

土 木 研 究 所 資 料

コンクリートダムの放流管および
周辺コンクリートの構造設計に関する検討

平成3年3月

建設省土木研究所
ダム部ダム構造研究室

Copyright © 1991 by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の承認を得ずしてこれを行ってはならない。

コンクリートダム放流管および 周辺コンクリートの構造設計に関する検討

ダム構造研究室 室 長 永山 功
主任研究員 及川拓治
研 究 員 村岡基晴

要 旨

コンクリートダムの堤体内に設けられる放流管とその周辺コンクリートの構造設計は、通常、管路内の水圧荷重に対しては鋼管の強度によって、空洞周辺の応力集中に対しては周辺のコンクリートに配置した鉄筋の強度によってそれぞれ抵抗するという前提条件のもとに行われている。一方、ダム本体の施工において、放流管周辺部は、放流管の据付、周辺の補強鉄筋の組立および狭い部分でのコンクリートの打設など、複雑な作業が集中し、その確実な施工が難しいものとなっている。このため、上述した2つの構造設計を、一体的、合理的に行い、施工の簡素化が図れないかという声が強い。本報文は、このような設計の可能性を探るため、弾性力学の理論式（円環の応力、有孔無限板の応力）およびジョイント要素を導入した有限要素法解析により、円形断面および矩形断面の放流管と周辺コンクリートの一体的挙動について検討を加えたものである。

キーワード：ダム、放流管、鋼構造、コンクリート、応力集中、円環、有孔無限板、有限要素法、ジョイント要素

まえがき

コンクリートダムの堤体内には、利水、治水上の目的から、貯水池の水を放流するための設備が設けられる。このうち、鋼材を主要構成部材とする管路式の流入部（および導流部）を有する放流設備を放流管という。放流管の鋼管をダム堤体内に設置すると、その部分の堤体は、構造的に2種類の影響を受ける。一つは、鋼管内から作用する水圧荷重の影響であり、もう一つは、堤体内に空洞を設けることによる堤体内応力の乱れ（一般に、空洞周辺の応力集中と呼ばれる）の影響である。

従来、放流管の鋼管およびコンクリートの構造設計においては、鋼管内から作用する水圧に対しては、周辺コンクリートの反力を期待せず、鋼管だけでこれを支持するものとして設計が行われ、一方、空洞周辺の応力集中に対しては、鋼管の存在を期待せず、周辺コンクリートに配置した鉄筋によって補強するものとして設計が行われてきた。

このように、放流管部に作用する2種類の荷重を鋼管と周辺コンクリートがそれぞれ独立して支持するという設計方法は、構造計算を単純にするという点では優れたものと考えられるが、反面、両者を複合した一体構造として構造設計を行えば、鋼管の必要断面、鉄筋の必要本数を減じ、より経済的な設計が行えるのではないかという疑問が生じることも事実である。

本報文は、そのような設計の可能性を探るため、放流管の鋼管と周辺コンクリートの一体的挙動について、円形断面放流管については弾性力学の基礎理論を用いた検討、矩形断面放流管については有限要素法を用いた検討の結果を述べるものである。

目 次

まえがき

1	円形断面放流管についての理論的検討	1
1.1	概要	1
1.2	弾性力学の基礎理論	1
1.2.1	応力の釣合方程式	1
1.2.2	変位とひずみの関係式、ひずみの適合条件式	4
1.2.3	弾性体における応力ひずみ関係	7
1.2.4	応力関数	10
1.2.5	一様な内外圧を受ける円環の応力	11
1.2.6	一様な内圧を受ける有孔無限板の応力	13
1.3	円形断面放流管の鋼管および周辺コンクリートに発生する応力	14
1.3.1	コンクリートの引張強度を期待しない場合	14
1.3.2	コンクリートの引張強度を期待する場合	16
1.3.3	考察	19
2	矩形断面放流管についての解析的検討	22
2.1	概要	22
2.2	周辺コンクリートを無視した単体モデルの解析	24
2.2.1	解析モデルの概要	24
2.2.2	解析結果	27
2.3	周辺コンクリートに生じるクラックを予め表現した複合モデルの解析	28
2.3.1	解析モデルの概要	28
2.3.2	解析結果	31
2.4	周辺コンクリートを構成する要素間をジョイント要素で結合した複合モデルの解析	37
2.4.1	解析モデルの概要	37
2.4.2	解析結果	39
2.5	考察	47
3	まとめと今後の課題	49

1 円形断面放流管についての理論的検討

1.1 概要

本章では、弾性力学の基礎理論を用いて、円形断面放流管と周辺コンクリートとの一体構造としての設計の可能性について検討を行うこととする。ここでは、まず、本報文中で用いる弾性力学の基礎式を誘導し、その後、円形断面放流管と周辺コンクリートを鋼管でライニングされた円形有孔無限板のコンクリートと仮定し、これに対して平面ひずみ状態における理論解を求め、その一体構造としての設計の可能性について論じるものとする。なお、以下の説明においては、すべて引張応力を正として取り扱うものとする。

1.2 弾性力学の基礎理論

1.2.1 応力の釣合方程式

(1) 3次元状態における応力の釣合方程式 (直交座標系)

図-1.1に示す静止している物体内の微小要素 $dx dy dz$ は応力と物体力の釣合によってその状態を保っている。いま、単位体積当たりの物体力の座標成分を X, Y, Z とする。

図-1.1で微小要素の表面に作用する応力の x 方向に関する成分は、高次の微小量を無視して、 $(\sigma'_x - \sigma_x) dy dz + (\tau'_{yx} - \tau_{yx}) dz dx + (\tau'_{zx} - \tau_{zx}) dx dy$ で表されるが、 $\sigma'_x = \sigma_x + (\partial \sigma_x / \partial x) dx + (2 \text{ 次以上の微小量})$ などに注意すれば、これらの応力の x 方向力への寄与は、さらに高次の微小量を無視して、

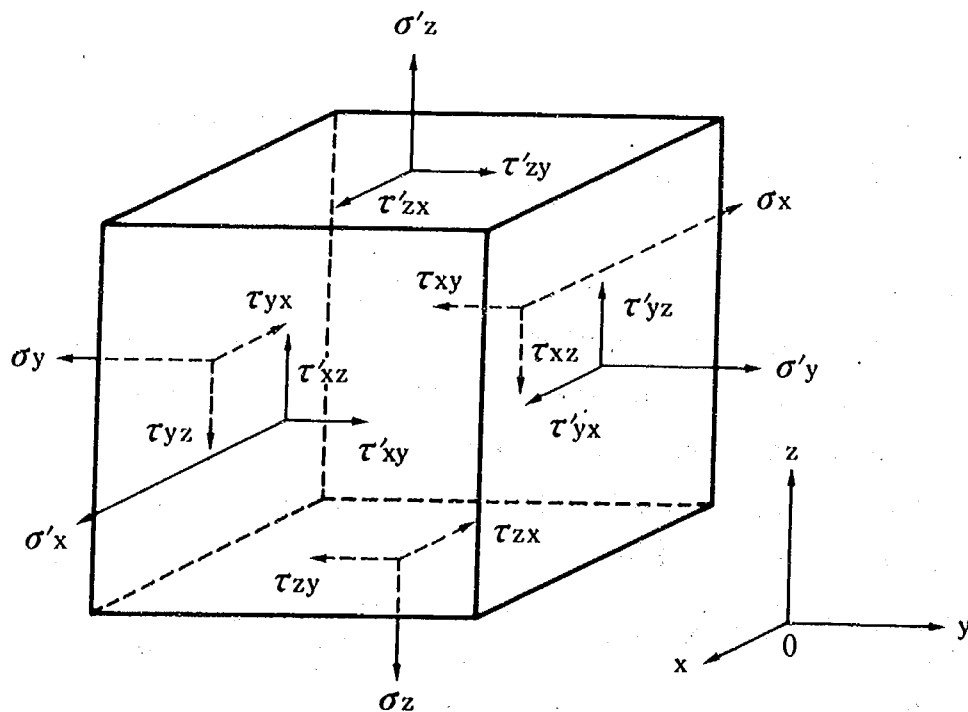


図-1.1 物体内の微小直方体の応力成分

$$\begin{aligned}
& (\sigma'_{xx} - \sigma_{xx}) dydz + (\tau'_{yx} - \tau_{yx}) dzdx + (\tau'_{zx} - \tau_{zx}) dxdy \\
& = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dxdydz
\end{aligned}$$

となる。いま、微小要素が静的な釣合状態にあるとすると、これと物体力の x 座標成分 $Xdxdydz$ の和は 0 であり、これから x 方向の力の釣合式が得られる。 y, z 方向についても同様に考えると次のような釣合方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z &= 0
\end{aligned} \tag{1.1}$$

一方、図-1.1に示す微小要素の中心に対して x 軸まわりのモーメントの釣合を考えると、高次の微小量を無視して、

$$\tau'_{yz}dxdz(dy/2) + \tau_{yz}dxdz(dy/2) - \tau'_{xy}dxdy(dz/2) - \tau_{xy}dxdy(dz/2) = 0$$

が得られる。ここで $\tau'_{yz} = \tau_{yz} + (\partial \tau_{yz} / \partial y) dy + (2 \text{ 次以上の微小量})$ として、さらに高次の微小量を無視すれば、式 (1.2) の第 1 式が得られる。 y 軸まわりのモーメントの釣合、 z 軸まわりのモーメントの釣合も同様に考えると、次のような釣合方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
\tau_{yz} &= \tau_{zy} \\
\tau_{zx} &= \tau_{xz} \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx}
\end{aligned} \tag{1.2}$$

そこで、以下の説明では、 τ_{yz} と τ_{zy} 、 τ_{zx} と τ_{xz} 、 τ_{xy} と τ_{yx} を区別せずに用い、応力の釣合方程式として式 (1.1) のみを考えることにする。

(2) 2次元応力状態における応力の釣合方程式 (直交座標系)

次に、 x 座標、 y 座標に関する 2次元応力状態を考えることとする。2次元応力状態には、 z 方向に関する荷重、応力を 0 と仮定する平面応力状態と、 z 方向に関する荷重、ひずみを 0 と仮定する平面ひずみ状態とがあるが、本報文では、平面ひずみ状態を仮定して議論を進めることとする。

2次元応力状態においては、 x, y 座標系に関する力の釣合のみを考慮すればよいことから、式 (1.1) に示した力の釣合状態は次のように改められる。

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y = 0 \tag{1.3}$$

なお、物体力として重力のみを考え、鉛直上向きに y 軸をとるものとすれば、 $X=0, Y=-\rho g$ (ρ は物体の密度、 g は重力加速度) であるから、式 (1.3) は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho g \quad (1.4)$$

となる。

(3) 2次元応力状態における応力の釣合方程式 (極座標系)

次に、2次元応力状態に対して、極座標系における応力の釣合方程式について述べる。図-1.2に示すような極座標系の応力成分 σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$ で直交座標系における応力成分 σ_x , σ_y , τ_{xy} を表示すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - 2\tau_{r\theta} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_y &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + 2\tau_{r\theta} \cos \theta \sin \theta \\ \tau_{xy} &= (\sigma_r - \sigma_\theta) \cos \theta \sin \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (1.5)$$

式 (1.5) を式 (1.4) に代入し、

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

および $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ から得られる

$$\partial r / \partial x = x/r = \cos \theta, \quad \partial r / \partial y = y/r = \sin \theta,$$

$$\partial \theta / \partial x = -y/r^2 = -\sin \theta / r, \quad \partial \theta / \partial y = x/r^2 = \cos \theta / r$$

などの関係を用いることにより、極座標における応力の釣合方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{r \partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= \rho g \sin \theta \\ \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} &= \rho g \cos \theta \end{aligned} \quad (1.6)$$

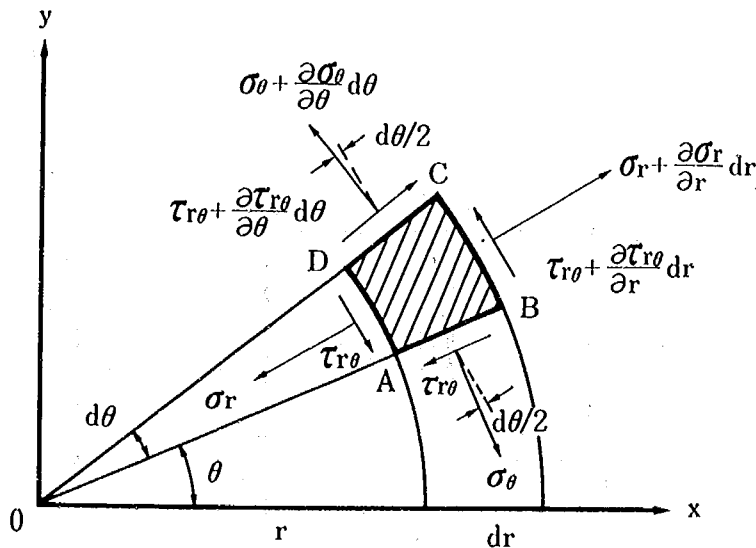


図-1.2 極座標系での応力成分

1.2.2 変位とひずみの関係式、ひずみの適合条件式

(1) 3次元状態における変位とひずみの関係（直交座標系）

図-1.3に示すような弾性体内の微小な要素 $dx dy dz$ を考えるものとする。弾性体が変形し、O点における変位の x , y , z 方向の成分を各々 u , v , w とすると、隣接するA点の変位は、高次の微小量を省略して、 x 座標の増分に対応して $(\partial u / \partial x) dx$ だけ増加し、 $u + (\partial u / \partial x) dx$ となる。したがって、線要素OAの長さの増分は $(\partial u / \partial x) dx$ となり、O点における x 方向の伸びひずみは $\partial u / \partial x$ となる。同様にして、O点における y , z 方向の伸びひずみは $\partial v / \partial y$, $\partial w / \partial z$ で与えられる。

次に、図-1.4に示す線要素OAとOBの間の角変化を考える。O点の x , y 方向の変位を u , v とすると、A点の y 方向の変位とB点の x 方向の変位は、高次の微小量を省略して、各々、次のように表される。

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx, \quad u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$$

これらの変位により、線要素OA、OBの変形後の方向O'A', O'B'は、各々、 $\partial v / \partial x$, $\partial u / \partial y$ の微小な角度だけ傾くことになる。この両者の和がO点における xy 平面内のせん断ひずみとなる。

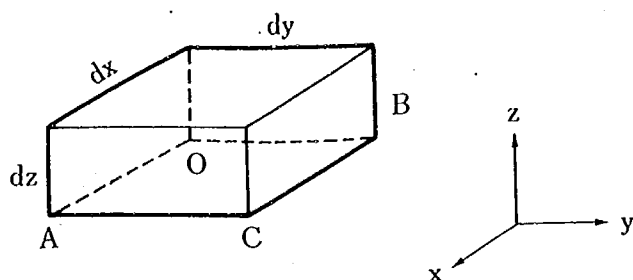


図-1.3 弾性体内部の微小直方体要素

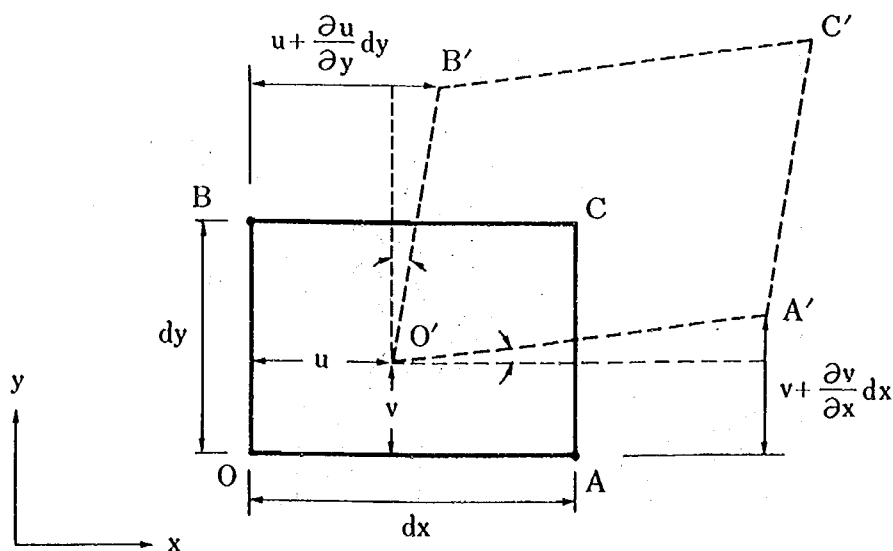


図-1.4 x , y 軸に平行な微小線要素OA, OB間の角変位

O点における $y z$ 平面、 $z x$ 平面内のせん断ひずみも同様にして得られる。以上をまとめて、伸びひずみを ϵ 、せん断ひずみを γ で表すと、次のようになる。

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\end{aligned}\quad (1.7)$$

(2) 2次元状態における変位とひずみの関係 (直交座標系)

次に、 x 座標、 y 座標に関する 2 次元応力状態を考えることにする。2 次元応力状態においては、 x 、 y 座標系に関する変位のみを考慮すればよいことから、式 (1.7) に示した変位とひずみの関係は次のようになる。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\quad (1.8)$$

(3) 2次元状態における変位とひずみの関係 (極座標系)

次に、2 次元応力状態に対して、極座標系における変位とひずみの関係について述べる。いま、図-1.5に示すような微小要素 $ABCD$ を考えるものとする、 $AB = dr$ 、 $AD = r d\theta$ として、 A 、 B 、 C 、 D の各点は、 r 、 θ 方向に次のように変位することになる。

$$(AA'', A'A') = (u_r, u_\theta)$$

$$(BB'', B'B') = \left(u_r + \frac{\partial u_r}{\partial r} dr, u_\theta + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} dr\right)$$

$$(DD'', D'D') = \left(u_r + \frac{\partial u_r}{\partial \theta} d\theta, u_\theta + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} d\theta\right)$$

$$(CC'', C'C') = \left(u_r + \frac{\partial u_r}{\partial r} dr + \frac{\partial u_r}{\partial \theta} d\theta, u_\theta + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} dr + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} d\theta\right)$$

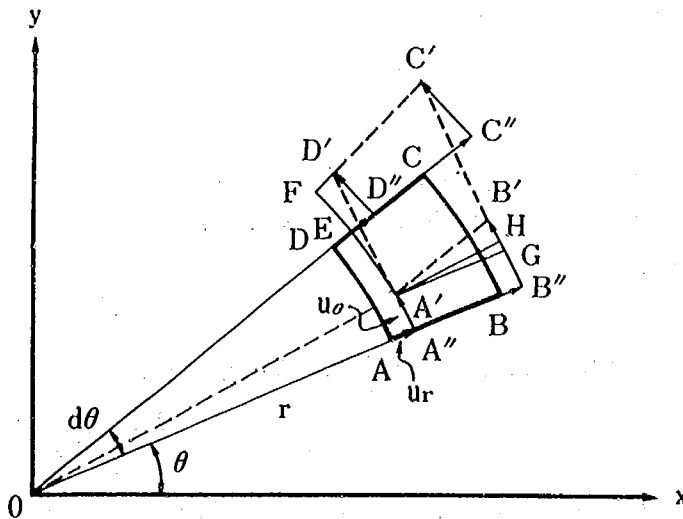


図-1.5 極座標系での微小要素の変形

これらの式より、高次の微小量を無視すると、次の関係が得られる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{A'B' - AB}{AB} \approx \frac{BB'' - AA''}{AB} = \frac{u_r + (\partial u_r / \partial r) dr - u_r}{dr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{A'D' - AD}{AD} \approx \frac{D'D'' + EA'' - A'A'' - AD}{AD} \\ &= \frac{u_\theta + (\partial u_\theta / \partial \theta) d\theta + (r + u_r) d\theta - u_\theta - r d\theta}{r d\theta} = \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ \gamma_{r\theta} &= \angle B'A''H + \angle D'A''F \approx \frac{B'G - HG}{A''B''} + \frac{D'F}{A''F} = \frac{B'B'' - A'A''}{A''B''} - \frac{A'A''}{OA''} + \frac{DD'' - AA''}{A''F} \\ &= \frac{u_\theta + (\partial u_\theta / \partial r) dr - u_\theta}{dr + (\partial u_r / \partial r) dr} - \frac{u_\theta}{r + u_r} + \frac{u_r + (\partial u_r / \partial \theta) d\theta - u_r}{r d\theta + (\partial u_\theta / \partial \theta) d\theta} \\ &\approx \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta}\end{aligned}$$

以上をまとめると、次のようになる。

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{u_r}{r}, \quad \gamma_{r\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} \quad (1.9)$$

(4) 3次元状態におけるひずみの適合条件式 (直交座標系)

(1)に示したように、6個のひずみ成分 ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$) は、3個の変位成分 (u, v, w) から導かれるので、ひずみ成分は各々勝手な値は取り得ず、それらの間には、ある関係が存在する。いま、 xy 平面に関する次の式

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

に着目して、この3式から u, v を消去すると、

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (1.10)$$

が導かれる。 x, y, z を順次入れ換えると同様な2式が得られる。また、ひずみ成分の次のような導関数を考え、

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}, \quad \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial z}\end{aligned}$$

これらの式から u, v, w を消去すると、次のような関係式が得られる。

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (1.11)$$

これについても、 x, y, z を順次入れ換えると同様な2式が得られる。以上から、3次元状態におけるひずみの適合条件式をまとめて示せば、次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\
\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \\
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{1.12}$$

(5) 2次元状態におけるひずみの適合条件式 (直交座標系)

2次元状態におけるひずみの適合条件式については、(4)で得られた3次元状態におけるひずみの適合条件式のうち、 x, y 座標に関するものを考慮すればよいことから、次の式だけが該当することになる。

