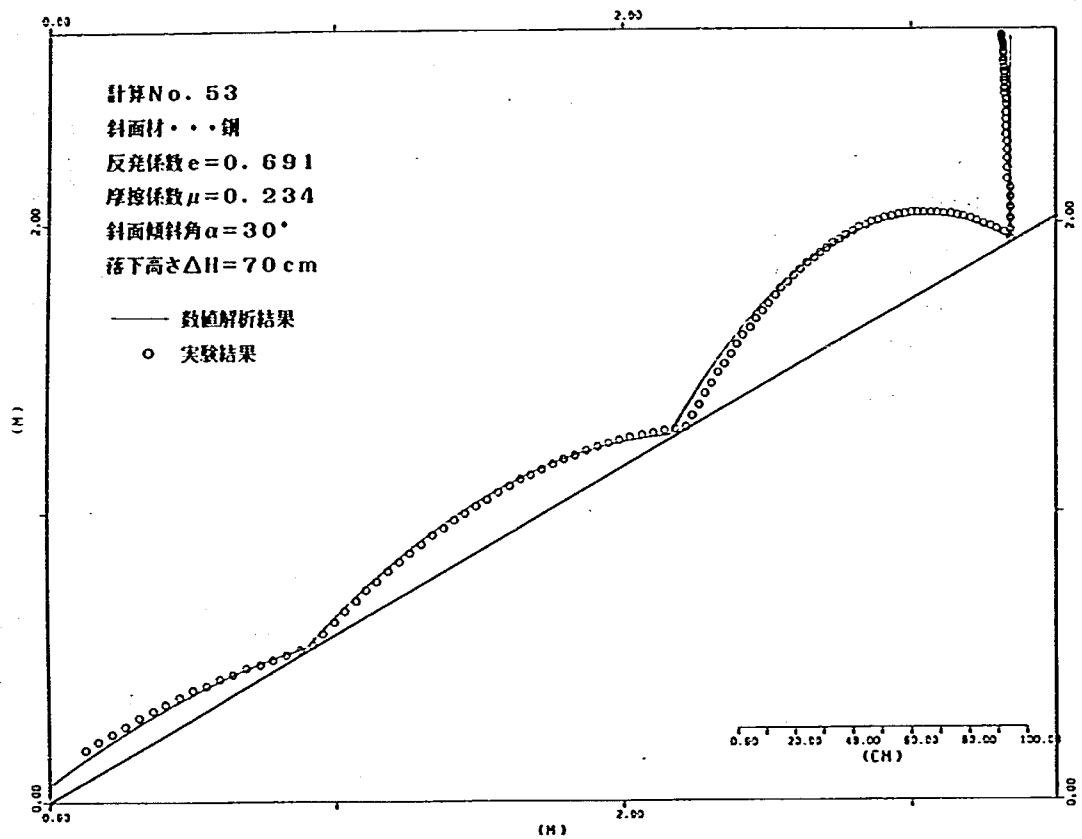
室内実験結果より逆算した e , μ を用いた数値解析と室内実験の落石の跳躍軌跡



