

ISSN 0386—5878

土木研究所資料第3112号

土木研究所資料

底泥の流れによる限界掃流力についての一考察

平成4年5月

建設省土木研究所
河川部都市河川研究室

Copyright © (1992) by P.W.R.I.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced by any means, nor transmitted, nor translated into a machine language without the written permission of the Director General of P.W.R.I.

この報告書は、土木研究所長の承認を得て刊行したものである。したがって、本報告書の全部又は一部の転載、複製は、土木研究所長の文書による承認を得ずしてこれを行ってはならない。

底泥の流れによる限界掃流力についての一考察

河川部長 馬 場 洋 二
(現 大日本コンサルタント株式会社)

要 旨

河口部に堆積した比較的密度の小さい底泥に関して、その限界掃流力についての従来の研究を総括した。次に、表面侵食の限界掃流力について統計的な理論解析を行ない新しい限界掃流力モデルを構築した。このモデルは、従来実験的に求められた関数形に近いものとなっていることが明らかとなった。この際ブロック間の結合力に関する検討から、限界掃流力の表現にはビンガム降伏強度が適することを導いた。さらに破壊限界について考察し、底泥表面付近に生ずる弾性波動により底泥層内のある深度に最大歪が発生し、それが許容限界を越えるため、底泥層内部の破壊が生ずるという理論を組み立てた。

キーワード：底泥、限界掃流力、表面侵食、破壊限界

は じ め に

河川の水環境にとって良好な河川水質の確保は必須の要素である。うるおいのある都市環境や生活環境の維持と創造とに欠かせないものと考えられる。河口部の底泥に関連する問題が将来の快適な国土環境づくりの障害の1つとならないためには、浄化事業等の展開や流域対策としての排水対策の促進に加え、底泥に関する調査研究を飛躍的に高める必要がある。とりわけ、流れによる底泥の流送と堆積に関する諸現象解明とその工学的表現とは、河口部の問題に限っても、河道浚渫等の治水整備、水質保全、利水計画、浚渫後の再堆積、環境影響評価などの広範な課題に共通するばかりか、主要部分を占めるといっても過言ではなく、早急な研究成果が期待されているところである。

しかし、土砂水理学でもっとも基本的要素の粒径を取り上げてみても、底泥の場合には基本粒子からフロックまできわめて広範囲にある。とくに、フロック形成による粒径増加は鉱物質の種類、有機物の混在量、水中の塩分量や流れ速度の存在などの要因のほか、フロック形成に要する時間のように非定常要因にも規定される。したがって、水中を浮遊中のフロックの粒径の大きさや沈降速度を決定することすら困難な状況にある。

一方、堆積した底泥表明には密度のごく小さな薄い層があり、それより下層は自重圧密される。自重圧密には鉱物質、塩分および時間などが関与し、また、圧密の程度によって粘着力などの力学的特性量が現れる。したがって、底泥堆積物では、流れの掃流力に対する抵抗力が深度ごとに異なることとなる。その抵抗力についてもまだ定式化されていない。

また流水による洗掘の形態をみると、掃流力が比較的小さい場合には、表面侵食のように、徐々に侵食を受けるのに対して、大きな掃流力の下では、一挙に河床面が破壊することがある。表面侵食に対する限界掃流力や侵食の速度、および破壊が生ずる限界掃流力や破壊厚などについては、近年ようやく研究成果が出はじめた段階である。

本文では、河口部に堆積した比較的小さい底泥に関して、まずその限界掃流力についての従来の研究を総括した。つぎに第3節において、表面侵食の限界掃流力について系統的な理論解析を行い、新しい限界掃流力モデルを構築した。このモデルは、従来実験的に求められた関数形に近いものとなっている。この際、フロック間の結合力に関する検討から、限界掃流力の表現にはビンガム降伏強度が適することを導いた。第4節においては、破壊限界について考察し、底泥表面付近に生ずる弾性波動により底泥層内のある深度に最大歪が発生し、それが許容限界を越えるため、底泥層内部の破壊が生ずるという理論を組み立てた。内部の破壊が引き金となって、それより上層が一挙に破壊にいたることになる。

目 次

はじめに

第1節 概 説	1
第2節 従来の研究	3
第3節 底泥の表面侵食とその限界掃流力に関する研究	9
(1) せん断流れの中におかれた底泥粒子の表面侵食	9
(2) フロック間結合力と表面せん断力による降伏強度	13
(3) 考 察	14
第4節 底泥の破壊限界に関する研究	21
(1) 破壊時の底泥表面の波動	21
(2) 二層流の不安定性による破壊限界の検討	23
(3) ゲルおよび粘性土の破壊について	31
(4) 動的応力作用下の多孔質弾性体の挙動	33
(5) 動的応力作用下の多孔質弾性体の破壊現象	41
(6) 数値計算例	45
第5節 結 語	63
結 論	66

底泥の流れによる限界掃流力についての一考察

第1節 概説

1950年代、米国ではさまざまな分野で粘性土の流れに対する挙動について積極的に調査研究されはじめた。河川工学や水理学の分野では安定河道（洗掘や堆積の少ない水路）の設計、港湾航路機能維持のための浚渫などが対象であった。土壌学の分野では斜面の土壌侵食が、農業学の分野では農地侵食などが、それぞれ主たる対象であった。英国では南部東岸および西岸での河口部における大きな干満差による底泥の浮遊堆積が問題であった。とくに、テムズ川では内陸深く航路がひらけて港湾が立地しているが、干満差の大きい入退潮流により、モンモリロナイト成分の多い底泥（現地ではsiltあるいはmudと表現している）の浮遊濃度は6千～7千ppm以上にもなり、底泥堆積防止は港湾機能維持のための大きな課題であった。

わが国では、第1章で述べたように、都市域河川の水環境悪化が顕著となった昭和40年代より着目されはじめ、河川の治水、水質、環境の面から、そして湖沼や海域環境の面へと調査研究が拡大してきている。

いずれも、水域へ流入する微細浮遊物質の量・質、浮遊物の濃度、およびその堆積などの機構解明を目標としており、そのための中心課題の1つが底泥の限界掃流力についてである。なお、下水処理場の沈殿池堆積物はやはりフロックをなしており、フロッキュレーションを効率的に発生させ、また除去するため、フロックの浮遊堆積の力学に進歩がみられる。本研究においてはその分野の研究も参考にしている。ここでは河川河口部に堆積した比較的密度の小さい（含水量の大きい）底泥に限定して、その限界掃流力について従来の研究を総括し、また新しい考え方を提案しようとするものである。

1968年 A S C EのTask Committee¹⁾がまとめた「Erosion of Cohesive Sediments」の中では、河口部の底泥は含まないと断っている。その理由として、現象の非定常性とフロッキュレーションの問題とが挙げられている。また、1972年 Yalin²⁾は、知見不足のために定量的な定式化は難しいのではないかとしている。その後、流れに接した密度の比較的小さい底泥表面から底泥粒子がはく離したり、あるいは破壊的なはく離が生ずる時の表面の現象についても実に多くの研究者が観察してきた。そして新しいより多くの知見が得られたところである。しかし、今なお理にかなった現象説明がなされていないといえるのではなかろうか。

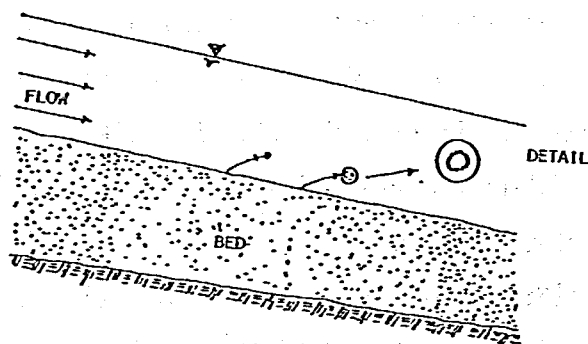
Dunn³⁾はsubmerged jetを利用した限界掃流力に関する実験の中で、その定義を「the maximum hydraulic shear stress at which the water became cloudy and no subsequent clearing occurred」としている。cloudyがどの程度の浮遊濃度を意味するのか不明確であるが、後半の「つづいて清澄化が生じない」という部分が重要と考えられる。このような考え方をヒントに、従来の代表的な限界掃流力状態の濃度モデルを示したのが表1である⁴⁾。

1972年 Das⁵⁾は河床面の洗掘形態には図1に示すような2つの形態があることを提案した。図の(a)を表面侵食、(b)を塊状洗掘と名付けた。表面侵食（原文の surface erosionの訳）は粒子あるいはフロックが水中へ連行されて生ずると考え、塊状洗掘（原文の mass erosionの訳）は表面侵食よりかなり大きな掃流力で生ずるとした。そして彼はPartheniadesの限界掃流力は表面侵食に対するものであり、またDunnの定義は塊状洗掘に対するものとした。Dasの実験は突き固めた飽和土を対象にしたもので、河口部の密度の

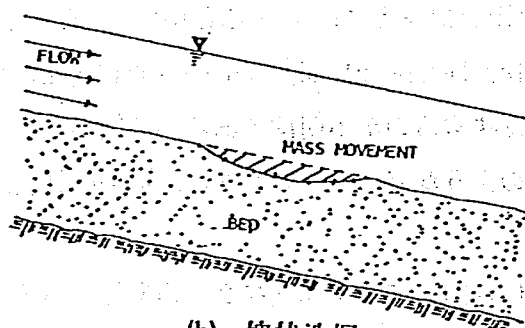
小さい底泥を対象にしたものではないから、河口部底泥の限界掃流力の定義として必ずしも適当ではないかも知れない。しかし当時、限界掃流力時の底泥表面の現象にまだ定見がなかったのであり、Dasの塊状洗掘の考え方がその後の底泥表面の力学的機構解析への糸口になった点で重要な研究である。

表1 限界掃流状態のモデル

掃流力の大きさ 人 名	0	τ_{cd}	τ_{ce}	∞
Partheniades ¹⁴⁾	堆積のみ生ずる ついには清水になる	堆積も洗掘も 生じない 一定の濃度の継続	洗掘のみ生ずる	
Owen ¹⁵⁾			τ_{ce1} τ_{ce2} 連続的洗掘 平衡濃度の持続	
大坪・村岡・高野 ²⁷⁾			流送 限界	破壊 限界



(a) 表面侵食



(b) 塊状洗掘

図1 洗掘の様式⁵⁾

流砂論における体系的、量的基準の明確な限界掃流力理論⁶⁾に較べて、底泥の場合のそれは力学的機構の面において今なお十分でないと思われる。

このような底泥の限界掃流力の決め手のなさは、研究者が対象とした底泥の物性に大きな差があること、モンモリロナイト成分の多少で現象が異なること、含水量の多少で液体的性質、弾性的性質、固体的性質まで変じ得ること、塑性的性質や時間的要素のあるシキソトロピーの性質、さらには電気化学的な力と粒子間引力、温度依存性、塩分、などあまりに多くの要素が関係しているので、まとめきれていないと考えるべきであろう。今後は規格が一定した底泥材料を用いて、標準的な限界掃流力の定義を確立してゆくことが重要と考えられる。

第2節においては底泥の限界掃流力についての従来の研究を総括した。第3節においては、表面侵食の限界掃流力について系統的な理論解析を行い、新しい限界掃流力モデルを構築した。この際、フロック間の結合力に関する検討から、限界掃流力の表現にはビンガム降伏強度が適すると主張した。第4節においては破壊限界について考察し、底面付近に生ずる弾性波動により、底泥層内のある深度に最大歪が発生し、それが許容限界を越えるため、底泥層内部の破壊が生ずるという理論を組み立てた。内部の破壊が引き金となって、それより上層が一挙に破壊にいたることになる。

第2節 従来の研究

Dunn²⁾の粘性土についての限界掃流力の定義を前節で述べたが、彼は塩分の影響を受けない河川の底泥で、鉛直潜り噴流の装置を用いて実験を行い、限界掃流力 τ_c がベーン強度と塑性指数(PI)とで表される関係式を求めている。

$$\tau_c = 0.02 + \frac{(S_v + 180)}{1000} \tan(30 + 1.73PI)$$

ここに、 S_v はベーン強度(lb/ft^2)である。

同様にかんがい水路の安定設計を主目的として、SmerdonとBeasley⁷⁾はPIと関係づけ、また、CarlsonとEnger⁸⁾はPIのほか液性限界、ベーン強度などとの一次関係式を求めている。Braja Mohan Das⁹⁾は含水比32~35%のよく締まった粘性土について実験を行い、限界掃流力については、Smerdonらと同様、PIと関係づけた。また、R.C.Gularte⁹⁾は含水比40~80%の粘性土を用いて、塩水の条件下において実験を行っている。そしてその粘性土のビンガム降伏強度と含水比との間に一次の関係を得ている。この時のパラメータは塩分濃度であった。

村橋・大石・小川¹⁰⁾は、粘土、シルトおよび砂の混合物からなる粘性土河床材料を用い、含水量46~53% (ベーン値で32~66 g/cm³) の範囲において、洗掘限界せん断力および洗掘速度を求める実験を行った。流れの掃流力を増加してゆくと洗掘速度が急激に増加するところがあり、その時の洗掘速度(E)はおおむね $E = 0.1 \text{ g/cm}^3/\text{hr}$ であった。この時の掃流力を限界掃流力 τ_c とすると、ベーン値が大きいほど τ_c が大きくなることを指摘した。

岸・山口・平野¹¹⁾ は5種類の粘性土を使用し、含水比40~74% (ベーン値5~15 g/cm³) で実験を行い、洗掘率Eの急増する限界値を認めたが、ベーン値と τ_c との対応は良くなかったとしている。その理由として、ベーン値は粘着力の真の効果を表していないのではないかと述べている。

また岸・山口・武内¹²⁾ は配合した粘性土を用い、含水比52~72% (ベーン値7~83 g/cm³) で実験を行い、やはり $E = 0.1 \text{ g/cm}^3/\text{hr}$ において洗掘率Eの急増があることを認め、この時の掃流力を限界掃流力 τ_c と定義して、

$$\tau_c = 3.6 \times 10^{-4}(S_v + 75)$$

を得ている。ここに S_v はベーン値で、 $S_v > 1.5$ に対して上式が得られており、 $S_v < 1.5$ では τ_c は S_v に無関係だったとしている。また、 S_v が零になる付近でもかなり大きい τ_c が推定されることにより、ベーン値で示される粘着力以外の要素を考えるべきだとしている。

以上は、含水比が比較的小さい粘性土の限界掃流力について簡潔に述べたものである。含水比が小さい場合には、その限界掃流力がベーン強度、ビンガム降伏強度、あるいは塑性指数で表現できそうなこと、および洗掘率Eが急増する τ_c が存在し、その時の $E = 0.1 \text{ g/cm}^3/\text{hr}$ であることなどが認められる。しかし、含水比が小さくとも、ベーン値の小さい粘性土では、ベーン値と τ_c との対応関係が不明瞭になることなどが分かる。また、含水比が80%をこえ、ベーン値が小さくなると、それまでとは異なる力学的現象が生じているのではないかと想像される。もちろん物性の違いによる現象ということも十分考慮に入れておかねばならない。

つぎには含水比の比較的大きな粘性土の限界掃流力に関する従来の研究を概観してみる。なお、含水比が大きいとは概念を意味させているだけで特別の目安を指す訳ではない。含水比の大きい粘性土河床を作成するには、自然含水比の大きい粘性土そのものを現地より実験水路に持ちこむ方法(表面はコテで仕上げる)、含水比の小さい粘性土に水を加えてミキサーで均一に混合する方法、およびいったん高濃度に浮遊させておきその後の沈降堆積によって河床をつくる方法の3つの方法のいずれかが採用される場合が多い。

Krone¹³⁾ はサンフランシスコ湾の底泥を用いた水路実験において、浮遊粒子が河床に落ちて粘着しない限界のせん断力を τ_c と定義した場合に、浮遊濃度をC (ppm) とすると、

$$C < 300 : \tau_c = 0.6 \text{ dyn/cm}^2$$

$$300 < C : \tau_c = 0.78 \text{ dyn/cm}^2$$

となることを見つけたしている。

Partheniades¹⁴⁾ はサンフランシスコ湾Mare island straitで採取した底泥を使用した。この底泥はイライト成分が少量で、モンモリロナイトが主成分、粒径は粘土分(2 μm 以下) 60% (重量)、シルト分(2~50 μm) 40%、含水比110%、ベーン強度は11 lb/ft²の性質をもっていた。自然含水比の状態の水

路に敷設した河床の場合と、いったん浮遊させたのち沈降堆積させて作った河床の場合との二通りの実験を行った。ベーン強度を測定するとその強度比は 100 : 1 であったが、限界掃流力の大きさはほぼ等しく、さらに洗掘率も同じオーダーの大きさであり、それぞれ河床のベーン強度には無関係であったと述べている。また、 τ_{ce} を水路内の浮遊濃度が増加しはじめる時の掃流力、 τ_{cd} を浮遊濃度が減少しはじめる時の掃流力とすれば（表 1 参照），

$$\frac{\tau_{ce}}{\tau_{cd}} = 1.92 \sim 2.54$$

であるとした。

Migniot¹⁵⁾ は種々の底泥を用いて広範な研究を行っている。限界掃流力に関する研究では円盤型ローターを使って測定したビンガム降伏強度が底泥の密度の 4 ~ 5 乗で増加することを見つけた。なおこの測定の時、測定サンプルに振動をあたえると強度が 1 / 10 位にまで減少するが、15 分間もすると再び初期強度を回復することを観察している¹⁶⁾。底泥の密度を ρ 、ビンガム降伏強度を τ_y とすると彼の得た結果は、

$$\tau_y = n\rho^m$$

である。ここに、 n 、 m は粘性土の種類による定数である。 τ_y を (N/m²)、底泥の密度 ρ を (g/ℓ) の単位とした時 m は 5 に近い値をとり、また n は $10^{-12} \sim 10^{-15}$ の範囲の値をとる。さらに、限界摩擦速度で表現すると、

$$U_c(\text{cm/s}) = \tau_y^{1/4}(\text{dyn/cm}^2) \quad \text{for } \tau_y \leq 15 \text{ dyn/cm}^2$$

$$U_c(\text{cm/s}) = \tau_y^{1/2}(\text{dyn/cm}^2) \quad \text{for } \tau_y \geq 15 \text{ dyn/cm}^2$$

M. K. S. 単位で書くと¹⁷⁾、

$$U_c(\text{m/s}) = 0.01778 \tau_y^{1/4}(\text{N/m}^2) \quad \text{for } \tau_y \leq 1.5 \text{ N/m}^2$$

$$U_c(\text{m/s}) = 0.016 \tau_y^{1/2}(\text{N/m}^2) \quad \text{for } \tau_y \geq 1.5 \text{ N/m}^2$$

上の関係を表すのが図 2 である。

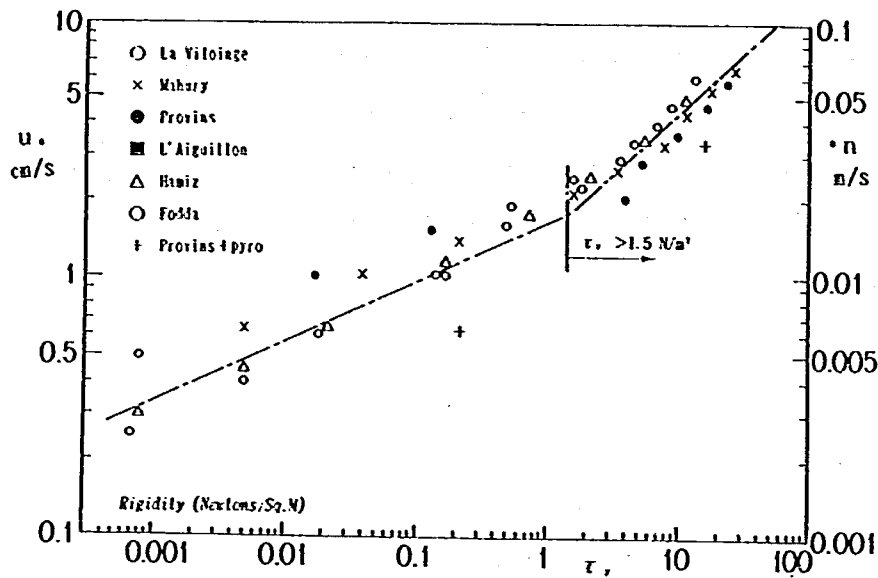


図2 ビンガム降伏強度と摩擦速度の関係¹⁵⁾

Owen¹³⁾ は浮遊から堆積させて作った底泥(Avonmouth mud)について、円盤型ローターを用いてビンガム降伏強度を測定した。ビンガム降伏強度と底泥の密度の関係は2.5乗の関係にあった。こうして測定されたビンガム降伏強度は底泥の限界掃流力の3~4倍大きなせん断力をあたえると述べている。また、Migniotの求めたビンガム降伏強度は限界掃流力の約2倍の大きさであったとも述べている。Owenはまた、掃流力が比較的小さい場合には浮遊濃度に上限があり、その濃度で平衡状態が達せられる。一方、より大きい掃流力のもとでは連続的洗掘が生ずるという考え方をとり、その下限の掃流力を限界掃流力と定義した。表1に示した通りである。

村岡・赤井・大木¹⁹⁾ は強熱減量が16%程度の神崎川採取の底泥を用い、浮遊から堆積させて河床を作った。彼らは「表層底泥の掃流はきわめて特徴あるもので、限界流速時に突如として表面が全面にわたってはがれ出し、黒色の泥雲となって底面に沿って流下する。従ってこの状態をもって限界掃流時とした」と述べている。つづいて「泥雲は表層が全部洗掘されるまで続き、そこでいったん流送は落ちつく。この時堆積面は中層が露出しており、これについても流速を更に上げると限界時にはほぼ表層と同様に掃流が始まる。このような表層と中層では明らかに流送特性が異なる」とも述べている。彼らはまた底泥表面の限界掃流力が堆積経過時間とともに増加し、 $\tau_c/\rho_w = 2.5$ (1時間堆積)~ 4.3 (24時間堆積) cm^2/s^2 を得ている。また中層については $\tau_c/\rho_w = 5.5 \sim 8 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ であったとしている。この時底泥表層ならびに中層は $10 \mu\text{m}$ の粒子が主体となっていたという。ここに、 ρ_w は水の密度である。

村岡らのこの限界掃流力の定義は、後述の大坪の破壊限界に相当するものと見てよい。中層位の限界掃流力の大きさを具体的に出したのものとして貴重な実験結果である。なお、Gilchrist²⁰⁾ もまた、洗掘特性に堆積時間(aging)が関係することを見つけている。

村岡・三浦²¹⁾ は同様に神崎川採取の底泥を用いた実験で、次のような観察結果を得ている。①表層上面に遊離して接触している微細粒子は低流速で流送されるが、量的には微量で無視してよい。②流速がある限界値に達すると表面が斑状にはがれ、連鎖的に短時間でほぼ全面はがれてしまう。この底泥は泥雲のごとく浮遊する。③堆積状態の底泥が下方ほど重い粒子で占められるので、流速を一定に固定すると洗掘

量はピークを経て減少する傾向を示す。①は第1節で述べた表面侵食の1種であろう。

大坪²²⁾ は底泥粒子が捲き上がり始める限界の掃流力を流送限界とし、河床面が破壊して大量の底泥が短時間のうちに流送される限界の掃流力を破壊限界と定義した。それぞれの限界掃流力がビンガム降伏強度ときわめて対応のよい実験結果を得ている。

大坪の流送限界時の底泥粒子飛び出し量が $P_m = 3.0 \times 10^{-5} \text{ kg/mf/s}$ とされているので、たとえば岸ら¹²⁾ の洗掘率 E と次元を合わせてみると $E = 0.1 \text{ g/cm}^2/\text{hr} = 2.8 \times 10^{-4} \text{ kg/mf/s}$ となり、オーダーが1つ違う程度の差である。

密度の異なる二流体のなす界面には、ある運動学的条件の下で不安定現象が生ずる。よく知られているのが河口密度流の界面波²³⁾ である。一方が固体の砂河床表面にも波動が生ずる²⁴⁾。下層に高粘性のグリセリンやシリコンオイル、上層に水の二層流体の上層に振動流をあたえると、高粘性流体表面にリップルマークのような伝播しない波動が形成されることもある²⁵⁾。

1974年著者がチームズ川底泥（3日間堆積、密度 1.15 g/cm^3 ）を長方形断面閉水路で実験中、限界摩擦速度 $U_{*c} = 1 \text{ cm/s}$ を少し越えるところで、表面波が底泥表面を伝播するのを観察したが写真撮影がうまくゆかなかった。表面波は目視によると、波長 $1 \sim 1.5 \text{ cm}$ 、波高 $0.5 \sim 1 \text{ cm}$ 、および下流への伝播速度は $2 \sim 4 \text{ cm/s}$ であった。その際、もう1つの波速の小さいゆらぎのような波動も存在した。その後、栗谷・楠田・田中²⁶⁾ は有機物成分の多い活性汚泥の流送実験中、波長 2 cm 、振巾 1 mm 、横巾 3 cm 程度の波動が汚泥の表面の一部に発生し流下方向に伝播するようになり、これからさらに掃流力を増すと、波動が河床全面にわたって連続的に生じ、振巾がとくに大きくなったところで汚泥の部分的な捲き上げが生ずる、と観察している。そして界面の不安定性を検討した結果、この波動は密度流界面の不安定現象に類似であると述べている。

大坪・村岡・高野²⁷⁾ は河床が破壊にいたるまでを詳しく観察し、①波状河床（波長 $5 \sim 10 \text{ cm}$ 、波高 $1 \sim 5 \text{ mm}$ ）が形成され、その一部から崩壊してゆく型、②河床の一部に流水と直角方向のヒビ割れが生じ、そのヒビが拡がって破壊につながる型、および③高含水比の場合で、河床面にさざなみ状のゆらぎ（波長 $1 \sim 2 \text{ cm}$ 、波高 $2 \sim 5 \text{ mm}$ ）が発生し、このゆらぎが流下し著しい河床低下となる型、の3つのタイプがあると考えた。さらにカオリンは波状河床を形成せずに破壊にいたり、ベントナイトの場合は常に波状河床を形成した後破壊するなど、興味ある観察結果を報告している。