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \tag{1.13}$$

1.2.3 弾性体における応力ひずみ関係

(1) 3次元状態における応力ひずみ関係

均質、等方の弾性体内の微小な要素が x 軸方向に引張応力 σ_x の作用を受けているものとする、 x 軸方向の伸び ε_x は、物体の弾性係数を E として、 $\varepsilon_x = \sigma_x / E$ で表される。また、このとき、 x 軸に直交する y, z 方向には、物体のポアソン比を ν として、 $\varepsilon_y = -\nu \sigma_x / E$ 、 $\varepsilon_z = -\nu \sigma_x / E$ のひずみが生じる。なお、均質、等方の弾性体内においては、せん断応力 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} によって伸びひずみ ε_x 、 ε_y 、 ε_z が生じないことは材料の対称性を考えれば明かである。したがって、微小な要素が直応力 σ_x 、 σ_y 、 σ_z とせん断応力 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} の作用下にあるものとするれば、重ね合わせの原理を用いることにより、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)) \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)) \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y))
\end{aligned} \tag{1.14}$$

同様に、均質、等方の弾性体内の微小な要素が x 軸方向および y 軸方向にせん断応力 τ_{xy} の作用を受けているものとする、 xy 平面内のせん断ひずみ γ_{xy} は、物体のせん断弾性係数を G として、 $\gamma_{xy} = \tau_{xy} / G$ で表される。また、均質、等方の弾性体では z 軸に関するせん断応力 τ_{yz} 、 τ_{zx} によって xy 平面内の

せん断ひずみ γ_{xy} が生じないことは材料の対称性を考えれば明かである。同様に、 x 、 y 、 z 軸方向の直応力 σ_x 、 σ_y 、 σ_z によって xy 平面内のせん断ひずみが生じないことも明かである。以上のことから、せん断ひずみに関して、次の式が得られる。

$$\begin{aligned}\gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G \\ \gamma_{yz} &= \tau_{yz} / G \\ \gamma_{zx} &= \tau_{zx} / G\end{aligned}\tag{1.15}$$

これらの式により、応力とひずみの関係が3つの物理定数 E 、 G 、 ν によって表現されたが、これらの3つの定数の間には以下に示す検討からある関係式が成り立つことがわかる。

いま、図-1.6 (a) に示すような微小要素に作用する主応力の方向が y 、 z 軸に一致するような座標系を考え、さらに、この微小要素内において、 x 軸に平行で y 軸および z 軸から 45° 傾いた2つの平面で切られた yz 面上の微小要素 $abcd$ を考える。このとき、図-1.6 (b) の bc に沿った方向の力の釣合から、 bc に作用するせん断応力は次式で表される。

$$\tau = (\sigma_z - \sigma_y) / 2$$

一方、線分 ab と ad の間の角度の変化で表されるせん断ひずみを γ とすると、変形後の線分 ob の長さの線分 oa の長さに対する比は次のように表される。

$$\frac{ob}{oa} = \frac{1 + \epsilon_y}{1 + \epsilon_z} = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right)$$

また、微小な γ に対しては、

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\gamma}{2}}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \frac{\gamma}{2}} \approx \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}}$$

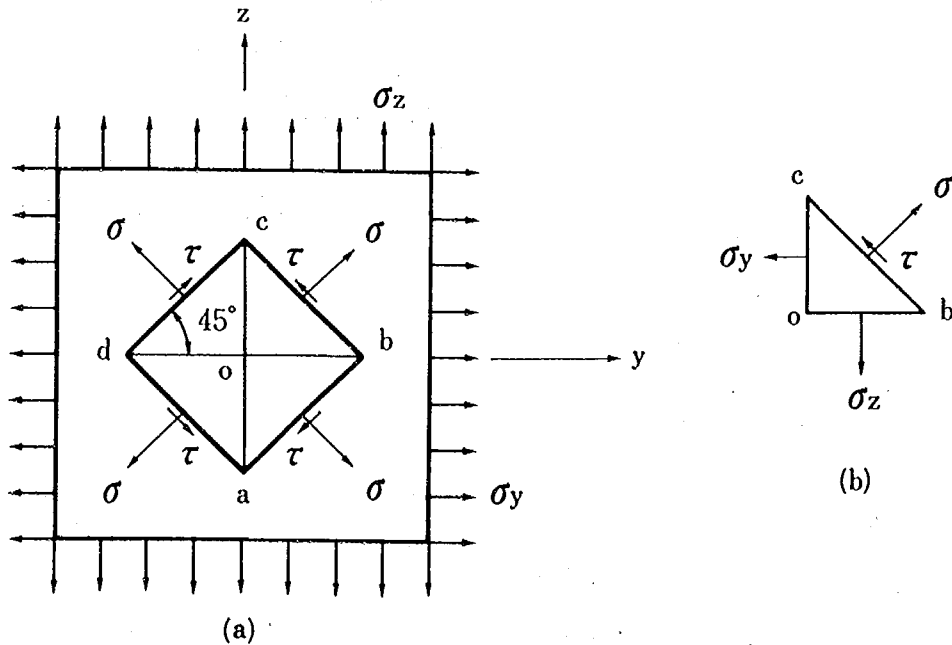


図-1.6 物体内の微小要素のせん断

が成り立つことから、上の式より

$$\gamma = \varepsilon_x - \varepsilon_y$$

が得られる。これに、式 (1.14) を代入すれば、

$$\gamma = \frac{(1+\nu)(\sigma_x - \sigma_y)}{E} = \frac{2(1+\nu)\tau}{E}$$

となり、したがって、式 (1.15) との比較より

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.16)$$

の関係が得られる。

(2) 2次元状態における応力ひずみ関係

前述したように、2次元の応力状態には、z軸に関する応力 ($\sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}$) が0である平面応力状態とz軸に関するひずみ ($\varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$) が0である平面ひずみ状態とがある。2次元状態における応力ひずみ関係式については、(1)で得られた3次元状態における応力とひずみの関係式 (1.14) および (1.15) に対して、これら2つの状態の条件を考慮することにより、各々、次の式が得られる。

①平面応力状態

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), & \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (1.17)$$

②平面ひずみ状態

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_y \right), & \varepsilon_y &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_x \right), \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (1.18)$$

また、これらの式を極座標における表示に直せば、次のようになる。

③平面応力状態

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta), & \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r), \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\tau_{r\theta}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{r\theta} \end{aligned} \quad (1.19)$$

④平面ひずみ状態

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_r - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_\theta \right), & \varepsilon_\theta &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_\theta - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_r \right), \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\tau_{r\theta}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{r\theta} \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.2.4 応力関数

(1) 直交座標系における応力関数

2次元状態におけるひずみの適合条件式 (1.13) に2次元平面ひずみ状態の応力ひずみ関係式 (1.18) を代入することにより次の式が得られる。

$$-\frac{\partial^2}{\partial y^2} ((1-\nu) \sigma_x - \nu \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} ((1-\nu) \sigma_y - \nu \sigma_x) = 2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (1.21)$$

また、物体力として重力のみを考えた場合の2次元応力状態における応力の釣合方程式 (1.3) について、第1式をyで偏微分し、第2式をxについて偏微分し、これを加えることによって、次式が得られる。

$$2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = - \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \quad (1.22)$$

式 (1.22) を式 (1.21) に代入して整理することにより、次のような2次元状態における応力成分に関する適合条件式が得られる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (1.23)$$

つまり、物体力として重力のみを考えた場合の2次元問題の応力については、式 (1.3) に示した応力の釣合方程式と式 (1.23) の応力成分の適合条件式を満足することが必要となる。再度、式 (1.3) を示せば、

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho g \quad (1.3)$$

である。したがって、変数 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ の数と方程式の数が等しくなり、物体の境界条件が与えられれば、その物体内の応力を求めることができることになる。ここで、xおよびyに関するある関数Fを用いて、各応力成分を次式のように表示できれば、式 (1.3) は常に満たされることになる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \rho g y, \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (1.24)$$

また、これらの応力成分は、適合条件式 (1.23) を満たす必要があることから、式 (1.24) を式 (1.23) に代入することにより、次の式が得られる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 F = \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1.25)$$

式 (1.25) を満たす関数FはAiryの応力関数と呼ばれており、物体力として重力のみを考慮するような2次元問題においては、その境界条件を満足するように式 (1.25) を解くことによって、求めるべき応力が式 (1.24) から得られることになる。

(2) 極座標系における応力関数

極座標の座標成分と直交座標の座標成分の関係は、前述したように次式で与えられる。

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \theta = \tan^{-1} (y/x)$$

これらの式から得られる

$$\begin{aligned}\partial r / \partial x &= x / r = \cos \theta, & \partial r / \partial y &= y / r = \sin \theta, \\ \partial \theta / \partial x &= -y / r^2 = -\sin \theta / r, & \partial \theta / \partial y &= x / r^2 = \cos \theta / r\end{aligned}$$

などの関係を用いて、応力関数 F の x に関する 2 階の微分および y に関する 2 階の微分を r, θ 座標について求め、それらを加えることにより、次の式が得られる。

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} \quad (1.26)$$

したがって、式 (1.25) は次のように表される。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) F = 0 \quad (1.27)$$

次に、直交座標系における応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ と Airy の応力関数 F の関係は式 (1.24) に示したように、次のように表される。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \rho g y, \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (1.24)$$

また、極座標系の応力成分 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ を直交座標系における応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ で表示すれば、式 (1.5) において x を r, y を θ, θ を $-\theta$ と置き換えて、次のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2 \tau_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_\theta &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2 \tau_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \tau_{r\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x) \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned} \quad (1.28)$$

式 (1.24) を式 (1.28) に代入し、

$$\begin{aligned}\partial r / \partial x &= x / r = \cos \theta, & \partial r / \partial y &= y / r = \sin \theta, \\ \partial \theta / \partial x &= -y / r^2 = -\sin \theta / r, & \partial \theta / \partial y &= x / r^2 = \cos \theta / r\end{aligned}$$

などの関係を用いることにより、極座標系における応力成分を Airy の応力関数を用いて表示すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \rho g r \sin^3 \theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \rho g r \sin \theta \cos^2 \theta \\ \tau_{r\theta} &= - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \right) + \rho g r \cos \theta \sin^2 \theta\end{aligned} \quad (1.29)$$

1.2.5 一様な内外圧を受ける円環の応力

図-1.7 に示す一様な内・外圧 p_i, p_o を受ける円環のような軸対称問題の応力関数 F は、 θ に無関係であるので、式 (1.27) は、次のように r に関する線形常微分方程式として表される。

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) F = \frac{d^4 F}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 F}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dF}{dr} = 0 \quad (1.30)$$

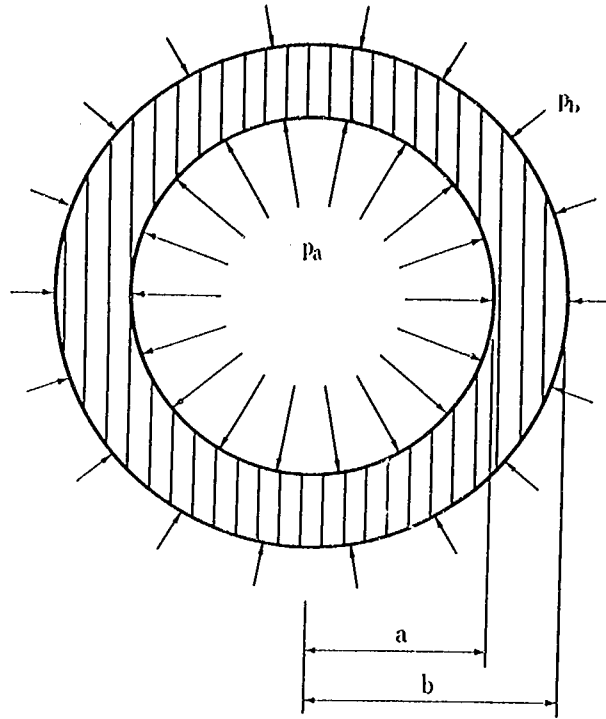


図-1.7 一様な内外圧を受ける円環

この一般解は、次式で表される。

$$F = A \ln r + B r^2 \ln r + C r^2 + D \quad (1.31)$$

また、式 (1.29) についても θ に関する項が消え、式 (1.31) から、式 (1.29) の応力成分は次のように表される。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \ln r) + 2C \\ \sigma_\theta &= \frac{d^2 F}{dr^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \ln r) + 2C \\ \tau_{r,\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (1.32)$$

次に、極座標系における変位とひずみの関係式 (1.9) および極座標系における平面ひずみ状態の応力ひずみ関係式 (1.20) から、極座標系における応力と変位の関係式が次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_r - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_\theta \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} &= \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_\theta - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_r \right) \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{r,\theta} = 0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

ここで、式 (1.32) の σ_r, σ_θ を式 (1.33) の第1式に代入して、

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{1}{1-\nu} \frac{A}{r^2} + \frac{1-4\nu}{1-\nu} B + 2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} B \ln r + 2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} C \right]$$

が得られ、さらに両辺を積分して次式を得る（ただし、円環の中心における変位は0とした）。

$$u_r = \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ -\frac{1}{1-\nu} \frac{\Lambda}{r} + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} B r \ln r - \frac{1}{1-\nu} B r + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} C r \right\} \quad (1.34)$$

これより、式 (1.33) の第2式の左辺は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} &= \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ -\frac{1}{1-\nu} \frac{\Lambda}{r^2} + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} B \ln r \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{1-\nu} B + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} C \right\} \end{aligned}$$

一方、式 (1.32) の σ_r , σ_θ を式 (1.33) の第2式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} &= \frac{1-\nu^2}{E} \left\{ -\frac{1}{1-\nu} \frac{\Lambda}{r^2} + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} B \ln r \right. \\ &\quad \left. - \frac{3-4\nu}{1-\nu} B + 2\frac{1-2\nu}{1-\nu} C \right\} \end{aligned}$$

ゆえに、これら2つの式を比較して、次式を得る。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \frac{4(1-\nu^2)B}{E}$$

ここで、 u_θ は軸対称性より0でなければならない。したがって、 B も0でなければならない。よって、

$$\sigma_r = -\frac{\Lambda}{r^2} + 2C, \quad \sigma_\theta = -\frac{\Lambda}{r^2} + 2C \quad (1.35)$$

となる。また、境界条件は $r=a$ で $\sigma_r = -p_a$ 、 $r=b$ で $\sigma_r = -p_b$ であるから、 σ_r および σ_θ は次のように表される。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{a^2 b^2 (p_b - p_a)}{b^2 - a^2} \frac{1}{r^2} + \frac{a^2 p_a - b^2 p_b}{b^2 - a^2} \\ \sigma_\theta &= -\frac{a^2 b^2 (p_b - p_a)}{b^2 - a^2} \frac{1}{r^2} + \frac{a^2 p_a - b^2 p_b}{b^2 - a^2} \end{aligned} \quad (1.36)$$

1.2.6 一様な内圧を受ける有孔無限板の応力

図-1.8に示すような有孔無限板の孔壁に一様な内圧 p が作用する場合、1.2.5と全く同様にして、応力成分 σ_r 、 σ_θ は次のように表される。

$$\sigma_r = -\frac{\Lambda}{r^2} + 2C, \quad \sigma_\theta = -\frac{\Lambda}{r^2} + 2C$$

ここで、境界条件は $r=a$ で $\sigma_r = -p$ 、 $r \rightarrow \infty$ で $\sigma_r = 0$ であるから、内圧 p を受ける有孔無限板の応力は次のように表される。

$$\sigma_r = -\frac{p a^2}{r^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{p a^2}{r^2} \quad (1.37)$$

また、有孔無限板に生じる変位は、式 (1.34) より次のように表される。

$$u_r = \frac{(1+\nu) p a^2}{E r} \quad (1.38)$$

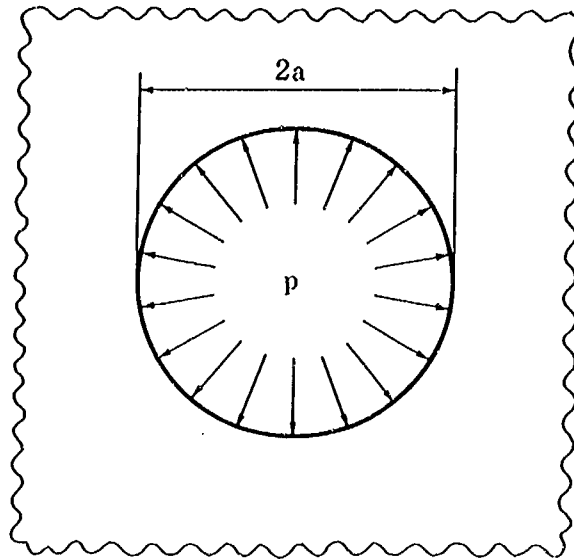


図-1.8 一様な内圧を受ける有孔無限板

1.3 円形断面放流管の鋼管および周辺コンクリートに発生する応力

1.3.1 コンクリートの引張強度を期待しない場合

ここでは、円形断面放流管の鋼管および周辺コンクリートを、平面ひずみ状態における鋼管でライニングしたコンクリートの円形有孔無限板と仮定して、コンクリートの引張強度を期待しない場合について、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての解析を試みることにする。なお、周辺コンクリートに伝達される荷重については、これを鉄筋で支持するものとする。

いま、図-1.9に示すように、半径 r_0 の円孔を考え、この部分が厚さ t の鋼管でライニングされているものとする。また、円孔の中心から半径 r_1 の位置には、図の奥行き方向の単位幅当たり、断面積 a の鉄筋が配置されているものとする。なお、鋼管および鉄筋の弾性係数を E_s 、ポアソン比を ν_s 、コンクリートの弾性係数を E_c 、ポアソン比を ν_c とする。

いま、鋼管の内側から放射状に内圧 p が作用する場合を想定する。このとき、コンクリートが支持する内圧 p の部分の大きさを p_c とすると、 $r_0 \gg t$ の場合には、鋼管の周方向直応力 σ_s は、次式で表される。

$$\sigma_s = \frac{(p - p_c) r_0}{t} \quad (1.39)$$

また、鋼管の半径方向変位 u_s は、次式で表される。

$$u_s = \frac{(1 - \nu_s^2) (p - p_c) r_0^2}{E_s t} \quad (1.40)$$

一方、半径 r_0 から r_1 の間の r において、コンクリートに作用する半径方向の直応力 σ_c は次式で表される。

$$\sigma_c(r) = - \frac{p_c r_0}{r} \quad (1.41)$$

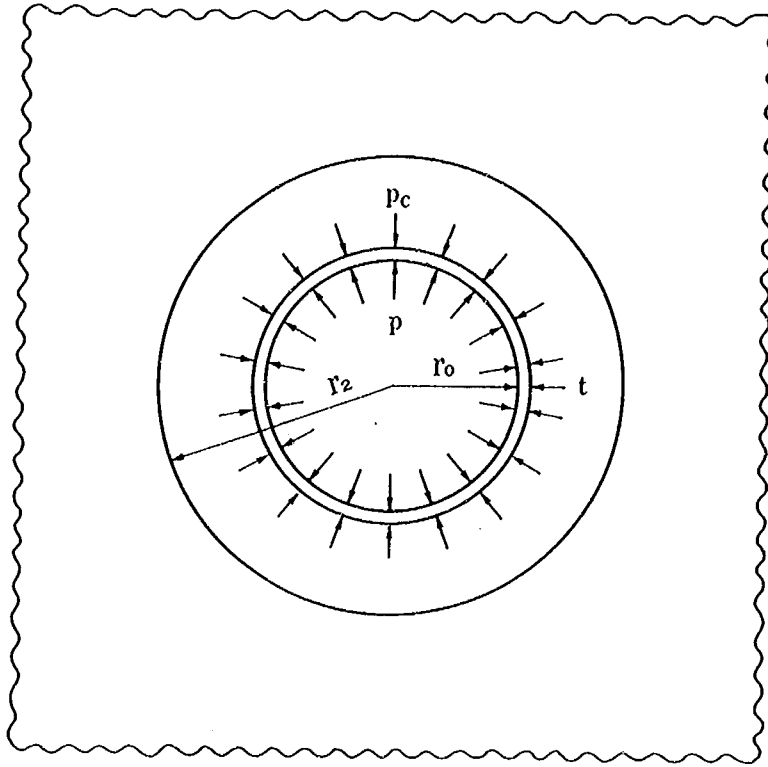


図-1.9 コンクリートの引張強度を期待しない場合のモデル

また、接線方向の直応力は、コンクリートの引張強度を期待しないことから0である。

また、単位幅当たり断面積 a で配筋された鉄筋に作用する半径方向の力 p_R は次式のようにになる。

$$p_R = \frac{r_0}{r_1} p_c \quad (1.42)$$

したがって、鉄筋の周方向応力 σ_R は次式で表される。

$$\sigma_R = \frac{p_c r_0}{a} \quad (1.43)$$

また、鉄筋の半径方向変位 u_R は、ポアソン比の影響を無視すれば、次式で表される。

$$u_R = \frac{p_c r_0 r_1}{E_s a} \quad (1.44)$$

次に、鋼管の位置におけるコンクリートの変位は、式 (1.33) および式 (1.41) より次式で表される。

$$u_c = \frac{(1-\nu_c^2) p_c r_0}{E_c} \ln \frac{r_1}{r_0} + \frac{p_c r_0 r_1}{E_s a} \quad (1.45)$$

ここで、 $u_c = u_s$ であるから、結局、次式が得られる。

$$p_c = p \left(1 + \frac{t r_1}{(1-\nu_s^2) a r_0} + \frac{(1-\nu_c^2) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} \ln \frac{r_1}{r_0} \right)^{-1} \quad (1.46)$$

ここで、

$$A = 1 + \frac{t r_1}{(1-\nu_s^2) a r_0} + \frac{(1-\nu_c^2) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} \ln \frac{r_1}{r_0} \quad (1.47)$$