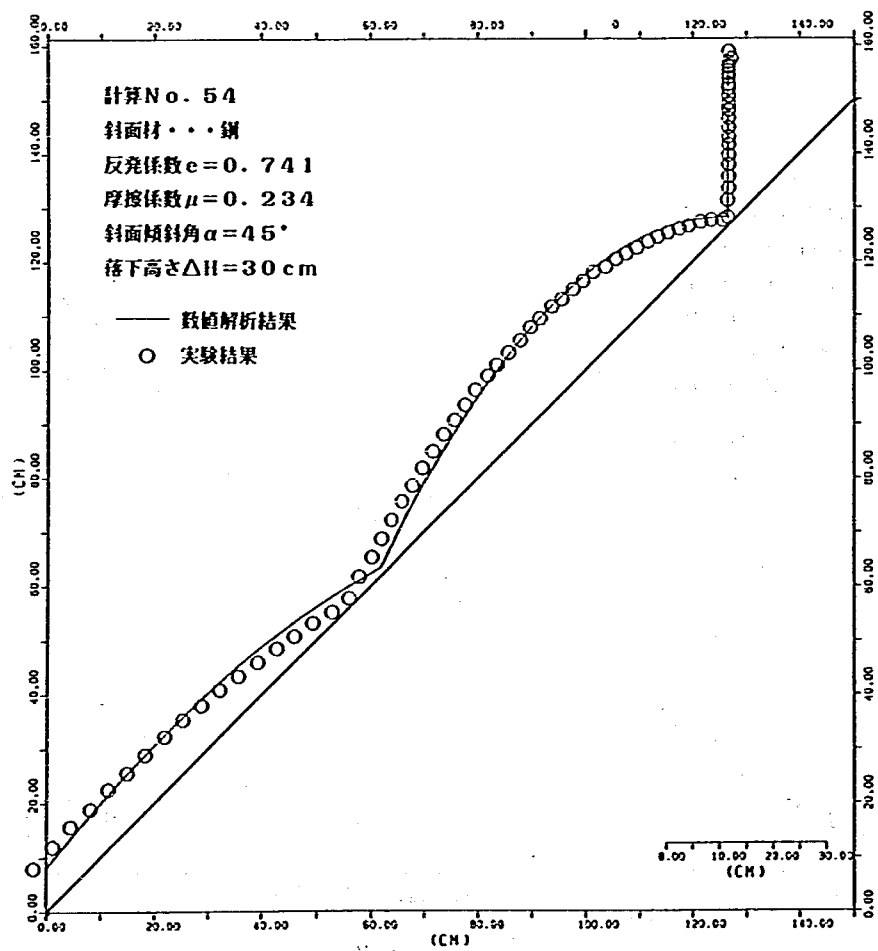
付図-3.1



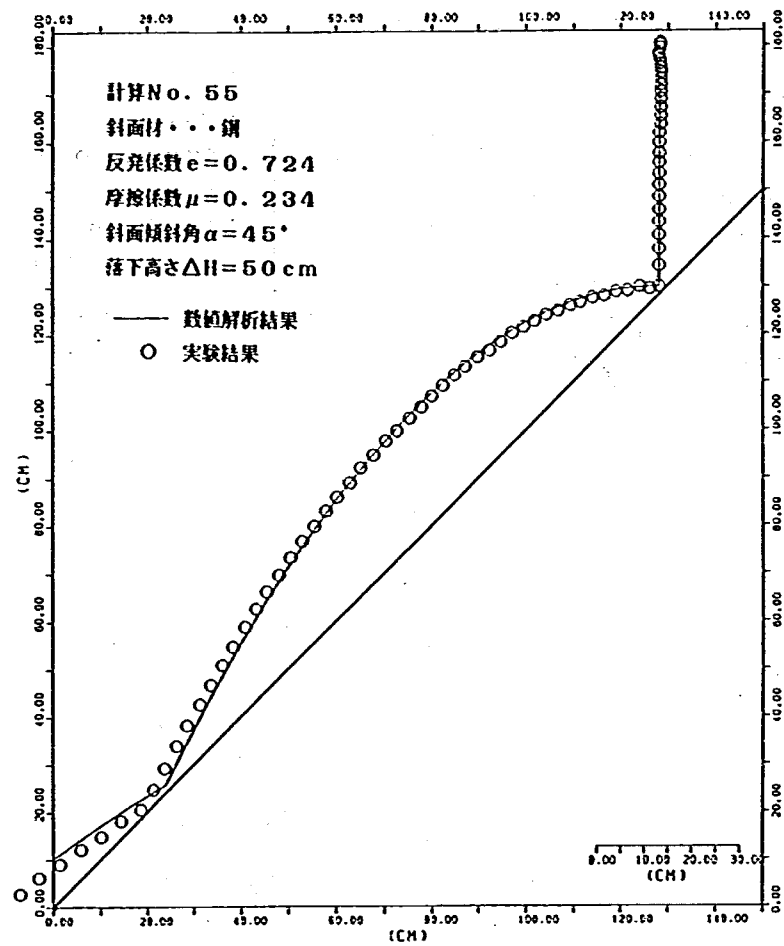
付図-3.2



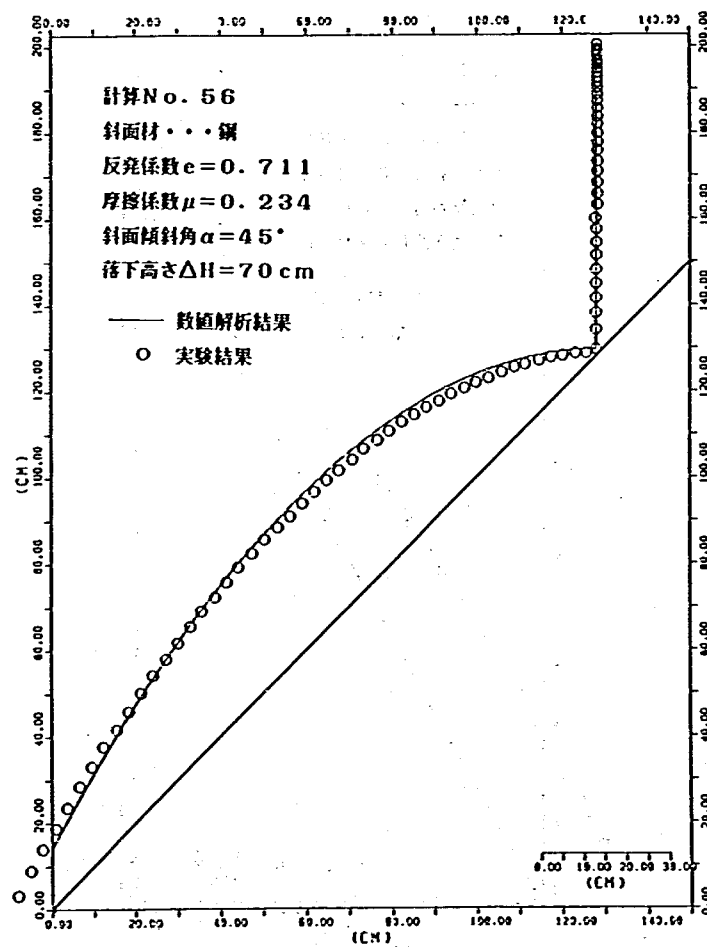
付図－ 3. 3



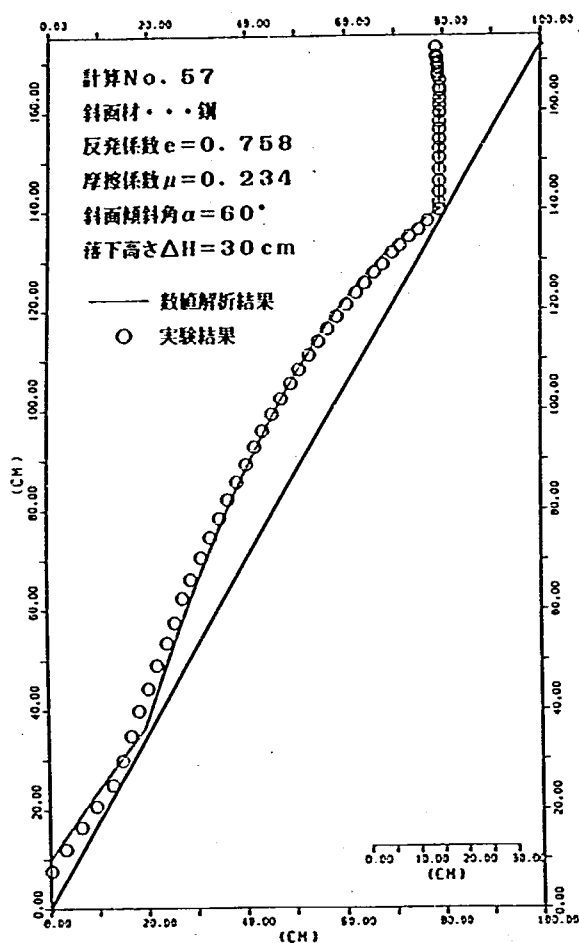
付図－ 3. 4



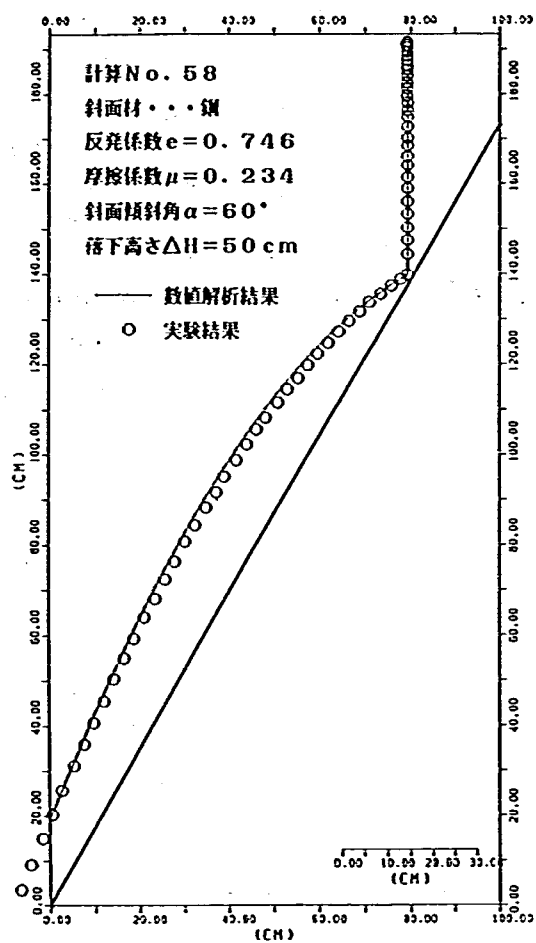
付図－3.5



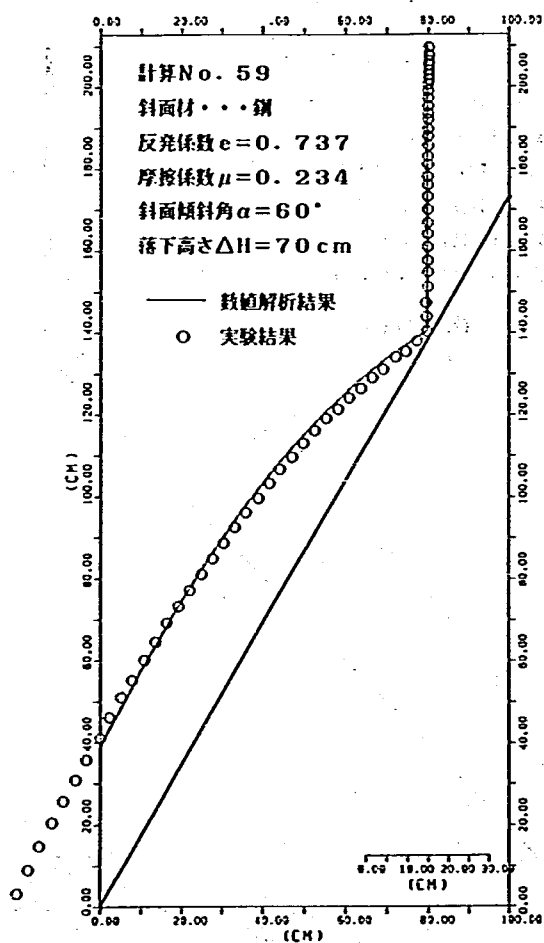
付図－3.6



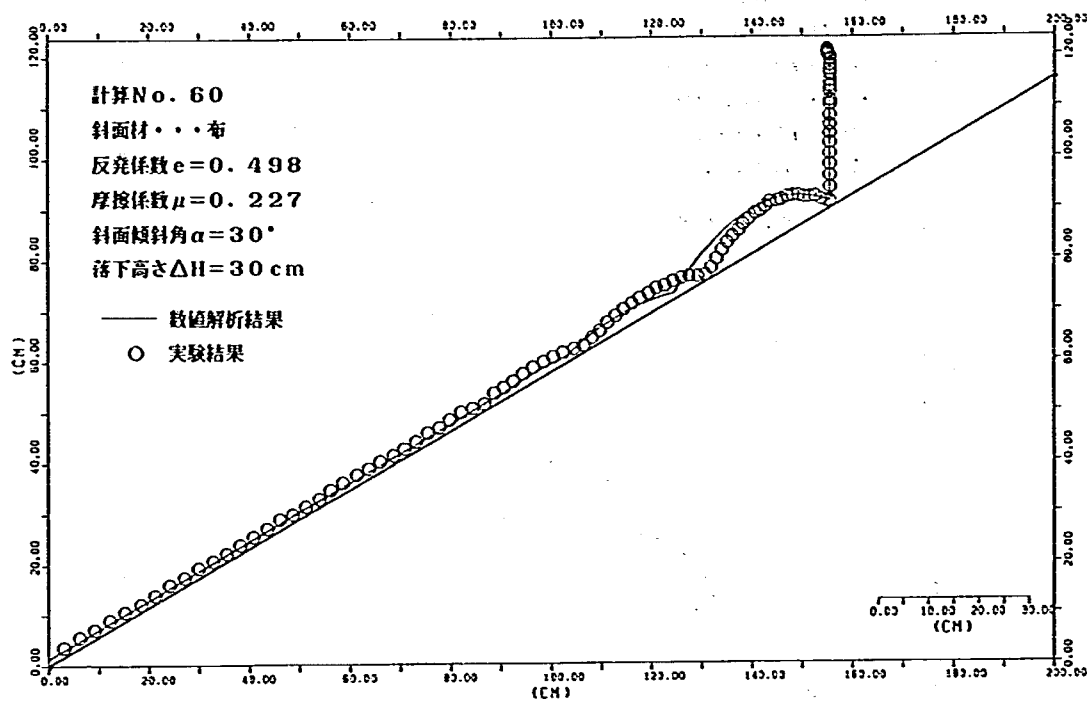
付図-3.7