また、滝・岡²⁸⁾ もベントナイトを用いて、含水比480%の時、縦縞が表面をなめるように左右に揺れ動きながら流下し、その過程で底泥が流れの中に捲き上げられてゆくこと、および含水比が1100%になるともはや縦縞はなく、重力内波を生じ波のクレストからスパイラル渦が発生するようになり、さらに不安定性が増すと砕波のような波が形成され、底泥の捲き上がりも急激に増大する、と述べている。

金山・首藤²⁹⁾ は含水比130~160%のベントナイトを用いて、はじめの平面河床の洗掘が進んで最終的にはウロコ状河床が形成されることを明らかにし、またその河床波のスペクトルや波高・波長、波形こう配などの分布を解析して、抵抗係数などを与えている。

このように多くの観察結果があるものの、この波動が限界掃流力や洗掘率へどのような影響を与えるかなどについてはまだ報告されていないようである。

一方、水面波によって生ずる底泥表面波の発生、および底泥層内の変位量を検討したのはMigniot¹⁵⁾が最初であろうか。しかし、Migniotはこれ以上底泥表面波に関する研究を前進させてはいない。

最近になって、柴山・滝川・堀川³⁰⁾は二次元造波水路でカオリナイト（中央粒径 $1.2\mu\text{m}$ ）を用い、含水比 w を200～500%の範囲で、波高1.5～1.7cm、周期1sの波を作用させた。その結果、静水中では圧密により含水比を減少させるのに対して、波を作用させると表層では顕著な含水比の増加がみられること、しかも初期含水比が大きいほど増加分も大きくなること、また界面波高は $w=200\%$ で極大値をとること、をそれぞれ見いだしている。柴山・中西・石原・佐藤³¹⁾は、カオリナイト（ $w=100\sim350\%$ ）およびベントナイト（ $w=200\sim800\%$ ）を用い、波高11～13cm、周期1.7sの波を作用させた。その結果、カオリナイトとベントナイトとで輸送機構が異なること、大坪・村岡の求めた破壊限界掃流力の $1/10$ 以下の底面せん断応力で底泥粒子が浮上しはじめたこと、およびベントナイトの河床面が破壊にいたる様子を次のように報告した。一定の波の条件で底泥の含水比を変化させると、①表面粒子の初期移動の開始、②リップルの発達、③泥層の振動、④泥層の破壊、⑤泥層の流体としての波運動、が順次観察されたという。

続いて柴山・佐藤・平出・青木³²⁾はカオリナイトを使い、波高7.8cm、周期1.5sの波を使用させたところ、 $w=200\%$ 以下では弾性の影響を考慮せざるを得ないとしている。そのため彼らは質量輸送速度を求めるのに、多層粘弾性モデルを開発した。

海岸工学の分野なので多少本題から逸脱したが、この一連の論文では波動を作用させると底泥表面付近の含水比が増加すること、そのため破壊限界掃流力が低下すること、および弾性的性質が現れること、底泥全体の振動など流れによる限界掃流力を考えてゆく上できわめて重要な指摘がなされていると考えられるのである。もしこの通りであるとすれば、含水比と強い相関のある表面せん断力による降伏強度を限界掃流力の指標にするのも難しくなる。すなわち時間の効果を考えねばならなくなることを意味している。

他方、五明・矢内・小島・大槻・糸洸³³⁾は二次元造波水路でベントナイト（中央粒径 $3.4\mu\text{m}$ ）を用い、 $w=200\sim270\%$ で、水深20cm、波高0.3～8.3cm、周期1.05sの波を作用させた。彼らも表面の破壊過程を詳しく観察しているが、河床波の峯の部分で波峯方向にクラックがはいること、リップル波長は $w=250\%$ 付近で極大値をとることが報告されている。五明・矢内・堺・大槻・糸洸³⁴⁾はベントナイト（ $w=198\sim278\%$ ）、カオリン（ $w=75\sim138\%$ ）を用い、水深20cm、波高0.3～8.5cm、および周期0.89～1.05sの波を作用させた。その結果、破壊にいたる様子については大坪らの実験結果とよい対応をすることなどを見いだしている。続いて矢内³⁵⁾は、上と同様な実験を行い、マッドリップルの安定性解析を行ってきれいな理論的説明に成功している。

また、楠田・山西・川添・二渡³⁶⁾および鶴谷・江口・鷹沢³⁷⁾も流れの限界掃流力を考える上で示唆的な研究を行っている。

水面波による底泥河床面の応答特性を概観した。一方向流れによる底泥の限界掃流力実験を行う場合には、流水自身の波動性とその波動性由来の界面（水と底泥の境界面）不安定現象とが考慮される。水面波を与える限界掃流力実験は、その界面不安定現象をより顕在化させると理解できるから、きわめて有効と考えられ、今後の進展を期待したい。

第3節 底泥の表面侵食とその限界掃流力に関する研究

(1) せん断流れの中におかれた底泥粒子の表面侵食

底泥河床の表面に一方向流れの掃流力が作用する場合を考える。掃流力の大きさがまだ比較的小さい場合には表面侵食が生ずる。表面侵食について普遍の定義が確立されている訳ではないが、ここでは次のように考えておく。すなわち、流水中に露出したフロックからその構成要素の一部である基本粒子(primary particles)が剥ぎとられる状態(Argamanら³⁸⁾のsurface erosionに相当する)、およびフロックそのものが流れの抗力により押しつぶされたり、あるいは引きちぎられるフロック分離(Thomas³⁹⁾のbulgy deformationの考え方)とを合わせて、表面侵食と定義しておく。

このような表面侵食では、基本粒子の流失やフロックの破壊の時間的進行がきわめて緩慢であったり、あるいはある程度まで剥離が進行するとそれ以後の進行が止んだりする状態が限界掃流力の状態と考えられる。これを底泥の浮遊濃度から見ると、濃度増加の割合がきわめて緩慢であったり、あるいはある程度の浮遊濃度に達した後の濃度増加のない平衡状態が出現する場合と考えられる。

河床に露出したフロックに作用する流体抗力とフロックが運動を開始する時の力学的釣合状態は、原理的には砂粒の限界掃流力状態の考え方が適用できると思われる。それで、理論的に明解な岩垣の考え方⁶⁾にならって理論展開を進めてゆく。

(i) フロックが層流底層内に完全に入ってしまう場合

δ_L を層流底層の厚さ、 d をフロックの直径とすると、 $d \leq \delta_L$ であるから、この場合の水理学的条件は岩垣によれば、



図3 定義図

$$\frac{u_{*c} \cdot d}{\nu} \leq \frac{u_{*c} \cdot \delta_L}{\nu} = 6.83 \quad (1)$$

ここに、 u_{*c} は表面侵食に対する限界の摩擦速度であり、 ν は水の動粘性係数とする。フロックの上端(河床面から d の高さ)の流速の大きさを U_1 とするとき、 U_1 でつくる Reynolds 数 R_e を

$$R_e = \frac{U_1 \cdot d}{\nu} \quad (2)$$

と定義する。

まず、 $R_e \leq 1$ の場合に、次の力の釣り合いの要素を考える。流体抗力 F_H とそれに抵抗する力 R_v 、

および重力成分は次のように書ける。層流底層内での揚圧力は無視する。

$$\left. \begin{aligned} F_{11} &= 3\pi\mu d U_1 \\ R_v &= \tau_y \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \\ R_g &= \frac{\pi}{6} (\rho - \rho_w) g d^3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 μ は水の粘性係数、 τ_y は表面せん断力による降伏強度、 ρ はフロックの密度、 ρ_w は水の密度である。 F_{11} の表現はReynolds数が1より小さい時に、実験とよく一致するとされている。まさに動き始めようとする時を考え、 $\tan\phi$ を摩擦係数とすると、

$$3\pi\mu d U_1 = \tau_y \cdot \frac{\pi}{4} d^2 + \frac{\pi}{6} (\rho - \rho_w) g d^3 \tan\phi \quad (4)$$

右辺第2項は、底泥の表面せん断力による降伏強度の測定値の中に含まれる⁴⁾と考え、

$$3\pi\mu d U_1 = \tau_y \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \quad (5)$$

層流底層内の流速分布は次のように表せる。

$$u = u_* \left(\frac{u_* y}{\nu} \right) \quad (6)$$

ここに、 y は河床面からの高さである。上式で $y = d$ で $u = U_1$ とし、 u_* を u_{*c} と書きかえると、

$$U_1 = u_{*c} \left(\frac{u_{*c} d}{\nu} \right) \quad (7)$$

上式を式(5)に代入すると、

$$u_{*c}^2 = \frac{\tau_y}{12\rho_w} \quad (8)$$

あるいは

$$\tau_c = \frac{\tau_y}{12} = 0.083\tau_y \quad (9)$$

まず、上式の成立する水理条件を再確認すると、 $u_{*c} d / \nu \leq 6.83$ である。しかも

$$R_e = \frac{U_1 d}{\nu} = \left(\frac{u_{*c} d}{\nu} \right)^2 \leq 1$$

の場合であったから、

$$\frac{u_{*c} d}{\nu} \leq 1 \quad (10)$$

となることが分かる。

次には $u_{*c} d / \nu \leq 6.83$ で $R_e > 1$ の場合を考える。この場合の条件は結局、

$$1 < \frac{u_{*c} d}{\nu} \leq 6.83 \quad (11)$$

であることが分かる。これはフロックが層流底層の中にあつて、しかも流速 U が比較的大きい場合である。この場合には流体抗力に関する表現を次の F_{12} に変える。

$$F_{12} = \frac{\rho_w}{2} C_D U_1^2 \frac{\pi}{4} d^2 \quad (12)$$

ここに C_D は抗力係数である。 $U_1 = u_{*c}$ ($u_{*c} d / \nu$) であるから、釣り合い状態では

$$\frac{\rho_w}{2} C_D \left(\frac{u_{*c} d}{\nu} \right)^2 \frac{\pi}{4} d^2 = \tau_y \frac{\pi}{4} d^2$$

ここに揚力は無視してある。整理すると、

$$u_{*c}^2 = \frac{\nu}{d \sqrt{\frac{\rho_w}{2} C_D}} \sqrt{\tau_y} \quad (13)$$

あるいは

$$\tau_c = \frac{\mu}{d \sqrt{\frac{\rho_w}{2} C_D}} \sqrt{\tau_y} \quad (14)$$

式(10)の砂粒 Reynolds 数の範囲においては C_D は Reynolds 数の関数である。Reynolds 数の中に U_1 が含まれ、ひいては u_{*c} が間接的に含まれていることになる。したがって、図4の $C_D \sim R_e$ の関係から推定すると、式(14)などの τ_c のべき数は、0.5 より少し小さい0.45程度の大きさと考えられる。なお、層流底層より新しい考え方の粘性底層を取り入れるべきかとも考えられる。この場合には、式(1)の定数6.83が11.6に変化することと、揚圧力の考慮とが必要になる。しかし、岩垣の研究における $\tau_{*c} \sim u_{*c} d / \nu$ の関係において、定数の11.6を取りこまなければならない必然性はないと思われるので、層流底層の考えでの定数6.83をそのまま使用することとした。

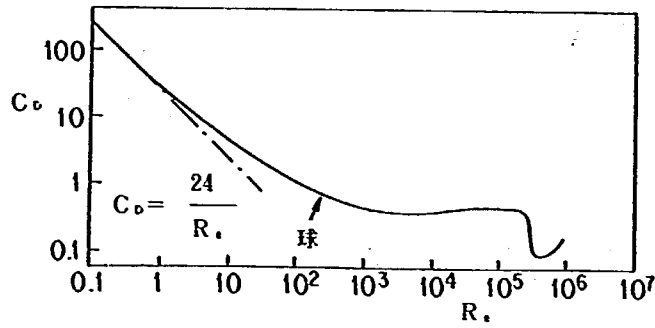


図4・球の抗力係数とReynolds数との関係

(ii) 層流底層が完全に消滅する場合

$u_* d / \nu \geq 51.1$ の場合に相当する。簡単のため揚圧力を無視して、

$$\left. \begin{aligned} F_t &= \frac{\rho_w}{2} C_D U^2 \frac{\pi}{4} d^2 \\ R_v &= \tau_y \frac{\pi}{4} d^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに、 F_t は乱流中の流体抗力、 U はブロックに作用する流速である。また

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{U}{u_*} = 5.5 + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* d}{\nu} \quad (\text{滑面の場合}) \\ &= 8.5 + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{d}{k} \quad (\text{粗面の場合}) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

と書くこととする。ここに、 κ はカルマン定数、 k は相当粗度である。 $F_t = R_v$ とおくと、

$$u_{*c}^2 = \frac{\tau_y}{\frac{1}{2} \rho_w C_D M^2} \quad (17)$$

あるいは

$$\tau_c = \frac{\tau_y}{\frac{1}{2} C_D M^2} \quad (18)$$

または、無次元表示して

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{(\rho/\rho_w - 1)gd} = \frac{\tau_y}{\frac{1}{2} C_D M^2 (\rho - \rho_w)gd} \quad (19)$$

$\tau_{*c} = \tau_c / \tau_y$ の形の無次元表示も考えられるが、式(13)において $\tau_c \propto \sqrt{\tau_y}$ の形が現れているので、この τ_{*c} は用いることができない。

さて、 $u_{*c} d / \nu \geq 51.1$ では Reynolds 数は相当大きく、この場合 C_D は大略一定値 0.4 をとり、また $M = 10 \sim 20$ 程度であるから、結局

$$\tau_c \approx (0.05 \sim 0.013) \tau_y \quad (20)$$

となる。なお、表面波動が発生するのはこの水理領域と考えられるが、表面波動が発生するようになれば、上式はまったく適用外になると考えられる。

粘性底層の考えでは、これは粘性底層の厚さが d に比較して非常に薄くなった¹²⁾ 場合に相当する。粘性底層の厚さを y_s とすると $y_s = 11.6 \nu / u_{*c} \ll d$ と書けるから、 $u_{*c} d / \nu = \sqrt{R_*} > 11.6$ の関係となる。

(iii) $6.83 < \frac{u_{*c} d}{\nu} < 51.1$ の場合

この場合にはフロックの一部が層流底層外に突出する。抵抗力 R_v の表現は式(3)と変わらないが、 F の表現がすこぶる複雑になる。 τ_c の関数の値の様子(式(13)から式(17)への変化)は、推測できる。このような力学的モデルの下で厳密な実験が行われていない現在、既知の理論とはいえ、これ以上の踏み込みとその適用とは意味が薄い。

(2) フロック間結合力と表面せん断力による降伏強度

少し着眼点を変えて、フロックと基本粒子間の結合力の強さの点から考える。丹保¹³⁾ は、フロックと基本粒子間の結合力 B は結合部分の断面積に比例するという考えから出発し、結局

$$B \sim \sigma' d^{2(1-Kp)/3} \quad (21)$$

を導いている。ここに σ' は結合部分の単位面積当りの結合力の大きさを表す係数、 K は定数である。慣性支配領域においては $(\rho_w / 2) C_D U^2 (\pi d^2 / 4)$ なる大きさの流体力が B を切断することになるから、 $U = M u_{*c}$ であることを利用して、

$$U_{*c}^2 \sim \frac{\sigma' d^{2(1-Kp)/3}}{\frac{\rho_w}{2} C_D M^2 \frac{\pi d^2}{4}} \quad (22)$$

あるいは

$$\tau_c \sim \frac{\sigma' d^{2(1-Kp)/3}}{\frac{1}{2} C_D M^2 \frac{\pi d^2}{4}}$$

となる。したがって、 τ_c は σ' に比例することになる。また、フロックと基本粒子間の1結合部分の断面積を A_0 、単位面積当りの結合数を S_s とすれば、せん断強さ τ_r は $\sigma' \cdot A_0 \cdot S_s$ に比例する⁴⁴⁾ から、結局

$$\tau_c \sim \frac{\tau_y \cdot d^{2(1-Kp)/3}}{\frac{1}{2} C_D M^2 \frac{\pi d^2}{4}} \quad (23)$$

となり、式(17)と形の上では一致する。

τ_r についてはこれまで、表面せん断力による降伏強度と説明したが、これだけでは不十分である。 τ_r は $\sigma' \cdot A_0 \cdot S_s$ に比例する量であり、また図3のモデルで粒子（あるいはフロック）が離脱する瞬間を考えると、圧縮強度ではなく、引張強度であろうと考えられる。

さらに、 τ_r や σ' に相当する土の力学的強さを表すのは、土のせん断抵抗である。せん断抵抗を構成するのは、摩擦抵抗と粘着抵抗である。クーロンの破壊基準では土のせん断抵抗 τ_r は $\tau_r = c + \sigma \tan \phi$ と表され、 σ はせん断面上の直応力、 c 、 ϕ は試験方法によって異なる実験定数とみなされ⁴⁵⁾、 c は見かけの粘着力、 ϕ はせん断面抵抗角と呼ばれる。飽和した粘性土を非排水条件でせん断すると $\phi = 0$ となる。ベーン試験は非排水せん断と考えられているが、これは通常の載荷速度が圧密の進行（透水）に較べてはるかに大きいためである。しかし、透水係数が必ずしも小さいとは限らない底泥の場合（とくに浮遊から堆積させて作る河床で、経過日数が短い場合）、非排水状態とはいいい切れない面がある。また、表層付近のせん断強度を測定するためベーン試験器の回転翼を小型化すれば、透水係数のより大きな部分の測定という意味で、「試験方法によって異なる実験定数」という性格が現れることになる。一方、円盤型へと工夫しても、やはり同様な問題が生ずる。したがって、歪速度を伴わない計測、たとえば Migniot¹⁵⁾ や Owen¹⁶⁾ のように、ローターがまさに回転しはじめようとする時のせん断強度（すなわちビンガム降伏強度）を指標として採用した方が合理的と考えられる。

前節で述べたように、Partheniades¹⁴⁾ がベーン強度は限界掃流力の指標にならないとした理由の1つはここにあるかも知れない。

ところが同様な方法で、ローターがまさに回転し始めようとする時のビンガム降伏強度を測定しても、Migniot¹⁵⁾ は図5のように、べき数4を得ているのに対して、Owen¹⁶⁾ はべき数2.5を得ている。底泥の物性の違いにしても大きすぎる相違に思える。この理由についてOwenは、事実のみを述べコメントはしていない。

(3) 考察

τ_r は一般に、深さとともに増加する。したがって理論上は、一定の掃流力を作用させるのであれば底泥表層の第1層目が洗掘されれば、以下の層の洗掘は生じない。すなわち本節冒頭で説明したように、き

わめて緩慢な洗掘か、あるいはある程度洗掘が生ずるとそのさき洗掘が生じない場合を考えてきた。しかし、実際に表層の τ_c を測定する時には、ある層厚-表面からのある深さ-を必要とする。円盤型ローターではその層厚は薄い、円筒型では厚くなる。したがって、使用するローターの種類によっても、また測定する層厚によっても、 τ_c の値にバラつきが出ると考えておいた方がよい。

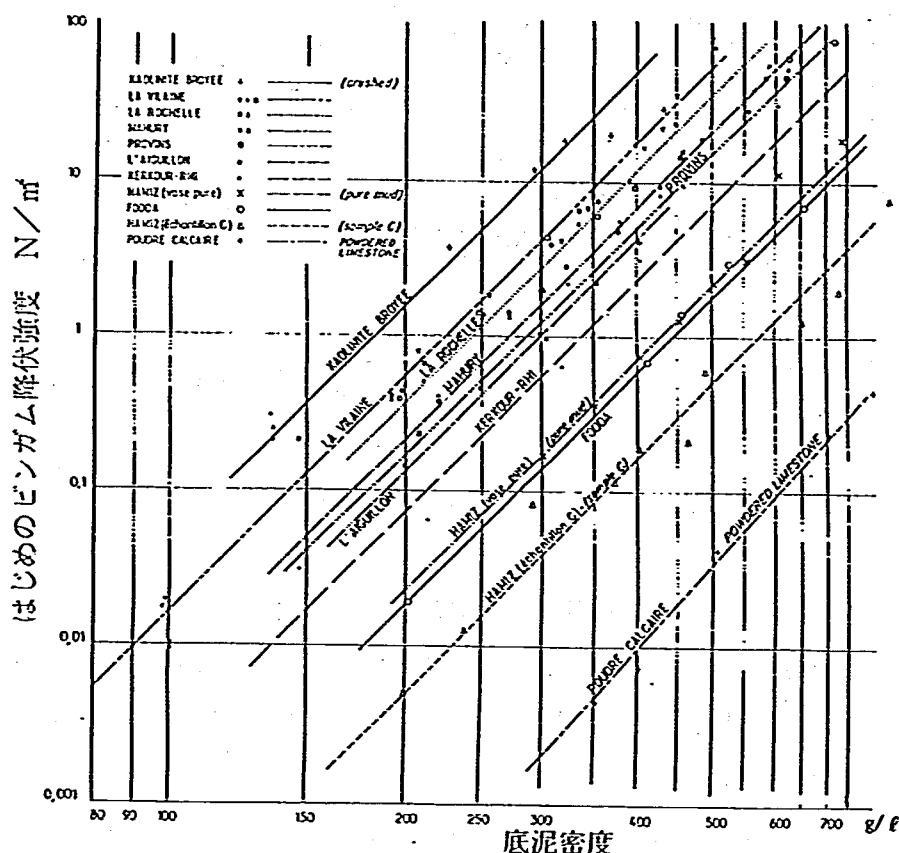


図5 底泥密度による底泥のビンガム降伏強度の変化¹⁵⁾

さて、限界掃流力とビンガム降伏強度との関係については、R.C.Gularte⁹⁾が図6を得ている。パラメーターは塩分濃度である。測定値はバラついているが、Gularteは線型的関係をあてはめている。塩分濃度が零の場合の関係式を示せば次のようである。

$$\tau_c = 3.39 \times 10^{-5} \tau_y + 0.545 \quad (24)$$

ここに、 τ_c 、 τ_y ともに単位は dyn/cm^2 である。Gularteの研究対象の粘性土の含水比が50~80%、ビンガム降伏強度が200~11000 dyn/cm^2 であって、必ずしも軟らかい粘性土ではない。しかもビンガム降伏強度が1000 dyn/cm^2 以下のところでは限界掃流力の大きさが散らばっているように見える。また、これまでの検討から見て、 τ_c が τ_y と線型的な関係にあることは納得できても、 τ_y の係数の大きさについては説明が難しいと思われる。

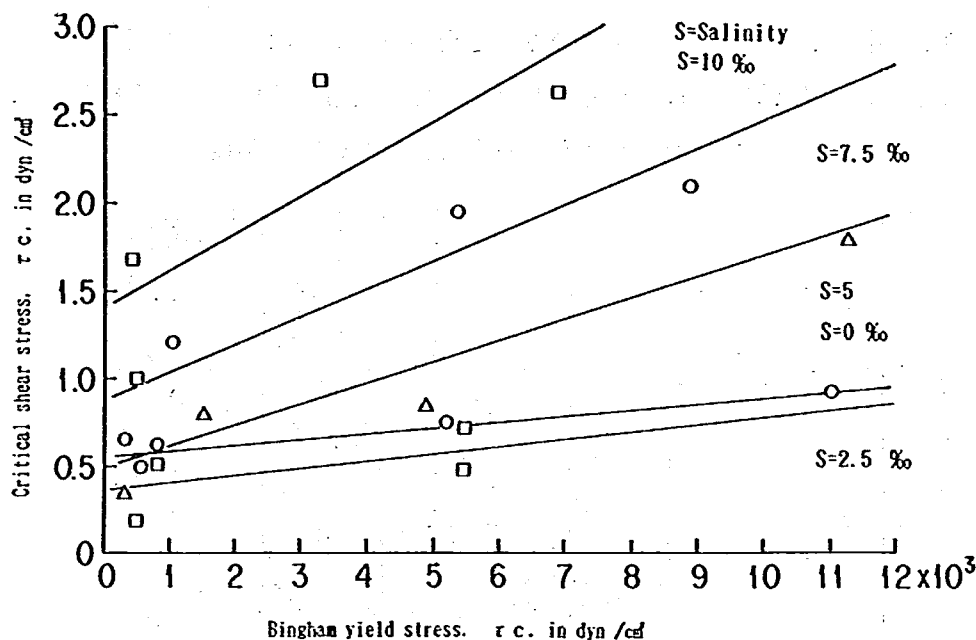


図6 ビンガム降伏強度と限界掃流力との関係⁹⁾

次にMigniotの図2をみると、ビンガム降伏強度 $1.5 \text{ N/m}^2 (=15 \text{ dyn/cm}^2)$ 以上では、 τ_c は τ_B に比例する。その比例定数は $0.256 (\tau_c = 0.256 \tau_B)$ となる。この係数についてOwenは、Migniotによる τ_c は限界掃流力の実際の値の約2倍の大きさであったと述べている。式(20)をこの場合に適用できるとすれば、比例定数の間には5倍以上の差がある。

一方、ビンガム降伏強度が 1.5 N/m^2 より小さい場合には τ_c は $\sqrt{\tau_B}$ に比例するという実験結果を得ている。その比例定数は $0.316 (\tau_c = 0.316 \sqrt{\tau_B})$ である。

また、大坪²²⁾の流送限界に相当する限界掃流力とビンガム降伏強度との関係は

$$\tau_c = 0.27 \tau_y^{0.56} \quad (25)$$

であり、Migniotときわめて近い。

式(14)との類似性により、同式の比例定数との一致度を検討してみる。式(13)の比例定数は $\mu / (d \sqrt{\rho_w / 2 \cdot C_D})$ であるから、 $\mu = 0.0114 \text{ g/cm} \cdot \text{s} (15^\circ\text{C})$ 、 $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$ 、 $C_D = 24 \sim 0.7$ 、 $d = 100 \mu\text{m}$ (フロック) とすると、 $\mu / (d \sqrt{\rho_w / 2 \cdot C_D}) = 0.329 \sim 1.926$ となる。Migniotや大坪の係数に近い値が得られる。