とおくと、

$$p_c = \frac{p}{\Lambda} \quad (1.48)$$

となる。したがって、鋼管、鉄筋に発生する応力は、それぞれ次のようになる。

$$\sigma_s = \frac{p r_0}{t} \left(1 - \frac{1}{\Lambda}\right) \quad (1.49)$$

$$\sigma_c = \frac{p r_0}{a} \frac{1}{\Lambda} \quad (1.50)$$

ここで、鋼管、鉄筋の許容応力を σ_0 とおくと、鋼管の所要厚さ t および単位幅当たりの鉄筋の所要断面積 a は次式で表される。

$$t = \frac{p r_0}{\sigma_0} \left(1 - \frac{1}{\Lambda}\right) \quad (1.51)$$

$$a = \frac{p r_0}{\sigma_0} \frac{1}{\Lambda} \quad (1.52)$$

さて、ここで、鋼管厚さ t と単位幅当たりの鉄筋の断面積 a の和をとると、

$$t + a = \frac{p r_0}{\sigma_0} \quad (1.53)$$

となる。したがって、鋼管に作用する内圧の一部を周辺の鉄筋コンクリートで負担するとしても、鋼管の厚さ t が減少する分、鉄筋の断面積 a が増加し、両者の和は変わらないことになる。したがって、コンクリートの引張強度を期待しない限り、鋼管と周辺コンクリートを一体構造として解析しても、その恩恵は得られないことになる。

1.3.2 コンクリートの引張強度を期待する場合

ここでは、図-1.10に示すように、半径 r_0 の円孔を考え、この部分が厚さ t の鋼管でライニングされ、また、鋼管の内側から放射状に内圧 p が作用する場合を想定する。なお、鋼管および鉄筋の弾性係数を E_s 、ポアソン比を ν_s 、コンクリートの弾性係数を E_c 、ポアソン比を ν_c とし、応力状態として平面ひずみ状態を考える。

いま、コンクリートが支持する内圧 p の部分の大きさを p_c とすると、 $r_0 \gg t$ の場合には、鋼管の周方向直応力 σ_s は、次式で表される。

$$\sigma_s = \frac{(p - p_c) r_0}{t} \quad (1.54)$$

したがって、鋼管の半径方向変位 u_s は、次式で表される。

$$u_s = \frac{(1 - \nu_s^2) (p - p_c) r_0^2}{E_s t} \quad (1.55)$$

一方、コンクリートに発生する応力は、鋼管から離れれば離れるほど小さくなる。したがって、コンクリートに期待する引張強度を f_T とすれば、 f_T に対応したある半径 r_2 までの領域では、コンクリート中

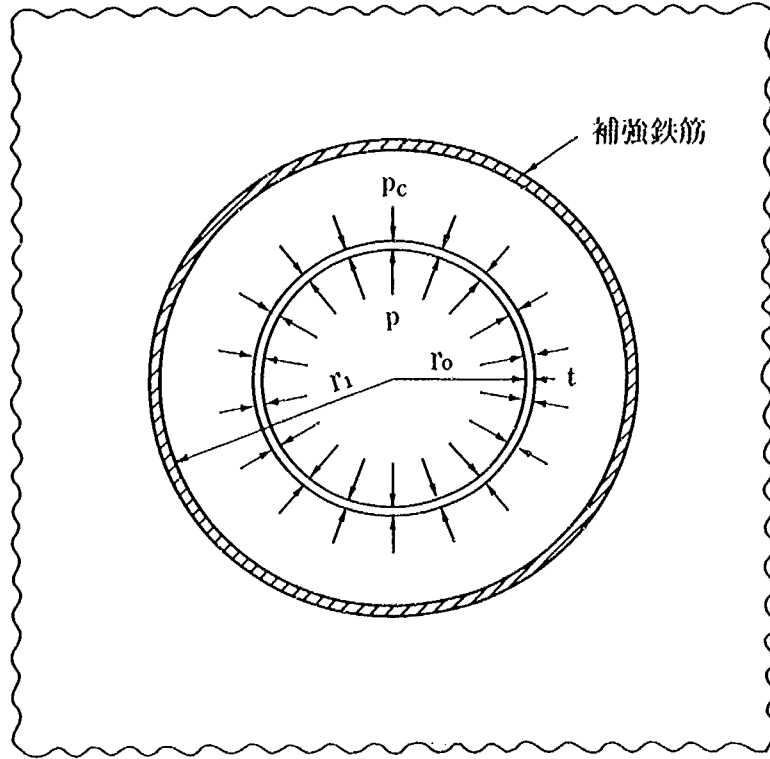


図-1.10 コンクリートの引張強度を期待する場合のモデル

に放射状のクラックが発生して引張強度を期待できないが、それより外側の領域では、コンクリートの引張強度を期待できることとなる。

いま、コンクリートの引張強度が期待できない領域を考えると、その部分における半径方向の直応力 σ_{cr} は、次式で表される。

$$\sigma_{cr}(r) = -\frac{p_c r_o}{r} \quad (1.56)$$

また、この部分における接線方向の直応力は 0 である。

次に、コンクリートの引張強度が期待できる領域を考えると、その部分における半径方向の直応力 σ_{cr} 、接線方向の直応力 $\sigma_{c\theta}$ は、次式で表される。

$$\sigma_{cr}(r) = -\frac{p_c r_o}{r^2} \left(\frac{r_2}{r}\right)^2 \quad (1.57)$$

$$\sigma_{c\theta}(r) = \frac{p_c r_o}{r^2} \left(\frac{r_2}{r}\right)^2$$

これより、半径 r_2 の位置でのコンクリートの半径方向変位 u_{c2} は、式 (1.38) で $p = p_c r_o / r_2$ と置いて、次式のようになる。

$$u_{c2} = \frac{p_c r_o (1 + \nu_c)}{E_c} \quad (1.58)$$

したがって、鋼管の位置でのコンクリートの半径方向変位 u_c は、式(1.45)と同様にして、次式で表される。

$$u_c = \frac{(1-\nu_c^2) p_c r_0}{E_c} \ln \frac{r_2}{r_0} + \frac{p_c r_0 (1+\nu_c)}{E_c} \quad (1.59)$$

ここで、 $u_c = u_s$ であるから、結局、次式が得られる。

$$p_c = p \left(1 + \frac{(1+\nu_c) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} + \frac{(1-\nu_c^2) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} \ln \frac{r_2}{r_0} \right)^{-1} \quad (1.60)$$

ここで、

$$A = 1 + \frac{(1+\nu_c) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} + \frac{(1-\nu_c^2) E_s t}{(1-\nu_s^2) E_c r_0} \ln \frac{r_2}{r_0} \quad (1.61)$$

とおくと、

$$p_c = \frac{p}{A} \quad (1.62)$$

となる。また、鋼管に発生する応力は、次のようになる。

$$\sigma_s = \frac{p r_0}{t} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \quad (1.63)$$

また、半径 r_2 の位置でのコンクリートの引張応力は、次のようになる。

$$\sigma_{c\theta} = \frac{p r_0}{r_2} \frac{1}{A} \quad (1.64)$$

したがって、期待できるコンクリートの引張強度 f_T が与えられれば、 $\sigma_{c\theta} = f_T$ とすることにより、式(1.61)、(1.64) から r_2 、 A の値が求められ、さらに、式(1.63) から鋼管に発生する応力 σ_s が求められることになる。なお、周辺コンクリートを考慮しない場合の鋼管の応力は、

$$\sigma_{s0} = \frac{p r_0}{t} \quad (1.65)$$

であるから、鋼管と周辺コンクリートを一体構造として設計することによって、鋼管に発生する応力は、鋼管を独立構造として設計する場合に比べて、 $(1 - 1/A)$ 倍に減少することになる。すなわち、 $1/A$ が鋼管と周辺コンクリートを一体構造として設計する場合の効果を表すことになる。

いま、一例として、 $E_s = 2,100,100 \text{ kg f/cm}^2$ 、 $E_c = 250,000 \text{ kg f/cm}^2$ 、 $\nu_s = 0.3$ 、 $\nu_c = 0.2$ 、 $r_0/t = 100$ と仮定して、鋼管と周辺コンクリートを一体構造として設計する場合の効果を具体的に検討してみると、コンクリートに期待する引張強度と鋼管に発生する応力の関係は、図-1.11 のようになる。ここで、図の横軸はコンクリートに期待する引張強度 f_T を鋼管の内側に作用する内圧 p との比によって表したものであり、縦軸は鋼管に発生する応力 σ_s を鋼管を独立構造とした場合に生じる応力 σ_{s0} との比によって表したものである。

図から、コンクリートに期待する引張強度を内圧 p に等しい値とすると、鋼管に発生する応力は独立構造として設計した場合の10%にしかならないことがわかる。また、コンクリートに期待する引張強度を内圧 p の10%としても、鋼管に発生する応力は独立構造の場合の23%、コンクリートに期待する引張強度を

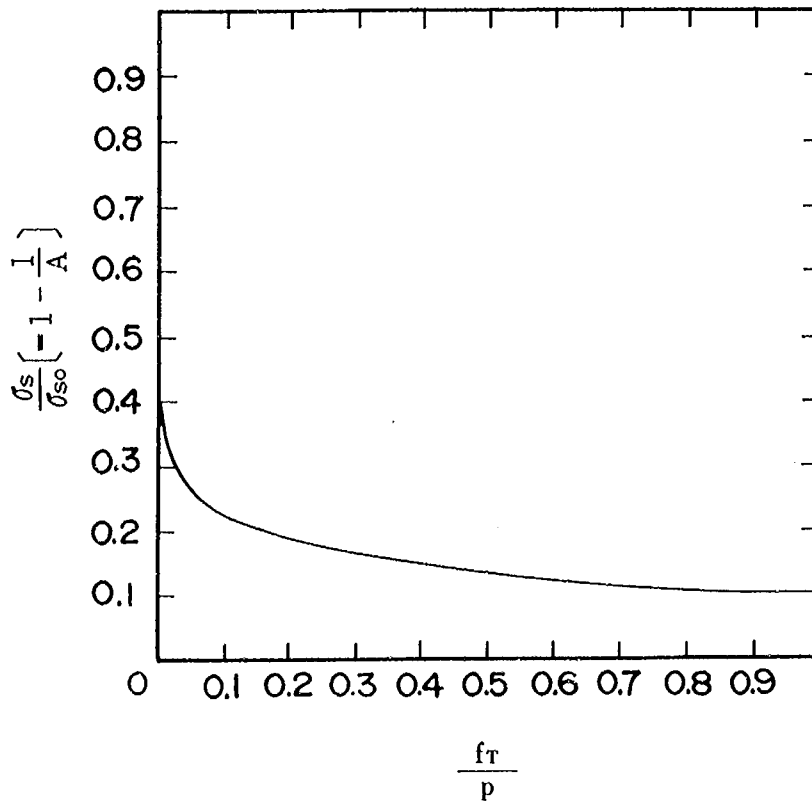


図-1.11 コンクリートに期待する引張強度と鋼管に発生する応力の関係

内圧 p の 1 % としても、鋼管に発生する応力は独立構造の場合の 32 % にしかならないことがわかる。すなわち、円孔に鋼管を配置しても、内圧 p の大部分は周辺コンクリートで支持されていることになる。

しかし、この場合、周辺コンクリートにはある程度の深さまでクラックが伸展していることになる。そこで、コンクリートに期待する引張強度とクラックの進行深さの関係を求めたものが図-1.12である。図の横軸は、前の図と同様に、コンクリートに期待する引張強度 f_T を鋼管の内側に作用する内圧 p との比によって表したものであり、縦軸は円孔の中心からクラックの先端までの距離 r_2 を円孔の半径 r_0 との比で表したものである。したがって、この値が 1 ということはクラックが生じないことを示している。

図によれば、コンクリートの引張強度が内圧 p の 90 % 以上であれば、コンクリートにクラックは生じないが、コンクリートの引張強度と内圧の比がこれより小さくなると、クラックは急速に伸展することがわかる。すなわち、コンクリートの引張強度を内圧 p の 50 % とすると、クラックは円孔の半径の 1.7 倍の位置まで、コンクリートの引張強度を内圧 p の 10 % とすると、クラックは円孔の半径の 7.7 倍の位置まで、コンクリートの引張強度を内圧 p の 1 % とすると、クラックは円孔の半径の 67 倍の位置まで進行することがわかる。

1.3.3 考察

以上、円形断面放流管の鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての挙動を有孔無限板の理論解を用いて検討してきたが、その結果をとりまとめると次のようになる。

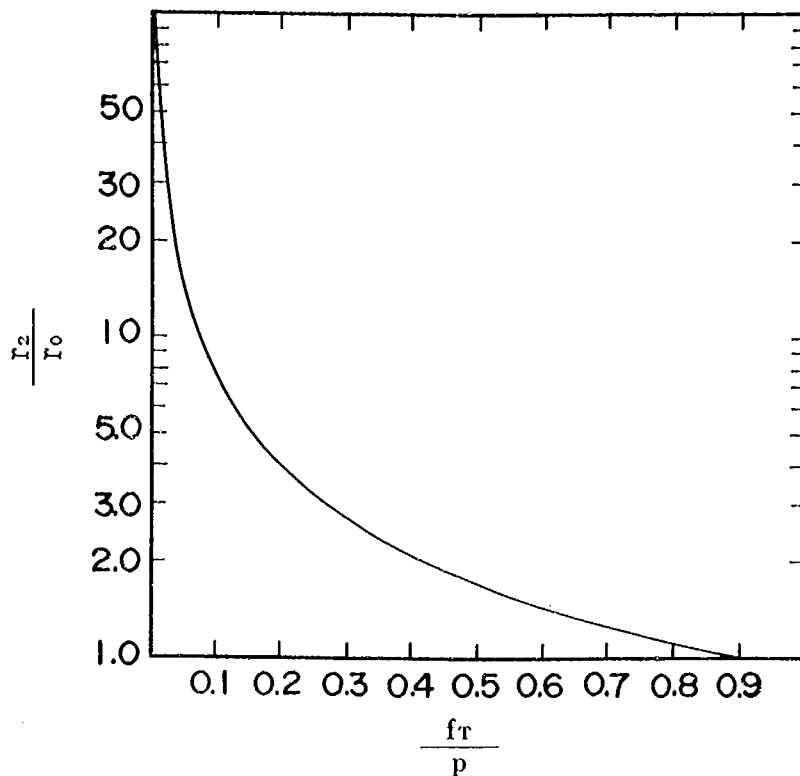


図-1.12 コンクリートに期待する引張強度とクラックの進行深さの関係

(1) コンクリートの引張強度を期待しない場合

コンクリートの引張強度を期待しない場合、周辺コンクリートは鋼管に作用する内圧の一部を半径方向に伝達する働きだけを有する。この場合、伝達された荷重は、周辺コンクリートに配置された鉄筋で支持されることになる。このときに必要となる鉄筋量は式(1.52)で表されるが、鋼管の引張強度と鉄筋の引張強度を等しいとすれば、式(1.53)に示したように、その必要量は鋼管の厚さを減じた量に相等しい。したがって、コンクリートの引張強度を期待しない場合、鋼管と周辺コンクリートを一体構造として設計する効果は、鋼管と鉄筋が負担する荷重配分を変えるだけで、両者の材料の使用量の和を減少させるという設計の合理化には結びつかないことになる。

(2) コンクリートの引張強度を期待する場合

コンクリートの引張強度を期待する場合、鋼管に作用する内圧を鋼管と周辺コンクリートがそれぞれ負担して支持する割合は、コンクリートの引張強度の大きさに依存することになる。しかし、図-1.11に示すように、コンクリートの引張強度がわずかであっても、鋼管に作用する内圧の大部分は周辺コンクリートで支持されることになる。図-1.11の場合、コンクリートの引張強度を鋼管に作用する内圧の1%とするだけでも、鋼管に発生する応力は32%にまで減少する結果となっている。したがって、コンクリートの引張強度が期待できれば、鋼管の断面厚さを極めて薄くすることが可能である。

しかし、コンクリートの引張強度が小さい場合には、周辺コンクリートに広い範囲にわたって半径方向のクラックが発生し、実際に鋼管に作用する内圧を支持しているコンクリートは、鋼管から遠く離れた部

分のコンクリートになる。図-1.12によれば、コンクリートに生じるクラックの長さは、コンクリートの引張強度を鋼管に作用する内圧 p の10%とした場合で、鋼管の中心から鋼管の半径 r_o の7.7倍まで、コンクリートの引張強度を鋼管に作用する内圧 p の1%とした場合で、鋼管の中心から鋼管の半径 r_o の67倍の距離まで達することになる。実際の周辺コンクリートは有限の大きさであるから、このようなクラックを許容することは設計上難しい。したがって、図-1.11からは、コンクリートの引張強度としてわずかな強度を期待するだけで、鋼管に生じる応力を大幅に減じることができるという結論が得られるが、実際に鋼管とコンクリートの一体構造を期待するには、図-1.12より、コンクリートの引張強度として鋼管に作用する内圧 p と同程度の値の引張強度が必要であると結論づけられることになる。

なお、図-1.12によれば、周辺コンクリートにクラックを生じさせないためには、鋼管に作用する内圧 p の値の90%以上の引張強度が必要であり、また、図-1.11によれば、このとき鋼管が支持する内圧の割合は10%以下となる。一方、鋼管によるライニングを行わず、コンクリートだけで内圧 p を支持するとすると、コンクリートに発生する最大引張応力は、

$$\sigma_c = p \quad (1.66)$$

で表され、この値は上に述べた内圧 p の値の90%以上の強度と大差ない。したがって、コンクリートの引張強度を鋼管に作用する内圧 p の値と同程度の強度として設計することは、鋼管の剛性を全く期待せず、コンクリートの引張強度だけで設計することとほぼ同様の結果となり、鋼管とコンクリートを一体構造として設計するという思想とは若干異なったものになる。

2 矩形断面放流管についての解析的検討

2.1 概要

前章で示した円形断面放流管についての検討結果によれば、放流管の周辺コンクリートの引張強度を期待しない場合、鉄筋によって鋼管に作用する荷重を肩代わりしない限り、鋼管に生じる応力を緩和ができないことが確かめられた。これは、円形断面放流管においては、鋼管に作用する断面力が軸力のみで曲げモーメントが発生しないため、周辺コンクリートに発生する接線方向の直応力 σ_{θ} がすべて引張応力になることによっている。

しかし、矩形断面放流管においては、その内部から内圧が作用した場合、鋼管には軸力と同時に曲げモーメントが発生し、その結果、その直線部では曲率をもつような変形、隅角部では曲率が大きくなるような変形が生じ、全体として円に近づくように変形する(図-2.1)。この場合、放流管に沿った方向に発生する周辺コンクリートの応力は、直線部では引張応力となるが、隅角部では圧縮応力になることが予想される。したがって、コンクリートの引張強度を期待しない場合でも、隅角部のコンクリートは鋼管の変形を拘束し、鋼管に生じる応力に影響を与える可能性がある。すなわち、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての効果が期待できることになる。

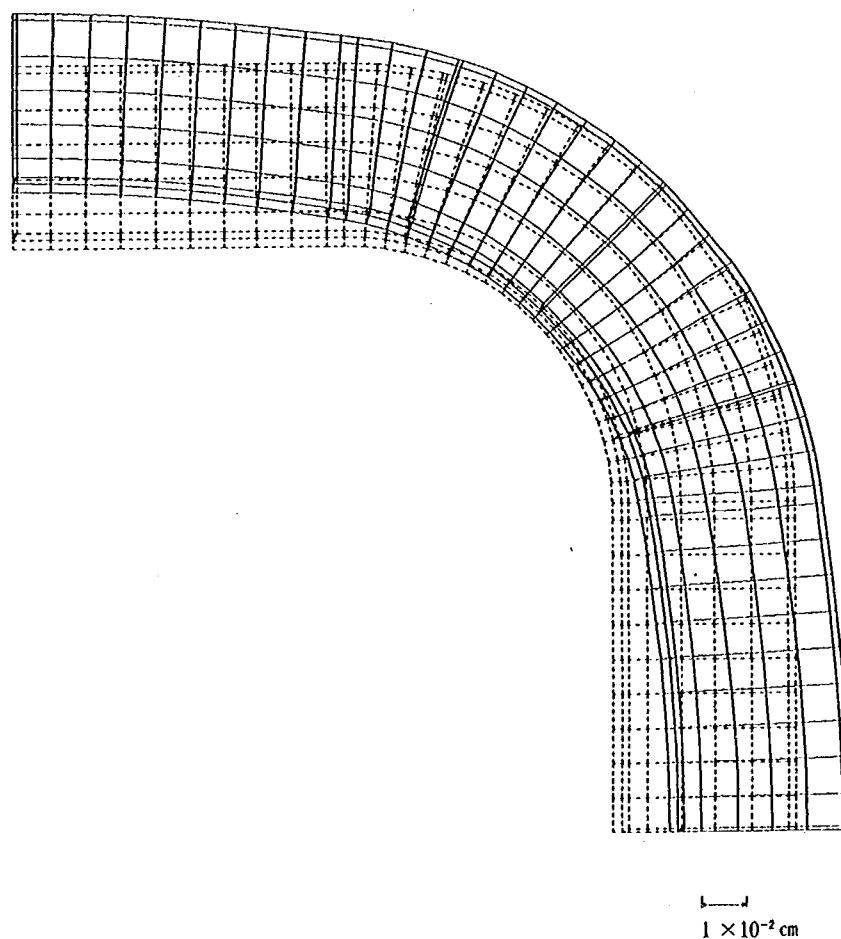


図-2.1 放流管単体モデルの変形

このようなことから、本章では、矩形断面放流管における鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての挙動を、有限要素法を用いた数値解析によって検討することにした。

本検討では、鋼管と周辺コンクリートの一体構造を考えるモデル（以下、複合モデルと呼ぶ）において、周辺コンクリートが引張荷重に対して抵抗しないという条件を表現するために、

- ① 周辺コンクリートに発生するクラックの位置を想定し、これを具体的に表現したモデル
- ② 周辺コンクリートを構成する要素間をジョイント要素で結合し、クラックの発生箇所、その長さを計算機に解かせるモデル