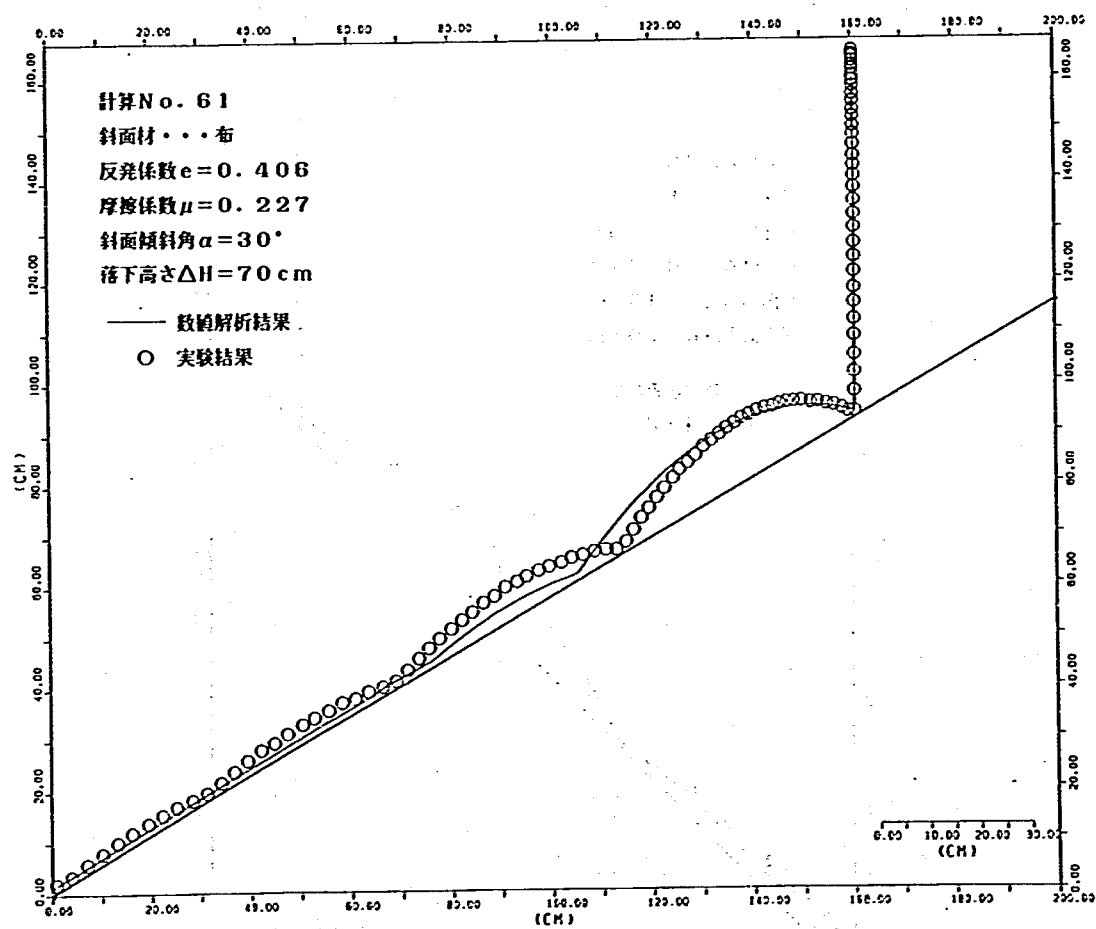
付図-3.8



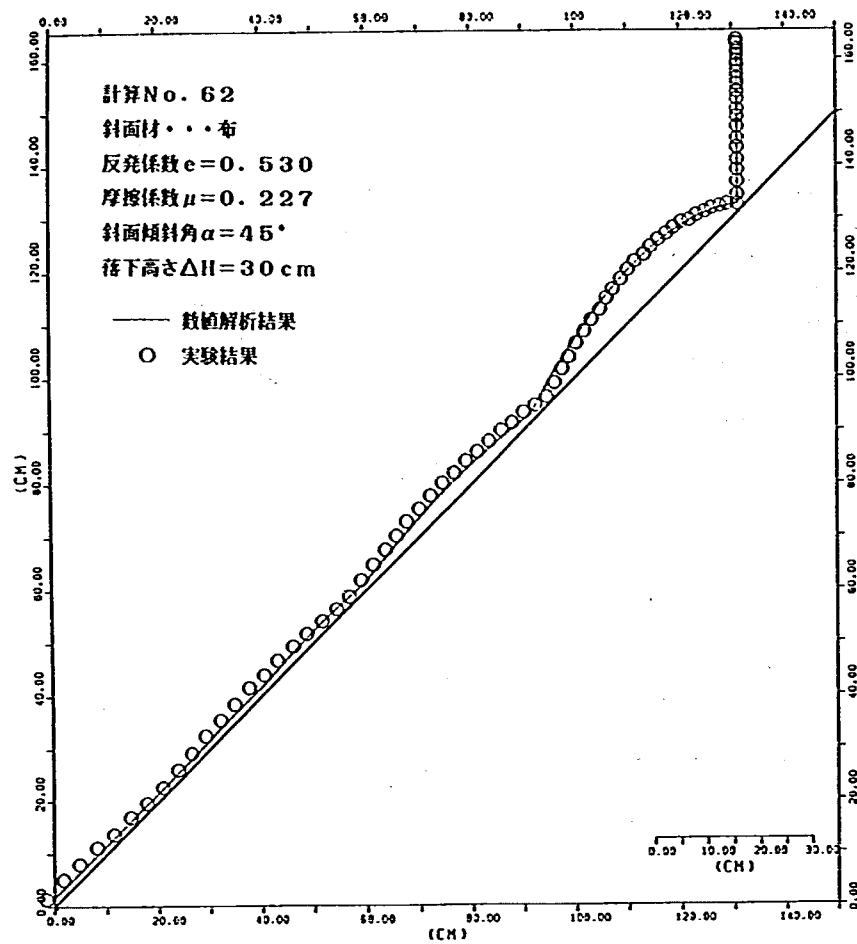
付図-3.9



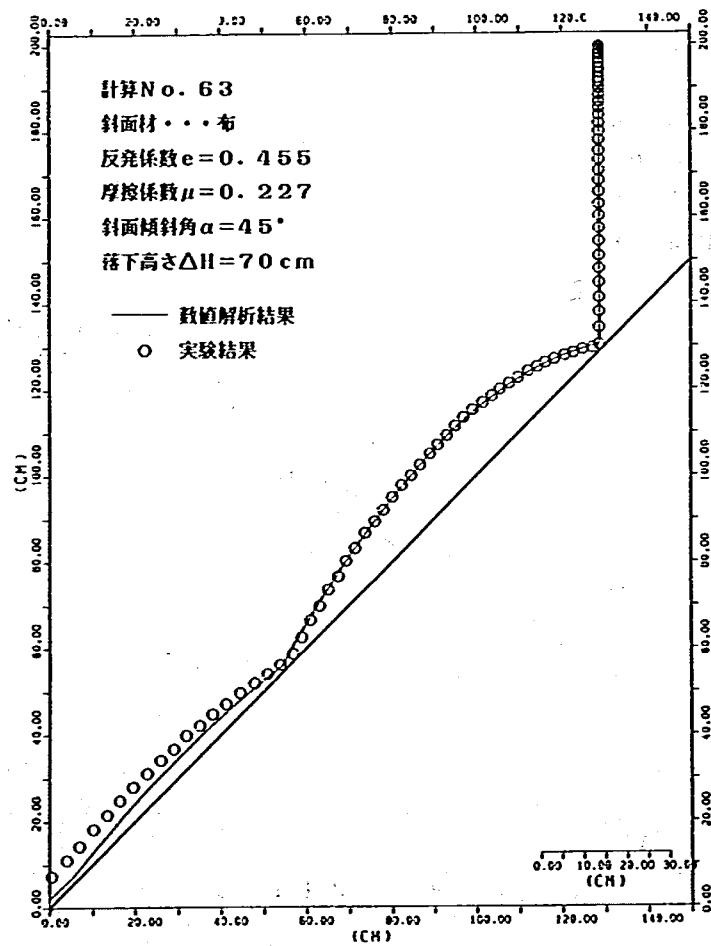
付図- 3.1 0



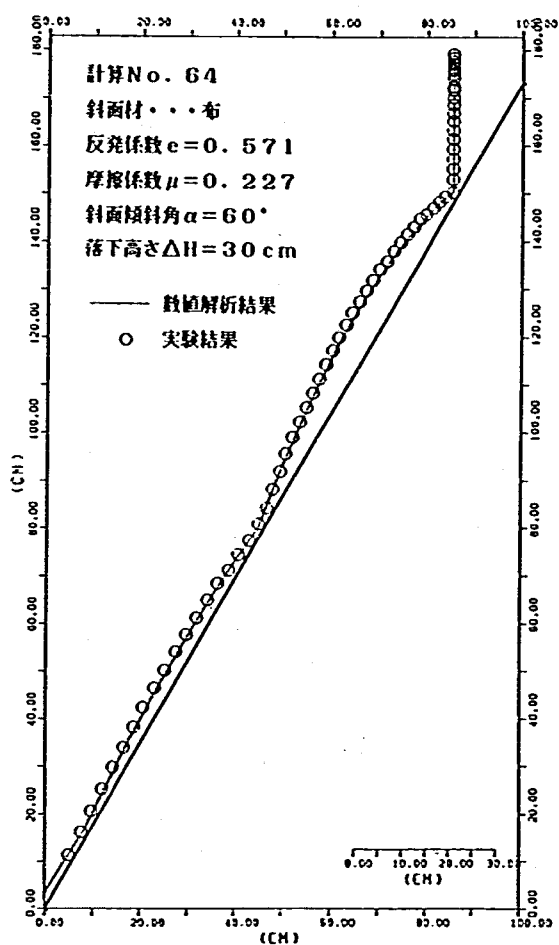
付図- 3.1 1



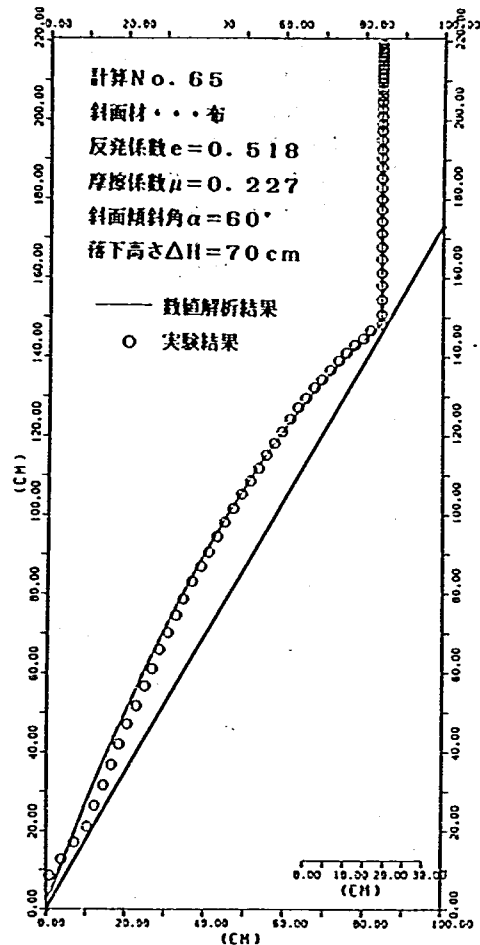
付図－3.12



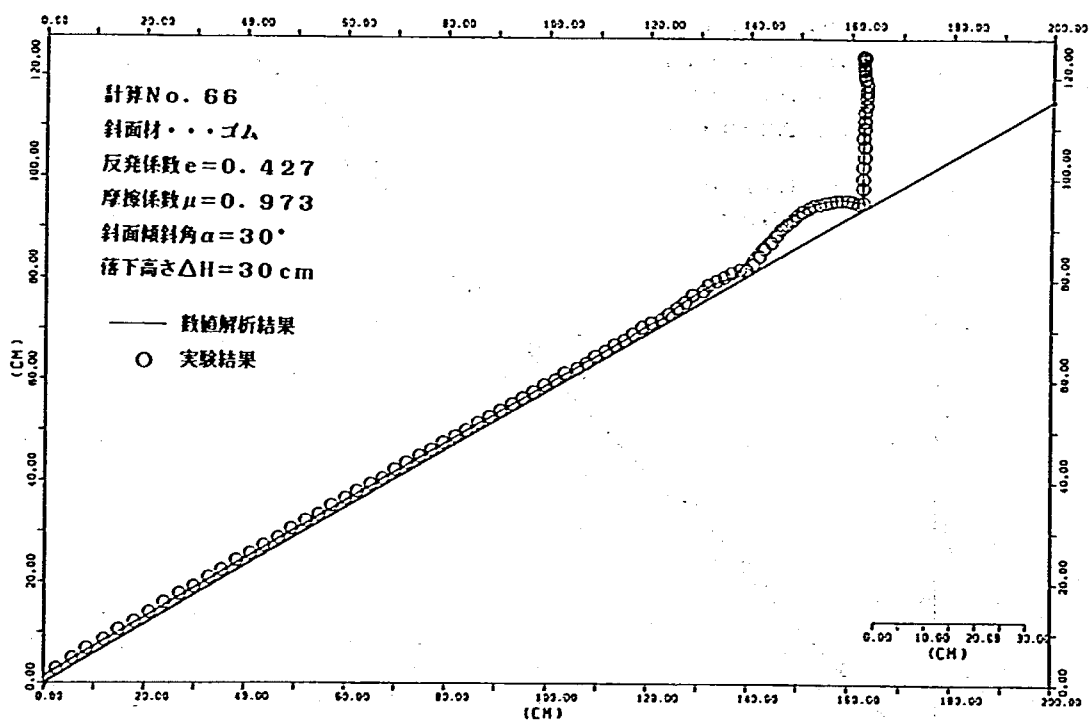
付図－3.13



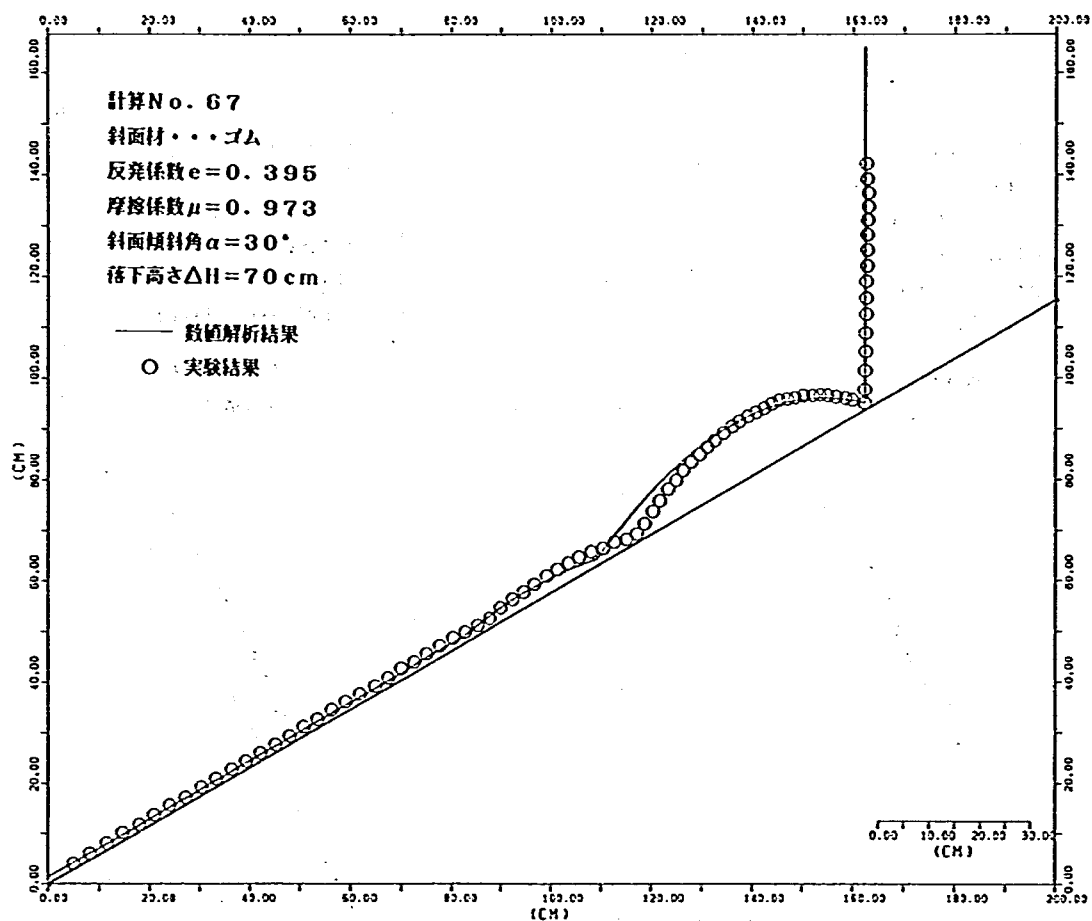
付図-3.14