表面侵食の限界掃流力を理論的に解析して、その表面せん断力による降伏強度との関係はつぎのように表せることを導いた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{*c}d}{\nu} \leq 1 & \quad \text{で} \quad \tau_c = 0.083\tau_y \\ 1 < \frac{u_{*c}d}{\nu} \leq 6.83 & \quad \text{で} \quad \tau_c = \frac{\mu}{d\sqrt{\frac{\rho_*}{2}C_D}}\sqrt{\tau_y} \\ 51.1 \leq \frac{u_{*c}d}{\nu} & \quad \text{で} \quad \tau_c = \frac{1}{\frac{1}{2}C_DM^2}\tau_y \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

既知の理論を使って、表面侵食を受ける基本粒子あるいはフロックが層流底層の内部にあるか、外部にあるかに着目して得られたものである。

τ_y の大きい底泥について Migniot の得た $\tau_c \propto \tau_y$ の関係は、流速をある程度以上に大きくしなければ表面侵食が生じないことに相当し、式(26)の最下段の式に類似である。

$\tau_y \leq 15 \text{ dyn/cm}^2$ の底泥の限界掃流力について Migniot の得た $\tau_c \propto \sqrt{\tau_y}$ の関係は、基本粒子あるいはフロックが層流底層内で表面侵食を受ける時の関数形に類似である。大坪は $0.08 < \tau_y < 5 \text{ dyn/cm}^2$ のビンガム降伏強度の底泥に対して $\tau_c \propto \tau_y^{0.56}$ の関数(流送限界)を得ているが、これは Migniot の $\tau_y < 15 \text{ dyn/cm}^2$ の範囲に含まれる。

一方、より小さな砂粒 Reynolds 数では再び $\tau_c \propto \tau_y$ の関数形になるが、こうした場合の実験値はまだ得られていないようである。

Migniot の図 2 では、実験値の得られた Reynolds 数が付記されていないので、同図と式(26)とのこれ以上の対応は分からない。そのため Migniot の実験値を読みとり、Reynolds 数などを推定して、式(26)との対応をできる範囲で調べてみることにする。

図 2 より u_{*c} 、 τ_y を読みとり、また Migniot の論文より 50% 粒径 d_{50} を求める。 d_{50} は分散剤を使用して得た粒度分布から求められており、La Vilaine (estuary の底泥、イライト、カオリナイトそれぞれ 50% ずつの組成) $1.6 \mu\text{m}$ 、Mahury (estuary、カオリナイト 60%、イライト 40%) $0.9 \mu\text{m}$ 、Provins (自然の粘土、カオリナイト) $0.7 \mu\text{m}$ 、L'Aiguillon (海性の底泥、イライト 65%、カオリナイト 35%) $0.85 \mu\text{m}$ 、Hamiz (ダムに堆積した軟泥) $0.6 \mu\text{m}$ 、Fodda (河川の軟泥、カオリナイト 29%、イライト 26%、モンモリロナイト 21%、クロライト 24%) $0.65 \mu\text{m}$ 、Provins + pyro (粘土を乾燥させ粉にしたもの、カオリナイト) $0.3 \mu\text{m}$ である。これらの微粒子はフロックをつくり、フロックの大きさは静水中の沈降速度から計算される。Migniot はフロックの 50% に相当するサイズの沈降速度 W_{f50} と、 d_{50} に相当する W_{d50} との比 $F = W_{f50}/W_{d50}$ をフロッキュレーション因子(flocculation factor)と定義して図 7 を得ている。

Stokesによると

$$W_{d50} = \frac{1}{18} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot \frac{\rho_d - \rho_w}{\rho_w} \cdot d_d^2$$

$$W_{f50} = \frac{1}{18} \cdot \frac{g}{\nu} \cdot \frac{\rho_f - \rho_w}{\rho_w} \cdot d_f^2$$

の関係がある。ここに、添字 d, f はそれぞれ基本粒子およびフロクを意味している。ρ_d と ρ_f の差については触れられていないので、一応 ρ_d = ρ_f として処理すると、

$$F = \frac{W_{f50}}{W_{d50}} = \frac{d_f^2}{d_d^2}$$

となり、結局

$$d_f = \sqrt{F} \cdot d_d$$

が得られる。図7のFの値を読みとって各底泥について d_d √F = d₅₀ √F の値を計算すると、フロクの大きさを示す指標となる。計算表を示すと表2のようになる。

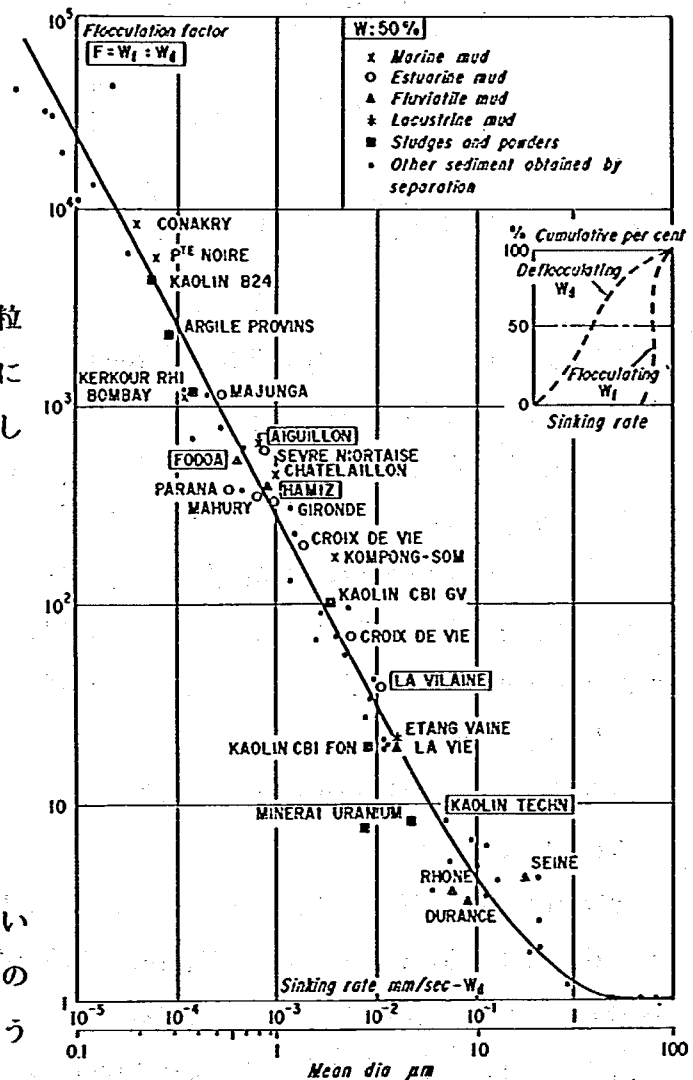


図7 フロッキュレーションに及ぼす粒径の効果

表2 フロクの大きさの推定

底 泥 名	d ₅₀ (μm)	√F	d ₅₀ √F (μm)
Fodda	0.65	23.0	15
LaVilaine	1.6	6.32	10.1
Mahury	0.9	18.4	16.6
Provins	0.7	48.0	33.6
L'Aignillon	0.85	25.1	21.3
Hamiz	0.60	19.5	11.7

式(26)の砂粒Reynolds数の中の d として $d_{50}\sqrt{F}$ を使うことにすると新しい砂粒Reynolds数 R_{e*} はとな

$$R_{e*} = \frac{u_* d}{\nu} = \frac{u_* \cdot d_{50} \sqrt{F}}{\nu}$$

る。上式で定義される R_{e*} と τ_* とを使用して図2を書きかえると図8が得られる。

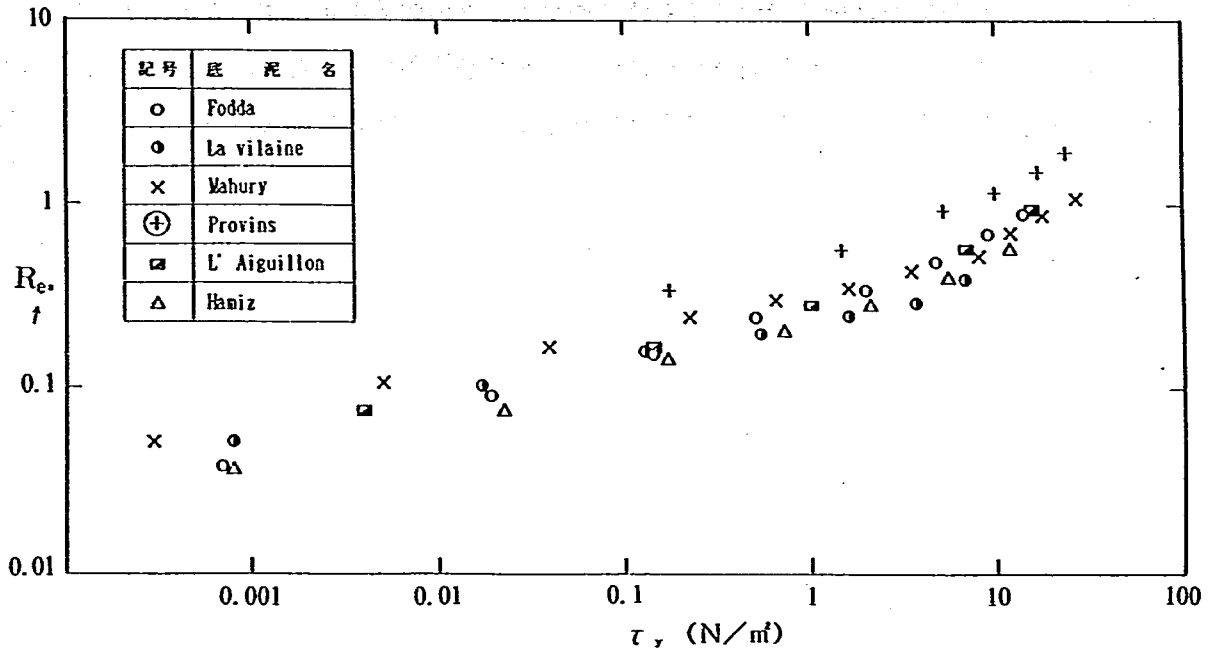


図8 R_{e*} と τ_* の関係

図8によると $R_{e*} = 0.3$ 付近で折れ曲がる様子が現れているが、式(26)に示すほど明確な境界を示すことはできない。この理由の1つとして、 $\rho_s = \rho_f$ と処理したことが挙げられる。ブロックを形成した時の見かけの密度 ρ_f が仮りに $\rho_f = 1.01$ であったとすれば、 $\rho_s = 2.65$ として、 d_f の大きさは $\sqrt{F}$ 以外にさらに $\sqrt{1.65/0.01} = 12.8$ 倍となる可能性もあるのである。顕微鏡を用いた d_f の直接測定が望まれるところである。

楠田・山崎・田中・栗谷⁴⁶⁾は、底泥として活性汚泥を用い、河床表面がゆっくりと巻き上げられる水理状態で観察した。彼らの観察によると、直径1~2mm前後のブロックが筋をなして転動しながら下流方向に流れていく、という。実に巨大なブロックである。このことは、表2の $d_{50}\sqrt{F}$ の代表値を $20\mu m$ と仮定すれば、1mmの巨大ブロックの場合には、 $1mm/20\mu m = 50$ 倍、2mmの場合には $2mm/20\mu m = 100$ 倍であるから、前記の砂粒Reynolds数が50~100倍されねばならないことを示している。これらの場合には当然図8の縦軸が50~100倍にされねばならない。このあたりのミクロの現象についてはまったく未知といっても言い過ぎではない。

また、 τ_* の大きな底泥(含水比の小さな底泥)の場合には河床表面をコテ仕上げにせざるを得ない。

コテ仕上げをすると d_{50} 以下にあたる相当粗度が変化することが報告されている²⁰⁾。推測の域を出ないけれども、河床面上で流れに露出したブロックの大きさを直接測定する方法を開発するか、あるいは何故直径 1~2 mm の巨大ブロックで剝離するかについての力学的な理由づけが望まれる。

以上に検討したように、式(26)、およびそれまでの諸式における R_{∞} の値は、底泥表面から実際に離脱するフロックの直径および見かけの密度に関係するから、これらの諸量を実験的に求めてはじめて、式(26)の適用範囲が定まることとなる。

同時に、この節で考察したのは、基本粒子やフロックの離脱可能性を検討したのにすぎない。流水の作用により底泥表面から単位時間にはく離する基本粒子やフロックの個数を定義することによってはじめて、限界掃流力が定まることとなる。単位時間当たりのはく離個数を定義することは、たとえば式(26)の各等式における係数を変えることを意味する。このような意味で今後の実験的な確認が待たれるところである。

第4節 底泥の破壊限界に関する研究

(1) 破壊時の底泥表面の波動

図9はモンモリロナイト成分の多いテムズ川の底泥を用いて、環流型水路での洗掘実験の結果得られた浮遊濃度の時間推移曲線である¹⁷⁾。浮遊状態から堆積させ、3日間経過した河床である。実験中の15時50分から16時にかけてと、17時30分から同40分にかけての2回、流量を増加させている。それ以外の時刻は一定流量である。浮遊濃度は流量増加に少し遅れて上昇しはじめ、その後、ほぼ一定の濃度を維持する。同図には河床摩擦速度 u_{*B} の2つの測定値の推移も記してある。

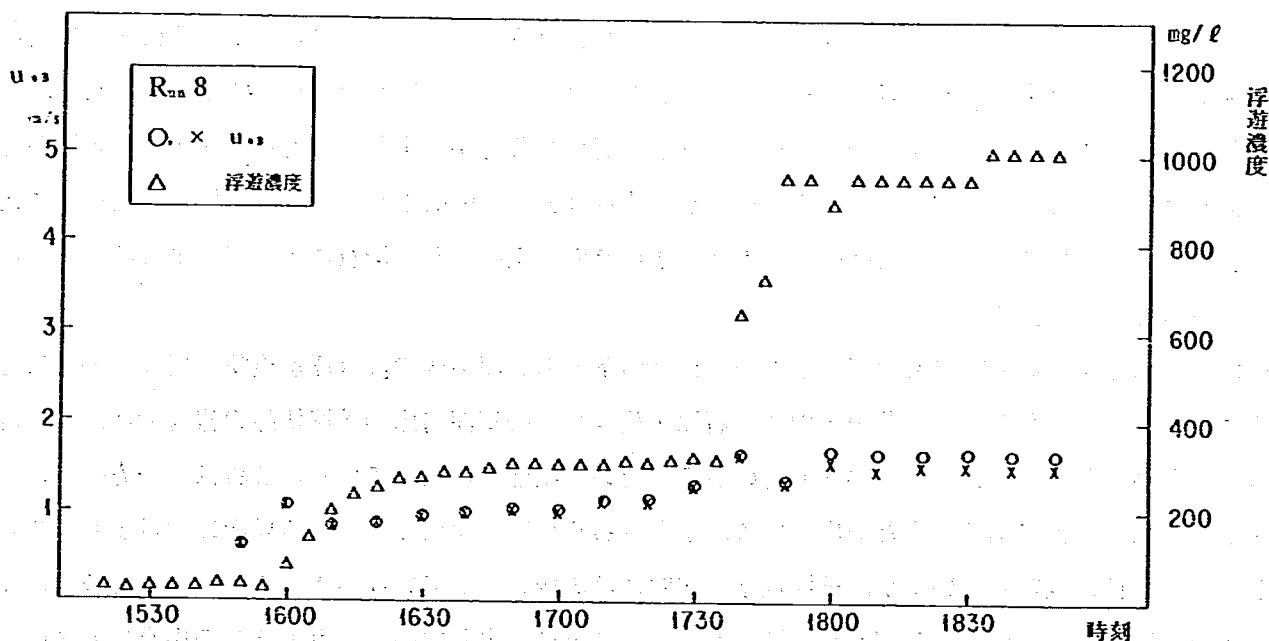


図9 河床面破壊にともなう濃度の増加

同図からつぎのことが分かる。①掃流力の変化に対する浮遊濃度の増加は素早い。緩慢な洗掘の表面侵食とは認めがたい。②濃度の一定の状態が存在する。③濃度増加量は1回目と2回目とで2.5倍の差がある。環流型水路なので河床洗掘深さにも2.5倍の差があるはずである。④流量を増加すると、浮遊濃度の増加以前に、圧力水頭の測定区間長5.483m（試験区間はこの内部に含まれる）間の河床抵抗が増加し、その後落ち着く。河床面に何らかの粗度増加要因がある。

上の①～④に対して、次の4つの解釈が考えられる。①洗掘が生じ、高原濃度は洗掘量と沈降量のバランスを示す平衡濃度である。②洗掘が生じ、強度の大きい新たな河床面が露出したため、その後洗掘が停止したもの。浮遊物の沈殿は生じていない。③表面に破壊現象が生じ、強度の大きい新たな河床面が露出したため、破壊が停止したもの。浮遊物の沈殿は生じていない。大きい掃流力の下で生ずる破壊層厚は、小さい掃流力で生ずるそれよりもはるかに大きい。④粗度増加要因は底泥表面波を考えれば明解に説明できる。

いずれの現象認識や解釈が合理的か、あるいは別の解釈があるのかは、前述のKroneおよびPartheniades以来の問題であり、決定的な証拠はまだ見つけられていない。

そこで、村岡・赤井・大木¹⁹⁾が「表面が全面にわたってはがれ出し、黒色の泥雲となって底面に沿って流下する」と観察した掃流状態について検討することとする。その後、同様な掃流状態についていくつかの報告があったが、とりわけ大坪・村岡・高野²⁷⁾はこの状態について貴重な実験観察を報告するとともに、「破壊限界」という考え方を導入した。破壊限界直前には縦縞模様や進行波からなる波状河床を形成するのが特徴であるが、カオリンは波状河床を形成することなく破壊にいたるという。このような急激な洗掘とその後洗掘のない状態が続けば、環流型水路においては当然図9のような浮遊濃度の推移をとることになる。面白いことに、破壊が生じて同一水理条件を継続している限り、その後の濃度減少（沈澱）が見られないのである。すなわち破壊しすぎることがないようなのである。なお、破壊時に一挙に流送される現象については次のように説明される。すなわち、表面からある厚さの層が破壊したとすれば、これは底泥がある大きさのフロックに分解され、フロック間の粘着力が消失したことを意味する。表層の見かけの密度は $1.05 \sim 1.07 \text{ g/cm}^3$ であるから、その水中比重は $0.05 \sim 0.07$ となる。土砂の場合の約1.65に比較すると約 $1/30$ の値である。これは従来の土砂の水理学の知識により、流れによって一挙に流送される可能性があることは明白である。

その後、海岸工学の分野において、水面波の存在の下での底泥河床の洗掘浮遊現象の研究が盛んに行われるようになった。なかでも、柴山・中西・石原・佐藤³¹⁾の底泥河床の破壊状態の報告では、波状河床の形成は当然として、「ある厚さの底泥層の破壊」という状態を観察している。これは、一方向流による破壊とまったく類似である。また矢内³⁵⁾は、水とやわらかい底泥河床のつくる界面におけるリップルの安定限界の解析に成功しているが、破壊現象の解明には直接到達していないようである。なお彼は、カオリン海床の場合にも表面のヒビ割れが破壊につながることを報告している。カオリンの場合にも波動が発生し得る証拠である。

そこで本節では底泥表面の破壊機構および破壊層厚について基礎的研究を進めるため、破壊が生ずる時の底泥上の表面波、しかも、鉛直方向の振動成分を有する表面波を検討することとする。縦縞については取り扱わない。このような表面波には、水の波（水面波や界面波）や地震波動の取り扱いがある。

密度流における界面波についての研究は近年大いに進展した。底泥表面に生ずる表面波の研究によってきわめて示唆に富む報告が多い。日野・Nguyen Son Hung・中村⁴¹⁾は「界面波が存在しないと見なせるほど波高の非常に小さい状態を示す期間と波高のかなり高い状態を示す期間が交互に発生する」と述べているが、これは栗谷・楠田・田中²⁶⁾の底泥波動の観察に近く、全面的な発生の前駆現象にきわめて類似である。室田・平田⁴⁹⁾のシュリーレン法を用いた界面現象の観測結果や、内部波のうち波速の大きいリップル波動の挙動とReynolds数との関係は興味深い。吉田・西田・田城⁵⁰⁾および田城・吉田⁵¹⁾の「SVAを伴うIGW」は底泥表面に見られる波速の遅い表面波に類似である。しかし、田城・吉田・米谷⁵²⁾の大規模剪断渦になると、含水比の高い液体状の底泥ではともかく、流送実験を行う通常の底泥表面にはみられない。

柴山³¹⁾は底泥を粘弾性体として解析したが、含水比200～800%のペントナイトの挙動解析にあた

り、結局底泥のせん断定数を零とおいた。したがって、底泥表面の破壊現象には実験的にしか踏みこめなかったし、また、底泥層内の応力分布には、解析的にも実験的にも到達しなかった。柴山らのつぎの論文³²⁾の多層粘弾性体モデルは浮遊現象解明に使用され、やはり、底泥層内の応力分布と破壊現象との関連は検討されていない。底泥表面の波動にともなう底泥層内の応力分布「歪や応力」と破壊現象には密接な関係があると考えられるが、従来の研究には見あたらないようである。

(2) 二層流の不安定性による破壊限界の検討

図10のように密度、流速および水深がそれぞれ異なる二つの流体が水平の境界面をなして流れている場合を考える。この時、境界面に生じた内部波の波速 C は、鶴⁵³⁾によると次式のように与えられる。

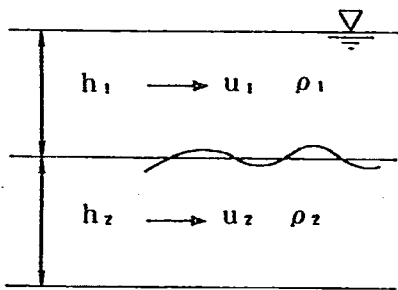


図10 二層流の定義図

$$C_{\pm} = \frac{u_2 a_2 + u_1 a_1}{a_2 + a_1} \pm \sqrt{\frac{\beta}{a_2 + a_1} - \frac{(u_2 - u_1)^2 a_2 a_1}{(a_2 + a_1)^2}} \quad (27)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \rho_1 \coth k h_1 \\ a_2 &= \rho_2 \coth k h_2 \\ \beta &= (\rho_2 - \rho_1) g / k \\ \varepsilon &= (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1 = \Delta \rho / \rho_1 \\ k &= 2\pi / L \\ C_0^2 &= \beta / (a_2 + a_1) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

さらに、 L : 内部波の波長、 g : 重力加速度、 C_0 : $u_1 = u_2 = 0$ の時の内部波の波速、および $C_{\pm}$: 進行波および後退波の波速、である。

C がもし複素数であれば、その虚数部は波高を時間とともに増大させる要因となるので、式(27)の安定条件は

$$(u_2 - u_1)^2 \leq \frac{\beta(\alpha_2 + \alpha_1)}{\alpha_2 \alpha_1} \quad (29)$$

となる。不等式右辺をより明瞭にすると、

$$\frac{\beta(\alpha_2 + \alpha_1)}{\alpha_2 \alpha_1} = \frac{g}{k} \left\{ \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} (\tanh kh_2 + \tanh kh_1) + \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon} \tanh kh_1 \right\} \quad (30)$$

であるから、 ε が 1 に比べて十分小さければ、 $\varepsilon / (1 + \varepsilon) \approx \varepsilon (1 - \varepsilon) \approx \varepsilon$ とでき、また ε の 2 次の項を無視すると、結局

$$\frac{\beta(\alpha_2 + \alpha_1)}{\alpha_2 \alpha_1} \approx \frac{\varepsilon g}{k} (\tanh kh_2 + \tanh kh_1) \quad (31)$$

を得る。内部波の安定条件については kh_2 、 kh_1 および ε の大きさについての場の条件により、表 3 の安定条件(1)に示す表現ができる。

表 3 場の条件による内部波の安定条件の表示

場の条件	安定条件 (1)	安定条件 (2)
$\varepsilon \ll 1$	$(u_2 - u_1)^2 \leq \frac{\varepsilon g}{k} (\tanh kh_2 + \tanh kh_1)$	$F_{i1}^2 \leq \frac{1}{kh_1} (\tanh kh_2 + \tanh kh_1)$ $F_{i2}^2 \leq \frac{1}{kh_2} (\tanh kh_2 + \tanh kh_1)$
kh_2, kh_1 : 十分大	$(u_2 - u_1)^2 \leq \frac{g}{k} \frac{\rho_2^2 - \rho_1^2}{\rho_1 \rho_2}$	
kh_2, kh_1 : 十分大 $\varepsilon \ll 1$	$(u_2 - u_1)^2 \leq \frac{2\varepsilon g}{k}$	$F_{i1}^2 \leq \frac{2}{kh_1}$ $F_{i2}^2 \leq \frac{2}{kh_2}$
kh_2, kh_1 : 十分小	$(u_2 - u_1)^2 \leq \frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 \rho_1} (\rho_1 h_2 + \rho_2 h_1)$	
kh_2, kh_1 : 十分小 $\varepsilon \ll 1$	$(u_2 - u_1)^2 \leq \varepsilon g (h_2 + h_1)$	$F_{i1}^2 \leq 1 + \frac{1}{h_1/h_2}$ $F_{i2}^2 \leq 1 + \frac{h_1}{h_2}$

さて、下層流体としてきわめて軟弱で流体的性質を持つ底泥層を考えると、 $u_2 = 0$ とおけるものとする。そして次の2つの内部フルード数を定義する。

$$F_{i1} = \frac{u_1}{\sqrt{\varepsilon g h_1}}, \quad F_{i2} = \frac{u_1}{\sqrt{\varepsilon g h_2}} \quad (32)$$