の2つを設定した。

モデルは、解析断面の対称性を考慮して、①の場合には放流管ブロックの1/4断面、②の場合には、

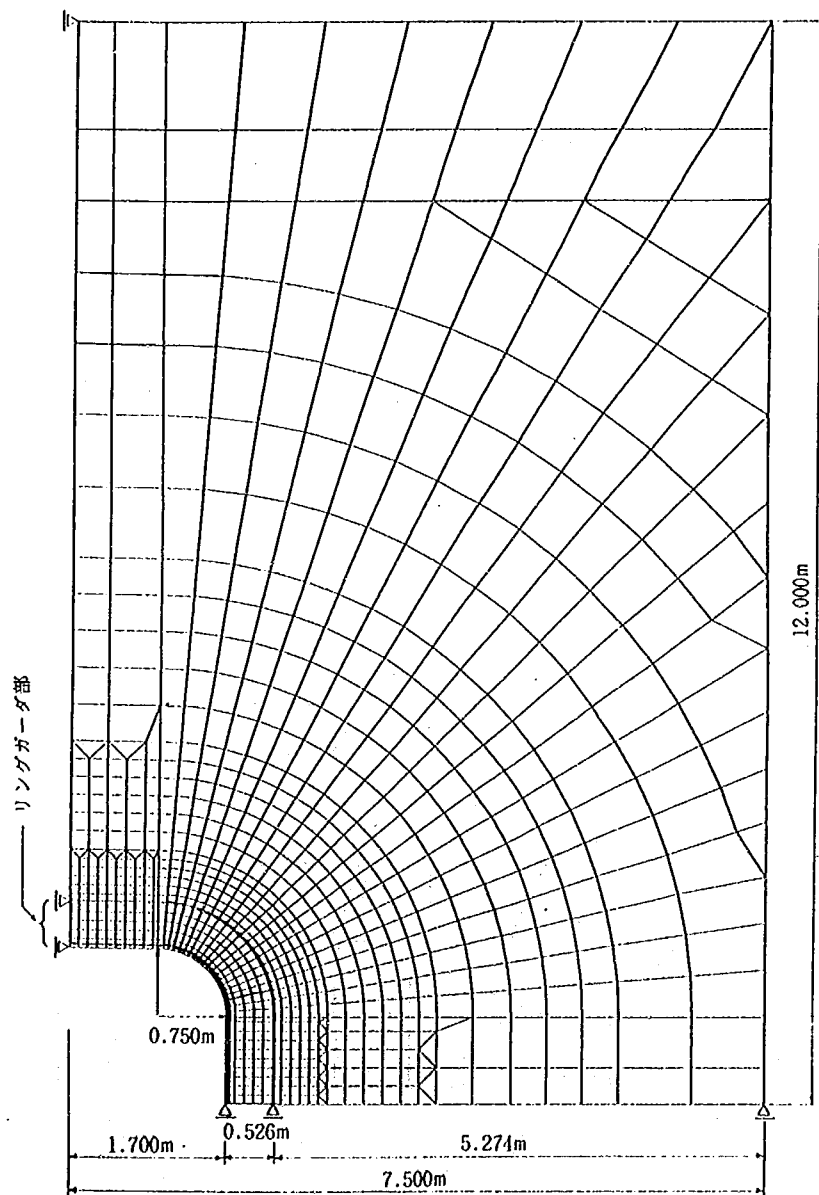


図-2.2(a) 放流管の鋼管と周辺コンクリートの解析モデル

(周辺コンクリートに生じるクラックの位置を想定し、具体的に表現したモデル)

さらに費用の軽減を考慮し、周辺コンクリートの側方と上下方向の境界の位置を等しいと仮定して放流管ブロックの1/8断面とした。これらの検討に用いた鋼管と周辺コンクリートのモデルを図-2.2(a)、図-2.2(b)に、また、鋼管の断面諸元を図-2.3に示す。なお、解析に用いたプログラムはSTAGE(Structural Analysis System for Geological Problem V1.20)である。

以下、鋼管単独のモデル（以下、単体モデルと呼ぶ）および上述の2つの複合モデルの解析結果について順次述べるものとする。なお、①、②のモデルの解析結果の比較を容易にするため、①のモデルの結果についても図-2.4に要素位置を示すような1/8断面で整理することとする。

2.2 周辺コンクリートを無視した単体モデルの解析

2.2.1 解析モデルの概要

鋼管の断面諸元を図-2.3に示すが、このような3次元的な構造を有する鋼管に対して、管軸に直交する平面上で板厚を考慮した2次元有限要素法を用いた応力解析を行った。この場合の定式化は次のとおりである。

各要素に対して、

$$t_i f_i = t_i B_i^T D_i B_i u_i, \quad t_i \sigma_i = t_i D_i B_i u_i \quad (2.1)$$

要素の結合（系全体）に対して、

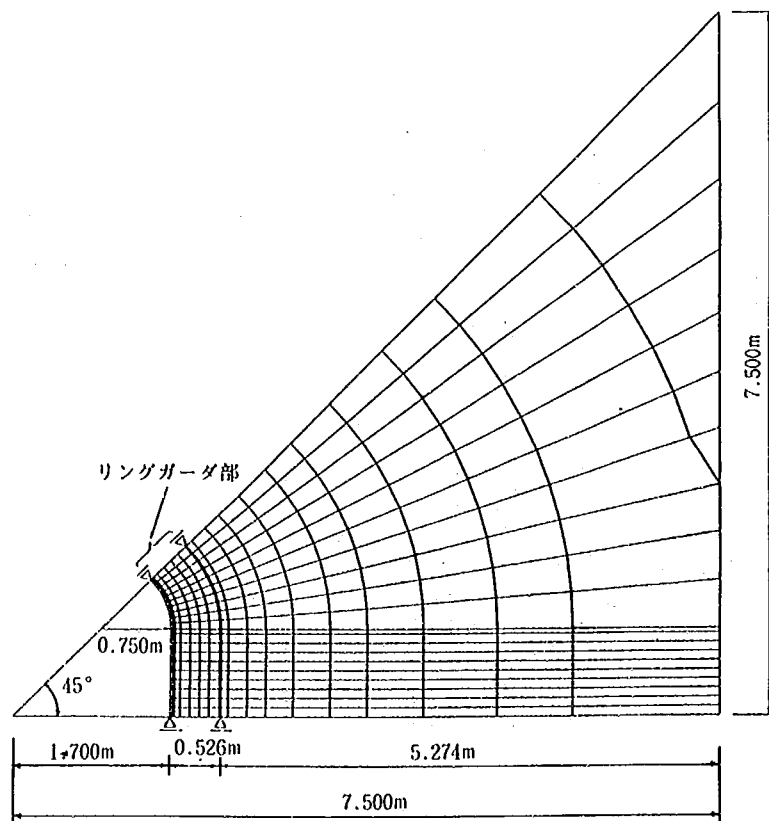


図-2.2(b) 放流管の鋼管と周辺コンクリートの解析モデル

(周辺コンクリートを構成する要素間をジョイント要素で結合したモデル)

$$\sum_i t_i f_i = F \quad (2.2)$$

ここに、 t_i ：要素の板厚、 f_i ：節点荷重（要素板厚の単位幅あたりに作用する荷重）、 B_i ：変位ひずみ変換マトリックス、 D_i ：弾性マトリックス、 u_i ：節点変位、 σ_i ：要素応力、 F ：系に作用する外力であり、 $\sum_i$ は同一節点を共有する要素についての和を意味している。

ここで、 t_0 を基準板厚（本題では t_0 としてリングガーダの設置間隔をとる）として、

$$t_0 f'_i = t_i f_i, \quad t_0 D'_i = t_i D_i, \quad t_0 \sigma'_i = t_i \sigma_i \quad (2.3)$$

と置けば、

$$t_0 f'_i = t_0 B_i^T D'_i B_i u_i$$

$$t_0 \sigma'_i = t_0 D'_i B_i u_i$$

$$F = \sum_i t_0 f'_i$$

となり、両辺を t_0 で割ることにより、通常の2次元有限要素法と同じ式

$$f'_i = B_i^T D'_i B_i u_i$$

$$\sigma'_i = D'_i B_i u_i \quad (2.4)$$

$$F/t_0 = \sum_i f'_i$$

が得られる。また、これらの式によって求められる応力 σ'_i と真の応力 σ_i の関係は、式(2.3)より

$$\sigma_i = (t_0/t_i) \sigma'_i \quad (2.5)$$

となる。以上を要約すれば次のようになる。すなわち、各要素に対して、

- ① 系に作用する外力 F を $1/t_0$ 倍して入力する。
- ② 弾性係数 D_i を t_i/t_0 倍して入力する。

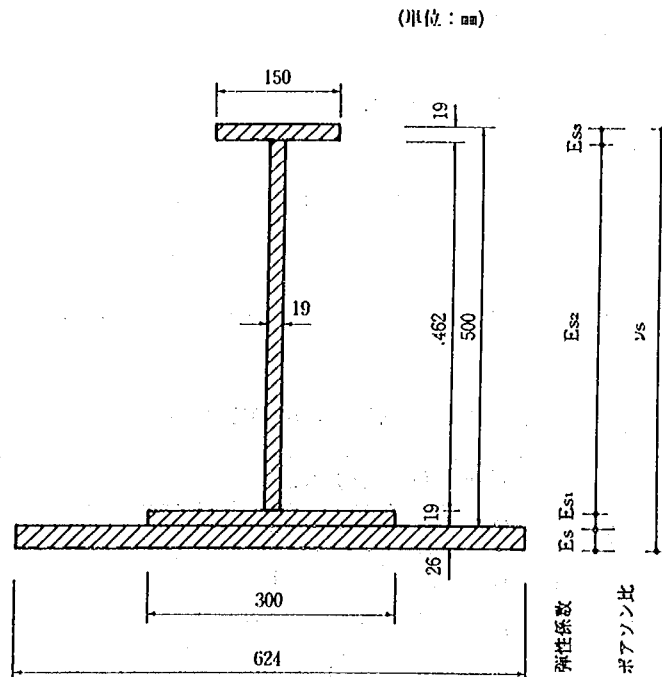


図-2.3 リングガーダの部材断面諸元

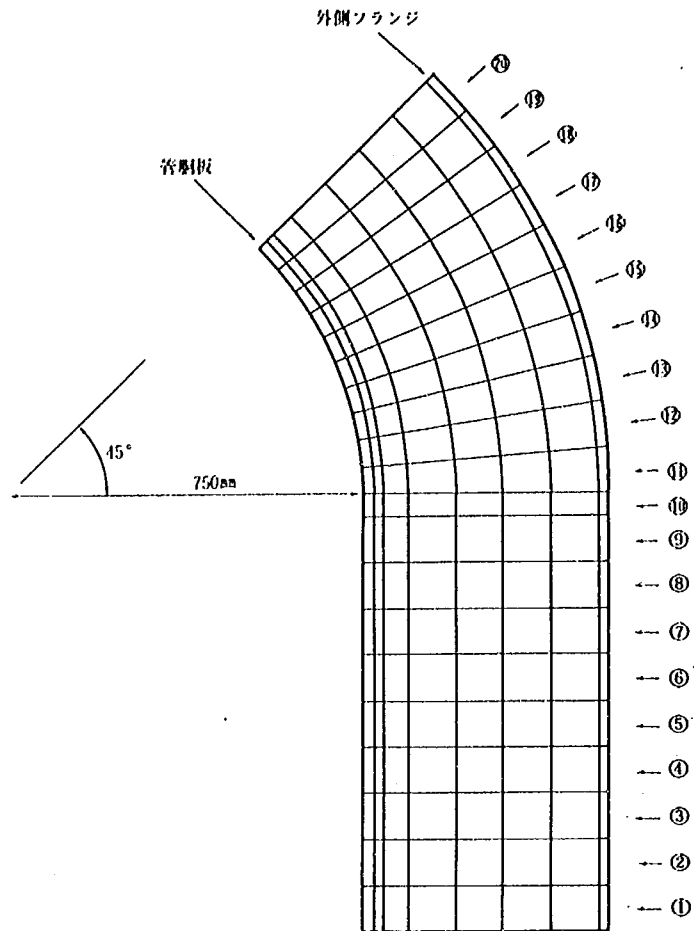


図-2.4 応力分布の表示に用いる放流管の周方向の要素位置

- ③ 出力された変位 u_i をそのまま読む。
- ④ 出力された応力 σ'_i を t_o / t_i 倍して読み直す。

なお、ここで t_i / t_o を有効断面率と呼ぶ。

本検討では、鋼管に対する外力として単位の大さの内圧 1 kg f/cm^2 を考えるが、管胴板要素では $t_i = t_o$ であるため、そのまま 1 kg f/cm^2 を作用させればよい。また、弾性係数については、上記②の手法に従って、表-2.1のように修正して解析を行った。なお、以下に示す結果は、全て、上記③、④に従って真の変位、応力に直した値である。

表-2.1 単体モデルの物性値

	弾性係数 (kg f/cm^2)		ポアソン比 (ν_s)
管 胴 板	E_s	2.1×10^9	0.3
リングガード	E_{s1}	1.0×10^6	
	E_{s2}	6.4×10^4	
	E_{s3}	5.1×10^5	

※ E_{s1} 、 E_{s2} 、 E_{s3} については、図-2.3を参照。

2.2.2 解析結果

単体モデルに単位の大きさの内圧 1 kg f/cm^2 が作用した場合（以下、ケース I と呼ぶ）の変形図を図-2.1に示す。鋼管の変形は、直線部では曲率を持つような変形、隅角部では曲率が大きくなるような変形、言い換えれば、全体として円に近づくような変形をしている。

また、このときの鋼管の管胴板および外側フランジの周方向の直応力の分布を図-2.5に示す。ここで、応力は引張応力を正としている（以下同様）。なお、この図には、参考のために、管胴板の内周がこの矩形断面の放流管の内周（ 1231 cm ）と等しく、部材断面も全く同じとした円形断面放流管（管胴の内径 = 196 cm ）に同じく 1 kg f/cm^2 の内圧が作用した場合（以下、ケース 0 と呼ぶ）における管胴板および外側フランジの周方向の直応力の理論解を併せて示してある。

当然ながら、円形断面放流管の場合、管胴板および外側フランジともその応力の値は一定となり、管胴板で約 40 kg f/cm^2 、外側フランジで約 30 kg f/cm^2 の引張応力となっている。

一方、矩形断面放流管では、管胴板、外側フランジとも、その位置によって応力が大きく変化している。管胴板については、すべての点で引張応力が発生し、その値は、直線部の中央（要素位置1）で最小の 5 kg f/cm^2 、隅角部の中央（要素位置20）で最大の 70 kg f/cm^2 である。また、外側フランジについては、その位置により引張応力と圧縮応力の両方が発生しており、その値は、直線部の中央で最大の引張応力 125 kg f/cm^2 、隅角部の中央で最大の圧縮応力 55 kg f/cm^2 となっている。以上の結果より、同じ大きさの力（内圧 $1 \text{ kg f/cm}^2 \times$ 内周 1231 cm ）が作用する場合でも、円形断面放流管と矩形断面放流管とでは発生応力の大きさがかなり異なり、曲げモーメントが発生する矩形断面放流管では非常に大きな応力が発生することがわかる。

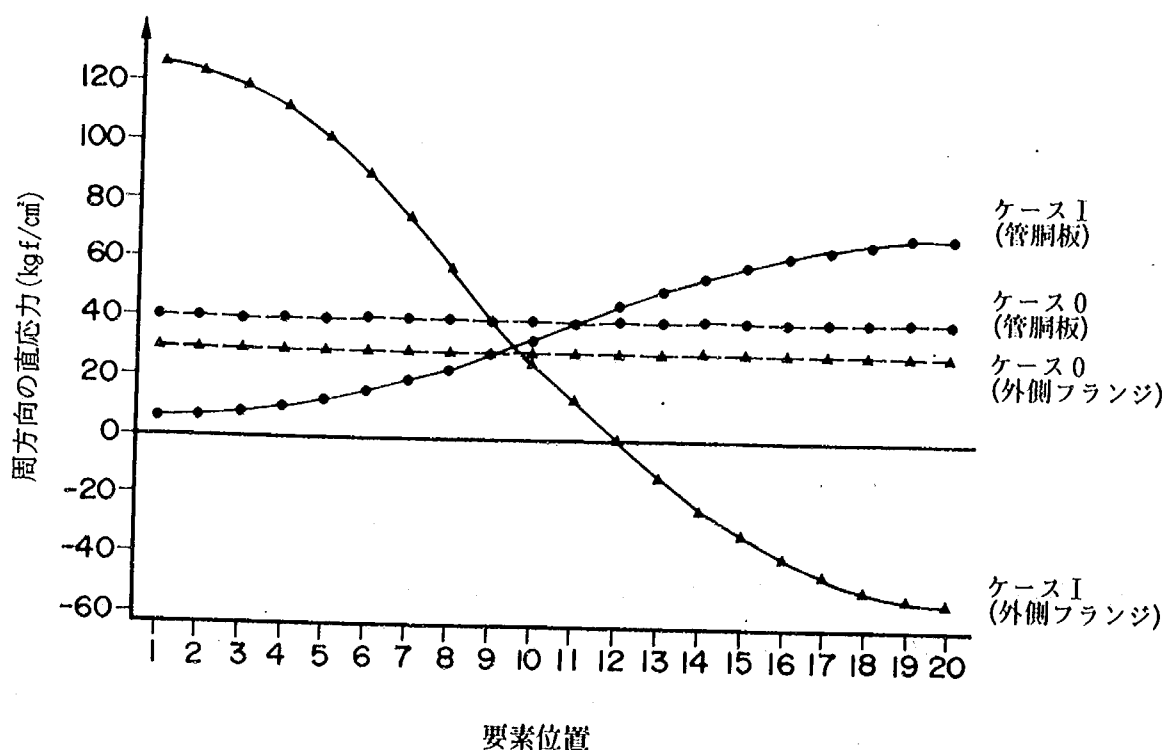


図-2.5 単体モデルの管胴板と外側フランジの周方向の直応力

2.3 周辺コンクリートに生じるクラックを予め表現した複合モデルの解析

2.3.1 解析モデルの概要

次に、放流管の鋼管と周辺コンクリートの一体構造を考慮した解析を行った。この検討では、まず、周辺コンクリートが引張応力に抵抗するものとした一体構造の解析を行い、次に、その解析結果に基づいて図-2.6に示すように周辺コンクリートのA～Eの5つの位置に表-2.2に示す組合せでクラックを設定した。また、荷重としては、前節で述べた単体モデルの場合と同様に、放流管に1 kg f/cm²の内圧を作用させて、放流管の応力・変形状態を検討した。クラックを設定した要素境界では、境界を挟んだ両側の要素に対して、互いに変位を拘束されず、かつ、初期条件で等しい座標を持つ独立した節点（以下、二重節点と呼ぶ）を考えることによりクラックを表現することとした。

また、本節では、図-2.7に示すような3次元的な構造に対して、管軸に直交する平面上で鋼管とコンクリートの板厚を考慮した2次元有限要素法を用いた解析を行った。この場合の定式化は次のとおりである。

各要素に対して、

$$t_{ik} f_{ik} = t_{ik} B_i^T D_{ik} B_i u_i, \quad t_{ik} \sigma_{ik} = t_{ik} D_{ik} B_i u_i \quad (2.6)$$

要素の結合（系全体）に対して、

$$\sum_i \sum_k t_{ik} f_{ik} = F \quad (2.7)$$

ここに、 t_{ik} ：各要素の板厚（ i は2次元解析を行う平面上の要素位置、 k は解析平面に直交する方向の要素位置を表す添字）、 f_{ik} ：節点荷重（各要素板厚の単位幅あたりに作用する荷重）、 B_i ：変位ひずみ変換マトリックス、 D_{ik} ：弾性マトリックス、 u_i ：節点変位、 σ_{ik} ：要素応力、 F ：系に作用する外力であり、 $\sum_i \sum_k$ は同一節点を共有する要素についての和を意味している。

ここで、 t_0 を基準板厚（ここでは t_0 としてリングガーダの設置間隔をとる）として、

$$\begin{aligned} t_0 f'_i &= \sum_k t_{ik} f_{ik} \\ t_0 D'_i &= \sum_k t_{ik} D_{ik} \\ t_0 \sigma'_i &= \sum_k t_{ik} \sigma_{ik} \end{aligned} \quad (2.8)$$

と置けば、

$$\begin{aligned} t_0 f'_i &= \sum_k t_{ik} B_i^T D_{ik} B_i u_i \\ &= t_0 B_i^T D'_i B_i u_i \\ t_0 \sigma'_i &= \sum_k t_{ik} D_{ik} B_i u_i \\ &= t_0 D'_i B_i u_i \\ F &= \sum_i t_0 f'_i \end{aligned}$$

となり、両辺を t_0 で割ることにより、通常の2次元有限要素法と同じ式

$$\begin{aligned} f'_i &= B_i^T D'_i B_i u_i \\ \sigma'_i &= D'_i B_i u_i \\ F/t_0 &= \sum_i f'_i \end{aligned} \quad (2.9)$$