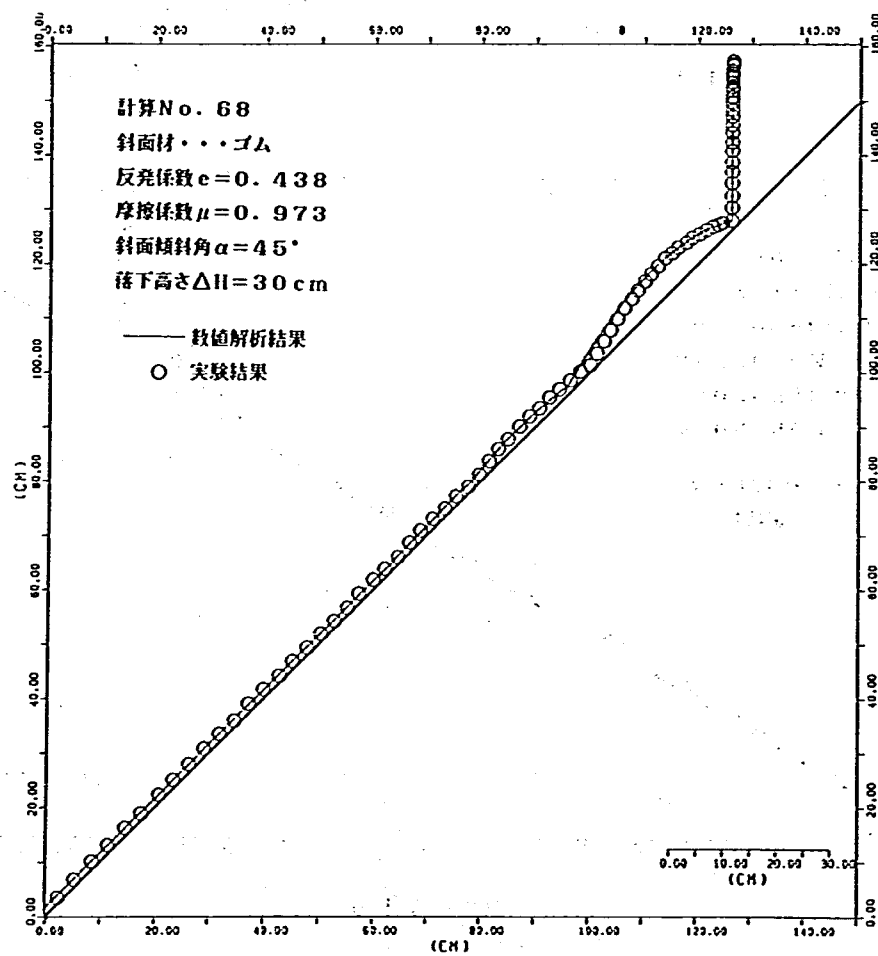
付図-3.15



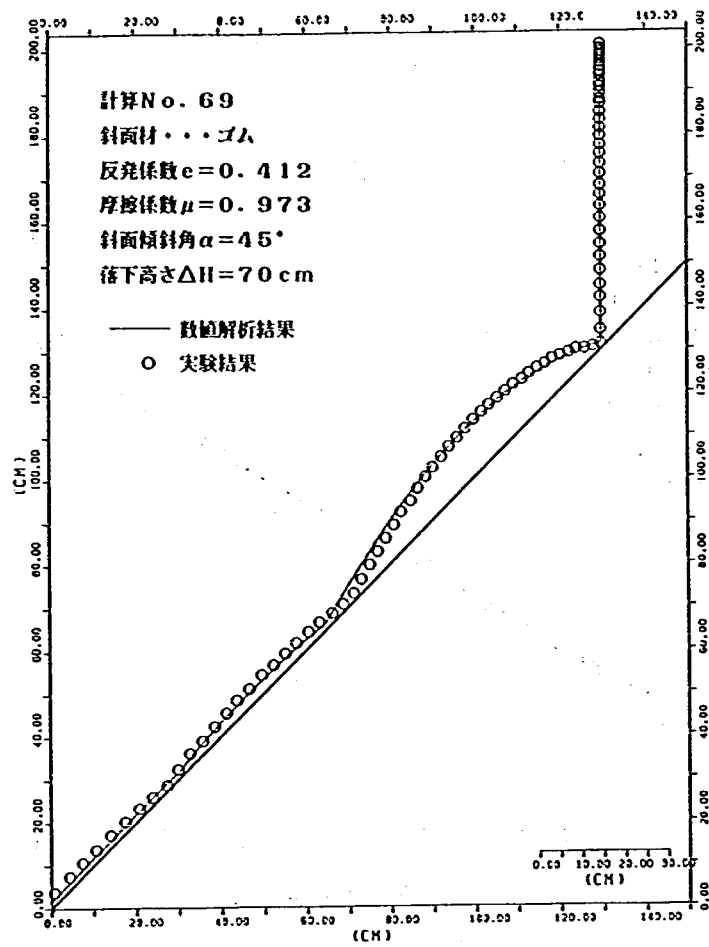
付図-3.16



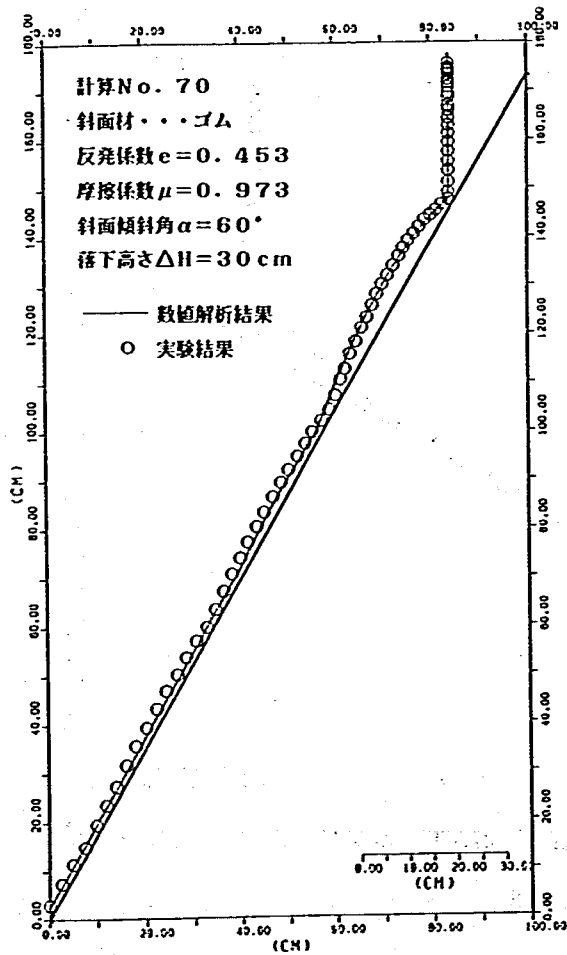
付図— 3.1 7



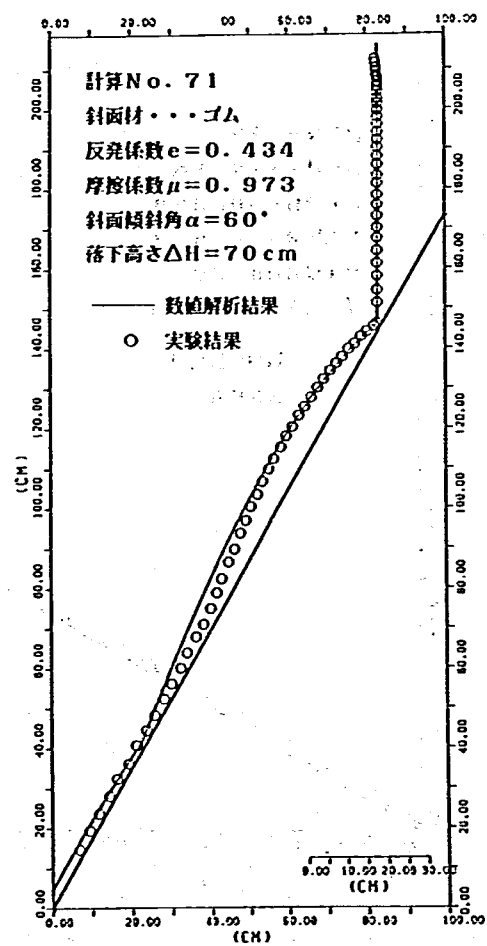
付図— 3.1 8



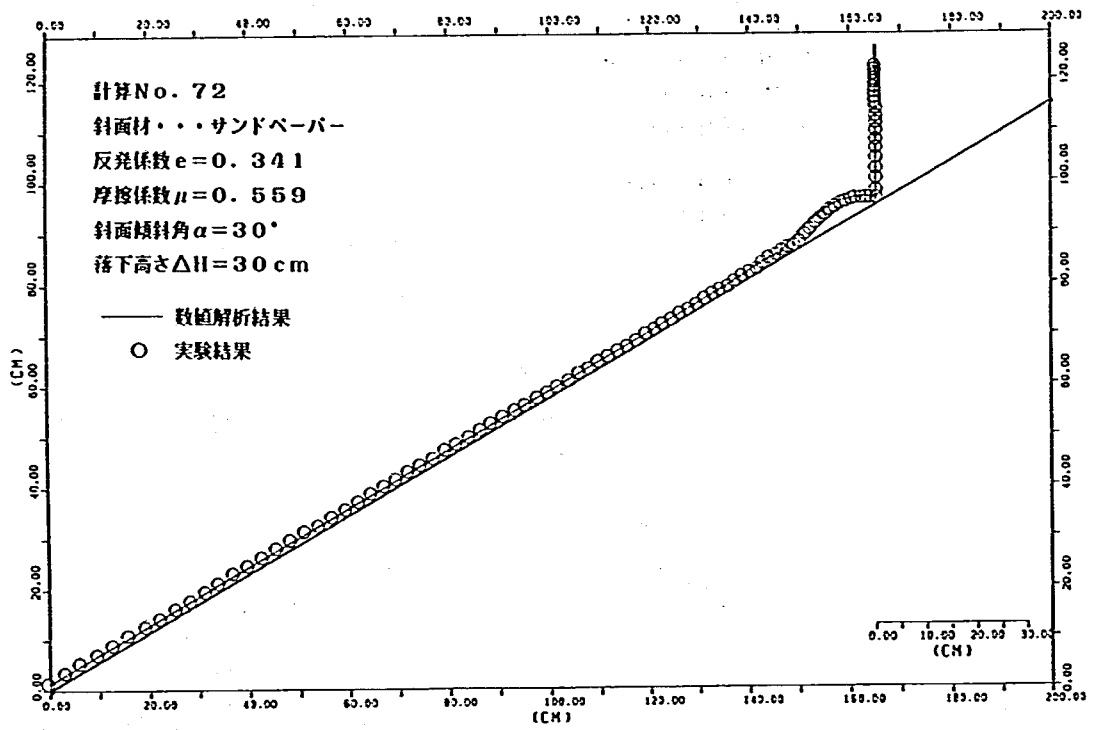
付図-3.19



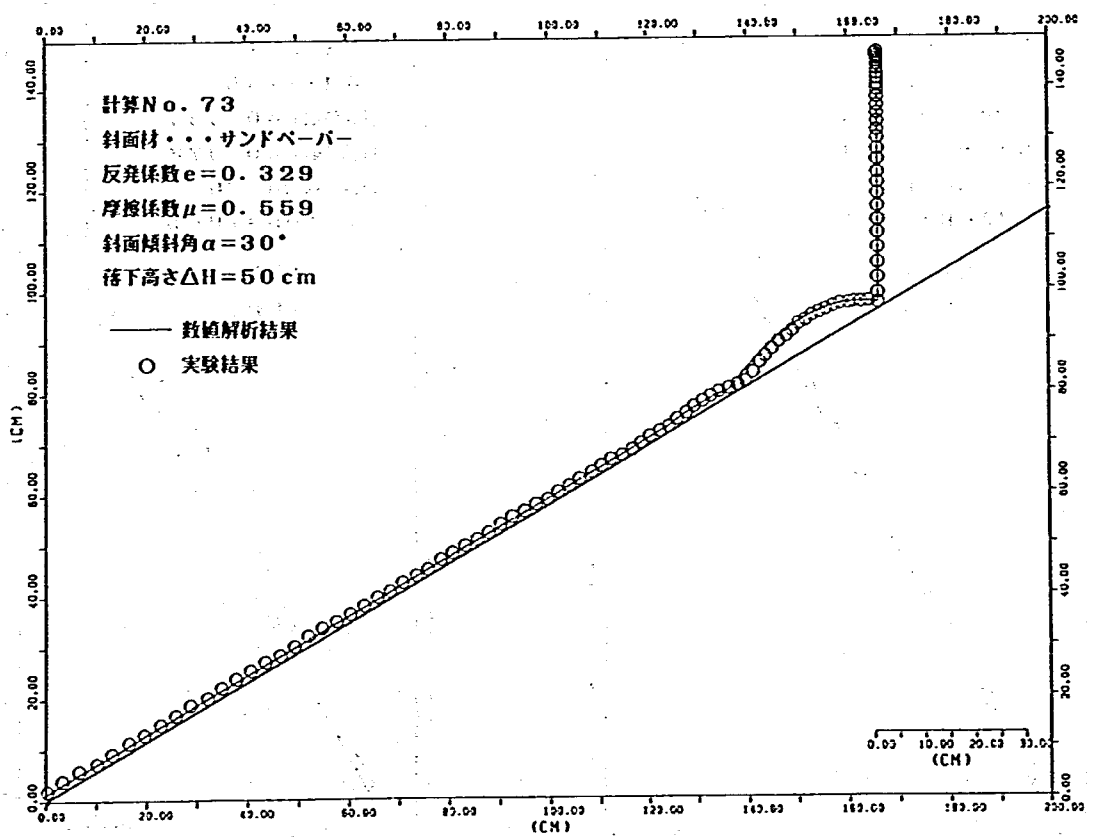
付図-3.20



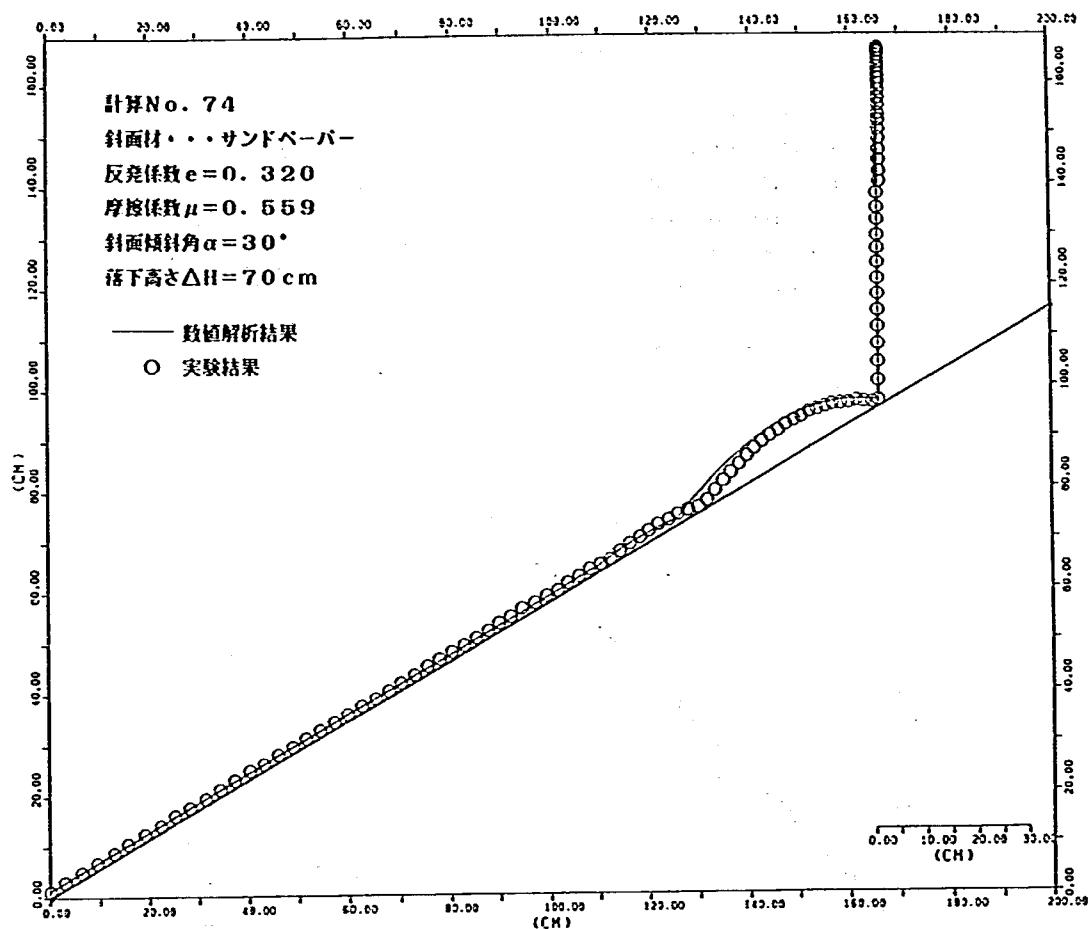
付図-3.21