すると式(3.31)の安定条件は

$$\left. \begin{aligned} F_{i1}^2 &\leq \frac{1}{k h_1} (\tanh k h_2 + \tanh k h_1) = \frac{1}{\mu_1} \left(\tanh \mu_1 \frac{h_2}{h_1} + \tanh \mu_1 \right) \\ F_{i2}^2 &\leq \frac{1}{k h_2} (\tanh k h_2 + \tanh k h_1) = \frac{1}{\mu_2} \left(\tanh \mu_2 + \tanh \mu_2 \frac{h_1}{h_2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となる。ここに、 $\mu_1 = k h_1$ 、 $\mu_2 = k h_2$ であり、表3の安定条件(2)の欄に記してある。 F_{i1} および F_{i2} による安定条件は図11及び図12に示されている。これらの関係は、二層流の相対速度がある値をこえると境界

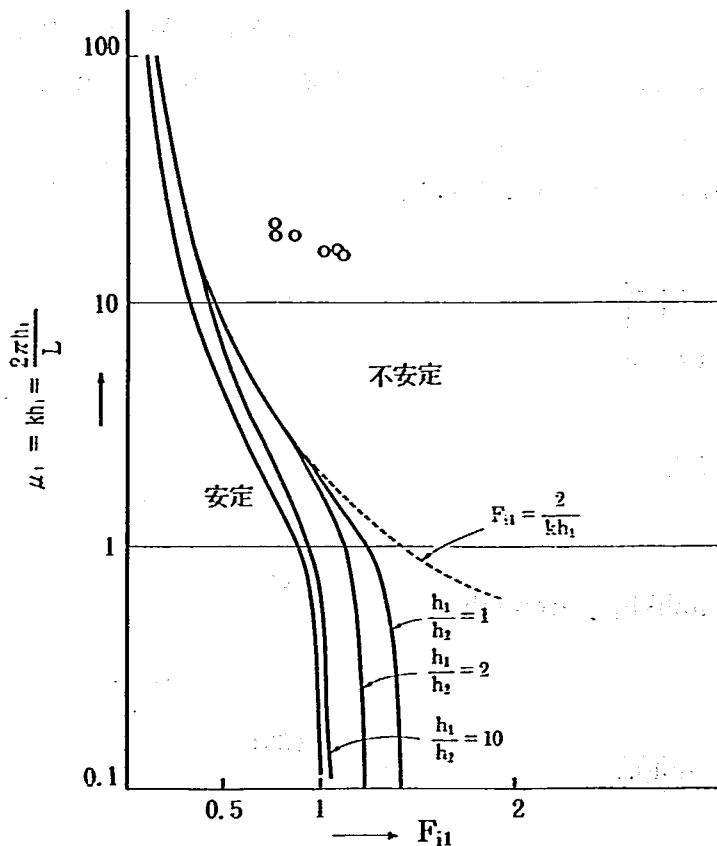


図11 μ_1 と F_{i1} の関係

面が不安定になり、両層の間で混合が生じ始めることを示し、その限界条件が h_1 、 h_2 、 ε 、および k ($= 2\pi/L$)に関係することを示すものである。 $\varepsilon \ll 1$ とおけるような流体的性質を持つ底泥を使用し、かつ $h_1/h_2 > 3$ 程度の実験では、図11によれば、 $\mu_1 = k h_1 = 2\pi h_1/L < 1$ に対して $F_{i1} = 1.2$ 以下で安定である。すなわち、 $F_{i1} = 1.2$ 程度が限界状態である。 $\mu_1 > 1$ となるにつれて、限界の内部フルード数は減少して行くようである。

楠田・山崎・田中・栗谷¹⁶⁾は小型の直線水路を用いて活性汚泥の巻き上げに関する実験を実施している。実験中、汚泥表面全体にわたって波動が生じたときの掃流力を測定し、これを動的限界掃流

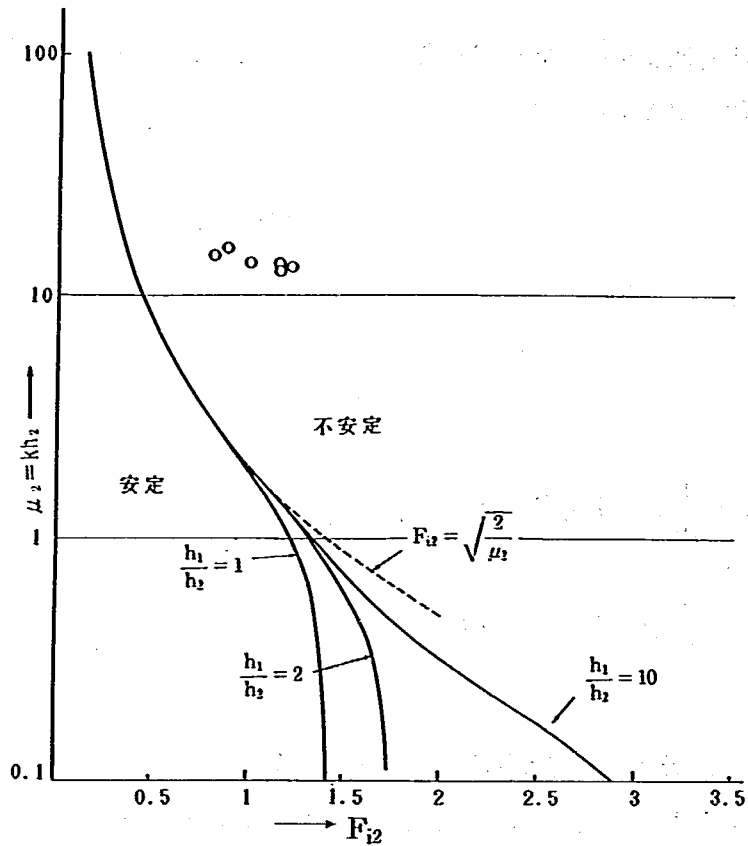


図12 μ_2 と F_{i2} の関係

力と定義した。このときの水理量を用いて式(33)および μ_1 、 μ_2 を計算し、図11、図12にプロットしてみた。

いずれの図においてもプロットは、不安定領域に大きくはいり込んでいる。6個の実験ケースに対して $L = 2$ cmの測定値が1個しかないことが問題であるが、仮りに L が変化したとしても、 L の変化は μ_1 および μ_2 に関係 — すなわち、○印のプロットが図上を上下する — するのみである。図11の限界曲線にプロットが乗ってくるためには $\mu_1 = 0.2$ 、すなわち $L \approx 20$ cm、とならなければならない。とすれば、楠田らが観察した6個の

実験ケースに共通する $L = 2$ cmの波は、内部波ではないと考えることもできる。ちなみに、楠田らの実験汚泥の水中の見かけの密度は $\Delta \rho = 0.013 \sim 0.016$ (g/cm³)であった。

式(27)において $u_2 = 0$ とし、さらに両辺を u_1 ($\neq 0$)で割ると、

$$\frac{C \pm}{u_1} = \frac{a_1}{a_2 + a_1} \pm \sqrt{\frac{\beta}{u_1^2(a_2 + a_1)} - \frac{a_2 a_1}{(a_2 + a_1)^2}} \quad (34)$$

限界状態の流速を $u_1 = u_{1c}$ と書くことにすると、

$$u_{1c}^2 = \frac{\beta(a_2 + a_1)}{a_2 a_1} = \frac{g}{k} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \rho_2} (\rho_1 \tanh kh_2 + \rho_2 \tanh kh_1) \quad (35)$$

$$\frac{C +}{u_{1c}} = \frac{a_1}{a_2 + a_1} = \frac{\rho_1 \tanh kh_2}{\rho_2 \tanh kh_1 + \rho_1 \tanh kh_2} \quad (36)$$

式(36)で ε が十分小さい場合には

$$\frac{C_+}{u_{lc}} = \frac{\tanh kh_2}{\tanh kh_1 + \tanh kh_2} \quad (37)$$

が得られ、図示すると図13のようである。 $\mu_2 = kh_2 < 1$ で、しかも h_1/h_2 の値が大きい場合には、 C_+ は相当に減少する場合があることが分かる。

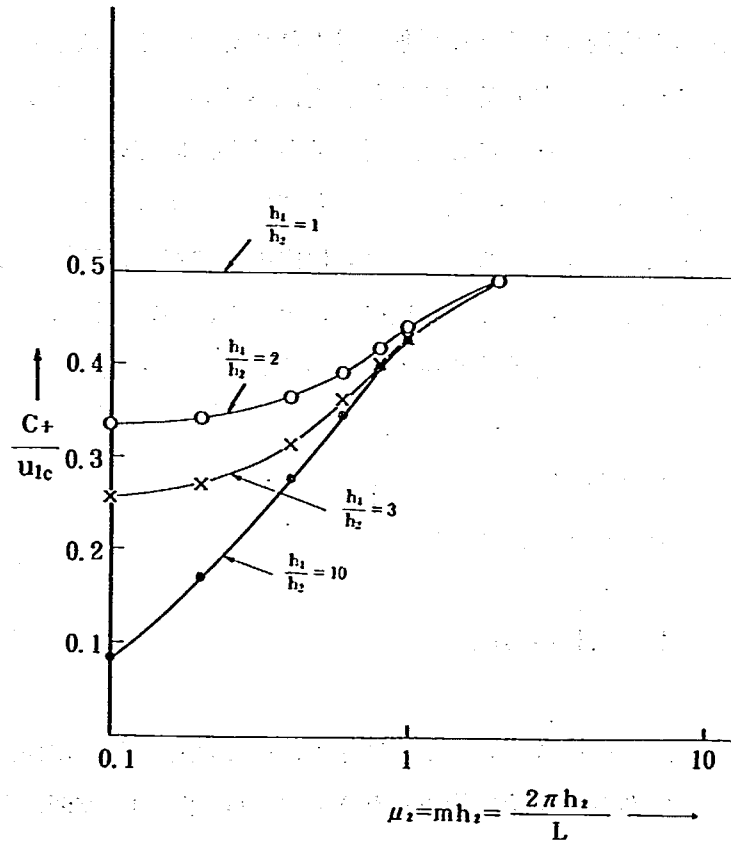


図13 $\frac{C_+}{u_{lc}}$ と μ_2 の関係

kh_2 , kh_1 がともに十分大で、しかも、 ε が十分小さい場合の波速と安定条件とは

$$\frac{C_{\pm}}{u_1} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon g}{2ku_1^2} - \frac{1}{4}} \quad (38)$$

$$u_1^2 \leq \frac{2\varepsilon g}{k} \quad (39)$$

限界状態では

$$u_{lc}^2 = \frac{2\varepsilon g}{k} \quad (40)$$

$$\frac{C_{\pm}}{u_{ic}} = \frac{1}{2} \quad (41)$$

となる。また式(39)より、あたえられた流速に対して到達しうる k の最大値 k_{max} は

$$k_{max} = \frac{2\epsilon g}{u_{ic}^2} \quad (42)$$

となる⁵³⁾。

さて、Keuleganは二層流の上層流速を徐々に増加させた時の界面現象を観察し、内部波の波高の増大の状況や、波のスティーブネスが大きくなり砕波する状況を調べている。やわらかい底泥の場合の内部波は、Keuleganの観察した砕波に到るまでの状況に類似と考えられるが、底泥の破壊限界における破壊的現象が二層流の場合に発生するの否かの決定的な現象は観察していないようである。

底泥の場合の「内部波」を比較的詳しく観察できたのは田中・栗谷・楠田⁵⁴⁾であり、ある程度系統的データを取った唯一の研究と考えられる。そのため彼らのデータについて検討してみる。田中らは資料整理にあたって次のようないくつかの無次元数を導入している。

無次元波数	$\alpha = k\nu/u_*$	}	(43)
Richardson数	$R_c = \Delta\rho/\rho_1 \cdot g\nu/u_*^3$		
無次元波速	$C = C'/u_*$		
Reynolds数	$R_e = H/2 \cdot \Delta U/\nu$		

ここに、 k ：波数、 ν ：水の動粘性係数、 u_* ：摩擦速度、 C' ：波速、 H ：水深、 ΔU ：円形回転水路の上蓋と河床面との相対速度、である。実験に使用した $\Delta\rho$ は0.00645、0.00695、および0.009の3種類で、きわめてやわらかい底泥である。

まず、無次元係数 α の中に含まれる波数 k については、田中らのデータがすべて限界状態のものと考えられるから、式(42)の k_{max} を使用してよいと考えられる。

すると

$$\alpha = \frac{k\nu}{u_*} = \frac{k_{max}\nu}{u_*} = \frac{2g}{u_{ic}^2} \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\nu}{u_*} = \frac{2g}{M^2 u_*^2} \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\nu}{u_*} = \frac{2}{M^2} R_c \quad (44)$$

ここに、 $M = u_{ic}/u_*$ である。上式より無次元波数 α とRichardson数 R_c とは一次関係にあることになる。田中らの求めた図14より係数 $M^2/2$ の値を求めると、 $M = 6.0 \sim 6.32$ となる。平均値として $M = 6.16$ と考える。田中らの円形回転水路では対数流速分布は成立しないと考えられるが、仮りに粗面についての対数流速分布をあてはめると、 $M = u_{ic}/u_* = 6.16$ は水深と相当粗度の比がほぼ1であることを意味する。河床表面に一樣に波動が生じた状態でも、水深と相当粗度との比が1にはならないが、相当粗度とし

ては相当に大きく評価されることは疑いない。

田中らの図14には ($R_c = 9.1$, $\alpha = 9.5 \times 10^{-2}$) というデータがある。この α の値は図15から見ると、 R_c の最小値 (約1000) で得られていることが分かる。このときには $M=13.8$ が得られる。

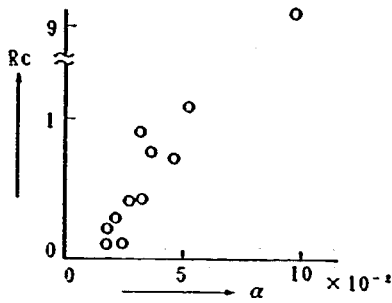


図14 R_c と α の関係⁵⁴⁾

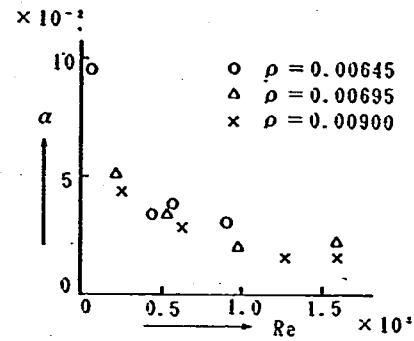


図15 α と R_c の関係⁵⁴⁾

また、 α に関する上式を別途に変形すると

$$\alpha = \frac{2g}{u_{lc}^2} \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\nu}{u_*} = \frac{2\varepsilon gh_1}{u_{lc}^2} \frac{\nu}{u_* h_1} = \frac{2\varepsilon gh_1}{u_{lc}^2} \cdot \frac{\nu}{u_{lc} h_1} \cdot \frac{u_{lc}}{u_*}$$

$$= \frac{2}{F_{il}^2} \cdot \frac{1}{R_{el}} \cdot M = \frac{2M}{F_{il}^2 R_{el}} = 2M\Theta^3 \quad (45)$$

$$\Theta = (F_{il}^2 R_{el})^{-\frac{1}{3}} \quad (46)$$

ここに、 Θ は Keulegan 数、 $R_{el} = u_{lc} h_1 / \nu$ である。また、式(44)と式(45)とから、

$$R_c = M^3 \Theta^3 \quad (47)$$

が得られる。したがって、田中らの得た図15は、縦軸を Keulegan 数にとったことに相当すると考えられる。

Keulegan 数については

$$\left. \begin{array}{l} \Theta \geq R_{el}^{-\frac{1}{3}} \quad \text{で安定} \cdots R_{el} < 450 \\ \Theta \geq 0.178 \quad \text{で安定} \cdots R_{el} > 450 \end{array} \right\} \quad (48)$$

とされている⁵⁵⁾。内部波の碎波が始まる時を限界状態と考え、 R_{el} によって2つの領域に区分されることを意味する。Ippenらの実験結果を加えた Θ と R_{el} との関係を鶴⁵²⁾より引用すると図16のようである。

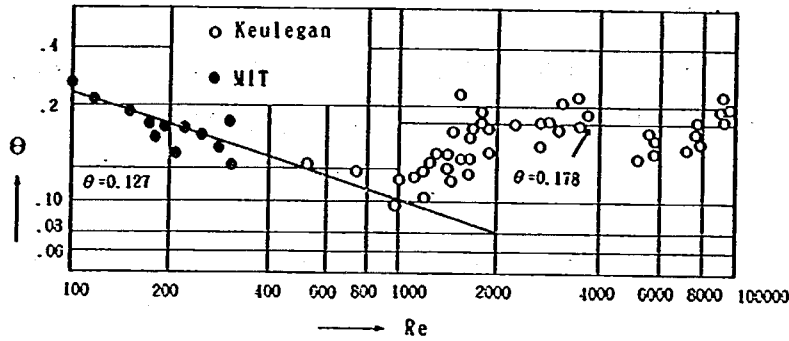


図16 θ と Re の関係⁵³⁾

田中らが得た図15の関係は、河床表面を波動が覆いつくした状態であるから、乱流状態と考えてよい。すると $\theta=0.178$ が限界値であるから、 $\alpha = 2M\theta^3 = 7 \times 10^{-2}$ となる。すなわち、田中らの実験の範囲では Reynolds数に関係なく $\alpha = 7 \times 10^{-2}$ の値が得られてよいものと考えられる。ただ、田中らの最小の Re に対して得られた $M=13.8$ を使うと、 $\alpha = 15.6 \times 10^{-2}$ と計算され、田中らの $\alpha = 10 \times 10^{-2}$ に近づくようである。田中らが得た $\alpha \sim Re$ の関係は、したがって、回転円形水路のため対数流速分布の適用が難しいことによるのかも知れないし、また密度流現象と底泥現象との違いを示すものかも知れない。

なお、前出の楠田・山崎・田中・栗谷⁴⁶⁾のデータについて所要の計算を行うと、Reynolds数=2160~2501(田中らのReynolds数の定義とは異なる)、 $u_* = 0.509 \sim 0.678 \text{ cm/s}$ 、 $M=12 \sim 15.2$ などに対して $\alpha = (4.63 \sim 6.2) \times 10^{-2}$ 、 $Re_c = 0.503 \sim 0.966$ 、 $\theta = 0.055 \sim 0.072$ と計算される。水理量の範囲が比較的せまい一部のデータしか計算できないが、Keulegan数が不安定領域に属し、また α の値は 7×10^{-2} より少し小さ目となっている。

つぎに、田中らの求めた図17はその縦軸が $C = C^+ / u_*$ である。波動の波速 C^+ が式(37)の C_+ に相当するものと考えると、

$$C = \frac{C^+}{u_*} = \frac{C_+}{u_*} = \frac{C_+}{u_{1c}} \frac{u_{1c}}{u_*} = M \cdot \frac{C_+}{u_{1c}} \quad (49)$$

と変形できる。 C_+ / u_{1c} の値は最大で0.5であるから、前述のように $M=6.16$ であれば C の最大値は3.08となる。図17より最大の Re で $C \approx 4$ であるものの、広い範囲の Re に対する C の変化を説明できない。 $Re = H/2 \cdot \Delta U / \nu$ と定義されているので、 $u_{1c} \propto \Delta U / 2$ 、 M がほぼ一定と考えると $C = MC_+ / u_{1c} \propto C_+ / Re$ となる。このことと図17の傾向とを見くらべると、むしろ C_+ の値が一定値に近い現象が生じているように思える。

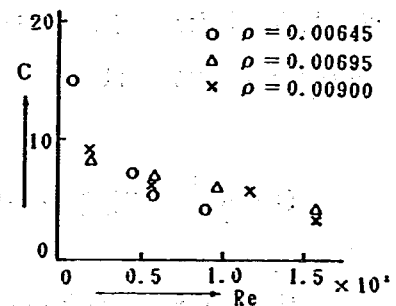


図17 C と Re の関係⁵⁴⁾

密度流における内部波の不安定理論により、楠田ら⁴⁶⁾や田中ら⁵⁴⁾の底泥表面の波動データを検証した。安定・不安定の限界状態(底泥表面全体にわたって波動が生じた時と定義した)と考えられる状態で

の底泥波動について、その波数や波速を内部波理論から説明することが難しいようである。しかし、逆に、内部波ではないとする決定的な説明もできない。実際、密度がきわめて小さく流体に近い底泥も存在し得るのであろうから、かかる底泥は内部波的な挙動をし、また内部波のような混合過程（砕波現象を含む）をとることを否定することはできない。滝・岡²⁴⁾ が含水比1100%のベントナイト河床を用いた実験がまさにこれに該当しよう。

しかし、本章で検討している底泥の破壊限界は、底泥表面に波動が生じた直後に、ある厚さの底泥層が一挙に破壊する現象である。このような破壊現象は密度流理論ではかつて検討されたことがないと思われる。またこの破壊現象は、流体運動 — 歪がいくらでも増大し得る — による破壊というよりは、変形の大きさがその限度を超えたために発生する破壊 — すなわち弾・塑性体としての破壊 — とした方が現実的と考えられる。

(3) ゲルおよび粘性土の破壊について

底泥の凝縮、圧密がある程度進行すると、それまでの液体としての性質から、外力に対する抵抗すなわち弾性体としての性質を示すようになる。中川・神戸⁵⁶⁾ によると、ゲルが濃厚溶液と違う点は著しい弾性を有することであるという。多量の水を含むけれども弾性的で、たとえば、ナイフで切ることができるが流動はしない。

ゲルの内部構造に関しては種々の説があり、図18の蜂の巣構造や綿毛構造⁵⁷⁾ である。底泥のゲルが構造をつくり、その構造の間を水が満たしている。かかる構造であれば、底泥物質が固い弾性体であっても、壁構造の厚さが薄いので、全体として弾性率の小さい弾性体として振る舞うことになる。ゲルのように圧縮によって離漿(Syneresis)を起こす⁵⁸⁾ 場合には、にじみ出てきた液体を除けば、見かけの体積は著しく減少する。つまり圧縮性が大きい。

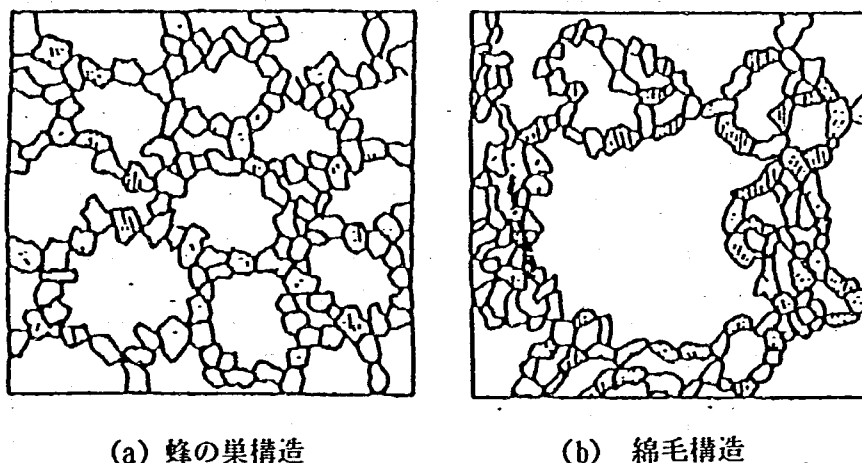


図18 蜂の巣構造と綿毛構造⁵⁷⁾

物質は、歪がある程度大きくなると破壊する。多くの固体は小さい応力の下では弾性を示し、ある応力以上で流動をはじめめる。ここでいつまでも応力をかけていると破壊する。このような破壊の仕方は塑性破

壊と呼ばれる。一方、もろい物質の場合には、弾性変形からいきなり破壊する。このような破壊は脆性破壊と呼ばれる。切り欠きをつくって応力を集中させると脆性破壊が起こりやすくなる。応力を早く大きくして破壊させると脆性が起こりやすく、ある限界までゆっくり応力をかけてゆくと、ネッキングを起こして破壊する。材料に反復して応力を与えたとき、遂に破壊してしまうのは疲労と呼ばれる。1回の振動の間に生じた破壊要因（クラックなど）が、くり返し振動を与えることによって次第に蓄積されて、破壊にいたる。

さらに、異常粘性の傾向を底泥は有する。異常粘性は通常は外力の増加とともに粘性の低下する現象⁵⁹⁾であるが、さらに時間とともに変化する効果が重なっている場合がある。物質によっては、粘度の少ないゾル状態と固形性の強い塑性ゲルの状態とが、攪拌と放置によって可逆的に変換する場合がある。塑性が回復するためには適当な時間経過が必要であって、このような現象をチキソトロピーという。Migniotの経験¹⁵⁾については前述した。異常粘性とチキソトロピーとはよく似た概念であるが、異常粘性には時間の効果がはいらないうところが異なる。

動的外力にともなう土の動的性質を簡潔に示したのに石原⁶⁰⁾による表4がある。歪の大きさが 10^{-4} 以下では波動・振動という動的挙動を示し、力学的性質は弾性と仮定して差し支えない。 10^{-4} 以上になると「き裂」が生じ永久変形が残存する。波動のような繰返し効果や速度効果が顕著になり、破壊の目安になるのは 10^{-3} 以上の歪である。 10^{-2} 以上の歪では破壊が生ずる。歪が数%をこえると原形をとどめることができなくなって破壊する。また、周囲が拘束されていると液状化が起こる。土のダイレタンスが生じはじめる最小の歪は 10^{-3} とされている。

表4 歪の大きさによる土の性質の変化⁶⁰⁾

ヒズミの大きさ		10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹
現象		波動、振動			き裂、不等沈下		スベリ、 締固め、液状化
力学的特性		弾性			弾塑性		破壊
定数		せん断定数、ポワソン比、減衰定数					繰返し効果、速度効果 内部摩擦角 粘着力
原位 置換 測定	弾性波探査	-----					
	起振機試験	-----					
	繰返し載荷試験	-----					
室内 測定	波動法	-----					
	共振法	-----					
	繰返し載荷試験	-----					

(4) 動的応力作用下の多孔質弾性体の挙動

(i) 多孔質弾性体の運動方程式とその特徴

ゲル状態の底泥表面上を、定常一方向流が流れている場合を考える。ここにいう動的応力とは、底泥表面上の定常流から底泥に対してもたらされる不規則的、および規則的な種々の擾乱を指す。こうした擾乱には掃流力や種々の乱れがあり、河床面に作用して河床面の変位・変形が生じ、また河床面を通して底泥内部にも変位・変形が生ずることになる。