が得られる。また、これらの式によって求められる応力 σ'_i と真の応力 σ_{ik} の関係は式(2.8)の第3式で

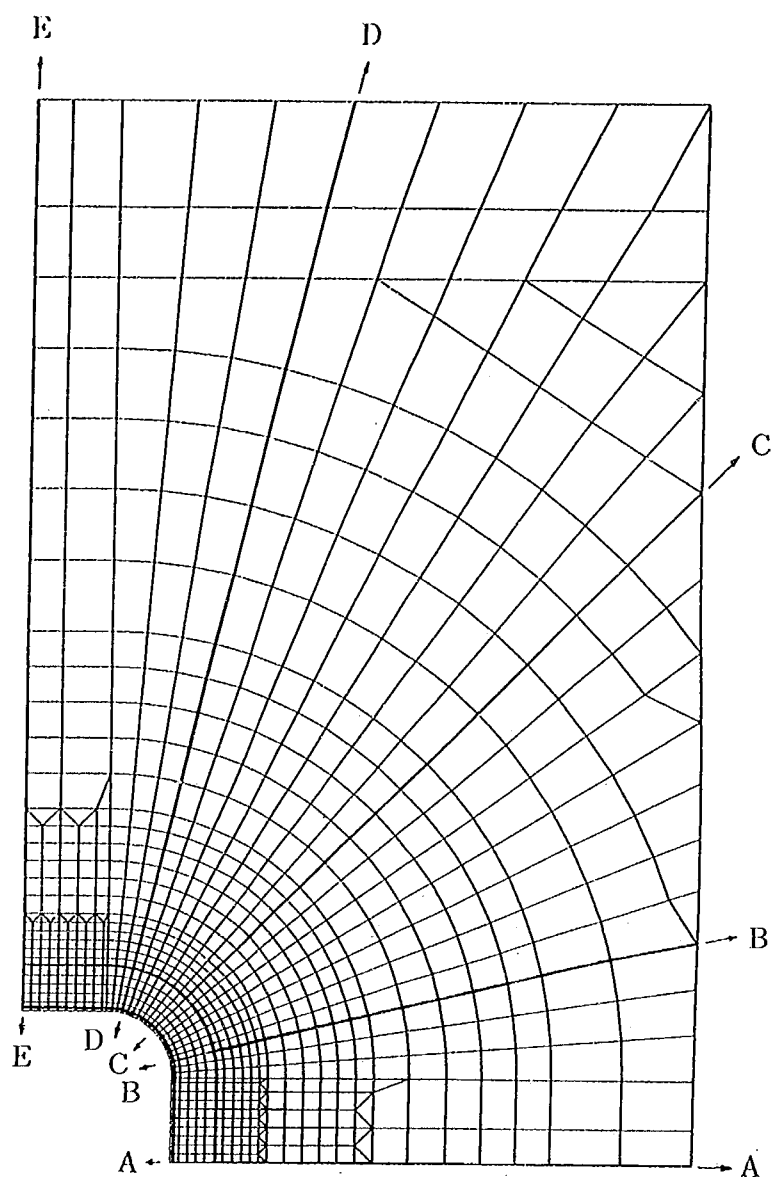


図-2.6 周辺コンクリートにクラックを発生させる要素境界

表-2.2 周辺コンクリートにクラックを発生させる位置の組合せ

呼 称	クラックを発生させる位置
ケースⅡ-AE	要素境界A, E
ケースⅡ-BD	要素境界B, D
ケースⅡ-C	要素境界C

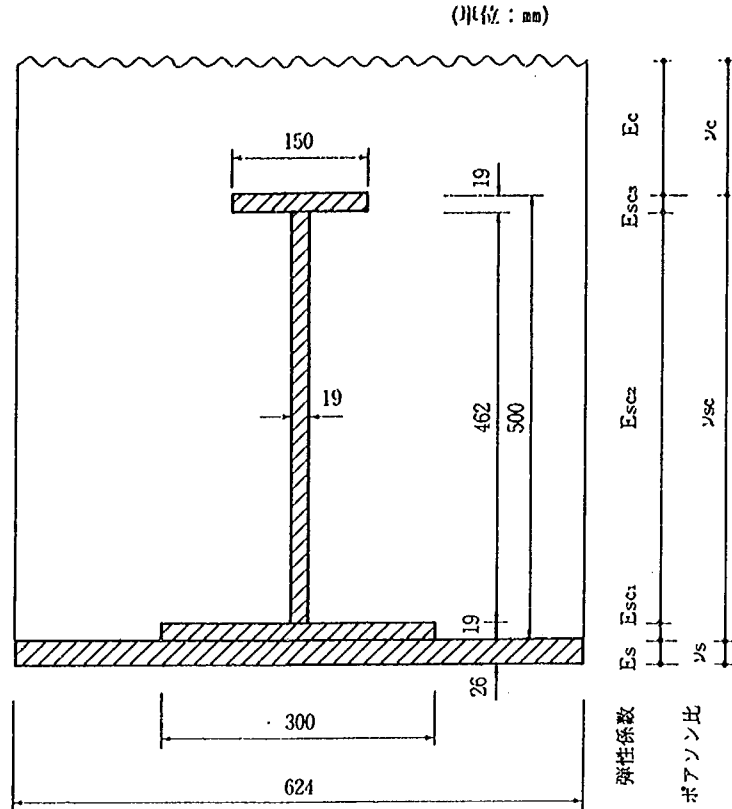


図-2.7 鋼管と周辺コンクリート混在部の断面諸元

表されるが、式 (2.6) の第 2 式、式 (2.9) の第 2 式より、

$$D'_{ik} \propto D_{ik}$$

の関係が成立すれば、

$$\sigma_{ik} = (D_{ik}/D'_{ik}) \sigma'_{ik} \quad (2.10)$$

という関係が得られる。以上を要約すれば次のようになる。すなわち、各要素に対して、

- ① 系に作用する外力 F を $1/t_0$ 倍して入力する。
- ② 弾性係数 D を $\sum_k (t_{ik}/t_0)$ 倍して入力する。
- ③ 出力された変位 u_i をそのまま読む。
- ④ 出力された応力 σ' を (D_{ik}/D'_{ik}) 倍して読み直す。

なお、断面的に鋼管と周辺コンクリートが混在する部分については、二重節点によってクラックを表現することができないため、クラックの位置を示す部分に薄い要素を挿入し、この部分ではコンクリートの弾性係数を 0 として修正弾性係数を設定した。このように設定した解析モデルの各部の物性値を表-2.3 に示す。

なお、ここでの検討では、2.2 節で解析した単体モデルをケース I と呼び、複合モデルについては、周辺コンクリートにクラックのないモデルをケース II-0、クラックの位置が (A, E)、(B, D)、C のモデルを、各々、ケース II-AE、ケース II-BD、ケース II-C と呼ぶことにする。

表-2.3 解析モデルの物性値

	弾性係数 (kg f /cm ²)			ポアソン比		
管 胴 板	E _s	2.1×10 ⁶		ν _s	0.3	
混 在 部		クラックの位置	クラック以外		クラックの位置	クラック以外
	E _{sc1}	1.0×10 ⁶	1.1 ×10 ⁶	ν _{sc}	0.3	0.2
	E _{sc2}	6.4×10 ⁴	3.1 ×10 ⁵			
	E _{sc3}	5.1×10 ⁵	7.0 ×10 ⁵			
コンクリート	E _c	2.5×10 ⁵		ν _c	0.2	

※ E_{sc1} 、 E_{sc2} 、 E_{sc3} については、図-2.7を参照。

2.3.2 解析結果

(1) 管胴板の法線方向変位

図-2.8 (a) に各ケースにおける管胴板の法線方向変位を示す。また、このうち、複合モデルの変位だけを取り出して図-2.8 (b) に示す。これらの図から、以下のことがいえる。

- ① 図-2.8 (a) によれば、隅角部の中央（節点位置21）における変位は単体モデル（ケースⅠ）と複合モデル（ケースⅡ）でそれほど大きな差がないが、直線部の中央（節点位置 1）に向かうにつれ、単体モデル（ケースⅠ）では複合モデル（ケースⅡ）に比べて非常に大きな変位を生じている。したがって、複合モデルではいずれの場合も、周辺コンクリートの拘束が大きく影響していることがわかる。これは、導入したクラックの本数が少なく、クラックを設定していない部分ではコンクリートが引張荷重に対して抵抗できることによっているものと考えられる。
- ② 図-2.8 (b) によれば、クラックを設定したケースⅡ-AE、Ⅱ-BD、Ⅱ-Cの変位は、クラックのないケースⅡ-0に比べて大きくなっている。クラックを設定した3つのモデルの変位を比較すると、直線部にクラックを発生させたケースⅡ-AEの変位が最も大きく、隅角部にクラックを設定したケースⅡ-Cの変位が最も小さくなっている。これは、単体モデル（ケースⅠ）において、直線部の変位が最大になることに対応しているものと考えられる。

(2) 管胴板および外側フランジの周方向の直応力

図-2.9 (a) に、各ケースにおける管胴板の周方向の直応力の分布を示す。また、このうち、複合モデルの応力だけを取り出して図-2.9 (b) に示す。一方、各ケースにおける外側のフランジの周方向の直応力の分布を図-2.10 (a) に、また、このうち、複合モデルの応力だけを取り出して図-2.10 (b) に示す。なお、これらの図においては引張応力を正としている。これらの図から、以下のことがいえる。

1) 管胴板の周方向の直応力について

- ① 図-2.9 (a) によれば、管胴板の応力は全てのケースにおいて、全ての場所で引張応力となっている。また、引張応力の最大値はいずれも隅角部に生じている。
- ② また、複合モデル（ケースⅡ）ではどのケースも単体モデル（ケースⅠ）に比べて発生する応力が大幅に小さくなっている。このうち、クラックのないケースⅡ-0で、発生する応力が最も小さく

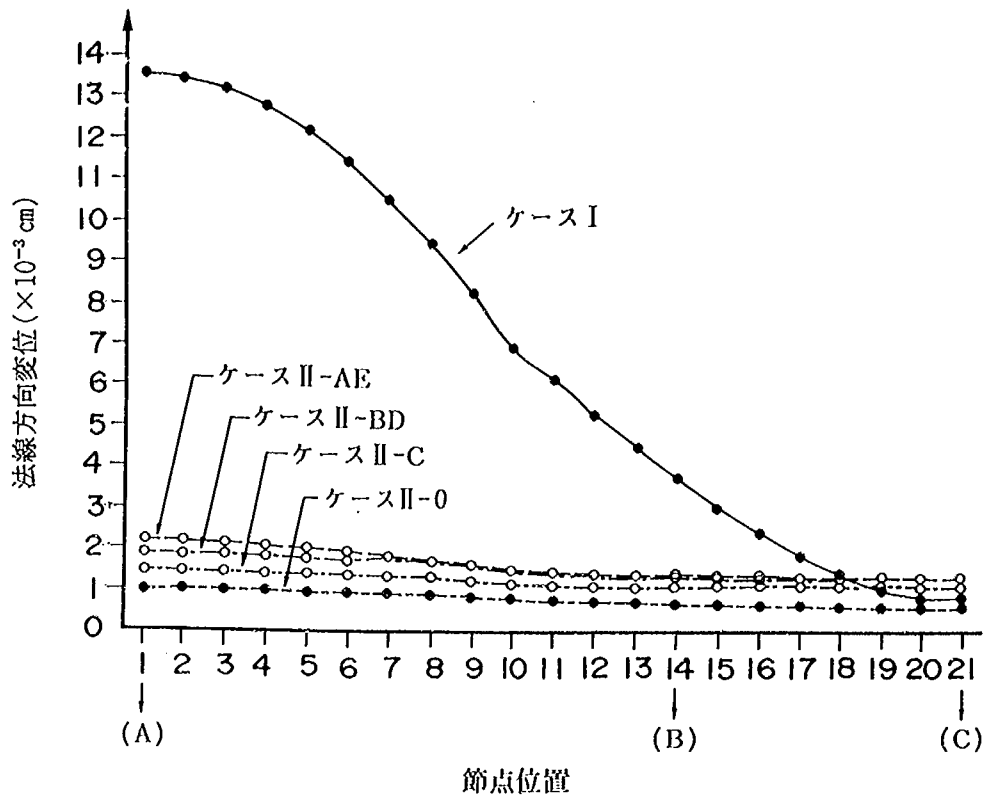


図-2.8(a) 単体モデルおよび複合モデルにおける管胴板の法線方向変位

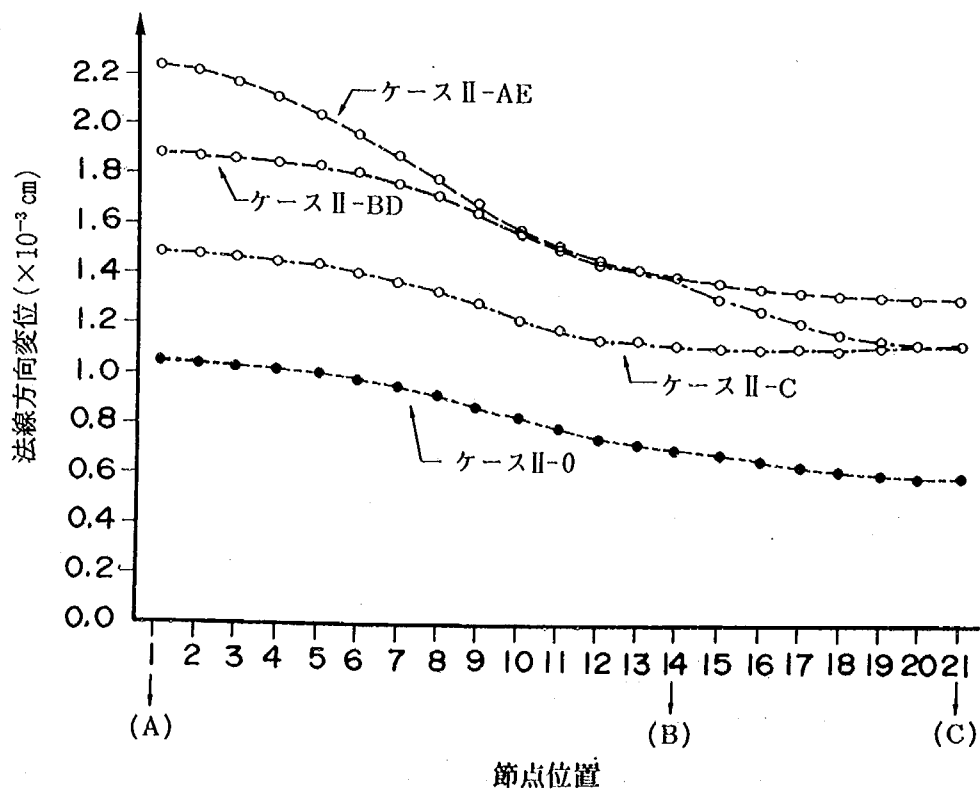


図-2.8(b) 複合モデルにおける管胴板の法線方向変位

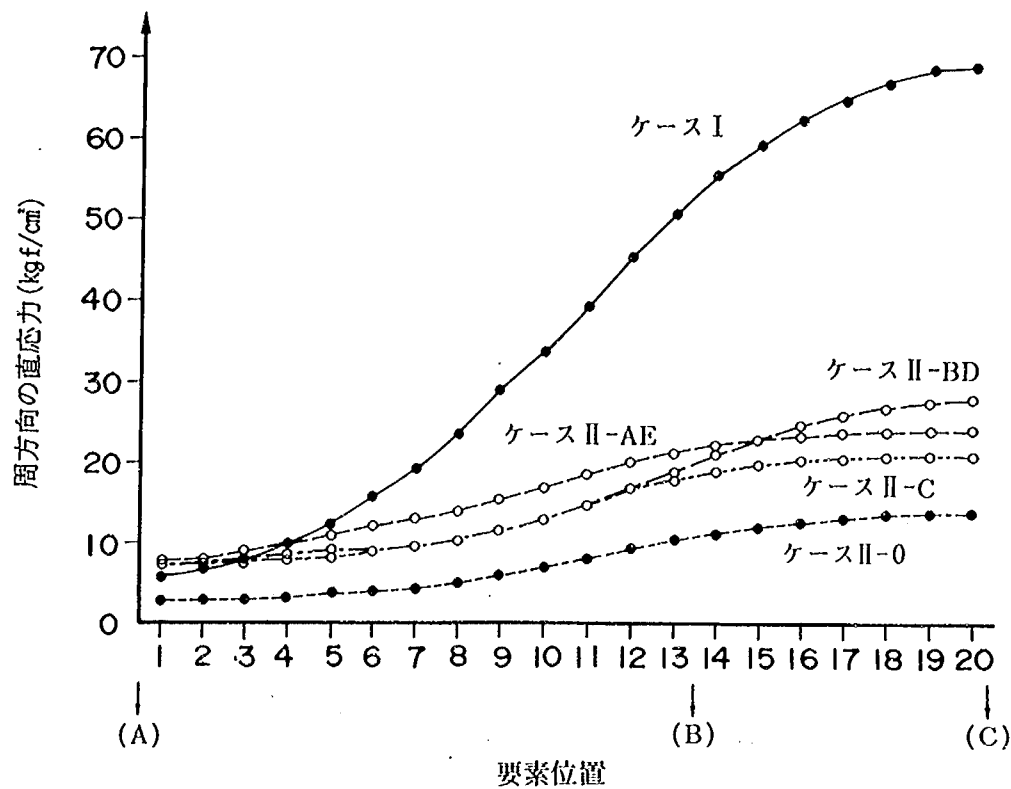


図-2.9(a) 単体モデルおよび複合モデルにおける管胴板の周方向の直応力

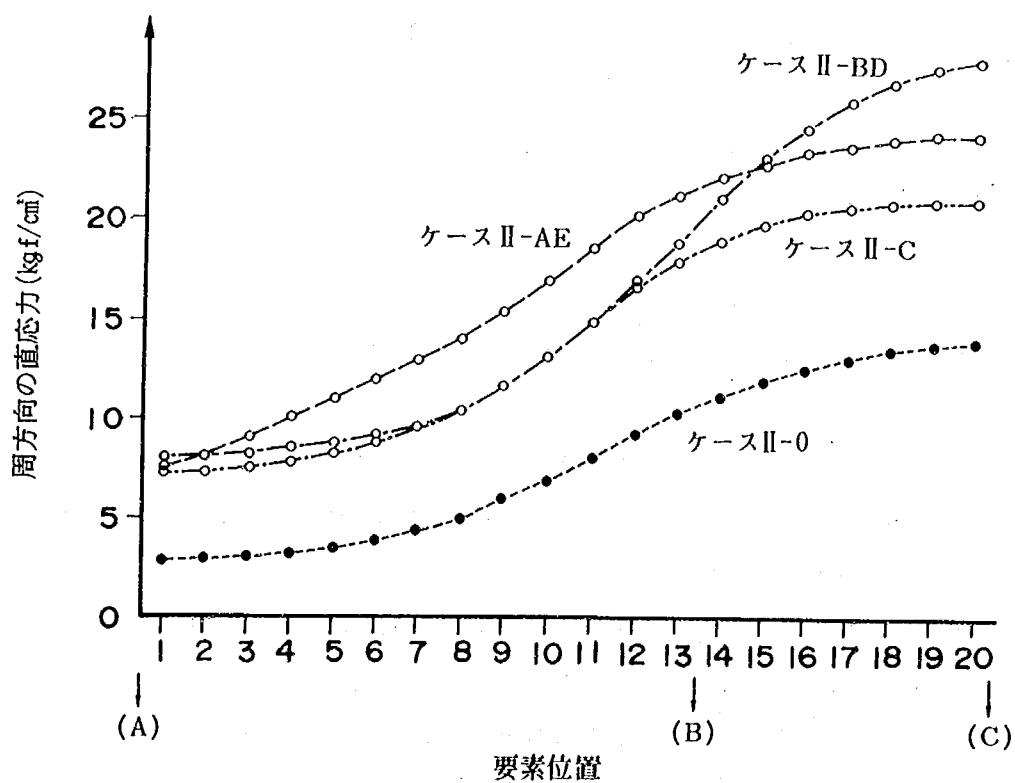


図-2.9(b) 複合モデルにおける管胴板の周方向の直応力

なっている。なお、隅角部の中央（要素位置20）における引張応力は、クラックのないケースⅡ-0では単体モデル（ケースⅠ）の応力の20%、クラックを設定した残りのケースでは単体モデル（ケースⅠ）の応力の30%~40%である。クラックを発生させても周辺コンクリートによる拘束が大きいのは、設定したクラックの本数が少なく、クラックを設定していない部分のコンクリートが引張荷重に対して抵抗しているためと考えられる。

- ③ 図-2.9 (b)によれば、周辺コンクリートにクラックを設定したモデル（ケースⅡ-AE、Ⅱ-BD、Ⅱ-C）では、クラックのないモデル（ケースⅡ-0）に比べて引張応力の増加傾向がみられるが、クラックの設定位置と発生応力の間には明確な関係を見いだすことは難しい。

2) 外側フランジの周方向の直応力について

- ① 図-2.10 (a)によれば、単体モデル（ケースⅠ）では直線部で引張応力、隅角部で圧縮応力であるのに対して、複合モデル（ケースⅡ）では全域で引張応力となっている。
- ② また、複合モデル（ケースⅡ）では単体モデル（ケースⅠ）に比べて発生する応力の絶対値が大幅に小さくなっており、かつ、クラックを発生させた部分を除くと応力分布がかなり平準化されている。単体モデル（ケースⅠ）で引張応力が最大となる直線部の中央（要素位置1）における複合モデル（ケースⅡ）の引張応力は、単体モデル（ケースⅠ）と比較すると、そこにクラックを設定したケースⅡ-AEを除いて単体モデル（ケースⅠ）のほぼ1/10程度となっている。
- ③ 図-2.10 (b)によれば、周辺コンクリートにクラックを設定したモデル（ケースⅡ-AE、Ⅱ-BD、Ⅱ-C）では、それぞれクラックを発生させた位置において、局部的に引張応力が増大している。その値はケースⅡ-AEがケースⅡ-BD、ケースⅡ-Cに比べて大きなものとなっている。本検討では、クラックの本数が少なく、また、それぞれのクラックの設定箇所を特定しているため、クラックの発生位置で局部的に大きな引張応力を生じ、他の部分では引張応力が小さくなっているが、クラックの発生本数がさらに増えれば、フランジに発生する応力は全体的に大きくなるものと考えられる。