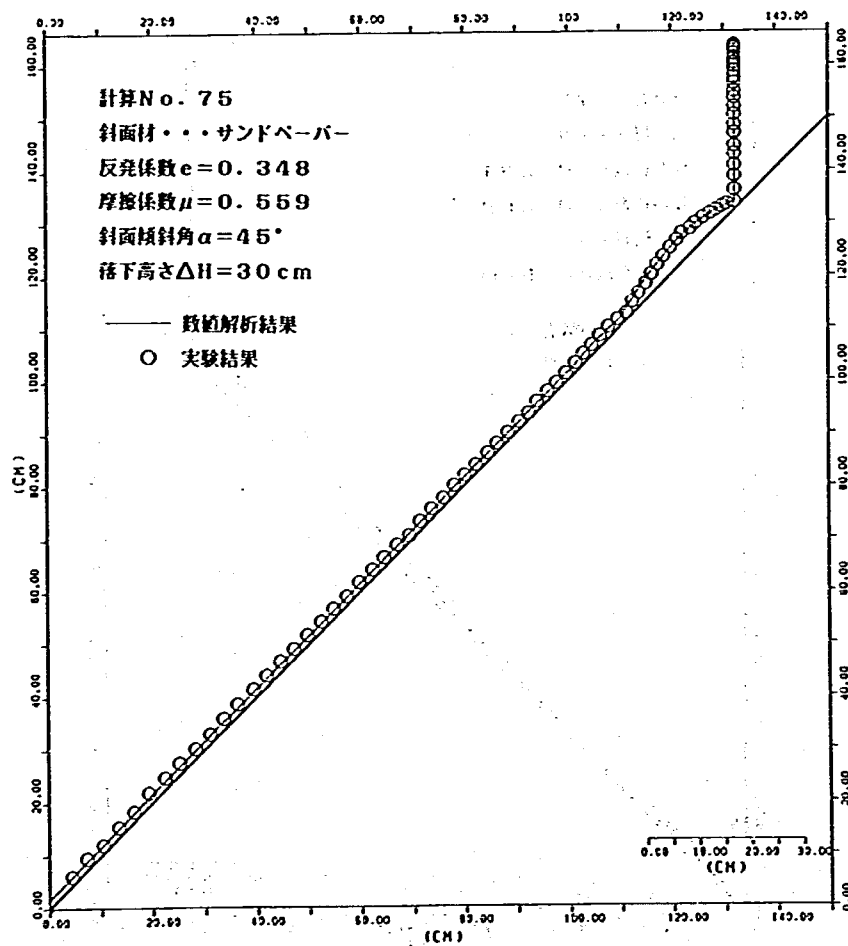
付図－ 3. 2 2



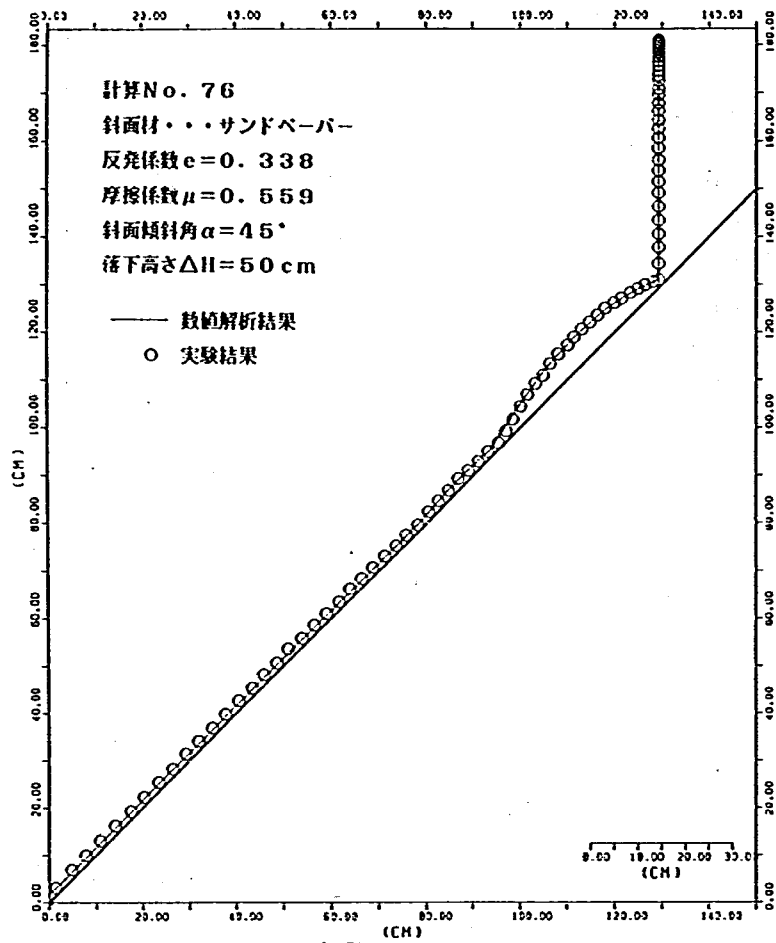
付図－ 3. 2 3



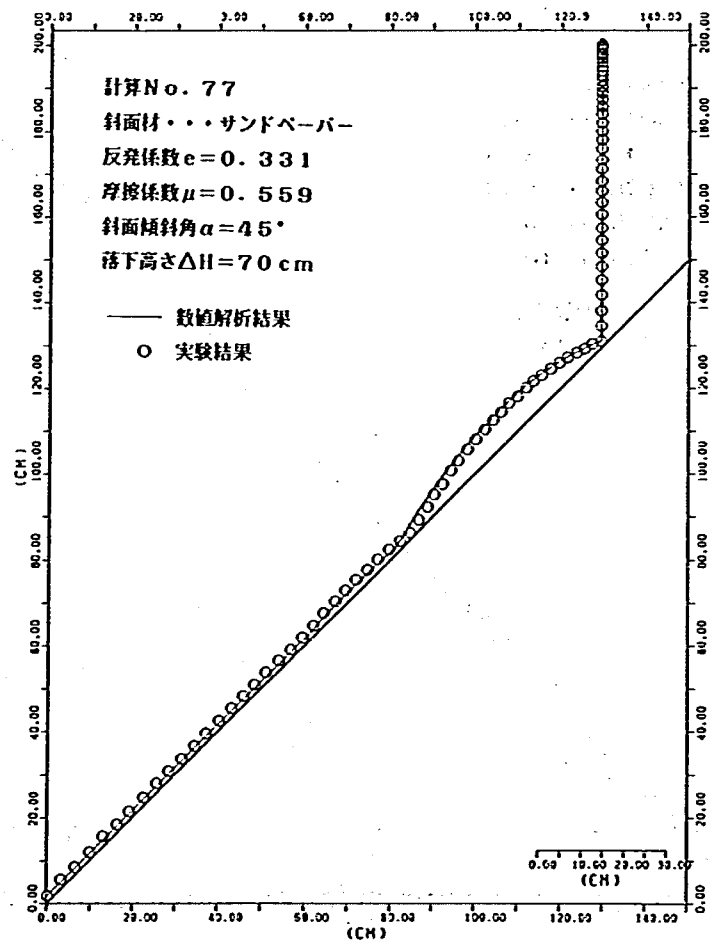
付図- 3.2 4



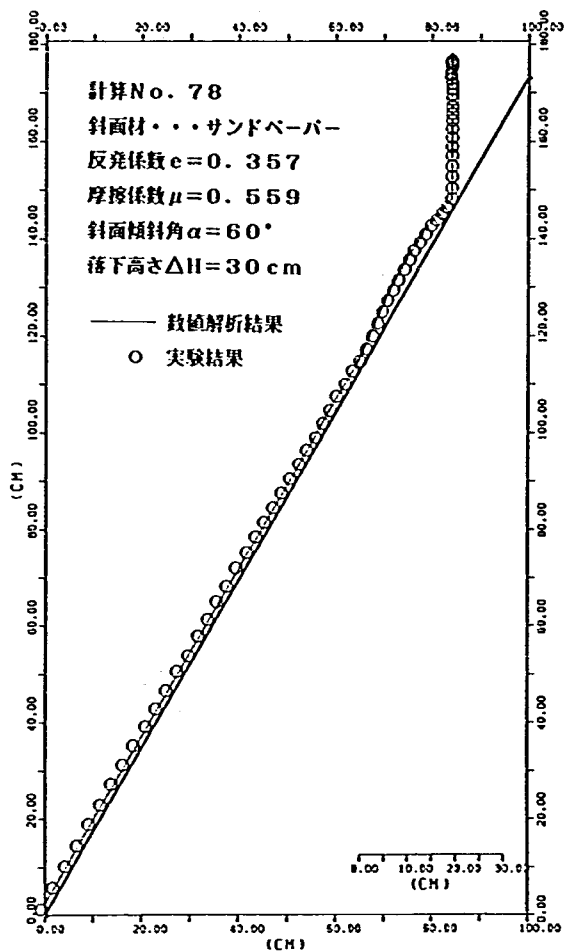
付図- 3.2 5



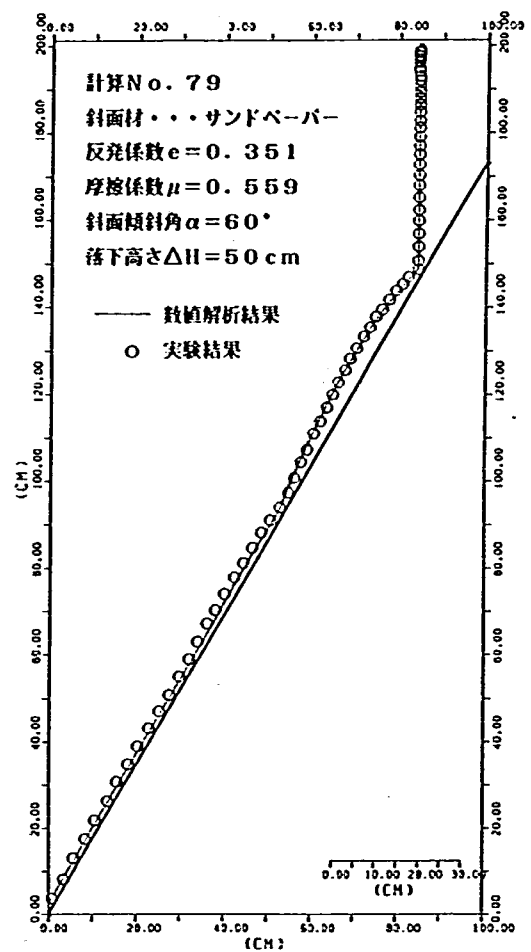
付図－3.26



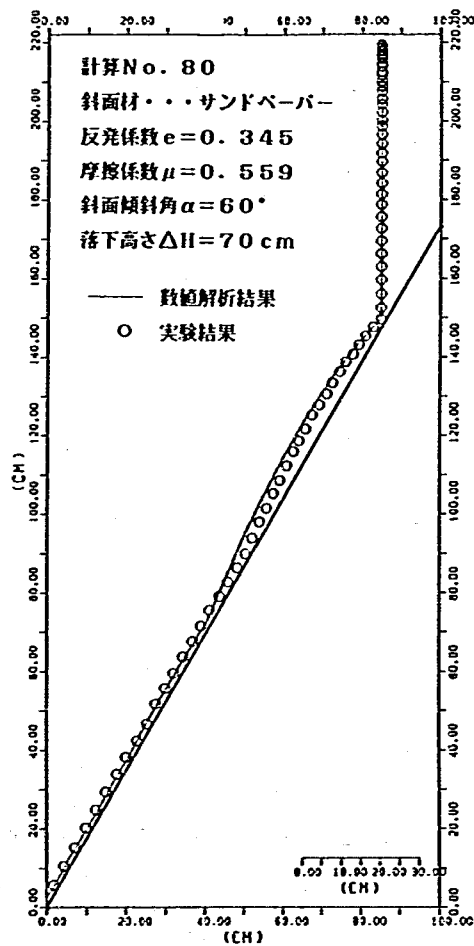
付図－3.27



付図－3.2 8



付図－3.2 9

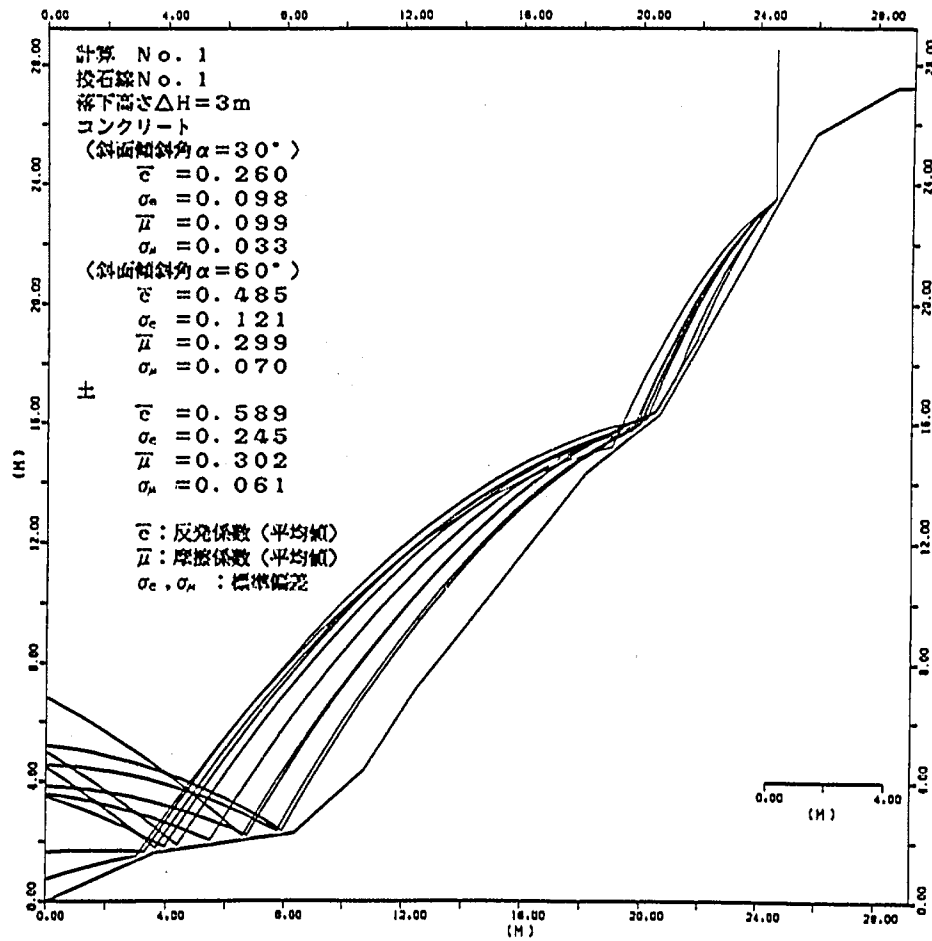