レオロジー的にみるとすれば、まず底泥の物体自身による性質では、含水比が大きければ底泥は液体的性質を発揮し、含水比が小さくなるにつれて弾性的・固体的性質を発揮するようになる。両者の明確な境界は通常は存在せず、境界付近ではむしろ両者の性質をあわせ持つものと考えられる。弾性的性質を発揮する含水比の段階では、小さい応力では弾性を、非常に大きい応力では塑性を、それぞれ発揮する。一方、底泥物質の緩和時間 τ_m (物質に一定歪をあたえたとき、応力がはじめの $1/e$ に減るまでの時間、ここに $e=2.718$ である) よりもはるかに短い時間内に観測すれば底泥は完全弾性固体として挙動し、 τ_m に比べてはるかに長い時間にわたって観測すれば物体は純粘性液体としてふるまう。また、 τ_m と同程度の観測時間で観測すれば粘弾性体のように振舞う⁶¹⁾。

限界掃流力の実験中に観察され、報告された底泥の表面波についてのデータは少ないものであるが、これらの中には、底泥の液体的性質の下における表面波や弾性的性質の下におけるものとが混在しているはずである。液体的性質のもとでの表面波についてはこれまで検討してきたところであるので、ここでは弾性的性質によると見られる表面波を対象にして、その波動による底泥表面(層)の破壊機構について検討することとする。

さて、河床表面近くの底泥は水で完全に飽和されていると考えることができる。このような底泥河床に力が加わった場合、その変形は骨格をつくる底泥の性質のみでは決まらず、水(間げき水)との相互作用が大きな効果を持つことになる。固体と液体とからなる多孔質の力学的挙動は、多孔質弾性体の理論と呼ばれており、主としてBiotによって作られたものである⁶⁰⁾。

骨格部分の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_x + \left(\alpha_b + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial x} + \alpha_c \frac{\partial \ell_a}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - v_x) \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_y + \left(\alpha_b + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial y} + \alpha_c \frac{\partial \ell_a}{\partial y} + b \frac{\partial}{\partial t} (u_y - v_y) \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_z + \left(\alpha_b + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial z} + \alpha_c \frac{\partial \ell_a}{\partial z} + b \frac{\partial}{\partial t} (u_z - v_z) \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

また、間げき水の運動方程式は

$$\rho_w \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2} = \alpha_c \frac{\partial \ell_b}{\partial x} + k_c \frac{\partial \ell_a}{\partial x} - b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - v_x)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_w \frac{\partial^2 v_y}{\partial t^2} &= \alpha_c \frac{\partial \ell_b}{\partial y} + k_c \frac{\partial \ell_a}{\partial y} - b \frac{\partial}{\partial t} (u_y - v_y) \\ \rho_w \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} &= \alpha_c \frac{\partial \ell_b}{\partial z} + k_c \frac{\partial \ell_a}{\partial z} - b \frac{\partial}{\partial t} (u_z - v_z) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

である。ここに、 ρ 、 ρ_w ：それぞれ骨格部分および間げき水の単位体積当りの質量、 u_x 、 u_y 、 u_z ：それぞれ骨格構造の見かけの変位の3方向成分、 v_x 、 v_y 、 v_z ：それぞれ間げき水の部分の見かけの変位の3方向成分、 μ ：骨格構造のせん断弾性定数、 α_b 、 α_c 、 k_c ：定数である。 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$ である。また

$$\ell_b = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \ell_a = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (52)$$

である。さらに、右辺の最後に付加された $b \partial (u_x - v_x) / \partial t$ などの項は、骨格と間げき水との相対変位がある場合に、相対変位の時間的变化に比例した力が、間げき水の部分から骨格部分に伝達されることを考慮したものとなっている。比例定数 b については、式(50)の慣性項を無視すると圧密方程式が得られることにより決定することができ、 $b = n \rho_w g / k$ である。ここに、 n ：間げき率、 g ：重力加速度、 k ：透水係数である。すなわち

$$b \frac{\partial (u_x - v_x)}{\partial t} = \frac{n \rho_w g}{k} \frac{\partial (u_x - v_x)}{\partial t}$$

などである。なお説明は省略するが、骨格部分の応力～歪関係には

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x' &= \left(\alpha_b - \frac{2}{3} \mu \right) \ell_b + \alpha_c \ell_a + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \sigma_y' &= \left(\alpha_b - \frac{2}{3} \mu \right) \ell_b + \alpha_c \ell_a + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \sigma_z' &= \left(\alpha_b - \frac{2}{3} \mu \right) \ell_b + \alpha_c \ell_a + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \\ \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

が使用され、また間げき水部分についての応力～歪関係は

$$-P = \alpha_c \ell_b + k_c \ell_a \quad (54)$$

が使用されている。ここに、 P は間げき水部分に作用する応力である。

式(50)について石原は、透水係数 k は普通の土の場合きわめて小さいので、骨格と間げき水とが相対運動をしている、すなわち、 $u_x \neq v_x$ などの場合には $b \partial(u_x - v_x) / \partial t$ などの項がきわめて大きくなり、慣性項が無視できるようになる。このような場合には慣性力の影響が消滅して、運動は波動の形で伝播せず、熱伝導型の静的な伝播になるという。すなわち圧密現象である。したがって式(50)、式(51)が波動方程式として存在しうるのは

$$u_x = v_x, u_y = v_y, \text{ および } u_z = v_z \quad (55)$$

のときに限られる。この条件が満たされるときには、土は非排水状態で変形していることになり、骨格部分と間げき水部分とで別々の運動方程式を考えても意味がないので、式(50)と式(51)とを加え合わせて、1つの方程式にまとめることができ、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} (\rho + \rho_w) \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_x + \left(\alpha_b + 2\alpha_c + k_c + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial x} \\ (\rho + \rho_w) \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_y + \left(\alpha_b + 2\alpha_c + k_c + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial y} \\ (\rho + \rho_w) \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \mu \nabla^2 u_z + \left(\alpha_b + 2\alpha_c + k_c + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial \ell_b}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

式(56)については、弾性方程式との等価性が知られているほか、多孔質弾性体の波動現象の特徴が縦波に現れて、横波には現れないという特性がある。なお、後述のRayleigh波は式(56)を満足する。

ところで透水係数 k がきわめて大きい場合を考える。この場合には、 $u_x \neq v_x$ などであっても、 $b \partial(u_x - v_x) / \partial t$ の項は他の項と同程度の大きさであり得る。すなわち波動が存在し得る。堆積初期の底泥層ではその可能性がある。さらに、透水性のよいごくゆるい綿毛構造でも可能性がある。

(ii) 液状化現象との類似性について

土柱要素に一樣な圧縮応力 σ が外から加わっている場合を考える。この応力は、土の骨格に作用する有効応力 σ_e と間げき水圧 u との二つからなり、

$$\sigma = \sigma_e + u \quad (57)$$

と表せる。表面波動が生ずるような場合には、その波動の変位の影響のおよぶ地点においては、運動は両振り(圧縮～引張りの反復運動)である。激しい変形をとまなうこうした応力変化を、 σ_e と u とはどのように分担しあうのであろうか。結論は u が負担するのであるがその理由を石原⁶⁰⁾は次のように説明している。

まず、骨格のみかけの体積 V_b が、 σ_e によって ΔV_b だけ収縮したとすると

$$\frac{\Delta V_b}{V_b} = C_b \sigma_e \quad (58)$$

間げき水の体積は $n V_b$ であり、これが u によって ΔV_w だけ収縮したとすると

$$\frac{\Delta V_w}{n V_b} = C_e u \quad (59)$$

となる。ここに、 C_b : 骨格の圧縮率(土粒子の実質部分の圧縮率は無視する)、 C_e : 水の圧縮率である。非排水状態での圧縮であるから $\Delta V_b = \Delta V_w$ でなければならない。これらの関係式に式(57)を用いると、結局

$$\frac{\Delta V_b}{V_b} = \frac{n C_e}{1 + \frac{n C_e}{C_b}} \cdot \sigma \quad (60)$$

となる。ここで $n=0 \sim 1.0$ 、 $C_e = 48 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kg}$ に対して、正規圧密粘土で $C_b = 60,000 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kg}$ であるから底泥では C_b はさらに大きいと考えられる。したがって、 $n C_e / C_b \approx 0$ となる。よって、

$$\frac{\Delta V_b}{V_b} = n C_e \cdot \sigma \quad (61)$$

である。すなわち、 ΔV_b は水の圧縮率の程度にしか収縮しない。さらに分担の割合を計算してみると、

$$\frac{u}{\sigma_e} = \frac{\frac{1}{n C_e} \cdot \frac{\Delta V_w}{V_b}}{\frac{1}{C_b} \cdot \frac{\Delta V_b}{V_b}} = \frac{C_b}{n C_e} \quad (62)$$

であるから、 $\sigma_e : u = 1 : C_b / n C_e$ となる。したがって、間げき水圧がほぼ100%を負担し、土の骨格部分にはほとんど力が加わっていないことを示す。張力やせん断応力の場合にも同様な考えができるであろう。

繰返し三軸試験においてSeedら⁶²⁾が得た試験結果が図19である。歯型は载荷繰返し回数を示すことになるが、繰返し回数を増すごとに間げき水圧は増加してゆき、9波目において間げき水圧が有効拘束圧にほぼ等しくなった時点(t_*)で、間げき水圧とせん断歪とが急増している。図19は応力制御の実験であるが、歪制御の実験では時刻 t_* で歪が零となるような試験曲線となる。応力制御の実験での歪の急増は、

検体の土質強度の低下を表し、また有効応力の減少がこのことを裏付けている。図は飽和した砂について実施された実験であり、このような強度低下は液状化と呼ばれている。図20はとくにゆるい飽和砂の非排水三軸圧縮試験結果であり、はじめに大きなせん断応力を作用させたため、一回の载荷により液状化が起こった例とされている⁶²⁾。

以上のように飽和した土では変化する応力のほとんどを間げき水圧が負担し、またこのことが繰返し載

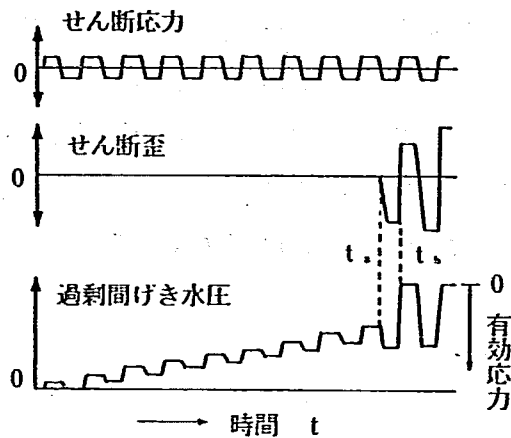


図19 ゆるい飽和砂の歪と間げき水圧の変化⁶²⁾

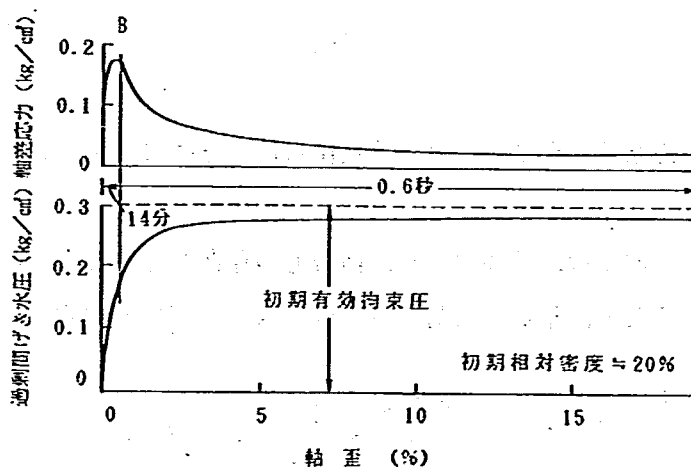


図20 とくにゆるい飽和砂の非排水三軸圧縮試験結果⁶²⁾

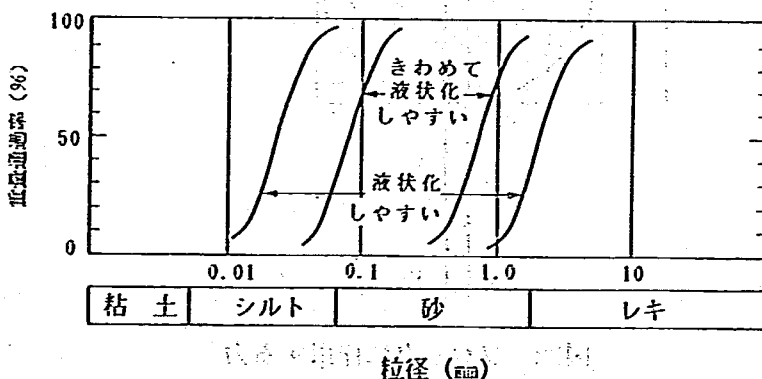


図21 液状化しやすい土の粒度分布範囲⁶⁰⁾

荷時の間げき水圧の増加に関連があることが分かる。载荷と間げき水圧の上昇とをみくれば、除荷してもいったん上昇した間げき水圧が、もとに戻りきれないうちに次の载荷があるという形になっている。いわば残留した間げき水圧が、载荷ごとに累加するような状況で、間げき水圧の上昇が見られるのが特徴であり、これは拘束圧が存在するためと考えられる。

したがって、きわめてゆるい底泥の場合に

は、表面波動発生にともなう繰返し応力の作用により、短時間のうちに、あるいは複数の波動が通過することによって、河床底泥層に液状化（あるいは液状化に類似の現象）が生じ、強度低下が生ずることがあると考えられる。この強度低下と底泥の破壊現象との関連を否定できない。したがって、この関連機構解明のためにも、表面波動発生にともなう底泥層内部の発生応力の大きさを推定する方法を開発する必要がある。

ところで、石原⁶⁰⁾ は液状化しやすい土の粒度分布を図21のように示している。そして細粒分の液状化について、「液状化しうる土の粒度には限界が存在する。粘土やシルトのような細粒子が液状化しにくいのは、粒子間に粘着力が内在するため、有効応力が減って拘束圧が零になっても、粒子が分離し

てバラバラになるようなことがないからである」と説明している。確かに底泥の場合上の記述に該当し液状化は起こらないようである。しかし、固い底泥（すなわち粘土）の場合と異なり、ゆるい堆積状態の底泥の破壊は、個々の基本粒子の単位で分離してバラバラになるのではなく、フロック、それも巨大なフロック（フロックの集合体, an aggregate of particle aggregatesと呼ばれる）の単位で分離してバラバラになると考えた方がより現実的である。したがって、比重の大きな基本粒子に対して有効応力が零となることによって液状化が生ずる、と考えるのは現実的ではない。巨大フロックでの破壊現象は、もしそれが本当であれば、土質力学で定義する液状化にあてはまらない、特殊な物質の特殊な現象かも知れない。

飽和非粘性土の場合、「液状化が発生する動水こう配は、限界動水こう配に等しい。つまり、振動で砂が液状化した状態は、下から上へ向かう透水によって砂地盤にボイリングが起こった時の状態とまったく同じ」と石原⁶⁰⁾が述べているように、液状化が生じた付近では限界動水こう配が発生している。飽和非粘性土の場合、表面から深さZの点における鉛直有効応力 σ_v' は次のように与えられている。

$$\sigma_v' = \left(\frac{G_s - 1}{1 + e} - i \right) \gamma_w Z \quad (63)$$

ここに、 G_s : 非粘性土の粒子の比重、 e : 間げき比、 i : 上向きの動水こう配、 γ_w : 水の単位体積重量、である。したがってもし

$$i = i_{cr} = \frac{G_s - 1}{1 + e} \quad (64)$$

となれば、 $\sigma_v' = 0$ となり、Coulombの式によりせん断強さが零になり、液状化したことになる。ここに i_{cr} は限界動水こう配である。

ここで考えているような比較的ゆるい堆積状態の底泥では、前述の通り、粘着力の存在が非粘性土の場合と異なる。そこで非粘性土の現象との類似性を仮定して、粘性土に対する限界動水こう配を形式的に求めてみる。

底泥層が破壊する場合に、図22のように底泥層内に直径 d_f のフロックを考え、他のフロックとの間には粘着力 τ_f が働いているものとする。 W_f をフロックの重量、 C_f を粘着力、 F_b を浮力、および F_i を浸透力（浸透流がフロックにおよぼす力）とする。今、上向きの浸透力を考えるので、粘着力は W_f と同じ方向に作用することになる。これらの力の釣り合い状態を考えると

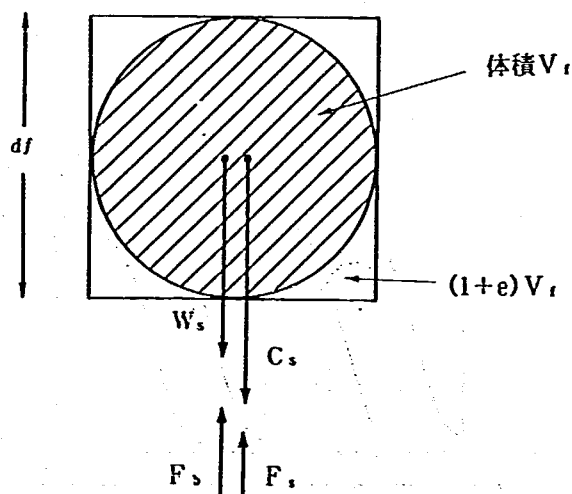


図22 フロックに作用する力

$$F_s = W_s + C_s - F_b \quad (65)$$

となる。粘着力については第3章第3節と同じように表現し、他の諸量もあわせて記すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} W_s &= G_f \gamma_w V_f \\ C_s &= \tau_y \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_f^2 \\ F_b &= \gamma_w V_f \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

ここに、 G_f : フロックの比重、 V_f : フロックのみかけの体積、 τ_y : 表面せん断力による降伏強度、 d_f : 分離が生ずると仮定したフロックの直径、である。したがって、

$$F_s = (G_f - 1) \gamma_w V_f + C_s = (G_s - 1) \gamma_w V_f + \tau_y \frac{\pi}{4} d_f^2 \quad (67)$$

このフロックの周囲の間げきを含んだ単位体積当りの浸透力は

$$\frac{F_s}{(1+e)V_f} = \frac{G_f - 1}{(1+e)} \gamma_w + \frac{\tau_y}{\frac{2}{3}(1+e)d_f} = i_{fcr} \gamma_w \quad (68)$$

となる。ここに、 $V_f = \pi d_f^3 / 6$ 、 i_{fcr} : フロックの場合の限界動水こう配である。式(63)と同じ鉛直有効応力 σ'_{fv} の形に書いてみると次のようになる。

$$\sigma'_{fv} = \left(\frac{G_f - 1}{1+e} + \frac{\tau_y / \gamma_w}{\frac{2}{3}(1+e)d_f} - i \right) \gamma_w Z \quad (69)$$

ここに、 i は動水こう配である。もし $i = i_{fcr}$ となれば、粘着力さえ断ち切られて、直径 d_f のフロックが液状化した状態を呈することになる。なお、 τ_y とフロック周辺の流速 U との力学的関係については第3章第3節で検討してきたところである。

(iii) 異方応力状態での底泥層の破壊について

試験用の土柱を加振しはじめると、土柱全体がほぼ同時に、そしてほぼ一様に液状化するのが観察されるようであるが、これまでは等方的な液状化の状況について検討してきた。そこで今度は、土柱のある深さの微小要素部分に局所的に最大応力が作用し、その点を中心にして、周辺では連続的な応力減少がみら

れるような場を設定する。また簡単のため、土柱の水平方向には応力変化がなく、鉛直方向にのみ変化する場とする。すなわち異方応力の場である。

最上⁶²⁾ はつぎのように述べている。「ある深さで液状化が発生すると、地盤の上層部に液状化を引き起こす場合がある。すなわち、地表面の液状化は地震による地動の直接原因でおこる場合以外に、下部の土の液状化がもとになり、そこから液状化が地盤の上層に発展してゆく場合がある。これは次のようにして行なわれる。砂地盤中のある深さの点で一度液状化が発生すると、液状化した砂中の過剰水圧が水流となって上方に消散してゆく。この場合水流の動水こう配が十分に大きいと、上方に向かう水流は上層の土に液状化の状態を引き起こすことになる。このようにしてできる上層部の液状化の現象を流砂現象とも称する。……地震時に発生する地盤の周期的運動によって地盤内に過剰水圧が発生し、これが地盤内へ消散して行く。この過剰水圧がどの程度消散するかは、土の透水性と排水面までの距離によって異なる」。

地中内のある深さの層に液状化が生ずれば、鉛直上向き（理論的には下向きもあり得る）の限界動水こう配式(63)（粘性土の場合には式(69)）が形成され、層内の水が上部に向かって抜け出る。水の抜けた層は、その水量だけ収縮する。抜け出た水は、平均的には、式(63)などの $(i_{cr} - i)$ （あるいは $i_{cr} - i$ ）が零になる深さまで上昇することになるが、このとき上層部の間げき水圧を上昇させるから液状化と同然の状態になり得るということである。そして、間げき水圧の上昇した上層部では土質強度の低下が生ずる。図19などから見てきた通り、液状化に達するまでに間げき水圧は徐々に上昇しているから、完全液状化の前段階においても周辺の間げき水圧の小さい層に向かう水流発生の可能性はある。このようにして液状化が徐々に周囲におよぶことになる。最上層まで液状化が進行すれば、このとき等方応力状態となる。上述のことを土質強度の低下が徐々に周囲におよぶといいかえてもよい。

ここでは(ii)と違って、異方応力による液状化の発生原因があれば、その局所的な液状化が周辺層におよび、強度低下が起こり得ることをいおうとしたものである。土質力学では異方応力状態を、通常は鉛直応力と水平応力とに差がある場合の液状化として扱われている。その意味ではここでの議論は少し拡張したことになる。

さて、鉛直上向きに z 軸をとることにすると、今の場合 x , y 軸成分は考えなくてよい。そしてどの場所にもまだ液状化や破壊が生じていない時には式(51)において、

$$u_z = v_z$$

であり、骨格と間げき水とは一体的運動をしている。しかし、地中のある深さの点に局所的に大きな応力が作用していることを仮定しているから、その地点では間げき水圧が徐々に上昇しつつあることになる。また、式(51)は

$$\rho_w \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} = a_c \frac{\partial l_b}{\partial z} + k_c \frac{\partial l_a}{\partial z} - b \frac{\partial}{\partial t} (u_z - v_z) \quad (70)$$

のみとなる。一方、式(54)より

$$a_c \frac{\partial l_b}{\partial z} + k_c \frac{\partial l_a}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (71)$$

を意味している。局所的に液状化が生ずることは、周辺（上層）に対して大きな動水こう配が生ずることであり、上式では $[-\partial P / \partial z]$ の値が急増することを意味する。 $[-\partial P / \partial z]$ の値がある限界をこえると式(70)左辺により水粒子は加速され、水流となり、 $-b \partial (u_z - v_z) / \partial t$ の項が零以外の値をもつようになる。その後の定常状態では（もし存在すれば）、

$$-b \frac{\partial}{\partial t} (u_z - v_z) = - \frac{dP}{dz} \quad (72)$$

となる。すなわち、骨格と間げき水とが相對運動をするようになる。また上式右辺は、マクロに見れば式(63)の右辺を z で全微分したものに等しい。ただしこの時、 i は液状化していない上層のある点における動水こう配となる。ここで検討した意味では、(i)で述べたように透水係数 k の値が土では一般に小さいがために $-b \partial (u_z - v_z) / \partial t$ の項が大きくなるというより、 $[-\partial P / \partial z]$ のために大きくなる、と言った方が正確である。なお、上式は断面平均の流れに対するものであるから、微視的には水みちみち水流が集中するような現象は当然起こり得る。

$[-\partial P / \partial z]$ の急増により周辺の間げき水圧が上昇し、液状化する場合、底泥では構造がゾル化し弾性体としての性質をそう失する可能性がある。また、ブロックが相互に粘着力をおよぼし合っている構造が断たれて連続体ではなくなる可能性があり、少くとも式(56)などが同じ係数のままでは成立しなくなる。

(iv) 最大応力発生点が表面に近い場合

前と同じく異方応力状態を仮定するが、その発生点が半無限体の表面に近い場合を想定する。この場合でも(iii)の議論はほとんどそのまま通用する。弾性体内部の深い場所では液状化は非排水状態で発生するが、表面に近いと、有効拘束圧が小さく、かつ排水面までの距離が小さいため、急速な排水や離漿が起こりやすい。すなわち、排水状態の現象が生じやすく、粘性土の場合これは著しい強度低下につながる。さらに、繰返し応力が両振りの場合には、圧縮応力の時に排水を、引張応力で吸水をそれぞれ表面を通して行う可能性がある。これも拘束圧をとみなわないから、粘性土の場合には急速な強度低下につながる。さらにこうした排水状態での強度低下や構造の破壊は、非排水状態で実施するベーン試験やビンガム降伏強度の試験値との対応を悪化させる原因となる。

(5) 動的応力作用下の多孔質弾性体の破壊現象

さて、上記の考察から半無限弾性体としての底泥層の破壊について、次の4つの現象が想定できる。

(i) 表面波動によって底泥層内部に発生する応力がそれほど大きくはなく、複数回数の繰返しの際、液状化を生じて破壊する。

地震時の液状化の検討では、地盤が剛体運動をするという仮定で研究されている。底泥表面の波動の場

合は、剛体運動やずりによる縦振動などに比べて、変位や歪がはるかに大きな運動である。無論液状化にまで達しなくとも、間げき水圧の上昇による強度減少も含まれることとする。飽和砂の液状化に必要なせん断応力の推定には、繰返し回数 N 回での液状化に必要なせん断応力 τ 、と初期の等方拘束圧 σ_v' との比 $(\tau/\sigma_v')_N$ と、相対密度 D_r との線型関係が使用されている。