(3) 周辺コンクリートの応力状態

図-2.11 (a) ~ (d)に周辺コンクリートの第一主応力（最大引張主応力）のコンターを示す。これらの図から次のようなことがいえる。

- ① クラックのない複合モデル（ケースⅡ-0）では、 0.1kg f/cm^2 の引張応力を示すコンターが広い範囲に存在している。また、放流管のフランジ付近の引張応力の値も 0.6kg f/cm^2 程度であり、内圧の大部分をコンクリートが負担していることがわかる。
- ② クラックを設定したモデル（ケースⅡ-AE、Ⅱ-BD、Ⅱ-C）については、クラックが生じることにより 0.1kg f/cm^2 の引張応力を示すコンターの広がりや縮小してはいるもののやはり全域で引張である。また、クラックに伴う応力集中の影響を受けてクラック周辺のコンクリートに大きな引張応力が生じ、放流管の背面近くに発生する引張応力の値はクラックのないモデル（ケースⅡ-0）に比べてむしろ大きくなっている。

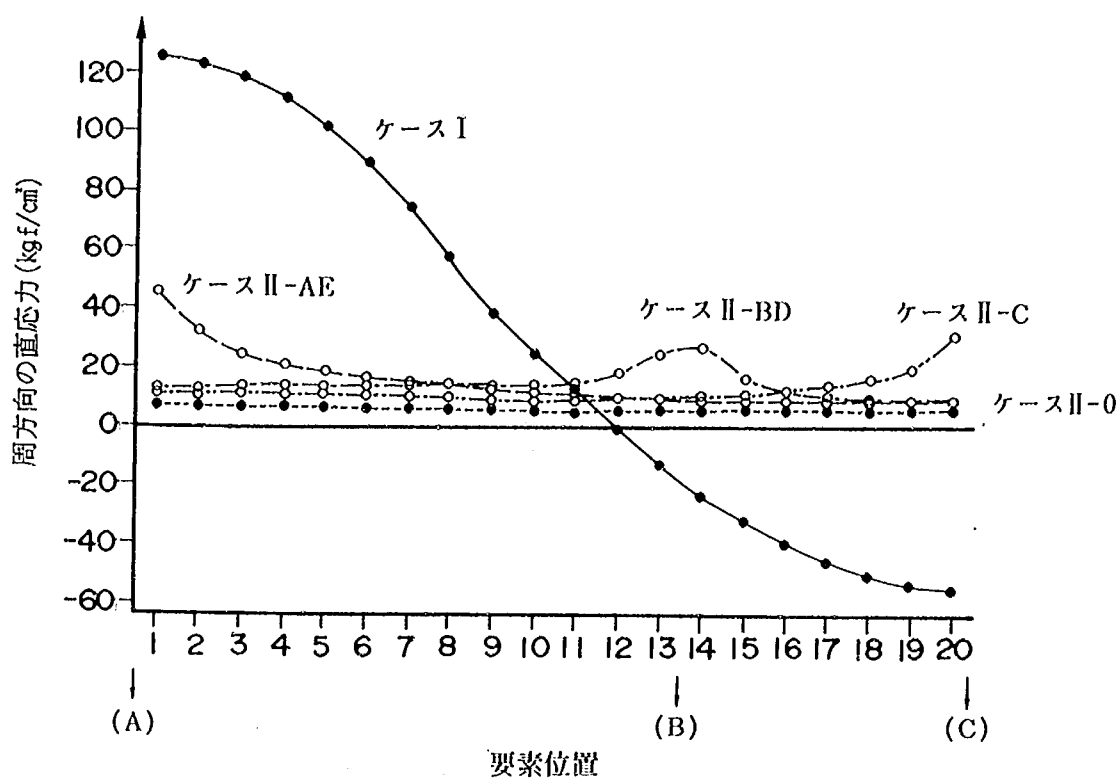


図-2.10(a) 単体モデルおよび複合モデルにおける外側フランジの周方向の直応力

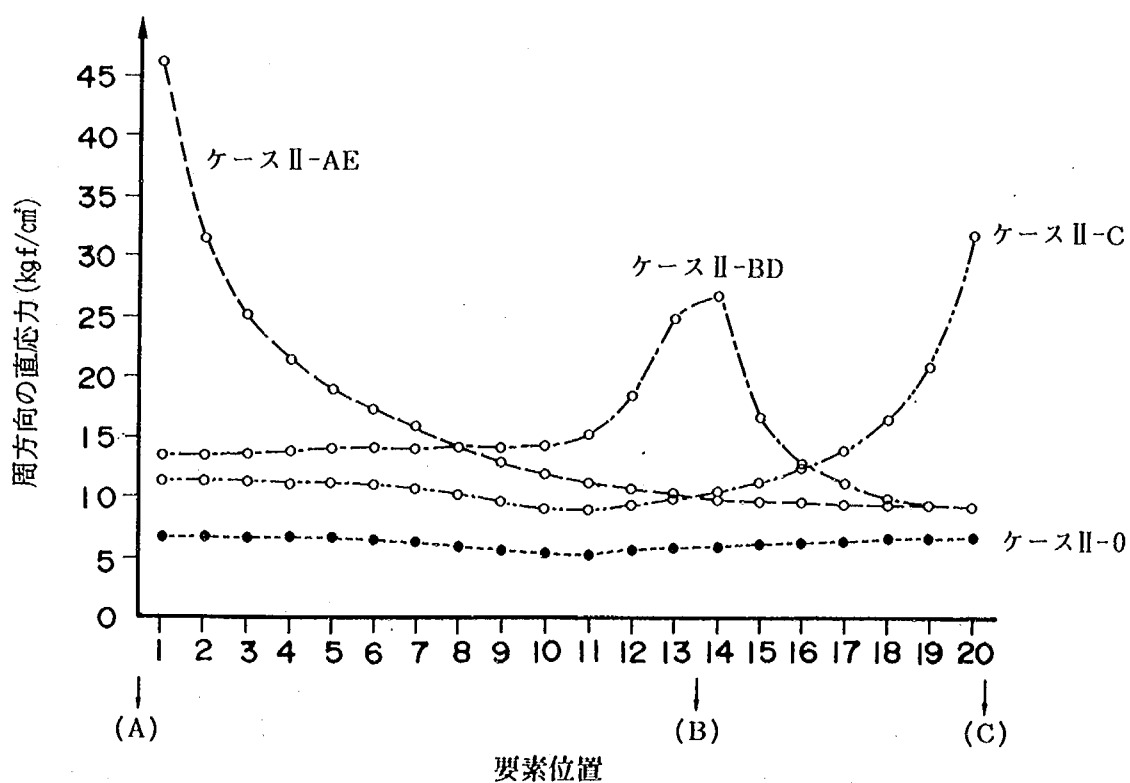


図-2.10(b) 複合モデルにおける外側フランジの周方向の直応力

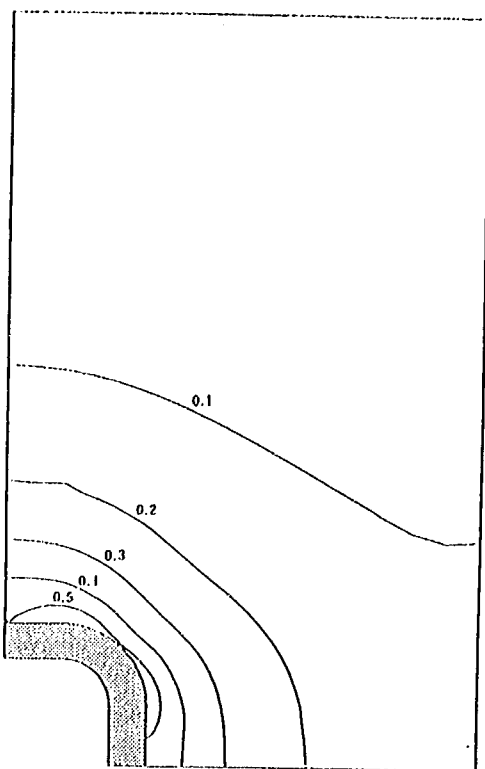


図-2.11(a) 周辺コンクリートの第一主応力コン
ター (ケースⅡ-0) (単位: kg f/cm^2)

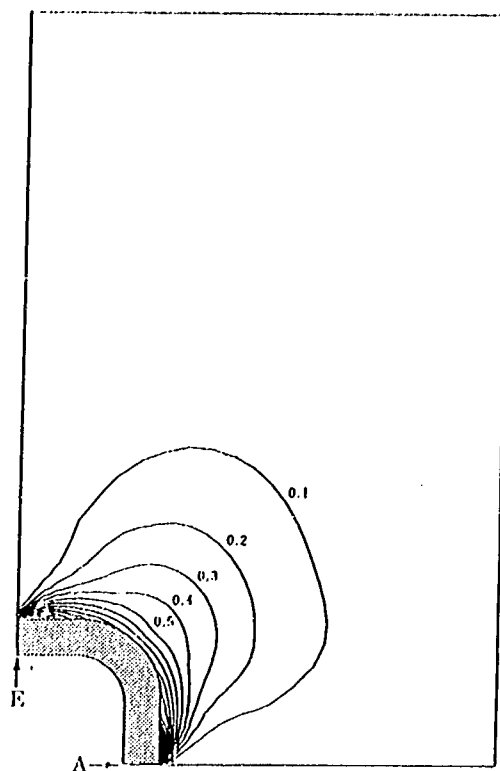


図-2.11(b) 周辺コンクリートの第一主応力コン
ター (ケースⅡ-AE) (単位: kg f/cm^2)

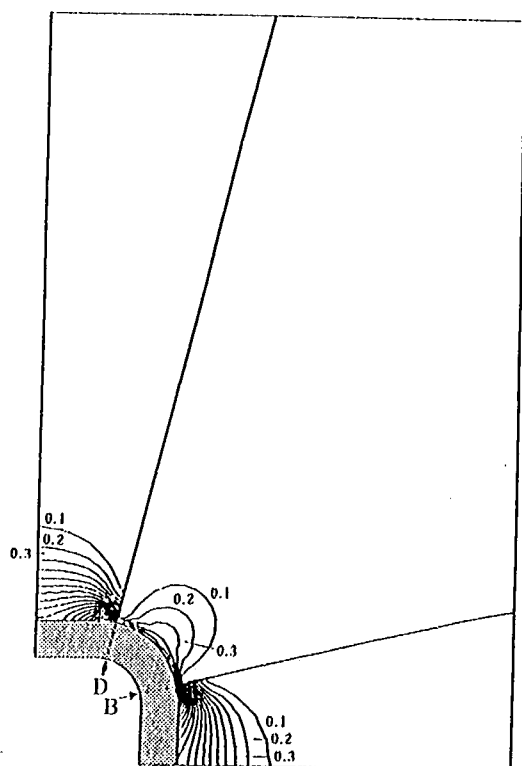


図-2.11(c) 周辺コンクリートの第一主応力コン
ター (ケースⅡ-BD) (単位: kg f/cm^2)

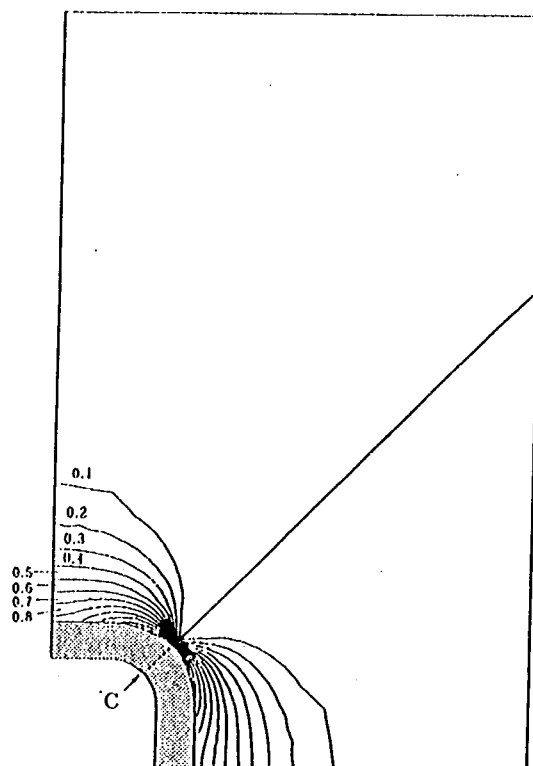


図-2.11(d) 周辺コンクリートの第一主応力コン
ター (ケースⅡ-C) (単位: kg f/cm^2)

本節での検討で、周辺コンクリートが引張応力に抵抗することによって放流管の変形を拘束すれば、放流管に発生する応力が大幅に緩和されることがわかった。しかし、周辺コンクリートが引張応力に抵抗できず、これによってクラックが発生すると仮定したモデルでは、導入したクラックの本数が少なかったこともあって、周辺コンクリートには依然として大きな引張応力が発生する結果となった。このため、クラックを導入したモデルにおいて鋼管に発生する応力が減少しているのは、周辺コンクリートが引張応力に抵抗している結果と考えられる。したがって、本節で示した解析結果から、コンクリートの引張強度を期待しない場合における鋼管と周辺コンクリートの一体構造の効果について評価することには無理があると考えられる。

2.4 周辺コンクリートを構成する要素間をジョイント要素で結合した複合モデルの解析

2.4.1 解析モデルの概要

前節で検討したモデルでは、周辺コンクリートにクラックを発生させたものの、その本数が少なかったこともあって、周辺コンクリートに生じる引張応力の低減が十分には行われず、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての評価を行うことができなかった。この点を改善するために、図-2.2 (b) に示すような要素分割のモデルに対して、コンクリート部の全節点に対して周方向の引張荷重を伝達しないようにジョイント要素を導入した解析を行うこととした。また、モデルの境界（対称軸）においても引張荷重を伝達しないように、コンクリートの支持条件はジョイント要素を介して法線方向の変位を許すローラ支持条件とした。また、管胴板の背後のリングガーダとコンクリートの混在する部分については、図-2.12に示すようにコンクリートの要素と鋼管の要素をジョイント要素で結合し、隣接するコンクリート要素同士は2つのジョイント要素によって結合されるものとした。

本節の解析モデルについても、前節までと同様、管軸に直交する平面上で鋼管とコンクリートの板厚を考慮した2次元有限要素法を用いた解析を行った。この場合の定式化は次のとおりである。

各要素に対して、

$$t_{ik} f_{ik} = t_{ik} B_i^T D_{ik} B_i u_{ik}, \quad t_{ik} \sigma_{ik} = t_{ik} D_{ik} B_i u_{ik} \quad (2.11)$$

要素の結合（系全体）に対して、

$$\sum_i \sum_k t_{ik} f_{ik} = F \quad (2.12)$$

ここに、 t_{ik} ：各要素の板厚（ i は2次元解析を行う平面上の要素位置、 k は解析平面に直交する方向の要素位置を表す添字）、 f_{ik} ：節点荷重（各要素板厚の単位幅あたりに作用する荷重）、 B_{ik} ：変位ひずみ変換マトリックス、 D_{ik} ：弾性マトリックス、 u_{ik} ：節点変位、 σ_{ik} ：要素応力、 F ：系に作用する外力であり、 $\sum_i \sum_k$ は同一節点を共有する要素についての和を意味している。

ここで、 t_0 を基準板厚（ここでは t_0 としてリングガーダの設置間隔をとる）とすれば、

$$\begin{aligned} t_0 f'_{ik} &= t_{ik} f_{ik} \\ t_0 D'_{ik} &= t_{ik} D_{ik} \\ t_0 \sigma'_{ik} &= t_{ik} \sigma_{ik} \end{aligned} \quad (2.13)$$

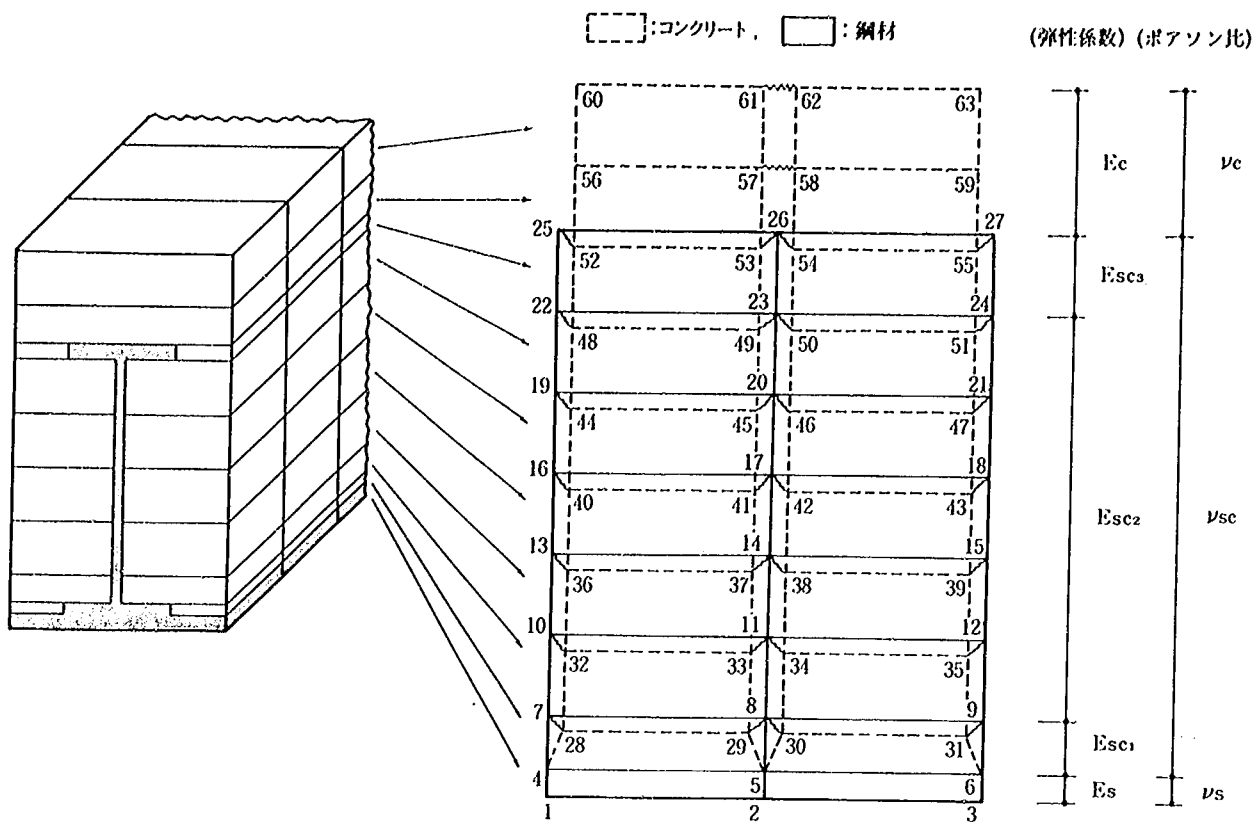


図-2.12 鋼管と周辺コンクリートの混在部におけるジョイント要素の詳細

と置くことにより、

$$t_0 f'_{ik} = t_0 B_i^T D'_{ik} B_i u_{ik}$$

$$t_0 \sigma'_{ik} = t_0 D'_{ik} B_i u_{ik}$$

$$F = \sum_{i,k} t_0 f'_{ik}$$

となり、両辺を t_0 で割ることにより、通常の2次元有限要素法と同じ式

$$f'_{ik} = B_i^T D'_{ik} B_i u_{ik}$$

$$\sigma'_{ik} = D'_{ik} B_i u_{ik}$$

$$F/t_0 = \sum_{i,k} f'_{ik}$$

(2.14)

が得られる。また、これらの式によって求められる応力 σ'_{ik} と真の応力 σ_{ik} の関係は式 (2.13) より、

$$\sigma_{ik} = (t_0/t_{ik}) \sigma'_{ik}$$

となる。以上を要約すれば次のようになる。すなわち、各要素に対して、

- ① 系に作用する外力 F を $1/t_0$ 倍して入力する。
- ② 弾性係数 D を (t_{ik}/t_0) 倍して入力する。
- ③ 出力された変位 u_{ik} をそのまま読む。
- ④ 出力された応力 σ'_{ik} を (t_0/t_{ik}) 倍して読み直す。

なお、解析に用いた各要素の物性値を表-2.4に示す。ジョイント要素の材料定数としては、圧縮荷重を伝達するときの弾性係数については、通常、ジョイント要素で表現する材料の弾性係数に対して2オーダー程度大きい値が採用されているが、収束計算の回数の増加に伴う解析結果の収束が思わしくなかったため、ここではジョイント要素の剛性として材料の弾性係数と同程度の値を採用することとした。

表-2.4 解析モデルの物性値

	弾性係数 (kg f/cm ²)			ポアソン比		
管 洞 板	E _s	2.1×10 ⁶		ν _s	0.3	
混 在 部		コンクリート要素	鋼材要素		コンクリート要素	鋼材要素
	E _{sc1}	1.0×10 ⁵	1.0×10 ⁶	ν _{sc}	0.2	0.3
	E _{sc2}	2.46×10 ⁵	6.4×10 ⁴			
	E _{sc3}	1.9×10 ⁵	5.1×10 ⁵			
コンクリート部	E _c	2.5×10 ⁵		ν _c	0.2	

※E_{sc1}、E_{sc2}、E_{sc3}については、図-2.11を参照。

2.4.2 解析結果

(1) ジョイント要素の開閉状態

クラックをジョイント要素で表現した複合モデルでは、まず、全てのジョイント要素が結合しているものとして解析を開始したが、この場合、周辺コンクリートは全体にわたって引張応力領域となり、全てのジョイント要素の結合がはずれる結果となった。この状態（以下、ケースⅢ-1と呼ぶ）での変形図を図-2.13に示す。図によれば、放流管の隅角部のコンクリート要素は互いに重なり合っており、隅角部のコンクリートに発生したクラックは再度閉じる傾向にあることがわかる。以後、このような要素の重なり合いがなくなるように収束計算を実施したが、収束計算を10回行った場合（以下、ケースⅢ-10と呼ぶ）の変形図を図-2.14 (a) に、そのとき結合している（圧縮荷重を伝達している）ジョイント要素の位置を図-2.14 (b) に示す。同様に、収束計算を13回行った場合（以下、ケースⅢ-13と呼ぶ）の変形図を図-2.15 (a) に、そのとき結合している（圧縮荷重を伝達している）ジョイント要素の位置を図-2.15 (b) に示す。