付図－3.3 0

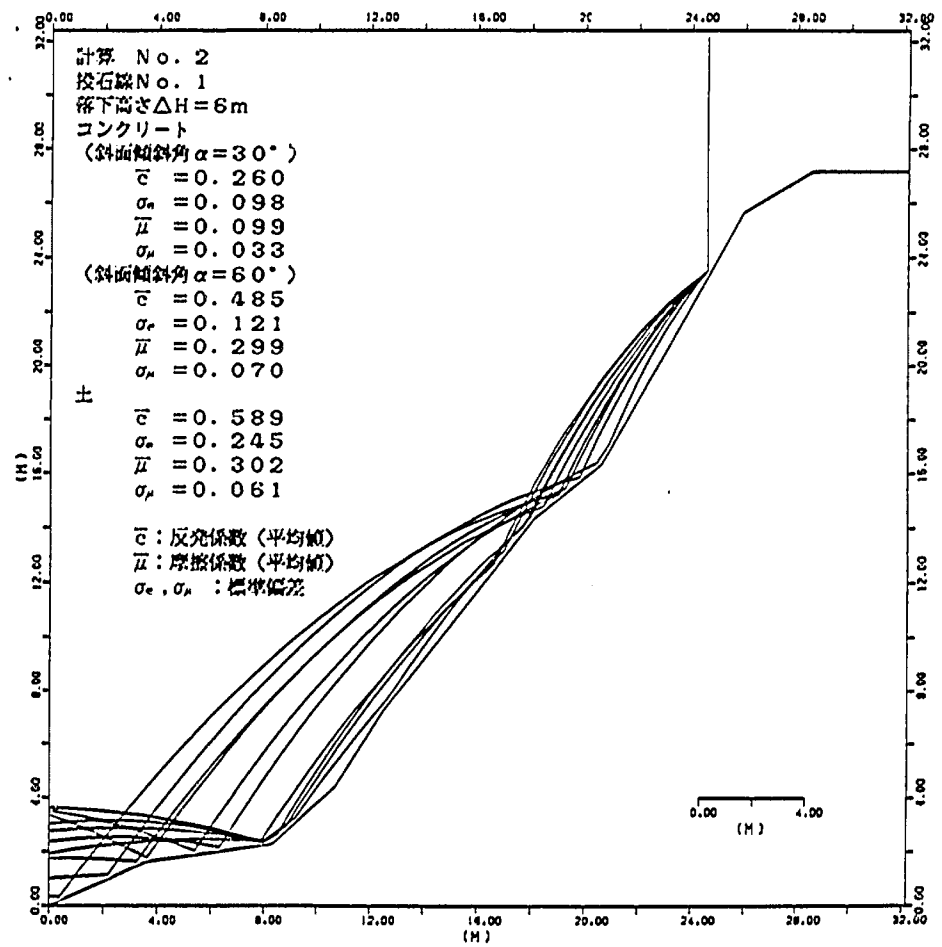
付 録 4

付図 - 4.1 ~ 付図 - 4.9

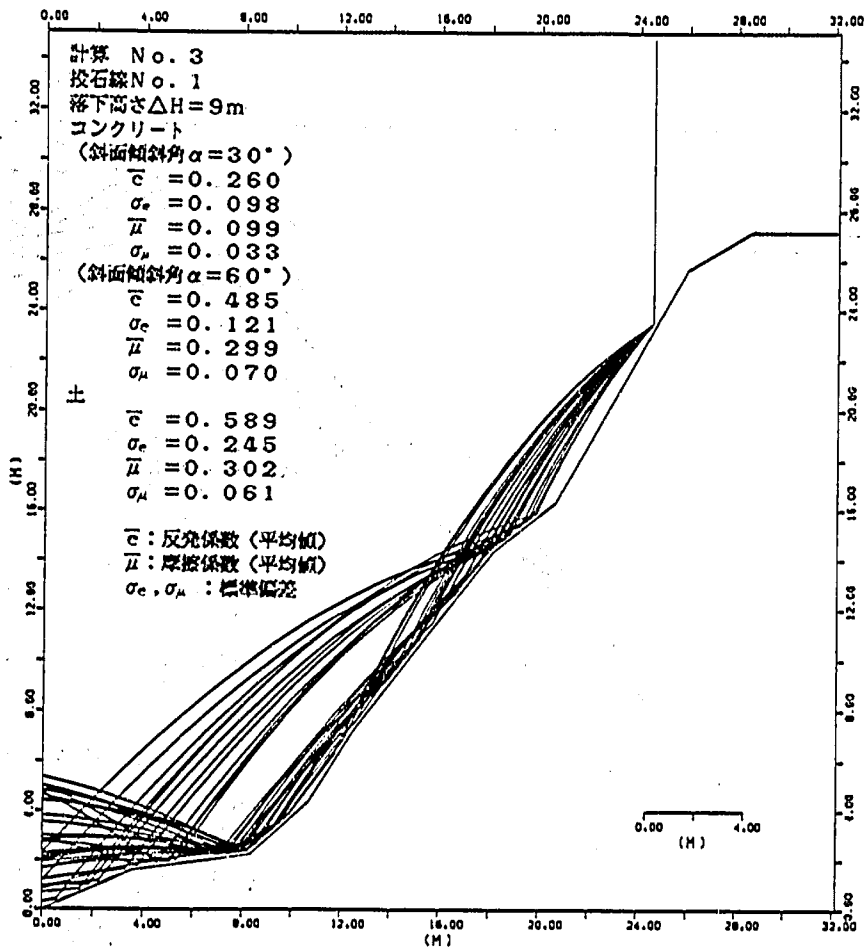
物性のばらつきを考慮した数値解析による落石の跳躍軌跡



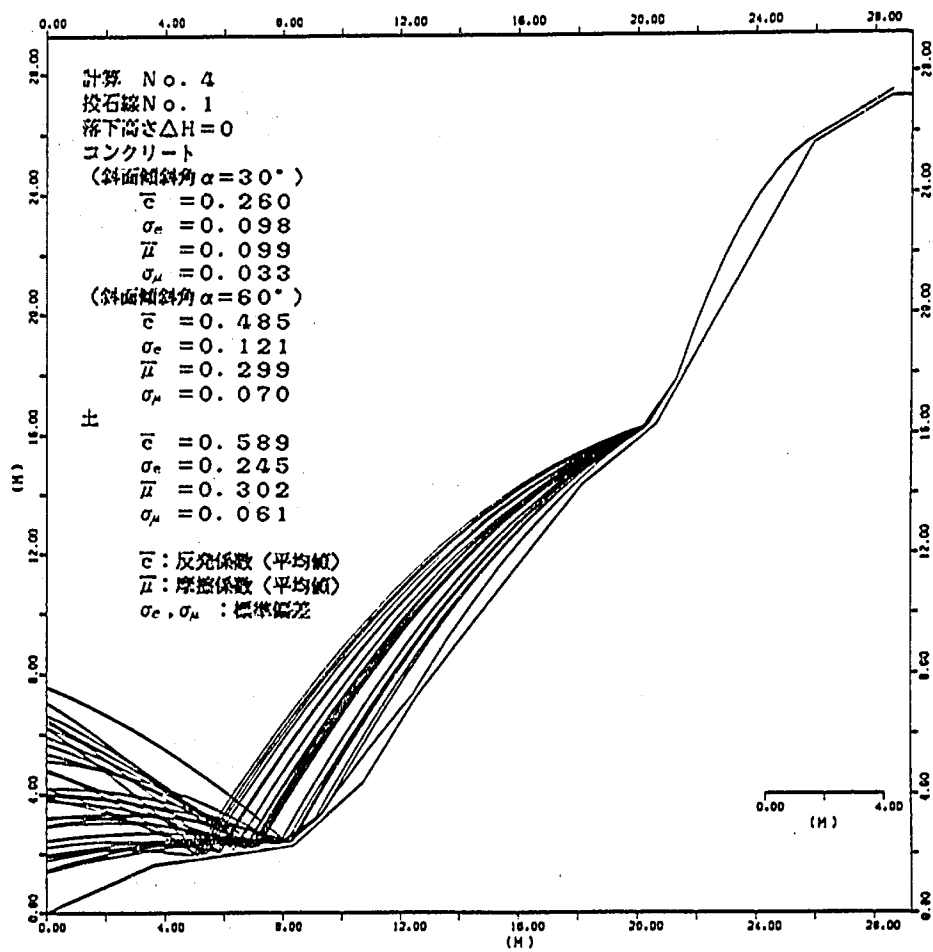
付図 - 4.1



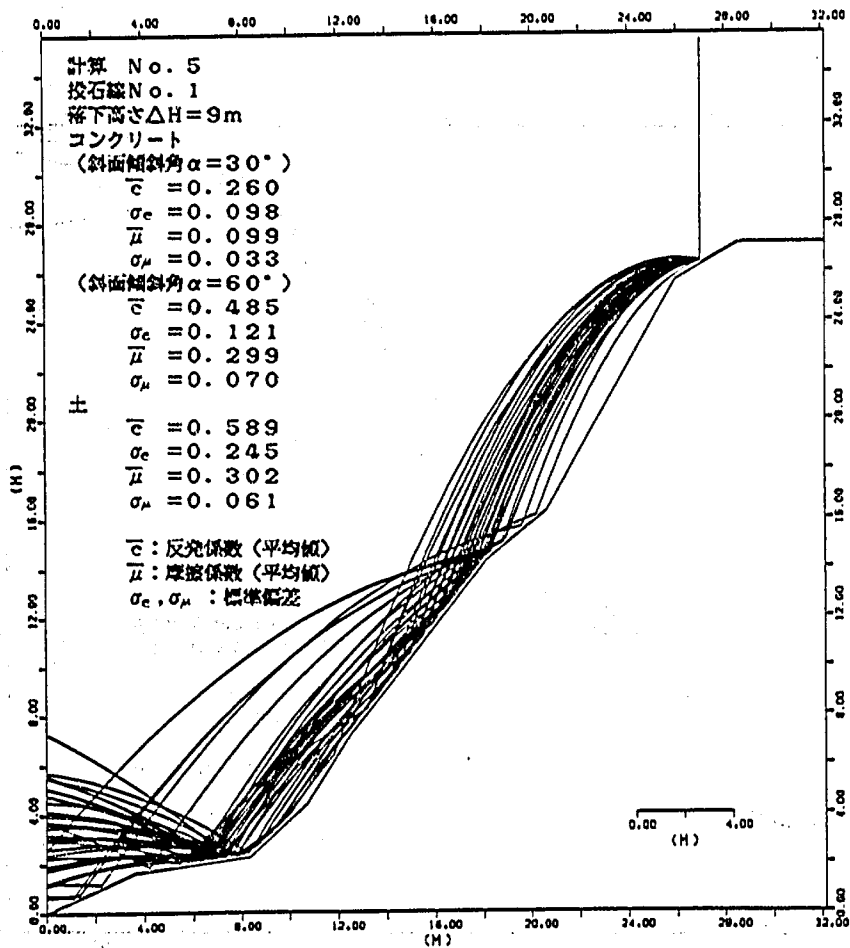
付図 - 4.2



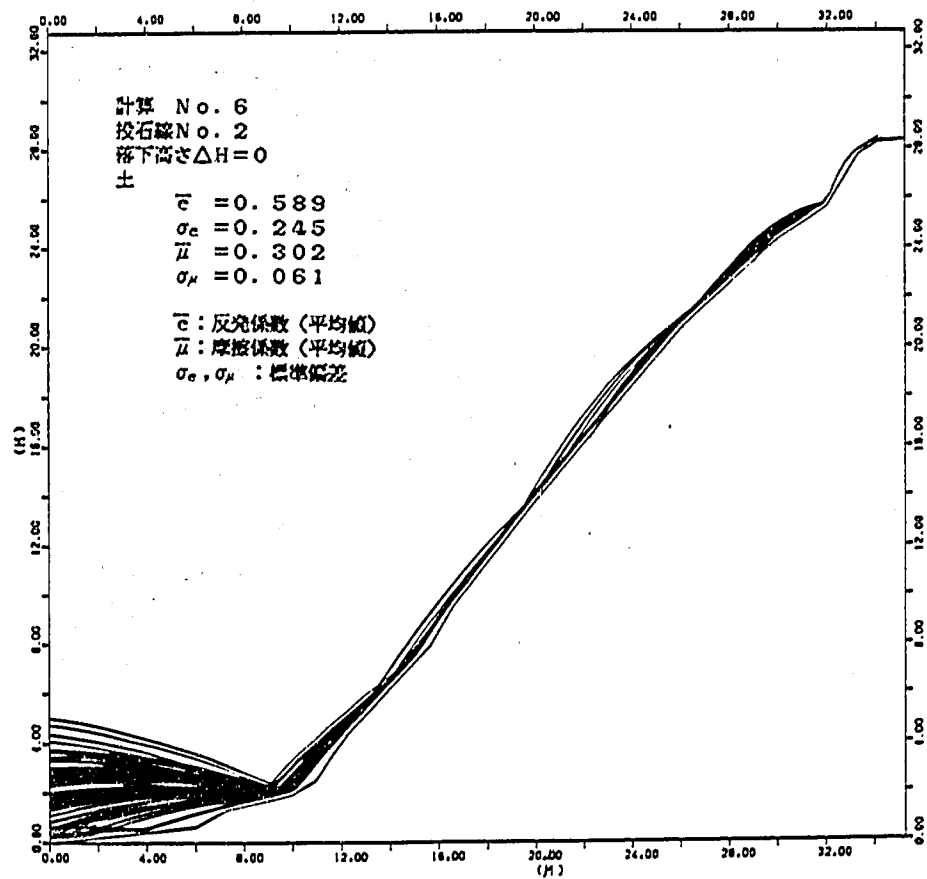
付図 - 4.3



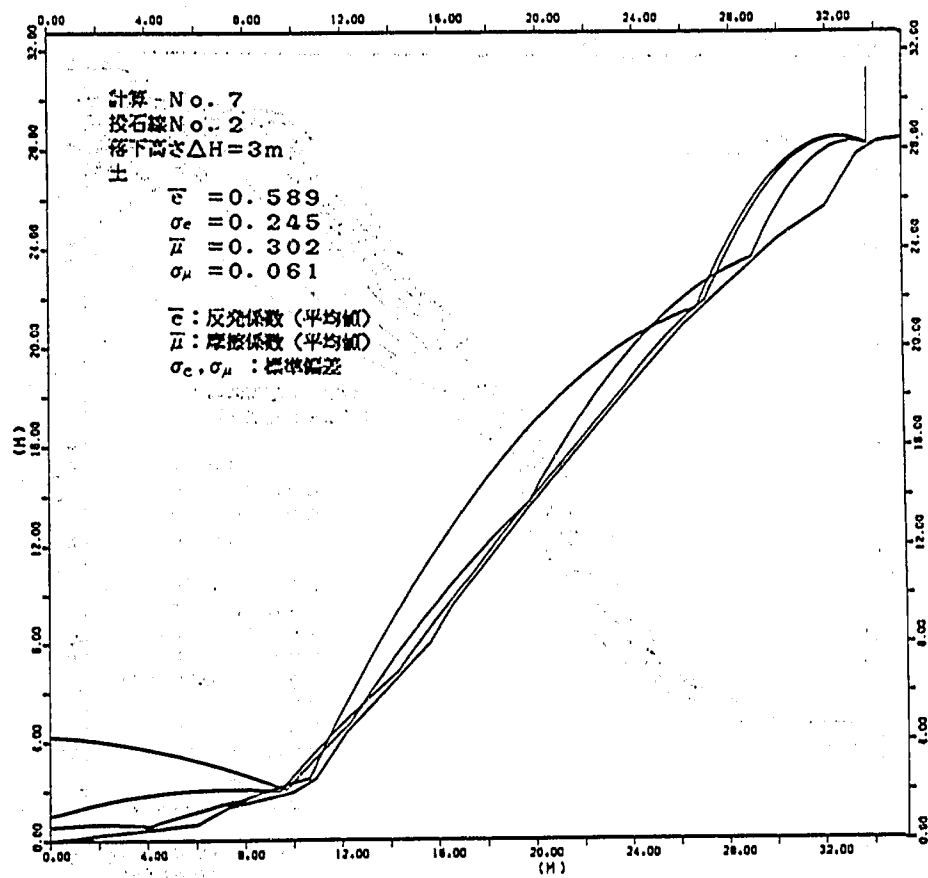