(ii) 表面波動によって底泥層内部に発生する応力がそれほど大きくはないが、繰返し効果によって破壊する。

急速荷重の場合には破壊強度は著しく増加するものの、繰返し荷重に対してはせん断定数が著しく低下し、ついには粘性流体のように振舞う。粘性土の場合のせん断定数低下の度合いは、歪振幅が大きいほど著しい。

(iii) 表面波動による発生応力（あるいは発生歪）が十分に大きく（歪が 10^{-3} 以上）、数回の波動通過で破壊する。

石原⁶⁰⁾は、「動的繰返し荷重の歪振幅が 10^{-3} をこえると、土の変形は塑性的色彩を増してくる。また、速度効果も表面化する」と述べている。

(iv) 最大応力発生点が表面に近い場合。

半無限弾性体の底泥の表面付近の破壊について、以上の4つの現象に分類してみた。急速荷重現象としても考えられるが、(ii)に含めることとした。さらに、現在の土質力学では、破壊にいたるまでは記述できても破壊後の現象は説明できない点があるし、また上記(i)～(iv)の複合した破壊現象もあろう。直線造波水槽内の水と底泥の二層流のシステムにおいて、水面波動によって誘起された底泥表面波動により、実験後の底泥表面付近における含水比の増加を報告した柴山・滝川・堀川の実験は、(i)～(iv)の個々の現象としてはとらえにくい。底泥表面に発生する波動そのものにも異質の可能性はある。

さて、飽和土中の縦波の伝播では、式(57)～式(62)に述べた理由により、圧縮力の大部分は間げき水圧が負担し、土粒子骨格には伝わらない。すなわち、有効応力の変化は小さいから土は何ら変形を生じない。また縦波が伝播する時に生ずる軸差応力は非常に小さく、これによって液状化が生ずることはまずないとされている⁶⁰⁾。

したがって、地震時の液状化は、図23に示すような、水平面上に作用するせん断応力 Z_x の非排水繰返し荷重によって生ずる。もちろんこの場合、土が飽和していることが条件である。

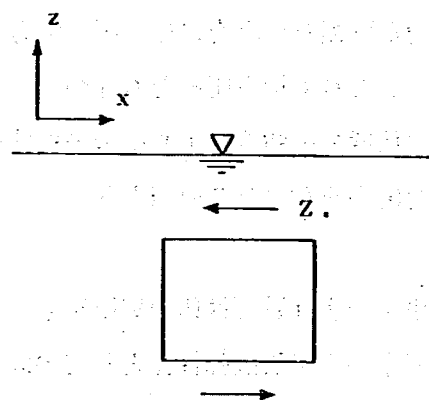


図23 横波の伝播によって生ずる水平せん断応力

また飽和土の場合、石原⁶⁰⁾は「両振りの応力をかけた試験では、片振りより著しく強度が低下する。所定のせん断面に対し方向が逆転するような繰返し応力が加わる時、土の強度は著しく低下する。両振りの場合には液状化がおこるが、片振りでは液状化は生じない」と述べている。さらに、底泥表面波には、大坪²²⁾や五明・矢内・小島・大槻・糸淵³³⁾が観察したように、破壊の直前には底泥の波峯方向にクラックが生ずる。したがって、両振りの応力特性を発生する波動で水平せん断応力 Z_x が計算(推定)できること、および波峯方向の引張応力(あるいは圧縮・引張の繰返し応力) X_x が計算(推定)できることが望ましい。

さらに、表面波動の周期は短いので、透水係数の大きさにも関係するが、非排水試験に相当すると考えられる。したがって、このような状況にある土の内部応力を描写できることが望ましい。

二層流のうち下層流の解析に使用される速度ポテンシャルは深さ方向 z の関数部分を有する。その速度ポテンシャルを用いて、 x (水平方向)、 z (鉛直方向、上向きを正)それぞれの流速成分を u 、 w としたとき、嶋⁵³⁾によれば、

$$\left. \begin{aligned} u &= -(ikA\ell^{kz} + mC\ell^{mz})\ell^{ikx+at} \\ w &= -(kA\ell^{kz} - ikC\ell^{mz})\ell^{ikx+at} \\ m^2 &= k^2 + a/\nu \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

と表される。最終的には、上式の定数はすべて決定されているから、下層流体内の各深さの点の内部応力は非圧縮性流体の場合

$$\left. \begin{aligned} Z_x &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ X_x &= -P + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

などとして求められることになる⁶⁴⁾。ここに、 μ : 流体の粘性係数、 P は水圧である。含水比が非常に大きく、流体的性質を有する底泥の場合にはこのような解析が可能である。しかし、破壊現象を生ずる底泥は弾性体と考えられるので、上記の解析方法は適切でないと考えられる。

半無限弾性体を対象とした理論解析には、土の中の重力波を検討した Matsuzawa の理論、Rayleigh 波理論、妹沢波の理論、および Stoneley 波理論がある。いずれも地震学の分野で研究された理論である。

Matsuzawa⁶⁵⁾は土の中に重力波が存在するかどうかを検討したものであるが、その力学的モデルが H. Lamb の「波に対する粘性効果」⁶⁶⁾と同じ式を用い(すなわち前記嶋⁵³⁾と同じモデルとなる)、土の粘性係数を仮定したので、結果的には弾性体ではなくて、流体の扱いとなっている。最上⁶⁷⁾は「振動がある程度激しくなると内部摩擦力は完全に消失し、砂は粘性流体の力学的性質をもつようになる」と述べ

ているが、「振動加速度が1.5 g (gは重力加速度) 以上で粘性係数が現れる」とも述べているので、きわめて大きな振動加速度の時にのみ考えればよい現象であろう。

妹沢波の理論およびStoneley波の理論は、いずれもRayleigh波理論の拡張から導き出されたものであり、基本的性質はRayleigh波と変わらない。したがって、これらの波の理論はRayleigh波の理論で代表されるものとする。

1885年頃Rayleighは、半無限弾性体の表面に沿って一種の波動が伝わることを理論的に示し、その後の地震学の発展に多大の貢献をした。その理論については、次の(6)で述べ、底泥表面波を解析して内部応力の大きさを推定することとする。しかし、実際にどうしたらRayleigh波が発生するのかは別問題であり、Rayleigh波の発生理論に解答を出したのはH. Lambである。

Lambは半無限弾性体の表面 $z = 0$ における境界条件を

$$Z_x = 0, Z_z = Z \exp(i\xi x) \quad (75)$$

とした場合、および

$$Z_x = Y \cdot \exp(i\xi x), Z_z = 0 \quad (76)$$

とした場合のそれぞれについて解をあたえている⁶⁸⁾。またNakano⁶⁹⁾は同様に

$$Z_x = Y \exp(i\xi x), Z_z = Z \exp(i\xi x) \quad (77)$$

とした場合の解を与えている。

さらに、Rayleigh波の性質については種々研究されている。その基本的性質は(6)で述べるけれども、関係の深い記述を探すと次のようなものがある。佐藤⁷⁰⁾は、「震源は表面にあっても、媒質内部にあっても当然Rayleigh波が発生する」、「力を加えて弾性波が発生する場合に、実体波はある意味で加えられた力の性質を忠実に具現する。ところが表面波は必ずしもそうではない。速度は特性方程式が与えるし、軌道は楕円形で長短軸の比も媒質で定まる。また深さ方向の分布にしても、固有関数として定まるから、加える力によって決まるものではない。このように、どんな形の力を加えても決まった型のRayleigh波を生ずる」と述べている。半無限弾性体に外力を加えた時、Rayleigh波が発生し、その速度、波運動の軌道、深さ方向の変位や応力の分布は媒質のみによって決まる性質があることを述べている。いいかえれば、任意の外力を加えても一定のRayleigh波が生ずるということである。

また、妹沢⁷¹⁾は、「分散性のRayleigh波の性質を用いて任意の衝撃の働く場合の波動の伝播性を研究してみると面白いことがある。・・・任意の衝撃から周期的なRayleigh波も出ることが知られたのも1つの例である」、「不規則な衝撃がある固有振動を有する物体に加わる時に、その固有振動がよく誘起されることを模型実験によって証明した」、さらには「Rayleigh波には勝手な速度をあたえることができぬと

考えられていたものだが、今ではかかる表面層をおくことにより速度が自由に加減できるようになった。
 ……表面層と下の固体との弾性の割合および波長によって、速度に著しい差異がおこる」などと述べている。この前半部分は佐藤の記述と同じである。しかし、後半部分は、その後の研究により弾性の異なる境界面を置くことによって（弾性に鉛直方向分布をもたせても良い）、速度に変化が生ずることが判明したからである。

したがって、Rayleigh波の理論を底泥表面波に適用するにあたっては、底泥層厚、底泥層内の弾性係数の鉛直方向分布、底泥層の下の物質の弾性係数（水路が鉄裂かそうでないか）などについて一致させなければ、同一のRayleigh波を生じさせることができないことを示す。また、底泥層上の流れの水深もその要素に加わることになる。しかし残念なことに、水流の作用（とくに掃流力の作用）がある場合に、Rayleigh波がいかに変形するかについての研究が見当らない。しかし、Lambの2つ目の境界条件は、幸いなことに、Jeffreys⁷²⁾ や Miles⁷³⁾ の風波発生理論における風の作用力の表現にほぼ等しく（相対速度の部分のみが異なる）、掃流力の作用下でもRayleigh波が発生することを示すものと思われる。そこで、つぎにRayleigh波を導き、底泥表面波動をRayleigh波としたときの底泥層内の応力分布などを計算し、主として歪の大きさから判断して底泥表面が破壊するか否かを検討する。なお、Rayleigh波を導く時に使用する速度ポテンシャルの表現は内部波の検討の場合と類似である。

(6) Rayleigh波による検討

直角座標 x, y, z の $z = 0$ の面を半無限弾性体の表面にとり、 z 軸を弾性体の内部に向けてとることとする。この半空間内を x 軸の方向に伝播する平面波を考え、 y 方向には運動は起こらないものとする。この時の運動方程式⁷⁴⁾ は、外力を無視して

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \Delta u \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \Delta w \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \mu \Delta v \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

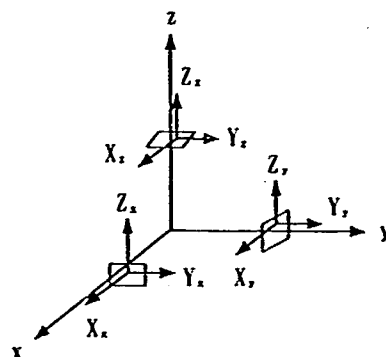


図24 応力の定義図

ここに、 $\Theta = \partial u / \partial x + \partial w / \partial z$, $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2$, λ , μ は Lamé の定数である。こ
こで

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \\ w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

なる関係を導入し、式(78)に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \phi \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \Delta \Psi \right\} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \phi \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \Delta \Psi \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

上二式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \phi \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta \Psi \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

である時には、明らかに満足される。また式(78)より、 v は u および w と独立であり、かつ速度 $\sqrt{\mu/\rho}$ で伝播する平面波であって、無限の広がりを持つ弾性体での波動と同様であるので、ここでは考慮しない。以後 u と w について考察する。

運動はすべて単振動とし、 ϕ , Ψ がいずれも $e^{i p t}$ に比例するものとする⁷⁵⁾。ここに $i = \sqrt{-1}$ である。すると

$$\left. \begin{aligned} (\Delta + h^2)\phi &= 0 \\ (\Delta + k^2)\Psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} h^2 &= \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} P^2 = \frac{P^2}{v_p^2} \\ k^2 &= \frac{\rho}{\mu} P^2 = \frac{P^2}{v_s^2} \\ T &= \frac{2\pi}{P} \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

Tは周期, v_p ; v_s はそれぞれ縦波, 横波の波速である。

このとき半無限弾性体内に生ずる応力の3つの成分 Z_x , Z_z , X_x は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_x}{\mu} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} - K^2 \Psi - 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \\ \frac{Z_z}{\mu} &= \frac{\lambda}{\mu} \Theta + 2 \frac{\partial w}{\partial z} = -k^2 \phi - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} \\ \frac{X_x}{\mu} &= \frac{\lambda}{\mu} \Theta + 2 \frac{\partial u}{\partial z} = -k^2 \phi - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

zの大きいところで波動の振巾が非常に小さくなることを考えて, つぎのようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= A e^{-\alpha z} e^{i(pt+qx)} \\ \Psi &= B e^{-\beta z} e^{i(pt+qx)} \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

ここに, A, B, α , β , qはx, z, tに無関係とし, α , $\beta > 0$, かつqは実数とする。

上式を式(82)に代入すると,

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 &= q^2 - h^2 \\ \beta^2 &= q^2 - k^2 \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

を得る。ただし $k^2 > h^2$ だから $\alpha > \beta$ である。式(85)を用いて式(84)を書き直すと結局,

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_x}{\mu} &= [-2iq\alpha A\ell^{-\alpha z} + (2q^2 - k^2)B\ell^{-\beta z}]e^{i(pt+qx)} \\ \frac{Z_z}{\mu} &= [(2q^2 - k^2)A\ell^{-\alpha z} + 2iq\beta B\ell^{-\beta z}]e^{i(pt+qx)} \\ \frac{X_x}{\mu} &= [-(k^2 + 2\alpha^2)A\ell^{-\alpha z} - 2iq\beta B\ell^{-\beta z}]e^{i(pt+qx)} \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

を得る。ところで表面 $z = 0$ においては、面に直角な応力が零でなければならないから $Z_x = Z_z = 0$ とおくと、式(87)より

$$\left. \begin{aligned} -2iq\alpha A + (2q^2 - k^2)B &= 0 \\ (2q^2 - k^2)A + 2iq\beta B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

上式より係数 A 、 B を消去すると、次の関係が得られる。

$$(2q^2 - k^2)^2 - 4q^2\alpha\beta = 0 \quad (89)$$

特性方程式(89)は実根を有することが証明されている。ここで x の正の方向に伝播する波を考え、

$$q = -K \quad (90)$$

なる根を採用することにする。 $K > k > 0$ であり、また

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{P}{v_R} \\ \frac{k}{K} &= \frac{P/v_S}{P/v_R} = \frac{v_R}{v_S} \\ L &= \frac{2\pi}{K} \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

の関係がある。ここに、 v_R は Rayleigh 波の波速、 L は Rayleigh 波の波長である。

式(90)を式(88)に用いると、

$$\begin{aligned}
\frac{A}{B} &= -\frac{2K^2 - k^2}{2iK\alpha_1} = \frac{2iK\beta_1}{2K^2 - k^2} = C \\
\beta_1 &= \sqrt{K^2 - k^2} = K\sqrt{1 - \left(\frac{k}{K}\right)^2} = K\sqrt{1 - \ell^2} \\
\alpha_1 &= \sqrt{K^2 - h^2} = K\sqrt{1 - \left(\frac{h}{K}\right)^2} = K\sqrt{1 - \left(\frac{v_R}{v_P}\right)^2} \\
&= K\sqrt{1 - \left(\frac{v_S}{v_P}\right)^2 \cdot \left(\frac{v_R}{v_S}\right)^2} = K\sqrt{1 - m^2\ell^2}
\end{aligned} \tag{92}$$

を得る。ここに、 C は定数、 $\ell^2 = \left(\frac{v_R}{v_S}\right)^2 = \left(\frac{k}{K}\right)^2$, $m^2 = \left(\frac{v_S}{v_P}\right)^2 = \left(\frac{h}{k}\right)^2 = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} = \frac{1 - 2\nu}{2 - 2\nu}$, $\ell, m > 0, \alpha_1 > \beta_1$ である。 ν はポアソン比である。したがって、

$$\begin{aligned}
A &= (2K^2 - k^2)C = K^2(2 - \ell^2)C \\
B &= -2iK\alpha_1 C = -2iK^2\sqrt{1 - m^2\ell^2} \cdot C
\end{aligned} \tag{93}$$

これらの式を使うと式(87)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{Z_x}{\mu} &= 2iK\alpha_1(2K^2 - k^2)(e^{-\alpha_1 z} - e^{-\beta_1 z}) \cdot C \cdot e^{i(pt - Kx)} \\
\frac{Z_z}{\mu} &= [(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 4K^2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}]C \cdot e^{i(pt - Kx)} \\
\frac{X_x}{\mu} &= [-(k^2 + 2\alpha_1^2)(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} + 4K^2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}]C \cdot e^{i(pt - Kx)}
\end{aligned} \tag{94}$$

C を実数として、 Z_x , Z_z , X_x の実部をとると、

$$\begin{aligned}
\frac{Z_x}{\mu} &= -2K\alpha_1(2K^2 - k^2)(e^{-\alpha_1 z} - e^{-\beta_1 z}) \cdot C \cdot \sin(pt - Kx) \\
\frac{Z_z}{\mu} &= [(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 4K^2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}]C \cdot \cos(pt - Kx) \\
\frac{X_x}{\mu} &= [-(k^2 + 2\alpha_1^2)(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} + 4K^2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}]C \cdot \cos(pt - Kx)
\end{aligned} \tag{95}$$

を得る。式(79), (85)より変位 u , w は

$$\left. \begin{aligned} u &= -iK\{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}\}C \cdot e^{i(pt - Kx)} \\ &= -iK^3\{(2 - \ell^2)e^{-K\sqrt{1-m^2\ell^2}z} - 2\sqrt{1-m^2\ell^2} \cdot \sqrt{1-\ell^2} \cdot e^{-K\sqrt{1-\ell^2}z}\} \cdot C \cdot e^{i(pt - Kx)} \\ w &= -\alpha_1\{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2K^2 e^{-\beta_1 z}\}C \cdot e^{i(pt - Kx)} \\ &= -K^3\sqrt{1-m^2\ell^2}\{(2 - \ell^2)e^{-K\sqrt{1-m^2\ell^2}z} - 2e^{-K\sqrt{1-\ell^2}z}\}C \cdot e^{i(pt - Kx)} \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

C を実数として, u , w の実部をとることとすると

$$\left. \begin{aligned} u &= K\{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}\}C \cdot \sin(pt - Kx) \\ &= K^3(2 - \ell^2)\left\{e^{-K\sqrt{1-m^2\ell^2}z} - \frac{2\sqrt{(1-m^2\ell^2)(1-\ell^2)}}{2 - \ell^2}e^{-K\sqrt{1-\ell^2}z}\right\}C \cdot \sin(pt - Kx) \\ w &= -\alpha_1\{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2K^2 e^{-\beta_1 z}\}C \cdot \cos(pt - Kx) \\ &= -K^3(2 - \ell^2)\sqrt{1-m^2\ell^2}\left\{e^{-K\sqrt{1-m^2\ell^2}z} - \frac{2}{2 - \ell^2}e^{-K\sqrt{1-\ell^2}z}\right\}C \cdot \cos(pt - Kx) \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

したがって, 質点は一般に楕円の軌道に沿って運動する。さらに, 半無限体の表面 $z = 0$ では,

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= K(2K^2 - k^2 - 2\alpha_1\beta_1)C \cdot \sin(pt - Kx) \\ &= K^3\left\{2 - \ell^2 - 2\sqrt{(1-m^2\ell^2) \cdot (1-\ell^2)}\right\}C \cdot \sin(pt - Kx) \\ w_0 &= \alpha_1 k^2 C \cdot \cos(pt - Kx) = K^3\ell^2\sqrt{1-m^2\ell^2} \cdot C \cdot \cos(pt - Kx) \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

となる。つぎに, Rayleigh波の 2, 3 の特徴を述べる。

u_0 , w_0 の係数はそれぞれ正であり, その振幅 (半波高) をそれぞれ $[u_0]$, $[w_0]$ と書くことにすると

$$\frac{[w_0]}{[u_0]} = \frac{1 - \frac{1}{2}\ell^2}{\sqrt{1-\ell^2}} \quad (99)$$

とも変形することができ, $\mu = \lambda$ すなわち $\nu = 1/4$ の場合には

$$\frac{[w_0]}{[u_0]} \approx 1.47 \quad (100)$$

となることが知られている。

流れによる掃流力の影響が無い場合のRayleigh波を考えてきた。掃流力を考慮した理論展開は可能となっている⁶⁹⁾ が相当複雑な式になる。また、鉛直方向振動成分を持つ表面波に流体抗力が作用する場合の同表面波の変形については、検討されてないと思われる。流れの掃流力や流体抗力がRayleigh波の波形に影響をおよぼすであろうが、ここでは、波長や伝播速度への影響を無視できると仮定している。

三東⁷⁷⁾ によると、Rayleigh波は上下方向と波の進行方向との振動に一定の位相差が生ずるため、表面の質点の振動軌跡は図25のように普通の水面の波とは逆方向の動きをしている。

深さ方向の u 、 w の振巾を計算した例を図26に示す。縦軸は z/L をとってある。同図から分かるように w 成分は表面より少し下がったところに最大値があり、数波長の深さで非常になくなる。 u 成分は半波長の深さに極値があり、深さとともに減少する。Rayleigh波はこのような表面の部分のみで大きなエネルギーを持つ⁷⁴⁾。

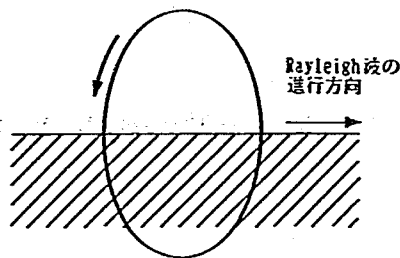


図25 地表面の振動の軌跡⁷⁵⁾

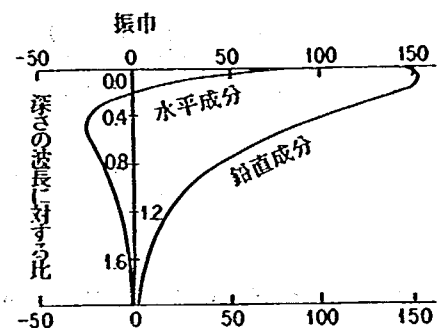


図26 Rayleigh波による運動の表面及び内部における変位の振幅(Milne, Leeによる)⁷⁵⁾

(i) 変位の最大値(極大値)とその生ずる深さ

(1) x 方向変位(u):

極大値の生ずる深さは

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} = -\frac{4\sqrt{1-\ell^2}}{K\ell^4} \ln \frac{2(1-\ell^2)}{2-\ell^2} \quad (101)$$

であり、 u の極大値はその正弦関数を取り除いて表すと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} u_{ex} &= K \left\{ (2K^2 - k^2) \left(\frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} \right)^{\frac{\alpha_1 - \beta_1}{\alpha_1 \beta_1}} - 2\alpha_1 \beta_1 \left(\frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} \right)^{\frac{\beta_1}{\alpha_1 \beta_1}} \right\} \cdot C \\ &= -\frac{1}{2} K^3 \ell^4 \left\{ \frac{2(1-\ell^2)}{2-\ell^2} \right\}^{\frac{4(1-\ell^2)}{\ell^4}} \cdot C \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

(v) z 方向変位 (w) :

最大変位の生ずる深さは

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell \ln \frac{2K^2 \beta_1}{\alpha_1(2K^2 - k^2)} = -\frac{4\sqrt{1-\ell^2}}{K\ell^4} \ell \ln \frac{8(1-\ell^2)}{(2-\ell^2)^3} \quad (103)$$

であり、最大変位はその余弦関数を取り除いて表すと次式を得る。

$$\begin{aligned} w_{\max} &= 2K^2(\alpha_1 - \beta_1) \left\{ \frac{2K^2 \beta_1}{\alpha_1(2K^2 - k^2)} \right\}^{\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}} \cdot C \\ &= \frac{K^2 \ell^4}{2\sqrt{1-\ell^2}} \left\{ \frac{8(1-\ell^2)}{(2-\ell^2)^3} \right\}^{\frac{\sqrt{1-\ell^2}}{\ell^4}} \cdot C \end{aligned} \quad (104)$$

ここに、 $K = p / v_R$, $\ell = k / K = v_R / v_s$, $T = 2\pi / p$, v_R : Rayleigh波の波速, v_s : 横波の波速である。

(ii) $z = 0$ における変位の大きさ u_0 , w_0

(i) 水平方向成分

$$u_0 = K\{(2K^2 - k^2) - 2\alpha_1\beta_1\} \cdot C \cdot \sin(pt - Kx) = K^3 \left(1 - \frac{1}{2}\ell^2\right)^2 \cdot C \cdot \sin(pt - Kx) \quad (105)$$

(ii) 鉛直方向成分

$$w_0 = \alpha_1 K^2 C \cdot \cos(pt - Kx) = \frac{K^3 \ell^2 (1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2}{\sqrt{1-\ell^2}} \cdot C \cdot \cos(pt - Kx) \quad (106)$$

$w_0 = [w_0] \cos(pt - Kx)$ とおくと半振巾 $[w_0]$ は次式で表される。

$$[w_0] = \alpha_1 K^2 C = \frac{K^3 \ell^2 (1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2}{\sqrt{1-\ell^2}} \cdot C \quad (107)$$

(iii) 変位速度の最大・極大とその生ずる深さ

(i) 水平方向成分

$$\frac{\partial u}{\partial t} = pK\{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}\} \cdot C \cdot \cos(pt - Kx)$$

であるから、uの場合と同じく、

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} \quad (108)$$

において、次式を得る。

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_z = p \cdot u_{ex} \quad (109)$$

(ii) 鉛直方向成分

$$\frac{\partial w}{\partial t} = p\alpha_1 \{ (2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2K^2 e^{-\beta_1 z} \} \cdot C \cdot \sin(pt - Kx)$$

であるから、wの場合と同じく

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2K^2 \beta_1}{\alpha_1 (2K^2 - k^2)} \quad (110)$$

において、次式を得る。

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_z = p \cdot w_{max} \quad (111)$$

(iv) 振動加速度の最大・極大とその生ずる深さ

(i) 水平方向成分

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -p^2 K \{ (2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2\alpha_1 \beta_1 e^{-\beta_1 z} \} \cdot C \cdot \sin(pt - Kx)$$

であるから、uの場合と同じく

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} \quad (112)$$

において、次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_z = -p^2 \cdot u_{ex} \quad (113)$$