図-2.14 (a) および図-2.15 (a) をみると、互いに重なりあっている要素がまだ残っており、収束状態が完全であるとはいえないが、その重なりが小さいこと、また、ケースⅢ-10とケースⅢ-13とでその解析結果に大差がないことから、実用上は収束していると考えてよいと思われる。

(2) 管洞板の法線方向変位

図-2.16に管洞板の法線方向変位を示す。この図には、参考のために、2.2節で解析した単体モデル（ケースⅠ）と2.3節で解析した周辺コンクリートにクラックのない複合モデル（ケースⅡ-0）の変位もプロットしている。この図から、以下のことがいえる。

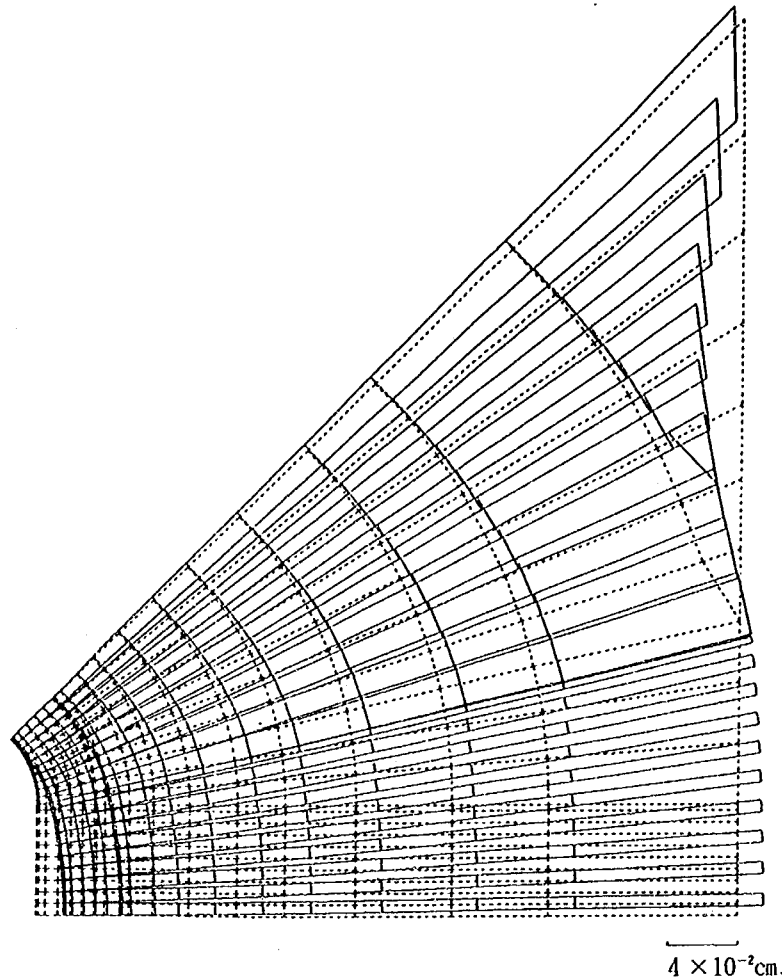


図-2.13 ジョイント要素の結合がはずれた場合（ケースⅢ-1）の変形図

- ① 単体モデル（ケースⅠ）では、隅角部の中央（節点位置21）から直線部の中央（節点位置1）に向かうにつれて変位の著しい増加がみられる。また、周辺コンクリートにクラックのない複合モデル（ケースⅡ-0）では、全ての節点の変位がほぼ一様になっている。これに対して、ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）では、隅角部の中央（節点位置21）から直線部の中央（節点位置1）に向かって緩やかに変位が増加している。
- ② ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）の変位は、単体モデル（ケースⅠ）の変位に比べて、直線部の中央（節点位置1）では小さくなっているが、隅角部の中央（節点位置21）では逆に大きくなっている。
- ③ 隅角部の中央（節点位置21）では、単体モデル（ケースⅠ）と周辺コンクリートにクラックのないモデル（ケースⅡ-0）の変位がほぼ同じであり、ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）の変位はそれらの約3倍の変位となっている。また、直線部の中央（節点位置1）では、ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）の変位は、単体モデル（ケースⅠ）の変位の半分程度となっており、また、周辺コンクリートに

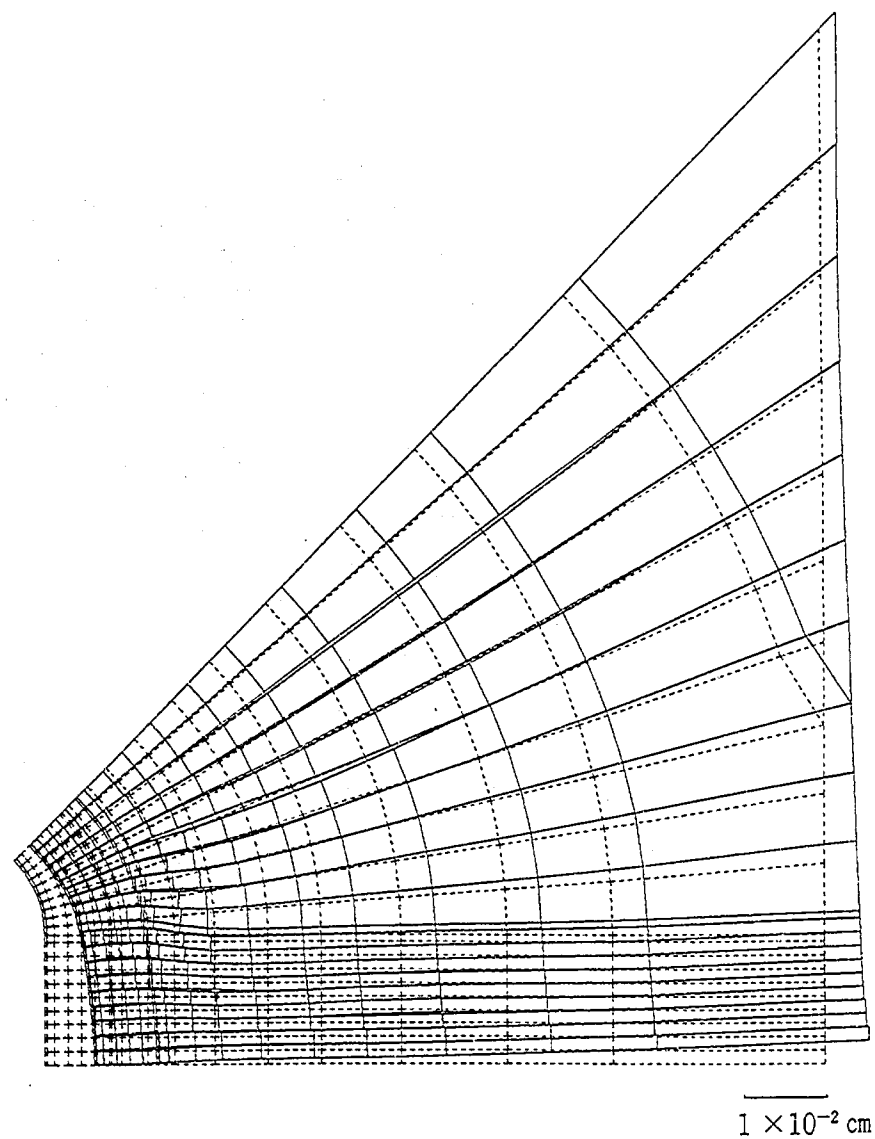


図-2.14(a) 収束計算=10回（ケースⅢ-10）での変形図

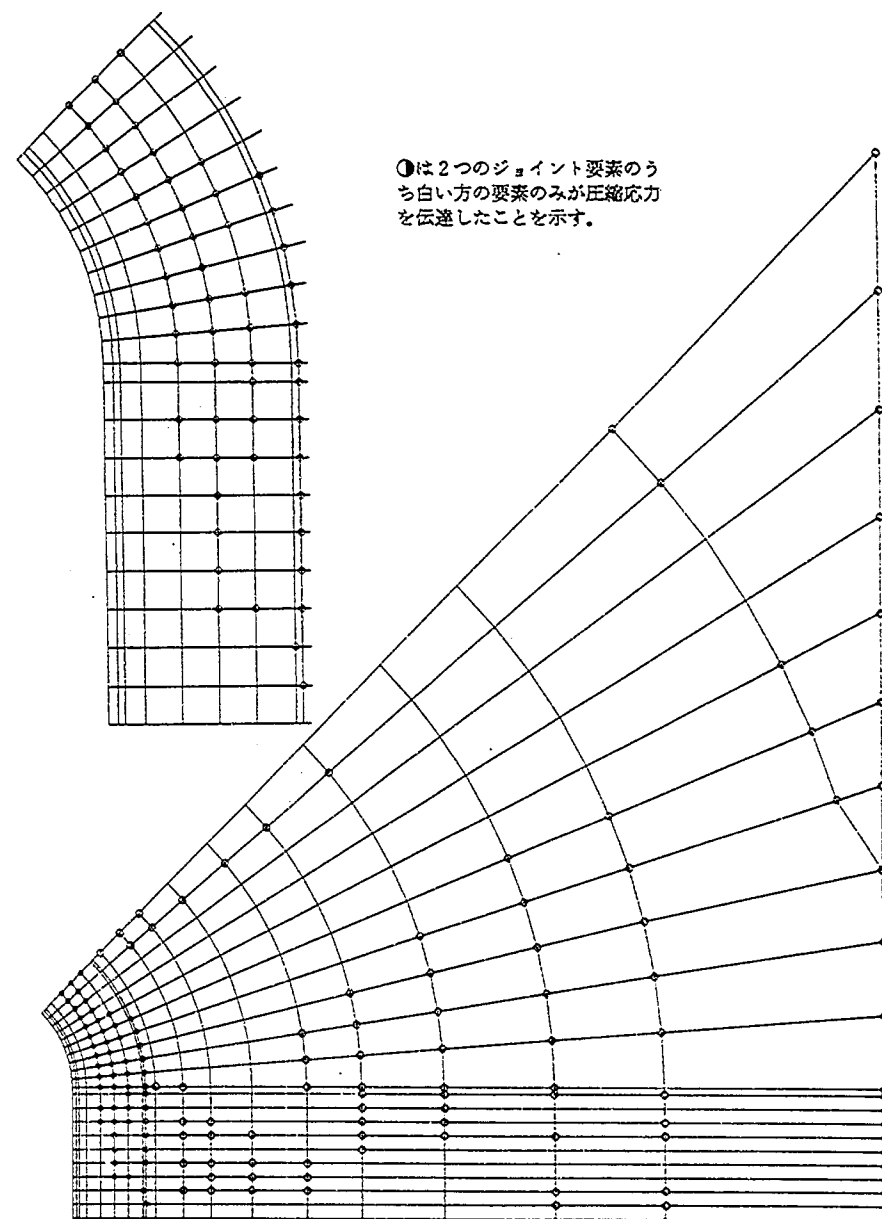


図-2.14(b) 収束計算=10回で圧縮応力を伝達したジョイント要素の位置

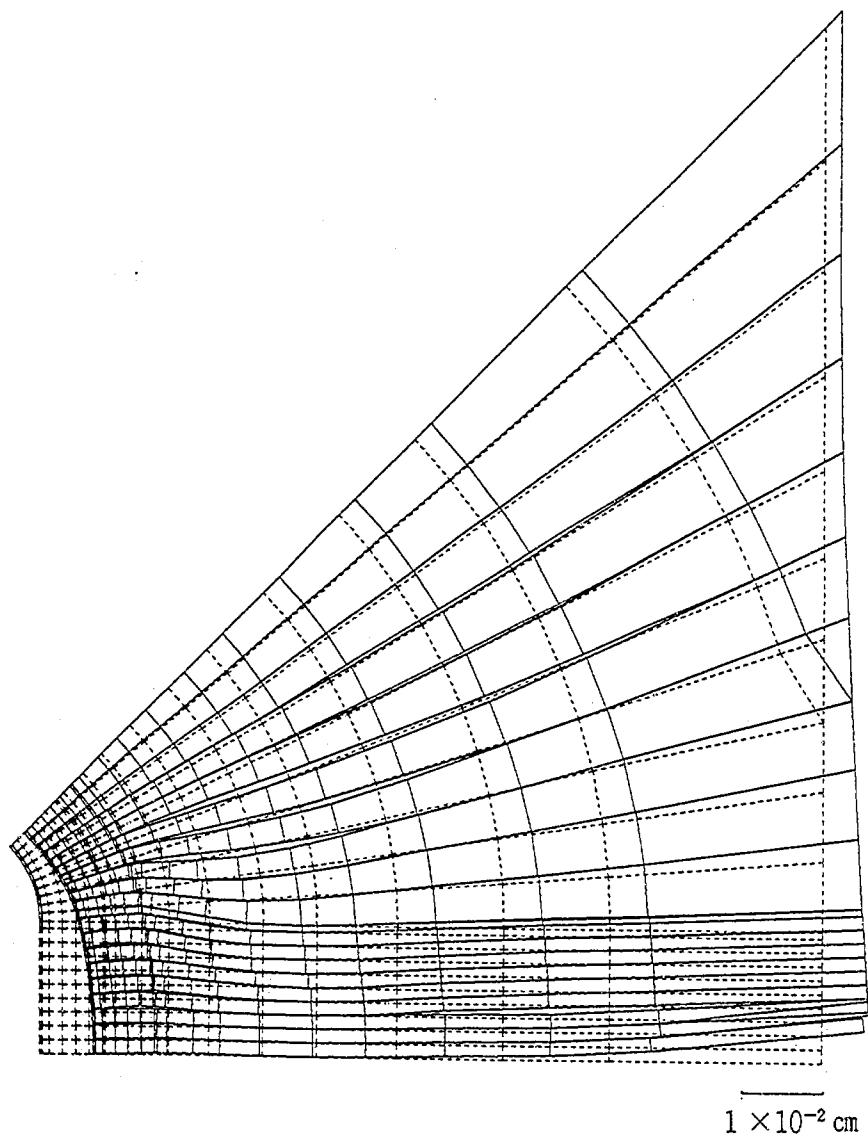


図-2.15(a) 収束計算=13回（ケースⅢ-13）での変形図

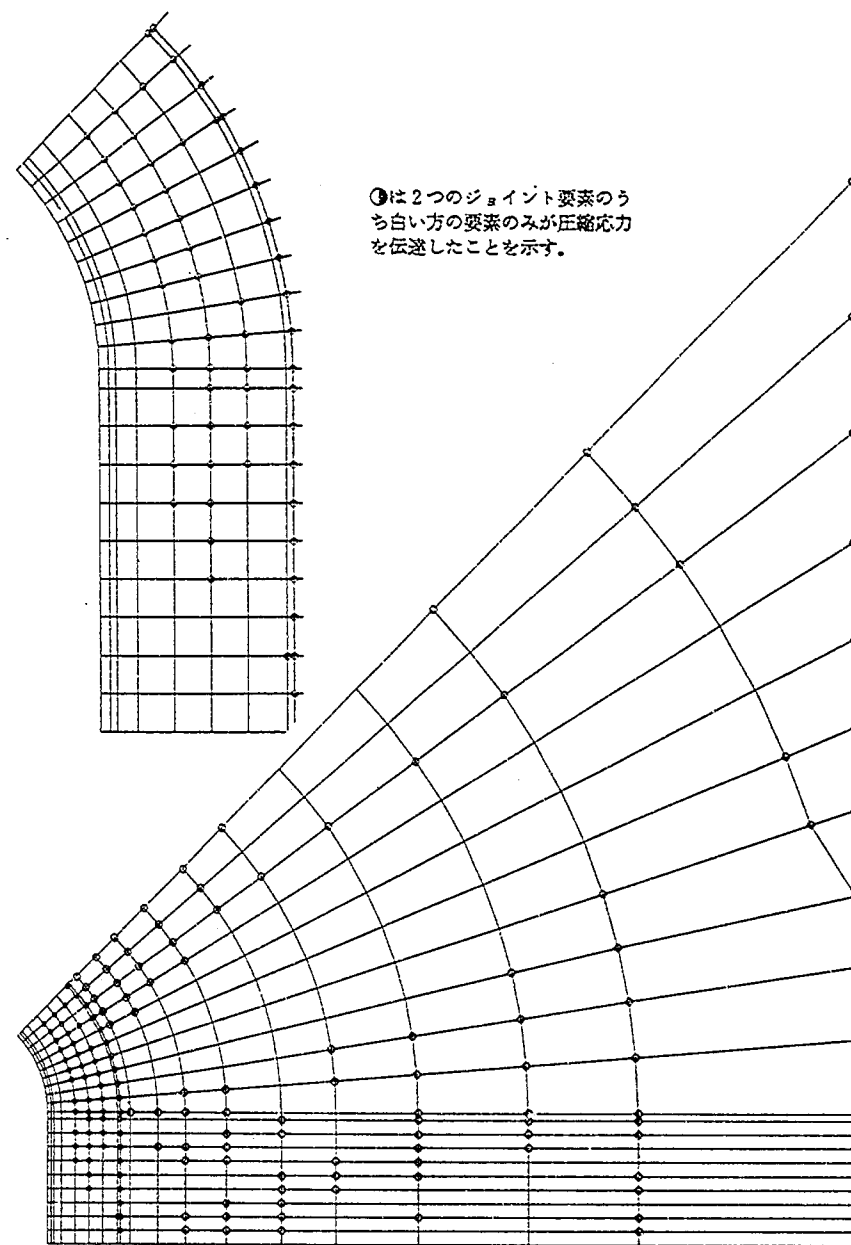


図-2.15(b) 収束計算=13回で圧縮応力を伝達したジョイント要素の位置

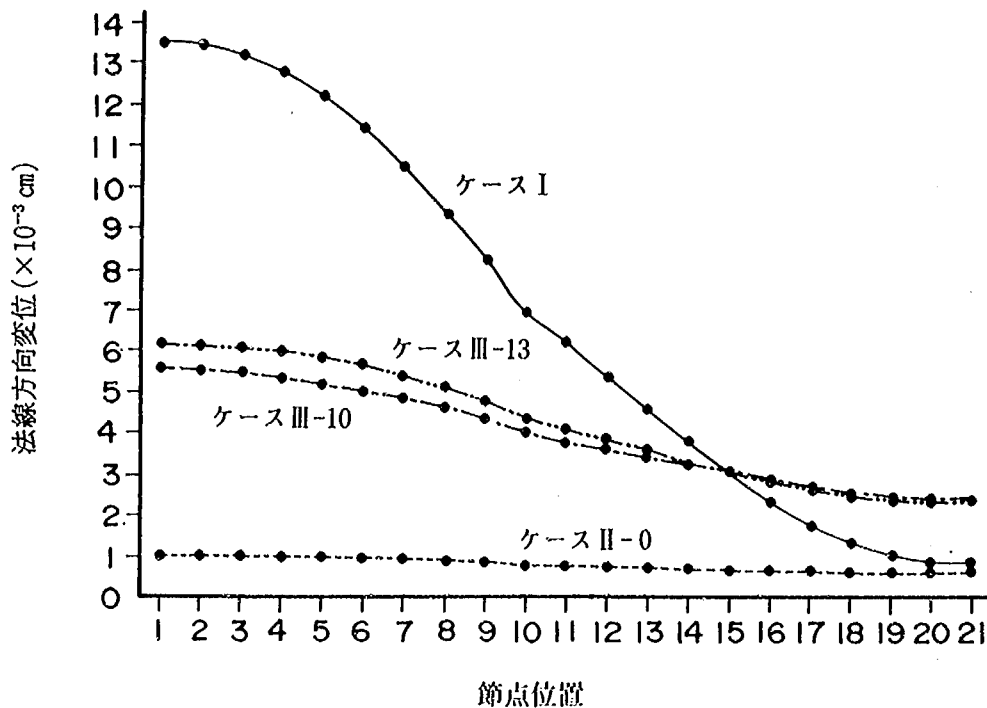


図-2.16 複合モデルと単体モデルにおける管胴板の法線方向変位

クラックのないモデル（ケースⅡ-0）の変位の約6倍の変位となっている。

(3) 管胴板および外側フランジの周方向の直応力

図-2.17および図-2.18に鋼管の管胴板および外側フランジの周方向の直応力の分布をそれぞれ示す。これらの図には、円形断面の単体モデル（ケース0）、矩形断面の単体モデル（ケースⅠ）および周辺コンクリートにクラックのない複合モデル（ケースⅡ-0）の周方向の直応力も併せて示している。これらの図から次のことがいえる。

1) 管胴板の周方向の直応力について（図-2.17）

- ① 管胴板の応力は、単体モデルおよび複合モデルの全てのケースにおいて、全ての位置で引張応力となっている。
- ② ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）の応力は、矩形断面の単体モデル（ケースⅠ）に比べて、隅角部の中央（要素位置20）では小さくなり、直線部の中央（要素位置1）では大きくなっており、全体的に単体モデル（ケースⅠ）に比べて応力が平準化するような分布となっている。
- ③ ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル（ケースⅢ-10、Ⅲ-13）の隅角部の中央（要素位置20）における応力は、矩形断面の単体モデル（ケースⅠ）の応力の約80%で、円形断面の単体モデル（ケース0）の応力の約1.3倍の値となっている。一方、直線部の中央（要素位置1）における応力は、矩形断面の単体モデル（ケースⅠ）の約5倍で、円形断面の単体モデル（ケース0）の約60%の値となっている。