付図 - 4.4



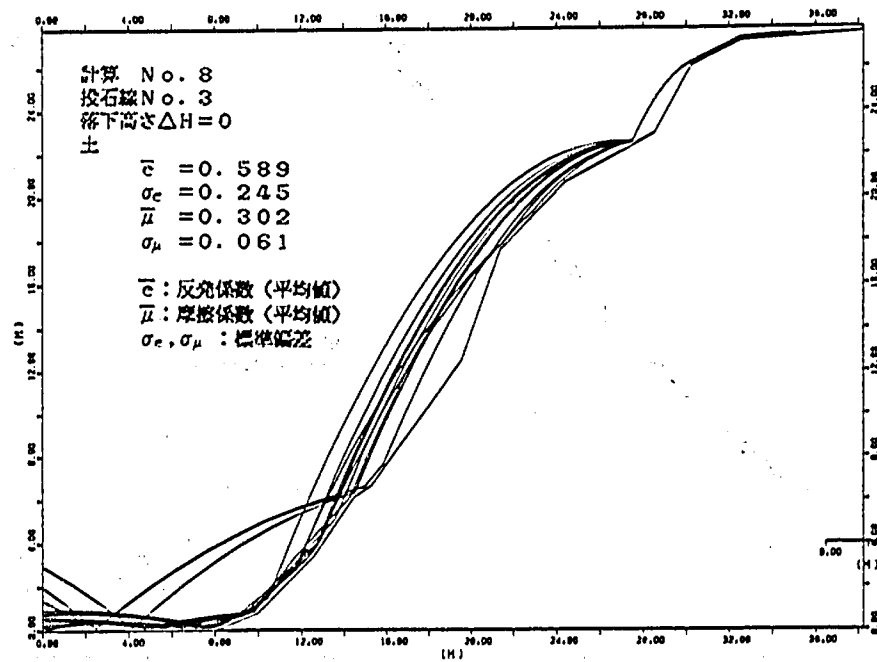
付図 - 4.5



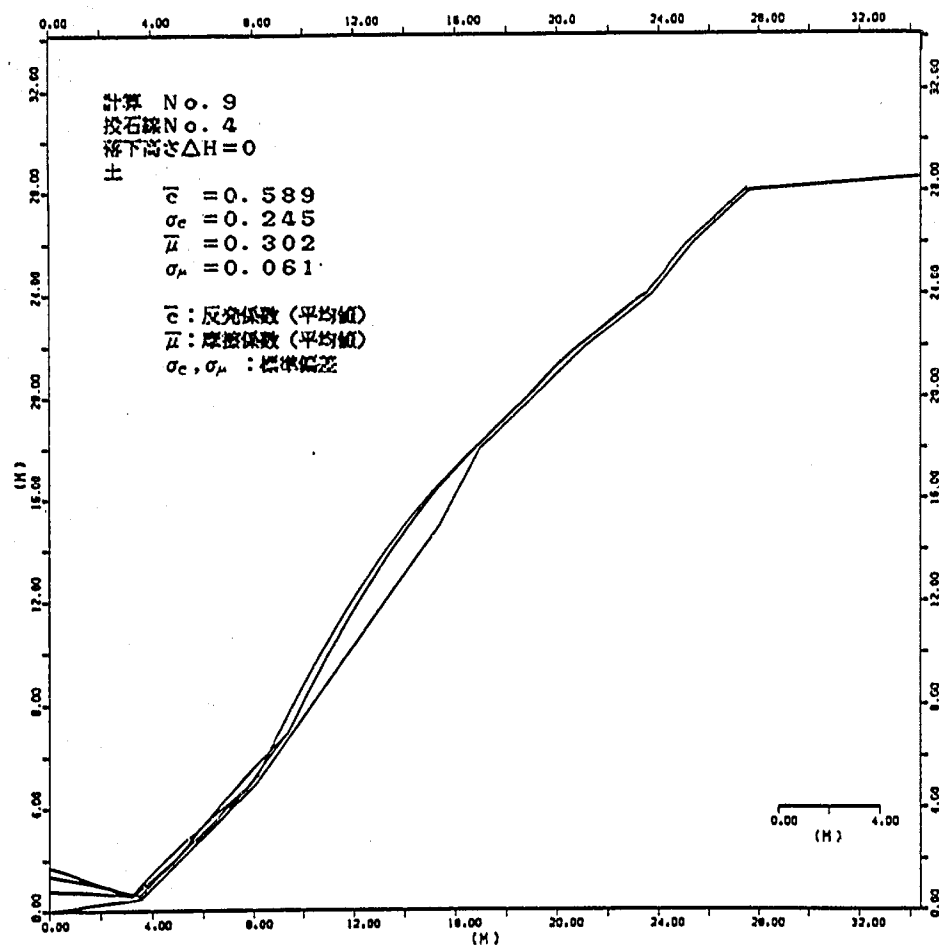
付図 - 4.6



付図 - 4.7



付図 - 4.8



付図 - 4.9

落石防災対策に関する
調査報告書（その１）

ISSN 0386-5878

土木研究所資料 第2770号

平成元年2月 (1989)

動土質研究室 室長 古賀 泰之
研究員 伊藤 良弘, 森下 義

鷲田 修三

主任研究員 谷口 栄一

要 旨 落石防止柵の基礎に作用する衝撃土圧の実験を行い、衝撃による変位は基礎の中心を軸とした回転運動が主であり、地盤反力係数に衝撃の割増し係数を考慮すれば、落石防止柵にも適用できることがわかった。
また、斜面を落下する落石の軌跡を追跡する数値解析手法を用いて、室内実験、現場実験との比較を行い、単純な斜面・落石条件の室内実験軌跡をよく追跡できること、現場実験結果においても、落石と斜面の間の反発係数などにばらつきをもたせることにより、実験軌跡に近い結果を得ることができることがわかった。

キーワード：落石防止柵基礎、 落石軌跡、数値解析、室内実験、現場実験

郵便はがき

305-□□

40円切手
をはいて
下さい。

茨城県つくば市大字旭一番地

建設省土木研究所

動土質研究室 御中

No. _____

No. _____

配布先氏名

配布先住所





土木研究所資料第 2770 号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名

⑩