(u) 鉛直方向成分

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p^2 \alpha_1 \{(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} - 2K^2 e^{-\beta_1 z}\} \cdot C \cdot \cos(pt - Kx)$$

であるから、wの場合と同じく

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2K^2 \beta_1}{\alpha_1 (2K^2 - k^2)} \quad (114)$$

において、次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)_z = p^2 \cdot W_{max} \quad (115)$$

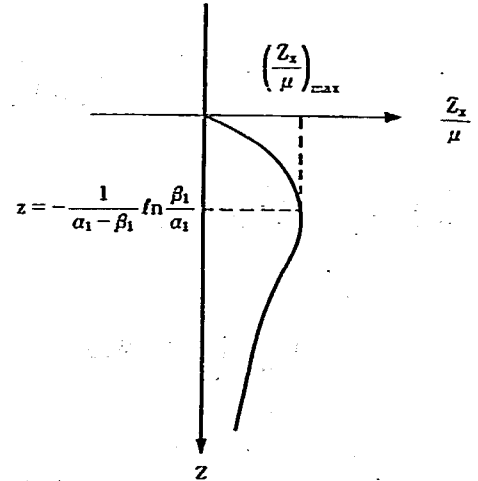
(v) 歪の最大・極大とその生ずる深さ (図27)

式(95)の z_x/μ などは歪を表すから

(i) Z_x 成分

$$\frac{Z_x}{\mu} = -2K\alpha_1(2K^2 - k^2)(e^{-\alpha_1 z} - e^{-\beta_1 z}) \cdot C \cdot \sin(pt - Kx)$$

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1}$$



で最大値をとるので、最大値はその正弦関数を取り除いて表すと

$$\left(\frac{Z_x}{\mu}\right)_{max} = -2K(2K^2 - k^2)(\beta_1 - \alpha_1) \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}\right)^{\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}} \cdot C$$

図27 Z_x の深さ方向の変化

$$= \frac{1 - \frac{1}{2}\ell^2}{\sqrt{1 - \ell^2}} \cdot \left\{ \frac{(1 - \ell^2)}{(1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2} \right\}^{\frac{q(1 - \ell^2)}{\ell}} \cdot C \quad (116)$$

$$= C \left\{ \frac{[w_0]}{[u_0]} \right\}^{1 - \frac{q(1 - \ell^2)}{\ell}} \quad (117)$$

を得る。ここに、 $\frac{[w_0]}{[u_0]} = \frac{1 - \frac{1}{2}\ell^2}{\sqrt{1 - \ell^2}}$ である。

(u) Z_z 成分

$$\frac{Z_z}{\mu} = (2K^2 - k^2)^2 (e^{-\alpha_1 z} - e^{-\beta_1 z}) \cdot C \cdot \cos(pt - Kx)$$

これは z に関して Z_z/μ の場合と同じ関数形であるから

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1}$$

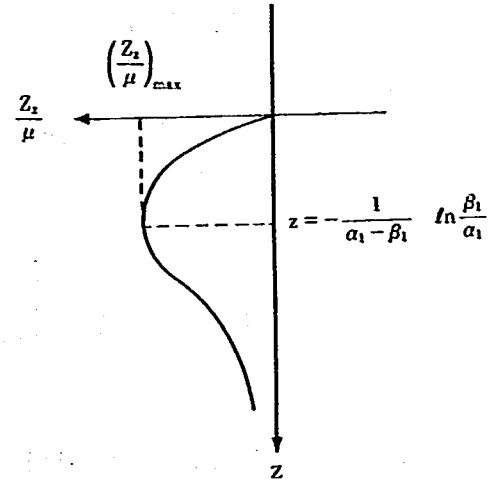


図28 Z_z の深さ方向の変化

で最大値をとり、最大値はその余弦関数を取り除いて表すと

$$\left(\frac{Z_z}{\mu}\right)_{\max} = (2K^2 - k^2)^2 \cdot \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\alpha_1} \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}\right)^{\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}} \cdot C \quad (118)$$

$$= -CK^4 \ell^4 \left[\frac{(1 - \ell^2)}{(1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2} \right]^{\frac{q(1-\ell^2)}{\ell^4}} \quad (119)$$

となる。

(h) X_x 成分

$$\frac{X_x}{\mu} = [-(k^2 + 2\alpha_1^2)(2K^2 - k^2)e^{-\alpha_1 z} + 4K^2\alpha_1\beta_1 e^{-\beta_1 z}] \cdot C \cdot \cos(pt - Kx)$$

$$z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{\beta_1(2K^2 - k^2)}{\alpha_1(k^2 + 2\alpha_1^2)}$$

において極値をとり、その極値は余弦関数を取り除いて表すと

$$\left(\frac{X_x}{\mu}\right)_z = -(2K^2 - k^2)^2 \left\{ \frac{\beta_1(2K^2 - k^2)}{\alpha_1(k^2 + 2\alpha_1^2)} \right\}^{\frac{\beta_1}{\alpha_1 - \beta_1}} (\beta_1 - 1) \cdot C \quad (120)$$

となる。

(vi) 数値計算例

弾性波動と認められた実測値がないので、前節で述べた著者の波動等について、弾性波理論による最大歪、振動加速度等を計算してみる。直応力はほとんど間けき水で受けもたれるので、せん断応力だけを考えればよい。それ故式(107)より

$$C = [w_0] \cdot \sqrt{1 - \ell^2} / \left\{ K^3 \left(1 - \frac{1}{2}\ell^2 \right)^2 \ell^2 \right\}$$

であるから、これを式(117)に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{Z_x}{\mu} \left(z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) \\ = \frac{[w_0]}{K^3 (1 - \frac{1}{2} \ell^2) \ell^2} \cdot \left\{ \frac{1 - \ell^2}{(1 - \frac{1}{2} \ell^2)^2} \right\}^{\frac{(1-\ell^2)}{\ell^2}} \end{aligned} \quad (121)$$

を得る。 $\lambda = \mu$ 、したがって $\nu = 1/4$ の場合には、 $K = 1.0877k$ 、 $\ell = k/K = 0.9194$ であるから、

$$\frac{Z_x}{\mu} \left(z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) = 1.053 \frac{[w_0]}{K^3}$$

$\rho = 1.03 \text{ g/cm}^3$ であり、 $v_R = 0.9194 v_s = 0.9194 \sqrt{\mu/\rho} = 3 \text{ cm/s}$ とすると $\mu = 11 \text{ dyn/cm}^2$ が求まる。さらに波長 $L = 1 \text{ cm}$ であるから、 $K = 2\pi/L = 6.28 (1/\text{cm})$ 、 $[w_0] = 0.5/2 = 0.25 \text{ cm}$ などが求まる。剛性率 μ は 11 dyn/cm^2 ときわめて小さい。水の場合には $\mu = 0$ である。したがって、

$$\frac{Z_x}{\mu} \left(z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right) = 1.053 \times 0.25 / 6.28^3 = 1.1 \times 10^{-3}$$

を得る。つまり、歪の最大値のオーダーは 10^{-3} である。石原の分類⁶⁰⁾によると 10^{-3} の歪は、キ裂が生じ、力学的特性として塑性が生ずること、また繰返し効果や速度効果が現われる歪の大きさである。したがってこのような波の伝播により、繰返し効果による底泥表面の破壊が考えられる。

最大歪の生ずる深さ z を計算してみる。 $K = 6.28 (1/\text{cm})$ 、 $\ell = 0.9194$ を使うと

$$\begin{aligned} z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1} &= -\frac{4\sqrt{1-\ell^2}}{K\ell^4} \ell \ln \frac{1-\ell^2}{(1-\frac{1}{2}\ell^2)^2} \\ &= 0.27 \text{ cm} \end{aligned}$$

となる。 $z/L = 0.27/1 = 0.27$ となっている。

もし最大歪の深さまで破壊すると仮定すると、その破壊厚が 0.27 cm であることを意味する。 $z = 0.27 \text{ cm}$ より下層においては、図27より見て、歪の大きさは急減するので、破壊厚 0.27 cm の現実性はある。なおここでは、深さ方向の μ の増加を無視した解析を行っている。則松⁷⁴⁾らのビンガム降伏強度測定値のように、弾性定数が急増することも考えられる。このような場合には表皮効果が働いて、表面のごく近くを短

い波長のRayleigh波が伝播する⁷⁴⁾。また、その伝播速度は表面層の常数を使用して得られる⁷⁹⁾。

さて表5には、波長、波高、波速をそれぞれ単独に2倍の大きさにした場合の歪などの計算値を示した。同表によると、1) 波速が2倍になっても最大歪の値は変わらない。2) 波長が2倍になると歪は8倍になる。3) 最大歪の生ずる深さ z は、波長に比例する。波長を2倍にした計算例では、石原の分類では破壊の生ずる歪の大きさである。なお、2), 3)の現象は、質点の軌道が縦長の楕円軌道に由来するものである。

つぎに、栗谷・楠田・田中²⁶⁾の観察した波動のケース(栗谷らはこれらを界面波と考えている。)を仮に計算してみる。 $L = 2 \text{ cm}$, $[w_0] = 0.1 \text{ cm} / 2$, $\rho = 1.01 \text{ g} / \text{cm}^3$ であった。 v_R の大きさは波長によらず、 $K = 2\pi / L = 2\pi / 2 = 3.14 (1 / \text{cm})$, $[w_0] = 0.05 \text{ cm}$ であるから、 $\ell = 0.9194$ を使って、 $z_r / \mu = 1.053 [w_0] / K^3 = 1.7 \times 10^{-3}$ となる。繰返し効果によって破壊が生じうる歪である。

一方、破壊の生ずる歪 10^{-2} が現れるのは、 $\ell = 0.9194 (\lambda = \mu, \nu = 1/4)$ の場合には、

$$[w_0] \cdot L^3 = 2.35$$

となる。

つぎに、振動加速度式(113)を計算してみる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \left(z = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2} \right) &= \frac{p^2 K^3 \ell^4}{2} \left\{ \frac{1 - \ell^2}{1 - \frac{1}{2} \ell^2} \right\}^{\frac{4(1-\ell^2)}{\ell^4}} \cdot C \\ &= \frac{p^2 K^3 \ell^4}{2} \left\{ \frac{1 - \ell^2}{1 - \frac{1}{2} \ell^2} \right\}^{\frac{4(1-\ell^2)}{\ell^4}} \cdot \frac{[w_0] \cdot \sqrt{1 - \ell^2}}{K^3 \ell^2 (1 - \frac{1}{2} \ell^2)^2} \\ &= 0.159 p^2 [w_0] \end{aligned}$$

ここに、 $\ell = 0.9194$ としてある。また

$$K = \frac{p}{v_R} = \frac{2\pi}{T v_R} = \frac{2\pi}{L} \quad (122)$$

の関係より $p = k \cdot v_R = \frac{2\pi}{L} \cdot v_R$ が求まる。表5の所要の数値を代入して振動加速度の大きさが求まる。同様に $\partial^2 w / \partial t^2$ の場合についても求めることができる。計算結果は同表に示した。

同表によれば、1) $\partial^2 u / \partial t^2$ と $\partial^2 w / \partial t^2$ の値には大差はない。2) L が大きくなると振動加速度は減少する(2乗に反比例)。3) 波高に正比例する。4) 波速が2倍になると振動加速度は4倍になる。つまり、波長が大きくなると振動加速度によるよりも、むしろ歪が大きくなって破壊が生じ、しかも破壊厚が厚くなる。波速が大きくなると歪によるよりも、むしろ振動加速度により破壊が生ずる、という関係

にあるようである。

石原⁶⁰⁾ は、液状化試験装置を「水平方向に振動させて、振動加速度が150galであると、10秒ぐらいで各深さの液状化がいっせいに発生する」と述べている。しかしこの計算例によると、底泥層の表面をある規模の弾性波（表面波）が伝播すると、破壊に相当する 10^{-2} の歪が生じ、この時の振動加速度は150galよりかなり小さいようである。

表5 底泥上を表面波が伝播するときに生ずる最大歪、
その深度、および振動加速度の計算例

	実 験 値	計算例 1	計算例 2	計算例 3
波 長 cm	1 ~1.5(1)	2	1	1
波 高 cm	0.5 ~1 (0.5)	0.5	1	0.5
波 速 m/s	2 ~4 (3)	3	3	6
最大歪	1.06×10^{-3}	0.85×10^{-2}	2.13×10^{-3}	1.06×10^{-3}
Z cm	0.27	0.54	0.27	0.27
$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ gal	14.1	3.5	28.3	56.6
$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ gal	16.8	8.4	33.6	67.2

(vii) 底泥の弾性率と破壊厚

前段において、底泥表面にRayleigh波が発生した場合に生ずる破壊は、最大歪や最大振動加速度の生ずる深さではないかと推定した。もしこのような考え方が採用できるとすれば、その破壊厚は底泥の弾性率によって相違があるのではないかと考えられる。そのため、最大歪の発生する深さ、および最大振動加速度の発生する深さ（いずれも底泥表面から鉛直方向深さ）が底泥の弾性率によってどのように変化するかを検討しておく。底泥には深さ方向の弾性率の変化はないものとし、また弾性率としては剛性率（Laméの定数の μ ）を考えるものとする。なお、剛性率 μ とヤング率 ε との間には、

$$\varepsilon = 2\mu(1 + \nu) \quad (123)$$

の関係がある⁸¹⁾。 ν はポアソン比である。

さて、最大歪 Z_x/μ および Z_z/μ の発生する深さ Z_s は等しく、ともに式(116)の上式より

$$Z_s = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ln \frac{\beta_1}{\alpha_1} \quad (124)$$

である。 μ の値の変化によって Z_s がどのように変化するかを調べればよいことになる。式(89)および式(92)の両式により、つぎの式が得られる。

$$(2K^2 - k^2)^2 = 4K^2 \alpha_1 \beta_1 \quad (125)$$

したがって $\alpha_1 = (2K^2 - k^2)^2 / 4K^2 \beta_1$ であり, また $\beta_1 = \sqrt{K^2 - k^2}$ であるから,

$$Z_s = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell n \frac{\beta_1}{\alpha_1} = -\frac{4K^2 \sqrt{K^2 - k^2}}{k^4} \ell n \frac{4K^2 (K^2 - k^2)}{(2K^2 - k^2)^2} = -\frac{1}{k} \cdot \frac{4\sqrt{1 - \ell^2}}{\ell^3} \ell n \frac{1 - \ell^2}{(1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2}$$

と変形できる。ここに $\ell = \frac{k}{K} = \frac{v_R}{v_s}$ である。Lamé定数 λ, μ が $\lambda = \mu$ である場合を考え, このとき $\ell = k/K = 0.9194 = \text{一定}$ となる性質を利用すると, Z_s の表示式のうち ℓ の関数部分は一定値をもつこととなる。また, 式(83)より $k = \sqrt{\rho P^2 / \mu}$ であるから,

$$Z_s = \frac{1}{k} B_1 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho p^2}} \cdot B_1 \quad (126)$$

を得る。ここに $B_1 = -\frac{4\sqrt{1 - \ell^2}}{\ell^3} \ell n \frac{1 - \ell^2}{(1 - \frac{1}{2}\ell^2)^2} = \text{定数} > 0$ である。

したがって,

$$\frac{\partial Z_s}{\partial \mu} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\rho p^2 \mu}} \cdot B_1 > 0 \quad (127)$$

となる。よって, Z_s の大きさは $\sqrt{\mu}$ に比例し (また, $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ に比例する), しかも, μ の値が小さいところでは急に, μ の値の大きいところでは緩やかに, それぞれ増加することとなる。

つぎに最大振動加速度の場合を検討する。最大の振動加速度の生ずる深さを Z_a とすれば, Z_a の大きさは式(112)より

$$Z_a = -\frac{1}{\alpha_1 - \beta_1} \ell n \frac{2\beta_1^2}{2K^2 - k^2}$$

であるから, 前と同様に変形すると

$$Z_a = -\frac{1}{k} \frac{4\sqrt{1 - \ell^2}}{\ell^3} \ell n \frac{1 - \ell^2}{1 - \frac{1}{2}\ell^2}$$

となる。 $\lambda = \mu$ の場合には $B_2 = -\frac{4\sqrt{1 - \ell^2}}{\ell^3} \ell n \frac{1 - \ell^2}{1 - \frac{1}{2}\ell^2} = \text{定数} > 0$ とできるので

$$Z_a = \frac{1}{k} B_2$$

を得る。これは式(126)と同じ形であるから、 Z_a の大きさも $\sqrt{\mu}$ に比例し（また $v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ に比例する）、しかも、 μ の値が小さいところでは急に、 μ の値の大きいところでは緩やかに、それぞれ増加する。

以上の検討により、Rayleigh波の発生するような弾性的性質をもつ底泥においては、その剛性率が小さい底泥ほど比較的厚い層が、歪や振動加速度の原因によって、破壊するものと推定される。

(vii) 破壊厚に関する実験¹⁷⁾

底泥表層に発生する波動により破壊する厚さ — 破壊厚 — を確認するための実験を実施した。使用した実験水路は、ポンプを動力とする環流型水路で、実験区間は概略図29のような構造になっている。図の直線部分の水路（繊維強化プラスチック製）の有効長は16.40m、実験区間長は7.27mである。長方形断面閉水路で、巾30cm、深さは可変構造となっている。上流側の長さ9.13m区間の河床面はペイント塗装をしてあり、その高さは底泥表面の高さに応じて調節できる構造である。長さ7.27m区間の上部は、ジュラルミン製のタンクで、ノズルから噴出した底泥がほぼ一様に混合されるとともに、沈降筒を兼用している。このタンクは実験中には取り外す。水路河床面に沈降堆積する底泥の堆積厚は、泥量や堆積日数により異なるが、約6～8cm厚となるように調節した。ほかにはエア抜装置、採水用カップや観測用の小窓などが付属している。流量はオリフィス板とマンオメータにより計測し、実験に先立って、壁面の粗度について十分な検討をしてある。実験の手順や操作については説明を省略する。

つぎに表6の各項目について説明する。Run Naのうち括弧書きのものは、1つのRunにおける2回目の破壊を示す。堆積日数は、3日（72時間）および8日（192時間）の間沈降堆積させたという意味である。底泥の密度については、上段が内径14.5mmのガラス管採取により、実験直前の底泥全厚（6～8cmの厚さ全体）の密度を1回測定したものである。一方、下段の密度については、内径9.3mmのガラス管採取により、同様に3回測定した平均値を示してある。密度の平均値の欄は、重みつき平均値を計算してある。なお別途の比重試験によると、底泥粒子の比重は2.44であった。 U_{*b} は底泥河床面に作用する掃流力を摩擦速度表示したもので、他の壁面の作用応力とはVanoni-Brooksの方法で分離してある。 R_{*1} は閉水路のReynolds数および C_1 は浮遊濃度である。 U_{*b} 、 R_{*1} および C_1 はいずれも、表層の破壊が生ずる以前にほぼ一定に保った水理量で計算してある。一方 C_2 は、表層が破壊し、浮遊濃度がほぼ一定となった状態での浮遊濃度である。

つぎに、表層の破壊により増加した浮遊濃度から破壊厚を求める方法は簡単であり、表6の「密度の平均値」を使用して破壊厚を計算したのが、同表の「計算値」の欄に示されている。「観察値」の欄は4個の観察用小窓を通して記録した河床高より求めた河床低下量である。観察用小窓のガラス壁面に底泥が付着する傾向があり、実験中は河床面をよく視認できないので、河床低下量は参考値と考えていたところであるが、計算値とよく対応している。むしろ計算に「密度の平均値」を使用せずに、表層付近の平均的な密度1.06を使用すれば、計算値は観察値にきわめて接近することが分かる。

ケース数の少ない実験であるが、 U_{*b} と破壊厚（計算値）との関係を示したのが図30である。決定的な傾向は示し得ないけれども、3日間堆積と8日間堆積とでも破壊厚には大きな違いはなさそうであり、ま

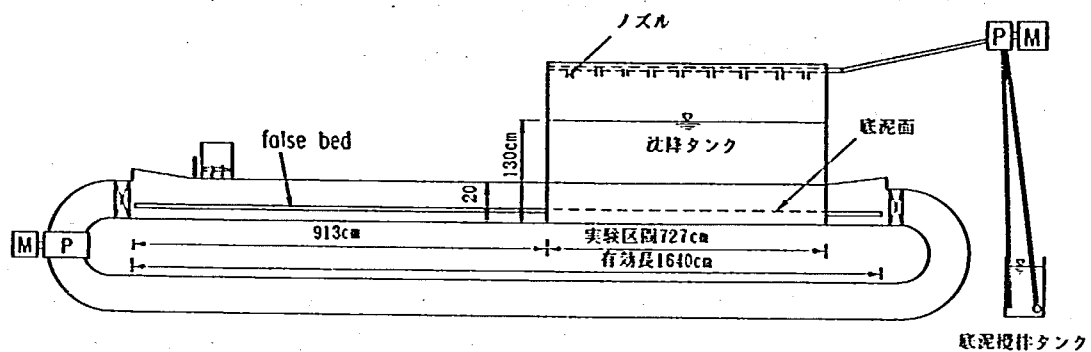


図29 環流型水路の概要図

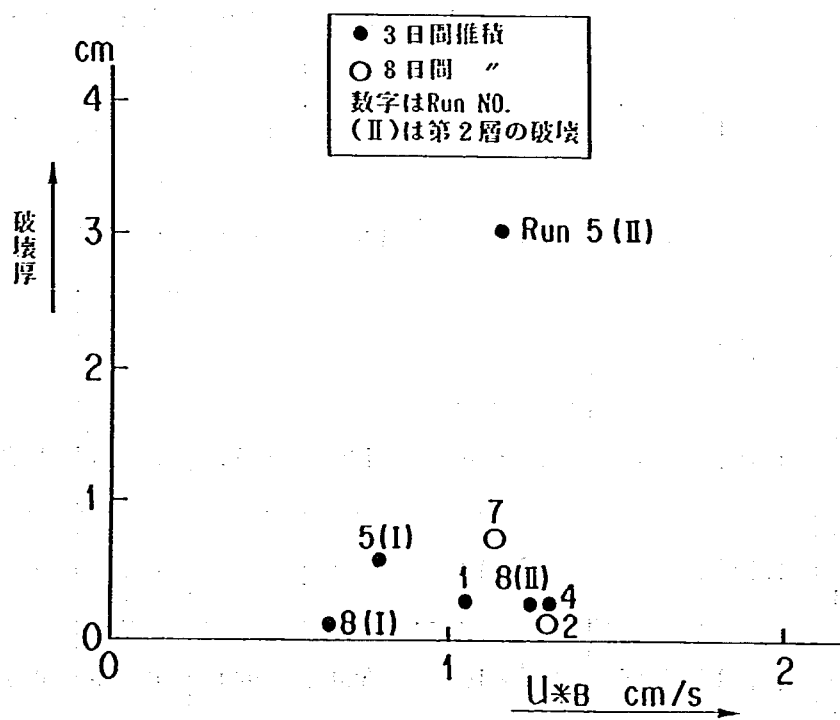


図30 摩擦速度の大きさと破壊厚の関係

た掃流力の大きさによる傾向も現れてはいない。その反面、Run 5 のように大きな破壊が生ずることもある。

Run 5 のケースを無視すると、計算値の破壊厚は前記 (vi) 数値計算例で扱った破壊厚と同じオーダーの大きさである。観察値の方を重視することにすれば、破壊は最大歪や最大振動加速度の生ずる深さより深い点で発生することも考えられよう。

表 6 破壊厚に関する実験ケースのまとめ

Run No	堆積 日数	底泥の 密 度	密度の 平均値	U ₀ cm/s	R ₀₁	C ₁ mg/l	C ₂ mg/l	破壊厚 (cm)		備 考
								計算値	観察値	
1	3	—	1.10と 仮 定	1.05	2.3×10^4	200	750	0.269	0.88	表 層
		—								
2	8	1.124	1.224	1.30	5.2×10^4	650	1250	0.131	0.05	"
		1.257								
3	3	1.134	1.143	—	—	95	600	0.173	0.65	"
		1.146								
4	3	1.095	1.101	1.30	3.0×10^5	300	800	0.242	0.85	"
		1.103								
5	3	1.085	1.114	0.8	2.6×10^4	200	1400	0.514	1.17	"
		1.123								
(5)	3	1.085	1.114	1.15	5.9×10^4	1400	7800	2.744	4.18	第 2 層
		1.123								
6	3	1.143	1.152	—	—	—	—	—	—	表 層
		1.155								
7	8	1.254	1.184	1.15	4.9×10^4	100	3200	0.823	1.78	"
		1.161								
8	3	1.148	1.138	0.65	2.6×10^4	40	300	0.092	0.15	"
		1.134								
(8)	3	1.148	1.138	1.25	3.3×10^4	320	940	0.220	0.6	第 2 層
		1.134								

第5節 結 語

底泥質河床材料の流水中での移動・堆積現象については、河川工学・水理学では安定河道の設計、洪水疎通に必要な河積の確保、河川・湖沼・ダム湖の水質環境・底質環境の保全向上などの面において、海岸工学・港湾工学では海域環境・港湾環境の保全、港湾・航路の機能維持などの面において重要なテーマの1つである。また都市工学では底泥質の発生負荷量や河川への流出などの面において、土壌学・農学では粘性土である表土の侵食防止・流出防止の面から、それぞれ重要なテーマとなっている。そのため本章では、底泥質河床材料の流水中での移動に関する力学で中心的な概念である限界掃流力について検討した。

まず粘着力を有する河床材料の限界掃流力に関する従来の研究を総括した。多くの分野でさまざまに研究が進展しているが、それだけ限界掃流力の定義に差があることや、生起する現象にも未知の部分が多いことが指摘される。生起現象のうち共通する部分については、できるだけ共通の力学的モデルで統一的に説明してゆくことが、今後の研究の発展のために重要と考えられる。ここでは、粘性土という一般論ではなしに、含水比の大小という簡明な指標でひとまず分類して、整理した方がよいことを指摘した。低含水比の場合は、圧密され固結した粘土などが研究対象となるが、通常作用する掃流力の範囲では、緩慢な離浮上過程をとる。一方、高含水比の場合には、流動性の高い底泥が中心である。この場合、洗掘形態に差が出る原因として、堆積密度、速度効果、時間効果、繰返し効果、粘弾性、塑性など土質力学やレオロジーで問題となる物性が現れる。また、作用する応力レベルによって、フロックが徐々に離れる表面浸食や、ある作用応力レベルをこえると破壊的な洗掘が生ずる。