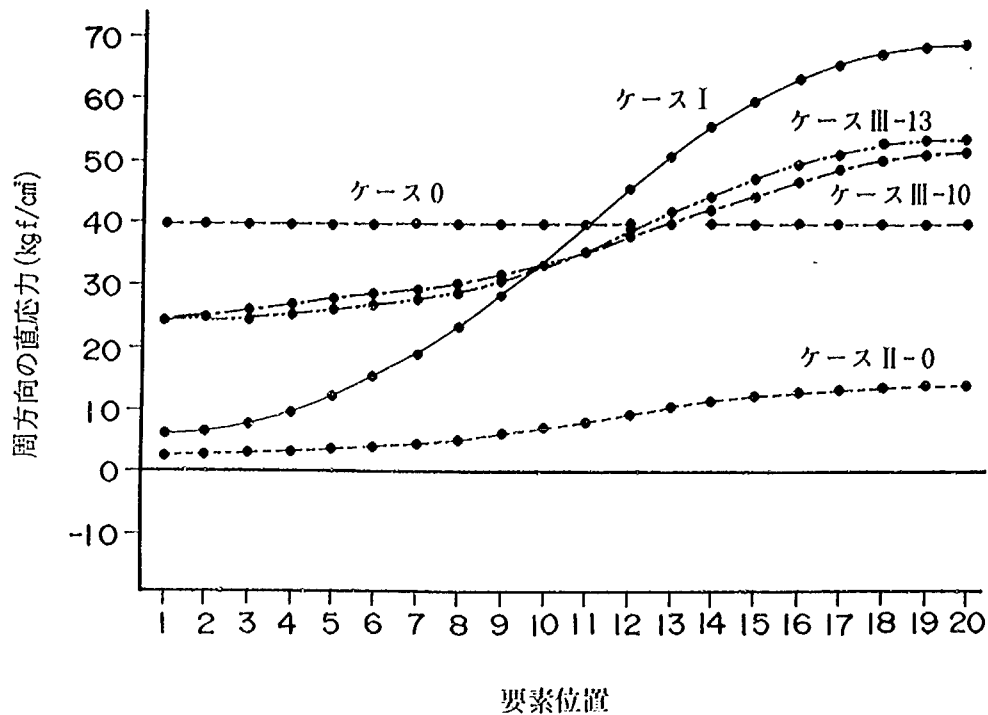


図-2.17 複合モデルと単体モデルにおける管胴板の周方向の直応力

2) 外側フランジの周方向の直応力について (図-2.18)

- ① 矩形断面の単体モデル (ケース I) では直線部で引張応力、隅角部で圧縮応力であるのに対して、複合モデル (ケース II-0、III-10、III-13) では全域で引張応力となっている。
- ② 矩形断面の単体モデル (ケース I) に比べて、複合モデル (ケース II-0、III-10、III-13) では応力の絶対値がかなり小さくなっている。
- ③ ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデル (ケース III-10、III-13) に生じる最大引張応力は直線部の中央 (要素位置1) に生じ、その値は矩形断面の単体モデル (ケース I) の応力に比べると約40%になっている。一方、この値は、円形断面の単体モデル (ケース 0) の応力の約1.7倍であり、また、周辺コンクリートにクラックのない複合モデル (ケース II-0) の応力の約7倍である。

(3) 周辺コンクリートの応力状態

ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデルの解析のうち、全てのジョイントの結合がはずれたケース III-1 と10回の収束計算を行ったケース III-10、13回の収束計算を行ったケース III-13について、管胴板の背面のコンクリート要素の周方向の直応力の分布を図-2.19に示す。また、同様に管胴板の背面から2列および3列離れたコンクリート要素の周方向の直応力の分布を図-2.20および図-2.21に示す。これらの図から、管胴板のすぐ背面のコンクリートには多少の引張応力が残っているものの、2列目以降のコンクリートに発生する引張応力はほとんど0となっていることがわかる。したがって、ジョイント要素によってクラックを表現した複合モデルの解析では、コンクリートが引張応力に対して抵抗できな

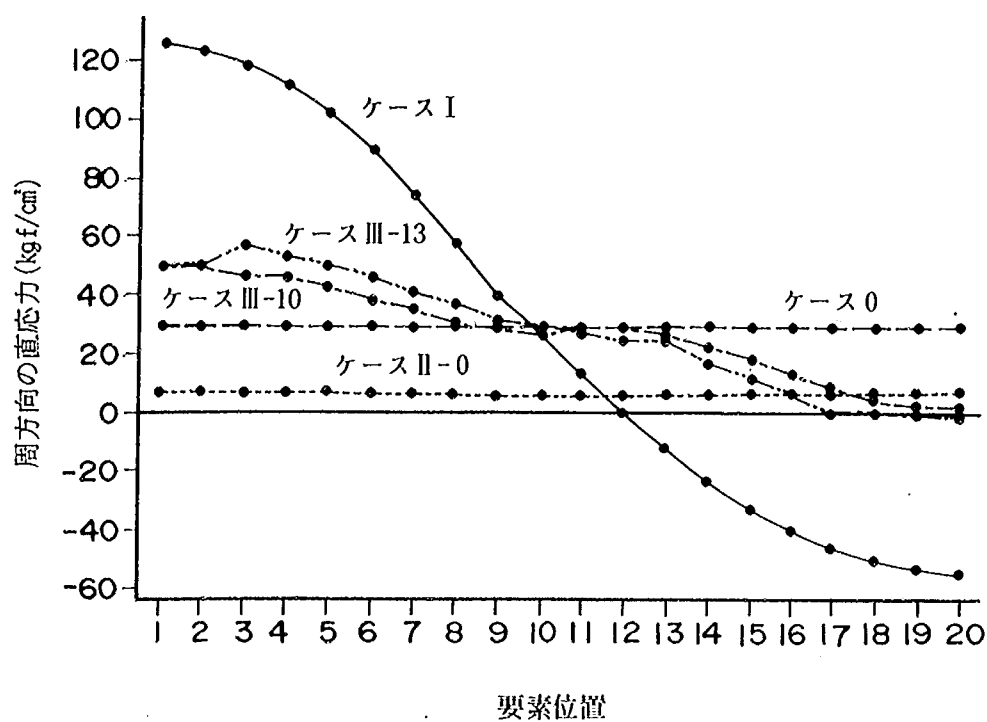


図-2.18 複合モデルと単体モデルにおける外側フランジの周方向の直応力

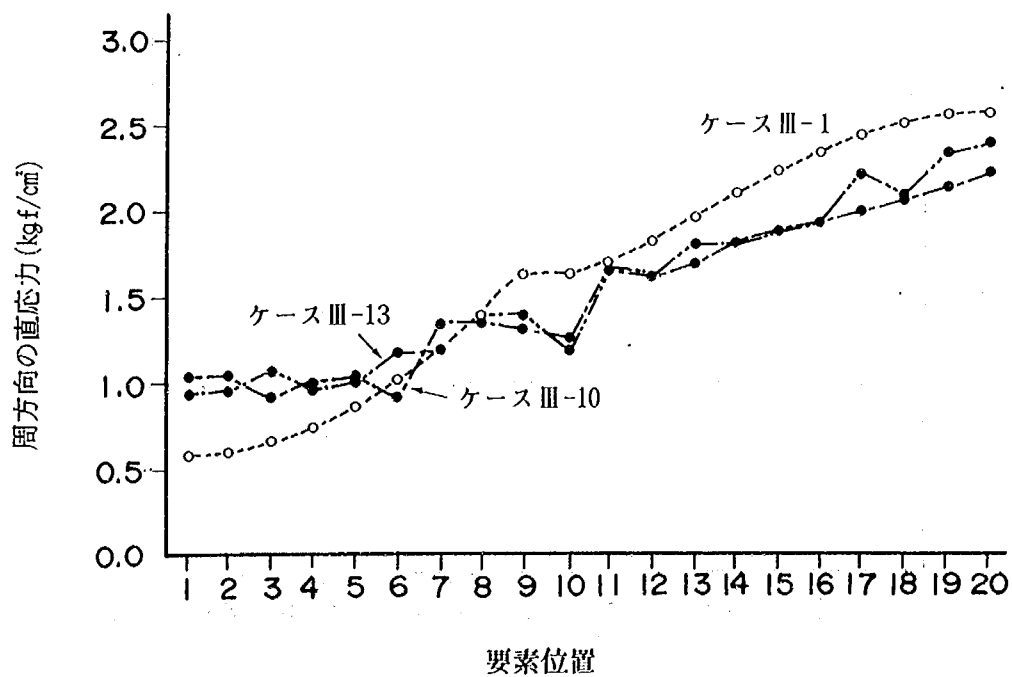


図-2.19 管胴背面のコンクリート要素における周方向の直応力

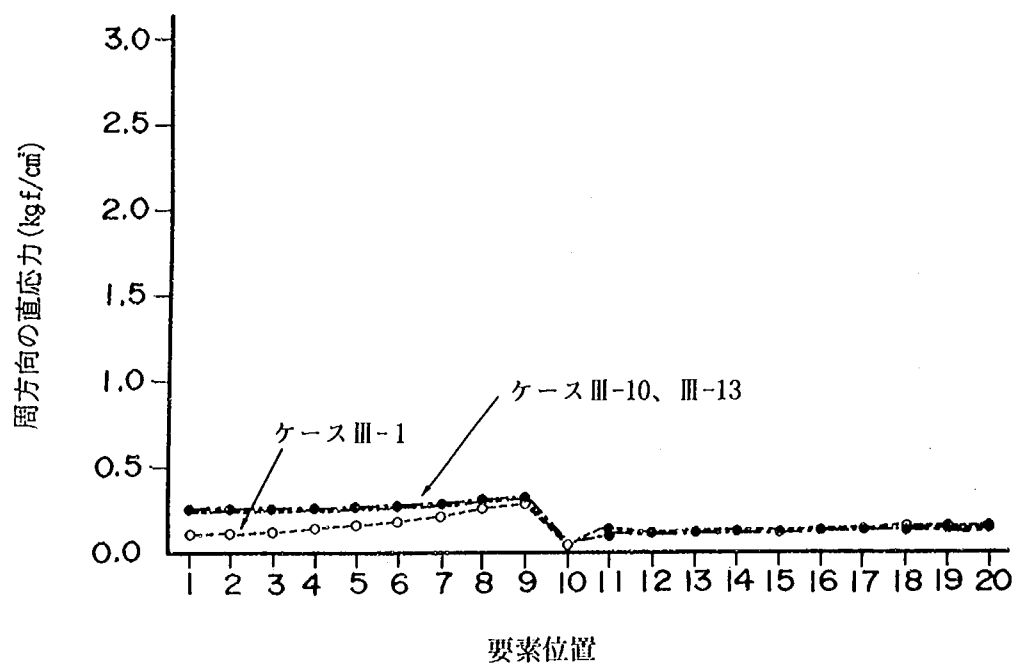


図-2.20 管胴背面から2列目のコンクリート要素における周方向の直応力

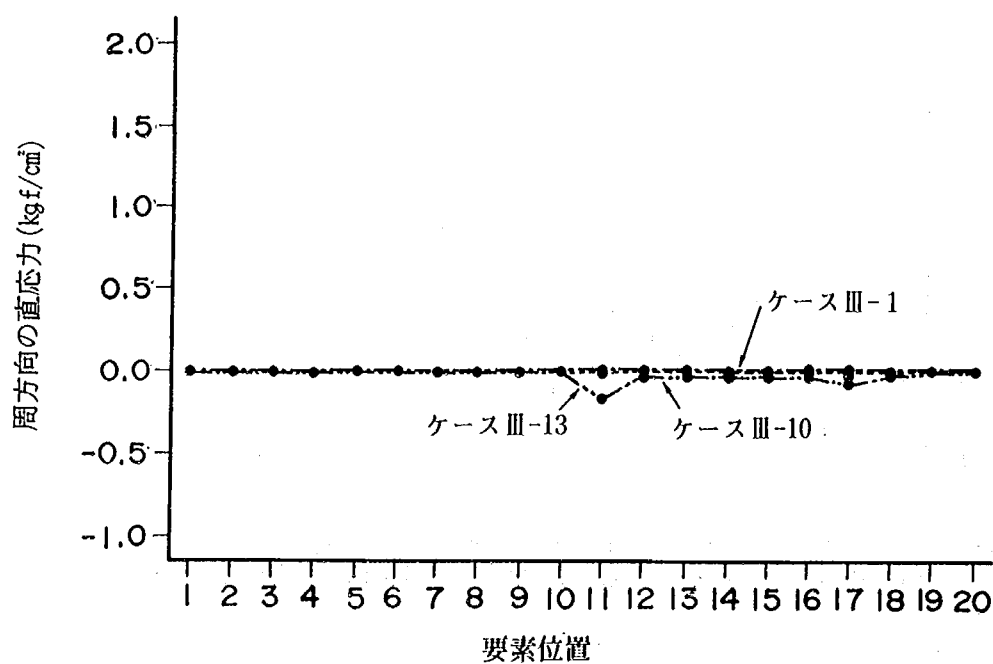


図-2.21 管胴背面から3列目のコンクリート要素における周方向の直応力

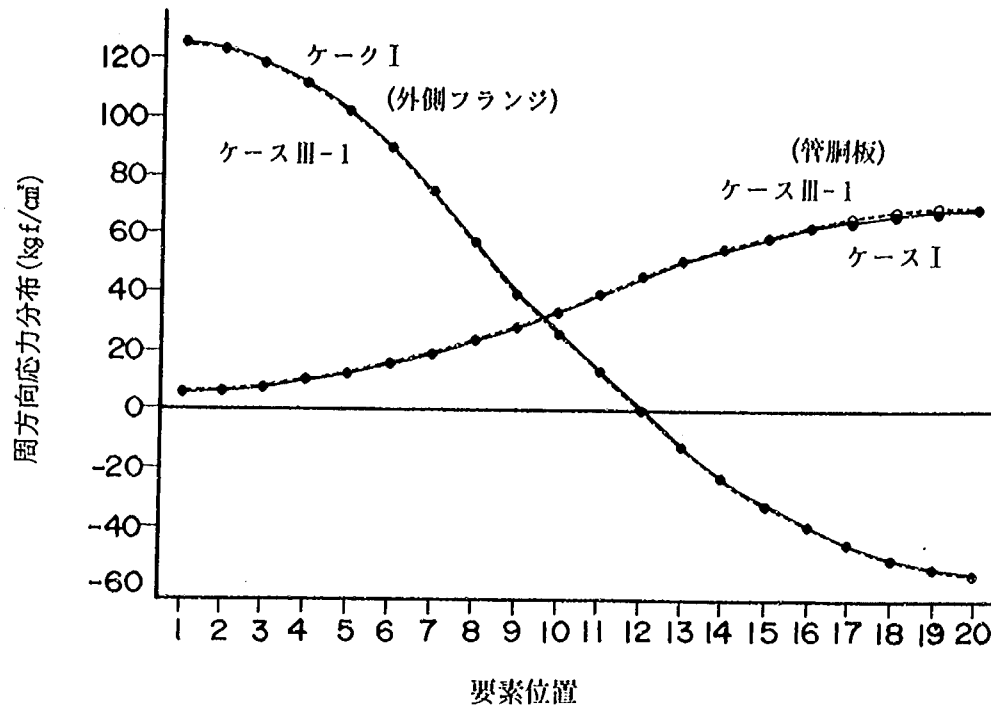


図-2.22 ケース I とケース III-1 の管胴板と外側フランジにおける周方向の直応力

いという条件を十分に表現できたと考えられる。なお、管胴板の背面のコンクリートに生じる引張応力が鋼管の応力分布に与える影響を見るため、矩形断面の単体モデル（ケース I）とジョイント要素によってクラックを表現したモデルのうち、全てのジョイント要素の結合がはずれたケース III-1 について、管胴板と外側フランジの周方向の直応力の分布を示したのが図-2.22 である。この図で両者の応力状態がほとんど同じであることから、管胴板のすぐ背面の部分に残っている引張応力が鋼管の応力分布に与える影響は極めて小さなものであるといえる。

2.5 考察

以上、矩形断面放流管の鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての挙動を有限要素法を用いた数値解析によって検討してきたが、その結果をとりまとめると次のようになる。

(1) コンクリートの引張強度を期待する場合

コンクリートの引張強度を期待する場合、鋼管に発生する応力は鋼管を単体として設計する場合に比べて著しく小さくなる。これは、周辺コンクリートが鋼管に作用する内圧の大部分を支持するためである。この場合の効果は、第 1 章で示した円形断面放流管の場合と同様であり、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての設計よりも、むしろ内圧の全てをコンクリートで支持するという設計になる。

(2) コンクリートの引張強度を期待しない場合

矩形断面放流管の場合には、鋼管に作用する内圧によって、鋼管には軸力と同時に曲げモーメントが発

生ずる。この結果、鋼管の隅角部は周辺コンクリートに圧縮応力を与えるように変形し、したがって、コンクリートの引張強度を期待しない場合にも、周辺コンクリートは鋼管の変形を拘束する働きを有する。これは円形断面放流管の場合との大きな違いである。この結果、鋼管に生じる応力は鋼管単体の場合に比べて次のようになる。

- ① 管胴板に生じる応力は鋼管単体の場合の応力に比べて平準化し、隅角部に生じる引張応力は鋼管単体の場合に比べて小さくなり、一体構造としての効果が期待できる。
- ② 外側フランジに生じる応力は、鋼管単体の場合には直線部で引張、隅角部で圧縮になるのに対し、一体構造とした場合には全ての部分で引張になる。鋼管に発生する最大引張応力は隅角部に生じるが、一体構造を考えた場合の最大引張応力は単体構造とした場合の最大引張応力に比べてかなり小さくなり、この結果、一体構造としての効果が期待できる。

したがって、コンクリートの引張強度を期待しない場合でも、矩形断面放流管の鋼管に生じる応力は、周辺コンクリートとの一体構造を考えた場合に小さく抑えることができ、矩形断面放流管では今後の設計の合理化が期待できる。

3 まとめと今後の課題

本報文は、放流管と周辺コンクリートの一体構造としての効果を次の2つの項目について検討したものである。

①円形断面放流管についての理論的検討

②矩形断面放流管についての解析的検討

その結果、放流管と周辺コンクリートの一体構造としての効果についていくつかの知見が得られた。その概要を簡条的に列挙すれば次のようになる。

(1) 円形断面放流管について

1) 周辺コンクリートの引張強度を期待しない場合

管胴板に作用する内圧の一部が周辺コンクリートに伝達されたと考えた場合、周辺コンクリートには鋼管の接線方向に沿って引張応力が発生するため、周辺コンクリートの引張強度を期待しない場合には、鋼管と周辺コンクリートを一体構造とする効果がなく、鋼管の断面を減じた分と同量の補強鉄筋が周辺コンクリートに対して必要となる。

2) 周辺コンクリートの引張強度を期待する場合

周辺コンクリートの引張強度を期待する場合には、期待する引張強度がほんのわずかであっても、鋼管に作用する内圧のほとんどを周辺コンクリートが負担することになる。ただし、期待する引張強度が小さければ周辺コンクリートに広い範囲にわたってクラックが生じることになる。したがって、実際には、周辺コンクリートに対して鋼管に作用する内圧と同程度の大きさの引張強度が必要となり、この場合、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての設計ではなく、鋼管に作用する内圧の全てを周辺コンクリートで支持する設計となる。

(2) 矩形断面放流管について

1) 周辺コンクリートの引張強度を期待する場合

周辺コンクリートの引張強度を期待する場合には、円形断面放流管の場合と同様に、鋼管に作用する内圧のほとんどを周辺コンクリートが負担することになる。したがって、この場合、鋼管と周辺コンクリートの一体構造としての設計ではなく、鋼管に作用する内圧の全てを周辺コンクリートで支持する設計となる。

2) 周辺コンクリートの引張強度を期待しない場合

鋼管と周辺コンクリートの一体構造を考えると、周辺コンクリートが圧縮変形に抵抗することにより、鋼管の隅角部の曲げ変形が拘束され、鋼管に発生する応力が減少する。このため、周辺コンクリートの引張強度を期待しない場合においても、鋼管と周辺コンクリートを一体構造と考える効果が期待できる。

本報文における検討は、設計荷重として、管胴板の内面に作用する静水圧のみを考えたものであり、もう一つの大きな荷重である堤体自重が考慮されていない。今後は、この荷重条件を組み込んだ場合の合理

的設計法についても検討が必要である。また、今回の解析で明らかなように、設計上周辺コンクリートの引張強度を期待するかどうかに関わらず、実際上は周辺コンクリートにクラックが生じるまでは、鋼管に作用する内圧のほとんどが周辺コンクリートで支持されている。したがって、放流管と周辺コンクリートの一体構造としての設計の合理化を真に推し進めるにあたっては、コンクリートの引張強度を設計上どのように取り扱うかを十分に検討していかなければならないといえる。この点については、今後の大きな課題であり、コンクリートの引張強度の特性について、さらに、調査・研究を進めて行かなければならない。

コンクリートダムの放流管および
周辺コンクリートの
構造設計に関する検討

I S S N 0386—5878
土木研究資料第2935号
平成 3 年 3 月(1991)

永山 功・及川拓治・
村岡基晴

要 旨

コンクリートダムの堤体内に設けられる放流管とその周辺コンクリートの構造設計は、通常、管路内の水圧荷重に対しては鋼管の強度によって、空洞周辺の応力集中に対しては周辺のコンクリートに配置した鉄筋の強度によってそれぞれ抵抗するという前提条件のもとに行われている。一方、ダム本体の施工において、放流管周辺部は、放流管の据付、周辺の補強鉄筋の組立および狭い部分でのコンクリートの打設など、複雑な作業が集中し、その確実な施工が難しいものとなっている。このため、上述した2つの構造設計を、一体的、合理的に行い、施工の簡素化が図れないかという声が高い。本報文は、このような設計の可能性を探るため、弾性力学の理論式（円環の応力、有孔無限板の応力）およびジョイント要素を導入した有限要素法解析により、円形断面および矩形断面の放流管と周辺コンクリートの一体的挙動について検討を加えたものである。

キーワード：ダム、放流管、鋼構造、コンクリート、応力集中、円環、
有孔無限板、有限要素法、ジョイント要素

郵便はがき

41円切手
をはって
下さい。

3 0 5 - □ □

建設省土木研究所

ダム部ダム構造研究室 行

茨城県つくば市大字旭一番地

No. _____

土研資料第2935号

No. _____

配布先氏名

配布先住所



土木研究所資料2935号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏名 印

土木研究所資料2935号