海岸工学の分野での底泥をめぐる最近の研究成果は目ざましい。一方向流の水路実験の場合には、表面浸食では浮遊濃度が小さくて目視しにくいこと、測定しても誤差が大きいこと、また破壊限界では波動の継続時間および破壊現象とが瞬間的で、種々の計測等が困難である。それに対して造波水槽内で水面波による底泥表面波を発生させる場合は、底泥表面波の運動がより緩慢なため、観測や測定により容易な面があるのかも知れない。本章での検討にあたってこの分野での成果が大いに参考になった。

本章では、含水比の比較的大きな底泥の限界掃流力のうち、表面浸食と破壊現象の2つの現象に着目して検討している。

まず、「流水中に露出したフロックからその構成要素の1つである基本粒子がはぎとられる状態、およびフロックそのものが流れの抗力により押しつぶされたり、引きちぎられる状態」を表面浸食と定義した。このような場合には、砂粒子（非粘性土）の限界掃流力に関する従来の力学的モデルが利用できることになる。したがって、層流底層の厚さと、はく離するフロックの直径の大きさとの関係より

$$\left. \begin{aligned} R_{e*} \leq 1 \quad & \text{で} \quad \tau_c = 0.083 \tau_y \\ 1 < R_{e*} \leq 6.83 \quad & \text{で} \quad \tau_c = \frac{\mu}{d \sqrt{\frac{\rho_*}{2} C_D}} \sqrt{\tau_y} \\ 51.1 \leq R_{e*} \quad & \text{で} \quad \tau_c = \frac{1}{\frac{1}{2} C_D M^2} \tau_y \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

が得られた。衛生工学や土質力学で使用されるブロック間の結合力 —— 結合部分の面積と単位面積当りの結合力 σ との積で与えられる —— から検討すると、結局 $\tau_c \propto \tau$ の関係が導かれる。したがって、一般的には限界掃流力は表面せん断力による降伏強度に比例することになる。しかし $1 < R_{*} \leq 6.83$ における $\tau_c \propto \sqrt{\tau}$ の関係は、流体抗力と流速分布のそれぞれの表示式から導かれるものであって、Migniotの実験式に相当するものと考えられる。適用範囲の R_{*} については、Migniotの実験値を用いてでき得る限りの検討をしたが、最終的には、Migniotの適用範囲を確認することはできなかった。また、限界掃流力の大きさを示す各式の比例定数については、単位時間当りの浮上粒子数（あるいはブロック数）を定義しないと決定できない。式(25)等の比例定数は、その浮上粒子数がきわめて少数の場合に相当する。あわせて今後の詳細な実験的検討を期待したい。

つぎに底泥の破壊限界について検討した。底泥表面が破壊した時の水理的な特徴を列挙すると、1) 浮遊濃度の増加はきわめて急速、2) 浮遊濃度が一定の状態が現れる。いずれも表面浸食では考えにくい現象である。また3) 水中浮遊濃度増加の直前に、流れの抵抗が瞬間的に増大する。抵抗の増大は、掃流力を（人為的に）増加した直後、および浮遊濃度上昇の直前に生ずる。流速が加速される際の特殊な現象が混入しているかも知れないが、急激な濃度上昇をともなっているわけであり、ここでは破壊限界時に形成された表面波動が流れの抵抗として作用したと考えている。また、村岡や大坪あるいは五明らの観察によっても、河床が破壊する時の状況を詳しく知り得た。

このような破壊をとまなう表面波動について、まず内部波理論の適用可能性について検討した。波動のデータは楠田らや田中らのものを使用した。表面波動の特性量と水理量を用いて安定性を検討すると、上記のデータはいずれも不安定領域にプロットされる。しかし、波数や波速、およびそれらのReynolds数との関係は説明が困難であった。しかし、きわめて含水比が高い底泥を使用した実験での現象は内部波の安定性問題で説明されねばならないから、上記の表面波のデータは底泥が流体的性質を失っている、すなわち、弾性的性質を発揮している状態のものとも考えることもできる。さらに破壊現象が脆性破壊に近いことから、むしろ弾塑性体の破壊と考えた方が現実的である。

そのため、底泥の多孔質弾性体としての挙動を考え、従来の多孔質弾性体の理論と現象に関する知見を総括した。また底泥を土材料と考え、土材料の破壊機構について検討した。このとき底泥は、その基本粒子のサイズで分離破壊するのではなく、巨大ブロックのサイズで破壊する可能性を指摘した。こうした検討により、従来の土材料の破壊理論をもあわせて、次の4つの破壊のタイプがあり得ることを示した。

1) 表面波動によるせん断応力が繰返し荷重として作用することにより、液状化あるいは土質強度低下が生ずる。2) 同じ作用により、せん断定数の低下と強度低下とが生ずる。3) 同じ作用により、発生する歪が 10^{-3} をこえる。および4) 最大応力（歪）発生地点が、底泥表面に近い、の4つのタイプである。

こうした破壊のタイプのすべての可能性があるが、何れのタイプであるかを知るためには、表面波動にともなって発生する底泥内部の応力や歪の大きさを推定せねばならない。そのため、弾性体に関するRayleigh波理論を応用して、底泥内部の発生応力を検討した。

Rayleigh波理論により、いずれも両振りの応力の発生状態であるが、変位の最大値とその生ずる深さ、変位速度の最大値とその生ずる深さ、振動加速度の最大値とその生ずる深さ、および歪の最大値とその生

ずる深さ、などを求める式を呈示した。その上で、数値計算例として著者や栗谷らの観察した波動の特性量を代入して、発生する最大歪などを求めた。また、観察した特性量を変化させた場合についても、最大歪などを求めた。いずれの場合も最大歪は 10^{-3} 程度以上であり、少なくとも上述3)の条件を満足するので、底泥表面は破壊にいたる可能性があると判断される。また、破壊する層厚と波動の特性量の対応についても有用な多くの知見が得られた。

さらに、底泥の剛性率が深さ方向に変化しないと仮定したときに、底泥の剛性率によって、最大の歪や最大の振動加速度が現れる深さがどのように変化するかを推定し、破壊厚と剛性率との関係を予測した。

つづいて、底泥の破壊厚に関する実験を行ない、明確な関係を導き出せるほどの実験数がないけれども、(vi)の数値計算例で示した破壊厚と同じオーダーの大きさの破壊厚が生ずることを示した。理由はまだ明確ではないが、一挙に3～4 cm厚の破壊が生じた実験結果もあることを呈示した。

結 論

本文では、底泥質河床材料の限界掃流力について検討した。まず、粘着力を有する河床材料の限界掃流力に関する従来の研究を総括すると、粘性土壌の土壌流出や法面侵食の研究、河口部の航路・港湾維持のための研究、洪水疏通を目的とする浚渫計画立案のための研究、底泥浮遊化が河川水質に与える影響を知るための研究、および下水処理場で発生する底泥の効率的な除去のための研究など、関連研究分野は多岐にわたる。したがって洗掘現象に限定しても、対象とする洗掘現象や限界掃流力の概念の巾が広い。そのため、共通する現象についてはできるだけ共通の力学モデルで統一的に説明することが重要であるとの考えのもとで整理した。そして本論文では、粘性土という一般論ではなしに、比較的含水比の高い河口部の底泥について、表面侵食と破壊現象のそれぞれに関する限界掃流力を対象とした。

まず、表面侵食を「流水中に露出したブロックからその構成要素の1つである基本粒子がはぎとられる状態、およびブロックそのものが流れの抗力により押しつぶされたり、引きちぎられる状態」とであると定義した。このような場合には、砂粒子（非粘性土）の限界掃流力に関する従来の力学的モデルが利用できることになる。したがって、層流底層の厚さと、離脱するブロックの直径の大きさとの関係に従来の力学的モデルを利用することにより、つぎの関係式が得られた。

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}^* \leq 1 \quad & \text{で} \quad \tau_c = 0.083\tau_y \\ 1 < \text{Re}^* \leq 6.83 \quad & \text{で} \quad \tau_c = \frac{\mu}{d\sqrt{\frac{\rho_*}{2}C_D}}\sqrt{\tau_y} \\ 51.1 \leq \text{Re}^* \quad & \text{で} \quad \tau_c = \frac{1}{\frac{1}{2}C_DM^2}\tau_y \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

一方、ブロック間の結合力（結合部分の断面積と単位面積当たりの結合力の強さとの積）から検討すると、結局 $\tau_c \propto \tau_y$ の関係が導かれる。したがって、一般的には表面侵食の限界掃流力は τ_y に比例することになる。しかし、 $1 < \text{Re}^* \leq 6.83$ における $\tau_c \propto \sqrt{\tau_y}$ の関係は、流体抗力と流速分布のそれぞれの表示式から導かれるものであって、Migniotの得た実験式に相当するものと考えられる。Migniotによる実験の Re^* の範囲を特定できなかったが、同式の係数の大きさを推定すると、Migniotの、ひいては大坪の実験値に近いことを確認した。また、式(26)の各式の係数は、単位時間当たりの浮上粒子数、すなわち、洗掘率や洗掘速度を定義しなければ確定できない性質のものであり、式(26)で与えた係数はその浮遊粒子数がきわめて少ない場合に相当すると推定される。

つぎに、底泥の破壊限界について検討した。底泥表面が破壊したときの水理学的な特徴は、村岡らの観察した急激な濃度の増加とその後の浮遊濃度に一定状態がみられること、および流れの抵抗が瞬間的に増大する点であって、この抵抗の増大を底泥表面に発生する波動の効果と考えた。

このような底泥の破壊をとまなう表面波動について、まず二層流（内部波）の安定理論を適用し、楠田

らや田中らの実験データを用いて検討した。表面波動の特性量と水理量から安定性を検討すると、彼らの波動に関するデータはいずれも不安定領域にプロットされる。しかし、波数や波速、およびそれらのReynolds数との関係を内部波の理論から説明することは困難であり、今後の課題として残されている。

本章で検討している底泥の破壊は、底泥表面に波動が生じた直後に、ある厚さの底泥層が一挙に破壊する現象である。この現象は、変形の大きさがある限度を超えたため、あるいは大きな繰返し応力が作用したために発生したと考えるのが現実的である。すなわち、底泥が流体的性質を失って、弾・塑性体の破壊現象を呈したと考えるのである。

つぎに、このような観点から底泥の多孔質弾性体としての挙動を検討するために、従来の多孔質弾性体の理論と現象面とを整理した。また、底泥を土材料と考え、土材料の振動破壊の機構について検討した。このとき底泥は、その基本粒子のサイズで液状化—破壊—するのではなく、ブロックのサイズで破壊する可能性を指摘した。主として従来の土材料の振動現象にともなう破壊現象の類似性から、底泥表面の破壊につぎの4タイプがあり得ることを示した。すなわち、表面波動によるせん断応力が繰返し荷重として作用することにより、①液状化あるいは土質強度低下が生ずる、②せん断定数の低下と強度低下、③発生する歪が 10^{-3} をこえる、および④最大応力（歪）が底泥表面の近くで生ずる、の4つのタイプである。

こうした破壊のタイプすべての可能性があるが、いずれのタイプであるかを知るためには、表面波動にともなって発生する底泥内部の応力や歪の大きさを推定する必要がある。そのため、弾性体のRayleigh波理論を応用して、表面波動が現れる場合の底泥内部の発生応力を検討した。まず、Rayleigh波理論から両振りの応力の発生状態における変位の最大値、変位速度の最大値、振動加速度の最大値、および歪の最大値、ならびにそれぞれの最大値の生ずる深さを求める式を呈示した。数値計算例としては、栗谷らおよび著者の観察した波動特性量を使用して発生する最大歪、最大振動加速度などを求めた。いずれの場合も最大歪は 10^{-3} 程度以上であり、少なくとも上記の③の条件を満足するので、底泥表面は数波動通過後には破壊が生ずると判断される。また最大歪の発生地点は表層に近いところであり、④のタイプをも満足すると思われる。

つぎに、最大歪、最大振動加速度などの地点（深さ）で破壊が発生するとした場合について、底泥の弾性率と破壊厚との関係を理論式で呈示するとともに、環流型水路における破壊厚の実験結果を検討した。破壊厚としては、側壁（ガラス面）で河床低下量を測定して得た「観察値」と、浮遊濃度増加量から逆算して求めた河床低下量の「計算値」の2つによった。これら2つの量は比較的良好に一致していると考えることができる。また、厚さのオーダーは、1実験例を除いて上述の数値計算例で扱った破壊厚と等しく、波動理論から求めた最大歪の生ずる深さが破壊厚にごく近いことを示した。しかし、堆積日数と破壊厚との関係や表層の破壊厚と第二層目のそれとの対応については、今後実験数を増加して傾向をつかむことが重要と考えられる。

参考文献

- 1) Report of the Task Committee on Erosion of Cohesive Materials. Erosion of Cohesive Sediments. Journal of the Hydraulics Division. Proc. ASCE. HY4. PP.1017~1049. 1968.
- 2) Yalin. M.S. : Mechanics of Sediment Transport. Pergamon Press. 1972.
- 3) Dunn. Irving S. : Tractive Resistance of Cohesive Channels. Journal of the Soil Mechanics and Foundations. ASCE Vol.85. NO.SM3. Proc. Paper 2062. June. 1959.
- 4) 馬場洋二 : 河川底泥の堆積浮上に関する調査研究の現状について, 第6回底質処理技術セミナー, 底質浄化協会, pp.1~10. 昭和56年3月.
- 5) Braja Mohan Das : Erosion of Compactid Cohesive Soils. A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy at the University of Wisconsin. 1972.
- 6) 岩垣雄一 : (I) 限界掃流力の流体力学的研究, 限界掃流力に関する基礎的研究, 土木学会論文集第41号, 土木学会, 昭和31年12月.
- 7) Smerdon. E.T., and Beasley. R.P. : The Tractive Force Theory Applied to Stability of Open Channels in Cohesive Soils. Research Bulletin 715. Coll. of Agric.. Agric. Experiment Sta., Columbia Mo., October. 1959.
- 8) Carlson. E.J., and Enger. P.F. : Studies of Tractive Forces of Cohesive Soils in Earth Canals. U.S.Bureau of Reclamation. Hyd. Branch Report NO. Hyd. 504. October. 1962.
- 9) Gularte. R.C. : Erosion of Cohesive Sediment as a Rate Process. A Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy at the University of Rhode Island 1978.
- 10) 村橋克己・大石 功・小川芳昭 : 粘性土河床の洗掘機構について, 北海道開発局 土木試験所月報, 第176号, PP.1~5. 昭和43年1月.
- 11) 岸 力・山口忠男・平野 悟 : 流れによる粘性土の洗掘破壊と水路の限界流速, 第21回年次学術講演会講演概要 第II部, 土木学会, PP.18-1~18-2. 1966.
- 12) 岸 力・山口忠男・武内達夫 : 流れによる粘性土の洗掘破壊と水路の限界流速, 第22回年次学術講演会講演概要 第II部, 土木学会, PP.47-1~47-4. 1967.
- 13) Krone. R.B. : Flume Studies of the Transport of Sediment in Estuarial Shoaling Processes. University of California. Hyd. Eng. Lab. and Sanit. Eng. Res. Lab., June. 1962.
- 14) Partheniades. E. : Erosion and Deposition of Cohesive Soils., Proc. ASCE. Vol.91. HY1. PP.105~139. 1965.
- 15) Migniot. C. : A Study of the Physical Properties of Various Forms of Very Fine Sediments and Their Behavior under Hydrodynamic Action. La Houille Blanche. NO.7. PP.591~620. 1968.
- 16) Owen. M.W. : Properties of a Consolidating Mud. Hydraulics Research Station. Wallingford. Report NO.INT83. December. 1970.
- 17) Lambermont. J., and Lebon. G. : Erosion of Cohesive Soils. Journal of Hydraulic Research 16 NO.1. PP.27~44. 1978.

- 18) Owen, M.W. : Settling and Consolidation of Estuarial Muds. Hydraulics Research Station, Hydraulics Research 1969. PP.13~18.
- 19) 村岡浩爾・赤井新也・大木博文：有機性底質汚泥の流送特性に関する実験的研究，土木学会第26回年次学術講演会講演集 第2部，PP.549~550. 1971.
- 20) Gilchrist, H.G. : Studies on Erodibility of Cohesive Estuarial Materials. Progress Report, Hydraulics Research Station, Wallingford, Report NO. INT39, October, 1964.
- 21) 村岡浩爾・三浦健志：底質汚泥の浮上と濁度に関する基礎的研究，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集 第2部，PP.575~578. 1972.
- 22) 大坪国順：底泥の再浮上機構に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1984.
- 23) 水理委員会密度流研究小委員会：成層密度流の界面現象 (I)，土木学会論文報告集，第242号，PP.73~90. 1975.
- 24) 水理委員会研究小委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度，土木学会論文報告集，第210号，PP.85~91. 1973.
- 25) 蒲地政文・本地弘之・金子 新：高粘性流体表面のリップルマークの発生限界について，土木学会第34回土木学会年次学術講演会講演概要集 第2部，PP.259~260. 1979.
- 26) 栗谷陽一・楠田哲也・田中慎一郎：活性汚泥の捲き上げ機構に関する基礎的研究，土木学会第30回年次学術講演会講演集 第2部，PP.522~523. 1975.
- 27) 大坪国順・村岡浩爾・高野恒雄：粘性土の限界掃流力について，第16回衛生工学研究討論会講演論文集，土木学会，PP.140~146. 1980.
- 28) 滝 和夫・岡 正義：河川底泥の巻き上がり現象に関する基礎的研究，第20回衛生工学研究討論会講演論文集，土木学会，PP.41~51. 1984.
- 29) 金山 進・首藤伸夫：低含水比ベントナイトの河床波を伴う洗掘について，第29回水理講演会論文集，土木学会，PP.449~454. 1985.
- 30) 柴山知也・滝川 浩・堀川清司：波による軟らかい底質粘土の質量輸送，第32回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.258~262. 1985.
- 31) 柴山知也・中西雅明・石原 肇・佐藤慎司：波による底泥の浮遊機構に関する研究，第34回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.271~275. 1987.
- 32) 柴山知也・佐藤信司・平出和也・青木 徹：波による底泥の質量輸送速度，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.347~351. 1988.
- 33) 五明美智男・矢内栄二・小島 洋・大槻 忠・糸刈長敬：進行波存在下における底泥の挙動および波高減衰に関する実験的研究，第32回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.263~267. 1985.
- 34) 五明美智男・矢内栄二・堺 和彦・大槻 忠・糸刈長敬：波と底泥の相互干渉に及ぼす物性の影響について，第33回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.322~326. 1986.
- 35) 矢内栄二：波によって発生したマッドリップルの安定性に関する研究，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.362~366. 1988.

- 36) 楠田哲也・山西博幸・川添正寿・二渡 了：波による底泥の浮遊及び挙動に関する研究，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP.352～356，1988.
- 37) 鶴谷広一・江口秀二・鷹浜 潤：流れと波による底泥の巻き上げに関する実験的研究，第35回海岸工学講演会論文集，土木学会，PP. 357～361，1988.
- 38) Argaman, Y., and kaufman, W. J., : Turbulence and Flocculation, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol.96, NO.SA2, Proc. Paper 7201, PP.223～241, April, 1970.
- 39) Thomas, D.G. : Turbulent Disruption of Flocs in Small Particle Size Suspensions, AIChE Journal, Vol.10, PP.517～523, July, 1964.
- 40) 谷 一郎：流れ学（第3版），P.107 および P.156, 岩波全書 136, 岩波書店, 1977.
- 41) 楠田哲也：フロックの形成条件がその性質におよぼす影響，土木学会論文報告集第217号，pp.33～39, 1973 年9月.
- 42) 谷 一郎：流れ学（第3版），P.156, 岩波全書 136, 岩波書店, 1977.
- 43) 丹保憲仁：フロック形成過程の基礎的研究（I），水道協会雑誌第372号，pp.10～19, 水道協会, 昭和40年9月.
- 44) 松井 保・伊藤富雄：粘土・水系の統一的な流動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集 第242号，PP.41～51, 1975年10月.
- 45) 土質工学会：土質工学ハンドブック第7章土の剪断，PP.167～194, 土質工学会, 技報堂, 昭和41年.
- 46) 楠田哲也・山崎惟義・田中慎一郎・栗谷陽一：活性汚泥の巻き上げに関する基礎的研究，下水道協会誌，Vol.13, No.144, PP.11～16, 1976.
- 47) 馬場洋二：Thames Silt の流送特性に関する研究，1975（未公表）.
- 48) 日野幹雄・Nguen Son Hung・中村健一：塩水楔型二層密度流における抵抗係数および流速構造，第28回海岸工学講演会論文集，PP.515～519, 土木学会, 1981.
- 49) 室田 明・平田健正：成層密度流における内部波特性と混合機構について，第22回水理講演会論文集，PP.107～112, 土木学会, 1978.
- 50) 吉田静男・西田修三・田城徴雄：定常二層流の三次元混合過程，第28回海岸工学講演会論文集，PP.525～529, 土木学会, 1981.
- 51) 田城徴雄・吉田静男：河口二層流における主流の乱流構造と界面現象，第30回海岸工学講演会論文集，PP.580～584, 土木学会, 1983.
- 52) 田城徴雄・吉田静男・米谷 慎：成層密度流における界面波の発生機構，第27回水理講演会論文集，PP.523～530, 土木学会, 1983.
- 53) 嶋 祐之：密度流論，水工学シリーズ，65-11, 土木学会水理委員会, 1965年8月.
- 54) 田中慎一郎・栗谷陽一・楠田哲也：汚泥界面の不安定性について，土木学会第31回年次学術講演会講演概要集，第2部，P.570, 1976.
- 55) 土木学会：水理公式集，P.66, 昭和60年版.
- 56) 中川鶴太郎・神戸博太郎：レオロジー，P.683, みすず書房, 1959.

- 57) 最上武雄：土質力学，P. 91，技報堂，昭和48年6月。
- 58) 前出 56) P. 688.
- 59) 前出 56) P. 9.
- 60) 石原研而：土質動力学の基礎，鹿島出版会，昭和54年12月。
- 61) 前出 56) P. 368.
- 62) 土質工学会：土と構造物の動的相互作用，P. 456，土質基礎工学ライブラリー 9，昭和53年6月。
- 63) 前出 57) P. 659.
- 64) 岩佐義朗：水理学，PP. 39～40，朝倉土木工学講座 3，朝倉書店，昭和43年5月。
- 65) Matsuzawa Takeo：On the Possibility of Gravitational Waves in Soil and Allied Problems.
PP. 161～174，天文地球物理学輯報，3 (1925)，学術研究会議。
- 66) Lamb, H.：Hydrodynamics，PP. 625～628，6th edition，Camb. Univ. Press.
- 67) 前出 57) P. 699.
- 68) たとえば佐藤泰夫：弾性波動論，PP. 170～176，岩波書店，1978年3月。
- 69) Nakano Hiroshi：On Rayleigh Wave，PP. 233～326，天文地球物理学輯報，2 (1924-25)，学術研究会議。
- 70) 前出 68) P. 180.
- 71) 妹沢克惟：振動学，国際理工研究社，昭和46年複製版。
- 72) Jeffreys, H.：On the Formation of Waves by Wind，Proc. of the Royal Society of London，
Vol. 107，PP. 189～206，1925.
- 73) Miles, J. W.：On the generation of surface waves by shear flows，Jour. Fluid Mech., Vol. 3，
part 2，PP. 185～204，Nov., 1957.
- 74) 得九英勝：振動論，機械工学大系 19，コロナ社，昭和48年7月。
- 75) 本多弘吉：地震波動，岩波書店，昭和17年1月。
- 76) 中村左衛門太郎：地震学，内田老鶴圃，昭和29年12月。
- 77) 三東哲夫：講座 最近の地震学入門 5. 表面波，土と基礎，Vol. 25-9，PP. 63～69，1977年9月。
- 78) 則松秀晴・栗谷陽一・楠田哲也・海田輝之：底泥の巻き上げと沈降に関する基礎的研究（I），土木
学会第35回年次学術講演会講演概要集 第2部，PP. 768～769，1980.
- 79) 河角 広：地震災害，防災科学シリーズ，共立出版株式会社，昭和48年10月。
- 80) 栗谷陽一・楠田哲也・海田輝之：底泥の巻き上げに関する基礎的研究（II），土木学会第33回年次
学術講演会講演概要集 第2部，PP. 309～310，1978.
- 81) 前出 56) P. 482.

底泥の流れによる限界掃流力に
についての一考察

ISSN 0386-5878
土木研究所資料第3112号
平成4年5月(1992)
河川部都市河川研究室

要 旨

河口部に堆積した比較的密度の小さい底泥に関して、その限界掃流力についての従来の研究を総括した。次に、表面侵食の限界掃流力について統計的な理論解析を行ない新しい限界掃流力モデルを構築した。このモデルは、従来実験的に求められた関数形に近いものとなっていることが明らかとなった。この際ブロック間の結合力に関する検討から、限界掃流力の表現にはビンガム降伏強度が適することを導いた。さらに破壊限界について考察し、底泥表面付近に生ずる弾性波動により底泥層内のある深度に最大歪が発生し、それが許容限界を越えるため、底泥層内部の破壊が生ずるという理論を組み立てた。

キーワード：底泥、限界掃流力、表面侵食、破壊限界

郵便はがき

四十一門切
手をはって
下さい

3 0 5 - □ □

茨城県つくば市大字旭一番地

建設省土木研究所

河川部都市河川研究室

御中

No. _____

No. _____

配布先氏名

配布先住所

土木研究所資料第 3112号 部

上記のとおり受領しました。

所 属 (住所)

氏 名

印